



Assistance à l'élaboration de gammes d'assemblage innovantes de structures composites

Loïc Andolfatto

► To cite this version:

Loïc Andolfatto. Assistance à l'élaboration de gammes d'assemblage innovantes de structures composites. Autre. École normale supérieure de Cachan - ENS Cachan, 2013. Français. NNT : 2013DENS0026 . tel-01062127

HAL Id: tel-01062127

<https://theses.hal.science/tel-01062127>

Submitted on 9 Sep 2014

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

**THESE DE DOCTORAT
DE L'ECOLE NORMALE SUPERIEURE DE CACHAN**

Présentée par

Monsieur Loïc ANDOLFATTO

**pour obtenir le grade de
DOCTEUR DE L'ECOLE NORMALE SUPERIEURE DE CACHAN**

Domaine :
MECANIQUE- GENIE MECANIQUE – GENIE CIVIL

Sujet de la thèse :

**Assistance à l'élaboration de gammes d'assemblage innovantes
de structures composites**

Thèse présentée et soutenue à Cachan le 11 juillet 2013 devant le jury
composé de :

Alain DAIDIE	Professeur des Universités	Président
François VILLENEUVE	Professeur des Universités	Rapporteur
Jean-Yves DANTAN	Professeur des Universités	Rapporteur
Nicolas CHEVASSUS	Ingénieur	Examineur
Pierre BOURDET	Professeur émérite à la retraite	Membre invité
Claire LARTIGUE	Professeur des Universités	Directeur de thèse
François THIEBAUT	Maître de Conférences	Co-Encadrant



Laboratoire Universitaire de Recherche en Production Automatisée
ENS CACHAN/EA 1385/Université de Paris Sud 11
61, avenue du Président Wilson, 94235 CACHAN CEDEX (France)

Remerciements

Sans l'intervention de nombreuses personnes d'horizons divers, les travaux présentés dans ce document ne seraient pas exactement ce qu'ils sont. Avant d'aller plus avant dans les développements scientifiques, il me semble nécessaire de sortir quelques uns de ces contributeurs de l'anonymat.

Tout d'abord, je tiens à remercier monsieur Alain DAIDIÉ qui a accepté de présider le jury de cette thèse, ainsi que messieurs François VILLENEUVE et Jean-Yves DANTAN qui en ont été rapporteurs. La richesse des échanges que nous avons eu autour des travaux présentés ont été source d'un grand plaisir et d'éclairages nouveaux.

Je remercie également Nicolas CHEVASSUS et Pierre BOURDET pour leur participation au jury mais surtout pour les riches discussions que nous avons pu avoir depuis le début de l'aventure.

J'aimerais remercier chaleureusement Claire LARTIGUE et François THIÉBAUT pour la difficile mission d'encadrement qu'ils ont accepté. Ils ont su me guider habilement vers le but en me laissant une appréciable liberté d'organisation et d'exploration... dans une ambiance souvent joyeuse sans laquelle cette thèse n'aurait pas eu la même saveur.

Ma gratitude va également à Patrice qui m'a fait confiance et qui a mis tout en œuvre pour me donner les moyens de travailler, à Marc qui n'a cessé de poser les bonnes questions, à Serge qui n'est jamais à cours de bons tuyaux, à Hugo qui garde toujours son calme malgré le siège éjectable mais aussi à Régis pour ses réponses *rapides* à mes *petites* questions. Les trois années à leurs coté au sein de l'équipe Assemblage et Robotique d'EADS Innovation Works ont été tour à tour passionnantes, studieuses et conviviales. J'ai également eu l'occasion de côtoyer un grand nombre de personnes au sein d'AÉROLIA à MÉAULTE, d'AIRBUS à NANTES ou à l'IUT de CACHAN. Il serait compliqué de remercier l'ensemble de ces personnes avec qui j'ai passé de bons moments, mais je ne les oublie pas.

Mes journées de présence au LURPA ont souvent été illuminées par l'ensemble de ses membres, tous à leur façon. Des mentions spéciales vont à Micky, compère dont la patience n'a d'égal que le sens de l'humour et le goût pour le vocabulaire désuet, à Xavier qui a force de vouloir tout comprendre nous oblige à tout expliquer, à Alice pour les couleurs, à Virgile, Martin, Damien, PicPic, Champa ainsi qu'aux anciens et aux futurs du CIVIL qui ont rendu la vie dans et en dehors du labo plus sympathique.

Je ne peux pas conclure ces remerciements sans mentionner Crazy G. et Guillermo Caliente pour le covoiturage au réveil et les séances de rigolade à toutes heures, la section escalade du CASO pour les séances d'exercices de tous types et les Vikings de Boulogne-Billancourt pour les séances de défoulement sur la glace et les discussions parfois profondément philosophiques au bar de la patinoire.

Enfin, ces travaux n'auraient probablement pas vu le jour si mes parents ne m'avaient jamais montré jusqu'où peuvent mener la volonté et le travail. Ces ingrédients mélangés à l'ambition insufflée par quelqu'un qui se reconnaîtra, le carburant était là pour atteindre ce que je pensais être une arrivée. Mais ce n'est que le départ de la suite, et il y a toujours du carburant.

Remerciements

Table des matières

Remerciements	iii
Table des matières	v
Liste des figures	xi
Liste des tableaux	xv
Glossaire	xvii
Introduction	xix
1 Contexte aéronautique	xix
2 Objet des travaux	xxi
1 Élaboration de gammes d'assemblage	1
1 Assemblage de structures aéronautiques	3
1.1 Introduction	3
1.2 L'assemblage du point de vue cinématique	5
1.3 L'assemblage du point de vue technologique	6
1.4 L'assemblage du point de vue de la propagation des écarts géométriques	7
1.5 Élaboration d'une gamme d'assemblage	8
2 Choix de la séquence d'assemblage	9
2.1 Introduction	9
2.2 Génération automatique de séquences d'assemblage faisables	10
2.3 Optimisation et sélection des séquences d'assemblage	11
2.4 Étude de la séquence à l'échelle des liaisons d'assemblage	12
2.5 Choix des techniques d'assemblage	12
2.6 Synthèse sur le choix de la séquence d'assemblage	13
3 Allocation de tolérances	13
3.1 Introduction	13
3.2 Représentation de la propagation des écarts au cours de l'assemblage	14
3.3 Relation de comportement de l'assemblage	17
3.4 Méthodes pour l'analyse de tolérances	20
3.5 Méthodes pour l'allocation de tolérances	22
3.6 Synthèse sur l'allocation de tolérances	23

Table des matières

4	Positionnement des travaux	24
2	Méthode d'évaluation d'un indicateur de coût	29
1	Introduction	31
2	Coût associé à l'allocation des tolérances	32
2.1	Introduction	32
2.2	Taille d'un intervalle de tolérance	32
2.3	Modèles élémentaires de relations coût-tolérance	34
2.3.1	Comportement asymptotique de la relation coût-tolérance	34
2.3.2	Modèles présents dans la littérature	34
2.3.3	Modèles proposés	36
2.3.4	Synthèse	39
2.4	Indicateur de coût associé à l'allocation des tolérances	39
2.5	Synthèse	40
3	Coût associé aux activités d'assemblage	40
3.1	Introduction	40
3.2	Modèle pour le coût récurrent associé aux activités d'assemblage	41
3.3	Modèle pour le coût non-récurrent associé aux activités d'assemblage	43
3.4	Indicateur de coût associé aux activités d'assemblage	43
3.5	Inventaire des opérations d'assemblage	44
3.5.1	Introduction	44
3.5.2	Modèle de l'évolution du produit au cours de l'assemblage	46
3.5.3	Modélisation de l'état des composants	48
3.5.4	Modélisation de l'état des liaisons : cycle de vie d'une liaison	48
3.5.5	Modélisation de l'état des liaisons globales	52
3.5.6	Modélisation d'une technique d'assemblage	53
3.5.7	Priorités pour l'exploitation du modèle global	55
3.5.8	Application	56
3.6	Synthèse	57
4	Conclusion	57
3	Méthode d'évaluation d'un indicateur de conformité	59
1	Introduction	61
2	Formalisme de description des écarts géométriques	62
2.1	Introduction	62
2.2	Modèles variationnels de la littérature	63
2.3	Champs d'écarts	64
2.4	Construction d'une base de champs d'écarts	66
2.5	Synthèse	67
3	Relation de comportement de l'assemblage	68

Table des matières

3.1	Introduction	68
3.2	Construction des conditions aux limites	69
3.2.1	Introduction	69
3.2.2	Expression des relations géométriques bilatérales	70
3.2.3	Expression des relations géométriques unilatérales	71
3.2.4	Expression des actions mécaniques extérieures	72
3.3	Prise en compte de la séquence dans la simulation éléments finis	73
3.4	Évaluation des écarts des caractéristiques du produit	74
3.4.1	Démarche générale	74
3.4.2	Application à l'évaluation des jeux aux interfaces	75
3.5	Synthèse sur la relation de comportement de l'assemblage	76
4	Méta-modèle de la relation de comportement de l'assemblage	76
4.1	Introduction	76
4.2	Sélection d'une classe de méta-modèle	78
4.2.1	Généralités sur les méta-modèles	78
4.2.2	Propriétés attendues du méta-modèle	79
4.2.3	Propriétés des classes de méta-modèles	80
4.3	Construction du méta-modèle MARS	82
4.3.1	Introduction	82
4.3.2	Réduction de la dimension	82
4.3.3	Entraînement du méta-modèle MARS	84
4.3.4	Évaluation de la qualité du méta-modèle	86
4.4	Synthèse sur la construction d'un méta-modèle	87
5	Indicateurs de conformité	88
5.1	Introduction	88
5.2	Taux de non-conformité globale	89
5.2.1	Définition	89
5.2.2	Évaluation	89
5.3	Indicateurs basés sur les taux de non-conformité marginale	91
5.3.1	Définitions des indicateurs	91
5.3.2	Évaluation des indicateurs	92
5.4	Synthèse sur l'évaluation des indicateurs de conformité	94
6	Conclusion	94
4	Optimisation d'un avant-projet de gamme d'assemblage	97
1	Introduction	99
2	Structuration des données d'entrée	100
2.1	Introduction	100
2.2	Modèle structuro-fonctionnel du produit	100
2.2.1	Graphe Orienté de Contact enrichi	100

Table des matières

2.2.2	Identification des écarts géométriques à tolérer	103
2.3	Bibliothèque de techniques d'assemblage	105
2.4	Synthèse sur la structuration des données d'entrée	107
3	Paramétrage d'un avant-projet de gamme d'assemblage	107
3.1	Introduction	107
3.2	Variables de décision pour l'allocation des tolérances	107
3.3	Variables de décision pour la sélection des techniques d'assemblage	109
3.4	Synthèse sur le paramétrage d'un avant-projet de gamme d'assemblage	111
4	Optimisation d'un avant-projet de gamme	111
4.1	Introduction	111
4.2	Formulation du problème d'optimisation	111
4.3	Méthode de résolution	113
4.4	Exemple	115
5	Conclusion	116
5	Cas d'application	119
1	Introduction	121
2	Structuration des données d'entrée	121
2.1	Introduction	121
2.2	Modèle structuro-fonctionnel	123
2.2.1	Graphe Orienté de Contact enrichi	123
2.2.2	Détail des exigences géométriques	123
2.3	Base d'écarts géométriques	127
2.3.1	Introduction	127
2.3.2	Écarts géométriques des cadres	127
2.3.3	Écarts géométriques de la peau	129
2.3.4	Écarts de liaison	130
2.3.5	Synthèse des écarts géométriques à tolérer	130
2.4	Techniques d'assemblage	131
2.5	Implémentation dans PALLAS	133
3	Relation de comportement de l'assemblage	133
3.1	Introduction	133
3.2	Évaluation par simulation	134
3.2.1	Modèles éléments finis des composants	134
3.2.2	Construction du problème quasi-statique	134
3.2.3	Interface utilisateur pour la construction	136
3.2.4	Résultats de simulations	137
3.3	Construction du méta-modèle	137
3.4	Synthèse	141
4	Optimisation de l'avant-projet de gamme	142

Table des matières

4.1	Introduction	142
4.2	Résolution du problème d'optimisation	142
4.3	Résultats	143
4.4	Analyse détaillée de points du front de Pareto	145
4.4.1	Introduction	145
4.4.2	Sensibilité du coût vis-à-vis des tolérances allouées	146
4.4.3	Évaluation de l'importance des écarts géométriques	147
4.5	Synthèse	149
5	Conclusion	150
Conclusion & Perspectives		153
Liste des références		157
Annexe		I
A Notions de base sur les réseaux de Petri		I
1	Introduction	III
2	Structure d'un réseau de PETRI	III
3	Règles d'évolution	III
4	Réseaux de PETRI colorés	IV
B Nœuds virtuels pour l'expression de conditions aux limites		VII
1	Construction de nœuds virtuels	IX
2	Action mécanique appliquée à un nœud virtuel	X
C Données de l'exemple du chapitre 4		XIII
1	Paramètres des relations coût-tolérance	XV
2	Détails des techniques d'assemblage	XV
3	Caractéristiques des ressources	XV
D Bibliothèque de techniques d'assemblage du cas d'application		XIX
1	Détails des techniques d'assemblage	XXI
2	Caractéristiques des ressources	XXI

Table des matières

Liste des figures

1	Commandes et livraisons d’AIRBUS de 1989 à 2012 (source AIRBUS).	xx
2	Décomposition de la structure avion aux pièces élémentaires.	3
3	Assemblage d’une structure aéronautique.	4
4	Illustration de la technique d’assemblage « contre perçage-rivetage manuel ».	7
5	Élaboration d’une gamme d’assemblage : décomposition en activités et indicateurs de performance.	9
6	Cycle PCFR (d’après [Chang et Gossard, 1997]).	15
7	Modèle RAI de l’assemblage de 3 composants P1, P2 et P3 (d’après [Sellem, 2000]). . .	15
8	Séquences d’assemblage de 3 pièces A, B et C et DFC associées (d’après [Mantripragada et Whitney, 1998])	16
9	Analyse d’impact par boucle d’influence avec GAIA®.	17
10	Propagation des écarts géométriques entre deux composants rigides (d’après [Thiébaud, 2001]).	18
11	Identification de la matrice de sensibilité de la Méthode des Coefficients d’Influence. . .	19
12	Méthode des domaines avec vérification de la conformité analytique ou numérique. . . .	20
13	Illustration des limites de la minimisation du rapport coût sur taux de conformité. . . .	22
14	Illustration du problème inverse traité dans les travaux de thèse.	25
15	Démarche proposée pour l’optimisation d’un avant-projet de gamme d’assemblage. . . .	26
16	Décomposition de l’indicateur de coût C en coût des activités C_t et coût des tolérances C_g . 31	
17	Taille de l’intervalle de tolérance T définie d’après la densité cumulative de probabilité F_X	33
18	Identification des paramètres de la relation coût-tolérance à partir de données empiriques. 37	
19	Illustration des informations utilisées pour identifier les paramètres de la relation coût-tolérance.	38
20	Modèle élémentaire empirique de relation coût-tolérance construit par approximation linéaire par morceaux.	39
21	Assemblage riveté « <i>One way assembly</i> » et « classique » (d’après source AIRBUS). . .	45
22	Relations entre réseaux de PETRI élémentaires modélisant l’assemblage d’un produit. . .	47
23	RdPc I modélisant l’évolution de l’état des composants.	49
24	Illustration des états possibles d’une liaison : exemple d’une liaison pivot.	50
25	Réseau de PETRI simple modélisant le cycle de vie d’une liaison.	50

Liste des figures

26	RdPc II modélisant le cycle de vie des liaisons du produit.	51
27	RdPc III modélisant l'évolution de l'état des liaisons globales du produit.	52
28	RdPc i modélisant une technique d'assemblage générique.	53
29	RdPc IV modélisant l'évolution des modes des liaisons.	54
30	Synthèse de la méthode proposée pour l'évaluation de l'indicateur de coût C associé à un avant-projet de gamme d'assemblage.	58
31	Démarche proposée pour l'évaluation d'un indicateur de conformité.	61
32	Modes technologiques de courbure et de vrillage proposés dans [Stricher, 2013].	64
33	Champs d'écarts ϕ_1 (a) et ϕ_2 (b) et skin modèle virtuel obtenu avec $\delta\alpha_1 = 1.5$ et $\delta\alpha_2 = -0.5$ (c).	65
34	Expression de la coaxialité de deux trous par deux relations sur les déplacements suivant Δ_1 et Δ_2	70
35	Expression de conditions de non-interpénétration sous forme de conditions aux limites.	71
36	Effet de la réalisation d'éléments géométriques au cours de l'assemblage.	73
37	Discrétisation des éléments géométriques pour l'évaluation du jeu.	76
38	Comparaison qualitative de l'évolution du temps de calcul en fonction du nombre d'évaluations de la relation de comportement par simulation directe, améliorée ou par un méta-modèle.	78
39	Illustration des données d'entraînement et des discontinuités en tangence d'un méta-modèle MARS.	81
40	Plan d'expérience axial (avec $n_a = 2$) pour identifier les écarts géométriques non-influents.	83
41	Évaluation du facteur d'influence axiale $AIF_{k,j}$ et conclusion sur l'influence.	84
42	Fonctions de base des méta-modèles MARS.	85
43	Représentation graphique du méta-modèle défini par l'éq. (3.31).	85
44	Densité de probabilité jointe $\mathcal{L}_c$ des caractéristiques c_1 et c_2 et non-conformité associée.	90
45	Densité de probabilité de la caractéristique c_1 et non-conformité associée.	92
46	Densité de probabilité de la caractéristique c_2 et non-conformité associée.	93
47	Démarche de formalisation du problème d'optimisation d'un avant-projet de gamme d'assemblage.	99
48	Graphe Orienté de Contact d'un produit à deux composants.	101
49	Représentation de la séquence d'assemblage associé au Graphe Orienté de Contact de la Figure 48.	101
50	Vues instantanées du Graphe Orienté de Contact dynamique piloté par la séquence d'assemblage.	102
51	Écarts géométriques et frontière du produit pour l'identification des écarts géométriques à tolérer.	104
52	Illustration des attributs proposés pour la classification des techniques.	105
53	Exemples de techniques d'assemblage classées dans une bibliothèque de techniques.	106

Liste des figures

54	Front de PARETO en dimension 2.	112
55	Principe de l'algorithme NSGA-II [Deb <i>et al.</i> , 2000].	114
56	Front de PARETO obtenu à l'issue de l'optimisation.	115
57	Architecture du démonstrateur PALLAS et interactions avec des logiciels et bibliothèques externes.	122
58	Panneau de structure aéronautique support du cas d'application.	122
59	Graphe Orienté de Contact du cas d'application.	124
60	Séquence d'assemblage du cas d'application.	125
61	Détail des éléments géométriques de la peau auto-raïdie.	125
62	Détail des éléments géométriques des cadres.	126
63	Schématisme d'une épingle de pré assemblage et des efforts appliqués.	126
64	Détail des liaisons percées à l'état pré assemblé LCDH_10 à LCDH_21.	126
65	Écarts de cintrage radial (a), de vrillage (b), et de cintrage axial (c) des cadres.	127
66	Écarts sur l'angle entre l'âme et les pieds de cadre.	129
67	Écarts de localisation des trous exprimés dans leurs bases locales.	129
68	Écarts de cintrage radial (a) et de vrillage (b) de la peau auto-raïdie (raidisseurs non représentés).	129
69	Écarts sur l'orientation des bases de raidisseurs en oméga.	130
70	Modèles éléments finis des cadres et de la peau.	134
71	Enchaînement des blocs utilisés pour l'écriture des conditions aux limites du cas d'ap- plication.	135
72	Capture d'écran de l'interface utilisateur TOLFLEX permettant de définir les étapes et les blocs de la Figure 71.	136
73	Instance de composants virtuels avant assemblage (a) et état final obtenu par simulation (b).	138
74	Cartographie des jeux obtenus par simulation.	138
75	Cartographie des écarts de concentricité 10 à 20 obtenus par simulation.	138
76	Comparaison du coût d'évaluation de l'indicateur de conformité par simulation directe et avec un méta-modèle.	139
77	Comparaison de la population du Jeu_10 obtenue par simulation et par méta-modèle sur un graphe quantile-quantile.	140
78	Comparaison de la population de la Concentricité_14 obtenue par simulation et par méta- modèle sur un graphe quantile-quantile.	140
79	Front de PARETO obtenu après l'évolution d'une population de 1 200 avant-projets du- rant 40 générations.	143
80	Comparaison des fronts de PARETO obtenus pour dix résolutions du problème d'optimi- sation.	144
81	Sensibilité du coût vis-à-vis de la taille d'un intervalle de tolérance.	147

Liste des figures

82	Facteurs d'importance FORM évalués pour le Jeu_18 et le Jeu_28 pour les avant-projets de gamme 2 et 3.	148
83	Capture d'écran de l'interface utilisateur de PALLAS en cours de développement.	149
84	Réseau de PETRI modélisant l'état d'un livre.	III
85	Évolution de l'état du livre modélisé à la Figure 84.	IV
86	Exemple de Réseau de PETRI coloré avec une couleur composée.	V
87	Utilisation de nœuds virtuels pour représenter des entités géométriques absentes de la géométrie idéalisée.	IX
88	Construction d'un nœud virtuel et déplacement associé.	IX
89	Action mécanique ponctuelle appliquée en un point n'appartenant pas à la géométrie discrétisée.	XI

Liste des tableaux

1	Taille de l'intervalle de tolérance T définie d'après la densité cumulative de probabilité F_X	33
2	Modèles de relation coût-tolérance (d'après [Chase <i>et al.</i> , 1990]).	35
3	Techniques pour la réalisation d'assemblage riveté « Classique » et « <i>One way assembly</i> » (Figure 21).	45
4	Technique générique pour réaliser la liaison plane L1 de la Figure 21.	46
5	Définition des états possibles d'une liaison.	50
6	Attributs d'une opération.	55
7	Priorités de franchissement suivant la nature des transitions.	56
8	Synthèses des propriétés des différentes classes de méta-modèles.	81
9	Techniques d'assemblage sélectionnées en fonction de la valeur de x_t	110
10	Constantes des champs d'écarts globaux des cadres.	128
11	Constantes des champs d'écarts globaux de la peau.	130
12	Synthèse des écarts géométriques à tolérer.	131
13	Synthèse des liaisons à réaliser au cours de l'assemblage.	132
14	Techniques d'assemblage de la bibliothèque et nature des liaisons réalisées.	132
15	Coefficients de prédictivité et nombre de contributeurs pour les caractéristiques du produit.	141
16	Tolérances allouées pour les avant-projets de gamme 1, 2 et 3.	145
17	Détails des indicateurs de performance pour les avant-projets de gamme 1, 2 et 3.	145
18	Sensibilité du coût vis-à-vis des tolérances allouées pour les avant-projets de gamme 1, 2 et 3.	146
19	Non-conformité des exigences pour les avant-projets de gamme 2 et 3.	148
20	Paramètres des relations coût-tolérance pour l'exemple du chapitre 4.	XV
21	Techniques d'assemblage pour les liaisons temporaires, ponctuelles et planes.	XVI
22	Technique d'assemblage pour les liaisons planes	XVI
23	Techniques d'assemblage pour les liaisons pivots	XVII
24	Détail des ressources utilisées pour l'exemple du chapitre 4.	XVII
25	Techniques d'assemblage pour les liaisons temporaires	XXI
26	Techniques d'assemblage pour les liaisons pivots ou locatings de positionnement et d'attachement.	XXII

Liste des tableaux

27	Techniques d'assemblage pour les liaisons surfaciques.	XXIII
28	Techniques d'assemblage pour les liaisons pivots percés à l'état pré-assemblé.	XXIV
29	Détail des ressources utilisées pour le cas d'application.	XXV

Glossaire

Produit:

Ensemble de composants liés entre eux et travaillant ensemble pour réaliser les fonctions attendues par le client.

Composant:

Constituant élémentaire d'un produit qui peut être composé d'une ou plusieurs pièces, mais qui est considéré comme une unité indémontable.

Exigence:

Demande formelle de provenance externe, exprimée en termes qualitatifs ou quantitatifs, par exemple l'expression des besoins d'un client.

Exigence fonctionnelle:

Exigence traduisant l'aptitude d'un produit à remplir une fonction et évaluée par une caractéristique qui doit appartenir à un domaine de conformité.

Composant temporaire:

Élément qui n'appartient pas au produit, mais qui est utilisé temporairement au cours de l'assemblage pour remplir un rôle analogue à celui d'un composant, souvent de mise en position, de maintien en position ou de conformation d'autres composants.

Élément géométrique:

Surface – ou groupe de surfaces jouant un rôle identique – appartenant à un composant. Les éléments géométriques sont impliqués dans les liaisons ou dans la définition des caractéristiques du produit.

Liaison:

Relation entre deux éléments géométriques appartenant à deux composants différents du produit impliquant des contraintes de situation relative.

Liaison globale:

Ensemble des liaisons entre deux composants.

Liaison temporaire:

Liaison établie entre un composant et un composant temporaire.

Opération:

Tâche au cours de laquelle l'état du produit ou de ses composants est modifié.

Ressource:

Moyen technique ou humain destiné à être utilisé pour la réalisation d'une opération.

Technique d'assemblage:

Ensemble indissociable d'opérations permettant la réalisation d'une liaison entre deux composants.

Séquence d'assemblage:

Chronologie de l'introduction des composants et de la réalisation des liaisons. Cette chronologie inclut également le démontage des liaisons temporaires et le retrait des composants temporaires le cas échéant.

Écart géométrique:

Écart entre la géométrie nominale et la géométrie réelle d'un composant ou d'un produit.

Écart de liaison:

Écart entre la situation nominale et la situation réelle de deux éléments géométriques impliqués dans une liaison.

Gamme d'assemblage:

Ensemble des informations décrivant le processus d'assemblage d'un produit. La gamme d'assemblage contient notamment la description ordonnancée des opérations et des ressources qui permettent de transformer un ensemble de composants en un produit, mais également les tolérances allouées aux écarts géométriques des composants permettant l'assemblage de produits conformes.

Avant-projet de gamme d'assemblage:

Sous-ensemble des informations de la gamme d'assemblage contenant la séquence d'assemblage, les techniques d'assemblage sélectionnées pour réaliser chaque liaison et les tolérances allouées aux écarts géométriques des composants.

Introduction

1 Contexte aéronautique

Les travaux de recherche conduits dans le cadre de cette thèse ont été réalisés en partenariat avec EADS INNOVATION WORKS dans le cadre d'un contrat CIFRE. Ils s'inscrivent dans le contexte de l'assemblage de structures aéronautiques.

L'élaboration de la gamme d'assemblage d'une structure aéronautique, c'est-à-dire la définition de l'ensemble de son processus d'assemblage, est un problème complexe.

Les dimensions importantes des produits fabriqués – plus de 60 mètres de long pour un A350-800 par exemple – nécessitent l'emploi de moyens de production adaptés. Le nombre de composants à assembler et le nombre d'opérations d'assemblage sont très grands. Les exigences fonctionnelles qui découlent des besoins en sécurité et en tenue en service sont également nombreuses.

Un des objectifs principaux poursuivis lors de la conception d'un aéronef est la réduction des masses embarquées afin de favoriser les économies de carburant ou la charge utile. Ainsi, les composants d'une structure aéronautique sont généralement fins et élancés, donc souples. La rigidité du produit est obtenue au cours de son assemblage. Les déformations élastiques des composants à l'état libre peuvent être plus importantes que les variations géométriques dues à leur fabrication. Cette caractéristique ne doit pas être négligée lors de l'élaboration de la gamme d'assemblage.

La course à la performance conduit les constructeurs à déployer de nouvelles technologies tant au niveau de la conception que de la fabrication des produits. L'Airbus A350 affiche des coûts d'exploitation et des émissions de gaz à effet de serre réduits de 25% par rapport à un avion d'ancienne génération de la même gamme par exemple. Ce gain est principalement dû à la mise en œuvre conjointe de simulations de plus en plus performantes, permettant d'optimiser la conception du produit, et de matériaux composites permettant de construire des structures plus légères que les structures métalliques des générations précédentes de produit. Mais ces deux facteurs déterminants dans l'amélioration des performances des nouveaux appareils entraînent l'apparition de nouvelles exigences à satisfaire en cours d'assemblage. La nécessité de limiter les jeux aux interfaces entre deux pièces composites pour assurer la santé de la structure assemblée est notamment une des exigences apparues au cours de l'assemblage de structures composites.

D'autre part, les objectifs commerciaux des constructeurs aéronautiques imposent la minimisation des coûts de production et l'augmentation des cadences de production. Ces objectifs nécessitent de recourir à des processus de fabrication et d'assemblage optimisés. Le contexte économique et social actuel invite à envisager un plus grand usage de moyens de production automatisés pour éviter la délocalisation d'opérations à faible valeur ajoutée dans des régions où le coût de la main-d'œuvre est faible. L'automatisation d'une partie de la production est également la clé de l'augmentation des cadences, qui est un défi

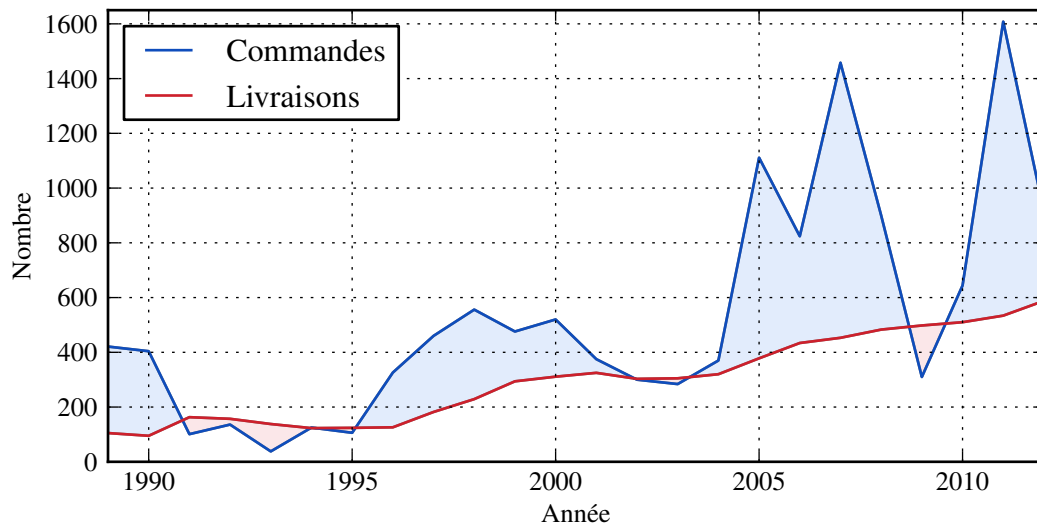


Figure 1 – Commandes et livraisons d’AIRBUS de 1989 à 2012 (source AIRBUS).

important, notamment pour les programmes *single aisle* comme l’A320 NEO ou l’A3OX d’AIRBUS, pour lesquels les cadences de fabrication devront être élevées dès le début du programme. Mais si la complexité d’un grand nombre d’opérations ne permet pas d’envisager leur automatisation, l’augmentation de la productivité dans les ateliers d’assemblage passe par la recherche et l’évaluation de techniques d’assemblage innovantes. La recherche d’un compromis idéal entre le savoir-faire et l’expérience des compagnons et l’utilisation de solutions automatisées reste un problème ouvert.

Ces particularités font que l’industrialisation des produits aéronautiques, c’est-à-dire la définition des méthodes de fabrication et des moyens associés, est un problème complexe. Les objectifs à atteindre sont multiples : fabriquer le produit au meilleur coût, avec un niveau de qualité donné et pour une cadence donnée. En d’autres termes, il s’agit de trouver un compromis *Qualité-Coût-Délais*, dans un contexte où le nombre de paramètres influents est très grand et où les projets sont conduits conjointement par plusieurs centaines de personnes et sur plusieurs sites.

Les objectifs de cadence sont en partie liés à des contraintes et à des objectifs commerciaux. Ils peuvent être vus comme des cibles à atteindre. Le nombre plus élevé de commandes que de livraisons, illustré sur la Figure 1, montre la nécessité de l’augmentation des cadences afin de limiter le délai d’attente des clients. De plus, la compétitivité des futurs programmes tels que l’A3OX d’AIRBUS repose sur une montée en cadence très rapide dès le lancement de la production. La mise au point itérative – et longue – du processus de fabrication sur les premiers produits assemblés n’est pas viable du point de vue économique.

Les besoins fonctionnels exprimés sur la structure d’un avion traduisent généralement des impératifs liés à la sécurité et à la tenue en service de l’appareil. Les objectifs de qualité sont exprimés en termes d’exigences fonctionnelles et ne présentent pas de latitude : les exigences doivent être satisfaites.

Les solutions industrielles actuellement mises en place pour maîtriser le respect des exigences sur les produits assemblés impliquent souvent le recours à des opérations d’ajustement et de retouche des

composants sur les lignes d'assemblage. Ces solutions requièrent l'intervention de compagnons qualifiés pour de nombreuses opérations manuelles et dont l'automatisation semble a priori très complexe. De plus, l'ajout de ces opérations non systématiques perturbe l'organisation de la production et la régularité des temps de cycle. Ces perturbations ont tendance à réduire la cadence et à augmenter le coût des produits. Le recours aux opérations d'ajustement et de retouche doit être limité au maximum.

2 Objet des travaux

Les travaux présentés dans ce mémoire visent à proposer une méthode pour assister les concepteurs des processus de fabrication et d'assemblage dans leur démarche d'élaboration d'une gamme d'assemblage. Cette méthode doit notamment permettre d'évaluer la pertinence de l'utilisation de techniques innovantes pour l'automatisation de l'assemblage.

Les spécificités de l'assemblage de structures aéronautiques composites, en particulier la maîtrise des jeux aux interfaces et la souplesse des composants à assembler, doivent être prises en compte.

La méthode proposée doit également être implémentée dans un outil permettant d'assister la recherche du meilleur compromis sur la base d'indicateurs représentatifs des objectifs à atteindre par le fabricant.

À partir d'un état de l'art sur l'élaboration de gammes d'assemblage détaillé au chapitre 1, nous avons dégagé la problématique scientifique de la sélection des techniques d'assemblage combinée à l'allocation de tolérances géométriques traitée dans cette thèse. Cette problématique, positionnée au sein des travaux de la communauté scientifique, constitue un verrou aux objectifs industriels d'assistance à l'élaboration de gammes d'assemblages de structures composites poursuivis dans ces travaux. La démarche proposée pour y répondre conduit à résoudre un problème d'optimisation multiobjectif qui vise à minimiser le coût et à maximiser la qualité des produits assemblés.

Le chapitre 2 présente la méthode proposée pour évaluer un indicateur du coût du produit qui prend en compte le coût associé à l'allocation des tolérances et le coût des activités d'assemblage. Le coût associé à l'allocation des tolérances est évalué à l'aide d'un modèle adapté de la littérature. Le coût des activités d'assemblage est évalué à l'aide d'un modèle générique simple proposé pour exprimer le coût d'une opération d'assemblage. Le nombre d'occurrences de chaque opération nécessaire pour assembler le produit est évalué à l'aide d'un réseau de PETRI développé à ce propos.

La qualité des produits assemblés est représentée par un indicateur de conformité présenté au chapitre 3. Les indicateurs proposés dans ce chapitre sont définis à partir de la probabilité de non-satisfaction des exigences géométriques du produit assemblé. L'originalité de la méthode proposée pour l'évaluation de ces indicateurs réside dans la formulation d'un problème éléments finis quasi-statique permettant de prendre en compte la souplesse des composants, la séquence d'assemblage et l'effet du contact aux interfaces entre les composants pour modéliser la propagation des écarts géométriques au cours de l'assemblage ainsi que dans l'utilisation d'un méta-modèle pour réduire le coût d'évaluation de la probabilité de non-satisfaction des exigences géométriques du produit assemblé.

Le chapitre 4 présente la méthode proposée pour structurer les données d'entrée afin de formuler le problème d'optimisation multiobjectif visant à rechercher un compromis entre les indicateurs de coût et de conformité. Nous proposons d'utiliser un algorithme génétique pour résoudre ce problème d'optimisation.

La démarche proposée pour l'assistance à l'élaboration de gammes d'assemblage est finalement illustrée sur un cas d'application présenté au dans le chapitre 5. Ce cas d'application est adapté d'un cas industriel qui n'est pas présenté pour des raisons de confidentialité.

Chapitre

1

Élaboration de gammes d'assemblage

1 Assemblage de structures aéronautiques

1.1 Introduction

Un produit est un ensemble de composants liés entre eux et travaillant ensemble pour réaliser les fonctions attendues par le client. Un composant est un constituant élémentaire d'un produit qui peut être composé d'une ou plusieurs pièces, mais qui est considéré comme une unité indémontable. Le volume IV du *Dictionnaire des Techniques de Production Mécanique*[CIRP, 2012] définit l'assemblage comme l'ensemble des activités qui permettent de transformer des composants en un produit. L'aptitude du produit à réaliser les fonctions attendues par le client est traduite par des exigences fonctionnelles. Une exigence est définie par une caractéristique du produit et un domaine de conformité. Par exemple, la masse est une caractéristique et le domaine de conformité peut être défini par une masse maximale admissible.

La structure d'un avion est un produit. De par sa complexité, l'assemblage d'une structure d'avion est décomposé en plusieurs niveaux illustrés sur la Figure 2. Les produits assemblés au niveau N sont les composants pour l'assemblage au niveau N+1. Les exigences fonctionnelles au niveau N sont propagées au niveau N-1. Nous considérons dans la suite l'assemblage d'un produit, indifféremment du niveau auquel il se situe.

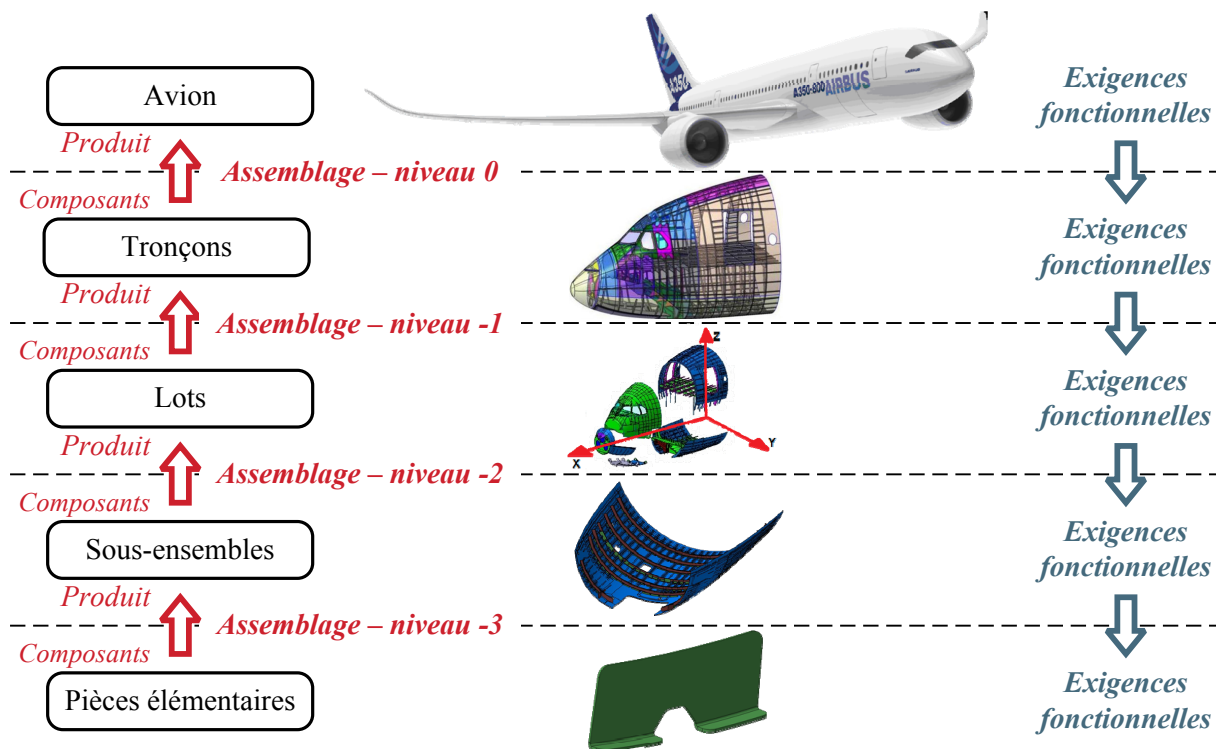


Figure 2 – Décomposition de la structure avion aux pièces élémentaires.

1. Assemblage de structures aéronautiques

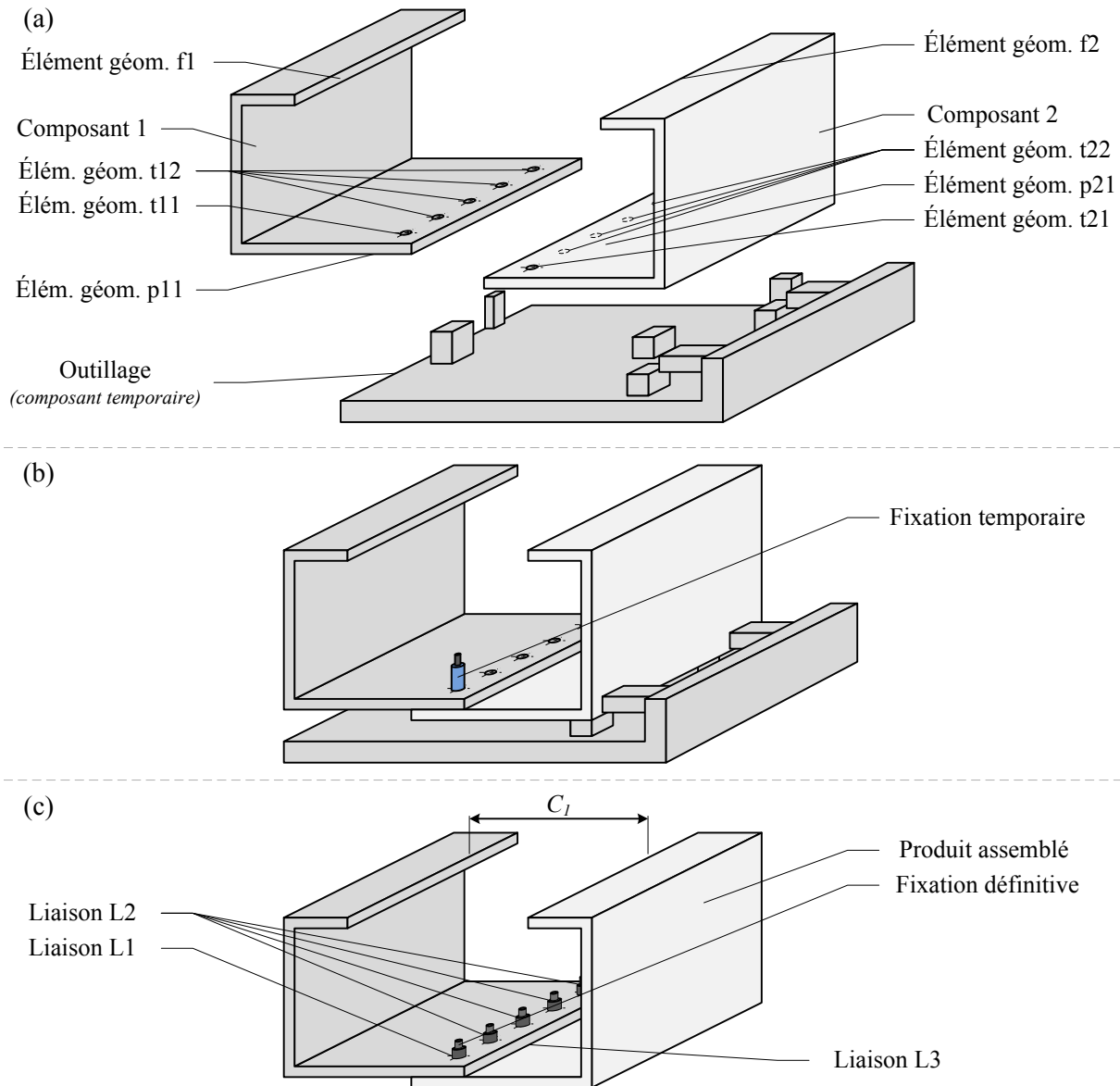


Figure 3 – Assemblage d’une structure aéronautique.

L’assemblage peut être envisagé selon différents points de vue, comme nous allons l’illustrer. La Figure 3 représente l’assemblage d’un produit comportant deux composants et une exigence portant sur la distance C_1 . Un outillage est utilisé au cours de l’assemblage. Il joue un rôle similaire à celui des composants, mais n’appartient pas au produit. C’est un composant dit *temporaire*.

La frontière des composants est partitionnée en *éléments géométriques*. Un élément géométrique est une surface ou un groupe de surfaces appartenant à un composant et jouant un rôle identique dans une liaison ou dans la définition d’une caractéristique du produit. Une analogie peut être faite avec le concept d’élément géométrique du langage *GeoSpelling* [Ballu *et al.*, 2001, Mathieu et Ballu, 2003, ISO, 2005, Ballu *et al.*, 2007] qui permet de décrire la géométrie des pièces.

La Figure 3-(a) présente les éléments géométriques des composants. L'élément géométrique t11 est un trou et l'élément géométrique t12 est un groupe de trous par exemple.

Le composant 2 est mis en position par l'outillage. Le composant 1 est mis en position par l'outillage et par le composant 2, à l'aide notamment d'une fixation temporaire. L'état représenté sur la Figure 3-(b) est parfois désigné par l'expression *état pré assemblé*. Une fois les composants mis en position et pré assemblés, les trous de l'élément géométrique t22 du composant 2 sont contre percés. C'est-à-dire que les trous de l'élément géométrique t11 du composant 1 sont utilisés comme canons de perçage pour percer le composant 2. Cela permet d'assurer une coaxialité entre les trous permettant la réalisation de la liaison rivetée.

Enfin, les composants sont démontés de l'outillage pour ébavurer les trous percés et déposer du mastic entre les éléments géométriques p11 et p21 puis les fixations définitives sont posées pour terminer les liaisons L1 et L2 et atteindre l'état présenté à la Figure 3-(c).

Plusieurs points de vue de l'assemblage sont ainsi mis en évidence. L'assemblage peut être décrit du point de vue cinématique comme l'évolution des contraintes de situation – c'est-à-dire de position et d'orientation – entre les composants. Le point de vue cinématique est présenté au paragraphe 1.2. L'assemblage ne se limite pas au seul aspect cinématique, mais comporte également un aspect technologique, comme en atteste la nécessité de décrire le perçage ou la dépose de mastic par exemple. Le point de vue technologique est détaillé au paragraphe 1.3. Le respect des exigences de nature géométrique, comme l'exigence sur la distance C_1 , dépend de la propagation des écarts géométriques au cours de l'assemblage. L'assemblage du point de vue de la propagation des écarts géométriques est présenté brièvement au paragraphe 1.4. L'ensemble de ces points de vue sur l'assemblage est synthétisé au paragraphe 1.5.

1.2 L'assemblage du point de vue cinématique

Du point de vue cinématique, l'assemblage consiste à introduire des contraintes de situation entre les composants du produit. Sur la Figure 3-(a), aucune contrainte n'est vérifiée. Sur la Figure 3-(b), la situation relative du composant 1 par rapport au composant 2 est totalement définie.

L'introduction de contraintes de situation entre les composants se fait au moyen de liaisons. Une liaison est une relation entre deux éléments géométriques appartenant à deux composants différents du produit. Une liaison implique des contraintes de situation relative entre ces deux éléments géométriques, comme la coïncidence des axes de t1 et de t2 pour la liaison L1 par exemple. Du point de vue cinématique, une liaison peut être dans deux états traduisant le fait que les contraintes de situation entre ses deux éléments géométriques sont satisfaites ou non.

Définir entièrement la situation relative de deux composants nécessite généralement plusieurs liaisons entre ces deux composants. Nous parlons de liaison globale pour désigner l'ensemble des liaisons entre deux composants. Une liaison globale est désignée par le couple de composants impliqué. Par exemple, la liaison globale (Composant 1, Composant 2) regroupe les liaisons L1, L2 et L3. Du point de vue cinématique, une liaison globale peut être dans deux états traduisant le fait que les contraintes de situation entre ses deux composants soient satisfaites ou non.

Une liaison entre un composant et un composant temporaire est dite *liaison temporaire*. Tout comme

les composants temporaires, elle n'appartient pas au produit, mais elle joue un rôle similaire à celui d'une liaison au cours de l'assemblage. À l'issue de l'assemblage, toutes les liaisons temporaires sont démontées.

Dans l'hypothèse où les composants se comportent comme des solides rigides, la situation relative de deux composants est fixée en supprimant les six degrés de liberté d'un composant par rapport à l'autre à l'aide de liaisons. Une surabondance de liaisons entraîne des sur-contraintes. WHITNEY *et al.* [Whitney *et al.*, 1995] définissent deux classes de liaisons :

- les liaisons de positionnement qui établissent des contraintes sur la position ou l'orientation entre deux éléments géométriques de deux composants ;
- les liaisons d'attachement qui établissent des contraintes surabondantes sur la position ou l'orientation entre deux éléments géométriques de deux composants déjà positionnés l'un par rapport à l'autre.

Cette classification reste valable sans faire l'hypothèse d'un comportement de solide rigide. Sur l'exemple de la Figure 3, la liaison L1 est une liaison de positionnement, car la mise en coïncidence des axes de t11 et de t21 établit une contrainte sur la situation relative des composants 1 et 2. La liaison L2 est une liaison d'attachement, réalisée une fois la situation relative des composants 1 et 2 fixée.

Nous définissons la *séquence d'assemblage* comme la chronologie de l'introduction des composants et de la réalisation des liaisons. La classification des liaisons en liaison de positionnement ou d'attachement dépend donc de cette séquence.

1.3 L'assemblage du point de vue technologique

La réalisation d'une liaison ne se limite généralement pas au simple aspect cinématique détaillé au paragraphe 1.2. Sur l'exemple de la Figure 3, une fois les contraintes de situation de la liaison L1 vérifiées, cette liaison est d'abord bridée par une fixation temporaire (Figure 3-(b)) avant de recevoir une fixation définitive (Figure 3-(c)). Les trous t21 sont percés en cours d'assemblage pour réaliser la liaison L2.

Ces deux exemples illustrent l'évolution de l'état d'une liaison, au-delà de son évolution cinématique. L'évolution de l'état des liaisons ou des composants se produit au cours d'opérations d'assemblage. Une opération d'assemblage nécessite l'emploi d'un ensemble de ressources non consommables – c'est-à-dire à nouveau disponibles à la fin de l'opération – pendant une durée définie. La réalisation d'une opération nécessite également l'emploi de ressources consommables.

La Figure 4 représente les différents états, les opérations, les durées, les ressources non consommables et les ressources consommables nécessaires pour réaliser la liaison L2 de l'exemple de la Figure 3. Ces opérations sont répétées quatre fois, soit autant de fois que le nombre de trous rivetés de la liaison L2.

La Figure 4 illustre également le fait que les opérations ne sont pas indépendantes les unes des autres. Une opération de contre perçage ne produisant ni bavure ni pollution de l'inter tôle – avec des caractéristiques différentes par rapport à la Figure 4 – ne nécessiterait plus l'opération d'ébavurage/nettoyage par exemple.

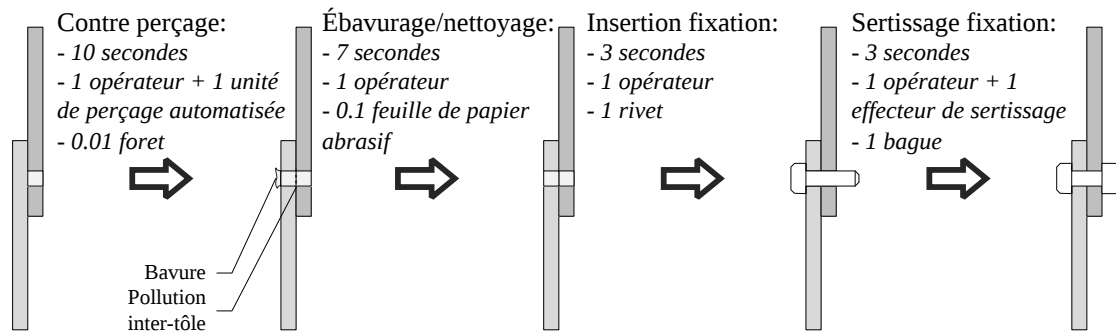


Figure 4 – Illustration de la technique d'assemblage « contre perçage-rivetage manuel ».

Pour représenter ces interactions entre opérations, nous proposons de définir le concept de *technique d'assemblage*. Une technique d'assemblage est un ensemble indissociable d'opérations permettant la réalisation d'une liaison. Plusieurs techniques d'assemblage peuvent permettre de réaliser la même liaison. Le concepteur de gamme d'assemblage doit sélectionner la technique la plus appropriée pour réaliser chaque liaison.

Le choix des techniques d'assemblage permet notamment de déduire la liste des opérations à réaliser pour assembler le produit. Le concepteur de gamme d'assemblage doit ensuite organiser le système d'assemblage : définir la quantité de ressources nécessaires, les implanter dans un ou plusieurs ateliers, réaliser l'ordonnancement des opérations et balancer les postes d'assemblage, planifier les flux dans et entre les ateliers, etc. Cette activité est parfois également appelée *conception de la ligne d'assemblage* [Becker et Scholl, 2006].

1.4 L'assemblage du point de vue de la propagation des écarts géométriques

La réalisation d'un composant est entachée d'incertitudes quant à sa composition chimique, ses contraintes mécaniques internes, ou sa géométrie. L'expression *écart géométrique d'un composant* désigne l'écart entre sa géométrie nominale et sa géométrie réelle.

Par ailleurs, la réalisation d'une liaison n'implique pas nécessairement un respect exact des contraintes de situation relative entre les deux éléments géométriques impliqués. Par exemple, la mise en position d'une surface réputée plane sur un appui, comme pour le composant 2 sur l'outillage dans l'exemple de la Figure 3, n'implique pas une exacte coïncidence de la face de l'appui et de la surface mise en position. BALLOT [Ballot, 1995] utilise un *torseur jeu* pour désigner et modéliser cet écart. Nous le désignerons par l'expression *écart de liaison* dans la suite. Cet écart dépend de la technique d'assemblage choisie pour réaliser la liaison. Pour reprendre l'exemple mentionné précédemment, la dispersion de mise en position sur une touche orientable rectifiée et beaucoup plus faible que sur un appui usiné par exemple.

D'autre part, les liaisons de positionnement établissent des contraintes sur la situation relative entre les éléments géométriques. Elles propagent donc également les écarts géométriques [Whitney et al., 1995, Mantripragada et Whitney, 1998, Marguet, 2001]. Les liaisons d'attachement établissent des con-

traintes de situation relatives surabondantes entre les éléments géométriques. Elles impliquent généralement des exigences d'assemblabilité (deux trous doivent être alignés pour y insérer une vis) ou des déformations des composants (une chaise devra se déformer pour que ses quatre pieds touchent le sol).

Certaines techniques d'assemblage se caractérisent par leur aptitude à « absorber » les écarts géométriques et à satisfaire *de facto* les exigences d'assemblabilité. Le contre-perçage, utilisé pour les trous t12 par exemple, permet de réaliser des éléments géométriques dont les axes sont coïncidents là où des écarts auraient nécessairement existé si les éléments géométriques étaient réalisés séparément.

En fonction des techniques d'assemblage choisies et des dispersions des écarts de liaison associés, le concepteur de gamme d'assemblage doit définir les limites autorisées des écarts géométriques des composants pour assurer le respect des exigences géométriques. Nous désignons cette activité par l'expression *allocation de tolérances*, parfois également appelée *synthèse de tolérances* dans la littérature.

1.5 Élaboration d'une gamme d'assemblage

Dans le *Dictionnaire des Techniques de Production Mécanique*[CIRP, 2012], une gamme d'assemblage est définie comme un « document décrivant la séquence chronologique des opérations nécessaires à l'assemblage d'un produit ou d'un sous-ensemble, c'est-à-dire le cheminement emprunté par le produit durant son assemblage ».

Dans le cadre de l'assemblage de structures aéronautiques, nous proposons d'inclure également à cette définition la description des tolérances allouées aux écarts géométriques des composants afin d'assurer le respect des exigences géométriques. Il est alors possible de décomposer l'élaboration d'une gamme d'assemblage en quatre activités dépendantes :

- le choix d'une séquence d'assemblage ;
- le choix d'une technique d'assemblage pour réaliser chaque liaison du produit ;
- l'allocation des tolérances géométriques des composants ;
- l'organisation du système d'assemblage.

L'élaboration de la gamme d'assemblage est conduite dans le but d'atteindre des objectifs de performance. La performance de la gamme d'assemblage peut être mesurée au travers d'indicateurs représentant le coût d'obtention du produit assemblé, la conformité – c'est-à-dire l'aptitude à produire des produits conformes par cette gamme –, la cadence de production, le temps de cycle, l'ergonomie du système d'assemblage, etc. Les indicateurs à évaluer dépendent généralement des objectifs de performance identifiés par le fabricant.

L'élaboration d'une gamme d'assemblage est alors un problème où l'on cherche une solution satisfaisant les objectifs de performance mesurés par des indicateurs. Ce problème dit *inverse* est en général complexe à résoudre. Une partie des travaux de la littérature s'attache à évaluer des indicateurs de performance pour une gamme donnée, ce qui constitue un ensemble de problèmes directs. D'autres travaux traitent individuellement des problèmes inverses de choix de la séquence, d'allocation de tolérances ou d'organisation du système d'assemblage .

Le paragraphe 2 traite des méthodes proposées dans la littérature pour résoudre le problème de choix de la séquence d'assemblage et de choix des techniques d'assemblage parfois abordés en parallèle. Les

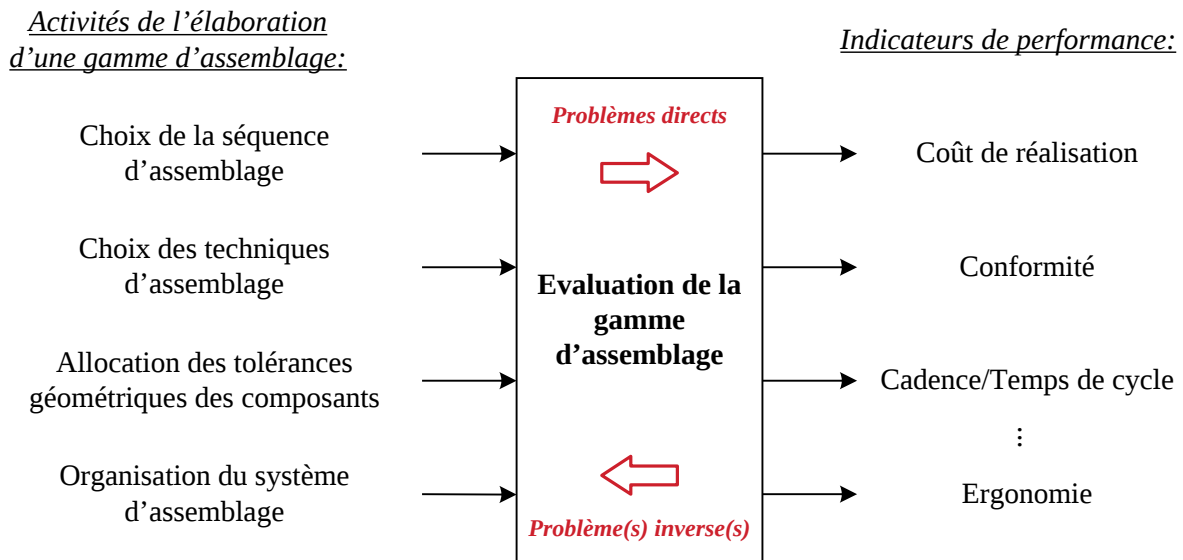


Figure 5 – Élaboration d'une gamme d'assemblage : décomposition en activités et indicateurs de performance.

travaux sur l'allocation de tolérances géométriques sont présentés au paragraphe 3. L'organisation du système d'assemblage est un problème à part entière qui fait l'objet de nombreux travaux de la littérature [Becker et Scholl, 2006]. Ce problème est éloigné des préoccupations de nos travaux, il ne sera pas abordé en détail.

Le paragraphe 4 présente le positionnement de nos travaux au sein de la communauté scientifique. La démarche que nous proposons pour assister à l'élaboration de gammes d'assemblage innovantes de structures composites y est également exposée.

2 Choix de la séquence d'assemblage

2.1 Introduction

Le choix d'une séquence d'assemblage est un problème qui a été abordé dans de nombreux travaux, comme le montre notamment l'état de l'art proposé par WANG *et al.* [Wang *et al.*, 2009]. Les premiers travaux sur la génération automatique de séquences datent des années 1980. La séquence d'assemblage y est définie comme l'ordre d'introduction des composants. L'objectif des travaux de cette époque est de trouver l'ensemble des séquences faisables, c'est-à-dire qui permettent de trouver une trajectoire pour insérer chaque composant dans l'assemblage. Le choix de la séquence se fait par une recherche exhaustive en évaluant les performances de chaque séquence faisable obtenue.

Pour s'affranchir d'une combinatoire trop élevée induite par un nombre de composants dépassant la dizaine, des méthodes d'optimisation des séquences d'assemblage non exhaustives, c'est-à-dire sans évaluer toutes les séquences possibles, ont été proposées.

Enfin, d'autres travaux de la littérature considèrent la séquence d'assemblage comme l'ordre de réalisation des liaisons entre les composants. Ce point de vue permet une évaluation plus détaillée des

indicateurs de performance associés à une séquence d'assemblage, en prenant notamment en compte des paramètres liés à l'organisation du système de production.

Le choix de la séquence est parfois couplé à des problèmes proches de l'organisation du système de production [Tseng *et al.*, 2010].

2.2 Génération automatique de séquences d'assemblage faisables

BOURJALUT propose une méthode heuristique, basée sur les réponses apportées par un utilisateur à un ensemble de questions concernant les relations de précédence dans l'introduction des composants [Bourjault, 1984]. DE FAZIO et WHITNEY [De Fazio et Whitney, 1987] modifient cette méthode pour déduire la réponse à certaines questions à partir des réponses précédentes. Les capacités informatiques de l'époque limitent l'application de ces méthodes aux produits composés d'un nombre de composants de l'ordre de la dizaine.

HOMEM DE MELLO et SANDERSON [Homem de Mello et Sanderson, 1991] et DINI et SANTOCHI [Dini et Santochi, 1992] proposent une méthode basée sur la description des interférences, des connexions, et des contacts entre les composants afin de générer toutes les séquences d'assemblage faisables. La complexité de chaque séquence peut être évaluée à partir du nombre de changements de direction dans les trajectoires d'assemblage et de la stabilité des sous-ensembles réalisés.

LATOMBE *et al.* [Latombe *et al.*, 1997] présentent une méthode similaire dans laquelle ils prennent également en compte les tolérances géométriques sur les composants. L'objectif poursuivi est d'éliminer les séquences d'assemblage pour lesquelles de potentiels écarts géométriques des composants dans les intervalles de tolérance alloués rendraient l'assemblage impossible.

Plutôt que de rechercher de manière exacte l'ensemble complet des séquences faisables, BONNEVILLE *et al.* [Bonneville *et al.*, 1995] proposent une méthode basée sur un algorithme génétique pour générer une population de *bonnes* séquences. Le principe proposé consiste à faire évoluer une population initiale de séquences faisables définies par un utilisateur expert à l'aide d'opérateurs génétiques. Plusieurs générations de séquences peuvent être produites. La faisabilité des séquences est vérifiée en recherchant une trajectoire d'insertion de chaque composant et les séquences qui ne sont pas faisables sont retirées de la population. L'intérêt de cette méthode réside dans sa rapidité pour générer un grand nombre de séquences parmi lesquelles chercher ensuite un optimum, par opposition aux méthodes exhaustives où l'optimum est recherché parmi toutes les séquences faisables. La meilleure solution n'est pas nécessairement trouvée, mais la solution la plus performante parmi la population générée a de fortes chances de présenter des performances proches de la solution la plus performante parmi l'ensemble des séquences faisables, qui est beaucoup plus long à construire.

En ce qui concerne l'assemblage de structures aéronautiques, les trajectoires d'insertion des composants posent rarement problème du fait de la forme des composants, souvent assimilables à des plaques ou à des profilés. Les sous-ensembles réalisés sont rarement stables par eux-mêmes du fait de l'absence de surfaces telles que des cylindres ou des plans de mise en position. Les indicateurs de performance construits sur la complexité des trajectoires d'insertion des composants et sur la stabilité des sous-ensembles ne sont donc pas discriminants pour comparer plusieurs séquences. Par ailleurs, la très grande

combinatoire liée au nombre élevé de composants peut rapidement devenir un handicap à la génération automatique des séquences d'assemblage faisables décrites dans ce paragraphe.

2.3 Optimisation et sélection des séquences d'assemblage

Des méthodes d'optimisation de la séquence d'assemblage s'appuyant à la fois sur les solutions proposées pour la génération automatique de séquences faisables et sur des indicateurs de performance plus représentatifs de la réalité (coût, temps de cycle) ont été proposées dans la littérature. Elles visent à traiter à la fois le problème de la combinatoire importante et le trop grand nombre de solutions proposées qui résultent de la prise en compte de la faisabilité et de la complexité de l'assemblage uniquement.

Bien que d'autres méthodes aient été testées dans plusieurs travaux publiés, notamment dans [Milner *et al.*, 1994], l'utilisation d'algorithmes génétiques est la solution qui s'est imposée dans la littérature pour l'optimisation de la séquence d'assemblage [Wang *et al.*, 2009]. SENIN *et al.* [Senin *et al.*, 2000] présentent une étude comparative de différentes méthodes d'optimisation à partir de laquelle ils concluent que l'utilisation d'algorithmes génétiques est la plus efficace en termes de temps de calcul et fournit un résultat très proche de l'optimum global dans le cas où cet optimum n'est pas directement trouvé.

L'objectif le plus courant lors de l'optimisation est la minimisation du nombre de réorientations du sous-ensemble en cours d'assemblage, notamment par HONG et CHO [Hong et Cho, 1999], CHEN et LIU [Chen et Liu, 2001] ou SMITH et SMITH [Smith et Smith, 2002]. Selon les auteurs, cet indicateur représente les intérêts des fabricants qui cherchent à automatiser les lignes d'assemblage et à limiter la manutention.

D'autres auteurs enrichissent l'objectif de l'optimisation en prenant également en compte le nombre de changements de manipulateurs pour le cas d'assemblages complètement robotisés [Dini *et al.*, 1999, Lazzerini et Marcelloni, 2000, Li *et al.*, 2003, Marian *et al.*, 2003, Marian *et al.*, 2006]. LAPERRIERE et ELMARAGHY [Laperriere et ElMaraghy, 1996] agrègent plusieurs objectifs, dont le nombre de réorientations et des mesures du parallélisme de la séquence et de la similitude d'opérations successives. L'optimisation est réalisée par un algorithme génétique.

MOTAVALLI et ISLAM [Motavalli et Islam, 1997] cherchent à minimiser la durée d'assemblage. Ils considèrent séparément la durée de mise en position des composants et le temps nécessaire à la réorientation du sous-ensemble en cours d'assemblage. Une image du temps total nécessaire pour l'assemblage est obtenue en pondérant ces deux valeurs.

Ces travaux se basent pour la plupart sur une forme simple d'optimisation multiobjectif appelée *agrégation d'objectifs*, où une fonction objectif unique est établie par combinaison généralement linéaire de plusieurs indicateurs de performance.

Le principal inconvénient de l'agrégation d'objectifs réside dans la décision prise à priori par l'utilisateur sur le poids relatif des différents indicateurs de performance, par opposition à une décision prise en aval de l'optimisation parmi un ensemble restreint de *bonnes* solutions. L'optimisation devient une boîte noire plutôt qu'un outil permettant d'aider à la prise de décision.

DE LIT *et al.* [De Lit *et al.*, 2001] proposent l'utilisation d'un algorithme génétique ordonné (*ordering genetic algorithm*) qui consiste schématiquement à classer les différents indicateurs par ordre de priorité et à réaliser plusieurs optimisations successives visant à minimiser un indicateur à la fois. D'un point de vue mathématique, cette solution permet d'éviter des minimums locaux et des solutions aberrantes liées à l'utilisation de l'agrégation. Cependant, elle ne résout pas complètement le problème de la *boîte noire*.

2.4 Étude de la séquence à l'échelle des liaisons d'assemblage

Les approches présentées dans le paragraphe précédent s'appliquent à la définition de la séquence d'assemblage de produits comportant des liaisons simples à réaliser d'un point de vue technique : mise en contact de deux surfaces planes ou cylindriques, insertion d'un composant dans son logement, etc. Afin de proposer une représentation plus réaliste du processus d'assemblage, CAO et SANDERSON [Cao et Sanderson, 1994] décomposent la séquence d'assemblage en considérant les tâches nécessaires à la réalisation des liaisons afin de planifier leur exécution par des robots. Ce point de vue marque une différence notoire dans l'élaboration d'une séquence d'assemblage : il s'agit d'envisager la séquence non pas comme l'ordre d'introduction des composants, mais comme l'ordre de réalisation des liaisons.

Ce point de vue permet de considérer des problèmes géométriques dans le cas de produits comportant plusieurs liaisons entre une paire de composants par exemple [Mantripragada et Whitney, 1998, Marguet, 2001]. Cet aspect sera développé plus en détail au paragraphe 3.5.

L'expression de la séquence d'assemblage comme une suite de tâches à réaliser permet également de se rapprocher des problèmes traités dans le domaine de la recherche opérationnelle [Becker et Scholl, 2006, Becker et Scholl, 2009]. Dans ce domaine, la séquence et les techniques d'assemblage sont généralement des données d'entrée et le problème réside dans la conception des postes, dans le dimensionnement des ressources et dans l'ordonnancement des tâches.

C'est également en considérant la séquence d'assemblage comme l'ordre de réalisation des liaisons du produit que TSENG *et al.* [Tseng *et al.*, 2010] proposent une méthode de choix de la séquence pour un produit assemblé sur plusieurs sites. Cette méthode utilise un algorithme d'optimisation par essaim particulier (souvent nommé PSO pour *Particle Swarm Optimisation*) pour résoudre un problème multiobjectif.

2.5 Choix des techniques d'assemblage

Un certain nombre de travaux abordent conjointement le choix de la séquence d'assemblage et de l'organisation du système de production [Cao et Sanderson, 1994, Becker et Scholl, 2006, Tseng *et al.*, 2008, Tseng *et al.*, 2010]. Dans ces travaux, les techniques d'assemblage choisies pour la réalisation des liaisons du produit ne sont pas des variables mais sont fixées *a priori*.

Dans un article de revue, ABDULLAH *et al.* [Abdullah *et al.*, 2003] constatent que peu de travaux portent sur le choix des techniques d'assemblage, bien que, selon eux, ce choix ait un impact majeur sur les coûts de production. BOOTHROYD et DEWHURST [Boothroyd et Dewhurst, 1988] proposent une

classification des systèmes d'assemblage : manuels, semi-automatiques, automatiques ou flexibles. Ils indiquent qualitativement à quels types de tâches et quels types de production chaque classe est la mieux adaptée. Ils n'abordent cependant pas le problème du choix des techniques d'assemblage d'un point de vue quantitatif.

2.6 Synthèse sur le choix de la séquence d'assemblage

L'évaluation exhaustive de l'ensemble des séquences faisables n'est pas une piste viable pour des produits comportant plus d'une dizaine de composants compte tenu de l'explosion combinatoire liée à la nature du problème.

L'optimisation de la séquence à l'aide de méta-heuristiques telles que les algorithmes génétiques a permis de contourner la difficulté combinatoire, comme le montrent de nombreux exemples de la littérature. D'autres méthodes, notamment l'optimisation par essaim particulaire, permettent également de traiter une grande combinatoire de manière efficace.

En revanche, considérer la séquence d'assemblage comme l'ordre d'introduction des composants limite l'optimisation à des indicateurs de performance qui ne sont pas nécessairement représentatifs du coût d'assemblage ou du temps de cycle. Ces méthodes sont de fait peu applicables au contexte de l'assemblage de structures aéronautiques dans lequel se situent les travaux de cette thèse. Dans ce contexte, il est plus pertinent d'aborder la séquence d'assemblage comme l'ordre d'introduction des composants et de réalisation des liaisons. Ce point de vue présente deux intérêts majeurs.

