



**HAL**  
open science

# Effets spin-orbite géants sur les modes collectifs de spin de puits quantiques

Florent Baboux

► **To cite this version:**

Florent Baboux. Effets spin-orbite géants sur les modes collectifs de spin de puits quantiques. Systèmes mésoscopiques et effet Hall quantique [cond-mat.mes-hall]. Université Pierre et Marie Curie - Paris VI, 2013. Français. NNT: . tel-01020564

**HAL Id: tel-01020564**

**<https://theses.hal.science/tel-01020564>**

Submitted on 8 Jul 2014

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



**Thèse de Doctorat de l'Université Paris VI**

**Spécialité : Concepts Fondamentaux de la Physique  
ED 107**

présentée par

**Florent BABOUX**

pour obtenir le titre de Docteur de l'Université Paris VI

---

# **Effets spin-orbite géants sur les modes collectifs de spin de puits quantiques**

---

Soutenue le 27 septembre 2013

Devant le jury composé de :

M. Benoît	DOUÇOT	Président
M. Thierry	AMAND	Rapporteur
M. Marek	POTEMSKI	Rapporteur
M. Alain	SACUTO	Examineur
M. Denis	SCALBERT	Examineur
M. Jérôme	TIGNON	Invité
M. Florent	PEREZ	Encadrant de thèse



# Remerciements

Cette thèse s'est déroulée au sein de l'Institut des Nanosciences de Paris, et je remercie son directeur Bernard PERRIN de m'y avoir accueilli. Je remercie également la Fondation CFM pour la Recherche pour le financement de mon allocation de thèse.

Je remercie chaleureusement Thierry AMAND, Benoît DOUÇOT, Marek POTEMSKI, Alain SACUTO, Denis SCALBERT et Jérôme TIGNON de m'avoir fait l'honneur de participer à mon jury de thèse et de l'intérêt qu'ils ont porté à mon travail.

Cette thèse a été encadrée par Florent PEREZ. Merci, Florent, pour tout ce que tu m'as appris durant ces trois ans. Tu m'as donné une formation de haute qualité au métier de la recherche, et fourni un bagage intellectuel et méthodologique très précieux. Tu m'as guidé avec patience, compétence et enthousiasme dans les arcanes de la physique du spin et des effets *many-body*. Tu m'as laissé de la liberté, tout en m'orientant vers les bonnes questions, et en m'évitant de m'aventurer dans des zones marécageuses. Pour tout cela, un grand merci. Merci aussi pour ton soutien et tes encouragements.

Merci beaucoup à Bernard JUSSERAND : merci pour ta disponibilité accueillante et pour les diverses discussions, réponses à mes questions, et coups de main sur la manip au cours de ces trois ans.

Je remercie également chaleureusement Mathieu BERNARD, notre ingénieur d'équipe aux multiples compétences. La canne de cryostat à rotations piézoélectriques qu'il a montée nous a beaucoup aidés pour la précision et l'efficacité de nos expériences Raman. Merci aussi à Silbé MAJRAB, électronicien au laboratoire, de son soutien pour l'interfaçage et diverses interventions au pied levé.

Au cours de cette thèse, nous avons eu l'occasion de collaborer avec deux théoriciens, Carsten ULLRICH (Université de Columbia, Missouri) et Irene D'AMICO (Université de York). Je les remercie vivement du travail qu'ils ont fourni et des échanges très fructueux qu'ils ont permis. Travailler avec eux a été un grand plaisir.

Merci beaucoup à François LARUELLE, Grzegorz KARCZEWSKI et Tomasz WOJTOWICZ pour les échantillons de très haute qualité qui ont permis de réaliser ce travail.

Merci beaucoup à Denis SCALBERT, pour m'avoir accueilli plusieurs semaines dans son équipe, me donnant une introduction à l'optique pompe-sonde ; merci aussi à Steeve CRONENBERGER, avec qui il a été très agréable de manipuler.

Si ces trois années se sont si bien déroulées pour moi, cela doit beaucoup à l'alchimie de l'équipe NANOST (Nanostructures et Systèmes quantiques) dirigée par Catherine GOURDON. Je voudrais remercier chaleureusement chacun pour sa bonne humeur et sa gentillesse, qui rendent le quotidien très agréable : Thierry BARISIEN, Laurent LEGRAND,

Michel SCHOTT, Sophie HAMEAU, Richard HOSTEIN, Valia VOLIOTIS, Roger GROUSSON, Monique COMBESCOT, Laura THEVENARD, Catherine GOURDON, Frédéric BERNARDOT, Benoît EBLE, Maria CHAMARRO et Cristophe TESTELIN. Sans oublier les thésards/post-docs, François, Catherine, Jérémy, Sanaz, Léonard, Bruno, Sylvain et Patrico, avec qui j'ai partagé de très bons moments.

Je remercie enfin les nombreuses personnes qui assurent la bonne marche de l'Institut au quotidien, et qui m'ont facilité la vie de doctorant d'une manière ou d'une autre : Natalia BALABANOVA et Myrian MÉLOIS au secrétariat, Valérie GUÉZO à la gestion, Stéphanie YOUNÈS puis Cécile DUFLOT à la communication. Je remercie aussi Richard SAUVAGE, Florin BEURAN et David MALHEIRO, au service des basses températures de l'UPMC.

# Table des matières

<b>Introduction</b>	<b>1</b>
<b>1 Puits quantiques dopés : le gaz d'électrons et ses modes collectifs</b>	<b>5</b>
1.1 Semi-conducteurs de structure blende de zinc	6
1.1.1 Structure de bande du massif	6
1.1.2 Approximation de la masse effective	7
1.1.3 Dopage magnétique : CdMnTe	9
1.2 Puits quantiques dopés	10
1.2.1 Généralités	10
1.2.2 Aspects de technologie	11
1.2.3 Etats propres d'un puits quantique dopé	13
1.3 Le gaz d'électrons 2D en interaction	15
1.3.1 Hamiltonien modèle du gaz d'électrons	15
1.3.2 Etat fondamental du gaz sans interactions	16
1.3.3 Justification du traitement de champ moyen des interactions	17
1.3.4 Calcul perturbatif de l'énergie du fondamental	18
1.3.5 Calcul numérique Monte-Carlo	19
1.4 Modes collectifs du gaz d'électrons 2D	19
1.4.1 Continuum des excitations individuelles	19
1.4.2 Théorie de la réponse linéaire	22
1.4.3 Fonctions de réponse du gaz d'électrons	23
1.4.4 Théorie de la fonctionnelle de densité dépendant du temps (TDDFT)	24
1.4.5 Fonctions de réponse ALDA	27
<b>2 Effets spin-orbite dans les nanostructures semi-conductrices : état de l'art</b>	<b>29</b>
2.1 Origine de l'interaction spin-orbite	29
2.2 Effets Dresselhaus et Rashba	31
2.2.1 Effet Dresselhaus	31
2.2.2 Effet Rashba	32
2.2.3 Champs spin-orbite dans un puits quantique asymétrique [001]	36
2.3 Conséquences du couplage spin-orbite : effets à 1 particule	38
2.3.1 Applications spintronique	39
2.3.2 Relaxation de spin : modèle de D'yakonov-Perel'	41
2.3.3 Immunisation contre le mécanisme D'yakonov-Perel'	43
2.4 Vers l'étude des effets spin-orbite à N corps	46
<b>3 Spectroscopie Raman électronique</b>	<b>49</b>
3.1 Principe et historique	49
3.2 Théorie	52
3.2.1 Traitement en perturbation	52
3.2.2 Tenseur Raman et règles de sélection	54

3.2.3	Relation avec les fonctions de réponse . . . . .	55
3.2.4	Spectroscopie Raman résonante . . . . .	56
3.2.5	Atouts et limites de la spectroscopie Raman . . . . .	59
3.3	Dispositif expérimental . . . . .	60
3.3.1	Schéma optique . . . . .	60
3.3.2	Description des éléments . . . . .	60
<b>4</b>	<b>Effets spin-orbite collectifs sur le plasmon de spin inter-sous-bande</b>	<b>69</b>
4.1	Modèle de structure fine des plasmons de spin . . . . .	70
4.1.1	Champs spin-orbite . . . . .	70
4.1.2	Le plasmon de spin inter-sous-bande . . . . .	70
4.1.3	Prédictions des effets spin-orbite sur le plasmon de spin . . . . .	72
4.1.4	Vérification expérimentale : premiers résultats . . . . .	73
4.2	Détermination du champ spin-orbite collectif et du moment magnétique . . . . .	76
4.2.1	Proposition d'un modèle effectif . . . . .	76
4.2.2	Détermination du champ spin-orbite collectif . . . . .	79
4.2.3	Détermination du moment magnétique . . . . .	81
4.2.4	Dépendance en $q$ . . . . .	85
4.2.5	Comparaison avec l'effet Zeeman normal en physique atomique . . . . .	86
4.3	Détermination du facteur de renforcement collectif . . . . .	87
4.3.1	Calcul de l'éclatement spin-orbite collectif . . . . .	87
4.3.2	Relation entre les champs spin-orbite individuels et collectif . . . . .	88
4.3.3	Discussion . . . . .	89
4.4	Conclusions . . . . .	92
<b>5</b>	<b>Effets spin-orbite collectifs sur l'onde de spin du gaz d'électrons polarisé</b>	<b>95</b>
5.1	L'onde de spin du gaz d'électrons polarisé . . . . .	96
5.1.1	Effet Zeeman géant . . . . .	97
5.1.2	Excitations transverses du gaz polarisé en spin . . . . .	99
5.2	Modélisation des effets spin-orbite collectifs . . . . .	100
5.2.1	Echantillon étudié . . . . .	100
5.2.2	Spectres Raman . . . . .	100
5.2.3	Mise en évidence d'effets anisotropes . . . . .	104
5.2.4	Définition d'un Hamiltonien effectif . . . . .	106
5.2.5	Extraction des constantes de couplage spin-orbite collectives . . . . .	108
5.2.6	Comparaison avec le plasmon de spin inter-sous-bande . . . . .	111
5.3	Détermination expérimentale des constantes spin-orbite individuelles . . . . .	113
5.3.1	Spectres Raman . . . . .	113
5.3.2	SPE sans couplage spin-orbite . . . . .	113
5.3.3	SPE avec couplage spin-orbite . . . . .	115
5.3.4	Calcul de la fonction de Lindhard . . . . .	117
5.3.5	Facteur de renforcement . . . . .	118
5.3.6	Comparaison avec d'autres résultats expérimentaux . . . . .	119
5.4	Conclusions . . . . .	119

<b>6</b>	<b>Contrôle optique des effets spin-orbite collectifs dans CdMnTe</b>	<b>121</b>
6.1	Nouvelle détermination du champ spin-orbite collectif . . . . .	122
6.1.1	Echantillon étudié . . . . .	122
6.1.2	Données Raman . . . . .	123
6.1.3	Extraction du champ spin-orbite collectif . . . . .	125
6.2	Contrôle de la densité électronique par grille optique . . . . .	126
6.2.1	Principe de fonctionnement de la grille optique . . . . .	126
6.2.2	Mesure de la densité électronique par photoluminescence . . . . .	127
6.2.3	Mesure de la densité électronique par Raman . . . . .	129
6.2.4	Variation de la densité électronique et de la bande interdite . . . . .	131
6.3	Etude du facteur de renforcement . . . . .	133
6.3.1	Constantes de couplage spin-orbite collectives . . . . .	133
6.3.2	Facteur de renforcement collectif . . . . .	134
6.4	Mise en évidence de nouvelles anisotropies spin-orbite . . . . .	139
6.4.1	Anisotropie de l'énergie . . . . .	139
6.4.2	Anisotropie de la largeur de raie . . . . .	141
6.4.3	Calcul de la susceptibilité de spin transverse à $q = 0$ . . . . .	143
6.5	Conclusions . . . . .	150
	<b>Conclusion générale</b>	<b>153</b>
<b>A</b>	<b>Autres travaux entrepris sur les modes collectifs de spin</b>	<b>159</b>
A.1	Inhibition de la relaxation de l'onde de spin du gaz 1D polarisé en spin . . .	159
A.1.1	Calcul de l'élargissement cinétique de l'onde de spin 1D . . . . .	161
A.1.2	Transformée de Fourier quasi-1D du potentiel Coulombien . . . . .	164
A.1.3	Effet de la dimensionnalité sur l'élargissement cinétique . . . . .	166
A.2	Mesure de la dispersion de l'onde de spin de CdMnTe par mélange à 4 ondes	168
A.2.1	Principe . . . . .	168
A.2.2	Résultats . . . . .	169
<b>B</b>	<b>Interaction spin-orbite : compléments de calcul</b>	<b>175</b>
B.1	Dérivation du Hamiltonien spin-orbite à 1 particule . . . . .	175
B.2	Traitement relativiste de l'interaction Coulombienne . . . . .	176
<b>C</b>	<b>Energie et largeur de raie de l'onde de spin du gaz 2D polarisé en spin</b>	<b>179</b>
C.1	Hamiltonien du gaz d'électrons . . . . .	179
C.2	Equation du mouvement des SPE . . . . .	180
C.3	Equation du mouvement de l'onde de spin . . . . .	182
C.4	Dispersion de l'onde de spin . . . . .	182
C.5	Largeur de raie de l'onde de spin . . . . .	184
	<b>Références</b>	<b>187</b>
	<b>Liste des symboles utilisés</b>	<b>203</b>
	<b>Résumé</b>	<b>205</b>



# Introduction

L'électronique de spin, ou spintronique, s'intéresse au degré de liberté offert par le spin de l'électron pour créer des dispositifs de stockage, de traitement logique ou de transport d'information [1]. Depuis les années 1990, deux axes se sont développés parallèlement : la spintronique des métaux, et celle des semi-conducteurs. La spintronique des métaux a pris son essor avec la découverte de la magnétorésistance géante en 1988 [2, 3]. Cette découverte, qui a valu à A. Fert et P. Grünberg le prix Nobel en 2007, démontrait que l'on pouvait contrôler le transport électronique par l'aimantation des matériaux ferromagnétiques — elle-même contrôlable par un champ magnétique. Une application directe est la vanne de spin [4] : un dispositif formé d'une couche métallique non-magnétique entre deux ferromagnétiques possède deux états de résistance, faible et forte, selon que l'aimantation des couches ferromagnétiques est parallèle ou antiparallèle.

La spintronique des semi-conducteurs [5] s'inscrit quant à elle dans la lignée de l'invention du transistor en 1948. Le transistor exploite la possibilité, propre aux semi-conducteurs, de contrôler les propriétés électroniques par le dopage et l'application de champs électriques. Les semi-conducteurs présentent également des avantages certains pour la spintronique : le spin y est facilement accessible optiquement (pour l'injection ou la détection), et possède généralement une cohérence plus grande que dans les métaux. Ainsi, il a rapidement été envisagé de reproduire dans les semi-conducteurs les effets spintronique initialement démontrés dans les métaux. L'intérêt s'est tourné vers les structures hybrides ferromagnétiques/semi-conducteurs [6, 7], et vers les matériaux multifonctionnels, à la fois semi-conducteurs et magnétiques — les semi-conducteurs magnétiques dilués comme GaMnAs [8, 9] ou CdMnTe [10]. Une troisième stratégie a également émergé, consistant à exploiter l'interaction spin-orbite des semi-conducteurs.

L'interaction spin-orbite est un effet relativiste, par lequel un électron en mouvement dans un champ électrique voit un champ magnétique effectif  $\mathbf{B}_{\text{SO}}$ , qui agit sur son spin. Ce mécanisme très général permet de générer et manipuler le spin des électrons en influant simplement sur leur mouvement par des champs électriques. Il ouvre donc la possibilité de s'affranchir de l'utilisation de matériaux ferromagnétiques ou de champs magnétiques extérieurs, et d'envisager des dispositifs semi-conducteurs tout-électriques pour la spintronique. Ainsi, il a récemment été démontré que l'on pouvait générer une accumulation de spin par le simple passage d'un courant de charge : c'est l'effet Hall de spin [11, 12]. Il a également été montré que l'on pouvait effectuer des rotations cohérentes du spin des électrons itinérants, par des champs électriques continus [13] ou pulsés [14].

Aux côtés de l'interaction spin-orbite, une autre interaction fondamentale, l'interaction Coulombienne, est récemment apparue comme un protagoniste important. Cette dernière est en effet à la base de l'existence des *ondes de spin*, qui pourraient être utilisées alternativement aux courants polarisés en spin pour transporter une information : c'est le domaine émergent de la magnonique [15]. Ces ondes de spin existent dans les isolants magnétiques, sous la forme d'une précession collective des spins localisés [16]. Elles existent aussi dans les semi-conducteurs, sous la forme d'une oscillation [17] ou d'une précession [18] collectives des spins itinérants : on parlera alors de façon générale de *modes collectifs de spin*.

Dans ce travail, nous allons nous situer à la croisée de ces deux axes de recherche, en étudiant les **effets du couplage spin-orbite sur les modes collectifs de spin**. Nous nous intéressons à ces effets dans des puits quantiques de semi-conducteurs de structure blende de zinc : GaAs et CdMnTe. Dans ces structures, l'asymétrie spatiale de la maille cristalline et du potentiel de confinement conduit à l'existence de champs spin-orbite intrinsèques, nommés champs Dresselhaus et Rashba, respectivement [19]. Ces champs  $\mathbf{B}_{\text{SO}}(\mathbf{k})$ , qui dépendent du vecteur d'onde électronique  $\mathbf{k}$ , produisent une levée de dégénérescence et une orientation de spin des états de conduction. Par application d'un champ électrique, on peut imprimer un vecteur d'onde de dérive  $\mathbf{q}_{\text{drift}}$  à un ensemble d'électrons : les spins précessent alors *en moyenne* autour du champ spin-orbite  $\mathbf{B}_{\text{SO}}(\mathbf{k} = \mathbf{q}_{\text{drift}})$ . Mais chaque électron voit un champ spin-orbite différent en orientation et en amplitude : l'axe et la fréquence de précession varient donc d'un électron à un autre, mais aussi pour un même électron quand son vecteur d'onde diffuse. Ainsi, les champs spin-orbite contribuent de façon importante à la relaxation et au déphasage de spin : c'est le mécanisme D'yakonov-Perel' [20]. Tous ces effets spin-orbite à 1 particule — i.e. que l'on peut expliquer en ignorant l'interaction Coulombienne entre électrons — sont actuellement bien caractérisés sur les plans expérimental et théorique [19, 21].

Les modes collectifs (ondes) de spin, qui reposent sur l'interaction Coulombienne, sont également bien connus dans les semi-conducteurs, et les puits quantiques en particulier. Dans ces derniers, principalement deux types de modes collectifs de spin sont possibles. L'un implique des transitions électroniques entre les sous-bandes induites par le confinement : c'est le *plasmon de spin inter-sous-bande*, qui a été extensivement étudié dans les années 1990 [17, 22–25]. L'autre implique des transitions entre des états de spin séparés énergétiquement par l'application d'un champ magnétique extérieur : cette *onde de spin intra-sous-bande*, qui peut être réalisée de façon privilégiée dans les semi-conducteurs magnétiques dilués comme CdMnTe, a été très étudiée dans les années 2000, au sein de notre équipe notamment [18, 26–30].

Ainsi, dans les semi-conducteurs, les effets spin-orbite à 1 particule d'une part, et les modes collectifs de spin d'autre part, font aujourd'hui l'objet d'une connaissance mature. Mais l'intersection des deux domaines est restée relativement inexplorée. Il a certes été prédit que les interactions Coulombiennes renforcent les constantes de couplage spin-orbite Rashba et Dresselhaus, jusqu'à quelques dizaines de % [31–33]; cependant, un tel renforcement n'a jamais pu être démontré expérimentalement à notre connaissance. Il a également été montré, théoriquement [34, 35] et expérimentalement [36–38], que les interactions Coulombiennes influencent le mécanisme de relaxation D'yakonov-Perel', par la diffusion électronique additionnelle et le champ d'échange qu'elles produisent. Mais ces études n'ont pas envisagé le cas d'un mode collectif de spin à proprement parler, i.e. une excitation où l'interaction Coulombienne joue un rôle central dans la dynamique des électrons.

A première vue, pour un tel mode collectif, les champs spin-orbite ont un effet désorganisant. En effet, chaque spin électronique de vecteur d'onde  $\mathbf{k}$  précesse autour de son propre champ spin-orbite  $\mathbf{B}_{\text{SO}}(\mathbf{k})$ , ce qui devrait détruire progressivement la cohérence de spin par un mécanisme analogue au mécanisme D'yakonov-Perel'. Mais cette image ne tient pas compte des interactions Coulombiennes entre électrons. Dans ce travail de thèse, nous allons montrer que pour les modes collectifs de spin des puits quantiques, ce scénario

de relaxation D'yakonov-Perel' est transformé en un autre scénario. Au lieu de déphaser l'excitation collective, le couplage spin-orbite, combiné à l'interaction de Coulomb, conduit au contraire à un effet constructif surprenant.

Plus précisément, en étudiant par spectroscopie Raman les deux grands types de modes collectifs ci-dessus (le plasmon de spin inter-sous-bande et l'onde de spin sous champ magnétique), nous allons montrer que leur dynamique peut être décrite de façon très simple, comme la précession d'un objet macroscopique de spin 1, autour d'un *champ spin-orbite collectif*  $\mathbf{B}_{\text{SO}}^{\text{coll}}(\mathbf{q})$ . De plus, nous allons montrer que ce champ collectif, linéaire avec le vecteur d'onde  $\mathbf{q}$  de l'excitation, est remarquablement renforcé d'un facteur de plusieurs unités par rapport aux champs spin-orbite individuels. Ce renforcement est bien supérieur au renforcement de quelques dizaines de % anticipé ci-dessus. Pour révéler la réalité physique de ce champ collectif, nous montrons notamment qu'il peut être superposé à un champ magnétique (champ réel du laboratoire, ou champ d'échange créé par des impuretés magnétiques) : les deux champs s'additionnent alors de façon vectorielle, réorganisant la dynamique de spin autour du champ total. Enfin nous montrons que le renforcement du champ spin-orbite collectif croît avec la densité électronique, comme l'énergie d'échange.

Le manuscrit est composé de trois chapitres de mise en contexte, suivis de trois chapitres de résultats expérimentaux :

- Le **chapitre 1** donne une présentation générale des excitations électroniques dans les puits quantiques dopés. Nous rappelons la structure électronique des semi-conducteurs étudiés, et la façon d'obtenir un gaz d'électrons bi-dimensionnel. Puis nous présentons les outils théoriques permettant de décrire les interactions Coulombiennes entre électrons, ainsi que les modes collectifs de spin qui en découlent.
- Le **chapitre 2** est consacré aux effets spin-orbite à 1 particule dans ces mêmes structures semi-conductrices. Les modèles de Dresselhaus et Rashba sont présentés, ainsi que les principales applications spintronique du couplage spin-orbite. Nous abordons aussi l'influence désorganisatrice de ce dernier sur les excitations de spin (mécanisme D'yakonov-Perel'), et les stratégies proposées pour y parer.
- Le **chapitre 3** présente notre outil expérimental, la spectroscopie Raman électronique résonante. Nous décrivons les principaux aspects théoriques de la diffusion Raman, puis le dispositif expérimental, à double résolution angulaire et sous champ magnétique, que nous avons utilisé.

Nous présentons ensuite nos résultats :

- Dans le **chapitre 4**, nous étudions le plasmon de spin inter-sous-bande, dans un puits quantique de GaAs. Nous montrons que la dynamique de spin de cette excitation est remarquablement organisée : un champ spin-orbite collectif émerge, donnant naissance à un éclatement de structure fine du spectre plasmon. Nous utilisons un champ magnétique extérieur pour contrôler cet éclatement, et cartographier le champ spin-orbite collectif  $\mathbf{B}_{\text{SO}}^{\text{coll}}$  dans l'espace réciproque. Nous montrons que ce dernier est renforcé d'un facteur 5 par rapport aux champs spin-orbite individuels.

- Afin d'interroger la généralité des phénomènes observés, nous étudions au **chapitre 5** l'onde de spin intra-sous-bande du gaz d'électrons polarisé en spin, dans un puits quantique magnétique dilué de CdMnTe. Le même phénomène d'organisation et de renforcement des champs spin-orbite est mis en évidence, dans un contexte différent. Le champ spin-orbite collectif  $\mathbf{B}_{\text{SO}}^{\text{coll}}$  se superpose ici au "champ Zeeman géant" de CdMnTe, dû aux impuretés magnétiques de Mn. Ce champ Zeeman géant permet d'isoler un mode de spin, facilitant l'observation des effets spin-orbite collectifs.
- Prolongeant l'étude précédente, le **chapitre 6** démontre la possibilité de contrôler l'amplitude du champ spin-orbite collectif, en faisant varier la densité électronique à l'aide d'un faisceau laser secondaire. Cette "grille optique" nous permet de démontrer que le facteur de renforcement du champ spin-orbite collectif croît avec la densité électronique, ce qui est le comportement opposé des renforcements Coulombiens usuels. Ce chapitre met également en évidence de nouvelles anisotropies, nous permettant d'affiner la modélisation des effets spin-orbite collectifs.

# Puits quantiques dopés : le gaz d'électrons et ses modes collectifs

---

## Sommaire

---

<b>1.1</b>	<b>Semi-conducteurs de structure blende de zinc</b>	<b>6</b>
1.1.1	Structure de bande du massif	6
1.1.2	Approximation de la masse effective	7
1.1.3	Dopage magnétique : CdMnTe	9
<b>1.2</b>	<b>Puits quantiques dopés</b>	<b>10</b>
1.2.1	Généralités	10
1.2.2	Aspects de technologie	11
1.2.3	Etats propres d'un puits quantique dopé	13
<b>1.3</b>	<b>Le gaz d'électrons 2D en interaction</b>	<b>15</b>
1.3.1	Hamiltonien modèle du gaz d'électrons	15
1.3.2	Etat fondamental du gaz sans interactions	16
1.3.3	Justification du traitement de champ moyen des interactions	17
1.3.4	Calcul perturbatif de l'énergie du fondamental	18
1.3.5	Calcul numérique Monte-Carlo	19
<b>1.4</b>	<b>Modes collectifs du gaz d'électrons 2D</b>	<b>19</b>
1.4.1	Continuum des excitations individuelles	19
1.4.2	Théorie de la réponse linéaire	22
1.4.3	Fonctions de réponse du gaz d'électrons	23
1.4.4	Théorie de la fonctionnelle de densité dépendant du temps (TDDFT)	24
1.4.5	Fonctions de réponse ALDA	27

---

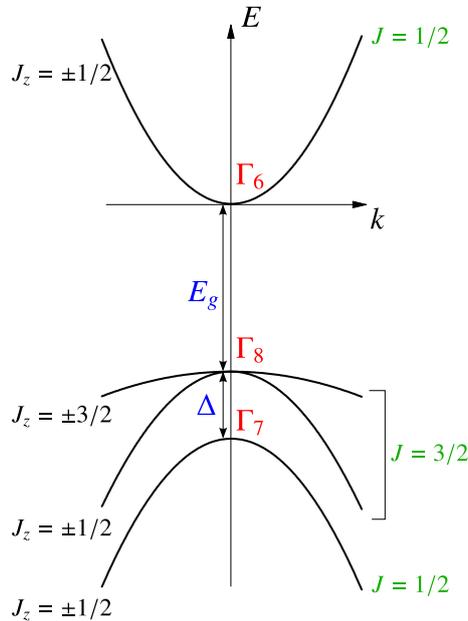
Ce chapitre donne une présentation générale du système physique que nous allons étudier dans ce travail de thèse : le gaz d'électrons bi-dimensionnel confiné dans des puits quantiques de GaAs et CdMnTe. Les sections 1.1 et 1.2 décrivent la réalisation concrète de ce gaz d'électrons : nous présentons les semi-conducteurs utilisés, puis leur agencement pour former des puits quantiques dopés. Les sections 1.3 et 1.4 sont quant à elles consacrées au traitement théorique du gaz d'électrons en interaction Coulombienne : nous décrivons l'état fondamental, puis nous nous intéressons aux excitations. Notre objectif est d'introduire à la notion centrale de *modes collectifs*, et aux outils théoriques que nous utiliserons dans la suite de ce travail pour les décrire.

## 1.1 Semi-conducteurs de structure blende de zinc

Cette section présente les semi-conducteurs que nous allons étudier : l'arséniure de gallium GaAs, et le tellure de cadmium CdTe faiblement dopé par des ions manganèse Mn.

### 1.1.1 Structure de bande du massif

GaAs (composé binaire III-V) et CdTe (II-VI) cristallisent tous deux dans la structure blende de zinc. Les deux atomes du composé forment respectivement deux sous-réseaux cubiques à faces centrées, décalés d'un quart de la grande diagonale du cube.



**Fig. 1.1.** Structure des bandes de conduction et de valence du massif dans GaAs et CdTe (structure blende de zinc), au voisinage de  $\mathbf{k} = \mathbf{0}$  dans l'approximation de la masse effective.

Les 8 électrons externes par maille cristalline (4 électrons  $s$  et 4 électrons  $p$ )<sup>1</sup> s'hybrident pour former des liaisons tétraédriques entre un atome et ses plus proches voisins, donnant lieu à des orbitales liantes et anti-liantes. 2 électrons occupent les 2 états liants  $s$ , les 6 autres électrons remplissent les 6 états liants  $p$  (moment orbital  $L = 1$ ) donnant naissance à la bande de valence. La bande de conduction (2 états) provient des états antiliants  $s$  (moment orbital  $L = 0$ ); elle est séparée de la bande de valence par une bande interdite directe  $E_g$ . La structure de bande correspondante est schématisée figure 1.1.

La dégénérescence en  $\mathbf{k} = \mathbf{0}$  des bandes de valence de moment angulaire total  $J = 1/2$  et  $J = 3/2$  est levée par l'interaction spin-orbite (énergie de séparation  $\Delta$ ). La bande  $J = 3/2$  contient deux sous-bandes de moment angulaire  $J_z = 1/2$  et  $J_z = 3/2$  dégénérées

1. Les structures électroniques des atomes considérés sont les suivantes : Ga ( $4s^2 4p^1$ ), As ( $4s^2 4p^3$ ), Cd ( $5s^2$ ) et Te ( $5s^2 5p^4$ ).

**Tableau 1.1.** Paramètres matériau basse température utilisés dans ce travail, pour GaAs et CdTe. De gauche à droite : bande interdite ( $E_g$ ), énergie spin-orbite ( $\Delta$ ), masse de bas de bande ( $m_b$ ) et facteur gyromagnétique ( $g$ ) des électrons de conduction, constante diélectrique relative ( $\epsilon_r$ ), rayon de Bohr ( $a_B^*$ ) et Rydberg ( $\text{Ry}^*$ ) effectifs, paramètres de couplage Dresselhaus ( $\gamma$ ) et Rashba ( $r_{41}^{6c6c}$ ).

	$E_g$ (eV)	$\Delta$ (eV)	$m_b$	$g$	$\epsilon_r$	$a_B^*$ (nm)	$\text{Ry}^*$ (meV)	$\gamma$ (eVÅ <sup>3</sup> )	$r_{41}^{6c6c}$ (Å <sup>2</sup> )
GaAs [39, 19]	1.519	0.34	0.067 $m_0$	-0.44	12.4	9.79	5.93	27.6	5.21
CdTe [40, 41, 19]	1.606	0.95	0.105 $m_0$	-1.64	10.0	5.04	14.3	43.9	6.93

en  $\mathbf{k} = 0$ ; elles correspondent aux *trous légers* et *trous lourds*, respectivement. La sous-bande de valence la plus profonde ( $J = 1/2$ ) est celle des *trous split-off*. Les valeurs de  $E_g$  et  $\Delta$  sont données dans le tableau 1.1 pour GaAs et CdTe à basse température ( $T = 4$  K).

### 1.1.2 Approximation de la masse effective

La structure de bande schématisée figure 1.1 correspond à l'approximation de la masse effective. Cette dernière donne une description locale des dispersions au voisinage d'un point de haute symétrie de la zone de Brillouin — ici  $\mathbf{k} = \mathbf{0}$  (point  $\Gamma$ ). Chaque bande (indiquée par  $n$ ) est alors décrite, en plus de son énergie en  $\mathbf{k} = \mathbf{0}$ , par une dispersion parabolique :

$$\varepsilon_{n\mathbf{k}} = \varepsilon_{n\mathbf{0}} + \frac{\hbar^2}{2} \sum_{\alpha,\beta} k_\alpha \frac{1}{m_n^{\alpha\beta}} k_\beta, \quad (1.1)$$

où  $m_n^{\alpha\beta}$  est le tenseur de masse effective pour la bande  $n$  (et  $\alpha$  et  $\beta$  désignent les axes  $x$ ,  $y$  et  $z$  d'un trièdre).<sup>2</sup> Cette description découle naturellement du traitement perturbatif en  $\mathbf{k}$  des énergies électroniques par la méthode  $\mathbf{k} \cdot \hat{\mathbf{p}}$  [42].

#### a. Méthode $\mathbf{k} \cdot \hat{\mathbf{p}}$

On montre que la fonction de Bloch  $u_{n\mathbf{k}}(\mathbf{r})e^{i\mathbf{k}\mathbf{r}}$ , décrivant un électron de vecteur d'onde  $\mathbf{k}$  dans la bande  $n$ , est solution de :

$$\left[ \underbrace{\frac{\hat{\mathbf{p}}^2}{2m_0} + V(\hat{\mathbf{r}})}_{\hat{\mathcal{H}}(\mathbf{k}=\mathbf{0})} + \underbrace{\frac{\hbar^2 k^2}{2m_0} + \frac{\hbar \mathbf{k} \cdot \hat{\mathbf{p}}}{m_0}}_{\hat{\mathcal{W}}(\mathbf{k})} \right] u_{n\mathbf{k}} = \varepsilon_{n\mathbf{k}} u_{n\mathbf{k}}, \quad (1.2)$$

où  $m_0$  est la masse de l'électron libre et  $V(\mathbf{r})$  est le potentiel cristallin périodique.<sup>3</sup> Les corrections relativistes sont ici négligées. En partant des états "non perturbés" de centre de zone, tels que :

$$\hat{\mathcal{H}}(\mathbf{k} = \mathbf{0}) u_{n\mathbf{0}} = \varepsilon_{n\mathbf{0}} u_{n\mathbf{0}}, \quad (1.3)$$

2. On peut définir le tenseur de masse effective de façon plus générale, par la dérivée seconde de la dispersion :  $\frac{1}{m_n^{\alpha\beta}} = \frac{1}{\hbar^2} \frac{\partial^2 \varepsilon_{n\mathbf{k}}}{\partial k_\alpha \partial k_\beta}$ .

3. On a considéré ici le Hamiltonien  $\hat{\mathcal{H}} = \frac{\hat{\mathbf{p}}^2}{2m_0} + V(\mathbf{r})$ .

le traitement en perturbation du terme  $\widehat{\mathcal{W}}(\mathbf{k})$ , contenant le produit  $\mathbf{k} \cdot \widehat{\mathbf{p}}$ , conduit pour une bande non-dégénérée à la dispersion :

$$\varepsilon_{n\mathbf{k}} = \varepsilon_{n\mathbf{0}} + \frac{\hbar^2 k^2}{2m_0} + \frac{\hbar^2}{m_0^2} \sum_{n' \neq n} \frac{|\langle u_{n\mathbf{0}} | \mathbf{k} \cdot \widehat{\mathbf{p}} | u_{n'\mathbf{0}} \rangle|^2}{\varepsilon_{n\mathbf{0}} - \varepsilon_{n'\mathbf{0}}}. \quad (1.4)$$

Cette dispersion possède effectivement la forme quadratique (1.1), permettant de définir une masse effective.

### b. Masse effective des électrons de conduction

Pour la bande de conduction, en se limitant au couplage  $\mathbf{k} \cdot \widehat{\mathbf{p}}$  à la bande de valence  $\Gamma_8$  (cf. figure 1.1), on obtient une masse effective isotrope  $m_b$  telle que :

$$\frac{m_0}{m_b} \simeq 1 + \frac{2m_0 P^2}{E_g} \simeq \frac{2m_0 P^2}{E_g}, \quad (1.5)$$

où

$$P = \frac{-i}{m_0} \langle S | \widehat{p}_x | X \rangle = \frac{-i}{m_0} \langle S | \widehat{p}_y | Y \rangle = \frac{-i}{m_0} \langle S | \widehat{p}_z | Z \rangle \quad (1.6)$$

est l'élément de matrice de Kane. C'est le seul élément de matrice de  $\widehat{\mathbf{p}}$  non nul entre les états de conduction  $|S\rangle$  (orbitale de symétrie  $s$ ) et les états de valence  $|X\rangle$ ,  $|Y\rangle$  et  $|Z\rangle$  (orbitales de symétrie  $p$ ). Sa valeur varie peu au sein des semi-conducteurs des groupes III-V et II-VI : elle est telle que  $2m_0 P^2 \sim 20$  eV [42, 43].<sup>4</sup>

### c. Modèles de type Kane

Le couplage  $\mathbf{k} \cdot \widehat{\mathbf{p}}$  (terme  $\widehat{\mathcal{W}}(\mathbf{k})$  de l'Eq. (1.2)) peut également être traité de façon exacte dans un sous-espace donné.<sup>5</sup> Le *modèle de Kane* [44] ( $8 \times 8$ ) considère ainsi les 4 bandes de la figure 1.1. Le "*modèle de Kane étendu*" [45, 19] ( $14 \times 14$ ) inclut également les 3 bandes de conduction d'énergies immédiatement supérieures à la bande  $\Gamma_6$ , et traite ensuite perturbativement le couplage aux bandes lointaines. L'utilisation de ce dernier modèle est nécessaire pour une description précise des effets spin-orbite dans la bande de conduction (effets Dresselhaus et Rashba). Les constantes de couplage spin-orbite utilisées dans ce travail sont issues de ce modèle de Kane étendu (cf. Ref. [19], et valeurs de  $r_{4141}^{6c6c}$  et  $\gamma$  dans le tableau 1.1).

### d. Etats de Bloch de centre de zone

Nous avons noté que la dégénérescence des états de valence est partiellement levée par le couplage spin-orbite (énergie  $\Delta$ ). Il est donc naturel d'utiliser, pour décrire les états  $\mathbf{k} = \mathbf{0}$ , les fonctions propres de  $\mathbf{J}^2$  et  $J_z$ , où  $\mathbf{J} = \mathbf{L} + \mathbf{S}$  est le moment angulaire total.

4. Notons que  $E_g$  et  $\Delta$  ne sont pas donnés par le calcul  $\mathbf{k} \cdot \widehat{\mathbf{p}}$ . Ils peuvent être obtenus par des calculs microscopiques (liaisons fortes, pseudo-potentiels), ou bien mesurés par spectroscopie inter-bande. La masse effective peut quant à elle être mesurée par résonance cyclotron. En utilisant l'Eq. (1.5) (ou une expression plus sophistiquée), on peut ainsi obtenir une détermination semi-empirique de l'élément de matrice de Kane.

5. Ceci permet notamment de décrire les effets de non-parabolicité de masse effective.

**Tableau 1.2.** Les 8 fonctions d'onde (partie périodique de la fonction de Bloch) des états  $\mathbf{k} = \mathbf{0}$  dans le modèle à 4 bandes de la Fig. 1.1. Ces fonctions sont propres de  $\mathbf{J}^2$  et  $J_z$ , où  $\mathbf{J} = \mathbf{L} + \mathbf{S}$  est le moment angulaire total.

$ J, J_z\rangle$	Description	Fonction d'onde $u_{n\mathbf{0}}$	Energie $\varepsilon_{n\mathbf{0}}$
$ \frac{1}{2}, \frac{1}{2}\rangle$	Conduction $\uparrow$	$i S \uparrow\rangle$	0
$ \frac{1}{2}, -\frac{1}{2}\rangle$	Conduction $\downarrow$	$i S \downarrow\rangle$	0
$ \frac{3}{2}, \frac{3}{2}\rangle$	Trou lourd $\uparrow$	$ \frac{X+iY}{\sqrt{2}} \uparrow\rangle$	$-E_g$
$ \frac{3}{2}, -\frac{3}{2}\rangle$	Trou lourd $\downarrow$	$ \frac{X-iY}{\sqrt{2}} \downarrow\rangle$	$-E_g$
$ \frac{3}{2}, \frac{1}{2}\rangle$	Trou léger	$ \frac{X+iY}{\sqrt{6}} \downarrow\rangle - \sqrt{\frac{2}{3}} Z \uparrow\rangle$	$-E_g$
$ \frac{3}{2}, -\frac{1}{2}\rangle$	Trou léger	$- \frac{X-iY}{\sqrt{6}} \uparrow\rangle - \sqrt{\frac{2}{3}} Z \downarrow\rangle$	$-E_g$
$ \frac{1}{2}, \frac{1}{2}\rangle$	Split-off	$ \frac{X+iY}{\sqrt{3}} \downarrow\rangle + \frac{1}{\sqrt{3}} Z \uparrow\rangle$	$-E_g - \Delta$
$ \frac{1}{2}, -\frac{1}{2}\rangle$	Split-off	$- \frac{X-iY}{\sqrt{3}} \uparrow\rangle + \frac{1}{\sqrt{3}} Z \downarrow\rangle$	$-E_g - \Delta$

Le tableau 1.2 donne l'expression des fonctions d'onde correspondant aux 4 bandes de la figure 1.1. Ces fonctions d'onde font intervenir les orbitales  $|S\rangle$ ,  $|X\rangle$ ,  $|Y\rangle$  et  $|Z\rangle$ , ainsi que le spin  $\sigma = \uparrow$  ou  $\downarrow$ . On soulignera que du fait du couplage spin-orbite, les états de trou léger et split-off sont *mélangés de spin* : ceci sera d'une importance centrale pour la spectroscopie Raman, afin de sonder le spin des électrons de conduction (cf. section 3.2.2).

### 1.1.3 Dopage magnétique : CdMnTe

Nous étudierons des puits quantiques de  $\text{Cd}_{1-x}\text{Mn}_x\text{Te}$ , obtenus en diluant dans la matrice de CdTe une faible concentration de manganèse Mn. Nous donnons donc ici une brève introduction, historique et physique, à ce matériau d'usage moins répandu que GaAs.

$\text{Cd}_{1-x}\text{Mn}_x\text{Te}$  fait partie de la famille des semi-conducteurs magnétiques dilués [10]. Ces matériaux ont été introduits dans les années 1970, dans le but de combiner les atouts des propriétés semi-conductrices et magnétiques dans un même matériau. Dans CdMnTe, Mn est seulement un dopant magnétique (il n'est pas un accepteur comme dans GaMnAs), fournissant un spin localisé. Le composé peut alors être dopé  $n$  ou  $p$ . Le ferromagnétisme (médié par les porteurs) a été observé dans CdMnTe dopé  $p$ , avec une température de Curie d'environ 3 K [46, 47], mais jamais dans CdMnTe dopé  $n$  (la température de Curie prédite est de l'ordre de 10 mK [48]). CdMnTe présente l'avantage d'une excellente dilution de Mn dans la matrice : ce dernier se place en substitution de Cd, et la propension à former des agrégats et des interstitiels est beaucoup plus faible que dans GaMnAs. Ainsi, si les applications magnétiques y sont moins directes que dans ce dernier composé,<sup>6</sup> CdMnTe est un matériau bien maîtrisé qui permet d'étudier finement les interactions entre impuretés magnétiques et porteurs. Outre l'étude de la phase ferromagnétique de  $p$ -CdMnTe, il a ainsi été montré dans les puits quantiques de  $n$ -CdMnTe l'existence d'un régime de couplage fort entre les électrons itinérants et les ions Mn [50, 27, 28, 51, 52], lorsque leurs énergies Zeeman sont résonantes.

6. GaMnAs [8, 9] possède une température de Curie élevée (jusqu'à 173 K [49]).

Se plaçant en substitution des Cd, les Mn ne modifient pas la structure bande de zinc de CdTe pour  $x < 77\%$  [10]. Nous étudierons ici des échantillons avec  $x \sim 0.1 - 0.2\%$ , possédant donc des propriétés électroniques très proches de celles de CdTe. La bande interdite augmente avec la concentration  $x$  de Mn : elle vaut  $1.606 + 1.592x$  (eV) à basse température ( $T = 4$  K) [53, 10].

La structure électronique de Mn est  $4s^23d^5$  ; les 5 électrons de la couche externe forment, dans la matrice de CdTe, une mini-bande à une énergie d'environ 3.5 eV sous le maximum de la bande de valence [54]. Ces 5 électrons sont, d'après la règle de Hund, dans le même état de spin, et le spin électronique total est donc  $\frac{5}{2}$ . Nous allons considérer des puits quantiques  $n$ -CdMnTe (paramagnétiques) : sous l'effet d'un champ magnétique  $\mathbf{B}_{\text{ext}}$ , les spins localisés des Mn se polarisent, et polarisent à leur tour les électrons de conduction du puits quantique via l'interaction d'échange : on parle d'*effet Zeeman géant*. Dans une approximation de champ moyen, l'énergie Zeeman correspondante s'écrit :

$$Z(B_{\text{ext}}) = -x_{\text{eff}} \gamma_{\text{QW}} N_0 \alpha_{s-d} \langle S_z(B_{\text{ext}}) \rangle_{\text{th}} + g\mu_B B_{\text{ext}} . \quad (1.7)$$

$Z$  contient deux contributions : la première correspond au champ d'échange créé par les ions Mn. Elle est proportionnelle à la moyenne thermodynamique  $\langle S_z(B_{\text{ext}}) \rangle_{\text{th}}$  du spin d'un ion Mn, donnée par une fonction de Brillouin modifiée (tous les détails nécessaires seront donnés dans la section 5.1.1).  $N_0 \alpha_{s-d} = 0.22$  eV est l'intégrale d'échange entre les électrons localisés  $d$  des Mn et les électrons itinérants  $s$  dans CdMnTe [55] ( $N_0$  est la densité volumique de sites de cations), et  $\gamma_{\text{QW}}$  est la probabilité de présence des électrons de conduction dans le puits. La seconde contribution dans l'Eq. (1.7) correspond à l'action Zeeman directe du champ extérieur  $B_{\text{ext}}$ , avec  $g \simeq -1.64$  [56].

Pour donner un ordre de grandeur, on obtient  $Z \simeq 3$  meV à  $B_{\text{ext}} = 4.5$  T et  $T = 2$  K, pour un dopage magnétique  $x = 0.3\%$ . Comme nous le verrons, ce fort couplage Zeeman permet de réaliser physiquement un système modèle, le *gaz d'électrons polarisé en spin*.

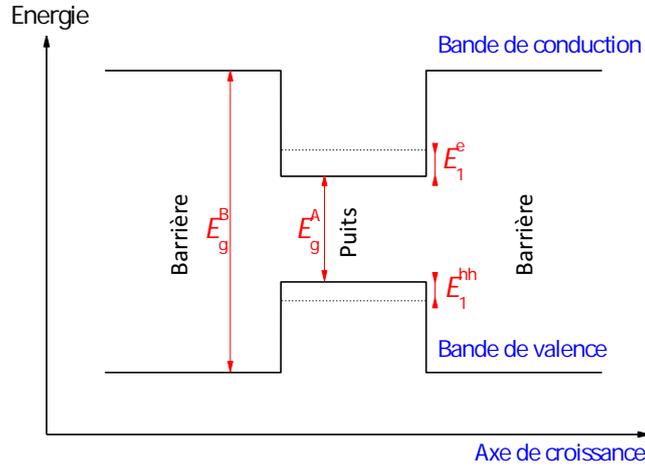
## 1.2 Puits quantiques dopés

Nous rappelons à présent comment les matériaux massifs que nous venons de présenter peuvent être agencés pour former des puits quantiques, contenant un gaz d'électrons bi-dimensionnel.

### 1.2.1 Généralités

On réalise un puits quantique en insérant une fine couche (quelques dizaines de plans atomiques) d'un semi-conducteur A de bande interdite  $E_g^A$  entre deux couches de semi-conducteurs B, possédant une bande interdite  $E_g^B > E_g^A$  : cf. figure 1.2. Les porteurs sont alors confinés par la différence de bande interdite  $E_g^B - E_g^A$ , qui agit comme une barrière de potentiel pour les électrons et les trous (alignement de type I), à chacune des 2 interfaces A/B. Si l'épaisseur  $d$  de puits (matériau A) est de l'ordre de la longueur de de Broglie des porteurs, ceux-ci sont de types bi-dimensionnels : leur mouvement est libre dans le plan du puits, mais quantifié selon la direction de croissance, avec une énergie de confinement de

l'ordre de  $\frac{\hbar^2 \pi^2}{2m_n d^2}$  (pour la bande  $n$ ).<sup>7</sup> Un gaz d'électrons bi-dimensionnel, formé d'électrons en excès dans le puits, peut alors être obtenu par dopage, comme nous le rappelons à présent.



**Fig. 1.2.** Schéma d'un puits quantique : extrema des bandes de conduction et de valence en fonction de la position sur l'axe de croissance. Les porteurs sont confinés par la différence de bande interdite  $E_g^B - E_g^A$  entre la barrière et le puits. Le premier état confiné d'électron (énergie de confinement  $E_1^e$ ) et de trou ( $E_1^{hh}$ ) sont également représentés.

### 1.2.2 Aspects de technologie

Cette section présente les procédés de fabrication et la structure de nos échantillons.

#### a. Epitaxie par jet moléculaire

La méthode la plus contrôlée pour croître des hétérostructures est l'épitaxie par jet moléculaire [57] : c'est cette technique qui a été utilisée pour les échantillons de ce travail. Dans une enceinte sous ultravide ( $10^{-11}$  mbar), des flux contrôlables d'atomes (Ga, As, Cd, etc.), obtenus par vaporisation de sources solides, sont projetés sur un substrat massif (GaAs, etc.) porté à haute température ( $500 - 700^\circ$ ). La croissance se fait couche atomique par couche atomique à vitesse modérée (environ une couche atomique par seconde), et peut être suivie en temps réel par diffusion d'un jet d'électrons (effet RHEED<sup>8</sup>). Des interfaces extrêmement abruptes peuvent être obtenues par cette technique (en particulier dans le système GaAs/AlGaAs où le désaccord de maille  $\Delta a/a < 10^{-3}$  est négligeable).

#### b. Modulation de dopage

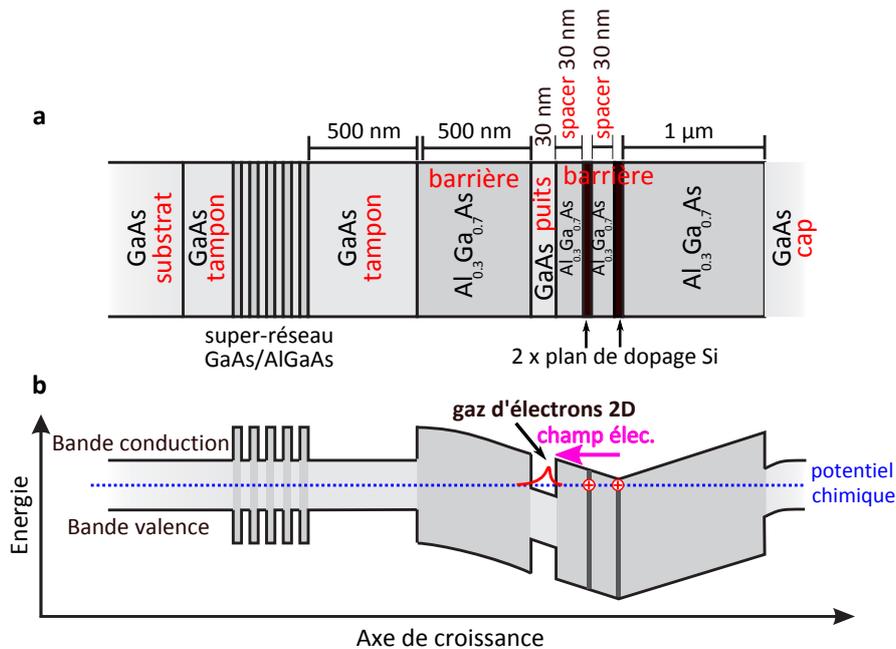
La technique de modulation de dopage repose sur la séparation spatiale des électrons de leurs donneurs : elle vise à limiter la perte de mobilité inévitablement induite par l'insertion

7. Typiquement quelques meV ou dizaines de meV.

8. *Reflection High Energy Electron Diffraction*.

d'impuretés. Elle a été proposée en 1969 par Esaki et Tsu [58], puis mise en oeuvre par Dingle [59] en 1978 (hétérojonctions) en tirant parti de l'épitanie par jet moléculaire.

Pour un puits quantique<sup>9</sup>, on insère lors de la croissance un ou plusieurs plans atomiques d'impuretés donneuses (silicium pour les puits de GaAs, iode pour les puits de CdMnTe) dans le matériau barrière. Les électrons initialement liés aux impuretés minimisent leur énergie en migrant dans le matériau puits. Ce transfert de charge laisse dans la barrière un plan d'ions chargés positivement : un champ électrique se forme donc entre ce plan et le gaz d'électrons (cf. figure 1.3(b)). Ce champ donne lieu à une inclinaison de bande<sup>10</sup> (*band bending*) selon l'axe de croissance, qui freine progressivement le transfert tunnel des électrons vers le puits. L'équilibre est atteint lorsque le potentiel chimique, fixé sur les donneurs, est uniforme à travers la structure (ligne horizontale bleue sur la figure 1.3(b)). Le calcul du profil de bande, des états propres et de la densité à l'équilibre doit être fait de façon auto-cohérente, par résolution couplée des équations de Schrödinger et de Poisson uni-dimensionnelles (cf. section 1.2.3).



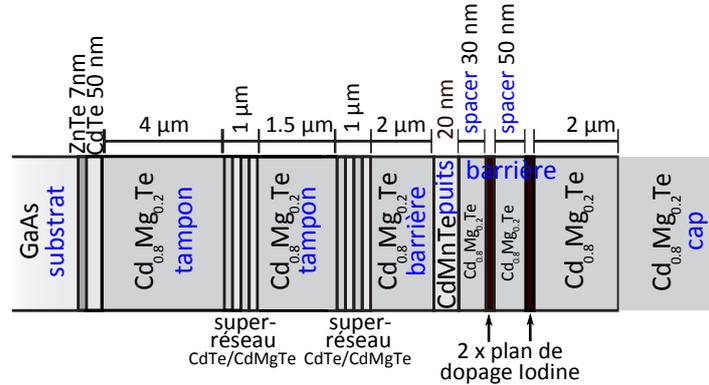
**Fig. 1.3.** Schéma de croissance (a) et profil de bande (b) typiques des puits quantiques de GaAs à modulation de dopage asymétrique étudiés dans ce travail.

### c. Structure typique des échantillons étudiés

Nos échantillons ont été réalisés, pour les puits de GaAs/AlGaAs, par F. Laruelle en 2001 (alors au Laboratoire de Microstructures et Microélectronique de Bagneux), et pour

9. Pour une étude optique du gaz d'électrons, l'utilisation d'un puits quantique, plutôt que d'une simple hétérojonction est nécessaire. Les trous photocréés doivent en effet être confinés, pour permettre les recombinaisons radiatives.

10. Variation spatiale des extrema de bande.



**Fig. 1.4.** Schéma de croissance d'un puits quantique typique de CdMnTe étudié dans ce travail.

les puits de CdMnTe/CdMgTe, par G. Karczewski et T. Wojtowicz (Institut de Physique de Varsovie) en 2009-10. Pour ces derniers échantillons, notons que seul le puits est dopé magnétiquement. Les deux types d'échantillons ont une structure analogue, schématisée figures 1.3(a) et 1.4 respectivement.

Sur un substrat semi-isolant (GaAs dans les deux cas) sont déposés une couche tampon ainsi qu'un super-réseau, de façon à assurer une interface de bonne qualité pour la suite de la croissance, et adapter progressivement le désaccord de maille. Sont ensuite déposés, après une nouvelle couche tampon, la barrière inférieure (couche de 0.5 à 2  $\mu\text{m}$ ), le puits (typiquement 20 ou 30 nm), puis la barrière supérieure. Cette dernière est formée d'un *spacer* (couche d'espacement, typiquement 30 nm), d'un plan de dopage, puis à nouveau d'un *spacer* et d'un plan de dopage. Enfin une couche protectrice (*cap*) fait l'interface avec l'extérieur. Le plan de dopage le plus près de la surface sert à saturer les états de défauts à la surface de l'échantillon ; les électrons fournis par le second plan de dopage peuplent alors le puits.<sup>11</sup>

### 1.2.3 Etats propres d'un puits quantique dopé

Nous montrons à présent comment déterminer les états propres, ainsi que le profil de bande d'un tel puits quantique à modulation de dopage. Ces développements sont importants pour notre étude : comme nous le verrons au chapitre suivant, une modélisation précise de la fonction d'onde et de l'inclinaison de bande est centrale pour la description des effets spin-orbite Dresselhaus et Rashba.

#### a. Equation de Schrödinger sur la fonction enveloppe

Dans une hétérostructure, les porteurs sont soumis à un potentiel variant sur deux échelles de longueur distinctes : l'échelle atomique (potentiel créé par les ions) et l'échelle

11. Cette configuration à deux plans de dopage améliore fortement la mobilité du gaz. Si un seul plan de dopage est utilisé, une part importante des électrons qu'il fournit est capturée par des états de défauts à la surface de l'échantillon. Pour obtenir une densité donnée d'électrons dans le puits, il faut donc une densité plusieurs fois supérieure de donneurs ionisés, conduisant à des fluctuations importantes du potentiel électrique dans le puits, lesquelles dégradent la mobilité.

de l'hétérostructure. L'approximation de la fonction enveloppe [42] consiste à découpler ces deux contributions au potentiel. Les états propres sont alors écrits comme le produit d'une fonction atomique de Bloch, prise comme identique dans les différents matériaux,<sup>12</sup> et d'une fonction enveloppe, qui varie lentement à l'échelle de la maille cristalline, et sent seule les différences de structure de bande entre les matériaux.

La fonction d'onde de conduction d'un puits quantique est alors écrite (modèle de BenDaniel-Duke [42])<sup>13</sup> :

$$\psi(\mathbf{r}) = \frac{1}{\sqrt{A}} u_{c\mathbf{0}}(\mathbf{r}) e^{i\mathbf{k}_{\parallel} \cdot \mathbf{r}_{\parallel}} \phi(z), \quad (1.8)$$

où  $u_{c\mathbf{0}}$  est la partie périodique de la fonction de Bloch de conduction en  $\mathbf{k} = \mathbf{0}$ , et  $A$  la surface de l'échantillon. On a noté  $z$  la position sur l'axe de croissance, et  $\mathbf{r}_{\parallel}$  la position dans le plan du puits quantique. La fonction enveloppe  $\phi(z)$  est solution de l'équation de Schrödinger uni-dimensionnelle<sup>14</sup> :

$$\left( -\frac{\hbar^2}{2} \frac{d}{dz} \frac{1}{m_b(z)} \frac{d}{dz} + \frac{\hbar^2 \mathbf{k}_{\parallel}^2}{2m_b(z)} + V_{\text{conf}}(z) + V_{\text{H}}(z) \right) \phi(z) = \varepsilon \phi(z), \quad (1.9)$$

où  $m_b(z)$  est la masse de conduction (qui varie comme une fonction marche de couche à couche),  $V_{\text{conf}}(z)$  est le potentiel rectangulaire de confinement, et  $V_{\text{H}}(z)$  est le potentiel Coulombien classique de Hartree, dû aux dopants d'une part, et aux autres électrons d'autre part.

## b. Résolution couplée Schrödinger-Poisson

Le dopage implique de résoudre de façon auto-cohérente l'équation de Schrödinger (1.9) et l'équation de Poisson uni-dimensionnelle sur  $V_{\text{H}}(z)$  :

$$\frac{d^2 V_{\text{H}}(z)}{dz^2} = -e \frac{\rho(z)}{\epsilon_r \epsilon_0}, \quad (1.10)$$

où  $\epsilon_0$  est la constante diélectrique du vide,  $\epsilon_r$  la constante diélectrique relative, et  $\rho(z)$  la densité de charges, donnée par<sup>15</sup> :

$$\rho(z) = e [N_{\text{D}}(z) - n_{2\text{D}} \phi^2(z)], \quad (1.11)$$

avec  $N_{\text{D}}(z)$  la densité volumique de donneurs et  $n_{2\text{D}}$  la densité du gaz d'électrons.

Les équations (1.9) et (1.10) sont en pratique résolues itérativement, en respectant la neutralité électrique globale, et l'équilibre thermodynamique, qui impose l'uniformité du potentiel chimique le long de l'axe de croissance. Des exemples d'un tel calcul sont donnés figure 4.4 (puits de GaAs) et 6.13 (puits de CdMnTe).

12. Cette hypothèse se justifie par le fait que l'élément de matrice de Kane varie très peu d'une couche à l'autre, comme noté ci-dessus.

13. Dans un modèle plus élaboré, le couplage aux bandes de valence peut être pris en compte par une dépendance en énergie de la masse de conduction, reliée aux énergies de bord des bandes de valence : cf. par exemple Ref. [60].

14. Aux interfaces,  $\phi(z)$  et  $\frac{1}{m_b(z)} \frac{d\phi}{dz}$  sont continues. La prise en compte de la masse dans la seconde condition est nécessaire pour assurer la conservation du courant de probabilité [42].

15. En négligeant la présence d'accepteurs.

\*\*\*

Les puits quantiques que nous venons de décrire vont être utilisés, à **basse température** ( $T = 2$  K), pour deux types d'études :

- **Gaz d'électrons non-polarisé dans des puits quantiques de GaAs.** Ces structures très bien contrôlées permettent d'obtenir des hautes mobilités électroniques ( $\sim 10^7 \text{ cm}^2 \text{ V}^{-1} \text{ s}^{-1}$ ). Elles vont nous permettre d'étudier les excitations électroniques inter-sous-bandes (i.e. entre les différentes sous-bandes de conduction), qui sont très sensibles au désordre.<sup>16</sup>
- **Gaz d'électrons polarisé en spin dans des puits quantiques magnétiques de CdMnTe.** Ces structures ont des mobilités plus faibles ( $\sim 10^5 \text{ cm}^2 \text{ V}^{-1} \text{ s}^{-1}$ ), en revanche, elles permettent par l'effet Zeeman géant (cf. section 1.1.3) d'obtenir une polarisation de spin importante. Cette polarisation  $\zeta = \frac{N_\downarrow - N_\uparrow}{N_\downarrow + N_\uparrow}$ , où  $N_\sigma$  est le nombre de spins  $\sigma$ , est de l'ordre de  $Z/2E_F$ , où  $E_F$  est l'énergie de Fermi, et  $Z$  est donné par l'Eq. (1.7). On obtient ainsi  $\zeta \sim 20\%$  pour un gaz de densité  $n_{2D} = 1.5 \times 10^{11} \text{ cm}^{-2}$ , dans un puits quantique de  $\text{Cd}_{1-x}\text{Mn}_x\text{Te}$  avec  $x = 0.3\%$ , à  $B_{\text{ext}} = 2$  T et  $T = 2$  K.<sup>17</sup>

Nous passons à présent à la description théorique de l'effet des interactions Coulombiennes au sein du gaz d'électrons. Notre objectif précis est d'introduire au calcul des modes collectifs : or, comme nous le verrons, ce calcul nécessite de connaître l'énergie de l'état fondamental — plus précisément, sa composante dite d'échange-corrélation. Nous consacrons donc une première section à la description de cet état fondamental. Par souci de simplicité, nous centrons notre exposé sur la deuxième situation ci-dessus, celle du gaz d'électrons polarisé en spin. L'existence de sous-bandes de confinement ne sera prise en compte que lorsque nécessaire — en tout état de cause, notons que seule la première sous-bande de nos puits est peuplée dans l'état fondamental.

## 1.3 Le gaz d'électrons 2D en interaction

### 1.3.1 Hamiltonien modèle du gaz d'électrons

Nous allons décrire un gaz d'électrons de polarisation de spin  $\zeta$ . A ce stade, il n'est pas nécessaire de préciser l'origine physique de  $\zeta$  : on le considérera comme un paramètre extérieur au Hamiltonien. Quant à la présence du réseau cristallin, elle est absorbée dans deux paramètres : la masse de bande  $m_b$  des électrons, et la constante diélectrique statique relative  $\epsilon_r$  (cf. tableau 1.1). Le Hamiltonien de ce système idéalisé est la somme de termes cinétique et Coulombien :

$$\hat{\mathcal{H}} = \hat{\mathcal{H}}_{\text{kin}} + \hat{\mathcal{H}}_{\text{Coul}} = \sum_i \frac{\hat{\mathbf{p}}_i^2}{2m_b} + \frac{1}{2} \sum_{i \neq j} \frac{e^2}{4\pi\epsilon_r\epsilon_0 |\hat{\mathbf{r}}_i - \hat{\mathbf{r}}_j|}, \quad (1.12)$$

16. En particulier aux fluctuations d'interface, donnant lieu localement à une incertitude  $\Delta d$  sur la largeur  $d$  du puits. L'énergie de confinement du niveau  $j$  d'un puits carré infini est  $\epsilon_j = j^2 \frac{\hbar^2 \pi^2}{2m_b d^2}$ . L'élargissement  $\Delta \epsilon_j$  associé aux fluctuations d'interface est  $\Delta \epsilon_j = 2\epsilon_j \frac{\Delta d}{d}$ , et croît donc comme  $j^2$ .

17. Par contraste, dans GaAs, on a simplement  $Z = g\mu_B B_{\text{ext}}$ . On obtient alors seulement  $\zeta \sim 0.8\%$ , aux mêmes champ et densité.

où les indices  $i, j$  repèrent les  $N$  électrons du gaz. En utilisant la base des ondes planes  $\{|\mathbf{k}_\parallel\sigma\rangle\}$  — que l'on notera désormais plus simplement  $\{|\mathbf{k}\sigma\rangle\}$  — ce Hamiltonien s'écrit en seconde quantification :

$$\hat{\mathcal{H}} = \sum_{\mathbf{k}\sigma} \frac{\hbar^2 k^2}{2m_b} c_{\mathbf{k}\sigma}^+ c_{\mathbf{k}\sigma} + \frac{1}{2L^2} \sum_{\substack{\mathbf{q} \neq \mathbf{0}, \mathbf{k}, \mathbf{k}' \\ \sigma, \sigma'}} V_{\mathbf{q}} c_{\mathbf{k}+\mathbf{q}\sigma}^+ c_{\mathbf{k}'-\mathbf{q}\sigma'}^+ c_{\mathbf{k}'\sigma'} c_{\mathbf{k}\sigma}, \quad (1.13)$$

où  $c_{\mathbf{k}\sigma}^+$  ( $c_{\mathbf{k}\sigma}$ ) est l'opérateur de création (annihilation) d'un état de vecteur d'onde  $\mathbf{k}$  et de spin  $\sigma$ , et  $L^2$  est la surface du gaz. On a posé  $V_{\mathbf{q}} = F(q) \frac{e^2}{2\epsilon_r \epsilon_0 q}$ , la transformée de Fourier bi-dimensionnelle du potentiel coulombien, avec  $F(q)$  un facteur de forme prenant en compte le potentiel de confinement [61]. Notons que le terme  $\mathbf{q} = \mathbf{0}$  de la somme dans le terme Coulombien n'apparaît pas, car on suppose la présence d'un fond de charge positive uniforme dû aux ions, qui le compense exactement (modèle du *jellium* [62]).

### 1.3.2 Etat fondamental du gaz sans interactions

L'état fondamental de ce système est caractérisé par deux paramètres : la polarisation de spin  $\zeta$ , et la densité électronique  $n_{2D}$ . Cette dernière peut être exprimée par un paramètre sans dimension  $r_s$  (rayon de Wigner-Seitz) : il correspond à la distance moyenne entre électrons, en unités du rayon de Bohr. Dans le cas 2D, on a :

$$r_s = \frac{1}{\sqrt{\pi n_{2D} a_B^*}}, \quad (1.14)$$

où  $a_B^*$  est le *rayon de Bohr effectif*, prenant en compte la renormalisation de la masse et de la constante diélectrique par le réseau :

$$a_B^* = \frac{4\pi \hbar^2 \epsilon_r \epsilon_0}{m_b e^2}. \quad (1.15)$$

On définit de même un Rydberg effectif  $\text{Ry}^*$  :

$$\text{Ry}^* = \frac{1}{2} \frac{e^2}{4\pi \epsilon_r \epsilon_0 a_B^*}. \quad (1.16)$$

Les valeurs de  $a_B^*$  et  $\text{Ry}^*$  sont données dans le tableau 1.1 pour GaAs et CdTe.

La quantité  $r_s$  donne l'ordre de grandeur du *rapport entre l'énergie potentielle Coulombienne et l'énergie cinétique dans l'état fondamental*,<sup>18</sup> et joue donc le rôle d'une *constante de couplage de l'interaction Coulombienne*. Pour les échantillons étudiés dans ce travail, nous aurons  $r_s = 1 - 3$ .

Considérons d'abord la situation sans interactions. Dans ce cas, la fonction d'onde de l'état fondamental<sup>19</sup> ( $T = 0$  K) correspond trivialement à l'occupation des états d'onde plane  $\mathbf{k}\sigma$  par ordre d'énergie croissante, jusqu'à l'énergie de Fermi. Chaque population

18. Voir Eqs. (1.18) et (1.20) ci-dessous.

19. Il s'agit de l'état fondamental sous la contrainte  $\zeta \neq 0$ . Si on lève cette contrainte, l'état fondamental du Hamiltonien (1.13) est non-polarisé.

de spin  $\sigma = \uparrow, \downarrow$  occupe les états jusqu'au vecteur d'onde  $k_{F\uparrow(\downarrow)} = k_F \sqrt{1 \pm \zeta}$ , où  $k_F = \sqrt{2\pi n_{2D}}$  est le vecteur d'onde de Fermi à polarisation nulle ( $\zeta = 0$ ). La fonction d'onde correspondante s'écrit :

$$|\Psi_{0,\zeta}\rangle = \prod_{|\mathbf{k}| \leq k_{F\uparrow}} c_{\mathbf{k}\uparrow}^+ \prod_{|\mathbf{k}| \leq k_{F\downarrow}} c_{\mathbf{k}\downarrow}^+ |0\rangle, \quad (1.17)$$

où  $|0\rangle$  désigne l'état vide. La fonction d'onde  $|\Psi_{0,\zeta}\rangle$  est un unique déterminant de Slater, i.e. un produit (antisymétrisé) de  $N$  fonctions d'onde à 1 particule. L'énergie *par particule* dans cet état est :

$$\varepsilon_0(r_s, \zeta) = \frac{\langle \Psi_{0,\zeta} | \hat{\mathcal{H}}_{\text{kin}} | \Psi_{0,\zeta} \rangle}{N} = \frac{1 + \zeta^2}{r_s^2} \text{Ry}^*. \quad (1.18)$$

### 1.3.3 Justification du traitement de champ moyen des interactions

En présence du terme d'interactions  $\hat{\mathcal{H}}_{\text{Coul}}$ , la fonction d'onde du fondamental n'est plus factorisable en un produit de fonctions d'onde à 1 particule.<sup>20</sup> Et il n'est pas évident a priori que la physique du système puisse être approchée par celle d'électrons indépendants, en utilisant une théorie de champ moyen. Par exemple, dans un gaz 1D (liquide de Luttinger), les excitations de basse énergie sont purement collectives, et obéissent à une statistique bosonique ; dans un gaz 2D sous fort champ magnétique (effet Hall quantique fractionnaire), les excitations ont une charge fractionnaire et obéissent à une statistique intermédiaire (anyonique).

Par contraste, le gaz d'électrons bi-dimensionnel que nous étudions est un *liquide de Fermi normal*, que l'on peut décrire à l'aide de quasi-particules fermioniques, dans la théorie de Landau [63]. Cette théorie repose sur l'idée que pour décrire la plupart des quantités accessibles à l'expérience, il n'est pas nécessaire de connaître la fonction d'onde : la connaissance du spectre des excitations de basse énergie suffit généralement. Or, comme l'a montré Landau, ces excitations de basse énergie peuvent — pour les liquides de Fermi normaux — être décrites en bonne approximation comme des *combinaisons d'excitations individuelles*, elles-mêmes constituées de *quasi-électrons* très proches des électrons d'un système sans interactions. Un quasi-électron peut en effet être vu comme un électron *habillé* par son interaction avec les autres électrons ; il possède un temps de vie fini (ce n'est donc pas un véritable état propre), mais ce temps de vie diverge (à  $T = 0$  K) sur la surface de Fermi, du fait du blocage de la diffusion par le principe d'exclusion de Pauli.

Nous ne détaillerons pas davantage ici la théorie de Landau ; nous conserverons simplement son message principal, à savoir la *pertinence de raisonner en termes d'électrons (ou quasi-électrons) individuels placés dans le champ moyen créé par les autres électrons, pour décrire les excitations de basse énergie* (dans les métaux et semiconducteurs dopés non uni-dimensionnels). Cette théorie justifie notamment le calcul perturbatif de l'énergie de l'état fondamental, que nous abordons à présent.

20. Tout ce qu'on peut affirmer est qu'elle s'écrit comme une combinaison linéaire de déterminants de Slater.

### 1.3.4 Calcul perturbatif de l'énergie du fondamental

A faible  $r_s$  — i.e. à haute densité — on peut envisager de traiter le terme Coulombien  $\widehat{\mathcal{H}}_{\text{Coul}}$  en perturbation de  $\widehat{\mathcal{H}}_{\text{kin}}$ .

#### a. Energie d'échange

Au premier ordre, on obtient pour la correction à l'énergie par particule du fondamental :

$$\varepsilon_x(r_s, \zeta) = \frac{\langle \Psi_{0,\zeta} | \widehat{\mathcal{H}}_{\text{Coul}} | \Psi_{0,\zeta} \rangle}{N} = \varepsilon_x(r_s, 0) \frac{(1 + \zeta)^{\frac{3}{2}} + (1 - \zeta)^{\frac{3}{2}}}{2}, \quad (1.19)$$

où

$$\varepsilon_x(r_s, 0) = \frac{-8\sqrt{2}}{3\pi r_s} \text{Ry}^*. \quad (1.20)$$

Cette correction au premier ordre est l'*énergie d'échange*. Cette appellation provient du fait qu'elle correspond à un *appariement d'échange*, dans le produit d'opérateurs  $c_{\mathbf{k}+\mathbf{q}\sigma}^+ c_{\mathbf{k}'-\mathbf{q}\sigma'}^+ c_{\mathbf{k}'\sigma'} c_{\mathbf{k}\sigma}$  de  $\widehat{\mathcal{H}}_{\text{Coul}}$ , entre les opérateurs  $c_{\mathbf{k}+\mathbf{q}\sigma}^+$  et  $c_{\mathbf{k}'\sigma'}$  d'une part, et les opérateurs  $c_{\mathbf{k}'-\mathbf{q}\sigma'}^+$  et  $c_{\mathbf{k}\sigma}$  d'autre part (l'autre appariement, dit *direct*, ne donne pas de correction à cet ordre de perturbation).

L'énergie d'échange s'interprète de la façon suivante. Du fait du principe d'exclusion de Pauli, deux électrons de même spin ne peuvent se trouver au même point. *Ce trou de Pauli* abaisse l'énergie Coulombienne moyenne de chaque population de spin : l'énergie d'échange, négative, mesure cet abaissement d'énergie à l'ordre dominant.

#### b. Energie de corrélation

Le traitement perturbatif de l'énergie de l'état fondamental peut être poursuivi. Mais dès le second ordre, cette correction est divergente ; et cette divergence s'amplifie aux ordres suivants. Cependant, Gell-Mann et Brueckner [64] ont montré que la série complète de perturbation était convergente. La démonstration repose sur la séparation de la composante courte portée de l'interaction Coulombienne, et de sa composante longue portée, fortement écrantée. Cette séparation est également à la base de la RPA (*Random Phase Approximation*) historique de Bohm et Pines [65].

On nomme *énergie de corrélation* ( $\varepsilon_c$ ) la différence entre l'énergie exacte<sup>21</sup> du fondamental,  $\varepsilon$ , et la somme des termes cinétique  $\varepsilon_0$  et d'échange  $\varepsilon_x$  définis ci-dessus :

$$\varepsilon = \frac{\langle \Psi_\zeta | \widehat{\mathcal{H}} | \Psi_\zeta \rangle}{N} = \varepsilon_0 + \varepsilon_x + \varepsilon_c, \quad (1.21)$$

où  $|\Psi_\zeta\rangle$  est la fonction d'onde exacte du fondamental de polarisation de spin  $\zeta$ . L'énergie de corrélation  $\varepsilon_c$ , qui est une fonction croissante de la constante de couplage  $r_s$ , donne la mesure de l'écart entre la fonction d'onde réelle et un unique déterminant de Slater.

On verra que dans le calcul des excitations par la théorie de la fonctionnelle de densité, une quantité centrale est l'*énergie d'échange-corrélation*, définie par :

$$\varepsilon_{\text{xc}} = \varepsilon_x + \varepsilon_c. \quad (1.22)$$

21. Dans une théorie donnée.

L'expression perturbative (re-sommée jusqu'à l'ordre infini) de  $\varepsilon_{\text{xc}}$  pour le gaz d'électrons 2D non-polarisé a été obtenue par Rajagopal et Kimball [66] :

$$\varepsilon_{\text{xc}}(r_s, 0) \underset{r_s \rightarrow 0}{=} \left( \frac{-8\sqrt{2}}{3\pi r_s} - (0.38 \pm 0.04) - \frac{2^{\frac{3}{2}}}{3\pi} (10 - 3\pi) r_s \ln r_s + \mathcal{O}(r_s) \right) \text{Ry}^* . \quad (1.23)$$

### 1.3.5 Calcul numérique Monte-Carlo

L'Eq. (1.23) ne donne que la limite  $r_s \rightarrow 0$  (puisque'il s'agit d'un résultat perturbatif), et  $\zeta = 0$  de l'énergie d'échange-corrélation. En revanche, la technique Monte-Carlo diffusif permet de calculer numériquement avec une grande précision l'énergie d'échange-corrélation pour un  $r_s$  et un  $\zeta$  quelconques. Nous utiliserons dans ce travail la paramétrisation obtenue récemment par Attaccalite *et al.* pour le gaz 2D [67].

## 1.4 Modes collectifs du gaz d'électrons 2D

Après avoir décrit l'état fondamental du gaz d'électrons en interaction, décrivons ses excitations. Dans l'approche RPA de Bohm et Pines, comme dans la théorie de Landau, ces excitations sont séparées en deux catégories : des excitations *individuelles* d'une part, correspondant à des paires électron-trou de la mer de Fermi, incohérentes entre elles, et des modes *collectifs* (type plasmons) d'autre part. Ces derniers sont décrits comme une superposition cohérente d'excitations individuelles, et correspondent soit à une oscillation globale de la densité de charge ou de spin (modes longitudinaux), soit à une précession collective des spins (modes transverses).

Nous commençons par présenter les excitations individuelles.

### 1.4.1 Continuum des excitations individuelles

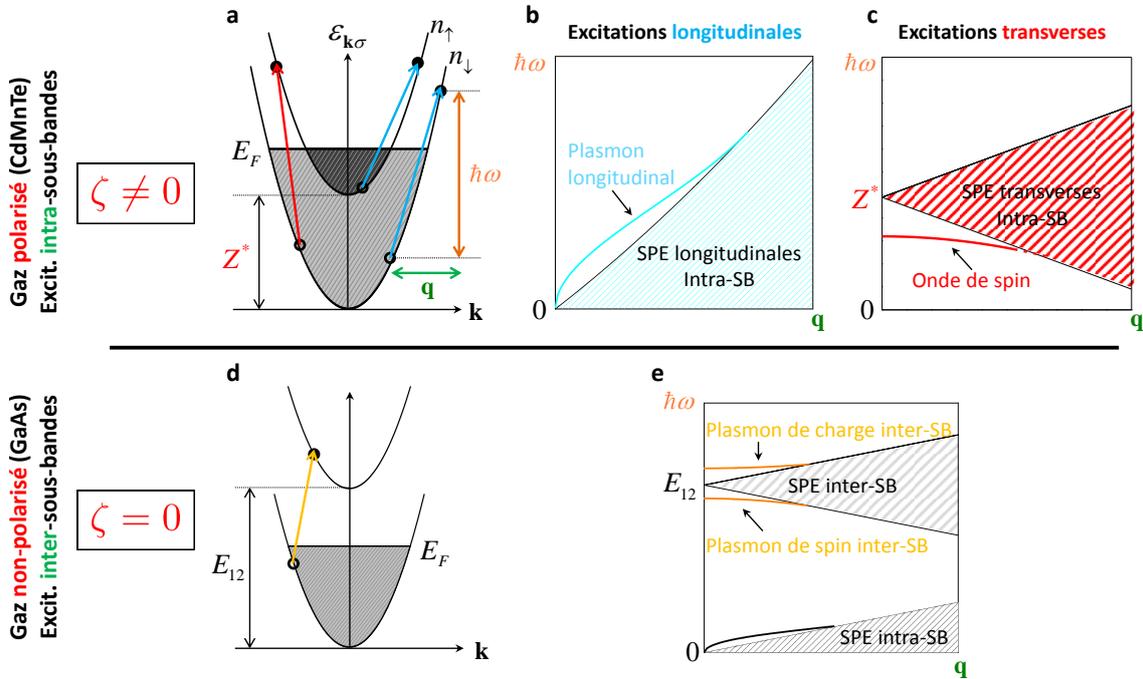
Nous tenons à présent explicitement compte du couplage Zeeman  $Z$  (cf. Eq. (1.7)) à l'origine de la polarisation de spin  $\zeta$  du gaz. Dans une approche de champ moyen — comme justifiée par la théorie de Landau — on peut définir une loi de dispersion à 1 particule,  $\varepsilon_{\mathbf{k}\sigma}$ , pour un quasi-électron de vecteur d'onde  $\mathbf{k}$  et de spin  $\sigma$ . Les interactions sont alors prises en compte par une renormalisation de cette énergie  $\varepsilon_{\mathbf{k}\sigma}$  par rapport à celle d'électrons libres. Cette renormalisation peut porter sur la partie cinétique (définition d'une masse effective) et la partie potentielle. Aux densités usuelles du gaz d'électrons des puits quantiques dopés ( $n_{2\text{D}} \sim 10^{11} - 10^{12} \text{ cm}^{-2}$ ), la renormalisation de la masse n'est que de quelques % [68, 69]; en revanche, comme nous le verrons au chapitre 5, celle de l'énergie Zeeman peut être de quelques dizaines de %, et dépasser en valeur absolue la correction à l'énergie cinétique. Dans ce travail, nous conserverons donc la masse de bande  $m_b$  pour décrire les électrons en interaction. En notant  $Z^*$  l'énergie Zeeman renormalisée, la dispersion à 1 particule s'écrit alors<sup>22</sup> :

$$\varepsilon_{\mathbf{k}\sigma} = \frac{\hbar^2 k^2}{2m_b} + \sigma \frac{Z^*}{2} . \quad (1.24)$$

22. Ceci correspond à un modèle de translation rigide des bandes lors de la renormalisation.

Les deux "sous-bandes de spin" correspondant à cette dispersion sont représentées sur la figure 1.5(a).

**SPE longitudinales et transverses** Une excitation individuelle (*Single Particle Excitation*, SPE) correspond à une transition électronique d'un état de vecteur d'onde  $\mathbf{k}$  sous la surface de Fermi, à un état de vecteur d'onde  $\mathbf{k} + \mathbf{q}$  à l'extérieur de la surface de Fermi (paire électron-trou intra-bande). Cette transition peut conserver, ou retourner le spin : on parlera de *SPE longitudinale* et de *SPE transverse*, respectivement. Ces deux types d'excitations sont schématisés respectivement par les flèches bleues et rouges sur la figure 1.5(a).



**Fig. 1.5.** Haut : Excitations intra-sous-bandes du gaz d'électrons polarisé. **a**, Dispersion à 1 particule de l'Eq. (1.24), définissant deux "sous-bandes de spin". **b**, Allure du spectre d'excitations longitudinal. **c**, Allure du spectre d'excitations transverse. Bas : Excitations inter-sous-bandes du gaz d'électrons non-polarisé. **d**, Dispersion des deux premières sous-bandes de confinement. **e**, Allure du spectre d'excitations.

L'ensemble des façons de réaliser ces transitions (choix de  $\mathbf{k}$ ) se traduit par un *continuum* dans le spectre des excitations, i.e. le graphe de l'énergie  $\hbar\omega$  des SPE en fonction du vecteur d'onde  $\mathbf{q}$ . Ce spectre des excitations est montré figure 1.5(b) pour les SPE longitudinales, et 1.5(c) pour les SPE transverses. Le continuum des SPE longitudinales débute à énergie nulle pour  $\mathbf{q} = \mathbf{0}$ , alors que celui des SPE transverses débute à l'énergie  $Z^*$ , qui correspond au coût énergétique pour retourner un spin. Les propriétés de ce continuum SPE seront étudiées en détail dans la section 5.3.

**Fonction de Lindhard** Le spectre des SPE est décrit par la *fonction de Lindhard* :

$$\Pi_{\sigma\sigma'}(\mathbf{q}, \omega) = \frac{1}{L^2} \sum_{\mathbf{k}} \frac{f(\varepsilon_{\mathbf{k}\sigma}) - f(\varepsilon_{\mathbf{k}+\mathbf{q}\sigma'})}{\varepsilon_{\mathbf{k}\sigma} - \varepsilon_{\mathbf{k}+\mathbf{q}\sigma'} + \hbar\omega + i\eta}, \quad (1.25)$$

où  $f$  est la fonction d'occupation de Fermi,<sup>23</sup> et  $\eta$  rend compte du temps de vie fini  $\hbar/\eta$  des SPE.<sup>24</sup> La partie imaginaire de  $\Pi_{\sigma\sigma'}(\mathbf{q}, \omega)$  correspond au poids spectral des SPE d'énergie  $\hbar\omega$ , constituées de transitions entre des états  $(\mathbf{k}, \sigma)$  et des états  $(\mathbf{k} + \mathbf{q}, \sigma')$ . Le spectre (poids spectral en fonction de l'énergie  $\hbar\omega$ ) des SPE longitudinales est ainsi donné par la combinaison de  $\text{Im}\Pi_{\uparrow\uparrow}$  et  $\text{Im}\Pi_{\downarrow\downarrow}$ , alors que celui des SPE transverses est donné par la combinaison de  $\text{Im}\Pi_{\uparrow\downarrow}$  et  $\text{Im}\Pi_{\downarrow\uparrow}$ . Un exemple de spectre calculé de SPE transverses est montré figure 3.3(c).

**SPE inter-sous-bandes** On généralise facilement la description ci-dessus pour décrire les transitions électroniques entre sous-bandes de confinement. La figure 1.5(e) montre le continuum des SPE inter-sous-bandes, en l'absence de polarisation de spin, entre la sous-bande fondamentale et la première sous-bande excitée (séparées de  $E_{12}$ ).<sup>25</sup> Puisque  $\zeta = 0$ , les SPE longitudinales et transverses sont dégénérées. Le continuum inter-sous-bande débute à l'énergie  $E_{12}$  pour  $q = 0$ , puis s'élargit quasi-linéairement avec  $q$ .

**Notion de mode collectif** Comme nous l'avons noté, un *mode collectif* est formé d'une superposition cohérente de SPE. D'un point de vue classique, une telle excitation consiste en une *oscillation auto-entretenu* de la densité de charge ou de la densité de spin, ou en une *précession auto-entretenu* des spins. Ce caractère auto-entretenu provient dans les deux cas de la force de rappel associée aux interactions Coulombiennes. Par contraste, d'autres mouvements d'ensemble du gaz d'électrons, comme des courants électriques (stationnaires ou oscillatoires), cessent dès que le champ exciteur qui les génère est interrompu. On conviendra dans ce travail de les appeler *excitations d'ensemble*, pour les distinguer des modes collectifs.

D'après cette définition, on entrevoit une méthode pour calculer les énergies des modes collectifs : déterminer la fonction de réponse du gaz à un champ exciteur donné, puis trouver le ou les pôles de cette fonction de réponse. En effet, si la réponse est divergente pour un certain couple fréquence-vecteur d'onde  $(\omega, \mathbf{q})$ , cela signifie que l'excitation correspondante existe même en l'absence de champ exciteur, et est donc un mode collectif. Nous allons voir à présent comment formaliser ce raisonnement à l'aide de la théorie de la réponse linéaire.

23. On pourrait aussi définir la fonction de Lindhard avec les nombres d'occupation exacts du système en interaction.

24. Ce temps de vie fini provient intrinsèquement des interactions électron-électron, mais on peut y ajouter une contribution extrinsèque liée au désordre (qui est généralement dominante).

25. On généralise immédiatement la définition (1.25) de la fonction de Lindhard par  $\Pi_{\sigma\sigma'}^{jj'}(\mathbf{q}, \omega) = \frac{1}{L^2} \sum_{\mathbf{k}} \frac{f(\varepsilon_{j\mathbf{k}\sigma}) - f(\varepsilon_{j'\mathbf{k}+\mathbf{q}\sigma'})}{\varepsilon_{j\mathbf{k}\sigma} - \varepsilon_{j'\mathbf{k}+\mathbf{q}\sigma'} + \hbar\omega + i\eta}$ , qui décrit les SPE entre les sous-bandes d'indices  $j$  et  $j'$ , de dispersions  $\varepsilon_{j\mathbf{k}\sigma}$  et  $\varepsilon_{j'\mathbf{k}\sigma}$ .

### 1.4.2 Théorie de la réponse linéaire

Revenons au Hamiltonien  $\widehat{\mathcal{H}}$  de l'Eq. (1.12). Considérons une observable  $\widehat{A}$ , et notons  $\langle \widehat{A} \rangle_0$  sa valeur moyenne dans l'état fondamental du gaz *en interaction* :

$$\langle \widehat{A} \rangle_0 = \langle \Psi_\zeta | \widehat{A} | \Psi_\zeta \rangle, \quad (1.26)$$

À l'instant  $t = t_0$ , on ajoute une perturbation  $\widehat{\mathcal{H}}_{\text{pert}}(t)$  au Hamiltonien stationnaire  $\widehat{\mathcal{H}}$ . Le nouveau Hamiltonien s'écrit :

$$\widehat{\mathcal{H}}'(t) = \widehat{\mathcal{H}} + \widehat{\mathcal{H}}_{\text{pert}}(t) = \widehat{\mathcal{H}} + F(t)\widehat{B}, \quad t \geq t_0, \quad (1.27)$$

où  $F(t)$  est un champ extérieur (électrique, magnétique...) se couplant à une observable  $\widehat{B}$  (densité de charge, de spin...). Cette perturbation affecte la fonction d'onde du système, et donc la valeur moyenne de  $\widehat{A}$ , qui devient dépendante du temps :

$$\langle \widehat{A} \rangle(t) = \langle \Psi(t) | \widehat{A} | \Psi(t) \rangle, \quad t \geq t_0. \quad (1.28)$$

La **réponse de  $\widehat{A}$  à la perturbation  $\widehat{\mathcal{H}}_{\text{pert}}(t)$** , définie comme la différence  $\delta \langle \widehat{A} \rangle(t) = \langle \widehat{A} \rangle(t) - \langle \widehat{A} \rangle_0$ , peut être développée en puissances de  $F(t)$ . Comme on considèrera des perturbations faibles (spectroscopie), on ne s'intéressera qu'à la *réponse linéaire* (i.e. au premier ordre en  $F(t)$ ). On montre que celle-ci est donnée par [62] :

$$\delta \langle \widehat{A} \rangle(t) = \langle \widehat{A} \rangle(t) - \langle \widehat{A} \rangle_0 = -\frac{i}{\hbar} \int_{t_0}^t \langle [\widehat{A}(t), \widehat{B}(t')] \rangle_0 F(t') dt', \quad (1.29)$$

où  $\langle \dots \rangle_0$  désigne la valeur moyenne sur l'état fondamental, i.e. l'état **non perturbé** (cf. Eq. (1.26)). On a introduit la représentation de Heisenberg des opérateurs :

$$\widehat{A}(t) = e^{\frac{it\widehat{\mathcal{H}}}{\hbar}} \widehat{A} e^{-\frac{it\widehat{\mathcal{H}}}{\hbar}}. \quad (1.30)$$

En utilisant à présent l'invariance par translation dans le temps de  $\widehat{\mathcal{H}}$ , et en faisant tendre  $t_0$  vers  $-\infty$ , la réponse linéaire se réécrit :

$$\delta \langle \widehat{A} \rangle(t) = \int_0^\infty \chi_{AB}(\tau) F(t - \tau) d\tau. \quad (1.31)$$

Les Eqs. (1.29) et (1.31) définissent la *fonction de réponse retardée* (ou causale) :

$$\chi_{AB}(\tau) = -\frac{i}{\hbar} \theta(\tau) \langle [\widehat{A}(\tau), \widehat{B}] \rangle_0, \quad (1.32)$$

où  $\theta(t)$  est la fonction marche de Heaviside.

En définissant la transformée de Fourier temporelle du champ de perturbation, et son inverse, par :

$$F(t) = \int_{-\infty}^\infty \frac{d\omega}{2\pi} F_\omega e^{i\omega t}, \quad F_\omega = \int_{-\infty}^\infty dt F(t) e^{-i\omega t}, \quad (1.33)$$

et une définition analogue pour les autres grandeurs, on montre facilement que :

$$\delta \langle \widehat{A} \rangle_\omega = \chi_{AB}(\omega) F_\omega, \quad (1.34)$$

avec

$$\chi_{AB}(\omega) \equiv \langle\langle \widehat{A}; \widehat{B} \rangle\rangle_{\omega} = -\frac{i}{\hbar} \lim_{\eta \rightarrow 0^+} \int_0^{+\infty} \langle [\widehat{A}(t), \widehat{B}] \rangle_0 e^{-i(\omega+i\eta)t} dt, \quad (1.35)$$

où la limite  $\eta \rightarrow 0^+$  garantit le branchement adiabatique de la perturbation [62].

Deux résultats importants sont apparus : (i) la réponse est, dans l'espace fréquentiel, proportionnelle à l'excitation, et (ii) la fonction de réponse correspondante ne fait intervenir que les propriétés du système non-perturbé. Notons que nous avons ici considéré le système initialement dans l'état fondamental, mais toutes les propriétés ci-dessus se généralisent immédiatement à un état d'équilibre thermique quelconque :  $\langle \dots \rangle_0$  devient simplement la moyenne thermique.

### 1.4.3 Fonctions de réponse du gaz d'électrons

Pour le gaz d'électrons polarisé en spin, les observables pertinentes, pour jouer le rôle de  $\widehat{A}$  et  $\widehat{B}$ , sont la densité de charge

$$\widehat{n}(\mathbf{r}) = \sum_i \delta(\mathbf{r} - \widehat{\mathbf{r}}_i), \quad (1.36)$$

et les 3 composantes de la densité de spin (**en unités de  $\hbar$** ) :

$$\widehat{\mathbf{S}}(\mathbf{r}) = \frac{1}{2} \sum_i \widehat{\boldsymbol{\sigma}}_i \delta(\mathbf{r} - \widehat{\mathbf{r}}_i), \quad (1.37)$$

où  $\widehat{\boldsymbol{\sigma}}$  est le vecteur des matrices de Pauli :

$$\widehat{\sigma}_x = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad \widehat{\sigma}_y = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}, \quad \widehat{\sigma}_z = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}. \quad (1.38)$$

Les champs  $F(t)$  qui se couplent linéairement à ces densités sont, respectivement, un potentiel scalaire  $\varphi(\mathbf{r}, t)$  (définissant un champ électrique) et les 3 composantes d'un champ magnétique  $\mathbf{b}(\mathbf{r}, t)$ . On considérera donc le Hamiltonien de perturbation :

$$\widehat{\mathcal{H}}_{\text{pert}}(t) = \int d^2r \left[ -e\varphi(\mathbf{r}, t)\widehat{n}(\mathbf{r}) + g\mu_B \left( b_z(\mathbf{r}, t)\widehat{S}_z(\mathbf{r}) + \frac{1}{2}b_+(\mathbf{r}, t)\widehat{S}_-(\mathbf{r}) + \frac{1}{2}b_-(\mathbf{r}, t)\widehat{S}_+(\mathbf{r}) \right) \right], \quad (1.39)$$

où l'on a introduit les densités de spin transverses  $\widehat{S}_{\pm}(\mathbf{r}) = \widehat{S}_x(\mathbf{r}) \pm i\widehat{S}_y(\mathbf{r})$  et les champs transverses  $b_{\pm}(\mathbf{r}, t) = b_x(\mathbf{r}, t) \pm i b_y(\mathbf{r}, t)$ .

L'invariance par rotation de spin autour de l'axe de quantification (en négligeant le couplage spin-orbite) conduit au **découplage des réponses longitudinale ( $\widehat{n}$  et  $\widehat{S}_z$ ) et transverse ( $\widehat{S}_+$  et  $\widehat{S}_-$ )**. De plus, l'invariance par translation (l'état fondamental est homogène) conduit naturellement à se placer dans l'espace de Fourier spatial : la composante de vecteur d'onde  $\mathbf{q}$  d'un champ n'induit de variation de densité que pour le même vecteur d'onde  $\mathbf{q}$ . La matrice des fonctions de réponse, qui relie les variations des densités aux champs excitateurs, prend ainsi la forme bloc-diagonale suivante [70] :

$$\begin{pmatrix} \delta\langle \widehat{n} \rangle_{\mathbf{q}\omega} \\ \delta\langle \widehat{S}_z \rangle_{\mathbf{q}\omega} \\ \delta\langle \widehat{S}_+ \rangle_{\mathbf{q}\omega} \\ \delta\langle \widehat{S}_- \rangle_{\mathbf{q}\omega} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \chi_{nn}(\mathbf{q}, \omega) & \chi_{nz}(\mathbf{q}, \omega) & 0 & 0 \\ \chi_{nz}(\mathbf{q}, \omega) & \chi_{zz}(\mathbf{q}, \omega) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \chi_{+-}(\mathbf{q}, \omega) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \chi_{-+}(\mathbf{q}, \omega) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -e\varphi_{\mathbf{q}\omega} \\ g\mu_B b_{z,\mathbf{q}\omega} \\ \frac{g\mu_B}{2} b_{+,\mathbf{q}\omega} \\ \frac{g\mu_B}{2} b_{-,\mathbf{q}\omega} \end{pmatrix}, \quad (1.40)$$

où l'on a défini la transformée de Fourier spatiale d'un opérateur  $\widehat{A}(\mathbf{r})$  par  $\widehat{A}_{\mathbf{q}} = \int d\mathbf{r} \widehat{A}(\mathbf{r}) e^{i\mathbf{q}\cdot\mathbf{r}}$  et on a posé  $x_{\mathbf{q},\omega} = \int d\mathbf{r} dt x(\mathbf{r}, t) e^{i(\mathbf{q}\cdot\mathbf{r} - \omega t)}$ .

