HAL
open science

Modélisation de la transition traction-cisaillement des métaux sous choc par la X-FEM

David Haboussa

To cite this version:

David Haboussa. Modélisation de la transition traction-cisaillement des métaux sous choc par la X-FEM. Autre. INSA de Lyon, 2012. Français. NNT : 2012ISAL0129 . tel-00943420

HAL Id: tel-00943420

https://theses.hal.science/tel-00943420

Submitted on 7 Feb 2014

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

N°d'ordre 2012-ISAL–0129 Année 2012

THÈSE

Modélisation de la transition traction-cisaillement des métaux sous choc par la X-FEM

Présentée devant
l'Institut National des Sciences Appliquées de Lyon

pour obtenir
le Grade de Docteur

par

David Haboussa
Ingénieur

École doctorale :
Mécanique, Énergétique, Génie Civil, Acoustique

Spécialité :
MÉCANIQUE

Directeur de thèse : Alain Combescure
Co-encadrement de la thèse : Thomas Elguedj

Thèse soutenue le 22 novembre 2012 devant le jury composé de :

Jury

OLIVIER ALLIX	Professeur, LMT - Cachan	Examinateur
BERNARD AUROIRE	Ingénieur R&D, DGA Techniques Navales	Invité
ALAIN COMBESCURE	Professeur, LaMCoS - INSA de Lyon	Examinateur
THOMAS ELGUEDJ	Maître de Conférences, LaMCoS - INSA de Lyon	Invité
JACKY FABIS	Ingénieur de Recherche, ONERA - Centre de Lille	Invité
PIERRE KERFRIDEN	Lecturer, IMAM - Cardiff University	Examinateur
VÉRONIQUE LAZARUS	Maître de Conférences, FAST - Paris VI	Rapporteur
BRUNO LEBLE	Ingénieur, DCNS Research	Examinateur
XAVIER OLIVER	Professeur, Universitat Politècnica de Catalunya	Rapporteur

LaMCoS - UMR CNRS 5514 - INSA de Lyon
20, avenue Albert Einstein, 69621 Villeurbanne Cedex (FRANCE)

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2012ISAL0129/these.pdf
© [D. Haboussa], [2012], INSA de Lyon, tous droits réservés

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2012ISAL0129/these.pdf
© [D. Haboussa], [2012], INSA de Lyon, tous droits réservés

2005

SIGLE	ECOLE DOCTORALE	NOM ET COORDONNEES DU RESPONSABLE
	CHIMIE DE LYON Responsable : M. Denis SINOU	M. Denis SINOU Université Claude Bernard Lyon 1 Lab Synthèse Asymétrique UMR UCB/CNRS 5622 Bât 308 2ème étage 43 bd du 11 novembre 1918 69622 VILLEURBANNE Cedex Tél : 04.72.44.81.83 Fax : 04 78 89 89 14 sinou@univ-lyon1.fr
E2MC	**ECONOMIE, ESPACE ET MODELISATION DES COMPORTEMENTS** Responsable : M. Alain BONNAFOUS	M. Alain BONNAFOUS Université Lyon 2 14 avenue Berthelot MRASH M. Alain BONNAFOUS Laboratoire d'Economie des Transports 69363 LYON Cedex 07 Tél : 04.78.69.72.76 Alain.bonnafous∂ish-lyon.cnrs.fr
E.E.A.	**ELECTRONIQUE, ELECTROTECHNIQUE, AUTOMATIQUE** M. Daniel BARBIER	M. Daniel BARBIER INSA DE LYON Laboratoire Physique de la Matière Bâtiment Blaise Pascal 69621 VILLEURBANNE Cedex Tél : 04.72.43.64.43 Fax 04 72 43 60 82 Daniel.Barbier@insa-lyon.fr
E2M2	**EVOLUTION, ECOSYSTEME, MICROBIOLOGIE, MODELISATION** http://biomserv.univ-lyon1.fr/E2M2 M. Jean-Pierre FLANDROIS	M. Jean-Pierre FLANDROIS UMR 5558 Biométrie et Biologie Evolutive Equipe Dynamique des Populations Bactériennes Faculté de Médecine Lyon-Sud Laboratoire de Bactériologie BP 1269600 OULLINS Tél : 04.78.86.31.50 Fax 04 72 43 13 88 E2m2∂biomserv.univ-lyon1.fr
EDIIS	**INFORMATIQUE ET INFORMATION POUR LA SOCIETE** http://www.insa-lyon.fr/ediis M. Lionel BRUNIE	M. Lionel BRUNIE INSA DE LYON EDIIS Bâtiment Blaise Pascal 69621 VILLEURBANNE Cedex Tél : 04.72.43.60.55 Fax 04 72 43 60 71 ediis@insa-lyon.fr
EDISS	**INTERDISCIPLINAIRE SCIENCES-SANTE** http://www.ibcp.fr/ediss M. Alain Jean COZZONE	M. Alain Jean COZZONE IBCP (UCBL1) 7 passage du Vercors 69367 LYON Cedex 07 Tél : 04.72.72.26.75 Fax : 04 72 72 26 01 cozzone@ibcp.fr
	MATERIAUX DE LYON http://www.ec-lyon.fr/sites/edml M. Jacques JOSEPH	M. Jacques JOSEPH Ecole Centrale de Lyon Bât F7 Lab. Sciences et Techniques des Matériaux et des Surfaces 36 Avenue Guy de Collongue BP 163 69131 ECULLY Cedex Tél : 04.72.18.62.51 Fax 04 72 18 60 90 Jacques.Joseph@ec-lyon.fr
Math IF	**MATHEMATIQUES ET INFORMATIQUE FONDAMENTALE** http://www.ens-lyon.fr/MathIS M. Franck WAGNER	M. Franck WAGNER Université Claude Bernard Lyon1 Institut Girard Desargues UMR 5028 MATHEMATIQUES Bâtiment Doyen Jean Braconnier Bureau 101 Bis, 1er étage 69622 VILLEURBANNE Cedex Tél : 04.72.43.27.86 Fax : 04 72 43 16 87 wagner@desargues.univ-lyon1.fr
MEGA	**MECANIQUE, ENERGETIQUE, GENIE CIVIL, ACOUSTIQUE** http://www.lmfa.ec-lyon.fr/autres/MEGA/index.html M. François SIDOROFF	M. François SIDOROFF Ecole Centrale de Lyon Lab. Tribologie et Dynamique des Systêmes Bât G8 36 avenue Guy de Collongue BP 163 69131 ECULLY Cedex Tél :04.72.18.62.14 Fax : 04 72 18 65 37 Francois.Sidoroff@ec-lyon.fr

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2012ISAL0129/these.pdf
© [D. Haboussa], [2012], INSA de Lyon, tous droits réservés

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2012ISAL0129/these.pdf
© [D. Haboussa], [2012], INSA de Lyon, tous droits réservés

Remerciements

Mes premiers remerciements vont à mon directeur de thèse, Alain Combescure. Ce fût un honneur d'avoir parcouru ces trois années de thèse à ses cotés. Je le remercie pour son encadrement, son soutien, ces conseils avisés et la confiance qu'il m'a accordée. De la même manière, je remercie mon co-encadrant au sein du *LaMCoS*, Thomas Elguedj pour son amitié, son écoute et sa confiance qui m'ont parfois permis de tenir la barre dans les moments un peu plus difficiles. Je remercie également mes encadrants de chez *DCNS-Research*, Bruno Leblé et Thierry Millot ; pour m'avoir donné leur confiance et la possibilité de travailler librement sur ce sujet. Et pour clôturer ce premier volet, je voudrai témoigner une pensée amicale et un grand remerciement à Jacky Fabis et Hubert Maigre. Au travers des moments partagés à vos cotés, vous m'avez transmis votre passion, votre créativité ("*il n'y a point de génie sans un grain de folie*", disait Aristote), votre rigueur et le goût pour les sciences expérimentales. J'espère avoir acquis quelques unes de ces qualités et avoir l'opportunité de retravailler très prochainement avec vous.

J'exprime également toute ma gratitude à Xavier Oliver et Véronique Lazarus pour avoir accepté la lourde tâche de relire et rapporter mon mémoire de thèse ; ainsi qu'à tous les membres du jury pour l'intérêt et le temps qu'ils ont portés à mon travail.

Durant ces trois années de thèse, j'ai eu l'occasion et la chance de rencontrer plusieurs équipes de recherche. Je profite de cette opportunité pour saluer et remercier en premier lieu toute l'équipe *DADS* de l'*ONERA* de Lille et plus particulièrement Bertrand Langrand, avec qui j'ai pu m'initier à la recherche durant mes stages de fin d'études ; mais également Jean-Michel Mortier et Alain Deudon pour leurs précieuses aides au laboratoire d'essais. Je remercie également Vincent Faucher, du *CEA*, pour sa disponibilité et sa sympathie. Je souhaite témoigner ma gratitude également aux personnes techniques de la *DGA*, pour la gentillesse, le soutien et la confiance qu'ils m'ont témoignés ; je pense entre autres à Bernard Auroire, Jean-Philippe Torelli et Anthony Ezanno. J'aimerai exprimer ma reconnaissance à Damien Fabregue et Aude Lamontagne, du laboratoire *MATEIS* ainsi qu'à Philippe Chaudet, Jean-Pascal Guilhermond, Paul Valverde de l'*INSA-Lyon* et Patrice Clerc de *Mecanium*.

Bien entendu, je n'oublie pas de remercier le *LaMCoS* qui m'a accueilli en son sein durant ces années. Je salue toute l'equipe *MSE*. Plus particulièrement, je souhaite remercier tous les membres permanents pour les discussions, les conseils, leur bonne humeur et leur aide précieuse ; je pense particulièrement à Julien Réthoré (je me suis bien amusé avec *MIC*), Tarek Mabrouki, Michel Coret, Anthony Gravouil, Marie-Christine Baietto et Daniel Nelias ainsi que notre super secrétaire, Isabelle Comby. Mes remerciements ne seraient pas complets si je ne citais pas celles et ceux que j'ai eu le plaisir de côtoyer au quotidien. Aux anciens thésards, je pense à Fabien (merci pour les billards, les bons moments et d'être revenu d'Allemagne pour ma soutenance), Mimil pour sa bonne humeur et sa générosité, Paul, mon ancien collègue de bureau, le champion incontestable de Champions3D, Benjamin, Père Alex, Jikai, Julien, Thibaut pour les chambrages, les discussions et les bons moments, Cédric pour la "*salle*", les discussions interminables sur le parking et le drapeau qui flottera dans mon futur chez moi ; je remercie grandement Gauthier pour sa précieuse aide de relecture lors de ma rédaction "éclair", les rdv du jeudi soir, les soirées et tout simplement pour son amitié (n'oublie pas on doit retourner voir Jean-Luc à Valenciennes !).

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2012ISAL0129/these.pdf
© [D. Haboussa], [2012], INSA de Lyon, tous droits réservés

Je pense également à la *super team* : Titi, Clem, Romains et Rob' pour tous les bons moments partagés et ceux à venir, à Samy et Alex pour les pauses, le recyclage de gobelets et les bonnes petites soirées (la prochaine fois que l'on se verra, je vous ferai mes tagliatelles au saumon, promis !), à Guillaume (maintenant que je suis parti, c'est les vacs pour toi !), Didier, Corentin (Hé BAMM ! ! ! !), Lucas (pour le séjour au Brésil, les discussions et les bons fous rires), Benoit, Caroline, Nacer (désormais...), Nicolas (vive EPX !), Charlotte et enfin à Pierrot, pour les soirées de dingues, les discussions en tout genre et d'avoir été là tout simplement.

Pour finir, je dédie ce mémoire de thèse à ma mère et mon père, à mon frère et ma soeur, à mon filleul ainsi qu'à Claire et toutes les personnes qui me sont chères. Je terminerai ces remerciements en envoyant une dernière pensée à celle qui se reconnaîtra.

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2012ISAL0129/these.pdf
© [D. Haboussa], [2012], INSA de Lyon, tous droits réservés

Résumé

Dans un contexte de vulnérabilité militaire des sous-marins, les ingénieurs et chercheurs doivent être capables de prédire le comportement des structures fissurées. Cet aspect devient essentiel dès lors que les bâtiments militaires sont sujets à des attaques extérieures, telles que des explosions. Ainsi, la modélisation de la transition des changements de modes de propagation de fissure (cisaillement-traction et inversement) des métaux sous sollicitations extrêmes devient un outil incontournable ou essentiel.

Après un état de l'art relatif à l'étude de la rupture dynamique d'un point de vue théorique, numérique et expérimental, des critères tridimensionnels de direction de propagation de fissure développés pour une rupture par cisaillement ou par ouverture sont exposés. Des formules de direction de propagation semi-analytiques et analytiques, fonctions des facteurs d'intensité des contraintes et du coefficient de Poisson, sont ainsi proposées. L'interprétation de ces formules laisse envisager la prise en compte des effets tridimensionnels dans de futures simulations 3D de propagation de fissure.

Une étude du problème en deux dimensions est également développée, proposant une formule analytique du critère en cisaillement. De plus un algorithme automatique de transition cisaillement-traction a été implémenté dans le code de calcul de dynamique explicite Europlexus, développé par le *CEA*. Une méthodologie d'identification des paramètres du modèle pour un matériau donné et pour un cas quasi-statique a été proposée. Confronté à l'interprétation de deux expériences connues de propagation dynamique (expériences de Kalthoff et de Ravichandran), le modèle proposé a montré sa pertinence.

De plus, afin de mieux connaître le comportement à rupture de l'acier à Haute Limite Élastique Soudable, utilisé pour concevoir les coques de sous-marin, deux études expérimentales dédiées au suivi de la propagation dynamique d'un front de fissure (corrélation d'images et jauges de propagation) ont été développées et validées sur des essais de rupture sous chargement quasi-statique (machine conventionnelle de traction-compression) et dynamique de type choc (dispositif aux barres de Hopkinson). Cette étude expérimentale a permis d'observer que les branchements de fissures, relevés sur les essais sous chargement quasi-statique, n'apparaissent plus sous chargement dynamique et pour des sollicitations en mode I pur. Sous chargement quasi-statique, les branchement de fissures observés semblent causés par une précontrainte quasi-statique élevée avant la rupture dynamique. Les méthodes théoriques et numériques développées dans ces travaux de thèse permettent donc de simuler, automatiquement et avec un unique modèle, les changements de modes de rupture au cours d'une propagation dynamique de fissure. De plus, les protocoles expérimentaux exposés dans ce manuscrit permettent, dans un premier temps de valider l'utilisation des méthodes de suivi et de localisation du front de fissure et dans un second temps, d'appréhender les phénomènes de transition cisaillement-traction en soulevant l'importance de la vitesse de sollicitation et du mode de sollicitation de l'essai.

MOTS CLÉS: rupture, cisaillement, transition traction-cisaillement, X-FEM, propagation dynamique de fissure, critères de rupture, 3D, barres de Hopkinson

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2012ISAL0129/these.pdf
© [D. Haboussa], [2012], INSA de Lyon, tous droits réservés

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2012ISAL0129/these.pdf
© [D. Haboussa], [2012], INSA de Lyon, tous droits réservés

Table des matières

Table des matières i

Table des figures v

Liste des tableaux xi

Introduction générale 1

1 Étude bibliographique 5
1 Mécanique de la rupture 7
2 Essais de propagation dynamique de fissure caractérisant la transition traction/cisaillement 13
2.1 Experience de Prabel 13
2.2 Expérience de Kalthoff 14
2.3 Expérience de Zhou-Rosakis-Ravichandran (ZRR) 15
3 Théorie de la dynamique de la rupture fragile 18
3.1 Problème de référence 18
3.2 Analyse asymptotique 20
3.3 Approche énergétique 24
3.4 Approche méso-locale en pointe de fissure 29
3.5 Loi de propagation de fissure en traction 30
4 Méthode des éléments finis étendue (X-FEM) 33
4.1 Principe de la X-FEM 33
4.2 Discrétisation temporelle 34
4.3 Technique d'intégration 35
4.4 Exemple d'application en dynamique explicite 36
5 Méthodes numériques pour simuler la propagation par bande de cisaillement 45
5.1 Modèle de Song *et al.* 45
5.2 Modèle de Armero *et al.* 45
5.3 Conclusion 47

2 Critère de direction de propagation tri-dimensionnel 49
1 Introduction 51
2 Propagation tri-dimensionnelle d'une fissure 51

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2012ISAL0129/these.pdf
© [D. Haboussa], [2012], INSA de Lyon, tous droits réservés

3 Rappel sur le changement de base 52
4 Critères de direction de propagation. 55
4.1 Outil d'interprétation. 55
4.2 Direction de propagation suivant le maximum de la contrainte d'ouverture. 56
4.3 Direction de propagation suivant le maximum de la contrainte principale. 61
4.4 Direction de propagation suivant le maximum de la contrainte de von Mises. 63
5 Effet du signe de K_{II} et K_{III} sur les formules proposées 68
5.1 Cas 1 : $K_I \in [0,1]$, $K_{II} \in [-1,0]$ et $K_{III} \in [0,1]$ 69
5.2 Cas 2 : $K_I \in [0,1]$, $K_{II} \in [0,1]$ et $K_{III} \in [-1,0]$ 69
5.3 Cas 3 : $K_I \in [0,1]$, $K_{II} \in [-1,0]$ et $K_{III} \in [-1,0]$ 70
6 Récapitulatif des résultats et critères généraux en contraintes 70
7 Perspectives sur la modélisation de la transition cisaillement-traction en 3D 72
8 Conclusion 76

3 Modélisation de la transition cisaillement-traction en deux dimensions 77
1 Propagation de fissure sous une compétition entre un mode de traction et un mode de cisaillement 79
1.1 Formule analytique de direction de propagation pour un mode de rupture par cisaillement 80
1.2 Fonction approchée de la solution analytique θ^{shear} 83
1.3 Loi de propagation de fissure 85
2 Identification des paramètres du modèle 89
2.1 Rappel sur l'expérience CT 89
2.2 Simulation numérique de l'expérience 90
2.3 Influence de la taille de maille et de la zone locale en pointe de fissure sur les paramètres identifiés 92
3 Validation du modèle 96
3.1 Expérience sur les essais CT 96
3.2 Expériences de Kalthoff et de Zhou-Rosakis-Ravichandran 96
4 Conclusion 107

4 Mesure expérimentale des paramètres de fissuration dynamique. 109
1 Avant propos. 111
2 Essais quasi-statiques. 112
2.1 Géométrie des éprouvettes utilisées 112
2.2 Banc d'essai utilisant une machine de traction conventionnelle. . . 112
2.3 Limites du banc d'essai mis en place 116
2.4 Résultats des essais. 120
3 Influence de la vitesse de déformation en pointe de fissure. 125
3.1 Nouvelle campagne 125

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2012ISAL0129/these.pdf
© [D. Haboussa], [2012], INSA de Lyon, tous droits réservés

3.2 Modélisation des essais SIFT pour obtenir une contrainte critique pour le métal de base 126
3.3 Modélisation des essais aux barres de Hopkinson 129
3.4 Comparaison des vitesses de déformation en pointe 130
4 Essai utilisant un dispositif aux barres de Hopkinson. 131
4.1 Rappels : principes et théorie 131
4.2 Description du banc d'essai 135
4.3 Résultats d'essai. 142
5 Conclusion 149

Conclusion générale **151**

Annexe A **155**

Annexe B **157**

Annexe C **161**

Annexe D **165**

Annexe E **167**

Annexe F **169**

Bibliographie **171**

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2012ISAL0129/these.pdf
© [D. Haboussa], [2012], INSA de Lyon, tous droits réservés

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2012ISAL0129/these.pdf
© [D. Haboussa], [2012], INSA de Lyon, tous droits réservés

Table des figures

1 USS Cole : (a) Mise en situation de l'attaque (b-c) trou de 12m de diamètre dans la coque, images tirées [USS]. 2

1.1 Discontinuité et saut de déplacement. 7
1.2 Modes de rupture. 8
1.3 Courbes de chargement tirée de [BUI 06] : (a) rupture fragile, (b) rupture ductile. 8
1.4 Types de faciès : (a) fragile et (b) ductile. 9
1.5 Chargement QS et dynamique de type choc pour un même matériau [BUI 06]. 10
1.6 Niveau de déformation en fonction de la température. 11
1.7 Niveau de déformation en fonction de la température. 12
1.8 Expérience CT : Conditions expérimentales et éprouvette. 13
1.9 Expérience CT : resultats des trajets de fissure *post mortem*. 14
1.10 Schéma de principe des conditions d'essai de l'expérience de Kalthoff. . . 15
1.11 Fissurations par ouverture et par bande de cisaillement observées sur de l'acier X2 NiCoMo 1895, images tirées de [KAL 77]. 16
1.12 Schéma de principe des conditions d'essais de l'expérience ZRR. 16
1.13 Fissuration par bande de cisaillement puis par ouverture sur de l'acier C-300 (tiré [ZHO 96b]). 17
1.14 Fissuration par bande de cisaillement sur de l'acier C-300 (tiré [ZHO 96b]). 17
1.15 Problème de référence. 18
1.16 Repère local en pointe de fissure 21
1.17 Contour paramétré en pointe de fissure. 27
1.18 Domaines d'intégration centrés en pointe de fissure : sphère en 3D (a) disque en 2D (b). 29
1.19 Stratégie d'enrichissement du maillage contenant une fissure. 35
1.20 Conditions expérimentales et géométrie. 37
1.21 Dernière image enregistrée par la caméra ultra rapide. 37
1.22 Conditions aux limites et maillage. 38
1.23 Résultats expérimentaux et numériques. Histoire du front de fissure. . . . 39
1.24 Trajet de fissure global et zoom à l'initiation. 40
1.25 Champ de la contrainte hydrostatique sur l'éprouvette déformée (la fissure est représentée par le segment noir). 41
1.26 Influence de la taille de maille sur les trajets de propagation de fissure. . . 42
1.27 Influence de la zone locale en pointe de fissure. 43

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2012ISAL0129/these.pdf
© [D. Haboussa], [2012], INSA de Lyon, tous droits réservés

1.28 Propagation dynamique : Battements verticaux de l'éprouvette. 44
1.29 Cas Quasi-statique : maillage et chargement de traction vertical(a) chemin de fissure.(b) 44
1.30 Simulation Song *et al.* : résultats des trajets de fissure (a) Vitesse d'impact faible (b) Vitesse d'impact élevée (tiré de [SON 06]). 45
1.31 Simulation Armero *et al.* : mode de transition pour un acier C-300 (tiré [ARM 09]). 46

2.1 Propagation 3D en traction d'une fissure suivant chaque mode et suivant la combinaison de modes [SCH 02]. 51
2.2 Repère sphérique paramétré par θ et φ. 53
2.3 Système de visualisation des angles : coordonnées barycentriques. 56
2.4 Comparaison entre les deux contraintes de traction (σ''_{22} et σ''_{33}). 57
2.5 Directions angulaires : (a) θ_c et (b) φ_c. 59
2.6 Influence du coefficient de Poisson ν : (a) sur θ_c. (b) sur φ_c. 59
2.7 Comparaison entre les directions obtenues par $max(\sigma'_I)$ et $max(\sigma''_{22})$ . . . 63
2.8 Direction angulaire : (a) θ_c^{VM}. (b) φ_c^{VM} 65
2.9 Influence du coefficient de Poisson ν : (a) sur θ_c^{VM}. (b) sur φ_c^{VM}. 66
2.10 cas $K_I \in [0,1]$, $K_{II} \in [-1,0]$ et $K_{III} \in [0,1]$: (a) θ_c (b) φ_c. 69
2.11 cas $K_I \in [0,1]$, $K_{II} \in [0,1]$ et $K_{III} \in [-1,0]$: (a) θ_c (b) φ_c. 69
2.12 cas $K_I \in [0,1]$, $K_{II} \in [-1,0]$ et $K_{III} \in [-1,0]$: (a) θ_c (b) φ_c. 70
2.13 Propagation de fissure en 3D : critère en traction - (a) mode I (c) mode II (e) mode III ; critère en cisaillement - (b) mode I (d) mode II (f) mode III. 73
2.14 Expérience de Grégoire : éprouvette *post-mortem* 74
2.15 Interprétation de l'expérience de Grégoire : comportement à coeur et en peau 75
2.16 Expérience de Grégoire : critère en cisaillement pour les bords et critère en traction à coeur 75

3.1 Repère local en pointe de fissure. 80
3.2 Évolution de $\sigma_{r\theta}$ avec l'angle et l'intensité du ratio $x = K_I/K_{II}$. 81
3.3 Angles critiques fonction de l'intensité du ratio $x = \frac{K_I}{K_{II}}$ pour les 3 solutions k=0,1,2 83
3.4 Comparaison entre θ_{exact}^{shear} et θ_{num}^{shear} : (a) angles (b) erreur en degré 84
3.5 Influence de la déformation équivalente pour choisir la direction de propagation. 87
3.6 Expérience CT : résultats *post mortem* 89
3.7 Expérience CT : (a) courbe chargement-ouverture ; (b) abscisse du front de fissure en fonction du temps. 90
3.8 Expérience CT : (a) maillage EF, (b) courbe contrainte-déformation pour le 16*MND*5. 91

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2012ISAL0129/these.pdf
© [D. Haboussa], [2012], INSA de Lyon, tous droits réservés

3.9 Simulation avec trajet de fissure imposé : (a) évolution de la défomation et de l'angle expérimental (b) angles de directions de propagation (cisaillement, traction, expérience) 92
3.10 Simulation avec trajet de fissure imposé : contrainte équivalente fonction du taux de déformation équivalent. 93
3.11 Influence de la taille de maille et de la zone locale en pointe sur les seuils de déformation. 94
3.12 Expérience CT : (a) avec $r_{box} = 1500\mu m$, (b) avec $r_{box} = 3000\mu m$, (c) avec $r_{box} = 6000\mu m$ 94
3.13 Influence de la taille de maille et de la zone locale en pointe sur la contrainte équivalente estimée en pointe 95
3.14 Expérience CT : (a) avec $r_{box} = 1500\mu m$, (b) avec $r_{box} = 3000\mu m$, (c) avec $r_{box} = 6000\mu m$ 95
3.15 Expérience CT : comparaison entre les résultats expérimentaux et numériques : (a) Histoire du front de fissure, (b) Trajet de fissure 97
3.16 ZRR - Trajet de fissure suivant les vitesses d'impact. 98
3.17 ZRR - maillage et conditions limites. 100
3.18 ZRR - Évolution des contraintes de von Mises pour $V_{imp} = 25m.s^{-1}$ et $t = 34\mu s$, $t = 37.5\mu s$, $t = 40\mu s$ et $t = 48.5\mu s$. 101
3.19 ZRR - Évolution des contraintes de von Mises pour $V_{imp} = 30m.s^{-1}$ et $t = 23\mu s$, $t = 32\mu s$, $t = 43\mu s$ et $t = 50\mu s$. 102
3.20 ZRR - Trajets de fissure suivant la vitesse d'impact. 103
3.21 Expérience de Kalthoff : maillage et conditions limites 103
3.22 Kalthoff - Trajets de fissure suivant la vitesse d'impact. 104
3.23 Kalthoff - Évolution des contraintes de von Mises pour $V_{imp} = 16m.s^{-1}$ et $t = 10\mu s$, $t = 28\mu s$, $t = 38\mu s$ $t = 45\mu s$ $t = 55\mu s$ et $t = 60\mu s$. 105
3.24 Kalthoff - Évolution des contraintes de von Mises pour $V_{imp} = 32m.s^{-1}$ et $t = 10\mu s$, $t = 28\mu s$, $t = 38\mu s$ $t = 45\mu s$ $t = 55\mu s$ et $t = 60\mu s$. 106

4.1 Banc d'essai : géométrie des éprouvettes CT. 112
4.2 Banc d'essai : machine conventionnelle INSTRON + enceinte refroidissante 113
4.3 Banc d'essai : schéma récapitulatif. 114
4.4 Banc d'essai : enceinte isolante(*ref.* HEATWAVE 3119-505). 115
4.5 Banc d'essai : conditionnement des jauges. 116
4.6 Jauges de propagation - tension théorique en fonction du nombre de fils rompus. 117
4.7 Courbe modélisant l'évolution thermique de l'éprouvette refroidie par bain d'azote une fois sortie de celui-ci. 117
4.8 Éprouvettes en PMMA. 118
4.9 PMMA aux barres de Hopkinson - (a) signal jauge de propagation (b) vitesse de propagation suivant x 119
4.10 PMMA essais CT - (a) signal jauge de propagation (b) vitesse de propagation suivant x. 120

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2012ISAL0129/these.pdf
© [D. Haboussa], [2012], INSA de Lyon, tous droits réservés

4.11 Vue globale des éprouvettes *post-mortem*. 121
4.12 Métal de base CT - Faciès de rupture et trajet de rupture pour les essais 16, 14 et 15. 122
4.13 Métal de base CT - (a) Faciès de rupture (essai 16) à l'initiation (b) Faciès de rupture (essai 16) à mi-parcours 123
4.14 Essai QS - (a) Faciès de rupture (essai 14) à l'initiation (b) Faciès de rupture (essai 14) à mi-parcours 123
4.15 Métal de base CT - Évolution temporelle des abscisses et des ordonnées des fronts de fissure. 124
4.16 Métal de base CT - (a) Vitesses de propagation suivant x (b) Trajets de fissure. 124
4.17 Banc d'essai : (a) coin (b) géométrie des éprouvettes CT. 126
4.18 SIFT - Maillage. 127
4.19 SIFT - Évolution des contraintes de von Mises et de la pression Hydrostatique pour $t = 25\mu s$, $t = 50\mu s$, $t = 75\mu s$, $t = 100\mu s$ et $t = 125\mu s$ 128
4.20 CT+coin - Maillage et conditions limites. 129
4.21 CT+coin : Évolution des contraintes de la contrainte hydrostatique et de la propagation de fissure pour $t = 20\mu s$, $t = 35\mu s$, $t = 42\mu s$ et $t = 50\mu s$ . . 130
4.22 Comparaison des taux de déformations en pointe de fissure : (a) Essais SIFT (b) Essais aux barres de Hopkinson 131
4.23 Banc de Hopkinson - Transport des ondes aux interfaces. 132
4.24 Banc de Hopkinson - Interfaces entrantes et sortantes. 133
4.25 Banc de Hopkinson - Interface impacteur/barre entrante. 134
4.26 Banc de Hopkinson - Banc d'essai. 135
4.27 Banc de Hopkinson - Schéma du banc d'essai aux barres de Hopkinson. . 136
4.28 Banc de Hopkinson - Impacteur avec paliers de guidage. 137
4.29 Banc de Hopkinson - Quantités mécaniques : (a) Déformations incidentes et réfléchies (b) Déformations incidentes et réfléchies après transfert aux interfaces. 138
4.30 Banc de Hopkinson - Vitesse entrante et effort entrant après transfert aux interfaces. 138
4.31 Banc de Hopkinson -Forces entrantes et sortantes après transfert aux interfaces. 139
4.32 Banc de Hopkinson - Signaux filtrés des jauges de propagation. 140
4.33 Banc de Hopkinson - Instants de coupure des brins en fonctions du nombre de fils coupés. 140
4.34 Banc de Hopkinson - Image de référence et image déformée. tirée de [GRÉ 08] 141
4.35 Banc de Hopkinson - grande résolution. 142
4.36 Banc de Hopkinson - petite résolution. 142
4.37 Essai 8 - Facteur d'intensité des contraintes K_I fonction du temps. 143
4.38 Essai 8 - Comparaison entre l'avancé obtenu par corrélation d'images et par la jauge de propagation à fils. 144

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2012ISAL0129/these.pdf
© [D. Haboussa], [2012], INSA de Lyon, tous droits réservés

4.39 Essai 7 - Facteur d'intensité des contraintes K_I fonction du temps. 145
4.40 Essai 7 - vitesse de propagation de fissure versus K_I. 145
4.41 Essai SIFT - Géométrie des échantillons dans la configuration centrale. . . 146
4.42 Essai 8 - J_c estimé par corrélation d'images. 146
4.43 Maraging Hopkinson - Évolution des contraintes de la pression Hydrostatique pour $t = 12\mu s$, $t = 13\mu s$, $t = 14\mu s$, $t = 15\mu s$, $t = 16\mu s$ et $t = 17\mu s$ . . 148
4.44 Système de visualisation des angles : coordonnées barycentriques 1. . . . 156
4.45 Système de visualisation des angles : coordonnées barycentriques 2. . . . 156
4.46 cas $K_I \in [0,1]$, $K_{II} \in [-1,0]$ et $K_{III} \in [0,1]$: (a) θ_c^{VM} (b) φ_c^{VM}. 165
4.47 cas $K_I \in [0,1]$, $K_{II} \in [0,1]$ et $K_{III} \in [-1,0]$: (a) θ_c^{VM} (b) φ_c^{VM}. 165
4.48 cas $K_I \in [0,1]$, $K_{II} \in [-1,0]$ et $K_{III} \in [-1,0]$: (a) θ_c^{VM} (b) φ_c^{VM}. 166
4.49 Algorithme de fissure imposée. 168
4.50 SIFT : Éprouvette testée. 169
4.51 SIFT : (a) Tour de crash (b) Instrumentation. 170

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2012ISAL0129/these.pdf
© [D. Haboussa], [2012], INSA de Lyon, tous droits réservés

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2012ISAL0129/these.pdf
© [D. Haboussa], [2012], INSA de Lyon, tous droits réservés

Liste des tableaux

1.1 Caractéristiques du matériau [HAB 11]. 38
1.2 Contrainte critique pour les deux simulations. 40
1.3 Contrainte critique pour les trois simulations. 41

2.1 Erreur ε (en degrés) pour le cas $\nu = 0$. 60
2.2 Erreur ε (en degrés) pour le cas $\nu = 0.3$. 61
2.3 Erreur ε (en degrés) pour le cas $\nu = 0.45$. 61
2.4 Erreur en degrés : interpolation θ_c^{VM} pour $\nu = 0$. 67
2.5 Erreur en degrés : interpolation θ_c^{VM} pour $\nu = 0.3$. 67
2.6 Erreur en degrés : interpolation θ_c^{VM} pour $\nu = 0.45$. 68

3.1 Comparaison (en degré) entre θ_{exact}^{shear} et θ_{num}^{shear} 85
3.2 Paramètres matériau du16MND5. 91
3.3 Paramètres pour le modèle de transition cisaillement-traction :16MND5 à $T = -125°C$. 93
3.4 Légende associée à l'étude de sensibilité. 93
3.5 Paramètres matériau de l'acier Maraging 18Ni1900. 98
3.6 Acier Maraging - Paramètres pour le modèle de transition cisaillement-traction. 99

4.1 Métal de base CT - Conditions expérimentales pour l'ensemble des éprouvettes testées. 121
4.2 SIFT - Caractéristiques du modèle de rupture. 127
4.3 Comparaison entre les vitesses de déformation en pointe. 130
4.4 Banc de Hopkinson - Caractéristiques de l'impacteur. 137
4.5 Banc de Hopkinson - Caractéristiques des barres entrantes et sortantes. . . 137
4.6 Métal de base Hopkinson - Conditions expérimentales pour l'ensemble des éprouvettes testées. 143
4.7 Paramètres identifiés pour le modèle de transition. 147
4.8 Paramètres matériau du Maraging 18Ni1900. 148
4.9 θ_c (en degré) pour le cas $\nu = 0$. 157
4.10 φ_c (en degré) pour le cas $\nu = 0$. 157
4.11 θ_c (en degré) pour le cas $\nu = 0.3$. 158
4.12 φ_c (en degré) pour le cas $\nu = 0.3$. 158

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2012ISAL0129/these.pdf
© [D. Haboussa], [2012], INSA de Lyon, tous droits réservés

4.13 θ_c (en degré) pour le cas $\nu = 0.45$. 159
4.14 φ_c (en degré) pour le cas $\nu = 0.45$. 159
4.15 θ_c^{VM} (en degré) pour le cas $\nu = 0$. 161
4.16 φ_c^{VM} (en degré) pour le cas $\nu = 0$. 161
4.17 θ_c^{VM} (en degré) pour le cas $\nu = 0.3$. 162
4.18 φ_c^{VM} (en degré) pour le cas $\nu = 0.3$. 162
4.19 θ_c^{VM} (en degré) pour le cas $\nu = 0.45$. 163
4.20 φ_c^{VM} (en degré) pour le cas $\nu = 0.45$. 163

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2012ISAL0129/these.pdf
© [D. Haboussa], [2012], INSA de Lyon, tous droits réservés

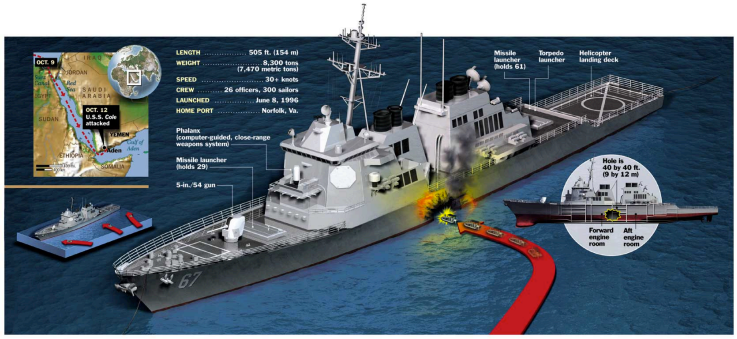
Introduction générale

Contexte industriel

Les risques liés à la propagation de fissure sous sollicitations extrêmes, de type chocs ou explosions, sont encore très difficiles à estimer. Ces fissures se propageant au travers d'un solide peuvent entraîner leur ruine et conduire à la détérioration de la structure d'un point de vue global. Afin d'éviter celles-ci et de sauvegarder, même en présence de défauts existant, l'intégrité de la structure, les ingénieurs et chercheurs doivent être capables de prédire le comportement des structures fissurées. La détermination de critères de rupture dynamique reste un aspect essentiel de la mécanique de la rupture. Cette science récente, apparue après la seconde guerre mondiale avec l'épisode des navires américains sombrant dans les eaux (rupture de plus de 200 navires Liberty Ship assemblés entièrement par soudage), couvre des phénomènes physiques variés et complexes. Le développement des industries aéronautiques, spatiales, nucléaires et militaires a conduit l'étude du phénomène de rupture. De nombreux travaux ont été menés dans divers cas, tels que la rupture fragile, la fissuration par fatigue, l'initiation, l'arrêt et la propagation dynamique de fissure. Considérant un contexte militaire, ce dernier point est un aspect essentiel lié à la vulnérabilité des structures navales soumises à des sollicitations extrêmes. Un rappel historique aidera à la mise en place du contexte d'étude. Le 12 octobre 2000, alors qu'il était amarré à Aden (Yémen), l'USS Cole fut frappé par une embarcation piégée, qui perfora la coque. L'explosion créa un trou de 12m de diamètre dans la coque du navire tuant par conséquent 17 marins et blessant 50 autres.

Pour essayer de sauvegarder l'intégrité des structures militaires et préserver la vie des soldats, l'industrie militaire doit donc garantir la fonction navigation du navire ainsi que l'intégrité des zones sensibles. Une façon de répondre à ses attentes est de simuler numériquement ce type d'attaque pour prédire à moindre coût le comportement réel de la structure. Du fait de l'avancée des capacités des codes de calcul modernes, la propagation dynamique de fissures sous impact (chargement fortement transitoire), accompagnée d'études expérimentales sous chargement dynamique, ont été intégrées dans le processus de dimensionnement des structures par certains industriels. C'est pourquoi l'industriel DCNS, travaillant de paire avec la Délégation Générale pour l'Armement (DGA), a décidé de financer un sujet de thèse intitulé *Modélisation de la transition cisaillement-traction des métaux sous choc par la méthode des éléments finis étendus*, permettant de développer un outil numérique robuste capable de remplacer des essais d'explosion couteux et peu facile à mettre en oeuvre. Le but de cet ambitieux projet de thèse est de réaliser les

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2012ISAL0129/these.pdf
© [D. Haboussa], [2012], INSA de Lyon, tous droits réservés



(a)

(b)

FIGURE 1: USS Cole : (a) Mise en situation de l'attaque (b-c) trou de 12m de diamètre dans la coque, images tirées [USS].

développements théoriques, numériques et expérimentaux caractérisant le phénomène de transition cisaillement-traction pour un matériau structurel (acier à Haute Limite Élastique Soudable) utilisé pour les sous-marins. De plus, afin d'être utilisés par le milieu industriel, pour permettre de garantir la tenue en service des bâtiments actuels sous chargements extrêmes ou pour valider le dimensionnement de nouveaux bâtiments, les développements numériques devront garantir une certaine robustesse permettant notamment leur utilisation future.

Enjeux scientifiques

L'intitulé de la thèse indique plusieurs phénomènes physiques complexes mis en jeu. En effet, la transition cisaillement-traction confère à l'étude la prise en compte de plusieurs variables, d'ordre thermomécanique ou microstructural. Parmis ces variables, on note une sensibilité et une dépendance à la température et à la vitesse de déformation du matériau à caractériser. De plus la notion de choc fait également intervenir le caractère fortement transitoire du chargement. Sachant que la propagation de fissure sera soumise à des trajets complexes liés au changement de modes de rupture au cours du temps. En effet, modéliser la transition d'un mode d'ouverture (rupture fragile dirigée par la trac-

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2012ISAL0129/these.pdf
© [D. Haboussa], [2012], INSA de Lyon, tous droits réservés

tion) à un mode de cisaillement (rupture fragile dans un champ plus ou moins plastique) nécessite la prise en compte du caractère non-linéaire du comportement du matériau. Hors de nos jours, la mécanique de la rupture propose des critères macroscopiques de propagation de fissure permettant seulement de prédire le comportement d'une fissure soumis à un mode de fissuration par ouverture et dans un milieu fragile. Lorsque la plasticité en pointe de fissure n'est plus confinée et par conséquent qu'elle s'étend plus ou moins dans la structure, aucun critère de direction de propagation, au sens de la mécanique de la rupture, a été développé permettant de modéliser l'avancée d'une fissure soumise à un mode de fissuration par cisaillement. Ceci constituera le premier enjeu de la thèse : réaliser les développements théoriques en deux dimensions et en trois dimensions permettant de proposer un critère de direction de propagation en mode mixte et pour une fissuration pilotée par le cisaillement. La pertinence de ce nouveau critère devra être validé par l'expérimentation. Le second point est de proposer un unique critère, modèle automatique permettant de considérer les variations d'un mode de fissuration à l'autre (passage d'un mode de traction à un mode de cisaillement et inversement) au cours de la même simulation. Le modèle développé devra répondre aux attentes industrielles, c'est-à-dire présenter un coût de calcul très raisonnable et permettre de caractériser assez aisément les paramètres du modèle. L'outil numérique développé, basé sur la méthode des éléments finis étendus sera confronté à l'expérience et devra démontrer sa pertinence vis-à-vis de cas-test judicieusement choisis. Ces développements numériques seront réalisés en deux dimensions et seront étendus par la suite, hors travaux de thèse, en trois dimensions. La dernière partie consistera à mieux comprendre et identifier les phénomènes mis en jeu dans la transition d'un mode de cisaillement à un mode de traction d'un point de vue expérimental. Pour ce faire, nous réaliserons des campagnes expérimentales dans lesquelles nous maîtriserons les conditions d'essai, telles que la température, la vitesse de sollicitation ou encore le mode de chargement. De plus, une instrumentation particulière permettant le suivi de l'évolution temporelle et spatiale du front de fissure durant l'essai sera implémentée. Ces essais permettront de caractériser la transition des changements de modes de propagation sur le métal de base, utilisé pour les sous-marins.

Structure du mémoire

Ce mémoire de thèse est composé de quatres chapitres relatant les travaux effectués. Le premier chapitre présente l'état de l'art des différents aspects abordés par le sujet de thèse. Ainsi, nous posons les notions de bases de la mécanique de la rupture et définissons la notion de transition cisaillement-traction. Ensuite, nous exposons les différentes expériences recueillies dans la littérature permettant de caractériser ce phénomène. Le problème de référence de mécanique de la rupture en dynamique est posé et les notions théoriques essentielles sont présentées. Suit une présentation de la méthode des éléments finis étendus et d'un cas d'application en mécanique linéaire de la rupture. Et pour finir, les modèles existant permettant de simuler la transition d'un mode de cisaillement à un mode en traction sont détaillés.

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2012ISAL0129/these.pdf
© [D. Haboussa], [2012], INSA de Lyon, tous droits réservés

Le deuxième chapitre est dévoué à l'étude tridimensionnelle de la propagation de fissure. Nous proposons aux lecteurs l'analyse 3D de nouveaux critères de propagation suivant les deux modes de fissuration, cisaillement et traction. En fin de chapitre, une perspective de modélisation 3D d'un front de fissure complexe montre les possibilités des critères de directions de propagation proposés pour représenter entre autres les effets tridimensionnels.
Le troisième chapitre est entièrement consacré aux développements théoriques et numériques d'un nouveau critère de direction de propagation pour une rupture par cisaillement en deux dimensions et à l'élaboration d'un modèle unique et automatique de transition cisaillement-traction. Enfin, une étude vient clore ce chapitre en proposant l'identification des paramètres et la validation du modèle développé sur les cas-test par des comparaisons entre les calculs et les résultats expérimentaux.
Le quatrième et dernier chapitre vient clore ces travaux. Ce dernier chapitre est à vocation expérimentale. Il est consacré à la caractérisation du métal de base face aux problèmatiques du phénomène de transition cisaillement-traction. Deux campagnes expérimentales accompagnées de simulations numériques sont détaillées.
En dernier lieu, nous exposerons les conclusions de ces travaux, et les différentes perspectives de développements pouvant être envisagées.

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2012ISAL0129/these.pdf
© [D. Haboussa], [2012], INSA de Lyon, tous droits réservés

Chapitre 1

Étude bibliographique

Ce premier chapitre présente l'état de l'art relatif à l'étude de la rupture dynamique d'un point de vue théorique, numérique et expérimental. À l'interieur de celui-ci, des éléments et des résultats préliminaires sont présentés dans l'objectif de fixer le cadre d'étude des chapitres ultérieurs.

Sommaire

1 Mécanique de la rupture 7

2 Essais de propagation dynamique de fissure caractérisant la transition traction/cisaillement 13

2.1 Experience de Prabel 13

2.2 Expérience de Kalthoff 14

2.3 Expérience de Zhou-Rosakis-Ravichandran (ZRR) 15

3 Théorie de la dynamique de la rupture fragile 18

3.1 Problème de référence 18

3.2 Analyse asymptotique 20

3.2.1 En statique 20

3.2.2 En dynamique 22

3.3 Approche énergétique 24

3.4 Approche méso-locale en pointe de fissure 29

3.5 Loi de propagation de fissure en traction 30

3.5.1 Critères de direction de propagation de fissure 30

3.5.2 Loi de propagation : critères d'initiation et de propagation de fissure 31

4 Méthode des éléments finis étendue (X-FEM) 33

4.1 Principe de la X-FEM 33

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2012ISAL0129/these.pdf
© [D. Haboussa], [2012], INSA de Lyon, tous droits réservés

4.2 Discrétisation temporelle 34
4.3 Technique d'intégration 35
4.4 Exemple d'application en dynamique explicite 36
4.4.1 Conditions expérimentales 36
4.4.2 Modèlisation en dynamique explicite 38
4.4.3 Influence de la taille de maille et du rayon de la zone locale sur le modèle dynamique 40
4.4.4 Modélisation Quasi-statique 43
5 Méthodes numériques pour simuler la propagation par bande de cisaillement 45
5.1 Modèle de Song *et al.* 45
5.2 Modèle de Armero *et al.* 45
5.3 Conclusion 47

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2012ISAL0129/these.pdf
© [D. Haboussa], [2012], INSA de Lyon, tous droits réservés

1 Mécanique de la rupture

Cette partie présente les notions théoriques de mécanique de la rupture nécessaires à la compréhension de la suite de l'étude. Nous commençons par exposer les principes généraux en mécanique de la rupture, et plus particulièment les aspects liés au changement de modes de rupture. Ensuite le problème de référence en dynamique est formulé. Deux points de vue de la mécanique de la rupture sont par ailleurs exposés, le premier utilise l'approche énergétique classique de Griffith [GRI 20] et le second une vision plus "locale" du problème de rupture (*cf.* par exemple François [FRA 98]).

Généralités

La rupture est caractérisée, au moins localement, par la séparation irréversible d'un milieu continu Ω en deux parties (Γ^+ et Γ^-) de part et d'autre d'une surface géométrique Γ (*cf.* figure 1.15). Cette séparation est appelée "fissure" et modifie les champs de contraintes, de déformations et de déplacements. La discontinuité du champ de déplacement est schématisée sur la figure 1.1 et se caractérise par un saut de déplacement $[\![\underline{u}]\!]$ défini sur Γ comme étant la différence du déplacement $\underline{u}^+$ et $\underline{u}^-$, respectivement attribués aux lévres supérieures et inférieures :

$$[\![\underline{u}]\!] = \underline{u}^+ - \underline{u}^- . \tag{1.1}$$

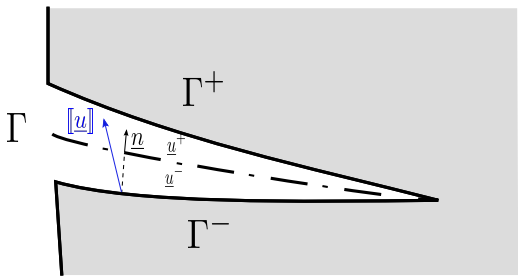


FIGURE 1.1: Discontinuité et saut de déplacement.

La forme de la discontinuité du champ de déplacement défini sur Γ établi alors le mode de rupture comme présenté sur la figure 1.2 :

- le mode *I* dit le mode d'ouverture, où le déplacement est perpendiculaire au plan tangent à la fissure,
- le mode *II* dit le mode de glissement plan, où le déplacement est parallèle au plan tangent à la fissure,
- le mode *III* dit le mode de glissement anti-plan, où le déplacement est parallèle au plan tangent à la fissure et à son front.

Remarque 1 *Ces modes peuvent être superposés, on parle alors de mode mixte reflétant les cas réels.*

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2012ISAL0129/these.pdf
© [D. Haboussa], [2012], INSA de Lyon, tous droits réservés

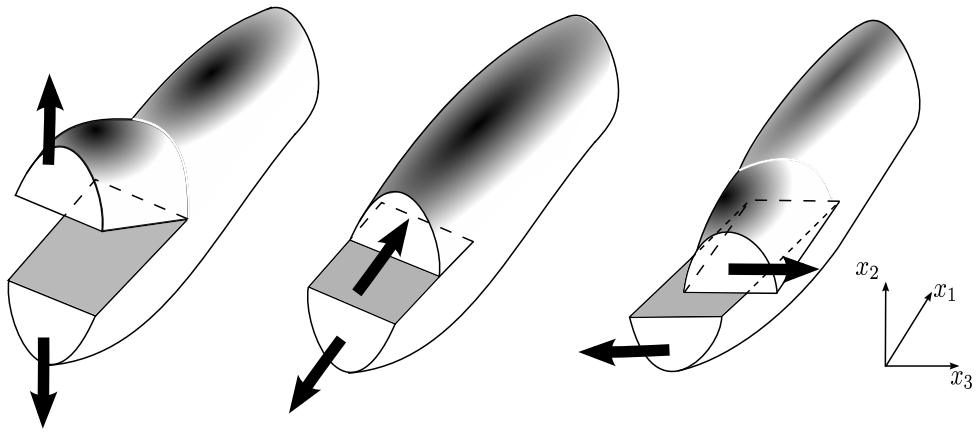


FIGURE 1.2: Modes de rupture.

Aspect énergétique

Le processus de fissuration d'un milieu continu nécessite une énergie de séparation qui est fonction de la surface créée par la fissure. Historiquement, c'est Griffith [GRI 20] qui propose de relier la variation d'énergie dW_{fiss}, nécessaire à l'accroissement d'une fissure, à la variation d'aire ainsi créée dA et à une énergie superficielle caractéristique du matériau γ :

$$dW_{fiss} = 2\gamma dA \tag{1.2}$$

Rupture fragile et ductile

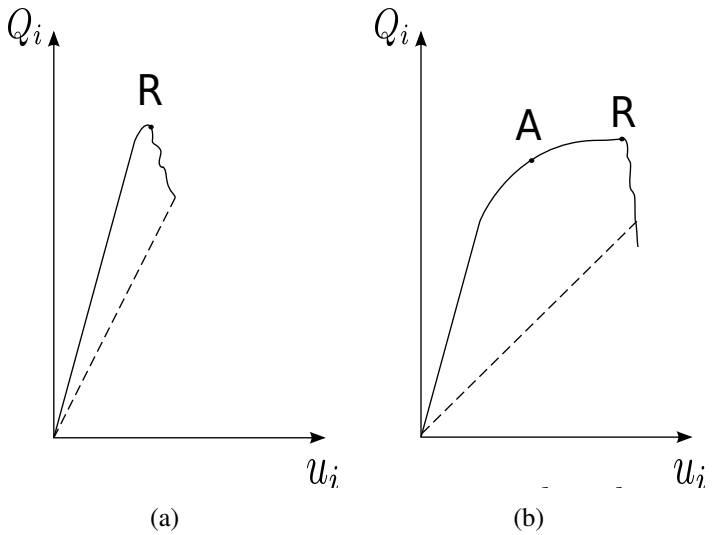


FIGURE 1.3: Courbes de chargement tirée de [BUI 06] : (a) rupture fragile, (b) rupture ductile.

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2012ISAL0129/these.pdf
© [D. Haboussa], [2012], INSA de Lyon, tous droits réservés

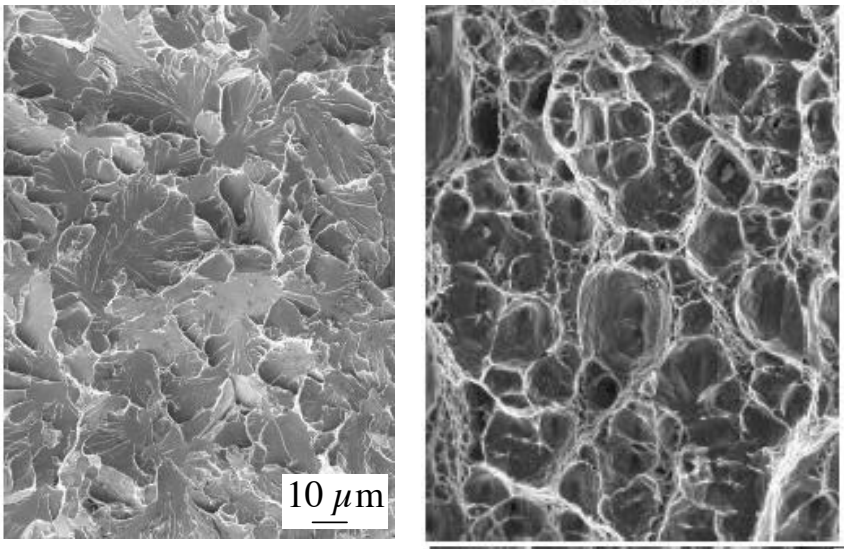
Au delà de l'aspect énergétique de la séparation d'un milieu continu, il est également intéressant d'aborder la fissuration en tenant compte du comportement du matériau. La présence ou l'absence de déformation plastique étendue en pointe de fissure permet de mettre en avant de façon assez simple deux "types" de rupture :

- la rupture fragile caractérisée par l'absence de plasticité macroscopique observable sur la structure,

- la rupture ductile caractérisée par une plasticité étendue au voisinage du front de fissure et qui engendre une énergie d'absorption élevée avant de rompre la structure.

Ces notions de fragilité et de ductilité sont en fait complexes à analyser car elles mettent en oeuvre des aspects à la fois macroscopiques et microscopiques [LEM 04]. Néanmoins, un facteur macroscopique de la distinction entre les types de rupture, est la réponse mécanique de la structure. En effet, en considérant la courbe des efforts généralisés Q_i en fonction des déplacements généralisés u_i, on peut différencier les types de rupture suivant la position du point de rupture noté R [BUI 06] comme montré sur la figure 1.3. Pour une rupture fragile, R est dans la partie élastique et pour une rupture ductile R dans la partie plastique.

Remarque 2 *Le point A correspond au point d'amorçage à partir duquel la fissure croît de façon stable. Le point R correspond au point de rupture à partir duquel la fissure croît de façon instable. Nous pouvons observer que les points A et R sont nettement séparés dans le cas ductile et qu'ils sont pratiquement confondus dans le cas fragile.*



(a) (b)

FIGURE 1.4: Types de faciès : (a) fragile et (b) ductile.

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2012ISAL0129/these.pdf
© [D. Haboussa], [2012], INSA de Lyon, tous droits réservés

L'analyse microscopique de la structure fissurée est également un moyen de distinguer ces deux types de ruptures. Nous présentons sur les figures 1.4(a) et 1.4(b), deux faciès de rupture observés dans les deux cas. Sur la figure 1.4(a), on peut observer un faciès de rupture caractéristique de la rupture fragile par clivage. Aucune présence de ligament ductile n'est visible. L'analyse microscopique (*cf.* figure 1.4(b)) de la rupture ductile montre un faciès caractéristique de la germination, de la croissance et de la coalescence de cavités amorcées sur des inclusions ou des défauts. Ces cavités ont pour origine la décohésion inclusion/matrice ou la rupture de l'inclusion. Leur croissance résulte de la déformation plastique et leur coalescence provient d'un phénomène d'instabilité plastique locale. Le faciès de rupture ainsi observé présente un aspect de cupules, comme le montre la figure 1.4(b). En présence d'une fissure macroscopique, ces trois étapes ont lieu au voisinage du front, où la déformation plastique est importante, impliquant ainsi la propagation de la fissure existante.

Transition ductile-fragile

A l'aspect du comportement des courbes de chargement, s'ajoute l'influence de la vitesse de déformation dans le comportement ductile comme pour les matériaux visco-plastiques. Ainsi, lors d'un chargement très rapide, par exemple dans le cas des impacts et des chocs en dynamique rapide, un même métal peut se rompre de façon ductile sous chargement quasi-statique, comme il peut être fragile sous un chargement de type choc [BUI 06], comme observé sur la figure 1.5.

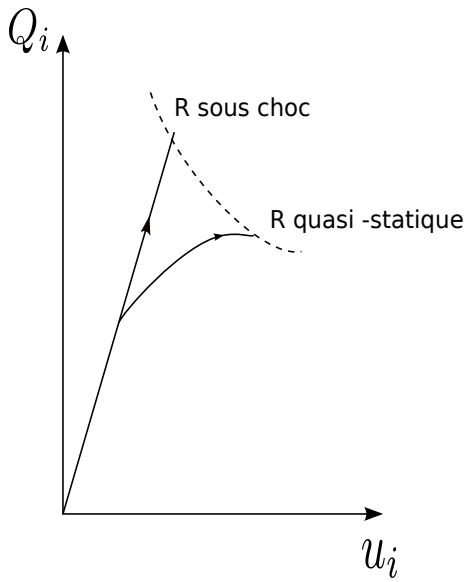


FIGURE 1.5: Chargement QS et dynamique de type choc pour un même matériau [BUI 06].

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2012ISAL0129/these.pdf
© [D. Haboussa], [2012], INSA de Lyon, tous droits réservés

De plus, un autre facteur qui influe sur la prépondérance d'un des deux types de rupture est la température. En effet, dans le processus de fragilisation d'un matériau, il existe trois températures clefs (NDT : Nil-Ductility Transition, FTE : Fracture Transition for Elastic Loading et FTP : Fracture Transition for Plastic Loading), caractéristiques du comportement à la rupture d'un acier et plus précisément à lÕarrêt de fissure, dÕun acier ferritique sous sollicitation dynamique. Expérimentalement cela correspond à réaliser les essais à différentes températures pour balayer les différents comportements. La figure 1.6 image les différents comportements à la rupture et à l'arrêt de fissure en dynamique rapide en fonction de la température de l'essai. On constate que l'on passe de grandes capacités de déformation avec rupture toujours ductile dans les plus hautes températures, à de faibles capacités de déformation avec rupture fragile dans les plus basses températures. La forme de la courbe évoque la forme de courbes de transition de résilience Charpy ou d'essai DTT "Dynamic Tear Testing". Mais lors d'essais de type Charpy par exemple, on peut noter que la température FTE obtenue est beaucoup plus basse que la température de transition déterminée par les essais SIFT. On peut également noter que ce "delta" entre températures entre chaque type d'essai est variable suivant la nuance d'acier testé.

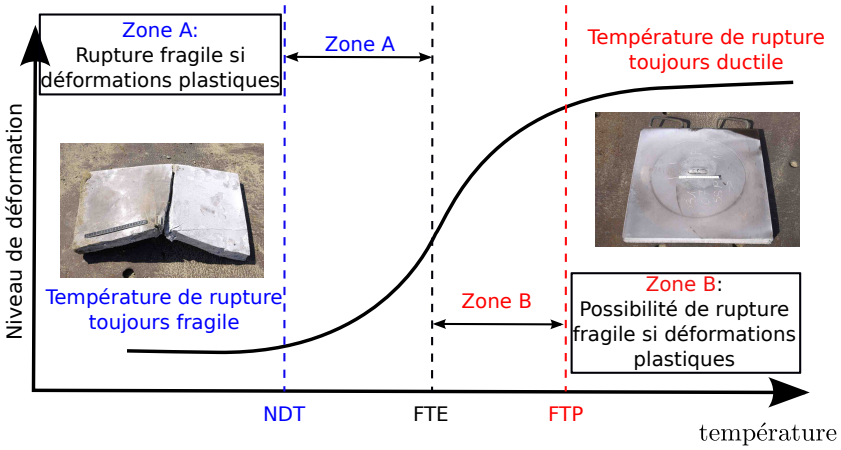


FIGURE 1.6: Niveau de déformation en fonction de la température.

où :

- la température NDT correspond à la température sous laquelle l'acier se rompt sans déformations plastiques,
- la température FTE correspond à la température de transition de rupture dans le domaine élastique,
- la température FTP correspond à la température de transition de rupture dans le domaine plastique.

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2012ISAL0129/these.pdf
© [D. Haboussa], [2012], INSA de Lyon, tous droits réservés

Entre les températures NDT et FTE, la structure se déforme plastiquement. La température FTE est ainsi la température la plus élevée pour laquelle peut se créer une rupture instable fragile dans un champ de contraintes élastiques. Entre FTE et FTP, il existe de fortes possibilités de rupture fragile dans un champ de contraintes plastique. Et au dessus de FTP, aucune rupture instable fragile ne peut se développer. Nous appelerons déchirure ductile la propagation de fissure pour des niveaux de déformations plastiques élevés. Ces trois températures configurent donc le phénomène de transition ductile-fragile d'un matériau dans sa globalité.

Transition traction-cisaillement

À la notion de transition ductile-fragile, nous définissons également la notion de transition traction-cisaillement suivant le point de vue du mécanicien. Suivant les conditions expérimentales comme énoncé ci-dessus, un même métal peut se rompre différemment. Et lors d'une propagation de fissure, le type de rupture peut varier entraînant une transition d'un mode d'ouverture (relative à la rupture fragile) à un mode en cisaillement (relative à la rupture fragile dans un champ plus ou moins plastique). En effet, au dessus de la température NDT, le risque de rupture est conditionné par des sollicitations (chocs, explosions) occasionnant des déformations plastiques. La transition traction-cisaillement corrrespond donc à une zone du diagramme de transition ductile-fragile, la figure 1.7 définie cette zone. Ainsi en fonction d'un état plus ou moins plastique en pointe de fissure, la propagation de fissure peut varier d'un mode à l'autre au cours du même essai. Un aspect essentiel de la théorie de la rupture fragile réside donc dans le confinement de la zone plastique au voisinage de la pointe de fissure. La taille de la zone plastique en pointe de fissure sera un facteur important pour la suite de l'étude. Les travaux qui sont développés dans les chapitres 2, 3 et 4, tenteront de répondre à ce type de problématique.

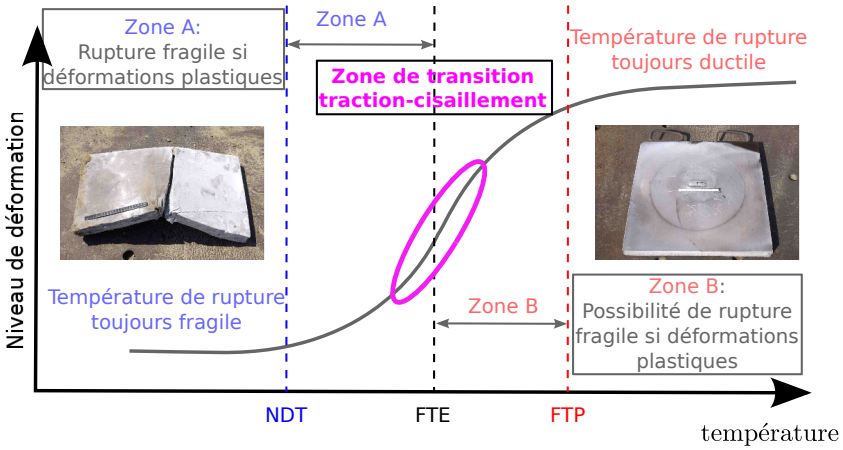


FIGURE 1.7: Niveau de déformation en fonction de la température.

La partie suivante présente les essais expérimentaux permettant de caractériser le phénomène de transition d'un mode de fissuration par ouverture à un mode de fissuration par

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2012ISAL0129/these.pdf
© [D. Haboussa], [2012], INSA de Lyon, tous droits réservés

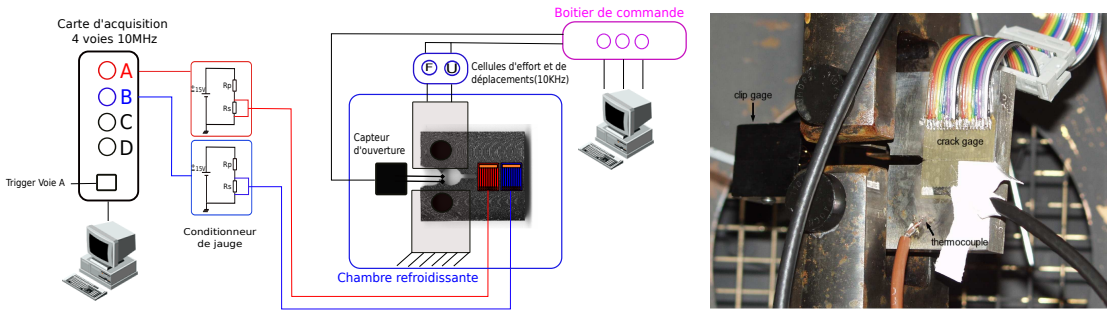
cisaillement.