D'une part, il offre la possibilité d'étudier l'influence de la séquence sur la conformité du produit assemblé comme l'a montré MARGUET [Marguet, 2001]. Ces travaux seront abordés en détail au paragraphe 3.5. D'autre part, considérer la séquence d'assemblage comme l'ordre de réalisation des liaisons permet de décomposer l'assemblage en tâches. Cette décomposition est plus propice à l'évaluation d'indicateurs représentatifs du coût ou de la durée d'assemblage [Becker et Scholl, 2006]. Une telle approche permet d'envisager une méthode d'assistance au choix des techniques d'assemblage basée sur des indicateurs quantitatifs. Ce problème, bien qu'identifié comme pertinent d'un point de vue industriel [Abdullah *et al.*, 2003], est peu abordé dans la littérature.

3 Allocation de tolérances

3.1 Introduction

L'objectif de l'allocation de tolérances est de définir les écarts géométriques des composants ou des liaisons admissibles pour assurer l'assemblage de produits conformes, c'est-à-dire dont les caractéristiques sur lesquelles portent des exigences sont dans leur domaine de conformité. L'allocation de tolérances repose sur un ensemble de méthodes et d'outils pour décrire l'effet des écarts géométriques sur les écarts des caractéristiques du produit.

Plusieurs auteurs ou équipes de recherche ont formalisé des méthodes pour représenter l'introduction et la propagation des écarts géométriques au cours de l'assemblage. Les travaux réalisés dans ce domaine sont présentés au paragraphe 3.2.

Ces méthodes de représentation de la propagation des écarts géométriques au cours de l'assemblage servent généralement à établir une relation permettant d'évaluer les écarts des caractéristiques géométriques du produit en fonction des écarts géométriques de ses composants et des écarts de liaison introduits au cours de l'assemblage. Nous désignerons cette relation par l'expression *relation de comportement de l'assemblage*. Le paragraphe 3.3 présente plusieurs méthodes issues de la littérature pour établir une relation de comportement de l'assemblage.

La relation de comportement de l'assemblage permet d'évaluer les écarts des caractéristiques d'une instance du produit assemblé à partir des valeurs des écarts géométriques des ses composants et des valeurs des écarts de liaison introduits au cours de l'assemblage. Cette relation permet donc de statuer sur la conformité d'une instance du produit assemblé. Or la conformité d'une gamme d'assemblage est évaluée au moyen d'indicateurs qui doivent représenter l'aptitude à produire des produits conformes à l'aide de cette gamme. L'évaluation d'indicateurs de conformité, généralement désignée par l'expression *analyse de tolérances*, traite donc non plus de la conformité d'une instance du produit assemblé mais de la conformité d'une population de produits. Les indicateurs de conformité présentés dans la littérature sont évalués en fonction des tolérances allouées sur les écarts géométriques des composants et des dispersions des techniques d'assemblage choisies. Différents indicateurs de conformité de la littérature ainsi que les méthodes d'évaluation associées sont présentés au paragraphe 3.4.

Finalement, la maîtrise du problème d'analyse de tolérance permet d'aborder le problème d'allocation de tolérances. Les méthodes présentées dans la littérature pour traiter ce problème diffèrent principalement par l'objectif poursuivi : certaines méthodes visent à maximiser la taille des intervalles de tolérance en imposant la conformité de tous les produits, d'autres visent à trouver un compromis en autorisant la non-conformité pour augmenter la taille des intervalles de tolérance. Un aperçu de ces méthodes est proposé au paragraphe 3.5.

3.2 Représentation de la propagation des écarts au cours de l'assemblage

Les choix effectués lors de l'élaboration de la gamme d'assemblage ont une influence sur la conformité du produit. Outre l'influence des tolérances géométriques allouées aux composants et des capacités des techniques d'assemblage, l'état géométrique du produit assemblé dépend également de la séquence d'assemblage choisie, comme ont pu le montrer MARGUET [Marguet, 2001] ou MOUNAUD [Mounaud et al., 2011] par exemple.

CHANG et al. [Chang et Gossard, 1997] proposent de représenter les étapes d'un assemblage par soudage par un cycle PCFR (pour *Place, Clamp, Fasten, Release*) illustré à la Figure 6. Cette méthode propose de prendre en compte les étapes de mise en position, de bridage, de soudage et de débridage pour évaluer l'état final du produit assemblé. Les cycles PCFR sont largement utilisés dans la littérature pour décrire la propagation des écarts géométriques au cours de l'assemblage sur plusieurs postes [Hu et al., 2001, Camelio et al., 2003, Dahlström et Lindkvist, 2007].

Cette représentation simple est cependant limitée [Sellem, 2000]. SELLEM propose une représentation nommée RAI (pour *Ressource, Activité, Item*). Les différentes activités de l'assemblage peuvent alors être représentées en décrivant comment agir sur un ou plusieurs items (quoi ?) et avec quelle res-

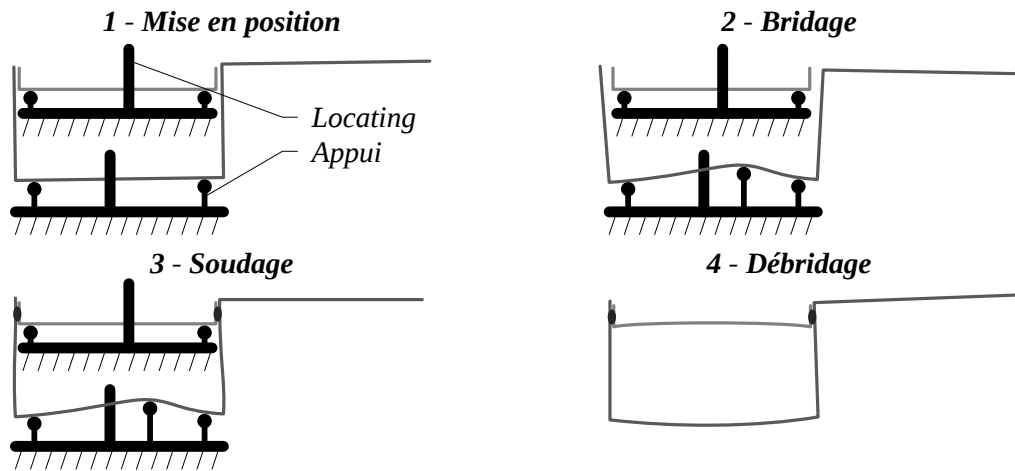


Figure 6 – Cycle PCFR (d'après [Chang et Gossard, 1997]).

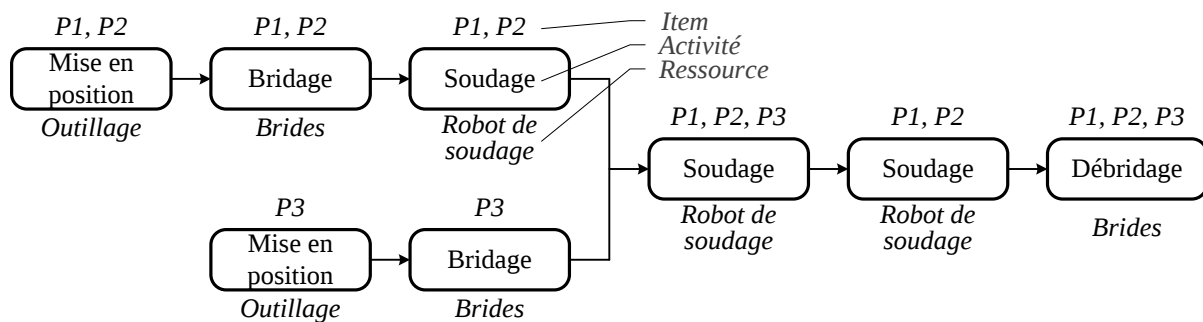


Figure 7 – Modèle RAI de l'assemblage de 3 composants P1, P2 et P3 (d'après [Sellem, 2000]).

source (qui ?). En utilisant l'exemple d'une activité d'assemblage, l'item correspond aux composants à assembler et la ressource est la ligne d'assemblage. Cette activité peut alors être décomposée en plusieurs sous activités telles que la mise en position (item = composant, ressource = système de mise en position), le bridage, le soudage, etc. La Figure 7 expose un exemple de modélisation RAI de l'assemblage de trois composants par soudage. Outre la possibilité de modéliser le processus d'assemblage en vue d'établir une relation de comportement, cette méthode offre également l'avantage de représenter des informations plus générales sur les choix réalisés au cours de l'élaboration de la gamme d'assemblage, notamment le choix des techniques. La méthode SOVA (pour *Stream Of Variation in Assembly*) proposée par Ceglarek [Ceglarek et al., 2004] s'appuie sur une représentation très proche de RAI pour établir une relation de comportement de l'assemblage utilisée pour l'analyse de tolérances. La méthode SOVA est implémentée dans le logiciel 3DCS®. Les méthodes PCFR, RAI et SOVA permettent de représenter les activités du processus d'assemblage et de mettre en avant la manière dont les écarts géométriques se propagent au cours de l'assemblage.

L'outil FITFLEX basé sur la méthode MULTIFLEX proposée par Breteau [Breteau, 2009] permet d'assister le réglage de l'assemblage par la mesure. Il utilise une représentation similaire à RAI.

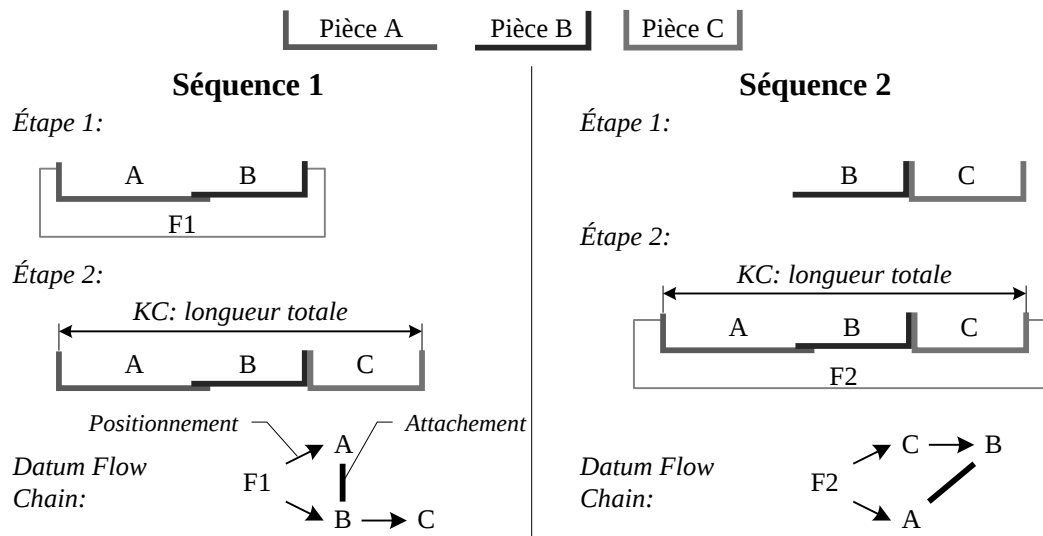


Figure 8 – Séquences d’assemblage de 3 pièces A, B et C et DFC associées (d’après [Mantripragada et Whitney, 1998])

MANTRIPRAGADA et WHITNEY [Mantripragada et Whitney, 1998] font le lien entre la séquence d’assemblage et la propagation des écarts géométriques dans l’assemblage à l’aide du concept de *Datum Flow Chain* (DFC), comme sur l’exemple de la Figure 8. Les liaisons du produit sont classées en liaisons de positionnement et liaisons d’attachement [Marguet, 2001]. Les liaisons de positionnement propagent les écarts géométriques entre les composants alors que les liaisons d’attachement ajoutent des contraintes géométriques à satisfaire pour réaliser l’assemblage. Le choix d’une séquence d’assemblage entraîne la détermination de la classe à laquelle appartient chaque liaison et donc de la manière dont les écarts géométriques se propagent au cours de l’assemblage.

MARGUET enrichit le concept de DFC en proposant de représenter l’assemblage du produit par un Graphe Orienté de Contact (GOC) qui décrit les composants, leurs surfaces fonctionnelles, les liaisons (de positionnement et d’attachement) ainsi que les caractéristiques majeures du produit [Marguet, 2001].

La séquence d’assemblage est traduite par la définition de la nature des liaisons – de positionnement ou d’attachement – sur le GOC. Des boucles d’influences peuvent être tracées pour représenter les maillons impactant les écarts des caractéristiques du produit, comme sur l’exemple de la Figure 9. MARGUET conclut que plus le nombre de maillons d’une boucle d’influence est grand, plus le risque que la caractéristique associée soit en dehors de son domaine de conformité est élevé. L’analyse des boucles d’influence des GOC permet d’évaluer qualitativement la conformité associée aux séquences représentées par ces graphes. Cette approche est applicable avant d’avoir réalisé la conception détaillée du produit [Ballu *et al.*, 2006]. Elle peut donc s’inscrire dans une démarche globale de conception conjointe produit-process. L’outil GAIA® [Falgarone et Chevassus, 2004] (pour *Graph Analysis for Interfaces of Assembly*) permet de réaliser le modèle d’un produit par des Graphes Orientés de Contact en cascade dans l’esprit de la décomposition d’une structure d’avion en tronçons, puis en lots, etc.

Pour conclure, la représentation de la propagation des écarts géométriques au cours de l’assemblage permet d’identifier les contributeurs aux écarts géométriques du produit assemblé : cycles élémentaires

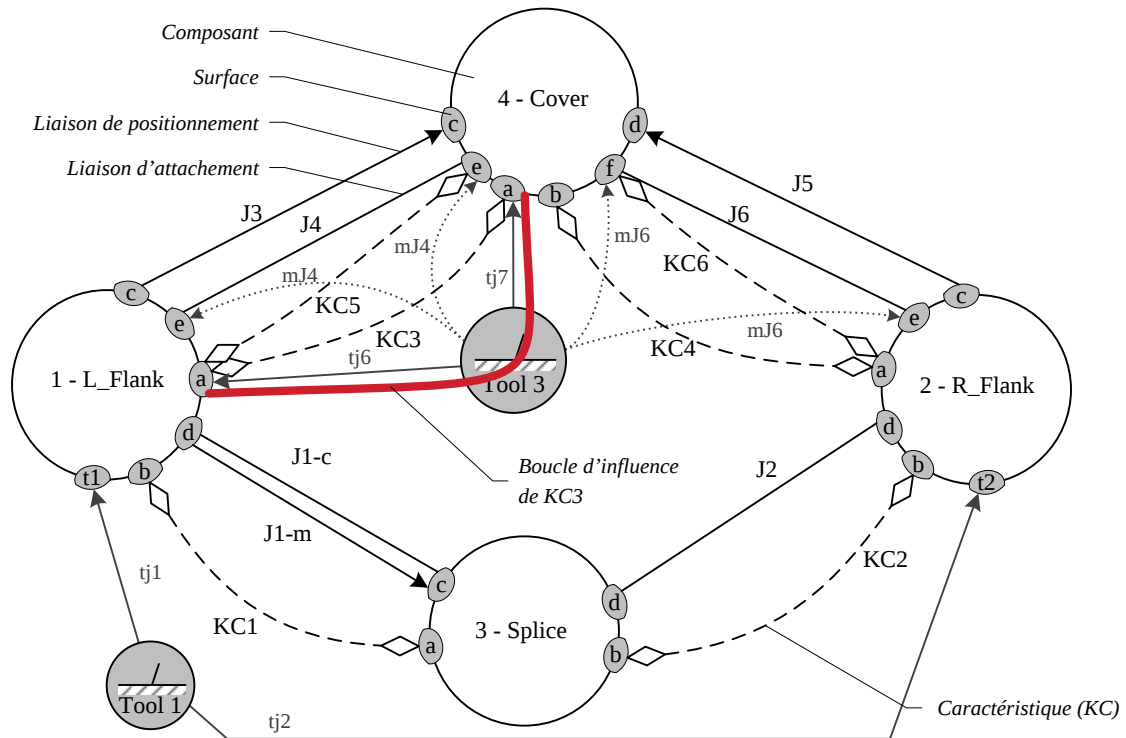


Figure 9 – Analyse d'impact par boucle d'influence avec GAIA®.

de soudage pour PCFR, ressources et items pour RAI, maillons des boucles d'influence pour l'approche DFC/GOC. Cette étape est essentielle pour envisager la mise en place d'un modèle capable de prédire les écarts géométriques du produit. Une des différences entre les méthodes PCFR et RAI d'une part, et DFC et GOC d'autre part, réside dans le niveau d'information nécessaire pour les mettre en œuvre. DFC et GOC peuvent être appliquées très tôt dans le cycle de conception du produit alors que PCFR et RAI nécessitent d'avoir choisi les techniques d'assemblage. En outre, MARGUET propose d'utiliser le GOC pour rechercher de manière heuristique la séquence dont le risque de non-conformité est le plus faible, en se basant sur l'étude des boucles d'influence.

3.3 Relation de comportement de l'assemblage

La majorité des travaux dans le domaine du tolérancement s'appuie – de manière plus ou moins explicite – sur l'établissement d'une relation du type $y = f(x)$ [Hong et Chang, 2002] dans laquelle le vecteur y représente les caractéristiques du produit sur lesquelles portent les exigences fonctionnelles. Elles sont exprimées en fonction d'un vecteur x qui représente les écarts géométriques des composants à assembler et les écarts géométriques introduits au cours du processus d'assemblage. La formalisation du problème par cette équation générique a été initialement proposée par EVANS [Evans, 1974]. L'appellation de la fonction f diffère suivant les auteurs. Nous la désignerons par l'expression *relation de comportement de l'assemblage*.

La nature de la relation de comportement dépend principalement des hypothèses sur la propagation

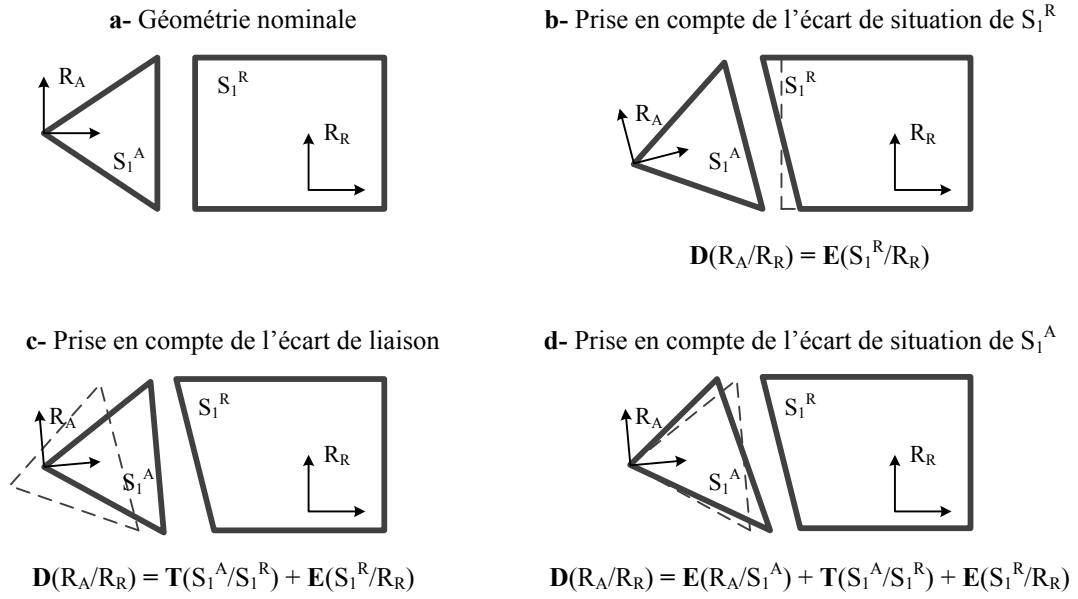


Figure 10 – Propagation des écarts géométriques entre deux composants rigides (d'après [Thiébaud, 2001]).

des variations géométriques au cours de l'assemblage. Les premiers modèles utilisés dans l'industrie dès le début du XX^e siècle se basent sur l'hypothèse de propagation unidimensionnelle des variations géométriques. Les méthodes de ce type, comme la méthode des *delta l* [Bourdet, 1973], sont parfois désignées par l'expression *chaîne de cotes*.

Des généralisations à la propagation bidimensionnelle ou tridimensionnelle ont ensuite été proposées. CHASE et PARKINSON proposent une revue de ces modèles [Chase et Parkinson, 1991]. Les travaux de BALLOT [Ballot, 1995] et de THIÉBAUD [Thiébaud, 2001] ont contribué à la mise au point de la méthode DELTATOL illustrée sur la Figure 10. La méthode DELTATOL permet d'établir des chaînes de cotes tridimensionnelles à partir de torseurs de petits déplacements définis par BOURDET *et al.* [Bourdet *et al.*, 1995]. Cette méthode permet de définir une relation de comportement de l'assemblage de solides rigides.

Les outils logiciels MECAMASTER[®] et ANATOLE[®] sont construits à partir d'une démarche similaire. MECAMASTER[®] se base sur les travaux de CLOZEL [Clozel, 2001]. ANATOLE[®] a été développé à partir des travaux de MARGUET [Marguet, 2001], s'appuyant eux-mêmes sur le modèle des Surfaces Associées Technologiquement et Topologiquement (SATT) proposées par CLÉMENT *et al.* [Clément *et al.*, 1991], les torseurs de petits déplacements [Bourdet *et al.*, 1995] et sur DELTATOL [Ballot, 1995, Thiébaud, 2001]. ADRAGNA *et al.* ont également traité l'influence des écarts de forme des composants décrits par leur décomposition modale dans la relation de comportement des assemblages de composants rigides [Adragna *et al.*, 2010b].

La principale limite des méthodes qui font l'hypothèse d'un comportement de solides rigides est qu'elles ne rendent pas compte de manière réaliste de l'assemblage de composants souples constituant une structure hyperstatique. Pour traiter ce type de cas, omniprésents dans le domaine de l'assemblage de structures aéronautiques ou automobiles, il faut soit relaxer des contraintes cinématiques imposées par les liaisons de l'assemblage, soit prendre en compte la souplesse des composants.

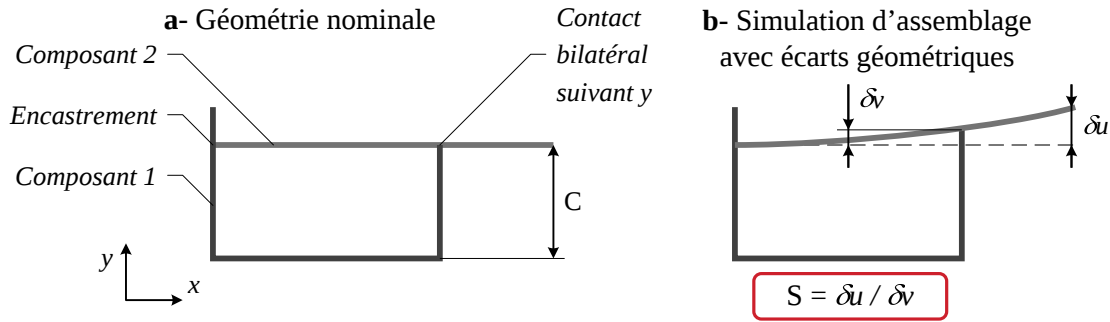


Figure 11 – Identification de la matrice de sensibilité de la Méthode des Coefficients d'Influence.

LIU et HU [Liu *et al.*, 1996, Liu et Hu, 1997] ont proposé une méthode qui prend en compte la souplesse des composants pour établir une relation de comportement de l'assemblage. Ils introduisent une matrice de sensibilité S qui permet la détermination des écarts géométriques u du produit assemblé en fonction des écarts géométriques v des composants à assembler par la relation :

$$u = S \cdot v \quad (1.1)$$

La matrice de sensibilité S est déterminée à l'aide de simulations par la méthode des éléments finis. Un exemple illustre l'identification de la matrice de sensibilité S sur la Figure 11. Cette méthode a été abondamment utilisée dans la littérature sous l'appellation *Méthode des Coefficients d'Influence* (ou MIC pour *Method of Influence Coefficients*), notamment par les équipes de CEGlarek, HU et CAMELIO [Merkley, 1998, Hu *et al.*, 2001, Huang et Ceglarek, 2002, Camelio *et al.*, 2003, Hu et Camelio, 2006, Kong et Ceglarek, 2006] et dans les travaux de CID [Cid, 2005], BRETEAU [Breteau, 2009], MOUNAUD [Mounaud, 2009] et STRICHER [Stricher, 2013] réalisés au LURPA.

La principale limite de la MIC est qu'elle ne rend pas compte de comportements non linéaires au cours de l'assemblage. Ces comportements non linéaires proviennent principalement de l'expression de conditions de non-interpénétration entre les composants. C'est le cas notamment lorsque la relation de comportement doit traduire l'effet du contact surfacique aux interfaces entre deux pièces pour y évaluer un jeu, ou lorsque les jeux dans un assemblage riveté sont pris en compte pour évaluer les efforts installés dans les liaisons au cours de l'assemblage.

Plusieurs approches ont été proposées pour établir des relations de comportement en tenant compte de phénomènes sources de non-linéarité. DAHLSTRÖHM et LINDKVIST [Dahlström et Lindkvist, 2007] ainsi que UNGEMACH et MANTWILL [Ungemach et Mantwill, 2009] corrigent les résultats obtenus par la MIC pour satisfaire à postériori les conditions de non-interpénétration lors de la simulation d'assemblage de tôles par la méthode PCFR. XIE *et al.* [Xie *et al.*, 2007] et STRICHER [Stricher, 2013] établissent la relation de comportement d'un assemblage en réalisant directement une simulation par la méthode des éléments finis prenant en compte les sources de non-linéarité. Les deux approches conduisent à une relation de comportement de l'assemblage relativement coûteuse à évaluer.

L'étude de caractéristiques telles que les jeux aux interfaces entre composants nécessite généralement

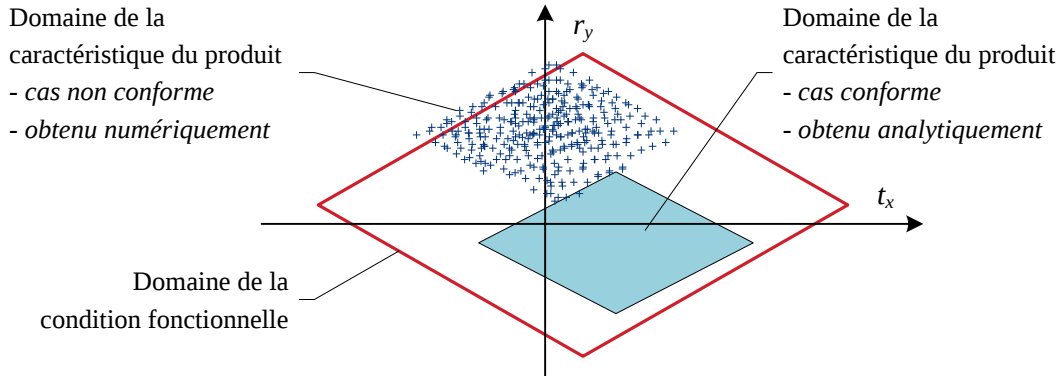


Figure 12 – Méthode des domaines avec vérification de la conformité analytique ou numérique.

le recours à la prise en compte des phénomènes non linéaires dans la relation de comportement.

3.4 Méthodes pour l'analyse de tolérances

Les méthodes existantes pour l'analyse de tolérances peuvent être séparées en deux familles : les méthodes déterministes (ou analytiques) et les méthodes probabilistes (ou numériques).

Au rang des méthodes déterministes, l'analyse du respect des exigences fonctionnelles au pire des cas a été une des premières méthodes mises en œuvre selon l'état de l'art proposé par HONG [Hong et Chang, 2002]. L'analyse de tolérances au pire des cas fournit une information binaire sur le respect des exigences fonctionnelles, vues comme des contraintes à respecter. La méthode des droites d'analyse [Anselmetti, 2010] permet de traduire les exigences fonctionnelles en un ensemble de contraintes exprimées par des inégalités sur les bornes des écarts géométriques des composants. Il en résulte la possibilité de réaliser une analyse de tolérance au pire des cas.

La méthode des domaines [Giordano *et al.*, 1999] part d'une idée assez similaire. Une condition fonctionnelle est définie par un domaine au sein duquel le domaine occupé par la caractéristique associée du produit doit se situer. La relation de comportement de l'assemblage, dans le cas où elle est linéaire, permet de calculer le domaine occupé par la caractéristique du produit en fonction des tolérances sur les écarts géométriques des composants. Cette méthode permet une expression analytique de la conformité au pire des cas. Il suffit pour cela que le domaine de la caractéristique du produit soit intégralement inclus dans le domaine de la condition fonctionnelle, comme sur l'exemple de la Figure 12. Le risque d'être en dehors du domaine de la condition fonctionnelle peut également être évalué de manière analytique [Germain, 2007] ou numérique. Il est alors possible d'évaluer un taux de conformité égal à la proportion du domaine de la caractéristique du produit dans le domaine de la condition fonctionnelle.

PILLET [Pillet, 2003] définit l'inertie I d'un lot de produits par l'éq.(1.2), où δ représente la valeur moyenne de l'écart d'une caractéristique à sa valeur nominale, généralement appelée le décentrage, et σ représente son écart type.

$$I = \sqrt{\delta^2 + \sigma^2} \quad (1.2)$$

La condition fonctionnelle est traduite en une tolérance inertielle I_0 et la conformité est exprimée par un indice de capabilité C_{pi} défini à l'éq.(1.3) :

$$C_{pi} = \frac{I_0}{I} \quad (1.3)$$

La relation de comportement de l'assemblage est utilisée pour évaluer δ et σ .

Les autres méthodes déterministes s'appuient plus directement sur la relation de comportement de l'assemblage. Lorsque la relation de comportement est linéaire, il est possible de calculer les moments statistiques des caractéristiques du produit et d'en tirer analytiquement un taux de conformité [Chase et Parkinson, 1991].

En ce qui concerne les approches probabilistes, les différentes variantes des méthodes dites *de MONTE-CARLO* ont été largement utilisées dans la littérature. La connaissance des lois de probabilité des écarts géométriques des composants et de la relation de comportement de l'assemblage permettent d'évaluer la probabilité de l'événement « les caractéristiques du produit sont dans leurs intervalles de tolérance » où d'événements similaires. Divers indicateurs de la conformité peuvent être évalués de cette manière, comme en atteste la revue de HONG et CHANG [Hong et Chang, 2002].

D'autres approches probabilistes ont également été employées, comme les algorithmes FORM et SORM (respectivement *First-* et *Second-Order Reliability Method*) qui sont plutôt utilisés pour déterminer un taux de défaillance¹ proche de zéro, qui peut également être utilisé comme un indicateur de conformité [Xie et al., 2007, Beaucaire et al., 2012].

Les méthodes probabilistes reposent de manière générale sur un échantillonnage de l'espace défini par les tolérances allouées sur les écarts géométriques des composants qui conduisent à de multiples évaluations de la relation de comportement de l'assemblage. Ces méthodes sont donc difficiles à mettre en place lorsque le coût de calcul de la relation de comportement est élevé. Ce sont cependant les seules méthodes applicables lorsque la relation de comportement de l'assemblage est connue de manière implicite, comme dans le cas d'une relation évaluée à l'aide de simulations éléments finis.

Le choix d'une stratégie pour l'analyse de tolérance est finalement guidé par la nature de l'information recherchée. S'il s'agit de mesurer la performance d'un processus d'assemblage associé à un ensemble de tolérances allouées sur les composants, l'évaluation d'un taux de conformité semble être une solution plus pertinente que l'évaluation d'un critère binaire de type pire cas.

Dans le cas d'une relation de comportement de l'assemblage non linéaire, dont l'expression analytique n'est pas nécessairement connue comme lorsqu'elle est évaluée par des simulations éléments finis [Stricher, 2013], les méthodes probabilistes sont les plus à même de permettre l'évaluation du taux de conformité. Le principal obstacle opérationnel réside dans le coût de calcul élevé de la relation de comportement, difficilement compatible avec la nécessité d'une évaluation multiple inhérente à ces méthodes.

1. La défaillance est définie par l'événement « une caractéristique majeure est en dehors de son domaine de tolérance ».

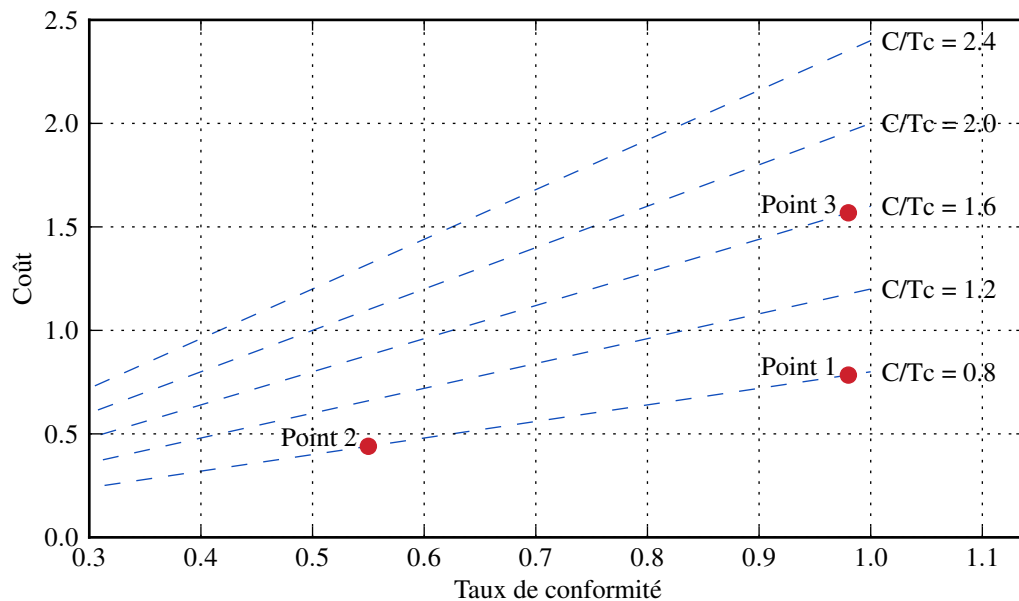


Figure 13 – Illustration des limites de la minimisation du rapport coût sur taux de conformité.

3.5 Méthodes pour l'allocation de tolérances

L'allocation de tolérances est un problème inverse dont la résolution nécessite la maîtrise du problème direct d'analyse de tolérances pour évaluer un indicateur de la conformité dépendant de l'ensemble des tolérances allouées.

Le paragraphe 3.4 montre que le choix de la méthode d'analyse de tolérances peut conduire à l'expression de la conformité sous différentes formes, binaires ou continues, dont découlent plusieurs approches pour l'allocation de tolérances.

Les approches les plus répandues pour l'allocation de tolérances consistent à formuler un problème d'optimisation sous contrainte pour maximiser (ou minimiser) un objectif. Cet objectif est le plus souvent la taille des intervalles de tolérances ou le coût associé à ces intervalles de tolérance [Chase et Parkinson, 1991, Chase *et al.*, 1990, Dong *et al.*, 1994]. La conformité du produit est alors une contrainte du problème d'optimisation. La contrainte peut être du type « le produit est conforme au pire des cas » ou « le taux de conformité est supérieur à une valeur seuil ». Le principal inconvénient de ces méthodes d'allocation de tolérances est qu'elles imposent de décider a priori de fixer un taux de conformité seuil en dessous duquel une solution n'est plus acceptable. En d'autres termes, le résultat de l'optimisation est un point optimal qui dépend du problème d'allocation de tolérances lui-même, mais aussi de la définition des contraintes lors de la formulation mathématique de ce problème.

Pour contourner ce problème, DANTAN et son équipe [Wu *et al.*, 2009] proposent de minimiser le rapport coût sur taux de conformité. Cette solution ne nécessite pas la définition d'une contrainte arbitraire lors de la formulation du problème d'optimisation. Les ensembles de tolérances allouées conduisant à un grand taux de conformité et à un faible coût sont privilégiés. Cependant, une telle approche impose implicitement une relation d'iso performance entre plusieurs solutions. L'exemple de la Figure 13 illustre

les difficultés qui peuvent en découler. Le point 1 apparaît comme le plus performant, avec un coût relativement faible et un taux de conformité proche de 1. Le point 2 présente un rapport coût sur taux de conformité identique au point 1. Du point de vue mathématique, il est donc aussi performant que le point 1. Dans la pratique, une gamme d'assemblage conduisant à un taux de conformité de seulement 55% n'est pas viable et une solution plus chère, mais présentant un taux de conformité plus élevé comme le point 3, lui serait préférée. Cette approche s'applique donc dans la mesure où les solutions explorées conduisent à des taux de conformité acceptables. Cet exemple illustre les limites engendrées par la construction d'un objectif d'optimisation.

3.6 Synthèse sur l'allocation de tolérances

Outre son impact sur le coût et le temps de cycle, la séquence d'assemblage a également un impact sur la conformité du produit assemblé. L'analyse des boucles d'influence du GOC proposée par MARGUET [Marguet, 2001] permet d'évaluer de manière qualitative le choix de la séquence pour satisfaire ce critère. Les différentes méthodes existantes pour représenter la propagation des écarts géométriques au cours de l'assemblage montrent que la conformité des produits assemblés dépend également des tolérances allouées aux composants et des dispersions géométriques des techniques d'assemblage choisies.

L'évaluation de la conformité des produits assemblés repose généralement sur une relation de comportement qui traduit mathématiquement la propagation des écarts géométriques au cours de l'assemblage. Plus les comportements traduits par cette relation sont complexes, notamment le contact aux interfaces, plus cette relation est coûteuse à évaluer. Des simulations basées sur la méthode des éléments finis sont fréquemment utilisées pour évaluer la relation de comportement de l'assemblage lorsque la souplesse des composants et le contact aux interfaces sont pris en compte comme dans le cas de nos travaux. Dans ce cas, la relation est connue de manière implicite.

La conformité d'une gamme d'assemblage, c'est-à-dire l'aptitude à produire des produits conformes avec cette gamme, peut être exprimée de différentes manières. L'information la moins riche est un indicateur tout ou rien sur la conformité au pire des cas. Ce type d'indicateur est difficile à évaluer lorsque la relation de comportement de l'assemblage est connue de manière implicite. Un indicateur binaire est par ailleurs mal adapté pour rechercher un compromis comme dans les travaux de WU *et al.* [Wu *et al.*, 2009]. L'évaluation d'un indicateur de conformité continu à l'aide d'une méthode probabiliste est généralement plus simple lorsque la relation de comportement de l'assemblage est connue de manière implicite. Cela nécessite cependant d'évaluer cette relation un grand nombre de fois.

Finalement, l'allocation de tolérance est un problème inverse souvent traité par la résolution d'un problème d'optimisation. La difficulté principale de ce problème, outre la complexité mathématique de sa résolution, réside dans l'adéquation entre l'objectif poursuivi par le concepteur de gammes d'assemblage – généralement la recherche d'un compromis maîtrisé entre une qualité maximum à un coût minimum – et la formulation des objectifs mathématiques du problème d'optimisation.

4 Positionnement des travaux

Le paragraphe 1 illustre les différents aspects de l'élaboration d'une gamme d'assemblage. Dans le but d'aboutir à une démarche d'assistance, nous proposons de décomposer l'élaboration de gammes d'assemblage de structures aéronautiques en quatre activités rappelées sur la Figure 14.

Les travaux sur le choix de la séquence d'assemblage, présentés au paragraphe 2, ont permis de mettre en évidence l'intérêt de considérer la séquence comme l'ordre chronologique d'introduction des composants et de réalisation des liaisons. Par ailleurs, ce paragraphe a mis en avant l'intérêt de l'analyse des boucles d'influence pour identifier un nombre restreint de séquences d'assemblage à étudier.

L'organisation du système d'assemblage, bien que pouvant avoir un impact important sur le coût et les cadences, est une activité complexe qui, dans la littérature, est traitée lorsque le choix des techniques d'assemblage est fixé.

Le choix des techniques d'assemblage est un problème peu abordé dans la littérature alors qu'il présente un intérêt fort sur le plan industriel. Les paragraphes 1 et 3 ont montré dans quelle mesure ce problème est lié avec l'allocation de tolérances. Comme nous l'avons souligné au début de ce mémoire, le concepteur de gammes d'assemblage est à la recherche d'un compromis entre des coûts réduits et une qualité élevée. La recherche de ce compromis nécessite d'explorer conjointement les techniques d'assemblage utilisables pour réaliser chaque liaison du produit et les scénarios d'allocation de tolérances associés.

L'objectif des travaux présentés dans la suite de ce mémoire, schématisé sur la Figure 14, peut finalement être formulé ainsi :

Pour une séquence donnée, proposer une méthode d'assistance à la sélection des techniques d'assemblage et à l'allocation des tolérances sur les écarts géométriques des composants afin de satisfaire des objectifs de conformité et de coût de réalisation.

La donnée d'une séquence d'assemblage, de la technique d'assemblage sélectionnée pour réaliser chaque liaison et des tolérances allouées aux écarts géométriques des composants sera désignée dans la suite par l'expression *avant-projet de gamme d'assemblage*.

Pour chaque séquence pertinente, identifiée par une analyse des boucles d'influence par exemple, le ou les meilleurs avant-projets de gamme d'assemblage pourront être recherchés et comparés afin de fournir les données d'entrées pour résoudre le problème d'organisation du système d'assemblage.

Pour assister la recherche de l'avant-projet de gamme d'assemblage offrant le meilleur compromis entre conformité et coût de réalisation, nous proposons dans un premier temps de traiter les problèmes directs d'évaluation d'un avant-projet de gamme.

Le chapitre 2 présente la méthode proposée pour évaluer un indicateur du coût d'un avant-projet de gamme. Cet indicateur est la somme du coût associé à l'allocation des tolérances et du coût des activités d'assemblage. Un modèle de coût associé à l'allocation des tolérances est adapté de la littérature. Un modèle analytique simple et générique est proposé pour exprimer le coût d'une opération d'assemblage. Le coût des activités d'assemblage est finalement évalué en comptant le nombre d'occurrences

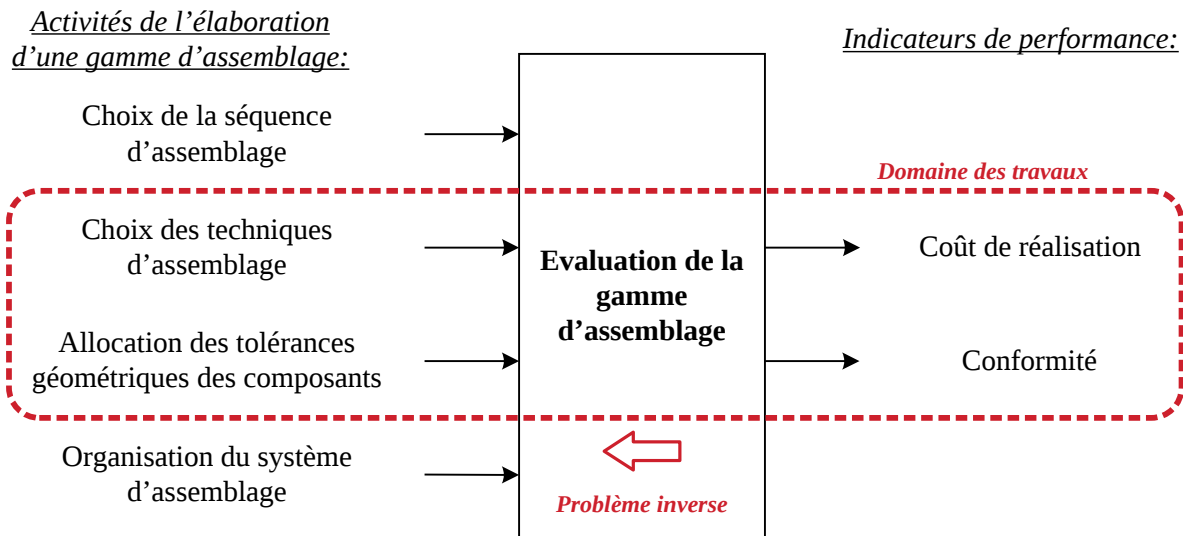


Figure 14 – Illustration du problème inverse traité dans les travaux de thèse.

de chaque opération de l'avant-projet de gamme à l'aide d'un réseau de PETRI modélisant le processus d'assemblage et développé à ce propos.

La méthode proposée pour évaluer un indicateur de conformité est présentée au chapitre 3. Cette méthode s'appuie sur un formalisme de description des écarts géométriques générique permettant d'utiliser plusieurs outils de la littérature comme les torseurs de petits déplacements ou les bases modales. La relation de comportement de l'assemblage proposée est basée sur la résolution d'un problème éléments finis. Cette relation prend en compte la souplesse des composants, la séquence d'assemblage et l'effet du contact aux interfaces entre les composants afin de permettre d'évaluer des caractéristiques comme les jeux aux interfaces. Les indicateurs de conformité proposés sont tous basés sur l'évaluation de la probabilité qu'un produit soit non conforme ou qu'une exigence ne soit pas satisfaite. Ils représentent en fait la non-conformité. L'utilisation des méthodes probabilistes employées est rendue possible par le recours à un méta-modèle de la relation de comportement de l'assemblage dont le coût d'évaluation est très faible comparé au coût d'évaluation de la relation de comportement. La démarche de construction du méta-modèle que nous proposons est également décrite.

La maîtrise des deux problèmes directs d'évaluation d'un indicateur de coût C et d'un indicateur de conformité N_c d'un avant-projet de gamme d'assemblage permet d'envisager la recherche de l'avant-projet offrant le meilleur compromis. Nous proposons pour cela de formuler un problème d'optimisation multiobjectif décrit au chapitre 4. La démarche originale proposée pour formuler et résoudre ce problème est illustrée sur la Figure 15. La structure des données d'entrée que nous proposons d'utiliser pour construire un avant-projet de gamme d'assemblage paramétré est détaillée. Les objectifs du problème d'optimisation sont la minimisation du coût C et de l'indicateur de conformité N_c . Le problème d'optimisation est résolu à l'aide d'un algorithme génétique. Le résultat de l'optimisation est un front de PARETO, représenté sur la Figure 15. Le concepteur d'avant-projet de gamme peut alors choisir à

4. Positionnement des travaux

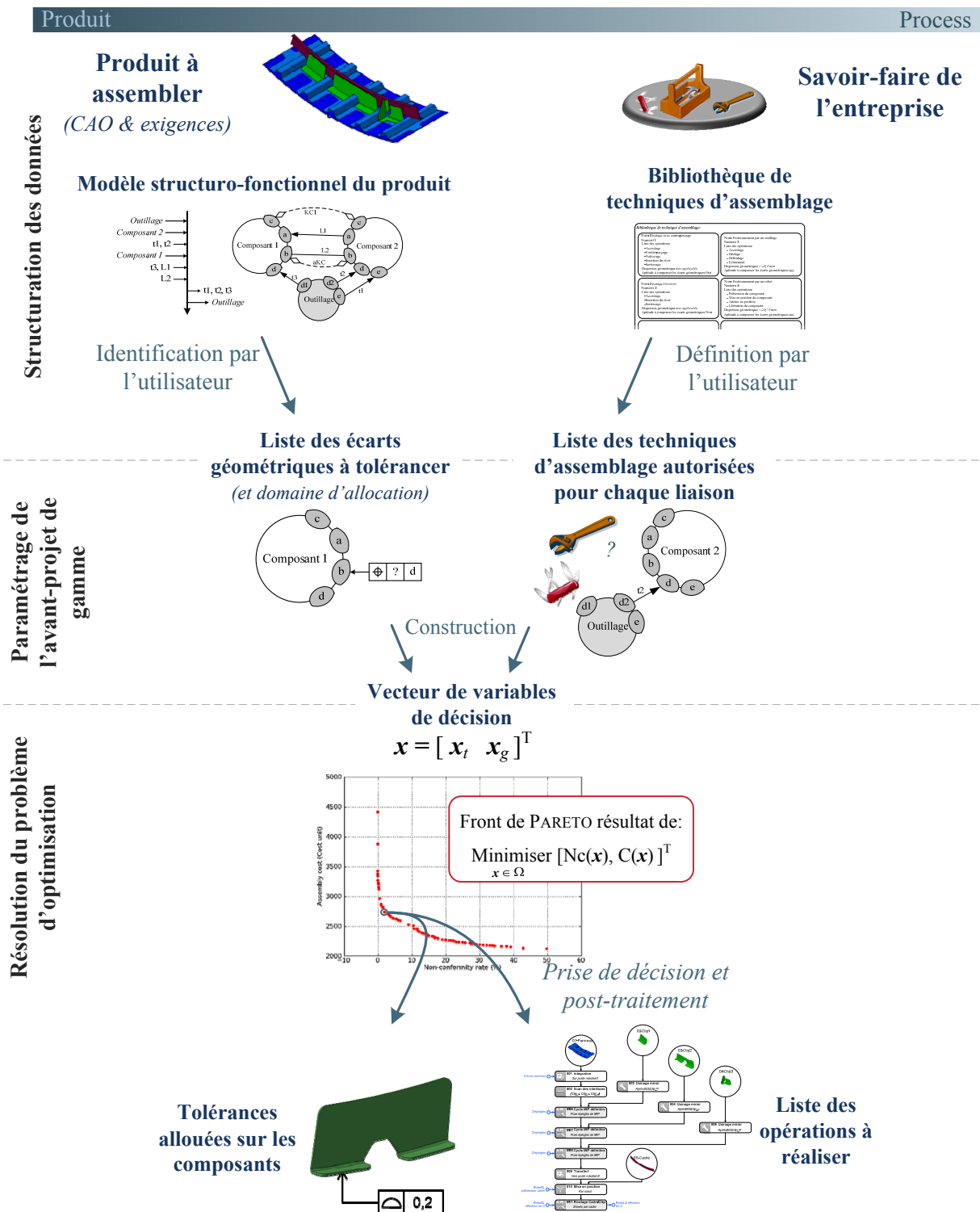


Figure 15 – Démarche proposée pour l'optimisation d'un avant-projet de gamme d'assemblage.

posteriori l'avant-projet de gamme d'assemblage offrant le meilleur compromis au sein des avant-projets de gamme Pareto-optimaux obtenus à l'issue de l'optimisation.

Le chapitre 5 présente la mise en œuvre de la méthode proposée sur un cas d'application. Ce cas d'application est un modèle réduit reconstruit à partir d'un cas industriel authentique proposé par AIRBUS. Le cas industriel n'est pas présenté dans ce mémoire pour des raisons de confidentialité.

4. Positionnement des travaux

Chapitre

2

Méthode d'évaluation d'un indicateur de coût

1 Introduction

Le coût de fabrication d'un produit est le résultat de la somme du coût de ses composants et du coût des activités nécessaires pour son assemblage. L'objectif de ce chapitre est de présenter la méthode proposée pour associer un indicateur de coût C permettant de comparer plusieurs avant-projets de gamme d'assemblage.

Dans ce contexte, bien que le coût des composants dépende d'un grand nombre de facteurs, tels que le coût des matières premières ou des procédés d'obtention, les seuls facteurs influents considérés dans nos travaux sont les tolérances géométriques allouées aux composants. Les autres facteurs seront supposés invariants. Le coût associé aux intervalles de tolérances géométriques alloués dans l'avant-projet de gamme d'assemblage sera noté C_g .

Nous considérerons également le coût des activités d'assemblage, noté C_t , comme une grandeur qui dépend uniquement des techniques d'assemblage sélectionnées dans l'avant-projet de gamme.

L'indicateur de coût proposé, défini à l'éq. (2.1) est la somme du coût associé aux tolérances allouées C_g et du coût associé aux activités d'assemblage C_t , comme l'illustre la Figure 16.

$$C = C_g + C_t \quad (2.1)$$

Le coût associé à l'allocation des tolérances géométriques de l'avant-projet de gamme est défini au paragraphe 2. L'indicateur proposé est construit comme la somme du coût associé à chaque tolérance géométrique allouée. Les coûts associés à chaque tolérance allouée sont évalués à partir de deux modèles de relations coût-tolérance adaptés de la littérature.

Le coût associé aux activités d'assemblage, qui dépend des techniques d'assemblage sélectionnées, est défini au paragraphe 3. L'indicateur proposé est construit de manière analytique comme la somme du coût de chaque opération d'assemblage.

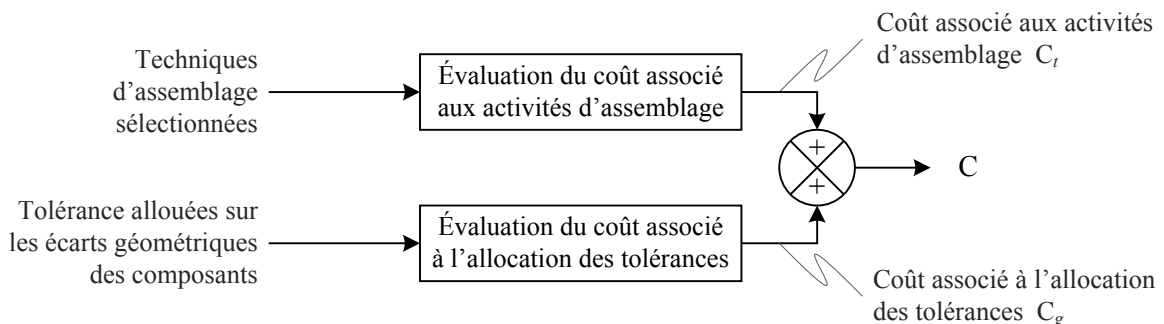


Figure 16 – Décomposition de l'indicateur de coût C en coût des activités C_t et coût des tolérances C_g .

2 Coût associé à l'allocation des tolérances

2.1 Introduction

Maîtriser les écarts géométriques des composants nécessite la mise sous contrôle de leurs processus de fabrication. Cela implique notamment des activités telles que la mise en œuvre de moyens de métrologie, la mise au rebut ou la réparation de composants non conformes. Ces activités ont un coût d'autant plus élevé que les intervalles des tolérances allouées sur les écarts géométriques sont petits.

Il est communément admis dans la littérature que le coût de réalisation d'un composant augmente lorsque la taille des intervalles de tolérance alloués à ses écarts géométriques diminue. Ce postulat est vérifié dans le monde industriel. La relation liant la taille allouée à un intervalle de tolérance et le coût nécessaire pour maintenir l'écart tolérancé dans cet intervalle au cours de la production sera appelée dans la suite la *relation coût-tolérance*.

La notion de *taille d'un intervalle de tolérance* est définie au paragraphe 2.2. Des modèles élémentaires de relation coût-tolérance s'appliquant à un unique écart géométrique sont proposés au paragraphe 2.3. Ces modèles s'inspirent de travaux présentés dans la littérature auxquels nous ajoutons un paramètre pour prendre en compte les limites physiques des procédés. Un modèle global de coût associé à l'ensemble des tolérances allouées pour un avant-projet de gamme d'assemblage est ensuite proposé au paragraphe 2.4.

2.2 Taille d'un intervalle de tolérance

L'expression *taille d'un intervalle de tolérance* désigne de manière univoque la taille de la zone de tolérance définie par une spécification géométrique exprimée avec le langage de spécification décrit dans les normes ISO GPS [ISO, 2005] qui s'applique aux pièces élémentaires.

Dans le cadre de nos travaux, nous considérons plus généralement le tolérancement des composants, ceux-ci pouvant être eux-mêmes des produits résultats de l'assemblage de plusieurs composants. De plus, nous choisissons d'exprimer la tolérance allouée pour un écart géométrique par la distribution statistique – ou loi de probabilité – autorisée pour cet écart sur un lot de pièces.

Nous proposons dans la suite une définition de la taille d'un intervalle de tolérance lorsque celui-ci est défini par une loi de probabilité.

Soit une variable aléatoire X associée à un écart géométrique. La tolérance sur cet écart géométrique est définie par une loi de probabilité notée $\mathbb{P}$. Cette loi de probabilité possède une densité de probabilité f définie sur l'ensemble des nombres réels $\mathbb{R}$. La taille de l'intervalle de tolérance, notée T , est définie en fonction de f . Si f est non-nulle sur un intervalle borné, comme dans le cas d'une loi de probabilité uniforme par exemple, la taille de l'intervalle de tolérance correspond à la taille de l'intervalle sur lequel f est non-nulle. Cependant, si f est non-nulle sur un intervalle de taille infinie, comme dans le cas d'une loi de probabilité normale par exemple, la définition d'une taille pour l'intervalle de tolérance n'est pas aussi triviale.

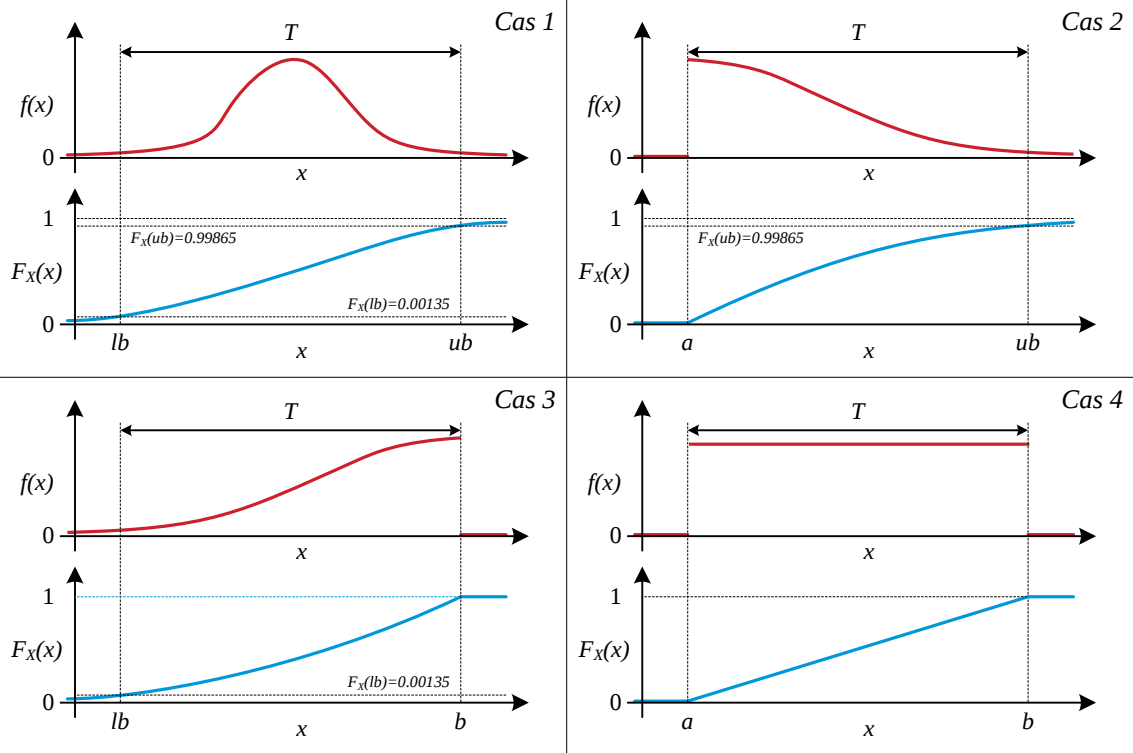


Figure 17 – Taille de l'intervalle de tolérance T définie d'après la densité cumulative de probabilité F_X .

Tableau 1 – Taille de l'intervalle de tolérance T définie d'après la densité cumulative de probabilité F_X .

Cas	Conditions sur F_X	Définition de T associée
1	$\forall x \in \mathbb{R}, F_X(x) > 0$	$T = ub - lb$ avec $\begin{cases} F_X(lb) = 0,00135 \\ F_X(ub) = 0,99865 \end{cases}$
2	$\exists a \in \mathbb{R}, \begin{cases} \forall x \in]-\infty, a], F_X(x) = 0 \\ \forall x \in]a, \infty[, F_X(x) > 0 \end{cases}$	$T = ub - a$ avec $F_X(ub) = 0,99865$
3	$\exists b \in \mathbb{R}, \begin{cases} \forall x \in]-\infty, b[, F_X(x) > 0 \\ \forall x \in [b, \infty[, F_X(x) = 1 \end{cases}$	$T = b - lb$ avec $F_X(lb) = 0,00135$
4	$\exists \{a, b\} \in \mathbb{R}^2, \begin{cases} \forall x \in]-\infty, a], F_X(x) = 0 \\ \forall x \in]a, b[, 0 < F_X(x) < 1 \\ \forall x \in [b, \infty[, F_X(x) = 1 \end{cases}$	$T = b - a$

Nous définissons la taille d'un intervalle de tolérance selon les particularités de la densité cumulative de probabilité F_X associée à f , dont la définition est donnée à l'éq. (2.2) :

$$\begin{aligned} F_X : \mathbb{R} &\longrightarrow [0, 1] \\ x &\longmapsto \mathbb{P}(x \leq X) = \int_{-\infty}^x f(x) dx \end{aligned} \quad (2.2)$$

Quelle que soit la loi de probabilité définissant la tolérance allouée, celle-ci correspond à un des quatre cas illustrés sur la Figure 17 :

- dans le cas 1, F_X tend vers 0 en $-\infty$ et vers 1 en $+\infty$ sans jamais atteindre ces valeurs ;
- dans le cas 2, F_X est nulle entre $-\infty$ et a et tend vers 1 en $+\infty$ sans jamais l'atteindre ;
- dans le cas 3, F_X tend vers 0 en $-\infty$ et vaut 1 entre b et $+\infty$;
- dans le cas 4, F_X est nulle entre $-\infty$ et a et vaut 1 entre b et $+\infty$.

La taille de l'intervalle de tolérance associé à une loi normale est souvent définie comme six fois l'écart type (6σ) dans la littérature et dans l'industrie. Pour une loi normale centrée en 0, $F_X(-3\sigma)$ et $F_X(3\sigma)$ valent respectivement 0,00135 et 0,99865. Par analogie avec cet usage, nous définissons par convention les bornes inférieures lb et ub telles que $F_X(lb)$ et $F_X(ub)$ valent également respectivement 0,00135 et 0,99865 dans les cas 1, 2 et 3 où F_X présente un comportement asymptotique en $\pm\infty$.

Le Tableau 1 synthétise la définition de la taille de l'intervalle de tolérance T suivant le cas associé à la loi de probabilité associée à l'écart géométrique considéré.

2.3 Modèles élémentaires de relations coût-tolérance

2.3.1 Comportement asymptotique de la relation coût-tolérance

Deux constats amènent en pratique à envisager un comportement asymptotique de la relation coût-tolérance.

Tout d'abord, il n'est pas réaliste d'envisager un intervalle de tolérance de taille infiniment proche de zéro. Les procédés d'obtention des composants présentent généralement une limite physique liée aux dispersions auxquelles ils sont sujets. Au voisinage de cette limite physique, le coût devient très grand, ce qui se traduit par une asymptote verticale.

Par ailleurs, l'augmentation de la taille d'un intervalle de tolérance au-delà d'une certaine valeur ne nécessite plus de mesures particulières pour la mise sous contrôle du processus de fabrication et n'a donc plus d'influence sur le coût. Cela se traduit par une asymptote horizontale au voisinage de $+\infty$.

Nous cherchons dans la suite à proposer des modèles qui permettent de rendre compte de ces comportements asymptotiques de la relation coût-tolérance.

2.3.2 Modèles présents dans la littérature

De nombreux travaux de la littérature proposent de modéliser la relation coût-tolérance par des fonctions mathématiques. Le plus souvent, les fonctions utilisées sont définies de manière paramétrique. CHASE *et al.* [Chase *et al.*, 1990] proposent une revue des fonctions paramétrées utilisées dans la litté-

Tableau 2 – Modèles de relation coût-tolérance (d'après [Chase *et al.*, 1990]).

Nom	Expression	Valeurs particulières des paramètres
Linéaire	$C(T) = a + b \cdot T$	$m = 0, k = 0$ et $b \leq 0$
Inverse	$C(T) = a + \frac{b}{T}$	$m = 0, k = 0$
Inverse au carré	$C(T) = a + \frac{b}{T^k}$	$m = 0, k = 2$
Puissance inverse	$C(T) = a + \frac{b}{T^k}$	$m = 0$
Exponentielle	$C(T) = a + b \cdot e^{-mT}$	$k = 0$
Exponentielle-Puissance inverse	$C(T) = a + \frac{b \cdot e^{-mT}}{T^k}$	aucune

rature entre 1960 et 1990, récapitulés dans le Tableau 2. Ces fonctions sont toutes des cas particuliers de la fonction *Exponentielle-Puissance inverse* dont l'expression complète est donnée par l'éq. (2.3).

$$\begin{aligned}
 C : \mathbb{R}^{+*} &\longrightarrow \mathbb{R} \\
 T &\longmapsto a + \frac{b \cdot e^{-mT}}{T^k}
 \end{aligned} \tag{2.3}$$

Une grande partie des travaux plus récents faisant appel à une relation coût-tolérance définie de manière paramétrique utilisent une des expressions présentée dans le Tableau 2, notamment dans [Sfantsikopoulos, 1990, Lin *et al.*, 1997, Dantan *et al.*, 2008, Wu *et al.*, 2009]. SFANTSIKOPOULOS souligne que l'intérêt majeur de l'utilisation de ces fonctions réside dans le faible nombre de paramètres à identifier.

L'identification peut être réalisée à partir d'une faible quantité de données, ce qui est avantageux étant donnée la difficulté à obtenir ce type de données en grande quantité dans un contexte industriel. Lorsqu'il s'agit d'allouer des tolérances pour une production nouvelle, les données n'existent généralement pas. Dans ce cas, les paramètres d'une relation coût-tolérance réaliste peuvent être définis par un expert par analogie avec des productions antérieures similaires.

Selon SFANTSIKOPOULOS, l'utilisation de fonctions paramétriques fournit généralement une approximation suffisante pour décrire le comportement global de la relation utilisée à des fins d'allocation de tolérances.

Par ailleurs, les fonctions paramétriques du Tableau 2 permettent bien de rendre compte du comportement asymptotique attendu en $+\infty$ mais imposent l'asymptote verticale recherchée en zéro.

Dans le cas où des données empiriques sont disponibles en grande quantité, il arrive que les fonctions décrites dans le Tableau 2 ne permettent pas de représenter correctement les données disponibles. Ce phé-

nomène a notamment été mis en évidence sur des études de cas proposées par DONG *et al.* [Dong *et al.*, 1994]. Pour y remédier, BJØRKE propose d'utiliser une approximation linéaire par morceaux construite d'après les données empiriques disponibles [Bjørke, 1978]. DONG *et al.* utilisent des polynômes d'ordre 3, 4 ou 5 [Dong *et al.*, 1994]. CHEN *et al.* proposent d'utiliser un réseau de neurones pour apprendre la relation coût-tolérance à partir d'un lot de données empiriques [Chen et Liu, 2001]. Ces approches permettent une très bonne corrélation entre les données empiriques utilisées et les modèles identifiés.

Il est difficile de statuer de manière générale sur le comportement asymptotique obtenu à l'aide de réseaux de neurones, qui dépend principalement des données utilisées pour l'entraînement. En revanche, l'utilisation de polynômes ne permet pas de traduire les comportements asymptotiques attendus. Dans le cas de l'approximation linéaire, il est nécessaire de définir formellement le comportement attendu aux asymptotes.

Dans les paragraphes suivants, deux modèles élémentaires de relation coût-tolérance sont proposés. Un modèle paramétrique s'inspire de la fonction exponentielle-puissance inverse. Un paramètre supplémentaire permet de définir la position de l'asymptote verticale à la limite physique de la taille de l'intervalle de tolérance et non pas systématiquement en 0. Un second modèle, inspiré de la définition de BJØRKE permet de traiter le cas où le modèle paramétrique ne permettrait pas une corrélation suffisante entre des données empiriques nombreuses et la relation identifiée.

2.3.3 Modèles proposés

La fonction exponentielle-puissance inverse définie par l'éq. (2.3) permet une expression générique de tous les modèles de relation coût-tolérance présentés dans le Tableau 2. Un modèle plus général peut cependant être proposé en n'imposant pas la position de l'asymptote verticale marquant la borne inférieure du domaine de définition de la fonction.

En supposant l'existence d'une limite physique T_{lim} sur la taille d'un intervalle de tolérance, le domaine de définition de la relation coût-tolérance peut être réduit à l'intervalle $]T_{lim}, +\infty[$. La fonction C_d est définie sur cet intervalle et présente les mêmes caractéristiques que la fonction exponentielle-puissance qui en est un cas particulier, si $T_{lim} = 0$.

$$\begin{aligned} C_d :]T_{lim}, +\infty[&\longrightarrow \mathbb{R} \\ T &\longmapsto a + \frac{b \cdot e^{-m(T-T_{lim})}}{(T - T_{lim})^k} \end{aligned} \quad (2.4)$$

L'ajout du paramètre T_{lim} ne rend pas l'identification des paramètres plus complexe. Sa valeur, ou une approximation raisonnable est généralement connue par expérience.

Le paramètre a est un décalage. Comme l'objectif final de la modélisation de la relation coût-tolérance est de comparer plusieurs avant-projets de gamme entre eux et non pas de chiffrer un avant-projet de gamme d'assemblage de manière absolue, la valeur de a n'a pas d'impact sur le résultat de la comparaison. Les équipes d'AIRBUS utilisent la convention suivante : a est fixé de manière à ce que le coût associé à un intervalle de tolérance de taille T_0 déclarée *typique* pour un écart géométrique donné soit égal à 0. L'allocation d'un intervalle de tolérance plus large conduira à une valeur du coût négative

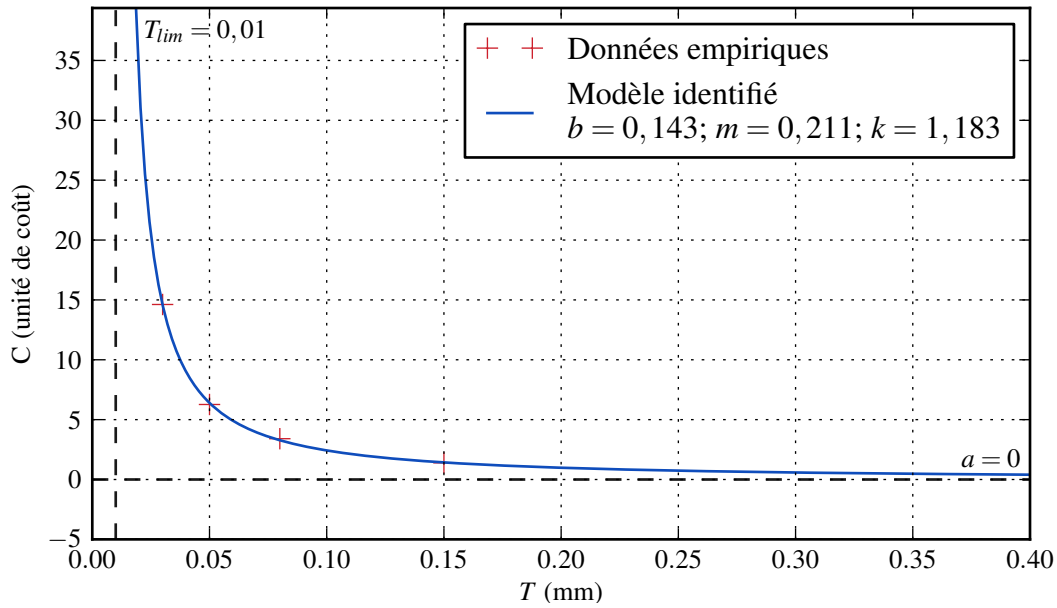


Figure 18 – Identification des paramètres de la relation coût-tolérance à partir de données empiriques.

qui exprime pour le fabricant un gain par rapport à une solution typique. À l'inverse, un rétrécissement de l'intervalle de tolérance alloué sera accompagné d'un surcoût par rapport à une solution typique. Le paramètre a peut également être fixé à 0, ce qui traduit un surcoût nul lorsque la taille de l'intervalle de tolérance alloué tend vers l'infini.

L'identification des trois paramètres restants – b , m et k – peut s'avérer plus complexe. Dans le cas où au moins trois couples (T_i, C_i) sont connus, les paramètres b , m et k peuvent être identifiés à partir de ces données, comme sur l'exemple de la Figure 18. Sur cette figure, l'unité du coût n'est pas précisée mais dépend des pratiques de l'entreprise. L'essentiel est d'utiliser une unité cohérente pour toute l'étude. La connaissance de ces couples (T_i, C_i) peut provenir d'un retour d'expérience lorsque les composants sont fabriqués au sein de l'entreprise ou résulter de dialogues avec les fournisseurs.

Dans les faits, l'entreprise ne dispose pas nécessairement des données sous la forme de couples de points. Le recours à une recherche empirique des valeurs des paramètres b , m et k par un expert peut permettre d'y remédier.

L'expert peut définir une valeur T_{max} correspondant à la taille d'un intervalle de tolérance réalisable sans prendre de précautions particulières lors de la fabrication du composant. La pente de la courbe coût-tolérance devient négligeable au-delà de cette valeur T_{max} . Le coût associé C_{max} peut généralement être évalué ou fixé à 0.

La pente de la courbe coût-tolérance autour de T_0 peut également être connue approximativement.