Les fonctions de réponse de l'Eq. (1.40) s'écrivent, en utilisant la notation de l'Eq. (1.35) :

$$\begin{aligned}
\chi_{nn}(\mathbf{q},\omega) &= \langle\langle \widehat{n}_{\mathbf{q}}; \widehat{n}_{-\mathbf{q}} \rangle\rangle_{\omega} && \text{Susceptibilité électrique} \\
\chi_{nz}(\mathbf{q},\omega) &= \langle\langle \widehat{n}_{\mathbf{q}}; \widehat{S}_{z,-\mathbf{q}} \rangle\rangle_{\omega} && \text{Fonction de réponse spin-charge} \\
\chi_{zz}(\mathbf{q},\omega) &= \langle\langle \widehat{S}_{z,\mathbf{q}}; \widehat{S}_{z,-\mathbf{q}} \rangle\rangle_{\omega} && \text{Susceptibilité de spin longitudinale} \\
\chi_{+-}(\mathbf{q},\omega) &= \langle\langle \widehat{S}_{+,\mathbf{q}}; \widehat{S}_{-,-\mathbf{q}} \rangle\rangle_{\omega} && \text{Susceptibilité de spin transverse}
\end{aligned} \tag{1.41}$$

et l'on a  $\chi_{-+}(\mathbf{q},\omega) = [\chi_{+-}(-\mathbf{q},\omega)]^*$ . Les différents opérateurs sont donnés par :

$$\begin{aligned}
\widehat{n}_{\mathbf{q}} &= \sum_{\mathbf{k}\sigma} c_{\mathbf{k}+\mathbf{q}\sigma}^+ c_{\mathbf{k}\sigma}, \\
\widehat{S}_{z,\mathbf{q}} &= \frac{1}{2} \sum_{\mathbf{k}} \left( c_{\mathbf{k}+\mathbf{q}\uparrow}^+ c_{\mathbf{k}\uparrow} - c_{\mathbf{k}+\mathbf{q}\downarrow}^+ c_{\mathbf{k}\downarrow} \right), \\
\widehat{S}_{\pm,\mathbf{q}} &= \sum_{\mathbf{k}} c_{\mathbf{k}+\mathbf{q}\uparrow(\downarrow)}^+ c_{\mathbf{k}\downarrow(\uparrow)}.
\end{aligned} \tag{1.42}$$

Nous allons voir à présent comment calculer ces fonctions de réponse.

#### 1.4.4 Théorie de la fonctionnelle de densité dépendant du temps (TDDFT)

La théorie de la fonctionnelle de densité dépendant du temps (*Time Dependent Density Functional Theory*, TDDFT) est une méthode puissante pour déterminer les fonctions de réponse du gaz d'électrons en interaction [71]. En effet, elle permet de *reproduire la réponse du système réel en interaction par celle d'un système fictif d'électrons indépendants, placés dans un potentiel effectif auto-cohérent*. Or, sous certaines approximations, ce potentiel effectif peut lui-même être ramené à l'énergie d'échange-corrélation  $\varepsilon_{xc}(r_s, \zeta)$  dans l'état fondamental du gaz polarisé homogène, laquelle est connue précisément par la méthode Monte-Carlo (cf. section 1.3.5).

##### a. Formalisme

Pour déterminer les fonctions de réponse de l'Eq. (1.41), il faut calculer les variations de densité de charge et de spin induites par un potentiel électro-magnétique extérieur. Pour illustrer la méthode TDDFT, nous limitons le problème à la réponse longitudinale, i.e. la réponse à un champ électrique, et un champ magnétique orienté selon l'axe de quantification. Les opérateurs se couplant à ces potentiels sont  $\widehat{n}(\mathbf{r})$  et  $\widehat{S}_z(\mathbf{r})$ , ou de façon équivalente, les opérateurs densité résolus en spin :

$$\widehat{n}_{\uparrow(\downarrow)}(\mathbf{r}) = \sum_i \frac{1 \pm \widehat{\sigma}_{z,i}}{2} \delta(\mathbf{r} - \widehat{\mathbf{r}}_i). \tag{1.43}$$

Les deux couples d'observables  $(\hat{n}, \hat{S}_z)$  et  $(\hat{n}_\uparrow, \hat{n}_\downarrow)$  sont reliés par  $\hat{n}(\mathbf{r}) = \hat{n}_\uparrow(\mathbf{r}) + \hat{n}_\downarrow(\mathbf{r})$  et  $\hat{S}_z(\mathbf{r}) = \frac{\hat{n}_\uparrow(\mathbf{r}) - \hat{n}_\downarrow(\mathbf{r})}{2}$ . Nous considérons comme précédemment que le système est dans son état fondamental, gouverné par le Hamiltonien  $\hat{\mathcal{H}} = \hat{\mathcal{H}}_{\text{kin}} + \hat{\mathcal{H}}_{\text{Coul}}$  (Eq. (1.13)), jusqu'à l'instant  $t = t_0$  où l'on branche la perturbation. Le Hamiltonien est alors  $\hat{\mathcal{H}}'(t) = \hat{\mathcal{H}} + \hat{\mathcal{H}}_{\text{pert}}(t)$ , avec :

$$\begin{aligned} \hat{\mathcal{H}}_{\text{pert}}(t) &= \int d\mathbf{r} \left[ -e\varphi(\mathbf{r}, t)(\hat{n}_\uparrow(\mathbf{r}) + \hat{n}_\downarrow(\mathbf{r})) + \frac{g\mu_B}{2} b_z(\mathbf{r}, t)(\hat{n}_\uparrow(\mathbf{r}) - \hat{n}_\downarrow(\mathbf{r})) \right] \\ &= \sum_{\sigma} \int d\mathbf{r} v_{\sigma}(\mathbf{r}, t) \hat{n}_{\sigma}(\mathbf{r}), \end{aligned} \quad (1.44)$$

où l'on a posé le potentiel résolu en spin :

$$v_{\uparrow(\downarrow)}(\mathbf{r}, t) = \left[ -e\varphi(\mathbf{r}, t) \pm \frac{g\mu_B}{2} b_z(\mathbf{r}, t) \right] \equiv v_{\sigma}(\mathbf{r}, t). \quad (1.45)$$

Le point central de la TDDFT est alors le suivant : on montre (théorème de Van Leeuwen [72]) que les densités dépendantes du temps  $\langle \hat{n}_{\sigma}(\mathbf{r}) \rangle(t) \equiv n_{\sigma}(\mathbf{r}, t)$ , évoluant sous l'action des potentiels  $v_{\sigma}(\mathbf{r}, t)$ , peuvent être reproduites *exactement* par un système *sans interactions* évoluant sous l'action de potentiels effectifs  $v_{\text{eff},\sigma}[n_{\uparrow}, n_{\downarrow}](\mathbf{r}, t)$ . La notation [...] indique que ces potentiels sont des *fonctionnelles* des  $n_{\sigma}(\mathbf{r}, t)$  : le problème est donc auto-cohérent. Plus précisément, les densités  $n_{\sigma}(\mathbf{r}, t)$  peuvent être calculées par :

$$n_{\sigma}(\mathbf{r}, t) = \sum_{j=1}^{N_{\sigma}} |\varphi_{j\sigma}(\mathbf{r}, t)|^2, \quad (1.46)$$

où les  $N_{\sigma}$  orbitales à 1 particule  $\varphi_{j\sigma}(\mathbf{r}, t)$  obéissent à une *équation de Kohn-Sham* :

$$\left[ -\frac{\hbar^2 \Delta}{2m_b} + v_{\text{eff},\sigma}[n_{\uparrow}, n_{\downarrow}](\mathbf{r}, t) \right] \varphi_{j\sigma}(\mathbf{r}, t) = i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \varphi_{j\sigma}(\mathbf{r}, t), \quad (1.47)$$

qui correspond à un électron (fictif<sup>26</sup>) de spin  $\sigma$  placé dans un potentiel effectif :

$$v_{\text{eff},\sigma}[n_{\uparrow}, n_{\downarrow}](\mathbf{r}, t) = v_{\sigma}(\mathbf{r}, t) + \frac{e^2}{4\pi\epsilon_r\epsilon_0} \int d\mathbf{r}' \frac{n(\mathbf{r}', t)}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|} + v_{\text{xc},\sigma}[n_{\uparrow}, n_{\downarrow}](\mathbf{r}, t). \quad (1.48)$$

Ce potentiel effectif est la somme du potentiel extérieur (1.45), du potentiel de Hartree, correspondant au potentiel Coulombien classique créé par les autres électrons, et d'un *potentiel d'échange-corrélation*  $v_{\text{xc},\sigma}[n_{\uparrow}, n_{\downarrow}](\mathbf{r}, t)$ .

Les Eqs. (1.46) et (1.47) doivent être résolues de façon auto-cohérente : les orbitales  $\varphi_{j\sigma}(\mathbf{r}, t)$  définissent les densités, qui déterminent le potentiel effectif, et donc de nouveau les orbitales.<sup>27</sup> La continuité avec l'état fondamental en  $t_0$  doit également être respectée. Avant le branchement de la perturbation, le système est en effet entièrement caractérisé

26. La fonction d'onde correspondant au déterminant de Slater des orbitales  $\varphi_{j\sigma}(\mathbf{r}, t)$  n'est en aucun cas une bonne approximation de la fonction d'onde exacte  $|\Psi(t)\rangle$ .

27. Il faut tenir compte de la nature temporelle du problème : la densité initiale détermine le potentiel initial, qui est utilisé pour recalculer la densité à l'instant immédiatement ultérieur, et ainsi de suite.

(théorème de Hohenberg-Kohn) par les densités stationnaires  $n_{0\sigma}(\mathbf{r})$ , qui obéissent à un jeu d'équations analogues, mais cette fois indépendantes du temps :

$$n_{0\sigma}(\mathbf{r}) = \sum_{j=1}^{N_\sigma} |\varphi_{j\sigma}^0(\mathbf{r})|^2, \quad (1.49)$$

où les orbitales  $\varphi_{j\sigma}^0$  sont solutions du problème à 1 particule stationnaire :

$$\left[ -\frac{\hbar^2 \Delta}{2m_b} + v_{\text{eff},\sigma}^0[n_{0\uparrow}, n_{0\downarrow}](\mathbf{r}) \right] \varphi_{j\sigma}^0(\mathbf{r}) = \varepsilon_{j\sigma}^0 \varphi_{j\sigma}^0(\mathbf{r}), \quad (1.50)$$

avec

$$v_{\text{eff},\sigma}^0[n_{0\uparrow}, n_{0\downarrow}](\mathbf{r}) = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_r\epsilon_0} \int d\mathbf{r}' \frac{n_0(\mathbf{r}')}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|} + v_{\text{xc},\sigma}^0[n_{0\uparrow}, n_{0\downarrow}](\mathbf{r}). \quad (1.51)$$

Le potentiel d'échange-corrélation peut, dans ce cas statique, être exprimé par :

$$v_{\text{xc},\sigma}^0[n_{0\uparrow}, n_{0\downarrow}](\mathbf{r}) = \frac{\delta E_{\text{xc}}^0[n_{0\uparrow}, n_{0\downarrow}]}{\delta n_{0\sigma}(\mathbf{r})}, \quad (1.52)$$

i.e. la dérivée fonctionnelle de l'énergie d'échange-corrélation totale  $E_{\text{xc}}$  dans l'état fondamental,<sup>28</sup> par rapport à la densité  $n_{0\sigma}(\mathbf{r})$ . La continuité en  $t = t_0$  exige que  $\varphi_{j\sigma}(\mathbf{r}, t_0) = \varphi_{j\sigma}^0(\mathbf{r})$ , et  $v_{\text{xc},\sigma}[n_{0\uparrow}, n_{0\downarrow}](\mathbf{r}, t_0) = v_{\text{xc},\sigma}^0[n_{0\uparrow}, n_{0\downarrow}](\mathbf{r})$ .

Ce passage à un système auxiliaire d'électrons indépendants est exact, mais bien sûr, le potentiel d'échange-corrélation n'est pas connu de façon exacte, et doit être approximé. L'approximation adiabatique et locale (*Adiabatic Local Density Approximation*, ALDA) est couramment utilisée.

## b. Approximation adiabatique et locale (ALDA)

Si le temps typique de variation des potentiels extérieurs est grand devant le temps d'évolution du système, on peut faire l'approximation adiabatique, i.e. supposer que le système est maintenu continûment dans un état propre instantané de  $\hat{\mathcal{H}}'(t)$ . On calcule alors le potentiel d'échange-corrélation (xc) dépendant du temps d'après le potentiel xc statique (i.e. d'un système à l'équilibre), en remplaçant simplement la densité statique  $n_{0\sigma}(\mathbf{r})$  par la densité dépendante du temps  $n_\sigma(\mathbf{r}, t)$  :

$$v_{\text{xc},\sigma}(\mathbf{r}, t) = v_{\text{xc},\sigma}^0[n_{0\uparrow}, n_{0\downarrow}](\mathbf{r})|_{n_{0\sigma}(\mathbf{r}) \rightarrow n_\sigma(\mathbf{r}, t)} \quad (\text{Approx. adiabatique}). \quad (1.53)$$

Mais même ce potentiel statique requiert une approximation. La plus simple est l'approximation locale, qui est l'analogie pour l'espace de l'approximation précédente : elle suppose que le potentiel xc statique au point  $\mathbf{r}$  est égal au potentiel xc statique d'un système *homogène* de densité  $\bar{n}_{0\sigma} = n_{0\sigma}(\mathbf{r})$ . La dérivée fonctionnelle devient alors une dérivée simple :

$$v_{\text{xc},\sigma}^0(\mathbf{r}) = \left. \frac{\partial \bar{n}_0 \varepsilon_{\text{xc}}(\bar{n}_{0\uparrow}, \bar{n}_{0\downarrow})}{\partial \bar{n}_{0\sigma}} \right|_{\bar{n}_{0\sigma} = n_{0\sigma}(\mathbf{r})} \quad (\text{Approx. locale}), \quad (1.54)$$

28. Egale à l'énergie totale  $E = \langle \Psi(t) | \hat{\mathcal{H}}' | \Psi(t) \rangle$ , privée de la partie cinétique du système sans interactions (cf. Eq. (1.21)).

où  $\varepsilon_{xc}(\bar{n}_{0\uparrow}, \bar{n}_{0\downarrow})$  est l'énergie d'échange-corrélation par particule du gaz 2D polarisé homogène, connue par calcul Monte-Carlo (section 1.3.5).

L'ensemble des deux approximations (1.53) et (1.54) est appelé approximation ALDA (*Adiabatic Local Density Approximation*).

### 1.4.5 Fonctions de réponse ALDA

Le schéma général que nous venons de présenter peut être adapté au calcul spécifique des fonctions de réponse linéaire [71]. On notera que le calcul de la réponse transverse nécessite de généraliser le formalisme ci-dessus en incluant deux variables supplémentaires, correspondant aux deux composantes du spin transverses à l'axe de quantification.

#### Excitations intra-sous-bande du gaz polarisé en spin

Le calcul ALDA des fonctions de réponse intra-sous-bande du gaz d'électrons polarisé a été fait dans les Refs. [73, 70]. Il conduit à :

- Réponse longitudinale :

$$\chi_{nn} = \frac{\Pi_{\uparrow\uparrow} + \Pi_{\downarrow\downarrow} - 4G_{xc}^{zz}\Pi_{\uparrow\uparrow}\Pi_{\downarrow\downarrow}}{D}, \quad (1.55)$$

$$\chi_{zz} = \frac{\Pi_{\uparrow\uparrow} + \Pi_{\downarrow\downarrow} - 4(V_{\mathbf{q}} + G_{xc}^{nn})\Pi_{\uparrow\uparrow}\Pi_{\downarrow\downarrow}}{4D}, \quad (1.56)$$

$$\chi_{nz} = \frac{\Pi_{\uparrow\uparrow} - \Pi_{\downarrow\downarrow} + 4G_{xc}^{nz}\Pi_{\uparrow\uparrow}\Pi_{\downarrow\downarrow}}{2D}, \quad (1.57)$$

où le dénominateur s'écrit :

$$D = 1 - (V_{\mathbf{q}} + G_{xc}^{nn} + G_{xc}^{zz})(\Pi_{\uparrow\uparrow} + \Pi_{\downarrow\downarrow}) - 2G_{xc}^{nz}(\Pi_{\uparrow\uparrow} - \Pi_{\downarrow\downarrow}) + 4 \left[ (V_{\mathbf{q}} + G_{xc}^{nz})G_{xc}^{zz} - (G_{xc}^{nz})^2 \right] \Pi_{\uparrow\uparrow}\Pi_{\downarrow\downarrow}. \quad (1.58)$$

- Réponse transverse :

$$\chi_{+-} = \frac{\Pi_{\downarrow\uparrow}}{1 - G_{xc}^{+-}\Pi_{\downarrow\uparrow}}. \quad (1.59)$$

On rappelle que toutes les fonctions de réponse ci-dessus sont des fonctions de  $\mathbf{q}$  et  $\omega$ . Notons également que la forme générale de ces expressions peut être démontrée simplement par la méthode des équations du mouvement, comme nous le rappelons dans l'Annexe C.4.

Ces fonctions de réponse font intervenir la fonction de Lindhard de l'Eq. (1.25), correspondant aux excitations individuelles, la transformée de Fourier  $V_{\mathbf{q}}$  du potentiel Coulombien (cf. Eq. (1.13)) et des facteurs d'échange-corrélation  $G_{xc}$  donnés par les dérivées par rapport à  $n_{2D}$  et  $\zeta$  de l'énergie d'échange-corrélation par particule de l'état fondamental [70] :

$$G_{xc}^{nn} = 2n_{2D} \frac{\partial^2 \varepsilon_{xc}}{\partial n_{2D}^2}, \quad G_{xc}^{nz} = 4n_{2D} \frac{\partial^2 \varepsilon_{xc}}{\partial n_{2D} \partial \zeta}, \quad G_{xc}^{zz} = \frac{4}{n_{2D}} \frac{\partial^2 \varepsilon_{xc}}{\partial \zeta^2}, \quad \boxed{G_{xc}^{+-} = \frac{2}{n_{2D}\zeta} \frac{\partial \varepsilon_{xc}}{\partial \zeta}}. \quad (1.60)$$

Notons que l'expression de  $\varepsilon_{xc}$  peut être corrigée pour prendre en compte la nature non purement 2D du gaz [61].

Les 3 fonctions de réponse longitudinale  $\chi_{nn}$ ,  $\chi_{nz}$  et  $\chi_{zz}$  ont le même pôle, correspondant au zéro du dénominateur  $D$  de l'Eq. (1.58).<sup>29</sup> Le mode collectif correspondant, qu'on pourra nommer *plasmon longitudinal* (intra-sous-bande), est représenté schématiquement sur le spectre d'excitations de la figure 1.5(b). Son énergie dépend très faiblement de la polarisation de spin [70] : il est donc très proche du plasmon de charge traditionnel du gaz non-polarisé.

La fonction de réponse transverse  $\chi_{+-}$  possède également un unique pôle, donné par le zéro du dénominateur  $1 - G_{xc}^{+-} \Pi_{\downarrow\uparrow}$ . Le mode collectif correspondant, que nous nommerons *onde de spin* (intra-sous-bande), est schématisé figure 1.5(c). Il se situe sous le continuum SPE transverse, avec une dispersion négative.

Un exemple de spectre calculé des excitations transverses (partie imaginaire de  $\chi_{+-}$  en fonction de  $\hbar\omega$ ) est montré figure 3.3(b) pour différentes amplitudes du vecteur d'onde  $\mathbf{q}$ . L'onde de spin, caractérisé par un pic fin de type Lorentzien, absorbe la quasi-totalité du poids spectral (les SPE transverses ne se manifestent que par une bosse de très faible amplitude).

Notons qu'à la fois pour les excitations longitudinales et transverses, le mode collectif finit, pour un certain  $q = q_c$ , par entrer dans le continuum SPE. Il est alors fortement amorti, se décomposant en excitations individuelles décorrélées : c'est l'amortissement de Landau (*Landau damping*).

Enfin, remarquons que si l'on néglige la composante xc de l'interaction Coulombienne, tous les  $G_{xc}$  sont nuls. Dans ce cas, l'onde de spin "disparaît", et la susceptibilité électrique se ramène, dans la limite de polarisation nulle, à la forme  $\chi_{nn} = \frac{\Pi}{1 - V_{\mathbf{q}}\Pi}$  (où  $\Pi = 2\Pi_{\uparrow\uparrow} = 2\Pi_{\downarrow\downarrow}$ ) donnée par la RPA historique<sup>30</sup> de Bohm et Pines [65].

Nous étudierons les effets spin-orbite sur l'onde de spin du gaz d'électrons polarisé dans des puits quantiques de CdMnTe, aux chapitres 5 et 6.

### Excitations inter-sous-bandes du gaz non-polarisé

Le calcul ALDA des fonctions de réponse inter-sous-bandes du gaz d'électrons non-polarisé ( $\zeta = 0$ ) pourra être trouvé dans la Ref. [74]. Les modes collectifs correspondants — plasmon de charge et plasmon de spin inter-sous-bandes — sont montrés sur la figure 1.5(e). Ils correspondent respectivement à une oscillation de la densité totale  $\hat{n}$ , et de la densité de spin longitudinale  $\hat{S}_z$ .

Nous étudierons les effets spin-orbite sur le plasmon de spin inter-sous-bande dans des puits quantiques de GaAs, au chapitre 4.

29. Il existe un deuxième zéro, mais il se situe dans le continuum SPE et ne correspond donc pas à un mode collectif à proprement parler.

30. Qui s'apparente à une théorie de Hartree (dépendante du temps) : seuls les termes *directs* de l'interaction Coulombienne (qui sont les plus divergents dans le traitement perturbatif) sont conservés.

# Effets spin-orbite dans les nanostructures semi-conductrices : état de l'art

---

## Sommaire

---

<b>2.1</b>	<b>Origine de l'interaction spin-orbite . . . . .</b>	<b>29</b>
<b>2.2</b>	<b>Effets Dresselhaus et Rashba . . . . .</b>	<b>31</b>
2.2.1	Effet Dresselhaus . . . . .	31
2.2.2	Effet Rashba . . . . .	32
2.2.3	Champs spin-orbite dans un puits quantique asymétrique [001] .	36
<b>2.3</b>	<b>Conséquences du couplage spin-orbite : effets à 1 particule . .</b>	<b>38</b>
2.3.1	Applications spintronique . . . . .	39
2.3.2	Relaxation de spin : modèle de D'yakonov-Perel' . . . . .	41
2.3.3	Immunsation contre le mécanisme D'yakonov-Perel' . . . . .	43
<b>2.4</b>	<b>Vers l'étude des effets spin-orbite à N corps . . . . .</b>	<b>46</b>

---

Nous venons de présenter le gaz d'électrons des puits quantiques dopés, et ses modes collectifs induits par l'interaction de Coulomb. Notre travail expérimental concernera les effets du couplage spin-orbite sur ces modes collectifs (de spin). Or, comme nous l'avons noté en introduction, cette thématique est restée relativement inexplorée dans la littérature. Avant de l'aborder, nous avons donc jugé utile de présenter ici un "état de l'art" sur les effets spin-orbite à *1 particule* — i.e. dont la physique peut être comprise en oubliant l'interaction de Coulomb entre électrons — dans les nanostructures semi-conductrices. Nous réunirons ensuite les deux composantes (modes collectifs, et couplage spin-orbite), pour examiner les effets originaux qui en résultent, à partir du chapitre 4.

Ce chapitre commence par rappeler l'origine physique de l'interaction spin-orbite (2.1), puis présente les modèles de Dresselhaus et Rashba (2.2), qui décrivent les champs spin-orbite dans la bande de conduction des semi-conducteurs. Nous détaillons ensuite les potentialités, mais aussi les limitations associées à ces champs spin-orbite pour les applications spintronique (2.3). La dernière section (2.4) fait transition vers notre étude ultérieure des effets spin-orbite à N corps.

## 2.1 Origine de l'interaction spin-orbite

Le couplage spin-orbite est un effet relativiste lié au mouvement des électrons : un électron se déplaçant avec une vitesse  $\mathbf{v}$  dans un champ électrique statique  $\mathcal{E}$ , voit un

champ effectif  $\mathbf{B}_{\text{SO}} \propto \mathbf{v} \times \mathcal{E}$ , qui agit sur son spin. Ce champ<sup>1</sup> est, par exemple, celui qui sépare les niveaux d'énergie des atomes, donnant naissance à leur structure fine. Nous commençons ce chapitre en rappelant comment le Hamiltonien correspondant (terme de Pauli) peut être obtenu, à partir d'une projection et d'une approximation de l'équation relativiste de Dirac.

L'équation de Dirac s'écrit, pour un électron placé dans un potentiel  $V$  stationnaire :

$$[c \boldsymbol{\alpha}_{\text{D}} \cdot \mathbf{p} + \beta_{\text{D}} m_0 c^2 + V] \psi = \varepsilon \psi, \quad (2.1)$$

où  $\boldsymbol{\alpha}_{\text{D}}$  et  $\beta_{\text{D}}$  sont les matrices de Dirac. Ce sont des matrices  $4 \times 4$  données par :

$$\boldsymbol{\alpha}_{\text{D}} = \begin{pmatrix} 0 & \boldsymbol{\sigma} \\ \boldsymbol{\sigma} & 0 \end{pmatrix} \text{ et } \beta_{\text{D}} = \begin{pmatrix} \mathbf{1}_{2 \times 2} & 0 \\ 0 & -\mathbf{1}_{2 \times 2} \end{pmatrix}, \quad (2.2)$$

où  $\boldsymbol{\sigma}$  est le vecteur des matrices de Pauli (Eq. (1.38)), et  $\mathbf{1}_{2 \times 2}$  la matrice identité  $2 \times 2$ . Dans l'Eq. (2.1),  $c$  est la vitesse de la lumière,  $m_0$  la masse de l'électron dans le vide, et  $\psi$  désigne un spineur (matrice colonne) à 4 composantes.

Nous souhaitons transformer cette équation afin d'obtenir une équation homogène à celle de l'équation de Schrödinger, i.e. faisant intervenir seulement une fonction d'onde, décrivant un électron muni d'un spin. Or, le spineur  $\psi$  est composé de 2 sous-parties :

$$\psi = \begin{pmatrix} \psi_A \\ \psi_B \end{pmatrix}, \quad (2.3)$$

dont l'ordre de grandeur est très différent pour des vitesses non relativistes. La partie  $\psi_A$  a en effet des valeurs supérieures à  $\psi_B$  par un facteur de l'ordre de  $(\frac{v}{c})^{-2}$ , où  $v$  est la vitesse de l'électron. L'idée directrice est de dériver une équation aux valeurs propres effective pour  $\psi_A$  : ses 2 composantes décriront respectivement les 2 composantes de spin de l'électron, à l'ordre  $(\frac{v}{c})^2$ .

On trouvera dans l'Annexe (B.1) une dérivation intuitive, proposée par Sakurai [75]; une démonstration plus technique (transformation de Foldy-Wouthuysen [76]) pourra être trouvée dans la Ref. [77]. Nous donnons ici le résultat final :

$$\left[ \frac{\mathbf{p}^2}{2m_0} + V + \frac{\hbar}{4m_0^2 c^2} (\boldsymbol{\sigma} \times \nabla V) \cdot \mathbf{p} - \frac{\mathbf{p}^4}{8m_0^3 c^2} + \frac{\hbar^2}{8m_0^2 c^2} \Delta V \right] \tilde{\psi} = \tilde{\varepsilon} \tilde{\psi}, \quad (2.4)$$

où  $\tilde{\psi} = [1 + \mathbf{p}^2/(8m_0^2 c^2)] \psi_A$ , et  $\tilde{\varepsilon} = \varepsilon - m_0 c^2$ . On vérifie que dans la limite  $\frac{v}{c} \rightarrow 0$ , on retrouve l'équation de Schrödinger (deux premiers termes du membre de gauche). Les trois termes suivants sont des corrections relativistes à l'ordre  $(\frac{v}{c})^2$ . Le premier de ceux-ci est le Hamiltonien spin-orbite recherché (terme de Pauli) :

$$\boxed{\hat{\mathcal{H}}_{\text{SO}}^{\text{Pauli}} = \frac{\hbar}{4m_0^2 c^2} (\boldsymbol{\sigma} \times \nabla V) \cdot \mathbf{p}}. \quad (2.5)$$

1. On parle parfois de champ magnétique, mais il faut garder à l'esprit que : (i) ce champ n'agit que sur le spin, pas sur le mouvement orbital ; (ii) il ne brise pas l'invariance par renversement du temps ; et (iii) il n'est pas une fonction de l'espace.

Le quatrième terme de l'Eq. (2.4) est une correction à l'énergie cinétique, et le dernier terme de Darwin.<sup>2</sup>

On peut donner une interprétation intuitive du Hamiltonien  $\widehat{\mathcal{H}}_{\text{SO}}^{\text{Pauli}}$ . En effet, en remarquant que  $\nabla V = e\mathcal{E}$  (avec  $e > 0$  la charge élémentaire) et  $\mathbf{p} = m_0\mathbf{v}$ , celui-ci se réécrit :

$$\widehat{\mathcal{H}}_{\text{SO}}^{\text{Pauli}} = -\frac{1}{2} \left( \frac{-e\hbar}{2m_0} \boldsymbol{\sigma} \cdot \left( -\frac{\mathbf{v} \times \mathcal{E}}{c^2} \right) \right) = -\frac{1}{2} \mathbf{M}_s \cdot \mathcal{B}', \quad (2.6)$$

où  $\mathbf{M}_s$  est le moment magnétique de spin de l'électron, et  $\mathcal{B}'$  le champ magnétique motionnel induit par le mouvement *rectiligne uniforme* à vitesse  $\mathbf{v}$  dans le champ électrique  $\mathcal{E}$ . Le Hamiltonien  $\widehat{\mathcal{H}}_{\text{SO}}^{\text{Pauli}}$  a donc, au facteur  $\frac{1}{2}$  près, la forme intuitive  $-\mathbf{M}_s \cdot \mathcal{B}'$ , correspondant à l'**effet Zeeman du champ magnétique motionnel**. Le facteur  $\frac{1}{2}$  provient en fait des composantes non-inertielles du mouvement (précession de Thomas [78]).<sup>3</sup>

## 2.2 Effets Dresselhaus et Rashba

Ce couplage spin-orbite a un effet profond sur la structure de bande des cristaux : on a vu notamment que dans les semi-conducteurs cubiques, il produit une levée de dégénérescence d'amplitude  $\Delta$  dans la bande de valence, entre les états de moment angulaire  $J = 1/2$  et  $J = 3/2$  (cf. section 1.1.1). Le couplage spin-orbite modifie également la valeur du facteur gyromagnétique des électrons, par rapport au cas  $g_0 \simeq 2$  d'électrons dans le vide.

Nous allons à présent montrer comment la **combinaison du couplage spin-orbite et de l'asymétrie d'inversion spatiale** conduit à des effets spin-orbite supplémentaires dans la bande de conduction : l'effet Dresselhaus et l'effet Rashba.<sup>4</sup> Ces effets sont induits par des *champs électriques  $\mathcal{E}$  intrinsèques* qui sont :

- Microscopiques, associés à l'asymétrie d'inversion de la maille cristalline dans les semi-conducteurs blende de zinc : c'est l'**effet Dresselhaus**.
- Macroscopiques, associés à l'asymétrie d'inversion du potentiel électrique dans les hétérostructures (dopage asymétrique, etc.) : c'est l'**effet Rashba**.

Ces deux effets se combinent dans les puits quantiques que nous étudierons.

### 2.2.1 Effet Dresselhaus

#### a. Dans le massif

L'effet Dresselhaus [79] se produit dans les cristaux dont la maille ne présente pas de centre d'inversion. C'est le cas des semi-conducteurs de structure blende de zinc comme

2. Si l'on avait inclus un potentiel vecteur  $\mathbf{A}$  dans l'équation de Dirac (2.1), on aurait obtenu également les termes magnétiques dont le terme Zeeman  $\frac{e\hbar}{2m_0} \boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{B}$  et ses corrections relativistes.
3. Notons aussi qu'en réécrivant le Hamiltonien (2.5) dans le cas d'un potentiel  $V$  central, on obtient le terme en  $\mathbf{L} \cdot \mathbf{S}$  utilisé pour décrire le couplage spin-orbite dans les atomes.
4. On pourra mentionner également l'existence d'effets spin-orbite liés à l'asymétrie spatiale des interfaces, et à la présence de contraintes [19]. Ces effets ne seront pas rencontrés dans ce travail.

GaAs ou CdTe. Pour la bande de conduction  $\Gamma_6$  du massif, le Hamiltonien correspondant s'écrit :

$$\hat{\mathcal{H}}_{\text{SO},3\text{D}}^{\text{D}} = \gamma \left[ k_x(k_z^2 - k_y^2)\hat{\sigma}_x + k_y(k_x^2 - k_z^2)\hat{\sigma}_y + k_z(k_y^2 - k_x^2)\hat{\sigma}_z \right]. \quad (2.7)$$

Ce Hamiltonien est d'ordre cubique en  $\mathbf{k}$ , le vecteur d'onde électronique, et  $\gamma$  est un coefficient dépendant du matériau, qui dépend notamment de l'éclatement spin-orbite  $\Delta$  de la bande de valence. Sa valeur calculée en théorie  $\mathbf{k} \cdot \hat{\mathbf{p}}$  est donnée dans le tableau 1.1 pour GaAs et CdTe [19].

Suite au travail théorique pionnier de Dresselhaus en 1952 [79], cet effet a été observé à la fin des années 1970 dans InSb [80] (par battements Shubnikov–de Haas) et GaAs [81] (par photoémission).

### b. Dans un puits quantique orienté [001]

Nos puits quantiques ont l'axe de croissance  $z \parallel [001]$ . Pour obtenir le Hamiltonien 2D correspondant, on remplace la puissance  $n$ -ième de  $k_z = -i\partial_z$  par sa valeur moyenne quantique  $\langle (-i\partial_z)^n \rangle$ . On a  $\langle k_z \rangle = 0$  donc le terme en  $\hat{\sigma}_z$  du Hamiltonien (2.7) disparaît. On obtient :

$$\hat{\mathcal{H}}_{\text{SO}}^{\text{D}} = \left( \langle \gamma k_z^2 \rangle k_x - \langle \gamma \rangle k_x k_y^2 \right) \hat{\sigma}_x - \left( \langle \gamma k_z^2 \rangle k_y - \langle \gamma \rangle k_y k_x^2 \right) \hat{\sigma}_y, \quad (2.8)$$

dans un système de coordonnées avec  $\hat{x} \parallel [100]$  et  $\hat{y} \parallel [010]$ . Dans cette expression,  $\langle \gamma \rangle$  correspond à la moyenne, sur la fonction d'onde, du coefficient  $\gamma$  dans le puits et la barrière. Généralement,  $\langle k_z^2 \rangle \gg k_x^2$  et  $k_y^2$ , de sorte qu'on peut négliger les termes cubiques en  $k$  du Hamiltonien (2.8). On obtient alors :

$$\boxed{\hat{\mathcal{H}}_{\text{SO}}^{\text{D}} \simeq \beta (k_x \hat{\sigma}_x - k_y \hat{\sigma}_y) \quad (z \parallel [001])}, \quad (2.9)$$

où on a posé la *constante de couplage Dresselhaus* :

$$\boxed{\beta = \langle \gamma k_z^2 \rangle}. \quad (2.10)$$

Cette constante de couplage est essentiellement proportionnelle à l'énergie de confinement de l'électron. Dans un puits quantique dopé, cette dernière doit être calculée par résolution couplée Schrödinger-Poisson, comme nous l'avons vu section 1.2.3.

## 2.2.2 Effet Rashba

### a. Champ électrique associé à l'asymétrie du potentiel

Un potentiel de confinement  $V(\mathbf{r})$  asymétrique conduit également à un éclatement spin-orbite des états de conduction : c'est l'effet Rashba [82]. On peut écrire le développement de Taylor :

$$V(\mathbf{r}) = V_0 + e \boldsymbol{\mathcal{E}} \cdot \mathbf{r} + \dots \quad (2.11)$$

A l'ordre dominant, l'asymétrie d'inversion de  $V(\mathbf{r})$  peut donc (quelle que soit son origine physique) être caractérisée par un champ électrique  $\boldsymbol{\mathcal{E}}$ . Par des arguments de symétrie,

on montre qu'à l'ordre dominant en  $\mathbf{k}$  et  $\mathcal{E}$ , le Hamiltonien correspondant s'écrit pour la bande de conduction  $\Gamma_6$  :

$$\widehat{\mathcal{H}}_{\text{SO}}^{\text{R}} = e r_{41}^{6c6c} \boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{k} \times \mathcal{E}, \quad (2.12)$$

avec  $r_{41}^{6c6c}$  un coefficient dépendant du matériau, dont la valeur  $\mathbf{k} \cdot \widehat{\mathbf{p}}$  est donnée dans le tableau 1.1. Pour  $\mathcal{E} \parallel z$ , on obtient :

$$\widehat{\mathcal{H}}_{\text{SO}}^{\text{R}} = \alpha (k_y \widehat{\sigma}_x - k_x \widehat{\sigma}_y), \quad (2.13)$$

où on a posé la *constante de couplage Rashba* :

$$\alpha = e \langle r_{41}^{6c6c} \mathcal{E}_z \rangle. \quad (2.14)$$

Le Hamiltonien Rashba (2.13) ainsi obtenu a une structure très similaire au Hamiltonien Dresselhaus 2D de l'Eq. (2.9). Cependant, il faut noter que l'origine physique des deux effets est différente. L'effet Dresselhaus est, dans le massif, un effet purement microscopique : le coefficient  $\gamma$  qui le gouverne provient des champs électriques des coeurs atomiques, sentis par la partie de Bloch de la fonction d'onde. L'effet Rashba implique quant à lui un phénomène supplémentaire, où la partie enveloppe de la fonction d'onde sent le champ électrique *macroscopique* associé à l'asymétrie du potentiel.<sup>5</sup>

## b. Historique

Les premières observations de l'effet Rashba dans les gaz d'électrons 2D d'hétérostructures semi-conductrices ont été réalisées dans les années 1980, d'après les battements Shubnikov–de Haas [83, 84], puis les effets d'antilocalisation faible sur la magnétoconductance [85]. Ensuite, par spectroscopie Raman électronique, des données très complètes de l'anisotropie résultant de l'interférence des effets Rashba et Dresselhaus dans des puits quantiques de GaAs/AlGaAs ont été obtenues par B. Jusserand *et al.* [86, 87]. A la fin des années 1990, des expériences de contrôle de l'effet Rashba par un champ électrique externe (grilles) ont été initiées [88], stimulées par la proposition par Datta et Das [89] d'un "transistor de spin" à effet de champ (voir ci-dessous). Dans les années 2000, les effets Rashba et Dresselhaus ont été mesurés dans le domaine temporel (accès à la dynamique de précession), par rotation Kerr/Faraday [90, 13, 91] et photoluminescence [92–94] résolues en temps.

Notons que récemment, un vif intérêt a été porté à l'effet Rashba dans d'autres systèmes d'électrons 2D. Cet effet peut être plusieurs ordres de grandeur supérieur ( $\alpha \sim 100 - 1000 \text{ meV \AA}$ ) à l'effet Rashba des hétérostructures semi-conductrices traditionnelles (où  $\alpha \sim 1 - 50 \text{ meV \AA}$ ). C'est le cas notamment pour les états de surface de métaux comme le bismuth [95–97] ou les états de type puits quantique dans des films métalliques ultra-minces (quelques nm) [98]. C'est également le cas des états de type puits quantique

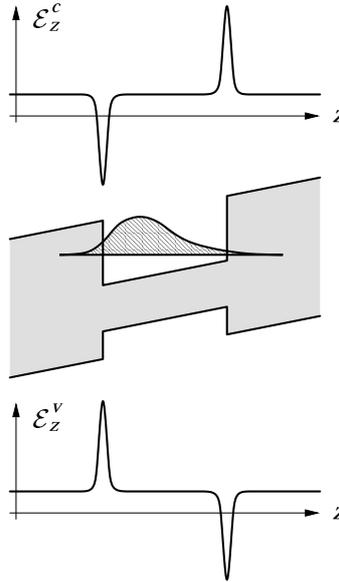
5. Nous précisons bien "supplémentaire", car l'effet Rashba n'est pas dû uniquement à ce champ électrique macroscopique : un raisonnement simple, injectant ce champ dans le Hamiltonien de Pauli (2.6), obtiendrait une sous-estimation de plusieurs ordres de grandeur de l'énergie de couplage Rashba. Celle-ci contient en effet une contribution importante des champs électriques des coeurs atomiques, contribution qui est incorporée dans le coefficient  $r_{41}^{6c6c}$ .

à proximité de la surface des isolants topologiques comme  $\text{Bi}_2\text{Se}_3$  [99, 100], ou à l'interface d'oxydes comme  $\text{LaAlO}_3/\text{SrTiO}_3$  [101].

Nous étudions dans ce travail des puits quantiques à modulation de dopage : nous détaillons donc à présent le calcul de la constante de couplage Rashba adapté à cette situation.

### c. Calcul de $\alpha$ pour un puits quantique à modulation de dopage

Une controverse a eu lieu dans la littérature au sujet de la constante de couplage Rashba  $\alpha = e \langle r_{41}^{6c6c} \mathcal{E}_z \rangle$ . Ando *et al.* [102] ont argumenté que l'effet Rashba devrait être très faible, puisque pour un état confiné,  $\langle \mathcal{E}_z \rangle = 0$  par application du théorème d'Ehrenfest.<sup>6</sup> Cette controverse a été résolue par Lassnig [105], en démontrant que l'effet Rashba dans la bande de conduction résultait du champ électrique *dans la bande de valence*, lequel n'est pas nul.<sup>7</sup> Cette intervention de la bande de valence, qui pourrait paraître étonnante, est à relier au fait que le modèle de Rashba (2.12) dérive d'une projection d'un Hamiltonien de type Kane (cf. section 1.1.2), incluant les bandes de valence, sur le sous-espace des états de conduction [19].



**Fig. 2.1.** Représentation schématique d'un état confiné d'électron dans un puits quantique soumis à un champ électrique extérieur selon la direction de croissance. Les panneaux haut et bas montrent les champs électriques  $\mathcal{E}_z^c$  et  $\mathcal{E}_z^v$  dans la bande de conduction et de valence, respectivement (cf. Eq. (2.17)). Pris de [19].

6. Qui implique que la force moyenne agissant sur un état confiné est nulle [75]. Si l'on tient compte de la différence de masse effective entre le puits et la barrière, le champ moyen dans la bande de conduction n'est plus rigoureusement nul, mais ne rend compte qu'à hauteur de quelques % de l'éclatement de spin Rashba [103, 104].
7. Réciproquement, l'effet Rashba dans la bande de valence résulte du champ électrique dans la bande de conduction.

La différence entre le champ électrique dans les bandes de conduction et de valence peut être explicitée de la façon suivante. Le potentiel  $V_c$  dans la bande de conduction est la somme du potentiel Coulombien de Hartree (cf. Eq. (1.9)), et du potentiel associé au bord de bande de conduction  $E_c(z)$  :

$$V_c(z) = V_H(z) + E_c(z) . \quad (2.15)$$

Pour la bande de valence, le potentiel électrique est, de façon analogue :

$$V_v(z) = V_H(z) + E_v(z) . \quad (2.16)$$

Ces deux potentiels diffèrent par leur seconde composante, et donnent donc lieu à des champs électriques différents :

$$\mathcal{E}_{c/z}^v = (1/e)\partial_z V_{c/v} = \mathcal{E}_z^{\text{ext}} + (1/e)\partial_z E_{c/v}(z) , \quad (2.17)$$

pour la bande de conduction et de valence, respectivement. On a noté  $\mathcal{E}_z^{\text{ext}} = (1/e)\partial_z V_H$  le champ électrique associé au potentiel de Hartree.

Soit la structure schématisée figure 2.1, correspondant au cas très simple d'un puits rectangulaire dans un champ électrique  $\mathcal{E}_z^{\text{ext}}$  uniforme. A l'interface gauche, il y a une large contribution négative de  $\frac{1}{e}\partial_z E_c(z)$  à  $\mathcal{E}_z^c$ . Cette contribution est pondérée par l'importante probabilité de présence à cette interface, qui compense les contributions positives à  $\mathcal{E}_z^c$  (dues à l'interface droite et au champ extérieur). Ceci permet de comprendre intuitivement le résultat du théorème d'Ehrenfest :

$$\langle \mathcal{E}_z^c \rangle_c = 0 , \quad (2.18)$$

où nous utilisons la notation  $\langle \dots \rangle_c$  pour rappeler explicitement que la moyenne est faite sur la fonction d'onde de conduction. On comprend également d'après la figure 2.1 que cette compensation n'a pas lieu pour la bande de valence, où les contributions d'interface sont opposées. C'est ce champ  $\langle \mathcal{E}_z^v \rangle_c \neq 0$  qui détermine la constante de couplage  $\alpha$ .

Pour exprimer ce champ, il suffit de remarquer que :

$$\langle \partial_z E_v \rangle_c = -\frac{\Sigma_v}{\Sigma_c} \langle \partial_z E_c \rangle_c , \quad (2.19)$$

où  $\Sigma_c$  et  $\Sigma_v$  sont les *offsets* de bande de conduction et de valence, respectivement. En rassemblant les Eqs. (2.17), (2.18) et (2.19), on obtient [19] :

$$\langle \mathcal{E}_z^v \rangle_c = \frac{\Sigma_c + \Sigma_v}{\Sigma_c} \langle \mathcal{E}_z^{\text{ext}} \rangle_c . \quad (2.20)$$

Pour un puits quantique à modulation de dopage, le champ  $\langle \mathcal{E}_z^{\text{ext}} \rangle_c$  peut être évalué en considérant que le plan de dopage chargé positivement, et le gaz d'électrons (de charge surfacique totale  $e n_{2D}$  opposée) forment un condensateur plan infini. On a alors :

$$\langle \mathcal{E}_z^{\text{ext}} \rangle_c \simeq \frac{e n_{2D}}{2\epsilon_r \epsilon_0} , \quad (2.21)$$

où  $\epsilon_r$  est la constante diélectrique relative.

Au final, en supposant  $r_{41}^{6c6c}$  identique dans le puits et la barrière, on obtient pour la constante de couplage Rashba (2.14) :

$$\alpha = r_{41}^{6c6c} \frac{\Sigma_c + \Sigma_v}{\Sigma_c} \frac{e^2 n_{2D}}{2\epsilon_r \epsilon_0}. \quad (2.22)$$

Des expressions plus sophistiquées existent [103, 104], prenant en compte la discontinuité de masse effective et d'énergie spin-orbite  $\Delta$  aux interfaces. Mais les paramètres de bande des matériaux barrière (par exemple, CdMgTe) ne sont pas toujours connus avec précision, et les corrections sont de toute façon faibles. De fait, l'expression (2.22) a démontré un bon accord avec les expériences [19, 106, 107], et c'est celle-ci que nous utiliserons dans ce travail.

### 2.2.3 Champs spin-orbite dans un puits quantique asymétrique [001]

En combinant les Eqs. (2.9) et (2.13), on obtient le Hamiltonien spin-orbite total, correspondant à la somme de l'effet Rashba et de l'effet Dresselhaus :

$$\hat{\mathcal{H}}_{\text{SO}} = \alpha (k_y \hat{\sigma}_x - k_x \hat{\sigma}_y) + \beta (k_x \hat{\sigma}_x - k_y \hat{\sigma}_y), \quad (2.23)$$

pour un électron de vecteur d'onde  $\mathbf{k}$  dans un puits quantique asymétrique orienté [001]. Le groupe de symétrie correspondant est  $C_{2v}$ .<sup>8</sup>

#### a. Notion de champ magnétique spin-orbite

Ce Hamiltonien peut se réécrire comme l'effet Zeeman d'un champ magnétique spin-orbite effectif  $\mathbf{B}_{\text{SO}}(\mathbf{k})$  :

$$\hat{\mathcal{H}}_{\text{SO}} = \frac{1}{2} g \mu_B \hat{\boldsymbol{\sigma}} \cdot \mathbf{B}_{\text{SO}}(\mathbf{k}), \quad (2.24)$$

avec  $g$  le facteur gyromagnétique électronique,  $\mu_B$  le magnéton de Bohr, et

$$\mathbf{B}_{\text{SO}}(\mathbf{k}) = \frac{2\alpha}{g\mu_B} \begin{pmatrix} k_y \\ -k_x \\ 0 \end{pmatrix} + \frac{2\beta}{g\mu_B} \begin{pmatrix} k_x \\ -k_y \\ 0 \end{pmatrix}, \quad (2.25)$$

toujours dans le système de coordonnées  $x \parallel [100]$ ,  $y \parallel [010]$  et  $z \parallel [001]$ . Le module de  $\mathbf{B}_{\text{SO}}(\mathbf{k})$  gouverne la *levée de dégénérescence* des deux états de spin de vecteur d'onde  $\mathbf{k}$ , et la direction de  $\mathbf{B}_{\text{SO}}(\mathbf{k})$  gouverne leur *orientation de spin*, comme nous le montrons à présent.

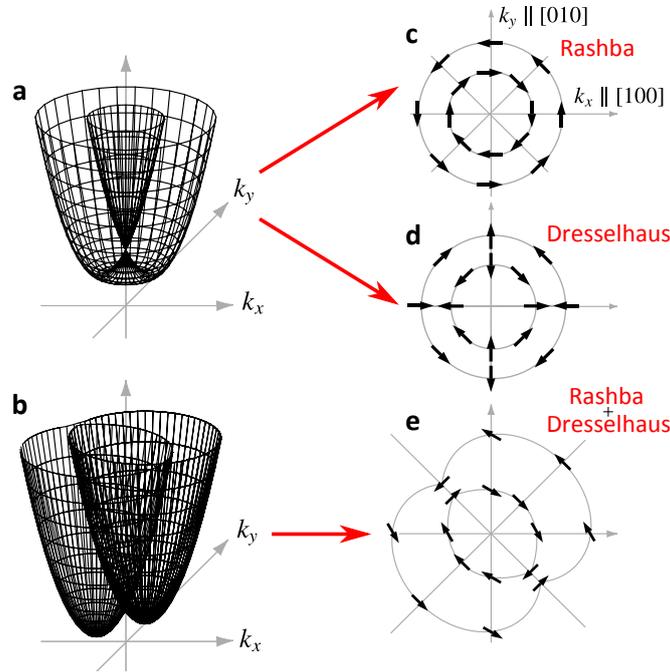
8. Un puits quantique symétrique de structure diamant, orienté [001] possède le groupe de symétrie (groupe ponctuel)  $D_{4h}$ . L'asymétrie d'inversion de la maille (du potentiel) réduit ce groupe à  $D_{2d}$  ( $C_{4v}$ ). En présence des deux asymétries le groupe est  $C_{2v}$ .

### b. Eclatement de spin

La dispersion électronique, associée au Hamiltonien à 1 particule  $\hat{\mathcal{H}} = \frac{\hat{\mathbf{p}}^2}{2m_b} + \hat{\mathcal{H}}_{\text{SO}}$ , s'écrit :

$$\varepsilon_{\mathbf{k}\sigma} = \frac{\hbar^2 k^2}{2m_b} + \sigma k \sqrt{\alpha^2 + \beta^2 + 2\alpha\beta \sin 2\varphi_{\mathbf{k}}} \quad (\sigma = \pm 1), \quad (2.26)$$

où  $m_b$  est la masse effective de conduction,  $k$  est le module de  $\mathbf{k}$  et  $\varphi_{\mathbf{k}}$  son angle polaire par rapport à  $[100]$ . Ainsi, dès que  $k \neq 0$ , il se produit une levée de dégénérescence intrinsèque (à champ magnétique extérieur nul) des deux états de spin. L'éclatement de spin correspondant (différence d'énergie entre les deux états de spin, à  $\mathbf{k}$  donné) croît linéairement avec  $k$ . La dispersion électronique est représentée figure 2.2 :



**Fig. 2.2.** Gauche : Dispersion des états à 1 particule dans un puits quantique orienté  $[001]$ , en présence d'effet Rashba ou Dresselhaus seul (a), et en présence des deux effets simultanément (b). Droite : Orientation de spin sur des contours d'énergie constante, pour l'effet Rashba (c), l'effet Dresselhaus (d) et la combinaison des deux (e). Adapté de [108].

- Si un seul des deux effets Rashba ou Dresselhaus est présent ( $\alpha = 0$  ou  $\beta = 0$ ), la dispersion (2.26) présente la symétrie axiale schématisée figure 2.2(a). Les contours d'énergie constante sont des cercles concentriques (2.2(c)-(d)), et l'éclatement spin-orbite est isotrope dans le plan du puits quantique.
- Si les deux effets sont simultanément présents, ils interfèrent et la symétrie axiale est brisée. La dispersion à 1 particule, schématisée figure 2.2(b), dépend alors de l'orientation de  $\mathbf{k}$ . Les contours d'énergie constante (figure 2.2(e)) ne sont plus circulaires, mais conservent une symétrie d'ordre 2 (invariance par rotation de  $180^\circ$ ) caractéristique du groupe  $C_{2v}$ . Les extrema de l'éclatement spin-orbite correspondent aux directions  $[110]$  et  $[\bar{1}10]$ .

Donnons quelques ordres de grandeur : dans des puits quantiques dopés typiques de GaAs ou CdTe,  $\alpha$  et  $\beta$  sont de l'ordre de quelques meV Å, et le vecteur d'onde de Fermi  $k_F$  est de l'ordre de  $100 \mu\text{m}^{-1}$ . L'éclatement spin-orbite au niveau de Fermi est alors de l'ordre de 0.1 meV (soit  $\sim 1\%$  de l'énergie de Fermi) ; cette dernière valeur correspond dans GaAs à l'effet Zeeman d'un champ magnétique de 4 T.

### c. Orientation de spin

En présence de couplage spin-orbite, le spin n'est plus une constante du mouvement :  $[\hat{\mathcal{H}}_{\text{SO}}, \hat{\sigma}] \neq 0$ . On ne peut donc plus définir un axe de quantification commun à tous les spins. Cependant, on peut toujours définir, pour un état donné, un axe de quantification local dans l'espace des  $\mathbf{k}$ , aligné avec la valeur moyenne de  $\hat{\sigma}$ . Pour un état de vecteur d'onde  $\mathbf{k}$  donné, cet axe de quantification est précisément la direction de  $\mathbf{B}_{\text{SO}}(\mathbf{k})$ .

L'orientation de  $\mathbf{B}_{\text{SO}}(\mathbf{k})$  est indiquée par des flèches sur les contours d'énergie constante de la figure 2.2. Dans le cas de l'effet Rashba (2.2(c)), on a toujours  $\mathbf{B}_{\text{SO}}(\mathbf{k}) \perp \mathbf{k}$ , de sorte que l'orientation de spin est *orthoradiale*. Lorsqu'on parcourt un contour d'énergie constante, l'axe de quantification tourne continûment, dans un sens déterminé (direct ou indirect) : on parle de *chiralité*. On constate que la chiralité est opposée pour les 2 contours (éventuellement dégénérés) correspondant à une énergie donnée. D'autre part, l'invariance par renversement du temps<sup>9</sup> impose que  $\mathbf{B}_{\text{SO}}(-\mathbf{k}) = -\mathbf{B}_{\text{SO}}(\mathbf{k})$  : l'orientation de spin est opposée pour les vecteurs d'onde  $\mathbf{k}$  et  $-\mathbf{k}$ . Ainsi, si l'on choisit un axe de quantification fixe, chaque contour contient autant de spins *up* que *down* selon cet axe : les champs spin-orbite ne conduisent à aucune polarisation nette de spin dans l'état fondamental.

Ces propriétés, tout à fait générales, se retrouvent naturellement dans le cas de l'effet Dresselhaus (2.2(c)). Dans ce cas cependant, l'orientation n'est plus orthoradiale, et possède une symétrie plus complexe. Enfin, la figure 2.2(e) montre le cas où effets Rashba et Dresselhaus sont présents simultanément. On vérifiera que l'orientation de spin est, tout comme l'éclatement de spin, invariante par rotation de  $180^\circ$ .

## 2.3 Conséquences du couplage spin-orbite : effets à 1 particule

Dans la première partie de ce chapitre, nous avons vu comment des champs spin-orbite  $\mathbf{B}_{\text{SO}}(\mathbf{k})$  émergent de la combinaison de l'interaction spin-orbite et de l'asymétrie spatiale dans les semi-conducteurs. L'existence de ces champs spin-orbite constitue, du point de vue applicatif, à la fois un atout et un inconvénient. Ils offrent en effet de nouveaux moyens d'agir sur le spin électronique, mais ils contribuent aussi efficacement à la relaxation de ce même spin. Nous allons examiner tour à tour ces deux aspects des effets spin-orbite à 1 particule.

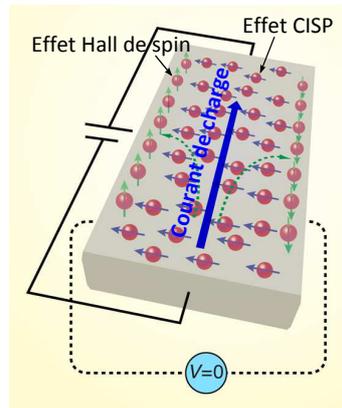
9. Celle-ci impose de façon générale que  $\varepsilon_{\mathbf{k}\uparrow} = \varepsilon_{-\mathbf{k}\downarrow}$  : c'est la dégénérescence de Kramers.

### 2.3.1 Applications spintronique

Le couplage spin-orbite ouvre la possibilité de s'affranchir de l'utilisation de matériaux magnétiques et de champs magnétiques extérieurs pour des applications spintronique. En effet, il permet de **générer** et de **manipuler** des populations de spin, en influant simplement sur leur mouvement par des champs électriques :

#### a. Génération de spin par effet spin-orbite

Deux méthodes sont couramment utilisées pour générer une population de spin : l'injection électrique à travers une couche ferromagnétique [6],<sup>10</sup> et l'orientation optique par absorption de lumière polarisée circulairement [110].<sup>11</sup> Récemment, le couplage spin-orbite a rendu possible la démonstration de deux nouveaux mécanismes de génération électrique de spin : l'effet Hall de spin, et l'effet CISP (pour *current-induced spin polarization*).



**Fig. 2.3.** Mécanismes spin-orbite de génération de spin lors du passage d'un courant de charge dans un semi-conducteur : effet Hall de spin, conduisant à une accumulation de spin sur les bords du canal, et effet CISP (*current-induced spin polarization*), conduisant à une polarisation de spin uniforme dans le matériau. Adapté de [21].

Ces deux mécanismes accompagnent simultanément le passage d'un courant de charge, comme schématisé figure 2.3. L'**effet Hall de spin** (extrinsèque) provient de l'interaction spin-orbite entre les électrons et les impuretés qui les diffusent : deux électrons de spins opposés sont déviés dans des directions opposées (*skew scattering*), perpendiculairement au courant de charge (figure 2.4(a)). Il en résulte un courant de spin, qui est pur de spin (il n'implique pas de déplacement net de charge) et donne lieu à une accumulation de spin sur les bords du canal de conduction, comme observé très récemment [12, 111] (jusqu'à température ambiante). L'effet réciproque (figure 2.4(b)) peut être utilisé comme une méthode de détection électrique d'un courant de spin [112, 113].<sup>12</sup> On notera que les

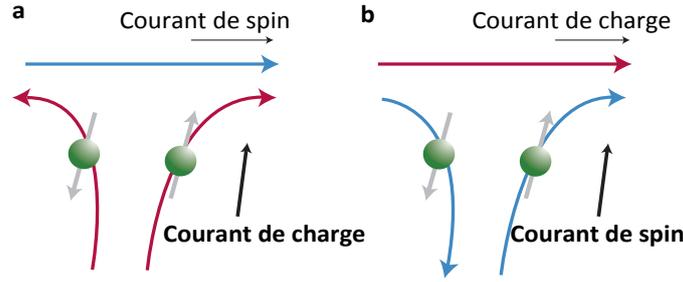
10. Qui agit comme un polariseur de spin. L'injection d'un ferromagnétique à un semi-conducteur est actuellement bien maîtrisée (efficacité de 70% à température ambiante [109]).

11. Le moment angulaire  $\pm 1$  des photons est transféré aux paires électron-trou photocréées, résultant en une orientation efficace de leur spin dans les semi-conducteurs cubiques.

12. Dans l'effet Hall de spin *inverse*, un courant de spin génère un faible courant de charge perpendiculairement à sa direction de propagation. La mesure de la différence de potentiel associée à ce courant de

effets Hall de spin direct et réciproque font partie d'une famille très générale d'effets de transformation mutuelle des courants de charge en courant de spin, pouvant recevoir un traitement théorique unifié [118, 119].

L'**effet CISP** donne lieu quant à lui à une polarisation de spin uniforme dans le matériau [90], lors du passage du courant de charge. Son interprétation est encore débattue [120, 21], mais elle recourt généralement à la notion de *champ spin-orbite induit par le courant* (cf. ci-dessous) : les électrons dérivant avec un vecteur d'onde  $\mathbf{q}_{\text{drift}}$  voient en moyenne un champ spin-orbite  $\mathbf{B}_{\text{SO}}(\mathbf{q}_{\text{drift}})$ , qui oriente leur spin [121, 122].



**Fig. 2.4.** **a**, Schéma de principe de l'effet Hall de spin : le passage d'un courant de charge génère un courant (pur) de spin dans la direction transverse. Cet effet provient de la combinaison du couplage spin-orbite et des collisions sur les impuretés : les deux populations de spins sont défléchies dans des directions opposées lors des collisions. **b**, Effet Hall de spin *inverse* : génération d'un courant de charge perpendiculairement à un courant de spin. Pris de [123].

## b. Manipulation de spin par effet spin-orbite

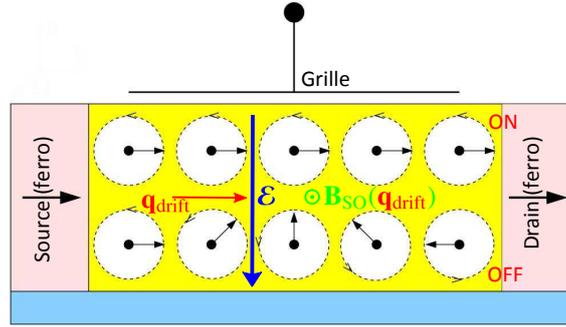
Le couplage spin-orbite permet également de *manipuler* une polarisation de spin à l'aide de champs électriques.

**Transistor de spin de Datta et Das** L'archétype d'un dispositif utilisant cet effet est le *transistor de spin* à effet de champ proposé par Datta et Das [89] : cf. figure 2.5. Ce transistor est formé de deux électrodes ferromagnétiques (source et drain) de part et d'autre d'un canal semi-conducteur. La source injecte des spins parallèles à la direction de transport, qui se déplacent balistiquement<sup>13</sup> avec un vecteur d'onde  $\mathbf{q}_{\text{drift}}$ , et sont "analysés" par le drain : le courant est haut (état *on*) si les spins arrivent orientés parallèlement à l'aimantation du drain, et bas (état *off*) s'ils arrivent anti-parallèlement. La modulation du courant est obtenue en contrôlant l'orientation des spins par l'application d'un champ électrique  $\mathcal{E}$  (grille) : les spins précessent en moyenne autour du champ spin-orbite Rashba  $\mathbf{B}_{\text{SO}}(\mathbf{q}_{\text{drift}}) \propto \mathbf{q}_{\text{drift}} \times \mathcal{E}$ . L'angle de rotation sur la longueur  $L$  du canal,  $\Delta\theta \simeq (2m_b e L r_{4141}^{6c6c} / \hbar^2) \langle \mathcal{E}_z \rangle$ , est ajustable par l'amplitude de  $\mathcal{E}$ .<sup>14</sup>

charge est d'ores et déjà couramment utilisée pour mesurer des courants de spin [114–116], et pourrait également être exploitée dans un schéma de transistor [117].

13. Le principe de fonctionnement peut être étendu au régime diffusif si  $|\alpha| = |\beta|$  [124].

14. Un angle de rotation  $\Delta\theta$  de  $\pi$  nécessite une longueur de canal  $L_\pi = \frac{\pi \hbar^2}{2m_b \alpha}$ . Dans une structure à fort couplage spin-orbite comme un puits quantique InAs/AlSb, on peut avoir  $\alpha \sim 60 \text{ meV \AA}$  [125] de sorte que  $L_\pi \sim 0.9 \text{ \mu m}$ .



**Fig. 2.5.** Schéma de principe du transistor de spin à effet de champ de Datta et Das [89]. La source (électrode ferromagnétique) injecte des spins parallèles à la direction de transport, qui se déplacent balistiquement (vecteur d'onde  $\mathbf{q}_{\text{drift}}$ ) jusqu'au drain (électrode ferromagnétique). L'application d'un champ électrique  $\mathcal{E}$  par une grille conduit par effet Rashba à un champ magnétique  $\mathbf{B}_{\text{SO}}(\mathbf{q}_{\text{drift}})$ , qui fait précesser les spins. Le courant peut ainsi être modulé en variant  $\mathcal{E}$ . Adapté de [1].

**Champ spin-orbite induit par le courant** L'existence d'un champ magnétique  $\mathbf{B}_{\text{SO}}(\mathbf{q}_{\text{drift}})$  peut se comprendre simplement. En l'absence de courant ( $\mathbf{q}_{\text{drift}} = 0$ ), la moyenne sur la mer de Fermi des champs spin-orbite individuels  $\mathbf{B}_{\text{SO}}(\mathbf{k})$  est nulle,<sup>15</sup> de sorte qu'aucune force macroscopique n'agit sur le gaz (et la polarisation de spin est nulle comme noté ci-dessus). Mais si le gaz est animé d'un mouvement moyen de vecteur d'onde  $\mathbf{q}_{\text{drift}}$ , le disque de Fermi se décale et les  $\mathbf{B}_{\text{SO}}(\mathbf{k})$  se moyennent à  $\mathbf{B}_{\text{SO}}(\mathbf{q}_{\text{drift}})$ .<sup>16</sup>

Ce *champ spin-orbite induit par le courant* décrit adéquatement l'orientation et la fréquence de précession moyennes d'un paquet de spin dans les expériences de transport cohérent [122]. La dynamique de précession autour de ce champ a été observée dans le domaine temporel, en l'absence de champ magnétique extérieur [13], et en superposition avec un champ magnétique extérieur  $\mathbf{B}_{\text{ext}}$ . Les spins précessent alors en moyenne autour du champ total  $\mathbf{B}_{\text{tot}} = \mathbf{B}_{\text{ext}} + \mathbf{B}_{\text{SO}}(\mathbf{q}_{\text{drift}})$  [91, 127, 92].

Dans cette section, nous avons détaillé les potentialités spintronique offertes par les champs spin-orbite. Nous allons voir à présent que ces champs peuvent également constituer un handicap majeur, en contribuant à la relaxation de spin.

### 2.3.2 Relaxation de spin : modèle de D'yakonov-Perel'

Pour les électrons de conduction des semi-conducteurs et métaux, 4 mécanismes principaux de relaxation de spin peuvent à priori être envisagés [1]. Le mécanisme *Elliott-Yafet* provient du léger mélange des états de spin  $\uparrow$  et  $\downarrow$  induit par le couplage spin-orbite dans les structures possédant la symétrie d'inversion (et où la dégénérescence des états de spin n'est donc pas levée par les effets Rashba et Dresselhaus) : ce léger mélange conduit, à chaque diffusion de l'électron, à une faible probabilité de retournement de spin. Le mécanisme *Bir-*

15. Ceci découle de la dégénérescence de Kramers, qui impose  $\mathbf{B}_{\text{SO}}(-\mathbf{k}) = -\mathbf{B}_{\text{SO}}(\mathbf{k})$ , et de l'égalité des nombres d'occupation pour les états de vecteurs d'onde opposés,  $n_{\mathbf{k}} = n_{-\mathbf{k}}$ .

16. Une démonstration plus rigoureuse pourra être trouvée dans [126]. Si les termes Dresselhaus cubiques sont pris en compte, le champ spin-orbite induit par le courant reste linéaire en  $\mathbf{q}_{\text{drift}}$ , mais avec une constante de couplage Dresselhaus légèrement renormalisée.

*Aronov-Pikus*, pertinent pour les semi-conducteurs dopés  $p$ , provient des fluctuations du champ magnétique associé à l'interaction d'échange électron-trou. L'*interaction hyperfine*, dans les semi-conducteurs de spin nucléaire non nul (comme GaAs), affecte les électrons localisés; son influence sur les électrons itinérants est inhibée par un fort rétrécissement par le mouvement (*motional narrowing*).

Pour les semi-conducteurs de structure blende de zinc dopés  $n$  qui nous intéressent ici, ces trois mécanismes sont négligeables devant un quatrième, le mécanisme D'yakonov-Perel' [20]. Celui-ci provient de la dépendance en  $\mathbf{k}$  des champs spin-orbite Dresselhaus et Rashba.

**Cas d'un électron individuel** Pour comprendre ce mécanisme de relaxation, considérons la figure 2.6(a), montrant une carte typique du champ spin-orbite  $\mathbf{B}_{\text{SO}}(\mathbf{k})$  dans l'espace des  $\mathbf{k}$  (le cercle indique le contour de Fermi, de rayon  $k_F$ ). Le champ spin-orbite varie fortement avec  $\mathbf{k}$ . Ainsi, à chaque fois qu'un électron change de vecteur d'onde  $\mathbf{k}$  par diffusion, le champ magnétique  $\mathbf{B}_{\text{SO}}(\mathbf{k})$  change en amplitude et en orientation : cf. figure 2.6(b). Le spin doit donc précesser avec une autre fréquence et une autre direction. Au fur et à mesure des collisions, le spin perd ainsi progressivement la mémoire de son état initial.

Dans le cas usuel de collisions fréquentes<sup>17</sup>, l'angle de précession est petit entre deux collisions, et la phase de précession suit une marche au hasard. Un spin initialement aligné dans la direction  $i$  ( $i = x, y, z$ ) relaxe alors avec un temps caractéristique [118] :

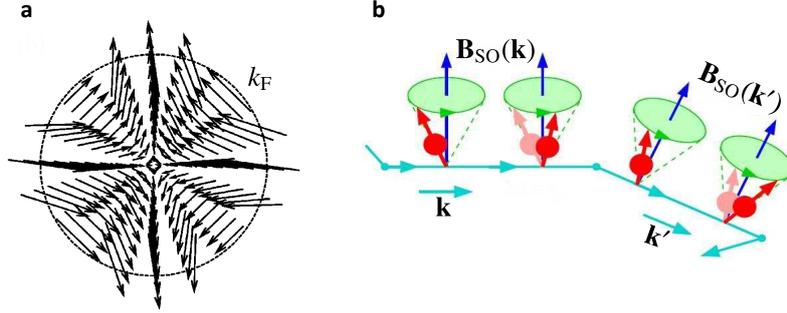
$$\tau_s^i \sim \frac{1}{\langle \Omega_{\perp i}^2 \rangle \tau_{\mathbf{k}}}, \quad (2.27)$$

où  $\tau_{\mathbf{k}}$  est le temps de relaxation du vecteur d'onde, et  $\langle \Omega_{\perp i}^2 \rangle$  le carré de la fréquence de précession associée au champ spin-orbite *dans le plan perpendiculaire à  $i$* , moyenné sur la distribution électronique.<sup>18</sup> C'est un exemple typique de rétrécissement par le mouvement (*motional narrowing*) : le temps de relaxation de spin est inversement proportionnel au temps de corrélation des fluctuations du champ magnétique, ici donné par  $\tau_{\mathbf{k}}$ .

**Cas d'un ensemble d'électrons dans un champ magnétique externe** En présence d'un champ magnétique extérieur  $\mathbf{B}_{\text{ext}}$ , on distingue entre le temps de vie de la composante longitudinale du spin (temps de *relaxation*  $T_1$ ), et celui des composantes transverses au champ extérieur (temps de *décohérence*  $T_2$ ). Considérons alors un *ensemble* d'électrons, auxquels on imprime une précession autour de  $\mathbf{B}_{\text{ext}}$  à l'instant initial. Chaque électron voit ensuite un champ  $\mathbf{B}_{\text{ext}} + \mathbf{B}_{\text{SO}}(\mathbf{k})$  différent : le *spin macroscopique* se déphase donc avec un temps  $T_2^*$  plus court que le temps intrinsèque  $T_2$  de chaque électron, par interférence destructive :  $T_2^* < T_2$ . Ce déphasage d'ensemble se produit même en l'absence de diffusion du vecteur d'onde électronique (donc même si  $T_2 = \infty$ ) : le simple fait que chaque spin précesse avec une direction et une fréquence propres, même constantes au cours du temps, conduit à un temps d'ensemble  $T_2^*$  fini. *Par extension, on nommera également D'yakonov-Perel' ce mécanisme de déphasage d'ensemble, persistant en l'absence de diffusion du vecteur d'onde.*

17. Soit  $\langle \Omega_{\perp i} \rangle \tau_{\mathbf{k}} \ll 1$ .

18. Dans le cas opposé  $\langle \Omega_{\perp i} \rangle \tau_{\mathbf{k}} \gg 1$ , le spin fait de nombreux cycles de précession entre deux collisions, et  $\tau_s^i \sim \tau_{\mathbf{k}}$ .



**Fig. 2.6.** **a**, Champ spin-orbite  $\mathbf{B}_{\text{SO}}(\mathbf{k})$  dans l'espace des  $\mathbf{k}$  pour un puits quantique asymétrique orienté [001] (cf. Eq. (2.25)). Le cercle indique le contour de Fermi, de rayon  $k_F$ . Pris de [107]. **b**, Schéma de principe de la relaxation de spin D'yakonov-Perel'. A chaque fois qu'un électron change de vecteur d'onde (passage de  $\mathbf{k}$  à  $\mathbf{k}'$ ) par diffusion, le champ magnétique spin-orbite est modifié (passage de  $\mathbf{B}_{\text{SO}}(\mathbf{k})$  à  $\mathbf{B}_{\text{SO}}(\mathbf{k}')$ ), et le spin se met à précesser avec une autre fréquence et une autre direction. Pris de [128].

### 2.3.3 Immunisation contre le mécanisme D'yakonov-Perel'

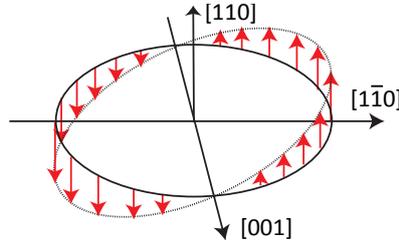
Des recherches intenses ont été menées en vue de protéger les spins itinérants du mécanisme D'yakonov-Perel'. Nous présentons ici deux des stratégies suivies.

#### a. Exploitation des symétries spin-orbite spatiales

La stratégie principale suivie jusqu'à ce jour consiste à réaliser des situations de haute symétrie spatiale, diminuant voire supprimant la dépendance en  $\mathbf{k}$  des champs spin-orbite, à l'origine du mécanisme D'yakonov-Perel'. Trois situations ont été envisagées dans la littérature :

- Puits [110] et  $\alpha = 0$

Pour un puits quantique orienté [110], on montre [129] que le champ spin-orbite Dresselhaus est orienté selon l'axe de croissance quel que soit  $\mathbf{k}$  : cf. figure 2.7. En l'absence d'effet Rashba, le champ spin-orbite total s'écrit  $\mathbf{B}_{\text{SO}}(\mathbf{k}) = \frac{\beta}{g\mu_B} (0, 0, k_y)$ , avec  $x \parallel [001]$ ,  $y \parallel [1\bar{1}0]$  et  $z \parallel [110]$ . La dissipation D'yakonov-Perel' est alors supprimée (à l'ordre linéaire en  $\mathbf{k}$ )<sup>19</sup> pour les spins alignés avec l'axe de croissance [6, 130, 131].



**Fig. 2.7.** Champ spin-orbite Dresselhaus dans l'espace des  $\mathbf{k}$ , pour un puits quantique orienté [110].

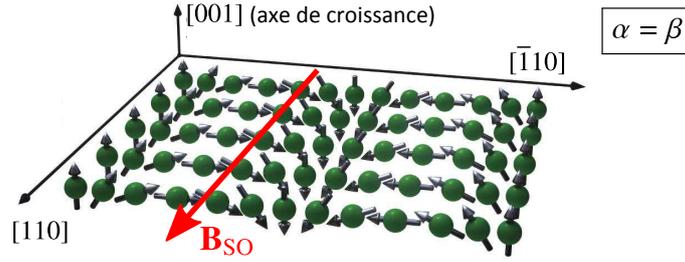
19. Le terme Dresselhaus cubique rétablit une légère sensibilité au mécanisme D'yakonov-Perel'.

- Puits [111] et  $\alpha = \frac{-4\beta}{\sqrt{3}}$

Pour un puits quantique orienté [111], le champ Dresselhaus possède la même symétrie orthoradiale que le champ Rashba [129]. On a alors  $\mathbf{B}_{\text{SO}}(\mathbf{k}) = \frac{\alpha+4\beta/\sqrt{3}}{g\mu_{\text{B}}}(k_y, -k_x, 0)$ , où  $z \parallel [111]$ . En réalisant la situation  $\alpha = -4\beta/\sqrt{3}$ , à l'aide d'une grille, le champ spin-orbite est identiquement nul, et la dissipation D'yakonov-Perel' est supprimée dans les 3 directions de l'espace [132]. Balocchi *et al.* [94] ont récemment observé une augmentation de deux ordres de grandeur du temps de relaxation de spin en utilisant cet effet.

- Puits [001] et  $\alpha = \pm\beta$  : *Persistent Spin Helix* (PSH)

Pour un puits quantique orienté [001], lorsque  $\alpha = \pm\beta$  tous les champs spin-orbite sont alignés. Ils sont parallèles à la direction  $[\pm 110]$  du plan :  $\mathbf{B}_{\text{SO}}(\mathbf{k}) = \frac{2\alpha}{g\mu_{\text{B}}}((k_x \pm k_y), -(k_x \pm k_y), 0)$  pour  $\alpha = \pm\beta$ , respectivement. Il existe alors un profil spatial de polarisation de spin pour lequel la dissipation D'yakonov-Perel' s'annule [133] au premier ordre en  $\mathbf{k}$ , comme observé par Koralek *et al.* [106]. Ce profil PSH (*Persistent Spin Helix*), schématisé figure 2.8 pour le cas  $\alpha = \beta$ , consiste en une variation sinusoïdale, de vecteur d'onde  $\mathbf{q}_{\text{PSH}} \parallel [\bar{1}10]$ , de l'orientation de spin dans le plan perpendiculaire à [110].



**Fig. 2.8.** Profil spatial de la polarisation de spin dans l'état PSH (*Persistent Spin Helix*). Cet état, où l'orientation de spin est périodique avec un vecteur d'onde  $\mathbf{q}_{\text{PSH}} \parallel [\bar{1}10]$ , est réalisé pour  $|\alpha| = |\beta|$  dans un puits quantique orienté [001] (ici le cas  $\alpha = \beta$  est représenté). L'état PSH est protégé de la dissipation D'yakonov-Perel' [133]. Adapté de [106].

## b. Techniques de type écho de spin

Plutôt que d'exploiter les symétries spatiales de l'interaction spin-orbite comme dans les exemples ci-dessus, on pourrait songer à exploiter sa symétrie *temporelle* pour lutter contre la dissipation D'yakonov-Perel'. En effet, le Hamiltonien spin-orbite est invariant par renversement du temps. Ainsi, une perturbation (pulse électromagnétique) capable de placer le système dans l'état miroir par renversement du temps peut reconstruire partiellement la cohérence de spin [134, 135]. C'est le principe de l'*écho de spin* [136], issu de la résonance magnétique nucléaire, et dont l'application à la dissipation D'yakonov-Perel' de spins électroniques itinérants est actuellement à l'étude.

**Refocalisation de spin** Pour introduire ces travaux, considérons le cas simple d'un ensemble de spins *localisés* précessant autour d'un champ extérieur  $\mathbf{B}_{\text{ext}}$ , avec des fréquences légèrement différentes (du fait par exemple d'une légère distribution des facteurs  $g$ ). Les phases de précession, qui coïncident à l'instant initial, se décalent ensuite progressivement :

les spins "rapides" prennent de l'avance sur les spins "lents". Si après un temps d'évolution  $\Delta t$ , on retourne les spins par un impulsion  $\pi$ , les spins rapides se trouvent en retard sur les spins lents ; au bout d'un nouveau temps d'évolution libre  $\Delta t$ , les phases coïncident à nouveau — modulo la décohérence intrinsèque (temps  $T_2$ ) de chaque spin.

Dans ce procédé, baptisé écho de spin de Hahn [136], le *déphasage statique* associé à la distribution de fréquence de précession des spins a été compensé : on parle de *refocalisation de spin* [137]. Issue de la résonance magnétique nucléaire, cette technique a récemment été étendue, grâce à l'utilisation de impulsions optiques sub-picosecondes, aux spins *électroniques* — de temps de vie plus court — localisés dans des boîtes quantiques [138, 139] ou sur des défauts [140].

Concernant la relaxation D'yakonov-Perel' des spins itinérants, le résultat expérimental qui se rapproche pour l'instant le plus de cet esprit est celui de la Ref. [14], utilisant des impulsions électriques (2 ns) sur des paquets de spin générés optiquement dans un film d'InGaAs. Les impulsions électriques déclenchent la dérive du paquet de spin, et sa précession autour du champ spin-orbite induit par le courant (cf. section 2.3.1). En appliquant la succession immédiate de deux impulsions de polarités opposées, un allongement du  $T_2^*$  d'un facteur 2 a été observé.

**Découplage dynamique** Peut-on également prolonger le temps de *décohérence intrinsèque*  $T_2$  de chaque spin ? C'est le but des techniques de *découplage dynamique* [141]. La décohérence intrinsèque provient du couplage aux fluctuations magnétiques de l'environnement. Dans l'exemple précédent, celles-ci peuvent être modélisées par un champ  $\delta\mathbf{B}(t)$ , fluctuant avec un temps caractéristique  $\tau_c$ . Chaque spin précesse alors autour de  $\mathbf{B}_{\text{ext}} + \delta\mathbf{B}(t)$ , les fluctuations de fréquence de précession instantanée induisant la perte de cohérence avec un temps  $T_2$ .

Si l'on applique, non plus un seul impulsion de retournement, mais une séquence stroboscopique de telles impulsions [142, 143], avec une fréquence de répétition de l'ordre de  $1/\tau_c$ , on *découple* partiellement l'évolution du spin par rapport aux fluctuations  $\delta\mathbf{B}(t)$  [141]. Une augmentation de presque 3 ordres de grandeur du temps de cohérence de spins électroniques *localisés* a ainsi été démontrée expérimentalement [144, 145].

Dans le cas de la relaxation D'yakonov-Perel',  $\tau_c = \tau_{\mathbf{k}}$ . Or, le découplage dynamique nécessite des impulsions (i) de durée faible devant  $T_2$ , et (ii) espacés d'une durée  $\Delta t$  de l'ordre de  $\tau_c$ . Dans un puits quantique de GaAs comme celui que nous étudierons au chapitre 4,  $T_2$  est de l'ordre de la ns, et  $\tau_{\mathbf{k}}$  est de l'ordre de quelques centaines de ps, à température cryogénique. Le critère (i) est donc facilement satisfait par des impulsions optiques ; quant au critère (ii), il nécessite un taux de répétition de l'ordre de la dizaine de GHz, qui est accessible avec certains lasers commerciaux ou de laboratoire [146].

Des simulations numériques [147, 148] montrent que l'on peut attendre de l'utilisation de cette technique une réduction du mécanisme D'yakonov-Perel' d'un ordre de grandeur pour  $\Delta t = \tau_{\mathbf{k}}$ , et de 3 ordres de grandeur pour  $\Delta t = 0.1 \tau_{\mathbf{k}}$ . Ces prédictions sont en attente de confirmation expérimentale.

\* \* \*

Après cet état de l'art des effets spin-orbite à 1 particule, abordons brièvement la question des "effets spin-orbite à N corps".

## 2.4 Vers l'étude des effets spin-orbite à N corps

Jusqu'ici, nous n'avons pas tenu compte de l'interaction Coulombienne entre électrons. Dans quelle mesure est-elle susceptible de modifier les effets spin-orbite à 1 particule décrits dans ce chapitre ?

### Renormalisation des quantités à 1 particule

Traditionnellement, on s'attend à ce que l'interaction Coulombienne renormalise les quantités à 1 particule que nous avons manipulées jusqu'ici :

- Comme noté en introduction, il a été prédit un renforcement des constantes de couplage spin-orbite Rashba et Dresselhaus ( $\alpha$  et  $\beta$ ), à hauteur de quelques % ou dizaines de % [31–33]. Ce renforcement est une fonction croissante du rayon de Wigner-Seitz  $r_s$  (Eq. (1.14)), qui mesure la distance moyenne entre électrons. Cependant, un tel renforcement n'a jamais pu, à notre connaissance, être quantifié clairement d'un point de vue expérimental. Une expérience déterminante, mais délicate consisterait à faire varier la densité électronique sur un même échantillon, à potentiel de confinement constant, à l'aide par exemple d'un dispositif à deux grilles [149, 127].
- Il a également été montré, théoriquement [34, 35] et expérimentalement [36–38], que les interactions Coulombiennes conduisent à une diminution de la relaxation D'yakonov-Perel'. Cet effet global se décompose en deux sous-effets. D'une part, l'interaction Coulombienne est une source supplémentaire de diffusion du vecteur d'onde, inhibant la relaxation D'yakonov-Perel' en régime de rétrécissement par le mouvement [36, 37].<sup>20</sup> D'autre part, en présence d'une polarisation de spin, le champ d'échange Coulombien diminue encore la relaxation de spin, comme le ferait un champ magnétique réel [34, 35] : cet effet a été observé dans la Ref. [38].

### Effets spin-orbite sur les modes collectifs : positionnement de ce travail

L'effet du couplage spin-orbite sur les modes collectifs, où la dynamique des électrons est fortement structurée par l'interaction de Coulomb, a fait l'objet d'un certain nombre de travaux théoriques, mais comparativement peu d'études expérimentales. Nous recensons les principaux travaux théoriques :

- L'effet du couplage spin-orbite sur le plasmon de *charge* intra-sous-bande a été étudié dans les Refs. [49, 150, 151, 33]. Le principal effet prédit est l'anisotropie du poids spectral

20. Le taux de diffusion  $1/\tau_{ee}$  dû aux interactions Coulombiennes augmente, dans un gaz d'électrons 2D dégénéré, comme la température au carré [35] :  $1/\tau_{ee} \simeq 3.4 \frac{E_F}{\hbar} \left( \frac{k_B T}{E_F} \right)^2$ , où  $E_F$  est l'énergie de Fermi. Le taux de diffusion total est alors donné par  $1/\tau_k^* = 1/\tau_k + 1/\tau_{ee}$ , où  $1/\tau_k$  est le taux de diffusion associé à la mobilité.

du plasmon.<sup>21</sup> Le plasmon de charge inter-sous-bande a également été étudié [74, 107].

- Les effets spin-orbite sur les modes collectifs de *spin* ont été étudiés dans la Ref. [153], pour l'intra-sous-bande, et dans les Refs. [74, 107], pour l'inter-sous-bande. Les effets les plus intéressants concernent clairement cette dernière situation. Il a été prédit que le couplage spin-orbite conduisait à un éclatement du spectre plasmon en un triplet, et que les trois modes correspondants étaient immunisés contre le mécanisme D'yakonov-Perel'.

Précisons le sens exact de cette immunité contre le mécanisme D'yakonov-Perel'. Nous avons vu ci-dessus que même en l'absence de relaxation du vecteur d'onde, la dépendance en  $\mathbf{k}$  des champs spin-orbite individuels conduit, dans une image à 1 particule, à un déphasage du spin macroscopique. Or, le calcul ALDA (cf. section 1.4.4) de la réponse inter-sous-bande ne conduit, à désordre et température nuls, à aucune partie imaginaire pour les pôles associés aux 3 plasmons de spin : ces modes ont donc un temps de vie infini. De plus, ces modes plasmon possèdent une polarisation, i.e. un axe d'oscillation (mode longitudinal) ou de précession (modes transverses) de spin bien défini, en dépit de la distribution en  $\mathbf{k}$  des champs spin-orbite individuels.

A la différence des stratégies d'immunisation contre la relaxation D'yakonov-Perel' que nous venons de discuter, le phénomène prédit est ici totalement indépendant de la symétrie spatiale des champs spin-orbite : il ne nécessite donc à priori aucune ingénierie ou contrôle par grille. Pour faire également un parallèle avec les techniques d'écho de spin, on pourrait être tenté de dire que les champs Coulombiens d'échange-corrélation agissent, au sein du plasmon de spin, comme une séquence continue ( $\Delta t = 0$ ) d'impulsions de contrôle, permettant au spin macroscopique de conserver sa cohérence quantique, en dépit de la dépendance en  $\mathbf{k}$  des champs spin-orbite individuels.

Nous allons étudier au chapitre 4 ce phénomène d'*organisation des champs spin-orbite en présence de l'interaction de Coulomb* pour le plasmon de spin inter-sous-bande, dans des puits quantiques de GaAs. Dans les chapitres 5 et 6, nous étudierons la présence d'effets similaires sur l'onde de spin intra-sous-bande du gaz d'électrons polarisé en spin dans CdMnTe.

Nous donnons avant cela une présentation générale de l'outil expérimental utilisé pour ces études, la spectroscopie Raman électronique.

---

21. Il a été proposé d'exploiter cette anisotropie dans les systèmes bi-dimensionnels, pour former un "filtre plasmonique" [152, 151].



# Spectroscopie Raman électronique

---

## Sommaire

---

<b>3.1</b>	<b>Principe et historique</b>	<b>49</b>
<b>3.2</b>	<b>Théorie</b>	<b>52</b>
3.2.1	Traitement en perturbation	52
3.2.2	Tenseur Raman et règles de sélection	54
3.2.3	Relation avec les fonctions de réponse	55
3.2.4	Spectroscopie Raman résonante	56
3.2.5	Atouts et limites de la spectroscopie Raman	59
<b>3.3</b>	<b>Dispositif expérimental</b>	<b>60</b>
3.3.1	Schéma optique	60
3.3.2	Description des éléments	60

---

Dans le chapitre 1, nous avons vu que le gaz d'électrons des puits quantiques dopés était le siège de deux types d'excitations électroniques : des excitations individuelles (SPE), qui correspondent aux pôles des fonctions de Lindhard  $\Pi_{\sigma\sigma'}(\mathbf{q}, \omega)$  (Eq. (1.25)), et des modes collectifs, qui correspondent aux pôles des fonctions de réponse densité-densité comme  $\chi_{nn}(\mathbf{q}, \omega)$  (susceptibilité électrique),  $\chi_{+-}(\mathbf{q}, \omega)$  (susceptibilité de spin transverse), etc. (cf. Eq. 1.41).

Dans ce chapitre, nous allons voir que la spectroscopie Raman électronique donne un accès privilégié à ces fonctions de réponse. Dans un spectre Raman, les modes collectifs apparaissent (idéalement) comme des raies de profil Lorentzien, fournissant l'énergie et le temps de vie du mode. Le vecteur d'onde d'excitation  $\mathbf{q}$  peut être contrôlé, à la fois en amplitude et en orientation, permettant de reconstruire la dispersion  $\omega(\mathbf{q})$  des modes collectifs. Ceci va nous permettre dans cette thèse d'étudier les effets spin-orbite sur les modes collectifs de spin.

Après un court paragraphe de présentation générale (3.1), nous détaillons le calcul de la section efficace de diffusion Raman (3.2), et nous montrons comment celle-ci est reliée aux fonctions de réponse du gaz. Puis nous présentons notre dispositif expérimental (3.3).

## 3.1 Principe et historique

De façon générale, les photons incidents sur un matériau subissent divers processus<sup>1</sup> : à la surface, ils sont réfléchis ou transmis ; dans le volume, les photons transmis peuvent être absorbés ou diffusés. La diffusion est un mécanisme à deux photons, dont la probabilité est plus faible qu'un mécanisme à un photon comme l'absorption. Elle se produit sur toute

---

1. On se restreint ici aux processus linéaires.

inhomogénéité, statique ou dynamique, du milieu. Les inhomogénéités statiques, comme les défauts de surface, ne peuvent diffuser que de façon élastique : l'énergie  $\hbar\omega_s$  du photon diffusé est égale à l'énergie  $\hbar\omega_i$  du photon incident. En revanche, les inhomogénéités dynamiques, comme les fluctuations de la densité de charge et de spin (mais aussi les phonons, magnons, etc.), diffusent la lumière inélastiquement.

A basse énergie<sup>2</sup>, cette diffusion inélastique est appelée diffusion Raman, et on nomme **déplacement Raman** (*Raman shift*) la différence

$$\boxed{\hbar\omega = \hbar\omega_i - \hbar\omega_s}, \quad (3.1)$$

correspondant à l'énergie échangée avec le système diffusant : cf. figure 3.1(a). La situation  $\omega > 0$  correspond à une création d'excitation (processus *Stokes*), et la situation  $\omega < 0$  correspond à une destruction d'excitation (processus *anti-Stokes*) dans le milieu.

L'*invariance par translation* conduit de plus au transfert d'un vecteur d'onde  $\mathbf{q}$  au système diffusant :

$$\boxed{\mathbf{q} = (\boldsymbol{\kappa}_i - \boldsymbol{\kappa}_s)_{\parallel}}, \quad (3.2)$$

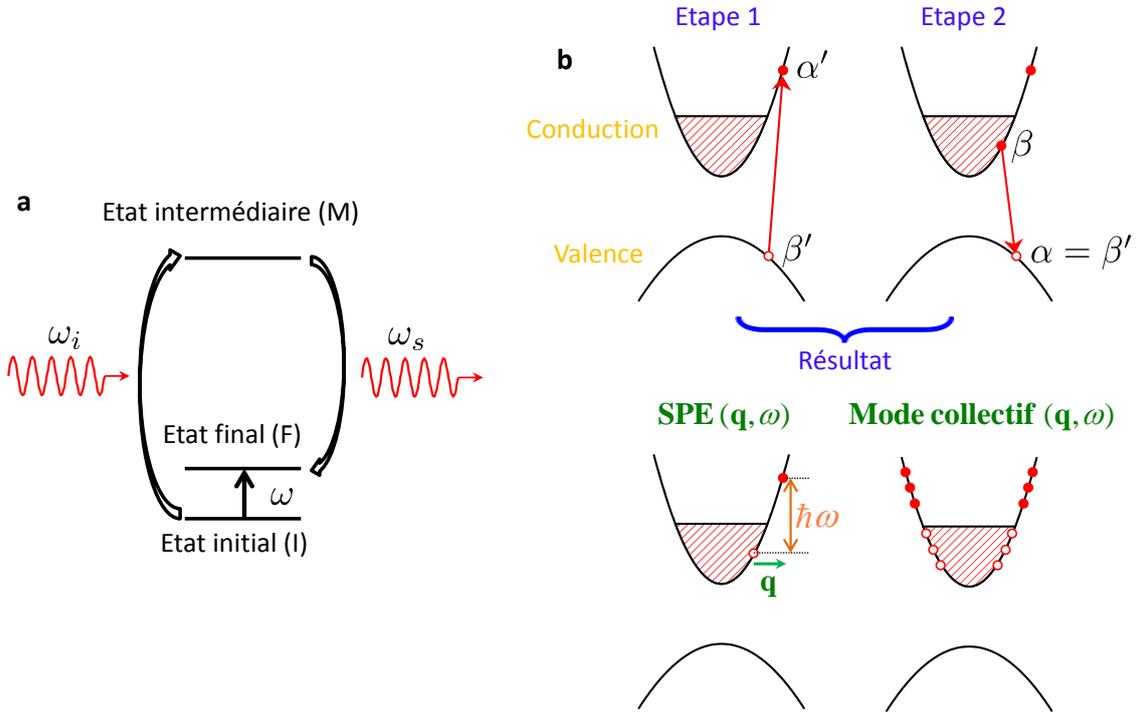
où  $\boldsymbol{\kappa}_i$  et  $\boldsymbol{\kappa}_s$  sont les vecteurs d'onde du photon incident et diffusé, respectivement, et  $(\dots)_{\parallel}$  désigne la projection sur l'espace invariant par translation (espace complet pour un matériau massif, plan pour un puits quantique, etc.).

Cet effet a été découvert par Raman et Krishnan [154] en 1928 dans des liquides organiques, et indépendamment par Landsberg et Mandelstam dans le quartz [155].<sup>3</sup> L'invention du laser dans les années 1960 a établi la diffusion Raman comme un outil spectroscopique puissant [158–160]. En pratique, on éclaire le système avec un faisceau laser monochromatique, et on analyse avec un spectromètre la lumière diffusée. Le vecteur de diffusion  $\mathbf{q}$  étant fixé par les directions d'incidence et de détection, l'analyse de l'énergie des photons diffusés fournit le spectre d'excitations (individuelles et collectives) du matériau. Comme nous le montrerons, les excitations de spin peuvent (sous certaines conditions) être sondées sélectivement, en croisant la polarisation des photons incidents et diffusés.

Donnons un bref historique de l'application de la spectroscopie Raman électronique à l'étude des semi-conducteurs. Après les premières observations Raman de plasmons de charge dans les semi-conducteurs massifs (GaAs dopé  $n$ ) [158, 159], la technique a été appliquée avec succès aux gaz d'électrons bi-dimensionnels confinés à des hétérojonctions et dans des puits quantiques dopés. Les plasmons de charge inter-sous-bande [161], intra-sous-bande [162], ainsi que les excitations électroniques individuelles (SPE) [163] ont ainsi été étudiés. Les modes collectifs de spin des puits quantiques ont été examinés à partir de la fin des années 1980 : les plasmons de spin inter-sous-bande dans GaAs [17, 22], puis les ondes de spin paramagnétiques dans CdMnTe, au sein de notre équipe notamment [18, 26, 29]. Parallèlement, les excitations de charge et de spin de fils quantiques de GaAs ont été étudiées [164, 165], notamment par F. Perez *et al.* [166–168]. Les effets spin-orbite sur

2. A haute énergie, la diffusion élastique est nommée diffusion Thompson et la diffusion inélastique est nommée diffusion Compton.