2 Essais de propagation dynamique de fissure caractérisant la transition traction/cisaillement

Cette partie est consacrée aux détails de trois supports expérimentaux permettant de constater une transition entre fissuration par ouverture (relative à la rupture fragile) et fissuration par bande de cisaillement (relative à la rupture fragile pour un état plus ou moins plastique), en fonction des conditions d'essais et plus particulièrement de la vitesse d'impact et de la température. La première expérience a été réalisée par Prabel [PRA 07a] sur des éprouvette CT préfissurées, réduites en épaisseur. La seconde expérience est celle de Kalthoff et Winkler [KAL 87]. La dernière, l'expérience de Zhou-Rosakis-Ravichandran (voir [ZHO 96b]), est une variante de l'expérience de Kalthoff.

2.1 Experience de Prabel

Ces essais ont été réalisés au *Commissariat à l'Energie Atomique et aux énergies renouvelables* (*CEA*). Les conditions expérimentales et l'éprouvette testée sont représentées sur la figure 1.8. Cette expérience consiste à observer, au cours de l'essai, la propagation dynamique de fissure. Pour cela, Prabel a réalisé des essais de rupture sur plusieurs géométries d'éprouvettes. Et plus particulièrement, sur des éprouvettes de type CT25 (ASTM E1820) réduites à 5 ou10 mm d'épaisseurs. De plus, tous les essais de rupture ont été réalisés à -125 $°C$ pour s'assurer que les fissures s'initieraient par clivage (fissuration par ouverture, rupture toujours fragile). Le matériau utilisé pour réaliser les éprouvettes est un acier ferritique 16MND5 (acier de cuve).



(a) (b)

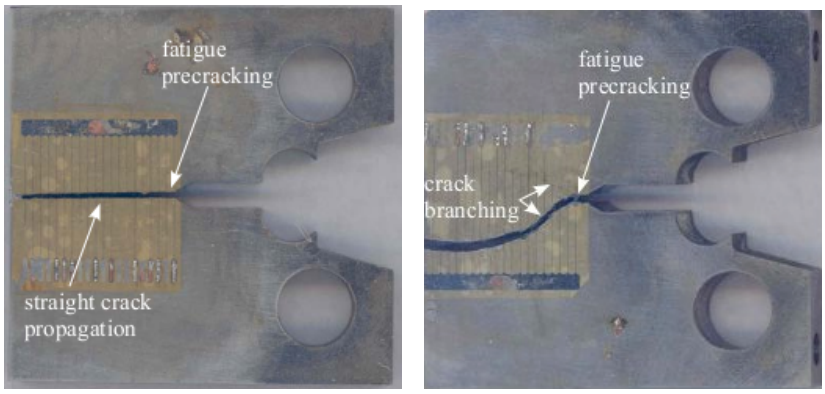
FIGURE 1.8: Expérience CT : Conditions expérimentales et éprouvette.

L'éprouvette est placée dans une enceinte refroidissante (voir figure 1.8) dans laquelle la température est contrôlée par injection d'azote. Sous ces conditions, il n'est pas envisageable d'utiliser une caméra ultra-rapide. En effet, la présence de givre formé par l'humidité de l'air empêche ce procédé de mesure. C'est pourquoi Prabel utilise des jauges

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2012ISAL0129/these.pdf
© [D. Haboussa], [2012], INSA de Lyon, tous droits réservés

de propagation dans le but de mesurer le trajet de fissure au cours du temps. Ces jauges composées de fils, disposés parallèlement et possédant chacun la même résistance, sont collées le long du trajet probable de la fissure. Ainsi lorsqu'un fil est coupé la résistance globale de la jauge diminue et la tension de sortie augmente. La variation temporelle du signal de sortie est mesurée à l'aide d'un ordinateur relié à une carte d'acquisition rapide (cadencé à 60MHz). Il est ainsi possible d'obtenir l'évolution spatiale et temporelle du trajet de fissure.

Prabel a observé que pour les mêmes conditions expérimentales (éprouvettes CT de même géométrie à la même température de -125 $°C$) et pour les deux épaisseurs (10mm et 5mm), environ 33% des fissures se propagent en ligne droite typique de la propagation en traction (figure 1.9(a)) alors que 67% branchent en formant un angle d'environ 45° avec l'horizontale (figure 1.9(b)). On peut aussi remarquer qu'une seule des deux branches se développe significativement et que la fissure revient à l'horizontale puis se dirige en fin de parcours vers l'axe de symétrie de l'éprouvette. On peut se demander quelles sont les causes de la complexité de ce trajet. Nous allons chercher à expliquer ce phénomène dans la suite de notre étude.



(a) (b)

FIGURE 1.9: Expérience CT : resultats des trajets de fissure *post mortem*.

2.2 Expérience de Kalthoff

Cette expérience, réalisée par Kalthoff et Winkler [KAL 87], consiste à impacter une éprouvette rectangulaire possédant deux entailles initiales identiques et parallèles par un projectile dont la vitesse varie. La géométrie et les conditions expérimentales sont schématisées sur la figure 1.10. Deux modes de ruptures différents, un mode de cisaillement et un mode de traction, sont observés selon la vitesse d'impact du projectile V_0. Pour des faibles vitesses, l'expérience montre une rupture dirigée par la traction caractérisée par un angle de propagation moyen d'environ 70° par rapport à l'axe de l'entaille initiale. Pour des vitesses d'impact élevées, une bande de cisaillement est observée et la fissure s'initie avec un angle quasi nul. Sur la figure 1.11, on peut oberver les résultats expérimentaux

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2012ISAL0129/these.pdf
© [D. Haboussa], [2012], INSA de Lyon, tous droits réservés

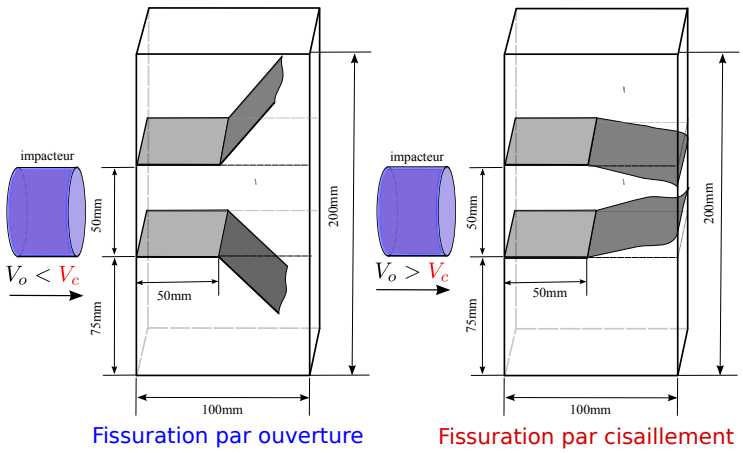


FIGURE 1.10: Schéma de principe des conditions d'essai de l'expérience de Kalthoff.

pour un acier X2 NiCoMo 1895 [KAL 77]. D'autres aciers ont été testés dans la littérature tel que l'acier Maraging 18Ni1900. Les trajets de fissures expérimentaux sont représentés ainsi que l'état de surface post-mortem. Nous pouvons observer que pour les cas où la vitesse d'impact est élevée, la rupture consomme une quantité d'énergie importante comparée à la fissuration par ouverture. Ceci est lié à l'état plastique en pointe de fissure et explique l'état de surface chahuté des faciès de rupture observés sur la figure 1.11. Nous pouvons remarquer qu'aucune analyse microscopique des faciès ne permet pas de savoir s'il y a ou non de cupules.

2.3 Expérience de Zhou-Rosakis-Ravichandran (ZRR)

L'expérience ZRR (voir [ZHO 96b]) est une variante de l'expérience de Kalthoff. En effet l'éprouvette impactée ne possède qu'une seule entaille. La géométrie et les conditions expérimentales sont schématisées sur la figure 1.12. L'aspect remarquable de l'expérience ZRR réside dans le fait que l'on peut observer une transition entre fissuration par ouverture et fissuration par bande de cisaillement au cours du même essai. En effet, pour une vitesse d'impact suffisamment grande (supérieure à V_c) on observe une rupture de l'éprouvette par propagation de fissure en cisaillement, telle que relevée dans l'expérience de Kalthoff, mais pour des vitesses d'impact plus faibles, la fissure se propage d'abord dans une bande de cisaillement (avec un angle quasi nul) puis bifurque en mode de traction avec un angle d'environ 35°. Sur les Figures 1.13 et 1.14, on peut oberver les résultats expérimentaux pour un acier C-300 (acier Maraging 18Ni1900). Ces deux expériences dynamiques serviront de très bons supports de validation pour les modèles numériques de transition cisaillement-traction qui seront explicités par la suite.

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2012ISAL0129/these.pdf
© [D. Haboussa], [2012], INSA de Lyon, tous droits réservés

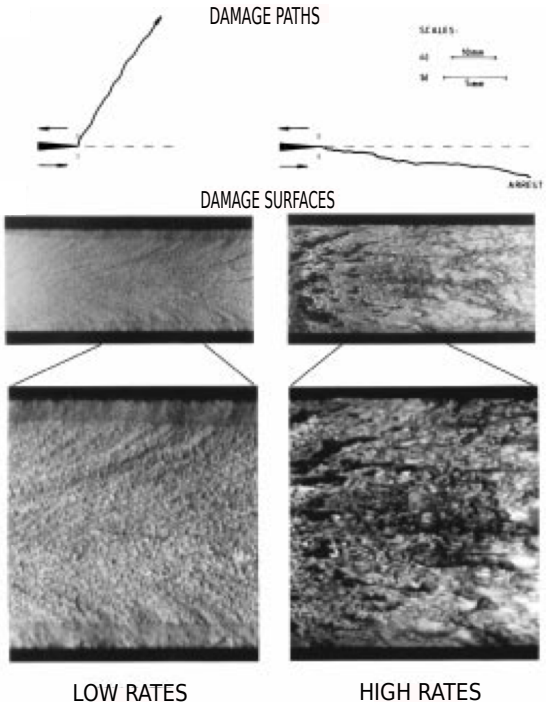


FIGURE 1.11: Fissurations par ouverture et par bande de cisaillement observées sur de l'acier X2 NiCoMo 1895, images tirées de [KAL 77].

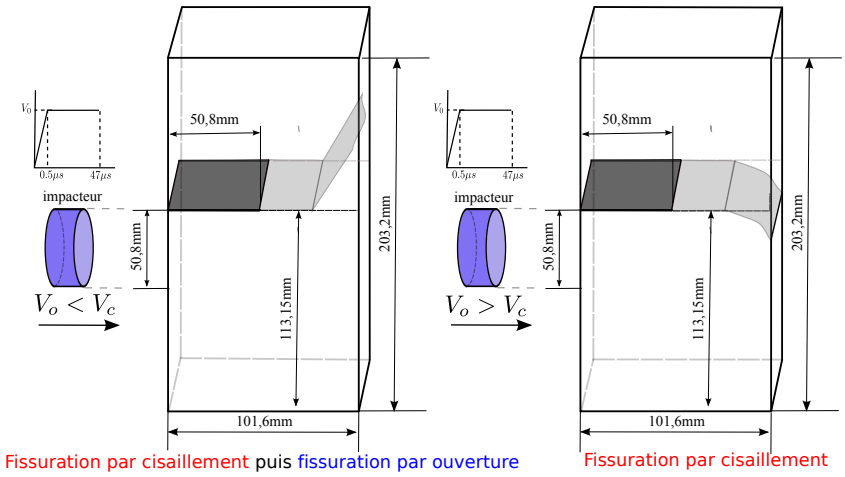


FIGURE 1.12: Schéma de principe des conditions d'essais de l'expérience ZRR.

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2012ISAL0129/these.pdf
© [D. Haboussa], [2012], INSA de Lyon, tous droits réservés

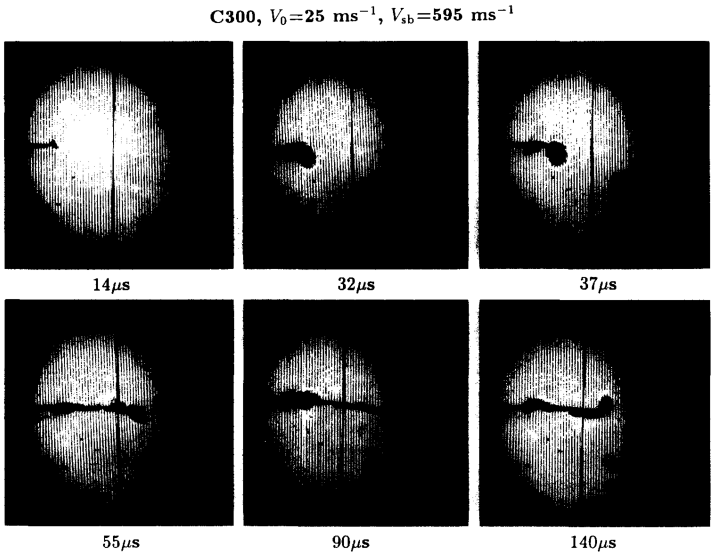


FIGURE 1.13: Fissuration par bande de cisaillement puis par ouverture sur de l'acier C-300 (tiré [ZHO 96b]).

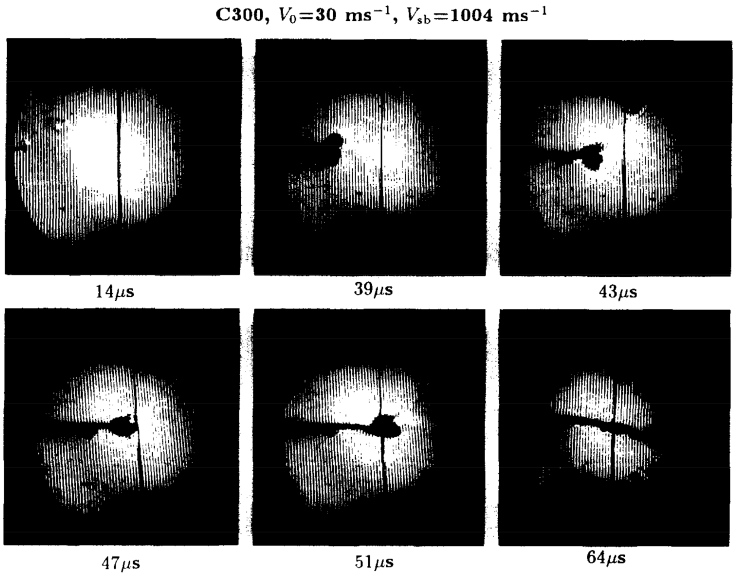


FIGURE 1.14: Fissuration par bande de cisaillement sur de l'acier C-300 (tiré [ZHO 96b]).

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2012ISAL0129/these.pdf
© [D. Haboussa], [2012], INSA de Lyon, tous droits réservés

3 Théorie de la dynamique de la rupture fragile

3.1 Problème de référence

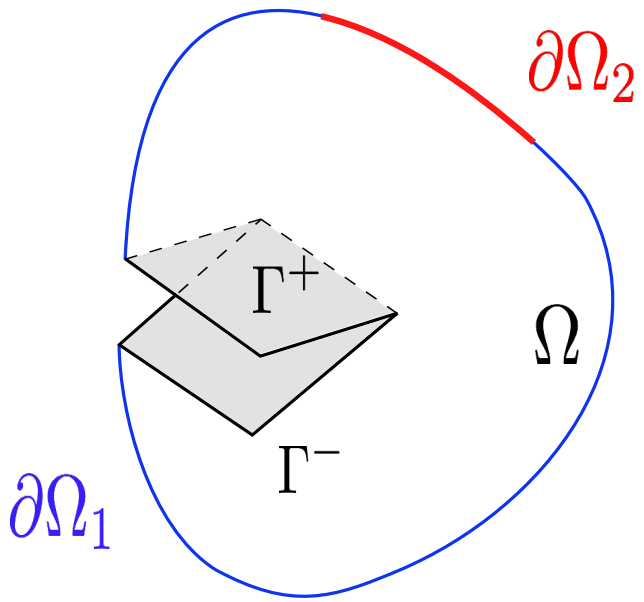


FIGURE 1.15: Problème de référence.

Nous présentons ici une vision globale du problème de propagation dynamique d'une fissure. Pour se faire, nous formulons le problème comme en mécanique des milieux continus auquel nous ajoutons une inconnue supplémentaire aux inconnues classiques : $a(t)$ qui représente la position temporelle du front de fissure. On considère un matériau, homogène et isotrope, présentant un comportement élastique linéaire et on fera l'hypothèse des petites perturbations (HPP).

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2012ISAL0129/these.pdf
© [D. Haboussa], [2012], INSA de Lyon, tous droits réservés

On écrit le problème variationnel de la manière suivante :

Pour $\mathbf{x} \in \Omega(t)$ et $t \in [0,T]$, connaissant $\begin{cases} \mathbf{u}(\mathbf{x},0) \\ \dot{\mathbf{u}}(\mathbf{x},0) \\ \mathbf{a}(0) \end{cases}$, trouver $\begin{cases} \mathbf{u}(\mathbf{x},t) \\ \sigma(\mathbf{x},t) \\ \mathbf{a}(t) \end{cases}$, tels que :

- $\forall \mathbf{x} \in \partial\Omega_1, \forall t \in [0,T]$

$$\mathbf{u}(\mathbf{x},t) = \mathbf{u_d} \tag{1.3}$$

- $\forall \mathbf{v} \in \mathbf{U}_0, \forall t \in [0,T]$

$$\int_{\Omega(t)} \rho \ddot{\mathbf{u}}.\mathbf{v} d\Omega \int_{\Omega(t)} \sigma : \varepsilon(\mathbf{v}) d\Omega = \int_{\Omega(t)} \mathbf{f_d}.\mathbf{v} d\Omega + \int_{\Omega(t)} \rho \ddot{\mathbf{u}}.\mathbf{v} d\Omega \tag{1.4}$$

- $\forall \mathbf{x} \in \partial\Omega_1, \forall t \in [0,T]$

$$\sigma(\mathbf{x},t) = \mathbf{C}\varepsilon(\mathbf{u}(\mathbf{x},t)) \tag{1.5}$$

- $\forall t \in [0,T]$

$$\dot{\mathbf{a}}(t) = \dot{\mathbf{a}}(\mathbf{a}(t), \mathbf{u}(\mathbf{x},t)) \tag{1.6}$$

où :
- Ω un milieu continu fissuré,
- $\partial\Omega_1$ le contour sur lequel on impose le déplacement $\mathbf{u_d}$,
- $\partial\Omega_2$ le contour sur lequel on impose les efforts $\mathbf{F_d}$, avec $\partial\Omega = \partial\Omega_1 \cup \partial\Omega_2$
- Γ^+ et Γ^- les lèvres de la fissure,
- $\mathbf{f_d}$ les efforts volumiques imposés et $\mathbf{u}$ le champ de déplacement,
- σ le tenseur des contraintes de Cauchy et ε le tenseur des déformations linéarisées,
- $\mathbf{C}$ l'opérateur de Hooke et ρ la masse volumique,
- et $\mathbf{U}_0$ l'espace vectorial des champs virtuels défini par :

$$\mathbf{U}_0 = \{\mathbf{v}/\mathbf{v}(\mathbf{x}) = 0 \ \forall \mathbf{x} \in \partial\Omega_1 \text{ avec } \mathbf{v} \text{ régulier}\}. \tag{1.7}$$

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2012ISAL0129/these.pdf
© [D. Haboussa], [2012], INSA de Lyon, tous droits réservés

Afin d'écrire les conditions limites du problème considéré, nous proposons également la formulation forte du problème et nous rappelons les équations locales :

- $\forall \mathbf{x} \in \partial\Omega_1, \forall t \in [0,T]$,

$$\mathbf{u}(\mathbf{x},t) = \mathbf{u_d}, \tag{1.8}$$

- $\forall \mathbf{x} \in \partial\Omega_2, \forall t \in [0,T]$,

$$\sigma(\mathbf{x},t).n = \mathbf{F_d}, \tag{1.9}$$

- $\forall \mathbf{x} \in \Gamma^+ \cup \Gamma^-, \partial\Omega_1, \forall t \in [0,T]$,

$$\sigma(\mathbf{x},t).\mathbf{n} = 0, \tag{1.10}$$

- $\forall \mathbf{x} \in \Omega, \forall t \in [0,T]$,

$$div(\sigma(\mathbf{x},t)) + \mathbf{f_d} = \rho\ddot{\mathbf{u}}, \tag{1.11}$$

- $\forall t \in [0,T]$,

$$\dot{\mathbf{a}}(t) = \dot{\mathbf{a}}(\mathbf{a}(\mathbf{t}), \mathbf{u}(\mathbf{x},t)). \tag{1.12}$$

3.2 Analyse asymptotique

3.2.1 En statique

L'approche asymptotique en pointe de fissure permet de prédire la forme des champs de contraintes et de déplacements au voisinage de la pointe. En effet, si on effectue au voisinage du front une analyse locale (voir repère local figure 1.16 des solutions en contrainte et en déplacement, on obtient en élasticité linéaire une solution non triviale dans laquelle les contraintes sont infinies (*cf.* [BUI 06]). Historiquement, c'est Irwin qui propose de caractériser l'intensité de la singularité du champ de contrainte par l'intermédiaire de facteurs, appelés *facteurs d'intensité des contraintes*. Ainsi pour un chargement statique (ou quasi-statique) ces facteurs sont utilisés pour déterminer l'intensité de la singularité aussi bien en terme de contraintes que de déplacements. Pour chaque mode élémentaire de rupture, les facteurs d'intensité des contraintes s'écrivent :

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2012ISAL0129/these.pdf
© [D. Haboussa], [2012], INSA de Lyon, tous droits réservés

$$K_I = \lim_{r\to 0}\sqrt{2\pi r}\sigma_{22}(\theta=0) = \lim_{r\to 0}\frac{\mu}{k+1}\sqrt{\frac{2\pi}{r}}[\![u_2(\theta=\pi)]\!], \tag{1.13}$$

$$K_{II} = \lim_{r\to 0}\sqrt{2\pi r}\sigma_{12}(\theta=0) = \lim_{r\to 0}\frac{\mu}{k+1}\sqrt{\frac{2\pi}{r}}[\![u_1(\theta=\pi)]\!], \tag{1.14}$$

$$K_{III} = \lim_{r\to 0}\sqrt{2\pi r}\sigma_{23}(\theta=0) = \lim_{r\to 0}\frac{\mu}{4}\sqrt{\frac{2\pi}{r}}[\![u_3(\theta=\pi)]\!], \tag{1.15}$$

où $[\![u_i(\theta=\pi)]\!] = u_i(\theta=\pi) - u_i(\theta=-\pi)$ sont les sauts de déplacements au passage de la discontinuité et k la constante de Kolosov, telle que :

$$k = \begin{cases} 3-4\nu & \text{en déformations planes,} \\ \frac{3-\nu}{1-\nu} & \text{en contraintes planes.} \end{cases} \tag{1.16}$$

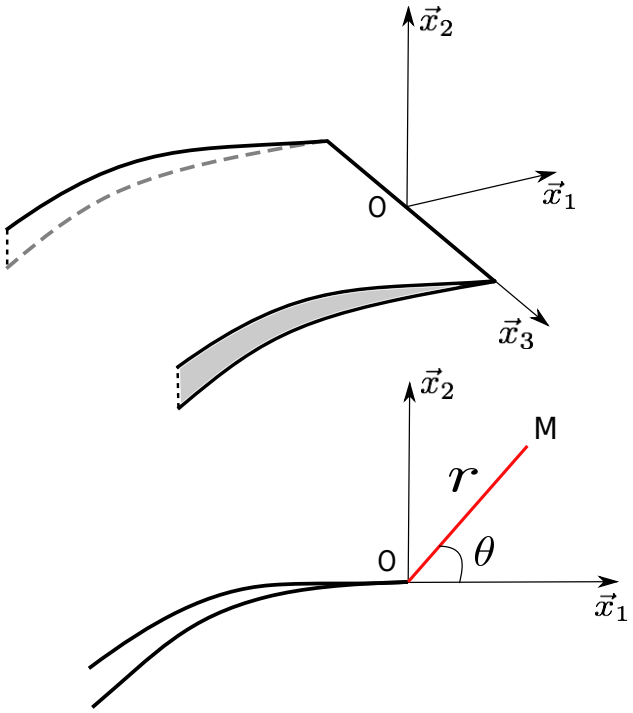


FIGURE 1.16: Repère local en pointe de fissure

Une fois les facteurs d'intensité des contraintes définis, on peut les injecter dans les solutions asymptotiques de Westergaard. On obtient en terme de déplacement :

$$u_1(r,\theta) = \frac{1}{2\mu}\sqrt{\frac{r}{2\pi}}\left[K_I\cos\frac{\theta}{2}(k-cos\theta) + K_{II}\sin\frac{\theta}{2}(k+\cos\theta+2)\right], \tag{1.17}$$

$$u_2(r,\theta) = \frac{1}{2\mu}\sqrt{\frac{r}{2\pi}}\left[K_I\sin\frac{\theta}{2}(k-cos\theta) - K_{II}\cos\frac{\theta}{2}(k+\cos\theta-2)\right], \tag{1.18}$$

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2012ISAL0129/these.pdf
© [D. Haboussa], [2012], INSA de Lyon, tous droits réservés

$$u_3(r,\theta) = \frac{2}{\mu}\sqrt{\frac{r}{2\pi}}K_{III}\sin\frac{\theta}{2}. \tag{1.19}$$

Pour les contraintes exprimées dans le repère cylindrique centré en pointe de fissure :

– pour les modes plans :

$$\sigma_{rr} = \frac{K_I}{4\sqrt{2\pi r}}\left[5\cos(\frac{\theta}{2}) - \cos(\frac{3\theta}{2})\right] - \frac{K_{II}}{4\sqrt{2\pi r}}\left[5\sin(\frac{\theta}{2}) - 3\sin(\frac{3\theta}{2})\right], \tag{1.20}$$

$$\sigma_{\theta\theta} = \frac{K_I}{4\sqrt{2\pi r}}\left[3\cos(\frac{\theta}{2}) + \cos(\frac{3\theta}{2})\right] - \frac{K_{II}}{4\sqrt{2\pi r}}\left[3\sin(\frac{\theta}{2}) + 3\sin(\frac{3\theta}{2})\right], \tag{1.21}$$

$$\sigma_{r\theta} = \frac{K_I}{4\sqrt{2\pi r}}\left[\sin(\frac{\theta}{2}) + \sin(\frac{3\theta}{2})\right] + \frac{K_{II}}{4\sqrt{2\pi r}}\left[\cos(\frac{\theta}{2}) + 3\cos(\frac{3\theta}{2})\right], \tag{1.22}$$

$$\sigma_{zz} = \begin{cases} \nu(\sigma_{rr} + \sigma_{\theta\theta}) & \text{en déformation plane,} \\ 0 & \text{en contrainte plane,} \end{cases} \tag{1.23}$$

– pour le mode anti-plan :

$$\sigma_{rz} = \frac{K_{III}}{\sqrt{2\pi r}}\sin(\frac{\theta}{2}), \tag{1.24}$$

$$\sigma_{\theta z} = \frac{K_{III}}{\sqrt{2\pi r}}\cos(\frac{\theta}{2}). \tag{1.25}$$

3.2.2 En dynamique

Comme énoncé dans le paragraphe précédent, l'intensité de la singularité est la même en déplacement et en contrainte sous sollicitations statiques. Hors, lors d'une propagation dynamique, on doit distinguer un facteur d'intensité des contraintes K_i^{dyn} et un facteur d'intensité des déplacements noté K_i^{cin}, évalués pour chaque mode de sollicitation comme le signale Bui [BUI 06]. La caractérisation de l'intensité de la discontinuité du champ de déplacement au voisinage de la pointe de fissure se traduit par :

$$K_I^{cin} = \lim_{r\to 0}\frac{\mu}{k+1}\sqrt{\frac{2\pi}{r}}[\![u_2(\theta=\pi)]\!], \tag{1.26}$$

$$K_{II}^{cin} = \lim_{r\to 0}\frac{\mu}{k+1}\sqrt{\frac{2\pi}{r}}[\![u_1(\theta=\pi)]\!], \tag{1.27}$$

$$K_{III}^{cin} = \lim_{r\to 0}\frac{\mu}{4}\sqrt{\frac{2\pi}{r}}[\![u_3(\theta=\pi)]\!]. \tag{1.28}$$

Quant aux facteurs d'intensité des contraintes, il vient :

$$K_I^{dyn} = \lim_{r\to 0}\sqrt{2\pi r}\sigma_{22}(\theta=0), \tag{1.29}$$

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2012ISAL0129/these.pdf
© [D. Haboussa], [2012], INSA de Lyon, tous droits réservés

$$K_{II}^{dyn} = \lim_{r\to 0}\sqrt{2\pi r}\sigma_{12}(\theta = 0), \tag{1.30}$$

$$K_{III}^{dyn} = \lim_{r\to 0}\sqrt{2\pi r}\sigma_{23}(\theta = 0). \tag{1.31}$$

Bui [BUI 06], relie ces quantités par des fonctions universelles f_i, cette relation se traduisant par :

$$K_i^{cin} = f_i(\dot{a})K_i^{dyn}, \tag{1.32}$$

où

$$f_i(\dot{a}) = \frac{4\alpha_i(1-\alpha_2^2)}{(k+1)D(\dot{a})}, \qquad \text{pour } i \in (1,2), \tag{1.33}$$

$$f_3(\dot{a}) = \frac{1}{\alpha_2}, \qquad \text{pour le mode } III, \tag{1.34}$$

$$\alpha_i = \sqrt{1-(\frac{\dot{a}}{c_i})^2}, \tag{1.35}$$

$$D(\dot{a}) = 4\alpha_1\alpha_2 - (1+\alpha_2^2)^2, \tag{1.36}$$

Avec $\begin{cases} c_1 = \sqrt{\frac{\lambda+2\mu}{\rho}}, & \text{célérité des ondes de traction,} \\ c_2 = \sqrt{\frac{\mu}{\rho}}, & \text{célérité des ondes de compression.} \end{cases}$

Remarque 3 *Il est intéressant de remarquer que le dénominateur $D(\dot{a})$ des fonctions f_i s'annule pour une vitesse égale à la célérité des ondes de Rayleigh, notée c_r.*

Ainsi nous pouvons également obtenir l'expression des champs asymptotiques dynamiques en contrainte et en déplacement :

– pour le Mode I

$$\sigma_{11} = \frac{K_I^{dyn}}{D(\dot{a})\sqrt{2\pi}}\left[\frac{1}{\sqrt{r_1}}(\alpha_2^2+1)(2\alpha_1^2-\alpha_2^2+1)\cos(\frac{\theta_1}{2}) - \frac{4}{\sqrt{r_2}}\alpha_1\alpha_2\cos(\frac{\theta_2}{2})\right], \tag{1.37}$$

$$\sigma_{22} = \frac{K_I^{dyn}}{D(\dot{a})\sqrt{2\pi}}\left[\frac{-1}{\sqrt{r_1}}(\alpha_2^2+1)^2\cos(\frac{\theta_1}{2}) + \frac{4}{\sqrt{r_2}}\alpha_1\alpha_2\cos(\frac{\theta_2}{2})\right], \tag{1.38}$$

$$\sigma_{12} = \frac{K_I^{dyn}}{D(\dot{a})\sqrt{2\pi}}\left[\frac{2}{\sqrt{r_1}}\alpha_1(\alpha_2^2+1)\sin(\frac{\theta_1}{2}) - \frac{2}{\sqrt{r_2}}\alpha_1(\alpha_2^2+1)\sin(\frac{\theta_2}{2})\right], \tag{1.39}$$

$$\tag{1.40}$$

$$u_1 = \frac{K_I^{cin}}{\mu D(\dot{a})}\sqrt{\frac{2}{\pi}}\left[\sqrt{r_1}(\alpha_2^2+1)\cos(\frac{\theta_1}{2}) - 2\sqrt{r_2}\alpha_1\alpha_2\cos(\frac{\theta_2}{2})\right], \tag{1.41}$$

$$u_2 = \frac{K_I^{cin}}{\mu D(\dot{a})}\sqrt{\frac{2}{\pi}}\left[-\sqrt{r_1}\alpha_1(\alpha_2^2+1)\sin(\frac{\theta_2}{2}) + 2\sqrt{r_2}\alpha_1\sin(\frac{\theta_2}{2})\right]. \tag{1.42}$$

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2012ISAL0129/these.pdf
© [D. Haboussa], [2012], INSA de Lyon, tous droits réservés

– pour le Mode *II*

$$\sigma_{11} = \frac{K_{II}^{dyn}}{D(\dot{a})\sqrt{2\pi}}\left[\frac{1}{\sqrt{r_1}}\alpha_2^2(\alpha_2 - 2\alpha_1^2 - 1)\sin(\frac{\theta_1}{2}) - \frac{2}{\sqrt{r_2}}\alpha_2(\alpha_2^2+1)\sin(\frac{\theta_2}{2})\right], \quad (1.43)$$

$$\sigma_{22} = \frac{K_{II}^{dyn}}{D(\dot{a})\sqrt{2\pi}}\left[\frac{2}{\sqrt{r_1}}\alpha_2^2(\alpha_2 + 1)\sin(\frac{\theta_1}{2}) - \frac{2}{\sqrt{r_2}}\alpha_2(\alpha_2^2+1)\sin(\frac{\theta_2}{2})\right], \quad (1.44)$$

$$\sigma_{12} = \frac{K_{II}^{dyn}}{D(\dot{a})\sqrt{2\pi}}\left[\frac{4}{\sqrt{r_1}}\alpha_1\alpha_2\cos(\frac{\theta_1}{2}) - \frac{1}{\sqrt{r_2}}(\alpha_2^2+1)^2\cos(\frac{\theta_2}{2})\right], \quad (1.45)$$

$$u_1 = \frac{K_{II}^{cin}}{\mu D(\dot{a})}\sqrt{\frac{2}{\pi}}\left[2\sqrt{r_2}\alpha_2\sin(\frac{\theta_1}{2}) - \sqrt{r_2}\alpha_2(\alpha_2^2+1)\sin(\frac{\theta_2}{2})\right], \quad (1.46)$$

$$u_2 = \frac{K_{II}^{cin}}{\mu D(\dot{a})}\sqrt{\frac{2}{\pi}}\left[2\sqrt{r_1}\alpha_1\alpha_2\cos(\frac{\theta_1}{2}) - \sqrt{r_2}(\alpha_2^2+1)\cos(\frac{\theta_2}{2})\right]. \quad (1.47)$$

$$(1.48)$$

– pour le Mode *III*

$$\sigma_{13} = \frac{K_{III}^{dyn}}{\sqrt{2\pi r_2}}\frac{1}{\alpha_2}\sin(\frac{\theta_2}{2}), \quad (1.49)$$

$$\sigma_{\theta z} = \frac{K_{III}^{dyn}}{\sqrt{2\pi r_2}}\cos(\frac{\theta_2}{2}), \quad (1.50)$$

$$u_3 = \frac{K_{III}^{cin}}{\mu\alpha_2}\sqrt{\frac{2}{\pi}}\sqrt{r_2}\sin(\frac{\theta_2}{2}). \quad (1.51)$$

$$(1.52)$$

Remarque 4 *Freund, dans [FRE 90], a démontré que les deux premiers termes du développement asymptotique des champs sont analogues pour des conditions stationnaires ou transitoires.*

3.3 Approche énergétique

Dans le but de déterminer le risque de propagation de fissure, une approche consiste à s'intéresser au problème énergétique global du phénomène de fissuration [GRI 20, RIC 79, RIC 68b]. En effet, Griffith [GRI 20], suppose que la propagation de fissure dissipe de l'énergie dans l'objectif de créer de nouvelles surfaces. Dans le cadre de la thermodynamique des milieux continus pour un système isotherme, et en considérant les termes supplémentaires dus à la fissure dans le bilan, on obtient alors :

$$\frac{\partial E_{int}}{\partial t} + \frac{\partial E_{cin}}{\partial t} = P_{ext} + Q_{ext} + \frac{\partial W_{fiss}}{\partial t}, \quad (1.53)$$

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2012ISAL0129/these.pdf
© [D. Haboussa], [2012], INSA de Lyon, tous droits réservés

$$\begin{cases} \text{où} & E_{int} \text{ est l'énergie interne et } E_{cin} \text{ est l'énergie cinétique,} \\ & P_{ext} \text{ est la puissance des efforts extérieurs,} \\ & Q_{ext} \text{ est le taux de chaleur reçue par les sources externes,} \\ \text{et} & W_{fiss} \text{ est l'énergie nécessaire à l'acroissement de la fissure.} \end{cases} \tag{1.54}$$

Or la variation d'énergie dW_{fiss} nécessaire à un accroissement de l'aire de la fissure dA s'écrit :

$$dW_{fiss} = 2\gamma dA, \tag{1.55}$$

où γ est une caractéristique propre au matériau et le facteur 2 traduit l'apparition de deux surfaces (supérieure et inférieure) lors du processus de décohésion.

En considérant la relation (équation 1.55) et en remarquant que l'énergie interne est la somme de l'énergie élastique W_{elas} et du taux de chaleur reçue Q_{ext}, la relation (équation 1.53) devient :

$$\frac{\partial W_{elas}}{\partial t} + \frac{\partial E_{cin}}{\partial t} = \frac{\partial W_{ext}}{\partial t} - 2\gamma \frac{\partial A}{\partial t}. \tag{1.56}$$

En découplant les variations spatiales et temporelles dans l'équation précédente, on fait apparaître le taux de restitution d'énergie G dans (équation 1.57) :

$$\frac{\partial E_{cin}}{\partial t} = (\frac{\partial W_{ext}}{\partial A} - \frac{\partial W_{elas}}{\partial A} - 2\gamma)\frac{\partial A}{\partial t} = (G - 2\gamma)\frac{\partial A}{\partial t}, \tag{1.57}$$

où le scalaire $\frac{\partial A}{\partial t}$ est positif ou nul, puisque A correspond à l'accroissement de surface.

En exprimant la puissance des efforts extérieurs telle que :

$$P_{ext} = \int_{\partial\Omega_2} \mathbf{F_d} . \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} dS + \int_{\partial\Omega} \mathbf{f_d} . \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} d\Omega, \tag{1.58}$$

où $\mathbf{u}$ est le champ de déplacement, $\mathbf{f_d}$ les forces volumiques et $\mathbf{F_d}$ les forces surfaciques, on obtient l'expression du taux de restitution d'énergie G :

$$G = \int_{\partial\Omega_2} \mathbf{F_d} . \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} dS + \int_{\partial\Omega} \mathbf{f_d} . \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} d\Omega - \frac{\partial W_{elas}}{\partial t}. \tag{1.59}$$

De plus, le processus de propagation étant irréversible, il y a propagation lorsque la variation d'énergie cinétique est positive. On obtient alors le critère énergétique de Griffith :

$$\begin{cases} G < 2\gamma & \text{pas de propagation,} \\ G = 2\gamma & \text{propagation dite "stable", pas de variation de l'énergie cinétique,} \\ G > 2\gamma & \text{propagation dite "instable".} \end{cases} \tag{1.60}$$

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2012ISAL0129/these.pdf
© [D. Haboussa], [2012], INSA de Lyon, tous droits réservés

Remarque 5 *Le critère de Griffith (équation 1.60) consitue à lui seul un critère de propagation de fissure, mais il ne permet pas de déterminer la direction et la vitesse de propagation de la fissure.*

En reformulant G sous la forme d'une intégrale de contour, on peut obtenir la formule d'Irwin [IRW 57]. Cette formule permet de relier le taux de restitution de l'énergie et les facteurs d'intensité des contraintes. Ainsi, en négligeant les forces volumiques et les effets d'inertie, nous pouvons écrire le principe des travaux virtuels, tel que [ELG 06a] :

$$\int_{\Omega} \boldsymbol{\sigma} : \varepsilon(\mathbf{u}) d\Omega = \int_{\partial\Omega_2} \mathbf{F_d}.\mathbf{u} dS \quad \forall \mathbf{u} \in \mathbf{U_0}. \tag{1.61}$$

En prenant comme champ virtuel, le champ solution u et en notant que :

$$\int_{\omega} \sigma : \varepsilon d\omega = \int_{\partial\omega} \mathbf{F}.\mathbf{u}\, dS \quad \forall \omega \in \Omega, \tag{1.62}$$

on obtient :

$$\frac{\partial W_{elas}}{\partial A} = \frac{1}{2}\frac{\partial}{\partial A}\int_{\partial\Omega} \mathbf{F}.\mathbf{u} dS, \tag{1.63}$$

avec $\partial\Omega = \partial\Omega_1 \cup \partial\Omega_2 \cup \partial\Gamma = \mathbf{S} \cup \Gamma$. De plus les lèvres de la fissure étant libres d'effort, on peut écrire :

$$\frac{\partial W_{elas}}{\partial A} = \frac{1}{2}\int_{\mathbf{S}} \frac{\partial \mathbf{F}}{\partial A}.\mathbf{u}\, dS + \frac{1}{2}\int_{\mathbf{S}} \mathbf{F}.\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial A} dS. \tag{1.64}$$

En remplaçant $\frac{\partial W_{elas}}{\partial A}$ dans (équation 1.59), on obtient :

$$G = \frac{1}{2}\int_{\mathbf{S}} \mathbf{F}.\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial A} dS - \frac{1}{2}\int_{\mathbf{S}} \frac{\partial \mathbf{F}}{\partial A}.\mathbf{u}\, dS. \tag{1.65}$$

Il s'agit ensuite de démontrer que cette intégrale est indépendante du contour. Pour cela, on utilise le théorème de réciprocité de Betti et on peut alors écrire G tel que :

$$G = \frac{1}{2}\int_{\mathbf{C}} \mathbf{F}.\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial A} dC - \frac{1}{2}\int_{\mathbf{C}} \frac{\partial \mathbf{F}}{\partial A}.\mathbf{u}\, dC \quad \forall \mathbf{C}, \tag{1.66}$$

Avec $\mathbf{C}$ représentant un quelconque contour. En introduisant les champs asymptotiques des contraintes et en formulant G comme étant la limite de (équation 1.66) lorsque le contour $\mathbf{C}$ est au voisinage de la pointe de fissure, on obtient la formule d'Irwin :

$$G = \frac{k+1}{8\mu}(K_I^2 + K_{II}^2). \tag{1.67}$$

Historiquement, c'est Rice [RIC 68a] qui formule le concept d'intégrale indépendante du contour. On définit alors l'intégrale de Rice notée J pour une fissure prolongée suivant x_1 :

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2012ISAL0129/these.pdf
© [D. Haboussa], [2012], INSA de Lyon, tous droits réservés

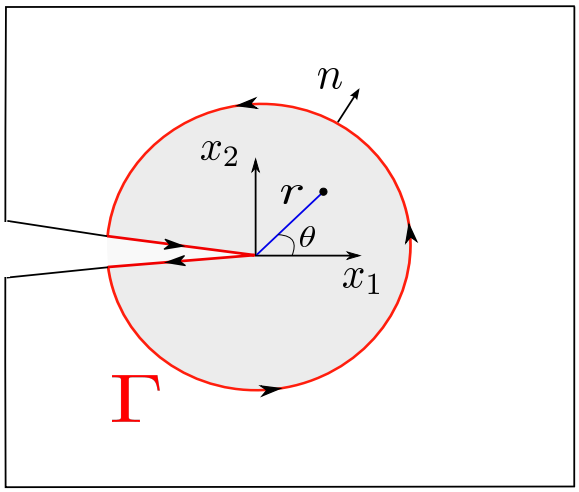


FIGURE 1.17: Contour paramétré en pointe de fissure.

$$J = \int_{\Gamma} \left(\int_0^{\varepsilon_{ij}} \sigma_{ij} d\varepsilon_{ij} n_1 - \sigma_{ik} n_k \frac{\partial u_i}{\partial x_1} \right) dS, \tag{1.68}$$

où Γ est un contour orienté dans le sens trigonométrique autour de la pointe de fissure, n est la normale unitaire sortante à Γ (voir figure 1.17). Rice a également proposé une relation entre G, J et les facteurs d'intensité des contraintes K_i :

$$J = G = (K_I^2 + K_{II}^2) \begin{cases} \frac{1-\nu^2}{E} & \text{en déformations planes,} \\ \frac{1}{E} & \text{en contraintes planes.} \end{cases} \tag{1.69}$$

Dans [RÉT 05a], Réthoré propose une extension de ces relations en dynamique.Ainsi, en reprenant les mêmes hypothèses formulées pour trouver l'intégrale de Rice et en considérant toujours une fissure droite, on obtient :

$$G = J = (K_I^{cin} K_I^{dyn} + K_{II}^{cin} K_{II}^{dyn}) \begin{cases} \frac{1-\nu^2}{E} & \text{en déformations planes,} \\ \frac{1}{E} & \text{en contraintes planes.} \end{cases} \tag{1.70}$$

Dans la sous-partie qui suit, nous allons nous intéresser au moyen permettant de calculer les différentes quantités énoncées précédemment. Pour ce faire, nous allons introduire le terme d'intégrale indépendante du contour, notée I_{int} et définie par :

$$I_{int} = \int_{\Gamma} P_{1j}^{int} n_j \delta a \, ds + \int_{A(\Gamma)} Q_1^{int} \delta a \, dS, \tag{1.71}$$

pour un champ d'extension virtuel de fissure $\mathbf{q}$, tel que $= \mathbf{q} = \delta a \mathbf{x_1}$.

En choisissant le champ réel comme champ auxiliaire et un δa unitaire, on retrouve la relation (équation 1.69) entre l'intégrale de Rice et le taux de restitution d'énergie :

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2012ISAL0129/these.pdf
© [D. Haboussa], [2012], INSA de Lyon, tous droits réservés

$$I_{int} = 2J = \frac{2(1-\nu^2)}{E}\left(f_1(\dot{a})K_I^{dyn}K_I^{aux} + f_2(\dot{a})K_{II}^{dyn}K_{II}^{aux}\right), \tag{1.72}$$

et en utilisant les définitions de P^{int} et Q^{int}, on peut exprimer I_{int} comme suit [RÉT 05a] :

$$I_{int} = -\int_A q_{k,j}\left[(\sigma_{pq}^{aux}u_{p,q} - \rho\dot{u}_p\dot{u}_p)\delta_{kj} - (\sigma_{ij}^{aux}u_{i,k} + \sigma_{ij}u_{i,k}^{aux})\right]dS \tag{1.73}$$

$$+\int_A q_k\left[(\sigma_{ij,j}^{aux}u_{i,k} - \rho\ddot{u}_i u_{i,k}^{aux}) + (\rho\dot{u}_i^{aux}\dot{u}_{i,k} + \rho\dot{u}_i\dot{u}_{i,k}^{aux})\right]dS. \tag{1.74}$$

Ainsi, on peut maintenant écrire en utilisant l'équivalent dynamique de la relation d'Irwin :

$$\frac{I_{int}}{\int_{front} q.x_1\, dS} = 2\kappa\left(f_1(\dot{a})K_I^{dyn}K_I^{aux} + f_2(\dot{a})K_{II}^{dyn}K_{II}^{aux}\right) + \frac{1}{\mu}f_3(\dot{a})K_{III}^{dyn}K_{III}^{aux}, \tag{1.75}$$

où

$$\kappa = \begin{cases} \frac{1-\nu^2}{E} & \text{en déformations planes,} \\ \frac{1}{E} & \text{en contraintes planes.} \end{cases}$$

La relation (équation 1.75), va nous permettre d'estimer les valeurs des facteurs d'intensité des contraintes. En procédant successivement par des choix judicieux des champs auxiliaires :

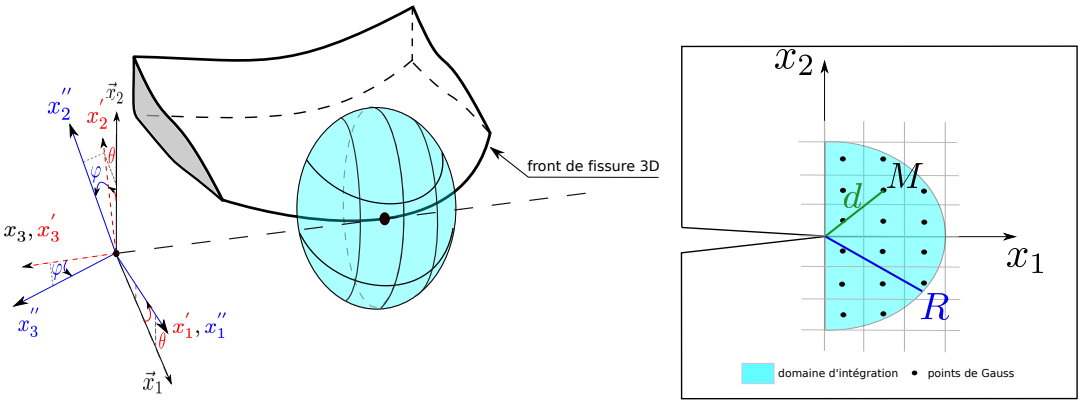
- pour K_1^{dyn}, on choisit $K_I^{aux} = 1$, $K_{II}^{aux} = 0$ et $K_{III}^{aux} = 0$,
- pour K_2^{dyn}, on choisit $K_I^{aux} = 0$, $K_{II}^{aux} = 1$ et $K_{III}^{aux} = 0$,
- pour K_3^{dyn}, on choisit $K_I^{aux} = 0$, $K_{II}^{aux} = 0$ et $K_{III}^{aux} = 1$.

A cet instant du manuscrit, nous avons présenté une approche énergétique dite globale. Les développements explicités répondent aux hypothèses de la mécanique linéaire de la rupture. Or, lorsque le comportement du matériau devient non-linéaire, c'est-à-dire que le confinement de la zone plastique au voisinage de la pointe de fissure n'est plus respecté, l'utilisation des facteurs d'intensité des contraintes apparait comme obsolète car ces derniers n'ont plus de sens physique. En effet de nombreux auteurs [MEN 06, GEE 00, KUH 00, ELG 06b] ont montré les difficultés d'évaluer les facteurs d'intensité des contraintes hors du cadre de l'élasticité linéaire (endommagement, plasticité, etc...). De plus dans l'objectif de modéliser une transition d'un mode de traction à un mode de cisaillement, la plasticité au voisinage de la pointe de fissure aura un rôle déterminant dans ce processus. C'est pourquoi nous proposons, comme Menouillard *et al.* dans [MEN 07], une vision plus locale de la mécanique de la rupture.

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2012ISAL0129/these.pdf
© [D. Haboussa], [2012], INSA de Lyon, tous droits réservés

3.4 Approche méso-locale en pointe de fissure

L'idée principale est d'utiliser des critères d'endommagement (critère de clivage et critère de rupture ductile), appliqués dans le champ autour de la pointe de la fissure. Les contributions les plus abouties dans ce domaine sont l'oeuvre du groupe Beremin de l'École des Mines de Paris dirigé par A. Pineau. L'approche locale nécessite premièrement de déterminer grâce à l'expérience les critères de rupture et d'évaluer par le calcul numérique les champs élémentaires locaux en pointe de fissure. On peut ainsi mettre en évidence l'influence de l'endommagement sur la propagation de fissure envisagée macroscopiquement. Pour évaluer les champs locaux, on réalise une moyenne sur les champs élémentaires (champs des contraintes, déformations...) en pointe de fissure, afin d'évaluer le comportement possible de la fissure. L'intérêt de cette méthode réside dans le fait qu'elle est utilisable pour un comportement linéaire ou non linéaire du matériau. Ce principe a fait l'objet de publications et de travaux récents [REM 03, WEL 01, PRA 07b, MEN 08b, MEN 08a]. Chacune de ces méthodes consiste à effectuer un calcul de moyenne en pointe de fissure (équation 1.76) par l'intermédiaire d'une intégration spécifique sur un domaine arbitraire utilisant une fonction poids (équation 1.77). Cette fonction poids de type Gaussienne permettra de donner plus ou moins d'importance aux points d'intégrations situés autour de la pointe de fissure (*cf.* figure 1.18). Considérons un domaine Ω décrivant un demi-disque (où demi-sphère en 3D) centré sur le front de fissure et normalisons la contrainte moyennée par l'intégrale de la fonction poids seule, exprimons par exemple le champ de contrainte moyen $\tilde{\sigma}_{ij}$ obtenu en fonction du champ de contrainte locale σ_{ij} :



(a) (b)

FIGURE 1.18: Domaines d'intégration centrés en pointe de fissure : sphère en 3D (a) disque en 2D (b).

$$\tilde{\sigma}_{ij} = \frac{\int_\Omega \omega \sigma_{ij}(M)\, dV_M}{\int_\Omega \omega\, dV_M}, \tag{1.76}$$

où σ_{ij} sont les composantes du tenseur des contraintes de Cauchy

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2012ISAL0129/these.pdf
© [D. Haboussa], [2012], INSA de Lyon, tous droits réservés

et ω est la fonction poids qui peut se mettre sous la forme :

$$\omega(r) = e^{-\alpha \frac{r^2}{R^2}}, \tag{1.77}$$

où α est arbitrairement pris égal à un et R est une longueur caractéristique, correspondant au rayon du demi-disque centré sur le front de fissure. Dans la littérature, Remmers [REM 06] utilise un rayon valant au minimum trois longueurs d'éléments en pointe de fissure.

Remarque 6 *Par l'approche proposée les paramètres évalués dépendent du maillage et de la taille de la zone locale considérée. C'est pourquoi une attention particulière a été portée dans la suite de ces travaux à l'étude de l'influence de la taille de maille et de la zone locale en pointe de fissure sur les valeurs des paramètres calculés.*

3.5 Loi de propagation de fissure en traction

À partir de la connaissance des facteurs d'intensités de contraintes ou des contraintes moyennées en pointe de fissure, peut-on essayer d'estimer le comportement de la fissure ? En effet, si la fissure se propage, dans quelle direction s'orientera-t-elle et à quelle vitesse ? Pour répondre à ces interrogations, nous allons dans le prochain paragraphe exposer les critères de propagation bien connus en mécanique de la rupture fragile.

3.5.1 Critères de direction de propagation de fissure

Critère de la contrainte d'ouverture maximale et Sih [ERD 63] ont proposé un critère simple et intuitif, qui postule que l'ouverture de la branche déviée est provoquée par la contrainte $\sigma_{\theta\theta}$ normale à cette branche. Ainsi la propagation se fera dans la direction θ_c pour laquelle $\sigma_{\theta\theta}$ est maximale à rayon fixé. Ce critère a été adapté en dynamique par Maigre *et al.* [MAI 93b], nous allons détailler son développement en dynamique.

Connaissant l'expression du champ de contrainte en pointe de fissure, il s'agit de résoudre l'équation :

$$\frac{\partial \sigma_{\theta\theta}}{\partial \theta} = 0. \tag{1.78}$$

La solution notée θ_c de l'équation précédente est [ERD 63] :

$$\theta_c^{hoop} = 2 \arctan \left(\frac{1}{4} \left[\frac{K_I^{dyn}}{K_{II}^{dyn}} - \text{sign}\left(K_{II}^{dyn}\right) \sqrt{8 + \left(\frac{K_I^{dyn}}{K_{II}^{dyn}}\right)^2} \right] \right). \tag{1.79}$$

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2012ISAL0129/these.pdf
© [D. Haboussa], [2012], INSA de Lyon, tous droits réservés

Critère de la direction de la contrainte principale maximale

Connaissant l'expression du champ de contrainte en pointe de fissure, on exprime la contrainte principale σ_I par :

$$\sigma_I = \frac{\sigma_{11}+\sigma_{22}}{2} + \frac{1}{2}\sqrt{(\sigma_{11}-\sigma_{22})^2 + 4\sigma_{12}^2}. \tag{1.80}$$

Ensuite il s'agit de résoudre l'équation :

$$\frac{\partial \sigma_I}{\partial \theta} = 0. \tag{1.81}$$

La solution notée θ_c de l'équation précédente est :

$$\theta_c = \frac{1}{2}\arctan\left(\frac{2\sigma_{12}}{\sigma_{11}^2-\sigma_{22}^2}\right). \tag{1.82}$$

Remarque 7 *Un autre critère de direction de propagation est celui étudié, entre autres, par Dumstorff et al. [DUM 07]. Ce critère consiste à rechercher la direction qui minimise l'énergie de la structure [PRA 07a].*

3.5.2 Loi de propagation : critères d'initiation et de propagation de fissure

Approche avec les facteurs d'intensité des contraintes

On écrit un facteur d'intensité des contraintes équivalent noté $K_{\theta\theta}$ projeté suivant la direction angulaire θ_c (équation 1.79) :

$$K_{\theta\theta}^{dyn} = cos^3(\frac{\theta_c}{2}) < K_I^{dyn} > -\frac{3}{2}cos(\frac{\theta_c}{2})K_{II}^{dyn}, \tag{1.83}$$

où $< K_I^{dyn} >$ représente la partie positive de K_I^{dyn} (non prise en compte des effets de refermeture).

Le critère se construit en deux phases. En effet, tant que le facteur d'intensité des contraintes équivalent reste inférieur à une valeur seuil K_{I_d} appelée ténacité dynamique d'initiation, il n'y a pas initation de propagation de fissure. Dès que cette dernière est atteinte, il y a initiation dans la direction θ_c. Ensuite, après l'initiation, une autre valeur critique est utilisée, prenant en compte cette fois-ci l'avancée de fissure, cette valeur critique est appelée ténacité dynamique de propagation et est notée K_{1_d}. Nous pouvons rajouter aussi qu'après initiation, la propagation est effective tant que $K_{\theta\theta}^{dyn}$ est supérieur à une grandeur matérielle notée K_{1_a} et appelée ténacité dynamique d'arrêt. Une grande attention a été portée par Grégoire [GRÉ 08, GRÉ 07], pour caractériser expérimentalement ces différentes valeurs critiques.

Le critère d'initiation s'écrit donc :

$$\begin{cases} K_{\theta\theta}^{dyn} < K_{I_d}, & \text{pas d'initiation,} \\ K_{\theta\theta}^{dyn} = K_{I_d}, & \text{initiation.} \end{cases} \tag{1.84}$$

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2012ISAL0129/these.pdf
© [D. Haboussa], [2012], INSA de Lyon, tous droits réservés

Le critère de propagation s'écrit donc :

$$\left\{K_{\theta\theta}^{dyn} \geq K_{1_d} \text{ et } K_{\theta\theta}^{dyn} = K_{1_d}(\dot{a}), \quad \text{propagation}, \right. \tag{1.85}$$

De plus, d'après l'expression de Kanninen (équation 1.86) [KAN 85], qui stipule que la vitesse limite de propagation de fissure au sein d'un matériau, correspond à la célérité du son dans ce matériau, on obtient :

$$K_{\theta\theta} = \frac{K_{I_d}}{1 - \frac{\dot{a}}{c_R}}, \tag{1.86}$$

où c_R est la célérité de l'onde de Rayleigh.

On peut calculer la vitesse de propagation et elle s'écrit :

$$\dot{a} = (1 - \frac{K_{Ic}}{K_{\theta\theta}})c_R. \tag{1.87}$$

Approche méso-locale

Toutes les équations décrivant le modèle de propagation de fissure, basées sur le concept de l'approche locale en pointe de fissure, sont dérivées par analogie au modèle énergétique. Ainsi la contrainte critique notée σ_{Ic} peut être considérée symboliquement comme une mesure locale du taux de restitution de l'énergie critique G_{Ic}. Suivant cette hypothèse, reformulons le critère précédent avec une approche méso-locale en pointe de fissure, pour permettre la prise en compte d'une non-linéarité du comportement du matériau telle qu'une plasticité étendue.

Nous connaissons l'état du champ de contraintes moyennées en pointe de fissure $\tilde{\sigma}_{ij}$ (*cf.* Relations (équation 1.76) et (équation 1.77)), qui est défini par :

$$\tilde{\sigma}_{ij} = \frac{\int_\Omega e^{-\alpha\frac{r^2}{R^2}}\sigma_{ij}(M)dV_M}{\int_\Omega e^{-\alpha\frac{r^2}{R^2}}dV_M} \tag{1.88}$$

À partir de ce champ, nous allons évaluer la direction angulaire de propagation obtenue en (équation 1.79) :

$$\theta_c = 2arctan\left(\frac{1}{4}\left[\frac{\tilde{\sigma}_{22}}{\tilde{\sigma}_{12}} - sign(\tilde{\sigma}_{12})\sqrt{8 + \left(\frac{\tilde{\sigma}_{22}}{\tilde{\sigma}_{12}}\right)^2}\right]\right). \tag{1.89}$$

Ensuite nous calculons une contrainte équivalente, notée $\tilde{\sigma}$ suivant :

$$\tilde{\sigma} = cos^3\frac{\theta_c}{2}\left\langle\widetilde{\sigma_{22}}\right\rangle - \frac{3}{2}cos\frac{\theta_c}{2}sin\theta_c\widetilde{\sigma_{12}}. \tag{1.90}$$

La fissure se propage si la contrainte équivalente $\tilde{\sigma}$ dépasse le seuil de la contrainte critique dynamique σ_{Ic} :

$$\begin{cases} \text{Si } \tilde{\sigma} < \sigma_{Ic}, & \text{alors } \dot{a} = 0, \\ \text{Sinon } \tilde{\sigma} \geq \sigma_{Ic}, & \text{et } \dot{a} > 0, \end{cases} \tag{1.91}$$

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2012ISAL0129/these.pdf
© [D. Haboussa], [2012], INSA de Lyon, tous droits réservés

où $\dot{a}$ est la vitesse de propagation. σ_{Ic} et $\dot{a}$ sont liés à l'expression non-linéaire [KAN 85] adaptés au modèle locale en pointe de fissure :

$$\tilde{\sigma} = \frac{\sigma_{Ic}}{1 - \frac{\dot{a}}{c_R}}. \tag{1.92}$$

Remarque 8 *Rappelons que le champ de contraintes moyenné est exprimé dans le repère local en pointe de fissure, défini tel que :*
la première direction est tangente aux lèvres de la fissure et la seconde direction est normale aux lèvres de fissure.

Il est important de signaler que ces critères sont valables en mécanique de la rupture fragile, lorsque la propagation de fissure est dirigée par la traction. Lorsqu'une plasticité en pointe de fissure vient perturber la propagation, aucun critère de direction de propagation de fissure, au sens de la mécanique de la rupture, n'est envisagé à ce jour. Les travaux de thèse essaieront de répondre à cette problématique.

4 Méthode des éléments finis étendue (X-FEM)

Nous choissisons comme méthode numérique permettant de modéliser implicitement une discontinuité dans un domaine continu, la méthode des éléments finis étendue (X-FEM). C'est pourquoi, cette partie est entièrement dédiée à son état de l'art. La méthode des éléments finis étendus (X-FEM) a conduit à de grands progrès dans la simulation numérique des problèmes de fissuration en fournissant un moyen simple et efficace de subsister aux problèmes de remaillage. Cette technique permet une approche macroscopique du problème de fissuration qui accepte un maillage grossier, contrairement aux méthodes antérieures telles que les techniques d'élimination des éléments [SON 06] (Élements finis ou méthode sans maillage) ou la méthode des éléments cohésifs [XU 94, ZHO 04, CAM 96].

4.1 Principe de la X-FEM

Le couplage de la X-FEM avec les fonctions de niveaux (appelées plus couramment *level set*) a démontré toute son efficacité pour les simulations de propagation de fissure, particulièrement en raison de la discrétisation spatiale de la discontinuité (dans notre cas la fissure) qui est indépendante de celle de la structure (Moës *et al.* [MOE 99], Fries et Belytschko [FRI 10], Bordas *et al.* [BOR 09], Menouillard et Belytschko [MEN 10]). Ainsi la discontinuité géométrique (ligne en 2D et surface en 3D) peut être représentée soit par un ensemble de fonctions de niveaux, soit par un maillage éléments finis indépendant du maillage structurel. Ceci permet de s'affranchir des méthodes de remaillage de la fissure lors de la propagation, difficile et coûteuse à automatiser en 3D. De plus la description des champs cinématiques, qui inclut les champs discontinus dans les éléments qui sont coupés par la fissure et singuliers pour ceux qui entourent la pointe de la fissure, est très bien

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2012ISAL0129/these.pdf
© [D. Haboussa], [2012], INSA de Lyon, tous droits réservés

représentée. Le champ de déplacement éléments finis étendus est généralement représenté (comme le sont les champs de vitesse et d'accélération) par :

$$\mathbf{u}(\mathbf{x},t) = \sum_{i \in N_{nodes}} N_i(\mathbf{x})\,\mathbf{u}_i(t) + \sum_{j \in N_{cut}} N_j(\mathbf{x})\,H(\mathbf{x})\,\mathbf{a_j}(t) + \sum_{k \in N_{tip}} N_k(\mathbf{x}) \sum_{l=1}^{l=4} \psi_l(\mathbf{x})\,\mathbf{b}_{kl}(t). \tag{1.93}$$

Dans l'équation ci-dessus, $H(\mathbf{x})$ représente la fonction saut d'Heaviside, qui décrit la présence de la discontinuité :

$$H_j(\mathbf{x}) = \begin{cases} +1 & \text{si } \mathbf{x} \text{ est au dessus de la fissure,} \\ -1 & \text{si } \mathbf{x} \text{ est au dessous de la fissure.} \end{cases} \tag{1.94}$$

$\psi_l(\mathbf{x})$ représente la base des fonctions d'enrichissement pour décrire plus précisement le déplacement au voisinage du front de fissure (*cf.* Black et Belytschko [BLA 99] entre autres) :

$$[\psi_l] = \left[\sqrt{r}\sin(\frac{\theta}{2}), \sqrt{r}\cos(\frac{\theta}{2}), \sqrt{r}\sin(\frac{\theta}{2})\sin(\theta), \sqrt{r}\cos(\frac{\theta}{2})\sin(\theta)\right], \tag{1.95}$$

$\mathbf{u}_i(t)$ sont les degrés de liberté de déplacement continu au niveau du noeud i, $\mathbf{a}_j(t)$ sont les degrés de liberté de déplacement discontinu au niveau du noeud j et $\mathbf{b}_{kl}(t)$ sont les degrés de libertés nodaux correspondant aux fonction singulières du noeud k $\psi_l(\mathbf{x})$. N_{cut} est l'ensemble des noeuds des éléments qui sont complètement coupés par la fissure, N_{tip} l'ensemble des noeuds qui contiennent la pointe de fissure et N_{nodes} est l'ensemble de tous les noeuds.

