



HAL
open science

Vers la mesure d'ondes circonférentielles guidées par la coque corticale du col du fémur

Pierre Nauleau

► **To cite this version:**

Pierre Nauleau. Vers la mesure d'ondes circonférentielles guidées par la coque corticale du col du fémur. Acoustique [physics.class-ph]. Université Pierre et Marie Curie - Paris VI, 2013. Français. NNT: . tel-00931778

HAL Id: tel-00931778

<https://theses.hal.science/tel-00931778>

Submitted on 21 Jan 2014

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

THÈSE

PRÉSENTÉE A

L'UNIVERSITÉ PIERRE ET MARIE CURIE

ÉCOLE DOCTORALE : Sciences mécaniques, acoustique, électronique et robotique de Paris

Par M. Pierre NAULEAU

POUR OBTENIR LE GRADE DE

DOCTEUR

SPÉCIALITÉ : **Acoustique physique**

**Vers la mesure d'ondes circonférentielles guidées
par la coque corticale du col du fémur**

Directeur de recherche : Pascal LAUGIER

Soutenue le : 26 NOVEMBRE 2013

Devant la commission d'examen formée de :

M. Pierre CALMON
M. Stefan CATHELIN
M. Quentin GRIMAL
M. Pascal LAUGIER
M. Emmanuel LE CLEZIO
M. Régis MARCHIANO
Mme Claire PRADA

Directeur de recherche, CEA LIST
Directeur de recherche INSERM, Université Lyon 1
Maître de conférences, Université Paris 6
Directeur de recherche CNRS, Université Paris5
Professeur, Université Montpellier 2
Professeur, Université Paris 6
Directrice de recherche, ESPCI Paris Tech

Examineur
Rapporteur
Co-encadrant
Directeur de thèse
Rapporteur
Examineur
Examineur

Remerciements

Ces remerciements se doivent d'être adressés en premier à Pascal Laugier, qui a été non seulement mon directeur de thèse mais également la personne qui m'a donné envie de m'orienter dans la voie de l'imagerie médicale. Les "belles histoires" qu'il raconte dans les cours de master à propos des principes physiques et des applications de l'échographie et des ultrasons sont captivantes et ont motivé mon choix lors de la recherche d'un stage puis d'une thèse. Je souhaite le remercier aussi pour m'avoir permis d'aller présenter mes résultats dans de nombreuses conférences.

Je voudrais remercier ensuite mon encadrant principal de thèse, Quentin Grimal. Ses grandes qualités d'encadrement (notamment sa rigueur, son recul et son efficacité) m'ont permis de ne pas m'égarer et de toujours garder en vue l'application finale. Merci également pour toutes les méthodes de travail que tu m'as apprises, aussi bien en recherche qu'en enseignement.

Je souhaite remercier Jean-Gabriel Minonzio qui a été mon troisième encadrant de thèse. Ses explications très pédagogiques sur les méthodes de traitement du signal et son aide sur les expériences ont été précieuses pour l'accomplissement de ces travaux. Merci également pour ta bonne humeur et toutes les découvertes musicales, littéraires ou scientifiques que tu m'as fait partagé.

Je souhaite remercier ensuite les membres du jury pour avoir accepté d'examiner et rapporter mes travaux de thèse. Merci pour vos remarques et commentaires. Merci enfin à Claire Prada pour avoir accepté de présider ce jury ainsi que pour son accueil, durant la thèse, à l'Institut Langevin afin de réaliser les expériences.

Ces travaux de thèse ont été effectués au sein de l'équipe 1 du LIP. J'ai ainsi pu bénéficier de l'expertise et des conseils de chacun des membres de l'équipe.

Merci en particulier à Didier Cassereau pour avoir développé l'outil de simulation qui nous manquait. Sans cet outil, de nombreux résultats n'auraient pu être obtenus. Merci également pour l'aide lors de la recherche d'un poste d'ATER ainsi que pour la vérification orthographique et typographique du manuscrit.

Merci à Pascal Dargent : son expertise technique et son efficacité ont permis la réalisation

des différents fantômes ainsi que la construction d'un dispositif goniométrique de positionnement du fémur en un temps record. Même si je n'ai pas eu le temps d'utiliser ce dispositif durant la thèse, j'espère bien m'amuser avec durant l'année d'ATER.

Merci à Mathieu Chekroun, qui a effectué son post-doc au LIP alors que je commençais ma thèse. Ses travaux sur la prise en compte de la forme extérieure de la coque ont représenté une étape importante dans la compréhension des phénomènes et vers l'application à l'os.

Merci à Ludovic Moreau pour m'avoir expliqué l'utilisation du logiciel Comsol pour la simulation de courbes de dispersion. Merci aussi pour les découvertes musicales et les quelques boeufs que nous avons partagé.

Merci à Maryline Talmant pour le temps passé à essayer de m'expliquer les phénomènes d'ondes guidées dans les différentes structures et à Josquin Foiret pour avoir partagé son code de calcul des courbes de dispersion dans des plaques libres.

Merci à Amena Saïed qui m'a accueilli le premier jour de mon stage au LIP, merci pour toutes les questions posées lors des réunions d'équipe qui m'ont permis de clarifier mes idées et, je l'espère, d'avoir par la suite mieux expliqué mes travaux. Merci enfin aux collègues du bureau des thésards qui avaient toujours une bonne idée à partager pour débloquer un problème Matlab ou LaTeX.

Je voudrais remercier également Jérôme Laurent de l'Institut Langevin qui, grâce à sa magic touch et ses qualités de dépanneur de baie, nous a permis de mener à bien et dans les temps les expériences prévues.

En parallèle de ces travaux de recherche, j'ai effectué une mission d'enseignement de 3 ans à l'UFR d'Ingénierie de l'UPMC (qui se poursuit par une année d'ATER). Je voudrais remercier l'ensemble des collègues que j'ai côtoyé qui m'ont permis, par leurs conseils, de me former peu à peu au métier d'enseignant-chercheur.

Grâce à la bonne humeur des collègues thésards et post-docs, ces trois années et quelques ont été finalement agréables et j'en garderais de bons souvenirs. J'espère que je n'oublierais pas les repas du midi à débattre sur des sujets aussi intéressants que les règles du cricket ou l'appellation officielle des bottereaux, les soirées pétanque aux Arènes de Lutèce, les saunas et jacuzzi des centres de conférence, les soirées de soutenance de thèse à chaque fois différente... Merci à tous pour les discussions que nous avons pu avoir et qui m'ont fait évoluer : merci notamment à Sylvain pour la découverte du microcrédit et de l'Homme Dé, et à Alexandre pour les docs sur la conscience et les expériences de mort imminente.

Parmi les thésards, j'aimerais remercier particulièrement Mathilde Granke, ma "maman de recherche", qui m'a encadré lors de mon stage de master. Merci beaucoup pour tous

les conseils que tu m'as donné aussi bien pour la recherche, que pour les enseignements ou la partie administrative. Partager ton bureau a été un plaisir et une chance.

Enfin, j'aimerais remercier ma famille qui m'a soutenu et m'a écouté parler de choses qu'ils ne connaissaient pas du tout. Et même si vous m'avez souvent dit n'y rien comprendre, je pense que c'est grâce à l'éducation que vous nous avez donné à Clémence, Anaïs et moi, que je suis arrivé jusqu'ici, merci Maman, merci Papa.

Table des matières

1	Introduction	9
1.1	La fracture ostéoporotique du col du fémur	9
1.2	Inventaire des méthodes de prédiction du risque de fracture	12
1.3	Enjeux et objectifs de la thèse	14
1.4	Cadre général du problème	16
2	Ondes guidées et caractérisation	21
2.1	Un premier guide d'ondes : la plaque	22
2.2	Un second guide d'ondes : le tube de section circulaire	32
2.3	Mesure de courbes de dispersion par la méthode DORT	39
2.4	Conclusion	47
3	Quelques outils numériques	49
3.1	Simulation de l'expérience d'acquisition	50
3.2	Modélisation du guide d'ondes	62
3.3	Conclusion	71
4	Prise en compte des propriétés matérielles	73
4.1	Étude d'un fantôme d'os rempli d'air	74
4.2	Étude d'un fantôme d'os rempli de fluide	86
4.3	Conclusion	96
5	Prise en compte des propriétés géométriques	97
5.1	Prise en compte de la forme extérieure de la coque	98
5.2	Effet d'une variation de l'épaisseur de la coque	113
5.3	Ouverture au cas d'une forme réaliste	124
5.4	Conclusion	128
	Conclusion	129
	Bibliographie	133

Liste des publications et communications personnelles

145

Chapitre 1

Introduction

1.1 La fracture ostéoporotique du col du fémur

1.1.1 Les fractures ostéoporotiques

L'ostéoporose est une maladie systémique du squelette caractérisée par une masse osseuse réduite et une détérioration architecturale. Cette maladie entraînant une augmentation de la fragilité osseuse est un problème de santé publique affectant des centaines de millions de personnes à travers le monde. De plus, cette maladie est liée à l'âge et la population mondiale vieillit : il est donc attendu que cette pathologie affecte un nombre de personnes de plus en plus important.

L'ostéoporose se manifeste sous la forme de fractures. Ces fractures ostéoporotiques surviennent soit suite à des traumatismes minimes (comme par exemple, une chute de sa hauteur) soit de manière spontanée (elles entraînent alors une chute).

L'impact économique et humain des fractures ostéoporotiques n'est pas négligeable : en 2010, au sein des 5 plus grands pays européens, 21% des femmes âgées de 50 à 84 ans étaient estimées ostéoporotiques et le coût associé était d'environ 30 milliards d'euros [1]. De plus, les personnes souffrant de fractures voient leur risque de développer d'autres maladies, et donc leur mortalité, augmenter [1].

Pour réduire ces coûts économiques et humains, il est nécessaire de prévenir le risque de fracture. La recherche peut intervenir à trois étapes : le diagnostic précoce de l'ostéoporose, la prédiction fiable du risque de fracture et le développement et le suivi des thérapies diminuant le risque de fracture.

Les trois principaux sites concernés par les fractures ostéoporotiques sont le poignet, la colonne vertébrale et la hanche. Les fractures de la hanche sont parmi les plus nombreuses [1]. Elles sont de plus associées à une diminution de l'autonomie ainsi qu'à une augmentation de la morbidité et de la mortalité [2, 3].

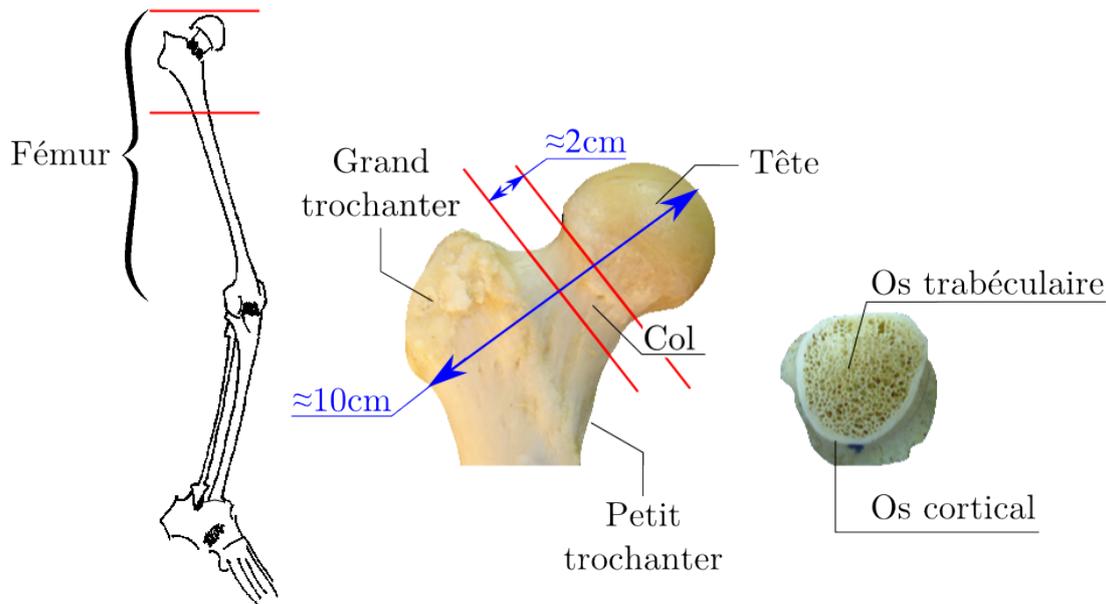


FIGURE 1.1 – Anatomie de l'extrémité supérieure du fémur. L'objectif est de caractériser la coque corticale, partie dense, du col fémoral. Photos adaptées de Milovanovic [5]

1.1.2 Le col du fémur

Le fémur est l'os situé entre le bassin et le genou. La partie touchée par les fractures dites de la hanche est l'extrémité supérieure de cet os long. L'extrémité supérieure peut être divisée en trois parties : la tête du fémur qui permet la liaison avec le bassin, la zone trochantérienne comprise entre les deux masses osseuses du grand et du petit trochanter et enfin le col du fémur situé entre les deux parties précédentes (Fig.1.1). Les fractures peuvent survenir soit au col du fémur proprement dit soit dans la région intertrochantérienne [4].

L'os est un matériau multi-échelles mais nous nous intéressons uniquement à l'échelle macroscopique, la plus large (de l'ordre du millimètre). On considère alors l'os comme composé de trois parties : une coque d'os cortical dans laquelle se trouve de l'os trabéculaire ainsi que la moelle osseuse (Fig.1.1). L'os cortical est un matériau dense comparé à l'os trabéculaire, constitué de travées : la porosité varie de 5 à 15% pour le cortical contre 75 à 95% pour le trabéculaire. La porosité de l'os cortical est due à la présence de canaux permettant notamment le passage des vaisseaux sanguins et des cellules responsables du remaniement osseux. Ces canaux sont orientés selon l'axe long de l'os. Cette orientation particulière explique la propriété d'isotropie transverse (le plan d'isotropie étant le plan perpendiculaire au grand axe de l'os) observée au niveau du milieu du fémur [6–8]. La moelle est un tissu mou, contenant de la graisse et des cellules hématopoïétiques et remplissant les pores de l'os trabéculaire.

On peut noter la forme irrégulière du col fémoral : un tube dont la forme de la sec-

tion varie de circulaire près de la tête, à elliptique, le grand axe étant vertical, près du trochanter. La longueur moyenne de la partie proximale du fémur, entre l'extrémité du trochanter et l'extrémité de la tête a été évaluée à $93.6 \text{ mm} \pm 7$ dans une étude de Bousson *et al.* [9].

L'ostéoporose affecte différemment les deux types d'os. Cette pathologie peut être vue comme un déséquilibre en faveur de la résorption dans le processus « Fabrication d'os nouveau/Résorption d'os ancien ». Dans l'os trabéculaire, la résorption excessive entraîne un amincissement, voire une disparition, des travées. Dans l'os cortical, l'ostéoporose est responsable d'une augmentation de la porosité et d'une diminution de l'épaisseur de l'os cortical. La disparition particulièrement visible de l'os trabéculaire chez les patients ostéoporotiques a, pendant une longue période, focalisé l'attention des recherches portant sur la résistance osseuse. De récentes études ont permis de réévaluer les contributions relatives du cortical et du trabéculaire à la résistance osseuse : les deux composants jouent un rôle [9, 10] mais au col fémoral la coque corticale est prépondérante en ce qui concerne la rigidité à la flexion et la résistance osseuse [11]. D'autre part, il a été montré que la porosité corticale est un facteur crucial déterminant la fragilité osseuse [12]. Nous faisons l'hypothèse que caractériser spécifiquement le compartiment cortical du col fémoral, en plus de l'os trabéculaire, pourrait améliorer la prédiction du risque de fracture.

L'os cortical peut être décrit par un certain nombre de paramètres qui dépendent de l'échelle d'observation. Pour l'échelle macroscopique, une étude bibliographique nous a permis d'isoler les variables les plus pertinentes, pour notre étude, afin de définir un modèle d'os moyen : l'épaisseur de la coque corticale [9, 13–18], le diamètre minimum du col [11, 16, 19–25], la porosité corticale [15–17, 26–28] et la densité minérale volumique [9, 10, 14, 28]. Ces propriétés ne sont pas homogènes autour de la circonférence du col : en particulier, le quadrant inférieur est plus épais et moins poreux. Cette hétérogénéité est due à des différences de sollicitations mécaniques [29]. La compilation des différents articles nous a fourni un ordre de grandeur des valeurs moyennes de ces paramètres dans le cas d'une femme âgée de 60 à 100 ans saine et celui d'une femme du même âge fracturée (Tab.1.1).

Enfin, une des particularités de ce site anatomique est qu'il n'est pas directement accessible, contrairement au radius ou au tibia : le col du fémur étant entouré d'une couche de tissus mous plus ou moins épaisse, la mesure sera nécessairement effectuée sans contact entre l'os à caractériser et la sonde de mesure.

TABLE 1.1 – Propriétés moyennes de l’os cortical chez des femmes de 60 à 100 ans saines ou fracturées obtenues à partir d’une étude bibliographique [9–11, 13–28]. La densité minérale volumique a été mesurée avec un scanner ayant une résolution de 0.2 mm environ.

	Femme saine	Femme fracturée
Épaisseur moyenne (mm)	1.7	1.3
Épaisseur dans le quadrant inférieur (mm)	3.5	2.8
Épaisseur dans le quadrant supérieur (mm)	1.3	0.6
Diamètre min. du col (mm)	32.8	31.7
Porosité (%)	10.3 ± 3.4	11.5 ± 4
Densité minérale volumique (g · cm ⁻³)	1	0.8

1.2 Inventaire des méthodes de prédiction du risque de fracture

La méthode de référence de diagnostic de l’ostéoporose repose sur l’estimation de la densité minérale osseuse (DMO) par absorptiométrie biphotonique à rayons X. Le T-score quantifie l’écart entre cette DMO mesurée et la DMO moyenne observée chez des adultes jeunes (âgés de 30 à 40 ans), ce T-score est exprimée en nombre d’écarts-types. Si le T-score est inférieur à -2.5 , *i.e.* si la densité mesurée est inférieure à la moyenne de référence moins 2.5 écarts-types, alors la patiente est diagnostiquée ostéoporotique. Cependant, de récentes études ont mis en évidence qu’une faible DMO n’était pas un facteur suffisant pour prédire avec fiabilité le risque de fracture [30,31]. C’est pourquoi la prédiction du risque de fracture repose actuellement sur le T-score et sur un questionnaire (appelé FRAX) intégrant les principaux facteurs de risque (âge, poids, taille, antécédents de fracture, tabagisme, alcoolisme).

La propagation des ondes ultrasonores à travers l’os dépendant fortement de sa structure et de ses propriétés élastiques, des techniques établies sur les ultrasons, baptisées Quantitative Ultrasound (QUS), se sont développées durant les dernières décennies pour surmonter les limites de l’absorptiométrie biphotonique. L’évolution de ce domaine de recherche est résumée dans la revue effectuée par Laugier *et al.* [32] ainsi que dans le livre Bone Quantitative Ultrasound [33]. Des méthodes et dispositifs ont été développés pour mesurer des sites osseux périphériques aisément accessibles comme le calcaneum, les phalanges, le radius ou le tibia. Cependant, avec la technique d’absorptiométrie biphotonique, le risque de fracture du col fémoral est mieux prédit lorsque la mesure est effectuée directement au col du fémur [34]. De la même manière, nous supposons qu’une caractérisation ultrasonore du col fémoral directe permettrait une prédiction plus précise du risque de fracture qu’une mesure à un site périphérique. Un dispositif réalisant une mesure QUS

in vivo au col du fémur a été développé récemment par une équipe allemande [35–37]. Il permet d’effectuer une mesure en transmission de la vitesse des ondes dans différentes parties de l’extrémité supérieure du fémur. Les résultats obtenus *in vivo* ont montré une capacité à discriminer les patients sains des fracturés équivalente à celle de la méthode standard par mesure de la DMO. Cependant, la mesure spécifique du compartiment cortical, qui joue un rôle important dans la résistance osseuse ainsi qu’il a été mentionné, reste un défi pour les techniques actuelles ultrasonores.

La technique de transmission axiale exploite le caractère de guide d’ondes de l’enveloppe corticale du radius et du tibia afin de les caractériser [38, 39]. Nous proposons d’étendre cette approche à la coque corticale du col du fémur. Une étude numérique, menée par Julien Grondin dans le cadre de sa thèse au LIP, a mis en évidence que cette coque se comportait bien comme un guide d’ondes supportant la propagation d’ondes circonférentielles [40]. Une étude *ex vivo* en transmission a permis de montrer que le temps de vol de la première onde circonférentielle détectée est corrélé à la résistance mécanique de l’os [41]. Dans la gamme de fréquences ultrasonores utilisée habituellement (de 200 kHz à 1.5 MHz), plusieurs modes guidés peuvent coexister au sein de la coque corticale [42, 43]. Les caractéristiques de ces modes (courbes de dispersion) dépendent des paramètres du guide d’ondes osseux (tels que l’épaisseur ou l’élasticité). Nous supposons que la mesure de la vitesse de phase des différents modes associée à un modèle de propagation nous permettrait d’estimer l’épaisseur de la coque corticale et son élasticité, cette dernière étant déterminée par la porosité corticale. Cette vision se distingue donc de l’approche précédente, [40, 41], où n’était utilisé que le premier signal : le but est de mesurer et d’exploiter une plus grande partie de la réponse du guide d’ondes.

1.3 Enjeux et objectifs de la thèse

Ce travail de thèse s'inscrit donc dans le cadre de la mise au point d'une méthode ultrasonore permettant de caractériser la coque corticale du col fémoral, à partir de la mesure d'ondes guidées dans une configuration sans contact entre la sonde et l'os.

Dans le domaine du contrôle non-destructif, une méthode répondant à ce cahier des charges a été développée à l'Institut Langevin (Laboratoire Ondes et Acoustique), par l'équipe de Claire Prada et Mathias Fink [44]. Cette méthode fondée sur le retournement temporel et baptisée DORT (pour Décomposition de l'Opérateur de Retournement Temporel) a été appliquée à un tube immergé et rempli d'air, en acier et de section circulaire [45]. Le col fémoral diffère de ce cas de référence par de nombreux aspects aussi bien géométriques (la coque du col n'est pas circulaire, l'épaisseur corticale n'est pas constante) que matériels (l'os est plus atténuant que l'acier, la cavité du col contient de la moelle et de l'os trabéculaire, il est entouré de tissus mous). Cette méthode doit donc être adaptée pour prendre en compte les spécificités du col du fémur.

L'approche retenue pour parvenir à adapter la méthode au cas de l'os a été de construire différents fantômes d'os permettant de découpler les problèmes. Une première série de fantômes a permis l'adaptation de la méthode aux propriétés matérielles spécifiques de l'os et une deuxième série a servi à adapter la méthode aux particularités géométriques du col fémoral. Chaque fantôme a été étudié suivant le même processus (Fig.1.2) : des simulations de l'expérience ont été utilisées pour développer des méthodes de traitement du signal et/ou les valider dans des conditions idéales, des expériences ont servi à valider ces méthodes dans les conditions réelles. La validation s'appuie sur la comparaison des branches de modes guidés obtenues à partir de l'expérience ou la simulation avec des courbes de dispersion d'un modèle de référence. Bien que cela n'ait pas été effectué dans le cadre de la thèse nous envisageons, à terme, d'utiliser ces courbes de référence pour la résolution du problème inverse permettant d'obtenir des estimées des propriétés du guide d'ondes.

Les notions théoriques nécessaires pour comprendre les méthodes proposées et analyser les résultats obtenus sont exposées au chapitre 2. La méthode DORT que nous proposons d'adapter pour caractériser le col fémoral sera également décrite dans ce chapitre. Les différents outils numériques utilisés pour simuler l'expérience et obtenir des courbes de dispersion de référence sont présentés et comparés au chapitre 3. Le chapitre 4 décrit les études menées sur deux fantômes de section circulaire imitant les propriétés matérielles de l'os et qui ont abouti à l'adaptation des méthodes d'acquisition et de traitement du signal aux spécificités matérielles du col fémoral. Enfin, le chapitre 5 présente les études effectuées sur trois fantômes de section non circulaire ayant permis d'adapter la méthode à la géométrie particulière du col du fémur. Deux représentations graphiques de ce plan faciliteront le repérage du lecteur dans le manuscrit (Fig.1.2 et 1.5).

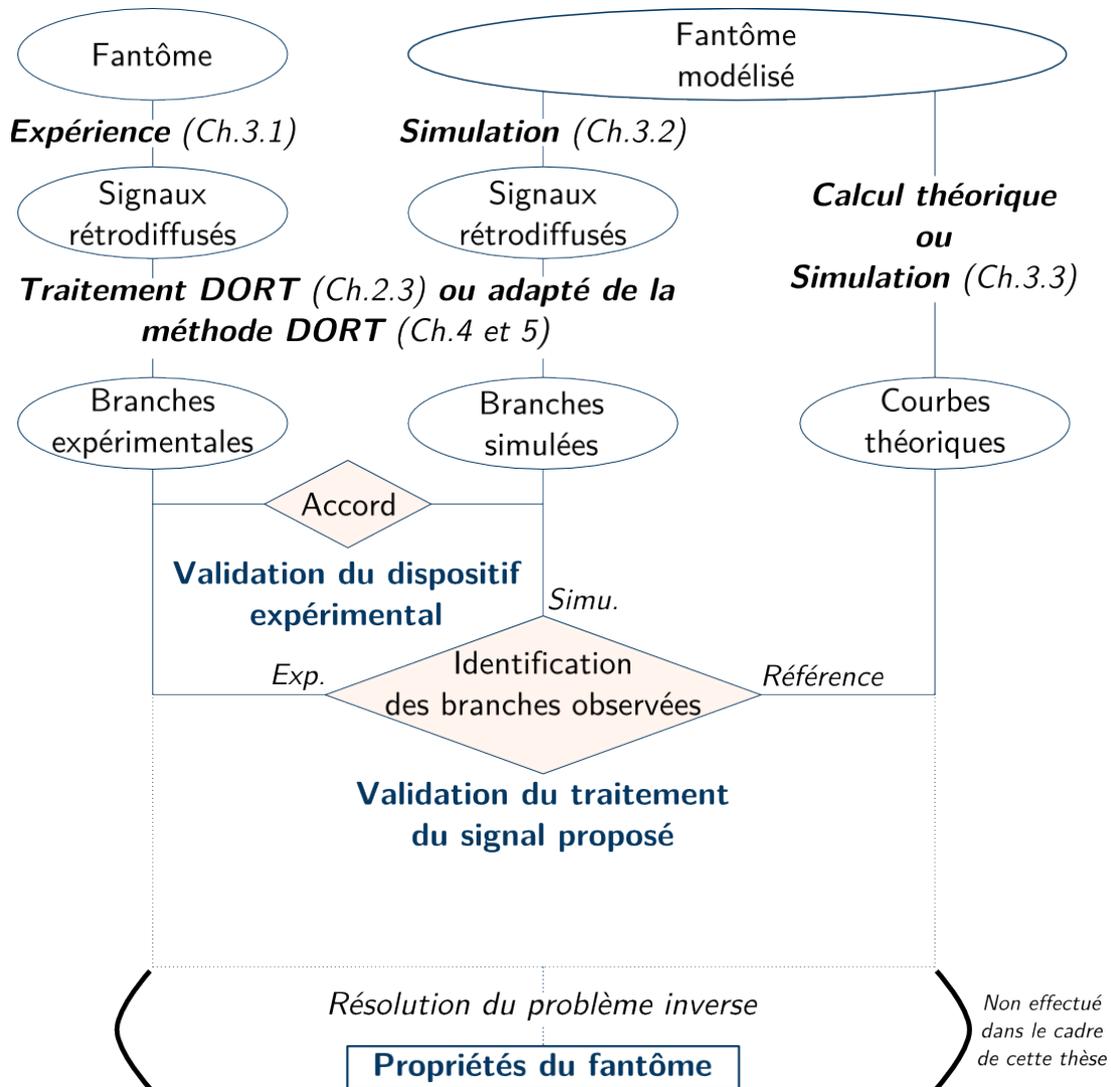


FIGURE 1.2 – Algorithme décrivant la méthode générale suivie pour étudier chacun des fantômes. La comparaison des branches de courbes de dispersion obtenues à partir du traitement des signaux rétrodiffusés par le fantôme (acquis expérimentalement ou simulés) avec des courbes de dispersion de référence permet de mettre au point et valider de nouvelles méthodes de traitement du signal. A terme, l'utilisation des branches obtenues dans le cadre d'un problème inverse devrait permettre d'obtenir des estimées des propriétés du fantôme. Les différents outils sont décrits dans les chapitres de la thèse indiqués en italique.

1.4 Cadre général du problème

L'ensemble des expériences effectuées dans ce travail sont toutes des expériences d'acquisition de signaux rétro-diffusés par un guide d'ondes (Fig.1.3). La sonde travaillant en mode réflexion (*i.e.* elle joue le rôle d'émetteur et de récepteur) est commune à toutes les manipulations. Tous les guides étudiés sont réalisés dans le même matériau mimant les propriétés matérielles de l'os, seuls la forme et le contenu de la cavité du guide changent. Ce paragraphe présente les caractéristiques de ces éléments communs aux différentes expériences. Nous pourrions alors par la suite nous concentrer sur les spécificités de chaque étude.

1.4.1 La barrette de mesure multi-éléments

Dans l'objectif de mesure *in vivo* du col du fémur humain, une sonde a été spécialement conçue par le laboratoire et fabriquée par Imasonic (Besançon, France). Cette sonde est une barrette 1D de 128 éléments travaillant en mode émission/réception (Fig.1.4). Les éléments sont courbes de manière à ce que les ondes émises soient focalisées cylindriquement avec une distance focale de 160 mm. Les éléments sont distants les uns des autres de 1.1 mm, ce qui fait que la barrette a une largeur de 140.8 mm. La fréquence centrale de la sonde est de 1 MHz et la bande-passante à -6 dB est de 0.6 MHz.

Une simulation du champ émis par la barrette a permis d'établir ses principales caractéristiques (distance focale, largeur de faisceau, profondeur de champ). Cette simulation a été réalisée avec le logiciel PASS (Phased Array Simulation Software) en utilisant les caractéristiques de la sonde (dimensions, pas inter-éléments) fournies par le constructeur. On observe ce champ simulé dans le plan (x, z) , x étant la direction de propagation des ondes et z , la direction d'élévation, perpendiculaire au plan de focalisation (Fig.1.4). La distance focale est de 160 mm, la largeur de la tache focale à -6 dB de 4 mm et la profondeur de champ de 40 mm. Ces caractéristiques simulées ont été vérifiées à partir de quelques mesures expérimentales. Pour cela, les signaux réfléchis par un fil métallique fin (quelques centaines de micromètres de diamètre) sont enregistrés pour différentes positions de la sonde : en différentes positions autour de la focale distantes de 5 mm et en balayant selon y avec un pas de 0.5 mm, on émet une onde plane dans le plan de focalisation de la barrette et on enregistre les signaux rétro-diffusés.

1.4.2 Les guides d'ondes à mesurer

Afin de découpler les multiples problèmes posés par les spécificités de l'os, nous avons choisi de construire différents fantômes qui miment chacun des propriétés particulières. Ces fantômes sont tous cylindriques (invariants selon la direction z) seule la forme et l'épaisseur de la section transverse varient. Le problème peut donc être considéré comme

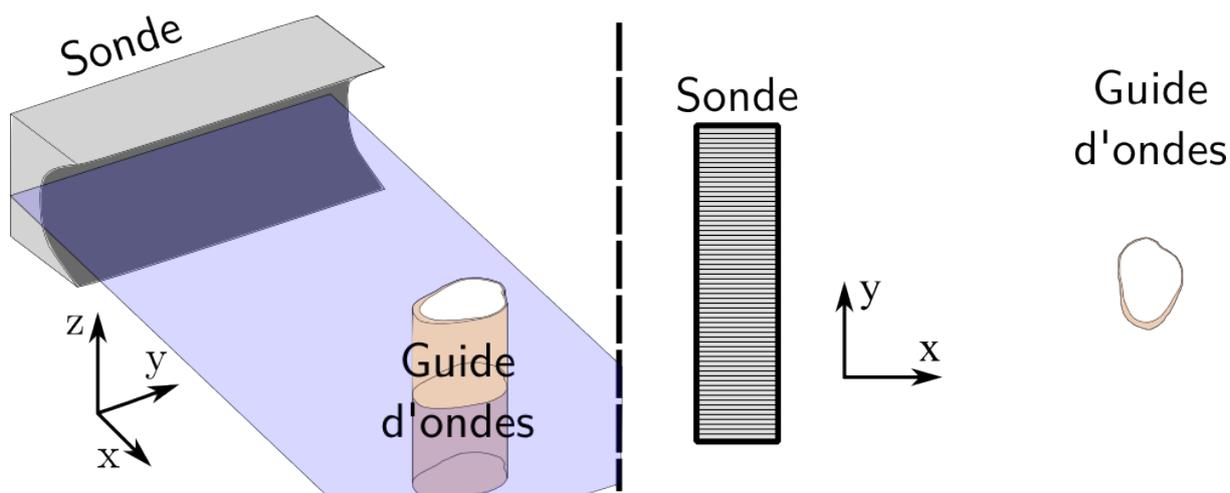


FIGURE 1.3 – Toutes les expériences menées dans cette thèse sont des expériences d’acquisition des signaux rétro-diffusés par un guide d’ondes réalisé dans un matériau imitant les propriétés matérielles de l’os. En raison des propriétés de la sonde et de l’objet, le problème étudié est bi-dimensionnel. Figure à l’échelle $1/33^{eme}$.

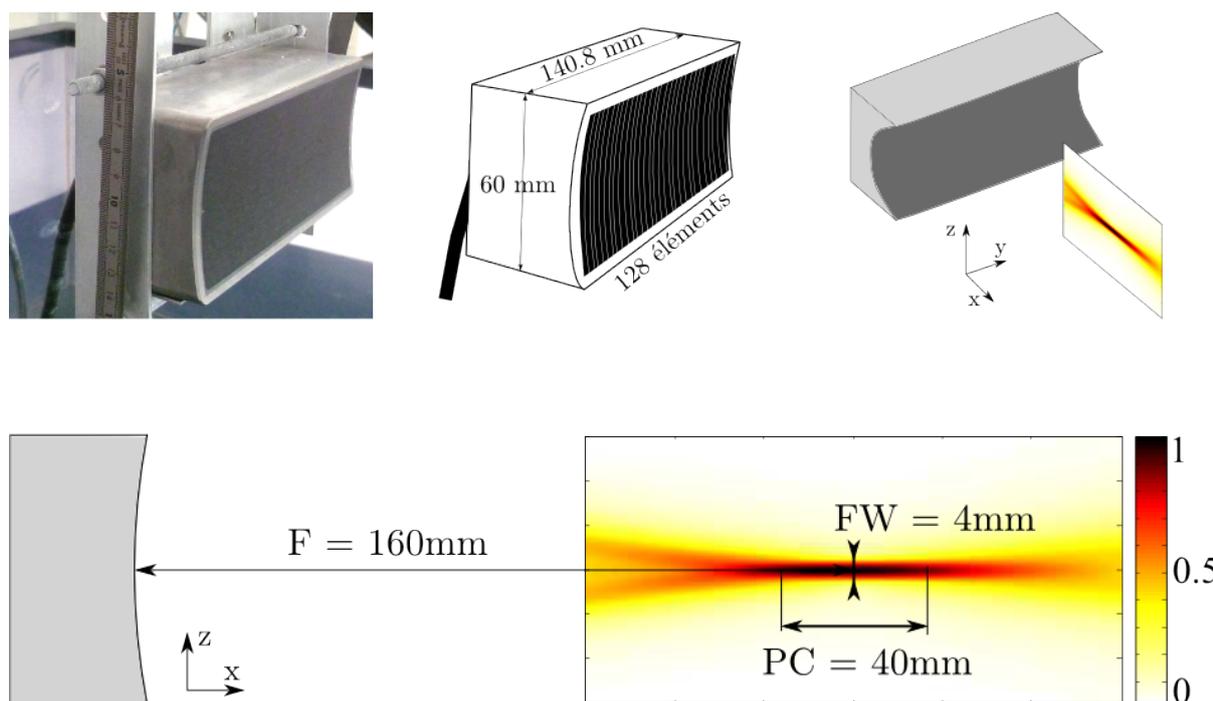


FIGURE 1.4 – Caractéristiques de la sonde : dimensions et champ émis. La simulation du champ émis par la sonde observé dans le plan (x, z) permet de mesurer les caractéristiques du champ. On observe ainsi que la distance focale F est de 160 mm, la largeur du faisceau, selon z , à -6 dB (FW) est de 4 mm et la profondeur de champ (PC) de 40 mm. Une expérience réalisée en balayant un fin fil métallique a permis de confirmer la valeur de ces caractéristiques.

TABLE 1.2 – Comparaison des coefficients élastiques [8, 38, 46] et des coefficients d’atténuation [38, 47] du matériau imitant l’os (Sawbones) et de de l’os cortical humain, dans le plan d’isotropie (*i.e.* perpendiculairement à l’axe long de l’os).

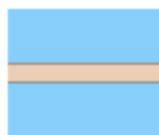
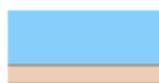
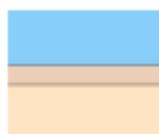
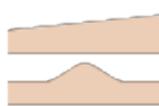
	Fantôme d’os	Os humain
c_{11} (GPa)	13.51	19.3
c_{55} (GPa)	3.79	5.58
α_L (dB.cm ⁻¹ .MHz ⁻¹)	2.63	2.56
α_T (dB.cm ⁻¹ .MHz ⁻¹)	8.40	

bidimensionnel : on se restreint à l’étude dans le plan (x, y) . Les guides d’ondes sont immergés dans l’eau et la cavité de certains est remplie d’air alors que pour d’autres, elle sera remplie d’un fluide imitant la moelle. Ces fantômes ont tous été réalisés dans le même matériau réalisé à partir d’une matrice d’époxy dans laquelle sont incluses des fibres de verre (Sawbones, Pacific Research Laboratory Inc., Vashon, WA, USA). L’inclusion des fibres de verre permet d’obtenir un matériau transverse isotrope, comme l’os. Les fibres sont alignées selon l’axe des cylindres. Les ondes circonférentielles se propagent donc dans le plan d’isotropie. Les propriétés de ce matériau ont été mesurées précédemment [38, 46]. Ces propriétés sont représentatives de celles généralement rapportées pour l’os cortical humain, cf. Table 1.2. Les valeurs indiquées pour l’os humain dans cette table ont été mesurées, pour des raisons pratiques, sur des échantillons prélevés au milieu de la diaphyse (partie longue) du fémur. Les propriétés de l’os cortical au col sont mal connues mais on suppose qu’elles sont du même ordre de grandeur que celles observées à la mi-diaphyse.

D’après les caractéristiques simulées et mesurées, la barrette de mesure va éclairer une tranche de guide d’ondes de 4 mm d’épaisseur, sur une distance de 40 mm autour de la distance focale de 160 mm. Les fantômes que nous allons étudier par la suite sont cylindriques et placés de manière à ce que l’axe du cylindre soit perpendiculaire au plan de focalisation de la sonde. Le plan d’isotropie est alors le plan éclairé par la sonde. Les propriétés des fantômes sont supposées homogènes sur une hauteur de 4 mm. On peut alors considérer que le problème est bi-dimensionnel. On considère également que les propriétés des fantômes sont homogènes dans le plan éclairé par la sonde.

Les différents guides d’ondes étudiés ainsi que les modèles choisis pour les représenter sont illustrés Fig.1.5.

MODELES DE GUIDES D'ONDES

	Plaque libre	<i>p. 18</i>
	Plaque immergée	<i>p. 21</i>
	Plaque semi-immersée	<i>p. 22</i>
	Plaque à l'interface entre deux fluides différents	<i>p. 23</i>
	Plaques d'épaisseur variable	<i>p. 25</i>
	Tube libre	<i>p. 28</i>

FANTOMES ETUDIÉS

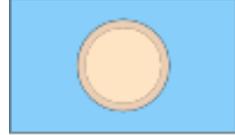
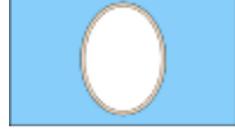
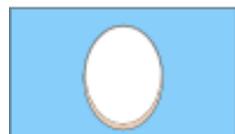
	Fantôme circulaire, vide, immergé	<i>p. 70</i>
	Fantôme circulaire, empli de fluide, immergé	<i>p. 82</i>
	Fantôme elliptique	<i>p. 98</i>
	Fantôme elliptique, d'épaisseur variable	<i>p. 110</i>
	Fantôme de forme réaliste	<i>p. 121</i>

FIGURE 1.5 – Table des matières illustrée

Chapitre 2

Des ondes guidées, de leurs courbes de dispersion et de leur utilisation pour la caractérisation

Comme il a été précisé en introduction, nous souhaitons utiliser les ondes guidées pour la caractérisation de l'os cortical au col du fémur. Les méthodes faisant intervenir les ondes guidées sont couramment utilisées en contrôle non-destructif (que ce soit pour la détection de défauts ou la caractérisation). Dans le contrôle non-destructif (CND), les études font généralement intervenir des structures géométriquement simples, telles que des plaques ou des tubes. À première vue, ces exemples peuvent sembler éloignés de notre objet d'intérêt. Cependant, la description de ces guides d'ondes va nous permettre de mettre en évidence un certain nombre de caractéristiques des ondes guidées. De plus, le problème du col du fémur étant complexe, nous avons choisi de découpler les problèmes liés aux matériaux (matériau de la coque corticale ou fluide interne) et ceux liés à la géométrie en étudiant d'abord des fantômes tubulaires de section circulaire avant de passer à des fantômes de géométrie plus réaliste. Les premiers fantômes rentreront donc dans le cadre d'un guide d'ondes déjà étudié dans la littérature en CND, le tube.

Dans ce chapitre, nous allons commencer par expliquer les principaux traits caractéristiques des ondes guidées dans le cas d'une plaque libre, appelées ondes de Lamb - ce qui permettra de comprendre l'intérêt de ce type d'ondes. Puis nous verrons comment ces caractéristiques sont modifiées lorsque l'on complexifie ce modèle pour prendre en compte les particularités de l'os : présence de tissus mous et de la moelle modélisée par deux fluides homogènes, structure tubulaire plutôt que plane. Enfin, nous présenterons la méthode DORT permettant la caractérisation des ondes guidées. L'application de la méthode à la mesure des ondes guidées sera illustrée sur l'exemple d'un tube d'acier.

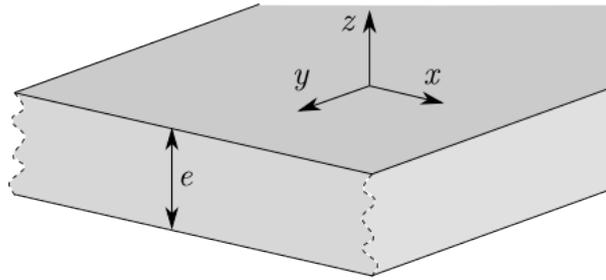


FIGURE 2.1 – Notations utilisées : la plaque est infinie dans les directions x et y et d'épaisseur e dans la direction z . Les ondes sont guidées entre les plans (xy) en $z = 0$ et $z = -e$.

2.1 Un premier guide d'ondes : la plaque

2.1.1 Caractéristiques des ondes guidées

Le phénomène des ondes guidées

Pour expliciter les caractéristiques des ondes guidées et présenter les concepts que nous utiliserons par la suite, on s'intéresse à l'exemple d'une plaque libre isotrope. Cet exemple est étudié en détail dans de nombreux manuels d'acoustique [48–50]. Le terme de plaque libre décrit une pièce de matériau de longueur et largeur infinies, dans les directions x et y , et d'épaisseur finie, e , dans la direction z (Fig.2.1). Les ondes dans le matériau vont se réfléchir sur les parois de la plaque : ces ondes incidentes et réfléchies interfèrent et génèrent une onde stationnaire dans l'épaisseur. Ainsi, les ondes se propagent en étant guidées entre les frontières du guide.

Les ondes doivent à la fois vérifier les lois de propagation dans le matériau infini et satisfaire aux conditions aux limites (dans le cas de la plaque libre, les contraintes s'annulent sur les bords). Dans un matériau infini isotrope, trois types d'ondes différentes peuvent se propager : une onde longitudinale de compression, notée P, se propageant à la vitesse c_L et deux ondes transverses de cisaillement, notées SH et SV, se propageant à la vitesse c_T . SH, pour shear horizontal, correspond à une onde telle que le déplacement des particules se fait selon la direction y , orthogonalement à la direction de propagation x . SV, pour shear vertical, correspond à une onde telle que le déplacement des particules se fait selon la direction z . D'après les lois de Descartes à une interface solide-vide, une onde incidente SH ne peut générer d'onde P ou d'onde SV et réciproquement, une onde P ou SV ne génère pas d'onde SH. Ainsi, dans la plaque libre, coexistent deux classes d'ondes guidées se propageant indépendamment : des ondes guidées, appelées SH, dues aux réflexions des ondes SH et des ondes guidées dites de Rayleigh-Lamb, dues au couplage entre les ondes P et SV incidentes et réfléchies. Le déplacement des particules lié aux ondes guidées SH se fait dans le plan (xy) alors que celui lié aux ondes de Rayleigh-Lamb se fait dans le plan (xz) . La configuration de mesure que nous utilisons ne nous permet pas de générer

des ondes SH, les ondes qui nous intéressent sont alors uniquement les ondes de Lamb et on peut restreindre le problème à seulement deux dimensions : x et z . Comme il n'existe plus qu'un seul type d'onde transverse, on adopte la notation suivante par la suite : les ondes longitudinales sont notées L (correspondant à l'onde P de ce paragraphe) et les ondes transverses sont notées T (correspondant à l'onde SV de ce paragraphe).

Relation de dispersion

Les ondes guidées qui nous intéressent résultent de la combinaison d'ondes L et T ayant le même nombre d'onde k dans la direction de propagation, x . Ces ondes sont stationnaires dans l'épaisseur de la plaque, selon z , et se propagent dans la direction infinie, selon x . Le champ de déplacement d'une telle onde peut s'écrire sous la forme [48–50] :

$$u(x, z, t) = \left[A_L^+ e^{ik_L z} + A_L^- e^{-ik_L z} + A_T^+ e^{ik_T z} + A_T^- e^{-ik_T z} \right] e^{i(kx - \omega t)}, \quad (2.1)$$

k_L et k_T étant respectivement les nombres d'ondes des ondes longitudinales et transverses selon la direction z et $\omega = 2\pi f$ représentant la fréquence angulaire. Les nombres d'ondes k_L , k_T sont liés à k par les vitesses respectives des ondes de compression et de cisaillement :

$$k_L^2 = \left(\frac{\omega}{c_L} \right)^2 - k^2 \text{ et } k_T^2 = \left(\frac{\omega}{c_T} \right)^2 - k^2. \quad (2.2)$$

On peut montrer, [48–51], que les conditions aux limites (les contraintes s'annulent sur les bords de la plaque) imposent une relation particulière, appelée relation de dispersion, entre la fréquence f et le nombre d'onde k des ondes pouvant se propager dans le guide d'ondes. Le problème étant symétrique par rapport au plan médian (xy), on peut diviser les ondes guidées en deux catégories indépendantes, les ondes symétriques notées S et les ondes antisymétriques notées A. Les déplacements de la plaque liés à ces deux types d'ondes sont schématisés, pour les basses fréquences, sur la Fig.2.2.

Pour les ondes de type S, la relation de dispersion s'écrit :

$$(k^2 + k_T^2)^2 \cos\left(k_L \frac{e}{2}\right) \sin\left(k_T \frac{e}{2}\right) - 4k^2 k_L k_T \cos\left(k_T \frac{e}{2}\right) \sin\left(k_L \frac{e}{2}\right) = 0. \quad (2.3)$$

De la même manière, en échangeant les termes en cosinus et ceux en sinus, on obtient la relation de dispersion correspondant aux ondes de type A :

$$(k^2 + k_T^2)^2 \sin\left(k_L \frac{e}{2}\right) \cos\left(k_T \frac{e}{2}\right) - 4k^2 k_L k_T \sin\left(k_T \frac{e}{2}\right) \cos\left(k_L \frac{e}{2}\right) = 0. \quad (2.4)$$

Ces deux relations définissent ainsi les couples fréquence-nombre d'onde (f, k) possibles dans ce guide d'ondes donné. D'un point de vue physique, ces relations de dispersion traduisent le fait que les ondes guidées, contrairement aux ondes de volume dans un matériau infini, adaptent leur longueur d'onde aux dimensions finies du guide à chaque fréquence.

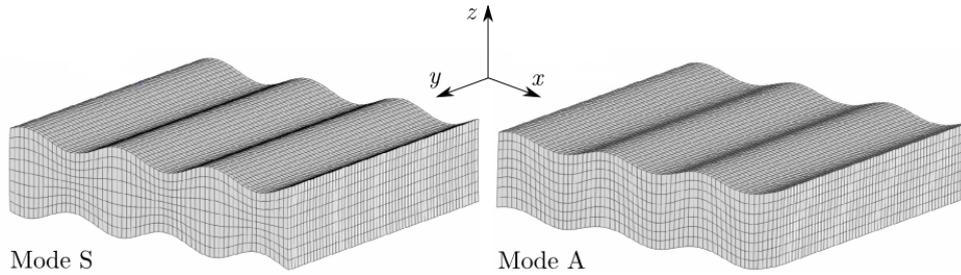


FIGURE 2.2 – Les ondes guidées sont séparées en deux catégories : les modes S associés à des déformations symétriques autour du plan médian de la plaque et les modes A associés à des déformations antisymétriques. Adapté de [39]

Courbes de dispersion

La représentation des couples de valeurs possibles dans le plan (k, f) fait apparaître une structure précise, Fig. 2.3 : ils sont répartis le long de trajectoires continues. L'ensemble de ces trajectoires constitue ce que l'on appelle les courbes de dispersion des ondes guidées. Chaque trajectoire correspond à un mode guidé particulier qu'on note A_N ou S_N suivant la symétrie induite par ce mode, N représentant l'ordre du mode. Les modes A_0 et S_0 présentent la particularité d'exister quelle que soit la fréquence, contrairement aux modes d'ordre plus élevé qui n'existent qu'au-delà de valeurs particulières de fréquences, appelées fréquences de coupure. Ces fréquences de coupure dépendent du type d'onde correspondant (L ou T), de l'épaisseur du guide d'ondes, e et des vitesses d'ondes de volume longitudinale c_L et transverse c_T du matériau qui le constitue [48–50].

$$f_{S_{2n}} = n \frac{c_T}{e} \text{ et } f_{S_{2n+1}} = \left(n + \frac{1}{2}\right) \frac{c_L}{e}, \quad (2.5)$$

$$f_{A_{2n}} = n \frac{c_L}{e} \text{ et } f_{A_{2n+1}} = \left(n + \frac{1}{2}\right) \frac{c_T}{e}. \quad (2.6)$$

Ainsi, la vitesse des ondes de volume longitudinale va jouer, par exemple, sur la fréquence de coupure du mode S_1 alors que la vitesse transverse va jouer sur celle des modes A_1 et S_2 , l'épaisseur intervenant quant à elle sur toutes les fréquences de coupure. Ces paramètres géométriques et matériels influent également sur l'allure des différentes trajectoires (Fig.2.4). Cette figure illustre la modification des courbes de dispersion sous l'effet de la variation d'un des paramètres (vitesse longitudinale ou transverse, épaisseur) : on constate bien que les modes ne sont pas tous affectés de la même manière par une variation des propriétés. Cette dépendance peut être exploitée pour estimer les caractéristiques du guide d'ondes dans le cadre de la résolution d'un problème inverse. Les paramètres estimés du guide d'ondes sont ajustés jusqu'à ce que les courbes de dispersion théoriques correspondantes concordent avec les portions de courbes de dispersion mesurées expérimentalement. Cette méthodologie est utilisée dans le contrôle non-destructif [52, 53] et dans le cadre de l'évaluation des propriétés osseuses en transmission axiale [39, 54, 55].

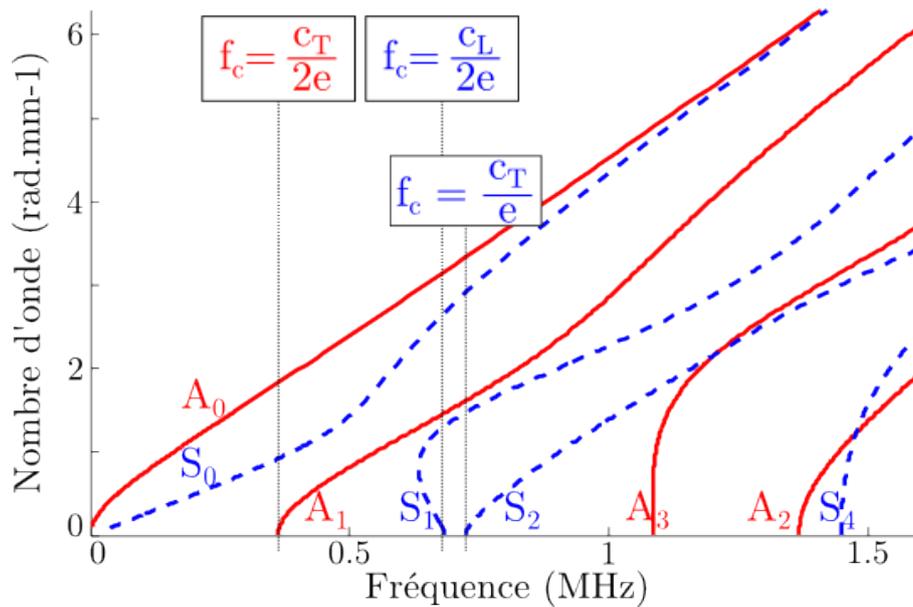


FIGURE 2.3 – Courbes de dispersion d’un guide d’ondes donné : les valeurs de k et f permises sont structurées. Hormis ceux d’ordre 0, les modes n’existent qu’à partir de certaines fréquences, dites fréquences de coupure, qui dépendent des propriétés du guide d’ondes.

Les courbes de dispersion utilisées pour illustrer les exemples de ce chapitre ont été obtenues à partir d’un code de calcul développé par Josquin Foiret durant sa thèse au LIP pour le cas de plaques libres [39], à partir d’un logiciel dédié, Disperse, ou à partir de simulations par éléments finis pour les autres cas étudiés. Ces dernières méthodes sont décrites au chapitre suivant.

2.1.2 Effet de l’immersion du guide d’ondes

Les guides d’ondes que nous avons considéré jusqu’à présent sont dits libres, *i.e.* entourés de vide. Or, la coque du col fémoral n’est pas dans le vide, elle est entourée de tissus mous et contient de l’os trabéculaire et un fluide, la moelle osseuse. Dans les études *in vitro*, les tissus mous sont souvent considérés comme un milieu homogène et modélisés simplement par de l’eau [56]. Dans les différentes études de cette thèse, nous avons modélisé le contenu de la cavité médullaire soit par de l’air, du glycérol ou de l’eau (ces différents choix seront expliqués par la suite). Il est donc important de connaître l’influence de la présence de ce (ou ces) fluide(s) sur les courbes de dispersion que nous cherchons à mesurer.