3. Notons que le principe en avait été anticipé théoriquement par Smekal [156] en 1923, et Kramers et Heisenberg [157] en 1925.



**Fig. 3.1.** (a), Schéma de principe de la diffusion Raman, conduisant à un transfert d'énergie  $\hbar\omega = \hbar\omega_i - \hbar\omega_s$  au système diffusant, via le passage par un état intermédiaire. (b) Haut : Etats intermédiaires typiques pour la diffusion Raman électronique résonante dans un semi-conducteur dopé. Un électron est promu de la bande de valence à un état vide de la bande de conduction (étape 1) ; puis un électron de la mer de Fermi se recombine avec le trou initial (étape 2). Bas : Au final, une excitation électronique — une SPE (gauche) ou un mode collectif (droite) — d'énergie  $\hbar\omega$  et de vecteur d'onde  $\mathbf{q}$  est laissée dans le système.

les excitations individuelles ont été mesurées dans des puits quantiques de GaAs par B. Jusserand *et al.* [86, 87]. La spectroscopie Raman a été appliquée également dans le régime de l'effet Hall quantique, où les magnéto-plasmons et les ondes de spin ont été mis en évidence [169], ainsi que les excitations de spin de fermions composites dans le régime fractionnaire [170].

Mentionnons que récemment, les lasers impulsionnels ont permis l'utilisation du mécanisme Raman non plus seulement comme un outil spectroscopique, mais comme un outil de *génération et de contrôle cohérent d'excitations*. Dans ce cas, les deux photons de fréquence  $\omega_i$  et  $\omega_s$  sont contenus dans l'impulsion incidente (si sa largeur spectrale le permet), et le mécanisme Raman est cohérent. Ceci permet de générer et de suivre l'évolution temporelle d'un mode collectif de charge [171] ou de spin [171–173], ou encore de contrôler l'état d'un spin isolé [174, 175].

\* \* \*

Dans ce travail, nous utiliserons la **diffusion Raman spontanée** (sous excitation continue monochromatique) pour sonder les excitations de spin du gaz d'électrons des puits quantiques dopés. Nous commençons par présenter le traitement théorique adapté à

cette situation (3.2), puis nous décrivons notre dispositif expérimental (3.3).

## 3.2 Théorie

Le but de cette section est de montrer comment la diffusion Raman permet de sonder les excitations individuelles et collectives du gaz d'électrons, et notamment celles qui affectent le spin. Pour faire ressortir les articulations principales sans trop de technicité, nous ignorons dans un premier temps le confinement quantique. Nous négligeons également le couplage spin-orbite dans la bande de conduction.

### 3.2.1 Traitement en perturbation

Nous considérons donc un gaz d'électrons dans la bande de conduction d'un **semi-conducteur blende de zinc massif**, à température nulle. Le processus Raman fait intervenir un champ électromagnétique incident ( $i$ ) et diffusé ( $s$ ). L'interaction de ces champs avec le gaz d'électrons est décrite en remplaçant l'opérateur impulsion  $\hat{\mathbf{p}}$  de chaque électron par  $\hat{\mathbf{p}} - e\mathbf{A}(\hat{\mathbf{r}})$ . On obtient ainsi deux termes supplémentaires au Hamiltonien (nous utilisons la jauge de Coulomb  $\nabla \cdot \mathbf{A} = 0$ ) :

$$\hat{\mathcal{H}}_A = -\frac{e}{m_b} \sum_j \hat{\mathbf{p}}_j \cdot \mathbf{A}(\hat{\mathbf{r}}_j), \quad (3.3)$$

$$\hat{\mathcal{H}}_{AA} = \frac{e^2}{2m_b} \sum_j [\mathbf{A}(\hat{\mathbf{r}}_j)]^2, \quad (3.4)$$

où l'indice  $j$  repère les  $N$  électrons du gaz, et  $m_b$  désigne la masse de bande de conduction. Le potentiel vecteur  $\mathbf{A}$  est la somme des potentiels vecteurs incident et diffusé :

$$\mathbf{A} = \mathbf{A}_i + \mathbf{A}_s. \quad (3.5)$$

Le processus Raman étant un processus à deux photons, il est calculé en traitant le Hamiltonien d'interaction en perturbation au deuxième ordre en  $\mathbf{A}$  : on traite donc  $\hat{\mathcal{H}}_A$  au deuxième ordre, et  $\hat{\mathcal{H}}_{AA}$  au premier ordre. La section efficace différentielle de diffusion Raman est obtenue en appliquant la règle d'or de Fermi :

$$\frac{d^2\sigma}{d\omega d\Omega} \propto \frac{\omega_s}{\omega_i} \sum_F |T_{IF}|^2 \delta(E_F - E_I - \hbar\omega), \quad (3.6)$$

qui fait intervenir une somme de transitions, à partir de l'état initial  $|I\rangle$  d'énergie  $E_I$ , vers tous les états finaux  $|F\rangle$  du gaz d'énergie  $E_F = E_I + \hbar\omega$ .<sup>4</sup> L'amplitude de probabilité de ces transitions est :

$$T_{IF} = \langle F | \hat{\mathcal{H}}_{AA} | I \rangle + \sum_M \left[ \frac{\langle F | \hat{\mathcal{H}}_{A_i} | M \rangle \langle M | \hat{\mathcal{H}}_{A_s} | I \rangle}{E_I - E_M - \hbar\omega_s} + \frac{\langle F | \hat{\mathcal{H}}_{A_s} | M \rangle \langle M | \hat{\mathcal{H}}_{A_i} | I \rangle}{E_I - E_M + \hbar\omega_i} \right], \quad (3.7)$$

4. On pourrait tenir compte du temps de vie fini de l'état excité  $F$ , en remplaçant le delta de Dirac par une Lorentzienne.

où les états  $|M\rangle$  d'énergie  $E_M$  sont des états intermédiaires du gaz, et  $\widehat{\mathcal{H}}_{A_i}$  ( $\widehat{\mathcal{H}}_{A_s}$ ) désigne le Hamiltonien (3.3) avec  $\mathbf{A} = \mathbf{A}_i$  ( $\mathbf{A}_s$ ).

Il est commode de passer à présent en seconde quantification. Puisque dans les semi-conducteurs dopés le vecteur d'onde de Fermi est petit devant l'extension de la zone de Brillouin, on écrira les états électroniques  $|n\mathbf{k}\rangle = |n\mathbf{0}\rangle e^{i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}}$  (d'énergie  $\varepsilon_{n\mathbf{k}} = \varepsilon_{n\mathbf{0}} + \frac{\hbar^2 k^2}{2m_n}$ ), où les  $|n\mathbf{0}\rangle$  sont les 8 fonctions de Bloch de centre de zone, correspondant au modèle à 4 bandes de la figure 1.1. L'expression de ces fonctions est donnée dans le tableau 1.2. En se limitant aux termes décrivant une diffusion de vecteur d'onde  $+\mathbf{q}$ , les Hamiltoniens d'interaction se réécrivent :

$$\left\{ \begin{array}{l} \widehat{\mathcal{H}}_{A_i} = -\frac{e}{m_b} A(\omega_i) \sum_{nn'\mathbf{k}} \langle n'\mathbf{0} | \mathbf{e}_i \cdot \widehat{\mathbf{p}} | n\mathbf{0} \rangle c_{n'\mathbf{k}+\boldsymbol{\kappa}_i}^+ c_{n\mathbf{k}} \equiv \sum_{\alpha\beta} \langle \alpha | \widehat{h}_{A_i} | \beta \rangle c_{\alpha}^+ c_{\beta}, \\ \widehat{\mathcal{H}}_{A_s} = -\frac{e}{m_b} A(\omega_s) \sum_{nn'\mathbf{k}} \langle n'\mathbf{0} | \mathbf{e}_s \cdot \widehat{\mathbf{p}} | n\mathbf{0} \rangle c_{n'\mathbf{k}-\boldsymbol{\kappa}_s}^+ c_{n\mathbf{k}} \equiv \sum_{\alpha'\beta'} \langle \alpha' | \widehat{h}_{A_s} | \beta' \rangle c_{\alpha'}^+ c_{\beta'}, \end{array} \right. \quad (3.8)$$

et

$$\widehat{\mathcal{H}}_{AA} = \frac{e^2}{2m_b} A(\omega_i) A(\omega_s) \sum_{nn'\mathbf{k}} \langle n'\mathbf{0} | \mathbf{e}_i \cdot \mathbf{e}_s | n\mathbf{0} \rangle c_{n'\mathbf{k}+\mathbf{q}}^+ c_{n\mathbf{k}}, \quad (3.9)$$

où  $\mathbf{e}_i$  et  $\mathbf{e}_s$  sont les vecteurs de polarisation des ondes incidente et diffusée, respectivement, et  $A(\omega) = \sqrt{\frac{\hbar}{2\epsilon(\omega)V\omega}}$  (avec  $\epsilon(\omega)$  la constante diélectrique du gaz à la fréquence  $\omega$  et  $V$  le volume d'interaction). On a défini des Hamiltoniens d'interaction à 1 particule  $\widehat{h}_{A_i}$  et  $\widehat{h}_{A_s}$  (second membre de l'Eq. (3.8)). On notera que les éléments de matrice intra-bande de  $\widehat{\mathbf{p}}$  sont nuls dans le massif : les Hamiltoniens  $\widehat{\mathcal{H}}_{A_i}$  et  $\widehat{\mathcal{H}}_{A_s}$  ne génèrent donc que des transitions inter-bande (entre les bandes de valence et la bande de conduction), gouvernées par l'élément de matrice de Kane  $P = \frac{-i}{m_0} \langle S | \widehat{p}_x | X \rangle$  (cf. Eq. (1.6)).

Pour poursuivre le calcul, une simplification est obtenue en négligeant la contribution Coulombienne aux énergies  $E_M$  dans l'Eq. (3.7) : celles-ci s'écrivent alors comme la somme des énergies des états à 1 particule  $|n\mathbf{k}\rangle$  composant  $|M\rangle$ . Ainsi, dans un produit comme  $\langle F | \widehat{\mathcal{H}}_{A_i} | M \rangle \langle M | \widehat{\mathcal{H}}_{A_s} | I \rangle$ , qui fait intervenir des éléments de matrice de type :

$$\langle \alpha | h_{A_i} | \beta \rangle \langle \alpha' | h_{A_s} | \beta' \rangle \langle F | c_{\alpha}^+ c_{\beta} | M \rangle \langle M | c_{\alpha'}^+ c_{\beta'} | I \rangle, \quad (3.10)$$

l'énergie de  $|M\rangle$  diffère de celle de  $|I\rangle$  par l'énergie d'un état à 1 particule. En appliquant la relation de fermeture sur les états  $|M\rangle$ , on fait disparaître ces derniers de l'Eq. (3.7). Les états  $|I\rangle$  et  $|F\rangle$  sont alors couplés dans des éléments de matrice de type :

$$\langle F | c_{\alpha}^+ c_{\beta} c_{\alpha'}^+ c_{\beta'} | I \rangle, \quad (3.11)$$

où  $\alpha$  et  $\beta$ , de même que  $\alpha'$  et  $\beta'$ , doivent appartenir à des bandes différentes (valence et conduction) d'après la remarque ci-dessus. En partant d'un état initial de type mer de Fermi, on montre facilement que les seuls éléments de matrice (3.11) créant une excitation nette de la bande de conduction correspondent au processus schématisé figure 3.1(b) (haut) : **un électron est promu de la bande de valence à un état vide de la bande de conduction** (action de  $c_{\alpha'}^+ c_{\beta'}$ , étape 1) ; **puis un électron de la mer de Fermi se recombine avec le trou initial** (action de  $c_{\alpha}^+ c_{\beta}$  avec  $\alpha = \beta'$ , étape 2). Au final, une SPE (paire électron-trou intra-bande, cf. section (1.4)) d'énergie  $\hbar\omega$  et de vecteur d'onde

$\mathbf{q}$  est laissée dans le système : cf. figure 3.1(b) (bas). En sommant ce processus sur  $\beta$  et  $\alpha'$ , comme prescrit par l'Eq. (3.8), une superposition cohérente de SPE, c'est-à-dire un mode collectif, est obtenue.

### 3.2.2 Tenseur Raman et règles de sélection

Compte tenu des remarques précédentes, remplaçons l'indice  $n$  des 8 états  $|n\mathbf{k}\rangle$  par :  $v$  pour les 6 états de valence, et  $\sigma = \uparrow$  ou  $\downarrow$  pour les 2 états de conduction. L'amplitude de probabilité de transition s'écrit alors :

$$T_{IF} = \frac{e^2}{m_b} A(\omega_i) A(\omega_s) \left\langle F \left| \sum_{\mathbf{k}\sigma\sigma'} \gamma_{\sigma\sigma'}(\mathbf{k}, \mathbf{q}) c_{\mathbf{k}+\mathbf{q}\sigma'}^+ c_{\mathbf{k}\sigma} \right| I \right\rangle, \quad (3.12)$$

où la quantité  $\gamma_{\sigma\sigma'}(\mathbf{k}, \mathbf{q})$ , appelée tenseur (ou vertex) Raman, est donnée par :

$$\begin{aligned} \gamma_{\sigma\sigma'}(\mathbf{k}, \mathbf{q}) = & (\mathbf{e}_i \cdot \mathbf{e}_s) \delta_{\sigma\sigma'} + \frac{1}{m_b} \sum_v \frac{\langle \sigma'\mathbf{0} | \mathbf{e}_i \cdot \hat{\mathbf{p}} | v\mathbf{0} \rangle \langle v\mathbf{0} | \mathbf{e}_s \cdot \hat{\mathbf{p}} | \sigma\mathbf{0} \rangle}{\varepsilon_{\sigma\mathbf{k}} - \varepsilon_{v\mathbf{k}-\mathbf{q}} - \hbar\omega_s} \\ & + \frac{1}{m_b} \sum_v \frac{\langle \sigma'\mathbf{0} | \mathbf{e}_s \cdot \hat{\mathbf{p}} | v\mathbf{0} \rangle \langle v\mathbf{0} | \mathbf{e}_i \cdot \hat{\mathbf{p}} | \sigma\mathbf{0} \rangle}{\varepsilon_{\sigma\mathbf{k}} - \varepsilon_{v\mathbf{k}+\mathbf{q}} + \hbar\omega_i}. \end{aligned} \quad (3.13)$$

Cette expression permet d'établir les **règles de sélection** de la diffusion Raman. Le premier terme de  $\gamma_{\sigma\sigma'}$ , dû à  $\hat{\mathcal{H}}_{AA}$ , est proportionnel à  $\delta_{\sigma\sigma'}$  et ne permet donc pas de retourner le spin. Il n'autorise un couplage de la lumière qu'avec les excitations longitudinales. En revanche, les deuxième et troisième termes de  $\gamma_{\sigma\sigma'}$ , qui sont dus à  $\hat{\mathcal{H}}_A$ , couplent deux états de conduction  $\sigma$  et  $\sigma'$  via un état de valence  $v$ . En examinant le tableau 1.2, et l'élément de matrice de Kane, on constate que pour  $\sigma \neq \sigma'$ , le produit  $\langle \sigma'\mathbf{0} | \mathbf{e}_i \cdot \hat{\mathbf{p}} | v\mathbf{0} \rangle \langle v\mathbf{0} | \mathbf{e}_s \cdot \hat{\mathbf{p}} | \sigma\mathbf{0} \rangle$  est non nul si et seulement si  $\mathbf{e}_i \not\parallel \mathbf{e}_s$  et  $v$  est un état mélangé de spin, i.e. un état de trou léger ou split-off. Dans ce cas, la lumière peut diffuser sur les excitations transverses (i.e. qui retournent le spin) de la bande de conduction.

Ainsi, deux cas limites apparaissent :

- Dans la configuration  $\mathbf{e}_i \parallel \mathbf{e}_s$ , dite **configuration copolarisée**, seuls les termes longitudinaux  $\gamma_{\uparrow\uparrow}$  et  $\gamma_{\downarrow\downarrow}$  interviennent dans la diffusion Raman.
- Dans la configuration  $\mathbf{e}_i \perp \mathbf{e}_s$ , dite **configuration contrapolarisée**, seuls les termes transverses  $\gamma_{\uparrow\downarrow}$  et  $\gamma_{\downarrow\uparrow}$  interviennent.

L'existence de ces règles de sélection est très utile pour identifier les excitations électroniques. En effet, en utilisant un faisceau incident polarisé linéairement, il suffit de placer un analyseur entre l'échantillon et le spectromètre : en l'orientant parallèlement ou perpendiculairement à la polarisation incidente, on observe *sélectivement* les excitations longitudinales et transverses.

### 3.2.3 Relation avec les fonctions de réponse

Montrons à présent comment la section efficace de diffusion Raman peut être reliée aux fonctions de réponse du gaz d'électrons. Si l'on néglige la dépendance en  $\mathbf{k}$  de  $\gamma_{\sigma\sigma'}$  (ceci se justifie quand les dénominateurs de l'Eq. (3.13) sont loin de leurs zéros), et sa dépendance en  $\mathbf{q}$  (valable si  $q$  est négligable devant le moment de Fermi  $k_F$ ), la somme dans l'expression de  $T_{IF}$  peut être réécrite comme  $\sum_{\sigma\sigma'} \gamma_{\sigma\sigma'} \langle F | \sum_{\mathbf{k}} c_{\mathbf{k}+\mathbf{q}\sigma'}^+ c_{\mathbf{k}\sigma} | I \rangle$ , faisant apparaître la transformée de Fourier des opérateurs de densité de charge et de spin (cf. Eq. (1.42)). On obtient ainsi pour la section différentielle de diffusion dans chacune des deux configurations ci-dessus [70] :

- En configuration copolarisée  $\mathbf{e}_i \parallel \mathbf{e}_s$  :

$$\left( \frac{d^2\sigma}{d\omega d\Omega} \right)_{\parallel} \propto \sum_F \left| \langle F | (\gamma_{\uparrow\uparrow} + \gamma_{\downarrow\downarrow}) \hat{n}_{\mathbf{q}} + (\gamma_{\uparrow\uparrow} - \gamma_{\downarrow\downarrow}) \hat{S}_{z,\mathbf{q}} | I \rangle \right|^2 \delta(E_F - E_I - \hbar\omega). \quad (3.14)$$

- En configuration contrapolarisée  $\mathbf{e}_i \perp \mathbf{e}_s$  :

$$\left( \frac{d^2\sigma}{d\omega d\Omega} \right)_{\perp} \propto |\gamma_{\uparrow\downarrow}|^2 \sum_F |\langle F | \hat{S}_{+, \mathbf{q}} | I \rangle|^2 \delta(E_F - E_I - \hbar\omega). \quad (3.15)$$

En utilisant le théorème de fluctuation-dissipation [62], cette dernière expression peut être reliée directement à la partie imaginaire de la susceptibilité de spin transverse :

$$\boxed{\left( \frac{d^2\sigma}{d\omega d\Omega} \right)_{\perp} \propto \text{Im} \chi_{+-}(\mathbf{q}, \omega)}. \quad (3.16)$$

Si le gaz d'électrons n'est pas polarisé en spin, on a  $\gamma_{\uparrow\uparrow} = \gamma_{\downarrow\downarrow}$ , de sorte que la réponse en configuration copolarisée ne fait intervenir que la densité de charge  $\hat{n}_{\mathbf{q}}$ . Par ailleurs, comme l'axe de quantification est arbitraire,  $\chi_{+-}(\mathbf{q}, \omega) = 2\chi_{zz}(\mathbf{q}, \omega)$ , et la réponse contrapolarisée sonde la densité de spin "en général" (longitudinale=transverse). C'est dans cette dernière situation qu'apparaîtra le **plasmon de spin inter-sous-bande** des puits quantiques de GaAs.

Si le gaz d'électrons est polarisé en spin, la réponse copolarisée fait intervenir à la fois la densité de charge et la densité de spin longitudinale  $\hat{S}_{z,\mathbf{q}}$ , et la réponse contrapolarisée fait intervenir la densité de spin transverse. C'est dans cette dernière situation qu'apparaîtra l'**onde de spin intra-sous-bande** des puits quantiques de CdMnTe.

#### Prise en compte du confinement quantique

Les calculs ci-dessus ont considéré, par souci de simplicité, un matériau massif. Mentionnons les points principaux à prendre en compte pour adapter ces calculs au cas d'un puits quantique :

- Les expressions doivent être généralisées pour tenir compte de l'indice de sous-bande  $j$  : on définira une série de tenseurs Raman  $\gamma_{\sigma\sigma'}^{jj'}(\mathbf{k}, \mathbf{q})$ , etc.

- Dans un puits quantique symétrique, les fonctions enveloppes possèdent une parité définie et les transitions dipolaires électriques ne sont possibles qu'entre états de même parité. Puisque dans le processus Raman, les deux paires électron-trou inter-bandes intermédiaires partagent le même état de trou (cf. figure 3.1(b)), ne peuvent être sondées que les excitations intra-sous-bande (de conduction) entre sous-bandes *de même parité*. Cette limitation est cependant levée pour les puits quantiques à modulation de dopage *asymétrique* que nous considérerons dans ce travail.
- Nous avons vu que la diffusion Raman sur les excitations de spin de conduction reposait sur la nature mélangée de spin des trous légers et split-off. Dans un puits quantique, la dégénérescence en  $\mathbf{k}_{\parallel} = \mathbf{0}$  des états de trous lourds et légers est levée, et pour  $\mathbf{k}_{\parallel} \neq \mathbf{0}$ , ces états sont couplés. Les états à dominante trou lourd deviennent donc mélangés de spin, et participent aux processus de retournement de spin.
- Enfin, les règles de sélection sur la polarisation doivent être établies en tenant compte du fait que **seules les composantes du vecteur d'onde du photon parallèles aux directions invariantes** (plan pour un puits quantique) **sont conservées** :  $\mathbf{q} = (\boldsymbol{\kappa}_i - \boldsymbol{\kappa}_s)_{\parallel}$ . On montre cependant facilement que si les champs incident et diffusé restent des ondes planes — ce qui est le cas pour des puits quantiques<sup>5</sup> — les règles de sélection énoncées ci-dessus restent exactes.<sup>6</sup>

### 3.2.4 Spectroscopie Raman résonante

En principe, la diffusion Raman n'impose aucune restriction sur le choix de la longueur d'onde incidente  $\hbar\omega_i$  : les états intermédiaires  $|M\rangle$  apparaissant dans l'Eq. (3.7) peuvent être virtuels. En pratique cependant, la faiblesse de la section de diffusion Raman nécessite souvent, compte tenu de la sensibilité des détecteurs actuels, d'exalter le signal Raman en plaçant le laser incident en résonance avec une transition optique inter-bande — ce qui amène les dénominateurs de l'Eq. (3.13) proches de leurs zéros. On parle de spectroscopie Raman *résonante*. Les états intermédiaires schématisés figure 3.1 sont alors non plus virtuels, mais réels.

A titre d'exemple, la figure 3.2(b) montre les spectres expérimentaux de photoluminescence<sup>7</sup> (PL) et de photoluminescence d'excitation<sup>8</sup> (PLE) d'un puits quantique dopé de CdMnTe. Les pics correspondent aux transitions inter-bandes schématisées figure 3.2(a). On constate expérimentalement que le signal Raman est fortement exalté quand l'énergie du laser incident est résonante avec  $E_1H_1^*$ , correspondant à une transition verticale, à  $k = k_F$  (vecteur d'onde de Fermi) entre le premier état confiné de trou lourd et le premier état confiné d'électron. Des résonances plus hautes en énergie (comme ici  $E_1H_2^*$ ,

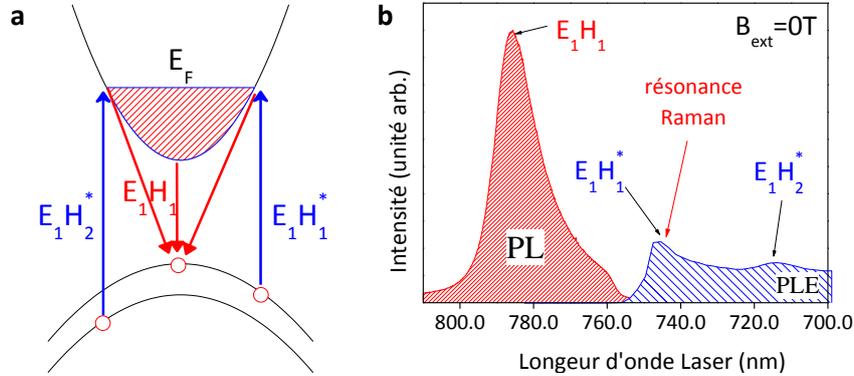
5. Seule une structuration du champ électromagnétique local, intervenant par exemple pour la diffusion sur un réseau de fils quantiques [176], complexifie ces règles.

6. On note également que la simplicité des règles de sélection énoncées ici repose sur la symétrie  $s$  des électrons de conduction. Pour établir les règles de sélection Raman pour les phonons en revanche, les symétries du réseau doivent être explicitement prises en compte par la théorie des groupes.

7. Cf. section 6.2.2.

8. Un spectre de PLE donne l'intensité d'émission à une énergie donnée, en fonction de l'énergie d'excitation.

impliquant le second état confiné de trou lourd, et plus généralement toute transition inter-bande) peuvent également être utilisées pour renforcer le signal Raman.<sup>9</sup>



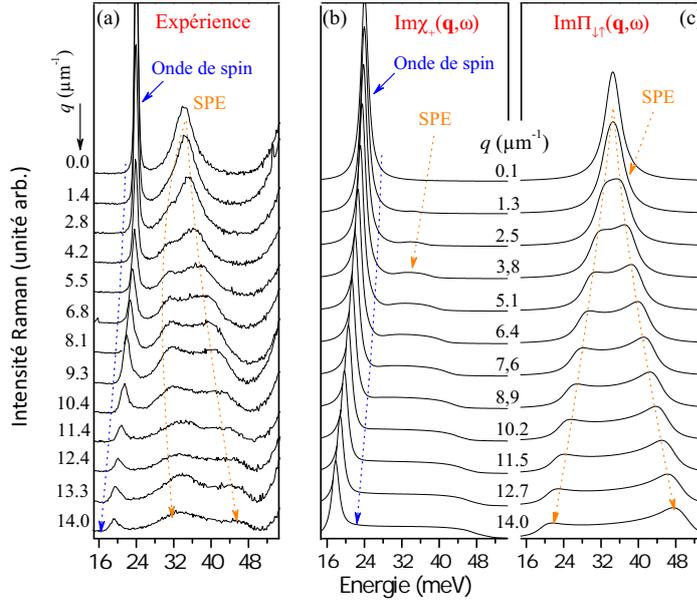
**Fig. 3.2.** Position des résonances Raman. En (b), spectres de photoluminescence (PL) et de photoluminescence d'excitation (PLE) d'un puits quantique de CdMnTe. Les pics correspondent aux transitions inter-bande schématisés en (a). La transition  $E_1H_1^*$ , correspondant à une transition verticale entre le premier état confiné de trou lourd et le premier état confiné d'électron, à  $k = k_F$  (vecteur d'onde de Fermi), est souvent utilisée pour exalter la réponse Raman.

Dans tous les cas, en situation résonante, les expressions (3.14), (3.15) et (3.16), obtenues en négligeant la dépendance en  $\mathbf{k}$  du tenseur Raman  $\gamma_{\sigma\sigma'}$ , ne peuvent pas être utilisées sans précaution. Le but de la discussion qui suit est d'établir dans quelle mesure la réponse résonante diffère (hormis son intensité) de la réponse non-résonante, gouvernée par les fonctions de réponse collectives (densité-densité) du gaz d'électrons :

- Un changement qualitatif important est l'émergence, dans la réponse résonante, d'un signal correspondant aux excitations individuelles (SPE). Alors que dans les fonctions de réponse densité-densité, les modes collectifs absorbent la quasi-totalité du poids spectral, dans la réponse Raman résonante, les SPE peuvent avoir un poids comparable voire supérieur à celui des modes collectifs. Ceci constitue un fait expérimental bien attesté [177], indépendant de la dimensionnalité, du niveau de désordre, de la polarisation de spin et de la nature intra- ou inter-sous-bande des transitions. La théorie de la Ref. [178] a pour la première fois réussi à rendre compte théoriquement de ce phénomène (pour le gaz d'électrons non polarisé), en prenant explicitement en compte la nature résonante des dénominateurs de l'Eq. (3.13) (conduisant au renforcement du poids spectral des états  $\mathbf{k}$  annulant ces dénominateurs).
- En dépit de ceci, l'observation des modes collectifs est généralement peu perturbée. **La réponse Raman résonante est ainsi donnée**, en première approximation, **par la somme des réponses individuelle** (fonction de Lindhard) **et collective** (fonction densité-densité) [30]. Un exemple en est donné sur la figure 3.3, comparant (a) un spectre Raman expérimental résonant, obtenu dans un puits quantique de CdMnTe, et la partie

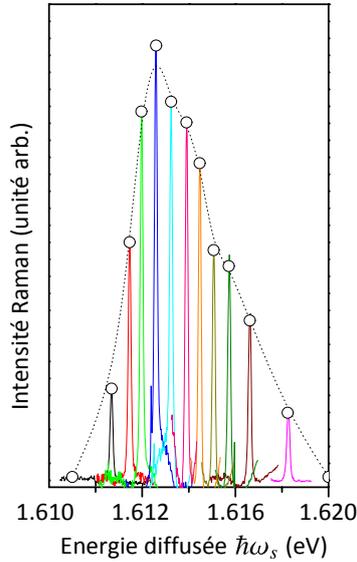
9. Au-delà, notons que des schémas de résonance plus complexes peuvent exister : la Ref. [177] a montré par exemple que la diffusion Raman par le plasmon de charge était sujette à une double résonance (avec le photon incident et avec le photon diffusé), impliquant des excitons de centre de zone ( $k = 0$ ).

imaginaire des fonctions de réponse (b) collective ( $\chi_{+-}$ ) et (c) individuelle ( $\Pi_{\downarrow\uparrow}$ ) calculées à partir des paramètres expérimentaux [51]. On constate que la raie expérimentale du mode collectif (pic fin correspondant à l'onde de spin) est bien reproduite par la fonction de réponse collective  $\chi_{+-}$ . Quant à la raie expérimentale de SPE (structure plus large à haute énergie), ses tendances principales (existence d'un éclatement, augmentant avec  $q$ ) sont assez bien reproduites par la fonction de réponse individuelle  $\Pi_{\downarrow\uparrow}$ .



**Fig. 3.3.** Comparaison entre (a) un spectre Raman expérimental résonant (configuration contra-polarisée) obtenu dans un puits quantique de  $\text{Cd}_{1-x}\text{Mn}_x\text{Te}$  ( $x = 0.75\%$ ,  $n_{2\text{D}} = 2.9 \times 10^{11} \text{ cm}^{-2}$ ,  $B_{\text{ext}} = 2 \text{ T}$ ), et la partie imaginaire des fonctions de réponse collective (b) et individuelle (c) calculées à partir des paramètres expérimentaux. Pris de [51].

- Le fait que la réponse collective soit relativement peu perturbée par la nature résonante du processus Raman tient au *rapport entre le temps de vie de l'excitation collective et celui des états intermédiaires*. Si le second est négligeable devant le premier, on s'attend à ce que les états intermédiaires, même réels, influent peu sur la forme de la réponse Raman. Expérimentalement, on peut aisément séparer la largeur de raie de l'excitation de la largeur de la résonance Raman (reflétant celle des états intermédiaires). Un exemple en est donné figure 3.4, montrant la superposition d'une série de spectres Raman d'un puits quantique de  $\text{CdMnTe}$ , en énergie diffusée  $\hbar\omega_s$ , obtenus en faisant varier l'énergie laser incidente  $\hbar\omega_i$  [29]. Chaque spectre montre un pic fin correspondant à l'onde de spin. La variation d'intensité des spectres reflète la largeur de la résonance optique : on constate que celle-ci est environ 10 fois supérieure à la largeur de l'excitation elle-même. Le temps de vie des états intermédiaires est donc très court devant celui de l'onde de spin.



**Fig. 3.4.** Superposition d’une série de spectres Raman (en configuration contrapolarisée) d’un puits quantique de CdMnTe, en énergie diffusée  $\hbar\omega_s$ , obtenus en faisant varier l’énergie laser incidente  $\hbar\omega_i$ . Chaque spectre montre un pic fin correspondant à l’onde de spin. La variation d’intensité des spectres reflète la largeur de la résonance optique. Pris de [29].

### 3.2.5 Atouts et limites de la spectroscopie Raman

Pour clore cette section, on situera brièvement la spectroscopie Raman par rapport aux autres techniques permettant d’étudier les modes collectifs de spin. La résonance paramagnétique électronique [179, 50] et la rotation Kerr (ou Faraday) résolue en temps [171, 27] possèdent des forces propres pour cette étude (notamment, l’accès aux basses fréquences ( $\nu < 30$  GHz) pour la première, et l’accès à la dynamique temporelle pour la seconde). On pourra dire que les avantages de la spectroscopie Raman sur ces méthodes sont les suivants. D’une part, la diffusion Raman permet de sonder les excitations de vecteur d’onde  $q \neq 0$  : elle permet donc d’en mesurer la dispersion, offrant un degré d’étude supplémentaire. D’autre part, ce vecteur d’onde peut être contrôlé en orientation : cette directivité spatiale permet d’accéder à des propriétés anisotropes, notamment ici, les effets spin-orbite. Enfin la coexistence, que nous venons de discuter, des excitations individuelles et collectives dans la réponse Raman résonante, est incidemment un atout supplémentaire. Elle a permis par exemple de mesurer précisément le renforcement Coulombien de la susceptibilité de spin [26] ; dans ce travail, elle sera utilisée pour comparer directement les effets spin-orbite aux niveaux individuel et collectif [180] (cf. chapitre 5).

Les principales limitations de la spectroscopie Raman sont les suivantes. D’une part, le couplage au spin nécessite, comme nous l’avons vu, des états intermédiaires mélangés de spin. Dans des matériaux à faible couplage spin-orbite, formés d’atomes légers (cas du graphène par exemple), cette technique est difficilement applicable pour sonder les excitations de spin. D’autre part, la nécessité (fréquente) d’une résonance optique est limitative, car les sources et les spectromètres usuels sont restreints à la gamme visible (et un peu au-delà), rendant difficile l’étude de certains matériaux. Enfin, et de façon générale, cette nécessité

d'une résonance confère aussi à la diffusion Raman une relative inertie de mise en oeuvre. Il est en effet important de connaître au préalable la structure de bande du matériau étudié ; il est également important de connaître la symétrie des fonctions d'onde, afin d'établir les règles de sélection permettant d'assigner correctement les excitations observées. Pour l'étude d'un système nouveau, la diffusion Raman ne permet ainsi généralement de révéler son efficacité propre qu'après une caractérisation substantielle par d'autres techniques optiques (photoémission, réflectivité, photoluminescence, etc.) et une connaissance mature du matériau.

Nous présentons à présent le dispositif expérimental que nous avons utilisé.

### 3.3 Dispositif expérimental

#### 3.3.1 Schéma optique

Le schéma optique du dispositif de spectroscopie Raman utilisé est montré figure 3.5. Un faisceau laser continu, de polarisation linéaire, est mis en forme (lame demi-onde, doublet afocal  $\{f_{20}, f_{50}\}$ )<sup>10</sup> puis focalisé ( $f_{150}$ ) sur l'échantillon en empruntant un périscope. L'échantillon est placé dans un cryostat à hélium pompé (2K), et peut être soumis à un champ magnétique vertical (jusqu'à 10 T). La zone éclairée de l'échantillon ( $\simeq 100 \mu\text{m}$ ) réfléchit et diffuse la lumière laser incidente. La diffusion (élastique et inélastique) centrée autour de la direction  $\kappa_s$ , joignant les centres de la zone éclairée et de la lentille  $f_{150}$ , est collectée par cette dernière lentille. Ce faisceau polychromatique, incohérent et de polarisation mélangée, a un diamètre de 1 cm environ. Il est séparé et analysé en polarisation (après un passage éventuel par une seconde lame demi-onde) : une partie du faisceau (polarisation verticale V) est envoyée sur une caméra CCD de visualisation, et l'autre partie (polarisation horizontale H) est focalisée sur la fente d'entrée du spectromètre. Ce dernier, composé de 3 monochromateurs, disperse la lumière collectée sur un détecteur multicanal CCD. Le signal issu de la CCD est traité informatiquement, résultant en l'affichage du spectre de la lumière collectée (nombre de photons détectés pendant la durée d'acquisition, en fonction de leur énergie).

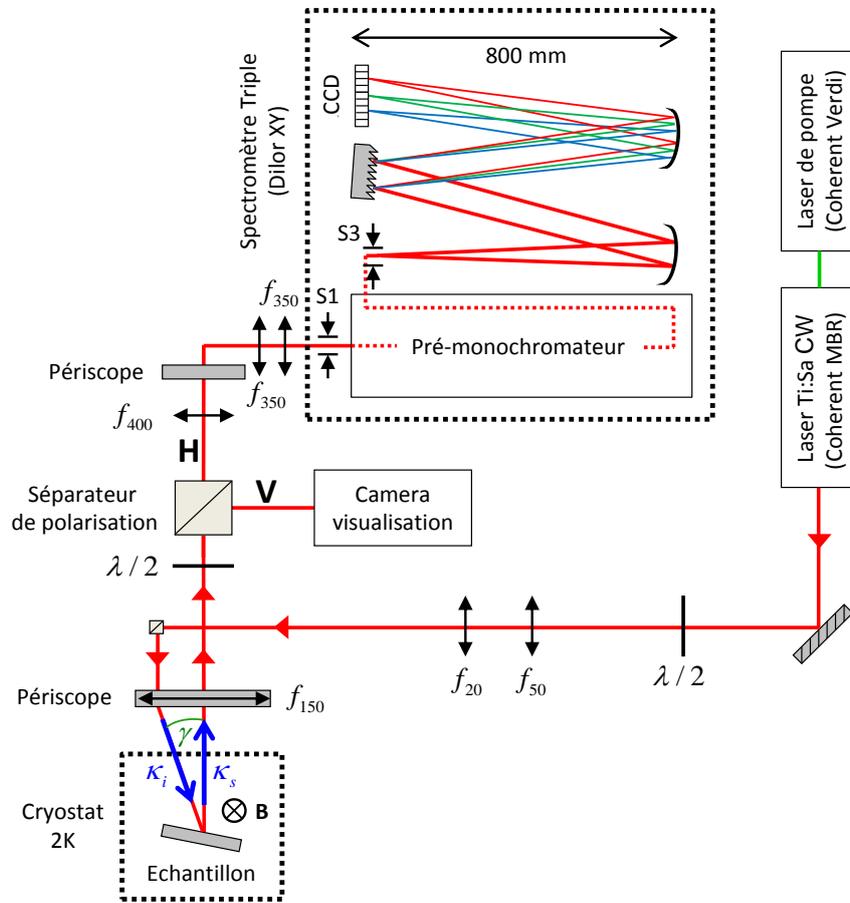
Nous détaillons ci-dessous les différents éléments de ce dispositif.

#### 3.3.2 Description des éléments

##### a. Sources laser

Différentes sources laser continues sont à notre disposition : lasers à cristal de Titane :Saphir (Ti :Sa), accordables dans le rouge-IR, et lasers à gaz (Argon, Krypton) fournissant différentes raies dans la gamme visible. La faible efficacité de la diffusion Raman spontanée nécessite en pratique, comme nous l'avons noté, d'utiliser une longueur d'onde incidente correspondant à une résonance optique de l'échantillon. Pour les semi-conducteurs à base de GaAs et CdTe étudiés dans ce travail, les lasers Ti :Sa, couvrant les bandes interdites de ces matériaux, sont tout à fait adaptés ; leur accordabilité permet de

10. La notation  $f_x$  désigne une lentille convergente de focale  $x$  mm.



**Fig. 3.5.** Schéma du dispositif expérimental de spectroscopie Raman utilisé.

plus d'approcher finement les résonances étroites (largeur de l'ordre de la dizaine de meV) de ces matériaux bien contrôlés technologiquement.

Nos lasers Ti :Sa (Spectra 3900S et Coherent MBR, pompés à 532 nm par un Coherent Verdi<sup>11</sup>) couvrent la gamme spectrale 700-870 nm. L'accordabilité est obtenue par rotation d'un filtre de Lyot dans la cavité. Pour le Spectra 3900S, cette rotation est motorisée et interfacée, facilitant la recherche des résonances optiques de l'échantillon et l'obtention de spectres de photoluminescence d'excitation (PLE).

Une fois la longueur d'onde de travail déterminée, nous utilisons le Coherent MBR, qui émet un faisceau monomode (un seul mode longitudinal) de très grande finesse (de l'ordre du MHz) : ceci constitue, conjointement au spectromètre, un atout crucial pour la résolution expérimentale du dispositif. La cavité laser du MBR possède une géométrie en "Z" ; de façon usuelle, la lame biréfringente ainsi que le cristal Ti :Sa sont montés à l'angle de Brewster, pour minimiser les pertes, et imposer une polarisation horizontale au faisceau (taux de polarisation de  $10^{-6}$  en sortie).

La puissance de sortie du faisceau est de quelques centaines de mW ; une densité optique permet d'ajuster la puissance incidente sur l'échantillon (entre 0.01 et 1 mW typiquement).

11. Laser Nd :Vanadate, pompé par diode et doublé en fréquence.

## b. Contrôle de la polarisation

La sélection de la polarisation des photons incidents et diffusés par l'échantillon est un élément clé de la spectroscopie Raman : elle permet comme nous l'avons vu d'exploiter les règles de sélection pour discriminer les différentes excitations électroniques sondées (cf. section 3.2.2). Le faisceau en sortie du laser est polarisé horizontalement ; par ailleurs, la réponse du spectromètre est optimisée pour une polarisation horizontale également. Entre ces deux extrémités de la chaîne de mesure, les deux lames demi-onde amovibles et le cube polarisant permettent de réaliser les configurations copolarisée (excitation et détection parallèles) et contrapolarisée (excitation et détection perpendiculaires).

En réalité, la polarisation est partiellement dégradée par les différents éléments optiques, notamment par la biréfringence (induite par la contrainte du vissage) des deux fenêtres en silice fondue du cryostat. En l'absence de ce dernier, le taux de polarisation mesuré en sortie du cube polarisant est  $\sim 99\%$ . En mesurant ce même taux après traversée des accès optiques du cryostat et réflexion spéculaire sur l'échantillon, ce taux chute à  $\sim 90\%$ . Cette légère fuite de polarisation doit parfois être prise en compte dans l'interprétation des spectres : elle peut conduire à un très léger mélange des réponses copolarisée et contrapolarisée.

## c. Cryostat

Le cryostat à hélium pompé permet d'atteindre une **température de travail de 2K** environ (l'échauffement laser est limité à quelques 0.1 K aux puissances usuelles). Cette basse température permet de limiter l'élargissement thermique des résonances inter-bandes, utilisées pour exalter le signal Raman, ainsi que l'élargissement des excitations électroniques de la bande de conduction sondées. De façon incidente, la basse température facilite la comparaison de l'expérience avec la théorie, souvent limitée au cas  $T = 0$  pour les phénomènes à N corps.

Notre cryostat, schématisé figure 3.6(c), a été fabriqué au laboratoire (collaboration avec D. Roditchev). Un pompage primaire sur le bain d'hélium (capacité 7 litres) entourant l'échantillon permet d'atteindre l'état superfluide. Ce dernier est indispensable pour des expériences optiques, l'ébullition au contact des parois perturbant fortement la propagation de la lumière.

Le réservoir d'hélium est isolé thermiquement de l'extérieur, latéralement par la succession d'un vide (secondaire), d'une garde d'azote et d'un second vide, et verticalement par un vide et des écrans thermiques en cuivre.<sup>12</sup> Une bobine supraconductrice ( $\text{Nb}_3\text{Sn}/\text{NbTi}$ ), délivrant un champ jusqu'à 10 T, est insérée dans le col du réservoir d'hélium. A l'intérieur de cette bobine, vient à son tour s'insérer la canne porte-échantillon, l'échantillon lui-même occupant le centre de la bobine où l'amplitude et l'homogénéité du champ sont maximales.

12. Les pertes thermiques proviennent de la conduction par les connexions électriques, de la convection par le vide imparfait, et surtout des rayonnements, laser et thermique à travers les accès optiques. Ces facteurs déterminent une consommation d'hélium liquide d'environ 1 litre/heure en fonctionnement.

#### d. Contrôle du vecteur d'onde transféré

**Rotateurs piézoélectriques** L'échantillon (quelques mm de côté) est fixé par de la laque d'argent sur un disque en cuivre vertical : cf figure 3.6(b). Ce disque est monté sur un actuateur piézoélectrique permettant une rotation autour de la normale à l'échantillon (angle  $\varphi$ ); un second actuateur permet une rotation autour de la verticale dans le repère du laboratoire (angle  $\theta$ ). Ce dispositif a été réalisé par M. Bernard, et interfacé par S. Majrab. J'ai contribué durant ma thèse à cette seconde étape, ainsi qu'à l'installation et à la calibration du dispositif, qui remplaçait l'ancien système de rotation mécanique par vis.

**Géométrie de diffusion** Comme montré figures 3.5 et 3.6(b), le faisceau laser est incident dans le plan horizontal du repère du laboratoire. La lumière diffusée est récoltée dans l'angle solide ( $\simeq 0.7$  sr) limité par le petit miroir de collection, et emprunte un chemin presque opposé au faisceau incident. Cette géométrie de **quasi-rétrodiffusion** ( $\boldsymbol{\kappa}_s \simeq -\boldsymbol{\kappa}_i$ ) maximise l'amplitude du vecteur d'onde transféré pour une longueur d'onde donnée ( $\mathbf{q} \simeq 2\boldsymbol{\kappa}_{i,\parallel}$ ). Elle est également indispensable en pratique pour recueillir un signal suffisant : dans un dispositif en transmission, le signal serait fortement absorbé sur l'épaisseur du substrat de l'échantillon.<sup>13</sup>

Le vecteur d'onde transféré est égal à la projection de  $\boldsymbol{\kappa}_i - \boldsymbol{\kappa}_s$  sur l'espace invariant par translation. En négligeant le déplacement Raman devant l'énergie des photons incidents, on obtient dans le cas d'un puits quantique :

$$q = \frac{4\pi}{\lambda} \cos \frac{\gamma}{2} \sin \theta, \quad (3.17)$$

avec  $\lambda$  la longueur d'onde incidente, et  $\gamma \simeq 4^\circ$  l'angle entre  $\boldsymbol{\kappa}_i$  et  $\boldsymbol{\kappa}_s$  (cf. figure 3.6(a)).

Il existe une légère incertitude sur  $q$ , liée à la légère distribution en orientation de vecteur d'onde des photons collectés. En prenant en compte les différents éléments (section des optiques de collection, largeur de la fente d'entrée du spectromètre), cette distribution, équivalente à une incertitude effective sur l'angle  $\theta$ , est évaluée à  $\Delta\theta = 1^\circ$ .

**Applications** Notre dispositif permet d'atteindre  $\theta = 50^\circ$ ; pour  $\lambda = 780$  nm, le vecteur d'onde transféré maximum est alors  $q = 12 \mu\text{m}^{-1}$ . Pour un puits quantique dopé, cette valeur représente typiquement un dixième du vecteur d'onde de Fermi, et **quelques centièmes de la première zone de Brillouin**.

Un objectif de microscope peut être utilisé pour atteindre une résolution spatiale de l'ordre du micron de la zone sondée (micro-Raman) : ceci permet par exemple l'adressage d'un nano-objet unique [181], ou l'étude de matériaux fortement inhomogènes comme le graphène [182]; cependant, la résolution en amplitude et orientation du vecteur d'onde transféré est alors généralement perdue.

Dans le travail présenté ici, les puits quantiques sont suffisamment homogènes pour que l'élargissement statistique associé à l'extension de la zone sondée, environ  $100 \mu\text{m}$  de diamètre, soit négligeable.

13. Le substrat est souvent formé du même matériau que celui accueillant le gaz d'électrons, et avec lequel le laser incident est en résonance.

### e. Spectromètre

En spectroscopie Raman, le spectromètre a deux fonctions principales : analyser en fréquence le signal diffusé, et filtrer la diffusion élastique Rayleigh provenant des inhomogénéités de surface de l'échantillon. Cette dernière, plusieurs ordres de grandeurs supérieure à la diffusion Raman, est en effet susceptible de compromettre l'observation d'excitations de basse énergie, i.e. produisant un faible déplacement Raman  $\omega = \omega_i - \omega_s$ .

Le spectromètre utilisé (Dilor XY) est formé de trois monochromateurs. Chaque monochromateur est formé d'une fente d'entrée de largeur ajustable, d'un réseau holographique blasé de 1800 traits/mm, et d'une paire de miroirs sphériques concaves de 800 mm de focale (en configuration Czerny-Turner). Le chemin optique dans un monochromateur est schématisé figure 3.7. Il est possible de commuter entre deux configurations du spectromètre : le mode soustractif, où les deux premiers monochromateurs sont montés en inverse, et le mode additif, où les monochromateurs additionnent leurs effets dispersifs.

**Mode soustractif** Le mode soustractif vise à obtenir une réjection maximale de la diffusion élastique. Le principe en est schématisé figure 3.7. Le signal à analyser est focalisé sur la fente d'entrée S1 (largeur 100  $\mu\text{m}$  typiquement), puis dispersé par le réseau R1. Une seconde fente S2, de largeur ajustable, agit comme un filtre passe-bande (dont le centre est ajusté par l'orientation de R1), permettant de couper la diffusion élastique. Le signal ainsi filtré en fréquences est recomposé par le réseau R2 monté en inverse, puis dirigé sur le réseau R3 qui effectue la dispersion finale. La détection est réalisée par un capteur CCD (Horiba Symphony), formé d'une grille de  $1024 \times 256$  pixels de 26  $\mu\text{m}$  de côté (rendement quantique de 0.9 à 780 nm), refroidi à l'azote liquide pour limiter le bruit d'obscurité.

Dans ce mode soustractif, la diffusion élastique peut être filtrée à  $10^{-6}$  près ; ce taux de réjection permet d'observer un **déplacement Raman aussi bas que 0.15 meV** (36 GHz) environ. Ceci est suffisant pour les excitations étudiées dans ce travail, mais exclurait l'étude d'un certain nombre de modes de Goldstone<sup>14</sup> (magnons, phonons acoustiques, etc.).

La résolution (pouvoir séparateur) en énergie de l'ensemble formé par l'optique de collection, le spectromètre et la CCD, est de l'ordre de 50  $\mu\text{eV}$  pour ce mode soustractif.<sup>15</sup>

**Mode additif** Dans le mode additif, où l'effet dispersif des réseaux s'additionne, on atteint une résolution expérimentale de 25  $\mu\text{eV}$ ,<sup>16</sup> au prix d'une réjection dégradée. Cependant, pour des échantillons de haute qualité, la réjection est suffisante en pratique pour observer des déplacements Raman jusqu'à 0.3 meV ; en effet, l'intensité relative de la diffusion Rayleigh par rapport à la diffusion Raman est alors limitée par la finesse des résonances optiques (exaltant le signal Raman), et l'homogénéité de la surface. Il devient même parfois possible, à très basse puissance de travail, d'étudier les excitations à  $q = 0$  en filtrant la réflexion du faisceau incident.<sup>17</sup>

14. Modes, associés à une brisure de symétrie continue, dont l'énergie tend vers 0 quand  $q \rightarrow 0$ .

15. Pour une fente d'entrée S1=50  $\mu\text{m}$  et une longueur d'onde de 780 nm.

16. Toujours pour S1=50  $\mu\text{m}$  et  $\lambda = 780$  nm.

17. A condition de travailler en configuration contrapolarisée, où une part importante de la réflexion est filtrée avant l'entrée dans le spectromètre.

**Réponse du dispositif** Le spectromètre Dilor XY permet d'analyser les longueurs d'onde comprises entre 480 et 1100 nm. La réponse dépend de la longueur d'onde au sein de cette gamme, et de la polarisation des photons entrants : une calibration est donc nécessaire pour déduire l'intensité Raman intrinsèque de l'intensité mesurée. Cependant, la variation de réponse est, par construction, négligeable sur la plage d'énergie couverte par une acquisition donnée (10 à 30 meV) ; une correction d'intensité n'est donc nécessaire que pour comparer des spectres obtenus dans des gammes spectrales relativement distantes. Dans ce travail, l'intensité ne constituera pas une observable centrale : tous les spectres seront donc présentés en unités arbitraires.

En revanche, la largeur de raie des excitations (donnant accès à leur temps de vie) sera une quantité importante. Un mode collectif ayant typiquement un profil Lorentzien, il est important de connaître la relation entre la largeur réelle et la largeur mesurée. Ceci peut être fait en déterminant la réponse impulsionnelle de l'ensemble {optique de collection + spectromètre + CCD}, à l'aide du laser monomode MBR : la raie de l'ordre du  $\mu\text{eV}$  qu'il produit peut en excellente approximation être considérée comme une excitation impulsionnelle. La figure 3.8(a) montre le spectre de cette raie obtenu en mode additif, pour une fente d'entrée  $S1 = 50 \mu\text{m}$  et une longueur d'onde  $\lambda = 780 \text{ nm}$  ; ce spectre est bien reproduit par un profil de Voigt.<sup>18</sup>

Cette réponse impulsionnelle permet de déduire la relation, pour un signal Lorentzien, entre la largeur (à mi-hauteur) réelle et la largeur mesurée : cf. figure 3.8(b).<sup>19</sup> La correction reste inférieure à 10% pour les largeurs de raie usuelles dans ce travail (supérieures à  $65 \mu\text{eV}$ , soit des temps de vie inférieurs à 10 ps).

Par ailleurs, la largeur à mi-hauteur du spectre 3.8(a) fournit directement la résolution en énergie, pour une longueur d'onde et une largeur de fente d'entrée donnée : ici  $25 \mu\text{eV}$ .

**Largeur de la fente d'entrée** La largeur de la fente d'entrée S1 du spectromètre est un facteur important de la résolution expérimentale. En effet, deux points sources voisins le long de S1, émettant à la même fréquence, donnent lieu (de façon purement géométrique) à deux points distincts sur le capteur CCD.

Une diminution de la largeur de fente augmente la résolution en énergie, mais au prix de l'intensité du signal mesuré. Un compromis est donc à trouver dans des conditions données d'expérience.

En pratique, le gain en résolution sature pour une fente de  $50 \mu\text{m}$  environ ; en deçà, la résolution est gouvernée par la réponse du réseau et des optiques, ainsi que par la taille finie des pixels de la CCD. Ce dernier facteur conduit, compte-tenu du pouvoir dispersif du spectromètre, à une borne inférieure de résolution de  $10 \mu\text{eV}$  en mode additif, et de  $20 \mu\text{eV}$  en mode soustractif, au voisinage de 780 nm.

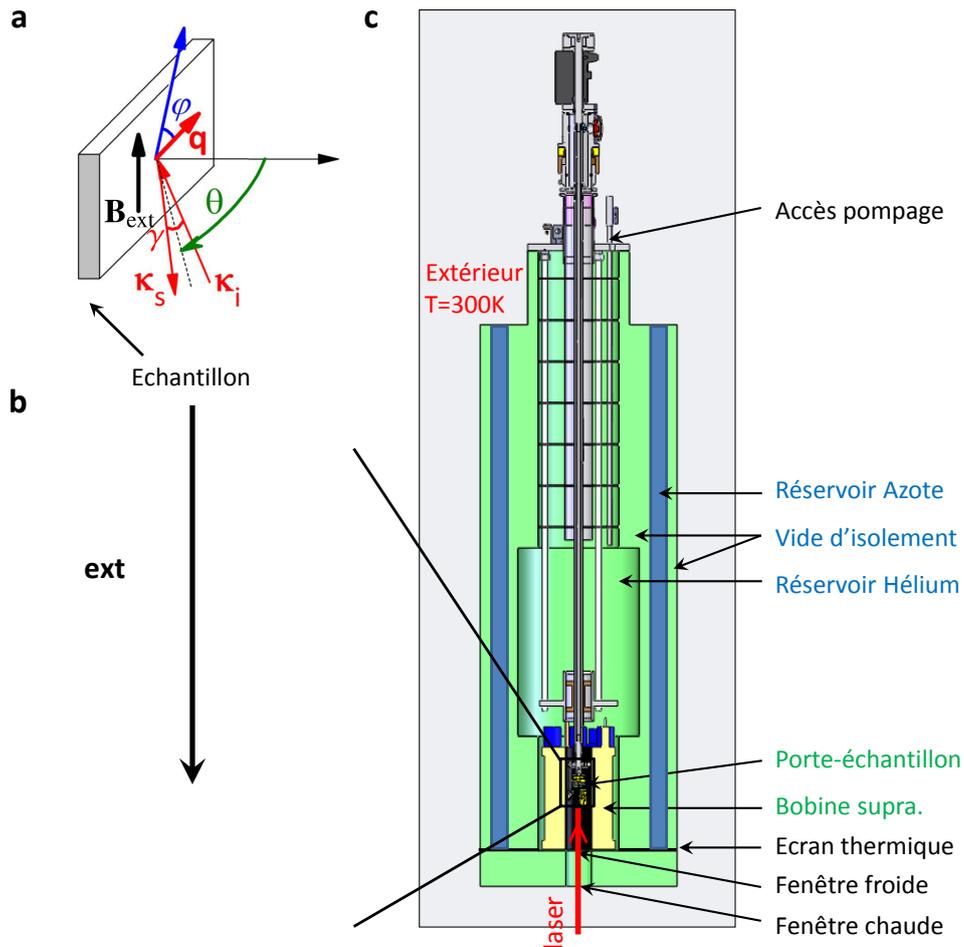
**Calibration en énergie** La calibration en énergie absolue du spectromètre peut être réalisée à l'aide d'une lampe spectrale. En pratique, la rotation répétée des monochroma-

18. Résultat de la convolution d'une gaussienne et d'une Lorentzienne de même sommet.

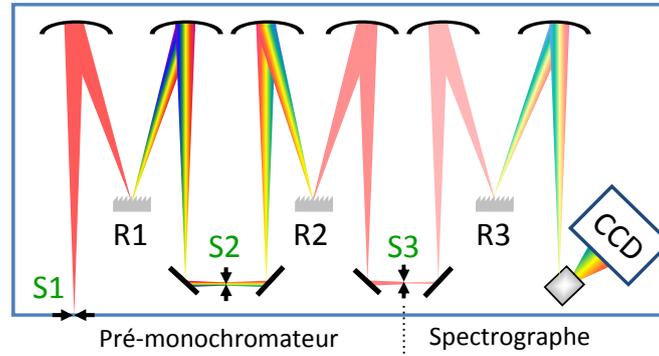
19. Une Lorentzienne en entrée est transformée par le dispositif en la convolution d'une Lorentzienne par un profil de Voigt ; cette dernière fonction est bien reproduite par une Lorentzienne. On calcule de cette façon la courbe de la figure 3.8(b).

teurs conduit à une dérive relativement rapide de la référence d'énergie. On effectue donc fréquemment une calibration rapide à l'aide du faisceau laser, dont l'énergie est mesurée précisément par un lambdamètre. Dans tous les cas, la précision en énergie absolue ne peut excéder le pouvoir séparateur, soit typiquement  $25 \mu\text{eV}$  en mode additif.

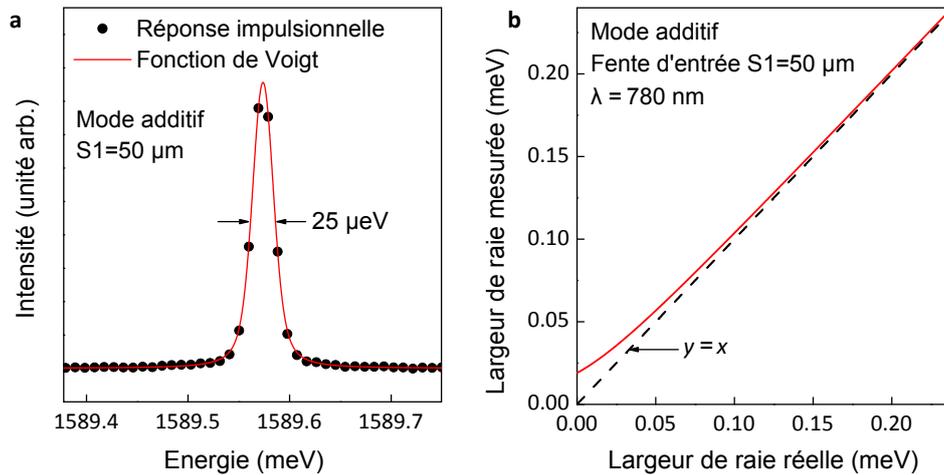
**Durée d'acquisition** En général, le spectre de photoluminescence d'un échantillon peut être observé "en temps réel" (suite continue d'acquisitions de 0.5 s). Ceci permet d'affiner rapidement les réglages optiques directement sur l'intensité de la photoluminescence. Pour le signal Raman, les temps d'intégration nécessaires s'étalent de 30 secondes à 1 heure ; ils seront généralement de 4 minutes dans ce travail.



**Fig. 3.6.** (a) Géométrie de diffusion Raman utilisée. Les angles  $\theta$  et  $\varphi$  définissent l'amplitude et l'orientation du vecteur d'onde transféré  $\mathbf{q}$  (cf. Eq. (3.17)). Un champ magnétique  $\mathbf{B}_{\text{ext}}$  peut être appliqué verticalement. (b) Photographie de l'extrémité de la canne porte-échantillon, montrant les rotateurs piézoélectriques contrôlant les angles  $\theta$  et  $\varphi$ . (c) Schéma du cryostat à hélium pompé. La canne porte-échantillon est insérée dans l'entrefer d'une bobine supraconductrice, elle-même insérée dans le col du vase à hélium.



**Fig. 3.7.** Schéma de principe du spectromètre en mode soustractif : le pré-monochromateur (formé de deux monochromateurs montés en inverse) assure un filtrage passe-bande efficace du signal d'entrée, qui est ensuite dispersé par le spectrographe. Adapté de [183].



**Fig. 3.8.** (a) Réponse impulsionnelle de l'ensemble {optique de collection + spectromètre + CCD} en mode additif pour une fente d'entrée  $S1 = 50 \mu\text{m}$ , et  $\lambda = 780 \text{ nm}$ . (b) Calcul de déconvolution permettant de déduire, pour un signal Lorentzien, la largeur de raie réelle de la largeur mesurée.

# Effets spin-orbite collectifs sur le plasmon de spin inter-sous-bande

---

## Sommaire

---

<b>4.1</b>	<b>Modèle de structure fine des plasmons de spin . . . . .</b>	<b>70</b>
4.1.1	Champs spin-orbite . . . . .	70
4.1.2	Le plasmon de spin inter-sous-bande . . . . .	70
4.1.3	Prédictions des effets spin-orbite sur le plasmon de spin . . . . .	72
4.1.4	Vérification expérimentale : premiers résultats . . . . .	73
<b>4.2</b>	<b>Détermination du champ spin-orbite collectif et du moment magnétique . . . . .</b>	<b>76</b>
4.2.1	Proposition d'un modèle effectif . . . . .	76
4.2.2	Détermination du champ spin-orbite collectif . . . . .	79
4.2.3	Détermination du moment magnétique . . . . .	81
4.2.4	Dépendance en $q$ . . . . .	85
4.2.5	Comparaison avec l'effet Zeeman normal en physique atomique . . . . .	86
<b>4.3</b>	<b>Détermination du facteur de renforcement collectif . . . . .</b>	<b>87</b>
4.3.1	Calcul de l'éclatement spin-orbite collectif . . . . .	87
4.3.2	Relation entre les champs spin-orbite individuels et collectif . . . . .	88
4.3.3	Discussion . . . . .	89
<b>4.4</b>	<b>Conclusions . . . . .</b>	<b>92</b>

---

Comme nous l'avons vu au chapitre 2, l'interaction spin-orbite est un effet relativiste lié au mouvement des électrons. Un électron se déplaçant avec une vitesse  $\mathbf{v}$  dans un champ électrique statique  $\mathcal{E}$  voit un champ spin-orbite  $\mathbf{B}_{\text{SO}} \propto \mathbf{v} \times \mathcal{E}$ , qui se couple à son spin. Ce champ sépare les niveaux d'énergie des atomes, donnant naissance à leur structure fine [184]. Pour un ensemble d'électrons itinérants dans un solide, un effet de quantification analogue n'est à priori pas attendu, du fait de la très large distribution des vitesses électroniques. En effet, les champs spin-orbite dépendent du vecteur d'onde  $\mathbf{k}$  de chaque électron, comme montré sur la figure 2.6 : l'axe et la fréquence de précession varient donc d'un électron à l'autre, et pour un même électron quand son vecteur d'onde diffuse. Ceci induit la relaxation du spin par le mécanisme D'yakonov-Perel', imposant des limitations fortes à un certain nombre d'applications spintronique comme la propagation de courants de spin.

Quel est à présent l'effet de ces champs spin-orbite dépendants de  $\mathbf{k}$  sur un *mode collectif de spin*, où la dynamique des électrons est fortement structurée par l'interaction de Coulomb? Les puits quantiques dopés de GaAs sont un candidat idéal pour répondre à cette question. En effet, leurs effets spin-orbite à 1 particule — effets Rashba et Dresselhaus — ont été bien caractérisés, par spectroscopie Raman notamment (travaux de B. Jusserand

*et al.* [86, 87]). Par ailleurs, ces structures présentent un mode collectif de spin, le plasmon de spin inter-sous-bande, qui est bien séparé du continuum des excitations individuelles [17, 22]. Enfin ce sont des structures très bien contrôlées technologiquement, avec un niveau de désordre très bas, facilitant les études optiques.

En étudiant ainsi le plasmon de spin inter-sous-bande de puits quantiques dopés de GaAs, nous allons démontrer l'existence d'une dynamique de spin remarquablement organisée, en fort contraste avec le scénario désorganisant D'yakonov-Perel'. Cette dynamique se caractérise par la précession du moment magnétique du gaz d'électrons autour d'un champ spin-orbite *collectif* unique. Ce champ conduit à un éclatement de type structure fine du spectre plasmon. De plus, nous allons montrer que ce champ collectif est renforcé, par les effets N corps, d'un facteur de plusieurs unités par rapport aux champs agissant sur les électrons individuels. Ainsi, au lieu de déphaser l'excitation collective, le couplage spin-orbite, combiné à l'interaction de Coulomb, conduit ici à un effet constructif remarquable.

Les résultats principaux de ce chapitre ont été publiés dans F. Baboux, F. Perez, C.A. Ullrich, I. D'Amico, J. Gómez, M. Bernard, *Giant Collective Spin-Orbit Field in a Quantum Well : Fine Structure of Spin Plasmons*, Phys. Rev. Lett. **109**, 166401 (2012).

## 4.1 Modèle de structure fine des plasmons de spin

### 4.1.1 Champs spin-orbite

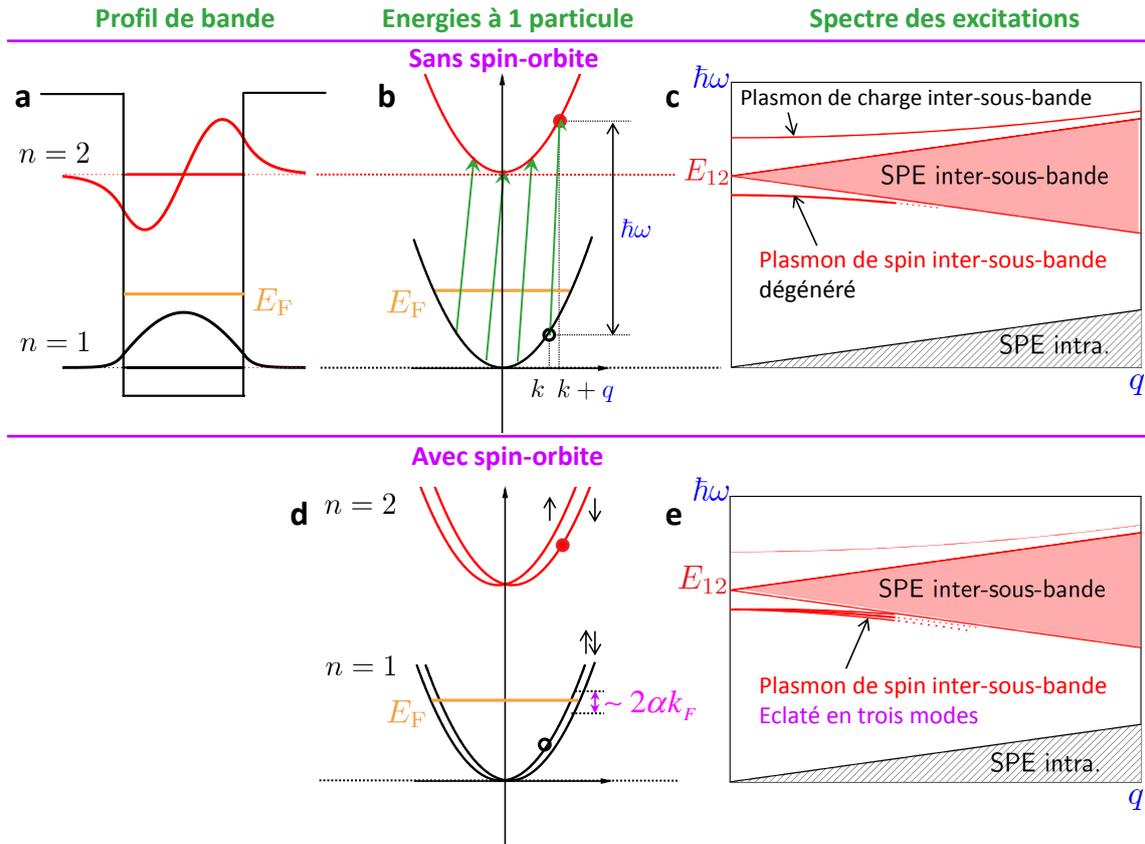
On rappelle que dans un puits quantique de GaAs (structure blende de zinc), l'asymétrie d'inversion de la maille cristalline et du potentiel de confinement conduit à un éclatement et une orientation de spin intrinsèques des états de conduction (cf. section 2.2). Ces effets peuvent être décrits par un champ magnétique effectif qui dépend du vecteur d'onde  $\mathbf{k}$  de l'électron. Dans le cas d'un puits quantique orienté [001] (groupe de symétrie  $C_{2v}$ ), ce champ s'écrit, à l'ordre linéaire en  $\mathbf{k}$  :

$$\mathbf{B}_{\text{SO}}(\mathbf{k}) = \frac{2\alpha}{g\mu_{\text{B}}} \begin{pmatrix} k_y \\ -k_x \end{pmatrix} + \frac{2\beta}{g\mu_{\text{B}}} \begin{pmatrix} k_x \\ -k_y \end{pmatrix}, \quad (4.1)$$

pour un système de coordonnées avec  $\hat{x} \parallel [100]$  et  $\hat{y} \parallel [010]$ .  $\alpha$  et  $\beta$  sont les constantes de couplage Rashba et Dresselhaus,  $g$  est le facteur de Landé effectif de l'électron dans le cristal, et  $\mu_{\text{B}}$  le magnéton de Bohr. Regardons quel est l'effet de ces champs spin-orbite sur le plasmon de spin inter-sous-bande.

### 4.1.2 Le plasmon de spin inter-sous-bande

Le plasmon de spin inter-sous-bande (cf. section 1.4) est un mode collectif de spin faisant intervenir des transitions électroniques entre deux sous-bandes de conduction. On s'intéresse ici à la situation la plus simple, faisant intervenir la première et la seconde sous-bande (figure 4.1(a)–(b)). Un électron promu de la première à la seconde sous-bande, avec un changement de vecteur d'onde  $\mathbf{q}$ , constitue une excitation individuelle (SPE). Comme nous l'avons vu section 1.4.1, l'ensemble des façons de réaliser ce processus se traduit dans le spectre des excitations (4.1(c)) par un continuum.

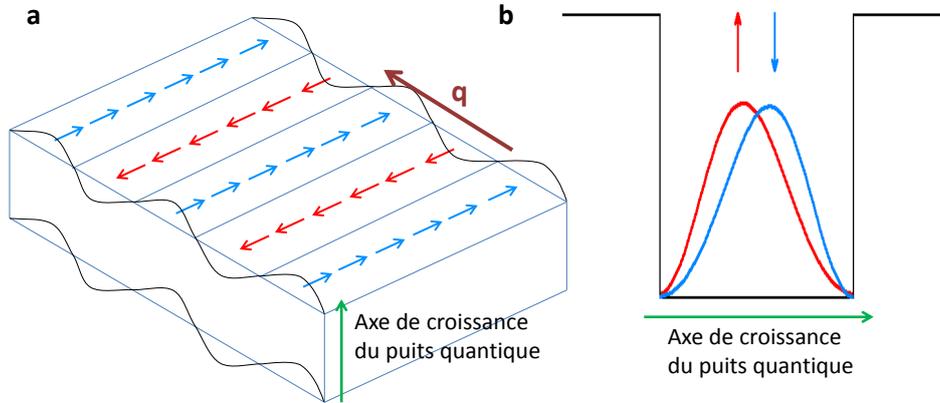


**Fig. 4.1.** Haut : Le plasmon de spin inter-sous-bande consiste en une superposition cohérente de transitions électroniques (paires électron-trou, notées SPE), de vecteur d'onde  $\mathbf{q}$ , entre la première et la seconde sous-bande du puits quantique (a et b). Dans le spectre d'excitations (c), la branche de plasmon de spin émerge en dessous du continuum des SPE inter-sous-bande. Bas : En présence de couplage spin-orbite, la dégénérescence de spin des états à 1 particule est levée (d) ; il en résulte un éclatement de la branche plasmon de spin en 3 modes (e).

Des modes collectifs peuvent également être formés, par superposition et couplage Coulombien de telles excitations individuelles. Ceci donne naissance à un plasmon de charge, au-dessus du continuum SPE, et à un plasmon de spin, au-dessous de ce continuum. Le plasmon de charge consiste en une oscillation périodique de la densité de charge, autrement dit, une oscillation *en phase* de la densité des deux populations de spin. Le plasmon de spin consiste quant à lui en une oscillation *en opposition de phase* des deux populations de spin. Cette oscillation se produit selon deux axes : selon la direction de  $\mathbf{q}$  (i.e. dans le plan du puits, avec une période  $2\pi/q$  : cf. figure 4.2(a)), et selon l'axe de croissance (figure 4.2(b)). Cette oscillation selon l'axe de croissance provient de la différence de symétrie entre les fonctions enveloppes des deux sous-bandes.<sup>1</sup>

Le plasmon de spin inter-sous-bande a été étudié pour la première fois dans les années 1990, notamment par spectroscopie Raman ; il a été montré qu'il dispersait négativement

1. L'amplitude de cette oscillation est  $z_{12} = \int dz \varphi_1^*(z) z \varphi_2(z)$ , où  $\varphi_i$  est la fonction enveloppe de la sous-bande de conduction  $i$ .



**Fig. 4.2.** Représentation schématique de la dynamique de spin pour le plasmon de spin inter-sous-bande. **a**, Oscillation des densités de spin dans le plan du puits quantique, selon le vecteur d'onde  $\mathbf{q}$ . **b**, Oscillation selon l'axe de croissance du puits (ici, le cas simplifié  $q = 0$ , et pour un puits symétrique, est schématisé).

avec  $q$  [17, 22],<sup>2</sup> comme montré sur la figure 4.1(c). Cette excitation a été utilisée comme banc d'essai des théories du gaz d'électrons en interaction [17, 22, 185–187, 23–25, 171] : en effet, son existence est une pure conséquence des effets d'échange-corrélation (cf. section 1.3.4), i.e. des effets au-delà de la RPA de Bohm et Pines, qui ne traite que les termes de Hartree (termes directs).

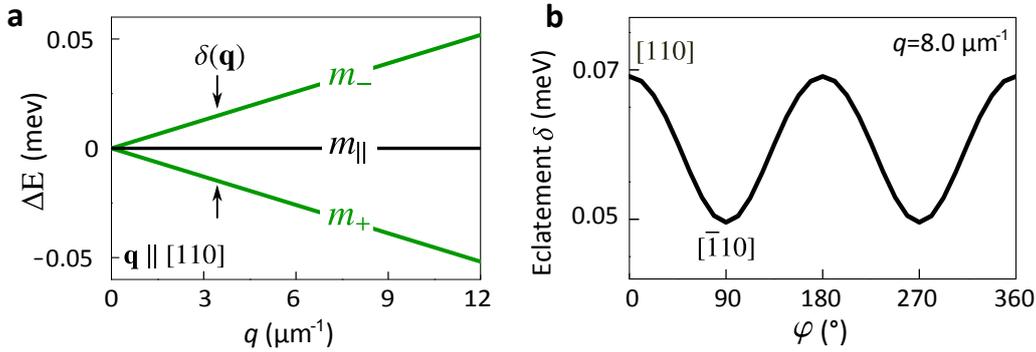
### 4.1.3 Prédications des effets spin-orbite sur le plasmon de spin

L'effet du couplage spin-orbite sur ce plasmon de spin inter-sous-bande a été étudié théoriquement par Ullrich et Flatté [74, 107]. Comme nous l'avons déjà noté, ces auteurs ont prédit que la levée de dégénérescence de spin des états à 1 particule par les champs spin-orbite (cf. figure 4.1(d)) avait pour conséquence l'éclatement du plasmon de spin en 3 modes (4.1(e)).

La figure 4.3 détaille cette *structure fine* du plasmon de spin inter-sous-bande. Elle consiste en un mode longitudinal ( $m_{\parallel}$ ) et deux modes transverses ( $m_{+}$  et  $m_{-}$ ). La figure 4.3(a) montre le calcul (pour l'échantillon que nous allons étudier expérimentalement) de la différence d'énergie  $\Delta E$  entre les cas *avec* et *sans* spin-orbite, en fonction de l'amplitude  $q$  du vecteur d'onde du plasmon. On voit que l'énergie du mode longitudinal n'est pas affectée par le couplage spin-orbite. En revanche, les modes transverses sont séparés en des directions opposées : il apparaît un éclatement  $\delta$  entre ces modes, qui est quasi-linéaire en  $q$ .

Ces données correspondent à une orientation fixe du vecteur d'onde  $\mathbf{q}$  du plasmon dans le plan du puits quantique (ici  $\mathbf{q} \parallel [110]$ ). La figure 4.3(b) présente quant à elle la variation de l'éclatement  $\delta$  avec l'orientation dans le plan de  $\mathbf{q}$ , repérée par l'angle  $\varphi$  par rapport à la direction  $[110]$  (ici  $q = 8.0 \mu\text{m}^{-1}$ ). La modulation est quasi-sinusoïdale, avec une période

2. Dans les publications de cette période, le plasmon de spin inter-sous-bande est souvent nommé *Spin-density excitation*.



**Fig. 4.3.** Éclatement spin-orbite des plasmons de spin inter-sous-bande, calculé pour l'échantillon étudié dans ce chapitre. **a**, Différence d'énergie  $\Delta E$  entre les cas *avec* et *sans* spin-orbite, en fonction de l'amplitude  $q$  du vecteur d'onde du plasmon (ici  $\mathbf{q} \parallel [110]$ ). L'éclatement  $\delta$  entre les modes transverses ( $m_+$  et  $m_-$ ) est quasi-linéaire en  $q$ . **b**, Pour un module de vecteur d'onde fixé (ici  $q = 8.0 \mu\text{m}^{-1}$ ), modulation de  $\delta$  avec l'orientation dans le plan de  $\mathbf{q}$ , repérée par l'angle  $\varphi$  par rapport à la direction  $[110]$ .

de  $180^\circ$  (symétrie d'ordre 2).

La levée de dégénérescence des modes plasmons peut être comprise intuitivement de la façon suivante. En l'absence de vecteur d'onde transféré  $\mathbf{q}$ , la moyenne des champs spin-orbite  $\mathbf{B}_{\text{SO}}(\mathbf{k})$  (Eq. (4.1)) sur la mer de Fermi, est nulle : ceci provient de la symétrie par renversement du temps (qui impose  $\mathbf{B}_{\text{SO}}(\mathbf{k}) = -\mathbf{B}_{\text{SO}}(-\mathbf{k})$ ),<sup>3</sup> combinée à la symétrie axiale  $[001]$  du puits quantique.<sup>4</sup> Ainsi, aucune force macroscopique n'agit sur le gaz d'électrons, et les plasmons de spin sont dégénérés. En revanche, quand un vecteur d'onde  $\mathbf{q}$  est transféré au gaz d'électrons, la symétrie spatiale est brisée et les  $\mathbf{B}_{\text{SO}}(\mathbf{k})$  ne se moyennent plus à 0. *La brisure de symétrie de translation, mesurée par l'amplitude de  $\mathbf{q}$ , se convertit donc en une brisure de symétrie de rotation du spin* : il émerge un axe de quantification privilégié.

Les trois modes de plasmon de spin s'organisent autour de cet axe de quantification [107]. Le mode longitudinal ( $m_{\parallel}$ ) consiste en une oscillation de l'aimantation le long de cet axe, et les modes transverses ( $m_+$  et  $m_-$ ) consistent en une précession autour de cet axe. Cet axe de quantification, commun aux trois modes, est tout comme l'éclatement  $\delta$ , dépendant du vecteur d'onde du plasmon  $\mathbf{q}$  [107].

#### 4.1.4 Vérification expérimentale : premiers résultats

Nous allons d'abord tenter de confirmer expérimentalement l'existence d'un éclatement du spectre plasmon, linéaire en  $q$ , et modulé avec l'angle dans le plan du puits quantique.

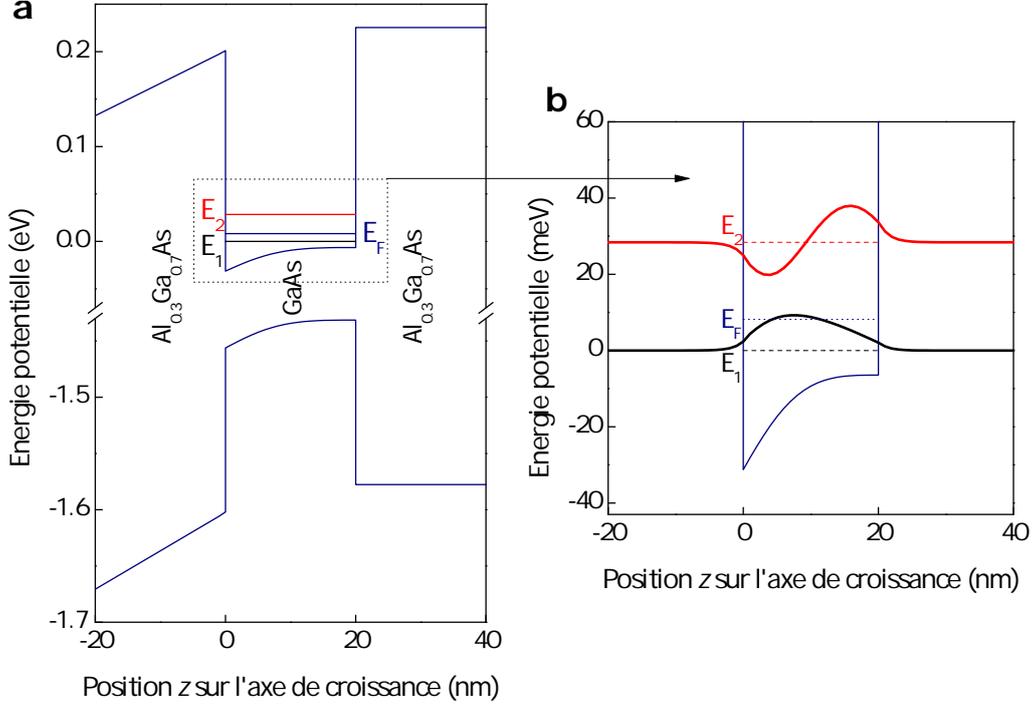
##### a. Échantillon étudié

L'échantillon (S436) pour lequel nous présentons les résultats ci-dessous est un puits quantique de GaAs/Al<sub>0.3</sub>Ga<sub>0.7</sub>As à modulation de dopage asymétrique, d'axe de crois-

3. Cette propriété est la dégénérescence de Kramers [19].

4. Qui impose l'égalité des facteurs d'occupation électronique pour des vecteurs d'onde opposés :  $n_{\mathbf{k}} = n_{-\mathbf{k}}$ .

sance [001]. L'épaisseur nominale du puits est de 20 nm. La densité électronique est  $n_{2D} = 2.3 \times 10^{11} \text{ cm}^{-2}$ , et la mobilité  $2 \times 10^7 \text{ cm}^2 \text{ V}^{-1} \text{ s}^{-1}$  à la température de l'expérience  $T \simeq 2 \text{ K}$  (hélium superfluide), comme déterminé par des mesures de magnéto-transport.



**Fig. 4.4.** Profil de bande calculé du puits quantique de GaAs/AlGaAs étudié. **a**, Le dopage par modulation (couches delta de Si situées en  $z < 0$ ) crée une inclinaison de l'extremum des bandes de valence et de conduction le long de l'axe de croissance. **b**, Fonctions d'onde des deux premiers états confinés du puits, d'énergie  $E_1$  et  $E_2$ .  $E_F$  désigne l'énergie de Fermi.

Le profil de bande, calculé par résolution couplée Schrödinger-Poisson (cf. section 1.2.3), est présenté figure 4.4. Le dopage par modulation (couches delta de Si situées en  $z = -40$  et  $-75 \text{ nm}$ )<sup>5</sup> crée une inclinaison de l'extremum des bandes de valence et de conduction (*band bending*) le long de l'axe de croissance (4.4(a)). Les fonctions d'onde des deux premiers états confinés du puits (4.4(b)), d'énergie  $E_1$  et  $E_2$ , sont donc asymétriques ; seule la première sous-bande est peuplée.

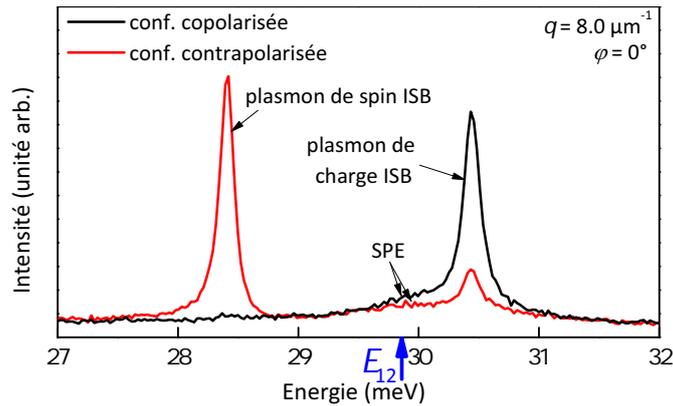
Donnons les principales énergies mises en jeu dans le plasmon de spin (cf. figure 4.1) : l'énergie de Fermi est  $E_F = 8.2 \text{ meV}$  (vecteur d'onde de Fermi  $k_F = 120 \mu\text{m}^{-1}$ ), la séparation entre les deux sous-bandes est  $E_{12} = E_2 - E_1 = 28.4 \text{ meV}$  (calcul Schrödinger-Poisson), et l'éclatement spin-orbite des états à 1 particule au niveau de Fermi est de l'ordre de  $2\alpha k_F \sim 0.08 \text{ meV}$  (cf. section 4.3.2).

5. Dans les simulations, le dopage des ces couches est ajusté de façon à reproduire la densité  $n_{2D}$  mesurée par transport.

### b. Mise en évidence des effets anisotropes

Notre géométrie de diffusion Raman est rappelée dans l'encart de la figure 4.6. Le vecteur d'onde transféré  $\mathbf{q}$ , qui est contenu dans le plan du puits quantique, peut être varié continûment en amplitude et en orientation (cf. section 3.3.2).

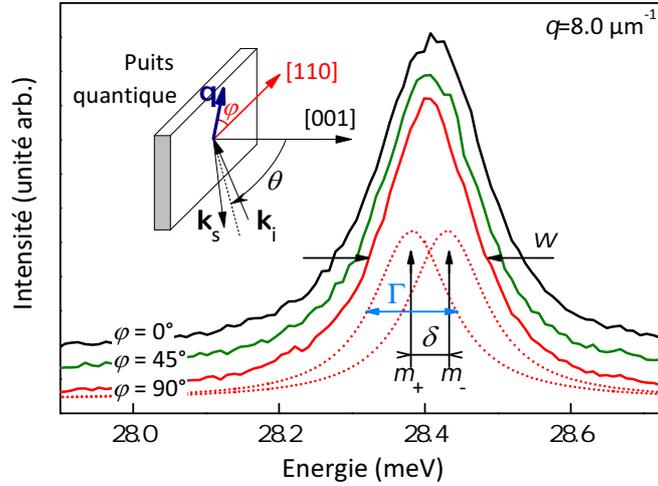
La figure 4.5 montre des spectres Raman typiques des excitations électroniques inter-sous-bande. Notons qu'ici et dans tout ce travail, nous portons en abscisse, sous le label "énergie", le déplacement Raman  $\hbar\omega_i - \hbar\omega_s$  entre l'énergie du laser incident et celle des photons diffusés (cf. section 3.1). L'existence de règles de sélection permet, comme on l'a vu section 3.2.2, de discriminer les différents types d'excitations apparaissant dans ces spectres. Ainsi, le plasmon de charge est observé seulement dans la configuration copolarisée (courbe noire), i.e. quand les photons incidents et diffusés ont une polarisation parallèle, alors que le plasmon de spin n'apparaît qu'en configuration contrapolarisée (courbe rouge), quand les photons ont une polarisation perpendiculaire. Plus précisément, seuls les modes transverses  $m_+$  et  $m_-$  (cf. figure 4.3(a)) sont prédits d'être actifs dans cette dernière configuration [107]. Enfin, le continuum des excitations à 1 particule (SPE) apparaît dans les deux configurations : ici comme une épaule au pic du plasmon de charge.



**Fig. 4.5.** Spectres Raman des excitations électroniques inter-sous-bande (ISB), en configuration polarisée (noir) et dépolarisée (rouge). On retrouve le spectre d'excitations schématisé figure 4.1(c)-(e). La ligne des plasmons de spin (transverses) apparaît en configuration dépolarisée.

Par la suite, nous allons nous intéresser uniquement au pic du plasmon de spin. La figure 4.6 présente des spectres typiques de ce pic, obtenus en l'absence de champ magnétique externe. Ils correspondent à une amplitude de vecteur d'onde transféré fixée à  $q = 8.0 \mu\text{m}^{-1}$ , mais différentes orientations  $\varphi$  de  $\mathbf{q}$  dans le plan. Puisque  $q \neq 0$ , nous nous attendrions, conformément à la figure 4.3(a), à observer deux pics, correspondant à  $m_+$  et  $m_-$  séparés de l'éclatement spin-orbite  $\delta$ . Cependant, on constate que les spectres expérimentaux contiennent un unique pic, d'allure Lorentzienne.

Mais en portant sur la figure 4.7(b) la largeur à mi-hauteur, notée  $w$ , de ce pic en fonction de  $\varphi$ , on constate que  $w$  est modulée, de façon quasi-sinusoïdale avec une période de  $180^\circ$ . Nous répétons l'expérience pour deux autres valeurs de  $q$  : cf. figure 4.7(a)-(c). On constate que la valeur moyenne, et l'amplitude de modulation de la largeur de raie  $w$  diminuent lorsque  $q$  décroît.



**Fig. 4.6.** Spectres Raman des plasmons de spin transverses, observés en configuration dépolarisée pour  $q = 8.0 \mu\text{m}^{-1}$ , en variant l'angle dans le plan  $\varphi$  (décalage vertical pour la clarté). Le pic unique, quasi-Lorentzien observé est la somme de deux Lorentziennes (pointillés rouges pour le spectre à  $\varphi = 90^\circ$ ) d'amplitude et largeur de raie  $\Gamma$  identiques, correspondant aux modes  $m_+$  et  $m_-$  séparés de l'éclatement spin-orbite collectif  $\delta$ . Encart : géométrie de la diffusion Raman ;  $\kappa_i$  et  $\kappa_s$  sont les vecteurs d'onde de la lumière incidente et diffusée, respectivement.

On retrouve donc dans le comportement de  $w$  les principales propriétés prédites pour l'éclatement spin-orbite  $\delta$ . Ceci suggère fortement que **le pic Raman observé est composite** : il est la *somme de deux pics Lorentziens correspondant aux modes  $m_+$  et  $m_-$ , séparés de l'éclatement spin-orbite  $\delta$*  (figure 4.6, pointillés rouges). Ces derniers ne sont pas résolus séparément, car leur largeur de raie intrinsèque  $\Gamma$  est de l'ordre l'éclatement  $\delta$ , comme nous le confirmerons par la suite (on verra que  $\Gamma \sim 2\delta$ ). Nous verrons également comment, en déterminant de façon indépendante la largeur  $\Gamma$  de chaque mode,<sup>6</sup> l'éclatement  $\delta(\mathbf{q})$  peut être extrait par déconvolution (cf. section 4.2.3).

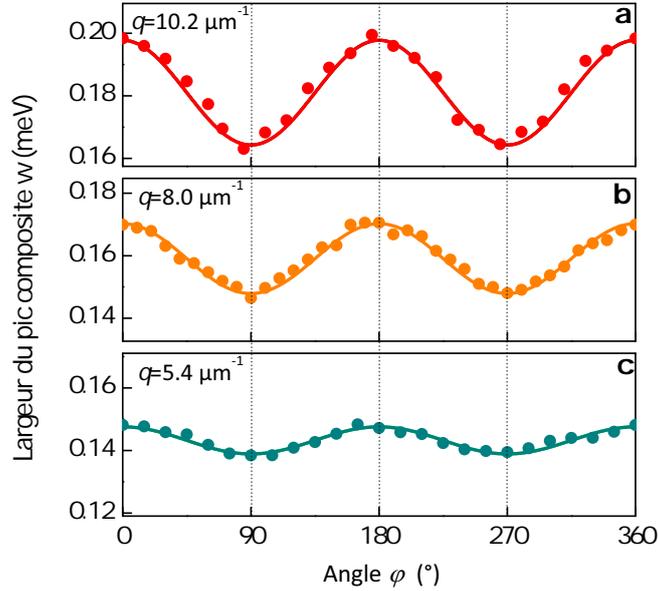
A ce point, nous utilisons les résultats de la figure 4.7 pour fixer la référence angulaire de  $\varphi$  : par identification aux prédictions de la figure 4.3(b), nous assignons le maximum de  $w$  à la direction  $[110]$  ( $\varphi \equiv 0^\circ$ ), et le minimum à la direction  $[\bar{1}10]$  ( $\varphi \equiv 90^\circ$ ).

## 4.2 Détermination du champ spin-orbite collectif et du moment magnétique

### 4.2.1 Proposition d'un modèle effectif

Les résultats ci-dessus sont une première étape dans la confirmation expérimentale des prédictions de la Ref. [107] : sous l'effet du couplage spin-orbite, le spectre plasmon se scinde en 3 modes ; l'éclatement entre les deux modes transverses est une fonction croissante de l'amplitude du vecteur d'onde d'excitation  $q$ , et présente une modulation angulaire dans le plan du puits quantique. Nous avons noté également — mais non encore vérifié — la

6. On supposera que les deux modes transverses ont la même largeur de raie [107].

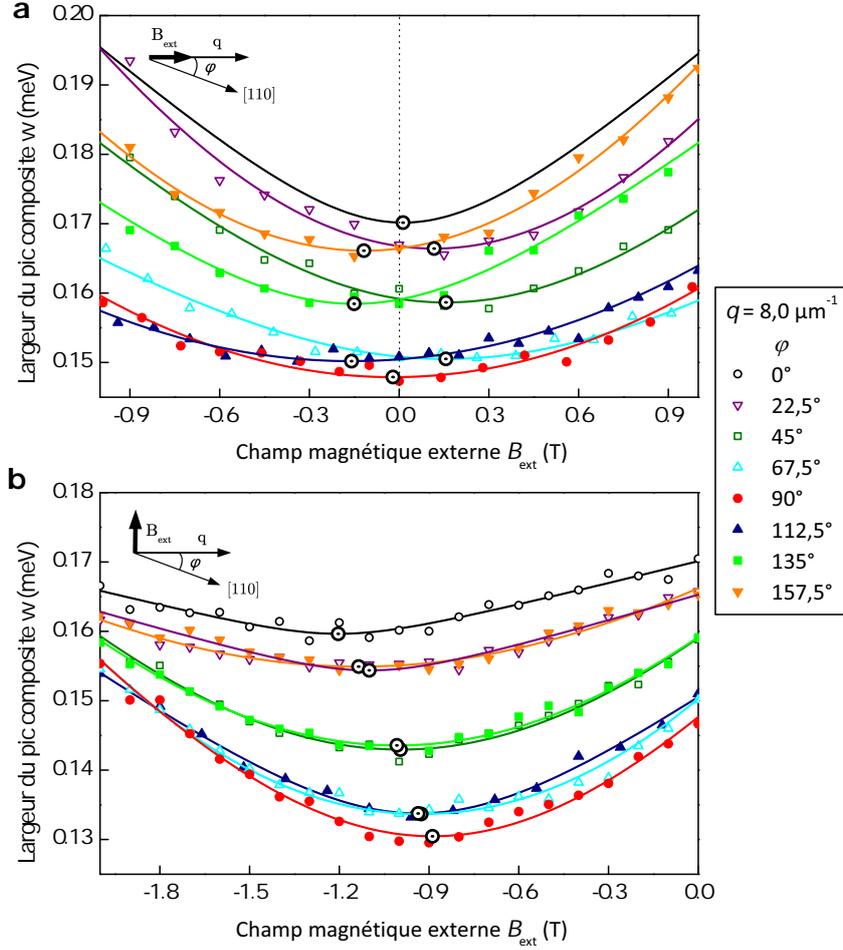


**Fig. 4.7.** Variation avec  $\varphi$  de la largeur de raie composite  $w$  de la ligne Raman observée figure 4.6 pour  $q = 10.2, 8.0$  et  $5.4 \mu\text{m}^{-1}$  respectivement (a-c). La modulation est quasi-sinusoidale, de période  $180^\circ$ , et son amplitude augmente avec  $q$ .

prédiction d'une polarisation des modes, c'est-à-dire d'un axe de quantification privilégié, dépendant de  $\mathbf{q}$ , pour la dynamique de spin.

