

Aspects cinétiques et acoustiques en simulation numérique des grandes échelles, et application à l'étude du contrôle de l'écoulement de jeu en turbomachines

Adrien Cahuzac

▶ **To cite this version:**

Adrien Cahuzac. Aspects cinétiques et acoustiques en simulation numérique des grandes échelles, et application à l'étude du contrôle de l'écoulement de jeu en turbomachines. Autre. Ecole Centrale de Lyon, 2012. Français. NNT : 2012ECDL0017 . tel-00879051

HAL Id: tel-00879051

https://theses.hal.science/tel-00879051

Submitted on 31 Oct 2013

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

N° d'ordre: 2012-17 **ANNÉE 2012**

THÈSE

Présentée devant
L'ÉCOLE CENTRALE DE LYON

pour obtenir
le titre de DOCTEUR
SPÉCIALITÉ MÉCANIQUE DES FLUIDES

par

Adrien CAHUZAC

Aspects cinétiques et acoustiques en simulation numérique des grandes échelles, et application à l'étude du contrôle de l'écoulement de jeu en turbomachines

soutenue le 19 juillet 2012 devant la commission d'examen

M.	Jérôme	Boudet	Co-directeur de Thèse
M.	John	Chew	Examinateur
Mme.	Luminita	Danaila	Rapporteur
M.	Fabien	Godeferd	Président du jury
M.	Nicolas	Gourdain	Rapporteur
M.	Marc	Jacob	Directeur de Thèse
M.	Emmanuel	Lévêque	Co-directeur de Thèse
M.	Frank	Thiele	Examinateur

ÉCOLE CENTRALE LYON

Direction de la recherche

Liste des personnes Habilitées à Diriger des Recherches en poste à l'Ecole Centrale de Lyon

Nom-Prénom	*Corps grade*	Laboratoire ou à défaut département ECL	Etablissement
BEROUAL Abderrahmane	*professeur*	AMPERE	ECL
BURET François	*professeur*	AMPERE	ECL
JAFFREZIC-RENAULT Nicole	*directeur de recherche*	AMPERE	CNRS/ECL
KRÄHENBÜHL Laurent	*directeur de recherche*	AMPERE	CNRS/ECL
NICOLAS Alain	*professeur*	AMPERE	ECL
NICOLAS Laurent	*directeur de recherche*	AMPERE	CNRS/ECL
SCORLETTI Gérard	*professeur*	AMPERE	ECL
SIMONET Pascal	*directeur de recherche*	AMPERE	CNRS/ECL
VOLLAIRE Christian	*professeur*	AMPERE	ECL
		Nbre Ampère 9	
HELLOUIN Yves	*maître de conférences*	DER EEA	ECL
		Nbre DER EEA 1	
GUIRALDENQ Pierre	*professeur émérite*	DER STMS	ECL
VINCENT Léo	*professeur*	DER STMS	ECL
		Nbre DER STMS 2	
LOHEAC Jean-Pierre	*maître de conférences*	ICJ	ECL
MAITRE Jean-François	*professeur émérite*	ICJ	ECL
MARION Martine	*professeur*	ICJ	ECL
MIRONESCU Elisabeth	*professeur*	ICJ	ECL
MOUSSAOUI Mohand	*professeur*	ICJ	ECL
MUSY François	*maître de conférences*	ICJ	ECL
ZINE Abdel-Malek	*maître de conférences*	ICJ	ECL
		Nbre ICJ 7	
CALLARD Anne-Ségolène	*professeur*	INL	ECL
CLOAREC Jean-Pierre	*maître de conférences*	INL	ECL
GAFFIOT Frédéric	*professeur*	INL	ECL
GAGNAIRE Alain	*maître de conférences*	INL	ECL
GARRIGUES Michel	*directeur de recherche*	INL	CNRS/ECL
GENDRY Michel	*directeur de recherche*	INL	CNRS/ECL
GRENET Geneviève	*directeur de recherche*	INL	CNRS/ECL
HOLLINGER Guy	*directeur de recherche*	INL	CNRS/ECL
KRAWCZYK Stanislas	*directeur de recherche*	INL	CNRS/ECL
LETARTRE Xavier	*chargé de recherche*	INL	CNRS/ECL
O'CONNOR Ian	*professeur*	INL	ECL
PHANER-GOUTORBE Magali	*professeur*	INL	ECL
ROBACH Yves	*professeur*	INL	ECL
SAINT-GIRONS Guillaume	*chargé de recherche*	INL	CNRS/ECL
SEASSAL Christian	*directeur de recherche*	INL	CNRS/ECL

SOUTEYRAND Eliane	*directeur de recherche*	INL	CNRS/ECL
TARDY Jacques	*directeur de recherche*	INL	CNRS/ECL
VIKTOROVITCH Pierre	*directeur de recherche*	INL	CNRS/ECL

Nbre INL 18

CHEN Liming	*professeur*	LIRIS	ECL
DAVID Bertrand	*professeur*	LIRIS	ECL

Nbre LIRIS 2

BAILLY Christophe	*professeur*	LMFA	ECL
BERTOGLIO Jean-Pierre	*directeur de recherche*	LMFA	CNRS/ECL
BLANC-BENON Philippe	*directeur de recherche*	LMFA	CNRS/ECL
BOGEY Christophe	*chargé de recherche*	LMFA	CNRS/ECL
CAMBON Claude	*directeur de recherche*	LMFA	CNRS/ECL
CARRIERE Philippe	*directeur de recherche*	LMFA	CNRS/ECL
CHAMPOUSSIN J-Claude	*professeur émérite*	LMFA	ECL
COMTE-BELLOT geneviève	*professeur émérite*	LMFA	ECL
FERRAND Pascal	*directeur de recherche*	LMFA	CNRS/ECL
GALLAND Marie-Annick	*professeur*	LMFA	ECL
GODEFERD Fabien	*directeur de recherche*	LMFA	CNRS/ECL
GOROKHOVSKI Mikhail	*professeur*	LMFA	ECL
HENRY Daniel	*directeur de recherche*	LMFA	CNRS/ECL
JEANDEL Denis	*professeur*	LMFA	ECL
JUVE Daniel	*professeur*	LMFA	ECL
LE RIBAULT Catherine	*chargée de recherche*	LMFA	CNRS/ECL
LEBOEUF Francis	*professeur*	LMFA	ECL
PERKINS Richard	*professeur*	LMFA	ECL
ROGER Michel	*professeur*	LMFA	ECL
SCOTT Julian	*professeur*	LMFA	ECL
SHAO Liang	*directeur de recherche*	LMFA	CNRS/ECL
SIMOENS Serge	*chargé de recherche*	LMFA	CNRS/ECL
TREBINJAC Isabelle	*maître de conférences*	LMFA	ECL

Nbre LMFA 23

BENAYOUN Stéphane	*professeur*	LTDS	ECL
CAMBOU Bernard	*professeur*	LTDS	ECL
COQUILLET Bernard	*maître de conférences*	LTDS	ECL
DANESCU Alexandre	*maître de conférences*	LTDS	ECL
FOUVRY Siegfrid	*chargé de recherche*	LTDS	CNRS/ECL
GEORGES Jean-Marie	*professeur émérite*	LTDS	ECL
GUERRET Chrystelle	*chargé de recherche*	LTDS	CNRS/ECL
HERTZ Dominique	*past*	LTDS	ECL
ICHCHOU Mohamed	*professeur*	LTDS	ECL
JEZEQUEL Louis	*professeur*	LTDS	ECL
JUVE Denyse	*ingénieur de recherche*	LTDS	ECL
KAPSA Philippe	*directeur de recherche*	LTDS	CNRS/ECL
LE BOT Alain	*directeur de recherche*	LTDS	CNRS/ECL
LOUBET Jean-Luc	*directeur de recherche*	LTDS	CNRS/ECL
MARTIN Jean-Michel	*professeur*	LTDS	ECL
MATHIA Thomas	*directeur de recherche*	LTDS	CNRS/ECL
MAZUYER Denis	*professeur*	LTDS	ECL
PERRET-LIAUDET Joël	*maître de conférences*	LTDS	ECL
SALVIA Michelle	*maître de conférences*	LTDS	ECL
SIDOROFF François	*professeur*	LTDS	ECL
SINOU Jean-Jacques	*professeur*	LTDS	ECL
STREMSDOERFER Guy	*professeur*	LTDS	ECL

THOUVEREZ Fabrice	*professeur*	LTDS	ECL
TREHEUX Daniel	*professeur*	LTDS	ECL
VINCENS Eric	*maître de conférences*	LTDS	ECL
		Nbre LTDS 25	
	Total HdR ECL	91	

Remerciements

Une thèse pour être menée à terme, tout comme un réacteur d'avion pour produire sa poussée, repose sur divers composants indispensables. Elle est ammenée à traverser des zones de haute pression, des zones de turbulence, son vol de croisière n'est jamais de tout repos, enfin les phases de décollage et d'atterrissage produisent des contraintes particulières supplémentaires.

Mes directeurs de thèse, Jérôme Boudet, Emmanuel Lévêque et Marc Jacob ont été plus que la soufflante de ce travail, le flux secondaire de leurs encouragements m'a fait d'aller de l'avant malgré les pressions adverses. Mais ils ont aussi eu une part plus importante qu'une soufflante classique dans le travail de compression des résultats par leurs conseils avisés.

Plus discrets que la soufflante car cachés par le carter du manuscrit, mais d'une aide tout autant efficace et précieuse, Joëlle Caro, Lionel Gamet et Pierre Borgnat auront été de très bon étages de compression, leur spécialités complémentaires et leur disponibilités auront permis d'atteindre une densité idéale des résultats.

Le LMFA et particulièrement les équipes acoustiques et turbomachines auront été le formidable lieu du mélange de ce travail au carburant fournit par le projet Européen Flocon. Je tiens donc à exprimer ma gratitude envers l'ensemble des personnes impliquées dans ces structures, Michel Lance, Daniel Juvé, Francis Lebœuf et les autres.

Le résultat de ce mélange hautement combustible de résultats et de carburant est un thésard sous pression. Ce sont tous mes proches et amis qui auront participé à la transformation en thésard à pression atmosphérique, tout en lui donnant l'impulsion nécessaire pour continuer à comprimer des résultats et aller de l'avant.

Les doctorants sont duaux, ils aident à fournir du travail dans les étages de compression de la thèse, mais ils sont aussi une importante source de détente. Les séances de coinche, puis bridge et enfin baby-foot m'auront permis de dissiper une part des tensions de chaque jour. Un grand merci à Edouard, Didier, Arthur, Arnulfo, François, Damien, Nicolas, Gaël, Benoît et Benoît, Korcan, Petr, Nicolas et Nicolas, Florence, Marion et Gwendoline.

Mes amis proches et plus particulièrement mes colocataires Claire, Cyril, Guillaume et Christophe auront du tenir à des conditions de température et de pression contraignantes. Ils sont à la pointe de la qualité !

Mes parents et mon frère, malgré la distance, ont été ces petits débits de fuite habilement dirigés pour refroidir les aubes et le thésard sous pression dans sa chambre de combustion de résultats.

Le dernier mot est pour Natacha qui aura été le composant secret (dont je garde le brevet) permettant le bon fonctionnement du tout.

Résumé

Les écoulements en turbomachines (et notamment en turboréacteurs) sont caractérisés par de larges structures tourbillonnaires et de fortes intensités turbulentes. Ainsi, l'écoulement secondaire dans la région du jeu, en tête d'aube, est à l'origine de pertes d'énergie, d'instabilités et de nuisances sonores.

Une simulation fine de ces écoulements peut être obtenue par l'emploi de méthodes LES (Large-Eddy Simulation), qui permettent de capturer les fluctuations turbulentes majeures. Compte tenu des phénomènes rencontrés, le modèle de sous-maille SISM (shear-improved Smagorinsky model) est retenu ici. Ce modèle est local dans son écriture, et prend en compte l'influence du cisaillement moyen. Nous proposons ici deux méthodes de filtrage (locales en espace elles aussi) pour obtenir une évaluation du champ moyen requis par le modèle. Ces méthodes sont, dans un premier temps, testées sur une configuration de canal plan.

L'écoulement en régime sous-critique autour d'un barreau cylindrique ($Re = 4,7 \times 10^4$) est proposé comme cas-test académique sélectif pour ces méthodes : cet écoulement présente de larges structures tourbillonnaires ainsi qu'une turbulence intense, tout comme l'écoulement de jeu. Les simulations permettent l'obtention de résultats très proches des données expérimentales. Une étude comparée des deux algorithmes d'extraction du champ moyen montre que l'adaptativité du filtrage de Kalman offre toutefois des résultats légèrement meilleurs.

Enfin, l'analyse d'un écoulement de jeu par une méthode zonale est réalisée (approche LES en tête d'aube, RANS en pied). La simulation de référence obtient des résultats remarquables dans la zone de tête d'aube, en retrouvant notamment les spectres de vitesse expérimentaux. Une seconde simulation avec l'emploi d'un dispositif de contrôle par aspiration au niveau du carter montre deux conséquences principales à ce dispositif : une réduction des niveaux de turbulence aux environs de la tête d'aube, et une modification de la trajectoire du tourbillon de jeu. Celui-ci rencontre l'aube suivante dans la configuration de référence, ce qui n'est plus le cas dans la configuration avec contrôle. Ces deux observations ont une importance certaine dans la réduction des sources acoustiques.

Abstract

Flows in turbomachines such as jet engines are subject to large vortical structures and strong turbulent intensities. In particular, secondary flows generated in the fan tip region result in energy losses, instabilities and noise radiation.

An accurate simulation of such flows can be achieved with large-eddy simulation (LES), which reproduces the most energetic turbulent eddies. In regard of the flow physics of highly unsteady wall-bounded flows, the SISM (shear-improved Smagorinsky model) is selected to model the sub-grid scales in the present study. This model is local and takes into account the influence of the mean shear. Two smoothing algorithms that are local in space are developed to evaluate the mean flow required by the model : an exponential averaging and an adaptative Kalman filter. These methods are first tested in a channel flow configuration.

The numerical approaches are then evaluated on a relevant academic test case : the flow past a circular cylinder in the sub-critical regime ($Re = 4,7 \times 10^4$). This flow is dominated by large quasi-periodic vortical structures together with high intensity turbulent fluctuations ; quite similarly but much simpler than those found in the tip gap flow. The aerodynamic as well as the acoustic results of the simulations are in very good agreement with the experimental data. A comparative study of the two smoothing algorithms for mean-flow extraction shows that the adaptability of the Kalman filtering leads to slightly better results.

Finally, the study of a fan tip-gap flow is carried out with a zonal approach (LES in the tip region, RANS in the hub and midspan region). The reference simulation gives remarkable results in the blade-tip region, particularly for the velocity spectra. A second simulation with a control device by suction through the casing close to the blade leading edge shows two interesting features : a reduction of the turbulence level around the blade tip, and a modification of the tip-vortex trajectory (thus preventing impingement on the adjacent blade). These effects induce a notable reduction of the noise sources.

Table des matières

Remerciements v

Résumé vii

Abstract ix

Table des matières xi

Liste des symboles xv

Liste des publications xix

Introduction 1

1 Écoulements complexes multi-échelles 5

1.1 Écoulements singuliers en turbomachines 5

1.1.1 Tourbillon de coin 8

1.1.2 Écoulement de jeu 10

1.1.3 Simulations numériques 16

1.2 Un cas test académique 21

1.2.1 Écoulements décollés : cas tests classiques pour les simulations . 22

1.2.2 Écoulements autour d'un barreau cylindrique 23

2 Méthodes numériques 29

2.1 Équations du mouvement et fermeture du système 29

2.1.1 Les équations de Navier-Stokes sous forme conservative 29

2.1.2 Les méthodes numériques de modélisation de la turbulence . . . 31

2.1.3 Procédure de filtrage des équations de Navier-Stokes pour la LES 34

2.1.4 Approximations dans le système d'équations filtrées 36

2.2 Modélisation de sous-maille 37

2.2.1 Physique et choix de modélisation 37

2.2.2 Modélisation de la viscosité de sous-maille 41
2.2.3 Le modèle SISM (shear-improved Smagorinsky model) 45
2.2.4 Algorithmes d'extraction de champ moyen 48
2.3 Implémentation numérique 54
2.3.1 La méthode des volumes finis 54
2.3.2 Schéma de discrétisation spatiale 56
2.3.3 Schéma d'avancement en temps 58
2.3.4 Conditions aux limites 59
2.4 Test des méthodes numériques sur une configuration de canal plan . . . 60
2.4.1 Introduction 60
2.4.2 Configuration du calcul 61
2.4.3 Sondes instationnaires et méthodes de lissage 64
2.4.4 Profils de vitesse 66
2.4.5 Autocorrélation spatiale et temporelle 67
2.5 Une méthode hybride RANS/LES pour une approche zonale 70
2.5.1 Méthode RANS 71
2.5.2 Hybridation des méthodes RANS et LES 73
2.5.3 Application test sur un écoulement de canal plan 76

3 Écoulement autour d'un barreau cylindrique en régime sous-critique 81
3.1 Simulations sur une envergure de 3 diamètres 82
3.1.1 Mise en place de la simulation 82
3.1.2 Résultats aérodynamiques 85
3.1.3 Résultats acoustiques 98
3.1.4 Analyse des méthodes de filtrage et limites 101
3.1.5 Correction envisageable sur la procédure de filtrage 106
3.2 Extension du cylindre en envergure 109
3.2.1 Impact sur les résultats aérodynamiques 110
3.2.2 Corrélation en envergure 116
3.2.3 Impact sur les résultats acoustiques 117
3.3 Conclusion 119

4 Étude de l'écoulement de jeu d'une aube de soufflante et évaluation d'un dispositif de contrôle 121
4.1 Présentation du banc expérimental (DLR) 121
4.1.1 Configuration de référence 121
4.1.2 Dispositif de contrôle 123
4.2 Mise en place de la simulation 125

4.2.1 Géométrie et données disponibles . . . 125
4.2.2 Configuration numérique . . . 127
4.2.3 Maillage . . . 133
4.2.4 Simulation du conduit d'entrée : comparaison des résultats au plan amont rotor (PAm) . . . 134
4.2.5 Implémentation numérique du dispositif de contrôle . . . 137
4.3 Résultats de la simulation de référence . . . 138
4.3.1 Comparaisons à l'expérience au plan PAv : champs moyens . . . 138
4.3.2 Comparaison avec l'expérience dans le plan PAv : spectres . . . 151
4.4 Simulation avec contrôle . . . 156
4.4.1 Impact sur les champs moyens dans le plan PAv . . . 156
4.4.2 Impact sur les spectres de vitesse dans le plan PAv . . . 157
4.4.3 Structure de l'écoulement dans la région du jeu . . . 164
4.4.4 Impact sur l'acoustique . . . 174
4.5 Conclusion . . . 177

Conclusion générale **181**

Bibliographie **202**

Liste des symboles

Indices et exposants

$(.)'$	Compostante fluctuante
$(.)^+$	Unité de paroi
$(.)_w$	De paroi
$(.)_*$	Variable de référence
$(.)_{sm}$	Associé aux échelles de sous-maille
$(.)_{ta}$	De tête d'aube

Lettres grecques

β	Loi spatiale d'hybridation RANS/LES
Δt	Pas de temps
Δ	Pas de maillage
δ_j	Jeu en tête d'aube
ϵ	Taux de dissipation visqueux de l'énergie cinétique turbulence
η	Échelle de Kolmogorov
γ	Rapport des coefficients de chaleurs spécifiques
κ	Coefficient de conductivité thermique
μ	Viscosité dynamique
μ_t	Viscosité turbulente (modèle RANS)
μ_{mod}	Viscosité de modélisation dans l a méthode hybride RANS/LES
ν	Viscosité cinématique
Ω	Vitesse de rotation
ω	Taux de dissipation spécifique de l'énergie cinétique turbulente

ϕ Coefficient d'écoulement

Π_{ij} Tenseur de sous-maille

ψ Coefficient réduit de charge

ρ Masse volumique

τ_w Friction à la paroi

τ_{ij} Tenseur des contraintes visqueuses

θ_d angle de décollement moyen

$(\omega_i, \omega_j, \omega_k)$ Vorticité

Operateurs

δ_{ij} Symbole de Kronecker

$\widetilde{(.)}$ Décomposition de Favre du filtrage par le maillage

$\langle . \rangle$ Moyenne

$\overline{(.)}$ Filtrage par le maillage

$\overline{(.)}^s$ Moyenne par symétrie

$\overline{(.)}^t$ Moyenne temporelle

$\overline{(.)}^z$ Moyenne selon la direction z

Lettres romaines

a_0 Célérité du son

c Corde

C_f Coefficient de friction

C_p Coefficient de pression

c_p Coefficient de chaleur spécifique à pression constante

C'_p Ecart type des fluctuations du coefficient de pression

C_S Constante de Smagorinsky

c_v Coefficient de chaleur spécifique à volume constant

c_{exp} Paramètre de lissage de la moyenne glissante exponentielle

D Diamètre du barreau cylindrique

e Energie interne

e_t	Energie totale
$E_{U_tU_t}$	Densité spectrale de puissance de la vitesse tangentielle
$E_{U_xU_x}$	Densité spectrale de puissance de la vitesse axiale
f_c	Fréquence de coupure
f_c^{exp}	Fréquence de coupure du filtrage glissant exponentiel
f_t	Fréquence des structures de transition
f_{lt}	Fréquence de lâcher tourbillonnaire
K	Gain optimal d'un filtre de Kalman
k	Energie cinétique turbulente
k_c	Nombre d'onde de coupure
L	Longueur caractéristique
L_c	Longueur de corrélation
l_r	Longueur de recirculation moyenne
M	Nombre de Mach
P	Pression moyenne
p	Pression
P_∞	Pression amont
Pr	Nombre de Prandtl
Q	Critère d'indentification de structures tourbillonnaires
Q_i	Flux de chaleur de sous-maille
q_i	Vecteur flux de chaleur
Q_v	Débit volumique
R_c	Rayon carter
R_m	Rayon moyeu
R_{ii}	Autocorrélation des composantes de la vitesse
R_{pp}	Autocorrélation de pression
Re	Nombre de Reynolds
S_I	Intégrale du sillage

S_L Largeur du sillage

S_P Profondeur du sillage

S_{ij} Tenseur des vitesses de déformation

S_{RA} Rapport d'aspect du sillage

St Nombre de Strouhal

T Température

U_0 Vitesse incidente

U_N Norme de la vitesse

U'_N Ecart type des fluctuations de la norme de la vitesse

u_w Vitesse de frottement moyenne

U_{infty} Vitesse incidente

u_η Vitesse caractéristique associée à l'échelle de Kolmogorov

(U_i, U_j, U_k) Vitesse moyenne au sens statistique

(u_i, u_j, u_k) Vitesse instantannée

(U_x, U_r, U_t) Vitesse moyenne dans le référentiel cylindrique

Abréviations et acronymes

DNS Direct numerical simulation

DSP Densité spectrale de puissance

FSF Fonction de structure filtrée

LES Large-eddy simulation (ou SGE)

PAm Plan amont rotor

PAv Plan aval rotor

PE Plan d'entrée du domaine de calcul

PS Plan de sortie du domaine de calcul

RANS Reynolds Averaged Navier-Stokes

SISM Shear Improved Smagorinsky Model

Liste des publications

Figurent ici l'ensemble des publications réalisées durant ces travaux de thèse.

A. Cahuzac, J. Boudet, E. Lévêque, and P. Borgnat. Smoothing algorithms for mean-flow extraction in large-eddy simulation of complex turbulent flows. *Physics of Fluids*, 22(1). URL http://dx.doi.org/10.1063/1.3490063.

J. Boudet, A. Cahuzac, P. Borgnat, E. Lévêque, and F. Toschi. Towards practical large-eddy simulations of complex turbulent flows. In *Advances in Turbulence XII (Proceedings of the 12th EUROMECH European Turbulence Conference)*, Marburg, 2009. URL http://hal.archives-ouvertes.fr/ensl-00420589/fr.

A. Cahuzac, J. Boudet, P. Borgnat, and E. Lévêque. Dynamic kalman filtering to separate low-frequency instabilities from turbulent fluctuations : Application to the large-eddy simulation of unsteady turbulent flows. *J. Phys. : Conf. Ser.*, 318042047. URL http://dx.doi.org/10.1088/1742-6596/318/4/042047.

A. Cahuzac, J. Boudet, E. Lévêque, and P. Borgnat. Extraction de flot moyen dans des simulations numériques à grande échelle de fluides par filtre de Kalman adaptatif. In *23e Colloque sur le Traitement du Signal et des Images, GRETSI-2011*, id. 191, Bordeaux (France).

A. Cahuzac, J. Boudet, M.C. Jacob, and P. Kausche. Large-eddy simulation of a rotor tip-clearance flow. In *17th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference, paper AIAA 2011-2947*, Portland, June 2011.

D. Dragna, A. Cahuzac, J. Boudet, Ph. Blanc Benon, and M.C. Jacob. Towards hybrid caa with ground effects. In *Workshop on Computational Experiments in Aeroacoustics*, Svetlogorsk, September 2012.

Introduction

L'essor actuel du transport aérien, +5% de trafic par an jusqu'en 2030 environ [1], induit un accroissement des contraintes aéroportuaires. La capacité d'accueil de passagers et d'avions atteint des limites, et cela fait quelques années déjà que l'éventualité d'un troisième aéroport en région Parisienne est évoquée, mais aussi critiquée [16]. Face à cette augmentation du trafic, les contraintes sont multiples, telles que les normes d'accueil pour les lieux publics ou le délai minimum entre deux décollages successifs sur la même piste (lié aux tourbillons marginaux laissés par les avions précédents)[42].

Par ailleurs, depuis les années 1980, la législation s'attache à limiter les émissions acoustiques au voisinage des aéroports. Notamment en France, deux amendements ont été votés en 1980, suivis de la loi du 31 décembre 1992 qui institue "une taxe pour la mise en œuvre de dispositions nécessaires à l'atténuation des nuisances sonores au voisinage des aéroports" [154] ; auxquels il faut rajouter d'éventuelles dispositions locales propres à chaque aéroport, avec par exemple à Orly, l'interdiction de tout trafic commercial d'avions à réaction entre 22h30 et 5h00.

Ainsi, la réduction des nuisances acoustiques propres aux avions de transport civil est devenue un enjeu important dans le développement des futurs appareils. Les principales sources de bruit de tels avions sont :

- la propulsion (domine lors du décollage) : jet du réacteur, bruit de raies des interactions rotor/stator, bruit à large bande de la soufflante et des turbines ;
- "l'aérodynamique" (domine lors de l'atterrissage) : turbulence au voisinage des différentes surfaces (ailes, volets hypersustentateurs, aérofreins, train d'atterrissage).

Ces travaux de thèse ont été effectués dans le cadre du projet Européen FLOCON ("Adaptive and passive flow control for fan broadband noise reduction") du septième programme-cadre. L'objectif de ce projet de recherche est la réduction du bruit (notamment à large-bande) généré par la soufflante des turbomachines, à l'aide de diverses méthodes de contrôle. Dans ce cadre, cette thèse s'intéresse à l'étude d'un dispositif de

contrôle de l'écoulement de jeu de la soufflante par aspiration de la couche limite carter.

Les données expérimentales sont généralement limitées dans des géométries aussi complexes que la région de jeu en turbomachines. Afin de rendre compte au mieux de la structure de l'écoulement dans cette région et des sources acoustiques associées, il convient de simuler avec précision l'écoulement et la turbulence, tout en tenant compte des limites imposées par le coût de calcul. Les méthodes de simulation aux grandes échelles (LES : large-eddy simulation) permettent un tel compromis. Cependant, la qualité de leurs résultats dans des configurations de géométrie complexe (nombreuses parois) est fortement dépendante des méthodes numériques employées (modélisation de sous-maille, schémas, maillage). Ainsi une partie importante de ces travaux de thèse aura été de développer et tester les méthodes numériques avant leur emploi pour l'étude de l'écoulement de jeu.

Ce mémoire se décompose en quatre chapitres :

- Le premier chapitre présente, dans le contexte des écoulements complexes multi-échelles, les principales caractéristiques des écoulements secondaires en turbomachines et notamment celles de l'écoulement de jeu. Dans un second temps est présenté l'écoulement autour d'un barreau cylindrique en régime sous-critique. En effet, un parallèle est fait entre ce cas test académique très documenté, et l'écoulement de jeu en turbomachine. L'écoulement autour d'un barreau constitue par la suite un cas-test de référence pour évaluer les méthodes numériques.

- Le deuxième chapitre présente les méthodes numériques employées et développées durant cette thèse, et justifie leur choix. Quelques tests élémentaires sur une configuration de canal plan permettent une première validation des méthodes, notamment en ce qui concerne l'extraction du champ moyen pour la modélisation de sous-maille, et l'hybridation entre les approches RANS et LES.

- Dans le troisième chapitre, le modèle de sous-maille SISM et les nouvelles approches d'extraction de champ moyen associées sont testés et analysés sur le cas test exigeant du régime sous-critique autour d'un barreau cylindrique.

- Enfin, dans le quatrième et dernier chapitre, les méthodes sont mises en œuvre pour étudier un écoulement de jeu. Les résultats de la simulation de référence sont d'abord comparés aux données expérimentales. Puis on compare la simulation de référence à la simulation avec contrôle de l'écoulement, pour étudier l'impact de

ce dernier, tant sur l'aérodynamique que sur l'acoustique.

Chapitre 1

Écoulements complexes multi-échelles

Dans ce chapitre, nous détaillons dans un premier temps le contexte du problème, à savoir les écoulements secondaires en turbomachines. Un accent est mis sur l'écoulement de jeu, qui domine la physique en tête d'aube des rotors.

Dans un second temps nous détaillons le choix d'une configuration académique pour tester les méthodes numériques développées durant ces travaux de thèse, puis nous présentons les caractéristiques majeures de ce cas test qui sera mis en œuvre au chapitre 3.

1.1 Écoulements singuliers en turbomachines

Un turboréacteur se compose de quatre éléments principaux :

- Des compresseurs fournissent l'énergie à l'air entrant dans la turbomachine pour atteindre (selon l'application) dans la chambre de combustion un taux de compression d'environ 40. Plus ce taux est important plus le rendement de la machine sera élevé.
- Le carburant est injecté puis allumé dans la chambre de combustion.
- Des turbines détendent le fluide et récupèrent ainsi l'énergie pour entraîner les étages de compression, la soufflante et alimenter en électricité l'avion. Le différentiel de quantité de mouvement entre l'entrée et la sortie de la turbomachine fournit la poussée à l'avion.
- La soufflante divise le flux d'air entrant en deux. Le flux primaire va subir compression, combustion et détente dans les turbines, tandis que le flux secondaire (supérieur d'un rapport jusqu'à 10 au flux primaire) contourne le cœur du réac-

teur jusqu'à la tuyère. Il permet une poussée très importante avec un meilleur rendement propulsif tout en réduisant les nuisances sonores du jet du réacteur.

Les étages de compression et de détente sont constitués de façon similaire : des alternances de rotors et de stators dévient et redressent successivement l'écoulement. Cette fonction est remplie sur la majeure portion de l'envergure des aubes. Dans leur revue des idées et méthodes derrière les progrès aérodynamiques en turbomachines, Cumpsty et Greitzer [47] détaillent que depuis les premières turbines à vapeur jusque dans les années 1940, la conception des turbomachines ne considérait que l'écoulement moyen sur un plan aube-à-aube, et l'approchait par des méthodes monodimensionnelles (triangles des vitesses), empiriques ou analytiques (théorie des profils minces).

Ce n'est qu'à partir de 1940 environ [47] que l'on a commencé à prendre en compte l'aspect tridimensionnel de l'écoulement en turbomachines. Dans un premier temps, l'équilibre radial simplifié a été pris en compte. Dans un second temps, Squire et Winter [183] ont étudié le champ aérodynamique dans le plan transverse à l'écoulement d'une grille d'aubes, et observé, à l'interface entre les aubes et les parois du canal, ce qu'ils nomment des "écoulements secondaires". Cumpsty et Greitzer [47] précisent que ces écoulements secondaires résultent du différentiel de vitesse entre l'écoulement primaire hors des couches limites et celui dans les couches limites, déformé par le champ de pression non uniforme dans les passages inter-aubes : pression faible sur les extrados et forte sur les intrados. Ce mécanisme est à l'origine de la structure nommée tourbillon de passage.

De façon plus générale, on nomme écoulement secondaire les écoulements qui ont lieu dans un plan normal à l'écoulement principal. Ils sont dus à plusieurs raisons dont la présence du carter, du moyeu, de l'écoulement de jeu et d'autres spécificités géométriques. Dvořák [56] différencie ces écoulements secondaires selon le mécanisme qui est à leur origine :

- ceux résultant des forces centrifuges dans un canal courbe et fermé,
- ceux dus à l'interaction des couches limites, principalement dans les coins entre aube et moyeu ou carter,
- et enfin, ceux causés par l'écoulement à travers le jeu entre aube et carter ou moyeu.

Que ce soit en soufflante, compresseur ou turbine, ces écoulements secondaires influencent fortement l'aérodynamique. Ils induisent des pertes d'énergie [83, 184, 212], des instabilités [4, 133] et provoquent un effet de blocage (i.e. restreignent la zone

efficace de la veine) [4]. Cependant, l'importance relative des différents écoulements secondaires diffère entre soufflante, compresseurs et turbines.

Dans le cas des turbines, Langston [120] donne une revue détaillée des études sur les écoulements secondaires depuis 1985 (hormis les écoulements de jeu, troisième type d'écoulement secondaire selon Dvořák [56]). Les structures principales observées dans les configurations de turbines sont schématisées en figure 1.1. Les tourbillons de part et d'autre des aubes sont originaires du tourbillon en fer-à-cheval créée au bord d'attaque par un décollement. Le fort gradient de pression entre l'intrados et l'extrados dévie la branche du tourbillon côté intrados vers l'extrados de l'aube suivante. Sous l'effet des deux importants gradients de pression (le long de l'envergure de l'extrados, et entre extrados et intrados successifs), le bras intrados du tourbillon en fer-à-cheval se développe en ce que l'on appelle le tourbillon de passage. Celui-ci interagit alors avec la branche extrados du tourbillon en fer-à-cheval voisin. Langston [120] rappelle que les conséquences de ces structures sont une baisse de la portance de l'aube et donc du travail récupéré par la turbine, associée à des pertes aérodynamiques.

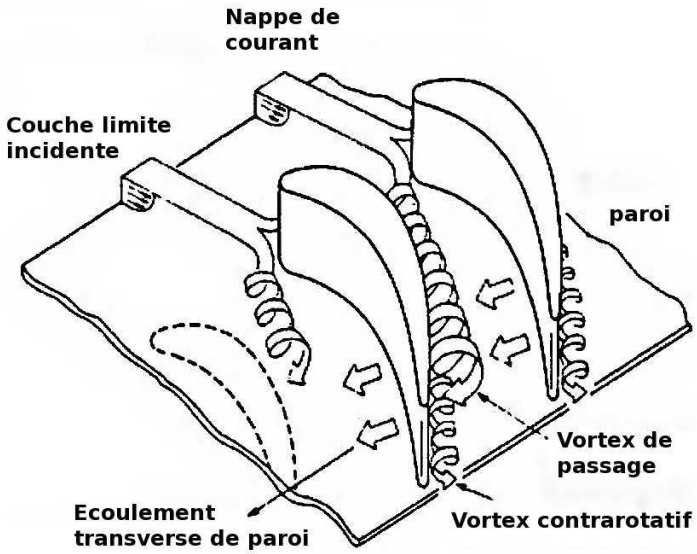


FIG. 1.1 – Principaux écoulements secondaires en turbine schématisé par Langston [120]

La première approche des écoulements secondaires [47] se base sur des méthodes analytiques. Une revue des diverses méthodes et de leur application a été faite par

Horlock et Lakshminarayana [89]. Ces méthodes s'appuient sur des calculs linéarisés de l'impact d'une petite perturbation sur un champ connu. Cependant, leur application à des géométries complexes n'est pas évidente. De plus, dans le cadre des turbines, l'intensité de ces écoulements est telle que des effets non-linéaires apparaissent : la transformation de la branche intrados du tourbillon en fer-à-cheval en tourbillon de passage par exemple. De même, l'hypothèse de petite perturbation ne tient pas dans le cas des écoulements de jeu. Cumpsty et Greitzer [47] ont remarqué que les méthodes Navier-Stokes tridimensionnelles, quant à elles, peuvent capturer ces écoulements secondaires. Les auteurs notent que dans le cas des turbines leur impact est crucial (et donc leur prédiction est essentielle) car en plus des pertes et déviations de l'écoulement qu'ils causent, ils participent de façon conséquente au transport de chaleur, un problème majeur dans les turbines.

Si l'on se place dans le cadre des compresseurs, ces écoulements demeurent importants, mais ils diffèrent sensiblement de ceux en turbines. Le tourbillon en fer-à-cheval est plus anecdotique, et le plus faible écartement angulaire entre deux aubes successives contraint le tourbillon de passage [47]. On distingue alors deux zones principales d'écoulements secondaires : la tête d'aube et le pied d'aube.

1.1.1 Tourbillon de coin

En pied d'aube, la présence de forts gradients de pression adverses cumulés à l'interaction des couches limites moyeu et extrados peut provoquer un décollement tourbillonnaire nommé "tourbillon de coin". Le tourbillon de coin s'établit en pied d'aube, côté extrados, vers le bord de fuite. Il est fortement tourbillonnaire et entraîne l'écoulement à faible énergie cinétique de la couche limite du moyeu vers l'extrados. Au niveau de l'extrados, le tourbillon de coin génère un écoulement en sens contraire à l'écoulement principal, ce qui provoque un décollement complexe [84]. Le tourbillon de coin est intimement lié à la charge de l'étage. Il est à l'origine de pertes aérodynamiques importantes [83, 131] et d'une mauvaise déviation de l'écoulement qui limite l'efficacité de l'étage suivant [83].

Gbadebo *et al.*[65] ont étudié en détail la structure de ce décollement tridimensionnel en se basant sur la théorie de Legendre (elle-même construite sur les travaux mathématiques de Poincaré à propos des points critiques). Les structures de décollement sont

étudiées à partir des lignes de friction à la paroi, définies par :

$$\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x} = \lim_{h\to 0} \frac{v}{u} = \left(\frac{\partial v/\partial z}{\partial u/\partial z}\right)_{h=0} = \left(\frac{\tau_y}{\tau_x}\right)_{h=0} \tag{1.1}$$

avec (x, y) les coordonnées tangentes à la surface et h la distance à la paroi selon la direction normale z. Un exemple de lignes de friction est schématisé sur la figure 1.2. On y observe deux lignes dites de séparation, l'une sur l'extrados, l'autre sur le moyeu, vers lesquelles convergent, depuis l'amont et l'aval les lignes de friction voisines. Elles naissent d'un point critique dit nœud (noté **N**), puis se terminent en s'enroulant autour de deux points critiques nommés foyers (notés **F**).

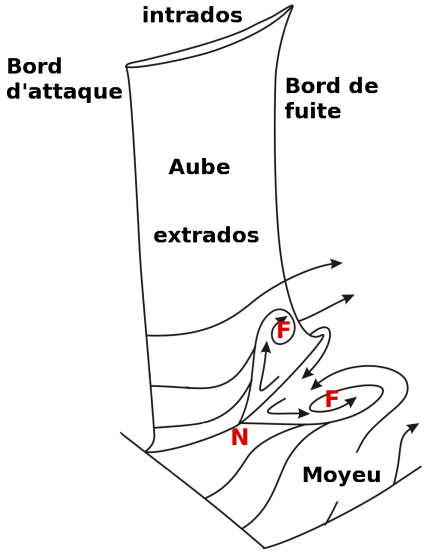


FIG. 1.2 – Lignes de friction à la paroi typiques d'un décollement de coin schématisé par Goodhand et Miller [71].

Gbadebo *et al.*[65] rappellent que contrairement à des décollements bidimensionnels, les marqueurs $\frac{\partial u_x}{\partial z}_{h\to 0}$ ou $C_f = 0$ sont suffisants pour qualifier une zone de décollée tridimensionnelle, mais qu'ils ne sont pas nécessaires. Ils notent que les décollements tridimensionnels sont très différents des décollements bidimensionnels, leur impact est moins sévère sur l'écoulement, mais leur structure est bien plus complexe et ils peuvent être quasi indépendants du nombre de Reynolds. Selon les auteurs, ces décollements sont systématiques en turbomachine. Ils conseillent donc pour la conception de se focaliser sur une minimisation du tourbillon de coin : réduire son épaisseur et son envergure pour diminuer le blocage, et sa surface pour diminuer les pertes générées. La simulation RANS conduite en parallèle de leur expérience retrouve correctement la topographie

du décollement tridimensionnel, mais sous-estime son épaisseur à cause des limitations de la modélisation RANS de la turbulence. Partant de ce postulat, Ma *et al.*[131] ont réalisé une expérience de décollement de coin dans le but de fournir une comparaison aux simulations aux grandes échelles (LES) plus aptes à restituer les détails de ces écoulements de coin. On peut enfin noter les simulations de Hah [83] sur la configuration controversée du rotor NASA 37 (on peut noter Gomar *et al.*[70] qui observent un décollement à 30% de corde sur toute l'envergure, mais pas de décollement de coin) qui fournissent de bons résultats. Tout comme Gbadebo *et al.*[65], les résultats des simulations RANS sont un peu optimistes vis à vis des performances aérodynamiques. En revanche, les résultats des simulations LES sont en très bon accord avec l'expérience.

1.1.2 Écoulement de jeu

1.1.2.1 Nature de l'écoulement de jeu

De façon similaire aux tourbillons marginaux observés dans le sillage des avions [79], un écoulement apparaît en bout d'aube à cause de la différence de pression entre extrados et intrados. Cet écoulement se caractérise par un important débit allant de l'intrados vers l'extrados à travers le jeu. De plus, comme pour les tourbillons marginaux, cet écoulement est fortement tourbillonnaire et s'enroule en une structure très cohérente nommée, dans le cadre des turbomachines, "tourbillon de jeu".

L'écoulement au travers du jeu et le tourbillon de jeu sont les deux caractéristiques principales de l'écoulement de jeu. Mais en pratique la physique de cet écoulement ne se limite pas à elles et fait intervenir des structures tourbillonnaires secondaires ainsi qu'une turbulence complexe. De très nombreuses études se sont penchées sur la structure de l'écoulement dans cette région.

Rains [160] est à l'origine des travaux précurseurs dans ce domaine. Il assimile l'écoulement de jeu à un jet de direction normale à la courbure moyenne de l'aube. Cet écoulement non visqueux se développe entre la paroi du carter et une surface de décollement naissant à l'arête intrados du jeu (équivalent de ce fait à un convergent nommé *vena contracta*). Ce décollement a été observé par de nombreux auteurs [14, 110, 137, 185, 210]. Cependant, Storer et Cumpsty [185] remarquent que certains paramètres semblent influencer ce jet. En effet, ils observent un jet très peu perturbé à travers tout le jeu, tandis que Moore et Tilton [137] observent pour leur part un jet très turbulent (expérience en grille d'aubes de turbines). Storer et Cumpsty justifient cette différence par l'écart dans le rapport épaisseur de l'aube sur hauteur du jeu. Qui

a aussi été évoqué par [81, 82].

Un autre phénomène peut apparaître dans l'écoulement du jeu. Certains auteurs, tels Sjolander et Cao [174], ont observé que la zone décollée était limitée et qu'un recollement pouvait avoir lieu sur l'extrémité de l'aube avant la sortie du jeu, tandis que d'autres auteurs n'obtiennent pas un tel recollement [211]. Ce recollement est lié au rapport épaisseur de l'aube sur valeur du jeu [82, 100].

Une schématisation des structures principales dans la zone de jeu est présentée en figure 1.3. A l'intérieur du jeu, nous avons vu qu'une portion (ou la totalité) de l'épaisseur de l'aube présente un décollement, nommé tourbillon de séparation. Celui-ci s'étend jusqu'aux environs du bord de fuite où il se détache de l'aube et finit par se mélanger avec le sillage de l'aube. L'écoulement issu du jet s'enroule sous l'influence de l'écoulement primaire en un tourbillon très cohérent : le tourbillon de jeu. Une autre conséquence du jet est la création d'un second tourbillon (dit tourbillon secondaire) le long de l'arête extrados, par entraînement de la couche limite de l'extrados.

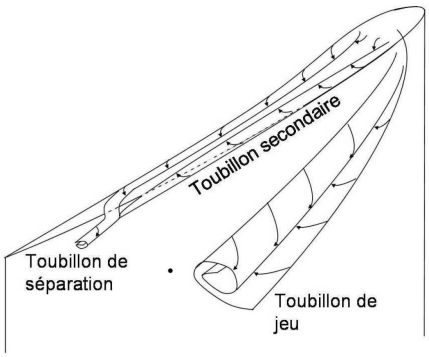


FIG. 1.3 – Schématisation des structures tourbillonnaires principales dans la région de jeu par Kang et Hirsch [108].

Si ce jet au travers du jeu existe pour tout rotor (compresseur, turbine ou soufflante), le tourbillon de jeu qui est sa conséquence principale n'est pas systématique, comme remarqué par Lakshminarayana *et al.*[118], et soupçonné par Storer et Cumpsty [185] pour les tailles de jeu les plus petites. En comparant leurs conditions expérimentales avec celles de Inoue *et al.*[96] (qui eux obtiennent le tourbillon de jeu), Lakshminarayana *et al.*[118] expliquent l'absence du tourbillon de jeu par un taux de turbulence incidente plus élevé, une charge plus importante et une déviation de l'écoulement par le rotor plus forte, raisons qui provoquent un mélange intense du jet avec l'écoulement moyen avant que celui-ci ne puisse s'enrouler en un tourbillon cohérent.

Dans leur étude expérimentale d'une grille d'aubes de compresseur, avec un jeu de taille variable, Muthanna et Devenport [142] remarquent que la trajectoire du tourbillon est fortement liée à la taille du jeu, à la géométrie et au chargement aérodynamique. Ils observent que la trajectoire du tourbillon de jeu dans leur expérience est très comparable à celle observée dans une configuration de machine tournante, à laquelle les auteurs se sont comparés [96]. Ils en concluent que le mouvement relatif entre les aubes et le carter n'a que peu d'impact sur la trajectoire du tourbillon de jeu. D'autre part, leurs résultats montrent que plus le jeu est grand, plus la circulation du tourbillon de jeu est importante et plus celui-ci est stable et reste cohérent sur une longueur importante. En revanche, ils remarquent que le taux de turbulence dans le tourbillon de jeu ainsi que le déficit de vitesse dans son cœur ne sont pas liés à la taille du jeu.

De façon contradictoire, Storer et Cumpsty [185] remarquent que la position du tourbillon de jeu n'est pas la même dans un rotor que dans une grille sans mouvement relatif du carter par rapport aux aubes. Ils avancent qu'à cause des particularités géométriques des aubes de rotor en tête et du cisaillement de l'écoulement, la zone d'influence de l'écoulement de jeu se décale vers l'intrados de l'aube adjacente en machines tournantes et vers l'extrados en grilles. Cette seconde interprétation est retrouvée par Wang et Devenport [200] dans leur expérience d'une grille d'aube de compresseur avec la paroi correspondant au carter face au jeu rendue mobile à l'aide d'une installation particulière. Ils observent que le mouvement relatif du carter provoque un déplacement du tourbillon de jeu qui l'éloigne de l'extrados. Ce mouvement relatif n'a pas d'impact, en revanche, sur la turbulence ou le déficit de vitesse.

1.1.2.2 Conséquences de l'écoulement de jeu

Initialement, cet écoulement de jeu a été pris en compte dans la conception des machines tournantes pour les pertes qu'il peut occasionner [160, 179]. Le paramètre évident lié aux pertes dans l'écoulement de jeu est sa taille, comme détaillé dans la revue des effets du jeu en turbomachines de Peacock [155].

Storer et Cumpsty [185] ont mesuré le profil de vitesse en sortie du jeu à l'aide d'une sonde deux trous et d'une sonde de Pitot. Ils observent que le jet en sortie du jeu présente une vitesse du même ordre de grandeur que celle de l'écoulement principal et une orientation similaire à celle prédite par le modèle de Rains [160]. Les écarts sur la direction du jet (par rapport au modèle) sont reliés au champ de pression proche de la tête d'aube, et notamment aux gradients le long de la corde. D'autre part ils n'observèrent que de très faibles pertes aérodynamiques au sein du jeu. Dans un article

ultérieur [184], ils attribuent l'ensemble des pertes liées à l'écoulement de jeu au cisaillement entre le jet issu du jeu et l'écoulement principal, tous deux de vitesse importante (de même ordre de grandeur), mais d'orientations très distinctes. Ils proposent alors un modèle simple applicable à des aubes avec un faible ou fort angle de calage basé sur un bilan de quantité de mouvement. Ce modèle dépend de la vitesse amont, des angles d'incidence et de déviation moyenne de l'écoulement par l'aube, de l'angle entre l'écoulement de jeu et l'écoulement principal, et d'un paramètre définissant la surface débitante effective de la zone de jeu (limitée par la *veina contracta*). Ce modèle met en évidence l'importance du rapport entre la taille du jeu et l'envergure des aubes vis-à-vis des pertes occasionnées dans le jeu.

Inoue *et al.*[96] ont étudié l'impact de la valeur du jeu dans un compresseur axial. Selon leurs travaux, celle-ci se ressent principalement sur le rendement et donc la puissance requise pour entraîner la machine. Ils observent aussi que le tourbillon de jeu est suffisamment intense pour dévier l'écoulement principal dans la région du jeu. Il peut alors se former des zones de recirculation où le sens de l'écoulement axial est inversé (décollement de la couche limite carter). Cela est à l'origine d'un blocage au sein de la veine qui provoque à son tour une augmentation de la vitesse axiale dans le reste de la veine (non bloqué). Ils ne notent pas d'influence particulière du mouvement relatif du carter vis à vis des aubes sur les pertes engendrées. Goto [74] observe des résultats similaires dans son étude de l'impact de la taille du jeu sur le mélange. Dans sa configuration, le blocage au niveau du jeu et l'accélération de l'écoulement dans le reste de la veine ont l' effet positif de réduire le tourbillon de coin. Le blocage causé par l'écoulement de jeu a été étudié en détail par Khalid [114]. Il s'est intéressé aux mécanismes générant ce blocage et à des moyens qualitatifs de l'évaluer. Une des principales problématiques qu'il soulève est la définition du blocage dans cette région où l'écoulement est multidirectionnel et non uniforme. L'analyse montre ensuite que ce blocage s'accroît avec le chargement de l'étage. Adamczyk *et al.*[4] ont réalisé plusieurs simulations RANS de cette configuration et observent que la zone affectée par le jeu (blocage et très faible énergie) impacte l'aube voisine et s'approche de son bord d'attaque à mesure que le débit diminue, jusqu'à provoquer un décollement massif de l'écoulement autour des aubes. Hoying [91] observe dans son étude que le tourbillon de jeu peut être à l'origine du décollement tournant et d'un décollement massif ultérieur. Le phénomène est directement lié au débit qui lui même impose la trajectoire du tourbillon de jeu. En dessous d'un certain seuil de débit, le tourbillon de jeu impacte le bord d'attaque de l'aube voisine, ce qui déclenche l'instabilité. Ces résultats sont confirmés par l'expérience de Mailach *et al.*[133] sur un compresseur axial.

Dans le cas d'une soufflante, cet écoulement de jeu est aussi responsable d'une contribution importante au bruit généré. Wenger *et al.*[201] mettent en avant l'aspect majoritairement large-bande du bruit généré par l'écoulement de jeu, en observant que les spectres de vitesse dans la région du jeu ne présentent aucun pic distinct. Longhouse [127] évalue que la contribution du bruit généré par le jeu domine pour des jeux de taille supérieure à $3-4\%$ de la corde. Dans une étude expérimentale extensive, Hugues *et al.*[93] étudient l'impact de différents paramètres sur le bruit causé par l'écoulement de jeu en soufflante de compresseur axial. Ils observent que l'augmentation du jeu provoque une augmentation du bruit mesuré, que l'on considère un rotor isolé ou bien le rotor et une roue directrice de sortie (ceci est confirmé par une étude sur profil isolé de Jacob *et al.*[100]). Hugues *et al.* identifient deux sources acoustiques principales : l'interaction de l'extrémité de l'aube avec la couche limite carter pour les jeux moindres, et l'interaction propre de l'écoulement de jeu avec l'extrémité de l'aube quand le jeu devient plus grand. Ils notent par ailleurs que l'impact de la taille du jeu sur le bruit large bande émis est plus important à basse vitesse qu'à haute vitesse.

Dans leur revue des sources acoustiques des soufflantes en turbomachines axiales, Mugridge et Morfey [141] remarquent que l'impact de la taille du jeu sur le niveau de bruit émis n'est pas linéaire. En effet, ils notent une interaction destructrice entre le tourbillon de jeu et le tourbillon de passage (originaire de la déflexion des lignes de courant dans les couches limites). Ils remarquent l'existence d'une valeur de jeu (environ 5% de la corde) qui maximise l'interaction des deux tourbillons contrarotatifs et minimise ainsi les pertes et les émissions acoustiques. Cette interaction réduit le cisaillement entre l'écoulement principal et le jet au travers du jeu, qui est à l'origine de l'ensemble des pertes selon Storer et Cumpsty [184]. Mugridge et Morfey [141] généralisent, et lient directement le niveau des émissions acoustiques dans le jeu aux pertes aérodynamiques dans cette région de l'écoulement. Ils notent ainsi que sans la couche limite carter, les niveaux de bruit seraient plus importants à cause d'une augmentation du cisaillement entre le jet (dont le débit serait accru) et l'écoulement principal. L'existence d'une valeur du jeu qui maximise le bruit de jeu est en partie confirmé par Grilliat [81], Grilliat *et al.*[82] et Jacob *et al.*[99, 100] qui montrent que l'augmentation du bruit de jeu a lieu sur une plage de valeurs du jeu gouvernée par le rapport entre l'épaisseur de l'aube et le jeu. Ils relient l'accroissement du niveau sonore à la croissance de la bulle de décollement qui se forme dans la zone de jeu sur l'arête intrados.

Kameier et Neise [106, 107] ont étudié une machine axiale comprenant un rotor et un stator avec un jeu variable sur le rotor. Ils notent eux aussi une augmentation du

niveau de bruit à large bande lorsque le jeu augmente. En revanche, cette évolution présente dans leur cas un comportement avec de l'hystérésis (observé aussi pour le rendement et le taux de compression). Plus le jeu est petit, plus cet hystérésis est marquée. Leur source principale de bruit est liée à une instabilité tournante causée par un décollement de la couche limite carter sous l'influence de l'écoulement de jeu. Celle-ci génère des niveaux acoustiques intenses dans des bandes étroites en basse fréquence, dont la contribution augmente avec le jeu, et dont la fréquence diminue quand la vitesse de rotation est réduite. À cet égard, les auteurs remarquent que pour un jeu petit (2.8% de la corde) ou pour un taux de pression faible (qui se traduit par une faible différence de pression entre extrados et intrados), ils ne relèvent pas de grosse contribution du bruit de jeu car le jet ne cause pas le décollement de la couche limite carter associé aux instabilités tournantes. L'utilisation d'un traitement au niveau du carter sous la forme d'une bande adhésive rugueuse, pour bloquer le développement de l'écoulement secondaire de jeu, réduit la contribution acoustique du jeu de 30 dB. En pratique, ce traitement produit un accroissement de la turbulence, mais le détail de son impact dans la zone de jeu n'est pas accessible expérimentalement.

L'origine de ce bruit a été étudiée plus en détail par plusieurs auteurs [61, 81, 127]. Dès 1978, Longhouse [127] rappelle les quatre principaux mécanismes qui génèrent du bruit dans les soufflantes axiales :

- Une première source acoustique provient de l'interaction des aubes avec la turbulence amont ou les sillages d'élements amonts.
- La deuxième source est le bruit propre d'enroulement du tourbillon de jeu.
- La troisième source provient de l'interaction entre le tourbillon de jeu et l'aube voisine.
- Et enfin, la quatrième source est liée au décollement de le couche limite sur l'aube (que l'écoulement de jeu peut provoquer).

Dans cet article [127], Longhouse assimile le bruit de jeu à l'interaction instationnaire du tourbillon de jeu avec le bord de fuite de l'aube et avec le bord d'attaque de l'aube suivante.

Plus récemment, Fukano *et al.*[61] observent deux sources principales au bruit émis depuis la zone de jeu. Le tourbillon de jeu contribue grâce aux intenses fluctuations de vitesse dans son écoulement à forte vorticité, mais aussi par son interaction avec les parois proches (extrados de l'aube, tête de l'aube, intrados de l'aube voisine mais aussi carter). Ils observent aussi une forte corrélation entre un pic du spectre acoustique et la période d'une révolution autour du tourbillon de jeu.

Enfin, durant ses travaux de thèse sur l'écoulement de jeu d'une aube isolée, Grilliat [81, 82, 99, 100] a identifié deux sources acoustiques distinctes grâce à une étude de cohérences en pression-pression et pression-vitesse, puis une analyse conditionnelle par la théorie des ondelettes [31, 81]. Une étude paramétrique faisant varier taille de jeu, incidence et vitesse débitante lui a permis de cerner la nature exacte de ces sources. La première est provoquée par des structures turbulentes naissant dans le tourbillon de séparation et convectées vers le bord de fuite où elles sont éjectées. Cette source à plutôt basse fréquence émet un bruit de puissance évoluant en U_0^5 vers l'amont (de façon similaire au bruit de bord de fuite), et en U_0^6 vers l'aval (avec U_0 la vitesse incidente). La seconde source est à haute fréquence, avec une puissance en U_0^7, et provient de petites structures naissant sur l'arête extrados en tête d'aube, en plein cisaillement entre le jet du jeu et l'écoulement principal.

1.1.3 Simulations numériques

Nous avons vu la complexité de ces écoulements secondaires en turbomachines ainsi que leurs conséquences tant aérodynamiques qu'acoustiques. L'approche expérimentale est cependant limitée par la difficulté d'instrumenter des rotors comme le notent Kameier et Neise [107], en commentaire de leurs mesures fil chaud du jet issu de l'écoulement de jeu. Ils remarquent l'efficacité du traitement de paroi par ajout d'une bande adhésive rugueuse, mais n'ayant pas instrumenté le jeu, ils n'ont pas accès à la physique qui provoque l'amélioration observée. De même, les études expérimentales de Muthanna et Devenport [142] ou de Wang et Devenport [200] sont limitées à des mesures réalisées 1.5 cordes en aval du bord de fuite de l'aube et ne permettent pas d'étudier la physique dans le jeu même, alors que celle-ci est cruciale. Une analyse expérimentale de l'écoulement et des sources acoustiques de jeu a toutefois pu être menée par Grilliat [31, 81, 82, 99, 100], au prix d'une simplification géométrique à une aube isolée fixe.

De façon générale, les mesures expérimentales dans le jeu sont très complexes. L'emploi de fils chauds ou de sondes de pression est déconseillé car leur taille n'est pas négligeable face aux dimensions du jeu, et leur intrusivité nuit aux résultats. L'emploi de méthodes de vélocimétrie laser par effet Dopler (LDV) ou de vélocimétrie par image de particules (PIV) dans la région du jeu est faisable pour des configurations d'aube isolée [22] ou de grilles [73], voire de grille avec un "carter" présentent un mouvement relatif par rapport à l'aube [151], mais leur mise en œuvre reste extrêmement complexe. Par ailleurs, elles ne donnent qu'une description bidimensionnelle, alors que l'écoulement moyen et les structures turbulentes à l'origine du bruit sont fortement tridimension-

nels. Ces raisons justifient l'emploi croissant de méthodes numériques pour obtenir les informations manquantes ou plus simplement pour confirmer des résultats.