Remarque 9 *Lorsque les fonctions de niveaux sont utilisées pour représenter la discontinuité, un maillage auxiliaire aux différences finies est parfois préférable afin de parvenir à une propagation robuste des level-set (voir Prabel et al. [PRA 07b]).*

Remarque 10 *Un développement plus sophistiqué consiste à utiliser les séries de Williams [RÉT 05a] pour introduire un enrichissement analytique au voisinage de la pointe de fissure.*

Il est important de noter que les exemples traîtés dans ces travaux de thèse utilisent des enrichissements saut uniquement. Cela est suffisant pour la simulation de la propagation dynamique de fissures à condition que le maillage soit assez fin autour de la pointe de fissure (*cf.* Grégoire *et al.* [GRÉ 07] et Haboussa *et al.* [HAB 11]).

4.2 Discrétisation temporelle

L'intégration numérique de l'équation d'équilibre dynamique est effectuée en utilisant un schéma de Newmark. Nous utilisons un schéma aux différences centrées explicite, qui

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2012ISAL0129/these.pdf
© [D. Haboussa], [2012], INSA de Lyon, tous droits réservés

est plus efficace dans le cas d'une matrice de masse diagonale. Il est donc nécessaire de se munir d'une technique de diagonalisation pour les termes enrichis. Une approche est présentée par Menouillard *et al.* [MEN 08a, MEN 08b] en utilisant uniquement des fonctions d'enrichissement de type saut. Celle-ci a été étendue par Elguedj *et al.* [ELG 06b] pour prendre en considération les degrés de liberté singuliers. De plus lorsque la pointe de fissure se propage, la stabilité du schéma d'intégration temporel de Newmark doît être vérifié. Combescure *et al.* [COM 08] et Réthoré *et al.* [RÉT 05b] ont montré mathématiquement que, dans le cas de propagation d'une fissure, la X-FEM permet d'assurer la conservation de l'énergie totale en élasto-dynamique tout simplement en ajoutant de nouveaux degrés de liberté associés à la nouvelle position de la pointe de la fissure (ou en 3D du front de fissure) et en initialisant à zéro leurs valeurs. Cette propriété est valable pour les problèmes dépendant du temps mais également pour les matériaux à comportement non linéaire, tels que les matériaux élasto-plastiques.

4.3 Technique d'intégration

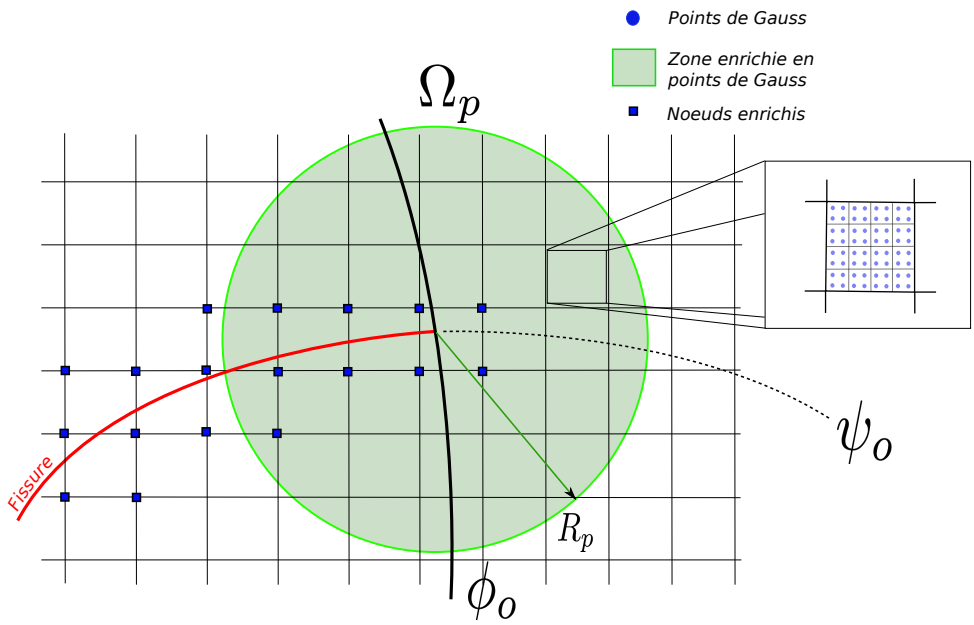


FIGURE 1.19: Stratégie d'enrichissement du maillage contenant une fissure.

Une attention particulière doit être accordée à l'intégration numérique des grandeurs spatiales. Les éléments finis, coupés par la fissure, nécessitent une intégration spécifique. Une solution très simple, facilement applicable dans le cas linéaire, consiste à sous découper les éléments tranchés de manière compatible (*cf.* Dolbow [DOL 00] par exemple). Cette technique n'est pas difficile à maîtriser dans le cas d'élasticité, mais est plus complexe dans le cas élasto-plastique que nous étudions ici. En effet, l'utilisation de cette méthode impose un changement de position et du nombre de points de Gauss. Il faut donc

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2012ISAL0129/these.pdf
© [D. Haboussa], [2012], INSA de Lyon, tous droits réservés

réaliser une projection des champs élémentaires et déterminer par conséquent l'état des contraintes et des variables internes au début de chaque pas de temps. C'est une opération délicate, car les nouveaux champs ne sont pas nécessairement à l'équilibre (en particulier dans la zone critique de la pointe de la fissure). De plus, ce transfert de champs ne garantit pas la conservation de l'énergie de déformation ou la condition de consistance élasto-plastique des nouveaux champs. Nous avons utilisé une méthode alternative (Elguedj *et al.* [ELG 06b][ELG 09]) qui consiste à subdiviser au préalable par un nombre fixe de sous-éléments de forme similaire, tous les éléments situés à moins de trois fois le rayon de la zone plastique de la pointe de fissure. Par exemple, un élément quadrilatère avec quatre noeuds et quatre points d'intégration est subdivisé en quatre quadrilatères possédant quatres points intégrations (*cf.* figure 1.19). Chaque nouvel élément est initialisé en copiant les valeurs des contraintes et des variables internes à des points de Gauss associés. Cette technique a déjà été utilisé avec succès par Elguedj *et al.* [ELG 06b][ELG 09], Prabel *et al.* [PRA 07b] et Ji *et al.* [JI 02]. Lorsque la fissure atteint un tel élément subdivisé, les sous-éléments sont classés en fonction de leur localisation par rapport à l'interface : les sous-éléments qui se trouvent entièrement d'un côté de l'interface sont affectés d'un coefficient +1 ou -1. Notons que l'intégration des fonctions saut dans les sous-éléments qui sont coupés par l'interface est approximative et pondérée par surface. Cette technique est détaillée par Elguedj *et al.* dans [ELG 06b].

4.4 Exemple d'application en dynamique explicite

Cet exemple est tiré d'une expérience réalisée par Grégoire et al. [GRÉ 08]. Cet expérience sous chargement dynamique consiste à observer l'influence d'un trou sur le trajet de propagation de fissure. L'objectif est ainsi de démontrer que l'interaction entre une fissure et un trou est complétement différente selon que le chargement est dynamique ou statique. En effet, en statique, on a l'habitude de dire "qu'un trou stoppe une fissure", car lorsque un trou se présente à proximité d'une fissure, cette fissure se propage en plongeant dans ce trou. Hors, sous un chargement de type choc, les réflexions d'ondes et le passage d'un état de compression à traction et inversement changent le comportement de propagation de la fissure.

4.4.1 Conditions expérimentales

Cette expérience a été réalisée à l'Onera de Lille, le centre français de recherche aérospatiale. Les conditions expérimentales sont montrées sur la figure 1.20. L'éprouvette est réalisée en polyméthacrylate de méthyle *PMMA*, plus connu sous le nom commercial *Plexiglas*. Le premier trou est localisé sur la gauche de l'éprouvette et sert à convertir l'onde de compression appliquée sur la face latérale en une onde de traction orthogonale. Une pré-entaille est usinée à partir du trou et est ainsi placée sur l'axe de symétrie naturel de l'éprouvette pour que la fissure s'initie en mode I pur. Le second trou, placé en dehors de l'axe de symétrie, modifie quant à lui la propagation de la fissure du fait de réflexions

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2012ISAL0129/these.pdf
© [D. Haboussa], [2012], INSA de Lyon, tous droits réservés

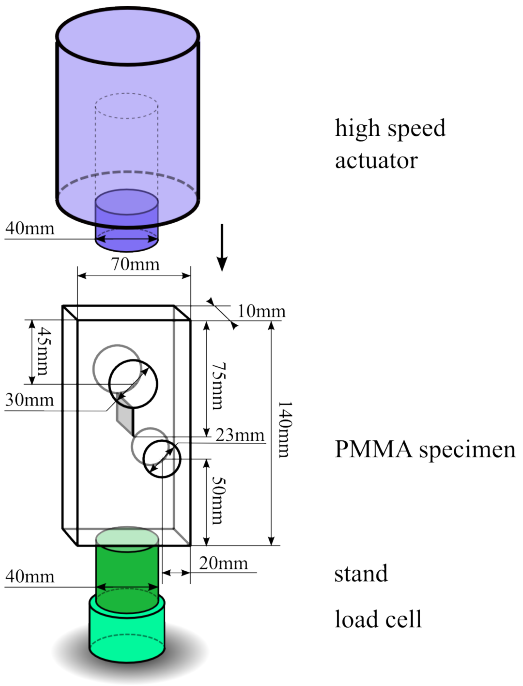


FIGURE 1.20: Conditions expérimentales et géométrie.

d'ondes sur la face droite du trou et il crée ainsi une zone d'arrêt au milieu de l'éprouvette. Cette observation sera analysée *a posteriori*.

L'éprouvette en PMMA est contrainte par un vérin rapide qui impose sur une face latérale une vitesse tandis que l'autre face latérale est bloquée verticalement par un support, comme le montre la figure 1.20. La position du front de fissure en fonction du temps est obtenue par corrélation d'images basée sur la technique de Grégoire[GRÉ 08, GRÉ 09].

L'expérience se compose de trois phases. La fissure s'initie à $100\mu s$ après l'impact et se propage à une vitesse horizontale constante de $\dot{a}_x \simeq 324 m.s^{-1}$ pendant $60\mu s$. La fissure s'arrête ensuite à $160\mu s$ après l'impact. Le dernière phase consiste au redémarrage de la fissure.

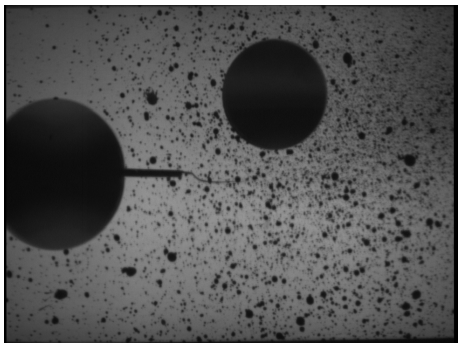


FIGURE 1.21: Dernière image enregistrée par la caméra ultra rapide.

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2012ISAL0129/these.pdf
© [D. Haboussa], [2012], INSA de Lyon, tous droits réservés

4.4.2 Modèlisation en dynamique explicite

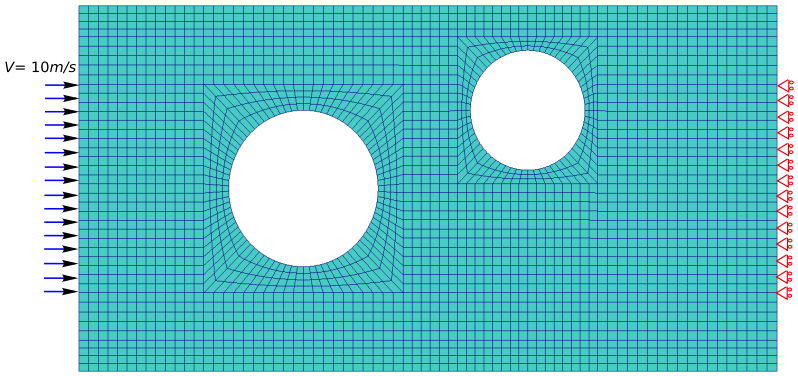


FIGURE 1.22: Conditions aux limites et maillage.

La simulation a été réalisée avec `Europlexus`, un code éléments finis de dynamique explicite développé par le *CEA* et le centre de recherche de l'union Européenne [EPX]. Les conditions aux limites et le maillage sont donnés sur la figure 1.22. Le maillage est composé de 2813 quadrangles. Les éléments enrichis sont prédéfinis dans la zone de propagation de fissure. Les degrés de liberté enrichis sont activés lorsque la fissure passe d'un élément à l'autre. Nous imposons une vitesse V=10 m/s sur le coté sur lequel le chargement est imposé par le vérin rapide. Nous bloquons dans la même direction les déplacements sur l'autre face pour représenter la face en appui sur le support. Le temps de la simulation est de $300\mu s$. Le pas de temps critique éléments finis est de $\Delta t_c^{fem} = 2.4\mu s$. Nous utilisons la règle proposée par Menouillard *et al.* [MEN 08a], pour déterminer le pas de temps critique pour la propagation de fissure, tel que $\Delta t_c^{xfem} = \Delta t_c^{fem}/2$. Le pas de temps ainsi choisi est de $\Delta t = 0.1\mu s$ et donc 3000 pas de temps sont requis. Les paramètres matériau sont donnés sur le tableau 3.2.

Module d'Young sécant dynamique E	2.4 GPa
Coeff. de Poisson ν	0.42
Masse volumique ρ	1180 $kg.m^{-3}$
Vitesse d'onde logitudinale c_L	1426 $m.s^{-1}$
Vitesse d'onde tranversale c_S	846 $m.s^{-1}$
Vitesse d'onde de Rayleigh c_R	800 $m.s^{-1}$
Contrainte critique σ_{Ic}	2.25 MPa

TABLE 1.1: Caractéristiques du matériau [HAB 11].

Le critère de propagation utilisé est basé sur le modèle méso-local présenté précédemment. Les résultats de simulation sont exposés sur les Figures 1.23 à 1.25. Sur la figure 1.23, nous comparons l'histoire du front de fissure expérimental et numérique. Nous

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2012ISAL0129/these.pdf
© [D. Haboussa], [2012], INSA de Lyon, tous droits réservés

pouvons observer les deux différentes phases de propagation. Dans la première phase, nous pouvons noter que l'initiation s'effectue un peu plus tôt que celle trouvée par l'expérience, mais que la vitesse de propagation est similaire dans les deux cas. Ensuite durant la phase d'arrêt, nous obtenons une très bonne corrélation sur la position d'arrêt de fissure en espace et en temps.

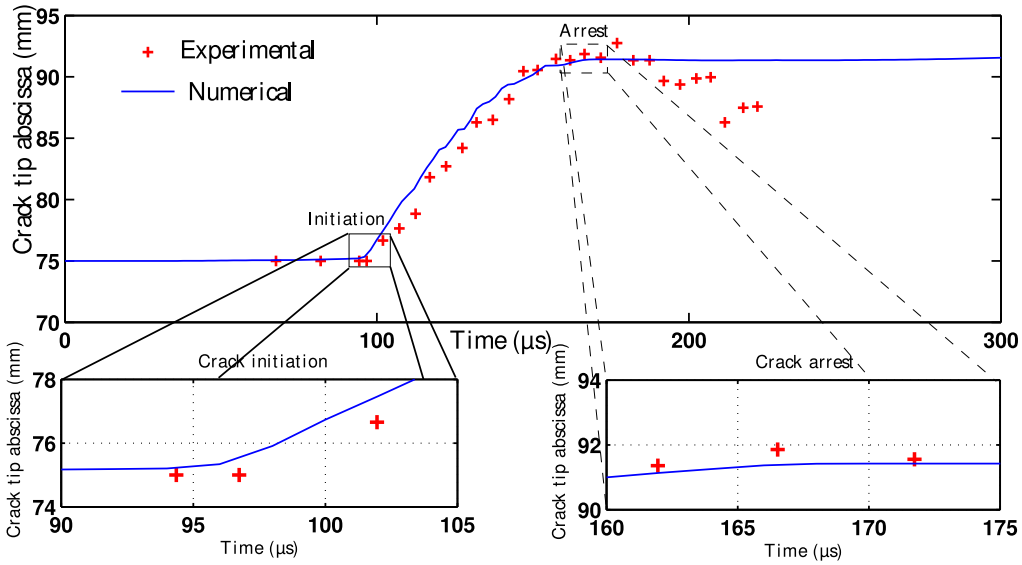


FIGURE 1.23: Résultats expérimentaux et numériques. Histoire du front de fissure.

Sur la figure 1.24, nous comparons ensuite les chemins de fissure expérimentaux et numériques. Nous pouvons voir que le chemin global obtenu par simulation est en accord avec l'expérimental. Un zoom à l'initiation montre une légère différence. Cela est du à la position de la pré-fissure, en effet dans la pratique la pré-fissure ne peut être positionnée exactement sur l'axe de symétrie de l'éprouvette. Cette dernière étant obtenue par "tapping", le mode de rupture sollicité sera mixte à l'initiation. En dernier lieu, nous relevons sur la figure 1.25 le champ de contrainte hydrostatique sur la configuration déformée et pour plusieurs pas de temps. Dans le but de montrer, l'importance de la contrainte hydrostatique dans la zone de propagation, nous avons effectué un recadrage du minimum et du maximum de cette dernière. Ce résultat est très important pour comprendre le comportement dynamique de l'éprouvette sous l'influence du second trou. À 96μs, qui correspond au temps relatif à l'initiation, nous observons une zone de traction autour du front de fissure. Nous pouvons remarquer par ailleurs que le second trou est sollicité en traction suivant la direction horizontale et en compression dans la direction verticale. Ainsi le second trou prend une forme elliptique avec comme axe prépondérant l'axe horizontal. Ce phénomène est maintenu durant toute la phase de propagation de la fissure. Ainsi cette zone de compression pousse la fissure loin du trou comme on peut le voir à 168 μs qui correspond à l'arrêt de fissure prédit. Ceci est confirmé par le fait que la pointe est complètement entourée par la zone de compression à ce moment particulier.

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2012ISAL0129/these.pdf
© [D. Haboussa], [2012], INSA de Lyon, tous droits réservés

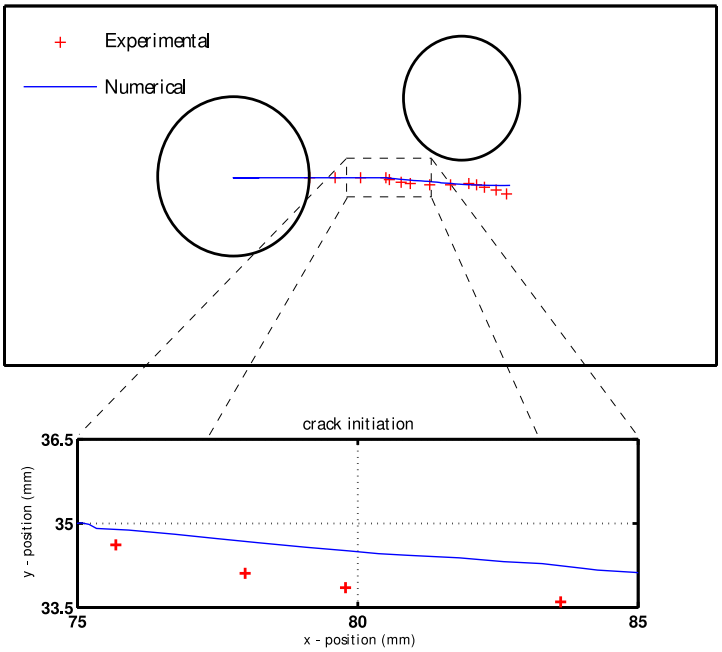


FIGURE 1.24: Trajet de fissure global et zoom à l'initiation.

4.4.3 Influence de la taille de maille et du rayon de la zone locale sur le modèle dynamique

Dans ce paragraphe, nous étudions l'influence de la taille de maille sur le modèle dynamique. Pour cela, nous avons utilisé un maillage raffiné caractérisé par une taille de maille divisée par deux dans toutes les directions de la zone de propagation. Le nouveau maillage est donc composé de 11646 quadrangles. La tableau 3.4 montre les différents paramètres utilisés pour les deux simulations. Nous avons utilisé le même rayon de la zone locale pour calculer le tenseur des contraintes moyenné au front de fissure. Le seuil en contrainte a donc été adapté pour obtenir la meilleure précision dans l'évaluation du champ de contrainte. Sur les figures 1.26 à 1.27, la comparaison des résultats entre le maillage grossier et raffiné est montrée.

Modèle	Grossier	raffiné
rayon de zone locale r_{box}	$\sim 6.5mm$	$\sim 6.5mm$
Critical stress σ_{Ic}	$2.25\ MPa$	$3.05\ MPa$

TABLE 1.2: Contrainte critique pour les deux simulations.

Sur la figure 1.26, nous comparons les chemins de fissure expérimentaux et numériques pour les deux simulations. On peut constater que la taille de maille ne joue pas un rôle important au regard du chemin de fissure. Sur la figure 1.27, nous comparons cette fois-ci, l'histoire du front de fissure. Nous pouvons observer que pour deux tailles

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2012ISAL0129/these.pdf
© [D. Haboussa], [2012], INSA de Lyon, tous droits réservés

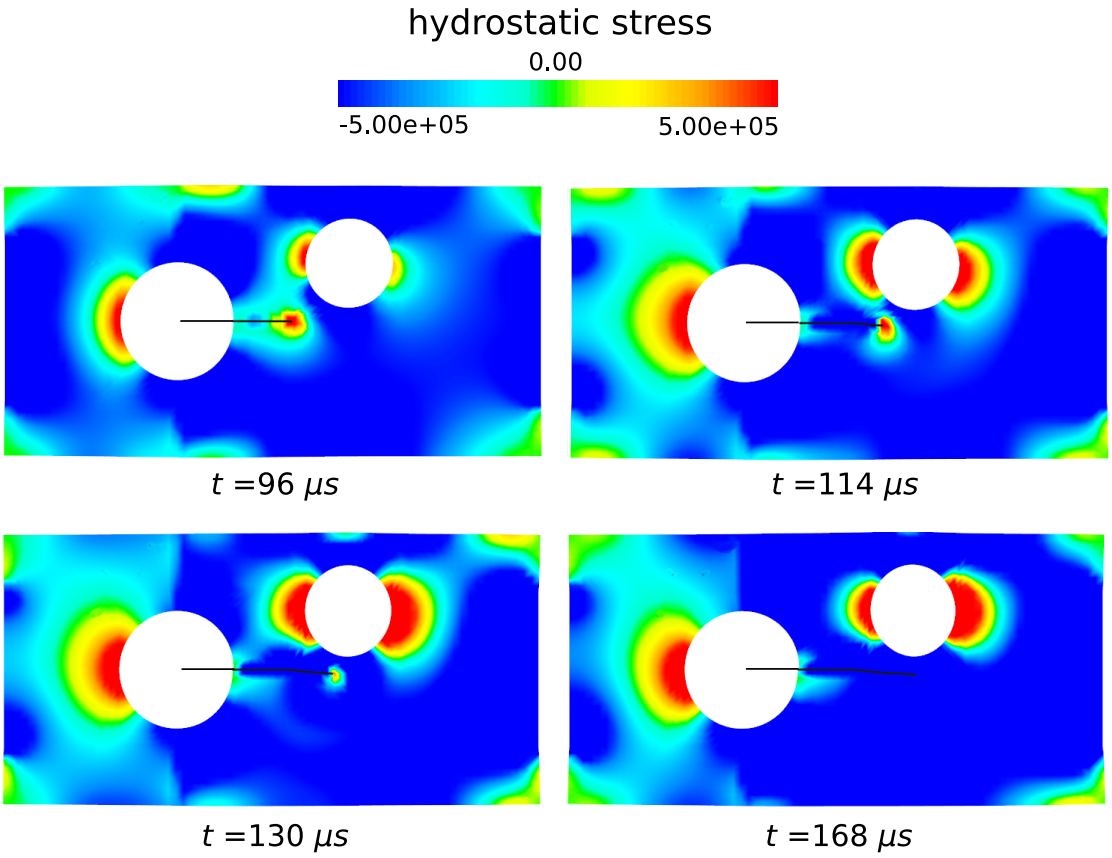


FIGURE 1.25: Champ de la contrainte hydrostatique sur l'éprouvette déformée (la fissure est représentée par le segment noir).

de maille différente, les résultats sont sensiblement équivalents.

Nous allons maintenant nous intéresser à l'influence du rayon de la zone locale centrée sur le front de fissure. La zone locale représente un demi-disque centré sur le front de fissure, dans lequel nous évaluons le tenseur des contraintes moyennées. En adéquation avec la littérature [REM 06], le rayon de cette zone doit être au minimum trois fois plus grand que la taille d'un élément en pointe de fissure. La tableau 1.3 montre la variation du rayon de la zone locale. Nous avons utilisé deux tailles de maille (les mêmes que précédemment, *i.e.* grossière et raffinée). Nous pouvons aussi ajouter que nous avons également effectué des calculs avec des rayons plus petits de la zone locale.

Modèle	Grossier	Raffiné	Raffiné
Rayon de la zone locale r_{box}	$\sim 6.5mm$	$\sim 6.5mm$	$\sim 3.25mm$
Contrainte critique σ_{Ic}	$2.25\ MPa$	$2.30\ MPa$	$3.05\ MPa$

TABLE 1.3: Contrainte critique pour les trois simulations.

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2012ISAL0129/these.pdf
© [D. Haboussa], [2012], INSA de Lyon, tous droits réservés

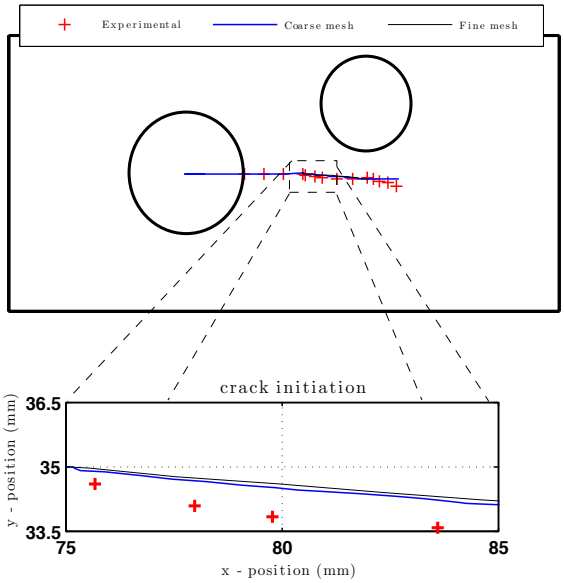


FIGURE 1.26: Influence de la taille de maille sur les trajets de propagation de fissure.

Sur la figure 1.27, nous confrontons les histoires des différents fronts de fissures obtenus pour les trois simulations avec l'expérimental. Nous pouvons ainsi remarquer que la contrainte critique σ_{Ic} est moins dépendante à la taille de maille (0.025 est la différence relative sur la valeur de la contrainte critique) qu'au rayon de la zone locale (on obtient comme différence 0.25). Ceci se traduit par le fait que le critère de propagation est basé sur le calcul du tenseur des contraintes moyenné en pointe de fissure. Comme nous changeons les paramètres de simulation, la contrainte équivalente n'est donc pas identique pour l'ensemble des cas et la contrainte critique doit être par conséquent adaptée en concordance. Ceci est un point défavorable lié à l'utilisation d'une l'approche méso-locale en pointe fissure, mais comme présenté précédemment, l'utilisation des facteurs d'intensité des contraintes, en présence d'une non-linéarité liée au matériau n'a pas de sens physique.

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2012ISAL0129/these.pdf
© [D. Haboussa], [2012], INSA de Lyon, tous droits réservés

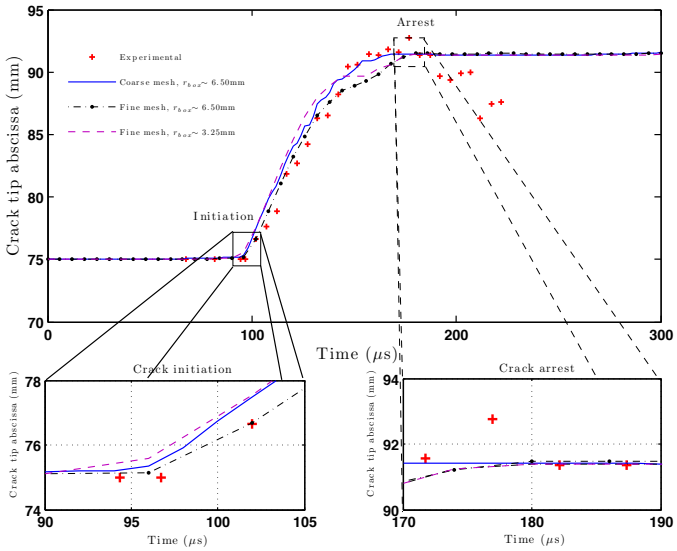


FIGURE 1.27: Influence de la zone locale en pointe de fissure.

4.4.4 Modélisation Quasi-statique

Dans le but d'analyser les différences entre la propagation de fissure sous chargement quasi-statique par fatigue et celle sous impact, nous avons simulé l'expérience précédente en quasi-statique. Sur la figure 1.29(a), nous observons le maillage utilisé dans ce cas. Celui-ci est composé de 9246 quadrangles. D'après l'étude dynamique précédente, nous avons pu constater qu'une onde de compression, résultant de l'impact avec le vérin rapide, provoquait des battements verticaux de l'éprouvette (*cf.* figure 1.28). Par conséquent nous choisissons d'imposer un chargement vertical cyclique en traction sur le haut et le bas de l'éprouvette. La figure 1.29(b) montre le chemin de fissure obtenu pour la simulation quasi-statique. Nous observons ainsi que, pour le cas quasi-statique, la fissure est attirée par le trou. Par le biais de ces deux simulations sous différents chargements, on peut observer l'importance des observations faites en dynamique.

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2012ISAL0129/these.pdf
© [D. Haboussa], [2012], INSA de Lyon, tous droits réservés

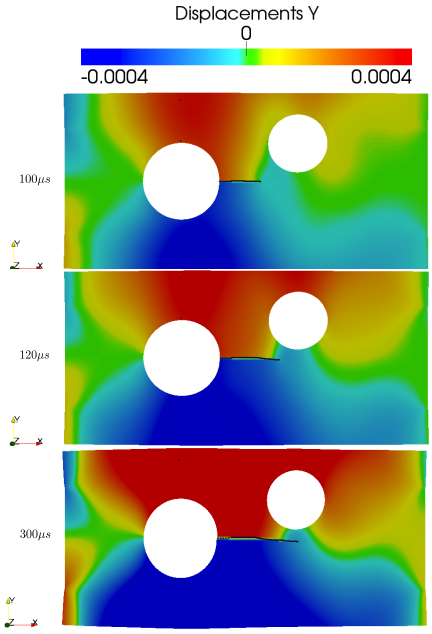
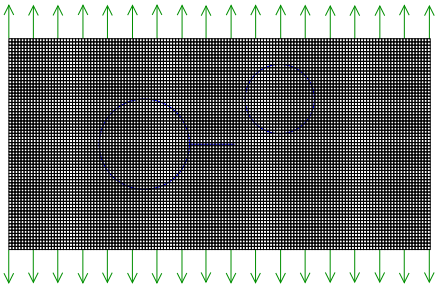
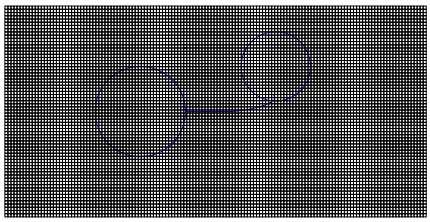


FIGURE 1.28: Propagation dynamique : Battements verticaux de l'éprouvette.



(a)



(b)

FIGURE 1.29: Cas Quasi-statique : maillage et chargement de traction vertical(a) chemin de fissure.(b)

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2012ISAL0129/these.pdf
© [D. Haboussa], [2012], INSA de Lyon, tous droits réservés

5 Méthodes numériques pour simuler la propagation par bande de cisaillement

Plusieurs auteurs Song *et al.* [SON 06], Armero *et al.* [ARM 09] ont proposé des modèles numériques permettant de simuler la fissuration par bande de cisaillement. Nous relatons les méthodes adoptées par chacun des auteurs.

5.1 Modèle de Song *et al.*

Le matériau utilisé dans cet exemple est un acier Maraging (18Ni1900). Pour simuler la fissuration par ouverture et la fissuration par bande de cisaillement un modèle thermo-élasto-viscoplatique (dont les paramètres sont identifiés dans [LEM 86, ZHO 96a, LI 02]) est utilisé, auquel on ajoute, dans le second cas, un algorithme explicite de réinitialisation des contraintes. Les auteurs adoptent un critère local basé sur la perte de la condition de stabilité matérielle (voir [BEC 02]) dans le cas de fissuration par bande de cisaillement et un critère basé sur la contrainte d'ouverture maximale dans l'autre cas. Les résultats obtenus dans les deux cas sont présentés sur la figure 1.30. Il est important de signaler que la transition entre la fissuration par ouverture et la fissuration par bande de cisaillement n'est pas automatique suivant cette méthode.

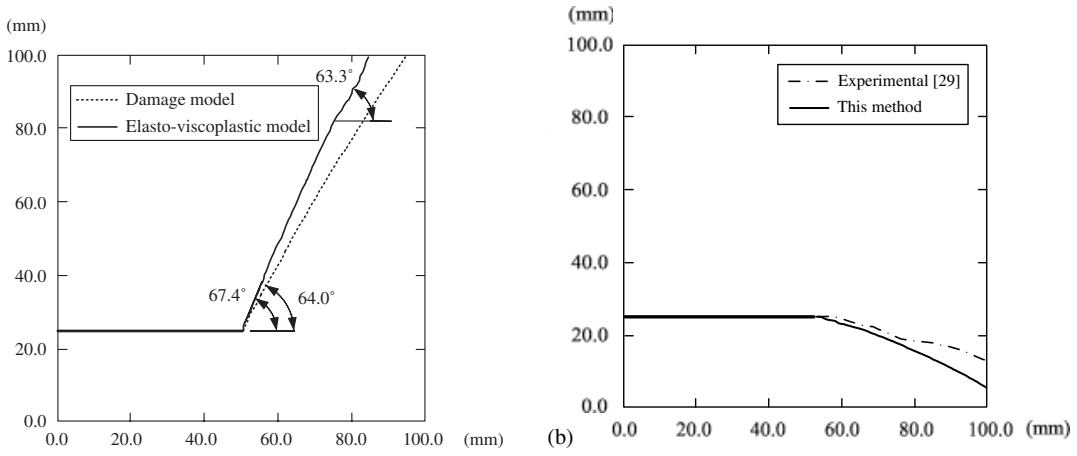


FIGURE 1.30: Simulation Song *et al.* : résultats des trajets de fissure (a) Vitesse d'impact faible (b) Vitesse d'impact élevée (tiré de [SON 06]).

5.2 Modèle de Armero *et al.*

Dans [ARM 09], Armero et Linder propose une méthode pour simuler l'expérience ZRR pour des vitesses d'impact faibles, qui correspond au cas où la fissure s'initie par

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2012ISAL0129/these.pdf
© [D. Haboussa], [2012], INSA de Lyon, tous droits réservés

bande de cisaillement avant de bifurquer en mode de traction. Le matériau utilisé dans cet exemple est un acier C-300 (18Ni1900) [ZHO 96b]. Armero utilise un modèle de comportement de type von Mises. Un critère d'initiation de bande de cisaillement, basé sur la perte d'ellipticité est utilisé. Une fois l'amorçage détecté, la propagation de la fissure par bande de cisaillement est décrite par un modèle plastique localisé avec une loi d'adoucissement exponentielle dans la direction tangentielle. Le résultat obtenu par Armero, pour une vitesse d'impact $V_o = 25m.s^{-1}$, est présenté sur la figure 1.31.

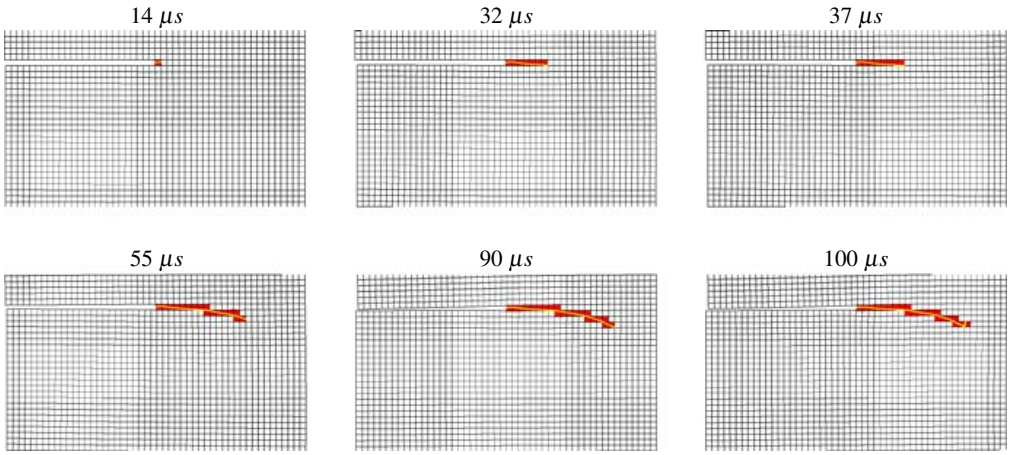


FIGURE 1.31: Simulation Armero *et al.* : mode de transition pour un acier C-300 (tiré [ARM 09]).

Dans le suite de ce mémoire, nous présentons un modèle de critère de propagation couplé à un algorithme automatique de transition cisaillement-traction qui permet de modéliser ces expériences automatiquement. Ainsi, un unique modèle permettra de représenter automatiquement la transition d'une fissuration par ouverture à une fissuration par bande de cisaillement juste en faisant varier les conditions expérimentales de l'essai.

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2012ISAL0129/these.pdf
© [D. Haboussa], [2012], INSA de Lyon, tous droits réservés

5.3 Conclusion

Ce premier chapitre, décrivant l'état de l'art, permet de fixer le cadre dans lequel s'inscrit ce sujet de thèse. Un préambule, dédié aux phénomènes mis en jeu lors de la propagation de fissure sous sollicitations dynamiques, a permis d'introduire la notion de transition cisaillement-traction. Ensuite, une description des essais, recueillis dans la littérature permettant de caractériser expérimentalement les changements de modes de rupture par cisaillement et par ouverture a été réalisée dans le but de permettre dans la suite des travaux de confronter les résultats numériques aux résultats expérimentaux.

L'étude théorique de la propagation de fissure fragile a permis de poser également les bases essentiels à la résolution d'un problème de référence. Au travers de ce paragraphe, nous avons pu premièrement observer l'utilité de réaliser une approche locale en pointe de fissure pour répondre aux attentes du sujet de thèse et deuxièmement s'apercevoir qu'il n'existait pas à ce jour de critères de propagation de fissure, au sens de la mécanique de la rupture, permettant de caractériser une fissuration par cisaillement.

Un outil de simulation numérique basé sur la méthode des éléments finis étendus a également fait l'objet d'un paragraphe. Un cas d'application en dynamique de la rupture fragile a été décrit pour confirmer le choix de cette méthode.

Et enfin, la dernière partie, consacrée aux développements actuels permettant de modéliser la transition cisaillement-traction, a montré qu'aucun développement à ce jour ne permettait de modéliser automatiquement, avec un unique modèle, la transition d'un mode de fissuration par cisaillement à un mode de fissuration par ouverture.

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2012ISAL0129/these.pdf
© [D. Haboussa], [2012], INSA de Lyon, tous droits réservés

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2012ISAL0129/these.pdf
© [D. Haboussa], [2012], INSA de Lyon, tous droits réservés

Chapitre 2

Critère de direction de propagation tri-dimensionnel

Ce deuxième chapitre présente les critères tridimensionnels de direction de propagation développés soit pour une rupture par cisaillement soit pour une rupture par ouverture. Nous proposons aux lecteurs des formules semi-analytiques et analytiques des directions de propagation pour chacun des cas.

Sommaire

1 Introduction 51

2 Propagation tri-dimensionnelle d'une fissure 51

3 Rappel sur le changement de base 52

4 Critères de direction de propagation. 55

4.1 Outil d'interprétation. 55

4.2 Direction de propagation suivant le maximum de la contrainte d'ouverture. 56

4.2.1 Choix de la contrainte à maximiser : σ''_{22} ou σ''_{33} 57

4.2.2 Maximum de la contrainte d'ouverture 57

4.3 Direction de propagation suivant le maximum de la contrainte principale. 61

4.4 Direction de propagation suivant le maximum de la contrainte de von Mises. 63

5 Effet du signe de K_{II} et K_{III} sur les formules proposées 68

5.1 Cas 1 : $K_I \in [0,1]$, $K_{II} \in [-1,0]$ et $K_{III} \in [0,1]$ 69

5.2 Cas 2 : $K_I \in [0,1]$, $K_{II} \in [0,1]$ et $K_{III} \in [-1,0]$ 69

5.3 Cas 3 : $K_I \in [0,1]$, $K_{II} \in [-1,0]$ et $K_{III} \in [-1,0]$ 70

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2012ISAL0129/these.pdf
© [D. Haboussa], [2012], INSA de Lyon, tous droits réservés

6 Récapitulatif des résultats et critères généraux en contraintes 70
7 Perspectives sur la modélisation de la transition cisaillement-traction en 3D 72
8 Conclusion 76

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2012ISAL0129/these.pdf
© [D. Haboussa], [2012], INSA de Lyon, tous droits réservés

1 Introduction

Cette partie consiste à proposer un modèle macroscopique permettant de prédire les directions de propagation de fissure 3D sous un régime de traction ou de cisaillement. Le cas général en trois dimensions est traité pour les deux cas : traction et cisaillement. Nous proposons des formules semi-analytiques et analytiques des directions de propagation pour chacun des cas, fonction de la mixité des modes de sollicitations. Sont également traitées l'influence du coefficient de Poisson et du sens de sollicitation sur les directions de propagation. Enfin, un exemple permettant d'observer les résultats est détaillé.

2 Propagation tri-dimensionnelle d'une fissure

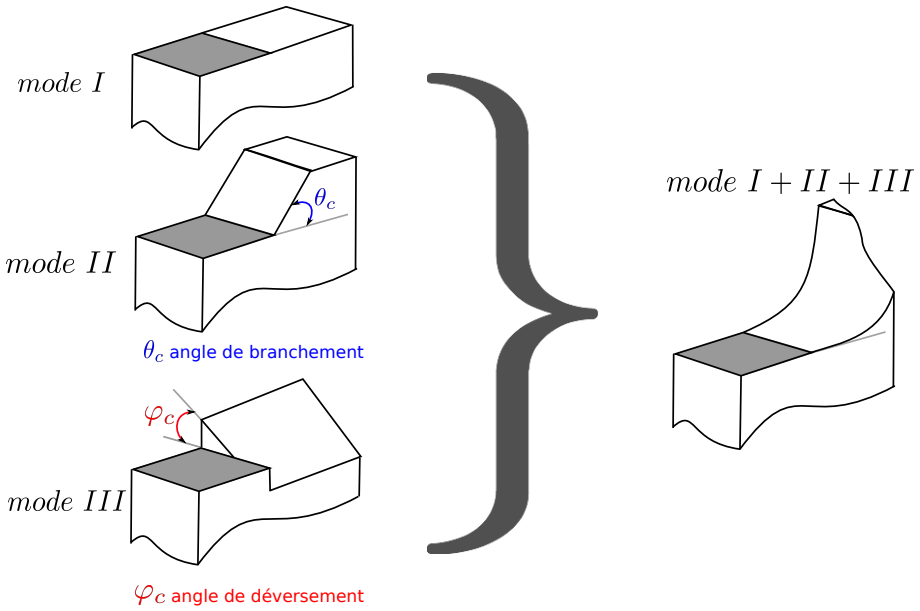


FIGURE 2.1: Propagation 3D en traction d'une fissure suivant chaque mode et suivant la combinaison de modes [SCH 02].

L'expérience a démontré que pour une propagation de fissure dirigée par la traction et pour un chargement d'ouverture, en mode I pur, la fissure se propageait dans le plan défini par la pré-fissure, tandis qu'en mode II, elle se propageait avec un angle noté θ_c, appelé angle de branchement et pour finir sous un chargement de mode III pur, la fissure se propageait suivant un nouveau plan incliné d'un angle noté φ_c, appelé angle de déversement. Sachant que sous une sollicitation réelle, c'est-à-dire sous un chargement multi-axial, ces modes peuvent se combiner entrainant un trajet de fissure complexe, tel que observé sur la figure 2.1. Ainsi dans l'objectif de développer un critère général en 3D, nous allons proposer une méthode permettant d'identifier, dans le cas général, en contraintes planes et en déformations planes, des expressions analytiques et semi-analytiques de chacun des

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2012ISAL0129/these.pdf
© [D. Haboussa], [2012], INSA de Lyon, tous droits réservés

angles θ_c et φ_c, respectivement l'angle de branchement et l'angle de déversement en traction et en cisaillement. Pour répondre à cette problématique, pour le cas en traction, le critère de la contrainte d'ouverture maximale développé en 2D et exposé en 3.5.1 est étendu au cas tri-dimensionnel ; tandis que pour le cas en cisaillement, nous proposons un nouveau critère basé sur le maximum de la contrainte de von Mises. Les détails de ces développements font l'objet de ce chapitre.

3 Rappel sur le changement de base

Soit un espace vectoriel euclidien $\boldsymbol{E}$, rapporté à une base orthonormée directe notée x_i et la base duale [1] associée x^i. On considère une nouvelle base de $\boldsymbol{E}$, notée $x_i^{'}$ telle que :

$$x_i^{'} = \beta_i^j x_j, \tag{2.1}$$

où β_i^j est la matrice de passage de x_j vers $x_i^{'}$, de même pour la base duale $x^{'i} = \alpha_j^i x^j$.
Ce qui conduit à la relation : $\delta_k^i = \beta_i^j \alpha_j^k$, où δ_k^i est le symbole de Kroneker qui donne :

$$\delta_k^i = \begin{cases} 1 & \text{si} \quad i = k, \\ 0 & \text{si} \quad i \neq k. \end{cases}$$

La notation proposée ci-dessus sera utilisée systématiquement dans ce mémoire, à savoir que la nouvelle base portera le même nom que l'ancienne mais sera affectée d'un prime $'$ supplémentaire.

Nous introduisons maintenant l'expression du tenseur des contraintes $\underline{\underline{\boldsymbol{\sigma}}}$:

$$\underline{\underline{\boldsymbol{\sigma}}} = \sigma^{ij} x_i \otimes x_j. \tag{2.2}$$

Deux changements de base, caractérisés par les matrices de passage P_1 et P_2, sont nécessaires. On définit donc les composantes de trois tenseurs de contraintes σ_{ij}, $\sigma_{ij}^{'}$ et $\sigma_{ij}^{''}$.

$$\begin{array}{ccccc} E & \xrightarrow[P_2]{\mathbf{1}} & E & \xrightarrow[P_1]{\mathbf{1}} & E \\ (x_i^{''}) & & (x_i^{'}) & & (x_i) \\ \sigma_{ij}^{''} & & \sigma_{ij}^{'} & & \sigma_{ij} \end{array}$$

On va donc se placer dans la base $(x_i^{''})$ de $\mathbb{R}^3$. Pour cela nous allons définir les deux changements de base complémentaires.
Le premier :

$$\begin{array}{ccc} E & \xrightarrow[{[\beta_i^j]}]{\mathbf{1}} & E \\ (x_i^{'}) & & (x_i) \\ \sigma_{ij}^{'} & & \sigma_{ij} \end{array} \tag{2.3}$$

1. Si la base x_i est orthonormée, la base d'origine duale x^i coïncide avec la base x_i.

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2012ISAL0129/these.pdf
© [D. Haboussa], [2012], INSA de Lyon, tous droits réservés

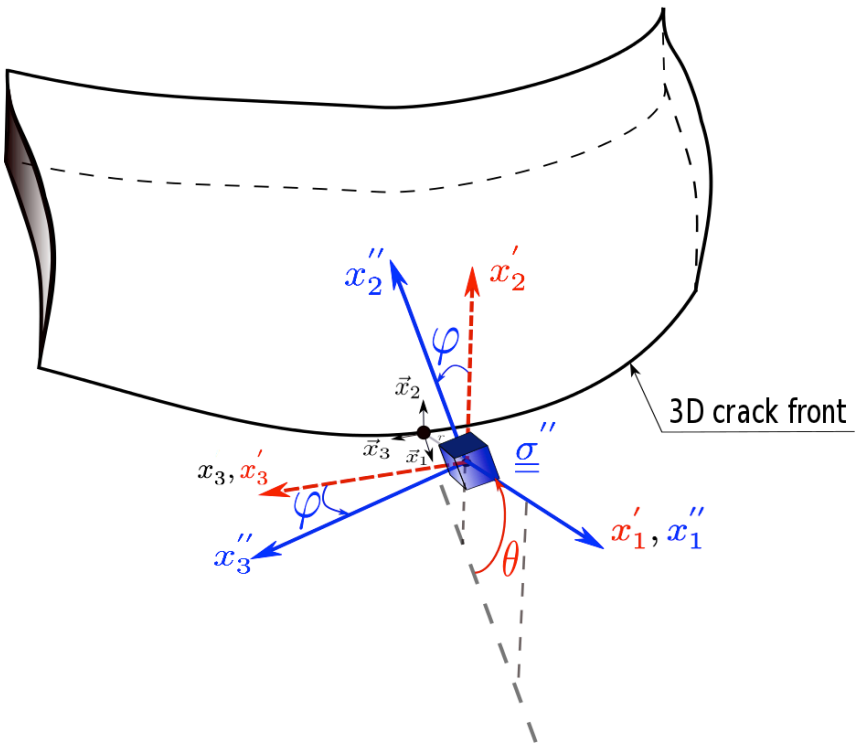


FIGURE 2.2: Repère sphérique paramétré par θ et φ.

$$\sigma^{ij} x_i \otimes x_j = \sigma^{'kl} x_k^{'} \otimes x_l^{'}. \tag{2.4}$$

Soit

$$\sigma^{ij} = \sigma^{'kl} \beta_k^i \beta_l^j x_i \otimes x_j, \tag{2.5}$$

ou l'inverse qui s'écrit :

$$\sigma^{'kl} = \sigma^{ij} \alpha_i^k \alpha_j^l. \tag{2.6}$$

Le second :

$$\underset{\substack{(x_i^{''}) \\ \sigma_{ij}^{''}}}{E} \xrightarrow[{[\gamma_j^i]^{-1}}]{\mathbf{1}} \underset{\substack{(x_i^{'}) \\ \sigma_{ij}^{'}}}{E}$$

De même on obtient :

$$\sigma^{''mp} = \sigma^{'kl} \gamma_k^m \gamma_l^p. \tag{2.7}$$

Pour résumer, on se place dans le repère tangent au front de fissure, défini par la base x_i. On fait tourner le repère d'un angle θ autour de x_3 et on change une deuxième fois de repère mais cette fois-ci on effectue une rotation d'un angle φ autour de $x_1^{'}$. On a alors défini la base $x_i^{''}$.
Les matrices de rotations respectivement associées aux angles θ et φ sont définies suivant :

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2012ISAL0129/these.pdf
© [D. Haboussa], [2012], INSA de Lyon, tous droits réservés

$$\alpha_i^j = \begin{bmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) & 0 \\ \sin(\theta) & \cos(\theta) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}_{(x_i)},$$

et

$$\gamma_i^j = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(\varphi) & -\sin(\varphi) \\ 0 & \sin(\varphi) & \cos(\varphi) \end{bmatrix}_{(x_i')}.$$

Ainsi, en choisissant les composantes du tenseur σ'^{kl} comme étant les expressions asymptotiques des contraintes en pointe de fissure, exprimées dans le repère cylindrique, on a :

$$\begin{aligned} \sigma'_{11} &= \sigma_{rr}, \\ \sigma'_{22} &= \sigma_{\theta\theta}, \\ \sigma'_{33} &= \sigma_{zz}, \\ \sigma'_{12} &= \sigma_{r\theta}, \\ \sigma'_{23} &= \sigma_{\theta z}, \\ \sigma'_{13} &= \sigma_{rz}. \end{aligned} \tag{2.8}$$

Ou encore en fonction des facteurs d'intensité des contraintes,

$$\begin{aligned} \sigma'_{11} &= \sigma_{rr} = \frac{K_I}{4\sqrt{2\pi r}}\left[5\cos(\frac{\theta}{2}) - \cos(\frac{3\theta}{2})\right] - \frac{K_{II}}{4\sqrt{2\pi r}}\left[5\sin(\frac{\theta}{2}) - 3\sin(\frac{3\theta}{2})\right], \\ \sigma'_{22} &= \sigma_{\theta\theta} = \frac{K_I}{4\sqrt{2\pi r}}\left[3\cos(\frac{\theta}{2}) + \cos(\frac{3\theta}{2})\right] - \frac{K_{II}}{4\sqrt{2\pi r}}\left[3\sin(\frac{\theta}{2}) + 3\sin(\frac{3\theta}{2})\right], \\ \sigma'_{12} &= \sigma_{r\theta} = \frac{K_I}{4\sqrt{2\pi r}}\left[\sin(\frac{\theta}{2}) + \sin(\frac{3\theta}{2})\right] + \frac{K_{II}}{4\sqrt{2\pi r}}\left[\cos(\frac{\theta}{2}) + 3\cos(\frac{3\theta}{2})\right], \\ \sigma'_{23} &= \sigma_{\theta z} = \frac{K_{III}}{\sqrt{2\pi r}}\cos(\frac{\theta}{2}), \\ \sigma'_{13} &= \sigma_{rz} = \frac{K_{III}}{\sqrt{2\pi r}}\sin(\frac{\theta}{2}), \\ \sigma'_{33} &= \sigma_{zz} = \begin{cases} \nu(\sigma_{rr} + \sigma_{\theta\theta}) & \text{en déformations planes,} \\ 0 & \text{en contraintes planes.} \end{cases} \end{aligned} \tag{2.9}$$

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2012ISAL0129/these.pdf
© [D. Haboussa], [2012], INSA de Lyon, tous droits réservés

Les composantes du tenseur des contraintes exprimées dans la base x_i'', en déformations planes, peuvent donc être exprimées par :

$$\begin{aligned}
\sigma''_{11} &= \sigma_{rr}, \\
\sigma''_{22} &= \sigma_{zz}\sin^2(\varphi) + 2\cos(\varphi)\sin(\varphi)\sigma_{\theta z} + \sigma_{\theta\theta}\cos^2(\varphi), \\
\sigma''_{33} &= \sigma_{zz}\cos^2(\varphi) - 2\cos(\varphi)\sin(\varphi)\sigma_{\theta z} + \sigma_{\theta\theta}\sin^2(\varphi), \\
\sigma''_{12} &= \sigma_{rz}\sin(\varphi) + \sigma_{r\theta}\cos(\varphi), \\
\sigma''_{23} &= (\sigma_{zz} - \sigma_{\theta\theta})\sin(\varphi)\cos(\varphi) + \sigma_{\theta z}(2\cos^2(\varphi) - 1), \\
\sigma''_{13} &= \sigma_{rz}\cos(\varphi) - \sigma_{r\theta}\sin(\varphi).
\end{aligned} \tag{2.10}$$

Remarque 11 *Lorsque l'on choisit un critère basé sur les déformations planes, le coefficient de Poisson intervient dans l'expression de la contrainte σ_{zz}. Il aura donc une influence sur l'état de contrainte et donc sur la direction de propagation. Ce n'est pas le cas en contraintes planes, où naturellement $\sigma_{zz} = 0$.*

4 Critères de direction de propagation.

4.1 Outil d'interprétation.

Pour interpréter les équations décrivant les directions angulaires dépendant de la mixité tri-dimensionnelle du mode de chargement, l'idée originale de Schöllman *et al.* [SCH 02] est reprise. Pour cela, la notion de facteurs d'intensité de contraintes normalisés notés ${K_I}^n$, ${K_{II}}^n$ et ${K_{III}}^n$ est introduite, tels que :

$$K_I^n = \frac{K_I}{K_I + |K_{II}| + |K_{III}|}, \quad K_{II}^n = \frac{K_{II}}{K_I + |K_{II}| + |K_{III}|}, \quad K_{III}^n = \frac{K_{III}}{K_I + |K_{II}| + |K_{III}|}. \tag{2.11}$$

Pour visualiser les directions angulaires associées à un triplet (${K_I}^n$, ${K_{II}}^n$, ${K_{III}}^n$), est appliqué un système de coordonnées barycentriques (un rappel est donné en annexe A). En plaçant les facteurs d'intensité des contraintes normalisés comme le montre la figure 4.44, les valeurs angulaires correspondantes peuvent être placées au-dessus de la grille triangulaire. Ainsi les sommets du triangle représentent les sollicitations de chaque mode pur, les cotés du triangle représentent les modes mixtes deux à deux ($I-II$, $I-III$ et $II-III$) et les points discrétisés à l'intérieur du triangle représentent toutes les autres combinaisons en mode mixte (voir annexe A).

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2012ISAL0129/these.pdf
© [D. Haboussa], [2012], INSA de Lyon, tous droits réservés

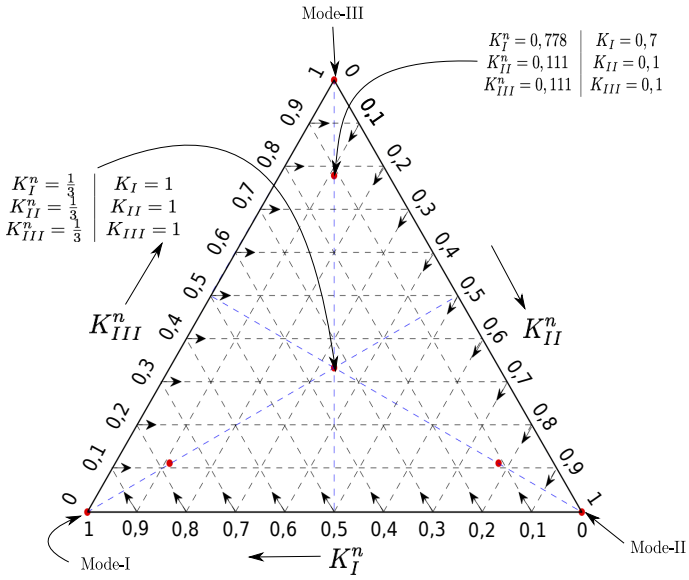


FIGURE 2.3: Système de visualisation des angles : coordonnées barycentriques.

4.2 Direction de propagation suivant le maximum de la contrainte d'ouverture.

Nous décidons d'étendre au 3D le critère bi-dimensionnelle de direction de propagation de la contrainte de traction maximale développé par Erdogan et Sih [ERD 63] et étendu par Maigre *et al.* en dynamique [MAI 93a]. L'hypothèse est faite que la rupture fragile est régie également en dynamique par l'intensité de la contrainte de traction maximale au voisinage du front de fissure.

L'objectif est donc de déterminer, pour le cas tri-dimensionnel, un couple de directions angulaires noté (θ_c, φ_c), repectivement l'angle de branchement et l'angle de déversement, tel que la contrainte de traction, respectivement σ''_{22} ou σ''_{33}, soit maximale :

$\sigma''_{22(33)}(\theta_c, \varphi_c) = \max_{(\theta,\varphi)\in]-\pi,\pi[} \sigma''_{22(33)}$.

Ces contraintes, étant fonction de θ et de φ, doivent vérifier :

$$\begin{cases} \dfrac{\partial \sigma''_{22(33)}}{\partial \theta}(\theta, \varphi) = 0, \\[2ex] \dfrac{\partial \sigma''_{22(33)}}{\partial \varphi}(\theta, \varphi) = 0. \end{cases} \tag{2.12}$$

Nous verrons par la suite que l'angle φ_c peut toujours être trouvé analytiquement alors que l'angle θ_c ne peut être obtenue que par la résolution numérique d'une équation différentielle.

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2012ISAL0129/these.pdf
© [D. Haboussa], [2012], INSA de Lyon, tous droits réservés

4.2.1 Choix de la contrainte à maximiser : σ''_{22} ou σ''_{33}

Pour chaque triplet ($K_I{}^n$, $K_{II}{}^n$, $K_{III}{}^n$), la plus grande des deux contraintes doit être identifiée. On trouve, en étudiant systématiquement par calcul les valeurs de ces deux contraintes, que σ''_{22} est strictement supérieure à σ''_{33}.

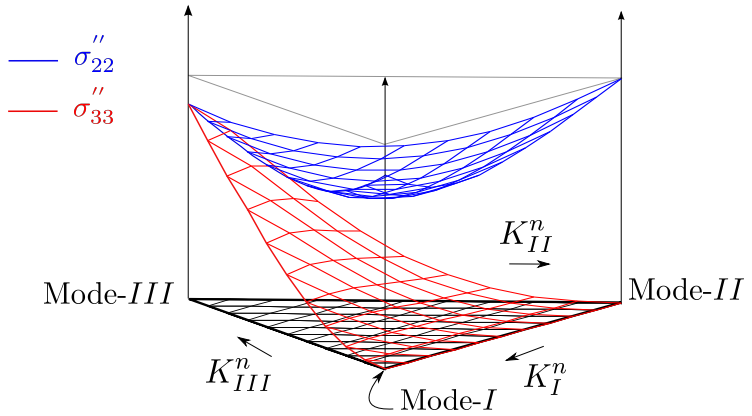


FIGURE 2.4: Comparaison entre les deux contraintes de traction (σ''_{22} et σ''_{33}).

La figure 2.4 montre la comparaison entre les deux contraintes. Ainsi, la direction de propagation de fissure sera pilotée dans le cas tri-dimensionnel par le maximum de la contrainte de traction σ''_{22}.

4.2.2 Maximum de la contrainte d'ouverture

Nous allons donc maintenant rechercher le couple d'angles critiques (θ_c, φ_c), tel que les deux dérivées soient nulles à la fois :

$$\begin{cases} \frac{\partial \sigma''_{22}}{\partial \theta}(\theta, \varphi) = 0, \\ \\ \frac{\partial \sigma''_{22}}{\partial \varphi}(\theta, \varphi) = 0. \end{cases} \tag{2.13}$$

La dérivée partielle $\frac{\partial \sigma''_{22}}{\partial \theta}$ est :

$$\frac{\partial \sigma''_{22}}{\partial \theta} = \frac{\partial \sigma_{zz}}{\partial \theta} \sin^2(\varphi) + 2\frac{\partial \sigma_{\theta z}}{\partial \theta} \sin(\varphi)\cos(\varphi) + \frac{\partial \sigma_{\theta\theta}}{\partial \theta} \cos^2(\varphi), \tag{2.14}$$

avec

$$\frac{\partial \sigma_{zz}}{\partial \theta} = \frac{-\nu \cos^3\left(\frac{\theta}{2}\right)}{\sqrt{2\pi r}} \left(1 + \tan^2\left(\frac{\theta}{2}\right)\right) \left(K_I \tan\left(\frac{\theta}{2}\right) + K_{II}\right), \tag{2.15}$$

$$\frac{\partial \sigma_{\theta z}}{\partial \theta} = \frac{-K_{III} \cos^3\left(\frac{\theta}{2}\right)}{2\sqrt{2\pi r}} \tan\left(\frac{\theta}{2}\right) \left(1 + \tan^2\left(\frac{\theta}{2}\right)\right), \tag{2.16}$$

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2012ISAL0129/these.pdf
© [D. Haboussa], [2012], INSA de Lyon, tous droits réservés

$$\frac{\partial\sigma_{\theta\theta}}{\partial\theta} = \frac{-\cos^3\left(\frac{\theta}{2}\right)}{4\sqrt{2\pi r}}\left[6K_I\tan\left(\frac{\theta}{2}\right) + K_{II}\left(6 - 12\tan^2\left(\frac{\theta}{2}\right)\right)\right]. \tag{2.17}$$

Ce qui donne après quelques calculs la relation suivante :

$$\begin{aligned}
&\tan^3\left(\frac{\theta}{2}\right)\left[-4\nu K_I\sin^2(\varphi) - 4K_{III}\sin(\varphi)\cos(\varphi)\right]\\
&+\tan^2\left(\frac{\theta}{2}\right)\left[-4\nu K_{II}\sin^2(\varphi) + 12K_{II}\cos^2(\varphi)\right]\\
&-\tan\left(\frac{\theta}{2}\right)\left[4\nu K_I\sin^2(\varphi) + 6K_I\cos^2(\varphi) + 4K_{III}\sin(\varphi)\cos(\varphi)\right]\\
&-4\nu K_{II}\sin^2(\varphi) - 6K_{II}\cos^2(\varphi) = 0.
\end{aligned} \tag{2.18}$$

De plus, la dérivée partielle $\frac{\partial\sigma''_{22}}{\partial\varphi}$ est :

$$\frac{\partial\sigma''_{22}}{\partial\varphi} = -\sin(2\varphi)\left(\sigma_{\theta\theta} - \sigma_{zz}\right) + 2\cos(2\varphi)\sigma_{\theta z}. \tag{2.19}$$

La solution analytique de cette équation est finalement :

$$\boxed{\varphi = \frac{1}{2}\arctan\left[\frac{2\sigma_{\theta z}(\theta)}{\sigma_{\theta\theta}(\theta) - \sigma_{zz}(\theta)}\right].} \tag{2.20}$$

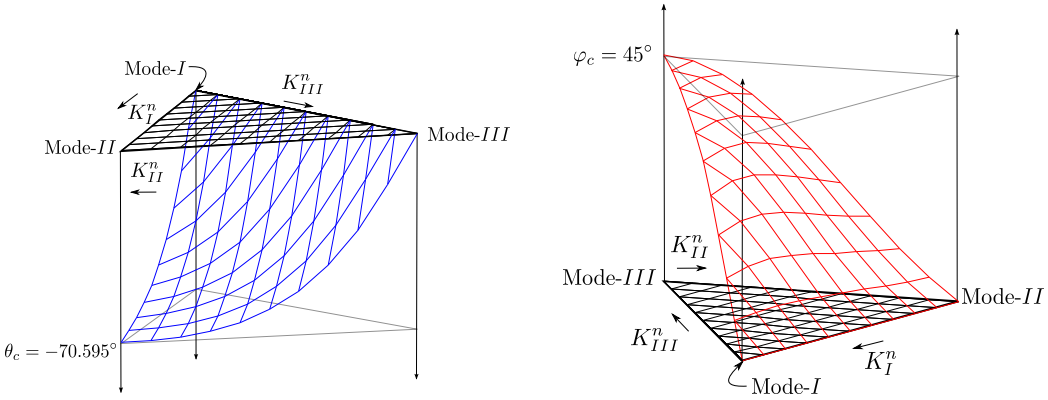
On recherche donc les couples (θ_c, φ_c) donnant la direction critique. La recherche du maximum donnera θ_c. La dérivée seconde $\frac{\partial^2\sigma}{\partial\theta^2}(\theta_c, \varphi_c)$ doit donc être négative. Pour ce faire, K_I, K_{II} et K_{III} sont choisis supérieurs à zéro dans cette partie.