Plaque immergée

Le cas de la plaque immergée a été étudié dès 1945 de manière théorique et expérimentale par Osborne et Hart [57, 58]. Ces travaux ont mis en évidence le fait que les

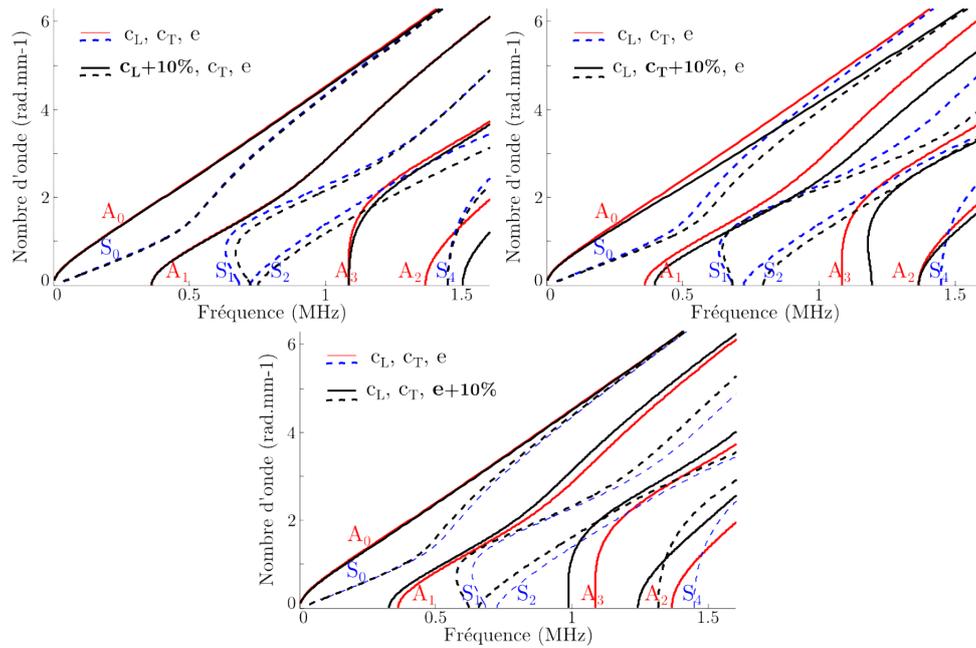


FIGURE 2.4 – Modification des courbes de dispersion sous l’effet d’une variation de 10% des paramètres du guide d’ondes

courbes de dispersion des ondes guidées dans la plaque immergée sont proches de celles des ondes guidées dans la plaque libre. Une des principales différences réside dans l’atténuation des ondes guidées en raison du rayonnement de ces ondes dans l’eau environnante. Ce rayonnement, cette fuite des ondes guidées justifie leur appellation anglaise de *leaky Lamb waves*. La partie réelle de la vitesse de phase est peu modifiée par rapport au cas de la plaque libre mais une partie imaginaire apparaît traduisant cette atténuation. D’autre part, la présence de l’eau entraîne la propagation de deux modes supplémentaires : un mode symétrique, noté S , et un mode antisymétrique, A . (Les ondes se propageant selon ces modes sont parfois appelées ondes de Osborne et Hart). La vitesse de phase de ces deux modes tend, lorsque la fréquence tend vers l’infini, vers la vitesse dans l’eau (Fig.2.5). Le mode S est très peu dispersif, sa vitesse de phase est quasiment constante. En revanche, le mode A est dispersif, sa vitesse de phase tend vers 0 en basses fréquences. Ces deux modes ne sont pas atténués.

Plaque semi-immergée

Les fantômes que nous allons étudier ne seront pas tous remplis d’eau : le modèle de la plaque immergée n’est plus adapté. Les modèles de la plaque semi-immergée (*i.e.* située à l’interface entre une couche infinie d’eau et une couche infinie d’air) et de la plaque située à l’interface de deux fluides doivent également être envisagés. Le cas de la plaque semi-immergée a été premièrement étudié par Grabowska [59] puis étendu au cas des coques cylindriques par Talmant *et al.* [60,61]. Contrairement au cas de la plaque immergée, seul

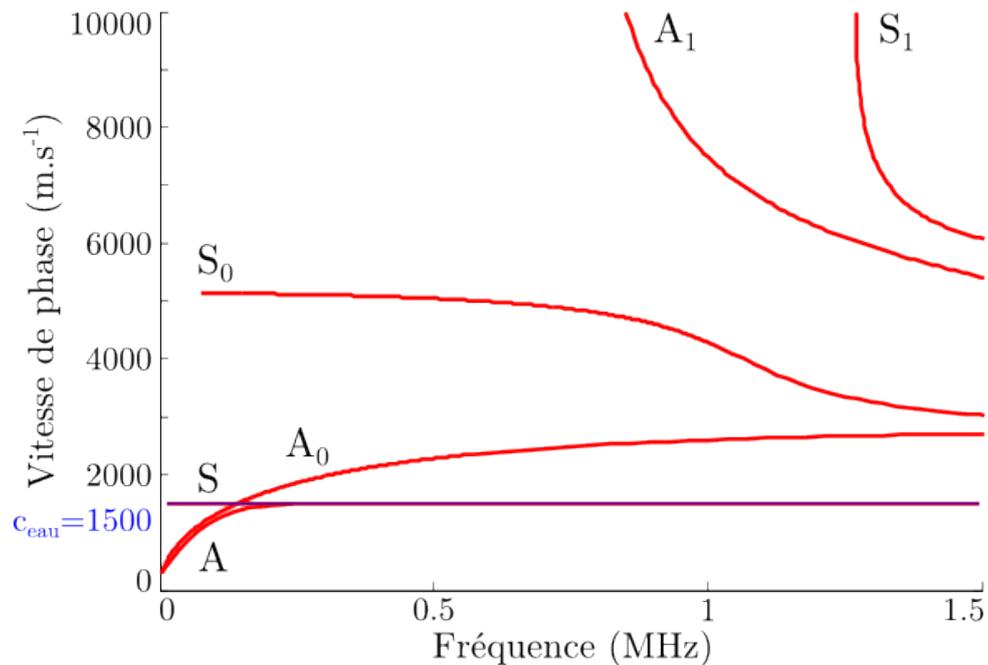


FIGURE 2.5 – Courbes de dispersion en vitesse de phase d’une plaque d’acier immergée dans l’eau. Ces courbes sont identiques à celles d’une plaque libre au détail près que l’on observe l’apparition de deux modes supplémentaires : un mode symétrique non-dispersif, S , un mode anti-symétrique, A . Ces deux modes tendent vers une limite commune, la vitesse du fluide (en bleu), en hautes fréquences.

un mode supplémentaire apparaît : on le note A bien que le problème ne présente plus de symétrie. Cette onde est souvent identifiée comme l’onde d’interface, dite de Scholte-Stoneley [62]. La comparaison des courbes de dispersion théoriques d’une plaque d’acier libre et d’une plaque d’acier semi-immersée permet de visualiser les propriétés décrites dans ce paragraphe (Fig.2.6). En observant plus finement les courbes de dispersion (cf. encart Fig.2.6), on constate que les deux modes A et A_0 sont attirés puis repoussés l’un par l’autre autour d’une fréquence particulière [62, 63]. On peut également observer un changement de nature des modes : en-deçà de cette fréquence, le mode A est lié à la structure, il suit la courbe de dispersion du mode libre alors que A_0 est lié à la présence du fluide et au-delà de cette fréquence, les deux comportements sont inversés. La fréquence à laquelle apparaît ce changement est celle pour laquelle la vitesse de phase d’un mode guidé approche de la vitesse des ondes dans le fluide environnant.

Plaque à l’interface de deux fluides différents

Des études expérimentale [64] et numériques [63, 65] du cas d’une plaque chargée par deux fluides différents ont mis en évidence le peu de différences entre ce cas et celui de la plaque immergée. Les ondes de Lamb sont peu modifiées et deux modes supplémentaires

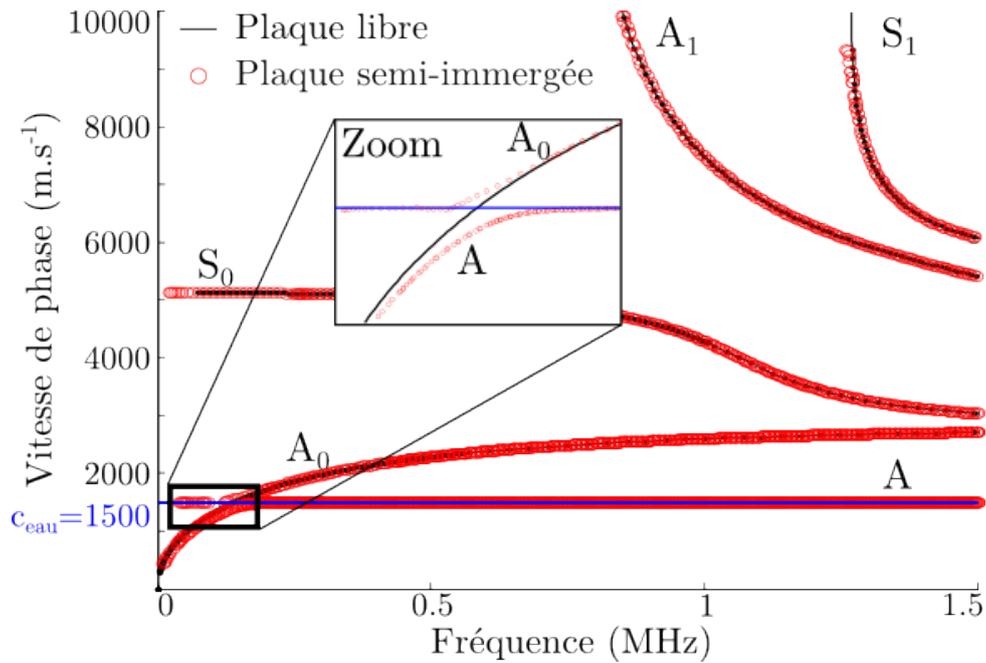


FIGURE 2.6 – Comparaison des courbes de dispersion d’une plaque d’acier libre (traits noirs) et d’une plaque d’acier semi-immergée (ronds rouges). Dans ce second cas, les ondes de Lamb ne sont quasiment pas affectées et un mode supplémentaire, noté A , dont la vitesse tend rapidement vers celle du fluide extérieur (trait bleu), apparaît. L’encart montre un zoom sur les deux premiers modes et met en évidence le phénomène de répulsion entre ceux-ci.

apparaissent. On peut les associer aux modes A et S observés dans le cas de la plaque immergée. Cependant, leur vitesse de phase ne tendent plus vers une limite commune, (qui était précédemment la vitesse des ondes dans l’eau) mais vers deux limites distinctes : l’un tend vers la vitesse du fluide $n^{\circ} 1$ (l’eau dans notre exemple) et l’autre vers la vitesse du fluide $n^{\circ} 2$ (l’alcool) (Fig.2.7). Les autres propriétés sont conservées.

Il est important de noter que les études présentées ici ont été effectuées sur des plaques métalliques pour lesquelles les vitesses des ondes de volume dans le matériau sont très supérieures à la vitesse des ondes dans le fluide environnant (pour l’acier, $c_T = 3000 \text{ ms}^{-1} > c_{eau} = 1500 \text{ ms}^{-1}$). Le cas de l’os (et des fantômes d’os) est différent : la vitesse des ondes transverses est proche de la vitesse des ondes dans les fluides rencontrés (pour le fantôme d’os, $c_T = 1520 \text{ ms}^{-1} \sim c_{eau} = 1500 \text{ ms}^{-1}$). Des phénomènes supplémentaires (tels ceux de répulsion observés pour les modes A et A_0) peuvent survenir autour des fréquences pour lesquelles la vitesse de phase d’un mode guidé s’approche de la vitesse dans le fluide [62]. L’allure des courbes de dispersion sera donc différente de celle observée dans le cas de la plaque libre.

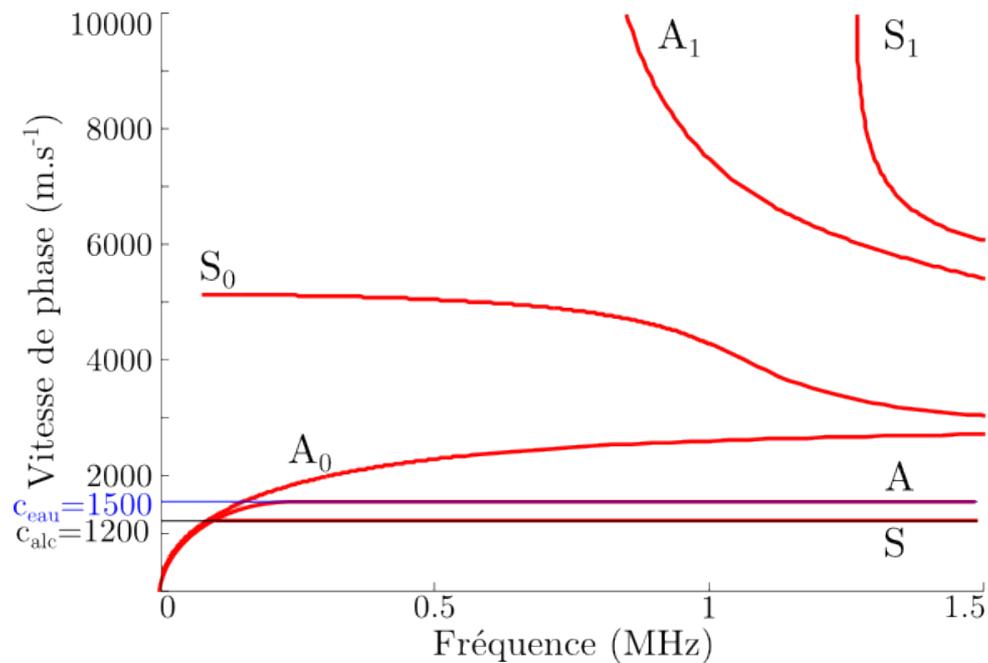


FIGURE 2.7 – Courbes de dispersion en vitesse de phase d’une plaque d’acier située à l’interface entre de l’eau et de l’alcool. Ces courbes sont identiques à celles d’une plaque libre au détail près que l’on observe l’apparition de deux modes supplémentaires : un mode symétrique non-dispersif, S , dont la vitesse tend vers celle dans l’alcool et un mode anti-symétrique, A , dont la vitesse tend vers celle dans l’eau.

2.1.3 Effet d’une variation de l’épaisseur du guide

Une autre spécificité du col du fémur est que son épaisseur varie tout autour de la circonférence. La littérature concernant les guides d’ondes d’épaisseur variable est relativement peu abondante. Le domaine visé par les premières études sur le sujet étaient les applications sous-marines [66,67] : le fond de l’océan n’étant pas nécessairement parallèle à la surface de l’eau, cela provoque une variation de l’épaisseur du guide d’ondes fluide. Ces travaux initiaux étaient théoriques, leur objectif étant de déterminer une représentation modale du champ de pression dans un tel guide. D’autres équipes, visant des applications pour le contrôle non-destructif, ont proposé d’autres approches mathématiques pour modéliser la propagation dans des guides d’ondes élastiques de forme plus complexe qu’une plaque : les objets étudiés sont par exemple un disque d’épaisseur variable, un tube qui se termine en cône [68] ou un guide délimité par deux surfaces quelconques [69]. En utilisant une approche expérimentale plutôt que mathématique, l’équipe du LAUE au Havre a permis de mettre en évidence un certain nombre de phénomènes mis en jeu dans les guides d’ondes d’épaisseur variable. Deux types de guides d’ondes ont été étudiés par les chercheurs de cette équipe : des plaques dont l’épaisseur varie linéairement [70] et des plaques dont l’épaisseur suit une loi gaussienne [71,72]. En première approximation, c’est

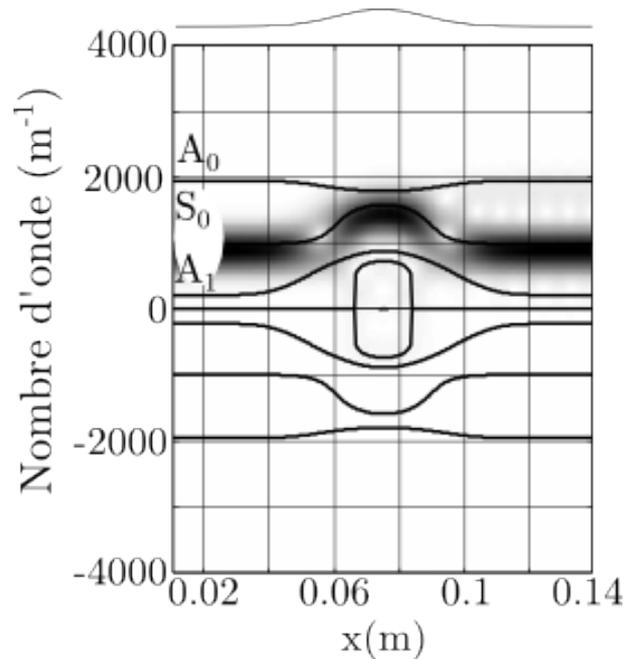


FIGURE 2.8 – Courbes de dispersion théoriques d’une plaque de duralumin d’épaisseur variable (traits noirs), le profil de variation étant représenté en haut. L’image en niveau de gris correspond aux nombres d’ondes mesurés expérimentalement par vibromètre laser lorsque le mode S_0 est généré dans cette plaque. On observe que le nombre d’onde s’adapte à l’épaisseur locale du guide. Adapté de [71]

de ce dernier objet que le col du fémur se rapproche le plus : l’épaisseur est minimale dans le quadrant supérieur et varie lentement jusqu’à atteindre un maximum dans le quadrant inférieur.

Une des approches proposées pour expliquer la propagation dans ce type de guide est la théorie des modes adiabatiques [66,68]. Cette théorie vérifiée expérimentalement et numériquement par l’équipe du Havre prédit que les modes guidés adaptent leur vitesse de phase et leur nombre d’onde à l’épaisseur locale du guide [71] (Fig.2.8). On peut alors voir le guide d’ondes d’épaisseur variable comme la succession d’un grand nombre de guides d’ondes d’épaisseur constante mais différentes les unes des autres.

Les modes à fréquence de coupure ne peuvent ni être générés ni se propager dans les zones de faible épaisseur du guide d’ondes. Lorsqu’un tel mode se propage dans un guide d’épaisseur décroissante, sa vitesse de phase augmente jusqu’à ce qu’il arrive dans une zone dont l’épaisseur est telle que la fréquence de coupure de ce mode est atteinte. Il a été observé que cette onde se réfléchissait et qu’une partie de cette onde pouvait être convertie en un ou plusieurs autres modes. Il peut donc se produire, pour certains modes, un phénomène de piégeage dans la zone de plus grande épaisseur.

Ces quelques études nous fournissent des éléments de compréhension du phénomène de propagation, mais les cas auxquels nous allons être confrontés par la suite sont légèrement

différents et d'autres questions vont se poser. Par exemple, les objets auxquels nous nous intéressons ne sont pas des plaques mais des objets de type annulaire (une plaque fermée sur elle-même), comme nous allons le voir au paragraphe suivant. La méthode de mesure est également différente.

2.2 Un second guide d'ondes : le tube de section circulaire

2.2.1 Le col du fémur, un guide d'ondes cylindrique

Comme le montre la figure 2.9, la coque corticale du col du fémur est un tube dont la section varie d'une forme plutôt elliptique, près du trochanter, à une forme plutôt circulaire, près de la tête du fémur. Dans ce travail, nous avons étudié différents fantômes modélisant l'os : des tubes de section circulaire, des tubes de section elliptique et des tubes de section proche de celle observée au milieu du col. On s'intéresse dans cette partie aux ondes guidées par une coque de section circulaire. Seul ce cas a été étudié dans la littérature, en raison de nombreuses applications en contrôle non-destructif ainsi que dans le domaine de la défense (détection sous-marine). Néanmoins, les principaux phénomènes et propriétés présentés dans cette section seront transposables aux coques de forme plus complexe.

Dans un cylindre, on distingue la propagation axiale et la propagation circonférentielle, Fig.2.10. La propagation axiale est exploitée pour caractériser des os longs et accessibles comme le tibia ou le radius [73–75]. Mais, étant donnée la configuration anatomique de la hanche, cette technique n'est pas applicable au col du fémur. En revanche, la propagation d'ondes circonférentielles a été observée en ce site au cours de la thèse de Julien Grondin au LIP [76]. Nous ne nous intéressons donc dans cette présentation qu'à la propagation circonférentielle.

La propagation circonférentielle étant supposée invariante le long de l'axe du cylindre, le problème est un problème plan. On doit donc étudier les ondes guidées dans une couronne circulaire (Fig.1.3, p.17). En considérant cet anneau comme une plaque courbée, repliée sur elle-même, cette étude est finalement une extension de l'étude de la plaque. Les fréquences utilisées dans la suite sont suffisamment hautes pour que les phénomènes propagatifs, qui sont ceux qui nous intéressent, prédominent devant les phénomènes vibratoires.

2.2.2 Courbes de dispersion des ondes guidées circonférentielles

Le problème des ondes guidées dans la circonférence d'un tube libre a été étudié dans la littérature [50, 77], en particulier la relation de dispersion a été établie. Les principaux développements théoriques sont repris dans les manuels (*e.g.* [51, 78]). La méthodologie est la même que celle utilisée dans le cas d'une plaque libre. On considère d'une part l'équation d'onde et d'autre part les conditions aux limites sur les surfaces interne et externe du cylindre. La principale différence vient du fait que l'équation d'onde doit être écrite en coordonnées cylindriques et les termes dépendant de la coordonnée axiale ne

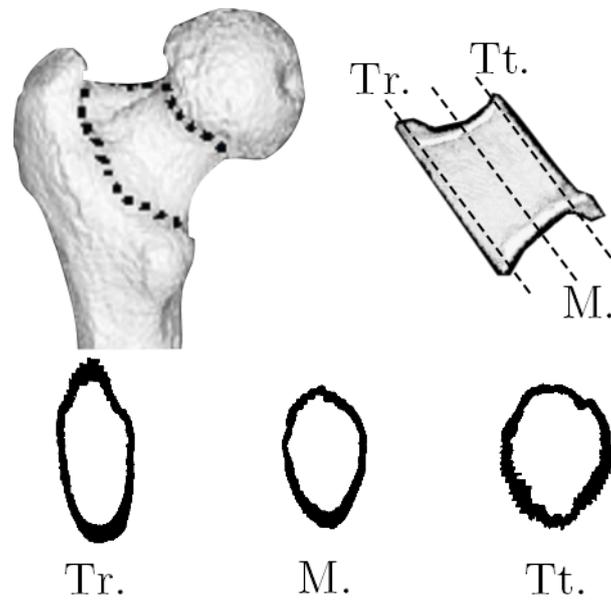


FIGURE 2.9 – Sections de col fémoral obtenues à partir d'images de tomographies par rayons X. La forme évolue selon la zone considérée : quasi-elliptique près du trochanter (Tr.) à quasi-circulaire près de la tête du fémur (Tt.) Seule la coque corticale est représentée sur ces sections. Adapté de [40]

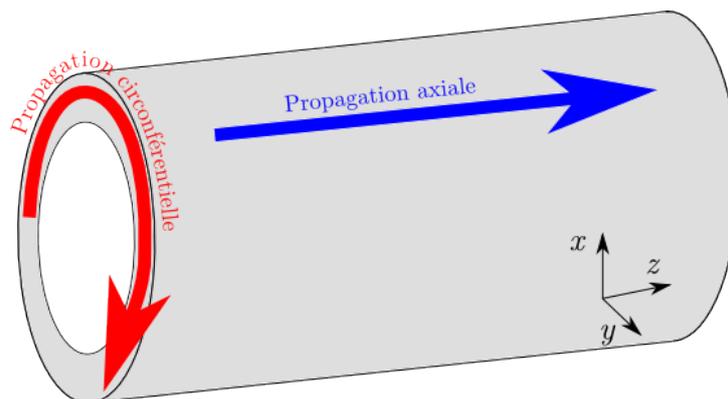


FIGURE 2.10 – Parmi les ondes guidées dans l'épaisseur d'un cylindre, on distingue celles se propageant dans l'axe du tube et celles se propageant dans la circonférence. On ne s'intéresse ici qu'à la propagation circumférentielle. Ce problème peut se ramener à un problème plan.

sont pas pris en compte. Les solutions obtenues sont alors analogues aux ondes de Lamb observées pour la plaque libre.

Lorsque le tube est immergé (et on suppose que la cavité est maintenue vide), les ondes guidées par la circonférence rayonnent dans le milieu extérieur. Ces ondes vont donc contribuer au champ rétro-diffusé par le tube lorsque celui-ci est insonifié par une onde plane [79]. Les autres contributions sont géométriques et dues aux réflexions spéculaires de l'onde incidente sur la paroi du tube. Les ondes circonférentielles peuvent être divisées en deux classes : des ondes externes dont la majeure partie de l'énergie est localisée dans le fluide au niveau de l'interface et des ondes internes dont la majeure partie de l'énergie est localisée dans l'objet. Les ondes externes peuvent être de deux types : des ondes de Scholte-Stoneley dues à l'interface fluide-solide élastique (2.1.2) et des ondes de Franz dues à la courbure du tube. Ces ondes externes se propageant principalement dans le fluide, leurs propriétés vont peu dépendre de celles du matériau. Elles sont donc *a priori* moins intéressantes, pour l'application visée, que les ondes dites internes. Ces dernières sont des ondes similaires aux ondes de Lamb d'une plaque. Le rayonnement de ces ondes vers l'extérieur contribue à leur atténuation.

Le cas du guide d'ondes plan étant plus facile à traiter que celui du guide d'ondes cylindrique, plusieurs auteurs ont cherché à évaluer dans quelle mesure et sous quelles conditions le cas du tube pouvait être approché par celui de la plaque. Les conditions pour que la courbure du tube n'influence pas la propagation de l'onde sont *a priori* assez triviales : la courbure ne doit pas varier de manière trop importante entre la surface externe et la surface interne (*i.e.* l'épaisseur doit être suffisamment petite devant le rayon externe) et la courbure doit être suffisamment grande devant la longueur d'onde. Dans le cas des ondes guidées axialement, l'effet de la courbure n'est ainsi visible qu'à basses fréquences et l'approximation du tube par une plaque est généralement correcte [80,81]. Cependant, lorsque l'on considère la propagation circonférentielle et non plus axiale, l'effet de la courbure est nettement plus visible [52]. L'influence du rayon de courbure sur les courbes de dispersion d'un tube libre a été observée en étudiant trois tubes d'épaisseur constante mais de rayon externe différent (Fig.2.11) : un tube de diamètre 26 mm correspondant à un fantôme étudié ultérieurement, des tubes de diamètre 52 mm et 19 mm respectivement, se rapprochant et s'éloignant du cas de la plaque. On constate que tous les modes sont affectés, quelle que soit la fréquence et que plus le nombre d'onde est grand, plus l'effet de la courbure est visible. Les fréquences de coupure sont donc peu modifiées par la courbure. Ces courbes ont été obtenues en utilisant la méthode fondée sur des simulations par éléments finis, présentée au chapitre suivant.

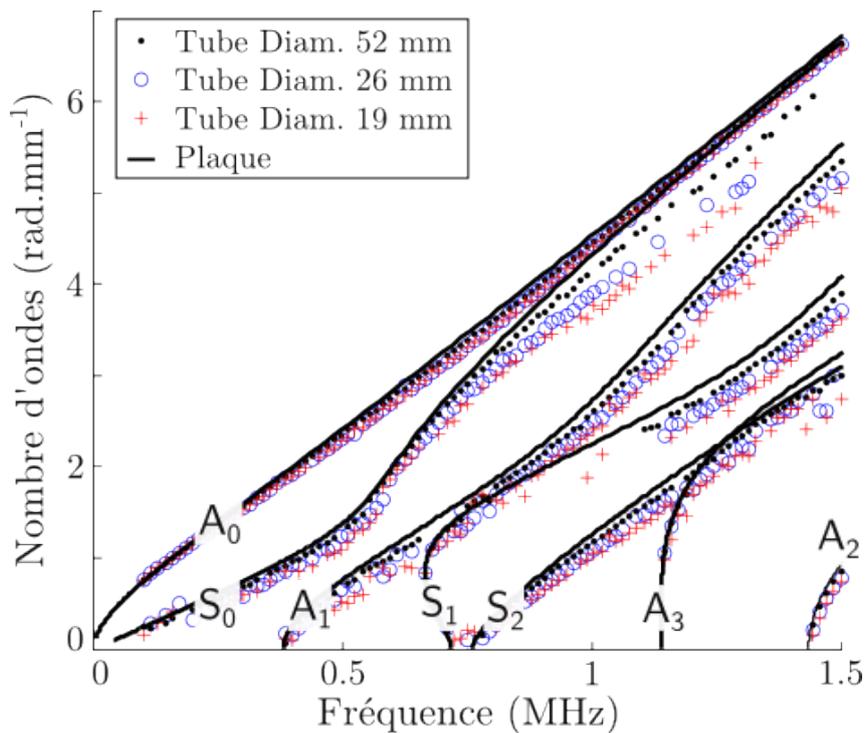


FIGURE 2.11 – Comparaison des courbes de dispersion des ondes circonférentielles d'une plaque libre de 2.1 mm d'épaisseur et de tubes de même épaisseur et de diamètres externes 19, 26 et 52 mm. Tous les modes sont affectés par la courbure. L'effet est d'autant plus visible que le nombre d'onde est élevé.

2.2.3 Rayonnement des ondes guidées circonférentielles

Points de rayonnement apparent

On s'intéresse au cas du tube immergé et dont la cavité est maintenue vide. Cet objet est insonifié par une onde plane émise par une barrette de transducteurs placée loin de l'objet (Fig.2.12). À une incidence β , aux points symétriques A et B , deux ondes guidées de vitesse de phase c_ϕ et se propageant en sens opposé sont générées. La vitesse de ces ondes est liée à l'angle d'incidence par la loi de Descartes :

$$\sin \beta = \frac{c_0}{c_\phi}, \quad (2.7)$$

où c_0 est la vitesse des ondes dans le fluide extérieur. On s'intéresse seulement à l'une de ces deux ondes, celle générée en A par exemple, le raisonnement étant identique pour l'autre onde. Cette onde guidée se propage dans la coque tout en rayonnant vers le milieu extérieur, avec l'angle de rayonnement β . Les ondes rayonnées contribuant au champ rétro-diffusé reçu par la sonde émergent du point B , symétrique de A . La distance entre les points A et B dépend, d'après les relations trigonométriques, du diamètre du tube D et de l'angle β : $d_{AB} = D \sin \beta$. Ainsi, la vitesse de phase de l'onde guidée peut s'exprimer

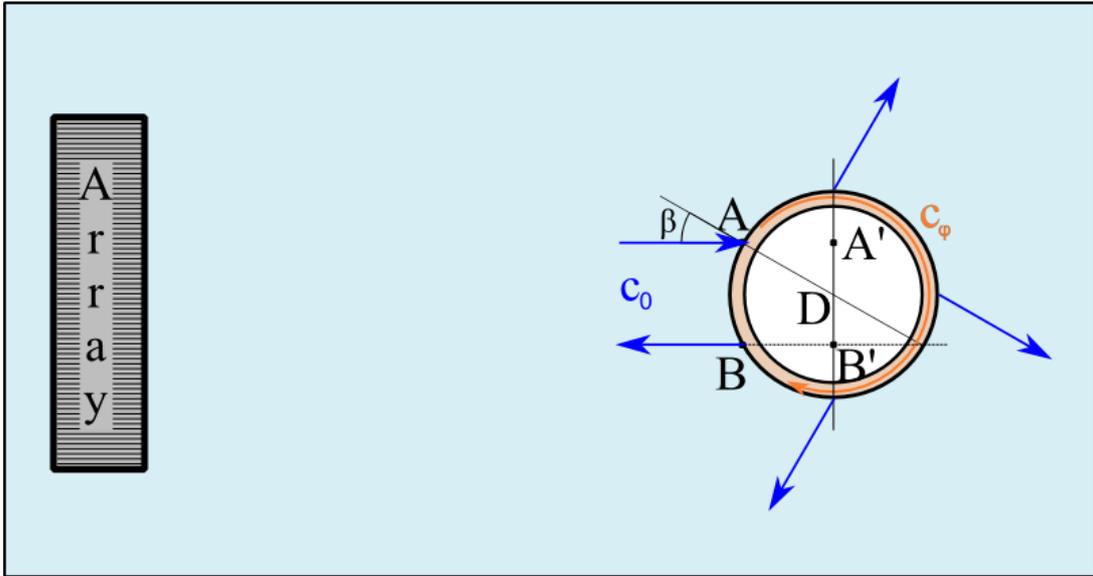


FIGURE 2.12 – Après insonification du tube, à une incidence particulière une onde guidée circumférentielle est générée. L’onde circumférentielle générée en A se propage en rayonnant vers l’extérieur. La sonde reçoit l’onde rayonnée provenant du point de rayonnement apparent B' , aligné avec le point B et situé au centre du tube. Symétriquement, une onde circumférentielle est générée en B se propage en sens opposé et rayonne à partir du point A' .

en fonction de la distance entre le point d’incidence A et le point de rayonnement B :

$$c_\phi = c_0 \frac{D}{d_{AB}}. \quad (2.8)$$

En réalité, pour la barrette de réception, les ondes rayonnent d’une petite zone autour du point B plutôt que du seul point B . Un raisonnement fondé sur un modèle géométrique permet de montrer que l’onde guidée rayonne en direction de la barrette à partir d’un point de rayonnement apparent B' situé au même niveau que B mais au centre du tube [82].

De la même manière, l’onde guidée générée en B va rayonner vers l’extérieur en étant vue par la barrette comme venant d’un point de rayonnement apparent A' . L’équation 2.8 peut donc s’écrire identiquement avec la distance entre les points de rayonnement apparent $d_{A'B'}$ au lieu de d_{AB} . La localisation de ces points de rayonnement apparent, possible grâce au retournement temporel (et à la méthode DORT), nous permettra ainsi de connaître la vitesse de phase des ondes guidées par le tube.

Description des fronts d’ondes rayonnées

Les ondes guidées rayonnent dans le fluide extérieur. Une partie seulement des fronts d’ondes rayonnées est enregistrée par la barrette de mesure d’étendue spatiale limitée. L’analyse des fronts d’ondes rayonnées permet de connaître la position des points de

rayonnement apparent des ondes guidées. Cette analyse a fait l'objet du travail de post-doctorat de Mathieu Chekroun au LIP, en 2010-2011.

Une simulation par différences finies permet de visualiser le champ ultrasonore autour d'un tube de section circulaire à différents instants (Fig.2.13). On peut ainsi observer les ondes circonférentielles guidées dans la coque du tube ainsi que les ondes rayonnées. On s'intéresse à l'expression du front d'onde rayonnée par une onde circonférentielle de vitesse c_ϕ se propageant autour de la coque. Cette onde guidée rayonne dans le fluide environnant avec un angle β , la vitesse de l'onde rayonnée dans le fluide étant notée c_0 . À un instant t , le point M repéré par les coordonnées cartésiennes (x, y) est atteint par une onde rayonnée émise en ligne droite d'un point P de la coque, repéré par ses coordonnées polaires (ρ, θ) . Ces notations sont précisées sur la Fig.2.14. L'origine des temps est prise lorsque l'onde circonférentielle considérée est située en $\theta = 0$. Pour atteindre le point P , l'onde circonférentielle a parcouru l'arc décrit par l'angle θ , à la vitesse c_ϕ . L'onde rayonnée a ensuite voyagé de P à M à la vitesse c_0 . Les coordonnées du front d'onde rayonnée par un point donné, d'angle polaire θ , à un instant t , pour l'onde circonférentielle se propageant dans le sens trigonométrique peuvent alors s'écrire :

$$\mathbf{F}^+(t, \theta) \begin{cases} x(t, \theta) = \rho(\theta) \cos \theta + c_0 \left(t - \frac{s(0, \theta)}{c_\phi} \right) \cos(\gamma(\theta) + \beta), \\ y(t, \theta) = \rho(\theta) \sin \theta + c_0 \left(t - \frac{s(0, \theta)}{c_\phi} \right) \sin(\gamma(\theta) + \beta). \end{cases} \quad (2.9)$$

Le premier terme de l'addition décrit le point P d'où rayonne l'onde et le second terme décrit la propagation de l'onde rayonnée de P à M , en prenant en compte le fait que l'origine des temps est prise pour $\theta = 0$. De la même manière, pour l'onde circonférentielle se propageant dans le sens horaire, les coordonnées du front d'onde rayonnée s'écrivent :

$$\mathbf{F}^-(t, \theta) \begin{cases} x(t, \theta) = \rho(\theta) \cos \theta + c_0 \left(t - \frac{s(0, \theta)}{c_\phi} \right) \cos(\gamma(\theta) - \beta), \\ y(t, \theta) = \rho(\theta) \sin \theta + c_0 \left(t - \frac{s(0, \theta)}{c_\phi} \right) \sin(\gamma(\theta) - \beta). \end{cases} \quad (2.10)$$

Le processus de retournement temporel appliqué aux fronts d'ondes rayonnées permet de focaliser au centre de courbure de ceux-ci. Le centre de courbure en chaque point des fronts d'ondes ($\mathbf{C}^+(t, \theta)$ et $\mathbf{C}^-(t, \theta)$) peut être calculé si on connaît la position, \mathbf{F}^\pm , le rayon de courbure, R_c , et la normale du front d'onde, \mathbf{N}_{int} :

$$\mathbf{C}^\pm(t, \theta) = \mathbf{F}^\pm(t, \theta) + R_c \mathbf{N}_{\text{int}}. \quad (2.11)$$

Le rayon de courbure ainsi que la normale du front d'onde sont calculables à partir de relations mathématiques sur les courbes paramétrées faisant intervenir les coordonnées du front ainsi que leurs dérivées (x' , y' , x'' , y'') par rapport à l'angle polaire θ :

$$R_c = \frac{(x'^2 + y'^2)^{3/2}}{x'y'' - y'x''}, \quad (2.12)$$

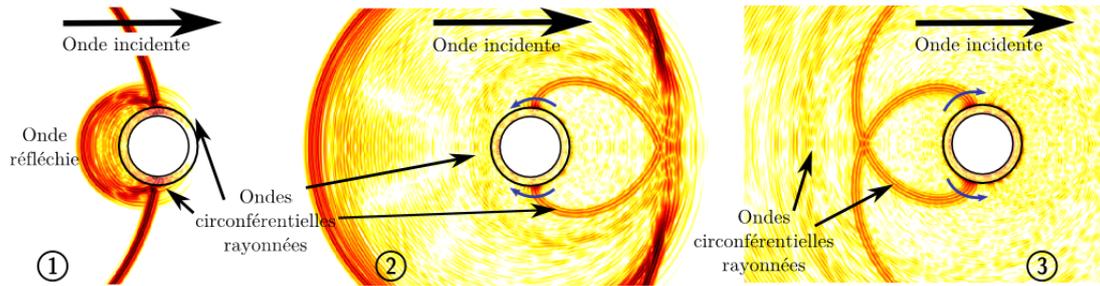


FIGURE 2.13 – Images du champ ultrasonore autour d'un tube de section circulaire obtenues par simulations aux différences finies. On peut distinguer la réflexion de l'onde plane incidente sur la face avant du tube, les ondes circonférentielles dans la coque et le rayonnement de ces ondes circonférentielles dans le fluide extérieur. On observe également les deux ondes se propageant en sens opposé autour de la coque.

$$\mathbf{N}_{\text{int}} = \frac{1}{\sqrt{x'^2 + y'^2}} \begin{cases} -y' \\ x' \end{cases} \quad (2.13)$$

Les formules présentées ci-dessus permettent de calculer les fronts d'ondes, rayons et centres de courbure pour des coques de forme quelconque. Le cas d'une coque circulaire n'est qu'un cas particulier pour lequel ces relations se simplifient, $\rho(\theta)$ étant égal à une constante. Si on note R_{ext} le rayon du tube, pour l'onde se propageant dans le sens trigonométrique, on obtient :

$$\mathbf{C}^+(t, \theta) = \begin{cases} x(t, \theta) = R_{ext} \frac{c_0}{c_\phi} \sin(\theta + \beta), \\ y(t, \theta) = -R_{ext} \frac{c_0}{c_\phi} \cos(\theta + \beta). \end{cases} \quad (2.14)$$

Le centre de courbure est donc localisé, dans le cas d'une coque circulaire, sur un cercle de rayon $R_{ext} \frac{c_0}{c_\phi}$ de centre O . Cette modélisation est cohérente et permet de justifier par une autre approche la loi obtenue (Eq.2.8) au paragraphe précédent avec la relation de Descartes. Cette description des fronts d'ondes rayonnées sera utilisée par la suite afin d'étendre l'application de la méthode DORT aux coques de section non-circulaire (cf. Ch.5).

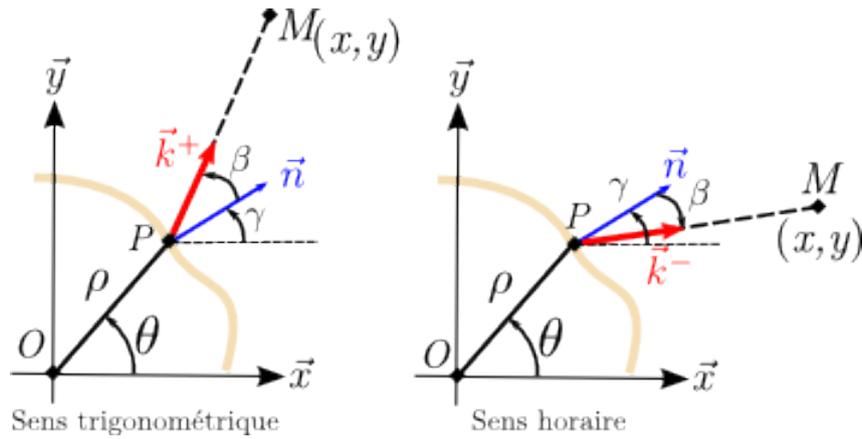


FIGURE 2.14 – Notations utilisées pour exprimer les coordonnées du front d’onde rayonné en fonction de la géométrie externe de la coque et de la vitesse de phase des ondes circonférentielles considérées. Les formules n’étant pas restreintes au cas de la section circulaire, la coque a une forme quelconque définie par le rayon polaire $\rho(\theta)$.

2.3 Mesure de courbes de dispersion par la méthode DORT

Notre problème consiste à mesurer les courbes de dispersion d’un guide d’ondes immergé, par une mesure sans contact entre la sonde et l’objet étudié. Diverses méthodes permettent l’identification des différents modes guidés contribuant au signal rétrodiffusé par le guide d’ondes étudié : des méthodes s’appuyant sur l’analyse des fréquences de résonance et des modes de vibration de la coque [83, 84], des méthodes de génération et détection optiques [52, 85] et des méthodes établies sur le retournement temporel. Cette dernière catégorie de méthodes semble la plus appropriée à la mesure du col fémoral. Les premiers travaux, par Thomas *et al.* à l’Institut Langevin, [86] utilisaient le principe du retournement temporel afin de localiser les points de rayonnement apparent des ondes guidées décrits dans le paragraphe précédent, §2.2.3. Ce principe avait été démontré sur un tube fin dans des conditions (produit Fréquence-Epaisseur) telles que seuls deux modes existaient A_0 et S_0 . Les contributions de ces deux modes au champ rétrodiffusé arrivant à deux instants différents, elles pouvaient être séparées et retournées temporellement. Mais dans d’autres cas (gamme de fréquences, épaisseur ou matériau différent), les différentes contributions des ondes circonférentielles interfèrent et ne sont pas résolues en temps. Ce mélange de différentes contributions existe effectivement dans les fantômes que nous allons étudier. Une méthode alternative, reposant également sur le retournement temporel mais ne nécessitant pas de séparation temporelle des différents modes, peut être utilisée.

Cette méthode, baptisée D.O.R.T. pour Décomposition de l’Opérateur de Retournement Temporel, a été initialement appliquée à la focalisation sélective dans un milieu contenant plusieurs diffuseurs [44, 87]. La possibilité d’exploiter cette méthode pour la

caractérisation d'un guide d'ondes cylindrique a été ensuite démontrée par Prada *et al.* en 1998 [45] : trois branches des modes A_0, S_0 et A_1 ont été mesurées sur un tube fin d'acier, vide et immergé dans l'eau. Les travaux de cette thèse ont consisté à adapter cette méthode au cas du col fémoral. Ce paragraphe expose le principe général de la méthode DORT avant de présenter son application pratique à la mesure des courbes de dispersion.

2.3.1 Matrice de transfert et Opérateur de Retournement Temporel

La méthode DORT repose sur le formalisme matriciel décrivant l'expérience de retournement temporel. On considère une barrette de N transducteurs émettant et recevant les signaux rétrodiffusés d'un milieu diffusant, invariant dans le temps. Cet ensemble forme un système linéaire à N entrées et N sorties. Le signal reçu par l'élément i , noté $r_i(t)$ est égal à la convolution entre le signal émis par l'élément j , noté $e_j(t)$, et la réponse impulsionnelle entre ces deux éléments, $k_{ij}(t)$. Si plusieurs éléments émettent de manière simultanée, le signal reçu s'écrit :

$$r_i(t) = \sum_{j=1}^N k_{ij}(t) * e_j(t), 1 \leq i \leq N. \quad (2.15)$$

Dans le domaine fréquentiel, le produit de convolution, noté $*$, devient une simple multiplication. En utilisant une notation matricielle, l'équation 2.15 peut s'écrire dans le domaine fréquentiel :

$$R(\omega) = \mathbf{K}(\omega)E(\omega), \quad (2.16)$$

avec $R(\omega)$ et $E(\omega)$ les vecteurs de longueur N contenant les transformées de Fourier des signaux respectivement reçus et émis et $\mathbf{K}(\omega)$ la matrice de transfert $N \times N$ du système. On considère maintenant l'expérience de retournement temporel (Fig.2.15) : une première série de signaux est émis E^0 . Les signaux rétrodiffusés, $R^0 = \mathbf{K}E^0$, sont enregistrés. Ces signaux enregistrés sont retournés temporellement avant d'être ré-émis, constituant ainsi l'émission E^1 . Dans le domaine fréquentiel, cette opération de retournement temporel se traduit mathématiquement par une conjugaison, notée $*$:

$$E^1 = R^{0*} = \mathbf{K}^*E^{0*}. \quad (2.17)$$

Les signaux reçus à l'issue de cette deuxième émission s'écrivent alors :

$$R^1 = \mathbf{K}E^1 = (\mathbf{K}^*\mathbf{K}E^0)^*. \quad (2.18)$$

En itérant le processus de retournement temporel, on montre que les signaux associés aux n -ièmes émission et réception sont respectivement reliés à ceux des premières émission et réception :

$$E^2 = R^{1*} = (\mathbf{K}^*\mathbf{K})E^0 \text{ et } R^2 = \mathbf{K}E^2 = (\mathbf{K}\mathbf{K}^*)\mathbf{K}E^0 = (\mathbf{K}\mathbf{K}^*)R^0. \quad (2.19)$$

Le produit $\mathbf{K}^*\mathbf{K}$ est appelé opérateur de retournement temporel. La matrice \mathbf{K} étant symétrique (en raison de la réciprocité de l'émission-réception entre deux éléments i et j), l'opérateur de retournement temporel est une matrice hermitienne définie positive. Elle est donc diagonalisable et ses valeurs propres sont réelles. Les vecteurs propres de l'opérateur correspondent à des invariants du processus de retournement temporel. La distribution des valeurs propres contient des informations sur le milieu étudié. Par exemple, dans le cas de l'étude de diffuseurs ponctuels, le nombre de valeurs propres significatives indique le nombre de diffuseurs et la repropagation d'un vecteur propre permet de focaliser sur un des diffuseurs.

D'un point de vue mathématique, la matrice \mathbf{K} étant hermitienne définie positive, il est équivalent d'effectuer la décomposition en valeurs propres de l'opérateur de retournement temporel $\mathbf{K}^*\mathbf{K}$ ou d'effectuer la décomposition en valeurs singulières (SVD) de la matrice de transfert \mathbf{K} . En effet, considérons la SVD de \mathbf{K} :

$$\mathbf{K} = \mathbf{U}\mathbf{\Sigma}\mathbf{V}^*, \quad (2.20)$$

où \mathbf{U} , \mathbf{V} représentent les vecteurs singuliers respectivement en réception et en émission et $\mathbf{\Sigma}$ contient les valeurs singulières de \mathbf{K} . L'opérateur de retournement temporel peut alors s'écrire :

$$\mathbf{K}^*\mathbf{K} = \mathbf{V}\mathbf{\Sigma}^*\mathbf{U}^*\mathbf{U}\mathbf{\Sigma}\mathbf{V}^* = \mathbf{V}(\mathbf{\Sigma}^*\mathbf{\Sigma})\mathbf{V}^*. \quad (2.21)$$

Si on compare cette équation avec la décomposition en valeurs propres de l'opérateur de retournement temporel,

$$\mathbf{K}^*\mathbf{K} = \mathbf{V}\mathbf{\Lambda}\mathbf{V}^*, \quad (2.22)$$

on constate que les vecteurs propres de l'opérateur de retournement temporel, $\mathbf{K}^*\mathbf{K}$, sont également les vecteurs singuliers de la matrice de transfert, \mathbf{K} . D'autre part, les valeurs propres sont égales au carré des valeurs singulières correspondantes. Par la suite, nous utiliserons la SVD de la matrice de transfert \mathbf{K} .

2.3.2 Principe de la méthode DORT

La méthode DORT peut donc être résumée en trois étapes :

- la première étape consiste à mesurer la matrice des réponses impulsionnelles inter-éléments du système. La transformée de Fourier de cette matrice fournit la matrice de transfert du système \mathbf{K} ;
- la seconde étape est la décomposition en valeurs singulières de la matrice de transfert, pour chaque fréquence étudiée. L'utilisateur ne sélectionne que les vecteurs singuliers correspondant aux valeurs singulières les plus importantes, ce qui permet de débruiter les signaux enregistrés ;

– enfin, les vecteurs singuliers choisis sont repropagés, à chaque fréquence. Les points de focalisation obtenus à l'issue de cette étape de repropagation sont ensuite reliés aux propriétés physiques du milieu étudié (nombre et position de diffuseurs ponctuels ou caractérisation des ondes guidées d'un diffuseur étendu). La repropagation peut être effectuée numériquement ou expérimentalement. Pour des raisons de simplicité, nous avons choisi d'effectuer cette étape numériquement. Ainsi, pour notre étude, la seule étape expérimentale consiste à acquérir les réponses impulsionnelles inter-éléments. Les étapes suivantes sont effectuées *a posteriori* de manière numérique.

2.3.3 Application à la mesure de courbes de dispersion

Afin d'illustrer la méthode DORT appliquée à la mesure de courbes de dispersion, on considère l'exemple d'un tube de section circulaire, en acier, immergé dans l'eau et dont la cavité est remplie d'air. Le tube a des dimensions identiques au premier fantôme d'os que nous étudierons par la suite : un diamètre de 26 mm et une épaisseur de 2.1 mm. Cet objet est éclairé par une sonde de 128 éléments travaillant en émission-réception et située à 160 mm (Fig.1.3, p.17).

Comme il a été expliqué dans la section 2.2, une onde guidée générée en un point A rayonne vers la sonde à partir d'un point de rayonnement apparent B' , symétrique de A par rapport à l'axe horizontal (*i.e.* selon l'axe x). Cette onde guidée est un invariant de l'opérateur de retournement temporel. En effet, considérons une onde incidente focalisée générant une onde circumférentielle au point A . Cette onde est guidée par la coque du tube et rayonne vers la sonde à partir du point B , symétrique de A . L'onde rayonnée vient d'un point de rayonnement apparent B' aligné avec B et situé au centre du tube. Si on retourne temporellement le signal reçu provenant de B' et qu'on le ré-émet, l'émission va être focalisée au point B' et générer une onde guidée qui va rayonner au point A avant d'être reçue par la sonde. Si on retourne temporellement le signal reçu et qu'on le ré-émet, on se retrouve dans la configuration de la première émission (Fig2.15). Ainsi, cette onde guidée est invariante après deux étapes de retournement temporel. Par conséquent, elle est associée à un vecteur singulier de la matrice de transfert et la méthode DORT permettra de localiser les points de rayonnement apparent de cette onde. Cette expérience est décrite formellement par les équations 2.17 à 2.19.

La première étape de la méthode DORT consiste à acquérir les réponses impulsionnelles inter-éléments. Dans cet exemple illustratif, ces réponses ont été simulées à partir du code de calcul analytique de la diffusion présenté dans le chapitre suivant. Le signal reçu par l'élément central de la sonde après émission d'une impulsion par l'ensemble des éléments permet de distinguer deux séries d'échos (Fig.2.16) : (*i*) les échos spéculaires liés aux réflexions sur la paroi des signaux émis par les différents éléments, qui arrivent le plus tôt et qui sont de plus forte amplitude ; (*ii*) les échos élastiques associés aux ondes

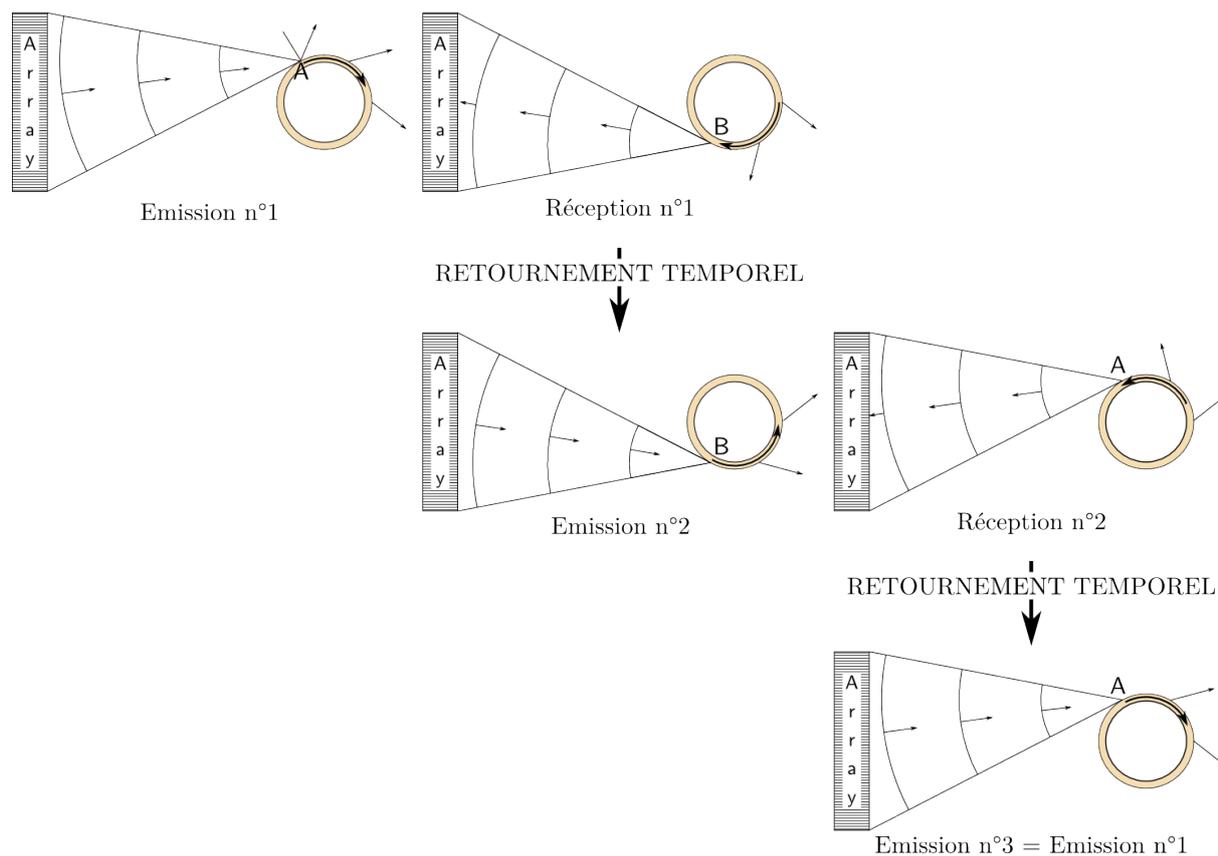


FIGURE 2.15 – Les ondes guidées sont invariantes à l’issue de deux processus Emission-Réception-Retournement temporel. Ces ondes guidées sont donc associées à des vecteurs singuliers de la matrice de transfert. Adapté de [45]

circconférentielles rayonnées qui arrivent plus tard et sont d’amplitude plus faible. Pour faciliter l’observation de l’ensemble des signaux reçus après chaque émission, nous avons choisi d’utiliser une représentation à deux dimensions (temps et numéro du transducteur) et une échelle de couleurs codant l’amplitude des signaux. L’amplitude des échos élastiques étant beaucoup plus faible que celle des échos spéculaires, l’amplitude est exprimée en dB et non pas sur une échelle linéaire. Cette représentation met en évidence les deux séries d’échos présentées ci-dessus : les ondes circconférentielles sont identifiables par leurs motifs d’interférences. Ce motif caractéristique symétrique est dû à l’interférence entre les deux ondes guidées de même vitesse de phase mais voyageant en sens opposés dans la coque. La partie spéculaire est éliminée par fenêtrage temporel (ligne pointillée noire Fig.2.16) avant de poursuivre le traitement. 128 émissions sont réalisées et la transformée de Fourier des signaux rétro-diffusés est calculée et permet ainsi d’obtenir la matrice de transfert \mathbf{K} du système.