Jusqu'à un passé récent, la limitation des ressources informatiques disponibles associée aux grands nombres de Reynolds des écoulements en turbomachine, a restreint les études numériques à l'emploi de méthodes résolvant les équations moyennées de Navier-Stokes, dites RANS (le lien entre nombre de Reynolds et coût de calcul sera présenté dans le chapitre 2, de même que le principe des méthodes RANS). Une des premières simulations RANS appliquée à l'écoulement de jeu en turbomachine est celle de Storer et Cumptsy, menée parallèlement à une campagne expérimentale [185]. Pour faciliter la génération du maillage et limiter le coût du calcul, ils font l'approximation d'une tête d'aube arrondie ; la hauteur réelle du jeu ne se retrouve que sur un unique plan de maillage. Ainsi l'ensemble de leur canal inter-aubes est limité à un unique bloc structuré. Malgré cette simplification de la géométrie de jeu, ils obtiennent des résultats numériques corrects, notamment en ce qui concerne le profil de la vitesse du jet à travers le jeu, le long de la corde. Leur résultats de simulation étant très corrects dans cette région malgré une modélisation de la turbulence (avec une méthode algébrique de Baldwin et Lomax [10]) trop grossière selon leur propre avis, ils concluent que l'écoulement à travers le jeu est un mécanisme principalement non visqueux.

Adamczyk *et al.*[3, 4] ont réalisé une simulation RANS où le jeu n'était maillé que par deux mailles. Ils avancent que pour capturer l'interaction entre le jet à travers le jeu et l'écoulement principal une seule maille suffirait. La comparaison de leurs résultats avec les données expérimentales leur permet ensuite de valider l'approche qualitative employée. La modélisation de la turbulence est réalisée aussi avec le modèle algébrique de Baldwin et Lomax [10]. Ils comparent leurs calculs à une simulation sans jeu qui fait apparaître un domaine de stabilité accru. Ce domaine de stabilité est retrouvé lors d'une autre simulation où le jeu est nul sur l'avant de l'aube, mais important sur la portion arrière. Les auteurs recommandent donc l'injection de fluide à haute énergie à l'avant de la tête d'aube pour réduire ou éliminer les zones à basse pression totale qui causent les instabilités.

Bien plus récemment, Borello *et al.*[19] ont réalisé une simulation d'un écoulement de jeu à l'aide du modèle de turbulence de Hanjalic et Jakirlic [85] (noté HJ par la suite, modèle de turbulence aux tensions de Reynolds parmi les plus complexes employés en RANS). Ils comparent les résultats obtenus à ceux d'une simulation RANS employant un modèle standard $k-\epsilon$ et à des données expérimentales. Ils notent une amélioration

sensible des résultats par le modèle HJ comparé à ceux du modèle $k-\epsilon$: l'excès de diffusivité du modèle $k-\epsilon$ et ses difficultés inhérentes aux écoulements tridimensionnels produisent un tourbillon plus proche de l'aube et moins intense que ce qui est observé dans l'expérience. Mais des écarts avec les données expérimentales demeurent. Ils sont imputables à des difficultés de paramétrisation et d'initialisation inhérentes à la modélisation HJ [85]. Les auteurs mettent tout de même en avant la nécessité pour les calculs en turbomachines de considérer des modèles évolués pour la turbulence, car celle-ci est complexe (forte inhomogénéité et anisotropie) et l'écoulement présente des gradients de pression (favorables ou adverses) forts qui mènent à des relaminarisations et décollements que les modèles standards de turbulence peinent à restituer.

Boudet *et al.*[22] comparent des résultats RANS basés sur une modélisation $k-\omega$ de Wilcox [202] aux résultats PIV obtenus par Grilliat [81] sur une aube isolée. L'accord entre les deux est très bon, et la simulation permet d'identifier l'origine de deux zones fortement turbulentes à l'aide de lignes de courant. Ils identifient par ailleurs les principales zones de pertes dans le jet issu du jeu et l'interaction entre les tourbillons et la couche limite carter. La qualité des résultats numériques est liée, selon les auteurs, au maillage très dense utilisé.

Gourdain *et al.*[76] analysent, au travers d'une simulation RANS instationnaire, l'origine du décollement tournant, ils observent qu'une instationnarité de l'écoulement de jeu en est à l'origine. Gourdain *et al.*[75, 78] ont aussi étudié l'impact de dispositifs de contrôle passif dans la région de jeu avec l'objectif d'augmenter la plage de fonctionnement. Tout d'abord, des cavités non axisymétriques dans le carter permettent une augmentation de la plage de fonctionnement en échange d'une perte de rendement, sans réduire le décollement sur l'extrados en tête d'aube causé par l'écoulement de jeu. Ensuite, la présence d'une fente dans la tête d'aube permet en revanche la réduction du décollement causé par l'écoulement de jeu tout en augmentant la plage de fonctionnement sans affecter le rendement. Enfin, ils comparent trois simulations RANS instationnaires : une avec un jeu de référence, une autre avec un jeu accru et la dernière avec un jeu accru et la présence de cavités en nid d'abeille sur la paroi carter. Ils observent que ce dispositif permet de retrouver la plage de fonctionnement du cas de référence sans occasionner plus de pertes que le cas avec grand jeu. Le dispositif de contrôle a comme principal effet de décaler la point de naissance du tourbillon de jeu vers l'aval ce qui réduit son intensité et le décollement tournant.

Les simulations numériques s'emploient aussi pour étudier le tourbillon de coin. On

peut citer Gbadebo *et al.*[65], qui dans leur étude du tourbillon de coin, notent que leur simulation RANS reproduit fidèlement la surface de décollement, mais peine à retrouver l'épaisseur de la zone décollée à cause des limites de la modélisation de la turbulence utilisée.

Langston [120] remarque que malgré des progrès remarquables dans l'emploi des méthodes numériques, le manque de modèles de turbulence adéquats limite la prédiction des simulations quant aux pertes en proche paroi. Les méthodes RANS à modèles simples (Baldwin Lomax), standards ($k-\omega$ ou $k-\epsilon$) ou avancés (Hanjalik et Jakirlic) restent donc limitées dans leur capacité à reproduire la physique des écoulements secondaires gouvernés par une forte turbulence et la présence de décollements (voire relaminarisations). L'emploi d'une méthode plus proche de la physique est donc recommandé. Sans tomber dans des coûts excessifs, les simulations aux grandes échelles (LES *cf.* chapitre 2) permettent de simuler les plus grosses structures de la turbulence en modélisant l'impact des plus petites. Elles sont donc plus proches de la réalité physique des écoulements.

Hah [83] réalise, sur le cas test du Rotor NASA 37 (*cf.* Strazisar & Denton en 1994 [186]), une comparaison de simulations RANS et LES. Ce cas test présente un régime transonique (supersonique en tête d'aube), un écoulement de jeu et de fortes pertes en pied liées à un décollement de coin selon Hah (mais sujet à controverse, d'autres auteurs mettant en cause un écoulement de fuite entre des défauts de géométrie). Les résultats obtenus pour la simulation RANS sont bons, mais les résultats LES s'avèrent meilleurs : les simulations RANS sont trop optimistes en termes de performances aérodynamiques. L'auteur conclu que si les méthodes LES méritent encore quelques développements et validations, elles n'en sont pas moins très prometteuses.

En partant d'observations similaires, You *et al.*[209] développent une méthodologie pour appliquer une simulation LES à l'étude de l'écoulement de jeu. L'objectif est d'obtenir des renseignements précis sur la dynamique de l'écoulement de jeu, pour l'étude de la cavitation (application hydraulique) que les fortes fluctuations de pression peuvent causer. Leur analyse se concentre sur les méthodes numériques pour outrepasser les difficultés rencontrées en écoulement de jeu :

- les maillages présentent souvent une forte déformation à cause de l'angle de calage important et du vrillage des aubes,
- le jeu lui même est une singularité dans la topologie, qui limite l'emploi de maillages structurés (Storer et Cumpsty [185]),

- la nécessité d'un raffinement élevé en paroi mène à des mailles à très grand rapport d'aspect,
- et le pas en temps est limité par le temps de retournement des plus petites échelles simulées.

L'emploi de topologies multi-domaines adaptées ou de maillages non structurés sont des solutions à ces difficultés. You *et al.*[209] utilisent une troisième méthode : un maillage structuré en un seul domaine avec l'emploi de "conditions aux limites immergées", où un traitement approprié des nœuds de maillage situés dans la géométrie solide permet de restituer les conditions de parois là où il le faut. Leur modélisation de sous-maille (*Cf.* partie 2.2) est réalisée avec la méthode de Smagorinsky Dynamique (présentée en 2.2.2.2), mais où la moyenne requise se fait par une approche Lagrangienne sur les lignes de courant. La comparaison de leurs résultats en termes de vitesse, tensions de Reynolds et spectre d'énergie en aval de l'aube avec des données expérimentales (la configuration est celle de l'expérience effectuée par Wang [199]) présente un bon accord.

En utilisant les mêmes méthodes numériques, You *et al.*[210, 211, 212] réalisent deux autres simulations LES pour étudier en détail divers paramètres de l'écoulement de jeu sur la configuration expérimentale de Wang et Devenport [200]. Cette configuration est constituée d'une grille d'aube dont le plan en vis-à-vis de la tête d'aube est mobile, reproduisant en grille le mouvement relatif des aubes par rapport au carter (mis à part la mobilité de cette paroi, la configuration est identique à celle de Muthanna et Devenport [142]). Dans la première de ces simulations, You *et al.*[210] analysent l'impact du jeu en le faisant varier entre 0.84 c, 1.67 c et 3.34 c, où c désigne la corde de l'aube. Ils observent que le tourbillon de jeu est la structure dominant l'écoulement, et que sa taille augmente avec le jeu tandis que son origine se décale vers l'aval. De même, l'angle entre la trajectoire du cœur du tourbillon de jeu et la corde en tête d'aube augmente avec le jeu. En aval de l'aube, la trajectoire du tourbillon de jeu n'est plus sensible au jeu : après s'être écarté du carter, le tourbillon de jeu s'aligne avec l'écoulement. En revanche, le tourbillon de séparation est influencé par le mouvement relatif de la paroi (représentant le carter) et l'écoulement principal, ce qui lui donne une trajectoire plus déviée. À l'inverse du tourbillon de jeu, le tourbillon de séparation s'intensifie quand le jeu diminue. La conclusion principale à tirer est que la taille du jeu affecte différemment l'intensité des diverses structures de l'écoulement mais ne change pas sa nature.

À l'aide d'une seconde simulation, You *et al.*[211, 212] approfondissent deux aspects de leur étude. Dans un premier article [211], ils étudient plus en détail la dynamique des tourbillons et les fluctuations de pression qu'ils causent, dans le contexte de la

cavitation. Ils observent notamment que le déficit maximum de pression correspond à la position du tourbillon de jeu repéré par le critère λ_2. Ils notent aussi, à travers l'existence d'un pic dans le spectre d'énergie de la vitesse azimutale, une oscillation du tourbillon de jeu dans la direction azimutale. Dans un second article [212], les auteurs s'attardent sur les mécanismes à l'origine des pertes dans l'écoulement de jeu. Ils délimitent la zone d'influence du tourbillon de jeu à environ un quart de corde dans la direction radiale à partir de la paroi carter. La plupart des composantes du tenseur de Reynolds (et de l'énergie cinétique turbulente) sont produites par le jet au travers du jeu et par le tourbillon de jeu, à cause des forts gradients radiaux des vitesses azimutales et axiales dans cette région. Les auteurs préconisent, pour limiter les pertes occasionnées par le jet à travers le jeu, de changer la direction de ce jet pour réduire les gradients.

Une meilleure compréhension de ces écoulements secondaires complexes semble requérir aujourd'hui la mise en œuvre combinée d'expériences et de simulations. Les expériences donnent des résultats à partir desquels les simulations peuvent être validées. Ces dernières donnent ensuite un aperçu de zones expérimentalement difficiles d'accès. Cependant, les méthodes numériques sont encore sujettes à des développements. L'expérience de Ma *et al.*[131] a d'ailleurs été réalisée pour servir de point de comparaison à d'ultérieures simulations aux grandes échelles (les seules simulations à l'heure actuelle capables de reproduire correctement la physique complexe du décollement de coin, d'après les auteurs). Ainsi, afin d'exploiter les résultats d'une simulation numérique, et particulièrement pour les simulations aux grandes échelles qui ne sont pas autant maîtrisées que les simulations RANS (car plus récentes et plus complexes), il est utile de valider le code de calcul ainsi que les méthodes numériques spécifiques employées sur des configurations plus simples.

1.2 Un cas test académique

Nous nous proposons, afin de valider les méthodes numériques développées durant cette thèse, de les tester sur un cas-test académique représentatif des contraintes rencontrées dans l'écoulement de jeu. Cette approche permet de comparer précisément les résultats d'une simulation à un cas bien documenté.

Afin de choisir ce cas test de comparaison, nous listons les caractéristiques physiques majeures de l'écoulement de jeu en turbomachine :

– développement de grosses structures tourbillonnaires cohérentes (tourbillon de jeu, tourbillon de séparation et tourbillon secondaire),

– écoulement fortement turbulent (dans le tourbillon de jeu, mais aussi résultant du jet au travers du jeu),
– et enfin, présence d'un décollement (au niveau de l'arête intrados en tête d'aube, l'écoulement amont pouvant être laminaire ou turbulent).

1.2.1 Écoulements décollés : cas tests classiques pour les simulations

La présence d'un décollement est très souvent un défi pour les méthodes numériques. Cherry *et al.*[41] notent que les simulations RANS et LES peinent à reproduire correctement les résultats expérimentaux dans les configurations présentant de forts gradients adverses de pression. Ils ont donc établi une base de résultats expérimentaux sur une configuration de diffuseur non axisymétrique à géométrie variable, afin de pouvoir évaluer les simulations. L'angle du diffuseur étant variable, l'expérience établit la valeur angulaire pour laquelle l'écoulement décolle des parois.

Diverses simulations ont été comparées à ces résultats avec plus ou moins de succès. On note entre autres des simulations RANS et LES de Schneider *et al.*[170]. Leurs simulations RANS ne réussissent pas à rendre compte de la différence entre les deux géométries de diffuseur comparées. De plus, leurs résultats en termes de pression sur les parois et de profils de vitesse présentent de grosses erreurs par rapport aux résultats expérimentaux. La LES qui restitue les tendances globales donne des résultats sensiblement meilleurs mais pas encore satisfaisants. On peut citer aussi les simulations LES et hybrides RANS/LES de Jakirlić [101] qui présentent des profils de vitesses en meilleur accord avec les résultats expérimentaux et une DNS de référence. On observe cependant un certain écart dans la prédiction des zones décollées. Le décollement est plus tardif dans les simulations, sans doute à cause de la viscosité induite par les méthodes numériques, et il affecte une plus petite part de l'écoulement sur la longueur du diffuseur.

Iaccarino [94] teste des codes commerciaux de simulation (RANS) sur une autre configuration de diffuseur asymétrique. Les diverses simulations présentées dépendent peu du code ou du maillage utilisé mais sont en revanche très sensibles aux modèles de turbulence.

L'application d'un code de calcul à un écoulement décollé apparaît souvent dans la littérature comme une mise à l'épreuve sérieuse de ses capacités. On peut citer par exemple Morton *et al.*[139] qui testèrent le code Cobalt sur des écoulements massivement décollés autour de configurations réelles d'avions de combat, ou encore Greenblatt *et al.*[80] qui ont développé un cas test d'écoulement au dessus d'une bosse posée sur

une paroi (avec et sans contrôle de l'écoulement) conçus pour être comparés à des résultats de simulations numériques.

Les écoulements autour de corps non profilés sont une classe importante d'écoulements décollés complexes. Ceux-ci ont l'avantage, comparés aux cas de diffuseurs présentés ci-avant, d'être représentatifs de nombreuses situations pratiques. Rodi [164] a présenté en 1998 un état de l'art des simulations LES en les comparant à des données RANS et expérimentales sur des configurations d'écoulements autour de barreaux de sections carrée et circulaire, et au dessus d'un cube posé sur une paroi solide. Les meilleures simulations LES fournissent des résultats bien supérieurs aux méthodes RANS, qui sous-estiment grandement les fluctuations turbulentes. Cependant, l'auteur note une grande sensibilité des résultats LES vis-à-vis des méthodes numériques employées.

Cette dernière famille d'écoulements décollés présente aussi une forte instationnarité que l'on retrouve dans le cadre de l'écoulement de jeu. En effet, outre l'instationnarité liée aux interactions rotor/stator, Goto [74] anticipe la possibilité d'instabilités du tourbillon de jeu. D'autres auteurs observent cette instabilité, dont You *et al.*[211] à travers les spectres de vitesse azimutale, ou Fukano *et al.*[61] qui notent aussi des pics dans les spectres de fluctuations de vitesse, ou encore Bailey et Tavoularis [9] dans le cas du tourbillon marginal d'une aube isolée.

L'écoulement autour d'un barreau circulaire, dans son régime sous-critique haut est le siège de phénomènes comparables aux instabilités du tourbillon de jeu ou de la bulle de décollement du jeu. Cette configuration académique est donc choisie afin de valider les méthodes numériques développées dans la chapitre 2. Dans la section 1.2.2.1, nous détaillons les différents régimes du barreau cylindrique, les particularités du régime retenu et des expériences de référence auxquelles nous nous comparerons.

1.2.2 Écoulements autour d'un barreau cylindrique

1.2.2.1 Les divers régimes

L'écoulement autour d'un barreau cylindrique a fait l'objet de très nombreuses études, tant expérimentales que numériques. Dans la configuration basique d'un cylindre circulaire à la paroi lisse mis dans un écoulement uniforme très faiblement turbulent, ces études ont permis d'observer l'existence de divers régimes d'écoulements, différenciés par leur nombre de Reynolds (basé sur le diamètre D du barreau et sur la vitesse incidente U : $Re = \frac{UD}{\nu}$). Une revue détaillée de ces régimes est présentée par Williamson [203]. On peut aussi consulter l'ouvrage livre de Zdravkovich [213] qui

présente lui aussi en détail l'ensemble des régimes d'écoulement du barreau cylindrique, et fournit quantité de références bibliographiques d'intérêt.

Ces régimes sont généralement considérés au nombre de sept :

- Le régime rampant est observé pour $Re < 5$. Il est dominé par les forces visqueuses, et les couches limites restent laminaires et attachées à la paroi. L'écoulement à potentiel qui en résulte est doublement symétrique : latéralement, et entre l'amont et l'aval.

- Dans la gamme $5 < Re < 49$, l'écoulement demeure laminaire, mais décolle des parois. La position du point de décollement évolue en fonction du nombre de Reynolds : plus celui-ci est important, plus le point de décollement se décale vers l'amont. En aval du décollement se trouvent deux tourbillons de recirculation laminaires. L'écoulement demeure stationnaire et symétrique latéralement.

- Au-delà, l'écoulement devient instationnaire, mais demeure laminaire et bidimensionnel pour $49 < Re < 180$. Les forces visqueuses deviennent faibles devant les forces d'inerties et le système présente une instabilité. Les décollements précédents ont lieu, mais ils ne demeurent pas attachés à la surface du barreau. Ils s'en détachent alternativement de façon extrêmement régulière et sont convectés vers l'aval, formant ce que l'on nomme l'allée tourbillonnaire de von Kármán. La fréquence de ce lâcher tourbillonnaire est un paramètre clef de ces écoulements. Celle-ci augmente en fonction du nombre de Reynolds et est *a priori* unique pour un nombre de Reynolds donné.

- Entre $180 < Re < 300$, apparaissent des effets tridimensionnels. On observe, le long de l'envergure, des ondulations des tourbillons de von Kármán. On observe aussi quelques dislocations des tourbillons qui sont les signes précurseurs du régime turbulent.

- À partir de $Re = 300$ et jusqu'à $Re = 2 \times 10^5$ l'écoulement devient turbulent dans un régime nommé "sous-critique". La transition vers la turbulence a lieu dans les couches de cisaillement des zones décollées. Zdravkovich [213] décompose ce régime (qu'il nomme TrSL) en trois sous-régimes dépendant du style de transition qui a lieu et de l'état des couches de cisaillement.

- Quand le point de transition turbulente remonte en amont du point de décolle-

ment (en général pour $Re \in [1 \times 10^5 - 2 \times 10^5]$) le régime critique est atteint. Le point de décollement se décale brusquement vers l'aval, et le fait d'augmenter le nombre de Reynolds dégrade le lâcher tourbillonnaire, jusqu'à ce qu'il disparaisse en limite supérieure du régime critique ($Re \simeq 10^6$). Le sillage est alors dominé par la turbulence, et des recollements asymétriques instationnaires apparaissent à une fréquence très faible.

– Finalement, au delà de $Re = 2 \times 10^6$, le régime supercritique est atteint. La couche limite est turbulente et un lâcher tourbillonnaire réapparaît à une fréquence plus élevée [165].

1.2.2.2 Le régime sous-critique

Le choix du régime pour notre cas test se porte naturellement sur le régime sous-critique. En effet, ce régime présente à la fois des structures fortement cohérentes (tourbillons de l'allée de von Kármán) et une turbulence intense. Il fait également apparaître un décollement des couches limites laminaires avant une transition dans les couches de cisaillement. Breuer [26] explique que cette configuration, parmi les cas tests utilisés pour la validation des codes LES, présente le plus gros challenge pour les simulations. Selon lui, une simulation réussie sur ce cas test peut-être considérée comme "*a ticket to real world applications*".

Le régime sous-critique peut, selon Zdravkovich [213], se diviser en trois sous-régimes qui se distinguent par le mécanisme de transition vers la turbulence et l'état des couches de cisaillement de la zone décollée. Pour $Re \in [300 - 400; 1 \times 10^3 - 2 \times 10^3]$, en sous-régime TrSL1, la transition est provoquée par des ondes de transition dans la couche de cisaillement. Le sous-régime TrSL2, pour $Re \in [1 \times 10^3 - 2 \times 10^3; 2 \times 10^4 - 5 \times 10^4]$, voit l'apparition de structures de transition dans les couches de cisaillement qui sont ensuite convectées. Celles-ci présentent un aspect similaire aux instabilités de Kelvin-Helmoltz en écoulement cisaillé. Enfin, dans le cas TrSL3, $Re \in [2 \times 10^4 - 5 \times 10^4; 1 \times 10^5 - 2 \times 10^5]$, la transition a lieu immédiatement après le décollement.

Ce régime sous-critique est particulièrement bien documenté, tant expérimentalement [2, 32, 51, 67, 132, 146, 147, 148, 161, 187, 188, 205] que numériquement [15, 20, 25, 26, 33, 36, 38, 52, 88, 164, 194]. Pour notre cas-test, nous avons choisi le nombre de Reynolds $Re = 4.7 \times 10^4$, pour lequel des données expérimentales sont également disponibles au LMFA [98].

Les études expérimentales de Gerrard [67], Achenbach [2], Yokuda et Ramaprian [205], Nishimura et Taniike [146] et Norberg [148] portent sur la force subie par le cylindre. Cette force est décomposée en deux composantes : la traînée dans le sens de l'écoulement et la portance dans la direction normale à l'écoulement et à l'axe du cylindre. Ces composantes étant fluctuantes sous l'effet de l'instationnarité causée par le lâcher tourbillonnaire, leurs moyennes et leurs écart types (RMS) sont des caractéristiques importantes de l'écoulement.

Gerrard [67] explore les valeurs que les coefficients de force (sans dimension) peuvent prendre en fonction du nombre de Reynolds, pour $Re \in [4 \times 10^3 \ ; \ 2 \times 10^5]$. Achenbach [2] fait de même pour $Re \in [6 \times 10^4 \ ; \ 5 \times 10^6]$ mais relève aussi les valeurs du frottement moyen de paroi.

Yokuda et Ramaprian [205] étudient également la force sur le cylindre et la répartition du frottement moyen de paroi, ainsi que l'effet d'une plaque plane accolée en aval (*splitter plate*) pour $Re \in [10^4 \ ; \ 1.3 \times 10^5]$. Ils observent notamment que les fluctuations du coefficient de pression sur la paroi du cylindre semblent indépendantes du nombre de Reynolds dans la gamme de notre cas test. Ces données seront donc un point de comparaison intéressant.

Nishimura et Taniike [146] font une analyse de l'origine de ces forces : les tourbillons en aval du cylindre entraînent les couches limites et provoquent le déplacement des points de décollement, ce qui induit une accélération de l'écoulement sur le côté du cylindre et crée une portance. Leurs mesures de portance, traînée et coefficient de pression sont faites à $Re = 6.1 \times 10^4$.

Plus récemment, Norberg [148] a publié une synthèse (accompagnée de nouvelles mesures) de ces coefficients de forces relevés par divers auteurs sur une plage importante de nombres de Reynolds, $Re \in [47 \ ; \ 2 \times 10^5]$. Il centralise aussi un autre résultat important pour les écoulements autour de cylindres : le nombre de Strouhal lié au lâcher tourbillonnaire (défini par : $St = \frac{f_{lt} D}{U}$, f_{lt} étant la fréquence du lâcher tourbillonnaire). En effet, ce paramètre semble dépendre uniquement du nombre de Reynolds (les disparités des mesures aux alentours de $Re = 4.7 \times 10^4$ sont de l'ordre de 3%). Il détaille aussi l'évolution de la corrélation en envergure des signaux de pression à la paroi en fonction du nombre de Reynolds.

D'autres études expérimentales [32, 51, 147, 161, 205] centrent leur intéret sur l'aérodynamique du sillage proche du cylindre. Cantwell et Coles [32] étudient grâce à des moyennes de phases appropriées les différentes étapes du cycle de lâcher tourbillonnaire pour un nombre de Reynolds $Re = 1.4 \times 10^5$. Ils observent que la trajectoire des tourbillons dans l'allée de von Kármán n'est pas régulière d'un cycle à l'autre. D'autre part, ils observent que la vorticité générée par le lâcher tourbillonnaire se répartit seulement pour moitié dans les tourbillons de l'allée de von Kármán, le reste étant réparti dans les petites structures turbulentes.

Norberg [147] étudie le sillage proche par vélocimétrie à effet Dopler, pour $Re \in [1.5 \times 10^3 \ ; \ 10^4]$. Il mesure divers profils de vitesse moyenne et de fluctuations, dans la direction de l'écoulement (au centre du sillage) ou normaux à l'écoulement. Il compare à d'autres mesures différentes longueurs caractérisant l'écoulement (longueur de la zone de recirculation moyenne, distance entre la face aval du cylindre et le maximum de fluctuations de vitesse au centre du sillage, longueur moyenne de formation des tourbillons etc.). Il observe, dans le régime sous-critique, que la longueur de recirculation moyenne diminue quand le nombre de Reynolds augmente.

Plus récemment, à l'aide de techniques de vélocimétrie à effet Dopler et de vélocimétrie par images de particules, Djeridi *et al.*[51] ont établi les lignes de niveaux dans le plan normal à l'axe du cylindre des vitesses moyennes et fluctuantes ainsi que des tensions de Reynolds pour une configuration similaire à celle de Cantwell et Coles [32] à $Re = 1.4 \times 10^5$.

Enfin, on note les mesures par fil chaud de Rajgopalan et Antonia [161] dans les couches de cisaillement décollées du cylindre. Ils étudient les structures de transition pour un nombre de Reynolds inférieur à 5000.

Dans une configuration de cylindre, il est aisé de s'assurer que l'écoulement incident est peu turbulent, uniforme, et que la surface du cylindre est lisse. En revanche, il est plus difficile de s'assurer de la bidimensionnalité moyenne de l'écoulement. À ce propos, Szepessy et Bearman [188] ont étudié l'impact des supports des cylindres pour $Re \in [8 \times 10^3 \ ; \ 1.4 \times 10^5]$. Ils ont réalisé plusieurs mesures sur un cylindre se terminant en ses deux extrémités par des plaques planes, pour étudier l'impact de la distance entre les deux plaques et du nombre de Reynolds sur l'écoulement. Ils observent notamment un impact important du rapport d'aspect (envergure sur diamètre du cylindre) sur les fluctuations du coefficient de portance. À un nombre de Reynolds de 4.3×10^4, proche

de celui choisi pour notre cas test, ils observent que le rapport d'aspect n'a pas d'impact pour des valeurs supérieures à 6 environ : les valeurs des fluctuations du coefficient de portance y atteignent alors un plateau. En revanche, une réduction du rapport d'aspect provoque une importante augmentation des fluctuations du coefficient de portance jusqu'à un maximum de l'ordre du double des valeurs minimales atteinte dans le plateau. Pour d'autres valeurs du nombre de Reynolds, l'évolution des fluctuations du coefficient de portance est très différente. Szepessy et Bearman [188] montrent que plus le rapport d'aspect est important, plus la corrélation en envergure chute rapidement (en complément, voir l'étude de Szepessy [187] sur la corrélation en envergure du lâcher tourbillonnaire en régime sous-critique). Szepessy et Bearman [188] démontrent par ailleurs une forte corrélation entre l'amplitude des fluctuations du coefficient de portance et la valeur moyenne du coefficient de traînée. Les plus grandes amplitudes de fluctuation du coefficient de portance sont associées à un lâcher tourbillonnaire plus intense et donc à un déficit de pression en aval plus important qui se traduit par une valeur moyenne plus importante pour la traînée. Ils notent aussi que plus le lâcher tourbillonnaire est intense, plus les tourbillons de l'allée de von Kármán naissent proches du barreau cylindrique.

Pour ce qui est des simulations numériques, nous mettons en avant les études de Tutar et Holdø [194] qui testent dans ce régime sous-critique diverses simulations RANS (avec divers modèles de turbulence) et LES (avec divers modèles de sous-maille). Ils montrent notamment l'importance du modèle de turbulence en observant que les résultats LES sont de meilleure qualité que les résultats RANS avec un modèle de turbulence supérieur, eux même meilleurs qu'une simulation RANS avec un modèle de turbulence standard. Dans le même esprit, Doolan [52] étudie l'impact des modèles de sous-maille, du maillage et des schémas de résolution spatiale dans des simulations LES. Il observe une importance notable de ces paramètres sur les résultats. En revanche, Breuer [26] ne remarque pas systématiquement d'amélioration des résultats sur des maillages plus raffinés. Il note que le coût élevé des simulations LES pour les configurations à haut nombre de Reynolds rend difficile l' évaluation de l'indépendance des résultats au maillage utilisé.

Dans le chapitre 2, nous allons détailler les méthodes numériques mises en œuvre durant cette thèse. Leur application dans la configuration test du barreau en régime sous-critique sera présentée dans le chapitre 3. Et enfin, dans le chapitre 4, nous appliquerons ces méthodes numériques à l'étude de l'écoulement de jeu en turbomachine.

Chapitre 2

Méthodes numériques

2.1 Équations du mouvement et fermeture du système

2.1.1 Les équations de Navier-Stokes sous forme conservative

Les écoulements des fluides Newtoniens sont régis par les équations de Navier-Stokes compressibles instationnaires qui expriment la conservation de la masse, de la quantité de mouvement et de l'énergie. En considérant qu'il n'y a pas de force volumique extérieure ou de source de chaleur externe, elles s'écrivent de manière générale (avec sommation sur les indices répétés) :

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial (\rho u_i)}{\partial x_i} = 0 \tag{2.1}$$

$$\forall i \in [\![1,3]\!] \ : \qquad \frac{\partial (\rho u_i)}{\partial t} + \frac{\partial (\rho u_i u_j)}{\partial x_j} = -\frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j} \tag{2.2}$$

$$\frac{\partial (\rho e_t)}{\partial t} + \frac{\partial (\rho u_i e_t)}{\partial x_i} = -\frac{\partial (u_i p)}{\partial x_i} + \frac{\partial (u_i \tau_{ij})}{\partial x_j} - \frac{\partial q_i}{\partial x_i} \tag{2.3}$$

Les variables primitives sont la masse volumique du fluide ρ, le champ de vitesse $\vec{u}$ et l'énergie totale cinétique et interne e_t. La pression est notée p. Dans les équations 2.1, 2.2 et 2.3, apparaissent les variables sous forme conservative : ρ, ρu_i et ρe_t.

τ_{ij} est le tenseur des contraintes visqueuses et q_i les composantes du vecteur flux de chaleur ; $i, j \in [\![1,3]\!]$ correspondent aux trois directions de l'espace (x, y, z).

Le fluide est supposé Newtonien, la partie visqueuse du tenseur des contraintes ne dépend que du tenseur des vitesses de déformation S_{ij}, et ceci, de façon linéaire et isotrope :

$$\tau_{ij} = 2\mu S_{ij} + \lambda \delta_{ij} \frac{\partial u_k}{\partial x_k} \tag{2.4}$$

$$S_{ij} = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \tag{2.5}$$

où μ et λ sont les deux coefficients de viscosité du fluide, appelés respectivement la viscosité dynamique et le second coefficient de viscosité (analogues à ceux de Lamé en élasticité linéaire).

L'hypothèse de Stokes (égalité entre la pression mécanique et thermodynamique) implique :

$$2\mu + 3\lambda = 0 \tag{2.6}$$

Pour un fluide en équilibre thermodynamique local, le tenseur des containtes visqueuses s'écrit alors :

$$\tau_{ij} = \mu\sigma_{ij} = 2\mu S_{ij} - \frac{2}{3}\mu\delta_{ij}\frac{\partial u_k}{\partial x_k} \tag{2.7}$$

On néglige le transport d'énergie par diffusion moléculaire et par transfert radiatif. Le flux de chaleur s'exprime alors par la loi de Fourier :

$$q_i = -\kappa\frac{\partial T}{\partial x_i} \tag{2.8}$$

où T est la température ; et κ est le coefficient de conductivité thermique.

Le nombre de Prandtl, défini par :

$$Pr = \frac{\mu c_p}{\kappa} \tag{2.9}$$

relie κ à μ et c_p, le coefficient de chaleur spécifique à pression constante.

Le fluide considéré est de l'air proche des conditions normales de température et de pression ($T = 273.15\ K$; $P = 10^5\ Pa$). Nous considérons qu'en respect de l'hypothèse des gaz parfaits, l'équation d'état qui relie la pression aux autres variables thermodynamiques est :

$$p = \rho RT \tag{2.10}$$

où R est la constante des gaz parfaits.

L'énergie interne e s'écrit :

$$e = c_v T = \frac{1}{\gamma - 1}\frac{p}{\rho} \tag{2.11}$$

avec c_v le coefficient de chaleur spécifique à volume constant.

On peut relier le coefficient de chaleur spécifique à pression constante à celui à volume constant grâce à la relation suivante :

$$c_p = \gamma c_v = \frac{\gamma r}{\gamma - 1} \quad , \quad c_v = \frac{r}{\gamma - 1} \tag{2.12}$$

avec $r = 287\ J.kg^{-1}.K^{-1}$ la constante spécifique de l'air (reliée à la constante des gaz parfaits R par $r = R/M_{air}$, avec M_{air} la masse molaire de l'air) et γ le rapport des coefficients de chaleur spécifique (pour de l'air supposé diatomique $\gamma = 1.4$ aux alentours des conditions normales de température et pression).

Tous les cas considérés durant ces travaux de thèse sont à faible nombre de Mach et à température et pression proches des conditions normales. Nous considérons donc pour la suite que c_p, c_v, R, γ, Pr, μ et λ sont constants.

Enfin, l'énergie totale e_t est reliée à l'énergie interne par :

$$e_t = e + \frac{1}{2}u_i^2 \tag{2.13}$$

Cette dernière équation permet de fermer le système de Navier-Stokes en un système de cinq équations dont les cinq inconnues sont les variables conservatives ρ, ρu_i et ρe_t.

2.1.2 Les méthodes numériques de modélisation de la turbulence

Mis à part quelques rares cas académiques très simples, il n'est pas possible de résoudre analytiquement un tel système d'équations aux dérivées partielles en temps et en espace. La méthodologie usuelle consiste d'abord à discrétiser le problème en espace : les variables ne sont pas résolues (spatialement) dans un espace continu mais sur un ensemble discret et fini de points (maillage) ; elles sont alors évaluées en résolvant les équations aux dérivées ordinaires en temps considérées grâce à des algorithmes appropriés. Deux importantes dimensions spatiales apparaissent alors : une dimension caractéristique du domaine d'intégration considéré, L, et la distance entre deux points de maillage, Δ.

Selon la théorie de l'échantillonnage de Nyquist–Shannon [171, 172], ces deux dimensions introduisent chacune un filtrage de l'écoulement simulé. Aucun mode de longueur d'onde supérieure à L ne peut être capturé ; similairement, le pas de maillage Δ doit être suffisamment faible pour permettre de capturer les plus petites longueurs d'ondes de l'écoulement, λ_{min}. En considérant le cas simple où le maillage est uniforme cette condition s'exprime simplement :

$$\lambda_{min} \geq 2\Delta \tag{2.14}$$

La présence d'une taille maximale des échelles de l'écoulement résolues est un premier critère à prendre en compte lors de l'élaboration du maillage : il faut considérer un domaine suffisamment grand pour capturer les plus grande structures de l'écoulement

(souvent liées à la géométrie).

En revanche, la limite inférieure des structures capturées par un tel maillage est un problème qui peut être plus complexe. En effet, depuis les travaux de Reynolds [162], il a été mis en évidence l'existence de deux régimes d'écoulement pouvant être distingués par la valeur du nombre de Reynolds ($Re = \frac{\rho U L}{\mu}$ avec respectivement U et ρ une vitesse et une masse volumique caractéristique de l'écoulement)[180, 196] : un régime laminaire lorsque Re est faible, un régime turbulent lorsque Re est élevé.Lors d'un écoulement turbulent, le spectre spatial (et temporel) de toutes les variables participant aux équations de Navier-Stokes, est continu depuis les plus grandes échelles de l'écoulement jusqu'aux plus petites (où a lieu la dissipation visqueuse). Ces plus grandes structures sont caractérisées par un important nombre de Reynolds, elles ne sont donc pas sujettes à la dissipation visqueuse. En revanche, elles sont instables et se désagrègent en de plus petites structures. Ces grosses structures ont une énergie de l'ordre de U^2, et un temps caractéristique $\tau = L/U$. On peut donc évaluer que le transfert d'énergie de ces grosses structures vers les plus petites est de l'ordre de $U^2/\tau = U^3/L$.

L'hypothèse centrale de la théorie de la turbulence [156] est que, en régime établi, le transfert de l'énergie cinétique turbulente est uniforme pour tout nombre d'onde et est égal au taux de la dissipation visqueuse d'énergie cinétique turbulente aux plus petites échelles noté ϵ. On peut donc écrire :

$$\epsilon \sim U^3/L \tag{2.15}$$

La première hypothèse de similarité de Kolmogorov [156] consiste à supposer que, pour tout écoulement turbulent, lorsque le nombre de Reynolds est suffisamment élevé, les statistiques des plus petites échelles de la turbulence ont un comportement universel qui n'est déterminé que par la donnée de $\nu = \mu/\rho$ la viscosité cinématique, et ϵ le taux de dissipation de l'énergie cinétique turbulente.

On considère habituellement [119] que ce comportement universel est atteint aux alentours de l'échelle de dissipation de Kolmogorov[116] :

$$\eta = \nu^{3/4}\epsilon^{-1/4} \tag{2.16}$$

D'autre part, on peut associer à cette échelle de dissipation de Kolmogorov une vitesse caractéristique, u_η, par la relation :

$$u_\eta = (\epsilon\nu)^{1/4} \tag{2.17}$$

et un temps caractéristique τ définit par :

$$\tau_\eta = (\nu/\epsilon)^{1/2} \tag{2.18}$$

En combinant les équations 2.15 et 2.16, on obtient le rapport suivant entre les longueurs caractéristiques L et η :

$$\frac{L}{\eta} \sim \left(\frac{UL}{\nu}\right)^{3/4} = Re_L^{3/4} \tag{2.19}$$

où apparaît Re_L le nombre de Reynolds basé sur les échelles les plus grandes de l'écoulement.

Ainsi, pour résoudre totalement l'écoulement (avec toutes ses échelles turbulentes), le maillage nécessite d'avoir un nombre de points de l'ordre de $N \sim \frac{L}{\Delta} \sim \frac{L}{\lambda_{min}} \sim \frac{L}{\eta}$ dans chaque direction de l'espace. Soit, dans un cas tridimensionnel, un total de l'ordre de grandeur de : $N_{3D} \sim \left(\frac{L}{\eta}\right)^3 \sim Re_L^{9/4}$.

Les simulations résolvant l'ensemble des échelles de l'écoulement, depuis les plus grandes structures de taille L jusqu'à l'échelle de dissipation visqueuse de Kolmogorov, sont appelées simulations numériques directes (DNS : Direct Numerical Simulation). Le coût de telles simulations augmentant très rapidement avec le nombre de Reynolds ($\sim Re^3$), elles sont en pratique réservées à des cas académiques à faible nombre de Reynolds. Quelques rares exceptions, telles que la simulation d'un cube périodique de turbulence sur le Earth Simulator au complet [204], ont cependant permis des DNS avec un nombre de Reynolds basé sur l'échelle de Taylor $Re_\lambda = 1217$ (soit $Re = O(10^6)$). Il est à noter que dans cette simulation, le schéma spectral utilisé pour la résolution spatiale interdit toute géométrie complexe.

Il est donc souvent nécessaire de restreindre les échelles résolues pour limiter le coût de calcul de simulations à haut nombre de Reynolds. Deux grandes familles de simulations permettent une telle économie en coût de calcul.

Les méthodes RANS (Reynolds-Averaged Navier-Stokes) visent à résoudre les équations de Navier-Stokes moyennées (selon une moyenne d'ensemble). L'effet de la turbulence sur l'écoulement moyen doit être modélisé. Ces méthodes sont très robustes mais sont peu adaptées à l'étude d'écoulements turbulents complexes (décollés, instationnaires, turbulence hors équilibre etc.).

À mi-chemin entre ces deux extrêmes, les méthodes de simulation aux grandes échelles (LES : Large-eddy simulation), résolvent les plus grosses échelles de la turbulence. Celles-ci sont très dépendantes de la géométrie et porteuses du plus gros de l'énergie cinétique turbulente. Les plus petites échelles de la turbulence, essentiellement dissipatives et isotropes, sont quant à elles modélisées. Cette approche permet d'utiliser un maillage moins dense qu'en DNS, adapté seulement à la résolution des plus grandes échelles.

La méthode numérique principalement employée durant ces travaux de thèse est cette dernière. L'ensemble des simulations réalisées durant ces travaux de thèse ont été effectuées avec le code de calcul *Turb'flow*[21] qui permet à la fois des simulations RANS et LES avec divers schéma spatiaux, d'avance en temps et divers modèles de turbulence. Dans la suite de ce chapitre vont donc être abordés plus en détail les contraintes liées à la LES, puis (brièvement) les schémas spatiaux et temporels utilisés.

2.1.3 Procédure de filtrage des équations de Navier-Stokes pour la LES

2.1.3.1 Définition du filtrage

Le système résolu étant non linéaire, la solution des équations discrètes n'est pas la solution filtrée à l'échelle du maillage des équations continues. En pratique, les résultats obtenus sont solutions d'un système un peu différent : un système d'équations filtrées. Dans cette section nous abordons ce problème pour établir le système résolu effectivement par l'approche discrète.

Dans le contexte de la LES, une variable $\phi(x)$ peut-être décomposée en une partie résolue $\overline{\phi(x)}$ et une partie non résolue $\phi'(x)$:

$$\phi = \overline{\phi} + \phi' \tag{2.20}$$

Le filtrage passe-haut $(\overline{\cdot})$ (sur les longueurs d'ondes) correspond mathématiquement, dans l'espace physique, à un produit de convolution :

$$\overline{\phi}(x,t) = \frac{1}{\Delta}\int_{\Omega} G(x-\xi,\Delta)\phi(\xi,t)\mathrm{d}^3\xi\,, \tag{2.21}$$

où Ω est le domaine de calcul et G est le noyau du filtre dont la longueur de coupure λ_c peut-être reliée au pas de maillage local nécessaire à la résolution : typiquement $\lambda_c = 2\Delta$ dans le cas simple d'un maillage régulier. Ce produit s'écrit symboliquement :

$$\overline{\phi} = G \star \phi \tag{2.22}$$

avec

$$\phi' = (1-G) \star \phi \tag{2.23}$$

Il est important de noter qu'un tel filtrage ne satisfait pas *a priori* les propriétés des opérateurs de Reynolds :

$$\overline{\overline{\phi}} = G^2 \star \phi \neq G \star \phi = \overline{\phi} \tag{2.24}$$

et

$$\overline{\phi'} = G \star (1-G) \star \phi \neq 0 \tag{2.25}$$

En revanche, ce filtrage doit satisfaire les trois propriétés suivantes pour être appliqué aux équations de Navier-Stokes :

– 1. Conservation des constantes :

$$\overline{a} = a \tag{2.26}$$

ce qui implique que :

$$\forall x \in \Omega \ : \qquad \frac{1}{\Delta}\int_{\Omega} G(\xi,\Delta)d^3\xi = 1 \tag{2.27}$$

– 2. Linéarité :

$$\overline{\phi+\psi} = \overline{\phi}+\overline{\psi} \tag{2.28}$$

– 3. Commutativité des opérateurs de dérivation :

$$\overline{\frac{\partial\phi}{\partial\eta}} = \frac{\partial\overline{\phi}}{\partial\eta} \quad , \quad \eta = x,y,z,t \tag{2.29}$$

Ce dernier point n'est en pratique pas vérifié mais admis.

Ce filtrage peut être la conséquence du maillage, mais il peut aussi être explicité afin de maîtriser son impact sur les équations.

2.1.3.2 Les équations de Navier-Stokes filtrées

L'application d'un filtre possédant les propriétés (2.26, 2.28, 2.29) aux équations de Navier-Stokes (2.1, 2.2 et 2.3), fait apparaître la décomposition en variables résolues et non résolues du produit de variables : $\overline{\rho u_i}$, $\overline{\rho e_t}$ et $\overline{\rho u_i u_j}$ entre autres. Cependant, les équations portent sur les variables découplées (filtrées) ρ, u_i et e_t. Afin de développer les termes couplés, on introduit la décomposition de Favre : $\widetilde{\phi} = \overline{\rho\phi}/\overline{\rho}$

On applique alors le filtrage spatial aux équations de conservation de la masse (2.1) et de la quantité de mouvement (2.2), et on obtient :

$$\frac{\partial\overline{\rho}}{\partial t} + \frac{\partial\overline{\rho}\widetilde{u_i}}{\partial x_i} = 0 \tag{2.30}$$

$$\frac{\partial\overline{\rho}\widetilde{u_i}}{\partial t} + \frac{\partial\overline{\rho}\widetilde{u_i}\widetilde{u_j}}{\partial x_j} = -\frac{\partial\overline{p}}{\partial x_i} + \frac{\partial\overline{\tau_{ij}}}{\partial x_j} + \frac{\partial\Pi_{ij}}{\partial x_j},\ i \in 1,2,3 \tag{2.31}$$

avec Π_{ij} le tenseur de sous-maille défini par :

$$\Pi_{ij} = \overline{\rho}\widetilde{u_i}\widetilde{u_j} - \overline{\rho u_i u_j} = -\overline{\rho}(\widetilde{u_i u_j} - \widetilde{u_i}\widetilde{u_j}) \tag{2.32}$$

Plusieurs formulations différentes des équations de la LES peuvent être obtenues selon la méthode utilisée pour filtrer l'équation de conservation de l'énergie. Dans [53,

54, 149] le filtre est appliqué directement à l'équation de conservation de l'énergie totale (eq. 2.3). Il est également possible de filtrer l'équation de conservation de l'énergie exprimée via la température (ou énergie interne), l'enthalpie, ou encore la pression, comme détaillé dans [64].

Nous filtrons ici directement l'équation de l'énergie totale :

$$\frac{\partial\overline{(\rho e_t)}}{\partial t} + \frac{\partial\overline{(\rho u_i e_t)}}{\partial x_i} = -\frac{\partial\overline{(u_i p)}}{\partial x_i} + \frac{\partial\overline{(u_i \tau_{ij})}}{\partial x_j} - \frac{\partial\overline{q_i}}{\partial x_i} \tag{2.33}$$

2.1.4 Approximations dans le système d'équations filtrées

Dans le cadre de cette étude, les faibles niveaux du nombre de Mach ($M < 0.3$) et les variations modérées de température permettent de supposer que la viscosité μ et la conductivité thermique κ sont constantes. Cela permet les approximations suivantes :

$$\frac{\partial\overline{\tau_{ij}}}{\partial x_j} = \frac{\partial\overline{\mu\sigma_{ij}}}{\partial x_j} \simeq \overline{\mu}\frac{\partial\widetilde{\sigma_{ij}}}{\partial x_j} \tag{2.34}$$

$$\overline{q_i} = -\overline{\kappa\frac{\partial T}{\partial x_i}} \simeq -\overline{\kappa}\frac{\partial\widetilde{T}}{\partial x_i} \tag{2.35}$$

Plusieurs termes non-linéaires apparaissent dans l'équation de l'énergie totale filtrée et il convient de faire quelques hypothèses afin de permettre la fermeture du système.

Similairement à Gamet [62] et Moin *et al.* [136] les termes non linéaires de pression-vitesse et de dissipation visqueuse sont simplifiés. Nous supposons que les contributions sous-maille du terme visqueux peuvent être négligées car très faibles [149] :

$$\overline{\tau_{ij}u_i} \simeq \widetilde{\tau_{ij}}\widetilde{u_i} \tag{2.36}$$

Et le terme de pression-vitesse $\overline{u_i p}$ est approximé :

$$\overline{u_i p} \simeq \widetilde{u_i}\overline{p} \tag{2.37}$$

Afin de traiter le terme $\overline{\rho e_t u_i}$, nous le décomposons en faisant apparaître l'énergie interne e :

$$\overline{\rho e_t u_i} = \overline{\rho e u_i} + \overline{\rho u_i u_j^2} \tag{2.38}$$

Le terme faisant apparaître l'énergie interne est exprimé :

$$\overline{\rho e u_i} = \overline{\rho}\widetilde{e}\widetilde{u_i} + Q_i \tag{2.39}$$

avec Q_i le flux de chaleur de sous-maille défini par :

$$Q_i = \overline{\rho e u_i} - \overline{\rho}\widetilde{e}\widetilde{u_i} = \overline{\rho} c_v(\widetilde{Tu_i} - \widetilde{T}\widetilde{u_i}) \tag{2.40}$$

Le dernier terme à traiter est $\overline{\rho u_i u_j^2}$. En négligeant certaines tensions [149] on l'approxime par :

$$\overline{\rho u_i u_j^2} = \overline{\rho}\widetilde{u_i}\widetilde{u_j}^2 - \Pi_{ij}\widetilde{u_i} \tag{2.41}$$

Il ne reste à présent plus que deux termes à déterminer pour fermer complètement le système et permettre sa résolution : le tenseur de sous-maille Π_{ij} et le flux de chaleur de sous-maille Q_i. Ces deux termes doivent être pris en compte car ils contiennent l'impact des échelles non résolues sur les échelles résolues et ont donc une importance significative dans la qualité d'une simulation aux grandes échelles : comme le note Lesieur [123], cette modélisation est un des aspects les plus critiques des simulations aux grandes échelles. De nombreux modèles existent et le choix de celui-ci peut jouer grandement sur les résultats d'une simulation [168]. Nous allons nous pencher, dans la section suivante, sur les différentes façons d'aborder cette modélisation, présenter certains de ces modèles, puis détailler le modèle développé et utilisé dans les simulations effectuées durant cette thèse.

2.2 Modélisation de sous-maille

2.2.1 Physique et choix de modélisation

2.2.1.1 Familles fonctionnelle et structurelle de modélisations

La fermeture des équations pour la LES des écoulements compressibles requiert la modélisation de deux termes présentés dans la section précédente :

- le tenseur de sous-maille $\Pi_{ij} = -\overline{\rho}\left(\widetilde{u_i u_j} - \widetilde{u_i}\widetilde{u_j}\right)$
- le flux de chaleur de sous-maille $Q_i = -\overline{\rho} c_v \left(\widetilde{T u_i} - \widetilde{T}\widetilde{u_i}\right)$

Sagaut[168] met en avant deux grandes familles de modèles de sous-maille qui se distinguent dans leur manière de modéliser le tenseur Π_{ij} :

- Une première famille, dite "modélisation structurelle", évalue le tenseur Π_{ij} comme une fonction des u_i reconstruits (typiquement par inversion de l'opération de filtrage) à partir des $\widetilde{u_i}$. Ces modèles nécessitent une certaine connaissance des petites échelles pour pouvoir reconstruire les informations souhaitées. L'une des deux hypothèses suivantes est alors requise. Soit les petites échelles de l'écoulement ont un comportement relativement universel pour qu'elles soient décorrélées des échelles résolues, soit il existe une très forte corrélation entre les structures à différentes échelles spatiales afin qu'on puisse considérer que le comportement

des structures de sous-maille soit déduit des échelles résolues. Des exemples de tels modèles peuvent être trouvés dans les références appropriées du livre de Sagaut [168].

– La seconde famille, dite "modélisation fonctionnelle", met l'accent sur l'impact des échelles de sous-maille sur les échelles résolues. Elles modélisent directement l'interaction qu'ont ces échelles, et nécessitent donc une connaissance de la nature de cette interaction.

Les méthodes de modélisation fonctionnelle présentent un intérêt particulier ; elles découlent directement de considérations physiques et non de reconstructions mathématiques. Ainsi, ce sont elles que nous allons considérer pour la suite.

2.2.1.2 La physique derrière ces modèles

La physique turbulente est classiquement appréhendée en introduisant le spectre schématique présenté en figure 2.1, qui décrit la répartition moyenne d'énergie cinétique en fonction du nombre d'onde.

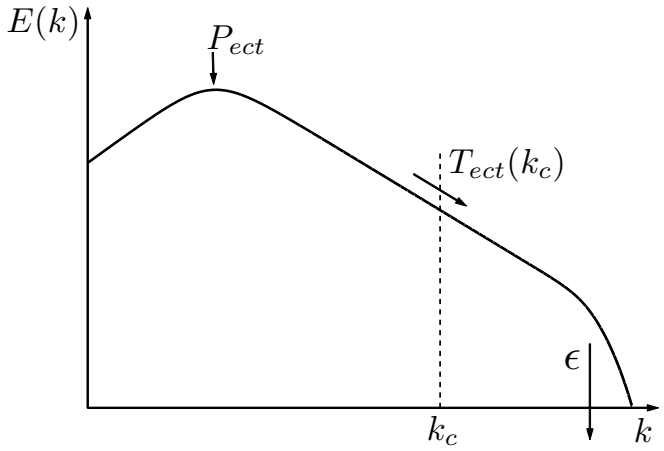


FIG. 2.1 – Spectre schématique de la distribution moyenne d'énergie cinétique turbulente, en fonction du nombre d'onde. k_c : nombre d'onde de séparation entre échelles résolues et non résolues ($k > k_c$) de la LES

Depuis la première description par Richardson [163] de la cascade d'énergie, il est admis que le phénomène dominant de la turbulence est un transfert de l'énergie cinétique des plus grosses structures jusqu'aux plus petites. Les plus grandes échelles, les plus énergétiques, sont alimentées en énergie par le champ moyen ou des instabilités à

un taux P_{ect}. Les plus petites échelles concentrent elles la dissipation visqueuse ϵ. Dans une configuration stationnaire (statistiquement parlant), l'énergie cinétique turbulente reste constante. Ainsi, la production moyenne d'énergie cinétique turbulente, P_{ect}, doit être égale au transfert moyen d'énergie par la cascade à travers le nombre d'onde k_c (dans le schéma 2.1, il correspond au transfert entre échelles résolues vers les échelles non résolues pour lesquelles $k > k_c$), lui même égal aux taux moyen de dissipation visqueuse ϵ aux petites échelles.

Dans le cadre de la simulation des grandes échelles (LES), l'objectif est de décrire les échelles fortement énergétiques à petit nombre d'onde ($k < k_c$), en modélisant les plus petites échelles ($k > k_c$)

Il est important de noter que le transfert instantané d'énergie cinétique turbulente entre les échelles résolues et non résolues $T_{ect}(k_c)$ est en réalité à double sens et peut se décomposer de la sorte :

$$T_{ect}(k_c) = T^{+}_{ect}(k_c) + T^{-}_{ect}(k_c) \tag{2.42}$$

avec $T^{+}_{ect}(k_c)$ le transfert direct d'énergie des structures de nombre d'onde plus faible que k_c vers celles de nombre d'onde supérieur à k_c. À l'inverse, $T^{-}_{ect}(k_c)$ représente le transfert inverse d'énergie, dit *backscatter*. Ce terme de transfert inverse est dépendant du filtre appliqué aux équations de Navier-Stokes, mais reste en général très faible[124]. En pratique, la plupart des modèles de sous-maille négligent ce terme, ce qui permet d'écrire :

$$P_{ect} = T^{+}_{ect}(k_c) = T_{ect}(k_c) = \epsilon \tag{2.43}$$

La modélisation du tenseur de sous-maille revient donc à traduire ce transfert d'énergie $T_{ect}(k_c)$. L'hypothèse classique consiste à supposer que ce transfert est similaire à une diffusion moléculaire visqueuse. On considère donc que la turbulence de sous-maille a un effet dissipatif qui peut être représenté sous la forme d'une viscosité ν_{sm}, dite de sous-maille, qui est liée aux propriétés locales de l'écoulement et non aux propriétés du fluide.

2.2.1.3 Modélisation du tenseur de sous-maille

Il convient ici, de développer le tenseur de sous-maille sous la forme suivante :

$$\Pi_{ij} = \underbrace{\Pi_{ij} - \frac{1}{3}\delta_{ij}\Pi_{kk}}_{\Pi^{(D)}_{ij}} + \underbrace{\frac{1}{3}\delta_{ij}\Pi_{kk}}_{\Pi^{(I)}_{ij}} \tag{2.44}$$

avec $\Pi^{(D)}_{ij}$ la partie déviatrice du tenseur des contraintes de sous-maille et $\Pi^{(I)}_{ij}$ sa partie isotrope.

Une formulation de type Boussinesq[23] peut alors être utilisée pour modéliser $\Pi_{ij}^{(D)}$:

$$\Pi ij^{(D)} = \mu_{sm}\widetilde{\sigma_{ij}} = \mu_{sm}\left(\frac{\partial\widetilde{u_i}}{\partial x_j} + \frac{\partial\widetilde{u_j}}{\partial x_i} - \frac{2}{3}\delta_{ij}\frac{\partial\widetilde{u_k}}{\partial x_k}\right) \tag{2.45}$$

Il existe deux approches principales pour traiter le terme isotrope du tenseur de sous-maille $\Pi_{ij}^{(I)}$:

– Le modéliser, comme proposé par Yoshizawa[206], Speziale *et al.* [182] ou encore Erlebacher *et al.* [57]. Par exemple, le modèle proposé par Yoshizawa est défini de la sorte :

$$\Pi_{ij}^{(I)} = \frac{1}{3}\delta_{ij}\Pi_{kk} = -\frac{2}{3}\overline{\rho}C_I\Delta_c^2|\widetilde{S}|^2\delta_{ij} \tag{2.46}$$

avec

$$|\widetilde{S}| = \sqrt{2\widetilde{S_{ij}}\widetilde{S_{ij}}} \tag{2.47}$$

et Δ_c, une dimension caractéristique de la taille locale du maillage.

– Ou bien, le négliger comme dans Ducros *et al.* [55], en considérant la justification d'Erlebacher *et al.* [57] qui réécrivent $\Pi_{kk} = \gamma M_{sm}^2\overline{p}$, où M_{sm} est le nombre de Mach de sous-maille. Ceci montre que $\Pi_{ij}^{(I)}$ peut être négligé devant la pression lorsque M_{sm} est petit (typiquement : $M_{sm} < 0.3$, classiquement vérifié en écoulements subsoniques ou transsoniques). C'est cette seconde solution qui est retenue dans notre cas, car l'ensemble des simulations présentées dans ce mémoire sont faites à nombre de Mach modéré.

La modélisation de Π_{ij} dépend donc, à présent, entièrement d'une viscosité dite de sous-maille représentant le transfert d'énergie entre les échelles résolues et les échelles de sous-maille sous la forme d'une diffusion visqueuse.

2.2.1.4 Modélisation du flux de chaleur de sous-maille

Le dernier terme qu'il reste à modéliser apparaît dans l'équation de l'énergie totale filtrée (eq. 2.33) sous la forme d'un flux de chaleur de sous-maille : Q_i.