La connaissance de la pente en T_0 , de C_{max} et de T_{max} permet à un expert d'identifier de manière itérative une approximation raisonnable de la relation coût-tolérance.

La Figure 19 illustre les informations nécessaires à cette identification.

Dans le cas où un nombre plus important de couples (T_i, C_i) sont connus, la forme du modèle para-

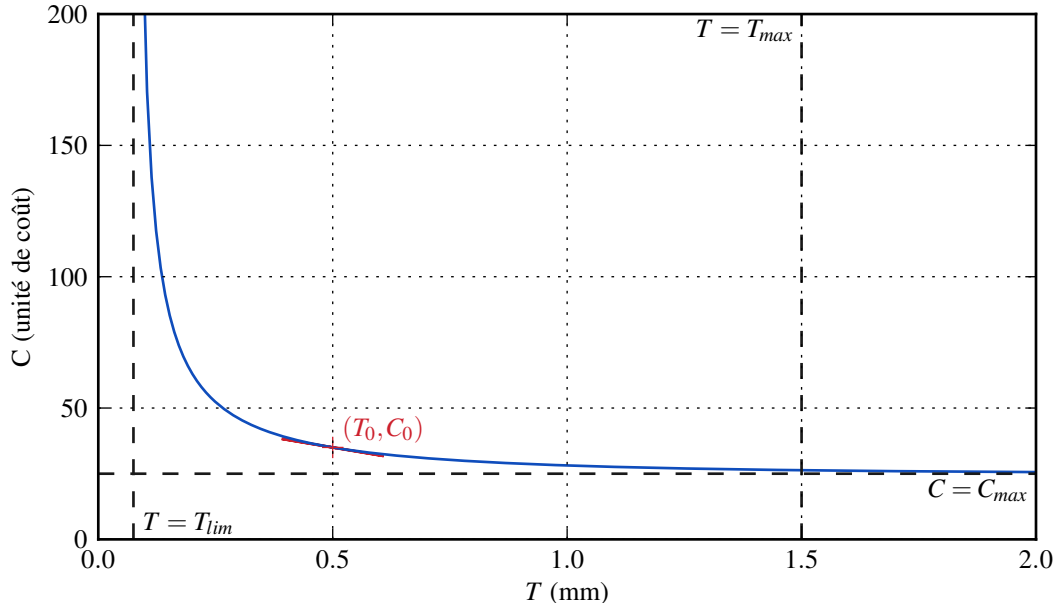


Figure 19 – Illustration des informations utilisées pour identifier les paramètres de la relation coût-tolérance.

métrique peut être mal adaptée aux données connues et conduire à un résidu d'identification important comme sur l'exemple de la Figure 20. BJØRKE propose d'utiliser une approximation linéaire par morceaux construite sur les données empiriques [Bjørke, 1978]. En considérant un ensemble de n couples $\{(T_1, C_1), \dots, (T_n, C_n)\}$ et en supposant les T_i ordonnés de manière croissante, l'éq. (2.5) définit le modèle élémentaire de relation coût-tolérance.

$$C_e :]T_{lim}, +\infty[\longrightarrow \mathbb{R}$$

$$T \longmapsto \begin{cases} +\infty & \text{si } T < T_1 \\ C_i + \frac{T - T_i}{T_{i+1} - T_i} \cdot (C_{i+1} - C_i) & \text{si } T_i \leq T < T_{i+1} \\ C_n & \text{si } T \geq T_n \end{cases} \quad (2.5)$$

L'utilisation de ce modèle requiert un échantillonnage suffisamment fin du domaine $[T_1, T_n]$ pour limiter les erreurs d'interpolation.

Le modèle présente bien le caractère asymptotique attendu lorsque la taille de l'intervalle de tolérance devient grande. En revanche, C_e prend une valeur infinie sur l'intervalle $]T_{lim}, T_1[$. L'allocation d'un intervalle de tolérance dont la taille appartient à cet intervalle ne sera donc pas possible. La valeur de T_{lim} sera alors assimilée à T_1 . D'autres méthodes de construction de la courbe par des techniques géométriques comme les courbes de BÉZIER, les B-spline ou les NURBS permettent de contourner cette difficulté, mais il est alors difficile d'obtenir une expression explicite de la relation $C = f(T)$.

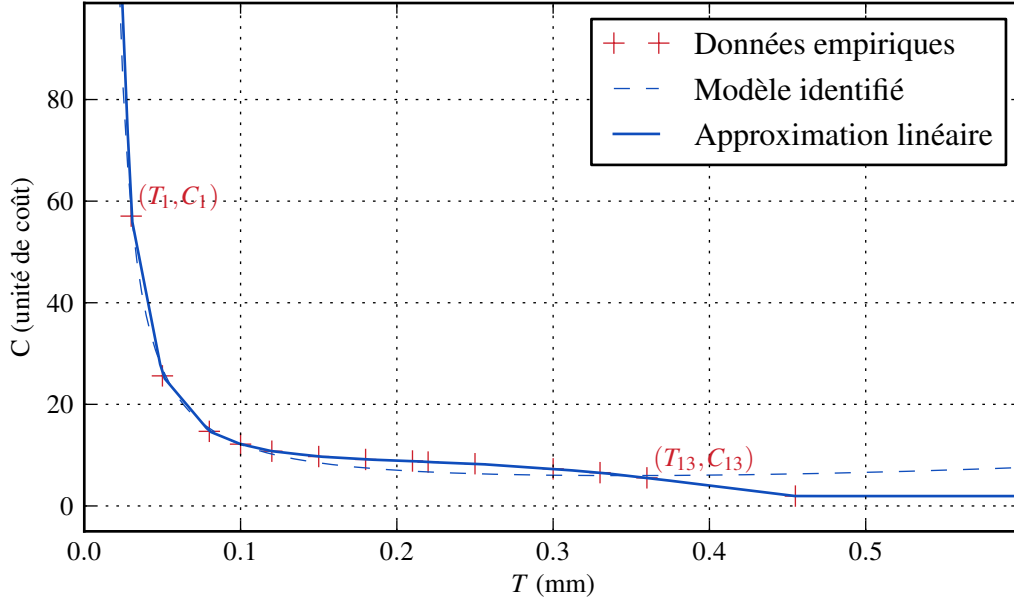


Figure 20 – Modèle élémentaire empirique de relation coût-tolérance construit par approximation linéaire par morceaux.

2.3.4 Synthèse

Dans un contexte industriel, les données nécessaires pour la construction d'un modèle de relation coût-tolérance ne sont pas toujours disponibles et sont souvent du ressort de la connaissance d'un expert. Il est difficile d'établir une règle de choix du modèle le plus approprié et la modélisation doit généralement être réalisée au cas par cas.

Nous proposons de recourir à deux modèles, paramétrique et empirique, qui permettent une approche générique.

Le modèle paramétrique proposé permet d'exprimer la relation coût-tolérance sous forme d'une fonction C_d continue et dérivable. Les paramètres du modèle peuvent être identifiés à partir d'une quantité réduite d'informations.

Cependant, le modèle paramétrique n'est pas adapté à tous les cas, notamment lorsque l'identification des paramètres à partir de couples (T_i, C_i) connus conduit à un résidu important entre le modèle identifié et les données. Dans ce cas, le recours au modèle empirique, plus versatile, permet d'apporter une solution à cette mauvaise corrélation et d'aborder les cas où le modèle paramétrique n'est pas adapté.

2.4 Indicateur de coût associé à l'allocation des tolérances

Soit un avant-projet de gamme d'assemblage pour lequel des tolérances sont allouées à N_g écarts géométriques des composants. Les définitions du Tableau 1 permettent de déterminer un ensemble $\{T_k\}_{k \in \{1, \dots, N_g\}}$ représentant la taille de ces intervalles de tolérance.

Supposons également connu un ensemble $\{C_k\}_{k \in \{1, \dots, N_g\}}$ de relations coût-tolérance associées aux N_g écarts géométriques considérés. Le domaine de définition de la fonction C_k est noté $]T_{lim,k}, +\infty[$.

L'indicateur de coût associé à l'allocation des tolérances pour l'avant-projet de gamme d'assemblage

considéré est défini comme la somme du coût des tolérances allouées pour chaque écart géométrique, comme le définit l'éq. (2.6) :

$$C_g : \prod_{k=1}^{N_g}]T_{lim,k}, +\infty[\longrightarrow \mathbb{R} \quad (2.6)$$

$$\{T_k\}_{k \in \{1, \dots, N_g\}} \longmapsto \sum_{k=1}^{N_g} C_k(T_k)$$

La construction d'un indicateur global à partir des coûts élémentaires associés à l'allocation de chaque tolérance considérés indépendants est largement utilisée dans la littérature [Chase *et al.*, 1990, Lin *et al.*, 1997, Dantan *et al.*, 2008, Wu *et al.*, 2009].

2.5 Synthèse

La solution proposée pour évaluer le coût associé aux tolérances allouées dans un avant-projet de gamme d'assemblage consiste à utiliser une cascade de modèles simples et génériques. L'indicateur de coût proposé est obtenu par la somme des coûts élémentaires associés à chaque tolérance allouée (eq. (2.6)).

Ces coûts élémentaires sont évalués à l'aide de modèles simples, paramétriques (eq. (2.4)) ou empiriques (eq. (2.5)).

Au cours de l'élaboration de la gamme d'assemblage d'un produit, il n'y a souvent que peu d'informations disponibles sur les relations entre les tolérances allouées et les coûts engendrés. Les modèles proposés, adaptés de la littérature, permettent de s'adapter à cette contrainte. Dans le cas où peu de données sont disponibles, les paramètres du modèle paramétrique peuvent être identifiés par des méthodes mathématiques ou heuristiques. Si les données sont disponibles en plus grand nombre et que le modèle paramétrique ne permet pas de représenter ces données de manière appropriée, le modèle empirique proposé offre une alternative efficace.

3 Coût associé aux activités d'assemblage

3.1 Introduction

Les approches mises en place dans la littérature pour évaluer le coût des opérations d'assemblage d'un produit peuvent être classées en trois familles [Cavalieri *et al.*, 2004, Evans *et al.*, 2007] : par analogie, paramétrique ou analytique.

Les approches par analogie utilisent les connaissances et le retour d'expérience sur des produits similaires pour évaluer le coût lié à l'assemblage. Elles nécessitent donc peu d'informations détaillées sur le produit et sur son processus d'assemblage. Le résultat obtenu est un ordre de grandeur du coût. Ce type de méthode présente un intérêt lors des études de marché pour un nouveau produit ou pour répondre à un appel d'offre par exemple. Elles sont applicables très en amont au cours du cycle de conception du

produit [Castagne *et al.*, 2005, Castagne *et al.*, 2008] mais ne permettent pas de comparer deux avant-projets de gamme d'assemblage pour un même produit.

Les approches paramétriques se basent sur un certain nombre de critères jugés dimensionnant : le nombre de composants, le nombre de liaisons à réaliser, etc. Ces approches sont particulièrement pertinentes pour réaliser des choix au cours de la conception d'un produit, car elles ne nécessitent pas de description très détaillée du produit ni de son processus d'assemblage. Elles constituent une des bases des méthodes de *Design For Manufacturing and Assembly* (DFMA) introduites par BOOTHROYD et DEWHURST [Boothroyd et Dewhurst, 1988]. Des travaux plus récents [Shehab et Abdalla, 2002, Tammineni *et al.*, 2007] élargissent le champ des paramètres utilisés à la représentation des processus de fabrication et d'assemblage, mais les modèles proposés restent principalement destinés aux choix de solutions très tôt dans le cycle de conception du produit sans permettre de comparer finement deux avant-projets de gamme d'assemblage pour un même produit.

Les méthodes analytiques se basent sur une description détaillée du processus d'assemblage pour évaluer le coût de chaque opération. L'expression *Activity-Based Cost modelling* (ABC) est parfois rencontrée dans la littérature. Ce type de méthode nécessite une grande quantité d'informations sur les activités d'assemblage. Ces informations ne sont pas nécessairement disponibles directement, notamment lorsqu'il s'agit d'évaluer des avant-projets de gamme d'assemblage utilisant des techniques qui n'ont pas encore été appliquées dans un contexte industriel. Cependant, cette famille de méthodes est celle qui permet de comparer le plus finement le coût associé aux opérations d'assemblage en fonction des techniques sélectionnées dans l'avant-projet de gamme d'assemblage.

Le paragraphe suivant présente le modèle élémentaire analytique que nous proposons pour évaluer les coûts récurrents de l'ensemble des opérations d'un avant-projet de gamme d'assemblage. Ce modèle est inspiré des pratiques d'AIRBUS. Le paragraphe 3.3 présente un modèle permettant de représenter les coûts non-récurrents associés à un avant-projet de gamme d'assemblage. Sur la base de ces modèles élémentaires, un indicateur de coût associé aux activités d'assemblage est proposé au paragraphe 3.4. L'évaluation de cet indicateur nécessite de réaliser l'inventaire des opérations d'assemblage qui dépend des techniques sélectionnées dans l'avant-projet de gamme. Une méthode originale présentée au paragraphe 3.5 a été développée pour réaliser cet inventaire.

3.2 Modèle pour le coût récurrent associé aux activités d'assemblage

La réalisation de cette opération nécessite des ressources consommables dont le coût est noté Cf_{op} . Ce coût peut représenter l'usure d'un foret pour une opération de perçage ou le solvant nécessaire pour une opération de nettoyage par exemple.

La réalisation de l'opération nécessite également un ensemble de ressources non-consommables $\{r_j\}_{j \in \{1, \dots, R_{op}\}}$ utilisées pendant la durée de l'opération notée t_{op} . Une quantité m_j de chaque ressource r_j est utilisée. Ces ressources peuvent être des opérateurs, des outils tels que des unités de perçage automatisées ou des robots par exemple. Le taux horaire de la ressource r_j est noté Th_{r_j} .

3. Coût associé aux activités d'assemblage

Le coût de l'opération, noté C_{op} , correspond à la somme du coût des ressources consommables et du coût d'utilisation des ressources non-consommables, comme le définit l'éq. (2.7).

$$C_{op} = Cf_{op} + t_{op} \cdot \sum_{j=1}^{R_{op}} m_j \cdot Th_{r_j} \quad (2.7)$$

Considérons un ensemble de techniques d'assemblage dans laquelle N_{op} opérations sont décrites. Notons R le nombre de ressources non-consommables utilisées par l'ensemble des opérations. La quantité de la ressource j utilisée pour l'opération i est notée $m_{i,j}$. Avec ces notations, l'éq. (2.8) définit le vecteur de coût des opérations C_{op} associé à l'ensemble des techniques d'assemblage considéré.

$$C_{op} = \begin{bmatrix} Cf_{op,1} \\ \vdots \\ Cf_{op,N_{op}} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} t_{op,1} & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & t_{op,N_{op}} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} m_{1,1} & \cdots & m_{1,R} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ m_{N_{op},1} & \cdots & m_{N_{op},R} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} Th_{r_1} \\ \vdots \\ Th_{r_R} \end{bmatrix} \quad (2.8)$$

L'éq. (2.9) est équivalente à l'éq.(2.8), écrite avec une notation plus compacte.

$$C_{op} = Cf + \text{diag}(t_{op}) \cdot M \cdot Th \quad (2.9)$$

Le coût récurrent des opérations d'un avant-projet de gamme d'assemblage, noté C_r , est égal à la somme du coût de chaque opération $C_{op,i}$ multiplié par le nombre d'occurrences q_i de cette opération au cours de l'avant-projet de gamme. Cette définition est résumée par l'éq. (2.10).

$$C_r = C_{op}^T \cdot \begin{bmatrix} q_1 \\ \vdots \\ q_{N_{op}} \end{bmatrix} = C_{op}^T \cdot q \quad (2.10)$$

Le nombre d'occurrences de chaque opération regroupé dans le vecteur q peut être évalué à partir des techniques d'assemblage sélectionnées dans l'avant-projet de gamme d'assemblage. Une démarche pour y parvenir est proposée au paragraphe 3.5.

Ce modèle peut être appliqué de différentes manières dans la pratique. Par exemple, les coûts de maintenance des ressources non-consommables peuvent être intégrés dans le taux horaire de la ressource ou dans les coûts fixes associés aux opérations effectuées. Le résultat final ne dépend pas de la solution choisie tant que les données associées aux opérations des techniques d'assemblage sont renseignées de manière cohérente et conduisent au même vecteur C_{op} .

Le modèle proposé n'intègre pas le fait que certaines ressources non-consommables coûtent de l'argent qu'elles soient utilisées ou non, comme dans le cas des opérateurs par exemple. De ce fait, une opération d'attente, dans l'hypothèse où elle n'utiliserait aucune ressource, n'aurait pas d'impact sur le coût calculé alors qu'elle peut en réalité immobiliser un certain nombre d'opérateurs. Le taux horaire des ressources peut alors être corrigé en tenant compte de leurs taux d'activité réels. Cependant, les taux

d'activité des ressources dépendent également de l'organisation du système de production et notamment du balancement des postes d'assemblage. Ils sont donc difficilement évaluable compte tenu du domaine considéré dans nos travaux.

3.3 Modèle pour le coût non-récurrent associé aux activités d'assemblage

Le coût non-récurrent associé aux activités d'assemblage correspond à la somme du coût d'acquisition de l'ensemble des ressources non-consommables nécessaires pour l'assemblage. En notant $C_{a,j}$ le coût d'acquisition de la ressource r_j et $q_{r,j}$ la quantité de cette ressource nécessaire pour l'assemblage du produit, l'indicateur C_{nr} proposé pour représenter le coût non-récurrent associé aux activités d'assemblage est défini à l'éq. (2.11).

$$C_{nr} = \sum_{j=1}^R C_{a,j} \cdot q_{r,j} = \begin{bmatrix} C_{a,1} & \cdots & C_{a,R} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} q_{r,1} \\ \vdots \\ q_{r,R} \end{bmatrix} = \mathbf{C}_a^T \cdot \mathbf{q}_r \quad (2.11)$$

De la même manière qu'au paragraphe précédent, $\mathbf{C}_a$ peut être construit en tenant compte de toutes les ressources mentionnées dans l'ensemble de techniques d'assemblage considéré. L'évaluation du coût non-récurrent associé aux activités d'assemblage d'un avant-projet de gamme est réduite à l'évaluation du vecteur de quantités des ressources non-consommables $\mathbf{q}_r$.

L'évaluation fine du vecteur de quantités des ressources $\mathbf{q}_r$, communément appelé *dimensionnement des ressources* dans le domaine de la recherche opérationnelle, est un sujet à part entière qui est du ressort de l'organisation du système de production. La solution simple retenue dans nos travaux consiste à considérer le dimensionnement au minimum des ressources nécessaires : pour que l'assemblage puisse être réalisé, il faut disposer d'une quantité de la ressource j égale à la quantité nécessaire pour l'opération qui en requiert le plus. Cette définition est équivalente à la proposition de l'éq. (2.12).

$$\forall j \in \{1, \dots, R\}, q_{r,j} = \max_{\substack{i \in \{1, \dots, N_{op}\} \\ q_i \neq 0}} m_{i,j} \quad (2.12)$$

L'indicateur C_{nr} proposé ne permet pas de représenter simplement le caractère réutilisable ou existant de certaines ressources. Il n'est pas aberrant d'envisager que la sélection de techniques d'assemblage puisse être guidée par l'existence d'une ressource particulière au sein l'entreprise qui pourra être réutilisée pour l'assemblage du produit, réduisant d'autant le coût non-récurrent. La mise en place de cellules d'assemblage flexibles [Zhang et al., 2005] – c'est-à-dire qui permettent d'assembler différents produits – a également un impact difficile à représenter avec le modèle de coût non-récurrent proposé.

3.4 Indicateur de coût associé aux activités d'assemblage

L'étude des pratiques industrielles montre que les coûts récurrents et les coûts non-récurrents sont généralement traités comme deux indicateurs distincts. Ce point de vue pourrait être utilisé dans nos

travaux en considérant les coûts récurrents et les coûts non-récurrents comme deux objectifs distincts et en traitant un problème d'optimisation à trois objectifs.

Cependant, le parti est pris dans nos travaux de n'utiliser qu'un seul indicateur de coût intégrant le coût associé à l'allocation des tolérances et le coût associé aux activités d'assemblage. L'indicateur proposé pour représenter le coût associé aux activités d'assemblage intègre à la fois le coût récurrent et le coût non-récurrent d'un avant-projet de gamme d'assemblage, afin de fournir un point de vue global. La difficulté est reportée sur la définition des données d'entrée afin que les différents termes combinés pour former l'indicateur de coût soient homogènes.

En considérant que l'investissement réalisé pour financer le coût non-récurrent sera amorti après l'assemblage de N_p produits, l'indicateur de coût associé aux activités d'assemblage C_t est défini comme la somme du coût récurrent C_r et du coût non-récurrent C_{nr} rapporté à un produit, comme le définit l'éq. (2.13).

$$C_t = C_r + \frac{1}{N_p} \cdot C_{nr} = \mathbf{C}_{op}^T \cdot \mathbf{q} + \frac{1}{N_p} \cdot \mathbf{C}_a^T \cdot \mathbf{q}_r \quad (2.13)$$

$\mathbf{C}_{op}$ et $\mathbf{C}_a$ sont des constantes dépendantes de l'ensemble des techniques d'assemblage considérées dans l'étude. N_p est un paramètre qui peut être fixé en fonction des objectifs commerciaux du produit à assembler par exemple. Fixer $N_p = +\infty$ permet de ne pas intégrer le coût non-récurrent à l'indicateur de coût associé aux activités d'assemblage.

Les vecteurs $\mathbf{q}$ et $\mathbf{q}_r$, représentant respectivement le nombre d'occurrences de chaque opération et la quantité de chaque ressource nécessaire, dépendent des techniques sélectionnées dans l'avant-projet de gamme d'assemblage. Une méthode d'évaluation de $\mathbf{q}_r$ en fonction de $\mathbf{q}$ a été proposée au paragraphe 3.3. Le paragraphe suivant présente les méthodes proposées pour l'évaluation de $\mathbf{q}$ en fonction des techniques sélectionnées dans l'avant-projet de gamme d'assemblage.

3.5 Inventaire des opérations d'assemblage

3.5.1 Introduction

L'objectif de ce paragraphe est de présenter la méthode développée pour évaluer le nombre d'occurrences de chaque opération d'assemblage $\mathbf{q}$ en fonction des techniques d'assemblage sélectionnées pour réaliser les liaisons.

La Figure 21 représente un exemple d'assemblage de deux tôles par rivetage. Deux liaisons sont réalisées : une liaison L1 de type planaire panneau contre panneau avec mastic d'interposition et une liaison L2 de type pivot réalisée par la pose d'un rivet. Le Tableau 3 présente les techniques employées et la liste des opérations pour chaque technique.

Les deux variantes présentées diffèrent par le choix de la technique pour la réalisation de L2 : contre-perçage « *One Way Assembly* » (OWA), contre-perçage classique.

Les deux techniques de mise en position dos à dos OWA et classique sont deux variantes de la technique de mise en position générique décrite dans le Tableau 4. La variante OWA ne nécessite pas d'éclatement alors que la variante classique nécessite un éclatement et deux accostages. Ces deux variantes

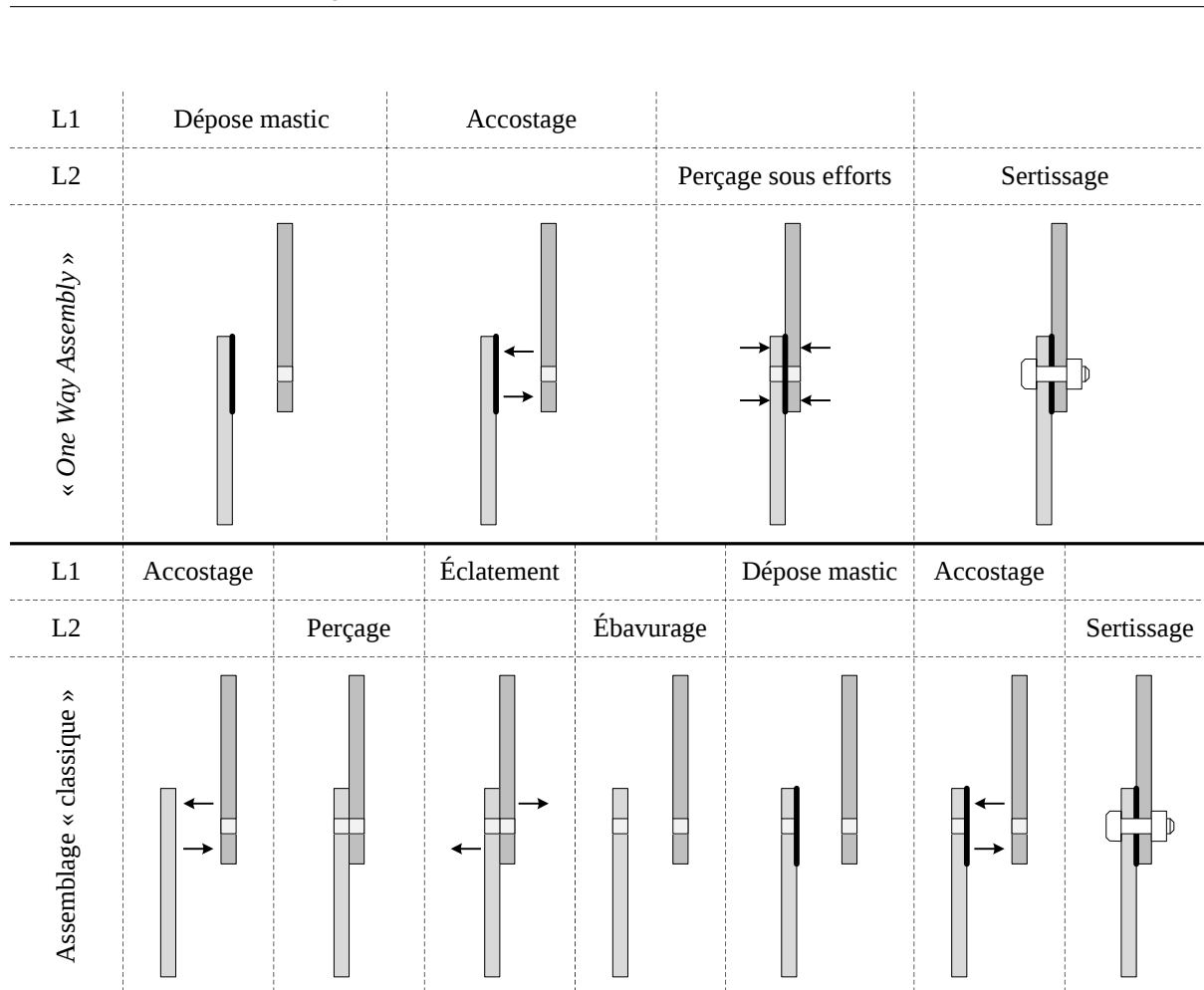


Figure 21 – Assemblage riveté « One way assembly » et « classique » (d'après source AIRBUS).

Tableau 3 – Techniques pour la réalisation d'assemblage riveté « Classique » et « One way assembly » (Figure 21).

	Liaisons	Techniques	Opérations
« One Way Assembly »	L2	Contre-perçage OWA	Perçage sous efforts Sertissage
	L1	Mise en position dos à dos OWA	Dépose de mastic Accostage
Assemblage « classique »	L2	Contre-perçage classique	Perçage Ébavurage à l'inter-tôle Sertissage
	L1	Mise en position dos-à-dos (classique)	Accostage Éclatement Dépose de mastic Accostage

Tableau 4 – Technique générique pour réaliser la liaison plane L1 de la Figure 21.

Liaison	Technique	Opérations
L1	Mise en position dos-à-dos (générique)	Accostage
		Éclatement
		Dépose de mastic

existent à cause de l'interaction entre la réalisation des différentes liaisons du produit : le contre-perçage classique nécessite que la liaison soit éclatée pour réaliser l'ébavurage à l'inter-tôle.

De manière générale, certaines opérations ne peuvent être réalisées que sous certaines conditions : composants impliqués présents dans l'assemblage ; liaison impliquée dans un état particulier, comme pour l'ébavurage ou la dépose de mastic ; certaines autres opérations terminées, comme le sertissage qui n'est autorisé qu'une fois le trou percé ; etc.

Dans le cas où toutes les variantes d'une technique sont décrites, comme la mise en position dos à dos classique et OWA dans l'exemple du Tableau 3, le nombre d'occurrences des opérations d'assemblage est évalué directement en fonction des techniques d'assemblage sélectionnées dans l'avant-projet de gamme : chaque opération est réalisée une fois. Mais cette solution nécessite d'une part de dupliquer des données identiques pour plusieurs variantes de la même techniques, et impose d'autre part à définir des contraintes dans le choix des techniques. Pour le cas de la Figure 21, le choix du contre-perçage classique pour L2 implique le choix de la mise en position dos-à-dos classique pour L1 par exemple.

Afin de limiter les données à renseigner pour constituer une liste exhaustive des techniques d'assemblage incluant toutes les variantes et d'éviter d'avoir à gérer des contraintes sur le choix des techniques, nous proposons de ne définir que des techniques génériques comme la mise en position dos à dos générique du Tableau 4. Cette approche présente l'avantage d'être plus générale, mais l'exemple présenté à la Figure 21 montre que l'évaluation du nombre d'occurrences des opérations d'assemblage n'est plus directe, car certaines opérations peuvent être répétées plusieurs fois ou n'être jamais réalisées.

Pour parvenir à compter le nombre d'occurrences de chaque opération, il est nécessaire de mettre en place un modèle qui permette de rendre compte des événements qui modifient l'état du produit au cours de l'assemblage.

3.5.2 Modèle de l'évolution du produit au cours de l'assemblage

Nous proposons de modéliser l'évolution du produit au cours de l'assemblage par un réseau de PETRI. Quelques notions de base sur les réseaux de PETRI sont définies dans l'annexe A. Dans le domaine de l'élaboration de gammes d'assemblage, les réseaux de PETRI ont été utilisés principalement pour l'optimisation de la séquence d'assemblage [Cecil *et al.*, 1992, Cao et Sanderson, 1994, Yee et Ventura, 1999] et pour l'organisation du système d'assemblage [Zhang *et al.*, 2005, Gusikhin et Klampfl, 2010, Weigert *et al.*, 2011].

KIRITSIS *et al.* [Kiritsis *et al.*, 1999] proposent d'utiliser des réseaux de PETRI pour minimiser le coût associé à la gamme d'usinage d'une pièce mécanique. Ils utilisent un premier réseau de PETRI pour

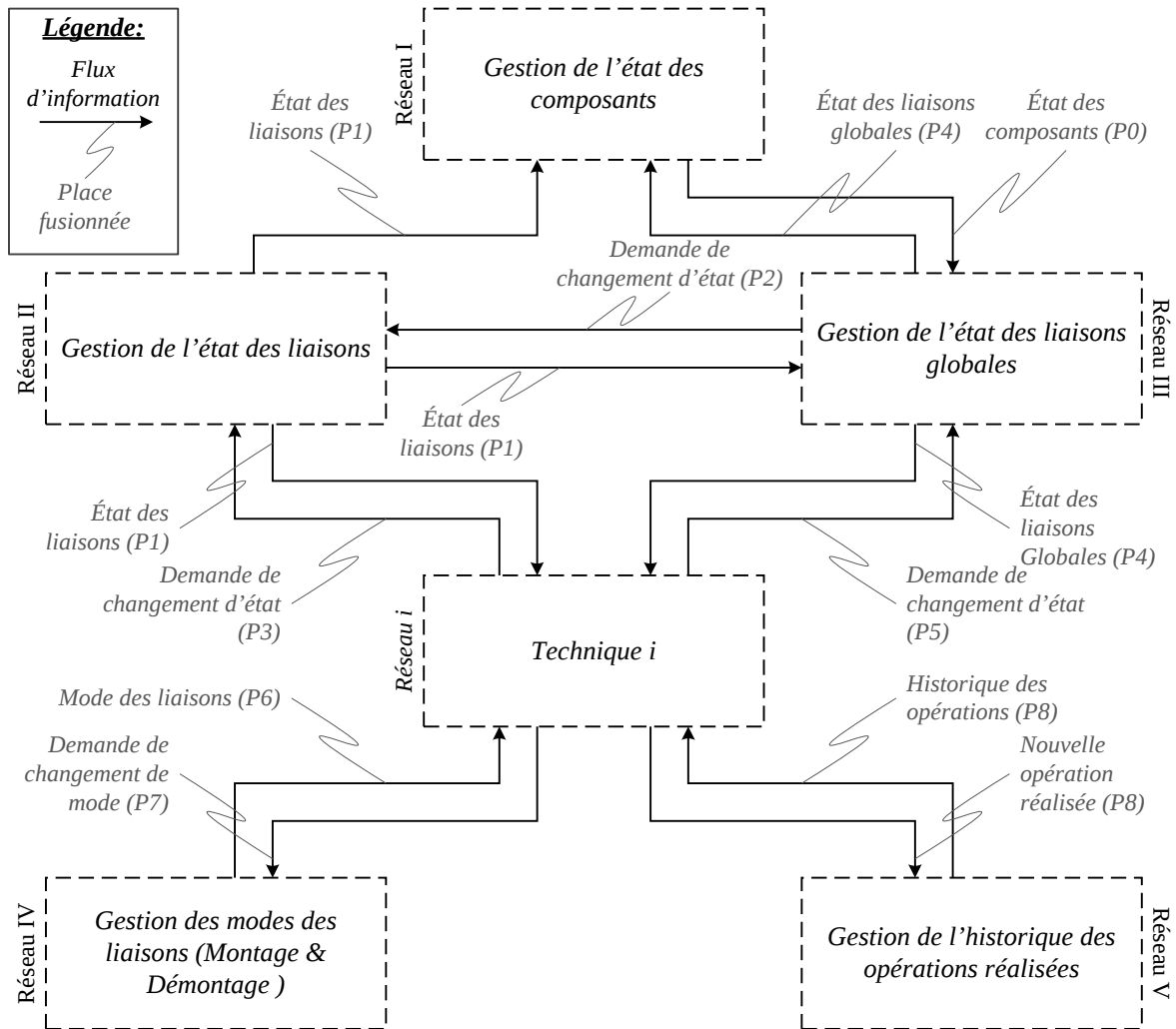


Figure 22 – Relations entre réseaux de PETRI élémentaires modélisant l'assemblage d'un produit.

décrire les contraintes existantes entre les opérations d'usinage. Ce premier réseau permet de générer des gammes d'usinage faisables. Un second réseau est utilisé pour décrire l'évolution du coût lors de l'exécution de chaque opération en fonction des ressources utilisées. La combinaison de ces deux réseaux permet de construire un modèle représentant simultanément l'évolution de l'état de la pièce en cours d'usinage et l'évolution de son coût.

Dans un autre domaine, MEUNIER [Meunier, 2006] a utilisé la composition de réseaux de PETRI représentant le comportement de composants pour évaluer la performance de différentes architectures pour un même système. Des réseaux de PETRI modélisant différents composants élémentaires du système sont construits et un modèle du système est généré automatiquement par assemblage des réseaux élémentaires des composants utilisés dans l'architecture à évaluer. Ces travaux illustrent la capacité d'assemblage de réseaux de PETRI élémentaires dans le but de construire des modèles de systèmes complexes.

Dans les paragraphes qui suivent, le modèle développé dans nos travaux est présenté. Nous transposons l'approche utilisée par KIRITSIS *et al.* pour obtenir en enchaînement cohérent d'opérations d'usinages à l'enchaînement des opérations d'assemblage d'une structure aéronautique. Nous définissons pour cela trois réseaux utilisés pour décrire l'évolution de l'état des composants, des liaisons et des liaisons globales. Ces réseaux, respectivement appelés *Réseau I*, *Réseau II* et *Réseau III*, sont décrits aux paragraphes 3.5.3, 3.5.4 et 3.5.5.

L'approche utilisée par MEUNIER a inspiré la structure modulaire proposée, illustrée sur la Figure 22. Chaque technique d'assemblage est modélisée par un réseau de PETRI dont la structure générique est décrite au paragraphe 3.5.6. Un modèle de l'avant-projet de gamme d'assemblage est construit en composant les réseaux de PETRI élémentaires par fusion de place. Des places dites *fusionnées* permettent aux réseaux élémentaires d'échanger des informations. Les échanges d'informations entre réseaux sont représentés sur la Figure 22.

Le paragraphe 3.5.7 décrit un système de priorités dans le franchissement des transitions qui est mis en place pour assurer une évolution cohérente du modèle.

Les techniques d'assemblage sélectionnées sont exprimées par le marquage initial des réseaux représentant les techniques (*réseaux i*). Le nombre d'occurrences de chaque opération est donné par le marquage final du *réseau V* représentant l'historique des opérations réalisées au cours de l'assemblage.

3.5.3 Modélisation de l'état des composants

Une opération d'assemblage, c'est-à-dire une opération participant à la réalisation d'une liaison, ne peut être réalisée que si les composants impliqués dans la liaison considérée sont présents.

Ce constat amène à définir deux états pour les composants : *présent* et *absent*.

Le réseau de PETRI de la Figure 23, appelé réseau I, représente l'évolution de l'état des composants au cours de l'assemblage. À l'état initial, c'est-à-dire au début de l'assemblage, aucun composant n'est présent. La place P0 possède alors un jeton de couleur (*nom du composant, absent*) pour chaque composant. Les transitions représentent l'introduction ou le retrait d'un composant. L'ordre de ces transitions est déduit de la séquence d'assemblage. Le franchissement d'une transition se traduit par le changement d'état du ou des composants associés.

Finalement, le produit ne peut être livré que lorsque l'ensemble des liaisons et des liaisons globales sont dans leur état final.

3.5.4 Modélisation de l'état des liaisons : cycle de vie d'une liaison

Avant le début de l'assemblage d'un produit, aucune contrainte de situation entre les composants n'est imposée. Toutes les liaisons sont dans un état *non-assemblé*. L'assemblage du produit consiste à réaliser un ensemble d'opérations afin que l'ensemble des liaisons de ce produit atteigne l'état assemblé et que l'ensemble des liaisons temporaires soit à l'état non-assemblé.

Au cours de l'assemblage, l'état des liaisons évolue. L'étude de cas rencontrés dans les ateliers d'assemblage aéronautique nous a permis d'identifier le *cycle de vie d'une liaison* comportant un certain

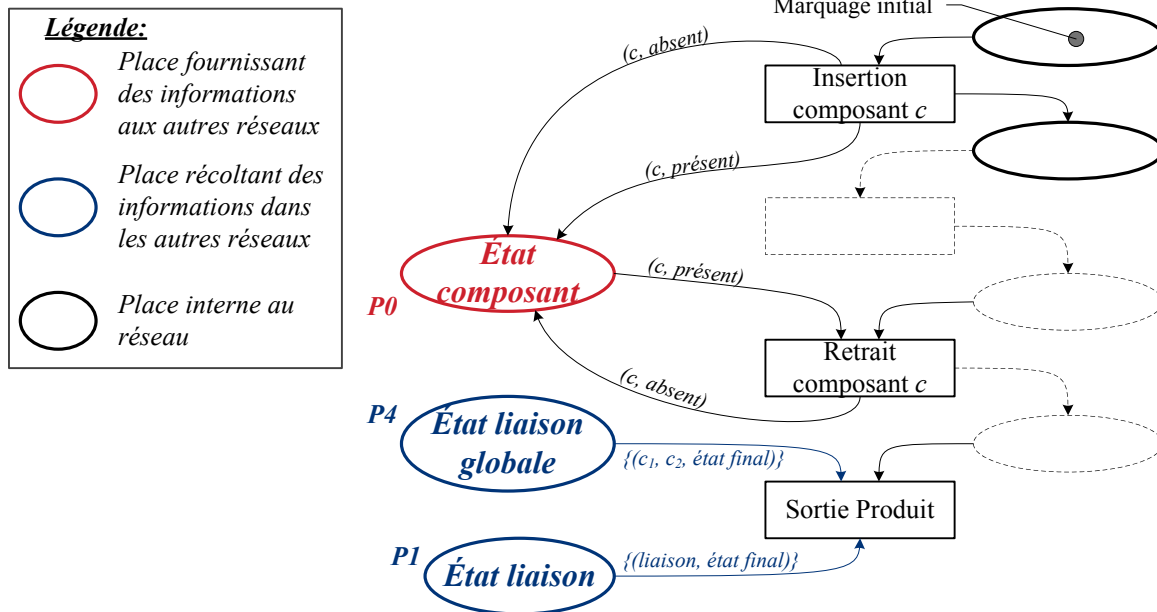


Figure 23 – RdPc I modélisant l'évolution de l'état des composants.

nombre d'états possibles pour une liaison ainsi que les transitions existantes entre ces états.

Les états possibles sont les suivants :

- lorsque les relations sur la situation des interfaces impliquées dans la liaison ne sont pas vérifiées, l'état est appelé état *éclaté* ;
- lorsque les relations sur la situation entre les interfaces impliquées dans la liaison sont vérifiées, mais qu'aucun élément physique ne les impose directement sur ces interfaces, l'état correspondant est appelé état *accosté* ;
- lorsque les relations sur la situation entre les interfaces de la liaison sont vérifiées et qu'elles sont imposées directement sur ces surfaces de manière temporaire, l'état correspondant est appelé état *bridé* ;
- lorsque les relations sur la situation entre les interfaces de la liaison sont vérifiées et qu'elles sont imposées définitivement l'état correspondant est appelé état *assemblé*.

La Figure 24 illustre ces quatre états sur l'exemple d'une liaison de type pivot. Le Tableau 5 récapitule la définition des états possibles d'une liaison. Un cinquième état, appelé *inexistant*, peut également être considéré pour décrire le cas où au moins un des deux composants impliqués dans la liaison n'est pas présent sur le poste d'assemblage. L'état *inexistant* est l'initial de toutes les liaisons au début de l'assemblage.

Le changement d'état d'une liaison se produit au cours d'un événement déclenché par une opération. Nous avons recensé huit événements qui produisent un changement d'état conduisant au cycle de vie d'une liaison, modélisé par le réseau de PETRI (RdP) de la Figure 25. Les places du réseau traduisent le postulat « La liaison est dans l'état λ » et les transitions du réseau représentent les événements provoquant le changement d'état.

3. Coût associé aux activités d'assemblage

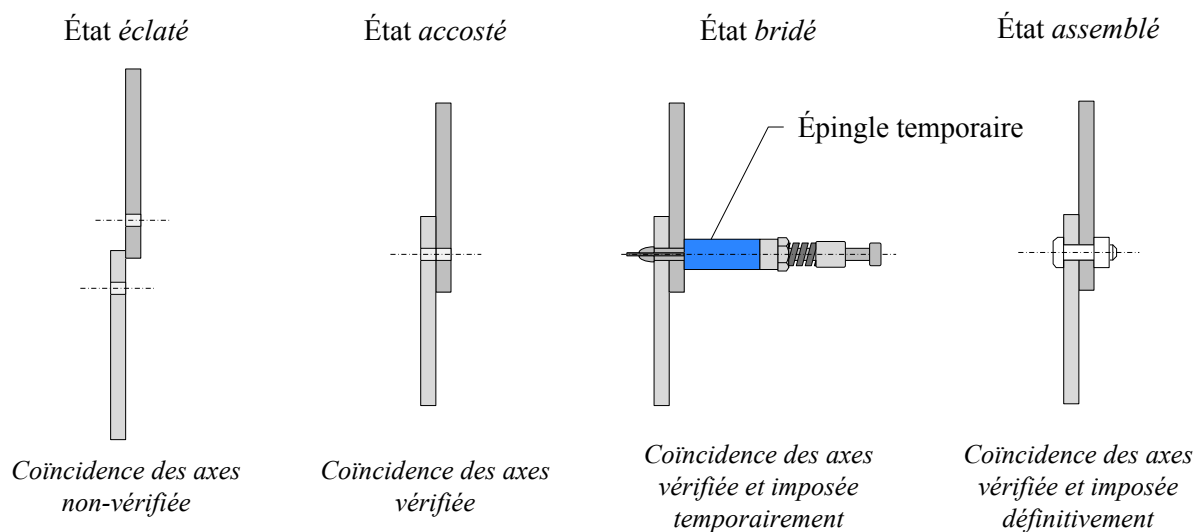


Figure 24 – Illustration des états possibles d'une liaison : exemple d'une liaison pivot.

Tableau 5 – Définition des états possibles d'une liaison.

États	Relations sur la situation	Imposées de manière
Éclaté	Non-vérifiées	
Accosté	Vérifiées	Indirecte
Bridé	Vérifiées	Temporaire
Assemblé	Vérifiées	Définitive

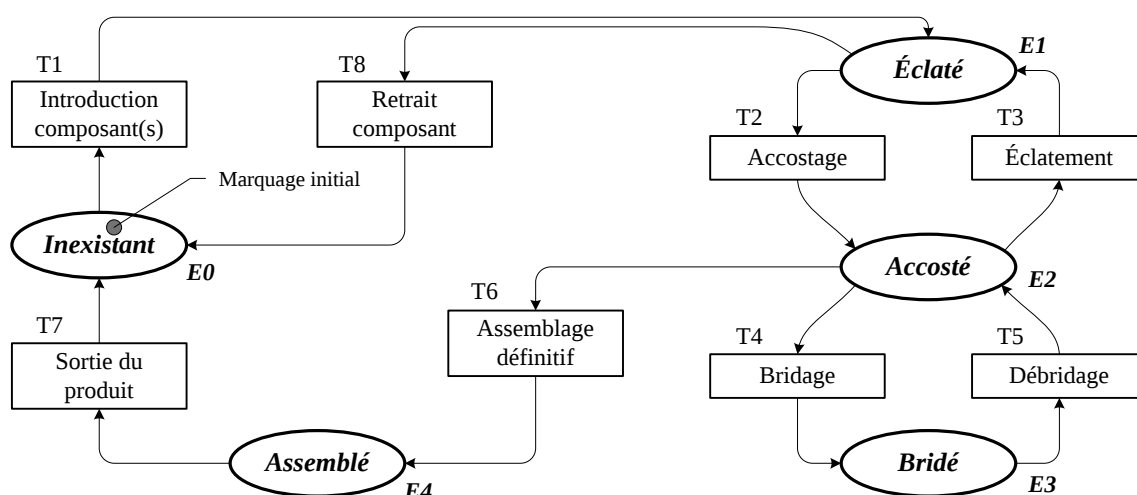


Figure 25 – Réseau de PETRI simple modélisant le cycle de vie d'une liaison.

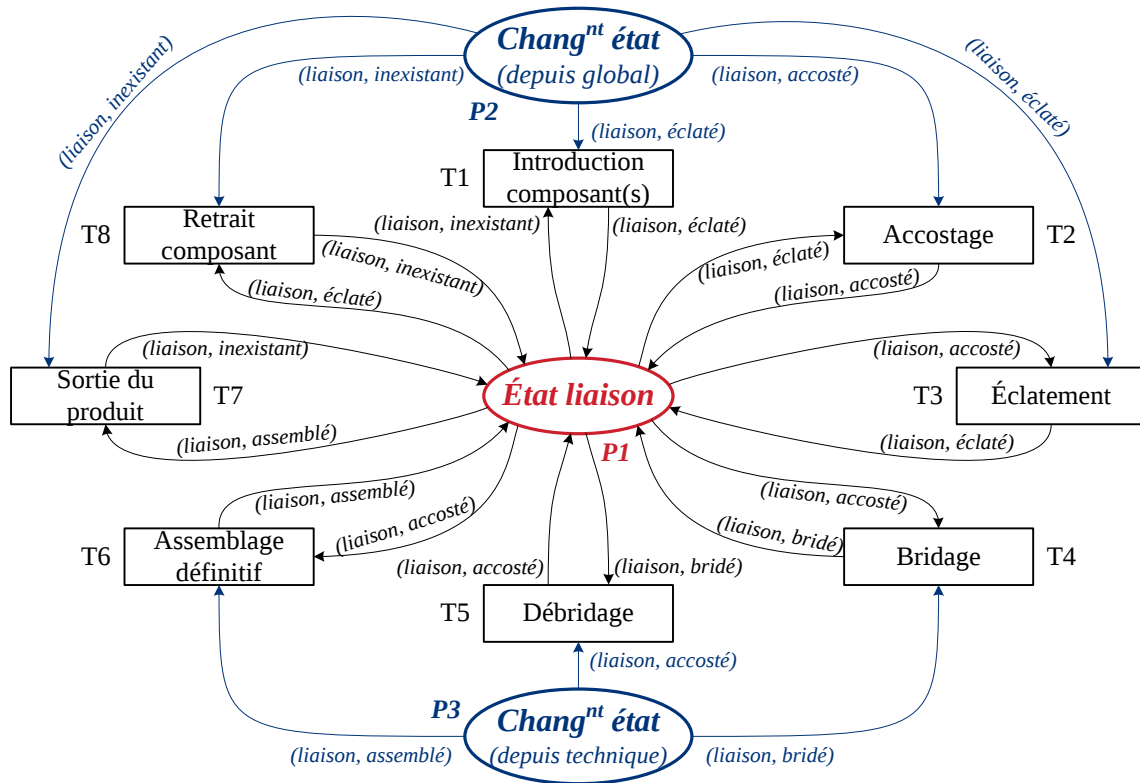


Figure 26 – RdPc II modélisant le cycle de vie des liaisons du produit.

Ce modèle décrit seulement les évolutions possibles de l'état des liaisons. Il ne décrit pas les opérations d'assemblage qui déclenchent les événements représentés par les transitions. Par ailleurs, la transition T6 n'est jamais franchie pour une liaison temporaire.

Ce modèle peut être utilisé à la manière d'un réseau de PETRI simple dont le marquage initial est composé d'un seul jeton à la place *inexistent*. Il traduit alors le comportement d'une seule liaison. Pour éviter de représenter autant de RdP que le produit compte de liaisons, nous préférons utiliser un RdP coloré. La couleur d'un jeton correspond alors à la liaison qu'il représente.

Il est également possible de définir un réseau de PETRI coloré (RdPc) équivalent comportant une seule place représentant l'état des liaisons. Ce réseau, appelé réseau II, est représenté à la Figure 26. La place P1 contient des jetons dont la couleur est composée par le doublet (*liaison, état*). À l'état initial, cette place est marquée par un jeton (*liaison, inexistant*) pour chaque liaison. L'attribut *liaison* du jeton sert à l'identifier. Seul l'attribut *état* du jeton est modifié au franchissement des transitions. Il peut prendre les cinq valeurs définies pour l'état d'une liaison correspondantes aux cinq places du réseau simple de la Figure 25. Les arcs du graphe sont pondérés par les états des liaisons qu'ils peuvent transporter.

L'intérêt d'un tel modèle réside dans sa compacité : l'état de l'ensemble des liaisons du produit est décrit dans une seule place. Cela réduit le nombre de places à observer par les autres réseaux élémentaires où la connaissance de l'état des liaisons est nécessaire.

Le franchissement des transitions intervient si un événement modifiant l'état d'une liaison survient.

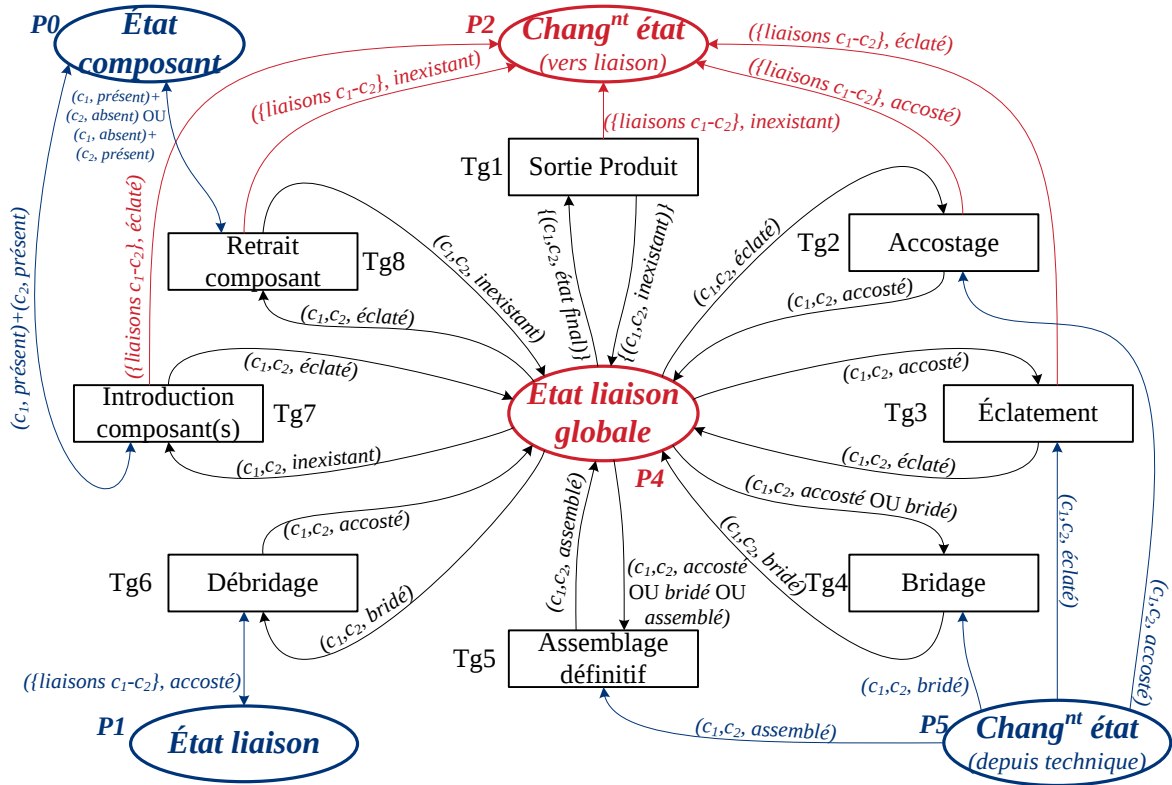


Figure 27 – RdPc III modélisant l'évolution de l'état des liaisons globales du produit.

Ces événements surviennent au cours des opérations d'assemblage. La connaissance de ces événements se fait par l'intermédiaire des places P2 et P3 qui représentent des informations présentes dans d'autres réseaux : respectivement le réseau modélisant l'évolution de l'état des liaisons globales et les réseaux modélisant les techniques. Les jetons des places P2 et P3 précisent la liaison concernée par le changement d'état et le nouvel état dans lequel elle doit se trouver. Le marquage initial de ces places est nul.

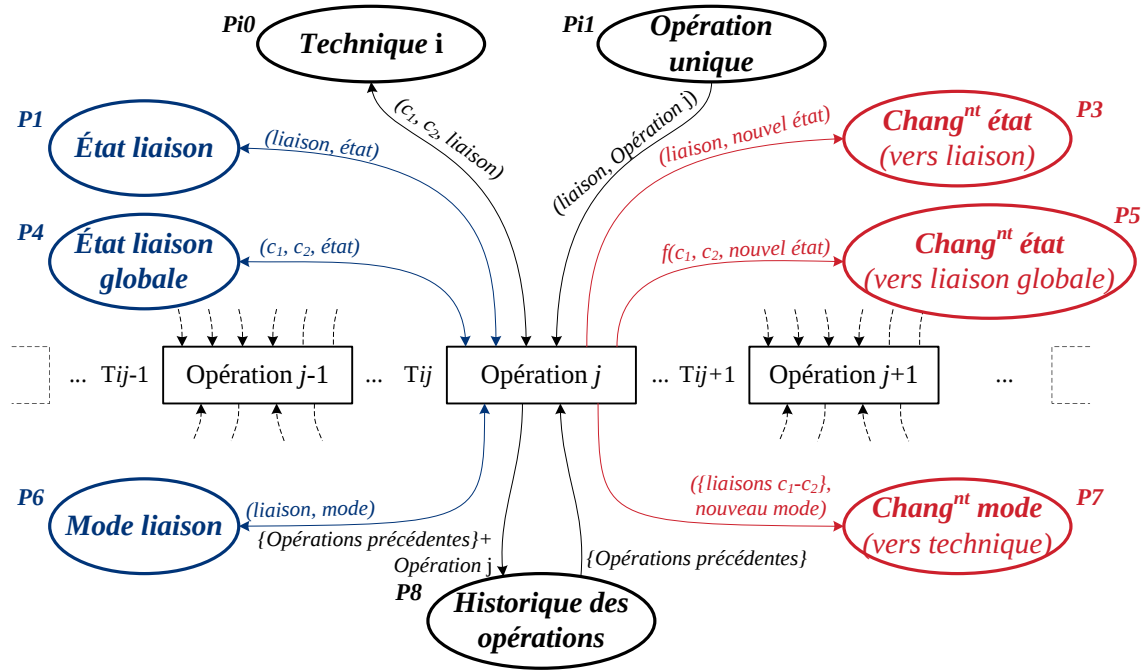
3.5.5 Modélisation de l'état des liaisons globales

La Figure 27 représente le réseau de PETRI coloré (RdPc) appelé dans la suite réseau III. Il permet de modéliser l'évolution de l'état des liaisons globales. Une liaison globale peut prendre les mêmes états qu'une liaison et ses changements d'état se produisent au cours de huit événements analogues au cycle de vie d'une liaison.

La place P4 contient des jetons dont la couleur est composée du triplet $(c_1, c_2, \text{état de la liaison globale})$. Son marquage initial est composé d'autant de jetons que de liaisons globales du produit pour lesquels l'état initial est *inexistant*.

L'observation de l'état des composants se fait par la place P0 partagée avec le réseau I décrivant l'état des composants, décrit à la Figure 23. Cette place permet d'identifier l'occurrence des événements *Introduction* ou *Retrait* d'un composant, entraînant le changement d'état des liaisons globales associées.

Les événements propres à modifier l'état d'une liaison globale et survenant au cours d'une opération


 Figure 28 – RdPc i modélisant une technique d'assemblage générique.

d'assemblage sont observés à l'aide de la place P5 partagée avec les réseaux décrivant les techniques d'assemblage.

Le franchissement de la transition Tg6 – passage de l'état bridé à l'état accosté – est un cas particulier. L'état de la liaison globale (c_1 , c_2) ne peut passer de l'état bridé à l'état accosté qu'une fois que toutes les liaisons entre c_1 et c_2 sont à l'état accosté.

Le comportement d'une liaison globale entre les composants c_1 et c_2 pilote l'accostage, l'éclatement et toutes les transitions depuis ou vers l'état inexistant de l'ensemble des liaisons entre c_1 et c_2 , noté $\{liaison\ c_1-c_2\}$ sur la Figure 27. Ce pilotage s'effectue par l'intermédiaire de la place P2 partagée avec le réseau II qui représente le cycle de vie des liaisons décrit sur la Figure 26.

3.5.6 Modélisation d'une technique d'assemblage

Le réseau de PETRI coloré de la Figure 28, appelé réseau i , définit une structure générique permettant de modéliser une technique d'assemblage i .

La place Pi0 contient des jetons de couleur composée (c_1 , c_2 , $liaison$) qui indique que la technique i a été sélectionnée pour réaliser la liaison $liaison$ entre les composants c_1 et c_2 .

Les opérations de la technique sont modélisées par des transitions. La réalisation d'une opération est conditionnée par un ensemble de postulats portant sur l'état des liaisons, l'état des liaisons globales ou la réalisation préalable d'autres opérations. Ces conditions sont représentées par les arcs amont entre les transitions et les places P1, P4 et P8 représentant respectivement l'état des liaisons, l'état des liaisons globales et l'historique des opérations déjà réalisées.

La place P8 est partagée entre les réseaux de toutes les techniques et constitue à elle seule le réseau

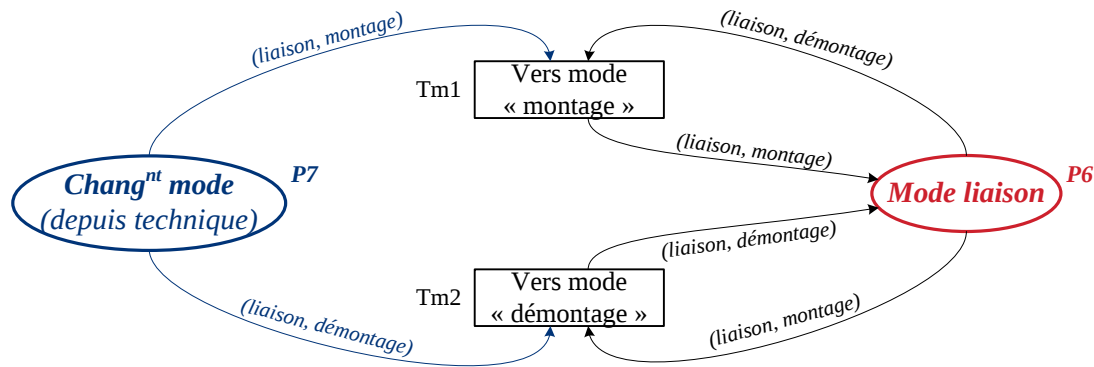


Figure 29 – RdPc IV modélisant l'évolution des modes des liaisons.

V utilisé pour la gestion de l'historique des opérations d'assemblage. Son marquage initial est nul. Le nombre d'occurrences de chaque opération est déduit directement du marquage de cette place lorsque les liaisons ont toutes atteint leur état final.

L'état du produit ou de ses composants est modifié au cours des opérations. Ces modifications sont traduites par les arcs aval à la transition représentant l'opération. Ces arcs représentent la réalisation de l'opération (arc amont à P8) et les demandes de changement d'état de la liaison ou des liaisons globales impliquées lorsque l'opération est accompagnée d'un changement d'état, comme lors de l'opération d'accostage des techniques de mise en position des exemples utilisés précédemment.

Les demandes de changement d'état sont communiquées aux réseaux II (cycle de vie des liaisons) et III (état des liaisons globales) au travers des places P3 et P5.

Certaines opérations, comme la dépose de mastic par exemple, ne peuvent être réalisées qu'une seule fois ; par opposition aux opérations qui peuvent être réalisées autant de fois que nécessaire, comme les opérations d'accostage ou d'éclatement par exemple. La place Pi1 permet de traduire ce caractère unique de certaines opérations. L'unicité d'une opération est traduite par un jeton de type *(liaison, opération)* au marquage initial de la place Pi1. Ce jeton est consommé lors du franchissement de la transition associée à cette opération. L'opération ne peut pas être réalisée une seconde fois.

Sans précautions particulières, le comportement du modèle n'est pas déterministe et il est possible de conduire des simulations présentant des cycles infinis de montage et démontage, comme la succession d'accostage et d'éclatement d'une liaison par exemple.

Pour éviter ce problème, nous définissons un attribut supplémentaire appelé *mode* d'une opération. Nous distinguons deux catégories d'opérations :

- les opérations qui contribuent au montage du produit, comme le perçage d'un trou ou la pose d'une fixation par exemple ;
- les opérations qui contribuent à son démontage, comme l'éclatement d'une liaison.

La place P6 permet d'ajouter une condition sur le mode de la liaison requis pour qu'une opération puisse être réalisée. À l'état initial, toutes les liaisons sont en mode *montage* et seules les opérations qui contribuent au montage peuvent être réalisées.

De la même manière que certaines opérations conduisent à un changement d'état d'une liaison, les

Tableau 6 – Attributs d'une opération.

Attributs	Requis	Valeurs autorisées
État de la liaison requis	Oui	<i>Accosté, éclaté ou bridé</i>
État de la liaison globale requis	Non	<i>Accosté ou éclaté</i>
Mode requis	Non	<i>Montage ou démontage</i>
Unicité de l'opération	Oui	<i>Oui ou non</i>
Opérations précédentes requises	Non	Liste des opérations requises
Changement d'état de la liaison	Non	<i>Bridé, accosté^a ou assemblé</i>
Changement d'état de la liaison globale	Non	<i>Accosté, bridé^b, éclaté ou assemblé^c</i>
Changement de mode de la liaison	Non	<i>Montage ou démontage^d</i>

^a Si et seulement si l'état de la liaison requis pour l'opération est *bridé*.

^b Si et seulement si l'opération provoque également un changement d'état vers *bridé*.

^c Si et seulement si l'opération provoque également un changement d'état vers *assemblé*

^d Mais uniquement le complémentaire du mode requis.

opérations peuvent également conduire à un changement de mode. C'est le cas du perçage « classique » qui est suivi d'un éclatement de la liaison pour que l'ébavurage puisse être effectué. L'opération de perçage conduit au changement du mode *montage* vers le mode *démontage* de la liaison considérée. L'arc amont à la place P7 n'existe que dans ce cas. Pour qu'il puisse être effectif, le changement de mode doit concerner l'ensemble des liaisons entre les deux composants impliqués. La place P7 permet de communiquer une demande de changement de mode au réseau chargé de la gestion de l'évolution des modes représenté sur la Figure 29 et appelé réseau IV. Les places de ce réseau contiennent des jetons de couleur composée (*liaison, mode*).

La construction d'un réseau de PETRI modélisant une technique d'assemblage à partir de ce modèle générique nécessite de connaître la liste des opérations de la technique ainsi qu'un ensemble d'attributs propres à chacune des opérations. Les attributs d'une opération permettent de définir l'existence et la pondération des arcs du réseau générique de la Figure 28. Le Tableau 6 récapitule la liste des attributs, l'obligation ou non de les définir et leurs valeurs possibles.

3.5.7 Priorités pour l'exploitation du modèle global

Le modèle défini aux paragraphes précédents n'est pas déterministe et peut conduire à une situation où plus aucune transition n'est franchissable alors que le produit n'est pas assemblé. Cette difficulté est levée en utilisant de priorités pour le franchissement de transitions.

Les transitions sont classées en dix groupes définis par ordre de priorité croissante dans le Tableau 7. Ces priorités permettent de supprimer les comportements incohérents du modèle.

Le comportement obtenu n'est pas totalement déterministe, car il peut subsister plusieurs possibilités quant à l'ordre de réalisation des opérations. Cependant, toutes les séquences d'évolutions du modèle

Tableau 7 – Priorités de franchissement suivant la nature des transitions.

Priorité	Nature de la transition	Réseau
1	Changement d'état des liaisons	Réseau II
2	Changement d'état des liaisons globales	Réseau III
3	Opération provoquant un changement d'état vers <i>assemblé</i>	Réseaux <i>i</i>
4	Opération provoquant un changement d'état vers <i>bridé</i> ou <i>débridé</i>	Réseaux <i>i</i>
5	Opération quelconque	Réseaux <i>i</i>
6	Introduction ou retrait d'un composant	Réseau I
7	Changement de mode vers <i>montage</i> pour une liaison du produit	Réseau IV
8	Changement de mode vers <i>démontage</i> pour une liaison du produit	Réseau IV
9	Changement de mode vers <i>montage</i> pour une liaison temporaire	Réseau IV
10	Changement de mode vers <i>démontage</i> pour une liaison temporaire	Réseau IV

possibles conduisent aux mêmes nombres d'occurrences de chaque opération et toutes les liaisons atteignent leur état final.

3.5.8 Application

La composition de réseaux de PETRI élémentaires décrivant le comportement des différents objets du modèle (composants, liaisons, liaisons globales, opérations) permet de construire un modèle cohérent de l'évolution du produit au cours de l'assemblage.

Le principal intérêt de l'utilisation des réseaux de PETRI est la modularité du modèle obtenu ainsi que sa capacité à être généré automatiquement à partir de la définition du produit à assembler et d'un ensemble de techniques d'assemblage.

Les réseaux I, II, III, IV et V de la Figure 22 ont une structure fixe. Le marquage initial des places P0, P1, P4 et P6 de ces réseaux dépend de la liste de composants, des liaisons et des liaisons globales du produit.

Chaque réseau de PETRI modélisant une technique d'assemblage peut être généré à partir de la connaissance d'un ensemble défini d'attributs de chacune de ses opérations. Le choix d'une technique d'assemblage pour réaliser une liaison s'exprime par le marquage initial de la place P₀ du réseau modélisant cette technique par un jeton représentant cette liaison. La valeur du vecteur q représentant le nombre d'occurrences de chaque opération et qui dépend des techniques d'assemblage sélectionnées dans l'avant-projet de gamme est donnée par le marquage final de la place P8.

Plusieurs cas d'application ont été traités. Les modèles ont été construits manuellement et les simulations ont été exécutées à l'aide du logiciel CPN Tools.

La modélisation par des réseaux de PETRI permet d'envisager champ d'application plus vaste que l'évaluation du nombre d'occurrences de chaque opération. Le recours à des réseaux temporisés, pour lesquels une durée peut être associée au franchissement d'une transition est une piste dans l'hypothèse d'une extension de la portée des travaux à l'évaluation du temps de cycle associé à un avant-projet de

gamme d'assemblage par exemple. Le formalisme proposé fournit également une base pour la résolution du problème d'organisation du système d'assemblage, pour ne citer que cet exemple.

3.6 Synthèse

Parmi les différentes catégories de méthodes d'évaluation du coût d'assemblage d'un produit, nous avons choisi d'utiliser une méthode analytique basée sur la somme du coût des opérations de l'avant-projet de gamme d'assemblage. L'indicateur de coût proposé pour représenter le coût des activités d'assemblage permet également de prendre en compte les coûts non-récurrents liés à l'acquisition des ressources nécessaires, tels que des outillages ou des machines.

L'évaluation de l'indicateur de coût des activités d'assemblage nécessite d'évaluer le nombre d'occurrences de chaque opération à réaliser en fonction des techniques d'assemblage sélectionnées. Lorsque chaque opération n'est réalisée qu'une seule fois, la valeur de ce nombre est directement déduite des techniques d'assemblage sélectionnées.

Dans le cas où la sélection d'une technique pour réaliser une liaison implique la nécessité de répéter ou de ne pas réaliser certaines opérations pour d'autres liaisons, un modèle par réseau de PETRI a été développé pour compter le nombre d'occurrences de chaque opération. Le modèle développé s'appuie notamment sur le *cycle de vie d'une liaison* qui représente l'évolution de l'état des liaisons. La formalisation de ce cycle de vie est le résultat d'une analyse de l'enchaînement des opérations réalisées dans les ateliers d'assemblage aéronautique.

4 Conclusion

Ce chapitre décrit la méthode que nous proposons pour évaluer un indicateur de coût associé à un avant-projet de gamme d'assemblage, récapitulée sur la Figure 30. Nous faisons l'hypothèse que l'indicateur de coût C est la somme d'un indicateur du coût associé aux tolérances géométriques allouées C_g et d'un indicateur du coût des activités d'assemblage C_t .

Une des difficultés majeures pour utiliser l'indicateur de coût proposé dans ce chapitre réside dans la capacité à exprimer les coûts associés aux tolérances géométriques et les coûts associés aux activités d'assemblage dans une unité homogène permettant de les ajouter. Cette homogénéité est un facteur déterminant pour accorder une importance égale à l'allocation des tolérances et à la sélection des techniques d'assemblage. La collecte des données de coût a donc un rôle prépondérant dans la qualité des résultats produits.

Deux modèles simples ont été proposés pour évaluer le coût associé aux tolérances géométriques. Un modèle paramétrique permet d'exprimer une relation coût-tolérance analytique dont les paramètres peuvent être identifiés à partir d'une quantité restreinte de données. Ce modèle paramétrique est inspiré d'un modèle couramment utilisé dans la littérature, auquel nous avons ajouté un terme afin de représenter les limites physiques des procédés de fabrication, qui ne permettent pas de fabriquer des composants avec des intervalles de tolérance infiniment petits. Un modèle empirique est également proposé pour traiter les cas où le modèle paramétrique n'est pas adapté aux données disponibles.

4. Conclusion

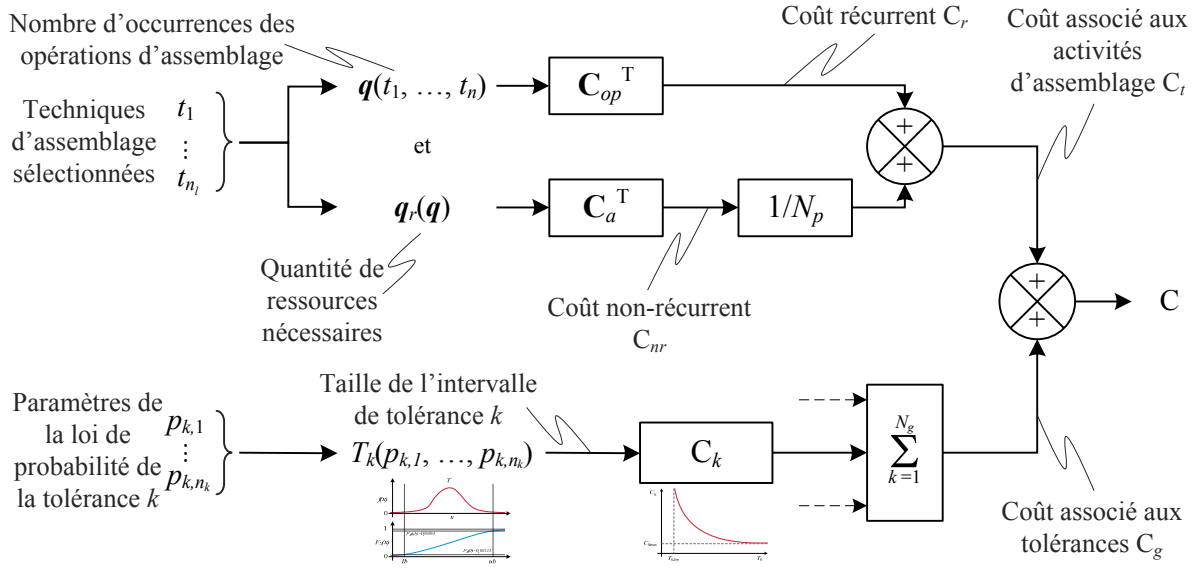


Figure 30 – Synthèse de la méthode proposée pour l'évaluation de l'indicateur de coût C associé à un avant-projet de gamme d'assemblage.