La deuxième étape consiste en la décomposition en valeurs singulières (SVD), à chaque fréquence, de la matrice de transfert. Les valeurs singulières les plus énergétiques corres-

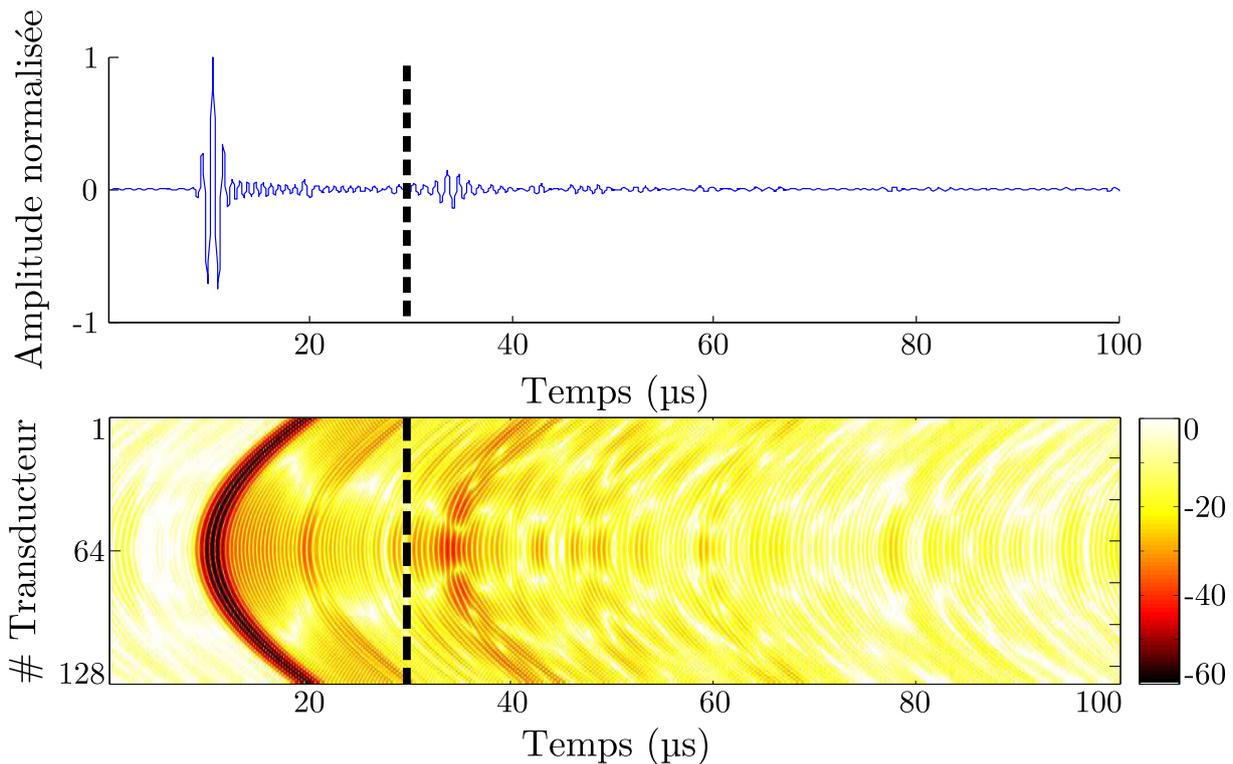


FIGURE 2.16 – Signaux rétro-diffusés par un tube d’acier vide après émission d’une impulsion par l’ensemble des éléments. En haut, signal reçu par l’élément central de la barrette. En bas, signal reçu par chaque élément, la couleur codant l’amplitude en dB. On distingue deux parties : premièrement, avant le trait pointillé, les échos spéculaires associés à la réflexion sur la paroi du tube et ensuite, après le trait pointillé, les échos élastiques liés aux ondes circonférentielles.

pondent à des ondes guidées, les autres correspondent au bruit. On constate, Fig.2.17, que les valeurs singulières liées aux ondes guidées peuvent être groupées par paires : l’une correspond à l’onde guidée se propageant dans le sens horaire, la seconde à celle se propageant dans le sens trigonométrique. On observe également que, selon la bande de fréquence, 2 à 6 valeurs singulières se détachent plus nettement. Or d’après la théorie, on s’attend à observer 1 à 3 modes guidés (donc 2×3 valeurs singulières au maximum). On choisit donc de repropager seulement les 6 premiers vecteurs singuliers.

La troisième étape est l’étape de repropagation des vecteurs singuliers sélectionnés, à chaque fréquence. On observe la somme du carré du champ rétropropagé, dans une zone autour de l’objet, ce champ rétropropagé résultant de l’émission des vecteurs singuliers sélectionnés. On obtient alors des taches focales correspondant aux points de rayonnement apparent des ondes guidées. Deux exemples sont présentés Fig.2.18 : à 0.6 MHz, on observe deux paires de taches focales et à 1 MHz, trois paires de taches focales, ce qui correspond à deux et trois modes guidés respectivement. Le maximum de ces taches est situé sur le diamètre vertical, au centre du tube, comme prévu par la théorie. Par conséquent, sur

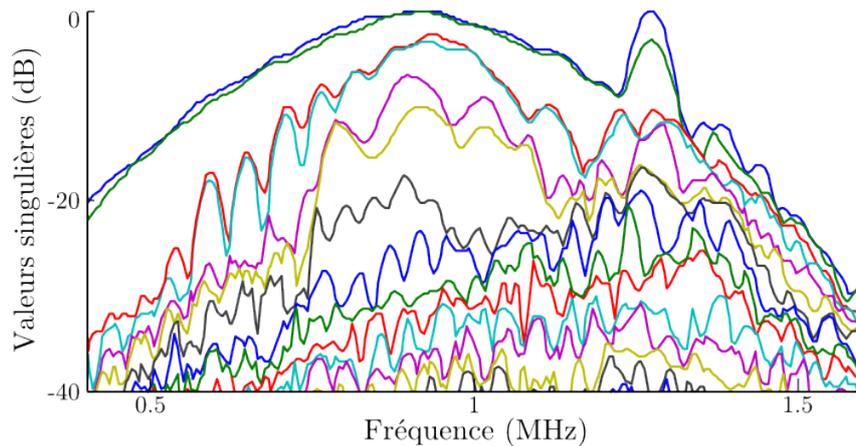


FIGURE 2.17 – Valeurs singulières obtenues après SVD de la partie élastique de la matrice de transfert. Selon la bande de fréquence, 2 à 6 valeurs singulières se détachent, elles sont associées à 3 modes guidés. Les valeurs de plus faible énergie correspondent à du bruit.

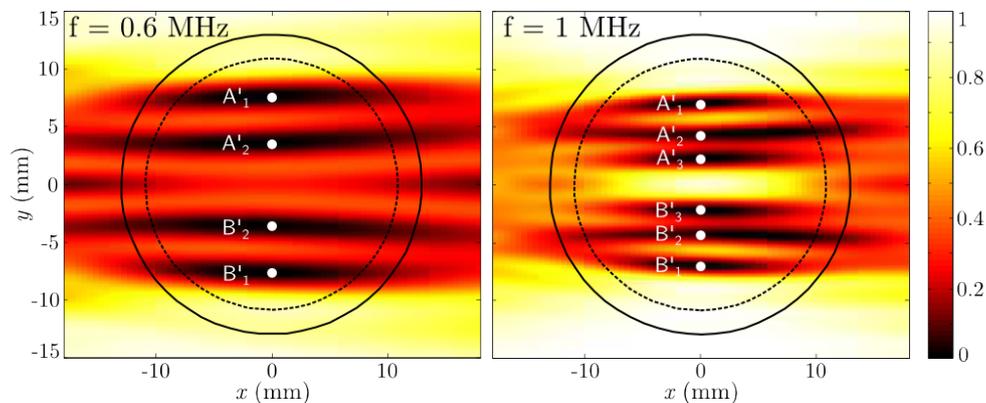


FIGURE 2.18 – Exemples de repropagation des 6 premiers vecteurs singuliers observées à deux fréquences différentes. On observe respectivement deux et trois paires de taches focales à 0.6 et 1 MHz. Le maximum de ces taches focales est situé en $x = 0$, au centre du tube.

ces images, seule la position verticale des taches nous importe. Nous utilisons donc une représentation alternative pour condenser les nombreuses images (une par fréquence) des plans de repropagation (x, y) en une seule image (f, y) , en ne retenant que les pixels situés en $x = 0$ sur chacune des images (Fig.2.19). Cette image fait apparaître des alignements de taches focales, qui correspondent à des branches de courbes de dispersion des ondes guidées.

La dernière étape consiste à utiliser l'image de repropagation (Fig.2.19) pour obtenir les branches de courbes de dispersion. Pour cela, les branches sont appariées et la distance entre les branches est calculée. Cette distance est ensuite convertie en valeur de vitesse de phase avec l'équation 2.8 (p.36) ou bien, ce qui est équivalent, en nombre d'onde. Les branches de courbes de dispersion obtenues pour cet exemple simulé d'un tube d'acier

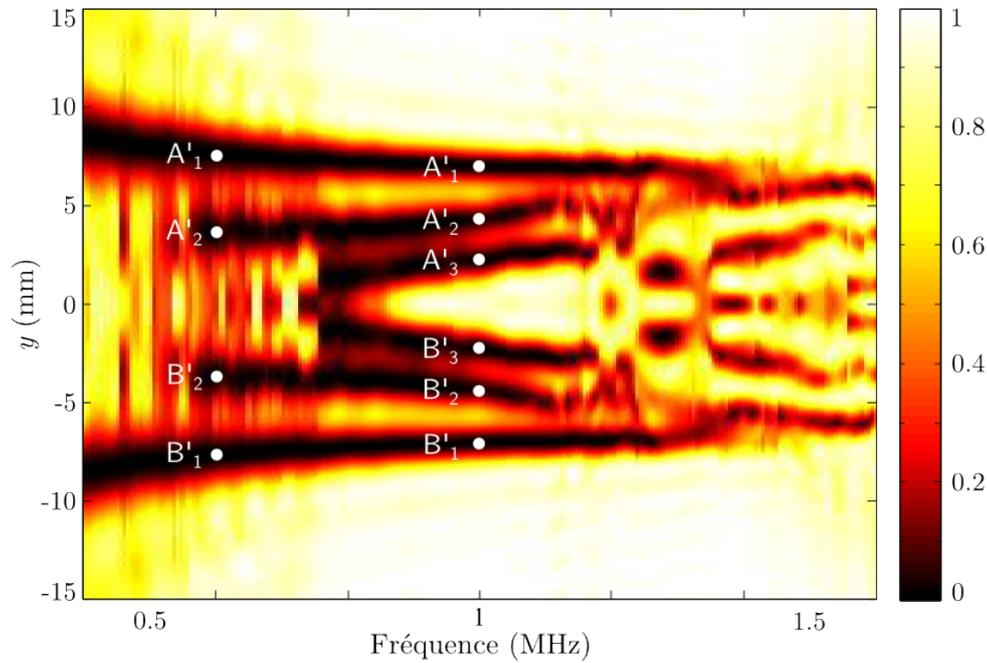


FIGURE 2.19 – Repropagation des six premiers vecteurs singuliers observée au centre du tube, en $x = 0$. On retrouve les deux et trois paires de taches à 0.6 et 1 MHz. Les taches focales sont alignées et évoluent avec la fréquence de manière à former des branches.

sont présentées Fig.2.20. La branche entourée en rouge correspond à la branche qui était numérotée 1 (points A'_1 et B'_1) sur l'image de repropagation de la Fig. 2.19. On constate que les points proches des fréquences de coupure, de grande vitesse de phase et de petit nombre d'onde, correspondent à des taches focales proches l'une de l'autre. L'obtention de points proches des fréquences de coupure sera donc limitée par la résolution de la méthode.

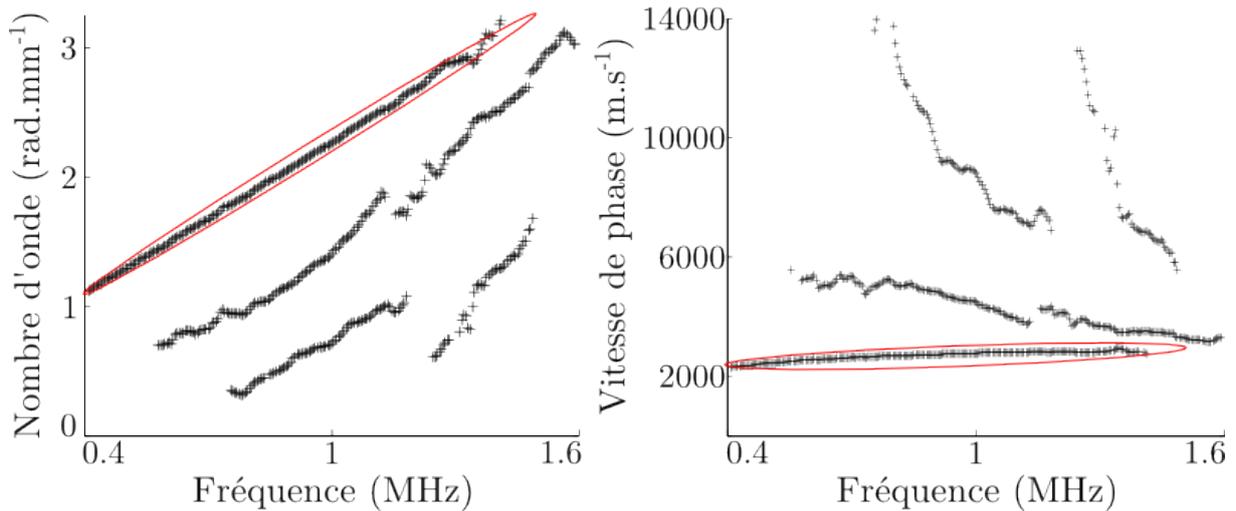


FIGURE 2.20 – Branches de courbes de dispersion obtenues à partir de la distance de repropagation entre les taches focales mesurée sur la Fig.2.19 et de l'équation 2.8. La branche entourée en rouge correspond à la branche numérotée 1 sur l'image de repropagation. Ces branches sont représentées sous deux formes alternatives : (k, f) ou (c_ϕ, f) .

2.4 Conclusion

Dans ce chapitre, les courbes de dispersion permettant de décrire des ondes guidées ont été présentées. L'influence du guide d'ondes et de son environnement sur ces courbes de dispersion a été discutée. En particulier la manière dont ces courbes sont modifiées en présence de fluides ou sous l'effet de la courbure du guide d'ondes a été étudiée. La méthode DORT, une manière d'obtenir les courbes de dispersion des ondes guidées utilisée précédemment en CND sur des tubes de section circulaire, a été présentée. Cette méthode reposant sur le retournement temporel permet de localiser les points de rayonnement apparent des ondes guidées. La modélisation du rayonnement des ondes guidées a, d'autre part, permis de relier la position de ces points de rayonnement apparent aux vitesses de phase et aux nombres d'ondes des ondes guidées.

Ces considérations seront utilisées à plusieurs fins dans la suite de ce manuscrit. Elles nous permettront d'obtenir des portions de courbes de dispersion à partir des signaux rétro-diffusés enregistrés expérimentalement ou calculés en simulation. Nous nous en servirons également pour calculer des courbes de dispersion de référence des guides d'ondes étudiés et pour labelliser les différents modes. Enfin, nous utiliserons ces connaissances pour comparer les données obtenues expérimentalement et les valeurs de référence.

Chapitre 3

Des outils numériques d'exploitation des expériences

Le but des recherches de notre équipe est de développer des méthodes permettant la caractérisation *in vivo* de la coque corticale du col fémoral. Pour atteindre cet objectif, il est indispensable de réaliser des expériences. Mais l'exploitation d'outils de simulation bien choisis est également utile. Ces outils peuvent intervenir à différentes étapes : pour comprendre les phénomènes mis en jeu dans l'expérience, pour développer et tester dans des conditions idéales de nouvelles méthodes de traitement des signaux expérimentaux, pour valider le dispositif expérimental réel, pour effectuer *in silico* des expériences trop complexes, trop longues ou trop coûteuses à réaliser sur un banc de mesures etc. Pour répondre à ces différents besoins, quatre outils numériques différents ont été utilisés puisqu'il n'existait pas de méthode unique adaptée à l'ensemble des situations rencontrées. Un des outils provient du commerce, les autres ont été implémentés au sein du laboratoire durant ma thèse. Le but de ce chapitre est de présenter et comparer les 4 outils utilisés. Ils peuvent être divisés en deux catégories selon ce qu'ils modélisent : deux des outils simulent l'expérience d'acquisition de la matrice de transfert alors que les deux autres modélisent uniquement le guide d'ondes. Les particularités de chacune des méthodes nous permettront par la suite de choisir telle ou telle suivant l'application visée.

3.1 Simulation de l'expérience d'acquisition

Les outils présentés dans cette section modélisent l'ensemble du processus d'acquisition des signaux rétro-diffusés par l'objet étudié. Ils s'intéressent donc à la fois à la sonde et au guide d'ondes. Ces outils serviront un double objectif par la suite : a) la compréhension des phénomènes physiques pour la mise en place d'un traitement des signaux reçus adapté ; b) le calcul de signaux de référence afin de valider la méthode dans des conditions idéales. Ces deux outils sont utilisés dans le même but mais ils ne s'appliquent pas aux mêmes types d'objets. Nous commencerons par exposer le principe de chacune des deux méthodes avant de les comparer et de voir à quel cas nous pouvons les appliquer.

3.1.1 Calcul analytique de la diffusion

Le problème de la diffusion acoustique a été initialement traité par Lord Rayleigh dans son ouvrage *The theory of sound* [88]. Il étudie le cas de la sphère en utilisant le formalisme des modes normaux. D'autres objets de forme élémentaire, comme les cylindres pleins ou les tubes de section circulaire ont été subséquentement étudiés. De nombreux résultats sont regroupés dans le manuel "La diffusion acoustique par des cibles géométriques de forme simple" [89]. Certains ont été repris dans la thèse de Jean-Gabriel Minonzio [90]. Le cas qui nous intéresse pour notre étude est celui du cylindre de section circulaire et d'épaisseur constante, immergé dans un fluide et dont la cavité peut être remplie par un fluide différent.

Notations utilisées

On considère un tube de rayon externe a et de rayon interne b , constitué d'un matériau homogène et isotrope caractérisé par sa masse volumique ρ_1 et les vitesses d'ondes longitudinale c_L et transverse c_T . L'os est isotrope transverse, mais compte tenu de la configuration expérimentale, la propagation des ondes circonférentielles se fait dans le plan d'isotropie (Fig.1.3, p.17). C'est pour cette raison que le tube est choisi isotrope. Ce tube est immergé dans un fluide homogène de densité ρ_0 et de vitesse de l'onde longitudinale c_0 . La cavité du tube est remplie d'un fluide de densité ρ_2 et de vitesse de l'onde longitudinale c_2 . La barrette échographique de N éléments effectuant l'émission et la réception est placée à une distance F du tube et sa longueur active est notée D . On s'intéresse au signal rétro-diffusé reçu par l'élément j lorsque l'objet a été excité par une onde émise par l'émetteur i . Ces notations sont résumées Fig.3.1.

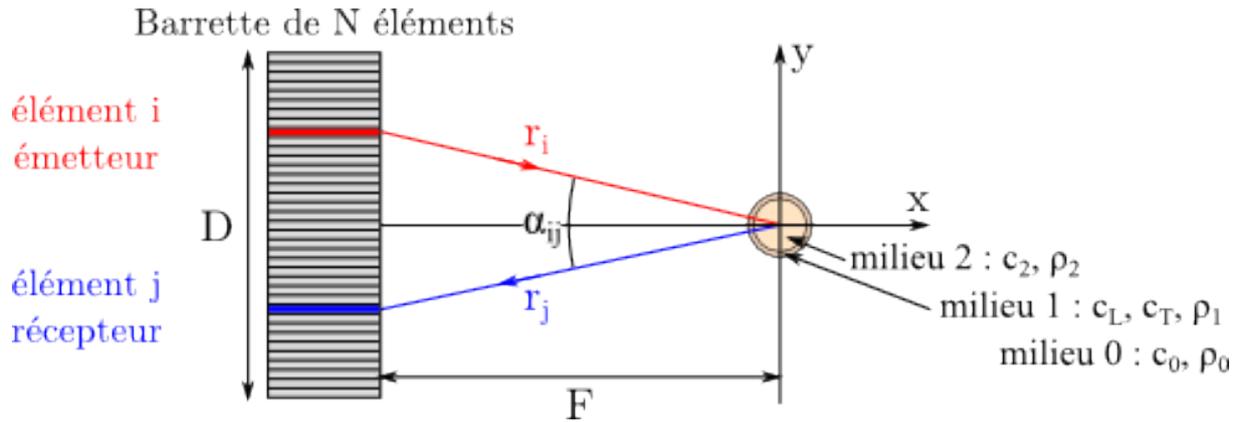


FIGURE 3.1 – Notations utilisées pour le calcul du signal rétro-diffusé reçu par l'élément j lorsque l'objet est éclairé par l'élément i .

Signal rétro-diffusé

Dans le domaine fréquentiel, le signal reçu par le j -ième élément de la barrette après excitation du tube par le i -ième élément, noté $S_{ij}(f)$ peut s'écrire comme une somme de $m + 1$ modes normaux de vibration cylindrique pondérés par des coefficients de diffusion, R_n . Dans le cas général, le rayon du tube n'est pas nécessairement petit devant les distances d'observation : on utilise alors le formalisme de l'onde incidente cylindrique.

$$S_{ij}(f) = \sum_{n=0}^m \epsilon_n R_n(f) H_n^{(1)}(k_0 r_i) H_n^{(1)}(k_0 r_j) \cos(n \alpha_{ij}), \quad (3.1)$$

avec $1 < i, j < N$. Les fonctions de Hankel cylindriques de première espèce, $H_n^{(1)}(k_0 r)$ dépendent du nombre d'onde dans le milieu externe et de la distance entre l'émetteur (resp. le récepteur) et le tube, notée r_i (resp. r_j). L'amplitude du n -ième mode dépend de l'angle α_{ij} formé par les lignes entre l'élément émetteur et le tube d'une part et l'élément récepteur et le tube d'autre part (Fig.3.1). Le coefficient de Neumann, ϵ_n vérifie $\epsilon_0 = 1$ et $\epsilon_n = 2$ pour $n \geq 1$. Ce coefficient n'existe pas si la somme est développée pour n variant de $-\infty$ à ∞ . Les caractéristiques de la sonde, bande-passante et fonction d'ouverture à l'émission et à la réception, sont notées respectivement $B(f)$, O_i et O_j .

Le signal temporel est obtenu par transformée de Fourier inverse sur une demi bande passante.

$$s_{ij}(t) = \text{Re} \left(\sum_{m=1}^{N_f} e^{-i2\pi f(m)t} B(f) O_i O_j S_{ij}(f) \right) \quad (3.2)$$

Le choix du pas fréquentiel n'est pas arbitraire. Il doit être suffisamment fin pour représenter correctement le coefficient de diffusion. Ce coefficient varie en fonction de $\frac{2\pi f a}{c_0}$ (Fig.3.2). Le pas fréquentiel est également lié à la durée d'observation $\left(T_{max} = \frac{1}{df} \right)$ et au temps de calcul : un pas trop fin impliquerait un temps de calcul trop important. En

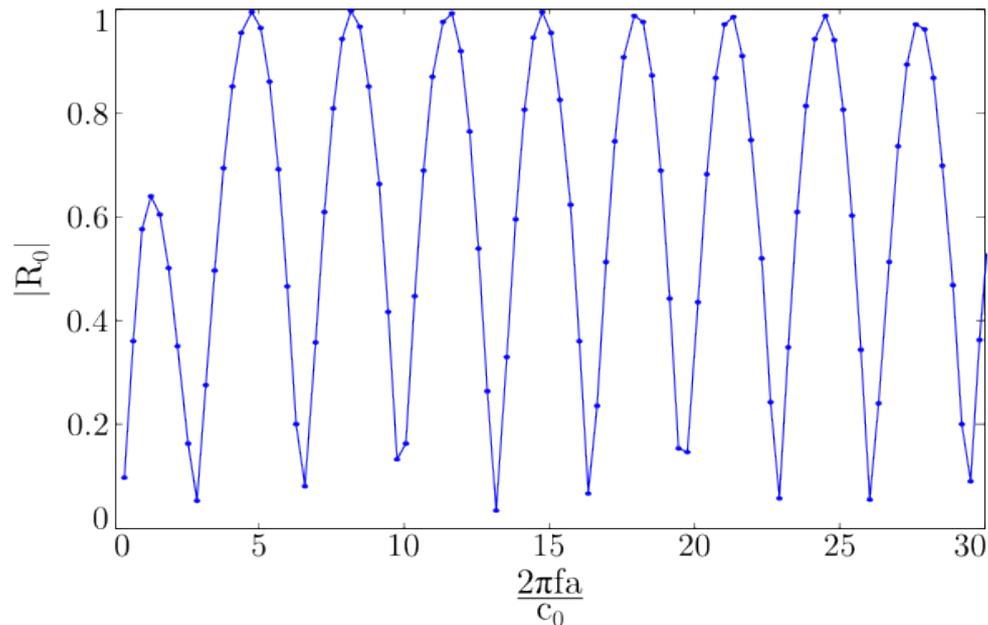


FIGURE 3.2 – Évolution du coefficient de diffusion en fonction du produit $k_0 a$. Le pas fréquentiel doit être suffisamment fin pour représenter correctement cette évolution.

pratique, un pas fréquentiel tel qu'il y ait 20 points par période du module du coefficient de diffusion est un bon compromis.

Expression des coefficients de diffusion R_n

Les coefficients de diffusion dépendent des paramètres physiques du cylindre et des milieux environnants. L'expression de ces coefficients de diffusion est obtenue par l'étude des conditions aux limites entre le cylindre et les milieux interne et externe. La formulation utilisée est celle proposée par J-G. Minonzio [90], adaptée de [91]. Ces coefficients font également intervenir les fonctions de Hankel, de Bessel et de Neumann. Le calcul de ces coefficients faisant intervenir de nombreuses équations, l'auteur invite le lecteur à consulter directement la thèse de J-G. Minonzio pour les expressions détaillées des coefficients (p. 47 à 49) [90].

Utilisation de ce code de calcul

Les différents calculs présentés ci-dessus ont été à l'origine implémentés dans un script Matlab (The Matworks Inc., Natwick, MA) par Jean-Gabriel Minonzio. Durant ma thèse, ce premier script a été mis en forme pour en faciliter l'utilisation. Des changements ont également été apportés : le script a notamment été adapté pour prendre en compte l'atténuation dans le tube et dans les fluides interne et externe (via l'ajout d'une partie imaginaire aux nombres d'ondes correspondants). D'autres points plus techniques, comme le choix du pas fréquentiel, ont également été améliorés. La sortie de ce script est une matrice

à 3 dimensions $N_{emett} \times N_{temps} \times N_{recep}$ contenant les signaux reçus au cours du temps par chaque élément de la barrette après chacune des excitations. Ces signaux calculés sont ensuite mis en forme pour être traités avec les mêmes programmes que les signaux expérimentaux.

Le calcul de l'ensemble des signaux rétro-diffusés pour le problème présenté au chapitre 1, section 1.4, en choisissant un pas fréquentiel suffisant (on prend 20 points par période du coefficient de résonance), s'effectue en environ 8 min sur un ordinateur de bureau standard.

3.1.2 Simulations basées sur un schéma aux différences finies

Les travaux concernant l'outil de simulation présenté dans ce paragraphe ont fait l'objet d'un article dans un numéro spécial consacré à la caractérisation de l'os de la revue Ultrasonics [92].

Les méthodes numériques de type différences finies dans le domaine temporel (en anglais Finite Difference in Time Domain, abrégé couramment en FDTD) en acoustique et élastodynamique ont été développées à partir des années 70 dans le cadre de la sismologie. Bien que relativement anciens, ces outils sont toujours actuellement utilisés en raison de leur efficacité et de leur facilité d'implémentation. Ces avantages sont dus au fait que le calcul d'une solution ne nécessite pas la résolution d'un important système linéaire d'équations à chaque pas de temps. En effet, l'espace est discrétisé sur une grille uniforme et régulière et une relation de récurrence explicite lie les valeurs des champs en des pas de temps consécutifs. Les méthodes des différences finies consistent à approcher les équations différentielles décrivant le problème par un certain nombre d'équations définies en des points d'une grille choisie. Dans ces équations différentielles, les opérations de dérivation sont approchées par des différences finies. Une implémentation particulièrement efficace pour les problèmes d'élastodynamique de la méthode FDTD est celle appelée schéma de Virieux [93, 94] (de type saute-mouton, *leapfrog* en anglais) basée sur des différences finies centrées. Plusieurs équipes de la communauté ont développé leur propre code basé sur ce schéma [95–97]. Le code développé au sein de notre laboratoire par Emmanuel Bossy, SimSonic, est disponible en ligne (<http://www.simsonic.fr>) et est utilisé par plusieurs équipes du domaine [95, 98, 99]. C'est ce code que nous utiliserons par la suite.

Ce type de simulation présente deux limites potentiellement gênantes. La méthode étant itérative, les erreurs se cumulent : plus la simulation dure longtemps ou plus le domaine de propagation est grand et plus les erreurs vont être importantes. Cette accumulation génère ce que l'on appelle de la dispersion numérique (*i.e.*, une dépendance en fréquence, non-physique, de la vitesse de phase) et entraîne une déformation progressive des signaux ultrasonores au cours de leur propagation. Cet artefact de calcul doit être

contrôlé en choisissant des pas de maillage spatiaux et temporel suffisamment fins. La seconde limite est associée au choix d'une grille cartésienne uniforme et régulière. Ce type de grille n'est pas adapté à la description de géométries courbes ou irrégulières : la discrétisation engendre un effet de marches d'escalier. Le choix d'un pas de maillage fin permet une meilleure description des contours.

Pour notre étude, ces deux limitations posent problème : on cherche à simuler la propagation ultrasonore entre une barrette ultrasonore placée loin d'un objet de forme circulaire, elliptique ou plus complexe encore. À la fois pour éviter une dispersion numérique trop importante et pour représenter correctement le contour du guide d'ondes, un pas de grille suffisamment fin est nécessaire. Le temps de calcul pour simuler correctement l'expérience présentée chapitre 1, section 1.4 avec un ordinateur 64 bits et un processeur double quadri-cœurs, 3 GHz, a été estimé à 128×120 h (l'étape d'excitation-réception des signaux rétro-diffusés est répétée 128 fois pour une expérience DORT). Ce coût est totalement prohibitif. Pour diminuer le temps de calcul, on peut effectuer une simulation réduite : on rapproche la sonde de l'objet (on diminue F) tout en gardant le rapport F/D constant de manière à ce que la sonde reçoive les mêmes portions de front d'ondes que dans la configuration réelle. Ce n'est pas l'approche qui a été choisie ici. La majeure partie de la propagation s'effectue dans l'eau, fluide homogène. Cette propagation dans l'eau peut être calculée analytiquement, le recours à un code de différences finies n'est pas nécessaire. Un nouvel outil a été développé au laboratoire, à partir d'une approche proposée pour le CND [100]. Il est basé sur le couplage entre le logiciel SimSonic et un code de calcul analytique, PASS (développé par Didier Cassereau, Phased Array Simulation Software <http://iadc.info.espci.fr/dc/pass>). L'utilisation couplée de ces deux méthodes est schématisée sur la figure 3.3. Ce paragraphe rappelle les principes fondamentaux de chacun de ces deux codes de calcul. La nouvelle méthode basée sur le couplage de ceux-ci est présentée et validée. L'implémentation de l'approche proposée a été réalisée par D. Cassereau.

Code FDTD, SimSonic

Le principe général du code de calcul FDTD utilisé est expliqué brièvement. Pour plus de détails, on peut se reporter au guide de l'utilisateur SimSonic [101] ainsi qu'au chapitre relatif aux méthodes numériques du livre Bone Quantitative Ultrasound [102].

La propagation ultrasonore est modélisée dans le cadre de la mécanique des milieux continus par deux lois : la loi du mouvement de Newton et la loi de Hooke,

$$\rho(\mathbf{x}) \frac{\partial v_i}{\partial t}(\mathbf{x}, t) = \sum_{j=1}^d \frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial \mathbf{x}_j}(\mathbf{x}, t), \quad (3.3)$$

$$\frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial t}(\mathbf{x}, t) = \sum_{j=1}^d \sum_{i=1}^d c_{ijkl}(\mathbf{x}) \frac{\partial v_k}{\partial \mathbf{x}_l}(\mathbf{x}, t), \quad (3.4)$$

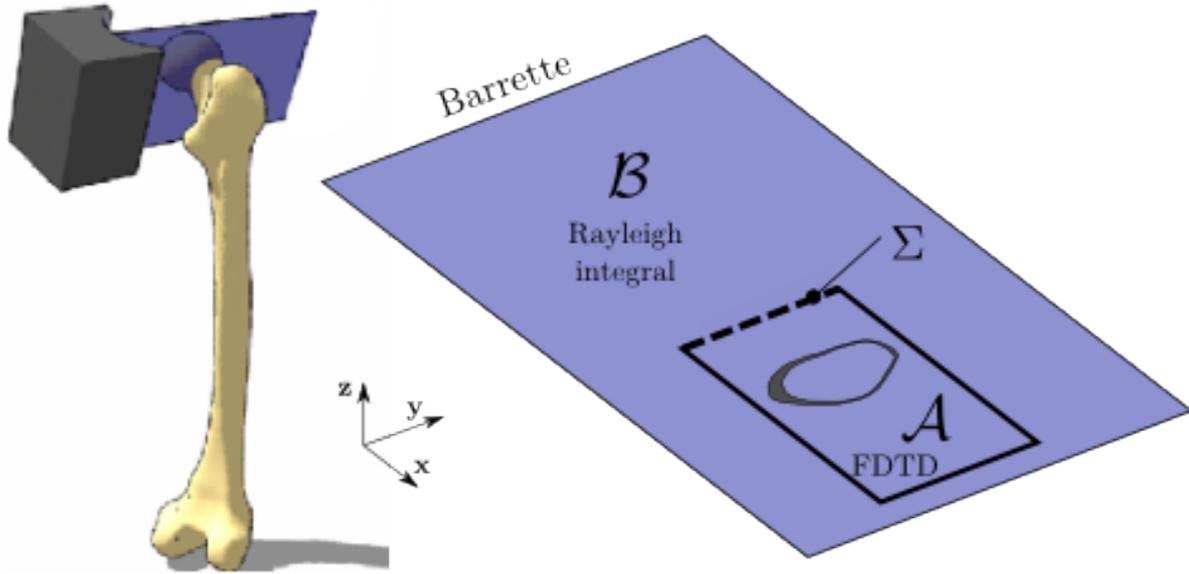


FIGURE 3.3 – Principe du couplage de deux méthodes pour simuler efficacement la propagation ultrasonore lorsque la distance entre la barrette échographique et l'objet sondé est importante [92].

où \mathbf{x} et t sont les variables d'espace et de temps, $\rho(\mathbf{x})$ désigne la masse volumique et $c_{ijkl}(\mathbf{x})$ les composantes du tenseur de rigidité d'ordre 4. Ces paramètres définissent les propriétés du milieu dans lequel s'effectue la propagation. $\{v_i(\mathbf{x}, t)\}$ désigne les composantes du vecteur du champ de vitesse particulaire et $\{\sigma_{ij}(\mathbf{x}, t)\}$ les composantes du tenseur des contraintes. Une composante du vecteur \mathbf{a} est notée a_i avec $i = 1\dots d$, i étant la direction de l'espace et d le nombre de dimensions du problème (ici $d = 2$).

Les dérivées partielles de ces équations sont approchées par les différences finies centrées, selon l'approche initialement proposée par Virieux [93, 94] :

$$\frac{\partial f}{\partial a}(a) \approx \frac{f(a + \frac{\Delta a}{2}) - f(a - \frac{\Delta a}{2})}{\Delta a} \quad (3.5)$$

Le problème est discrétisé spatialement (avec un pas constant Δx) et temporellement (avec un pas constant Δt). Le développement de ces approximations aboutit à un système d'équations tel que les différentes composantes des vecteurs vitesses et contraintes doivent être définies en quinconce (d'où le nom de saute-mouton de la méthode) sur les grilles spatiale et temporelle. Le choix des pas de grilles Δx et Δt résulte d'un compromis entre la précision souhaitée du résultat, le temps de calcul et les ressources mémoire disponibles. Ces deux pas ne sont pas indépendants : ils doivent respecter la condition de stabilité, dite CFL (d'après les initiales de Courant, Friedrichs et Levy) :

$$\Delta t \leq \frac{1}{\sqrt{d}} \frac{\Delta x}{c_{max}} \quad (3.6)$$

où c_{max} représente la plus grande vitesse ultrasonore parmi toutes celles présentes dans le domaine simulé et d désigne le nombre de dimensions du problème.

Afin de simuler la propagation en milieu infini, le domaine de simulation est entouré de zones absorbantes parfaitement adaptées (Perfectly Matched Layers, PML en anglais) [103].

Code de calcul analytique, PASS

Le problème de la propagation dans un fluide homogène peut être traité en utilisant l'approche de réponse impulsionnelle en diffraction. Le champ diffracté par une surface plane vibrante montée sur une structure rigide, tel que les éléments de notre barrette, peut être calculé en utilisant le formalisme des fonctions de Green [88, 104]. Le potentiel des vitesses au point \mathbf{r} dû à chaque élément de la barrette s'écrit

$$\Phi(\mathbf{r}, t) = \varphi(t) * h(\mathbf{r}, t), \quad (3.7)$$

où $*$ représente l'opération de convolution par rapport au temps, $\varphi(t)$ la fonction d'excitation et $h(\mathbf{r}, t)$ est l'intégrale de Rayleigh définie par :

$$h(\mathbf{r}, t) = \frac{1}{2\pi} \int_S V_n(\mathbf{r}_s) \frac{1}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}_s|} \delta\left(t - \frac{|\mathbf{r} - \mathbf{r}_s|}{c}\right) d^2\mathbf{r}_s. \quad (3.8)$$

Dans cette intégrale, \mathbf{r}_s décrit le point d'intégration sur la surface active de l'élément considéré, $V_n(\mathbf{r}_s)$ est la distribution des vitesses normales sur la surface de l'élément supposé agir en mode piston, c est la vitesse des ondes dans le fluide et $\delta(t)$ est la distribution de Dirac. La pression acoustique est liée au potentiel des vitesses par la densité du fluide ρ_f :

$$p(\mathbf{r}, t) = -\rho_f \frac{\partial \Phi(\mathbf{r}, t)}{\partial t}. \quad (3.9)$$

Le calcul du champ diffracté entre la sonde et l'objet est effectué avec le logiciel PASS qui implémente une discrétisation de l'intégrale de Rayleigh impulsionnelle. Le pas spatial de cette discrétisation dépend de la distance entre la surface rayonnante et le point d'observation, de la fréquence centrale et de la bande passante de la fonction d'excitation $\varphi(t)$. L'usage de cette méthode permet de ne calculer le champ qu'aux points d'intérêt et non pas dans l'ensemble du domaine de simulation. Elle est donc très efficace en terme de temps de calcul.

En toute rigueur, l'intégrale de Rayleigh ne s'applique qu'aux cas de sources planes alors que les éléments de notre réseau présentent une courbure cylindrique. Il a cependant été démontré que cette intégrale reste valide pour des petites ouvertures, en champ lointain [105], ce qui est effectivement le cas ici (la distance focale étant très supérieure au rayon du cylindre $F = 160 \gg a \simeq 10$).

Couplage des deux codes

Le couplage entre les champs calculés dans les domaines \mathcal{A} et \mathcal{B} (Fig.3.3) est formellement décrit dans le cadre des problèmes d'acoustique aux limites [106, 107]. On peut montrer que d'une part le champ dans le domaine \mathcal{A} peut se calculer à partir de la seule connaissance de la pression acoustique sur le bord du domaine. Cette pression sur le bord du domaine est calculée par le logiciel PASS. D'autre part, le champ rétro-diffusé reçu par la barrette peut se calculer à partir de la seule connaissance de la vitesse normale à la surface d'un domaine clos, compris dans \mathcal{B} et incluant la sonde.

Deux hypothèses sont posées : (H1) le couplage entre les deux domaines ne s'effectue qu'à travers la ligne de couplage Σ (Fig.3.3) *i.e.* que les ondes rayonnant à travers les autres frontières de \mathcal{A} et \mathcal{B} n'ont pas besoin d'être prises en compte ; (H2) les ondes émises se propageant dans la direction $\mathcal{B} \rightarrow \mathcal{A}$ n'interfèrent pas temporellement avec les ondes rétrodiffusées se propageant dans la direction $\mathcal{A} \rightarrow \mathcal{B}$. Le processus de couplage est alors le suivant :

- premièrement, on calcule avec PASS la pression acoustique le long de la frontière Σ due aux signaux d'excitation émis par la sonde ;
- deuxièmement, cette pression est utilisée comme condition aux limites forcée dans SimSonic. Cette condition forcée n'est maintenue que le temps que l'onde incidente traverse l'interface. Étant donné l'hypothèse H2, il ne faut pas que les ondes rétrodiffusées par l'objet atteigne l'interface alors que la pression calculée à la première étape impose encore une certaine valeur sur cette même interface ;
- troisièmement, la vitesse normale due au champ rétrodiffusé est calculée avec SimSonic dans tout le domaine \mathcal{A} et en particulier sur Σ ;
- enfin, cette vitesse est ensuite utilisée dans PASS pour calculer le champ rétro-diffusé reçu par chaque élément de la barrette.

Le choix de la position ainsi que de la longueur de la ligne de couplage Σ est critique : il doit permettre de vérifier les hypothèses H1 et H2 et il conditionne la dimension de la boîte de simulation FDTD, (domaine \mathcal{A}). Dans le cas du tube de section circulaire, ce choix est effectué selon la procédure suivante : (1) la distance d est telle que la durée des signaux émis par les éléments de la sonde et arrivant sur Σ soit plus courte que le temps de trajet nécessaire aux ondes pour effectuer un tour du cylindre et rayonner sur Σ . Cela permet de vérifier l'hypothèse H2 ; (2) à la distance d de l'objet, la longueur de la frontière est délimitée en considérant les deux rayons géométriques associés au premier et au dernier élément du réseau et tangents au tube (L1 et L2, Fig.3.4). Cela permet de s'assurer que les contributions de tous les rayons acoustiques reliant la sonde au tube sont prises en considération.

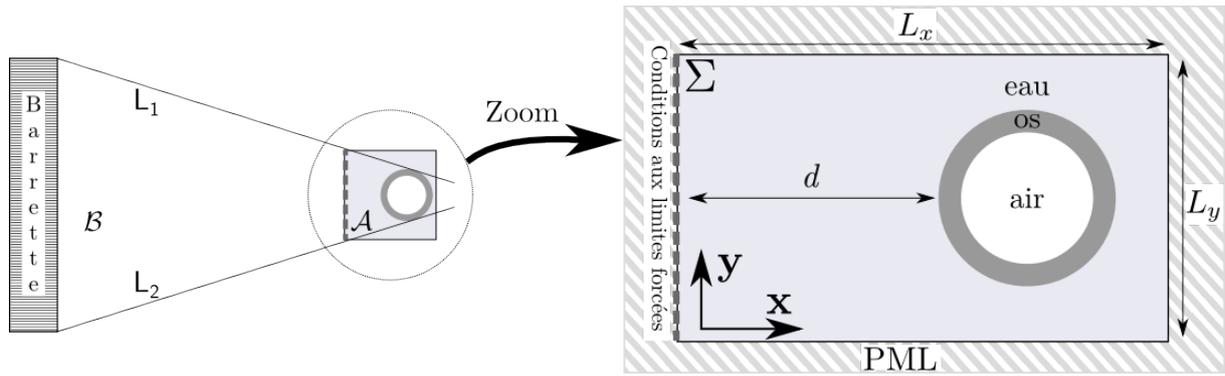


FIGURE 3.4 – Implémentation du couplage d’une méthode analytique (PASS) et d’une méthode FDTD (SimSonic). Gauche : Configuration de l’expérience d’acquisition des signaux rétrodiffusés sur un tube de section circulaire. Les lignes L_1 et L_2 partent du premier et du dernier élément de la barrette et sont tangentes à la surface du tube. Ces deux lignes permettent de définir la longueur L_y de la ligne de couplage. Droite : Zoom sur le domaine \mathcal{A} . Configuration de la simulation FDTD.

Validation de la méthode couplée

Afin de valider la méthode de couplage proposée, nous avons comparé les résultats obtenus via notre méthode avec ceux obtenus par une simulation FDTD seule sur le même domaine. Pour pouvoir réaliser la simulation FDTD en un temps raisonnable, le problème modélisé est une version réduite du problème réel : la distance entre la sonde et la coque ainsi que l’ouverture de la sonde sont plus petites que dans l’expérience. L’objet sondé est une coque circulaire vide de 26 mm de diamètre externe et 2.1 mm d’épaisseur. Le matériau de la coque est le fantôme d’os présenté section 1.4. Le centre de cet objet est placé à la distance focale de la barrette ”réduite”, 60 mm. L’ouverture de la barrette, qui comporte 128 éléments, est de 50 mm. Le domaine de simulation a une largeur de 50 mm (égale à la taille de la barrette) et une longueur de 75 mm. Pour la méthode couplée, la distance d entre la frontière Σ et la paroi du tube est de 17 mm et les dimensions de la boîte de simulation FDTD sont $L_x = 44$ mm, $L_y = 39$ mm (Fig.3.4). Trois simulations, avec trois pas de grille FDTD différents, ont été effectuées avec chacune des deux méthodes : un pas spatial de $\Delta x = 50, 25$ et 12.5 μm . Par rapport à la longueur de l’onde ultrasonore dans l’eau, à la fréquence centrale, λ_c , ces trois pas spatiaux correspondent respectivement à $\lambda_c/30$, $\lambda_c/60$ et $\lambda_c/120$. Le tube est éclairé par une onde plane et on compare les temps de calcul ainsi que les signaux rétrodiffusés.

Les signaux rétro-diffusés sont dus d’une part à la réflexion spéculaire sur la paroi externe et d’autre part au rayonnement des ondes guidées circonférentiellement (Fig.3.6). C’est cette deuxième contribution qu’il nous importe d’observer correctement pour la suite. On observe des différences significatives entre les signaux calculés avec chacun des trois pas. Ces écarts sont dus aux effets de dispersion numérique et aux erreurs de dis-

TABLE 3.1 – Temps de calcul pour les trois simulations à des pas différents et pour les deux méthodes. La distance entre la sonde et le centre du tube est de 60 mm.

	$\Delta x = 50 \mu\text{m}$	$\Delta x = 25 \mu\text{m}$	$\Delta x = 12.5 \mu\text{m}$
(1)Méthode couplée	6 min	28 min	141 min
(2)FDTD seule	14 min	84 min	510 min
Ratio (2)/(1)	2.3	3	3.6

crétisation de la géométrie courbe par une grille cartésienne (effet de marches d'escalier) (Fig.3.5). La diminution du pas réduit ces effets. Il a été démontré précédemment qu'avec un pas de grille $\Delta x = \lambda_c/60$, la dispersion numérique est négligeable pour une propagation dans l'os et dans l'eau durant quelques centimètres [102]. Il est donc probable que l'effet de discrétisation en marches d'escalier de la géométrie est prépondérant par rapport à l'effet de la dispersion numérique. Cet effet de marches d'escalier est d'autant plus important que l'on s'intéresse à des ondes circonférentielles qui voyagent tout autour de la coque. D'autre part les signaux obtenus par la méthode couplée ou avec la simulation FDTD seule sont superposés (Fig.3.6), ce qui valide la nouvelle approche proposée.

Les temps de calcul pour les simulations effectuées sur un ordinateur avec un bi-processeur 4 coeurs (64-bit Xeon, 3 GHz) sont divisés d'un facteur ~ 3 avec la méthode couplée (Table 3.1). En se basant sur ces temps de calcul dans une configuration réduite, on peut estimer le temps nécessaire pour calculer les signaux rétrodiffusés pour la configuration de nos expériences (*i.e.* avec une distance de 160 mm au lieu de 60 mm). Le temps estimé pour une simulation au pas le plus fin (12.5 μm) avec le code FDTD est d'environ 120 h. Le temps mis pour effectuer la même simulation avec la méthode couplée est de 2 h, soit soixante fois moins. Ces temps correspondent à une seule émission ; sachant que pour une expérience DORT, on effectue 128 émissions successives, l'intérêt d'utiliser la méthode couplée apparaît clairement.

L'approche hybride proposée présente un certain nombre de limites. L'atténuation n'est pas prise en compte dans ce modèle. Or, comme nous pourrions le constater par la suite, l'atténuation dans l'os et le fantôme d'os commercial (Sawbones) est importante (le facteur de qualité est d'environ 20 aux fréquences ultrasonores, à comparer avec le facteur de qualité des métaux de l'ordre de 1000). L'implémentation FDTD choisie, avec une grille régulière, n'est pas la plus adaptée à la modélisation d'une géométrie courbe telle que l'os : le pas de grille doit être suffisamment fin pour que la représentation soit correcte. D'autres codes FDTD pourraient être plus adaptés [108, 109]. D'autre part, l'hypothèse est faite que l'objet sondé est situé dans le champ lointain de la sonde. Cette hypothèse est nécessaire pour utiliser l'intégrale de Rayleigh sur une barrette de géométrie courbe et pour utiliser la notion de rayons acoustiques se propageant en ligne droite. Cependant,

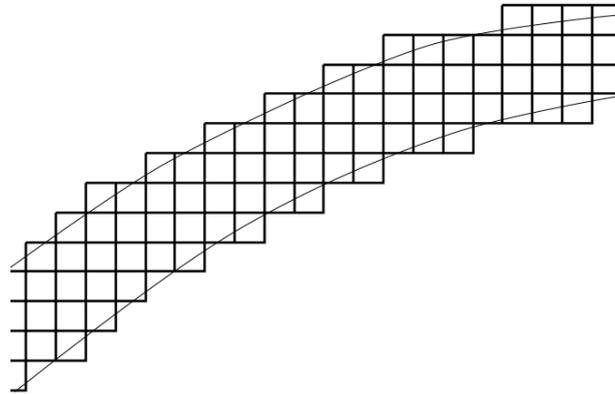


FIGURE 3.5 – Illustration de l'effet de discrétisation d'une géométrie courbe sur une grille cartésienne.

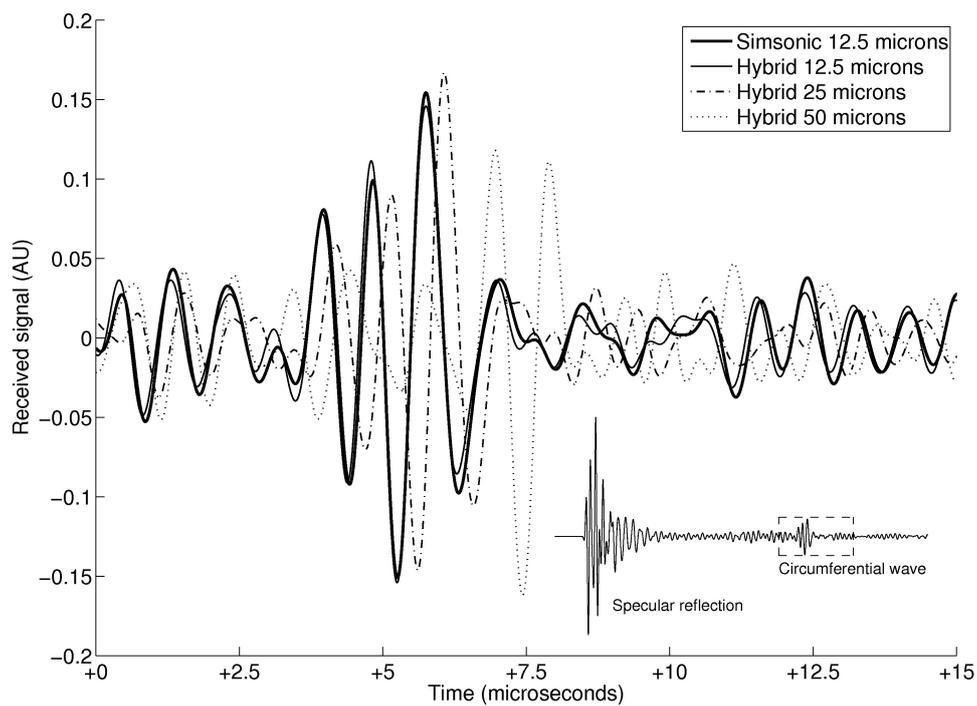


FIGURE 3.6 – Comparaison des signaux rétrodiffusés simulés avec trois pas différents en utilisant la méthode couplée. La simulation réalisée avec le logiciel FDTD seul et le pas le plus fin nous sert de référence. Dans notre étude, on s'intéresse surtout à la modélisation correcte des ondes circumférentielles rayonnées, qui arrivent après la réflexion spéculaire.

dans nos expériences, cette hypothèse est vérifiée : la distance entre l'objet et la sonde est supérieure à 100 longueurs d'ondes et vaut plus de 12 fois le rayon de l'objet. Enfin, la propagation dans le voisinage du guide d'ondes est modélisée comme un problème plan. Le col du fémur étant une structure tri-dimensionnelle, il est nécessaire d'évaluer l'impact de l'utilisation d'un modèle 3-D plutôt qu'un modèle 2-D.