Ainsi, par analogie avec les effets spin-orbite à 1 particule, où l'éclatement et l'orientation de spin sont décrits par un champ magnétique effectif  $\mathbf{B}_{\text{SO}}(\mathbf{k})$ , il serait tentant de définir un champ spin-orbite *collectif*  $\mathbf{B}_{\text{SO}}^{\text{coll}}(\mathbf{q})$ , pour décrire la polarisation et l'éclatement spin-orbite des modes plasmon. Comment relier ce champ collectif aux champs spin-orbite individuels  $\mathbf{B}_{\text{SO}}(\mathbf{k})$ ? Rappelons que le plasmon de spin inter-sous-bande est une superposition de transitions à 1 particule entre des états électroniques de vecteur d'onde  $\mathbf{k}$  dans la première sous-bande, et des états  $\mathbf{k} + \mathbf{q}$  dans la seconde sous-bande. Ainsi — en ignorant pour l'instant la dépendance des constantes de couplage  $\alpha$  et  $\beta$  avec l'indice de sous-bande — chacune de ces transitions élémentaires voit une différence de champ magnétique  $\mathbf{B}_{\text{SO}}(\mathbf{k} + \mathbf{q}) - \mathbf{B}_{\text{SO}}(\mathbf{k})$ . Celle-ci est simplement égale à  $\mathbf{B}_{\text{SO}}(\mathbf{q})$ , et est donc fixée uniquement par le vecteur d'onde d'excitation  $\mathbf{q}$ . Bien sûr, on s'attend à ce que les interactions Coulombiennes modifient cette image simple, par exemple en renormalisant ce champ magnétique : on posera donc l'existence d'un champ spin-orbite collectif  $\mathbf{B}_{\text{SO}}^{\text{coll}}(\mathbf{q})$ , différent à priori de  $\mathbf{B}_{\text{SO}}(\mathbf{q})$ .

En présence d'un tel champ  $\mathbf{B}_{\text{SO}}^{\text{coll}}(\mathbf{q})$ , la structure très simple, en triplet symétrique, du spectre plasmon, pourrait alors s'expliquer par le fait que le plasmon de spin implique des transitions entre 2 états de spin  $1/2$ , c'est-à-dire des excitations de spin 1. Le plasmon de spin se comporterait alors comme un **objet macroscopique de spin 1**, et les 3 modes plasmon correspondraient aux 3 projections possibles de ce spin :  $\pm 1$ , pour les modes de précession  $m_+$  et  $m_-$  (figure 4.9, gauche) et 0 pour le mode d'oscillation  $m_{\parallel}$ . Ainsi, nous proposons de décrire le plasmon de spin par un **moment magnétique M en couplage Zeeman avec le champ  $\mathbf{B}_{\text{SO}}^{\text{coll}}(\mathbf{q})$** . Nous allons donc remplacer le Hamiltonien à N corps



**Fig. 4.8.** Variation de la largeur de raie composite  $w$  avec le champ magnétique extérieur  $\mathbf{B}_{\text{ext}}$ . **a**, Données  $w(B_{\text{ext}})$  obtenues dans la configuration  $\mathbf{B}_{\text{ext}} \parallel \mathbf{q}$ , pour une amplitude de vecteur d'onde fixée  $q = 8.0 \mu\text{m}^{-1}$  et différentes orientations dans le plan  $\phi$ . **b**, Données  $w(B_{\text{ext}})$  obtenues dans la configuration  $\mathbf{B}_{\text{ext}} \perp \mathbf{q}$ , pour les mêmes angles  $\phi$ . Les lignes sont des guides visuels. Chaque courbe  $w(B_{\text{ext}})$  est symétrique autour d'une certaine valeur  $B_{\text{ext}}^{\text{min}}$  du champ magnétique externe (repérée par un cercle noir) qui annule la composante correspondante du champ spin-orbite collectif  $\mathbf{B}_{\text{SO}}^{\text{coll}}(\mathbf{q})$ .

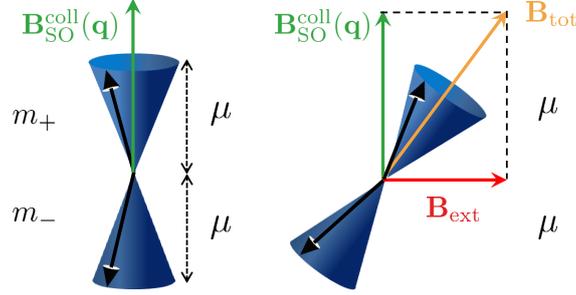
du gaz, somme de termes cinétique, Coulombien et spin-orbite :

$$\hat{\mathcal{H}}_{\text{tot}} = \hat{\mathcal{H}}_{\text{kin}} + \hat{\mathcal{H}}_{\text{Coul}} + \hat{\mathcal{H}}_{\text{SO}}, \quad (4.2)$$

(avec  $\hat{\mathcal{H}}_{\text{SO}} = \frac{g\mu_B}{2} \sum_i \hat{\sigma}_i \cdot \mathbf{B}_{\text{SO}}(\mathbf{k}_i)$ ), par le Hamiltonien effectif suivant :

$$\hat{\mathcal{H}}_{\text{eff}} = -\mathbf{M} \cdot \mathbf{B}_{\text{SO}}^{\text{coll}}(\mathbf{q}). \quad (4.3)$$

Pour tester la pertinence de cette description du plasmon de spin, et la réalité physique du champ spin-orbite collectif  $\mathbf{B}_{\text{SO}}^{\text{coll}}(\mathbf{q})$ , nous allons appliquer un champ magnétique externe  $\mathbf{B}_{\text{ext}}$ . Notre objectif précis sera de vérifier si, comme cela a été montré dans le cas des champs spin-orbite individuels, les deux champs se superposent [188, 91] (figure 4.9, droite),



**Fig. 4.9.** Interprétation des plasmons de spin inter-sous-bande en présence de couplage spin-orbite. On décrit les modes transverses ( $m_+$  et  $m_-$ ) comme la précession d'un moment magnétique d'amplitude  $\mu$  autour d'un champ spin-orbite collectif  $\mathbf{B}_{\text{SO}}^{\text{coll}}$  (gauche), et autour de la superposition  $\mathbf{B}_{\text{SO}}^{\text{coll}} + \mathbf{B}_{\text{ext}}$  en présence d'un champ magnétique extérieur. Pour le mode  $m_+$  ( $m_-$ ), le moment magnétique a une orientation moyenne parallèle (antiparallèle) au champ de quantification.

le Hamiltonien effectif devenant :

$$\hat{\mathcal{H}}_{\text{eff}} = -\mathbf{M} \cdot \left( \mathbf{B}_{\text{SO}}^{\text{coll}}(\mathbf{q}) + \mathbf{B}_{\text{ext}} \right). \quad (4.4)$$

Si tel est le cas, il sera possible de contrôler l'éclatement spin-orbite  $\delta$  entre les modes plasmons  $m_+$  et  $m_-$ , et même de l'annuler, en appliquant  $\mathbf{B}_{\text{ext}}$  de façon exactement opposée à  $\mathbf{B}_{\text{SO}}^{\text{coll}}$  : ceci fournit un critère de détermination de  $\mathbf{B}_{\text{SO}}^{\text{coll}}$ . Par ailleurs, en déterminant indépendamment l'éclatement  $\delta$ , nous pourrions mesurer l'amplitude du moment magnétique  $\mathbf{M}$  associé au plasmon, et déterminer ainsi **comment l'effet des interactions Coulombiennes se répartit entre  $\mathbf{M}$  et  $\mathbf{B}_{\text{SO}}^{\text{coll}}(\mathbf{q})$** .

#### 4.2.2 Détermination du champ spin-orbite collectif

Examinons d'abord comment l'application d'un champ magnétique externe  $\mathbf{B}_{\text{ext}}$  influence l'éclatement spin-orbite  $\delta$ , et donc la largeur  $w$  du pic Raman composite. Puisque l'axe de polarisation des modes plasmon est, d'après le Ref. [107], contenu dans le plan du puits quantique, nous allons appliquer  $\mathbf{B}_{\text{ext}}$  dans le plan également (configuration quasi-Voigt).

Pour un vecteur d'onde  $\mathbf{q}$  donné, nous prenons des spectres pour une série de valeurs de  $B_{\text{ext}}$ , avec  $\mathbf{B}_{\text{ext}}$  appliqué successivement selon deux directions perpendiculaires :  $\mathbf{B}_{\text{ext}} \perp \mathbf{q}$  et  $\mathbf{B}_{\text{ext}} \parallel \mathbf{q}$ . Les figures 4.8(a) et 4.8(b), respectivement, présentent la largeur  $w$  de la ligne Raman composite en fonction de  $B_{\text{ext}}$  pour ces deux configurations. Les différentes courbes sont obtenues pour une amplitude de vecteur d'onde fixée  $q = 8.0 \mu\text{m}^{-1}$ , et une série de 8 angles  $\varphi$  équidistants à l'intérieur d'une période ( $180^\circ$ ). Chaque courbe montre un minimum pour une valeur donnée  $B_{\text{ext}}^{\text{min}}$  du champ extérieur, et est symétrique par rapport à ce minimum.

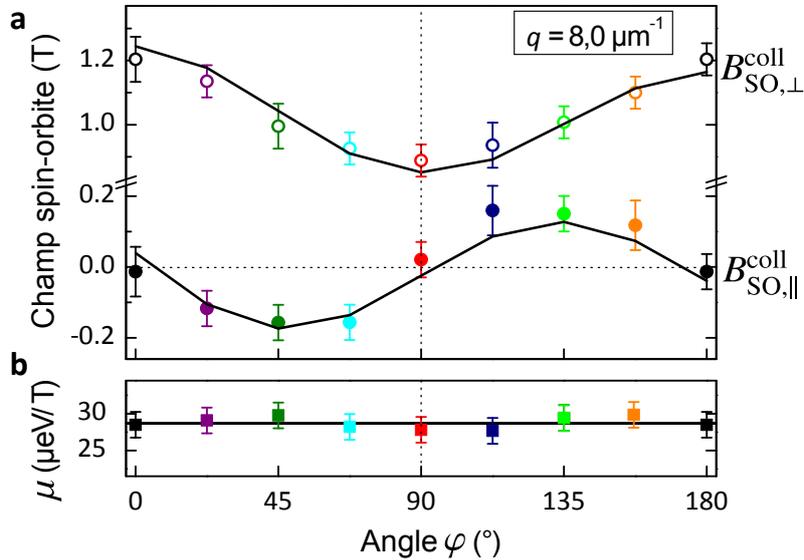
Comparons ce comportement à celui prédit par l'Eq. (4.4). D'après cette équation, si le moment magnétique  $\mathbf{M}$  du plasmon est de nature quantique, ses niveaux d'énergie sont quantifiés par le champ total  $\mathbf{B}_{\text{tot}} = \mathbf{B}_{\text{SO}}^{\text{coll}}(\mathbf{q}) + \mathbf{B}_{\text{ext}}$  (cf. figure 4.9, droite), et l'éclatement

$\delta$  est donné par :

$$\delta = 2\mu B_{\text{tot}} = 2\mu \sqrt{(B_{\text{ext}} + \mathbf{B}_{\text{SO}}^{\text{coll}} \cdot \mathbf{u})^2 + (\mathbf{B}_{\text{SO}}^{\text{coll}} \times \mathbf{u})^2}, \quad (4.5)$$

où  $\mu$  est la valeur *quantifiée* du moment magnétique du plasmon, et  $\mathbf{u}$  est un vecteur unitaire parallèle à  $\mathbf{B}_{\text{ext}}$ . Selon l'Eq. (4.5), chaque minimum de  $\delta(B_{\text{ext}})$  correspond ainsi à la situation où  $\mathbf{B}_{\text{ext}}$  compense exactement la composante de  $\mathbf{B}_{\text{SO}}^{\text{coll}}(\mathbf{q})$  qui lui est parallèle,  $B_{\text{ext}}^{\text{min}} = -\mathbf{B}_{\text{SO}}^{\text{coll}} \cdot \mathbf{u}$ .

En utilisant ce critère, nous extrayons la composante  $B_{\text{SO},\parallel}^{\text{coll}}$  du champ spin-orbite collectif parallèle à  $\mathbf{q}$  des données de la figure 4.8(a), et nous la portons sur la figure 4.10 (cercles pleins). Cette composante apparaît *antisymétrique* par rapport à la direction  $[\bar{1}10]$  ( $\varphi = 90^\circ$ ).



**Fig. 4.10.** Champ spin-orbite collectif  $\mathbf{B}_{\text{SO}}^{\text{coll}}$  et moment magnétique  $\mu$  en fonction de  $\varphi$ . **a**, Composante parallèle ( $B_{\text{SO},\parallel}^{\text{coll}}$ , cercles pleins) et perpendiculaire ( $B_{\text{SO},\perp}^{\text{coll}}$ , cercles creux) à  $\mathbf{q}$  du champ spin-orbite collectif pour  $q = 8.0 \mu\text{m}^{-1}$ , extraites des données de la figure 4.8. Les courbes noires sont des ajustements par la théorie décrite dans la section 4.3.1. **b**, Moment magnétique  $\mu$  du plasmon de spin : valeurs expérimentales (carrés) et théoriques (courbe).

L'Eq. (4.5) prédit également que la valeur minimale  $\delta_{\text{min}}$  de l'éclatement que l'on peut atteindre, pour  $\mathbf{B}_{\text{ext}}$  appliqué dans une direction donnée, dépend de la composante de  $\mathbf{B}_{\text{SO}}^{\text{coll}}$  orthogonale à cette direction :  $\delta_{\text{min}} = 2\mu \sqrt{(\mathbf{B}_{\text{SO}}^{\text{coll}} \times \mathbf{u})^2}$ . Ainsi, d'après la position verticale des minima sur la figure 4.8(a), on s'attendrait à ce que la composante orthogonale  $B_{\text{SO},\perp}^{\text{coll}}$  soit maximale pour  $\varphi = 0^\circ$ , décroisse jusqu'à  $\varphi = 90^\circ$ , puis parcourt cette variation en sens inverse entre  $\varphi = 90^\circ$  et  $\varphi = 180^\circ$ . Pour le vérifier, nous déterminons la composante  $B_{\text{SO},\perp}^{\text{coll}}$  d'après le champ magnétique  $B_{\text{ext}}^{\text{min}}$  comme précédemment, et nous portons les résultats sur la figure 4.10(b) (cercles creux). On obtient bien la variation attendue, avec un comportement *symétrique* autour de la direction  $[\bar{1}10]$  ( $\varphi = 90^\circ$ ).

Le champ collectif ainsi déterminé présente la même symétrie que le champ spin-orbite individuel (Eq. (4.1)). On note également que la composante perpendiculaire  $B_{\text{SO},\perp}^{\text{coll}}$  est

environ un ordre de grandeur supérieure à la composante parallèle  $B_{\text{SO},\parallel}^{\text{coll}}$  ( $\sim 1$  T contre  $\sim 0.1$  T, respectivement) : ceci suggère que l'effet Rashba (dont le champ spin-orbite est toujours perpendiculaire au vecteur d'onde, cf. Eq. (4.1)) domine l'effet Dresselhaus dans cet échantillon (nous le démontrerons section 4.3.1).

### Hypothèse de superposition

Nous allons naturellement supposer que le champ total  $\mathbf{B}_{\text{SO}}^{\text{coll}}(\mathbf{q})$  est donné par la somme vectorielle de  $B_{\text{SO},\parallel}^{\text{coll}}$  et  $B_{\text{SO},\perp}^{\text{coll}}$ . Une vérification directe de cette hypothèse consisterait à *annuler* l'éclatement spin-orbite en appliquant  $\mathbf{B}_{\text{ext}}$  exactement dans la direction de  $\mathbf{B}_{\text{SO}}^{\text{coll}}(\mathbf{q})$ , tel que  $\mathbf{B}_{\text{ext}} = -\mathbf{B}_{\text{SO}}^{\text{coll}}(\mathbf{q})$  : au lieu de déterminer *successivement* les deux composantes cartésiennes de  $\mathbf{B}_{\text{SO}}^{\text{coll}}$ , on déterminerait *simultanément* son orientation et son amplitude. Cette technique n'est cependant pas applicable expérimentalement, car notre dispositif ne permet pas de faire varier continûment l'orientation dans le plan de  $\mathbf{B}_{\text{ext}}$ . En revanche, nous vérifierons ci-dessous par des simulations numériques la parfaite équivalence entre cette méthode directe et la méthode que nous avons utilisée (cf. section 4.3.1).

### 4.2.3 Détermination du moment magnétique

#### a. Accès à l'éclatement spin-orbite collectif

Pour poursuivre la validation du modèle de l'Eq. (4.4), nous avons besoin d'un accès expérimental à l'éclatement spin-orbite  $\delta$ . Nous devons donc déterminer la largeur de raie intrinsèque  $\Gamma$  des modes  $m_{\pm}$  (cf. figure 4.6), afin de remonter à l'éclatement  $\delta$  par déconvolution. Pour déterminer  $\Gamma$ , nous nous plaçons dans la situation expérimentale où  $q = 0$  et  $B_{\text{ext}} = 0$  (données non montrées) : dans ce cas en effet, on s'attend à ce que l'éclatement  $\delta$  s'annule (cf. figure 4.3(a)) et que les deux pics soient parfaitement superposés, de sorte que  $w = \Gamma$ . On obtient

$$\Gamma = 0.124 \pm 0.010 \text{ meV} \quad (4.6)$$

par cette méthode. Cette valeur peut être comparée à une estimation théorique.

#### b. Estimation théorique de la largeur de raie : *spin Coulomb drag*

Pour estimer théoriquement la largeur de raie  $\Gamma$  d'un mode plasmon, examinons les différentes sources de dissipation possibles. Comme nous l'avons noté, les Refs. [74, 107] ont prédit que le plasmon de spin inter-sous-bande était immunisé contre le mécanisme D'yakonov-Perel', au sens où il n'est pas déphasé par la distribution en  $\mathbf{k}$  des champs spin-orbite individuels (cf. section 2.4).<sup>7</sup>

7. Indépendamment de cette prédiction, nous pouvons à titre informatif calculer le taux de relaxation D'yakonov-Perel' des électrons individuels. Ce taux de relaxation peut être calculé, en présence d'effet Rashba seul, par [189, 190] :

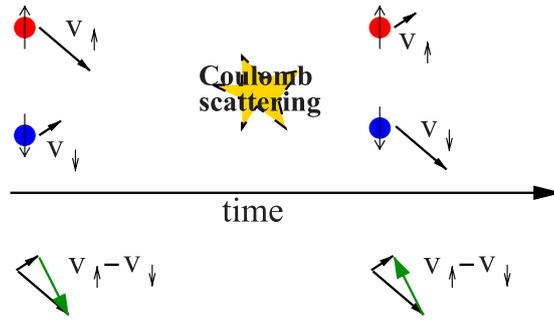
$$\frac{1}{\tau_s} \simeq \frac{2\tau_{\mathbf{k}}^*(\alpha k_{\text{F}}/\hbar)^2}{1 + 4(\alpha k_{\text{F}}\tau_{\mathbf{k}}^*/\hbar)^2}, \quad (4.7)$$

où  $k_{\text{F}}$  est le vecteur d'onde de Fermi,  $\tau_{\mathbf{k}}^*$  est le temps de relaxation du vecteur d'onde. Celui-ci est donné par  $\tau_{\mathbf{k}}^* = (\tau_{\mathbf{k}}^{-1} + \tau_{ee}^{-1})^{-1}$ , où  $\tau_{\mathbf{k}}$  est le temps de relaxation correspondant à la mobilité électronique, et  $\tau_{ee}$  est le temps de diffusion dû aux collisions électron-électron. En utilisant  $\tau_{ee}^{-1} \simeq 3.4 \frac{E_{\text{F}}}{\hbar} \left( \frac{k_{\text{B}}T}{E_{\text{F}}} \right)^2$  [35, 37]

En revanche, on s'attend à ce qu'un effet à N corps intrinsèque, le *spin Coulomb drag* (SCD) [191–193], joue un rôle central dans la dissipation. De façon générale, le SCD provient d'une *friction d'origine Coulombienne entre des porteurs de spins opposés se déplaçant avec des vitesses différentes* : cf. figure 4.11. La force coulombienne (par unité de volume) produite par les électrons de spin  $\bar{\sigma} = -\sigma$ , se déplaçant avec une vitesse de centre de masse  $\mathbf{V}_{\bar{\sigma}}$ , sur les électrons de spin opposé  $\sigma$ , se déplaçant avec une vitesse de centre de masse  $\mathbf{V}_{\sigma}$ , peut être écrite [191] :

$$\mathbf{F}_{\sigma\bar{\sigma}} = -f m_b \frac{n_{\sigma} n_{\bar{\sigma}}}{n_{\sigma} + n_{\bar{\sigma}}} (\mathbf{V}_{\sigma} - \mathbf{V}_{\bar{\sigma}}), \quad (4.8)$$

où  $m_b$  est la masse de bande,  $n_{\sigma}$  la densité de spin  $\sigma$ , et  $f$  le coefficient de SCD. Le SCD s'apparente donc à un frottement visqueux. Ce frottement affecte le courant de spin (longitudinal), qui est proportionnel à  $\mathbf{V}_{\sigma} - \mathbf{V}_{\bar{\sigma}}$  (le courant de charge n'est pas affecté, car l'interaction de Coulomb conserve la vitesse totale  $\mathbf{V}_{\sigma} + \mathbf{V}_{\bar{\sigma}}$ .)



**Fig. 4.11.** Exemple de diffusion Coulombienne entre électrons de spins opposés, qui ne conserve pas le courant de spin. Ce mécanisme forme la base du *spin Coulomb drag*. Pris de [194].

Le SCD est généralement faible dans les métaux, du fait de leur température de Fermi élevée, mais peut être fort dans les semi-conducteurs, où il peut même excéder la résistivité de Drude associée au désordre [191]. Le SCD a été mesuré en régime continu (transport) [193], mais jamais en régime alternatif. Or, le plasmon de spin inter-sous-bande a précisément été proposé comme un candidat idéal pour mesurer le SCD en régime alternatif [192]. En effet :

- Dans le plasmon de spin inter-sous-bande, les deux densités de spin oscillent en opposition de phase selon l'axe de croissance, formant un courant de spin alternatif (cf. figure 4.2(b)). Cette situation, où les impulsions des deux populations de spin sont à chaque instant opposées, est d'après l'Eq. (4.8) la situation où la friction Coulombienne est maximale.

---

et en calculant  $\tau_{\mathbf{k}} = 760$  ps d'après la mobilité expérimentale, on obtient  $\tau_{\mathbf{k}}^* \simeq 50$  ps. Pour une constante de couplage spin-orbite  $\alpha = 2$  meV Å (cf. section 4.3), l'Eq. (4.7) donne  $\tau_s \simeq 100$  ps, soit un élargissement  $\hbar/\tau_s \simeq 6$   $\mu$ eV (on notera que  $\alpha k_F \tau_{\mathbf{k}}^*/\hbar \sim 2$ , nous sommes donc dans la limite de collisions peu fréquentes). Le couplage spin-orbite est donc pour notre échantillon, *indépendamment de la prédiction d'immunité* établie dans les Refs. [74, 107], une source négligeable de dissipation.

On notera que pour  $q \neq 0$ , l'oscillation dans le plan du puits quantique conduit à une contribution supplémentaire au SCD. Mais cette contribution est négligeable devant la première<sup>8</sup> : elle est d'ordre  $(q/k_F)^2$ , et nous considérons ici la situation  $q < 0.1 k_F$ .

- Le SCD, qui dépend fortement de la fréquence, présente un maximum pour une fréquence d'excitation de l'ordre de quelques  $E_F/h$  [192]. Ceci est typiquement le cas pour le plasmon inter-sous-bande : nous avons ici  $E_{12}/E_F \sim 3.5$ .

La contribution du SCD à la largeur de raie  $\Gamma$  des modes plasmons transverses a été calculée par I. D'Amico (University of York, UK) et C. Ullrich (University of Missouri, USA) dans le cadre de notre collaboration. Le calcul utilise la théorie de la fonctionnelle de densité dépendant du temps (TDDFT, cf. section 1.4.4) appliquée au courant de spin,<sup>9</sup> en négligeant le couplage spin-orbite. Ce calcul utilise l'approximation locale, avec un potentiel d'échange-corrélation tri-dimensionnel,<sup>10</sup> mais pas l'approximation adiabatique, car ce sont précisément les termes non-adiabatiques du potentiel d'échange-corrélation qui sont responsables de la dissipation [192].

Un premier calcul a fourni  $\Gamma_{\text{SCD}} \simeq 0.4$  meV, sans utilisation de paramètres libres.<sup>11</sup> Cette valeur surestime la largeur de raie expérimentale, sans doute du fait d'un traitement insuffisant de la dimensionnalité.<sup>12</sup> Une amélioration du calcul est en cours.

Ce résultat préliminaire suggère en tout cas fortement que le SCD est bien la contribution dominante à la largeur de raie  $\Gamma$  des modes transverses. Or, le SCD est quasiment constant avec  $q$ , car comme nous l'avons noté ci-dessus, il est essentiellement déterminé par la dynamique selon l'axe de croissance. Par conséquent, nous allons déconvoluer toutes les données  $w(B_{\text{ext}})$  en utilisant la valeur expérimentale  $\Gamma = 0.124$  meV déterminée à  $q = 0$ .

### c. Validation du modèle

Pour convertir les valeurs de largeur de raie composite  $w$  en valeurs d'éclatement spin-orbite  $\delta$ , on utilise une fonction de déconvolution  $\delta(w)$  déterminée de la façon suivante. On ajuste la somme de deux Lorentziennes identiques de largeur  $\Gamma = 0.124$  meV, séparées par  $\delta$ , avec une unique Lorentzienne — obtenant une largeur  $w$ . On inverse ensuite numériquement la relation  $w(\delta)$  pour obtenir la relation  $\delta(w)$ .

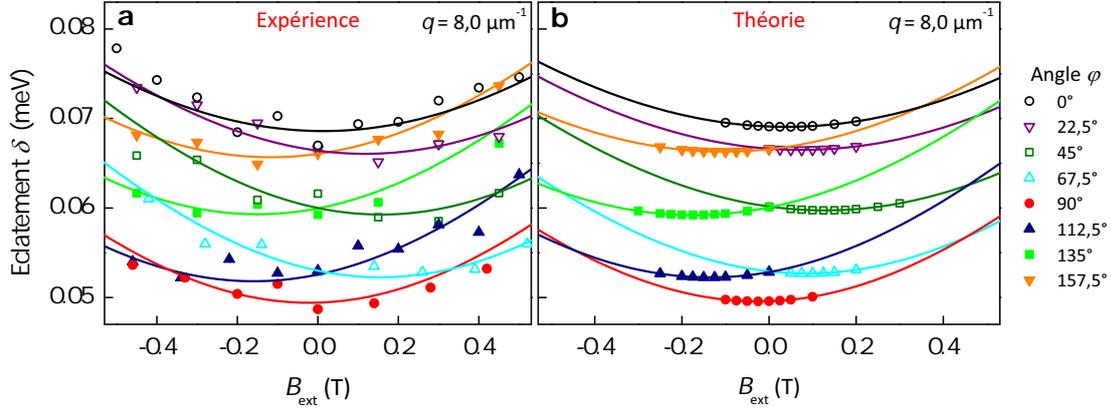
8. I. D'Amico et C.A. Ullrich, en préparation.

9. Si l'on ne fait pas l'approximation adiabatique, il est impossible de construire un potentiel d'échange-corrélation  $v_{\text{xc}}(\mathbf{r}, t)$  qui dépende seulement de la densité au même point  $\mathbf{r}$  ("problème de l'ultra-non-localité") [71]. Une variable plus appropriée que la densité est alors la densité de courant : on définit un potentiel *vecteur* d'échange-corrélation  $\mathbf{A}_{\text{xc}}(\mathbf{r}, t)$ , qui n'est pas soumis au problème de non-localité ci-dessus.

10. C'est à dire que c'est l'énergie d'échange corrélation  $\varepsilon_{\text{xc}}(r_s, \zeta)$  d'un gaz d'électrons 3D qui est utilisée. L'inhomogénéité selon la direction de croissance est prise en compte par la fonction enveloppe.

11. Les paramètres de croissance du puits quantique sont pris en entrée.

12. Une surestimation similaire est obtenue en calculant la largeur de raie du plasmon de spin d'après les résultats expérimentaux de la Ref. [17]. Dans le cas des plasmons de *charge* inter-sous-bande dans les puits quantiques, il a été montré [195] que l'approximation de densité locale 3D (utilisée ici) ne rend pas compte adéquatement de la quantification liée au confinement, qui agit comme un goulot d'étranglement pour la dissipation d'énergie et de moment des degrés de liberté collectifs vers les degrés de liberté dans le plan. Il est probable qu'un mécanisme analogue explique la surestimation trouvée ici pour le plasmon de spin.



**Fig. 4.12.** Variation de l'éclatement spin-orbite  $\delta$  avec le champ magnétique extérieur  $\mathbf{B}_{\text{ext}} \parallel \mathbf{q}$ , pour  $q = 8.0 \mu\text{m}^{-1}$  : données expérimentales (a) et théoriques (b). Les données sont très bien reproduites par l'Eq. (4.5) (courbes).

La figure 4.12(a) montre les données  $\delta(B_{\text{ext}})$  obtenues par déconvolution des données  $w(B_{\text{ext}})$  de la figure 4.8(a). Ces données, combinées à la détermination précédente du champ  $\mathbf{B}_{\text{SO}}^{\text{coll}}(\mathbf{q})$ , vont à présent nous permettre de déterminer le moment magnétique  $\mu$  de l'excitation. Notons que ce moment magnétique dépend à priori du vecteur d'onde d'excitation  $\mathbf{q}$ , à la fois en orientation et en module. Les données obtenues jusqu'ici nous donnent pour l'instant accès à la dépendance en orientation. D'après l'Eq. (4.4),  $\mu$  peut être déterminé de deux manières différentes :

- Par le quotient entre l'éclatement spin-orbite à champ extérieur nul et l'amplitude du champ spin-orbite collectif :

$$\mu = \frac{\delta(B_{\text{ext}} = 0)}{2|\mathbf{B}_{\text{SO}}^{\text{coll}}|}, \quad (4.9)$$

où  $|\mathbf{B}_{\text{SO}}^{\text{coll}}|$  est calculé par  $\sqrt{B_{\text{SO},\parallel}^{\text{coll}2} + B_{\text{SO},\perp}^{\text{coll}2}}$  (cf. hypothèse de superposition ci-dessus). Ce quotient est tracé figure 4.10(b) (carrés), pour les différents  $\varphi$  sondés. Il apparaît constant avec  $\varphi$  dans la barre d'erreur. On déduit  $\mu = 28.8 \pm 0.7 \mu\text{eV T}^{-1} = (0.50 \pm 0.01) \mu_{\text{B}}$ , pour l'amplitude de vecteur d'onde sondée  $q = 8.0 \mu\text{m}^{-1}$ .

- Par le quotient entre l'éclatement minimum atteint en annulant une composante donnée du champ collectif, et la valeur de la composante qui lui est perpendiculaire :

$$\mu = \frac{\delta(B_{\text{ext}} = -B_{\text{SO},\parallel}^{\text{coll}})}{2|B_{\text{SO},\perp}^{\text{coll}}|}, \quad \mu = \frac{\delta(B_{\text{ext}} = -B_{\text{SO},\perp}^{\text{coll}})}{2|B_{\text{SO},\parallel}^{\text{coll}}|}. \quad (4.10)$$

Ces deux dernières déterminations s'accordent très bien avec celle de l'Eq. (4.9) (données non montrées). Elles confirment notamment qu'à  $q$  fixé, le moment magnétique est indépendant de  $\varphi$  dans la barre d'erreur.

Finalement, pour vérifier la cohérence globale de notre interprétation, nous comparons en figure 4.12(a) les points expérimentaux pour  $\delta(B_{\text{ext}})$  avec la relation de l'Eq. (4.5),

$\delta(B_{\text{ext}}) = 2\mu\sqrt{(B_{\text{ext}} + B_{\text{SO},\parallel}^{\text{coll}})^2 + B_{\text{SO},\perp}^{\text{coll}}{}^2}$  (courbes), en utilisant les valeurs précédemment déterminées de  $B_{\text{SO},\parallel}^{\text{coll}}$ ,  $B_{\text{SO},\perp}^{\text{coll}}$  et  $\mu$ . On trouve un excellent accord, sans l'introduction d'aucun paramètre d'ajustement.

Mentionnons que l'analyse des données de la figure 4.8(b), obtenues avec  $\mathbf{B}_{\text{ext}} \perp \mathbf{q}$ , révèle une légère complication. Pour  $\varphi = 0^\circ$  et  $\varphi = 90^\circ$  en effet, la composante  $B_{\text{SO},\parallel}^{\text{coll}}$  du champ collectif est, d'après les données de la figure 4.10(a), presque nulle. On s'attendrait donc à ce qu'en appliquant  $\mathbf{B}_{\text{ext}} \perp \mathbf{q}$ , l'éclatement minimal  $\delta_{\text{min}}$  atteint soit identique pour ces deux angles, et égal à la largeur intrinsèque  $\Gamma$  du plasmon. Or on constate expérimentalement que  $\delta_{\text{min}}(\varphi = 0^\circ) \sim 0.16$  meV est supérieur à  $\delta_{\text{min}}(\varphi = 90^\circ) \sim 0.13$  meV. Ce désaccord pourrait provenir d'une légère composante hors-plan du champ spin-orbite au voisinage de  $\varphi = 0^\circ$ , comme discuté dans la Ref. [107]. On notera toutefois que sur un autre échantillon étudié (PC02), ce désaccord s'est avéré beaucoup plus réduit, seulement à la limite de la barre d'erreur.

#### 4.2.4 Dépendance en $q$

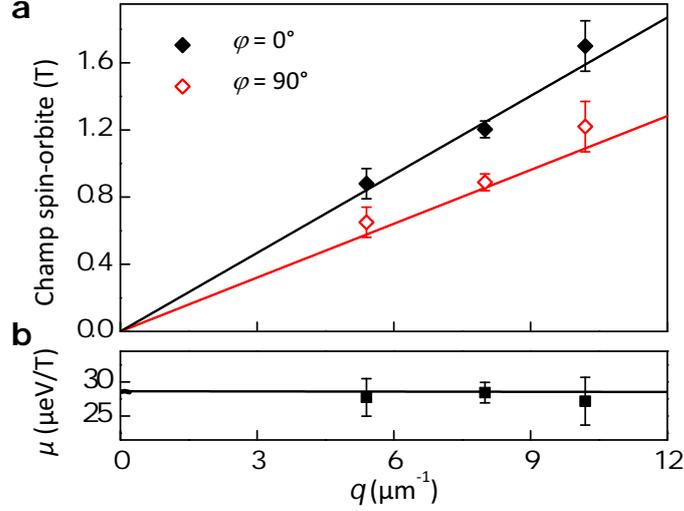
Les résultats précédents ont été obtenus pour une amplitude de vecteur d'onde fixe  $q = 8.0 \mu\text{m}^{-1}$ . Afin de déterminer à présent la dépendance en  $q$  du champ spin-orbite collectif et du moment magnétique, nous répétons la même procédure expérimentale pour une valeur inférieure et une valeur supérieure du vecteur d'onde,  $q = 5.4 \mu\text{m}^{-1}$  et  $q = 10.2 \mu\text{m}^{-1}$  :

- La figure 4.13(a) présente les valeurs du minimum ( $\varphi = 90^\circ$ , symboles ouverts) et du maximum ( $\varphi = 0^\circ$ , symboles pleins) du module de  $\mathbf{B}_{\text{SO}}^{\text{coll}}$  en fonction de  $q$ . Ces quantités apparaissent proportionnelles à  $q$  dans la barre d'erreur.
- La figure 4.13(b) montre le moment magnétique  $\mu$ , moyenné sur  $\varphi$  (carrés). On constate que  $\mu$  est pratiquement constant avec  $q$ .

Ces deux résultats pris ensemble suggèrent que **tous les effets spin-orbite à N corps sont contenus dans  $\mathbf{B}_{\text{SO}}^{\text{coll}}(\mathbf{q})$** , et que  $\mu$  caractérise la réponse du système non perturbé<sup>13</sup> par ces effets. Ce dernier point est renforcé en notant que  $\mu \approx 2\frac{|g|\mu_B}{2}$ , c'est-à-dire,  $\mu$  est environ égal au double du moment magnétique d'un électron unique (en considérant le facteur  $g$  du GaAs massif,  $g = -0.44$ )<sup>14</sup> : ceci est tout à fait cohérent avec le fait qu'un plasmon de spin inter-sous-bande implique des transitions entre 2 états de spin 1/2, c'est-à-dire des excitations de spin 1. Ainsi, comme noté ci-dessus, le plasmon de spin se comporte comme un **objet de spin 1, admettant donc trois valeurs quantifiées possibles** :  $\pm\mu$  (cas des modes  $m_{\pm}$ , cf. figure 4.9), et 0 (cas du mode  $m_{\parallel}$ , dont l'énergie n'est en effet pas affectée par le couplage spin-orbite).

13. Ou du moins très faiblement.

14. On pourrait définir un facteur  $g$  effectif par  $|g^*| = \mu/\mu_B \simeq 0.5$  : cette valeur, légèrement supérieure à celle du GaAs massif, traduirait un léger effet de renforcement par les interactions Coulombiennes [26], de même que d'éventuels très faibles effets spin-orbite [19].



**Fig. 4.13.** Champ spin-orbite collectif et moment magnétique en fonction de  $q$ . **a**, Minimum (symboles creux) et maximum (symboles pleins) de l'amplitude de  $|\mathbf{B}_{\text{SO}}^{\text{coll}}|$  en fonction de  $q$ , comparés aux valeurs théoriques (courbes). **b**, Moment magnétique  $\mu$  du plasmon de spin, moyenné sur  $\varphi$  : valeurs expérimentales (symboles) et théoriques (courbe), en fonction de  $q$ .

#### 4.2.5 Comparaison avec l'effet Zeeman normal en physique atomique

Il est intéressant de comparer cette situation à l'effet Zeeman *atomique*. Le travail historique de P. Zeeman (1896) concernait l'éclatement des raies spectrales émises par une vapeur de Sodium placée dans un solénoïde [196]. La structure de cet éclatement et la polarisation des photons émis dépendent de la direction d'observation. Le cas le plus simple correspond à l'observation selon une direction perpendiculaire au champ magnétique. On obtient alors, à partir d'une raie initialement dégénérée, un *triplet symétrique* : 2 raies polarisées circulairement apparaissent de part et d'autre de la raie initiale polarisée linéairement : c'est l'effet Zeeman normal [197].

Une explication purement classique de ce phénomène (due à Lorentz) considère que les raies atomiques sont émises par des électrons oscillant linéairement avec une fréquence  $\nu_0$  [197]; en présence d'un champ magnétique  $\mathbf{B}_{\text{ext}}$ , le mouvement électronique peut être décomposé en une oscillation linéaire le long du champ, et deux oscillations circulaires (en sens opposés) dans le plan perpendiculaire. Le champ magnétique n'affecte pas l'oscillation linéaire, qui continue à produire une raie  $\nu_0$ ; il agit en revanche sur les oscillations circulaires, dont la fréquence est déplacée en des sens opposés, conduisant à deux raies supplémentaires  $\nu_0 \pm \Delta\nu(B_{\text{ext}})$ .<sup>15</sup>

15. Le traitement quantique est le suivant. L'effet Zeeman normal correspond au cas d'un champ magnétique fort, tel que le couplage spin-orbite peut être négligé devant le couplage au champ magnétique. Chaque niveau atomique est alors éclaté en des sous-niveaux équidistants, d'énergies  $E = E_n + \mu_B B_{\text{ext}}(m_l + 2m_s)$ , où  $E_n$  est l'énergie en champ nul du  $n$ -ième état propre,  $m_l$  le nombre quantique orbital et  $m_s = \pm 1/2$  le nombre quantique de spin. Les lignes spectrales sont obtenues à partir des règles de sélection des transitions dipolaires ( $\Delta m_s = 0$  and  $\Delta m_l = 0, \pm 1$ ). On obtient que chaque ligne spectrale est éclatée en 3 lignes — un triplet de Lorentz — où la ligne centrale ( $\Delta m_l = 0$ ) est à  $\hbar\omega_{nn'} = E'_n - E_n$ , et les deux autres lignes ( $\Delta m_l = \pm 1$ ) à  $\hbar\omega_{nn'} \pm \hbar\omega_L$ , avec  $\omega_L = \mu_B B_{\text{ext}}/\hbar$ .

On constate donc que l'analogie est frappante entre ce *triplet de Lorentz*, lié au moment magnétique orbital, et le triplet des plasmons inter-sous-bande lié au moment magnétique de spin ; dans ce dernier, c'est le champ spin-orbite  $\mathbf{B}_{\text{SO}}^{\text{coll}}(\mathbf{q})$  qui joue le rôle d'un champ magnétique externe. On pourra donc parler, par analogie, d'un **effet Zeeman normal intrinsèque** (à champ extérieur nul) pour le plasmon de spin [198].<sup>16</sup>

### 4.3 Détermination du facteur de renforcement collectif

Résumons les résultats obtenus jusqu'ici : nous avons validé un modèle effectif des plasmons de spin en présence de couplage spin-orbite, en démontrant la cohérence des mesures — avec et sans champ magnétique externe — avec les Eqs. (4.4) et (4.5). Nous soulignons à nouveau que ceci n'a pas nécessité le recours à des paramètres d'ajustement. Tous les éléments sont à présent réunis pour examiner comment le champ spin-orbite collectif  $\mathbf{B}_{\text{SO}}^{\text{coll}}$  émerge des champs spin-orbite individuels dépendants de  $\mathbf{k}$ . Nous allons pour cela comparer nos résultats expérimentaux à des calculs en théorie de la réponse linéaire.

#### 4.3.1 Calcul de l'éclatement spin-orbite collectif

La Ref. [107] permet de calculer la dispersion des 3 modes plasmons, et donc l'éclatement spin-orbite  $\delta$  entre les modes transverses (cf. figure 4.3), à champ extérieur nul. Le calcul utilise la théorie de la fonctionnelle de densité dépendant du temps (TDDFT), dans l'approximation adiabatique et locale (ALDA). Notons qu'en présence du couplage spin-orbite, ce calcul nécessite une généralisation du formalisme présenté section 1.4.4 : outre l'existence de sous-bandes, il faut tenir compte de la non-colinéarité des spins imposée par le couplage spin-orbite (*Non-collinear spin DFT*). Par rapport à cette Ref. [107], la théorie a été généralisée par C. Ullrich, dans le cadre de notre collaboration, afin de prendre en compte la présence d'un champ magnétique extérieur comme dans nos expériences [198].

L'entrée principale de la théorie est constituée des constantes de couplage Rashba et Dresselhaus pour les deux premières sous-bandes du puits,  $\alpha_1$ ,  $\alpha_2$  et  $\beta_1$ ,  $\beta_2$ . Celles-ci déterminent le champ spin-orbite dans chacune des deux sous-bandes ( $j = 1, 2$ ) :

$$\mathbf{B}_{\text{SO},j}(\mathbf{k}) = \frac{2\alpha_j}{g\mu_{\text{B}}} \begin{pmatrix} k_y \\ -k_x \end{pmatrix} + \frac{2\beta_j}{g\mu_{\text{B}}} \begin{pmatrix} k_x \\ -k_y \end{pmatrix}. \quad (4.11)$$

La dispersion des 3 modes plasmons, ainsi que leur axe commun de polarisation, sont obtenus pour un champ magnétique extérieur  $\mathbf{B}_{\text{ext}}$  donné. En revanche, le calcul ne fournit pas directement le champ spin-orbite collectif  $\mathbf{B}_{\text{SO}}^{\text{coll}}(\mathbf{q})$ . Pour déterminer ce dernier, *nous avons donc suivi au plan numérique exactement la même procédure qu'au plan expérimental* (cf.

16. Dans les atomes, le couplage spin-orbite produit également une levée de dégénérescence des niveaux d'énergie, contribuant à la structure fine des spectres. Cette structure fine inclut trois corrections relativistes (cf. Eq. (2.4)) : le couplage spin-orbite, le terme de Darwin, et une correction à l'énergie cinétique. Cependant, cette structure fine est complexe, et ne donne pas lieu à des triplets symétriques. C'est donc l'analogie avec l'effet Zeeman normal qui est de ce point de vue la plus directe pour les plasmons de spin.

section 4.2.2) : minimiser l'éclatement  $\delta$  par l'application d'un champ magnétique extérieur, pour déterminer les deux composantes cartésiennes du champ spin-orbite collectif.

La figure 4.12(b) montre le résultat de ces simulations, correspondant à la situation expérimentale  $\mathbf{B}_{\text{ext}} \parallel \mathbf{q}$  de la figure 4.12(a) ; les symboles représentent les points calculés, et les courbes sont des ajustements par l'Eq. (4.5). Les données expérimentales sont très bien reproduites, en utilisant  $\alpha_1 = 3.5 \text{ meV \AA}$ ,  $\alpha_2 = 2.8 \text{ meV \AA}$ ,  $\beta_1 = 0.22 \text{ meV \AA}$ , et  $\beta_2 = 0.79 \text{ meV \AA}$ . Ces 4 paramètres sont obtenus à partir de 2 paramètres libres seulement, comme nous l'expliquerons ci-dessous.

*Sans modifier* ce jeu de paramètres ajustés, la procédure est répétée avec  $\mathbf{B}_{\text{ext}} \perp \mathbf{q}$  (données non montrées), afin de déterminer l'autre composante du champ spin-orbite collectif, puis le moment magnétique  $\mu$  du plasmon de spin. Enfin l'ensemble de la procédure est reconduite pour d'autres valeurs de l'amplitude du vecteur d'onde  $q$ . Les résultats complets de ces simulations sont présentés figure 4.10(a)–(b) et figure 4.13(a)–(b) par les courbes noires. On constate que les données expérimentales sont très bien reproduites, avec l'unique jeu de paramètres donné ci-dessus.

Comme nous l'avons mentionné, ces simulations numériques ont également permis de valider notre méthode expérimentale, qui consiste à reconstruire le champ spin-orbite collectif en déterminant successivement ses deux composantes cartésiennes. Nous avons vérifié la parfaite équivalence entre cette méthode et la méthode directe consistant à annuler l'éclatement spin-orbite en appliquant  $\mathbf{B}_{\text{ext}}$  exactement dans la direction de  $\mathbf{B}_{\text{SO}}^{\text{coll}}(\mathbf{q})$ , tel que  $\mathbf{B}_{\text{ext}} = -\mathbf{B}_{\text{SO}}^{\text{coll}}(\mathbf{q})$ .

### 4.3.2 Relation entre les champs spin-orbite individuels et collectif

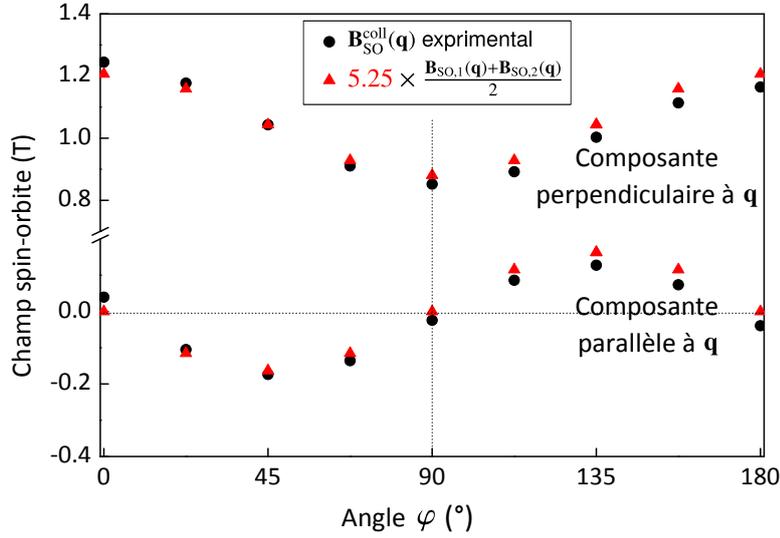
A l'aide des valeurs ajustées de  $\alpha_1$ ,  $\alpha_2$  et  $\beta_1$ ,  $\beta_2$ , nous pouvons à présent comparer les champs spin-orbite aux niveaux individuel et collectif. Pour cela, rappelons que le plasmon de spin inter-sous-bande est une superposition de transitions à 1 particule entre des états électroniques de vecteur d'onde  $\mathbf{k}$  dans la première sous-bande, et des états  $\mathbf{k} + \mathbf{q}$  dans la seconde sous-bande. Ainsi, chacune de ces transitions élémentaires voit une différence de champ magnétique  $\Delta\mathbf{B}_{\text{SO}}(\mathbf{k}, \mathbf{q}) = \mathbf{B}_{\text{SO},2}(\mathbf{k} + \mathbf{q}) - \mathbf{B}_{\text{SO},1}(\mathbf{k})$ , donnée — en prenant à présent en compte la dépendance du champ spin-orbite avec l'indice de sous-bande — par :

$$\frac{g\mu_{\text{B}}}{2}\Delta\mathbf{B}_{\text{SO}}(\mathbf{k}, \mathbf{q}) = \underbrace{\alpha_2 \begin{pmatrix} q_y \\ -q_x \end{pmatrix} + \beta_2 \begin{pmatrix} q_x \\ -q_y \end{pmatrix}}_{\text{indépendant de } \mathbf{k}} + \underbrace{(\alpha_2 - \alpha_1) \begin{pmatrix} k_y \\ -k_x \end{pmatrix} + (\beta_2 - \beta_1) \begin{pmatrix} k_x \\ -k_y \end{pmatrix}}_{\text{dépendant de } \mathbf{k}}. \quad (4.12)$$

Cependant, cette expression ne tient pas compte des interactions Coulombiennes. On s'attend à ce que celles-ci produisent des corrections dépendantes en  $\mathbf{k}$  aux champs spin-orbite individuels [107]. Le scénario le plus simple serait que ces corrections compensent la partie  $\mathbf{k}$ -dépendante de  $\Delta\mathbf{B}_{\text{SO}}(\mathbf{k}, \mathbf{q})$ , et renforcement légèrement sa partie indépendante de  $\mathbf{k}$ . Or, la figure 4.14 démontre que :

$$\mathbf{B}_{\text{SO}}^{\text{coll}}(\mathbf{q}) = 5.25 \times \frac{2}{g\mu_{\text{B}}} \begin{pmatrix} \bar{\alpha}q_y + \bar{\beta}q_x \\ -\bar{\alpha}q_x - \bar{\beta}q_y \end{pmatrix} \quad (4.13)$$

avec  $\bar{\alpha} = (\alpha_1 + \alpha_2)/2$  et  $\bar{\beta} = (\beta_1 + \beta_2)/2$ . Ainsi, d'une part, il apparaît que les effets à N corps font tourner la partie indépendante de  $\mathbf{k}$  de  $\Delta\mathbf{B}_{\text{SO}}(\mathbf{k}, \mathbf{q})$ , pour l'aligner avec le champ spin-orbite individuel *moyen*. Mais surtout, ils amplifient le champ spin-orbite individuel d'un facteur remarquablement élevé.



**Fig. 4.14.** Facteur de renforcement du champ spin-orbite collectif. Les cercles noirs montrent les composantes (parallèle et perpendiculaire à  $\mathbf{q}$ ) de  $\mathbf{B}_{\text{SO}}^{\text{coll}}$  en fonction de  $\varphi$ . Ces données sont très bien reproduites par les triangles rouges, correspondant au champ spin-orbite individuel  $\mathbf{B}_{\text{SO}}(\mathbf{q})$  (moyenné entre les deux sous-bandes) *multiplié par un facteur 5.25*.

### 4.3.3 Discussion

Un tel effet de renforcement par les effets à N corps est surprenant. Comme nous l'avions noté section 2.4, des travaux théoriques antérieurs [31–33] ont effectivement prédit un renforcement des constantes de couplage spin-orbite Rashba et Dresselhaus par l'interaction Coulombienne, mais ce renforcement n'excède pas quelques dizaines de %. De manière générale, on notera [26, 62] que le renforcement Coulombien des quantités dépendant du spin, comme la susceptibilité statique de Pauli, est typiquement de l'ordre du rayon de Wigner-Seitz  $r_s$ , qui mesure la distance moyenne entre électrons en unités du rayon de Bohr (cf. Eq. (1.14)), et correspond essentiellement au rapport entre l'énergie d'échange et l'énergie cinétique dans l'état fondamental (cf. section 1.3.2). Or,  $r_s$  vaut seulement 1.2 pour notre échantillon.

Cependant, des expériences récentes [199, 200] ont suggéré que le *jeu mutuel entre le couplage spin-orbite et l'interaction Coulombienne* peut, par un effet *coopératif*, donner lieu à un renforcement bien supérieur à  $r_s$  des éclatements de spin dans les systèmes de basse dimensionnalité [33]. Par exemple, la Ref. [200], mesurant le facteur de Landé dans des puits quantiques d'InSb, constate un renforcement d'un facteur 2 par rapport à une théorie à 1 particule (calcul  $\mathbf{k} \cdot \hat{\mathbf{p}}$ ), dans des échantillons où  $r_s$  vaut seulement 0.15 à 0.3. Ce facteur de renforcement est un ordre de grandeur supérieur (100% contre  $\sim 10\%$ ) à une

prédiction de type échange-corrélation seul [67, 201] (i.e. sans prise en compte du couplage spin-orbite).

### a. Interprétation

A défaut d'une compréhension quantitative du renforcement d'un facteur 5 que nous avons mesuré, on pourra ébaucher une explication intuitive. Tout d'abord, remarquons que ce renforcement ne peut pas s'expliquer comme une sommation des champs spin-orbite individuels : ceux-ci sont en effet des grandeurs dynamiques, qui n'apparaissent que dans le référentiel propre de chaque électron. Ils sont donc par nature ressentis de façon individuelle.

En revanche, nous savons que les interactions Coulombiennes ont naturellement tendance à aligner les spins : un électron d'un spin donné subit un *champ magnétique d'échange* de la part du nuage d'électrons avoisinant, qui tend à aligner son spin avec celui de ses voisins (cf. section 1.3.4). Or, du fait du couplage spin-orbite, les électrons impliqués dans le plasmon sont déjà soumis à un champ  $\Delta \mathbf{B}_{\text{SO}}(\mathbf{k}, \mathbf{q})$  (Eq. (4.12)), dont une partie est commune à tous les électrons, créant une polarisation (dynamique) de spin. Les champs d'échange sont donc préférentiellement alignés selon par cette direction de direction ; or, les champs d'échange peuvent (à la différence des champs spin-orbite) s'ajouter pour créer un effet de sommation.

Dans un tel scénario, on s'attendrait à une dépendance du facteur de renforcement avec la densité électronique  $n_{2\text{D}}$  ; l'énergie d'échange varie en effet comme  $\sqrt{n_{2\text{D}}}$  (cf. Eq. (1.20)). Nous effectuerons au chapitre 6 une expérience visant à tester cette prédiction (cf. section 6.3.2).

### b. Désaccord sur les constantes de couplage spin-orbite

Revenons à présent sur la façon dont nous avons déterminé les constantes de couplage spin-orbite  $\alpha_1$ ,  $\alpha_2$  et  $\beta_1$ ,  $\beta_2$  données ci-dessus.

Dans un premier temps, les constantes de couplage Dresselhaus  $\beta_j$  ont été calculées, par une généralisation directe de l'Eq. (2.10) :  $\beta_j = \langle \gamma k_z^2 \rangle_j$ , où  $\langle \dots \rangle_j$  désigne la moyenne sur la fonction enveloppe de la sous-bande  $j$ , et  $\gamma$  le coefficient Dresselhaus du matériau. En utilisant  $\gamma = 6.4 \text{ eV } \text{\AA}^3$  obtenu par calcul ab-initio GW [202], on obtient  $\beta_1^{\text{GW}} = 0.93 \text{ meV } \text{\AA}$  et  $\beta_2^{\text{GW}} = 3.3 \text{ meV } \text{\AA}$ .

Les constantes de couplage Rashba  $\alpha_j$  ont été calculées en suivant la Ref. [103] (calcul de type  $\mathbf{k} \cdot \mathbf{p}$ ), par  $\alpha_j = \langle \alpha(z) \rangle_j$ , où :

$$\alpha(z) = \frac{d}{dz} \frac{\hbar^2}{2m_b} \left[ \frac{\Delta}{3E_g + 2\Delta} - \frac{(\varepsilon_j - V)(2E_g\Delta + \Delta^2)}{E_g(E_g + \Delta)(3E_g + 2\Delta)} \right]. \quad (4.14)$$

Dans cette expression,  $E_g$  est la bande interdite,  $\Delta$  l'éclatement spin-orbite de la bande de valence (cf. figure 1.1),  $V = V_{\text{conf}} + V_{\text{H}}$ , où  $V_{\text{conf}}$  est le potentiel rectangulaire de confinement<sup>17</sup> et  $V_{\text{H}}(z)$  est le potentiel de Hartree (cf. Eq. (1.9)). Enfin,  $\varepsilon_j$  est l'énergie

17. On notera qu'ici, c'est le potentiel dans la bande de conduction, et non celui dans la bande de valence, qui intervient, à la différence de la théorie présentée section 2.2.2. Cependant, les deux théories s'acc-

de la sous-bande  $j$ , par rapport au minimum de  $V$ . Les quantités  $E_g$  et  $\Delta$  dépendent de  $z$  puisque leur valeur est différente dans le puits et la barrière. Ce calcul conduit à  $\alpha_1^{\text{kp}} = 0.84 \text{ meV \AA}$ ,  $\alpha_2^{\text{kp}} = 0.66 \text{ meV \AA}$ .

Pour reproduire les données expérimentales par les calculs de TDDFT, il s'est avéré nécessaire de multiplier les constantes de couplage Rashba et Dresselhaus ci-dessus par 4.2 et 0.24, respectivement, i.e. d'utiliser  $\alpha_{1,2} = 4.2 \alpha_{1,2}^{\text{kp}}$  et  $\beta_{1,2} = 0.24 \beta_{1,2}^{\text{GW}}$ . L'utilisation de ces deux paramètres d'ajustement permet alors de reproduire l'*ensemble* des résultats expérimentaux (figures 4.10(a)–(b) et 4.13(a)–(b)). Ce désaccord entre les paramètres ajustés et calculés est toutefois surprenant, et nous avons cherché à comprendre son origine :

- Une première source de désaccord pourrait être liée au fait que nous avons négligé le terme Dresselhaus cubique (cf. Eq. (2.8)), qui donne une contribution supplémentaire  $\langle \gamma \rangle_j (-k_x k_y^2, k_y k_x^2)$  au champ spin-orbite de l'Eq. (4.11). Le rapport entre ce terme cubique et le terme Dresselhaus linéaire est donné, pour un électron au niveau de Fermi, par le rapport  $k_F^2 / \langle k_z^2 \rangle$ , qui est de l'ordre de 0.5 pour notre échantillon. La prise en compte de ce terme dans les calculs TDDFT pourrait modifier légèrement les valeurs ajustées de  $\alpha_j$  et  $\beta_j$ .
- D'autre part, dans ces calculs TDDFT, une approximation de densité locale 3D a été utilisée, comme pour le calcul de la largeur de raie SCD (section 4.2.3). Cependant, à la différence du calcul SCD, l'inhomogénéité de la densité électronique le long de l'axe de croissance n'a *pas* été prise en compte par un facteur de forme : c'est une seconde source de désaccord possible.
- Enfin, l'interaction Coulombienne a été traitée de façon non relativiste. Comme le montre l'Annexe B.2, un modèle plus complet du problème à N corps en présence de couplage spin-orbite devrait traiter sur un plan d'égalité le couplage spin-orbite et les interactions électron-électron [203]. Ceci impose de prendre en compte des corrections relativistes à l'interaction Coulombienne : c'est le rôle des termes de Breit discutés dans l'Annexe B.2.

La prise en compte des trois facteurs ci-dessus pourrait peut-être résorber le désaccord entre les valeurs ajustées et théoriques des constantes de couplage Rashba et Dresselhaus. Cependant, notons que *le résultat principal, à savoir le renforcement du champ collectif par un facteur de plusieurs unités, ne serait pas altéré*. En effet, la force des effets spin-orbite individuels, grossièrement mesurée par  $\sqrt{\bar{\alpha}^2 + \bar{\beta}^2}$ , ne serait pas sensiblement modifiée : on a  $\sqrt{\bar{\alpha}^2 + \bar{\beta}^2} \simeq 1.4 \times \sqrt{\alpha^{\text{kp}2} + \beta^{\text{GW}2}}$ . Ainsi le facteur de renforcement, qui est de 5.25 avec les valeurs ajustées de  $\alpha_j$  et  $\beta_j$ , serait de 7.3 en utilisant les valeurs calculées.

### c. Accès expérimental aux constantes de couplage spin-orbite

Cependant, afin de clarifier ce désaccord entre l'ajustement et le calcul, il serait très utile d'avoir un accès expérimental direct aux constantes de couplage spin-orbite individuelles  $\alpha$  et  $\beta$ . Il a été montré [86, 87] que  $\alpha$  et  $\beta$  pouvaient être déduits du spectre des

---

cordent sur ce point que *le coefficient Rashba n'est pas simplement proportionnel au champ électrique associé au potentiel de Hartree.*

excitations individuelles (SPE) obtenu en spectroscopie Raman. En effet, la distribution des champs spin-orbite individuels (liée à leur dépendance en  $\mathbf{k}$ ) produit, quand l'élargissement inhomogène est suffisamment faible pour l'observer, un éclatement dans le spectre des SPE. B. Jusserand *et al.* [86, 87] ont montré que l'analyse de cet éclatement en fonction de l'orientation dans le plan  $\varphi$  permettait de déduire  $\alpha$  et  $\beta$ , en modélisant le spectre des SPE par la fonction de Lindhard (Eq. (1.25)).

Malheureusement, nous n'avons pas été en mesure de résoudre expérimentalement cet éclatement spin-orbite pour notre échantillon. Il faut noter que les conditions d'observation sont beaucoup moins favorables pour notre échantillon que pour ceux étudiés dans les travaux ci-dessus. L'éclatement du spectre des SPE est en effet de l'ordre de l'éclatement spin-orbite au niveau de Fermi des états à 1 particule, soit  $\sim 2\sqrt{\alpha^2 + \beta^2} k_F$ . Or notre échantillon a une densité environ 5 fois plus faible que celui des Refs. [86, 87] :  $k_F$  et  $\alpha$  (qui est essentiellement proportionnel à la densité électronique dans un puits quantique dopé, cf. Eq. (2.22)) sont donc respectivement environ 2 et 5 fois plus faibles, expliquant la difficulté expérimentale à observer un éclatement spin-orbite.

#### d. Reproductibilité

Nous avons mis en évidence le phénomène de renforcement du champ spin-orbite collectif sur deux autres puits quantiques de GaAs (S438, de paramètres comparables, et PC02, possédant une densité électronique trois fois plus élevée). Ceci confirme la reproductibilité du phénomène. En revanche, ces échantillons n'ont pas permis non plus l'observation d'un éclatement spin-orbite dans le spectre des SPE. Nous verrons en revanche dans le chapitre suivant que cette observation a été possible pour les puits quantiques de CdMnTe, nous permettant une mesure directe du facteur de renforcement entre les champs spin-orbite individuels et collectif.

## 4.4 Conclusions

Dans ce chapitre, nous avons étudié les effets du couplage spin-orbite sur le plasmon de spin inter-sous-bande, dans un puits quantique dopé de GaAs. Les champs spin-orbite individuels, provenant de l'asymétrie de la maille cristalline et du potentiel de confinement, dépendent du vecteur d'onde électronique  $\mathbf{k}$  : dans une image à 1 particule, chaque électron précesse donc avec un axe et une fréquence propres. Au plan du mode collectif, on pourrait ainsi s'attendre à un simple effet d'élargissement, reflétant la distribution des champs spin-orbite individuels. Au contraire, on observe une dynamique collective remarquablement organisée : un champ spin-orbite collectif émerge, donnant naissance à un triplet de structure fine des modes plasmon. D'autre part, ce champ spin-orbite est remarquablement renforcé d'un facteur de plusieurs unités par rapport aux champs spin-orbite individuels.

Pour démontrer ce résultat, nous avons tout d'abord, à la suite des prédictions de la Ref. [107], mis en évidence l'éclatement spin-orbite des modes plasmon. Cet éclatement est modulé dans le plan avec une périodicité de  $180^\circ$  (symétrie d'ordre 2), et croît de façon linéaire avec l'amplitude du vecteur d'onde d'excitation  $\mathbf{q}$ . Nous avons ensuite proposé un modèle effectif, postulant l'existence d'un champ spin-orbite collectif linéaire en

$\mathbf{q}$ , se couplant par un terme Zeeman au moment magnétique du plasmon de spin. Pour démontrer la réalité physique de ce champ collectif, nous l'avons superposé à un champ magnétique extérieur. Nous avons montré que les deux champs s'additionnaient de façon vectorielle : ceci nous a permis de contrôler l'éclatement spin-orbite des modes plasmon, et de cartographier le champ spin-orbite collectif dans l'espace réciproque.

En étudiant ensuite la dépendance en  $q$  du moment magnétique et du champ spin-orbite collectif, nous avons montré que le plasmon de spin se comportait comme un objet quantique macroscopique de spin 1. Ainsi, l'apparition d'un triplet symétrique se comprend simplement comme l'effet Zeeman du champ collectif sur les trois états propres de ce spin,  $\pm 1$  et 0. Par ailleurs, l'amplitude du moment magnétique correspond environ au double de celui d'un électron individuel : le plasmon de spin inter-sous-bande conserve donc le moment magnétique des excitations de spin individuelles, alors que les effets à  $N$  corps sont absorbés dans le champ spin-orbite collectif.

Enfin, la comparaison des résultats expérimentaux avec des simulations numériques en théorie de la réponse linéaire, a permis d'inférer le facteur de renforcement entre les champs spin-orbite individuels et collectif : environ 5 pour l'échantillon étudié. Quoiqu'il n'existe pas encore de compréhension théorique complète de ce facteur de renforcement, on peut supposer, à la lumière d'autres résultats expérimentaux récents [199, 200], qu'il provient d'un phénomène coopératif entre le couplage spin-orbite et les interactions Coulombiennes. Cette hypothèse sera interrogée plus en détails au chapitre 6.

Dans le prochain chapitre, nous allons examiner la présence d'effets analogues sur un autre mode collectif, l'onde de spin intra-sous-bande du gaz d'électrons polarisé en spin.



# Effets spin-orbite collectifs sur l'onde de spin du gaz d'électrons polarisé

---

## Sommaire

---

<b>5.1</b>	<b>L'onde de spin du gaz d'électrons polarisé</b>	<b>96</b>
5.1.1	Effet Zeeman géant	97
5.1.2	Excitations transverses du gaz polarisé en spin	99
<b>5.2</b>	<b>Modélisation des effets spin-orbite collectifs</b>	<b>100</b>
5.2.1	Echantillon étudié	100
5.2.2	Spectres Raman	100
5.2.3	Mise en évidence d'effets anisotropes	104
5.2.4	Définition d'un Hamiltonien effectif	106
5.2.5	Extraction des constantes de couplage spin-orbite collectives	108
5.2.6	Comparaison avec le plasmon de spin inter-sous-bande	111
<b>5.3</b>	<b>Détermination expérimentale des constantes spin-orbite individuelles</b>	<b>113</b>
5.3.1	Spectres Raman	113
5.3.2	SPE sans couplage spin-orbite	113
5.3.3	SPE avec couplage spin-orbite	115
5.3.4	Calcul de la fonction de Lindhard	117
5.3.5	Facteur de renforcement	118
5.3.6	Comparaison avec d'autres résultats expérimentaux	119
<b>5.4</b>	<b>Conclusions</b>	<b>119</b>

---

Dans le chapitre précédent, nous avons vu que les effets dynamiques à  $N$  corps produisaient un écart significatif à l'image à 1 particule des effets spin-orbite dans les cristaux. Pour le plasmon de spin inter-sous-bande en effet, en dépit de la distribution des vecteurs d'ondes électroniques et donc des champs spin-orbite individuels, une dynamique de spin remarquablement organisée émerge au niveau collectif. Cette dynamique peut être décrite comme la précession d'un spin 1 autour d'un champ spin-orbite collectif unique  $\mathbf{B}_{\text{SO}}^{\text{coll}}(\mathbf{q})$ , linéaire avec le vecteur d'onde  $\mathbf{q}$  de l'excitation.

D'autre part, ce champ spin-orbite collectif est renforcé d'un facteur de plusieurs unités par rapport aux champs spin-orbite agissant sur les électrons individuels. Ainsi, il faut bien différencier ce champ collectif  $\mathbf{B}_{\text{SO}}^{\text{coll}}(\mathbf{q})$  du *champ spin-orbite induit par le courant* [122, 13, 91, 127, 14],  $\mathbf{B}_{\text{SO}}(\mathbf{q})$ , qui représente le champ perçu en moyenne par un paquet de spin dérivant avec un vecteur d'onde  $\mathbf{q}$  (cf. section 2.3.1). Le champ spin-orbite collectif  $\mathbf{B}_{\text{SO}}^{\text{coll}}$  agissant sur le plasmon de spin inter-sous-bande possède une orientation identique à ce champ, mais une amplitude très supérieure : on a montré que  $\mathbf{B}_{\text{SO}}^{\text{coll}}(\mathbf{q}) \approx 5 \mathbf{B}_{\text{SO}}(\mathbf{q})$ .

Ces résultats posent naturellement la question de la *généralité* de cet effet d'organisation et de renforcement des effets spin-orbite collectifs : tient-il à la physique particulière du plasmon de spin inter-sous-bande, ou est-il général à tout mode collectif de spin d'un gaz d'électrons ? Pour apporter un élément de réponse à cette question, nous avons recherché la présence de cet effet sur l'onde de spin intra-sous-bande du gaz d'électrons polarisé en spin, dans un puits quantique magnétique dilué de CdMnTe.

Le choix de cet objet d'étude, qui s'inscrit dans la lignée d'une série de travaux expérimentaux et théoriques dans l'équipe [18, 26, 29, 30, 51, 52], va nous permettre d'étudier une situation qui diffère de celle étudiée au chapitre précédent à la fois par la nature du gaz d'électrons (polarisé en spin contre non-polarisé) et par celle de l'excitation (intra-sous-bande contre inter-sous-bande). Or, comme nous allons le voir, des effets spin-orbite collectifs tout à fait semblables gouvernent la dynamique de ce mode. Par ailleurs, dans le chapitre précédent, nous avons montré que le champ  $\mathbf{B}_{\text{SO}}^{\text{coll}}(\mathbf{q})$  s'ajoutait vectoriellement à un champ magnétique externe. Ici, nous allons étendre ce résultat, en montrant que  $\mathbf{B}_{\text{SO}}^{\text{coll}}(\mathbf{q})$  s'ajoute vectoriellement à un autre type d'action magnétique : le champ provenant de l'interaction d'échange entre les porteurs et les impuretés magnétiques. L'ensemble de ces résultats fournit un indice important du caractère universel de l'organisation et du renforcement des champs spin-orbite dans les systèmes conducteurs, ainsi que de la superposition du champ spin-orbite collectif à d'autres actions magnétiques.

D'autre part, ces effets vont ici être mis en évidence de façon beaucoup plus directe. Dans les résultats sur le plasmon de spin inter-sous-bande, les constantes de couplage spin-orbite individuelles  $\alpha$  et  $\beta$  n'ont pas pu être mesurées expérimentalement. L'effet de renforcement a donc été déduit à partir d'un support théorique relativement complexe (cf. section 4.3). Par ailleurs, l'observation des effets spin-orbite collectifs eux-même était légèrement obscurcie par l'absence de résolution directe de l'éclatement collectif, nécessitant le recours à une procédure de déconvolution (cf. section 4.2.3). Ici en revanche, les champs spin-orbite à la fois individuels et collectif vont pouvoir être mesurés de façon très immédiate. Le facteur de renforcement correspondant va donc pouvoir être évalué expérimentalement, sans recours à une théorie complexe. De façon incidente, ces résultats démontrent donc aussi le caractère modèle des puits quantiques de semi-conducteurs magnétiques dilués pour l'étude future et la fonctionnalisation éventuelle des effets spin-orbite collectifs.

Les résultats principaux de ce chapitre ont été publiés dans F. Baboux, F. Perez, C.A. Ullrich, I. D'Amico, G. Karczewski, T. Wojtowicz, *Coulomb-driven organization and enhancement of spin-orbit fields in collective spin excitations*, Phys. Rev. B Rapid Communication **87**, 121303(R) (2013).

## 5.1 L'onde de spin du gaz d'électrons polarisé

Nous commençons par quelques rappels, puis un approfondissement sur l'effet Zeeman géant et les excitations de spin dans CdMnTe, afin de préparer notre étude expérimentale ultérieure.

### 5.1.1 Effet Zeeman géant

Nous avons vu au chapitre 1 que pour conserver son caractère collectif, une excitation électronique doit être suffisamment protégée du déclin en excitations individuelles (SPE, qui sont des paires électron-trou de la mer de Fermi) incohérentes. Ceci requiert qu'elle soit suffisamment séparée énergétiquement du continuum des SPE, afin de conserver sa cohérence quantique.

Pour le plasmon de spin inter-sous-bande, c'était la séparation énergétique entre les sous-bandes orbitales (énergie  $E_{12}$ , de l'ordre de la dizaine de meV) qui permettait l'ouverture d'une telle fenêtre énergétique pour l'existence d'un mode collectif. Un rôle analogue pourrait à priori être joué par l'éclatement Zeeman induit par un champ magnétique extérieur. Cependant, un tel champ magnétique produit aussi des effets orbitaux (quantification en niveaux de Landau). Or dans les semi-conducteurs conventionnels comme GaAs, l'obtention d'un éclatement Zeeman suffisant pour l'observation d'un mode collectif de spin nécessite l'application d'un champ de l'ordre d'une dizaine de Teslas au moins<sup>1</sup>, pour lequel les effets orbitaux dominent l'effet Zeeman.

Mais une alternative radicale a été ouverte par l'introduction des semi-conducteurs magnétiques dilués (DMS) comme  $\text{Cd}_{1-x}\text{Mn}_x\text{Te}$  [55, 204], dans les années 1980, puis leur structuration en puits quantiques dopés dans les années 1990 [205] (cf. section 1.1.3). Dans ces matériaux, les ions manganèse Mn occupent par substitution des sites de cation : cf. figure 5.2(a). Les électrons localisés  $d$  de ces ions portent un spin total  $\frac{5}{2}$ . Nous nous intéressons ici à la phase paramagnétique d'un puits quantique dopé  $n$  : sous l'effet d'un champ magnétique  $\mathbf{B}_{\text{ext}}$ , ces spins localisés se polarisent, et polarisent à leur tour les électrons du puits quantique via l'interaction d'échange.<sup>2</sup> Dans une approximation de champ moyen, les porteurs sont décrits comme étant soumis à un champ magnétique géant dû aux Mn (qui ne produit pas d'effet orbital). L'énergie Zeeman correspondante s'écrit :

$$Z(B_{\text{ext}}) = -x_{\text{eff}} \gamma_{\text{QW}} N_0 \alpha_{s-d} \langle S_z(B_{\text{ext}}) \rangle_{\text{th}} + g\mu_B B_{\text{ext}} . \quad (5.1)$$

$Z$  contient deux contributions : la première correspond au champ d'échange créé par les ions Mn, et la seconde correspond à l'action directe du champ extérieur  $B_{\text{ext}}$ .

1. Dans GaAs,  $g\mu_B \sim 25 \mu\text{eV}/\text{T}$ .
2. Le spin  $\frac{5}{2}$  des Mn se couple au spin des électrons de conduction par un Hamiltonien de type Heisenberg [206]. Dans l'approximation du cristal virtuel, on fait porter une fraction  $x$  du spin des Mn à chaque site de cation. Le Hamiltonien (de perturbation) d'un électron itinérant de spin  $\sigma$  au point  $\mathbf{r}$  s'écrit alors, dans l'approximation de champ moyen :

$$\hat{\mathcal{H}}_{\text{échange}} = -x \sum_n J_{s-d}(\mathbf{r} - \mathbf{R}_n) \hat{\boldsymbol{\sigma}} \cdot \langle \mathbf{S} \rangle_{\text{th}} ,$$

où la somme porte sur tous les sites cationiques  $\mathbf{R}_n$ , et  $J_{s-d}$  désigne la constante d'échange. En décrivant l'électron par sa fonction de Bloch  $u_{\mathbf{c0}}$  de centre de zone, et en orientant l'axe de quantification selon  $z$ , l'énergie associée s'écrit au premier ordre en perturbation :

$$E_{s-d} = \frac{\langle u_{\mathbf{c0}} | \hat{\mathcal{H}}_{\text{échange}} | u_{\mathbf{c0}} \rangle}{\langle u_{\mathbf{c0}} | u_{\mathbf{c0}} \rangle} = -N_0 x \sigma \langle S_z \rangle_{\text{th}} \langle u_{\mathbf{c0}} | J_{s-d} | u_{\mathbf{c0}} \rangle .$$

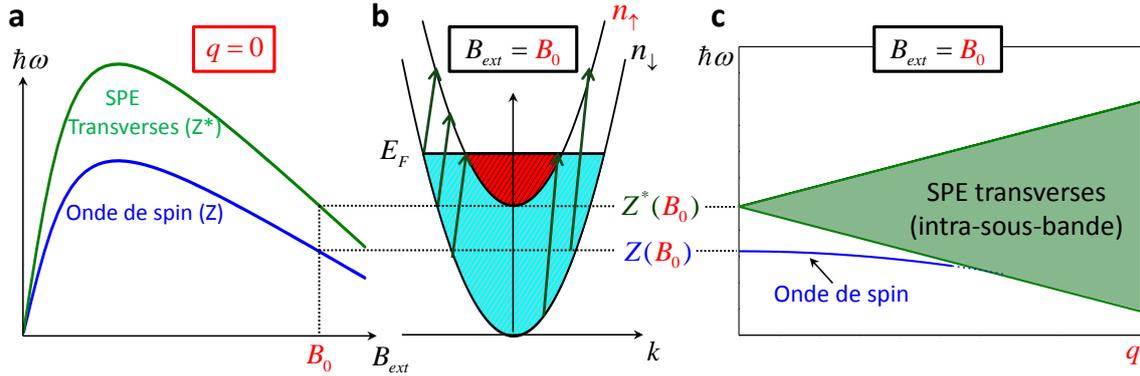
On note  $\alpha_{s-d} = \langle u_{\mathbf{c0}} | J_{s-d} | u_{\mathbf{c0}} \rangle$ . Dans le cas d'un puits quantique  $\text{Cd}_{1-x}\text{Mn}_x\text{Te}/\text{Cd}_{1-y}\text{Mg}_y\text{Te}$ , il faut multiplier cette quantité par la probabilité de présence  $\gamma_{\text{QW}}$  de l'électron dans le puits. On obtient alors le premier terme de l'Eq. (5.1).

La première contribution est proportionnelle à la moyenne thermodynamique  $\langle S_z(B_{\text{ext}}) \rangle_{\text{th}}$  du spin d'un ion Mn, donnée par [55] :

$$\langle S_z(B_{\text{ext}}) \rangle_{\text{th}} = \frac{5}{2} \mathcal{B}_{\frac{5}{2}} \left( \frac{\frac{5}{2} g_{\text{Mn}} \mu_B B_{\text{ext}}}{k_B T_{\text{eff}}} \right), \quad (5.2)$$

où  $\mathcal{B}_{\frac{5}{2}}$  est la fonction de Brillouin<sup>3</sup> pour un spin  $\frac{5}{2}$ , et  $g_{\text{Mn}} \simeq 2$ . Les paramètres  $x_{\text{eff}}$  et  $T_{\text{eff}}$  correspondent à la concentration molaire de Mn et à la température, corrigées empiriquement pour tenir compte du couplage ferromagnétique direct entre les Mn.<sup>4</sup>  $N_0 \alpha_{s-d} = 0.22$  eV est l'intégrale d'échange entre les électrons localisés  $d$  des Mn et les électrons itinérants  $s$  dans CdMnTe [55] ( $N_0$  est la densité volumique de sites de cations), et  $\gamma_{\text{QW}}$  est la probabilité de présence des électrons de conduction dans le puits ( $\gamma_{\text{QW}} \simeq 99\%$  pour les puits que nous allons étudier).

On a  $\langle S_z(B_{\text{ext}}) \rangle_{\text{th}} < 0$  pour  $B_{\text{ext}} > 0$ , et le facteur  $g$  électronique vaut  $g \simeq -1.64$  [56]. Les deux contributions dans  $Z$  sont donc de signes opposés, conduisant à une dépendance non-monotone de  $Z$  avec  $B_{\text{ext}}$ , schématisée figure 5.1(a).



**Fig. 5.1.** Excitations transverses (intra-sous-bandes) du gaz d'électrons polarisé en spin dans un puits quantique magnétique dilué. **a**, Dispersion magnétique des excitations à  $q = 0$ . L'onde de spin suit l'énergie Zeeman  $Z$  (Eq. (5.1)), et les SPE, l'énergie Zeeman renormalisée  $Z^*$  (Eq. (5.3)). **b**, Dispersion  $\varepsilon_{\mathbf{k}\sigma} = \frac{\hbar^2 k^2}{2m_b} + \sigma \frac{Z^*}{2}$  des deux "sous-bandes de spin" ( $\uparrow$  et  $\downarrow$ ), séparées de  $Z^*$ . **c**, Allure du spectre d'excitations transverse : quand  $q$  augmente, l'énergie des SPE décrit un continuum de largeur  $\sim v_F q$ , et l'énergie de l'onde de spin disperse négativement.

A basse température (bain d'hélium) et pour des champs modérés (quelques Teslas), on obtient ainsi une énergie Zeeman  $Z$  de l'ordre du meV, pour un dopage en manganèse d'une fraction de % seulement.<sup>5</sup> Cette énergie est suffisante pour l'existence d'un mode collectif suffisamment protégé des excitations individuelles, et observable en spectroscopie Raman ; de plus, la quantification de Landau y est négligeable si le champ magnétique est appliqué dans le plan.<sup>6</sup> A l'inverse de GaAs, on obtient donc un système dominé par

3.  $\mathcal{B}_J(x) = \frac{2J+1}{2J} \coth\left(\frac{2J+1}{2J}x\right) - \frac{1}{2J} \coth\left(\frac{1}{2J}x\right)$ .

4. On a d'après la Ref. [207] :  $x_{\text{eff}} = x(0.265 e^{-43.34x} + 0.735 e^{-6.19x})$  et  $T_{\text{eff}} = T + (35.37K)x/(1+2.752x)$ .

5. Par exemple, on a  $Z = 1$  meV à  $B_{\text{ext}} = 1.5$  T, pour un dopage magnétique  $x = 0.3\%$ , et  $T = 2$  K.

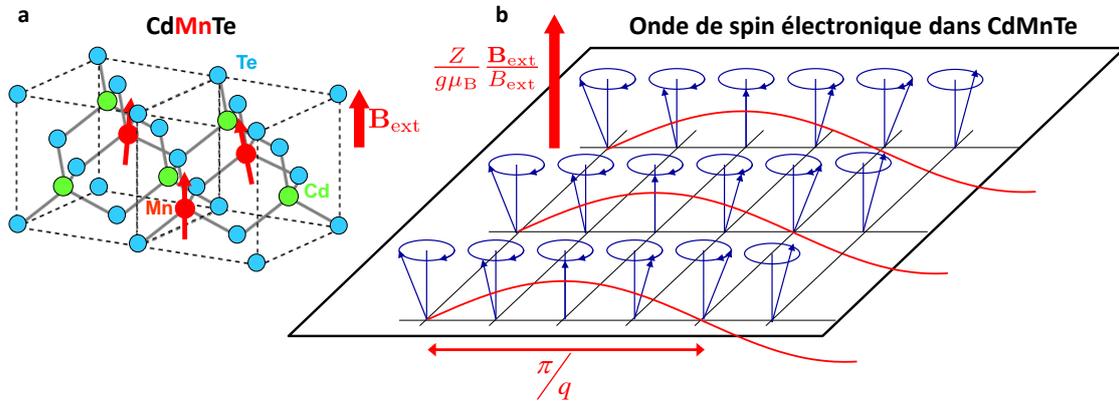
6. On peut le montrer de façon intuitive, en comparant la force de Lorentz agissant sur la fonction d'onde et la force électrique due au confinement. Pour un électron au niveau de Fermi, avec un vecteur d'onde

l'effet Zeeman c'est-à-dire un **modèle de gaz d'électrons paramagnétique polarisé en spin** [18, 26].

### 5.1.2 Excitations transverses du gaz polarisé en spin

Au lieu de nous intéresser aux excitations inter-sous-bandes comme dans le chapitre précédent, nous considérons ici les excitations au sein de la sous-bande fondamentale (qui est la seule peuplée), mais entre les deux populations de spin séparées énergétiquement par le couplage Zeeman. Comme déjà noté, ces excitations *transverses* (i.e. qui retournent le spin) sont de deux types : excitations individuelles (SPE), et modes collectifs.

Les SPE transverses sont l'analogie des excitations de Stoner [208] dans les métaux ferromagnétiques. Ces SPE transverses décrivent un continuum dans le spectre d'excitations (figure 5.1(c)), s'élargissant avec le vecteur d'onde  $q$ . En dessous de ce continuum, les effets Coulombiens d'échange-corrélation donnent naissance à un mode collectif, qui disperse négativement avec  $q$  [18]. La terminologie habituellement retenue pour ce mode est *onde de spin*, qui souligne l'analogie avec l'onde de spin des isolants magnétiques [16], des DMS [9, 209, 210] et des métaux ferromagnétiques [211, 212]. D'un point de vue classique, l'onde de spin du gaz polarisé correspond à une précession collective autour du champ magnétique effectif géant  $\frac{Z}{g\mu_B} \frac{\mathbf{B}_{\text{ext}}}{B_{\text{ext}}}$ . Le long du vecteur d'onde  $\mathbf{q}$ , la phase de précession varie sinusoidalement, avec une période  $2\pi/q$ , comme schématisé figure 5.2(b).



**Fig. 5.2.** **a**, Structure cristalline du semi-conducteur magnétique dilué  $\text{Cd}_{1-x}\text{Mn}_x\text{Te}$ . En présence d'un champ magnétique extérieur  $\mathbf{B}_{\text{ext}}$ , le spin 5/2 des Mn se polarise. **b**, Représentation schématique de l'onde de spin du gaz d'électrons polarisé dans CdMnTe. Les spins électroniques précessent, avec une phase modulée sinusoidalement (cf. courbe rouge) selon le vecteur d'onde  $\mathbf{q}$ , autour d'un champ magnétique effectif géant  $\frac{Z}{g\mu_B} \frac{\mathbf{B}_{\text{ext}}}{B_{\text{ext}}}$ , provenant de l'interaction d'échange s-d avec les Mn. Adapté de [213].

Dans ce chapitre et le suivant, nous allons étudier les effets spin-orbite collectifs sur cette onde de spin. Notons que nous nous placerons toujours dans un régime où les énergies

perpendiculaire à  $\mathbf{B}_{\text{ext}}$ , la force de Lorentz vaut  $ev_{\text{F}}B_{\text{ext}}$ . On pourra approximer le champ électrique dû au confinement par  $\Sigma_c/d$ , où  $\Sigma_c \simeq 300$  meV est l'offset de bande typique pour nos puits quantiques, et  $d \sim 30$  nm est l'épaisseur du puit. Pour une densité  $n_{2\text{D}} = 3 \times 10^{11} \text{ cm}^{-2}$  et un champ  $B_{\text{ext}} = 3$  T, le rapport  $ev_{\text{F}}B_{\text{ext}}/(\Sigma_c/d)$  vaut 0.045 : la force de Lorentz ne représente que quelques % de la force électrique. La fonction d'onde est donc peu affectée par le champ magnétique externe.

Zeeman des électrons et des Mn sont suffisamment éloignées, pour que la présence des Mn ne joue qu'un rôle statique, par une contribution de champ moyen à l'éclatement Zeeman des électrons (Eq. (5.1)).<sup>7</sup>

## 5.2 Modélisation des effets spin-orbite collectifs

### 5.2.1 Echantillon étudié

L'échantillon (101008A) pour lequel nous présentons les résultats ci-dessous est un puits quantique à modulation de dopage de 30 nm de  $\text{Cd}_{1-x}\text{Mn}_x\text{Te}$  ( $x \sim 0.2\%$ ), avec des barrières de  $\text{Cd}_{0.8}\text{Mg}_{0.2}\text{Te}$ . L'orientation cristallographique de l'axe de croissance est [001] (comme pour le puits quantique de GaAs étudié dans le chapitre précédent). La densité électronique est  $n_{2\text{D}} = 3.5 \times 10^{11} \text{ cm}^{-2}$  (énergie de Fermi  $E_{\text{F}} = 8.0 \text{ meV}$ , vecteur d'onde de Fermi  $k_{\text{F}} = 150 \text{ } \mu\text{m}^{-1}$ ) et la mobilité  $1.1 \times 10^5 \text{ cm}^2/\text{Vs}$  (valeurs de magnéto-transport). Notons que la reproductibilité de tous les résultats ci-dessous a été confirmée sur un autre échantillon (étudié au chapitre 6).

### 5.2.2 Spectres Raman

#### a. Géométrie de diffusion

La géométrie de diffusion Raman, schématisée figure 5.3, est identique à celle utilisée dans le chapitre précédent. Cependant, nous mesurons ici l'orientation de  $\mathbf{q}$  par rapport à la direction [100], et non [110] : cette rotation du repère de  $\pi/4$  permet de simplifier les expressions. Nous conservons cependant la même notation  $\varphi$  pour l'orientation de  $\mathbf{q}$ . Le champ magnétique  $\mathbf{B}_{\text{ext}}$  est appliqué dans le plan du puits quantique, toujours perpendiculairement au vecteur d'onde transféré  $\mathbf{q}$ ; la flèche sur le figure 5.3 définit  $B_{\text{ext}} > 0$ .<sup>8</sup> La polarisation des photons incidents est linéaire, et nous détectons les photons diffusés avec une polarisation perpendiculaire (configuration contrapolarisée) afin de sonder les excitations transverses (cf. section 3.2.2).

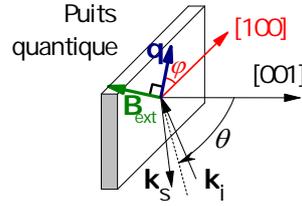
Nous allons d'abord illustrer sur nos données expérimentales un certain nombre des résultats établis précédemment par notre équipe [18, 26, 29, 30, 51, 52]. Cela nous permettra de situer précisément nos nouveaux résultats, que nous décrirons à partir de la section 5.2.3.

#### b. SPE et onde de spin

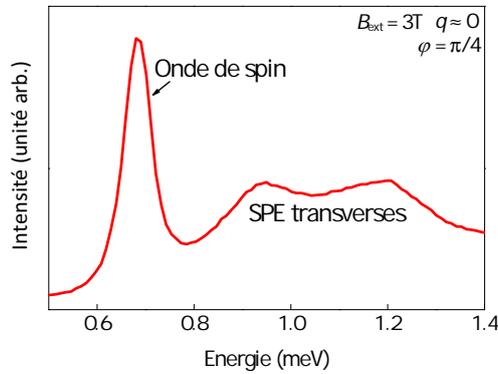
Intéressons-nous d'abord aux données obtenues pour  $q \simeq 0$ . Un spectre Raman typique (obtenu pour  $B_{\text{ext}} = 3 \text{ T}$  et  $\varphi = \pi/4$ ) est montré figure 5.4. Il présente deux raies spectrales d'excitation [18] : un pic étroit correspondant à l'onde de spin, et une raie large, structurée, correspondant au continuum des SPE transverses.

7. On pourra trouver dans les Refs. [27, 28, 51, 52] des études du régime de couplage fort entre les électrons itinérants et les ions Mn, lorsque leurs énergies Zeeman sont résonantes, donnant naissance à des modes mixtes électron/Mn.

8. Explicitement,  $B_{\text{ext}} > 0$  lorsque le trièdre  $(\mathbf{q}, \mathbf{B}_{\text{ext}}, \mathbf{e}_z)$  est direct (où  $\mathbf{e}_z$  est un vecteur normal au puits quantique et dirigé vers l'extérieur).



**Fig. 5.3.** Géométrie de la diffusion Raman pour ces expériences. Le champ magnétique  $\mathbf{B}_{\text{ext}}$  est appliqué toujours perpendiculairement au vecteur d'onde transféré  $\mathbf{q}$ . Par convention,  $B_{\text{ext}} > 0$  lorsque le trièdre  $(\mathbf{q}, \mathbf{B}_{\text{ext}}, \mathbf{e}_z)$  est direct (avec  $\mathbf{e}_z$  un vecteur normal au puits quantique et dirigé vers l'extérieur).

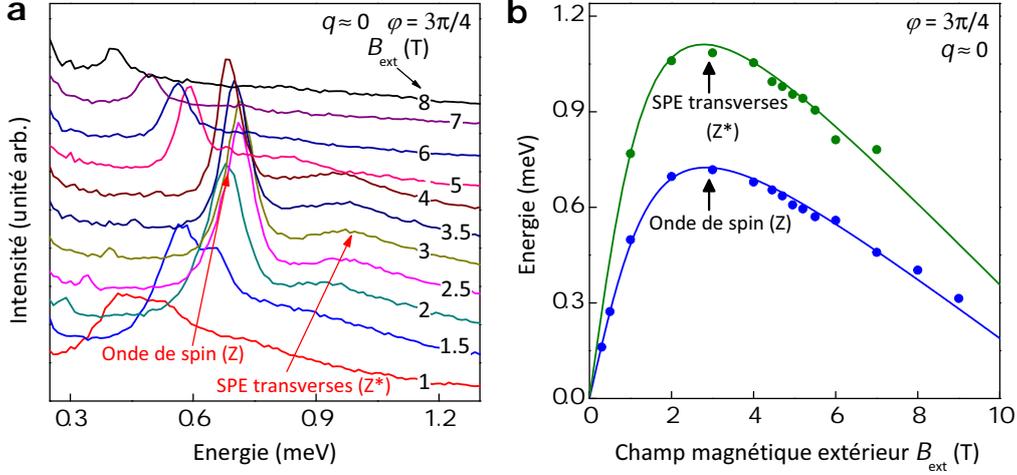


**Fig. 5.4.** Spectre Raman typique obtenu à  $q \simeq 0$ , en configuration contrapolarisée. On observe deux raies spectrales d'excitation, correspondant à l'onde de spin et au continuum des excitations à 1 particule (SPE) avec retournement de spin.

### c. Théorème de Larmor

La figure 5.5(a) montre une série de spectres à  $q \simeq 0$ , en fonction du champ magnétique  $B_{\text{ext}}$ . La variation correspondante de l'énergie de l'onde de spin et des SPE transverses est tracée figure 5.5(b). L'onde de spin homogène ( $q = 0$ ) correspond à une précession parallèle (i.e. en phase) des spins électroniques. Le théorème de Larmor [214] prédit que l'énergie d'un tel mode est déterminée uniquement par le champ magnétique statique s'appliquant sur les électrons : les champs dynamiques Coulombiens entre électrons n'interviennent pas. L'énergie de l'onde de spin à  $q = 0$  est donc donnée par l'éclatement Zeeman nu de l'Eq. (5.1), qui est indépendant de la densité électronique. Ce théorème, qui est une conséquence de l'invariance par rotation de spin autour de l'axe de quantification,<sup>9</sup> est l'analogie du théorème de Kohn [215] s'appliquant aux systèmes invariants par translation (et prédisant que la résonance cyclotron est indépendante des interactions électroniques).

9. En négligeant pour l'instant le couplage spin-orbite; nous serons amenés à rediscuter ce point au chapitre 6.



**Fig. 5.5.** **a**, Spectres Raman en configuration contrapolarisée pour  $q \simeq 0$ , en fonction du champ magnétique extérieur  $B_{\text{ext}}$ . **b**, Variation correspondante de l'énergie de l'onde de spin ( $Z$ ) et des excitations à 1 particule ( $Z^*$ ).

#### d. Renforcement Coulombien de l'énergie Zeeman

A la différence du cas de l'onde de spin, le retournement d'un spin unique, lors d'une SPE transverse, nécessite une énergie supérieure à  $Z$ . En effet, l'interaction d'échange Coulombienne (qui domine sur les corrélations aux densités électroniques usuelles [62]) est de type ferromagnétique (cf. section 1.3.4). Ainsi le retournement d'un spin unique, sans retournement des autres spins s'oppose à cette interaction. Les états de spin à 1 particule sont donc séparés d'une quantité  $Z^*$  (figure 5.1(b)) correspondant à l'éclatement Zeeman renforcé par les interactions ; cette énergie  $Z^*$  correspond à l'énergie des SPE transverses à  $q = 0$  (figure 5.1(c)).

Le calcul de  $Z^*$  peut être fait en théorie de la fonctionnelle de densité, dans l'approximation ALDA (*Adiabatic Local Density Approximation*, cf. section 1.4.4). Ce calcul, mené dans la Ref. [70], est repris dans l'Annexe C.2. Il conduit à :

$$Z^* = Z + 2 \frac{\partial \varepsilon_{\text{xc}}}{\partial \zeta}, \quad (5.3)$$

où  $\varepsilon_{\text{xc}}(r_s, \zeta)$  est l'énergie d'échange-corrélation par particule dans l'état fondamental (cf. section 1.3.4), et  $\zeta = \frac{N_{\downarrow} - N_{\uparrow}}{N_{\downarrow} + N_{\uparrow}}$  (avec  $N_{\sigma}$  le nombre de spins  $\sigma$ ) est la polarisation de spin. Cette dernière est reliée à  $Z^*$ , à température nulle<sup>10</sup> par :

$$\zeta = \frac{Z^*}{2E_{\text{F}}}, \quad (5.4)$$

où  $E_{\text{F}} = \frac{\hbar^2 \pi n_{2\text{D}}}{m_b}$  est l'énergie de Fermi (avec  $m_b$  la masse de bande) mesurée à partir du milieu entre les deux sous-bandes de spin (cf. figure 5.1(b)).