Les figures 2.5(a) et 2.5(b) montrent l'évolution des deux angles dépendant de la mixité tri-dimensionnelle des modes de sollicitations. Remarquons que lorsque nous sommes en mode *I* pur, $\theta_c = 0°$ et $\varphi_c = 0°$, en mode *II* pur, $\theta_c \simeq 70°$ et $\varphi_c = 0°$ et en mode *III* pur, $\theta_c = 0°$ et $\varphi_c = 45°$; ce qui est cohérent avec les travaux de Schollman *et al.* [SCH 02] et de Lazarus *et al.* [LAZ 08].

Maintenant, intéressons nous à l'influence du coefficient de Poisson sur la valeur des directions angulaires θ_c et φ_c. Les figures 2.6(a) et 2.6(b) comparent les valeurs des deux angles pour trois valeurs du coefficient de Poisson $\nu = 0$, $\nu = 0.3$ et $\nu = 0.45$. Sur la Figure 2.6(b), on peut observer que le coefficient de Poisson a un impact non négligeable sur φ_c.

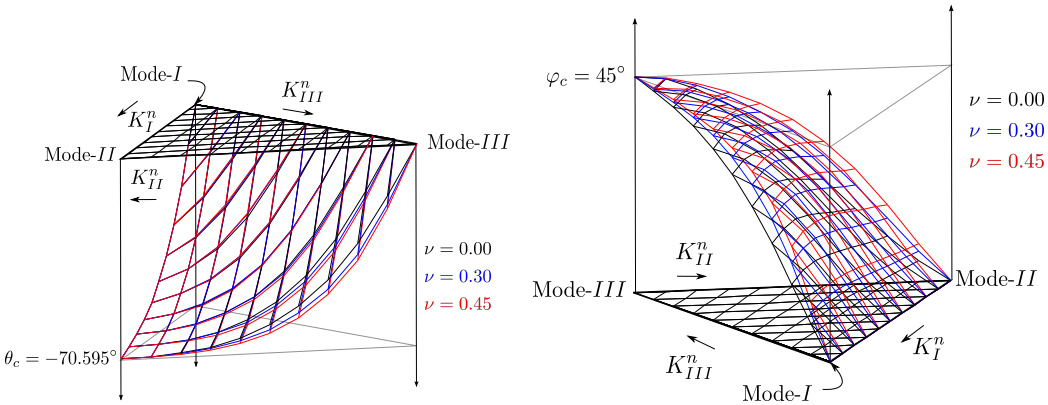
Remarque 12 *Le cas $\nu = 0.5$ n'est pas valide. En effet, suivant ce cas limite, il faut reformuler le problème en élasticité incompressible suivant les formulations proposées par Herrmann [HER 65].*

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2012ISAL0129/these.pdf
© [D. Haboussa], [2012], INSA de Lyon, tous droits réservés



(a) (b)

FIGURE 2.5: Directions angulaires : (a) θ_c et (b) φ_c.



(a) (b)

FIGURE 2.6: Influence du coefficient de Poisson ν : (a) sur θ_c. (b) sur φ_c.

Les deux angles θ_c et φ_c ont été déterminés numériquement pour différentes valeurs des K_i^n. Celles-ci sont présentées soit sous forme de tableaux (annexe B) soit sous la forme d'une équation "fittée" sur les résultats numériques. θ_c vérifie :
en déformations planes :

$$\theta_c = 2\arctan\left\{\frac{1}{4}\left[\frac{1+x_{1_n}-(1-x_{3_n})^{p(\nu)}}{x_{2_n}} - \sqrt{\left(\frac{1+x_{1_n}-(1-x_{3_n})^{p(\nu)}}{x_{2_n}}\right)^2+8}\right]\right\},$$

et

$$\varphi_c = \frac{1}{2}\arctan\left[\frac{2\sigma_{\theta z}(\theta_c)}{\sigma_{\theta\theta}(\theta_c)-\sigma_{zz}(\theta_c)}\right], \tag{2.21}$$

avec $p(\nu) = \frac{1}{4}(\sqrt{\pi}-5\nu)$ et $x_{i_n} = K_i^n$.

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2012ISAL0129/these.pdf
© [D. Haboussa], [2012], INSA de Lyon, tous droits réservés

en contraintes planes :

$$\theta_c = 2\arctan\left\{\frac{1}{4}\left[\frac{1+x_{1_n}-(1-x_{3_n})^p}{x_{2_n}} - \sqrt{\left(\frac{1+x_{1_n}-(1-x_{3_n})^p}{x_{2_n}}\right)^2+8}\right]\right\},$$

et

$$\varphi_c = \frac{1}{2}\arctan\left[\frac{2\sigma_{\theta z}(\theta_c)}{\sigma_{\theta\theta}(\theta_c)}\right], \tag{2.22}$$

avec $p = \frac{\sqrt{\pi}}{4}$ et $x_{i_n} = K_i^n$.

Remarque 13 *Le cas en contraintes planes correspond au choix de prendre un coefficient de poisson nul, ce qui implique $\sigma_{zz} = 0$. Cette remarque s'appliquera à l'ensemble des résultats proposés dans ce chapitre.*

Une comparaison est également proposée entre les valeurs obtenues numériquement (tableau annexe B) et celles obtenues par la formule (équation 2.21). Pour ce faire, l'erreur d'interpolation ε (en degrés) commise pour 3 configurations ($\nu = 0$, $\nu = 0.3$ et $\nu = 0.45$) est calculée :

$$\varepsilon = |\theta_c^{num} - \theta_c^{fit}|. \tag{2.23}$$

Les tableaux 2.1 à 2.3 donnent les différentes erreurs d'interpolation pour les trois configurations. Une erreur maximale de deux degrés est constatée pour les trois configurations testées, ce qui est très satisfaisant.

		K_I^n										
		0	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1
	0	0	0.05	0.01	0	0.03	0.01	0.05	0.01	0.02	0	0
	0.1	0.85	0.91	1.01	1.01	1.17	1.26	1.26	0.99	0.56	0	
	0.2	1.39	1.59	1.69	1.8	2	1.99	1.79	1.09	0		
	0.3	1.65	1.83	1.9	2.07	$\boxed{2.14}$	2.07	1.22	0			
	0.4	1.49	1.51	1.64	1.75	1.76	1.22	0				
$\downarrow K_{III}^n$	0.5	0.68	0.76	0.78	1.06	1	0					
	0.6	0.33	0.17	0.2	0.65	0						
	0.7	1.07	0.52	0.26	0							
	0.8	0.68	0.29	0								
	0.9	1.03	0									
	1	0										

TABLE 2.1: Erreur ε (en degrés) pour le cas $\nu = 0$.

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2012ISAL0129/these.pdf
© [D. Haboussa], [2012], INSA de Lyon, tous droits réservés

		K_I^n										
		0	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1
	0	0	0.05	0.01	0	0.03	0.01	0.05	0.01	0.02	0	0
	0.1	0.69	0.74	0.81	0.8	0.81	0.88	0.76	0.54	0.33	0	
	0.2	1.15	1.19	1.24	1.18	1.09	0.84	0.6	0.23	0		
	0.3	1.52	1.38	1.25	0.97	0.65	0.2	0.06	0			
$\downarrow K_{III}^n$	0.4	1.38	1.16	0.67	0.24	0.22	0.27	0				
	0.5	0.86	0.4	0.18	0.63	0.52	0					
	0.6	0.13	0.5	0.88	0.58	0						
	0.7	0.27	0.63	0.43	0							
	0.8	0.4	0.3	0								
	0.9	2.24	0									
	1	0										

TABLE 2.2: Erreur ε (en degrés) pour le cas $\nu = 0.3$.

		K_I^n										
		0	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1
	0	0	0.05	0.01	0	0.03	0.01	0.05	0.01	0.02	0	0
	0.1	0.6	0.77	0.83	0.81	0.81	0.75	0.51	0.19	0.03	0	
	0.2	1.33	1.35	1.37	1.29	1.05	0.56	0.12	0.25	0		
	0.3	1.8	1.75	1.45	1	0.18	0.44	0.52	0			
$\downarrow K_{III}^n$	0.4	1.86	1.57	0.89	0.07	0.84	0.75	0				
	0.5	1.46	0.65	0.26	1.14	1.04	0					
	0.6	0.77	0.35	1.19	1.05	0						
	0.7	0.08	0.76	0.76	0							
	0.8	0.71	0.26	0								
	0.9	2.62	0									
	1	0										

TABLE 2.3: Erreur ε (en degrés) pour le cas $\nu = 0.45$.

4.3 Direction de propagation suivant le maximum de la contrainte principale.

Les travaux de Schollman *et al.* [SCH 02] proposent une méthode basée sur le maximum de la contrainte principale en contraintes planes. L'hypothèse des déformations planes nous semble plus adaptée à l'étude tri-dimensionnelle de la propagation de fissure. En effet, à part sur la peau (effet du confinement de la plasticité), le front de fissure suit plutôt un état de déformations planes. Il parait alors judicieux de réécrire le critère de direction de propagation suivant le maximum de la contrainte principale en déformations planes.

En partant des expressions des contraintes en pointe de fissure données dans le repère cylindrique équation 2.9, la contrainte principale maximale $\sigma_I^{'}$ s'écrit :

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2012ISAL0129/these.pdf
© [D. Haboussa], [2012], INSA de Lyon, tous droits réservés

$$\sigma_I^{'} = \frac{\sigma_{\theta\theta} + \sigma_{zz}}{2} + \frac{1}{2}\sqrt{(\sigma_{\theta\theta} - \sigma_{zz})^2 + 4\sigma_{\theta z}^2}. \tag{2.24}$$

Ainsi, en remplaçant les expressions $\sigma_{\theta\theta}$, σ_{zz} et $\sigma_{\theta z}$ par leur valeur (équation 2.9), la dérivée est donnée par :

$$\begin{aligned}\frac{\partial\sigma_I^{'}}{\partial\theta} &= \frac{1}{2}\frac{\partial(\sigma_{\theta\theta} + \sigma_{zz})}{\partial\theta} \\ &+ \frac{1}{4}\left(\frac{\partial\sigma_{\theta\theta}^2}{\partial\theta} - 2\frac{\partial\sigma_{\theta\theta}\sigma_{zz}}{\partial\theta} + \frac{\partial\sigma_{zz}^2}{\partial\theta} + 4\frac{\partial\sigma_{\theta z}^2}{\partial\theta}\right) \\ &* \left(\sigma_{\theta\theta}^2 - 2\sigma_{\theta\theta}\sigma_{zz} + \sigma_{zz}^2 + 4\sigma_{\theta z}^2\right)^{-\frac{1}{2}}.\end{aligned} \tag{2.25}$$

Après calculs et simplifications, on obtient l'équation suivante sous l'hypothèse des déformations planes :

$$\begin{aligned}\frac{\partial\sigma_I^{'}}{\partial\theta} &= -6K_I tan\left(\frac{\theta}{2}\right) - K_{II}\left(6 - 12tan^2\left(\frac{\theta}{2}\right)\right) \\ &- 4\nu\left(1 + tan^2\left(\frac{\theta}{2}\right)\right)\left(K_I\tan\left(\frac{\theta}{2}\right) + K_{II}\right) \\ &+ \left\{\left[4K_I - 12K_{II}\tan\left(\frac{\theta}{2}\right)\right]\left[-6K_I\tan\left(\frac{\theta}{2}\right) - K_{II}\left(6 - 12tan^2\left(\frac{\theta}{2}\right)\right)\right]\right. \\ &- 32K_{III}^2\tan\left(\frac{\theta}{2}\right)\left(1 + \tan^2\left(\frac{\theta}{2}\right)\right)^2 \\ &- 32\nu\left(1 + \tan^2\left(\frac{\theta}{2}\right)\right)^2\left(-2K_IK_{II} + 3K_{II}^2\tan\left(\frac{\theta}{2}\right)\right) \\ &+ 64\nu\tan\left(\frac{\theta}{2}\right)\left(1 + \tan^2\left(\frac{\theta}{2}\right)\right)\left(K_I^2 - 4K_IK_{II}\tan\left(\frac{\theta}{2}\right) + 3K_{II}^2\tan^2\left(\frac{\theta}{2}\right)\right) \\ &- \left.32\nu^2\left(1 + \tan^2\left(\frac{\theta}{2}\right)\right)^2\left[K_{II}K_I\left(1 - \tan^2\left(\frac{\theta}{2}\right)\right) + \left(K_I^2 - K_{II}^2\right)\tan\left(\frac{\theta}{2}\right)\right]\right\} \\ &* \left\{\left[4K_I - 12K_{II}\tan\left(\frac{\theta}{2}\right)\right]^2\right. \\ &+ 64K_{III}^2\left(1 + \tan^2\left(\frac{\theta}{2}\right)\right)^2 \\ &+ 64\nu^2\left(1 + \tan^2\left(\frac{\theta}{2}\right)\right)^2\left[K_I^2 - 2K_IK_{II}\tan\left(\frac{\theta}{2}\right) + K_{II}^2\tan^2\left(\frac{\theta}{2}\right)\right] \\ &- \left.64\nu\left(1 + \tan^2\left(\frac{\theta}{2}\right)\right)\left[K_I^2 - 4K_IK_{II}\tan\left(\frac{\theta}{2}\right) + 3K_{II}^2\tan^2\left(\frac{\theta}{2}\right)\right]\right\}^{-0.5}.\end{aligned} \tag{2.26}$$

Remarque 14 *En considérant $\nu = 0$ dans l'équation 2.26, on retrouve exactement la formule en contraintes planes proposée par Schollman et al. [SCH 02].*

La recherche des angles critiques θ_c consiste à trouver l'angle pour lequel $\frac{\partial\sigma_I^{'}}{\partial\theta} = 0$ et vérifiant de plus $\frac{\partial^2\sigma_I^{'}}{\partial\theta^2} < 0$. La direction angulaire θ_c obtenue par le critère de contrainte

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2012ISAL0129/these.pdf
© [D. Haboussa], [2012], INSA de Lyon, tous droits réservés

d'ouverture maximale σ''_{22} est également comparée à celle donnée par le critère de contrainte principale maximale. Ces deux directions angulaires sont égales à la quatrième décimale.

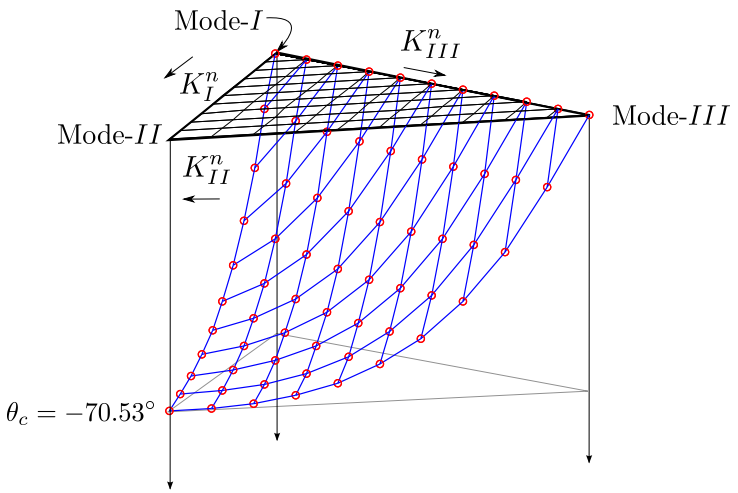


FIGURE 2.7: Comparaison entre les directions obtenues par $max(\sigma'_I)$ et $max(\sigma''_{22})$

La Figure 2.7 compare ces deux angles maximisés, soit par la contrainte principale maximale, soit par la contrainte de traction. On constate que les deux critères sont strictement équivalents, comme dans le cas bi-dimensionnel. Ainsi, on peut écrire que :

$$\begin{cases} \dfrac{\partial \sigma'_I}{\partial \theta} = 0, \\ \\ \dfrac{\partial^2 \sigma'_I}{\partial \theta^2} < 0. \end{cases} \iff \begin{cases} \dfrac{\partial \sigma''_{22}}{\partial \theta} = 0, \\ \\ \dfrac{\partial^2 \sigma''_{22}}{\partial \theta^2} < 0. \end{cases} \tag{2.27}$$

Remarque 15 *Ceci est une justification faite par expérimentation numérique mais elle a son intérêt pratique.*

Les directions angulaires obtenues par les critères en contrainte principale maximale et en contrainte d'ouverture maximale sont adaptées à un mode de fissuration par traction. Concernant une fissuration par cisaillement, ces critères ne sont plus applicables. La partie qui suit propose un nouveau critère de direction de propagation de fissure dans le cas où le cisaillement pilote la propagation de fissure.

4.4 Direction de propagation suivant le maximum de la contrainte de von Mises.

Nous allons étendre au 3D le critère de direction de propagation développé en 2 dimensions par Haboussa *et al.* [HAB 12b, HAB 12a], qui stipule qu'en présence d'une plasticité non négligeable en pointe de fissure la direction de propagation est pilotée par

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2012ISAL0129/these.pdf
© [D. Haboussa], [2012], INSA de Lyon, tous droits réservés

le maximum de la contrainte de cisaillement. Dans le cas tri-dimensionnel, nous décidons de prendre naturellement la contrainte équivalente au sens de von Mises. Il s'agit donc de trouver les angles $(\theta_c^{VM}, \varphi_c^{VM})$ pour lesquels σ^{eq} est maximal. Le système à résoudre est donc :

$$\begin{cases} \frac{\partial \sigma^{eq}}{\partial \theta}(\theta, \varphi) = 0, \\ \frac{\partial \sigma^{eq}}{\partial \varphi}(\theta, \varphi) = 0. \end{cases} \tag{2.28}$$

En se plaçant tout d'abord dans le repère paramétré par θ et φ en pointe de fissure, la contrainte de von Mises s'écrit :

$$\sigma^{eq} = \sqrt{\frac{3}{2}\mathrm{dev}\left(\underline{\underline{\sigma}}^{"}\right) : \mathrm{dev}\left(\underline{\underline{\sigma}}^{"}\right)}. \tag{2.29}$$

Soit

$$\sigma^{eq} = \frac{1}{\sqrt{2}}\sqrt{\left(\sigma_{11}^{"} - \sigma_{22}^{"}\right)^2 + \left(\sigma_{22}^{"} - \sigma_{33}^{"}\right)^2 + \left(\sigma_{33}^{"} - \sigma_{11}^{"}\right)^2 + 6\left(\sigma_{12}^{"2} + \sigma_{13}^{"2} + \sigma_{23}^{"2}\right)}, \tag{2.30}$$

ou encore

$$\sigma^{eq} = \frac{1}{\sqrt{2}}\sqrt{2\sigma_{11}^{"2} + \sigma_{22}^{"2} + \sigma_{33}^{"2} - 2\sigma_{11}^{"}\left(\sigma_{22}^{"} + \sigma_{33}^{"}\right) + \left(\sigma_{22}^{"} - \sigma_{33}^{"}\right)^2 + 6\left(\sigma_{12}^{"2} + \sigma_{13}^{"2} + \sigma_{23}^{"2}\right)}, \tag{2.31}$$

où

$$\begin{cases} \sigma_{12}^{"2} + \sigma_{13}^{"2} = \sigma_{r\theta}^2 + \sigma_{rz}^2, \\ \sigma_{22}^{"} - \sigma_{33}^{"} = \cos(2\varphi)(\sigma_{\theta\theta} - \sigma_{zz}) + 2\sin(2\varphi)\sigma_{\theta z}, \\ \sigma_{22}^{"} + \sigma_{33}^{"} = \sigma_{\theta\theta} + \sigma_{zz}. \end{cases} \tag{2.32}$$

Et donc

$$\sigma^{eq} = \frac{1}{\sqrt{2}}\sqrt{P(\varphi, \theta)}, \tag{2.33}$$

avec

$$\begin{aligned} P(\varphi, \theta) = {} & 2\sigma_{rr}^2 + \sigma_{22}^{"2} + \sigma_{33}^{"2} - 2\sigma_{rr}(\sigma_{\theta\theta} + \sigma_{zz}) + \left(\sigma_{22}^{"} - \sigma_{33}^{"}\right)^2 \\ & + 6\left[\sigma_{r\theta}^2 + \sigma_{rz}^2 + \left(\frac{1}{2}\sin(2\varphi)(\sigma_{zz} - \sigma_{\theta\theta}) + \cos(2\varphi)\sigma_{\theta z}\right)^2\right]. \end{aligned} \tag{2.34}$$

Intéressons nous au cas $\frac{\partial \sigma^{eq}}{\partial \varphi}(\theta, \varphi) = 0$:

$$\frac{\partial \sigma^{eq}}{\partial \varphi}(\theta, \varphi) = \frac{1}{2\sqrt{2}}\left[P(\varphi, \theta)\right]^{-\frac{1}{2}}\frac{\partial P(\varphi, \theta)}{\partial \varphi}. \tag{2.35}$$

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2012ISAL0129/these.pdf
© [D. Haboussa], [2012], INSA de Lyon, tous droits réservés

Nous recherchons donc :

$$\frac{\partial \sigma^{eq}(\varphi,\theta)}{\partial \varphi} = 0 \iff \frac{\partial P(\varphi,\theta)}{\partial \varphi} = 0. \tag{2.36}$$

Après calculs et simplifications, on obtient l'équation suivante :

$$\begin{aligned} &-2\sin(2\varphi)\cos(2\varphi)\,\sigma_{\theta z}^2 + \left[1-\tan^2(2\varphi)\right]\sigma_{\theta z}(\sigma_{zz}-\sigma_{\theta\theta}) \\ &+\tan^2(2\varphi)\,\sigma_{\theta z}(\sigma_{zz}-\sigma_{\theta\theta}) = 0, \end{aligned} \tag{2.37}$$

qui a pour solution exacte :

$$\boxed{\varphi_c^{VM} = \frac{1}{2}\arctan\left[\frac{\sigma_{zz}(\theta_c^{VM})-\sigma_{\theta\theta}(\theta_c^{VM})}{2\sigma_{\theta z}(\theta_c^{VM})}\right]}. \tag{2.38}$$

Il n'y a pas de solution analytique donnant θ_c^{VM}, cette solution est trouvée numériquement.

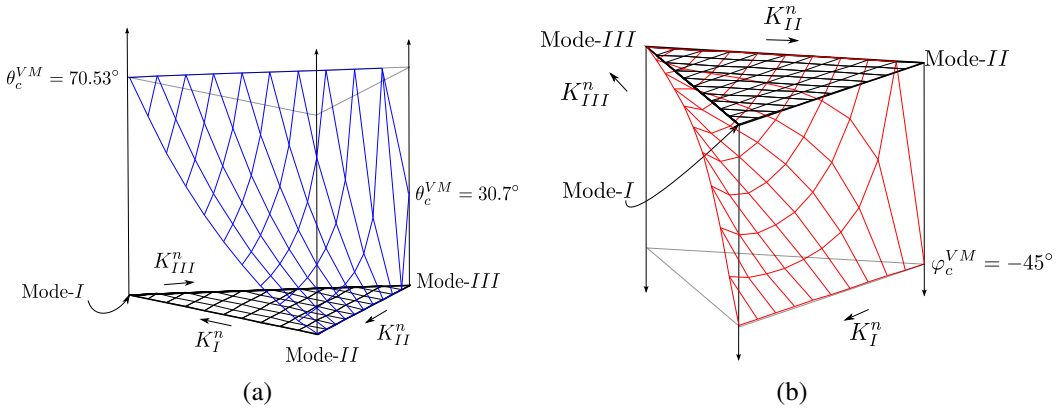


FIGURE 2.8: Direction angulaire : (a) θ_c^{VM}. (b) φ_c^{VM}

Les figures 2.8(a) et 2.8(b) montrent l'évolution des deux angles dépendant de la mixité tri-dimensionnelle des modes de sollicitations. Il apparaît qu'en Mode I pur, $\theta_c^{VM} \simeq 70°$ et $\varphi_c^{VM} = 45°$, en mode II pur, $\theta_c^{VM} = 0°$ et $\varphi_c^{VM} = 45°$ et en mode III pur, $\theta_c^{VM} = 45°$ et $\varphi_c^{VM} \simeq 30°$.

De plus, comme pour l'étude concernant le maximum de la contrainte circonférentielle, il est intéressant d'étudier l'influence du coefficient de Poisson sur la variation des directions angulaires θ_c^{VM} et φ_c^{VM}.

Sur les figures 2.9(a) et 2.9(b), on peut observer l'évolution des deux angles dépendant de la mixité et du module de Poisson ν. Les mêmes observations que pour l'étude précédente peuvent être faites pour le cas de rupture en cisaillement. Considérant l'hypothèse de déformations planes, deux méthodes de calcul de l'angle θ_c^{VM} sont proposées, une solution représentant les valeurs obtenues numériquement sous la forme

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2012ISAL0129/these.pdf
© [D. Haboussa], [2012], INSA de Lyon, tous droits réservés

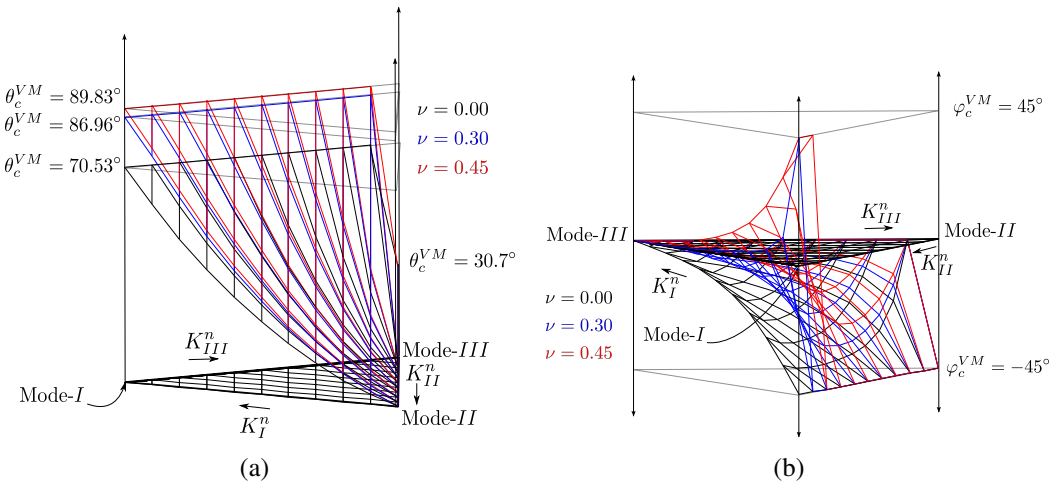


FIGURE 2.9: Influence du coefficient de Poisson ν : (a) sur θ_c^{VM}. (b) sur φ_c^{VM}.

d'un tableau (voir annexe C), une autre sous la forme d'une équation "fittée" sur les résultats numériques.

Voici les formules, respectivement analytiques et semi-analytiques, des directions angulaires φ_c^{VM} et θ_c^{VM} :

en déformations planes et (resp. $\nu = 0$ en contraintes planes)

$\forall (K_I, K_{II}) \in]0,1]$ et $\forall K_{III} \in [0,1[$:

$$\boxed{\theta_c^{VM} = \frac{\pi}{4}\left(1 + \frac{8}{125}\nu\right) \arctan\left\{\frac{3}{5}\left|\left[\frac{K_I^n\left(1 - \frac{K_{III}^n}{20}\right)}{K_{II}^n}\right]\right|\right\}}, \tag{2.39}$$

pour $K_I = K_{II} = 0$ et $K_{III} = 1$:

$$\boxed{\theta_c^{VM} = 0.536}, \tag{2.40}$$

et

$$\boxed{\varphi_c^{VM} = \frac{1}{2}\arctan\left[\frac{\sigma_{zz}(\theta_c^{VM}) - \sigma_{\theta\theta}(\theta_c^{VM})}{2\sigma_{\theta z}(\theta_c^{VM})}\right]}. \tag{2.41}$$

En comparant les différences entre les valeurs angulaires de θ_c^{VM} obtenues par la formule (équation 2.39) et les valeurs du tableau (annexe C), l'erreur d'interpolation ε (en degrés) commise pour 3 configurations ($\nu = 0$, $\nu = 0.3$ et $\nu = 0.45$) est donnée par :

$$\varepsilon = |\theta_c^{VM^{num}} - \theta_c^{VM^{fit}}|. \tag{2.42}$$

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2012ISAL0129/these.pdf
© [D. Haboussa], [2012], INSA de Lyon, tous droits réservés

Les tableaux 2.4 à 2.6 présentent l'erreur d'interpolation commise pour les trois configurations. La différence maximale entre l'angle proposé dans le tableau (annexe C) et celui obtenu par la formule (équation 2.39 et équation 2.40), est de 4.58 degrés.

		K_I^n										
		0	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1
	0	0.11	0.12	0.37	0.42	0.26	0.57	1.91	3.67	4.58	3.43	0.16
	0.1	0	0.24	0.43	0.49	0.09	1.14	2.97	4.42	3.58	0.16	
	0.2	0	0.26	0.43	0.42	0.37	2.13	4.01	3.81	0.16		
	0.3	0	0.37	0.58	0.29	1.12	3.49	3.98	0.16			
$\downarrow K_{III}^n$	0.4	0	0.36	0.68	0.17	2.63	4.11	0.16				
	0.5	0	0.54	0.65	1.34	4.17	0.16					
	0.6	0	0.61	0.02	3.62	0.16						
	0.7	0	0.87	2.29	0.16							
	0.8	0	0.23	0.16								
	0.9	0	0.16									
	1	0										

TABLE 2.4: Erreur en degrés : interpolation θ_c^{VM} pour $\nu = 0$.

		K_I^n										
		0	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1
	0	0.11	0.5	1.12	1.61	1.89	1.59	0.51	0.73	1.07	0.28	2.69
	0.1	0	0.56	1.25	1.83	1.88	1.23	0.2	0.94	0.09	2.69	
	0.2	0	0.73	1.5	2.02	1.83	0.47	0.81	0.11	2.69		
	0.3	0	0.85	1.7	2.08	1.26	0.4	0.3	2.69			
$\downarrow K_{III}^n$	0.4	0	1.03	2.05	2.07	0.19	0.46	2.69				
	0.5	0	1.32	2.36	1.18	0.58	2.69					
	0.6	0	1.71	2.31	0.34	2.69						
	0.7	0	2.27	0.6	2.69							
	0.8	0	2.55	2.69								
	0.9	0	2.69									
	1	0										

TABLE 2.5: Erreur en degrés : interpolation θ_c^{VM} pour $\nu = 0.3$.

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2012ISAL0129/these.pdf
© [D. Haboussa], [2012], INSA de Lyon, tous droits réservés

		K_I^n										
		0	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1
	0	0.11	0.33	0.72	1	0.97	0.34	1.09	2.92	3.75	2.94	1.2
	0.1	0	0.48	0.88	1.17	0.92	0.21	2.17	3.64	3.15	1.2	
	0.2	0	0.49	1.02	1.26	0.59	1.33	3.23	3.24	1.2		
	0.3	0	0.66	1.17	1.24	0.18	2.7	3.26	1.2			
$\downarrow K_{III}^n$	0.4	0	0.77	1.41	0.85	1.74	3.31	1.2				
	0.5	0	0.93	1.47	0.36	3.22	1.2					
	0.6	0	1.24	1.11	2.72	1.2						
	0.7	0	1.65	1.3	1.2							
	0.8	0	1.37	1.2								
	0.9	0	1.2									
	1	0										

TABLE 2.6: Erreur en degrés : interpolation θ_c^{VM} pour $\nu = 0.45$.

5 Effet du signe de K_{II} et K_{III} sur les formules proposées

L'étude proposée dans la partie précédente prend en compte les effets tri-dimensionnels liés aux modes de sollicitations K_I, K_{II} et K_{III} avec K_{II} et K_{III} supposés positifs. Nous nous intéressons maintenant à l'effet des signes de K_{II} et K_{III} sur les directions angulaires θ_c et φ_c. Pour cela, ces directions angulaires sont calculées pour une rupture par traction et par cisaillement suivant trois configurations :

- $K_I \in [0,1]$, $K_{II} \in [-1,0]$ et $K_{III} \in [0,1]$,
- $K_I \in [0,1]$, $K_{II} \in [0,1]$ et $K_{III} \in [-1,0]$,
- $K_I \in [0,1]$, $K_{II} \in [-1,0]$ et $K_{III} \in [-1,0]$.

Une manière très simple de mener cette étude est de réaliser un raisonnement sur les symétries du problème et ainsi de modifier les équations des contraintes (équation 2.9) en intégrant les changements opérés par les changements de signe. De cette façon, l'utilisation des facteurs d'intensités de contraintes normalisés liés à l'étude barycentrique n'affecte en rien le procédé de la méthode.

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2012ISAL0129/these.pdf
© [D. Haboussa], [2012], INSA de Lyon, tous droits réservés

5.1 Cas 1 : $K_I \in [0,1]$, $K_{II} \in [-1,0]$ et $K_{III} \in [0,1]$

Pour $K_{II} \in [-1,0]$, les figures 4.46(a) et 4.46(b) montrent que K_{II} influe uniquement sur la direction θ_c mais que φ_c reste inchangé.

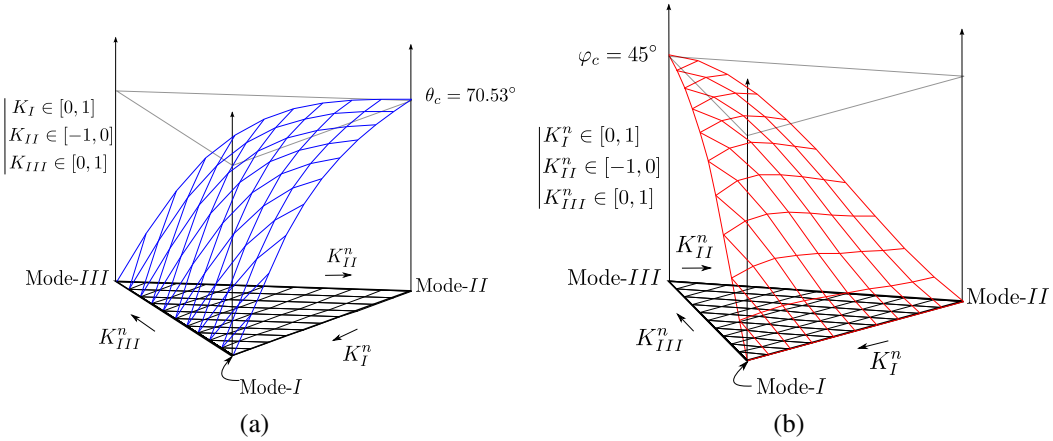


FIGURE 2.10: cas $K_I \in [0,1]$, $K_{II} \in [-1,0]$ et $K_{III} \in [0,1]$: (a) θ_c (b) φ_c.

5.2 Cas 2 : $K_I \in [0,1]$, $K_{II} \in [0,1]$ et $K_{III} \in [-1,0]$

Les figures 4.47(a) et 4.47(b) montrent cette fois-ci que le signe de K_{III} joue sur le signe φ_c et ne semble pas intervenir sur θ_c. La dernière configuration pour $(K_{II}, K_{III}) \in [-1,0]$ fixera les rôles de sign(K_{II}) et de sign(K_{III}).

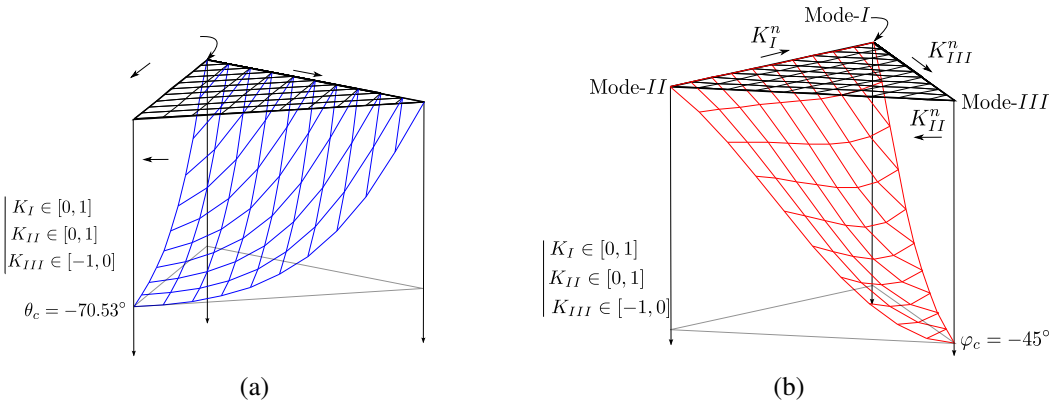


FIGURE 2.11: cas $K_I \in [0,1]$, $K_{II} \in [0,1]$ et $K_{III} \in [-1,0]$: (a) θ_c (b) φ_c.

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2012ISAL0129/these.pdf
© [D. Haboussa], [2012], INSA de Lyon, tous droits réservés

5.3 Cas 3 : $K_I \in [0,1]$, $K_{II} \in [-1,0]$ et $K_{III} \in [-1,0]$

Pour K_{II} et $K_{III} \in [-1,0]$ les figures 4.48(a) et 4.48(b) confirment donc les remarques précédentes.

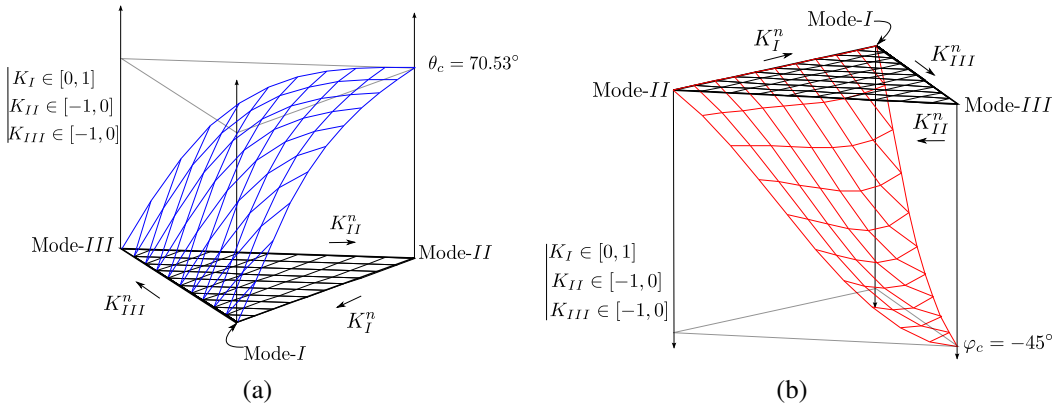


FIGURE 2.12: cas $K_I \in [0,1]$, $K_{II} \in [-1,0]$ et $K_{III} \in [-1,0]$: (a) θ_c (b) φ_c.

Les résultats concernant l'influence du signe sur φ_c^{VM} et θ_c^{VM} sont exposés en annexe D.

6 Récapitulatif des résultats et critères généraux en contraintes

À ce stade du manuscrit, il est judicieux de résumer l'ensemble des résultats présentés dans cette partie. De plus, comme énoncé dans la section 3.4, l'utilisation des facteurs d'intensité des contraintes est compromise lorsque un caractère non linéaire tel qu'une plasticité étendue en pointe de fissure est observée. En appliquant, l'approche locale, décrite en 3.4, au champ de contrainte en pointe de fissure ; il est possible de relier les facteurs d'intensité des contraintes (K_i) aux contraintes équivalentes $\tilde{\sigma}_{ij}$ tels que :

$$\begin{cases} K_I \rightarrow \widetilde{\sigma}_{22}, \\ K_{II} \rightarrow \widetilde{\sigma}_{12}, \\ K_{III} \rightarrow \widetilde{\sigma}_{13}. \end{cases}$$

On en déduit les nouvelles formules des directions angulaires θ_c, φ_c, θ_c^{VM} et φ_c^{VM} dans le cas général et en fonction des contraintes équivalentes estimées en pointe de fissure.

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2012ISAL0129/these.pdf
© [D. Haboussa], [2012], INSA de Lyon, tous droits réservés

Rupture par traction :
$\forall(\widetilde{\sigma}_{22},\widetilde{\sigma}_{12},\widetilde{\sigma}_{13})$:

$$\boxed{\theta_c = \mathrm{sign}(\widetilde{\sigma}_{12})2\arctan\left\{\frac{1}{4}\left[\frac{1+\tilde{\sigma}_{1_n}-(1-\tilde{\sigma}_{3_n})^{p(\nu)}}{\tilde{\sigma}_{2_n}} - \sqrt{\left(\frac{1+\tilde{\sigma}_{1_n}-(1-\tilde{\sigma}_{3_n})^{p(\nu)}}{\tilde{\sigma}_{2_n}}\right)^2+8}\right]\right\}},$$

et

$$\boxed{\varphi_c = \mathrm{sign}(\widetilde{\sigma}_{13})\frac{1}{2}\arctan\left[\frac{2\tilde{\sigma}_{\theta z}(\theta_c)}{\tilde{\sigma}_{\theta\theta}(\theta_c)-\tilde{\sigma}_{zz}(\theta_c)}\right]}, \tag{2.43}$$

avec $p(\nu) = \frac{1}{4}(\sqrt{\pi}-5\nu)$
et $\tilde{\sigma}_{1_n} = \frac{|\widetilde{\sigma}_{22}|}{|\widetilde{\sigma}_{22}|+|\widetilde{\sigma}_{12}|+|\widetilde{\sigma}_{13}|}$, $\tilde{\sigma}_{2_n} = \frac{|\widetilde{\sigma}_{12}|}{|\widetilde{\sigma}_{22}|+|\widetilde{\sigma}_{12}|+|\widetilde{\sigma}_{13}|}$, $\tilde{\sigma}_{3_n} = \frac{|\widetilde{\sigma}_{13}|}{|\widetilde{\sigma}_{22}|+|\widetilde{\sigma}_{12}|+|\widetilde{\sigma}_{13}|}$.

Rupture par cisaillement :

$\forall(\widetilde{\sigma}_{22},\widetilde{\sigma}_{13})$ et $\forall\widetilde{\sigma}_{12} \neq 0$:

$$\boxed{\theta_c^{VM} = \mathrm{sign}(\widetilde{\sigma}_{12})\frac{\pi}{4}\left(1+\frac{8}{125}\nu\right)\arctan\left\{\frac{3}{5}\left|\left[\frac{\tilde{\sigma}_{1_n}\left(1-\frac{\tilde{\sigma}_{3_n}}{20}\right)}{\tilde{\sigma}_{2_n}}\right]\right|\right\}}, \tag{2.44}$$

pour $\tilde{\sigma}_{1_n} = \tilde{\sigma}_{2_n} = 0$ et $\tilde{\sigma}_{3_n} = \mathrm{sign}(\widetilde{\sigma}_{13})1$:

$$\boxed{\theta_c^{VM} = \mathrm{sign}(\widetilde{\sigma}_{12})0.536}, \tag{2.45}$$

et
$\forall(\widetilde{\sigma}_{22},\widetilde{\sigma}_{12},\widetilde{\sigma}_{13})$:

$$\boxed{\varphi_c^{VM} = \mathrm{sign}(\widetilde{\sigma}_{13})\frac{1}{2}\arctan\left[\frac{\tilde{\sigma}_{zz}(\theta_c^{VM})-\tilde{\sigma}_{\theta\theta}(\theta_c^{VM})}{2\tilde{\sigma}_{\theta z}(\theta_c^{VM})}\right]}. \tag{2.46}$$

avec $\tilde{\sigma}_{1_n} = \frac{|\widetilde{\sigma}_{22}|}{|\widetilde{\sigma}_{22}|+|\widetilde{\sigma}_{12}|+|\widetilde{\sigma}_{13}|}$, $\tilde{\sigma}_{2_n} = \frac{|\widetilde{\sigma}_{12}|}{|\widetilde{\sigma}_{22}|+|\widetilde{\sigma}_{12}|+|\widetilde{\sigma}_{13}|}$, $\tilde{\sigma}_{3_n} = \frac{|\widetilde{\sigma}_{13}|}{|\widetilde{\sigma}_{22}|+|\widetilde{\sigma}_{12}|+|\widetilde{\sigma}_{13}|}$.

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2012ISAL0129/these.pdf
© [D. Haboussa], [2012], INSA de Lyon, tous droits réservés

7 Perspectives sur la modélisation de la transition cisaillement-traction en 3D

Le logiciel Europlexus utilisé pour réaliser l'implémentation des développements numériques ne permet actuellement pas de modéliser un front de fissure complexe en 3D (front de fissure non rectiligne et prise en compte de l'angle de déversement). Le CEA, qui développe Europlexus, a lancé une thèse sur ce sujet. Cette thèse se terminera en septembre 2013. De ce fait, le choix est fait d'étudier d'un point de vue numérique la propagation de fissure en 2D, où seule l'étude de l'angle de branchement est pertinente. Dans la suite de ce mémoire, les développements théoriques et numériques permettant de modéliser la transition cisaillement-traction (et inversement) en deux dimensions seront proposés. Néanmoins, nous pouvons montrer l'intérêt des critères tridimensionnels de directions de propagation de fissures présentés précédemment. Ce paragraphe est donc consacré aux perspectives apportées dans ces travaux de thèse pour modéliser en 3D un front de fissure subissant des changements de modes de ruptures. La figure 2.13 montre les directions de propagation, pour chacun des modes de sollicitation, prédites par les critères de direction suivant la contrainte de traction maximale et la contrainte de von Mises maximale.

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2012ISAL0129/these.pdf
© [D. Haboussa], [2012], INSA de Lyon, tous droits réservés

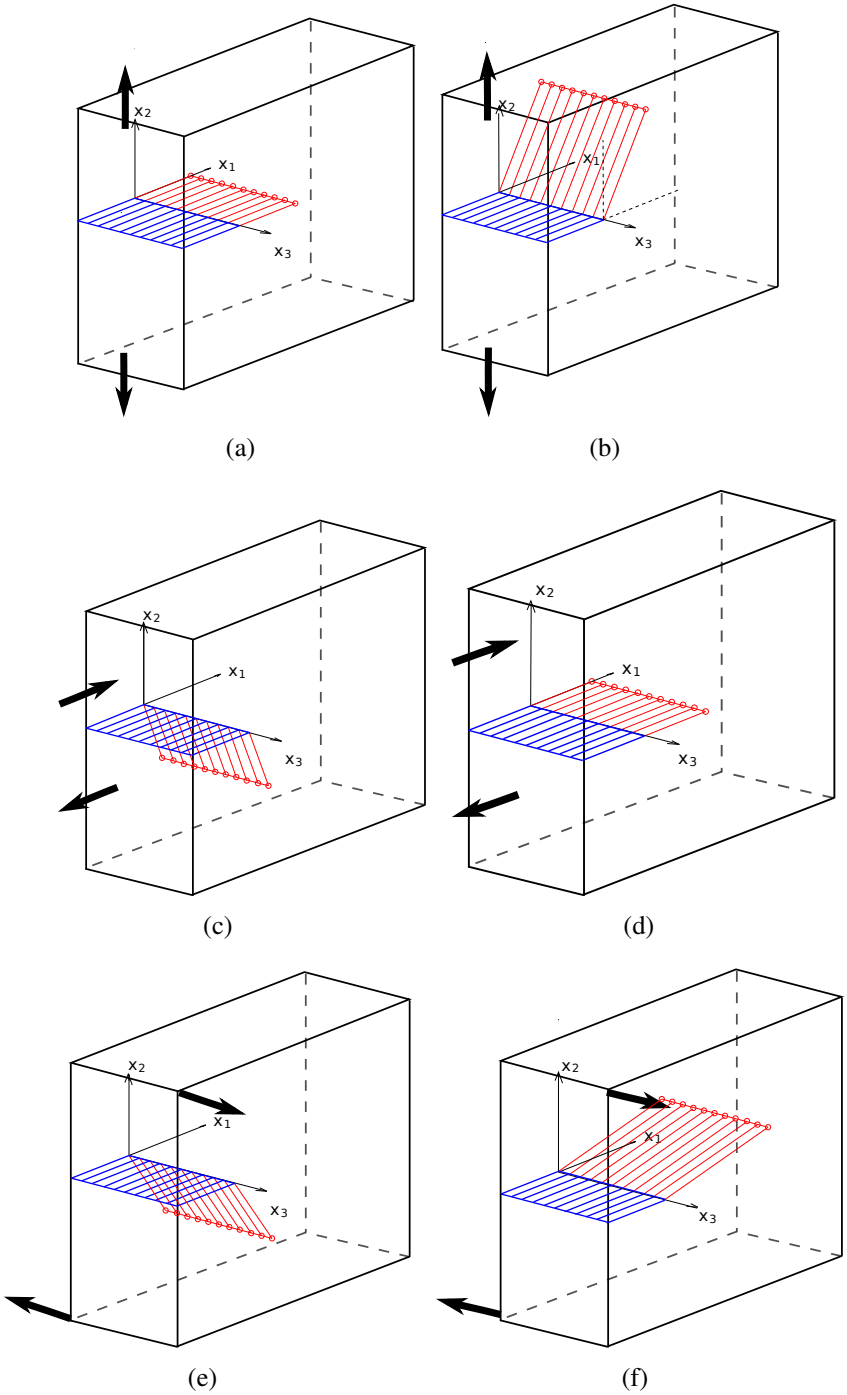


FIGURE 2.13: Propagation de fissure en 3D : critère en traction - (a) mode I (c) mode II (e) mode III ; critère en cisaillement - (b) mode I (d) mode II (f) mode III.

Dans le but de modéliser une transition de propagation d'un mode de rupture par cisaillement à un mode de rupture par traction, une combinaison de ces directions suivant

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2012ISAL0129/these.pdf
© [D. Haboussa], [2012], INSA de Lyon, tous droits réservés

le type de sollicitation doit être envisagée. En fonction de l'état de déformation plastique, confiné ou non et estimé le long du front de fissure, la fissure peut se propager soit par cisaillement soit par la traction [HAB 12b, HAB 12a]. Expérimentalement, ce phénomène est observé en regardant le trajet *post-mortem* d'un essai de rupture. Il apparaît que des effets de peau (effets de bord) viennent perturber la propagation de fissure sur les faces latérales des échantillons testés. Les observations faites par Grégoire *et al.* [GRÉ 08] permettent de visualiser ce phénomène. Du fait de modes de déformation différents au bord (contraintes planes) et à coeur (déformations planes), la fissure n'est pas plane dans l'épaisseur (voir figure 2.14). Des essais aux barres de Hopkinson sur un alliage d'alluminium aéronautique ont révélé, bien que la nuance d'alluminium testée soit réputée fragile, des effets de plasticité non confinée ainsi que des effets tridimensionnels. En effet la propagation est plane à coeur mais présente une inclinaison sur les bords de l'éprouvette. Deux ailes plastiques à $\pm 45°$ viennent se former le long de la propagation comme le montre la figure 2.14.

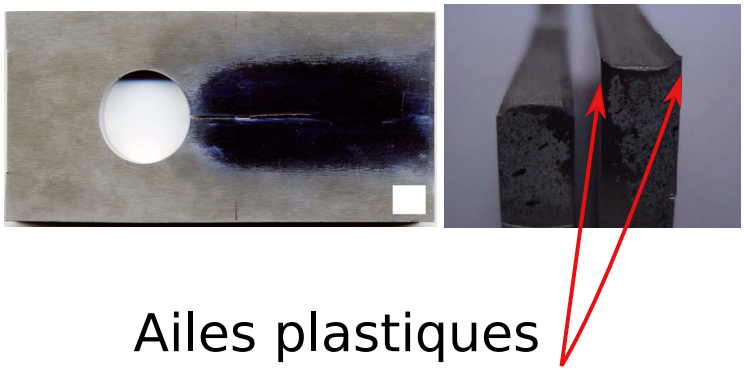


FIGURE 2.14: Expérience de Grégoire : éprouvette *post-mortem*

La géométrie particulière de l'éprouvette (présence d'un trou) permet de solliciter par impact la pré-entaille en mode I pur. Ce qui suit servira à tester nos critères tridimensionnels de direction de propagation sur ce cas. La figure 2.13 présente les directions, prédites par les critères en contrainte de traction maximal et en contrainte de von Mises maximal, pour chacun des modes de sollicitations. En supposant que le niveau de déformation plastique aux bords de l'éprouvette (zone en rouge sur la figure 2.15) est nettement plus élevé qu'à coeur (zone en bleu sur la figure 2.15), le critère de la contrainte de von Mises maximale prédira la direction de propagation sur les bords tandis que la direction à coeur sera quant-à elle prédit par le critère de la contrainte de traction maximale.

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2012ISAL0129/these.pdf
© [D. Haboussa], [2012], INSA de Lyon, tous droits réservés

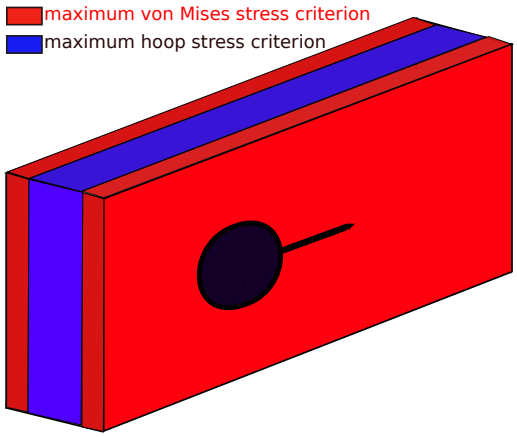


FIGURE 2.15: Interprétation de l'expérience de Grégoire : comportement à coeur et en peau

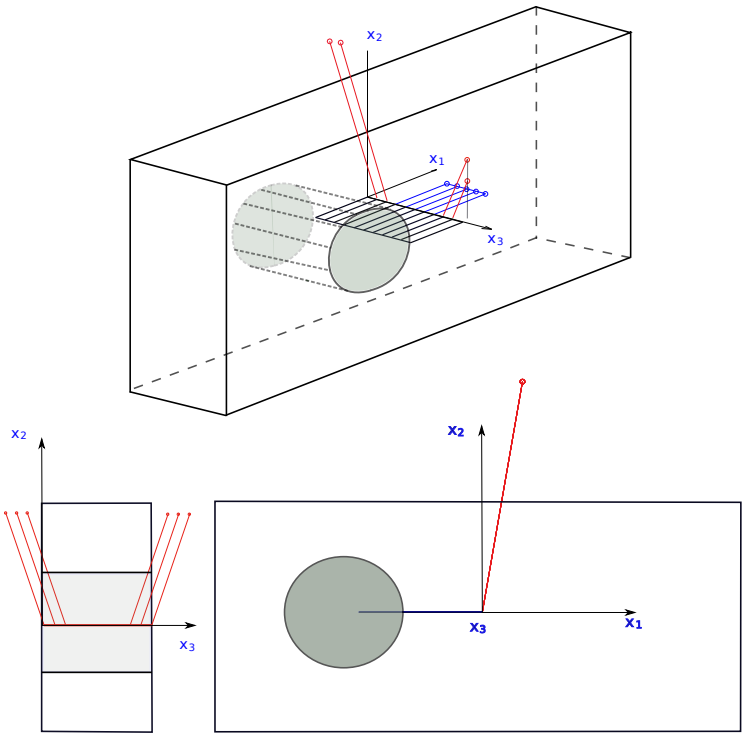


FIGURE 2.16: Expérience de Grégoire : critère en cisaillement pour les bords et critère en traction à coeur

La figure 2.16 est obtenue en combinant les deux critères de direction de propagation pour une sollicitation en mode I pur. Nous pouvons observer que les effet tridimensionnels peuvent être pris en compte en considérant deux niveaux de plasticité à coeur et en peau.

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2012ISAL0129/these.pdf
© [D. Haboussa], [2012], INSA de Lyon, tous droits réservés

8 Conclusion

Deux nouveaux critères pour la propagation tridimensionnelle de fissure sous sollicitations multi-axiales ont été développés. Dans le but de modéliser une transition d'un mode de fissuration par cisaillement à un mode de fissuration par ouverture en 3D, les deux critères permettent de considérer ces deux modes : l'un consiste à maximiser la contrainte d'ouverture et l'autre à maximiser la contrainte équivalente de von Mises. De plus, ces deux critères ont été réalisés sous l'hypothèse des contraintes planes et des déformations planes, ce qui permet de considérer le comportement d'une fissure à coeur et sur les bords. Une étude sur l'influence du coefficient de Poisson sur les directions de propagation montre l'importance de cette considération. C'est pourquoi, une extension de la formule de Schollman *et al.* [SCH 02] en déformations planes a été réalisée. Pour présenter ces résultats, ont été proposés aux lecteurs les tableaux de valeurs numériques (annexe B et annexe C) des directions de propagation ainsi que quatres formules "fittées" de ces valeurs (équation 2.43, équation 2.44). Ces formules, qui dépendent des facteurs d'intensité normalisés K_i^n et de ν, sont applicables pour toutes les combinaisons de modes mixtes. En effet, seuls les effets de refermeture de fissure ne sont pas pris en compte ($K_I \in [0,1]$, $K_{II} \in [-1,1]$ et $K_{III} \in [-1,1]$). Ces critères seront par la suite implémentés dans le code éléments finis explicite Europlexus pour prédire le comportement d'une fissure tridimensionnelle soumises à des sollicitations réelles. Pour essayer de visualiser les performances des critères de direction de propagation développés, les possibilités de ces derniers ont été comparées aux résultats d'une expérience, laissant envisager de bonnes perspectives pour la poursuite de ces travaux.

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2012ISAL0129/these.pdf
© [D. Haboussa], [2012], INSA de Lyon, tous droits réservés

Chapitre 3

Modélisation de la transition cisaillement-traction en deux dimensions

Ce chapitre présente l'algorithme automatique de transition cisaillement-traction développé en 2D. Il y est également proposé une méthodologie d'identification des paramètres du modèle pour un matériau donné, pour un cas quasi-statique. Dans une dernière partie le modèle proposé sera confronté à l'interprétation des expériences de Kalthoff ([KAL 87]) et de Ravichandran ([ZHO 96b]).

Sommaire

1 Propagation de fissure sous une compétition entre un mode de traction et un mode de cisaillement 79

1.1 Formule analytique de direction de propagation pour un mode de rupture par cisaillement 80

1.2 Fonction approchée de la solution analytique θ^{shear} 83

1.3 Loi de propagation de fissure 85

1.3.1 Rappel sur l'approche locale de la mécanique de la rupture basé sur un état moyen en pointe de fissure 85

1.3.2 Comment choisir automatiquement la direction de propagation 87

2 Identification des paramètres du modèle 89

2.1 Rappel sur l'expérience CT 89

2.2 Simulation numérique de l'expérience 90

2.3 Influence de la taille de maille et de la zone locale en pointe de fissure sur les paramètres identifiés 92

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2012ISAL0129/these.pdf
© [D. Haboussa], [2012], INSA de Lyon, tous droits réservés

3 Validation du modèle 96
3.1 Expérience sur les essais CT 96
3.2 Expériences de Kalthoff et de Zhou-Rosakis-Ravichandran 96
3.2.1 À propos de l'expérience de Kalthoff 96
3.2.2 À propos de l'expérience ZRR 97
3.2.3 Méthode d'identification des paramètre du modèle 97
3.2.4 Simulations des expériences 100
4 Conclusion 107

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2012ISAL0129/these.pdf
© [D. Haboussa], [2012], INSA de Lyon, tous droits réservés

Introduction

L'objet de ce chapitre est de proposer une méthode permettant de simuler la propagation des fissures en cas de mode de rupture combiné traction-cisaillement en 2D. Ce dernier mode est en général dû au développement d'une plasticité significative en pointe de fissure. Or il n'existe pas à ce jour de "formule" donnant la direction de propagation d'une fissure soumise à une combinaison de chargements en mode I et II lorsque la rupture est pilotée par le cisaillement. Cette partie présente deux formules explicites, l'une analytique et l'autre semi-analytique, donnant la direction de propagation en cisaillement puis propose une méthode simple pour discerner quel est le mode de propagation de la fissure (traction ou cisaillement) : pour ce faire on tient compte de l'état plastique en pointe de fissure. On montre ensuite comment les paramètres du modèle peuvent être identifiés pour un matériau donné pour un cas quasi-statique. Dans une dernière partie on applique le modèle proposé à l'interprétation des expériences de Kalthoff ([KAL 87]) et de Ravichandran ([ZHO 96b]) décrites dans le chapitre 1.

1 Propagation de fissure sous une compétition entre un mode de traction et un mode de cisaillement

Cette partie est consacrée à la mise en place d'une méthode permettant de prévoir la propagation d'une fissure en cas de coexistence de deux modes de rupture : la rupture en traction et la rupture en cisaillement. Pour ce faire nous supposerons que le taux de restitution de l'énergie critique G_{IC} et la vitesse de propagation $\dot{a}$ sont les mêmes pour les deux modes de rupture, seul l'angle de propagation est différent. De plus contrairement au chapitre précedent, dans le cas bi-dimensionnel seule l'étude de l'angle de branchement noté θ_c est pertinente. Ainsi deux formulations de θ_c sont proposées, l'une pour le mode en traction et l'autre pour celui en cisaillement. Dans le premier cas, pour un mode de fissuration en traction, nous reprenons le critère de direction de la contrainte d'ouverture maximale développé en 3.5.1 :

$$\theta_c^{hoop} = 2\arctan\left(\frac{1}{4}\left[\frac{K_I^{dyn}}{K_{II}^{dyn}} - \text{sign}\left(K_{II}^{dyn}\right)\sqrt{8+\left(\frac{K_I^{dyn}}{K_{II}^{dyn}}\right)^2}\right]\right). \tag{3.1}$$

L'angle de propagation correspond à la solution analytique qui donne l'angle associé au maximum de la contrainte circonférentielle en cas de mélange de mode I et de mode II. On proposera une formule analytique pour déterminer la direction de propagation dans le cas où le mode de rupture est piloté par la contrainte de cisaillement. Sera proposée ensuite une méthode simple permettant de choisir le mode de propagation pertinent. Pour ce faire on développera une idée très simple : s'il n'y a pas où très peu de plasticité en pointe de fissure c'est la contrainte de traction (contrainte circonférentielle maximale) qui pilote la direction de la propagation. S'il y a une déformation plastique suffisante la direction

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2012ISAL0129/these.pdf
© [D. Haboussa], [2012], INSA de Lyon, tous droits réservés

sera pilotée par la contrainte de cisaillement maximal. Pour des déformations plastiques intermédiaires une loi des mélanges sera appliquée entre les deux directions.

1.1 Formule analytique de direction de propagation pour un mode de rupture par cisaillement

Dans le cas tridimensionnel, nous avons choisi pour caractériser la rupture par cisaillement de piloter la direction de propagation en maximisant la contrainte équivalente de von Mises. Dans le problème bi-dimensionel cela est équivalent à maximiser la contrainte de cisaillement.

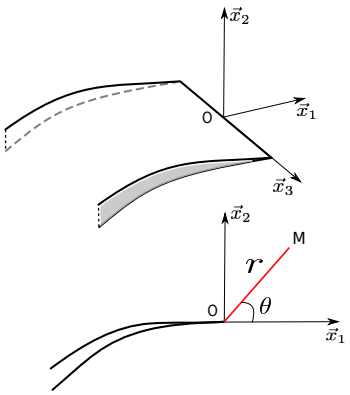


FIGURE 3.1: Repère local en pointe de fissure.

On se place dans le repère local orthonormé $(O,\vec{x}_1,\vec{x}_2)$ centré en O associé à la pointe de fissure (la direction $\vec{x}_1$ est la direction du plan de fissure). La contrainte de cisaillement en pointe de fissure est connue analytiquement pour un matériau élastique non linéaire. Elle est donnée par la formule :

$$\sigma_{r\theta}(r,\theta) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}(r)^{\frac{1}{n+1}}}\left[K_I\cos(\frac{\theta}{2})\sin(\frac{\theta}{2})\cos(\frac{3\theta}{2}) + K_{II}\cos(\frac{\theta}{2})(1-\sin(\frac{\theta}{2})\sin(\frac{3\theta}{2}))\right]. \tag{3.2}$$

Dans cette formule n est l'exposant de la loi de Ramberg Osgood qui décrit le comportement élastoplastique du matériau. Nous allons chercher pour quelle valeur de l'angle θ_c^{shear} cette contrainte est maximale. Cet angle est tel que la dérivée par rapport à θ de la fonction $\sigma_{r\theta}$ est nulle (équation 3.2).

$$\frac{\partial\sigma_{r\theta}(\theta)}{\partial\theta} = 0. \tag{3.3}$$

Nous allons rechercher la direction de propagation de fissure (θ_c^{shear}) qui maximise la contrainte de cisaillement. Nous cherchons donc θ_c^{shear} qui verifie :

$$\sigma_{r\theta}(\theta_c^{shear}) = \max_{\theta}(\sigma_{r\theta}). \tag{3.4}$$

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2012ISAL0129/these.pdf
© [D. Haboussa], [2012], INSA de Lyon, tous droits réservés

Faisons l'hypothèse que $K_{II} \neq 0$ et posons :

$$x = \frac{K_I}{K_{II}}. \tag{3.5}$$

La figure 3.2 montre l'évolution de la contrainte lorsque l'angle varie de $-\frac{\Pi}{2}$ a $\frac{\Pi}{2}$ et le rapport x des intensités de contraintes est compris entre -10 et +10.