Utilisation de cet outil

Cet outil couple deux logiciels pré-existants : PASS pour le calcul de l'intégrale de Rayleigh et SimSonic pour la simulation FDTD. L'outil se présente sous la forme d'une page web permettant à l'utilisateur de définir le problème physique. Les paramètres internes du couplage (définition de la boîte de simulation FDTD, de la ligne de couplage...) sont automatiquement calculés. L'ensemble de la simulation (PASS puis SimSonic puis PASS) est effectué. Les résultats sont ensuite disponibles sous la forme de fichier .dat (un fichier par émission différente). Des routines Matlab ont été développées pour lire ces fichiers .dat et mettre en forme les informations de ces fichiers afin de pouvoir traiter les signaux simulés par cette méthode avec les mêmes outils que ceux utilisés pour traiter les signaux expérimentaux ou les signaux calculés avec le code analytique de diffusion.

3.1.3 Comparaison des outils de simulations de l'expérience

On dispose donc de deux méthodes complémentaires permettant de simuler les expériences d'acquisition des signaux rétrodiffusés par un guide d'ondes. L'étude d'un exemple permet de mettre en lumière les spécificités de chacune des deux méthodes.

On simule l'expérience d'acquisition des signaux rétro-diffusés par un tube de section circulaire de 26 mm de diamètre, 2.1 mm d'épaisseur, vide, immergé dans l'eau. Il est insonifié par une barrette préfocalisée de 128 éléments, placée à 160 mm (cf. chapitre 1, section 1.4).

Cette simulation s'effectue en 8 min avec le code de calcul analytique de la diffusion alors que cela prend ~ 128 h avec la méthode couplée Rayleigh/FDTD (le problème étant symétrique, on peut ne simuler que 64 émissions sur les 128 et reconstruire les autres par symétrie). Les signaux rétrodiffusés par le tube après excitation par une onde plane obtenus avec chacune des méthodes ne se distinguent que par des différences d'amplitude (Fig.3.7). Ces différences d'amplitude sont dues au fait que l'atténuation dans le matériau de la coque n'est pas prise en compte dans la simulation Rayleigh/FDTD. Si une comparaison précise avec les signaux recueillis expérimentalement est souhaitée, le code de calcul analytique est donc plus adapté. Cependant, ce code n'est valable que pour des sections circulaires. Pour les fantômes de forme elliptique ou de forme imitant celle de l'os, la simulation couplée Rayleigh/FDTD devra être utilisée.

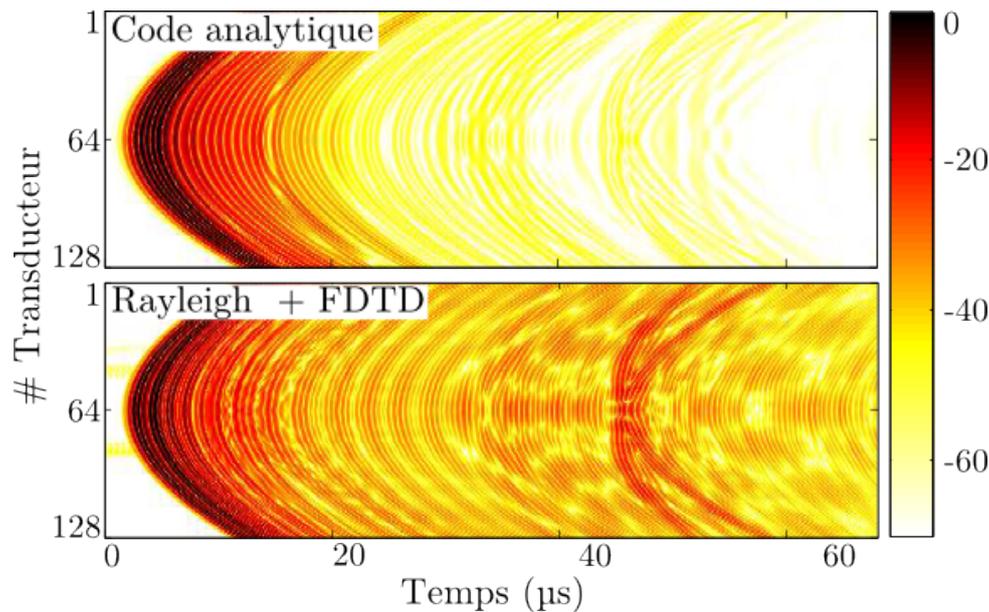


FIGURE 3.7 – Comparaison des signaux rétrodiffusés simulés avec le code analytique de calcul de la diffusion (en haut) et avec la méthode couplant le calcul de l’intégrale de Rayleigh et un code FDTD (en bas). La seule différence notable se situe au niveau des amplitudes des signaux : cela est dû au fait que l’atténuation n’est pas prise en compte dans le code FDTD.

3.2 Modélisation du guide d’ondes

Les outils présentés dans cette section s’intéressent uniquement à la modélisation du guide d’ondes. Leur but est de fournir des courbes de dispersion de référence. Dans nos études, ces courbes de référence seront utilisées pour identifier les portions de courbes observées expérimentalement. Pour de prochaines études, des courbes de dispersion de référence paramétrées seront nécessaires pour résoudre le problème inverse d’estimation des propriétés matérielles et géométriques d’un guide d’ondes inconnu. Nous commencerons par présenter les principes sur lesquels reposent ces deux outils, puis nous les comparerons afin de comprendre à quels problèmes ils sont le mieux adaptés.

3.2.1 Logiciel Disperse

Le logiciel commercial Disperse a été développé, depuis la fin des années 90, par des chercheurs en mécanique du laboratoire de contrôle non destructif de l’Imperial College de Londres [110]. Ce programme utilise la notion de matrice globale pour traiter des systèmes multi-couches en coordonnées cartésiennes ou cylindriques. Le calcul des courbes de dispersion pour un problème donné se fait en deux étapes : (1) la construction d’une matrice globale rassemblant des sous-matrices propres à chaque couche décrivant la propagation des ondes ultrasonores dans ces couches et les conditions aux limites spécifiques à chacune ; (2) la recherche des valeurs (k , f , atténuation) pour lesquels le déterminant

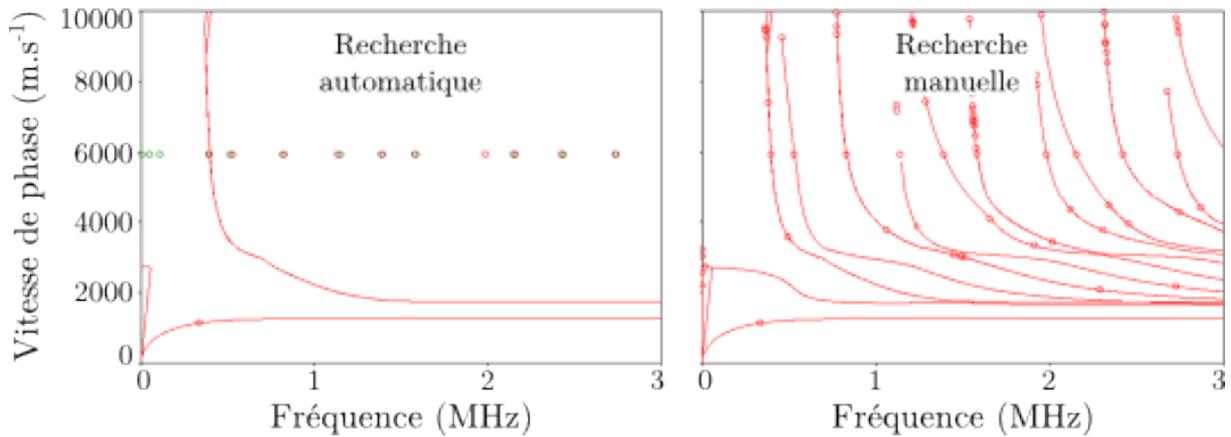


FIGURE 3.8 – Captures d’écran réalisés pendant l’obtention de courbes de dispersion par le logiciel Disperse sur l’exemple d’une plaque de fantôme d’os chargée par deux fluides différents. (Gauche) Courbes obtenues après la première étape de recherche automatique des racines sur l’ensemble du domaine. (Droite) Courbes obtenues à l’issue de la deuxième étape de recherche sur des zones plus réduites.

de la matrice globale s’annule. La résolution de ces deux problèmes est expliquée plus en détail dans les documents du groupe [110, 111].

L’intérêt du logiciel est de fournir pour chaque mode les courbes de dispersion en nombre d’onde k , en vitesse de phase c_φ , en vitesse de groupe c_g ainsi que l’atténuation éventuelle due au chargement du guide par un fluide. Il est également possible de visualiser les déplacements transverses et longitudinaux le long du guide d’ondes pour chaque mode, à chaque fréquence. Cette fonctionnalité permet notamment de déterminer la symétrie ainsi que l’origine (liée à la structure ou au fluide) des différents modes.

Le type de problèmes que peut résoudre ce logiciel est limité. Les objets de type plaque réalisés dans des matériaux isotropes ou non peuvent être traités dans les cas chargés par un fluide ou non. En revanche, les problèmes faisant intervenir des géométries circulaires ne peuvent être traitées que dans le cas libre (non chargé) [110].

Une limite de ce logiciel est que la recherche des racines de l’équation caractéristique demande une intervention de l’utilisateur. En effet, la recherche automatique sur l’ensemble du domaine (k, f) qui nous intéresse ne fournit qu’une petite partie des courbes de dispersion (Fig.3.8). L’utilisateur doit ensuite demander manuellement la recherche de racines dans des zones plus réduites (de l’ordre de $0.5 \text{ rad} \cdot \text{mm}^{-1}$ par 0.1 MHz). Pour des cas simples, lorsque l’allure des courbes de dispersion est connue, cette procédure n’est pas gênante : il suffit d’aller chercher dans les zones où l’on s’attend à observer des branches de courbes de dispersion. Mais pour des cas plus complexes, comme le tube rempli de fluide par exemple, la probabilité de manquer des points est non négligeable. De plus, cette non-automatisation nous empêchera, par la suite, d’utiliser le logiciel pour la résolution de problème inverse.

3.2.2 Méthode basée sur des simulations par éléments finis

Principe de la méthode : cas d'une plaque libre

On souhaite obtenir les courbes de dispersion d'un guide d'ondes, *i.e.* les nombres d'ondes k (correspondant à des fréquences spatiales) pour chaque mode et à chaque fréquence. Une manière d'y parvenir est d'effectuer la transformée de Fourier à 2 dimensions des déplacements du guide d'ondes au cours du temps. Ces déplacements peuvent être calculés, pour tout type de géométrie, à l'aide d'un logiciel de simulation par éléments finis. Cette approche a notamment été développée par l'équipe du Laboratoire de Mécanique Physique, à Bordeaux, pour étudier la propagation d'ondes dans des structures planes contenant des défauts [112–114]. Ludovic Moreau, docteur de ce laboratoire et post-doctorant au LIP, nous a aidé à implémenter cette méthode et à l'adapter aux cas particuliers qui nous intéressent.

Les simulations par éléments finis ont été effectuées avec le logiciel COMSOL. On note x la direction de propagation, y la direction associée à l'épaisseur de la plaque et z la troisième direction. On considère un problème avec des déformations dans le plan (x, y) ($\epsilon_{xz} = \epsilon_{yz} = \epsilon_{zz} = 0$). Sous ces conditions, dans le domaine fréquentiel, les équations d'ondes s'écrivent :

$$\begin{cases} C_{11} \frac{\partial^2 u_x}{\partial x^2} + C_{66} \frac{\partial^2 u_x}{\partial y^2} + (C_{12} + C_{66}) \frac{\partial^2 u_y}{\partial x \partial y} = -\rho \omega^2 u_x, \\ C_{22} \frac{\partial^2 u_y}{\partial y^2} + C_{66} \frac{\partial^2 u_y}{\partial x^2} + (C_{21} + C_{66}) \frac{\partial^2 u_x}{\partial x \partial y} = -\rho \omega^2 u_y, \end{cases} \quad (3.10)$$

avec u_x, u_y les composantes du déplacement dans le domaine fréquentiel, C_{ij} les caractéristiques élastiques du matériau et ρ sa masse volumique. Le logiciel Comsol étant conçu pour pouvoir traiter différents types de problèmes physiques avec un formalisme commun, ces équations doivent être transcrites dans ce formalisme [112]. L'équation générale décrivant le problème est de la forme :

$$\nabla \cdot (c \nabla u) - a u = 0, \quad (3.11)$$

avec c une matrice 2×2 composée de 4 sous-matrices contenant les coefficients élastiques :

$$\begin{aligned} c_{11} &= \begin{pmatrix} C_{11} & 0 \\ 0 & C_{66} \end{pmatrix}, & c_{12} &= \begin{pmatrix} 0 & C_{12} \\ C_{66} & 0 \end{pmatrix}, \\ c_{21} &= \begin{pmatrix} 0 & C_{66} \\ C_{12} & 0 \end{pmatrix}, & c_{22} &= \begin{pmatrix} C_{66} & 0 \\ 0 & C_{22} \end{pmatrix}, \end{aligned} \quad (3.12)$$

et a une matrice 2×2

$$a = \begin{pmatrix} -\rho \omega^2 & 0 \\ 0 & -\rho \omega^2 \end{pmatrix}. \quad (3.13)$$

L'équation 3.11, est résolue pour chaque fréquence du spectre étudié, en chaque point du maillage. À partir des composantes u_x et u_y , on calcule le déplacement total à la surface de la plaque, à chaque fréquence. On effectue ensuite la transformée de Fourier spatiale du déplacement pour chaque fréquence f . Enfin, on identifie les fréquences spatiales dues aux différents modes présents à cette fréquence.

Le modèle choisi doit représenter la propagation dans une plaque de longueur infinie ; les réflexions sur les bords de la plaque modélisée ne doivent pas interférer avec les ondes guidées. Des zones absorbantes parfaitement adaptées (PML en anglais) [115] peuvent être ajoutées sur les bords du domaine. On peut aussi, et c'est la solution retenue, rendre les extrémités de la plaque absorbantes en ajoutant une partie imaginaire de plus en plus grande aux coefficients élastiques C_{ij} :

$$C_{ij} = \begin{cases} C_{ij} & \text{si } x \in [L_{abs}, L_{plaque} - L_{abs}], \\ C_{ij} + iC_{abs} \left(\frac{|x_{abs} - x|}{L_{abs}} \right)^3 & \text{si } x \notin [L_{abs}, L_{plaque} - L_{abs}]. \end{cases} \quad (3.14)$$

Le choix des différentes dimensions (longueurs de la plaque, des zones absorbantes) résulte d'un compromis entre temps de calcul et minimisation des réflexions sur les bords. La gamme de fréquences sondée s'étend de 0.1 MHz à 1.5 MHz et couvre ainsi le domaine étudié dans nos expériences. La longueur d'onde dans le matériau varie alors environ de 1 à 10 mm. On ajoute deux zones absorbantes de longueur $L_{abs} = 70$ mm de part et d'autre de la plaque. L'ensemble a alors une longueur $L_{plaque} = 300$ mm. Il a été estimé que dans ces conditions, l'énergie réfléchie sur les extrémités serait inférieure de 60 dB à l'énergie incidente [114]. Le pas fréquentiel retenu, de 0.028 MHz, correspond à 50 points sur le domaine. Le maillage spatial est choisi de manière à ce que la plus petite longueur d'onde intervenant dans le problème soit correctement représentée. Une dizaine de points par longueur d'onde est une valeur satisfaisante. Ce calcul dure une vingtaine de minutes.

Afin de valider notre implémentation, nous avons commencé par appliquer cette méthode pour calculer les courbes de dispersion d'une plaque de fantôme d'os libre. On considère une plaque de 2 mm d'épaisseur. L'application de cette méthode permet d'obtenir un nombre de points suffisant pour reconstruire des courbes de dispersion (Fig.3.9). Elles sont en bon accord avec des prédictions théoriques. Ces courbes théoriques ont été obtenues par un code de calcul recherchant numériquement les racines des équations de dispersion, développé par J. Foiret [39]. On peut noter que lorsque deux branches de modes sont proches l'une de l'autre, on ne peut en observer, pour des questions de résolution, qu'une seule. Par exemple, quand A_3 et S_2 se croisent, on n'observe que A_3 .

Adaptation au cas du tube libre

Le passage d'une géométrie de plaque à une géométrie circulaire est assez direct. Seule l'étape d'extraction des déplacements doit être modifiée : au lieu d'extraire les

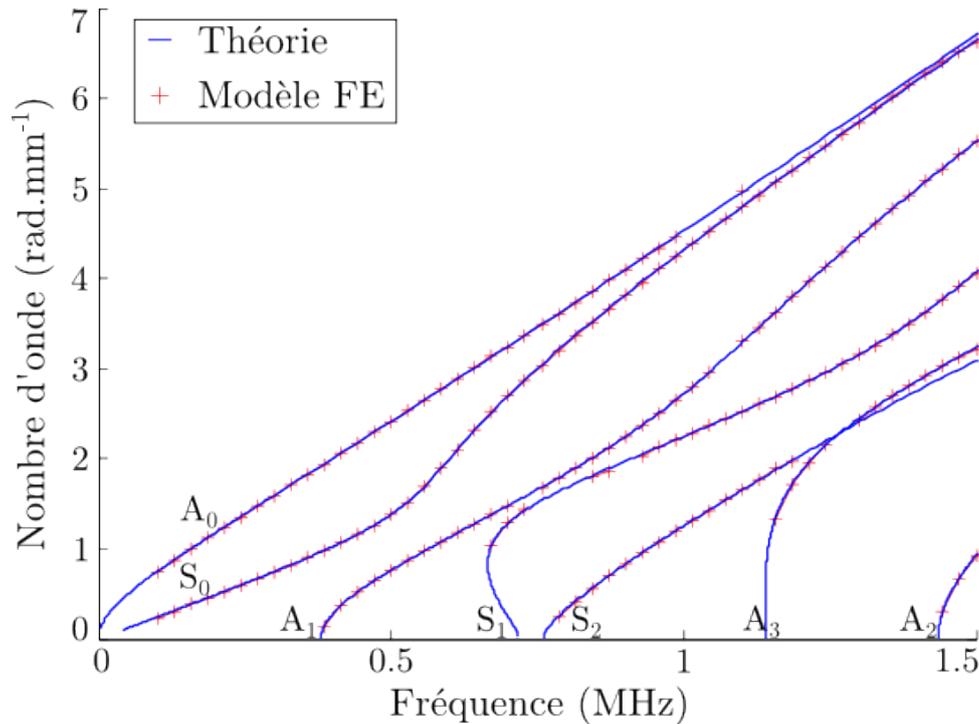


FIGURE 3.9 – Courbes de dispersion obtenues par la méthode basée sur l’observation des déplacements des modes guidés calculés par simulations FE (croix rouges) comparés aux courbes de référence obtenues par le calcul des racines des équations (lignes bleues)

déplacements en des points répartis régulièrement à la surface de la plaque, on doit les extraire en des positions réparties de manière régulière selon l’abscisse curviligne, sur la surface externe du tube.

Cette méthode a été utilisée pour évaluer l’effet de la courbure du tube sur les courbes de dispersion au chapitre précédent (Fig.2.11, p.35). L’effet de la courbure est particulièrement visible pour les grands nombres d’ondes : le nombre d’onde d’un mode de tube est alors inférieur au nombre d’onde du mode correspondant pour la plaque.

Adaptation au cas du tube immergé rempli de fluide

La présence d’un fluide dans la cavité du tube pose deux problèmes : (1) les réflexions multiples sur les parois de la cavité perturbent l’observation des ondes circonférentielles ; (2) les ondes circonférentielles rayonnent dans le fluide de la cavité et le fluide environnant. La faible amplitude des déplacements liés aux ondes circonférentielles rend inefficace la méthode de transformée de Fourier spatiale utilisée précédemment pour les guides libres. La première difficulté a été traitée en ne modélisant qu’un demi-tube auquel on adjoint deux zones absorbantes rectangulaires (Fig.3.10). Le modèle est alors un fer à cheval dont seule la partie courbe nous intéresse. Il a été vérifié, dans le cas du tube libre que l’étude du modèle en fer à cheval est équivalente à l’étude du tube complet. Pour résoudre le deuxième

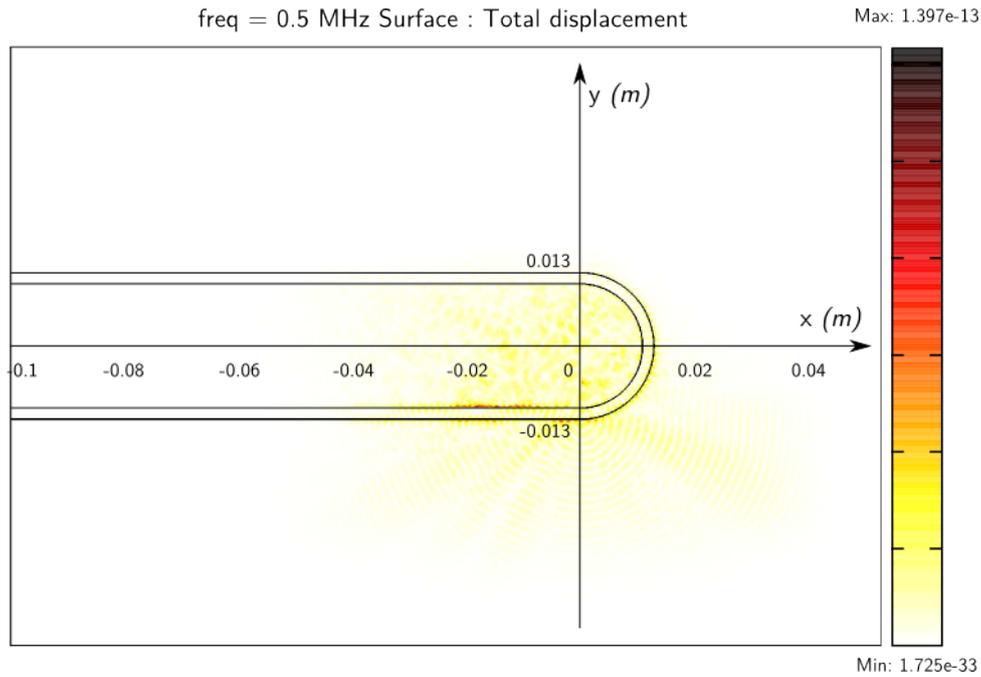


FIGURE 3.10 – Déplacements simulés par éléments finis suite à une impulsion, à 0.5 MHz : les signaux sont atténués avant d'avoir parcouru un quart du cercle. Seule la partie courbe du fer à cheval nous intéresse, les deux zones rectangulaires étant des zones atténuantes permettant de s'affranchir des réflexions dans la cavité.

problème, une autre méthode de traitement du signal proposée par Minonzio [116] a été mise en œuvre, avec un réseau linéaire pour la transmission axiale.

La première étape consiste à calculer la matrice de réponse du système $\mathbf{R}(N^R, f, N^E)$. Afin de réduire le temps de calcul, on effectue une seule simulation avec une émission à une position donnée. Les déplacements sont mesurés avec plusieurs barrettes de réception placées en différentes positions (Fig.3.11). Il est équivalent mais plus coûteux d'effectuer plusieurs simulations en déplaçant l'émetteur et en observant avec une barrette de réception fixe.

La seconde étape est la décomposition en valeurs singulières, pour chaque fréquence f , de la matrice de réponse \mathbf{R} mesurée précédemment :

$$\mathbf{R} = \sum_{n=1}^{N^E} \mathbf{U}_n \sigma_n {}^t \mathbf{V}_n^* \quad (3.15)$$

les symboles t et $*$ représentant les opérateurs de transposition et de conjugaison. Le nombre de valeurs singulières, σ_n , est égal à N^R . Les vecteurs singuliers \mathbf{U}_n et \mathbf{V}_n définissent une base orthogonale complète respectivement des signaux reçus et des signaux émis. Cela signifie qu'une onde quelconque, $E_{test}(f, k)$, se propageant dans la circonférence du tube, selon l'abscisse curviligne s peut être exprimée dans cette base de réception. Pour

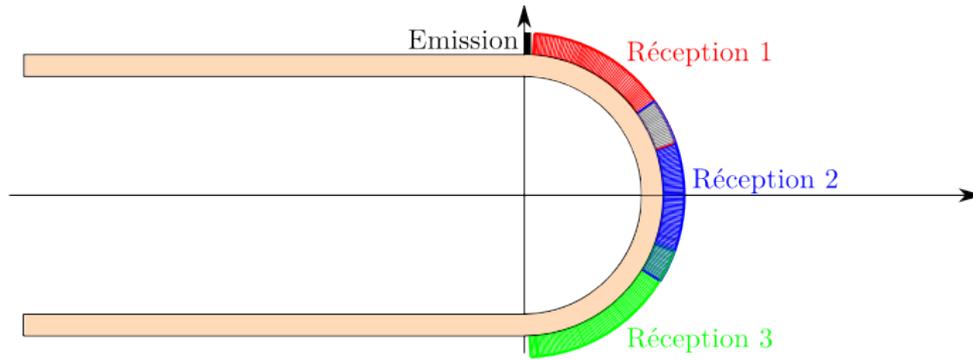


FIGURE 3.11 – Configuration de mesure de la matrice de réponse du système. On effectue une seule émission et on enregistre les signaux reçus avec plusieurs barrettes de récepteurs en différentes positions.

le j -ième récepteur cette onde est définie par :

$$E_j^{test}(f, k) = \frac{1}{\sqrt{N^R}} \exp(iks_j) \quad (3.16)$$

La projection de cette onde sur la base définie par les vecteurs singuliers \mathbf{U}_n s'écrit :

$$\mathbf{E}^{test}(f, k) = \sum_{n=1}^{N^R} \langle \mathbf{E}^{test}(f, k) | \mathbf{U}_n \rangle \mathbf{U}_n \quad (3.17)$$

La troisième étape du traitement consiste à séparer le signal du bruit. Pour cela, on définit de manière heuristique, à chaque fréquence, un seuil sur les valeurs singulières. Si, à la fréquence f , la valeur singulière σ_n est supérieure au seuil défini alors le vecteur singulier correspondant \mathbf{U}_n est associé à la base du signal. Sinon, il est associé à la base du bruit et est donc éliminé. En notant m , l'ordre correspondant à la limite entre les deux sous-espaces et défini pour chaque fréquence, on peut écrire la norme de la projection de l'onde sur la base du signal, comprise entre 0 et 1 :

$$\|\mathbf{E}^{test}(f, k)\|_{\{\mathbf{U}_{n \leq m}\}} = \sqrt{\sum_{n=1}^m |\langle \mathbf{E}^{test}(f, k) | \mathbf{U}_n \rangle|^2}. \quad (3.18)$$

Les signaux à traiter ici étant issus de simulations, le niveau de bruit n'est pas critique et cette étape n'est pas nécessaire : l'ordre m est en fait égal à N^R .

La dernière étape consiste à évaluer le nombre d'onde (ou la vitesse de phase) des modes guidés du tube. La valeur de la norme précédemment définie, Eq.3.18, traduit la manière dont l'onde est représentée dans le sous-espace du signal. Si pour une valeur k_0 , à la fréquence f , cette norme est faible, alors cette onde est absente des signaux reçus. Au contraire, si pour une valeur k_1 , cette norme est élevée alors cette onde plane correspond à un mode guidé présent dans les signaux reçus et cette valeur k_1 à la fréquence f correspondra à un point des courbes de dispersion. Pour améliorer le contraste, on utilise

le carré de la norme. Les maxima de la norme sont enfin extraits en les rassemblant par branches pour fournir les courbes de dispersion théoriques.

Cette méthode sera utilisée au chapitre suivant pour obtenir des courbes de dispersion d'un tube de section circulaire réalisé en un matériau imitant l'os, immergé dans l'eau et rempli de fluide.

Généralisation à une géométrie quelconque ?

La simulation par éléments finis permet de calculer les déplacements pour des coques de géométrie quelconque. Cependant, la transformée de Fourier de ces déplacements ne permettra pas d'extraire le nombre d'ondes k des différents modes. En effet, nous avons vu que la courbure du guide influe sur le nombre d'onde : plus la courbure est grande, plus le nombre d'onde est faible. Si la courbure varie autour de la circonférence, le nombre d'onde va également varier. La comparaison des spectres des déplacements spatiaux calculés pour quatre ellipses d'épaisseur constante mais d'ellipticité différente permet d'observer l'effet d'une variation de courbure du guide d'ondes (Fig.3.12). Plus la courbure varie (grande ellipticité), plus il est difficile d'extraire une valeur du nombre d'onde pour chaque mode.

Pour traiter ce genre de géométrie, une approche pourrait être de découper le guide en zones où la courbure est approximativement constante. Ces zones devraient, de plus, être suffisamment larges pour pouvoir observer un nombre significatif de longueurs d'ondes.

Utilisation de cet outil

Cet outil est basé sur deux logiciels : Comsol pour la simulation par éléments finis et Matlab pour le traitement des signaux. D'un point de vue pratique, l'utilisateur définit le problème (géométrie et propriétés matérielles) via l'interface graphique utilisateur de Comsol. La simulation est effectuée et les résultats sont exportés dans Matlab. Un script implémente les méthodes de traitement présentées ci-dessus (transformée de Fourier ou utilisation de la décomposition en valeurs singulières) et fournit les courbes de dispersion du guide d'ondes.

Le temps nécessaire pour effectuer la simulation par éléments finis à chaque fréquence est d'une dizaine de minutes pour un tube libre de 26 mm de diamètre et 2 mm d'épaisseur mais de plusieurs heures pour un tube immergé (le domaine de simulation étant alors beaucoup plus grand). L'exportation des données prend quelques minutes, le traitement ensuite est quasi instantané.

3.2.3 Comparaison des outils de simulation du guide d'ondes

Nous avons présenté deux méthodes permettant de calculer les courbes de dispersion théoriques de guide d'ondes. Le premier outil est un logiciel commercial, Disperse, qui

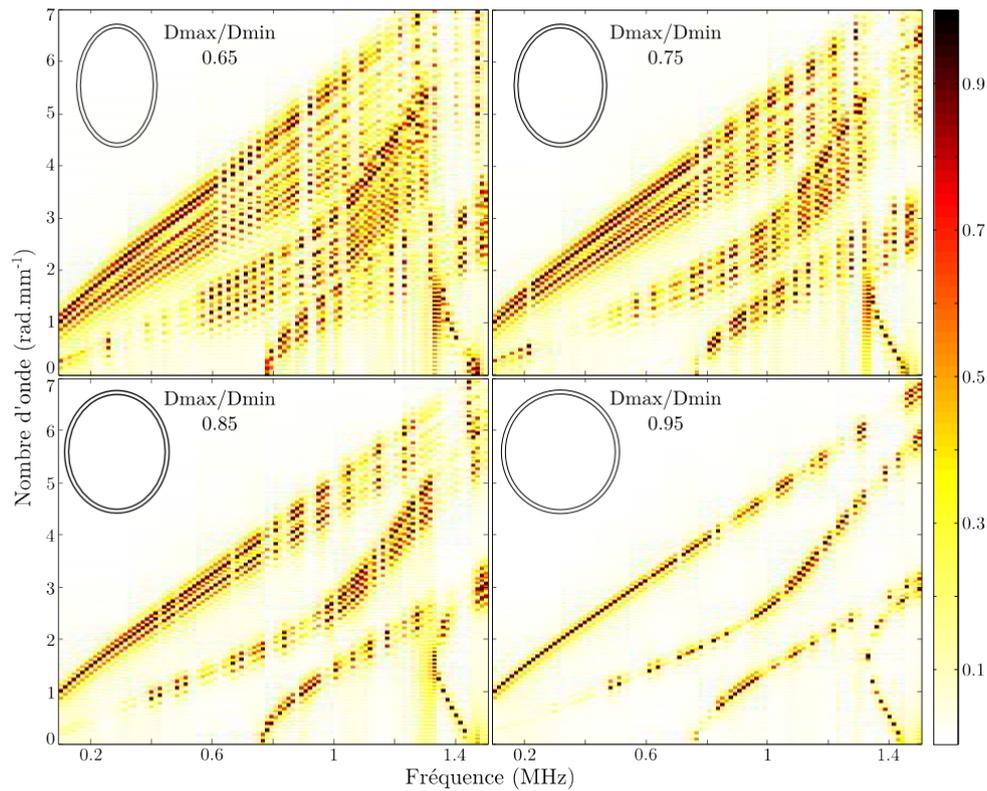


FIGURE 3.12 – Spectres spatiaux calculés à chaque fréquence, l’amplitude étant codée en couleur. Si la courbure varie autour de la circonférence, l’extraction d’un pic par mode à chaque fréquence n’est plus possible.

utilise les équations de propagation et de conditions aux limites pour obtenir les courbes de dispersion. Deux inconvénients peuvent être soulignés : (1) le type de problèmes que l’on peut étudier est restreint (plaque libre ou chargée par des fluides ou tube placé dans le vide) ; (2) la recherche des points fait intervenir l’opérateur, ce qui empêche l’automatisation du processus et l’utilisation ultérieure de ce modèle pour la résolution de problèmes inverses. Pour pallier ces inconvénients, nous avons développé un outil alternatif s’appuyant sur l’analyse des déplacements du guide d’ondes simulés par éléments finis. La procédure proposée est automatique et permet de traiter le cas de la plaque, ainsi que le cas du tube. Les formes plus complexes, dont la courbure de la surface varie autour de la circonférence, ne peuvent être traitées simplement avec cette méthode.

3.3 Conclusion

Dans ce chapitre ont été présentés les différents outils numériques que nous allons utiliser dans nos études ultérieures. Deux d'entre eux modélisent l'expérience d'acquisition des signaux rétro-diffusés alors que les deux autres ne s'intéressent qu'au guide d'ondes. Les avantages et inconvénients de chaque outil, résumés dans le tableau suivant, nous guidera pour choisir l'un ou l'autre suivant l'application visée.

- **Modélisation de l'expérience (sonde + guide d'ondes)**

Calcul analytique

- + Rapide
- + Prend en compte l'atténuation
- Limité à des tubes de section circulaire

Méthode couplée : Rayleigh/FDTD

- + Peut étudier des géométries réalistes
- Coût de calcul élevé
- Ne prend pas en compte l'atténuation

- **Modélisation du guide d'ondes**

Logiciel Disperse

- + Logiciel commercial, déjà développé
- Opérateur dépendant
- Limité à des géométries planes ou des tubes vides

Simulations FE + Transformée de Fourier

- + Automatique
- + Traite le cas du tube
- Difficulté à analyser les objets de courbure variable
(problème de définition des courbes de dispersion)

Chapitre 4

Adaptation de la méthode de mesure des courbes de dispersion aux propriétés matérielles de l'os cortical

L'application de la méthode DORT à la mesure des courbes de dispersion de l'os cortical est *a priori* difficile en raison :

1. de l'absorption intrinsèque élevée de l'os cortical (le facteur de qualité vaut environ 20 aux fréquences ultrasonores) ;
2. des vitesses d'onde de volume relativement proches de celles de l'eau, ce qui entraîne un fort couplage entre les ondes guidées dans l'os et le fluide environnant et par conséquent une forte atténuation par rayonnement des ondes guidées au cours de la propagation ;
3. aux fréquences utilisées, du produit fréquence-épaisseur élevé : plus de 5 modes peuvent être excités simultanément ;
4. du fluide, la moelle, contenu dans la coque corticale, qui engendre des interférences dans le domaine temporel entre les signaux rétrodiffusés des ondes guidées et ceux des ondes se propageant dans la cavité ;
5. de la géométrie de l'os qui n'est pas un cylindre de section circulaire. La méthode DORT initiale, présentée au chapitre 2, doit donc être adaptée.

Nous avons choisi de découpler les problèmes liés à la géométrie de ceux liés aux propriétés matérielles. C'est à ce dernier aspect que nous nous intéressons dans ce chapitre. Dans un premier temps, l'étude d'un fantôme rempli d'air va nous permettre d'optimiser les conditions expérimentales de mesure des signaux rétrodiffusés. Dans un second temps, l'étude d'un fantôme rempli d'un fluide mimant la moelle nous conduira à adapter la méthode de traitement des signaux.

4.1 Étude d'un fantôme d'os rempli d'air

Les travaux sur ce fantôme présentés dans cette partie ont fait l'objet d'une publication dans le Journal of the Acoustical Society of America [117].

4.1.1 Fantôme étudié

Le premier fantôme que nous considérons permet de nous focaliser sur les problèmes posés par les propriétés matérielles de l'os [décrits en introduction aux points (1) et (2)]. Ce fantôme est un cylindre de section circulaire manufacturé (Sawbones, Pacific Research Laboratory Inc., Vashon, WA, USA) dans un matériau mimant les propriétés de l'os. Les caractéristiques de ce matériau, mesurées dans une précédente étude [38], sont données dans le chapitre précédent de ce manuscrit (Tab.1.2). Les dimensions du cylindre ont été choisies parmi celles disponibles au catalogue du fournisseur proches de celles observées pour la coque corticale au col fémoral [16]. Le diamètre du tube est de 26 mm, l'épaisseur de 2.1 mm. Sa longueur de 50 mm nous permet de le considérer comme infini. Ce tube est immergé dans l'eau et la cavité est remplie d'air.

La barrette ultrasonore, présentée au chapitre 1, est commandée par une baie électronique (Lecœur Électronique, Chuelles, France) qui nous permet de générer des séquences ultrasonores complexes. Les signaux sont enregistrés avec une fréquence d'échantillonnage de 20 MHz, pour être ensuite traités numériquement. L'expérience est représentée par la photo Fig. 4.1. L'ensemble des expériences présentées dans ce manuscrit ont été effectuées à l'Institut Langevin, avec l'aide de Claire Prada et Jérôme Laurent.

4.1.2 Optimisation de l'acquisition des signaux rétrodiffusés

L'envoi d'une impulsion ultrasonore brève sur un tube métallique par un des éléments de la barrette génère un certain nombre d'ondes guidées qui se propagent en effectuant plusieurs tours et rayonnant vers la barrette. L'envoi du même type d'impulsion sur le fantôme d'os ne permet d'observer qu'un faible signal. La comparaison des signaux rétrodiffusés simulés avec le code de diffusion analytique dans le cas d'un tube d'acier et du fantôme d'os illustre clairement le problème rencontré (Fig. 4.2). Expérimentalement, la présence de bruit vient dégrader encore l'observation d'ondes circonférentielles (Fig. 4.3). Il apparait nécessaire d'optimiser le rapport signal à bruit pour rendre possible l'observation des ondes circonférentielles.

Réduction du niveau de bruit

Le bruit de fond observé, de valeur moyenne -29.5 dB, est principalement dû aux bruits internes électroniques dans la chaîne d'acquisition (Fig.4.3). La présence éventuelle

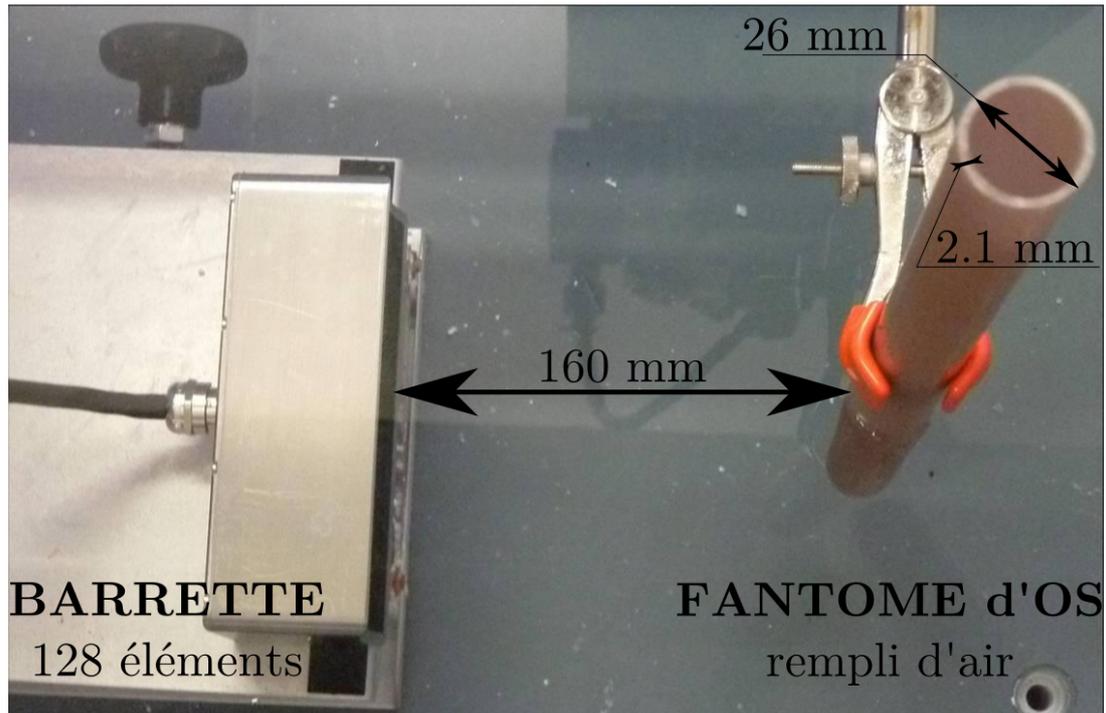


FIGURE 4.1 – Expérience d'acquisition des signaux rétrodiffusés par un tube circulaire de fantôme d'os rempli d'air à l'aide d'une barrette ultrasonore multi-éléments

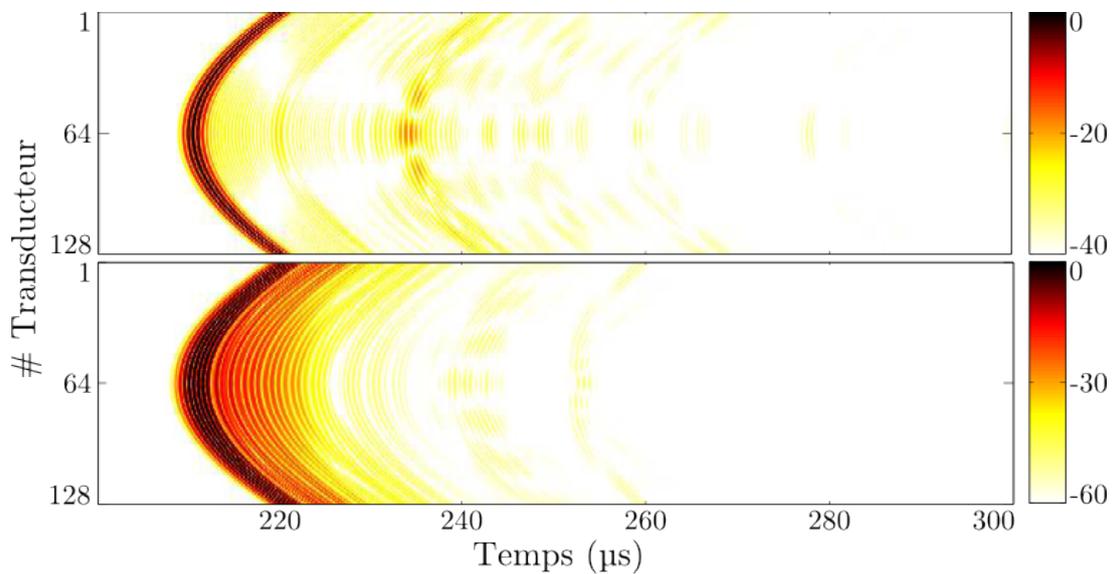


FIGURE 4.2 – Signaux rétrodiffusés par un tube d'acier (en haut) et le fantôme d'os (en bas) après excitation par une impulsion brève émise par l'élément central. Ces signaux ont été calculés avec le code de diffusion analytique. On peut observer les signaux liés aux ondes circonférentielles à partir de 240 μs environ. Il est important de noter que les échelles de couleur n'ont pas la même dynamique.

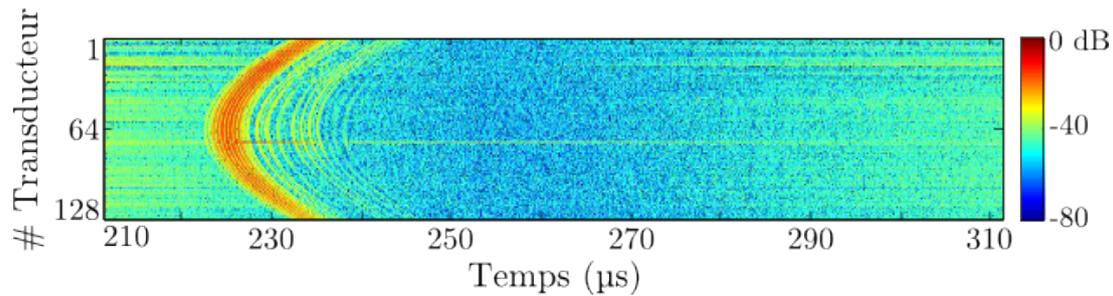


FIGURE 4.3 – Signaux expérimentaux rétrodiffusés par un fantôme d’os après excitation par une impulsion brève émise par l’élément central. Le bruit est trop important et le signal trop faible pour observer les ondes circonférentielles.

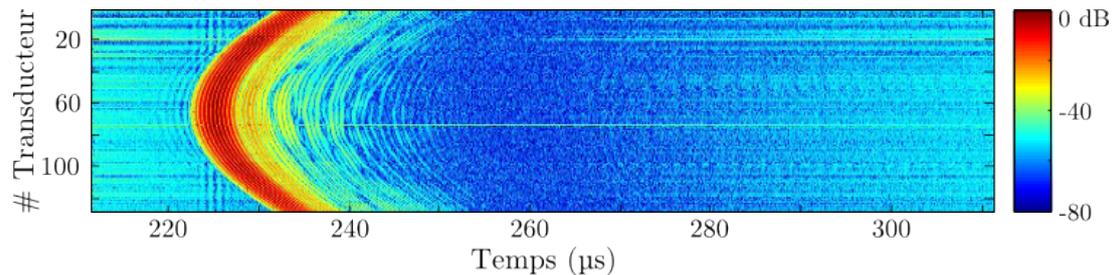


FIGURE 4.4 – Signaux reçus après émission par l’émetteur central et obtenus à partir de la moyenne de 100 acquisitions différentes

de particules en suspension dans la cuve peut également générer des échos parasites (mais cela ne semble pas être le cas pour l’expérience de la figure 4.3). Ces bruits étant par nature aléatoires, on peut diminuer leur contribution en moyennant les signaux reçus après plusieurs acquisitions successives. Le choix du nombre d’acquisitions effectuées pour construire la moyenne résulte d’un compromis entre diminution du bruit et augmentation du temps d’acquisition. Nous avons ainsi observé les signaux obtenus en moyennant les signaux reçus après 5, 20, 50 et 100 acquisitions différentes. On constate que même en moyennant 100 acquisitions, on n’observe que très difficilement les ondes circonférentielles (Fig. 4.4). D’un point de vue quantitatif, le passage de 20 à 50 acquisitions ne diminue pas significativement le niveau de bruit en revanche, le temps nécessaire pour effectuer l’opération est doublé (Table 4.1). On choisit donc finalement de moyenner 20 acquisitions successives après chaque émission.

Gain en réception

L’utilisation de moyennes n’étant pas suffisante pour observer les contributions des ondes circonférentielles, il est possible d’augmenter le gain appliqué sur les signaux reçus par la baie. On applique un gain de 79 dB, la valeur maximale étant de 79.9 dB (Fig. 4.5). Cela permet de rendre les échos plus visibles mais le rapport signal à bruit reste

TABLE 4.1 – Comparaison du temps d'acquisition et du niveau de bruit en fonction du nombre d'acquisitions moyennées

Nombre d'acquisitions	Niveau moyen du bruit	Temps d'acquisition
5	-53 dB	15 s
20	-57.8 dB	33 s
50	-59.2 dB	73 s
100	-59.8 dB	136 s

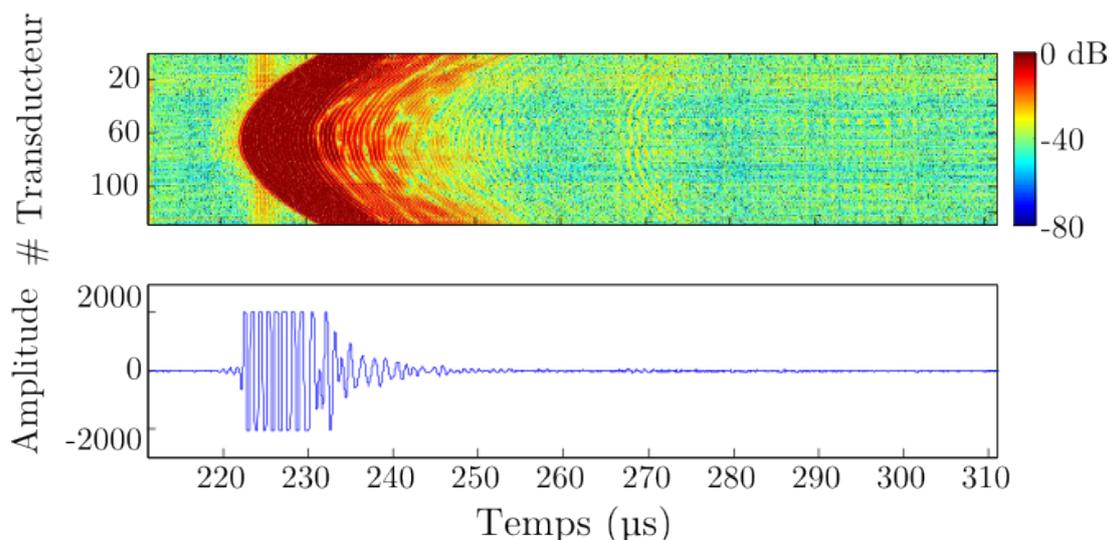


FIGURE 4.5 – Signaux reçus après émission par l'émetteur central avec 20 acquisitions moyennées et un gain en réception de 79 dB. (Haut) Signal reçu par chaque élément au cours du temps avec l'amplitude en dB codée en couleur. (Bas) Signal reçu par l'élément central au cours du temps.

très faible, d'une dizaine de dB : le niveau des signaux des ondes circonférentielles est de -30 dB et le bruit de fond est en moyenne de -41 dB. D'autre part, le premier écho, lié à la réflexion spéculaire est saturé, ce qui est gênant si on souhaite l'exploiter. On choisit donc de conserver un gain en réception de 22 dB, permettant de maximiser le niveau des ondes circonférentielles sans saturer le premier écho.

Émissions par l'ensemble des éléments

Il est nécessaire d'exciter le tube avec une énergie plus importante afin d'augmenter le niveau du signal reçu. Au lieu d'émettre des impulsions élément par élément (émission selon la base dite canonique), on pourrait émettre avec l'ensemble des éléments, selon des combinaisons bien choisies. La base retenue pour l'émission est celle d'Hadamard,

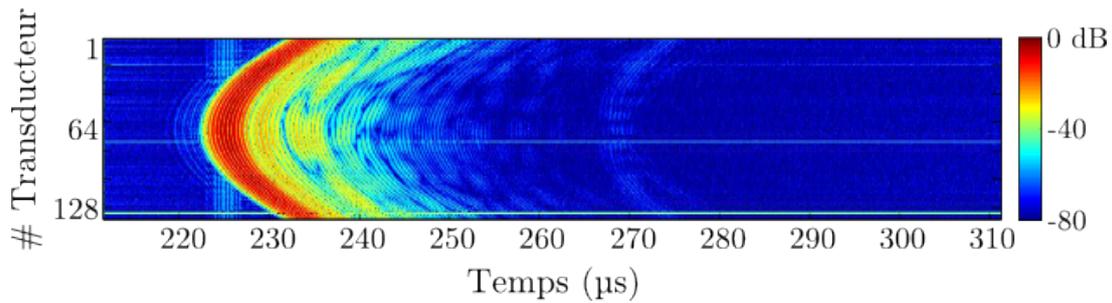


FIGURE 4.6 – Signaux reçus après émission d’une impulsion brève en onde plane (première émission selon la base d’Hadamard) : l’augmentation du niveau de la contribution des ondes guidées est nettement visible.

constituée de 1 et -1 . À titre d’exemple, la matrice d’Hadamard \mathbf{H} d’ordre 4 s’écrit :

$$\mathbf{H} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & -1 & -1 \\ 1 & -1 & -1 & 1 \end{pmatrix},$$

alors que la matrice correspondant à la base canonique, permettant des tirs ultrasonores élément par élément s’écrit :

$$\mathbf{H} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

L’utilisation de cette base permet d’exploiter au mieux la dynamique des transducteurs : le signal est augmenté d’un facteur \sqrt{n} pour une sonde à n éléments par rapport à l’émission selon la base canonique [118]. En effet, au lieu de mesurer la matrice de transfert du système \mathbf{K} , on mesure $\mathbf{K.H}$ qui a la même distribution de valeurs singulières que \mathbf{K} au coefficient multiplicatif \sqrt{n} près. Dans notre étude, la barrette ayant 128 éléments, l’utilisation de cette base réhausse le niveau du signal d’un facteur $\sqrt{128} \simeq 11 \simeq 20$ dB. Ce réhaussement est nettement visible (Fig. 4.6) mais les signaux associés aux ondes circonférentielles restent encore faibles (leur niveau est d’environ -60 dB).

Compression d’impulsion par modulation linéaire de fréquence

En plus d’émettre selon une base plus énergétique, on peut également émettre des signaux plus énergétiques, *i.e.* plus longs, que les impulsions utilisées jusqu’à présent. Cependant une émission plus longue implique une perte en résolution temporelle. La compression d’impulsion est une méthode de traitement du signal permettant d’exciter avec une émission longue sans pour autant dégrader la résolution. Cette méthode s’applique en deux étapes : on commence par enregistrer les signaux diffusés par l’objet après

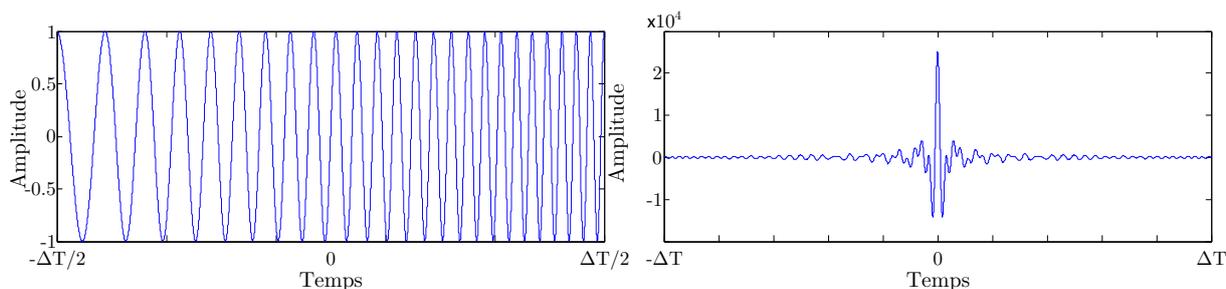


FIGURE 4.7 – Principe de recompression du chirp. (Gauche) Chirp balayant une gamme de fréquence de 0.4 à 1.6 MHz en une durée ΔT . (Droite) Le résultat de l'auto-corrélation du chirp est un motif de type sinus cardinal de fréquence centrale 1 MHz, de courte durée.