Le renforcement de l'énergie Zeeman ( $|Z^*| > |Z|$ ) et de la polarisation de spin ( $|\zeta| > |\zeta_0| = \frac{|Z|}{2E_{\text{F}}}$ , la polarisation d'un gaz sans interactions) est une conséquence directe du

10. Et dans l'approximation de bandes paraboliques.

**renforcement Coulombien de la susceptibilité magnétique statique**  $\chi$ , par rapport à la susceptibilité de Pauli  $\chi_0$  pour des électrons libres. On montre en effet que  $\frac{\chi}{\chi_0} = \frac{d\zeta}{d\zeta_0} = \left(1 + \frac{r_s^2}{2} \frac{\partial^2 \varepsilon_{xc}}{\partial \zeta^2}\right)^{-1}$  [67], et  $\frac{\zeta}{\zeta_0} = \frac{Z^*}{Z}$  (en négligeant la renormalisation de la masse, qui n'est que de quelques % aux densités de nos échantillons [68, 69]).<sup>11</sup>

### e. Extraction de la concentration $x$ et de la température $T$

Pour déterminer la concentration  $x$  et la température  $T$  des ions Mn, nous ajustons la variation de l'énergie  $Z$  de l'onde de spin homogène avec  $B_{\text{ext}}$  (figure 5.5(b)) par l'Eq. (5.1), en utilisant  $g = -1.64$ ; on obtient<sup>12</sup>  $x = 0.21\%$  et  $T = 2.6$  K. Cette dernière valeur indique que l'échauffement des Mn par le faisceau laser est très faible (la température du bain d'hélium pompé est d'environ 2.2 K).

### f. Dispersion de l'onde de spin

Intéressons-nous à présent à la dispersion de l'onde de spin. La figure 5.6 montre des spectres obtenus à champ extérieur  $B_{\text{ext}} = 3$  T et orientation dans le plan  $\varphi = \pi/4$  fixés, mais pour une série croissante d'amplitudes  $q$  du vecteur d'onde transféré. L'énergie de l'onde de spin décroît avec  $q$ . Ceci peut être compris intuitivement de la façon suivante : pour un vecteur d'onde d'excitation  $q \neq 0$ , les spins sont périodiquement antiparallèles pour chaque  $\pi/q$  : par rapport à la situation  $q = 0$ , ceci induit une réduction de la répulsion d'échange Coulombienne d'autant plus prononcée que  $\pi/q$  est petit, résultant en une dispersion négative [30].

L'énergie  $E(\mathbf{q})$  de l'onde de spin correspond par définition à la partie réelle du pôle de la susceptibilité de spin transverse  $\chi_{+-}(\mathbf{q}, \omega)$ , donnée par l'Eq. (1.59). Elle est donc solution de :

$$1 - G_{xc}^{+-} \text{Re} \Pi_{\downarrow\uparrow}(\mathbf{q}, E(\mathbf{q})/\hbar) = 0, \quad (5.5)$$

où  $\Pi_{\downarrow\uparrow}(\mathbf{q}, \omega)$  est la fonction de Lindhard transverse (Eq. (1.25)), et  $G_{xc}^{+-} = \frac{2}{n_{2D}\zeta} \frac{\partial \varepsilon_{xc}}{\partial \zeta}$  est le facteur de champ local prenant en compte les effets d'échange-corrélation dans l'approximation ALDA (cf. Eq. 1.60). En développant  $\Pi_{\downarrow\uparrow}(\mathbf{q}, \omega)$  à l'ordre dominant en  $q$ , et à température nulle, on montre que [70] :

$$E(q) = |Z| \left| 1 - \frac{\text{Ry}^*}{r_s^2 \zeta} \left( \frac{\partial \varepsilon_{xc}}{\partial \zeta} \right)^{-1} \tilde{q}^2 \right|, \quad (5.6)$$

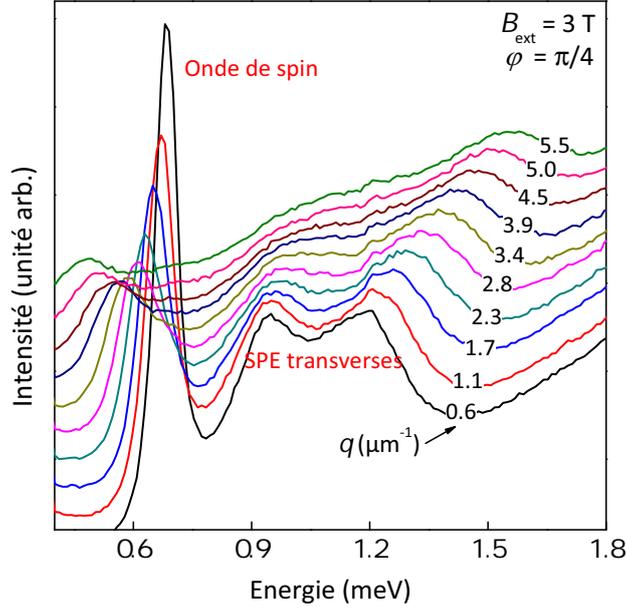
où  $\tilde{q} = q/k_F$ ,  $r_s$  est le rayon de Wigner-Seitz (Eq. (1.14)) et  $\text{Ry}^*$  est le Rydberg effectif (Eq. (1.16)). En utilisant l'Eq. (5.3), on obtient :

$$E(q) = \left| Z - \frac{1}{\zeta} \frac{Z}{Z^* - Z} \frac{\hbar^2}{2m_b} q^2 \right| \equiv |Z - f q^2|. \quad (5.7)$$

On retrouve le résultat du théorème de Larmor :  $E(q=0) = |Z|$ . Cette expression (5.7), isotrope et quadratique, décrit bien la dispersion mesurée en spectroscopie Raman [26, 70,

11. Ces renforcements ont été démontrés par spectroscopie Raman dans les puits de CdMnTe par F. Perez *et al.* [26], ainsi que par magnéto-transport dans diverses hétérostructures semi-conductrices [216–219].

12. Après prise en compte des effets du couplage ferromagnétique entre Mn, cf. note de bas de page 4.



**Fig. 5.6.** Spectres Raman obtenus à  $B_{\text{ext}} = 3$  T, pour une série de vecteurs d'ondes transférés  $q$ , à orientation fixe dans le plan,  $\varphi = \pi/4$ . L'énergie de l'onde de spin disperse négativement, et le continuum des SPE transverses s'élargit quand  $q$  augmente.

29, 51], pour  $q \ll k_F$ , hors de la résonance avec le mode de Mn d'énergie  $g_{\text{Mn}}\mu_B B_{\text{ext}}$ , et dans des conditions de faible couplage spin-orbite. **Dans ce chapitre, nous allons précisément démontrer les écarts à cette dispersion induits par le couplage spin-orbite.**

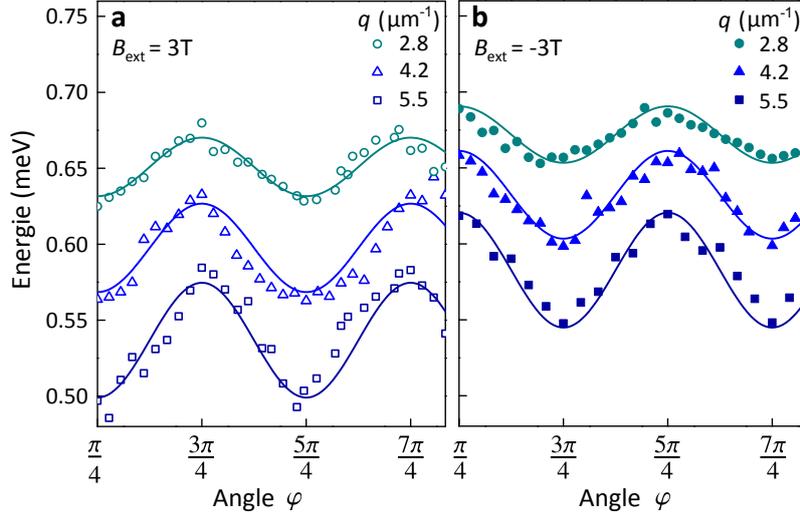
On notera la présence de la valeur absolue dans l'Eq. (5.7), afin de définir l'énergie de l'onde de spin comme positive. Dans nos notations en effet,  $B_{\text{ext}}$  est la valeur *algébrique* du champ externe selon la direction indiquée figure 6.1. Les énergies Zeeman  $Z$  et  $Z^*$ , la polarisation de spin  $\zeta$  et le coefficient quadratique  $f = \frac{1}{\zeta} \frac{Z}{Z^* - Z} \frac{\hbar^2}{2m_b}$  de la dispersion sont donc également algébriques; leur signe est le même que celui de  $B_{\text{ext}}$ .

### 5.2.3 Mise en évidence d'effets anisotropes

Jusqu'ici, nous avons négligé le couplage spin-orbite. On pourrait d'ailleurs penser que, à la différence des semi-conducteurs non-magnétiques comme GaAs, les effets de ce couplage spin-orbite soient complètement masqués dans les DMS par l'énergie Zeeman géante. Nous allons voir que tel n'est pas le cas. Pour nous en rendre compte, nous portons sur la figure 5.7 l'énergie de l'onde spin en fonction de l'orientation  $\varphi$  dans le plan du puits quantique, pour  $B_{\text{ext}} = 3$  T (figure 5.7(a)) et  $B_{\text{ext}} = -3$  T (figure 5.7(b)), et pour 3 amplitudes du vecteur d'onde transféré  $q$ . On observe plusieurs propriétés remarquables :

- (i) L'énergie de l'onde de spin montre une modulation de type sinusoïdale, avec une symétrie d'ordre 2 (période de  $180^\circ$ ); cette modulation est analogue à celle obtenue pour le plasmon de spin inter-sous-bande (cf. figure 4.7).
- (ii) L'amplitude de cette modulation augmente avec  $q$ .

- (iii) Les modulations pour  $B_{\text{ext}} > 0$  et  $B_{\text{ext}} < 0$  sont en opposition de phase.
- (iv) La modulation pour  $B_{\text{ext}} < 0$  se situe en moyenne à plus haute énergie que celle pour  $B_{\text{ext}} > 0$ .



**Fig. 5.7.** Variation de l'énergie de l'onde de spin avec l'angle dans le plan  $\varphi$  pour (a)  $B_{\text{ext}} = 3\text{ T}$  et (b)  $B_{\text{ext}} = -3\text{ T}$ , et pour trois amplitudes du vecteur d'onde transféré  $q$ . La modulation montre une symétrie d'ordre 2, et son amplitude augmente avec  $q$ . De plus, en comparaison de  $B_{\text{ext}} > 0$ , la modulation pour  $B_{\text{ext}} < 0$  est en opposition de phase, et se situe en moyenne à plus haute énergie. Les courbes correspondent à l'Eq. (5.15), avec  $Z$ ,  $f$ ,  $\tilde{\alpha}$  et  $\tilde{\beta}$  déterminés comme expliqué section 5.2.5.

La symétrie de la modulation, avec une période de  $180^\circ$  et des extrema selon les directions  $[110]$  ( $\varphi = \pi/4$ ) et  $[\bar{1}10]$  ( $\varphi = 3\pi/4$ ), correspond exactement à la symétrie des champs spin-orbite. Cette dernière est identique à celle du puits quantique de GaAs étudié dans le chapitre précédent : le puits quantique de CdMnTe orienté  $[001]$  étudié ici possède en effet le même groupe de symétrie,  $C_{2v}$  (cf. section 2.2.3).

On rappelle que pour ce groupe de symétrie, le champ spin-orbite expérimenté par un électron de vecteur d'onde  $\mathbf{k}$  s'écrit, à l'ordre linéaire en  $\mathbf{k}$  :

$$\mathbf{B}_{\text{SO}}(\mathbf{k}) = 2\alpha \begin{pmatrix} k_y \\ -k_x \end{pmatrix} + 2\beta \begin{pmatrix} k_x \\ -k_y \end{pmatrix}, \quad (5.8)$$

avec  $\hat{x} \parallel [100]$  et  $\hat{y} \parallel [010]$ , et avec  $\alpha$  et  $\beta$  les constantes de couplage Rashba et Dresselhaus (linéaire) respectivement [19].  $\mathbf{B}_{\text{SO}}(\mathbf{k})$  est contenu dans le plan du puits quantique. Pour simplifier les notations, dans ce chapitre nous omettons la division par le moment magnétique  $g\mu_B$  dans la définition de  $\mathbf{B}_{\text{SO}}(\mathbf{k})$  ; ce dernier a donc directement la dimension d'une énergie, correspondant à l'éclatement spin-orbite entre les deux états de spin de vecteur d'onde  $\mathbf{k}$ .

### Amplitude de la modulation de l'onde de spin

Cherchons à présent à comprendre la propriété (ii) ci-dessus : l'augmentation de la modulation angulaire de l'énergie de l'onde de spin avec  $q$ . Dans l'état  $q = 0$ , la moyenne sur la mer de Fermi de  $\mathbf{B}_{\text{SO}}(\mathbf{k})$  est nulle, de sorte qu'aucune force macroscopique n'agit sur le gaz. Quand un vecteur d'onde  $\mathbf{q}$  est transféré en revanche, le disque de Fermi se décale et les  $\mathbf{B}_{\text{SO}}(\mathbf{k})$  se moyennent à  $\mathbf{B}_{\text{SO}}(\mathbf{q})$  dans l'hypothèse d'électrons indépendants. Ce champ spin-orbite induit par le courant,  $\mathbf{B}_{\text{SO}}(\mathbf{q})$  (cf. section 2.3.1), décrit adéquatement l'orientation et la fréquence de précession moyennes d'un paquet de spin dans les expériences de transport cohérent [122, 13, 91, 127, 14].

Voyons s'il peut rendre compte de la modulation de l'énergie de l'onde de spin. L'éclatement de spin associé à  $\mathbf{B}_{\text{SO}}(\mathbf{q})$  est :

$$|\mathbf{B}_{\text{SO}}(\mathbf{q})| = 2q\sqrt{\alpha^2 + \beta^2 + 2\alpha\beta \sin 2\varphi}. \quad (5.9)$$

Pour la calculer, on peut procéder à une estimation simple de  $\alpha$  et  $\beta$ . On calcule la constante de couplage Rashba par  $\alpha = r_{41}^{6c6c} e \frac{\Sigma_c + \Sigma_v}{\Sigma_c} \mathcal{E}_{\text{dop}}$  (cf. Eq. (2.22)), où  $e$  est la charge électronique et  $\Sigma_c$  ( $\Sigma_v$ ) l'offset de bande de conduction (valence).  $\mathcal{E}_{\text{dop}} \simeq \frac{e n_{2D}}{2\epsilon_r \epsilon_0}$  est le champ créé par le plan de dopage, calculé dans le modèle du condensateur plan ( $\epsilon_r \simeq 10$  est la constante diélectrique relative dans CdTe). En utilisant  $\frac{\Sigma_c + \Sigma_v}{\Sigma_c} = 1.5$  [220], et  $r_{41}^{6c6c} = 6.93 \text{ \AA}^2$  calculé par la théorie  $\mathbf{k} \cdot \mathbf{p}$  [19], on obtient  $\alpha_{\text{kp}} = 3.3 \text{ meV \AA}$ . La constante de couplage Dresselhaus peut être estimée par  $\beta = \gamma \langle k_z^2 \rangle$ .<sup>13</sup> En utilisant  $\gamma = 43.9 \text{ eV \AA}^3$  calculé en théorie  $\mathbf{k} \cdot \mathbf{p}$  [19] et en estimant  $\langle k_z^2 \rangle$  pour un puits rectangulaire, on trouve  $\beta_{\text{kp}} = 3.7 \text{ meV \AA}$ .<sup>14</sup>

L'énergie spin-orbite donnée par l'Eq. (5.9) varie entre  $2|\alpha + \beta|q$  (pour  $\varphi = \pi/4$ ) et  $2|\alpha - \beta|q$  (pour  $\varphi = 3\pi/4$ ). Ceci correspond, en utilisant les valeurs ci-dessus de  $\alpha$  et  $\beta$ , à une modulation de  $8 \text{ \mu eV}$  pour  $q = 5.5 \text{ \mu m}^{-1}$  (la plus grande valeur de  $q$  sondée figure 5.7). Or, cette modulation est environ 7 fois plus faible que la modulation observée de l'énergie de l'onde de spin ( $\simeq 60 \text{ \mu eV}$ , soit 10% de  $Z$ ).

*Nous sommes donc conduits, comme pour le plasmon de spin inter-sous-bande, à la notion d'un champ spin-orbite collectif, possédant la même symétrie que  $\mathbf{B}_{\text{SO}}(\mathbf{q})$  mais une amplitude fortement renforcée.* Dans la suite, nous allons proposer un modèle effectif incluant un tel champ collectif, et déterminer s'il peut reproduire les 4 propriétés énoncées ci-dessus de la modulation de l'énergie de l'onde de spin.

#### 5.2.4 Définition d'un Hamiltonien effectif

Nous avons montré au chapitre précédent que le plasmon de spin inter-sous-bande se comportait comme un objet quantique macroscopique de spin 1, sujet à un champ spin-orbite collectif linéaire avec le vecteur d'onde  $\mathbf{q}$  de l'excitation :

$$\mathbf{B}_{\text{SO}}^{\text{coll}}(\mathbf{q}) = 2\tilde{\alpha} \begin{pmatrix} q_y \\ -q_x \end{pmatrix} + 2\tilde{\beta} \begin{pmatrix} q_x \\ -q_y \end{pmatrix}, \quad (5.10)$$

13. En considérant  $\gamma$  identique dans les puits et la barrière.

14. Ces valeurs sont très légèrement différentes de celles que nous avons données dans la Ref. [180]. Ici en effet, nous corrigeons une coquille sur  $\beta_{\text{kp}}$ , et nous prenons en compte, en suivant la Ref. [19], le facteur  $\frac{\Sigma_c + \Sigma_v}{\Sigma_c}$  dans l'expression de  $\alpha_{\text{kp}}$ .

Ici nous avons introduit  $\tilde{\alpha}$  et  $\tilde{\beta}$ , les constantes de couplage Rashba et Dresselhaus *collectives*. Pour le plasmon de spin inter-sous-bande, en utilisant des valeurs ajustées pour les constantes spin-orbite *individuelles*  $\alpha$  et  $\beta$ , nous avons déduit le résultat  $\mathbf{B}_{\text{SO}}^{\text{coll}}(\mathbf{q}) \simeq 5 \mathbf{B}_{\text{SO}}(\mathbf{q})$  (cf. section 4.3).

Nous allons supposer que l'onde de spin étudiée ici se comporte également comme un objet de spin 1, immergé dans le champ collectif ci-dessus. Mais ici, le système est également soumis au champ Zeeman géant, somme du champ d'échange créé par les Mn et du champ  $\mathbf{B}_{\text{ext}}$ ; considéré seul, ce champ conduit à la dispersion  $|Z - fq^2|$  de l'Eq. (5.7). Pour capturer les effets du couplage spin-orbite, nous proposerons donc le Hamiltonien effectif suivant pour l'onde de spin :

$$\hat{\mathcal{H}}_{\text{eff}} = \hat{\Sigma} \cdot \left[ |Z - fq^2| \frac{\mathbf{B}_{\text{ext}}}{|B_{\text{ext}}|} + \mathbf{B}_{\text{SO}}^{\text{coll}}(\mathbf{q}) \right], \quad (5.11)$$

où  $\hat{\Sigma}$  est le vecteur des matrices de spin pour un spin 1.<sup>15</sup> On notera que cette expression suppose un découplage total entre les effets spin-orbite et les effets du champ Zeeman géant : les deux effets sont considérés comme additifs. Nous discuterons a posteriori la validité de cette hypothèse.

On rappelle que  $\mathbf{B}_{\text{ext}}$  et  $\mathbf{B}_{\text{SO}}^{\text{coll}}(\mathbf{q})$  sont contenus dans le plan du puits quantique. En utilisant le fait que  $\mathbf{B}_{\text{ext}} = B_{\text{ext}} \begin{pmatrix} -\sin \varphi \\ \cos \varphi \end{pmatrix}$  (où  $B_{\text{ext}}$  est la valeur algébrique du champ, cf. figure 5.3) et l'Eq. (5.10), on obtient :

$$\begin{aligned} \hat{\mathcal{H}}_{\text{eff}} = & \left[ -(Z - fq^2) \sin \varphi + 2\tilde{\alpha}q \sin \varphi + 2\tilde{\beta}q \cos \varphi \right] \hat{\Sigma}_x \\ & + \left[ (Z - fq^2) \cos \varphi - 2\tilde{\alpha}q \cos \varphi - 2\tilde{\beta}q \sin \varphi \right] \hat{\Sigma}_y. \end{aligned} \quad (5.12)$$

Ce Hamiltonien possède trois valeurs propres : une nulle, et un couple de valeurs opposées. Seul le mode d'onde de spin de valeur propre positive, correspondant à un mode de projection de spin +1, possède une réalité physique. Son énergie s'écrit :

$$E(q, \varphi) = |Z - fq^2| \left[ 1 - \frac{4(\tilde{\alpha} + \beta \sin 2\varphi)q}{Z - fq^2} + 4 \frac{(\tilde{\alpha}q)^2 + (\tilde{\beta}q)^2}{(Z - fq^2)^2} + \frac{8\tilde{\alpha}\tilde{\beta}q^2}{(Z - fq^2)^2} \sin 2\varphi \right]^{\frac{1}{2}}. \quad (5.13)$$

Comme la modulation de la figure 5.7 ne dépasse pas 10% de  $Z$ , nous allons considérer cette énergie au premier ordre en  $\tilde{\alpha}q/Z$  et  $\tilde{\beta}q/Z$ . On obtient finalement pour la dispersion de l'onde de spin :

$$E(q, \varphi) \simeq |Z - fq^2 - 2\tilde{\alpha}q - 2\tilde{\beta}q \sin 2\varphi|. \quad (5.14)$$

Cette expression reproduit bien la modulation sinusoïdale de l'onde de spin avec une symétrie d'ordre 2, et l'augmentation de cette modulation avec  $q$  (propriétés (i) et (ii)

---

15. Explicitement,  $\hat{\Sigma}_x = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$ ,  $\hat{\Sigma}_y = \begin{pmatrix} 0 & -i & 0 \\ i & 0 & -i \\ 0 & i & 0 \end{pmatrix}$  et  $\hat{\Sigma}_z = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$ .

ci-dessus). Par ailleurs, on note que  $(Z - fq^2)$  est du même signe que  $B_{\text{ext}}$  ; ainsi, si on note  $E_{\pm}$  l'énergie de l'onde de spin pour  $B_{\text{ext}} \gtrless 0$ , on a :

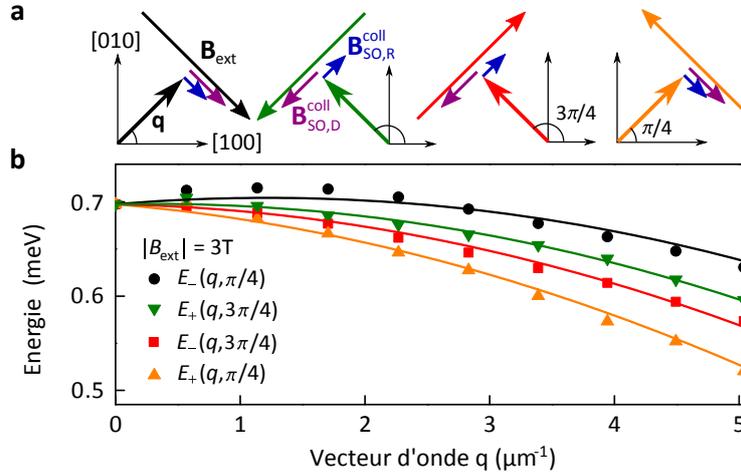
$$E_{\pm}(q, \varphi) \simeq |Z - fq^2| \mp 2\tilde{\alpha}q \mp 2\tilde{\beta}q \sin 2\varphi. \quad (5.15)$$

Ainsi, dans le modèle de l'Eq. (5.11), la constante Dresselhaus collective  $\tilde{\beta}$  gouverne l'**amplitude de la modulation spin-orbite**, avec des signes opposés pour  $B_{\text{ext}} > 0$  et  $B_{\text{ext}} < 0$ . Ceci explique qualitativement la propriété (iii) ci-dessus. Quant à la constante Rashba collective  $\tilde{\alpha}$ , elle gouverne le **décalage d'énergie** entre les deux situations  $B_{\text{ext}} > 0$  and  $B_{\text{ext}} < 0$ , expliquant la propriété (iv).

### 5.2.5 Extraction des constantes de couplage spin-orbite collectives

Afin de déterminer  $\tilde{\alpha}$  et  $\tilde{\beta}$ , nous allons considérer 4 configurations expérimentales particulières, qui sont schématisées figure 5.8(a). Elles correspondent aux angles  $\varphi = \pi/4$  et  $\varphi = 3\pi/4$ , pour lesquels la composante Rashba du champ spin-orbite collectif ( $\mathbf{B}_{\text{SO,R}}^{\text{coll}}$ ), la composante Dresselhaus ( $\mathbf{B}_{\text{SO,D}}^{\text{coll}}$ ), et le champ extérieur  $\mathbf{B}_{\text{ext}}$  sont colinéaires (cf. Eq. (5.10)). Ces configurations correspondent à des extrema dans l'énergie de l'onde de spin, comme le montre l'Eq. (5.15).

La figure 5.8(b) présente les dispersions expérimentales obtenues dans ces 4 configurations (même code couleur que les schémas de la figure 5.8(a)), pour  $|B_{\text{ext}}| = 3 \text{ T}$ .



**Fig. 5.8.** **a**, Schéma des configurations expérimentales  $(\varphi, B_{\text{ext}})$  utilisées pour extraire  $\tilde{\alpha}$  et  $\tilde{\beta}$ .  $\mathbf{B}_{\text{SO,R}}^{\text{coll}}$  est la composante Rashba du champ spin-orbite collectif (bleu), et  $\mathbf{B}_{\text{SO,D}}^{\text{coll}}$  la composante Dresselhaus (violet). **b**, Dispersions de l'énergie de l'onde de spin, obtenues pour les 4 configurations ci-dessus (même code couleur). Les courbes correspondent à l'Eq. (5.15).

#### a. Extraction de la constante Dresselhaus collective

La constante Dresselhaus collective  $\tilde{\beta}$  peut être déterminée en remarquant que pour  $B_{\text{ext}} > 0$ , la différence d'énergie entre  $\varphi = \pi/4$  et  $\varphi = 3\pi/4$  est donnée, selon l'Eq. (5.15),

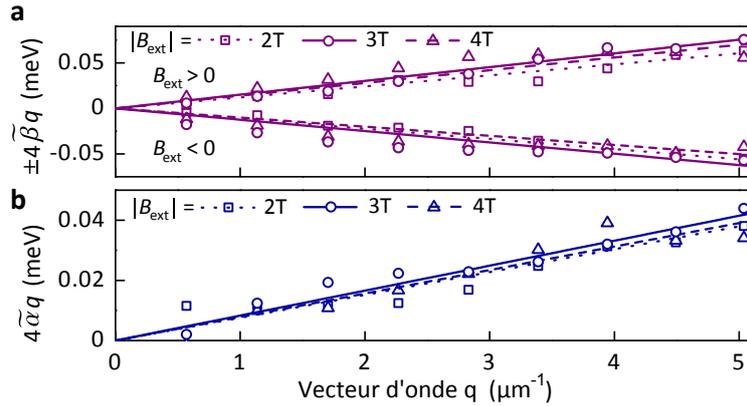
par

$$E_+(q, 3\pi/4) - E_+(q, \pi/4) = 4\tilde{\beta}q. \quad (5.16)$$

On notera que la même différence pour  $B_{\text{ext}} < 0$  vaut  $-4\tilde{\beta}q$ . Nous traçons ces deux quantités en figure 5.9(a) pour les données de la figure 5.8(b) (cercles). Nous portons également des données additionnelles prises à  $|B_{\text{ext}}| = 2$  et 4 T (carrés et triangles).

On observe effectivement un comportement linéaire. Par ailleurs, l'Eq. (5.15) prédit aussi que la modulation spin-orbite est indépendante du champ magnétique appliqué. On trouve que ceci est vrai, dans la barre d'erreur, mais seulement pour un signe donné du champ magnétique. En effet, la constante Dresselhaus trouvée pour  $B_{\text{ext}} > 0$  est systématiquement un peu plus élevée que pour  $B_{\text{ext}} < 0$ . En moyennant sur les trois valeurs de champ magnétique pour chaque signe, ces constantes sont respectivement trouvées égales à  $\tilde{\beta}_> = 35.2 \pm 4.4 \text{ meV\AA}$  et  $\tilde{\beta}_< = 28.0 \pm 3.0 \text{ meV\AA}$ . Nous reviendrons ci-dessous sur les causes possibles de ce désaccord. Pour l'instant nous allons considérer la constante Dresselhaus collective moyenne :

$$\tilde{\beta} = (\tilde{\beta}_> + \tilde{\beta}_<)/2 = 31.6 \text{ meV\AA}. \quad (5.17)$$



**Fig. 5.9.** Extraction des constantes de couplage spin-orbite collectives. **a**, Pour  $|B_{\text{ext}}| = 2, 3$  et 4 T, tracé des quantités  $E_{\pm}(q, 3\pi/4) - E_{\pm}(q, \pi/4)$  en fonction de  $q$ . Ces dernières sont linéaires en  $q$ , avec une pente proportionnelle à la constante Dresselhaus collective  $\tilde{\beta}$ . **b**, Pour les mêmes valeurs de  $|B_{\text{ext}}|$ , quantité  $\langle E_- \rangle(q) - \langle E_+ \rangle(q)$ , dont la pente est proportionnelle à la constante Rashba collective  $\tilde{\alpha}$ .

### b. Extraction la constante Rashba collective

Quant à la constante de couplage Rashba collective  $\tilde{\alpha}$ , elle peut être extraite, comme nous l'avons noté ci-dessus, du décalage d'énergie entre les deux situations  $B_{\text{ext}} > 0$  et  $B_{\text{ext}} < 0$ . En effet, en définissant la moyenne angulaire de l'énergie de l'onde de spin,

$$\langle E_{\pm} \rangle(q) = \frac{E_{\pm}(q, 3\pi/4) + E_{\pm}(q, \pi/4)}{2}, \quad (5.18)$$

on a en utilisant l'Eq. (5.15) :

$$\langle E_- \rangle(q) - \langle E_+ \rangle(q) = 4\tilde{\alpha}q. \quad (5.19)$$

Cette quantité est tracée figure 5.9(b) pour  $|B_{\text{ext}}| = 2, 3$  et 4 T. De nouveau, un bon accord est trouvé avec la linéarité prédite, indépendamment de l'amplitude du champ magnétique extérieur. Notons que nous pouvons définir  $\tilde{\alpha}_>$  et  $\tilde{\alpha}_<$  comme pour la constante Dresselhaus, mais nous avons ici seulement accès à la moyenne  $\tilde{\alpha} = (\tilde{\alpha}_> + \tilde{\alpha}_<)/2$ . Cette dernière vaut :

$$\tilde{\alpha} = 19.9 \pm 2.5 \text{ meV\AA}. \quad (5.20)$$

### c. Vérification de la cohérence du modèle

Enfin, nous pouvons déterminer  $Z$  et le coefficient quadratique  $f$  de la dispersion d'après la dispersion "moyenne"  $[\langle E_- \rangle(q) + \langle E_+ \rangle(q)]/2$  (données non montrées), où les contributions spin-orbite s'annulent, comme on le vérifie aisément d'après l'Eq. (5.15). L'ensemble de ces déterminations nous permet à présent de vérifier l'auto-cohérence du modèle défini par l'Eq. (5.11). Pour cela, nous traçons en figures 5.7(a)–(b) et 5.8(b) la relation de l'Eq. (5.15) (courbes) en utilisant les 4 paramètres  $(Z, f, \tilde{\alpha}, \tilde{\beta})$  extraits ci-dessus. On constate que l'énergie de l'onde de spin est très bien reproduite.

À ce point, nous sommes en mesure d'écarter une autre interprétation possible de la modulation de l'énergie de l'onde de spin, qui serait basée sur l'anisotropie du facteur  $g$  électronique dans le plan du puits quantique. Les effets Rashba et Dresselhaus peuvent effectivement produire une telle anisotropie [221, 92]. Cependant, celle-ci conduirait à une amplitude de modulation augmentant linéairement avec le champ extérieur : or, nous venons de voir que la modulation observée ne dépend pas de l'amplitude de  $\mathbf{B}_{\text{ext}}$ .

### d. Désaccord entre $\tilde{\beta}_>$ et $\tilde{\beta}_<$

Revenons à présent sur le désaccord, qui est de l'ordre de 10%, entre la constante Dresselhaus collective extraite pour  $B_{\text{ext}} > 0$  et celle extraite pour  $B_{\text{ext}} < 0$ . On notera que l'inversion du champ magnétique est obtenue par l'inversion de polarité aux bornes du solénoïde : il s'agit donc a priori d'une opération parfaitement symétrique.<sup>16</sup> Les autres pistes d'explications à envisager sont les suivantes :

- Une première explication ferait intervenir la force de Lorentz agissant sur le gaz. En effet, puisque  $\mathbf{q}$  et  $\mathbf{B}_{\text{ext}}$  sont orthogonaux (figure 5.3), les électrons subissent en moyenne une force non nulle selon l'axe de croissance, et de sens opposé pour les deux sens d'application de  $\mathbf{B}_{\text{ext}}$ . Cependant, le champ électrique associé à cette force,  $\mathcal{E}_L = \frac{\hbar}{m_b} q |B_{\text{ext}}|$ , est négligeable devant le champ électrique créé par le plan de dopage à modulation,  $\mathcal{E}_{\text{dop}} \sim \frac{e n_{2D}}{2\epsilon_r \epsilon_0}$ . Pour  $q = 5.5 \mu\text{m}^{-1}$  (le plus grand  $q$  sondé) et  $B_{\text{ext}} = 3$  T, on a en effet  $\mathcal{E}_L = 1.8 \times 10^4$  V/m, soit 0.5% seulement de  $\mathcal{E}_{\text{dop}}$ .
- Le désaccord pourrait provenir des termes négligés dans le développement limité de la dispersion exacte (5.13) : nous n'avons en effet gardé que les termes au premier ordre en  $\tilde{\alpha}q/Z$  et  $\tilde{\beta}q/Z$  pour établir l'Eq. (5.15). Cependant, par un phénomène de compensation entre les termes d'ordres supérieurs, on vérifie que l'Eq. (5.15) s'avère exacte à 1% près pour les paramètres utilisés.

16. Sauf s'il existe une hystérésis de la bobine (champ rémanent).

- En l'absence d'autre explication, nous sommes conduits à l'idée que l'hypothèse d'un découplage total entre les effets spin-orbite et les effets du champ magnétique externe, utilisée pour établir le Hamiltonien effectif (5.11), est légèrement incorrecte. Alors que dans l'Eq. (5.15), toute l'anisotropie est contenue dans le terme linéaire d'origine spin-orbite, il existe probablement une influence du couplage spin-orbite sur le terme quadratique. Nous examinerons en détail ce point dans le chapitre suivant. Pour l'instant, nous conservons notre description par le modèle de l'Eq. (5.11), qui décrit les résultats expérimentaux à 10% près.

### e. Signe de $\tilde{\alpha}$ et $\tilde{\beta}$

On notera que pour déterminer la référence angulaire de  $\varphi$ , nous nous sommes appuyés sur le fait que les échantillons de CdTe clivent invariablement selon les directions  $[110]$  et  $[\bar{1}10]$ . Ceci laisse subsister cependant une indétermination de  $\pi/2$  sur la référence angulaire : de ce fait, le signe de la constante de couplage Dresselhaus collective  $\tilde{\beta}$  extraite est arbitraire.

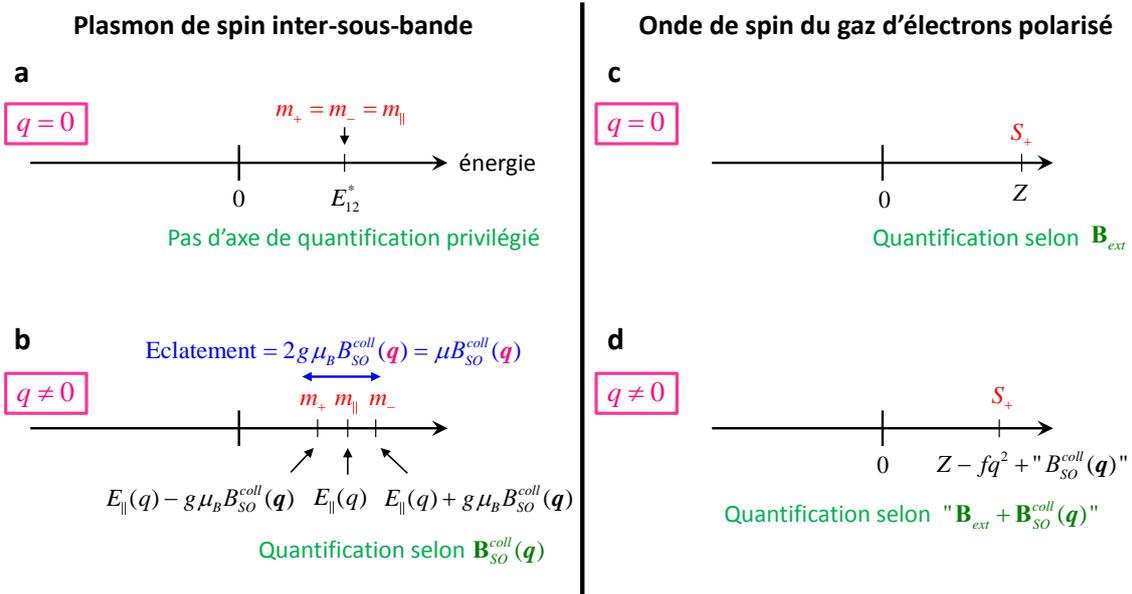
En revanche, le signe de la constante Rashba collective  $\tilde{\alpha}$  n'est pas affecté par cette indétermination, et est déterminé de façon univoque. Compte tenu des définitions choisies (cf. Eq. (5.10) et figure 5.3), on vérifie que  $\tilde{\alpha} > 0$  correspond bien à un champ électrique dirigé de la surface de l'échantillon vers le substrat, i.e. du plan dopage chargé positivement vers le gaz d'électrons, comme attendu.

## 5.2.6 Comparaison avec le plasmon de spin inter-sous-bande

Nous venons de déterminer le champ spin-orbite collectif  $\mathbf{B}_{\text{SO}}^{\text{coll}}(\mathbf{q})$  gouvernant la dynamique de l'onde de spin. On pourrait se poser la question de savoir pourquoi ce dernier ne donne pas lieu à un éclatement de l'onde de spin, comme c'était le cas pour le plasmon de spin inter-sous-bande. La situation semble pourtant très analogue : le spectre d'excitations a la même structure, avec le mode collectif dispersant négativement sous le continuum des SPE (comparer figures 5.1(c) et 4.1(c)). Et, alors que le plasmon de spin est une superposition cohérente de transitions entre sous-bandes orbitales, l'onde de spin est une superposition de transitions entre sous-bandes de spin : l'énergie de séparation entre les sous-bandes  $E_{12}$  y semble simplement remplacée par l'énergie Zeeman  $Z$ .

Cependant, une différence fondamentale découle précisément de cette énergie  $Z$ , qui polarise le gaz d'électrons. Dans le cas du plasmon de spin inter-sous-bande, le gaz n'est pas polarisé dans son état fondamental (figure 5.10(a)), et les 3 polarisations de mode de spin (longitudinale  $m_{\parallel}$ , et transverses  $m_{+}$  et  $m_{-}$ ) sont dégénérées. C'est seulement la brisure de symétrie de translation, lorsqu'un vecteur d'onde  $\mathbf{q}$  est transféré au gaz (figure 5.10(b)), qui donne lieu via le couplage spin-orbite à un axe de quantification privilégié pour le spin, et à des modes de précession ( $m_{+}$  et  $m_{-}$ ) autour de cet axe. Les effets spin-orbite sont alors mesurés par l'éclatement entre ces modes, proportionnel à  $B_{\text{SO}}^{\text{coll}}(\mathbf{q})$ .

Dans le cas du gaz polarisé en revanche, il existe déjà, en l'absence de couplage spin-orbite et de vecteur d'onde transféré, un axe de quantification privilégié, aligné avec le champ extérieur (figure 5.10(c)). Ceci permet l'existence de modes de précession, correspondant à des transitions entre les deux sous-bandes de spin séparées par l'énergie  $Z$ .



**Fig. 5.10.** Comparaison entre le plasmon de spin inter-sous-bande, et l'onde de spin du gaz d'électrons polarisé. Pour le plasmon de spin inter-sous-bande, les 3 modes de spin sont dégénérés à  $q = 0$  (a); c'est la brisure de symétrie spatiale associée à  $\mathbf{q}$  qui définit un axe de quantification, et fait émerger des modes transverses (b). Dans le cas du gaz d'électrons polarisé en spin (c), il existe déjà un axe de quantification en l'absence de couplage spin-orbite, mais seul un mode de précession est possible autour de cet axe : celui ( $S_+$ ) formé de transitions entre la sous-bande des spins majoritaires et celle des spins minoritaires. Le couplage spin-orbite modifie l'axe de quantification et l'énergie de ce mode (d).

Cependant, seul le mode ( $S_+$ ) formé de transitions entre la sous-bande des spins majoritaires et celle des spins minoritaires possède une énergie positive, et a donc une réalité physique.<sup>17</sup> Pour  $q \neq 0$  (figure 5.10(d)), le champ spin-orbite collectif se superpose au champ Zeeman géant agissant sur ce mode, modifiant l'axe de quantification et l'énergie. Ainsi, plutôt que sur l'éclatement, on a cherché la signature d'effets spin-orbite directement sur l'énergie absolue du mode  $S_+$  (cf. Eq. (5.15)). Cette situation est en réalité beaucoup plus commode que pour le plasmon de spin inter-sous-bande, où la faible valeur de l'éclatement spin-orbite,  $2g\mu_B B_{SO}^{coll}(q) \sim 0.1$  meV, prohibait l'observation directe des modes de précession, nous obligeant à recourir une procédure de déconvolution.

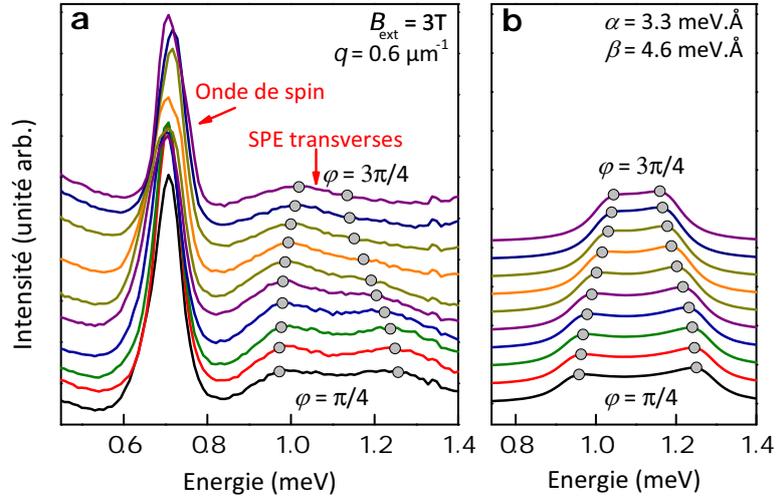
De plus comme nous allons le voir à présent, nous sommes ici en mesure de résoudre expérimentalement les champs spin-orbite au niveau individuel. Ceci va nous permettre de déduire le facteur de renforcement de façon beaucoup plus immédiate que dans le chapitre précédent.

17. Autrement dit, comme noté ci-dessous, seule la branche à énergie positive du modèle de l'Eq. (5.11) possède une réalité physique dans le cas du gaz polarisé en spin.

## 5.3 Détermination expérimentale des constantes de couplage spin-orbite individuelles

### 5.3.1 Spectres Raman

La figure 5.11(a) montre les spectres Raman obtenus à  $B_{\text{ext}} = 3 \text{ T}$  et  $q = 0.6 \text{ } \mu\text{m}^{-1}$ , pour une série équidistante d'orientations dans le plan entre  $\varphi = \pi/4$  (courbe du bas) et  $\varphi = 3\pi/4$  (courbe du haut). Notons que le fond continu de luminescence a été soustrait pour la clarté.



**Fig. 5.11.** Extraction des constantes de couplage spin-orbite individuelles. **a**, Spectres Raman obtenus à  $B_{\text{ext}} = 3 \text{ T}$  et  $q = 0.6 \text{ } \mu\text{m}^{-1}$ , pour une série équidistante d'orientations dans le plan entre  $\varphi = \pi/4$  (courbe du bas) et  $\varphi = 3\pi/4$  (courbe du haut). **b**, Avec le même code couleur, calcul de la partie imaginaire de la fonction de Lindhard (Eq. (5.34)) avec  $\alpha = 3.3 \text{ meV}\text{\AA}$  et  $\beta = 4.6 \text{ meV}\text{\AA}$ . Les points gris sont des guides visuels.

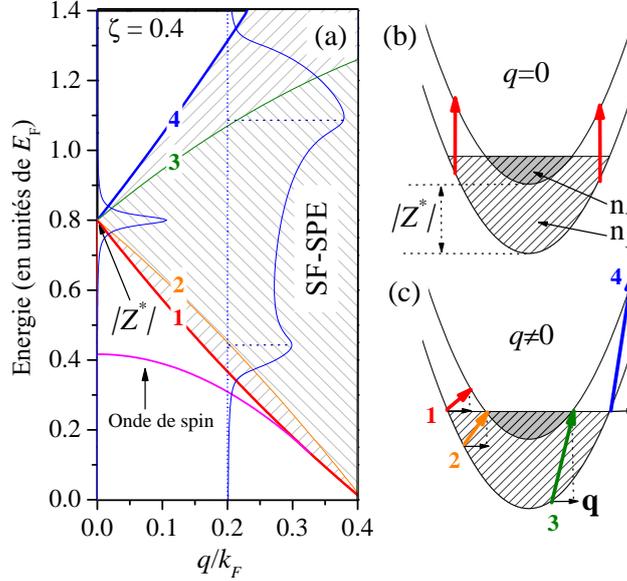
Deux observations importantes peuvent être faites. La ligne des SPE transverses a une structure en double pic ; et cette structure est anisotrope : la séparation entre les deux pics est maximale pour  $\varphi = \pi/4$ , et tend à s'estomper quand  $\varphi$  augmente jusqu'à  $3\pi/4$ . On pressent d'ores et déjà que ces deux propriétés sont la signature d'effets spin-orbite. Ceci est évident pour l'anisotropie ; pour la structure en double pic, nous allons le montrer de la façon suivante.

### 5.3.2 SPE sans couplage spin-orbite

Commençons par présenter la structure théorique du spectre des SPE en négligeant le couplage spin-orbite. Cette situation a été traitée dans les Refs. [26, 70]. Les énergies à 1 particule s'écrivent :

$$\varepsilon_{\mathbf{k}\sigma} = \frac{\hbar^2 k^2}{2m_b} + \sigma \frac{Z^*}{2}, \quad (5.21)$$

correspondant à deux paraboloides de révolution séparés de l'énergie Zeeman renormalisée  $Z^*$  (figure 5.12(b)). L'énergie d'une SPE transverse, faisant transiter un électron d'un état



**Fig. 5.12.** Excitations à 1 particule (SPE) avec retournement de spin en l'absence de couplage spin-orbite. **a**, Spectre d'excitations (calculé pour  $\zeta = 0.4$  et  $r_s = 2$ ), montrant les frontières du continuum SPE (Eq. (5.23)). Les lignes numérotées 1, 2, 3 et 4 correspondent aux transitions représentées en **c**. Les courbes bleues représentent le spectre SPE, pour  $q = 0$  et  $q = 0.2 k_F$ , calculé d'après la fonction de Lindhard. **b-c**, Illustration des transitions SPE entre les sous-bandes de spin. Pris de [26].

de spin  $\downarrow$  et de vecteur d'onde  $\mathbf{k}$ , vers un état  $\uparrow$  de vecteur d'onde  $\mathbf{k} + \mathbf{q}$ , s'écrit alors :

$$\hbar\omega^{\text{SPE}}(\mathbf{k}, \mathbf{q}) = \varepsilon_{\mathbf{k}+\mathbf{q}\uparrow} - \varepsilon_{\mathbf{k}\downarrow} = |Z^*| + \frac{\hbar^2 \mathbf{k} \cdot \mathbf{q}}{m_b} + \frac{\hbar^2 q^2}{2m_b}. \quad (5.22)$$

Pour  $q = 0$  (transitions verticales) toutes les SPE transverses ont une énergie dégénérée, égale à  $|Z^*|$  (figure 5.12(b)). Pour  $q \neq 0$  en revanche, les SPE décrivent un continuum (figure 5.12(c)). Les frontières de ce continuum sont fixées par les conditions sur les nombres d'occupation des états initiaux et finaux :  $f(\varepsilon_{\mathbf{k}\downarrow}) > 0$  et  $f(\varepsilon_{\mathbf{k}+\mathbf{q}\uparrow}) < 1$ , où  $f$  est la fonction de Fermi.

A température nulle, ces conditions donnent pour l'énergie maximale  $\hbar\omega_4^{\text{SPE}}$  (label 4 sur la figure 5.12(c)) et minimale  $\hbar\omega_1^{\text{SPE}}$  (label 1) des SPE en fonction de  $\mathbf{q}$  :

$$\hbar\omega_{4/1}^{\text{SPE}}(\mathbf{q}) = |Z^*| \pm \hbar v_{F\downarrow} q + \frac{\hbar^2 q^2}{2m_b}, \quad (5.23)$$

où  $v_{F\sigma} = \hbar\sqrt{2\pi n_{2D}(1 + \sigma\zeta)}/m_b$  est la vitesse de Fermi de la population de spin  $\sigma$ .

Les énergies  $\hbar\omega_{4/1}^{\text{SPE}}$  définissent les frontières du continuum SPE, montrées figure 5.12(a). Mais la probabilité des différentes transitions n'est pas uniforme au sein de ce continuum : la réduction de l'espace des phases due à l'occupation des états de spin  $\uparrow$  conduit à un creux dans le spectre des SPE transverses, pour des énergies comprises entre les lignes 2 et 3 d'énergie :

$$\hbar\omega_{3/2}^{\text{SPE}}(\mathbf{q}) = |Z^*| \pm \hbar v_{F\uparrow} q - \frac{\hbar^2 q^2}{2m_b}. \quad (5.24)$$

Ainsi, quand  $q$  augmente, le spectre des SPE transverses, représenté par les courbes bleues sur la figure 5.12(a) (calcul par la fonction de Lindhard  $\Pi_{\downarrow\uparrow}(\mathbf{q}, \omega)$ ) évolue d'un pic unique centré en  $|Z^*|$  (de largeur non nulle si l'on tient compte du temps de vie fini des électrons) à une structure en double pic, qui s'élargit avec  $q$ . L'éclatement entre ces deux pics est de l'ordre de  $\hbar v_F q$ , i.e. de l'ordre de la variation d'énergie cinétique lors de la transition : on parlera donc d'*éclatement cinétique*.

Si l'on se tourne à présent vers les données expérimentales de la figure 5.6, on retrouve effectivement cette structure en double pic, s'élargissant avec  $q$ . Mais on note que *cette structure en double pic survit à très faible  $q$* , ce qui n'est pas prévu par le modèle ci-dessus. En effet pour  $q = 0.6 \mu\text{m}^{-1}$  (qui correspond aussi à la situation de la figure 5.11), on a  $\hbar v_F q \simeq 0.06 \text{ meV}$  ; or l'éclatement observé expérimentalement est de l'ordre de  $0.3 \text{ meV}$ , soit 5 fois plus grand.

Nous allons à présent montrer que l'existence de cet éclatement en  $q \rightarrow 0$ , ainsi que son anisotropie comme observé figure 5.11(a), provient du couplage spin-orbite. En incluant ce dernier dans la modélisation de la forme de raie des SPE, nous allons pouvoir déterminer la valeur des constantes de couplage spin-orbite  $\alpha$  et  $\beta$ .

### 5.3.3 SPE avec couplage spin-orbite

Ce calcul n'était pas à notre connaissance disponible dans la littérature<sup>18</sup> ; nous en détaillons donc ci-dessous les étapes principales.

#### a. Etats à 1 particule

Déterminons tout d'abord l'énergie des états à 1 particule. En utilisant un calcul tout à fait analogue à celui de l'énergie de l'onde de spin (section 5.2.4), on trouve dans la limite de fort champ magnétique ( $Z \gg \alpha k$  et  $\beta k$ ) :

$$\varepsilon_{\mathbf{k}\sigma} \simeq \frac{\hbar^2 k^2}{2m_b} + \sigma \operatorname{sgn}(B_{\text{ext}}) \left[ Z^*/2 - [\alpha \cos(\varphi - \varphi_{\mathbf{k}}) + \beta \sin(\varphi + \varphi_{\mathbf{k}})] k \right], \quad (5.25)$$

où  $\operatorname{sgn}(B_{\text{ext}})$  est le signe de  $B_{\text{ext}}$ ,  $k$  est le module de  $\mathbf{k}$  et  $\varphi_{\mathbf{k}}$  l'angle entre  $\mathbf{k}$  et la direction cristalline [100]. Comme précédemment,  $\varphi$  repère l'orientation dans le plan du vecteur d'onde Raman  $\mathbf{q}$  ; le champ magnétique  $\mathbf{B}_{\text{ext}}$ , qui lui est perpendiculaire, fait donc un angle  $\varphi + \pi/2$  avec [100] : d'où la dépendance en  $\varphi$  de  $\varepsilon_{\mathbf{k}\sigma}$ .

Notons qu'en toute rigueur, en présence de couplage spin-orbite le spin  $\sigma$  apparaissant dans l'Eq. (5.25) n'est plus un bon nombre quantique. Cependant, puisque  $Z \gg \alpha k$  et  $\beta k$ , on peut en bonne approximation considérer que  $\mathbf{B}_{\text{ext}}$  impose un axe de quantification uniforme pour tous les spins.

La dispersion à 1 particule (5.25) dépend de l'orientation de  $\mathbf{k}$  ; elle ne correspond plus à un simple paraboloïde de révolution. Pour un  $\varphi_{\mathbf{k}}$  donné, les dispersions des deux sous-bandes de spin  $\uparrow$  et  $\downarrow$  restent cependant des paraboles, décalées de  $\pm k_0(\varphi_{\mathbf{k}})$  respectivement, avec  $k_0(\varphi_{\mathbf{k}}) = \frac{m_b}{\hbar^2} [\alpha \cos(\varphi - \varphi_{\mathbf{k}}) + \beta \sin(\varphi + \varphi_{\mathbf{k}})]$ . Corrélativement, les contours de Fermi

18. Les cas avec couplage spin-orbite seul [87, 151], ou avec champ extérieur seul [70] ont été traités, mais pas la conjonction des deux.

des 2 sous-bandes de spin ne sont plus circulaires ; ils sont donnés par

$$k_{F\sigma}(\varphi_{\mathbf{k}}) = \sqrt{\frac{2m_b}{\hbar^2} (E_F(\varphi) - \sigma |Z^*|/2) + k_0(\varphi_{\mathbf{k}})^2 + \sigma k_0(\varphi_{\mathbf{k}})}, \quad (5.26)$$

et possèdent une symétrie d'ordre 2. Dans cette expression,  $E_F(\varphi)$  est l'énergie de Fermi, qui dépend à présent de l'orientation du champ magnétique, du fait de l'interférence entre les champs extérieur et spin-orbite. Pour la déterminer, on exprime la densité d'états de spin  $\sigma$  par unité de surface comme :

$$n_\sigma = \frac{1}{4\pi^2} \int_{\varphi_{\mathbf{k}}=0}^{2\pi} \int_{k=0}^{k_{F\sigma}(\varphi_{\mathbf{k}}) - \sigma k_0(\varphi_{\mathbf{k}})} k dk d\varphi_{\mathbf{k}}, \quad (5.27)$$

qui doit respecter la contrainte  $n_{2D} = \sum_\sigma n_\sigma$ . Il vient :

$$E_F(\varphi) = \frac{\pi \hbar^2 n_{2D}}{m_b} - \frac{m_b}{4\hbar^2} (\alpha^2 + \beta^2 + \alpha\beta \sin 2\varphi). \quad (5.28)$$

Ceci définit complètement le contour de Fermi  $k_{F\sigma}(\varphi_{\mathbf{k}})$  de chaque population de spin (Eq. (5.26)).

## b. Energie des SPE transverses

On montre ensuite que l'énergie des SPE transverses est donnée, toujours au premier ordre en  $\alpha k/Z$  et  $\beta k/Z$ , par :

$$\begin{aligned} \hbar\omega^{\text{SPE}}(\mathbf{k}, \mathbf{q}) &\simeq \frac{\hbar^2}{m_b} kq \cos(\varphi - \varphi_{\mathbf{k}}) + \frac{\hbar^2 q^2}{2m_b} \\ &+ \text{sgn}(B_{\text{ext}}) \left[ Z^* - 2[\alpha \cos(\varphi - \varphi_{\mathbf{k}}) + \beta \sin(\varphi + \varphi_{\mathbf{k}})]k - [\alpha + \beta \sin 2\varphi]q \right]. \end{aligned} \quad (5.29)$$

Pour comprendre l'existence d'un éclatement dans le spectre des SPE transverses à  $q \rightarrow 0$ , il nous faut examiner la quantité  $\hbar\omega^{\text{SPE}}(\mathbf{k}, \mathbf{0})$  :

$$\hbar\omega^{\text{SPE}}(\mathbf{k}, \mathbf{0}) \simeq |Z^*| - 2 \text{sgn}(B_{\text{ext}}) [\alpha \cos(\varphi - \varphi_{\mathbf{k}}) + \beta \sin(\varphi + \varphi_{\mathbf{k}})]k. \quad (5.30)$$

Cette expression montre qu'en présence de couplage spin-orbite, **les SPE à  $q = 0$  ne sont plus dégénérées**, mais forment un continuum, centré en  $|Z^*|$ . L'énergie minimale et maximale de ce continuum correspond à des transitions à  $k \simeq k_{F\downarrow}$ , et pour des angles  $\varphi_{\mathbf{k}}$  vérifiant :

$$\frac{\partial \hbar\omega^{\text{SPE}}(\mathbf{k}, \mathbf{0})}{\partial \varphi_{\mathbf{k}}} = 0 \iff \tan \varphi_{\mathbf{k}} = \frac{\alpha \sin \varphi + \beta \cos \varphi}{\alpha \cos \varphi + \beta \sin \varphi}. \quad (5.31)$$

Cette condition définit également des **singularités de Van Hove** [222] dans la densité d'états joints : les énergies minimale et maximale des SPE correspondent donc également à des pics dans le spectre,<sup>19</sup> donnant naissance à la structure en double pic observée

19. En effet, le spectre des SPE correspond à la partie imaginaire de la fonction de Lindhard :

$$\text{Im} \Pi_{\downarrow\uparrow}(\mathbf{q}, \omega) \propto \int \frac{d^2\mathbf{k}}{(2\pi)^2} [f(\varepsilon_{\mathbf{k}\downarrow}) - f(\varepsilon_{\mathbf{k}+\mathbf{q}\uparrow})] \delta(\hbar\omega^{\text{SPE}}(\mathbf{k}, \mathbf{q}) + \hbar\omega) \quad (5.32)$$

figure 5.11. La séparation entre ces deux pics est obtenue en réinjectant la deuxième égalité de l'Eq. (5.31) dans l'expression de  $\hbar\omega^{\text{SPE}}(\mathbf{k}, \mathbf{0})$ . Cette séparation s'écrit :

$$\delta^{\text{SPE}}(\varphi) \simeq 4k_{\text{F}\downarrow} \sqrt{\alpha^2 + \beta^2 + 2\alpha\beta \sin 2\varphi} = 2 |\mathbf{B}_{\text{SO}}(k_{\text{F}\downarrow}, \varphi)| \quad (5.33)$$

La séparation entre les deux pics des SPE transverses à  $q = 0$  est donc environ égale au double de l'éclatement spin-orbite au niveau de Fermi, dans la direction  $\varphi$ , des états à 1 particule.

L'Eq. (5.33) reproduit bien (en prenant  $\alpha$  et  $\beta$  du même signe que  $\tilde{\alpha}$  et  $\tilde{\beta}$ ) la modulation de l'éclatement observé figure 5.11(a), avec un maximum pour  $\varphi = \pi/4$  et un minimum pour  $\varphi = 3\pi/4$ . On pourrait donc estimer grossièrement  $\alpha$  et  $\beta$  en utilisant cette équation. Cependant, les spectres de la figure 5.11(a) sont obtenus pour un  $q$  petit, mais fini : l'éclatement cinétique  $\hbar v_{\text{F}} q \simeq 0.06$  meV se mélange donc légèrement à l'éclatement d'origine spin-orbite. De manière générale, lorsque  $q$  augmente, comme montré figure 5.6, l'éclatement des SPE transverses évolue continûment d'une nature spin-orbite à une nature cinétique. Pour obtenir une détermination précise des constantes spin-orbite individuelles, décorrélée de l'éclatement cinétique, nous allons donc calculer numériquement les spectres SPE et les ajuster à ceux de la figure 5.11(a).

### 5.3.4 Calcul de la fonction de Lindhard

Il nous faut pour cela calculer la fonction de Lindhard transverse :

$$\Pi_{\downarrow\uparrow}(\mathbf{q}, \omega) = \int \frac{d^2\mathbf{k}}{(2\pi)^2} \frac{f(\varepsilon_{\mathbf{k}\downarrow}) - f(\varepsilon_{\mathbf{k}+\mathbf{q}\uparrow})}{\varepsilon_{\mathbf{k}\downarrow} - \varepsilon_{\mathbf{k}+\mathbf{q}\uparrow} + \hbar\omega + i\eta} \quad (5.34)$$

dont la partie imaginaire décrit la raie Raman des SPE transverses (voir section 3.2.4), pour un vecteur d'onde transféré  $\mathbf{q}$  [86]. Dans l'Eq. (5.34),  $f$  désigne la fonction d'occupation de Fermi, et  $\eta$  rend compte du temps de vie fini  $\hbar/\eta$  des SPE du fait de la diffusion sur le désordre et sur les autres électrons. Comme  $q$  est négligeable devant le vecteur d'onde de Fermi  $k_{\text{F}} \simeq 150 \text{ } \mu\text{m}^{-1}$  et comme  $Z^* \gg \alpha k_{\text{F}}$  et  $\beta k_{\text{F}}$ , nous avons en bonne approximation négligé le changement d'axe de quantification de spin entre les états électroniques initiaux et finaux [151].

Nous avons implémenté numériquement le calcul de  $\Pi_{\downarrow\uparrow}$ . Les résultats pour la partie imaginaire  $\text{Im } \Pi_{\downarrow\uparrow}(\mathbf{q}, \omega)$  sont montrés figure 5.11(b), pour les paramètres expérimentaux

où  $f$  est la fonction de Fermi. Or pour toute fonction  $f$  d'un vecteur  $\mathbf{x}$ , on a :

$$\delta(f(\mathbf{x}) - f_0) = \frac{1}{|\nabla_{\mathbf{x}}(f(\mathbf{x}_0))|} \delta((\mathbf{x} - \mathbf{x}_0) \cdot \mathbf{n}),$$

où  $f_0 = f(\mathbf{x}_0)$ , et  $\mathbf{n}$  est le vecteur unitaire de la surface  $\mathcal{S}_{f_0}$  d'équation  $f(\mathbf{x}) = f_0$ . En posant  $f(\mathbf{x}) = \hbar\omega^{\text{SPE}}(\mathbf{k}, \mathbf{q})$ , l'intégrale en  $\mathbf{k}$  de l'Eq. (5.32) peut donc être transformée pour faire apparaître la densité d'états joints :

$$\mathcal{D}(\hbar\omega) = \int \frac{dS_{\mathbf{k}}}{|\nabla_{\mathbf{k}}(\hbar\omega^{\text{SPE}}(\mathbf{k}, \mathbf{q}))|},$$

où  $S_{\mathbf{k}}$  est la ligne d'énergie constante  $\hbar\omega(\mathbf{k}, \mathbf{q}) = \hbar\omega$ . Ainsi, les transitions telles que  $\nabla_{\mathbf{k}}(\hbar\omega^{\text{SPE}}(\mathbf{k}, \mathbf{q})) = 0$  correspondent à des pics dans le spectre des SPE.

correspondant à la figure 5.11(a) (même code couleur). On constate que les principales tendances expérimentales sont bien reproduites, en utilisant  $\alpha = 3.3 \text{ meV \AA}$ ,  $\beta = 4.6 \text{ meV \AA}$  et  $\eta = 0.05 \text{ meV}$ . Ces valeurs sont en bon accord avec les estimations théoriques simples du début de ce chapitre (section 5.2.3),  $\alpha_{\text{kp}} = 3.3 \text{ meV \AA}$  et  $\beta_{\text{kp}} = 3.7 \text{ meV \AA}$ .<sup>20</sup> Notons par ailleurs que le paramètre ajusté  $\eta$  n'a aucune influence sur l'amplitude de l'éclatement : il détermine seulement l'adoucissement de la forme de raie. Ce paramètre est au moins trois fois plus petit que pour des échantillons précédemment étudiés [26, 29, 51], confirmant une haute qualité d'échantillon<sup>21</sup> : il s'agit en figure 5.11 à notre connaissance de la première observation Raman d'un éclatement d'origine spin-orbite dans les excitations à 1 particule d'un semi-conducteur magnétique dilué. A titre de comparaison, pour l'échantillon étudié dans la Ref. [51] (spectre reproduit figure 3.3), cet éclatement spin-orbite était, à petit  $q$ , complètement dominé par l'élargissement lié au désordre (de l'ordre de 0.2 meV) et, à plus grand  $q$ , par l'éclatement d'origine cinétique.

On notera que le léger désaccord entre la fonction de Lindhard et les spectres expérimentaux consiste surtout dans l'affaîsissement de ces derniers sur la partie haute énergie, lorsque  $\varphi$  approche de  $3\pi/4$ . Comme nous l'avons vu section 3.2.4, ce désaccord provient très probablement de l'influence du mode collectif, et de la nature résonante du processus Raman, tous deux non pris en compte dans la description du spectre Raman par la fonction de Lindhard.

### 5.3.5 Facteur de renforcement

Munis des valeurs de  $\alpha$  et  $\beta$ , nous sommes à présent en mesure de faire une comparaison directe entre l'intensité des effets spin-orbite au niveau individuel et au niveau collectif. On trouve, en utilisant les déterminations expérimentales, que  $\tilde{\alpha} \sim 6\alpha$  et  $\tilde{\beta} \sim 7\beta$ , de sorte que :

$$\mathbf{B}_{\text{SO}}^{\text{coll}}(\mathbf{q}) \simeq 6.5 \mathbf{B}_{\text{SO}}(\mathbf{q}) . \quad (5.35)$$

Ceci généralise le résultat obtenu précédemment pour le cas spécifique du plasmon de spin inter-sous-bande : le jeu mutuel entre les interactions spin-orbite et Coulombienne produit un renforcement considérable du champ spin-orbite gouvernant l'excitation collective.

Comme nous l'avons déjà souligné au chapitre précédent, la valeur de ce renforcement est surprenante. En effet, le renforcement Coulombien des quantités dépendant du spin, comme la susceptibilité statique de Pauli, est typiquement de l'ordre du rayon de Wigner-Seitz  $r_s$ , qui mesure la distance moyenne entre électrons en unités du rayon de Bohr (cf. Eq. (1.14)) et correspond essentiellement au rapport entre l'énergie d'échange et l'énergie cinétique dans l'état fondamental. Or, de même que dans le chapitre 4, nous avons déterminé un renforcement de 5.2 dans un échantillon où  $r_s = 1.2$ , nous mesurons ici un renforcement

20. La qualité de l'accord obtenu doit être légèrement tempérée par le fait que nous avons négligé le terme Dresselhaus cubique (cf. Eq. (2.8)), qui donne une contribution supplémentaire  $\gamma(-k_x k_y^2, k_y k_x^2)$  au champ  $\mathbf{B}_{\text{SO}}(\mathbf{k})$  de l'Eq. (5.8). Le rapport entre ce terme cubique et le terme Dresselhaus linéaire est donné, pour un électron au niveau de Fermi, par le rapport  $k_F^2 / \langle k_z^2 \rangle$ , qui vaut 1.2 pour notre échantillon : les deux termes sont donc d'amplitude comparable. Il est donc possible que l'incorporation du terme cubique dans la dispersion à 1 particule (5.25) conduise, lors de l'ajustement des spectres SPE par la fonction de Lindhard, à des valeurs légèrement différentes de  $\alpha$  et  $\beta$ .

21.  $\eta = 0.05 \text{ meV}$  correspondant à un temps de vie  $\tau \simeq 13 \text{ ps}$ .

de 6.5 pour un échantillon où  $r_s = 1.9$ . Dans les deux cas, le renforcement est donc bien supérieur à  $r_s$ . Combiné à quelques autres résultats expérimentaux récents [199, 200], ces valeurs élevées de renforcement suggèrent l'existence d'un mécanisme de type coopératif entre l'interaction spin-orbite et l'interaction de Coulomb (cf. section 4.3.3).

### 5.3.6 Comparaison avec d'autres résultats expérimentaux

Avant de clore ce chapitre, notons que simultanément à la publication des résultats ci-dessus [180], le groupe de D. Wolverson (Université de Bath, UK) a publié des résultats expérimentaux analogues sur la modulation angulaire de l'énergie de l'onde de spin (Ref. [223]). Toutefois, ces auteurs en ont donnée une interprétation très différente, que nous contestons. Cette interprétation repose sur une image purement à 1 particule : elle suppose que le champ spin-orbite agissant sur l'onde de spin de vecteur d'onde  $\mathbf{q}$  est égal au champ agissant sur un électron individuel de vecteur d'onde  $\mathbf{k}_F \parallel \mathbf{q}$  — soit précisément le résultat auquel nous sommes parvenus ci-dessus dans l'analyse des excitations *individuelles*.

Une équation analogue à l'Eq. (5.14) est ainsi utilisée pour ajuster l'énergie de l'onde de spin, mais où  $q$  est remplacé par  $k_F$ , et les constantes de couplage  $\tilde{\alpha}$  et  $\tilde{\beta}$ , par les quantités à 1 particule  $\alpha$  et  $\beta$ . L'accord avec les données est obtenu avec une valeur de  $\beta$  compatible avec un calcul  $\mathbf{k} \cdot \mathbf{p}$ . En revanche, la valeur ajustée de  $\alpha$  est comprise entre 18 et 37 meV Å, soit une valeur largement supérieure à une prédiction  $\mathbf{k} \cdot \mathbf{p}$ .

Surtout, cette étude s'est placée à  $q$  fixé, et n'a donc pas envisagé la dépendance en  $q$  de l'amplitude de la modulation : comme nous l'avons montré, cette dépendance est linéaire en  $q$ , ce qui ne peut être compris par le modèle ci-dessus.

## 5.4 Conclusions

Dans ce chapitre, nous avons étudié l'effet du couplage spin-orbite sur l'onde de spin d'un gaz d'électrons polarisé en spin, confiné dans un puits quantique de CdMnTe. Cette situation différait de celle étudiée dans le chapitre précédent à la fois par la nature des transitions électroniques (intra- vs. inter-sous-bandes) et celle du gaz d'électrons (polarisé vs. non-polarisé en spin). Or, nous avons constaté que des effets tout à fait comparables d'organisation et de renforcement des champs spin-orbite individuels se manifestaient. Nous avons montré que la dynamique collective pouvait être décrite comme la précession d'un spin macroscopique d'amplitude 1, autour du champ magnétique donné par la somme du champ spin-orbite collectif  $\mathbf{B}_{\text{SO}}^{\text{coll}}(\mathbf{q})$  et du champ Zeeman géant provenant de l'interaction d'échange entre les porteurs et les impuretés magnétiques. Le champ spin-orbite collectif est renforcé d'un facteur de plusieurs unités par rapport aux champs spin-orbite individuels :  $\mathbf{B}_{\text{SO}}^{\text{coll}}(\mathbf{q}) \simeq 6.5 \mathbf{B}_{\text{SO}}(\mathbf{q})$ . Les résultats de ce chapitre, combinés à ceux du chapitre précédent, donnent une indication forte de la généralité de l'organisation et du renforcement des champs spin-orbite dans les systèmes conducteurs.

Par rapport au chapitre précédent, l'étude des effets spin-orbite collectifs a été facilitée par deux aspects. D'une part, grâce à l'éclatement Zeeman géant dû au dopage magnétique, un mode d'onde de spin unique peut être isolé expérimentalement. Ceci nous a permis de mesurer les constantes de couplage spin-orbite directement sur l'énergie absolue de ce

mode. D'autre part, nous avons ici été en mesure de résoudre les champs spin-orbite au niveau individuel. La raie spectrale des excitations individuelles (SPE) transverses est une ligne large et éclatée, qui reflète la distribution en vecteur d'onde des champs spin-orbite individuels — en fort contraste avec l'onde de spin, qui produit une raie fine. Il s'agit à notre connaissance de la première observation Raman d'un éclatement spin-orbite dans les excitations individuelles d'un semi-conducteur magnétique dilué. Par le calcul de la fonction de Lindhard sous la présence combinée du champ Zeeman et des champs spin-orbite, nous avons extrait les constantes de couplage Rashba et Dresselhaus individuelles,  $\alpha$  et  $\beta$ . Cette détermination est beaucoup plus directe que dans le chapitre précédent, où une représentation théorique complexe avait été nécessaire pour inférer  $\alpha$  et  $\beta$ .

Un certain nombre de points restent à approfondir. Nous avons vu qu'un léger couplage semblait se manifester entre les effets Zeeman et spin-orbite ; le modèle effectif de l'Eq. (5.11) nécessite donc d'être affiné. D'autre part, la question de la dépendance du facteur de renforcement des effets spin-orbite, notamment avec l'intensité des interactions Coulombiennes, est pour l'instant restée ouverte. Dans le prochain chapitre, nous proposons des expériences tentant d'approcher ces deux points.

# Contrôle optique des effets spin-orbite collectifs dans CdMnTe

## Sommaire

<b>6.1</b>	<b>Nouvelle détermination du champ spin-orbite collectif . . . . .</b>	<b>122</b>
6.1.1	Echantillon étudié . . . . .	122
6.1.2	Données Raman . . . . .	123
6.1.3	Extraction du champ spin-orbite collectif . . . . .	125
<b>6.2</b>	<b>Contrôle de la densité électronique par grille optique . . . . .</b>	<b>126</b>
6.2.1	Principe de fonctionnement de la grille optique . . . . .	126
6.2.2	Mesure de la densité électronique par photoluminescence . . . . .	127
6.2.3	Mesure de la densité électronique par Raman . . . . .	129
6.2.4	Variation de la densité électronique et de la bande interdite . . . . .	131
<b>6.3</b>	<b>Etude du facteur de renforcement . . . . .</b>	<b>133</b>
6.3.1	Constantes de couplage spin-orbite collectives . . . . .	133
6.3.2	Facteur de renforcement collectif . . . . .	134
<b>6.4</b>	<b>Mise en évidence de nouvelles anisotropies spin-orbite . . . . .</b>	<b>139</b>
6.4.1	Anisotropie de l'énergie . . . . .	139
6.4.2	Anisotropie de la largeur de raie . . . . .	141
6.4.3	Calcul de la susceptibilité de spin transverse à $q = 0$ . . . . .	143
<b>6.5</b>	<b>Conclusions . . . . .</b>	<b>150</b>

Dans les deux précédents chapitres, nous avons étudié les effets spin-orbite sur deux types de modes collectifs de spin : le plasmon de spin inter-sous-bande du gaz d'électrons non-polarisé en spin, dans un puits quantique de GaAs [224], et l'onde de spin du gaz d'électrons polarisé en spin, dans un puits quantique magnétique dilué de CdMnTe [180]. Nous avons démontré que ces modes collectifs possédaient, en dépit de la distribution des champs spin-orbite individuels, une dynamique de spin remarquablement organisée au plan collectif. En effet, alors que dans une image à 1 particule, chaque spin précesse avec une orientation et une fréquence propres, pour les modes collectifs étudiés, l'interaction de Coulomb réorganise les champs spin-orbite individuels et fait émerger un champ spin-orbite *collectif*. Ce champ collectif  $\mathbf{B}_{\text{SO}}^{\text{coll}}(\mathbf{q})$ , linéaire avec le vecteur d'onde  $\mathbf{q}$  de l'excitation, est renforcé d'un facteur de plusieurs unités par rapport aux champs spin-orbite individuels : nous avons montré que  $\mathbf{B}_{\text{SO}}^{\text{coll}}(\mathbf{q}) = \mathcal{C} \mathbf{B}_{\text{SO}}(\mathbf{q})$ , avec  $\mathcal{C} = 5.2$  pour le puits quantique de GaAs étudié au chapitre 4 et  $\mathcal{C} = 6.5$  pour le puits quantique de CdMnTe étudié au chapitre 5.

Nous allons aborder dans ce chapitre deux questions ouvertes par ces résultats. La première est celle du *mécanisme de renforcement du champ spin-orbite collectif*, qui nécessite d'être mis en lumière. Puisque ce renforcement implique l'interaction de Coulomb, on s'attend à ce qu'il dépende de la densité électronique. Pour examiner ceci, nous allons utiliser

un faisceau secondaire, d'énergie supérieure à la bande interdite de la barrière, afin de faire varier continûment la densité électronique sur un même échantillon ("grille optique"). Ceci va nous permettre de montrer que *le renforcement  $\mathcal{C}$  des effets spin-orbite collectifs est une fonction croissante de la densité électronique*. Ce comportement est surprenant, car il est opposé à celui des renforcements Coulombiens habituels [67, 218, 26, 62], et notamment celui prédit pour les constantes spin-orbite à 1 particule [31–33]. Combiné aux valeurs élevées de  $\mathcal{C}$ , cette dépendance avec la densité électronique est une preuve expérimentale supplémentaire de l'originalité du jeu mutuel entre les interactions Coulombiennes et le couplage spin-orbite sur les modes collectifs de spin, originalité encore peu explorée dans la littérature.

Une autre question importante à aborder est celle de la *superposition du champ spin-orbite collectif aux autres actions magnétiques* sur le système. En étudiant le plasmon de spin inter-sous-bande au chapitre 4, nous avons montré que le champ collectif  $\mathbf{B}_{\text{SO}}^{\text{coll}}(\mathbf{q})$  s'ajoutait vectoriellement au champ externe  $\mathbf{B}_{\text{ext}}$ . Puis, en étudiant l'onde de spin du gaz polarisé au chapitre 5, nous avons généralisé cette propriété de superposition, en supposant que  $\mathbf{B}_{\text{SO}}^{\text{coll}}(\mathbf{q})$  s'ajoutait au champ Zeeman géant de CdMnTe. Nous avons vu que cette hypothèse reproduisait très bien l'essentiel des données expérimentales. Nous avons toutefois constaté un léger écart entre les constantes de couplage spin-orbite collectives extraites pour les deux sens d'application du champ magnétique extérieur (section 5.2.5). Ce désaccord nous a semblé être le signe d'un léger couplage ("terme croisé") entre le champ Zeeman géant et le champ spin-orbite collectif. Afin de quantifier précisément ce couplage, nous allons ici entreprendre une étude détaillée de l'anisotropie de la dispersion, ainsi que de la largeur de raie de l'onde de spin. Nous allons montrer que la propriété de superposition invoquée ci-dessus est exacte à 15% près.

Pour faciliter notre étude, nous choisissons un échantillon (092809A) qui, par rapport à celui étudié dans le chapitre précédent, possède des constantes de couplage spin-orbite supérieures (puits plus fin, induisant un effet Dresselhaus plus fort), et un désordre inférieur (dopage magnétique plus faible).

Les résultats présentés dans ce chapitre sont l'objet de deux manuscrits à soumettre.

## 6.1 Nouvelle détermination du champ spin-orbite collectif

Avant d'aborder les expériences de "grille optique" visant à mesurer le facteur de renforcement, nous allons démontrer une nouvelle méthode, plus précise, de détermination du champ spin-orbite collectif.

### 6.1.1 Échantillon étudié

L'échantillon (092809A) que nous allons étudier est structurellement très proche de celui étudié dans le chapitre précédent : puits de  $\text{Cd}_{1-x}\text{Mn}_x\text{Te}/\text{Cd}_{0.8}\text{Mg}_{0.2}\text{Te}$  à modulation de dopage, d'axe de croissance [001]. La différence réside dans la largeur du puits, qui est de 20 nm (contre 30 nm précédemment), et dans le dopage magnétique,  $x \simeq 0.13\%$  (contre  $x \simeq 0.21\%$  précédemment). La densité électronique (déduite des mesures Raman détaillées ci-dessous) est de  $2.6 \times 10^{11} \text{ cm}^{-2}$  (en l'absence d'illumination secondaire) et

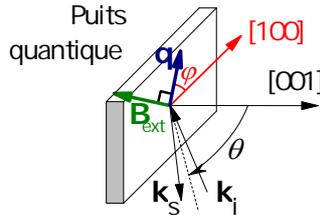
la mobilité  $1.7 \times 10^5 \text{ cm}^2/\text{Vs}$  (mesure par magnéto-transport). Cette mobilité est environ 1.5 fois supérieure à celle de l'échantillon précédent, essentiellement du fait du dopage magnétique inférieur.

### 6.1.2 Données Raman

#### a. Géométrie de diffusion

La géométrie de diffusion Raman, rappelée figure 6.1, est identique à celle du chapitre précédent : nous mesurons l'orientation du vecteur d'onde transféré  $\mathbf{q}$  par rapport à la direction [100], et le champ magnétique  $\mathbf{B}_{\text{ext}}$  est appliqué dans le plan du puits quantique, perpendiculairement à  $\mathbf{q}$ .

La nouveauté réside dans le fait qu'au lieu de faire varier le signe de  $B_{\text{ext}}$ , nous allons à présent faire varier celui du vecteur d'onde transféré  $q$ . Du fait de la symétrie d'ordre 2 des effets spin-orbite (cf. Eq. (5.15)), ces deux opérations sont strictement équivalentes. La méthode utilisée ici s'avère simplement plus commode pour l'étude systématique de l'anisotropie de l'onde de spin que nous voulons mener. Le vecteur  $\mathbf{q}$  représenté figure 6.1 correspond à  $q > 0$ .<sup>1</sup>



**Fig. 6.1.** Géométrie de la diffusion Raman. Le champ magnétique  $\mathbf{B}_{\text{ext}}$  est appliqué toujours perpendiculairement au vecteur d'onde transféré  $\mathbf{q}$ . Par convention,  $q > 0$  lorsque le trièdre  $(\mathbf{q}, \mathbf{B}_{\text{ext}}, \mathbf{e}_z)$  est direct (avec  $\mathbf{e}_z$  un vecteur normal au puits quantique et dirigé vers l'extérieur).

#### b. Spectres Raman

La figure 6.2 présente des spectres Raman obtenus en faisant varier  $q$ , à  $B_{\text{ext}} = 2 \text{ T}$ , pour deux orientations différentes dans la plan : (a)  $\varphi = \pi/4$  et (b)  $\varphi = 3\pi/4$ .

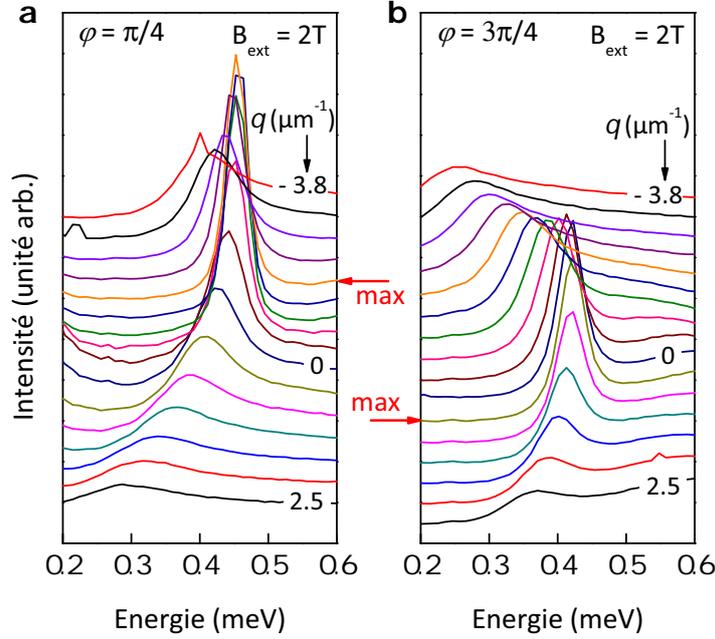
On rappelle l'expression du champ spin-orbite collectif :

$$\mathbf{B}_{\text{SO}}^{\text{coll}}(\mathbf{q}) = 2\tilde{\alpha} \begin{pmatrix} q_y \\ -q_x \end{pmatrix} + 2\tilde{\beta} \begin{pmatrix} q_x \\ -q_y \end{pmatrix}, \quad (6.1)$$

avec  $\tilde{\alpha}$  et  $\tilde{\beta}$  les constantes de couplage Rashba et Dresselhaus collectives, respectivement. Les deux angles  $\varphi = \pi/4$  et  $\varphi = 3\pi/4$  de la figure 6.2 correspondent donc aux situations où la composante Rashba du champ spin-orbite collectif ( $\mathbf{B}_{\text{SO,R}}^{\text{coll}}$ ), la composante Dresselhaus ( $\mathbf{B}_{\text{SO,D}}^{\text{coll}}$ ), et le champ extérieur  $\mathbf{B}_{\text{ext}}$  sont colinéaires (cf. figure 5.8(a)), produisant des extrema dans la dispersion de l'onde de spin.

1. Explicitement,  $q > 0$  lorsque le trièdre  $(\mathbf{q}, \mathbf{B}_{\text{ext}}, \mathbf{e}_z)$  est direct (où  $\mathbf{e}_z$  est un vecteur normal au puits quantique et dirigé vers l'extérieur).

La dispersion de l'onde de spin correspondant aux données de la figure 6.2 est représentée sur la figure 6.3.



**Fig. 6.2.** Spectres Raman de l'onde de spin ( $B_{\text{ext}} = 2$  T) pour (a)  $\varphi = \pi/4$  et (b)  $\varphi = 3\pi/4$ , et pour une série de vecteurs d'onde transférés  $q$  entre  $-3.8$  et  $+2.5 \mu\text{m}^{-1}$ .

### c. Anisotropie de l'énergie

On retrouve, comme établi précédemment, le caractère parabolique de la dispersion de l'onde de spin. On rappelle qu'en l'absence d'effets spin-orbite, la dispersion  $E(q)$  est indépendante de  $\varphi$ , et symétrique autour de  $q = 0$  (cf. Eq. (5.7) et Annexe C.4) :

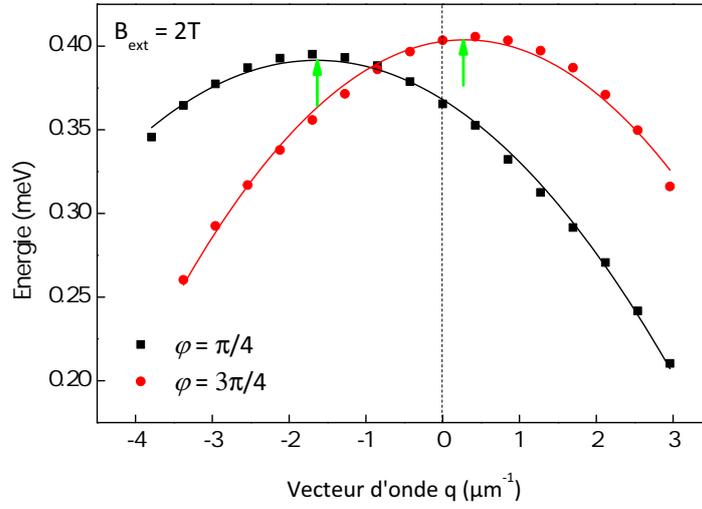
$$E(q) = Z - \frac{1}{\zeta} \frac{Z}{Z^* - Z} \frac{\hbar^2}{2m_b} q^2 \equiv Z - f q^2. \quad (6.2)$$

Nous avons montré (section 5.2.4) que le décalage en  $q$  de la parabole de dispersion provenait d'un terme linéaire d'origine spin-orbite, modulé sinusoidalement avec  $\varphi$ . Dans la limite de fort champ magnétique ( $Z \gg \tilde{\alpha}q$  et  $\tilde{\beta}q$ ), le modèle de l'Eq. (5.11) nous avait fourni la dispersion :

$$E(q, \varphi) = Z - f q^2 - 2\tilde{\alpha}q - 2\tilde{\beta}q \sin 2\varphi. \quad (6.3)$$

Notons qu'à la différence du chapitre précédent, puisque nous ne faisons pas varier ici le signe du champ extérieur, nous pouvons poser  $Z > 0$  (d'où  $f$  et  $\zeta > 0$  également).

L'expression (6.3) reproduit bien la dispersion de la figure 6.3, pour un  $\varphi$  donné, mais pour deux valeurs différentes de  $\varphi$ , les valeurs ajustées du coefficient quadratique et du coefficient constant sont différentes, ce qui est nouveau ici. Afin de caractériser précisément l'anisotropie de l'énergie, nous ajustons donc les dispersions par des paraboles en  $q$ , avec

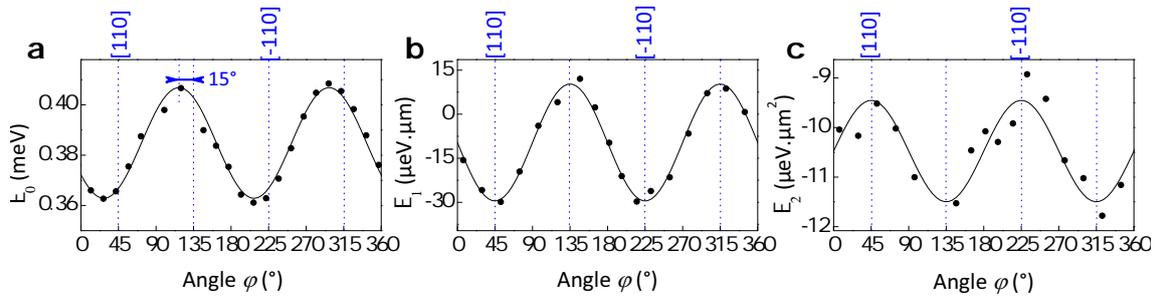


**Fig. 6.3.** Dispersion de l'onde de spin, pour  $\varphi = \pi/4$  et  $\varphi = 3\pi/4$ , extraite des spectres Raman de la figure 6.2. Les courbes sont des ajustements paraboliques.

des coefficients dépendants de  $\varphi$  :

$$E(q, \varphi) = E_0(\varphi) + E_1(\varphi)q + E_2(\varphi)q^2. \quad (6.4)$$

Nous répétons les mesures de la figure 6.3 pour une série d'orientations  $\varphi$  dans le plan, en extrayant à chaque fois les 3 coefficients de l'Eq. (6.4). Ces derniers sont montrés figure 6.4.



**Fig. 6.4.** De gauche à droite : variation avec  $\varphi$  des coefficients d'ordre 0, 1 et 2 dans la dispersion parabolique (Eq. (6.4)) de l'énergie de l'onde de spin. Les courbes sont des guides visuels.

Les 3 coefficients  $E_0$ ,  $E_1$  et  $E_2$  montrent une modulation de type sinusoïdale, avec une période de  $180^\circ$ . Pour l'instant, nous allons nous concentrer sur le terme  $E_1$ , qui va nous permettre d'extraire précisément le champ spin-orbite collectif. Nous étudierons en détail les termes  $E_0$  et  $E_2$  dans la section 6.4.

### 6.1.3 Extraction du champ spin-orbite collectif

Le coefficient linéaire  $E_1$ , tracé figure 6.4(b), démontre un excellent accord avec le caractère sinusoïdal de période  $\pi$  prévu par le modèle des Eqs. (5.11) et (5.15),  $E_1(\varphi) =$

$-2(\tilde{\alpha} + \tilde{\beta} \sin 2\varphi)$ . Par ajustement à cette dernière équation, on extrait  $\tilde{\alpha} = 46.7 \pm 1.2 \text{ meV\AA}$  et  $\tilde{\beta} = 93.0 \pm 2.3 \text{ meV\AA}$ . Ces valeurs sont, respectivement, 2 et 3 fois plus grandes environ que pour l'échantillon étudié au chapitre précédent, conformément à ce que nous recherchions.

Rappelons que dans le chapitre précédent,  $\tilde{\alpha}$  et  $\tilde{\beta}$  avaient été obtenues séparément, en additionnant ou soustrayant les dispersions pour  $\varphi = \pi/4$  et  $\varphi = 3\pi/4$ , et pour les deux sens d'application du champ magnétique extérieur (cf. section 5.2.5). Cette méthode négligeait l'anisotropie du coefficient quadratique de la dispersion — constatée ici clairement sur la figure 6.4(c). La méthode que nous employons à présent permet d'isoler la contribution linéaire à l'énergie, définissant le champ spin-orbite collectif, sans interférence d'autres contributions.

De plus, cette méthode permet une meilleure continuité temporelle des mesures. La dispersion complète est ici obtenue par une rotation continue de l'angle d'incidence du faisceau laser (angle  $\theta$  de la Fig. 6.1), sans nécessiter l'arrêt de la bobine pour son inversion de polarité. Grâce au bas désordre de l'échantillon, on obtient ainsi les données de la figure 6.4 en 4 à 5 heures, durée sur laquelle la stabilité de l'expérience est très bonne (longueur d'onde du laser incident, position du spot sur l'échantillon, température). La figure 6.4(b) démontre ainsi avec une grande précision le caractère sinusoïdal de la modulation du terme linéaire de la dispersion ; au regard de la complexité des phénomènes physiques en jeu, cet accord avec le modèle effectif très simple de l'Eq. (5.11) est remarquable.

Munis de cette nouvelle méthode de détermination du champ spin-orbite collectif, nous allons à présent étudier la dépendance du renforcement de ce champ collectif avec la densité électronique.

## 6.2 Contrôle de la densité électronique par grille optique

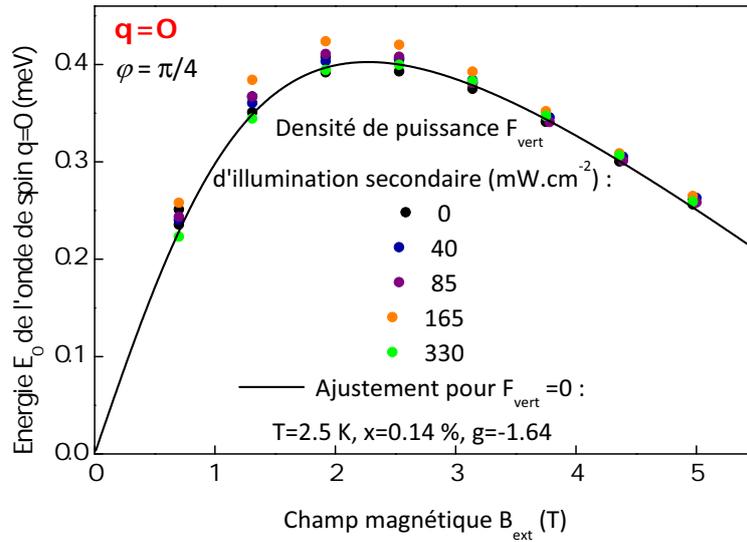
Pour étudier la dépendance du facteur de renforcement du champ spin-orbite collectif avec la densité électronique, nous allons faire varier continûment cette dernière à l'aide d'un faisceau laser secondaire, fonctionnant comme une "grille optique". Nous commençons par une étude préliminaire visant à calibrer le fonctionnement de cette grille optique.

### 6.2.1 Principe de fonctionnement de la grille optique

Le principe de l'expérience est le suivant. Un faisceau secondaire (laser continu) d'énergie supérieure à la bande interdite de la barrière, crée des paires électron-trou dans celle-ci. Electrons et trous se séparent ensuite sous l'effet du champ électrique créé par le plan de dopage (cf. section 1.2.2) : les électrons neutralisent des donneurs du plan de dopage, tandis que les trous rejoignent le puits, où ils capturent des électrons de la bande de conduction. Ceci donne lieu à deux phénomènes corrélés : (i) la diminution de la densité électronique dans le puits, et (ii) la diminution de l'inclinaison de bande (*band bending*). Ces phénomènes sont cependant limités par la migration tunnel d'électrons de la barrière vers le puits, de sorte qu'un état stationnaire s'établit à puissance d'illumination constante.

Pour le faisceau secondaire, nous utilisons la raie verte d'un laser à Argon ( $\lambda = 514.5$  nm, soit 2.41 eV). Afin de garantir l'homogénéité de l'illumination sur la zone de l'échantillon sondée en Raman, nous défocalisons ce deuxième faisceau pour éclairer une zone de diamètre (à mi-intensité) de  $200 \mu\text{m}$  (contre  $130 \mu\text{m}$  pour le faisceau Raman). La densité de puissance  $F_{\text{vert}}$  du faisceau vert sera variée entre 0 et  $300 \text{ mW}\cdot\text{cm}^{-2}$ , soit des valeurs comparables à celles utilisées dans des expériences analogues [225–229]. Pour comparaison, la densité de puissance du faisceau rouge ( $\lambda = 773$  nm, soit 1.60 eV) utilisé pour le Raman est de  $100 \text{ mW}\cdot\text{cm}^{-2}$ ; ce faisceau est en partie absorbé par le puits, mais il y crée une densité électronique photo-induite négligeable à cette puissance.

Pour ces faibles puissances d'illumination par le faisceau vert, nous ne constatons pas d'augmentation notable de la température du système. En effet, l'énergie Zeeman  $Z$  est fortement dépendante de la température, via la fonction de Brillouin gouvernant la polarisation des ions manganèse (cf. Eq. (5.1)). Or l'énergie du mode de spin  $q = 0$  varie de moins de 4% sous l'effet de l'illumination secondaire, comme le montre la figure 6.5. En utilisant les données à illumination nulle ( $F_{\text{vert}} = 0$ ), et en supposant que  $E_0 = Z$ , on trouve par ajustement à l'Eq. (5.1) une concentration en Mn  $x = 0.14\%$ , et une température de Mn  $T = 2.5$  K. La variation de température des Mn n'excède pas  $\Delta T = 0.3$  K entre  $F_{\text{vert}} = 0$  et  $F_{\text{vert}} = 330 \text{ mW}\cdot\text{cm}^{-2}$ .