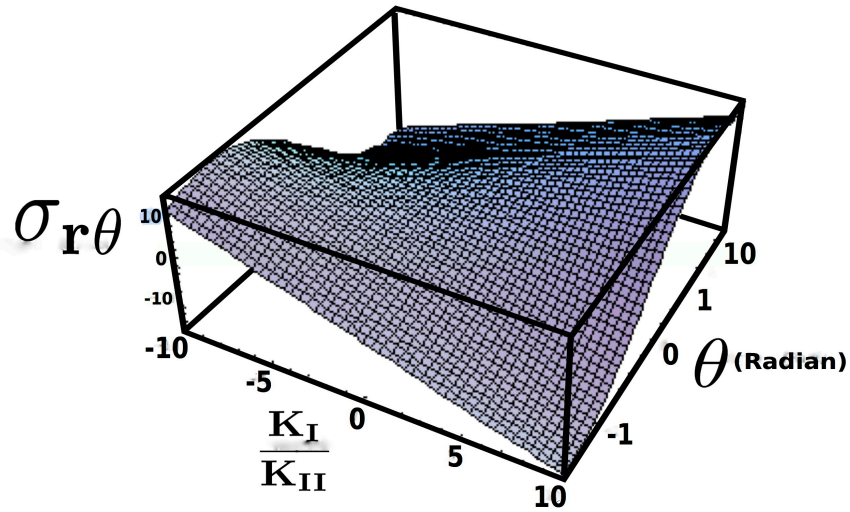


FIGURE 3.2: Évolution de $\sigma_{r\theta}$ avec l'angle et l'intensité du ratio $x = K_I/K_{II}$.

On constate que ces courbes ont un seul maximum, celui-ci vérifie :

$$\frac{\partial \sigma_{r\theta}}{\partial \theta} = 0. \tag{3.6}$$

L'expression de la derivée de la contrainte de cisaillement par rapport à l'angle θ s'écrit :

$$\begin{aligned} \frac{\partial \sigma_{r\theta}}{\partial \theta} &= \frac{K_I}{2\sqrt{2\pi r}} \cos^3(\frac{\theta}{2}) \left[-2\tan^2(\frac{\theta}{2}) + 1 \right] \\ &- \frac{K_{II}}{2\sqrt{2\pi r}} \cos^3(\frac{\theta}{2}) \left[-2\tan^3(\frac{\theta}{2}) + 7\tan(\frac{\theta}{2}) \right]. \end{aligned} \tag{3.7}$$

Quand K_I est nul (mode 2 pur) la fissure se propage en ligne droite. Nous allons maintenant considérer le cas $K_{II} = 0$. Dans ce cas particulier l'équation devient :

$$\frac{\partial \sigma_{r\theta}}{\partial \theta} = -2K_I \tan^2(\frac{\theta}{2}) + K_I = 0, \tag{3.8}$$

sa solution est :

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2012ISAL0129/these.pdf
© [D. Haboussa], [2012], INSA de Lyon, tous droits réservés

$$\theta^{shear} = 2\arctan[\sqrt{\frac{1}{2}}]. \tag{3.9}$$

Ce qui donne un angle de 70.59° en mode un pur.
Considérons maintenant tous les autres cas ($K_{II} \neq 0.$). Cette dérivée devant être nulle et l'angle de propagation strictement supérieur à π (ce qui entraine $\cos^3(\frac{\theta}{2}) > 0$), l'équation se réduit à l'équation du troisième degré en $\tan(\frac{\theta}{2})$ suivante :

$$\frac{\partial\sigma_{r\theta}}{\partial\theta} = 2K_{II}\tan^3(\frac{\theta}{2}) - 2K_I\tan^2(\frac{\theta}{2}) - 7K_{II}\tan(\frac{\theta}{2}) + K_I. \tag{3.10}$$

Nous allons maintenant introduire la variable z :

$$z = \tan(\frac{\theta}{2}) - \frac{x}{3}. \tag{3.11}$$

Nous obtenons ainsi la forme réduite de l'équation (3.13) :

$$z^3 + pz + q = 0, \tag{3.12}$$

$$p = -\frac{x^2}{3} - \frac{7}{2},$$

$$q = -\frac{2x}{3}\left(\frac{x^2}{9} + 1\right). \tag{3.13}$$

Les racines se trouvent en appliquant la méthode de Tartaglia-Cardan [CAR 45]. Le discriminant ($\Delta = -q^2 - \frac{4}{27}p^3$) s'écrit :

$$\Delta = -\frac{(4x^4 + 74x^2 + 343)}{54}. \tag{3.14}$$

Le déterminant Δ étant négatif l'équation (3.13) possède trois solutions réelles. Les solutions s'écrivent chacune comme la somme de deux complexes conjugués ($w^k u$ et $\overline{w^k u}$) avec :

$$u = \sqrt[3]{\frac{-q + i\sqrt{|\Delta|}}{2}},$$

$$w = e^{\frac{2k\Pi}{3}},$$

$$k \in \{0, 1, 2\}. \tag{3.15}$$

Les solutions sont des fonctions de x. Elles sont comparées sur la figure 3.3.
La seule solution comprise entre $-\frac{\Pi}{2}$ et $\frac{\Pi}{2}$ correspond au cas k=2. On trouve après quelques calculs que l'angle de cisaillement critique a pour expression :

$$\theta^{shear} = 2\arctan\left\{2\sqrt[3]{|u^3|}\cos\left(\frac{1}{3}\arccos\left(\frac{\mathrm{Re}(u^3)}{|u^3|}\right) - \frac{2\pi}{3}\right) + \frac{x}{3}\right\}. \tag{3.16}$$

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2012ISAL0129/these.pdf
© [D. Haboussa], [2012], INSA de Lyon, tous droits réservés

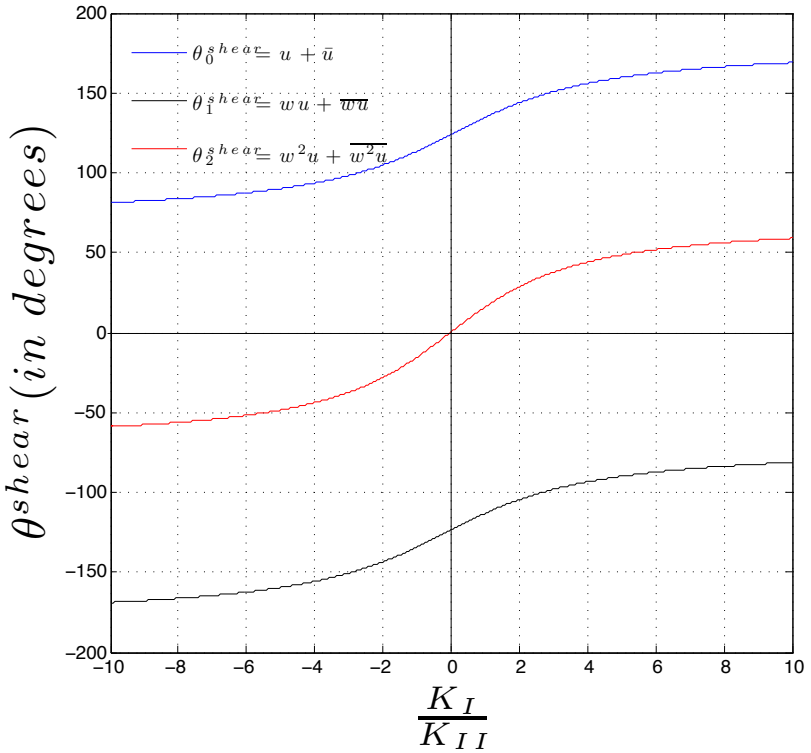


FIGURE 3.3: Angles critiques fonction de l'intensité du ratio $x = \frac{K_I}{K_{II}}$ pour les 3 solutions k=0,1,2

En développant l'équation (3.16), on trouve une équation alternative :

$$\boxed{\theta^{shear} = 2\arctan\left(2\sqrt[3]{\frac{R(x)}{6}}\cos\left[\frac{1}{3}\arccos\left(\frac{2x\left[1+\frac{x^2}{9}\right]}{R(x)}\right)-\frac{2\pi}{3}\right]+\frac{x}{3}\right)}, \tag{3.17}$$

avec

$$R(x) = \sqrt{\frac{343}{6}+\frac{49}{3}x^2+\frac{14}{9}x^4+\frac{4}{81}x^6} \tag{3.18}$$

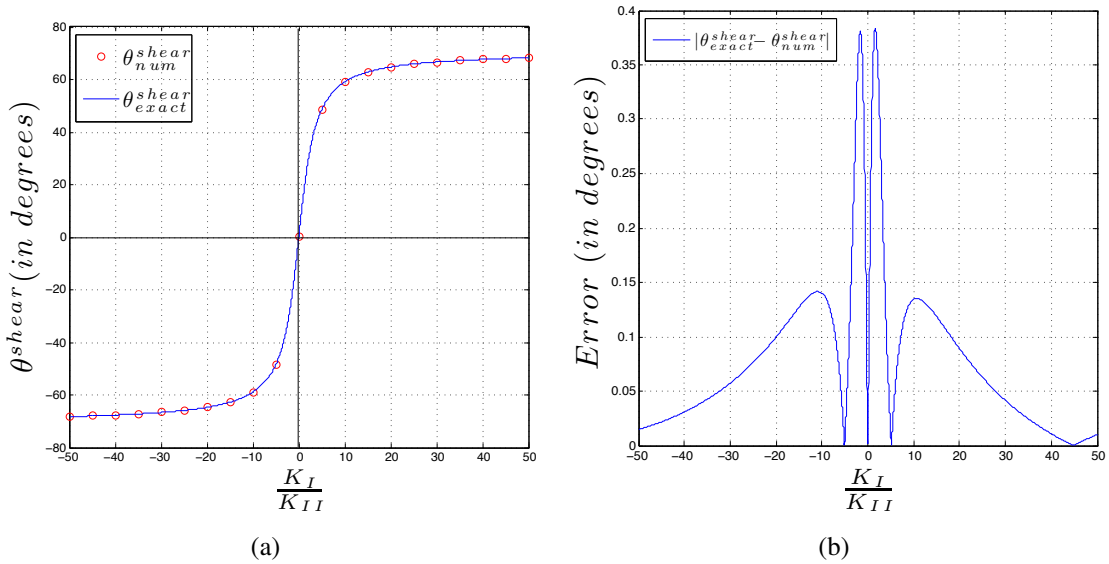
L'équation 3.16 est donc la solution analytique de l'équation 3.10.

1.2 Fonction approchée de la solution analytique θ^{shear}

Dans [HAB 12b], nous proposons une solution semi-analytique du problème obtenue par "fittage" numérique de l'angle qui maximise la contrainte de cisaillement $\sigma_{r\theta}$. Notons θ_{num}^{shear} la solution fittée, son expression est :

$$\boxed{\theta_{num}^{shear} = \text{sign}(K_{II})\frac{\pi}{4}\arctan\left(\frac{4}{19}\sqrt{\pi}|x|\right)}. \tag{3.19}$$

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2012ISAL0129/these.pdf
© [D. Haboussa], [2012], INSA de Lyon, tous droits réservés



(a) (b)

FIGURE 3.4: Comparaison entre θ^{shear}_{exact} et θ^{shear}_{num} : (a) angles (b) erreur en degré

Nous allons maintenant comparer la solution analytique (équation 3.16), notée θ^{shear}_{exact} et la solution semi-analytique (équation (3.19)). La Figure 3.4(a) compare les angles obtenus par les deux approches. L'accord est excellent. Le tableau 3.1 donne les différences de prévision d'angle en degrés pour tous les couples (K_I, K_{II}) considérés. Les différences constatées sont inférieures a 0.4°.

Remarque 16 *La formule approchée donnant θ^{shear}_{num} a été réalisée dans le but de simplifier l'expression analytique de θ^{shear}_{exact}. Ceci n'était pas nécessaire mais apporte un intérêt pratique en ce qui concerne l'implémentation numérique.*

Les valeurs limites, suivant le mode de sollicitation, sont les suivantes :

- pour un chargement en mode I pur, l'angle de propagation est de 0° pour une rupture en traction et d'environ ±70° pour le critère en cisaillement,

- pour un chargement en mode II pur, l'angle de propagation est d'environ ±70° pour une rupture en traction et de 0° pour une rupture en cisaillement.

Les observations expérimentales de Kalthoff [KAL 87] sont en bonne cohérence avec les directions de propagation proposées par ces deux critères. Cette expérimentation sollicite les fissures en cisaillement (*cf.* partie 2.2 du chapitre 1). Dans le cas des plus faibles vitesses d'impact les champs de contraintes en pointe de fissure resteront élastiques et la fissure se propagera à 70° comme prédît par le critère de la contrainte principale maximale. Lorsque la vitesse de sollicitation est élevée, la plasticité va se développer en pointe de fissure et c'est la rupture en cisaillement qui pilotera la propagation : la fissure ira donc tout droit.

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2012ISAL0129/these.pdf
© [D. Haboussa], [2012], INSA de Lyon, tous droits réservés

		K_{II}										
		-1	-0.8	-0.6	-0.4	-0.2	0	0.2	0.4	0.6	0.8	1
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0.05	0.01	0.02	0.03	0.04	0.09	0	0.1	0.05	0.03	0.02	0.02
	0.1	0.03	0.04	0.06	0.09	0.19	0	0.19	0.1	0.06	0.05	0.04
	0.15	0.05	0.07	0.09	0.14	0.26	0	0.27	0.14	0.1	0.07	0.06
	0.2	0.07	0.09	0.13	0.19	0.32	0	0.32	0.19	0.13	0.1	0.08
	0.25	0.09	0.12	0.16	0.23	0.36	0	0.36	0.23	0.16	0.12	0.1
	0.3	0.11	0.14	0.19	0.26	0.37	0	0.38	0.27	0.19	0.14	0.12
	0.35	0.13	0.16	0.21	0.29	0.37	0	0.38	0.3	0.22	0.17	0.14
	0.4	0.15	0.19	0.24	0.32	0.36	0	0.36	0.32	0.24	0.19	0.15
	0.45	0.17	0.21	0.26	0.34	0.34	0	0.34	0.34	0.27	0.21	0.17
$\downarrow K_I$	0.5	0.19	0.23	0.28	0.36	0.31	0	0.31	0.36	0.29	0.23	0.19
	0.55	0.2	0.25	0.3	0.37	0.27	0	0.28	0.37	0.31	0.25	0.21
	0.6	0.22	0.26	0.32	0.37	0.24	0	0.24	0.38	0.32	0.27	0.22
	0.65	0.23	0.28	0.34	0.38	0.2	0	0.2	0.38	0.34	0.28	0.24
	0.7	0.25	0.29	0.35	0.37	0.17	0	0.17	0.38	0.35	0.3	0.25
	0.75	0.26	0.31	0.36	0.37	0.13	0	0.14	0.37	0.36	0.31	0.27
	0.8	0.28	0.32	0.37	0.36	0.1	0	0.11	0.36	0.37	0.32	0.28
	0.85	0.29	0.33	0.37	0.35	0.07	0	0.08	0.35	0.37	0.33	0.29
	0.9	0.3	0.34	0.37	0.34	0.05	0	0.05	0.34	0.38	0.34	0.3
	0.95	0.31	0.35	0.38	0.32	0.02	0	0.03	0.33	0.38	0.35	0.31
	1	0.32	0.36	0.38	0.31	0	0	0.01	0.31	0.38	0.36	0.32

TABLE 3.1: Comparaison (en degré) entre θ_{exact}^{shear} et θ_{num}^{shear}

1.3 Loi de propagation de fissure

Dans cette section nous allons décrire le modèle de propagation choisi pour traiter dans un cadre unique les deux modes de fissuration en traction et cisaillement. Pour ce faire nous avons besoin de distinguer les situations où il y a peu de déformations plastiques de celles où cette déformation est significative. Nous avons besoin des champs en pointe de fissure et donc d'un maillage assez fin. Nous opterons donc pour une vision "locale" de la mécanique de la rupture qui a été décrite au chapitre 1.

1.3.1 Rappel sur l'approche locale de la mécanique de la rupture basé sur un état moyen en pointe de fissure

Le champs des contraintes moyennées $\widetilde{\sigma_{ij}}$ est obtenu suivant le tenseur des contraintes $\sigma_{ij}(M)$ et s'écrit (cf. section 3.4) :

$$\widetilde{\sigma_{ij}} = \frac{\int_{HDisk} e^{-\alpha\frac{d^2}{R^2}} \sigma_{ij}(M) dV_M}{\int_{HDisk} e^{-\alpha\frac{d^2}{R^2}} dV_M}, \tag{3.20}$$

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2012ISAL0129/these.pdf
© [D. Haboussa], [2012], INSA de Lyon, tous droits réservés

où *HDisk* est un petit demi-disque centré sur la pointe de fissure et paramètré par son rayon R. Nous utiliserons un rayon R égal à trois fois la taille d'un élément en pointe de fissure. d est la distance entre le front de fissure et le point M. α est une constante choisie égale à 1. La même méthode est utilisée pour "moyenner" l'état de déformation plastique en pointe de fissure. Une fois les champs équivalents de contraintes et de déformations établis, il est possible de déterminer la loi de propagation de la fissure pour les deux types de fissuration : par cisaillement et par traction.

Le critère de propagation s'appuie sur une mesure de la contrainte en pointe de fissure notée $\tilde{\sigma}$ qui est égale à la contrainte principale maximale de traction $\tilde{\sigma}_I$ ou $\tilde{\sigma}_{II}$, ce qui permet de prendre en considération la prépondérance d'un mode sur l'autre :

$$\tilde{\sigma} = max(\tilde{\sigma}_I, \tilde{\sigma}_{II}, 0). \tag{3.21}$$

La fissure se propage lorsque le niveau de la contrainte $\tilde{\sigma}$ est supérieure à la contrainte critique σ_{Ic} (qui est une mesure locale du taux de restitution de l'énergie critique G_{IC}) :

$$\begin{cases} \text{si } \tilde{\sigma} < \sigma_{Ic}, & \text{alors } \dot{a} = 0, \\ \text{sinon } \tilde{\sigma} \geq \sigma_{Ic}, & \text{et } \dot{a} > 0, \end{cases} \tag{3.22}$$

où $\dot{a}$ est la vitesse de propagation de la fissure. La formule de Kanninen [KAN 85], adaptée à cette vision "locale" de la propagation de fissure, permet de prévoir la vitesse de propagation de la fissure :

$$\dot{a} = c_R \left(1 - \frac{\sigma_{Ic}}{\tilde{\sigma}}\right). \tag{3.23}$$

Remarquons que nous avons choisi la même loi pour décider de la propagation et de sa vitesse, que la propagation soit pilotée par la traction ou par le cisaillement. Nous allons maintenant donner les formules permettant de prévoir la direction de propagation sous sollicitation mixte pour chacun des cas traction et cisaillement.
Pour le cas de la traction :

$$\theta_c^{hoop} = 2\arctan\left(\frac{1}{4}\left[\frac{\widetilde{\sigma_{22}}}{\widetilde{\sigma_{12}}} - \text{sign}\left(\widetilde{\sigma_{12}}\right)\sqrt{8 + \left(\frac{\widetilde{\sigma_{22}}}{\widetilde{\sigma_{12}}}\right)^2}\right]\right). \tag{3.24}$$

Et pour le cas du cisaillement :

$$\theta_c^{shear} = \text{sign}\left(\tilde{\sigma}_{12}\right)\frac{\pi}{4}.\arctan\left(\frac{4}{19}\sqrt{\pi}\left[\left|\frac{\tilde{\sigma}_{22}}{\tilde{\sigma}_{12}}\right|\right]\right), \tag{3.25}$$

où le champ des contraintes est exprimé dans le repère local $(O, \vec{x}_1, \vec{x}_2)$. Ces formules sont les équivalents en contrainte, des formules 3.1 et 3.19 décrivant l'angle de branchement de la section précédente mais également de celles (équations 2.43 et 2.44) obtenues dans la section 5 du chapitre 2, calculées à partir des facteurs d'intensité de contrainte K_I et K_{II} et pour un K_{III} nul. Il va falloir maintenant choisir dans quelle direction la fissure va se propager. C'est l'objet du paragraphe suivant.

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2012ISAL0129/these.pdf
© [D. Haboussa], [2012], INSA de Lyon, tous droits réservés

1.3.2 Comment choisir automatiquement la direction de propagation

Pour ce faire nous allons estimer l'intensité de la déformation plastique équivalente en pointe de fissure. De la même manière que pour la contrainte équivalente nous calculons un tenseur des déformations moyennées en pointe de fissure :

$$\widetilde{\varepsilon_{ij}} = \frac{\int_{HDisk} e^{-\alpha\frac{d^2}{R^2}} \varepsilon_{ij}(M) dV_M}{\int_{HDisk} e^{-\alpha\frac{d^2}{R^2}} dV_M}. \tag{3.26}$$

On calcule ensuite une déformation équivalente notée $\tilde{\varepsilon}_{eq}$ qui s'appuie sur les deformations principales de traction (cf. Mazars [MAZ 84] et Cazes [CAZ 10]) :

$$\tilde{\varepsilon}_{eq} = \sqrt{(<\tilde{\varepsilon}_I>)^2 + (<\tilde{\varepsilon}_{II}>)^2}, \tag{3.27}$$

où $<\tilde{\varepsilon}_i>$, pour i allant de 1 à 2 (pour les problèmes plans), représentent respectivement les parties positives de $\tilde{\varepsilon}_I$ et $\tilde{\varepsilon}_{II}$. Notons que cette déformation équivalente est nulle pour une sollicitation de compression isotrope et non nulle pour une sollicitation de traction isotrope. Ceci permet de ne faire propager la fissure que si elle est soumise à des tractions ; la compression en dynamique est à l'origine de l'arrêt de propagation de la fissure (voir par exemple Haboussa *et al.* [HAB 11]). Si cette déformation équivalente est inférieure à un certain seuil $\tilde{\varepsilon}^{hoop}$ la direction sera pilotée par le mode de rupture en traction (*cf.* équation 3.24). Si au contraire cette déformation est très élevée (supérieure a $\tilde{\varepsilon}^{shear}$)la direction sera donnée par le cisaillement (*cf.* équation 3.25). Dans les cas intermédiaires on appliquera une loi des mélanges entre les deux directions (voir figure 3.5).

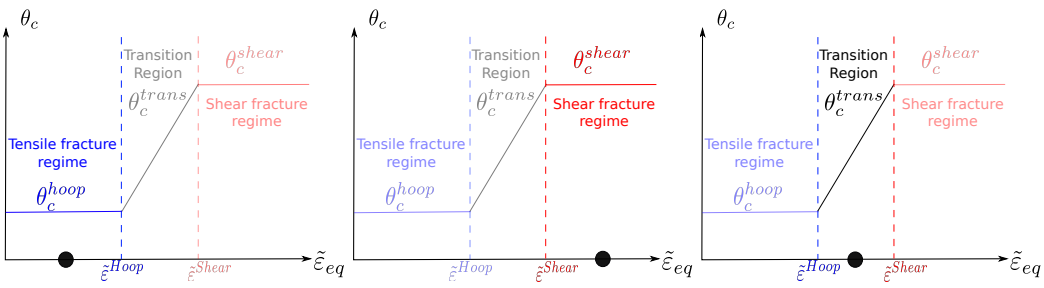


FIGURE 3.5: Influence de la déformation équivalente pour choisir la direction de propagation.

L'algorithme détaillé de la procédure est décrit ci dessous.

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2012ISAL0129/these.pdf
© [D. Haboussa], [2012], INSA de Lyon, tous droits réservés

Algorithm 1 Algorithme automatique de transition cisaillement-traction

1. Calculer les quantités équivalente en pointe de fissure,

$$\widetilde{\sigma_{ij}} = \frac{\int_\Omega w(r)\sigma_{ij}d\Omega}{\int_\Omega w(r)d\Omega}, \widetilde{\varepsilon_{ij}} = \frac{\int_\Omega w(r)\varepsilon_{ij}d\Omega}{\int_\Omega w(r)d\Omega}, \tilde{\sigma} = max(\tilde{\sigma}_I, \tilde{\sigma}_{II}),$$
$$\tilde{\varepsilon}_{eq} = \sqrt{(<\tilde{\varepsilon}_I>)^2 + (<\tilde{\varepsilon}_{II}>)^2}.$$

2. Determiner si la fissure se propage,

$$\begin{cases} \tilde{\sigma} < \sigma_{Ic}(\dot{\varepsilon}) & \dot{a} = 0 \quad \text{pas de propagation,} \\ \tilde{\sigma} \geq \sigma_{Ic}(\dot{\varepsilon}) & \dot{a} \neq 0 \quad \text{propagation.} \end{cases}$$

   où $\sigma_{Ic}(\dot{\varepsilon})$ est la contrainte critique.

3. Determiner la vitesse de propagation estimée en utilisant la formule de Kanninen (identique pour les deux cas).

$$\dot{a} = c_R \left(1 - \frac{\sigma_{Ic}(\dot{\varepsilon})}{\tilde{\sigma}}\right)$$

   où c_R est la vitesse des ondes de Rayleigh.

4. Calculer les directions de propagation,

$$\theta_c^{hoop} = 2\arctan\left(\frac{1}{4}\left[\frac{\widetilde{\sigma_{22}}}{\widetilde{\sigma_{12}}} - \text{sign}\left(\widetilde{\sigma_{12}}\right)\sqrt{8 + \left(\frac{\widetilde{\sigma_{22}}}{\widetilde{\sigma_{12}}}\right)^2}\right]\right),$$
$$\theta_c^{shear} = \text{sign}\left(\widetilde{\sigma_{12}}\right)\frac{\pi}{4}\arctan\left(\frac{4}{19}\sqrt{\pi}\left[\left|\frac{\widetilde{\sigma_{22}}}{\widetilde{\sigma_{12}}}\right|\right]\right),$$
$$\theta_c^{trans} = \left(1 - \frac{\tilde{\varepsilon}_{eq} - \tilde{\varepsilon}^{hoop}}{\tilde{\varepsilon}^{shear} - \tilde{\varepsilon}^{hoop}}\right)\theta_c^{hoop} + \left(\frac{\tilde{\varepsilon}_{eq} - \tilde{\varepsilon}^{hoop}}{\tilde{\varepsilon}^{shear} - \tilde{\varepsilon}^{hoop}}\right)\theta_c^{shear}.$$

5. Déterminer la direction de propagation appropriée.

$$\theta_c = \begin{cases} \theta_c^{hoop} & \text{si} \quad \tilde{\varepsilon}_{eq} \leq \tilde{\varepsilon}^{hoop}, \\ \theta_c^{shear} & \text{si} \quad \tilde{\varepsilon}_{eq} \geq \tilde{\varepsilon}^{shear}, \\ \theta_c^{trans} & \text{dans les autres cas.} \end{cases}$$

Notons qu'une autre mesure de déformation équivalente peut-être utilisée comme par exemple la déformation plastique cumulée ; ce choix ne distingue cependant pas traction et compression.

Cette méthode permet donc en théorie de prévoir le mouvement d'une fissure en dynamique pour un état élastoplastique en pointe de fissure. Pour ce faire trois paramètres sont à identifier : la contrainte critique σ_{Ic} (qui dépendra de la vitesse de déformation en pointe de fissure $\dot{\varepsilon}$), et les deux déformations plastiques limites ($\tilde{\varepsilon}^{hoop}$ et $\tilde{\varepsilon}^{shear}$).

Nous allons développer dans la section suivante une méthode d'identification de ces trois paramètres par l'intermédiaire d'expérimentations caractérisant le ph/'enomène de transition d'un mode de traction à un mode de cisaillement. Ces essais devront être choisis

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2012ISAL0129/these.pdf
© [D. Haboussa], [2012], INSA de Lyon, tous droits réservés

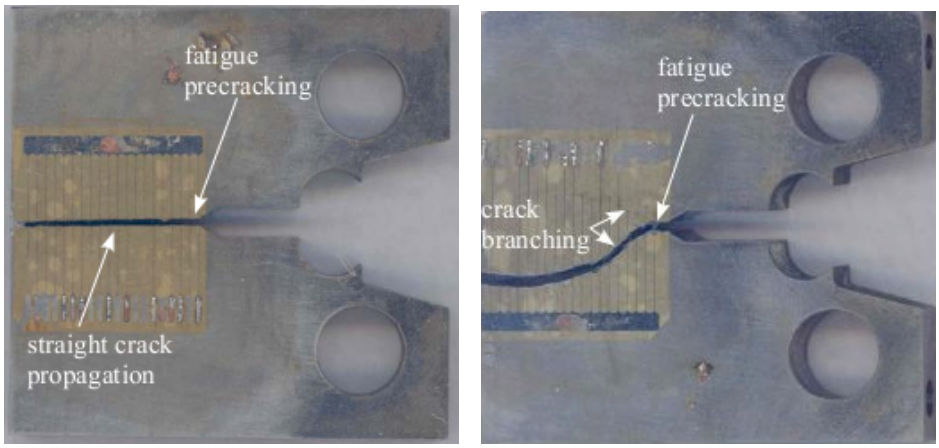
de telle sorte que les vitesses de déformation dans la zone de la pointe de la fissure soient voisins de celles subies par le pièce dont on veut évaluer la rupture.

2 Identification des paramètres du modèle

Cette partie est consacrée à l'identification des paramètres du modèle : $\tilde{\varepsilon}^{hoop}$, $\tilde{\varepsilon}^{shear}$ et $\sigma_{Ic}(\dot{\varepsilon})$. Nous proposons et détaillons une méthodologie d'identification basée sur un calcul numérique d'une expérience dans lequel la position spatio-temporelle expérimentale est imposée. Pour cela, nous utilisons comme support les résultats des expériences réalisés par Prabel *et al.* (voir partie 2.1 du chapitre 1 et [PRA 08]). Ensuite, nous réalisons une étude de sensibilité relative à l'influence de la taille de maille en pointe de fissure et au rayon de la zone locale dans le processus d'identification des paramètres.

2.1 Rappel sur l'expérience CT

Comme vu dans le chapitre 1, Prabel a réalisé des essais quasi-statiques sur des éprouvettes CT réduites en épaisseur. Il a pu observé un changement de mode de rupture sous les mêmes conditions d'essai. En effet, à la température de transition du 16MND5, 33% des éprouvettes testées présentaient un mode fissuration par ouverture (figure 3.6(a)), tandis que 67% présentaient un mode de fissuration par cisaillement (figure 3.6(b)). On peut se demander quelle sont les causes de la complexité de ce trajet. Nous allons chercher à expliquer ce phénomène par le modèle proposé et ainsi nous servir de ce support expérimental pour développer une méthode d'identification des paramètres du modèle. Pour ce faire comme nous connaissons l'histoire exacte du trajet de la fissure nous allons l'imposer à un calcul éléments finis X-FEM pour identifier les paramètres du modèle puis nous les utiliserons pour "prévoir" l'essai.



(a) (b)

FIGURE 3.6: Expérience CT : résultats *post mortem*

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2012ISAL0129/these.pdf
© [D. Haboussa], [2012], INSA de Lyon, tous droits réservés

Les résultats expérimentaux sont tirés de [PRA 07a], plus particulièrement le chargement appliqué en fonction de l'ouverture mesurée par le biais d'un extensomètre ainsi que l'évolution spatiale et temporelle du trajet de fissure expérimental. Ces deux résultats permettent d'imposer l'histoire spatio temporelle de la pointe de fissure dans le calcul éléments finis.

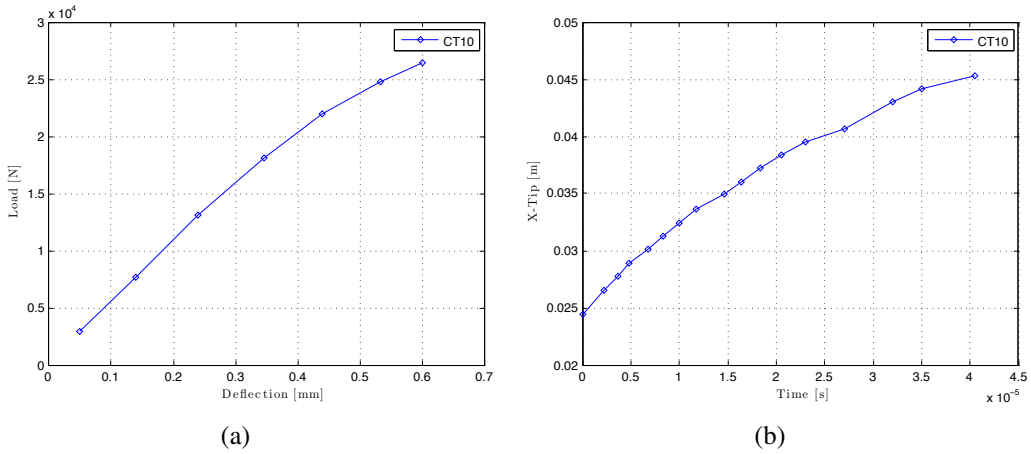


FIGURE 3.7: Expérience CT : (a) courbe chargement-ouverture ; (b) abscisse du front de fissure en fonction du temps.

2.2 Simulation numérique de l'expérience

Cette simulation est réalisée suivant deux temps. On simule d'abord la mise en charge quasi statique de l'éprouvette jusqu'à ce que la fissure s'initie. Ce calcul est fait avec le logiciel `Cast3M`. Pour ce faire on impose le chargement quasi-statique (voir figure 3.7(a)) sur les noeuds discrétisant le contact entre la goupille et le trou supérieur de l'éprouvette et nous bloquons les déplacements des noeuds discrétisant le contact entre l'autre goupille et le trou inférieur. Les goupilles ne sont pas considérées dans la simulation. Le maillage est donné sur la figure 3.8(a). La taille de maille en pointe de fissure est d'environ 500μm.

On calcule ensuite un calcul avec le code `Europlexus` ([EPX]) en imposant le trajet de fissure expérimental. Ce calcul dynamique est fait à partir d'un état initial précontraint. Pour ce faire on recalcule l'état initial à partir des déplacements calculés à l'étape précédente : cette méthode a l'avantage de ne pas imposer la parfaite compatibilité des éléments finis entre les deux codes. Elle est extrêmement rapide les déplacements étant imposés. La fissure est représentée en utilisant des enrichissements d'Heaviside couplés aux level sets, comme présenté par Menouillard *et al.* dans [MEN 08a, MEN 08b]. Les éléments enrichis sont donc pré-définis sur le trajet de propagation de fissure qui est connu. Et les degrés de libertés enrichis associés sont activés lorsque la fissure passe d'un élément à l'autre. Le pas de calcul est choisi automatiquement en accord avec la règle sur le pas de temps critique proposée par Menouillard *et al.* [MEN 08a] ($\Delta t_c^{xfem} = \Delta t_c^{fem}/2$). De plus, nous

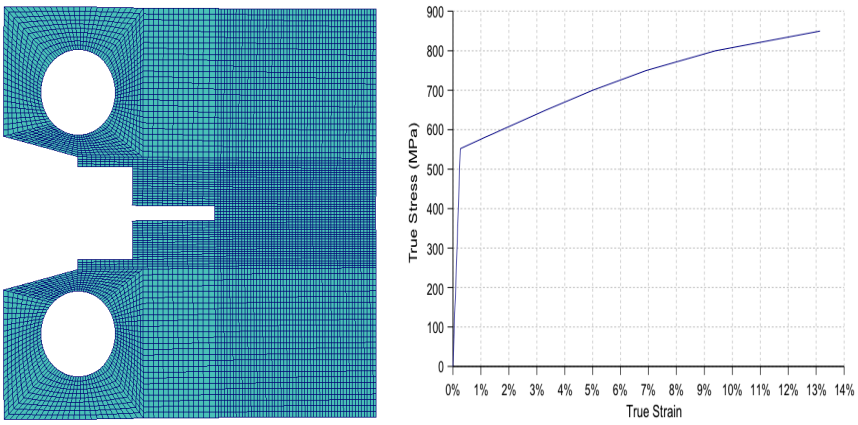
Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2012ISAL0129/these.pdf
© [D. Haboussa], [2012], INSA de Lyon, tous droits réservés

imposons le trajet de fissure expérimental au cours du temps de la simulation, par l'intermédiaire d'un algorithme décrit en Annexe E. L'histoire du front de fissure expérimental est montré sur la figure 3.7(b).

Le temps de simulation est de $300\mu s$. Les paramètres du matériau sont donnés dans le tableau 3.2 et le comportement du matériau est modélisé avec un modèle de plasticité isotrope de type von Mises décrivant la loi de comportement représentée sur la figure 3.8(b). On fait l'hypothèse des déformations planes.

Module d'Young E	2.098 GPa
Coeff. de Poisson ν	0.3
Masse volumique ρ	7800 $kg.m^{-3}$
Vitesse des ondes de Rayleigh c_R	2990 $m.s^{-1}$
Rayon de la zone locale r_{box}	0.0015 m
Taille de maille en pointe δ_e	$500\mu m$

TABLE 3.2: Paramètres matériau du16MND5.



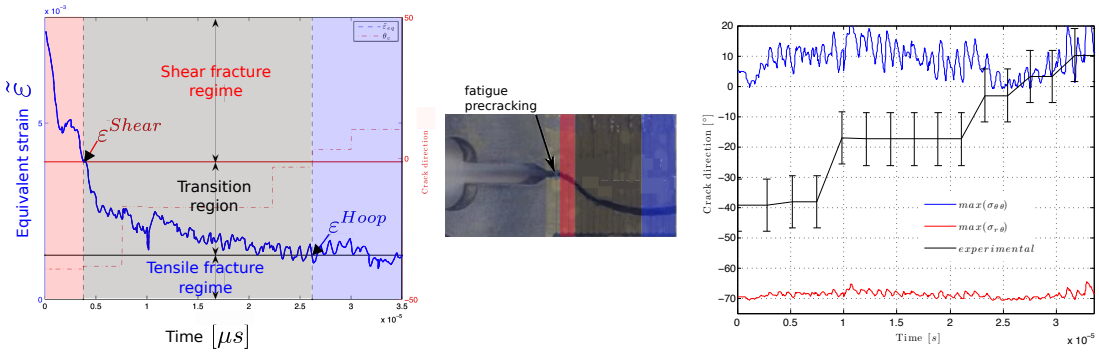
(a) (b)

FIGURE 3.8: Expérience CT : (a) maillage EF, (b) courbe contrainte-déformation pour le $16MND5$.

Nous pouvons ainsi obtenir l'évolution des différentes quantités mécaniques moyennées dans la zone locale centrée en pointe de fissure au cours du temps. Le rayon de la zone locale, r_{box}, est donné tableau 3.2 et nous utilisons un rayon égal à trois fois la taille de maille des éléments en front de fissure [REM 06]. Nous pouvons donc maintenant identifier les paramètres du modèle $\tilde{\varepsilon}^{hoop}$, $\tilde{\varepsilon}^{shear}$ et σ_{Ic}. Les résultats de la simulation sont présentés sur les figures 3.9 à 3.10. La figure 3.9(a) et la figure 3.9(b) permettent d'identifier les valeurs seuils en déformation $\tilde{\varepsilon}^{hoop}$ and $\tilde{\varepsilon}^{shear}$. La figure 3.9(b) montre l'évolution temporelle de trois quantités moyennées : la courbe noire avec les barres d'erreur de $\pm 10°$ représente l'angle expérimental de la fissure, la courbe rouge la direction

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2012ISAL0129/these.pdf
© [D. Haboussa], [2012], INSA de Lyon, tous droits réservés

de propagation obtenue avec la contrainte de cisaillement (3.25) maximale et la courbe bleue l'angle associé à la contrainte circonférentielle (3.24). On observe qu'en fin de propagation ($t > t_{hoop} = 2.7\mu s$) la direction est pilotée par le critère de la contrainte circonférentielle maximale alors qu'au début ($t < t_{shear} = 0.5\mu s$) la direction se rapproche de celle prévue par le cisaillement. On peut en comparant calcul et expérience estimer les instants où l'on change de "mode" de propagation et ainsi en déduire les deux déformations seuils comme le montre la figure 3.9(a). En effet, la connaissance des instants t_{shear} et t_{hoop} représentes par les deux lignes verticales en traits pointillés permet de déterminer les deux limites en déformation $\tilde{\varepsilon}^{hoop}$, $\tilde{\varepsilon}^{shear}$.



(a) (b)

FIGURE 3.9: Simulation avec trajet de fissure imposé : (a) évolution de la défomation et de l'angle expérimental (b) angles de directions de propagation (cisaillement, traction, expérience)

Il reste à identifier la contrainte critique σ_{Ic}. Cette contrainte critique va dépendre, comme la limite élastique de la vitesse de déformation équivalente en pointe de fissure. La courbe rouge sur la figure 3.10 représente l'évolution de la contrainte équivalente en fonction du taux de déformation associée.

On observe une très rapide augmentation à partir d'un taux de déformation de $400s^{-1}$ environ. Cette courbe est fittée par la courbe bleue dont l'équation est :

$$\sigma_{Ic}/MPa = \left[589,98 + 470,47\tanh\left(\frac{(\dot{\varepsilon} - 1087,51)}{1401,6}\right)\right] \tag{3.28}$$

Remarquons que ce type d'approche est une approche "locale" de la rupture. En conséquence les paramètres ainsi déterminés dépendent du maillage. C'est pourquoi nous allons étudier dans la section suivante l'influence de la taille de maille et de la zone locale en pointe de fissure sur les valeurs des paramètres du modèle.

2.3 Influence de la taille de maille et de la zone locale en pointe de fissure sur les paramètres identifiés

Dans cette section, nous allons étudier l'influence de la taille de maille en pointe de fissure et du choix du rayon de la zone locale sur les valeurs des paramètres du modèle

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2012ISAL0129/these.pdf
© [D. Haboussa], [2012], INSA de Lyon, tous droits réservés

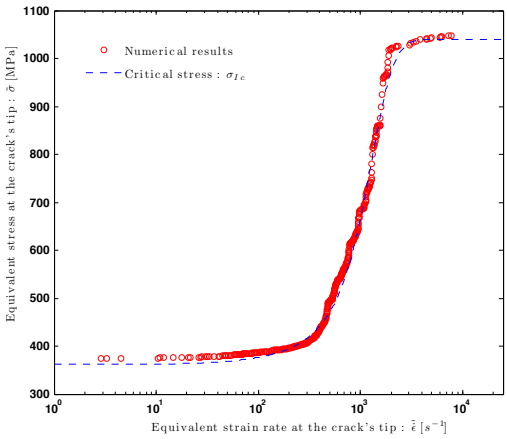


FIGURE 3.10: Simulation avec trajet de fissure imposé : contrainte équivalente fonction du taux de déformation équivalent.

seuil en cisaillement $\tilde{\varepsilon}^{shear}$	0,004
seuil en traction $\tilde{\varepsilon}^{hoop}$	0,00125
taille de maille en pointe δ_e	$500\mu m$
rayon de la zone locale r_{box}	0,0015 m

TABLE 3.3: Paramètres pour le modèle de transition cisaillement-traction :16MND5 à $T = -125°C$.

(comme dans [HAB 11]). Nous utilisons trois tailles de mailles en pointe de fissure (respectivement égales à 250μm, 500μm et 1000μm). De plus, nous utilisons également trois tailles de rayon de zone locale (respectivement égales à trois, six et neuf fois la taille d'un élément en pointe de fissure). Ainsi neuf cas sont considérés. Nous allons ainsi pouvoir observer leur effet sur les trois paramètres du modèle ($\tilde{\varepsilon}^{hoop}$, $\tilde{\varepsilon}^{shear}$ et sur la contrainte critique ($\sigma_{Ic}(\dot{\tilde{\varepsilon}}_{eq})$)). Le tableau 3.4 montre les légendes utilisées pour les figures.

	r_{box}=3 elements	r_{box}=6 elements	r_{box}=12 elements
δ_e =250μm	–	- -	-.-
δ_e =500μm	–	- -	-.-
δ_e =1000μm	–	- -	-.-

TABLE 3.4: Légende associée à l'étude de sensibilité.

La figure 3.11 représente les évolutions temporelles des déformations équivalentes estimées dans la zone locale en pointe de fissure dans tous les cas. Les figures 3.12(a) à 3.12(c) montrent ces évolutions pour chacune des trois tailles de rayon local étudié (1500μm, 3000μm et 6000μm). La première constatation est que la taille de la zone locale en pointe de fissure a une influence sur la valeur des paramètres $\tilde{\varepsilon}^{hoop}$ et

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2012ISAL0129/these.pdf
© [D. Haboussa], [2012], INSA de Lyon, tous droits réservés

$\tilde{\varepsilon}^{shear}$: plus le rayon de la zone locale est grand, plus le niveau de déformation équivalente calculée est petit. La deuxième constatation est la suivante : pour une taille de zone locale en pointe de fissure donnée, la taille de maille a une faible influence pourvu qu'il y ait au moins 3 éléments dans le rayon. Cependant si la taille de maille est trop grande en pointe de fissure, l'identification du seuil $\tilde{\varepsilon}^{shear}$ est difficile. Nous avons vérifié sur ce cas que les paramètres identifiés par la méthode proposée sont peu sensibles à la taille de maille pourvu que la zone locale soit assez petite et maillée avec au moins 3 éléments dans un rayon.

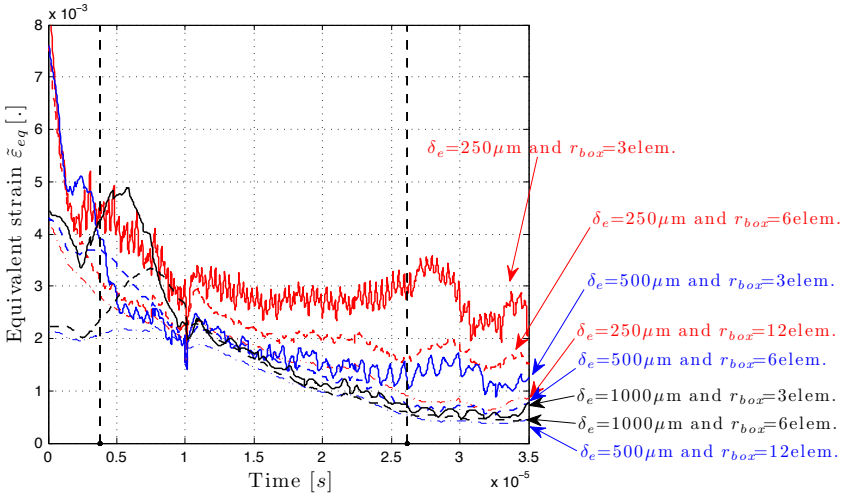
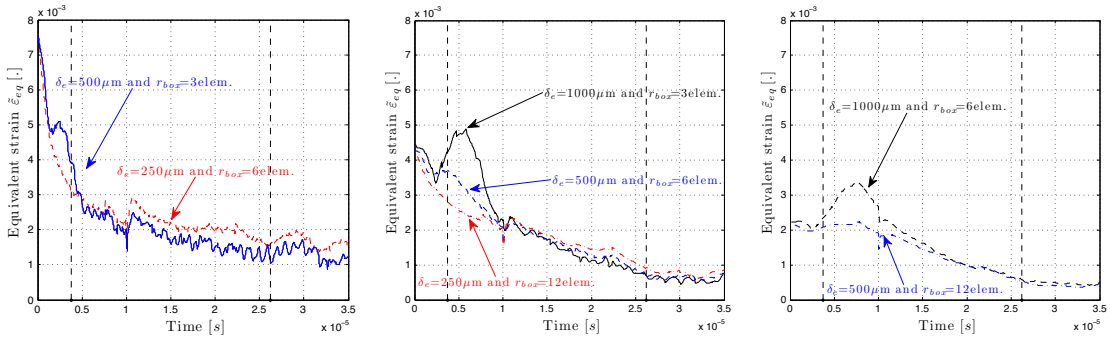


FIGURE 3.11: Influence de la taille de maille et de la zone locale en pointe sur les seuils de déformation.



(a) (b) (c)

FIGURE 3.12: Expérience CT : (a) avec $r_{box} = 1500\mu m$, (b) avec $r_{box} = 3000\mu m$, (c) avec $r_{box} = 6000\mu m$

Nous allons maintenant étudier l'influence de la taille de maille et du choix du rayon de la zone locale en pointe de fissure sur la contrainte critique $\sigma_{Ic}(\dot{\tilde{\varepsilon}}_{eq})$. Nous utilisons la même légende que précédemment (voir le tableau 3.4). La figure 3.13 représente les

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2012ISAL0129/these.pdf
© [D. Haboussa], [2012], INSA de Lyon, tous droits réservés

évolutions des contraintes équivalentes en fonction des taux de déformations relevés pour chacun des cas. Les conclusions de cette étude sont sensiblement les mêmes que pour les seuils en déformations. Plus le rayon de la zone locale est grand, plus le niveau de contrainte critique calculée diminue. De plus comme précédemment les paramètres identifiés pour une taille de zone varient peu avec la taille de maille dès qu'il y a 3 éléments dans le rayon.

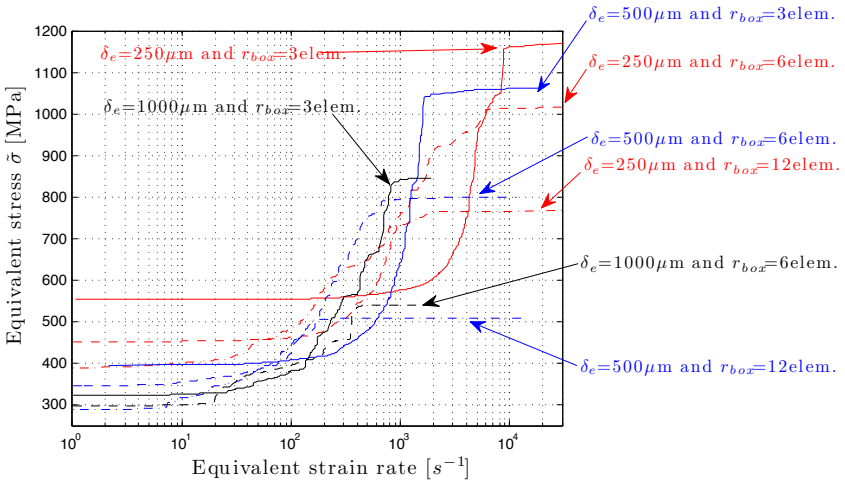
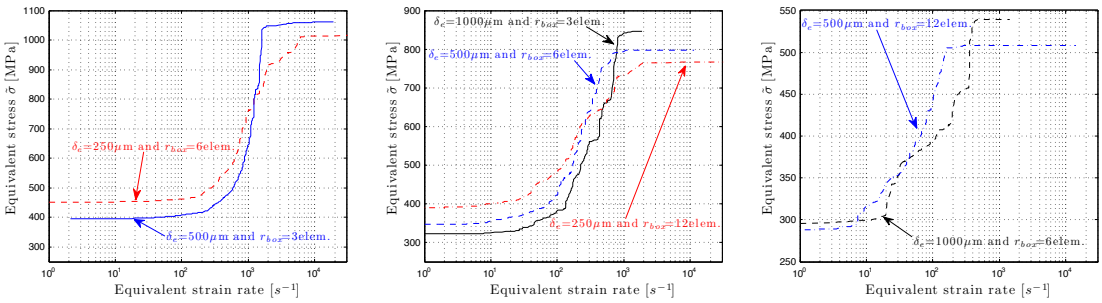


FIGURE 3.13: Influence de la taille de maille et de la zone locale en pointe sur la contrainte équivalente estimée en pointe



(a) (b) (c)

FIGURE 3.14: Expérience CT : (a) avec $r_{box} = 1500\mu m$, (b) avec $r_{box} = 3000\mu m$, (c) avec $r_{box} = 6000\mu m$

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2012ISAL0129/these.pdf
© [D. Haboussa], [2012], INSA de Lyon, tous droits réservés

3 Validation du modèle

Cette section est consacrée à la phase de validation du modèle proposé. Trois exemples seront traités. La première simulation consiste à réaliser un calcul prédictif des essais quasi-statiques sur éprouvettes CT présentés précédemment. Ensuite, nous nous intéresserons à deux cas sous chargement dynamique. Ces deux expériences, très connues dans la littérature (l'expérience de Kalthoff et l'expérience de Zhou-Rosakis-Ravichandran), décrivent également un phénomène de transition cisaillement-traction en fonction de la vitesse du chargement. Contrairement à l'expérience de Prabel, les résultats expérimentaux recueillis dans la littérature pour les expériences de Kalthoff et de Zhou-Rosakis-Ravichandran ne nous transmettent pas l'évolution spatiale et temporelle du front de fissure expérimental. La méthodologie proposée en section 2.2 n'est donc pas applicable pour ces deux cas, nous proposerons une autre méthode pour identifier les paramètres matériau de notre modèle.

3.1 Expérience sur les essais CT

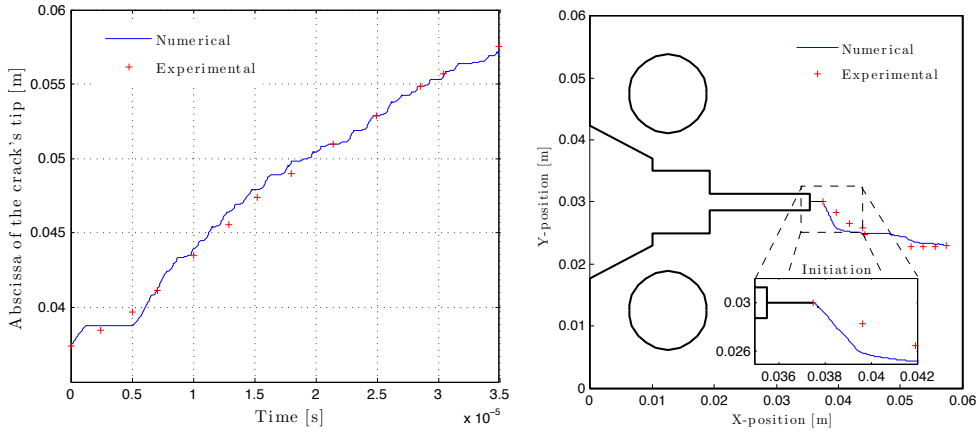
Dans cette section on cherche à prévoir l'expérience de Prabel *et al.* [PRA 08] avec les paramètres du modèle identifiés précédemment dans le tableau 3.3. Nous utilisons également le même maillage. Les résultats de cette simulation sont montrés sur la figure 3.15. La figure 3.15(a) (resp. figure 3.15(b)) montre la comparaison entre les histoires (resp. trajet) du front de fissure expérimental et numérique. Nous constatons sur les deux résultats une très bonne corrélation entre l'expérience et le modèle numérique. Ce résultat n'est pas très surprenant puisque on a utilise les résultats de cette expérience pour identifier le modèle mais il montre que le calcul prédictif fonctionne. La comparaison très satisfaisante sur l'évolution temporelle du front de fissure (non pris en compte dans l'identification qui n'a été faite que sur le trajet) indique que l'hypothèse d'appliquer la loi de Kanninen (équation 1.86) même pour un cas élastoplastique est raisonnable.

3.2 Expériences de Kalthoff et de Zhou-Rosakis-Ravichandran

3.2.1 À propos de l'expérience de Kalthoff

Le principe et le protocole expérimental ont été explicités dans la partie 2.2 du chapitre 1. D'un point de vue numérique, ces expériences ont été simulées par de nombreux auteurs (Song *et al.* [SON 06], Belytschko *et al.* [BEL 03] et Li *et al.* [LI 02]) mais la plupart d'entre eux n'ont simulé qu'un mode de rupture (soit la traction, soit le cisaillement). De plus les modèles proposés à ce jour pour modéliser la rupture en cisaillement nécessitent des maillages extrêmement fins qui capturent les phénomènes physiques complexes qui se passent dans la bande de cisaillement.

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2012ISAL0129/these.pdf
© [D. Haboussa], [2012], INSA de Lyon, tous droits réservés



(a) (b)

FIGURE 3.15: Expérience CT : comparaison entre les résultats expérimentaux et numériques : (a) Histoire du front de fissure, (b) Trajet de fissure

3.2.2 À propos de l'expérience ZRR

L'expérience de Zhou *et al.* (see [ZHO 96b]) a été modélisée entre autres par Armero *et al.* [ARM 09], Li *et al.* [LI 02] et Zhou *et al.* [ZHO 96a]. L'expérience ZRR est une variante de l'expérience de Kalthoff. En effet l'éprouvette impactée ne possède qu'une seule entaille. Dans l'expérience ZRR, on peut observer un changement de mode de rupture au cours de propagation. Pour une vitesse d'impact suffisamment grande (supérieures à V_c) on observe une rupture de l'éprouvette par propagation de fissure de cisaillement. Pour des vitesses d'impacts plus faibles, la fissure se propage d'abord dans une bande de cisaillement (avec un angle d'environ $-10°$) puis elle bifurque en mode de traction avec un angle d'environ 35° [ARM 09].

3.2.3 Méthode d'identification des paramètre du modèle

Comme dit précédemment, l'évolution spatiale et temporelle du trajet de fissure expérimental est inconnue dans les expériences de Kalthoff et de Zhou-Rosakis-Ravichandran. Il est donc impossible d'identifier les paramètres du modèle $\tilde{\varepsilon}^{hoop}$, $\tilde{\varepsilon}^{shear}$ et σ_{Ic} par l'intermédiaire d'un calcul X-FEM où le trajet de fissure expérimental est imposé en fonction du temps. Pour ces deux expériences, nous disposons :

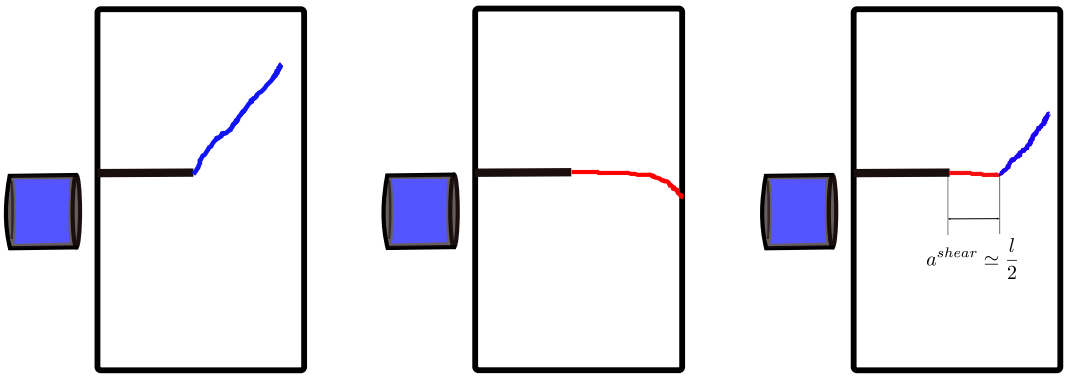
- des paramètres du matériau utilisé pour ces deux essais (cf. table 3.5),
- de la vitesse d'impact critique de transition traction-cisaillement ($V_c = 25m.s^{-1}$) pour l'expérience ZRR,
- de la longueur du trajet *postmortem* observé pour l'expérience ZRR et pour $V_c = 25m.s^{-1}$.

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2012ISAL0129/these.pdf
© [D. Haboussa], [2012], INSA de Lyon, tous droits réservés

Module d'Young E	1.99 GPa
Coeff. de Poisson ν	0.3
Masse volumique ρ	8000 $kg.m^{-3}$
Vitesses des ondes de Rayleigh c_R	2799.2 $m.s^{-1}$
Limite élastique σ_y	190 MPa
Module tangent E_t	1600MPa

TABLE 3.5: Paramètres matériau de l'acier Maraging 18Ni1900.

En fonction de ces informations, une méthode d'identification des paramètres du modèles suivant l'expérience ZRR est proposée. Ce processus d'identification repose sur trois calculs. La figure 3.16 représente les configurations utilisées pour réaliser l'identification des paramètres.



$V_{imp} = 20m.s^{-1}$ $V_{imp} = 30m.s^{-1}$ $V_{imp} \simeq 25m.s^{-1}$

FIGURE 3.16: ZRR - Trajet de fissure suivant les vitesses d'impact.

La première simulation consiste à évaluer la contrainte critique dans le cas où la fissure est entièrement pilotée par la traction, respectivement pour une vitesse d'impact $V_{imp} = 20m.s^{-1}$. Suivant cette configuration, σ_{Ic} et les seuils de déformation (ε^{hoop} et ε^{shear}) sont initialisés tels que $0 \ll \varepsilon^{hoop} < \varepsilon^{shear}$ et $\sigma_{Ic} \simeq \sigma_Y$. Ce premier calcul, nous permet d'obtenir les évolutions temporelles de θ^{hoop} et $\tilde{\varepsilon}$. De plus, pour une vitesse d'impact faible, l'expéricence prédit que la fissure s'initie avec un angle de branchement $\theta_{exp} \simeq 65°$. Ce critère nous permettra d'estimer σ_{Ic} par le calcul en cherchant $\theta^{hoop} \simeq \theta_{exp} \simeq 65°$. Pour finir, une première estimation du seuil de déformation en traction est obtenue en prenant $\varepsilon^{hoop} \simeq \max(\tilde{\varepsilon}(t))$ durant la phase de propagation de la fissure.

La seconde simulation consiste cette fois-ci à évaluer le seuil de déformation ε^{shear} dans le cas où la fissure est entièrement pilotée par le cisaillement, soit pour une vitesse d'impact $V_{imp} = 30m.s^{-1}$. Nous prenons cette fois-ci $\varepsilon^{hoop} = 0$ et $\varepsilon^{shear} \simeq \frac{\sigma_Y}{E}$. Dans ce calcul, nous cherchons à estimer le seuil en déformation θ^{shear}, ainsi l'évolution temporelle de $\tilde{\varepsilon}$ est traçée et une estimation du seuil de déformation en cisaillement est

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2012ISAL0129/these.pdf
© [D. Haboussa], [2012], INSA de Lyon, tous droits réservés

obtenue en prenant $\varepsilon^{shear} \simeq \min(\tilde{\varepsilon}(t))$ durant la phase de propagation de la fissure.

La dernière simulation consiste finalement à réajuster les seuils de déformation afin d'obtenir $a^{shear} \simeq \frac{l}{2}$. En effet, l'expérience prédit que, pour une vitesse d'impact critique notée $V_c = 25m.s^{-1}$, la fissure va d'abord se propager en cisaillement sur une longueur d'environ la moitié du ligament restant de l'éprouvette avant de bifurquer en traction. Ce qui nous permet d'obtenir le tableau ci-dessous dans lequel on retrouve les paramètres identifiés pour le modèle de transition cisaillement-traction pour l'acier Maraging 18Ni1900.

contrainte critique σ_{Ic}	250 MPa
seuil en cisaillement $\tilde{\varepsilon}^{Shear}$	0,01075
seuil en traction $\tilde{\varepsilon}^{Hoop}$	0,00875
rayon de la zone locale r_{box}	0,003 m
taille de maille en pointe δ_e	$0.001m$

TABLE 3.6: Acier Maraging - Paramètres pour le modèle de transition cisaillement-traction.

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2012ISAL0129/these.pdf
© [D. Haboussa], [2012], INSA de Lyon, tous droits réservés

3.2.4 Simulations des expériences

Il est possible de simuler les deux expériences en utilisant notre unique modèle, permettant de représenter les phénomènes de transition cisaillement-traction, dont les paramètres ont été précédemment identifiés (cf. tableau 3.6). Les résultats numériques obtenus pour les expériences ZRR et Kalthoff sont détaillés ci-dessous.

l'expérience de ZRR

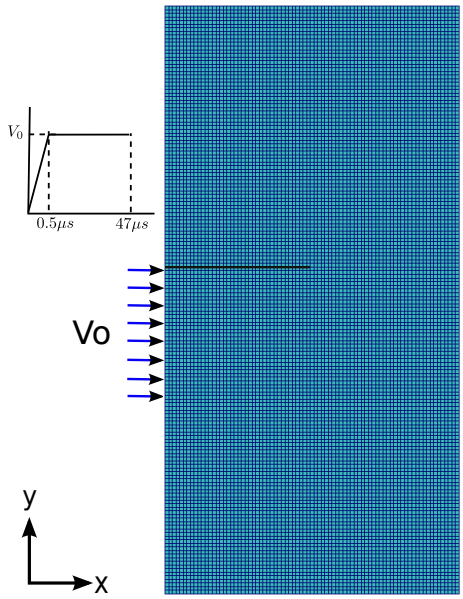


FIGURE 3.17: ZRR - maillage et conditions limites.

Le maillage et les conditions aux limites sont montrés sur la figure 3.17. La taille de maille est de $1mm$. Concernant les conditions limites, nous imposons une vitesse initiale horizontale d'impact V_{imp} sur le coté gauche de l'éprouvette. Le matériau est un acier Maraging 18Ni1900 dont les paramètres élastoplastiques avec un modèle isotrope de von Mises sont donnés dans le tableau 3.5. On fait l'hypothèse des déformations planes. Le pas de calcul est choisi automatiquement en utilisant la formule de Menouillard *et al.* [MEN 08a] ($\Delta t_c^{xfem} = \Delta t_c^{fem}/2$)
Deux vitesses d'impact ($25m.s^{-1}$ et 30m.s^{-1}) sont choisies. La figure 3.18, montre quelques photos de la fissure lors de sa propagation pour la petite vitesse d'impact ($\simeq 25m.s^{-1}$) : on observe un changement de mode de rupture lorsque la fissure a traversé environ la moitié du ligament. La figure 3.19 montre divers états de propagation de fissure pour une vitesse d'impact de $30m.s^{-1}$. On observe un mode de propagation par cisaillement pur.