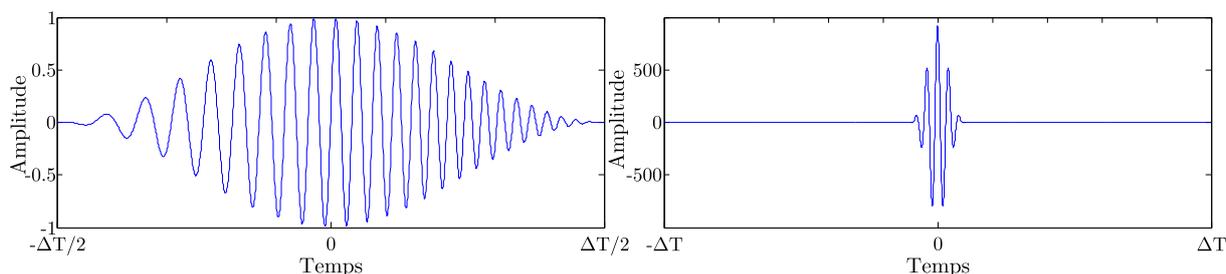


FIGURE 4.8 – Effet de l'apodisation. (Gauche) Chirp balayant une gamme de fréquence de 0.4 à 1.6 MHz en 25 μ s apodisé par une fenêtre de Hann. (Droite) On observe que le signal comprimé présente des lobes moins importants : le support temporel est borné. L'amplitude du signal est, elle aussi, plus faible.

excitation par une impulsion longue (donc énergétique) et ensuite, l'inter-corrélation des signaux reçus avec le signal émis permet de retrouver la résolution obtenue dans le cas d'impulsion brève.

Le signal d'émission choisi est un chirp (un gazouillis en français, aussi appelé rampe en fréquence) de durée ΔT , (Fig. 4.7). On note $\Delta f = f_{max} - f_{min}$. L'expression du chirp est :

$$C(t) = \begin{cases} Ae^{i2\pi\left(f_0 + \frac{\Delta f}{2\Delta T}t\right)t} & \text{si } -\frac{\Delta T}{2} < t < \frac{\Delta T}{2}, \\ 0 & \text{sinon.} \end{cases}$$

avec f_0 , la fréquence centrale de la gamme balayée par le chirp et A l'amplitude du signal.

Si on considère que le signal reçu par la barrette est une version atténuée et décalée dans le temps du signal d'émission, la fonction d'intercorrélacion entre le signal émis et le signal reçu est égale, à une translation et un facteur d'atténuation près, à la fonction d'autocorrélation, C_c , du chirp. Cette fonction d'autocorrélation vaut [119] :

$$C_c(t) = \int_{-\infty}^{\infty} C^*(-\tau)C(t - \tau)d\tau,$$

$$C_c(t) = \Delta T \cdot \Lambda\left(\frac{t}{\Delta T}\right) \cdot \text{sinc}\left(\pi \cdot \Delta f \cdot t \cdot \Lambda\left(\frac{t}{\Delta T}\right)\right) \cdot e^{i2\pi f_0 t},$$

où $\Lambda(t)$ désigne la fonction triangulaire qui vaut 0 sur $]-\infty, -1/2]$ et $[1/2, \infty[$, qui croît linéairement sur $[-1/2, 0]$ et décroît sur $[0, 1/2]$. Cette fonction d'autocorrélation se comporte autour du maximum (en $t = 0$) comme le terme en sinus cardinal. La largeur à -3 dB de ce sinus cardinal est environ égale à $\Delta T' = 1/\Delta f$, valeur généralement plus faible que ΔT du chirp initial : on a donc bien une compression de l'impulsion. On définit le rapport de compression comme $\frac{\Delta T}{\Delta T'}$.

Cependant les lobes secondaires d'amplitude notable sont relativement nombreux (Fig. 4.7). Pour s'en affranchir, le chirp émis est apodisé par une fenêtre de Hann. En contrepartie de la diminution du nombre de lobes secondaires, l'amplitude du signal comprimé est également plus faible, d'un facteur 2 environ dans l'exemple présenté (Fig. 4.8).

Le but de la compression est d'augmenter le rapport signal à bruit. Commençons par calculer la puissance du signal après la compression, P' . Il y a conservation de l'énergie pendant la compression :

$$P \times \Delta T = P' \times \Delta T' \text{ soit } P' = P \times \frac{\Delta T}{\Delta T'}. \quad (4.1)$$

La puissance du signal est augmentée d'un facteur égal au rapport de compression. D'autre part, le bruit n'est pas corrélé au signal initialement émis. La compression n'a donc pas d'effet sur la puissance du bruit. Avec cette méthode, le RSB est donc multiplié par le taux de compression.

Appliquons cette méthode à notre cas d'étude. On émet un chirp de $10 \mu\text{s}$ (un peu plus du double de la durée de l'impulsion utilisée précédemment) dont la fréquence varie de 0.4 à 1.6 MHz et apodisé par une fenêtre de Hann. Ce signal est émis simultanément par l'ensemble des éléments (onde plane). On effectue la moyenne de 20 acquisitions successives, le gain des voies de réception est de 22 dB. Le gain obtenu sur le rapport signal à bruit est clairement visible : les ondes circonférentielles sont à un niveau de -60 dB environ alors que le bruit est aux alentours de -95 dB (Fig. 4.9). L'écart est de 35 dB alors qu'avec l'émission d'une impulsion brève en onde plane et un gain maximal en réception, l'écart entre signal et bruit était de 11 dB.

L'effet de la durée du chirp a également été étudié : exciter le tube avec un chirp plus long ne permet pas d'augmenter le niveau de signal. De la même manière, nous avons observé qu'enregistrer sur plus de $100 \mu\text{s}$ ne permet pas d'observer plus de signaux.

L'intérêt de l'apodisation du signal émis a été précédemment montré avec une fenêtre d'apodisation de Hann. L'inconvénient de cette fenêtre vient de sa forme : les extrémités du signal émis sont de très faible amplitude et les fréquences correspondantes seront donc peu présentes. Afin de balayer de manière plus homogène l'ensemble de la bande passante, nous utilisons une fenêtre en arche de sinusöïde plutôt que la fenêtre de Hann :

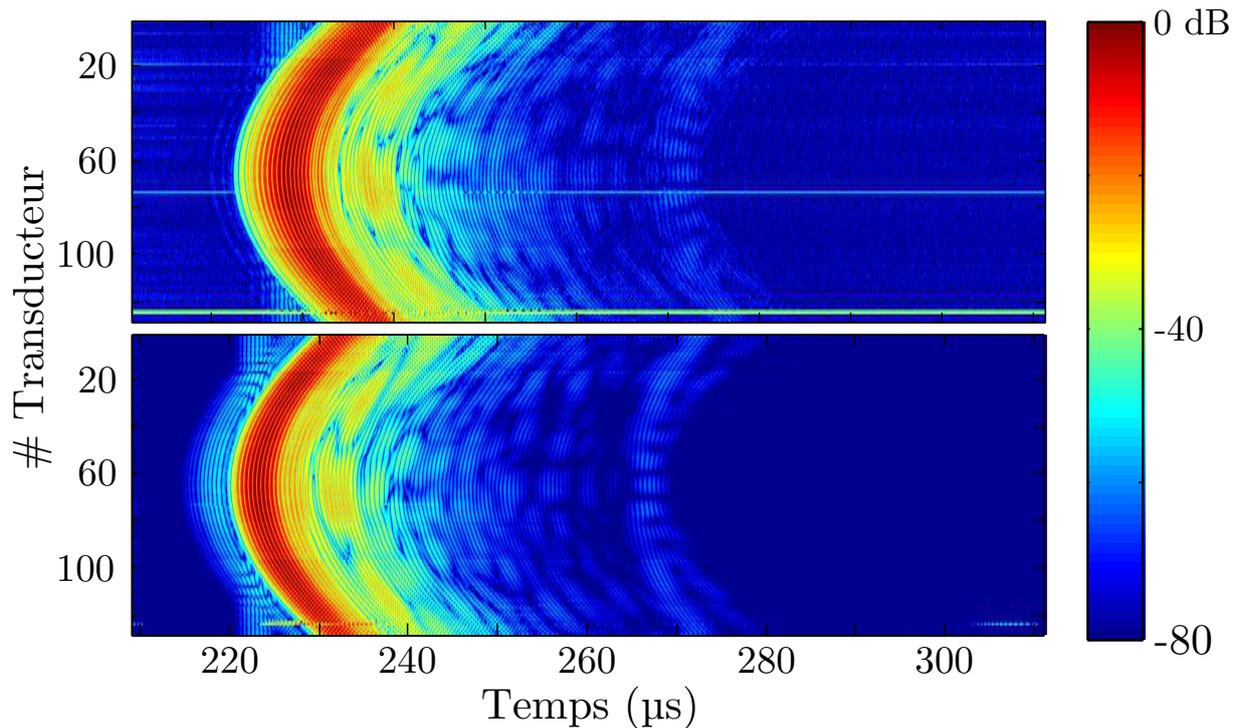


FIGURE 4.9 – Application de la compression d’impulsion à l’étude du tube de matériau imitant l’os. (Haut) Signaux rétro-diffusés par le tube suite à l’émission d’un chirp de $10\ \mu\text{s}$ par l’ensemble des éléments. (Bas) Signaux obtenus par inter-corrélation des signaux reçus avec le chirp émis. On observe un net gain au niveau du RSB par rapport aux émissions précédentes.

les fréquences situées aux extrémités de la gamme balayée sont ainsi moins atténuées par l’apodisation.

Conclusion

Ces observations nous permettent de conclure que l’émission de chirps selon la base d’Hadamard est satisfaisante pour l’observation des ondes circumférentielles rayonnées. Les paramètres optimaux retenus pour toutes nos expériences ultérieures sont les suivants : les chirps balayent la gamme de fréquences $[0.4 - 1.6]$ MHz en $10\ \mu\text{s}$, ils sont apodisés par une arche de sinusoïde. Les signaux rétrodiffusés sont enregistrés pendant $100\ \mu\text{s}$ et 20 acquisitions successives sont moyennées. Le gain en réception est fixé à 22 dB de manière à maximiser l’amplitude des signaux reçus sans les saturer. Une acquisition DORT avec la barrette 128 éléments et ces paramètres dure approximativement une demi-heure.

4.1.3 Application de la méthode DORT

Matériel et méthodes

Les paramètres d'émission optimaux déterminés précédemment (Sec.4.1.2) ont été utilisés pour mesurer la matrice de transfert du tube de fantôme d'os vide. Dans cette expérience, plusieurs problèmes peuvent perturber la mesure : un mauvais positionnement du tube, des réflexions parasites sur les parois de la cuve ou sur les systèmes de fixation de la sonde et du fantôme. Afin de disposer de signaux de référence, nous avons simulé l'expérience d'acquisition en utilisant le code de calcul analytique de la diffusion présenté au chapitre précédent (Sec.3.1.1).

Ces signaux expérimentaux et simulés ont ensuite été traités selon la méthode DORT décrite au chapitre 2 (Sec.2.3). Une fenêtre temporelle rectangulaire est sélectionnée autour des ondes circonférentielles rayonnées afin d'éliminer le premier écho correspondant à la réflexion spéculaire pour ne retenir que les échos liés aux ondes circonférentielles. La décomposition en valeurs singulières des signaux choisis est calculée à chaque fréquence. Douze vecteurs singuliers ont été repropagés. Cette valeur de 12 a été choisie car, au maximum, 6 modes guidés sont théoriquement observables et un mode guidé correspond à une paire de vecteurs singuliers. Les images de repropagation sont utilisées pour mesurer la distance entre les sources virtuelles et en déduire la vitesse de phase et le nombre d'onde des modes guidés à chaque fréquence.

Les branches de courbes de dispersion obtenues sont identifiées en les comparant à des courbes de référence. Le modèle de référence choisi est celui d'une plaque semi-immersée dans l'eau de même épaisseur que le fantôme étudié. Les propriétés matérielles affectées à cette plaque sont celles qui ont été indiquées précédemment (Tab.1.2). Les modes sont nommés en se basant sur les considérations théoriques du chapitre 2 et en adoptant comme ordre de numérotation celui des fréquences de coupure.

Résultats et discussion

La comparaison des signaux rétrodiffusés reçus après une des 128 émissions révèle un bon accord qualitatif entre l'expérience et la simulation, ce qui valide notre dispositif expérimental (Fig. 4.10). On peut néanmoins noter quelques légers défauts dans l'expérience. Certains éléments de la sonde fournissent des résultats erronés ou nuls (3 lignes horizontales bleues). Ce problème ne vient pas de la sonde mais de la baie électronique qui la commande : un problème d'alimentation ainsi que des défauts localisés sur certaines des cartes électroniques l'expliquent. Le constructeur est intervenu par la suite pour corriger cela. D'autre part, on peut observer des signaux qui arrivent avant l'écho le plus important, lié à la réflexion spéculaire. Ces signaux ne sont pas physiques, ils sont dus à l'utilisation de la compression d'impulsion et à l'opération de corrélation.

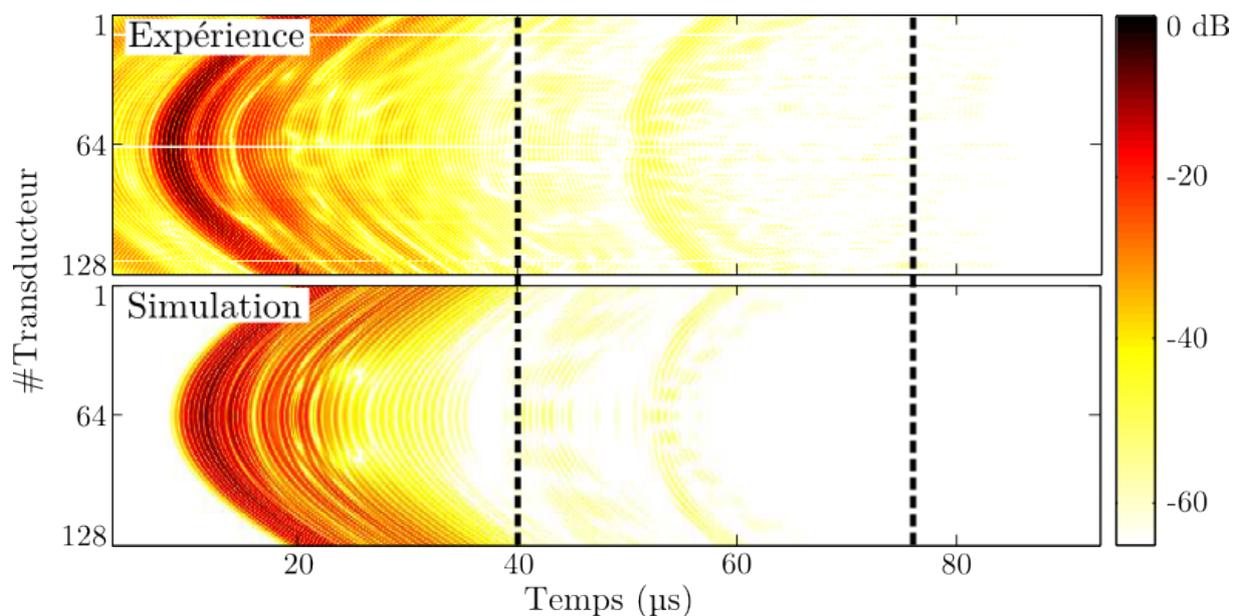


FIGURE 4.10 – Signaux rétrodiffusés reçus par la sonde après une des 128 émissions expérimentalement (en haut) ou à l’issue d’une simulation par calcul analytique de la diffusion (en bas). Les pointillés blancs délimitent la partie des signaux utilisée pour la suite du traitement. L’origine des temps est choisie arbitrairement.

Les portions de courbes de dispersion obtenues à partir des signaux expérimentaux présentent un bon accord avec celles obtenues avec les signaux simulés (Fig.4.11). Cinq branches sont visibles. Par comparaison avec les courbes du modèle de la plaque semi-immersée, on peut les identifier aux modes A , A_1 , S_1 , S_2 . Une branche située entre A_0 et S_0 est *a priori* plus difficile à identifier. Il avait été observé au chapitre 2, une diminution du nombre d’onde, pour les nombres d’ondes les plus élevés, lorsque la courbure augmente. Cela suggère que la branche observée correspond au mode A_0 . De plus, le mode S_0 étant plus fortement atténué par rayonnement que le mode A_0 (Fig.4.12) la probabilité de l’observer est plus faible.

On peut par ailleurs noter que la plupart des modes ne sont pas observés sur l’ensemble de la gamme de fréquences et que le mode S_0 n’est même pas du tout visible. Cela s’explique par des atténuations et des excitabilités différentes selon les modes. En effet, chaque mode est lié à des déformations spécifiques du guide d’ondes. Si ces déformations ne peuvent être imposées par notre sonde, pour des raisons de configuration de la mesure, alors le mode correspondant ne sera pas excité. Le logiciel Disperse nous fournit l’atténuation par rayonnement de chaque mode. En plaçant un seuil sur la valeur de l’atténuation lorsqu’on visualise les courbes de dispersion, on constate que les portions qui n’étaient pas observées correspondent aux zones de plus forte atténuation (Fig.4.12). Finalement, on ne

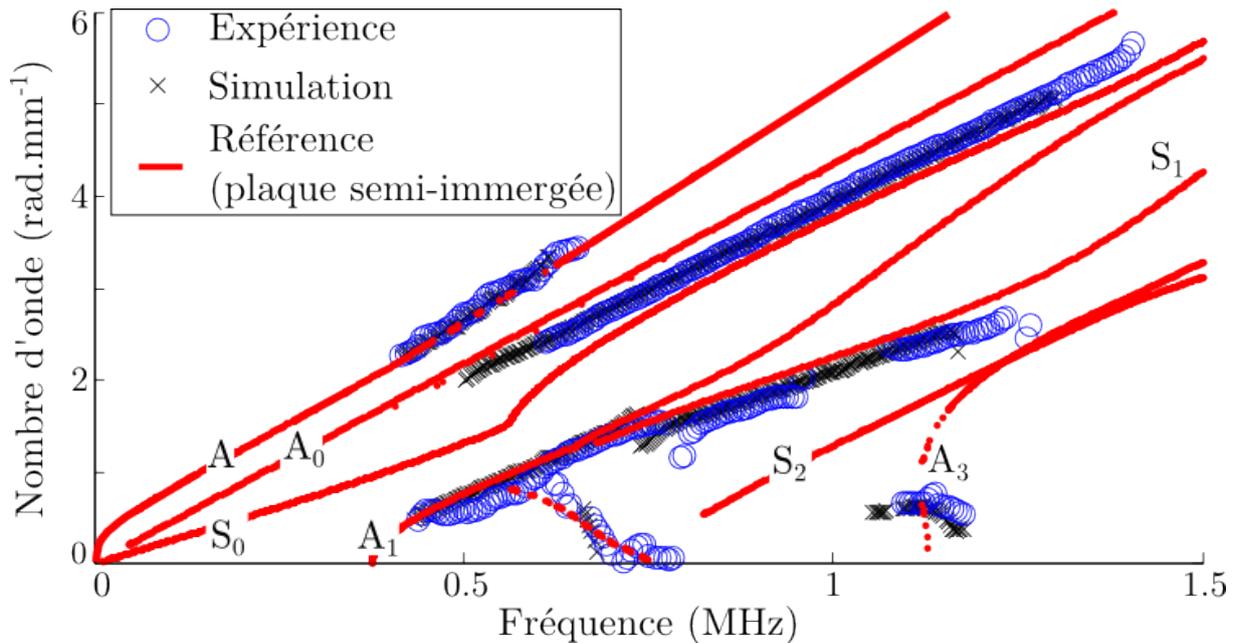


FIGURE 4.11 – Courbes de dispersion obtenues à partir des signaux rétro-diffusés du tube de fantôme d'os rempli d'air mesurés expérimentalement (ronds bleus), simulés (croix noires). Ces courbes sont comparées avec un modèle de plaque semi-immergée afin d'identifier les modes observés.

peut observer expérimentalement que les modes fortement excités et faiblement atténués.

D'autre part, on peut remarquer que le peu de points obtenus pour les faibles nombres d'ondes (par exemple, les points autour de la fréquence de coupure de S_1 et A_3) ne semblent pas tout à fait fiables. Cela est dû au principe de la mesure, basée sur la détermination de la distance entre deux taches focales. Si ces deux taches sont proches, il peut être difficile de mesurer la distance les séparant. En vue d'utiliser ces informations dans un processus d'inversion, il semblerait plus pertinent, notamment pour les points situés autour de la branche A_3 , d'exploiter uniquement la fréquence de coupure plutôt que l'ensemble des points qui sont manifestement erronés. Une solution pour définir la fréquence de coupure pourrait être de déterminer la fréquence du point situé au centre de la branche considérée.

Conclusion

L'étude du fantôme d'os vide nous a permis de déterminer les paramètres d'acquisition optimaux pour observer expérimentalement les signaux rétrodiffusés (en particulier les ondes circonférentielles) avec un rapport signal à bruit satisfaisant. Cette expérience a été également simulée en utilisant un code de calcul analytique. Ces deux séries de signaux rétrodiffusés ont ensuite été traitées selon la méthode DORT. Cinq portions de courbes de dispersion sont observées et identifiées en les comparant aux courbes de référence d'une

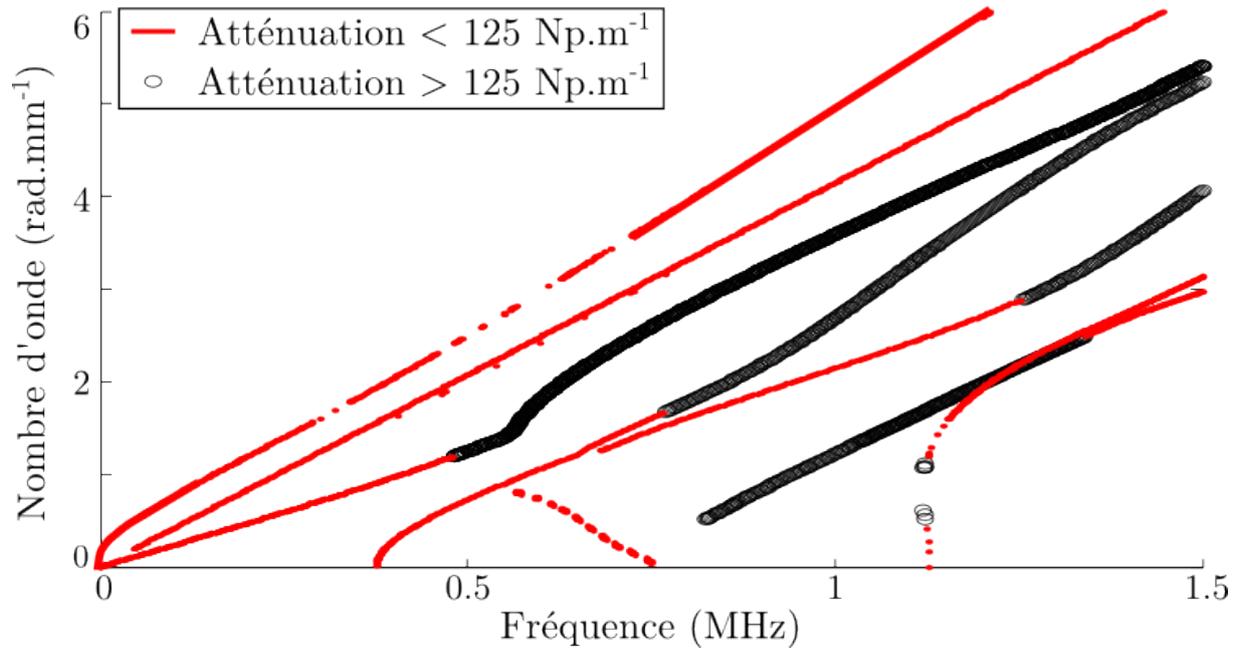


FIGURE 4.12 – Courbes de dispersion de la plaque semi-immergée calculées avec Disperse représentées selon la valeur de l'atténuation du mode. En comparant avec la figure 4.11, on constate que les branches non observées sont les plus atténuées.

plaque semi-immergée.

4.2 Étude d'un fantôme d'os rempli de fluide : développement d'un traitement du signal adapté

Les travaux sur ce fantôme présentés dans cette partie ont été soumis pour publication dans le Journal of the Acoustical Society of America.

La méthode de mesure ayant été adaptée puis validée pour étudier un fantôme d'os cortical, nous décidons d'étudier un deuxième modèle afin de prendre en compte la présence de moelle osseuse dans la cavité de l'os cortical. Le fait que la cavité médullaire contienne un fluide permet la propagation des ondes ultrasonores dans celle-ci. Ces ondes se propageant dans la cavité risquent d'interférer avec les ondes guidées dans la circonférence de la coque qui nous intéressent. La méthode de traitement du signal doit donc être adaptée.

4.2.1 Fantôme étudié

Le modèle considéré pour cette étude est un tube mimant l'os cortical rempli d'un fluide imitant la moelle. Le tube imitant la partie corticale est le même que celui utilisé pour l'étude précédente. C'est un cylindre de section circulaire manufacturé (Sawbones, Pacific Research Laboratory Inc., Vashon, WA) de diamètre 26 mm et d'épaisseur 2.1 mm. En ce qui concerne la modélisation de la moelle osseuse, il ne semble pas y avoir de consensus dans la littérature. La moelle étant constituée principalement de graisse et de cellules hématopoïétiques, certains groupes ont choisi d'utiliser des corps gras comme de l'huile [120] ou du beurre [54]. D'autres groupes, en raison de vitesses ultrasonores proches, ont choisi de modéliser la moelle par de l'eau. Cependant, ainsi que l'a montré une récente étude, les autres propriétés ultrasonores de la moelle (et en particulier l'atténuation) sont bien différentes de celles de l'eau [121]. Nous avons choisi de mimer la moelle par du glycérol : son impédance acoustique est plus élevée que celle de la moelle (2.39 vs. 1.39 MPa · ms⁻¹ mais l'atténuation est relativement proche (0.2 vs. 0.15 dB · cm⁻¹) [122, 123]. Comme pour l'ensemble de nos expériences, ce fantôme est immergé dans une cuve d'eau qui représente les tissus mous entourant l'os.

Le principe de l'étude de ce fantôme est identique à l'étude précédente : les signaux rétrodiffusés après chacune des 128 émissions sont enregistrés expérimentalement, ils sont, en parallèle, calculés à partir du code de calcul analytique de la diffusion. Ces deux séries de signaux sont traitées pour obtenir des branches de courbes de dispersion. Les branches observées sont comparées aux courbes de dispersion d'un modèle afin de les identifier. La référence choisie ici est un modèle de plaque immergée dans deux fluides différents : l'eau d'un côté, le glycérol de l'autre (Sec.2.1.2). Disperse est utilisé pour obtenir les courbes

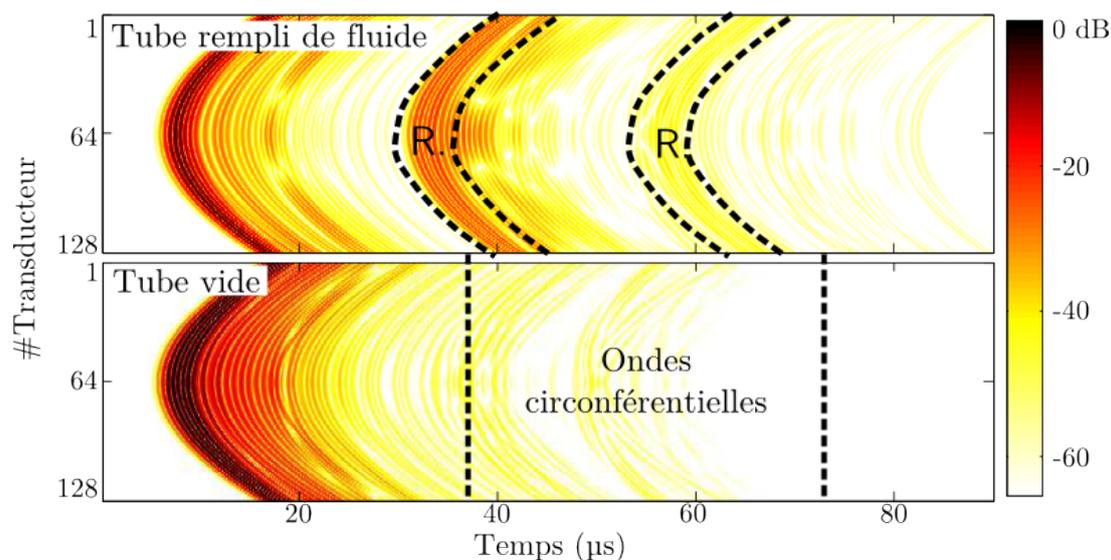


FIGURE 4.13 – Signaux rétrodiffusés par le tube empli de glycérol (Haut) et vide (Bas) calculés à partir du code de calcul analytique de diffusion. On constate que les réflexions successives sur les parois de la cavité (notées R.) interfèrent avec les ondes circonférentielles.

de ce modèle de référence.

4.2.2 Problème rencontré

La comparaison des signaux rétrodiffusés par le tube vide et par le tube rempli de glycérol après une des émissions illustre clairement le problème posé par la présence du fluide dans la cavité (Fig.4.13). Les ondes se propageant dans le glycérol se réfléchissent sur les parois de la cavité et se superposent aux ondes guidées par la coque. Ces interférences nous gênent d'autant plus que l'amplitude des ondes circonférentielles rayonnées est très faible. Nous avons pu constater, dans l'étude précédente du cas du tube vide, que les ondes guidées étaient très atténuées par absorption dans le matériau de la coque et par rayonnement dans l'eau environnante. Dans le cas présent, les ondes sont en plus atténuées par rayonnement dans le fluide de la cavité.

Ces interférences vont potentiellement perturber l'application de la méthode DORT. Observons l'effet du mélange entre les contributions des réflexions et des ondes guidées rayonnées sur la suite du traitement. On applique la méthode DORT aux signaux reçus comme nous l'avons fait dans le cas du tube vide après avoir éliminé le premier écho lié à la réflexion spéculaire sur la paroi externe du tube. La gamme de fréquences et l'épaisseur du fantôme étant les mêmes que précédemment, 6 modes sont attendus. On choisit donc de repropager 12 vecteurs singuliers. Contrairement au cas du tube vide, l'image ne peut être utilisée en l'état pour déterminer la distance entre les sources virtuelles associées à chaque mode : l'image est polluée par une tache centrale très intense (Fig.4.14). Un filtrage

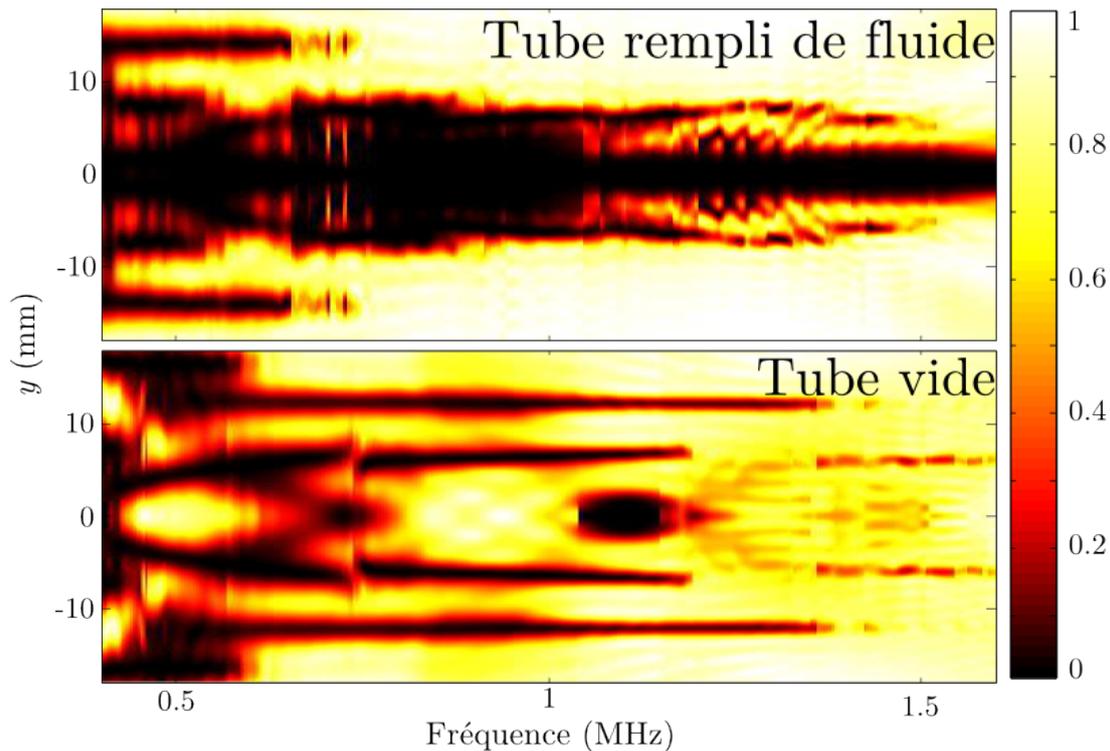


FIGURE 4.14 – Images de la repropagation des 12 premiers vecteurs singuliers observée au centre du tube et pour toutes les fréquences dans le cas du tube rempli de fluide et dans le cas du tube vide. Les réflexions successives sur les parois de la cavité correspondent à des taches focales centrales qui polluent l’image et empêchent son utilisation : il est nécessaire de filtrer la contribution des réflexions.

est nécessaire pour éliminer les taches focales correspondant aux réflexions successives sur les parois de la cavité.

4.2.3 Mise en place d’une méthode de filtrage

Analyse du problème

Afin d’élaborer une méthode de filtrage des images de repropagation, il est nécessaire de comprendre la physique du problème. En particulier, il importe de connaître la manière dont les réflexions sur les parois de la cavité contribuent à l’image de repropagation. Pour ce faire, on simule, avec le code de calcul analytique de la diffusion, les signaux rétrodiffusés par un tube empli de glycérol et dont la coque est réalisée dans un matériau fictif très atténuant. Ce matériau fictif a les mêmes propriétés élastiques que le matériau imitant l’os mais les atténuations sont fixées à 1 au lieu de $\alpha\lambda_L = 0.087 \text{ Np}$ et $\alpha\lambda_T = 0.147 \text{ Np}$. Les ondes guidées par la coque étant très fortement atténuées, les signaux rétrodiffusés reçus par la sonde sont uniquement dus aux réflexions sur la cavité (Fig.4.15). On compare, aux différentes étapes du traitement, le cas du fantôme étudié où les réflexions et les ondes

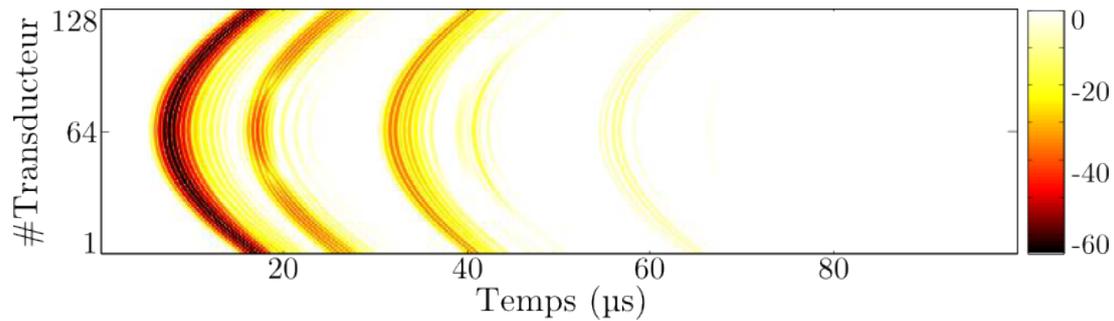


FIGURE 4.15 – Simulation de signaux rétrodiffusés par un tube rempli de fluide dont la coque est réalisée dans un matériau fictif très atténuant. Cela permet de n’observer que la contribution des réflexions sur les parois de la cavité. L’analyse de cette simulation va nous permettre de développer une méthode de filtrage de cette contribution.

guidées interfèrent et le cas du tube virtuel très atténuant où seules les réflexions sont présentes.

L’observation de la distribution d’amplitude des vecteurs singuliers nous indique deux choses importantes (Fig.4.16). D’une part, le motif de la distribution dans le cas du tube fictif très atténuant confirme que seules les réflexions successives sur les parois contribuent aux signaux rétrodiffusés. En effet le motif observé est identique à celui observé dans le cas de réflexion spéculaire [124, 125]. D’autre part, dans le cas de notre fantôme réel, la distribution est constituée d’un motif globalement identique mais déformé. Cela indique que chaque vecteur singulier contient une importante contribution des réflexions sur les parois et une contribution des ondes guidées. Il n’est donc pas possible de distinguer une première série de vecteurs singuliers, de rang élevé, qui seraient associés aux réflexions et une seconde série de rang plus faible, associée aux ondes circonférentielles. Le filtrage ne peut donc consister en une simple élimination de certains vecteurs singuliers.

Dans chacun des deux cas étudiés, on effectue la repropagation de chaque vecteur singulier séparément et on observe l’image de repropagation obtenue au centre du tube, pour chaque fréquence (Fig.4.17). Le cas du tube très atténuant nous indique un comportement spécifique des taches focales associées aux réflexions successives sur les parois : ces taches focales convergent vers l’axe central quand la fréquence croît. Cette évolution particulière résulte de la décroissance de la largeur de la tache focale avec la fréquence. Le premier vecteur singulier, situé sur l’axe central, suit clairement cette loi. Il est d’autre part connu que les taches focales des vecteurs singuliers suivants s’alignent de chaque côté de cette tache centrale initiale [125]. En « suivant » la première tache focale, ces autres taches focales semblent converger vers l’axe central. Or, nous savons par ailleurs que les taches focales associées aux ondes guidées circonférentielles ont un comportement opposé : elles

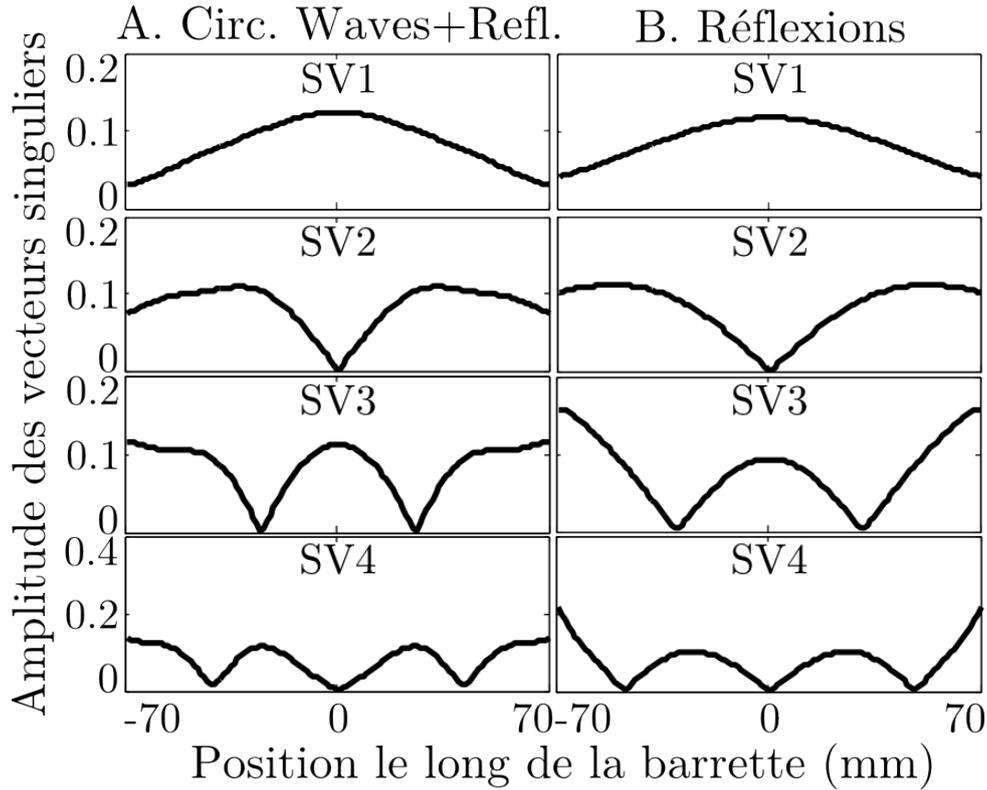


FIGURE 4.16 – Distribution d’amplitude des vecteurs singuliers dans le cas qui nous intéresse (A) et dans le cas simulé du tube très atténuant (B). On reconnaît en B le motif typique associé à des réflexions spéculaires [124, 125]. On observe ce motif en A mais déformé par la contribution des ondes circonférentielles.

divergent de l’axe central lorsque la fréquence augmente. En effet, la vitesse de phase des modes guidés décroît avec la fréquence (mis à part pour les premiers modes A , A_0 , S , S_0) et l’équation reliant la vitesse de phase aux positions des sources virtuelles $c_\phi = c_0 \frac{D}{d_{AB}}$ indique que si la vitesse de phase, c_ϕ , diminue alors la distance entre les sources augmente. Il apparaît donc un critère nous permettant de distinguer la contribution des ondes circonférentielles de celle des réflexions sur les parois de la cavité.

Traitement du signal proposé

Le traitement DORT classique utilisé dans le cas du tube vide est modifié en suivant les conclusions de l’étude ci-dessus. Les étapes d’acquisition de la matrice de transfert et de décomposition en valeurs singulières sont inchangées. Au niveau de la repropagation, après avoir éliminé le premier vecteur singulier s’il n’apporte pas d’informations sur les ondes guidées, on repropage les vecteurs singuliers par groupe de 4 afin que l’image de repropagation soit lisible et non pas polluée par la superposition des taches (comme la figure 4.14). En supposant que douze vecteurs singuliers contiennent l’information des

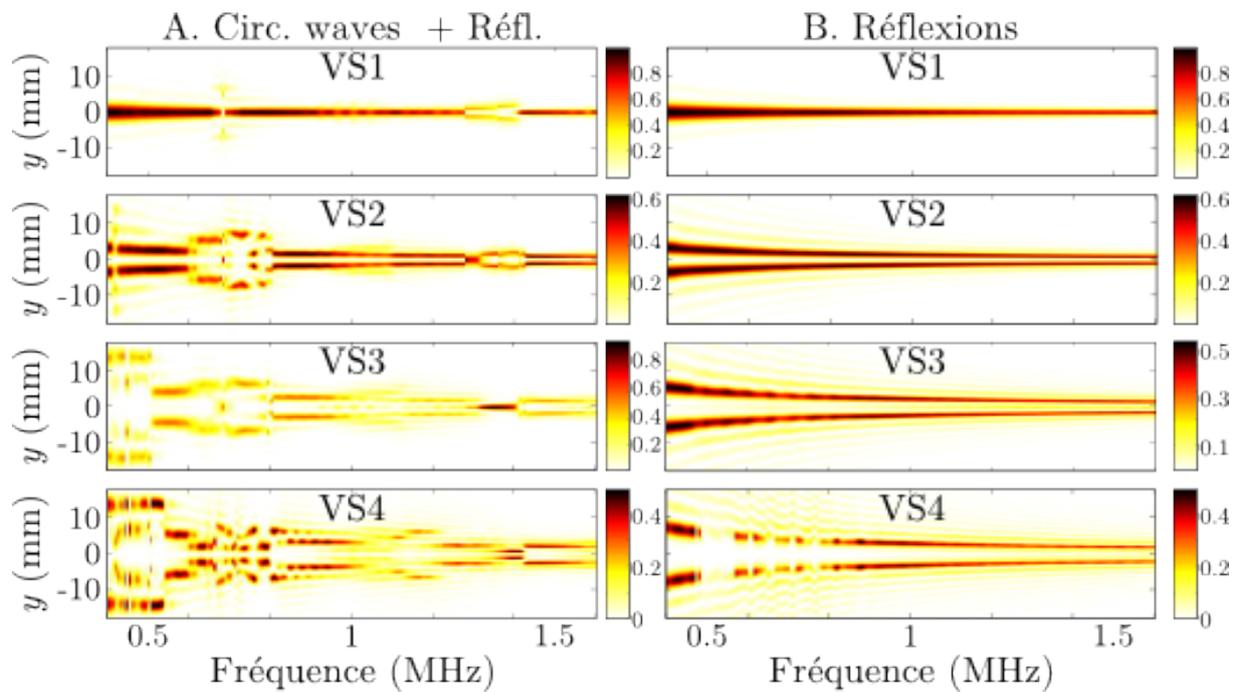


FIGURE 4.17 – Images de repropagation des quatre premiers vecteurs singuliers un par un dans chacun des deux cas simulés : (A) le cas étudié du tube rempli de fluide (B) le cas du tube très atténuant utilisé pour étudier séparément la contribution des réflexions sur les parois de la cavité.

ondes guidées, on va donc avoir trois images à traiter : l'image de la repropagation des vecteurs singuliers 2 à 5, celle des vecteurs 6 à 9, celle des vecteurs 10 à 13. Sur ces images, l'utilisateur ne doit donc sélectionner que les taches associées aux ondes circonférentielles en se basant sur le critère de divergence des taches focales. Afin de guider le choix de l'utilisateur, la forme des branches associées aux réflexions, obtenues grâce à la simulation dans le cas d'un tube très atténuant, est superposée aux images de repropagation à traiter (Fig.4.18). Dans l'exemple de simulation, l'utilisateur garderait, entre autres, les deux paires de branches situées entre 0.4 et 0.5 MHz les plus éloignées de l'axe central. Les coordonnées des taches sélectionnées sont ensuite utilisées pour calculer les branches de courbes de dispersion, comme précédemment.

4.2.4 Résultats et discussion

Pour parer au problème des interférences entre les ondes réfléchies et les ondes guidées circonférentielles, nous avons proposé d'ajouter une étape de filtrage à la méthode DORT. Les branches de courbes de dispersion des ondes guidées obtenues à partir des signaux expérimentaux sont comparées à celles obtenues à partir des signaux simulés (Fig.4.19). La plupart des branches simulées sont observées également dans l'expérience. Cependant, certaines branches sont obtenues seulement dans l'expérience ou seulement

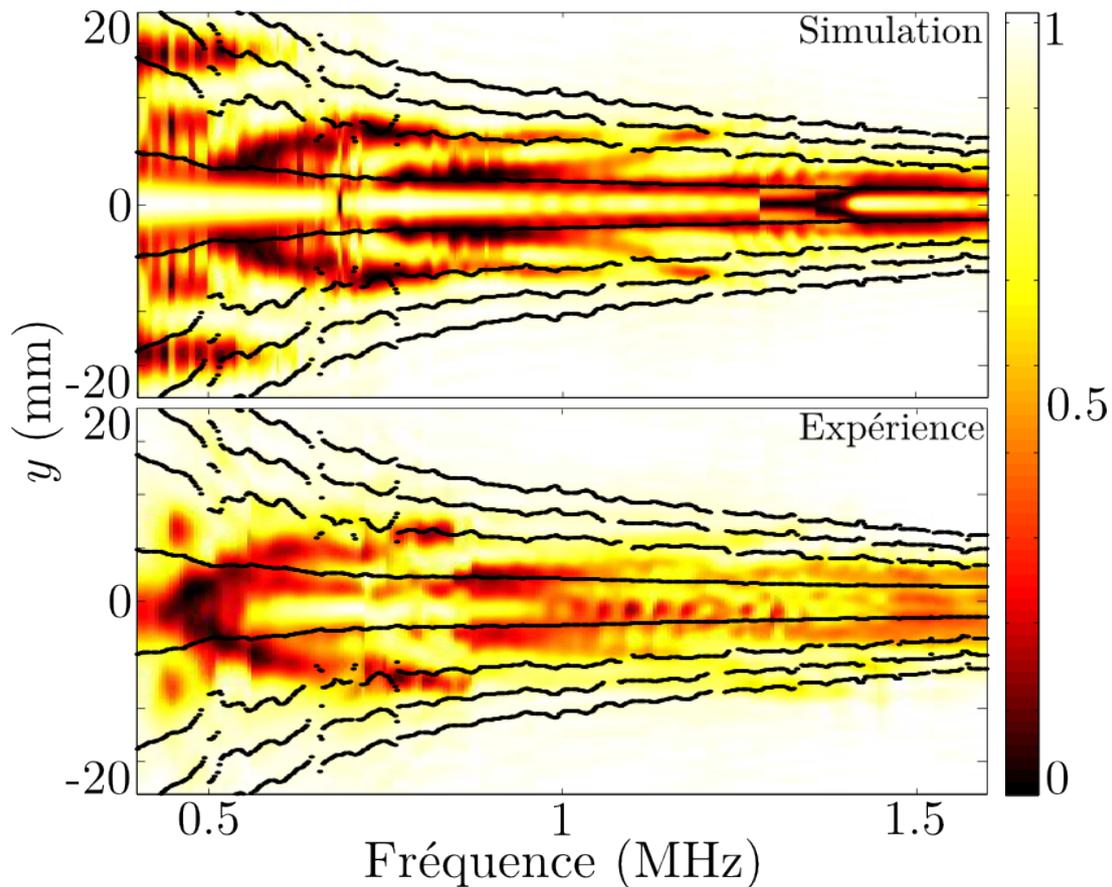


FIGURE 4.18 – La carte en couleur est l’image de repropagation des vecteurs singuliers deux à cinq obtenue à partir des signaux simulés (Haut), expérimentaux (Bas) rétrodiffusés par le tube de fantôme d’os rempli de fluide. Sur cette image, l’utilisateur doit sélectionner que les taches correspondant aux ondes circonférentielles : elles divergent de l’axe central lorsque la fréquence augmente. Pour guider cette sélection, les points noirs indiquent la forme des branches associées aux réflexions que l’on souhaite éliminer. Ils ont été obtenus à partir de la simulation du tube de matériau fictif très atténuant (Fig.4.17B).

dans la simulation. Ce désaccord peut s’expliquer par des différences d’amplitudes des signaux : la décomposition en valeurs singulières est légèrement différente entre la simulation et l’expérience et les images de repropagation ne sont pas strictement identiques (Fig.4.18). On peut voir que les taches focales, pour certaines fréquences, ne sont pas au même endroit dans l’expérience et dans la simulation. Ainsi, dans certains cas, les taches focales observées expérimentalement (respectivement en simulation) sont éliminées par l’opérateur car superposées aux taches focales liées aux réflexions tandis que les taches focales observées en simulation (resp. expérimentalement) étant légèrement différentes ne sont pas superposées aux taches focales de réflexion et ne sont donc pas éliminées. Enfin, on peut remarquer que ces branches obtenues seulement en expérience ou seulement en simulation semblent néanmoins fiables : elles sont associées à des modes de référence

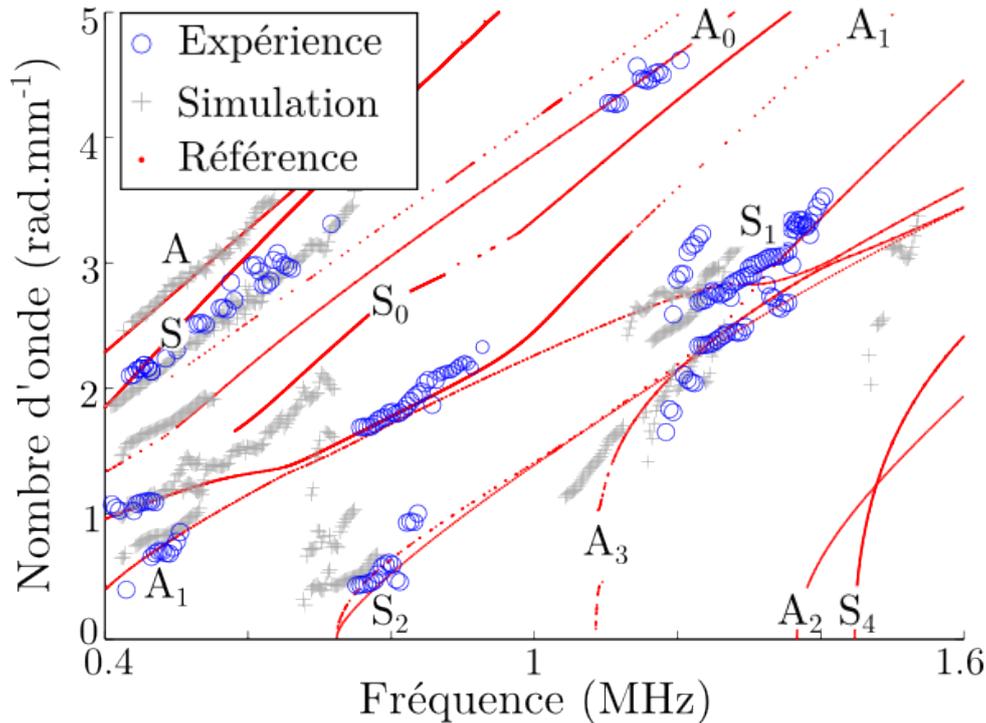


FIGURE 4.19 – Courbes de dispersion obtenues à partir des signaux rétrodiffusés du tube rempli de glycérol enregistrés expérimentalement (ronds bleus) et calculés (croix grises). Ces courbes sont comparées avec un modèle de plaque chargée par deux fluides différents (points rouges) afin d'identifier les modes observés.

observés à d'autres fréquences en simulation ou dans l'expérience.

La comparaison entre les points expérimentaux et les courbes de dispersion de référence d'une plaque chargée par deux fluides permet d'identifier les branches observées aux modes A , S , A_0 , S_0 , A_1 , S_1 and A_3 . On obtient également quelques points autour de la fréquence de coupure de S_2 . Comparées aux résultats obtenus sur le tube vide, les branches de courbes de dispersion sont visibles sur des bandes de fréquence plus réduites. Cela est une conséquence de la méthode de filtrage proposée. En effet, le critère proposé ne permet de distinguer les contributions des ondes circonférentielles uniquement lorsque les taches focales correspondantes sont distinctes des taches focales des réflexions. Si ces taches sont superposées, la contribution des réflexions étant de plus grande amplitude, l'opérateur ne sélectionnera pas ces taches pour le calcul des courbes de dispersion. L'atténuation explique aussi le plus faible nombre de branches observées. Dans le cas présent, les ondes circonférentielles sont atténuées par les fuites à la fois dans le milieu environnant et dans le fluide de la cavité : l'atténuation est donc plus grande que dans le cas du tube vide. On peut vérifier avec Disperse que les zones du plan (k, f) où aucun point n'est obtenu correspond à des modes fortement atténués (Fig.4.20).

La sélection et l'appariement des taches focales de l'image de repropagation sont effec-

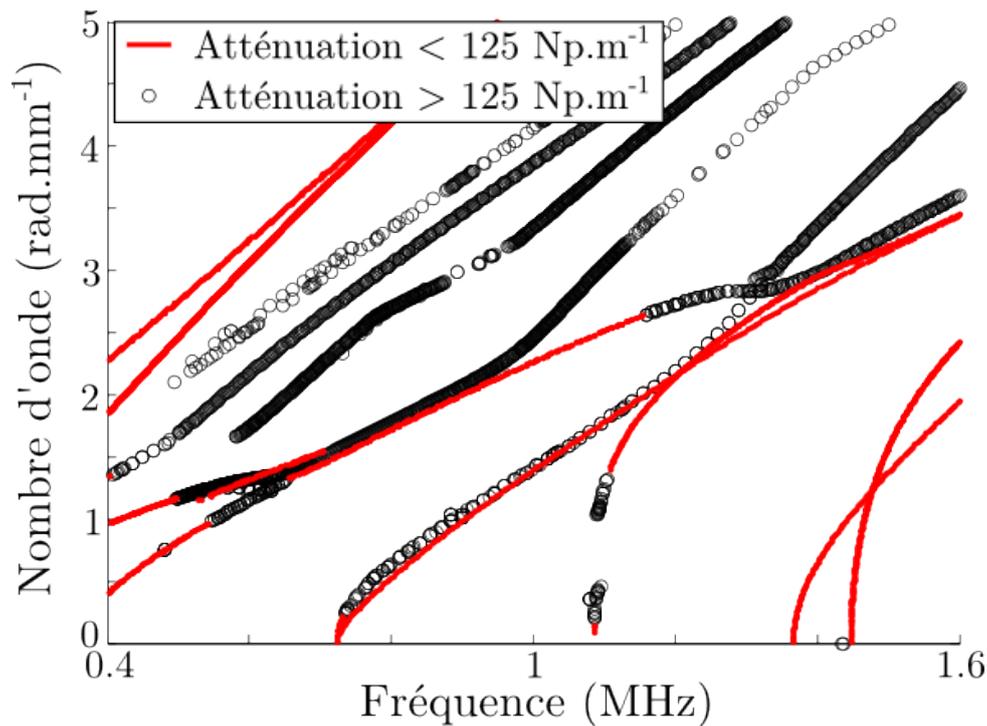


FIGURE 4.20 – Courbes de dispersion de la plaque chargée par deux fluides différents affichées selon l’atténuation du mode. En comparant avec la Fig.4.19, on constate que les branches non observées correspondent aux parties les plus atténuées.

tués manuellement. Ces opérations pourraient être automatisées. Les tâches mises en jeu sont relativement classiques : identification de points formant des branches, appariement de branches et comparaison de deux jeux de branches obtenus à partir de deux images de repropagation différentes.