Batchelor [11] émit le premier l'hypothèse que l'impact d'une turbulence homogène isotrope (telle que nous la supposons à l'échelle de sous-maille) pouvait se modéliser comme un phénomène de diffusion semblable à la diffusion thermique. Une hypothèse similaire fut appliquée par Daly & Harlow [48] pour calculer la diffusion de scalaires passifs sous l'impact d'une turbulence homogène et statistiquement stationnaire.

Ainsi, la méthode la plus courante pour modéliser le flux de chaleur de sous-maille est d'introduire une conductivité thermique de sous-maille κ_{sm}. Cette hypothèse se retranscrit de la façon suivante :

$$Q_i = -\kappa_{sm}\frac{\partial \widetilde{T}}{\partial x} = -\frac{\mu_{sm}c_p}{Pr_{sm}} \times \frac{\partial \widetilde{T}}{\partial x_i} \tag{2.48}$$

où Pr_{sm} désigne un nombre de Prandtl de sous-maille.

Dans certaines applications, où la convection thermique est un phénomène dominant, ce modèle apparaît trop rudimentaire comme détaillé dans Wang *et al.* [197]. Cependant, les simulations présentées dans ce mémoire sont très faiblement compressibles et l'influence du flux de chaleur de sous-maille sera minime. Ce modèle est donc satisfaisant.

Pour des écoulements turbulents d'air, la valeur du nombre de Prandtl turbulent est de l'ordre de grandeur de l'unité[156]. Ducros *et al.*proposent la valeur de $Pr_{sm} = 0.6$, calibrée en turbulence homogène isotrope. Bhaskaran [13] recommande des valeurs entre 0.5 et 1. Et enfin, Gourdain *et al.*[77] utilisent une valeur de 0.9. Nous utiliserons $Pr_{sm} = 0.9$.

Nous disposons à présent de modèles pour le tenseur de sous-maille et pour le flux de chaleur de sous-maille. Ceci nous permet de réécrire le système sous la forme suivante :

$$\begin{gathered}
\frac{\partial \overline{\rho}}{\partial t} + \frac{\partial \overline{\rho}\widetilde{u_i}}{\partial x_i} = 0 \\
\frac{\partial \overline{\rho}\widetilde{u_i}}{\partial t} + \frac{\partial \overline{\rho}\widetilde{u_i}\widetilde{u_j}}{\partial x_j} = -\frac{\partial \overline{p}}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j}\left[(\overline{\mu} + \mu_{sm})\widetilde{\sigma_{ij}}\right], \; i \in 1,2,3 \\
\frac{\partial \overline{\rho}\widehat{e_t}}{\partial t} + \frac{\partial\left[(\overline{\rho}\widehat{e_t} + \overline{p})\widetilde{u_i}\right]}{\partial x_i} = \frac{\partial\left[(\overline{\mu} + \mu_{sm})\widetilde{\sigma_{ij}}\widetilde{u_i}\right]}{\partial x_j} + \frac{\partial}{\partial x_i}\left[\left(\widetilde{\kappa} + \frac{\mu_{sm}c_p}{Pr_{sm}}\right)\frac{\partial \widetilde{T}}{\partial x_i}\right]
\end{gathered} \tag{2.49}$$

Reste à évaluer la viscosité de sous-maille μ_{sm}, dont la modélisation va être discutée dans la section 2.2.2. En pratique, la modélisation de la viscosité de sous-maille évalue ν_{sm} plutôt que μ_{sm} : $\mu_{sm} = \overline{\rho}\nu_{sm}$

2.2.2 Modélisation de la viscosité de sous-maille

Il existe trois manières principales d'aborder la modélisation de la viscosité de sous-maille, selon les paramètres utilisés pour l'évaluer :

– Une première approche est d'évaluer la viscosité de sous-maille comme une fonction des échelles résolues (exemple : modèle de Smagorinsky),

– Une seconde façon, est basée sur l'estimation de l'énergie cinétique turbulente au nombre d'onde de coupure (exemple : modèles basés sur les méthodes de fonction de structure),
– La dernière méthode est basée directement sur les échelles de sous-maille permet théoriquement la description la plus physique[168] (comme le modèle de Yoshizawa[207, 208] entre autres).

Quatre modèles sont présentés ci-après. Dans un premier temps, trois modèles bien connus sont abordés : la modèle de Smagorinsky[175] (SM), le modèle de Fonction Structure Filtrée (FSF)[54] et le modèle de Smagorinsky dynamique[66] (SMD). Les modèles SM et FSF ont été utilisés au cours de cette thèse. En revanche, le modèle SMD n'a pas été utilisé, mais de nombreuses références y sont faites au cours de ce mémoire. Sa présentation est donc d'intérêt bibliographique.

2.2.2.1 Le modèle de Smagorinsky

Le modèle de Smagorinsky a été développé pour les premières LES appliquées aux calculs météorologiques[175]. Il est le plus souvent local en espace et se construit à partir d'une analyse dimensionelle similaire à l'hypothèse de longueur de mélange de Prandtl [157] :

$$\nu_{sm} \propto \frac{longueur^2}{temps} \tag{2.50}$$

Ainsi, le modèle de Smagorinsky propose :

$$\nu_{sm} = (C_S \Delta)^2 \, |\widetilde{S}| \tag{2.51}$$

où $|\widetilde{S}| = \sqrt{2\widetilde{S_{ij}}\widetilde{S_{ij}}}$ est le cisaillement local (du champ résolu), $\Delta = \sqrt{\Delta_i \Delta_j \Delta_k}$ la dimension (locale) du maillage et C_S la constante de Smagorinsky.

Diverses équations permettent d'évaluer la valeur (constante en temps et en espace) de C_S. Mais en pratique, cette valeur doit être ajustée pour améliorer les résultats. Selon les simulations, C_S peut varier entre 0.1 pour des simulations de canal plan [50] ou autres cas présentant un cisaillement moyen de l'écoulement, et 0.2 pour des simulations de turbulence homogène isotrope[43]. Ces variations de la valeur de C_S s'expliquent très simplement : la présence d'un cisaillement moyen (via une couche limite par exemple), se traduit par une valeur élevée de $|\widetilde{S}|$ qui ne correspond pas à de la turbulence à proprement parler. Ainsi, réduire C_S permet de contrebalancer les valeurs élevées de $|\widetilde{S}|$ proche des parois [50]. Il est à noter que bien que le modèle soit local, la dissipation visqueuse appliquée est alors cohérente sur l'ensemble du domaine simulé mais n'est pas contrôlée précisément localement.

2.2.2.2 Le modèle de Smagorinsky Dynamique

Afin de corriger les problèmes du modèle de Smagorinsky, Germano *et al.* [66] proposent une méthodologie dynamique permettant d'évaluer la constante de Smagorinsky comme une fonction du temps et de l'espace ($C_S \Rightarrow C_d(\mathbf{x}, t)$). Notamment, en régions cisaillées, la valeur de $C_s(\mathbf{x}, t)$ diminue pour réduire l'impact des fortes valeurs de $|\widetilde{S}|$.

Ce modèle s'appuie sur un second filtrage dit "filtrage test", que l'on notera ici ($\widehat{\ }$), de nombre d'onde de coupure k_{test} inférieur au nombre d'onde de coupure du maillage k_c. On peut alors écrire deux tenseurs de sous-maille distincts :

$$\Pi_{ij} = \frac{\overline{\rho u_i}\,\overline{\rho u_j}}{\overline{\rho}} - \overline{\rho u_i u_j} \tag{2.52}$$

$$\Pi_{ij}^{test} = \frac{\widehat{\overline{\rho u_i}}\,\widehat{\overline{\rho u_j}}}{\widehat{\overline{\rho}}} - \widehat{\overline{\rho u_i u_j}} \tag{2.53}$$

Dans la seconde équation, on note que chaque variable est filtrée deux fois, une première fois par le maillage, puis une seconde fois par le filtre test.

On peut alors écrire l'identité de Germano :

$$L_{ij} = \Pi_{ij}^{test} - \widehat{\Pi_{ij}} = \frac{\widehat{\overline{\rho u_i}}\,\widehat{\overline{\rho u_j}}}{\widehat{\overline{\rho}}} - \widehat{\left(\frac{\overline{\rho u_i}\,\overline{\rho u_j}}{\overline{\rho}}\right)} \tag{2.54}$$

On suppose à présent que la même constante C_d peut s'appliquer aux deux niveaux de filtrage (on considère une invariance d'échelle, ce qui est très proche de la réalité si les deux filtres ont leur nombre d'onde de coupure dans la zone inertielle). On modélise ensuite les deux tenseurs de sous-maille selon le modèle de Smagorinsky (Eq. 2.51) :

$$\Pi_{ij}^{(D)} = \Pi_{ij} - \frac{1}{3}\delta_{ij}\Pi_{kk} = C_d\alpha_{ij} \qquad \left(= C_d\Delta^2|\widetilde{S}|\widetilde{\sigma_{ij}}\right) \tag{2.55}$$

$$\Pi_{ij}^{(D)\ test} = \Pi_{ij}^{test} - \frac{1}{3}\delta_{ij}\Pi_{kk}^{test} = C_d\beta_{ij} \qquad \left(= C_d\Delta_{test}^2|\widehat{\widetilde{S}}|\widehat{\widetilde{\sigma_{ij}}}\right) \tag{2.56}$$

On remplace dans l'équation 2.54 les termes évalués dans les équations 2.55 et 2.56 :

$$L_{ij}^{(D)} = L_{ij} - \frac{1}{3}\delta_{ij}L_{ij} = C_d\beta_{ij} - \widehat{C_d\alpha_{ij}} \simeq C_d\beta_{ij} - C_d\widehat{\alpha_{ij}} \tag{2.57}$$

Connaissant L_{ij}, α_{ij} et β_{ij} par la simulation, l'équation 2.57 donne six conditions sur C_d. Ces six conditions ne peuvent pas être remplies simultanément, en pratique le choix de C_d est un problème d'optimisation où il faut minimiser l'erreur dans le choix de sa valeur vis-à-vis de chaque équation. Lilly[126] propose par exemple une méthode des moindre-carrés qui donne :

$$C_d = \frac{(\beta_{ij} - \widehat{\alpha_{ij}})L_{ij}^{(D)}}{(\beta_{ij} - \widehat{\alpha_{ij}})(\beta_{kl} - \widehat{\alpha_{kl}})} \tag{2.58}$$

Cette méthode peut résulter en des valeurs négatives du coefficient C_d, ce qui rend la simulation instable. Il faut donc appliquer une des deux méthodes suivantes pour rendre la méthode viable : soit appliquer une saturation des valeurs, soit utiliser des moyennes dans des directions homogènes, en temps ou localement en espace.

2.2.2.3 Le modèle de Fonction Structure Filtrée (FSF)

Contrairement aux deux modèles précédents, basés sur les échelles résolues de l'écoulement, le modèle FSF se base sur une estimation de l'énergie cinétique turbulente au nombre d'onde de coupure du maillage $E(k_c)$. Le précurseur du modèle FSF est le modèle de Fonction Structure (FS)[143] dont la viscosité de sous-maille s'écrit :

$$\nu_{sm}^{FS} = \frac{2}{3} C_K^{-3/2} \left[\frac{E(k_c)}{k_c} \right]^{1/2} \tag{2.59}$$

où C_K est la constante de Kolmogorov et $E(k_c)$ l'énergie cinétique du champ de vitesse résolu au nombre d'onde de coupure du maillage k_c (local dans le cas de maillages non-uniformes).

La fonction de structure d'ordre 2 peut être reliée à l'énergie cinétique par la relation suivante :

$$F_2(\mathbf{x}, \Delta, t) = \langle ||u_i(\mathbf{x}+\mathbf{r}, t) - u(\mathbf{x}, t)||^2 \rangle_{||\mathbf{r}||=\Delta} = 4 \int_0^{k_c} E(k, t) \left[1 - \frac{sin\ k\Delta}{k\Delta} \right] \mathrm{d}k \tag{2.60}$$

La fonction de structure est en pratique calculée à l'aide des six points voisins :

$$\begin{aligned} F_2(\mathbf{x}, \Delta, t) = \frac{1}{6} \Big[& ||\mathbf{u}_{i+1,j,k} - \mathbf{u}_{i,j,k}||^2 + ||\mathbf{u}_{i-1,j,k} - \mathbf{u}_{i,j,k}||^2 \\ & ||\mathbf{u}_{i,j+1,k} - \mathbf{u}_{i,j,k}||^2 + ||\mathbf{u}_{i,j-1,k} - \mathbf{u}_{i,j,k}||^2 \\ & ||\mathbf{u}_{i,j,k+1} - \mathbf{u}_{i,j,k}||^2 + ||\mathbf{u}_{i,j,k-1} - \mathbf{u}_{i,j,k}||^2 \Big] \end{aligned} \tag{2.61}$$

Cette expression est valable dans le cas où le maillage est cartésien. En cas de maillage quelconque, les métriques interviennent. Cependant, dans *Turb'flow* on néglige l'impact des métriques, ce qui est valable si le taux de croissance des mailles, leur rapport d'aspect et sa déformation évoluent faiblement.

Après quelques calculs à partir des équations 2.59 et 2.60 on peut obtenir l'expression suivante pour ν_{sm} :

$$\nu_{sm}^{FS} \simeq 0.105\ C_K^{-3/2} \Delta \left[F_2(\mathbf{x}, \Delta, t) \right]^{1/2} \tag{2.62}$$

La particularité du modèle FSF par rapport au modèle FS est l'emploi d'un filtre sélectif passe-haut appliqué au champ de vitesse. Ceci permet d'éliminer les composantes à bas nombre d'onde (les grandes structures) de l'estimation de la fonction de

structure, car elles biaisent l'évaluation de $E(k_c)$.

En pratique, le filtre appliqué est un filtre Laplacien passe-haut de troisième ordre (appliqué récursivement trois fois) discrétisé par des différences finies d'ordre 2. On note l'itération n de filtrage du champ u :

$$\widehat{\mathbf{u}_{i,j,k}}^{(n)} \tag{2.63}$$

pour $n \geqslant 1$, avec

$$\widehat{\mathbf{u}_{i,j,k}}^{(0)} = \mathbf{u}_{i,j,k} \tag{2.64}$$

et

$$\begin{aligned}\widehat{\mathbf{u}_{i,j,k}}^{(n)} =& \widehat{\mathbf{u}_{i-1,j,k}}^{(n-1)} - 2\widehat{\mathbf{u}_{i,j,k}}^{(n-1)} + \widehat{\mathbf{u}_{i+1,j,k}}^{(n-1)} \\ &+ \widehat{\mathbf{u}_{i,j-1,k}}^{(n-1)} - 2\widehat{\mathbf{u}_{i,j,k}}^{(n-1)} + \widehat{\mathbf{u}_{i,j+1,k}}^{(n-1)} \\ &+ \widehat{\mathbf{u}_{i,j,k-1}}^{(n-1)} - 2\widehat{\mathbf{u}_{i,j,k}}^{(n-1)} + \widehat{\mathbf{u}_{i,j,k+1}}^{(n-1)}\end{aligned} \tag{2.65}$$

Dans ce cas, les calculs mènent à :

$$\nu_{sm}^{FSF} \simeq 0.0014\ C_K^{-3/2} \Delta \left[\widehat{F_2}^{(3)}(\mathbf{x}, \Delta, t)\right]^{1/2} \tag{2.66}$$

2.2.3 Le modèle SISM (shear-improved Smagorinsky model)

Le dernier modèle de viscosité de sous-maille que nous allons présenter est dénomé SISM pour *Shear-Improved Smagorinsky Model* (modèle de Smagorinsky amélioré pour tenir compte du cisaillement), développé initialement par Lévêque *et al.*[130]. Comme son nom l'indique, son objectif premier est de prendre en compte le cisaillement moyen pour corriger le modèle de Smagorinsky. Il est intéressant de noter que le SISM est construit à partir du modèle de Smagorinsky mais qu'il s'appuie aussi sur une démarche physique plus approfondie.

2.2.3.1 Flux de sous-maille d'un écoulement turbulent anisotrope

Nous considérons que l'écoulement étudié présente un cisaillement moyen. On suppose qu'il est possible de décomposer localement le champ de vitesse $u_i(\mathbf{x}, t)$ de la façon suivante :

$$u_i(\mathbf{x}, t) = u_i'(\mathbf{x}, t) + \frac{\partial U_i}{\partial x_j} x_j \tag{2.67}$$

où $U_i(\mathbf{x})$ est la vitesse moyenne de l'écoulement et $u_i'(\mathbf{x}, t)$ la vitesse fluctuante. On suppose aussi que localement le cisaillement peut être considéré comme constant, et que autour du point $\mathbf{x}$ le champ des $u_i'(\mathbf{x}, t)$ est homogène (au sens statistique).

Notons les incréments de vitesses entre un point $\mathbf{x}$ et un point $\mathbf{x}+\mathbf{r}$ de la façon suivante :

$$\delta u_i' = u_i'(\mathbf{x}+\mathbf{r}) - u_i'(\mathbf{x}) \tag{2.68}$$

$$\delta U_i = U_i(\mathbf{x}+\mathbf{r}) - U_i(\mathbf{x}) \tag{2.69}$$

En conditions incompressibles, Casciola *et al.* [39] et Danaila *et al.* [49] obtiennent alors l'équation (exacte) suivante :

$$\frac{\partial}{\partial r_k}\langle(\delta u_i')^2\delta u_k' + (\delta u_i')^2\delta U_k\rangle + 2\frac{\partial U_i}{\partial x_k}\langle\delta u_i'\delta u_k'\rangle = -4\overline{\epsilon} + 2\nu\frac{\partial^2}{\partial r_k^2}\langle(\delta u_i')^2\rangle \tag{2.70}$$

où ϵ représente le taux moyen de dissipation d'énergie cinétique turbulente et $\langle\ \rangle$, *a priori*, une moyenne d'ensemble. En pratique cette moyenne peut être une moyenne spatiale dans une (ou des) direction(s) homogène(s), ou bien une moyenne temporelle. Plus de détails sur ces considérations seront données dans la sous-section 2.2.4.

Enfin, on intègre cette équation sur une sphère centrée en $\mathbf{x}$ et de rayon r et on obtient l'équation de bilan d'énergie (à l'échelle r) suivante :

$$S_3^{tr}(r) + S_3^{pr}(r) = -4\overline{\epsilon}r + 2\nu\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}r}\left(\frac{1}{4\pi r^2}\oint_{\partial B_r}\langle(\delta u_i')^2\rangle\mathrm{d}S\right) \tag{2.71}$$

avec :

$$S_3^{tr}(r) = \frac{1}{4\pi r^2}\oint_{\partial B_r}\left(\langle(\delta u_i')^2\delta u_k'\rangle + \frac{\partial U_i}{\partial x_k}r_k\langle(\delta u_i')^2\rangle\right)\mathrm{d}S_i \tag{2.72}$$

$$S_3^{pr}(r) = \frac{1}{4\pi r^2}\int_{B_r} 2\frac{\partial U_i}{\partial x_k}\langle\delta u_i'\delta u_k'\rangle\mathrm{d}V \tag{2.73}$$

Lévêque *et al.* [130] analysent cette équation dans l'optique de la modélisation sous-maille LES, en posant que $r=\Delta$; ils identifient alors le terme $S_3^{tr}(\Delta)$ comme le transfert d'énergie cinétique turbulente des échelles résolues aux échelles de sous maille. Ainsi, le flux d'énergie de sous-maille s'exprime $S_3^{tr}(\Delta)/\Delta$.

Les approximations suivantes sont considérées :

$$\delta u'(\Delta) \simeq |\widetilde{S'}|\Delta \tag{2.74}$$

$$\delta U(\Delta) \simeq |\langle\widetilde{S}\rangle|\Delta \tag{2.75}$$

L'équation 2.72 traduit alors l'existence de deux termes en compétition dans le flux moyen de sous-maille, de l'ordre respectivement de : $\Delta^2\langle|\widetilde{S'}|^3\rangle$ et $\Delta^2|\langle\widetilde{S}\rangle|\langle|\widetilde{S'}|^2\rangle$

2.2.3.2 Comportement du SISM

Le modèle SISM propose l'expression suivante pour le calcul de la viscosité de sous-maille :

$$\nu_{sm} = (C_S\Delta)^2 \cdot \left(|\widetilde{S(\mathbf{x},t)}| - |\langle \widetilde{S(\mathbf{x},t)} \rangle| \right) \tag{2.76}$$

Tout d'abord, on remarque que dans les cas où $\widetilde{S(\mathbf{x},t)} = \langle \widetilde{S(\mathbf{x},t)} \rangle$, qui correspondent à des écoulements complètement stationnaires et donc laminaires, la viscosité de sous-maille s'annule.

À partir de la définition de la viscosité de sous-maille du SISM, on peut estimer le flux moyen d'énergie de sous-maille :

$$F_{sm} = -\langle \Pi_{ij} \widetilde{S_{ij}} \rangle = (C_S\Delta)^2 \left(\underbrace{\langle |\widetilde{S}|^3 \rangle}_{A} - \underbrace{|\langle \widetilde{S} \rangle| \langle |\widetilde{S}|^2 \rangle}_{B} \right) \tag{2.77}$$

On peut isoler deux régimes extrêmes pour ce flux selon le terme qui prédomine dans l'expression du flux :

– Si $|\widetilde{S'}| \gg |\langle \widetilde{S} \rangle|$, on peut alors négliger le cisaillement moyen dans les équations : le terme B est faible devant le terme A. Le flux de sous maille s'écrit donc :

$$F_{sm} \simeq (C_S\Delta)^2 \langle |\widetilde{S'}|^3 \rangle \tag{2.78}$$

ce qui est cohérent avec l'ordre de grandeur de la première contribution dans l'équation 2.72 : $F_{sm} \propto \Delta^2 \langle |\widetilde{S'}|^3 \rangle$. De plus, cette expression correspond exactement au modèle de Smagorinsky classique. Dans une telle configuration, les échelles de dimension proche de Δ transfèrent leur énergie cinétique turbulente via des interaction non-linéaires vers les échelles de sous maille, selon le mécanisme standard en turbulence homogène et isotrope.

– En revanche, lorsque le cisaillement moyen domine ($|\langle \widetilde{S} \rangle| \gg |\widetilde{S'}|$) ,si l'on considère $\langle |\widetilde{S}|^3 \rangle \simeq \langle |\widetilde{S}|^2 \rangle^{3/2}$, le flux de sous-maille peut s'écrire :

$$F_{sm} \simeq \frac{1}{2} (C_S\Delta)^2 |\langle \widetilde{S} \rangle| \langle |\widetilde{S'}|^2 \rangle \tag{2.79}$$

On retrouve alors un terme similaire à la seconde contribution dans l'équation 2.72 : $F_{sm} \propto \Delta^2 |\langle \widetilde{S} \rangle| \langle |\widetilde{S'}|^2 \rangle$. Dans ce cas là, le transfert de l'énergie cinétique turbulente vers les échelles sous-maille est régi principalement par le cisaillement moyen.

Ces développements, à partir des équations exactes, sur les cas extrêmes ci-dessus, constituent la justification du modèle SISM.

2.2.4 Algorithmes d'extraction de champ moyen

Le calcul de la viscosité de sous-maille par le modèle SISM (2.76) nécessite la connaissance du champ moyen. Dans les configurations à la géométrie simple, il est souvent possible de déterminer des directions de l'écoulement dans lesquelles la turbulence peut être considérée comme homogène, ce qui permet l'utilisation d'une moyenne spatiale dans ces directions.

$$\langle \phi(\mathbf{x},t) \rangle_{\mathbf{x_h}} = \frac{1}{N_h+1} \sum_{n=0}^{N_h} \phi(\mathbf{x} + n\,\Delta\mathbf{x_h}, t) \tag{2.80}$$

où l'on considère que la direction définie par le vecteur $\Delta\mathbf{x_h}$ est homogène statistiquement parlant. Si plus de deux directions sont homogènes, alors une double somme peut être employée.

De même, lorsque le calcul est statistiquement stationnaire, des moyennes en temps peuvent être utilisées :

$$\langle \phi(\mathbf{x},t) \rangle_{t} = \frac{1}{N_t+1} \sum_{n=0}^{N_t} \phi(\mathbf{x}, t - n\,\Delta t) \tag{2.81}$$

Une moyenne glissante est préconisée (i.e. maintenir N_t constant en cours de calcul) afin de ne baser la moyenne que sur les derniers instants, sans tenir compte des phases transitoires de convergence. Ceci autorise par ailleurs des modulations à basse fréquence du champ moyen.

Cependant, cette moyenne temporelle est fortement limitée par son coût numérique. Une telle procédure requiert de stocker N_t échantillons temporels, avec N_t suffisamment grand pour assurer la convergence de la moyenne. Les champs à stocker étant de plusieurs dizaines de millions de degrés de liberté en LES, ceci se traduit par un stockage mémoire très important, impossible à réaliser en pratique.

Un second problème survient dans le cas d'écoulements complexes et instationnaires, que l'instationnarité soit périodique (interactions rotor/stator en turbomachines) ou chaotique (comme cela peut arriver également en turbomachines [134]). Dans ces cas, les moyennes spatiales et temporelles peuvent être impossibles. Il est donc nécessaire de disposer d'une méthode plus générale qui puisse extraire le champ moyen et suivre son évolution dans le cas d'écoulements instationnaires (instabilités à grande échelle).

L'hypothèse centrale de l'approche développée durant ces travaux de thèse est que le champ moyen d'un écoulement instationnaire peut être assimilé aux composantes à

très basses fréquences. Le champ d'une variable ϕ se décompose alors sous la forme suivante :

$$\phi(t) = \langle\phi(t)\rangle_{f_c} + \phi'(t) \tag{2.82}$$

avec $\langle\phi(t)\rangle$ la composante à très basses fréquences, assimilée au champ moyen, et $\phi'(t)$ la composante restante, assimilée à la turbulence. La composante très basse fréquence contient donc le champ moyen et les plus grosses structures de l'écoulement. En effet, on attend de ces très grandes structures un impact similaire à celui du champ moyen. Cet aspect est évident dans des structures déterministes telles que le lâcher tourbillonnaire derrière un barreau cylindrique ; la très grande cohérence des allées de von Kármán provoque un important cisaillement de l'écoulement qui induit sur la turbulence un effet similaire à celui provoqué par une paroi et le cisaillement moyen dans sa couche limite.

Cette décomposition des échelles temporelles dépend du choix d'une fréquence de filtrage (ou coupure) f_c. D'un point du vue du traitement du signal, le choix de cette fréquence est autant complexe que crucial. En effet, il est nécessaire de déterminer *a priori* cette fréquence. Ce choix est aisé si le spectre du signal $\phi(t)$ a une séparation nette entre les hautes et les basses fréquences. Cependant, en écoulements turbulents, le spectre des variables présente systématiquement un aspect large-bande important et il n'y a que rarement une séparation évidente des échelles.

En pratique il est donc impossible de trouver un filtre qui puisse séparer totalement ce que nous appelerions le "champ moyen" de la turbulence. Le champ filtré $\langle\phi(t)\rangle_{f_c}$ contiendra donc nécessairement quelques informations relevant de la turbulence à basse fréquence.

Le fait que le filtrage soit temporel permet un emploi général de cette méthode. En effet, il n'est pas requis de disposer (ou de considérer) de directions homogènes statistiquement parlant. La méthode est *a priori* locale et ne requiert donc pas de transfert d'informations entre les divers domaines de calcul ; ce qui présente le fort intérêt numérique d'être aisément parallélisable. De plus cette technique ne dépend pas du pas de discrétisation.

En contrepartie de ces avantages nous faisons apparaître le choix crucial d'une fréquence de coupure, mais aussi d'une méthodologie de filtrage. Du choix de la fréquence de coupure dépend la quantité de contenu basse-fréquence suivi par la moyenne : il est nécessaire que les structures importantes (telles qu'un décollement tournant en turbomachines par exemple) soient capturées. Le choix du filtre joue sur l'évolution de

l'atténuation aux alentours de la fréquence de coupure, le déphasage entre signal d'entrée et signal filtré et la présence ou non d'oscillations dans la bande passante par exemple.

Deux solutions pour réaliser ce filtrage, développées durant cette thèse en collaboration avec Pierre Borgnat (Laboratoire de Physique de l'ENS de Lyon), sont présentées ici. En premier lieu, un algorithme couramment nommé moyenne glissante exponentielle, qui utilise une fréquence de coupure unique pré-définie. Et en second lieu, un filtre de Kalman adaptatif qui permet à la fréquence de coupure de s'adapter dynamiquement en temps et en espace.

2.2.4.1 Moyenne glissante exponentielle

Nous avons vu que l'emploi d'une moyenne temporelle glissante n'est pas envisageable pour une raison de coût en mémoire d'une telle procédure.

La solution proposée consiste à employer une moyenne glissante exponentielle, aussi nommée lissage exponentiel[58, 63, 86]. Le principe est de mettre à jour une estimation de la moyenne $\langle u \rangle^{(n)}$ à chaque pas de temps n, selon la formule récurrente :

$$\langle u \rangle^{(n+1)} = (1 - c_{exp}) \langle u \rangle^{(n)} + c_{exp} u^{(n+1)} \tag{2.83}$$

avec comme condition initiale $\langle u \rangle^{(0)} = u^{(0)}$ et $0 < c_{exp} < 1$, où c_{exp} est le paramètre de lissage fixé.

Cette méthode de lissage donne un poids plus important aux événements récents qu'aux événements anciens. La variable $u^{(m)}$ au temps $m\Delta t$ influe sur le champ filtré $\langle u \rangle^{(n)}$ au temps $n\Delta t$ $(n > m)$ avec un poids décroissant de façon exponentielle : $c_{exp}(1 - c_{exp})^{(n-m)}$.

Cet algorithme agit comme un filtre sur le signal $u^{(n)}$. Afin de pouvoir choisir correctement la fréquence de coupure de ce filtre, il faut relier le paramètre de lissage c_{exp} à une fréquence de coupure. Pour faire apparaître cette relation, nous mettons tout d'abord l'équation 2.83 sous la forme d'un filtre numérique *via* une transformation en z [153]. Nous rappelons à cet égard que la transformée en z d'un processus discret $X^{(n)}$ s'écrit : $\widehat{X}(z) = \sum_n X^{(n)} z^{-n}$. Appliqué à l'équation 2.83, cela donne :

$$\widehat{\langle u \rangle}(z) = \frac{c_{exp}}{1 - (1 - c_{exp}) z^{-1}} \widehat{u}(z) \tag{2.84}$$

En considérant que $z = e^{i\omega\Delta t}$ (relation classique entre z et la pulsation ω pour un signal de période d'échantillonage Δt), on relie la densité spectrale de puissance des signaux

$\langle u^{(n)} \rangle$ et $u^{(n)}$ par :

$$\left|\widehat{\langle u \rangle}(\omega)\right|^2 = \frac{c_{exp}^2}{\left|1-(1-c_{exp})z^{-1}\right|^2} \left|\widehat{u}(\omega)\right|^2 \tag{2.85}$$

qui correspond à un filtre passe-bas numérique de premier ordre. Sa fréquence de coupure f_c, pour laquelle l'amplitude du signal filtré est la moitié de celle du signal d'origine, est définie par :

$$\frac{c_{exp}}{\left|1-(1-c_{exp})z^{-1}\right|} = \frac{1}{2} \qquad \text{avec} \quad \omega_c = 2\pi f_c \tag{2.86}$$

La résolution de cette équation donne $c_{exp} = \left(\sqrt{6\alpha_c + \alpha_c^2} - \alpha_c\right)/3$ avec $\alpha_c = 1 - cos(\omega_c \Delta t)$.

Sous la condition $2\pi f_c \Delta t \ll 1$, satisfaite dans nos calculs (où les fréquences f_c et $1/\Delta t$ correspondent aux deux extrêmes du spectre résolu), on obtient la relation simplifiée suivante :

$$c_{exp} \simeq \frac{2\pi f_c \Delta t}{\sqrt{3}} \simeq 3.628 f_c \Delta t \tag{2.87}$$

Le principal problème avec cette méthode de filtrage est que la fréquence de coupure est une constante qui peut être difficile à sélectionner [86]. Il faut tenir compte dans le choix de cette fréquence de coupure que l'objectif du filtre reste de lisser les hautes fréquences de l'écoulement pour obtenir un $[u]^{(n)}$ qui contienne le moins de données liées à la turbulence. Ainsi il est souhaitable d'avoir une fréquence de coupure relativement basse.

Hélas, cela rentre en compétition avec un autre objectif de ce filtrage. Nous souhaitons aussi que le champ filtré $[u]^{(n)}$ suive fidèlement les évolutions moyennes de $u^{(n)}$ (exemple : transition laminaire/turbulent, fluctuations déterministes à basses fréquences etc.). Or, l'emploi d'un filtre passe-bas du premier ordre induit un retard de l'ordre de $\Delta t / c_{exp}$ [29] qui limite la réactivité du filtrage dans son suivi de l'évolution basse fréquence du signal. Selon cet argument, il faut au contraire que c_{exp} soit grand pour limiter le retard (et donc f_c élevé).

Tout cela restreint l'emploi de cette méthode de filtrage aux configurations où une séparation plus ou moins claire des échelles existe, de fréquence constante en espace et en temps.

2.2.4.2 Filtre adaptatif de Kalman

La seconde solution présentée peut-être vue comme un raffinement de la moyenne glissante exponentielle. L'objectif ici est de proposer un filtre qui ne soit pas uniforme en espace et qui puisse évoluer en temps. L'expression proposée est de la forme suivante :

$$\langle u \rangle^{(n+1)} = (1 - K^{(n)}) \langle u \rangle^{(n)} + K^{(n)} u^{(n)} \tag{2.88}$$

Cette expression est très similaire à celle de la moyenne glissante exponentielle (équation 2.83), si ce n'est que le coefficient de lissage $K^{(n)}$est dorénavant une fonction du temps et de l'espace.

$K^{(n)}$ s'interprète comme le gain optimal d'un filtre de Kalman (voir détails plus loin). Le filtre de Kalman est central dans les problèmes de contrôle et est connu pour son efficacité[27, 86]. L'intérêt premier de ces filtres est leur formulation récursive qui, comme la moyenne glissante exponentielle, requiert peu d'espace mémoire. De plus, leur natures adaptatives permettent un meilleur contrôle et suivi des basses-fréquences. D'un point de vue numérique, cette adaptativité et cette simplicité algorithmique en font une alternative intéressante à la moyenne glissante exponentielle.

Le problème est formulé dans la représentation d'état suivante :

$$\begin{cases} \langle u \rangle^{(n)} = \langle u \rangle^{(n-1)} + \delta \langle u \rangle^{(n)} \\ u^{(n)} = \langle u \rangle^{(n)} + \delta u^{(n)} \end{cases} \tag{2.89}$$

dans laquelle la vitesse moyenne (en chaque point) représente la variable d'état du système et la vitesse instantanée est une observation. Cela correspond à une représentation d'état d'un modèle de marche aléatoire bruitée [86], le bruit correspondant ici aux fluctuations ajoutées à la vitesse moyenne. Sous cette forme, on note que la vitesse moyenne se met à jour à chaque itération *via* un incrément de contrôle $\delta\langle u \rangle^{(n)} = \langle u \rangle^{(n)} - \langle u \rangle^{(n-1)}$. L'équation d'observation exprime la déviation de la vitesse instantanée de la moyenne estimée : $\delta u^{(n)} = u^{(n)} - \langle u \rangle^{(n)}$. Nous modélisons ces deux grandeurs par des processus aléatoires Gaussiens de moyennes nulles.

Nous supposons que l'évolution de la vitesse moyenne est très faible comparée à celle de la vitesse instantanée ce qui permet de supposer qu'il n'y a pas d'évolution déterministe pour $\langle u \rangle$, ce qui se traduit par : $\langle u \rangle^{(n)} = \langle u \rangle^{(n-1)}$ *a priori*. Cependant si le signal observé, $u^{(n)}$, dévie significativement de la moyenne estimée, $\langle u \rangle$, nous autorisons celle-ci à évoluer (comme pour une marche aléatoire biaisée). Dans notre modèle, la variance de $\delta\langle u \rangle$ est fixée tandis que celle de δu est mise à jour dynamiquement au fil de la simulation. Ainsi, on permet à la vitesse instantanée de s'écarter significativement de sa moyenne que l'on s'attend à voir évoluer plus lentement.

On fixe originellement $\langle u \rangle^{(0)} = u^{(0)}$ pour initialiser la moyenne. La racine de la moyenne quadratique des fluctuations de $\delta\langle u \rangle$ reste constante (comme expliqué) tout au long de la simulation avec pour valeur :

$$\sigma_{\delta\langle u \rangle} = \frac{2\pi f_* \Delta t}{\sqrt{3}} u_* \tag{2.90}$$

où u_* et f_* sont une vitesse et une fréquence caractéristiques des grandes échelles de l'écoulement. Cette valeur permet au filtre de Kalman, dans un régime où le champ moyen n'évolue plus, de se comporter comme une moyenne glissante exponentielle de paramètre de lissage $c_{exp} = \sigma_{\delta\langle u\rangle}/\sigma_{\delta u}$. En effet, Harvey [86] montre qu'un filtre de Kalman se comporte comme une moyenne glissante exponentielle pour n grand avec comme paramètre de lissage $\lambda = \frac{\overline{P}}{1+\overline{P}}$ où $\overline{P} = \lim_{n\to\infty} P(n|n-1) = Q + \sqrt{q^2+4q}/2$ et $q = \sigma^2_{\delta\langle u\rangle}/\sigma^2_{\delta u}$. Ce qui dans notre cas où $\lambda \ll 1$, donne $\lambda \simeq \sqrt{q} = \sigma_{\delta\langle u\rangle}/\sigma_{\delta u}$. Cette expression permet donc de retrouver une valeur pour le paramètre de moyenne glissante équivalent du filtre de Kalman $\sigma_{\delta\langle u\rangle}/\sigma_{\delta u} \simeq 2\pi f_* \Delta t/\sqrt{3}$ cohérente avec l'expression trouvée pour la moyenne glissante exponentielle dans l'équation 2.87 (avec $\sigma_{\delta u} \simeq u_*$). Enfin, on initialise l'erreur de covariance (qui intervient dans l'algorithme évaluant le gain optimal de Kalman détaillé plus bas) $P^{(0)} = \sigma^{2\,(0)}_{\delta u}$ avec $\sigma_{\delta u}{}^{(0)} = \sigma_{\delta\langle u\rangle}$.

L'algorithme se décompose en une phase de *prédiction*, où l'on estime l'état au temps présent en fonction des états précédents (les variables prédites sont notées $\widehat{(\cdot)}$), suivie d'une phase de *mise-à-jour*, où l'on utilise les informations sur le temps présent pour corriger la prédiction. Les équations complètes de l'algorithme s'écrivent :

Phase de prédiction :

$$\langle \widehat{u}\rangle^{(n+1)} = \langle u\rangle^{(n)} \tag{2.91}$$

$$\widehat{P}^{(n+1)} = P^{(n)} + \sigma^2_{\delta\langle u\rangle} \tag{2.92}$$

Phase de mise à jour :

$$K^{(n+1)} = \frac{\widehat{P}^{(n+1)}}{\widehat{P}^{(n+1)} + \sigma^{2\,(n)}_{\delta u}} \tag{2.93}$$

$$\langle u\rangle^{(n+1)} = \langle \widehat{u}\rangle^{(n+1)} + K^{(n+1)}\left(u^{(n+1)} - \langle \widehat{u}\rangle^{(n+1)}\right) \tag{2.94}$$

$$P^{(n+1)} = \widehat{P}^{(n+1)}\left(1 - K^{(n+1)}\right) \tag{2.95}$$

Le terme,

$$\sigma^{2\,(n)}_{\delta u} = \max\left(u_* \left|\langle u\rangle^{(n)} - u^{(n)}\right|,\, 0.1 \times u_*\right) \tag{2.96}$$

est calculé comme le maximum de deux expressions. Le premier terme est construit pour fournir une évaluation physique de l'ordre de grandeur de la variance de la vitesse instantanée : u_* est fixé tandis que $\left|\langle u\rangle^{(n)} - u^{(n)}\right|$ prend en compte les fluctuations observées. Le second terme est une borne inférieure pour la variance des fluctuations. Il permet d'empêcher $\sigma^{2\,(n)}_{\delta u}$ de s'annuler. En fait, dans ce cas, une valeur quasi-nulle de $\sigma^{2\,(n)}_{\delta u}$ donne $K^{(n+1)} \simeq 1$ via l'équation 2.93, qui à son tour provoque $\langle u\rangle^{(n+1)} \simeq u^{(n+1)}$,

qui au final donne à nouveau $\sigma_{\delta u}^{2\,(n)} \simeq 0$ etc. Sans la sécurité introduite par cette valeur plancher, la valeur $K = 1$ constituerait un attracteur dont le signal filtré ne pourrait plus s'échapper.

Le coefficient 0.1 est arbitraire, mais n'est pas un paramètre critique selon les tests effectués. Seul son ordre de grandeur importe.

Les deux algorithmes de filtrage proposés présentent l'important avantage d'être locaux en espace (propriété très intéressante notamment pour des maillages non-structurés). Le modèle SISM partage lui aussi cette propriété. Ainsi, cette modélisation de sous-maille est extrêmement simple à coder et ne gène pas dans la parallélisation du code de calcul.

2.3 Implémentation numérique

Le code de calcul utilisé durant cette thèse est *Turb'flow*. Celui-ci est basé sur le code *Proust* initialement développé pour la simulation RANS des écoulements en turbomachines. Ce code permet la résolution des équations de Navier-Stokes compressibles pour un gaz parfait en RANS ou en LES.

Nous avons détaillé dans ce chapitre les équations que nous souhaitions résoudre et les modèles utilisés pour les fermer. À présent, nous allons présenter brièvement les schémas spatiaux et temporels utilisés. Plus de détails pourront être trouvés dans les références suivantes [20, 150, 176, 177, 178].

A noter qu'il est couramment admis que les schémas numériques de résolution ainsi que les conditions aux limites ont un impact au moins aussi important sur le résultat que le modèle de sous-maille choisit [192, 193]. Cependant, durant ces travaux de thèse l'accent a été mis sur l'étude du modèle de sous-maille. Ainsi, dans l'ensemble des simulations les schéma numériques et conditions aux limites utilisés sont identiques.

2.3.1 La méthode des volumes finis

Comme mentionné dans la section 2.1.3, il est nécessaire de discrétiser les équations gouvernant la physique pour pouvoir les résoudre. Les équations qui nous concernent alors sont les équations filtrées 2.49, qui permettent de fournir une solution approchée sur les nœuds du maillage.

Il existe quatre principales méthodes numériques pour résoudre de tels systèmes numériques :

- Les *méthodes spectrales* [34] résolvent les variables au travers de leurs coefficients dans leur développement en série de Fourier ou Chebyshev. Une des principales limitations de ces méthodes est leur inadaptabilité à des géométries complexes. Cependant, elles permettent d'atteindre une très grande précision.

- Les *éléments finis*[92] ont l'avantage de ne pas nécessiter de maillage structuré (elles sont donc aisées à appliquer à des géométries complexes) et sont les méthodes les mieux maîtrisées mathématiquement. Les équations sont multipliées par une fonction test avant d'être intégrées sur tout le domaine. Sur chaque volume élémentaire, la solution est approchée par une fonction simple, puis l'ensemble est reporté dans l'équation intégrale. La solution est déterminée par minimisation d'une erreur. Cette méthode, généralement utilisée en 2D, peut se heurter à un coût de calcul très important et ne respecte parfois pas la conservation des variables résolues.

- Les *différences finies* [46, 166] sont sans doute les méthodes les plus intuitives pour la résolution des équations de Navier-Stokes. Elles utilisent des développements en séries de Taylor pour approcher les dérivées spatiales sur des maillages structurés uniquement. Elles permettent une précision élevée tout en restant simples et efficaces. En revanche, elles ne sont pas systématiquement conservatives.

- Les *volumes finis* [59, 87] expriment la conservation des grandeurs physiques dans des volumes élémentaires (exemple : mailles). Une interpolation permet l'évaluation des variables sur les frontières des volumes de contrôle en fonction des valeurs au centre, puis l'intégration sur les volumes permet l'obtention d'équations simples dépendant des valeurs des variables sur les volumes de contrôle voisins. Cette méthode est d'une complexité similaire aux différences finies, mais présente l'avantage d'être conservatives par construction. En revanche, le double niveau d'approximation (interpolation et intégration) rend difficile l'obtention d'une grande précision spatiale.

Ici, la méthode des volumes finis est utilisée. Elle est implémentée de façon à utiliser des maillages dit structurés : tout point du maillage est l'unique interception de trois lignes potentiellement courbes, et peut se repérer ainsi par trois indices i,j,k correspon-

dant à la numérotation de ces lignes. Le code *Turb'Flow* permet l'emploi de plusieurs blocs structurés ce qui rend possible son application à des géométries plus complexes. Il est aussi possible d'appliquer la méthode des volumes finis à des maillages non-structurés (ce qui permet une plus grande flexibilité pour des géométries complexes), mais la programmation, la maîtrise des maillages et la résolution deviennent beaucoup plus complexes.

Cette approche se base sur la forme conservative des équations de Navier-Stokes 2.31, qu'on peut noter :

$$\frac{\partial \overrightarrow{A}}{\partial t} + \overrightarrow{\nabla}.\overline{\overline{B}} = \overrightarrow{C} \tag{2.97}$$

avec $\overrightarrow{A}$ et $\overrightarrow{C}$ des vecteurs de dimension 5, et $\overline{\overline{B}}$ un tenseur de dimensions 3×5. On intègre alors l'équation précédente sur chaque volume de contrôle V :

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\int_V \overrightarrow{A}.\mathrm{d}V + \oint_S \overline{\overline{B}}.\overrightarrow{n}\mathrm{d}S = \int_V \overrightarrow{C}\mathrm{d}V \tag{2.98}$$

Afin de simplifier le calcul, on évalue ces intégrales à partir de variables spatiales curvilignes (ξ^1, ξ^2, ξ^3) associées aux lignes de maillage. Chaque volume élémentaire d'intégration est donc délimité par des surfaces où ξ^i est constant : les surfaces $S^{\xi^{i\pm}}$. Ces six frontières sont de coordonnées respectives $\xi^{i\pm} = \xi^i \pm \frac{1}{2}$ et ont une surface $S^{\xi^{i\pm}} = 1$ qui délimitent un volume $V^{\xi} = 1$.

On exprime les intégrales volumiques à partir des valeurs moyennes des intégrandes et on réécrit alors l'équation 2.98 sous la forme suivante :

$$\frac{\partial(J\overrightarrow{A})}{\partial t} + \sum_{i=1}^{3}\left(\pm\overrightarrow{F}^i(\xi^{i\pm})\right) = J\overrightarrow{C} \tag{2.99}$$

où J est le jacobien de la transformation géométrique et $\overrightarrow{F}^i$ est un vecteur de dimension 5 représentant le flux des différentes variables conservatives : $\overrightarrow{F}^i = J\overline{\overline{B}}.\overrightarrow{a}^i$, avec $\overrightarrow{a}^i = \overrightarrow{\nabla}\xi^i$ le vecteur de la base contravariante associé à la direction ξ^i.

2.3.2 Schéma de discrétisation spatiale

Afin d'évaluer les flux apparaissant dans l'équation 2.99, nous considérons qu'ils dépendent des valeurs des variables aux centres des surfaces $S^{\xi^{i\pm}}$ et que ces variables peuvent être interpolées à partir des volumes de contrôle voisins. Si on assimile les variables sur les volumes de contrôle aux variables sur les nœuds, cela permet d'écrire un ensemble d'équations discrètes ne portant plus que sur les valeurs des variables aux

nœuds du maillage.

Sur la figure 2.2, considérons la maille centrée autour du nœud (i, j, k). On note $F^{\xi^{i+}}(\phi)$ le flux de la variable ϕ traversant la frontière $S^{\xi^{i+}}$ entre ce volume élémentaire et le volume élémentaire en $(i+1, j, k)$ dans la direction ξ_i.

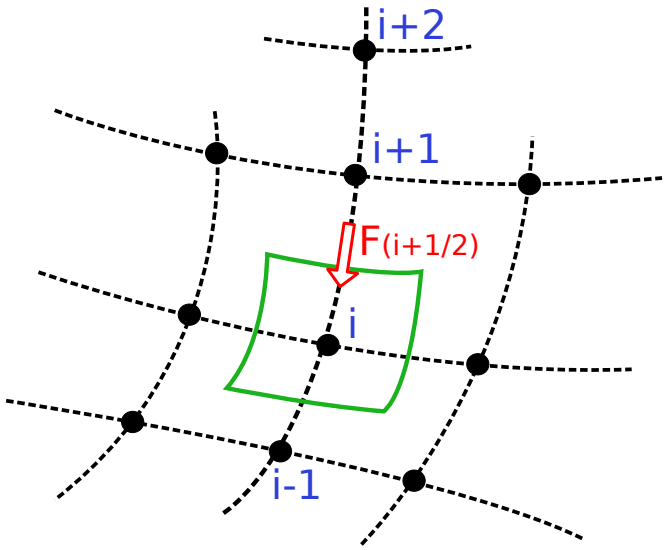


FIG. 2.2 – Schéma d'un volume de contrôle et d'un flux au travers d'une de ses frontières.

Pour évaluer ce flux, nous utilisons une discrétisation centrée en formulation MUSCL [122] :

$$F^{\xi^{i+}} = F^{\xi^i}\left(\phi_{i+\frac{1}{2},j,k}\right) \tag{2.100}$$

qui fait intervenir la valeur de la variable (dont on calcule le flux) au centre de la surface $S^{\xi^{i+}}$. Il est courant à ce stade de séparer le flux en deux contributions :

$$F^{\xi^i} = F_c^{\xi^i} - F_v^{\xi^i} \tag{2.101}$$

avec $F_v^{\xi^i}$ le flux diffusif (qui contient tous les termes des équations faisant apparaître une viscosité) et $F_c^{\xi^i}$ le flux convectif.

La valeur de ϕ sur la surface est évaluée différemment dans *Turb'Flow* selon le flux que l'on évalue. Pour les flux convectifs, une méthode d'interpolation centrée sur quatre points est utilisée :

$$\phi_{i+\frac{1}{2},j,k} = \frac{-\phi_{i-1,j,k} + 7\phi_{i,j,k} + 7\phi_{i+1,j,k} - \phi_{i+2,j,k}}{12} \tag{2.102}$$

Dans le cas des flux diffusifs, l'interpolation se fait sur deux points :

$$\phi_{i+\frac{1}{2},j,k} = \frac{\phi_{i,j,k} + \phi_{i+1,j,k}}{2} \tag{2.103}$$

Pour les flux convectifs, ces schémas centrés sont naturellement instables. Ainsi les codes utilisant ce genre de schémas intègrent aussi un artifice pour lutter contre les oscillations maille-à-maille que ces schémas induisent. Les deux méthodes principales sont un filtrage explicite à très haut nombre d'onde ou l'emploi de "viscosité numérique" qui vient naturellement filtrer les oscillations à très haute fréquence [102].

Dans nos simulations, l'emploi d'une viscosité numérique a été indispensable pour la stabilité des calculs. Celle-ci apparaît par l'ajout d'un terme au flux convectif. Par exemple sur la frontière $i+1/2$ du volume élémentaire centré sur le point (i,j,k), l'équation 2.100 devient :

$$F_c^{\xi^{i+}} = F_c^{\xi^i}\left(\phi_{i+\frac{1}{2},j,k}\right) + F_{da}^{\xi^i}\left(\phi_{i+\frac{1}{2},j,k}\right) \tag{2.104}$$

avec $F_{da}^{\xi^i}$ le flux de dissipation artificielle dans la direction ξ^i, qui s'exprime sous la forme d'une dérivée au quatrième ordre des variables conservatives [102] :

$$F_{da}^{\xi^i}\left(\phi_{i+\frac{1}{2},j,k}\right) = \epsilon_{da} J(|u_i| + a||\overrightarrow{a_i}||)_{i+1/2}\left(\frac{\phi_{i-1,j,k} - 3\phi_{i,j,k} + 3\phi_{i+1,j,k} - \phi_{i+2,j,k}}{8}\right) \tag{2.105}$$

avec u_i la vitesse contravariante du fluide relative au maillage et ϵ_{da} un coefficient à ajuster pour minimiser l'impact de cette dissipation artificielle tout en maintenant le schéma stable. Smati[176] recommande des valeurs entre 0.01 et 0.15 pour des écoulements visqueux en simulation RANS. Pour l'ensemble des simulations LES présentées ici, ce coefficient est fixé entre 0.005 (simulation canal présenté en section 2.4) et 0.01 (pour les simulations cylindre du chapitre 3 et rotor du chapitre 4) dans les zones d'intérêt des écoulements. En effet, dans les simulations LES, les effets de cette viscosité supplémentaire ne doivent pas outrepasser la dissipation par le modèle de sous-maille (sachant que $\mu_{sm}^{LES} \ll \mu_t^{RANS}$).

2.3.3 Schéma d'avancement en temps

La formulation éléments finis (Eq. 2.99) peut se réécrire sous la forme :

$$\frac{\partial(J\overrightarrow{A}(\xi^1,\xi^2,\xi^3,t)}{\partial t} = -R(\xi^1,\xi^2,\xi^3,t) \tag{2.106}$$

où R est communément appelé le résidu. Il s'exprime exactement :

$$R = \sum_{i=1}^{3}\left(\pm\overrightarrow{F}^i(\xi^{i\pm})\right) - J\overrightarrow{C} \tag{2.107}$$

L'intégration temporelle de l'équation 2.106 consiste à exprimer la valeur des $\overrightarrow{A}(\xi^1,\xi^2,\xi^3)^{(n+1)} = \overrightarrow{A}(\xi^1,\xi^2,\xi^3,t+\Delta t)$ en fonction de leur valeur au temps courant t

et aux temps précédents ($\overrightarrow{A}(\xi^1,\xi^2,\xi^3)^{(n)}$, $\overrightarrow{A}(\xi^1,\xi^2,\xi^3)^{(n-1)}$, *etc.*).

Il existe deux grandes classes de schémas temporels permettant cette intégration numérique :

- Méthode explicite : La solution au temps $(n+1)$ est exprimée uniquement en fonction des temps précédents. Cette technique est la plus simple à résoudre (en terme de complexité et de coût mémoire). En revanche, le pas d'avance en temps Δt est limité pour des raisons de stabilité.

- Méthode implicite : La solution au temps $(n+1)$ dépend des variables conservatives au même instant en d'autres nœuds du maillage. Cela crée une dépendance spatiale qui implique la résolution de systèmes linéaires, au coût mémoire important. Néanmoins, ces méthodes autorisent l'emploi de pas d'avance en temps (Δt) sensiblement supérieurs.

La simulation aux grandes échelles, contrairement aux simulations RANS, requiert un pas en temps suffisamment petit pour capturer temporellement les structures turbulentes les plus fines capturées par le maillage. D'autre part, seule la méthode explicite est disponible dans le code *Turb'Flow*, ce qui justifie l'emploi des méthodes explicites pour l'ensemble des simulations réalisées au cours de ces travaux de thèse.

Des schémas de Runge-Kutta, basés sur la formulation de Jameson[103], sont utilisés pour l'ensemble des simulations. Cette famille de schémas présente une précision temporelle supérieure au schéma d'Euler grâce à l'emploi de sous-pas intermédiaires entre les instants $n\Delta t$ et $(n+1)\Delta t$, et permet d'accroître la stabilité (i.e. augmenter Δt). Les simulations présentées dans ce mémoire utilisent les approches à trois ou cinq sous-pas. Ces schémas étant très communs, leur détail n'est pas donné ici. On renverra cependant le lecteur à la thèse de Smati [176] pour le schéma à cinq sous pas utilisé dans *Turb'flow*, et à Press *et al.* [159] pour d'autres variantes.

2.3.4 Conditions aux limites

Comme énoncé précédemment, le domaine simulé est nécessairement borné. Il existe donc des frontières au domaine simulé qu'il convient de prendre en compte correctement dans la simulation. Ces conditions sont extrêmement importantes.

Selon la nature de la frontière, différentes approches existent pour prendre en compte

les conditions aux limites dans *Turb'Flow*. Pour ce faire, deux plans supplémentaires, ainsi qu'une arrête supplémentaire, sont rajoutés sur les frontières du domaine de calcul, afin de permettre l'emploi des mêmes schémas sur l'ensemble des points du domaine.

Certaines frontières correspondent à des échanges avec d'autres domaines (ou avec le même domaine), comme le contact entre deux blocs de calcul, la périodicité, la symétrie etc. Dans ces cas-là, les valeurs des variables sur les nœuds supplémentaires sont issues des nœuds auxquels ils sont assimilés.

Pour d'autre cas, les conditions aux limites traduisent une considération physique : vitesse nulle à la paroi, adiabaticité, flux de chaleur imposé, température imposée, pression imposée, etc. Ces conditions sont prescrites de façon monodimensionnelle. En effet, aux frontières du domaine, la partie hyperbolique des équations est décomposée en dérivées tangentes et sécantes à la frontière, les autres termes sont regroupés sous la forme d'un terme source. Les dérivées tangentes à la frontière sont traitées comme dans le cœur du domaine alors que les autres sont adaptées pour traduire la condition limite. Les conditions aux limites d'entrée, de sortie (classique ou non-reflective), les parois adhérentes adiabatiques et les frontières glissantes adiabatiques utilisées dans les simulations présentées dans ce mémoire utilisent cette approche. Le détail des équations et leur implémentation est détaillée dans la thèse de Smati[176].

2.4 Test des méthodes numériques sur une configuration de canal plan

2.4.1 Introduction

Précédemment, nous avons détaillé l'ensemble des méthodes numériques que nous mettons en œuvre pour résoudre les équations différentielles régissant la mécanique des fluides. Nous avons notamment présenté un modèle de sous-maille pour la simulation aux grandes échelles prenant en compte l'impact du cisaillement moyen sur les échelles de sous-maille, ainsi que deux algorithmes d'extraction du champ moyen requis par ce modèle. *Turb'Flow* a été testé et validé dans de nombreux cas en RANS (rotor NASA37 [35]) ou en LES (configuration barreau-profil [20, 98]). Nous nous proposons ici de tester en particulier le modèle SISM et les méthodes d'extraction du champ moyen sur un cas simple et bien documenté : le canal plan bi-périodique.

Ce cas test présente l'avantage d'une simplicité topologique qui permet l'emploi

d'un maillage simple et l'utilisation de frontières fluides périodiques. D'autre part, les deux parois permettent une évaluation du SISM dans un cas simple d'écoulement cisaillé et confiné. Par ailleurs, cet écoulement est un cas-test très bien documenté, tant expérimentalement [44, 145] que numériquement [90, 115]. Notamment, de nombreuses simulations DNS sont disponibles, initiées par Kim *et al.* [115]. Ici, nous allons comparer nos résultats à ceux de la DNS de Moser *et al.* [140] à $Re_w = 395$, afin de juger de la qualité de la simulation.

Le SISM a déjà pu être testé dans des configurations de canal plan [130] et de marche descendante [191]. Dans ces configurations, sa comparaison avec le modèle de Smagorinsky dynamique (présenté dans la sous-section 2.2.2) montre des résultats de qualité équivalente mais pour un coût de calcul moindre (de l'ordre de grandeur de celui du modèle de Smagorinsky classique).

Ces tests ont été effectués en utilisant une moyenne en espace, alors que l'étude présente vise à introduire la moyenne exponentielle et le filtre de Kalman, afin de disposer d'une approche applicable à un écoulement quelconque.

2.4.2 Configuration du calcul

Afin de comparer les résultats de cette LES et de la DNS de Moser *et al.* [140], nous définissons le même nombre de Reynolds objectif : $Re_w = \dfrac{\rho u_w \delta}{\mu} = 395$, où $u_w = \sqrt{\dfrac{\langle |\widetilde{S}|_w \rangle}{\rho}}$ est la vitesse de frottement moyenne à la paroi et δ la demi-hauteur du canal. Il est important de noter que ce nombre de Reynolds est un objectif de la simulation, non un paramètre, car c'est la vitesse moyenne au centre du canal qui est contrainte.