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2012ISAL0129/these.pdf
© [D. Haboussa], [2012], INSA de Lyon, tous droits réservés

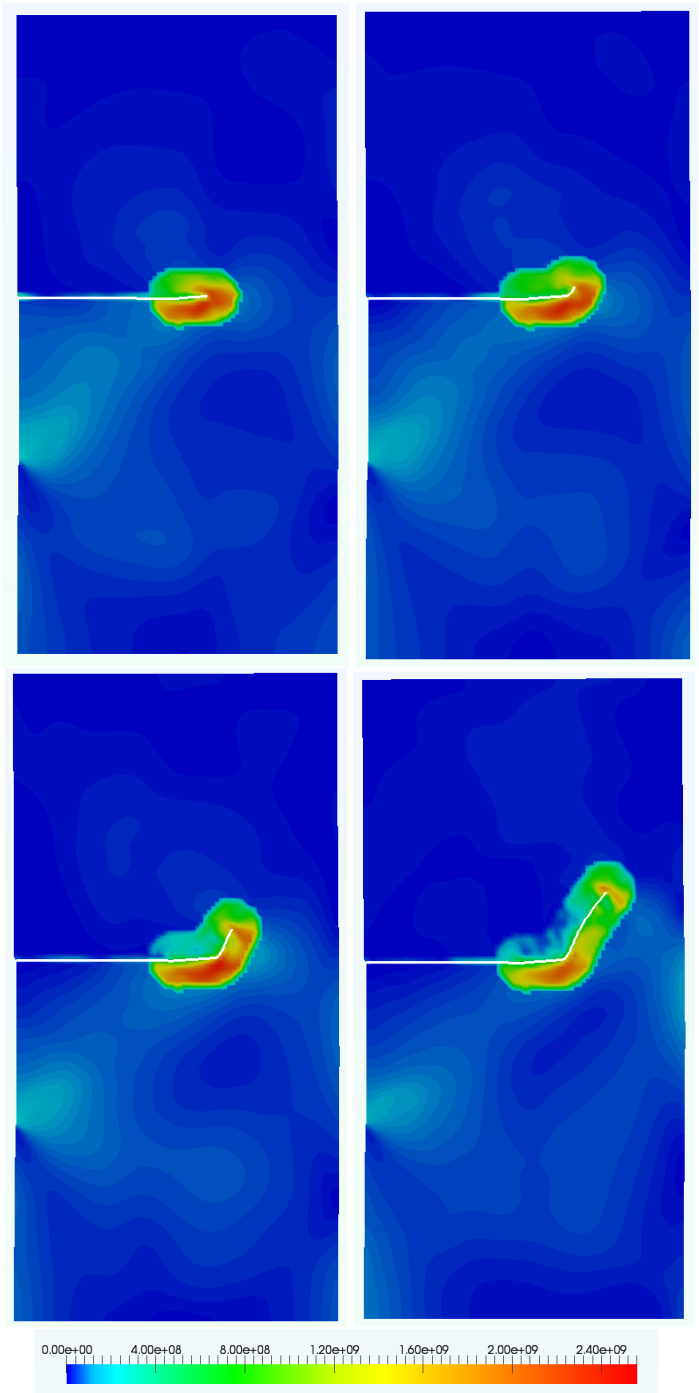


FIGURE 3.18: ZRR - Évolution des contraintes de von Mises pour $V_{imp} = 25m.s^{-1}$ et $t = 34\mu s$, $t = 37.5\mu s$, $t = 40\mu s$ et $t = 48.5\mu s$.

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2012ISAL0129/these.pdf
© [D. Haboussa], [2012], INSA de Lyon, tous droits réservés

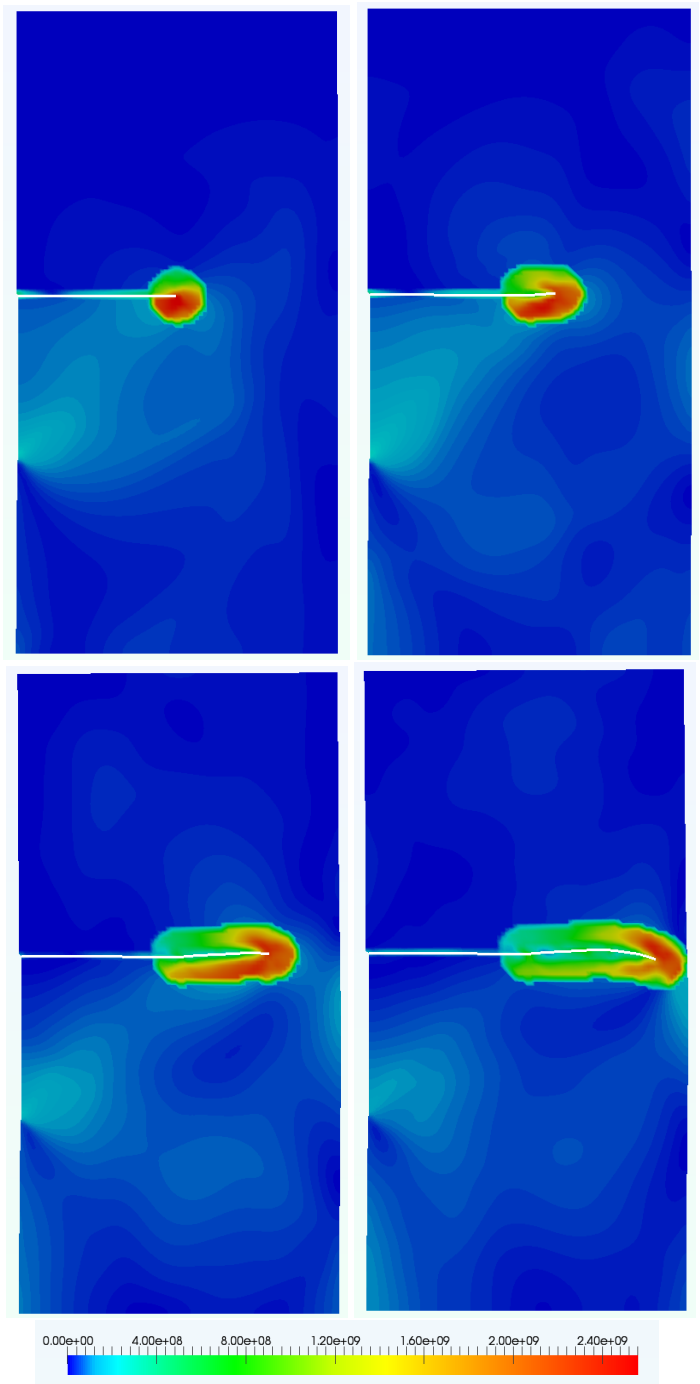
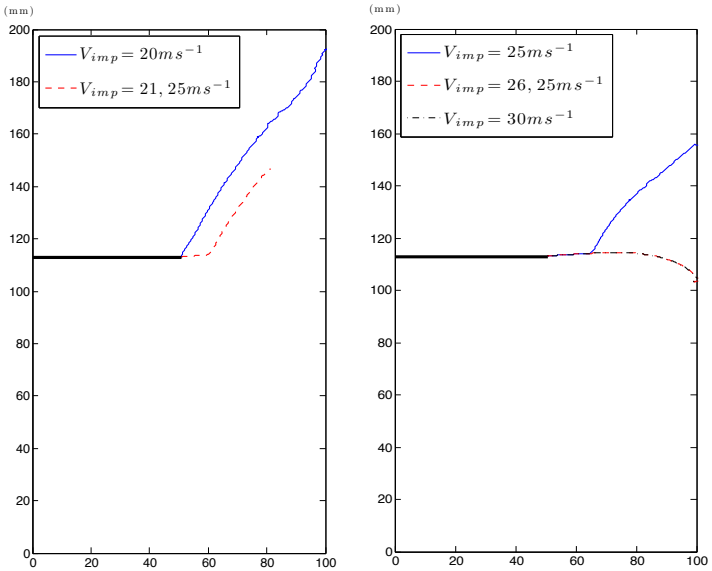


FIGURE 3.19: ZRR - Évolution des contraintes de von Mises pour $V_{imp} = 30m.s^{-1}$ et $t = 23\mu s$, $t = 32\mu s$, $t = 43\mu s$ et $t = 50\mu s$.

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2012ISAL0129/these.pdf
© [D. Haboussa], [2012], INSA de Lyon, tous droits réservés

Ces calculs à une échelle assez grossière rendent bien compte des divers modes de rupture possibles mais aussi des changements de mode en cours de propagation. Les résultats sont très similaires aux observations expérimentales. De plus, nous pouvons également estimer numériquement la vitesse de transition. Sur la figure 3.20 sont représentés les trajets de fissures associés aux différentes vitesses d'impact. Une estimation numérique de la vitesse de transition d'impact se situe entre $25m.s^{-1}$ et $26m.s^{-1}$.



(a) (b)

FIGURE 3.20: ZRR - Trajets de fissure suivant la vitesse d'impact.

L'expérience de Kalthoff

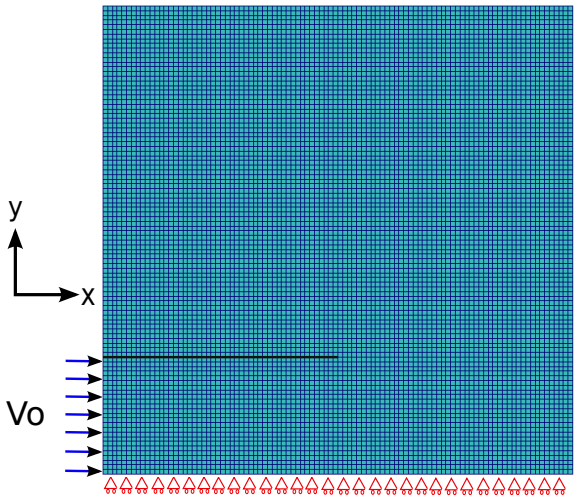


FIGURE 3.21: Expérience de Kalthoff : maillage et conditions limites

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2012ISAL0129/these.pdf
© [D. Haboussa], [2012], INSA de Lyon, tous droits réservés

Le maillage et les conditions aux limites sont donnés sur la figure 3.21. Seule la moitié supérieure de l'éprouvette est modélisée compte tenu de la symétrie du problème. La taille de maille est de $1mm$. Le pas de calcul est choisi automatiquement en utilisant la formule de Menouillard *et al.* [MEN 08a] ($\Delta t_c^{xfem} = \Delta t_c^{fem}/2$). Nous imposons une vitesse initiale d'impact V_0 sur le coté gauche de l'éprouvette. Deux cas de calcul sont présentés : le premier avec une vitesse d'impact lente de $16.5m.s^{-1}$ et le second avec une vitesse d'impact de $32m.s^{-1}$. Les calculs sont faits avec le code `Europlexus`. Le matériau est un acier Maraging 18Ni1900 dont les paramètres élastoplastique avec un modèle isotrope de von Mises sont donnés dans le tableau 3.5. On fait l'hypothèse des déformations planes.
La figure 3.23 montre pour une vitesse d'impact égale à $16m.s^{-1}$ l'évolution de la propagation de la fissure dans la pièce : le trajet obtenu est typique d'une rupture fragile, d'une fissure sollicitée en mode II (angle 70°). Le trajet est très proche des résultats expérimentaux. La figure 3.24 donne le trajet obtenu avec le même maillage, les mêmes paramètres matériau mais avec une vitesse d'impact de $32m.s^{-1}$. On a typiquement une propagation pilotée par le cisaillement pour une fissure sollicitée en mode II. Là encore les résultats expérimentaux sont très bien prévus.
La figure 3.22 montre la synthèse de ces calculs.

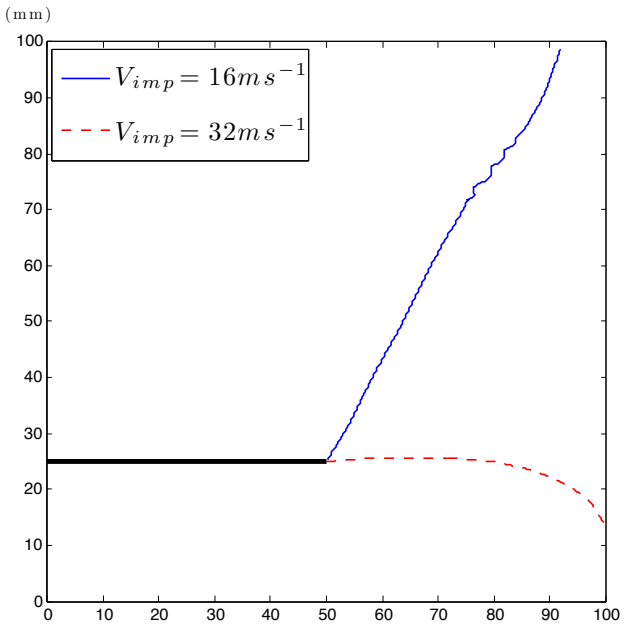


FIGURE 3.22: Kalthoff - Trajets de fissure suivant la vitesse d'impact.

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2012ISAL0129/these.pdf
© [D. Haboussa], [2012], INSA de Lyon, tous droits réservés

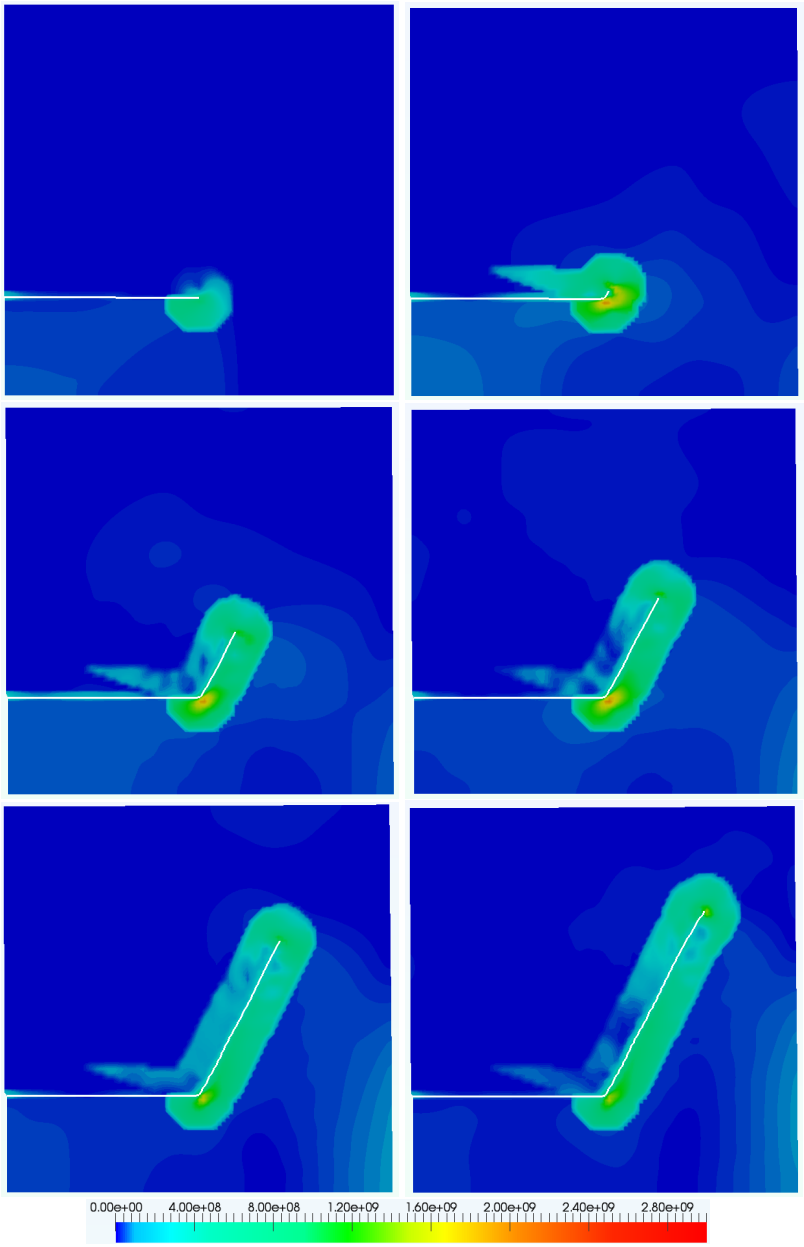


FIGURE 3.23: Kalthoff - Évolution des contraintes de von Mises pour $V_{imp} = 16m.s^{-1}$ et $t = 10\mu s$, $t = 28\mu s$, $t = 38\mu s$ $t = 45\mu s$ $t = 55\mu s$ et $t = 60\mu s$.

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2012ISAL0129/these.pdf
© [D. Haboussa], [2012], INSA de Lyon, tous droits réservés

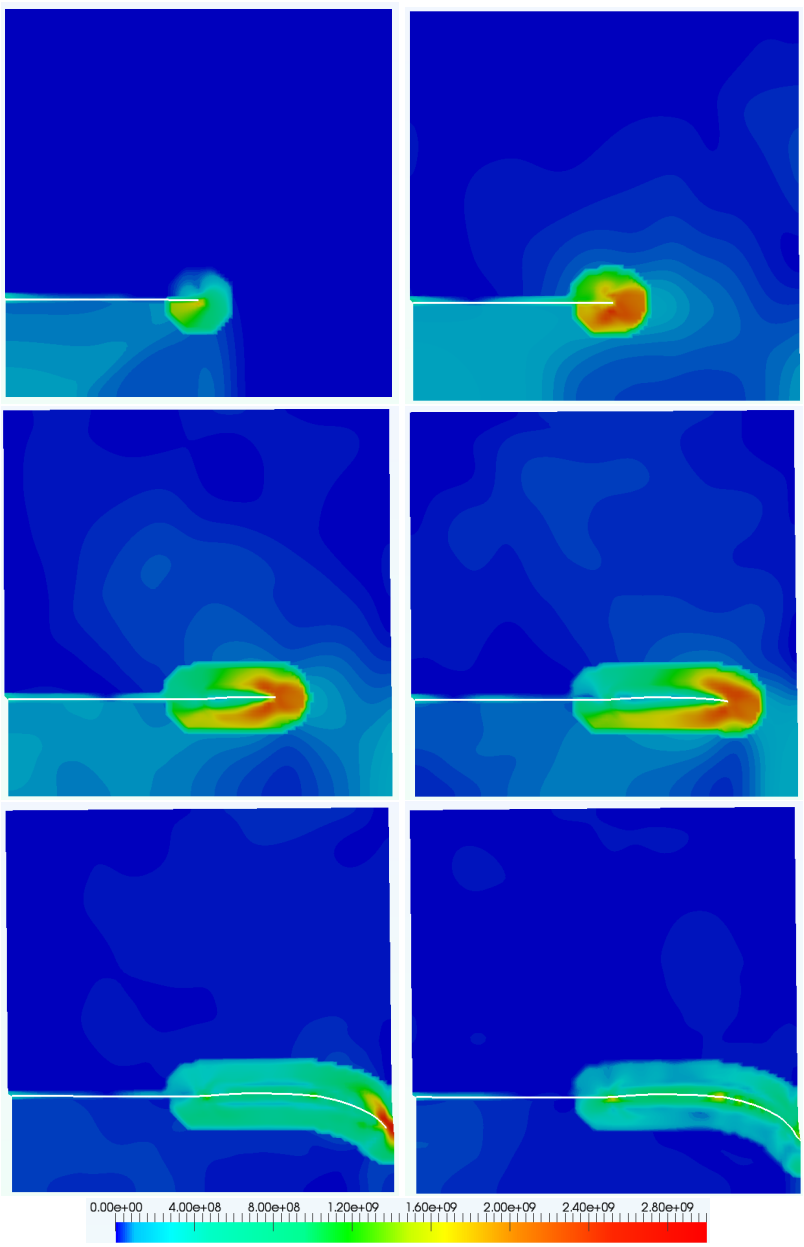


FIGURE 3.24: Kalthoff - Évolution des contraintes de von Mises pour $V_{imp} = 32m.s^{-1}$ et $t = 10\mu s$, $t = 28\mu s$, $t = 38\mu s$ $t = 45\mu s$ $t = 55\mu s$ et $t = 60\mu s$.

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2012ISAL0129/these.pdf
© [D. Haboussa], [2012], INSA de Lyon, tous droits réservés

4 Conclusion

Cette partie montre comment les éléments finis étendus peuvent être utilisés pour prévoir des trajets de fissure complexes en cas de combinaison de mode de rupture en traction et en cisaillement. Pour ce faire, une formule soit analytique soit semi-analytique donnant l'angle de propagation en cas de rupture par cisaillement et sous sollicitation combinée des modes I et II, a été proposée. Cette approche repose sur l'hypothèse que la direction de propagation est déterminée par l'état de contrainte en pointe de fissure. Elle ne se préoccupe pas des questions de stabilité. On peut noter que ce deuxième type d'approche, developpée récemment par Lazarus et Leblond ([LAZ 11]), en particulier pour étudier la propagation de fissure en mode combiné I et III offre une alternative forte intéressante. Ensuite, pour discerner si la propagation est en traction ou en cisaillement un critère automatique basé sur la déformation plastique en pointe de fissure a été développé. Une méthode générale d'identification des paramètres du modèle est proposée. Le choix de caractériser et d'identifier une contrainte critique dépendant de la vitesse de déformation estimée en pointe de fissure s'est révélé très judicieux. En identifiant σ_{Ic} suivant cette méthode, il est possible de constater que l'utilisation de la formule de Kanninen (équation 1.86), utilisée pour calculer la vitesse de propagation de fissure dans les deux cas, est tout à fait acceptable. De plus l'application à l'interprétation de deux expériences connues de propagation dynamique montre la pertinence du modèle proposé. Le modèle doit encore être validé sur d'autres expériences où ces deux modes de propagation coexistent.

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2012ISAL0129/these.pdf
© [D. Haboussa], [2012], INSA de Lyon, tous droits réservés

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2012ISAL0129/these.pdf
© [D. Haboussa], [2012], INSA de Lyon, tous droits réservés

Chapitre 4

Mesure expérimentale des paramètres de fissuration dynamique.

Ce chapitre présente les moyens expérimentaux mis en oeuvre pour évaluer la mesure des paramètres de fissuration dynamique. Cette section sera donc consacrée à la description des bancs d'essai utilisés, aux méthodes de mesure des paramètres de fissuration dynamique (localisation et évolution du front de fissure) et à la présentation des résultats.

Sommaire

1 Avant propos. 111

2 Essais quasi-statiques. 112

2.1 Géométrie des éprouvettes utilisées 112

2.2 Banc d'essai utilisant une machine de traction conventionnelle. . . . 112

2.3 Limites du banc d'essai mis en place 116

2.4 Résultats des essais. 120

3 Influence de la vitesse de déformation en pointe de fissure. 125

3.1 Nouvelle campagne 125

3.2 Modélisation des essais SIFT pour obtenir une contrainte critique pour le métal de base 126

3.3 Modélisation des essais aux barres de Hopkinson 129

3.4 Comparaison des vitesses de déformation en pointe 130

4 Essai utilisant un dispositif aux barres de Hopkinson. 131

4.1 Rappels : principes et théorie 131

4.2 Description du banc d'essai 135

4.3 Résultats d'essai. 142

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2012ISAL0129/these.pdf
© [D. Haboussa], [2012], INSA de Lyon, tous droits réservés

4.3.1 Bonus 147
5 Conclusion 149

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2012ISAL0129/these.pdf
© [D. Haboussa], [2012], INSA de Lyon, tous droits réservés

Introduction.

Ce chapitre traite des moyens expérimentaux mis en oeuvre pour étudier la rupture dynamique soumise à l'influence de la transition cisaillement-traction. L'accent est mis sur la description de moyens d'essai simples permettant la caractérisation et l'identification d'un modèle numérique macroscopique au sens de la mécanique de la rupture. Pour cela, l'objectif est d'observer l'évolution temporelle de la position du front de fissure au cours de l'essai et de mesurer l'énergie apportée à la structure fissurée. Deux types d'essais ont été réalisés :

- essais sous chargement quasi-statique, utilisant une machine conventionnelle de traction,

- essais sous chargement dynamique, utilisant un dispositif aux barres de Hopkinson.

1 Avant propos.

Le chapitre précédent propose un modèle numérique permettant de caractériser la transition d'un mode de fissuration par cisaillement à un mode de fissuration par ouverture. L'algorithme automatique de transition est dirigé par l'état plastique en pointe de fissure et il est nécessaire d'identifier les paramètres du modèle pour simuler correctement le comportement d'un matériau. Ainsi, deux démarches doivent être entreprises : la première consiste à réaliser des essais caractéristiques de transition cisaillement-traction et la seconde est de proposer une méthodologie permettant de caractériser et de quantifier les paramètres du modèle de transition proposé. Le matériau considéré dans cette étude est un acier à Haute Limite Élastique Soudable utilisé pour concevoir les coques de sous-marin. Cet acier est considéré comme étant confidentiel. C'est pourquoi nous le nommerons dans le reste de cette étude : "métal de base". À ce jour, le comportement du matériau a été caractérisé pour trois températures ($20°C$, $5°C$ et $-70°C$) et jusqu'à la vitesse de déformation de $250s^{-1}$. Des essais originaux, essais SIFT (*Simplified Impact Fracture Toughness*) réalisés à la tour de crash de l'Onera de Lille ou essais ECST (*Explosion Crack Starter Test*), ont permis de tester le métal de base sous des sollicitations extrêmes, de types chocs ou explosions. L'essai SIFT servira de référence dans cette partie et sera explicité en annexe F. Les essais établis dans cette section possèdent donc deux enjeux majeurs :

- le premier consiste à enrichir les connaissances sur le métal de base et plus particulièrement sur son comportement à la rupture,

- le second est de proposer des essais simples permettant la caractérisation du phénomène de transition cisaillement-traction. Pour cela les essais devront permettre, grâce à leurs instrumentations, d'obtenir le maximum d'informations concernant l'évolution spatiale et temporelle du front de fissure.

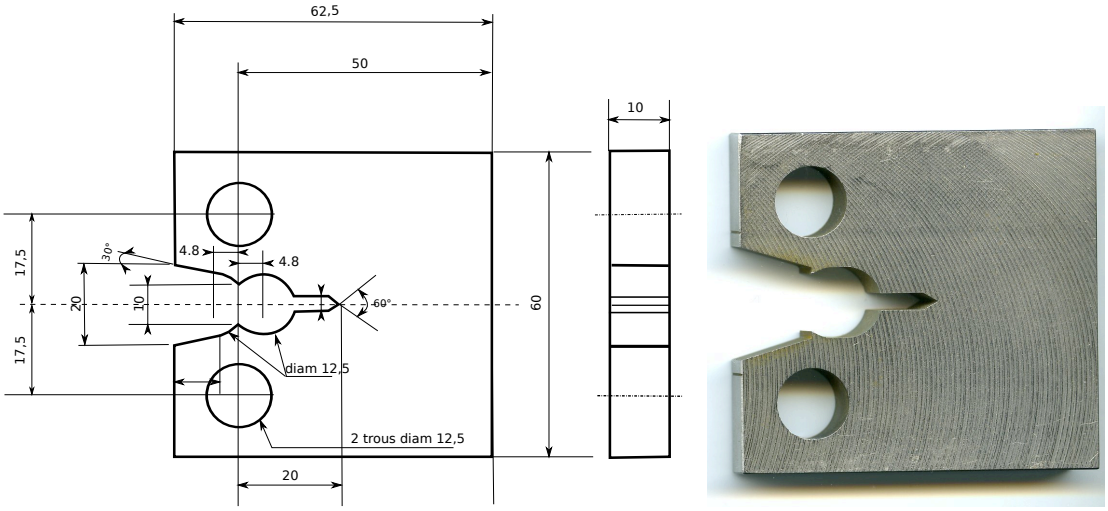
Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2012ISAL0129/these.pdf
© [D. Haboussa], [2012], INSA de Lyon, tous droits réservés

Ainsi, le paragraphe suivant détaille un type d'essai de caractérisation du métal de base. L'essai choisi n'est autre que l'essai de Prabel de traction quasi-statique réalisé sur les éprouvettes CT réduites en épaisseur, présenté dans le premier chapitre et simulé, pour l'acier de cuve 16MND5, dans la section 2.1. Cet essai a permis d'observer sur le 16MND5, à la température de transition ductile-fragile (-125°C), la transition d'un mode de rupture par cisaillement à un mode de rupture par ouverture. En sera-t-il de même pour notre métal de base ? La réponse au paragraphe suivant.

2 Essais quasi-statiques.

2.1 Géométrie des éprouvettes utilisées

Afin d'observer la transition cisaillement-traction et le rôle du cisaillement dans le changement de mode de rupture, nous choisissons d'utiliser des éprouvettes CT25 (Norme ASTM-E-1820-01) sans entaille latérale et réduite ou non à 10mm d'épaisseur. La géométrie des éprouvettes est donnée sur la figure 4.1(a). Ces éprouvettes sont d'abord préfissurées par fatigue afin de développer une fissure à partir de l'entaille mécanique en "V".



(a) (b)

FIGURE 4.1: Banc d'essai : géométrie des éprouvettes CT.

2.2 Banc d'essai utilisant une machine de traction conventionnelle.

Ces essais quasi-statiques sur machine de traction/compression conventionnelle ont été réalisés en partenariat avec le centre de Lille de l'ONERA, sous l'encadrement de Jacky Fabis, ingénieur de recherche et d'Alain Deudon et Jean-Michel Mortier, techniciens de laboratoire.

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2012ISAL0129/these.pdf
© [D. Haboussa], [2012], INSA de Lyon, tous droits réservés

FIGURE 4.2: Banc d'essai : machine conventionnelle INSTRON + enceinte refroidissante

Lors de cette campagne, 18 éprouvettes CT (17 CT10 et 1 CT25), ont été testées. L'objectif de l'essai repose dans l'obtention de deux grandeurs mécaniques :

- l'énergie apportée à la structure, caractérisée par la courbe chargement/ouverture, mesurée à partir du système machine+logiciel INSTRON et d'un extensomètre préalablement étalonné de la même marque,
- les mesures de la propagation dynamique de fissure, réalisée à l'aide d'une instrumentation particulière (jauges à fils + carte d'acquisition rapide).

Description du banc

La figure 4.3 identifie les moyens mis à disposition et montre les deux dispositifs de mesure relatifs au chargement quasi-statique et à la propagation dynamique de fissure. Voici le récapitulatif des moyens d'essai :

- une machine de traction INSTRON quasi-statique,
- une enceinte thermique ($T^{\circ}_{mini} = -160°C$),
- un extensomètre INSTRON (capteur d'ouverture),
- une cellule d'effort et de déplacement (10Hz),

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2012ISAL0129/these.pdf
© [D. Haboussa], [2012], INSA de Lyon, tous droits réservés

– des jauges de propagation à fils HBM,

– une carte d'acquisition rapide (4 voies, 10MHz) NICOLET,

– et deux ordinateurs, un pour les jauges de rupture, un pour la machine de traction-compression.

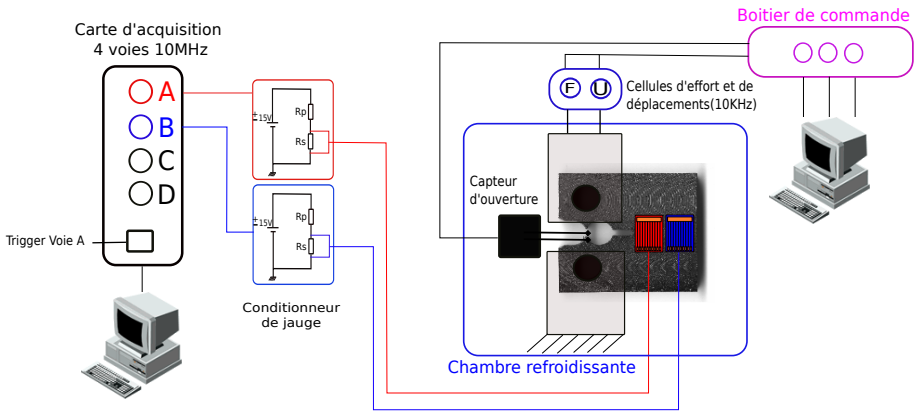


FIGURE 4.3: Banc d'essai : schéma récapitulatif.

Mise en température

Les échantillons sont refroidis dans une enceinte isolante par injection d'azote (voir la figure 4.4). La température est régulée par un bloc de thermorégulation et controlée par un thermocouple de commande faisant parti l'enceinte. Tout de même, afin de s'assurer de la bonne mesure en température de l'éprouvette dans l'enceinte, nous avons fixé un thermocouple de mesure approprié sur l'éprouvette au cours de quelques essais. De plus, durant la mise en température des éprouvettes, un asservissement en effort a été réalisé pour compenser les contractions des pièces d'accrochage lors de la descente en température et pour s'assurer que la température à coeur des éprouvettes a été atteinte ; un délai d'attente de 15 minutes a été respectée avant chaque essai à partir du moment où les déplacements liés à l'asservissmeent ont cessé.

Mesure du chargement et de l'ouverture

La machine de traction conventionnelle INSTRON possède des cellules d'effort et de déplacement qui permettent par l'intermédiaire d'un logiciel, d'enregistrer pendant le chargement quasi-statique l'évolution temporelle de ces paramètres. Il est important de préciser que la cellule d'effort de cette machine est à jauge ; ainsi sa faible bande passante ne permet pas d'interprêter le signal d'effort durant la rupture dynamique.

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2012ISAL0129/these.pdf
© [D. Haboussa], [2012], INSA de Lyon, tous droits réservés

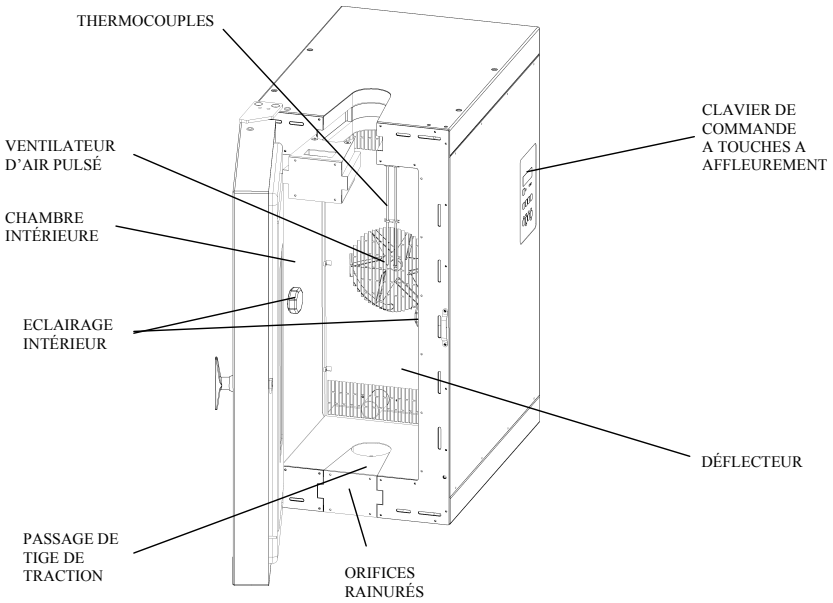


FIGURE 4.4: Banc d'essai : enceinte isolante(*ref.* HEATWAVE 3119-505).

En ce qui concerne la mesure de l'ouverture, nous avons utilisé un extensomètre COD (*ref.* 2670-122 INSTRON), possédant une course maximale de 4mm. Ces deux mesures relatives au chargement quasi-statique nous permettent de remonter à l'énergie apportée au système jusqu'à l'initiation de la fissure. Il y a donc deux échelles en temps à considérer, l'une correspondant au chargement quasi-statique, l'autre se rapportant à la propagation dynamique de la fissure.

Mesure de la vitesse de propagation de fissure

Comme les essais sont réalisés à basse température, il n'est pas envisageable d'utiliser une caméra ultra-rapide pour suivre la propagation dynamique du front de fissure. En effet, la présence de givre sur l'éprouvette, provoquée par l'humidité de l'air, nous impose d'utiliser un autre moyen de mesure. Ainsi, comme Prabel *et al.* ([PRA 07a]), nous choisissons d'utiliser un système composé de jauges à fils (voir figure 4.5), d'une carte d'acquisition rapide et d'un ordinateur. Le principe de mesure des jauges à fils réside dans le fait qu'une fois collée sur la face de l'éprouvette, la rupture des fils de la jauge est *a priori* provoquée par la propagation de la fissure. Ces fils, disposés parallèlement et possédant chacun la même résistance, sont collées le long du trajet probable de la fissure. Ainsi lorsqu'un fil est coupé, la résistance globale de la jauge diminue et la tension en sortie augmente. De plus, la variation temporelle du signal de sortie est mesurée à l'aide d'un ordinateur relié à une carte d'acquisition rapide (cadencée à 10MHz). Il est ainsi possible d'obtenir l'évolution spatiale et temporelle du trajet de fissure. Les jauges utilisées dans notre étude ont été fabriquées par HBM. Pour garantir la bonne tenue au froid de la jauge durant les essais, plusieurs colles ont été testées. La colle préconisée par HBM n'a pas été

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2012ISAL0129/these.pdf
© [D. Haboussa], [2012], INSA de Lyon, tous droits réservés

retenue, suite aux premiers essais. Nous avons opté pour une colle Vishay accompagnée d'un traitement de surface (acide + neutralizer). De plus, dans le but d'obtenir un signal de sortie brut amplifié, un conditionnement des jauges est effectué. L'ensemble proposé par HBM, constitué d'un conditionneur associé à un ampli (branché en $\frac{1}{4}$ de pont 350Ω) s'est avéré peu efficace (manque de sensibilité). Pour y remedier, nous avons conçu le conditionneur présenté sur la figure 4.5. Suivant ce conditionnement, il est possible de calculer les relations suivantes :

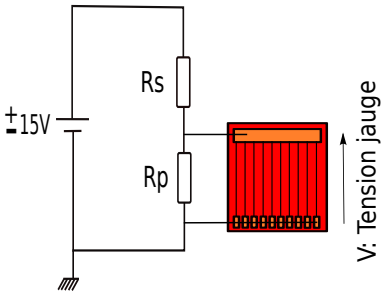


FIGURE 4.5: Banc d'essai : conditionnement des jauges.

$$R_{eq} = \left(\frac{nR_p + R_i}{R_i R_p}\right)^{-1}, \tag{4.1}$$

$$V_{theo} = \frac{V_{alim}}{1 + \frac{R_s}{R_{eq}}}. \tag{4.2}$$

où $R_p = 50\Omega$, $R_s = 1,2K\Omega$ et $R_i = 13\Omega$ est la résistance d'un fil de la jauge.

Sachant que la qualité du signal brut mesuré dépend de la présence ou non de bruits, liés principalement à la conductivité du matériau testé, une solution préconisable est d'utiliser une demi-jauge par conditionneur pour doubler en gain (voir figure 4.6).

2.3 Limites du banc d'essai mis en place

Les principales limites observées avec ce moyen d'essai sont d'ordre technique. Nous détaillons les conditions limites relatives à chacun des dispositifs utilisés.

Limite en température

La limite de l'enceinte refroidissante se caractérise par un seuil minimal en température. Cette enceinte est donc utilisable jusqu'à des température d'environ $-160°C$. Si le besoin impose de descendre à des températures inférieures, l'utilisation de cette enceinte est insuffisante. Ainsi, une autre méthode consiste à réaliser une trempe de l'éprouvette directement dans un bain d'azote combinée à l'utilisation d'un thermocouple et d'une

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2012ISAL0129/these.pdf
© [D. Haboussa], [2012], INSA de Lyon, tous droits réservés

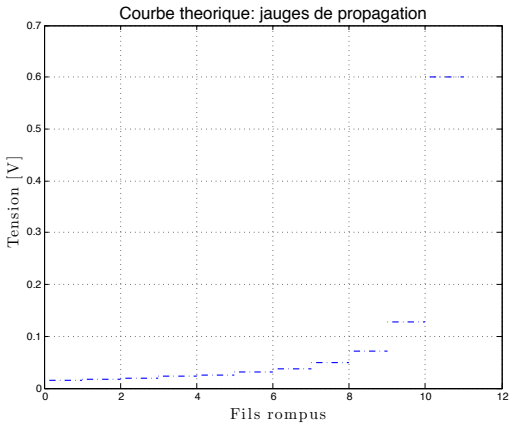


FIGURE 4.6: Jauges de propagation - tension théorique en fonction du nombre de fils rompus.

étude thermique préalable, modélisée sous *Cast3m*. Grâce à cela, nous sommes en mesure de contrôler la température dans la plage $[-196,5°C;-160°C]$. Avec cette solution technique, la température du test est conditionnée par la durée de mise en position avant le lancement de l'essai ($\simeq 20s$) et la durée du chargement, comme le montre la figure 4.7.

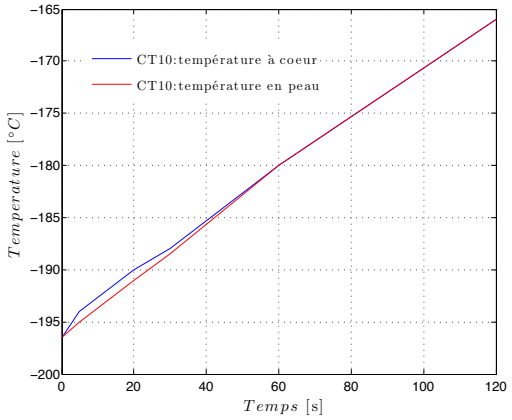


FIGURE 4.7: Courbe modélisant l'évolution thermique de l'éprouvette refroidie par bain d'azote une fois sortie de celui-ci.

Il est donc nécessaire de réduire le temps de chargement de l'éprouvette et donc d'augmenter la vitesse de chargement par rapport aux spécifications de la norme, afin de limiter le réchauffement de l'éprouvette à quelques degrés. Toutefois ce choix d'utiliser des vitesses de chargement importantes (supérieures à 100mm.min^{-1}) pour ce type d'éprouvette très rigide, nous interdit d'utiliser le signal de la cellule d'effort qui est complètement filtré par l'électronique de la machine INSTRON et par la masse de l'outillage.

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2012ISAL0129/these.pdf
© [D. Haboussa], [2012], INSA de Lyon, tous droits réservés

Limite due à l'utilisation des jauges de propagation

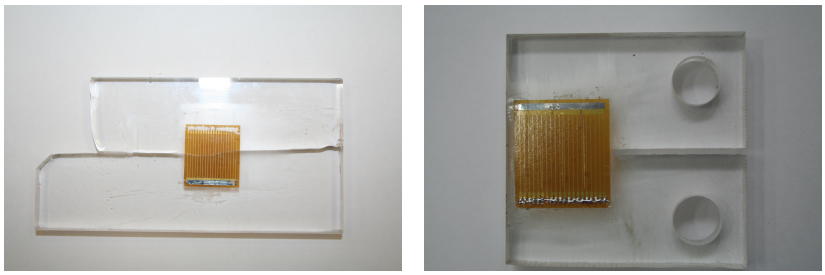
La principale interrogation concernant cette mesure, est de s'assurer que les résultats obtenus par l'intermédiaire des jauges de propagation sont bien représentatifs de la vitesse réelle de la propagation de la fissure. Autrement dit : la cassure des fils composant la jauge, placés le long du trajet *a priori* connu de la fissure, est-elle provoquée réellement par la fissure ? Et cela pour n'importe quel type de rupture (avec plus ou moins de plasticité en surface et à la gamme de température couverte par les essais) ? De plus rappelons que la fonction principale de ces jauges concerne la propagation de fissure de fatigue et que la température préconisée est de $20°C$ pour un niveau de déformation maximal de 1%. Donc en combinant, vitesse de chargement, basses températures et plasticité en peau d'éprouvette ; il convient de vérifier en amont quelques points concernant la tenue et la mesure par les jauges de propagation.

Une première vérification est effectuée dans le cas d'une rupture fragile. Ainsi, nous avons choisi d'étudier la vitesse de propagation de fissure sur des éprouvettes en PMMA, par l'intermédiaire de deux moyens de mesure différents :

- les jauges de propagation de fissure,
- et une caméra rapide cadencée à 100000 images par seconde.

Et cela sur deux dispositifs d'essais différents :

- une machine de traction pour la résistance à la baisse de température,
- et un dispositif aux barres de Hopkinson pour une évolution de la vitesse de chargement.



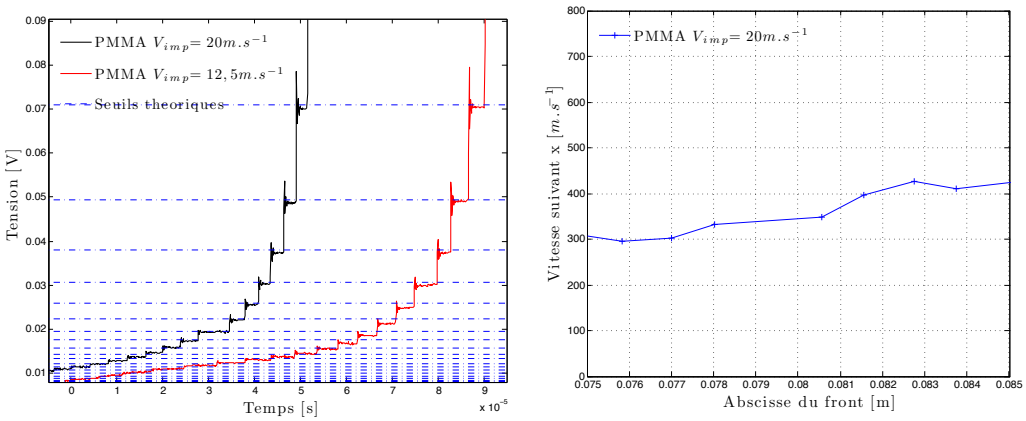
(a) (b)

FIGURE 4.8: Éprouvettes en PMMA.

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2012ISAL0129/these.pdf
© [D. Haboussa], [2012], INSA de Lyon, tous droits réservés

○ Dispositif aux barres de Hopkinson :

Des éprouvettes en PMMA avec une pré-fissure réalisée par *"tapping"* sont utilisées, comme le montre la figure 4.8(a). Sur cette éprouvette, nous collons une jauge de propagation et nous réalisons l'essai avec deux vitesses de chargement ($12,5m.s^{-1}$ et $20m.s^{-1}$). Les signaux de mesure obtenus avec les jauges de propagation sont donnés sur la figure 4.9(a).



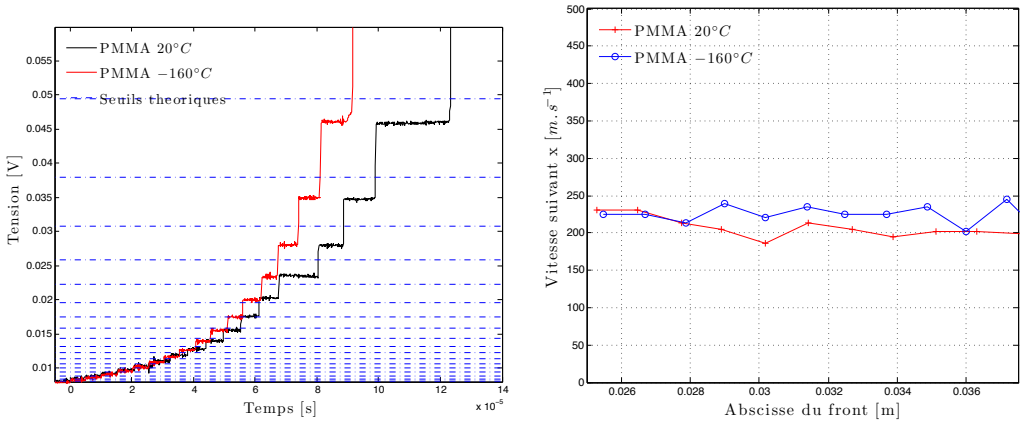
(a) (b)

FIGURE 4.9: PMMA aux barres de Hopkinson - (a) signal jauge de propagation (b) vitesse de propagation suivant x .

○ Essai CT sur PMMA :

Des éprouvettes CT en PMMA avec une pré-fissure réalisée par *"tapping"* sont utilisées, comme le montre la figure 4.8(b). Sur cette éprouvette, nous collons une jauge de propagation et l'essai est réalisé à deux températures (20 et $-160°C$).
Les mesures obtenues par jauge de propagation sont données sur la figure 4.10(a).

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2012ISAL0129/these.pdf
© [D. Haboussa], [2012], INSA de Lyon, tous droits réservés



(a) (b)

FIGURE 4.10: PMMA essais CT - (a) signal jauge de propagation (b) vitesse de propagation suivant x.

Les mesures de vitesses de propagation obtenues par les jauges de propagation à fils, dans les deux configurations d'essai, ont été validées par l'acquisition par caméra rapide des images. Les figures 4.9(b) et 4.10(b) montrent les vitesses obtenues suivant les deux types d'essai. Pour les essais quasi-statiques à $-160°C$ et $20°C$, les vitesses de propagation mesurées par les jauges se situent entre 200 et 250 $m.s^{-1}$et les vitesses obtenues par l'acquisition des images sont similaires. La même constatation est faite sur les essais dynamiques ($v_{imp} = 20m.s^{-1}$), avec cette fois-ci une vitesse de propagation estimée à environ $400m.s^{-1}$. Ainsi, pour une rupture de type fragile, les jauges de propagation de fissure semblent être capables de mesurer correctement les vitesses de propagation de fissure. En ce qui concerne les ruptures présentant plus ou moins d'effets de plasticité en peau, il est difficile de conclure sur la validité des jauges de propagation. En effet, en présence d'une trop forte plasticité en peau, on constate un décollement de la jauge avant une cassure multiple des fils qui interdit l'interprétation de la mesure par ce procédé dans ce cas.

2.4 Résultats des essais.

Les éprouvettes testées suivant chaque condition d'essai sont représentées sur la figure 4.11. Le tableau 4.1 récapitule les données pour chaque éprouvette testée. Notons que comme précisé dans la partie précédente, les valeurs notées en rouge sont considérées comme érronées. En effet, les cellules de déplacement et d'effort ne sont plus capables de mesurer à ces cadences de chargement.

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2012ISAL0129/these.pdf
© [D. Haboussa], [2012], INSA de Lyon, tous droits réservés

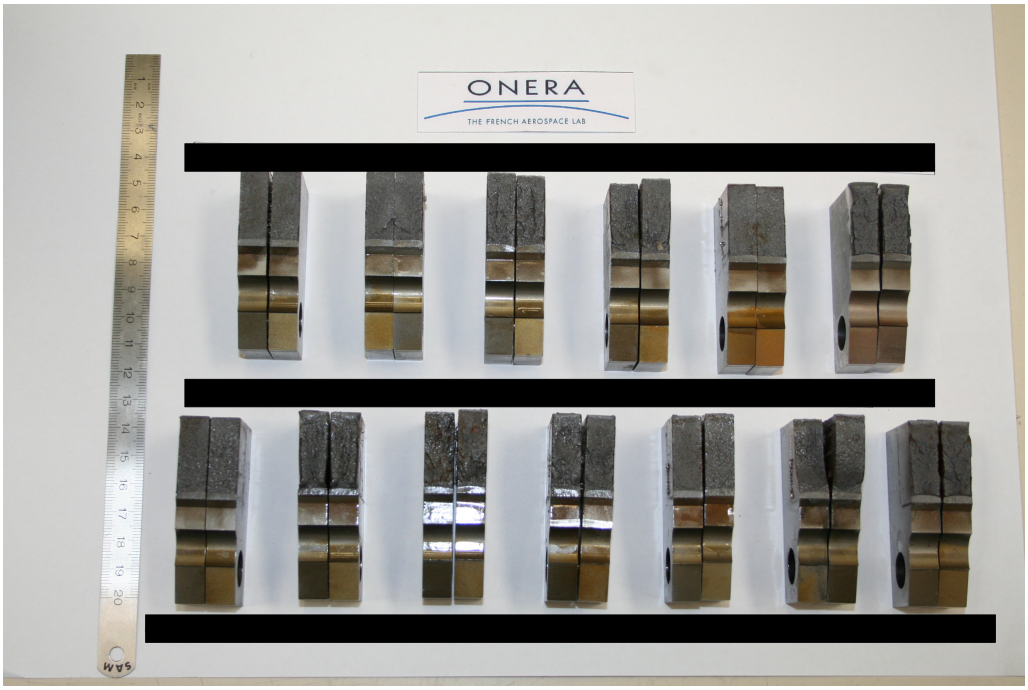


FIGURE 4.11: Vue globale des éprouvettes *post-mortem*.

Éprouvette	Ép. (mm)	T ($°C$)	Vit. ($mm.min^{-1}$)	F maxi (KN)
essai 1	25	20	0,5	98
essai 2	10	20	0,5	38
essai 3	10	-100	0,5	48
essai 4	10	-130	0,5	48
essai 5	10	-160	0,5	37
essai 6	10	-160	0,5	23
essai 7	10	-160	0,5	48
essai 8	10	-160	0,5	52,5
essai 9	10	-185	5	50,3
essai 10	10	-185	500	16,7
essai 11	10	-185	500	10,8
essai 12	10	-185	50	50
essai 13	10	-185	250	18,3
essai 14	10	-185	500	3,4
essai 15	10	-185	500	3,3
essai 16	10	-185	500	3

TABLE 4.1: Métal de base CT - Conditions expérimentales pour l'ensemble des éprouvettes testées.

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2012ISAL0129/these.pdf
© [D. Haboussa], [2012], INSA de Lyon, tous droits réservés

Rappelons que l'un des objectifs de ces essais était d'observer la transition cisaillement-traction pour notre métal de base. Ce phènomène a été caractérisé. En effet, sur la figure 4.12, nous pouvons observer, pour les essais 14, 15 et 16, que dans les mêmes conditions d'essai (températures et vitesses de chargement identifiées) le type de rupture (fissuration par cisaillement et par ouverture) diffère aléatoirement. L'essai 16 présente un trajet de fissure en mode I pur où la fissure est dirigée par la traction. L'essai 14 présente, à l'initiation de la propagation, un branchement de fissure caractérisé par un angle compris entre 30° et 45° par rapport à l'horizontale. L'orientation des deux branches de la fissure revient ensuite progressivement vers l'axe de symétrie de l'éprouvette. L'essai 15 se situe quant à lui entre les deux configurations précédentes. La fissure a hésité à brancher à l'initiation mais est finalement partie en mode I.

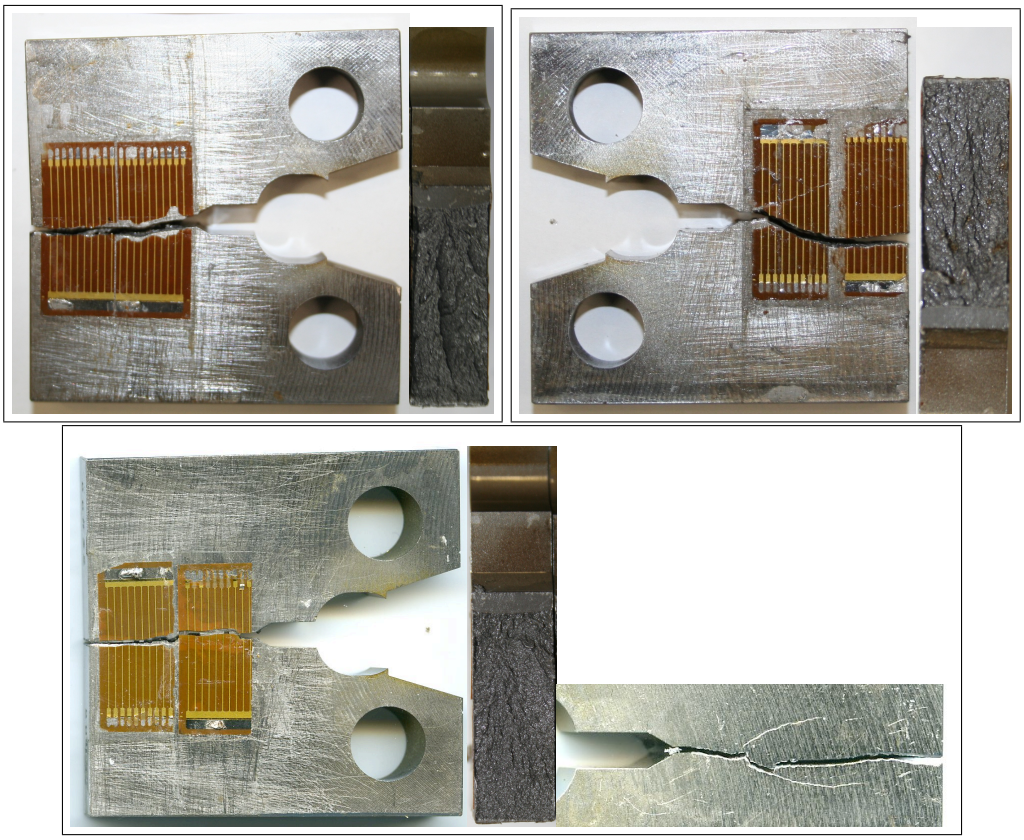


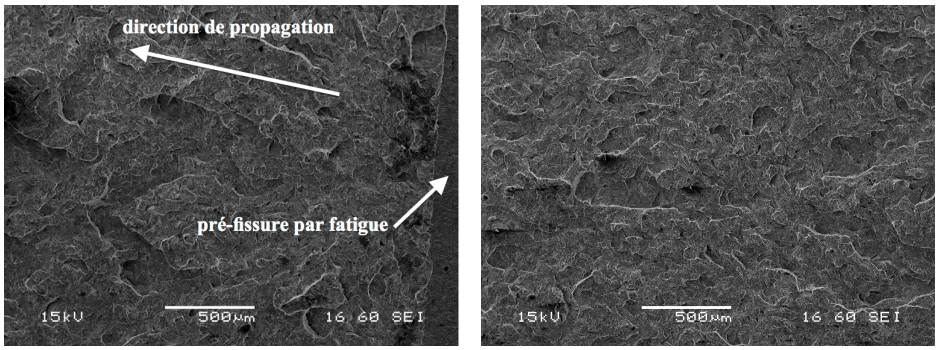
FIGURE 4.12: Métal de base CT - Faciès de rupture et trajet de rupture pour les essais 16, 14 et 15.

Une étude au microscope électronique à balayage (MEB) des faciès de rupture confortent ces observations.

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2012ISAL0129/these.pdf
© [D. Haboussa], [2012], INSA de Lyon, tous droits réservés

Fissures en mode *I* pur (Essai 16)

La figure 4.13 présente le faciès de rupture observé sur l'essai 16. On constate que ce dernier est caractéristique de la rupture par clivage, autrement dit la fissuration par ouverture est entièrement pilotée par la traction. On note également qu'aucun ligament ductile n'est visible le long du faciès.

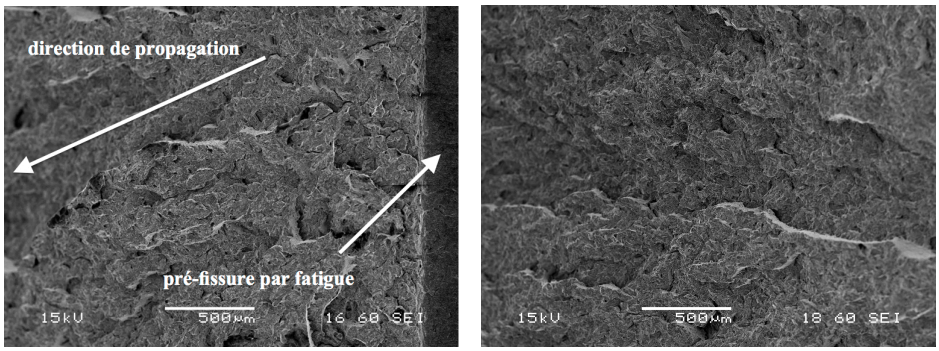


(a) (b)

FIGURE 4.13: Métal de base CT - (a) Faciès de rupture (essai 16) à l'initiation (b) Faciès de rupture (essai 16) à mi-parcours

Fissures ayant branchées (Essai 14)

La figure 4.14 présente le faciès de rupture observé sur l'essai 14. Lors de cet essai, la fissure a branché à l'amorçage. On constate que la fissure s'amorce bien avec un angle important. On peut supposer que la rupture présente bien une fissuration par cisaillement, on pourrait parler de "marches de cisaillement". Cela confirme pour ces éprouvettes réduites en épaisseur le rôle important de la plasticité lors de l'amorçage. Notons que ces remarques ont été également formulées par Prabel *et al.* sur le 16MND5.

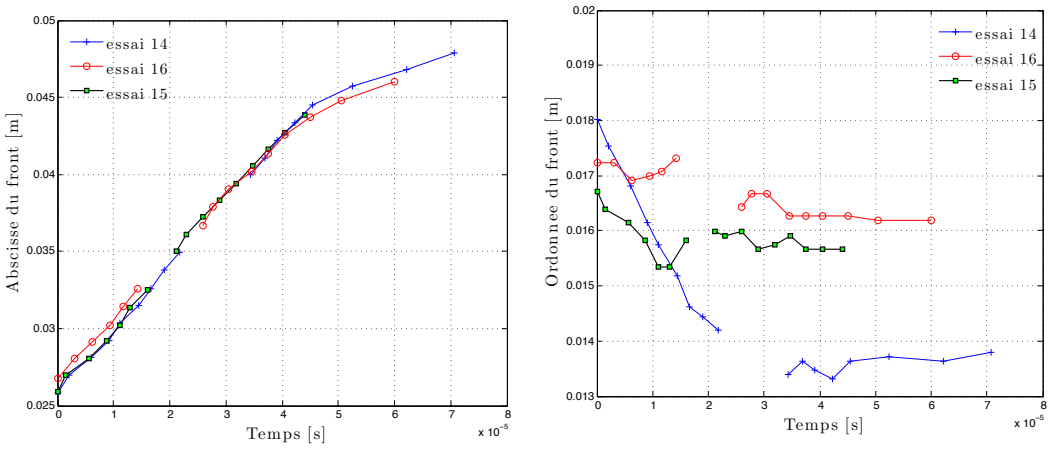


(a) (b)

FIGURE 4.14: Essai QS - (a) Faciès de rupture (essai 14) à l'initiation (b) Faciès de rupture (essai 14) à mi-parcours

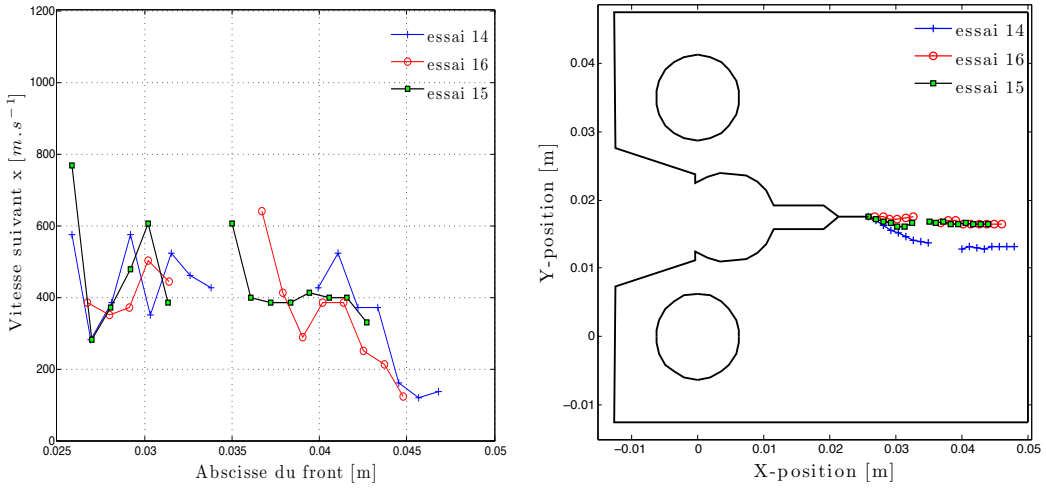
Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2012ISAL0129/these.pdf
© [D. Haboussa], [2012], INSA de Lyon, tous droits réservés

Un autre objectif était d'obtenir, lors de cette campagne, l'évolution temporelle et spatiale du front de fissure. Les figures 4.15 et 4.16 présentent respectivement l'évolution temporelle des abscisses et des ordonnées des fronts de fissure et les vitesses de propagation projetées suivant l'horizontale pour les essais 14, 15 et 16. Ainsi, l'utilisation des jauges à fils nous permettent d'obtenir les vitesses de propagation des fissures.



(a) (b)

FIGURE 4.15: Métal de base CT - Évolution temporelle des abscisses et des ordonnées des fronts de fissure.



(a) (b)

FIGURE 4.16: Métal de base CT - (a) Vitesses de propagation suivant x (b) Trajets de fissure.

Malheureusement, ces essais étant réalisés dans les conditions hors des limites de notre machine, nous ne disposons pas des courbes force-ouverture. Ce qui ne nous per-

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2012ISAL0129/these.pdf
© [D. Haboussa], [2012], INSA de Lyon, tous droits réservés

mettra pas d'interprêter numériquement ces essais dans le but de caractériser les paramètres de notre modèle. Cependant ces essais ont permis de constater le rôle important de la plasticité en pointe de fissure mais également d'observer qu'il est important de pouvoir piloter, en complément de la température, la vitesse de sollicitation de l'essai. En effet, lors de ces essais l'influence de la température sur la transition cisaillement-traction a été traitée conventionnellement, mais qu'en est-il de la vitesse de sollicitation de l'essai, directement reliée à la vitesse de déformation en pointe de fissure ? Lors des essais quasi-statiques, la plasticité a le temps de s'emmagasiner en pointe de fissure et le phénomème de branchement de fissure a donc la possibilité de se produire. Lors d'un chargement dynamique, de type choc ou explosion, ces observations auraient-elle encore un sens ? Afin de répondre à ces questions, une étude doit être entreprise dans le but de définir le cahier des charges d'un nouveau type d'essais de rupture.

3 Influence de la vitesse de déformation en pointe de fissure.

3.1 Nouvelle campagne

Cette partie va essayer d'apporter quelques réponses aux interrogations posées en fin de section précédente. Dans l'objectif de réaliser une nouvelle campagne d'essai sous chargement dynamique, nous proposons une étude en amont permettant de révéler l'importance de la prise en compte de la vitesse de déformation en pointe de fissure lors d'un essai de rupture. Nous disposons pour cette nouvelle campagne expérimentale du restant des éprouvettes CT25 non utilisées dans les essais quasi-statiques. Ainsi pour des raisons de coût, les éprouvetttes restantes devront être utilisées dans la nouvelle campagne. Le but est de caractériser l'influence de la température et de la vitesse de chargement sur la transition cisaillement-traction de notre métal de base sous chargement dynamique. Nous optons pour des essais de types chocs utilisant un dispositif aux barres de Hopkinson. Ces derniers étant pilotés généralement par la compression, il faut tout d'abord utiliser une nouvelle géométrie des éprouvettes et un système permettant de convertir l'essai par compression en un essai dirigé par la traction, comme pour le PMMA avec un coin. Par conséquent nous devons effectuer un réusinage des éprouvettes restantes et usiner des coins permettant de solliciter en traction les éprouvettes CT. La figure 4.17 présente la nouvelle géométrie des éprouvettes et le coin associé, permettant de transformer la compression en traction et déjà utilisé par Carin *et al.* [CAR 00] et Grégoire *et al.* [GRÉ 08] pour le PMMA.