Il est important de souligner les différences existant entre notre fantôme d’os rempli de glycérol et le col fémoral humain. Premièrement, l’impédance acoustique du glycérol étant plus élevée que celle de la moelle, le contraste d’impédance entre le tube et le fluide est plus petit que celui existant entre l’os cortical et la moelle. Ainsi, pour le col du fémur, moins d’énergie serait transmise dans la cavité médullaire et les ondes circumférentielles devraient être moins atténuées par fuites vers la cavité. Deuxièmement, la présence d’os trabéculaire n’a pas été prise en compte dans cette étude. L’os trabéculaire atténuant fortement les ondes, par absorption et diffusion, les réflexions parasites gênantes ici devraient être un problème moins important dans le cas de l’os. Une simulation a été réalisée pour évaluer l’effet de l’os trabéculaire. Le modèle choisi de la cavité médullaire (moelle + os trabéculaire) consiste en un fluide atténuant : l’impédance du fluide correspond à celle de la moelle ($\sim 1.4 \text{ MPa} \cdot \text{s} \cdot \text{m}^{-1}$) et l’atténuation à celle du trabéculaire ($10.2 \text{ dB} \cdot \text{cm}^{-1} \cdot \text{MHz}^{-1}$). Ce coefficient d’atténuation a été obtenu à partir d’une formule empirique [126] et d’une valeur de fraction volumique d’os de 7% correspondant à une

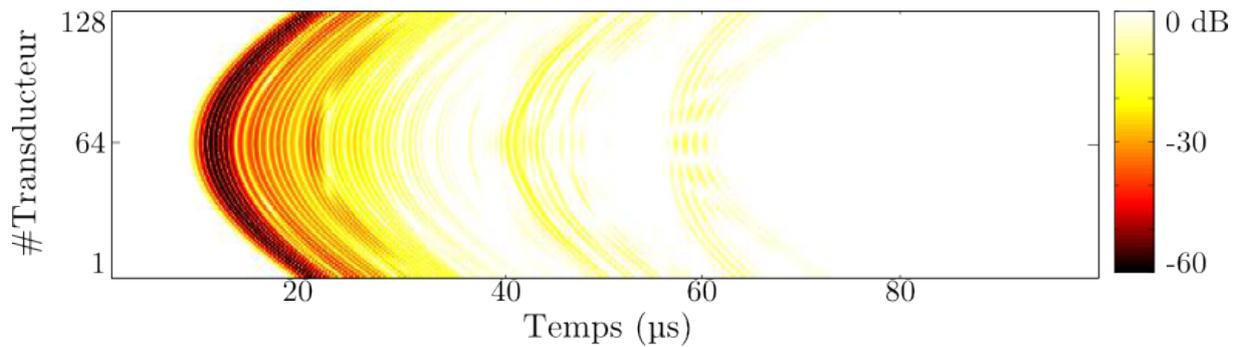


FIGURE 4.21 – Signaux simulés rétrodiffusés par un tube de fantôme d'os contenant un fluide dont le coefficient d'atténuation est celui de l'os trabéculaire. On constate que, malgré la présence du fluide, les réflexions successives ne sont pas visibles.

valeur moyenne pour le col du fémur de personnes âgées [17, 127, 128]. Ce modèle bien que simpliste permet d'évaluer l'allure des signaux susceptibles d'être observés dans le cas réel : les réflexions successives observées dans le cas du tube rempli de glycérol ne sont plus visibles ici (Fig.4.21).

4.2.5 Conclusion

Une adaptation de la méthode DORT a été proposée pour mesurer des courbes de dispersion des ondes guidées circonférentielles d'un fantôme d'os cortical de section circulaire rempli d'un fluide mimant la moelle. Plusieurs branches ont été obtenues et identifiées par comparaison avec un modèle de plaque chargée par deux fluides différents. Cette étude représente un pas vers la caractérisation de la coque corticale du col fémoral. Néanmoins, cette méthode est plus générale et pourrait s'appliquer, par exemple, au contrôle non destructif de tuyaux composites immergés.

4.3 Conclusion

Les deux expériences présentées ici ont abouti à l'adaptation de la méthode de mesure, initialement proposée pour des tubes métalliques vides, aux propriétés matérielles particulières de l'os. L'étude d'un premier fantôme constitué d'une coque circulaire remplie d'air et mimant les propriétés matérielles de l'os cortical a permis d'optimiser les paramètres d'acquisition de la matrice de transfert. L'étude d'un second fantôme constitué du premier fantôme rempli d'un fluide mimant la moelle a conduit à l'ajout d'une étape de filtrage dans la méthode DORT.

Le comportement du col fémoral humain est supposé se situer entre les deux modèles utilisés : la cavité médullaire n'est pas vide mais elle n'est pas uniquement remplie de fluide. D'autre part, le col du fémur ne présente pas une section circulaire. La méthode doit encore être adaptée pour traiter le cas de guides d'ondes de géométrie plus réaliste.

Chapitre 5

Adaptation de la méthode de mesure des courbes de dispersion aux propriétés géométriques de l'os cortical

Les fantômes étudiés jusqu'à présent sont des cylindres de section circulaire. Or d'une part, la section de la coque corticale du col fémoral varie le long de l'axe du col d'une forme plutôt elliptique près du trochanter à une forme plutôt circulaire, près de la tête (Fig.2.9, p.33). D'autre part, l'épaisseur de la coque n'est pas constante autour de la circonférence. Ces deux caractéristiques impliquent des modifications importantes des caractéristiques des ondes guidées. De plus, la méthode de mesure initialement proposée pour le CND (ch. 2) n'est valable que pour les coques de section circulaire. Ce chapitre explique les difficultés liées à ces particularités et présente une méthode établie sur l'analyse du rayonnement des ondes guidées fournissant la vitesse de phase des ondes guidées pour des coques de section quelconque. Cette méthode, développée lors du post-doctorat de Mathieu Chekroun, est appliquée à l'étude d'un fantôme de section elliptique. L'effet d'une variation de l'épaisseur du guide d'ondes est ensuite abordé. Des simulations ont été menées sur un fantôme de section elliptique et d'épaisseur non constante. Elles permettent de comprendre la propagation des ondes dans ce type de guide. Dans un sens de propagation, les courbes de dispersion observées sont proches d'un modèle de plaque alors que dans l'autre sens, les ondes guidées sont plus complexes à analyser. Un premier modèle permettant d'expliquer une partie des phénomènes observés est proposé dans ce dernier cas. Enfin, l'analyse d'un fantôme de forme réaliste permet de mettre en évidence un certain nombre de points à étudier plus précisément avant de pouvoir mesurer des fémurs *in vitro* puis *in vivo*.

5.1 Prise en compte de la forme extérieure de la coque

5.1.1 Pourquoi la méthode initiale ne peut-elle pas s'appliquer ?

Pour mémoire, la méthode initiale consiste à utiliser la méthode DORT pour localiser les points de rayonnement apparent des ondes guidées, dont on sait, dans le cas d'un cercle, qu'ils sont situés au centre du tube, $x = 0$, (Fig.2.18, p.45). La distance entre les points de rayonnement apparent d'une onde guidée étant liée à sa vitesse de phase par la loi de Descartes et des relations trigonométriques (Eq.2.8, p.36), la mesure de cette distance est ensuite utilisée pour obtenir des parties de courbes de dispersion du guide d'ondes.

Lorsque la coque n'est plus circulaire, les points de rayonnement apparent n'ont plus de raison d'être situés au centre du tube et l'équation reliant la position des points de rayonnement apparent à la vitesse de phase n'est plus valable. En effet, cette équation est établie à partir d'une relation trigonométrique simple entre l'angle de rayonnement et le diamètre du tube qui n'existe que pour un cercle (Fig.5.1). De plus, l'hypothèse est faite que les points de rayonnement apparent des ondes guidées se propageant dans le sens horaire et dans le sens anti-horaire sont symétriques, ce qui n'est pas le cas pour une coque de forme et d'épaisseur quelconques. Il apparaît donc nécessaire de trouver le lien existant entre la vitesse de phase d'une onde guidée et la position du point de rayonnement apparent correspondant dans le cas d'une coque de section quelconque, les points de rayonnement pouvant être localisés par retournement temporel.

5.1.2 Approche proposée

Pour trouver ce lien, nous allons utiliser la description du rayonnement des ondes guidées circonférentielles présentée au chapitre 2. Les taches focales obtenues par retournement temporel permettent de localiser les points de rayonnement apparent. Ces taches focales sont supposées être localisées aux centres de courbure des fronts d'ondes rayonnées enregistrés par la sonde. Pour déterminer de manière théorique la position des points de rayonnement apparent d'une certaine onde guidée, il faut donc calculer la position du centre de courbure du front d'onde rayonnée. Par la suite, pour éviter toute confusion, on appellera « Lieu des centres de courbures », les points de rayonnement apparent théoriques et « Points de rayonnement apparent », les points de rayonnement apparent effectivement observés (en simulation ou en expérience) sur les cartes du champ rétropropagé.

À chaque onde guidée circonférentielle se propageant à une certaine vitesse de phase, à une fréquence donnée, correspond un front d'onde rayonnée et des points de rayonnement particuliers. La position de ces points de rayonnement est ainsi paramétrée, via une

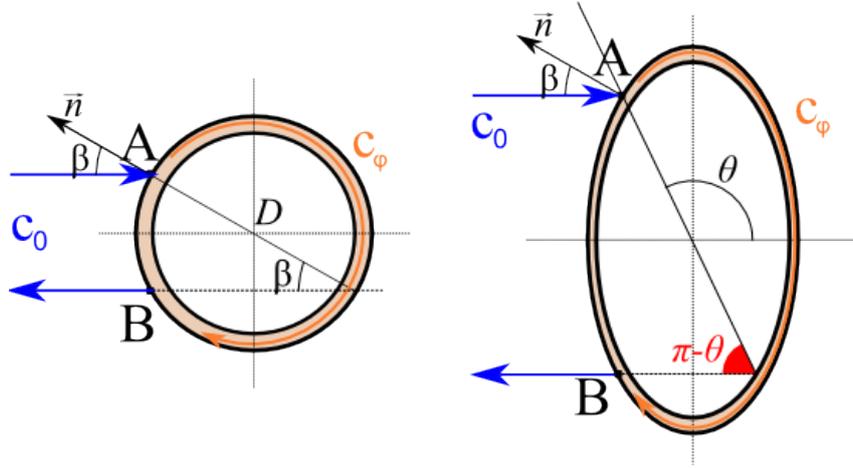


FIGURE 5.1 – Dans le cas d'un cercle, l'angle de rayonnement β est lié par une relation trigonométrique au diamètre du tube D et à la distance entre le point d'incidence A et le point de rayonnement B . Lorsque la forme est quelconque, cette relation ne fait plus intervenir l'angle de rayonnement mais l'angle polaire θ décrivant le point d'incidence : il n'est donc plus possible de relier directement la position des points A et B à l'angle de rayonnement et donc à la vitesse de phase.

relation non explicite, par la vitesse de phase des ondes guidées. Cette paramétrisation vient remplacer la relation existant précédemment pour la coque à section circulaire.

Les deux premières étapes de la méthode proposée ne diffèrent pas de la méthode initiale : on commence par acquérir la matrice de transfert du système et on effectue, à chaque fréquence, sa décomposition en valeurs singulières. Par rapport aux expériences précédentes sur des coques circulaires, le positionnement du fantôme par rapport à la sonde est maintenant un point critique : la forme de la coque et son orientation par rapport à la sonde sont requises pour calculer le lieu des centres de courbure.

L'étape suivante consiste à calculer pour chaque vitesse de phase possible, la position des centres de courbure des fronts d'onde reçus par la barrette. Concrètement, on commence par déterminer les coordonnées des fronts d'ondes rayonnées par les deux ondes guidées de vitesse de phase c_ϕ , l'une se propageant dans le sens horaire, l'autre dans le sens trigonométrique (Fig.5.2). Les équations permettant de calculer ces coordonnées ont été décrites en détail au chapitre 2. Pour mémoire, l'équation du front d'onde rayonnée par l'onde guidée se propageant dans le sens trigonométrique est :

$$\mathbf{F}^+(t, \theta) \begin{cases} x(t, \theta) = \rho(\theta) \cos \theta + c_0 \left(t - \frac{s(0, \theta)}{c_\phi} \right) \cos(\gamma(\theta) + \beta), \\ y(t, \theta) = \rho(\theta) \sin \theta + c_0 \left(t - \frac{s(0, \theta)}{c_\phi} \right) \sin(\gamma(\theta) + \beta). \end{cases} \quad (5.1)$$

Les principales variables intervenant dans cette équation sont les paramètres décrivant la forme de l'ellipse [le rayon $\rho(\theta)$, l'angle polaire θ et l'abscisse curviligne $s(0, \theta)$] et la

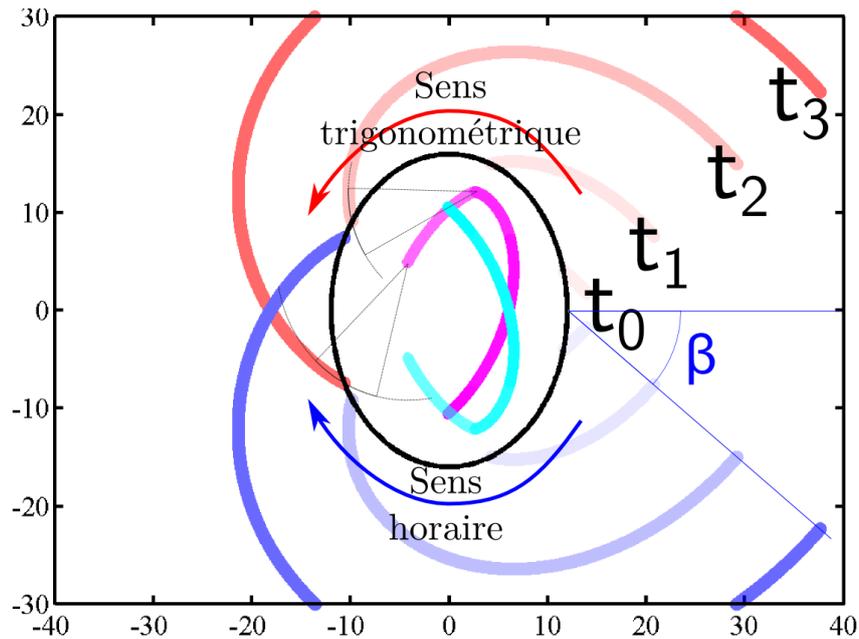


FIGURE 5.2 – Image représentant la combinaison de 4 instantanés (pris aux instants t_0 à t_3) de la propagation des deux fronts des ondes rayonnées par les ondes guidées se propageant dans le sens trigonométrique (rouge) et dans le sens horaire (bleu) à une vitesse de phase donnée. Les centres de courbure correspondant sont représentés respectivement en magenta et en cyan. L'angle de rayonnement par rapport à la normale associé à cette vitesse est représenté au point choisi comme origine du front d'onde rayonnée.

vitesse de phase, c_ϕ , de l'onde guidée considérée (qui intervient également dans l'angle de rayonnement β). La sonde ayant une certaine longueur et étant placée à une certaine distance, seule une partie de ce front d'onde est effectivement reçue par la sonde (Fig.5.3 a). On utilise les coordonnées du front d'onde reçu par chaque élément de la sonde et leurs dérivées pour calculer les coordonnées des centres de courbure correspondants. On obtient ainsi deux séries de 128 points (une série pour chaque sens de propagation de l'onde guidée). Afin de définir un unique point de rayonnement apparent théorique pour chaque onde guidée, on ne conserve que le barycentre de ces différents centres de courbure (Fig.5.3 b). D'autres choix sont possibles – on peut par exemple n'utiliser que le centre de courbure correspondant au front d'onde reçu par l'élément central de la sonde – mais cela n'affecte que peu la position finale du point de rayonnement théorique. Cette étape est répétée de manière à obtenir deux courbes (une pour chaque sens) paramétrées par la vitesse de phase correspondant aux centre de courbure et appelées par la suite : « lieux des centres de courbure ».

L'étape suivante de la méthode est l'étape de retournement temporel. Comme dans le cas d'une coque circulaire, on repropage numériquement les vecteurs singuliers sélectionnés, à chaque fréquence. Cela permet de localiser les points de rayonnement apparent.

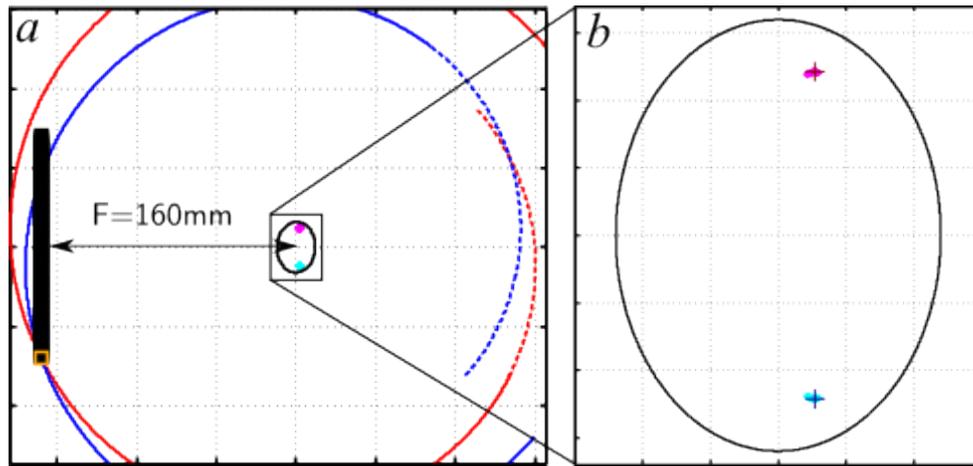


FIGURE 5.3 – a- Fronts d’ondes rayonnées à l’instant où ils sont reçus par l’élément situé à l’extrémité inférieure de la barrette. Les points cyan et magenta correspondent aux 128 centres de courbure des fronts d’ondes reçus par chacun des 128 éléments de la barrette. b- Zoom sur les centres de courbure. On définit les points de rayonnement apparent théorique de ces deux ondes guidées de vitesse c_ϕ , comme les barycentres respectifs de ces deux séries de 128 points (croix rouge et bleu).

Enfin, on détermine les vitesses de phase des ondes guidées se propageant effectivement dans la coque en superposant, à chaque fréquence, les cartes de champ rétropropagé et les deux lieux des centres de courbure paramétrés par la vitesse de phase (Fig.5.4).

L’approche proposée peut être résumée par l’algorithme suivant :

1. Acquisition de la matrice de transfert du système ;
2. Décomposition en valeurs singulières, à chaque fréquence ;
3. Calcul des deux lieux des centres de courbure à partir de la géométrie de la coque ;
4. Repropagation des vecteurs singuliers choisis par l’opérateur ;
5. Superposition des cartes de champ rétropropagé à chaque fréquence et des lieux de centre de courbure ;
6. Détermination des vitesses de phase des ondes guidées se propageant effectivement dans le guide.

Cette méthode avait fait l’objet de validations numériques sur des objets simples, dans des configurations réduites pour faciliter les simulations, dans le cadre du post-doctorat de M. Chekroun. Nous appliquons cette méthode à l’étude expérimentale et simulée d’objets plus proches de l’os et dans une configuration correspondant à celle envisagée pour de futures manipulations *in vivo*.

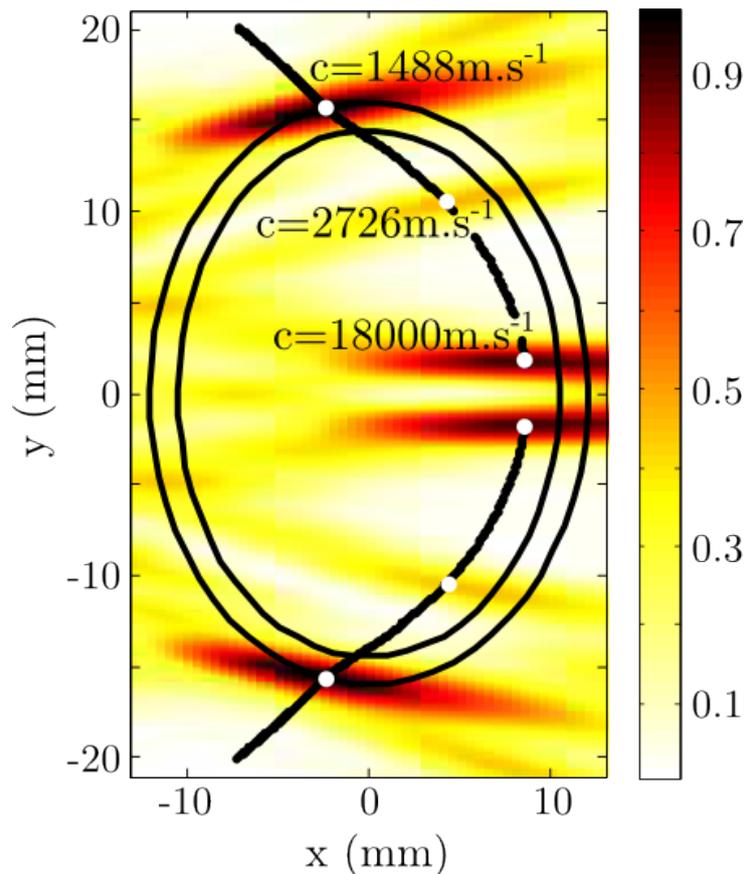


FIGURE 5.4 – Carte de repropagation à 1 MHz superposée aux lieux des centres de courbure paramétrés par la vitesse de phase (points noirs). À cette fréquence, on distingue trois paires d’ondes guidées se propageant (points blancs) : une paire à la vitesse de $1488 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$, une autre à celle de $2726 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$, une dernière à $18000 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$.

5.1.3 Application à un fantôme de section elliptique

Description des fantômes étudiés

Le premier fantôme de section non circulaire que nous avons choisi d’étudier est un fantôme de section elliptique. Cette forme a été choisie car c’est une forme géométrique simple et approchant mieux qu’un cercle la section du col fémoral (Fig.5.5). En effet, grossièrement, une section de col fémoral peut être vue comme une ellipse d’épaisseur non constante avec un plus ou moins grand nombre d’irrégularités à sa surface, selon les patients. Nous avons choisi les diamètres selon le petit et le grand axe de l’ellipse à partir d’une étude menée par Zebaze *et al.* sur 26 fémurs [129]. Le diamètre retenu pour le grand axe est de 32 mm et le ratio entre les deux diamètres de l’ellipse est de 0.75. L’épaisseur est quant à elle de 1 mm.

La firme Sawbones qui fabrique les tubes utilisées dans nos précédentes études ne commercialisant pas de tube de section elliptique, nous avons eu recours à l’usinage par com-

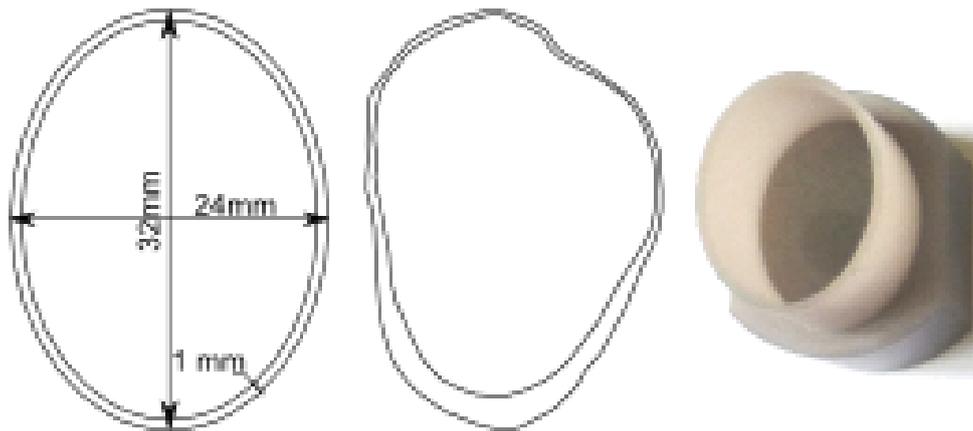


FIGURE 5.5 – On assimile, en première approximation, une section de col fémoral (obtenue par détournage d’une image de microscopie électronique [130]), au centre, par une ellipse. Dans cette étude, l’épaisseur est supposée constante. Les dimensions attribuées au fantôme sont les valeurs moyennes observées dans la littérature. À droite, photo du fantôme réalisé.

mande numérique. À partir d’un barreau de matériau imitant l’os fourni par Sawbones, de 40 mm de diamètre, un atelier de mécanique a réalisé le fantôme souhaité (Fig.5.5, droite) en s’appuyant sur les plans dessinés par Pascal Dargent, ingénieur de recherche au LIP. Ce fantôme est d’une hauteur limitée (2 cm) comparée à celle du fantôme de section circulaire (50 cm). Cette particularité est due à des contraintes d’usinage : la profondeur d’usinage possible dépend du rayon de courbure de l’outil utilisé, et donc du rayon de courbure souhaité pour l’objet. Cette faible hauteur n’est cependant pas un inconvénient puisque le faisceau ultrasonore est focalisé cylindriquement, avec une largeur de tache focale de 4 mm (Fig.1.4). D’autre part, on peut remarquer la présence d’un méplat sur la base de l’objet (base qui a, elle aussi, une hauteur de 2 cm) ; cette nécessité de l’usinage nous sera utile par la suite pour positionner le fantôme par rapport à la sonde.

Anatomiquement, le col du fémur est orienté de telle manière que le grand axe est approximativement l’axe vertical (tête-pieds) et le petit axe, l’axe horizontal (nombril-dos). La configuration expérimentale choisie est alors une configuration *a priori* réalisable *in vivo*, avec l’axe de la sonde parallèle au grand axe de l’ellipse (Fig.5.6). On choisit de placer le fantôme de manière à ce que l’ellipse soit symétrique par rapport à l’axe central de la sonde. Cette configuration présente l’avantage d’être réalisée avec précision de manière simple et d’être reproductible, en prenant appui sur le méplat à la base du fantôme. En effet, afin de pouvoir la déplacer avec les moteurs asservis en position, la sonde a été placée sur une cornière. Un cadre rigide amovible placé sur cette même cornière permet de positionner le méplat parallèlement au côté du cadre, et donc à la sonde (Fig.5.6). Un repère sur le côté du cadre permet, enfin, de centrer le fantôme par rapport à la sonde.

Deux expériences complémentaires ont été effectuées : une avec la cavité du fantôme remplie d’air et une seconde avec la cavité remplie d’eau, le cas réel étant supposé se situer

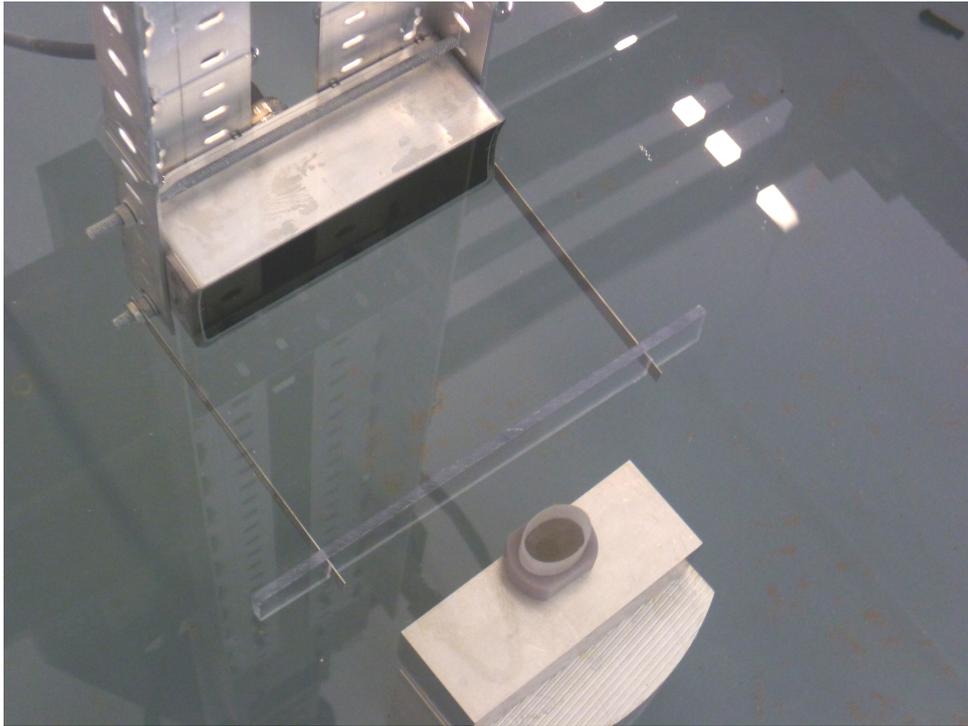


FIGURE 5.6 – La sonde, placée dans une cornière pour pouvoir la déplacer à l'aide des moteurs, est située de manière à ce qu'elle soit parallèle au grand axe de l'ellipse. Un cadre rigide amovible fixé sur la cornière permet de positionner précisément l'ellipse par rapport à la sonde. Pour cette expérience, la cavité du fantôme était remplie d'eau.

entre ces deux extrêmes. Nous avons choisi de remplir la cavité d'eau plutôt que de glycérol comme précédemment pour des raisons pratiques : pour remplir la cavité d'eau, il suffit de ne pas boucher l'extrémité du fantôme alors que pour la remplir de glycérol, il serait nécessaire de trouver un système permettant de clore hermétiquement l'ouverture sans perturber la mesure. Pour clore le fantôme dans l'expérience où la cavité est vide, nous avons utilisé un bouchon constitué d'une tranche de 1.5 cm prélevée dans le barreau de matériau dont provient le fantôme, auquel on adjoint une masse afin de lester l'ensemble.

Ces deux expériences ont été simulées en utilisant l'outil de simulation couplant un code de calcul semi-analytique et un code de simulation aux différences finies (Sec.3.1.2). Comme précédemment, le problème est supposé être bi-dimensionnel.

Étude du fantôme rempli d'air

Les signaux rétrodiffusés enregistrés expérimentalement (Fig.5.7) sont surprenants au premier abord : les motifs d'interférence permettant de repérer la contribution des ondes circonférentielles parmi l'ensemble des signaux sont quasi indiscernables. Cet effet ne semble pas être dû à la forme du fantôme : la simulation réalisée sur ce même guide d'ondes montre nettement la présence des ondes circonférentielles. L'atténuation intrin-

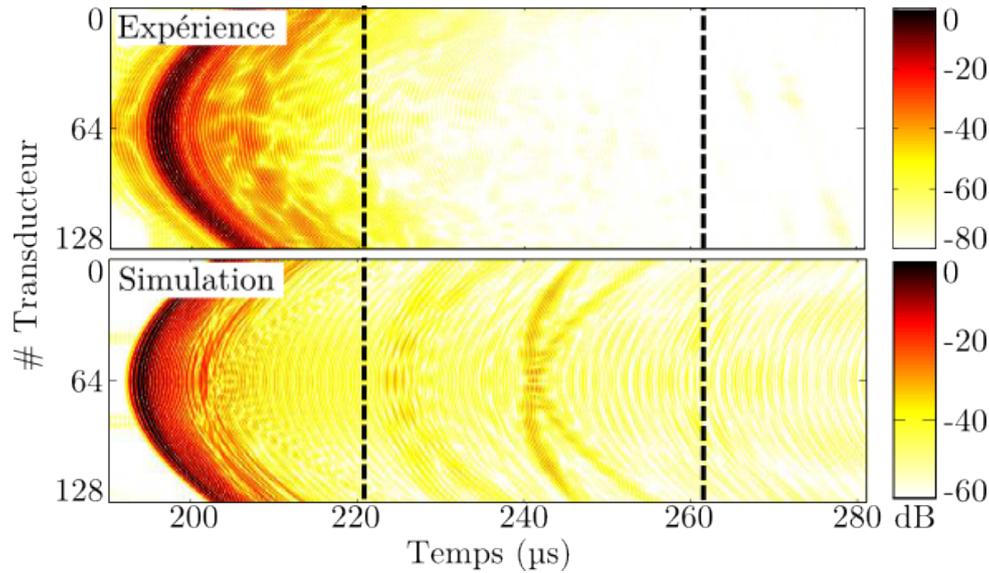


FIGURE 5.7 – Signaux rétrodiffusés par le fantôme elliptique rempli d’air, enregistrés expérimentalement en haut et simulés en bas, après excitation du guide d’ondes par une onde plane. Expérimentalement, la contribution des ondes circonférentielles est difficilement discernable. Les pointillés noirs matérialisent la fenêtre temporelle utilisée pour isoler les ondes circonférentielles. Cette fenêtre est choisie à partir de l’observation des signaux simulés.

sèque du matériau n’explique pas non plus ce faible niveau de signal : la longueur de trajet maximal dans ce guide d’ondes (*i.e.* le périmètre) est comprise entre celle dans le guide d’ondes de section circulaire étudié au chapitre précédent et un guide d’ondes de section circulaire de plus grand diamètre que nous avons étudié précédemment mais dont les résultats n’ont pas été présentés ici ; les ondes circonférentielles étaient pour ces deux objets clairement observées. La comparaison des simulations des signaux rétrodiffusés par deux guides d’ondes d’épaisseurs différentes indique que la petite épaisseur du fantôme est responsable du faible niveau de signal des ondes circonférentielles (Fig.5.8). On constate qu’un guide d’ondes de plus faible épaisseur rayonne moins dans le fluide environnant qu’un guide d’ondes plus épais. La simulation ne prenant pas en compte l’atténuation dans le matériau, les ondes circonférentielles sont plus faibles mais néanmoins visibles.

En se basant sur la simulation, on sélectionne temporellement les signaux des ondes circonférentielles (Fig.5.7). Les signaux étant fortement bruités, les valeurs singulières ne se détachent pas vraiment les unes des autres (Fig.5.9) : leur seule observation ne permet pas de fixer un seuil pour débruiter les données. Six modes différents sont susceptibles d’être observés, on choisit donc de ne conserver que les 12 premiers vecteurs singuliers.

Le calcul des centres de courbure des fronts d’ondes rayonnées est effectué pour des ondes guidées se propageant au minimum à $600 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ et au maximum à $15000 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ (Fig.5.10). On peut noter que, dans le cas présent, les centres de courbure ne sont pas répartis linéairement avec la fréquence : plus la vitesse de phase est élevée et plus les

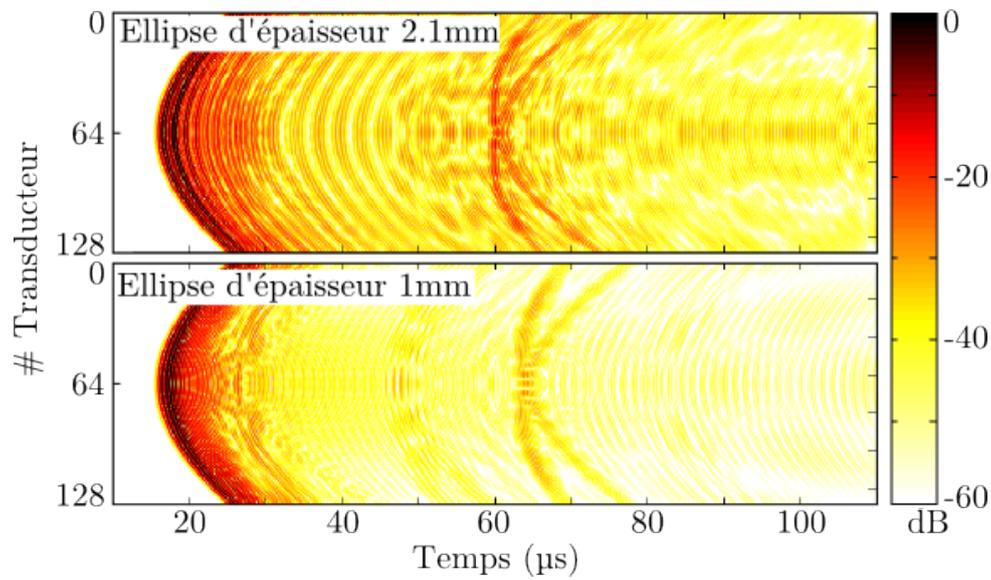


FIGURE 5.8 – Signaux rétrodiffusés par deux fantômes elliptiques remplis d’air ayant des épaisseurs respectives de 2.1 mm (haut) et 1 mm (bas) obtenus par simulation. Dans le cas d’une faible épaisseur, le rayonnement des ondes guidées est moins important : l’amplitude des signaux liés aux ondes circonférentielles est plus faible.

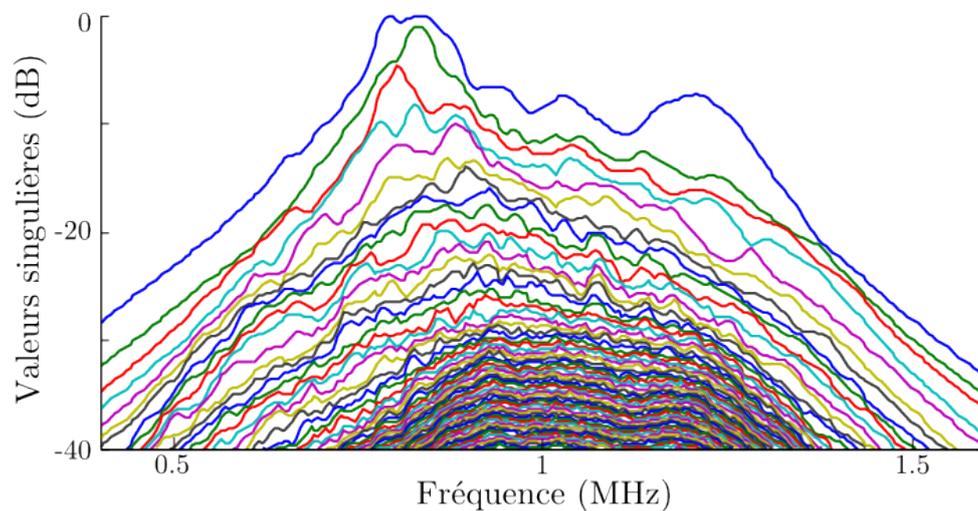


FIGURE 5.9 – Les signaux étant fortement bruités, les valeurs singulières ne se détachent pas clairement les unes des autres. On utilise un *a priori* sur le nombre de modes se propageant dans le guide d’ondes pour déterminer le seuil.

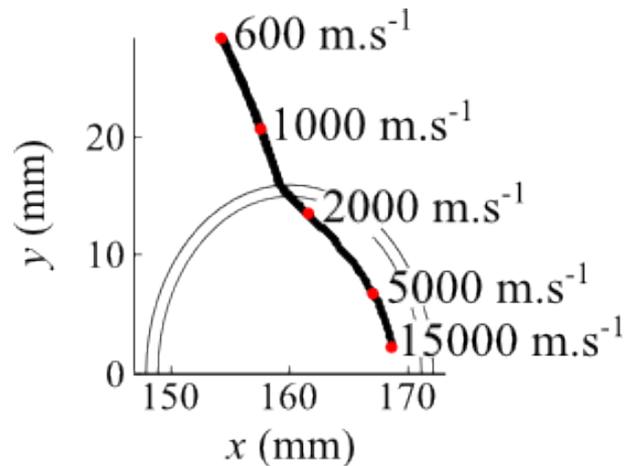


FIGURE 5.10 – Lieu des centres de courbure des ondes guidées se propageant dans le sens trigonométrique et ayant une vitesse de phase comprise entre $600 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ et $15000 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$. On note que la répartition des points n'est pas linéaire avec la vitesse de phase : les ondes guidées à vitesse de phase élevée vont être plus difficiles à discriminer. Le lieu des centres de courbure correspondant aux ondes guidées se propageant dans le sens horaire est symétrique de celui représenté.

points sont proches. Il sera donc plus difficile de distinguer les modes de vitesses élevées les uns des autres. La superposition de ces lieux des centres de courbure paramétrés en vitesse aux cartes de repropagation à chaque fréquence permet de déterminer la vitesse de phase des différentes ondes guidées effectivement présentes (Fig.5.11). On peut noter sur ces images issues de l'expérience, la relative symétrie du problème : les motifs observés sont identiques de part et d'autre de l'axe médian (aux différences d'intensité près). On observe aussi la présence de nombreuses taches parasites en dehors des lieux des centres de courbure attendus, explicables par le faible rapport signal à bruit : une partie des signaux parasites n'est pas éliminée lors de l'étape de seuillage. Cette origine est confirmée par le fait que ces taches parasites ne sont pas visibles dans la simulation (non montrée ici). On remarque aussi que le maximum des taches focales n'est pas exactement localisé au niveau du lieu des centres de courbure (contrairement à ce qui a été observé en simulation, Fig.5.4). Ces taches étant systématiquement décalées vers l'avant, la cause probable est donc un défaut de positionnement. Le positionnement est effectué à partir de la mesure du temps de vol de l'écho spéculaire, en supposant la vitesse des ondes dans l'eau égale à $1500 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$: un écart de $40 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ entraîne une erreur de 4 mm. Cependant, les taches focales étant quasiment horizontales, ce petit défaut de positionnement ne va probablement pas entraîner d'erreur notable sur l'estimation de la vitesse de phase.

L'amplitude des cartes de repropagation le long des deux lieux des centres de courbure est prélevée pour chaque fréquence (Fig.5.12). Une sélection des maxima dans le plan (f, c_ϕ) permet d'obtenir des branches de courbes de dispersion (Fig.5.13). On peut

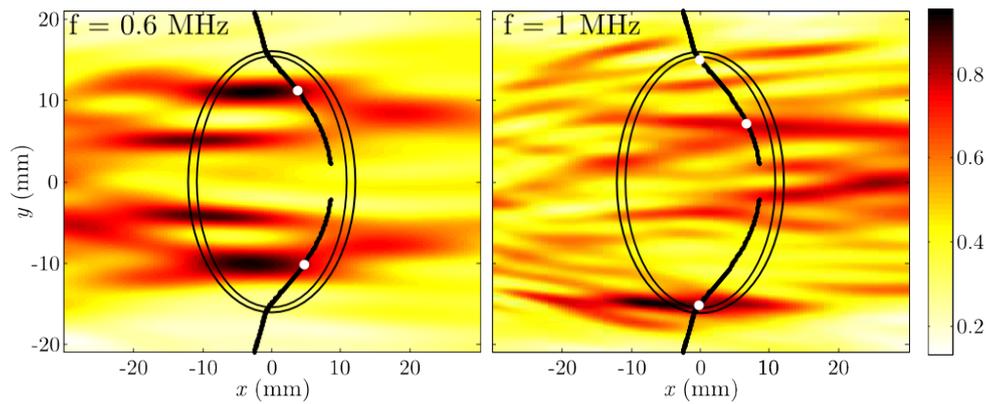


FIGURE 5.11 – Images de repropagation, dans le cas du fantôme rempli d’air, des douze premiers vecteurs singuliers expérimentaux, à deux fréquences différentes. Le lieu des centres de courbure étant paramétré par la vitesse de phase, la superposition de ces deux informations permet d’obtenir les vitesses de phase des ondes se propageant effectivement. Les points blancs indiquent les taches correspondant aux contributions des ondes guidées.

constater un bon accord entre les points obtenus par simulation et les points expérimentaux, même si ces derniers sont moins nombreux en raison du faible rapport signal à bruit. La comparaison avec un modèle de plaque semi-immergée de même épaisseur que le fantôme permet d’identifier les différentes branches observées.

Étude du fantôme rempli d’eau

Contrairement aux signaux reçus dans le cas du fantôme vide, les signaux rétrodiffusés par le fantôme lorsque sa cavité est remplie d’eau laissent apparaître nettement la contribution des ondes circonférentielles (Fig.5.14). Cette contribution est également plus visible que dans le cas du tube à section circulaire remplie de glycérol où elle était masquée par les réflexions sur les parois de la cavité. Dans le cas présent, les ondes circonférentielles interfèrent moins avec les réflexions sur les parois car les temps de vol sont différents : la longueur du trajet et la vitesse des ondes dans la cavité ne sont pas les mêmes que dans le cas précédent et la vitesse de phase des ondes guidées dans la coque est également modifiée, en raison de l’épaisseur différente du fantôme. Cette différence dans la difficulté d’observation est à noter en vue de l’application *in vivo* où la variabilité anatomique (diamètre du col et épaisseur corticale) entre patients peut être importante.

Un fenêtrage temporel permet d’éliminer les premiers échos de réflexion sur les parois du traitement ultérieur. On peut noter qu’avec la fenêtre choisie, une partie des signaux liés aux ondes circonférentielles est exclue du traitement. Les résultats présentés par la suite avec cette fenêtre sont ceux qui semblaient être les plus complets que l’on puisse obtenir.

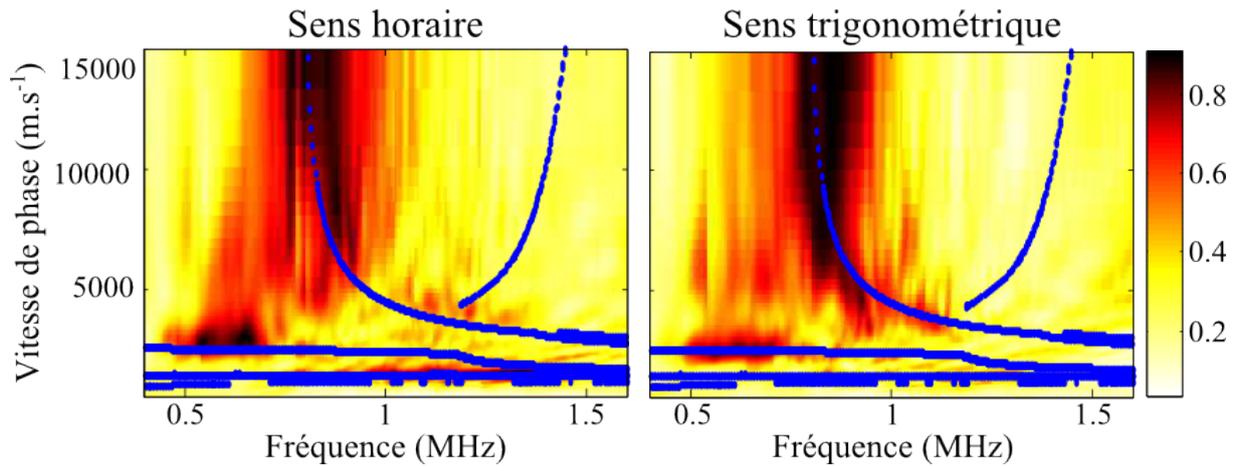


FIGURE 5.12 – Images issues de l'expérience sur le fantôme rempli d'air et représentant les amplitudes des cartes de repropagation (Fig.5.11) prélevées, à chaque fréquence, le long des deux lieux des centres de courbure, paramétrés par la vitesse de phase. La sélection des maxima de ces images permet de définir les branches de courbes de dispersion associées à ce guide d'ondes.

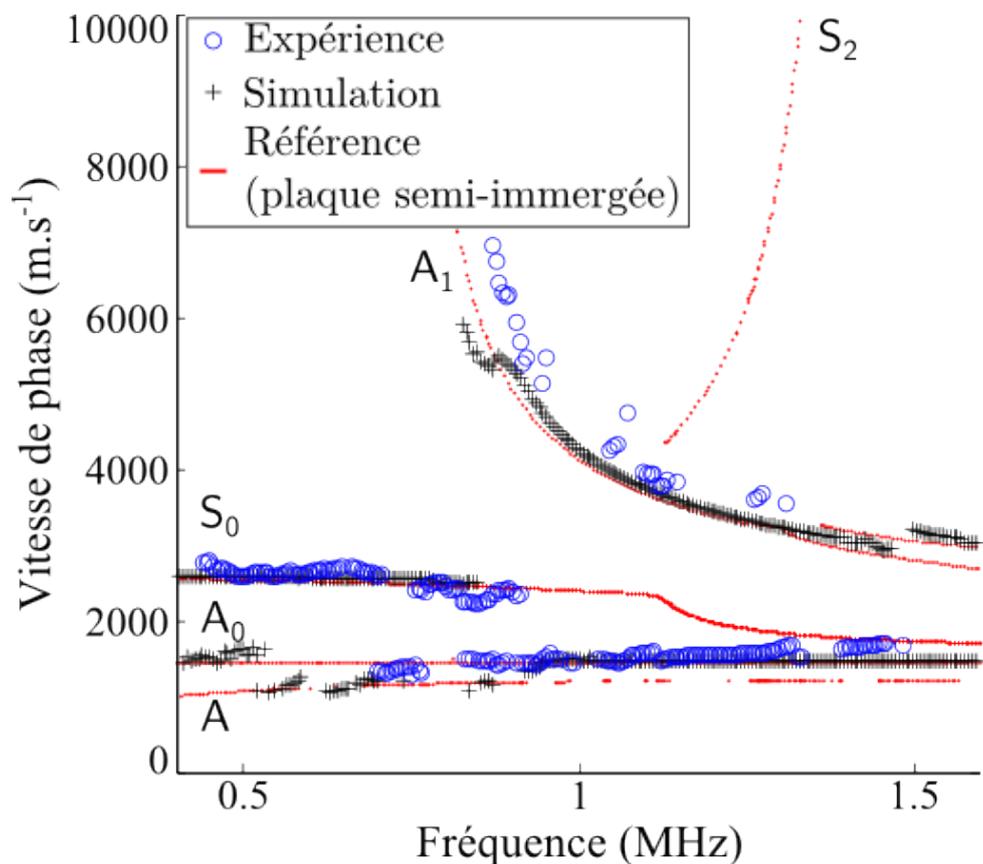


FIGURE 5.13 – Les portions de courbes de dispersion obtenues expérimentalement (ronds bleus), par simulation (croix noires) sur le fantôme rempli d'air sont comparées pour identification et validation aux courbes d'un modèle de plaque semi-immersée de même épaisseur que le fantôme elliptique (points rouges).

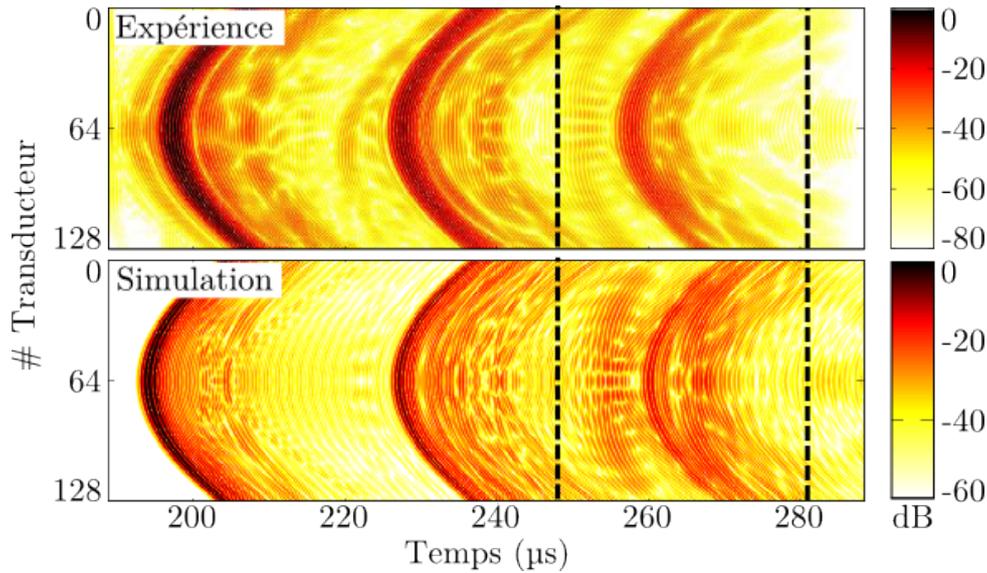


FIGURE 5.14 – Signaux rétrodiffusés par le fantôme elliptique rempli d’eau, enregistrés expérimentalement en haut et simulés en bas, après excitation du guide d’ondes par une onde plane. En raison de différences de temps de vol, la contribution des ondes circonférentielles peut être clairement distinguée des réflexions spéculaires sur les parois de la cavité (arrivant à 195, 230 et 260 μs environ). Les pointillés noirs matérialisent la fenêtre temporelle utilisée pour isoler les ondes circonférentielles.

Les ondes circonférentielles dans la fenêtre temporelle étant d’un niveau comparable à l’écho réfléchi sur les parois, la décomposition en valeurs singulières ne permet pas d’éliminer simplement, par seuillage, les signaux liés à la réflexion. Comme dans le cas du fantôme vide, six modes sont attendus au maximum pour une fréquence donnée, on choisit de conserver six paires de vecteurs singuliers.

Le lieu des centres de courbure est identique à celui du fantôme vide (Fig.5.10) : la position des points de rayonnement dépend uniquement de la forme extérieure de la coque et de la position de la sonde par rapport au guide d’ondes.

Les cartes de repropagation à différentes fréquences présentent, comme prévu, à la fois des contributions des ondes circonférentielles et des contributions provenant des signaux réfléchis sur les parois (Fig.5.15). Cependant, ces dernières contributions, très gênantes dans le cas du tube à section circulaire, n’empêchent pas, ici, la localisation des points de rayonnement apparent des ondes guidées. En effet, les taches focales liées aux réflexions sont localisées près de l’axe central ($y = 0$) : aux basses fréquences, on sait *a priori* que les ondes guidées ne sont pas de vitesse de phase élevée, il n’y a donc pas de risque de confusion. Aux fréquences plus élevées, les taches focales associées aux réflexions se trouvent près de la paroi avant du tube alors que les points de rayonnement apparent sont situés plus en arrière du tube. Ces conditions permettent donc, dans un premier temps, de traiter ces données sans avoir recours au traitement du signal présenté au

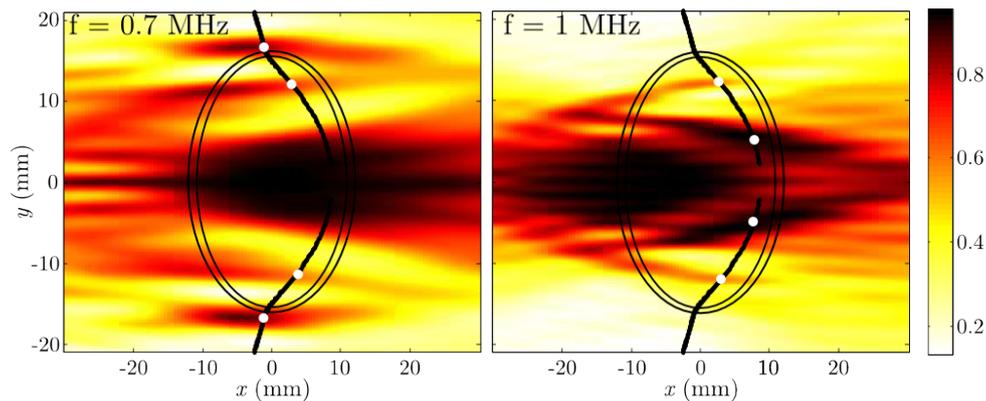


FIGURE 5.15 – Cartes de repropagation des douze premiers vecteurs singuliers expérimentaux, à 0.7 et 1 MHz. On remarque un grand nombre de taches focales, liées à la présence de la contribution des signaux réfléchis sur les parois de la cavité. Cependant, les taches associées aux ondes circumférentielles (points blancs) étant situées à des endroits différents de celles des échos de paroi, il n'est pas indispensable, dans un premier temps, d'utiliser le traitement du signal particulier présenté au chapitre 4.

chapitre 4, qui ne peut être appliqué, à l'heure actuelle, qu'au tube de section circulaire.