Le coût associé aux activités d'assemblage est évalué à partir d'un modèle analytique basé sur la somme du coût des opérations d'assemblage. L'évaluation de l'indicateur de coût associé nécessite d'évaluer le nombre d'occurrences de chaque opération d'assemblages en fonction des techniques d'assemblage sélectionnées. Dans le cas où les techniques sélectionnées nécessitent des opérations de démontage par exemple, un modèle original du processus d'assemblage basé sur un réseau de PETRI a été développé pour évaluer ce nombre d'occurrences.

Chapitre

3

Méthode d'évaluation d'un indicateur de conformité

1 Introduction

L'objectif de ce chapitre est de présenter la méthode proposée pour associer un indicateur de conformité à un avant-projet de gamme d'assemblage. Cet indicateur doit mesurer l'aptitude à assembler des produits pour lesquels les caractéristiques sur lesquelles portent les exigences géométriques sont dans leur domaine de conformité. Cette aptitude dépend des tolérances allouées aux écarts géométriques des composants, des dispersions des techniques d'assemblage sélectionnées pour réaliser les liaisons et de la manière dont les écarts géométriques se propagent au cours de l'assemblage. Nous considérerons que la manière dont les écarts géométriques se propagent au cours de l'assemblage est fixée en fonction de la séquence d'assemblage étudiée. Les tolérances allouées et les dispersions des techniques d'assemblage sont des variables.

La démarche proposée pour évaluer un indicateur de conformité associé à un avant-projet de gamme d'assemblage est illustrée sur la Figure 31. Cette démarche est similaire à celle utilisée dans de nombreux travaux sur l'analyse de tolérances mentionnés notamment dans [Chase et Parkinson, 1991, Hong et Chang, 2002, Marguet *et al.*, 2003, Mounaud, 2009, Stricher, 2013].

Le paragraphe 2 présente le formalisme proposé pour décrire les écarts géométriques des composants et les écarts de liaison résultant des dispersions des techniques d'assemblage. Nous proposons d'utiliser un modèle variationnel construit à partir d'une base de champs d'écarts unitaires. Les amplitudes de chacun de ces écarts géométriques sont regroupées dans un vecteur $\delta\alpha$. Ce formalisme permet à la fois de construire des skins modèles virtuels des composants et de définir des écarts de liaison à partir du vecteur $\delta\alpha$. Il permet également de combiner différents outils de la littérature tels que les torseurs de petits déplacements ou les modes de vibration pour construire la base de champs d'écarts unitaires.

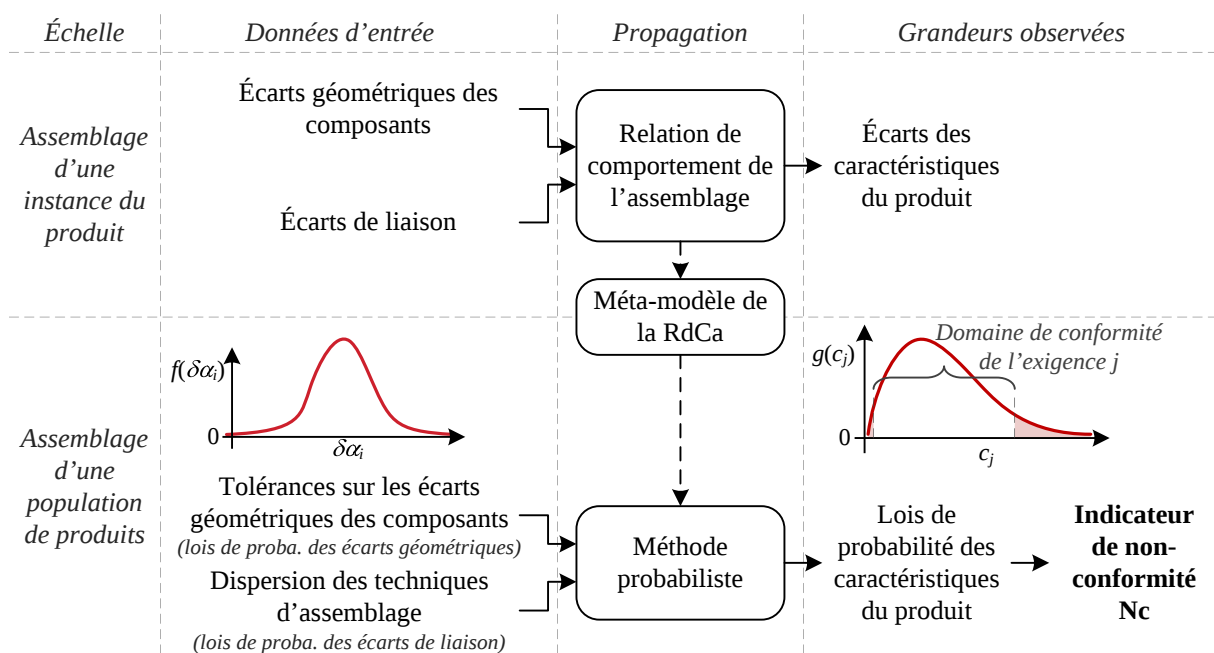


Figure 31 – Démarche proposée pour l'évaluation d'un indicateur de conformité.

Le paragraphe 3 traite de l'évaluation de la propagation des écarts géométriques au cours de l'assemblage d'une instance du produit. Cette propagation est représentée par une fonction $\mathcal{F}$ nommée *relation de comportement de l'assemblage* (RdCa) qui associe les valeurs des écarts des caractéristiques du produit assemblé aux écarts géométriques : $\mathcal{F}(\delta\alpha) = \delta c$.

La relation de comportement de l'assemblage est évaluée par la résolution d'un problème mécanique quasi-statique formulé à l'aide de la méthode des éléments finis. Dans le contexte de l'assemblage de structures aéronautiques composites, des exigences portent sur les jeux aux interfaces entre composants. Afin de prédire ces jeux aux interfaces en fonction des écarts géométriques $\delta\alpha$, le problème formulé prend en compte la souplesse des composants, l'effet des contacts aux interfaces et la séquence d'assemblage. La relation de comportement obtenue n'est pas linéaire.

Dans la démarche proposée, la propagation des écarts géométriques à l'échelle d'une population de produits assemblés est évaluée à l'aide de méthodes probabilistes qui nécessitent de nombreuses évaluations de la RdCa. Or l'évaluation de la RdCa par résolution du problème éléments finis est coûteuse en calculs, notamment du fait de la prise en compte du contact unilatéral. Pour contourner cette difficulté, nous proposons au paragraphe 4 d'utiliser un méta-modèle $\mathcal{F}^*$. Ce méta-modèle est une approximation de la relation de comportement $\mathcal{F}$ dont le coût d'évaluation est sensiblement inférieur. Le choix de la classe de méta-modèle et la méthode proposée pour sa construction sont présentés au paragraphe 4. Le recours à un méta-modèle que nous proposons peut être vu comme une généralisation de la méthode des coefficients d'influence [Liu *et al.*, 1996, Liu et Hu, 1997] aux relations de comportement non-linéaires.

Enfin, le paragraphe 5 présente l'évaluation de la propagation des écarts géométriques à l'échelle d'une population de produits assemblés. Les tolérances sur les écarts géométriques des composants et les dispersions des techniques d'assemblage sont définies par des lois de probabilité. La propagation de ces lois au travers de la relation de comportement de l'assemblage permet d'évaluer la probabilité que des caractéristiques du produit soient en dehors de leur domaine de conformité.

Plusieurs indicateurs de non-conformité sont proposés. Un indicateur nommé *taux de non-conformité globale* représente l'aptitude à assembler des produits dont les caractéristiques sont dans leur domaine de conformité. Le *taux de non-conformité maximale* représente la non-conformité de l'exigence la plus difficile à satisfaire. Le *taux de non-conformité pondérée* permet d'introduire la criticité des exigences dans l'indicateur évalué.

2 Formalisme de description des écarts géométriques

2.1 Introduction

L'établissement d'une relation de comportement de l'assemblage doit permettre d'exprimer les écarts des caractéristiques d'un produit assemblé en fonction des écarts géométriques de ses composants et des écarts géométriques introduits au cours de son assemblage. Cela nécessite de représenter les écarts géométriques à l'aide de paramètres qui définissent les variables d'entrée de la relation de comportement.

THIÉBAUT distingue dans ses travaux de thèse [Thiébaud, 2001] deux familles de modèles pour décrire les écarts géométriques. D'une part, les représentations par zones enveloppes décrivent les limites

admissibles au sein desquelles doit se situer le *skin modèle* de la pièce. Le skin modèle est un concept du langage GeoSpelling utilisé pour désigner la frontière entre une pièce et son environnement [Ballu *et al.*, 2001, Dantan *et al.*, 2001, Ballu *et al.*, 2007]. D'autre part, les modèles variationnels qui permettent de définir les écarts géométriques d'un composant à l'aide d'un ensemble de variables. Les modèles variationnels sont par nature plus adaptés à notre démarche, car ils sont définis à partir de variables qui peuvent être les variables d'entrée de la relation de comportement de l'assemblage.

Le paragraphe 2.2 présente brièvement les modèles variationnels proposés dans la littérature. Le modèle à base de champs d'écarts unitaires que nous utiliserons pour représenter les écarts géométriques est décrit au paragraphe 2.3. Le paragraphe 2.4 propose plusieurs stratégies pour la construction d'une base de champs d'écarts.

2.2 Modèles variationnels de la littérature

Au sein des modèles variationnels, THIÉBAUT distingue les modèles *paramétriques* des modèles *torsoriels* ou *vectoriels*.

Pour les modèles paramétriques, les paramètres sont des angles et des distances qui définissent la géométrie des composants. Les écarts géométriques sont modélisés par l'introduction de variabilité de ces paramètres. La construction d'une définition paramétrée de la géométrie des composants peut s'avérer difficile lorsque ceux-ci sont de formes complexes comme les composants rencontrés dans les structures aéronautiques.

Pour les modèles torsoriels, les variables définissent directement des écarts de situation par rapport à une géométrie nominale. C'est le cas des modèles à base de torseurs de petits déplacements proposés par BALLOT pour décrire les écarts géométriques des surfaces d'une pièce ou les écarts dans une liaison [Ballot, 1995]. Les torseurs de petits déplacements sont adaptés à la description des écarts de position et d'orientation des surfaces. Le principal inconvénient de cette approche est qu'elle ne permet pas de modéliser les écarts de forme des composants. Or les jeux aux interfaces entre composants sont influencés par les écarts de forme, comme le montrent les travaux de FRANCIOSA *et al.* [Franciosa *et al.*, 2010], ADRAGNA *et al.* [Adragna *et al.*, 2010b] ou encore SCHLEICH et WARTZACK [Schleich et Wartzack, 2013]. Les torseurs de petits déplacements ne suffisent pas à représenter tous les écarts géométriques à considérer dans nos travaux.

HUANG et CEGLAREK [Huang et Ceglarek, 2002] décomposent des écarts de forme mesurés sur des plans dont le contour est rectangulaire à l'aide de transformée en cosinus discrète (DCT). L'écart de forme est exprimé par les amplitudes des éléments de la base d'écarts obtenue par la transformée en cosinus discrète. Cette même base est utilisée pour générer des lots de pièces virtuelles par tirage d'une amplitude par mode et par pièce. L'inconvénient principal de la DCT est qu'elle ne s'applique que sur des surfaces dont le contour est assimilable à un rectangle.

SAMPER *et al.* [Samper et Formosa, 2007, Samper *et al.*, 2009, Adragna *et al.*, 2010b, Adragna *et al.*, 2010a] utilisent une base d'écarts composée des modes propres de vibration calculés à partir de la géométrie de la pièce considérée. La base modale peut être construite pour des surfaces de forme

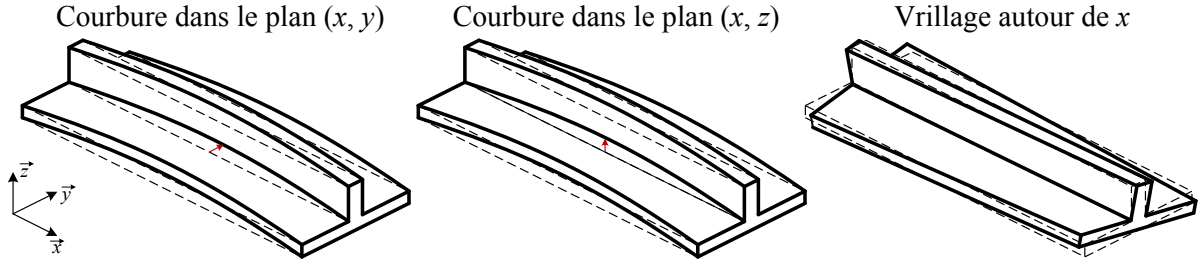


Figure 32 – Modes technologiques de courbure et de vrillage proposés dans [Stricher, 2013].

quelconque et non plus uniquement pour des surfaces dont le contour est assimilable à un rectangle comme pour la DCT. De la même manière que pour la DCT, les écarts géométriques sont exprimés par les amplitudes de chacun des modes de la base. Plusieurs dizaines de modes peuvent être nécessaires pour constituer une base permettant de décrire les écarts de forme constatés sur une série de pièces produites.

SAMPER *et al.* proposent également d'identifier des modes technologiques qui sont des combinaisons linéaires de modes vibratoires. Ces combinaisons linéaires sont caractéristiques des procédés d'obtention des composants. Le recours à ces modes technologiques permet de réduire le nombre de variables nécessaires pour décrire les écarts de forme d'une pièce. LECOMPTE *et al.* proposent une approche similaire pour la construction de modes technologiques à partir d'une base modale obtenue par DCT [Lecompte *et al.*, 2010].

STRICHER propose d'utiliser une base de modes technologiques caractéristiques des écarts géométriques engendrés par les procédés d'obtention des composants [Stricher, 2013]. À la différence des travaux de SAMPER *et al.* ou de LECOMPTE *et al.*, il définit les modes de manière analytique. La Figure 32 illustre les trois modes technologiques qu'il propose pour une poutre : deux courbures et un vrillage.

Les représentations modales, par DCT, modes propres de vibration ou modes technologiques permettent de représenter les écarts de formes des composants, mais ils sont relativement lourds à mettre en œuvre pour représenter les écarts locaux comme l'écart de localisation d'un trou par exemple.

Le formalisme que nous proposons au paragraphe suivant pour décrire les écarts géométriques s'appuie sur l'expression des écarts géométriques par une combinaison de champs d'écarts de base. Il permet d'utiliser des torseurs de petits déplacements ainsi que de modes au sein de la même base de champs d'écart afin de tirer parti des avantages de ces deux familles d'outils.

2.3 Champs d'écarts

Nous proposons d'utiliser le concept de champs d'écarts de base pour modéliser les écarts géométriques des composants et les écarts de liaison. Ces champs d'écarts possèdent la structure de la fonction ϕ définie par l'éq. (3.1) :

$$\begin{aligned} \phi : \quad \mathbb{R}^3 &\longrightarrow \mathbb{R}^3 \\ (x, y, z) &\longmapsto (\varepsilon_x, \varepsilon_y, \varepsilon_z) \end{aligned} \tag{3.1}$$

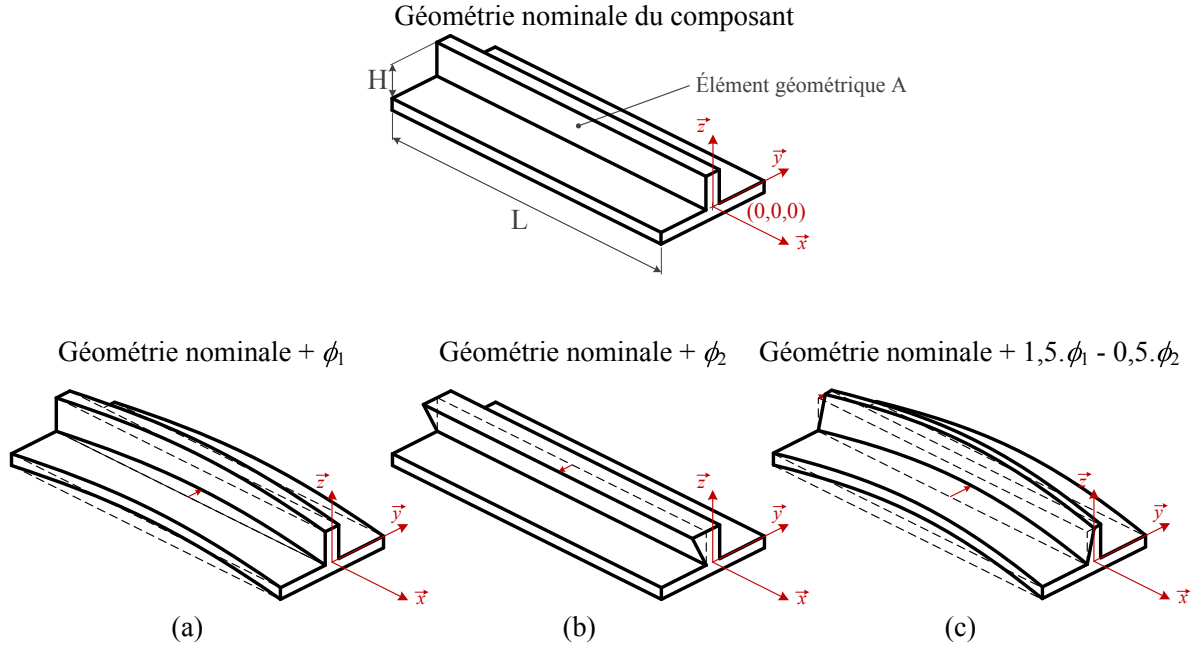


Figure 33 – Champs d'écarts ϕ_1 (a) et ϕ_2 (b) et skin modèle virtuel obtenu avec $\delta\alpha_1 = 1.5$ et $\delta\alpha_2 = -0.5$ (c).

La fonction ϕ représente un champ qui associe un vecteur d'écart à tout point de l'espace. Ce champ d'écart ϕ peut s'appliquer sur un composant dans son intégralité comme sur la Figure 33-(a), sur un élément géométrique comme sur la Figure 33-(b) ou à une liaison. Par convention, les champs d'écarts sont construits de telle sorte que la valeur maximale de l'écart $\varepsilon_x^2 + \varepsilon_y^2 + \varepsilon_z^2$ soit égale à 1 sur le domaine d'application du champ.

Les champs ϕ_1 et ϕ_2 représentés sur la Figure 33-(a) et (b) sont définis analytiquement par les éqs. (3.2) et (3.3). Le champ ϕ_1 s'applique à l'ensemble du composant alors que ϕ_2 ne s'applique qu'à l'élément géométrique repéré A.

$$\begin{aligned} \phi_1 : \quad \mathbb{R}^3 &\longrightarrow \mathbb{R}^3 \\ (x, y, z) &\longmapsto \left(0, \sin\left(\frac{\pi \cdot x}{L}\right), 0\right) \end{aligned} \quad (3.2)$$

$$\begin{aligned} \phi_2 : \quad \mathbb{R}^3 &\longrightarrow \mathbb{R}^3 \\ (x, y, z) &\longmapsto \left(0, -\frac{1}{H} \cdot z, 0\right) \end{aligned} \quad (3.3)$$

L'écart en un point M de coordonnées (x, y, z) est défini par l'éq. (3.4) où d_i vaut 1 si le champ i s'applique au composant, à l'élément géométrique ou à la liaison à qui appartient le point M et 0 sinon.

$$\varepsilon(M) = (\varepsilon_x, \varepsilon_y, \varepsilon_z) = \sum_{i=1}^{N_e} \delta\alpha_i \cdot d_i \cdot \phi_i(x, y, z) \quad (3.4)$$

Considérant un composant et un ensemble de champs d'écarts $\{\phi_i\}_{i \in 1, \dots, N_e}$, des skins modèles vir-

tuels du composant peuvent être construits en ajoutant chaque champ d'écarts pondéré par une amplitude $\delta\alpha_i$ à la géométrie nominale du composant. Un exemple est proposé sur la Figure 33-(c) pour lequel $\delta\alpha_1 = 1.5$ et $\delta\alpha_2 = -0.5$.

Les écarts de liaison peuvent également être décrits à l'aide de champs d'écarts. Le domaine d'application du champ est alors égal à l'intersection des deux éléments géométriques impliqués dans la liaison. Dans l'exemple d'une liaison ponctuelle, le champ d'écart associé à la liaison est un champ uniforme dirigé suivant la normale à cette liaison et de norme 1. L'amplitude qui pondère ce champ décrit l'écart qui peut exister lors de la réalisation de cette liaison.

La définition de l'écart proposée par l'éq. (3.4) concerne un composant, un élément géométrique ou une liaison seulement. Elle peut être étendue à l'ensemble des N_g écarts géométriques – des composants ou de liaison – d'un avant-projet de gamme d'assemblage. L'écart en un point M de coordonnées (x, y, z) est alors défini par l'éq. (3.5) :

$$\epsilon(M) = \begin{bmatrix} \delta\alpha_1 \\ \vdots \\ \delta\alpha_{N_g} \end{bmatrix}^T \cdot \begin{bmatrix} d_1(M) & \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & d_{N_g}(M) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \phi_1(M) \\ \vdots \\ \phi_{N_g}(M) \end{bmatrix} = \delta\alpha^T \cdot D(M) \cdot \phi(M) \quad (3.5)$$

La matrice $D(M)$ dépendant de l'applicabilité des champs de base sur le parent de M , composant, élément géométrique ou liaison.

Tous les outils de modélisation des écarts géométriques mentionnés au paragraphe 2.2 peuvent être exprimés à partir de cette expression générique de champs d'écarts.

Un torseur de petits déplacements représente un champ équiprojectif et peut donc s'écrire avec le formalisme de l'éq. (3.1).

Les modes technologiques utilisés par STRICHER sont définis analytiquement et peuvent donc être décrits avec le formalisme que nous proposons. Il en va de même avec les techniques de morphose de maillage inspirées du domaine de la création graphique et utilisées par FRANCIOSA *et al.* [Franciosa *et al.*, 2010].

Enfin, les modes de vibration ou les modes de DCT sont obtenus sous forme de champs discrets définis aux points de la géométrie discrétisée utilisée pour leur construction. Ils peuvent s'exprimer sous forme de champs continus ϕ par interpolation des champs d'écarts discrets obtenus.

2.4 Construction d'une base de champs d'écarts

Le formalisme proposé au paragraphe précédent permet de décrire les écarts géométriques des composants et les écarts de liaison à l'aide d'une base de champs d'écarts ϕ .

Pour que la base de champs d'écarts construite soit invariante, quelles que soient les techniques d'assemblage sélectionnées pour réaliser les liaisons, nous choisissons de modéliser les écarts de liaison par des torseurs de petits déplacements.

La nature des composants temporaires peut dépendre des techniques d'assemblage sélectionnées pour réaliser les liaisons entre ce composant temporaire et les composants du produit. Pour que la base de champs d'écarts soit invariante, nous considérons que les composants temporaires ne sont pas porteurs d'écarts géométriques. Les écarts géométriques qui pourraient exister, comme l'écart de position d'un robot utilisé pour positionner un composant¹ par exemple, sont reportés dans les torseurs d'écarts des liaisons temporaires concernées.

La construction des autres éléments de la base de champs d'écarts permettant de représenter de manière réaliste les écarts géométriques des composants n'est pas triviale. Nous proposons trois stratégies pour y parvenir.

Dans le cas où des séries de mesures de composants sont disponibles, il est possible d'identifier des modes technologiques permettant de les caractériser. Une solution pour cette identification consiste à réaliser une projection des mesures disponibles dans une base de modes propres de vibration de taille arbitraire afin d'en tirer la signature modale de chaque composant comme dans [Samper et Formosa, 2007]. À partir de cet ensemble de signatures modales, une analyse en composantes principales du type transformée de KARHUNEN-LOÈVE permet d'identifier des combinaisons linéaires de modes vibratoires qui forment des modes technologiques. Ces modes peuvent être transformés en champs d'écarts par interpolation. Cette stratégie fait partie des pistes étudiées dans le cadre du projet de recherche LOCOMACHS [LOCOMACHS, 2012] auquel participent le LURPA et EADS Innovation Works.

Dans le cas où des simulations des procédés d'obtention des composants ont été réalisées, il est possible d'identifier des champs d'écarts caractéristiques de ces procédés à partir des résultats de ces simulations. Par exemple, dans le cadre du projet ENCADREV [Deloison, 2009] conduit en partenariat entre EADS Innovation Works et AIRBUS, des simulations du formage d'encadrements de portes d'avions préalablement usinés dans une tôle épaisse plane ont permis d'identifier des écarts induits par le flambage de certains raidisseurs. Cette stratégie fait également partie de pistes étudiées dans le cadre du projet LOCOMACHS.

Enfin, dans un cas plus général où aucune des données mentionnées précédemment n'est disponible, les éléments de la base de champs d'écarts peuvent être définis par un expert, par construction analytique comme l'a proposé STRICHER, ou à l'aide de techniques de morphose de maillage comme l'ont proposé FRANCIOSA *et al.* .

2.5 Synthèse

La méthode variationnelle proposée pour décrire les écarts géométriques s'appuie sur la construction d'une base de champs d'écarts ϕ dont les éléments sont construits sur le modèle donné à l'éq. (3.1).

Les champs d'écarts peuvent décrire des écarts géométriques des composants ou des écarts de liaison. Une fois la base ϕ construite, les écarts géométriques d'une instance de produit à assembler sont entièrement décrits par un vecteur $\delta\alpha$ à N_g composantes qui représente les amplitudes de chaque champ d'écarts de base.

1. Le robot est alors considéré comme un composant temporaire, au même titre qu'un outillage.

Le principal intérêt du formalisme proposé est qu'il permette d'utiliser différents outils de modélisation variationnelle proposés dans la littérature au sein de la même base de champs d'écarts.

3 Relation de comportement de l'assemblage

3.1 Introduction

Sur la base du formalisme proposé par EVANS [Evans, 1974], la relation de comportement de l'assemblage (RdCa) notée $\mathcal{F}$ est définie comme une relation qui exprime les N_c écarts des caractéristiques du produit assemblé, regroupées dans le vecteur δc , en fonction des écarts géométriques représentés par le vecteur $\delta \alpha$ défini au paragraphe précédent.

$$\begin{aligned} \mathcal{F} : \mathbb{R}^{N_g} &\longrightarrow \mathbb{R}^{N_c} \\ \delta \alpha &\longmapsto \delta c \end{aligned} \quad (3.6)$$

La relation de comportement de l'assemblage traduit la manière dont les écarts géométriques se propagent au cours de l'assemblage. Dans le contexte de l'assemblage aéronautique dans lequel se situent nos travaux, les produits à assembler sont généralement des structures fortement hyperstatiques. Cet hyperstatisme est en partie résolu par la souplesse des composants. Il est donc nécessaire de prendre en compte la souplesse des composants lors de l'établissement de la RdCa. Par ailleurs, les travaux de WANG et CEGLAREK [Wang et Ceglarek, 2005] et de MOUNAUD *et al.* [Mounaud, 2009, Mounaud *et al.*, 2011] ont montré l'influence de la séquence d'assemblage sur la propagation des écarts géométriques au cours de l'assemblage de pièces souples. Il en va de même lorsque les exigences portent sur des caractéristiques évaluées au cours de l'assemblage, comme les jeux aux interfaces entre composants évalués à l'état pré-assemblé. La séquence d'assemblage doit être prise en compte pour évaluer ces caractéristiques.

STRICHER [Stricher, 2013] propose dans ses travaux de thèse un tableau d'aide au choix d'hypothèses pour le tolérancement flexible d'assemblage de grandes structures aéronautiques. Les hypothèses et les choix présentés dans la suite de ce paragraphe s'appuient principalement sur ce tableau. L'évaluation des jeux aux interfaces nécessite de prendre en compte le contact unilatéral entre les composants. La relation de comportement obtenue dans ce cas n'est pas linéaire et la méthode des coefficients d'influence proposée par LIU *et al.* [Liu et Hu, 1997] n'est pas adaptée. La relation de comportement de l'assemblage est donc obtenue directement à l'aide de simulation par la méthode des éléments finis. Le problème de mécanique associé est décrit par l'éq. (3.7) :

$$\begin{cases} [K] \cdot \{u\} = \{f\} \\ [C_1] \cdot \{u\} = \{d\} \\ [C_2] \cdot \{u\} \geq \{j\} \end{cases} \quad (3.7)$$

où :

- $[K]$ désigne la matrice de rigidité des composants ;

- $\{u\}$ est le champ de déplacement solution de la simulation ;
- $\{f\}$ contient les efforts extérieurs appliqués ;
- $[C_1]$ et $\{d\}$ sont une matrice et un vecteur permettant de définir des relations cinématiques entre les composantes du champ de déplacement $\{u\}$;
- $[C_2]$ et $\{j\}$ sont une matrice et un vecteur permettant de définir des relations cinématiques unilatérales entre les composantes du champ de déplacement $\{u\}$.

Cette formulation se place dans l'hypothèse où les composants se déforment de manière élastique et linéaire et que leurs déformations sont petites devant leurs dimensions.

Les simulations sont exécutées en considérant la rigidité nominale des composants. En d'autres termes, la matrice $[K]$ est calculée à partir de la géométrie nominale des composants et les valeurs qu'elle contient ne sont pas affectées par les écarts géométriques définis au paragraphe 2.

La préparation des modèles éléments finis des composants, c'est-à-dire la démarche à mettre en œuvre pour obtenir la matrice $[K]$, n'est pas abordée dans nos travaux. Des travaux concernant la définition de règles et l'automatisation de la simplification et de l'idéalisation de la géométrie en vue de construire des modèles éléments finis de composants complexes sont en cours au sein d'EADS Innovation Works [Boussuge *et al.*, 2012]. Nous utilisons des modèles coques, triangles ou quadrangles, identifiés par STRICHER comme offrant un bon compromis entre la qualité du résultat obtenu et le temps de calcul nécessaire pour exécuter la simulation [Stricher, 2013].

Le paragraphe 3.2 présente la méthode utilisée pour exprimer les relations géométriques imposées par les liaisons sous forme de conditions aux limites de la simulation éléments finis, c'est-à-dire pour construire les objets $[C_1]$, $\{d\}$, $[C_2]$ et $\{j\}$.

Le paragraphe 3.3 expose la formulation quasi-statique du problème de l'éq. (3.7) afin de prendre en compte l'effet de la séquence d'assemblage.

Enfin, l'évaluation des écarts des caractéristiques du produit à partir du champ de déplacement $\{u\}$ résultat de la simulation éléments finis est décrite au paragraphe 3.4.

3.2 Construction des conditions aux limites

3.2.1 Introduction

Au cours de l'assemblage, la réalisation d'une liaison se traduit par l'introduction de relations sur la situation relative entre les deux éléments géométriques impliqués dans cette liaison. Dans le contexte de nos travaux, où l'assemblage est simulé à l'aide de la méthode des éléments finis, les relations sur la situation relative entre ces éléments géométriques sont exprimées par des conditions aux limites introduites à l'éq. (3.7).

Ces relations peuvent être de type bilatéral ou de type unilatéral. L'expression des relations bilatérales, traduisant une coïncidence entre deux éléments géométriques comme l'alignement de deux trous par exemple, est présentée au paragraphe 3.2.2. L'expression des relations unilatérales, traduisant simplement une non-interpénétration entre les éléments géométriques, est présentée au paragraphe 3.2.3.

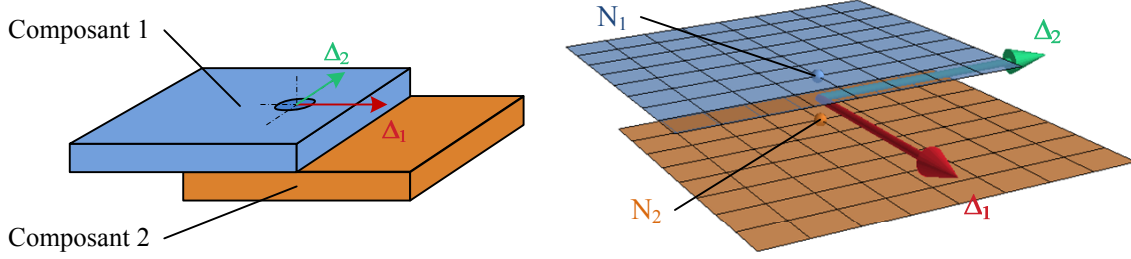


Figure 34 – Expression de la coaxialité de deux trous par deux relations sur les déplacements suivant Δ_1 et Δ_2 .

3.2.2 Expression des relations géométriques bilatérales

Nous utilisons la formulation proposée par BRETEAU dans ses travaux de thèse [Breteau, 2009] pour exprimer les relations bilatérales sous forme de conditions aux limites.

Soit deux nœuds N_1 et N_2 de la géométrie discrétisée appartenant respectivement à l'élément géométrique 1 du composant 1 et à l'élément géométrique 2 du composant 2, tous deux impliqués dans une liaison. Les coordonnées de ces nœuds, notées x_1 et x_2 , sont obtenues par l'éq. (3.8) :

$$\begin{cases} x_1 &= {}^n x_1 + \varepsilon_1 + u_1 \\ x_2 &= {}^n x_2 + \varepsilon_2 + u_2 \end{cases} \quad (3.8)$$

où :

- ${}^n x_1$ et ${}^n x_2$ sont les coordonnées nominales de ces nœuds ;
- ε_1 et ε_2 représentent les vecteurs d'écarts géométriques obtenus par l'éq. (3.5) ;
- u_1 et u_2 sont les déplacements des nœuds au cours de l'assemblage.

Les relations de situation introduites lors de la réalisation de la liaison s'expriment localement par un ensemble d'équations dont la forme est donnée par l'éq. (3.9) :

$$(x_1 - x_2) \cdot \Delta_i = \varepsilon_\ell \cdot \Delta_i + ({}^n x_1 - {}^n x_2) \cdot \Delta_i \quad (3.9)$$

Les Δ_i sont les directions suivant lesquelles les déplacements des éléments géométriques sont liés. La Figure 34 illustre la coaxialité de deux trous qui se traduit par des déplacements liés suivant deux directions Δ_1 et Δ_2 . Le vecteur ε_ℓ est le vecteur d'écart de liaison, également obtenu par l'éq. (3.5).

La combinaison des eqs. (3.8) et (3.9) permet d'exprimer les relations de situation de la liaison sous forme d'un ensemble d'équations liant les déplacements des nœuds N_1 et N_2 et prenant en compte les écarts géométriques des composants et l'écart de liaison :

$$(u_1 - u_2) \cdot \Delta_i = (\varepsilon_\ell + \varepsilon_2 - \varepsilon_1) \cdot \Delta_i \quad (3.10)$$

Le premier membre de cette équation est transformé en une ligne de la matrice $[C_1]$. Le second membre de cette équation, dont la valeur est définie en fonction de $\delta\alpha$, est la composante associée à cette ligne dans le vecteur $\{d\}$.

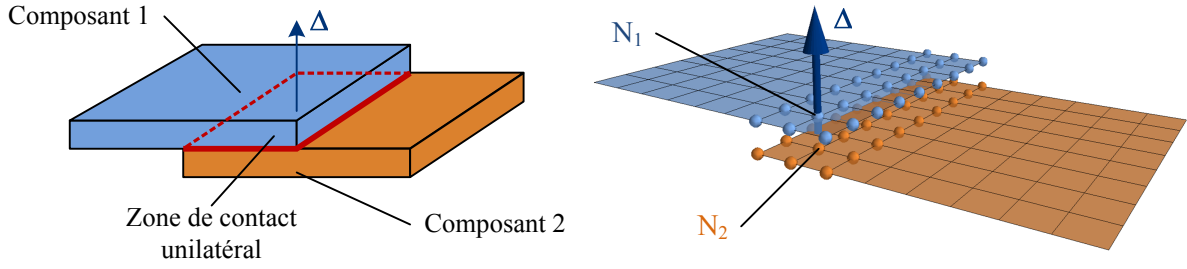


Figure 35 – Expression de conditions de non-interpénétration sous forme de conditions aux limites.

La discrétisation de la géométrie ne permet pas nécessairement de disposer de nœuds coïncidents comme sur la Figure 34. Lorsque ce n'est pas le cas, il est nécessaire d'avoir recours à des objets appelés *nœuds virtuels*. La méthode que nous utilisons pour construire des nœuds virtuels est décrite au paragraphe 1 de l'annexe B.

Dans le cas où un des deux composants est supposé rigide, le déplacement associé n'est pas défini dans le vecteur $\{u\}$ du problème mécanique formulé par l'éq. (3.7), et sa valeur est nulle. En supposant le composant 2 rigide, l'éq. (3.10) devient :

$$u_1 \cdot \Delta_i = (\varepsilon_\ell + \varepsilon_2 - \varepsilon_1) \cdot \Delta_i \quad (3.11)$$

Cette équation définit le déplacement imposé du nœud N_1 dans la direction Δ_i en fonction des écarts géométriques des composants et de la liaison. Comme pour l'éq. (3.10), le premier membre de cette équation est transformé en une ligne de la matrice $[C_1]$ et le second membre est la composante associée à cette ligne dans le vecteur $\{d\}$.

3.2.3 Expression des relations géométriques unilatérales

Afin de compléter le formalisme proposé par BRETEAU décrit au paragraphe précédent, nous proposons une méthode pour exprimer les relations géométriques unilatérales.

La Figure 35 illustre une liaison plane entre deux plaques. La relation géométrique associée à cette liaison s'exprime par la non-interpénétration des composants sur l'étendue de la zone de contact unilatéral.

Dans ce cas, la relation entre chaque paire de nœuds N_1 et N_2 qui traduit la non-interpénétration entre les composants est donnée par l'éq. (3.12), où Δ est la normale commune aux éléments géométriques nominaux.

$$(x_1 - x_2) \cdot \Delta \geq \varepsilon_\ell \cdot \Delta + ({}^n x_1 - {}^n x_2) \cdot \Delta \quad (3.12)$$

La combinaison des eqs. (3.8) et (3.12) permet d'exprimer la condition de non-interpénétration sous forme d'une équation liant les déplacements des nœuds N_1 et N_2 et prenant en compte les écarts géométriques des composants :

$$(u_1 - u_2) \cdot \Delta \geq (\varepsilon_\ell + \varepsilon_2 - \varepsilon_1) \cdot \Delta \quad (3.13)$$

Le premier membre de cette inéquation forme une ligne de la matrice $[C_2]$ de l'éq. (3.7), tandis que le second membre dont la valeur dépend des écarts des éléments géométriques impliqués est ajouté au vecteur $\{j\}$.

Une inéquation de cette forme est écrite pour chaque couple de nœuds impliqués dans la liaison, illustrés sur la Figure 35. Dans le cas de maillages coïncidents, il est aisé de définir les couples de nœuds impliqués dans la liaison. La solution retenue pour définir l'ensemble des nœuds impliqués dans la liaison dans le cas de maillages non coïncidents consiste à sélectionner l'élément géométrique dont le maillage est le plus dense et à construire les nœuds virtuels coïncidents sur le maillage de l'autre élément géométrique impliqué.

3.2.4 Expression des actions mécaniques extérieures

Nous distinguons deux catégories d'actions mécaniques extérieures appliquées au cours de l'assemblage : les actions volumiques et les actions ponctuelles.

Tout d'abord, les actions volumiques, principalement utilisées pour modéliser la gravité, s'appliquent à l'ensemble des composants. Ces actions sont modélisées à l'aide d'une matrice de masse $[M]$ et d'un champ de vecteur $\{g\}$ définissant la direction et l'intensité du champ d'actions volumiques. Le vecteur $\{g\}$ est écrit de manière homogène au champ de déplacement $\{u\}$. Par exemple, si la gravité est orientée suivant l'axe z , toutes les composantes de $\{g\}$ homologues à des déplacements suivant z prendront la valeur de l'intensité de la pesanteur et les autres composantes de $\{g\}$ seront égales à 0. Le vecteur de force résultant, noté $\{f_g\}$, est défini par l'éq. (3.14) :

$$\{f_g\} = [M] \cdot \{g\} \quad (3.14)$$

Les actions ponctuelles sont décrites par une norme, une direction et un point d'application appartenant à un composant. L'expression *action mécanique* désigne indifféremment une force ou un moment.

Si le point d'application correspond à un nœud de la géométrie discrétisée, l'effort peut directement être décrit par un vecteur $\{f_p\}$ de la même taille que $\{u\}$. Toutes ses composantes sont nulles sauf les composants homologues aux déplacements du nœud considéré. Par exemple, si un moment d'intensité 20 Nm autour de l'axe x s'applique au nœud N_i , la composante de f_p homologue au déplacement $u_{i,rx}$ prendra la valeur 20 et toutes ses autres composantes seront nulles.

WÄRMEFJORD *et al.* [Wärmefjord *et al.*, 2013] ont exploré l'effet d'incertitudes sur la localisation des points d'application des efforts extérieurs sur l'état géométrique du produit assemblé dans le cas de l'assemblage de carrosseries automobiles par soudage par point. Dans le cadre de nos travaux, nous ne considérons pas l'effet de cette source d'incertitude. Nous considérons que les efforts ponctuels sont appliqués à leur localisation nominale.

Finalement, le vecteur $\{f\}$ modélisant les efforts extérieurs appliqués à l'éq. (3.7) est la somme des

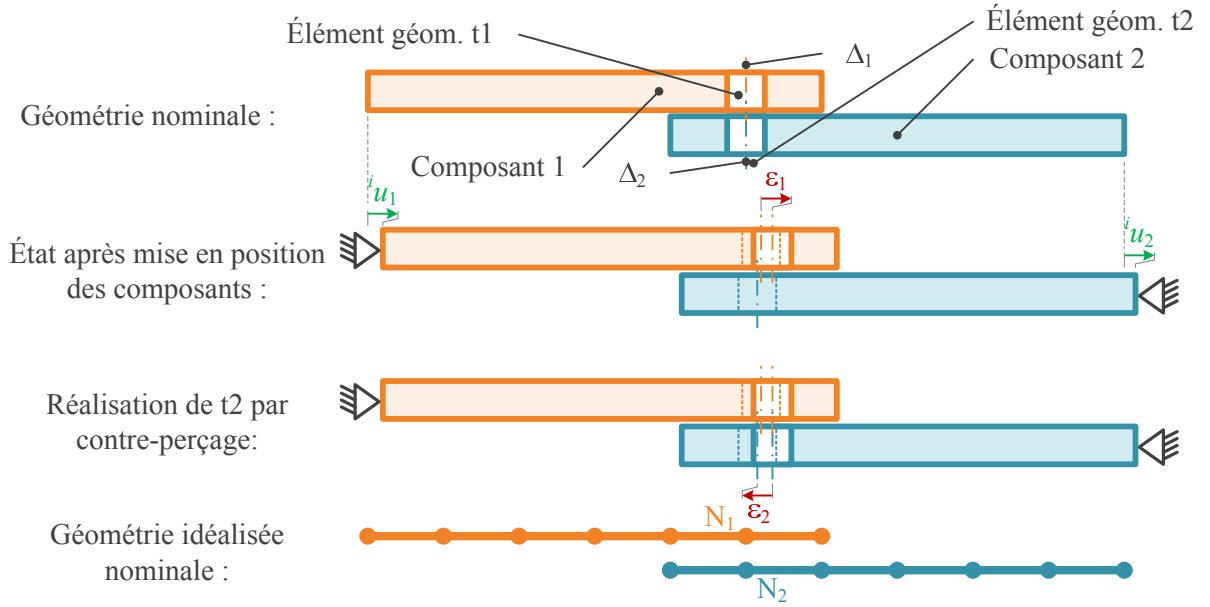


Figure 36 – Effet de la réalisation d'éléments géométriques au cours de l'assemblage.

vecteurs d'efforts élémentaires construits par les méthodes décrites précédemment :

$$\{f\} = \{f_g\} + \sum_k \{f_{p,k}\} \quad (3.15)$$

Si le point d'application ne correspond pas à un nœud de la géométrie discrétisée, nous utilisons une technique similaire à la construction d'un nœud virtuel décrite dans le paragraphe 2 de l'annexe B.

3.3 Prise en compte de la séquence dans la simulation éléments finis

La séquence d'assemblage peut avoir une influence non négligeable sur l'état géométrique du produit à l'issue de l'assemblage. C'est le cas notamment lorsque certains éléments géométriques sont réalisés en cours d'assemblage, par contre-perçage par exemple.

La Figure 36 illustre la réalisation d'une liaison par contre-perçage. Les composants 1 et 2 sont mis en position. Cette mise en position introduit un champ de déplacement – supposé uniforme pour chaque composant dans cet exemple – représenté par $^i u_1$ et $^i u_2$. L'écart de localisation du trou t1 est noté ε_1 . Le trou t2 est ensuite réalisé en *renvoyant* le trou t1 dans le composant 2, c'est-à-dire que les axes A_1 et A_2 sont coïncidents à cet instant de l'assemblage. La liaison réalisée ensuite implique la conservation de cette coïncidence dans la suite de l'assemblage. L'écart de liaison est nécessairement nul.

La traduction de la relation cinématique imposée par la liaison en une relation sur les déplacements des nœuds N_1 et N_2 est identique à celle définie au paragraphe 3.2.2. Nous utiliserons son équivalent unidimensionnel dans ce paragraphe :

$$u_2 - u_1 = \varepsilon_1 - \varepsilon_2 \quad (3.16)$$

Le premier membre de cette équation est transformé en une ligne de la matrice $[C_1]$ et le second membre en une composante du vecteur $\{d\}$.

Cependant, l'écart géométrique ε_2 dépend de l'état géométrique au moment où le trou t2 est réalisé par contre perçage. En notant x_0 la position nominale des axes Δ_1 et Δ_2 – ainsi que des nœuds N_1 et N_2 – la position des axes au moment du contre-perçage ${}^i x_1$ et ${}^i x_2$ est donnée par l'éq. (3.17) :

$$\begin{cases} {}^i x_1 &= x_0 + \varepsilon_1 + {}^i u_1 \\ {}^i x_2 &= x_0 + \varepsilon_2 + {}^i u_2 \\ {}^i x_1 &= {}^i x_2 \end{cases} \quad (3.17)$$

La valeur de l'écart résultant ε_2 peut alors être déduite :

$$\varepsilon_2 = \varepsilon_1 + {}^i u_1 - {}^i u_2 \quad (3.18)$$

L'éq. (3.18) illustre l'effet de l'état géométrique en cours d'assemblage sur les valeurs des composantes du vecteur $\{d\}$ du problème de mécanique. Pour prendre en compte cet effet, nous proposons de transformer la formulation du problème mécanique de l'éq. (3.7) en une formulation quasi-statique donnée à l'éq. (3.19) :

$$_{k \in \{1, \dots, N_s\}} \begin{cases} [K] \cdot_k \{u\} &= {}_k \{f\} \\ {}_k [C_1] \cdot_k \{u\} &= {}_k \{d(\delta \alpha_{k-1} \{u\})\} \\ {}_k [C_2] \cdot_k \{u\} &\geq {}_k \{j(\delta \alpha)\} \end{cases} \quad (3.19)$$

Par convention, toutes les composantes de ${}_0 \{u\}$ sont nulles. L'introduction des conditions aux limites modélisant les relations cinématiques et les efforts imposés au cours de l'assemblage est décomposée en N_s étapes. Le nombre d'étapes est défini en fonction du nombre de relations du type de l'éq. (3.16) dépendant de l'état géométrique courant.

Les matrices ${}_k [C_1]$ et ${}_k [C_2]$ ainsi que des vecteurs ${}_k \{f\}$, ${}_k \{d\}$ et ${}_k \{j\}$ sont construits à partir de leurs homologues à l'étape $k - 1$. La réalisation d'une liaison au cours de l'étape k implique l'ajout des lignes et des composantes correspondantes. Le démontage d'une liaison peut également être pris en compte en retirant les lignes et les composantes correspondantes. Il est également possible de faire varier le vecteur $\{f\}$ modélisant l'effet de la gravité entre deux étapes, et de simuler ainsi des changements d'orientation en cours d'assemblage.

3.4 Évaluation des écarts des caractéristiques du produit

3.4.1 Démarche générale

La résolution des N_s problèmes mécaniques à l'aide d'un code de calcul éléments finis fournit les champs de déplacement ${}_1 \{u\}$ à ${}_{N_s} \{u\}$. Ces champs représentent les déformations à l'issue de chaque étape de l'assemblage. Considérons un point M appartenant à un composant. Les coordonnées nominales

de M sont notées x . L'écart géométrique en ce point est noté $\varepsilon(M)$. Cet écart peut être obtenu à l'aide de l'éq. (3.5) et dépend de $\delta\alpha$.

Considérons l'état géométrique de l'assemblage à l'issue de l'étape k de l'assemblage. Si le point M coïncide avec un nœud de la géométrie discrétisée, alors le déplacement ${}_k\mathbf{u}(M)$ peut être directement extrait du vecteur ${}_k\{u\}$. Si ce n'est pas le cas, le point M peut être projeté sur le maillage par la méthode décrite au paragraphe 1 de l'annexe B. Alors le déplacement ${}_k\mathbf{u}(M)$ est donné par l'éq. (3.20) :

$${}_k\mathbf{u}(M) = \sum_i \lambda_i \cdot {}_k\mathbf{u}(N_i) \quad (3.20)$$

où les N_i sont les nœuds de l'élément sur lequel M est projeté, les λ_i sont les poids de ces nœuds et ${}_k\mathbf{u}(N_i)$ les déplacements en ces nœuds. L'éq. (3.20) n'est valable que pour des éléments linéaires en petites déformations comme ceux utilisés dans nos travaux.

L'écart entre la position du point M à l'issue de l'étape k de l'assemblage et sa position nominale est la somme de son écart géométrique initial et de son déplacement au cours de l'assemblage ${}_k\mathbf{u}(M)$.

$$\delta(M) = \varepsilon(M) + {}_k\mathbf{u}(M) \quad (3.21)$$

La connaissance de l'écart de position d'un ensemble arbitrairement choisi de points permet d'appliquer les techniques de métrologie conventionnelle pour évaluer les écarts des caractéristiques du produit à n'importe quelle étape de l'assemblage. La méthode proposée se veut très générale. Seule l'évaluation des jeux aux interfaces, spécifique à nos travaux, est détaillée au paragraphe suivant.

3.4.2 Application à l'évaluation des jeux aux interfaces

Le jeu à l'interface entre deux éléments géométriques appartenant à deux composants est défini comme la plus grande distance entre deux points appartenant à ces deux éléments géométriques et partageant la même normale nominale. La recherche stricte de ce maximum nécessiterait de parcourir toute l'étendue de l'intersection des éléments géométriques nominaux. La résolution numérique de ce problème nécessite d'adopter une discrétisation de la géométrie.

Dans le cadre de nos travaux, des conditions de contact unilatéral sont définies entre tous les éléments géométriques pour lesquels le jeu doit être évalué. La définition de ces conditions a déjà conduit à discrétiser les éléments géométriques, comme l'illustre la Figure 37.

L'expression de la distance d_i entre les nœuds N_i et N_{vi} est directement déduite de l'équation de condition de non-interpénétration (3.13) définie au paragraphe 3.2.3.

$$d_i = [{}_k\mathbf{u}(N_i) + \varepsilon(N_i) - ({}_k\mathbf{u}(N_{vi}) + \varepsilon(N_{vi}))] \cdot \Delta \quad (3.22)$$

où Δ est la normale commune aux éléments géométriques nominaux aux nœuds N_i et N_{vi} . Le jeu J à l'interface est donné par l'éq. (3.23) :

$$J = \max_{i \in \{11,12,13\}} d_i \quad (3.23)$$

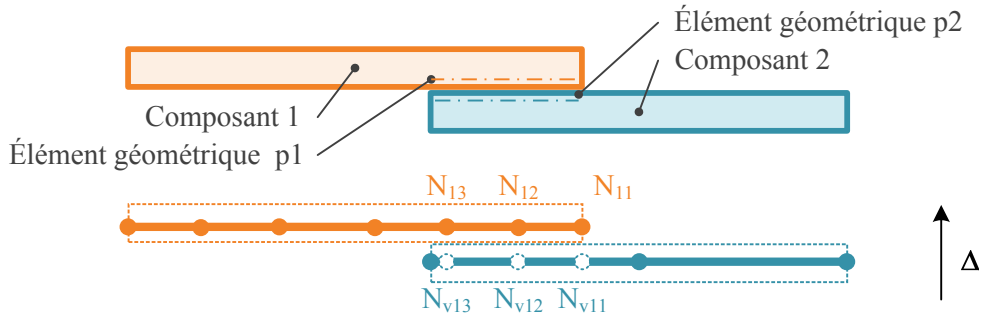


Figure 37 – Discretisation des éléments géométriques pour l'évaluation du jeu.

En notant j_0 le jeu nominal, le plus souvent égal à 0, l'écart δc de la caractéristique *jeu* à l'interface du produit est donné par l'éq. (3.24) :

$$\delta c = J - j_0 \quad (3.24)$$

3.5 Synthèse sur la relation de comportement de l'assemblage

La relation de comportement proposée traduit la propagation des écarts géométriques au cours de l'assemblage en prenant en compte la souplesse des composants, l'effet des contacts aux interfaces et l'effet de la séquence. Cette relation est évaluée par la résolution d'un problème éléments finis.

Les relations cinématiques introduites au cours de l'assemblage sont exprimées sous forme de conditions aux limites du problème éléments finis. La méthode utilisée pour intégrer les écarts géométriques $\delta\alpha$ en entrée de la RdCa à ces conditions aux limites s'appuie sur les travaux réalisés au LURPA et notamment sur les travaux de thèse de BRETEAU [Breteau, 2009].

Nous proposons une formulation quasi-statique du problème éléments finis afin de prendre en compte la séquence d'assemblage. Cette formulation permet d'une part d'écrire des conditions aux limites en fonction de l'état courant de l'assemblage et d'autre part d'évaluer des caractéristiques à l'issue d'une étape particulière de l'assemblage.

Enfin, une solution est proposée pour l'évaluation des écarts des caractéristiques du produit δc en fonction des champs de déplacements résultats de la simulation.

En supposant la matrice de rigidité $[K]$ et les modèles des liaisons et des efforts réalisés au cours de l'assemblage connus, la démarche proposée permet ainsi d'évaluer $\delta c = \mathcal{F}(\delta\alpha)$.

4 Méta-modèle de la relation de comportement de l'assemblage

4.1 Introduction

Dans le paragraphe précédent, nous avons présenté la méthode proposée pour évaluer la relation de comportement de l'assemblage $\mathcal{F}$ à l'aide de simulations éléments finis non-linéaires et quasi-statiques. Le coût de calcul pour l'évaluation de la RdCa $\mathcal{F}$ peut rapidement devenir très élevé, principalement pour deux raisons :

- la formulation quasi-statique du problème conduit à la résolution d'autant de problèmes statiques que d'étapes d'assemblage ;
- la résolution de problèmes statiques comportant des conditions aux limites unilatérales est itérative et plus coûteuse qu'une simulation ne comportant que des conditions bilatérales.

Par ailleurs, nous ne disposons pas d'une expression formelle de la RdCa. De ce fait, les méthodes probabilistes applicables pour évaluer la propagation des écarts géométriques à l'échelle d'une population afin d'en déduire un indicateur de conformité nécessitent de multiples évaluations de la RdCa. Il y a donc une incompatibilité entre l'utilisation de méthodes probabilistes et un coût d'évaluation de la RdCa élevé.

Pour lever ce verrou, deux approches sont utilisées dans la littérature.

La première consiste à modifier la formulation du problème éléments finis pour réduire le coût d'évaluation de la RdCa. DAHLSTRÖM et LINDKVIST [Dahlström et Lindkvist, 2007] utilisent un algorithme de recherche des contacts permettant de formuler le problème à l'aide de la méthode des coefficients d'influence (MIC) modifiée. La résolution du problème qu'il présente avec leur méthode est approximativement 5 fois plus rapide que la résolution à l'aide d'un code éléments finis du commerce, avec un écart négligeable entre les résultats obtenus par les deux méthodes. WÄRMEFJORD propose également d'utiliser un sous-échantillonnage des éléments géométriques en contact unilatéral. Cela permet de réduire la taille du système de conditions aux limites unilatérales et d'accélérer la résolution du problème.

UNGEMACH et MANTWILL [Ungemach et Mantwill, 2009] utilisent la méthode des coefficients d'influence dont ils corrigent le résultat a posteriori pour compenser les interpénétrations constatées.

STRICHER [Stricher, 2013] a également proposé de remplacer les conditions aux limites unilatérales par une approximation bilatérale portant sur les déplacements en rotation. Cela rend l'utilisation d'une méthode dérivée de la méthode des coefficients d'influence possible. Les résultats obtenus ne sont cependant pas satisfaisants pour prédire les jeux aux interfaces.

L'autre approche utilisée dans la littérature consiste à formuler une approximation $\mathcal{F}^*$ de la RdCa dont le coût d'évaluation est très faible. Cette stratégie est fréquemment utilisée pour réduire le coût de résolution de problèmes d'optimisation en ingénierie [Barton et Meckesheimer, 2006]. Cette approximation est désignée par différents termes, comme *sous-relation*, *modèle de régression*, *surface de réponse* ou *modèle réduit* par exemple. Nous la désignerons dans la suite par le terme *méta-modèle*. KLEIJNEN définit un méta-modèle comme une approximation d'une relation multi-entrées/multi-sorties données par une simulation [Kleijnen, 2007].

La méthode des coefficients d'influence (MIC), proposée par LIU et HU [Liu et Hu, 1997], peut être vue comme la construction d'un méta-modèle linéaire.

CAI *et al.* [Cai *et al.*, 2006] utilisent un développement en série de TAYLOR au second ordre pour approximer localement les non-linéarités impossibles à modéliser par la MIC. XIE *et al.* [Xie *et al.*, 2007] utilisent une méthode similaire. Les gains en coût de calcul sont cette fois de l'ordre d'un facteur 100 sur les exemples présentés. Les erreurs commises par l'approximation sont cependant plus élevées que pour les méthodes d'accélération de calcul.

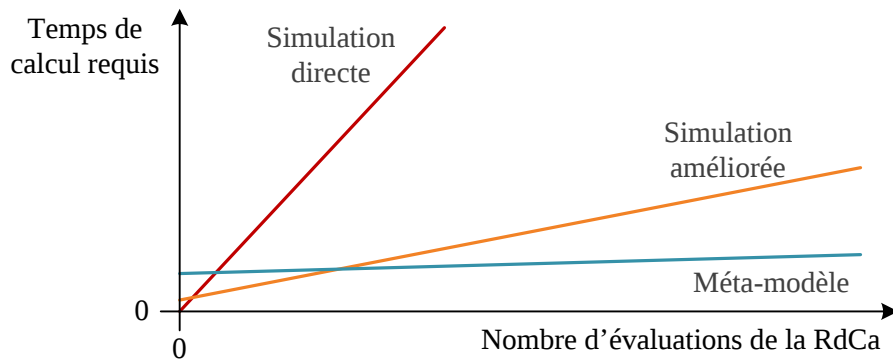


Figure 38 – Comparaison qualitative de l'évolution du temps de calcul en fonction du nombre d'évaluations de la relation de comportement par simulation directe, améliorée ou par un méta-modèle.

La Figure 38 illustre qualitativement l'évolution du temps de calcul en fonction du nombre d'évaluations de la relation de comportement. En utilisant la simulation directe, l'évolution est linéaire. En utilisant les méthodes de simulations améliorées telles que celles proposées par DAHLSTRÖM ou UN-GEMACH, un faible *investissement* initial pour préparer le modèle permet de réduire conséquemment le temps nécessaire pour chaque évaluation de la RdCa. Enfin, la construction d'un méta-modèle nécessite un *investissement* en calculs initiaux sensiblement plus grand, mais la durée nécessaire pour évaluer l'approximation de la RdCa construite est plusieurs ordres de grandeur plus faibles que la durée nécessaire pour évaluer la RdCa par simulation.

Dans le contexte de nos travaux, l'objectif est de résoudre un problème d'optimisation nécessitant de multiples évaluations de l'indicateur de conformité, nécessitant elles-mêmes de multiples évaluations de la RdCa. La réduction du temps de calcul nécessaire pour évaluer la RdCa est le critère de choix le plus important. Le recours à un méta-modèle semble la solution la plus adaptée.

Le paragraphe 4.2 présente différentes classes de méta-modèle permettant de construire une approximation $\mathcal{F}^*$ de la RdCa $\mathcal{F}$. L'analyse des propriétés de ces différentes classes nous permet de choisir celle correspondant le mieux au contexte de nos travaux. La démarche mise en place pour la construction du méta-modèle $\mathcal{F}^*$ est détaillée au paragraphe 4.3.

4.2 Sélection d'une classe de méta-modèle

4.2.1 Généralités sur les méta-modèles

La construction d'un méta-modèle peut être vue comme une technique d'ajustement de courbe généralisée dans un espace de dimension n . L'ajustement d'une courbe (représentant une fonction) à un nuage de points en 2D consiste à choisir une base de fonctions modèles – polynômes, sinus, etc. – et de régler les paramètres de ces modèles – ordre, coefficients, etc. – pour s'ajuster au mieux au nuage de points. Par analogie avec l'ajustement de courbes, l'expression *classe de méta-modèle* désigne la base de fonctions modèles et le réglage des paramètres du modèle s'appelle l'*entraînement*.

La construction d'un méta-modèle $\mathcal{F}^*$ dont la sortie est de dimension $N_c > 1$ peut se réduire à la construction d'un ensemble de méta-modèles f_i à valeur scalaire :

$$\begin{aligned} \mathcal{F}^* : \mathbb{R}^{N_g} &\longrightarrow \mathbb{R}^{N_c} \\ \delta\alpha &\longmapsto \begin{bmatrix} f_1^*(\delta\alpha) \\ \vdots \\ f_{N_c}^*(\delta\alpha) \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (3.25)$$

Les méta-modèles des classes présentées dans la suite sont construits sur un principe commun. Pour l'expliquer brièvement, nous utiliserons les notations suivantes :

- $\mathbf{x}$ est le vecteur de variables d'entrée d'un modèle de simulation ;
- y est la quantité d'intérêt obtenue à l'aide de la simulation ;
- f est la fonction définie de $\mathcal{D} \subset \mathbb{R}^n$ dans $\mathbb{R}$ telle que $f(\mathbf{x}) = y$ est la fonction évaluée par la simulation.

La construction d'un méta-modèle f^* nécessite au préalable de réaliser un échantillonnage $\{\mathbf{x}_i\}_{i \in \{1, \dots, N\}}$ du domaine $\mathcal{D}$ et d'évaluer les N réponses $\{y_i\}_{i \in \{1, \dots, N\}}$ associées à l'aide du modèle de simulation. Il s'agit ensuite de construire f^* de manière à ce que l'erreur dite d'*entraînement* ϵ soit minimale. L'erreur d'entraînement la plus couramment utilisée est la moyenne de la somme des carrés de l'erreur (*MSE* pour *Mean Squared Error*) définie à l'éq. (3.26) .

$$\epsilon = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (f^*(\mathbf{x}_i) - y_i)^2 \quad (3.26)$$

D'autres indicateurs de l'erreur d'entraînement, comme l'erreur absolue maximale par exemple, sont parfois utilisés mais le principe reste le même.

4.2.2 Propriétés attendues du méta-modèle

Dans le cas de l'ajustement de courbes, la base de fonctions modèles est généralement choisie en fonction des propriétés connues du nuage de points ou des propriétés attendues de la courbe ajustée. La démarche est similaire pour le choix de la classe de méta-modèle.

Le méta-modèle est destiné à être utilisé pour évaluer différents scénarios d'allocation de tolérances. Plus son domaine de validité – généralement égal au domaine $\mathcal{D}$ échantillonné – sera grand, plus le domaine d'exploration de scénarios d'allocation de tolérance sera vaste. Les classes de méta-modèles dont le domaine de validité est localisé autour d'un point exploré seront relativement mal adaptées aux objectifs de nos travaux.

La dimension n du méta-modèle est également un critère de sélection important. Le nombre d'écarts géométriques ayant une influence sur un écart du produit assemblé peut être de l'ordre quelques dizaines. Toutes les classes de méta-modèles peuvent être caractérisées par une dimension maximale applicable dans la pratique. Les classes dont la dimension maximale est inférieure à une dizaine sont donc mal adaptées à cette propriété intrinsèque du problème.

Enfin, la classe de méta-modèle choisie pour construire $\mathcal{F}^*$ doit disposer des propriétés de régularité connues de la RdCa $\mathcal{F}$. La prise en compte de l'effet des contacts entre composants se traduit souvent par des effets de *valeurs absolues* : le gradient de la relation de comportement de l'assemblage a de fortes chances de présenter des discontinuités au voisinage du point où le signe des écarts géométriques s'inverse. La classe de méta-modèle choisie doit permettre de représenter ce comportement pour éviter de produire une prédiction de mauvaise qualité au voisinage de cette singularité.

4.2.3 Propriétés des classes de méta-modèles

La construction de méta-modèles polynomiaux en dimension supérieure à 1 consiste généralement à construire un développement en série de TAYLOR local. La construction de méta-modèles par chaos polynomial ou par chaos polynomial creux permet d'obtenir une approximation valable sur un domaine plus grand et dont la dimension maximale est de l'ordre de 20 pour le chaos creux, comme l'on expérimenté BLATMAN et SUDRET [Blatman et Sudret, 2010]. Cependant, les modèles construits à partir de ces deux classes ne permettent pas de représenter les singularités potentielles de $\mathcal{F}$.

Les techniques d'interpolation spatiale, comme la méthode des distances inverses ou le krigeage, peuvent permettre de donner une approximation acceptable des singularités si l'échantillonnage est raffiné dans les zones potentiellement singulières [Barton et Meckesheimer, 2006]. La construction d'un méta-modèle de ces classes est envisageable en dimension 10. Cependant, au-delà de la dimension 5, le coût d'évaluation du méta-modèle augmente considérablement. Or la première des propriétés attendues du méta-modèle est d'avoir un très faible coût d'évaluation.

Les réseaux de neurones permettent de construire des méta-modèles en relativement grande dimension [Haykin, 2010]. Les travaux d'évaluation de la capacité à construire un méta-modèle de la relation de comportement de l'assemblage à l'aide d'un réseau de neurones que nous avons conduits ont donné lieu à une communication [Andolfatto et al., 2012]. Les méthodes traditionnelles de régression par réseau de neurones ne permettent pas de représenter les comportements singuliers. Il est possible de construire un réseau capable de reproduire un comportement singulier en dérivée ou une discontinuité, mais le nombre de paramètres à régler durant la construction rend la tâche très complexe.

Les régressions à vecteur de support (SVR pour *Support Vector Regression*) sont moins complexes à construire que les réseaux de neurones, mais elles ne permettent pas de construire de modèles présentant des singularités et l'évaluation du méta-modèle peut être lente en grande dimension.

La régression multivariée par splines adaptatives (MARS pour *Multivariate Adaptive Regression Splines*) proposée par FRIEDMAN [Friedman, 1991] permet de construire des modèles en combinant des fonctions linéaires par morceaux. Cette classe de méta-modèle est donc particulièrement adaptée pour représenter des discontinuités en tangence. Un exemple illustrant les discontinuités en tangence de méta-modèle MARS est proposé sur la Figure 39. Cette classe est également bien adaptée pour les problèmes de grande dimension [Murphy et al., 2004]. Par ailleurs, la combinaison et le raccordement de fonctions linéaires par morceaux permettent de construire un méta-modèle global sur un domaine.

Les mélanges experts ne constituent pas une classe de méta-modèles en soi, mais plutôt une stratégie d'utilisation particulière dans le cas où le modèle $\mathcal{F}$ présente des discontinuités. Plusieurs classes sont

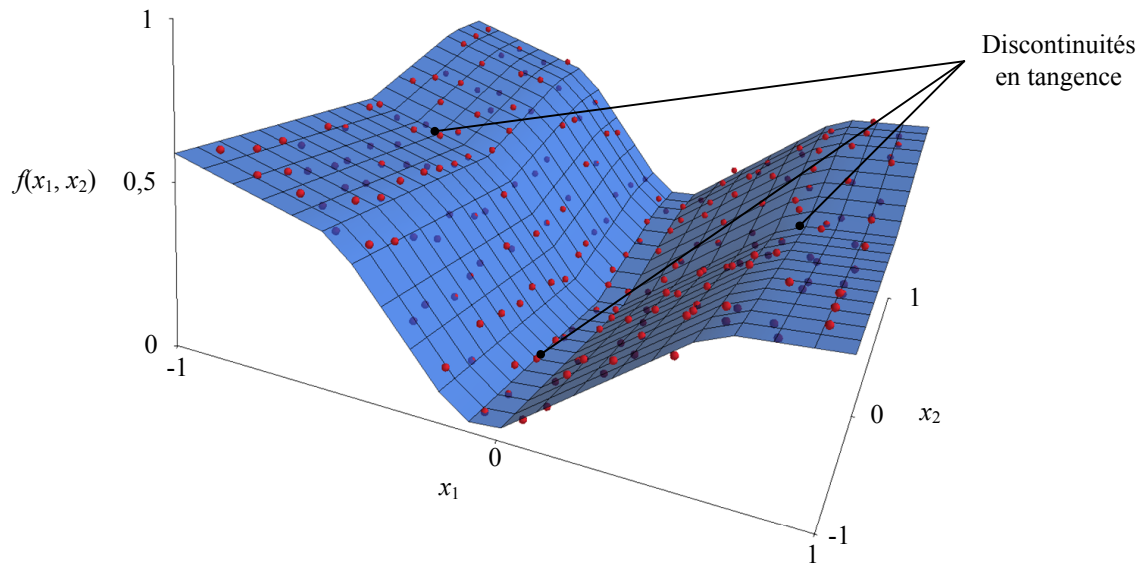


Figure 39 – Illustration des données d'entraînement et des discontinuités en tangence d'un méta-modèle MARS.

Tableau 8 – Synthèses des propriétés des différentes classes de méta-modèles.

Classe de méta-modèle	Discontinuités	Domaine	Dimension max.
Polynomial	Non	Local	–
Chaos polynomial (creux)	Non	Global	5 à 10 (20)
Interpolation spatiale	Oui sous conditions	Global	5 à 10
Réseaux de neurones	Oui sous conditions	Global	10 à 15
Régression à vecteur de support	Non	Global	10 à 15
MARS	Gradient	Global	20
Mélange expert	Oui	Global	Suivant classe de base

identifiées parmi les points d'entraînement $\{(x_i, y_i)\}_{i \in \{1, \dots, N\}}$. Plus les discontinuités sont franches, plus le problème de classification est simple à résoudre. Une fois les classes identifiées, un méta-modèle est construit dans chaque classe. Un mélange expert construit à partir de méta-modèles réguliers peut tout de même traduire des comportements discontinus.

Le Tableau 8 synthétise les propriétés des différentes classes de méta-modèles explorées au paragraphe précédent. Nous avons retenu la classe de méta-modèle MARS car elle dispose de toutes les propriétés attendues : la capacité à fournir une prédiction sur un domaine global, une dimension maximale parmi les plus élevées et surtout la capacité à modéliser les discontinuités en tangence de la surface de réponse.

4.3 Construction du méta-modèle MARS

4.3.1 Introduction

SHAN et WANG [Shan et Wang, 2010] utilisent l'acronyme HEB pour désigner les *High-dimensional computationally Expensive Black-box functions*. La notion de grande dimension n'est pas définie formellement, mais lorsque la dimension dépasse 10 ou 15 comme dans le cadre de nos travaux, il s'agit des problèmes globalement admis comme de grande dimension. La notion de coût élevé en calcul est subjective et implique le fait qu'il soit nécessaire de maîtriser l'investissement en calculs initiaux pour construire le méta-modèle afin de permettre un *retour sur investissement* comme sur la Figure 38. Enfin, *black-box* s'applique également à nos travaux dans une certaine mesure. La RdCa $\mathcal{F}$ à modéliser est effectivement connue de manière implicite, mais nous disposons tout de même d'informations sur sa topologie et sa régularité.