Le canal est initialisé par un profil laminaire de Poiseuille qui s'exprime sous la forme d'une loi parabolique[129]. Il est perturbé initialement par un bruit blanc d'amplitude égale à 2% de la vitesse locale. La masse volumique est uniforme à l'initialisation : $\rho = 1.214\ kg.m^{-3}$, la viscosité $\mu = 1.81 \times 10^{-5}\ kg.m^{-1}.s^{-1}$ est constante, et la demi-hauteur du canal $\delta = 0.01\ m$. Ces conditions fixent la valeur objectif de la vitesse de frottement à $u_w = 0.59\ m.s^{-1}$.

Tout comme dans la DNS de référence [140], les parois rigides (adiabatiques) sont imposées à $y = \pm\delta$, l'écoulement moyen est d'axe x et le domaine est fermé par pé-

riodicité en reliant les faces amont et aval $x = \pm\pi\delta$ et en reliant les faces latérales $z = \pm\pi\delta/2$. Une illustration de la géométrie du canal est représentée dans la figure 2.3. Des isocontours de vitesse axiale sur les plans $x = 2\pi\delta$, $z = 0$ et le plan à $y^+ = 10$ de la paroi $y = -\delta$ y sont tracés.

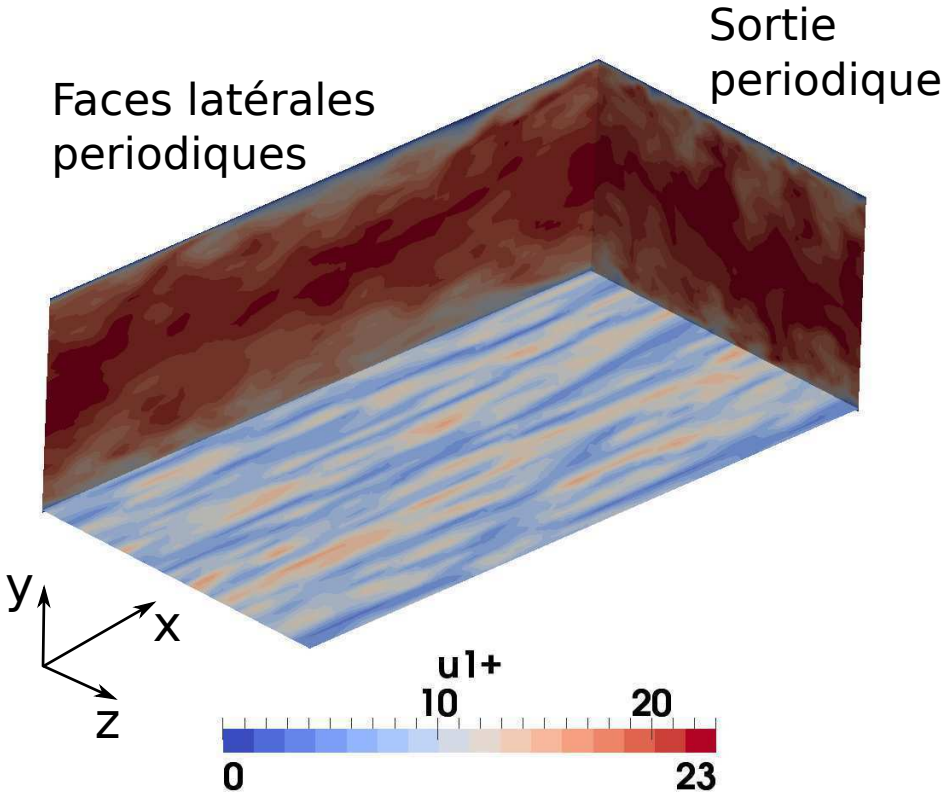


FIG. 2.3 – Isocontours de vitesse axiale adimensionnée u_1^+ sur les plans $x = 2\pi\delta$, $z = \pi\delta$ et $y^+ = 10$.

La simulation présente est menée sur un maillage dont la densité est comparable aux applications visées par la suite. Les pas de maillage dans les directions x et z sont constants et de valeurs respectives en unité de paroi $\Delta x^+ = 52$ et $\Delta z^+ = 31$, à comparer aux valeurs de la DNS de Moser *et al.* : $\Delta x^+_{DNS} = 10$ et $\Delta z^+_{DNS} = 6.5$. Dans la direction normale aux parois, le pas de maillage suit une loi en tangente hyperbolique avec à la paroi $\Delta y^+_{paroi} = 0.5$ et au plan central $\Delta y^+_{centre} = 24$ ($\Delta y^+_{DNScentre} = 6.5$). Le maillage est donc cartésien et utilise un total de $49 \times 89 \times 41$ points, comparé aux $256 \times 193 \times 192$ de la DNS. Ce maillage est en accord avec les recommandations standard des simulations aux grandes échelles[168].

Le schéma explicite d'avancement en temps (Runge-Kutta à 5 sous-pas), impose un faible pas temporel (en unité de paroi) :

$$\Delta t^+ = \frac{\Delta t u_w}{\delta} = 3 \times 10^{-5} \tag{2.108}$$

La pression initiale est ajustée afin d'obtenir un nombre de Mach au centre du canal $M = 0.2$, suffisamment élevé pour optimiser la convergence tout en gardant négligeables les effet compressibles (le champ ρ ne présente pas de variation supérieure au pourcent par rapport à la valeur initiale).

Afin de contrebalancer le frottement, Moser *et al.* [140] adaptent dynamiquement la différence de pression entre l'entrée et la sortie pour garder constant le débit massique dans le canal. Ici, le forçage est effectué via un terme source uniforme sur tout le domaine qui s'ajuste dynamiquement pour caler la vitesse au centre du canal sur les résultats de Moser *et al.* [140]. Cette vitesse n'est ici pas un objectif mais un paramètre de l'écoulement, elle est calculée à partir de la vitesse adimensionnée au centre du canal DNS et de la vitesse de frottement objectif pour cette LES. Cette méthode est consistante avec l'approche de Moser *et al.* ; en calculant le débit massique (ou volumique vu la faible variation de ρ) à partir des variables conservatives, on trouve bien que celui-ci reste proche de la valeur de la DNS avec un écart inférieur à 1%. Cette approche est, de plus, cohérente avec les cas pratiques expérimentaux où l'on impose vitesse ou débit. Finalement, ce choix dans le forçage implique que les erreurs de la simulation apparaîtront dans la description de la proche-paroi et notamment la vitesse de frottement.

Les résultats présentés par la suite sont adimensionnés par la demi-hauteur du canal δ et la vitesse de frottement objectif.

Quatre simulations aux grandes échelles, utilisant chacune un modèle de sous-maille différent, sont présentées ici. Trois d'entre elles utilisent le modèle SISM mais avec différentes techniques pour extraire le champ moyen :

– Moyenne Spatiale (simulation notée SISM-MS) : le champ moyen est obtenu en moyennant le champ instantané dans les directions x, z et par miroir vis-à-vis du centre du canal :

$$\langle \phi(x,y,z) \rangle = \langle \phi(y) \rangle = \frac{1}{2N_x N_z} \sum_{x,z} \left(\phi(x,y,z) + \phi(x,-y,z) \right) \tag{2.109}$$

Cette méthode d'extraction de la moyenne n'est pas applicable aux géométries complexes, elle fournit ici une référence.

– Filtrage Exponentiel (simulation notée SISM-FE) : la procédure de lissage par moyenne glissante exponentielle est utilisée pour obtenir une évaluation des très basses fréquences, contenant le champ moyen et les plus grosses structures turbulentes. Comme expliqué en 2.2.4, les très grosses structures turbulentes ont une

influence comparable à celle du champ moyen. Une unique fréquence de coupure est utilisée sur tout le domaine : $f_c = u_w/\delta$ avec u_w la vitesse de frottement objectif, correspondant à $c_{exp} = 3.628\frac{\Delta t u_w}{\delta} = 3.628\Delta t^+ = 1.814 \times 10^{-4}$.

– Filtrage adaptatif de Kalman (simulation notée SISM-FK) : les seuls paramètres requis sont f_* et u_*. Avec la même logique que pour le filtrage exponentiel, on choisit $u_* = u_w$ et $f_* = u_w/\delta = 59$.

La dernière simulation utilise le modèle de Fonction de Structure Filtrée tel que présenté dans la sous-section 2.2.1 (simulation notée FSF).

2.

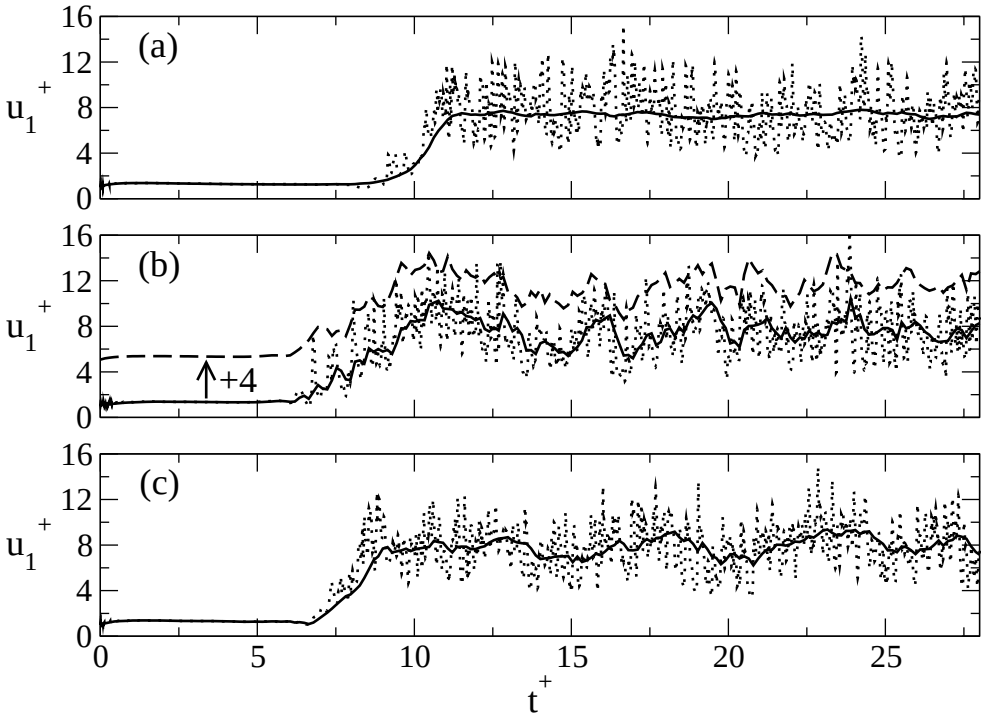


FIG. 2.4 – Sondes numériques en $y^+ = 10$ pour les simulations suivantes : SISM-MS (a), SISM-FE (b) et SISM-FK (c). $\cdots$: Vitesse instantanée u_1^+ ; — : Estimation de la vitesse moyenne $\langle u_1^+ \rangle$; – – : moyenne spatiale dans la direction x calculée en post-traitement, décalée verticalement de +4 pour plus de lisibilité.

Les diverses méthodes de lissage sont illustrés sur la figure 2.4 par des sondes numériques relevant la vitesse axiale à une distance de la paroi $y^+ = 10$. Dans chacun des cas, sont représentés la vitesse axiale instantanée u_1^+ ainsi que l'estimation de sa moyenne $\langle u_1^+ \rangle$ selon la méthode considérée.

Sur l'ensemble des trois graphes, on note la transition de l'écoulement d'un régime laminaire vers la turbulence par l'augmentation notable du niveau moyen de vitesse et des fluctuations. Cette transition a lieu pour $6 \leq t^+ \leq 12$.

La moyenne spatiale (MS) évalue une moyenne idéale dans le sens où elle élimine presque toute fluctuation, tout en permettant de capturer l'évolution de la vitesse moyenne due à la transition temporelle. Elle requiert cependant une ou plusieurs directions d'homogénéité qui sont rarement disponibles dans les configurations d'écoulements complexes réels.

Le filtrage exponentiel (FE) et le filtrage de kalman (FK) lissent correctement les évolutions à haute fréquence de la vitesse instantanée. Cependant, de par leur statut de filtre passe-bas, le signal résultant conserve certaines basse-fréquences.

La fréquence de coupure choisie pour le FE correspond à une période temporelle adimensionnée : $T_c^+ = 1$. On observe dans la figure 2.4(b) que les oscillations non filtrées ont bien une période de cet ordre de grandeur ou supérieure.

Si on estime le temps d'advection des structures au travers du canal à cette distance de la paroi :

$$\Delta t^+_{adv.} = \frac{L_x^+}{\langle u_1^+ \rangle} \simeq 0.82 \tag{2.110}$$

on remarque que celui-ci est du même ordre de grandeur que la période de coupure. La coupure du filtre étant progressive, les plus grosses structures, de dimension axiale comparable à la longueur du canal, ne seront que partiellement affectées par le filtrage et pourront être advectées plusieurs fois au travers des frontières filtrées.

Sur la même figure 2.4(b) est tracée la moyenne spatiale de u_1^+ dans la direction x. Cette grandeur est calculée *a posteriori* à partir des champs sauvegardés. On remarque un accord certain entre cette moyenne et celle fournie par le FE. Une explication réside dans la proximité du temps d'advection et de la période de coupure du FE : à un instant t, le profil selon la direction x est utilisé pour calculer la moyenne spatiale ; grossièrement (i.e. supposant une turbulence figée), ce même profil est vu par la sonde pendant le temps $\Delta t^+_{adv.}$ qui correspond à peu près au temps de "mémoire" T_c^+. Le lissage obtenu par le FE est ainsi construit sur des données similaires à celles de la moyenne spatiale dans la direction x. On peut donc conclure que le FE est ici un équivalent temporel à la moyenne dans la direction de l'écoulement x. L'avantage du FE est d'être local en espace et itératif en temps tandis que la moyenne spatiale dépend ici d'un schéma spatial sur 48 points.

Enfin, la figure 2.4(c) montre que le FK présente un résultat sensiblement plus lisse que le FE, grâce à l'adaptativité de sa fréquence de coupure.

2.4.4 Profils de vitesse

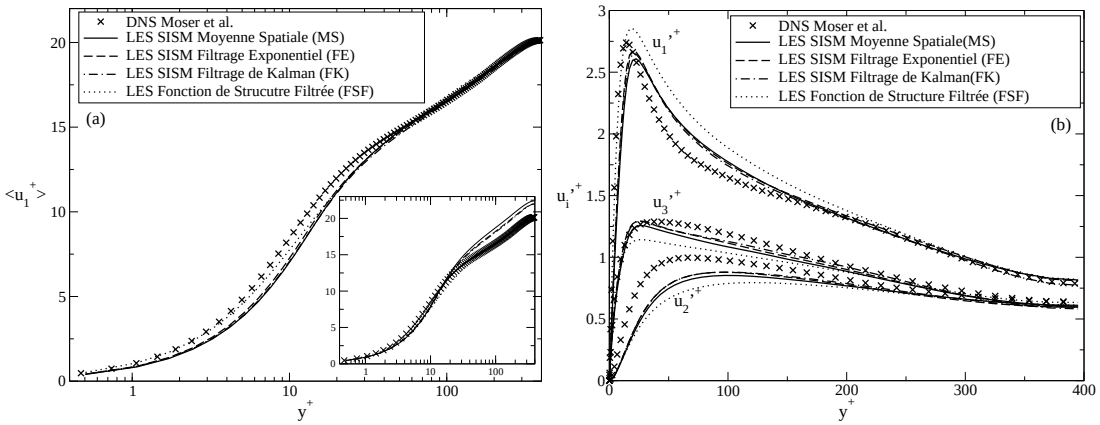


FIG. 2.5 – Profils normaux à la paroi de la vitesse axiale moyenne (a) et des composantes fluctuantes de la vitesse (b). L'encadré inclus dans (a) représente le même profil de vitesse axiale moyenne, mais adimensionné par la vitesse de frottement calculée au lieu de la vitesse de frottement objectif utilisée dans les autres courbes.

La figure 2.5 compare les profils normaux à la paroi de vitesse axiale moyenne et des composantes fluctuantes de la vitesse. Ces données sont calculées en faisant une moyenne spatiale (dans les directions x et z, ainsi qu'en utilisant la symétrie par rapport au centre du canal dans la direction y) et temporelle (111 champs pour $11.8 \leq t^+ \leq 28.0$).

Les données sont adimensionnées par la vitesse de frottement objectif : $u_w = 0.59\ m.s^{-1}$ Ce choix d'adimensionnement permet de comparer les profils de vitesse en maintenant les erreurs de la simulation là où elles apparaissent. On retrouve ainsi la même vitesse au centre du canal, qui est imposée, pour les diverses méthodes numériques employées. Dans le cas où l'adimensionnement est fait par la vitesse de frottement obtenue, la comparaison des profils donne l'impression d'une erreur de la vitesse au centre de la veine, comme vu dans l'encadré incrusté dans la figure 2.5(a).

La vitesse de frottement est un résultat de calcul : on obtient $u_w^{FSF} = 0.60\ m.s^{-1}$, $u_w^{SISM-MS} = 0.53\ m.s^{-1}$ et $u_w^{SISM-FE} = u_w^{SISM-FK} = 0.54\ m.s^{-1}$. Le modèle FSF rend un résultat plus précis, mais l'ensemble des modèles fournissent une prédiction à 10% près, du même niveau que les erreurs notées par Sagaut *et al.* [169] pour divers modèles de sous-maille classiques. On remarque également que la méthode d'obtention du champ moyen pour le modèle SISM n'influe pas beaucoup sur le profil de vitesse moyenne.

Dans la figure 2.5(b), on note que le modèle SISM retrouve des niveaux de fluctuations plus proches de la DNS que ceux du modèle FSF. À nouveau, nous constatons

que la méthode d'extraction du champ moyen n'a que peu d'influence.

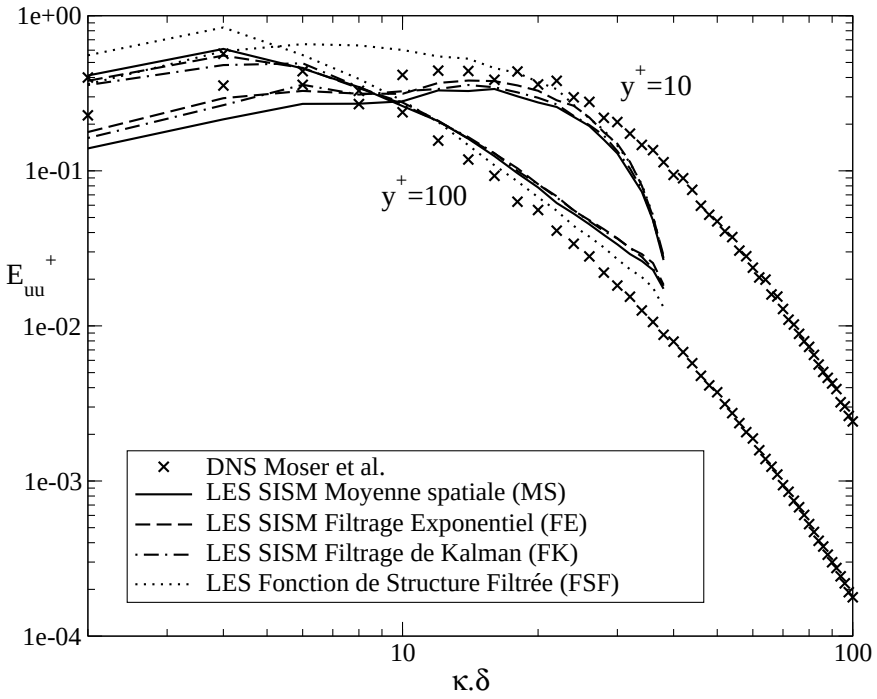


FIG. 2.6 – Spectre d'énergie cinétique axiale selon l'envergure du canal.

Nous traçons à présent, en figure 2.6, deux spectres de l'énergie cinétique axiale, calculés selon l'envergure du canal. Le premier est évalué à proximité de la paroi en $y^+ = 10$, le second en $y^+ = 100$. On note ici que malgré une faible résolution spatiale, le contenu spectral est évalué correctement sur la plage des grandes structures (bas nombre d'onde). La dépendance du spectre en fonction de la distance à la paroi est bien capturée. En basses fréquences, on observe que le modèle SISM fournit des résultats légèrement meilleurs que ceux issus du modèle FSF.

2.4.5 Autocorrélation spatiale et temporelle

On compare à présent, dans la figure 2.7, les résultats en terme d'autocorrélation spatiale des trois composantes de la vitesse en deux positions $y^+ = 10$ et $y^+ = 100$. Dans cette figure, le SISM capture bien mieux le comportement de la DNS que le modèle de FSF. On note à nouveau un impact faible de la méthode d'obtention du champ moyen sur les résultats. L'évolution des profils avec la variation de y est bien recouvrée : les corrélations augmentent et s'étendent plus quand y augmente ; l'écart entre la corrélation dans la direction de l'écoulement et les deux autres composantes se réduit, l'anisotropie de l'écoulement diminue. La corrélation reste non-négligeable pour tous

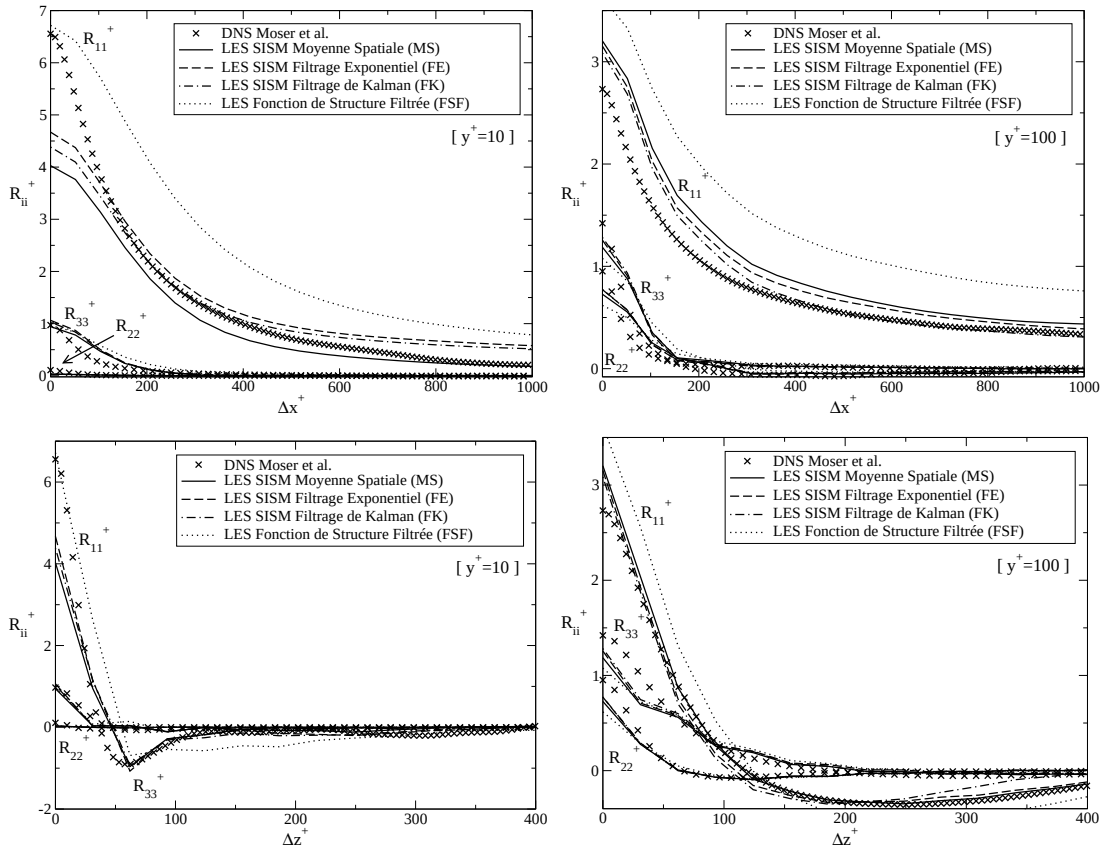


FIG. 2.7 – Autocorrélation des trois composantes de vitesse entre deux points séparés spatialement dans la direction de l'écoulement (graphes du haut) et dans l'envergure du canal (graphes du bas), pour $y^+ = 10$ sur les graphes de gauche et $y^+ = 100$ pour ceux de droite.

les écarts dans la direction de l'écoulement. Cela est causé, comme déjà mentionné, par une trop courte longueur du domaine qui ne permet pas une décorrélation satisfaisante.

Les temps de corrélation τ_{ii}^+ de chacune des trois composantes de la vitesse sont définis par :

$$\frac{\langle u_i'(t) u_i'(t+\tau_{ii})\rangle}{\langle u_i'(t)^2\rangle} = \frac{1}{2} \tag{2.111}$$

pour $i = 1, 2, 3$. Où $\langle . \rangle$ est une moyenne spatiale (dans les directions z et en miroir par rapport au plan central du canal) et temporelle. Trois mille échantillons sont considérés dans le régime turbulent établi $28.6 < t^+ < 29.5$. Ces temps sont tracés dans la figure 2.8 pour le cas SISM-FE uniquement.

On observe que ces temps de corrélation décroissent de manière à peu près monotone avec la distance à la paroi. En cohérence avec l'autocorrélation spatiale, la direction de l'écoulement présente un plus grand temps de corrélation. Dans la figure 2.8 sont aussi

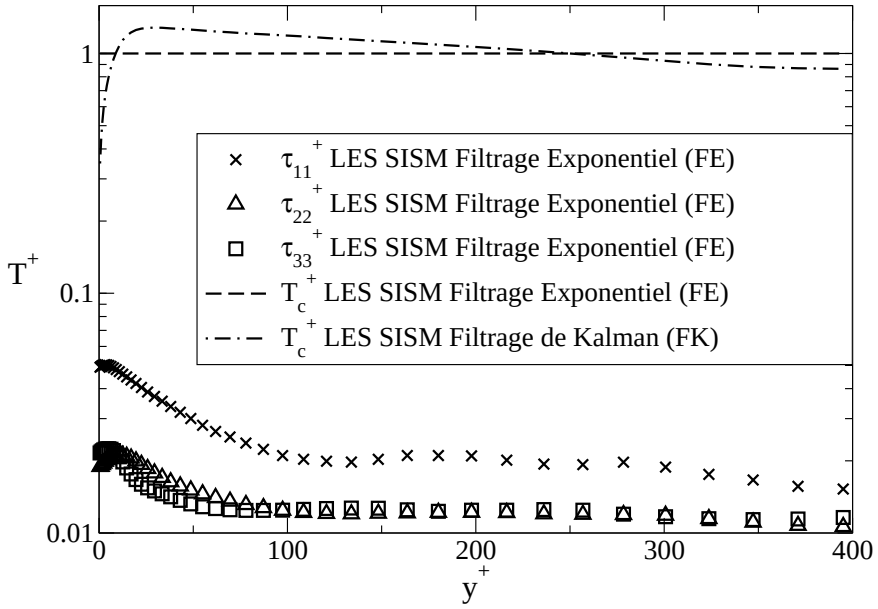


FIG. 2.8 – Temps de corrélation des trois composantes de la vitesse fluctuante, et période de coupure T_c^+ des alorithmes d'extraction de champ moyen par filtrage exponentiel et filtrage de Kalman.

tracées les courbes de la période de coupure des filtrages exponentiels et de Kalman. La période de coupure pour le filtrage exponentiel est constante avec $T_c^+ = 1$ de par sa définition. La période de coupure moyenne du filtre de Kalman est obtenue en identifiant le gain optimal de Kalman K au gain du filtrage exponentiel c_{exp}, puis en appliquant l'équation 2.87 (avec $T_c = 1/f_c$), ce qui donne :

$$T_c^+ = \frac{2\pi\Delta t^+}{\sqrt{3\langle K\rangle}} \tag{2.112}$$

avec $\langle . \rangle$ la moyenne de post-traitement définie et utilisée précédemment (équation 2.111).

Les deux périodes de coupure demeurent importantes (d'un rapport 20 à peu près) comparées aux temps de corrélation des composantes fluctuantes de la vitesse : les méthodes d'extraction de la moyenne filtrent correctement les composantes turbulentes de la vitesse.

L'évolution de la période de coupure du filtre de Kalman est faible, et sa valeur se maintient proche de la valeur de la période de coupure du filtrage exponentiel. Cependant elle décroît avec l'éloignement à la paroi, ce qui est cohérent avec l'évolution des temps de corrélations. Ce comportement du filtre de Kalman correspond aux attentes : il est sensé adapter sa période de coupure en fonction des fluctuations locales de vitesse.

Dans ce cas test, les évolutions spatiales des temps de corrélations sont trop faibles pour que la période de coupure moyenne du filtre de Kalman évolue beaucoup. Cela

explique aussi le faible écart entre les résultats obtenus avec le modèle SISM par les deux méthodes de filtrage temporel du champ de vitesse.

Ce premier cas test sur un écoulement de canal plan a montré que les résultats d'une simulation aux grandes échelles sur un maillage relativement lâche avec le modèle SISM sont comparables à ceux d'une DNS quant aux profils moyens et aux statistiques en un ou deux points. Le modèle SISM, permet de prendre en compte correctement l'impact du champ moyen (et le cisaillement moyen qu'il présente) sur les échelles de sous-maille. Sa formulation simple fournit des résultats de qualité comparable à ceux obtenus par le modèle FSF.

Les deux méthodes développées dans le cadre de cette thèse pour l'extraction du champ moyen (filtrage exponentiel ou de Kalman) présentent de nombreux avantages face à la moyenne spatiale. Ici, les trois méthodes de filtrage ont fourni des résultats sensiblement identiques. Cependant les méthodes FE et FK présentent l'avantage d'être locales en espace et itératives en temps, très simples à calculer et à implémenter numériquement, le tout pour un coût de calcul très faible. Elles présentent donc conjointement au modèle SISM un intérêt pour la simulation d'écoulements complexes tels que ceux rencontrés dans un contexte industriel.

Le chapitre suivant présente un cas test bien plus sévère pour ces méthodes numériques : l'écoulement en régime sous-critique autour d'un barreau cylindrique.

2.5 Une méthode hybride RANS/LES pour une approche zonale

En zone de paroi, les méthodes LES requièrent un maillage dense, non seulement dans la direction normale à la paroi, mais aussi dans le sens de l'écoulement et dans la direction transverse. Sagaut [168] centralise les recommandations de divers auteurs sur les dimensions des mailles en unités de parois. Dans la direction de l'écoulement, ces recommandations vont de $\Delta x^+ < 10$ à $\Delta x^+ < 100$, et dans la direction transverse cela va de $\Delta z^+ < 5$ à $\Delta z^+ < 30$. Pour ce qui est de la direction normale, les recommandations sont plus uniformes avec $\Delta y^+ \simeq 1$ et au minimum 3 points dans la zone $y^+ < 10$ au dessus de la paroi.

Les simulations RANS requièrent elles aussi un maillage assez raffiné dans la direction normale à la paroi, avec une hauteur de première maille généralement entre $\Delta y^+ = 1$ et $\Delta y^+ = 5$ pour les simulations sans loi de paroi (modèles dits "Bas Reynolds"). En revanche, dans les deux autres directions, la taille des mailles n'est limitée que par la discrétisation des gradients moyens et la précision des schémas.

En partant du constat du coût élevé des simulations LES en proche paroi, comparées aux simulations RANS, des techniques d'hybridation de ces deux méthodes [181] ont été développées. La plus populaire est certainement l'approche DES [8]. Celle-ci utilise une modélisation RANS pour le calcul de la proche paroi, tandis que l'écoulement libre est pris en charge par la LES.

L'objectif final de cette thèse est le calcul de l'écoulement dans la région de jeu d'un rotor représentatif d'une soufflante. Cet écoulement de jeu est fortement confiné par les parois du carter et de l'aube, et nous souhaitons le décrire par une approche purement LES, afin de s'affranchir des limitations de la modélisation RANS. En revanche, l'écoulement en pied d'aube et sur la majorité de l'envergure n'est pas d'un intérêt central. Nous nous proposons ainsi d'utiliser une hybridation zonale qui applique les méthodes LES présentées précédemment dans la région de jeu, afin de capturer le plus fidèlement possible cet écoulement complexe fortement turbulent, et qui résout le reste en RANS.

Nous allons détailler dans cette section la méthodologie RANS utilisée (implémentée initialement par Smati [176]), puis la façon dont l'hybridation est réalisée, avant de tester l'ensemble sur un cas simple d'écoulement en canal plan.

2.5.1 Méthode RANS

Cette méthode se base sur les mêmes équations 2.1, 2.2 et 2.3 que la LES. Cependant, elles sont ici moyennées au sens de Reynolds, et non filtrées. On note la moyenne $(\bar{.})$, l'opérateur de Favre $(\tilde{.})$ et les fluctuations associées $(.')$. Pour une variable spécifique q, on a : $\widetilde{q} = \overline{\rho q}/\overline{\rho}$ et $q = \widetilde{q} + q'$. Les équations donnent [176] :

$$\frac{\partial \overline{\rho}}{\partial t} + \frac{\partial (\overline{\rho}\widetilde{u_i})}{\partial x_i} = 0 \tag{2.113}$$

$$\forall i \in [\![1,3]\!] \ : \qquad \frac{\partial (\overline{\rho}\widetilde{u_i})}{\partial t} + \frac{\partial (\overline{\rho}\widetilde{u_i}\widetilde{u_j})}{\partial x_j} = -\frac{\partial \overline{p}}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j}\left(\overline{\tau_{ij}} - \overline{\rho u_i' u_j'}\right) \tag{2.114}$$

$$\frac{\partial (\overline{\rho}\widetilde{e_t})}{\partial t} + \frac{\partial [(\overline{\rho}\widetilde{e_t} + \overline{p})\widetilde{u_i}]}{\partial x_i} = \frac{\partial}{\partial x_j}\left(\overline{u_i \tau_{ij}} - \overline{(\rho e_t + p) u_j'}\right) + \frac{\overline{\mu} c_p}{Pr}\frac{\partial^2 \widetilde{T}}{\partial x_i^2} \tag{2.115}$$

avec :

$$\overline{\tau_{ij}} = \overline{\mu \sigma_{ij}} = \overline{\mu}\left(\frac{\partial \widetilde{u_i}}{\partial x_j} + \frac{\partial \widetilde{u_j}}{\partial x_i} - \frac{2}{3}\delta_{ij}\frac{\partial \widetilde{u_k}}{\partial x_k}\right) \tag{2.116}$$

$$\overline{p} = \overline{\rho}(\gamma - 1)\left[\widetilde{e_t} - \frac{1}{2}(\widetilde{u_i}^2 + \widetilde{u_i'^2})\right] \tag{2.117}$$

Afin de fermer le système, il est nécessaire de modéliser l'impact de la turbulence dans ces équations. Celle-ci intervient *via* les termes notés $(.)'$ qui représentent les

fluctuations des variables autour de leurs valeurs moyennes. À ce propos, on définit l'énergie cinétique turbulente :

$$k = \frac{1}{2}\widetilde{u_i'^2} \tag{2.118}$$

Le terme $-\overline{\rho u_i' u_j'}$ est appellé tenseur de Reynolds, et est noté $\overline{\tau_{t_{ij}}}$. On le modélise en assimilant son comportement à une diffusion visqueuse. Ainsi, similairement au tenseur de sous-maille (2.2.1.3), on le décompose en sa partie déviatrice et sa partie isotrope. Une formulation de type Boussinesq [23] est alors utilisée pour évaluer la partie déviatrice tandis que la partie isotrope fait intervenir directement l'énergie cinétique turbulente :

$$\overline{\tau_{t_{ij}}} = \overline{\mu_t}\widetilde{\sigma_{ij}} - \frac{2}{3}\overline{\rho}\widetilde{k}\delta_{ij} = \mu_t\left(\frac{\partial\widetilde{u_i}}{\partial x_j} + \frac{\partial\widetilde{u_j}}{\partial x_i} - \frac{2}{3}\delta_{ij}\frac{\partial\widetilde{u_k}}{\partial x_k}\right) - \frac{2}{3}\overline{\rho}\widetilde{k}\delta_{ij} \tag{2.119}$$

Cette modélisation fait intervenir une viscosité dite turbulente, car représentative de l'ensemble de la turbulence de l'écoulement. Afin de modéliser celle-ci, nous suivons l'approche introduite par Wilcox [202], qui utilise deux variables caractérisant la turbulence : l'énergie cinétique turbulente k et le taux spécifique de dissipation de l'énergie cinétique turbulente ω. Ces deux variables sont régies par des équations de transport qui restent à définir.

Deux termes non-linéaires apparaissent dans l'équation de l'énergie. Le premier est modélisé par :

$$\overline{(\rho e_t + p)\, u_i'} = -\frac{\gamma c_v \mu_t}{Pr_t}\frac{\partial\widetilde{T}}{\partial x_i} - \overline{\tau_{t_{ij}}}\widetilde{u_j} - \frac{\mu_t}{\sigma_k}\frac{\partial\widetilde{k}}{\partial x_i} \tag{2.120}$$

Le second terme est modélisé :

$$\overline{\tau_{ij}u_i} = \overline{\tau_{ij}}\widetilde{u_i} + \overline{\mu}\frac{\partial\widetilde{k}}{\partial x_j} \tag{2.121}$$

Les équations de transport de k et ω, ainsi que l'expression de μ_t sont dépendantes du choix d'un modèle de turbulence. Ici le choix s'est porté sur le modèle $k-\omega$ de Wilcox [202]. Ce modèle standard de nos jours est similaire au modèle $k-\epsilon$ [105, 121] mais a un meilleur comportement en écoulements décollés.

Les équations finales s'écrivent :

$$\frac{\partial\overline{\rho}}{\partial t} + \frac{\partial(\overline{\rho}\widetilde{u_i})}{\partial x_i} = 0 \tag{2.122}$$

$$\forall i \in [\![1,3]\!] \ : \qquad \frac{\partial(\overline{\rho}\widetilde{u_i})}{\partial t} + \frac{\partial(\overline{\rho}\widetilde{u_i}\widetilde{u_j})}{\partial x_j} = -\frac{\partial\overline{p}}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j}\left[(\overline{\mu}+\mu_t)\widetilde{\sigma_{ij}} - \frac{2}{3}\overline{\rho}\widetilde{k}\delta_{ij}\right] \tag{2.123}$$

$$\begin{aligned}\frac{\partial(\overline{\rho}\widetilde{e_t})}{\partial t}+\frac{\partial\left[(\overline{\rho}\widetilde{e_t}+\overline{p})\widetilde{u_i}\right]}{\partial x_i}=&\frac{\partial}{\partial x_j}\left[(\overline{\mu}+\mu_t)\widetilde{\sigma_{ij}}\widetilde{u_i}-\frac{2}{3}\overline{\rho}\widetilde{k}\delta_{ij}\widetilde{u_i}\right]\\&+c_p\left[\frac{\overline{\mu}}{\mathrm{Pr}}+\frac{\mu_t}{Pr_t}\right]\frac{\partial^2\widetilde{T}}{\partial x_j^2}+\left(\overline{\mu}+\frac{\mu_t}{\sigma_k}\right)\frac{\partial^2\widetilde{k}}{\partial x_j^2}\end{aligned}\tag{2.124}$$

Et les équations de transport pour k et ω, selon la modélisation de Wilcox :

$$\frac{\partial\left(\overline{\rho}\widetilde{k}\right)}{\partial t}+\frac{\partial}{\partial x_i}\left[\overline{\rho}\widetilde{k}\widetilde{u_i}-\left(\overline{\mu}+\frac{\mu_t}{\sigma_k}\right)\frac{\partial\widetilde{k}}{\partial x_i}\right]=\left(\mu_t\widetilde{\sigma_{ij}}-\frac{2}{3}\overline{\rho}\widetilde{k}\delta_{ij}\right)\frac{\partial\widetilde{u_i}}{\partial x_j}-C_k\overline{\rho}\widetilde{\omega}\widetilde{k}\tag{2.125}$$

$$\frac{\partial\left(\overline{\rho}\widetilde{\omega}\right)}{\partial t}+\frac{\partial}{\partial x_i}\left[\overline{\rho}\widetilde{\omega}\widetilde{u_i}-\left(\overline{\mu}+\frac{\mu_t}{\sigma_\omega}\right)\frac{\partial\widetilde{\omega}}{\partial x_i}\right]=C_{\omega1}\frac{\widetilde{\omega}}{\widetilde{k}}\frac{\partial\widetilde{u_i}}{\partial x_j}\left(\mu_t\widetilde{\sigma_{ij}}-\frac{2}{3}\overline{\rho}\widetilde{k}\delta_{ij}\right)-C_{\omega2}\overline{\rho}\widetilde{\omega}^2\tag{2.126}$$

où $\mu_t = C_\mu\overline{\rho}\frac{\widetilde{k}}{\widetilde{\omega}}$. Cette modélisation fait apparaître divers coefficients, calibrés sur des écoulements de référence [202] :

$$C_\mu = 1\ ;\ \sigma_k = 2.0\ ;\ \sigma_\omega = 2.0\ ;\ C_k = 0.09\ ;\ C_{\omega1} = \frac{5}{9}\ ;\ C_{\omega2} = \frac{3}{40}$$

2.5.2 Hybridation des méthodes RANS et LES

Nous partons du constat que les équations à résoudre pour les méthodes RANS et LES présentent une très forte similitude. On peut ainsi comparer la viscosité de sous-maille LES à la viscosité turbulente RANS, et les variables filtrées LES aux variables moyennées RANS. Ceci fournit une base aux méthodes hybrides. Dans le cas d'une méthode zonale, comme nous souhaitons développer ici, le domaine de calcul est découpé *a priori* en zones RANS et en zones LES[1]. Ainsi, la transition entre les zones RANS et les zones LES est un problème crucial pour une méthode zonale.

- Les variables transmises d'une zone LES à une zone RANS doivent être moyennées, en utilisant par exemple les méthodes de filtrage présentées précédemment.
- Inversement, il faut générer les fluctuations turbulentes autour des variables transmises d'un domaine RANS à un domaine LES, en adéquation avec les informations fournies par la modélisation (dans notre cas : k et ω). Ceci est particulièrement important et délicat lorsque le domaine LES est situé en aval du domaine RANS, et a fait l'objet de nombreuses études [113, 152, 189, 195].

L'approche rigoureuse des interfaces entre zones, développée au paragraphe précédent, et nécessitant une reconstruction des fluctuations, est qualifiée de fine (*sharp*) par Sagaut [168]. Par opposition, on peut développer une approche lisse (*smooth*), qui laisse les fluctuations se développer à partir des instabilités du champ moyen et de la cascade d'énergie, au travers d'une zone de transition. C'est cette dernière approche

[1] à distinguer des approches de type DES, où la méthode RANS est contrainte au voisinage de la paroi

qui va être mise en œuvre ici, en prenant soin de disposer les interfaces entre zones RANS et LES de manière globalement tangente à l'écoulement, afin d'augmenter le temps caractéristique de traversée de la zone de transition.

de conservation de la quantité de mouvement, $\frac{2}{3}\overline{\rho}\widetilde{k}\delta_{ij}\widetilde{u_i}$ et $\left(\overline{\mu}+\frac{\mu_t}{\sigma_k}\right)\frac{\partial^2\widetilde{k}}{\partial x_j^2}$ dans l'équation de l'énergie totale. Nous nous pencherons ultérieurement sur cette question.
Si l'on pose μ_{mod} une viscosité dépendant de l'approche considérée localement (RANS ou LES), nous pouvons appliquer un unique système d'équations à toute la simulation.

Baggett [8] propose une méthode d'évolution spatiale de la viscosité de modélisation μ_{mod} remplaçant toute occurence de la viscosité turbulente μ_t et de la viscosité de sous-maille μ_{sm}. Il propose deux approches d'évolution spatiale. La première est une pondération du tenseur des contraintes visqueuses en fonction (linéaire) des rapports contraintes prédites / contraintes de sous-maille :

$$\mu_{mod}\widetilde{\sigma_{ij}} = \Pi_{ij} - \frac{1}{3}\Pi_{kk}\delta_{ij} = \mu_{sm}\left[\widetilde{\sigma_{ij}} - (1-\beta(\mathbf{x}))\langle\widetilde{\sigma_{ij}}\rangle\right] + \mu_t\beta(\mathbf{x})\langle\widetilde{\sigma_{ij}}\rangle \tag{2.127}$$

La seconde approche est une pondération de la viscosité turbulente et de la viscosité de sous-maille :

$$\mu_{mod}\widetilde{\sigma_{ij}} = \Pi_{ij} - \frac{1}{3}\Pi_{kk}\delta_{ij} = \left[(1-\beta(\mathbf{x}))\mu_{sm} + \beta(\mathbf{x})\mu_t\right]\widetilde{\sigma_{ij}} \tag{2.128}$$

Ces deux approches introduisent une loi $\beta(x)$ qui définit l'hybridation spatiale *a priori*.

La comparaison de ces deux approches pour une DES en canal, où la proche paroi est résolue en RANS et le centre de celui-ci est résolu en LES, montre un meilleur comportement du premier modèle. La haute viscosité turbulente rendue par le second modèle tend à diminuer le nombre de Reynolds effectif de l'écoulement simulé, ce qui a un impact important sur la physique de la couche limite. Cette problématique de nombre de Reynolds effectif réduit par la viscosité turbulente apparaît dans toute simulation RANS ; à ce jour cette question fait toujours débat.

Dans notre cas, le RANS n'est pas limité à la zone de proche paroi, et on restreint les échanges entre zones LES et RANS en utilisant une frontière assimilée à une nappe de courant. De plus, l'impact du cisaillement est déjà pris en compte dans notre modélisation de sous-maille, et la modélisation RANS $k-\omega$ est relativement adaptée aux écoulements de paroi. Enfin, la première méthode requiert une moyenne spatiale supplémentaire ce qui augmente le coût de calcul, et rend la simulation non locale. Ces raisons conduisent au choix de la seconde méthode.

Le système d'équations que nous choisissons de résoudre s'écrit donc :

$$\frac{\partial \overline{\rho}}{\partial t} + \frac{\partial (\overline{\rho}\widetilde{u_i})}{\partial x_i} = 0 \tag{2.129}$$

$$\forall i \in [\![1,3]\!] \ : \qquad \frac{\partial (\overline{\rho}\widetilde{u_i})}{\partial t} + \frac{\partial (\overline{\rho}\widetilde{u_i}\widetilde{u_j})}{\partial x_j} = -\frac{\partial \overline{p}}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j}\left[(\overline{\mu}+\mu_{mod})\widetilde{\sigma_{ij}} - \frac{2}{3}\overline{\rho}\widetilde{k}\delta_{ij}\right] \tag{2.130}$$

$$\begin{aligned}\frac{\partial (\overline{\rho}\widetilde{e_t})}{\partial t} + \frac{\partial \left[(\overline{\rho}\widetilde{e_t}+\overline{p})\widetilde{u_i}\right]}{\partial x_i} =& \frac{\partial}{\partial x_j}\left[(\overline{\mu}+\mu_{mod})\widetilde{u_i}\widetilde{\sigma_{ij}} - \frac{2}{3}\overline{\rho}\widetilde{k}\delta_{ij}\widetilde{u_i}\right] \\ &+ c_p\left[\frac{\overline{\mu}}{\mathrm{Pr}} + \frac{\mu_{mod}}{Pr_t}\right]\frac{\partial^2 \widetilde{T}}{\partial x_j^2} + \left(\overline{\mu}+\frac{\mu_{mod}}{\sigma_k}\right)\frac{\partial^2 \widetilde{k}}{\partial x_j^2}\end{aligned} \tag{2.131}$$

avec :

$$\mu_{mod} = (1-\beta(\mathbf{x}))\mu_{sm} + \beta(\mathbf{x})\mu_t \tag{2.132}$$

Il faut joindre à ce système les équations permettant de calculer μ_t et μ_{sm}.

– Les équations de transport pour k et ω :

$$\begin{aligned}\frac{\partial \left(\overline{\rho}\widetilde{k}\right)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_i}\left[\overline{\rho}\widetilde{k}\widetilde{u_i} - \left(\overline{\mu}+\frac{\mu_{mod}}{\sigma_k}\right)\frac{\partial \widetilde{k}}{\partial x_i}\right] =& \left(\mu_{mod}\widetilde{\sigma_{ij}} - \frac{2}{3}\overline{\rho}\widetilde{k}\delta_{ij}\right)\frac{\partial \widetilde{u_i}}{\partial x_j} \\ &- C_k\overline{\rho}\widetilde{\omega}\widetilde{k}\end{aligned} \tag{2.133}$$

$$\begin{aligned}\frac{\partial \left(\overline{\rho}\widetilde{\omega}\right)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_i}\left[\overline{\rho}\widetilde{\omega}\widetilde{u_i} - \left(\overline{\mu}+\frac{\mu_{mod}}{\sigma_\omega}\right)\frac{\partial \widetilde{\omega}}{\partial x_i}\right] =& C_{\omega 1}\frac{\widetilde{\omega}}{\widetilde{k}}\frac{\partial \widetilde{u_i}}{\partial x_j}\left(\mu_{mod}\widetilde{\sigma_{ij}} - \frac{2}{3}\overline{\rho}\widetilde{k}\delta_{ij}\right) \\ &- C_{\omega 2}\overline{\rho}\widetilde{\omega}^2\end{aligned} \tag{2.134}$$

– Une méthode de calcul de la viscosité de sous-maille, parmi celles présentées précédemment.

– La loi d'évolution spatiale $\beta(x)$ de l'hybridation des approches RANS et LES.

Ce système d'équations est parfaitement adapté en zones RANS ($\beta = 1$), mais en zones LES ($\beta = 0$) il reste à s'assurer que les termes suivants s'annulent :

$$-\frac{2}{3}\frac{\partial \left(\overline{\rho}\widetilde{k}\delta_{ij}\right)}{\partial x_j} \tag{2.135}$$

$$-\frac{2}{3}\frac{\partial \left(\overline{\rho}\widetilde{k}\delta_{ij}\widetilde{u_i}\right)}{\partial x_j} \tag{2.136}$$

$$\left(\overline{\mu}+\frac{\mu_{mod}}{\sigma_k}\right)\frac{\partial^2 \widetilde{k}}{\partial x_j^2} \tag{2.137}$$

Ces trois termes font intervenir l'énergie cinétique turbulente k dont la production est régie par le terme suivant [176] :

$$\widetilde{P_k} = \overline{\tau_{t_{ij}}}\frac{\partial \widetilde{u_i}}{\partial x_j} = \left(\mu_{mod}\sigma_{ij} - \frac{2}{3}\overline{\rho}\widetilde{k}\delta_{ij}\widetilde{u_i}\right)\frac{\partial \widetilde{u_i}}{\partial x_j} \tag{2.138}$$

Dans la région LES on a $\mu_{mod} = \mu_{sm}$, avec μ_{sm} très petit comparé à μ_t. La contribution du premier terme de la production de k est naturellement très faible dans les régions LES comparé aux régions RANS. Le second terme est de signe négatif ; une haute valeur de k conduit à une valeur négative de la production d'énergie cinétique turbulente, et donc à une dissipation de celle-ci. L'équation de l'énergie cinétique turbulente en zones LES tend donc à annuler celle-ci, ce qui permet d'amortir les termes 2.135, 2.136 et 2.137 comme souhaité. Cet effet est renforcé par le choix des frontières entre zones RANS et LES au voisinage de nappes de courant, ce qui permet de limiter le transport de k vers les zones LES.

On peut envisager également d'amortir explicitement ces termes en les pondérant par une fonction qui suit l'évolution de β. Ceci n'a pu être fait dans le cadre de ces travaux, mais constitue une piste d'amélioration intéressante.

2.5.3 Application test sur un écoulement de canal plan

Afin de tester la méthode zonale développée précédemment, et de vérifier notamment le faible impact des trois termes (2.135, 2.136, 2.137), nous réalisons un calcul sur un canal plan.

La configuration du calcul est identique à celle vue en section 2.4 (nombre de Reynolds, maillage ...), à l'exception de la modélisation turbulente qui est ici zonale. La séparation entre les deux zones de calcul RANS et LES est placée sur le plan à mi-hauteur entre les parois du canal, qui correspond à une nappe de courant moyenne. Nous désirons en effet avoir une paroi simulée en RANS, une en LES, et une zone de transition suffisamment éloignée de la zone d'intérêt (la proche paroi). Nous définissons une zone LES ($\beta = 0$) entre la paroi en $y = -\delta$ et $y = -0.3\delta$, et symétriquement, une zone RANS ($\beta = 1$) entre la paroi en $y = \delta$ et $y = 0.3\delta$. Nous souhaitons que la transition et sa dérivée soient continues mais surtout que passé les bornes de la zone de transition, les simulations soient purement LES ou RANS. Ceci élimine les profils en tangente hyperbolique par exemple. Nous optons pour la solution simple d'un polynôme du 3^e degré qui respecte :

$$\beta(y = -0.3\delta) = 0$$
$$\beta(y = 0.3\delta) = 1$$
$$\frac{\partial \beta}{\partial y}(y = -0.3\delta) = 0$$
$$\frac{\partial \beta}{\partial y}(y = 0.3\delta) = 0$$

Le calcul zonal RANS/LES est comparé par la suite à la précédente simulation LES (pure), à un calcul RANS pur, ainsi qu'aux résultats DNS de Moser [140]. Sur la figure 2.9 est tracée une comparaison du profil de vitesse moyenne entre le côté RANS de la simulation zonale, la simulation RANS pure et la DNS. On observe une concordance parfaite entre les résultats des simulations RANS et zonale, qui permet d'affirmer que le calcul zonal se comporte bien dans sa zone RANS. Dans la figure 2.10 est tracée le même type de comparaison, entre le côté LES de la simulation zonale, la LES pure et la DNS. Les résultats LES sont très similaires, même si l'approche zonale est légèrement moins proche de la DNS. On rappelle que les écarts observés sur la vitesse à mi-canal proviennent en fait de l'adimensionnement par la vitesse de frottement, qui est sous-estimée par les simulations LES.

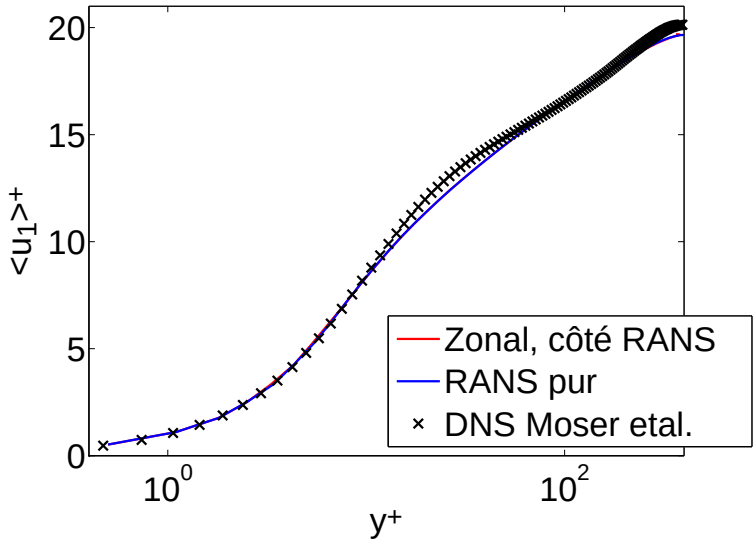


FIG. 2.9 – Profils normaux à la paroi de la vitesse axiale moyenne ; comparaison de la zone RANS du calcul zonal, à un calcul RANS pur, et aux données DNS.

Afin d'étudier plus en détail l'impact de la méthode zonale sur les résultats LES, nous traçons en figure 2.11 des grandeurs représentatives de la turbulence. Sur la partie gauche, les fluctuations des trois composantes de la vitesse sont comparées. Sur la

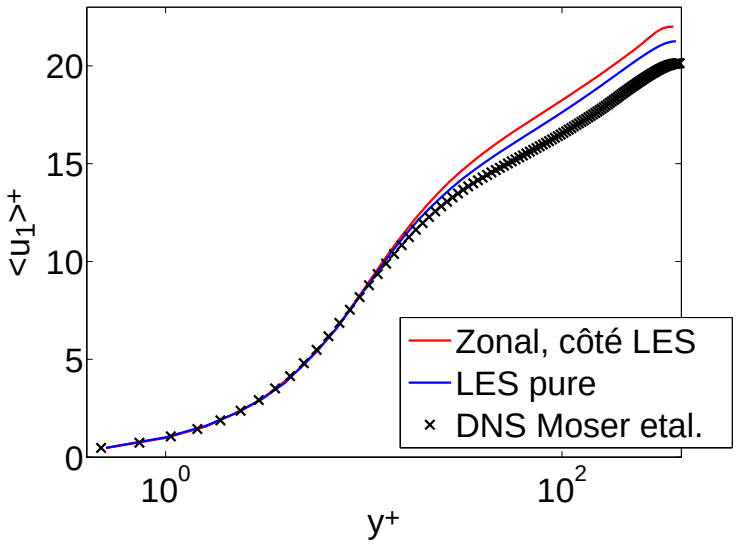


FIG. 2.10 – Profils normaux à la paroi de la vitesse axiale moyenne ; comparaison de la zone LES du calcul zonal, au calcul LES pur, et aux données DNS.

majeure partie de la hauteur, les courbes de la LES pure et de la zone LES du calcul zonal sont en très bon accord, ce qui témoigne notamment du peu d'impact des trois termes parasites RANS dans les équations LES. En revanche, on observe à partir de $y^+ \simeq 230$ une chute importante des valeurs obtenues par la simulation zonale. Cela correspond à la région de transition entre les deux méthodes numériques, la viscosité de modélisation s'accroît en se rapprochant de sa valeur calculée par la méthode RANS, ce qui limite les fluctuations.

Ces observations sont corroborées par la comparaison des spectres d'énergie cinétique axiale, sur la partie droite de la figure 2.11. Les spectres aux deux hauteurs $y^+ = 10$ et $y^+ = 100$ montrent un très bon accord des résultats de la simulation zonale dans sa région LES, avec les résultats LES.

Enfin, nous traçons en figure 2.12 l'autocorrelation des trois composantes de la vitesse, entre deux points espacés dans la direction de l'écoulement ou dans l'envergure du canal, pour deux hauteurs distincte. Les autocorrelations dans la direction de l'envergure du canal obtenues dans la région LES du calcul zonal sont en très bon accord avec celles de la LES pure et de la DNS. En revanche, dans la direction de l'écoulement, la méthode zonale rend une autocorrélatation de la vitesse axiale beaucoup plus forte.

Les corrélations en deux points sont gouvernées par les plus grandes échelles de la turbulence, qui ont dans ce cas-ci une taille comparable à l'extension du demi-canal. Ce cas test d'hybridation est donc particulièrement sévère, puisque les zones RANS et

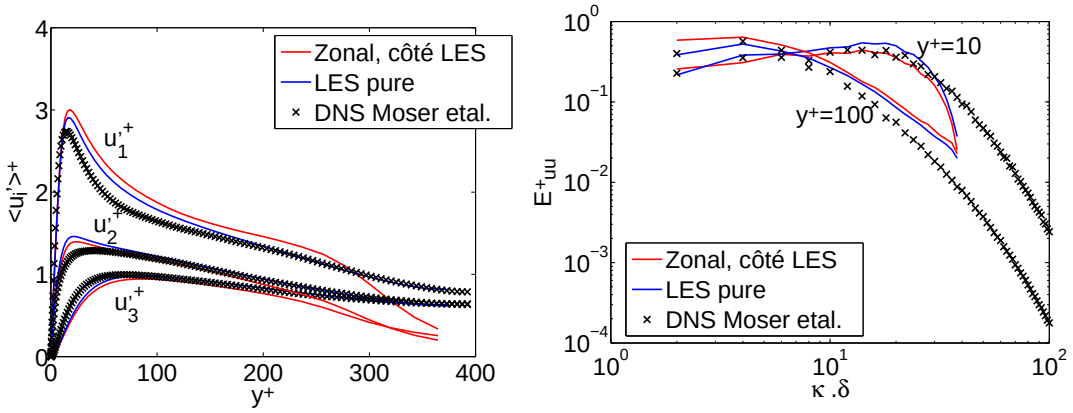


FIG. 2.11 – À gauche : profils normaux à la paroi des composantes fluctuantes de la vitesse. À droite : spectre selon l'envergure axiale du canal de l'énergie cinétique. Comparaison de la zone LES du calcul zonal, au calcul LES pur, et aux données DNS.