**Fig. 6.5.** Variation de l'énergie  $E_0$  de l'onde de spin en  $q = 0$  en fonction du champ magnétique extérieur, pour différentes densités de puissance  $F_{\text{vert}}$  d'illumination secondaire. La courbe noire est un ajustement à l'Eq. (5.1) des données pour  $F_{\text{vert}} = 0$ .

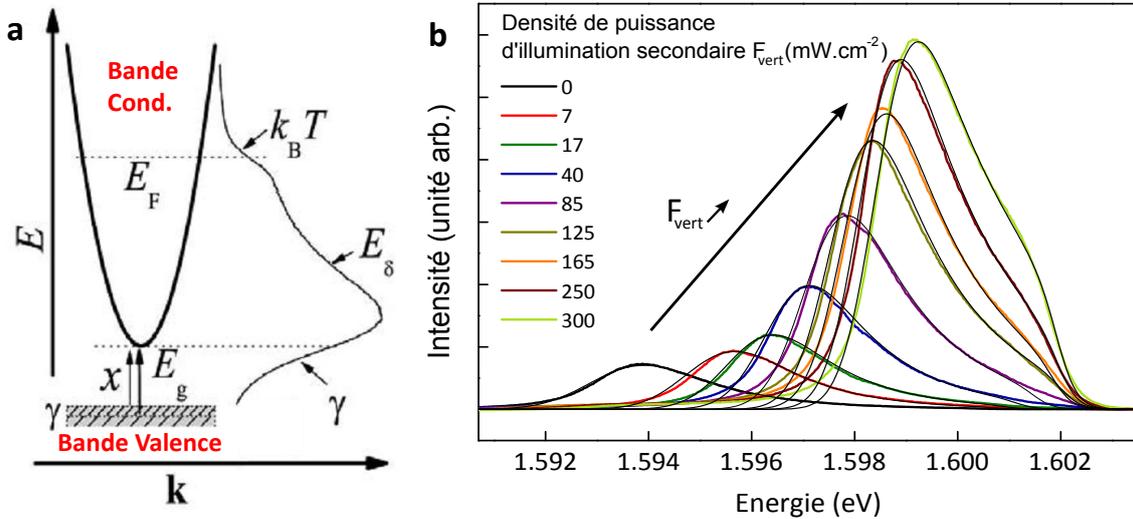
### 6.2.2 Mesure de la densité électronique par photoluminescence

Nous allons d'abord démontrer par photoluminescence (PL) l'effet de l'illumination secondaire sur la densité électronique. La figure 6.6(b) montre les spectres de PL obtenus pour une série de densités de puissance de vert variant entre 0 et  $300 \text{ mW}\cdot\text{cm}^{-2}$ , en l'absence de champ magnétique extérieur ( $B_{\text{ext}} = 0$ ). On rappelle que la PL peut être décrite comme

un processus à 3 étapes [187, 230] :

- Les photons incidents (ici les deux faisceaux, rouge et vert, participent au processus) créent par absorption des paires électron-trou entre la bande de valence et la bande de conduction ;
- Les trous relaxent rapidement vers le sommet de la bande de valence, où ils sont localisés par les fluctuations de potentiel, alors que les électrons se thermalisent avec la mer de Fermi ;
- Les paires électron-trou se recombinent radiativement, conduisant à l'émission spontanée de photons.

Pour cette dernière étape, la règle de conservation du vecteur d'onde est relaxée (par les écarts à la périodicité cristalline), permettant à des électrons aussi bien en bas de la bande de conduction qu'au niveau de Fermi de se recombiner : cf. figure 6.6(a). Le résultat est une ligne spectrale large, reflétant la fonction d'occupation des états de conduction et la probabilité de présence du trou dans l'espace des  $\mathbf{k}$ . En première approximation, le maximum de PL est positionné à la bande interdite  $E_g$  du puits, et l'épaule, à  $E_g + E_F$ , où  $E_F$  est l'énergie de Fermi.



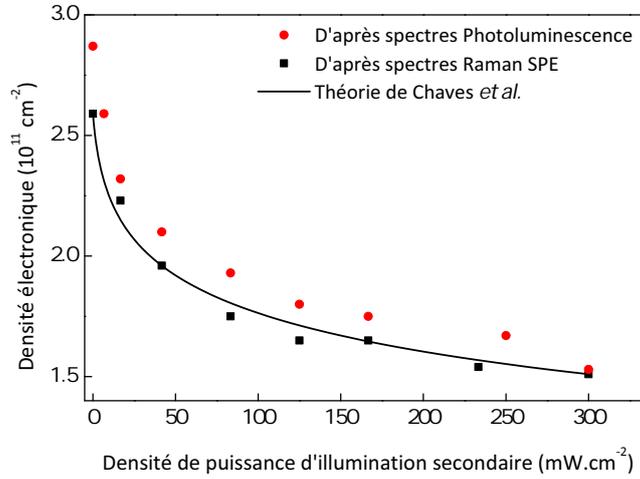
**Fig. 6.6.** **a**, Représentation schématique du processus de photoluminescence dans un puits quantique dopé  $n$  : la structure de bande (gauche) est mise en regard d'un spectre calculé par l'Eq. (6.5). Pris de [231]. **b**, Spectres expérimentaux de photoluminescence à champ extérieur nul, sous illumination secondaire par un faisceau vert ( $\lambda = 514.5$  nm) de densité de puissance  $F_{\text{vert}}$  variant entre 0 et  $300 \text{ mW.cm}^{-2}$ . Les lignes fines correspondent aux ajustements par l'Eq. (6.5).

La différence entre le maximum et l'épaule permet donc d'estimer  $E_F$ . Cette estimation est cependant assez imprécise, car du fait d'effets de désordre, le maximum du signal se situe légèrement à plus haute énergie que la bande interdite [232, 231]. Pour extraire précisément l'énergie de Fermi  $E_F$ , nous allons utiliser la modélisation du spectre de PL proposée par la Ref. [231]. Ce modèle décrit l'intensité  $I$  de la PL en fonction de

l'énergie  $E$  des photons émis [232, 231] par :

$$I(E) \propto f(E - E_F - E_g) \int_0^\infty dx e^{(x-E_g)^2/2\gamma^2} \theta(E-x) e^{(E-x)/E_\delta}, \quad (6.5)$$

où  $E_g$  désigne l'énergie de la bande interdite, et  $f$  la fonction de distribution de Fermi. Comme illustré en figure 6.6(a), l'enveloppe gaussienne de largeur  $\gamma$  rend compte de l'élargissement sur la partie basse énergie du spectre de PL, dû au désordre dans la bande de valence. La fonction de Heaviside  $\theta$  représente la densité d'états joints entre les bandes de valence et de conduction, et l'exponentielle de paramètre  $E_\delta$  reproduit la partie haute énergie du spectre, en tenant compte de la relaxation de la règle de conservation du vecteur d'onde [231].



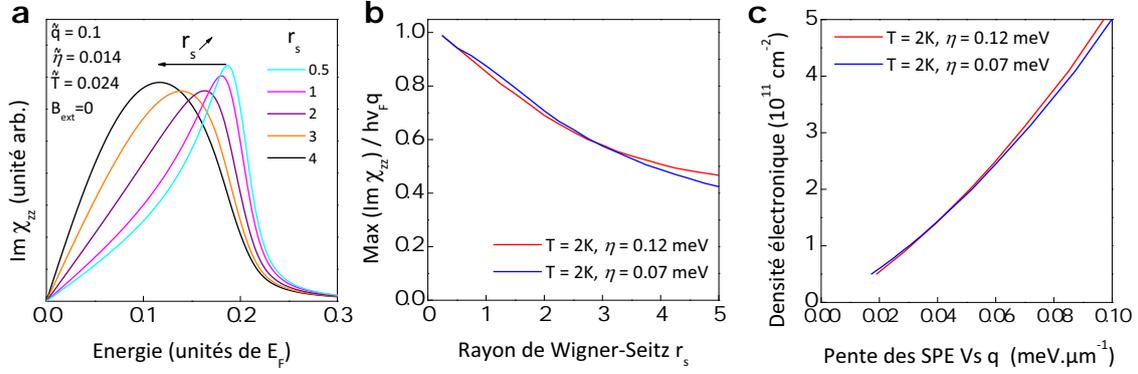
**Fig. 6.7.** Densité électronique  $n_{2D}$  en fonction de la densité de puissance  $F_{\text{vert}}$  d'illumination secondaire. Les points rouges correspondent aux valeurs extraites des spectres de PL, et les carrés noirs à celles extraites des spectres Raman des excitations à 1 particule (SPE). La courbe noire est un ajustement des valeurs extraites des SPE par l'Eq. (6.6).

Les spectres de la figure 6.6(b) sont très bien reproduits par l'Eq. (6.5) — cf. lignes noires fines — avec  $T = 2.5$  K,  $E_\delta = 0.6 \pm 0.2$  meV et  $\gamma = 1.5 \pm 0.5$  meV. L'ajustement fournit l'énergie de bande interdite  $E_g$  et l'énergie de Fermi  $E_F$ . La densité électronique, calculée par  $n_{2D} = m_b E_F / \pi \hbar^2$  (avec  $m_b = 0.105 m_0$  la masse de bas de bande de conduction) est montrée figure 6.7 en fonction de la densité de puissance  $F_{\text{vert}}$  d'illumination secondaire (points rouges). On voit que  $n_{2D}$  suit une décroissance convexe, traduisant un phénomène de saturation. Nous reviendrons plus bas sur la comparaison de cette variation à un modèle.

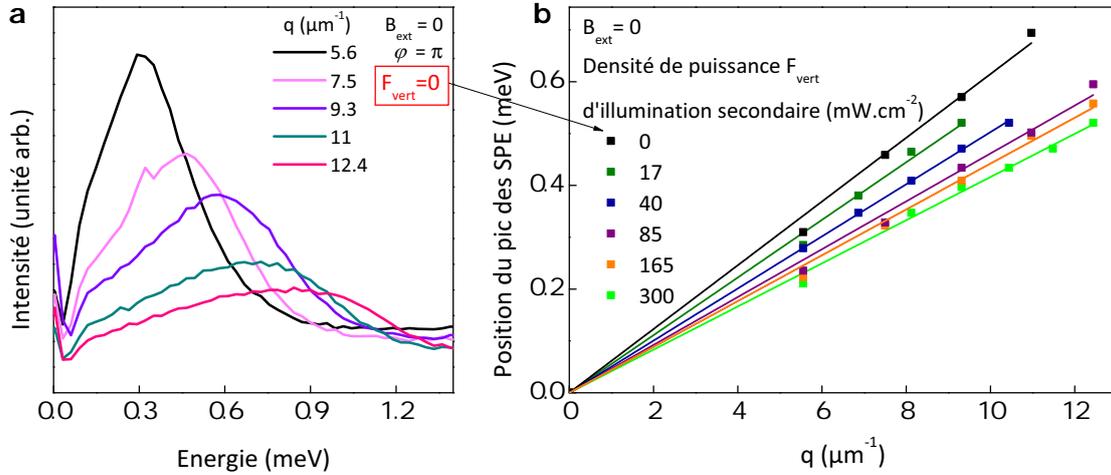
### 6.2.3 Mesure de la densité électronique par Raman

Avant cela, nous souhaitons confronter les valeurs de  $n_{2D}$  ainsi extraites, à celles déduites du spectre Raman des excitations à 1 particule (SPE), en configuration contrapolarisée et à champ extérieur nul. Dans un modèle à 1 particule, ce spectre Raman s'étend, pour un vecteur d'onde transféré  $q$ , de 0 à  $\hbar v_F q$ , avec un maximum proche de  $\hbar v_F q$  (cf.

Eq. (5.23), avec  $Z^* = 0$ ). De la dépendance linéaire de la position de ce maximum avec  $q$ , on pourrait extraire la vitesse de Fermi  $v_F$ , et donc  $n_{2D} = m_0^2 v_F^2 / 2\pi \hbar^2$ .



**Fig. 6.8.** **a**, Calcul de la partie imaginaire de la susceptibilité de spin longitudinale  $\chi_{zz}$  à champ extérieur nul, pour une série de valeurs du rayon de Wigner-Seitz  $r_s$ . Les différentes courbes sont calculées à vecteur d'onde, désordre, et température normalisés constants ( $\tilde{q} = q/k_F = 0.1$ ,  $\tilde{\eta} = \eta/E_F = 0.014$ ,  $\tilde{T} = k_B T/E_F = 0.024$ ). **b**, Rapport  $\text{Max}(\text{Im } \chi_{zz}) / \hbar v_F q$  en fonction de  $r_s$ . **c**, Relation calculée entre la pente de la position du maximum des SPE en fonction de  $q$ , et la densité électronique  $n_{2D}$ .



**Fig. 6.9.** **a**, Spectres Raman des excitations individuelles (SPE), en configuration contrapolarisée et à champ extérieur nul, pour une série de vecteurs d'onde transférés  $q$ . **b**, Position du maximum des SPE en fonction de  $q$ , pour une série de densités de puissance  $F_{\text{vert}}$  d'illumination secondaire. Les données correspondant aux spectres de gauche sont représentées par les symboles noirs.

Cependant, les corrections Coulombiennes à ce modèle à 1 particule s'avèrent importantes. Ces corrections ont été quantifiées dans la Ref. [70], par le calcul de la susceptibilité de spin longitudinale  $\chi_{zz}$  à champ extérieur nul (égale<sup>2</sup> dans ce cas à la susceptibilité de spin transverse  $\chi_{+-}$ ,<sup>3</sup> cf. section 3.2.3). La figure 6.8(a) reproduit la partie imaginaire de  $\chi_{zz}$ , pour une série de valeurs du rayon de Wigner-Seitz  $r_s$  (Eq. (1.14)), mesurant

2. A un facteur 2 près.

3. Du fait de l'isotropie dans l'espace de spin (en négligeant le couplage spin-orbite).

la force des effets Coulombiens. Les différentes courbes sont calculées à vecteur d'onde, désordre, et température normalisés constants ( $c(\tilde{q} = q/k_F = 0.1, \tilde{\eta} = \eta/E_F = 0.014, \tilde{T} = k_B T/E_F = 0.024)$ ), et pour une épaisseur de puits de 20 nm. A champ extérieur nul, l'onde de spin n'existe pas en tant que telle, car elle se situe dans le continuum des SPE (cf. figure 1.5(c) avec  $Z^* = 0$ ). Cependant, *elle restructure le continuum des SPE*,<sup>4</sup> et cause le changement de forme important que l'on observe figure 6.8(a) : lorsque  $r_s$  augmente, le maximum du spectre des SPE se déplace vers les basses énergies.

Pour quantifier l'écart entre la position du pic de  $\text{Im } \chi_{zz}$  et l'expression simple  $\hbar v_F q$  tirée du modèle à 1 particule, nous traçons figure 6.8(b) le rapport  $\text{Max}(\text{Im } \chi_{zz}) / \hbar v_F q$ , en fonction de  $r_s$ . Ce rapport tend vers 1 dans la limite  $r_s \rightarrow 0$ , comme attendu du fait de l'écrantage de l'interaction Coulombienne, mais diminue rapidement avec  $r_s$ . Pour nos échantillons usuels de CdMnTe, où  $r_s \simeq 2$ , on voit que l'écart est de l'ordre de 30%. On constate que le désordre  $\eta$  a quant à lui une influence négligeable.

Les spectres expérimentaux des SPE en fonction de  $q$  sont montrés figure 6.9(a), à illumination verte nulle ( $F_{\text{vert}} = 0$ ). La position correspondante du maximum est montrée figure 6.9(b) pour  $F_{\text{vert}} = 0$  (points noirs), ainsi que pour une série de densités de puissance  $F_{\text{vert}}$ . La variation du pic avec  $q$  reste bien linéaire, mais comme nous venons de le voir, il faut corriger la valeur de la pente extraite pour remonter à la densité électronique. La figure calculée 6.8(c) permet de convertir directement la pente mesurée en une valeur de densité électronique  $n_{2D}$ . Nous avons vérifié sur un ensemble d'échantillons que les valeurs expérimentales ainsi corrigées s'accordaient bien (à 15% près) avec les valeurs de magnéto-transport.

En appliquant cette méthode aux données de la figure 6.9(b), on obtient les valeurs indiquées par les carrés noirs sur la figure 6.7. Ces valeurs sont en bon accord avec celles extraites de la PL. Dans la suite nous retiendrons les valeurs issues de l'analyse des SPE, dans la mesure où c'est cette méthode qui sert de base de comparaison aux différents échantillons étudiés historiquement dans l'équipe. Au final, la figure 6.7 démontre que l'on peut faire varier continûment la densité électronique entre  $n_{2D}^0 = 2.6 \times 10^{11} \text{ cm}^{-2}$  et  $1.5 \times 10^{11} \text{ cm}^{-2} \simeq 0.6 n_{2D}^0$ . Lors de nos expériences, nous avons constaté que la relation entre puissance d'illumination et densité électronique était bien reproductible : la figure 6.7 constitue donc une "courbe de calibration" de notre grille optique, que nous allons utiliser dans toute la suite de ce chapitre.

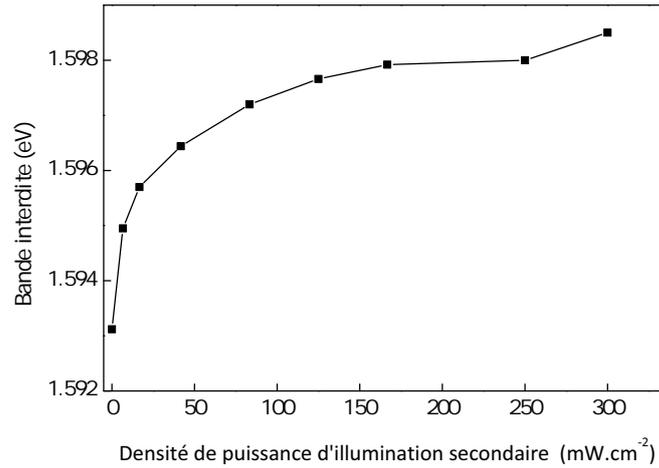
#### 6.2.4 Variation de la densité électronique et de la bande interdite

Revenons à présent sur l'allure de la variation de la densité électronique avec la densité de puissance d'illumination secondaire  $F_{\text{vert}}$ . Nous confrontons nos données au modèle de Chaves *et al.* [225], qui prédit :

$$F_{\text{vert}} = A(n_{2D}^0 - n_{2D})e^{-B\sqrt{n_{2D}}}, \quad (6.6)$$

4. Pour les SPE longitudinales en revanche (observées en configuration copolarisée), le mode collectif (plasmon de charge) n'est pas dégénéré avec le continuum des SPE. Il existe bien des effets Coulombiens sur le spectre des SPE, que l'on peut calculer par la fonction de réponse densité-densité  $\chi_{nn}$  [70]. Mais les spectres expérimentaux des SPE longitudinales doivent leur poids spectral surtout aux conditions de résonance Raman (cf. section 3.2.4), qui ne sont pas modélisées par  $\chi_{nn}$  : l'analyse théorique est donc plus complexe.

où  $n_{2D}^0$  est la densité électronique en l'absence d'illumination secondaire. Ce modèle suppose que le taux de transfert tunnel d'électrons vers le puits est proportionnel à  $F_{\text{vert}}$ , varie linéairement avec le nombre d'électrons hors-équilibre, et exponentiellement avec la racine carrée de la hauteur de barrière tunnel (prise proportionnelle à  $\sqrt{n_{2D}}$ ).<sup>5</sup> Les données expérimentales de la figure 6.7, montrant une variation convexe, sont bien reproduites par ce modèle, en utilisant  $A = 2.08 \times 10^2$  W et  $B = 7.76 \times 10^{-5}$  cm (cf. courbe noire).



**Fig. 6.10.** Energie de la bande interdite issue de l'ajustement des spectres de photoluminescence de la figure 6.6, en fonction de la densité de puissance d'illumination secondaire.

Enfin, nous nous intéressons à la bande interdite  $E_g$  issue de l'ajustement de la PL (cf. Eq. (6.5)). Nous traçons  $E_g$  en fonction de  $F_{\text{vert}}$  sur la figure 6.10. La variation de la bande interdite traduit la modification du profil de bande, et plus précisément, la diminution de l'effet Stark. Ce dernier est dû au champ électrique créé par le plan de dopage : il sépare spatialement la fonction d'onde du trou et celle de l'électron, conduisant à une diminution de la bande interdite par rapport au cas d'un profil de bande plat. Sous l'effet de l'illumination verte, l'effet Stark diminue, puisque l'inclinaison de bande (*band bending*) diminue : la bande interdite augmente donc en conséquence. La figure 6.10 corrobore ainsi notre compréhension du fonctionnement de la grille optique.

\* \* \*

Dans cette section, nous avons caractérisé l'effet de l'illumination secondaire sur notre échantillon. Cette dernière perturbe peu la température du système, et l'énergie Zeeman  $Z$  (figure 6.5). En revanche, elle est capable de contrôler la densité électronique, jusqu'à la faire diminuer d'environ 40% (figure 6.7). Cette modification de la densité s'accompagne d'une modification du potentiel de confinement (figure 6.10). Ces deux derniers phénomènes doivent logiquement modifier en profondeur les effets spin-orbite, au plan individuel et au plan collectif : c'est ce que nous allons examiner à présent — avec pour objectif de mesurer le facteur de renforcement collectif en fonction de la densité électronique.

5. Un modèle plus sophistiqué pourra être trouvé dans le Ref. [228].

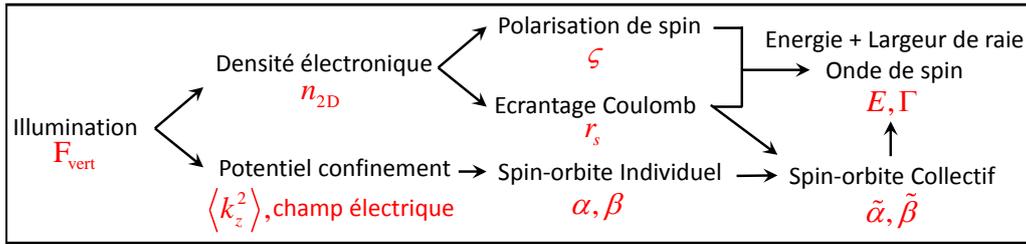
## 6.3 Etude du facteur de renforcement

### 6.3.1 Constantes de couplage spin-orbite collectives

D'après ce qui précède, on s'attend à ce que l'illumination secondaire influe sur les effets spin-orbite *collectifs* de deux manières différentes :

- Puisque l'inclinaison de bande (*band bending*) diminue, le champ électrique macroscopique selon la direction de croissance, ainsi que le confinement de la fonction d'onde diminuent : on s'attend donc respectivement à une diminution des constantes de couplage *individuelles* Rashba ( $\alpha$ ) et Dresselhaus ( $\beta$ ).
- Puisque la densité électronique diminue, on s'attend à une modification du facteur de renforcement  $\mathcal{C} \simeq \tilde{\alpha}/\alpha \simeq \tilde{\beta}/\beta$  — dans un sens à déterminer.

La figure 6.11 illustre les relations entre ces différents effets induits par l'illumination secondaire ; nous serons amenés à y revenir tout au long de cette section.

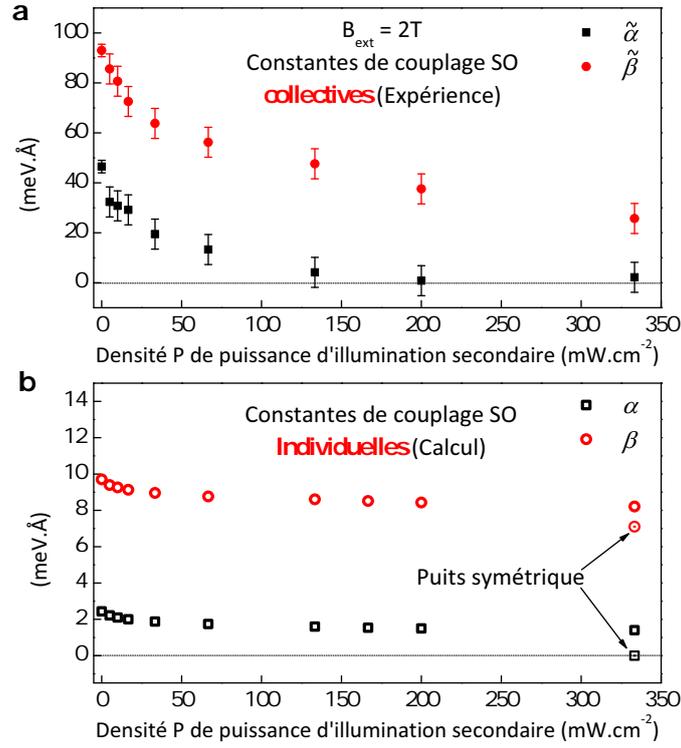


**Fig. 6.11.** Liens entre les différents effets physiques induits par l'illumination secondaire.

Pour différentes densités de puissance d'illumination secondaire  $F_{\text{vert}}$ , nous mesurons la dispersion aux angles  $\varphi = \pi/4$  et  $\varphi = 3\pi/4$ , et nous utilisons la méthode décrite dans la section précédente pour extraire les constantes de couplage spin-orbite  $\tilde{\alpha}$  et  $\tilde{\beta}$  (nous extrayons le terme linéaire  $E_1$ , et nous l'ajustons à la relation  $E_1(\varphi) = -2(\tilde{\alpha} + \tilde{\beta} \sin 2\varphi)$  donnée par le modèle de l'Eq. (5.15)).

La figure 6.12(a) montre  $\tilde{\alpha}$  (carrés noirs) et  $\tilde{\beta}$  (points rouges) en fonction de  $F_{\text{vert}}$ . Les deux paramètres montrent une forte décroissance. Le paramètre Rashba collectif  $\tilde{\alpha}$  chute de 47 meV.Å à environ 0, alors que le paramètre Dresselhaus collectif  $\tilde{\beta}$  chute de 93 à 25 meV.Å, lorsque  $F_{\text{vert}}$  augmente de 0 à 330 mW.cm<sup>-2</sup>. Puisque l'effet Rashba caractérise l'asymétrie du potentiel de confinement (cf. Eq. (2.14)), l'annulation de  $\tilde{\alpha}$  suggère **l'annulation du champ électrique moyen  $\langle \mathcal{E}_z \rangle$  selon la direction de croissance, c'est-à-dire l'existence d'un potentiel symétrique dans le puits.**

Cependant, la densité électronique sature à une valeur non-nulle (cf. figure 6.7) : il existe donc toujours des donneurs ionisés dans le plan de dopage, créant un champ électrique. La combinaison de ces deux faits suggère donc *l'existence selon la direction de croissance d'une champ électrique de sens opposé*, compensant en moyenne celui créé par le plan de dopage dans la situation  $F_{\text{vert}} = 330$  mW.cm<sup>-2</sup> : cette situation est modélisée figure 6.13(b). Un tel champ électrique pourrait provenir d'états électroniques de surface [233], ainsi que d'un dopage intrinsèque  $p$  du substrat ; cependant, les états de surface sont relativement mal



**Fig. 6.12.** **a**, Constantes de couplage spin-orbite collectives  $\tilde{\alpha}$  (effet Rashba) et  $\tilde{\beta}$  (effet Dresselhaus), déterminées expérimentalement, en fonction de la densité de puissance d'illumination secondaire. **b**, Pour les densités électroniques correspondant aux points de la figure **a**, valeurs calculées des constantes de couplage individuelles  $\alpha$  et  $\beta$  (voir texte). On indique également les valeurs correspondant à l'hypothèse d'un puits symétrique (cf. figure 6.13(b)).

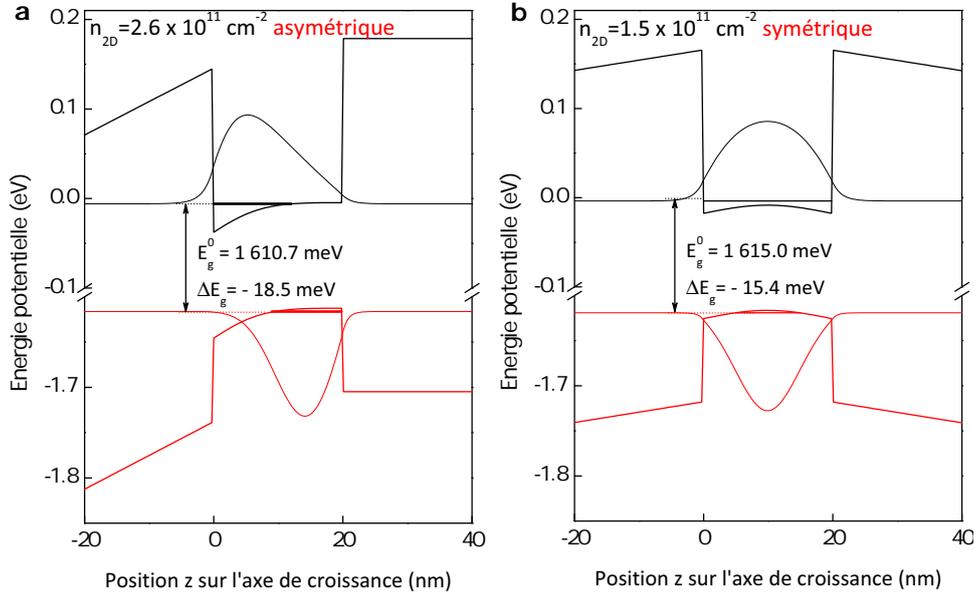
connus dans les composés II-VI, et nous ne disposons malheureusement pas de moyen alternatif pour corroborer cette hypothèse.

### 6.3.2 Facteur de renforcement collectif

Les valeurs de  $\tilde{\alpha}$  et  $\tilde{\beta}$  de la figure 6.12(a) caractérisent entièrement le champ spin-orbite collectif (Eq. (6.1)). Pour déterminer à présent le facteur de renforcement de ce champ collectif, il serait idéal de mesurer les constantes de couplage individuelles  $\alpha$  et  $\beta$  d'après le spectre des excitations individuelles (SPE), comme nous l'avons fait dans le chapitre précédent (cf. section 5.3). Malheureusement, l'échantillon étudié ici ne nous a pas permis d'observer un éclatement spin-orbite dans les SPE.<sup>6</sup> Nous allons donc devoir calculer les constantes spin-orbite individuelles  $\alpha$  et  $\beta$ , afin de déduire le facteur de renforcement  $\mathcal{C} \simeq \tilde{\alpha}/\alpha \simeq \tilde{\beta}/\beta$ .

6. Nous pensons que cela provient du désordre inférieur et de la force supérieure des effets Coulombiens (plus fort  $r_s$ ), par rapport à l'échantillon du chapitre 5. Ceci produit très probablement des effets à N corps plus importants sur la forme de raie des SPE, éloignant son comportement de celui d'une fonction de Lindhard [70].

## a. Simulations Schrödinger-Poisson



**Fig. 6.13.** Profil de bande du puits quantique de CdMnTe étudié, calculé par résolution couplée Schrödinger-Poisson [234], pour deux situations : (a) puits asymétrique avec densité électronique  $n_{2D} = 2.6 \times 10^{11} \text{ cm}^{-2}$  (modélisant la situation sans illumination secondaire), et (b) puits *symétrique* avec  $n_{2D} = 1.5 \times 10^{11} \text{ cm}^{-2}$  (modélisant la situation avec illumination secondaire  $F_{\text{vert}} = 330 \text{ mW.cm}^{-2}$ ). Sont également représentées le niveau d'énergie (traits horizontaux gras) et la fonction d'onde du premier état confiné de l'électron et du trou lourd.  $E_g^0$  désigne la bande interdite à 1 particule, et  $\Delta E_g$  la renormalisation de cette bande interdite par les effets Coulombiens (Eq. 6.7).

Pour cela, nous réalisons des simulations numériques du profil de bande en fonction de la densité électronique, par résolution couplée Schrödinger-Poisson (cf. section 1.2.3). Nous renvoyons les détails de calcul en note de bas de page.<sup>7</sup>

Les figures 6.13(a) et (b) montrent le résultat de ces calculs dans deux situations :

- La situation à illumination nulle  $F_{\text{vert}} = 0$  : elle correspond à un puits asymétrique avec une densité  $n_{2D} = 2.6 \times 10^{11} \text{ cm}^{-2}$ .
- La situation à  $F_{\text{vert}} = 330 \text{ mW.cm}^{-2}$  : en accord avec le fait que  $\tilde{\alpha} \simeq 0$ , nous considérons le cas d'un puits symétrique, de densité  $n_{2D} = 1.5 \times 10^{11} \text{ cm}^{-2}$ . Nous

7. Dans notre échantillon, le dopage à modulation est produit par deux couches de Iodine, situées entre la surface et le puits quantique, en  $z = -30 \text{ nm}$  et  $z = -80 \text{ nm}$  (cf. figure 6.13). Nous utilisons les valeurs suivantes de bande interdite pour le massif, déterminées à 4K dans la littérature : pour  $\text{Cd}_{1-y}\text{Mg}_y\text{Te}$ ,  $1.606 + 1.85y$  (eV) [235], et pour  $\text{Cd}_{1-x}\text{Mn}_x\text{Te}$ ,  $1.606 + 1.592x$  (eV) [53, 10]. La masse des électrons est prise égale à  $0.105 m_0$ , et celle des trous lourds,  $0.6 m_0$  selon la direction de croissance [236]. Nous négligeons pour simplifier la discontinuité des masses à l'interface : les masses effectives dans CdMgTe sont mal connues, d'une part, et d'autre part, l'erreur commise est faible puisque l'électron et le trou ont une probabilité de présence supérieure à 98% dans le puits (voir ci-dessous). Enfin l'offset de bande est réparti en 2/3 pour la bande de conduction et 1/3 pour la bande de valence [220].

modélisons très simplement cette situation en faisant une symétrie des charges de dopage par rapport au plan central du puits.

Pour les situations intermédiaires ( $0 < F_{\text{vert}} < 330 \text{ mW.cm}^{-2}$ ), nous ne connaissons pas le mécanisme qui introduit progressivement des charges symétrisantes, conduisant à un puits symétrique pour  $F_{\text{vert}} = 330 \text{ mW.cm}^{-2}$ . A défaut, nous ferons donc des simulations en tenant compte uniquement du plan de dopage (connaissant la position de ce dernier, nous ajustons sa charge pour reproduire la densité électronique mesurée expérimentalement).

### b. Calcul de la bande interdite

Avant de calculer les constantes spin-orbite, nous allons tester les résultats de ce calcul Schrödinger-Poisson en comparant les valeurs de bande interdite qu'il fournit, avec les données expérimentales de la figure 6.10.

En négligeant les interactions Coulombiennes, la bande interdite est directement donnée par la différence entre le niveau d'énergie de l'électron et celui du trou lourd, représentés figure 6.13. Les valeurs correspondantes  $E_g^0$  sont données dans le tableau 6.1, et comparées aux valeurs expérimentales  $E_g^{\text{exp}}$ . On constate que  $E_g^0$  surestime les valeurs expérimentales. Pour résorber cet écart, il nous faut tenir compte des corrections Coulombiennes aux valeurs de  $E_g^0$ . En effet, les interactions électroniques diminuent la bande interdite (*band gap renormalization*)<sup>8</sup> : cette renormalisation  $\Delta E_g$  de la bande interdite, qui est déterminée essentiellement par l'énergie d'échange, est une fonction croissance de la densité électronique [237]. La formule semi-empirique suivante a démontré un bon accord avec des expériences menées sur des puits quantiques de CdMnTe analogues [238–240] :

$$\Delta E_g(n_{2D}) = -3.2 (n_{2D} a_B^{*2})^{\frac{1}{3}} \text{Ry}^* . \quad (6.7)$$

En utilisant les valeurs de  $n_{2D}$  de la figure 6.7, on calcule  $\Delta E_g$  et les valeurs renormalisées  $E_g = E_g^0 + \Delta E_g$  de la bande interdite ; celles-ci sont données dans le Tableau 6.1 pour les deux situations de la figure 6.13.

Nous faisons également des simulations correspondant aux situations intermédiaires, en tenant compte uniquement des charges de dopage, comme indiqué ci-dessus. Les valeurs correspondantes de  $E_g$  sont représentées sur la figure 6.14 (courbe rouge), en comparaison des valeurs expérimentales  $E_g^{\text{exp}}$  (points) ; la valeur correspondant au puits symétrique de la figure 6.13(b) est représentée par un carré. Les valeurs calculées s'accordent à moins de 0.1% près avec les valeurs expérimentales, sans paramètre libre. Ceci corrobore nos calculs Schrödinger-Poisson et notre interprétation de l'effet de l'illumination secondaire.

### c. Calcul de $\alpha$ et $\beta$

Nous calculons à présent les constantes de couplage spin-orbite individuelles. En tenant compte, comme précédemment, uniquement des charges dues au plan de dopage, nous calculons la constante Rashba par  $\alpha = r_{41}^{6c6c} \frac{\Sigma_c + \Sigma_v}{\Sigma_c} \frac{e^2 n_{2D}}{2\epsilon_r \epsilon_0}$  (Eq. (2.22)), où  $e$  est la charge électronique,  $\Sigma_c$  ( $\Sigma_v$ ) l'offset de bande de conduction (valence) et  $\epsilon_r \simeq 10$  la constante

8. Le modèle de *band gap renormalization* [237] consiste en une translation rigide, vers les basses énergies, de la courbe de dispersion de l'électron.

**Tableau 6.1.** Bande interdite et constantes de couplage spin-orbite calculées à partir des simulations de la figure 6.13, correspondant aux deux situations suivantes : puits asymétrique avec densité électronique  $n_{2D} = 2.6 \times 10^{11} \text{ cm}^{-2}$  (modélisant la situation sans illumination secondaire), et puits symétrique avec  $n_{2D} = 1.5 \times 10^{11} \text{ cm}^{-2}$  (modélisant la situation avec illumination secondaire  $F_{\text{vert}} = 200 \text{ mW.cm}^{-2}$ ).

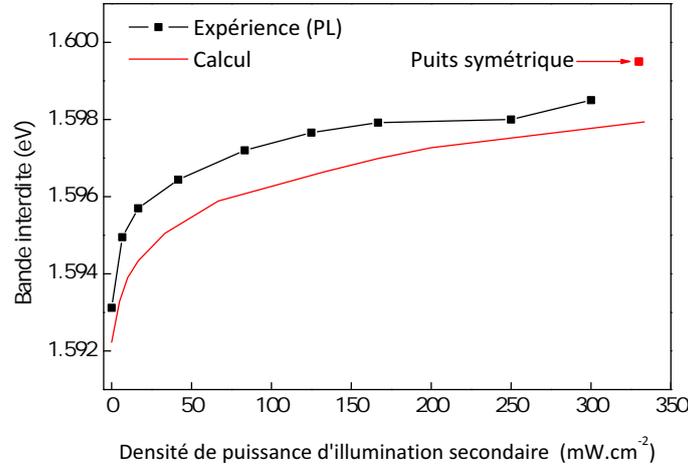
$n_{2D} (10^{11} \text{ cm}^{-2})$	2.6 (asym.)	1.5 (sym.)
$E_g^0$ (meV)	1610.7	1615.0
$\Delta E_g$ (meV)	-18.5	-15.4
$E_g = E_g^0 + \Delta E_g$ (meV)	1592.2	1599.6
$E_g^{\text{exp}}$ (meV)	1593.1	1598.5
$\gamma_{\text{QW}}$	0.986	0.993
$\langle k_z^2 \rangle (10^{-2} \text{ nm}^{-2})$	2.2	1.6
$\alpha$ (meVÅ)	2.5	0
$\beta$ (meVÅ)	9.7	7.1

diélectrique relative dans CdTe. En utilisant  $\frac{\Sigma_c + \Sigma_v}{\Sigma_c} = 1.5$  [220], et  $r_{41}^{6c6c} = 6.93 \text{ \AA}^2$  calculé par la théorie  $\mathbf{k} \cdot \mathbf{p}$  [19], on obtient les valeurs montrées sur la figure 6.12(b) (carrés noirs). Nous indiquons également la valeur  $\alpha = 0$ , correspondant au puits symétrique. Comme attendu, la constante Rashba dépend fortement (en valeur relative) de la forme exacte du potentiel de confinement.

La constante Dresselhaus est quant à elle est donnée par  $\beta = \langle \gamma k_z^2 \rangle$  (Eq. (2.10)), où  $\langle \dots \rangle$  est la moyenne sur la fonction d'onde de conduction. La probabilité de présence  $\gamma_{\text{QW}}$  de l'électron dans le puits est d'environ 99% (cf. Tableau 6.1). On néglige donc la variation de  $\gamma$  entre le puits et la barrière, et l'on calcule  $\beta = \gamma \langle k_z^2 \rangle$ , en utilisant  $\gamma = 43.9 \text{ eV\AA}^3$  donné par la théorie  $\mathbf{k} \cdot \mathbf{p}$  [19], ainsi que la fonction d'onde calculée par simulation Schrödinger-Poisson. Les valeurs sont données dans le tableau 6.1 et sur la figure 6.12(b) (cercles rouges). Nous indiquons également la valeur correspondant au puits symétrique. *On constate qu'à la différence de la constante Rashba, la constante Dresselhaus dépend seulement faiblement (< 30%) de la forme exacte du confinement.*

#### d. Facteur de renforcement

Ainsi, puisqu'il subsiste une incertitude sur les détails du potentiel de confinement, nous décidons de nous concentrer sur le facteur de renforcement  $\mathcal{C}$  tel qu'il est donné par le rapport  $\tilde{\beta}/\beta$ . Ce rapport est tracé figure 6.15 en fonction de la densité électronique  $n_{2D}$ . Nous observons une forte augmentation du facteur de renforcement, d'environ 4 à 10 lorsque la densité  $n_{2D}$  augmente de  $1.5 \times 10^{11} \text{ cm}^{-2}$  ( $r_s = 2.9$ ) à  $2.6 \times 10^{11} \text{ cm}^{-2}$  ( $r_s = 2.2$ ). Ce comportement est remarquable, car il est opposé aux renforcements Coulombiens habituels [67, 218, 26, 62], notamment celui prédit pour les constantes spin-orbite à 1 particule [31–33], qui diminuent lorsque la densité augmente. Ce comportement exotique s'ajoute à l'autre fait surprenant déjà souligné (cf. section 4.3.3), à savoir que l'amplitude du renforcement est bien supérieure au rayon de Wigner-Seitz  $r_s$ .



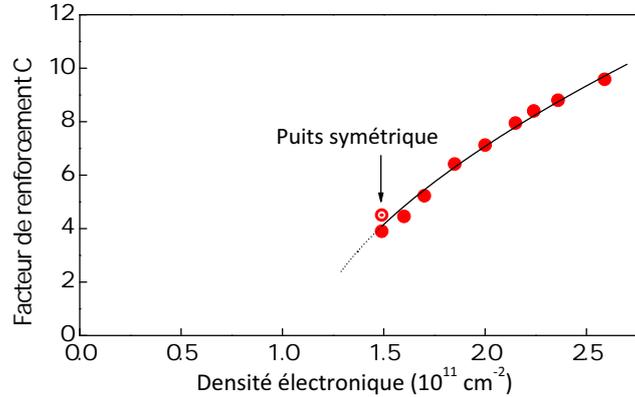
**Fig. 6.14.** Variation de la bande interdite avec la densité de puissance  $F_{\text{vert}}$  d'illumination secondaire : comparaison entre les données expérimentales  $E_g^{\text{exp}}$  (mêmes données que la figure 6.10) et les valeurs calculées  $E_g = E_g^0 + \Delta E_g$  (voir texte). Le point rouge correspond à la situation représentée figure 6.13(b) (puits symétrique de densité  $n_{2D} = 1.5 \times 10^{11} \text{ cm}^{-2}$ .)

Il serait tentant d'interpréter ces deux dernières caractéristiques comme un effet de sommation des champs spin-orbite individuels, qui augmenterait effectivement avec la densité et pourrait produire des renforcements arbitrairement grands. Cependant, comme nous l'avons déjà noté, une telle interprétation n'est pas physique, car les champs spin-orbite individuels sont des grandeurs dynamiques qui n'apparaissent que dans le référentiel propre de chaque électron.

Cependant, en présence de l'interaction de Coulomb, chaque spin agit sur les autres via un champ d'échange, parallèle à son orientation de spin [62]. De plus, du fait du couplage spin-orbite, les états  $\mathbf{k}$  participant à un mode collectif de spin sont déjà soumis à un champ spin-orbite individuel  $\mathbf{B}_{\text{SO}}(\mathbf{k} + \mathbf{q}) - \mathbf{B}_{\text{SO}}(\mathbf{k}) \simeq \mathbf{B}_{\text{SO}}(\mathbf{q})$ , qui oriente leur spin [74, 224, 180]. Ainsi, les champs d'échange Coulombien s'alignent préférentiellement selon  $\mathbf{B}_{\text{SO}}(\mathbf{q})$ , et à la différence des champs spin-orbite, ces champs d'échange peuvent ont la possibilité de s'additionner pour créer un effet de sommation.

Dans un tel scénario, on s'attendrait à ce que le facteur de renforcement  $\mathcal{C}$  varie de façon similaire à l'énergie d'échange, i.e. croisse avec la densité électronique comme  $\sqrt{n_{2D}}$ . Le comportement expérimental de  $\mathcal{C}$  est compatible avec cette interprétation. En effet, l'ajustement des données de la figure 6.15 par une loi de puissance (courbe noire) conduit à  $\mathcal{C} \propto (n_{2D} - n_{2D}^{\text{thr}})^{0.58}$  : la variation de  $\mathcal{C}$  est sous-linéaire en  $n_{2D}$  (modulo une densité de seuil  $n_{2D}^{\text{thr}}$  probablement associée à des effets de désordre), avec un exposant proche de 1/2. Par ailleurs, nous avons noté qu'un comportement sous-linéaire analogue avait été prédit [74] pour l'amplitude des effets spin-orbite collectifs sur le plasmon de spin inter-sous-bande, ce qui tend à confirmer l'interprétation intuitive proposée ici.

Au delà de ce résultat, une question intéressante serait de savoir si le facteur de renforcement est gouverné uniquement par la densité électronique, ou possède également une légère dépendance avec les constantes de couplage individuelles  $\alpha$  et  $\beta$ . Cette question n'a pas été abordée par l'étude théorique de la Ref. [74]. Pour répondre expérimentalement



**Fig. 6.15. a**, Facteurs de renforcement  $\tilde{\alpha}/\alpha$  et  $\tilde{\beta}/\beta$  en fonction de la densité électronique, déterminés dans ce chapitre. **b**, Calcul, extrait de la Ref. [74], du renforcement  $\tilde{\alpha}/\alpha$  (à une constante multiplicative près) dans le cas du plasmon de spin inter-sous-bande (cf. chapitre 4).

à cette question, il faudrait parvenir à faire varier la densité à potentiel de confinement constant, à l'aide par exemple d'un dispositif à deux grilles électriques [149, 127].

Enfin, nous pouvons anticiper que la fonction  $\mathcal{C}(n_{2D})$  dépende de l'épaisseur du puits quantique, car l'énergie Coulombienne d'échange-corrélation varie fortement avec le facteur de forme associé au potentiel de confinement [61]. Cette intuition semble ici corroborée par le fait que le facteur de renforcement atteint une valeur de 10 (lorsque  $n_{2D} = 2.6 \times 10^{11} \text{ cm}^{-2}$ ), contre 6.5 pour l'échantillon du chapitre 5, qui possédait pourtant une densité légèrement supérieure ( $n_{2D} = 3.1 \times 10^{11} \text{ cm}^{-2}$ , valeur mesurée d'après le signal des SPE). Ceci s'explique sans doute par le fait que le puits quantique du chapitre 5 est plus large (30 nm contre 20 nm), ce qui réduit la force des effets Coulombiens dans cet échantillon [61].

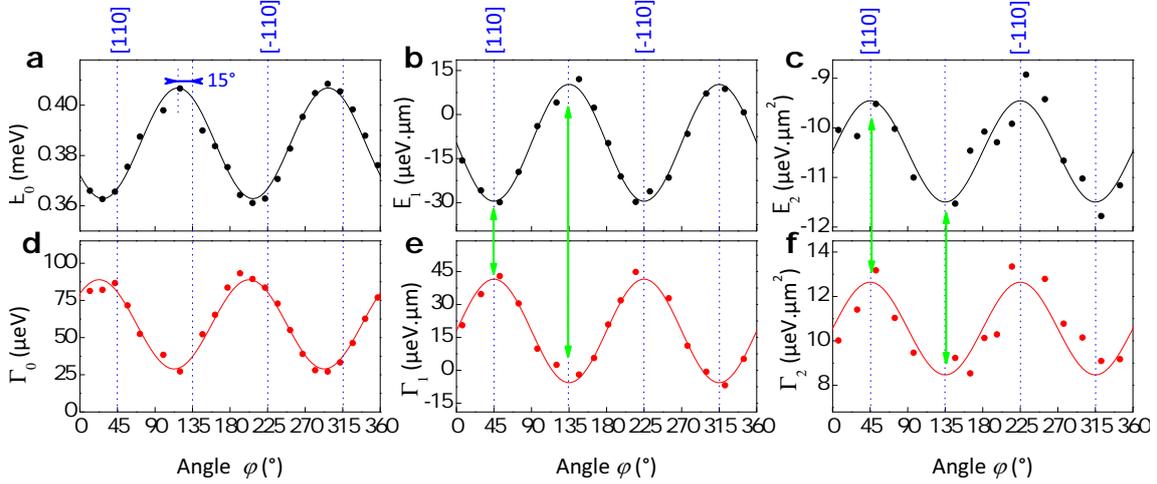
## 6.4 Mise en évidence de nouvelles anisotropies spin-orbite

Nous allons à présent répondre à la deuxième question posée dans l'introduction de ce chapitre : nous allons quantifier la validité de la propriété de superposition du champ spin-orbite collectif au champ Zeeman géant de CdMnTe. Incidemment, cette étude va nous conduire à découvrir de nouvelles anisotropies, y compris sur la largeur de raie de l'onde de spin : nous détaillerons ces résultats dans un deuxième temps.

### 6.4.1 Anisotropie de l'énergie

Pour commencer, revenons aux dispersions de l'onde de spin que nous avons obtenues au début de ce chapitre, à illumination verte nulle ( $F_{\text{vert}} = 0$ ). Ces données sont reproduites sur la figure 6.16. Les panneaux (a)-(b)-(c) montrent les 3 coefficients  $E_0$ ,  $E_1$  et  $E_2$ , correspondant à l'ajustement des dispersions expérimentales par des paraboles  $E(q, \varphi) = E_0(\varphi) + E_1(\varphi)q + E_2(\varphi)q^2$ , pour une série d'orientations  $\varphi$  dans la plan du puits quantique. Les 3 coefficients  $E_0$ ,  $E_1$  et  $E_2$  montrent une modulation de type sinusoïdale,

avec une période de  $180^\circ$ . La modulation de  $E_1$  est bien comprise : elle nous a permis d'extraire le champ spin-orbite collectif, qui est linéaire avec le vecteur d'onde  $\mathbf{q}$  (cf. Eq. (6.1)). Commentons à présent l'anisotropie des coefficients  $E_2$  et  $E_0$ .



**Fig. 6.16.** De gauche à droite : variation des coefficients d'ordre 0, 1 et 2 dans les dispersions paraboliques [Eqs. (6.4) et (6.9)] de l'énergie (panneaux du haut) et de la largeur de raie (panneaux du bas) de l'onde de spin.

#### a. $E_2(\varphi)$ : Interférence entre le couplage spin-orbite et le champ Zeeman géant

Dans le chapitre précédent, nous avons considéré un coefficient quadratique *isotrope*  $E_2 = -\frac{1}{\zeta} \frac{Z}{Z^* - Z} \frac{\hbar^2}{2m_b}$  (cf. Eq. (6.2)). Cette isotropie, qui reproduisait très bien l'essentiel des données expérimentales, provenait de l'hypothèse d'un découplage total entre les effets du champ Zeeman géant (contenus dans  $E_2$ ) et les effets spin-orbite collectifs (contenus dans  $E_1$ ) : cf. Eq. (5.11). Cependant, un léger écart à cette approximation avait été pressenti (cf. section 5.2.5).

La figure 6.16(c) permet ici de quantifier précisément cet écart. Quoique les données soient davantage bruitées que pour le coefficient linéaire,  $E_2$  est bien reproduit par une sinusoïde de période  $180^\circ$ , centrée sur les axes cristallins principaux ( $\varphi = \pi/4$  et  $\varphi = 3\pi/4$ ), et en opposition de phase avec  $E_1$ . La modulation  $\Delta E_2 = (\text{Max } E_2 - \text{Min } E_2)/2$  est de l'ordre de 10% de la valeur moyenne angulaire  $\langle E_2 \rangle$ . D'autre part, pour une valeur de vecteur d'onde typique  $q = 2 \mu\text{m}^{-1}$ , la contribution  $\Delta E_2 q^2$  vaut environ 15% de  $\Delta E_1 q$ . **Il existe donc effectivement un effet spin-orbite sur le terme quadratique de la dispersion, mais cet effet reste faible devant l'effet spin-orbite principal dû au champ spin-orbite collectif.** La simple superposition (addition vectorielle) du champ spin-orbite collectif et du champ Zeeman géant rend compte de l'essentiel des effets du couplage spin-orbite sur l'onde de spin, à 15% près.

#### b. $E_0(\varphi)$ : Violation du théorème de Larmor

Intéressons-nous à présent à l'énergie  $E_0$  du mode homogène ( $q = 0$ ). La figure 6.16(a) montre que cette énergie est anisotrope également, avec une modulation relative de 6%.

Cette modulation présente une symétrie d'ordre 2, mais à la différence de  $E_1$  et  $E_2$ , elle est légèrement déphasée ( $\simeq 15^\circ$ ) par rapport aux axes cristallins principaux.

Par contraste, dans le chapitre précédent, nous avons pu reproduire les données expérimentales avec un coefficient  $E_0$  isotrope, en accord avec le théorème de Larmor (cf. section 5.2.2). Cependant, ce théorème n'est rigoureusement valable que si le système est invariant par rotation de spin autour de l'axe de quantification. En présence de couplage spin-orbite, ce n'est plus le cas : pour l'échantillon à fort couplage spin-orbite étudié ici, l'écart au théorème de Larmor devient clairement perceptible. Nous allons retrouver ce résultat en calculant la susceptibilité de spin transverse dans la section 6.4.3.

Avant cela, nous allons étudier la *largeur de raie* de l'onde de spin, pour comparer son comportement à celui de l'énergie.

### 6.4.2 Anisotropie de la largeur de raie

A partir des spectres expérimentaux de la figure 6.2, nous extrayons<sup>9</sup> la largeur de raie, et portons sa variation en fonction de  $q$  sur la figure 6.17(b), en regard de la variation de l'énergie. On constate que la largeur de raie varie paraboliquement avec  $q$ , de façon anisotrope.

#### a. Élargissement cinétique en $q^2$

La variation en  $q^2$  de la largeur de raie est bien comprise d'après les travaux de la Ref. [29]. Ces travaux, repris dans l'Annexe C.5, montrent que dès que  $q \neq 0$ , l'onde de spin s'accompagne de la circulation d'un courant de spin. Or, ce dernier n'est pas conservé par le Hamiltonien de Coulomb  $\hat{\mathcal{H}}_{\text{Coul}}$  : les excitations individuelles qui le composent se déphasent lors de la propagation (cf. Eq. (C.8)). L'onde de spin est donc affectée d'un *élargissement cinétique*. En négligeant le couplage spin-orbite, cet élargissement est trouvé proportionnel à  $q^2$  (Eq. (C.38)).

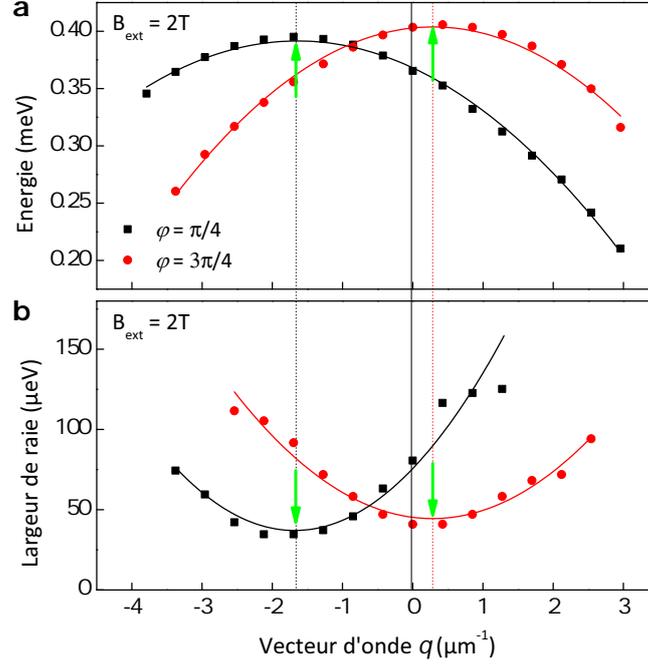
A cet élargissement cinétique, il faut ajouter un élargissement  $\Gamma_0$  indépendant de  $q$ , provenant des impuretés magnétiques de Mn [241–244]. En effet, d'une part, l'interaction d'échange  $s-d$  entre le spin des Mn et le spin des électrons itinérants permet des processus flip-flop irréversibles [241]. D'autre part, le champ magnétique effectif résultant de cette interaction d'échange varie dans le temps (fluctuations thermodynamiques) et dans l'espace (inhomogénéité de distribution des Mn) [243], créant une relaxation supplémentaire.

Au final, la Ref. [29] a montré, par spectroscopie Raman, que pour des échantillons à faible couplage spin-orbite la largeur de raie totale  $\Gamma$  est bien décrite par l'expression quadratique isotrope :

$$\Gamma(q) = \Gamma_0 + \Gamma_2 q^2. \quad (6.8)$$

On notera que le *spin Coulomb drag* (SCD), qui jouait un rôle déterminant dans la relaxation du plasmon de spin inter-sous-bande (cf. section 4.2.3), a une influence négligeable sur l'onde de spin intra-sous-bande [29]. Cette dernière implique en effet uniquement les degrés de liberté de spin transverses, qui sont beaucoup moins sensibles à la friction Coulombienne que les degrés longitudinaux impliqués dans le plasmon de spin inter-sous-bande [191].

9. Par ajustement à une Lorentzienne : on nomme "largeur de raie" la largeur à mi-hauteur de cette Lorentzienne.



**Fig. 6.17.** Variation de (a) l'énergie et de (b) la largeur de raie de l'onde de spin avec  $q$ , pour  $\varphi = \pi/4$  et  $\varphi = 3\pi/4$ , extraite des spectres Raman de la figure 6.2. Les deux grandeurs sont bien reproduites par des paraboles, dont les extrema coïncident en  $q$ , pour un  $\varphi$  donné (cf. flèches).

### b. Mise en évidence d'effets spin-orbite sur la largeur de raie

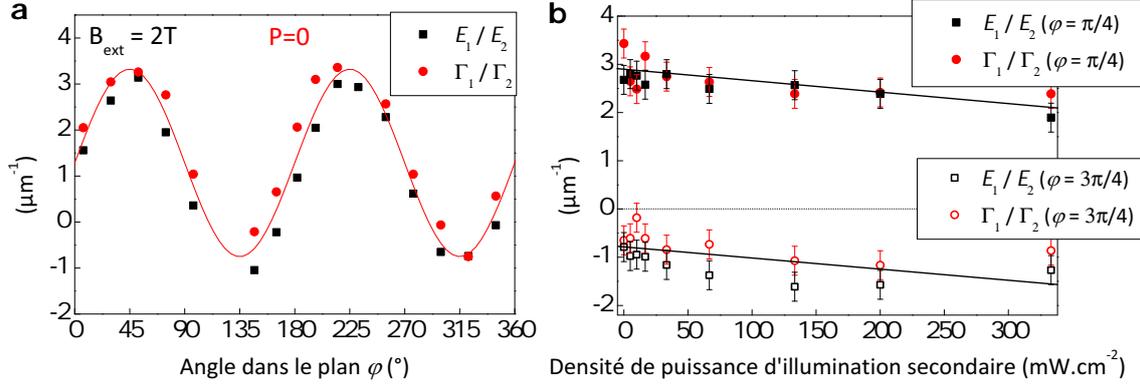
Par contraste avec l'expression quadratique (6.8), nous constatons clairement pour cet échantillon qu'un terme linéaire anisotrope  $\Gamma_1(\varphi)q$  est nécessaire pour décrire la largeur de raie. Ce comportement nouveau n'avait pas été observé dans les échantillons avant celui-ci : il témoigne de la **présence d'effets spin-orbite y compris sur la largeur de raie**. Pour quantifier ces effets, nous ajustons, comme nous l'avons fait pour l'énergie, les données de la largeur de raie par des paraboles avec des coefficients dépendants de  $\varphi$  :

$$\Gamma(q, \varphi) = \Gamma_0(\varphi) + \Gamma_1(\varphi)q + \Gamma_2(\varphi)q^2. \quad (6.9)$$

A partir de la série des spectres ayant servi à établir l'anisotropie de l'énergie (figure 6.16(a)-(b)-(c)), nous extrayons les coefficients  $\Gamma_0$ , et  $\Gamma_1$  et  $\Gamma_2$ , et nous les traçons en fonction de  $\varphi$  sur la figure 6.16(d)-(e)-(f).

On constate que la largeur de raie  $\Gamma_0$  du mode de spin homogène présente une forte modulation, en opposition de phase avec celle de  $E_0$ . Le coefficient  $\Gamma_1$  montre également une nette modulation sinusoïdale, analogue à celle de  $E_1$ . Le coefficient  $\Gamma_2$ , quoique plus bruité, montre encore une modulation identique.

Ce parallélisme étroit entre le comportement de la largeur de raie et de l'énergie se précise encore en remarquant, figure 6.17(b), la coïncidence de leurs extrema : pour un  $\varphi$  donné, le minimum en  $q$  de la largeur de raie coïncide avec le maximum de l'énergie. Cette propriété se vérifie pour toutes les orientations dans le plan : sur la figure 6.18(a), nous montrons le rapport  $\frac{\Gamma_1}{\Gamma_2}$  en regard du rapport  $\frac{E_1}{E_2}$ , quantités qui correspondent (à un



**Fig. 6.18.** **a**, Variation avec  $\varphi$  du rapport des coefficients linéaire et quadratique de la dispersion de l'énergie ( $E_1/E_2$ , carrés noirs) et de la largeur de raie ( $\Gamma_1/\Gamma_2$ , points rouges) de l'onde de spin. La courbe sinusoïdale est un guide visuel. On constate que  $E_1/E_2(\varphi) \simeq \Gamma_1/\Gamma_2(\varphi)$ . **b**, Rapports  $E_1/E_2$  (carrés noirs) et  $\Gamma_1/\Gamma_2$  (points rouges) pour  $\varphi = \pi/4$  (haut) et  $\varphi = 3\pi/4$  (bas), en fonction de la densité de puissance d'illumination secondaire.

facteur  $-1/2$  près) à la position en  $q$  des extrema de l'énergie et de la largeur de raie, respectivement. Cette figure démontre clairement, dans la barre d'erreur, la propriété :

$$\forall \varphi, \frac{E_1}{E_2}(\varphi) = \frac{\Gamma_1}{\Gamma_2}(\varphi). \quad (6.10)$$

On constate que cette propriété est conservée quand la densité électronique et les constantes de couplage spin-orbite sont variées, sous l'effet de l'illumination secondaire : la figure 6.18(b) montre les rapports  $E_1/E_2$  (carrés noirs) et  $\Gamma_1/\Gamma_2$  (cercles rouges) pour  $\varphi = \pi/4$  (haut) et  $\varphi = 3\pi/4$  (bas), en fonction de la densité de puissance d'illumination secondaire  $F_{\text{vert}}$ . Pour chacun des deux  $\varphi$ , ces rapports coïncident dans la barre d'erreur, pour toutes les valeurs de  $F_{\text{vert}}$ .

Cette forte corrélation entre l'énergie et la largeur de raie est à mettre en rapport avec le fait que ces deux quantités correspondent respectivement à **la partie réelle et à la partie imaginaire du pôle d'une même fonction de réponse** : la susceptibilité de spin transverse  $\chi_{+-}(\mathbf{q}, \omega)$  (cf. Eq. (1.41)). Nous allons à présent calculer cette fonction de réponse. Nous développons le calcul complet pour le cas  $q = 0$ , puis nous indiquons les pistes à suivre pour étendre le calcul à  $q \neq 0$  (ce travail est en cours).

### 6.4.3 Calcul de la susceptibilité de spin transverse à $q = 0$

Dans les Refs. [26, 29], le calcul général de  $\chi_{+-}(\mathbf{q}, \omega)$  a été fait, en l'absence de couplage spin-orbite (ces travaux sont repris dans l'Annexe C). Nous prolongeons ces travaux, pour inclure à présent le couplage spin-orbite, d'abord dans le cas  $q = 0$ . Nous calculons donc :

$$\chi_{+-}(\mathbf{0}, \omega) = \langle \langle \hat{S}_{+, \mathbf{q}=\mathbf{0}}; \hat{S}_{-, -\mathbf{q}=\mathbf{0}} \rangle \rangle_{\omega}, \quad (6.11)$$

pour tenter de comprendre l'origine de la modulation de l'énergie  $E_0$  et de la largeur de raie  $\Gamma_0$  de l'onde de spin homogène.

Le Hamiltonien total du système est la somme de termes cinétique, Coulombien, Zeeman et spin-orbite. Il s'écrit<sup>10</sup> :

$$\begin{aligned}\hat{\mathcal{H}} &= \hat{\mathcal{H}}_{\text{kin}} + \hat{\mathcal{H}}_{\text{Coul}} + \hat{\mathcal{H}}_Z + \hat{\mathcal{H}}_{\text{SO}} \\ &= \sum_i \frac{\hat{\mathbf{p}}_i^2}{2m_b} + \frac{1}{2} \sum_{i \neq j} \frac{e^2}{4\pi\epsilon_r\epsilon_0 |\hat{\mathbf{r}}_i - \hat{\mathbf{r}}_j|} + \frac{Z}{2} \sum_i \hat{\boldsymbol{\sigma}}_i \cdot \frac{\mathbf{B}_{\text{ext}}}{|B_{\text{ext}}|} + \frac{1}{2} \sum_i \hat{\boldsymbol{\sigma}}_i \cdot \mathbf{B}_{\text{SO}}(\mathbf{k}_i),\end{aligned}\quad (6.12)$$

où  $\epsilon_r$  est la constante diélectrique relative,  $\hat{\boldsymbol{\sigma}}$  le vecteur des matrices de Pauli (Eq. (1.38)), et les indices  $i, j$  repèrent les  $N$  électrons du gaz. Le terme spin-orbite s'écrit explicitement (cf. Eq. (5.8)) :

$$\hat{\mathcal{H}}_{\text{SO}} = \frac{1}{2} \sum_i \hat{\boldsymbol{\sigma}}_i \cdot \mathbf{B}_{\text{SO}}(\mathbf{k}_i) = \sum_i (\alpha k_{y,i} + \beta k_{x,i}) \hat{\sigma}_{x,i} - \sum_i (\alpha k_{x,i} + \beta k_{y,i}) \hat{\sigma}_{y,i}. \quad (6.13)$$

Il est commode de définir, aux cotés de la base cristalline  $(x, y, z)$ , une base  $(\mathcal{X}, \mathcal{Y}, \mathcal{Z})$ , définie figure 6.19.  $\mathcal{X}$  et  $\mathcal{Z}$  sont dans le plan du puits quantique,  $\mathcal{Z}$  étant aligné avec le champ magnétique extérieur.

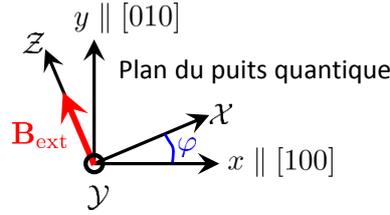


Fig. 6.19. Repère cristallin et repère pour l'espace de spin.

En quantifiant le spin selon  $\mathcal{Z}$ , le Hamiltonien (6.13) s'écrit en seconde quantification, dans la base des ondes planes  $\{\mathbf{k}\sigma\}$  :

$$\hat{\mathcal{H}}_{\text{SO}} = \sum_{\mathbf{k}} \left[ (k_1 \cos \varphi - k_2 \sin \varphi) (c_{\mathbf{k}\uparrow}^+ c_{\mathbf{k}\downarrow} + c_{\mathbf{k}\downarrow}^+ c_{\mathbf{k}\uparrow}) - (k_1 \sin \varphi + k_2 \cos \varphi) (c_{\mathbf{k}\uparrow}^+ c_{\mathbf{k}\uparrow} - c_{\mathbf{k}\downarrow}^+ c_{\mathbf{k}\downarrow}) \right],$$

où on a posé :

$$k_1 = \alpha k_y + \beta k_x, \quad k_2 = \alpha k_x + \beta k_y. \quad (6.14)$$

L'onde de spin à  $q = 0$  est décrite par l'opérateur  $\hat{S}_{+,q=0} = \hat{S}_{\mathcal{X},q=0} + i \hat{S}_{\mathcal{Y},q=0} = \sum_{\mathbf{k}} c_{\mathbf{k}\uparrow}^+ c_{\mathbf{k}\downarrow}$  (cf. section C.1). En l'absence de couplage spin-orbite, la dynamique de cette excitation est conservée :

$$\left[ \hat{S}_{+,q=0}, \hat{\mathcal{H}}_{\text{kin}} + \hat{\mathcal{H}}_{\text{Coul}} + \hat{\mathcal{H}}_Z \right] = -Z \hat{S}_{+,q=0}. \quad (6.15)$$

Cette expression justifie le résultat du théorème de Larmor : l'énergie de l'onde de spin homogène est égale à  $Z$  en l'absence de couplage spin-orbite. Déterminons à présent le commutateur de  $\hat{S}_{+,q=0}$  avec  $\hat{\mathcal{H}}_{\text{SO}}$  :

$$\begin{aligned}\left[ \hat{S}_{+,q=0}, \hat{\mathcal{H}}_{\text{SO}} \right] &= \frac{2m_b}{\hbar} \left[ (\beta \cos \varphi - \alpha \sin \varphi) \hat{J}_{\mathcal{Z},q=0}^x + (\alpha \cos \varphi - \beta \sin \varphi) \hat{J}_{\mathcal{Z},q=0}^y \right. \\ &\quad \left. + (\beta \sin \varphi + \alpha \cos \varphi) \hat{J}_{+,q=0}^x + (\alpha \sin \varphi + \beta \cos \varphi) \hat{J}_{+,q=0}^y \right].\end{aligned}\quad (6.16)$$

10. En considérant un couplage de champ moyen avec les Mn.

Cette expression démontre la **violation du théorème de Larmor**, que nous avons constatée expérimentalement sur la figure 6.16(a) : l'onde de spin homogène n'est plus conservée, elle est couplée à la composante  $\mathbf{q} = \mathbf{0}$  du courant de spin transverse

$$\hat{J}_{+, \mathbf{q}}^\mu = \frac{\hbar}{m_b} \sum_{\mathbf{k}} \left( k_\mu + \frac{q_\mu}{2} \right) c_{\mathbf{k}+\mathbf{q}\uparrow}^+ c_{\mathbf{k}\downarrow}, \quad (6.17)$$

et à la composante  $\mathbf{q} = \mathbf{0}$  du courant de spin longitudinal :

$$\hat{J}_{\mathcal{Z}, \mathbf{q}}^\mu = \frac{\hbar}{m_b} \sum_{\mathbf{k}} \left( k_\mu + \frac{q_\mu}{2} \right) \frac{1}{2} \left( c_{\mathbf{k}+\mathbf{q}\uparrow}^+ c_{\mathbf{k}\uparrow} - c_{\mathbf{k}+\mathbf{q}\downarrow}^+ c_{\mathbf{k}\downarrow} \right). \quad (6.18)$$

Dans ces expressions, l'indice accolé à  $\hat{J}$  indique l'action dans l'espace de spin (quantifié selon  $\mathcal{Z}$ ), alors que l'exposant  $\mu = x, y$  indique la direction de propagation du courant dans l'espace réel.

On constate dans l'Eq. (6.16) que le couplage de l'onde de spin homogène aux courants de spin dépend explicitement de l'angle dans le plan  $\varphi$ . C'est donc ce couplage qui va déterminer l'anisotropie de l'énergie et de la largeur de raie en  $q = 0$ . En réalité, comme nous le justifierons ci-dessous, le couplage au courant longitudinal  $\hat{J}_{\mathcal{Z}}$  ne donne qu'une contribution d'ordre supérieur à la modulation : nous allons donc négliger ce couplage, afin d'obtenir une expression analytique simple. Nous considérerons donc le commutateur approché :

$$\begin{aligned} \left[ \hat{S}_{+, \mathbf{q}=\mathbf{0}}, \hat{\mathcal{H}}_{\text{kin}} + \hat{\mathcal{H}}_{\text{Coul}} + \hat{\mathcal{H}}_{\mathcal{Z}} + \hat{\mathcal{H}}_{\text{SO}} \right] &\simeq -Z \hat{S}_{+, \mathbf{q}=\mathbf{0}} \\ &+ \frac{2m_b}{\hbar} (\beta \sin \varphi + \alpha \cos \varphi) \hat{J}_{+, \mathbf{q}=\mathbf{0}}^x + \frac{2m_b}{\hbar} (\alpha \sin \varphi + \beta \cos \varphi) \hat{J}_{+, \mathbf{q}=\mathbf{0}}^y. \end{aligned} \quad (6.19)$$

Pour calculer à présent  $\chi_{+-}(\mathbf{0}, \omega) = \langle \langle \hat{S}_{+, \mathbf{q}=\mathbf{0}}; \hat{S}_{-, -\mathbf{q}=\mathbf{0}} \rangle \rangle_\omega$ , nous utilisons les équations du mouvement sur les fonctions de réponse : cf. Eqs. (C.18) et (C.19). En appliquant l'Eq. (C.18) à  $\langle \langle \hat{S}_{+, \mathbf{q}=\mathbf{0}}; \hat{S}_{-, -\mathbf{q}=\mathbf{0}} \rangle \rangle_\omega$ , et en utilisant le commutateur (6.19), on obtient :

$$\begin{aligned} (-\hbar\omega + Z) \langle \langle \hat{S}_{+, \mathbf{q}=\mathbf{0}}; \hat{S}_{-, -\mathbf{q}=\mathbf{0}} \rangle \rangle_\omega &= 2M_0 + \frac{2m_b}{\hbar} (\beta \sin \varphi + \alpha \cos \varphi) \langle \langle \hat{J}_{+, \mathbf{q}=\mathbf{0}}^x; \hat{S}_{-, -\mathbf{q}=\mathbf{0}} \rangle \rangle_\omega \\ &+ \frac{2m_b}{\hbar} (\alpha \sin \varphi + \beta \cos \varphi) \langle \langle \hat{J}_{+, \mathbf{q}=\mathbf{0}}^y; \hat{S}_{-, -\mathbf{q}=\mathbf{0}} \rangle \rangle_\omega, \end{aligned} \quad (6.20)$$

où  $M_0 = \langle \hat{S}_{\mathcal{Z}, \mathbf{q}=\mathbf{0}} \rangle_0$  est la densité de spin à l'équilibre. On répète le procédé pour déterminer les deux nouvelles fonctions de réponse qui sont apparues dans l'Eq. (6.20). On utilise cette fois la relation (C.19). En réinjectant le résultat dans l'Eq. (6.20), on obtient finalement :

$$\begin{aligned} \chi_{+-}(\mathbf{0}, \omega) &= 2M_0 (-\hbar\omega + Z)^{-1} + (2m_b/\hbar)^2 (-\hbar\omega + Z)^{-2} \\ &\times \left[ A^2 \mathcal{F}_{+-}^{xx}(\mathbf{0}, \omega) + AB (\mathcal{F}_{+-}^{xy}(\mathbf{0}, \omega) + \mathcal{F}_{+-}^{yx}(\mathbf{0}, \omega)) + B^2 \mathcal{F}_{+-}^{yy}(\mathbf{0}, \omega) \right], \end{aligned} \quad (6.21)$$

où l'on a posé la fonction de réponse courant-courant transverse :

$$\mathcal{F}_{+-}^{ab}(\mathbf{0}, \omega) = \langle \langle \hat{J}_{+, \mathbf{q}=\mathbf{0}}^a; \hat{J}_{-, \mathbf{q}=\mathbf{0}}^b \rangle \rangle_\omega, \quad (6.22)$$

et  $A = \beta \sin \varphi + \alpha \cos \varphi$ ,  $B = \alpha \sin \varphi + \beta \cos \varphi$ .

Puisque des termes de modulation spin-orbite sont déjà présents dans les préfacteurs  $A$  et  $B$ , nous allons calculer les  $\mathcal{F}_{+-}^{ab}(\mathbf{0}, \omega)$  en négligeant le couplage spin-orbite, ainsi que la partie dynamique de l'interaction de Coulomb. On a alors  $\mathcal{F}_{+-}^{xy} = \mathcal{F}_{+-}^{yx} = 0$ , et  $\mathcal{F}_{+-}^{xx} = \mathcal{F}_{+-}^{yy} \equiv \mathcal{F}_{+-}$ , avec :

$$\mathcal{F}_{+-}(\mathbf{0}, \omega) = \frac{\hbar^2}{2m_b^2} \sum_{\mathbf{k}} \mathbf{k}^2 \frac{f(\varepsilon_{\mathbf{k}\downarrow}) - f(\varepsilon_{\mathbf{k}\uparrow})}{\varepsilon_{\mathbf{k}\downarrow} - \varepsilon_{\mathbf{k}\uparrow} + \hbar\omega + i\eta}. \quad (6.23)$$

Dans cette expression (qui possède une forme analogue à la fonction de Lindhard (5.34)),  $f$  est la fonction de Fermi,  $\varepsilon_{\mathbf{k}\sigma} = \frac{\hbar^2 k^2}{2m_b} + \sigma \frac{Z^*}{2}$ , où  $Z^*$  est l'énergie Zeeman renormalisée (Eq. (5.3)), et  $\eta$  rend compte (de façon phénoménologique) du temps de vie fini  $\hbar/\eta$  des excitations individuelles (SPE) du fait de la diffusion sur le désordre et sur les autres électrons.

On calcule l'expression (6.23) à température nulle, puis on l'injecte dans l'Eq. (6.21). En ne retenant alors que les termes à l'ordre dominant en  $\alpha k_F/Z$  et  $\beta k_F/Z$ , on obtient pour la susceptibilité de spin :

$$\chi_{+-}(\mathbf{0}, \omega) \simeq \frac{2M_0}{-\hbar\omega + Z + \tilde{C}(\omega, \varphi)}, \quad (6.24)$$

avec :

$$\tilde{C}(\omega, \varphi) = \frac{-2(\alpha^2 + \beta^2 + 2\alpha\beta \sin 2\varphi) k_F^2}{\hbar\omega + i\eta + Z^*} \quad (6.25)$$

et  $k_F = \sqrt{2\pi n_{2D}}$ .

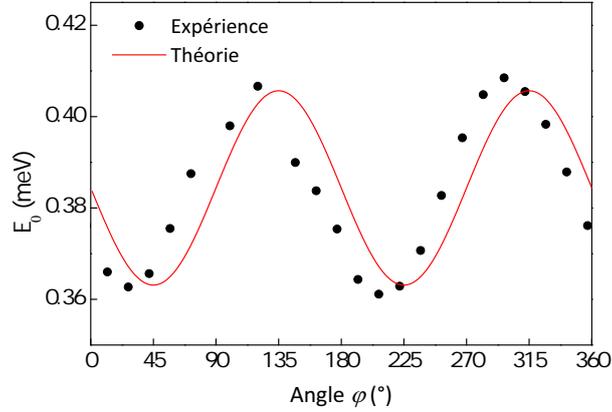
### a. Energie de l'onde de spin homogène

L'onde de spin correspond au pôle de  $\chi_{+-}$ . L'énergie  $E_0(\varphi)$  de l'onde de spin homogène est donc donnée par le zéro de la partie réelle du dénominateur de l'Eq. (6.24). En négligeant la dépendance en  $\omega$  de  $\tilde{C}$ , on obtient simplement  $E_0(\varphi) = Z + \text{Re} \tilde{C}(0, \varphi)$ , soit :

$$E_0(\varphi) = Z - 2(\alpha^2 + \beta^2 + 2\alpha\beta \sin 2\varphi) k_F^2 \frac{Z^*}{Z^{*2} + \eta^2}. \quad (6.26)$$

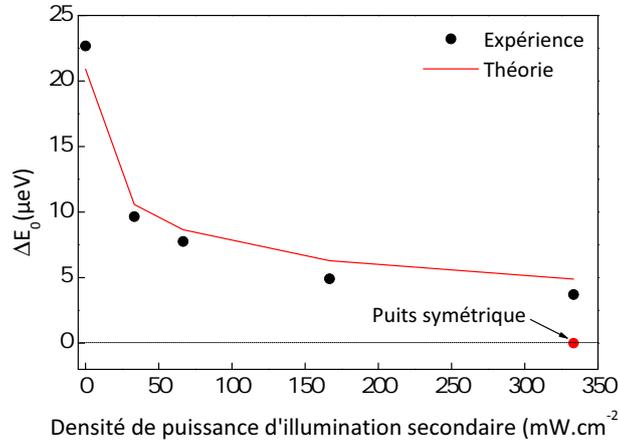
Cette expression prédit une amplitude de modulation  $\Delta E_0 = (\text{Max } E_0 - \text{Min } E_0)/2 = 4\alpha\beta k_F^2 Z^*/(Z^{*2} + \eta^2)$ , qui comme nous allons le voir, donne le bon ordre de grandeur de la modulation expérimentale.

Considérons d'abord les données à puissance d'illumination verte nulle. On utilise les valeurs  $\alpha = 2.5 \text{ meV \AA}$  et  $\beta = 9.7 \text{ meV \AA}$  calculées ci-dessus, le même paramètre de désordre  $\eta = 0.05 \text{ meV}$  que déterminé pour l'échantillon (très proche) du chapitre précédent, et l'expression (5.3) de  $Z^*$ . Il reste donc un seul paramètre libre,  $Z$ . Le meilleur ajustement, obtenu pour  $Z = 0.43 \text{ meV}$  (en bon accord avec la valeur connue du dopage magnétique de l'échantillon), fournit la modulation représentée figure 6.20 (courbe), en très bon accord avec les données (points). Seul le léger décalage ( $\simeq 15^\circ$ ) de la phase n'est pas reproduit.



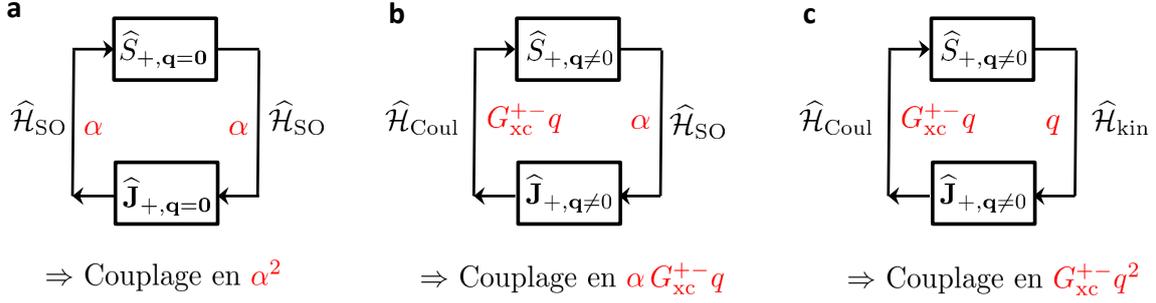
**Fig. 6.20.** Energie  $E_0$  de l'onde de spin (sans illumination verte) : comparaison entre l'expérience (points, correspondant aux données de la figure 6.16(a)) et la théorie de l'Eq. (6.26) (courbe).

Ensuite, on détermine expérimentalement la modulation  $\Delta E_0$  pour une série de puissances d'illumination secondaire. Ces données, représentées par des points sur la figure 6.21, sont en excellent accord avec l'expression théorique ci-dessus,  $\Delta E_0 = 4\alpha\beta k_F^2 Z^*/(Z^{*2} + \eta^2)$  (courbe rouge). La courbe est calculée avec  $Z = 0.43$  meV constant (comme justifié par la figure 6.5), et en utilisant pour chaque valeur de la puissance d'illumination les valeurs de  $k_F$ ,  $\alpha$  et  $\beta$  déterminées dans la section 6.3.2.



**Fig. 6.21.** Amplitude de modulation angulaire  $\Delta E_0 = (\text{Max } E_0 - \text{Min } E_0)/2$  de l'énergie de l'onde de spin homogène, en fonction de la densité de puissance d'illumination secondaire : comparaison entre l'expérience (points) et la théorie de l'Eq. (6.26) (courbe).

La violation du théorème de Larmor est donc bien comprise par les calculs ci-dessus. La figure 6.22(a) résume le mécanisme physique mis en jeu : le Hamiltonien spin-orbite  $\hat{H}_{SO}$  couple l'onde de spin homogène  $\hat{S}_{+,q=0}$  au courant de spin transverse homogène  $\hat{J}_{+,q=0}$ . Ce premier couplage fait apparaître les constantes spin-orbite  $\alpha$  et  $\beta$ . Ensuite,  $\hat{J}_{+,q=0}$  est de nouveau couplé à  $\hat{S}_{+,q=0}$ , faisant apparaître une nouvelle fois  $\alpha$  et  $\beta$ . Au final, le pôle associé à  $\hat{S}_{+,q=0}$ , donc l'énergie  $E_0$  de l'onde de spin homogène, possède une contribution en  $\alpha^2$  et  $\beta^2$  (Eq. (6.26)), responsable de la modulation observée.



**Fig. 6.22.** Représentation schématique des couplages entre l’onde de spin et le courant de spin transverse : illustration de (a) la violation du théorème de Larmor, (b) l’apparition d’un terme linéaire et (c) quadratique dans l’énergie et la largeur de raie de l’onde de spin.

### b. Largeur de raie de l’onde de spin homogène

Intéressons-nous à présent à la largeur de raie. La contribution du couplage spin-orbite à la largeur de raie est donnée par la partie imaginaire de  $\tilde{C}(0, \varphi)$ . Bien sûr, le calcul ne fournit pas la contribution des impuretés magnétiques (et d’éventuelles autres faibles contributions). On écrira donc la largeur de raie  $\Gamma_0(\varphi) = \Gamma_0^{\text{sans SO}} + \text{Im} \tilde{C}(0, \varphi)$ , soit :

$$\Gamma_0(\varphi) = \Gamma_0^{\text{sans SO}} + 2(\alpha^2 + \beta^2 + 2\alpha\beta \sin 2\varphi) k_F^2 \frac{\eta}{Z^{*2} + \eta^2}. \quad (6.27)$$

Cette expression prédit bien que **la modulation de la largeur de raie est en opposition de phase avec celle de l’énergie**, conformément aux données expérimentales de la figure 6.16(d).<sup>11</sup> En revanche, la modulation prédite,  $\Delta\Gamma_0 = 4\alpha\beta k_F^2 \eta / (Z^{*2} + \eta^2)$ , est faible puisque  $\eta \ll Z^*$ . On obtient seulement  $\Delta\Gamma_0 = 2 \mu\text{eV}$ , en utilisant les mêmes paramètres que ci-dessus : la forte modulation ( $30 \mu\text{eV}$ ) observée figure 6.16(d) n’est donc pas comprise par ce calcul.<sup>12</sup>

Ce désaccord pourrait provenir des contributions que nous avons négligées. Tout d’abord, nous avons négligé le couplage de l’onde de spin au courant de spin longitudinal (6.18), pour établir l’expression (6.21) de la susceptibilité de spin. Si l’on avait tenu compte de ce couplage, on aurait obtenu dans l’Eq. (6.21) des fonctions de réponse  $\langle\langle \hat{J}_{\mathbf{Z}, \mathbf{q}=0}^a; \hat{J}_{\mathbf{Z}, \mathbf{q}=0}^b \rangle\rangle_\omega$ . Cependant, on montre qu’à la différence des  $\langle\langle \hat{J}_{+, \mathbf{q}=0}^a; \hat{J}_{-, \mathbf{q}=0}^b \rangle\rangle_\omega$ , ces fonctions de réponse sont nulles si l’on néglige le couplage spin-orbite et l’interaction de Coulomb. Elles correspondent donc à des contributions d’ordre supérieur en  $\alpha$  et  $\beta$ .

Un autre type de contributions d’ordre supérieur aurait été obtenu en calculant les

11. On retrouve ainsi une propriété proche de celle de l’Eq. (6.10) : le maximum (minimum) de l’énergie  $E_0$  correspond au minimum (maximum) de la largeur de raie  $\Gamma_0$ .

12. On notera que d’après l’Eq. (6.27), le couplage spin-orbite contribue non seulement à la modulation, mais aussi à la valeur moyenne angulaire  $\langle\Gamma_0\rangle$  de la largeur de raie. La dissipation augmente donc avec l’amplitude du couplage spin-orbite. On pourra aussi remarquer que cette contribution à la valeur moyenne, qui est d’ordre  $\frac{(\alpha k_F)^2}{Z^{*2}} \frac{\hbar}{\tau}$ , a une forme comparable à l’élargissement D’yakonov-Perel — décrivant la relaxation d’électrons *indépendants* — longitudinal en présence d’un champ magnétique extérieur. Celui-ci s’écrit en effet, en notant  $\Omega_{\text{ext}}$  la pulsation associée au champ extérieur, et  $\langle\Omega_{\text{SO}}^2\rangle$  le carré de la fréquence de précession associée au champ spin-orbite,  $\frac{\hbar}{T_1} \simeq \frac{\langle\Omega_{\text{SO}}^2\rangle \tau_{\mathbf{k}}}{1 + (\Omega_{\text{ext}} \tau_{\mathbf{k}})^2} \simeq \frac{\langle\Omega_{\text{SO}}^2\rangle}{\Omega_{\text{ext}}^2} \frac{\hbar}{\tau_{\mathbf{k}}}$ , où  $\tau_{\mathbf{k}}$  est le temps de relaxation du vecteur d’onde.

fonctions de réponse  $\langle\langle \hat{\mathcal{J}}_{+, \mathbf{q}=\mathbf{0}}^a; \hat{\mathcal{J}}_{-, \mathbf{q}=\mathbf{0}}^b \rangle\rangle_\omega$  en présence de couplage spin-orbite, comme nous l'avons fait (numériquement) pour la fonction de Lindhard  $\Pi_{\downarrow\uparrow}(\mathbf{q}, \omega)$  au chapitre précédent.

En tout état de cause, il serait intéressant de calculer ces deux types de corrections : outre l'amplitude de modulation de la largeur de raie, elles pourraient peut-être expliquer le léger décalage de phase de la modulation de  $E_0$  et  $\Gamma_0$  par rapport aux axes cristallins.

### c. Extension du calcul à $q \neq 0$

Il serait très intéressant également d'étendre le calcul ci-dessus à  $q \neq 0$ , afin de comprendre l'origine des autres anisotropies mises en évidence expérimentalement. On peut d'ores et déjà tenter d'en anticiper certains aspects, en calculant le commutateur de  $\hat{S}_{+, \mathbf{q}}$  (pour  $q \neq 0$ ) avec le Hamiltonien spin-orbite. L'expression de ce commutateur généralise immédiatement celle de l'Eq. (6.16) :

$$\begin{aligned} [\hat{S}_{+, \mathbf{q}}, \hat{\mathcal{H}}_{\text{SO}}] = \frac{2m_b}{\hbar} & \left[ (\beta \cos \varphi - \alpha \sin \varphi) \hat{\mathcal{J}}_{\mathbf{z}, \mathbf{q}}^x + (\alpha \cos \varphi - \beta \sin \varphi) \hat{\mathcal{J}}_{\mathbf{z}, \mathbf{q}}^y \right. \\ & + (\beta \sin \varphi + \alpha \cos \varphi) \hat{\mathcal{J}}_{+, \mathbf{q}}^x + (\alpha \sin \varphi + \beta \cos \varphi) \hat{\mathcal{J}}_{+, \mathbf{q}}^y \left. \right] \\ & - (q_1 \cos \varphi - q_2 \sin \varphi) \hat{n}_{\mathbf{q}}, \end{aligned} \quad (6.28)$$

avec  $q_1 = \alpha q_y + \beta q_x$  et  $q_2 = \alpha q_x + \beta q_y$ . Ainsi, le Hamiltonien spin-orbite couple l'onde de spin de vecteur d'onde  $\mathbf{q}$  aux courants de spin longitudinal et transverse de même vecteur d'onde (Eqs. (6.17) et (6.18)), ainsi qu'à la densité de charge  $\hat{n}_{\mathbf{q}}$ .<sup>13</sup> On peut alors comprendre de la façon suivante l'apparition de termes en  $q$ , et la modulation des termes en  $q^2$  de l'énergie et de la largeur de raie.

#### • Apparition de termes en $q$ dans l'énergie et la largeur de raie :

L'Eq. (6.28) montre que  $\hat{S}_{+, \mathbf{q}}$  est couplé au courant de spin transverse. Ce dernier est à nouveau couplé, via le Hamiltonien de Coulomb  $\hat{\mathcal{H}}_{\text{Coul}}$ , à  $\hat{S}_{+, \mathbf{q}}$ . Or, en l'absence d'interaction spin-orbite, *ce dernier couplage fait apparaître le vecteur d'onde  $\mathbf{q}$* ; on montre en effet (Ref. [29] et Eq. (C.27)) que :

$$\langle\langle \hat{\mathbf{J}}_+ \rangle\rangle_{\mathbf{q}\omega} = -\mathbf{q} \tilde{\sigma}_+(\mathbf{q}, \omega) L^{-2} G_{\text{xc}}^{+-} \langle\langle \hat{S}_+ \rangle\rangle_{\mathbf{q}\omega}, \quad (6.29)$$

où  $\langle\langle \dots \rangle\rangle_{\mathbf{q}\omega}$  désigne la transformée de Fourier spatiale et temporelle, définie dans l'Eq. (1.40),  $L^2$  est la surface du gaz,  $G_{\text{xc}}^{+-}$  est le facteur de champ local transverse de l'Eq. (1.60), qui rend compte des effets Coulombiens d'échange-corrélation dans l'approximation ALDA, et  $\tilde{\sigma}_+(\mathbf{q}, \omega)$  est la conductivité de spin transverse, définie par :

$$\tilde{\sigma}_+(\mathbf{q}, \omega) = \hbar \frac{\langle\langle \hat{\mathbf{J}}_{+, \mathbf{q}}; \hat{\mathbf{J}}_{-, -\mathbf{q}} \rangle\rangle_\omega + \frac{M_0}{2m_b}}{-\hbar\omega + Z}. \quad (6.30)$$

En présence de couplage spin-orbite, une équation analogue à l'Eq. (6.29) peut a priori être obtenue. On obtiendrait alors le mécanisme schématisé figure 6.22(b) : un premier couplage, via  $\hat{\mathcal{H}}_{\text{SO}}$ , faisant apparaître les constantes spin-orbite  $\alpha$  et  $\beta$  (Eq. (6.28)),

13. Ce dernier couplage reflète le mélange des réponses longitudinale et transverse, en présence de couplage spin-orbite.

puis un second couplage, via  $\widehat{\mathcal{H}}_{\text{Coul}}$ , faisant apparaître  $G_{\text{xc}}^{+-}q$  (Eq. (6.29)).<sup>14</sup> Au final, on s'attendrait ainsi à une contribution linéaire en  $q$  de type  $\alpha G_{\text{xc}}^{+-}q$  et  $\beta G_{\text{xc}}^{+-}q$  dans l'énergie et la largeur de raie de l'onde de spin.

Il n'est pas évident cependant qu'on parvienne à retrouver par cette voie la notion de champ spin-orbite collectif. En effet, nous avons montré expérimentalement que les contributions  $\tilde{\alpha}q$  et  $\tilde{\beta}q$  du champ spin-orbite collectif à la dispersion étaient une fonction croissante de la densité. Or, le raisonnement simple ci-dessus conduit à des contributions à l'énergie en  $\alpha q (\frac{Z^*}{Z} - 1)$  et  $\beta q (\frac{Z^*}{Z} - 1)$ ,<sup>15</sup> qui sont au contraire des fonctions *décroissantes* de la densité électronique. L'émergence du champ spin-orbite collectif repose donc sans doute sur un ingrédient plus complexe, qu'il nous reste à comprendre.

- **Modulation des termes en  $q^2$**  de l'énergie et de la largeur de raie :

La modulation des termes en  $q^2$ , observée expérimentalement, peut quant à elle être anticipée de la façon suivante. On montre que le Hamiltonien cinétique couple l'onde de spin au courant de spin transverse, via le vecteur d'onde  $\mathbf{q}$  (cf. Eq. (C.14)) :

$$\left[ \widehat{S}_{+, \mathbf{q}}, \widehat{\mathcal{H}}_{\text{kin}} \right] = -\hbar \mathbf{q} \cdot \widehat{\mathbf{J}}_{+, \mathbf{q}}. \quad (6.31)$$

Combiné au couplage en  $G_{\text{xc}}^{+-}\mathbf{q}$  de l'Eq. (6.29), ceci conduit, en l'absence de couplage spin-orbite, à des termes en  $G_{\text{xc}}^{+-}q^2$  dans la largeur de raie [29] et dans l'énergie [70] : ce mécanisme est schématisé figure 6.22(c) (voir aussi Annexe C). En tenant compte à présent du Hamiltonien spin-orbite, on s'attend à ce que les corrections anisotropes à l'Eq. (6.29) produisent une modulation de ces termes en  $q^2$ .

## 6.5 Conclusions

Dans ce chapitre, nous avons répondu à deux questions ouvertes par les chapitres précédents : la dépendance du facteur de renforcement avec la densité électronique d'une part, et la superposition du champ spin-orbite collectif avec les autres actions magnétiques sur le système, d'autre part. Cette étude a été facilitée par l'étude d'un nouvel échantillon, possédant des constantes de couplage spin-orbite plus élevées et un désordre plus faible que celui du chapitre 5.

Nous avons d'abord mis en place une nouvelle méthode pour déterminer le champ spin-orbite collectif (en faisant varier le signe de  $q$  plutôt que celui du champ magnétique extérieur). Généralisant celle du chapitre précédent, cette méthode permet d'isoler la contribution du champ spin-orbite collectif des autres anisotropies de la dispersion.