Dans la revue de littérature qu'ils proposent, SHAN et WANG identifient trois étapes au processus de construction de méta-modèle dans le cas de HEB : la réduction de la dimension du problème, l'entraînement du méta-modèle et l'évaluation de sa qualité.

La méthode de réduction de la dimension du problème que nous proposons au paragraphe 4.3.2 s'appuie sur une hypothèse quant à la propagation des écarts géométriques au cours de l'assemblage. L'entraînement du méta-modèle pour le problème de dimension réduite est décrit au paragraphe 4.3.3. L'évaluation de la qualité du méta-modèle est abordée au paragraphe 4.3.4.

4.3.2 Réduction de la dimension

Le vecteur d'entrée de la relation de comportement de l'assemblage $\mathcal{F}$ est de dimension N_g correspondant au nombre d'écarts géométriques de l'avant-projet de gamme d'assemblage. En supposant un produit comportant 20 composants et 5 écarts géométriques définis pour chaque composant, nous obtenons $N_g = 100$. Ce nombre est largement supérieur à la dimension maximale des MARS donnée dans le Tableau 8. Par ailleurs, les écarts géométriques n'ont pas tous une influence sur chacun des écarts des caractéristiques du produit.

Nous considérons dans la suite la construction du méta-modèle f_j^* permettant de prédire l'écart δc_j de la caractéristique j du produit en fonction des écarts géométriques $\delta \alpha$.

La réduction de la dimension du problème vise à séparer les $N_{g,j}$ écarts géométriques $^j \delta \tilde{\alpha}$ ayant potentiellement une influence sur δc_j des écarts n'ayant pas d'influence. L'entraînement d'un méta-modèle est un problème de complexité exponentielle par rapport à la dimension [Shan et Wang, 2010]. La réduction de la dimension aux seules variables influentes réduit donc sensiblement la complexité de l'entraînement. Cela permet également de limiter le risque de construire un méta-modèle attribuant une influence *factice* à des écarts géométriques qui pourrait exister dans un ensemble de points d'entraînement $\{(\delta \alpha_i, \delta c_{j,i})\}_{i \in \{1, \dots, N\}}$ mal construit.

Pour séparer les écarts géométriques influents des écarts géométriques non-influents, nous faisons l'hypothèse suivante :

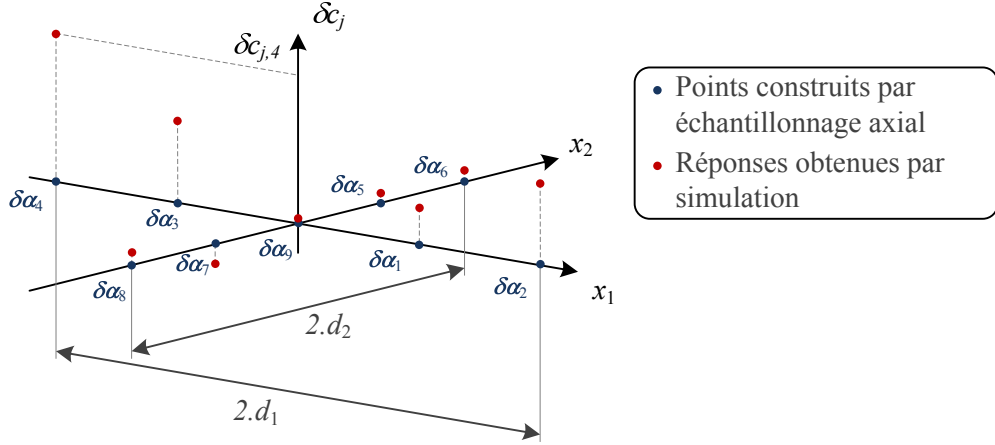


Figure 40 – Plan d'expérience axial (avec $n_a = 2$) pour identifier les écarts géométriques non-influents.

Un écart géométrique n'a pas d'influence – même en interaction avec d'autres écarts géométriques – s'il n'a pas d'influence pris séparément.

Nous ne faisons pas l'hypothèse que les interactions entre écarts géométriques n'existent pas, mais simplement qu'elles n'existent qu'entre écarts géométriques ayant unitairement une influence.

Plutôt que d'opérer une sélection des écarts géométriques influents, la réduction de dimension se fait en éliminant les écarts géométriques non-influents.

Cette élimination est réalisée en analysant les réponses obtenues à l'aide d'un plan d'expérience axial illustré sur la Figure 40.

L'échantillon de points utilisé pour identifier les écarts géométriques non-influents comporte $2 \cdot n_a \cdot N_g$ points, où n_a est le nombre de points évalués sur chaque axe du domaine d'étude $\mathcal{D}$. La k -ième composante du i -ème vecteur de l'échantillon $\delta\alpha_i$, notée $\delta\alpha_{k,i}$ est définie par l'éq. (3.27) où d_k représente la demi-taille du domaine $\mathcal{D}$ dans la direction k .

$$\delta\alpha_{k,i} = \begin{cases} \frac{i - 2 \cdot n_a \cdot (k - 1)}{n_a} \cdot d_k & \text{si } 1 \leq 2 \cdot n_a \cdot (k - 1) \leq n_a \\ \left[\frac{i - 2 \cdot n_a \cdot (k - 1)}{n_a} - n_a \right] \cdot d_k & \text{si } n_a + 1 \leq 2 \cdot n_a \cdot (k - 1) \leq 2 \cdot n_a \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \quad (3.27)$$

Le dernier vecteur de l'échantillon $\delta\alpha_{2n_a N_g}$ est nul. Les $2 \cdot n_a \cdot N_g$ réponses δc associées sont obtenues en exécutant autant de simulations.

Nous définissons le facteur d'influence axiale de l'écart géométrique k sur l'écart de la caractéristique du produit j noté $AIF_{k,j}$ comme le maximum de la valeur absolue de l'influence moyenne de l'écart k dans le domaine positif et dans le domaine négatif, illustrée sur la Figure 41.

Les réponses $\delta c_{j,i}$ obtenues par la simulation éléments finis sont entachées d'une erreur numérique de l'ordre de 10^{-4} ou 10^{-5} . Cette erreur est notée t . L'écart géométrique k est déclaré influent sur l'écart de la caractéristique j si et seulement si $AIF_{k,j} > t/d_k$.

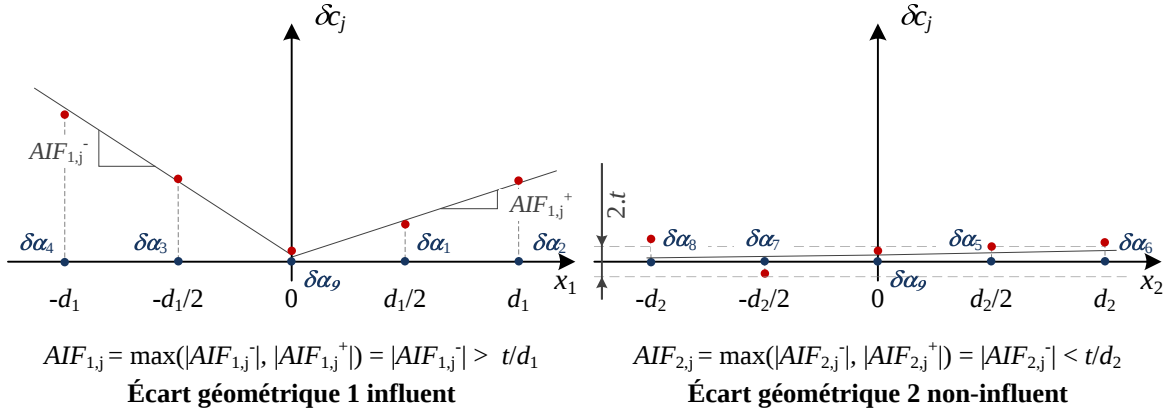


Figure 41 – Évaluation du facteur d'influence axiale $AIF_{k,j}$ et conclusion sur l'influence.

4.3.3 Entraînement du méta-modèle MARS

La formulation générique d'un méta-modèle MARS du second ordre est définie à l'éq. (3.28). La seconde somme n'est pas présente dans un modèle d'ordre 1 et une troisième somme de produits de 3 fonctions de base est ajoutée pour les modèles d'ordre 3.

$$\begin{aligned}
 f^* : \quad \mathbb{R}^n &\longrightarrow \mathbb{R} \\
 \mathbf{x} = \begin{bmatrix} \vdots \\ x_k \\ \vdots \end{bmatrix} &\longmapsto \chi_0 + \sum_{i=1}^{N_1} \chi_i \cdot B_i(\mathbf{x}) + \sum_{j=1}^{N_2} \chi_{2j} \cdot B_{1j}(\mathbf{x}) \cdot B_{2j}(\mathbf{x})
 \end{aligned} \tag{3.28}$$

où les fonctions B sont les fonctions de base du modèle définies par l'éq. (3.29) et illustrées sur la Figure 42.

$$\begin{aligned}
 B : \quad \mathbb{R}^n &\longrightarrow \mathbb{R} \\
 \mathbf{x} = \begin{bmatrix} \vdots \\ x_k \\ \vdots \end{bmatrix} &\longmapsto \max(0, -1^p \cdot (x_k - x_{k,0}))
 \end{aligned} \tag{3.29}$$

Les fonctions de base ne dépendent que de la composante k du vecteur $\mathbf{x}$ et sont invariantes vis-à-vis des autres composantes. Les termes du second ou du troisième ordre représentent les interactions entre les variables d'entrée.

L'entraînement du méta-modèle consiste à trouver les valeurs adéquates des paramètres N , χ , k , p et $x_{k,0}$ à partir d'un échantillon de N_e points d'entraînement. L'algorithme d'entraînement proposé par FRIEDMAN [Friedman, 1991] est séquentiel.

Il consiste tout d'abord à ajouter des paires de fonctions de base partageant le même nœud $x_{k,0}$ et possédant des valeurs de p égales à 0 et à 1. Dans notre cas, la recherche de fonctions de base à ajouter est limitée aux seules fonctions impliquant des écarts géométriques influents.

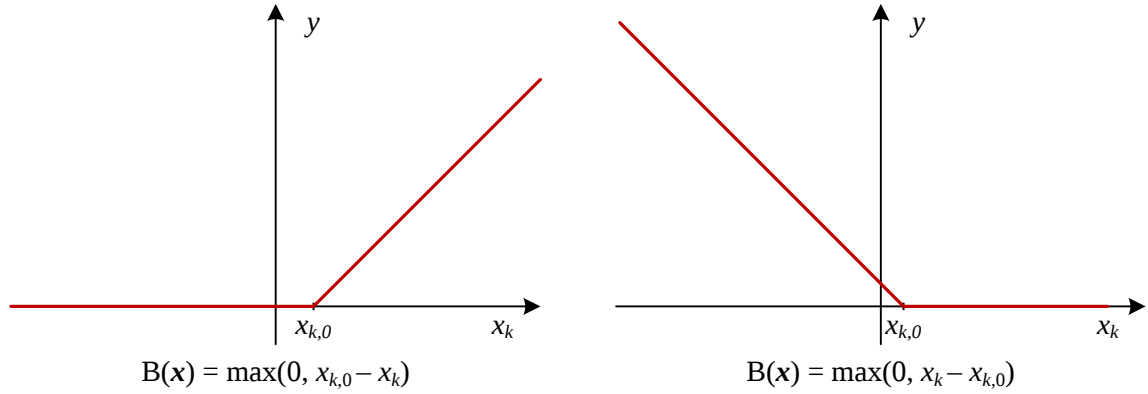


Figure 42 – Fonctions de base des méta-modèles MARS.

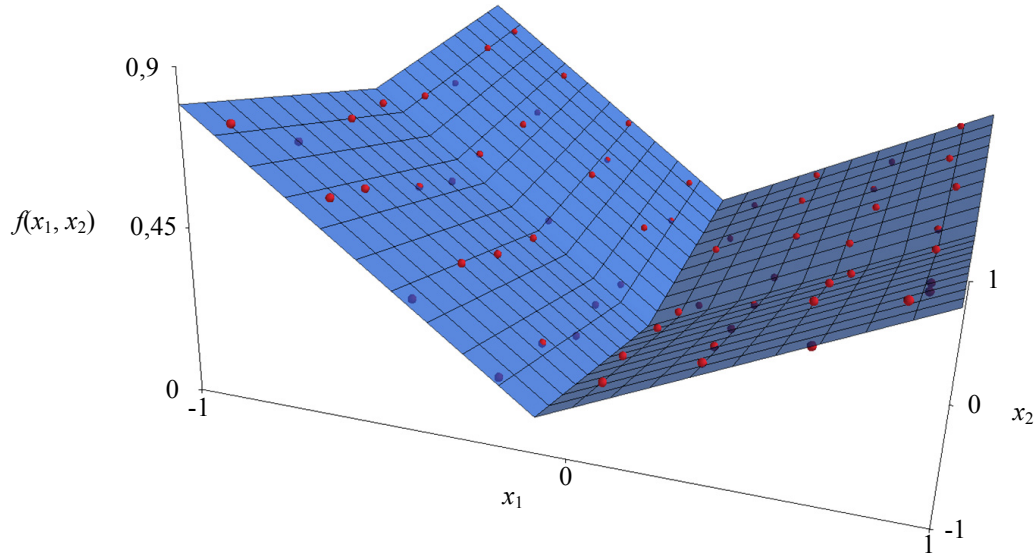


Figure 43 – Représentation graphique du méta-modèle défini par l'éq. (3.31).

Une fois que le nombre de termes $N_1 + N_2$ atteint une valeur seuil prédéfinie ou que l'ajout de nouveaux termes entraîne une augmentation de l'erreur d'entraînement, l'ajout de termes s'arrête.

Une étape d'élagage est ensuite réalisée pour retirer les termes les moins efficaces. L'objectif de l'élagage est de minimiser l'erreur généralisée définie par l'éq. (3.30) :

$$eg = \frac{\epsilon}{\left(1 - \frac{(P+2)(N_1+N_2)-P}{2 \cdot N_e}\right)^2} \quad (3.30)$$

où P est un facteur de pénalité généralement égal à 2 [Friedman, 1991] et ϵ est l'erreur d'entraînement définie à l'éq. (3.26). La minimisation de l'erreur généralisée peut être vue comme la recherche du meilleur compromis entre le nombre de termes du modèle et l'erreur de prédiction sur l'échantillon d'entraînement.

Les termes de l'équation d'un méta-modèle MARS peuvent être interprétés assez simplement. Le méta-modèle défini par l'éq. (3.31) est représenté sur la Figure 43.

$$f(x_1, x_2) = 0,7 \cdot \max(0, 0 - x_1) + 0,4 \cdot \max(0, x_1 - 0) + 0,1 \cdot \max(0, 0 - x_2) + 0,2 \cdot \max(0, x_2 - 0) \quad (3.31)$$

Sur cet exemple, les amplitudes χ_i des deux termes impliquant x_1 valent respectivement 0,4 et 0,7 et traduisent une plus grande sensibilité de f vis-à-vis de x_1 que de x_2 pour lesquels les amplitudes valent 0,1 et 0,2. De manière générale, l'expression formelle du méta-modèle MARS permet d'évaluer l'impact des écarts géométriques sur les caractéristiques du produit.

La qualité du méta-modèle entraîné dépend en grande partie de la taille et de la topologie de l'échantillon d'entraînement utilisé. Plus l'échantillon est grand, plus la densité de points dans le domaine d'étude $\mathcal{D}$ est élevée et plus il y a de chances de réussir à capturer des motifs locaux de la RdCa.

La solution que nous avons retenue consiste à réaliser un échantillonnage uniforme du domaine d'étude $\mathcal{D}$ pour l'entraînement.

L'échantillonnage hypercube latin (LHS pour *Latin Hypercube Sampling*) a été identifié comme un des plus performants dans la littérature [Haykin, 2010]. Cependant, la réduction de dimension décrite au paragraphe 4.3.2 entraîne la perte des propriétés topologiques particulières du LHS si l'on ne considère pas tous les écarts géométriques en entrée. Réaliser un échantillonnage LHS spécifique pour entraîner chaque méta-modèle f_j^* associé aux N_c écarts des caractéristiques du produit nécessiterait l'exécution de $N_c \cdot N_e$ simulations. Cette solution augmenterait considérablement le budget de calcul alloué à la construction du méta-modèle et n'est pas souhaitable. Par ailleurs, aucune différence notable n'a pu être identifiée entre l'échantillonnage uniforme et LHS dans le cas d'entraînement de réseau de neurones décrit dans [Andolfatto et al., 2012].

La taille N_e de l'échantillon est un paramètre délicat à régler. Dans la pratique, une valeur empirique est choisie et si la qualité du méta-modèle obtenu n'est pas satisfaisante, de nouvelles simulations sont réalisées pour disposer de points d'entraînement supplémentaires.

4.3.4 Évaluation de la qualité du méta-modèle

Un méta-modèle est une approximation d'une relation multi-entrées/multi-sorties. La prédiction des sorties de la relation est entachée d'erreurs. Dans le cas de relations définies implicitement, comme la RdCa $\mathcal{F}$ dans notre cas, il n'est a priori pas possible d'évaluer simplement un majorant de ces erreurs sur le domaine étudié $\mathcal{D}$ [Haykin, 2010]. L'évaluation de la qualité du méta-modèle doit donc être réalisée de manière empirique, à partir d'un échantillon de points obtenus par simulation.

Deux types d'évaluation de la qualité du méta-modèle existent dans la littérature.

Le premier, généralement désigné par l'expression *cross-validation*, consiste à utiliser le même échantillon que celui ayant servi à l'entraînement. Ce type d'évaluation ne nécessite pas l'exécution de nouvelles simulations et permet donc de limiter le coût de construction du méta-modèle. Cependant, les indicateurs obtenus à l'aide de méthode de cross-validation ne permettent pas de mesurer la capacité

de généralisation du méta-modèle, c'est-à-dire sa capacité à fournir une approximation correcte en des points inexplorés.

Afin d'évaluer la capacité de généralisation du méta-modèle, nous proposons d'utiliser une méthode d'évaluation à base d'échantillon de test. Ce type de méthode nécessite de réaliser N_t nouvelles simulations pour constituer un échantillon $\{(\mathbf{x}_i, y_i)\}_{i \in \{1, \dots, N_t\}}$ de points précédemment inexplorés, mais il permet de comparer les prédictions du méta-modèle aux valeurs obtenues par simulation pour des points non-utilisés au cours de l'entraînement.

L'indicateur le plus couramment utilisé [Iooss, 2009], appelé *coefficient de prédictivité* du méta-modèle et généralement noté Q_2 , est défini à l'éq. (3.32).

$$Q_2 = 1 - \frac{\sum_{i=1}^{N_t} [y_i - f^*(\mathbf{x}_i)]^2}{\sum_{i=1}^{N_t} [y_i - \bar{y}]^2} \quad (3.32)$$

Plus ce coefficient est proche de 1, plus le méta-modèle est de bonne qualité. Au-delà de 0,9, le méta-modèle présente une très faible erreur d'approximation. En dessous de 0,75, la qualité de l'approximation est généralement considérée médiocre et le méta-modèle doit être ré-entraîné.

La valeur du coefficient de prédictivité évaluée dépend fortement de l'échantillon de test, en particulier de sa taille et de sa topologie. Plus l'échantillon est grand, plus la densité moyenne de points explorés dans le domaine d'étude $\mathcal{D}$ est élevée et donc plus l'image de Q_2 évalué reflète la capacité de généralisation réelle du méta-modèle. Il n'existe cependant pas de méthodes permettant de relier la taille de l'échantillon et la qualité du Q_2 évalué. La taille de l'échantillon de test N_t doit donc être choisie empiriquement.

Pour des raisons similaires, plus la répartition des points est uniforme dans le domaine d'étude $\mathcal{D}$, plus la valeur de Q_2 obtenue est représentative de la capacité de généralisation du méta-modèle. L'algorithme de FEUILLARD [Iooss et al., 2008] permet de construire un échantillon de test à faible discrétance – c'est-à-dire possédant une bonne répartition dans le domaine d'étude – de taille N_t arbitraire qui offre une prédiction fiable de Q_2 à taille d'échantillon N_t fixée. Cet algorithme est difficilement applicable en dimension supérieure à quelques unités, mais son utilisation montre l'intérêt d'utiliser un échantillon à faible discrétance. La méthode la plus simple pour construire un tel échantillon en grande dimension est de recourir à l'échantillonnage hypercube latin.

Le coefficient de prédictivité Q_2 peut être évalué indifféremment pour chaque méta-modèle f_j^* ou pour le méta-modèle général de la RdCa $\mathcal{F}^*$.

4.4 Synthèse sur la construction d'un méta-modèle

Dans le cas de problèmes où la souplesse des composants, la séquence d'assemblage et l'effet des contacts aux interfaces sont pris en compte, la relation de comportement de l'assemblage non-linéaire est définie implicitement. Elle est évaluée par le biais de simulations éléments finis dont le coût de calcul est relativement élevé. Ce coût de calcul élevé rend difficile la mise en application de méthodes probabiliste pour prédire la propagation des écarts géométriques à l'échelle d'une population.

Nous contournons cette difficulté par l'emploi d'un méta-modèle. L'introduction d'une erreur de prédiction mise à part, le coût de construction initial d'un méta-modèle est rapidement amorti par le gain de temps considérable à chaque évaluation de l'approximation $\mathcal{F}^*$ la RdCa. Cette stratégie est d'ailleurs couramment utilisée pour l'optimisation de systèmes complexes [Barton et Meckesheimer, 2006, Shan et Wang, 2010].

Le choix des méta-modèles MARS tient compte des propriétés connues et attendues de la RdCa, notamment sa possible discontinuité en tangence.

La stratégie de construction du méta-modèle que nous proposons est très largement inspirée des travaux de la littérature. La réduction de la dimension du problème, nécessaire pour envisager de traiter des cas d'application à l'échelle industrielle, est basée sur l'analyse des facteurs d'influence axiaux définis au paragraphe 4.3.2. Cette stratégie s'appuie sur l'hypothèse qu'un écart géométrique n'ayant pas d'influence seul n'aura pas d'influence lorsqu'il est en interaction avec d'autres écarts géométriques.

L'entraînement du méta-modèle est réalisé à l'aide d'un échantillonnage uniforme. L'évaluation de la qualité est réalisée à l'aide du coefficient de prédictivité Q_2 évalué à partir d'un échantillon de test.

Un des intérêts d'un méta-modèle MARS, par rapport à certaines autres classes de méta-modèles, est que son expression formelle donnée à l'éq. (3.28) est relativement lisible. L'analyse des χ permet de comparer rapidement l'influence de plusieurs écarts géométriques sur l'écart d'une caractéristique du produit.

5 Indicateurs de conformité

5.1 Introduction

En notant c_0 le vecteur contenant les N_c valeurs nominales des caractéristiques du produit sur lesquelles portent des exigences, l'évaluation de la relation de comportement ou de son méta-modèle permet de connaître la valeur c de ces caractéristiques pour un vecteur d'écarts géométriques $\delta\alpha$ donné :

$$c = c_0 + \mathcal{F}(\delta\alpha) = c_0 + \delta c \quad (3.33)$$

Pour qu'une instance du produit assemblé soit déclarée conforme, il faut que ses caractéristiques soient toutes situées dans leur domaine de conformité. Nous désignerons par $\mathcal{D}_{ex}$ la restriction de $\mathbb{R}^{N_c}$ représentant le domaine de conformité du produit. Le produit est déclaré conforme si et seulement si $c \in \mathcal{D}_{ex}$.

L'indicateur de conformité associé à un avant-projet de gamme d'assemblage doit représenter la capacité à produire des produits satisfaisant aux exigences. Il doit donc traduire la propagation des écarts géométriques au cours de l'assemblage à l'échelle d'une population de produits assemblés. Cet indicateur doit également permettre de comparer plusieurs avant-projets de gamme. Les indicateurs binaires de type *pire des cas* permettent de distinguer les avant-projets de gamme conduisant à une satisfaction de toutes les exigences dans tous les cas de ceux conduisant potentiellement à des non-conformités. Mais ils ne permettent pas de comparer plusieurs de ces avant-projets conduisant potentiellement à des non-

conformités. Pour y parvenir, les indicateurs continus sont plus pertinents dans le cadre d'un problème d'optimisation où la conformité n'est pas une contrainte.

Nous supposons que les tolérances allouées aux écarts géométriques et les dispersions des techniques de l'avant-projet de gamme d'assemblage sont définies sous la forme d'une loi de probabilité jointe $\mathcal{L}_{\delta\alpha}$ pour le vecteur $\delta\alpha$. Cela revient à connaître la loi de probabilité marginale de chaque écart géométrique et la structure de dépendance entre les écarts. Une structure de dépendance définit les relations existantes entre les écarts géométriques. Dans la pratique, les lois marginales des écarts sont souvent considérées indépendantes. Les indicateurs de conformités proposés dans la suite permettent d'associer une valeur à cette loi de probabilité jointe $\mathcal{L}_{\delta\alpha}$.

Le paragraphe 5.2 présente le taux de non-conformité globale évalué par une méthode MONTE-CARLO. Cet indicateur ne permet pas d'identifier les caractéristiques sujettes à non-conformité ni les sources de ces non-conformité. Pour y parvenir, des indicateurs basés sur l'évaluation du taux de non-conformité de chaque exigence sont présentés au paragraphe 5.3.

5.2 Taux de non-conformité globale

5.2.1 Définition

La revue proposée par HONG et CHANG [Hong et Chang, 2002] montre qu'une grande partie des travaux de la littérature sur l'analyse de tolérances vise à construire un indicateur représentant la satisfaction d'une seule exigence. Or dans le contexte de nos travaux, l'objectif est de mesurer la satisfaction des N_c exigences du produit assemblé par un unique indicateur.

DANTAN *et al.* [Dantan *et al.*, 2008] et WU *et al.* [Wu *et al.*, 2009] utilisent le taux de conformité défini comme la probabilité de l'événement « *Toutes les exigences d'un produit assemblé sont satisfaites* », et cherchent à maximiser ce taux. Afin d'utiliser un indicateur à minimiser, nous utiliserons le taux de non-conformité globale, défini comme la probabilité de l'événement « *Au moins une des exigences d'un produit assemblé n'est pas satisfaite* ». Le taux de non-conformité globale Nc_g est défini par l'éq. (3.34) :

$$Nc_g = \mathbb{P}(\mathbf{c} = \mathbf{c}_0 + \delta\mathbf{c} \notin \mathcal{D}_{ex}) \quad (3.34)$$

Cette définition est similaire à celle proposée par BEAUCAIRE *et al.* [Beucaire *et al.*, 2012]. Le taux de non-conformité globale est le complément à 1 du taux de conformité globale. Les deux indicateurs contiennent donc la même information.

Du point de vue pratique, le taux de non-conformité globale indique la probabilité d'obtenir un produit qui nécessitera des réparations pour être conforme.

5.2.2 Évaluation

La propagation de la loi de probabilité jointe des écarts géométriques $\mathcal{L}_{\delta\alpha}$ au travers de la relation de comportement de l'assemblage $\mathcal{F}$ permet de reconstruire la loi de probabilité jointe des écarts sur les caractéristiques du produit. L'éq. (3.33) permet d'en déduire la loi de probabilité jointe $\mathcal{L}_c$ des caractéristiques du produit.

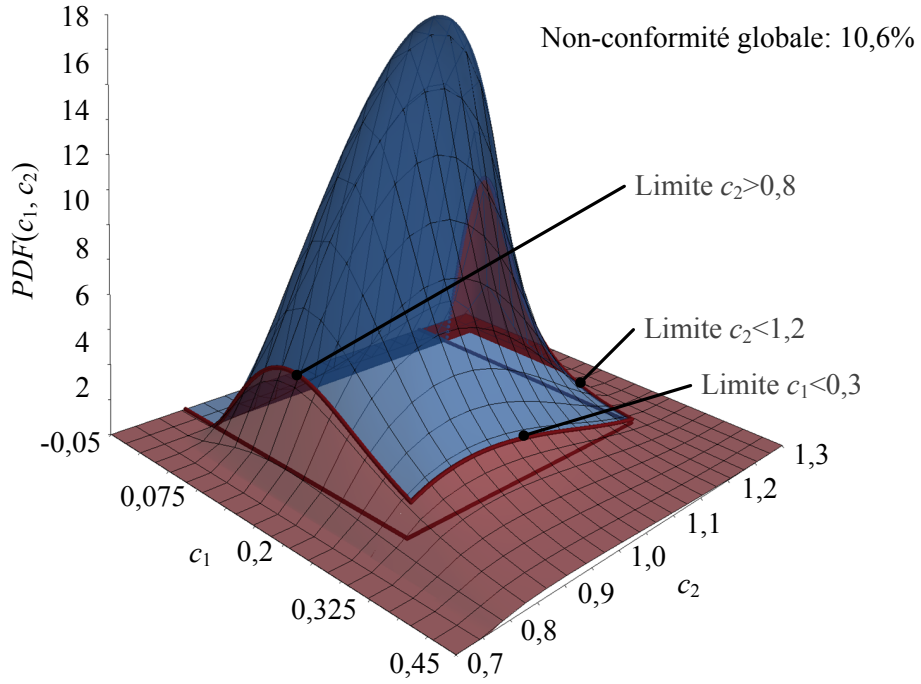


Figure 44 – Densité de probabilité jointe $\mathcal{L}_c$ des caractéristiques c_1 et c_2 et non-conformité associée.

L'exemple de la Figure 44 illustre la densité de probabilité jointe $\mathcal{L}_c$ obtenue pour un produit comportant deux exigences. La caractéristique c_1 doit être inférieure à $0,3 \text{ mm}$ et la caractéristique c_2 doit être comprise entre $0,8 \text{ mm}$ et $1,2 \text{ mm}$. Le domaine de conformité du produit est donné par l'éq. (3.35) :

$$\mathcal{D}_{ex} =]-\infty; 0,3[\times]0,8; 1,2[\quad (3.35)$$

Le volume total sous la surface représentant la densité de probabilité jointe vaut 1. Le domaine de conformité $\mathcal{D}_{ex}$, tracé dans le plan (c_1, c_2) est projeté sur la surface. Le volume sous la portion bleue de la surface représente le taux de conformité. Le volume sous la portion rouge représente le taux de non-conformité globale Nc_g égal à $10,6\%$ sur cet exemple.

Lorsque le nombre de caractéristiques est supérieur à 1, les méthodes d'évaluation du taux de non-conformité globale les plus efficaces sont les méthodes de type MONTE-CARLO [Andrianov *et al.*, 2007]. Le principe de la méthode de MONTE-CARLO est relativement simple :

1. N réalisations de $\delta\alpha$ sont tirées aléatoirement suivant la loi $\mathcal{L}_{\delta\alpha}$;
2. les δc associés sont obtenus en évaluant la relation de comportement de l'assemblage ou son méta-modèle si le coût d'évaluation de la RdCa justifie sa construction ;
3. le taux de non-conformité globale Nc_g est assimilé à la proportion de réalisation de δc n'appartenant pas au domaine de conformité $\mathcal{D}_{ex}$.

L'évaluation de Nc_g peut être assortie de l'évaluation d'un intervalle de confiance. Le nombre de réalisations N peut être augmenté jusqu'à ce que l'intervalle de confiance devienne inférieur à une valeur prédéfinie. Des variantes de cette méthode, par tirage d'importance par exemple, peuvent permettre d'ac-

célérer la convergence et donc de réduire le nombre de réalisations N pour un intervalle de confiance équivalent [Andrianov *et al.*, 2007].

La méthode de MONTE-CARLO a été largement utilisée dans la littérature pour l'évaluation d'un taux de conformité ou de non-conformité [Hong et Chang, 2002]. Le principal intérêt de cette méthode est qu'elle ne nécessite pas de propriété particulière ni de la loi de probabilité $\mathcal{L}_{\delta\alpha}$ en entrée ni de la relation de comportement. Elle permet également d'évaluer un intervalle de confiance sur l'indicateur évalué. En revanche, la méthode de MONTE-CARLO menée sur le domaine de conformité globale $\mathcal{D}_{ex}$ ne permet ni d'identifier les caractéristiques du produit sujettes à des non-conformités, ni les écarts géométriques qui en sont la cause. Pour cette raison, nous proposons au paragraphe suivant deux indicateurs de la non-conformité, évalués exigence par exigence.

5.3 Indicateurs basés sur les taux de non-conformité marginale

5.3.1 Définitions des indicateurs

La probabilité de l'événement « *Au moins une des exigences d'un produit assemblé n'est pas satisfaite* » ne permet pas d'identifier les exigences sources de non-conformité. Pour pallier à ce manque, nous considérons l'évaluation de la probabilité de l'événement « *L'exigence i d'un produit assemblé n'est pas satisfaite* », noté Nc_i dans l'éq. (3.36), pour chaque exigence du produit.

$$Nc_i = \mathbb{P}(c_i \notin \mathcal{D}_{ex,i}) \quad (3.36)$$

Le taux de non-conformité marginale Nc_i renseigne sur le respect de l'exigence i . Les exigences sources de non-conformité peuvent alors être identifiées. À partir des valeurs des Nc_i , nous proposons deux indicateurs pour mesurer le respect des N_c exigences de l'avant-projet de gamme d'assemblage.

Le taux de non-conformité maximale Nc_{max} défini à l'éq. (3.37) est égal au plus grand taux de non-conformité parmi les N_c exigences que comporte le produit.

$$Nc_{max} = \max_{i \in \{1, \dots, N_c\}} Nc_i \quad (3.37)$$

Le taux de non-conformité maximale donne une image de la conformité de l'avant-projet de gamme d'assemblage au travers de l'exigence la plus souvent non satisfaite. Cela permet d'identifier cette exigence afin d'analyser les sources de la non-conformité.

Dans la pratique, toutes les exigences ne sont pas sujettes à la même criticité. Certaines exigences non satisfaites entraînent une réparation relativement simple à réaliser alors que d'autres peuvent entraîner la mise au rebut du produit. ANSELMETTI [Anselmetti, 2010] utilise un système basé sur la logique floue pour mesurer la satisfaction d'une exigence non pas par un critère binaire – appartient ou n'appartient pas au domaine de conformité – mais par un score. Plus la valeur extrême de la caractéristique considérée est éloignée de son domaine de conformité, plus son score baisse jusqu'à atteindre un score nul à une distance critique du domaine. Une distance critique de valeur faible traduit une exigence de criticité élevée et inversement. Afin de prendre en compte la criticité, nous attribuons un poids w_i à chaque exigence

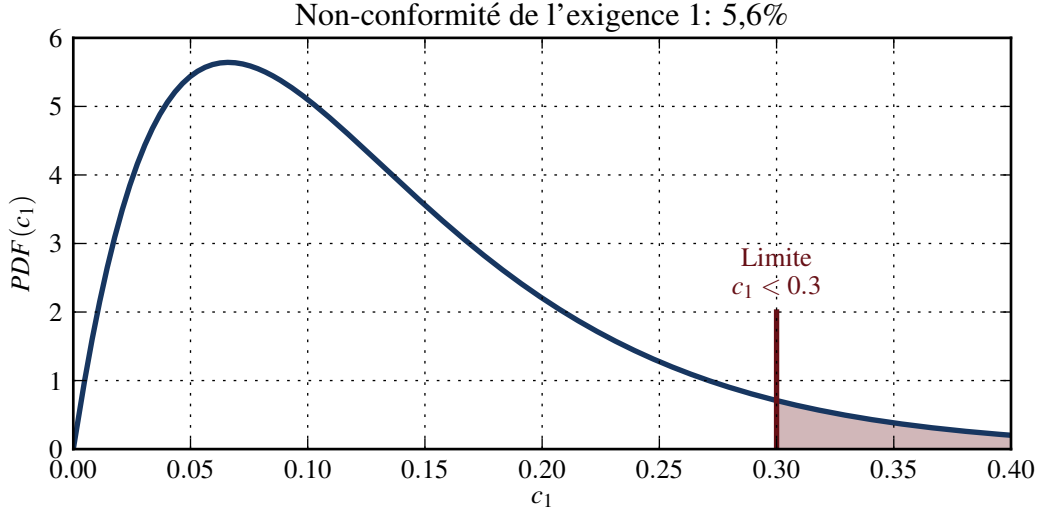


Figure 45 – Densité de probabilité de la caractéristique c_1 et non-conformité associée.

i. Plus la valeur de w_i est élevée, plus l'exigence est critique. Le taux de non-conformité pondérée Nc_w défini à l'éq. (3.38) est égal à la somme des taux de non-conformité pondérés par leurs poids.

$$Nc_w = \frac{\sum_{i=1}^{N_c} w_i \cdot Nc_i}{\sum_{i=1}^{N_c} w_i} \quad (3.38)$$

Cet indicateur est plus difficile à interpréter que le taux de non-conformité globale ou le taux de non-conformité maximale, mais il présente l'avantage de permettre d'intégrer la criticité des exigences.

5.3.2 Évaluation des indicateurs

La propagation de la loi de probabilité jointe des écarts géométriques $\mathcal{L}_{\delta\alpha}$ par la relation de comportement de l'assemblage $\mathcal{F}$ permet de reconstruire les lois de probabilité marginales des écarts sur chaque caractéristique du produit et d'en déduire les lois marginales $\mathcal{L}_{c,i}$ des caractéristiques du produit.

La Figure 45 et la Figure 46 représentent les densités de probabilité de lois marginales des caractéristiques c_1 et c_2 de l'exemple du paragraphe précédent. L'aire sous chaque courbe est égale à 1. L'aire des zones à l'extérieur des domaines de conformité $\mathcal{D}_{ex,1}$ et $\mathcal{D}_{ex,2}$, représente les taux de non-conformité des exigences 1 et 2, valant 5, 6% dans les deux cas sur cet exemple.

Si les caractéristiques c_i étaient indépendantes, la relation entre le taux de non-conformité globale Nc_g et les taux de non-conformité marginale Nc_i serait donnée par l'éq. (3.39) :

$$Nc_g = 1 - \prod_{i=1}^{N_c} (1 - Nc_i) \quad (3.39)$$

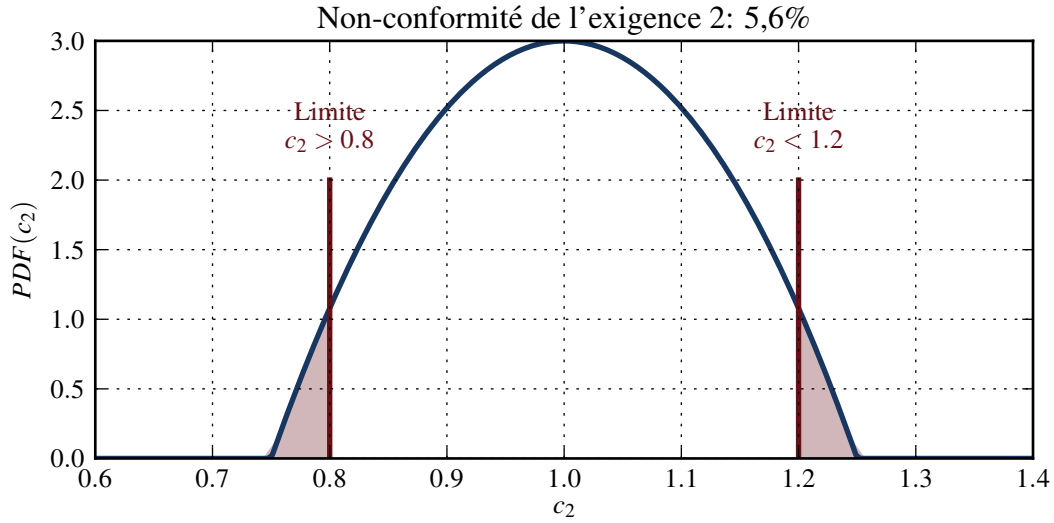


Figure 46 – Densité de probabilité de la caractéristique c_2 et non-conformité associée.

Dans la pratique, les caractéristiques du produit ne sont pas des variables aléatoires indépendantes et l'éq. (3.39) devient l'inégalité :

$$Nc_g \leq 1 - \prod_{i=1}^{N_c} (1 - Nc_i) \quad (3.40)$$

Il n'est possible d'estimer qu'un majorant du taux de non-conformité globale à partir des taux de non-conformité marginale.

L'évaluation des taux de non-conformité locaux Nc_i peut également être réalisée à l'aide des méthodes de MONTE-CARLO décrites au paragraphe 5.2, avec les mêmes avantages et un budget de calcul similaire. Cependant, l'évaluation de la probabilité de dépasser les seuils $c_1 < 0.3$, $c_2 > 0.8$ et $c_2 < 1.2$ peut également être réalisée à l'aide d'une méthode d'évaluation de la fiabilité FORM (*First Order Reliability Method*) détaillée dans [Ditlevsen et Madsen, 1996]. Cette méthode particulièrement adaptée pour estimer les faibles probabilités – ce qui est le cas de nos travaux où les taux de non-conformité sont supposés proches de 0 – a déjà été utilisée par BEUCAIRE *et al.* dans [Beucaire *et al.*, 2012].

La méthode FORM permet d'estimer les taux de non-conformité locaux Nc_i avec un nombre d'évaluations de la relation de comportement beaucoup plus faible que les méthodes de MONTE-CARLO. Dans l'exemple présenté dans [Andrianov *et al.*, 2007], l'évaluation de la probabilité de dépassement d'un seuil à l'aide de FORM a nécessité 176 évaluations du modèle de propagation là où 17 300 tirages de MONTE-CARLO ont dû être réalisés pour la même prédiction. Même si FORM nécessite une évaluation séparée de chaque Nc_i , le budget de calcul global peut être beaucoup plus faible que pour les méthodes de MONTE-CARLO. Sur la base de l'ordre de grandeur donné dans [Andrianov *et al.*, 2007], FORM est plus intéressant tant que le nombre N_c de caractéristiques du produit est inférieur à 100 environ.

Par ailleurs, le post-traitement des résultats de FORM permet d'évaluer l'importance de chaque écart géométrique dans la non-conformité marginale d'une caractéristique du produit assemblé. En revanche, FORM ne permet pas d'associer un intervalle de confiance à la prédiction.

5.4 Synthèse sur l'évaluation des indicateurs de conformité

Trois indicateurs de la conformité associée à un avant-projet de gamme d'assemblage sont proposés. Le taux de non-conformité globale Nc_g , fréquemment utilisé dans la littérature, permet d'exprimer la probabilité qu'un produit ne satisfasse pas à toutes les exigences. Si la valeur de cet indicateur fournit une information simple à analyser, son évaluation par une méthode de MONTE-CARLO ne permet pas d'identifier les caractéristiques du produit qui risquent d'être non-conformes, ni les écarts géométriques qui entraînent ces non-conformités.

Le taux de non-conformité maximale Nc_{max} que nous proposons représente la plus grande probabilité de non-conformité d'une exigence. Son évaluation permet d'identifier l'exigence la plus difficile à satisfaire et le taux de non-conformité associé. Le taux de non-conformité pondérée Nc_w permet d'intégrer la criticité des exigences dans la valeur de l'indicateur évalué. En revanche, la valeur de l'indicateur est plus difficile à interpréter. Pour les deux taux de non-conformité Nc_{max} et Nc_w , l'évaluation des taux de non-conformité marginale de chaque exigence permet d'identifier les exigences difficiles à satisfaire.

Le choix d'un des trois indicateurs de la conformité associée à un avant-projet de gamme d'assemblage dépend des objectifs poursuivis. L'évaluation de la conformité dans le cadre d'une optimisation nécessite un coût de calcul réduit. Dans ce cas, les indicateurs basés sur les non-conformités marginales permettent d'utiliser la méthode FORM. Le taux de non-conformité pondérée permet par ailleurs d'introduire la criticité des exigences dans l'indicateur évalué.

6 Conclusion

Ce chapitre présente la méthode proposée pour évaluer un indicateur de conformité en fonction des tolérances allouées sur les écarts géométriques des composants et des techniques d'assemblage sélectionnées pour réaliser les liaisons. La démarche utilisée est commune à de nombreux travaux sur l'analyse de tolérance.

Le formalisme que nous proposons pour représenter les écarts géométriques des composants et les écarts de liaison permet d'utiliser simultanément différents outils de la littérature au sein du même modèle et de profiter ainsi des avantages de chacun.

La formulation du problème éléments finis permettant d'évaluer la relation de comportement de l'assemblage s'appuie sur les travaux précédents effectués au LURPA. Outre l'écriture générique de la traduction de la réalisation des liaisons et de l'application d'efforts extérieurs en conditions aux limites, notre principal apport se situe au niveau de la formulation quasi-statique du problème permettant de prendre en compte l'effet de la séquence d'assemblage.

Le relation de comportement prenant en compte l'influence de la souplesse des composants, des effets des contacts aux interfaces et de la séquence est évaluée par la résolution d'un problème éléments finis dont le coût en calculs est potentiellement élevé. En pratique, cette relation de comportement n'est pas utilisable directement dans le cadre de nos travaux ou de multiples évaluations de la non-conformité doivent être réalisées pour optimiser l'avant-projet de gamme d'assemblage.

Nous proposons d'utiliser un méta-modèle de la RdCa qui fournit une approximation des écarts des caractéristiques du produit pour un coût de calcul inférieur de plusieurs ordres de grandeur, compatible avec le grand nombre d'évaluations nécessaires pour l'optimisation d'un avant-projet de gamme d'assemblage. La démarche peut s'apparenter aux travaux sur la méthode des coefficients d'influence [Liu et Hu, 1997] qui poursuivent le même objectif de réduction du coût d'évaluation de la RdCa mais qui se limitent aux problèmes linéaires. En revanche, la méthode proposée pour construire un méta-modèle de la RdCa à base de Multivariate Adaptive Regression Spline est originale et permet d'envisager l'utilisation de la démarche d'analyse de tolérances mise en œuvre y compris dans le cas de structures aéronautiques composites où les jeux aux interfaces entre composants sont sujets à des exigences.

Enfin, nous proposons deux indicateurs de conformité qui s'ajoutent au taux de non-conformité globale déjà présent dans la littérature. Le taux de non-conformité maximale traduit la non-conformité de l'exigence la plus difficile à satisfaire. Le taux de non-conformité pondérée permet d'introduire la criticité des exigences dans l'indicateur de conformité. Par ailleurs, l'évaluation de ces indicateurs par la méthode FORM est plus rapide que par les méthodes de MONTE-CARLO dans le cas où le nombre de caractéristiques du produit est inférieur à une centaine.

6. Conclusion

Chapitre

4

Optimisation d'un avant-projet de gamme d'assemblage

1 Introduction

Ce chapitre vise à présenter la démarche proposée pour l'optimisation d'un avant-projet de gamme d'assemblage. La séquence d'assemblage est considérée fixée et le problème d'optimisation formulé vise à sélectionner les techniques d'assemblage et à allouer les tolérances géométriques qui conduisent aux meilleurs compromis entre coût et non-conformité. C'est un problème d'optimisation multiobjectif. Le résultat de l'optimisation est le front de PARETO représentant tous les avant-projets de gamme d'assemblage Pareto-optimaux.

La résolution du problème d'optimisation nécessite préalablement de construire un modèle mathématique d'un avant-projet de gamme d'assemblage. Les données d'entrée sont tout d'abord structurées afin de définir la liste des écarts géométriques à tolérer ainsi que la liste des techniques d'assemblage autorisées pour réaliser chaque liaison. Un ensemble de variables de ce modèle, regroupées dans un vecteur de *variables de décision*, sont ensuite définies pour décrire les tolérances allouées et les techniques sélectionnées. Les valeurs des indicateurs de coût C et de conformité N_c peuvent être associées à ce vecteur de variables de décision, ce qui permet de formuler et de résoudre le problème d'optimisation. Cette démarche de formalisation adoptée pour construire le modèle de l'avant-projet de gamme d'assemblage et son optimisation est illustrée sur la Figure 47.

Le paragraphe 2 présente la structure que nous proposons d'utiliser pour décrire les données d'entrée. Un formalisme est proposé pour décrire un modèle structuro-fonctionnel du produit à assembler. Les techniques d'assemblage utilisables pour construire l'avant-projet de gamme d'assemblage sont décrites dans une bibliothèque de techniques.

Le modèle structuro-fonctionnel du produit permet de faire l'inventaire des écarts géométriques pour lesquels des tolérances doivent être allouées. Il permet également de recenser toutes les liaisons à réaliser au cours de l'assemblage. Pour chacune d'elles, une technique d'assemblage de la bibliothèque doit être sélectionnée.

La structure des données d'entrée permet ainsi de décrire les tolérances allouées et les techniques sélectionnées à l'aide d'un nombre de paramètres connu. Ces paramètres sont regroupés dans un vecteur appelé *vecteur des variables de décision* décrivant l'avant-projet de gamme d'assemblage de manière paramétrique. La construction du vecteur de variables de décision est détaillée au paragraphe 3.

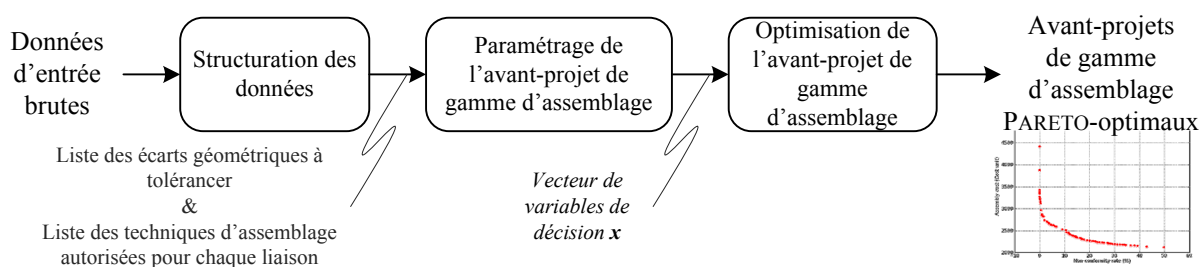


Figure 47 – Démarche de formalisation du problème d'optimisation d'un avant-projet de gamme d'assemblage.

Les indicateurs de coût et de conformité associés à ce vecteur de variables de décision peuvent être évalués à partir des méthodes proposées aux chapitres 2 et 3. Le problème d'optimisation dont l'objectif est la minimisation du coût et de la non-conformité est formulé au paragraphe 4. Ce problème est résolu à l'aide d'un algorithme génétique choisi pour sa généralité.

2 Structuration des données d'entrée

2.1 Introduction

Ce paragraphe vise à proposer un formalisme de description des données d'entrée. Ce formalisme doit permettre de représenter les données qui doivent être définies par des variables de décision du modèle de l'avant-projet de gamme d'assemblage.

Le produit à assembler est représenté par un modèle structuro-fonctionnel défini au paragraphe 2.2. Ce modèle est exprimé par un graphe dont la sémantique est légèrement modifiée par rapport à celle du Graphe Orienté de Contact proposée par MARGUET [Marguet, 2001]. Ce modèle, déjà utilisé pour tracer les boucles d'influence et rechercher la ou les séquences d'assemblage les plus pertinentes, permet de faire l'inventaire des liaisons à réaliser au cours de l'assemblage. Il permet également de recenser les écarts géométriques pour lesquels des tolérances doivent être allouées.

Une technique d'assemblage doit être sélectionnée pour réaliser chacune de ces liaisons. Nous proposons d'organiser l'ensemble des techniques d'assemblage utilisables pour l'avant-projet de gamme d'assemblage dans une bibliothèque de techniques définie au paragraphe 2.3.

2.2 Modèle structuro-fonctionnel du produit

2.2.1 Graphe Orienté de Contact enrichi

Le Graphe Orienté de Contact défini par MARGUET est un graphe dont les sommets sont les composants et les arcs sont les liaisons et les exigences géométriques. Les éléments géométriques des composants sont représentés sur la frontière des sommets. Les arcs des liaisons sont représentés par des traits pleins. Les liaisons de positionnement sont représentées par des arcs orientés dont l'origine est le composant positionnant et la destination le composant positionné. Les arcs des exigences sont représentés par des traits interrompus. Le modèle du produit par un Graphe Orienté de Contact est un modèle structuro-fonctionnel : il fait apparaître la structure du produit, mais également ses exigences fonctionnelles.

Nous proposons d'enrichir la sémantique de MARGUET pour distinguer les composants temporaires et les liaisons temporaires par une représentation grisée.

La Figure 48 est un exemple de Graphe Orienté de Contact. Le produit comporte deux composants. L'outillage n'est pas un composant du produit, mais il est impliqué dans certaines liaisons au cours de l'assemblage. C'est un composant temporaire.

L'outillage positionne complètement le composant 2 par les liaisons t1 et t2. Le composant 1 est positionné par l'outillage (liaison t3) et par le composant 2 (liaison L1).

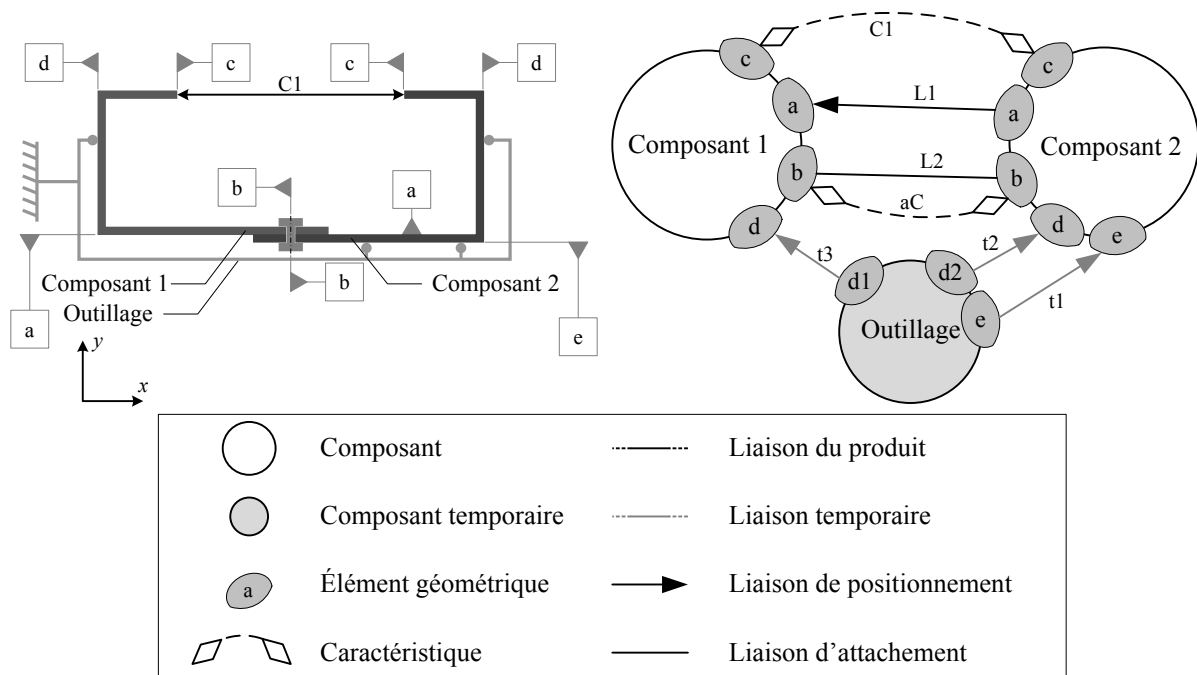


Figure 48 – Graphe Orienté de Contact d'un produit à deux composants.

La liaison L2 est une liaison d'attachement. Elle apporte des contraintes surabondantes sur la situation du composant 1 par rapport au composant 2. Sa réalisation nécessite une coaxialité suffisante des deux trous (éléments géométriques b). Cette contrainte est exprimée à l'aide de l'exigence d'assemblabilité aC.

Enfin, le produit comporte une exigence fonctionnelle sur la distance entre les éléments géométriques c des composants. Cette distance est notée C1.

L'exemple de la Figure 48, et notamment les informations sur la classe des liaisons (positionnement ou attachement), montre que le Graphe Orienté de Contact contient implicitement des informations sur la séquence d'assemblage. Cependant, il est possible de tracer un graphe où deux composants temporaires sont représentés alors qu'ils ne sont jamais présents simultanément au cours de l'assemblage. Pour pallier

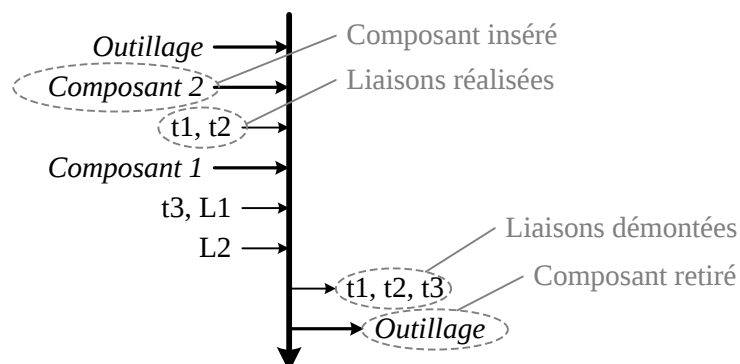


Figure 49 – Représentation de la séquence d'assemblage associé au Graphe Orienté de Contact de la Figure 48.

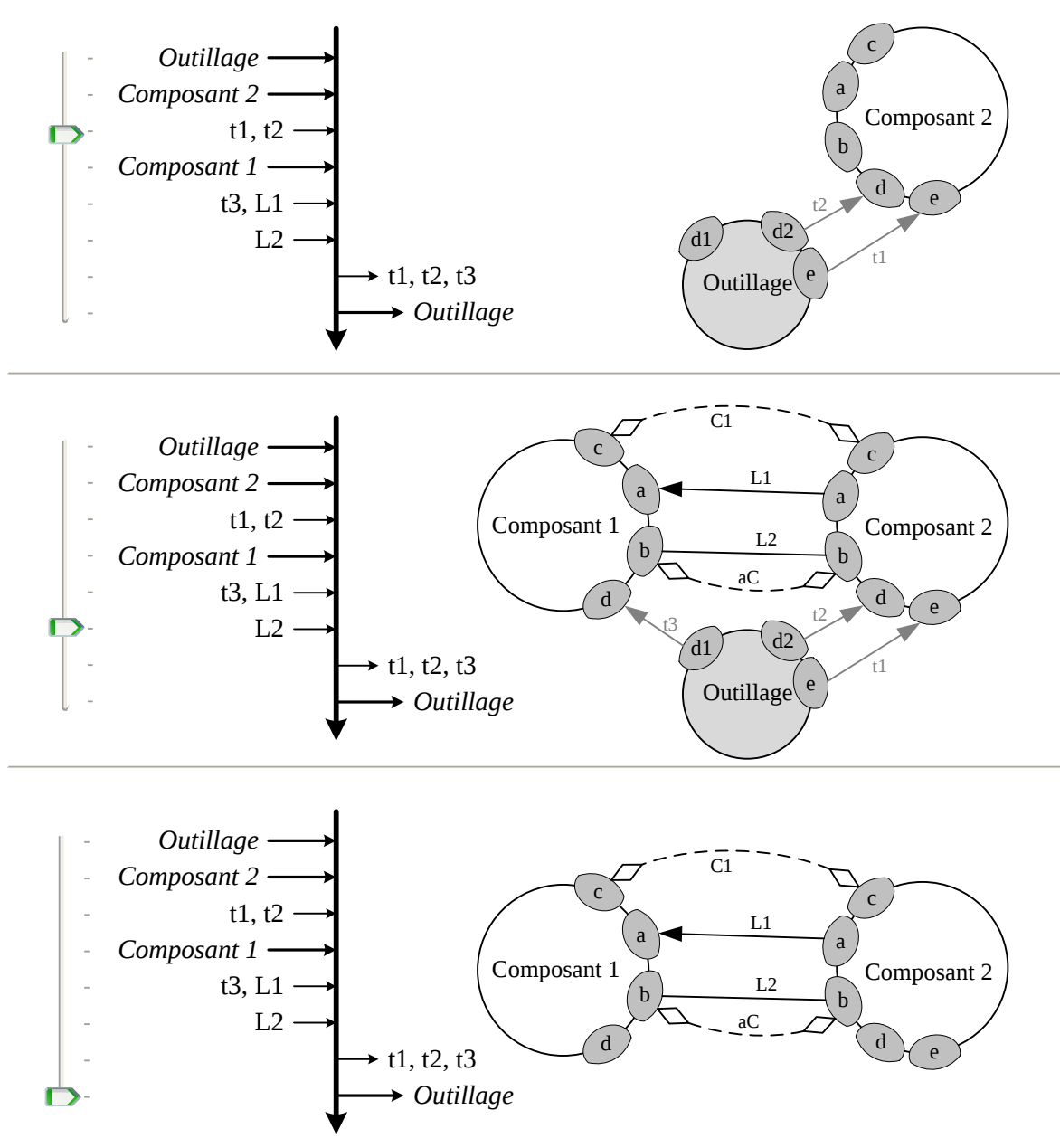


Figure 50 – Vues instantanées du Graphe Orienté de Contact dynamique piloté par la séquence d'assemblage.

ce souci, nous proposons de piloter le GOC à l'aide d'une représentation de la séquence d'assemblage.

La Figure 49 représente la séquence associée au GOC de la Figure 48. La flèche centrale indique l'évolution temporelle. Les composants insérés et les liaisons réalisées (du point de vue cinématique) sont représentés par des flèches dirigées vers la ligne centrale. Les composants retirés et les liaisons démontées sont représentés par des flèches dont l'origine est la ligne centrale. Si plusieurs liaisons sont réalisées ou démontées simultanément, elles apparaissent au même instant.

La Figure 50 représente des vues instantanées du GOC dynamique piloté par la séquence. Cette représentation originale permet de lever les ambiguïtés sur la présence simultanée de composants. Elle permet également une description aisée de la mise en position des composants.

L'intérêt de ce formalisme de description est qu'il permet de représenter toutes les données d'entrée liées au produit dans un seul graphe dynamique dont la lecture est relativement simple. Le graphe permet de lister toutes les liaisons à réaliser au cours de l'assemblage. Une technique d'assemblage devra être choisie pour réaliser chacune de ces liaisons.

2.2.2 Identification des écarts géométriques à tolérer

La différenciation des composants et des liaisons temporaires du Graphe Orienté de Contact permet de tracer la frontière du produit. Nous considérerons que les écarts géométriques à l'extérieur de cette frontière dépendent des techniques d'assemblage sélectionnées pour réaliser les liaisons. En revanche, les écarts géométriques à l'intérieur de la frontière ne dépendent pas des techniques d'assemblage sélectionnées. Des tolérances géométriques doivent leur être allouées. Ainsi, la frontière du produit permet d'identifier l'ensemble de ces écarts géométriques. Le Graphe Orienté de Contact proposé permet donc d'identifier les écarts géométriques à tolérer.

Sur l'exemple de la Figure 51, les écarts géométriques de tous les composants sont représentés. Le problème est supposé unidirectionnel pour simplifier l'explication.

Pour les composants 1 et 2, l'élément géométrique d est choisi comme référence. Elle n'a pas d'écarts géométriques. L'écart de localisation de l'élément géométrique c du composant 1 par rapport à la référence d est noté $\delta c1$. La même convention est utilisée pour $\delta c2$, $\delta b1$ et $\delta b2$. L'élément géométrique $d2$ de l'outillage est pris comme référence pour l'outillage et n'a par conséquent pas d'écart géométrique. L'écart de localisation de $d1$ par rapport à $d2$ est noté δd . Les écarts des liaisons $t2$ et $t3$ sont notés $\delta t2$ et $\delta t3$.

Les écarts δd , $\delta t2$ et $\delta t3$ sont à l'extérieur de la frontière du produit. Les dispersions de ces écarts dépendent du choix des techniques d'assemblage.

En revanche, les écarts $\delta c1$, $\delta c2$, $\delta b1$ et $\delta b2$ sont à l'intérieur de la frontière du produit. Ce sont des écarts géométriques pour lesquels des tolérances doivent être allouées.

Par ailleurs, même si ce n'est pas l'objet de ce paragraphe, les boucles d'influence des caractéristiques $C1$ et aC permettent dans le cas unidirectionnel de cet exemple de déduire la relation de comportement de l'assemblage. Nous utiliserons cette relation dans les exemples de la suite de ce chapitre.

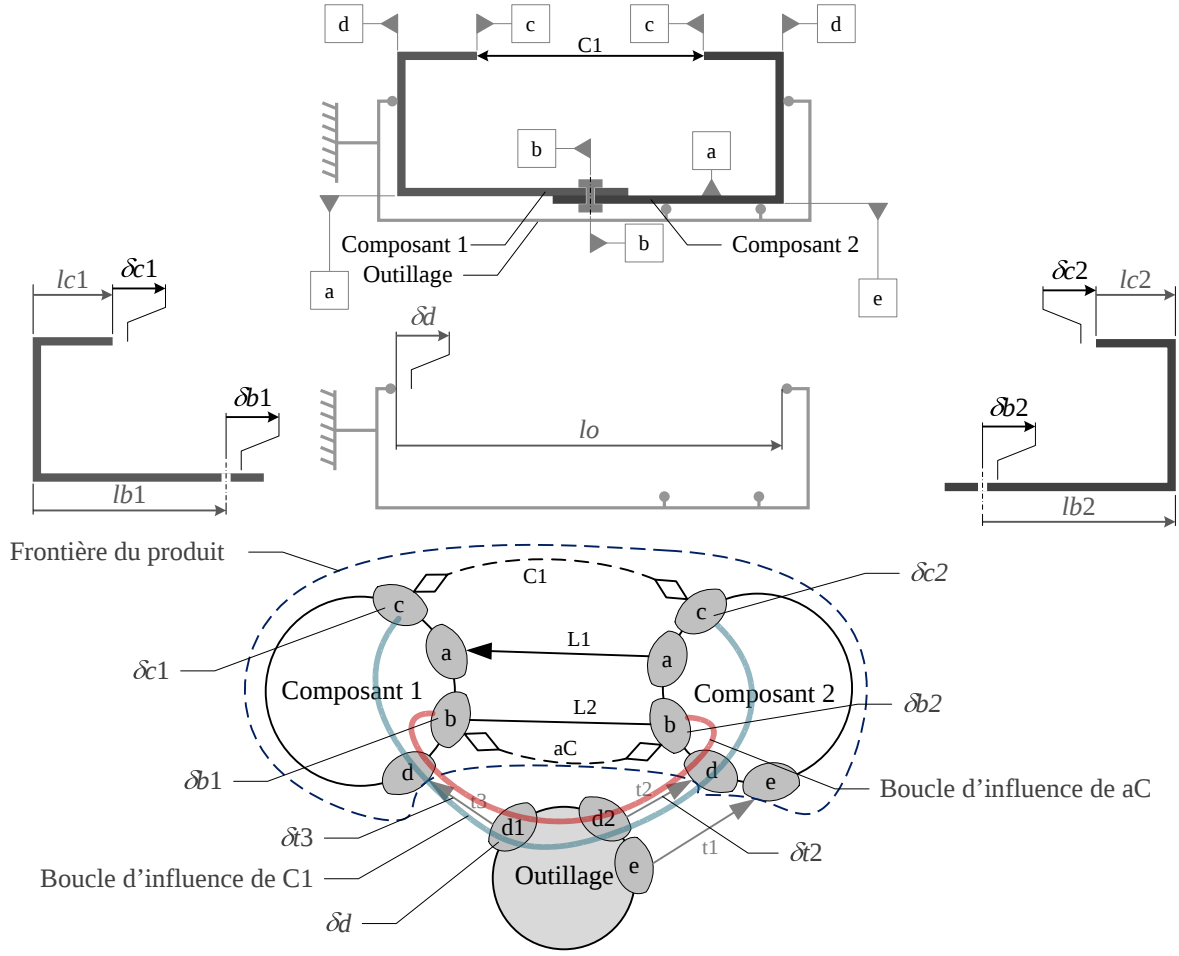


Figure 51 – Écarts géométriques et frontière du produit pour l'identification des écarts géométriques à tolérer.

Les valeurs nominales des caractéristiques $C1$ et aC sont définies par les relations :

$$\begin{cases} C1 &= -lc1 + lo - lc2 \\ aC &= -lb1 + lo - lb2 \end{cases} \quad (4.1)$$

En incluant les écarts géométriques, l'éq. (4.1) devient :

$$\begin{cases} C1 + \delta C1 &= -\delta c1 - lc1 - \delta t3 - \delta d + lo - \delta t2 - lc2 - \delta c2 \\ aC + \delta aC &= -\delta b1 - lb1 - \delta t3 - \delta d + lo - \delta t2 - lb2 - \delta b2 \end{cases} \quad (4.2)$$

Ce qui donne finalement la relation de comportement de l'assemblage :

$$\begin{cases} \delta C1 &= -\delta c1 - \delta t3 - \delta d - \delta t2 - \delta c2 \\ \delta aC &= -\delta b1 - \delta t3 - \delta d - \delta t2 - \delta b2 \end{cases} \quad (4.3)$$

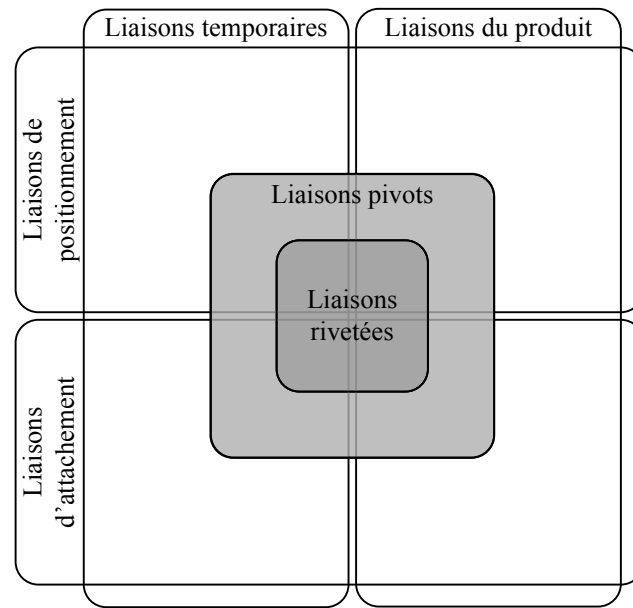


Figure 52 – Illustration des attributs proposés pour la classification des techniques.

2.3 Bibliothèque de techniques d'assemblage

Le paragraphe précédent décrit un formalisme qui permet de dresser la liste de l'ensemble des liaisons à réaliser pour assembler le produit. Le concept de technique d'assemblage a été défini dans l'introduction du chapitre 1. La sélection d'une technique pour la réalisation de chaque liaison permet de répertorier l'ensemble des opérations d'assemblage à réaliser.

Afin de capitaliser les savoir-faire de l'entreprise, nous proposons d'utiliser une bibliothèque de techniques d'assemblage. Les techniques d'assemblage sont définies par des experts métiers qui formalisent leurs savoir-faire dans la bibliothèque. Chaque technique est identifiée par un nom et par un numéro. Pour chaque technique, l'expert définit la liste des opérations de la technique, ainsi que les attributs définis au chapitre 2 pour chaque opération. Des exemples détaillant les attributs des opérations sont proposés en annexe D.

Toutes les techniques d'assemblage ne permettent pas de réaliser toutes les liaisons. La Figure 52 illustre les attributs que nous proposons pour la classification des techniques d'assemblage. Pour chaque technique, l'expert définit si la technique est utilisée pour une liaison temporaire ou non et si la liaison réalisée est une liaison de positionnement ou d'attachement. Il définit également la cinématique de la liaison réalisée et l'agent de liaison (rivets, boulons, soudage, colle, etc.) utilisé. Cette classification permet d'assister la définition de la liste des techniques autorisées pour une liaison en réalisant un filtrage des techniques répondant à ses caractéristiques. La Figure 53 illustre quelques exemples de techniques d'assemblage.