LES ont une taille de l'ordre des plus grandes échelles turbulentes. Il apparaît donc naturel que la technique d'hybridation zonale, forcément artificielle, affecte les plus grandes échelles de la turbulence et donc les corrélations. D'ailleurs, on remarquera que c'est l'autocorrélation la plus étendue qui est principalement affectée, et que celle-ci est accrue, comme on peut l'attendre de l'influence d'une solution RANS (corrélée sur toute la longueur). Afin de limiter ce problème, nous recommandons de capturer toute la zone d'intérêt de l'écoulement dans la zone LES pure.

La qualité des résultats obtenus permet de justifier l'utilisation de la méthode zonale pour le cas de l'écoulement de jeu, ce qui est présenté au chapitre 4. Auparavant, l'analyse des méthodes LES va être approfondie au chapitre 3, sur le cas de l'écoulement autour d'un barreau cylindrique en régime sous-critique.

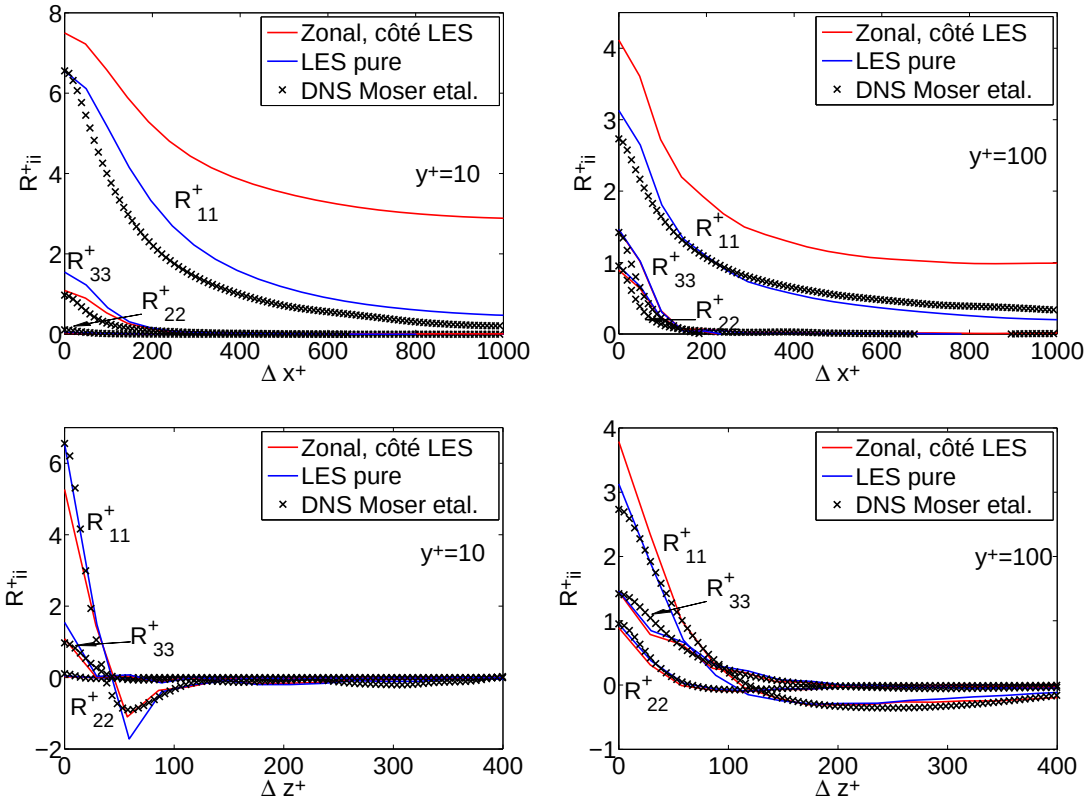


FIG. 2.12 – Autocorrélation des trois composantes de vitesse, entre deux points séparés spatialement dans la direction de l'écoulement (graphes du haut) et dans l'envergure du canal (graphes du bas), pour $y^+ = 10$ sur les graphes de gauche et $y^+ = 100$ sur ceux de droite. Comparaison des résultats dans la région LES du calcul zonal, au calcul LES pur, et aux données DNS.

Chapitre 3

Écoulement autour d'un barreau cylindrique en régime sous-critique

Dans la partie 2.4 nous avons effectué un premier test du modèle de sous-maille et des algorithmes d'extraction de la moyenne sur un cas-test basique : le canal plan bi-périodique. L'objectif final de ce modèle est d'être appliqué à des écoulements faisant apparaître des phénomènes physiques complexes tels que des instationnarités, des décollements, des écoulements tourbillonnaires etc. Ainsi, nous avons choisi de tester ce modèle sur l'écoulement d'un barreau cylindrique en régime sous-critique.

De façon générale, les écoulements autour de corps non profilés sont des cas tests sélectifs pour les simulations aux grandes échelles [164]. Les écoulements autour de cylindres circulaires sont, en particulier à haut nombre de Reynolds, des cas tests réputés [26] et bien documentés tant par des résultats expérimentaux [2, 32, 67, 146, 148, 161] que par des résultats numériques [15, 25, 52, 198].

La principale caractéristique des écoulements autour de cylindres circulaires est que le point de décollement n'est pas fixé par la géométrie. De plus, le lâcher tourbillonnaire qu'ils présentent pour quasiment tout nombre de Reynolds supérieur à 40 induit une forte instationnarité de l'écoulement. Enfin, à un nombre de Reynolds suffisamment élevé, une transition vers la turbulence a lieu aux abords du décollement. Dans un tel régime, la présence de turbulence, d'instationnarité, de décollements et de grosses structures cohérentes (allées tourbillonnaires), fournit un cas-test sévère pour l'évaluation de nos méthodes numériques.

La prise en compte du champ moyen requis par le modèle de sous-maille SISM est ici complexe. En effet, le phénomène basse fréquence qu'est le lâcher tourbillonnaire ne se retrouve pas du tout dans le champ moyen. Or cette basse fréquence domine la physique de l'écoulement ; entre-autres, les points de décollement des couches limites oscillent à cette fréquence. Considérer la moyenne temporelle au sens de la moyenne de N instants successifs décrivant plusieurs périodes de lâcher tourbillonnaire sera source de nombreuses erreurs dans l'évaluation de la viscosité de sous-maille : le point de décollement du champ instantané concordera autant avec le point de décollement du champ moyen qu'une horloge arrêtée donnera la même heure qu'une horloge en marche. Il est donc important ici d'inclure dans le champ moyen les grosses structures du lâcher tourbillonnaire.

Contrairement au cas du canal plan, il n'y a pas ici de dimension homogène sur laquelle effectuer des moyennes spatiales pour obtenir le champ moyen requis par le modèle SISM. En effet, malgré une géométrie uniforme le long de l'envergure du cylindre, le lâcher tourbillonnaire présente un comportement tridimensionnel [203]. Ainsi, l'emploi des algorithmes présentés en 2.2.4 est ici nécessaire.

3.1 Simulations sur une envergure de 3 diamètres

3.1.1 Mise en place de la simulation

Nous souhaitons simuler l'écoulement autour du barreau cylindrique en régime sous-critique (TrSL3 selon la notation de Zdravkovich [213]), ce qui impose un nombre de Reynolds (basé sur le diamètre) $Re_D \in [30\,000; 150\,000]$ environ selon les données centralisées par Zdravovich [213]. Le nombre de Reynolds choisi est $Re_D = 47\,000$, obtenu avec un cylindre de diamètre $D = 0.01\ m$ (d'axe z) placé dans un écoulement d'air de vitesse $U_\infty = 70\ m.s^{-1}$ dans la direction x, sous les conditions standard de température et de pression. Ces conditions ont été choisies pour reproduire les conditions de l'expérience de Jacob *et al.*[98].

Un tel écoulement présente de nombreux phénomènes complexes : décollement des couches limites laminaires, transition turbulente dans les couches de cisaillement, sillage fortement turbulent mais gouverné par l'existence d'une allée de von Kármán de nombre de Strouhal :

$$St = \frac{f_{lt} D}{U_\infty} \simeq 0.2 \tag{3.1}$$

correspondant à une fréquence de lâcher tourbillonnaire $f_{lt} \simeq 1400\ Hz$. Cette fréquence n'est qu'une estimation de la valeur attendue. De nombreux paramètres expérimentaux

(envergure considérée, effets de bord, niveau de turbulence dans l'écoulement impactant) produisent une variabilité de cette fréquence de l'ordre de $10-20\%$ maximum [32, 148].

L'expérience de référence a été menée pour un cylindre d'envergure $30D$. Afin de limiter le coût de calcul, la simulation est effectuée sur une envergure de $3D$. Le domaine de calcul est un cylindre centré sur le barreau cylindrique qui s'étend radialement jusqu'à $20D$. Les deux plans limites en envergure sont liés par périodicité ce qui rend la simulation plus proche d'une configuration à grande envergure, sans effet de bord.

Le maillage utilisé est représenté en figure 3.1. Sur une longueur de $2D$ en aval du cylindre, une attention particulière est apportée à la régularité et à l'orthogonalité des mailles. La taille des mailles en unité de paroi aux abords du cylindre est bornée par $\Delta r^+_{max} \simeq 1$ (avec un taux de croissance de 1.2), $r\Delta\theta^+_{max} = 20$ et $\Delta z^+_{max} = 25$; ces valeurs maximales sont atteintes dans la zone turbulente juste en aval du décollement. Ces valeurs sont en accord avec les recommandations classiques pour la simulation aux grandes échelles [168].

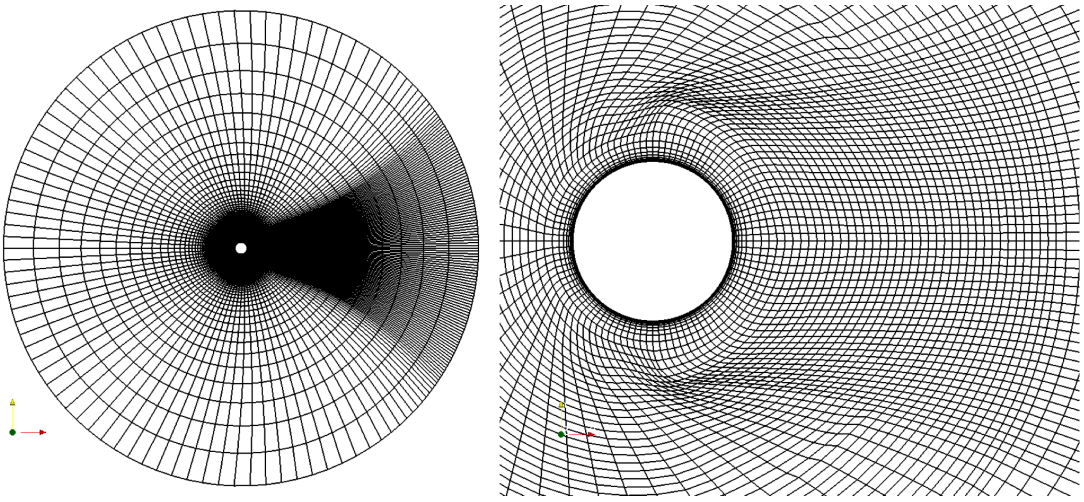


FIG. 3.1 – Maillage autour du barreau cylindrique sur un plan à z constant. À gauche : vue globale ; à droite : vue de la région du proche sillage (un point sur deux tracé dans chaque direction)

Le pas en temps Δt est imposé avec $\Delta t U_\infty/D = 4.2 \times 10^{-4}$ afin de garantir la stabilité de l'avance en temps par le schéma explicite de Runge-Kuta à trois sous-pas.

Les deux simulations effectuées utilisent le modèle SISM pour prendre en compte

les échelles non résolues. Ces deux simulations diffèrent uniquement par la méthode employée afin d'obtenir le champ moyen requis par le SISM.

La première simulation, notée SISM-FE-3D (le 3D précise ici l'extension en envergure de trois diamètres), utilise un filtrage glissant exponentiel tel que présenté en 2.2.4.1. La fréquence de coupure du lissage est constante et uniforme sur tout le domaine. Comme discuté précédemment, le champ filtré doit capturer le lâcher tourbillonnaire et les instationnarités associées. Ainsi, la fréquence de coupure du filtrage glissant exponentiel a été choisie en fonction de la fréquence attendue du lâcher tourbillonnaire par :

$$f_c^{exp} = 2f_{lt} \tag{3.2}$$

Le facteur 2 est arbitraire et assure que les phénomènes à la fréquence f_{lt} ne sont pas trop atténués par le lissage. À la fréquence de coupure du filtre les amplitudes du signal de sortie sont atténués de 50% par rapport à celles du signal d'entrée [128], alors que l'atténuation n'est que de 25% à $f_c/2 = f_{lt}$. Cette fréquence de coupure correspond à un coefficient de lissage $c_{exp} = 6.093 \times 10^{-4}$, obtenu via l'équation 2.87.

Dans la simulation de canal plan présentée en 2.4, la fréquence de coupure du filtrage exponentiel était construite à partir de la vitesse de friction u_w et de la demi-hauteur du canal δ par : $f_c = u_w/\delta$. De la même façon, nous pouvons construire ici une fréquence similaire basée sur la valeur maximale de la vitesse de friction (obtenue *a posteriori*) et le rayon du barreau cylindrique ($R = D/2$) :

$$f_w = \frac{\mathrm{Max}[u_w(\theta)]}{R} \tag{3.3}$$

Cette fréquence vaut $f_w = 1430\ Hz$ pour la simulation SISM-FE-3D. Cette valeur tombe très proche de celle de la fréquence du lâcher tourbillonnaire $f_{lt} \simeq 1400\ Hz$. Dans le cas du cylindre, définir la coupure des très grandes échelles à partir du lâcher tourbillonnaire donne bien le même résultat qu'avec la méthode employée dans le cas du canal, et basée sur les grandeurs de référence.

La seconde simulation, notée SISM-FK-3D, utilise le filtrage de Kalman (présenté en 2.2.4.2). Cette méthode requiert pour sa mise en œuvre deux paramètres qui sont une vitesse de référence u_* et une fréquence de référence f_*, apparaissant dans les équations 2.90 et 2.96. Le choix de ces paramètres n'est pas un facteur critique de la simulation, c'est leur ordre de grandeur qui importe. Le choix naturel est : $u_* = U_\infty$ et $f_* = f_{lt}$. Contrairement au cas du filtrage exponentiel, il n'est pas nécessaire de faire intervenir un facteur sans dimension sur la fréquence, cette valeur est un ordre de grandeur. La

fréquence de coupure effective du filtre de Kalman s'adapte en temps et en espace de façon à suivre au mieux l'écoulement.

À partir de l'instant où la simulation est statistiquement stable, 3000 champs instantanés sont sauvegardés, couvrant 24 périodes de lâchers tourbillonnaires. Dans les résultats présentés ci-après, la notation $\overline{(.)}$ représentera par la suite (sauf indication contraire) la moyenne de post-traitement. Les lettres z, s et t accolées indiqueront respectivement une moyenne spatiale dans la direction de l'envergure, par symétrie et temporelle.

3.1.2 Résultats aérodynamiques

3.1.2.1 Champs moyens de vitesse

Les champs moyens de vitesse axiale obtenus pour les deux simulations sont représentés en figure 3.2 (moitiés supérieures). Les carrés gris délimitent l'extension axiale de la zone de recirculation moyenne : la longueur de recirculation l_r est définie par :

$$\overline{U_x}^{z,t}(x = l_r, y = 0) = 0 \tag{3.4}$$

Dans les moitiés inférieures sont tracés les vecteurs de vitesse moyenne $\overline{\overrightarrow{U}}^{z,t}$. On note que la zone de recirculation moyenne est plus large dans la simulation SISM-FK-3D ($l_r = 1.05D$) que dans la simulation SISM-FE-3D ($l_r = 1.15D$), mais que toutes deux sont inférieures à la valeur expérimentale $l_r = 1.25D$. Mis à part cela, les résultats présentent une similitude certaine.

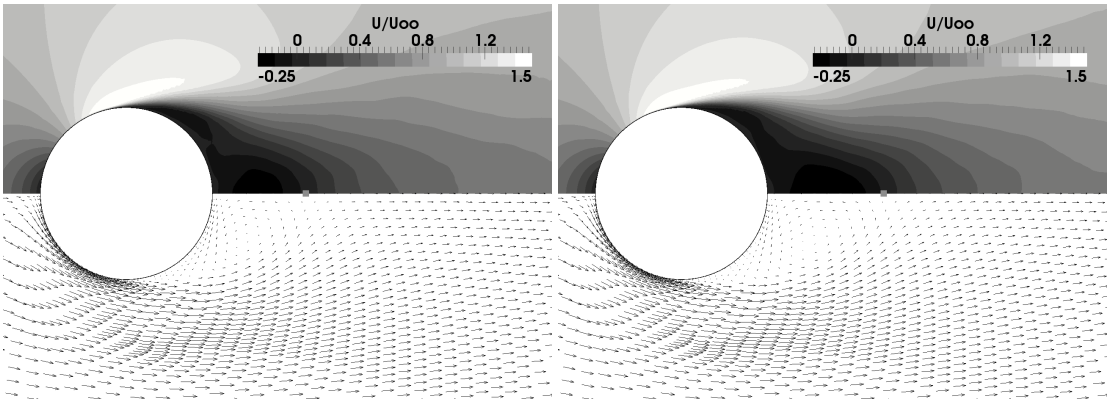


FIG. 3.2 – Champs de vitesse moyenne. À gauche : simulation SISM-FE-3D ; à droite : simulation SISM-FK-3D. En haut : champ de vitesse axiale moyenne adimensionnée : $\overline{U_x}^{z,t}/U_\infty$; en bas : vecteurs vitesse moyens.

3.1.2.2 Forces subies par le cylindre

Le lâcher tourbillonnaire induit de fortes fluctuations du champ de pression aux abords du cylindre. Cela se traduit par des forces fluctuantes sur celui-ci. En pratique on décompose la force subie en deux composantes : la traînée s'exerce dans le sens de l'écoulement, la portance est perpendiculaire à celui-ci.

On calcule, à chaque pas de temps sauvegardé, les coefficients de portance C_L et de traînée C_D en intégrant la pression sur la surface du barreau (nous négligeons le frottement dans la force de traînée). Le résultat obtenu sur une durée de 24 lâchers tourbillonnaires pour chacune des deux simulations est tracé dans les figures 3.3 et 3.4.

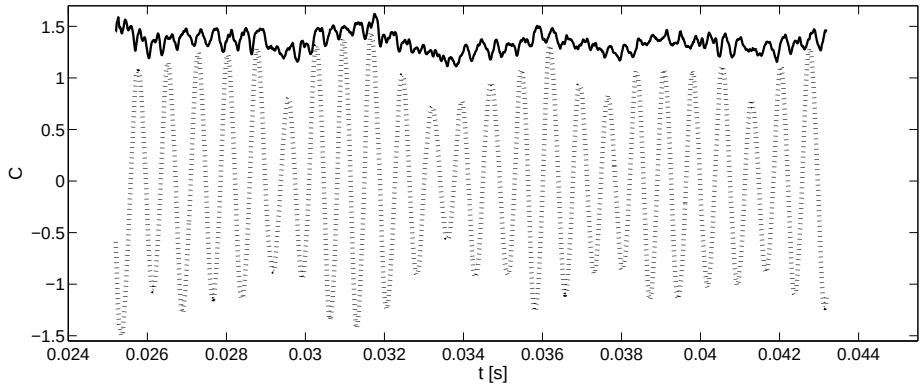


FIG. 3.3 – Évolution temporelle des coefficients de portance C_L : (– – –) et de traînée C_D : (—) pour la simulation SISM-FE-3D.

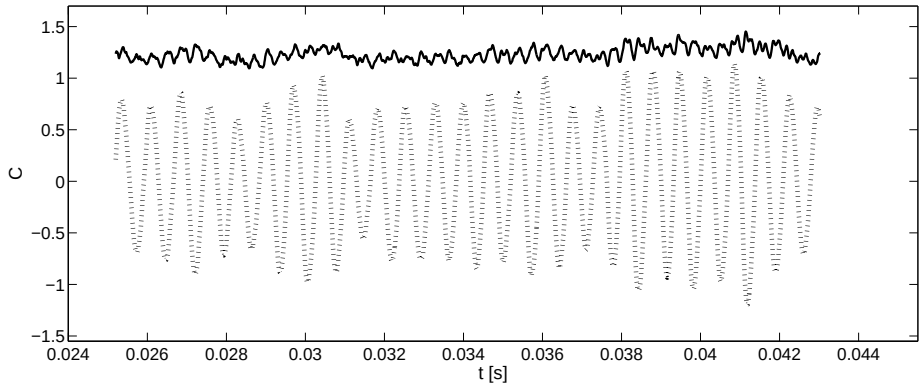


FIG. 3.4 – Évolution temporelle des coefficients de portance C_L : (– – –) et de traînée C_D : (—) pour la simulation SISM-FK-3D.

Dans les deux simulations, on note que l'amplitude des fluctuations de portance

est très fortement corrélée aux variations basse fréquence du niveau de la traînée. Ce résultat se retrouve dans des études expérimentales de ce régime d'écoulement[146, 213].

Ces premières analyses ont montré un bon accord entre les simulations et le comportement physique attendu. À présent, pour permettre une comparaison plus fine aux données expérimentales disponibles (à nombre de Reynolds similaires), nous calculons les moyennes $\overline{C_D}^{z,t}$ et $\overline{C_L}^{z,t}$ ainsi que les écarts types de ces coefficients de force $C'_D = \sqrt{\overline{C_D^2}^{z,t} - (\overline{C_D}^{z,t})^2}$ et $C'_L = \sqrt{\overline{C_L^2}^{z,t} - (\overline{C_L}^{z,t})^2}$. Les résultats sont regroupés dans le tableau 3.1.

	SISM-FE-3D	SISM-FK-3D	Résultats expérimentaux
$\overline{C_D}^{z,t}$: Moyenne du coefficient de traînée	1.34	1.23	1.35 ($Re_D = 4.3\ 10^4$), ref.[188] $[1.0, 1.35]$ ($Re_D = 4.8\ 10^4$), ref.[32] $[1.0, 1.3]$ ($Re_D = 4.8\ 10^4$), ref.[2] $[1.1, 1.3]$ ($Re_D \in [10^4, 10^5]$), ref.[213]
C'_D : Ecart type du coefficient de traînée	0.09	0.065	0.16 ($Re_D = 4.3\,10^4$), ref.[188] $[0.08, 0.1]$ ($Re_D = 4.8\ 10^4$), ref.[67] $[0.05, 0.1]$ ($Re_D \in [10^4, 10^5]$), ref.[213]
C'_L : Ecart type du coefficient de portance	0.77	0.603	$[0.45, 0.55]$ ($Re_D = 4.3\ 10^4$), ref.[188] $[0.4, 0.8]$ ($Re_D = 4.8\ 10^4$), ref.[67] $[0.6, 0.82]$ ($Re_D \in [10^4, 10^5]$), ref.[213]
St : Nombre de Strouhal	0.190	0.204	$[0.18, 0.2]$ ($Re_D = 4.8\ 10^4$), ref.[32] $[0.185, 0.195]$ ($Re_D = 6.1\ 10^4$), ref.[148]

TAB. 3.1 – Coefficients des forces et nombre de Strouhal pour les deux simulations comparés à divers résultats expérimentaux.

Les résultats des deux simulations sont en accord avec les données expérimentales. On note que les coefficients de forces obtenus par la simulation SISM-3D-FE sont en limite haute des fourchettes expérimentales, tandis que les valeurs obtenues par la simulation SISM-3D-FK sont plus centrées, sauf pour le nombre de Strouhal où la tendance s'inverse.

Dans la simulation de canal présentée en section 2.4, les deux méthodes d'extraction de moyenne fournissaient des résultats très similaires. À présent les écarts sont plus notables. Néanmoins, les coefficients de forces obtenus par les deux simulations présentent un accord très satisfaisant avec les valeurs expérimentales.

3.1.2.3 Spectre de pression en paroi

Les fluctuations des forces subies par le cylindre sont causées par les fluctuations du champ de pression à proximité du cylindre. Celles-ci sont majoritairement causées par le lâcher tourbillonnaire. Ainsi les fluctuations de pression sur la paroi du cylindre ont un spectre qui présente un pic à la fréquence du lâcher tourbillonnaire f_{lt} (sauf au point d'arrêt aval où le pic domine à $2f_{lt}$ du fait de la symétrie).

Nous nous penchons à présent sur l'étude des spectres de pression au point $\theta = 90°$ (où θ est l'angle mesuré à partir du point d'arrêt amont) tracés dans les figures 3.5 et 3.6. Sur chaque spectre apparaît un intense et étroit pic à basse fréquence (f_{lt}) qui

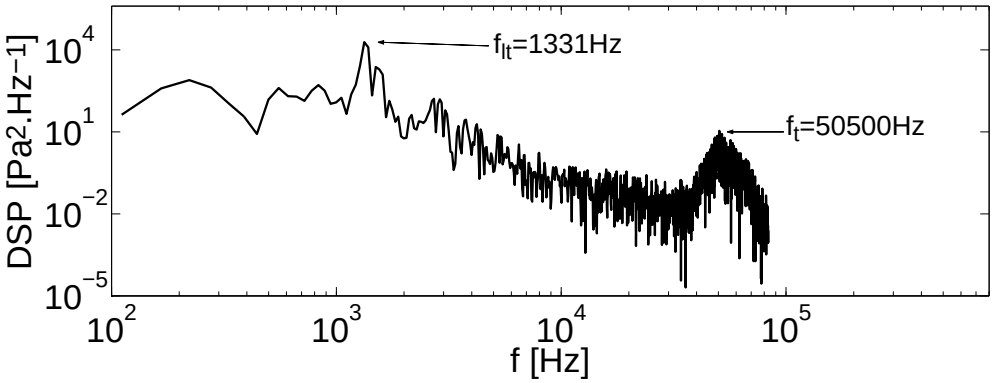


FIG. 3.5 – Densité spectrale de puissance de la pression en $\theta = 90°$ pour la simulation SISM-FE-3D

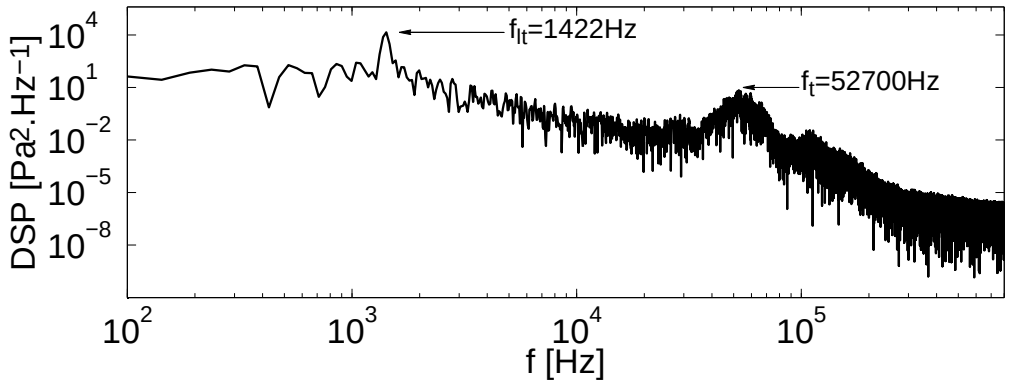


FIG. 3.6 – Densité spectrale de puissance de la pression en $\theta = 90°$ pour la simulation SISM-FK-3D

correspond au lâcher tourbillonnaire. On obtient :

- Simulation SISM-FE-3D : $f_{lt} = 1331Hz$, ce qui correspond à un nombre de Strouhal de $St = 0.190$.
- Simulation SISM-FK-3D : $f_{lt} = 1422Hz$, ce qui correspond à un nombre de Strouhal de $St = 0.204$.

Ces valeurs du nombre de Strouhal sont rapportées dans la table 3.1. Cette caractéristique clef de l'écoulement est en très bon accord avec les résultats expérimentaux pour les deux simulations.

On observe un autre pic, plus large et moins intense, aux alentours de $f_t = 50\,000\ Hz$. Celui-ci ne semble pas correspondre à un harmonique, car il se trouve en très haute fréquence par rapport au lâcher tourbillonnaire ($f_t/f_{lt} \simeq 37$) et aucun pic intermédiaire n'est visible.

Cette fréquence peut être liée au processus de transition. Nous rappelons que dans le régime sous-critique (TrSL), Zdravkovich [213] a relevé trois types de transition distincts selon le nombre de Reynolds de l'écoulement.

- Pour les plus bas nombres de Reynolds du régime sous-critique (TrSL1, $Re_D \in [350-400; 10^3 - 2\times10^3]$) la transition est provoquée par l'existence d'ondes dans la couche de cisaillement.
- Dans le cas intermédiaire (TrSL2, $Re_D \in [10^3 - 2\times10^3; 2\times10^4 - 5\times10^4]$), apparaissent des structures de transition dans les couches de cisaillement qui sont ensuite convectées.
- Dans le cas supérieur (TrSL3, $Re_D \in [2\times10^4 - 5\times10^4; 10^5 - 2\times10^5]$), la transition a lieu immédiatement après le décollement.

Notre simulation se situe entre les régimes TrSL2 et TrSL3 de par son nombre de Reynolds $Re_D = 4.7\times10^4$. Cependant, Bloor et Gerrard [18] ont montré que pour des taux de turbulence incidente faible (ici ce taux est nul), la transition entre TrSL2 et TrSL3 se fait à $Re_D = 5\times10^4$. Le régime TrSL2 est donc probable dans le cas présent.

Courgelongue dessina en 1929 une schématisation de ces structures de transition ; ce schéma présenté en figure 3.7 est issu de [213].

En figure 3.8 sont présentées des coupes transversales instantanées issues des deux simulations. Le champ de vitesse transverse (u_y) y est tracé, conjointement à des isolignes de vorticité ω_z (dans la direction de l'axe du cylindre). On devine sur ces figures

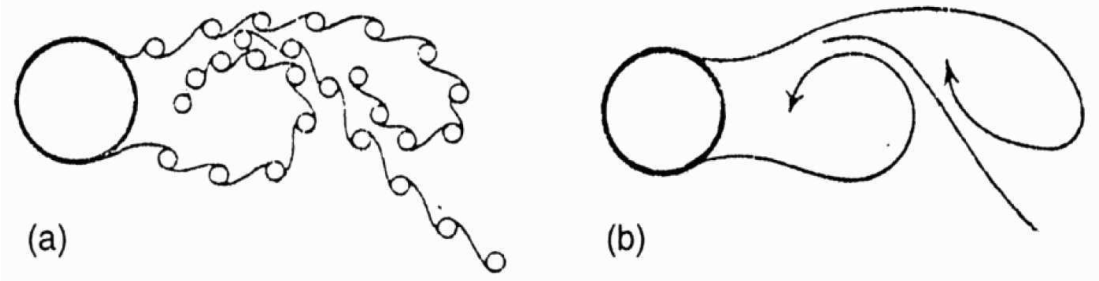


FIG. 3.7 – Représentation schématique des structures de transition et de leur convection par l'écoulement en régime TrSL2, dessinée par Courgelongue en 1929 et reproduite par Zdravkovich [213].

l'existence de petites structures issues des couches de cisaillement ainsi que leur convection dans l'écoulement. Selon le côté dont sont issues ces structures elles présentent une vorticité de signe opposé. On observe également sur le champ de vitesse des alternances positif/négatif qui correspondent aux structures mises en évidence par la vorticité.

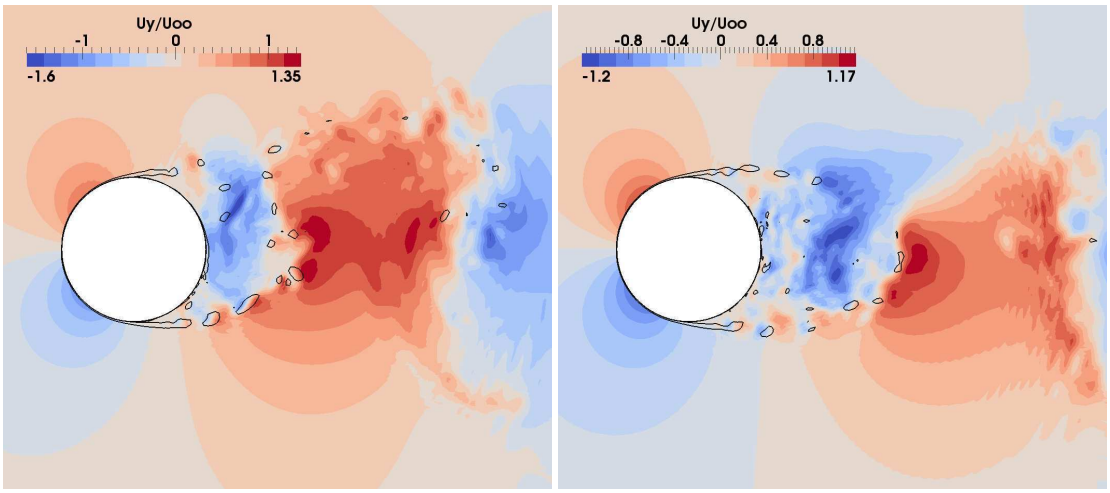


FIG. 3.8 – Champs de vitesse transverse adimensionnée par la vitesse incidente u_y/U_∞ tracés conjointement à des isolignes de vorticité adimensionnée dans la direction z $\omega_z.D/U_\infty$ (en noir $\omega_z.D/U_\infty = -20$ et en blanc $\omega_z.D/U_\infty = 20$). À gauche : simulation SISM-FE-3D ; À droite : simulation SISM-FK-3D.

L'aspect général de ces figures est comparable au schéma de Courgelongue présenté en figure 3.7, ce qui soutient l'existence de structures de transition dans ces simulations.

De nombreuses études ont étudié ces structures – nommées souvent tourbillons de Bloor-Gerrard – et cherché un lien entre leur fréquence et celle du lâcher tourbillonnaire [17, 117, 158, 161]. Un lien est souvent fait entre ces structures et l'instabilité de Kelvin-

Helmholtz. Une première formule empirique liant ces deux fréquences fut proposée par Kourta *et al.*[117] sous la forme de l'équation :

$$\frac{f_t}{f_{lt}} = 0.0095 {Re_D}^{0.5} \tag{3.5}$$

Cependant la fréquence des structures de transition évaluée par cette loi rend respectivement $f_t = 27400\ Hz$ et $f_t = 29300\ Hz$ pour les simulations SISM-FE-3D et SISM-FK-3D, ce qui est bien loin des valeurs trouvées (respectivement $f_c = 50500\ Hz$ et $f_c = 52700\ Hz$).

Prasad et Williamson trouvent dans leur étude [158] que le rapport varie en $Re_D^{0.67}$, ce qui est confirmé par l'étude exhaustive de Rajagopalan et Antonia [161], qui centralise de très nombreuses données, et obtient la loi empirique :

$$\frac{f_t}{f_{lt}} = 0.029\ Re_D^{0.65} \tag{3.6}$$

Cette seconde loi empirique donne respectivement $f_t = 42000\ Hz$ et $f_t = 44900\ Hz$ pour les simulations SISM-FE-3D et SISM-FK-3D. L'accord est ici bien meilleur et permet donc d'identifier dans une certaine mesure ce pic de fréquence comme celui des structures de transition.

3.1.2.4 Distribution de pression et friction à la paroi

Tout d'abord, nous analysons en figure 3.9 la distribution du coefficient de friction moyenne C_f à la paroi. Celui-ci est défini de la sorte :

$$C_f = \frac{\overline{\tau_w}^{z,t}\sqrt{Re_D}}{\rho U_\infty^2} \tag{3.7}$$

où $\overline{\tau_w}^{z,t}$ est la friction moyenne à la paroi du cylindre.

Les deux simulations présentent ici un bon accord avec les valeurs expérimentales. On ne note pas de différence majeure entre les deux méthodes d'extraction du champ moyen.

L'angle de décollement moyen θ_d se déduit des courbes de la figure 3.9. Le décollement correspond au premier changement de signe de C_f en parcourant la surface du barreau depuis le point d'arrêt amont. On obtient les angles moyens de décollement suivant : $\theta_d = 88°$ pour la simulation SISM-FE-3D et $\theta_d = 86°$ pour la simulation

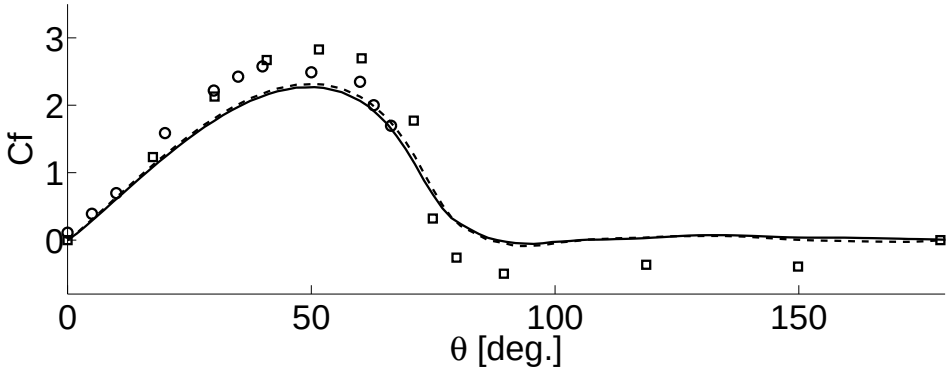


FIG. 3.9 – Coefficient de friction moyenne à la paroi du cylindre. ——— : SISM-FE-3D à $Re_D = 4.7\times10^4$; − − − : SISM-FK-3D à $Re_D = 4.7\times10^4$; ◯ : Résultats expérimentaux [205] à $Re_D = 9.1\times10^4$; □ : résultats expérimentaux [2] à $Re_D = 10^5$.

SISM-FK-3D. Selon divers résultats expérimentaux, pour ce nombre de Reynolds, la valeur attendue est de $\theta_d \simeq 84°$ d'après Maekawa et Mizuno [132] ou $\theta_d \simeq 83°$ selon Ballengee et Chen [40]. La différence entre simulations et expériences est une erreur très proche du pas de maillage local $\Delta\theta = 2°$.

En un second lieu, nous étudions la répartition de la pression sur la surface du cylindre. On définit le coefficient de pression de la manière suivante :

$$C_p = \frac{\overline{P}^{z,t} - P_\infty}{\frac{1}{2}\rho U_\infty^2} \tag{3.8}$$

La distribution du coefficient de pression moyenne est tracée en figure 3.10, et celle de l'écart-type des fluctuations du coefficient de pression est tracée en figure 3.11. Dans chacune de ces figures, les résultats sont comparés avec des données expérimentales obtenues à des nombres de Reynolds proches (du même régime d'écoulement).

Les prédictions du coefficient de pression moyenne C_p sont très satisfaisantes pour les deux simulations. On note que la méthode d'extraction du champ moyen n'a que peu d'impact, et que celui-ci se limite à la zone aval du cylindre, là où la turbulence domine l'écoulement.

En ce qui concerne le coefficient de pression fluctuante Cp', on observe qu'il présente un maximum autour de $\theta \simeq 80°$, proche de la région de décollement, comme observé par Yokuda et Ramaprian [205]. Sa prédiction dépend beaucoup de la méthode d'extraction du champ moyen utilisé, notamment dans la région aval. On observe en effet que les résultats de la simulation SISM-FK-3D sont plus proches des données expérimentales

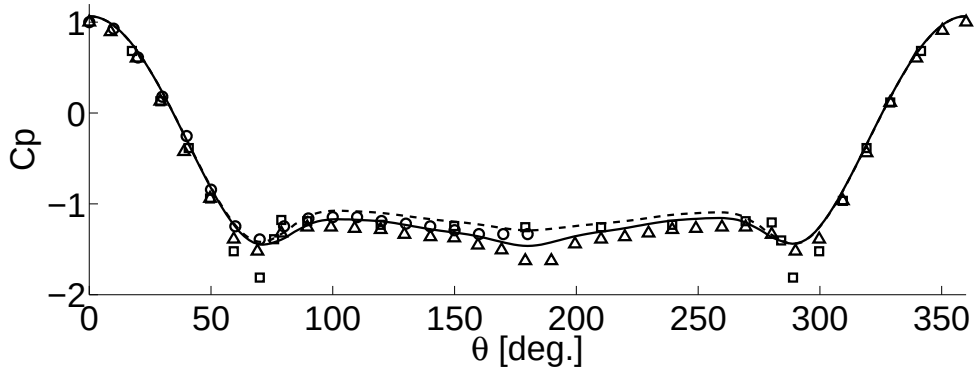


FIG. 3.10 – Coefficient de pression moyenne à la paroi du cylindre. ——— : SISM-FE-3D à $Re_D = 4.7 \times 10^4$; – – – : SISM-FK-3D à $Re_D = 4.7 \times 10^4$; △ : Résultats expérimentaux [188] à $Re_D = 4.0 \times 10^4$; ◯ : Résultats expérimentaux [6] à $Re_D = 9.1 \times 10^4$; □ : résultats expérimentaux [2] à $Re_D = 10^5$.

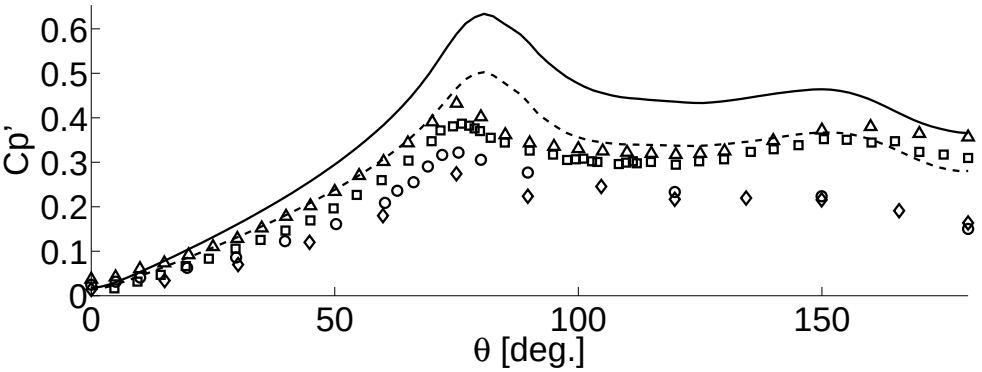


FIG. 3.11 – Ecart type des fluctuations du coefficient de pression à la paroi du cylindre. ——— : SISM-FE-3D à $Re_D = 4.7 \times 10^4$; – – – : SISM-FK-3D à $Re_D = 4.7 \times 10^4$; □ : résultats expérimentaux [148] à $Re_D = 6.1 \times 10^4$; △ : Résultats expérimentaux [146] à $Re_D = 6.1 \times 10^4$; ◯ : Résultats expérimentaux [205] à $Re_D = 10^5$; ◇ : Résultats expérimentaux [12] à $Re_D = 10^5$.

que ceux de la simulation SISM-FE-3D grâce à sa meilleure séparation du champ moyen des fluctuations (nous reviendrons plus en détail sur les différences entre ces deux méthodes en 3.1.4).

3.1.2.5 Profils de vitesse

Les figures 3.12 et 3.13 présentent des profils de vitesse moyenne et de vitesse fluctuante sur des segments transverses au sillage (en $x/D = 0.1$ et $x/D = 1.8D$ respectivement). Les simulations y sont comparées à des mesure effectuées à l'ECL [20, 98, 135] dans les même conditions (vitesse de l'écoulement, diamètre du barreau et donc nombre de Reynolds), exceptés l'envergure finie ($30D$) et la présence d'un profil d'aile en aval dont l'influence est supposée négligeable (distance $\simeq 10D$).

Les données expérimentales proviennent de mesures par fil chaud simple. La vitesse mesurée correspond ainsi à la norme de la vitesse dans le plan normal au fil chaud, soit le plan normal à l'axe du cylindre. Afin de pouvoir comparer les résultats des simulations avec les valeurs expérimentales, nous calculons en post-traitement la moyenne de la norme de la vitesse dans le plan (x, y) : U_N et l'écart type des fluctuations de la norme de la vitesse dans le plan (x, y) :U'_N, telles qu'elles sont mesurées expérimentalement :

$$U_N = \overline{\sqrt{U_x^2 + U_y^2}}^{z,t} \tag{3.9}$$

$$U'_N = \sqrt{\overline{U_N^2}^{z,t} - (\overline{U_N}^{z,t})^2} = \sqrt{\overline{U_x^2}^{z,t} + \overline{U_y^2}^{z,t} - (\overline{U_N}^{z,t})^2} \tag{3.10}$$

Au-delà de ce traitement à appliquer aux résultats numériques, les mesures au fil chaud d'écoulements derrière des barreaux cylindriques posent des problèmes techniques. Pour que la mesure soit valable il est important que les vitesses fluctuantes soient faibles devant la vitesse moyenne [28], ce qui n'est pas le cas dans le sillage proche où le lâcher tourbillonnaire induit des fluctuations de la vitesse de l'ordre de grandeur de la vitesse amont. Ainsi, les mesures au fil chaud dans cette région requièrent un traitement particulier comme détaillé dans [28], et comme mis en pratique entre autres par Cantwell et Coles avec une technique dite du "flying-hot-wire"[32] (ou fil chaud volant).

Dans les résultats expérimentaux présentés ici, aucune précaution particulière ne fut employée. En zone de recirculation, le support du fil chaud perturbe la mesure. Cet effet n'est pas possible à évaluer, et donc les résultats expérimentaux au plan $x = 1.8D$

sont sujets à caution dans la proximité du centre du sillage ($-1 \lesssim y/D \lesssim 1$), là où durant une portion du cycle de lâcher tourbillonnaire l'écoulement est inversé.

Malgré cela, on note un assez bon accord entre les résultats expérimentaux et la simulation. Comme attendu, la zone au centre du sillage est moins bien recouvrée que le reste. On note sur la figure 3.13 que le déficit de vitesse moyenne au centre du sillage est mieux capturé par la simulation SISM-FK-3D que par la simulation SISM-FE-3D, en cohérence avec la meilleure prédiction de la longueur de recirculation moyenne.

Ces écarts dans la prédiction du déficit de vitesse peuvent provenir soit d'erreurs expérimentales (liées à l'abscence de précaution pour les mesures par fil chaud simple dans la zone de recirculation par exemple), soit d'erreurs de simulation.

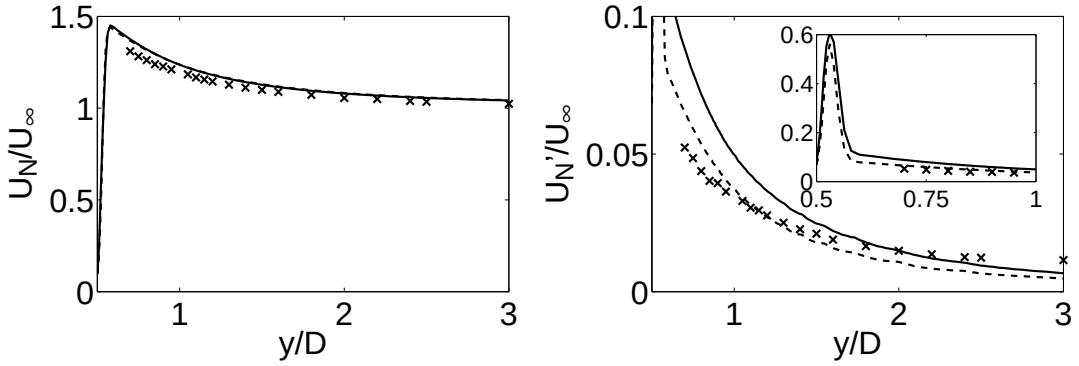


FIG. 3.12 – Comparaison des profils transverses de vitesse moyenne (à gauche) et de vitesse fluctuante (à droite), en $x/D = 0.1$. ——— : SISM-FE-3D à $Re_D = 4.7 \times 10^4$; – – – : SISM-FK-3D à $Re_D = 4.7 \times 10^4$; × : expérience [98] à $Re_D = 4.7 \times 10^4$

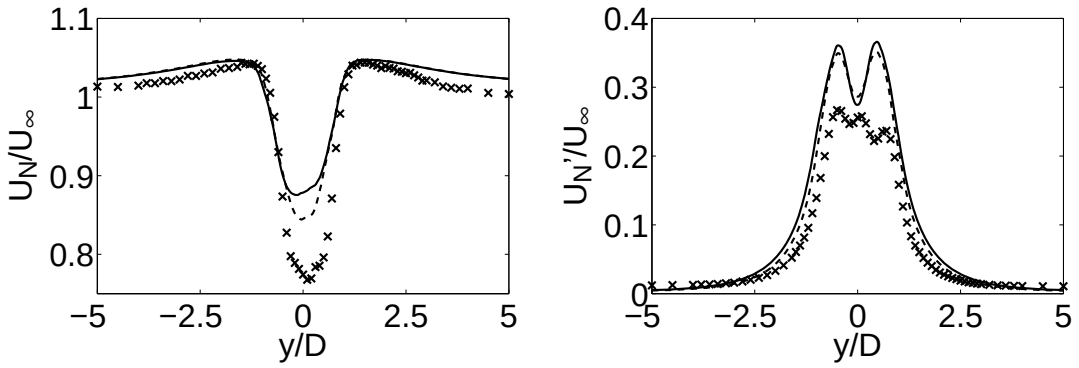


FIG. 3.13 – Comparaison des profils transverses de vitesse moyenne (à gauche) et de vitesse fluctuante (à droite), en $x/D = 1.8$. ——— : SISM-FE-3D à $Re_D = 4.7 \times 10^4$; – – – : SISM-FK-3D à $Re_D = 4.7 \times 10^4$; × : expérience [98] à $Re_D = 4.7 \times 10^4$

3.1.2.6 Spectre de vitesse dans le sillage

La seconde comparaison avec les résultats expérimentaux obtenus à l'ECL [20, 98, 135] concerne la densité spectrale de puissance de la vitesse U_N mesurée par fil chaud dans le sillage proche du cylindre. Le point où la comparaison est effectuée est situé en $x = 1.8D$ et $y = 0.6D$, proche du maximum de fluctuation de la vitesse tel que vu en figure 3.13. Le spectre est tracé dans la figure 3.14.

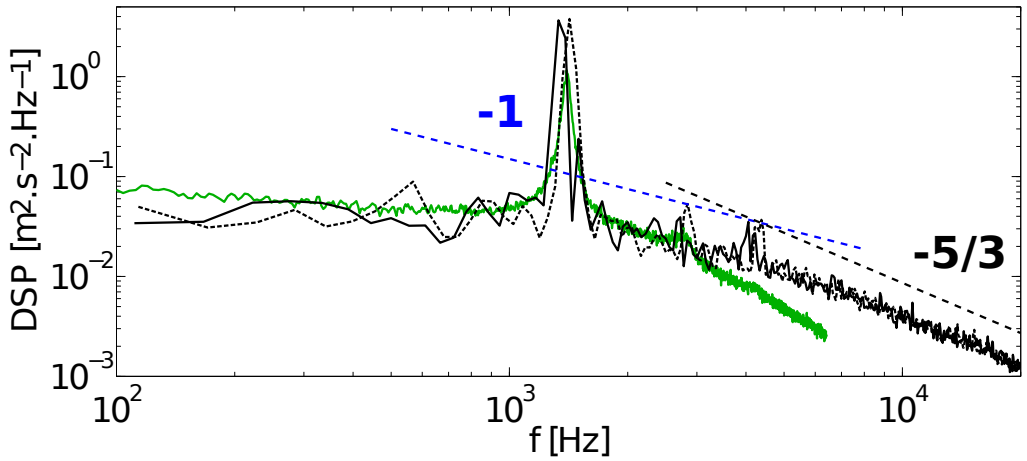


FIG. 3.14 – Densité spectrale de puissance de la vitesse U_N au point ($x = 1.8D$, $y = 0.6D$). ——— : SISM-FE-3D à $Re_D = 4.7{\times}10^4$; – – – : SISM-FK-3D à $Re_D = 4.7{\times}10^4$; ——— : expérience à $Re_D = 4.7 \times 10^4$.

On remarque que les deux simulations rendent des résultats très similaires. Elles ont tendance à surestimer la densité d'énergie associée à la fréquence du lâcher tourbillonnaire (pic à $f_{lt} \simeq 1400\ Hz$), ce qui est cohérent avec les niveaux de fluctuations plus élevés observés sur la figure 3.13. Les deux simulations retrouvent aussi les tendances attendues pour le contenu large-bande :

- Une pente à $-5/3$ en hautes fréquences, caractéristique de la cascade d'énergie cinétique turbulente de Kolmogorov en conditions homogènes et isotropes (les structures turbulentes à hautes fréquences ont une échelle caractéristique très petite devant l'échelle de l'écoulement, et elles ne sont donc pas affectées par le cisaillement et autres sources d'inhomogénéité et anisotropie).
- Une pente à -1 pour les fréquences modérées, tendance typique de la turbulence cisaillée [190].

3.1.2.7 Corrélation de pression selon l'envergure

La corrélation en envergure est un paramètre important pour l'acoustique. Elle mesure la combinaison des sources acoustiques selon l'envergure. Elle se calcule grâce à la formule suivante :

$$R_{pp}(\Delta z) = \frac{\overline{(P(z,t) - \overline{P}^{ts}(z))(P(z+\Delta z,t) - \overline{P}^{ts}(z+\Delta z))}^{z}}{\sqrt{\overline{P(z)^2}^{ts} - \left(\overline{P(z)}^{ts}\right)^2}\sqrt{\overline{P(z+\Delta z)^2}^{ts} - \left(\overline{P(z+\Delta z)}^{ts}\right)^2}} \tag{3.11}$$

On applique cette formule à la surface du barreau, à un angle de 90°. La moyenne $(\bar{.}^{ts})$ est ici calculée en temps et par symétrie, tandis que $(\bar{.}^{z})$ est calculée en envergure. Le résultat obtenu pour la simulation SISM-FK-3D est tracé en figure 3.15. Boudet [20] observe que la corrélation en envergure de la pression peut-être modélisée par une loi exponentielle :

$$Rpp_{exp.}(\Delta z) = exp(-|\Delta z|/L_c^{exp.}) \tag{3.12}$$

avec $L_{exp.}$ la valeur de la longueur de corrélation. La valeur de cette longueur de corrélation est intimement liée au nombre de Reynolds de l'écoulement, ainsi qu'au régime de transition. Shimizu & Kawamura [173] observent que cette longueur de corrélation décroît depuis une valeur de 12 dans le régime TrSL2 jusqu'à une valeur de 4 environ dans le régime TrSL3. Zdravkovich [213] regroupe des résultats de divers auteurs et note une importance du rapport d'aspect (longueur / diamètre) sur la longueur de corrélation dans le régime TrSL2, ces valeurs évoluant majoritairement entre 10 et 4. Sur la figure 3.15 sont tracées deux tendances, l'une basée sur la valeur attendue de longueur de corrélation d'après l'étude expérimentale de Szepessy [187] qui obtient une longueur de corrélation $L_c^{exp.} = 3D$ pour un nombre de Reynolds $Re = 4.3 \times 10^4$, et l'autre avec $L_c^{exp} = 10$ qui est typique d'écoulements dans le régime TrSL2.

Nous observons que les simulations rendent une corrélation typique du régime TrSL2 et d'un longueur de corrélation de $10D$ environ. Cela renforce l'observation faite à propos des structures de transition en 3.1.2.3 : l'absence de turbulence amont rend l'écoulement plus proche du régime TrSL2 que du régime TrSL3. L'inflexion dans la corrélation provient de périodicité en envergure de la simulation : la simulation SISM-FK-3D ne contenant que trois diamètres d'envergure, un minimum de corrélation est atteint en $z/D = 1.5$.

La transition vers la turbulence dans le régime TrSL2 à lieu plus loin du point de décollement que dans le régime TrSL3. La turbulence a donc moins d'impact sur le décollement et donc sur la décorrélation axiale de l'écoulement.

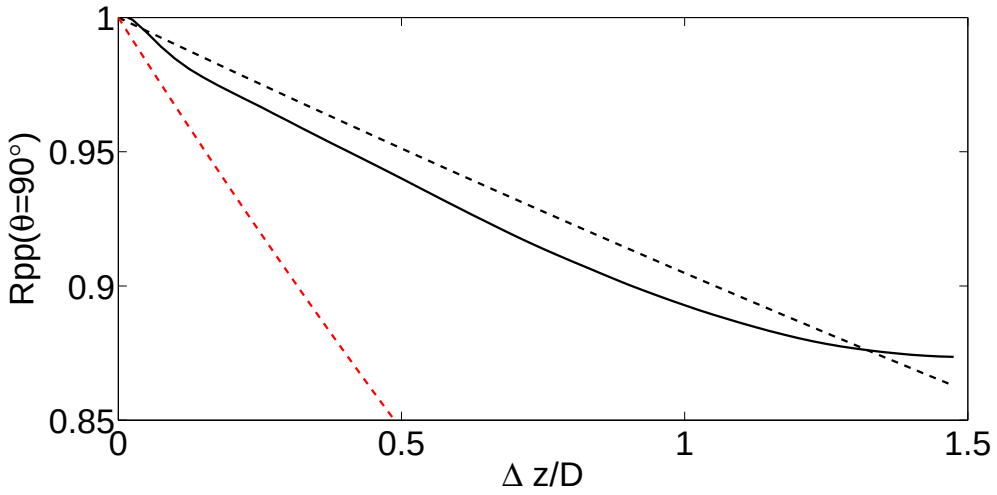


FIG. 3.15 – Corrélation de pression en envergure sur la surface du cylindre à $\theta = 90°$. ——— : SISM-FK-3D à $Re_D = 4.7 \times 10^4$; – – – : loi exponentielle attendue avec $L_c^{exp.} = 3D$; – – – : loi exponentielle avec $L_c^{exp.} = 10$.

3.1.3 Résultats acoustiques

3.1.3.1 L'équation de Ffowcs Williams & Hawkings

Le champ lointain acoustique est calculé à l'aide de l'analogie de Ffowcs Williams & Hawkings [60]. Celle-ci nécessite la définition d'une surface de contrôle définie par l'équation $f(\overrightarrow{x}, t) = 0$. Sous certaines hypothèses, il est alors possible d'écrire l'équation suivante :

$$\begin{aligned} 4\pi a_0^2 \rho' = & \frac{\partial^2}{\partial x_i \partial x_j} \int_{f>0} \left(\frac{T_{ij}}{r(1-M_r)}\bigg|_{t'=t-r/a_0} \right) \mathrm{d}V \\ & - \frac{\partial}{\partial x_i} \int_{f=0} \left(\frac{L_i}{r(1-M_r)}\bigg|_{t'=t-r/a_0} \right) \mathrm{d}S \\ & + \frac{\partial}{\partial t} \int_{f=0} \left(\frac{Q}{r(1-M_r)}\bigg|_{t'=t-r/a_0} \right) \mathrm{d} \end{aligned} \tag{3.13}$$

Cette équation permet d'évaluer les fluctuations de densité ρ' en champs lointain autour de la valeur moyenne ρ_0. On peut alors obtenir les fluctuations de pression p' autour de la pression moyenne p_0 par la relation suivante : $p' = a_0^2 \rho'$, avec a_0 la célérité du son considérée uniforme. Dans tous les cas considérés durant ces travaux, le nombre de Mach demeure subsonique, ainsi le système admet une solution unique.

Le premier terme évalue la contribution des sources quadripolaires contenues dans le volume à l'extérieur de la surface de contrôle, liées aux interactions de structures

turbulentes. Il fait apparaître le tenseur de Lighthill [125] T_{ij} qui peut se réduire pour les cas à haut nombre de Reynolds, faible nombre de Mach, et où les fluctuations acoustiques restent faibles face aux fluctuations aérodynamiques, à :

$$T_{ij} = \rho_0 u_i u_j \tag{3.14}$$

Qui plus est, dans les écoulements subsoniques à faible nombre de Mach, les sources quadripolaires ont souvent une contribution négligeable [24].

Le second terme représente les sources surfaciques dipolaires. Celles-ci sont originaires de la charge instationnaire (fluctuation des forces exercées entre la surface et le fluide). Le vecteur L_i s'exprime :

$$L_i = ((p - p_0)\delta_{ij} - \tau_{ij})\, n_j + \rho u_i (u_j - V_{sj}) n_j \tag{3.15}$$

où $\overrightarrow{Vs}$ est la vitesse de la surface de contrôle et $\overrightarrow{n}$ le vecteur normal à la surface.