Nous avons ensuite utilisé un faisceau laser secondaire pour faire varier la densité électronique dans notre échantillon. Nous avons montré que cette "grille optique" permettait de faire diminuer la densité d'environ 40%. Nous avons observé une forte variation des constantes de couplage spin-orbite collectives  $\tilde{\alpha}$  et  $\tilde{\beta}$  sous l'effet de l'illumination. En calculant les constantes de couplage spin-orbite individuelles, nous avons pu déterminer le

14. En prenant  $\tilde{\sigma}_+(\mathbf{q}, \omega)$  à l'ordre 0 en  $q$ .

15. Ces expressions sont respectivement obtenues par  $\frac{2m_b}{\hbar} \alpha q \text{Re} \tilde{\sigma}_+(\mathbf{0}, 0) L^{-2} G_{\text{xc}}^{+-}$  et  $\frac{2m_b}{\hbar} \beta q \text{Re} \tilde{\sigma}_+(\mathbf{0}, 0) L^{-2} G_{\text{xc}}^{+-}$  où  $\text{Re} \tilde{\sigma}_+(\mathbf{0}, 0)$  est calculé en l'absence de couplage spin-orbite et d'interaction Coulombienne.

facteur de renforcement  $\mathcal{C} \simeq \tilde{\alpha}/\alpha \simeq \tilde{\beta}/\beta$  pour différentes valeurs de la densité électronique. Nous avons montré que le facteur de renforcement augmentait avec la densité électronique, ce qui est le comportement opposé des renforcements Coulombiens typiques. Combiné aux valeurs inhabituellement élevées de ce renforcement, ce résultat démontre l'originalité des effets de jeu mutuel entre le couplage spin-orbite et l'interaction de Coulomb dans les modes collectifs de spin.

Par ailleurs, et de façon importante en vue d'applications spintronique, nous avons démontré que l'on pouvait contrôler de façon reproductible l'amplitude du champ spin-orbite collectif, comme cela avait été démontré auparavant pour les champs spin-orbite *individuels* à l'aide de grilles électriques [88, 127, 94]. Combiné aux valeurs élevées des constantes spin-orbite mesurées (jusqu'à 100 meV Å), ce résultat démontre l'intérêt des effets spin-orbite *collectifs* pour la manipulation d'excitations de spin portant une information logique [89, 15].

Dans une deuxième étude, nous avons mis en évidence de nouvelles anisotropies de l'onde de spin. Ceci nous a permis d'affiner la modélisation des effets du couplage spin-orbite sur cette excitation. Nous avons tout d'abord observé une légère anisotropie du coefficient quadratique de la dispersion. Il existe donc bien un "terme croisé" entre le champ Zeeman géant et le champ spin-orbite collectif, comme nous l'avions pressenti dans le chapitre 5 ; mais ce terme croisé reste faible devant le terme "direct", linéaire en  $q$ , dû au champ spin-orbite collectif. Nous avons ensuite montré que l'énergie de l'onde de spin homogène ( $q = 0$ ) présentait également une modulation avec l'angle dans le plan, prouvant la violation du théorème de Larmor par le couplage spin-orbite. Nous avons pu rendre compte quantitativement de ce phénomène en calculant la susceptibilité de spin transverse à  $q = 0$ , en présence de couplage spin-orbite. Enfin, nous avons montré que la largeur de raie de l'onde de spin présentait un comportement étroitement corrélé avec celui de l'énergie. La poursuite du calcul de la susceptibilité de spin transverse à  $q \neq 0$  permettra, nous l'espérons, de comprendre certaines de ces nouvelles propriétés.



# Conclusion générale

En conclusion, nous rappellerons les principaux résultats obtenus dans ce travail. Puis nous proposerons des prolongements immédiats, et quelques perspectives plus exploratoires.

## Résumé des résultats obtenus

Notre étude s'est inscrite dans le cadre général de l'électronique de spin, via deux thématiques actuellement en essor : les modes collectifs (ondes) de spin [16, 62], qui sont des candidats intéressants pour transporter une information de spin [15], et le couplage spin-orbite, qui permet de générer et manipuler de façon cohérente des populations de spin en influant sur leur mouvement dans l'espace réel [13, 188, 245]. Au croisement de ces deux axes de recherche, nous avons étudié les effets du couplage spin-orbite sur les modes collectifs de spin. La spectroscopie Raman électronique a été utilisée pour sonder les deux principaux modes collectifs de spin du gaz d'électrons bi-dimensionnel : le plasmon de spin inter-sous-bande [17], dans des puits quantiques de haute mobilité de GaAs, et l'onde de spin intra-sous-bande sous champ magnétique [18], dans des puits quantiques semi-magnétiques dilués de CdMnTe.

Sur cette thématique restée relativement inexplorée, nous avons mis en évidence des effets surprenants d'organisation et de renforcement des champs spin-orbite par les effets à N corps [224, 180]. Ces phénomènes étaient inattendus car en règle générale, les champs spin-orbite, qui dépendent du vecteur d'onde de l'électron, contribuent fortement à la décohérence des excitations de spin. C'est le mécanisme D'yakonov'-Perel' [20] : l'axe et la fréquence de précession varient, d'un électron à l'autre, et pour un même électron quand son vecteur d'onde diffuse. Nous avons montré que ce scénario D'yakonov'-Perel', valable pour en ensemble d'électrons indépendants, était transformé en un autre scénario pour des électrons participant à un mode collectif [224, 180].

En effet, dans le cas du plasmon de spin inter-sous-bande, le couplage spin-orbite, plutôt que d'élargir le mode collectif, sépare celui-ci en un triplet symétrique. Cet effet de quantification peut être comparé à l'éclatement de structure fine des niveaux atomiques discrets des atomes. Nous avons montré que cet éclatement pouvait être compris simplement comme l'effet Zeeman d'un champ spin-orbite collectif  $\mathbf{B}_{\text{SO}}^{\text{coll}}(\mathbf{q})$ , sur le plasmon de spin considéré comme un objet quantique macroscopique de spin 1. Ce modèle effectif décrit très bien les résultats expérimentaux. De plus, ce découpage de l'énergie Zeeman entre un champ et un moment magnétique n'est pas une notion abstraite : nous avons pu éprouver sa réalité physique. En effet, le champ spin-orbite collectif peut être superposé à un champ magnétique extérieur : c'est alors le champ magnétique total, donné par l'addition vectorielle des deux champs, qui gouverne la dynamique de l'excitation. Nous avons également montré que le champ spin-orbite collectif était renforcé d'un facteur de plusieurs unités (5 pour l'échantillon étudié) par rapport aux champs spin-orbite individuels. Ce renforcement est surprenant car bien supérieur aux renforcements Coulombiens typiques des quantités de spin [67, 218, 26, 62], et notamment celui prédit pour les constantes de couplage spin-

orbite [31–33]. Ceci suggère l'existence d'un mécanisme original de type coopératif entre les effets spin-orbite et Coulombiens.

Nous avons ensuite interrogé la généralité de ce phénomène d'organisation et de renforcement des effets spin-orbite. Pour cela, nous avons étudié l'onde de spin du gaz d'électrons polarisé en spin, dans un puits quantique magnétique dilué de CdMnTe. Cette situation diffère de la situation précédente à la fois par la nature du gaz (polarisé en spin contre non-polarisé) et par celle des transitions électroniques (intra-sous-bande contre inter-sous-bande). Or, nous avons montré que des effets spin-orbite collectifs tout à fait analogues gouvernaient cette excitation. Une forte modulation de l'énergie de l'onde de spin se produit en fonction de l'orientation du vecteur d'onde  $\mathbf{q}$  dans le plan du puits quantique. Pour en rendre compte, nous avons étendu la validité du modèle précédent : l'onde de spin peut être décrite comme un objet de spin 1, qui précesse dans le champ total donné par la somme du champ spin-orbite collectif  $\mathbf{B}_{\text{SO}}^{\text{coll}}(\mathbf{q})$  et du champ Zeeman géant (dû à l'interaction d'échange des porteurs avec les ions Mn). Ce résultat généralise la propriété de superposition du champ collectif, démontrée précédemment pour le cas d'un champ externe, à un autre type d'action magnétique. Nous avons également consolidé, par comparaison expérimentale directe, le résultat du renforcement (ici égal à 6.5) du champ spin-orbite collectif par rapport aux champs spin-orbite individuels. Au final, les puits quantiques de CdMnTe nous sont apparus comme un système de choix pour l'étude future et la fonctionnalisation éventuelle des effets spin-orbite collectifs.

Poursuivant ainsi l'étude de ce système, nous avons montré la possibilité de contrôler l'amplitude du champ spin-orbite collectif, en faisant varier la densité électronique à l'aide d'un faisceau laser secondaire. Nous avons ainsi démontré dans le domaine *optique*, et pour les effets spin-orbite *collectifs*, un équivalent des expériences de contrôle *électrique* des champs spin-orbite *individuels*. Cette "grille optique" nous a permis d'étudier la dépendance du facteur de renforcement avec la densité électronique (i.e. avec l'intensité des effets Coulombiens), sur un même échantillon. Nos résultats démontrent que ce facteur de renforcement croît avec la densité électronique, comme l'énergie d'échange. Ce comportement est opposé à celui des renforcements Coulombiens typiques. Combiné aux valeurs élevées du renforcement, ce résultat révèle une nouvelle propriété des effets de jeu mutuel entre le couplage spin-orbite et les interactions Coulombiennes sur la dynamique de spin des systèmes conducteurs. Enfin, dans une dernière étude nous avons affiné la modélisation des effets spin-orbite sur l'onde de spin : nous avons mis en évidence l'existence d'un faible "terme croisé" entre le champ spin-orbite collectif et le champ Zeeman géant ; nous avons observé, et justifié théoriquement la violation du théorème de Larmor par le couplage spin-orbite ; enfin, nous avons mis en évidence une forte anisotropie de la largeur de raie. Le calcul de la susceptibilité de spin transverse, en présence de couplage spin-orbite, permet d'expliquer les principaux mécanismes physiques à l'origine de ces phénomènes originaux.

Nous détaillons à présent quelques prolongements et perspectives de ce travail.

### Prolongements immédiats de ce travail

Notre travail appelle, à court terme, les prolongements suivants :

- 
- Concernant le **renforcement du champ spin-orbite collectif**, sa variation avec la densité électronique, mise en évidence au chapitre 6, pourra être consolidée. Il faudrait pour cela reproduire les expériences de "grille optique" sur l'échantillon étudié au chapitre 5, lequel permettrait de déterminer expérimentalement les constantes de couplage spin-orbite individuelles (par le spectre des excitations individuelles). Au-delà, on notera qu'une expérience décisive, mais plus délicate, consisterait à utiliser un ensemble de deux grilles électriques. Ceci permettrait de faire varier la densité à potentiel de confinement constant [149, 127], afin d'isoler complètement l'influence de la densité électronique sur le facteur de renforcement.
  - Sur le plan **théorique**, la compréhension de ce mécanisme de renforcement n'est pas complète. Nous avons vu au chapitre 4 que des calculs en théorie de la fonctionnelle de densité de spin dépendant du temps reproduisaient correctement l'ordre de grandeur de ce renforcement, pour le plasmon de spin inter-sous-bande (section 4.3.1). La collaboration théorique avec C. Ullrich se poursuit pour étendre ce résultat au cas de l'onde de spin du gaz d'électrons polarisé. Au-delà, il serait souhaitable de parvenir à capturer la physique essentielle de ce renforcement à l'aide d'une théorie analytique. Il faudrait en effet pouvoir préciser le modèle de mécanisme coopératif entre le couplage spin-orbite et l'échange Coulombien, que nous avons esquissé section 6.3.2.
  - D'un point de vue expérimental, les effets spin-orbite collectifs pourraient également être étudiés dans le **domaine temporel**. Notre équipe collabore avec celle de D. Scalbert (Laboratoire Charles Coulomb), qui a débuté un projet de mesure par mélange à 4 ondes (spectroscopie de réseau transitoire de spin) de la dispersion de l'onde de spin des puits quantiques de CdMnTe. L'Annexe A.2 présente les résultats d'une partie de ces expériences, auxquelles j'ai participé en juin-juillet 2012. La mesure de la dispersion a depuis été presque obtenue. A terme, il serait donc extrêmement intéressant d'étudier par cette technique les effets spin-orbite sur la dispersion et le temps de vie de l'excitation, afin de compléter nos résultats Raman.
  - L'exploration de la **généralité de l'organisation et du renforcement** des champs spin-orbite individuels pourra être poursuivie en étudiant d'autres modes collectifs de spin :
    - L'**onde de spin des gaz d'électrons 1D**, dans les fils quantiques de semi-conducteurs, se présente comme un candidat naturel compte tenu de l'expérience acquise par notre équipe sur ces systèmes (F. Perez *et al.*, Refs. [166–168, 176]). Avant nos résultats sur les effets spin-orbite, nous avons d'ailleurs débuté des recherches sur l'onde de spin des fils quantiques, sous l'angle de la séparation spin-charge : cf. Annexe A.1. Ce travail expérimental n'a pas abouti, mais de nouveaux échantillons (fils quantiques de CdMnTe) pourraient relancer cette recherche et ouvrir à l'étude des effets spin-orbite sur les ondes de spin 1D.
    - Les **isolants topologiques**, comme Bi<sub>2</sub>Se<sub>3</sub> [246], sont également des candidats très attractifs pour l'étude des effets spin-orbite collectifs. Les états de surface de ces systèmes sont conducteurs, et constituent un "liquide hélicoïdal" où le spin et le vecteur

d'onde des électrons possèdent une corrélation précise — de manière analogue à l'effet Rashba de la bande de conduction des semi-conducteurs que nous avons étudiés. Les modes collectifs de basse énergie des isolants topologiques, qui sont des modes mixtes spin-charge, ont été étudiés théoriquement [247], mais non encore observés à notre connaissance. Nous avons débuté des expériences Raman sur  $\text{Bi}_2\text{Se}_3$  (collaboration avec M. Eddrief à l'INSP), mais qui n'ont pas pour l'instant permis l'observation d'un signal dû aux excitations électroniques. Cette étude va être poursuivie sur de nouveaux échantillons.

Nous évoquons à présent quelques perspectives à plus long terme de ce travail de thèse.

### Perspectives à plus long terme

Nous avons présenté au chapitre 2 un certain nombre d'applications spintronique des effets spin-orbite à 1 particule. Les effets spin-orbite à N corps démontrés dans ce manuscrit pourraient-ils étendre ces applications, ou en susciter de nouvelles ? Nous discuterons à titre d'exemple la viabilité de deux applications : le contrôle d'aimantation ferromagnétique par effet spin-orbite, et le transistor de spin de Datta et Das.

- Il a récemment été montré que les champs spin-orbite *individuels* pouvaient être utilisés pour contrôler l'aimantation des semi-conducteurs ferromagnétiques comme GaMnAs [248]. En effet, le champ spin-orbite induit par le passage d'un courant non-polarisé (cf. section 2.3.1) peut modifier de façon dynamique la polarisation de spin des porteurs de charge (trous dans le cas de GaMnAs), permettant de renverser l'aimantation des impuretés magnétiques de Mn via l'interaction d'échange  $p-d$  [8].

Pourrait-on exploiter le fort renforcement du champ spin-orbite collectif  $\mathbf{B}_{\text{SO}}^{\text{coll}}(\mathbf{q})$ , associé à un mode collectif de spin, pour étendre les possibilités de ce contrôle d'aimantation ? La réponse est malheureusement négative : les champs spin-orbite, individuels comme collectifs, n'apparaissent que dans le référentiel des électrons en mouvement. Les électrons participant à un mode collectif voient certes un champ fortement renforcé, qui organise leur dynamique, mais ce champ n'agit pas de façon directe sur les entités extérieures à l'excitation, comme les moments magnétiques d'impuretés. Les applications ne doivent donc pas être cherchées dans cette direction.

En revanche, l'effet *intrinsèque* du champ spin-orbite collectif sur la dynamique de spin des porteurs pourrait être exploité pour réaliser un effet transistor :

- On rappelle que dans le transistor de spin proposé par Datta et Das [89], la modulation d'un courant est obtenue en faisant précesser les spins autour du champ spin-orbite Rashba, dont la force est contrôlée par une grille. L'angle de rotation de spin après une distance parcourue  $L$  est  $\Delta\theta = 2m_b L\alpha/\hbar^2$ , où  $m_b$  est la masse de l'électron et  $\alpha$  la constante de couplage Rashba. Ce transistor nécessite un transport balistique des électrons :  $\alpha$  doit donc être suffisamment élevé pour qu'une rotation  $\Delta\theta$  de  $\pi$  soit atteinte sur une distance  $L$  inférieure au libre parcours moyen.

Or, dans le chapitre 6, nous avons mesuré des constantes de couplage spin-orbite collectives ( $\tilde{\alpha}$  et  $\tilde{\beta}$ ) jusqu'à  $\sim 100$  meVÅ (section 6.3.2) : ces valeurs élevées représentent clairement un atout. De plus, nous avons montré que ces constantes de couplage pouvaient être contrôlées de façon reproductible. On pourrait donc imaginer un **transistor à mode collectif de spin**, où la précession du spin macroscopique est contrôlée par l'amplitude du vecteur d'onde  $\mathbf{q}$ , ou par celle de  $\tilde{\alpha}$  et  $\tilde{\beta}$ . On notera que de ce point de vue, le plasmon de spin inter-sous-bande présente (par rapport à l'onde de spin de CdMnTe) l'avantage de ne pas nécessiter l'application d'un champ magnétique externe.

En fait, un tel schéma de transistor est très proche des réalisations actuelles (mais n'utilisant pas les effets spin-orbite) dans le domaine de la magnonique, où une information est encodée soit dans la phase, soit dans l'amplitude de l'onde de spin d'un isolant magnétique [15, 249].

Toutefois, on notera deux inconvénients applicatifs des modes collectifs de spin, qui nécessitent au préalable d'être surmontés. Le premier concerne l'injection d'un mode collectif dans un conducteur. En effet, alors que l'injection d'un courant polarisé en spin (cas du transistor Datta et Das) via une électrode ferromagnétique [109], ou l'excitation de l'onde de spin d'un isolant (cas d'un transistor magnonique) par une antenne inductive [15], sont actuellement bien maîtrisées, l'excitation d'un mode collectif de spin de vecteur d'onde bien défini dans un conducteur n'est pas encore une technique contrôlée. Le second désavantage des modes collectifs de spin des conducteurs, par rapport à ceux des isolants, tient à leur forte relaxation de Gilbert lors de la propagation. Cette relaxation provient du couplage de l'onde de spin à des courants de spin dissipatifs (phénomène du *spin Coulomb drag* [192, 193] dans le cas du plasmon de spin inter-sous-bande, et phénomène d'*élargissement cinétique* [29] dans le cas de l'onde de spin du gaz polarisé).

Ce dernier inconvénient pourrait être contourné par une réduction de dimensionnalité. En effet, le couplage aux courants dissipatifs est fortement inhibé à 1 dimension (cf. Annexe A.1). Ceci redouble l'intérêt à étudier les effets spin-orbite sur les modes collectifs de spin dans les fils quantiques, et continuer ainsi l'exploration des effets fascinants de jeu mutuel entre le couplage spin-orbite et les interactions Coulombiennes.



# Autres travaux entrepris sur les modes collectifs de spin

Nous présentons ici deux autres travaux sur les modes collectifs de spin, menés au cours de ce travail de thèse. Nous avons préféré, par souci de légèreté du manuscrit, les faire figurer en Annexe :

- La section A.1 présente un projet de mise en évidence de l'**inhibition de la relaxation de l'onde de spin** du gaz d'électrons polarisé en spin, **lorsque que l'on passe du cas 2D** (puits quantiques) étudié expérimentalement dans ce manuscrit, **au cas 1D** (puits quantiques). Nous présentons un calcul prédisant une diminution d'un facteur 2 à 3 de la relaxation.
- La section A.2 présente les résultats d'un séjour (juin-juillet 2012) dans le groupe de D. Scalbert (Laboratoire Charles Coulomb, Montpellier). J'ai eu l'opportunité de participer à des **expériences de mélange à 4 ondes (spectroscopie de réseau transitoire de spin)**, visant à mettre en évidence la **dispersion de l'onde de spin** des puits quantiques de CdMnTe.

## A.1 Inhibition de la relaxation de l'onde de spin du gaz 1D polarisé en spin

Nous avons vu au chapitre 6 que l'onde de spin intra-sous-bande du gaz d'électrons 2D polarisé en spin (étudiée dans les puits quantiques de CdMnTe), possédait une largeur de raie parabolique avec  $q$  (cf. figure 6.17(b)).

Nous avons attribué le terme linéaire en  $q$  à l'effet du couplage spin-orbite. Quant au terme quadratique en  $q$ , son origine a été démontrée théoriquement dans la Ref. [29]. Cette étude, reprise dans l'Annexe C.5, montre que pour  $q \neq 0$  l'onde de spin s'accompagne d'un courant de spin transverse. On rappelle en effet que le commutateur de l'opérateur d'onde de spin  $\hat{S}_{+,\mathbf{q}}$  avec le Hamiltonien cinétique s'écrit :

$$\left[ \hat{S}_{+,\mathbf{q}}, \hat{\mathcal{H}}_{\text{kin}} \right] = - \sum_{\mathbf{k}} (\varepsilon_{\mathbf{k}+\mathbf{q}} - \varepsilon_{\mathbf{k}}) c_{\mathbf{k}+\mathbf{q}\uparrow}^+ c_{\mathbf{k}\downarrow} = -\hbar \mathbf{q} \cdot \hat{\mathbf{J}}_{+,\mathbf{q}}, \quad (\text{A.1})$$

où  $\varepsilon_{\mathbf{k}} = \frac{\hbar^2 k^2}{2m_b}$  (avec  $m_b$  la masse de conduction),  $c_{\mathbf{k}\sigma}^+$  ( $c_{\mathbf{k}\sigma}$ ) est l'opérateur de création (annihilation) d'un état de vecteur d'onde  $\mathbf{k}$  et de spin  $\sigma$ , et  $\hat{\mathbf{J}}_{+,\mathbf{q}}$  est le courant de spin transverse :

$$\hat{\mathbf{J}}_{+,\mathbf{q}} = \frac{\hbar}{m_b} \sum_{\mathbf{k}} \left( \mathbf{k} + \frac{\mathbf{q}}{2} \right) c_{\mathbf{k}+\mathbf{q}\uparrow}^+ c_{\mathbf{k}\downarrow}. \quad (\text{A.2})$$

Or, ce dernier n'est pas conservé par le Hamiltonien de Coulomb : les excitations individuelles (SPE transverses)  $c_{\mathbf{k}+\mathbf{q}\uparrow}^+ c_{\mathbf{k}\downarrow}$  qui le composent se déphasent lors de la propagation (cf. Eq. (C.8)). Nous avons rappelé dans la section 6.4.3 comment ce mécanisme (cf. figure 6.22(c)) conduisait à un **élargissement cinétique** en  $q^2$  de l'onde de spin.

Cependant, l'Eq. (A.1) fait apparaître un cas particulier pour lequel ce couplage au courant de spin transverse disparaît : le cas d'un **système 1D avec dispersion linéaire**  $\varepsilon_{\mathbf{k}} = \hbar v k$ , c'est-à-dire le cas d'un liquide de Luttinger [250].<sup>1</sup> Dans ce cas en effet,  $[\hat{S}_{+,\mathbf{q}}, \hat{\mathcal{H}}_{\text{kin}}] = -\hbar v q \hat{S}_{+,\mathbf{q}}$ , et l'onde de spin est conservée. En l'absence de couplage spin-orbite, son équation du mouvement s'écrit en effet :

$$i\hbar \frac{d}{dt} \hat{S}_{+,\mathbf{q}} = -(Z + \hbar v q) \hat{S}_{+,\mathbf{q}}, \quad (\text{A.3})$$

de sorte que l'élargissement cinétique disparaît. On peut interpréter cette propriété comme une conséquence de la séparation spin-charge dans un liquide de Luttinger.<sup>2</sup>

Mais la dispersion électronique d'un système réel, comme un fil quantique semi-conducteur, n'est pas purement linéaire, elle possède une légère courbure : ce n'est donc pas un liquide de Luttinger au sens strict. Il existe en fait un *crossover* entre les modèles de Fermi et Luttinger. Il a été montré [251] qu'un fil quantique semi-conducteur de densité usuelle, à température et désordre finis, peut se trouver dans la partie Fermi de ce *crossover*. En tout état de cause, les expériences Raman sur ces systèmes n'ont pas permis de trancher catégoriquement entre les deux modèles [164, 167, 168, 252]. En conclusion, *pour l'onde de spin intra-sous-bande d'un fil quantique semi-conducteur, on s'attend à ce que l'élargissement cinétique soit réduit par rapport au cas 2D, sans pour autant disparaître totalement, comme ce serait le cas pour un pur liquide de Luttinger.* Nous avons voulu tester cette prédiction intuitive.

Notre équipe a une forte expérience de spectroscopie Raman sur les fils quantiques de GaAs [166–168, 176]. Les échantillons qui ont été étudiés sont des réseaux de fils quantiques, obtenus par gravure profonde de puits quantiques (analogues à ceux étudiés au chapitre 4 de ce manuscrit). Ces fils ont une épaisseur donnée par l'épaisseur du puits quantique initial (18 nm), et une largeur qui varie, selon les échantillons, entre 1000 et 30 nm. La limite quantique, i.e. l'occupation d'une seule sous-bande, est atteinte pour les fils de 60 nm [167, 168].

Le projet initial (en collaboration avec l'Institut Néel de Grenoble) était de réaliser le même type de technologie à partir de puits quantiques de CdMnTe. En effet, comme nous l'avons vu, CdMnTe est un système modèle pour l'étude de l'onde de spin du gaz d'électrons polarisé. Cette technologie s'est cependant avérée extrêmement complexe, et des échantillons suffisamment propres pour une étude optique n'ont pas pu être obtenus.

- 
1. Le modèle de Tomonaga-Luttinger est la diagonalisation exacte d'un Hamiltonien approché, obtenu en linéarisant la dispersion électronique des électrons libres, et en négligeant l'existence de sous-bandes de confinement. Les excitations de basse énergie de ce modèle 1D sont purement collectives : ce sont des bosons correspondant à un mode collectif de charge et un mode collectif de spin, respectivement. Les deux modes se déplacent avec des vitesses différentes.
  2. Dans un liquide de Luttinger, il n'existe pas d'excitations individuelles. Ainsi, si l'on injecte un électron dans le système, sa charge et son spin se "séparent" immédiatement en une onde de charge et une onde de spin, se déplaçant avec des vitesses différentes. L'onde de spin est donc "pure de spin", et n'est pas soumise aux mécanismes de dissipation qui affectent la charge.

Nous nous sommes donc tournés vers nos échantillons historiques de fils GaAs. J'ai ainsi commencé, au début de ce travail de thèse, des expériences Raman pour rechercher l'onde de spin sous champ magnétique de ces fils quantiques. Ces recherches (2 mois) n'ont pas débouché : sans doute du fait de la dégradation des échantillons (fabriqués il y a une quinzaine d'années), et sans doute aussi du fait de la difficulté générale à observer l'onde de spin intra-sous-bande sans l'appui de l'effet Zeeman géant des semi-conducteurs magnétiques dilués.

Parallèlement, nous avons entrepris des calculs afin de prédire la diminution de largeur de raie cinétique que l'on pouvait attendre dans un fil, par rapport à un puits quantique. Ces calculs, qui sont une adaptation de ceux de la Ref. [29], utilisent une description de type liquide de Fermi, avec une dispersion électronique parabolique  $\varepsilon_{\mathbf{k}} = \hbar^2 k^2 / 2m_b$ . Confirmant le raisonnement ci-dessus, ils prédisent un facteur de réduction de l'ordre de 2 de la largeur de raie lorsqu'on passe du cas 2D au cas 1D. Je présente dans le reste de cette section ce travail théorique.

### A.1.1 Calcul de l'élargissement cinétique de l'onde de spin 1D

A la différence des calculs du chapitre 6, nous négligeons ici le couplage spin-orbite, puisque nous sommes uniquement intéressés par le terme d'origine cinétique dans la largeur de raie de l'onde de spin. Le Hamiltonien considéré est donc la somme de contributions cinétique, Coulombienne, et Zeeman :

$$\hat{\mathcal{H}} = \hat{\mathcal{H}}_{\text{kin}} + \hat{\mathcal{H}}_{\text{Coul}} + \hat{\mathcal{H}}_{\text{Z}} = \sum_i \frac{\hat{\mathbf{p}}_i^2}{2m_b} + \frac{1}{2} \sum_{i \neq j} \frac{e^2}{4\pi\epsilon_r\epsilon_0 |\hat{\mathbf{r}}_i - \hat{\mathbf{r}}_j|} + \frac{Z}{2} \sum_i \hat{\sigma}_{i,z}, \quad (\text{A.4})$$

où  $\epsilon_r$  est la constante diélectrique relative,  $\hat{\sigma}_z$  est la matrice de Pauli (Eq. (1.38)) selon l'axe de quantification  $z$ , aligné avec le champ magnétique extérieur, et les indices  $i, j$  repèrent les  $N$  électrons du gaz.  $Z$  est l'éclatement Zeeman, qui vaut simplement  $Z = g\mu_B B_{\text{ext}}$  (avec  $g$  le facteur gyromagnétique et  $\mu_B$  la magnéton de Bohr) dans le cas d'un fil quantique non-magnétique de GaAs (pour un fil quantique de CdMnTe,  $Z$  serait donné par l'Eq. (5.1), en remplaçant simplement  $\gamma_{\text{QW}}$  par  $\gamma_{\text{1D}}$ , la probabilité de présence d'un électron dans le fil.)

En utilisant la base des ondes planes  $\{|\mathbf{k}\sigma\rangle\}$ , où  $\mathbf{k}$  désigne le vecteur d'onde selon la direction du fil, et  $\sigma$  la projection du spin sur  $z$ , ce Hamiltonien s'écrit en seconde quantification :

$$\hat{\mathcal{H}} = \sum_{\mathbf{k}\sigma} \frac{\hbar^2 k^2}{2m_b} c_{\mathbf{k}\sigma}^+ c_{\mathbf{k}\sigma} + \frac{1}{2L} \sum_{\substack{\mathbf{q} \neq 0, \mathbf{k}, \mathbf{k}' \\ \sigma, \sigma'}} V_{\mathbf{q}}^{\text{1D}} c_{\mathbf{k}+\mathbf{q}\sigma}^+ c_{\mathbf{k}'-\mathbf{q}\sigma'}^+ c_{\mathbf{k}'\sigma'} c_{\mathbf{k}\sigma} + Z \hat{S}_{z, \mathbf{q}=0}, \quad (\text{A.5})$$

où  $c_{\mathbf{k}\sigma}^+$  ( $c_{\mathbf{k}\sigma}$ ) est l'opérateur de création (annihilation) d'un état de vecteur d'onde  $\mathbf{k}$  et de spin  $\sigma$ , et  $L$  est la longueur du fil.  $V_{\mathbf{q}}^{\text{1D}}$  est la transformée de Fourier quasi-1D du potentiel Coulombien, que nous calculerons ci-dessous.

En adaptant au cas 1D les calculs de la Ref. [29] (cf. Annexe C.5), on obtient pour l'expression de la susceptibilité de spin transverse (cf. Eq. (C.35)) :

$$\chi_{+-}(\mathbf{q}, \omega) = \frac{1}{2} \frac{2M_0/\hbar - q^2 \tilde{\sigma}_+(\mathbf{q}, \omega)}{\omega + \omega_0 + L^{-1} G_{\text{xc}}^{\text{1D}} q^2 \tilde{\sigma}_+(\mathbf{q}, \omega)}, \quad (\text{A.6})$$

où  $M_0 = \langle \widehat{S}_{z, \mathbf{q}=\mathbf{0}} \rangle_0$  est la densité de spin dans l'état fondamental, et  $\omega_0 = Z/\hbar$ . D'autre part,  $\tilde{\sigma}_+(\mathbf{q}, \omega)$  est la conductivité de spin transverse, définie par

$$\tilde{\sigma}_+(\mathbf{q}, \omega) = \frac{\langle \langle \widehat{\mathbf{J}}_{+, \mathbf{q}}; \widehat{\mathbf{J}}_{-, -\mathbf{q}} \rangle \rangle_\omega + \frac{M_0}{2m_b}}{-\omega + \omega_0}, \quad (\text{A.7})$$

en utilisant la notation de l'Eq. (1.35).  $G_{\text{xc}}^{\text{1D}}$  est le facteur de champ local transverse (identique au facteur  $G_{\text{xc}}^{+-}$  de l'Eq. (1.60), mais ici pour le cas 1D), qui rend compte des effets Coulombiens d'échange-corrélation dans l'approximation ALDA. Son expression est :

$$G_{\text{xc}}^{\text{1D}} = \frac{2}{n_{\text{1D}}\zeta} \frac{\partial \varepsilon_{\text{xc}}^{\text{1D}}}{\partial \zeta}, \quad (\text{A.8})$$

où  $n_{\text{1D}} = N/L$  est la densité électronique linéique du fil,  $\varepsilon_{\text{xc}}^{\text{1D}}(r_s, \zeta)$  est l'énergie d'échange-corrélation par particule dans l'état fondamental du gaz 1D (cf. section 1.3.4), avec  $\zeta$  la polarisation de spin, et  $r_s = (2n_{\text{1D}}a_{\text{B}}^*)^{-1}$  le rayon de Wigner-Seitz 1D (distance moyenne entre électrons, en unités du rayon de Bohr effectif  $a_{\text{B}}^*$  de l'Eq. (1.15)).

L'élargissement cinétique  $\Gamma_{\text{kin}}(\mathbf{q})$  de l'onde de spin s'obtient à partir de la partie imaginaire de la susceptibilité de spin transverse par [253, 29] :

$$\Gamma_{\text{kin}}(\mathbf{q}) = \frac{\hbar^2 \omega_0^3}{M_0} \lim_{\omega \rightarrow 0} \frac{\text{Im} \chi_{+-}(\mathbf{q}, \omega)}{\omega}. \quad (\text{A.9})$$

Puisque les vecteurs d'onde  $q$  accessibles expérimentalement sont petits devant  $k_{\text{F}}$ , on cherche seulement le terme dominant en  $q$  de cet élargissement. Compte tenu de l'expression (A.6), il suffit de développer  $\tilde{\sigma}_+$  à l'ordre 1 en  $\omega$  et à l'ordre 0 en  $q$  :  $\tilde{\sigma}_+(\mathbf{q}, \omega) \simeq \tilde{\sigma}_+(\mathbf{0}, 0) + \omega \tilde{\sigma}'_+(\mathbf{0}, 0)$ , où  $\tilde{\sigma}'_+ = \frac{\partial \tilde{\sigma}_+}{\partial \omega}$ . Il vient :

$$\Gamma_{\text{kin}}^{\text{1D}}(q) = \frac{\hbar^2 \omega_0^3}{2M_0} \left[ \frac{q^2 \sigma'_+}{\omega_0 + L^{-1} G_{\text{xc}}^{\text{1D}} q^2 \sigma_+} + \frac{(\frac{2M_0}{\hbar} - q^2 \sigma_+) (1 + L^{-1} G_{\text{xc}}^{\text{1D}} q^2 \sigma'_+)}{(\omega_0 + L^{-1} G_{\text{xc}}^{\text{1D}} q^2 \sigma_+)^2} \right], \quad (\text{A.10})$$

où l'on a posé  $\sigma_+ = \text{Im} \tilde{\sigma}_+(\mathbf{0}, 0)$  et  $\sigma'_+ = \text{Im} \tilde{\sigma}'_+(\mathbf{0}, 0)$ . On obtient, à l'ordre dominant en  $q$  :

$$\Gamma_{\text{kin}}^{\text{1D}}(q) = q^2 \frac{\hbar^2 \omega_0}{2M_0} \left[ -\sigma_+ + \omega_0 \sigma'_+ + \frac{2M_0}{\hbar} L^{-1} G_{\text{xc}}^{\text{1D}} \left( \sigma'_+ - 2 \frac{\sigma_+}{\omega_0} \right) \right]. \quad (\text{A.11})$$

La dernière étape consiste à évaluer  $\text{Im} \tilde{\sigma}_+(\mathbf{q}, \omega)$ . D'après l'Eq. (A.7) :

$$\text{Im} \tilde{\sigma}_+(\mathbf{q}, \omega) = \frac{\text{Im} \langle \langle \widehat{\mathbf{J}}_{+, \mathbf{q}}; \widehat{\mathbf{J}}_{-, -\mathbf{q}} \rangle \rangle_\omega}{-\omega + \omega_0}. \quad (\text{A.12})$$

Pour calculer la fonction de réponse courant-courant  $\langle \langle \widehat{\mathbf{J}}_{+, \mathbf{q}}; \widehat{\mathbf{J}}_{-, -\mathbf{q}} \rangle \rangle_\omega$ , nous faisons l'approximation  $G_{\text{xc}}^{\text{1D}} = 0$ . On a alors :

$$\langle \langle \widehat{\mathbf{J}}_{+, \mathbf{q}}; \widehat{\mathbf{J}}_{-, -\mathbf{q}} \rangle \rangle_{\omega}^{G_{\text{xc}}^{\text{1D}}=0} = \frac{\hbar^2}{m_b^2} \sum_{\mathbf{k}} \left( \mathbf{k} + \frac{\mathbf{q}}{2} \right)^2 \frac{f(\varepsilon_{\mathbf{k}+\mathbf{q}\uparrow}) - f(\varepsilon_{\mathbf{k}\downarrow})}{\hbar\omega + i\eta + \varepsilon_{\mathbf{k}+\mathbf{q}} - \varepsilon_{\mathbf{k}} + Z^*}, \quad (\text{A.13})$$

où

$$\eta = \frac{\hbar}{\tau} \quad (\text{A.14})$$

rend compte du temps de vie fini  $\tau$  des excitations individuelles (SPE) transverses du fait de la diffusion sur le désordre et sur les autres électrons,  $f$  est la fonction de Fermi, et  $Z^* = Z + 2\frac{\partial \varepsilon_{xc}^{1D}}{\partial \zeta}$  est l'énergie Zeeman renormalisée par l'interaction Coulombienne (cf. Eq. (5.3)).

La limite  $q \rightarrow 0$  de l'Eq. (A.13) s'écrit, à température nulle :

$$\begin{aligned} \lim_{q \rightarrow 0} \langle \langle \hat{\mathbf{J}}_{+, \mathbf{q}}; \hat{\mathbf{J}}_{-, -\mathbf{q}} \rangle \rangle_{\omega_{xc}^{1D}=0} &= \frac{\hbar^2}{m_b^2} \frac{L}{2\pi} \int k^2 \frac{f(\varepsilon_{\mathbf{k}\uparrow}) - f(\varepsilon_{\mathbf{k}\downarrow})}{\hbar\omega + i\eta + Z^*} 2dk \\ &= \frac{\hbar^2}{m_b^2} \frac{L}{2\pi} \frac{1}{\hbar\omega + i\eta + Z^*} \frac{-2\zeta(3 + \zeta^2)}{3} k_F^3, \end{aligned} \quad (\text{A.15})$$

où l'on a utilisé le fait que  $k_{F\uparrow(\downarrow)} = k_F(1 \pm \zeta)$  à 1D. Ainsi,

$$\text{Im } \tilde{\sigma}_+(\mathbf{0}, \omega) = \frac{N}{m_b} \frac{\zeta(3 + \zeta^2)}{3} \frac{1}{-\omega + \omega_0} \frac{E_F \tau / \hbar}{[(\omega + \omega_0^*) \tau]^2 + 1}, \quad (\text{A.16})$$

où  $N$  est le nombre d'électrons,  $E_F$  l'énergie de Fermi, et  $\omega_0^* = Z^*/\hbar$ . On obtient ensuite :

$$\sigma_+ = \frac{N}{m_b} \frac{\zeta(3 + \zeta^2)}{3} \frac{E_F}{\hbar\omega_0} \frac{\tau}{(\omega_0^* \tau)^2 + 1} \quad \text{et} \quad \sigma'_+ = -\sigma_+ \left( \frac{1}{\omega_0} + \frac{2\omega_0^* \tau^2}{(\omega_0^* \tau)^2 + 1} \right). \quad (\text{A.17})$$

En réinjectant dans l'Eq. (A.11), on obtient finalement pour l'élargissement cinétique :

$$\Gamma_{\text{kin}}^{1D}(q) = q^2 \frac{\hbar^2}{m_b} \left( 1 + \frac{\zeta^2}{3} \right) \frac{\omega_F \tau}{(\omega_0^* \tau)^2 + 1} \left[ 3 \frac{\omega_0^*}{\omega_0} + \frac{(\omega_0^* \tau)^2 - 1}{(\omega_0^* \tau)^2 + 1} \right], \quad (\text{A.18})$$

avec  $\omega_F = E_F/\hbar$ .

### Comparaison entre les cas 1D et 2D

Nous souhaitons comparer ce résultat à celui obtenu pour le cas 2D (cf. Ref. [29] et Eq. (C.38)) :

$$\Gamma_{\text{kin}}^{2D}(q) = q^2 \frac{\hbar^2}{m_b \zeta} \frac{\omega_0^* \tau}{(\omega_0^* \tau)^2 + 1} \left[ 3 \frac{\omega_0^*}{\omega_0} + \frac{(\omega_0^* \tau)^2 - 1}{(\omega_0^* \tau)^2 + 1} \right]. \quad (\text{A.19})$$

Pour cela, nous nous intéressons à la grandeur adimensionnée

$$\lambda_{1D,2D} = \frac{\Gamma_{\text{kin}}^{1D,2D}}{2Z}, \quad (\text{A.20})$$

qui est la **constante de Gilbert** associée à l'élargissement cinétique (cf. Eq. (C.40)). Pour effectuer une comparaison pertinente, nous décidons de comparer les cas 1D et 2D à mêmes  $r_s$  et  $\zeta$ , et à mêmes vecteur d'onde et temps de désordre normalisés :  $\tilde{q} = q/k_F$ , et  $\tilde{\tau} = \omega_0^* \tau = Z^*/\eta$ . En fonction de ces quantités adimensionnées, on montre que les constantes de Gilbert s'écrivent respectivement :

$$\lambda_{1D} = \tilde{q}^2 \frac{1 + \frac{\zeta^2}{3}}{4\zeta^2} \frac{\tilde{\tau}}{\tilde{\tau}^2 + 1} \left( 3 \frac{Z^*}{Z} \Big|_{1D} + \frac{\tilde{\tau}^2 - 1}{\tilde{\tau}^2 + 1} \right) \frac{Z^*}{Z} \Big|_{1D}, \quad (\text{A.21})$$

$$\lambda_{2D} = \tilde{q}^2 \frac{1}{2\zeta^2} \frac{\tilde{\tau}}{\tilde{\tau}^2 + 1} \left( 3 \frac{Z^*}{Z} \Big|_{2D} + \frac{\tilde{\tau}^2 - 1}{\tilde{\tau}^2 + 1} \right) \frac{Z^*}{Z} \Big|_{2D}, \quad (\text{A.22})$$

où le renforcement Coulombien de l'énergie Zeeman s'écrit [70] :

$$\frac{Z^*}{Z} \Big|_{1\text{D},2\text{D}} = \left( 1 - \frac{r_s^2}{2} \frac{1}{\zeta} \frac{\partial \varepsilon_{\text{xc}}^{1\text{D},2\text{D}}}{\partial \zeta} \right)^{-1}. \quad (\text{A.23})$$

Le rapport entre les constantes de Gilbert 1D et 2D vaut

$$\frac{\lambda_{1\text{D}}}{\lambda_{2\text{D}}}(r_s, \zeta, \tilde{\tau}) = \frac{1 + \frac{\zeta^2}{3}}{2} \frac{\left( 3 \frac{Z^*}{Z} \Big|_{1\text{D}} + \frac{\tilde{\tau}^2 - 1}{\tilde{\tau}^2 + 1} \right) \frac{Z^*}{Z} \Big|_{1\text{D}}}{\left( 3 \frac{Z^*}{Z} \Big|_{2\text{D}} + \frac{\tilde{\tau}^2 - 1}{\tilde{\tau}^2 + 1} \right) \frac{Z^*}{Z} \Big|_{2\text{D}}}. \quad (\text{A.24})$$

Dans le cas 2D, l'énergie d'échange-corrélation  $\varepsilon_{\text{xc}}^{2\text{D}}$  est connue précisément par les calculs Monte-Carlo de Attaccalite *et al.* [67]. Le cas 1D est plus complexe, car l'énergie d'échange-corrélation dépend explicitement de la forme du confinement. En effet, il n'existe pas de cas strictement 1D du point de vue Coulombien : la transformée de Fourier purement 1D du potentiel en  $e^2/r$  diverge. Cette dernière ne peut être définie que pour un système quasi-1D de section transverse petite, mais finie. Il existe un résultat Monte-Carlo, datant de 2009, de l'énergie d'échange-corrélation résolue en spin à 1D : cette Ref. [254] a traité le cas d'un confinement cylindrique harmonique. Cette situation ne correspond pas exactement à celle de nos échantillons, qui comme nous l'avons dit, consistent en des "rubans" dont la largeur est au moins trois fois supérieure à l'épaisseur. Nous allons calculer la transformée de Fourier quasi-1D  $V_{\mathbf{q}}^{1\text{D}}$  pour le potentiel de confinement de nos fils, afin de voir dans quelle mesure elle diffère de celle du confinement harmonique.

### A.1.2 Transformée de Fourier quasi-1D du potentiel Coulombien

On modélise la fonction enveloppe de nos fils quantiques de la façon suivante (en supposant que le problème est séparable dans le plan transverse au fil) :

- Selon la direction de gravure, notée  $x$ , une gaussienne correspondant à un confinement harmonique de pulsation  $\omega_h$  :

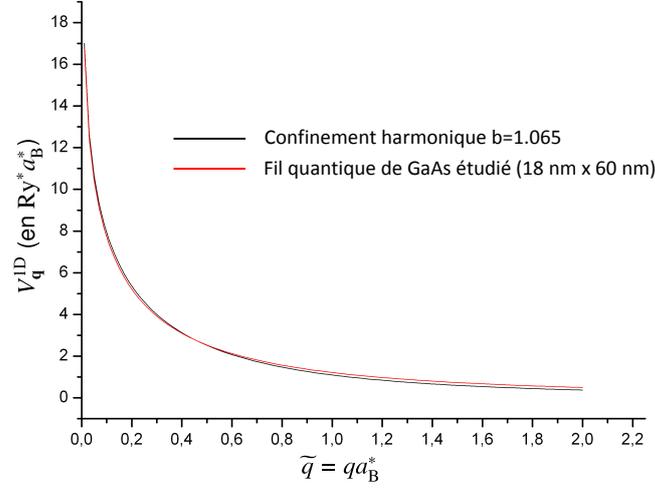
$$\varphi(x) = \left( \frac{m_b \omega_h}{\pi \hbar} \right)^{\frac{1}{4}} e^{-\frac{m_b \omega_h}{2\hbar} x^2} = \left( \frac{2a}{\pi} \right)^{\frac{1}{4}} e^{-ax^2} \text{ où } a = \frac{m_b \omega_h}{2\hbar}. \quad (\text{A.25})$$

- Selon la direction perpendiculaire (axe de croissance du puits quantique initial), notée  $y$ , la fonction enveloppe correspondant à un puits carré infini de largeur  $d$  :

$$\chi(y) = \begin{cases} \sqrt{\frac{2}{d}} \cos\left(\frac{\pi}{d} y\right) & \text{si } |y| \leq \frac{d}{2} \\ 0 & \text{si } |y| > \frac{d}{2} \end{cases}. \quad (\text{A.26})$$

En notant  $\mathbf{q}$  le vecteur d'onde selon la direction du fil ( $z$ ), et  $q$  sa valeur algébrique, on montre que la transformée de Fourier quasi-1D  $V_{\mathbf{q}}^{1\text{D}}$ , définie dans le Hamiltonien (A.5), s'écrit :

$$V_{\mathbf{q}}^{1\text{D}} = \int dx dx' dy dy' \varphi^2(x) \varphi^2(x') \chi^2(y) \chi^2(y') \int dz e^{-iqz} \frac{e^2}{4\pi \epsilon_r \epsilon_0 \sqrt{(x-x')^2 + (y-y')^2 + z^2}}.$$



**Fig. A.1.** Transformée de Fourier quasi-1D du potentiel Coulombien : pour le fil quantique de GaAs étudié (rouge) et pour un confinement harmonique de paramètre  $b = 1.065$  (voir texte).

En faisant les changements de variable  $\{(x - x' \rightarrow u, x \rightarrow x), (y - y' \rightarrow v, y \rightarrow y)\}$  puis  $(u \rightarrow r \cos \theta, v \rightarrow r \sin \theta)$ , il vient

$$V_{\mathbf{q}}^{1D} = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_r\epsilon_0} \frac{4a}{\pi} \int r dr d\theta dx dy K_0(qr) e^{-2a(x^2 + (x-r\cos\theta)^2)} \chi^2(y) \chi^2(y - r \sin \theta), \quad (\text{A.27})$$

où  $K_0$  est la fonction de Bessel modifiée d'ordre 0 [255]. On obtient finalement le résultat sous la forme d'une intégrale double :

$$V_{\mathbf{q}}^{1D} = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_r\epsilon_0} \sqrt{\frac{4a}{\pi}} \int dr e^{-ar^2} r K_0(qr) \int d\theta e^{ar^2 \sin^2 \theta} g(r \sin \theta), \quad (\text{A.28})$$

où la fonction  $g(v)$  est une intégrale calculable analytiquement :

$$g(v) = \begin{cases} \int_{-d/2}^{d/2-v} dy \chi^2(y) \chi^2(y-v) & \text{si } 0 \leq v < d \\ \int_{-d/2-v}^{d/2} dy \chi^2(y) \chi^2(y-v) & \text{si } -d < v \leq 0 \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} . \quad (\text{A.29})$$

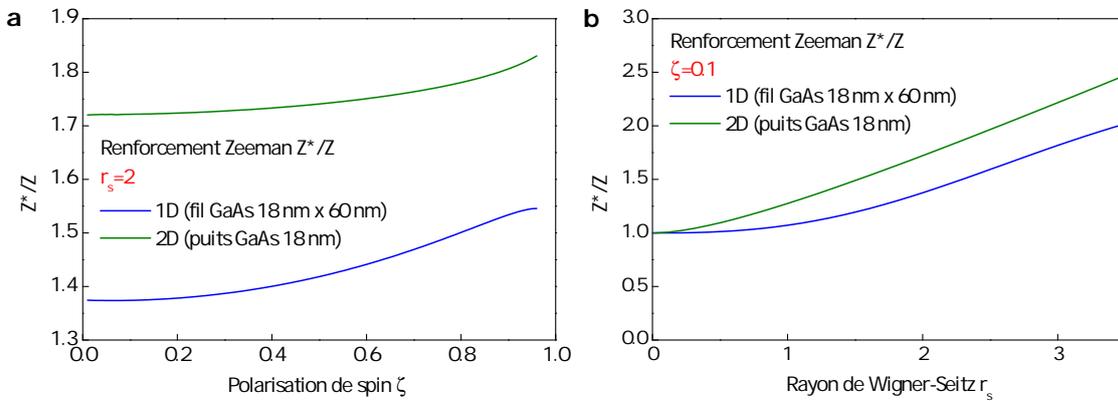
L'échantillon qui nous intéresse, correspondant à un réseau de fils de largeurs nominales 60 nm, atteignant la limite quantique, a été étudié dans la Ref. [176]. La pulsation du confinement harmonique (direction  $x$ ) a été évaluée à  $\omega_h = 2.3 \times 10^{12}$  rad/s, et l'épaisseur selon la direction  $y$  vaut  $d = 18$  nm. En utilisant ces paramètres, le calcul numérique du potentiel adimensionné  $\tilde{V}_{\mathbf{q}}^{1D} = V_{\mathbf{q}}^{1D}/\text{Ry}^* a_B^*$  (où  $\text{Ry}^*$  est le Rydberg effectif, cf. Eq. (1.16)) en fonction du vecteur d'onde adimensionné  $\tilde{q} = q a_B^*$  est montré figure A.1 par la courbe rouge. Il est comparé (cf. courbe noire) à l'expression  $\tilde{V}_{\mathbf{q}}^{1D} = 2E_1(b^2 \tilde{q}^2) e^{b^2 \tilde{q}^2}$  (où  $E_1$  est la fonction exponentielle-intégrale<sup>3</sup>), correspondant au cas du confinement cylindrique harmonique  $V(x, y) = \frac{x^2 + y^2}{4b^2} \frac{\text{Ry}^*}{a_B^{*2}}$  traité dans l'étude Monte-Carlo de la Ref. [254]. La courbe noire correspond au meilleur ajustement, obtenu pour  $b = 1.065$ . On constate que l'accord

3. Définie par  $E_1(x) = \int_x^\infty \frac{e^{-t}}{t} dt$ .

entre les deux potentiels est très bon : nous allons donc pouvoir utiliser en très bonne approximation la paramétrisation de  $\varepsilon_{xc}^{1D}(r_s, \zeta)$  faite pour  $b = 1$  dans la Ref. [254].

### A.1.3 Effet de la dimensionnalité sur l'élargissement cinétique

Nous commençons par comparer le renforcement Coulombien  $\frac{Z^*}{Z}$  de l'énergie Zeeman, donné par l'Eq. (A.23). Pour le cas 2D, on considère un puits quantique de même épaisseur que notre fil quantique, soit 18 nm. La figure A.2(a) montre la variation de  $\frac{Z^*}{Z}$  en fonction de  $\zeta$  (à  $r_s = 2$ ) et la figure A.2(b) montre la variation en fonction de  $r_s$  (à  $\zeta = 0.1$ ). On constate que pour les échantillons que nous comparons, l'influence de la dimensionnalité sur  $\frac{Z^*}{Z}$  est modérée.



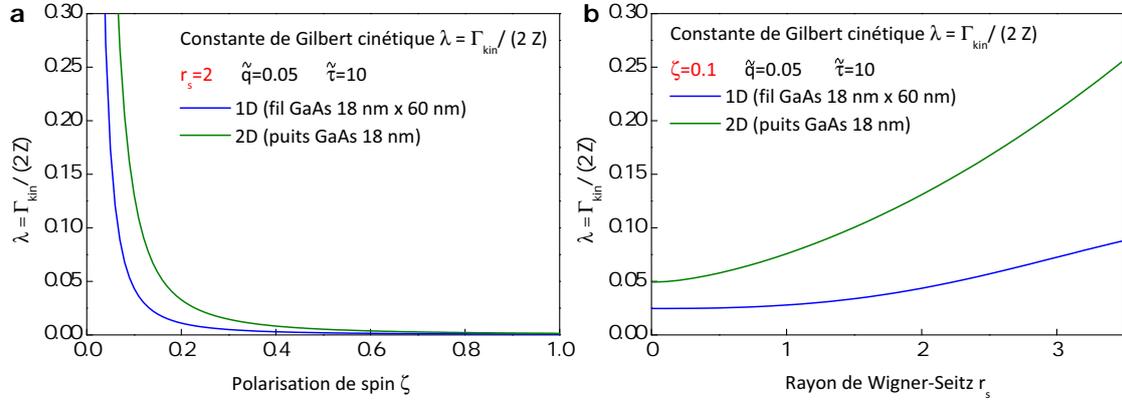
**Fig. A.2.** Renforcement  $Z^*/Z$  de l'énergie Zeeman (cf. Eq. (A.23)) : (a) en fonction de la polarisation de spin  $\zeta$  (à  $r_s = 2$ ); et (b) en fonction de  $r_s$  (à  $\zeta = 0.1$ ), pour les cas 1D et 2D décrits dans la légende.

Ainsi, d'après l'expression (A.24), le rapport  $\lambda_{1D}/\lambda_{2D}$  entre les constantes de Gilbert cinétiques va être essentiellement gouverné par le préfacteur  $(1 + \frac{\zeta^2}{3})/2$ , qui est proche de 0.5. Pour le vérifier, la figure A.3 compare  $\lambda_{1D}$  et  $\lambda_{2D}$ , pour un vecteur d'onde  $\tilde{q} = 0.05$  (correspondant au vecteur d'onde typique sondé en Raman), un désordre typique  $\tilde{\tau} = 10$ , et les mêmes valeurs de  $r_s$  et  $\zeta$  que la figure A.2. La figure A.3(a) montre que la constante de Gilbert cinétique est, à densité fixée, une fonction décroissante de la polarisation de spin. Cette variation a, dans le cas 2D, été validée expérimentalement par notre équipe (Ref. [29]) sur des puits quantiques de CdMnTe. La divergence pour  $\zeta \rightarrow 0$  s'explique par le fait que l'onde de spin disparaît progressivement dans le continuum des SPE transverses lorsque l'énergie Zeeman (donc la polarisation de spin) diminue (cf. figure 1.5(c)). Notre calcul montre que cette divergence existe aussi dans le cas 1D<sup>4</sup>, mais on retrouve le fait que la constante de Gilbert 1D est toujours environ 2 à 3 fois plus faible que la constante de Gilbert 2D. Cette propriété est également constatée sur la figure A.3(b), montrant la variation en fonction de  $r_s$ .

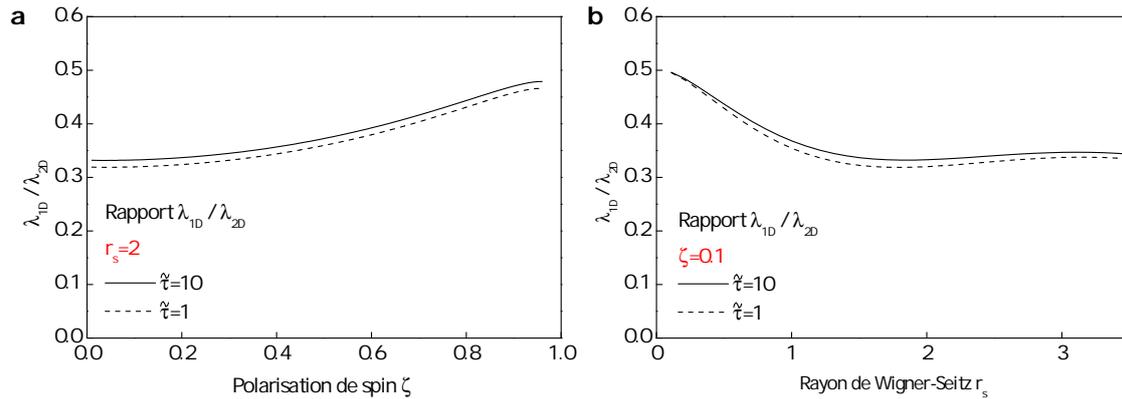
Enfin, la figure A.4 montre le rapport  $\lambda_{1D}/\lambda_{2D}$  de l'Eq. (A.24), pour deux valeurs du désordre :  $\tilde{\tau} = 10$  (limite propre) et  $\tilde{\tau} = 1$  (limite sale). On constate que le niveau de

4. Dans le cas d'un liquide de Luttinger, on s'attendrait à ce que cette divergence disparaisse, puisqu'il n'existe pas de continuum de SPE. Mais nous avons ici considéré un liquide de Fermi.

désordre a une influence négligeable.



**Fig. A.3.** Constante de Gilbert cinétique  $\lambda = \frac{\Gamma_{\text{kin}}}{2Z}$ , pour un vecteur d'onde  $\tilde{q} = 0.05$  et un désordre  $\tilde{\tau} = 10$  : (a) en fonction de la polarisation de spin  $\zeta$  (à  $r_s = 2$ ) ; et (b) en fonction de  $r_s$  (à  $\zeta = 0.1$ ), pour les cas 1D et 2D décrits dans la légende.



**Fig. A.4.** Rapport  $\lambda_{1D} / \lambda_{2D}$  des constantes de Gilbert cinétiques à 1D et 2D (pour le même  $\tilde{q}$ ) : (a) en fonction de la polarisation de spin  $\zeta$  (à  $r_s = 2$ ) ; et (b) en fonction de  $r_s$  (à  $\zeta = 0.1$ ), pour  $\tilde{\tau} = 10$  et  $\tilde{\tau} = 1$ .

## Conclusion

En conclusion, nous avons montré théoriquement que la réduction de dimensionnalité s'accompagne d'une inhibition de l'élargissement cinétique de l'onde de spin du gaz d'électrons polarisé. Intuitivement, cette réduction correspond au fait que le système se rapproche d'un liquide de Luttinger, pour lequel, du fait de la dispersion électronique linéaire, le couplage de l'onde de spin au courant de spin disparaît totalement (cf. Eq. (A.3)). On retrouve d'ailleurs ce résultat en faisant  $1/m_b = 0$  (courbure nulle) dans l'expression (A.18) de la relaxation cinétique. Si le système se situe dans la partie liquide de Fermi du *crossover* (du fait d'interactions Coulombiennes faibles, de la température et du désordre [251]), cette diminution n'est pas totale, mais est tout de même d'un facteur 2 à 3. Cette prédiction désigne les fils quantiques semi-conducteurs comme des candidats intéressants pour le

transport d'information par onde de spin.

## A.2 Mesure de la dispersion de l'onde de spin de CdMnTe par mélange à 4 ondes

[Coll. groupe D. Scalbert, Laboratoire Charles Coulomb]

Aux chapitres 5 et 6 de ce manuscrit, nous avons étudié l'onde de spin des puits quantiques dopés de CdMnTe, dans le domaine fréquentiel. Cette excitation peut également être étudiée dans le domaine temporel. Le groupe de D. Scalbert (Laboratoire Charles Coulomb, Montpellier) utilise la rotation Kerr résolue en temps [27, 28], et la spectroscopie de réseau transitoire de spin (*Transient Spin Grating*, TSG) pour cette étude.

Alors que la rotation Kerr résolue en temps donne accès à la dynamique du mode homogène ( $q = 0$ ), la spectroscopie TSG, basée sur un mélange à 4 ondes, doit en principe permettre d'accéder à la dynamique en  $q \neq 0$  de l'onde de spin, et donc d'en mesurer la dispersion. Mais cette mesure n'a jamais été réalisée dans la littérature. Lors de mon travail de thèse, le groupe (D. Scalbert, M. Vladimirova, S. Cronenberger, Z. Ben Cheikh) avait débuté des recherches dans ce sens, mais bien que le transfert d'un vecteur d'onde  $\mathbf{q}$  soit prouvé, aucune variation de fréquence avec  $q$  n'était observée dans la barre d'erreur : la dispersion apparaissait plate.

Parmi les explications envisagées, la modulation angulaire de la dispersion de l'onde de spin par les effets spin-orbite collectifs, mise en évidence dans ce manuscrit, est apparue comme une cause possible de la difficulté à mesurer la dispersion. En effet, pour certaines directions de transfert du vecteur d'onde  $\mathbf{q}$ , la dispersion est faible et peut passer sous la barre d'erreur. A l'inverse, il est possible de choisir la direction maximisant la dispersion, afin de faciliter la mesure. Dans ce contexte, j'ai eu l'opportunité de participer pendant 6 semaines (juin-juillet 2012) aux expériences du groupe de D. Scalbert. Je présente ici les résultats obtenus à cette période ; ceux-ci n'ont pas permis de conclure, mais notons que le groupe a récemment obtenu des résultats très encourageants, en suivant une autre piste que celle des effets spin-orbite.

### A.2.1 Principe

Nous décrivons d'abord brièvement les deux techniques expérimentales utilisées par le groupe pour l'étude de l'onde de spin des puits quantiques de CdMnTe.

#### a. Rotation Kerr résolue en temps

Dans cette expérience, un faisceau impulsif de pompe, polarisé circulairement, déclenche la précession des spins électroniques. L'évolution temporelle de cette précession est sondée par l'effet Kerr magnéto-optique : une impulsion de sonde polarisée linéairement, arrivant avec un retard contrôlé, voit son plan de polarisation tourner lors de la réflexion, du fait de la différence d'indice optique entre les ondes polarisées droite et gauche (dichroïsme circulaire). L'angle de rotation de la polarisation est proportionnel à l'aimantation selon la direction de propagation de la sonde, i.e. l'axe de croissance du puits quantique.

Dans ce cas, ce sont les excitations de spin homogènes ( $q = 0$ ) qui sont sondées ; plus précisément, il a été montré que seule l'onde de spin (et non les excitations individuelles) contribue au signal [27, 28].

### b. Spectroscopie de réseau transitoire de spin

La spectroscopie TSG [256, 193, 106] fait quant à elle intervenir un second faisceau de pompe. Les deux impulsions pompes, faisant un angle  $\theta$  entre elles, interfèrent à la surface de l'échantillon : cf. figure A.5. Elles y créent un motif d'intensité et d'hélicité de photon, qui dépend de  $\theta$  et de la polarisation des deux faisceaux. Si ces derniers sont polarisés orthogonalement<sup>5</sup>, l'intensité du motif est uniforme<sup>6</sup>, mais l'hélicité est modulée avec une période  $2\pi/q$ , où  $q = \frac{4\pi}{\lambda} \sin \frac{\theta}{2}$  et  $\lambda$  est la longueur d'onde des pompes (dégénérées). Ce réseau d'hélicité se convertit en un réseau de spin, par orientation optique [110] ou mécanisme Raman impulsif [257, 171].<sup>7</sup>

L'évolution temporelle de ce réseau de spin est alors sondée par un troisième faisceau, arrivant avec un retard  $\tau$  contrôlable. Ce faisceau de sonde est diffracté par la variation de l'indice local de réfraction induite par le réseau de spin. L'efficacité de diffraction est proportionnelle au carré de l'aimantation selon la direction de la sonde, qui coïncide ici avec l'axe de croissance du puits quantique. Un champ magnétique  $\mathbf{B}_{\text{ext}}$  est appliqué dans le plan du puits quantique (configuration Voigt), parallèlement à  $\mathbf{q}$  (à la différence de nos expériences Raman, où  $\mathbf{B}_{\text{ext}} \perp \mathbf{q}$ ). On s'attend donc à un signal diffracté oscillant dans le temps, reflétant la précession du réseau de spin des électrons itinérants.<sup>8</sup>

Dans le cas de CdMnTe, on s'attend à ce que le réseau d'hélicité excite, en plus d'un réseau d'excitations individuelles (SPE) incohérentes, deux ondes de spin de vecteurs d'onde  $\mathbf{q}$  et  $-\mathbf{q}$ . Le signal associé à l'une ou l'autre de ces ondes de spin peut être sélectionné. En faisant varier l'amplitude de  $q$ , la dispersion de l'onde de spin devrait ainsi pouvoir être reconstruite.

## A.2.2 Résultats

### a. Identification du mode par comparaison avec la rotation Kerr résolue en temps

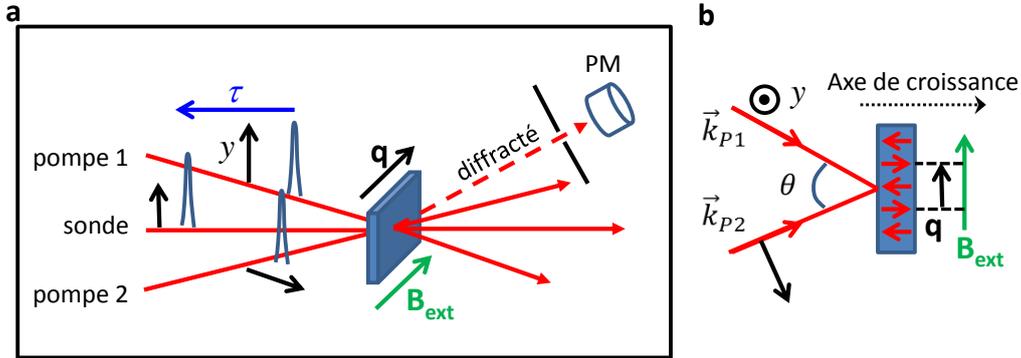
Les mesures présentées ici portent sur le même échantillon (101008A) que celui étudié au chapitre 5 de ce manuscrit par spectroscopie Raman. La figure A.6 montre un ensemble de traces temporelles TSG, obtenues pour  $|B_{\text{ext}}| = 5.5$  T. Comme attendu, le signal est oscillatoire, reflétant la précession des spins électroniques autour du champ magnétique

5. Polarisation linéaires croisées, ou contra-circulaires.

6. A l'échelle du spot d'excitation ; elle correspond au profil d'intensité gaussien du spot.

7. Dans ce cas, le mode de photon de fréquence  $\omega_i$  d'une des pompes est dépeuplé au profit du mode  $\omega_s$  de l'autre pompe. Si les deux impulsions sont polarisées orthogonalement, le processus génère une excitation de spin.

8. La contribution des trous et des Mn au signal diffracté est a priori négligeable. En effet, le spin des trous photocréés relaxe en quelques picosecondes [258], sans précesser, du fait du couplage trou-lourd-trou léger induit par le confinement [259] et le champ magnétique [231]. Quant aux spins des Mn, leur contribution est généralement très faible, sauf lorsque leur fréquence de précession est résonante avec l'onde de spin électronique [28].



**Fig. A.5.** Schéma de principe de la spectroscopie de réseau transitoire de spin (TSG). **a**, 2 impulsions pompes synchrones, contra-polarisées, créent un réseau d'hélicité de période  $q$ , qui se convertit en un réseau de spin électronique dans l'échantillon. Une impulsion sonde, arrivant après un délai ajustable  $\tau$ , diffracte sur ce réseau, avec une efficacité proportionnelle au carré de l'aimantation totale selon sa direction de propagation. **b**, L'angle  $\theta$  entre les directions d'incidence  $\mathbf{k}_{P1}$  et  $\mathbf{k}_{P2}$  des impulsions pompes, définit le vecteur d'onde du réseau  $q = \frac{4\pi}{\lambda} \sin \frac{\theta}{2}$ , où  $\lambda$  est la longueur d'onde incidente. Pris de [213].

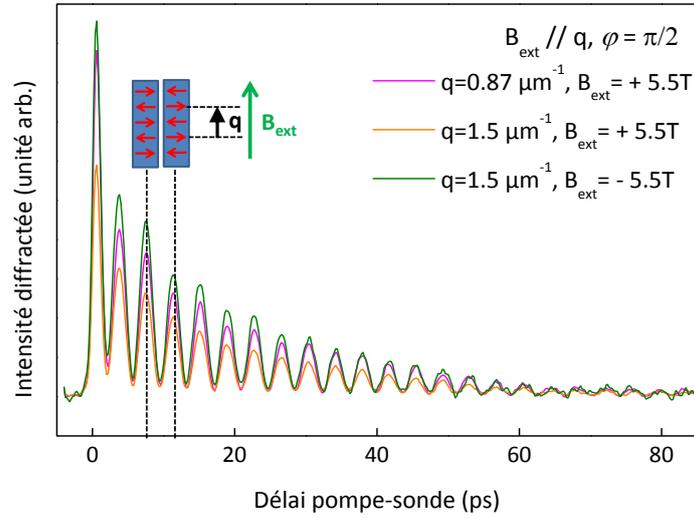
$\mathbf{B}_{\text{ext}} \parallel \mathbf{q}$ . Puisque le signal mesuré est proportionnel au carré de l'aimantation selon l'axe de croissance, la fréquence d'oscillation correspond au double de la fréquence de précession, et le temps de décroissance de l'enveloppe exponentielle correspond à la moitié du temps de vie de l'excitation.

On s'intéresse d'abord à la situation  $q = 0.87 \mu\text{m}^{-1}$ . Les fréquences de précession extraites pour une série de valeurs de champ magnétique sont présentées sur la figure A.7, par les symboles rouges. Elles sont comparées aux valeurs déduites des mesures Raman (noir) et de rotation Kerr résolue en temps (bleu), correspondant toutes deux à  $q = 0$ .

On constate que les fréquences de précession déduites de la spectroscopie TSG sont identiques, dans la barre d'erreur, à celles mesurées en rotation Kerr. Celles-ci, à leur tour, se comparent bien avec les valeurs Raman : elles ne diffèrent que par le fait que la température des Mn est plus élevée pour les mesures impulsives (Kerr et TSG, 3.3 K) que pour les mesures Raman continues (2 K). Ceci confirme que c'est bien l'onde de spin électronique qui est sondée en TSG ; il ne peut s'agir des SPE, dont la fréquence de précession  $Z^*/h$  est au moins 20% supérieure.

Cependant, les mesures TSG présentées ici ne permettent pas de mettre en évidence une variation de fréquence avec  $q$ . La figure A.8 montre en effet que jusqu'à  $q = 1.5 \mu\text{m}^{-1}$  (le vecteur d'onde maximum atteint pour cette campagne de mesures), les fréquences mesurées restent identiques à celles mesurées en rotation Kerr à  $q = 0$ , dans la barre d'erreur, ici évaluée à 2.5%.<sup>9</sup>

9. Sur les traces temporelles de la figure A.6, 20 oscillations sont résolues. On estime la précision sur la position des dernières oscillations à une demi-période. La différence relative minimale de fréquence détectable est donc proche de  $0.5/20 = 2.5\%$ .



**Fig. A.6.** Intensité diffractée par le réseau de spin en fonction du délai pompe-sonde  $\tau$ . L'oscillation reflète la précession des spins autour du champ extérieur  $\mathbf{B}_{\text{ext}}$ , appliqué parallèlement au vecteur d'onde du réseau  $\mathbf{q}$ . L'intensité diffractée est proportionnelle au carré de l'aimantation selon l'axe de croissance. La puissance moyenne des faisceaux pompes est  $P_P = 45 \mu\text{W}$ , et celle du faisceau sonde  $P_S = 35 \mu\text{W}$ .

### b. Direction de transfert de $\mathbf{q}$ : effets spin-orbite collectifs

Les effets spin-orbite collectifs décrits au chapitre 5 pourraient être responsables d'un aplatissement de la dispersion, expliquant la difficulté pour la mettre en évidence. D'après le modèle de l'Eq. (5.11), pour un champ magnétique  $\mathbf{B}_{\text{ext}}$  appliqué parallèlement à  $\mathbf{q}$ , on montre que la dispersion est donnée par :

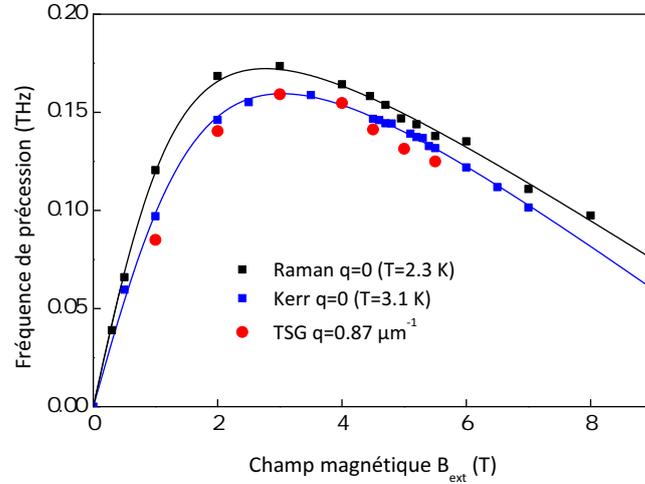
$$E_{\pm}(q, \varphi) \simeq |Z - fq^2| \pm 2\tilde{\beta}q \cos 2\varphi \quad (\text{A.30})$$

On notera que la modulation angulaire de cette dispersion est en opposition de phase avec celle pour  $\mathbf{B}_{\text{ext}} \perp \mathbf{q}$  (cf. Eq. (5.15)), que nous avons étudiée au chapitre 5.

En utilisant les valeurs expérimentales de  $Z$ ,  $f$  et  $\tilde{\beta}$  déduites partie 5.2.5, on trace figure A.8 les dispersions minimale et maximale, correspondant aux géométries représentées sur le panneau de droite. Les deux premiers signaux (rose et orange) de la figure A.6 correspondent à la situation à priori la plus favorable pour observer la dispersion ; la variation relative de fréquence prédite est de 2% entre  $q = 0 \mu\text{m}^{-1}$  et  $q = 1.5 \mu\text{m}^{-1}$ , et de 3% entre  $q = 0.87 \mu\text{m}^{-1}$  et  $q = 1.5 \mu\text{m}^{-1}$ . En inversant le sens du champ magnétique (signaux orange et vert), la variation attendue est de 3% également. Ces variations restent, néanmoins, à la limite de la barre d'erreur.

### c. Résultats récents obtenus par le groupe

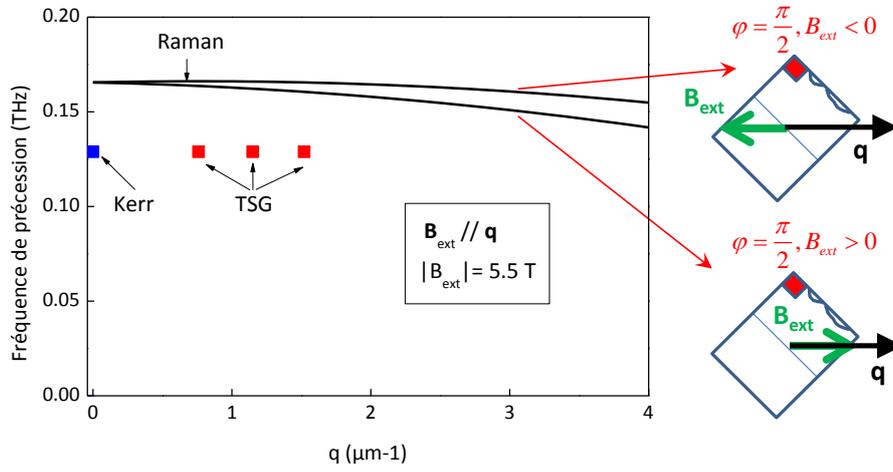
Le groupe de D. Scalbert a ensuite réalisé de nombreuses expériences complémentaires, en faisant varier le champ magnétique, les conditions de résonance, ainsi que les conditions d'échauffement de l'échantillon. En utilisant une lentille de plus grande ouverture, le vecteur



**Fig. A.7.** Comparaison des fréquences de précession de l'onde de spin, déduites des mesures Raman (noir) et de rotation Kerr résolue en temps (bleu), pour  $q = 0$ , et de la spectroscopie TSG, pour  $q = 0.87 \mu\text{m}^{-1}$  (rouge). Les courbes sont des ajustements à l'Eq. (5.1).

d'onde  $q$  a pu être augmenté jusqu'à  $2.3 \mu\text{m}^{-1}$ . Ces expériences ont confirmé que c'est bien le mode d'onde de spin qui est sondé : le régime de couplage fort avec le mode de précession des Mn a pu être mis en évidence, comme il l'avait été auparavant en rotation Kerr résolue en temps [27, 28]. Enfin très récemment, la correction des effets d'échauffement a permis de mettre en évidence une légère dispersion de l'onde de spin. Cette dispersion est toutefois moins prononcée que celle mesurée en spectroscopie Raman.

Deux pistes sont actuellement envisagées pour expliquer cet "aplatissement" de la dispersion. Cet aplatissement pourrait provenir, d'une part, d'une interférence destructive entre les deux modes d'onde de spin  $+\mathbf{q}$  et  $-\mathbf{q}$ , qui sont ici générés de façon cohérente, à la différence de la spectroscopie Raman continue. Une autre piste d'explication tient à la forte puissance crête des impulsions, qui génère à résonance une densité d'excitations individuelles (SPE) beaucoup plus grande qu'en Raman, à fluence égale. Pour déterminer si ce facteur pourrait être responsable de l'aplatissement de la dispersion, nous avons prévu des mesures Raman en modulant l'intensité du laser incident. L'objectif est, à fluence constante, d'obtenir des densités de puissances crêtes se rapprochant le plus possible des conditions de l'expérience TSG, et de déterminer si cet effet aplatit la dispersion. L'observation expérimentale TSG de la dispersion serait alors confirmée.



**Fig. A.8.** Fréquences de précession de l'onde de spin en fonction de  $q$  : les courbes noires sont des prédictions tenant compte des effets spin-orbite collectifs (Eq. (A.30)), d'après les paramètres expérimentaux  $f, \tilde{\alpha}$  et  $\tilde{\beta}$  extraits de la figure 5.8 ; elles correspondent aux 2 géométries représentées à droite, donnant respectivement les dispersions minimale et maximale. Les symboles correspondent aux données expérimentales de rotation Kerr (bleu) et de spectroscopie de réseau de spin (rouge).



# Interaction spin-orbite : compléments de calcul

---

Cette annexe regroupe des compléments de calcul sur l'interaction spin-orbite. La section B.1 présente une dérivation du Hamiltonien spin-orbite à 1 particule de Pauli. La section B.2 aborde le traitement des effets spin-orbite d'un système de  $N$  électrons en interaction.

## B.1 Dérivation du Hamiltonien spin-orbite à 1 particule

Nous présentons ici une dérivation intuitive, proposée notamment par Sakurai [75], du Hamiltonien spin-orbite de Pauli de l'Eq. (2.5).

On rappelle le cadre général du problème, présenté dans la section 2.1 du manuscrit. L'équation de Dirac pour un électron placé dans un potentiel  $V$  stationnaire s'écrit :

$$[c \boldsymbol{\alpha}_D \cdot \mathbf{p} + \beta_D m_0 c^2 + V] \psi = \varepsilon \psi, \quad (\text{B.1})$$

où  $\boldsymbol{\alpha}_D$  et  $\beta_D$  sont les matrices de Dirac :

$$\boldsymbol{\alpha}_D = \begin{pmatrix} 0 & \boldsymbol{\sigma} \\ \boldsymbol{\sigma} & 0 \end{pmatrix} \text{ et } \beta_D = \begin{pmatrix} \mathbb{1}_{2 \times 2} & 0 \\ 0 & -\mathbb{1}_{2 \times 2} \end{pmatrix}, \quad (\text{B.2})$$

avec  $\boldsymbol{\sigma}$  le vecteur des matrices de Pauli (Eq. (1.38)), et  $\mathbb{1}_{2 \times 2}$  la matrice identité  $2 \times 2$ . Dans l'Eq. (B.1),  $c$  est la vitesse de la lumière,  $m_0$  la masse de l'électron dans le vide, et  $\psi$  désigne un spineur (matrice colonne) à 4 composantes. Ce spineur est composé de 2 sous-parties :

$$\psi = \begin{pmatrix} \psi_A \\ \psi_B \end{pmatrix}, \quad (\text{B.3})$$

dont l'ordre de grandeur est très différent pour des vitesses non relativistes.  $\psi_A$  a en effet des valeurs supérieures à  $\psi_B$  par un facteur de l'ordre de  $(\frac{v}{c})^{-2}$ , où  $v$  est la vitesse de l'électron. Le but est de dériver une équation aux valeurs propres effective pour  $\psi_A$ .

L'Eq. (B.1) est équivalente au système d'équations couplées :

$$\boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{p} \psi_B = \frac{1}{c} (\tilde{\varepsilon} - V) \psi_A, \quad (\text{B.4})$$

$$\boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{p} \psi_A = \frac{1}{c} (\tilde{\varepsilon} - V + 2m_0 c^2) \psi_B, \quad (\text{B.5})$$

où on a posé  $\tilde{\varepsilon} = \varepsilon - m_0c^2$ . En injectant la seconde équation dans la première, il vient :

$$\left[ \boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{p} \left( \frac{c^2}{\tilde{\varepsilon} - V + 2m_0c^2} \right) \boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{p} \right] \psi_A = (\tilde{\varepsilon} - V) \psi_A. \quad (\text{B.6})$$

Dans le dénominateur du membre de gauche, la quantité  $\tilde{\varepsilon} - V$  est, pour des vitesses non relativistes, petite devant  $2m_0c^2$  :  $(\tilde{\varepsilon} - V)/(2m_0c^2) \approx (v/c)^2$ . On fait donc un développement au premier ordre par rapport à ce petit paramètre :

$$\frac{c^2}{\tilde{\varepsilon} - V + 2m_0c^2} \approx \frac{1}{2m_0} \left( 1 - \frac{\tilde{\varepsilon} - V}{2m_0c^2} \right). \quad (\text{B.7})$$

Enfin, pour dériver un Hamiltonien effectif à partir de l'Eq. (B.1), il reste à normaliser la fonction d'onde. En effet,  $\psi_A$  n'est pas normalisée à l'unité ; seule  $\psi$  l'est :

$$\int (\psi_A^\dagger \psi_A + \psi_B^\dagger \psi_B) d\mathbf{r} = 1. \quad (\text{B.8})$$

Mais, d'après l'Eq. (B.5), on a  $\psi_B \approx \frac{\boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{p}}{2m_0c} \psi_A$  (toujours à l'ordre  $(v/c)^2$ ). La condition de normalisation (B.8) se réécrit donc

$$\int \left( \psi_A^\dagger \left( 1 + \frac{\mathbf{p}^2}{4m_0^2c^2} \right) \psi_A \right) d\mathbf{r} \approx 1. \quad (\text{B.9})$$

On posera donc la fonction d'onde normalisée :

$$\tilde{\psi} = [1 + \mathbf{p}^2/(8m_0^2c^2)] \psi_A \quad (\text{B.10})$$

En injectant l'Eq. (B.10) dans l'Eq. (B.4), et après quelques manipulations simples, il vient :

$$\left[ \frac{\mathbf{p}^2}{2m_0} + V + \frac{\hbar}{4m_0^2c^2} (\boldsymbol{\sigma} \times \nabla V) \cdot \mathbf{p} - \frac{\mathbf{p}^4}{8m_0^3c^2} + \frac{\hbar^2}{8m_0^2c^2} \Delta V \right] \tilde{\psi} = \tilde{\varepsilon} \tilde{\psi}. \quad (\text{B.11})$$

Cette équation est l'Eq. (2.4) du manuscrit, dont le troisième terme est le terme spin-orbite de Pauli.

## B.2 Traitement relativiste de l'interaction Coulombienne

Le calcul ci-dessus s'est limité à un électron isolé. Comment traiter à présent des effets spin-orbite pour des électrons en interaction ? On pourrait songer à décrire chaque électron par un Hamiltonien de Dirac, puis inclure les interactions électroniques par le terme coulombien électrostatique en  $\sum(1/r_{ij})$ . C'est le *Hamiltonien de Dirac-Coulomb* :

$$\hat{\mathcal{H}}_{\text{DC}} = \sum_i \hat{\mathcal{H}}_{\text{Dirac}}^i + \frac{1}{2} \sum_{i \neq j} \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r_{ij}}, \quad (\text{B.12})$$

avec

$$\hat{\mathcal{H}}_{\text{Dirac}}^i = c \boldsymbol{\alpha}_{\text{D},i} \cdot (\mathbf{p}_i + e\mathbf{A}(\mathbf{r}_i)) + \beta_{\text{D}} m_0 c^2 + V(\mathbf{r}_i), \quad (\text{B.13})$$

où les indices  $i, j$  repèrent les  $N$  électrons du gaz,  $\mathbf{r}_{ij} = \mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j$ , et les matrices de Dirac  $\alpha_D$  et  $\beta_D$  sont données par l'Eq. (B.2).

Cependant, cette approche n'est pas totalement cohérente : le terme spin-orbite est relativiste à l'ordre  $(\frac{v}{c})^2$ , alors que la loi de Coulomb n'est rigoureusement valable que pour des charges immobiles ( $v = 0$ ). Un traitement relativiste complet (invariant par transformation de Lorentz) du problème de *deux* électrons en interaction est donné par l'équation de Bethe et Salpeter [260]. Breit avait quant à lui proposé un Hamiltonien, approximé à l'ordre  $(\frac{v}{c})^2$ , mais facilement généralisable à  $N$  électrons [261, 262] :

$$\widehat{\mathcal{H}}_{\text{DCB}} = \sum_i \widehat{\mathcal{H}}_{\text{Dirac}}^i + \frac{1}{2} \sum_{i \neq j} \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r_{ij}} + \frac{1}{2} \sum_{i \neq j} \widehat{B}_{ij}, \quad (\text{B.14})$$

où

$$\widehat{B}_{ij} = - \left( \frac{\alpha_{D,i} \cdot \alpha_{D,j}}{r_{ij}} + \frac{(\alpha_{D,i} \cdot \mathbf{r}_{ij})(\alpha_{D,j} \cdot \mathbf{r}_{ij})}{r_{ij}^3} \right), \quad (\text{B.15})$$

en unités atomiques. Ce *Hamiltonien de Dirac-Coulomb-Breit*  $\widehat{\mathcal{H}}_{\text{DCB}}$  permet d'incorporer des effets de retard ainsi que des effets magnétiques. Il contient notamment les interactions suivantes :

- Un terme *spin-orbite à 2 corps* :

$$\widehat{\mathcal{H}}_{\text{SO2}} = -\frac{1}{8c^2} \sum_{i \neq j} \left( \boldsymbol{\sigma}_i \times \frac{\mathbf{r}_{ij}}{r_{ij}^3} \right) \cdot \mathbf{p}_i \quad (\text{B.16})$$

- Un terme *spin-autre-orbite* :

$$\widehat{\mathcal{H}}_{\text{SoO}} = \frac{1}{4c^2} \sum_{i \neq j} \left( \boldsymbol{\sigma}_i \times \frac{\mathbf{r}_{ij}}{r_{ij}^3} \right) \cdot \mathbf{p}_j \quad (\text{B.17})$$

La prise en compte de ces termes permet de traiter sur un plan d'égalité (i.e. toutes deux à l'ordre  $(v/c)^2$ ) l'interaction spin-orbite et l'interaction coulombienne, dans un problème à  $N$  corps.

Le Hamiltonien  $\widehat{\mathcal{H}}_{\text{DCB}}$  est couramment utilisé en physique atomique [263] et moléculaire [264], où il prédit des corrections énergétiques et des effets dynamiques accessibles à l'expérience. En physique de solides,  $\widehat{\mathcal{H}}_{\text{DCB}}$  a été incorporé dans le formalisme de la théorie de la fonctionnelle de densité (cf. section 1.4.4) par MacDonald et Vosko [265]. Cependant, il n'y a pas encore eu à notre connaissance de mise en évidence expérimentale des corrections associées.



# Energie et largeur de raie de l'onde de spin du gaz 2D polarisé en spin

Cette Annexe présente une synthèse des travaux théoriques de notre équipe, publiés dans les Refs. [70, 29, 52, 30], sur les propriétés du gaz d'électrons 2D polarisé en spin dans les puits quantiques de CdMnTe. Nous détaillons les calculs analytiques, utilisant la méthode des équations du mouvement et l'approximation ALDA (*Adiabatic Local Density Approximation*, cf. section 1.4.4), qui démontrent les propriétés suivantes :

- Le renforcement Coulombien de l'énergie Zeeman ( $|Z^*| > |Z|$ ) des électrons de conduction,
- La dispersion quadratique  $E(q) = Z - fq^2$  de l'onde de spin,
- La largeur de raie quadratique  $\Gamma(q) = \Gamma_0 + \Gamma_2 q^2$  de l'onde de spin.

Dans ces calculs, le couplage spin-orbite est négligé. Nous avons débuté dans la section 6.4.3 de ce manuscrit la généralisation de ce calcul pour inclure le couplage spin-orbite.

## C.1 Hamiltonien du gaz d'électrons

En traitant le couplage entre le gaz d'électrons et les spins localisés des Mn dans l'approximation de champ moyen (cf. section 5.1.1), et en négligeant le couplage spin-orbite, le Hamiltonien total du gaz est la somme de contributions cinétique, Coulombienne, et Zeeman :

$$\hat{\mathcal{H}} = \hat{\mathcal{H}}_{\text{kin}} + \hat{\mathcal{H}}_{\text{Coul}} + \hat{\mathcal{H}}_Z = \sum_i \frac{\hat{\mathbf{p}}_i^2}{2m_b} + \frac{1}{2} \sum_{i \neq j} \frac{e^2}{4\pi\epsilon_r\epsilon_0 |\hat{\mathbf{r}}_i - \hat{\mathbf{r}}_j|} + \frac{Z}{2} \sum_i \hat{\sigma}_{i,z}, \quad (\text{C.1})$$

où  $\epsilon_r \simeq 10.0$  et  $m_b \simeq 0.105 m_0$  (avec  $m_0$  la masse de l'électron dans le vide) sont la constante diélectrique relative et le masse de bas de bande de conduction dans CdTe,  $\hat{\sigma}_z$  est la matrice de Pauli selon l'axe de quantification  $z$ , aligné avec le champ magnétique extérieur, et les indices  $i, j$  repèrent les  $N$  électrons du gaz. L'éclatement Zeeman  $Z$  est donné par l'Eq. (5.1). Par souci de simplicité, nous restreignons la discussion ci-dessous au cas  $Z > 0$ ; les résultats se généralisent aisément au cas  $Z < 0$ .

En utilisant la base des ondes planes  $\{|\mathbf{k}_{\parallel}\sigma\rangle\}$  — que l'on notera plus simplement  $\{|\mathbf{k}\sigma\rangle\}$  — ce Hamiltonien s'écrit en seconde quantification :

$$\hat{\mathcal{H}} = \sum_{\mathbf{k}\sigma} \frac{\hbar^2 k^2}{2m_b} c_{\mathbf{k}\sigma}^+ c_{\mathbf{k}\sigma} + \frac{1}{2L^2} \sum_{\substack{\mathbf{q} \neq \mathbf{0}, \mathbf{k}, \mathbf{k}' \\ \sigma, \sigma'}} V_{\mathbf{q}} c_{\mathbf{k}+\mathbf{q}\sigma}^+ c_{\mathbf{k}'-\mathbf{q}\sigma'}^+ c_{\mathbf{k}'\sigma'} c_{\mathbf{k}\sigma} + Z \hat{S}_{z, \mathbf{q}=\mathbf{0}}, \quad (\text{C.2})$$

où  $c_{\mathbf{k}\sigma}^+$  ( $c_{\mathbf{k}\sigma}$ ) est l'opérateur de création (annihilation) d'un état de vecteur d'onde  $\mathbf{k}$  et de spin  $\sigma$ , et  $L^2$  est la surface du gaz. On a posé  $V_{\mathbf{q}} = F(q) \frac{e^2}{2\epsilon_r \epsilon_0 q}$ , la transformée de Fourier bi-dimensionnelle du potentiel Coulombien, avec  $F(q)$  un facteur de forme prenant en compte le potentiel de confinement [61]. Le terme  $\mathbf{q} = \mathbf{0}$  de la somme dans le terme Coulombien n'apparaît pas, car on suppose la présence d'un fond de charge positive uniforme dû aux ions, qui le compense exactement (modèle du *jellium* [62]).

On a noté  $\hat{S}_{z,\mathbf{q}}$  la composante longitudinale de la transformée de Fourier<sup>1</sup> de l'opérateur densité de spin  $\hat{\mathbf{S}}(\hat{\mathbf{r}}) = \frac{1}{2} \sum_i \hat{\boldsymbol{\sigma}}_i \delta(\hat{\mathbf{r}} - \hat{\mathbf{r}}_i)$ . On a :

$$\hat{S}_{z,\mathbf{q}} = \frac{1}{2} \sum_{\mathbf{k}} \left( c_{\mathbf{k}+\mathbf{q}\uparrow}^+ c_{\mathbf{k}\uparrow} - c_{\mathbf{k}+\mathbf{q}\downarrow}^+ c_{\mathbf{k}\downarrow} \right). \quad (\text{C.3})$$

On définit de façon similaire la transformée de Fourier de l'opérateur densité de spin transverse  $\hat{S}_+(\hat{\mathbf{r}}) = \hat{S}_x(\hat{\mathbf{r}}) + i \hat{S}_y(\hat{\mathbf{r}})$  :

$$\hat{S}_{+,\mathbf{q}} = \sum_{\mathbf{k}} \underbrace{c_{\mathbf{k}+\mathbf{q}\uparrow}^+ c_{\mathbf{k}\downarrow}}_{\hat{v}_{\mathbf{k},\mathbf{q}}}. \quad (\text{C.4})$$

Dans l'expression de  $\hat{S}_{+,\mathbf{q}}$ , l'opérateur  $\hat{v}_{\mathbf{k},\mathbf{q}} = c_{\mathbf{k}+\mathbf{q}\uparrow}^+ c_{\mathbf{k}\downarrow}$ , appliqué à l'état fondamental du gaz, fait transiter un électron de spin  $\downarrow$  et de vecteur d'onde  $\mathbf{k}$ , vers un état  $\uparrow$  de vecteur d'onde  $\mathbf{k} + \mathbf{q}$  : c'est donc un opérateur de *création d'excitation individuelle (SPE) transverse* (cf. sections 1.4.1 et 5.3.2).  $\hat{S}_{+,\mathbf{q}}$  est une superposition cohérente de telles SPE de spin de vecteur d'onde  $\mathbf{q}$  : c'est donc l'opérateur de *création d'une onde de spin* de vecteur d'onde  $\mathbf{q}$ .

## C.2 Equation du mouvement des SPE

On souhaite calculer l'énergie Zeeman  $Z^*$  d'un état à 1 particule, renormalisée par les interactions. Cette énergie est définie comme la variation de l'énergie totale du gaz lors du retournement de spin d'un électron, sans modification de son vecteur d'onde. C'est donc l'énergie associée à l'action de l'opérateur  $\hat{v}_{\mathbf{k},\mathbf{q}=\mathbf{0}} = c_{\mathbf{k}\uparrow}^+ c_{\mathbf{k}\downarrow}$ . Pour la déterminer, nous allons établir l'équation du mouvement de  $\hat{v}_{\mathbf{k},\mathbf{q}}$  en représentation de Heisenberg<sup>2</sup> :

$$i\hbar \frac{d}{dt} \hat{v}_{\mathbf{k},\mathbf{q}} = \left[ \hat{v}_{\mathbf{k},\mathbf{q}}, \hat{\mathcal{H}} \right]. \quad (\text{C.5})$$

On montre facilement que les Hamiltoniens cinétique et Zeeman conservent la dynamique des SPE :

$$\left[ \hat{v}_{\mathbf{k},\mathbf{q}}, \hat{\mathcal{H}}_{\text{kin}} + \hat{\mathcal{H}}_Z \right] = -(\varepsilon_{\mathbf{k}+\mathbf{q}} - \varepsilon_{\mathbf{k}} + Z) \hat{v}_{\mathbf{k},\mathbf{q}}, \quad (\text{C.6})$$

où on a posé  $\varepsilon_{\mathbf{k}} = \frac{\hbar^2 k^2}{2m_b}$ .

1. Définie par  $\hat{\mathbf{S}}_{\mathbf{q}} = \int \hat{\mathbf{S}}(\hat{\mathbf{r}}) e^{i\mathbf{q} \cdot \mathbf{r}} d^2 \mathbf{r} = \sum_i \hat{\boldsymbol{\sigma}}_i e^{i\mathbf{q} \cdot \hat{\mathbf{r}}_i}$ .