Les écarts géométriques introduits lors de la réalisation des liaisons de positionnement ont un impact sur les caractéristiques du produit assemblé. Dans l'exemple utilisé depuis le début de ce chapitre, la dispersion – définie par une loi de probabilité – de l'écart δt^2 dépend de la technique sélectionnée pour

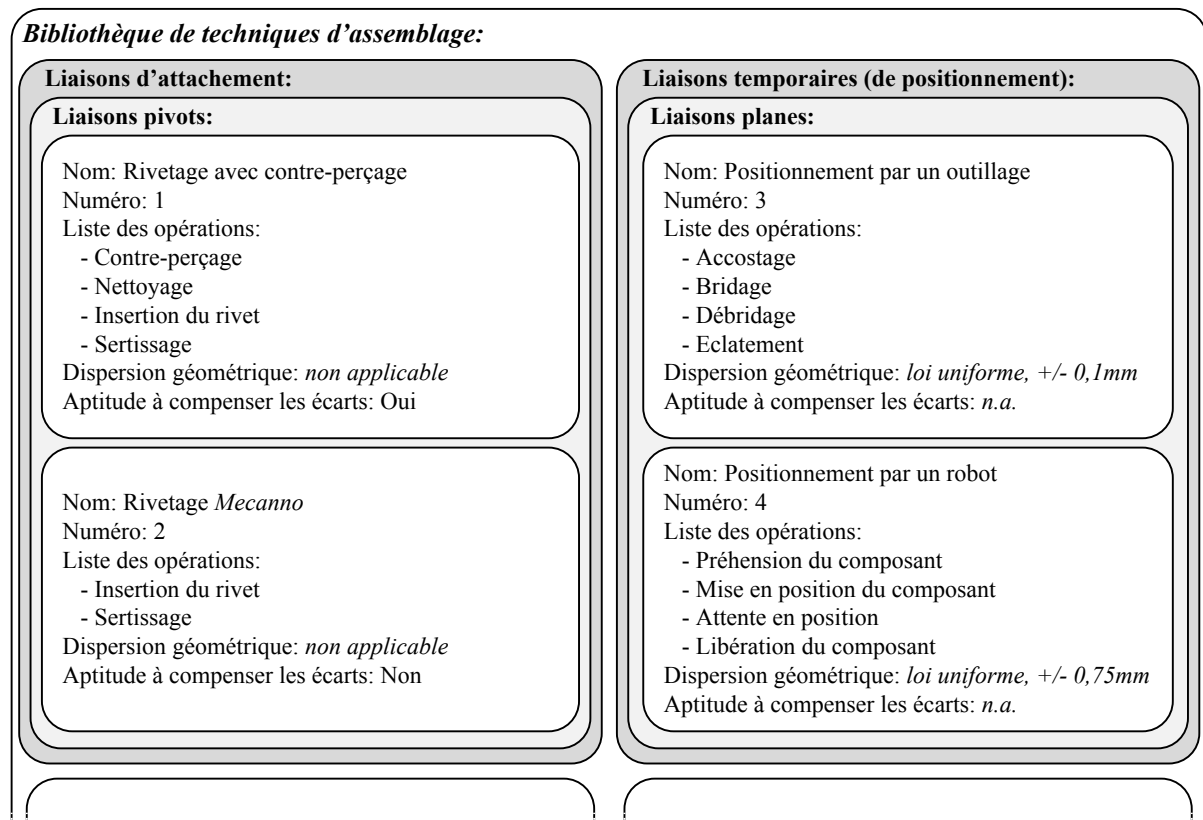


Figure 53 – Exemples de techniques d'assemblage classées dans une bibliothèque de techniques.

réaliser la liaison t2. Les écarts δd et $\delta t3$ dépendent de la technique sélectionnée pour réaliser la liaison t3. De la même manière que pour les tolérances sur les écarts géométriques du produit, les dispersions associées aux techniques d'assemblage pour les liaisons de positionnement sont définies par une loi de probabilité. Dans le cas de la liaison dont plusieurs écarts dépendent, comme δd et $\delta t3$ pour la liaison t3, la loi de probabilité définit la dispersion de la résultante de ces écarts, $\delta d + \delta t3$ dans cet exemple.

Certaines techniques d'assemblage utilisées pour réaliser les liaisons d'attachement du produit ont la particularité de permettre la compensation des écarts géométriques afin d'assurer le respect des exigences d'assemblabilité. C'est le cas de la réalisation de liaisons rivetées à l'aide de contre-perçage par exemple : afin d'éviter un désalignement des trous rendant impossible le rivetage, un des deux trous est percé sur le poste d'assemblage en utilisant le premier trou comme référence de mise en position. D'autres techniques intègrent systématiquement des opérations de retouches de pièces massives, comme dans le cas de la réalisation de liaisons à la jonction entre la voilure et le fuselage d'un avion par exemple.

L'aptitude à la compensation des écarts géométriques est une propriété importante qui doit être définie dans la bibliothèque de techniques d'assemblage. L'utilisation d'une telle technique pour la réalisation d'une liaison comportant une exigence d'assemblabilité implique la satisfaction systématique de cette exigence. Les techniques qui possèdent cette propriété incluent généralement des opérations longues et nécessitant potentiellement de la main-d'œuvre très qualifiée, sources de coûts et de temps de cycle élevés. Mais dans certains cas, ces solutions peuvent néanmoins être les plus performantes pour

atteindre la qualité géométrique attendue.

2.4 Synthèse sur la structuration des données d'entrée

L'utilisation du modèle structuro-fonctionnel proposé pour décrire le produit permet de dresser la liste des écarts géométriques des composants pour lesquels une tolérance doit être allouée dans l'avant-projet de gamme d'assemblage.

Sa représentation dynamique, illustrée à la Figure 50, permet d'identifier l'ensemble des liaisons à réaliser au cours de l'assemblage. La formalisation des savoir-faire de l'entreprise dans une bibliothèque de techniques d'assemblage permet d'identifier les techniques d'assemblage utilisables pour réaliser ces liaisons.

Ainsi, la structure proposée pour représenter les données d'entrée du problème d'optimisation d'un avant-projet de gamme d'assemblage permet d'identifier l'ensemble des paramètres de cet avant-projet qui devront être décrits par des variables de décision.

3 Paramétrage d'un avant-projet de gamme d'assemblage

3.1 Introduction

Le paragraphe précédent a présenté la démarche proposée pour structurer les données afin de lister les paramètres à décrire à l'aide d'un vecteur de variables de décision représentant un avant-projet de gamme d'assemblage *paramétré*. Ces grandeurs sont de deux natures différentes : les tolérances allouées sur les écarts géométriques des composants et les techniques d'assemblage sélectionnées pour réaliser les liaisons.

Les tolérances sur les écarts géométriques des composants sont allouées sous forme de lois de probabilités. Les variables de décision associées à l'allocation des tolérances sont les paramètres de ces lois et sont des variables continues. La construction des variables de décision pour l'allocation de tolérances est décrite au paragraphe 3.2.

Pour chaque liaison à réaliser, la technique sélectionnée est décrite par son numéro dans la bibliothèque. Les variables de décision associées sont des variables discrètes. La construction des variables de décision pour la sélection des techniques est décrite au paragraphe 3.3.

3.2 Variables de décision pour l'allocation des tolérances

Les tolérances sur les écarts géométriques sont définies par une loi de probabilité. Nous considérerons dans la suite que le type de loi – uniforme, normale ou encore bêta par exemple – est fixé. La tolérance est finalement définie par les paramètres de cette loi de probabilité, comme la moyenne et l'écart type pour une loi normale ou la moyenne (aussi appelée décentrage) et l'étendue pour une loi uniforme par exemple.

Dans le cas de l'exemple présenté au paragraphe 2, nous supposons que les écarts $\delta c1$, $\delta c2$, $\delta b1$ et $\delta b2$ suivent des lois uniformes. La tolérance allouée à chaque écart géométrique est alors définie par

deux paramètres : la borne inférieure et la borne supérieure.

La seule définition d'un paramétrage pour définir les tolérances allouées aux écarts géométriques des composants n'est pas suffisante pour formuler le problème d'optimisation. Ce paramétrage doit être accompagné d'un domaine dans lequel les paramètres peuvent varier.

Les pratiques industrielles montrent que l'allocation d'un intervalle de tolérance extrêmement serré ou extrêmement large pour un écart géométrique n'a pas de sens. Le terme *extrêmement* s'entend par rapport à des valeurs typiques. Par exemple, une tolérance de localisation d'un trou dans un panneau aéronautique avec une valeur de l'ordre du micromètre peut être qualifiée d'extrêmement serrée. Une valeur de l'ordre de la dizaine de millimètres peut être qualifiée d'extrêmement large. L'exploration du domaine dans lequel rechercher la meilleure allocation de tolérance est d'autant plus efficace que ce domaine est limité à une portion vraisemblable.

Le domaine d'allocation des tolérances est défini à l'aide de trois valeurs :

- la taille minimale de l'intervalle de tolérance à allouer ;
- les bornes inférieures et supérieures de l'intervalle dans lequel la loi de probabilité peut être non nulle.

Par exemple, la taille minimale de l'intervalle de tolérance sur les écarts de localisation des trous $\delta b1$ et $\delta b2$ et sur les écarts de localisation des bords de tôle $\delta c1$ et $\delta c2$ doit être supérieure à 0.05 mm . Les lois de probabilité de ces écarts doivent être incluses dans l'intervalle $[-1; 1]$.

En notant l_{inf} et l_{sup} les bornes inférieure et supérieure des lois de probabilité de $\delta b1$ et $\delta b2$, le domaine d'allocation de tolérance est défini par :

$$(l_{inf}, l_{sup}) \in \mathbb{R}^2, \left\{ \begin{array}{lcl} l_{inf} & \geq & -1 \\ l_{sup} & \leq & 1 \\ l_{sup} - l_{inf} & \geq & 0.05 \end{array} \right. \quad (4.4)$$

Les tolérances allouées aux écarts géométriques de l'exemple du paragraphe 2 peuvent être entièrement décrites par les quatre couples de paramètres (l_{inf}, l_{sup}) vérifiant l'éq. (4.4) et définissant les lois de probabilité des écarts $\delta c1$, $\delta c2$, $\delta b1$ et $\delta b2$. Ces relations permettent de définir le domaine de variation ω de chaque paramètre.

La volonté d'uniformiser les tolérances allouées sur les écarts géométriques peut conduire à constituer des *groupes d'écarts géométriques* au sein desquels les tolérances allouées sont identiques. Cela se traduit par l'utilisation d'un seul jeu de paramètres pour décrire la tolérance allouée à tous les écarts géométriques d'un groupe. Par exemple, les écarts de localisation des trous des composants 1 et 2 – $\delta b1$ et $\delta b2$ – peuvent former un groupe. Les écarts géométriques des surfaces c par rapport aux surfaces d des composants 1 et 2 – $\delta c1$ et $\delta c2$ – peuvent également former un autre groupe. Dans cet exemple, il n'y a plus que deux couples de paramètres (l_{inf}, l_{sup}) à définir. Outre l'intérêt lié à l'uniformisation des tolérances, cela permet de réduire le nombre de variables de décision.

Le vecteur $\mathbf{x}_g \in \Omega_g$ défini à l'éq.(4.5) permet de caractériser l'ensemble des tolérances allouées aux

écarts géométriques d'un avant-projet de gamme d'assemblage :

$$\mathbf{x}_g = \begin{bmatrix} p_{1,1} \\ \vdots \\ p_{1,n_{p1}} \\ \vdots \\ \vdots \\ p_{n_g,1} \\ \vdots \\ p_{n_g,n_{pn_g}} \end{bmatrix} \in \Omega_g \text{ avec } \Omega_g = \prod_{i=1}^{n_g} \prod_{j=1}^{n_{pi}} \omega_{i,j} \quad (4.5)$$

avec :

- n_g le nombre de groupes d'écarts géométriques à tolérer indépendamment ;
- n_{pi} le nombre de paramètres nécessaires pour définir la loi de probabilité de la tolérance allouée au groupe d'écarts géométriques i
- $p_{i,1}, \dots, p_{i,n_{pi}}$ l'ensemble des paramètres définissant la tolérance allouée au groupe d'écarts géométriques i sous forme d'une loi de probabilité ;
- $\omega_{i,1}, \dots, \omega_{i,n_{pi}}$ les domaines dans lesquels ces paramètres peuvent varier.

Le vecteur $\mathbf{x}_g$ est appelé dans la suite *vecteur des variables de décision* des tolérances géométriques.

Dans le cas de l'exemple utilisé précédemment, $n_g = 2$ car deux groupes d'écarts ont été constitués. La tolérance allouée à ces écarts est définie par une loi de probabilité uniforme nécessitant deux paramètres, donc $n_{p1} = n_{p2} = 2$. Les domaines de variation des paramètres vérifient l'éq. (4.4). Le vecteur des variables de décision des tolérances géométriques construit est décrit par l'éq. (4.6) :

$$\mathbf{x}_g = \begin{bmatrix} l_{inf,\delta b} \\ l_{sup,\delta b} \\ l_{inf,\delta c} \\ l_{sup,\delta c} \end{bmatrix} \quad (4.6)$$

3.3 Variables de décision pour la sélection des techniques d'assemblage

Pour chaque liaison à réaliser, il est nécessaire de définir la liste des techniques d'assemblage dont l'exploration est autorisée. Cela revient à définir un domaine discret dans lequel le paramètre définissant la technique sélectionnée pour la liaison considérée peut varier.

Les techniques d'assemblage utilisées pour l'exemple traité dans ce chapitre sont détaillées en annexe C. La liaison t1 de l'exemple de la Figure 48 peut être réalisée à l'aide des techniques « mise en position plane sur un outillage » et « mise en position plane par un robot » qui portent respectivement les numéros 1 et 2 dans la bibliothèque de techniques. Les liaisons t2 et t3 peuvent être réalisées à l'aide des techniques « mise en position ponctuelle sur un outillage » et « mise en position ponctuelle par un robot » qui portent

3. Paramétrage d'un avant-projet de gamme d'assemblage

Tableau 9 – Techniques d'assemblage sélectionnées en fonction de la valeur de x_t .

Valeurs de x_t	$\begin{bmatrix} 1 & 1 \end{bmatrix}^T$	$\begin{bmatrix} 1 & 2 \end{bmatrix}^T$	$\begin{bmatrix} 2 & 1 \end{bmatrix}^T$	$\begin{bmatrix} 2 & 2 \end{bmatrix}^T$
Liaisons	N° des techniques sélectionnées			
t1	1	1	2	2
t2 et t3	3	3	4	4
L2	6	7	6	7

respectivement les numéros 3 et 4. La liaison L1 est réalisée à l'aide de la technique « mise en position dos-à-dos avec mastic » qui porte le numéro 5. La technique d'assemblage pour réaliser la liaison L2 doit être sélectionnée parmi les techniques « rivetage semi-mecanno » et « rivetage mecanno » qui portent respectivement les numéros 6 et 7 dans la bibliothèque.

Le concepteur de gamme d'assemblage peut souhaiter former des *groupes de liaisons* – les liaisons t1, t2 et t3 par exemple – au sein desquels le choix des techniques est lié. Le nombre n_a de techniques autorisées doit être identique pour toutes les liaisons d'un groupe. Pour chaque liaison, la liste des techniques d'assemblage autorisée est ordonnée et le paramètre définissant la technique sélectionnée est l'indice de la technique dans cette liste ordonnée. Cela revient à n'utiliser qu'un seul paramètre pour définir les techniques sélectionnées au sein de l'ensemble du groupe.

Le vecteur $x_t \in \Omega_t$ défini à l'éq.(4.7) permet de caractériser l'ensemble des techniques sélectionnées pour un avant-projet de gamme d'assemblage :

$$x_t = \begin{bmatrix} t_1 \\ \vdots \\ t_{n_l} \end{bmatrix} \in \Omega_t \text{ avec } \Omega_t = \prod_{i=1}^{n_l} \{1, \dots, n_{a,i}\} \quad (4.7)$$

avec :

- n_l le nombre de groupes de liaisons pour lesquels la sélection des techniques est indépendante ;
- t_i l'indice définissant la technique sélectionnée au sein de la liste des techniques autorisée pour chaque liaison du groupe i ;
- $n_{a,i}$ le nombre de techniques autorisées pour les liaisons du groupe i .

Le vecteur x_t est appelé dans la suite *vecteur des variables de décision* des techniques d'assemblage.

Dans l'exemple, le vecteur x_t a deux composantes. La première décrit les techniques sélectionnées pour réaliser les liaisons t1, t2 et t3 et peut prendre les valeurs 1 et 2. La seconde décrit la technique utilisée pour réaliser la liaison L2 et peut prendre la valeur 1 et 2. Il n'y a qu'une technique autorisée pour réaliser la liaison L1. Il n'est pas nécessaire d'utiliser une variable pour la décrire.

Le Tableau 9 détaille les techniques d'assemblage sélectionnées en fonction des valeurs possibles pour x_t .

3.4 Synthèse sur le paramétrage d'un avant-projet de gamme d'assemblage

La combinaison des vecteurs de variables de décision des tolérances géométriques et des techniques d'assemblage, décrite par l'éq. (4.8), permet de construire le vecteur des variables de décision $\mathbf{x}$ qui décrit entièrement les techniques d'assemblage sélectionnées et les tolérances géométriques allouées dans un avant-projet de gamme d'assemblage.

$$\mathbf{x} = \begin{bmatrix} \mathbf{x}_t \\ \mathbf{x}_g \end{bmatrix} \in \Omega \text{ avec } \Omega = \Omega_t \times \Omega_g \quad (4.8)$$

Ce vecteur est défini sur un domaine Ω qui représente l'ensemble des avant-projets de gamme d'assemblage à explorer.

Le paragraphe suivant expose le problème d'optimisation posé afin de rechercher les valeurs de ce vecteur $\mathbf{x}$ du domaine Ω – et donc les avant-projets de gamme d'assemblage – qui offrent le meilleur compromis entre coût et conformité.

4 Optimisation d'un avant-projet de gamme

4.1 Introduction

L'objectif de ce paragraphe est de formuler le problème d'optimisation permettant de rechercher les solutions offrant les meilleurs compromis entre coût et conformité et de proposer une méthode pour résoudre ce problème.

Le problème d'optimisation est formulé au paragraphe 4.2. C'est un problème d'optimisation multiobjectif dont la solution est un front de PARETO.

Le choix d'un algorithme génétique pour résoudre de problème est argumenté au paragraphe 4.3. L'algorithme utilisé est brièvement expliqué.

4.2 Formulation du problème d'optimisation

L'objectif du problème d'optimisation est de trouver le ou les avant-projets de gamme d'assemblage qui minimisent un indicateur de coût et qui maximisent un indicateur de conformité. Compte tenu du caractère antagoniste de ces indicateurs, l'énoncé du problème peut être considéré comme équivalent à *trouver l'avant-projet de gamme qui offre le meilleur compromis entre un indicateur de coût faible et un indicateur de conformité élevé.*

Une grande variété de méthodes existent pour résoudre des problèmes d'optimisation comportant un unique critère. Traiter un problème comportant plusieurs objectifs à l'aide de ces méthodes nécessite de construire un critère unique à minimiser ou à maximiser par combinaison des indicateurs considérés. Cela nécessite d'introduire des informations a priori, comme des poids à chaque indicateur [Motavalli et Islam, 1997], la construction d'un rapport entre indicateurs [Wu et al., 2009] ou la hiérarchisation des indicateurs [De Lit et al., 2001].

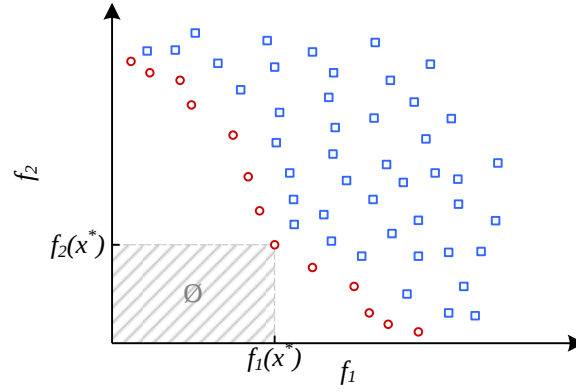


Figure 54 – Front de PARETO en dimension 2.

La formulation d'un problème d'optimisation multiobjectif permet de contourner la difficulté inhérente à la construction d'un critère unique en considérant chacun des objectifs simultanément. La difficulté se reporte sur l'identification des meilleurs éléments évalués à partir de n indicateurs. Cette étape nécessite de définir une relation d'ordre sur $\mathbb{R}^n$. La relation la plus communément utilisée [Coello Coello, 2005] est la dominance dite *de PARETO* [Edgeworth, 1881, Pareto, 1896] dont la définition est donnée par l'éq. (4.9).

$$x^* \text{ domine } x \Leftrightarrow \begin{cases} \forall p \in \{1, \dots, n\}, f_p(x^*) \leq f_p(x) \\ \exists q \in \{1, \dots, n\}, f_q(x^*) < f_q(x) \end{cases} \quad (4.9)$$

Cette définition est valable dans le cas où l'objectif est la minimisation de tous les indicateurs. La maximisation de la conformité sera remplacée dans la suite par la minimisation de la non-conformité. Le problème de minimisation du coût et de la non-conformité possède la même solution que le problème de minimisation du coût/maximisation de la conformité. En revanche, la substitution opérée permet une définition et une implémentation plus simples de la dominance.

Dans le cas d'une minimisation de tous les objectifs, un candidat est optimal si ses indicateurs de performance ne sont dominés par aucun autre. Ces candidats sont dits *non dominés*. L'ensemble des candidats non dominés du domaine d'optimisation est appelé le front de PARETO. La Figure 54 représente le front de PARETO extrait d'un ensemble de candidats. Pour chaque candidat du front, représenté par un cercle rouge, il n'existe aucun autre candidat qui le domine, c'est-à-dire qui a ses deux indicateurs de performance f_1 et f_2 meilleurs que lui.

Les méthodes présentées aux chapitres 2 et 3 permettent de construire deux fonctions Nc et C définies sur Ω associant respectivement l'indicateur de non-conformité et l'indicateur de coût d'un avant-projet de gamme d'assemblage au vecteur de variables de décision x qui le définit. Le problème d'optimisation considéré dans ces travaux est défini formellement par l'éq. (4.10).

$$\underset{x \in \Omega}{\text{Minimiser}} [Nc(x), C(x)]^T \quad (4.10)$$

Le front de PARETO obtenu par la résolution de ce problème permet d'assister au choix de l'avant-

projet de gamme d'assemblage. Le meilleur compromis entre coût et conformité n'est pas trouvé en définissant des règles à priori, mais à partir des performances connues de l'ensemble des avant-projets non dominés.

4.3 Méthode de résolution

La solution à un problème d'optimisation multiobjectif n'est pas un unique point, mais l'ensemble des points non dominés. Les méthodes pour résoudre ce type de problème se basent sur l'exécution multiple d'algorithmes conduisant à un point unique [Miettinen, 1999] ou sur des algorithmes traitant l'évolution d'une population [Coello Coello, 2005].

L'optimisation d'un avant-projet de gamme d'assemblage comporte des variables de décision continues et des variables de décision discrètes. Le front de PARETO correspondant risque de présenter des concavités et des discontinuités. Les algorithmes évolutionnaires sont beaucoup moins sensibles aux problèmes de discontinuité ou de concavité du front que les méthodes par exécution multiples [Coello Coello, 2005].

COELLO-COELLO recense un certain nombre de méthodes évolutionnaires dérivées des algorithmes génétiques ou des méthodes d'optimisations par essais particuliers utilisées dans de nombreux domaines scientifiques et industriels [Coello Coello, 2005]. Parmi ces méthodes, l'algorithme NSGA-II proposé par DEB *et al.* [Deb *et al.*, 2000] présente un bon compromis entre rapidité et robustesse.

Le principe de l'algorithme NSGA-II est illustré à la Figure 55. Une population de N_p individus est tirée aléatoirement dans le domaine Ω . Un vecteur de variables de décision $\mathbf{x} \in \Omega$ représente un individu de l'espèce *avant-projet de gamme d'assemblage*. Ses composantes, qui caractérisent le codage génétique de cet individu au sein de son espèce, sont également désignées par le terme *chromosome*, par analogie au terme employé en biologie. Les performances de chaque individu sont évaluées à l'aide des fonctions N_c et C .

Un mécanisme de sélection décrit dans [Deb *et al.*, 2000] est ensuite utilisé pour identifier des paires $(^i\mathbf{x}, ^j\mathbf{x})$ de bons éléments de la population – des *parents* – qui sont croisés pour créer de nouveaux individus *enfants*. Le croisement consiste à réaliser un mélange des chromosomes des parents, c'est-à-dire des composantes des vecteurs $^i\mathbf{x}$ et $^j\mathbf{x}$, pour former de nouveaux individus. La moyenne arithmétique ou le partage de chromosomes des parents sont des exemples de mécanismes simples à mettre en œuvre. D'autres mécanismes de croisement plus élaborés existent et sont décrits en détail dans [Inspyred, 2012]. La sélection et le croisement sont opérés dans le but d'obtenir un accroissement de la qualité de la population au fil des générations.

Une certaine portion de la population est également sujette à des mutations, c'est-à-dire des modifications aléatoires dans les chromosomes de ces individus. Les mutations permettent d'éviter la dégénérescence de la population. Plusieurs mécanismes de mutations peuvent également être utilisés et sont décrits dans [Inspyred, 2012].

Les éléments non dominés de chaque génération sont archivés. Le processus d'évolution est répété pendant un nombre de générations N_{gen} fixé arbitrairement. Les éléments non dominés de l'archive obtenue après ces N_{gen} générations constituent le résultat de l'algorithme.

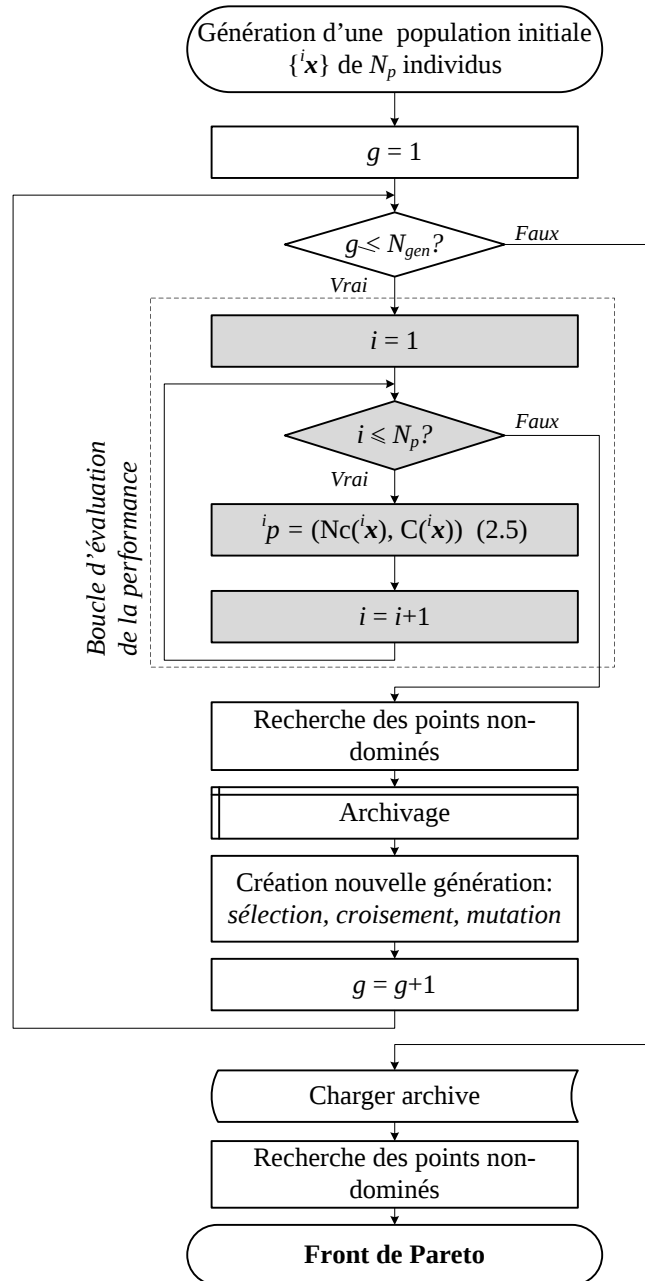


Figure 55 – Principe de l'algorithme NSGA-II [Deb et al., 2000].

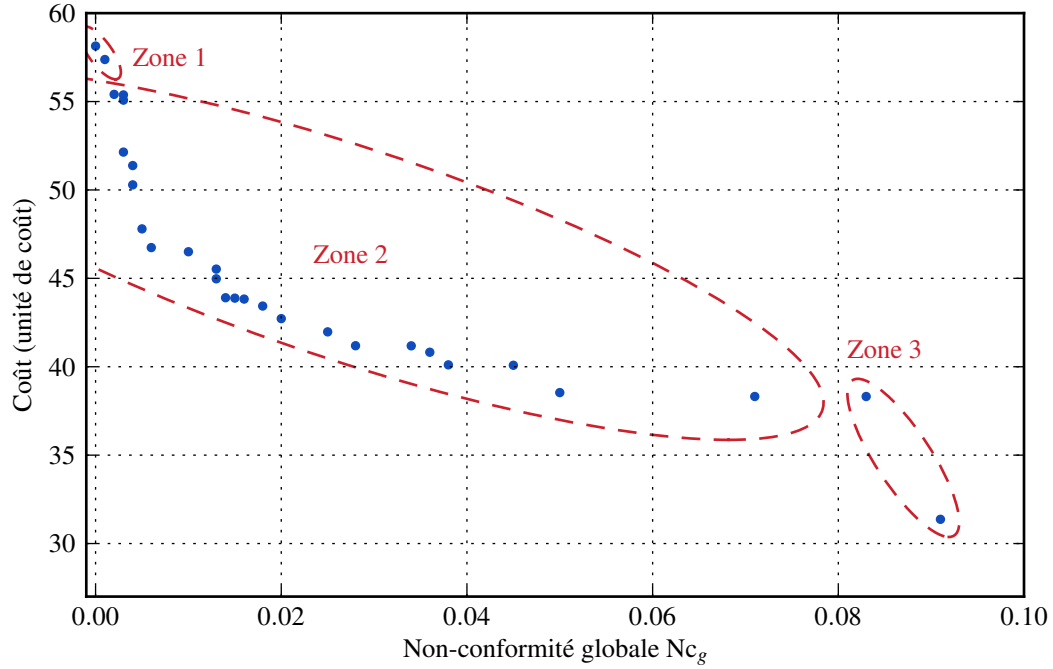


Figure 56 – Front de PARETO obtenu à l'issue de l'optimisation.

L'utilisation d'un algorithme génétique présente l'avantage de pouvoir combiner simplement des variables de décision discrètes et continues. Aucune propriété particulière de dérivabilité ou de continuité n'est requise pour les fonctions Nc et C .

En revanche, la qualité du résultat est sujette au choix sur la taille de la population N_p et sur le nombre de générations N_{gen} . Plus la population est importante et évolue durant un nombre élevé de générations, plus le front obtenu a de chances d'être proche du front réel associé au domaine Ω . Mais le coût de calcul associé à l'exécution de l'algorithme est approximativement linéaire par rapport à N_p et à N_{gen} .

Du point de vue de l'implémentation, l'évaluation de la performance des individus de chaque génération est indépendante. Elle peut facilement être parallélisée.

4.4 Exemple

La Figure 56 présente les résultats obtenus lors de la résolution du problème d'optimisation formulé pour l'exemple de la Figure 48.

Le problème comporte les six variables de décision décrites au paragraphe 3. Les données nécessaires à l'évaluation de l'indicateur de coût sont détaillées dans l'annexe C. L'indicateur de coût utilisé est le taux de non-conformité globale, évalué à l'aide de la relation de comportement de l'assemblage donnée par l'éq. (4.3).

La population utilisée pour la résolution comporte 500 individus qui évoluent pendant 20 générations. Ces valeurs ont été choisies empiriquement après quelques essais pour évaluer la convergence de l'algorithme génétique. Le réglage des paramètres des algorithmes génétiques, comme la taille de la population ou le nombre de générations, est un problème qui reste ouvert au sein de la communauté de

mathématiques appliquées [Coello Coello, 2005]. La résolution de ce problème, implémentée dans le langage Python, nécessite approximativement 425 secondes de calcul sur un processeur à 2,67 GHz¹. La durée de résolution est d'environ 250 secondes lorsque l'évaluation des performances des avant-projets de gamme est distribuée sur trois processeurs en parallèle.

L'intérêt de la résolution d'un problème multiobjectif est illustré sur la Figure 56. La résolution en considérant uniquement l'objectif de coût et en interdisant la non-conformité aurait conduit au point en haut à gauche du graphique. Or l'autorisation d'une faible non-conformité, inférieure à 1 %, permet de réduire le coût d'environ 20% dans ce cas. L'intérêt du résultat produit par rapport à la résolution d'un problème où la non-conformité est contrainte sous un certain seuil et que le choix du seuil peut être fait en connaissant le front de PARETO et qu'il devient moins arbitraire.

Par ailleurs, trois zones sont représentées sur la Figure 56. À l'intérieur de chaque zone, les techniques d'assemblage sélectionnées sont identiques. La zone 1, l'utilisation de la mise en position sur outillage et du rivetage semi-meccano conduit à des solutions chères et présentant un avantage faible par rapport à la zone 2 sur le plan de la non-conformité. Dans la zone 2, l'utilisation de la mise en position par robot et du rivetage semi-meccano permet un léger gain sur le coût, mais les plus grandes dispersions de la mise en position par robot, par rapport à l'outillage, conduit à des non-conformités plus élevées. Dans la zone 3, l'utilisation de la mise en position par robot et du rivetage meccano conduit à des coûts plus faibles, mais conduit à une non-conformité plus importante. La zone 3 se poursuit avec des points présentant une non-conformité supérieure à 0,1, qui ne sont pas représentés sur la figure.

Le front obtenu permet au concepteur de sélectionner la zone offrant le meilleur compromis selon lui. Il peut également raffiner l'allocation de tolérances dans cette zone.

Des cas similaires ont été traités dans [Andolfatto *et al.*, 2013b] et [Andolfatto *et al.*, 2013a].

5 Conclusion

Ce chapitre présente la démarche proposée pour l'optimisation d'un avant-projet de gamme d'assemblage. Cette démarche s'appuie sur trois étapes.

La première consiste à structurer les données d'entrées du problème. Le produit à assembler est représenté à l'aide d'un modèle structuro-fonctionnel adapté du Graphe Orienté de Contact proposé par MARGUET [Marguet, 2001]. Nous proposons de piloter l'affichage de ce graphe à l'aide d'une représentation de la séquence d'assemblage choisie afin d'en simplifier la lecture et de lever certaines ambiguïtés. La distinction proposée entre les éléments – composants et liaisons – appartenant au produit et les éléments temporaires de ce graphe permet d'identifier la frontière du produit et de recenser l'ensemble des écarts géométriques des composants pour lesquels des tolérances géométriques doivent être allouées. Le modèle structuro-fonctionnel permet également de recenser l'ensemble des liaisons à réaliser au cours de l'assemblage. Pour chaque liaison à réaliser, une technique d'assemblage doit être sélectionnée. Afin de structurer les savoir-faire de l'entreprise, nous proposons un formalisme sous forme de bibliothèque de techniques d'assemblage.

1. Intel®Core™ i5 M560 @2.67GHz

La seconde étape de la démarche consiste à définir un paramétrage qui permet de représenter un avant-projet de gamme d'assemblage par un vecteur de variables de décision. L'approche originale que nous proposons est la clé pour formuler mathématiquement le problème d'optimisation de l'avant-projet de gamme d'assemblage.

Enfin, la dernière étape de la démarche que nous proposons s'attache à la formulation mathématique et à la résolution du problème d'optimisation. Le problème formulé comporte deux objectifs : minimiser les indicateurs de coût et de non-conformité définis respectivement aux chapitres 2 et 3. Ce problème est résolu à l'aide d'un algorithme génétique.

Les résultats présentés pour l'exemple traité permettent de mettre en évidence l'intérêt de la résolution du problème d'optimisation multiobjectif. La formulation de l'optimisation nécessite uniquement de modéliser le problème, mais n'impose pas de faire de choix à priori, comme un seuil maximal de non-conformité autorisé. De cette manière, le front de PARETO obtenu à l'issue de l'optimisation permet au concepteur de gamme d'assemblage de faire le choix à posteriori de l'avant-projet de gamme qui lui semble le plus pertinent parmi les solutions trouvées. L'outil construit est un outil d'aide à la décision.

En revanche, la résolution d'un problème d'optimisation multiobjectif est complexe. L'algorithme génétique utilisé pour la résolution nécessite le réglage d'un certain nombre de paramètres, comme la taille de la population ou le nombre de générations à calculer. Le réglage de ces paramètres nécessite généralement quelques essais pour trouver un compromis acceptable entre le temps d'exécution de l'algorithme et le risque de non-convergence.

La démarche que nous proposons dans ce chapitre permet de résoudre le problème inverse de sélection des techniques d'assemblage et d'allocation des tolérances en s'appuyant sur les méthodes d'évaluation de la performance d'un avant-projet de gamme d'assemblage (problèmes directs) présentées aux chapitres 2 et 3. Elle est mise en œuvre sur un exemple simple unidimensionnel.

Le chapitre suivant illustre la mise en œuvre de cette démarche sur un cas d'application tiré d'un cas industriel et pour lequel l'évaluation de l'indicateur de conformité est cette fois-ci évalué à l'aide de la méthode proposée au chapitre 3.

5. Conclusion

Chapitre

5

Cas d'application

1 Introduction

L'objectif de ce chapitre est de présenter la mise en œuvre de la démarche proposée aux chapitres précédents sur un cas d'application. Le cas considéré est un modèle réduit fortement inspiré d'un panneau de structure aéronautique conçu dans le cadre du développement de l'A3OX d'AIRBUS. La séquence d'assemblage est fixée et nous proposons de sélectionner les techniques d'assemblage et d'allouer les tolérances sur les écarts géométriques des composants afin de minimiser le coût et la non-conformité des panneaux assemblés.

Le paragraphe 2 présente les données d'entrée du problème et la manière dont elles sont structurées pour définir un avant-projet de gamme d'assemblage paramétré. Ce paragraphe reprend la démarche proposée au chapitre 4 pour la structuration des données d'entrée ainsi que le formalisme proposé au chapitre 3 pour la constitution d'une base de champs d'écarts géométriques.

La construction de la relation de comportement de l'assemblage est exposée au paragraphe 3. L'interface utilisateur développée pour construire le problème éléments finis quasi-statique y est présentée. La démarche de construction d'un méta-modèle de la relation de comportement proposée au chapitre 3 est également illustrée sur ce cas d'application.

Enfin, le paragraphe 4 présente la résolution du problème d'optimisation de l'avant-projet de gamme d'assemblage. Les résultats obtenus sont exposés et discutés. Trois avant-projets de gamme d'assemblage obtenus à l'issue de l'optimisation sont présentés et analysés en détail.

Un démonstrateur nommé PALLAS¹ a été développé pour permettre la mise en œuvre de la démarche d'assistance à l'élaboration de gamme d'assemblage proposée dans nos travaux. Il est implémenté dans le langage PYTHON et comporte plusieurs modules qui interagissent avec des logiciels et bibliothèques extérieures. L'architecture du démonstrateur est illustrée sur la Figure 57 et les fonctions des différents modules sont présentées tout au long de ce chapitre.

2 Structuration des données d'entrée

2.1 Introduction

Le produit support de cette étude est un panneau de structure aéronautique représenté sur la Figure 58. Ce panneau est composé d'une peau dite *auto-raïdie* intégrant des raidisseurs longitudinaux en oméga et de deux cadres. Ces composants sont assemblés par des rivets.

Le modèle structuro-fonctionnel du produit est présenté au paragraphe 2.2. La base d'écarts géométriques que nous construisons pour ce cas d'application est présentée au paragraphe 2.3. Le paragraphe 2.4 présente la liste des techniques d'assemblage autorisées pour chaque liaison.

Une synthèse récapitule les variables de décision nécessaires pour définir l'avant-projet de gamme d'assemblage paramétré.

1. Performance-driven geometrical tolerance ALlocation and Assembly technique Selection.

2. Structuration des données d'entrée

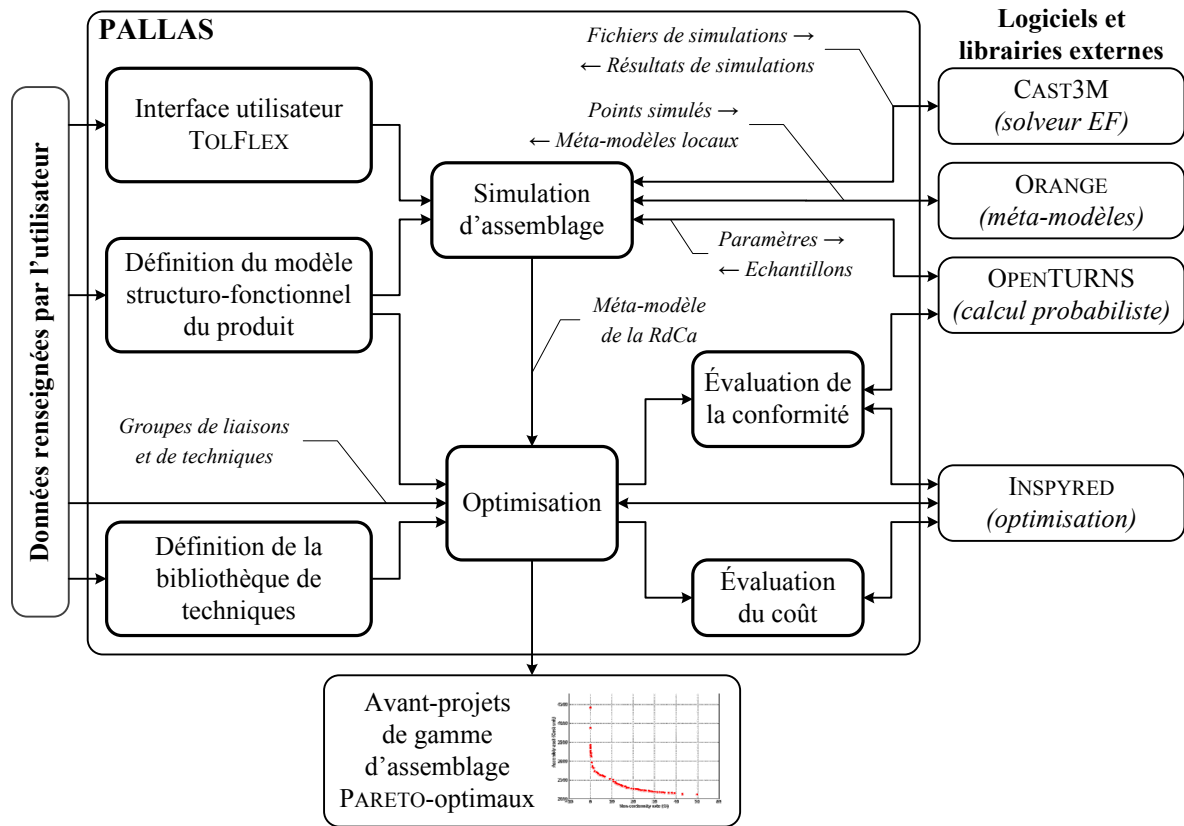


Figure 57 – Architecture du démonstrateur PALLAS et interactions avec des logiciels et bibliothèques externes.

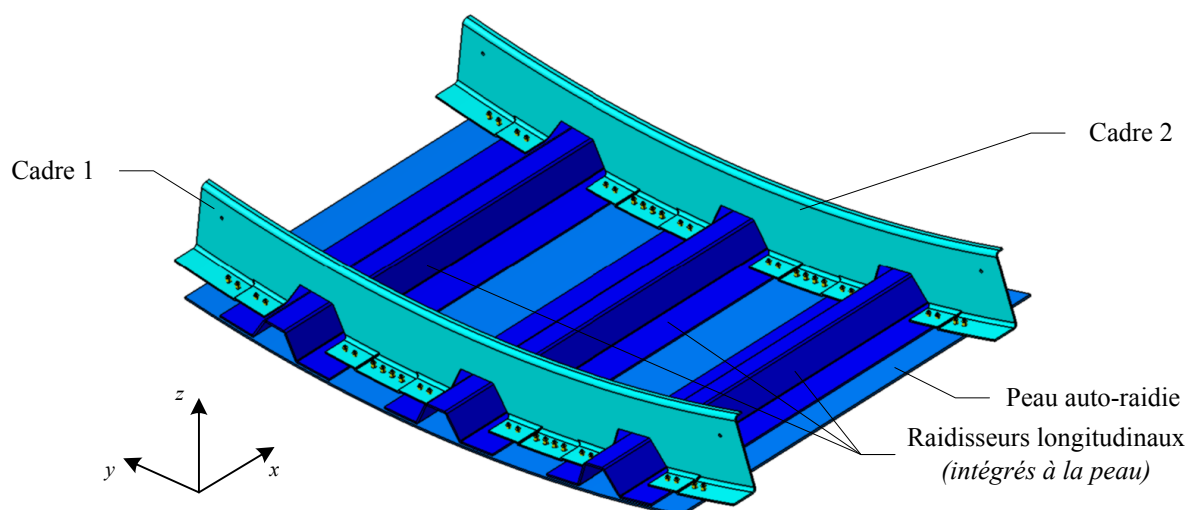


Figure 58 – Panneau de structure aéronautique support du cas d'application.

2.2 Modèle structuro-fonctionnel

2.2.1 Graphe Orienté de Contact enrichi

La Figure 59 représente le Graphe Orienté de Contact du panneau à assembler. La séquence d'assemblage est représentée sur la Figure 60. Afin de représenter de manière compacte un certain nombre d'éléments identiques du graphe, des indices i , j et k sont utilisés. Les détails des éléments géométriques de la peau et des cadres avant l'assemblage sont illustrés respectivement sur la Figure 61 et sur la Figure 62.

Chaque cadre est mis en position sur un composant temporaire par deux liaisons planes sur les éléments géométriques P1 et P2, une liaison de type centreur sur le trou L1 et un locating sur le trou L2. La gravité est dirigée suivant z . La peau auto-raïdie est ensuite mise en position par les pieds des cadres (liaisons surfaciques LS_10 à LS_29), par une liaison de type centreur avec le trou L3 du cadre 1 (liaison pLL) et par une liaison de type locating avec le trou du cadre 2 (liaison pLF). Les liaisons entre les trous percés dans les cadres et dans la peau (LMH_10 à LMH_24) sont ensuite pré assemblées à l'aide d'épingles qui appliquent un effort de 30 daN, schématisées sur la Figure 63. La séquence d'épinglage est illustrée sur la Figure 60.

Les trous des liaisons LCDH_10 à LCDH_21, illustrées sur la Figure 64, sont percés une fois la peau auto-raïdie et les cadres pré assemblés à l'aide d'épingles.

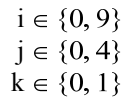
Les rivets de ces liaisons sont posés. Les épingles de pré assemblage sont ensuite démontées et sont remplacées par des rivets. Les liaisons temporaires sont démontées et le panneau assemblé peut être livré.

2.2.2 Détail des exigences géométriques

Les trous MH_10 à MH_24 du panneau ont un diamètre de 4,8 mm et les trous MH_0 à MH_4 des cadres ont un diamètre de 3,6 mm. Le diamètre du fût de l'épingle est également de 3,6 mm, ce qui autorise un désalignement maximal de 0,6 mm entre les trous des cadres et les trous de la peau. Cela se traduit par des exigences d'assemblabilité, notées Concentricité_1j et Concentricité_2j, représentées sur la Figure 59.

Pour éviter d'installer des contraintes mécaniques dans les composants au cours du rivetage, le jeu maximal dans les liaisons surfaciques LS_1i et LS_2i à l'état pré assemblé ne doit pas dépasser 0,3 mm. Ces exigences sont notées Jeu_1i et Jeu_2i sur la Figure 59.

Le non-respect des exigences de concentricité nécessite d'agrandir un des trous pour poser l'épingle. Le non-respect des exigences sur le jeu nécessite la réalisation d'une cale pour combler le jeu afin d'éviter des déformations locales des composants lors du rivetage. Le non-respect des exigences sur le jeu est jugé plus contraignant que le non-respect des exigences sur la concentricité. Les poids attribués à ces exigences sont respectivement 3 et 1.



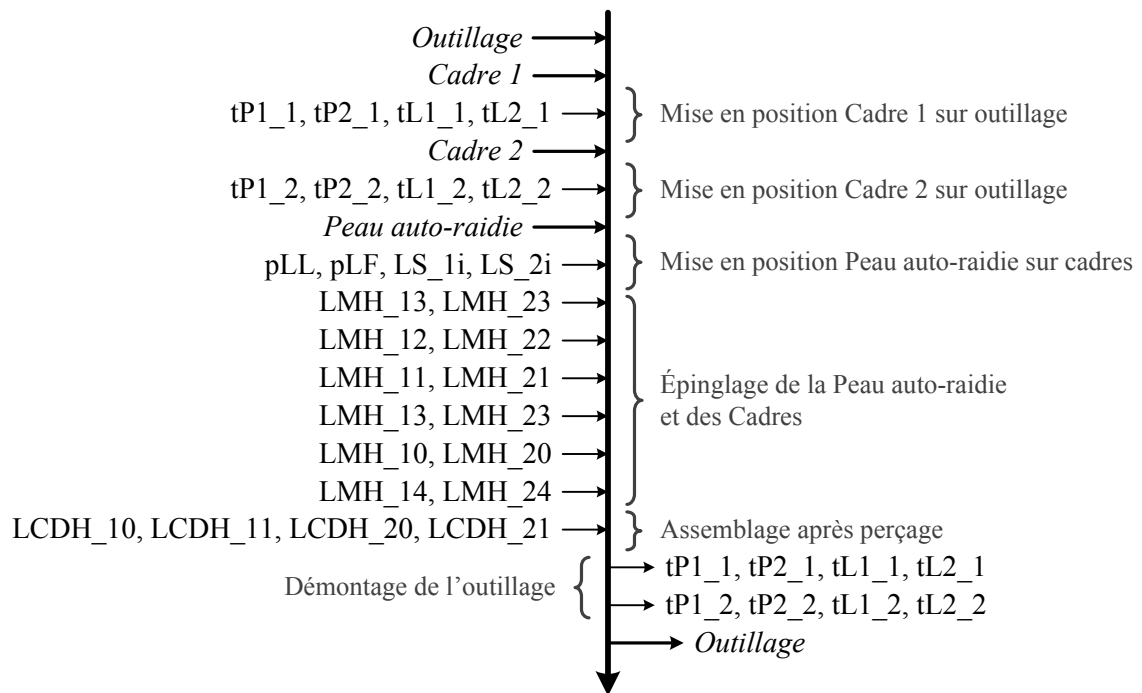


Figure 60 – Séquence d'assemblage du cas d'application.

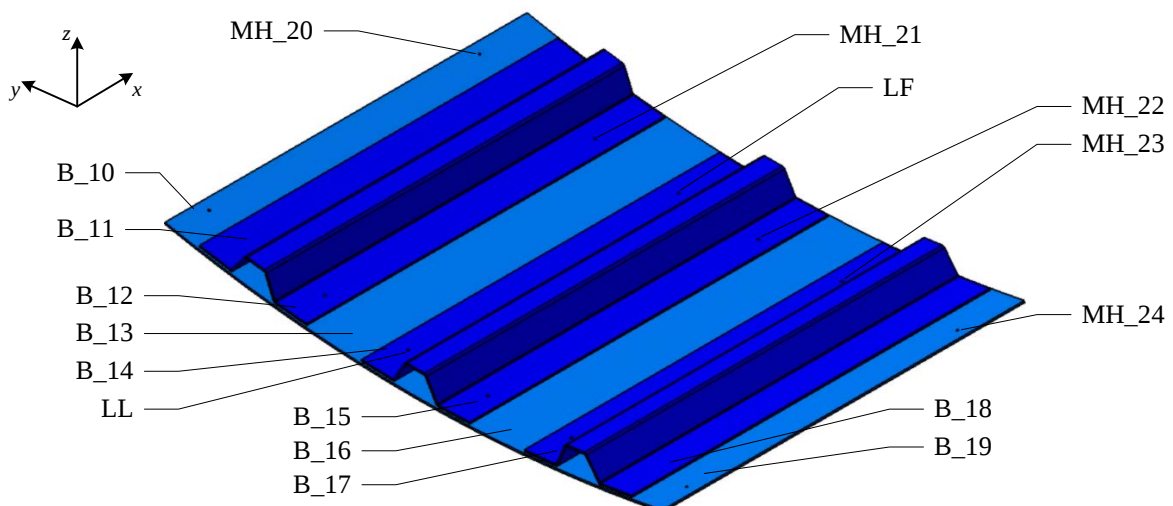


Figure 61 – Détail des éléments géométriques de la peau auto-raïdie.

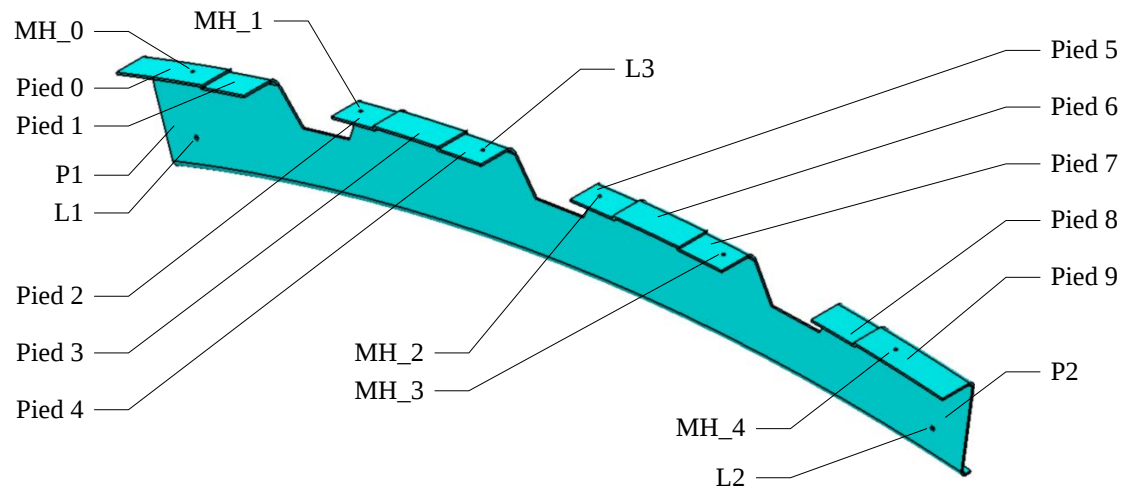


Figure 62 – Détail des éléments géométriques des cadres.

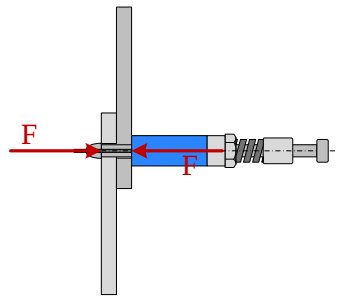


Figure 63 – Schématisation d'une épingle de pré assemblage et des efforts appliqués.

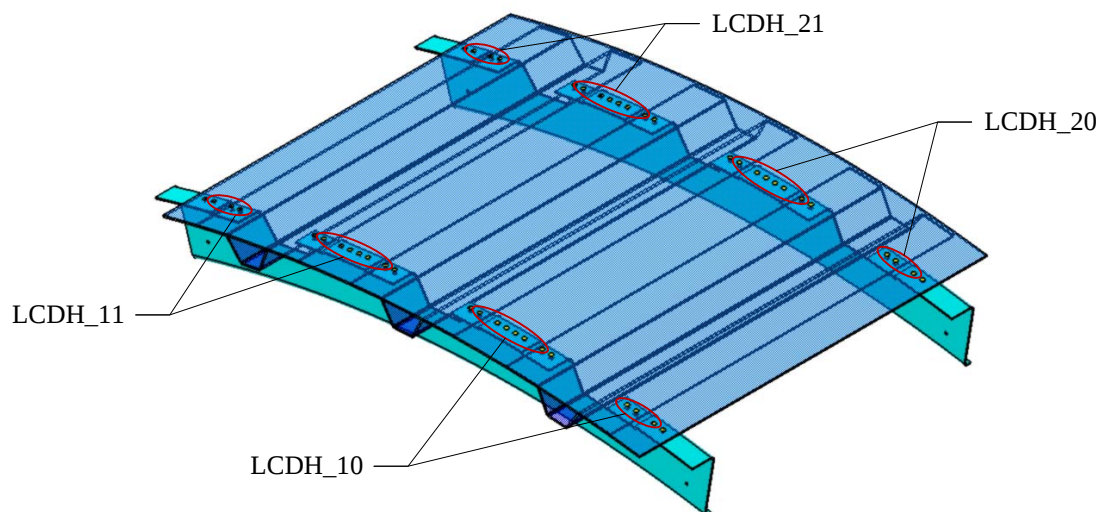


Figure 64 – Détail des liaisons percées à l'état pré assemblé LCDH_10 à LCDH_21.

2.3 Base d'écarts géométriques

2.3.1 Introduction

Les champs d'écarts définis dans ce paragraphe résultent de choix de modélisation. Les skin modèles virtuels des composants sont obtenus en ajoutant les champs d'écarts pondérés à la géométrie nominale définie par la maquette numérique.

Pour les écarts globaux portant sur l'intégralité d'un composant, les modèles proposés sont construits à l'aide de retours d'expérience. Les écarts géométriques des trous sont représentés uniquement par des déplacements. Les écarts d'orientation des trous ne sont pas pris en compte pour éviter de surcharger la base d'écarts construite avec des écarts ayant peu d'influence du fait du faible élanement de ces trous. D'autres écarts sont également modélisés d'après des connaissances sur les procédés d'obtention des composants.

2.3.2 Écarts géométriques des cadres

Trois champs de base sont utilisés pour décrire les écarts géométriques globaux liés au procédé d'obtention des cadres composites. Ces champs sont définis analytiquement à partir de retour d'expérience sur des composants similaires fabriqués par AIRBUS. Les écarts géométriques caractéristiques des cadres composites liés aux déformations lors du refroidissement après cuisson sont deux cintrages, radial et axial, ainsi qu'un vrillage L'éq. (5.1) définit le cintrage radial représenté sur la Figure 65-(a). Le vrillage représenté sur la Figure 65-(b) est défini par l'éq. (5.2). Enfin le cintrage axial des cadres représenté sur la Figure 65-(c) est défini par l'éq. (5.3). Ces trois équations font intervenir des paramètres dont les valeurs sont données dans le Tableau 10.

$$\begin{aligned} \phi_{cintragerd} : \quad \mathbb{R}^3 &\longrightarrow \mathbb{R}^3 \\ (x, y, z) &\longmapsto -\lambda \cdot R \cdot (\theta - \theta_{ref})^2 \cdot \begin{bmatrix} 0 \\ \cos \theta \\ \sin \theta \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (5.1)$$

avec : $R = \sqrt{(y - y_0)^2 + (z - z_0)^2}$ et $\theta = \tan^{-1} \left(\frac{z - z_0}{y - y_0} \right)$

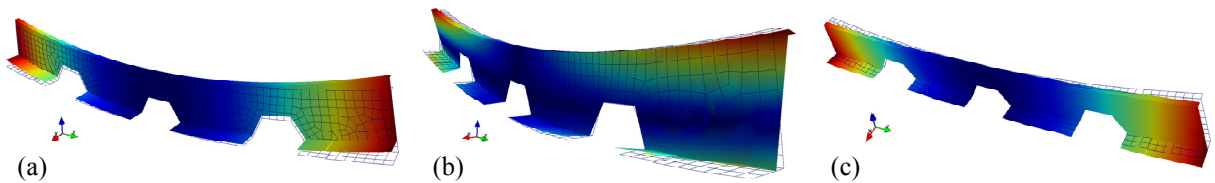


Figure 65 – Écarts de cintrage radial (a), de vrillage (b), et de cintrage axial (c) des cadres.

2. Structuration des données d'entrée

Tableau 10 – Constantes des champs d'écarts globaux des cadres.

Composant	Fonction	éq.	Constantes
Tous	Toutes		$y_0 = 0, z_0 = 3000, \theta_{ref} = -\pi/2$
Cadre 1	$\phi_{cintragerd}$	(5.1)	$\lambda = 6,482 \cdot 10^{-3}$
Cadre 1	$\phi_{vrillage}$	(5.2)	$x_0 = -27,5, R_{ref} = 2950, \Delta\theta = 0,45$ et $\lambda = 9,87 \cdot 10^{-3}$
Cadre 1	$\phi_{cintrageax}$	(5.3)	$x_0 = 24972,5$ et $\lambda = 0,1098$
Cadre 2	$\phi_{cintragerd}$	(5.1)	$\lambda = 6,482 \cdot 10^{-3}$
Cadre 2	$\phi_{vrillage}$	(5.2)	$x_0 = -677,5, R_{ref} = 2950, \Delta\theta = 0,45$ et $\lambda = 9,87 \cdot 10^{-3}$
Cadre 2	$\phi_{cintrageax}$	(5.3)	$x_0 = 25622,5$ et $\lambda = 0,110$

$$\begin{aligned}
 \phi_{vrillage} : \quad \mathbb{R}^3 &\longrightarrow \mathbb{R}^3 \\
 (x, y, z) &\longmapsto \Delta R \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \theta & \sin \theta \\ 0 & -\sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \sin \theta_n \\ x - x_0 \\ 1 - \cos \theta_n \end{bmatrix} \\
 \text{avec : } \theta &= \tan^{-1} \left(\frac{z - z_0}{y - y_0} \right), \theta_n = \lambda \cdot \frac{2 \cdot (\theta - \theta_{ref})}{\Delta\theta} \text{ et } \Delta R = \sqrt{(y - y_0)^2 + (z - z_0)^2} - R_{ref}
 \end{aligned} \tag{5.2}$$

$$\begin{aligned}
 \phi_{cintrageax} : \quad \mathbb{R}^3 &\longrightarrow \mathbb{R}^3 \\
 (x, y, z) &\longmapsto -\lambda \cdot \begin{bmatrix} x_0 - x + R \cos \theta \\ y_0 - y + R \sin \theta \\ 0 \end{bmatrix} \\
 \text{avec : } R &= |x - x_0| \text{ et } \theta = \frac{y - y_0}{R}
 \end{aligned} \tag{5.3}$$

D'autres champs de base sont également définis pour décrire des écarts géométriques locaux. Le procédé d'obtention des cadres entraîne également des écarts géométriques des pieds des cadres. Quatre champs de base sont définis pour représenter ces écarts. La Figure 66 illustre le champ de base s'appliquant aux pieds 2, 3 et 4. Ce champ est défini par un torseur de petite rotation d'amplitude $1/L_p$ autour du vecteur r_p et dont le déplacement est nul au point O_p . Trois champs similaires sont définis pour les pieds 0 et 1, les pieds 5, 6 et 7 et enfin les pieds 8 et 9.

Enfin, les écarts de localisation de chaque trou L1, L2, L3 et MH_0 à MH_4 sont décrits à l'aide de deux translations suivant les vecteurs u et v illustrés sur la Figure 67. Par convention, le vecteur unitaire w est dirigé suivant l'axe des trous. Si le vecteur w n'est pas coïncident avec le vecteur x , comme sur la Figure 67-(a), le vecteur unitaire u est normal à w et contenu dans le plan (x, w) par convention. Si le vecteur w est coïncident avec le vecteur x , comme sur la Figure 67-(b), le vecteur unitaire u est

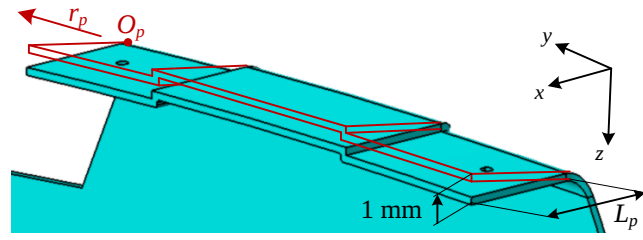


Figure 66 – Écarts sur l'angle entre l'âme et les pieds de cadre.

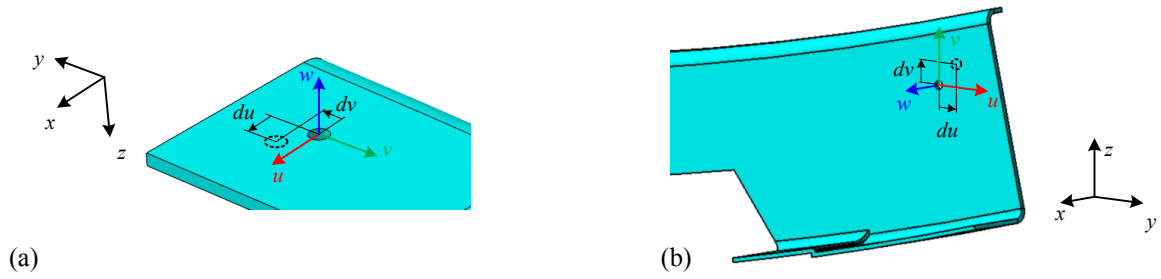


Figure 67 – Écarts de localisation des trous exprimés dans leurs bases locales.

coïncident avec le vecteur y par convention également. Le vecteur unitaire v est tel que la base (u, v, w) soit une base orthonormée directe.

2.3.3 Écarts géométriques de la peau

Les écarts géométriques globaux de la peau sont décrits par un champ de cintrage radial et un champ de vrillage similaires à ceux des cadres. La Figure 68 illustre ces deux champs qui s'appliquent à l'ensemble de la peau. Le Tableau 11 donne les valeurs des paramètres des fonctions définies aux éqs. (5.1) et (5.2) pour la peau.

Le procédé d'obtention des panneaux composites auto-raidis est connu pour générer des écarts d'orientation des bases de raidisseurs en omégas qui s'affaissent durant la cuisson. Ces écarts sont illustrés sur la Figure 69. Nous proposons de modéliser ces écarts par un torseur de petite rotation d'amplitude $1/L_b$ autour du vecteur r_b et dont le déplacement est nul au point O_b .

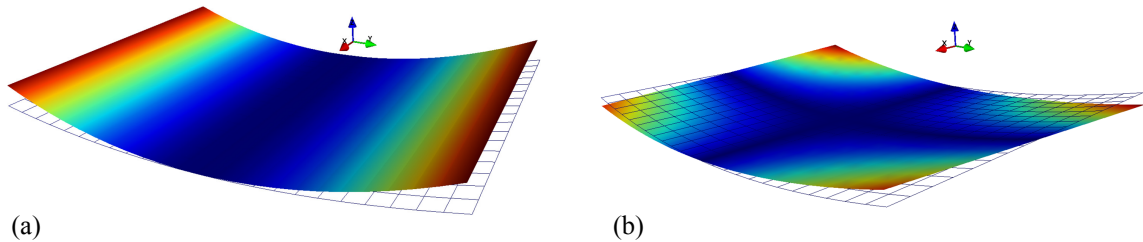


Figure 68 – Écarts de cintrage radial (a) et de vrillage (b) de la peau auto-raïdie (raidisseurs non représentés).

2. Structuration des données d'entrée

Tableau 11 – Constantes des champs d'écarts globaux de la peau.

Composant	Fonction	éq.	Constantes
Tous	Toutes		$y_0 = 0, z_0 = 3000, \theta_{ref} = -\pi/2$
Peau	$\phi_{cintragerd}$	(5.1)	$\lambda = 1,665 \cdot 10^{-2}$
Peau	$\phi_{vrillage}$	(5.2)	$x_0 = -622,5, R_{ref} = 3000, \Delta\theta = 0,454$ et $\lambda = 2,142 \cdot 10^{-3}$

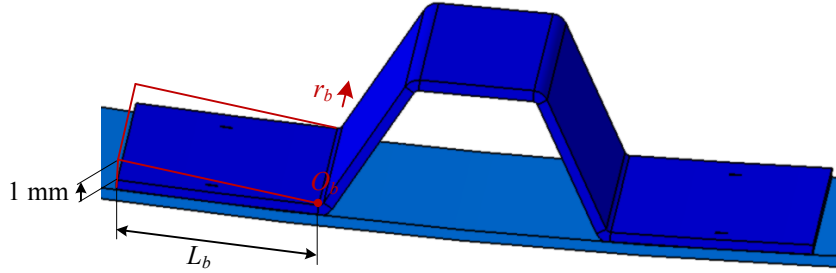


Figure 69 – Écarts sur l'orientation des bases de raidisseurs en oméga.

Cet écart n'est généralement ni constant ni symétrique le long d'un raidisseur. Nous utilisons donc 12 champs pour décrire indépendamment les écarts des éléments géométriques B_21, B_22, B_24, B_25, B_27, B_28, B_21, B_22, B_24, B_25, B_27 et B_28.

Enfin, les écarts géométriques de l'ensemble des trous de la peau, c'est-à-dire les trous LL et LF ainsi que les dix trous MH_10 à MH_24, sont également décrits avec deux translations suivant les vecteurs unitaires u et v définis avec la même convention que pour les cadres.

2.3.4 Écarts de liaison

Les écarts dans les liaisons sont représentés par des torseurs de petits déplacements. Pour les liaisons temporaires tL1_1, tL2_1, tL1_2 et tL2_2, des écarts de liaison sont définis par des champs de déplacement uniformes suivant les vecteurs u et v définis avec la même convention que pour les cadres.

Pour les liaisons temporaires tP1_1, tP2_1, tP1_2, tP2_2, les écarts d'orientation des surfaces planes de mise en position de l'outillage sont supposés négligeables. Seuls des petits déplacements suivant le vecteur x sont définis.

2.3.5 Synthèse des écarts géométriques à tolérer

Le Tableau 12 récapitule les écarts géométriques de base construits au paragraphe 2.3. Les dispersions des amplitudes des 10 champs² de base modélisant les écarts de liaison ne figurent pas dans le tableau. Seuls les écarts géométriques à tolérer sont répertoriés. Les domaines dans lesquels les tolérances doivent être allouées sont mentionnés.

Les paramètres des relations coût-tolérance pour chaque écart de la base sont également définis dans le Tableau 12. Nous utilisons uniquement la relation coût-tolérance en exponentielle-puissance inverse

2. Deux fois deux champs pour les deux liaisons cylindriques tL1_1 et tL1_2, deux fois un champ pour les deux liaisons locating tL2_1 et tL2_2 et quatre fois un champ pour les quatre liaisons planes.

Tableau 12 – Synthèse des écarts géométriques à tolérer.

Écart	Nombre	Domaine	T_{lim}	b	m	k
Cadres - Cintrage radial	2	$[-1; 1]$	0,15	80	3,5	0,075
Cadres - Vrillage	2	$[-1; 1]$	0,15	120	3,5	0,075
Cadres - Cintrage axial	2	$[-1; 1]$	0,1	40	4	1
Cadres - Localisation des trous	32	$[-0, 2; 0, 2]$	0,1	5	5	0,1
Cadres - Orientation des pieds	8	$[-0, 5; 0, 5]$	0,4	30	2	0,05
Peau - Cintrage radial	1	$[-1; 1]$	0,4	120	2,5	1
Peau - Vrillage	1	$[-1; 1]$	0,4	120	2,5	1
Peau - Localisation des trous	24	$[-0, 2; 0, 2]$	0,1	5	5	0,1
Peau - Orientation des bases	12	$[0; 0, 1]$	0,005	5	8	0,0075

proposée au chapitre 2 et rappelée à l'éq. (5.4). Par convention, le coût fixe a est fixé à 0 pour tous les écarts.

$$C_d :]T_{lim}, +\infty[\longrightarrow \mathbb{R} \quad (5.4)$$

$$T \longmapsto a + \frac{b \cdot e^{-m(T-T_{lim})}}{(T - T_{lim})^k}$$

La base de champs d'écarts comporte 84 éléments qui représentent des écarts à tolérer et 10 éléments qui représentent des écarts de liaison dont la dispersion des amplitudes dépend des techniques sélectionnées.

Les mêmes tolérances sont allouées pour chaque ligne du Tableau 12, excepté pour les trous L1 et L2 des cadres, les trous L3 des cadres qui sont regroupés séparément. Les trous LL et LF de la peau sont également tolérancés séparément. Il y a au total treize groupes pour l'allocation de tolérance. Les tolérances sont allouées avec des lois uniformes, nécessitant deux variables de décision pour allouer la tolérance de chaque groupe. Il faudra donc vingt-six variables de décision pour définir les tolérances allouées dans l'avant-projet de gamme d'assemblage.

2.4 Techniques d'assemblage

Pour chaque liaison à réaliser au cours de l'assemblage, la liste des techniques utilisables est décrite dans le Tableau 13. Le détail des techniques d'assemblage de la bibliothèque décrites dans le Tableau 14 est donné dans l'annexe D. Le comptage des opérations réalisées par un réseau de PETRI n'a pas été implémenté dans le démonstrateur. Les deux variantes de la technique de positionnement de la peau sur les cadres par un centreur ou un locating – avec et sans éclatement – ont été définies.

Nous choisissons initialement de réaliser toutes les liaisons LS_{xi} avec la même technique. Ces liaisons forment un groupe pour le choix des techniques. Le choix des techniques pour les liaisons pLL, pLF et LCDH $_{xk}$ est également lié. Nous choisissons de réaliser toutes les liaisons LCDH $_{xk}$ avec la même technique. Les liaisons pLL et pLF sont réalisées sans éclatement si les liaisons LCDH $_{xk}$ sont réalisées à l'aide de perçage *one way*, avec éclatement sinon. Ces liaisons forment un second groupe pour

Tableau 13 – Synthèse des liaisons à réaliser au cours de l'assemblage.