Le troisième et dernier terme donne la contribution des sources monopolaires, dit "bruit d'épaisseur", il est causé par la cinématique de la surface. Le terme Q se calcule de la façon suivante :

$$Q = \rho_0 \left[(1 - \frac{\rho}{\rho_0}) V s_i + \frac{\rho u_i}{\rho_0} \right] n_i \tag{3.16}$$

L'implémentation numérique de l'analogie acoustique de Ffowcs Williams & Hawkings utilisée ici est basée sur la formulation de Casalino [37]. Il s'agit d'une approche autorisant les surfaces de contrôle "poreuses" (i.e. décollées de solides, dans le fluide). Dans ce cas, la contribution des sources volumiques internes à la surface est traduite dans les termes surfaciques.

3.1.3.2 Spectres acoustiques en champ lointain

Compte tenu du faible nombre de Mach ($M = 0.2$ à l'amont), le terme intégral volumique est négligé, et la surface d'intégration choisie est la surface du barreau. Boudet [20] teste dans un cas similaire d'écoulement autour d'un barreau cylindrique l'impact du choix de la surface de contrôle : l'une étant la surface solide, l'autre étant une surface cylindrique de rayon $3D/2$ prenant ainsi en compte une partie de sources quadripolaires du sillage turbulent. Les résultats entre les deux ne varient que peu, et principalement en hautes fréquences.

L'intégration temporelle est effectuée à l'aide de 3000 instants pour la simulation SISM-FE-3D et 2930 instants pour la simulation SISM-FK-3D, avec un pas en temps

de 100 fois le pas en temps de la simulation, soit $\Delta t_{FWH} = 6 \times 10^{-6}\ s$.

Un total de 8 "microphones" numériques relèvent la pression fluctuante évaluée par l'équation de Ffowcs Williams & Hawkings. Ceux-ci sont placés en $x = 15D$ et $y = \pm 185D$ et répartis en envergure à $z \in [0;\ -D;\ -2D;\ -3D]$. Compte tenu de la périodicité du calcul en envergure et de la symétrie statistique par rapport au plan $y = 0$, le spectre moyen de ces microphones peut être comparé en figure 3.16 au spectre expérimental à mi-envergure [98] (et mêmes coordonnées x et y).

Dans l'expérience, le barreau utilisé est de longueur $L_{exp} = 30D$, tandis que les deux simulations présentées ici n'ont qu'une longueur $L_{sim} = 3D$. Cela induit une différence sur le niveau des fluctuations de pression obtenues. Afin de prendre en compte cette différence d'envergure, Kato *et al.*[111, 112] proposent l'approche suivante pour corriger les niveaux de densité spectrale de puissance acoustique issus de la simulation :

$$\begin{aligned}
&\text{Si } L_{sim} > L_{corr} \ : && DSP_{rect.} = DSP_{sim.} + 10\log\left(\frac{L_{exp.}}{L_{sim.}}\right) \\
&\text{Si } L_{sim} < L_{corr.} < L_{exp} \ : && DSP_{rect.} = DSP_{sim.} + 10\log\left(\frac{L_{exp.}}{L_{corr.}}\right) + 20\log\left(\frac{L_{corr.}}{L_{sim.}}\right) \\
&\text{Si } L_{exp} < L_{corr} \ : && DSP_{corr.} = DSP_{rect.} + 20\log\left(\frac{L_{exp.}}{L_{sim.}}\right)
\end{aligned}$$

où L_{corr} désigne la longueur de corrélation en envergure.

Etant donné l'écart observé pour la longueur de corrélation entre l'expérience et les simulations, nous considérons la valeur expérimentale $L_{corr} = L_c^{exp} = 3$ pour l'évaluation de la correction des niveaux acoustiques.

Nous avons $L_{sim} \simeq L_{corr} \ll L_{exp}$ et donc nous corrigeons les niveaux par la première relation :

$$DSP_{rect.} = DSP_{sim.} + 10\log\left(\frac{L_{exp.}}{L_{sim.}}\right) \tag{3.17}$$

La densité spectrale de puissance acoustique est présentée en figure 3.16. L'accord entre les résultats des deux simulations et les mesures effectuées à l'ECL est encourageant. La fréquence du pic, associé au lâcher tourbillonnaire, est correctement capturée (Cf. nombre de Strouhal). L'amplitude est sous-estimée de 6 dB environ, ce qui peut en partie être expliqué par la méthode de correction 3.17. En effet, le lâcher tourbillonnaire présente une cohérence supérieure à $3D$ et la correction 3.17 est ainsi sous-estimée à cette fréquence. La distribution à large-bande du spectre est assez bien capturée par les

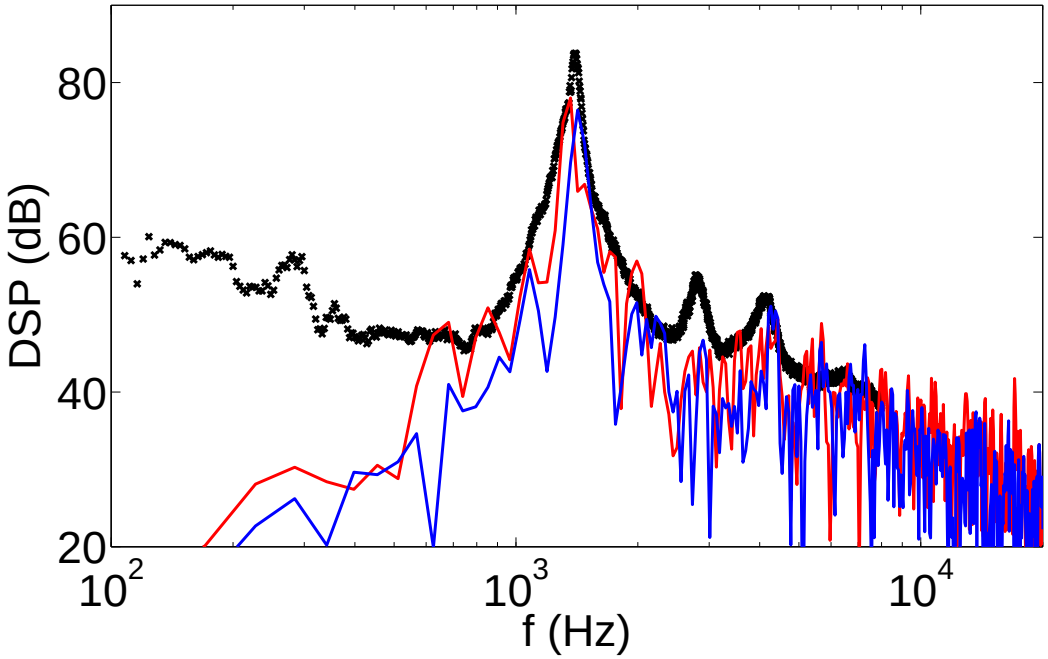


FIG. 3.16 – Densité spectrale de puissance acoustique en ($x = 15D$; $y = 185D$). $\times$: Mesures M.C. Jacob [98] à $Re_D = 47. \times 10^4$; —— SISM-FE-3D + correction d'envergure 3.17 ; —— SISM-FK-3D + correction d'envergure 3.17.

simulations malgré une sous-estimation globale de quelques décibels. Les résultats expérimentaux en basse fréquences ($< 490Hz$) ne sont pas comparables aux simulations, car ils sont dominés par le bruit de fond de l'expérience, comme montré par Jacob *et al.*[98]. Enfin, malgré l'assez bon accord des niveaux en haute fréquence, les harmoniques ne peuvent être identifiées sur les spectres simulés car ceux-ci sont très bruités à cause de la faible durée des échantillons des simulations.

harmoniques seraient principalement originaires des quadrupoles présents dans le sillage proche du barreau.

3.1.4 Analyse des méthodes de filtrage et limites

Dans cette partie nous allons nous intéresser plus en détail au comportement des méthodes d'obtention du champ moyen.

Tout d'abord, nous traçons en figure 3.17 un champ instantané du rapport entre la fréquence de coupure équivalente du filtre de Kalman (calculée en appliquant la formule 2.87 au gain optimal de Kalman local) et la fréquence du lâcher tourbillonnaire. On observe que la distribution de la fréquence de coupure calculée par le filtre correspond à nos attentes. Le filtrage de Kalman est sensible à la structure locale de l'écoulement.

D'autre part, sa fréquence de coupure est modérément élevée ($3 \times f_{lt}$) dans les régions laminaires ce qui assure une sensibilité du signal filtré à toute évolution du champ calculé. Au contraire, dans l'allée tourbillonnaire où l'instationnarité est associée à une forte turbulence, la fréquence de coupure diminue jusqu'aux alentours de la fréquence de lâcher tourbillonnaire. Ceci permet de clairement isoler les structures dominantes de l'allée de von Kármán. Ces observations permettent par ailleurs de justifier le choix de la fréquence de coupure $f_c = 2f_{lt}$ (constante) fait pour le filtrage exponentiel.

Sur la figure 3.18, le champ moyen de la fréquence de coupure équivalente du filtre de Kalman est tracé en parallèle au taux de turbulence. On observe une similitude très forte entre les deux distributions. Dans les régions où le taux de turbulence est élevé, la fréquence moyenne de coupure du filtre de Kalman s'abaisse, jusqu'à une moyenne de f_{lt} environ.

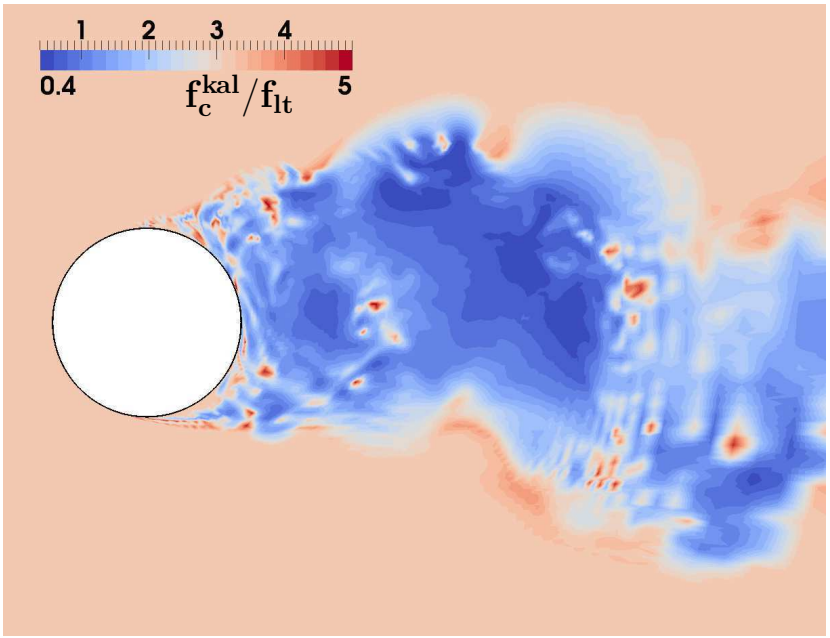


FIG. 3.17 – Champ instantané de la fréquence de coupure équivalente du filtre de Kalman adimensionnée par la fréquence du lâcher tourbillonnaire.

Pour s'assurer de la fidélité du filtrage, nous traçons l'évolution temporelle de quatre sondes de vitesse axiale. La position de ces différentes sondes est illustrée sur la figure 3.19. La première sonde (S1), est située juste en aval du point de décollement moyen. Le taux de turbulence y est très élevé, à cause des couches de cisaillement et du lâcher tourbillonnaire. La sonde S2 est située en aval du point de décollement moyen, dans une zone proche de la paroi, où le taux de turbulence est faible. La sonde S3 est située

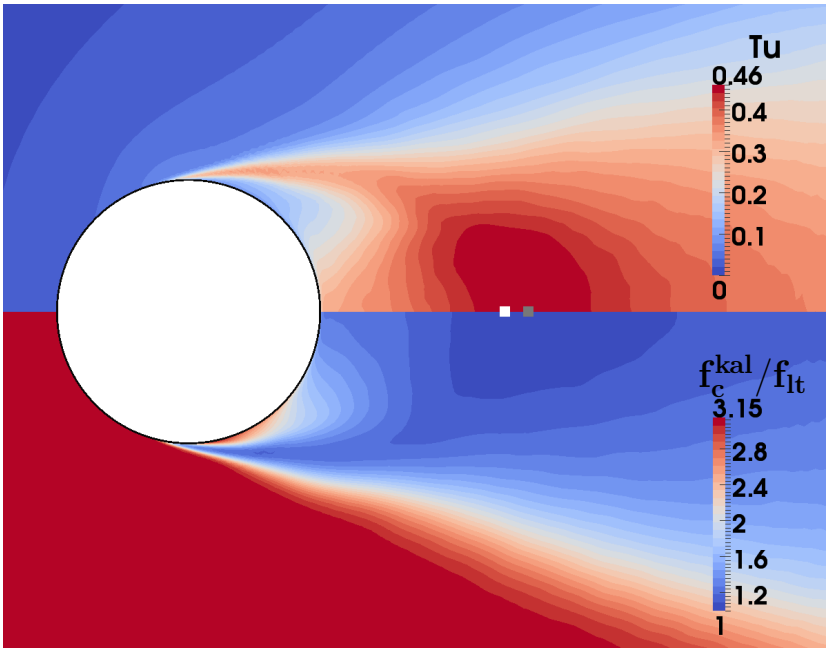


FIG. 3.18 – Haut : champ du taux de turbulence moyen (incluant les fluctuations associées au lâcher tourbillonnaire), bas : moyenne de la fréquence de coupure équivalente du filtre de Kalman, adimensionnée par la fréquence du lâcher tourbillonnaire.

au point où le taux de turbulence est maximal, juste en aval de la zone de recirculation moyenne. Enfin, la sonde S4 est placée dans une région périphérique où l'écoulement oscille sous l'influence du lâcher tourbillonnaire proche. Les signaux temporels obtenus sont tracés en figure 3.20. Comme attendu, l'effet du filtrage est plus marqué dans les zones fortement turbulentes (notamment S3). En S4, les fluctuations étant principalement associées au lâcher tourbillonnaire, le champ filtré est très proche du champ instantané. On note enfin un effet de retard du champ filtré, classique des méthodes de lissage.

Afin d'évaluer ce retard, on évalue la corrélation temporelle entre les signaux $U_x(\mathbf{X},t)$ et $\langle U_x(\mathbf{X},t)\rangle$ (où ici $\langle . \rangle$ désigne le signal résultant du filtrage de Kalman) par la relation suivante :

$$R_{U\langle U\rangle}(\tau) = \frac{\overline{U_x'(t)\langle U_x\rangle'(t+\tau)}^{z,s}}{\sqrt{\overline{U_x'^2}^{z,s,t}}\sqrt{\overline{\langle U_x\rangle'^2}^{z,s,t}}} \tag{3.18}$$

avec $U_x' = U_x - \overline{U_x}^{z,s,t}$ et $\langle U_x\rangle' = \langle U_x\rangle - \overline{\langle U_x\rangle}^{z,s,t}$.

Les résultats pour les quatre positions sont tracés en figure 3.21. On observe que le maximum de corrélation temporelle pour les quatre sondes est décalé vers $\tau < 0$ ce qui confirme le retard des signaux $\langle U_x\rangle(t)$ sur la vitesse instantanée $U_x(t)$. Le maximum de corrélation temporelle et le temps de retard (ainsi que le pourcentage de la fréquence

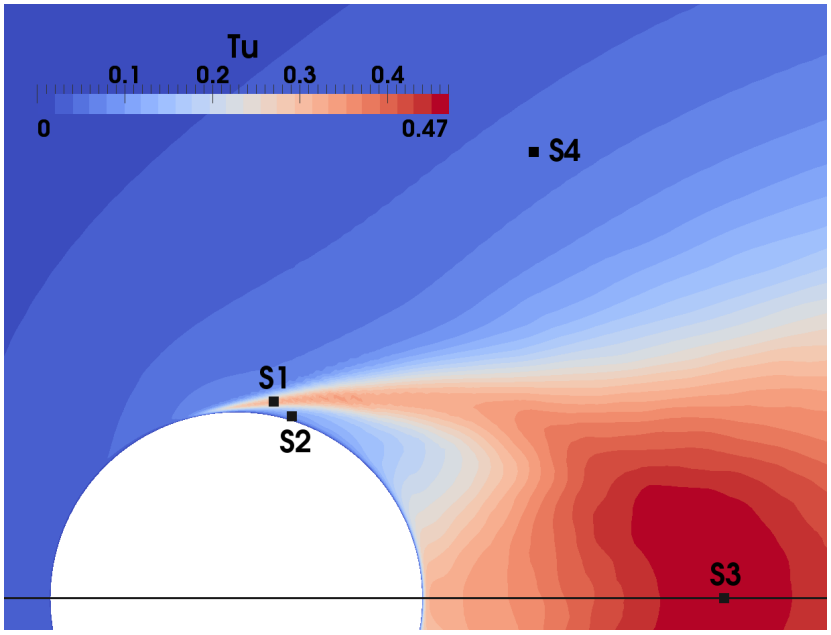


FIG. 3.19 – Position des sondes S1 à S4 où l'on compare l'évolution temporelle de la vitesse axiale entre le champ instantané et le champ moyen (obtenu par le filtre de Kalman), situées par rapport au champ du taux de turbulence.

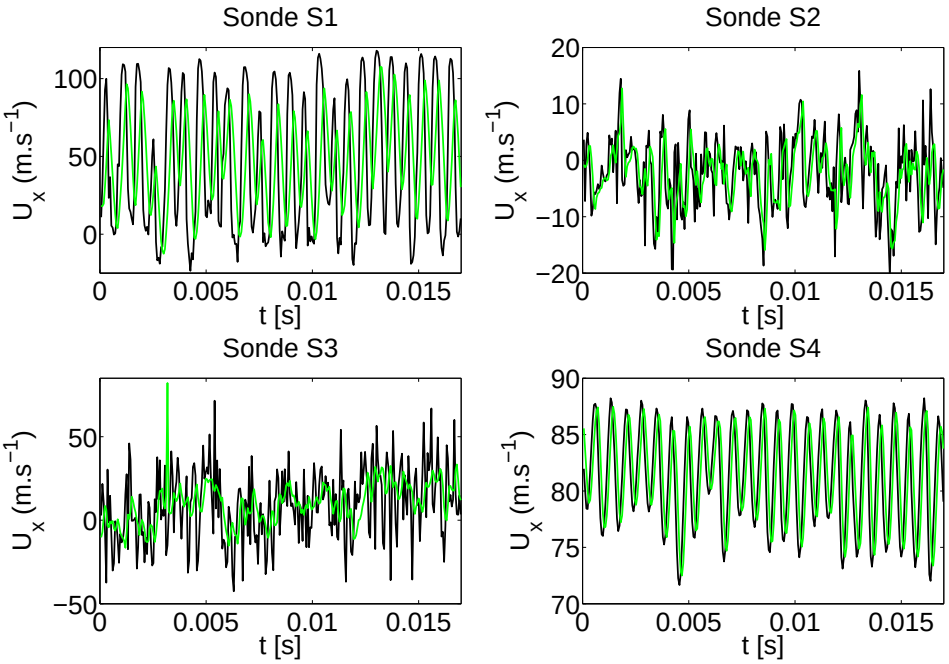


FIG. 3.20 – Comparaison de l'évolution temporelle des vitesses axiales aux sondes S1, S2, S3 et S4. ——— : U_x (champ de vitesse résolu) pour la simulation SISM-FK-3D ; ——— : $\langle U_x \rangle$ (champ de vitesse filtrée) pour la simulation SISM-FK-3D.

de lâcher tourbillonnaire qu'il représente) sont regroupés dans la table 3.2. Le retard se situe entre 6% et 19% de la fréquence du lâcher tourbillonnaire. Les valeurs maximales sont observées juste en aval du point de décollement moyen. La fréquence de coupure dans la région de décollement est de l'ordre de 1.3 à 1.5 fois la fréquence du lâcher tourbillonnaire, comme observé sur la figure 3.17. Le filtrage de Kalman coupe donc aux abords de la fréquence de lâcher tourbillonnaire. On observe ici clairement une limite des filtres passe-bas d'ordre 1 : leur coupure fréquentielle est peu brutale et induit un déphasage.

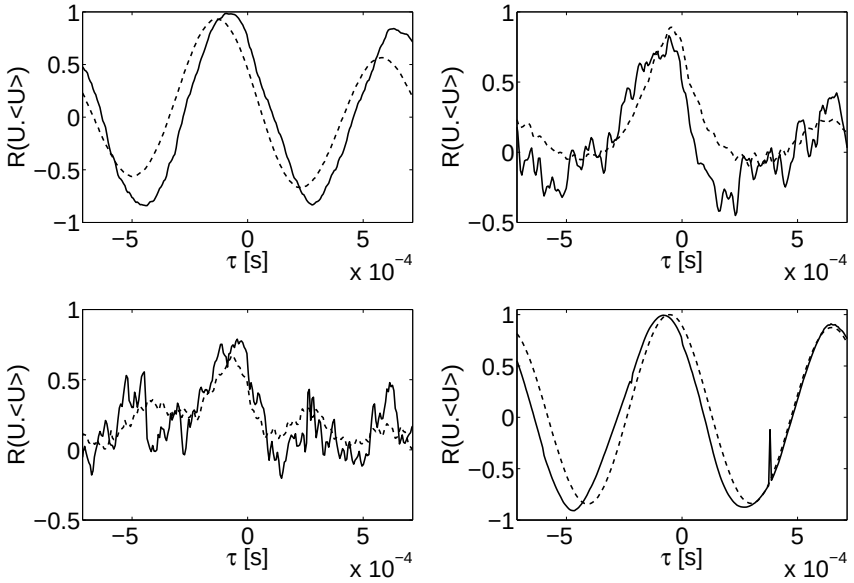


FIG. 3.21 – Corrélations temporelles entre la vitesse et la vitesse filtrée aux quatre positions S1 (en haut à gauche), S2 (en haut à droite), S3 (en bas à gauche) et S4 (en bas à droite). ——— : simulation SISM-FE-3D ; – – – simulation SISM-FK-3D.

	SISM-FE-3D		SISM-FK-3D	
Position de la comparaison	τ_{retard}	$R^{max}_{U\langle U\rangle}$	τ_{retard}	$R^{max}_{U\langle U\rangle}$
S1	9.3×10^{-5} $s = 12.4\%$ f_{lt}	0.985	10.4×10^{-5} $s = 19.2\%$ f_{lt}	0.932
S2	5.7×10^{-5} $s = 7.6\%$ f_{lt}	0.830	4.5×10^{-5} $s = 6.4\%$ f_{lt}	0.890
S3	4.5×10^{-5} $s = 6.0\%$ f_{lt}	0.789	6.9×10^{-5} $s = 9.8\%$ f_{lt}	0.675
S4	8.1×10^{-5} $s = 10.8\%$ f_{lt}	0.995	5.1×10^{-5} $s = 7.3\%$ f_{lt}	0.996

TAB. 3.2 – Temps de retard et corrélation temporelle maximale entre les signaux instantanés et filtrés, par le filtre exponentiel et le filtre de Kalman, aux quatre sondes.

Le retard que l'on observe sur le champ de vitesse se retrouve aussi dans l'évolution temporelle de la position de l'angle de décollement, tracée en figure 3.22. Ce retard

induit une erreur dans l'estimation de la viscosité de sous-maille. En effet, la viscosité de sous-maille étant proportionnelle à $|S|-|\langle S\rangle|$, tout retard entre S et $\langle S\rangle$ peut induire de lourdes erreurs. La région du décollement est particulièrement sensible. Néanmoins, on n'observe pas d'erreur significative sur la position du décollement moyen, comme vu précédemment.

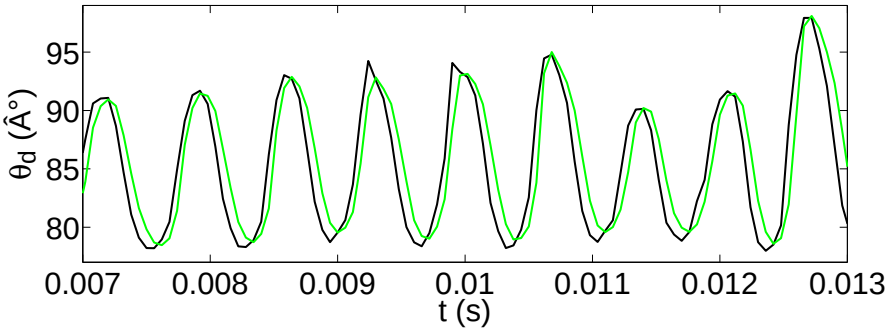


FIG. 3.22 – Évolution temporelle de l'angle de décollement. ——— : Angle de décollement obtenu à partir du champ de vitesse instantané ; ——— : Angle de décollement obtenu à partir du champ de vitesse filtré (calculé par le filtre de Kalman)

Le filtre de Kalman permet une adaptation locale et instationnaire de la fréquence de coupure. Dans les zones fortement instationnaires (S1 ou S3), la fréquence de coupure est basse pour assurer un meilleur lissage, et le retard est accru par rapport au lissage exponentiel. Inversement, dans les zones quasi-laminaires (S4), la fréquence de coupure est supérieure et le retard est réduit.

3.1.5 Correction envisageable sur la procédure de filtrage

Ce paragraphe propose une méthode pour corriger l'erreur de réactivité du filtre de Kalman, développée en collaboration avec P. Borgnat. En effet, nous avons vu que celui-ci présentait un retard pouvant nuire à la qualité de la modélisation de sous-maille avec le modèle SISM. Cette amélioration doit cependant conserver le caractère local du filtre de Kalman et se baser sur un minimum d'instants passés (pour réduire le coût mémoire).

Concrètement, nous proposons de rajouter au filtre de Kalman une estimation de la pente locale $b^{(n)}$, afin de mieux suivre les évolutions du niveau moyen. On considère donc à présent que chaque composante de la vitesse filtrée en un point est liée à sa valeur passée, à un bruit considéré Gaussien $\delta[u]$ (que l'on considérait de variance constante auparavant) et à la pente locale ; qui plus est, on considère aussi que cette pente locale ne dépend que de sa valeur passée et d'un bruit Gaussien ζ.

Les équations du filtre de Kalman sont modifiées de la sorte :

$$\begin{pmatrix} [u]^{(n+1)} \\ b^{(n+1)} \end{pmatrix} = \mathbf{A} \begin{pmatrix} [u]^{(n)} \\ b^{(n)} \end{pmatrix} + \mathbf{K}^{(n)} \left(u_n - [u]^{(n)} - b^{(n)} \right) \tag{3.19}$$

Avec $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ la matrice de transition du vecteur $\begin{pmatrix} [u]^{(n)} \\ b^{(n)} \end{pmatrix}$.

La matrice de gain de ce filtre se calcule :

$$\mathbf{K}^{(n+1)} = \frac{1}{p_{11}^{(n)} + \sigma_{\delta u}^{2\,(n)}} \begin{pmatrix} p_{11}^{(n)} \\ p_{12}^{(n)} \end{pmatrix} \tag{3.20}$$

et la matrice de covariance de l'erreur $\mathbf{P}^{(n)} = \left(p_{ij}^{(n)} \right)$:

$$\mathbf{P}^{(n+1)} = \left(1 - \mathbf{K}^{(n)} \mathbf{H} \right) \left(\mathbf{A} \mathbf{P}^{(n)} \mathbf{A}^t - \mathbf{Q}^{(n)} \right) \tag{3.21}$$

avec $\mathbf{H} = (1 \quad 0)$ le vecteur d'observation de la moyenne et $\mathbf{Q}^{(n)} = \sigma_{\delta[u]}^2 \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & s^{(n)} \end{pmatrix}$ la matrice de variance de l'état.

On considère à nouveau que la variance des fluctuations du champ filtré est constante avec $\sigma_{\delta[u]} = \frac{2\pi f_c \, \Delta t}{\sqrt{3}} u^*$. La variance des fluctuations turbulentes $\sigma_{\delta u}^{2\,(n)}$ est modélisée de la même façon que pour le filtrage de Kalman simple :

$$\sigma_{\delta u}^{2\,(n)} = \max \left(u_* \left| \langle u \rangle^{(n)} - u^{(n)} \right| , 0.1 \times u_* \right) \tag{3.22}$$

Le paramètre $s^{(n)}$ influe sur la réactivité du filtre vis-à-vis des changements de niveau moyen. Il est donc intimement lié à la variance des fluctuations de la pente moyenne $\sigma_{\zeta}^{2\,(n)}$. Après quelques calculs basés sur l'état stable du filtre, on pose[30] :

$$s^{(n)} = \frac{4\pi f_*^2 \Delta t \sigma_{\delta u}^{2\,(n)}}{R u_*^2} \tag{3.23}$$

où f_* et u_* sont respectivement une fréquence et une vitesse caractéristique de l'écoulement, déjà nécessaires pour le filtre de Kalman simple.

Un test effectué *a posteriori* sur un signal de vitesse axiale issu de la simulation canal présentée en section 2.4 est présenté en figure 3.23. On y observe le comportement du filtrage exponentiel et du filtrage de Kalman simple conjointement au résultat du filtre de Kalman à modèle de pente local présenté ici.

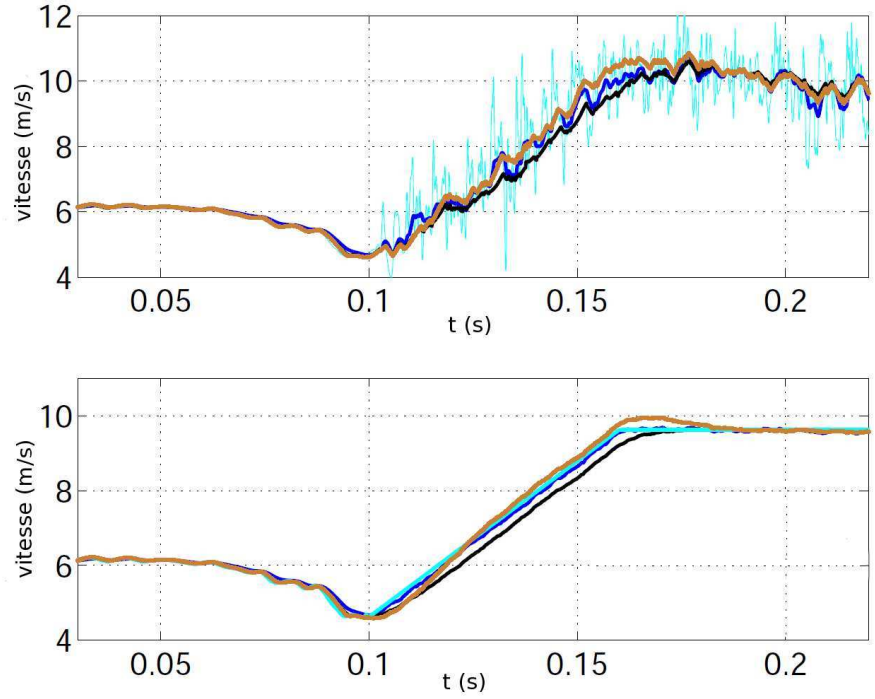


FIG. 3.23 – Comparaison à posteriori des méthodes de filtrage sur le signal d'une sonde de vitesse axiale de la simulation canal présentée en section 2.4. En haut : une réalisation ; en bas : moyenne de 50 réalisations. ——— : signal instantané ; ——— : signal filtré par filtrage exponentiel ; ——— : signal filtré par filtrage de Kalman ; ——— : signal filtré par filtrage de Kalman avec méthode de la pente locale.

On remarque que le filtre de Kalman à pente locale conserve la capacité de lisser la vitesse qu'elle soit en régime laminaire ou turbulent. D'autre part, on observe que le retard entre la vitesse et sa valeur filtrée est de l'ordre de 0.01 s pour la moyenne exponentielle et le filtre de Kalman à pente locale, alors qu'il avoisine les 0.06 s pour le filtre de Kalman simple. Le filtre de Kalman à pente locale semble effectivement permettre une réaction plus rapide du champ filtré aux évolutions du champ instationnaire, tout en conservant les avantages du filtre de Kalman par rapport à la moyenne exponentielle (adaptation locale et instationnaire).

Ce développement, basé sur un test *a priori* nécessitera d'être testé *a posteriori* afin de considérer son emploi pour des simulations.

3.2 Extension du cylindre en envergure

Les écoulements autour de barreaux cylindriques sont très dépendants du rapport d'aspect (envergure / diamètre) considéré. Szepessy et Bearman[188] ont étudié expérimentalement un cylindre borné par deux plaques planes, pour un nombre de Reynolds $Re = 4.3 \times 10^4$, proche de la valeur étudiée ici. Ils ont montré qu'on peut négliger l'impact du rapport d'aspect lorsque celui-ci devient supérieur à 6 environ. En dessous de cette valeur, les fluctuations du coefficient de portance s'accroissent jusqu'à un maximum obtenu pour un rapport d'aspect proche de 1.

Les simulations précédentes utilisaient un rapport d'aspect de 3 entre la longueur de barreau simulée et son diamètre. Par ailleurs, les conditions limites périodiques induisent une corrélation entre les extrémités du cylindre, ce qui rend de telles simulations plus proches de cas avec un rapport d'aspect réduit de moitié (soit 1.5). Ceci explique que les valeurs trouvées pour C'_L et C_D (ces deux grandeurs sont en relation directe comme déjà évoqué en 3.1.2.2 et dans les références [146, 213]) se comparent avec les tranches hautes des résultats expérimentaux. De plus, les valeurs importantes de C'_L et C_D traduisent l'existence d'un lâcher tourbillonnaire plus intense, ce qui se retrouve dans la faible longueur de recirculation moyenne l_r obtenue par les simulations. En effet, Szepessy et Bearman remarquent dans [188] que : "more vigorous vortex shedding [...] is coupled with a definite decrease in the vortex formation length".

Dans cette partie, nous étudions l'effet d'un rapport d'aspect accru sur les divers résultats obtenus. Le domaine considéré ici est trois fois plus long que le précédent (soit : $9D$) et sera donc représentatif d'un cylindre de rapport d'aspect de $4,5$ environ.

Il est important de noter que ce rapport d'aspect "efficace" se base sur la longueur de décorrélation maximale et non sur une distance entre deux plaques planes comme c'est le cas pour l'étude de Szepessy et Bearman [188]. L'effet attendu est similaire, mais nous ne pouvons prédire si l'impact sera de même importance. Le maillage, les conditions aux limites, et les méthodes numériques utilisées sont exactement les mêmes que précédemment. L'étude se limite à un seul filtre pour extraire le champ moyen : le filtre de Kalman simple.

3.2.1 Impact sur les résultats aérodynamiques

Cette nouvelle simulation est notée par la suite SISM-FK-9D. Nous comparons les résultats aérodynamiques de celle-ci avec ceux obtenus précédemment par la simulation SISM-FK-3D (même modélisation de sous-maille, seule l'envergure diffère) et avec les expériences disponibles.

3.2.1.1 Champs moyens de vitesse

La longueur de recirculation (équation 3.4) obtenue pour la simulation SISM-FK-9D est $l_r = 1.21D$, ce qui constitue une amélioration par rapport à la simulation SISM-FK-3D, où $l_r = 1.15D$. En effet la valeur attendue est d'environ $l_r = 1.25D$ selon les mesures de Norberg [148]. Cette longueur de recirculation est représentée pour les deux simulations dans la figure 3.24 par les carrés gris. On observe dans cette figure que les champs de vitesse sont très similaires. L'extension en envergure ne modifie pas la nature de l'écoulement.

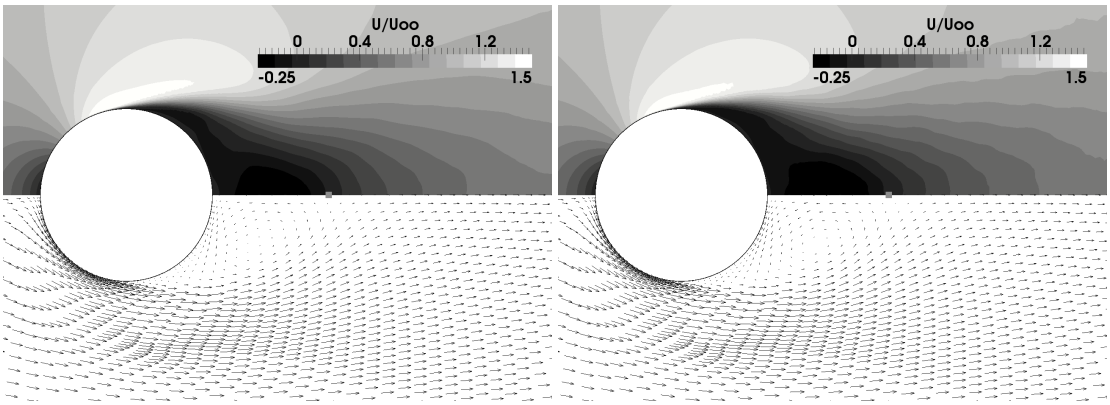


FIG. 3.24 – Champ de vitesse moyenne. À gauche : simulation SISM-FK-3D ; à droite : simulation SISM-FK-9D. En haut : champ de vitesse axiale moyenne adimensionnée : $\overline{U_x}^{z,t}/U_\infty$. En bas : vecteurs vitesse moyenne.

3.2.1.2 Forces subies par le cylindre

L'évolution temporelle des coefficients de force C_L et C_D obtenus par la simulation SISM-FK-9D est présentée en figure 3.25. Un total de 26 périodes de lâcher tourbillonnaire y sont représentées. En comparant qualitativement cette courbe à celles obtenues pour les simulations sur trois diamètres (figures 3.3 et 3.4), on note que les fluctuations du coefficient de portance sont moindres pour la simulation SISM-FK-9D.

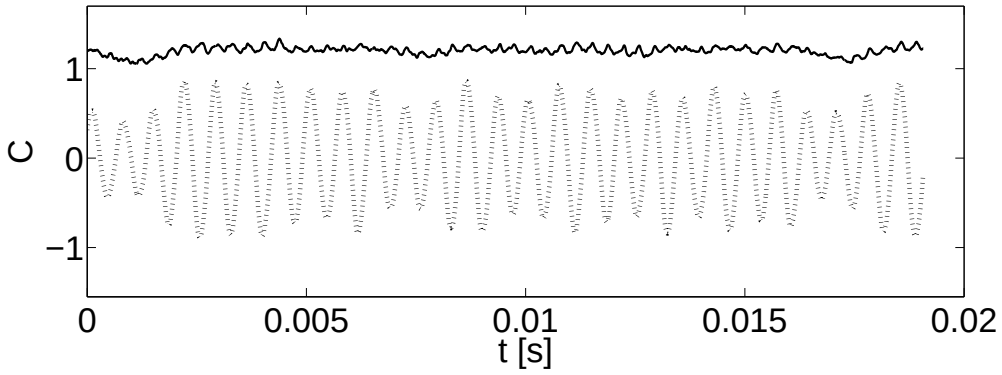


FIG. 3.25 – Évolution temporelle des coefficients de portance C_L : (...) et de traînée C_D : (—), pour la simulation SISM-FK-9D.

Les moyennes et les écart types (RMS) de ces coefficients de forces sont regroupés dans le tableau 3.3. Les valeurs obtenues pour la simulation SISM-FK-3D sont rappelées pour comparaison. Par rapport à cette précédente simulation, le calcul SISM-FK-9D prédit une traînée moyenne réduite et des fluctuations de portance et de traînée plus faibles. Ceci corrobore les observations faites en comparant les figures 3.4 et 3.25.

3.2.1.3 Spectre de pression en paroi, nombre de Strouhal et transition

De la même façon que précédemment, on obtient la fréquence du lâcher tourbillonnaire f_{lt} à partir du spectre de la pression à la surface du barreau au point en $\theta = 90°$. Ce spectre est tracé en figure 3.26.

On obtient pour la simulation SISM-FK-9D, une fréquence de lâcher tourbillonnaire $f_{lt} = 1402Hz$ qui correspond à un nombre de Strouhal $St = 0.200$. Cette valeur est rapportée conjointement à celle (très proche) obtenue pour la simulation SISM-FK-3D, dans la table 3.3. On note ici un faible impact de l'envergure simulée sur la valeur du nombre de Strouhal.

	SISM-FK-9D	SISM-FK-3D	Résultats expérimentaux
$\overline{C_D}^{z,t}$: Moyenne du coefficient de traînée	1.20	1.23	1.35 ($Re_D = 4.3\ 10^4$), ref.[188] $[1.0, 1.35]$ ($Re_D = 4.8\ 10^4$), ref.[32] $[1.0, 1.3]$ ($Re_D = 4.8\ 10^4$), ref.[2] $[1.1, 1.3]$ ($Re_D \in [10^4, 10^5]$), ref.[213]
C'_D : Ecart type du coefficient de traîné	0.048	0.065	0.16 ($Re_D = 4.3\,10^4$), ref.[188] $[0.08, 0.1]$ ($Re_D = 4.8\ 10^4$), ref.[67] $[0.05, 0.1]$ ($Re_D \in [10^4, 10^5]$), ref.[213]
C'_L : Ecart type du coefficient de portance	0.511	0.603	$[0.45, 0.55]$ ($Re_D = 4.3\ 10^4$), ref.[188] $[0.4, 0.8]$ ($Re_D = 4.8\ 10^4$), ref.[67] $[0.6, 0.82]$ ($Re_D \in [10^4, 10^5]$), ref.[213]
St : Nombre de Strouhal	0.200	0.204	$[0.18, 0.2]$ ($Re_D = 4.8\ 10^4$), ref.[32] $[0.185, 0.195]$ ($Re_D = 6.1\ 10^4$), ref.[148]

TAB. 3.3 – Coefficients de forces et nombre de Strouhal pour les simulations SISM-FK-9D et SISM-FK-3D, comparés à divers résultats expérimentaux.

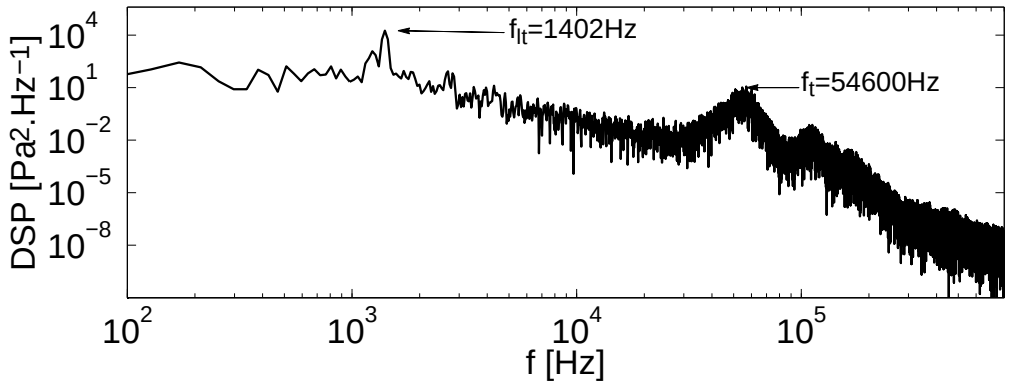


FIG. 3.26 – Densité spectrale de puissance de la pression au point pariétal en $\theta = 90°$ pour la simulation SISM-FK-9D.

On observe à nouveau la présence d'un second pic dans le spectre, à la fréquence $f_t = 54600\ Hz$. Comme précédemment, ce pic pourrait être associé aux structures de transition, dont la fréquence prédite par la formule 3.6 est assez proche : $45400\ Hz$.

3.2.1.4 Distribution de pression et friction à la paroi

La comparaison des profils des coefficients de friction (en figure 3.27) et de pression (en figure 3.28) sur la surface du cylindre, entre les simulations SISM-FK-3D et SISM-FK-9D, ne montre que très peu d'écarts. Ces deux coefficients sont calculés selon les équations 3.7 et 3.8. On obtient donc un angle de décollement moyen θ_d très proche pour les deux simulations : $\theta_d \simeq 86°$.

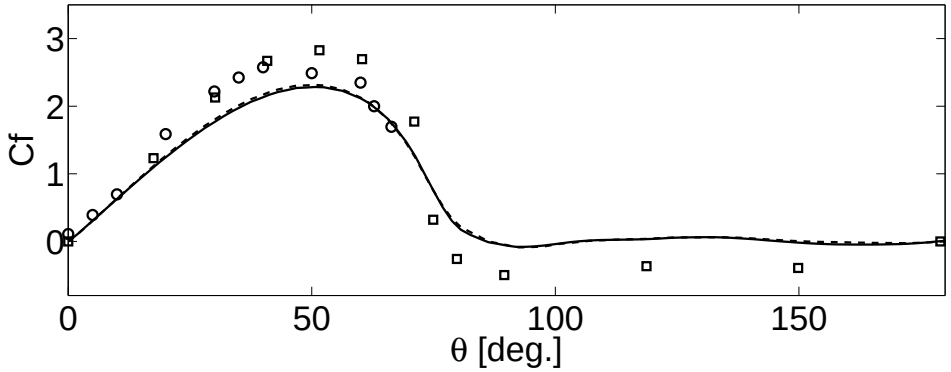


FIG. 3.27 – Coefficient de friction moyenne à la paroi du cylindre. ——— : SISM-FK-9D à $Re_D = 4.7 \times 10^4$; – – – : SISM-FK-3D à $Re_D = 4.7 \times 10^4$; ◯ : Résultats expérimentaux [205] à $Re_D = 9.1 \times 10^4$; □ : résultats expérimentaux [2] à $Re_D = 10^5$.

En revanche, la figure 3.29 montre que la distribution des fluctuations du coefficient de pression à la surface du barreau présente une évolution notable entre les deux simulations. Les deux calculs présentent des répartitions comparables, mais la simulation SISM-FK-9D, avec ses valeurs plus faibles, est en meilleur accord avec les résultats expérimentaux. Ceci est caractéristique d'une moindre force du lâcher tourbillonnaire (tout comme la réduction de la traînée moyenne et des fluctuations de portance, ou l'accroissement de la longueur de recirculation moyenne).

3.2.1.5 Comparaison aux mesures fil chaud de l'ECL [98]

Tout comme en 3.1.2.5, nous comparons les résultats des simulations SISM-FK-3D et SISM-FK-9D aux données expérimentales obtenues par Jacob *et al.*[98] sur les profils transverses de vitesse moyenne et de fluctuations de vitesse. Deux positions axiales sont extraites, une en $x = 0.1D$ tracée en figure 3.30 et l'autre en $x = 1.8D$ tracée en figure

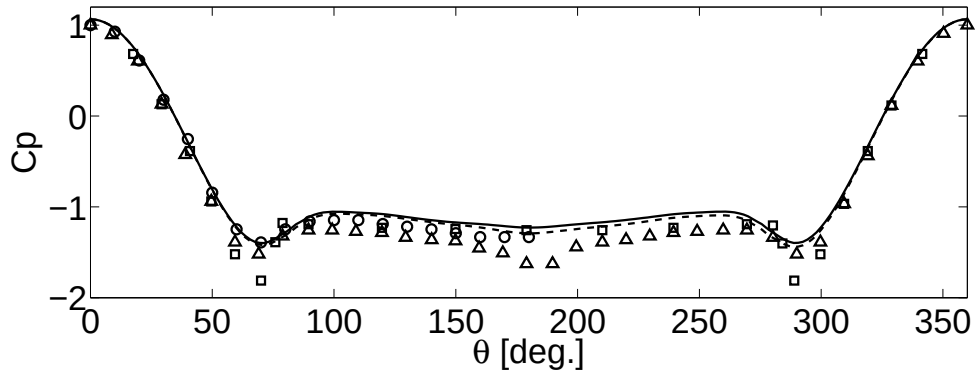


FIG. 3.28 – Coefficient de pression moyenne à la paroi du cylindre. ——— : SISM-FK-9D à $Re_D = 4.7 \times 10^4$; – – – : SISM-FK-3D à $Re_D = 4.7 \times 10^4$; ◯ : Résultats expérimentaux [6] à $Re_D = 9.1 \times 10^4$; □ : résultats expérimentaux [2] à $Re_D = 10^5$; △ : Résultats expérimentaux [188] à $Re_D = 4.0 \times 10^4$.

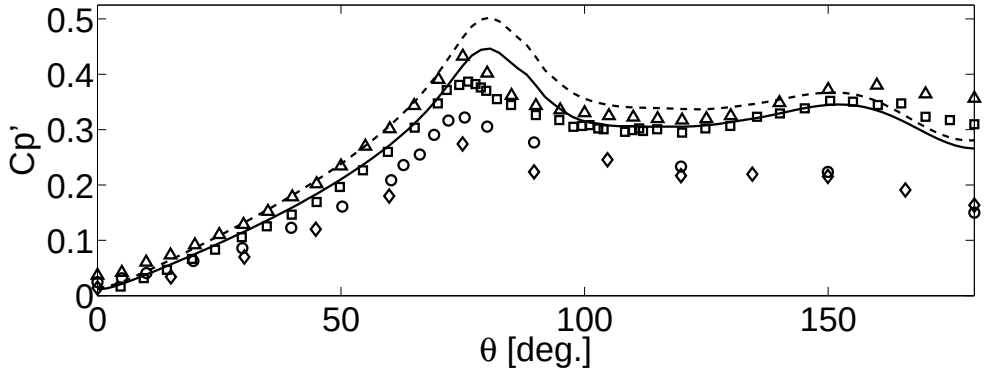


FIG. 3.29 – Ecarts types (RMS) des fluctuations du coefficient de pression à la paroi du cylindre. ——— : SISM-FK-9D à $Re_D = 4.7 \times 10^4$; – – – : SISM-FK-3D à $Re_D = 4.7 \times 10^4$; □ : résultats expérimentaux [148] à $Re_D = 6.1 \times 10^4$; △ : résultats expérimentaux [146] à $Re_D = 6.1 \times 10^4$; ◯ : résultats expérimentaux [205] à $Re_D = 10^5$; ◇ : résultats expérimentaux [12] à $Re_D = 10^5$.

3.31. On rappelle que la méthode d'extraction des composantes de vitesse, à partir de la simulation, vise à se rapprocher au mieux de la mesure par fil chaud (Cf. 3.1.2.5).

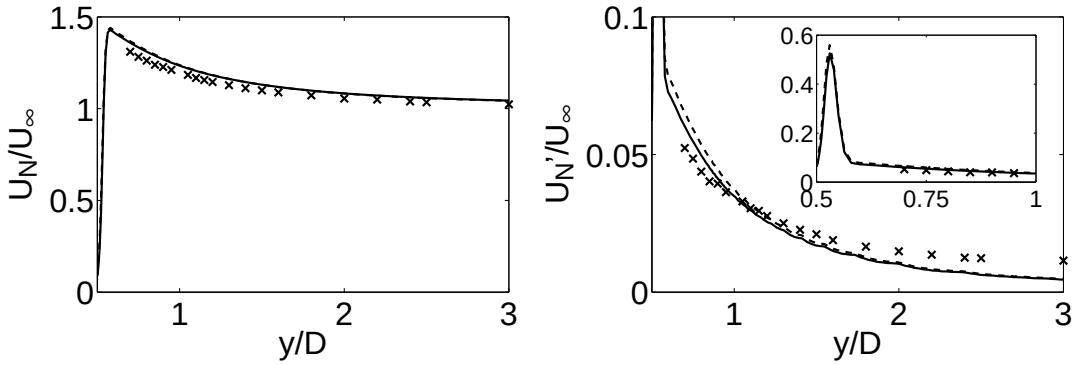


FIG. 3.30 – Comparaison des profils transverses de vitesse moyenne (à gauche) et de vitesse fluctuante (à droite), en $x/D = 0.1$. ——— : SISM-FK-9D à $Re_D = 4.7 \times 10^4$; – – – : SISM-FK-3D à $Re_D = 4.7 \times 10^4$; × : expérience [98] à $Re_D = 4.7 \times 10^4$

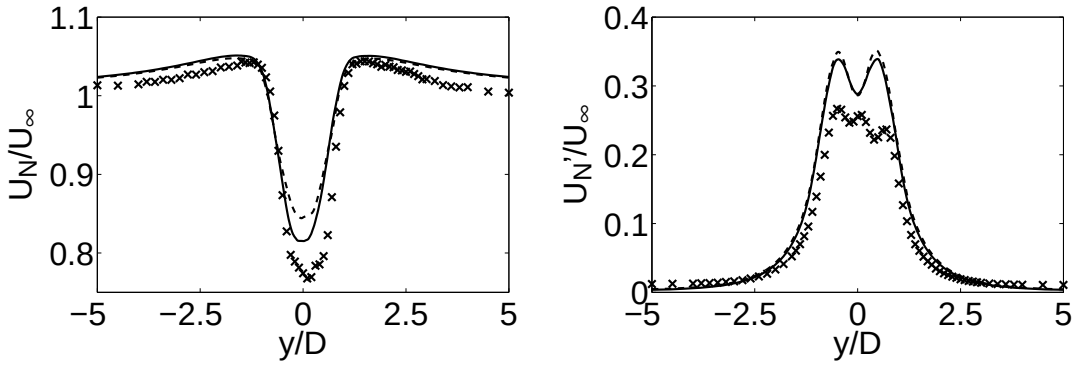


FIG. 3.31 – Comparaison des profils transverses de vitesse moyenne (à gauche) et de vitesse fluctuante (à droite), en $x/D = 1.8$. ——— : SISM-FK-9D à $Re_D = 4.7 \times 10^4$; – – – : SISM-FK-3D à $Re_D = 4.7 \times 10^4$; × : expérience [98] à $Re_D = 4.7 \times 10^4$

L'extension en envergure du domaine simulé améliore légèrement les résultats. On note un niveau de fluctuation de vitesse dans le sillage du cylindre plus faible pour la simulation SISM-FK-9D que pour la simulation SISM-FK-3D, ce qui se rapproche des résultats expérimentaux. On rappelle cependant le doute émis en 3.1.2.5 quant à la validité des résultats expérimentaux dans cette région fortement instationnaire. Plus notable, la diminution de la vitesse moyenne dans le centre du sillage est intimement lié à l'augmentation de la zone de recirculation moyenne.

En second lieu, la densité spectrale de puissance associée à la vitesse dans le sillage

proche du cylindre (point de coordonnées ($x = 1.8D,\ y = 0.6D$)) est tracée en figure 3.32. Tout comme en 3.1.2.6, on observe une surestimation de l'énergie associée à la fréquence de lâcher tourbillonnaire liée à la légère surestimation des fluctuations de vitesse en figure 3.31). On note également une très bonne prédiction du spectre à large bande dans la gamme [500 ; 3000] Hz, mais une différence de pente en hautes fréquences. On note de plus que les spectres issus des deux simulations capturent les harmoniques 1 et 2 du lâcher tourbillonnaire.

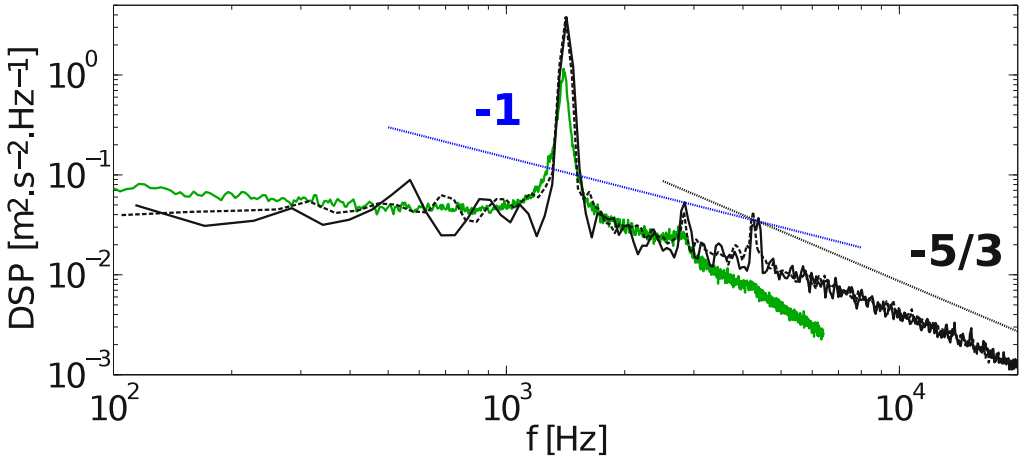


FIG. 3.32 – Densité spectrale de puissance associée à la vitesse (telle que mesurée par le fil chaud) au point ($x = 1.8D,\ y = 0.6D$). ——— : SISM-FK-9D à $Re_D = 4.7 \times 10^4$; – – – : SISM-FK-3D à $Re_D = 4.7 \times 10^4$; ——— : expérience à $Re_D = 4.7 \times 10^4$.

3.2.2 Corrélation en envergure

L'objectif premier de l'extension du domaine de calcul est l'amélioration de la décorrélation en envergure. En effet, pour un tel nombre de Reynolds, Szepessy prévoit [187] une longueur de corrélation $L_c^{exp} = 3D$, supérieure à la longueur de décorrélation maximale possible des simulations sur trois diamètres (à cause de la périodicité qui divise par deux celle-ci), mais qui pourrait être reproduites par la présente simulation.

Nous traçons en figure 3.33 la corrélation spatiale du signal de pression le long de l'envergure sur la surface du barreau en $\theta = 90°$. La corrélation présente un comportement plus proche de la tendance attendue, représentée par la loi exponentielle avec $L_c^{exp.} = 3$ (Cf. équation 3.12). Cependant, elle reste beaucoup trop élevée sur la majorité des écarts en envergure. Cette surestimation de la corrélation est surprenante, compte tenu des bons résultats obtenus sur les autres propriétés de l'écoulement.

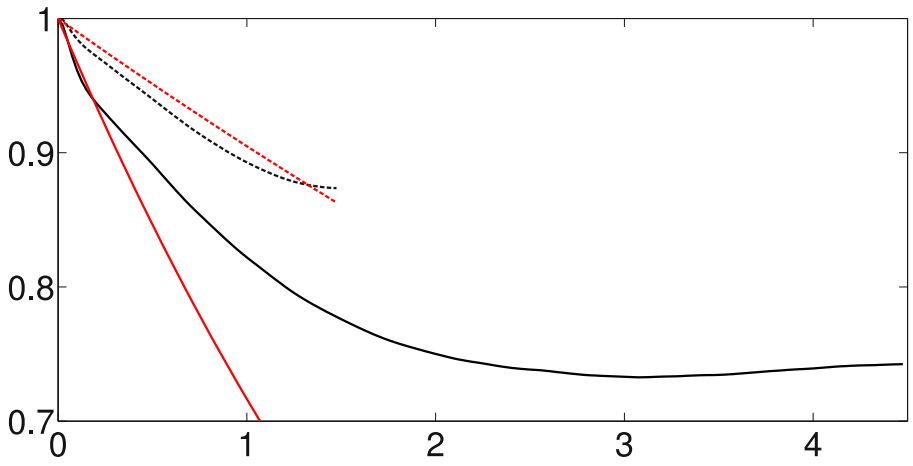


FIG. 3.33 – Corrélation de pression en fonction de l'écart en envergure sur la surface du cylindre à $\theta = 90°$. ——— : SISM-FK-9D ; – – – : SISM-FK-3D ; – – – : loi exponentielle avec $L_c^{exp.} = 10$; ——— : loi exponentielle attendue avec $L_c^{exp.} = 3$.

Nous avons évoqué la possibilité du modèle SISM de surestimer la viscosité de sous-maille en paroi, à cause du retard du champ filtré sur le champ instantané, et de causer un retard sur le point de décollement moyen. Il est possible que cette viscosité soit aussi responsable de cette corrélation très élevée le long de l'envergure. Une importante valeur de viscosité de sous-maille a pour conséquence la diminution du nombre de Reynolds effectif de l'écoulement simulé. Or on sait que plus le nombre de Reynolds diminue, plus la transition vers la turbulence se situe en aval du point de décollement. Dans notre cas, la viscosité surestimée en proche paroi causerait donc un décalage du point de transition au delà de la région où l'on calcule la corrélation. Et dans l'absence de turbulence il est logique d'obtenir une importante corrélation spatiale.