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2012ISAL0129/these.pdf
© [D. Haboussa], [2012], INSA de Lyon, tous droits réservés

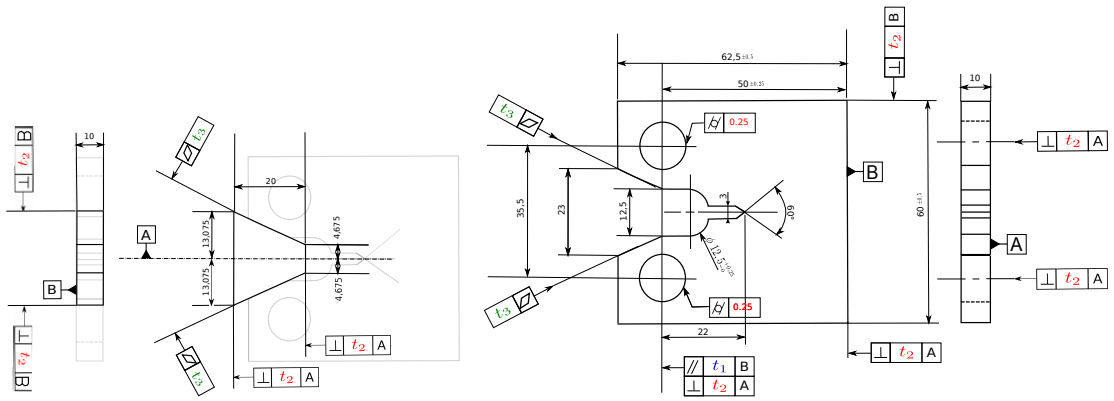


FIGURE 4.17: Banc d'essai : (a) coin (b) géométrie des éprouvettes CT.

3.2 Modélisation des essais SIFT pour obtenir une contrainte critique pour le métal de base

Les essais SIFT, effectués sur le métal de base à l'Onera de Lille sont brièvement décris en annexe F. Ces essais de flexion à trois points proposent une identification de la température de transition ductile-fragile du métal de base sous une sollicitation dynamique. L'instrumentation utilisée ne permet pas de suivre l'évolution temporelle et spatiale du front de fissure, par conséquent nous ne pouvons pas effectuer une simulation numérique où le trajet de fissure expérimental est imposé. Ainsi les données expérimentales recueillies doivent être utilisées pour permettre le recalage de notre modèle numérique sur l'expérience. Nous disposons de quatre résultats essentiels pour estimer une contrainte critique équivalente. Les résultats proposés sont :

- la vitesse d'impact,
- le déplacement imposé au barreau (flèche),
- l'état de plasticité résiduel à l'emplacement de la jauge en fonction de la température de l'essai,
- et la taille de la zone fissurée dynamiquement avec la proportion de fissuration à coeur dans le ligament.

L'essai SIFT est simulé pour une température de $-70°C$. La figure 4.18 présente le maillage utilisé. Le chariot et l'impacteur sont modélisés explicitement. Un modèle élasto-plastique de type von Mises suivant la caractérisation du comportement du métal de base aux vérins rapides (voir Langrand *et al.* [LAN 09]) est utilisé.

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2012ISAL0129/these.pdf
© [D. Haboussa], [2012], INSA de Lyon, tous droits réservés

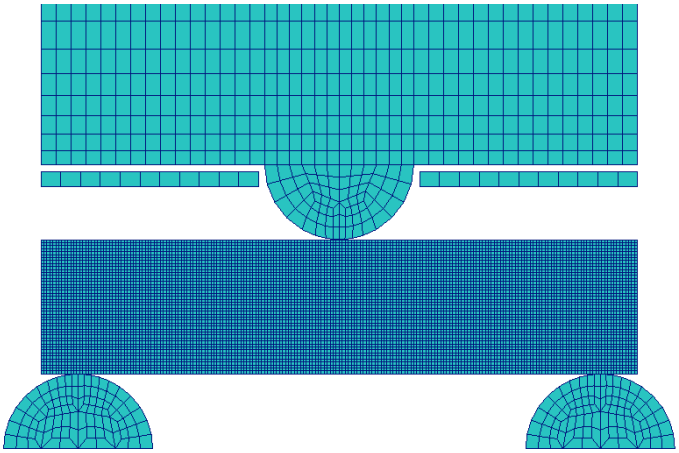


FIGURE 4.18: SIFT - Maillage.

Une taille de maille d'1 mm en pointe de fissure est considérée. Nous recalons notre modèle numérique en fonction du déplacement imposé du barreau obtenu expérimentalement ($\simeq 2,2mm$), de l'état de plasticité résiduel de la jauge de déformation et du pourcentage de fissuration du ligament en coeur ($\simeq$50%). Le comportement à coeur de l'éprouvette est supposé soumis aux hypothèses des déformations planes.

Le tableau 4.2 montre la contrainte critique identifiée en fonction de la zone locale utilisée et de la taille de maille en pointe de fissure.

Contrainte critique σ_{IC}	760 MPa
Taille de maille en pointe de fissure σ_{IC}	1 mm
Rayon de la zone locale en pointe r_{box}	3 mm
Flèche prédite	1,995 mm
Propagation avant arrêt	55 %

TABLE 4.2: SIFT - Caractéristiques du modèle de rupture.

La figure 4.19 présente le calcul prédictif de la propagation de fissure et l'évolution de la contrainte de von Mises et de la contrainte hydrostatique. On déduit de ce calcul avec cette taille de maille et la taille de la zone locale en pointe de fissure une vitesse de déformation en pointe comprise entre 750 et $1500s^{-1}$ (figure 4.22(a)).

Remarque 17 *La contrainte critique σ_{Ic} identifiée pour l'essai SIFT est très proche de la limite élastique du métal de base.*

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2012ISAL0129/these.pdf
© [D. Haboussa], [2012], INSA de Lyon, tous droits réservés

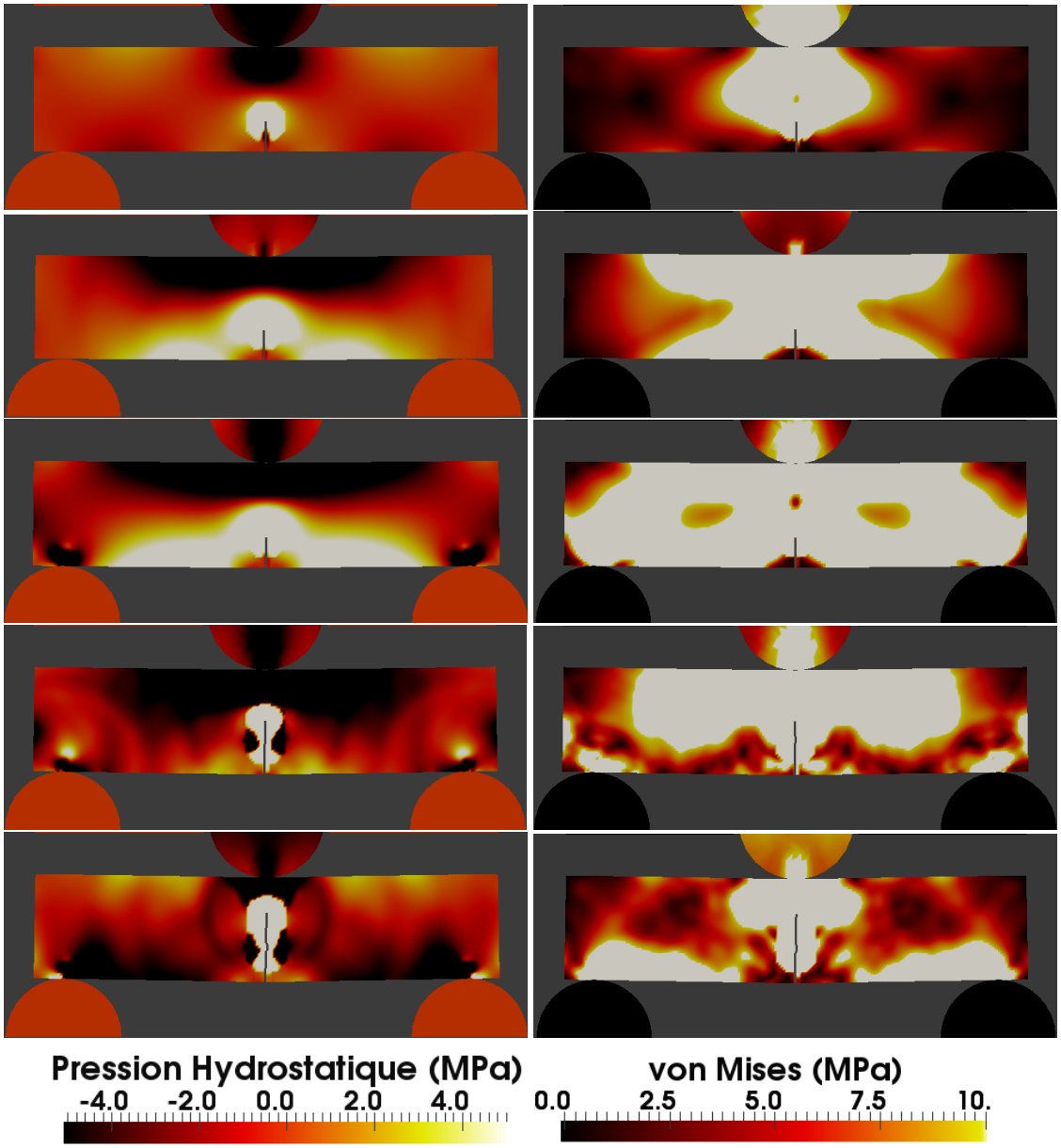


FIGURE 4.19: SIFT - Évolution des contraintes de von Mises et de la pression Hydrostatique pour $t = 25\mu s$, $t = 50\mu s$, $t = 75\mu s$, $t = 100\mu s$ et $t = 125\mu s$

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2012ISAL0129/these.pdf
© [D. Haboussa], [2012], INSA de Lyon, tous droits réservés

3.3 Modélisation des essais aux barres de Hopkinson

Une fois le métal de base identifié par l'intermédiaire des essais SIFT, le travail suivant consiste à comparer les essais envisagés aux barres de Hopkinson avec les essais effectués sur la machine quasi-statique de traction et les essais SIFT tout en déterminant l'influence de la vitesse de déformation en pointe de fissure. Ainsi nous allons réaliser le modèle des essais aux barres de Hopkinson. La figure 4.20 présente le maillage utilisé et les conditions aux limites. Nous choisissons une taille de maille en pointe de fissure identique aux essais SIFT. Nous utilisons également le même modèle de comportement du métal de base ainsi que la contrainte critique $\sigma_{Ic} = 760MPa$.

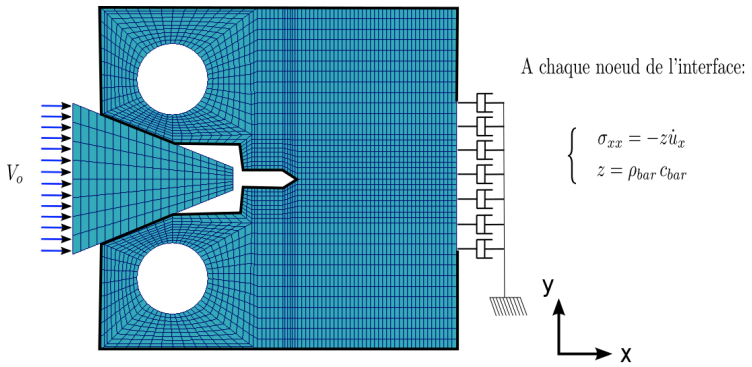


FIGURE 4.20: CT+coin - Maillage et conditions limites.

Nous imposons au coin une vitesse représentant la vitesse d'impact de la barre entrante sur le coin. Plusieurs vitesses d'impact ont été modélisées. Nous avons posé l'hypothèse d'un contact parfait entre le coin et l'éprouvette justifié par la rapidité du phénomène mis en jeu. Le contact est réalisé par la méthode des Pinballs. Cette méthode consiste à détecter le contact, à écrire la condition d'impénétrabilité et à calculer des forces de contact correspondantes. Pour éviter les effets de réflexion d'onde à l'interface échantillon/barre sortante, une condition d'impédance est imposée aux noeuds de l'interface. Les résultats présentés ci-après sont obtenus pour une vitesse d'impact $V_0 = 40m.s^{-1}$. Nous pouvons voir sur la figure 4.21 le résultat du calcul prédictif de la propagation de fissure et l'évolution de la contrainte hydrostatique. La propagation de fissure semble dirigée complètement par la traction. Sous cette condition, la fissure se propage d'environ 50% suivant le ligament pour une température de $-70°C$.

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2012ISAL0129/these.pdf
© [D. Haboussa], [2012], INSA de Lyon, tous droits réservés

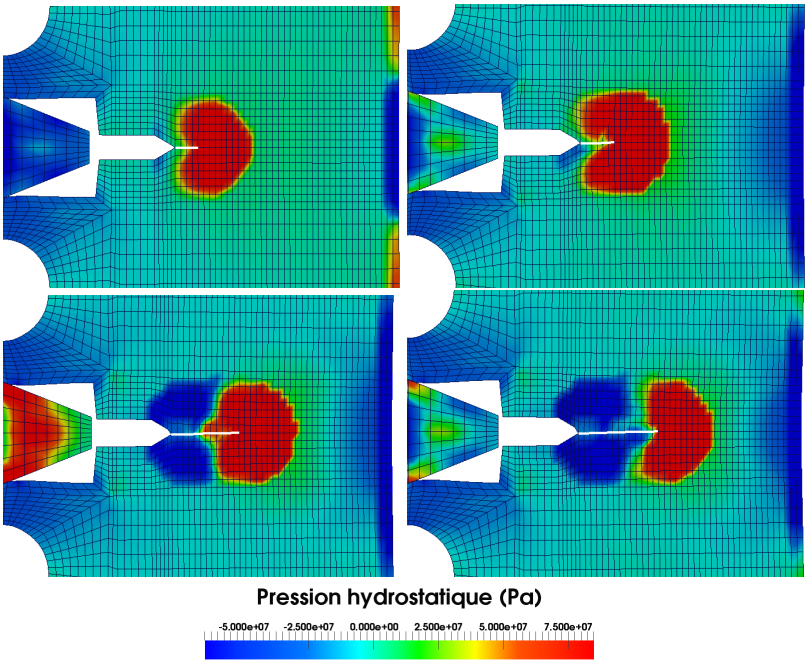


FIGURE 4.21: CT+coin : Évolution des contraintes de la contrainte hydrostatique et de la propagation de fissure pour $t = 20\mu s$, $t = 35\mu s$, $t = 42\mu s$ et $t = 50\mu s$

3.4 Comparaison des vitesses de déformation en pointe

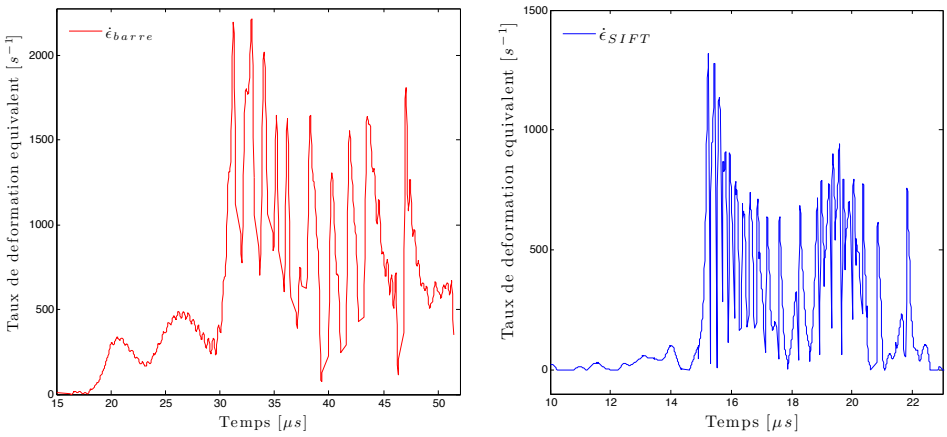
Les deux modèles présentés permettent de comparer l'évolution des vitesses de déformation équivalentes estimées en pointe de fissure, obtenues respectivement pour l'essai SIFT et l'essai aux barres de Hopkinson sur le métal de base.

La figure 4.22 présente la comparaison entre la vitesse de déformation équivalente estimée en pointe de fissure pour l'essai SIFT et l'essai aux barres de Hopkinson pour une vitesse d'impact de $40m.s^{-1}$. Le tableau 4.3 montre que les essais SIFT et les essais aux barres de Hopkinson sont comparables en termes des vitesses de déformation en pointe de fissure. Ceci conforte l'idée de réaliser une nouvelle campagne d'essais sous chargement dynamique. Cette campagne permettra ainsi d'obtenir une analyse complète concernant le métal de base.

Essais	Taux de déformation moyen en pointe $[s^{-1}]$
Quasi-statique	$[0, 250]$
SIFT	$[750, 1500]$
Barres de Hopkinson	$[1000, 2000]$

TABLE 4.3: Comparaison entre les vitesses de déformation en pointe.

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2012ISAL0129/these.pdf
© [D. Haboussa], [2012], INSA de Lyon, tous droits réservés



(a) (b)

FIGURE 4.22: Comparaison des taux de déformations en pointe de fissure : (a) Essais SIFT (b) Essais aux barres de Hopkinson

4 Essai utilisant un dispositif aux barres de Hopkinson.

4.1 Rappels : principes et théorie

L'utilisation d'un dispositif aux barres de Hopkinson permet de tester le comportement dynamique de matériaux soumis à de grandes vitesses de déformation. Le principe de ces essais consiste à placer l'éprouvette entre deux barres possédant une limite élastique élevée par rapport à celle de l'échantillon et une impédance sensiblement proche. Un impacteur vient percuter la barre entrante, créant ainsi une onde longitudinale de compression. Cette onde est ensuite divisée en une onde incidente et en une onde transmise à l'interface barre entrante/éprouvette. L'onde transmise à l'échantillon est ensuite transmise à la barre sortante. Le traitement de ces trois ondes (les ondes incidente et réfléchie pour la barre entrante et l'onde transmise à la barre sortante) permet de déterminer le comportement dynamique de l'échantillon. Afin de quantifier ces ondes, nous allons décrire plus précisement le phénomène mis en jeu. L'utilisation de deux jauges de déformation collées sur les deux barres va permettre la mesure de ces quantités mécaniques. Afin d'obtenir une mesure précise des quantités mécaniques à l'interface barres/échantillon, un transport des ondes de la position respective des jauges sur chacune des barres est nécessaire. Nous allons expliquer la théorie de la propagation unidimensionnelle des ondes et celle du transport appliqué à notre cas d'étude selon les travaux menés par Zhao et Gary [ZHA 92, ZHA 95, ZHA 97] qui permettent d'obtenir une mesure précise de ces quantités aux interfaces barres/échantillon.

L'équation d'équilibre dynamique sécrit :

$$\frac{\partial \sigma}{\partial x} = \rho \frac{\partial^2 u}{\partial t^2}. \tag{4.3}$$

Comme les barres possèdent une limite élastique élevée par rapport à celle de l'échan-

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2012ISAL0129/these.pdf
© [D. Haboussa], [2012], INSA de Lyon, tous droits réservés

tillon, nous restons dans le domaine élastique et nous pouvons écrire le comportement suivant :

$$\sigma = E\varepsilon. \tag{4.4}$$

De plus sous l'hypothèse des petites déformations (HPP), on a :

$$\varepsilon = \frac{\partial u}{\partial x}. \tag{4.5}$$

En reformulant l'équation (4.4), nous obtenons l'équation de propagation d'onde :

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = \frac{E}{\rho}\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}. \tag{4.6}$$

En définissant la célérité des ondes élastiques unidimensionnelles, telle que $c_L = \sqrt{\frac{E}{\rho}}$, la solution générale de l'équation (4.6) s'écrit comme la somme de deux ondes se propageant en sens inverse à la célérité c_L :

$$u(x,t) = f(t - \frac{x}{c_L}) + g(t + \frac{x}{c_L}). \tag{4.7}$$

De plus, nous pouvons relier la déformation unidimensionnelle $\varepsilon(x,t)$ et la vitesse particulaire $v(x,t)$ suivant :

$$\varepsilon(x,t) = \pm\frac{v(x,t)}{c_L} \tag{4.8}$$

Intéressons nous maintenant au transport des ondes aux interfaces barres/échantillon. Comme indiqué précédemment, le signal fourni par la jauge entrante est divisé en deux ondes incidente et réfléchie. La figure 4.23 introduit les grandeurs explicitées par la suite.

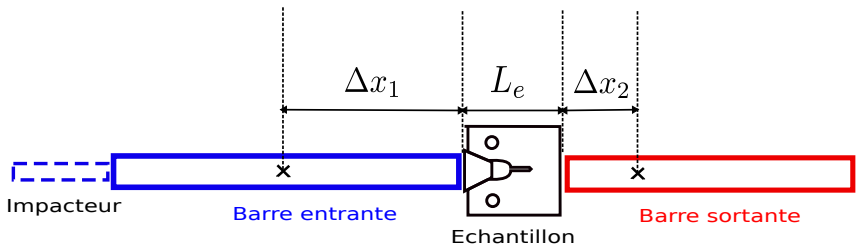


FIGURE 4.23: Banc de Hopkinson - Transport des ondes aux interfaces.

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2012ISAL0129/these.pdf
© [D. Haboussa], [2012], INSA de Lyon, tous droits réservés

Avec :
- L_e la longueur de l'échantillon,
- Δx_1 et Δx_2 les distances entre les jauges et l'interface barres/échantillon,
- c_e vitesse unidimensionnelle des ondes dans l'échantillon,
- c_L la vitesse unidimensionnelle des ondes dans les barres et l'impacteur,
- ε_{1i} la déformation, relative à l'onde incidente, mesurée par la jauge entrante,
- ε_{1r} la déformation, relative à l'onde réfléchie, mesurée par la jauge entrante,
- ε_2 la déformation mesurée par la jauge sortante,
- ε_i l'onde de déformation incidente transportée à l'interface entrante,
- ε_r l'onde de déformation réfléchie transportée à l'interface entrante,
- ε_t l'onde de déformation transmise transportée à l'interface sortante.

Connaissant les distances entre les jauges et l'interface barres/échantillons, respectivement Δx_1 et Δx_2, nous obtenons les formules de transport d'onde suivantes :

$$\varepsilon_i(t) = \varepsilon_{1i}(t - \frac{\Delta x_1}{c_L}), \qquad \varepsilon_r(t) = \varepsilon_{1r}(t + \frac{\Delta x_1}{c_L}), \qquad \varepsilon_t(t) = \varepsilon_2(t + \frac{\Delta x_2}{c_L}), \tag{4.9}$$

Une fois le transport des ondes aux interfaces barres/échantillons effectué, nous pouvons calculer les grandeurs mécaniques élémentaires telles que $(U_e, U_s, F_e, F_s, V_e, V_s)$ respectivement les déplacements, les forces et les vitesses particulaires correspondantes aux interfaces entrantes et sortantes (figure 4.24).

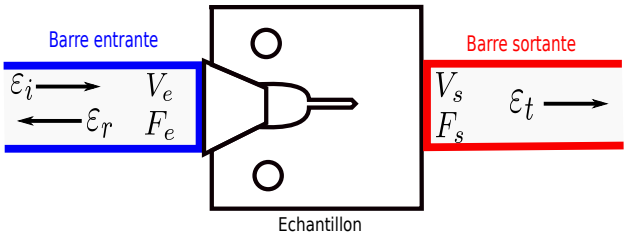


FIGURE 4.24: Banc de Hopkinson - Interfaces entrantes et sortantes.

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2012ISAL0129/these.pdf
© [D. Haboussa], [2012], INSA de Lyon, tous droits réservés

Ainsi en fonction des déformations incidentes, réfléchies et transmises, on obtient :

$$\begin{cases} V_e(t) = c_L(\varepsilon_i(t) - \varepsilon_r(t)), \\ V_s(t) = c_L \varepsilon_t(t). \end{cases} \tag{4.10}$$

$$\begin{cases} U_e(t) = c_L \int_0^t (\varepsilon_i(\tau) - \varepsilon_r(\tau)) d\tau, \\ U_s(t) = c_L \int_0^t \varepsilon_t(\tau) d\tau. \end{cases} \tag{4.11}$$

$$\begin{cases} F_e(t) = S_B E(\varepsilon_i(t) + \varepsilon_r(t)), \\ F_s(t) = S_B E \varepsilon_t(t). \end{cases} \tag{4.12}$$

Avec S_B la surface aux interfaces barres/échantillon et E le module d'Young des barres. Nous pouvons également nous intéresser plus particulièrement à l'interface impacteur/barre entrante. En effet, connaissant la vitesse du projectile on peut calculer la vitesse transmise à la barre entrante.

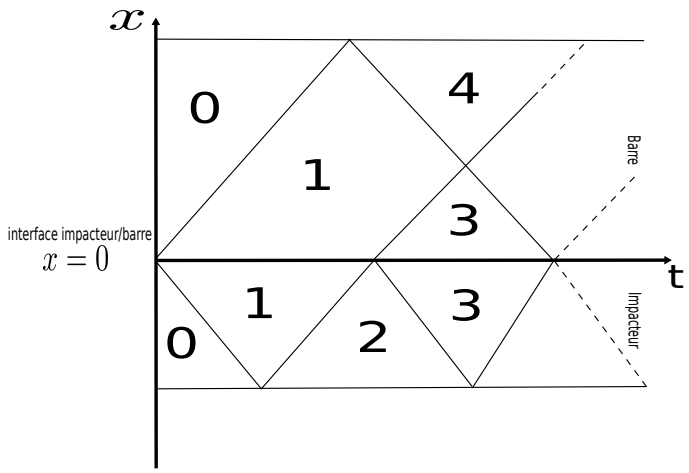


FIGURE 4.25: Banc de Hopkinson - Interface impacteur/barre entrante.

Intéressons-nous à la zone 1, représentée sur la figure 4.25. Cette zone de premier contact est dimensionnée temporellement par rapport à la taille de l'impacteur [MAI 90]. En effet, la durée du premier contact, correspondant au créneau de chargement, équivalent à un aller-retour des ondes dans l'impacteur, soit $t_1 = 2\frac{L_{imp}}{c_{imp}}$. De plus connaissant l'impédance de l'impacteur et de la barre, nous pouvons transporter la vitesse de l'impacteur à l'interface impacteur/barre entrante suivant :

$$V_{bar} = 2\frac{\rho_{imp} c_{imp}}{\rho_{imp} c_{imp} + \rho_{bar} c_{bar}} V_{imp}. \tag{4.13}$$

Avec V_{imp} la vitesse de l'impacteur, ρ_{imp} et ρ_{bar} les masses volumiques respectivement de l'impacteur et de la barre entrante et c_{imp} et c_{bar} les vitesses unidimensionnelles des ondes dans l'impacteur et la barre entrante.

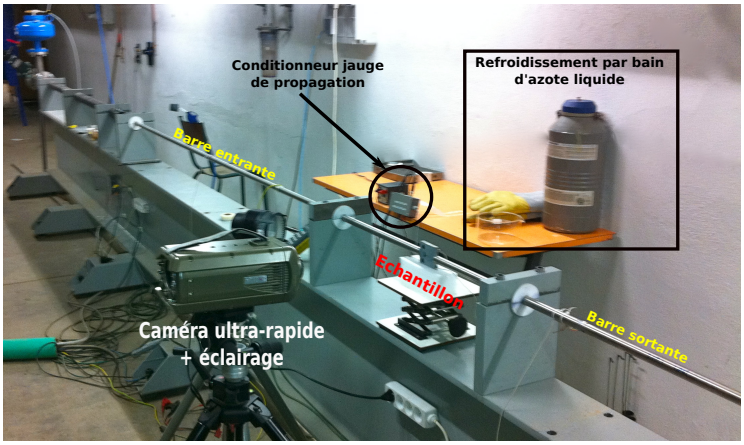
Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2012ISAL0129/these.pdf
© [D. Haboussa], [2012], INSA de Lyon, tous droits réservés

Pour les essais de rupture dynamique, seules les quantités mécaniques aux interfaces entrantes et sortantes sont nécessaires dans le but de les utiliser comme données d'entrée dans les simulations numériques.

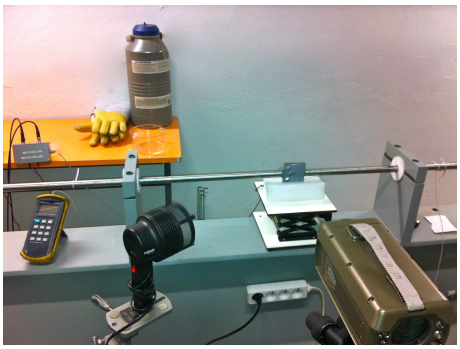
4.2 Description du banc d'essai

Ces essais aux barres de Hopkinson ont été réalisés au LaMCoS sous l'encadrement de Hubert Maigre, chargé de recherche CNRS.

Lors de cette campagne, 12 éprouvettes CT25, réduite à 10mm , ont été testées. L'utilisation d'un coin permet de convertir l'onde de compression en une onde de traction et de solliciter ainsi l'éprouvette en mode I. Les Figures 4.26(a) et 4.26(b) présentent des photographies du banc utilisé. La figure 4.26(a) montre une vision globale du banc. Sur la figure 4.26(b), on peut observer l'instrumentation utilisée pour mesurer la propagation de fissure au cours de l'essai.



(a)



(b)

FIGURE 4.26: Banc de Hopkinson - Banc d'essai.

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2012ISAL0129/these.pdf
© [D. Haboussa], [2012], INSA de Lyon, tous droits réservés

Description du banc

La figure 4.27 propose un schéma où l'on identifie :

- l'impacteur, la barre entrante, la barre sortante et l'ensemble éprouvette+coin,
- deux jauges de déformations connectées à leurs amplificateurs,
- une caméra ultra-rapide cadencée à 700000images/sec,
- un système d'éclairage,
- deux 1/2 jauges à brins et leur boitier de conditionnement,
- une carte d'acquisition rapide (8 voies, 10MHz, 16 bits),
- un système optique pour l'acquisition de la vitesse d'impact,
- un ordinateur.

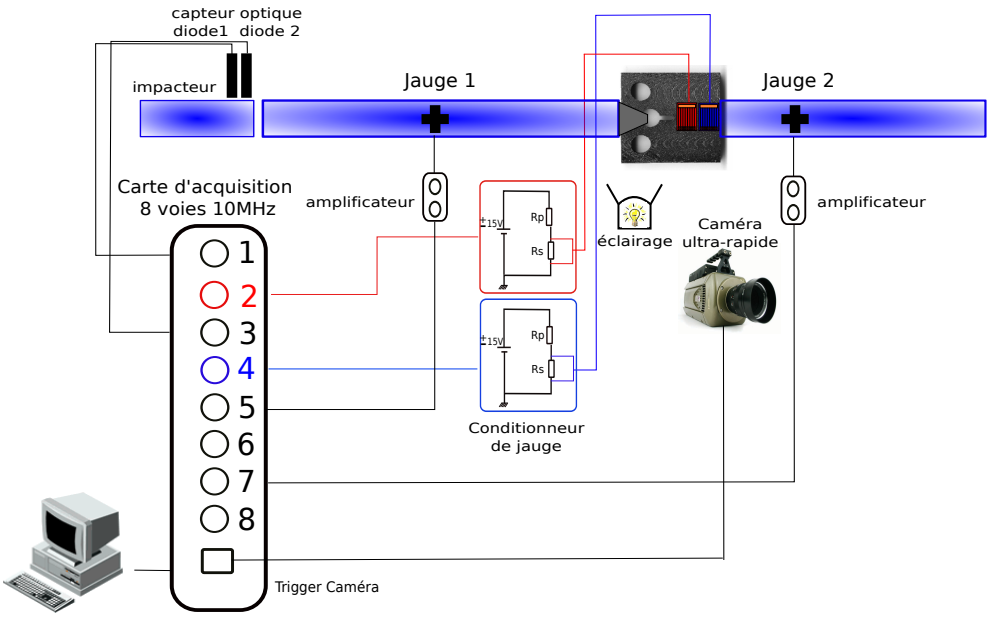


FIGURE 4.27: Banc de Hopkinson - Schéma du banc d'essai aux barres de Hopkinson.

Les barres entrantes et sortantes doivent être choisies dans le but de garantir une bonne transmission des ondes aux interfaces avec l'échantillon et d'assurer une bonne réponse élastique des jauges de déformation. Pour ce faire, des barres en acier inoxydable martensitique à durcissement structural et à usinabilité améliorée ont été choisies. De plus, afin de limiter au maximum l'effet de queue se traduisant par un non retour à zéro du

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2012ISAL0129/these.pdf
© [D. Haboussa], [2012], INSA de Lyon, tous droits réservés

signal incident, on a choisi d'utiliser des impacteurs de diamètre inférieur aux diamètres des barres. Ce principe est expliqué entre autre par Bussac *et al.* [BUS 08] et Grégoire *et al.* [GRÉ 08]. Les tableaux 4.4 et 4.5 présentent respectivement les caractéristiques des impacteurs et des barres.

Longueur (mm)	Diamètre (mm)	Masse (Kg)
1200	15,97	1,9
500	15,97	0,780
200	15,97	0,312

TABLE 4.4: Banc de Hopkinson - Caractéristiques de l'impacteur.

Barre	Longueur (mm)	jauge/échantillon (mm)	Diamètre (mm)	Masse (Kg)
Entrante	3058	1528	19,95	7,4
Sortante	2001	500	19,95	4,842

TABLE 4.5: Banc de Hopkinson - Caractéristiques des barres entrantes et sortantes.

Sur la figure 4.28, on peut observer l'ensemble impacteur + paliers de guidage. Pour guider l'impacteur dans le tube de lancement, nous avons choisi d'utiliser des cylindres en Téflon pour minimiser les effets de frottements, maintenus en position par des bagues légères en nylon, collées légèrement pour ne pas influencer l'impact.

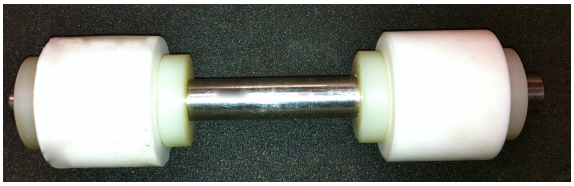


FIGURE 4.28: Banc de Hopkinson - Impacteur avec paliers de guidage.

Mise en température

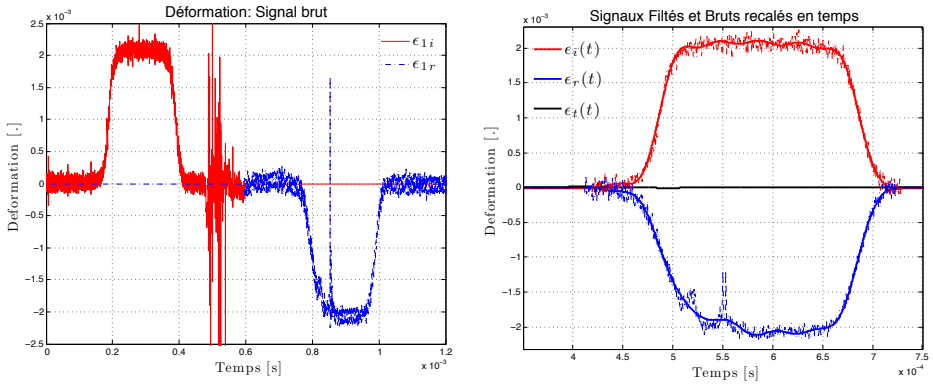
Nous réalisons la mise en température en réalisant une trempe de l'éprouvette directement dans un bain d'azote. Cette méthode, combinée à l'utilisation d'un thermocouple soudé sur la peau de l'éprouvette, permet de s'assurer des bonnes conditions expérimentales.

Mesure des quantités mécaniques et de l'ouverture

La carte d'acquisition rapide cadencée à 10 MHz reliée à un ordinateur, permet d'obtenir les signaux bruts des jauges et des vitesses d'impact. Les quantités mécaniques transfé-

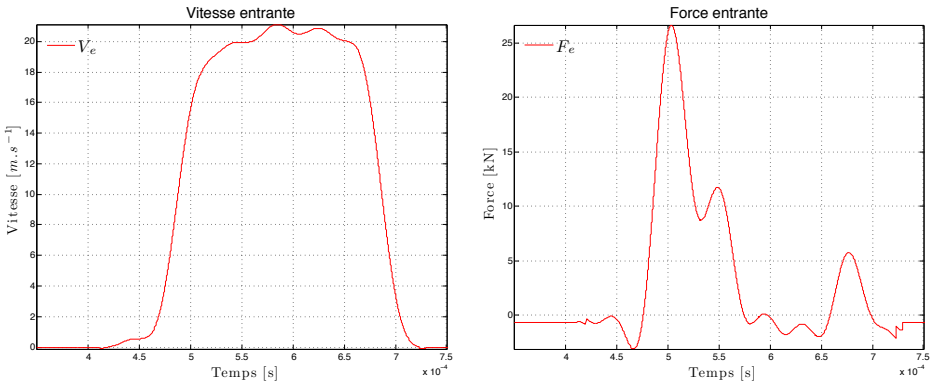
Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2012ISAL0129/these.pdf
© [D. Haboussa], [2012], INSA de Lyon, tous droits réservés

rées aux interfaces barres/éprouvette sont quant à elle obtenue à l'aide du logiciel Matlab. En effet, des routines de post-traitement des essais (traitement des signaux bruts, recalage en temps et transport des ondes aux interfaces barres/échantillon) ont été développées. La figure 4.29 présentent les signaux bruts et filtrés (filtre gaussien ou polynomial, équivalent à réduire la fréquence d'acquisition à 1MHz) des déformations transférés aux interfaces barres/éprouvette obtenus sous Matlab pour un essai de rupture. La figure 4.30 présentent les quantités mécaniques transférées aux interfaces barres/éprouvette.



(a) (b)

FIGURE 4.29: Banc de Hopkinson - Quantités mécaniques : (a) Déformations incidentes et réfléchies (b) Déformations incidentes et réfléchies après transfert aux interfaces.



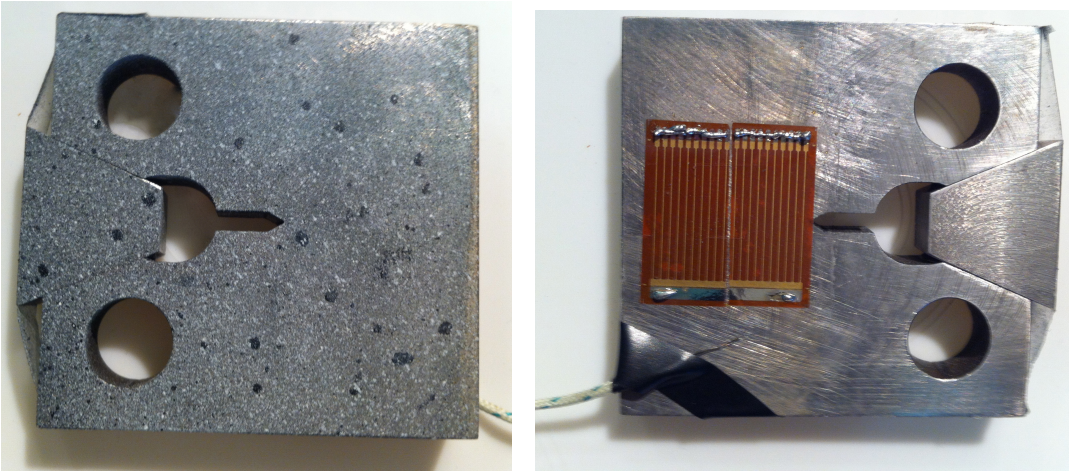
(a) (b)

FIGURE 4.30: Banc de Hopkinson - Vitesse entrante et effort entrant après transfert aux interfaces.

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2012ISAL0129/these.pdf
© [D. Haboussa], [2012], INSA de Lyon, tous droits réservés

En ce qui concerne la mesure de l'ouverture, nous optons pour une méthode de corrélation d'images 2D. Cette technique sera plus amplement détaillée pour la localisation du front de fissure par corrélation d'images numériques.

Localisation du front de fissure



(a) (b)

FIGURE 4.31: Banc de Hopkinson -Forces entrantes et sortantes après transfert aux interfaces.

Dans le but d'obtenir l'évolution spatiale et temporelle du front de fissure, deux moyens ont été mis en oeuvre. En effet, comme le montre la figure 4.31, les deux faces de l'éprouvette ont été utilisées au cours du même essai. Sur l'une, une jauge de propagation à brins est collée et instrumentée et sur l'autre, un mouchetis est réalisé pour permettre *a posteriori* un traitement par corrélation d'images. Contrairement aux essais quasi-statiques, sous sollicitations dynamiques le givre n'a pas le temps de se déposer sur les faces de l'éprouvette ; ceci rend possible l'utilisation d'une caméra ultra-rapide (Phantom V710). Nous détaillons les deux méthodes.

Utilisation de jauges à brins

Nous reprenons la méthode des jauges à brins utilisée dans les essais quasi-statiques. Le post-traitement automatique des mesures par jauge à brins a été également réalisé sous Matlab.

La figure 4.32 présente les signaux filtrés obtenus par les jauges à brins (en noir, la première demi-jauge comportant 10 fils et en rouge la seconde). Les traits horizontaux bleux représentent les seuils théoriques en tension correspondant à chaque coupure de fils et les traits verticaux noirs et rouges représentent les instants où les fils se rompent.

La figure 4.33 montre les temps de coupure de chaque fils en fonction du nombre restant de fils pour les deux jauges collées sur l'éprouvette.

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2012ISAL0129/these.pdf
© [D. Haboussa], [2012], INSA de Lyon, tous droits réservés

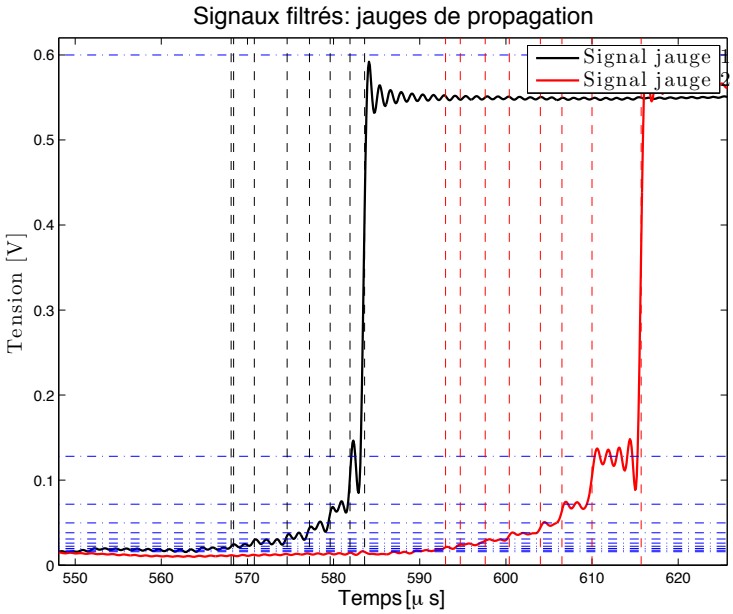
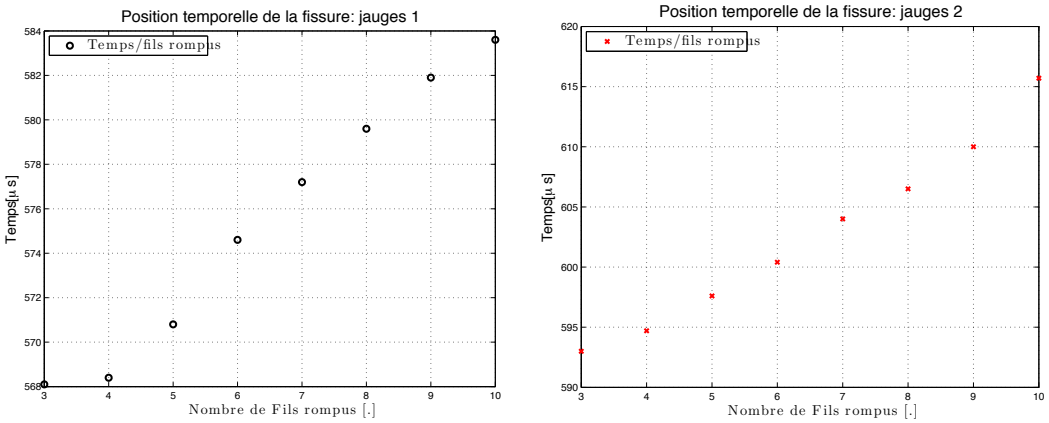


FIGURE 4.32: Banc de Hopkinson - Signaux filtrés des jauges de propagation.



(a) (b)

FIGURE 4.33: Banc de Hopkinson - Instants de coupure des brins en fonctions du nombre de fils coupés.

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2012ISAL0129/these.pdf
© [D. Haboussa], [2012], INSA de Lyon, tous droits réservés

Caméra ultra-rapide

Le principe de la corrélation d'image a été introduit et développé par Peters *et al.* [PET 82] et Sutton *et al.* [SUT 83, SUT 86]. La corrélation d'image permet de mesurer un champ de déplacement à partir de deux images numériques correspondant à un état de référence et un état déformé décrites par une fonction discrète représentant le niveau de gris à chaque pixel. Les fonctions discrètes sont reliées par la relation suivante :

$$f^*(\underline{\mathbf{x}}^*) = f(\underline{\mathbf{x}} + \underline{\mathbf{d}}(\underline{\mathbf{x}})), \tag{4.14}$$

où f et f^* sont respectivement les fonctions discrètes de l'état de référence et déformé et $\underline{\mathbf{d}}(\underline{\mathbf{x}})$ est le champs de déplacement décrit sur la figure 4.34.

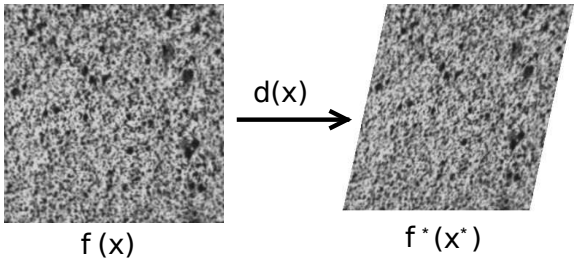


FIGURE 4.34: Banc de Hopkinson - Image de référence et image déformée. tirée de [GRÉ 08]

Cette méthode couplée à un algorithme de localisation du front de fissure [GRÉ 09] permet d'obtenir l'avancée de la fissure en fonction du temps ou encore de calculer les facteurs d'intensité des contraintes en dynamique. Pour ce faire, la figure 4.35 présente un film de 6 images en grande résolution (256x256pixels). Or, pour obtenir un nombre caractéristique d'images au cours de la propagation de fissure, nous devons utiliser une fréquence d'images par seconde plus importante. Cela implique de réduire la fenêtre de visualisation et donc de réduire le nombre de pixels. Un compromis entre résolution et fréquence d'acquisition est donc nécessaire et la figure **??** présente un film de 6 images en résolution (192x80 pixels) pour une fréquence d'acquisition d'environ 200000Im/sec. L'utilisation de ces deux techniques va permettre d'enlever le doute porté lors des essais quasi-statiques. La question était : en présence de plasticité en peau, les fils de la jauge de propagation sont-ils réellement coupés par la fissure ?

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2012ISAL0129/these.pdf
© [D. Haboussa], [2012], INSA de Lyon, tous droits réservés

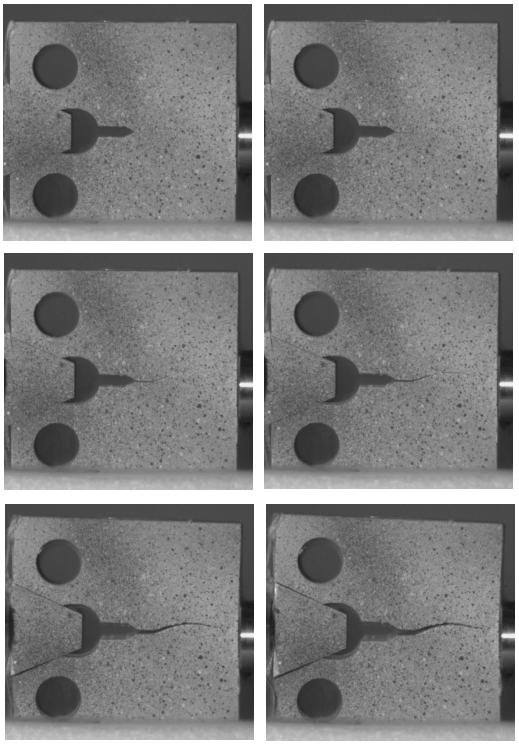


FIGURE 4.35: Banc de Hopkinson - grande résolution.

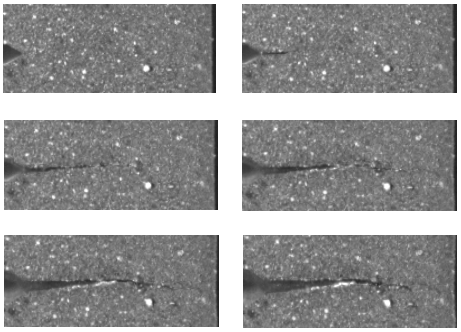


FIGURE 4.36: Banc de Hopkinson - petite résolution.

4.3 Résultats d'essai.

Le tableau 4.6 récapitule les données pour chaque éprouvette testée avec le type de rupture observé : totale, partielle ou pas de propagation en peau.

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2012ISAL0129/these.pdf
© [D. Haboussa], [2012], INSA de Lyon, tous droits réservés

Éprouvette	impacteur (mm)	T ($°C$)	Vitesse ($m.s^{-1}$)	Rupture
essai 1	500	20	$\simeq 10$	non
essai 5	500	-100	$\simeq 10$	non
essai 7	500	-120	$\simeq 10$	partielle
essai 9	500	-140	$\simeq 22$	partielle
essai 4	500	-140	$\simeq 10$	partielle
essai 11	500	-145	$\simeq 22$	totale
essai 6	500	-150	$\simeq 10$	totale
essai 10	500	-150	$\simeq 22$	totale
essai 3	500	-170	$\simeq 10$	totale
essai 8	500	-170	$\simeq 31$	totale
essai 2	500	-180	$\simeq 10$	totale

TABLE 4.6: Métal de base Hopkinson - Conditions expérimentales pour l'ensemble des éprouvettes testées.

Corrélation d'images Vs Jauges de propagation

Nous utilisons le logiciel (*MIC*) développé par J. Réthoré [RÉT 11, RÉT 10] pour estimer entre autres à partir des images recueillies par la caméra ultra-rapide les grandeurs relatives à la mécanique de la rupture. Un algorithme spécifique est utilisé pour estimer ainsi les facteurs d'intensité des contraintes et l'avancé de fissure au cours du temps. Pour ce faire, l'écriture du champ de déplacement autour de la pointe de fissure est obtenue par les séries de Williams [WIL 57]. Nous allons présenter ici les résultats obtenus pour deux configurations d'essais : l'essai 8 effectué à $-170°C$ plutôt favorable à l'utilisation des jauges (échantillon entièrement rompus) et l'essai 7 effectué à $-120°C$ où une plasticité en peau compromet l'utilisation des jauges.

- Essai 8 :

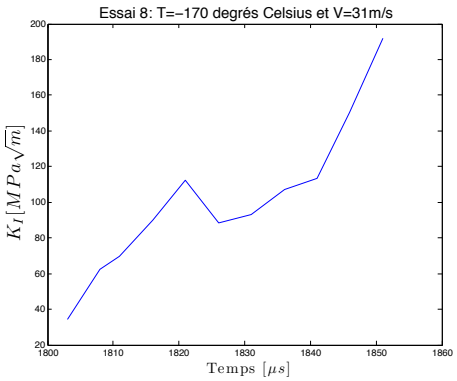


FIGURE 4.37: Essai 8 - Facteur d'intensité des contraintes K_I fonction du temps.

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2012ISAL0129/these.pdf
© [D. Haboussa], [2012], INSA de Lyon, tous droits réservés

La figure 4.37 présente le facteur d'intensité de contrainte K_I obtenu au cours du temps. Avec ce dernier , on peut estimer une énergie de rupture critique notée J_c pour notre métal de base suivant :

$$J_c = \frac{K_I^2}{E}. \tag{4.15}$$

La figure 4.38 présente les avancés de fissures obtenues soit par la corrélation d'image soit par les jauges de propagation. On remarque une assez bonne corrélation entre les deux méthodes de mesure dans le cas d'une rupture fragile.

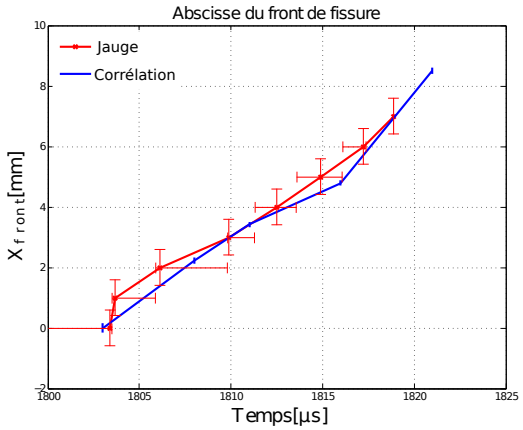


FIGURE 4.38: Essai 8 - Comparaison entre l'avancé obtenu par corrélation d'images et par la jauge de propagation à fils.

- Essai 7 :

Suivant cette configuration, la mesure par jauge de propagation de fissure est plus compliquée. En effet, à une température de $-120°C$ on commence à observer la présence de plasticité en peau qui complexifie la tenue et la mesure des jauges à fils. La mesure par corrélation d'images est quant à elle encore utilisable. Les figures 4.39 et 4.40 montrent les résultats obtenus lors de cet essai. Sur la figure 4.40 est présenté l'évolution temporelle du facteur d'intensité des contraintes K_I. On peut constater sur la figure 4.39 que plus le facteur d'intensité des contraintes est grand, plus la vitesse de propagation de fissure diminue.

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2012ISAL0129/these.pdf
© [D. Haboussa], [2012], INSA de Lyon, tous droits réservés

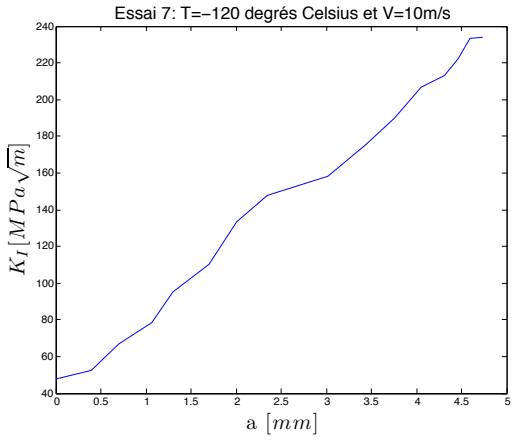


FIGURE 4.39: Essai 7 - Facteur d'intensité des contraintes K_I fonction du temps.

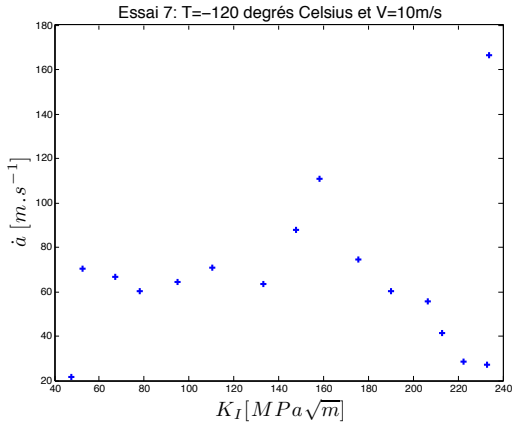


FIGURE 4.40: Essai 7 - vitesse de propagation de fissure versus K_I.

On peut également estimer une énergie de rupture J_c uniquement à l'initiation pour l'essai SIFT, dans le but de comparer les différentes énergies entre un essai SIFT, essai dynamique de flexion trois points et l'essai au barre d'Hopkinson. Pour cela on reprend la méthode proposée par Brown et Strawley [BRO 67]. La figure 4.41 montre la géométrie des échantillons dans la configuration centrale. On détermine par conséquent un facteur critique d'intensité de contraintes, noté K_c calculé suivant l'hypothèse de linéarité et de rupture fragile et pour une température à $-5°C$:

$$K_c = \frac{3}{2} g\left(\frac{a}{b}\right)\left(\frac{Pl\sqrt{a}}{eb^2}\right), \tag{4.16}$$

avec

$$g(\frac{a}{b}) = 1.93 - 3.07\left(\frac{a}{b}\right) + 14.53\left(\frac{a}{b}\right)^2 - 25\left(\frac{a}{b}\right)^3 + 25.8\left(\frac{a}{b}\right)^4, \tag{4.17}$$

et P est la charge maximale atteinte lors du chargement.

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2012ISAL0129/these.pdf
© [D. Haboussa], [2012], INSA de Lyon, tous droits réservés

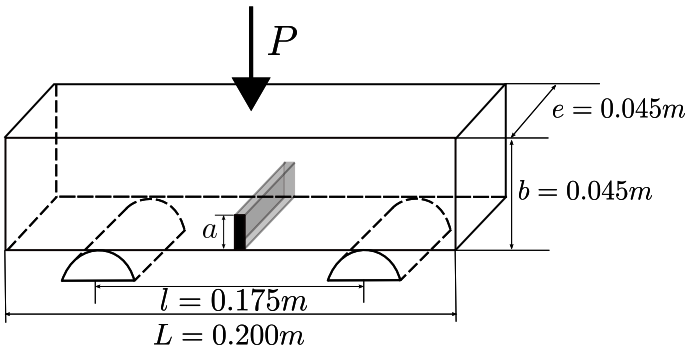


FIGURE 4.41: Essai SIFT - Géométrie des échantillons dans la configuration centrale.

Ce qui nous permet de constater, avec réserve, que les énergies de rupture (J_c) observées dans les essais aux barres de Hopkinson et dans les essais SIFT sont sensiblement du même ordre de grandeur, comme le montre la figure 4.42.

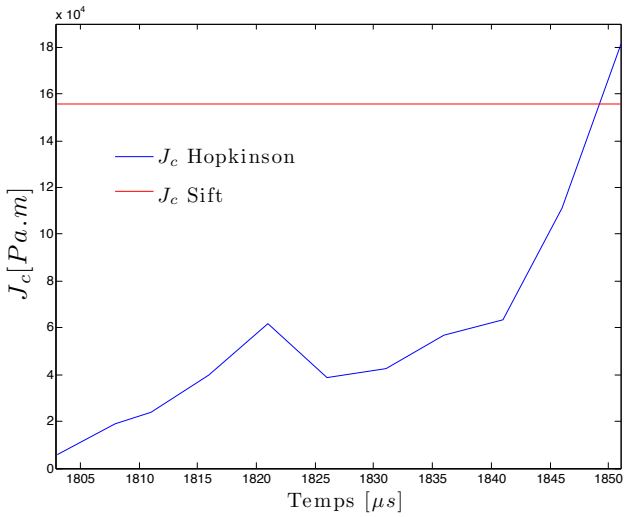


FIGURE 4.42: Essai 8 - J_c estimé par corrélation d'images.

On peut ainsi remarquer que pour des configurations d'essai moins avantageuses l'utilisation de la corrélation d'images permet d'obtenir un résultat relativement fiable alors que les jauges sont inexploitables.
Une autre remarque observée grâce aux essais CT aux barres de Hopkinson est qu'aucune éprouvette n'a présenté un branchement de fissure. À plusieurs vitesses d'impacts testées et en fonction de la baisse en température, la fissure se propage toujours en mode *I* pur plus ou moins suivant le ligament. Les fluctuations de la direction de propagation de fissure proviendraient plutôt des conditions aux limites pas tout à fait symétriques (interface coin/échantillon). Une analyse au MEB de la microstructure sur les faciès de rupture pourrait donner plus d'informations et confirmerait que les essais CT+coin aux barres de Hopkinson permettent d'observer les mêmes résultats que pour les essais SIFT.

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2012ISAL0129/these.pdf
© [D. Haboussa], [2012], INSA de Lyon, tous droits réservés

En effet, aucune des éprouvettes testées dans les essais SIFT ne présentaient également de branchement de fissure à l'initiation. Ainsi, on peut se servir de ce type d'essai pour caractériser les critères d'initiation, d'arrêt et de redémarrage de fissure. Par contre, ces essais ne permettent pas de caractériser le phénomène de transition traction-cisaillement. Il semblerait que les branchements de fissures, observés sur les essais CT sous chargement quasi-statique, soient dépendant de la vitesse de chargement. L'hypothèse émise lors de la première campagne d'essai semble être vérifiée. Sous chargement dynamique et pour des sollicitations en mode I pur, la plasticité n'a pas le temps de se développer en pointe de fissure et ne peut par conséquent pas influer sur la direction de propagation (fissuration par cisaillement ou fissuration par ouverture).
Pour conforter cette remarque, il serait intéressant de tester un autre matériau. Nous proposons ainsi de nous intéresser à l'acier Maraging utilisé et identifié dans le chapitre 3. En effet, les expériences de Kalthoff et de Zhou-Rosakis-Ravichandran (ZRR) ont montré que ce matériau présentait une transition d'un mode de cisaillement à traction lors d'une variation de la vitesse de sollicitation. Rappelons que les expériences de Kalthoff et de ZRR viennent solliciter la fissure en mode II, en effet l'impacteur tente de cisailler l'éprouvette. Dans le précédent chapitre, nous avons observé que le modèle de transition automatique cisaillement-traction développé dans ces travaux permettait de simuler ces essais. De plus, nous avons identifié les seuils en déformation (ε_{shear} et $\varepsilon_{tensile}$) et la contrainte critique σ_{Ic} caractérisant l'acier Maraging. En reprenant ce modèle, il serait intéressant de vérifier le comportement du Maraging pour un chargement dynamique en mode I pur, par l'intermédiaire des essais CT+coin aux barres de Hopkinson. Nous proposons donc d'étudier en guise de perspectives cette simulation.

4.3.1 Bonus : simulation des essais aux barres de Hopkinson pour l'acier Maraging

Nous avons identifié les paramètres du modèle de transition pour une taille de maille en pointe de fissure de 1mm. Le maillage utilisé pour la modélisation des essais pour le métal de base coincide parfaitement. Nous réutilisons le maillage de la figure 4.20. Concernant l' acier Maraging, nous réutilisons les paramètres matériaux utilisés et les paramètres du modèle identifiés dans le chapitre 3 et plus précisément dans la section 3.2.3 :

contrainte critique σ_{Ic}	250 MPa
seuil de déformation en cisaillement $\tilde{\varepsilon}_{shear}$	0.01075
seuil de déformation en traction $\tilde{\varepsilon}_{tensile}$	0.00875
rayon de la zone locale r_{box}	0,003 m
taille de maille en pointe δ_e	0.001m

TABLE 4.7: Paramètres identifiés pour le modèle de transition.

Plusieurs vitesses d'impact ont été testées. Le résultat reste pourtant inchangé, suivant ce type de sollicitation en mode I pur, le maraging ne présente pas non plus

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2012ISAL0129/these.pdf
© [D. Haboussa], [2012], INSA de Lyon, tous droits réservés

Module d'Young E	1.99 GPa
Coeff. de Poisson ν	0.3
Masse volumique ρ	8000 $kg.m^{-3}$
Vitesse des ondes de Rayleigh c_R	2799.2 $m.s^{-1}$
Limite élastique σ_y	190 MPa
Module tangent E_t	1600MPa

TABLE 4.8: Paramètres matériau du Maraging 18Ni1900.

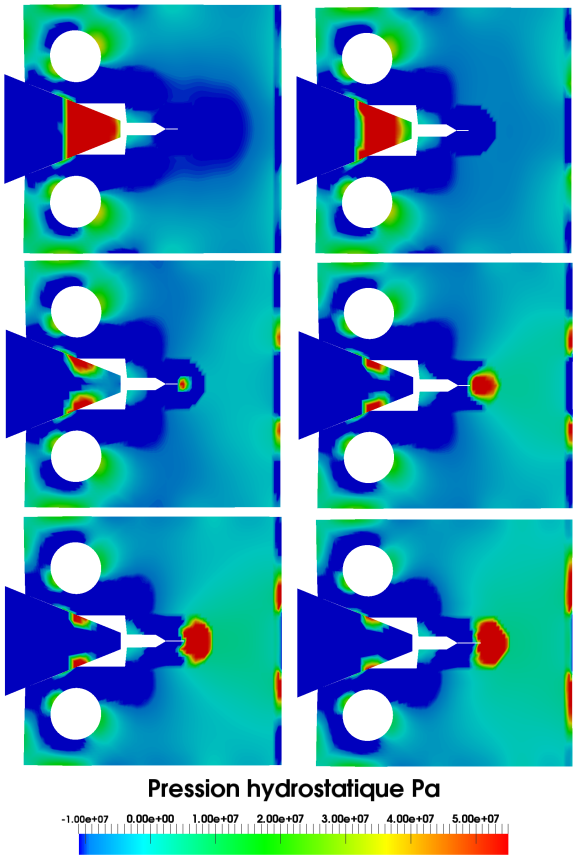


FIGURE 4.43: Maraging Hopkinson - Évolution des contraintes de la pression Hydrostatique pour $t = 12\mu s$, $t = 13\mu s$, $t = 14\mu s$, $t = 15\mu s$, $t = 16\mu s$ et $t = 17\mu s$

de branchement. Ce qui conforte le raisonnement porté précédemment. Avec ce mode de rupture et sous chargement dynamique, la fissure se propage toujours en mode I. La température étant fixe dans la simulation, la propagation de fissure est uniquement contrôlée par la vitesse d'impact. En tapant plus ou moins fort, la fissure se propagera plus ou moins loin le long du ligament. Nous présentons sur la figure 4.43 l'initiation et la propagation de la fissure pour une vitesse d'impact de $30m.s^{-1}$.