2. Soit, pour un opérateur  $\hat{A}$  quelconque,  $\hat{A}(t) = e^{\frac{it\hat{\mathcal{H}}}{\hbar}} \hat{A} e^{-\frac{it\hat{\mathcal{H}}}{\hbar}}$ , où  $\hat{\mathcal{H}}$  est le Hamiltonien du système.

En revanche, le Hamiltonien de Coulomb couple chaque SPE à des multipaires de spin total +1 :

$$\left[ \widehat{v}_{\mathbf{k},\mathbf{q}}, \widehat{\mathcal{H}}_{\text{Coul}} \right] = L^{-2} \sum_{\mathbf{q}' \neq \mathbf{0}, \mathbf{k}', \sigma} V_{\mathbf{q}'} \left( c_{\mathbf{k}+\mathbf{q}+\mathbf{q}'\uparrow}^+ c_{\mathbf{k}'\sigma} c_{\mathbf{k}'-\mathbf{q}'\sigma}^+ c_{\mathbf{k}\downarrow} \right) - L^{-2} \sum_{\mathbf{q}' \neq \mathbf{0}, \mathbf{k}', \sigma} V_{\mathbf{q}'} \left( c_{\mathbf{k}+\mathbf{q}\uparrow}^+ c_{\mathbf{k}'\sigma} c_{\mathbf{k}'-\mathbf{q}'\sigma}^+ c_{\mathbf{k}-\mathbf{q}'\downarrow} \right). \quad (\text{C.7})$$

On traite cette dynamique par une approximation de type RPA (*Random Phase Approximation*) : on ne conserve dans les sommes du membre de droite que les termes s'écrivant comme le produit d'un opérateur de SPE  $\widehat{v}_{\mathbf{k},\mathbf{q}}$  par un opérateur nombre  $\widehat{n}_{\mathbf{k}\sigma} = c_{\mathbf{k}\sigma}^+ c_{\mathbf{k}\sigma}$ , puis on remplace  $\widehat{n}_{\mathbf{k}\sigma}$  par sa valeur moyenne  $\langle \widehat{n}_{\mathbf{k}\sigma} \rangle_0$  dans l'état fondamental (on se place à température nulle). Dans ce cas, le facteur Coulombien  $V_{\mathbf{q}}$  doit être remplacé par un facteur de champ local (*local field factor*) transverse  $G_{\text{xc}}^{+-}$ , pour tenir compte du champ dynamique d'échange créé par les autres électrons [62]. On négligera la dépendance de  $G_{\text{xc}}^{+-}$  en fréquence d'une part, et en vecteur d'onde, d'autre part — cette dernière approximation revient à traiter l'interaction Coulombienne comme une interaction de contact :  $V_{\mathbf{q}} = G_{\text{xc}}^{+-} = \text{cste}(\mathbf{q})$ . Cette approximation se justifie ici par le fait que  $q \ll k_{\text{F}}$ .

Par ailleurs, du fait des interactions électroniques, le temps de vie des états  $\mathbf{k}\sigma$  devient fini. La théorie du *spin Coulomb drag* (SCD) permet de calculer cet élargissement Coulombien des états à 1 particule. On note qu'à la différence du plasmon de spin inter-sous-bande (cf. section 4.2.3), ce sont ici les degrés de spin perpendiculaires (et non parallèles) à la direction de quantification qui sont affectés (SCD transverse) [253, 29].

On peut également à ce stade inclure le désordre de façon phénoménologique : les deux contributions (SCD et désordre) sont additives [253]. L'élargissement total des états à 1 particule,  $\eta = \eta_{\text{SCD}} + \eta_{\text{dis}}$ , est alors pris en compte par l'introduction d'une partie imaginaire  $i\eta$  en facteur de  $\widehat{v}_{\mathbf{k},\mathbf{q}}$ .

Au final, on obtient pour la dynamique approchée de  $\widehat{v}_{\mathbf{k},\mathbf{q}}$  :

$$i\hbar \frac{d}{dt} \widehat{v}_{\mathbf{k},\mathbf{q}} = - \left( \varepsilon_{\mathbf{k}+\mathbf{q}} - \varepsilon_{\mathbf{k}} + Z + 2L^{-2} G_{\text{xc}}^{+-} \langle \widehat{S}_{z,\mathbf{q}=\mathbf{0}} \rangle_0 - i\eta \right) \widehat{v}_{\mathbf{k},\mathbf{q}} - L^{-2} G_{\text{xc}}^{+-} \left( \langle \widehat{n}_{\mathbf{k}\downarrow} \rangle_0 - \langle \widehat{n}_{\mathbf{k}+\mathbf{q}\uparrow} \rangle_0 \right) \widehat{S}_{+, \mathbf{q}}, \quad (\text{C.8})$$

où  $\langle \dots \rangle_0$  désigne la moyenne dans l'état fondamental de  $\widehat{\mathcal{H}}$ . Cette expression fait apparaître l'énergie des SPE, comme la partie réelle du préfacteur de  $\widehat{v}_{\mathbf{k},\mathbf{q}}$  :

$$\hbar\omega^{\text{SPE}}(\mathbf{k}, \mathbf{q}) = \varepsilon_{\mathbf{k}+\mathbf{q}} - \varepsilon_{\mathbf{k}} + Z + 2L^{-2} G_{\text{xc}}^{+-} \langle \widehat{S}_{z,\mathbf{q}=\mathbf{0}} \rangle_0. \quad (\text{C.9})$$

Ainsi,

$$Z^* \equiv \hbar\omega^{\text{SPE}}(\mathbf{k}, \mathbf{0}) = Z + 2L^{-2} G_{\text{xc}}^{+-} \langle \widehat{S}_{z,\mathbf{q}=\mathbf{0}} \rangle_0. \quad (\text{C.10})$$

**Par identification avec le résultat ALDA des Eqs. (1.59) et (1.60)** (Refs. [73, 70]), on obtient alors

$$G_{\text{xc}}^{+-} = \frac{2}{n_{2\text{D}}\zeta} \frac{\partial \varepsilon_{\text{xc}}}{\partial \zeta}, \quad (\text{C.11})$$

où  $\varepsilon_{\text{xc}}(r_s, \zeta)$  est l'énergie d'échange-corrélation par particule dans l'état fondamental, connue précisément par la méthode Monte-Carlo (cf. section 1.3.5) et  $\zeta = \frac{N_{\downarrow} - N_{\uparrow}}{N_{\downarrow} + N_{\uparrow}}$  est

la polarisation de spin (avec  $N_\sigma$  la densité de spin  $\sigma$ ). En injectant l'Eq. (C.11) dans l'Eq. (C.10), et en utilisant le fait que  $\langle \hat{S}_{z,\mathbf{q}=\mathbf{0}} \rangle_0 = \frac{N}{2} \zeta$ , on obtient :

$$\boxed{Z^* = Z + 2 \frac{\partial \varepsilon_{xc}}{\partial \zeta}}, \quad (\text{C.12})$$

c'est-à-dire l'Eq. (5.3). Cette expression décrit adéquatement le renforcement  $Z^*/Z$  déterminé expérimentalement, notamment en spectroscopie Raman [26, 70, 29, 51].

### C.3 Equation du mouvement de l'onde de spin

Pour déterminer l'énergie et la largeur de raie de l'onde de spin, on calcule à présent la dynamique de l'opérateur  $\hat{S}_{+,\mathbf{q}}$ . Les Hamiltoniens de Coulomb et Zeeman conservent  $\hat{S}_{+,\mathbf{q}}$  :

$$\left[ \hat{S}_{+,\mathbf{q}}, \hat{\mathcal{H}}_{\text{Coul}} + \hat{\mathcal{H}}_Z \right] = -Z \hat{S}_{+,\mathbf{q}}. \quad (\text{C.13})$$

En revanche, le Hamiltonien cinétique couple  $\hat{S}_{+,\mathbf{q}}$  au *courant de spin transverse*  $\hat{\mathbf{J}}_{+,\mathbf{q}}$  :

$$\left[ \hat{S}_{+,\mathbf{q}}, \hat{\mathcal{H}}_{\text{kin}} \right] = - \sum_{\mathbf{k}} (\varepsilon_{\mathbf{k}+\mathbf{q}} - \varepsilon_{\mathbf{k}}) c_{\mathbf{k}+\mathbf{q}\uparrow}^+ c_{\mathbf{k}\downarrow} = -\hbar \mathbf{q} \cdot \hat{\mathbf{J}}_{+,\mathbf{q}}, \quad (\text{C.14})$$

où

$$\hat{\mathbf{J}}_{+,\mathbf{q}} = \frac{\hbar}{m_b} \sum_{\mathbf{k}} \left( \mathbf{k} + \frac{\mathbf{q}}{2} \right) c_{\mathbf{k}+\mathbf{q}\uparrow}^+ c_{\mathbf{k}\downarrow}. \quad (\text{C.15})$$

L'équation du mouvement de  $\hat{S}_{+,\mathbf{q}}$  est donc :

$$\boxed{i\hbar \frac{d}{dt} \hat{S}_{+,\mathbf{q}} = -Z \hat{S}_{+,\mathbf{q}} - \hbar \mathbf{q} \cdot \hat{\mathbf{J}}_{+,\mathbf{q}}}. \quad (\text{C.16})$$

Ainsi, pour  $q \neq 0$ , l'onde de spin est associée à la circulation d'un courant de spin (alternatif). Or, ce dernier n'est pas conservé par le Hamiltonien de Coulomb : il se sépare en excitations individuelles  $c_{\mathbf{k}+\mathbf{q}\uparrow}^+ c_{\mathbf{k}\downarrow}$ . Comme nous l'avons vu ci-dessus (cf. Eq. (C.8)), ces dernières ont un temps de vie fini  $\eta/\hbar$ , associé à la diffusion sur le désordre et sur les autres électrons ( $\eta = \eta_{\text{SCD}} + \eta_{\text{dis}}$ ). Au final, le courant de spin dissipe, entraînant la dissipation de l'onde de spin. On parlera d'**élargissement cinétique**, puisque le couplage au courant de spin provient du Hamiltonien cinétique (Eq. (C.14)).

Avant de détailler le calcul de cet élargissement cinétique, nous présentons le calcul, plus simple, de l'énergie de l'onde de spin.

### C.4 Dispersion de l'onde de spin

Nous avons vu dans la section 1.4 que les énergies des modes collectifs sont données par les pôles des fonctions de réponse appropriées. Pour l'onde de spin étudiée ici, la fonction de réponse pertinente est la susceptibilité de spin transverse :

$$\chi_{+-}(\mathbf{q}, \omega) = \langle \langle \hat{S}_{+,\mathbf{q}}; \hat{S}_{-,-\mathbf{q}} \rangle \rangle_\omega, \quad (\text{C.17})$$

où la notation  $\langle\langle \widehat{A}; \widehat{B} \rangle\rangle_\omega$ , définie par l'Eq. (1.35), désigne la composante de Fourier  $\omega$  de la réponse d'une observable  $\widehat{A}$  à une perturbation linéairement couplée à  $\widehat{B}$  [62]. Toute fonction de réponse admet les équations du mouvement suivantes :

$$-\hbar\omega\langle\langle \widehat{A}; \widehat{B} \rangle\rangle_\omega = \langle\langle [\widehat{A}, \widehat{\mathcal{H}}]; \widehat{B} \rangle\rangle_\omega + \langle[\widehat{A}, \widehat{B}]_0\rangle \quad (\text{C.18})$$

$$= -\langle\langle \widehat{A}; [\widehat{B}, \widehat{\mathcal{H}}] \rangle\rangle_\omega + \langle[\widehat{A}, \widehat{B}]_0\rangle. \quad (\text{C.19})$$

En appliquant l'Eq. (C.18) à la définition (C.17), et en utilisant l'équation du mouvement (C.16), il vient :

$$\begin{aligned} -\hbar\omega\langle\langle \widehat{S}_{+, \mathbf{q}}; \widehat{S}_{-, -\mathbf{q}} \rangle\rangle_\omega &= -Z\langle\langle \widehat{S}_{+, \mathbf{q}}; \widehat{S}_{-, -\mathbf{q}} \rangle\rangle_\omega \\ &\quad - \sum_{\mathbf{k}} (\varepsilon_{\mathbf{k}+\mathbf{q}} - \varepsilon_{\mathbf{k}}) \langle\langle c_{\mathbf{k}+\mathbf{q}, \uparrow}^+ c_{\mathbf{k}, \downarrow}; \widehat{S}_{-, -\mathbf{q}} \rangle\rangle_\omega + 2\langle\widehat{S}_{z, \mathbf{q}=\mathbf{0}}\rangle_0 \end{aligned} \quad (\text{C.20})$$

En appliquant à nouveau l'Eq. (C.18) à  $\langle\langle c_{\mathbf{k}+\mathbf{q}, \uparrow}^+ c_{\mathbf{k}, \downarrow}; \widehat{S}_{-, -\mathbf{q}} \rangle\rangle_\omega$ , et en utilisant cette fois l'équation du mouvement (C.8), on obtient :

$$\begin{aligned} -\hbar\omega\langle\langle c_{\mathbf{k}+\mathbf{q}, \uparrow}^+ c_{\mathbf{k}, \downarrow}; \widehat{S}_{-, -\mathbf{q}} \rangle\rangle_\omega &= (\varepsilon_{\mathbf{k}} - \varepsilon_{\mathbf{k}+\mathbf{q}} - Z^* + i\eta) \langle\langle c_{\mathbf{k}+\mathbf{q}, \uparrow}^+ c_{\mathbf{k}, \downarrow}; \widehat{S}_{-, -\mathbf{q}} \rangle\rangle_\omega \\ &\quad - L^{-2} G_{\text{xc}}^{+-} (\langle\widehat{n}_{\mathbf{k}, \downarrow}\rangle_0 - \langle\widehat{n}_{\mathbf{k}+\mathbf{q}, \uparrow}\rangle_0) \langle\langle \widehat{S}_{+, \mathbf{q}}; \widehat{S}_{-, -\mathbf{q}} \rangle\rangle_\omega + \langle c_{\mathbf{k}+\mathbf{q}, \uparrow}^+ c_{\mathbf{k}+\mathbf{q}, \uparrow} - c_{\mathbf{k}, \downarrow}^+ c_{\mathbf{k}, \downarrow} \rangle_0, \end{aligned} \quad (\text{C.21})$$

soit encore :

$$\langle\langle c_{\mathbf{k}-\mathbf{q}, \uparrow}^+ c_{\mathbf{k}, \downarrow}; \widehat{S}_{-, -\mathbf{q}} \rangle\rangle_\omega = \frac{\langle\widehat{n}_{\mathbf{k}, \downarrow}\rangle_0 - \langle\widehat{n}_{\mathbf{k}+\mathbf{q}, \uparrow}\rangle_0}{\varepsilon_{\mathbf{k}} - \varepsilon_{\mathbf{k}+\mathbf{q}} - Z^* + \hbar\omega + i\eta} \left( 1 + L^{-2} G_{\text{xc}}^{+-} \langle\langle \widehat{S}_{+, \mathbf{q}}; \widehat{S}_{-, -\mathbf{q}} \rangle\rangle_\omega \right). \quad (\text{C.22})$$

En réinjectant cette équation dans l'Eq. (C.20), et après quelques manipulations simples, on obtient le résultat exact (correspondant à l'Eq. (1.59) du chapitre 1) :

$$\boxed{\chi_{+-}(\mathbf{q}, \omega) = \frac{\Pi_{\downarrow\uparrow}(\mathbf{q}, \omega)}{1 - G_{\text{xc}}^{+-} \Pi_{\downarrow\uparrow}(\mathbf{q}, \omega)}}. \quad (\text{C.23})$$

On a donc relié la fonction de réponse des électrons en interaction à la fonction de réponse d'électrons indépendants, la fonction de Lindhard  $\Pi_{\downarrow\uparrow}(\mathbf{q}, \omega)$ , donnée par l'Eq. (1.25) :

$$\Pi_{\downarrow\uparrow}(\mathbf{q}, \omega) = \frac{1}{L^2} \sum_{\mathbf{k}} \frac{f(\varepsilon_{\mathbf{k}, \downarrow}) - f(\varepsilon_{\mathbf{k}+\mathbf{q}, \uparrow})}{\varepsilon_{\mathbf{k}, \downarrow} - \varepsilon_{\mathbf{k}+\mathbf{q}, \uparrow} + \hbar\omega + i\eta}, \quad (\text{C.24})$$

où  $\varepsilon_{\mathbf{k}\sigma} = \frac{\hbar^2 k^2}{2m_b} + \sigma \frac{Z^*}{2}$ , et  $f$  désigne la fonction de Fermi.

Le pôle de  $\langle\langle \widehat{S}_{+, \mathbf{q}}; \widehat{S}_{-, -\mathbf{q}} \rangle\rangle_\omega$  correspond à la partie réelle du zéro du dénominateur  $1 - G_{\text{xc}}^{+-} \Pi_{\downarrow\uparrow}(\mathbf{q}, \omega)$ . L'énergie  $E(\mathbf{q})$  de l'onde de spin est donc donnée par :

$$1 - G_{\text{xc}}^{+-} \text{Re} \Pi_{\downarrow\uparrow}(\mathbf{q}, E(\mathbf{q})/\hbar) = 0. \quad (\text{C.25})$$

En développant  $\Pi_{\downarrow\uparrow}(\mathbf{q}, \omega)$  à l'ordre dominant en  $q$ , et à température nulle, on montre [70] que :

$$\boxed{E(q) = Z - \frac{1}{\zeta} \frac{Z}{Z^* - Z} \frac{\hbar^2}{2m_b} q^2}. \quad (\text{C.26})$$

Cette expression (C.26), isotrope et quadratique, décrit bien la dispersion mesurée en spectroscopie Raman [26, 70, 29, 51], pour  $q \ll k_F$ , hors de la résonance avec le mode de Mn d'énergie  $g\mu_B B_{\text{ext}}$ , et dans des conditions de faible couplage spin-orbite.

## C.5 Largeur de raie de l'onde de spin

Pour calculer à présent la largeur de raie de l'onde de spin, revenons à l'équation du mouvement (C.16) de l'opérateur  $\widehat{S}_{+,\mathbf{q}}$ . Nous avons noté que la dissipation de l'onde de spin était déterminée par la décohérence, d'origine Coulombienne, du courant de spin  $\widehat{\mathbf{J}}_{+,\mathbf{q}}$ . Cette décohérence est gouvernée par le facteur de champ local  $G_{xc}^{+-}$  et les fluctuations de  $\widehat{S}_{+,\mathbf{q}}$  (cf. Eq. (C.8)). La fonction de réponse à considérer est alors la *conductivité de spin transverse*  $\tilde{\sigma}_+(\mathbf{q}, \omega)$ , qui relie le courant de spin au gradient du champ d'échange excitateur [253, 29] :

$$\langle \widehat{\mathbf{J}}_+ \rangle_{\mathbf{q}\omega} = -\mathbf{q} \tilde{\sigma}_+(\mathbf{q}, \omega) L^{-2} G_{xc}^{+-} \langle \widehat{S}_+ \rangle_{\mathbf{q}\omega} \quad , \quad (\text{C.27})$$

où  $\langle \widehat{S}_+ \rangle_{\mathbf{q}\omega}$  désigne la composante de Fourier<sup>3</sup>  $\omega$  de  $\langle \widehat{S}_{+,\mathbf{q}}(t) \rangle_0$ .  $\tilde{\sigma}_+(\mathbf{q}, \omega)$  est reliée à la fonction de réponse courant-courant transverse par :

$$\tilde{\sigma}_+(\mathbf{q}, \omega) = \hbar \frac{\langle \langle \widehat{\mathbf{J}}_{+,\mathbf{q}}; \widehat{\mathbf{J}}_{-,-\mathbf{q}} \rangle \rangle_\omega + \frac{M_0}{2m_b}}{-\hbar\omega + Z} \quad , \quad (\text{C.28})$$

où

$$M_0 = \langle \widehat{S}_{z,\mathbf{q}=\mathbf{0}} \rangle_0 \quad (\text{C.29})$$

est la densité de spin d'équilibre.

Nous allons utiliser l'Eq. (C.27) pour parvenir à une autre formulation de la susceptibilité de spin transverse  $\langle \langle \widehat{S}_{+,\mathbf{q}}; \widehat{S}_{-,-\mathbf{q}} \rangle \rangle_\omega$ . Par définition, cette dernière mesure la réponse de  $\widehat{S}_{+,\mathbf{q}}$  à une perturbation linéairement couplée à  $\widehat{S}_{-,-\mathbf{q}}$ , i.e., un champ magnétique tournant. Comme nous l'avons vu dans la section (1.4.3), on peut donc évaluer  $\langle \langle \widehat{S}_{+,\mathbf{q}}; \widehat{S}_{-,-\mathbf{q}} \rangle \rangle_\omega$  en considérant le Hamiltonien perturbé

$$\widehat{\mathcal{H}}'(t) = \widehat{\mathcal{H}} + \int d^2r \frac{g\mu_B}{2} b_+(\mathbf{r}, t) \widehat{S}_-(\mathbf{r}) \quad , \quad (\text{C.30})$$

puis en calculant le rapport entre  $\langle \widehat{S}_+ \rangle_{\mathbf{q}\omega}$  et la transformée de Fourier du champ de perturbation :

$$\langle \langle \widehat{S}_{+,\mathbf{q}}; \widehat{S}_{-,-\mathbf{q}} \rangle \rangle_\omega = \frac{\langle \widehat{S}_+ \rangle_{\mathbf{q}\omega}}{g\mu_B b_{+,\mathbf{q}\omega}} \quad . \quad (\text{C.31})$$

Par passage aux valeurs d'équilibre et transformation de Fourier, l'équation du mouvement de  $\widehat{S}_{+,\mathbf{q}}$  sous l'action de  $\widehat{\mathcal{H}}'(t)$  s'écrit :

$$\hbar\omega \langle \widehat{S}_+ \rangle_{\mathbf{q}\omega} = -Z \langle \widehat{S}_+ \rangle_{\mathbf{q}\omega} - \hbar \mathbf{q} \cdot \langle \widehat{\mathbf{J}}_+ \rangle_{\mathbf{q}\omega} + M_0 g\mu_B b_{+,\mathbf{q}\omega} \quad , \quad (\text{C.32})$$

et celle de  $\widehat{\mathbf{J}}_{+,\mathbf{q}}$  :

$$\langle \widehat{\mathbf{J}}_+ \rangle_{\mathbf{q}\omega} = -\mathbf{q} \tilde{\sigma}_+(\mathbf{q}, \omega) \left( \frac{1}{2} g\mu_B b_{+,\mathbf{q}\omega} + L^{-2} G_{xc}^{+-} \langle \widehat{S}_+ \rangle_{\mathbf{q}\omega} \right) \quad . \quad (\text{C.33})$$

En combinant les Eqs. (C.32) et (C.33), on obtient :

$$\left( \omega + \omega_0 + q^2 L^{-2} G_{xc}^{+-} \tilde{\sigma}_+(\mathbf{q}, \omega) \right) \langle \widehat{S}_+ \rangle_{\mathbf{q}\omega} = \left( M_0 / \hbar - \frac{1}{2} q^2 \tilde{\sigma}_+(\mathbf{q}, \omega) \right) g\mu_B b_{+,\mathbf{q}\omega} \quad , \quad (\text{C.34})$$

3. On définit  $x_{\mathbf{q},\omega} = \int d^2r dt x(\mathbf{r}, t) e^{i(\mathbf{q} \cdot \mathbf{r} - \omega t)}$ , pour toute quantité  $x(\mathbf{r}, t)$ .

et donc en utilisant la définition (C.31) :

$$\chi_{+-}(\mathbf{q}, \omega) = \frac{1}{2} \frac{2M_0/\hbar - q^2 \tilde{\sigma}_+(\mathbf{q}, \omega)}{\omega + \omega_0 + L^{-2} G_{\text{xc}}^{+-} q^2 \tilde{\sigma}_+(\mathbf{q}, \omega)}, \quad (\text{C.35})$$

où on a posé

$$\omega_0 = Z/\hbar. \quad (\text{C.36})$$

L'élargissement cinétique  $\Gamma_{\text{kin}}$  de l'onde de spin est gouverné par la partie imaginaire de  $\chi_{+-}(\mathbf{q}, \omega)$ . Plus précisément, il a été montré [253, 29] que :

$$\Gamma_{\text{kin}}(\mathbf{q}) = \frac{\hbar^2 \omega_0^3}{M_0} \lim_{\omega \rightarrow 0} \frac{\text{Im} \chi_{+-}(\mathbf{q}, \omega)}{\omega}. \quad (\text{C.37})$$

Le calcul dépend ensuite de la dimensionnalité du problème. Nous détaillons dans l'Annexe A.1 le calcul pour le cas 1D, qui n'a pas été à notre connaissance traité dans la littérature. Nous donnons donc ici directement le résultat final pour le cas 2D, traité dans la Ref. [29]; à température nulle, on obtient :

$$\Gamma_{\text{kin}}(q) = q^2 \frac{\hbar^2}{m_b \zeta} \frac{\omega_0^* \tau}{(\omega_0^* \tau)^2 + 1} \left[ 3 \frac{\omega_0^*}{\omega_0} + \frac{(\omega_0^* \tau)^2 - 1}{(\omega_0^* \tau)^2 + 1} \right], \quad (\text{C.38})$$

où on a posé

$$\omega_0^* = Z^*/\hbar. \quad (\text{C.39})$$

Cette dissipation cinétique, provenant du couplage au courant de spin via  $\hat{\mathcal{H}}_{\text{kin}}$ , peut également être dénommée *dissipation de Gilbert*, par analogie avec le cas des matériaux ferromagnétiques. Dans ces derniers, l'équation de Landau-Lifshitz-Gilbert [266] décrit la dynamique de la direction  $\mathbf{e}_M$  de l'aimantation, placée dans un champ effectif (somme des champs extérieur, de démagnétisation, etc.) de direction  $\mathbf{e}_z$  :

$$\frac{\partial \mathbf{e}_M}{\partial t} = \omega_0 \mathbf{e}_z \times \mathbf{e}_M + \lambda \mathbf{e}_M \times \frac{\partial \mathbf{e}_M}{\partial t}. \quad (\text{C.40})$$

Le premier terme gouverne la précession, à la pulsation  $\omega_0$ , autour du champ effectif, et le second terme gouverne le retour à l'équilibre progressif de la direction de l'aimantation, tendant à s'aligner avec  $\mathbf{e}_z$ . Cette équation décrit donc la relaxation de la composante transverse de l'aimantation, et peut être appliquée à la densité de spin dans le cas de l'onde de spin étudiée ici.  $\Gamma_{\text{kin}}$  est relié à la *constante de Gilbert*  $\lambda$  de l'Eq. (C.40) par :

$$\Gamma_{\text{kin}} = 2\hbar\omega_0\lambda. \quad (\text{C.41})$$

A cet élargissement cinétique, il faut ajouter un élargissement  $\Gamma_0$  indépendant de  $q$ . Il provient d'effets non pris en compte dans le Hamiltonien (C.1), et en particulier, de la présence des impuretés magnétiques de Mn [241–244]. Les processus flip-flop irréversibles permis par l'interaction d'échange  $s - d$  entre le spin des Mn et celui des électrons itinérants [241], ainsi que les fluctuations temporelles et spatiales du spin des Mn [243] conduisent à une forte relaxation de l'onde de spin. De fait, l'adjonction d'un dopage

même très faible de Mn à CdTe conduit empiriquement à une augmentation brutale (d'au moins 2 ordres de grandeur) de la relaxation de spin [267, 268, 29].

La largeur de raie totale a alors la forme :

$$\Gamma(q) = \Gamma_0 + \Gamma_2 q^2, \quad (\text{C.42})$$

où  $\Gamma_2 = \Gamma_{\text{kin}}/q^2$ . La Ref. [29] a montré que les mesures Raman de la largeur de raie étaient en bon accord avec cette expression parabolique, dans des échantillons à faible couplage spin-orbite.

Une limite intéressante de l'Eq. (C.38) est la limite de faible désordre, c'est-à-dire  $\omega_0^* \tau = \frac{Z^*}{\eta} \gg 1$  :

$$\lim_{\omega_0^* \tau \gg 1} \Gamma_{\text{kin}}(q) = q^2 \frac{\hbar^2}{m_b \zeta} \left( 3 \frac{Z^*}{Z} + 1 \right) \frac{\eta}{Z^*}. \quad (\text{C.43})$$

L'élargissement cinétique est alors proportionnel à l'élargissement  $\eta$  des SPE. Notons que pour les échantillons étudiés dans la Ref. [29],  $\tau \sim 2$  ps (soit  $\omega_0^* \tau \sim 2-6$ ) ; dans l'échantillon de haute mobilité étudié dans le chapitre 5,  $\tau \sim 10$  ps ( $\omega_0^* \tau \sim 10-20$ ), de sorte que l'on est bien dans cette limite de faible désordre.<sup>4</sup>

---

4. Dans les deux cas, la contribution du SCD transverse (beaucoup moins efficace que le SCD longitudinal agissant sur le plasmon de spin inter-sous-bande, cf. section 4.2.3) à  $\tau$  est négligeable : le calcul du temps de vie associé donne  $\tau_{\text{SCD}} \sim 100$  ps [253, 29].

# Références

- [1] Žutić, I., Fabian, J. & Das Sarma, S. Spintronics, fundamentals and applications. *Rev. Mod. Phys.* **76**, 323 (2004). (Cité en pages [1](#) et [41](#).)
- [2] Baibich, M. N. *et al.* Giant magnetoresistance of (001)Fe/(001)Cr magnetic superlattices. *Phys. Rev. Lett.* **61**, 2472–2475 (1988). (Cité en page [1](#).)
- [3] Binasch, G., Grünberg, P., Saurenbach, F. & Zinn, W. Enhanced magnetoresistance in layered magnetic structures with antiferromagnetic interlayer exchange. *Phys. Rev. B* **39**, 4828–4830 (1989). (Cité en page [1](#).)
- [4] Dieny, B. *et al.* Magnetotransport properties of magnetically soft spin-valve structures. *Journal of Applied Physics* **69**, 4774–4779 (1991). (Cité en page [1](#).)
- [5] Awschalom, D. D. & Flatte, M. E. Challenges for semiconductor spintronics. *Nature Physics* **3**, 153 (2007). (Cité en page [1](#).)
- [6] Ohno, Y., Terauchi, R., Adachi, T., Matsukura, F. & Ohno, H. Spin relaxation in GaAs(110) quantum wells. *Phys. Rev. Lett.* **83**, 4196–4199 (1999). (Cité en pages [1](#), [39](#) et [43](#).)
- [7] Crooker, S. A. & Smith, D. L. Imaging spin flows in semiconductors subject to electric, magnetic, and strain fields. *Phys. Rev. Lett.* **94**, 236601 (2005). (Cité en page [1](#).)
- [8] Ohno, H. *et al.* (Ga,Mn)As : A new diluted magnetic semiconductor based on GaAs. *Applied Physics Letters* **69**, 363–365 (1996). (Cité en pages [1](#), [9](#) et [156](#).)
- [9] Ohno, H. Making nonmagnetic semiconductors ferromagnetic. *Science* **281**, 951–956 (1998). (Cité en pages [1](#), [9](#) et [99](#).)
- [10] Furdyna, J. K. Diluted magnetic semiconductors. *Journal of Applied Physics* **64**, R29–R64 (1988). (Cité en pages [1](#), [9](#), [10](#) et [135](#).)
- [11] D'yakonov, M. I. & Perel', V. I. Current induced spin orientation of electrons in semiconductors. *Phys. Lett. A* **35**, 459–460 (1971). (Cité en page [1](#).)
- [12] Kato, Y. K., Myers, R. C., Gossard, A. C. & Awschalom, D. D. Observation of the spin Hall effect in semiconductors. *Science* **306**, 1910–1913 (2004). (Cité en pages [1](#) et [39](#).)
- [13] Kato, Y. K., Myers, R. C., Gossard, A. C. & Awschalom, D. D. Coherent spin manipulation without magnetic field in strained semiconductors. *Nature* **427**, 50–53 (2004). (Cité en pages [1](#), [33](#), [41](#), [95](#), [106](#) et [153](#).)
- [14] Kuhlen, S. *et al.* Electric field-driven coherent spin reorientation of optically generated electron spin packets in InGaAs. *Phys. Rev. Lett.* **109**, 146603 (2012). (Cité en pages [1](#), [45](#), [95](#) et [106](#).)
- [15] Kruglyak, V. V., Demokritov, S. O. & Grundler, D. Magnonics. *Journal of Physics D : Applied Physics* **43**, 264001 (2010). (Cité en pages [1](#), [151](#), [153](#) et [157](#).)
- [16] Stancil, D. & Prabhakar, A. *Spin Waves* (Springer, New York, 2009). (Cité en pages [1](#), [99](#) et [153](#).)
- [17] Pinczuk, A. *et al.* Large exchange interactions in the electron gas of GaAs quantum wells. *Phys. Rev. Lett.* **63**, 1633 (1989). (Cité en pages [1](#), [2](#), [50](#), [70](#), [72](#), [83](#) et [153](#).)

- [18] Jusserand, B. *et al.* Spin excitations of the spin-polarized electron gas in semimagnetic quantum wells. *Phys. Rev. Lett.* **91**, 086802 (2003). (Cité en pages 1, 2, 50, 96, 99, 100 et 153.)
- [19] Winkler, R. *Spin-Orbit Coupling Effects in Two-Dimensional Electron and Hole Systems* (Springer, Berlin, 2003). (Cité en pages 2, 7, 8, 31, 32, 34, 35, 36, 73, 85, 105, 106 et 137.)
- [20] Dyakonov, M. & Perel, V. Spin relaxation of conduction electrons in noncentrosymmetric semiconductors. *Sov. Phys. Solid State* **13** (1971). (Cité en pages 2, 42 et 153.)
- [21] Awschalom, D. & Samarth, N. Spintronics without magnetism. *Physics* **2**, 50 (2009). (Cité en pages 2, 39 et 40.)
- [22] Gammon, D., Shanabrook, B. V., Ryan, J. C. & Katzer, D. S. Spin-density waves in a quasi-two-dimensional electron gas. *Phys. Rev. B* **41**, 12311(R) (1990). (Cité en pages 2, 50, 70 et 72.)
- [23] Luo, M. S.-C., Chuang, S. L., Schmitt-Rink, S. & Pinczuk, A. Many-body effects on intersubband spin-density and charge-density excitations. *Phys. Rev. B* **48**, 11086–11094 (1993). (Cité en page 72.)
- [24] Decca, R. *et al.* Absence of spin-density excitations in quasi two-dimensional electron systems. *Phys. Rev. Lett.* **72**, 1506–1509 (1994). (Non cité.)
- [25] Kirpichev, V. E. *et al.* Direct observation of the intersubband Bernstein modes : Many-body coupling with spin- and charge-density excitations. *Phys. Rev. B* **59**, R12751–R12754 (1999). (Cité en pages 2 et 72.)
- [26] Perez, F. *et al.* From spin flip excitations to the spin susceptibility enhancement of a two-dimensional electron gas. *Phys. Rev. Lett.* **99**, 026403 (2007). (Cité en pages 2, 50, 59, 85, 89, 96, 99, 100, 103, 113, 114, 118, 122, 137, 143, 153, 182 et 183.)
- [27] Vladimirova, M. *et al.* Dynamics of the localized spins interacting with two-dimensional electron gas : Coexistence of mixed and pure modes. *Phys. Rev. B* **78**, 081305 (2008). (Cité en pages 9, 59, 100, 168, 169 et 172.)
- [28] Barate, P. *et al.* Collective nature of two-dimensional electron gas spin excitations revealed by exchange interaction with magnetic ions. *Phys. Rev. B* **82**, 075306 (2010). (Cité en pages 9, 100, 168, 169 et 172.)
- [29] Gómez, J. *et al.* Intrinsic damping of spin waves by spin current in conducting two-dimensional systems. *Phys. Rev. B* **81**, 100403(R) (2010). (Cité en pages 50, 58, 59, 96, 100, 104, 118, 141, 143, 149, 150, 157, 159, 161, 162, 163, 166, 179, 181, 182, 183, 184, 185 et 186.)
- [30] Perez, F. & Kossacki, P. in *Introduction to the Physics of Diluted Magnetic Semiconductors*, Eds. J. Kossut and J. Gaj, chap. 10 (Springer, Berlin, 2010). (Cité en pages 2, 57, 96, 100, 103 et 179.)
- [31] Chen, G.-H. & Raikh, M. E. Exchange-induced enhancement of spin-orbit coupling in two-dimensional electronic systems. *Phys. Rev. B* **60**, 4826–4833 (1999). (Cité en pages 2, 46, 89, 122, 137 et 154.)
- [32] Yang, C. H., Xu, W., Zeng, Z. & Tang, C. S. Spin-splitting enhanced by many-body effects in a two-dimensional electron gas in the presence of the Rashba spin-orbit

- interaction. *Journal of Physics : Condensed Matter* **18**, 6201 (2006). (Non cité.)
- [33] Agarwal, A. *et al.* Plasmon mass and Drude weight in strongly spin-orbit-coupled two-dimensional electron gases. *Phys. Rev. B* **83**, 115135 (2011). (Cité en pages 2, 46, 89, 122, 137 et 154.)
- [34] Weng, M. Q. & Wu, M. W. Spin dephasing in *n*-type GaAs quantum wells. *Phys. Rev. B* **68**, 075312 (2003). (Cité en pages 2 et 46.)
- [35] Glazov, M. & Ivchenko, E. Effect of electron-electron interaction on spin relaxation of charge carriers in semiconductors. *Journal of Experimental and Theoretical Physics* **99**, 1279 (2004). (Cité en pages 2, 46 et 81.)
- [36] Brand, M. A. *et al.* Precession and motional slowing of spin evolution in a high mobility two-dimensional electron gas. *Phys. Rev. Lett.* **89**, 236601 (2002). (Cité en pages 2 et 46.)
- [37] Leyland, W. J. H. *et al.* Enhanced spin-relaxation time due to electron-electron scattering in semiconductor quantum wells. *Phys. Rev. B* **75**, 165309 (2007). (Cité en pages 46 et 81.)
- [38] Stich, D. *et al.* Dependence of spin dephasing on initial spin polarization in a high-mobility two-dimensional electron system. *Phys. Rev. B* **76**, 205301 (2007). (Cité en pages 2 et 46.)
- [39] Cardona, M., Christensen, N. E. & Fasol, G. Relativistic band structure and spin-orbit splitting of zinc-blende-type semiconductors. *Phys. Rev. B* **38**, 1806–1827 (1988). (Cité en page 7.)
- [40] Teran, F. J. *Thèse de doctorat de l'Université Grenoble I* (2001). (Cité en page 7.)
- [41] Mayer, H. & Rössler, U. Nonparabolicity in the conduction band of II-VI semiconductors. *Solid State Communications* **87**, 81–84 (1993). (Cité en page 7.)
- [42] Bastard, G. *Wave mechanics applied to semiconductor heterostructures* (Les éditions de la physique, Paris, 1990). (Cité en pages 7, 8 et 14.)
- [43] Yu, P. Y. & Cardona, M. *Fundamentals of Semiconductors : Physics and Materials Properties* (Springer, Berlin, 2010). (Cité en page 8.)
- [44] Kane, E. O. Band structure of indium antimonide. *Journal of Physics and Chemistry of Solids* **1**, 249 – 261 (1957). (Cité en page 8.)
- [45] Rössler, U. Nonparabolicity and warping in the conduction band of GaAs. *Solid State Communications* **49**, 943 – 947 (1984). (Cité en page 8.)
- [46] Haury, A. *et al.* Observation of a ferromagnetic transition induced by two-dimensional hole gas in modulation-doped CdMnTe quantum wells. *Phys. Rev. Lett.* **79**, 511–514 (1997). (Cité en page 9.)
- [47] Boukari, H. *et al.* Light and electric field control of ferromagnetism in magnetic quantum structures. *Phys. Rev. Lett.* **88**, 207204 (2002). (Cité en page 9.)
- [48] König, J. & MacDonald, A. H. EPR and ferromagnetism in diluted magnetic semiconductor quantum wells. *Phys. Rev. Lett.* **91**, 077202 (2003). (Cité en page 9.)
- [49] Wang, X. F. Plasmon spectrum of two-dimensional electron systems with Rashba spin-orbit interaction. *Phys. Rev. B* **72**, 085317 (2005). (Cité en pages 9 et 46.)
- [50] Teran, F. J. *et al.* Collective character of spin excitations in a system of  $\text{Mn}^{2+}$  spins coupled to a two-dimensional electron gas. *Phys. Rev. Lett.* **91**, 077201 (2003). (Cité

- en pages 9 et 59.)
- [51] Aku-Leh, C., Perez, F., Jusserand, B., Richards, D. & Karczewski, G. Dynamical corrections to spin-wave excitations in quantum wells due to Coulomb interactions and magnetic ions. *Phys. Rev. B* **83**, 035323 (2011). (Cité en pages 9, 58, 96, 100, 104, 118, 182 et 183.)
- [52] Perez, F., Cibert, J., Vladimirova, M. & Scalbert, D. Spin waves in magnetic quantum wells with Coulomb interaction and *sd* exchange coupling. *Phys. Rev. B* **83**, 075311 (2011). (Cité en pages 9, 96, 100 et 179.)
- [53] Bottka, N., Stankiewicz, J. & Girit, W. Electroreflectance studies in Cd<sub>1-x</sub>Mn<sub>x</sub>Te solid solutions. *Journal of Applied Physics* **52**, 4189–4193 (1981). (Cité en pages 10 et 135.)
- [54] Franciosi, A., Chang, S., Reifenberger, R., Debska, U. & Riedel, R. Resonant photoemission from Cd<sub>1-x</sub>Mn<sub>x</sub>Se : A probe of Mn 3*d* character and hybridization. *Phys. Rev. B* **32**, 6682–6687 (1985). (Cité en page 10.)
- [55] Gaj, J., Planel, R. & Fishman, G. Relation of magneto-optical properties of free excitons to spin alignment of Mn<sup>2+</sup> ions in Cd<sub>1-x</sub>Mn<sub>x</sub>Te. *Solid State Commun.* **29**, 435 (1979). (Cité en pages 10, 97 et 98.)
- [56] Sirenko, A. A. *et al.* Electron and hole *g* factors measured by spin-flip Raman scattering in CdTe/Cd<sub>1-x</sub>Mg<sub>x</sub>Te single quantum wells. *Phys. Rev. B* **56**, 2114–2119 (1997). (Cité en pages 10 et 98.)
- [57] Cho, A. Y. GaAs epitaxy by a molecular beam method : Observations of surface structure on the (001) face. *Journal of Applied Physics* **42**, 2074–2081 (1971). (Cité en page 11.)
- [58] Esaki, L. & Tsu, R. Internal report no. rc2418. *IBM Research* (1969). (Cité en page 12.)
- [59] Dingle, R., St rmer, H. L., Gossard, A. C. & Wiegmann, W. Electron mobilities in modulation-doped semiconductor heterojunction superlattices. *Applied Physics Letters* **33**, 665–667 (1978). (Cité en page 12.)
- [60] Sirtori, C., Capasso, F., Faist, J. & Scandolo, S. Nonparabolicity and a sum rule associated with bound-to-bound and bound-to-continuum intersubband transitions in quantum wells. *Phys. Rev. B* **50**, 8663–8674 (1994). (Cité en page 14.)
- [61] De Palo, S., Botti, M., Moroni, S. & Senatore, G. Effects of thickness on the spin susceptibility of the two dimensional electron gas. *Phys. Rev. Lett.* **94**, 226405 (2005). (Cité en pages 16, 28, 139 et 180.)
- [62] Giuliani, G. & Vignale, G. *Quantum theory of the electron liquid* (Cambridge University Press, Cambridge, 2005). (Cité en pages 16, 22, 23, 55, 89, 102, 122, 137, 138, 153, 180, 181 et 183.)
- [63] Nozieres, P. & D.Pines. *Theory Of Quantum Liquids* (Benjamin, New York, 1966). (Cité en page 17.)
- [64] Gell-Mann, M. & Brueckner, K. A. Correlation energy of an electron gas at high density. *Phys. Rev.* **106**, 364–368 (1957). (Cité en page 18.)
- [65] Bohm, D. & Pines, D. A collective description of electron interactions : III. Coulomb interactions in a degenerate electron gas. *Phys. Rev.* **92**, 609–625 (1953). (Cité en

- pages 18 et 28.)
- [66] Rajagopal, A. K. & Kimball, J. C. Correlations in a two-dimensional electron system. *Phys. Rev. B* **15**, 2819–2825 (1977). (Cité en page 19.)
- [67] Attaccalite, C., Moroni, S., Gori-Giorgi, P. & Bachelet, G. B. Correlation energy and spin polarization in the 2D electron gas. *Phys. Rev. Lett.* **88**, 256601 (2002). (Cité en pages 19, 90, 103, 122, 137, 153 et 164.)
- [68] Asgari, R. *et al.* Quasiparticle self-energy and many-body effective mass enhancement in a two-dimensional electron liquid. *Phys. Rev. B* **71**, 045323 (2005). (Cité en pages 19 et 103.)
- [69] Zhang, Y. & Das Sarma, S. Spin polarization dependence of carrier effective mass in semiconductor structures : Spintronic effective mass. *Phys. Rev. Lett.* **95**, 256603 (2005). (Cité en pages 19 et 103.)
- [70] Perez, F. Spin-polarized two-dimensional electron gas embedded in a semimagnetic quantum well : Ground state, spin responses, spin excitations, and Raman spectrum. *Phys. Rev. B* **79**, 045306 (2009). (Cité en pages 23, 27, 28, 55, 102, 103, 113, 115, 130, 131, 134, 150, 164, 179, 181, 182 et 183.)
- [71] Ullrich, C. *Time-dependent density functional theory* (Oxford University Press, New York, 2012). (Cité en pages 24, 27 et 83.)
- [72] van Leeuwen, R. Mapping from densities to potentials in time-dependent density-functional theory. *Phys. Rev. Lett.* **82**, 3863–3866 (1999). (Cité en page 25.)
- [73] Rajagopal, A. K. Linear-response functions in spin-density-functional theory. *Phys. Rev. B* **17**, 2980–2988 (1978). (Cité en pages 27 et 181.)
- [74] Ullrich, C. A. & Flatté, M. E. Intersubband spin-density excitations in quantum wells with Rashba spin splitting. *Phys. Rev. B* **66**, 205305 (2002). (Cité en pages 28, 47, 72, 81, 82, 138 et 139.)
- [75] Sakurai, J. J. *Advanced Quantum Mechanics* (Addison Wesley, New York, 1967). (Cité en pages 30, 34 et 175.)
- [76] Foldy, L. L. & Wouthuysen, S. A. On the Dirac theory of spin 1/2 particles and its non-relativistic limit. *Phys. Rev.* **78**, 29–36 (1950). (Cité en page 30.)
- [77] Greiner, W. *Relativistic Quantum Mechanics* (Springer, Berlin, 1987). (Cité en page 30.)
- [78] Thomas, L. H. The motion of the spinning electron. *Nature (London)* **96**, 514 (1926). (Cité en page 31.)
- [79] Dresselhaus, G. Spin-orbit coupling effects in zinc-blende structures. *Phys. Rev.* **100**, 580 (1955). (Cité en pages 31 et 32.)
- [80] Seiler, D. G., Bajaj, B. D. & Stephens, A. E. Inversion-asymmetry splitting of the conduction band in InSb. *Phys. Rev. B* **16**, 2822–2833 (1977). (Cité en page 32.)
- [81] Riechert, H., Alvarado, S. F., Titkov, A. N. & Safarov, V. I. Precession of the spin polarization of photoexcited conduction electrons in the band-bending region of GaAs (110). *Phys. Rev. Lett.* **52**, 2297–2300 (1984). (Cité en page 32.)
- [82] Bychkov, Y. & Rashba, E. I. Oscillatory effects and the magnetic susceptibility of carriers in inversion layers. *J. Phys. C* **17**, 6039 (1984). (Cité en page 32.)
- [83] Luo, J., Munekata, H., Fang, F. F. & Stiles, P. J. Observation of the zero-field spin

- splitting of the ground electron subband in GaSb-InAs-GaSb quantum wells. *Phys. Rev. B* **38**, 10142–10145 (1988). (Cité en page 33.)
- [84] Das, B. *et al.* Evidence for spin splitting in  $\text{In}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}/\text{In}_{0.52}\text{Al}_{0.48}\text{As}$  heterostructures as  $B \rightarrow 0$ . *Phys. Rev. B* **39**, 1411 (1989). (Cité en page 33.)
- [85] Dresselhaus, P. D., Papavassiliou, C. M. A., Wheeler, R. G. & Sacks, R. N. Observation of spin precession in GaAs inversion layers using antilocalization. *Phys. Rev. Lett.* **68**, 106 (1992). (Cité en page 33.)
- [86] Jusserand, B., Richards, D., Peric, H. & Etienne, B. Zero-magnetic-field spin splitting in the GaAs conduction band from Raman scattering on modulation-doped quantum wells. *Phys. Rev. Lett.* **69**, 848 (1992). (Cité en pages 33, 51, 70, 91, 92 et 117.)
- [87] Jusserand, B., Richards, D., Allan, G., Priester, C. & Etienne, B. Spin orientation at semiconductor heterointerfaces. *Phys. Rev. B* **51**, 4707–4710 (1995). (Cité en pages 33, 51, 70, 91, 92 et 115.)
- [88] Nitta, J., Akazaki, T., Takayanagi, H. & Enoki, T. Gate control of spin-orbit interaction in an inverted  $\text{In}_{0.53}\text{Ga}_{0.47}\text{As}/\text{In}_{0.52}\text{Al}_{0.48}\text{As}$  heterostructure. *Phys. Rev. Lett.* **78**, 1335–1338 (1997). (Cité en pages 33 et 151.)
- [89] Datta, S. & Das, B. Electronic analog of the electro-optic modulator. *Applied Physics Letters* **56**, 665–667 (1990). (Cité en pages 33, 40, 41, 151 et 156.)
- [90] Kato, Y. K., Myers, R. C., Gossard, A. C. & Awschalom, D. D. Current-induced spin polarization in strained semiconductors. *Phys. Rev. Lett.* **93**, 176601 (2004). (Cité en pages 33 et 40.)
- [91] Meier, L. *et al.* Measurement of Rashba and Dresselhaus spin-orbit magnetic fields. *Nature Physics* **3**, 650–654 (2007). (Cité en pages 33, 41, 78, 95 et 106.)
- [92] Eldridge, P. S. *et al.* Spin-orbit fields in asymmetric (001)-oriented GaAs/ $\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$  quantum wells. *Phys. Rev. B* **83**, 041301(R) (2011). (Cité en pages 33, 41 et 110.)
- [93] Hübner, J. *et al.* Electron  $g$ -factor anisotropy in symmetric (110)-oriented GaAs quantum wells. *Phys. Rev. B* **84**, 041301 (2011). (Non cité.)
- [94] Balocchi, A. *et al.* Full electrical control of the electron spin relaxation in GaAs quantum wells. *Phys. Rev. Lett.* **107**, 136604 (2011). (Cité en pages 33, 44 et 151.)
- [95] Koroteev, Y. M. *et al.* Strong spin-orbit splitting on Bi surfaces. *Phys. Rev. Lett.* **93**, 046403 (2004). (Cité en page 33.)
- [96] Ast, C. R. *et al.* Giant spin splitting through surface alloying. *Phys. Rev. Lett.* **98**, 186807 (2007). (Non cité.)
- [97] Mathias, S. *et al.* Quantum-well-induced giant spin-orbit splitting. *Phys. Rev. Lett.* **104**, 066802 (2010). (Cité en page 33.)
- [98] He, K. *et al.* Spin polarization of quantum well states in Ag films induced by the Rashba effect at the surface. *Phys. Rev. Lett.* **101**, 107604 (2008). (Cité en page 33.)
- [99] Bianchi, M. *et al.* Coexistence of the topological state and a two-dimensional electron gas on the surface of  $\text{Bi}_2\text{Se}_3$ . *Nature Communications* **1**, 128 (2010). (Cité en page 34.)
- [100] King, P. D. C. *et al.* Large tunable Rashba spin splitting of a two-dimensional electron gas in  $\text{Bi}_2\text{Se}_3$ . *Phys. Rev. Lett.* **107**, 096802 (2011). (Cité en page 34.)

- [101] Caviglia, A. D. *et al.* Tunable Rashba spin-orbit interaction at oxide interfaces. *Phys. Rev. Lett.* **104**, 126803 (2010). (Cité en page 34.)
- [102] Ando, T., Fowler, A. B. & Stern, F. Electronic properties of two-dimensional systems. *Rev. Mod. Phys.* **54**, 437–672 (1982). (Cité en page 34.)
- [103] de Andrade e Silva, E. A., La Rocca, G. C. & Bassani, F. Spin-orbit splitting of electronic states in semiconductor asymmetric quantum wells. *Phys. Rev. B* **55**, 16293–16299 (1997). (Cité en pages 34, 36 et 90.)
- [104] Pfeffer, P. & Zawadzki, W. Spin splitting of conduction subbands in III-V heterostructures due to inversion asymmetry. *Phys. Rev. B* **59**, R5312–R5315 (1999). (Cité en pages 34 et 36.)
- [105] Lassnig, R.  $\mathbf{k} \cdot \mathbf{p}$  theory, effective-mass approach, and spin splitting for two-dimensional electrons in GaAs-GaAlAs heterostructures. *Phys. Rev. B* **31**, 8076–8086 (1985). (Cité en page 34.)
- [106] Koralek, J. D. *et al.* Emergence of the persistent spin helix in semiconductor quantum wells. *Nature* **458**, 610–613 (2009). (Cité en pages 36, 44 et 169.)
- [107] Ullrich, C. A. & Flatté, M. E. Anisotropic splitting of intersubband spin plasmons in quantum wells with bulk and structural inversion asymmetry. *Phys. Rev. B* **68**, 235310 (2003). (Cité en pages 36, 43, 47, 72, 73, 75, 76, 79, 81, 82, 85, 87, 88 et 92.)
- [108] Ganichev, S. D. *et al.* Experimental separation of Rashba and Dresselhaus spin splittings in semiconductor quantum wells. *Phys. Rev. Lett.* **92**, 256601 (2004). (Cité en page 37.)
- [109] Jiang, X. *et al.* Highly spin-polarized room-temperature tunnel injector for semiconductor spintronics using MgO(100). *Phys. Rev. Lett.* **94**, 056601 (2005). (Cité en pages 39 et 157.)
- [110] Meier, F. & Zakharchenya, B. P. *Optical Orientation* (Elsevier Science Ltd., New York, 1984). (Cité en pages 39 et 169.)
- [111] Stern, N. P. *et al.* Current-induced polarization and the spin Hall effect at room temperature. *Phys. Rev. Lett.* **97**, 126603 (2006). (Cité en page 39.)
- [112] Zhao, H., Loren, E. J., van Driel, H. M. & Smirl, A. L. Coherence control of Hall charge and spin currents. *Phys. Rev. Lett.* **96**, 246601 (2006). (Cité en page 39.)
- [113] Saitoh, E., Ueda, M., Miyajima, H. & Tatara, G. Conversion of spin current into charge current at room temperature : Inverse spin-Hall effect. *Applied Physics Letters* **88**, 182509 (2006). (Cité en page 39.)
- [114] Valenzuela, S. O. & Tinkham, M. Direct electronic measurement of the spin Hall effect. *Nature* **442**, 176–179 (2006). (Cité en page 40.)
- [115] Kajiwara, Y. *et al.* Transmission of electrical signals by spin-wave interconversion in a magnetic insulator. *Nature* **464**, 262–266 (2010). (Non cité.)
- [116] Chumak, A. V. *et al.* Direct detection of magnon spin transport by the inverse spin Hall effect. *Applied Physics Letters* **100**, 082405 (2012). (Cité en page 40.)
- [117] Wunderlich, J. *et al.* Spin Hall effect transistor. *Science* **330**, 1801–1804 (2010). (Cité en page 40.)
- [118] *Spin Physics in Semiconductors*, Ed. M. D'yakonov (Springer, Berlin, 2008). (Cité en pages 40 et 42.)

- [119] Lifshits, M. B. & Dyakonov, M. I. Swapping spin currents : Interchanging spin and flow directions. *Phys. Rev. Lett.* **103**, 186601 (2009). (Cité en page 40.)
- [120] Engel, H., Rashba, E. I. & Halperin, B. I. Out-of-Plane spin polarization from In-Plane electric and magnetic fields. *Phys. Rev. Lett.* **98**, 036602 (2007). (Cité en page 40.)
- [121] Edelstein, V. Spin polarization of conduction electrons induced by electric current in two-dimensional asymmetric electron systems. *Solid State Communications* **73**, 233 – 235 (1990). (Cité en page 40.)
- [122] Kalevich, V. & Korenev, V. Effect of electric field on the optical orientation of 2D electrons. *JETP Lett.* **52**, 230–235 (1990). (Cité en pages 40, 41, 95 et 106.)
- [123] Maekawa, S. Magnetism : A flood of spin current. *Nature Materials* **8**, 1476–1122 (2009). (Cité en page 40.)
- [124] Schliemann, J., Egues, J. C. & Loss, D. Nonballistic spin-field-effect transistor. *Phys. Rev. Lett.* **90**, 146801 (2003). (Cité en page 40.)
- [125] Heida, J. P., van Wees, B. J., Kuipers, J. J., Klapwijk, T. M. & Borghs, G. Spin-orbit interaction in a two-dimensional electron gas in a InAs/AlSb quantum well with gate-controlled electron density. *Phys. Rev. B* **57**, 11911–11914 (1998). (Cité en page 40.)
- [126] Studer, M. *et al.* Role of linear and cubic terms for drift-induced Dresselhaus spin-orbit splitting in a two-dimensional electron gas. *Phys. Rev. B* **82**, 235320 (2010). (Cité en page 41.)
- [127] Studer, M., Salis, G., Ensslin, K., Driscoll, D. C. & Gossard, A. C. Gate-controlled spin-orbit interaction in a parabolic GaAs/AlGaAs quantum well. *Phys. Rev. Lett.* **103**, 027201 (2009). (Cité en pages 41, 46, 95, 106, 139, 151 et 155.)
- [128] Eble, B. *Thèse de doctorat de l'Université Paris VI* (2006). (Cité en page 43.)
- [129] D'yakonov, M. I. & Kachorovskii, V. Y. Spin relaxation of two-dimensional electrons in noncentrosymmetric semiconductors. *Sov. Phys. Semicond.* **20**, 110–112 (1986). (Cité en pages 43 et 44.)
- [130] Karimov, O. Z. *et al.* High temperature gate control of quantum well spin memory. *Phys. Rev. Lett.* **91**, 246601 (2003). (Cité en page 43.)
- [131] D ohrmann, S. *et al.* Anomalous spin dephasing in (110) GaAs quantum wells : Anisotropy and intersubband effects. *Phys. Rev. Lett.* **93**, 147405 (2004). (Cité en page 43.)
- [132] Cartoixa, X., Ting, D. Z.-Y. & Chang, Y.-C. Suppression of the D'yakonov-Perel' spin-relaxation mechanism for all spin components in [111] zincblende quantum wells. *Phys. Rev. B* **71**, 045313 (2005). (Cité en page 44.)
- [133] Bernevig, B. A., Orenstein, J. & Zhang, S. Exact SU(2) symmetry and persistent spin helix in a spin-orbit coupled system. *Phys. Rev. Lett.* **97**, 236601 (2006). (Cité en page 44.)
- [134] Creswick, R. J. Time reversal and charge echo in an electron gas. *Phys. Rev. Lett.* **93**, 100601 (2004). (Cité en page 44.)
- [135] Petitjean, C. & Jacquod, P. Quantum reversibility and echoes in interacting systems. *Phys. Rev. Lett.* **97**, 124103 (2006). (Cité en page 44.)

- [136] Hahn, E. L. Spin echoes. *Phys. Rev.* **80**, 580–594 (1950). (Cité en pages 44 et 45.)
- [137] Freeman, R. *Spin Choreography : Basic Steps in High Resolution NMR* (Oxford University Press, New York, 1998). (Cité en page 45.)
- [138] Petta, J. R. *et al.* Coherent manipulation of coupled electron spins in semiconductor quantum dots. *Science* **309**, 2180–2184 (2005). (Cité en page 45.)
- [139] Press, D. *et al.* Ultrafast optical spin echo in a single quantum dot. *Nature Photonics* **4**, 367–370 (2006). (Cité en page 45.)
- [140] Clark, S. M. *et al.* Ultrafast optical spin echo for electron spins in semiconductors. *Phys. Rev. Lett.* **102**, 247601 (2009). (Cité en page 45.)
- [141] Viola, L., Knill, E. & Lloyd, S. Dynamical decoupling of open quantum systems. *Phys. Rev. Lett.* **82**, 2417–2421 (1999). (Cité en page 45.)
- [142] Uhrig, G. S. Keeping a quantum bit alive by optimized  $\pi$ -pulse sequences. *Phys. Rev. Lett.* **98**, 100504 (2007). (Cité en page 45.)
- [143] Yang, W. & Liu, R.-B. Universality of Uhrig dynamical decoupling for suppressing qubit pure dephasing and relaxation. *Phys. Rev. Lett.* **101**, 180403 (2008). (Cité en page 45.)
- [144] Du, J. *et al.* Preserving electron spin coherence in solids by optimal dynamical decoupling. *Nature* **461**, 1265–1268 (2009). (Cité en page 45.)
- [145] Bluhm, H. *et al.* Preserving electron spin coherence in solids by optimal dynamical decoupling. *Nature Physics* **7**, 109–113 (2010). (Cité en page 45.)
- [146] Klopp, P., Griebner, U., Zorn, M. & Weyers, M. Pulse repetition rate up to 92 GHz or pulse duration shorter than 110 fs from a mode-locked semiconductor disk laser. *Applied Physics Letters* **98**, 071103 (2011). (Cité en page 45.)
- [147] Pershin, Y. V. Optically induced suppression of spin relaxation in two-dimensional electron systems with Rashba interaction. *Phys. Rev. B* **75**, 165320 (2007). (Cité en page 45.)
- [148] Shen, K. & Wu, M. W. Electron spin rephasing in n-type (001) GaAs quantum wells. *Semiconductor Science and Technology* **27**, 065015 (2012). (Cité en page 45.)
- [149] Salis, G. *et al.* Wave function spectroscopy in quantum wells with tunable electron density. *Phys. Rev. Lett.* **79**, 5106–5109 (1997). (Cité en pages 46, 139 et 155.)
- [150] Pletyukhov, M. & Gritsev, V. Screening in the two-dimensional electron gas with spin-orbit coupling. *Phys. Rev. B* **74**, 045307 (2006). (Cité en page 46.)
- [151] Badalyan, S. M., Matos-Abiague, A., Vignale, G. & Fabian, J. Anisotropic plasmons in a two-dimensional electron gas with spin-orbit interaction. *Phys. Rev. B* **79**, 205305 (2009). (Cité en pages 46, 47, 115 et 117.)
- [152] Li, C. & Wu, X. G. Tuning of plasmon propagation in two-dimensional electrons. *Applied Physics Letters* **93**, 251501 (2008). (Cité en page 47.)
- [153] Pletyukhov, M. & Konschuh, S. Charge and spin density response functions of the clean two-dimensional electron gas with Rashba spin-orbit coupling at finite momenta and frequencies. *The European Physical Journal B* **60**, 29–43 (2007). (Cité en page 47.)
- [154] Raman, C. V. & Krishan, K. S. A new type of secondary radiation. *Nature (London)* **121** (1928). (Cité en page 50.)

- [155] Landsberg, G. & Mandelstam, L. Eine neue Erscheinung bei der Lichtzerstreuung in Krystallen. *Naturwissenschaften* **16**, 557–558 (1928). (Cité en page 50.)
- [156] Smekal, A. Zur Quantentheorie der Dispersion. *Naturwissenschaften* **11**, 873–875 (1923). (Cité en page 50.)
- [157] Kramers, H. A. & Heisenberg, W. Über die Streuung von Strahlung durch Atome. *Zeitschrift für Physik* **31**, 681–708 (1925). (Cité en page 50.)
- [158] Mooradian, A. & Wright, G. B. Observation of the interaction of plasmons with longitudinal optical phonons in GaAs. *Phys. Rev. Lett.* **16**, 999–1001 (1966). (Cité en page 50.)
- [159] Mooradian, A. Light scattering from single-particle electron excitations in semiconductors. *Phys. Rev. Lett.* **20**, 1102–1104 (1968). (Cité en page 50.)
- [160] Abstreiter, G., Cardona, M. & Pinczuk, A. in *Light Scattering in Solids IV*, Eds. M. Cardona and G. Güntherodt, p. 5 (Springer-Verlag, Berlin, 1984). (Cité en page 50.)
- [161] Abstreiter, G. & Ploog, K. Inelastic light scattering from a quasi-two-dimensional electron system in GaAs-Al<sub>x</sub>Ga<sub>1-x</sub>As heterojunctions. *Phys. Rev. Lett.* **42**, 1308–1311 (1979). (Cité en page 50.)
- [162] Olego, D., Pinczuk, A., Gossard, A. C. & Wiegmann, W. Plasma dispersion in a layered electron gas : A determination in GaAs-(AlGa)As heterostructures. *Phys. Rev. B* **25**, 7867–7870 (1982). (Cité en page 50.)
- [163] Fasol, G., Mestres, N., Hughes, H. P., Fischer, A. & Ploog, K. Raman scattering by coupled-layer plasmons and in-plane two-dimensional single-particle excitations in multi-quantum-well structures. *Phys. Rev. Lett.* **56**, 2517–2520 (1986). (Cité en page 50.)
- [164] Goñi, A. R. *et al.* One-dimensional plasmon dispersion and dispersionless intersubband excitations in GaAs quantum wires. *Phys. Rev. Lett.* **67**, 3298–3301 (1991). (Cité en pages 50 et 160.)
- [165] Schmeller, A. *et al.* Inelastic light scattering by spin-density, charge-density, and single-particle excitations in GaAs quantum wires. *Phys. Rev. B* **49**, 14778–14781 (1994). (Cité en page 50.)
- [166] Perez, F. *et al.* Folded and confined one-dimensional plasmons in modulated wires. *Phys. Rev. B* **54**, R11098–R11101 (1996). (Cité en pages 50, 155 et 160.)
- [167] Perez, F., Jusserand, B. & Etienne, B. Plasmons and the quantum limit in semiconductor wires. *Phys. Rev. B* **60**, 13310–13313 (1999). (Cité en page 160.)
- [168] Perez, F., Jusserand, B. & Etienne, B. Dispersive and localized one-dimensional plasmons in very narrow quantum wires. *Physica E : Low-dimensional Systems and Nanostructures* **7**, 521 – 525 (2000). (Cité en pages 50, 155 et 160.)
- [169] Pinczuk, A. *et al.* Spectroscopic measurement of large exchange enhancement of a spin-polarized 2D electron gas. *Phys. Rev. Lett.* **68**, 3623–3626 (1992). (Cité en page 51.)
- [170] Dujovne, I. *et al.* Composite-fermion spin excitations as  $\nu$  approaches 1/2 : Interactions in the Fermi sea. *Phys. Rev. Lett.* **95**, 056808 (2005). (Cité en page 51.)
- [171] Bao, J. M., Pfeiffer, L. N., West, K. W. & Merlin, R. Ultrafast dynamic control of spin and charge density oscillations in a GaAs quantum well. *Phys. Rev. Lett.* **92**,

- 236601 (2004). (Cité en pages 51, 59, 72 et 169.)
- [172] Kimel, A. V. *et al.* Ultrafast non-thermal control of magnetization by instantaneous photomagnetic pulses. *Nature* **435**, 655–657 (2005). (Non cité.)
- [173] Rungsawang, R. *et al.* Terahertz radiation from magnetic excitations in diluted magnetic semiconductors. *Phys. Rev. Lett.* **110**, 177203 (2013). (Cité en page 51.)
- [174] Atature, M., Dreiser, J., Badolato, A. & Imamoglu, A. Observation of Faraday rotation from a single confined spin. *Nature Physics* **3**, 101–106 (2007). (Cité en page 51.)
- [175] Carter, S. G., Chen, Z. & Cundiff, S. T. Ultrafast below-resonance Raman rotation of electron spins in GaAs quantum wells. *Phys. Rev. B* **76**, 201308 (2007). (Cité en page 51.)
- [176] Perez, F. *Thèse de doctorat de l'Université Paris VI* (1998). (Cité en pages 56, 155, 160 et 165.)
- [177] Jusserand, B., Vijayaraghavan, M. N., Laruelle, F., Cavanna, A. & Etienne, B. Resonant mechanisms of inelastic light scattering by low-dimensional electron gases. *Phys. Rev. Lett.* **85**, 5400–5403 (2000). (Cité en page 57.)
- [178] Das Sarma, S. & Wang, D.-W. Resonant Raman scattering by elementary electronic excitations in semiconductor structures. *Phys. Rev. Lett.* **83**, 816–819 (1999). (Cité en page 57.)
- [179] Stein, D., Klitzing, K. v. & Weimann, G. Electron spin resonance on GaAs – Al<sub>x</sub>Ga<sub>1-x</sub>As heterostructures. *Phys. Rev. Lett.* **51**, 130–133 (1983). (Cité en page 59.)
- [180] Baboux, F. *et al.* Coulomb-driven organization and enhancement of spin-orbit fields in collective spin excitations. *Phys. Rev. B* **87**, 121303(R) (2013). (Cité en pages 59, 106, 119, 121, 138 et 153.)
- [181] Duesberg, G. S., Loa, I., Burghard, M., Syassen, K. & Roth, S. Polarized Raman spectroscopy on isolated single-wall carbon nanotubes. *Phys. Rev. Lett.* **85**, 5436–5439 (2000). (Cité en page 63.)
- [182] Faugeras, C. *et al.* Magneto-Raman scattering of graphene on graphite : Electronic and phonon excitations. *Phys. Rev. Lett.* **107**, 036807 (2011). (Cité en page 63.)
- [183] Rovillain, P. *Thèse de doctorat de l'Université Paris VI* (2011). (Cité en page 68.)
- [184] Lamb, W. E. & Retherford, R. C. Fine structure of the Hydrogen atom. *Phys. Rev.* **79**, 549 (1950). (Cité en page 69.)
- [185] Ryan, J. C. Collective excitations in a spin-polarized quasi-two-dimensional electron gas. *Phys. Rev. B* **43**, 4499–4502 (1991). (Cité en page 72.)
- [186] Brozak, G. *et al.* Effects of nonparabolicity on collective intersubband excitations. *Phys. Rev. B* **45**, 11399–11402 (1992). (Non cité.)
- [187] Peric, H., Jusserand, B., Richards, D. & Etienne, B. Luminescence and intersubband excitations in high-density two-dimensional electron gases. *Phys. Rev. B* **47**, 12722–12726 (1993). (Cité en pages 72 et 128.)
- [188] Sih, V. *et al.* Spatial imaging of the spin Hall effect and current-induced polarization in two-dimensional electron gases. *Nature Physics* **1**, 31–35 (2005). (Cité en pages 78 et 153.)
- [189] Mishchenko, E. G., Shytov, A. V. & Halperin, B. I. Spin current and polarization in

- impure two-dimensional electron systems with spin-orbit coupling. *Phys. Rev. Lett.* **93**, 226602 (2004). (Cité en page 81.)
- [190] Mower, M. D., Vignale, G. & Tokatly, I. V. Dyakonov-Perel spin relaxation for degenerate electrons in the electron-hole liquid. *Phys. Rev. B* **83**, 155205 (2011). (Cité en page 81.)
- [191] D'Amico, I. & Vignale, G. Theory of spin Coulomb drag in spin-polarized transport. *Phys. Rev. B* **62**, 4853 (2000). (Cité en pages 82 et 141.)
- [192] D'Amico, I. & Ullrich, C. A. Dissipation through spin Coulomb drag in electronic spin transport and optical excitations. *Phys. Rev. B* **74**, 121303(R) (2006). (Cité en pages 82, 83 et 157.)
- [193] Weber, C. P. *et al.* Observation of spin Coulomb drag in a two-dimensional electron gas. *Nature* **437**, 1330–1333 (2005). (Cité en pages 82, 157 et 169.)
- [194] D'Amico, I. & Ullrich, C. A. Coulomb interactions and spin transport in semiconductors : The spin Coulomb drag effect. *physica status solidi (b)* **247**, 235–247 (2010). (Cité en page 82.)
- [195] D'Agosta, R. & Vignale, G. Relaxation in time-dependent current-density-functional theory. *Phys. Rev. Lett.* **96**, 016405 (2006). (Cité en page 83.)
- [196] Zeeman, P. The effect of magnetisation on the nature of light emitted by a substance. *Nature* **55**, 347 (1897). (Cité en page 86.)
- [197] Griffiths, D. *Introduction to Quantum Mechanics (2nd Edition)* (Addison-Wesley, Upper Saddle River, 2004). (Cité en page 86.)
- [198] Ullrich, C. A., D'Amico, I., Baboux, F. & Perez, F. Intrinsic normal Zeeman effect for spin plasmons in semiconductor quantum wells. *Proceedings of the SPIE Conference 2013* (2013). (Cité en page 87.)
- [199] Liu, G., Antonov, V. N., Jepsen, O. & Andersen., O. K. Coulomb-Enhanced Spin-Orbit splitting : The missing piece in the Sr<sub>2</sub>RhO<sub>4</sub> puzzle. *Phys. Rev. Lett.* **101**, 026408 (2008). (Cité en pages 89, 93 et 119.)
- [200] Nedniyom, B. *et al.* Giant enhanced g-factors in an InSb two-dimensional gas. *Phys. Rev. B* **80**, 125328 (2009). (Cité en pages 89, 93 et 119.)
- [201] Zhang, Y. & Das Sarma, S. Nonlinear 2D spin susceptibility in a finite magnetic field : Spin-polarization dependence. *Phys. Rev. Lett.* **96**, 196602 (2006). (Cité en page 90.)
- [202] Chantis, A. N., van Schilfgaarde, M. & Kotani, T. *Ab initio* prediction of conduction band spin splitting in zinc blende semiconductors. *Phys. Rev. Lett.* **96**, 086405 (2006). (Cité en page 90.)
- [203] Strange, P. *Relativistic Quantum Mechanics* (Cambridge University Press, Cambridge, 1998). (Cité en page 91.)
- [204] Brandt, N. & Moshchalkov, V. Semimagnetic Semiconductors. *Advances in Physics* **33**, 193–256 (1984). (Cité en page 97.)
- [205] Wojtowicz, T., Kutrowski, M., Karczewski, G. & Kossut, J. Modulation-doped Cd<sub>1-x</sub>Mn<sub>x</sub>Te/Cd<sub>1-y</sub>Mg<sub>y</sub>Te quantum well structures with spatial in-plane profiling of the well width and the doping intensity. *Applied Physics Letters* **73**, 1379–1381 (1998). (Cité en page 97.)

- [206] Bastard, G., Rigaux, C., Guldner, Y., Mycielski, J. & Mycielski, A. Effect of exchange on interband magneto-absorption in zero gap HgMnTe mixed crystals. *Journal de Physique* **39**, 87–98 (1978). (Cité en page 97.)
- [207] Gaj, J. A. *et al.* Magneto-optical study of interface mixing in the CdTe-(Cd,Mn)Te system. *Phys. Rev. B* **50**, 5512–5527 (1994). (Cité en page 98.)
- [208] Stoner, E. The magnetic susceptibility and electronic specific heat of transition metals in relation to their electronic structure. *Acta Metallurgica* **2**, 259–273 (1954). (Cité en page 99.)
- [209] Dietl, T., Ohno, H., Matsukura, F., Cibert, J. & Ferrand, D. Zener model description of ferromagnetism in zinc-blende magnetic semiconductors. *Science* **287**, 1019–1022 (2000). (Cité en page 99.)
- [210] König, J., Lin, H.-H. & MacDonald, A. H. Theory of diluted magnetic semiconductor ferromagnetism. *Phys. Rev. Lett.* **84**, 5628–5631 (2000). (Cité en page 99.)
- [211] Izuyama, T., Kim, D. & R.Kubo. Band theoretical interpretation of neutron diffraction phenomena in ferromagnetic metals. *Journal of the Physical Society of Japan* **18**, 1025–1042 (1963). (Cité en page 99.)
- [212] Vignale, G. & Singwi, K. S. Spin-flip electron-energy-loss spectroscopy in itinerant-electron ferromagnets : Collective modes versus Stoner excitations. *Phys. Rev. B* **32**, 2824–2834 (1985). (Cité en page 99.)
- [213] Barate, P. *Thèse de doctorat de l'Université Montpellier II* (2010). (Cité en pages 99 et 170.)
- [214] Landau, L. D. & Lifshitz, E. M. *The Classical Theory of Fields* (Pergamon, Oxford, 1962). (Cité en page 101.)
- [215] Kohn, W. Cyclotron resonance and de Haas-van Alphen oscillations of an interacting electron gas. *Phys. Rev.* **123**, 1242–1244 (1961). (Cité en page 101.)
- [216] Tutuc, E., Melinte, S. & Shayegan, M. Spin polarization and  $g$  factor of a dilute GaAs two-dimensional electron system. *Phys. Rev. Lett.* **88**, 036805 (2002). (Cité en page 103.)
- [217] Pudalov, V. M. *et al.* Low-density spin susceptibility and effective mass of mobile electrons in Si inversion layers. *Phys. Rev. Lett.* **88**, 196404 (2002). (Non cité.)
- [218] Zhu, J., Stormer, H. L., Pfeiffer, L. N., Baldwin, K. W. & West, K. W. Spin susceptibility of an ultra-low-density two-dimensional electron system. *Phys. Rev. Lett.* **90**, 056805 (2003). (Cité en pages 122, 137 et 153.)
- [219] Vakili, K., Shkolnikov, Y. P., Tutuc, E., De Poortere, E. P. & Shayegan, M. Spin susceptibility of two-dimensional electrons in narrow AlAs quantum wells. *Phys. Rev. Lett.* **92**, 226401 (2004). (Cité en page 103.)
- [220] Kuhn-Heinrich, B., Ossau, W., Litz, T., Waag, A. & Landwehr, G. Determination of the band offset in semimagnetic CdTe/Cd<sub>1-x</sub>Mn<sub>x</sub>Te quantum wells : A comparison of two methods. *Journal of Applied Physics* **75**, 8046–8052 (1994). (Cité en pages 106, 135 et 137.)
- [221] Kalevich, V. K. & Korenev, V. L. Electron  $g$ -factor anisotropy in asymmetric GaAs/AlGaAs quantum well. *JETP Lett.* **57**, 571 (1993). (Cité en page 110.)
- [222] Van Hove, L. The occurrence of singularities in the elastic frequency distribution of

- a crystal. *Phys. Rev.* **89**, 1189–1193 (1953). (Cité en page 116.)
- [223] Rice, C. *et al.* Inversion asymmetry effects in modulation-doped  $\text{Cd}_{1-x}\text{Mn}_x\text{Te}$  quantum wells. *Phys. Rev. B* **87**, 121304 (2013). (Cité en page 119.)
- [224] Baboux, F. *et al.* Giant collective spin-orbit field in a quantum well : Fine structure of spin plasmons. *Phys. Rev. Lett.* **109**, 166401 (2012). (Cité en pages 121, 138 et 153.)
- [225] Chaves, A., Penna, A., Worlock, J., Weimann, G. & Schlapp, W. Optical control of two-dimensional electron density in a single asymmetric quantum well. *Surface Science* **170**, 618–623 (1986). (Cité en pages 127 et 131.)
- [226] Jusserand, B. *et al.* Density dependence of intersubband transitions in a modulation-doped quantum well. *Phys. Rev. B* **40**, 4220–4223 (1989). (Non cité.)
- [227] Richards, D., Fasol, G. & Ploog, K. Raman scattering verification of nonpersistent optical control of electron density in a heterojunction. *Applied Physics Letters* **57**, 1099 (1990). (Non cité.)
- [228] Hayne, M., Usher, A., Plaut, A. & Ploog, K. Optically induced density depletion of the two-dimensional electron system in  $\text{GaAs}/\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$  heterojunctions. *Phys. Rev. B* **50**, 17208–17216 (1994). (Cité en page 132.)
- [229] Koudinov, A. V. *et al.* Giant modulation of resonance Raman scattering from  $(\text{Cd},\text{Mn})\text{Te}$  quantum wells by secondary illumination. *Phys. Rev. B* **79**, 241310 (2009). (Cité en page 127.)
- [230] Skolnick, M. S. *et al.* Observation of a many-body edge singularity in quantum-well luminescence spectra. *Phys. Rev. Lett.* **58**, 2130–2133 (1987). (Cité en page 128.)
- [231] Aku-Leh, C. *et al.* Measuring the spin polarization and Zeeman energy of a spin-polarized electron gas : Comparison between Raman scattering and photoluminescence. *Phys. Rev. B* **76**, 155416 (2007). (Cité en pages 128, 129 et 169.)
- [232] Christen, J. & Bimberg, D. Line shapes of intersubband and excitonic recombination in quantum wells : Influence of final-state interaction, statistical broadening, and momentum conservation. *Phys. Rev. B* **42**, 7213–7219 (1990). (Cité en pages 128 et 129.)
- [233] Mařlana, W. *et al.* p-type doping of II–VI heterostructures from surface states : Application to ferromagnetic  $\text{Cd}_{1-x}\text{Mn}_x\text{Te}$  quantum wells. *Applied Physics Letters* **82**, 1875–1877 (2003). (Cité en page 133.)
- [234] Tan, I.-H., Snider, G. L., Chang, L. D. & Hu, E. L. A self-consistent solution of Schrödinger-Poisson equations using a nonuniform mesh. *Journal of Applied Physics* **68**, 4071–4076 (1990). (Cité en page 135.)
- [235] Hartmann, J. M. *et al.*  $\text{CdTe}/\text{MgTe}$  heterostructures : Growth by atomic layer epitaxy and determination of  $\text{MgTe}$  parameters. *Journal of Applied Physics* **80**, 6257–6265 (1996). (Cité en page 135.)
- [236] André, R. & Dang, L. S. Low-temperature refractive indices of  $\text{Cd}_{1-x}\text{Mn}_x\text{Te}$  and  $\text{Cd}_{1-y}\text{Mg}_y\text{Te}$ . *Journal of Applied Physics* **82**, 5086–5089 (1997). (Cité en page 135.)
- [237] Kleinman, D. A. & Miller, R. C. Band-gap renormalization in semiconductor quantum wells containing carriers. *Phys. Rev. B* **32**, 2266–2272 (1985). (Cité en page 136.)
- [238] Schmitt-Rink, S., Ell, C., Koch, S., Schmidt, H. & Haug, H. Subband-level renorma-

- lization and absorptive optical bistability in semiconductor multiple quantum well structures. *Solid State Communications* **52**, 123 – 125 (1984). (Cité en page 136.)
- [239] Das Sarma, S., Jalabert, R. & Yang, S.-R. E. Band-gap renormalization in semiconductor quantum wells. *Phys. Rev. B* **41**, 8288–8294 (1990). (Non cité.)
- [240] Wojtowicz, T. *et al.* *g*-factor dependence of the evolution of magneto-optical spectra with the density of quasi-two-dimensional electrons in  $\text{Cd}_{1-x}\text{Mn}_x\text{Te}/\text{Cd}_{1-y}\text{Mg}_y\text{Te}$  heterostructures. *Phys. Rev. B* **59**, R10437–R10440 (1999). (Cité en page 136.)
- [241] Bastard, G. & Chang, L. L. Spin-flip relaxation time of conduction electrons in  $\text{Cd}_{1-x}\text{Mn}_x\text{Te}$  quantum wells. *Phys. Rev. B* **41**, 7899–7902 (1990). (Cité en pages 141 et 185.)
- [242] Semenov, Y. G. Electron spin relaxation in semiconductors and semiconductor structures. *Phys. Rev. B* **67**, 115319 (2003). (Non cité.)
- [243] R nburg, K. E. *et al.* Motional-narrowing-type dephasing of electron and hole spins of itinerant excitons in magnetically doped II-VI bulk semiconductors. *Phys. Rev. Lett.* **96**, 117203 (2006). (Cité en pages 141 et 185.)
- [244] Shmakov, P. M., Dmitriev, A. P. & Kachorovskii, V. Y. Electron spin decoherence in diluted magnetic quantum wells. *Phys. Rev. B* **80**, 193205 (2009). (Cité en pages 141 et 185.)
- [245] Ganichev, S. D. *et al.* Spin currents in diluted magnetic semiconductors. *Phys. Rev. Lett.* **102**, 156602 (2009). (Cité en page 153.)
- [246] Hsieh, D. *et al.* A topological Dirac insulator in a quantum spin Hall phase. *Nature* **452**, 970–974 (2008). (Cité en page 155.)
- [247] Raghu, S., Chung, S. B., Qi, X.-L. & Zhang, S.-C. Collective modes of a helical liquid. *Phys. Rev. Lett.* **104**, 116401 (2010). (Cité en page 156.)
- [248] Chernyshov, A. *et al.* Evidence for reversible control of magnetization in a ferromagnetic material by means of spin-orbit magnetic field. *Nature Physics* **5**, 656–659 (2009). (Cité en page 156.)
- [249] Schneider, T. *et al.* Realization of spin-wave logic gates. *Applied Physics Letters* **92**, 022505 (2008). (Cité en page 157.)
- [250] Giamarchi, T. *Quantum Physics in One Dimension* (Oxford, New York, 2004). (Cité en page 160.)
- [251] Hu, B. Y.-K. & Das Sarma, S. Many-body exchange-correlation effects in the lowest subband of semiconductor quantum wires. *Phys. Rev. B* **48**, 5469–5504 (1993). (Cité en pages 160 et 167.)
- [252] Wang, D. W., Millis, A. J. & Das Sarma, S. Where is the Luttinger liquid in one-dimensional semiconductor quantum wire structures? *Phys. Rev. Lett.* **85**, 4570–4573 (2000). (Cité en page 160.)
- [253] Hankiewicz, E. M., Vignale, G. & Tserkovnyak, Y. Inhomogeneous Gilbert damping from impurities and electron-electron interactions. *Phys. Rev. B* **78**, 020404 (2008). (Cité en pages 162, 181, 184, 185 et 186.)
- [254] Shulenburg, L., Casula, M., Senatore, G. & Martin, R. M. Spin resolved energy parametrization of a quasi-one-dimensional electron gas. *Journal of Physics A : Mathematical and Theoretical* **42**, 214021 (2009). (Cité en pages 164, 165 et 166.)

- [255] Gradshteyn, I. S. & Ryzhik, I. M. *Table of Integrals, Series and Products* (London, New York, 2007). (Cité en page 165.)
- [256] Cameron, A. R., Riblet, P. & Miller, A. Spin gratings and the measurement of electron drift mobility in multiple quantum well semiconductors. *Phys. Rev. Lett.* **76**, 4793–4796 (1996). (Cité en page 169.)
- [257] Demtröder, W. *Laser spectroscopy* (Springer Verlag, Berlin, 1981). (Cité en page 169.)
- [258] Camilleri, C. *et al.* Electron and hole spin relaxation in modulation-doped CdMnTe quantum wells. *Phys. Rev. B* **64**, 085331 (2001). (Cité en page 169.)
- [259] Ferreira, R. & Bastard, G. "Spin"-flip scattering of holes in semiconductor quantum wells. *Phys. Rev. B* **43**, 9687–9691 (1991). (Cité en page 169.)
- [260] Salpeter, E. E. & Bethe, H. A. A relativistic equation for bound-state problems. *Phys. Rev.* **84**, 1232–1242 (1951). (Cité en page 177.)
- [261] Breit, G. The effect of retardation on the interaction of two electrons. *Phys. Rev.* **34**, 553–573 (1929). (Cité en page 177.)
- [262] Breit, G. Dirac's equation and the spin-spin interactions of two electrons. *Phys. Rev.* **39**, 616–624 (1932). (Cité en page 177.)
- [263] Perl, W. & Hughes, V. Relativistic contributions to the magnetic moment of  $^3s_1$  helium. *Phys. Rev.* **91**, 842–852 (1953). (Cité en page 177.)
- [264] Rosén, A., Fricke, B. & Morović, T. Self-consistent relativistic molecular calculations of superheavy molecules :  $(_{110}X)F_6$ . *Phys. Rev. Lett.* **40**, 856–859 (1978). (Cité en page 177.)
- [265] MacDonald, A. H. & Vosko, S. H. A relativistic density functional formalism. *Journal of Physics C : Solid State Physics* **12**, 2977 (1979). (Cité en page 177.)
- [266] Gilbert, T. A phenomenological theory of damping in ferromagnetic materials. *IEEE Transactions on Magnetics* **40**, 3443–3449 (2004). (Cité en page 185.)
- [267] Zhukov, E. A. *et al.* Spin coherence of a two-dimensional electron gas induced by resonant excitation of trions and excitons in CdTe/(Cd, Mg)Te quantum wells. *Phys. Rev. B* **76**, 205310 (2007). (Cité en page 186.)
- [268] Chen, Z., Carter, S. G., Bratschitsch, R. & Cundiff, S. T. Optical excitation and control of electron spins in semiconductor quantum wells. *Physica E* **42**, 1803 – 1819 (2010). (Cité en page 186.)

# Liste des symboles utilisés

Description		Description	
ALDA	Adiabatic and Local Density Approximation	$k$	Module de $\mathbf{k}$
DMS	Diluted Magnetic Semiconductors	$k_F$	Vecteur d'onde de Fermi
RPA	Random Phase Approximation	$\boldsymbol{\kappa}$	Vecteur d'onde du photon
SPE	Single Particle Excitation	$\chi_{nn}(\mathbf{q}, \omega)$	Susceptibilité électrique
TDDFT	Time-dependent Density Functional Theory	$\chi_{nz}(\mathbf{q}, \omega)$	Fonction de réponse spin-charge
$a_B^*$	Rayon de Bohr effectif	$\chi_{zz}(\mathbf{q}, \omega)$	Susceptibilité de spin longitudinale
$\alpha$	Constante de couplage Rashba individuelle	$\chi_{+-}(\mathbf{q}, \omega)$	Susceptibilité de spin transverse
$\tilde{\alpha}$	Constante de couplage Rashba collective	$m_0$	Masse de l'électron dans le vide
$b_{4141}^{6c6c}$	Coefficient Dresselhaus	$m_b$	Masse de bande de conduction
$\mathbf{B}_{\text{ext}}$	Champ magnétique extérieur	$\mu_B > 0$	Magnéton de Bohr
$\mathbf{B}_{\text{SO}}(\mathbf{k})$	Champ spin-orbite individuel	$N$	Nombre total d'électrons
$\mathbf{B}_{\text{SO}}^{\text{coll}}(\mathbf{q})$	Champ spin-orbite collectif	$N_\sigma$	Nombre d'électrons de spin $\sigma = \uparrow, \downarrow$
$\beta$	Constante de couplage Dresselhaus individuelle	$n_{2D}$	Densité électronique bi-dimensionnelle
$\tilde{\beta}$	Constante de couplage Dresselhaus collective	$\hat{n}_{\mathbf{q}}$	Opérateur densité de charge (TF)
$\Delta$	Eclatement spin-orbite de la bande de valence	$\omega$	Pulsation
$e > 0$	Charge élémentaire	$\omega_0$	Pulsation Zeeman $Z/\hbar$
$E_g$	Energie de bande interdite	$\hat{\mathbf{p}}$	Opérateur impulsion d'un électron
$E_F$	Energie de Fermi	$\Pi_{\sigma\sigma'}(\mathbf{q}, \omega)$	Fonction (polarisabilité) de Lindhard
$\varepsilon_{\mathbf{k}\sigma}$	Dispersion d'un électron de conduction	$\mathbf{q}$	Vecteur d'onde d'excitation
$\varepsilon_{xc}(r_s, \zeta)$	Energie d'échange-corrélation (par particule)	$r_s$	Rayon de Wigner-Seitz
$\varepsilon_0$	Constante diélectrique dans le vide	$r_{4141}^{6c6c}$	Coefficient Rashba
$\varepsilon_r$	Constante diélectrique relative	$\text{Ry}^*$	Rydberg effectif
$\mathcal{E}$	Champ électrique	$\hat{S}_{z,\mathbf{q}}$	Opérateur densité de spin longitudinale (TF)
$g_0$	Facteur $g$ de l'électron dans le vide	$\hat{S}_{+, \mathbf{q}}$	Opérateur densité de spin transverse (TF)
$g$	facteur $g$ d'un électron de conduction	$\hat{\boldsymbol{\sigma}}$	Vecteur des matrices de Pauli
$\gamma_{\sigma\sigma'}(\mathbf{k}, \mathbf{q})$	Tenseur Raman	$\tilde{\sigma}_+(\mathbf{q}, \omega)$	Conductivité de spin transverse
$\Gamma$	Largeur de raie d'un mode collectif	$\Sigma_c(\Sigma_v)$	Offset de bande de conduction (valence)
$\eta$	Largeur de raie d'une excitation individuelle	$T$	Température
$\hat{\mathcal{H}}_{\text{kin}}$	Hamiltonien cinétique	$\tau_{\mathbf{k}}, \tau_{\mathbf{k}}^*$	Temps de relaxation du vecteur d'onde
$\hat{\mathcal{H}}_{\text{Coul}}$	Hamiltonien de Coulomb	$\tau$	Temps de vie d'une excitation individuelle
$\hat{\mathcal{H}}_{\text{SO}}$	Hamiltonien spin-orbite	$V$	Potentiel électrique (énergie)
$\hat{\mathcal{H}}_Z$	Hamiltonien Zeeman	$V_{\mathbf{q}}$	Transf. de Fourier du potentiel Coulombien
$\hat{\mathbf{J}}_{+, \mathbf{q}}$	Opérateur courant de spin transverse (TF)	$x$	Concentration molaire en Mn
$\varphi_{\mathbf{k}}$	Angle de $\mathbf{k}$ dans le plan du puits quantique	$Z$	Energie Zeeman
$\varphi$	Angle de $\mathbf{q}$ dans le plan du puits quantique	$Z^*$	Energie Zeeman renormalisée
$\mathbf{k}$	Vecteur d'onde de l'électron	$\zeta$	Polarisation de spin $\zeta = \frac{N_\downarrow - N_\uparrow}{N_\downarrow + N_\uparrow}$

---

**Constantes fondamentales**

---

Constante de Planck réduite	$\hbar \simeq 1.055 \times 10^{-34} \text{ J.s} \simeq 0.6582 \text{ meV.ps}$
Charge élémentaire	$e \simeq 1.602 \times 10^{-19} \text{ C}$
Vitesse de la lumière	$c \simeq 2.998 \times 10^8 \text{ m.s}^{-1}$
Masse de l'électron dans le vide	$m_0 \simeq 9.109 \times 10^{-31} \text{ kg}$
Constante diélectrique du vide	$\epsilon_0 \simeq 8.854 \times 10^{-12} \text{ F.m}^{-1}$
Magnéton de Bohr	$\mu_B \simeq 9.274 \times 10^{-24} \text{ J.T}^{-1} \simeq 57.88 \text{ } \mu\text{eV.T}^{-1}$

---

---

**Résumé :** Cette thèse est consacrée à l'étude des effets du couplage spin-orbite dans des puits quantiques semi-conducteurs dopés (GaAs et CdMnTe), par spectroscopie Raman électronique. Dans ces structures existent des champs magnétiques intrinsèques (Dresselhaus et Rashba). Ces champs offrent des moyens attractifs pour manipuler le spin des électrons, mais contribuent aussi à la relaxation de spin via leur dépendance avec le vecteur d'onde de l'électron (mécanisme D'yakonov-Perel'). Nous montrons que pour les modes collectifs de spin de puits quantiques, le scénario destructif D'yakonov-Perel' est transformé en un scénario constructif : les interactions Coulombiennes font émerger un *champ spin-orbite collectif*, proportionnel au vecteur d'onde de l'excitation, et renforcé d'un facteur de plusieurs unités par rapport aux champs spin-orbite individuels. Nous mettons d'abord en évidence ces effets spin-orbite géants sur le plasmon de spin inter-sous-bande, dans des puits quantiques de GaAs. Le champ spin-orbite collectif, qui conduit à un éclatement de structure fine du spectre plasmon, est superposé à un champ magnétique extérieur et cartographié dans l'espace réciproque. Nous étudions ensuite l'onde de spin intra-sous-bande du gaz d'électrons polarisé en spin, dans des puits quantiques magnétiques dilués de CdMnTe. Le champ spin-orbite collectif se superpose ici au champ Zeeman géant du composé. Nous mesurons le facteur de renforcement du champ spin-orbite collectif. Enfin, nous déterminons la dépendance du facteur de renforcement avec la densité électronique, et démontrons la possibilité de contrôler l'amplitude du champ spin-orbite collectif à l'aide d'une grille optique.

---

**Mots-clés :** Semi-conducteurs, semi-conducteurs magnétiques dilués, puits quantique, gaz d'électrons, couplage spin-orbite, excitations de spin, interaction de Coulomb, effets à N corps, relaxation de spin, spintronique, spectroscopie Raman.

---

**Abstract :** We have studied the effects of spin-orbit coupling in doped semiconductor quantum wells (GaAs and CdMnTe) with electronic Raman scattering. In these structures exist intrinsic magnetic fields (Dresselhaus and Rashba). These fields offer attractive means to manipulate the electron spin, but contribute also to spin relaxation, through their dependence on the electronic wavevector (D'yakonov-Perel' mechanism). We show that for the collective spin modes of quantum wells, the destructive D'yakonov-Perel' scenario is transformed into a constructive scenario : Coulombic interactions lead to the emergence of a *collective spin-orbit field*, proportional to the excitation wavevector, and several times enhanced with respect to the single-particle spin-orbit fields. We first demonstrate these giant spin-orbit effects on the intersubband spin plasmon, in GaAs quantum wells. The collective spin-orbit field, which produces a fine structure splitting of the plasmon spectrum, is superposed to an external magnetic field and mapped in momentum space. Then, we study the intrasubband spin wave of the spin-polarized electron gas, in diluted magnetic quantum wells of CdMnTe. Here the collective spin-orbit field adds to the giant Zeeman field of the compound. We measure the enhancement factor of the collective spin-orbit field. Finally, we determine the dependence of the enhancement factor on the electronic density, and demonstrate the ability to control the amplitude of the collective spin-orbit field through above-barrier illumination.

---

**Keywords :** Semiconductors, Diluted magnetic semiconductors, Quantum wells, Electron gas, Spin-orbit coupling, Spin excitations, Coulomb interaction, Many-body effects, Spin relaxation, Spintronics, Raman spectroscopy.