On peut noter également que la symétrie des cartes de repropagation est meilleure dans le cas du fantôme rempli d'eau que dans le cas du fantôme vide. Cela peut s'expliquer par la présence du bouchon nécessaire pour maintenir le vide : ce bouchon, imparfait car artisanal, bien que n'étant pas dans le champ de la sonde peut modifier la symétrie du guide d'ondes. Cette interprétation a été confirmée par une expérience avec le fantôme elliptique rempli d'eau et fermé par le bouchon (non montrée ici) : la symétrie des cartes de repropagation était, dans ce cas, moindre qu'en absence du bouchon.

Les branches de courbes de dispersion obtenues présentent un bon accord qualitatif entre l'expérience et la simulation (Fig.5.16). Pour les vitesses les plus élevées, on peut noter un écart assez important (d'une centaine de $\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$), bien que l'allure des courbes soit identique. Cette différence peut s'expliquer tout d'abord par le fait que les vitesses les plus élevées sont les plus concernées par le mélange entre les ondes circumférentielles et les réflexions sur les parois et d'autre part par le fait qu'aux vitesses élevées, un petit écart sur la position le long du lieu des centres de courbure implique un grand écart sur la vitesse de phase. On pourrait aussi supposer que cette différence entre la simulation et l'expérience vient d'un défaut de manipulation, par exemple, un défaut de positionnement du fantôme. Cela est d'autant plus plausible qu'un écart dans l'alignement du fantôme inférieur à 10 degrés est difficilement détectable à l'œil nu lors du positionnement du fantôme. Néanmoins, un tel écart impliquerait une nette dissymétrie dans les signaux reçus et dans les cartes de repropagation (Fig.5.17).

Enfin, la comparaison avec les courbes de dispersion d'une plaque immergée permet d'identifier les branches observées et de valider la méthode pour ce fantôme rempli d'eau.

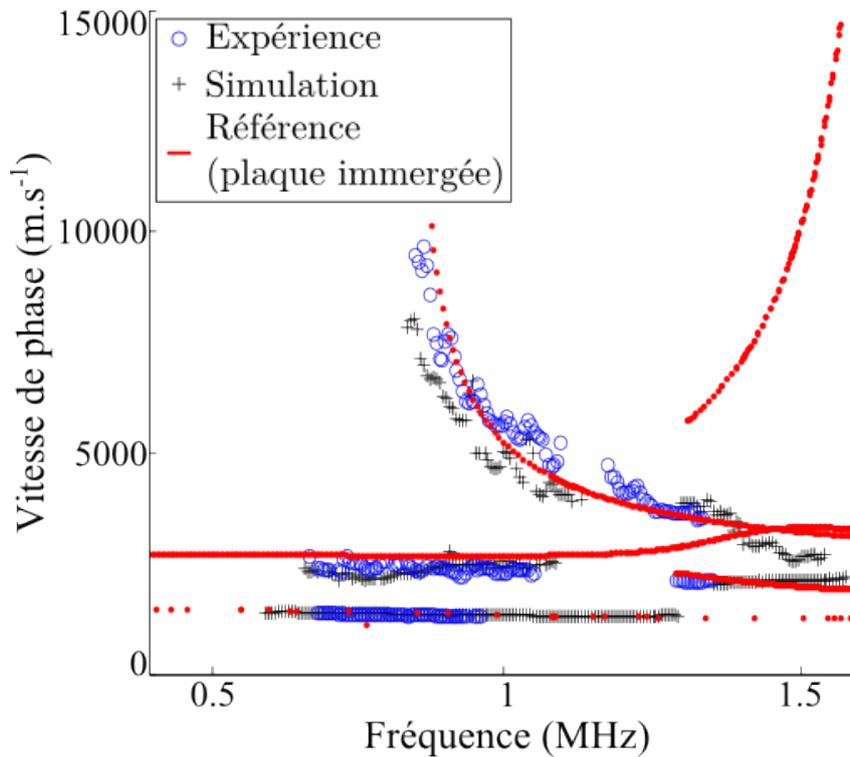


FIGURE 5.16 – Branches de courbes de dispersion obtenues à partir des signaux expérimentaux (ronds bleus) et simulés (croix noires). Les courbes d'un modèle, la plaque immergée, permettent d'identifier et de valider les branches observées.

Conclusion

Ces deux études sur un fantôme elliptique ayant validé expérimentalement la méthode d'évaluation des vitesses de phase des ondes guidées dans un fantôme de section non circulaire sont encourageantes pour envisager une application à des objets plus représentatifs du col du fémur et ensuite à des os *ex vivo*. Nous avons également pu noter des différences dans la facilité à extraire l'information des ondes circonférentielles, selon les guides d'ondes étudiés.

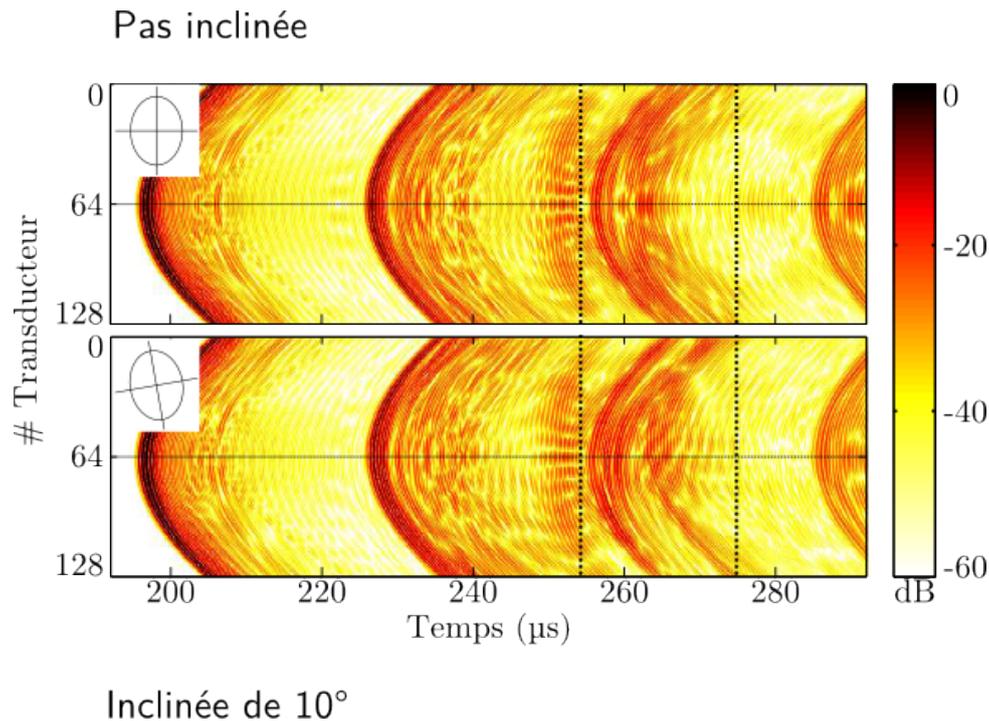


FIGURE 5.17 – En comparant les signaux rétrodiffusés, obtenus en simulation, par le fantôme elliptique avec le grand axe perpendiculaire à la direction du tir ultrasonore (en haut) et lorsque le fantôme est inclinée d'un angle de 10° (en bas), on peut observer plusieurs motifs dissymétriques, par exemple celui encadré par les barres verticales noires. Cette dissymétrie sur les signaux permet dans le cas présent, à l'utilisateur de repérer, et de corriger, un mauvais positionnement du fantôme par rapport à la sonde.

5.2 Effet d'une variation de l'épaisseur de la coque

La seconde particularité géométrique du col fémoral qu'il nous faut prendre en compte est le fait que son épaisseur n'est pas constante autour de la section. Cette dissymétrie est supposée être le résultat de l'adaptation de la partie inférieure du col qui est beaucoup plus sollicitée lors de la marche que la partie supérieure (Fig.5.18), [131, 132]. La partie supérieure est une zone critique étant donné que lors d'une chute sur le côté, cette zone de faible épaisseur se trouve soumise à d'importantes sollicitations pouvant causer la fracture.

La méthode de traitement du signal utilisée précédemment peut *a priori* être appliquée à un guide d'ondes d'épaisseur non constante puisqu'elle est établie sur l'analyse de la géométrie de la coque extérieure uniquement. Le problème qui se pose alors est un problème d'analyse et d'interprétation des taches de focalisation dans le champ rétropropagé plutôt qu'un problème de traitement : le traitement des signaux devrait nous permettre d'obtenir des branches de courbes de dispersion mais le point clé sera de comprendre à quoi ces branches correspondent et quel modèle physique sera le plus approprié pour

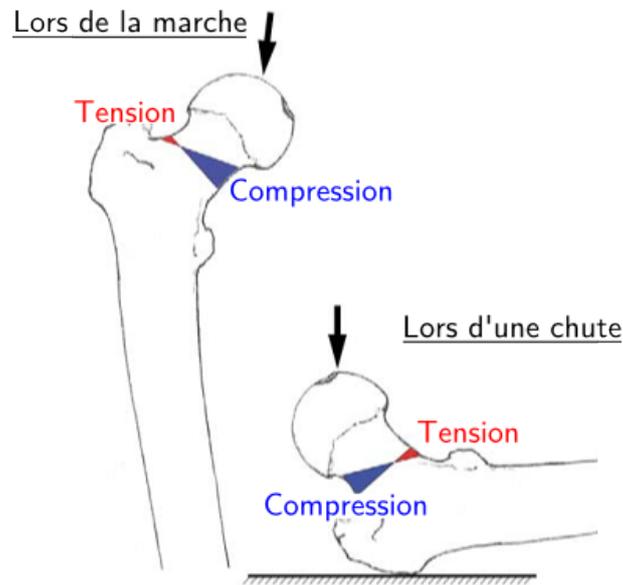


FIGURE 5.18 – Sollicitations mécaniques exercées sur les différentes parties du col. La zone inférieure est particulièrement sollicitée lors de la marche, ce qui entraîne une adaptation et un épaissement de cette zone avec l'âge. Au contraire, la zone supérieure, très peu soumise à des contraintes lors de la marche, s'amincit au fil du temps. Cette partie supérieure est critique car elle subit d'importants efforts lors d'une chute sur le côté. Adapté de [132]

résoudre le problème inverse correspondant.

5.2.1 Matériel et méthodes

Pour étudier et comprendre la propagation ultrasonore dans un guide d'épaisseur variable, on s'intéresse à une coque de section elliptique d'épaisseur variable. Les dimensions extérieures sont identiques à celles du modèle précédemment étudié. À partir de l'étude bibliographique sur les dimensions caractéristiques du col fémoral (cf. Ch.1), nous avons choisi de définir une épaisseur constante de 1 mm sur la moitié supérieure et une épaisseur variant de 1 à 3.15 mm sur la moitié inférieure (Fig.5.19). Cette variation d'épaisseur est douce contrairement, par exemple, à une entaille à la surface de la coque qui correspondrait à une variation brusque. Le profil est celui d'une gaussienne de faible pente (Fig.5.20) : l'épaisseur varie de 1 à 3.15 mm sur une distance de 44 mm et les longueurs d'onde utilisées varient de 1 à 15 mm. Techniquement, la partie inférieure est définie par deux ellipses (une pour la paroi interne, l'autre pour la paroi externe) d'ellipticités différentes. Comme le précédent, ce fantôme a été réalisé par usinage d'un barreau de matériau imitant l'os avec une machine à commande numérique. Pour les mêmes raisons de réalisation pratique, le fantôme a une hauteur totale de 4 cm divisée en deux parties égales : une zone utile et une base avec un méplat.

Les signaux rétrodiffusés par ce fantôme rempli d'air sont enregistrés expérimentale-

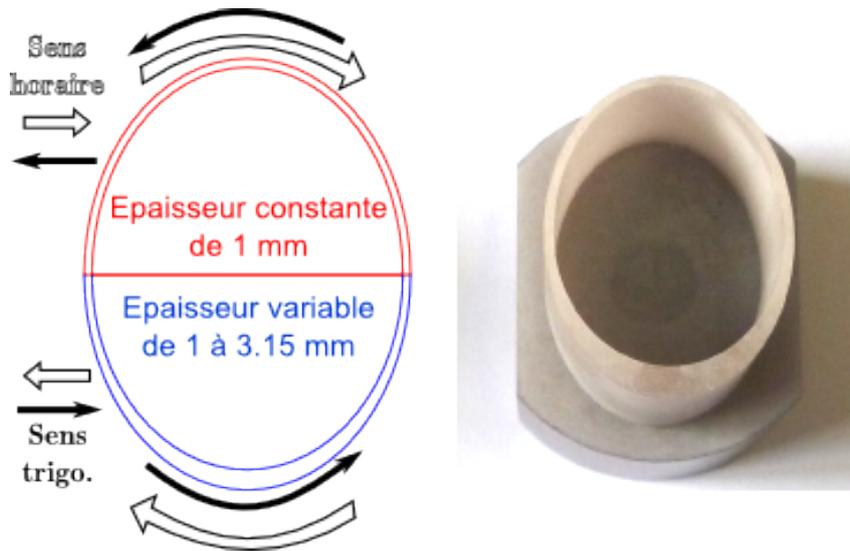


FIGURE 5.19 – Guide d’ondes elliptique dont la variation d’épaisseur modélise celle observée au col du fémur. Ce modèle est utilisé pour comprendre l’effet de la variation d’épaisseur sur la propagation des modes guidés. Les ondes se propageant dans le sens horaire (flèches blanches) sont générées dans la partie d’épaisseur constante et émergent vers la sonde de la zone d’épaisseur variable. C’est l’inverse qui se produit pour les ondes se propageant dans le sens trigonométrique (flèches noires).

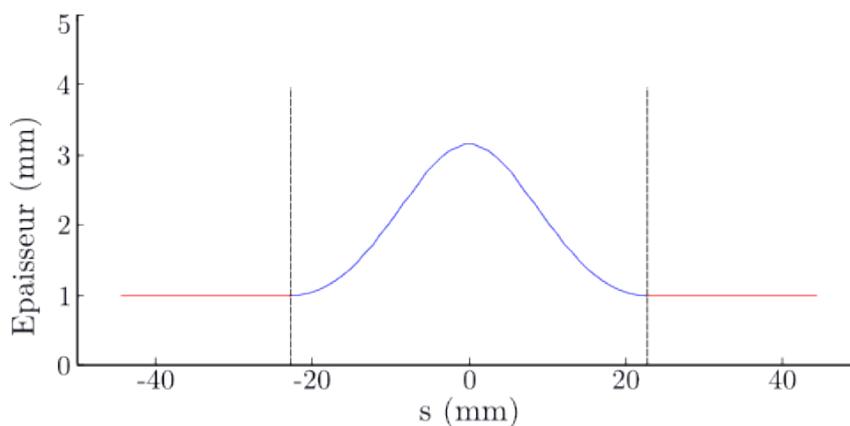


FIGURE 5.20 – Profil de variation de l’épaisseur du guide d’ondes en fonction de l’abscisse curviligne. Cette variation peut être qualifiée de douce comparativement à une variation d’épaisseur brusque due, par exemple, à une entaille à la surface du guide.

ment avec le dispositif et les paramètres d'acquisition choisis précédemment (Sec.4.1.2). Ces signaux ont également été simulés en utilisant l'outil fondé sur un code FDTD (Sec.3.1.2).

Le traitement du signal présenté plus haut (Sec.5.1.2) est appliqué : les signaux rétro-diffusés sont fenêtrés pour éliminer l'écho spéculaire, la décomposition en valeurs singulières de la matrice de transfert est effectuée à chaque fréquence, trois paires de vecteurs singuliers sont conservées, les cartes de repropagation sont observées, à chaque fréquence, le long des lieux des centres de courbure, la paramétrisation de ces lieux par la vitesse de phase permet d'obtenir les deux cartes représentant, pour chaque sens de propagation, la vitesse de phase en fonction de la fréquence.

5.2.2 Résultats et discussion

On observe une dissymétrie dans les contributions des ondes circonférentielles (Fig.5.21). Les ondes se propageant dans le sens horaire sont générées dans la partie d'épaisseur constante et émergent de la zone d'épaisseur variable alors, qu'à l'inverse, les ondes se propageant dans le sens trigonométrique sont générées dans la partie d'épaisseur variable et émergent de la zone d'épaisseur constante (Fig.5.19). Expérimentalement, comme dans le cas de l'ellipse précédemment étudié, les ondes circonférentielles sont difficilement visibles : on devine au niveau des récepteurs centraux une partie du motif d'interférences (vers 245 μ s). En simulation, les signaux sont plus clairement interprétables. C'est pour cette raison que seuls les résultats issus de simulation sont présentés par la suite. Sur les signaux rétrodiffusés simulés, on peut même voir, étant donné que l'atténuation intrinsèque du matériau n'est pas prise en compte, les ondes rayonnées par des ondes guidées ayant effectué plus d'un tour, vers 280 μ s.

Les cartes obtenues à partir des signaux simulés présentent des motifs nettement différents selon le sens de propagation (Fig.5.22). Les courbes de dispersion des ondes se propageant dans le sens trigonométrique correspondent à celle d'une plaque dont l'épaisseur est celle de la zone la plus fine alors que les courbes des ondes se propageant dans le sens opposé sont plus complexes à interpréter.

Analyse des ondes guidées se propageant dans le sens trigonométrique

Les courbes obtenues pour les ondes se propageant dans le sens trigonométrique peuvent s'expliquer en s'appuyant sur la théorie des modes adiabatiques (Sec.2.1.3, p.29). Cette théorie s'applique à notre problème car l'épaisseur varie de manière progressive et non pas brutale. Il a été observé que la vitesse de phase de l'onde guidée dans une plaque d'épaisseur variable s'adapte à l'épaisseur locale du guide [70, 71]. Pour ce sens de propagation, des ondes guidées vont être générées dans la zone inférieure, d'épaisseur variable. La

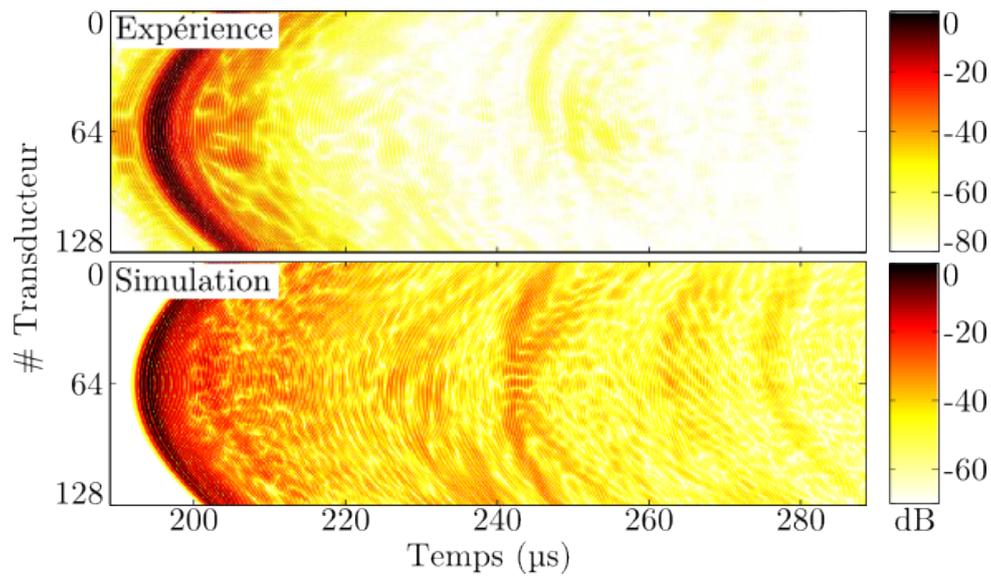


FIGURE 5.21 – Signaux rétrodiffusés par un fantôme elliptique d'épaisseur variant de 1 à 3.15 mm expérimentaux (en haut) et simulés (en bas). L'onde se propageant dans le sens horaire ne voyant pas la même variation d'épaisseur que l'onde se propageant dans le sens trigonométrique, les fronts d'ondes rayonnées sont légèrement différents : cela explique la dissymétrie que l'on peut observer dans l'allure des signaux rétrodiffusés.

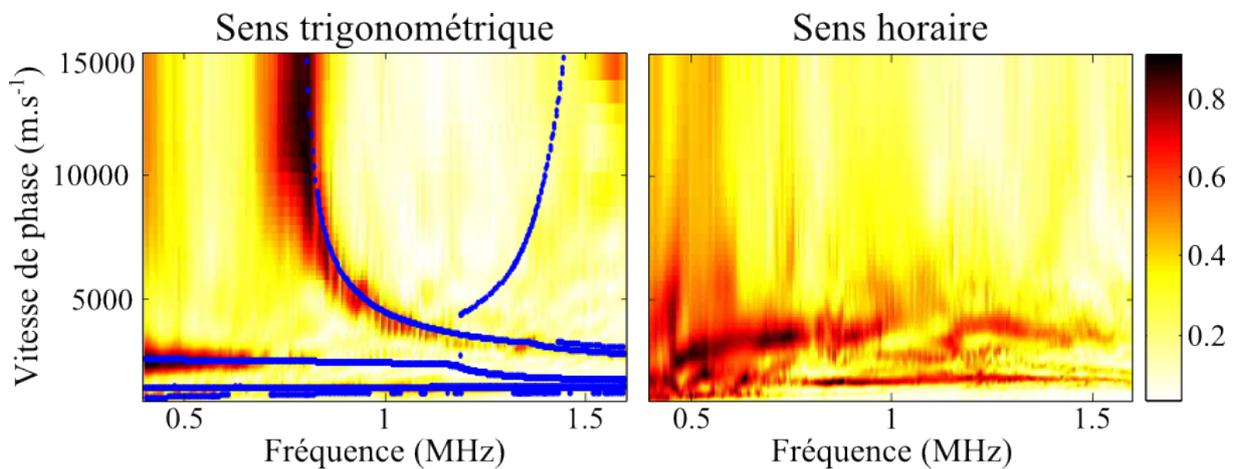


FIGURE 5.22 – Cartes de dispersion des ondes guidées obtenues à partir des simulations des signaux rétrodiffusés. L'image correspondant aux ondes guidées se propageant dans le sens trigonométrique (à gauche) est nettement différente de celle des ondes se propageant dans le sens horaire (à droite) : la première correspond à une plaque d'épaisseur 1 mm (courbes bleues), la dernière est plus complexe à analyser.

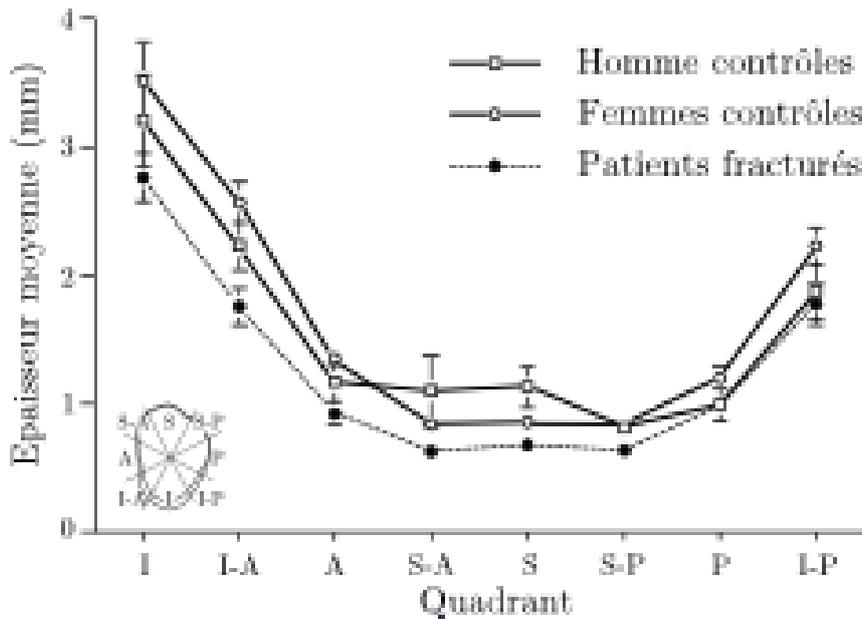


FIGURE 5.23 – L'étude histologique menée par Bell *et al.* a notamment montré que l'épaisseur de la coque corticale varie très peu, quelque soit le groupe, dans la moitié supérieure du col (du quadrant A au quadrant P). Cette particularité a également été observée dans d'autres études [14, 16, 133]. Adapté de [13]

nature et la vitesse de ces ondes va dépendre de l'épaisseur à l'endroit d'incidence. Elles se propagent ensuite dans la coque d'épaisseur croissante puis décroissante (Fig.5.19). D'après la théorie des modes adiabatiques, la vitesse de phase de ces ondes va varier en fonction de l'épaisseur locale (ex. du mode S_0 , Fig.5.24). Les ondes guidées atteignent ensuite la moitié supérieure d'épaisseur constante : la vitesse de phase n'évolue plus. Elles émergent enfin de la coque pour être reçues par la sonde. La vitesse de phase au point d'émergence est donc celle correspondant à la vitesse de phase de l'onde dans toute la moitié supérieure. Ainsi, les ondes qui émergent de la coque supérieure semblent émerger d'un guide d'ondes d'épaisseur constante. Cette interprétation a été confirmée en observant, en simulation, les courbes de dispersion d'un fantôme identique mais dont l'épaisseur dans la partie supérieure est plus faible (0.6 mm) ou plus forte (2.1 mm). Les branches obtenues sont alors celles, respectivement, d'une plaque d'épaisseur 0.6 et 2.1 mm.

Cette observation est intéressante pour notre application au fémur. La moitié supérieure du col fémoral est effectivement d'épaisseur relativement constante, comme l'ont montré plusieurs études [13, 14, 16, 133] (Fig.5.23). On est donc susceptible d'obtenir pour les ondes se propageant dans le sens trigonométrique, le même genre de courbes de dispersion. Il serait alors assez simple d'estimer l'épaisseur dans la partie supérieure du col fémoral. De plus, il a été démontré récemment que cette épaisseur permet de discriminer les patients fracturés des patients sains [134].

Ces observations nous permettent également de mieux comprendre l'acquisition des

signaux rétrodiffusés par un guide d'ondes d'épaisseur variable à l'aide d'une barrette de récepteurs placée loin de l'objet. La vitesse de phase des ondes guidées reçues par la sonde dépend de l'épaisseur du guide au point d'émergence. L'épaisseur au point d'incidence et l'épaisseur dans le guide d'ondes entre les points d'incidence et d'émergence vont quant à elles influencer sur la présence ou non d'un mode. Par exemple, aux fréquences utilisées, le mode A_3 peut se propager dans un guide d'ondes de 3.15 mm mais pas dans le guide d'ondes de 1 mm d'épaisseur. Ce mode ne sera pas généré dans la partie supérieure de faible épaisseur, on ne l'observera donc pas pour les ondes se propageant dans le sens horaire. En revanche, il pourra être généré dans la partie inférieure mais l'épaisseur dans la partie supérieure étant plus faible que l'épaisseur de coupure, ce mode ne pourra s'y propager.

L'accord remarquable que présentent les branches de courbes de dispersion observées avec les courbes d'un modèle de plaque peut surprendre. En effet, nous avons constaté une forte influence de la courbure du guide sur l'allure des courbes de dispersion, avec 4 ellipses d'ellipticité différentes (Fig.3.12, p.70) : pour chaque mode, la vitesse de phase et le nombre d'onde pouvaient varier sur une gamme relativement large. Cependant, les ondes reçues par la barrette dans l'expérience de rétrodiffusion émergent seulement d'une petite zone de la face avant du guide. Or la courbure de cette zone est assez faible et peu variable d'un point à un autre (comparée à la courbure aux extrémités inférieure et supérieure de l'ellipse). La zone d'où émergent les ondes reçues, se propageant dans le sens trigonométrique, peut donc être modélisée par une plaque, ce qui explique le bon accord sur les courbes de dispersion.

Analyse des ondes guidées se propageant dans le sens horaire

Les observations précédentes nous permettent d'expliquer la propagation dans le sens opposé. Les ondes se propageant dans le sens horaire ont été générées dans un guide d'ondes d'épaisseur 1 mm. Dans une plaque de cette épaisseur, seuls les modes A , A_0 , S_0 , A_1 et S_1 peuvent être excités aux fréquences utilisées ($f_c(S_1) \simeq 1.3$ MHz et $f_c(S_2) \simeq 1.61$ MHz). Les modes générés se propagent dans le guide d'épaisseur variable et rayonnent en direction de la sonde lorsqu'ils se propagent dans le quadrant inférieur gauche dont l'épaisseur varie de 3.15 à 1 mm au cours de la propagation. Dans ce quadrant, à chaque point du guide correspond une certaine épaisseur. On suppose que la vitesse de phase des modes guidés s'adapte à l'épaisseur locale du guide : en chaque point, la vitesse de phase du mode guidé sera donc différente (Fig.5.24). Or, la vitesse de phase régit l'angle de rayonnement de l'onde guidée par rapport à la normale via la loi de Descartes. Ainsi chaque élément de la barrette reçoit un mode à une vitesse de phase différente, contrairement au cas du guide d'épaisseur constante où chaque élément recevait le même mode à la même vitesse (Fig.5.25). Pour certains modes, quelques éléments de la sonde ne recevront même

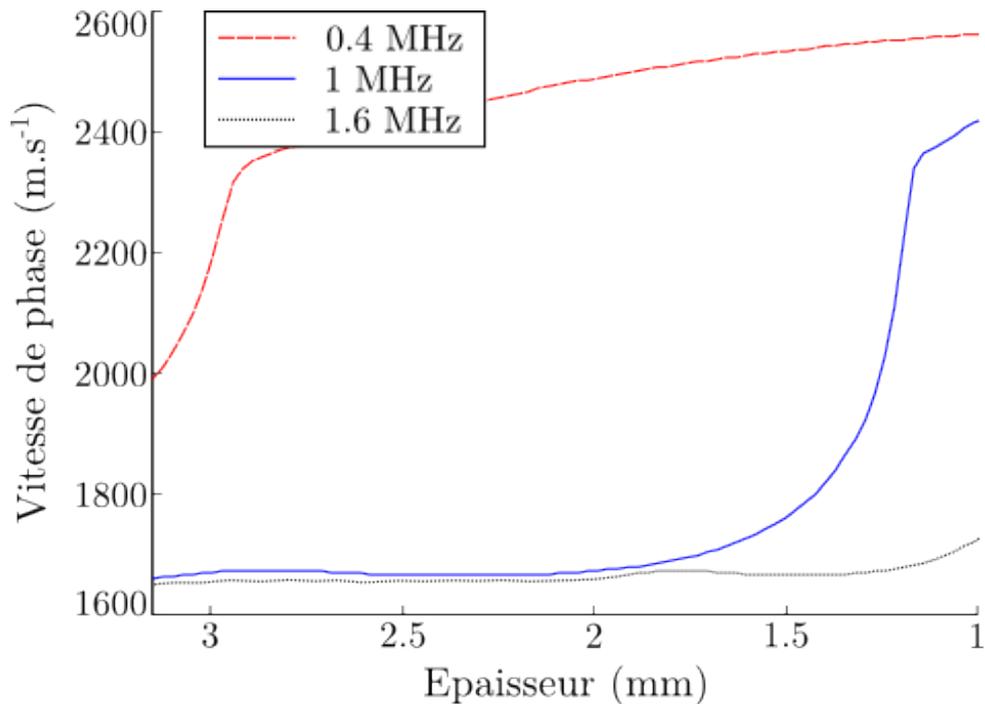


FIGURE 5.24 – Évolution de la vitesse de phase du mode S_0 en fonction de l'épaisseur, à trois fréquences différentes. En chaque point du quadrant inférieur gauche du guide d'ondes, la vitesse de phase, et donc l'angle de rayonnement, seront différents.

pas d'ondes rayonnés par ces modes.

La conséquence principale de cela est que la méthode permettant de définir un point de rayonnement apparent théorique pour chaque vitesse de phase possible n'est pas applicable ici. En effet, cette méthode suppose que tous les éléments de la barrette reçoivent un même mode avec la même vitesse de phase. Il convient donc de regarder les images de repropagation à chaque fréquence (du type Fig.5.4 ou 5.11) et non pas l'image finale des courbes de dispersion (Fig.5.22). Il est néanmoins possible de suivre le même genre d'approche afin de déterminer quels sont les modes correspondants aux taches observées dans le champ rétropropagé. Pour ce faire, on considère un mode guidé particulier, à une fréquence donnée. On calcule pour chaque point de la zone d'émergence (quadrant inférieur gauche), la vitesse de phase et l'angle de rayonnement correspondants à l'épaisseur en ce point. On détermine ensuite le ou les éléments de la barrette susceptibles de recevoir l'onde rayonnée dans la direction définie par l'angle β (Fig.5.26). On peut alors calculer la distance et le temps de vol entre le point d'émergence et l'élément de la sonde. On peut estimer également, à partir de la géométrie de la coque, le temps de parcours de l'onde guidée dans la coque, entre le point d'incidence dans le quadrant supérieur gauche et le point d'émergence dans le quadrant inférieur gauche. Ce temps n'est qu'une estimation puisque la vitesse du mode évolue durant la propagation. On obtient ainsi, pour chaque élément de la barrette, les temps d'arrivée des ondes rayonnées par le mode considéré

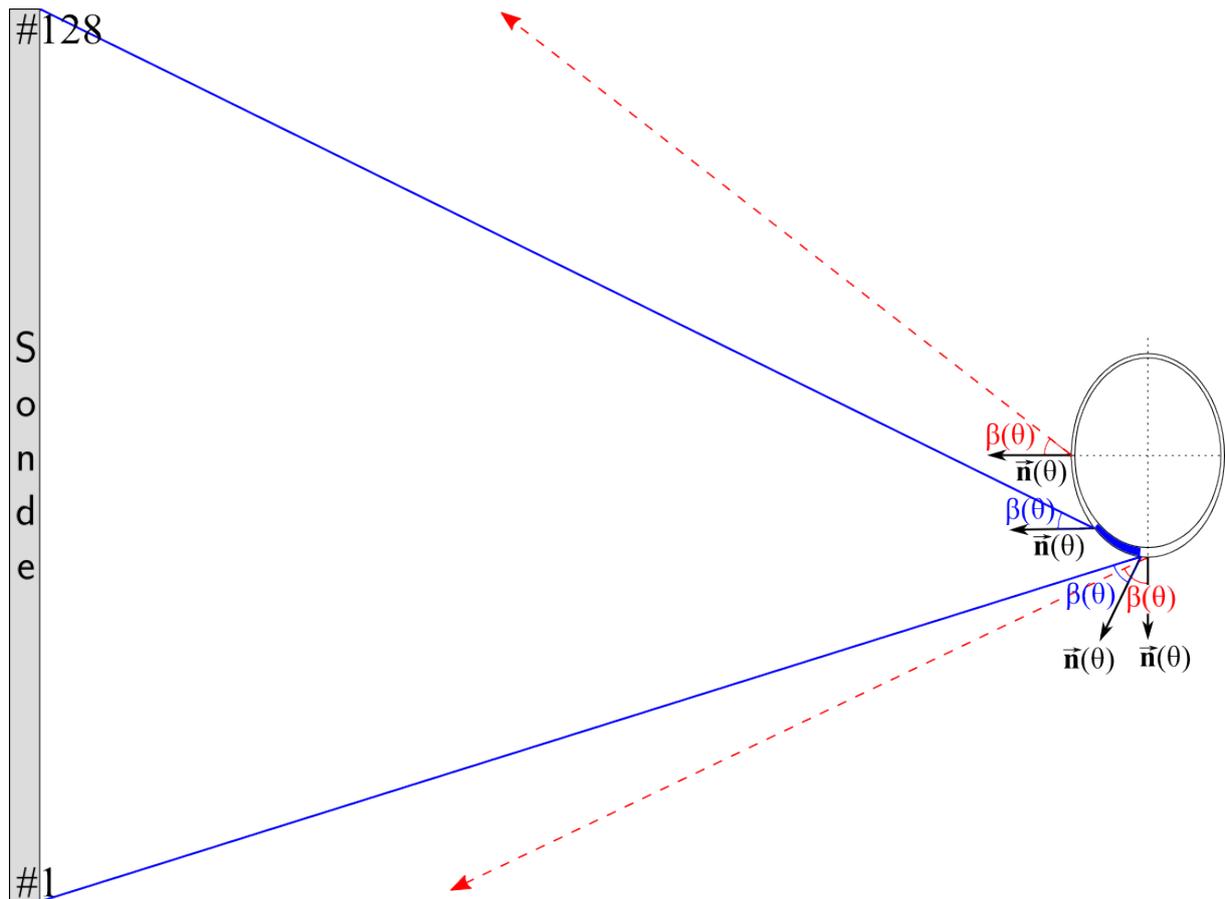


FIGURE 5.25 – Exemple de rayonnement d'un mode se propageant dans le sens trigonométrique dans un guide d'épaisseur variable : les éléments de la barrette ne reçoivent le mode rayonné que par une petite zone du guide. La vitesse de phase évoluant selon l'épaisseur du guide, l'angle de rayonnement, $\beta(\theta)$, par rapport à la normale, $\vec{n}(\theta)$ varie selon le point de la coque considéré.

à cette fréquence. Ces temps d'arrivée sont utilisés pour localiser le ou les points de rayonnement apparent de ce mode par retournement temporel. Pour cela, on calcule le champ autour du guide d'ondes correspondant à l'émission d'un Dirac par les éléments de la barrette, en suivant la loi de retard déterminée. La comparaison de cette carte de retournement temporel théorique avec la carte obtenue à partir des signaux rétrodiffusés permet de déterminer si ce mode se propage effectivement à cette fréquence (Fig.5.27).

Cette identification ne semble cependant pas suffisante pour notre application : elle ne nous permet pas de déterminer une vitesse de phase correspondant à ce mode guidé. On ne peut pas non plus définir une vitesse de phase équivalente ou moyenne : si cela était possible, la tache focale obtenue serait localisée au niveau d'un des centres de courbure déterminé précédemment, or ce n'est pas le cas (Fig.5.27). Le fait de ne pouvoir obtenir les vitesses de phase et les courbes de dispersion des modes de ce guide d'ondes empêche d'utiliser la procédure d'estimation de l'épaisseur et des coefficients élastiques classique envisagée précédemment. Une autre procédure d'inversion fondée sur la position des points

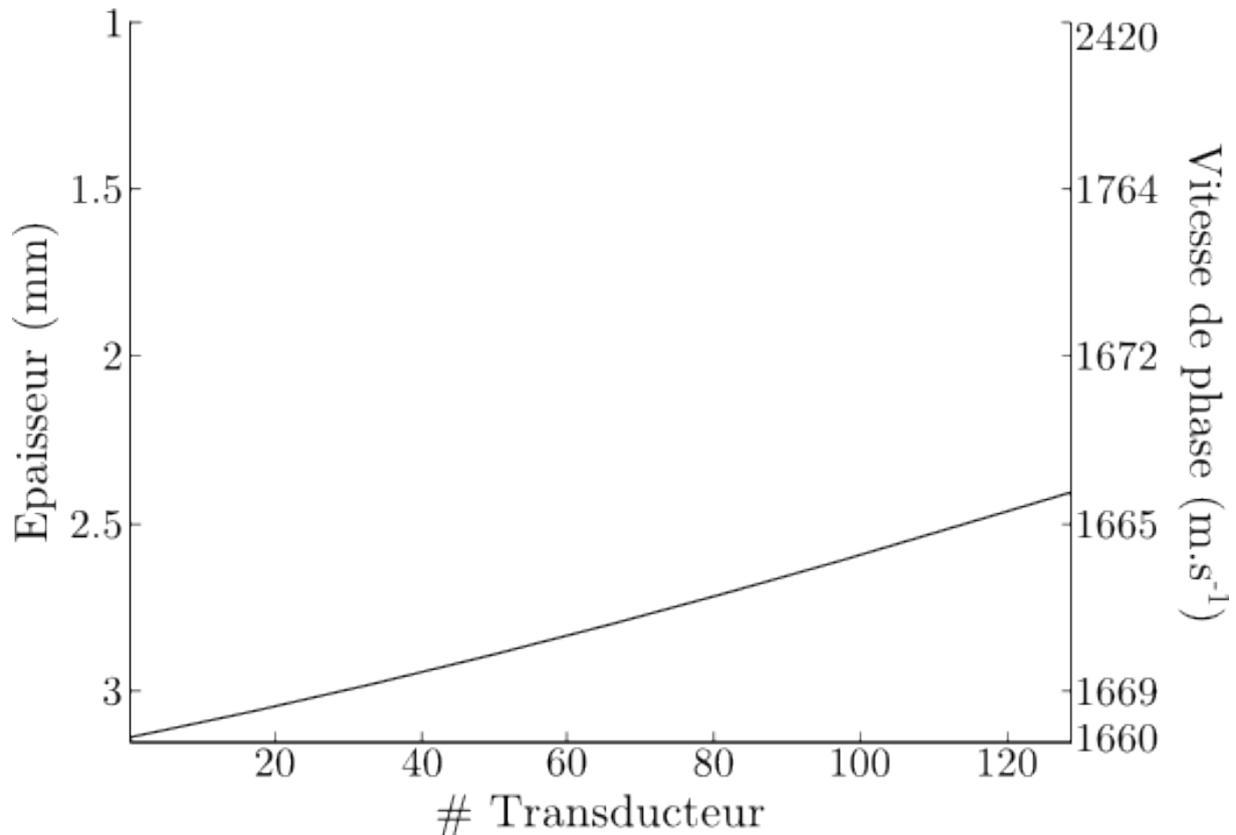


FIGURE 5.26 – Épaisseur de la zone rayonnant le mode S_0 à 1 MHz vue par chaque élément de la barrette. Seule une petite partie de la zone inférieure du guide d'ondes rayonne dans la direction de la barrette. L'échelle de vitesse (à droite) indique l'évolution de la vitesse de ce mode suivant l'épaisseur. Dans ce cas particulier, la vitesse des ondes rayonnées reçues par la barrette est quasiment constante. Cette figure représente sous une autre forme le schéma de la Fig.5.25.

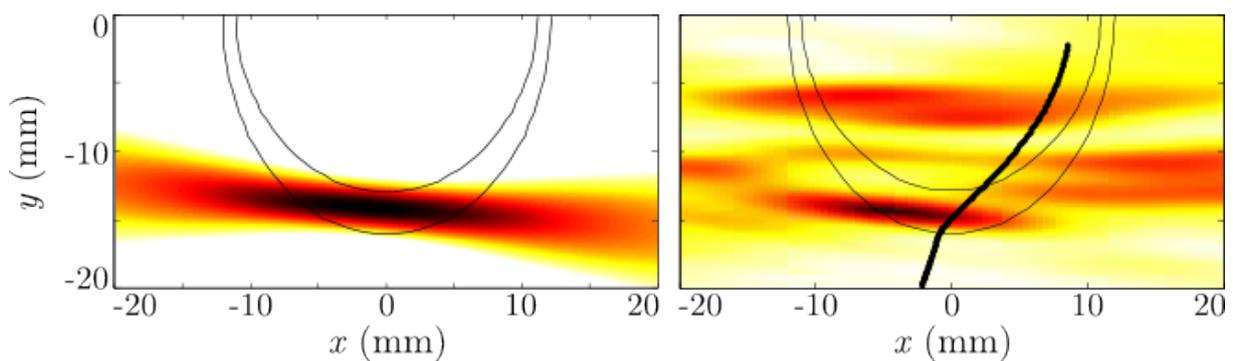


FIGURE 5.27 – Comparaison de la tache focale obtenue à partir des temps de vol estimés pour le mode S_0 à 1 MHz (Gauche) avec la carte de repropagation obtenue à partir des signaux rétrodiffusés simulés, à 1 MHz (Droite). Les taches focales de repropagation ne se trouvent pas sur le lieu des centres de courbure (en noir) puisque chaque élément de la barrette reçoit l'onde rayonnée par un mode de vitesse de phase différente.

de rayonnement plutôt que sur la vitesse de phase pourrait être imaginée. Cependant, les calculs de la position théorique des points de rayonnement apparent pour un guide d'épaisseur variable sont lourds. De plus, l'unicité de la solution n'est *a priori* pas garantie : différentes combinaisons de modes et de variations d'épaisseur pourraient aboutir à la même tache focale.

Une nouvelle méthode de traitement doit être mise en place pour traiter le cas des guides d'ondes d'épaisseur variable. Ce genre de problème a été abordé par l'équipe du laboratoire travaillant sur l'évaluation ultrasonore du radius et du tibia par transmission axiale. Une correction a été développée pour s'affranchir d'une variation de l'épaisseur corticale, il est alors possible d'obtenir une estimation de l'épaisseur corticale au niveau de l'élément central de la barrette. La configuration étant différente de celle au col du fémur (la sonde n'est pas en contact avec l'objet), cette correction ne peut être appliquée directement au problème du fémur. On peut cependant chercher à développer une méthode qui fournirait le même genre d'estimations : les propriétés en un point donné de la coque, plutôt que des propriétés globales.

5.2.3 Conclusion

L'étude d'un fantôme d'os de section elliptique et d'épaisseur variable a permis de comprendre le processus de rayonnement des ondes guidées par un tel objet. Nous avons ainsi mis en évidence que la zone susceptible d'être caractérisée est la zone d'où est émis le rayonnement reçu par la barrette, les autres zones conditionnant simplement la présence ou l'absence d'un mode.

L'analyse séparée des ondes se propageant dans le sens horaire et dans le sens trigonométrique a révélé deux comportements distincts. Les ondes se propageant dans le sens trigonométrique émergent d'une zone d'épaisseur constante. Les courbes de dispersion obtenues sont donc simples et on peut envisager leur utilisation afin de déterminer dans le cadre d'un problème inverse l'épaisseur et les propriétés élastiques de la coque dans cette zone. Les ondes se propageant dans le sens horaire émergent d'une zone d'épaisseur variable. Chaque élément de la barrette reçoit alors les ondes rayonnées par un même mode mais de vitesse de phase différente. Le traitement du signal développé précédemment ne peut s'appliquer ici. Nous avons montré qu'il était possible d'analyser les modes observés à partir de l'étude du rayonnement. Une nouvelle méthode doit être mise au point pour déterminer les vitesses de phase des modes guidés en s'affranchissant de la variation d'épaisseur.

5.3 Ouverture au cas d'une forme réaliste

Bien que ne disposant pas encore de méthode pour obtenir l'ensemble des courbes de dispersion des ondes guidées par un guide d'épaisseur variable, nous pouvons effectuer quelques commentaires et observations sur l'étude d'un fantôme d'os de forme réaliste.

On considère un fantôme d'os dont la forme de la section est celle du col fémoral (Fig.5.28). Cette coque a été obtenue par détournage et lissage d'une image d'un col réel par microscopie électronique, présentée dans [130]. Cette image a également été redimensionnée pour que les caractéristiques géométriques soient celles d'un col moyen. Un script Matlab établi sur des opérations de morphologie permet, à partir d'une image de la coque (au format png ou jpeg), d'en extraire les coordonnées. Ces coordonnées sont formatées pour servir de données de base au programme de calcul des lieux des centres de courbure. Elles sont également formatées pour pouvoir, par ailleurs, créer la carte de simulation FDTD correspondant à cette coque.

5.3.1 Localisation des points de rayonnement apparent théoriques

Pour déterminer la position des points de rayonnement apparent théoriques, il est nécessaire de connaître la forme extérieure de la coque et sa position par rapport à la barrette de mesure. Au niveau de la réalisation *in vivo*, on peut envisager de coupler notre système de mesure de vitesses de phase avec un système d'imagerie permettant d'obtenir la forme du col fémoral. Différentes modalités (scanner, IRM, ultrasons etc.) peuvent être envisagées pour réaliser cette image.

Comme précisé précédemment, les zones les plus accessibles anatomiquement sont les deux plus grandes faces (parallèles au grand axe). La face la plus plane est située à l'avant du corps alors que la face présentant une courbure est située à l'arrière. Bien évidemment insonifier l'une ou l'autre des faces ne fournira pas les mêmes résultats. Les lieux des centres de courbure diffèrent notablement entre ces deux cas (Fig.5.29). En les comparant à ceux calculés pour le fantôme elliptique précédemment étudié, on constate que les lieux des centres de courbure sont beaucoup plus « chahutés » que dans le cas de l'ellipse, particulièrement pour les hautes vitesses de phase. Ce désordre s'explique par la présence de points en lesquels la courbure de la coque varie rapidement, voire s'inverse. Concrètement, on peut voir que certains points de vitesse très différentes sont quasiment alignés sur une même ligne horizontale : ils seront difficiles à résoudre en pratique à l'issue du retournement temporel, en raison de la longueur non négligeable des taches focales (liée à la profondeur de champ de la sonde, dans la direction x). On a ainsi, par exemple, pour l'excitation par la face avant du col, une zone d'étendue verticale 1 mm dans laquelle sont compris les points associés aux vitesses de phase entre 5370 et 7910 m · s⁻¹. La largeur de

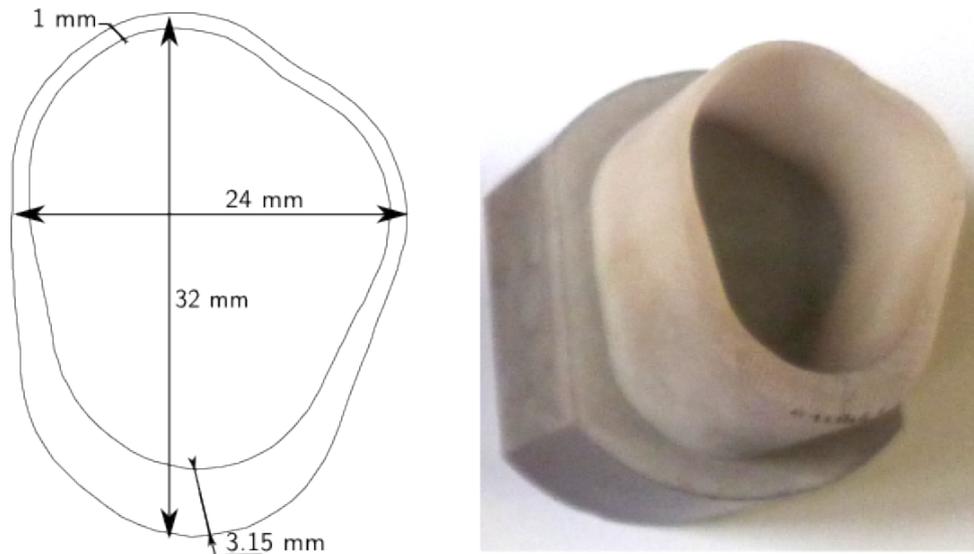


FIGURE 5.28 – Section du fantôme d'os réaliste considéré. Cette forme a été obtenue par détourage et redimensionnement d'une image d'un col réel. Un lissage a également été effectué.

la tache focale étant, au minimum, d'environ 1 mm, il sera difficile de décider quelle est la vitesse de phase réellement observée.

Lorsque l'insonification se fait par la face arrière du col, l'identification des vitesses semble moins problématique : les points sont répartis de manière plus verticale que horizontale. De la même manière, si on effectue une légère rotation (10°) autour de l'axe du col, la position des points de rayonnement est grandement modifiée (Fig.5.30). Une étude préalable à la mesure *in vivo* devra donc être menée pour déterminer, parmi les positions effectivement possibles de la sonde par rapport au col, quelle est celle qui permet de séparer au mieux les différentes vitesses.

5.3.2 Premières analyses de ce fantôme rempli d'air

Deux simulations de l'expérience d'acquisition des signaux rétrodiffusés par ce fantôme d'os de forme réaliste rempli d'air ont été réalisées avec l'outil fondé sur un code FDTD (Sec.3.1.2) : une première simulation en insonifiant le col par la face la plus plane et une seconde en l'insonifiant par la face la plus courbée (Fig.5.29). Dans chacun de ces deux cas, les signaux rétrodiffusés reçus par la barrette sont difficiles à analyser à l'oeil nu : les motifs caractéristiques des ondes guidées ne sont plus visibles (Fig.5.31).

L'épaisseur dans la partie supérieure de la coque étant quasiment constante, on applique la méthode de mesure des courbes de dispersion s'appuyant sur le lieu des centres de courbure aux ondes se propageant dans le sens trigonométrique. Comme il avait été observé dans le cas de l'ellipse d'épaisseur variable (Sec.5.2.2), on constate que les courbes de dispersion obtenues pour les ondes émergent de la zone d'épaisseur quasi constante

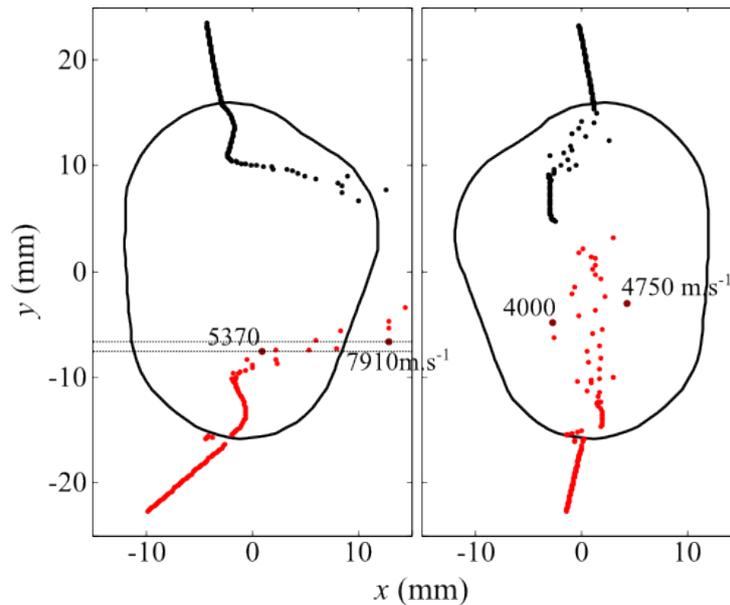


FIGURE 5.29 – Lieux des centres de courbure pour une section réaliste de col fémoral selon qu'elle est insonifiée, avec une barrette située à gauche de l'image, par la face anatomiquement située à l'avant du corps (gauche) ou par la face située à l'arrière (droite). Certains points correspondant à des vitesses de phase très différentes sont si proches qu'ils seront difficilement distinguables sur les cartes de retournement temporel : c'est par exemple le cas des points compris entre les deux lignes pointillées, correspondant à une plage de vitesse de $2540 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$.