Liaison	Nombre	Temporaire	Techniques autorisées
tPy _x	4	Oui	1
tL1 _x	2	Oui	2
tL2 _x	2	Oui	2
pLL	1	Non	3 et 4
pLF	1	Non	3 et 4
LMH _{xj}	10	Non	5
LS _{xi}	20	Non	6, 7 et 8
LCDH _{xk}	4	Non	9, 10, 11 et 12

Tableau 14 – Techniques d'assemblage de la bibliothèque et nature des liaisons réalisées.

Indice - Nom de la technique	Nature de la liaison
1 - Positionnement plan sur outillage	Plane, de positionnement, temporaire
2 - Positionnement centreur/locating sur outillage	Pivot ou locating, de positionnement, temporaire
3 - Positionnement centreur/locating sur cadre & rivetage	Pivot ou locating, de positionnement
4 - Positionnement centreur/locating sur cadre (avec éclatement) & rivetage	Pivot ou locating, de positionnement
5 - Épinglage meccano & rivetage	Pivot ou locating, d'attachement
6 - Contact surfacique direct	Surfacique
7 - Contact surfacique avec calage liquide	Surfacique
8 - Contact surfacique avec calage robotisé	Surfacique
9 - Perçage sur grille & rivetage	Pivot, attachement, percée à l'état pré assemblé
10 - Perçage <i>one way</i> sur grille & rivetage	Pivot, attachement, percée à l'état pré assemblé
11 - Perçage <i>one way</i> sur grille numérique & rivetage	Pivot, attachement, percée à l'état pré assemblé
12 - Perçage <i>one way</i> & rivetage robotisés	Pivot, attachement, percée à l'état pré assemblé

le choix des techniques. Pour les autres liaisons, il n'y a qu'une seule technique autorisée. Il n'y a pas besoin d'une variable de décision pour définir la technique d'assemblage sélectionnée.

Il faut donc deux variables de décision pour définir les techniques d'assemblage sélectionnées pour chacun des groupes dans l'avant-projet de gamme d'assemblage.

2.5 Implémentation dans PALLAS

Au sein du démonstrateur PALLAS développé, deux modules incluent des classes représentant respectivement le modèle structuro-fonctionnel du produit et la bibliothèque de techniques d'assemblage.

La structuration des données d'entrée ainsi que les choix sur le regroupement des écarts géométriques à tolérer et sur le regroupement pour la sélection des techniques d'assemblage présentés permet d'identifier les vingt-huit variables de décision définissant l'avant-projet de gamme d'assemblage paramétré, dont vingt-six définissent les tolérances allouées et deux définissent les techniques d'assemblage sélectionnées.

À partir de la donnée du modèle structuro-fonctionnel du produit, de la bibliothèque de techniques d'assemblage, des groupes d'écarts géométriques et de liaisons constitués ainsi que de la liste des techniques d'assemblage autorisée pour chaque liaison, le module d'optimisation de PALLAS permet de construire automatiquement la structure du vecteur de variables de décision représentant un avant-projet de gamme d'assemblage paramétré.

3 Relation de comportement de l'assemblage

3.1 Introduction

Ce paragraphe expose la démarche de construction de la relation de comportement de l'assemblage du produit telle qu'elle a été implémentée et mise en œuvre sur le cas d'application. La base de champs d'écarts, dont la construction est détaillée au paragraphe 2.2 comporte 94 éléments. Le produit comporte 30 caractéristiques sur lesquelles portent des exigences : 20 jeux et 10 désalignements de trous (voir paragraphe 2.2.2). La relation de comportement de l'assemblage est donc une fonction de $\mathbb{R}^{94}$ dans $\mathbb{R}^{30}$.

Cette fonction est évaluée par la résolution d'un problème éléments finis décrit au paragraphe 3.2. Les modèles éléments finis, le détail des étapes du problème quasi-statique formulé ainsi que les résultats de simulation obtenus y sont présentés.

Un méta-modèle de la relation de comportement de l'assemblage a été construit pour réduire son coût d'évaluation. Les résultats obtenus lors de la construction des méta-modèles locaux associés à chaque caractéristique du produit sont détaillés et illustrés au paragraphe 3.3. L'intérêt du méta-modèle en termes de coût de calcul est également illustré.

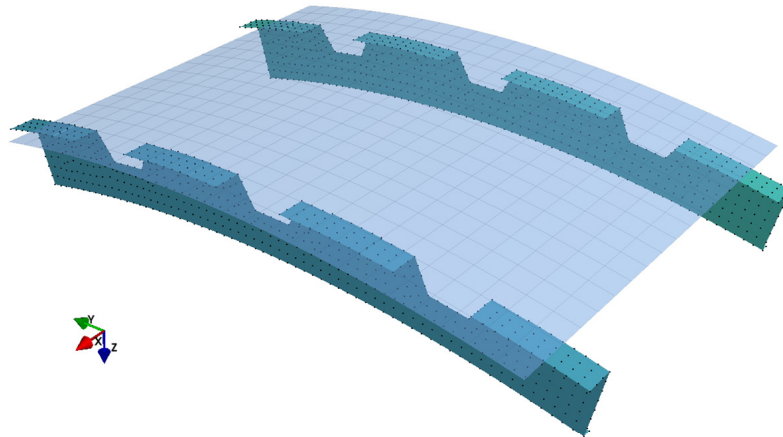


Figure 70 – Modèles éléments finis des cadres et de la peau.

3.2 Évaluation par simulation

3.2.1 Modèles éléments finis des composants

Les cadres sont modélisés à l'aide d'éléments coques quadrangulaires. Ces éléments sont construits sur une géométrie simplifiée ne faisant plus apparaître ni les trous ni les rayons de raccordement.

La peau auto-raïdée est modélisée à l'aide d'éléments coques quadrangulaires et d'éléments poutres pour modéliser les raidisseurs. La géométrie simplifiée ne fait plus apparaître ni les trous ni les variations d'épaisseurs.

La Figure 70 représente les modèles éléments finis des composants. Le comportement des composants est supposé élastique et isotrope. Le module de YOUNG de tous les composants vaut 70 Gpa et le coefficient de POISSON utilisé vaut 0,33. La masse volumique utilisée vaut $2,7 \cdot 10^3 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$. Les matrices de masse et de rigidité sont obtenues à l'aide du code de calcul CAST3M.

3.2.2 Construction du problème quasi-statique

Le problème éléments finis quasi-statique modélisant l'assemblage est construit à l'aide de blocs modulaires définis à partir des équations du chapitre 3 qui permettent de modéliser les contraintes cinématiques et statiques appliquées au cours de l'assemblage sous forme de conditions aux limites. Des blocs servent à renseigner les débuts et fins de chaque étape. D'autres blocs permettent enfin de définir l'étape au cours de laquelle les caractéristiques du produit sont évaluées.

La Figure 71 expose l'enchaînement des blocs utilisés pour l'écriture des conditions aux limites représentant les relations cinématiques et les efforts introduits au cours de l'assemblage du panneau. L'ordre d'introduction des relations cinématiques est donné par la séquence d'assemblage. Toutes les caractéristiques du produit sont évaluées avant la réalisation des liaisons rivetées LCDH. Il n'est donc pas nécessaire de modéliser la réalisation de ces liaisons pour prédire les valeurs des caractéristiques du produit par simulation.

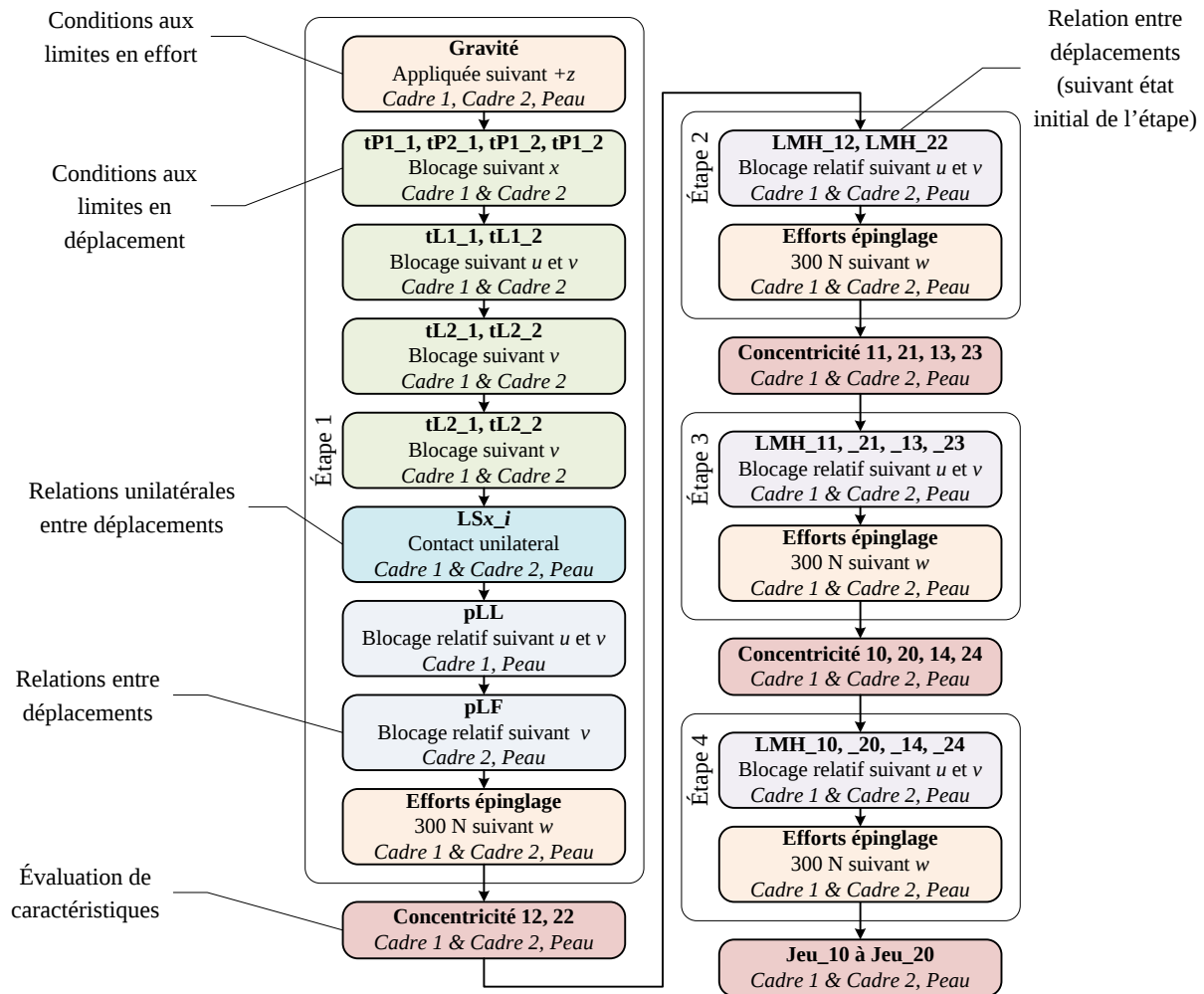


Figure 71 – Enchaînement des blocs utilisés pour l'écriture des conditions aux limites du cas d'application.

Les relations des liaisons entre les trous pré percés dans les cadres et dans la peau (liaisons LMH) sont écrites de manière à imposer la situation relative des trous égale à leur situation relative au début de l'étape. Nous supposons que l'effort appliqué ensuite par l'épingle entraîne un blocage des déplacements tangentiels relatifs, malgré l'existence d'un jeu dans la liaison lié à la différence de diamètre entre les trous. Les blocs intitulés « efforts d'épinglage » traduisent les efforts appliqués par une épingle.

Le problème quasi-statique devrait théoriquement comporter onze étapes, car il y a dix liaisons LMH dont les conditions aux limites dépendent des déplacements à l'issue de l'étape précédente. Afin de réduire le nombre de problèmes éléments finis à résoudre, égal au nombre d'étapes, nous avons identifié certaines étapes pouvant être fusionnées sans altérer la qualité des valeurs des caractéristiques prédites. Pour cela, nous avons préalablement réalisé un lot de 50 simulations *de référence* à partir du problème formulé avec 11 étapes, puis nous avons réalisé les mêmes simulations à partir de problèmes formulés avec des étapes fusionnées. Le critère d'arrêt fixé est l'écart maximal entre les caractéristiques prédites par les 50 simulations réduites et par les 50 simulations de référence inférieure à 0,01 mm. Cette stratégie

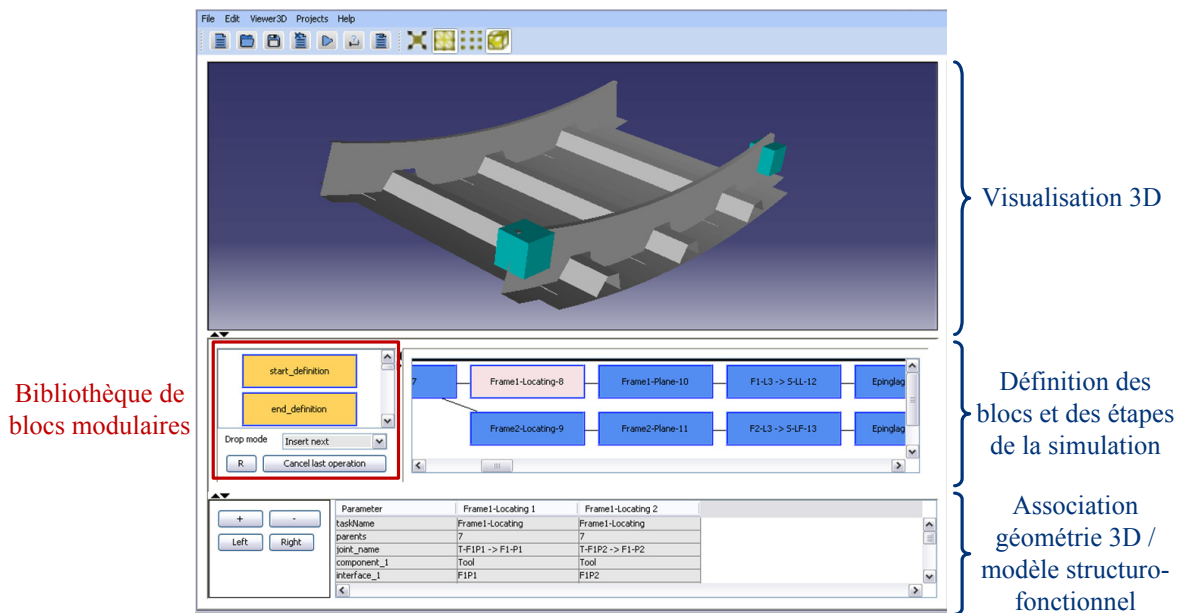


Figure 72 – Capture d'écran de l'interface utilisateur TOLFLEX permettant de définir les étapes et les blocs de la Figure 71.

a permis de réduire le problème quasi-statique de onze à quatre étapes, représentées sur la Figure 71, et de réduire le temps de calcul en conséquence.

3.2.3 Interface utilisateur pour la construction

L'interface utilisateur développée afin de faciliter la construction du problème quasi-statique, nommée TOLFLEX et illustrée sur la Figure 72, reprend la structure du logiciel FITFLEX développé par EADS Innovation Works. Le panneau intermédiaire de l'interface graphique de la Figure 72 permet de définir l'enchaînement des blocs. Le panneau inférieur permet d'associer chaque bloc de la Figure 71 avec les éléments du modèle structuro-fonctionnel qu'ils représentent. Le panneau supérieur donne une représentation graphique des modèles éléments finis et permet d'associer des nœuds de la géométrie discrétisée aux éléments du modèle structuro-fonctionnel.

Le modèle construit à l'aide des blocs définis dans l'interface utilisateur est traduit en un fichier de simulation pour le code de calcul CAST3M par le module de simulation d'assemblage de PALLAS. Ce module permet également de réaliser les fonctions :

- de génération de skin modèles virtuels par tirage d'amplitude pour chaque champ d'écart de base à l'aide d'OPENTURNS ;
- d'écriture des fichiers de simulation CAST3M associés ;
- d'exécution de ces simulations de manière distribuée sur plusieurs processeurs ;
- de post-traitement des résultats de simulation afin d'en tirer les valeurs des caractéristiques du produit associées aux amplitudes des champs d'écarts de base par métrologie virtuelle à partir des résultats de simulation.

3.2.4 Résultats de simulations

La Figure 73-(a) représente une instance de composants virtuels obtenue en pondérant chaque élément de la base de champs d'écart par une valeur tirée aléatoirement. Cette figure est une représentation du vecteur d'entrée de la relation de comportement de l'assemblage.

La Figure 73-(b) représente l'état obtenu à l'issue de la simulation de l'assemblage de ces composants. La Figure 74 représente la cartographie des jeux entre les cadres et la peau, obtenue d'après les résultats de la Figure 73-(b). La Figure 75 est une cartographie du désalignement constaté entre les trous des cadres et les trous de la peau au cours des étapes de la simulation de l'assemblage.

Les caractéristiques du produit, les jeux et désalignements qui forment le vecteur résultat de la relation de comportement de l'assemblage, sont évaluées à partir des données représentées sur ces figures.

L'évaluation de la relation de comportement nécessite en moyenne 95 s sur un processeur à 2,40GHz³. En supposant une évaluation par une méthode MONTE-CARLO à l'aide de 1 000 tirages, le temps nécessaire pour évaluer un indicateur de conformité par simulations directes est d'environ 26 heures. Cette durée n'est pas compatible avec le cadre de nos travaux, où l'optimisation de l'avant-projet de gamme d'assemblage nécessite un grand nombre d'évaluations de la conformité. Le paragraphe suivant décrit la construction du méta-modèle MARS de cette relation de comportement.

3.3 Construction du méta-modèle

Le méta-modèle de la relation de comportement est construit à partir de 30 méta-modèles élémentaires associant la valeur de chaque caractéristique du produit aux amplitudes des éléments de la base de champs d'écarts.

L'échantillon d'entraînement des méta-modèles élémentaires est obtenu par tirage aléatoire de 10 000 points avec une loi de probabilité jointe uniforme sur le domaine d'entraînement défini par le produit cartésien des domaines de chaque écart géométrique donnés dans le Tableau 12. L'évaluation des caractéristiques du produit pour ces 10 000 échantillons a nécessité 10 heures et 59 minutes en distribuant les calculs sur 24 processeurs.

L'échantillon de test est un échantillon latin hypercube de 3 000 points, nécessitant 3 heures et 17 minutes supplémentaires de simulations sur 24 processeurs.

La construction du méta-modèle à partir de l'échantillon d'entraînement nécessite environ 12 minutes avec un unique processeur. L'évaluation du méta-modèle en un point nécessite en moyenne 0,022 s. La Figure 76 illustre l'évolution du coût de calcul cumulé en fonction du nombre d'évaluations d'un indicateur de conformité par simulations directes et avec le méta-modèle construit. Pour construire cette figure, nous considérons que l'évaluation de l'indicateur de conformité nécessite 1 000 tirages de MONTE-CARLO. Dans ce cas, la construction du méta-modèle est rentable à partir de 14 évaluations de l'indicateur de conformité. Avec 2 000 tirages, le seuil de rentabilité chute à 7. Cette figure illustre de manière quantitative le gain important en temps de calcul associé à l'utilisation d'un méta-modèle. Le faible coût d'évaluation de l'indicateur de conformité à l'aide du méta-modèle rend l'utilisation d'un algorithme

3. Intel® Xeon™ E5645 @2.40GHz

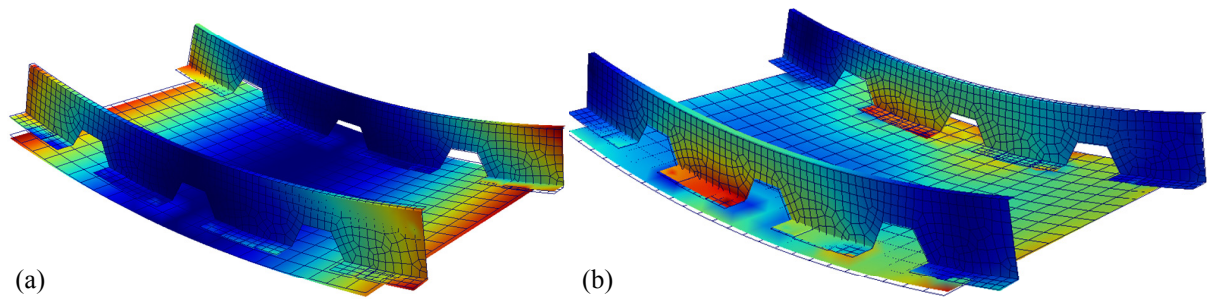


Figure 73 – Instance de composants virtuels avant assemblage (a) et état final obtenu par simulation (b).

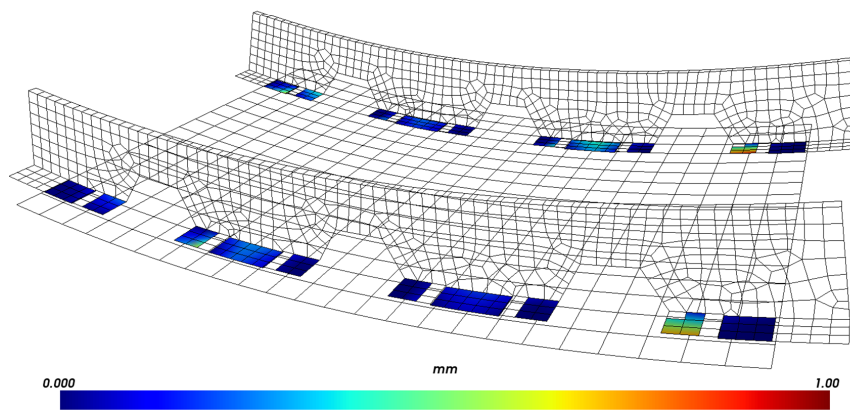


Figure 74 – Cartographie des jeux obtenus par simulation.

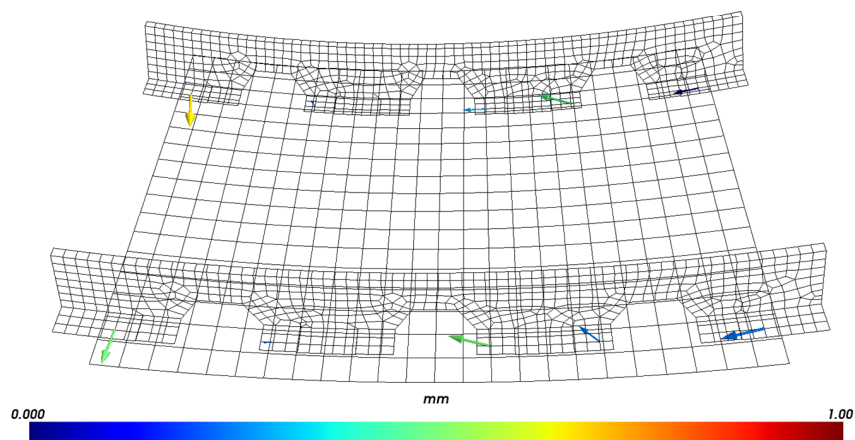


Figure 75 – Cartographie des écarts de concentricité 10 à 20 obtenus par simulation.

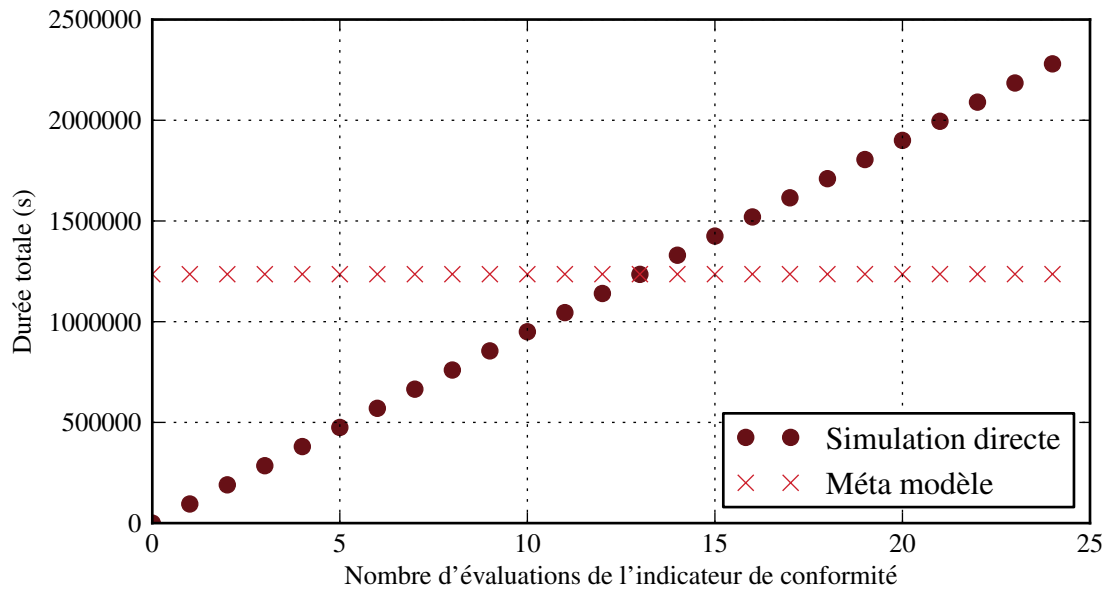


Figure 76 – Comparaison du coût d'évaluation de l'indicateur de conformité par simulation directe et avec un méta-modèle.

d'optimisation nécessitant de multiples évaluations de la conformité et une relation de comportement de l'assemblage non-linéaire compatible.

Le Tableau 15 donne le nombre d'écarts influents et la valeur des coefficients de prédictivité obtenus pour les méta-modèles de chaque caractéristique du produit. Ces résultats montrent que lorsque le nombre d'écarts influents est modéré – inférieur à 10 – les méta-modèles construits ont un coefficient de prédictivité supérieur à 0,95 qui traduit une bonne adéquation entre les résultats obtenus par simulation et par le méta-modèle. La Figure 77 représente la comparaison des populations obtenues par simulation et par le méta-modèle pour la caractéristique Jeu_10 sur les 3 000 points de l'échantillon de test. Les méta-modèles construits sont utilisés pour prédire des indicateurs de conformité qui sont des grandeurs statistiques évaluées sur une population. Pour cette raison, nous proposons de comparer les résultats à l'aide d'un graphe quantile-quantile qui représente la corrélation entre les populations simulées et prédites par le méta-modèle d'un point de vue statistique. Un comportement statistique identique des deux échantillons comparés conduit à des points alignés sur la première diagonale représentée sur la Figure 77.

Lorsque le nombre de contributeurs est plus élevé – supérieur à 20 – la qualité des méta-modèles obtenus est beaucoup plus faible. Cependant, le graphe quantile-quantile de la caractéristique Concentricité_14 représenté sur la Figure 78 montre que les populations sont relativement bien corrélées pour les quantiles élevés. L'erreur de prédiction de la probabilité de dépassement du seuil de l'exigence est inférieure à 1% sur cet exemple.

Cette figure est caractéristique des résultats obtenus pour les écarts de concentricité évalués : les méta-modèles construits produisent une erreur de prédiction relativement importante pour les faibles valeurs, zone où beaucoup de paramètres sont influents. Les prédictions sont globalement de meilleure qualité pour des écarts de concentricité supérieurs à 0,5 mm. Or l'important est de disposer d'un méta-modèle fournissant des prédictions correctes au voisinage des limites de l'exigence considéré. Le fait que

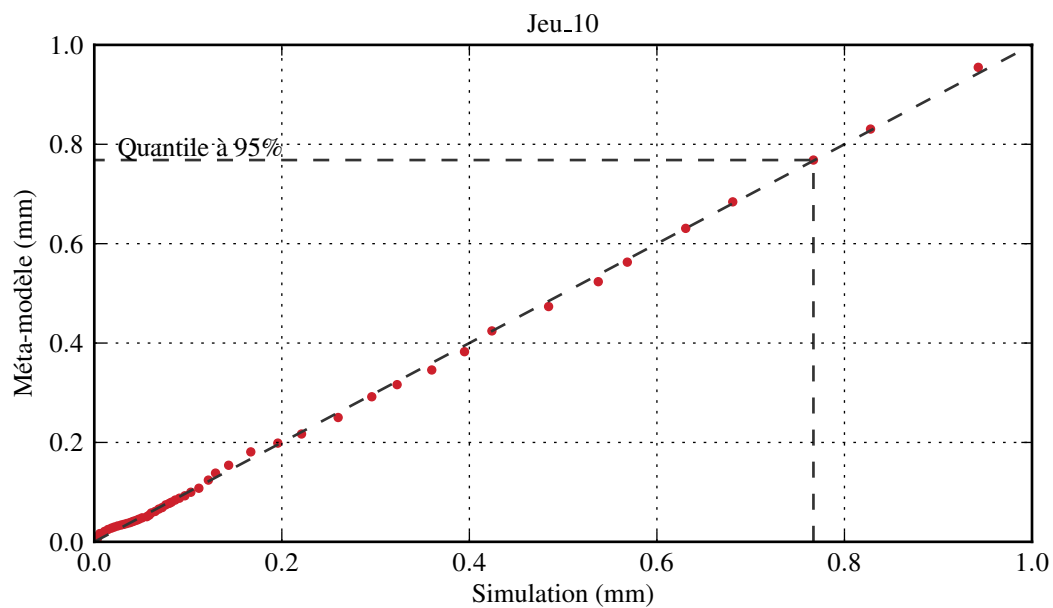


Figure 77 – Comparaison de la population du Jeu_10 obtenue par simulation et par méta-modèle sur un graphe quantile-quantile.

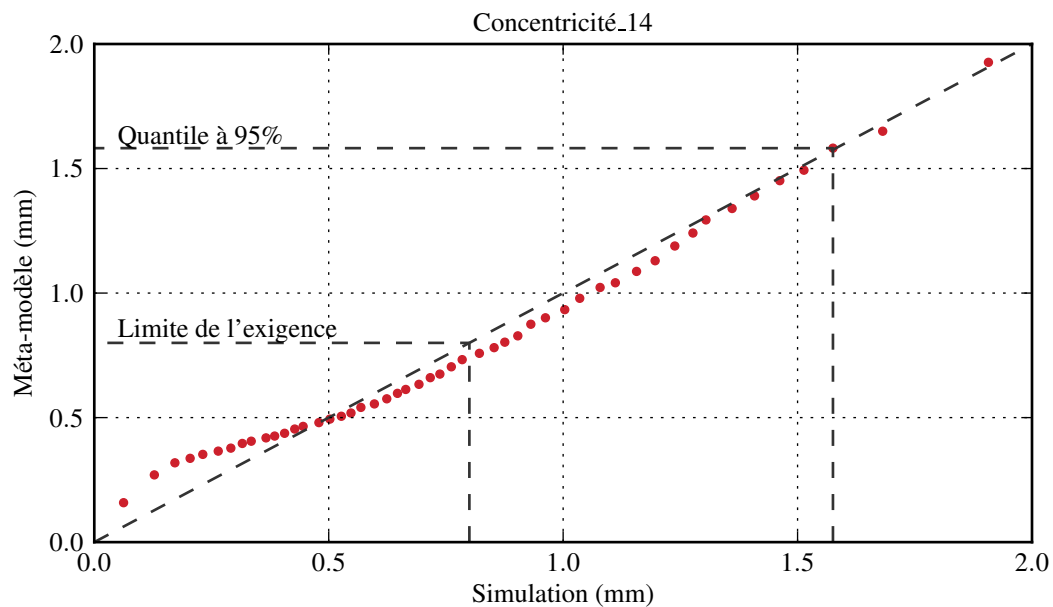


Figure 78 – Comparaison de la population de la Concentricité_14 obtenue par simulation et par méta-modèle sur un graphe quantile-quantile.

Tableau 15 – Coefficients de prédictivité et nombre de contributeurs pour les caractéristiques du produit.

Caractéristique	N.	Q_2	Caractéristique	N.	Q_2	Caractéristique	N.	Q_2
Jeu_10	3	0,99	Jeu_20	3	0,99	Concentricité_10	28	0,77
Jeu_11	8	0,98	Jeu_21	7	0,99	Concentricité_11	23	0,82
Jeu_12	4	0,99	Jeu_22	3	0,99	Concentricité_12	23	0,85
Jeu_13	7	0,99	Jeu_23	7	0,99	Concentricité_13	24	0,73
Jeu_14	3	0,97	Jeu_24	3	0,97	Concentricité_14	29	0,86
Jeu_15	2	0,99	Jeu_25	2	0,99	Concentricité_15	30	0,73
Jeu_16	7	0,99	Jeu_26	6	0,99	Concentricité_16	30	0,75
Jeu_17	3	0,96	Jeu_27	3	0,98	Concentricité_17	29	0,78
Jeu_18	7	0,98	Jeu_28	6	0,99	Concentricité_18	29	0,79
Jeu_19	3	0,99	Jeu_29	2	0,99	Concentricité_19	30	0,84

les prédictions soient mauvaises pour des écarts de concentricité proches de 0 n'est pas handicapant pour la prédiction d'un indicateur de conformité. L'erreur de prédiction de la non-conformité reste inférieure à 1% sur tous les échantillons de test.

Le module simulation d'assemblage de PALLAS permet de construire les échantillons à l'aide de la librairie OPENTURNS [OpenTURNS, 2013]. Une fois les simulations réalisées, les méta-modèles locaux sont obtenus à l'aide des outils de construction de méta-modèles MARS d'une librairie PYTHON nommée ORANGE [Orange, 2012]. Finalement, le module simulation d'assemblage permet de construire le méta-modèle global de la relation de comportement, qui intègre les 30 méta-modèles locaux, à l'aide d'une classe de PALLAS héritée d'objets OPENTURNS auxquels des méthodes de construction et d'évaluation de la qualité *ad hoc* ont été ajoutées.

3.4 Synthèse

Ce paragraphe présente la mise en œuvre de la stratégie de construction de la relation de comportement de l'assemblage proposée au chapitre 3 sur le cas d'application.

Le cas d'application traité a permis de montrer l'intérêt de la méta-modélisation en termes de temps de calcul lorsque l'indicateur de conformité doit être évalué plusieurs fois. Sur l'exemple présenté, le seuil de rentabilité est à 14 évaluations de la conformité. Cette valeur est bien inférieure au nombre d'évaluations nécessaires au cours de l'optimisation.

La qualité du méta-modèle construit est présentée. Lorsque le nombre de contributeurs est faible, le coefficient de prédictivité obtenu est de l'ordre de 0,97. Cette valeur est considérée très bonne dans la littérature [Iooss, 2009]. Lorsque le nombre de contributeurs est plus élevé, comme dans le cas de l'évaluation des écarts de concentricité des trous des cadres et de la peau, les coefficients de prédictivité chutent autour de 0,8. Cependant, une analyse plus détaillée de la corrélation entre la population obtenue par simulation et par le méta-modèle a permis de montrer que cela traduit un méta-modèle fournissant des erreurs de prédiction globalement importantes sur le domaine étudié, mais qui conduisent à une erreur de

prédiction du taux de non-conformité acceptable inférieure à 1%. Un coefficient de prédictivité faible ne traduit donc pas nécessairement un méta-modèle inutilisable pour évaluer un indicateur de conformité.

Des outils logiciels dédiés ont été développés. Une interface utilisateur adaptée du logiciel FITFLEX permet de définir graphiquement les conditions aux limites du problème éléments finis quasi-statique servant à évaluer la relation de comportement. Le module de simulation d'assemblage du démonstrateur PALLAS développé comporte également les outils permettant l'évaluation de la relation de comportement de l'assemblage et la construction de son méta-modèle.

4 Optimisation de l'avant-projet de gamme

4.1 Introduction

La structure des données d'entrée définie au paragraphe 2 a permis d'identifier vingt variables de décision définissant de manière paramétrique l'avant-projet de gamme d'assemblage du cas d'application.

L'optimisation de cet avant-projet de gamme a été réalisée à l'aide du démonstrateur développé. Le détail de la résolution du problème d'optimisation est donné au paragraphe 4.2.

Les résultats obtenus sont donnés et commentés au paragraphe 4.3.

Le paragraphe 4.4 présente l'analyse détaillée de plusieurs avant-projets de gamme du front de PARETO obtenu. Les variables de décision associées à ces points permettent de reconstruire la liste des opérations à réaliser durant l'assemblage ainsi que la liste des tolérances allouées aux écarts géométriques. Les contributions du coût des tolérances et du coût des opérations d'assemblage sont comparées. L'importance des sources de non-conformité des exigences les plus difficiles à satisfaire est également évaluée.

4.2 Résolution du problème d'optimisation

L'optimisation des avant-projets de gamme d'assemblage est conduite à l'aide du module optimisation du démonstrateur PALLAS développé. Ce module implémente la formulation du problème d'optimisation décrite au chapitre 4. La résolution de ce problème fait appel à l'algorithme génétique NSGA-II implémenté dans le module INSPYRED [Inspyred, 2012] pour la résolution du problème d'optimisation.

L'indicateur de conformité utilisé lors de l'optimisation de l'avant-projet de gamme du cas d'application est le taux de non-conformité pondéré, qui permet de prendre en compte la criticité de chaque exigence. La non-conformité de chaque exigence est évaluée à l'aide de la méthode de MONTE-CARLO implémentée à partir d'OPENTURNS. Cette méthode est moins rapide que la méthode FORM, qui a également été implémentée à partir d'OPENTURNS, mais elle permet d'évaluer un intervalle de confiance autour des taux de non-conformité prédits. En revanche, elle ne permet pas d'évaluer directement l'importance des sources de non-conformité.

La taille de la population utilisée a été fixée à 1 200 individus pour assurer une bonne diversité du front de PARETO. Cette population a évolué pendant 40 générations. L'opérateur de croisement utilisé est le *blend crossover* [Inspyred, 2012]. Des mutations sont introduites pour 10 % de la population à

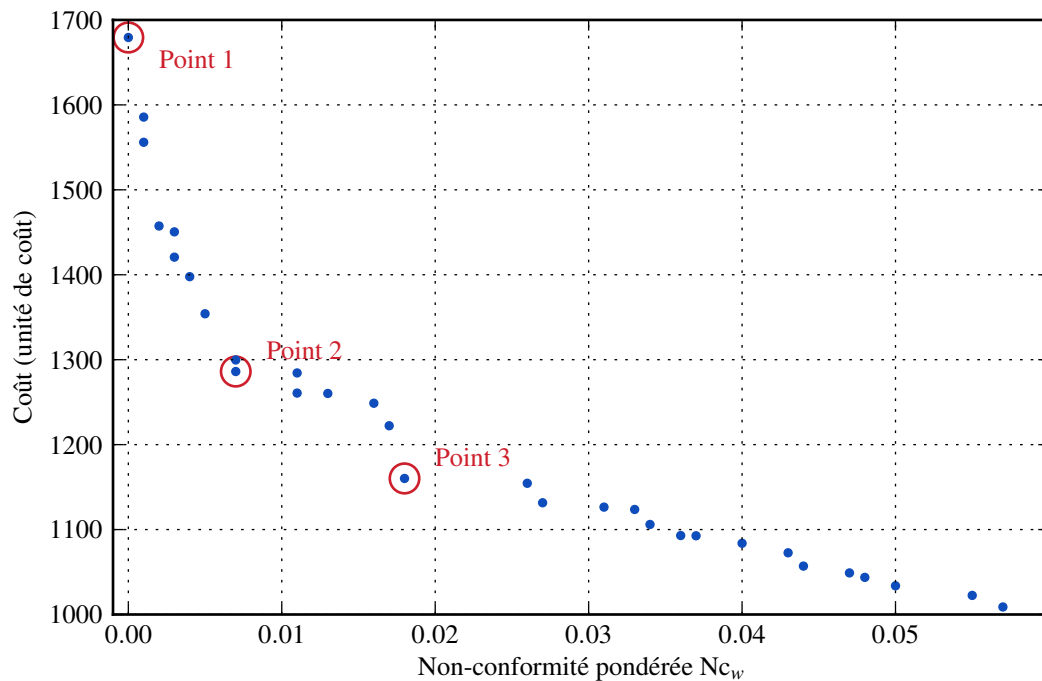


Figure 79 – Front de PARETO obtenu après l'évolution d'une population de 1 200 avant-projets durant 40 générations.

chaque génération. Ces mutations ralentissent la résolution, mais permettent de diversifier la population au cours de l'évolution, et donc d'explorer des régions du domaine d'optimisation non visitées au cours des générations précédentes.

La résolution du problème d'optimisation a été lancée dix fois successivement. La durée moyenne de résolution, en réalisant l'évaluation des indicateurs de coût et de conformité sur 24 processeurs en parallèle, est de 4 heures et 3 minutes. Les résultats obtenus sont détaillés au paragraphe suivant.

4.3 Résultats

La Figure 79 présente le front de PARETO obtenu après l'évolution d'une population de 1 200 avant-projets de gamme durant 40 générations.

Tous les points de ce front ont été obtenus avec les mêmes techniques d'assemblage sélectionnées :

- le contact surfacique direct pour les liaisons entre les pieds de cadres et les bases de la peau ;
- le perçage *one way* sur grille et rivetage pour les liaisons LCDH.

La population finale comporte des avant-projets de gamme avec d'autres techniques sélectionnées, mais aucun n'appartient au front de PARETO. Ce constat montre l'aptitude de l'algorithme d'optimisation à conserver une population diversifiée. Par ailleurs, pour ce cas d'application, le choix des techniques peut être fait sans compromis, puisque tous les points PARETO-optimaux partagent les mêmes techniques.

Sur ce cas d'application, la démarche d'optimisation que nous proposons permet donc de remplir le premier objectif fixé, à savoir l'assistance à la sélection des techniques d'assemblage.

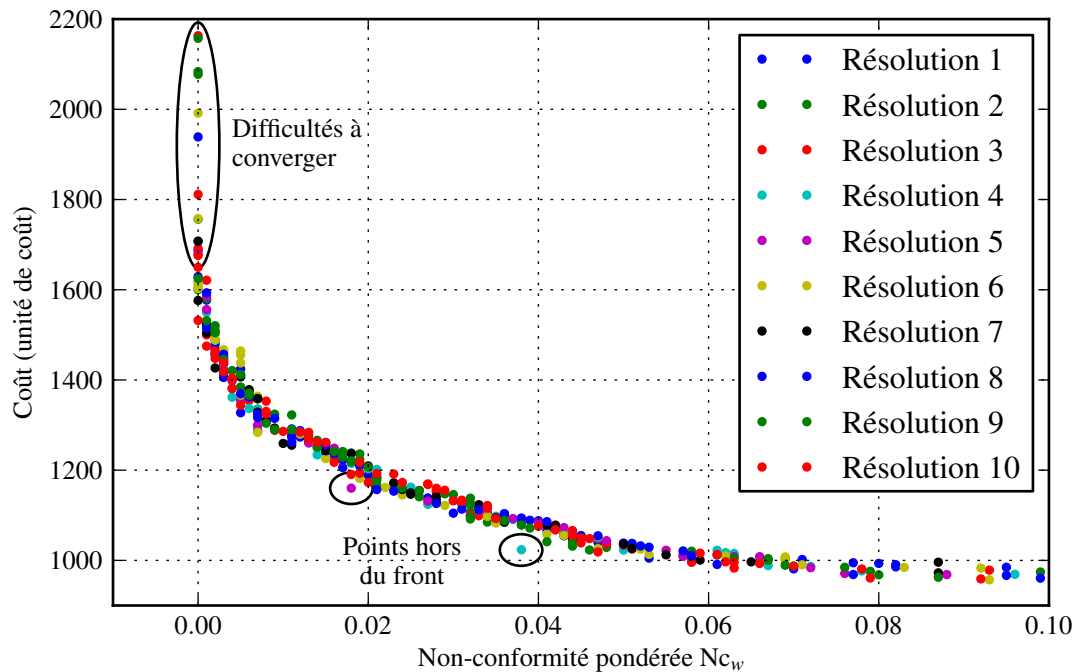


Figure 80 – Comparaison des fronts de PARETO obtenus pour dix résolutions du problème d'optimisation.

En revanche, certains points du front se détachent des autres, notamment les points 2 et 3. Ces points laissent envisager la possibilité d'améliorer la qualité du front obtenu par l'exploration d'autres tolérances allouées. L'algorithme utilisé semble ne pas converger vers le front de PARETO solution du problème d'optimisation, mais n'en donne que des portions.

Ce problème est également constaté sur la Figure 80 qui représente les fronts obtenus au cours de dix résolutions de l'optimisation. Tous les points obtenus partagent les mêmes techniques que sur la Figure 79. Cependant, la grande variété de points présentant une non-conformité de 0% montre les difficultés rencontrées pour assurer une bonne convergence du front dans cette région. Des points se détachant du front global formé par tous les résultats sont également constatés.

Ce problème de convergence constaté sur ce cas d'application pourrait sans doute être résolu en modifiant les réglages de l'algorithme, notamment en augmentant le nombre de générations.

En revanche, les dix fronts obtenus représentés sur la Figure 80 présentent une allure et une diversité similaire et sont situés dans la même zone. Ce constat témoigne de la stabilité de l'algorithme choisi. Le concepteur de gamme d'assemblage peut choisir le point du front obtenu présentant le meilleur compromis entre coût et non-conformité, et éventuellement raffiner l'allocation de tolérance autour de ce point.

Les résultats de la Figure 79 et de la Figure 80 permettent ainsi de remplir le second objectif fixé, à savoir l'assistance à l'allocation des tolérances géométriques.

Le paragraphe suivant présente la stratégie que nous proposons pour analyser de manière détaillée les résultats de certains points afin d'identifier de possibles améliorations à partir des résultats de l'optimisation.

Tableau 16 – Tolérances allouées pour les avant-projets de gamme 1, 2 et 3.

Écarts géométriques	Avant-projet 1	Avant-projet 2	Avant-projet 3
Cadre - Cintrage radial	[-0,26 ; -0,08]	[-0,23 ; -0,02]	[-0,34 ; 0,07]
Cadre - Vrillage	[-0,48 ; 0,56]	[-0,88 ; 0,54]	[-0,75 ; 0,67]
Cadre - Cintrage axial	[-0,77 ; 0,21]	[-0,61 ; 0,66]	[-0,71 ; 0,77]
Cadre - Localisation des trous MH	[-0,16 ; 0,17]	[-0,16 ; 0,19]	[-0,18 ; 0,19]
Cadre - Localisation des trous L1 et L2	[-0,09 ; 0,10]	[-0,20 ; 0,17]	[-0,07 ; 0,14]
Cadre - Localisation des trous L3	[-0,15 ; 0,12]	[-0,14 ; 0,08]	[-0,15 ; 0,09]
Cadre - Orientation des pieds	[-0,38 ; 0,08]	[-0,43 ; 0,26]	[-0,47 ; 0,24]
Peau - Cintrage radial	[-0,41 ; 0,64]	[-0,52 ; 0,71]	[-0,78 ; 0,88]
Peau - Vrillage	[0,23 ; 0,92]	[-0,63 ; 0,85]	[-0,85 ; 0,74]
Peau - Localisation des trous MH	[-0,20 ; 0,11]	[-0,15 ; 0,16]	[-0,19 ; 0,20]
Peau - Localisation du trou LL	[-0,04 ; 0,14]	[-0,18 ; 0,20]	[-0,15 ; 0,12]
Peau - Localisation du trou LF	[-0,14 ; 0,06]	[-0,11 ; 0,12]	[-0,15 ; 0,12]
Peau - Orientation des bases	[0,08 ; 0,10]	[0,02 ; 0,09]	[0,02 ; 0,09]

Tableau 17 – Détails des indicateurs de performance pour les avant-projets de gamme 1, 2 et 3.

Indicateurs	Avant-projet 1	Avant-projet 2	Avant-projet 3
Non-conformité pondérée Nc_w	0%	0,70%	1,80%
Coût C (unité de coût)	1679,3	1286,1	1160,2
- Coût associé à l'allocation des tolérances C_g	1069,4	676,2	550,3
- Coût associé aux activités d'assemblage C_t	609,9	609,9	609,9
→ Coût récurrent C_r	592,1	592,1	592,1
→ Coût non récurrent par produit C_{nr} / N_p	17,8	17,8	17,8

4.4 Analyse détaillée de points du front de Pareto

4.4.1 Introduction

Ce paragraphe présente une analyse détaillée des résultats obtenus pour les avant-projets de gamme représentés par les points 1, 2 et 3 de la Figure 79, qui présentent tous les trois des particularités. Le point 1 est le seul point à 0% de non-conformité. Les points 2 et 3 se détachent du front.

Les trois avant-projets de gamme étudiés diffèrent uniquement par les tolérances allouées aux écarts géométriques puisque tous les points du front de PARETO partagent les mêmes techniques d'assemblage sélectionnées. Ces tolérances sont récapitulées dans le Tableau 16.

Le Tableau 17 présente le détail des indicateurs de performance obtenus pour ces avant-projets de gamme. Le coût C_{out} est décomposé en coût associé à l'allocation de tolérance C_g et en coût associé aux activités d'assemblage C_t comme indiqué au chapitre 2. Le coût des activités d'assemblage est la somme du coût récurrent des opérations C_r et du coût non récurrent C_{nr} lié à l'acquisition des ressources est réparti sur le nombre N_p de produits assemblés, 1 000 dans ce cas.

Tableau 18 – Sensibilité du coût vis-à-vis des tolérances allouées pour les avant-projets de gamme 1, 2 et 3.

Écarts	Avant-projet 1		Avant-projet 2		Avant-projet 3	
	S_ε	$\sum S_\varepsilon$	S_ε	$\sum S_\varepsilon$	S_ε	$\sum S_\varepsilon$
Cadre - Cintrage radial	506,7	1013,4	404,4	808,7	136,2	272,4
Cadre - Vrillage	19,3	38,7	5,1	10,2	5,0	10,0
Cadre - Cintrage axial	5,0	10,0	1,5	3,0	0,6	1,3
Cadre - Localisation des trous MH	7,8	156,8	7,1	141,3	6,7	134,1
Cadre - Localisation des trous L1 et L2	17,4	138,8	6,6	52,4	14,6	116,6
Cadre - Localisation des trous L3	11,0	44,0	14,4	57,4	12,8	51,1
Cadre - Orientation des pieds	87,4	1748,5	38,4	768,9	36,4	728,8
Peau - Cintrage radial	65,7	65,7	40,2	40,2	13,2	13,2
Peau - Vrillage	187,9	187,9	20,7	20,7	15,8	15,8
Peau - Localisation des trous MH	9,1	181,8	9,2	183,7	6,1	122,5
Peau - Localisation du trou LL	17,4	34,7	6,3	12,6	10,9	21,9
Peau - Localisation du trou LF	15,8	31,6	13,1	26,1	10,9	21,8
Peau - Orientation des bases	38,2	458,6	24,4	292,3	22,8	274,1

Les tolérances plus serrées de l'avant-projet de gamme d'assemblage 1 permettent d'atteindre un taux de non-conformité pondérée égal à 0. En revanche, le coût associé à l'allocation des tolérances est presque deux fois plus élevé que pour l'avant-projet de gamme 3 qui ne conduit qu'à une non-conformité pondérée de 1,8%.

Afin d'enrichir les informations connues sur ces avant-projets de gamme, nous proposons d'exposer l'intérêt d'une analyse de la sensibilité des tolérances allouées sur le coût au paragraphe 4.4.2. Cette analyse fournit des informations permettant d'envisager une recherche manuelle d'avant-projets de gamme présentant un coût inférieur à un avant-projet du front de PARETO. À l'inverse, le paragraphe 4.4.3 présente la stratégie proposée pour rechercher les écarts géométriques sources de non-conformité dans le but de réduire les tolérances qui leur sont allouées afin d'améliorer la non-conformité d'un avant-projet de gamme du front de PARETO.

4.4.2 Sensibilité du coût vis-à-vis des tolérances allouées

Les fronts de PARETO présentés au paragraphe précédent montrent que l'algorithme d'optimisation utilisé ne conduit pas nécessairement au point de non-conformité nulle présentant le coût le plus faible. Pour assister la recherche d'un point présentant un coût inférieur au point 1, nous proposons d'évaluer la sensibilité du coût vis-à-vis des écarts géométriques. La sensibilité S_ε du coût vis-à-vis de l'écart géométrique ε est définie par l'éq. (5.5) :

$$S_\varepsilon(T_0) = -\frac{\partial C(T_0)}{\partial T_\varepsilon} = -\frac{dC_\varepsilon(T_0)}{dT} \quad (5.5)$$

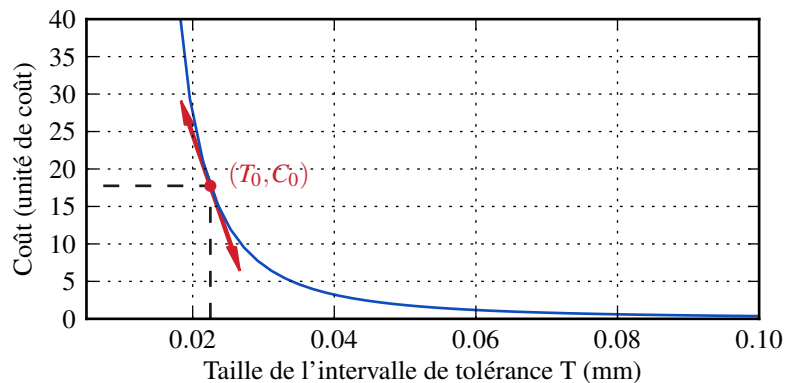


Figure 81 – Sensibilité du coût vis-à-vis de la taille d'un intervalle de tolérance.

où T_0 est la taille de l'intervalle de tolérance alloué à l'écart ε et C_ε est la relation coût-tolérance de cet écart. La sensibilité, illustrée sur la Figure 81, est l'opposée de la pente de la relation coût-tolérance de l'écart ε pour une tolérance de taille T_0 . La sensibilité s'exprime en unités de coût par millimètres. Plus la sensibilité vis-à-vis d'un écart est grande, plus la modification de la taille de l'intervalle de tolérance de cet écart aura un impact important sur le coût. Le Tableau 18 présente la sensibilité évaluée pour chaque écart géométrique à partir des tolérances allouées pour les avant-projets de gamme 1 à 3. Une distinction est faite entre la sensibilité S_ε d'un écart et la somme $\sum S_\varepsilon$ des sensibilités de tous les écarts d'un groupe. Par exemple, la sensibilité de la localisation des trous MH des cadres est relativement faible comparée aux autres valeurs, mais le nombre élevé de trous suivant la même tolérance se traduit par une valeur de $\sum S_\varepsilon$ parmi les plus élevées.

La sensibilité S_ε permet d'identifier les écarts géométriques pour lesquels un élargissement de la tolérance entraîne le gain le plus important en termes de coût. Cette information peut s'avérer très intéressante pour tenter de trouver de manière itérative un avant-projet présentant toujours une non-conformité de 0%, mais un coût inférieur à celui de l'avant-projet 1.

4.4.3 Évaluation de l'importance des écarts géométriques

Lorsque les avant-projets de gamme étudiés n'ont pas une non-conformité nulle, il est possible d'évaluer la non-conformité de chaque exigence du produit séparément. La non-conformité de chaque exigence permet d'identifier les exigences les plus difficiles à satisfaire et d'envisager des actions correctives.

Le Tableau 19 présente les dix exigences qui ne sont pas entièrement satisfaites pour les avant-projets de gamme 2 et 3. Avec des taux de non-conformité supérieurs à 5% pour les deux avant-projets de gamme, les exigences sur le Jeu_18 et sur le Jeu_28 sont les plus difficiles à satisfaire. Pour simplifier la démarche présentée, nous ne nous intéresserons qu'à ces exigences.

Pour les exigences d'assemblabilité comme c'est le cas ici, le concepteur de gamme d'assemblage peut évaluer l'intérêt de l'emploi d'une technique d'assemblage permettant de compenser les écarts géométriques, incluant du calage pour les jeux aux interfaces ou du contre-perçage pour les concentricités entre trous. Dans le cas présenté, seulement huit des vingt exigences sur les jeux semblent causer des

4. Optimisation de l'avant-projet de gamme

Tableau 19 – Non-conformité des exigences pour les avant-projets de gamme 2 et 3.

Caractéristiques	Av.-projet 2	Av.-projet 3	Caractéristiques	Av.-projet 2	Av.-projet 3
Jeu_18	6,8%	8,1%	Jeu_28	5,6%	7,3%
Jeu_16	1,0%	4,8%	Jeu_26	1,6%	4,7%
Jeu_13	0,6%	3,8%	Jeu_23	1,1%	4,4%
Jeu_11	0,2%	3,0%	Jeu_21	0,1%	3,5%
Concentricité_14	0,0%	0,2%	Concentricité_24	0,0%	0,1%

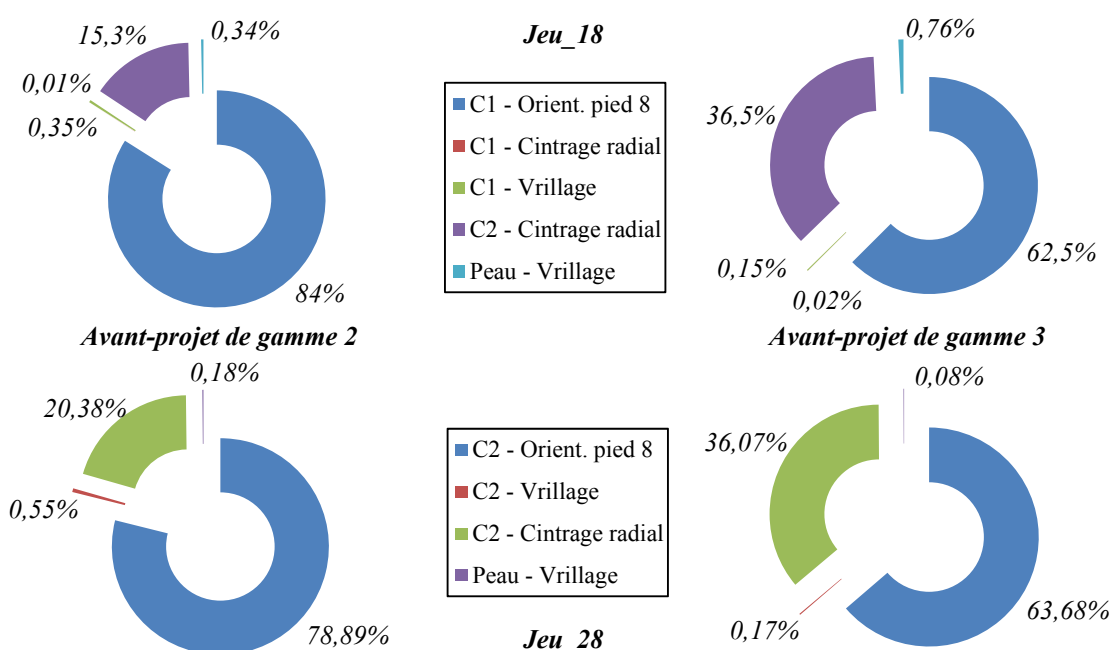


Figure 82 – Facteurs d'importance FORM évalués pour le Jeu_18 et le Jeu_28 pour les avant-projets de gamme 2 et 3.

non-conformités. Plutôt que de recourir au calage en tant que solution d'ajustement lorsque des non-conformités sont constatées sur les postes d'assemblage, les zones nécessitant un ajustement sont identifiées en amont et cet ajustement peut être prévu dès l'élaboration de la gamme d'assemblage.

Cependant, que les exigences soient des exigences d'assemblabilité ou non, la modification des tolérances allouées peut contribuer à la réduction ou à l'élimination de la non-conformité. Pour cela, il est nécessaire d'identifier les écarts géométriques qui entraînent le plus de non-conformité afin de limiter les tolérances qui leur sont allouées. La prédiction du taux de non-conformité d'une exigence par la méthode FORM permet également de calculer des quantités appelées *facteurs d'importance* [OpenTURNS, 2012]. Le facteur associé à un écart géométrique représente son importance dans la non-conformité d'une exigence. La somme des facteurs d'importance vaut 1.

La Figure 82 représente les facteurs d'importance évalués pour le Jeu_18 et le Jeu_28 dans le cas des tolérances allouées dans les avant-projets de gamme 2 et 3. Dans ces avant-projets, seulement cinq et quatre écarts géométriques sont en cause dans la non-conformité du Jeu_18 et du Jeu_28. Aucun de ces

écarts n'est un écart associé à une technique d'assemblage. Inutile dans ce cas d'employer une technique causant moins de dispersions pour limiter ces non-conformités. En revanche, les écarts d'orientation du pied 8 du cadre 1 et du cadre 2 sont les plus grands contributeurs à la non-conformité. C'est donc les tolérances sur ces deux écarts qu'il faut réduire pour espérer réduire la non-conformité.

Les écarts de cintrage radial des cadres 1 et 2 sont également des contributeurs importants. Cependant, l'effet de la réduction de ces écarts sur l'augmentation du coût sera beaucoup plus important compte tenu des valeurs de sensibilité présentées au paragraphe précédent.

4.5 Synthèse

Les résultats présentés dans ce paragraphe ont été obtenus à l'aide du module d'optimisation du démonstrateur PALLAS développé dans le cadre de cette thèse. La Figure 83 présente une capture d'écran de l'interface utilisateur développée permettant de définir le problème d'optimisation et de restituer les résultats obtenus. Le démonstrateur est interfacé avec l'algorithme génétique NSGA-II implémenté dans une librairie PYTHON nommée INSPYRED [Inspyred, 2012]. Cet algorithme permet de résoudre le problème d'optimisation multiobjectif de minimisation du coût et de la non-conformité. La performance des avant-projets de gamme de la population est évaluée à l'aide de deux modules dédiés à l'évaluation du coût et de la non-conformité développés dans PALLAS. Le module d'évaluation de la non-conformité est interfacé avec la librairie OPENTURNS [OpenTURNS, 2013] pour la résolution de problèmes probabilistes.

Les résultats d'optimisation obtenus pour le cas d'application ont permis d'identifier les techniques d'assemblage et les tolérances allouées permettant de trouver le meilleur compromis entre coût et conformité.

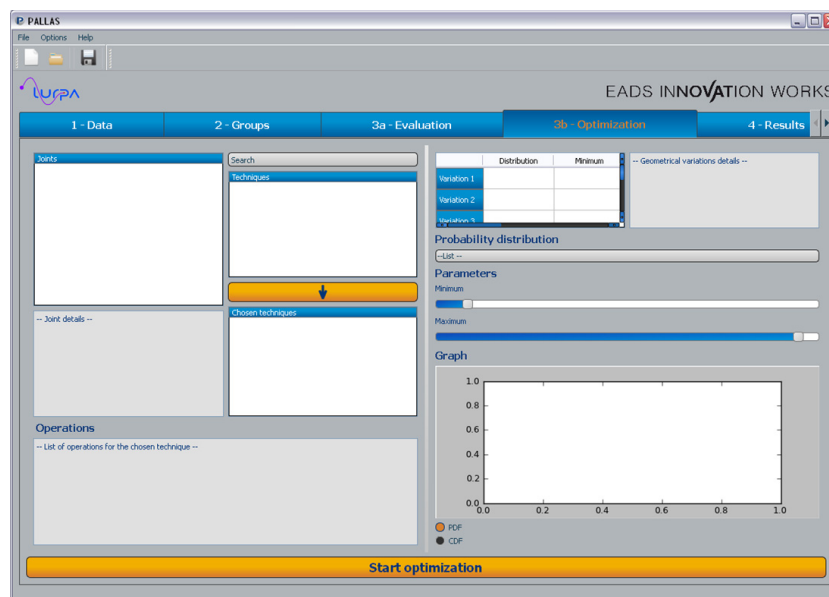


Figure 83 – Capture d'écran de l'interface utilisateur de PALLAS en cours de développement.

L'analyse détaillée des informations connues sur les avant-projets de gamme obtenus à l'issue de l'optimisation a permis de dégager une stratégie pour tenter d'améliorer les performances de ces avant-projets de gamme. Cette stratégie se base sur l'analyse de la sensibilité du coût vis-à-vis des tolérances allouées et sur l'analyse des facteurs d'importance des écarts géométriques dans la non-conformité. La mise en œuvre de cette stratégie sur le cas d'application a principalement permis d'identifier les exigences les plus difficiles à satisfaire ainsi que les écarts géométriques contribuant pour la plus grande part dans les non-conformités constatées.

5 Conclusion

Ce chapitre présente la mise en œuvre de la démarche proposée dans nos travaux sur un cas d'application dérivé d'un cas industriel.

Les données d'entrées sont structurées de manière à construire un avant-projet de gamme d'assemblage paramétré par 28 variables de décisions permettant de définir les tolérances allouées aux écarts géométriques des composants et les techniques d'assemblage sélectionnées. La base de champs d'écarts géométriques construits comporte à la fois des champs définis analytiquement sur la base de retours d'expérience sur des composants similaire ainsi que des torseurs de petits déplacements définissant des écarts plus locaux.

Une interface graphique a été développée pour construire le problème éléments finis modélisant l'assemblage et permettant d'évaluer la relation de comportement de l'assemblage. Cette interface permet de construire les conditions aux limites représentant les contraintes statiques et cinématiques introduites au cours de l'assemblage à partir d'une bibliothèque. L'intérêt d'un méta-modèle de la relation de comportement pour réduire le coût d'évaluation de la conformité a été évalué quantitativement. Au-delà de 14 évaluations de la conformité, l'investissement en calcul lié à l'entraînement du méta-modèle est amorti. L'utilisation du méta-modèle permet de réduire la durée d'évaluation de la conformité à une vingtaine de secondes sur une station de travail standard contre plus d'une heure sur une station de calcul disposant 24 processeurs à partir de simulations directes distribuées sur tous les processeurs disponibles. Ce temps d'évaluation réduit permet d'envisager l'évaluation de scénarios de manière interactive. La qualité du méta-modèle construit est également évaluée. Lorsque peu de contributeurs – une dizaine – influent sur une caractéristique du produit, le méta-modèle construit pour cette caractéristique produit une prédiction fidèle au résultat de simulation. Lorsque le nombre de contributeurs dépasse la vingtaine, la prédiction est globalement plus mauvaise sur l'ensemble du domaine d'étude. Cependant, sur le cas d'application traité, les prédictions restent convenables au voisinage de la limite des domaines de conformité des caractéristiques dans ce cas. C'est principalement dans cette zone que la qualité de la valeur prédite est importante, car elle détermine ou non la non-conformité.

Enfin, les résultats d'optimisation ont été présentés. Le démonstrateur développé permet de tirer parti du caractère parallélisable des algorithmes génétiques, et l'optimisation conduite a été réalisée à l'aide de 24 processeurs en parallèle. Les résultats obtenus permettent d'identifier les techniques d'assemblage conduisant au meilleur compromis entre coût et conformité. En revanche, les paramètres utilisés au

cours de la résolution de ce problème ne permettent pas de s'assurer d'une bonne convergence en ce qui concerne l'allocation des tolérances. Une stratégie pour la recherche d'avant-projets de gamme présentant de meilleures performances à partir des résultats d'optimisation a été proposée. Les outils en support à cette stratégie, comme l'analyse de sensibilité du coût vis-à-vis des tolérances allouées, l'identification des exigences les moins satisfaites et l'évaluation des facteurs d'importance des écarts géométriques sur la conformité, ont été proposés et implémentés dans le démonstrateur développé.

Finalement, les résultats présentés dans ce chapitre attestent de la faisabilité de la démarche proposée pour assister à l'élaboration de gamme d'assemblage dans le cas d'un produit comportant des composants souples et des exigences sur les jeux aux interfaces comme les structures aéronautiques composites. L'étude des sources de non-conformité permet en particulier d'identifier les exigences les plus difficiles à satisfaire. À partir de ces informations, le concepteur de gamme d'assemblage peut rechercher des solutions correctives à priori plutôt que d'avoir à faire face à la nécessité d'effectuer des réparations au cours de l'assemblage de certains produits, ce qui perturbe l'organisation de la ligne d'assemblage et réduit les cadences. Ainsi, l'étude menée pour minimiser le coût et la non-conformité des produits a donc indirectement un impact sur la durée d'assemblage d'un produit. En ce sens, la démarche proposée et les outils développés dans le cadre de cette thèse répondent bien au problème industriel d'assistance à l'élaboration de gamme d'assemblage afin de trouver un compromis *Qualité-Coût-Délais*.

5. Conclusion

Conclusion & Perspectives

Les travaux exposés dans cette thèse s'inscrivent dans le contexte industriel de l'assemblage de structures aéronautiques. L'élaboration de gammes d'assemblage de structures aéronautiques est un problème complexe compte tenu notamment des grandes dimensions des composants à assembler, de leur souplesse et des fortes exigences géométriques sur les produits assemblés.

L'analyse des enjeux industriels et de l'état de l'art sur l'élaboration de gamme d'assemblage nous a conduits à orienter nos travaux sur l'assistance à la sélection des techniques d'assemblage et à l'allocation des tolérances sur les écarts géométriques des composants pour une séquence d'assemblage donnée. L'expression *avant-projet de gamme d'assemblage* désigne la donnée d'une séquence d'assemblage, d'un ensemble de techniques sélectionnées pour réaliser les liaisons du produit ainsi que d'un ensemble de tolérances allouées aux écarts géométriques du produit. Nous supposons la séquence d'assemblage donnée et la démarche originale que nous proposons pour assister l'élaboration de gamme d'assemblage consiste à résoudre un problème d'optimisation d'un avant-projet de gamme d'assemblage visant à minimiser le coût du produit assemblé et les non-conformités au cours de l'assemblage.

Nous nous sommes attachés à définir une méthode pour évaluer un indicateur représentatif du coût associé à un avant-projet de gamme d'assemblage défini comme la somme d'un indicateur représentant le coût des composants, dépendant de l'allocation des tolérances, et d'un indicateur représentant le coût des activités d'assemblage.

L'évaluation du coût lié à l'allocation des tolérances est généralement traduite dans la littérature par la mise en place d'une relation liant le coût à la taille des intervalles de tolérance. Nous avons proposé d'ajouter un terme à une relation coût-tolérance couramment utilisée dans la littérature afin de représenter l'existence d'une limite physique en dessous de laquelle le fabricant du composant ne peut pas assurer la production de composants conformes. La relation modifiée, qui est une généralisation des relations coût-tolérance de la littérature, permet de représenter l'évolution du coût d'un composant en fonction des tolérances allouées de manière plus réaliste. À partir de cette relation modifiée, nous avons établi un indicateur représentant le coût associé à l'allocation des tolérances pour un avant-projet de gamme d'assemblage.

Le coût des activités d'assemblage dépend de l'ensemble des opérations à réaliser pour assembler le produit. Nous avons choisi d'évaluer ce coût à l'aide d'un modèle analytique du coût des opérations, nécessitant beaucoup d'informations, mais permettant une comparaison relativement fine de deux avant-projets de gamme. Un modèle élémentaire du coût d'une opération a été proposé. Afin d'identifier l'ensemble et le nombre d'occurrences de chaque opération d'assemblage de l'avant-projet de gamme, nous avons mis en place un modèle générique du processus d'assemblage à l'aide d'un réseau de PETRI coloré. Si la modélisation d'un processus de fabrication par un réseau de PETRI est courante dans la littérature, la construction de ce modèle autour des changements d'état cinématiques et technologiques

des liaisons est en revanche originale. Le modèle construit permet de prédire de manière cohérente l'enchaînement des opérations d'assemblage. Outre le comptage des opérations pour lequel il a été pensé, il permet par essence de réaliser des analyses plus complexes et pourrait servir d'outil pour d'autres travaux, sur l'organisation du système de production par exemple.

Nous avons également proposé une méthode pour évaluer un indicateur de non-conformité représentatif de l'aptitude de la gamme d'assemblage à produire des produits conformes que nous avons appelé indicateur de conformité.

Plusieurs indicateurs basés sur la probabilité de non-respect des exigences géométriques ont été proposés. Ces indicateurs peuvent être évalués à l'aide de méthodes de MONTE-CARLO ou de la méthode FORM. Dans les deux cas, il est nécessaire de connaître la relation liant les écarts géométriques des composants et les écarts géométriques introduits au cours de l'assemblage aux écarts sur les caractéristiques spécifiées du produit. Cette relation est appelée *relation de comportement de l'assemblage*.

Un formalisme permettant de décrire les écarts géométriques des composants a été proposé. Ce formalisme permet de combiner différents outils présents dans la littérature, tels que les torseurs de petits déplacements ou la décomposition modale, au sein d'une base représentant tous les écarts géométriques constatés au cours de l'assemblage. Cette approche novatrice permet de tirer parti de différents outils pour construire une base de champs d'écarts représentative de la réalité.

À partir de cette base de champs d'écarts géométriques, une méthode d'évaluation de la relation de comportement de l'assemblage basée sur la formulation d'un problème mécanique quasi statique résolu par une simulation éléments finis a été proposée. Cette méthode permet de prendre en compte la souplesse des composants, mais également les effets du contact unilatéral entre les composants et de la séquence dans la propagation des écarts géométriques au cours de l'assemblage.