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2012ISAL0129/these.pdf
© [D. Haboussa], [2012], INSA de Lyon, tous droits réservés

Les branchement de fissures observés lors des essais CT sous chargement quasi-statique sembleraient être causés par une précontrainte quasi-statique élevée avant la rupture dynamique. Dans le but de caractériser notre métal de base, une hypothèse serait de réaliser deux campagnes d'essais portant sur les expériences de Kalthoff et de Zhou-Rosakis-Ravichandran [KAL 87, ZHO 96b]. En utilisant l'instrumentation proposée dans les essais effectués durant cette thèse (caméra ultra-rapide et jauges de propagations à fils), les résultats expérimentaux devraient permettre d'identifier les paramètres du modèle de transition pour le métal de base.

5 Conclusion

Dans ce chapitre, des techniques dédiées au suivi de la propagation dynamique d'un front de fissure ont été développées et validées sur des essais de rupture sous chargement quasi-statique et dynamique de type choc. Ces deux méthodes de mesures, par caméra ultra-rapide et par jauges de propagation à fils, ont été confrontées pour critiquer chacune des deux solutions et surtout pour valider leurs utilisations dans certains cas critiques. Une analyse par corrélation d'images plus poussée pourra enrichir les résultats proposés. Ce chapitre a également permis de constater les différences obtenues entre les essais sous chargements quasi-statique et dynamique suivant le même type de sollicitations (mode *I* pur). Les essais quasi-statiques ont permis d'observer une transition d'un mode de fissuration par cisaillement à un mode de fissuration par ouverture. Ce phénomène est en fait dépendant de la vitesse de chargement. Lors d'un chargement quasi-statique, la plasticité dispose d'un temps suffisant pour de développer autour de la pointe de fissure et permettre ainsi au cisaillement de contrôler la propagation de fissure (branchement de fissure). Sous chargement dynamique de type impact, ce phénomène n'est plus observé et la fissure, même pour des hautes vitesses de sollicitation, se propage intrinséquement en mode *I* pur. Nous avons également réalisé une étude numérique complémentaire qui a permis de constater une similarité entre deux types d'essais dynamiques : essais CT+coin aux barres de Hopkinson et essais SIFT. Ces deux essais sont des essais de fissuration par ouverture. Pour compléter ces informations, l'ensemble des essais réalisés a permis d'observer que l'état de précontrainte quasi-statique élevée avant la rupture dynamique pour les essais CT sous chargement quasi-statique semblaient être la cause d'une transition cisaillement-traction (branchement de fissure). Il serait plus judicieux de réaliser une campagne d'essai portant sur les expériences de Kalthoff et de Zhou-Rosakis-Ravichandran. Dans l'objectif d'observer, dans un premier temps, le phénomène de transition cisaillement-traction et dans un second temps d'identifier les paramètres du modèle développé par Haboussa *et al.* [HAB 12b] dans le chapitre 3. La Délégation Générale de l'Armement (DGA) a entrepris cette démarche et ces essais seront réalisés très prochainement. On peut également supposer qu'un autre essai de type Compact Compression Specimen (CCS) permette d'observer le phénomène de transition cisaillement-traction. La géométrie particulière (éprouvette en "U" ou dite de "pince à linge") a été employée entre autre pour l'étude de l'amorçage sous sollicitation dynamique (Maigre et Rittel [MAI 93a, MAI 96]), notam-

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2012ISAL0129/these.pdf
© [D. Haboussa], [2012], INSA de Lyon, tous droits réservés

ment pour caractériser l'influence des effets thermiques sur l'initiation. La spécificité de ces essais pour notre cas réside dans le fait que le chargement appliqué n'est pas symétrique, ainsi la mixité varie lors de la propagation, permettant la validation de simulations numériques en mode mixte. Des éprouvettes ayant une géométrie particulières, chargées en mode de cisaillement pur, pourraient également répondre à la problématique.

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2012ISAL0129/these.pdf
© [D. Haboussa], [2012], INSA de Lyon, tous droits réservés

Conclusion générale

Le premier chapitre, décrivant l'état de l'art, a permis de fixer le cadre dans lequel s'inscrit ce sujet de recherche. Un préambule, dédié aux phénomènes mis en jeu lors de la propagation de fissure sous sollicitations dynamiques, a introduit la notion de transition cisaillement-traction. Ensuite, une description des essais recueillis dans la littérature permettant de caractériser expérimentalement les changements de modes de rupture par cisaillement et par ouverture a été réalisée, dans le but de permettre dans la suite des travaux d'affronter les résultats numériques aux résultats expérimentaux. L'étude théorique de la propagation de fissure fragile a permis de poser également les bases essentielles à la résolution d'un problème de référence. Nous avons pu premièrement observer l'utilité de réaliser une approche locale en pointe de fissure pour répondre aux attentes du sujet de thèse et deuxièmement s'apercevoir qu'il n'existait pas à ce jour de critères de propagation de fissure, au sens de la mécanique de la rupture, permettant de caractériser une fissuration par cisaillement. Un outil de simulation numérique basé sur la méthode des éléments finis étendus a été présenté. Un cas d'application en dynamique de la rupture fragile a été décrit pour confirmer le choix de cette méthode. Et enfin, la dernière partie consacrée aux développement actuels permettant de modéliser la transition cisaillement-traction, a montré qu'aucun développement à ce jour ne permettait de modéliser automatiquement, avec un unique modèle, la transition d'un mode de fissuration par cisaillement à un mode de fissuration par ouverture.

Le second chapitre s'est donc concentré sur le développement de deux nouveaux critères pour la propagation tridimensionnelle de fissure sous sollicitations multi-axiales. Dans le but de modéliser une transition d'un mode de fissuration par cisaillement à un mode de fissuration par ouverture en 3D, les deux critères permettent de considérer ces deux modes : l'un consite à maximiser la contrainte d'ouverture et l'autre à maximiser la contrainte équivalente de von Mises. De plus, ces deux critères ont été réalisés sous l'hypothèse des contraintes planes et des déformations planes, ce qui permet de considérer le comportement d'une fissure à coeur et sur les bords. Une étude sur l'influence du coefficient de Poisson sur les directions de propagation montre l'importance de cette considération. C'est pourquoi, une extension de la formule de Schollman *et al.* [SCH 02] en déformation plane a été réalisée. Pour présenter ces résultats, nous avons proposé aux lecteurs les tableaux de valeurs numériques (Annexe B et C) des directions de propagation ainsi que quatres formules "fittées" de ces valeurs (équation 2.43, équation 2.44). Ces

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2012ISAL0129/these.pdf
© [D. Haboussa], [2012], INSA de Lyon, tous droits réservés

formules, qui dépendent des facteurs d'intensité normalisés K_i^n et de ν, sont applicables pour toutes les combinaisons de modes mixtes. En effet, seuls les effets de refermeture de fissure ne sont pas pris en compte. Ces critères seront par la suite implémentés dans un code EF explicite Europlexus, pour prédire le comportement d'une fissure tridimensionnelle soumises à des sollicitations réelles. Pour essayer de visualiser les performances de nos critères de direction de propagation développés, nous avons simulé les possibilités de ces derniers face à des résultats expérimentaux. Cela laisse envisager de bonnes perspectives pour la suite.

Le troisième chapitre a montré comment les éléments finis étendus peuvent être utilisés pour prévoir des trajets de fissure complexes en cas de combinaison de mode de rupture en traction et en cisaillement. Pour ce faire, une formule soit analytique soit semi-analytique donnant l'angle de propagation en cas de rupture par cisaillement et sous sollicitation combinée des modes I et II, a été proposée. Un critère automatique basé sur la déformation plastique en pointe de fissure a été développé pour discerner si la propagation est en traction ou en cisaillement. Une méthode générale d'identification des paramètres du modèle est proposée. Le choix de caractériser et d'identifier une contrainte critique dépendant de la vitesse de déformation estimée en pointe de fissure s'est révélé très judicieux. En identifiant σ_{Ic} suivant cette méthode, il est possible de constater que l'utilisation de la formule de Kanninen, utilisée pour calculer la vitesse de propagation de fissure dans les deux cas, est tout à fait acceptable. De plus l'application à l'interprétation de deux expériences connues de propagation dynamique montre la pertinence du modèle proposé. Le modèle doit encore être validé sur d'autres expériences où ces deux modes de propagation coexistent.

Le quatrième chapitre a permis de développer des techniques dédiées au suivi de la propagation dynamique d'un front de fissure et de les valider sur des essais de rupture sous chargement quasi-statique et dynamique de type choc. Ces deux méthodes de mesures, par caméra ultra-rapide et par jauges de propagation à fils, doivent être confrontées pour critiquer chacune des deux solutions et surtout pour valider leurs utilisations dans certains cas critiques. Une analyse par corrélation d'images plus poussée et un plus grand nombre d'échantillons testés pourront compléter les résultats proposés. Ce chapitre a également permis de constater les différences obtenues entre les essais sous chargements quasi-statique et dynamique suivant le même type de sollicitations (mode I pur). Les essais quasi-statiques ont permis d'observer une transition d'un mode de fissuration par cisaillement à un mode de fissuration par ouverture. Ce phénomène est en fait dépendant de la vitesse de chargement. Lors d'un chargement quasi-statique, la plasticité dispose d'un temps suffisant pour s'emmagasiner autour de la pointe de fissure et permettre ainsi au cisaillement de contrôler la propagation de fissure (branchement de fissure). Sous chargement dynamique de type impact, ce phénomène n'est plus observé et la fissure, même pour des hautes vitesses de sollicitation, se propage intrinséquement en mode I pur. Nous avons également dans cette section réalisé une étude numérique complémentaire qui a permis de

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2012ISAL0129/these.pdf
© [D. Haboussa], [2012], INSA de Lyon, tous droits réservés

constater une similarité entre deux types d'essais dynamiques : essais CT+coin aux barres de Hopkinson et essais SIFT. Ces deux essais sont des essais de fissuration par ouverture. Pour compléter ces informations, l'ensemble des essais réalisés a permis d'observer que les essais dynamiques proposés dans cette étude ne permettaient pas d'observer le phénomène de transition d'un mode de fissuration par cisaillement à un mode de fissuration par ouverture. Il serait plus judicieux de réaliser une campagne d'essai portant sur les expériences de Kalthoff et de Zhou-Rosakis-Ravichandran. Dans l'objectif d'observer, dans un premier temps, le phénomène de transition cisaillement/traction et dans un second temps d'identifier les paramètres du modèle développé par Haboussa *et al.* [HAB 12b] dans le chapitre 3. La Déléguation Générale de l'Armement (DGA) a entrepris cette démarche et ces essais seront réalisés très prochainement. On peut également supposer qu'un autre essai de type Compact Compression Specimen (CCS) permette d'observer le phénomène de transition cisaillement/traction. La géométrie particulière (éprouvette en "U" ou dite de "pince à linge") a été employée entre autre pour l'étude de l'amorçage sous sollicitation dynamique (Maigre et Rittel [MAI 93a, MAI 96]), notamment pour caractériser l'influence des effets thermiques sur l'initiation. La spécificité de ces essais pour notre cas réside dans le fait que le chargement appliqué n'est pas symétrique, ainsi la mixité varie lors de la propagation, permettant la validation de simulations numériques en mode mixte.

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2012ISAL0129/these.pdf
© [D. Haboussa], [2012], INSA de Lyon, tous droits réservés

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2012ISAL0129/these.pdf
© [D. Haboussa], [2012], INSA de Lyon, tous droits réservés

Annexe A

Coordonnées barycentriques :

Soit (A_1, A_2, A_3) une famille libre (c'est à dire formant un véritable triangle). Alors, pour tout point M de E, il existe un unique triplet noté $(b_1, b_2, b_3) \in \mathbb{R}^3$ tel que :

$$M = bar\begin{pmatrix} A_i \\ b_i \end{pmatrix} = \sum_{i=1}^{3} b_i \overrightarrow{A_iM} = \overrightarrow{0} \qquad et \qquad \sum_{i=1}^{3} b_i = 1 \tag{4.18}$$

En considérant ces notations, on appellera toute famille $(\lambda b_i)_{i=1..3}$ avec $\lambda \in \mathbb{R}^*$ les coordonnées barycentriques de M dans (A_1, A_2, A_3).

Ainsi pour un point M de coordonnées (x, y) défini dans le repère $(A_1, \overrightarrow{A_1A_2}, \overrightarrow{A_1A_3})$, nous allons écrire le lien entre coordonnées ordinaires et barycentriques :
$\overrightarrow{A_1M} = x\overrightarrow{A_1A_2} + y\overrightarrow{A_1A_3}$

Soit en utilisant Chasles,

$\overrightarrow{A_1M} = x(\overrightarrow{A_1M} + \overrightarrow{MA_2}) + y(\overrightarrow{A_1M} + \overrightarrow{MA_3})$

$(1 - x - y)\overrightarrow{A_1M} + x\overrightarrow{A_2M} + y\overrightarrow{A_3M} = 0$

Donc M a pour coordonnées barycentriques normalisées $(1 - x - y, x, y)$, ce qui nous donne d'après l'équation 4.18 : $b_1 = \lambda(1 - x - y), b_2 = \lambda x, b_3 = \lambda y$ avec $\frac{1}{\lambda} = \frac{1}{b_1 + b_2 + b_3}$, soit en coordonnées ordinaires exprimées dans la base (A_1, A_2, A_3) :

$$x = \frac{b_2}{b_1 + b_2 + b_3} \quad , \quad y = \frac{b_3}{b_1 + b_2 + b_3} \tag{4.19}$$

Maintenant nous souhaitons représenter une observation (b_1, b_2, b_3) par un point dans le triangle équilatéral $A_1A_2A_3$. Ainsi nous pouvons observer directement que les sommets représentent les grandeurs particulières : $(b_1, 0, 0)$, $(0, b_2, 0)$, $(0, 0, b_3)$ et que l'orthocentre correspond au cas $b_1 = b_2 = b_3$. Suivant cette configuration, nous allons effectuer un changement de base de (A_1, A_2, A_3) vers une base orthonormée $(A_1, \overrightarrow{x_0}, \overrightarrow{y_0})$, de façon à obtenir les coordonnées cartésiennes usuelles (x_0, y_0) :

$$\begin{pmatrix} x_0 \\ y_0 \end{pmatrix} = P^{-1} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \tag{4.20}$$

où

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2012ISAL0129/these.pdf
© [D. Haboussa], [2012], INSA de Lyon, tous droits réservés

$$P = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \frac{1}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} \end{bmatrix}_{(A_1, \overrightarrow{x_0}, \overrightarrow{y_0})}$$

Adaptons ce procédé à notre étude, ainsi avec les expressions des facteurs d'intensité des contraintes normalisées définis en section 4.1, on constate sur la Figure 4.44 que les sommets représentent les 3 modes purs de chargement. On peut observer également que l'intérieur du triangle configure toutes les combinaisons de modes mixtes possibles. Ce dernier point peut être observé sur la Figure 4.45, où un tirage aléatoire de mille valeurs respectives à chaque triplet (K_I, K_{II}, K_{II}) comprises entre $[0, 1]$ a été effectué.

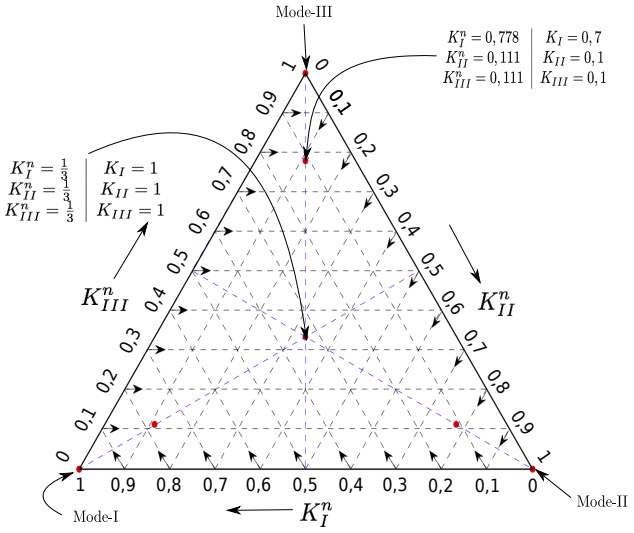


FIGURE 4.44: Système de visualisation des angles : coordonnées barycentriques 1.

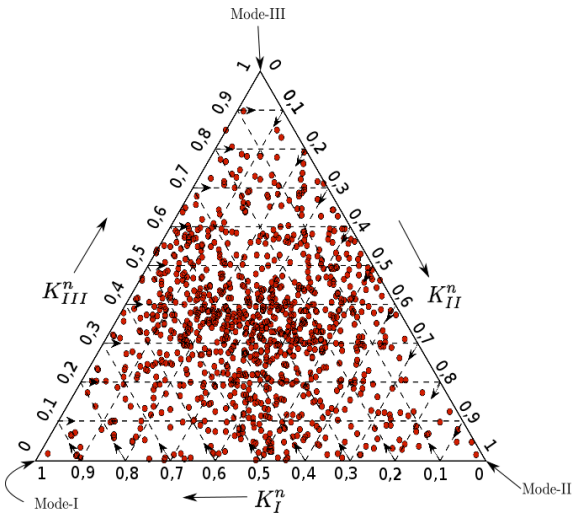


FIGURE 4.45: Système de visualisation des angles : coordonnées barycentriques 2.

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2012ISAL0129/these.pdf
© [D. Haboussa], [2012], INSA de Lyon, tous droits réservés

Annexe B

Tableaux de valeurs concernant θ_c et φ_c

						K_I^n					
	0	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1
0	-70.54	-68.38	-65.85	-62.61	-58.52	-53.12	-46.15	-36.89	-25.36	-12.38	0
0.1	-70.42	-68.02	-65.01	-61.05	-56	-49.15	-39.9	-27.76	-13.7	0	
0.2	-69.7	-66.93	-63.21	-58.28	-51.67	-42.42	-30.05	-15.03	0		
0.3	-68.26	-64.77	-59.96	-53.48	-44.34	-31.85	-15.99	0			
0.4	-65.73	-61.05	-54.68	-45.67	-33.05	-16.83	0				
↓ 0.5	-61.53	-55.28	-46.27	-33.77	-17.43	0					
K_{III}^n 0.6	-55.4	-46.63	-34.13	-17.79	0						
0.7	-46.63	-34.25	-17.91	0							
0.8	-34.25	-18.03	0								
0.9	-18.03	0									
1	0										

TABLE 4.9: θ_c (en degré) pour le cas $\nu = 0$.

						K_I^n					
	0	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0.1	4.46	4.8	5.18	5.59	6.04	6.49	6.86	7.02	6.82	6.26	
0.2	9.78	10.55	11.43	12.38	13.35	14.22	14.7	14.41	13.28		
0.3	15.8	17.06	18.44	19.87	21.18	22.01	21.8	20.3			
0.4	22.13	23.8	25.51	27.1	28.2	28.17	26.56				
↓ 0.5	28.3	30.12	31.84	33.09	33.22	31.71					
K_{III}^n 0.6	33.81	35.53	36.84	37.12	35.78						
0.7	38.42	39.73	40.11	38.95							
0.8	41.98	42.42	41.43								
0.9	44.26	43.41									
1	45										

TABLE 4.10: φ_c (en degré) pour le cas $\nu = 0$.

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2012ISAL0129/these.pdf
© [D. Haboussa], [2012], INSA de Lyon, tous droits réservés

		K_I^n									
		0	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1
	0	-70.54	-68.38	-65.85	-62.61	-58.52	-53.12	-46.15	-36.89	-25.36	-12.38	0
	0.1	-70.42	-68.02	-65.01	-61.05	-55.88	-49.03	-39.66	-27.52	-13.58	0	
	0.2	-69.82	-66.93	-63.21	-58.16	-51.31	-41.82	-29.32	-14.42	0		
	0.3	-68.74	-65.01	-60.09	-53.24	-43.74	-30.77	-15.27	0			
	0.4	-66.57	-61.77	-54.92	-45.43	-32.21	-15.99	0				
$\downarrow$	0.5	-63.09	-56.48	-46.99	-33.65	-16.83	0					
K_{III}^n	0.6	-57.8	-48.43	-35.09	-17.79	0						
	0.7	-49.99	-36.65	-18.75	0							
	0.8	-38.22	-19.83	0								
	0.9	-21.03	0									
	1	0										

TABLE 4.11: θ_c (en degré) pour le cas $\nu = 0.3$.

		K_I^n									
		0	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0.1	6.33	6.79	7.31	7.89	8.51	9.12	9.62	9.83	9.56	8.8	
	0.2	13.45	14.44	15.53	16.7	17.88	18.9	19.44	19.09	17.76		
	0.3	20.6	22.01	23.48	24.97	26.29	27.09	26.86	25.38			
	0.4	27.07	28.63	30.21	31.62	32.57	32.52	31.15				
$\downarrow$	0.5	32.45	33.98	35.4	36.42	36.53	35.35					
K_{III}^n	0.6	36.75	38.11	39.16	39.41	38.43						
	0.7	40.11	41.16	41.53	40.73							
	0.8	42.67	43.14	42.49								
	0.9	44.4	43.88									
	1	45										

TABLE 4.12: φ_c (en degré) pour le cas $\nu = 0.3$.

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2012ISAL0129/these.pdf
© [D. Haboussa], [2012], INSA de Lyon, tous droits réservés

	K_I^n										
	0	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1
0	-70.54	-68.38	-65.85	-62.61	-58.52	-53.12	-46.15	-36.89	-25.36	-12.38	0
0.1	-70.42	-68.14	-65.13	-61.17	-56	-49.03	-39.54	-27.28	-13.34	0	
0.2	-70.18	-67.29	-63.57	-58.52	-51.55	-41.82	-28.84	-14.06	0		
0.3	-69.34	-65.73	-60.69	-53.72	-43.74	-30.53	-14.9	0			
0.4	-67.54	-62.73	-55.76	-45.79	-32.21	-15.87	0				
↓ 0.5	-64.41	-57.56	-47.83	-34.01	-16.83	0					
K_{III}^n 0.6	-59.48	-49.75	-35.93	-18.03	0						
0.7	-51.79	-37.98	-19.35	0							
0.8	-40.26	-20.91	0								
0.9	-22.6	0									
1	0										

TABLE 4.13: θ_c (en degré) pour le cas $\nu = 0.45$.

	K_I^n										
	0	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0.1	7.97	8.54	9.18	9.89	10.64	11.37	11.98	12.24	11.9	11	
0.2	16.39	17.5	18.71	19.98	21.23	22.32	22.89	22.52	21.13		
0.3	23.99	25.37	26.82	28.24	29.49	30.23	30.02	28.65			
0.4	30.12	31.52	32.92	34.17	35	34.96	33.79				
↓ 0.5	34.79	36.1	37.3	38.16	38.27	37.31					
K_{III}^n 0.6	38.33	39.47	40.35	40.58	39.8						
0.7	41.04	41.92	42.26	41.63							
0.8	43.09	43.52	43.03								
0.9	44.49	44.12									
1	45										

TABLE 4.14: φ_c (en degré) pour le cas $\nu = 0.45$.

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2012ISAL0129/these.pdf
© [D. Haboussa], [2012], INSA de Lyon, tous droits réservés

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2012ISAL0129/these.pdf
© [D. Haboussa], [2012], INSA de Lyon, tous droits réservés

Annexe C

Tableaux de valeurs concernant θ_c^{VM} et φ_c^{VM}

	K_I^n										
	0	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1
0	0.11	3.11	7.07	11.75	17.39	23.74	31.06	39.1	48.33	59.01	70.52
0.1	0	3.59	8.03	13.55	20.14	27.7	36.34	46.17	57.81	70.52	
0.2	0	4.07	9.23	15.83	23.74	32.98	43.65	56.25	70.52		
0.3	0	4.79	11.03	19.07	28.9	40.41	54.33	70.52			
0.4	0	5.63	13.55	23.74	36.34	51.81	70.52				
$\downarrow$ 0.5	0	7.07	17.39	31.06	48.33	70.52					
K_{III}^n 0.6	0	9.23	23.74	43.65	70.52						
0.7	0	13.55	36.34	70.52							
0.8	0	23.74	70.52								
0.9	0	70.52									
1	30.7										

TABLE 4.15: θ_c^{VM} (en degré) pour le cas $\nu = 0$.

	K_I^n										
	0	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1
0	45	-45	-45	-45	-45	-45	-45	-45	-45	-45	-45
0.1	0	-3.51	-7.32	-11.51	-16.46	-21.95	-26.99	-31	-33.82	-35.79	
0.2	0	-1.81	-3.87	-6.32	-9.74	-14.12	-18.89	-23.19	-26.57		
0.3	0	-1.18	-2.6	-4.54	-7.36	-11.14	-15.24	-18.94			
0.4	0	-0.94	-2.03	-3.78	-6.46	-9.86	-13.29				
$\downarrow$ 0.5	0	-0.74	-1.75	-3.53	-6.23	-9.22					
K_{III}^n 0.6	0	-0.65	-1.69	-3.68	-6.27						
0.7	0	-0.58	-1.88	-4.07							
0.8	0	-0.64	-2.39								
0.9	0	-1.07									
1	0										

TABLE 4.16: φ_c^{VM} (en degré) pour le cas $\nu = 0$.

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2012ISAL0129/these.pdf
© [D. Haboussa], [2012], INSA de Lyon, tous droits réservés

						K_I^n					
	0	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1
0	0.11	4.07	9.11	15.11	22.3	30.58	39.81	50.25	62	74.72	86.95
0.1	0	4.55	10.31	17.39	25.78	35.62	46.65	59.36	73.28	86.95	
0.2	0	5.27	11.99	20.38	30.58	42.33	56.01	71.48	86.95		
0.3	0	6.11	14.15	24.46	37.06	51.93	69.2	86.95			
0.4	0	7.31	17.39	30.58	46.65	66.2	86.95				
↓ 0.5	0	9.11	22.3	39.81	62	86.95					
K_{III}^n 0.6	0	11.99	30.58	56.01	86.95						
0.7	0	17.39	46.65	86.95							
0.8	0	30.58	86.95								
0.9	0	86.95									
1	30.7										

TABLE 4.17: θ_c^{VM} (en degré) pour le cas $\nu = 0.3$.

						K_I^n					
	0	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1
0	45	45	45	45	45	45	45	45	45	45	45
0.1	0	5.16	9.86	13.37	15.22	15.39	13.71	11.07	8.87	9.14	
0.2	0	2.67	5.06	6.80	7.52	6.92	5.46	4.12	4.18		
0.3	0	1.76	3.29	4.26	4.32	3.50	2.49	2.45			
0.4	0	1.31	2.40	2.88	2.47	1.69	1.58				
↓ 0.5	0	1.05	1.80	1.8	1.22	1.05					
K_{III}^n 0.6	0	0.85	1.28	0.92	0.70						
0.7	0	0.69	0.71	0.45							
0.8	0	0.48	0.26								
0.9	0	0.12									
1	8e-09										

TABLE 4.18: φ_c^{VM} (en degré) pour le cas $\nu = 0.3$.

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2012ISAL0129/these.pdf
© [D. Haboussa], [2012], INSA de Lyon, tous droits réservés

						K_I^n					
	0	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1
0	0.12	4.20	9.35	15.59	23.03	31.67	41.40	52.17	64.41	77.48	89.83
0.1	0	4.80	10.67	17.99	26.75	36.94	48.45	61.53	75.92	89.83	
0.2	0	5.40	12.35	21.11	31.66	43.90	58.17	74.12	89.83		
0.3	0	6.36	14.63	25.43	38.50	53.85	71.84	89.83			
0.4	0	7.56	17.99	31.66	48.45	68.72	89.83				
↓ 0.5	0	9.35	23.03	41.38	64.41	89.83					
K_{III}^n 0.6	0	12.35	31.66	58.17	89.83						
0.7	0	17.99	48.45	89.83							
0.8	0	31.66	89.83								
0.9	0	89.83									
1	30.70										

TABLE 4.19: θ_c^{VM} (en degré) pour le cas $\nu = 0.45$.

						K_I^n					
	0	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1
0	45	45	45	45	45	45	45	45	45	45	45
0.1	0	8.39	15.20	20.17	23.33	25.13	26.02	26.72	28.06	30.43	
0.2	0	4.22	8.11	11.29	13.43	14.57	15.30	16.54	19.28		
0.3	0	2.85	5.42	7.51	8.76	9.3617	10.23	12.47			
0.4	0	2.12	4.03	5.38	6.03	6.60	8.32				
↓ 0.5	0	1.68	3.11	3.92	4.33	5.63					
K_{III}^n 0.6	0	1.39	2.41	2.81	3.78						
0.7	0	1.16	1.75	2.44							
0.8	0	0.91	1.43								
0.9	0	0.63									
1	7.4e-09										

TABLE 4.20: φ_c^{VM} (en degré) pour le cas $\nu = 0.45$.

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2012ISAL0129/these.pdf
© [D. Haboussa], [2012], INSA de Lyon, tous droits réservés

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2012ISAL0129/these.pdf
© [D. Haboussa], [2012], INSA de Lyon, tous droits réservés

Annexe D

Influence de $sign(K_{II})$ et $sign(K_{III})$ sur θ_c^{VM} et φ_c^{VM}.

Trois configurations sont donc testées :

- $K_I \in [0,1]$, $K_{II} \in [-1,0]$ et $K_{III} \in [0,1]$,
- $K_I \in [0,1]$, $K_{II} \in [0,1]$ et $K_{III} \in [-1,0]$,
- $K_I \in [0,1]$, $K_{II} \in [-1,0]$ et $K_{III} \in [-1,0]$.

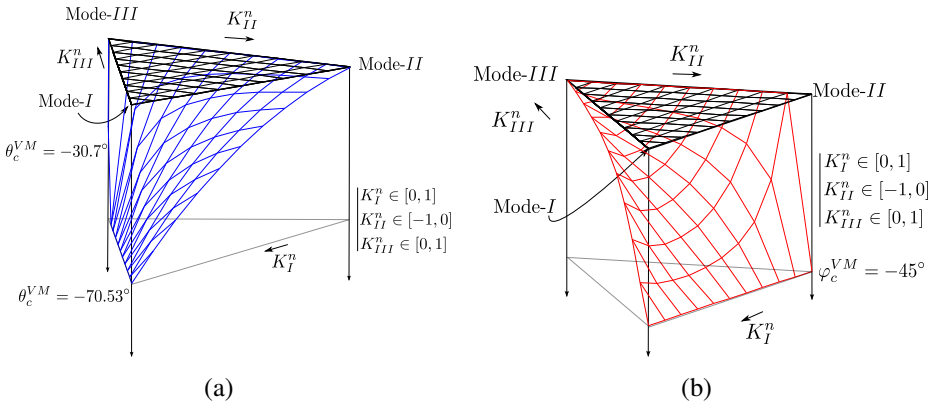


FIGURE 4.46: cas $K_I \in [0,1]$, $K_{II} \in [-1,0]$ et $K_{III} \in [0,1]$: (a) θ_c^{VM} (b) φ_c^{VM}.

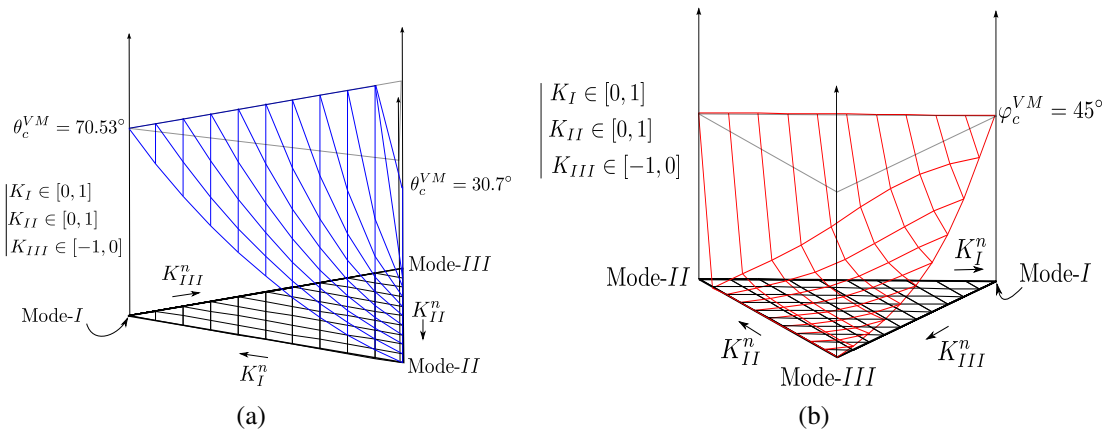


FIGURE 4.47: cas $K_I \in [0,1]$, $K_{II} \in [0,1]$ et $K_{III} \in [-1,0]$: (a) θ_c^{VM} (b) φ_c^{VM}.

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2012ISAL0129/these.pdf
© [D. Haboussa], [2012], INSA de Lyon, tous droits réservés

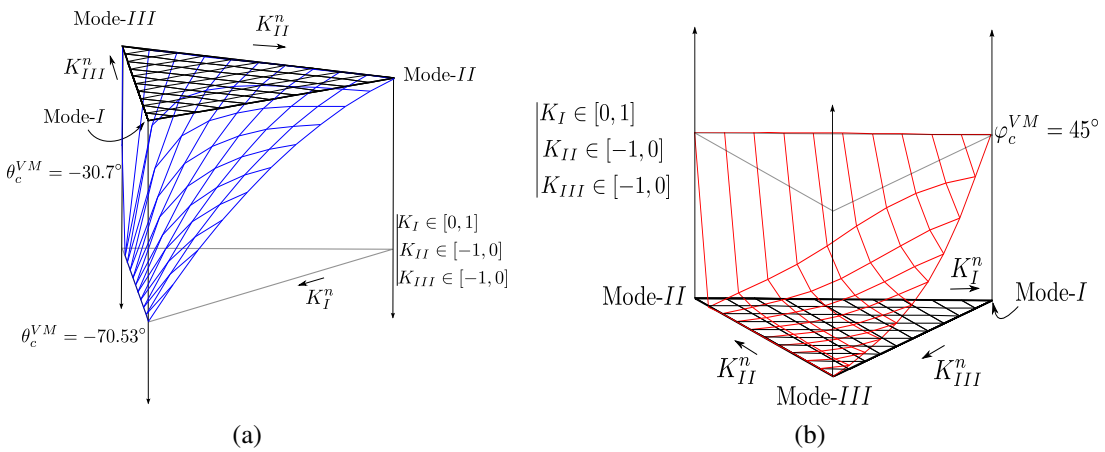


FIGURE 4.48: cas $K_I \in [0,1]$, $K_{II} \in [-1,0]$ et $K_{III} \in [-1,0]$: (a) θ_c^{VM} (b) φ_c^{VM}.

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2012ISAL0129/these.pdf
© [D. Haboussa], [2012], INSA de Lyon, tous droits réservés

Annexe E

Algorithme imposant le trajet de fissure

L'utilisateur a tout d'abord le choix entre un calcul sans fissure imposée ou le contraire. Suivant le second cas, il est demandé à l'utilisateur de renseigner dans le fichier de données une table de valeurs contenant trois quantités. Les valeurs discrètes de cette table représentent les coordonnées des points discrétisés (x_i, y_i) du front de fissure relevés au cours de l'essai ainsi que l'évolution temporelle de ces derniers (t_i). Les coordonnées (x_i, y_i) doivent être exprimées dans le repère paramètré par la position initiale de la fissure.

Algorithm 2 Trajet de fissure imposée.

Require: (x_i, y_i), t_i

for $i = 1$to n **do**
  if $t_i \leq t \leq t_{i+1}$ **then**
    $x_t^{front} = \frac{(x_{i+1}-x_i)}{t_{i+1}-t_i} t + \frac{t_{i+1}x_i - t_i x_{i+1}}{t_{i+1}-t_i}$
    $y_t^{front} = \frac{(y_{i+1}-y_i)}{t_{i+1}-t_i} t + \frac{t_{i+1}y_i - t_i y_{i+1}}{t_{i+1}-t_i}$
    $\Delta_x = x_t^{front} - x_{t-\Delta t}^{front}$
    $\Delta_y = y_t^{front} - y_{t-\Delta t}^{front}$
    $a = \sqrt{\Delta_x^2 + \Delta_y^2}$
    $\dot{a}_t = \frac{a}{\Delta t}$
    $\alpha_t = \arctan(\frac{\Delta_y}{\Delta_x})$
    $\theta_t = \alpha_t + \alpha_{t-\Delta t}$
  end if
end for

Avec t et Δt, respectivement un instant donné du calcul et un pas de calcul associé, x_t^{front} et y_t^{front} la position du front de fissure à l'instant t, a la longueur de fissure, $\dot{a}$ la vitesse de propagation de la fissure, α l'angle de propagation exprimé dans le repère global et θ l'angle de propagation exprimé dans le repère local.

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2012ISAL0129/these.pdf
© [D. Haboussa], [2012], INSA de Lyon, tous droits réservés

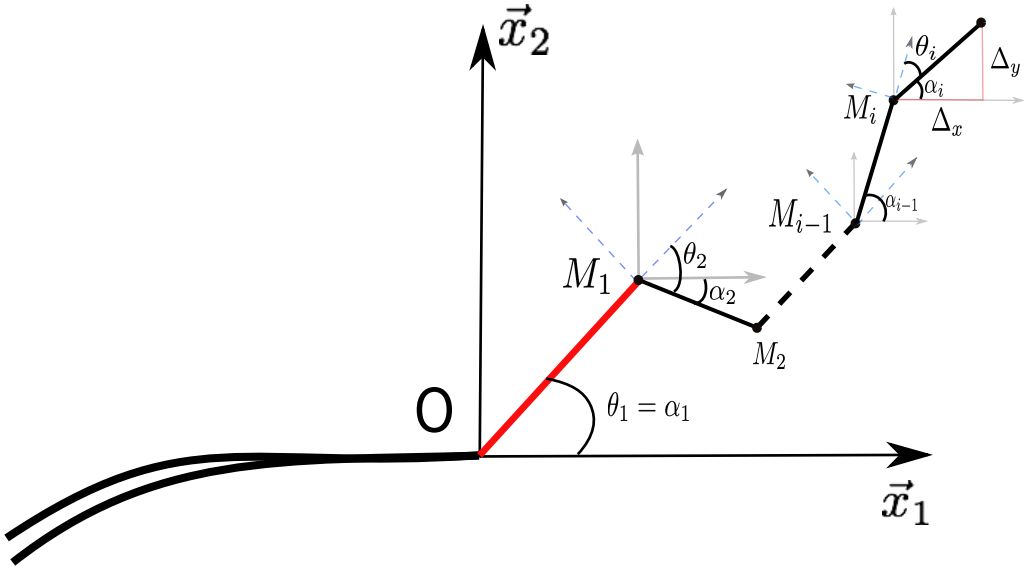


FIGURE 4.49: Algorithme de fissure imposée.

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2012ISAL0129/these.pdf
© [D. Haboussa], [2012], INSA de Lyon, tous droits réservés

Annexe F

Spécifications de l'essai SIFT

L'essai SIFT (Simplified Impact Fracture Toughness) est un essai de type "mécanique de la rupture", il est également appelé " Drop Weight J Test " (essai de J par masse tombante). Il s'agit d'un essai dynamique de flexion trois points, réalisé sur des éprouvettes prélevées dans notre métal de base. C'est un essai de chargement par masse tombante. Il met conjointement en oeuvre la Tour de Crash (voir figure 4.51(a)) d'énergie potentielle élevée (100 kJ maximum ; dans cette étude cas, seuls 10 kJ sont utilisés) et un système spécifique d'absorption de l'énergie résiduelle du chariot d'impact après contact avec la butée limitant la flèche imposée à l'éprouvette (voir figure 4.51(b)) . Ces essais ont été réalisés dans le but de déterminer la transition ductile/fragile. Les mesures ne s'effectuent que sur les ruines des échantillons. Elles concernent l'ouverture des lèvres de l'entaille et la flèche résiduelle.

Tour de Crash

Cet équipement original (figure 4.51) a été conçu pour répondre à un large domaine d'applications couvrant le crash de structures ou la caractérisation dynamique de matériaux. Son principe de fonctionnement consiste à larguer un chariot d'impact sur la structure de test en maîtrisant parfaitement les conditions aux limites (masse, vitesse, énergie, incidence, fréquence de résonance...). La hauteur de largage peut atteindre les 15 mètres.

Éprouvettes en métal de base

La figure 4.50 présente la géométrie des éprouvettes testées. On peut voir l'emplacement de la jauge de déformation dont la mesure a été utilisé pour recaler le modèle présenté dans le Chapitre 3.

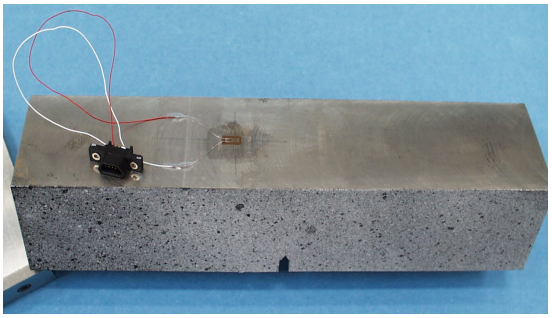
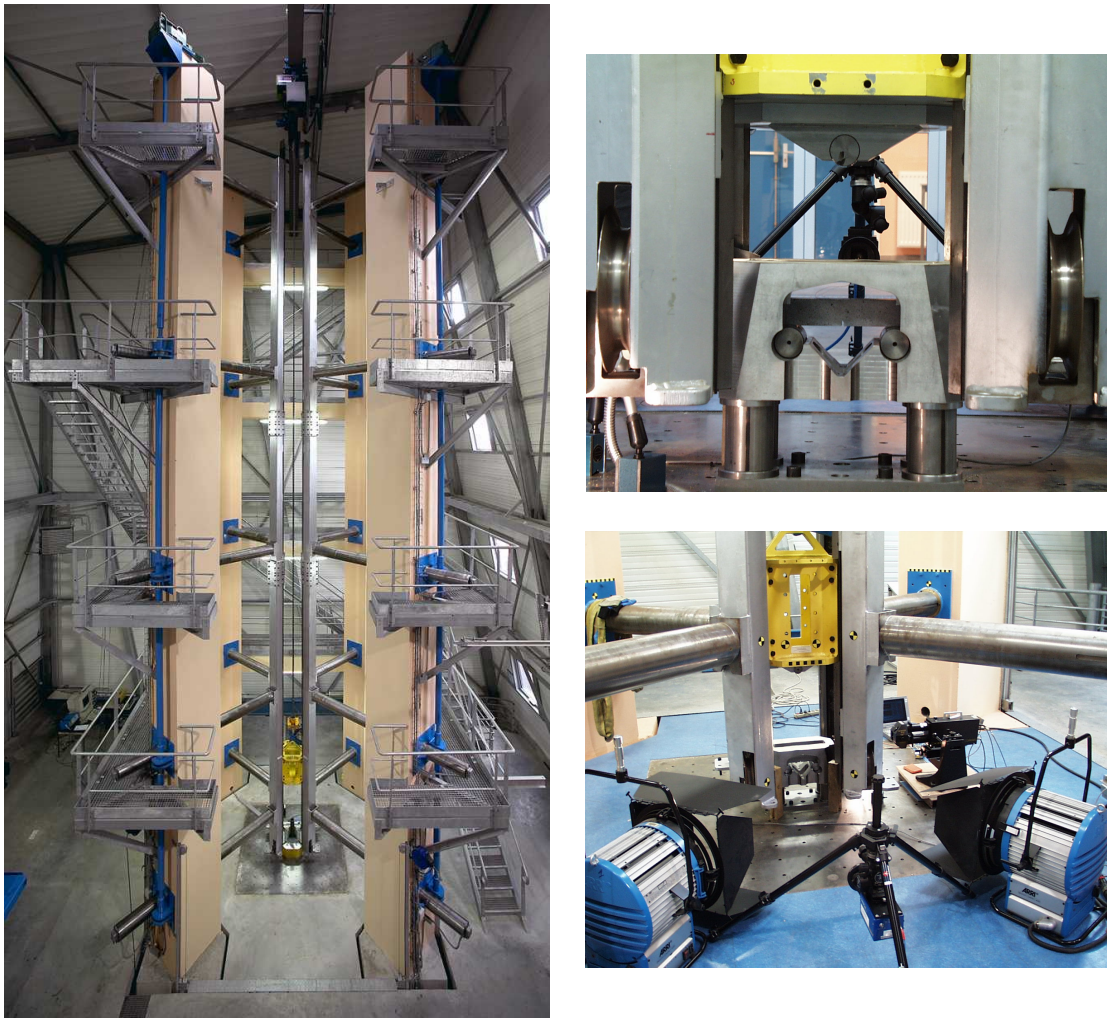


FIGURE 4.50: SIFT : Éprouvette testée.

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2012ISAL0129/these.pdf
© [D. Haboussa], [2012], INSA de Lyon, tous droits réservés



(a) (b)

FIGURE 4.51: SIFT : (a) Tour de crash (b) Instrumentation.

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2012ISAL0129/these.pdf
© [D. Haboussa], [2012], INSA de Lyon, tous droits réservés

Bibliographie

[ARM 09] ARMERO J., LINDER C.
Numerical simulation of dynamic fracture using finite elements with embedded discontinuities. *International Journal of Fracture*, vol. 160, 2009, p. 119–14.

[BEC 02] BECKER R.
Ring fragmentation predictions using the Gurson model with material stability conditions as failure criteria. *International Journal of Solids and Structures*, vol. 39, 2002, p. 3555–3580.

[BEL 03] BELYTSCHKO T., CHEN H., XU J., ZIL G.
Dynamic crack propagation based on loss of hyperbolicity and a new discontinuous enrichment. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, vol. 58, 2003, p. 1873–1905.

[BLA 99] BLACK T., BELYTSCHKO T.
Elastic crack growth in finite elements with minimal remeshing. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, vol. 45, 1999, p. 601–620.

[BOR 09] BORDAS S., RABZUCK T., NGUYEN N. H. V.
Strain smoothing in FEM and X-FEM. *Computers and Structures*, vol. 98, 2009, p. 1419–1443.

[BRO 67] BROWN W., STRAWLEY J.
STP 410. *ASTM*, , 1967.

[BUI 06] BUI H.
Fracture Mechanics : inverse problems and solutions. *Springer*, , 2006.

[BUS 08] BUSSAC M., COLLET P., GARY G., LUNDBERG B., MOUSAVI S.
Viscoelastic impact between a cylindrical stiker and a long cylindrical bar. *International journal of Impact Engineering*, vol. 35, 2008, p. 226–239.

[CAM 96] CAMACHO G., ORTIZ M., BELYTSCHKO T.
Computational modelling of impact damage in brittle materials. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, vol. 33, 1996, p. 2899–2938.

[CAR 45] CARDANO G.
. « Artis magnésive de regulis algebraicis », 1545.

[CAR 00] CARIN T.
Modélisation de la propagation dynamique de fissure. Thèse de doctorat, École Nationale des Ponts et Chaussées, 2000.

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2012ISAL0129/these.pdf
© [D. Haboussa], [2012], INSA de Lyon, tous droits réservés

[CAZ 10] CAZES F.
Construction et implémentation de lois cohésives extrinsèques. Thèse de doctorat, 2010.

[COM 08] COMBESCURE A., GRAVOUIL A., GRÉGOIRE D., RÉTHORÉ J.
X-FEM a good candidate for energy conser- vation in simulation of brittle dynamic crack propagation. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, vol. 197, 2008, p. 309–318.

[DOL 00] DOLBOW J., MOES N., BELYTSCHKO T.
Discontineous enrichment in finite elements with a partition of unity method. *Finite Element Analysis and Design*, vol. 36, 2000, p. 235–260.

[DUM 07] DUMSTORFF P., MESCHKE G.
Crack propagation criteria in the framework of X-FEM-based structural analyses. *International Journal for numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, vol. 31, 2007, p. 239–259.

[ELG 06a] ELGUEDJ T.
Simulation numérique de la propagation de fissure en fatigue par la méthode des éléments finis étendus : prise en compte de la plasticité et du contact-frottement. *Institut National des Sciences Appliquées de Lyon*, , 2006.

[ELG 06b] ELGUEDJ T., GRAVOUIL A., COMBESCURE A.
Appropriate extended functions for X-FEM simulation of plastic fracture mechanics. *Computer Methods in Applied Mechanics Engineering*, vol. 198, 2006, p. 2318–2328.

[ELG 09] ELGUEDJ T., GRAVOUIL A., MAIGRE H.
An explicit dynamics extended finite element method. Part 1 : Mass lumping for arbitrary enrichment functions. *Computer Methods in Applied Mechanics Engineering*, vol. 198, 2009, p. 2297–2317.

[EPX] EPX
Europlexus web page. *http ://europlexus.jrc.ec.europa.eu/*.

[ERD 63] ERDOGAN F., SIH G.-C.
On the crack extension in plates under plane loading and transverse shear. *Journal of Basic Engineering*, vol. 85, 1963, p. 519–525.

[FRA 98] FRANCOIS D., PINEAU A., ZAOUI A.
Mechanical Behaviour of Materials. vol. 2, 1998.

[FRE 90] FREUND L.
Dynamic Fracture Mechanics. *Cambridge University Press*, , 1990.

[FRI 10] FRIES T., BELYTSCHKO T.
The extended generalized finite element method : an overview of the method and its applications. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, vol. 84, 2010, p. 353–304.

[GEE 00] GEERS M., DE BORST R., PEERLINGS R.
Damage and crack modeling in single-edge and double-edge notched concrete beams. *Computer Methods in Applied Mechanics Engineering*, vol. 65, 2000, p. 247–261.

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2012ISAL0129/these.pdf
© [D. Haboussa], [2012], INSA de Lyon, tous droits réservés

[GRÉ 07] GRÉGOIRE D., MAIGRE H., COMBESCURE A.
Dynamic crack propagation under mixed-mode loading – Comparison between experiments and X-FEM simulations. *International Journal of Solids and Structures*, vol. 44, 2007, p. 6517–6534.

[GRÉ 08] GRÉGOIRE D.
Initiation, propagation, arrêt et redémarrage de fissures sous impact. Thèse de doctorat, Institut National des Sciences Appliquées de Lyon, 2008.

[GRÉ 09] GRÉGOIRE D., MAIGRE H., MORESTIN F.
Experimental techniques for dynamic crack localization. *European Journal of Computational Mechanics*, vol. 18, 2009, p. 255–283.

[GRI 20] GRIFFITH A.
The phenomena of rupture and flow of solids. *Philosophical transactions, Royal Society of London, Serie A Math. Phys. Eng.*, vol. 221, 1920, p. 163–198.

[HAB 11] HABOUSSA D., GRÉGOIRE D., ELGUEDJ T., MAIGRE H., COMBESCURE A.
X-FEM analysis of the effects of holes or other cracks on dynamic crack propagations. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, vol. 46, 2011, p. 618–636.

[HAB 12a] HABOUSSA D., ELGUEDJ T., COMBESCURE A.
Exact propagation angle for shear crack in case of combined mode I and II loadings. *Comptes Rendus Mécanique (submitted)*, , 2012.

[HAB 12b] HABOUSSA D., ELGUEDJ T., LEBLE B., COMBESCURE A.
Simulation of the shear-tensile mode transition on dynamic crack propagations. *International Journal of Fracture (in press)*, , 2012.

[HER 65] HERRMANN L. R.
Elasticity Equations for Nearly Incompressible Materials by a Variational Theorem. *AIAA Journal*, vol. 3, 1965, p. 1896–1900.

[IRW 57] IRWIN G.
Mathematical analysis in the mechanics of fracture. *J. Appl. Mech.(Trans. ASME)*, vol. 24, 1957, p. 361–364.

[JI 02] JI H., DOLBOW J.
A hybrid extended finite element/level set method for modeling phase transformations. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, vol. 54, 2002, p. 1209–1233.

[KAL 77] KALTHOFF J., SHOCKEY D.
Instability of cracks under impulse loads. *Instability of cracks under impulse loads*, vol. 48, 1977, p. 986–996.

[KAL 87] KALTHOFF J., WINKLER S.
Failure mode transition at high rates of shear loading. *Chiem CY, Kunze H-D, Meyer LW (eds) Impact loading and dynamic behavior of materials*, vol. 1, 1987, p. 185–195.

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2012ISAL0129/these.pdf
© [D. Haboussa], [2012], INSA de Lyon, tous droits réservés

[KAN 85] KANNINEN M., POPELAR C.
Advanced fracture mechanics. *Oxford University Press*, , 1985.

[KUH 00] KUHL E., RAMM E., DE BORST R.
An anisotropic gradient damage model for quasi-brittle materials. *Computer Methods in Applied Mechanics Engineering*, vol. 183, 2000, p. 87–103.

[LAN 09] LANGRAND B., LECONTE N., MENEGAZZI A., MILLOT T.
Submarine hull integrity under blast loading. *International journal of Impact Engineering*, vol. 36, 2009, p. 1070–1078.

[LAZ 08] LAZARUS V., BUCHHOLZ F., FULLAND M., WIEBESIEK J.
Comparison of predictions by mode II or mode III criteria on crack front twisting in three or four point bending experiments. *International journal of Fracture*, vol. 153, 2008, p. 141–151.

[LAZ 11] LAZARUS V.
Perturbation approaches of a planar crack in linear elastic fracture mechanics : A review. *Journal of the mechanics and physics of solids*, vol. 50, 2011, p. 121–144.

[LEM 86] LEMONDS J., NEEDLEMAN A.
Finite element analyses of shear localization in rate and temperature dependent solids. *Mechanics of Materials*, vol. 5, 1986, p. 339–361.

[LEM 04] LEMAITRE J., CHABOCHE J.
vol. 84. 2004.

[LI 02] LI S., LIU W., ROSAKIS A., BELYTSCHKO T., HAO W.
Meshfree Galerkin simulations of dynamic shear band propagation and failure mode transition. *International Journal of Solids and Structures*, vol. 39, 2002, p. 1213–1240.

[MAI 90] MAIGRE H.
Contribution théorique à l'identification des grandeurs caractéristiques en mécanique de la rupture dynamique. Thèse de doctorat, 1990.

[MAI 93a] MAIGRE H., RITTEL D.
An investigation of dynamic crack initiation in PMMA. *Mechanics of Materials*, vol. 3, 1993, p. 229–239.

[MAI 93b] MAIGRE H., RITTEL D.
Mixed-mode quantification for dynamic fracture initiation : Application at the compact compression specimen. *International journal of Solids and Structures*, vol. 30, 1993, p. 3233–3244.

[MAI 96] MAIGRE H., RITTEL D.
Mixed-mode quantification for dynamic fracture initiation : Application at the compact compression specimen. *International journal of Solids and Structures*, vol. 30, 1996, p. 3233–3244.

[MAZ 84] MAZARS J.
Application de la mécanique de l'endommagement au comportement non-linéaire et à la rupture du béton de structure. Thèse de doctorat, 1984.

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2012ISAL0129/these.pdf
© [D. Haboussa], [2012], INSA de Lyon, tous droits réservés

[MEN 06] MENOUILLARD T., ELGUEDJ T., COMBESCURE A.
Mixed-mode stress intensity factors for graded materials. *International Journal of Solids and Structures*, vol. 7-8, 2006.

[MEN 07] MENOUILLARD T.
Dynamique explicite pour la simulation numérique de propagation de fissure par la méthode des éléments finis étendus. Thèse de doctorat, 2007.

[MEN 08a] MENOUILLARD T., RÉTHORÉ J., COMBESCURE A., BUNG H.
Efficient explicit time stepping for the extended finite element method. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, vol. 68, 2008, p. 11–38.

[MEN 08b] MENOUILLARD T., RÉTHORÉ J., COMBESCURE A., BUNG H.
Mass lumping strategies for X-FEM explicit dynamics : Application to crack propagation. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, vol. 74, 2008, p. 447–474.

[MEN 10] MENOUILLARD T., BELYTSCHKO T.
Dynamic fracture with meshfree enriched XFEM. *Acta Mechanica*, vol. 213, 2010, p. 53–69.

[MOE 99] MOES N., DOLBOW J., BELYTSCHKO T.
A finite element method for a crack growth without remeshing. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, vol. 46, 1999, p. 131–150.

[PET 82] PETERS W., RANSON W.
Digital imaging techniques in experimental stress analysis. *Optical Engineering*, vol. 21, 1982, p. 427–431.

[PRA 07a] PRABEL B.
Modélisation avec la méthode X-FEM de la propagation dynamique et de l'arrêt de fissure de clivage dans un acier de cuve REP. Thèse de doctorat, Institut National des Sciences Appliquées de Lyon, 2007.

[PRA 07b] PRABEL B., GRAVOUIL A., COMBESCURE A., MARIE S.
Level set X-FEM non matching meshes : Application to dynamic crack propagation in elastic-plastic media. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, vol. 69, 2007, p. 1553–1569.

[PRA 08] PRABEL B., COMBESCURE A., MARIE S.
Using the X-FEM method to model the dynamic propagation and arrest of cleavage cracks in ferritic steel. *Engineering Fracture Mechanics*, vol. 75, 2008, p. 2984–3009.

[REM 03] REMMERS J., DE BORST R., NEEDLEMAN A.
A cohesive segments method for the simulation of crack growth. *Computational Mechanics*, vol. 31, 2003, p. 69–77.

[REM 06] REMMERS J., DE BORST R., NEEDLEMAN A.
Mesh-independent discrete numerical representations of cohesive-zone models. *Engineering fracture mechanics*, vol. 73, 2006, p. 160–177.

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2012ISAL0129/these.pdf
© [D. Haboussa], [2012], INSA de Lyon, tous droits réservés

[RÉT 05a] RÉTHORÉ J.
Méthode éléments finis étendus en espace et en temps : application à la propagation dynamique des fissures. Thèse de doctorat, Institut National des Sciences Appliquées de Lyon, 2005.

[RÉT 05b] RÉTHORÉ J., GRAVOUIL A., COMBESCURE A.
An energy-conserving scheme for dynamic crack growth using the extended finite element method. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, vol. 63, 2005, p. 631–659.

[RÉT 10] RÉTHORÉ J., ROUX S., HILD F.
Mixed-mode crack propagation using a Hybrid Analytical and eXtended Finite Element Method. vol. 338, 2010, p. 121–126.

[RÉT 11] RÉTHORÉ J., ROUX S., HILD F.
Optimal and noise-robust extraction of Fracture Mechanics parameters from kinematic measurements. *Engineering Fracture Mechanics*, vol. 78, 2011, p. 1827–1845.

[RIC 68a] RICE J.
Elastic fracture Mechanics Concepts for Interfacial Cracks. *fracture : An Advanced Treatise*, vol. 2, 1968, p. 191–311.

[RIC 68b] RICE J.
Plane strain deformation near a crack tip in a power law hardening material. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, vol. 16, 1968, p. 1–12.

[RIC 79] RICE J.
The Mechanics of Earthquake Rupture. *Division of Engineering, Brown University*, , 1979.

[SCH 02] SCHOLLMANN M., RICHARD H., KULLMER G., FULLAND M.
A new criterion for the prediction of crack development in multiaxially. *International journal of Fracture*, vol. 117, 2002, p. 129–141.

[SON 06] SONG J., AREIAS P., BELYTSCHKO T.
A method for dynamic crack and shear band propagation with phantom nodes. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, vol. 67, 2006, p. 868–893.

[SUT 83] SUTTON M., WOLTERS W., PETERS W., RANSON W., MCNEILL S.
Determination of displacements using an improved digital correlation method. *Image Vision Computing*, vol. 1, 1983, p. 133–139.

[SUT 86] SUTTON M., CHENG M., PETERS W., CHAO Y., MCNEILL S.
Application of an optimized digital correlation method to planar deformation analysis. *Image Vision Computing*, vol. 4, 1986, p. 143–150.

[USS] USS
USS-Cole. *http ://thebrigade.thechive.com/2010/10/13/ten-years-later-attack-on-the-uss-cole-22-hq-photos/.*

[WEL 01] WELLS G., SLUYS L.
A new method for modelling cohesive cracks using finite elements. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, vol. 50, 2001, p. 2667–2682.

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2012ISAL0129/these.pdf
© [D. Haboussa], [2012], INSA de Lyon, tous droits réservés

[WIL 57] WILLIAMS M.
On the stress distribution at the base of a stationary crack. *ASME Journal Applied Mechanics*, vol. 24, 1957, p. 109–114.

[XU 94] XU X., NEEDLEMAN A.
Numerical simulations of fast crack growth in brittle solids. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, vol. 42, 1994, p. 1397–1407.

[ZHA 92] ZHAO H.
Analyse de l'essai aux barres d'Hopkinson. Application à la mesure du comportement dynamique des matériaux. Thèse de doctorat, École Nationale des Ponts et Chaussées, 1992.

[ZHA 95] ZHAO H., GARY G.
A three dimensionnal analytical solution of the longitudinal wave propagation in an infinite linear viscoelastic cylindrical bar. Application to experimental techniques. *Journal of Mechanics and Physics of Solids*, vol. 43, 1995, p. 1335–1348.

[ZHA 97] ZHAO H., GARY G., KLEPACZKO J. R.
On the use of a viscoelastic split Hopkinson pressure bar. *International Journal of Impact Engineering*, vol. 19, 1997, p. 319–330.

[ZHO 96a] ZHOU M., RAVICHANDRAN G., ROSAKIS A.
Dynamically propagating shear bands in impact-loaded prenotched plates II. Numerical simulations. *Numerical simulations. Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, vol. 44, 1996, p. 1007–1032.

[ZHO 96b] ZHOU M., ROSAKIS A., RAVICHANDRAN G.
Dynamically propagating shear bands in impact-loaded prenotched plates I. Experimental investigations of temperature signatures and propagation speed. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, vol. 44, 1996, p. 981–1006.

[ZHO 04] ZHOU F., MOLINARI J., BELYTSCHKO T.
Dynamic crack propagation with cohesive elements a methodology to adress mesh dependency. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, vol. 59, 2004, p. 1–24.

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2012ISAL0129/these.pdf
© [D. Haboussa], [2012], INSA de Lyon, tous droits réservés

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2012ISAL0129/these.pdf
© [D. Haboussa], [2012], INSA de Lyon, tous droits réservés

FOLIO ADMINISTRATIF

THÈSE SOUTENUE DEVANT L'INSTITUT NATIONAL DES SCIENCES APPLIQUÉES DE LYON

NOM : HABOUSSA DATE de SOUTENANCE : 22 novembre 2012

Prénom : David

TITRE : Modélisation de la transition cisaillement-traction des métaux sous choc par la X-FEM

NATURE : Doctorat Numéro d'ordre : 2012-ISAL-0129

École doctorale : MEGA Spécialité : Mécanique

Cote B.I.U. - Lyon : T 50/210/19 / et bis CLASSE :

RÉSUMÉ :

Dans un contexte de vulnérabilité militaire des sous-marins, les ingénieurs et chercheurs doivent être capables de prédire le comportement des structures fissurées. Cet aspect devient essentiel dès lors que les bâtiments militaires sont sujets à des attaques extérieures, telles que des explosions. Ainsi, la modélisation de la transition des changements de modes de propagation de fissure (cisaillement-traction et inversement) des métaux sous sollicitations extrêmes devient un outil incontournable ou essentiel.
Après un état de l'art relatif à l'étude de la rupture dynamique d'un point de vue théorique, numérique et expérimental, des critères tridimensionnels de direction de propagation de fissure développés pour une rupture par cisaillement ou par ouverture sont exposés. Des formules de direction de propagation semi-analytiques et analytiques, fonctions des facteurs d'intensité des contraintes et du coefficient de Poisson, sont ainsi proposées. L'interprétation de ces formules laisse envisager la prise en compte des effets tridimensionnels dans de futures simulations 3D de propagation de fissure.
Une étude du problème en deux dimensions est également développée, proposant une formule analytique du critère en cisaillement. De plus un algorithme automatique de transition cisaillement-traction a été implémenté dans le code de calcul de dynamique explicite Europlexus, développé par le *CEA*. Une méthodologie d'identification des paramètres du modèle pour un matériau donné et pour un cas quasi-statique a été proposée. Confronté à l'interprétation de deux expériences connues de propagation dynamique (expériences de Kalthoff et de Ravichandran), le modèle proposé a montré sa pertinence.
De plus, afin de mieux connaître le comportement à rupture de l'acier à Haute Limite Élastique Soudable, utilisé pour concevoir les coques de sous-marin, deux études expérimentales dédiées au suivi de la propagation dynamique d'un front de fissure (corrélation d'images et jauges de propagation) ont été développées et validées sur des essais de rupture sous chargement quasi-statique (machine conventionnelle de traction-compression) et dynamique de type choc (dispositif aux barres de Hopkinson). Cette étude expérimentale a permis d'observer que les branchements de fissures, relevés sur les essais sous chargement quasi-statique, n'apparaissent plus sous chargement dynamique et pour des sollicitations en mode I pur. Sous chargement quasi-statique, les branchement de fissures observés semblent causés par une précontrainte quasi-statique élevée avant la rupture dynamique.
Les méthodes théoriques et numériques développées dans ces travaux de thèse permettent donc de simuler, automatiquement et avec un unique modèle, les changements de modes de rupture au cours d'une propagation dynamique de fissure. De plus, les protocoles expérimentaux exposés dans ce manuscrit permettent, dans un premier temps de valider l'utilisation des méthodes de suivi et de localisation du front de fissure et dans un second temps, d'appréhender les phénomènes de transition cisaillement-traction en soulevant l'importance de la vitesse de sollicitation et du mode de sollicitation de l'essai.

MOTS-CLÉS : rupture, cisaillement, transition traction-cisaillement, X-FEM, propagation dynamique de fissure, critères de rupture, 3D, barres de Hopkinson

Laboratoire(s) de recherche : Laboratoire de Mécanique des Contacts et des Solides
UMR CNRS 5514 - INSA de Lyon
20, avenue Albert Einstein
69621 Villeurbanne Cedex FRANCE

Directeur de thèse : Monsieur le Professeur Alain COMBESCURE

Président du jury : Monsieur le Professeur Olivier ALLIX

Composition du jury : Olivier ALLIX, Bernard AUROIRE, Alain COMBESCURE, Thomas ELGUEDJ, Jacky FABIS, Pierre KERFRIDEN, Véronique LAZARUS, Bruno LEBLE, Xavier OLIVER

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2012ISAL0129/these.pdf
© [D. Haboussa], [2012], INSA de Lyon, tous droits réservés

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2012ISAL0129/these.pdf
© [D. Haboussa], [2012], INSA de Lyon, tous droits réservés