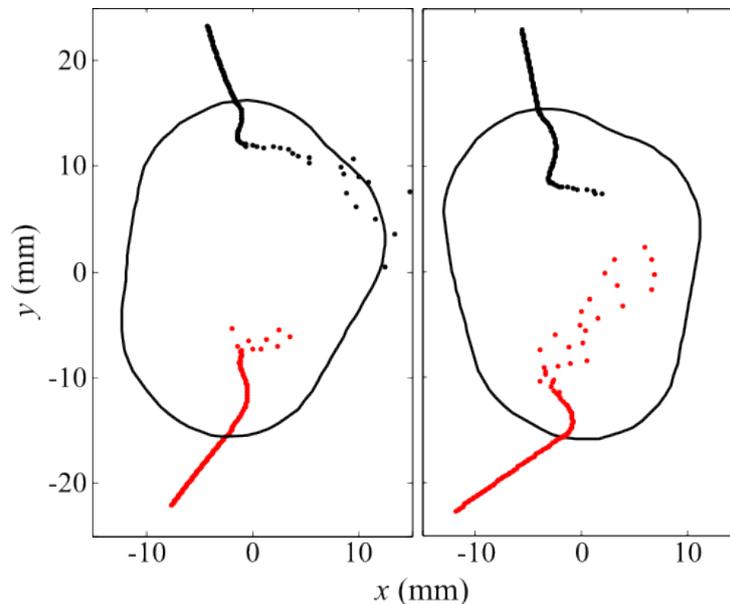


FIGURE 5.30 – Lieux des centres de courbure pour la même section de col fémoral lorsqu'elle est excitée par la face avant et inclinée de -10° (droite) et $+10^\circ$ (gauche). On peut noter les variations importantes entre les 4 configurations présentées : une étude préliminaire à la mesure doit être menée pour évaluer quelle configuration permet de mieux différencier les différentes vitesses de phase.

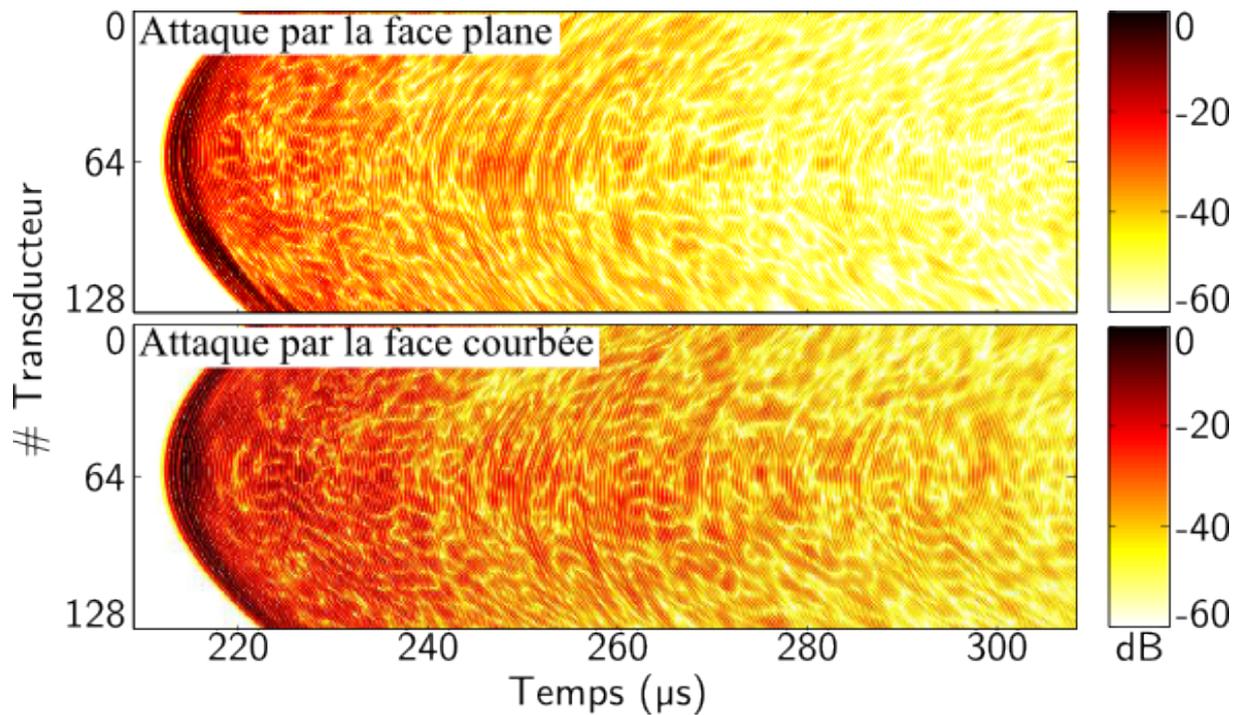


FIGURE 5.31 – Signaux rétrodiffusés par un fantôme de forme réaliste rempli d'air lorsqu'il est insonifié par la face avant (la plus plane) ou la face arrière (la plus courbe). Ces signaux sont issus de simulations.

peuvent être modélisées par celles d'une plaque dont l'épaisseur est l'épaisseur locale dans cette zone (Fig.5.32). Il paraît donc possible de mesurer simplement des portions de courbes de dispersion des ondes guidées dans la partie supérieure du col.

Les images des courbes de dispersion paraissent plus bruitées que celles observées précédemment. Cet effet visuel de morcellement en blocs est dû au fait que pour cette forme donnée les centres de courbure correspondant à des vitesses très différentes peuvent être très proches (ainsi que nous l'avons remarqué à la section précédente). Ainsi, une tache focale de l'image de repropagation à une fréquence pourra correspondre à toute une série de points de rayonnement et donc à toute une gamme de vitesses.

5.3.3 Conclusion

Un fantôme d'os de forme réaliste a été construit et des simulations de l'expérience d'acquisition des signaux rétrodiffusés ont été réalisées. Les premières analyses des résultats ont permis tout d'abord de mettre en évidence l'importance du positionnement de la sonde par rapport au fantôme. Un calcul portant sur le choix du meilleur angle de tir devra être effectué préalablement à l'acquisition. Le traitement des simulations réalisées dans les deux configurations les plus simples (attaque par la face avant et par la face arrière) a permis de constater la faisabilité de mesurer les courbes de dispersion dans la

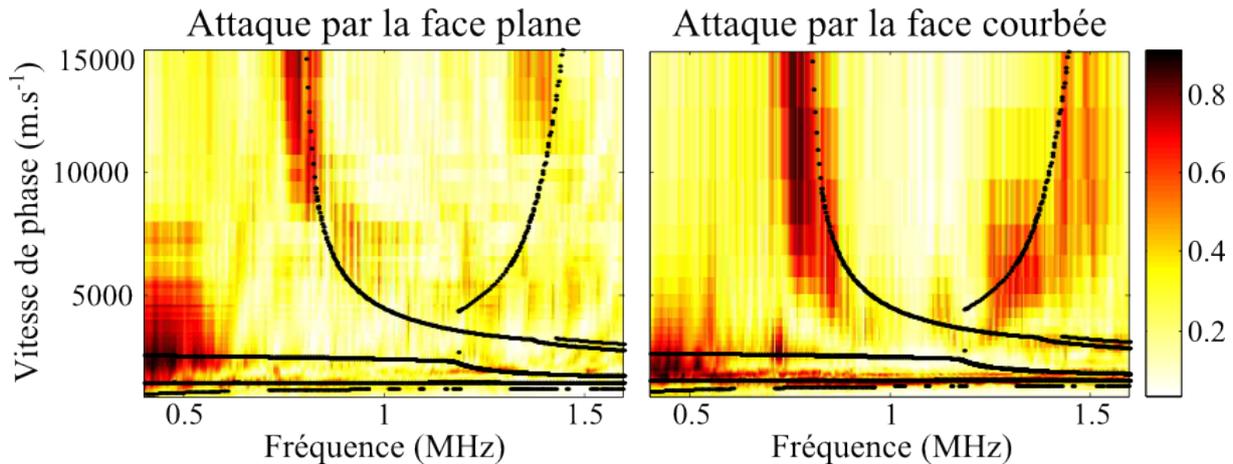


FIGURE 5.32 – Courbes de dispersion, en vitesse de phase, des ondes se propageant dans le sens trigonométrique dans le fantôme de forme réaliste. Ces courbes peuvent être modélisées par celles d’une plaque d’épaisseur donnée (les courbes en noir sont celles d’une plaque semi-immergée de 1 mm d’épaisseur).

partie supérieure de la coque du fantôme.

Lorsqu’une méthode d’analyse des ondes guidées se propageant dans le sens horaire aura été développée et validée dans le cas de l’ellipse d’épaisseur variable, cette étude du fantôme de forme réaliste pourra être complétée.

5.4 Conclusion

Des expériences et des simulations sur un fantôme de section elliptique ont permis de valider la méthode de mesure des courbes de dispersion s’appuyant sur l’analyse du rayonnement des ondes guidées.

L’étude d’un second fantôme de section elliptique mais d’épaisseur variable a montré les limites de cette méthode : l’hypothèse est faite que chaque élément de la barrette voit l’onde rayonnée avec la même vitesse de phase, ce qui n’est pas le cas lorsque l’épaisseur du guide varie. La coque supérieure du guide étant d’épaisseur constante, on peut appliquer la méthode aux ondes émergeant de cette partie du guide. Les courbes de dispersion obtenues sont en bon accord avec celles d’une plaque d’épaisseur donnée. Un modèle a été proposé pour identifier les taches focales du champ rétropropagé correspondant aux ondes émergeant de la coque inférieure, d’épaisseur variable. Une méthode doit à présent être élaborée pour déterminer les vitesses de phase de ces ondes.

La faisabilité de mesurer des portions de courbes de dispersion des ondes guidées caractéristiques de la coque supérieure du col a enfin été démontrée à l’aide d’un fantôme de forme réaliste. L’analyse de ce fantôme a permis de souligner l’importance du positionnement de l’objet par rapport à la sonde.

Conclusion

Ce travail de thèse s'inscrit dans le cadre du développement d'une méthode de caractérisation ultrasonore de la coque corticale du col du fémur. Nous pensons que mesurer spécifiquement cette partie de l'os pourrait permettre d'améliorer la prédiction du risque de fracture. Pour caractériser le col du fémur, nous souhaitons exploiter le comportement de guide d'ondes que possède la coque corticale, comportement démontré lors d'une thèse précédente sur ce sujet. L'objectif est de mesurer des courbes de dispersion des ondes guidées et de les exploiter dans la résolution d'un problème inverse pour estimer l'épaisseur et les propriétés élastiques de la coque. Les travaux menés durant cette thèse ont eu pour objectif de proposer des adaptations d'une méthode de mesure des courbes de dispersion initialement proposée pour le contrôle non-destructif de tubes circulaires métalliques, la méthode DORT.

L'approche retenue pour mettre au point ces adaptations a été de découpler les problèmes liés aux propriétés matérielles de ceux liés aux propriétés géométriques en étudiant successivement différents fantômes mimant des caractéristiques bien choisies de l'os. Différents outils ont été développés en collaboration avec les membres de l'équipe 1 du LIP. Ils ont permis d'analyser les expériences menées à l'Institut Langevin, de mettre au point et valider les modifications de la méthode DORT.

La première étape du travail a consisté à optimiser les paramètres d'acquisition des signaux rétrodiffusés. Cette étape a été nécessaire afin de pouvoir observer le rayonnement des ondes guidées circonférentielles. En effet, l'atténuation intrinsèque du composite imitant l'os et une faible différence d'impédance acoustique entre le composite et l'eau induisent un faible rapport signal à bruit.

La présence d'un fluide, la moelle osseuse, dans la cavité du col permet aux ondes ultrasonores de s'y propager. Les réflexions successives sur les parois de la cavité peuvent interférer avec les ondes circonférentielles qui nous intéressent, empêchant alors la mesure des courbes de dispersion. Une méthode de filtrage des contributions des réflexions dans les images obtenues par retournement temporel a été proposée. Le critère sur lequel repose la méthode de filtrage a été déterminé à partir de l'étude de la simulation de cas limites.

La méthode initiale de mesure des courbes de dispersion met en jeu des considérations géométriques qui ne sont valables que dans le cas d'une section circulaire. Or, la forme du col du fémur n'est pas circulaire, elle est irrégulière et peut être assimilée, dans un premier temps, à une ellipse. Une autre méthode s'appuyant sur l'analyse du rayonnement des ondes guidées a été proposée. Cette méthode a été validée expérimentalement et numériquement sur un fantôme de section elliptique mais est *a priori* valable quelle que soit la forme extérieure du guide.

Une seconde particularité géométrique de la coque du col fémoral est que son épaisseur varie autour de la circonférence : elle est faible et quasiment constante sur la moitié supérieure, plus importante et variable dans la partie inférieure. L'étude d'un fantôme elliptique d'épaisseur variable a permis de mieux comprendre le rayonnement de ce genre d'objet. La coque supérieure d'épaisseur constante peut être facilement mesurée. En revanche, le rayonnement issu de la coque inférieure est plus complexe à analyser : la méthode de traitement suppose que tous les transducteurs de la barrette reçoivent un mode guidé avec la même vitesse de phase, ce qui n'est pas le cas lorsque l'épaisseur varie le long du trajet. Un premier modèle a été proposé mais une nouvelle méthode de traitement doit être développée pour caractériser le guide dans cette zone.

Les résultats de ces différentes études sont encourageants pour envisager la caractérisation de la coque corticale du col du fémur par mesure d'ondes guidées. Il est envisageable d'appliquer certains des outils et méthodes développés et appliqués dans cette thèse à l'étude de fantômes au cas de l'os réel (par exemple, la méthode d'acquisition des signaux rétrodiffusés). La méthode de filtrage développée peut, sur le principe, être utilisée pour éliminer les réflexions dues à la propagation dans la moelle osseuse. On s'attend néanmoins à ce que l'amplitude de ces réflexions soit moins importante que dans le cas étudié ici en raison de la présence d'os trabéculaire et des propriétés acoustiques de la moelle. Nous avons par ailleurs constaté que la difficulté à éliminer ces réflexions peut varier notablement d'un objet à l'autre suivant sa géométrie (taille de la cavité et périmètre de la coque). Enfin, nous avons montré, via l'étude en simulation d'un fantôme de forme réaliste, que la méthode basée sur l'analyse des points de rayonnement apparent permet de mesurer des courbes de dispersion des ondes guidées caractéristiques de la coque supérieure du fantôme. Comme il est connu que cette zone est une région critique sur le plan de la tenue biomécanique du col, ce résultat est particulièrement intéressant.

Cependant, un certain nombre de problèmes spécifiques vont se poser lors de l'étude de fémurs humains. Le principal concerne le positionnement du fémur par rapport à la sonde. Pour appliquer la méthode de traitement, la forme externe du guide d'ondes, sa position et son orientation dans le champ ultrasonore doivent être connues. La forme pourrait être déterminée en utilisant un système d'imagerie annexe. On pourrait imaginer un couplage

rayons X et ultrasons à cet effet. Dans le cas d'études *in vitro*, le positionnement peut être réalisé à l'aide d'un dispositif de type goniométrique dédié (un tel dispositif a été développé au laboratoire pour cette application). Ce genre de dispositif peut également être envisagé pour l'application *in vivo* : c'est ce qui a été utilisé, dans une certaine mesure, par une équipe partenaire allemande, dans une précédente étude. Le temps d'acquisition des signaux rétrodiffusés est également une limite potentielle à l'application *in vivo* : le patient peut difficilement rester immobile durant une demi-heure. Enfin, dans le cadre de ces travaux, nous n'avons pas abordé la résolution du problème inverse. Lorsque nous disposerons de courbes de dispersion mesurées dans la coque du col du fémur, nous pourrions alors nous pencher sur ce problème. Nous bénéficierons des travaux déjà menés sur ce sujet par l'équipe du laboratoire travaillant sur le dispositif de mesure en transmission axiale (cf. thèse de J. Foiret).

Dans le futur proche, le projet de développement d'une méthode de caractérisation ultrasonore du col du fémur peut, à la suite de cette thèse, suivre deux voies complémentaires. Une méthode de traitement doit être développée pour tenter d'exploiter les ondes guidées circonférentielles caractéristiques de la coque inférieure, d'épaisseur variable. Parallèlement à ce développement, des expériences sur un fémur réel doivent être conduites. Une fois le dispositif de positionnement mis en place et les cols du fémur préparés pour obtenir des conditions de mesure favorables, on pourra envisager dans un premier temps de vérifier la faisabilité de caractériser la coque supérieure du col. Ces expériences pourront également guider le développement de nouvelles méthodes de traitement des données.

Bibliographie

- [1] O. Strom, F. Borgstrom, John A. Kanis, Juliet Compston, Cyrus Cooper, Eugene V. McCloskey, and Bengt Jonsson. Osteoporosis : burden, health care provision and opportunities in the EU. *Archives of Osteoporosis*, 6 :59–155, 2011.
- [2] O. Johnell and J. Kanis. Epidemiology of osteoporotic fractures. *Osteoporos. Int.*, 16 Suppl 2 :S3–7, 2005.
- [3] S. R. Cummings and L. J. Melton. Epidemiology and outcomes of osteoporotic fractures. *Lancet*, 359(9319) :1761–7, 2002.
- [4] P. Pulkkinen, C. C. Glüer, and T. Jamsa. Investigation of differences between hip fracture types : A worthy strategy for improved risk assessment and fracture prevention. *Bone*, 49(4) :600–604, 2011.
- [5] P. Milovanovic, J. Potocnik, M. Stoiljkovic, D. Djonic, S. Nikolic, O. Neskovic, M. Djuric, and Z. Rakocevic. Nanostructure and mineral composition of trabecular bone in the lateral femoral neck : implications for bone fragility in elderly women. *Acta Biomater.*, pages –, 2011.
- [6] A. A. Espinoza Orias, J. M. Deuerling, M. D. Landrigan, J. E. Renaud, and R. K. Roeder. Anatomic variation in the elastic anisotropy of cortical bone tissue in the human femur. *J. Mech. Behav. Biomed. Mater.*, 2(3) :255–63, 2009.
- [7] K. D. Hunt, V. D. O’Loughlin, D. W. Fitting, and L. Adler. Ultrasonic determination of the elastic modulus of human cortical bone. *Med. Biol. Eng. Comput.*, 36(1) :51–6, 1998.
- [8] M. Granke, Q. Grimal, A. Saïed, P. Nauleau, F. Peyrin, and P. Laugier. Change in porosity is the major determinant of the variation of cortical bone elasticity at the millimeter scale in aged women. *Bone*, 49 :1020–1026, 2011.
- [9] V. Bousson, A. Le Bras, F. Roqueplan, Y. Kang, D. Mitton, S. Kolta, C. Bergot, W. Skalli, E. Vicaud, W. Kalender, K. Engelke, and J. D. Laredo. Volumetric quantitative computed tomography of the proximal femur : relationships linking

- geometric and densitometric variables to bone strength. Role for compact bone. *Osteoporos. Int.*, 17(6) :855–64, 2006.
- [10] S. L. Manske, T. Liu-Ambrose, D. M. Cooper, S. Kontulainen, P. Guy, B. B. Forster, and H. A. McKay. Cortical and trabecular bone in the femoral neck both contribute to proximal femur failure load prediction. *Osteoporos. Int.*, 20(3) :445–53, 2009.
- [11] G. Holzer, G. and von Skrbensky, L. A. Holzer, and W. Pichl. Hip fractures and the contribution of cortical versus trabecular bone to femoral neck strength. *J. Bone Miner. Res.*, 24(3) :468–474, 2009.
- [12] R. M. Zebaze, A. Ghasem-Zadeh, A. Bohte, S. Iuliano-Burns, M. Mirams, R. I. Price, E. J. Mackie, and E. Seeman. Intracortical remodelling and porosity in the distal radius and post-mortem femurs of women : a cross-sectional study. *Lancet*, 375(9727) :1729–36, 2010.
- [13] K. L. Bell, N. Loveridge, J. Power, N. Garrahan, M. Stanton, M. Lunt, B. F. Meggitt, and J. Reeve. Structure of the femoral neck in hip fracture : cortical bone loss in the inferoanterior to superoposterior axis. *J. Bone Miner. Res.*, 14(1) :111–119, 1999.
- [14] N. Crabtree, N. Loveridge, M. Parker, N. Rushton, J. Power, K. L. Bell, T. J. Beck, and J. Reeve. Intracapsular hip fracture and the region-specific loss of cortical bone : analysis by peripheral quantitative computed tomography. *J. Bone Miner. Res.*, 16(7) :1318–1328, 2001.
- [15] V. Bousson, F. Peyrin, C. Bergot, M. Hausard, A. Sautet, and J. D. Laredo. Cortical bone in the human femoral neck : three-dimensional appearance and porosity using synchrotron radiation. *J. Bone Miner. Res.*, 19(5) :794–801, 2004.
- [16] H. Blain, P. Chavassieux, N. Portero-Muzy, F. Bonnel, F. Canovas, M. Chammas, P. Maury, and P. D. Delmas. Cortical and trabecular bone distribution in the femoral neck in osteoporosis and osteoarthritis. *Bone*, 43(5) :862–8, 2008.
- [17] H. Chen, X. Zhou, S. Shoumura, S. Emura, and Y. Bunai. Age- and gender-dependent changes in three-dimensional microstructure of cortical and trabecular bone at the human femoral neck. *Osteoporos. Int.*, 21(4) :627–36, 2010.
- [18] R. D. Carpenter, S. Sigurdsson, S. Zhao, Y. Lu, G. Eiriksdottir, G. Sigurdsson, B. Y. Jonsson, S. Prevrhal, T. B. Harris, K. Siggeirsdottir, V. Guethnason, and T. F. Lang. Effects of age and sex on the strength and cortical thickness of the femoral neck. *Bone*, 48(4) :741–7, 2011.

- [19] X. G. Cheng, G. Lowet, S. Boonen, P. H. F. Nicholson, P. Brys, J. Nijs, and J. Dequeker. Assessment of the strength of proximal femur in vitro : relationship to femoral bone mineral density and femoral geometry. *Bone*, 20(3) :213 – 218, 1997.
- [20] T. J. Beck, A. C. Looker, C. B. Ruff, H. Sievanen, and H. W. Wahner. Structural trends in the aging femoral neck and proximal shaft : analysis of the third national health and nutrition examination survey dual-energy x-ray absorptiometry data. *J. Bone Miner. Res.*, 15(12) :2297–2304, 2000.
- [21] D. A. Nelson, D. A. Barondess, S. L. Hendrix, and T. J. Beck. Cross-sectional geometry, bone strength, and bone mass in the proximal femur in black and white postmenopausal women. *J. Bone Miner. Res.*, 15(10) :1992–1997, 2000.
- [22] S. Filardi, R. Zebaze, Y. Duan, J. Edmonds, T. Beck, and E. Seeman. Femoral neck fragility in women has its structural and biomechanical basis established by periosteal modeling during growth and endocortical remodeling during aging. *Osteoporos. Int.*, 15 :103–107, 2004.
- [23] S. Gnudi, N. Malavolta, D. Testi, and M. Viceconti. Differences in proximal femur geometry distinguish vertebral from femoral neck fractures in osteoporotic women. *Br. J. Radiol.*, 77(915) :219–223, 2004.
- [24] H. G. Ahlborg, N. D. Nguyen, T. V. Nguyen, J. R. Center, and J. A. Eisman. Contribution of hip strength indices to hip fracture risk in elderly men and women. *J. Bone Miner. Res.*, 20(10) :1820–1827, 2005.
- [25] S. Kaptoge, T. J. Beck, J. Reeve, K. L. Stone, T. A. Hillier, J. A. Cauley, and S. R. Cummings. Prediction of incident hip fracture risk by femur geometry variables measured by hip structural analysis in the study of osteoporotic fractures. *J. Bone Miner. Res.*, 23(12) :1892–1904, 2008.
- [26] K. L. Bell, N. Loveridge, J. Power, N. Garrahan, B. F. Meggitt, and J. Reeve. Regional differences in cortical bone porosity in the fractured femoral neck. *Bone*, 24(1) :57–64, 1999.
- [27] G. R. Jordan, N. Loveridge, K. L. Bell, J. Power, N. Rushton, and J. Reeve. Spatial clustering of remodeling osteons in the femoral neck cortex : a cause of weakness in hip fracture? *Bone*, 26(3) :305–13, 2000.
- [28] G. R. Jordan, N. Loveridge, K. L. Bell, J. Power, G. R. Dickson, S. Vedi, N. Rushton, M. T. Clarke, and J. Reeve. Increased femoral neck cancellous bone and connectivity in coxarthrosis (hip osteoarthritis). *Bone*, 32(1) :86–95, 2003.

- [29] E. Verhulp, B. van Rietbergen, and R. Huiskes. Load distribution in the healthy and osteoporotic human proximal femur during a fall to the side. *Bone*, 42(1) :30 – 35, 2008.
- [30] S.C.E Schuit, M van der Klift, A.E.A.M Weel, C.E.D.H de Laet, H Burger, E Seeman, A Hofman, A.G Uitterlinden, J.P.T.M van Leeuwen, and H.A.P Pols. Fracture incidence and association with bone mineral density in elderly men and women : the Rotterdam Study. *Bone*, 34(1) :195 – 202, 2004.
- [31] T. M Keaveny, D. L Kopperdahl, L J. Melton, P. F Hoffmann, S. Amin, B L. Riggs, and S. Khosla. Age-dependence of femoral strength in white women and men. *J. Bone Miner. Res.*, 25(5) :994–1001, 2010.
- [32] P. Laugier. Instrumentation for in vivo ultrasonic characterization of bone strength. *IEEE Trans. Ultrason. Ferroelectr. Freq. Control*, 55(6) :1179–96, 2008.
- [33] P. Laugier and G. Haèiat. *Bone Quantitative Ultrasound*. Springer Science+Business media B.V., 2011.
- [34] D. Marshall and H. Johnell, O.and Wedel. Meta-analysis of how well measures of bone mineral density predict occurrence of osteoporotic fractures. *Brit. Med. J.*, 312 :1254–1259, 1996.
- [35] R. Barkmann, P. Laugier, U. Moser, S. Dencks, F. Padilla, G. Haiat, M. Heller, and C. C. Glüer. A method for the estimation of femoral bone mineral density from variables of ultrasound transmission through the human femur. *Bone*, 40(1) :37–44, 2007.
- [36] R. Barkmann, P. Laugier, U. Moser, S. Dencks, M. Klausner, F. Padilla, G. Haiat, M. Heller, and C. C. Glüer. In vivo measurements of ultrasound transmission through the human proximal femur. *Ultrasound Med. Biol.*, 34(7) :1186–90, 2008.
- [37] R. Barkmann, S. Dencks, P. Laugier, F. Padilla, K. Brixen, J. Ryg, A. Seekamp, L. Mahlke, A. Bremer, M. Heller, and C. C. Glüer. Femur ultrasound (FemUS)–first clinical results on hip fracture discrimination and estimation of femoral BMD. *Osteoporos. Int.*, 21(6) :969–76, 2009.
- [38] J. Minonzio, J. Foiret, M. Talmant, and P. Laugier. Impact of attenuation on guided mode wavenumber measurement in axial transmission on bone mimicking plates. *J. Acoust. Soc. Am.*, 130(6) :3574–3582, 2011.
- [39] J. Foiret. *Evaluation ultrasonore des propriétés de l’os cortical par mesure d’ondes guidées en transmission axiale*. PhD thesis, Université Paris 6 - Pierre et Marie Curie, 2013.

- [40] J. Grondin. *Evaluation ultrasonore de l'os cortical en transmission transverse : étude numérique et expérimentale de la propagation d'ondes circonférentielles pour la caractérisation de la résistance mécanique du col fémoral*. PhD thesis, Université Paris 6 - Pierre et Marie Curie, 2010.
- [41] Q. Grimal, J. Grondin, S. Guérard, R. Barkmann, K. Engelke, C.-C. Glüer, and P. Laugier. Quantitative ultrasound of cortical bone in the femoral neck predicts femur strength : results of a pilot study. *J. Bone Miner. Res.*, pages n/a–n/a, 2012.
- [42] D. Ta, W. Wang, Y. Wang, L. H. Le, and Y. Zhou. Measurement of the dispersion and attenuation of cylindrical ultrasonic guided waves in long bone. *Ultrasound Med. Biol.*, 35(4) :641–52, 2009.
- [43] M. Talmant, J. Foiret, and J.-G. Minonzio. Guided waves in cortical bone. In Laugier P. and Haiat G., editors, *Bone Quantitative Ultrasound*. Springer, 2011.
- [44] C. Prada, S. Manneville, D. Spoliansky, and M. Fink. Decomposition of the time reversal operator : Detection and selective focusing on two scatterers. *J. Acoust. Soc. Am.*, 99(4) :2067–2076, 1996.
- [45] C. Prada and M. Fink. Separation of interfering acoustic scattered signals using the invariants of the time-reversal operator. Application to Lamb waves characterization. *J. Acoust. Soc. Am.*, 104 :801–807, 1998.
- [46] S. Bernard, Q. Grimal, S. Hauptert, and P. Laugier. Assessment of anisotropic elasticity of small bone samples with resonant ultrasound spectroscopy : Attenuation does not prevent the measurements. In *Ultrasonics Symposium (IUS), 2011 IEEE International*, pages 1599–1602, 2011.
- [47] S.A. Goss, R.L. Johnston, and F. Dunn. Compilation of empirical ultrasonic properties of mammalian tissues. II. *J. Acoust. Soc. Am.*, 68(1) :93–108, 1980.
- [48] J.D. Achenbach. *Wave propagation in solids*. American Elsevier, 1973.
- [49] D. Royer and E. Dieulesaint. *Elastic waves in solids I : free and guided propagation*. Springer, 2000.
- [50] I.A. Viktorov. *Rayleigh and Lamb waves : physical theory and applications*. Plenum Press, 1967.
- [51] B.A. Auld. *Acoustic fields and waves in solids, vol. II*, volume 2. Krieger Publishing Company, 2nd edition, 1990.

- [52] C. H. Yeh and C. H. Yang. Characterization of mechanical and geometrical properties of a tube with axial and circumferential guided waves. *Ultrasonics*, 51(4) :472–9, 2011.
- [53] M. R. Karim, A. K. Mal, and Y. Bar-Cohen. Inversion of leaky Lamb wave data by simplex algorithm. *J. Acoust. Soc. Am.*, 88(1) :482–491, 1990.
- [54] P. Moilanen, P. H. Nicholson, V. Kilappa, S. Cheng, and J. Timonen. Assessment of the cortical bone thickness using ultrasonic guided waves : modelling and in vitro study. *Ultrasound Med. Biol.*, 33(2) :254–62, 2007.
- [55] P. Moilanen, M. Talmant, V. Bousson, P. H. Nicholson, S. Cheng, J. Timonen, and P. Laugier. Ultrasonically determined thickness of long cortical bones : two-dimensional simulations of in vitro experiments. *J. Acoust. Soc. Am.*, 122(3) :1818, 2007.
- [56] M. O. Culjat, D. Goldenberg, P. Tewari, and R. Singh. A review of tissue substitutes for ultrasound imaging. *Ultrasound Med. Biol.*, 36(6) :861–873, 2010.
- [57] M. F. M. Osborne and S. D. Hart. Transmission, reflection, and guiding of an exponential pulse by a steel plate in water. I. Theory. *J. Acoust. Soc. Am.*, 17(1) :1–18, 1945.
- [58] M. F. M. Osborne and S. D. Hart. Transmission, reflection, and guiding of an exponential pulse by a steel plate in water. II. Experiment. *J. Acoust. Soc. Am.*, 18(1) :170–184, 1946.
- [59] A. Grabowska. Propagation of elastic wave in solid layer-liquid system. *Arch. Acoust.*, 4 :57–64, 1979.
- [60] M. Talmant. *Rétrodiffusion d’une impulsion ultrasonore brève par une coque cylindrique à paroi mince*. PhD thesis, Université Paris VII, 1987.
- [61] M. Talmant, H. Überall, R. D. Miller, M. F. Werby, and J. W. Dickey. Lamb waves and fluid-borne waves on water-loaded, air-filled thin spherical shells. *J. Acoust. Soc. Am.*, 86(1) :278–289, 1989.
- [62] H. Überall, B. Hosten, M. Deschamps, and A. Gerard. Repulsion of phase-velocity dispersion curves and the nature of plate vibrations. *J. Acoust. Soc. Am.*, 96(2) :908–917, 1994.
- [63] J. Dickey, G. Maidanik, and H. Überall. The splitting of dispersion curves for the fluid loaded plate. *J. Acoust. Soc. Am.*, 98(4) :2365–2367, October 1995.

- [64] J.-P. Sessarego, J. Sageloli, C. Gazanhes, and H. Überall. Two Scholte-Stoneley waves on doubly fluid-loaded plates and shells. *J. Acoust. Soc. Am.*, 101(1) :135–142, 1997.
- [65] X.L. Bao, H. Franklin, P.K. Raju, and H. Überall. The splitting of dispersion curves for plates fluid-loaded on both sides. *J. Acoust. Soc. Am.*, 102(2) :1246–1248, 1997.
- [66] J. M. Arnold and L. B. Felsen. Coupled mode theory of intrinsic modes in a wedge. *J. Acoust. Soc. Am.*, 79(1) :31–40, 1986.
- [67] J. M. Arnold and L. B. Felsen. Intrinsic modes in a nonseparable ocean waveguide. *J. Acoust. Soc. Am.*, 76(3) :850–860, 1984.
- [68] V. B. Galanenko. On coupled modes theory of two-dimensional wave motion in elastic waveguides with slowly varying parameters in curvilinear orthogonal coordinates. *J. Acoust. Soc. Am.*, 103(4) :1752–1762, 1998.
- [69] V. Pagneux and A. Maurel. Lamb wave propagation in elastic waveguides with variable thickness. *Proc. R. Soc. A*, 462(2068) :1315–1339, 2006.
- [70] M.Ech-Cherif El-Kettani, F Luppé, and A Guillet. Guided waves in a plate with linearly varying thickness : experimental and numerical results. *Ultrasonics*, 42 :807 – 812, 2004.
- [71] P. Marical, M. El-Kettani, and M.V. Predoi. Guided waves in elastic plates with gaussian section variation : Experimental and numerical results. *Ultrasonics*, 47 :1 – 9, 2007.
- [72] M.E.-C. El-Kettani, P. Marical, and Z. Hamitouche. Inverse problem for the geometry profile determination of waveguides with varying section using adiabatic behavior of guided waves. *IEEE Trans. Ultrason. Ferroelectr. Freq. Control*, 56(9) :2023–2026, 2009.
- [73] E. Minnock, R. Cook, D. Collins, J. Tucker, and P. Zioupos. Using risk factors and quantitative ultrasound to identify postmenopausal caucasian women at risk of osteoporosis. *J. Clin. Densitom.*, 11(4) :485–493, October 2008.
- [74] M. Määttä, P. Moilanen, P. Nicholson, S. Cheng, J. Timonen, and T. Jämsä. Correlation of tibial low-frequency ultrasound velocity with femoral radiographic measurements and {BMD} in elderly women. *Ultrasound Med. Biol.*, 35(6) :903 – 911, 2009.

- [75] A. Sarvazyan, A. Tatarinov, V. Egorov, S. Airapetian, V. Kurtenok, and C. J. Gatt Jr. Application of the dual-frequency ultrasonometer for osteoporosis detection. *Ultrasonics*, 49(3) :331 – 337, 2009.
- [76] J. Grondin, Q. Grimal, K. Engelke, and P. Laugier. Potential of first arriving signal to assess cortical bone geometry at the hip with QUS : a model based study. *Ultrasound Med. Biol.*, 36(4) :656–66, 2010.
- [77] J. Qu, Y. Berthelot, and Z. Li. Dispersion of guided circumferential waves in a circular annulus. *Rev. Prog. Q.*, 15A :169–176, 1996.
- [78] J.L. Rose. *Ultrasonic waves in solid media*. Cambridge University Press, 2004.
- [79] G. V. Frisk and H. Überall. Creeping waves and lateral waves in acoustic scattering by large elastic cylinders. *J. Acoust. Soc. Am.*, 59 :46–54, 1976.
- [80] A. Velichko and P. D. Wilcox. Excitation and scattering of guided waves : Relationships between solutions for plates and pipes. *J. Acoust. Soc. Am.*, 125(6) :3623–3631, 2009.
- [81] J. Li and J. L. Rose. Natural beam focusing of non-axisymmetric guided waves in large-diameter pipes. *Ultrasonics*, 44(1) :35 – 45, 2006.
- [82] K. L. Williams and P. L. Marston. Backscattering from an elastic sphere : Sommerfeld-Watson transformation and experimental confirmation. *J. Acoust. Soc. Am.*, 78 :1093 – 1102, 1985.
- [83] J. L. Izbicki, G. Maze, and J. Ripoché. Influence of the free modes of vibration on the acoustic scattering of a circular cylindrical shell. *J. Acoust. Soc. Am.*, 80(4) :1215–1219, 1986.
- [84] M. Talmant and G. Quentin. Backscattering of a short ultrasonic pulse from thin cylindrical shells. *J. Appl. Phys.*, 63(6) :1857–1863, 1988.
- [85] D. Royer, E. Dieulesaint, and Ph Leclaire. Remote sensing of the thickness of hollow cylinders from optical excitation and detection of Lamb waves. In *Ultrasonics Symposium, 1989. Proceedings., IEEE 1989*, pages 1163–1166 vol.2, October 1989.
- [86] J. L. Thomas, P. Roux, and M. Fink. Inverse scattering analysis with an acoustic time-reversal mirror. *Phys. Rev. Lett.*, 72(5) :637–640, 1994.
- [87] C. Prada and M. Fink. Eigenmodes of the time reversal operator : a solution to selective focusing in multiple-target media. *Wave Motion*, 20(2) :151 – 163, 1994.

- [88] J. W. S. Rayleigh. *The theory of sound*. Dover, New-York, 1896.
- [89] A. Derem. Théorie de la matrice S et transformation de Sommerfeld-Watson dans la diffusion acoustique. In N. Gespa, editor, *La diffusion acoustique par des cibles de forme géométrique simple : Théories et expériences*, chapter 9, pages 196–200. CEDOCAR, 1989.
- [90] J. G. Minonzio. *Décomposition de l'Opérateur de Retournement Temporel appliquée à l'imagerie et à la caractérisation ultrasonore*. Acoustique physique, Université Paris 7 - Denis Diderot, 2006.
- [91] J.-L. Rousselot. Etude numérique de la diffusion par des objets cylindriques et sphériques au moyen des résonances. In N. Gespa, editor, *La diffusion acoustique par des cibles géométriques de forme simple : Théories et expériences*, chapter 12, pages 334–351. CEDOCAR, 1989.
- [92] D. Cassereau, P. Nauleau, A. Bendjoudi, J.-G. Minonzio, P. Laugier, E. Bossy, and Q. Grimal. A hybrid fdtd-rayleigh integral computational method for the simulation of the ultrasound measurement of proximal femur. *Ultrasonics*, In press, 2013.
- [93] J. Virieux. SH-wave propagation in heterogeneous media : Velocity-stress finite-difference method. *Geophysics*, 49(11) :1933–1957, 1984.
- [94] J. Virieux. P-SV wave propagation in heterogenous media : Velocity-stress finite-difference method. *Geophysics*, 51(4) :889–901, 1986.
- [95] E. Bossy, M. Talmant, and P. Laugier. Three-dimensional simulations of ultrasonic axial transmission velocity measurement on cortical bone models. *J. Acoust. Soc. Am.*, 115(5 Pt 1) :2314–24, 2004.
- [96] Y. Nagatani, H. Imaizumi, T. Fukuda, M. Matsukawa, Y. Watanabe, and T. Otani. Applicability of finite-difference time-domain method to simulation of wave propagation in cancellous bone. *Jpn. J. Appl. Phys. 1*, 45 :7186–7190, 2006.
- [97] A. Hosokawa. Simulation of ultrasound propagation through bovine cancellous bone using elastic and Biot's finite-difference time-domain methods. *J. Acoust. Soc. Am.*, 118(3) :1782–1789, 2005.
- [98] C. Baron, M. Talmant, and P. Laugier. Effect of porosity on effective diagonal stiffness coefficients (cii) and elastic anisotropy of cortical bone at 1 MHz : a finite-difference time domain study. *J. Acoust. Soc. Am.*, 122(3) :1810, 2007.

- [99] G. Haiat, F. Padilla, F. Peyrin, and P. Laugier. Variation of ultrasonic parameters with microstructure and material properties of trabecular bone : a 3D model simulation. *J. Bone Miner. Res.*, 22(5) :665–74, 2007.
- [100] A. Bendjoudi. *Ultrasonic non-destructive testing of metallic tubes. Modelling, simulation, comparison with experimental results and parametric studies*. PhD thesis, Université Paris 7 - Denis Diderot, 2013.
- [101] E. Bossy. *User's guide for SimSonic2D*, 2012. <http://www.simsonic.fr>.
- [102] Q. Grimal and E. Bossy. Numerical methods for ultrasonic bone characterization. In Laugier P. and Haiat G., editors, *Bone Quantitative Ultrasound*, chapter 8. Springer Netherlands, 2010.
- [103] F. Collino and C. Tsogka. Application of the PML absorbing layer model to the linear elastodynamic problem in anisotropic heterogeneous media. *Geophysics*, 66(1) :294–307, 2001.
- [104] P. R. Stepanishen. The time-dependent force and radiation impedance on a piston in a rigid infinite planar baffle. *J. Acoust. Soc. Am.*, 49(3B) :841–849, 1971.
- [105] M. F. Hamilton. Comparison of three transient solutions for the axial pressure in a focused sound beam. *J. Acoust. Soc. Am.*, 92(1) :527–532, 1992.
- [106] A. Alastuey, M. Magro, and P. Pujol. *Physique et outils mathématiques : Methodes et exemples*. EDP Sciences, 2008.
- [107] P. M. Morse and K. U. Ingard. *Theoretical Acoustics*. Mc-Graw-Hill, New-York, 1968.
- [108] B. Lombard and J. Piraux. Numerical treatment of two-dimensional interfaces for acoustic and elastic waves. *J. Comput. Phys.*, 195(1) :90–116, 2004. OR 15 OR 15.
- [109] B. Lombard, J. Piraux, C. Gélis, and J. Virieux. Free and smooth boundaries in 2-D finite-difference schemes for transient elastic waves. *Geophys. J. Int.*, 172 :252–261, 2008.
- [110] B. N. Pavlakovic, M. J. S. Lowe, D. N. Alleyne, and P. Cawley. *Review of progress in quantitative NDE*, volume 16, chapter Disperse : a general purpose program for creating dispersion curves, pages 185–192. Plenum Press, 1997.
- [111] M. Lowe. *Plate waves for the NDT of diffusion bonded titanium*. PhD thesis, Imperial College London, 1993.

- [112] B. Hosten and M. Castaings. Finite elements methods for modeling the guided waves propagation in structures with weak interfaces. *J. Acoust. Soc. Am.*, 117(3) :1108–1113, 2005.
- [113] B. Hosten and M. Castaings. FE modeling of Lamb mode diffraction by defects in anisotropic viscoelastic plates. *NDT & E Int.*, 39(3) :195 – 204, 2006.
- [114] L. Moreau, M. Castaings, B. Hosten, and M. V. Predoi. An orthogonality relation-based technique for post-processing finite element predictions of waves scattering in solid waveguides. *J. Acoust. Soc. Am.*, 120(2) :611–620, 2006.
- [115] U. Basu and A. Chopra. Perfectly matched layers for transient elastodynamics of unbounded domains. *Int. J. Numer. Methods Eng.*, 59(8) :1039–1074, 2004.
- [116] J. Minonzio, M. Talmant, and P. Laugier. Guided wave phase velocity measurement using multi-emitter and multi-receiver arrays in the axial transmission configuration. *J. Acoust. Soc. Am.*, 127(5) :2913–2919, 2010.
- [117] P. Nauleau, E. Cochard, J. G. Minonzio, Q. Grimal, P. Laugier, and C. Prada. Characterization of circumferential guided waves in a cylindrical cortical bone-mimicking phantom. *J. Acoust. Soc. Am.*, 131(4) :EL289–EL294, 2012.
- [118] J. F. Lingeitch, H. C. Song, and W. A. Kuperman. Time reversed reverberation focusing in a waveguide. *J. Acoust. Soc. Am.*, 111(6) :2609–2614, 2002.
- [119] A. Hein. *Processing of SAR Data : Fundamentals, Signal Processing, Interferometry*. Engineering online library. Springer, 2004.
- [120] R. Strelitzki, A. J. Clarke, J. G. Truscott, and J. A. Evans. Ultrasonic measurement : An evaluation of three heel bone scanners compared with a bench-top system. *Osteoporos. Int.*, 6 :471–479, 1996. 10.1007/BF01629580.
- [121] T. Kubo, K. Fujimori, N. Cazier, T. Saeki, and M. Matsukawa. Properties of ultrasonic waves in bovine bone marrow. *Ultrasound Med. Biol.*, 37(11) :1923 – 1929, 2011.
- [122] A. S. Aula, J. Toyras, M. A. Hakulinen, and J. S. Jurvelin. Effect of bone marrow on acoustic properties of trabecular bone - 3D finite difference modeling study. *Ultrasound Med. Biol.*, 35(2) :308–18, 2009.
- [123] I.S. Grigoriev and E.Z. Meilikhov. *Hand Book of Physical Quantities*. CRC Press-INC, 1997.

- [124] A. Aubry, J. de Rosny, J.-G. Minonzio, C. Prada, and M. Fink. Gaussian beams and Legendre polynomials as invariants of the time reversal operator for a large rigid cylinder. *J. Acoust. Soc. Am.*, 120(5) :2746–2754, 2006.
- [125] S. Komilikis, C. Prada, and M. Fink. Characterization of extended objects with the dort method. volume 104, pages 1401–1404, August 1996.
- [126] E. Bossy, P. Laugier, F. Peyrin, and F. Padilla. Attenuation in trabecular bone : a comparison between numerical simulation and experimental results in human femur. *J. Acoust. Soc. Am.*, 122(4) :2469–75, 2007.
- [127] S. Chaffai, F. Peyrin, S. Nuzzo, R. Porcher, G. Berger, and P. Laugier. Ultrasonic characterization of human cancellous bone using transmission and backscatter measurements : relationships to density and microstructure. *Bone*, 30(1) :229–37, 2002.
- [128] W. Q. Cui, Y. Y. Won, M. H. Baek, D. H. Lee, Y. S. Chung, J. H. Hur, and Y. Z. Ma. Age-and region-dependent changes in three-dimensional microstructural properties of proximal femoral trabeculae. *Osteoporos. Int.*, 19(11) :1579–87, 2008.
- [129] R. M.D. Zebaze, A. Jones, F. Welsh, M. Knackstedt, and E. Seeman. Femoral neck shape and the spatial distribution of its mineral mass varies with its size : Clinical and biomechanical implications. *Bone*, 37(2) :243 – 252, 2005.
- [130] N. Loveridge, J. Power, J. Reeve, and A. Boyde. Bone mineralization density and femoral neck fragility. *Bone*, 35(4) :929 – 941, 2004.
- [131] P. M. Mayhew, C. D. Thomas, J. G. Clement, N. Loveridge, T. J. Beck, W. Bonfield, C. J. Burgoyne, and J. Reeve. Relation between age, femoral neck cortical stability, and hip fracture risk. *Lancet*, 366(9480) :129–35, 2005.
- [132] C. H. Turner. The biomechanics of hip fracture. *Lancet*, 366 :98 – 99, 2005.
- [133] F. Johannesdottir, K. E. S. Poole, J. Reeve, K. Siggeirsdottir, T. Aspelund, B. Mogensen, B. Y. Jonsson, S. Sigurdsson, Tamara B. Harris, V. G. Gudnason, and G. Sigurdsson. Distribution of cortical bone in the femoral neck and hip fracture : a prospective case-control analysis of 143 incident hip fractures ; the AGES-REYKJAVIK Study. *Bone*, 48(6) :1268 – 1276, 2011.
- [134] J. Carballido-Gamio, R. Harnish, I. Saeed, T. Streeper, S. Sigurdsson, S. Amin, E. Atkinson, T. Therneau, K. Siggeirsdottir, X. Cheng, J. Melton, J. Keyak, V. Gudnason, S. Khosla, T. Harris, and T. Lang. Proximal femoral density distribution and structure in relation to age and hip fracture risk in women. *J. Bone Miner. Res.*, 28(3) :537–546, 2013.

Liste des publications et communications personnelles

Publications

1. M. Granke, Q. Grimal, A. Saied, P. Nauleau, F. Peyrin and P. Laugier. “Change in porosity is the major determinant of the variation of cortical bone elasticity at the millimeter scale in aged women”, *Bone*, 49 : 1020 – 1026, 2011.
2. P. Nauleau, E. Cochard, J. G. Minonzio, Q. Grimal, P. Laugier, and C. Prada. “Characterization of circumferential guided waves in a cylindrical cortical bone-mimicking phantom”, *J. Acoust. Soc. Am.*, 131(4) : EL289 – EL294, 2012.
3. D. Cassereau, P. Nauleau, A. Bendjoudi, J.-G. Minonzio, P. Laugier, E. Bossy, and Q. Grimal. “A hybrid FDTD-Rayleigh integral computational method for the simulation of the ultrasound measurement of proximal femur”, *Ultrasonics*, In press, 2013.
4. P. Nauleau, Q. Grimal, J. G. Minonzio, P. Laugier, and C. Prada. “Circumferential guided wave measurements of a cylindrical fluid-filled bone mimicking phantom”, *Soumis à J. Acoust. Soc. Am.*

Communications

1. P. Nauleau, E. Cochard, J. G. Minonzio, Q. Grimal, P. Laugier, and C. Prada. “Characterization of circumferential guided waves in the femur cortical shell. Part I : measurements on a bone-mimicking tube”, *4th European Symposium on Ultrasound Characterization of Bone*, Jyväskylä, Finland, Juin 2011.
2. P. Nauleau, J. Grondin, Q. Grimal, K. Engelke, and P. Laugier. “Three-dimensional finite-differences time-domain simulations demonstrate the sensitivity of ultrasound

- measurements at the femoral neck to cortical bone geometry”, *4th European Symposium on Ultrasound Characterization of Bone*, Jyväskylä, Finland, Juin 2011.
3. P. Nauleau, E. Cochard, J. G. Minonzio, Q. Grimal, P. Laugier, and C. Prada. “Circumferential guided waves in the femur cortical shell : bone-mimicking tube study”, *2011 IEEE International Ultrasonics Symposium*, Orlando, Florida, USA, Octobre 2011.
 4. P. Nauleau, E. Cochard, J. G. Minonzio, Q. Grimal, P. Laugier, and C. Prada. “Characterization of a bone mimicking phantom by means of circumferential guided waves dispersion curves”, *2012 Acoustics*, Nantes, France, Avril 2012 (poster).
 5. P. Nauleau, Q. Grimal, J. G. Minonzio, C. Prada, and P. Laugier. “Dispersion curve measurements of a fluid-filled femoral neck-mimicking phantom”, *2012 IEEE International Ultrasonics Symposium*, Dresde, Allemagne, Octobre 2012.
 6. D. Cassereau, P. Nauleau, A. Bendjoudi, E. Bossy, J.-G. Minonzio, P. Laugier, and Q. Grimal. “Long distance simulations of ultrasonic inspection of bone : a finite difference elastodynamic and semi-analytic diffraction code coupling approach”, *5th European Symposium on Ultrasonic Characterization of Bone*, Grenade, Espagne, Mai 2013.
 7. P. Nauleau, M. Chekroun, Q. Grimal, J. G. Minonzio, C. Prada, and P. Laugier. “A step toward the measurement of circumferential guided waves at the femur neck : validation on an elliptical bone-mimicking phantom”, *5th European Symposium on Ultrasonic Characterization of Bone*, Grenade, Espagne, Mai 2013 (poster).
 8. P. Nauleau, M. Chekroun, Q. Grimal, J. G. Minonzio, C. Prada, and P. Laugier. “Characterization of circumferential guided waves in shells with complex cross-sections : application to a bone-mimicking elliptical phantom”, *2013 IEEE UFFC Joint Symposia*, Prague, République Tchèque, Juillet 2013.
 9. D. Cassereau, P. Nauleau, A. Bendjoudi, E. Bossy, J.-G. Minonzio, P. Laugier, and Q. Grimal. “Finite difference elastodynamic code and semi-analytic diffraction coupling : an efficient approach to simulate in vivo ultrasonic inspection of bone”, *2013 IEEE UFFC Joint Symposia*, Prague, République Tchèque, Juillet 2013 (poster).

Vers la mesure d'ondes circonférentielles guidées par la coque corticale du col du fémur

Résumé

Cette thèse s'inscrit dans le cadre du développement d'une méthode ultrasonore de prédiction du risque de fracture de la hanche. Nous pensons que l'estimation de l'épaisseur et des propriétés élastiques de la coque corticale améliorerait la prédiction de ce risque. L'exploitation des ondes guidées par la coque pourrait permettre d'obtenir ces estimées. Dans le cadre du contrôle non destructif, une méthode basée sur la décomposition de l'opérateur de retournement temporel (DORT) a permis de caractériser des tubes métalliques de section circulaire vides. L'objectif de la thèse est d'adapter cette méthode aux spécificités du col fémoral. Différents fantômes ont été construits afin de découpler les problèmes posés par les propriétés particulières de l'os. Un fantôme d'os vide de section circulaire a tout d'abord été utilisé pour optimiser les conditions expérimentales afin d'observer les ondes guidées circonférentielles en dépit des propriétés matérielles défavorables de l'os. Ensuite, l'étude en simulation de fantômes d'os de section circulaire remplis de fluide imitant la moelle osseuse a conduit à proposer une méthode de filtrage permettant de s'affranchir des réflexions parasites sur les parois de la cavité. Enfin, l'analyse du rayonnement des ondes guidées a permis de généraliser la méthode initiale à des coques de section quelconque, en particulier à une coque elliptique. A l'issue de cette thèse, on dispose d'outils permettant de caractériser des guides d'ondes de section quelconque, d'épaisseur constante dont la cavité peut être vide ou remplie d'un fluide. Cela représente un premier pas vers la caractérisation ultrasonore du col du fémur.

Mots clés : *Col du fémur, Caractérisation ultrasonore, Os cortical, Ondes guidées circonférentielles, Retournement temporel, Méthode DORT, Méthodes numériques*

Abstract

This thesis is part of the long-term development of an ultrasonic device of prediction of the fracture risk of the hip. We hypothesize that estimations of the thickness and elastic properties of the cortical shell could enhance the prediction of the risk. Analysis of the waves guided by the shell could yield these estimates. A method, in non-destructive testing, based on the decomposition of the time reversal operator (DORT) was developed to characterize empty metallic tubes. The goal of this thesis is to adapt this method to the specific features of the femoral neck. Several phantoms were built in order to decouple the problems due to the bone characteristics. First, an empty bone phantom of circular cross-section was used to optimize the experimental conditions to measure circumferential guided wave backscattered signals despite adverse material properties of bone. Second, the simulation study of bone phantoms of circular cross section filled with a marrow-mimicking fluid led to the development of a filtering method to eliminate contributions of reflections on the cavity walls. Finally, the analysis of the radiated guided waves enables us to extend the method to shells of any shape, in particular to an elliptical shell. These thesis works result in several tools to characterize waveguides of any shape, with constant thickness, the cavity being empty or filled with a fluid. This represents a significant step towards the ultrasonic characterization of the femoral neck.

Keywords : *Femoral neck, Ultrasonic characterization, Cortical bone, Circumferential guided waves, Time reversal, DORT method, Numerical methods*