3.2.3 Impact sur les résultats acoustiques

En suivant la même procédure qu'en 3.1.3, on évalue les fluctuations acoustiques de pression aux coordonnées $x = 15D$ et $y = \pm 185D$ par l'intégration de l'équation de Ffowcs Williams & Hawkings. L'intégration acoustique est effectuée à l'aide de 2930 instants pour la simulation SISM-FK-3D et de 3450 instants pour la simulation SISM-FK-9D, espacés d'un pas en temps de 100 fois le pas en temps de la simulation LES, soit $\Delta t_{FWH} = 6 \times 10^{-6}$ s. Afin de tirer profit de la périodicité du calcul et de la symétrie statistique vis-à-vis du plan $y = 0$, un total de 8 "microphones" numériques relèvent la pression fluctuante évaluée par l'équation de Ffowcs Williams & Hawkings pour le cas SISM-

FK-3D et 20 "microphones" dans le cas SISM-FK-9D. Ceux-ci sont placés en $x = 15D$ et $y = \pm 185D$, et réparties en envergure en $z \in [0;\ -D;\ -2D;\ -3D]$ pour la simulation SISM-FK-3D et $z \in [0;\ -D;\ -2D;\ -3D;\ -4D;\ -5D;\ -6D;\ -7D;\ -8D;\ -9D]$ pour la simulation SISM-FK-9D. La position (x, y) coïncide avec la position du microphone dans l'expérience de référence [98] et permet donc une comparaison des résultats telle que tracée en figure 3.34. On notera toutefois que les "microphones" numériques sont périodiques.

Nous employons la même correction que précédemment pour ajuster les niveaux acoustiques de la simulation en fonction de l'envergure. La correction appliquée (proposée par Kato *et al.*[111, 112]) s'écrit :

$$DSP_{rect.} = DSP_{sim.} + 10\log\left(\frac{L_{exp.}}{L_{sim.}}\right) \tag{3.24}$$

où $DSP_{sim.}$ est la densité spectrale simulée, $DSP_{rect.}$ la densité spectrale simulée rectifiée, $L_{exp.}$ la longueur expérimentale du barreau et $L_{sim.}$ la longueur du barreau simulée. Ceci donne $DSP_{rect.3D} = DSP_{sim.3D} + 10\log\left(\frac{30D}{3D}\right)$ pour la simulation SISM-FK-3D et $DSP_{rect.9D} = DSP_{sim.9D} + 10\log\left(\frac{30D}{9D}\right)$ pour la simulation SISM-FK-9D.

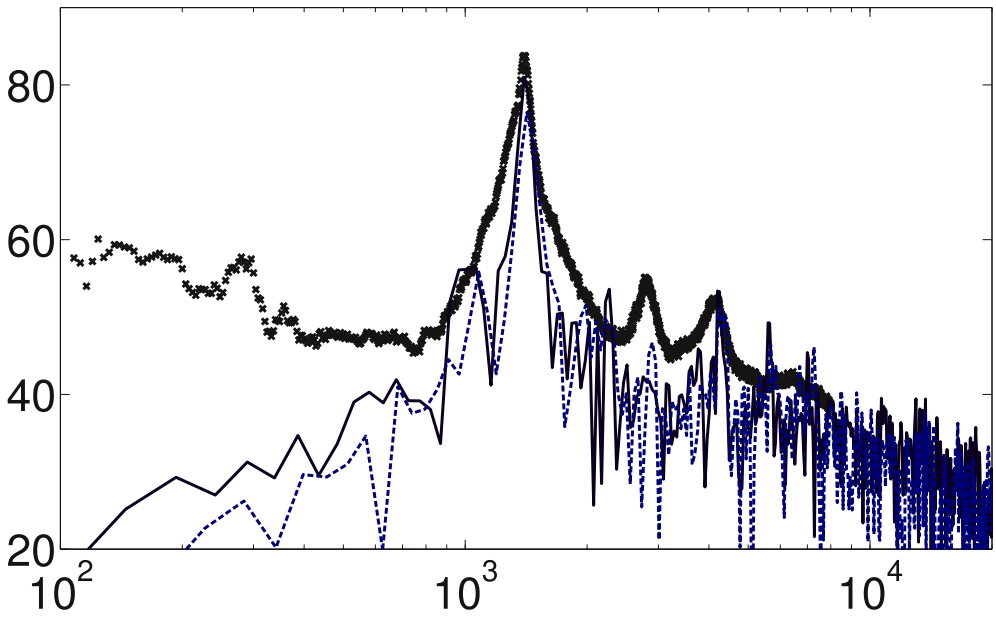


FIG. 3.34 – Densité spectrale de puissance acoustique en $(x = 15D;\ y = 185D)$. $\times$: Mesures M.C. Jacob [98] à $Re_D = 47. \times 10^4$; ——— SISM-FK-9D + correction d'envergure ; – – – SISM-FK-3D + correction d'envergure

Sur ce spectre, on observe que le pic associé au lâcher tourbillonnaire est bien décrit.

Sa fréquence est retrouvée avec une précision similaire pour les deux simulations. En revanche, son amplitude est mieux décrite par la simulation SIMS-FK-9D qui sous-estime l'amplitude du pic de $3dB$ seulement, contre $7dB$ pour la simulation SISM-FK-3D.

La comparaison à basses fréquences est incertaine car soumise à de fortes incertitudes liées à l'échantillonnage et au dispositif expérimental.

En hautes fréquences, l'aspect large-bande du spectre est bien capturé par les simulations malgré une sous-estimation globale des niveaux. La pente de la décroissance du spectre est bien reproduite. L'aspect bruité des spectres numériques (lié à un échantillonnage de courte durée) ne permet cependant pas de distinguer les harmoniques du lâcher tourbillonnaire.

apparaissaient pas pour la surface de contrôle placée sur la surface du barreau. Ainsi ces contributions harmoniques seraient principalement originaires des quadrupoles présents dans le sillage proche du barreau.

3.3 Conclusion

Dans ce chapitre, différentes simulations de l'écoulement autour d'un barreau cylindrique ont été effectuées à l'aide des méthodes numériques présentées dans le chapitre 2, et en particulier, le modèle de sous-maille SISM (présenté en 2.2.3) et les algorithmes d'extraction du champ moyen (présentés en 2.2.4). Quel que soit l'algorithme utilisé pour l'obtention du champ moyen, les résultats des deux simulations sont très satisfaisants ; ils permettent de recouvrer la plus part des résultats connus expérimentalement avec une bonne précision. Les différents calculs montrent une assez bonne description du champ moyen, évalué par comparaison à différentes expériences de la littérature.

La comparaison des deux méthodes de lissage utilisées pour le modèle SISM, dans le cas d'une envergure de 3 diamètres, a montré toutefois certaines différences. L'intensité du lâcher tourbillonnaire est mieux capturé par le calcul utilisant le filtre de Kalman, à en juger par différentes caractéristiques de l'écoulement (C_D, C'_L, longueur de recirculation moyenne). On voit donc sur ce cas relativement complexe l'avantage d'une fréquence de coupure adaptative localement et de manière instationnaire. Un retard associé aux méthodes de lissage a également été mis en évidence (de l'ordre de 10% de la fréquence du lâcher tourbillonnaire), mais son effet sur la qualité des résul-

tats paraît limité. Une méthode permettant de corriger cet effet est néanmoins proposée.

La prise en compte d'une plus grande envergure de barreau permet également d'améliorer les résultats. Cependant, la corrélation en envergure reste trop élevée comparée aux résultats expérimentaux.

Enfin, l'application de l'analogie de Ffowc Williams & Hawkings a permis d'obtenir une assez bonne description de l'acoustique du barreau par comparaison.

Chapitre 4

Étude de l'écoulement de jeu d'une aube de soufflante et évaluation d'un dispositif de contrôle

L'objectif final de cette thèse est de simuler l'écoulement de jeu en soufflante dans une configuration de référence et dans une configuration avec un dispositif de contrôle. Les calculs menés seront validés par comparaison avec des résultats expérimentaux obtenus au DLR Berlin dans le cadre du projet européen Flocon.

Dans un premier temps, nous décrivons le dispositif expérimental du DLR, avant de présenter les simulations associées. Ensuite les résultats numériques sont comparés aux données expérimentales disponibles. Enfin, nous comparons les résultats des simulations avec et sans dispositif de contrôle.

4.1 Présentation du banc expérimental (DLR)

4.1.1 Configuration de référence

La géométrie du dispositif expérimental est représentée en figure 4.1. Le banc est constitué d'une roue mobile (rotor) de $N_a = 24$ aubes, de profil NACA65 et de corde $c = 43.5\ mm$. Le rayon en tête d'aube est de $R_{ta} = 226.2\ mm$, et le ratio de ce rayon sur celui en pied d'aube est $\sigma = 0.62$, soit une envergure $L_e = 84\ mm$. La solidité du rotor est de 0.9.

En aval du rotor (à 37 mm au moyeu et 56 mm au carter), se situe une roue fixe (stator) composée de 32 aubes, de solidité 1.5. En amont du rotor, l'entrée d'air est assurée par un pavillon et un conduit circulaire de longueur $L_b = 1200$ mm. Le rayon du carter est ajustable (par l'emploi de divers conduits), ce qui permet d'étudier l'influence de la taille du jeu du rotor (0.6 mm, 1.2 mm, 1.8 mm ou 2.4 mm). Le rayon du moyeu est lui fixe : $R_m = 0.14225$ m.

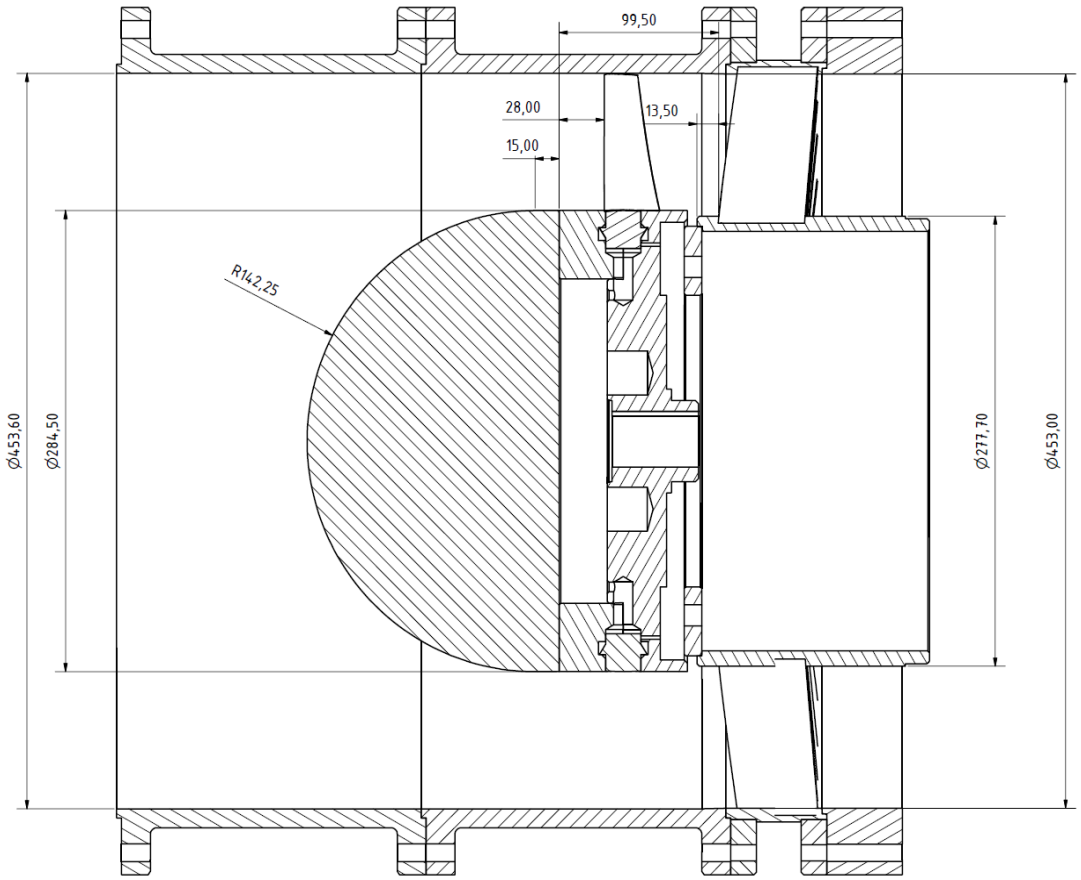


FIG. 4.1 – Géométrie du banc expérimental (une partie du conduit d'entrée n'est pas représentée).

Lors d'une campagne préliminaire menée durant le projet européen PROBAND [138], il fut montré que l'écoulement dans ce rotor était fortement influencé par un décollement en pied et par l'écoulement de jeu. La présente étude étant motivée par l'aérodynamique et l'acoustique de l'écoulement de jeu, la configuration (taille de jeu et point de fonctionnement) a été choisie pour faire ressortir cet écoulement secondaire et le bruit associé. À cet effet, le jeu maximal ($\delta_j = 2.4$ mm) a été choisi, obtenu pour

le carter de rayon $R_c = 228.6\ mm$. Comme nous l'avons vu dans le chapitre 1, plus le jeu est important plus l'écoulement le traversant est intense et exacerbe les sources acoustiques en tête d'aube. D'autre part, pour une vitesse de rotation $\Omega = 3159\ rpm$, un point de fonctionnement peu chargé est choisi afin de minimiser le décollement de coin. Ce point de fonctionnement est défini par les coefficients suivants :

– Le coefficient d'écoulement $\phi = 0.24$ caractérise le débit volumique de l'écoulement :

$$\phi = \frac{Q_v}{\pi R_{ta}^2 U_{ta}} \tag{4.1}$$

– Le coefficient réduit de charge $\psi = 0.3008$ caractérise la charge au travers de l'étage :

$$\psi = \frac{\Delta P}{\frac{1}{2}\rho_0 \Omega^2 R_{ta}^2} \tag{4.2}$$

Ces choix correspondent à un débit volumique $Q_v = 2.89\ m^3.s^{-1}$ et une vitesse en tête d'aube $U_{ta} = 74.8\ m.s^{-1}$.

L'instrumentation du banc est schématisée en figure 4.2. Deux plans de mesures par sondes à fils chauds croisés fournissent des résultats aérodynamiques importants pour l'initialisation et la validation des simulations. Ces sondes sont orientables, ce qui permet la mesure de toutes les composantes de la vitesse. Le banc expérimental ainsi que les supports de mesure par fil chaud sont visibles en figure 4.3.

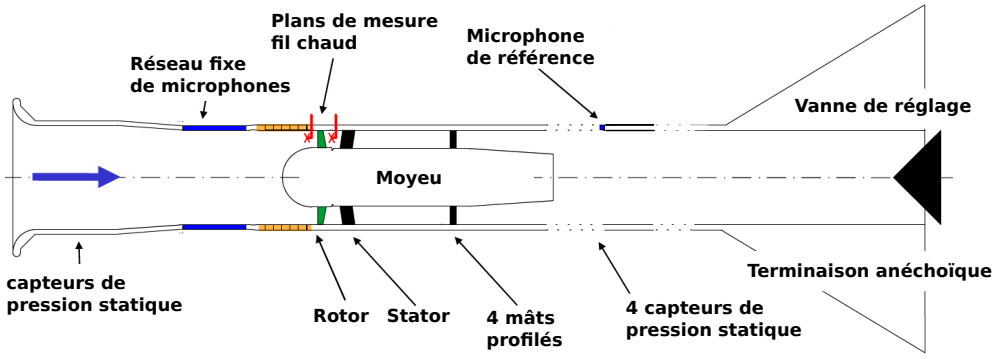


FIG. 4.2 – Schéma de l'intrumentation du banc expérimental.

4.1.2 Dispositif de contrôle

L'objectif est d'étudier un dispositif de réduction du bruit de jeu, en agissant sur l'écoulement de jeu. Plusieurs méthodes ont été proposées et testées par le passé, essentiellement pour améliorer les performances aérodynamiques. Par exemple, Ito *et al.*[97] étudient l'effet d'une modification de la surface du carter au dessus de l'aube (voir

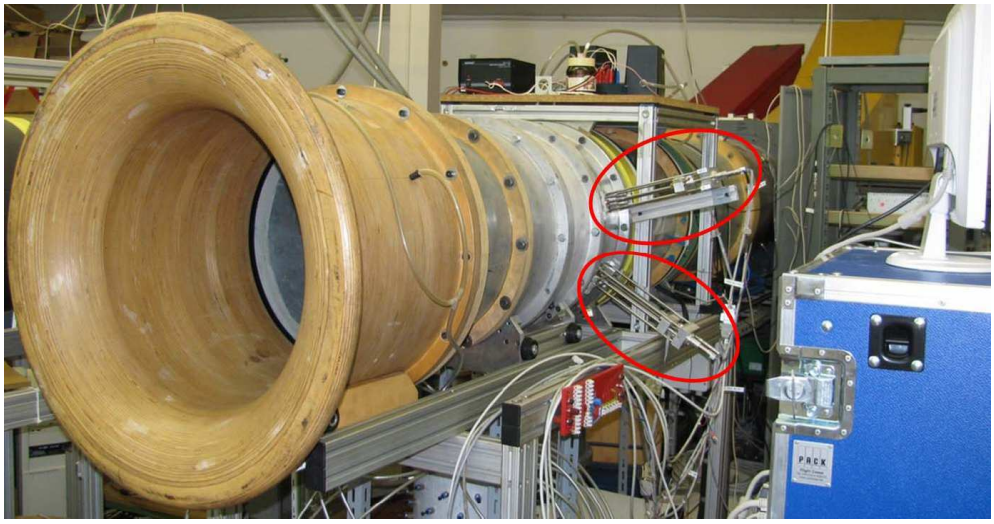


FIG. 4.3 – Le banc d'essai du DLR. Les deux axes de mesures fil chaud sont entourés de rouge.

aussi Corsini *et al.*[45]). Aktürk & Camci [5] modifient la géométrie de l'aube en tête (élargissement en diverses positions) et observent un impact positif de certaines configurations sur la réduction de l'écoulement de jeu. Ou encore, Bae *et al.*[7] proposent un contrôle par injection d'air pulsé dans la région de jeu, pour augmenter le mélange dans le jet au travers du jeu, et réduire son débit. La conséquence directe est une réduction du blocage causé par l'écoulement de jeu. En revanche, les pertes de pression totale demeurent sensiblement identiques avec ou sans ce contrôle. Enfin, Neuhaus et Neise [144] effectuent un contrôle à l'aide de jets d'air à débit constant au travers de 17 ou 24 fentes dans le carter (leur rotor est constitué de 24 aubes) ou d'une fente continue sur toute la circonférence. Ils notent qu'un débit de contrôle faible permet de réduire le bruit émis tout en améliorant très légèrement les performances. En revanche, un débit de contrôle plus important dans le cas avec 24 fentes conduit à une forte amélioration des performances aérodynamiques au coût d'une forte augmentation des niveaux acoustiques à cause d'interactions tonales entre les jets et les passages d'aubes. L'utilisation de 17 fentes ou d'une fente continue permet de limiter cette interaction tonale tout en conservant une amélioration des performances avec notamment une augmentation de la plage de fonctionnement de la machine (de l'ordre de +50% de plage de fonctionnement).

Ici, nous testons un contrôle par aspiration au travers du carter, au-dessus du rotor. On attend de cette aspiration qu'elle modifie la structure de l'écoulement dans la région de jeu, pour limiter l'intensité des structures. De même, on suppose qu'elle va

limiter l'interaction entre la couche limite carter (aspirée par le dispositif) et la zone de jeu. Le dispositif de contrôle a été développé par les partenaires du projet Flocon. Il consiste en une fente de largeur $L_{contrôle} = 4\ mm$, sur toute la circonférence d'un anneau amovible du carter. Cette fente débute à une position axiale de 0.25 mm en aval du bord d'attaque du rotor. Elle s'ouvre sur un canal d'aspiration incliné de 15° par rapport à l'axe du rotor et large de 0.97 mm perpendiculairement à sa direction. Ceci est schématisé en figure 4.4.

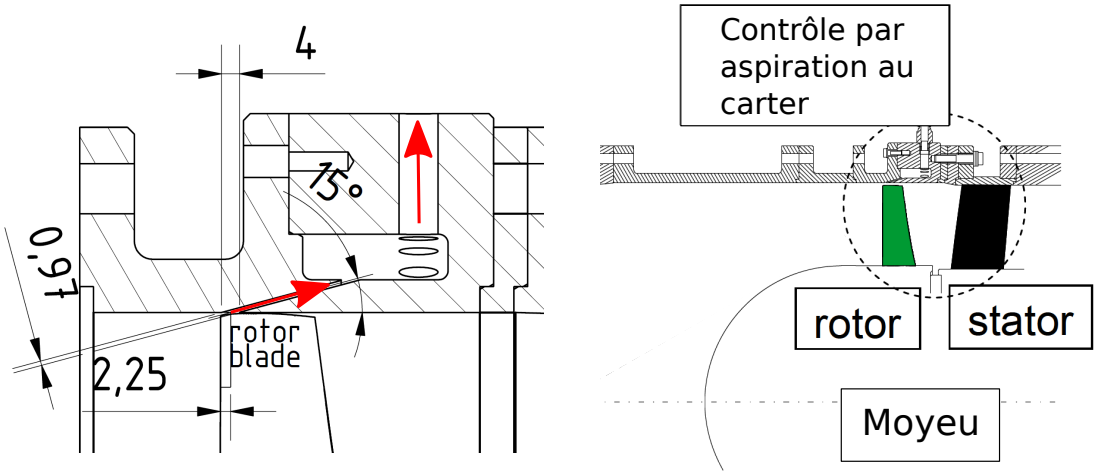


FIG. 4.4 – Représentation du dispositif de contrôle de l'écoulement de jeu par aspiration au carter.

Le débit d'aspiration est ajustable, mais notre étude sera effectuée avec un débit volumique constant, représentant 3% du débit volumique total, soit :

$$Q_{contrôle} = 0.03 Q_v = 0.0867\ m^3.s^{-1} \tag{4.3}$$

La configuration expérimentale entre le cas de référence et le cas avec contrôle est strictement identique, mis à part la présence de ce dispositif. Cependant le dispositif empêche l'insertion des fils chauds dans la section aval du rotor, ce qui limite les données expérimentales dans le cas avec contrôle.

4.2 Mise en place de la simulation

4.2.1 Géométrie et données disponibles

La simulation vise à reproduire l'écoulement autour du rotor. La géométrie est celle de l'expérience, hormis une approximation au niveau du pied des aubes. Dans l'expérience, la jonction entre les aubes et le moyeu présente un congé de rayon non nul ainsi

que des irrégularités. Ceci est difficile à mailler, et n'est donc pas reproduit dans la simulation. Il est à noter que, dans leur étude des effets de géométrie réelle sur les décollements tridimensionnels en turbomachines, Goodhand & Miller [72] observent que l'extension radiale du décollement de coin est maximale pour un rayon de congé nul, et minimale pour un rayon de congé critique (environ 2% de la corde). Ainsi, malgré les précautions prises pour limiter le tourbillon de coin, on peut supposer que le congé de rayon nul aura un impact négatif sur celui-ci.

Pour limiter le coût du calcul, nous ne considérons qu'une aube de rotor isolée et représentons l'effet de roue par des conditions de périodicité sur les parois latérales du canal inter-aube. Une visualisation de l'aube de rotor est présentée en figure 4.5. Les surfaces solides sont considérées adhérentes et adiabatiques. Les points de maillage sur la paroi carter ont une vitesse nulle. Les points de maillage sur les parois de l'aube et du moyeu ont une vitesse imposée par la vitesse de rotation ($\Omega \times r$).

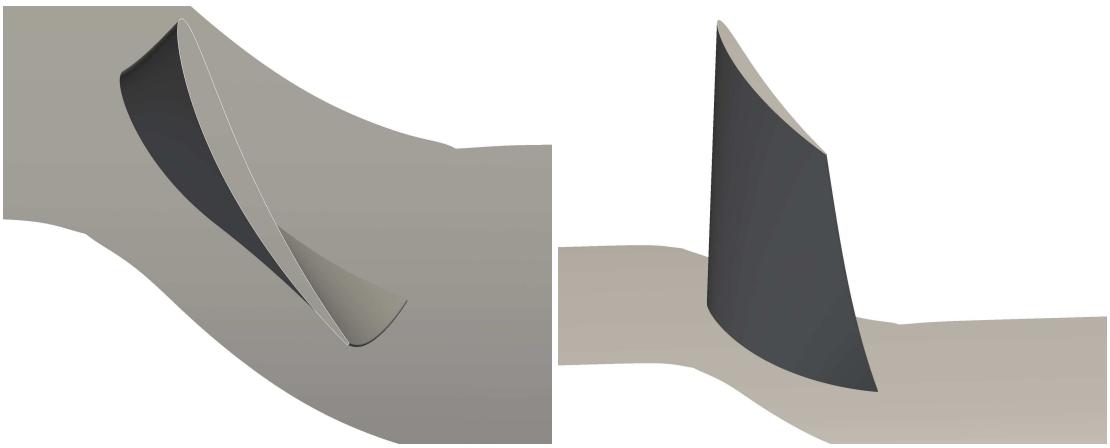


FIG. 4.5 – Visualisations de l'aube de rotor simulée.

L'écoulement est subsonique, il faut donc renseigner quatre des cinq variables aérodynamiques sur la frontière amont du domaine de calcul, et une seule sur la frontière aval. Nous choisissons d'imposer la masse volumique, les trois composantes de la vitesse en entrée et la pression statique en sortie.

Les données aérodynamiques expérimentales disponibles sont principalement issues de mesures par fils chauds sur deux plans. Le premier est situé 40 mm en amont du rotor et sera nommé par la suite PAm (plan amont rotor). Dans le plan PAm sont mesurées la vitesse axiale et la vitesse radiale instationnaires, ce qui permet de déterminer diverses grandeurs statistiques sur le champ moyen et la turbulence. Le second plan est

situé 11.5 mm en aval du bord de fuite moyeu de l'aube et sera nommé par la suite PAv (plan aval du rotor). Dans le plan PAv sont mesurées la vitesse axiale et la vitesse azimutale instationnaires, ce qui permet également de déterminer diverses grandeurs statistiques sur le champ moyen et la turbulence. Ces données sont mesurées jusqu'à 3 mm des parois. En prenant le bord d'attaque de l'aube comme origine de la direction axiale, le plan PAm est en $x = -0.04\ m$ tandis que le plan PAv est en $x = 0.0492\ m$.

Au plan d'entrée (nommé par la suite PE) du conduit amont, on connaît le taux de turbulence ingérée $Tu = 2\%$, l'échelle intégrale de cette turbulence $L_I = 20\ mm$, et l'épaisseur de la couche limite $\delta_{0.99} = 5\ mm$. À ces données s'ajoutent la pression en entrée du conduit $P_{PE} = 101300\ Pa$ et en aval du rotor $P_{PAv} = 102313\ Pa$, ainsi que la température ambiante $T_{PE} = 288\ K$.

Il faut noter que les conditions de la configuration de référence ont été établies avant la campagne expérimentale, sur la base de mesures antérieures. Ainsi, les conditions expérimentales sont un peu différentes ($P_{PE}^{exp.} = 101892\ Pa$, $T_{PE}^{exp.} = 294,5\ K$, $\phi^{exp.} = 0.2417$, $\psi^{exp.} = 0.3009$, $\Omega^{exp.} = 3195\ rpm$), mais restent très proche.

La frontière amont du domaine de calcul rotor est choisie naturellement au plan PAm. En aval, il faut que la plan PAv soit compris dans le domaine de calcul et qu'il soit bien résolu. On étend donc le domaine de 50 mm vers l'aval, sans simuler le stator. On nomme par la suite le plan frontière de sortie PS.

4.2.2 Configuration numérique

4.2.2.1 Représentation de l'entrée d'air

Les mesures au fil-chaud dans le plan PAm ne fournissent pas d'information sur la couche limite. On décide donc d'étendre le domaine de calcul vers l'amont jusqu'au plan PE afin de simuler le développement de la couche limite dans le conduit d'entrée, et de disposer ainsi de conditions aérodynamiques pertinentes en entrée du rotor.

Afin de limiter le coût de calcul de cette extension du domaine, seul un-huitième de la période du rotor est simulé pour le conduit d'entrée, entre les plans PE et PAm. En aval, entre les plans PAm et PS, le domaine de calcul comprend l'ensemble du canal inter-aube. Au niveau du plan PAm, le domaine d'entrée et le domaine rotor sont en contact sur un-huitième de la section angulaire du canal inter-aubes, le reste de la surface est alimenté par copie périodique comme illustré en figure 4.6.

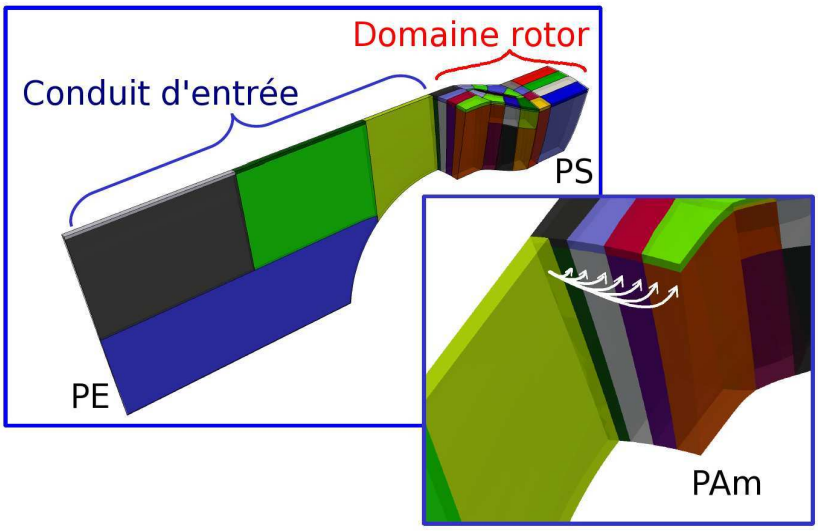


FIG. 4.6 – Visualisation des blocs de maillage ; schématisation du transfert des variables sur le plan de maillage PAm. Chaque bloc du plan PAm correspond à 2 sections angulaires du plan PE.

Le maillage de ce domaine d'entrée est généré à partir d'un unique plan méridien, représenté en figure 4.7, copié périodiquement dans la direction azimutale. L'axe de rotation du rotor est donc une ligne singulière du maillage. D'autre part, à un faible rayon, les tailles de mailles dans la direction azimutale sont très petites car proportionnelles au rayon. Pour éviter ces deux problèmes, nous excluons de la simulation l'axe de rotation et son voisinage proche.

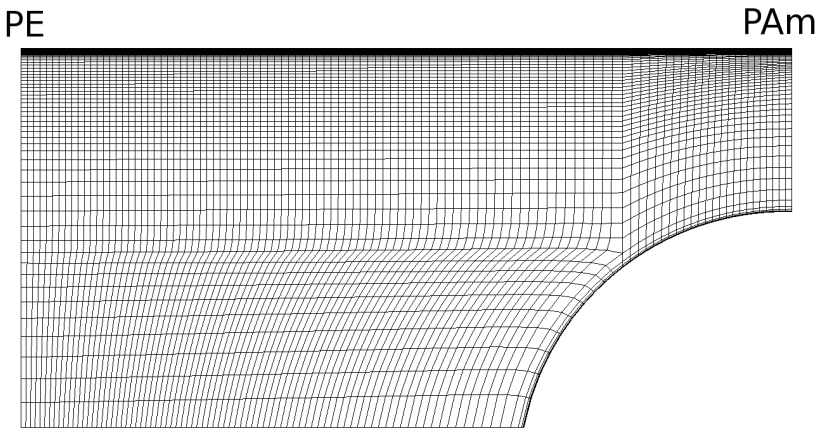


FIG. 4.7 – Maillage du conduit d'entrée dans le plan méridien.

Sur le plan d'entré du domaine d'entrée on impose :

$$\begin{cases} \rho(r) = \rho_{atm.} = 1.17\ kg.m^{-3} \\ U_x(r) = U_x^{moy.} \text{ pour } r \in [0\ ;\ R_c - \delta_{0.99}] \\ U_y(r) = 0\ m.s^{-1} \\ U_z(r) = 0\ m.s^{-1} \end{cases}$$

avec $\delta_{0.99}$ l'épaisseur de couche limite.

L'exclusion de l'axe de rotation du rotor et de son voisinage limite la surface d'entrée du domaine. Afin d'obtenir le débit volumique de la configuration de référence, nous augmentons la vitesse axiale moyenne sur le plan PE :

$$U_x^{moy.} = \frac{Q_v}{S^*} = 17.88\ m.s^{-1} \tag{4.4}$$

où S^* est la surface du plan PE dans le domaine d'entrée simulé (axe du rotor et son voisinage exclu) sur toute la circonférence.

Au niveau du carter, on impose un profil de vitesse moyenne caractéristique d'une couche limite turbulente. Ce profil est obtenu en résolvant le système d'équations proposé par van Driest [202] :

$$\begin{cases} \frac{\partial U_x^+(z^+)}{\partial z^+} = \frac{-1+\sqrt{1+4(l_m^+)^2}}{2(l_m^+)^2} \\ l_m^+ = \kappa z^+ \left(1 - e^{-\frac{z^+}{A_0^+}}\right) \\ z^+ = (R_c - r)\frac{u_f}{\nu} \\ U_x^+(z^+) = \dfrac{U_x(z^+)}{u_f} \\ U_x(z = \delta_{0.99}) = U_x^{moy.} \end{cases} \tag{4.5}$$

où u_f est la vitesse de frottement à la paroi (sa valeur est obtenue itérativement en résolvant le système), $A_0^+ = 26$ et $\kappa = 0.41$. Le profil obtenu est représenté en figure 4.8.

Enfin, afin d'exciter l'écoulement, un bruit blanc d'amplitude 2% de la vitesse locale est appliqué sur les trois composantes de la vitesse en entrée.

4.2.2.2 Mise en œuvre de la méthode zonale

L'objectif principal de la simulation est l'obtention de la physique de l'écoulement de jeu. Nous proposons ainsi de ne résoudre que les environs de la tête d'aube en LES,

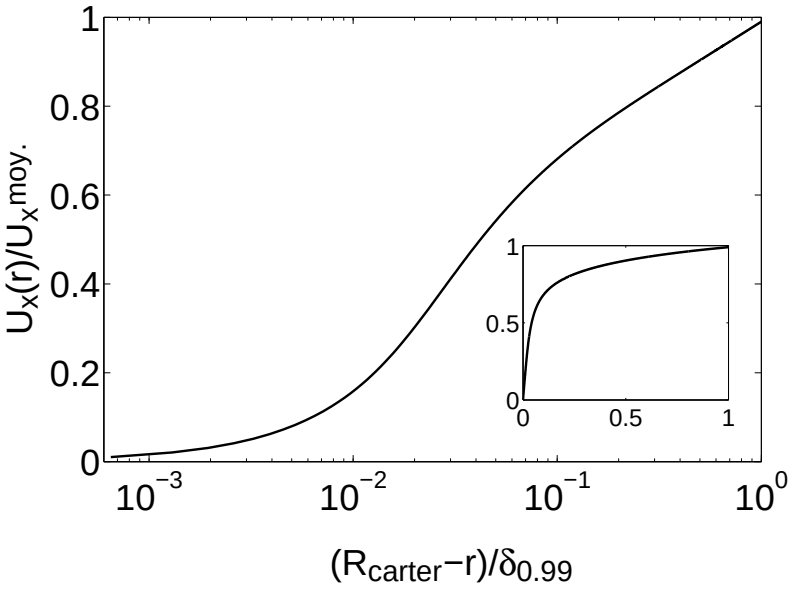


FIG. 4.8 – Profil de vitesse axiale dans la couche limite du carter imposée au plan PE ; l'encadré utilise une échelle linéaire.

et de résoudre le reste du domaine en RANS afin de limiter le nombre de points du maillage. Nous employons ici la méthode zonale RANS/LES présentée en 2.5, selon le découpage illustré en figure 4.9-gauche.

La méthode RANS employée a déjà été détaillée en 2.5.1. La méthode LES choisie parmis celles détaillées en 2.2 utilise le SISM avec extraction du champ moyen par filtrage exponentiel. La fréquence de coupure choisie pour ce filtrage est :

$$f_c = 0.5c/U_\infty \tag{4.6}$$

Nous avons vu que cette méthode zonale se justifie lorsqu'on dissocie deux zones géométriques n'échangeant quasiment pas de fluide. Une telle séparation peut être obtenue typiquement le long d'une nappe moyenne de courant dont se rapprochent les surfaces de rayon constant suffisamment loin de la zone de jeu. En effet, les vitesses radiales demeurent faibles par rapport aux autres composantes.

Un calcul préliminaire, purement RANS, permet de vérifier cette hypothèse par le tracé de lignes de courant initiées à un rayon constant en amont du rotor. Celles-ci sont représentées en figure 4.9-droite. On observe que dans la majeure partie de la veine, l'évolution radiale des lignes de courant est faible. L'écart radial maximal observé vis-à-vis du rayon initial est d'environ 10% de la corde. Ce qui permet de justifier le découpage zonal utilisé.

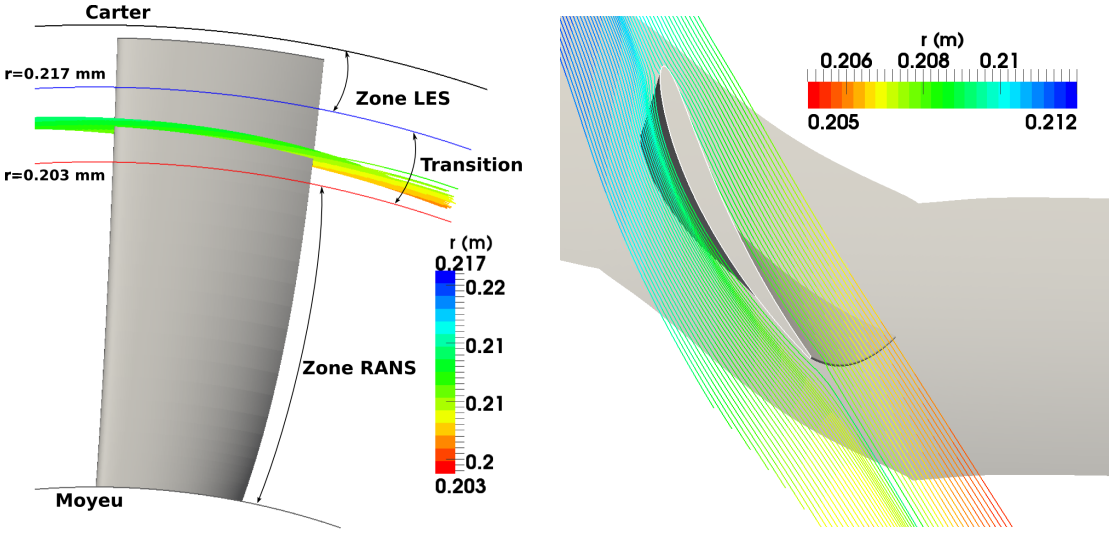


FIG. 4.9 – À gauche : lignes de courant colorées par le rayon, lâchées 4 mm en amont du rotor, tirées de la simulation préliminaire RANS et découpage zonal RANS/LES ; vue depuis l'amont du rotor. À droite : lignes de courant colorées par le rayon, lâchées 4 mm en amont du rotor, tirées de la simulation RANS préliminaire ; vue depuis la verticale de la tête d'aube.

Afin de définir l'extension de la zone LES en tête, il faut estimer la zone d'influence du tourbillon de jeu. Kang & Hirsch [109] ont étudié la trajectoire du cœur du tourbillon ainsi que l'évolution de son rayon en fonction de la position axiale. Tout d'abord, ils observent que la distance du cœur du tourbillon à la paroi du carter évolue linéairement, ne varie que peu avec la valeur du jeu, et peut être approchée par la relation suivante :

$$\frac{L_y}{L_e} = 0.075\frac{x}{c} \tag{4.7}$$

L_e étant la distance axiale entre le bord d'attaque de l'aube et le plan considéré. Au niveau du plan PAv, cette expression prévoit une distance du cœur du tourbillon à la paroi de $L_y^{PAv} = 7\ mm$. On peut alors supposer que le tourbillon de jeu est circulaire et que son rayon est limité par la présence du carter. Ceci donne une zone d'influence du tourbillon de jeu de 14 mm à partir du carter, soit la région où $r > 0.215\ m$.

On peut aussi se baser sur les résultats expérimentaux d'Inoue *et al.*[96]. Cette expérience est réalisée dans une configuration comparable à la présente, où le coefficient d'écoulement vaut $\phi = Q_v / \left[u_{ta}\pi(R_c^2 - R_m^2)\right] = 0.5$ (la formule employée est légèrement différente de l'expression 4.1, qui donne $\phi = 0.4$) et le coefficient réduit de charge est $\psi = 0.35$. Les sections des aubes sont des profils NACA65 et leur corde en tête d'aube

de 117.5 mm. Les auteurs étudient l'influence de la taille du jeu en lui faisant prendre les valeurs $\delta_j = 0.5\ mm$, $1.0\ mm$, $2.0\ mm$, $3.0\ mm$ et $5.0\ mm$. Pour le jeu maximal de 5 mm, le rapport δ_j/c est très proche de celui considéré dans notre étude. Pour ce rapport, ils observent que les pertes de pression totale (liées à la turbulence intense de l'écoulement de jeu) se concentrent dans la région $r > 0.93R_c$, ce qui se traduit dans notre configuration par une zone d'influence du tourbillon de jeu pour $r > 0.213\ m$.

Nous choisissons, comme dans le cas-test de canal plan, de réaliser la transition de la viscosité turbulente RANS à la viscosité sous-maille LES par un polynôme de degré 3. Les limites choisies sont :

- RANS : $r < 0.89R_c = 0.203\ m$
- LES : $r > 0.94R_c = 0.217\ m$

La continuité de la fonction de transition et celle de sa dérivée assurent que les abords de la zone d'influence du jeu ne soient pas filtrés brutalement. Les limites de la zone de transition apparaissent en figure 4.9-gauche.

4.2.2.3 Traitement de la condition limite aval

Le traitement des conditions aux limites en aval peut être problématique en simulations instationnaires. Une condition de type frontière libre, imposant la pression statique, peut provoquer des réflexions artificielles d'ondes sortantes. Par ailleurs, l'emploi de méthodes non-réfléchissantes [176] permet la sortie des ondes générées dans le domaine de calcul et annule les ondes artificielles rentrantes. En revanche ces méthodes ne permettent généralement pas d'imposer une variable aérodynamique telle que la pression statique. Pour pouvoir imposer la pression statique tout en atténuant les reflexions sur la surface de sortie nous choisissons un compromis des deux méthodes.

Afin de limiter d'avantage les réflexions parasites, les ondes et les structures turbulentes qui atteignent la frontière de sortie du domaine de calcul sont amorties au préalable dans une zone éponge où le maillage est déraffiné suivant la direction axiale et où la dissipation artificielle (présentée en 2.3.2) est sensiblement augmentée. Nous souhaitons que dans le cœur du domaine, le coefficient de viscosité numérique ne dépasse pas 0.01, compte tenu des recommandations de Smati [176] et de la sensibilité de la LES. En revanche, dans la zone éponge, nous souhaitons que cette valeur soit environ vingt fois plus élevée. Nous imposons donc à ce coefficient de dissipation artificielle le profil en tangente hyperbolique suivant :

$$\epsilon_{da} = 12.5 + \frac{24}{\pi}\text{atan}\left(300(x - 0.08)\right) \tag{4.8}$$

Cette zone éponge doit permettre la dissipation de la plupart des structures turbulentes avant leur interaction avec la frontière de sortie. Le domaine de calcul est étendu en aval du rotor de façon à ce que l'écoulement soit correctement prédit jusqu'au-delà du plan de comparaison avec l'expérience PAv, puis le maillage est étiré progressivement sur une longueur d'une corde environ afin de constituer la zone éponge. Le plan PAv est situé en $x = 0.0496\ m$ (avec $x = 0$ au bord d'attaque de l'aube), et le plan de sortie du domaine de calcul (PS) en $x = 0.1\ m$. Sur la figure 4.10 apparaissent les plans PAv et PS, surimposés sur un plan de maillage. On représente aussi en rouge le plan ($x = 0.08\ m$) sur lequel est centré le profil en tangente hyperbolique de dissipation artificielle.

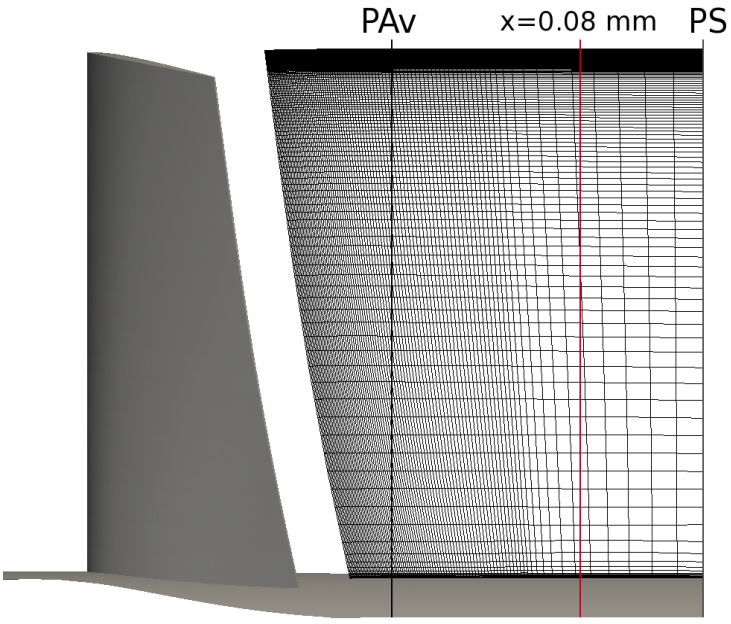


FIG. 4.10 – Visualisation du déraffinage du maillage dans la direction axiale en aval du rotor.

Enfin, la pression en sortie du domaine n'est pas uniforme selon le rayon. Elle suit une évolution qui est approchée ici par l'équation simplifiée d'équilibre radial :

$$-\frac{U_t^2}{r} = -\frac{1}{\rho}.\frac{\partial P}{\partial r} \tag{4.9}$$

4.2.3 Maillage

Le maillage utilisé pour les simulations est illustré en figure 4.11. Il est particulièrement raffiné dans la zone résolue en LES, avec comme pas de maillage en unités de

paroi : $\Delta y^+ < 3$ (direction normale à la paroi), $\Delta x^+ < 30$ (direction de l'écoulement) et $\Delta z^+ < 50$ (direction transverse), ce qui respecte les recommandations d'usage pour la LES [168]. Dans la région RANS, le pas de maillage dans la direction de l'envergure croît et atteint une valeur maximale de $\Delta z^+ = 400$.

Un total de 49 points maillent le jeu dans la direction de l'envergure, environ 200 points maillent l'aube du bord d'attaque au bord de fuite, et 160 points discrétisent le canal inter-aubes transversalement. L'envergure de l'aube est discrétisée par 97 points, dont 42 dans la zone de LES pure. Le domaine simulé total est composé de 12 millions de points.

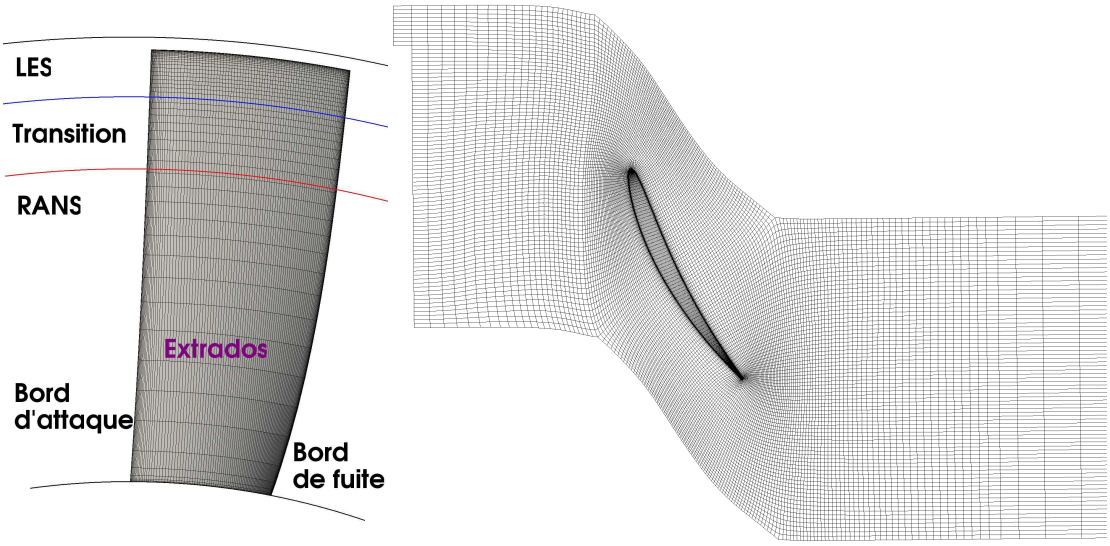


FIG. 4.11 – À gauche : maillage sur la surface extrados de l'aube, et surfaces limitant la zone de transition à $r = 0.217\ m$ et $r = 0.203\ m$; vue depuis l'amont du rotor. À droite : surface de maillage aube-à-aube au travers du jeu. Un point sur deux est représenté sur chaque vue.

4.2.4 Simulation du conduit d'entrée : comparaison des résultats au plan amont rotor (PAm)

Nous traçons les profils radiaux de la vitesse axiale et de la norme de la vitesse (moyennées dans la direction azimutale) respectivement en figure 4.12 et 4.13. La simulation prédit des vitesses axiales comparables à celles issues de l'expérience de référence. En revanche le gradient radial est légèrement sous estimé. La norme de la vitesse ne diffère de la vitesse axiale que dans la couche limite moyeu (en $\frac{r}{R_c} \lesssim 0.63$) où la rotation du moyeu influence très localement l'écoulement.

Aucune information expérimentale caractérisant la couche limite n'est disponible dans ce plan. On peut cependant observer le début de la décroissance des vitesses sous l'influence de la couche limite du carter dans les mesures. On note que cette position correspond aussi au début de la couche limite carter pour la simulation. Ainsi, on peut conclure que la simulation restitue globalement la taille de la couche limite expérimentale.

Afin de juger de l'état de la couche limite simulée, le profil du facteur de forme H le long de la paroi du conduit d'entrée est tracé en figure 4.14. Il part d'une valeur de 1.4 au plan PE, typique de couches limites turbulentes, ce qui est en accord avec le profil de van Driest choisi comme profil d'entrée. Ensuite, il augmente rapidement pour osciller entre 2 et 2.5, valeurs typiques de couches limites laminaires. La couche limite au plan PAm est donc laminaire. Le nombre de Reynolds basé sur la longueur de carter entre les plans PE et PAm vaut $Re_x = 5 \times 10^5$. Sa valeur modérée permet effectivement le développement d'une couche limite laminaire. D'autre part, l'accélération dans la veine d'entrée sous l'influence du convergent autour du moyeu, stabilise la couche limite, ce qui réduit d'autant les chances d'une transition à la turbulence.

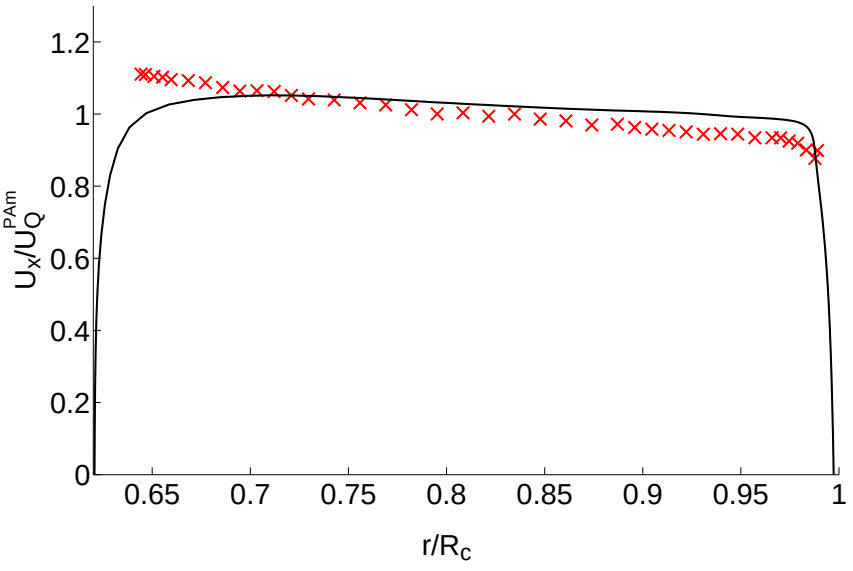


FIG. 4.12 – Profils radiaux de vitesse axiale U_x au plan PAm. × : mesures ; ——— : résultats de la simulation de référence.

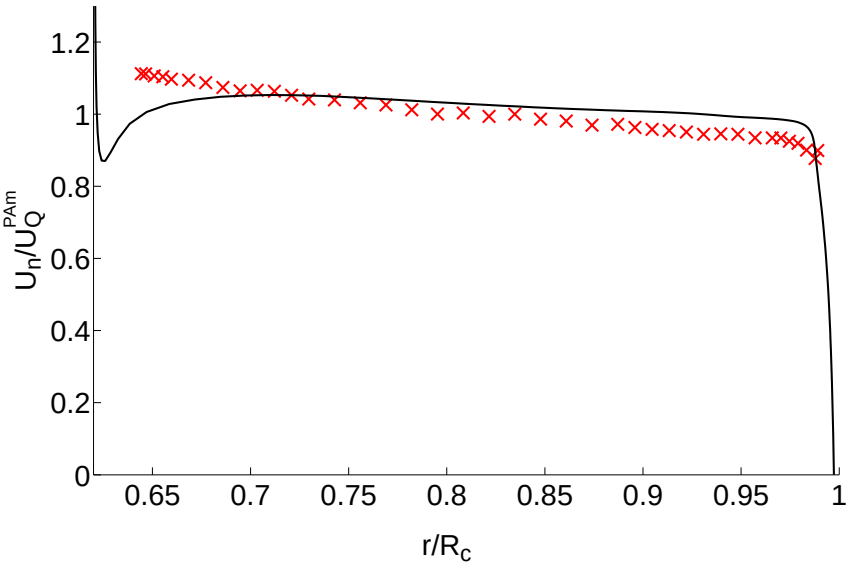


FIG. 4.13 – Profils radiaux de la norme de la vitesse U_N au plan PAm. × : mesures ; ——— : résultats de la simulation de référence.

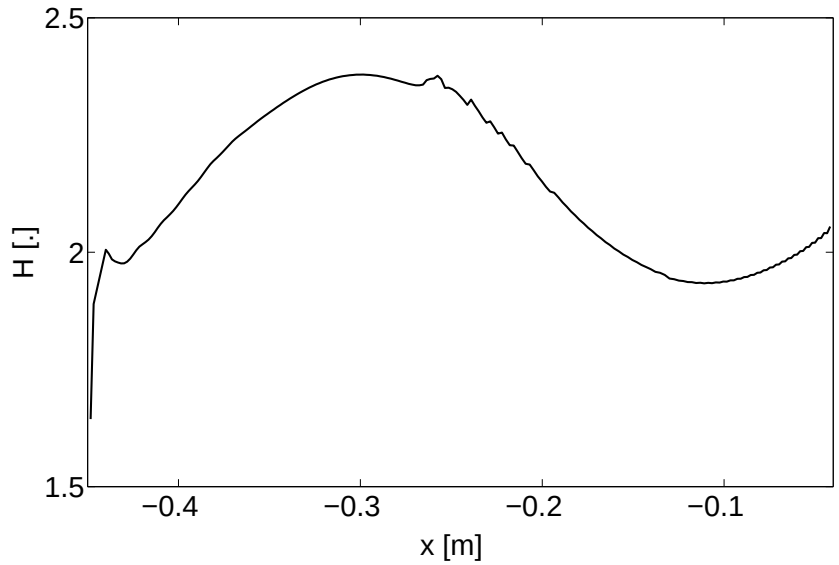


FIG. 4.14 – Profil axial du facteur de forme H entre les plans PE et PAm sur le carter, pour la simulation de référence.

4.2.5 Implémentation numérique du dispositif de contrôle

Numériquement, plusieurs approches pour intégrer le dispositif de contrôle dans la simulation sont envisageables, mais certaines méthodes sont plus complexes et coûteuses que d'autres. Par exemple, Godard *et al.*[68, 69] maillent le canal d'aspiration (intégré à l'aubage) et utilisent une méthode Chimère pour relier le maillage du canal d'aspiration à celui du cœur du domaine. Cette méthode n'est pas envisageable ici car la méthode Chimère n'est pas implémentée dans *Turb'Flow*. De plus, cette méthode est coûteuse : dans les cas étudié par Godard, la simulation avec contrôle par aspiration est 6 fois plus coûteuse que la simulation de référence : en effet, le maillage qui comprend le canal est plus grand, et surtout, le coût des interpolations requises par la méthode Chimère est prohibitif. On peut aussi citer Sachdeva [167] qui emploie une méthode similaire. Ces coûts sont supportables dans les exemples cités car les simulations y sont effectuées en RANS et sont donc peu coûteuses à l'origine.

L'approche retenue ici se base sur une méthode proposée et testée par Iaccarino *et al.*[95] qui simulent le contrôle d'un écoulement en RANS au dessus d'une bosse dans un canal. Ils testent diverses implémentations du dispositif de contrôle. Celui-ci est dans un premier temps approché par une aspiration constante. Ils testent à ce propos un cas où le canal d'aspiration est maillé, et un cas où ils imposent l'aspiration directement par l'intermédiaire des conditions aux limites sur la surface de la bosse. Ils observent que les deux simulations produisent des résultats très similaires.

C'est en partant de ces observations que nous décidons d'implanter le dispositif de contrôle par une condition aux limites. On impose donc directement à la surface du carter la condition suivante :

$$\begin{cases} U_r^{contrôle} = \frac{Q_{contrôle}}{2\pi L_{contrôle} R_c} = 15.09\ m.s^{-1} \\ U_x^{contrôle} = \frac{U_r^{contrôle}}{tan(15°)} \end{cases} \tag{4.10}$$

Pour illustrer la zone d'aspiration, on trace en figure 4.15 le maillage déraffiné (un point sur quatre dans chaque direction) sur la surface du carter, coloré par la vitesse radiale. La zone d'aspiration est maillée d'environ 20 points dans la direction de la corde.

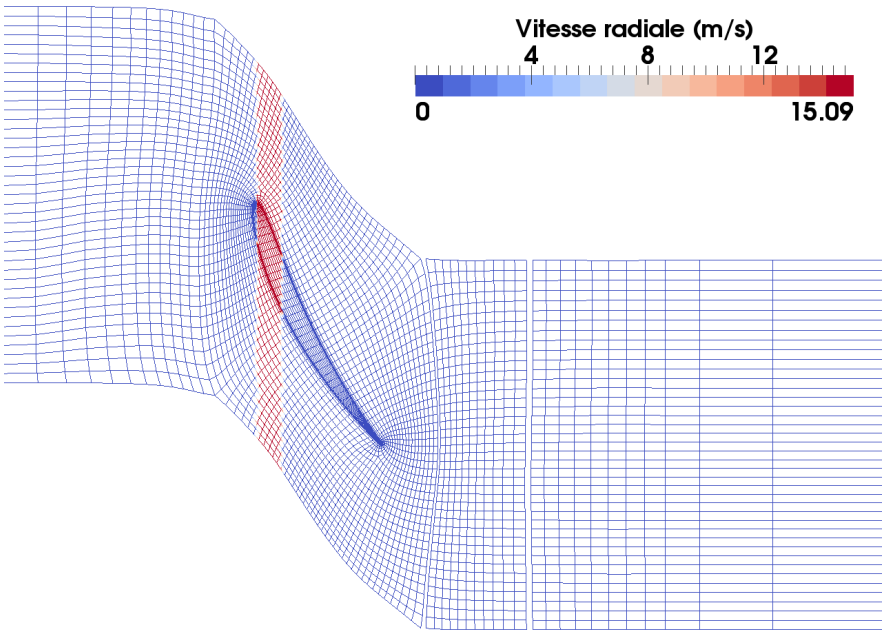


FIG. 4.15 – Maillage et vitesse radiale sur le plan coïncident avec le carter dans la simulation avec contrôle. Un point sur quatre dans chaque direction est tracé.