Le coût d'évaluation de la relation de comportement obtenu par ces simulations est relativement élevé et ne permet pas d'envisager son utilisation dans le cadre de la démarche proposée, où de multiples évaluations sont nécessaires pour évaluer l'indicateur de conformité, lui-même évalué à de nombreuses reprises au cours de l'optimisation. Pour faire face à cette difficulté, nous avons proposé l'utilisation d'un méta modèle de la relation de comportement. Cette approche en rupture avec l'état de l'art, qui peut être vue comme une généralisation aux relations de comportement non-linéaires de la méthode des coefficients d'influence, permet de réduire sensiblement le coût d'évaluation de la relation de comportement et rend possible la mise en application de la démarche générale proposée pour l'optimisation d'un avant-projet de gamme d'assemblage.

Enfin, à partir de l'évaluation des indicateurs de coût et de conformité, nous avons formalisé l'optimisation d'un avant-projet de gamme d'assemblage sous forme d'un problème d'optimisation multi objectif. Le résultat de l'optimisation multi objectif est un front de PARETO au sein duquel le concepteur de gamme d'assemblage peut choisir l'avant-projet de gamme fournissant le meilleur compromis entre coût et conformité, plutôt que d'avoir à définir à priori un compromis au travers de la construction d'un unique objectif d'optimisation.

La définition d'un paramétrage permettant de décrire un avant-projet de gamme, nécessaire pour la formulation du problème d'optimisation, a été proposée. Ce paramétrage s'appuie sur un modèle

structuro-fonctionnel décrivant le produit à assembler ainsi que sur une bibliothèque de techniques d'assemblage permettant de capitaliser les savoir-faire de l'entreprise.

L'utilisation d'un algorithme génétique a été identifiée comme la solution la plus efficace pour la résolution du problème d'optimisation multiobjectif.

L'ensemble de la démarche a été implémenté dans un démonstrateur nommé PALLAS développé dans le langage PYTHON. L'utilisation de ce démonstrateur a été illustrée sur un cas d'application dérivé d'un panneau aéronautique conçu dans le cadre du développement de l'A3OX d'AIRBUS. La résolution du problème d'optimisation de l'avant-projet de gamme d'assemblage a permis d'identifier les techniques d'assemblage et des schémas d'allocation de tolérances offrant les meilleurs compromis entre coût et conformité. L'analyse détaillée des résultats a également permis d'identifier les exigences présentant le risque de non-conformité le plus élevé, fournissant au concepteur de gamme d'assemblage des informations précieuses dans le but d'envisager des solutions correctives dès la conception de la gamme d'assemblage plutôt que d'avoir à mettre en place des solutions de réparation une fois les non-conformités constatées au cours de l'assemblage.

L'outil développé permet ainsi d'assister à l'élaboration de gammes d'assemblage robustes permettant d'assurer la maîtrise de la qualité et des coûts des produits assemblés et de favoriser la montée en cadence en début de programme en identifiant a priori les potentielles causes de non-conformité.

Les apports de la thèse peuvent se résumer par :

- la mise en place d'une démarche générale pour assister à la sélection des techniques d'assemblage et à l'allocation des tolérances en vue de maximiser les performances de l'avant-projet de gamme d'assemblage, exprimées en termes de coût et de conformité ;
- la proposition d'un modèle du processus d'assemblage par un réseau de PETRI coloré permettant le comptage des opérations d'assemblage dans le cadre de l'évaluation du coût, mais dont la portée peut s'étendre à d'autres travaux ;
- la proposition d'un formalisme générique permettant de modéliser les écarts géométriques à l'aide de différents outils au sein de la même étude ;
- la proposition d'une solution pour évaluer la relation de comportement de l'assemblage en prenant en compte à la fois la souplesse des composants, les effets du contact unilatéral entre les composants et la séquence d'assemblage ;
- le développement d'une stratégie de méta modélisation de la relation de comportement de l'assemblage dans le cas non-linéaire permettant de rendre sa durée d'évaluation compatible avec la démarche générale d'optimisation proposée.

Plusieurs perspectives à ces travaux sont envisageables.

La première concerne l'extension de la démarche à d'autres indicateurs de performance, représentant le temps de cycle ou l'ergonomie associée à un avant-projet de gamme par exemple. Cette extension est envisageable compte tenu de la flexibilité offerte par la formulation multi objectif. Ces indicateurs de performance supplémentaires pourraient d'ailleurs être évalués en tirant parti du modèle du processus d'assemblage par réseau de PETRI proposé.

Par ailleurs, les prédictions des caractéristiques du produit obtenues à l'aide de simulations éléments finis n'ont pas été confrontées à la réalité sur des cas test physiques. La vérification expérimentale des résultats obtenus par simulation est cependant un point essentiel pour valider la méthode proposée. Cet aspect est abordé dans une thèse débutée en 2012 au LURPA dans le cadre de la collaboration IN-NO'CAMPUS entre l'ENS Cachan et EADS INNOVATION WORKS.

D'autre part, la mise en œuvre d'une stratégie permettant de réduire le coût d'évaluation de la relation de comportement de l'assemblage permettrait d'augmenter la taille des échantillons d'entraînement du méta modèle et donc potentiellement d'augmenter sa qualité, ou de diminuer le budget de calcul dédié à l'entraînement de ce dernier. Les stratégies de réduction de modèle telles que la POD (*Proper Orthogonal Decomposition*) et la PGD (*Proper Generalized Decomposition*) sont des candidates pour y parvenir.

Si un démonstrateur fonctionnel a été développé, il reste néanmoins à le rendre ergonomique et à le faire évoluer vers un outil robuste. Cette phase d'industrialisation de la démarche proposée s'appuiera notamment sur le traitement de différents cas industriels. Une première collaboration entre AIRBUS et EADS INNOVATION WORKS est en cours et vise à l'optimisation de l'avant-projet de gamme d'assemblage d'un panneau à l'échelle industrielle.

Finalement, les modules du démonstrateur PALLAS développé ne sont pas limités à une utilisation dans le seul cadre de l'optimisation d'avant-projets de gamme d'assemblage, mais ils peuvent être utilisés séparément pour traiter d'autres problèmes

Liste des références

[ISO, 2005]

(2005). ISO/TS 17450-1, Geometric Product Specification (GPS) – General concepts – Part 1 : Model for geometrical specification and verification.

[Inspyred, 2012]

(2012). Inspyred 1.0 : Bio-inspired algorithms in python. <http://inspyred.github.com/>.

[LOCOMACHS, 2012]

(2012). Locomachs - LOw COst Manufacturing and Assembly of Composite and Hybrid Structures, *Projet de recherche européen FP7*. <http://www.locomachs.eu/>.

[OpenTURNS, 2012]

(2012). *Open TURNS - Reference Guide*. http://doc.openturns.org/openturns-latest/pdf/OpenTURNS_ReferenceGuide.pdf.

[OpenTURNS, 2013]

(2013). Openturns 1.0 : Treatment of uncertainty, risks ‘n statistics. <http://www.openturns.org/>.

[Orange, 2012]

(2012). Orange version 2.6a2. <http://orange.biolab.si>.

[Abdullah *et al.*, 2003]

ABDULLAH, T. A., POPPLEWELL, K. et PAGE, C. J. (2003). A review of the support tools for the process of assembly method selection and assembly planning. *International Journal of Production Research*, 41(11):2391 – 2410.

[Adragna *et al.*, 2010a]

ADRAGNA, P., SAMPER, S. et PILLET, M. (2010a). A proposition of 3D inertial tolerancing to consider the statistical combination of the location and orientation deviations. *International Journal of Product Development*, 10(1):26–45.

[Adragna *et al.*, 2010b]

ADRAGNA, P.-A., SAMPER, S. et FAVRELIERE, H. (2010b). How form errors impact on 2D precision assembly with clearance ? In RATCHEV, S., éditeur : *Precision Assembly Technologies and Systems*, volume 315 de *IFIP Advances in Information and Communication Technology*, pages 50–59. Springer Boston.

[Andolfatto *et al.*, 2012]

ANDOLFATTO, L., THIÉBAUT, F., DOUILLY, M. et LARTIGUE, C. (2012). On neural network’s ability to approximate the geometrical variation propagation in assembly. In *12th CIRP Conference on Computer-Aided Tolerancing CAT2012, Huddersfield, United Kingdom*. Procedia CIRP.

[Andolfatto *et al.*, 2013a]

ANDOLFATTO, L., LARTIGUE, C., THIÉBAUT, F. et DOUILLY, M. (2013). Quality- and cost-driven assembly technique selection and geometrical tolerance allocation for mechanical structure assembly. *Journal of Manufacturing Systems*.

[Andolfatto *et al.*, 2013b]

ANDOLFATTO, L., THIÉBAUT, F., LARTIGUE, C. et DOUILLY, M. (2013b). Assisted decision-making for assembly technique selection and geometrical tolerance allocation. *In 23rd CIRP Design Conference, Bochum, Germany*.

[Andrianov *et al.*, 2007]

ANDRIANOV, G., BURRIEL, S., CAMBIER, S., DUTFOY, A., DUTKA-MALEN, I., DE ROCQUIGNY, E., SUDRET, B., BENJAMIN, P., LEBRUN, R., MANGEANT, F. *et al.* (2007). OpenTURNS, an open source initiative to Treat Uncertainties, Risks' N Statistics in a structured industrial approach. *In Proc. ESREL'2007 safety and reliability conference. Stavenger, Norway*.

[Anselmetti, 2010]

ANSELMETTI, B. (2010). Part optimization and tolerances synthesis. *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, 48:1221–1237.

[Ballot, 1995]

BALLOT, E. (1995). *Lois de comportement géométrique des mécanismes pour le tolérancement*. Thèse de doctorat, Ecole Normale Supérieure de Cachan.

[Ballu *et al.*, 2007]

BALLU, A., DANTAN, J.-Y. et MATHIEU, L. (2007). Chapitre 2 : Langage de spécifications : GeoSpelling. *In MATHIEU, L. et VILLENEUVE, F., éditeurs : Tolérancement géométrique des produits*. Hermès.

[Ballu *et al.*, 2006]

BALLU, A., FALGARONE, H., CHEVASSUS, N. et MATHIEU, L. (2006). A new design method based on functions and tolerance specifications for product modelling. *CIRP Annals - Manufacturing Technology*, 55(1):139–142.

[Ballu *et al.*, 2001]

BALLU, A., MATHIEU, L. et DANTAN, J.-Y. (2001). Global view of geometrical specifications. *In 7th CIRP International Seminar on Computer-Aided Tolerancing*, pages 19–30.

[Barton et Meckesheimer, 2006]

BARTON, R. R. et MECKESHEIMER, M. (2006). Chapter 18 : Metamodel-based simulation optimization. *In HENDERSON, S. G. et NELSON, B. L., éditeurs : Simulation*, volume 13 de *Handbooks in Operations Research and Management Science*, pages 535 – 574. Elsevier.

[Beaucaire *et al.*, 2012]

BEAUCAIRE, P., GAYTON, N., DUC, E. et DANTAN, J.-Y. (2012). Statistical tolerance analysis of a mechanism with gaps based on system reliability methods. *In 12th CIRP Conference on Computer-Aided Tolerancing CAT2012, Huddersfield, United Kingdom*.

[Becker et Scholl, 2006]

BECKER, C. et SCHOLL, A. (2006). A survey on problems and methods in generalized assembly line balancing. *European Journal of Operational Research*, 168(3):694 – 715.

[Becker et Scholl, 2009]

BECKER, C. et SCHOLL, A. (2009). Balancing assembly lines with variable parallel workplaces : Problem definition and effective solution procedure. *European Journal of Operational Research*, 199(2):359 – 374.

[Bjørke, 1978]

BJØRKE, Ø. (1978). *Computer-Aided Tolerancing*. Tapir.

[Blatman et Sudret, 2010]

BLATMAN, G. et SUDRET, B. (2010). An adaptive algorithm to build up sparse polynomial chaos expansions for stochastic finite element analysis. *Probabilistic Engineering Mechanics*, 25(2):183 – 197.

[Bonneville et al., 1995]

BONNEVILLE, F., PERRARD, C. et HENRIOUD, J. (1995). A genetic algorithm to generate and evaluate assembly plans. In *1995 INRIA/IEEE Symposium on Emerging Technologies and Factory Automation, 1995. ETFA'95, Proceedings.*, volume 2, pages 231–239. IEEE.

[Boothroyd et Dewhurst, 1988]

BOOTHROYD, G. et DEWHURST, P. (1988). Product design for manufacture and assembly. *Manufacturing Engineering*, 100:42–46.

[Bourdet, 1973]

BOURDET, P. (1973). Chaines de cotes de fabrication (méthode des delta I) : première partie "modèles". *L'Ingénieur et le Technicien de l'Enseignement Technique*, 180.

[Bourdet et al., 1995]

BOURDET, P., MATHIEU, L., LARTIGUE, C. et BALLU, A. (1995). The concept of the small displacement torsor in metrology. In *Proceedings of the International Euroconference, Advanced Mathematical Tools in Metrology, Lady Margaret Hall, Oxford, Angleterre*.

[Bourjault, 1984]

BOURJAUULT, A. (1984). *Contribution à une Approche Méthodologique de L'Assemblage Automatisé : Élaboration Automatique des Séquences Opératoires*. Thèse de doctorat, Université de Franche-Comte.

[Boussuge et al., 2012]

BOUSSUGE, F., LÉON, J.-C., HAHMANN, S. et FINE, L. (2012). An analysis of DMU transformation requirements for structural assembly simulations. In *The Eighth International Conference on Engineering Computational Technology*.

[Breteau, 2009]

BRETEAU, P. (2009). *Simulation d'assemblage flexible par la mesure - Application au domaine de l'aéronautique*. Thèse de doctorat, Ecole Normale Supérieure de Cachan.

[Cai *et al.*, 2006]

CAI, W. W., HSIEH, C.-C., LONG, Y., MARIN, S. P. et OH, K. P. (2006). Digital panel assembly methodologies and applications for compliant sheet components. *Journal of Manufacturing Science and Engineering*, 128(1):270–279.

[Camelio *et al.*, 2003]

CAMELIO, J., HU, S. J. et CEGLAREK, D. (2003). Modeling variation propagation of multi-station assembly systems with compliant parts. *Journal of Mechanical Design*, 125(4):673–681.

[Cao et Sanderson, 1994]

CAO, T. et SANDERSON, A. (1994). Task decomposition and analysis of robotic assembly task plans using PETRI nets. *Industrial Electronics, IEEE Transactions on*, 41(6):620–630.

[Castagne *et al.*, 2005]

CASTAGNE, S., CURRAN, R., ROTHWELL, A. et MURPHY, A. (2005). Development of a precise manufacturing cost model for the optimisation of aircraft structures. In *AIAA 5th Aviation, Technology, Integration, and Operations Conference (ATIO)*, 26-28 September, Arlington, Virginia.

[Castagne *et al.*, 2008]

CASTAGNE, S., CURRAN, R., ROTHWELL, A., PRICE, M., BENARD, E. et RAGHUNATHAN, S. (2008). A generic tool for cost estimating in aircraft design. *Research in Engineering Design*, 18:149–162.

[Cavalieri *et al.*, 2004]

CAVALIERI, S., MACCARRONE, P. et PINTO, R. (2004). Parametric vs. neural network models for the estimation of production costs : A case study in the automotive industry. *International Journal of Production Economics*, 91(2):165 – 177.

[Cecil *et al.*, 1992]

CECIL, J., SRIHARI, K. et EMERSON, C. (1992). A review of PETRI-net applications in manufacturing. *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, 7:168–177.

[Ceglarek *et al.*, 2004]

CEGLAREK, D., HUANG, W., ZHOU, S., DING, Y., KUMAR, R. et Y., Z. (2004). Timebased competition in manufacturing : Stream-of-variation analysis (sova) methodology. *International Journal of Flexible Manufacturing Systems*, 16(1):11–44.

[Chang et Gossard, 1997]

CHANG, M. et GOSSARD, D. C. (1997). Modeling the assembly of compliant, non-ideal parts. *Computer-Aided Design*, 29(10):701 – 708.

[Chase *et al.*, 1990]

CHASE, K., GREENWOOD, W., LOOSLI, B. et HAUGLUND, L. (1990). Least cost tolerance allocation for mechanical assemblies with automated process selection. *Manufacturing Review*, 3(1):49–59.

[Chase et Parkinson, 1991]

CHASE, K. W. et PARKINSON, A. R. (1991). A survey of research in the application of tolerance analysis to the design of mechanical assemblies. *Research in Engineering Design*, 3:23–37.

[Chen et Liu, 2001]

CHEN, S. et LIU, Y. (2001). An adaptive genetic assembly-sequence planner. *International Journal of Computer Integrated Manufacturing*, 14(5):489–500.

[Cid, 2005]

CID, G. (2005). *Etablissement des relations de comportement de mécanismes avec prise en compte des écarts géométriques et des souplesses des composants*. Thèse de doctorat, Ecole Normale Supérieure de Cachan.

[CIRP, 2012]

CIRP (2012). *Dictionnaire des Techniques de Production Mécanique ; Vol IV - Assemblage*. Springer édition.

[Clément et al., 1991]

CLÉMENT, A., DESROCHER, A. et RIVIÈRE, A. (1991). Theory and practice of 3D tolerancing for assembly. In *2th CIRP International Seminar on Computer Aided Tolerancing, Penn State, USA*, pages 25–56.

[Clozel, 2001]

CLOZEL, P. (2001). 3D tolerances analysis, from preliminary study. In *7th CIRP International Seminar on Computer Aided Tolerancing, Cachan, France*, pages 243–254.

[Coello Coello, 2005]

COELLO COELLO, C. A. (2005). Recent trends in evolutionary multiobjective optimization. In ABRAHAM, A., JAIN, L. et GOLDBERG, R., éditeurs : *Evolutionary Multiobjective Optimization*, Advanced Information and Knowledge Processing, pages 7–32. Springer Berlin Heidelberg.

[Dahlström et Lindkvist, 2007]

DAHLSTRÖM, S. et LINDKVIST, L. (2007). Variation simulation of sheet metal assemblies using the method of influence coefficients with contact modeling. *Journal of Manufacturing Science and Engineering*, 129(3):615–622.

[Dantan et al., 2001]

DANTAN, J.-Y., BALLU, A. et MATHIEU, L. (2001). Expression des spécifications géométriques des produits – classification des éléments géométriques. In *Journée thématique PRIMECA*, pages 69–78.

[Dantan et al., 2008]

DANTAN, J.-Y., BRUYERE, J., VINCENT, J.-P. et BIGOT, R. (2008). Vectorial tolerance allocation of bevel gear by discrete optimization. *Mechanism and Machine Theory*, 43(11):1478–1494.

[De Fazio et Whitney, 1987]

DE FAZIO, T. et WHITNEY, D. (1987). Simplified generation of all mechanical assembly sequences. *IEEE Journal of Robotics and Automation*, 3(6):640–658.

[De Lit et al., 2001]

DE LIT, P., LATINNE, P., REKIEK, B. et DELCHAMBRE, A. (2001). Assembly planning with an ordering genetic algorithm. *International Journal of Production Research*, 39(16):3623–3640.

[Deb *et al.*, 2000]

DEB, K., AGRAWAL, S., PRATAP, A. et MEYARIVAN, T. (2000). A fast elitist non-dominated sorting genetic algorithm for multi-objective optimization : NSGA-II. *Lecture notes in computer science*, 1917:849–858.

[Deloison, 2009]

DELOISON, D. (2009). Simulation du formage-revenu d'un encadrement de porte en alliage 2050 t34. Rapport technique, EADS Innovation Works.

[Dini *et al.*, 1999]

DINI, G., FAILLI, F., LAZZERINI, B. et MARCELLONI, F. (1999). Generation of optimized assembly sequences using genetic algorithms. *CIRP Annals - Manufacturing Technology*, 48(1):17 – 20.

[Dini et Santochi, 1992]

DINI, G. et SANTOCHI, M. (1992). Automated sequencing and subassembly detection in assembly planning. *CIRP Annals - Manufacturing Technology*, 41(1):1–4.

[Ditlevsen et Madsen, 1996]

DITLEVSEN, O. et MADSEN, H. O. (1996). *Structural reliability methods*, volume 178. Citeseer.

[Dong *et al.*, 1994]

DONG, Z., HU, W. et XUE, D. (1994). New production cost-tolerance models for tolerance synthesis. *Journal of engineering for industry*, 116:199.

[Edgeworth, 1881]

EDGEWORTH, F. (1881). *Mathematical physics; an essay on the application of mathematics to the moral sciences*. Paul Kegan, London, England.

[Evans, 1974]

EVANS, D. (1974). Statistical tolerancing : The state of the art. I- Background. *Journal of Quality Technology*, 6:188–195.

[Evans *et al.*, 2007]

EVANS, D., MARSH, R. et LANHAM, J. (2007). Using formal design techniques to select cost estimation methods for cost modelling. In *7th AIAA Aviation Technology, Integration and Operations Conference (ATIO), 18-20 September, Belfast, Northern Ireland*.

[Falgarone et Chevassus, 2004]

FALGARONE, H. et CHEVASSUS, N. (2004). An innovative design method and tool for structural and functional analysis. In *Proceedings of CIRP Design Seminar, Cairo, Egypt*.

[Franciosa *et al.*, 2010]

FRANCIOSA, P., GERBINO, S. et PATALANO, S. (2010). Simulation of variational compliant assemblies with shape errors based on morphing mesh approach. *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, pages 1–15.

[Friedman, 1991]

FRIEDMAN, J. H. (1991). Multivariate adaptive regression splines. *The annals of statistics*, pages 1–67.

[Germain, 2007]

GERMAIN, F. (2007). *Tolérancement statistique Tridimensionnel, Intégration en CFAO*. Thèse de doctorat, Université de Savoie, Annecy.

[Giordano *et al.*, 1999]

GIORDANO, M., PAIREL, E. et SAMPER, S. (1999). Mathematical representation of tolerance zones. *In 6th CIRP International Seminar on Computer Aided Tolerancing, Enschede, The Netherlands*, pages 177–186.

[Gusikhin et Klampfl, 2010]

GUSIKHIN, O. et KLAMPFL, E. (2010). Integrated process planning and supply chain configuration for commodity assemblies using PETRI nets. *In LILIUS, J. et PENCZEK, W., éditeurs : Applications and Theory of PETRI Nets*, volume 6128 de *Lecture Notes in Computer Science*, pages 125–144. Springer Berlin / Heidelberg.

[Haykin, 2010]

HAYKIN, S. (2010). *Neural networks and learning machines*. Prentice Hall, Upper Saddle River, Pearson International édition.

[Homem de Mello et Sanderson, 1991]

HOMEM DE MELLO, L. et SANDERSON, A. (1991). A correct and complete algorithm for the generation of mechanical assembly sequences. *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, 7(2):228–240.

[Hong et Cho, 1999]

HONG, D. S. et CHO, H. S. (1999). A genetic-algorithm-based approach to the generation of robotic assembly sequences. *Control Engineering Practice*, 7(2):151 – 159.

[Hong et Chang, 2002]

HONG, Y. S. et CHANG, T. C. (2002). A comprehensive review of tolerancing research. *International Journal of Production Research*, 40(11):2425 – 2459.

[Hu *et al.*, 2001]

HU, M., LIN, Z., LAI, X. et NI, J. (2001). Simulation and analysis of assembly processes considering compliant, non-ideal parts and tooling variations. *International Journal of Machine Tools and Manufacture*, 41(15):2233 – 2243.

[Hu et Camelio, 2006]

HU, S. J. et CAMELIO, J. (2006). Modeling and control of compliant assembly systems. *CIRP Annals - Manufacturing Technology*, 55(1):19 – 22.

[Huang et Ceglarek, 2002]

HUANG, W. et CEGLAREK, D. (2002). Mode-based decomposition of part form error by discrete-cosine-transform with implementation to assembly and stamping system with compliant parts. *CIRP Annals - Manufacturing Technology*, 51(1):21 – 26.

[Iooss, 2009]

IOOSS, B. (2009). Numerical study of the metamodel validation process. *In First International Conference on Advances in System Simulation, SIMUL'09*, pages 100–105. IEEE.

[Iooss et al., 2008]

IOOSS, B., BOUSSOUF, L., MARREL, A. et FEUILLARD, V. (2008). Numerical study of algorithms for metamodel construction and validation. *In Safety, reliability and risk analysis-Proceedings of the ESREL 2008 Conference*, pages 2135–2141.

[Kiritsis et al., 1999]

KIRITSIS, D., NEUENDORF, K.-P. et XIROUCHAKIS, P. (1999). PETRI net techniques for process planning cost estimation. *Advances in Engineering Software*, 30(6):375 – 387.

[Kleijnen, 2007]

KLEIJNEN, J. P. (2007). Kriging metamodeling in simulation : A review. *European Journal of Operational Research*, 192(3):707 – 716.

[Kong et Ceglarek, 2006]

KONG, Z. et CEGLAREK, D. (2006). Fixture workspace synthesis for reconfigurable assembly using procrustes-based pairwise configuration optimization. *Journal of Manufacturing Systems*, 25(1):25 – 38.

[Laperriere et ElMaraghy, 1996]

LAPERRIERE, L. et ELMARAGHY, H. (1996). Gapp : A generative assembly process planner. *Journal of Manufacturing Systems*, 15(4):282–293.

[Latombe et al., 1997]

LATOMBE, J., WILSON, R. et GAZALS, F. (1997). Assembly sequencing with toleranced parts. *Computer-Aided Design*, 29(2):159 – 174. Solid Modelling.

[Lazzerini et Marcelloni, 2000]

LAZZERINI, B. et MARCELLONI, F. (2000). A genetic algorithm for generating optimal assembly plans. *Artificial Intelligence in Engineering*, 14(4):319 – 329.

[Lecompte et al., 2010]

LECOMPTE, J., LEGOFF, O. et HASCOET, J.-Y. (2010). Technological form defects identification using discrete cosine transform method. *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, 51:1033–1044.

[Li et al., 2003]

LI, J., KHOO, L. et TOR, S. (2003). A tabu-enhanced genetic algorithm approach for assembly process planning. *Journal of Intelligent Manufacturing*, 14(2):197–208.

[Lin et al., 1997]

LIN, C.-Y., HUANG, W.-H., JENG, M.-C. et DOONG, J.-L. (1997). Study of an assembly tolerance allocation model based on monte carlo simulation. *Journal of Materials Processing Technology*, 70(1):9–16.

[Liu et Hu, 1997]

LIU, S. et HU, S. J. (1997). A parametric study of joint performance in sheet metal assembly. *International Journal of Machine Tools and Manufacture*, 37(6):873 – 884.

[Liu et al., 1996]

LIU, S. C., HU, S. J. et WOO, T. C. (1996). Tolerance analysis for sheet metal assemblies. *Journal of Mechanical Design*, 118(1):62–67.

[Mantripragada et Whitney, 1998]

MANTRIPRAGADA, R. et WHITNEY, D. (1998). The Datum Flow Chain : A systematic approach to assembly design and modeling. *Research in Engineering Design*, 10(3):150–165.

[Marguet, 2001]

MARGUET, B. (2001). *Contribution à l'analyse des variations géométriques dans les ensembles structuraux en aéronautique : Démarche et Outils*. Thèse de doctorat, Ecole Normale Supérieure de Cachan.

[Marguet et al., 2003]

MARGUET, B., CHEVASSUS, N., FALGARONE, H. et BOURDET, P. (2003). Geometrical behavior laws for computer aided tolerancing : ANATOLE a tool for structural assembly tolerance analysis. In *8th CIRP Seminar on Computer-Aided Tolerancing, Charlotte, NC USA*.

[Marian et al., 2006]

MARIAN, R. M., LUONG, L. H. et ABHARY, K. (2006). A genetic algorithm for the optimisation of assembly sequences. *Computers and Industrial Engineering*, 50(4):503 – 527. Sustainability and Globalization : Selected papers from The 32nd. ICC&IE.

[Marian et al., 2003]

MARIAN, R. M., LUONG, L. H. S. et ABHARY, K. (2003). Assembly sequence planning and optimisation using genetic algorithms : Part i. automatic generation of feasible assembly sequences. *Applied Soft Computing*, 2(3):223 – 253.

[Mathieu et Ballu, 2003]

MATHIEU, L. et BALLU, A. (2003). GeoSpelling : a common language for specification and verification to express method uncertainty. In *Proceedings of the 8th CIRP seminar on computer aided tolerancing, The University of Charlotte, North Carolina*, pages 28–29.

[Merkley, 1998]

MERKLEY, K. (1998). *Tolerance analysis of compliant assemblies*. Thèse de doctorat, Brigham Young University.

[Meunier, 2006]

MEUNIER, P. (2006). *Evaluation de performance d'architectures de commande de systèmes automatisés industriels*. Thèse de doctorat, Ecole Normale Supérieure de Cachan.

[Miettinen, 1999]

MIETTINEN, K. (1999). *Nonlinear multiobjective optimization*, volume 12. Springer.

[Milner *et al.*, 1994]

MILNER, J., GRAVES, S. et WHITNEY, D. (1994). Using simulated annealing to select least-cost assembly sequences. In *Proceedings of IEEE International Conference on Robotics and Automation, San Diego, CA, USA*, pages 2058–2063.

[Motavalli et Islam, 1997]

MOTAVALLI, S. et ISLAM, A.-U. (1997). Multi-criteria assembly sequencing. *Computers and Industrial Engineering*, 32:743–751.

[Mounaud, 2009]

MOUNAUD, M. (2009). *Contribution à l'analyse des défauts géométriques dans le routage d'un réseau hydraulique en aéronautique : Incidences sur la conception*. Thèse de doctorat, Ecole Normale Supérieure de Cachan.

[Mounaud *et al.*, 2011]

MOUNAUD, M., THIÉBAUT, F., BOURDET, P., FALGARONE, H. et CHEVASSUS, N. (2011). Assembly sequence influence on geometric deviations propagation of compliant parts. *International Journal of Production Research*, 49(4):1021–1043.

[Murphy *et al.*, 2004]

MURPHY, T., LIN, Y., TSUI, K., ALLEN, J., CHEN, V. et MISTREE, F. (2004). Robust engineering design. In *Project report - Georgia Institute of Technology*.

[Pareto, 1896]

PARETO, V. (1896). *Cours d'économie politique*, volume I & II. Lausanne, Switzerland.

[Petri, 1962]

PETRI, C. A. (1962). *Kommunikation mit Automaten*. Thèse de doctorat, Technische Universität Darmstadt.

[Pillet, 2003]

PILLET, M. (2003). *Recent Advances in Integrated Design and Manufacturing in Mechanical Engineering*, chapitre Inertial tolerancing in the case of assembled products, pages 85–94. ISBN : 1-4020-1163.

[Samper *et al.*, 2009]

SAMPER, S., ADRAGNA, P.-A., FAVRELIERE, H. et PILLET, M. (2009). Modeling of 2D and 3D assemblies taking into account form errors of plane surfaces. *Journal of Computing and Information Science in Engineering*, 9(4):041005.

[Samper et Formosa, 2007]

SAMPER, S. et FORMOSA, F. (2007). Form defects tolerancing by natural modes analysis. *Journal of Computing and Information Science in Engineering*, 7(1):44–51.

[Schleich et Wartzack, 2013]

SCHLEICH, B. et WARTZACK, S. (2013). The implications of the skin model concept for computer aided tolerancing. In ABRAMOVICI, M. et STARK, R., éditeurs : *Smart Product Engineering*, volume 5 de *Lecture Notes in Production Engineering*, pages 573–582. Springer.

[Sellem, 2000]

SELLEM, E. (2000). *Caractérisation probabiliste des assemblages hyperstatiques*. Thèse de doctorat, École Centrale de paris.

[Senin et al., 2000]

SENIN, N., GROPPETTI, R. et WALLACE, D. R. (2000). Concurrent assembly planning with genetic algorithms. *Robotics and Computer-Integrated Manufacturing*, 16(1):65 – 72.

[Sfantsikopoulos, 1990]

SFANTSIKOPOULOS, M. (1990). A cost-tolerance analytical approach for design and manufacturing. *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, 5:126–134.

[Shan et Wang, 2010]

SHAN, S. et WANG, G. G. (2010). Metamodeling for high dimensional simulation-based design problems. *Journal of Mechanical Design*, 132:051009.

[Shehab et Abdalla, 2002]

SHEHAB, E. et ABDALLA, H. (2002). An intelligent knowledge-based system for product cost modelling. *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, 19:49–65.

[Smith et Smith, 2002]

SMITH, G. C. et SMITH, S. S. F. (2002). An enhanced genetic algorithm for automated assembly planning. *Robotics and Computer-Integrated Manufacturing*, 18(5-6):355 – 364.

[Stricher, 2013]

STRICHER, A. (2013). *Tolérancement flexible d'assemblages de grandes structures aéronautiques*. Thèse de doctorat, ENS Cachan.

[Tammineni et al., 2007]

TAMMINENI, S., SCANLAN, J. et REED, P. (2007). Knowledge based system for cost modelling. *In 7th AIAA Aviation Technology, Integration and Operations Conference (ATIO), 18-20 September, Belfast, Northern Ireland*.

[Thiébaud, 2001]

THIÉBAUD, F. (2001). *Contribution à la définition d'un moyen unifié de gestion de la géométrie réaliste basé sur le calcul des lois de comportement des mécanismes*. Thèse de doctorat, Ecole Normale Supérieure de Cachan.

[Tseng et al., 2008]

TSENG, H. E., CHEN, M. H., CHANG, C. C. et WANG, W. P. (2008). Hybrid evolutionary multi-objective algorithms for integrating assembly sequence planning and assembly line balancing. *International Journal of Production Research*, 46(21):5951 – 5977.

[Tseng et al., 2010]

TSENG, Y.-J., CHEN, J.-Y. et HUANG, F.-Y. (2010). A particle swarm optimisation algorithm for multi-plant assembly sequence planning with integrated assembly sequence planning and plant assignment. *International Journal of Production Research*, 48(10):2765 – 2791.

[Ungemach et Mantwill, 2009]

UNGEMACH, G. et MANTWILL, F. (2009). Efficient consideration of contact in compliant assembly variation analysis. *Journal of Manufacturing Science and Engineering*, 131(1):011005.

[Wang et Ceglarek, 2005]

WANG, H. et CEGLAREK, D. (2005). Quality-driven sequence planning and line configuration selection for compliant structure assemblies. *CIRP Annals - Manufacturing Technology*, 54(1):31 – 35.

[Wang et al., 2009]

WANG, L., KESHAVARZMANESH, S., FENG, H.-Y. et BUCHAL, R. (2009). Assembly process planning and its future in collaborative manufacturing : a review. *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, 41:132–144.

[Wärmefjord et al., 2013]

WÄRMEFJORD, K., SÖDERBERG, R. et LINDKVIST, L. (2013). Simulation of variation in assembly forces due to variation in spot weld position. In ABRAMOVICI, M. et STARK, R., éditeurs : *Smart Product Engineering*, volume 5 de *Lecture Notes in Production Engineering*, pages 473–482. Springer.

[Weigert et al., 2011]

WEIGERT, G., HENLICH, T. et KLEMMT, A. (2011). Modelling and optimisation of assembly processes. *International Journal of Production Research*, 49(14):4317 – 4333.

[Whitney et al., 1995]

WHITNEY, D., ANDERSON, M., CADET, C., FINE, C., GOSSARD, D., THORNTON, A., GROOVER, M., NAGEL, R., OZSOY, T., STRENGER, H. et al. (1995). Agile pathfinders in the aircraft and automobile industries : a progress report. In *Creating the agile organization : models, metrics and pilots : proceedings Fourth annual agility conference, Bethlehem, USA : Agile manufacturing enterprise forum*, volume 2, pages 245–257.

[Wu et al., 2009]

WU, F., DANTAN, J.-Y., ETIENNE, A., SIADAT, A. et MARTIN, P. (2009). Improved algorithm for tolerance allocation based on monte carlo simulation and discrete optimization. *Computers & Industrial Engineering*, 56(4):1402 – 1413.

[Xie et al., 2007]

XIE, K., WELLS, L., CAMELIO, J. A. et YOUN, B. D. (2007). Variation propagation analysis on compliant assemblies considering contact interaction. *Journal of Manufacturing Science and Engineering*, 129(5):934–942.

[Yee et Ventura, 1999]

YEE, S.-T. et VENTURA, J. (1999). A PETRI net model to determine optimal assembly sequences with assembly operation constraints. *Journal of Manufacturing Systems*, 18(3):203 – 213.

[Zhang et al., 2005]

ZHANG, W., FREIHEIT, T. et YANG, H. (2005). Dynamic scheduling in flexible assembly system

based on timed PETRI nets model. *Robotics and Computer-Integrated Manufacturing*, 21(6):550 – 558.

Liste des références

Annexe

A

Notions de base sur les réseaux de Petri

1 Introduction

Un réseau de PETRI est un modèle mathématique permettant de représenter le comportement d'un système à événements discrets. Ce type de modèle a été initialement proposé par PETRI [Petri, 1962]. Il est largement utilisé dans le monde académique et dans le monde industriel, notamment dans le domaine de la fabrication [Cecil *et al.*, 1992, Cao et Sanderson, 1994, Yee et Ventura, 1999, Kiritsis *et al.*, 1999].

2 Structure d'un réseau de PETRI

Un réseau de PETRI (RdP) peut être représenté par un graphe. Le graphe à deux types de nœuds appelés places et transitions. Les nœuds sont reliés par des arcs orientés. Un arc relie nécessairement une place à une transition ou une transition à une place. Dans le contexte dans lequel nous utilisons cet outil, une place représente un postulat et une transition représente une activité ou un événement. Les places sont généralement représentées par des cercles ou des ellipses. Les transitions sont généralement représentées par des traits fort normaux aux arcs ou par des rectangles, plus commode pour ajouter une inscription. L'exemple de la Figure 84 est un réseau de PETRI modélisant l'évolution de l'état d'un livre.

Une transition peut être soit amont, soit aval à une place. Par exemple, la transition *Fermer le livre* est en aval de la place *Livre ouvert* et en amont de la place *Livre fermé*. Le même vocabulaire s'applique aux places. Une transition (respectivement place) peut avoir un nombre quelconque (y compris 0) de place (respectivement transition) amont ou aval.

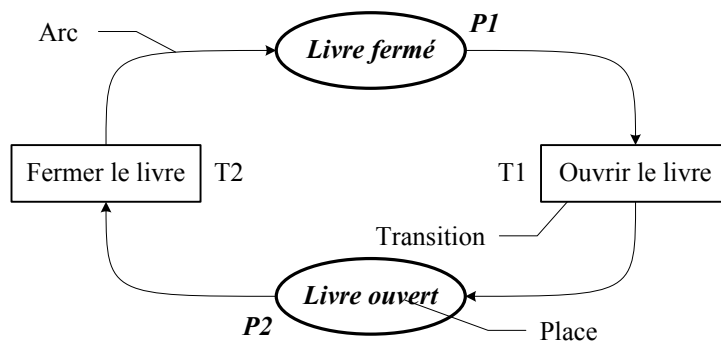


Figure 84 – Réseau de PETRI modélisant l'état d'un livre.

3 Règles d'évolution

Les places d'un réseau de PETRI peuvent contenir des *jetons*, ou *marques*. L'inventaire des jetons d'une place s'appelle son marquage. Une transition est dite franchissable si toutes ses places amont contiennent au moins un jeton. Une transition est franchissable si les conditions nécessaires à l'exécution de l'activité ou à l'occurrence de l'événement qu'elle représente sont satisfaites. Ces conditions sont représentées par des arcs amonts.

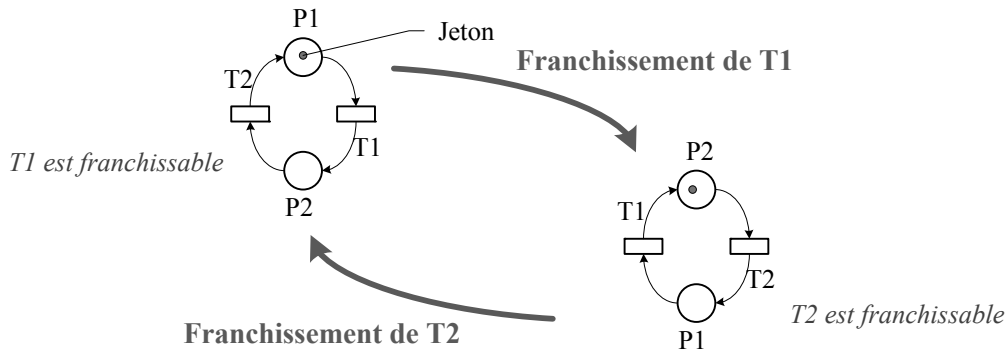


Figure 85 – Évolution de l'état du livre modélisé à la Figure 84.

Au franchissement d'une transition, qui dans notre cas représente la réalisation d'une activité, un jeton est consommé dans chaque place amont et un jeton apparaît dans chaque place aval.

A l'initialisation du modèle, les places contiennent un marquage dit *initial* représentant les postulats vérifiés au démarrage du système modélisé. Dans le cas du livre de la Figure 84, seule la place P1 est marquée à l'état initial (le livre est fermé). La transition T1 est franchissable, ce qui signifie que les conditions pour que l'activité *Ouvrir le livre* puisse avoir lieu sont vérifiées. Lorsque l'activité *Ouvrir le livre* se produit, T1 est franchie, P1 ne contient plus de jetons et P2 contient un jeton car le postulat *Livre ouvert* est vérifié. T2 devient franchissable. Cette évolution est illustrée sur la Figure 85.

4 Réseaux de PETRI colorés

Considérons maintenant deux livres, par exemple *L'Illiade* et *L'Odysée*. La représentation de l'état des deux livres pourrait être réalisée au travers de deux RdP distincts. Il est également possible de le représenter en utilisant un RdP dit coloré. Les jetons se distinguent alors par leur couleur qui est le titre du livre dans notre exemple. Le réseau peut comporter une place par état possible du livre, comme sur la Figure 84 mais l'état d'un livre peut également être représenté par une couleur assignée au jeton. Finalement, un jeton peut avoir une couleur composée de plusieurs couleurs. La Figure 86 illustre l'évolution d'un réseau de PETRI coloré à une place contenant des jetons de couleur composée (*titre du livre, état du livre*).

Les conditions de franchissement des transitions sont exprimées sur les arcs. Un arc peut être bidirectionnel pour représenter de manière compacte deux arcs amont et aval identiques. Dans l'exemple de la Figure 86, la transition T3 nécessite le postulat « un livre est à l'état ouvert » pour être franchie, mais son franchissement ne modifie pas l'état de livre. L'arc entre la place et la transition est bidirectionnel.

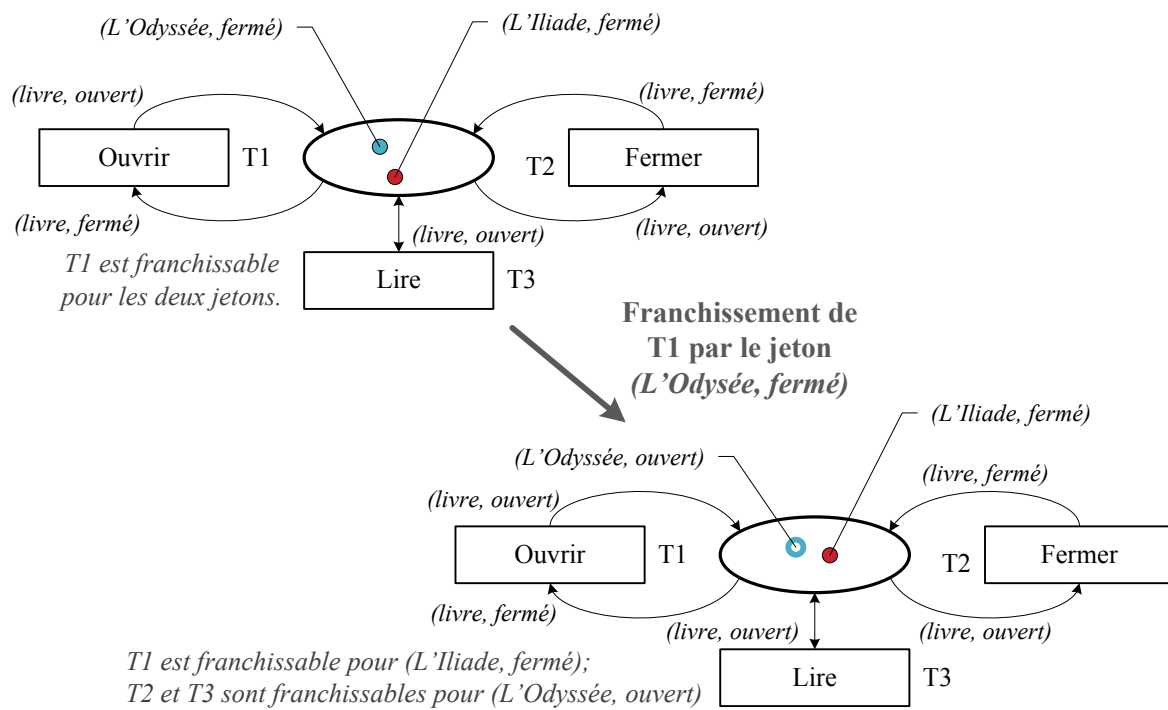


Figure 86 – Exemple de Réseau de PETRI coloré avec une couleur composée.

Annexe

B

Nœuds virtuels pour l'expression de conditions aux limites

1 Construction de nœuds virtuels

Lorsque des relations géométriques sont définies pour des points n'appartenant pas à la géométrie discrétisée, il est nécessaire d'avoir recours à des objets appelés *nœuds virtuels*, illustrés sur la Figure 87.

Le déplacement d'un nœud virtuel appartenant à un élément peut être évalué à partir des déplacements des nœuds de cet élément et des fonctions de forme de l'élément.

Les fonctions de forme sont intrinsèques au type d'élément considéré. Elles sont définies sur un espace de référence associé à un élément de référence comme l'illustre l'élément formé par les nœuds N_i et N_f paramétré par ξ sur la Figure 88. Les fonctions de formes φ_i et φ_f d'un élément poutre 1D sont données à l'éq. (B.1) :

$$\begin{cases} \varphi_i(\xi) = 1 - \xi \\ \varphi_f(\xi) = \xi \end{cases} \quad (\text{B.1})$$

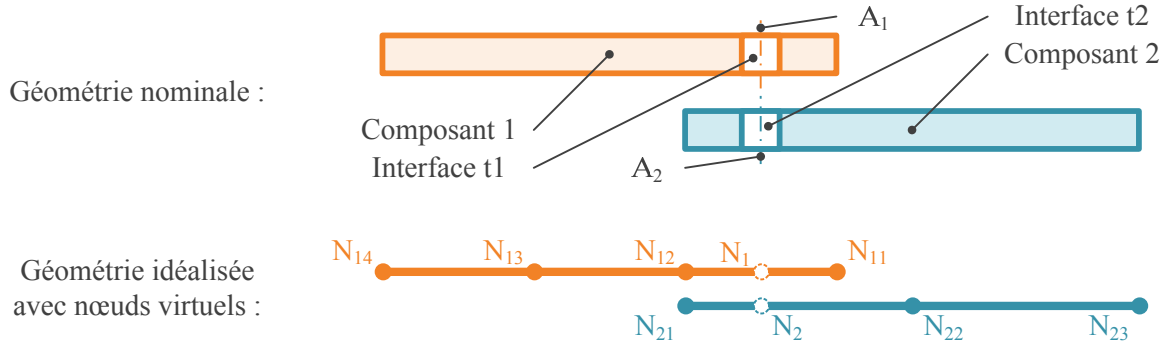


Figure 87 – Utilisation de nœuds virtuels pour représenter des entités géométriques absentes de la géométrie idéalisée.

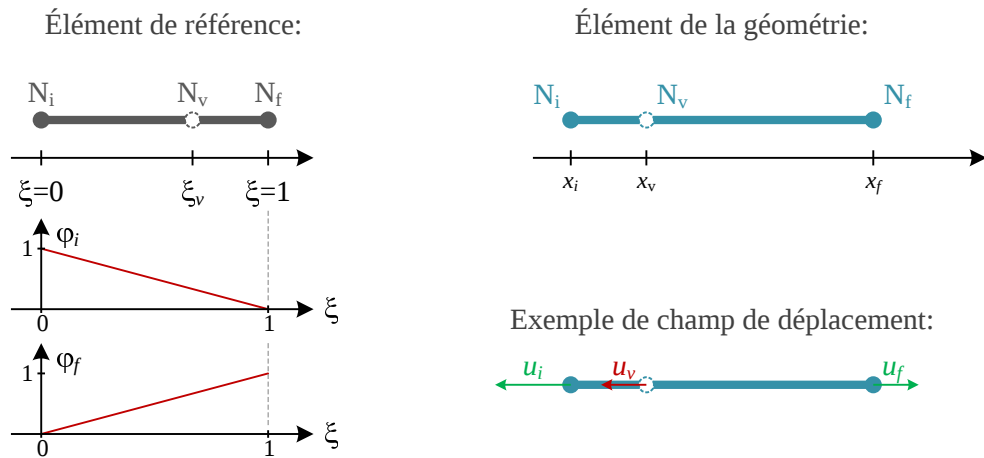


Figure 88 – Construction d'un nœud virtuel et déplacement associé.

En notant les coordonnées du nœud virtuel N_v x_v et ξ_v , respectivement dans l'espace géométrique et dans l'espace de référence, le déplacement du nœud virtuel, noté u_v , est donné par la relation de l'éq. (B.2) :

$$u_v = \varphi_i(\xi_v) \cdot u_i + \varphi_f(\xi_v) \cdot u_f \quad (\text{B.2})$$

où u_i et u_f désignent les déplacements des nœuds N_i et N_f . L'éq. (B.2) montre qu'il est possible d'exprimer le déplacement du nœud virtuel en fonction des déplacements des nœuds de l'élément auquel il appartient à condition de connaître sa coordonnée ξ_v dans l'espace de référence de l'élément. Or les éléments finis sont construits de sorte que l'éq. (B.3) soit vérifiée.

$$x_v = \varphi_i(\xi_v) \cdot x_i + \varphi_f(\xi_v) \cdot x_f \quad (\text{B.3})$$

La connaissance de x_i , x_f et x_v permet de déduire la valeur de ξ_v d'après l'éq. (B.4) :

$$\xi_v = \frac{x_v - x_i}{x_f - x_i} \quad (\text{B.4})$$

En combinant l'expression traduisant la coïncidence des axes A1 et A2 de la Figure 87 avec l'éq. (B.2) pour l'exemple de la Figure 87, nous obtenons :

$$[\varphi_i(\xi_1) \cdot u_{11} + \varphi_f(\xi_1) \cdot u_{12}] - [\varphi_i(\xi_2) \cdot u_{21} + \varphi_f(\xi_2) \cdot u_{22}] = \varepsilon_\ell + \varepsilon_2 - \varepsilon_1 \quad (\text{B.5})$$

avec :

$$\begin{cases} \xi_1 &= \frac{x_1 - x_{11}}{x_{12} - x_{11}} \\ \xi_2 &= \frac{x_2 - x_{21}}{x_{22} - x_{21}} \end{cases} \quad (\text{B.6})$$

Dans le contexte de nos travaux, nous utilisons des éléments de type coque triangulaire ou quadrangulaire. Ces éléments ont une topologie en deux dimension. Les éléments de référence sont construits avec deux paramètres, souvent notés ξ et η . Les fonctions usuelles utilisées pour les éléments coques triangulaire ou quadrangulaire peuvent être trouvées dans la littérature. La démarche de construction de nœuds virtuels est similaire. L'éq. (B.4) elle est remplacée par un système d'équations permettant de trouver ξ_v et η_v . Ce système permet également de projeter sur l'élément un point ne lui appartenant pas initialement.

2 Action mécanique appliquée à un nœud virtuel

Considérons une action mécanique ponctuelle appliquée en un point P n'appartenant pas à la géométrie discrétisée, illustrée sur la Figure 89. L'action mécanique est décrite par un torseur T de résultante F et de moment M_P en P.

Le point P est projeté sur l'élément composé des nœuds N_1 et N_2 . Les coordonnées du point P sont notées $\mathbf{x}_P = (x_P, y_P, z_P)$. Cette projection est réalisée en recherchant le point N_{vP} de l'élément considéré

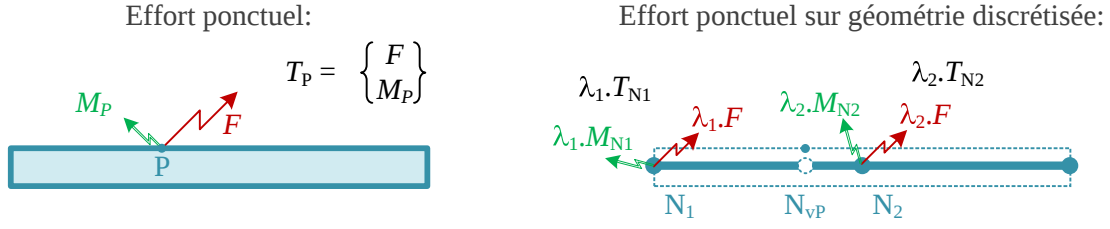


Figure 89 – Action mécanique ponctuelle appliquée en un point n'appartenant pas à la géométrie discrétisée.

qui minimise la distance au point P. La coordonnée du point N_{vP} dans l'espace de référence est notée ξ_{vP} et ses coordonnées dans l'espace géométrique $\mathbf{x}_{vP}$ sont données par l'éq. (B.7) :

$$\mathbf{x}_{vP} = \varphi_i(\xi_{vP}) \cdot \mathbf{x}_1 + \varphi_f(\xi_{vP}) \cdot \mathbf{x}_2 \quad (\text{B.7})$$

La projection se ramène à trouver la valeur de ξ_{vP} qui minimise la distance δ entre P et N_{vP} :

$$\delta = [\mathbf{x}_{vP} - (\varphi_i(\xi_{vP}) \cdot \mathbf{x}_1 + \varphi_f(\xi_{vP}) \cdot \mathbf{x}_2)]^2 \quad (\text{B.8})$$

Les fonctions de forme d'un élément sont construite de manière à ce que leur somme soit égale à 1 en tout point de l'espace de référence. Cette propriété peut d'ailleurs être vérifiée à l'éq. (B.1). De manière duale à l'éq. (B.2) où les fonctions de forme sont utilisées pour exprimer le déplacement d'un nœud virtuel en fonction des déplacements des nœuds de son élément, elles sont utilisées ici pour répartir une action mécanique ponctuelle sur les nœuds de l'élément. Les valeurs de λ_1 et de λ_2 sont données par l'éq. (B.9) :

$$\begin{cases} \lambda_1 &= \varphi_i(\xi_{vP}) \\ \lambda_2 &= \varphi_f(\xi_{vP}) \end{cases} \quad (\text{B.9})$$

Le torseur T appliqué au point P est décomposé en deux torseurs équivalents $\lambda_1 \cdot T$ et $\lambda_2 \cdot T$ transportés respectivement aux points N_1 et N_2 . La méthode décrite au paragraphe 3.2.4 du chapitre 3 pour exprimer une action ponctuelle appliquée en un point de la géométrie discrétisée sous forme de conditions aux limites peut être appliquée aux deux torseurs équivalents.

Annexe

C

Données de l'exemple du chapitre [4](#)

Cette annexe détaille les données utilisées pour la résolution du problème d'optimisation présenté en exemple au cours du chapitre 4.

1 Paramètres des relations coût-tolérance

Les paramètres des relations coût-tolérance, rappelée à l'éq. (C.1), utilisées pour l'exemple du chapitre 4 sont donnés dans le Tableau 20.

$$C_d :]T_{lim}, +\infty[\longrightarrow \mathbb{R} \quad (C.1)$$

$$T \longmapsto a + \frac{b \cdot e^{-m(T-T_{lim})}}{(T - T_{lim})^k}$$

Tableau 20 – Paramètres des relations coût-tolérance pour l'exemple du chapitre 4.

Écarts	T_{lim} (mm)	b (unité de coût)	m	k
Localisation des bords de tôle δc_1 et δc_2	0,2	5	1	1
Localisation des trous δb_1 et δb_2	0,1	5	1	1

2 Détails des techniques d'assemblage

Les techniques d'assemblage disponibles pour réaliser les liaisons temporaires sont décrites dans le Tableau 21. La technique permettant de réaliser les liaisons surfaciques est détaillée dans le Tableau 22. Le Tableau 23 décrit les techniques disponibles pour réaliser les liaisons pivots d'attachement. Les durées t_{op} sont exprimées en minutes et les coûts Cf_{op} sont exprimés en unités de coût.

3 Caractéristiques des ressources

Le Tableau 29 décrit les caractéristiques des ressources utilisées au cours de l'assemblage. Les coûts d'acquisition sont données en unités de coût et les taux horaires sont données en unités de coût par minute.

Tableau 21 – Techniques d'assemblage pour les liaisons temporaires, ponctuelles et planes.

N° - Nom de la technique : 1 - mise en position plane sur outillage				
Dispersion géométriques : $\mathcal{U}(-0,1 ; 0,1)$			Compensation écarts : n.a.	
Opérations	t_{op}	Cf_{op}	Liste des ressources & quantités	
Mise en position	2	0	Compagnon ; Outillage	1 ; 1
Bridage	2	0	Compagnon ; Outillage	1 ; 1
Débridage	2	0	Compagnon ; Outillage	1 ; 1
Éclatement	2	0	Compagnon ; Outillage	1 ; 1
N° - Nom de la technique : 2 - mise en position plane par robot				
Dispersion géométriques : $\mathcal{U}(-0,25 ; 0,25)$			Compensation écarts : n.a.	
Opérations	t_{op}	Cf_{op}	Liste des ressources & quantités	
Mise en position	0,4	0	Compagnon ; Robot et effecteur	0,1 ; 1
Bridage	0,4	0	Compagnon ; Robot et effecteur	0,1 ; 1
Débridage	0,4	0	Compagnon ; Robot et effecteur	0,1 ; 1
Éclatement	0,4	0	Compagnon ; Robot et effecteur	0,1 ; 1
N° - Nom de la technique : 3 - mise en position ponctuelle sur outillage				
Dispersion géométriques : $\mathcal{U}(-0,1 ; 0,1)$			Compensation écarts : n.a.	
Opérations	t_{op}	Cf_{op}	Liste des ressources & quantités	
Mise en position	2	0	Compagnon ; Outillage	1 ; 1
Bridage	2	0	Compagnon ; Outillage	1 ; 1
Débridage	2	0	Compagnon ; Outillage	1 ; 1
Éclatement	2	0	Compagnon ; Outillage	1 ; 1
N° - Nom de la technique : 4 - mise en position ponctuelle par robot				
Dispersion géométriques : $\mathcal{U}(-0,25 ; 0,25)$			Compensation écarts : n.a.	
Opérations	t_{op}	Cf_{op}	Liste des ressources & quantités	
Mise en position	0,6	0	Compagnon ; Robot et effecteur	0,1 ; 1
Bridage	0,6	0	Compagnon ; Robot et effecteur	0,1 ; 1
Débridage	0,6	0	Compagnon ; Robot et effecteur	0,1 ; 1
Éclatement	0,6	0	Compagnon ; Robot et effecteur	0,1 ; 1

Tableau 22 – Technique d'assemblage pour les liaisons planes

N° - Nom de la technique : 5 - mise en position dos-à-dos avec mastic				
Dispersion géométriques : n.a.			Compensation écarts : Oui	
Opérations	t_{op}	Cf_{op}	Liste des ressources & quantités	
Dépose de mastic	2	1,2	Compagnon	1
Mise en position	0,5	0	Compagnon	1

Tableau 23 – Techniques d'assemblage pour les liaisons pivots

N° - Nom de la technique : 6 - rivetage semi-meccano				
Dispersion géométriques : n.a.			Compensation écarts : <i>Oui</i>	
Opérations	t_{op}	Cf_{op}	Liste des ressources & quantités	
Contre-perçage	5	0,85	Compagnon ; Perceuse manuelle	1 ; 1
Nettoyage	8	0	Compagnon	1
Rivetage	0,5	1,3	Compagnon	2

N° - Nom de la technique : 7 - rivetage meccano				
Dispersion géométriques : n.a.			Compensation écarts : <i>Non</i>	
Opérations	t_{op}	Cf_{op}	Liste des ressources & quantités	
Mise en position	0,2	0	Compagnon	1
Rivetage	0,5	1,3	Compagnon	1

Tableau 24 – Détail des ressources utilisées pour l'exemple du chapitre 4.

Nom	Coût d'acquisition	Taux horaire
Compagnon	1000	0,83
Perceuse manuelle	2000	0,19
Outillage	10000	0,2
Robot et effecteur	75000	0,33

Annexe

D

Bibliothèque de techniques d'assemblage du cas d'application

1 Détails des techniques d'assemblage

Les techniques d'assemblage disponibles pour réaliser les liaisons temporaires sont décrites dans le Tableau 25. Le Tableau 26 décrit les techniques disponibles pour réaliser les liaisons pivots ou locatings, de positionnement et d'attachement. Les techniques permettant de réaliser les liaisons surfaciques entre les semelles des cadres et la peau sont détaillées dans le Tableau 27. Finalement, le Tableau 28 détaille les techniques permettant de réaliser les liaisons pivots percées à l'état pré-assemblé. Les durées t_{op} sont exprimées en minutes et les coûts Cf_{op} sont exprimés en unités de coût.

2 Caractéristiques des ressources

Le Tableau 29 décrit les caractéristiques des ressources utilisées au cours de l'assemblage. Les coûts d'acquisition sont données en unités de coût et les taux horaires sont données en unités de coût par minute.

Tableau 25 – Techniques d'assemblage pour les liaisons temporaires

N° - Nom de la technique : 1 - positionnement plan sur outillage				
Dispersion géométriques : $\mathcal{N}(0;0,05)$			Compensation écarts : n.a.	
Opérations	t_{op}	Cf_{op}	Liste des ressources & quantités	
Positionnement	0,5	0	Compagnon	1
Épingleage	0,5	0	Compagnon	1
Desépingleage	0,5	0	Compagnon	1
Éclatement	0,5	0	Compagnon	1
N° - Nom de la technique : 2 - Positionnement centreur/locating sur outillage				
Dispersion géométriques : $\mathcal{N}(0;0,03)$			Compensation écarts : n.a.	
Opérations	t_{op}	Cf_{op}	Liste des ressources & quantités	
Positionnement	0,5	0	Compagnon	1
Épingleage	0,5	0	Compagnon	1
Desépingleage	0,5	0	Compagnon	1
Éclatement	0,5	0	Compagnon	1

Tableau 26 – Techniques d'assemblage pour les liaisons pivots ou locatings de positionnement et d'attachement.

N° - Nom de la technique : 3 - positionnement centreur/locating sur cadre & rivetage				
Dispersions géométriques : n.a.			Compensation écarts : n.a.	
Opérations	t_{op}	Cf_{op}	Liste des ressources & quantités	
Positionnement	0,5	0	Compagnon	1
Épingleage	0,5	0	Compagnon	1
Des-épingleage	0,5	0	Compagnon	1
Perçage (diamètre final)	2,5	0,85	Compagnon ; Perceuse	1 ; 1
Rivetage	3	1,3	Compagnon	2

N° - Nom de la technique : 4 - positionnement centreur/locating sur cadre (éclatement) & rivetage				
Dispersions géométriques : n.a.			Compensation écarts : n.a.	
Opérations	t_{op}	Cf_{op}	Liste des ressources & quantités	
Positionnement	0,5	0	Compagnon	1
Épingleage	0,5	0	Compagnon	1
Des-épingleage	0,5	0	Compagnon	1
Éclatement	0,5	0	Compagnon	1
Re-positionnement	0,5	0	Compagnon	1
Ré-épingleage	0,5	0	Compagnon	1
Perçage (diamètre final)	2,5	0,85	Compagnon ; Perceuse	1 ; 1
Rivetage	3	1,3	Compagnon	2

N° - Nom de la technique : 5 - épingleage meccano & rivetage				
Dispersions géométriques : n.a.			Compensation écarts : n.a.	
Opérations	t_{op}	Cf_{op}	Liste des ressources & quantités	
Positionnement	5	0	Compagnon	1
Épingleage	0,5	0	Compagnon	1
Des-épingleage	0,5	0	Compagnon	1
Perçage (diamètre final)	2,5	0,85	Compagnon ; Perceuse	1 ; 1
Rivetage	3	1,3	Compagnon	2

Tableau 27 – Techniques d'assemblage pour les liaisons surfaciques.

N° - Nom de la technique : 6 - contact surfacique direct				
Dispersion géométriques : n.a.			Compensation écarts : n.a.	
Opérations	t_{op}	Cf_{op}	Liste des ressources & quantités	
Dépose de mastic	3	1,2	Compagnon	1
Positionnement	5	0	Compagnon ; Pont roulant	0.2 ; 0.05

N° - Nom de la technique : 7 - contact surfacique avec calage liquide				
Dispersion géométriques : n.a.			Compensation écarts : Oui	
Opérations	t_{op}	Cf_{op}	Liste des ressources & quantités	
Positionnement	5	0	Compagnon ; Pont roulant	0.2 ; 0.05
Mesure du jeu	2	0	Compagnon	1
Éclatement	5	0	Compagnon ; Pont roulant	0.2 ; 0.05
Calage liquide	3	2,1	Compagnon	1
Re-positionnement	5	0	Compagnon ; Pont roulant	0.2 ; 0.05
Attente	480	0	Attente	0.05
Re-éclatement	5	0	Compagnon ; Pont roulant	0.2 ; 0.05
Nettoyage	2	0,2	Compagnon	1
Dépose de mastic	3	1,2	Compagnon	1
Re-positionnement 2	5	0	Compagnon ; Pont roulant	0.2 ; 0.05

N° - Nom de la technique : 8 - contact surfacique avec calage robotisé				
Dispersion géométriques : n.a.			Compensation écarts : Oui	
Opérations	t_{op}	Cf_{op}	Liste des ressources & quantités	
Mesure hors-ligne	10	0	Compagnon ; Cellule de mesure	1.2 ; 1
Calage robotisé	10	2,8	Compagnon ; Robot ; Effecteur de calage automatisé	0.2 ; 1.0 ; 1.0
Dépose de mastic	3	1,2	Compagnon	1
Positionnement	7	0	Compagnon ; Pont roulant	0.2 ; 0.05

Tableau 28 – Techniques d'assemblage pour les liaisons pivots percés à l'état pré-assemblé.

N° - Nom de la technique : 9 - perçage sur grille & rivetage				
Dispersion géométriques : n.a.			Compensation écarts : n.a.	
Opérations	t_{op}	Cf_{op}	Liste des ressources & quantités	
Installation de la grille	5	0	Compagnon ; Grille de perçage 1, 2, 3 ou 4	1 ; 1
Perçage (diamètre final)	0,47	0,85	Compagnon ; Unité de perçage automatisée ; Grille de perçage 2	0,75 ; 1 ; 1
Démontage de la grille	5	0	Compagnon ; Grille de perçage 1, 2, 3 ou 4	1 ; 1
Nettoyage	1	0	Compagnon	1
Rivetage	3	1,3	Compagnon	2
N° - Nom de la technique : 10 - perçage <i>one way</i> sur grille & rivetage				
Dispersion géométriques : n.a.			Compensation écarts : n.a.	
Opérations	t_{op}	Cf_{op}	Liste des ressources & quantités	
Installation de la grille	5	0	Compagnon ; Grille de perçage 1, 2, 3 ou 4	1 ; 1
Perçage (diamètre final)	0,47	0,85	Compagnon ; Unité de perçage automatisée ; Grille de perçage 1, 2, 3 ou 4	0,75 ; 1 ; 1
Démontage de la grille	5	0	Compagnon ; Grille de perçage 3	1 ; 1
Rivetage	3	1,3	Compagnon	2
N° - Nom de la technique : 11 - perçage <i>one way</i> sur grille numérique \$ rivetage				
Dispersion géométriques : n.a.			Compensation écarts : n.a.	
Opérations	t_{op}	Cf_{op}	Liste des ressources & quantités	
Installation de la grille numérique	5	0	Compagnon ; Grille numérique	1 ; 1
Perçage (diamètre final)	0,32	0,85	Compagnon ; Unité de perçage automatisée ; Grille numérique	0,5 ; 1 ; 1
Démontage de la grille numérique	1	0	Compagnon ; Grille numérique	1 ; 1
Rivetage	3	1,3	Compagnon	2
N° - Nom de la technique : 12 - perçage <i>one way</i> \$ rivetage robotisés				
Dispersion géométriques : n.a.			Compensation écarts : n.a.	
Opérations	t_{op}	Cf_{op}	Liste des ressources & quantités	
Recalage du robot	3	0	Compagnon ; Robot ; Effecteur à barillet	1 ; 2 ; 2
Perçage (diamètre final)	0,3	0,85	Compagnon ; Robot ; Effecteur à barillet	1 ; 2 ; 2
Rivetage	3	1,3	Compagnon ; Robot ; Effecteur à barillet	1 ; 2 ; 2

Tableau 29 – Détail des ressources utilisées pour le cas d'application.

Nom	Coût d'acquisition	Taux horaire
Compagnon	0	0,83
Perceuse	2000	0,19
Unité de perçage automatisée	5000	0,19
Grille de perçage 1, 2, 3 ou 4	2700	0,25
Grille numérique	30500	0,65
Robot	75000	0,33
Effecteur à barillet	100000	0,13
Effecteur de calage automatisé	100000	0,08
Cellule de mesure	100000	0,17
Pont roulant	0	1
Attente	0	0,17

Assistance à l'élaboration de gammes d'assemblage innovantes de structures composites

Résumé :

Ces travaux proposent une méthode d'assistance à la sélection des techniques d'assemblage et à l'allocation de tolérances sur les écarts géométriques des composants dans le cadre de l'assemblage de structures aéronautiques composites. Cette méthode consiste à formuler et à résoudre un problème d'optimisation multiobjectif afin de minimiser un indicateur de coût et un indicateur de non-conformité des structures assemblées.

L'indicateur de coût proposé prend en compte le coût associé à l'allocation des tolérances géométriques ainsi que le coût associé aux opérations d'assemblage.

Les indicateurs de non-conformités proposés sont évalués à partir des probabilités de non-respect des exigences géométriques sur les structures assemblées. Ces probabilités sont calculées en propageant les tolérances géométriques allouées et les dispersions des techniques sélectionnées au travers d'une fonction appelée Relation de Comportement de l'assemblage (RdCa). Dans le contexte de l'assemblage de structures aéronautiques composites, des exigences peuvent porter sur les jeux aux interfaces entre composants. Dans ce cas, un problème mécanique quasi-statique non-linéaire résolu par la méthode des éléments finis est proposé pour évaluer la RdCa dont ces caractéristiques sont le résultat. Un méta-modèle de la RdCa est construit afin de rendre cette stratégie – initialement coûteuse en calculs – compatible avec les méthodes probabilistes utilisées pour évaluer la non-conformité.

Finalement, la définition d'un modèle structuro-fonctionnel du produit et d'une bibliothèque de techniques d'assemblage permet de construire un avant-projet de gamme d'assemblage paramétrique. Ce paramétrage permet de formuler le problème d'optimisation multiobjectif résolu à l'aide d'un algorithme génétique.

Mots clés : *gamme d'assemblage ; tolérancement tridimensionnel ; optimisation multiobjectif.*

Assisted innovative assembly process planning for composite structures

Abstract :

The purpose of this PhD is to develop a method to assist assembly technique selection and component geometrical tolerance allocation in the context of composite aeronautical structure assembly. The proposed method consists in formulating and solving a multiobjective optimisation problem aiming at minimising a cost indicator and a non-conformity indicator.

The cost indicator account for both the cost involved by the geometrical tolerance allocation and the cost associated with the assembly operations.

The proposed non-conformity indicators are evaluated according to the probabilities of non-satisfied requirements on the assembled structures. These probabilities are computed thanks to Geometrical Variation Propagation Relation (GVPR) that expresses the characteristics of the product as a function of the geometrical deviation of the components and the dispersion occurring during the assembly. For composite aeronautical structures, the product characteristics can be gaps at interfaces between components. In this case, the GVPR is evaluated by solving a non-linear quasi-static mechanical problem by the mean of the finite element method. A metamodel of the GVPR is built in order to reduce the computing time and to make it compatible with the probabilistic methods used to evaluate the non-conformity.

Finally, the use of a structure-functional model of the product together with an assembly technique library allows defining a parametric assembly process plan. The multiobjective optimisation problem built thanks to set of parameters defining the assembly process plan is solved using a genetic algorithm.

Keywords : *assembly process planning ; geometrical tolerancing ; multiobjective optimization.*