4.3 Résultats de la simulation de référence

Dans un premier temps, nous comparons les résultats de la simulation de référence (sans contrôle) aux données expérimentales de référence afin de valider la simulation.

4.3.1 Comparaisons à l'expérience au plan PAv : champs moyens

Nous comparons tout d'abord les grandeurs aérodynamiques au niveau du plan PAv. L'ensemble des cartographies présentées ci-après comparent les résultats expérimentaux sur la moitié gauche, aux résultats de la simulation sur la moitié droite. Sur la cartographie des résultats expérimentaux sont systématiquement rajoutés les contours du domaine numérique, afin de mettre en évidence les régions où aucune mesure n'a été effectuée. D'autre part, afin de permettre une comparaison plus quantitative, les résultats sont moyennés selon la direction azimutale, et à chaque cartographie est associée le profil radial correspondant. Dans ces profils, les vitesses sont adimensionnées par la vitesse débitante dans le plan PAm :

$$U_Q^{PAm} = \frac{Q_v}{S} = 28.73\ m.s^{-1} \tag{4.11}$$

avec $S = \pi \left(R_c^2 - R_m^2\right)$

En figure 4.16 est tracée la vitesse axiale. On observe une très forte similitude des

deux champs en termes de niveaux. On remarque toutefois que la simulation rend un sillage plus marqué, notamment près du moyeu. En tête, la région de déficit de vitesse axiale, liée à l'influence de l'écoulement de jeu est d'étendue et d'amplitude similaire. Si l'on regarde le profil radial de vitesse axiale tracé en figure 4.17, on retrouve les même tendances principales. Le sillage plus marqué dans la simulation, notamment près du moyeu, induit un gradient radial de vitesse axiale. Dans la zone de tête, les niveaux sont correctement calculés, malgré une zone d'influence du jeu légèrement plus petite pour la simulation. On peut estimer grossièrement que l'écoulement de jeu influence la vitesse axiale pour $r > 0.93R_c$ expérimentalement, et pour $r > 0.94R_c$ dans la simulation.

On peut faire des observations similaires sur la cartographie de vitesse tangentielle tracée en figure 4.18. L'effet de l'écoulement de jeu est clairement localisé par une forte vitesse tangentielle en prolongation du sillage de l'aube. En comparaison, au même plan, le déficit de vitesse axiale est relativement uniforme azimutalement. Ceci montre le rôle majeur de la vitesse tangentielle dans l'écoulement de jeu. Son profil radial (figure 4.19) simulé présente un très bon accord avec l'expérience. L'évolution radiale est correctement recouvrée sur la plus grande partie de la veine. En pied d'aube on note une surestimation de la vitesse azimutale qui correspond, à nouveau, à un sillage plus marqué près du moyeu. La région de tête d'aube est très correctement appréhendée. L'amplitude maximale de la vitesse azimutale est légèrement sous-estimée, mais l'extension de l'effet de jeu est correctement retrouvé.

Sur la figure 4.20, où est tracée la cartographie de la norme de la vitesse relative, les remarques précédentes peuvent être réitérées. Le sillage est particulièrement épais en pied d'aube, et cet effet est surestimé par la simulation. Les vitesses hors du sillage et l'écoulement de jeu sont en très bon accord entre l'expérience et la simulation. Le profil radial, tracé en figure 4.21, montre un écart de niveau sur le déficit de vitesse en pied et en tête d'aube. Cependant, la tendance générale est très bien retrouvée.

La turbulence dans notre simulation se décompose en deux contributions : dans la région LES elle correspond à d'effectives fluctuations du champ de vitesse (plus les échelles de sous-maille, modélisées, et énergétiquement faibles), tandis que dans la région RANS elle apparaît à travers les termes k (énergie cinétique turbulente moyenne) et ω (taux de dissipation spécifique moyenne). Dans un premier temps, nous comparons en figure 4.22 la contribution des fluctuations simulées, sous forme d'un taux de turbulence

aux fluctuations mesurées. La grandeur tracée est :

$$Tu_{LES} = \sqrt{\frac{\frac{1}{3}\left(u_x'^2 + u_y'^2 + u_z'^2\right)}{U_n^2}} = Tu_{exp} \tag{4.12}$$

Nous observons une très bonne comparaison avec l'expérience en tête d'aube, région effectivement décrite en LES. La turbulence du sillage du bord de fuite n'est pas obtenue à partir des fluctuations car celui-ci est principalement situé dans la région RANS. Dans la zone carter, on note que la turbulence est très élevée sur l'ensemble de la circonférence, mais la répartition n'est pas uniforme le long de la direction azimutale. L'influence du tourbillon de jeu est visible ici aussi. On observe que l'évolution azimutale du taux de turbulence au niveau du carter est bien reproduite, ce qui permet de dire que les principales caractéristiques de l'écoulement de jeu sont capturées par la simulation. Le profil radial est représenté sur la figure 4.23 où l'on constate que les tendances et les niveaux sont très correctement reproduits par la simulation. On note par exemple un point d'inflexion sur les profils expérimentaux et numériques aux alentours de $r = 0.98R_c$. La légère sous-estimation du niveau de turbulence en tête peut être rapprochée de la légère surestimation de la vitesse axiale. L'écoulement de jeu de cette simulation semble légèrement plus intense mais moins turbulent que celui de l'expérience.

Nous traçons ensuite en figure 4.24 la cartographie du taux de turbulence tel qu'obtenu par le modèle RANS : $Tu_{RANS} = \sqrt{\frac{\frac{2}{3}k}{U_n^2}}$. Dans la zone RANS, on remarque que les niveaux sont similaires à ceux de l'expérience, mais le sillage est surestimé. Cette surestimation de la région affectée par la turbulence du sillage se retrouve dans le profil radial de Tu_{RANS}, en figure 4.25. Les niveaux sont globalement surrestimés dans la région RANS ($\frac{r}{R_c} \lesssim 0.89$). L'allure est toutefois en accord avec l'expérience, avec un niveau plus élevé en pied. Finalement, on remarque qu'en tête d'aube existe encore une contribution au taux de turbulence liée à la variable k du modèle RANS. Celle-ci reste néanmoins faible face aux contributions des fluctuations.

D'ailleurs, si on considère l'énergie cinétique turbulente associée au modèle RANS, présentée en figure 4.26, on observe qu'elle ne représente que $\sim 1/20$ de l'énergie des fluctuations LES dans la région en tête (d'après la figure 4.23 et $k_{LES} = \frac{3}{2}Tu_{LES}^2 U_n^2$).

Les figures 4.27 et 4.28 représentent la somme des deux contributions (RANS et LES) au taux de turbulence, même si ce taux de turbulence "total" $Tu_{tot.}$ n'est pas

réellement représentatif. En effet, dans la région LES, les variables turbulentes du modèle RANS n'influencent pas l'écoulement à travers la viscosité turbulente.

Nous nous intéressons à présent aux sillages des aubes. Leur description n'est pas un paramètre critique vis-à-vis de la simulation de l'écoulement de jeu, hormis dans le jeu, et ils sont principalement situés dans le domaine RANS. Les sillages sont extraits de la norme de la vitesse relative (tracée en figure 4.20) et analysés en fonction de quatre paramètres qui sont le coefficient de profondeur du sillage (S_P), le coefficient de largeur (S_L), son rapport d'aspect (S_{RA}) et le coefficient intégral du déficit de vitesse (S_I). Ces quatre paramètres sont illustrés sur le schéma en figure 4.29 et définis par :

- Le coefficient de profondeur du sillage, S_P, correspond au déficit maximal de vitesse :
$$S_P(r) = \frac{U^{max.}_{n\ rel.}(r) - U^{min.}_{n\ rel.}(r)}{U^{moy.}_{S\ rel.}(r)} \tag{4.13}$$
- Le coefficient intégral du sillage, S_I, caractérise le déficit total de vitesse :
$$S_I(r) = \frac{\int_\theta \left[U^{max.}_{n\ rel.}(r) - U_{n\ rel.}(r,\theta)\right] r \mathrm{d}\theta}{\int_\theta U_{n\ rel.}(r,\theta) r \mathrm{d}\theta} \tag{4.14}$$
- Le coefficient de largeur du sillage, S_L, est basée sur le coefficient intégral et le coefficient de profondeur de celui-ci :
$$S_L(r) = \frac{S_I(r)}{S_P(r)} \tag{4.15}$$
- Et enfin, le rapport d'aspect, S_{RA} du sillage se calcule :
$$S_{RA}(r) = \frac{S_P(r)}{S_L(r)} \tag{4.16}$$

Les profils radiaux de ces quatre paramètres sont tracés sur les figures 4.30, 4.31, 4.32 et 4.33. Les résultats de la simulation sont comparés aux données expérimentales. Le profil du coefficient de profondeur en figure 4.30 illustre bien l'observation faite au sujet des figures 4.16 et 4.20, à savoir que les sillages sont plus marqués dans la simulation. Sur toute l'envergure de l'aube, le coefficient de profondeur dans la simulation est environ deux fois plus important que dans l'expérience. En revanche, la figure 4.31 fait état d'un bon accord du coefficient de largeur des sillages entre la simulation et l'expérience. Enfin, sur les profils du coefficient intégral et de rapport d'aspect (figures 4.32 et 4.33), on observe à nouveau un facteur 2, lié à la surestimation du coefficient de profondeur des sillages simulés.

L'origine de cette différence du coefficient de profondeur de sillage, entre expérience et simulation, n'a pu être déterminée. Néanmoins, la description du sillage est jugée satisfaisante vis-à-vis de la simulation de l'écoulement de jeu.

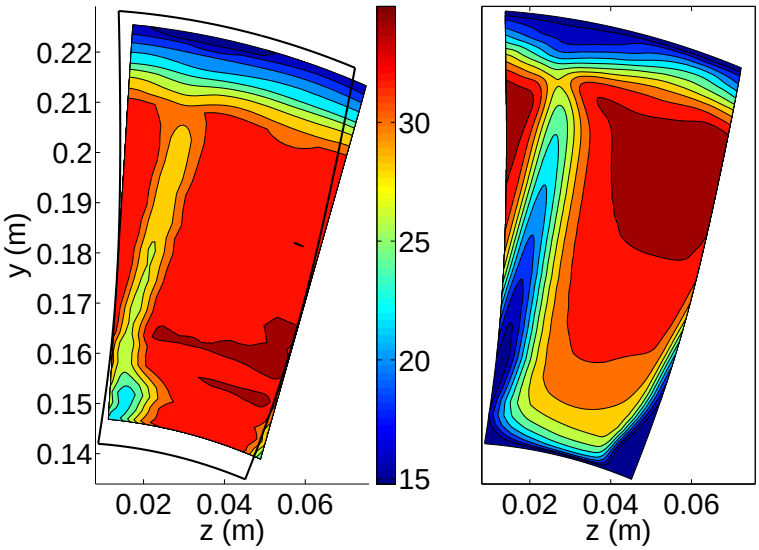


FIG. 4.16 – Cartographies de vitesse axiale, U_x $[m.s^{-1}]$, dans le plan PAv, pour la configuration de référence. Comparaison entre les données expérimentales, à gauche, et les résultats de la simulation de référence, à droite. À gauche, le cadre noir représente les frontières de la cartographie tracée à droite. Il permet de localiser les régions où aucune mesure n'a été effectuée.

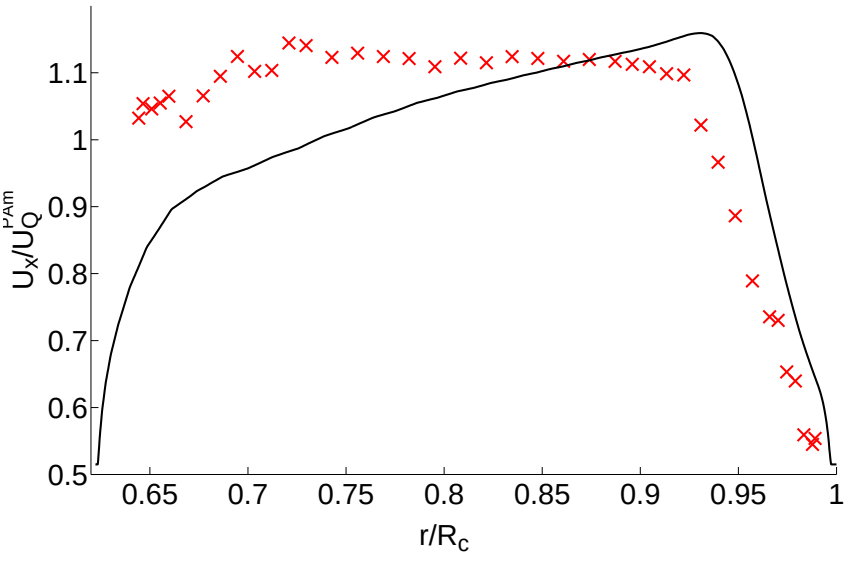


FIG. 4.17 – Profils radiaux de vitesse axiale, U_x $[m.s^{-1}]$, dans le plan PAv. × : mesures ; ——— : résultats de la simulation de référence.

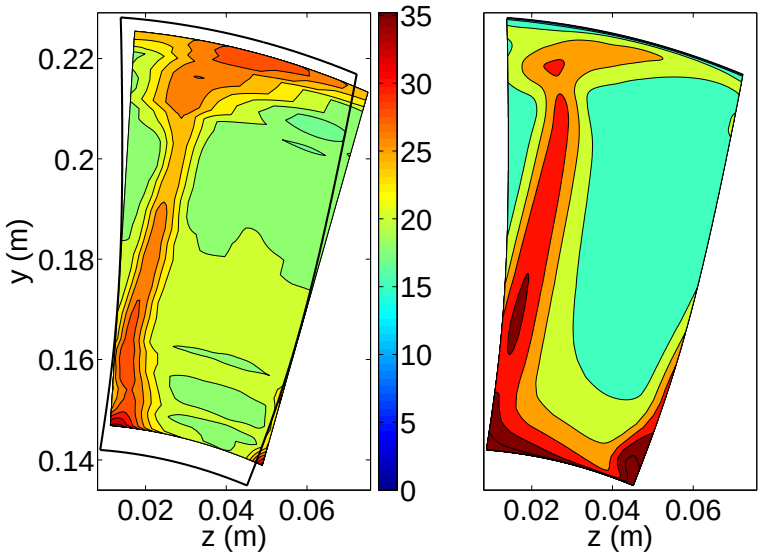


FIG. 4.18 – Cartographies de vitesse tangentielle, U_t $[m.s^{-1}]$, dans le plan PAv, pour la configuration de référence. Comparaison entre les données expérimentales, à gauche, et les résultats de la simulation de référence, à droite. À gauche, le cadre noir représente les frontières de la cartographie tracée à droite. Il permet de localiser les régions où aucune mesure n'a été effectuée.

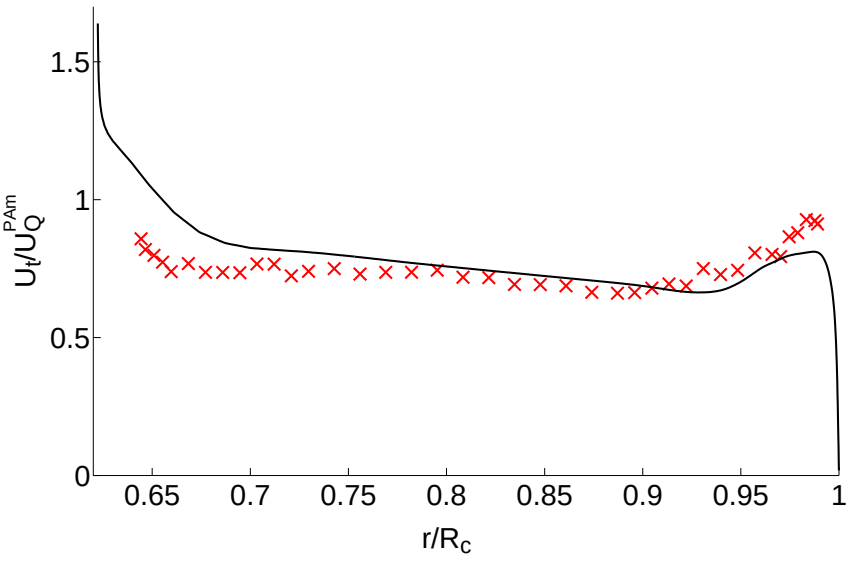


FIG. 4.19 – Profils radiaux de vitesse tangentielle, U_t $[m.s^{-1}]$, dans le plan PAv. × : mesures ; ——— : résultats de la simulation de référence.

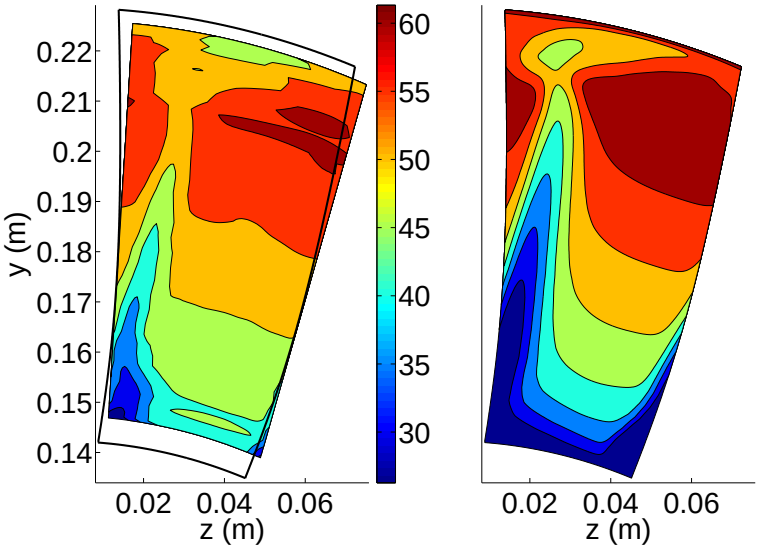


FIG. 4.20 – Cartographies de la norme de la vitesse relative, $U_{n\ rel.}$ $[m.s^{-1}]$, dans le plan PAv, pour la configuration de référence. Comparaison entre les données expérimentales, à gauche, et les résultats de la simulation de référence, à droite. À gauche, le cadre noir représente les frontières de la cartographie tracée à droite. Il permet de localiser les régions où aucune mesure n'a été effectuée.

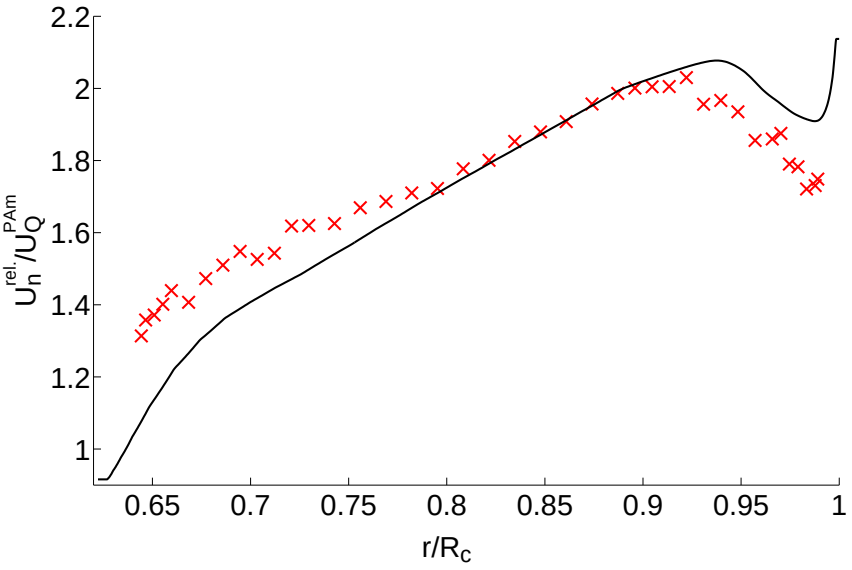


FIG. 4.21 – Profils radiaux de la norme de la vitesse relative, $U_{n\ rel.}$ $[m.s^{-1}]$, dans le plan PAv. × : mesures ; ——— : résultats de la simulation de référence.

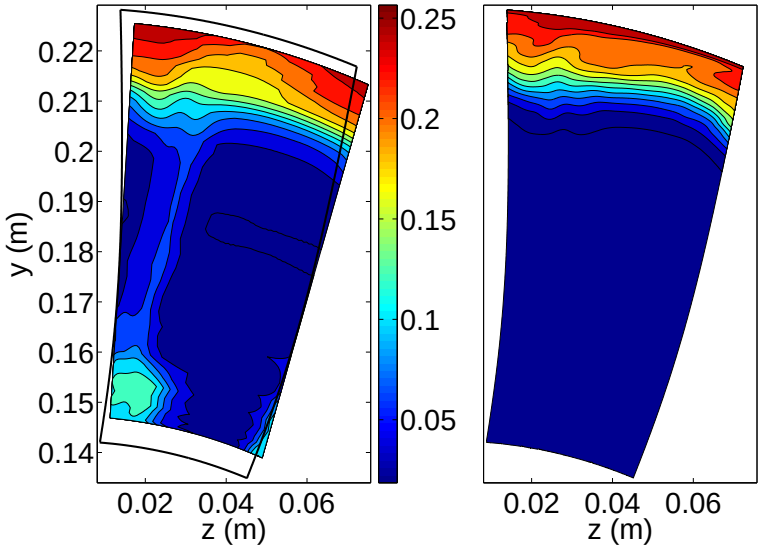


FIG. 4.22 – Cartographies du taux de turbulence des fluctuations LES, Tu_{LES}, dans le plan PAv, pour la configuration de référence. Comparaison entre les données expérimentales, à gauche, et les résultats de la simulation de référence, à droite. À gauche, le cadre noir représente les frontières de la cartographie tracée à droite. Il permet de localiser les régions où aucune mesure n'a été effectuée.

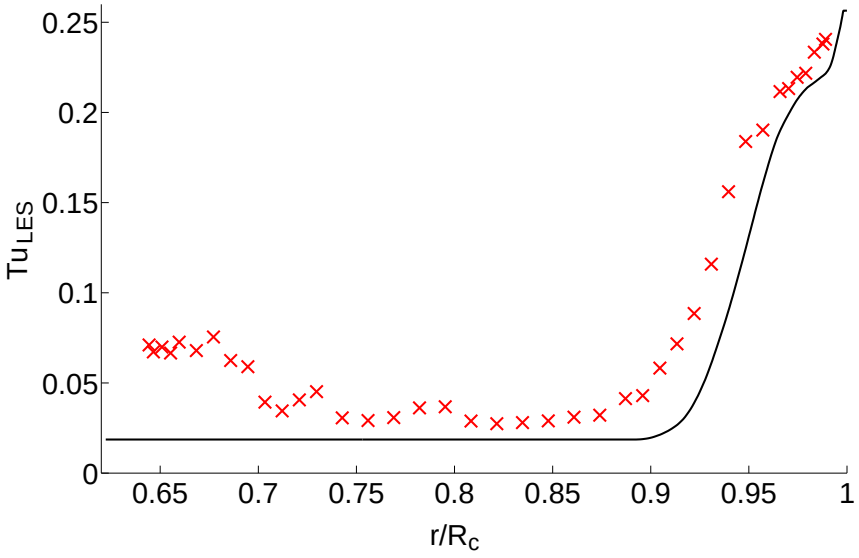


FIG. 4.23 – Profils radiaux du taux de turbulence des fluctuations LES, Tu_{LES}, dans le plan PAv. × : mesures ; ——— : résultats de la simulation de référence.

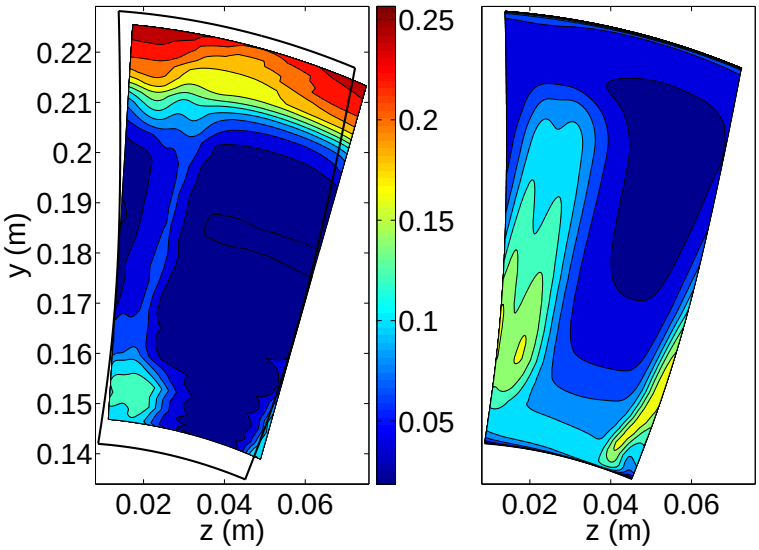


FIG. 4.24 – Cartographies du taux de turbulence RANS, Tu_{RANS}, pour la configuration de référence, dans le plan PAv. Comparaison entre les données expérimentales, à gauche, et les résultats de la simulation de référence, à droite. À gauche, le cadre noir représente les frontières de la cartographie tracée à droite. Il permet de localiser les régions où aucune mesure n'a été effectuée.

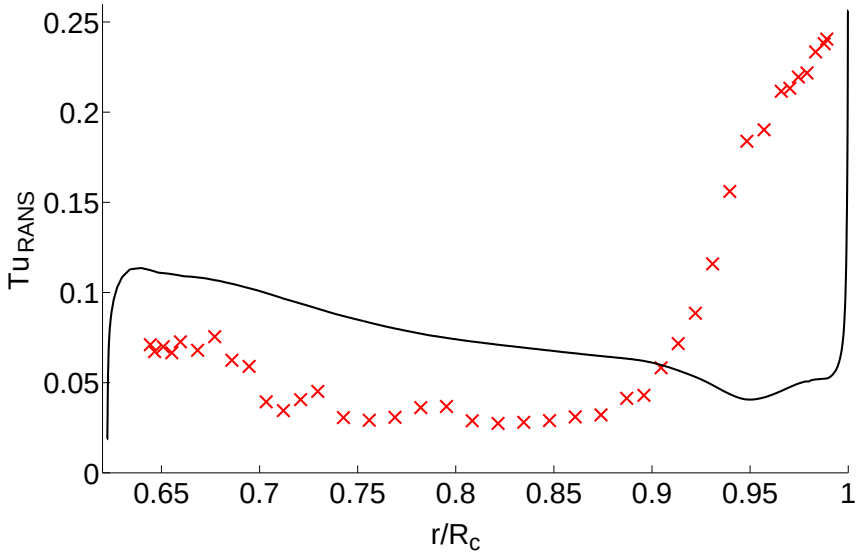


FIG. 4.25 – Profils radiaux du taux de turbulence RANS, Tu_{RANS}, dans le plan PAv. × : mesures ; ——— : résultats de la simulation de référence.

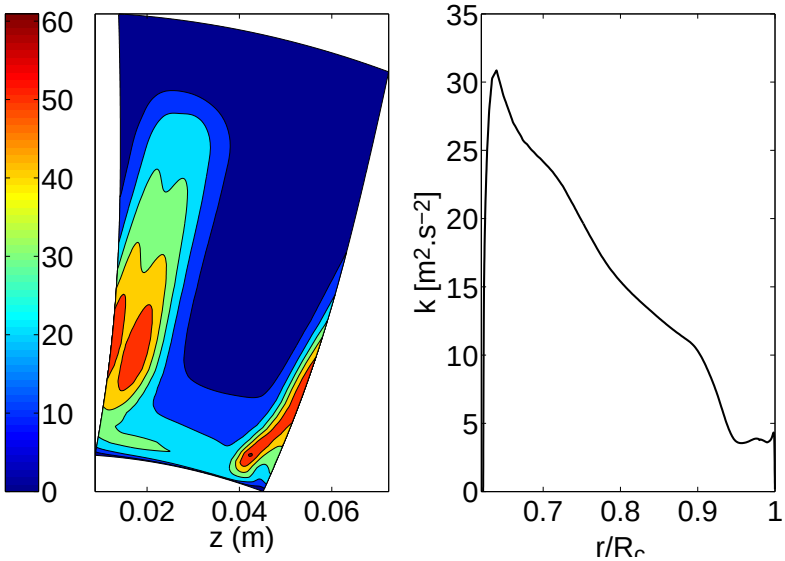


FIG. 4.26 – Énergie cinétique turbulente moyenne générée par le modèle RANS pour la configuration de référence, dans le plan PAv. À gauche : cartographie au plan PAv ; à doite : profil radial de sa moyenne azimutale.

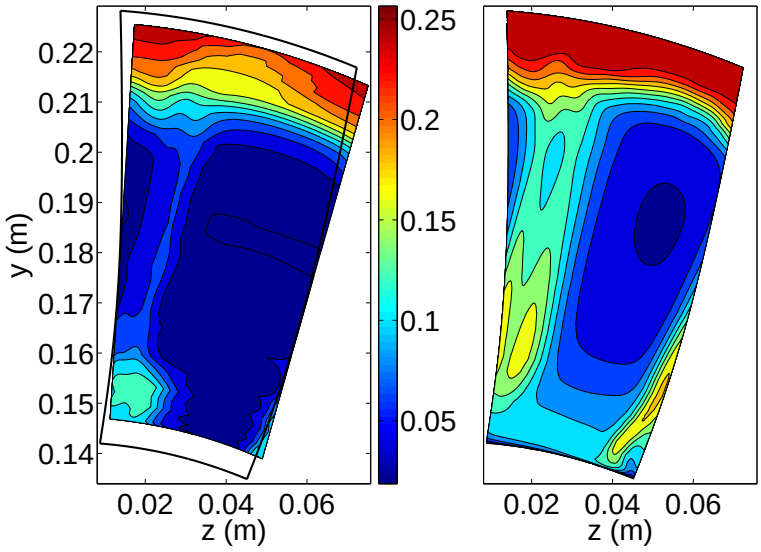


FIG. 4.27 – Cartographies du taux de turbulence total , Tu_{tot}, pour la configuration de référence, dans le plan PAv. Comparaison entre les données expérimentales, à gauche, et les résultats de la simulation de référence, à droite. À gauche, le cadre noir représente les frontières de la cartographie tracée à droite. Il permet de localiser les régions où aucune mesure n'a été effectuée.

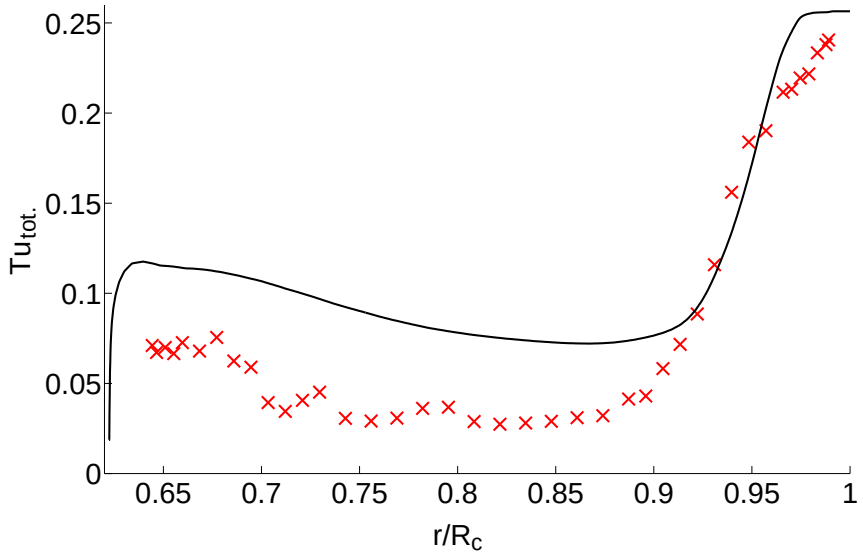


FIG. 4.28 – Profils radiaux du taux de turbulence total , Tu_{tot}, dans le plan PAv. × : mesures ; ——— : résultats de la simulation de référence.

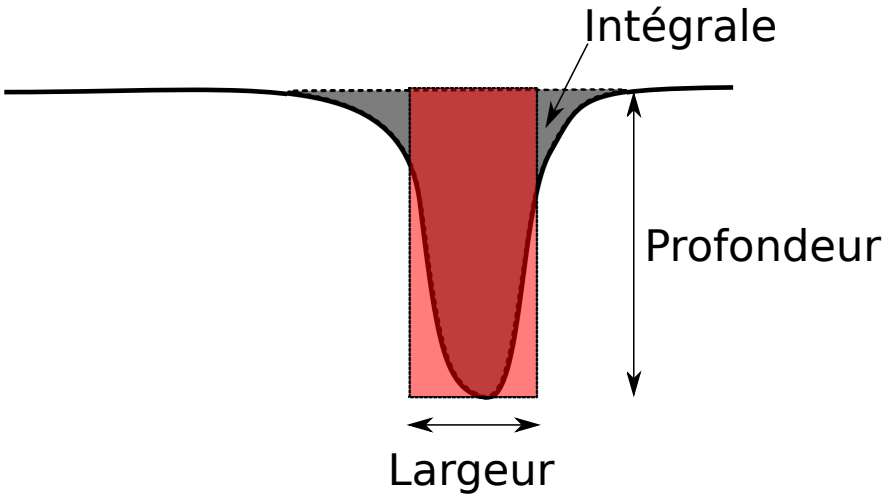


FIG. 4.29 – Schéma des paramètres de sillage.

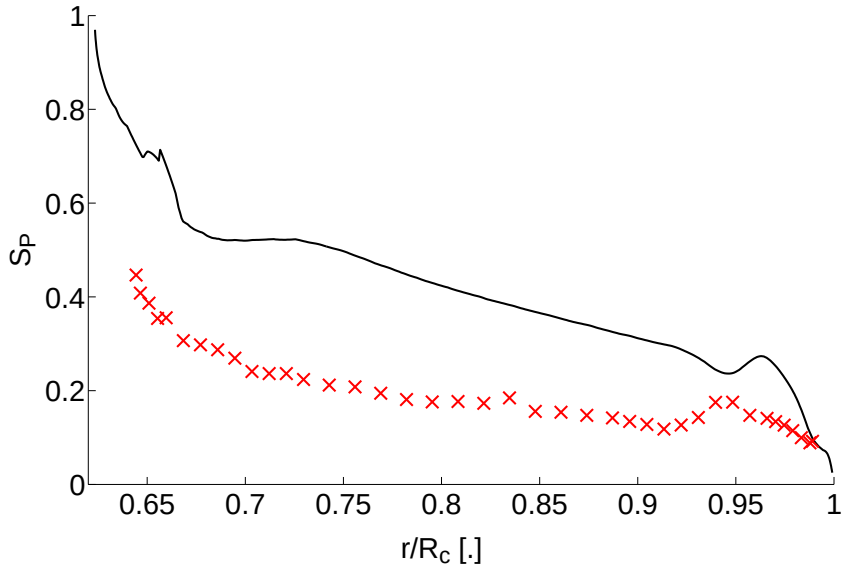


FIG. 4.30 – Évolution radiale du coefficient de profondeur du sillage. × : mesures ; ——— : résultats de la simulation de référence.

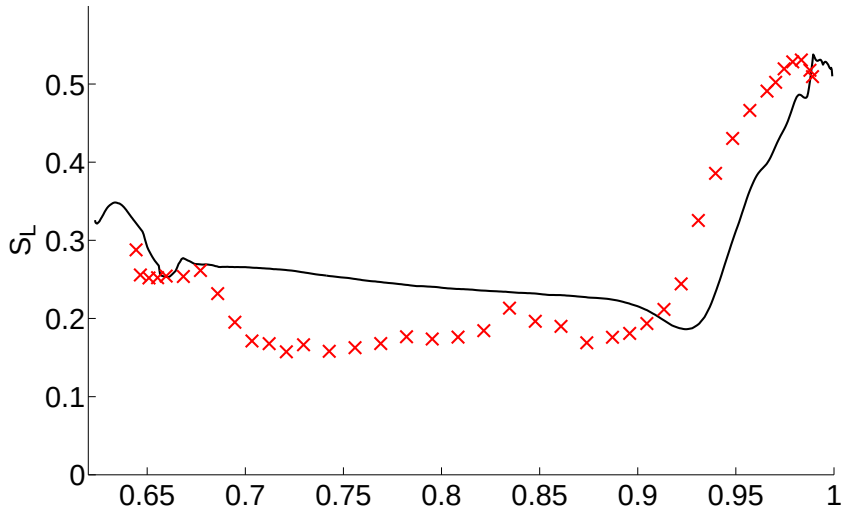


FIG. 4.31 – Évolution radiale du coefficient de largeur du sillage. × : mesures ; ——— : résultats de la simulation de référence.

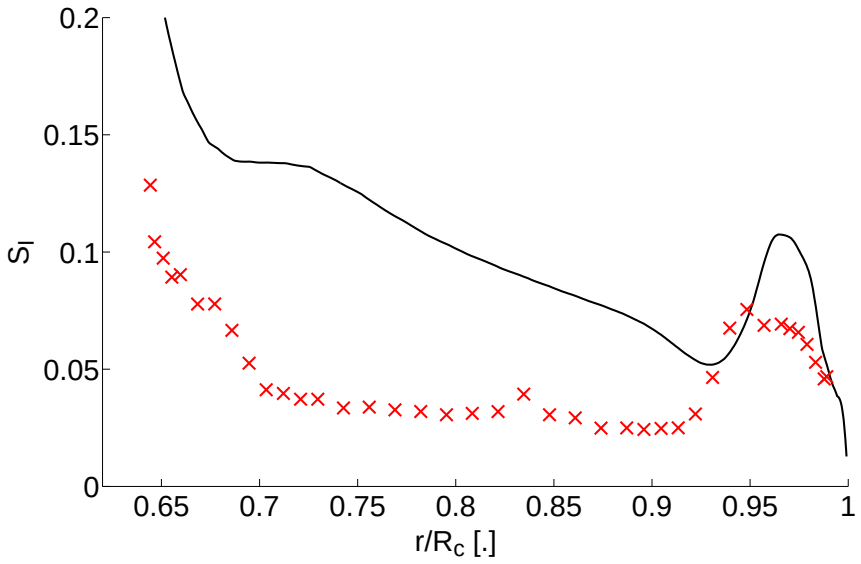


FIG. 4.32 – Évolution radiale du coefficient intégral du sillage. × : mesures ; —— : résultats de la simulation de référence.

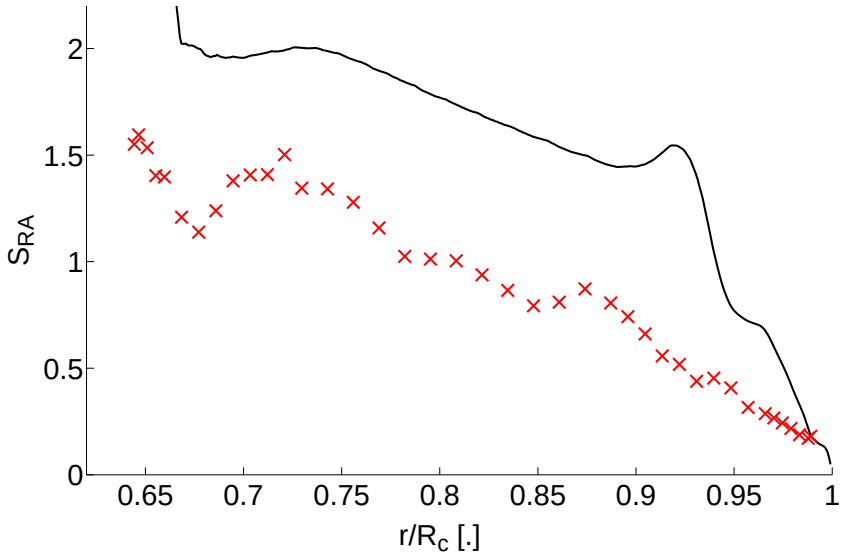


FIG. 4.33 – Évolution radiale du rapport d'aspect du sillage. × : mesures ; —— : résultats de la simulation de référence.

4.3.2 Comparaison avec l'expérience dans le plan PAv : spectres

Nous disposons de données temporelles expérimentales pour la vitesse axiale, la vitesse tangentielle et pour la norme de la vitesse. Les fils chauds ayant effectué ces mesures étaient fixes dans le référentiel du carter. Afin de comparer nos résultats numériques efficacement, nous avons extrait les données numériques de la simulation telles qu'elles sont ressenties par ces fils chauds. Ainsi, 8 sondes "numériques" sont extraites, positionnées à la même position radiale que le fil chaud expérimental, et soumises à une rotation de vitesse $-\Omega$ par rapport à l'aube. À chaque instant sauvegardé nous extrayons par interpolation les composantes désirées de la vitesse. Les figures 4.34, 4.36, 4.37 et 4.38 comparent les densités spectrales de puissance de la vitesse, issues des sondes expérimentales et numériques. Sur tous les spectres issus de la simulation numérique, on observe un plateau à très haute fréquence (à partir de 20000 Hz environ). Celui-ci provient des erreurs faites d'interpolation des vitesses.

Les figures 4.34 et 4.36 présentent respectivement les densités spectrales de la vitesse axiale et de la vitesse tangentielle. La position radiale $r = 0.98R_c$ est située dans la région fortement turbulente en tête. Ces deux figures illustrent la très bonne qualité de la simulation dans la région proche du carter. Les niveaux sont très bien restitués sur toute la plage fréquentielle disponible expérimentalement et sur six décades d'énergie. Toutefois la simulation est de durée limitée par son coût de calcul et ne permet pas une résolution des spectres aussi fine que dans l'expérience.

Dans la figure 4.34, on observe la présence de pics fréquentiels sur les données expérimentales. Nous les nommons P1, P2, P3 et P4 dans l'ordre croissant des fréquences : $f_{P1} = 710\ Hz$, $f_{P2} = 1280\ Hz$, $f_{P3} = 1980\ Hz$ et $f_{P4} = 12980\ Hz$. Le pic P2 correspond de façon évidente à la fréquence de passage des aubes (f_{PA}). Celle-ci vaut expérimentalement $f_{PA}^{exp.} = \Omega.N = 1279\ Hz = f_{P2}$. La simulation reproduit correctement l'amplitude de ce pic fréquentiel ainsi que sa fréquence à $f_2^{sim.} = 1250\ Hz$, sachant que le pas en fréquence est de $\Delta f = 62\ Hz$. L'obtention de cette fréquence signifie seulement que notre sonde numérique est bien en mouvement par rapport à l'aube, à la bonne vitesse. Il est intéressant de noter que ce pic est très peu marqué. La signature du passage des aubes est noyée dans une turbulence très intense.

Parmi les trois autres pics (P1, P3 et P4), seuls P1 et P3 sont reproduits par la simulation. P4, situé en hautes fréquences et faiblement énergétique, semble donc lié au banc expérimental. Si on considère ensuite les fréquences de P1 et P3, on note que $f_{P3} = f_{P1} + f_{P2}$. Ainsi P1 et P3 apparaissent liés au même phénomène via une recombi-

naison non-linéaire avec P2. Puisque P1 et P3 sont reproduits par la simulation, où les seules fréquences déterministes sont celles issues du passage des aubes, on peut suspecter la présence d'une instabilité aérodynamique. Afin d'écarter l'impact de la rotation des aubes, nous utilisons une des sondes numériques précédentes (située dans le sillage du tourbillon de jeu), mais extrayons la vitesse en fonction du temps dans le référentiel tournant avec les aubes. Le spectre de vitesse axiale en ce point est tracé en figure 4.35. Un unique pic, $P_{tournant}$, apparaît ici à la fréquence $f_{P_{tournant}} = 1800\ Hz$. Les deux premières harmoniques sont également reconnaissables malgré l'erreur statistique importante. Les pics $P_{tournant}$ et P1 correspondent probablement à la même instabilité aérodynamique, caractérisée par une forte intensité sur une plage étroite de fréquence. La différence de fréquence entre $P_{tournant}$ et P1 peut s'expliquer par le changement de référentiel. D'ailleurs, $f_{P_{tournant}} - f_{P2} = 520\ Hz$ se rapproche de f_{12}.

You *et al.*[211] observent un pic similaire (dans le spectre de vitesse tangentielle mesurée dans le référentiel de l'aube), de fréquence adimensionnée $f.C/U_\infty = 1.5$, et l'attribuent à un mouvement oscillant du tourbillon de jeu. Ici la fréquence adimensionnée du pic P1 est $f_{P1}.C/U_Q^{PAm} = 2.74$, et il est observé surtout sur le spectre de vitesse axiale. On ne peut donc pas faire de rapprochement avec l'observation de You *et al.*, et des analyses supplémentaires doivent être menées. Cependant, quelle que soit l'origine de ces pics P1 et P3, leur reproductibilité par la simulation prouve qu'ils sont d'origine aérodynamique. Cela montre aussi la qualité de la simulation, qui arrive à restituer autant le contenu large bande lié à la turbulence que les pics liés à des effets instationnaires dominants.

Dans le spectre de vitesse tangentielle, présenté en figure 4.36, on retrouve un très bon accord entre les résultats expérimentaux et numériques. La légère sous-estimation de niveau, notamment à partir de 6000 Hz, semble liée à la sous-estimation du taux de turbulence dans cette région de l'écoulement (comme vu en figure 4.23). Le pic P2, lié à la fréquence de passage des aubes, est retrouvé. Le pic P1 quant à lui est d'intensité plus faible ici. Ce pic semble présent dans la simulation, même si le bruitage du spectre (à cause de la faible durée simulée) ne permet pas de le confirmer. Pour cette composante de la vitesse, les pics P3 et P4 ont disparus. En revanche trois nouveaux pics font leur apparition à haute fréquence (8740 Hz, 19100 Hz et 19900Hz). Tout comme le pic P4, aucune justification aérodynamique à leur existence n'apparaît et on ne les retrouve pas dans la simulation, ce qui laisse à penser qu'ils sont liés au banc expérimental.

On se place à présent à une position radiale inférieure, $r = 0.93R_c$, qui se situe en

bordure de la région fortement turbulente en tête, décrite en LES. La densité spectrale de puissance de la composante axiale de la vitesse est tracée en figure 4.37, et celle de la vitesse tangentielle est tracée en figure 4.38. On observe sur ces deux figures une sous-estimation du niveau de turbulence à toutes les fréquences. Nous avons observé en figure 4.23 que la zone influencée par la turbulence de l'écoulement de jeu est légèrement plus petite dans la simulation que dans l'expérience. Cette différence de niveau dans les spectres en est la conséquence directe. Sur ces figures on remarque également que les pics liés à la fréquence de passage des aubes et ses harmoniques sont plus visibles, du fait de la plus faible intensité turbulente. Enfin, cela est peu marqué, mais on observe encore expérimentalement la présence des pics P1 et P3 sur les spectres. Leur baisse d'intensité corrobore l'idée qu'ils sont liés à l'écoulement de jeu. En revanche les pics à haute fréquence sont encore présents, ce qui renforce l'hypothèse qu'ils sont dus à des effets d'installation.

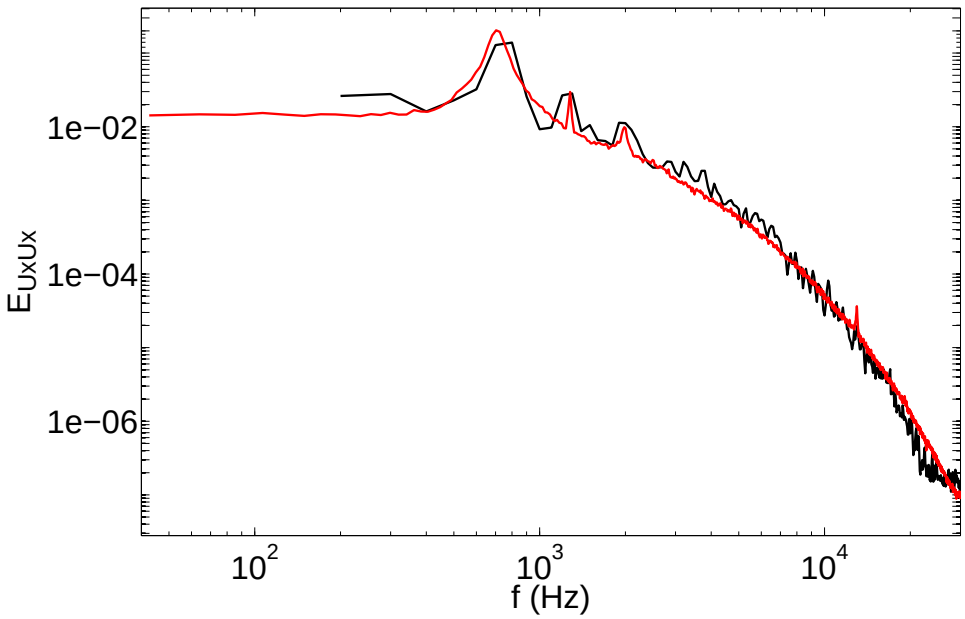


FIG. 4.34 – Densité spectrale de puissance associée à la vitesse axiale en sortie de zone de jeu, dans le plan PAv, à la position radiale $r = 0.98R_c$. ——— : données expérimentales ; ——— : résultats de la simulation.

Le bon accord des résultats de la simulation de référence avec ceux de l'expérience du DLR de Berlin permet de valider cette simulation numérique comme une approche pertinente de l'écoulement de jeu.

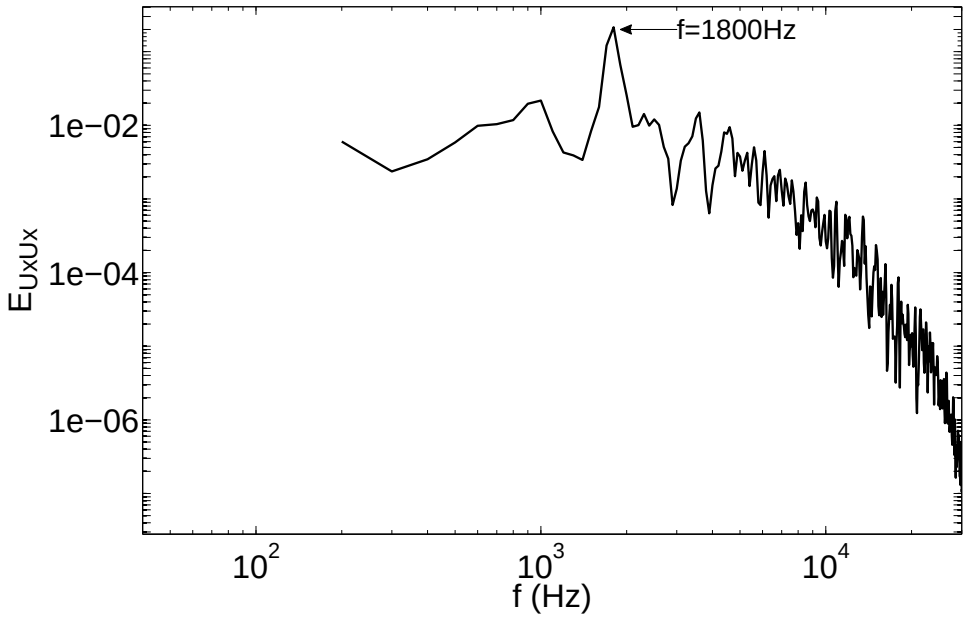


FIG. 4.35 – Densité spectrale de puissance associée à la vitesse axiale en sortie de zone de jeu, dans le plan PAv, à la position radiale $r = 0.98R_c$. ——— : résultats de la simulation dans le référentiel tournant.

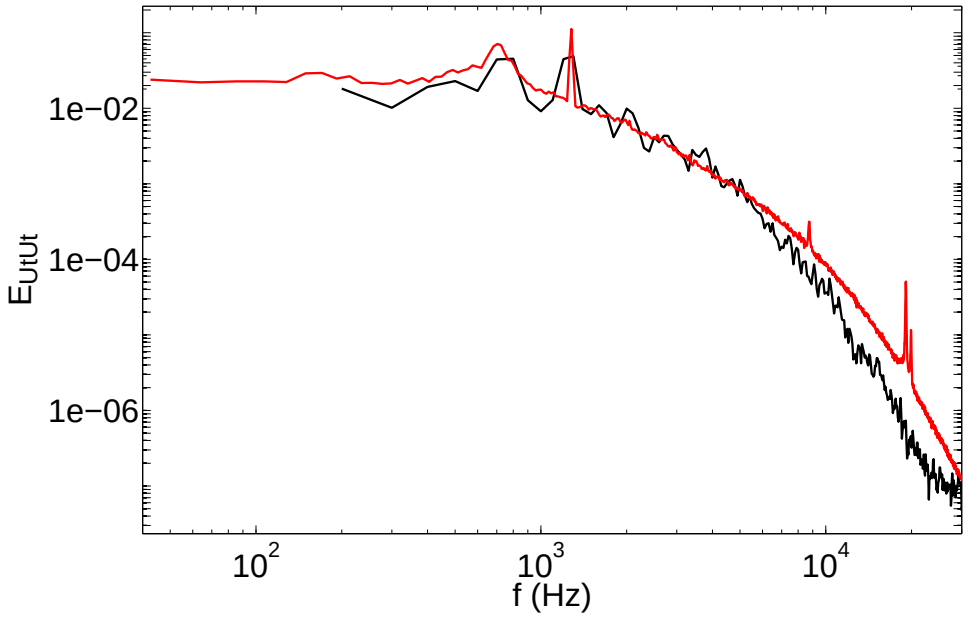


FIG. 4.36 – Densité spectrale de puissance associée à la vitesse tangentielle en sortie de zone de jeu, dans le plan PAv, à la position radiale $r = 0.98R_c$. ——— : données expérimentales ; ——— : résultats de la simulation.

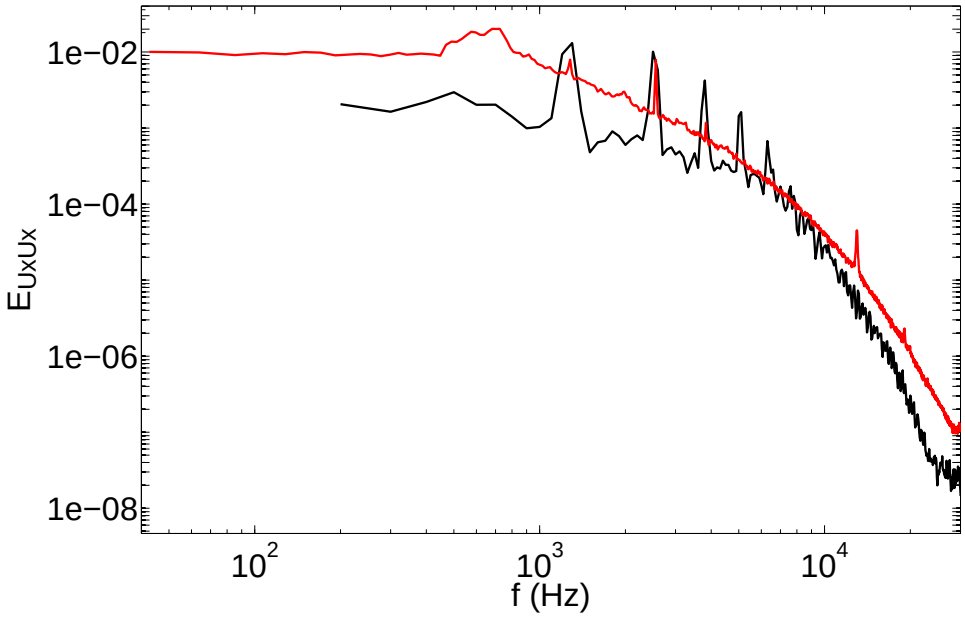


FIG. 4.37 – Densité spectrale de puissance associée à la vitesse axiale, dans le niveau du plan PAv, à la position radiale $r = 0.93R_c$. ——— : données expérimentales ; ——— : résultats de la simulation.

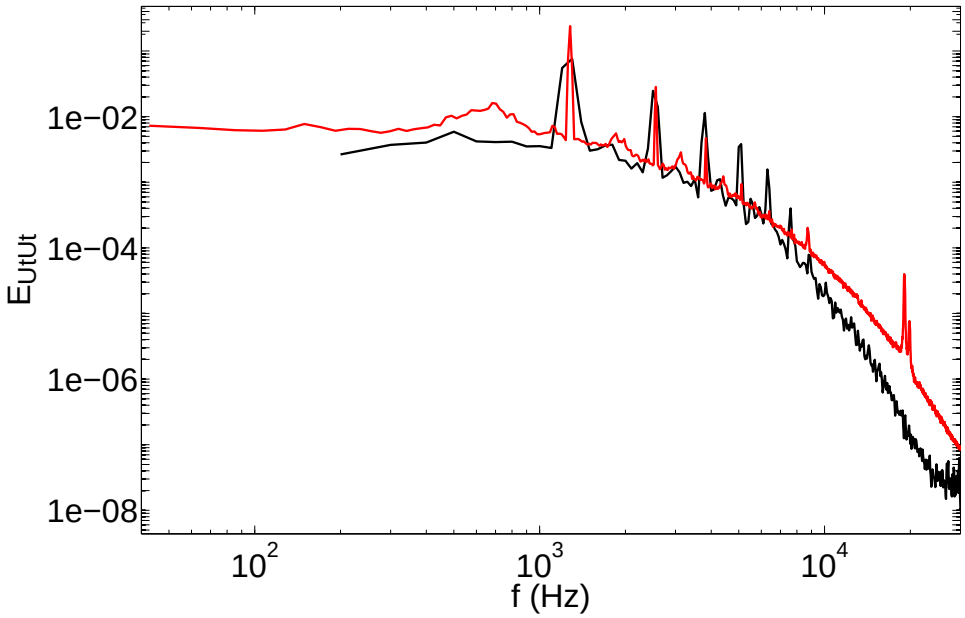


FIG. 4.38 – Densité spectrale de puissance associée à la vitesse tangentielle, dans le niveau du plan PAv, à la position radiale $r = 0.93R_c$. ——— : données expérimentales ; ——— : résultats de la simulation.

4.4 Simulation avec contrôle

Comme évoqué en 1.1.3, les campagnes expérimentales dans des configurations aussi complexes fournissent des résultats importants et fiables, mais limités. En nous appuyant sur le bon accord obtenu entre les résultats expérimentaux et numériques, dans la configuration de référence, nous considérons que nos méthodes numériques fournissent une image réaliste de la physique de cet écoulement. Nous nous appuyons ensuite sur ce constat pour étudier numériquement l'impact du dispositif de contrôle sur l'écoulement de jeu.

En effet, une fois instrumenté avec le dispositif de contrôle, le banc expérimental ne permet plus de mesures par fil chaud dans le plan PAv. Seules des mesures acoustiques ont pu être réalisées. Nous ne pouvons donc pas envisager de comparaison aérodynamique avec l'expérience pour la configuration avec contrôle. Les résultats suivants sont tous comparés avec les résultats de la simulation et de l'expérience dans la configuration de référence (sans contrôle). L'intérêt principal ici est d'observer la conséquence de ce contrôle sur l'écoulement.

4.4.1 Impact sur les champs moyens dans le plan PAv

Sur la figure 4.39 sont tracées les lignes de niveaux de la vitesse axiale moyenne dans le plan PAv, obtenues par les simulations avec et sans contrôle de l'écoulement. L'unique changement observé est une réduction de la vitesse axiale moyenne aux abords du carter. Celle-ci est liée à la ponction de quantité de mouvement réalisée par le dispositif de contrôle. Les profils radiaux de la moyenne azimutale de ces vitesses sont tracés en figure 4.40. Dans la région du carter, on observe une baisse de la vitesse axiale pour $r > 0.97R_c$ et une hausse pour $0.94R_c < r < 0.97Rc$. Ceci correspond à un amincissement de la couche limite du carter grâce au dispositif de contrôle. Pour $r < 0.94R_c$, on observe une baisse globale de la vitesse, attribuable à la réduction du débit résultant de l'aspiration (le débit en entrée est identique pour les deux simulations). L'aspiration a aussi pour effet d'amincir la couche limite du carter.

Les lignes de niveaux de la vitesse tangentielle moyenne sont tracées en figure 4.41. Ici, l'impact du contrôle semble à nouveau se limiter à la proximité du carter. On observe des niveaux plus importants dans la zone d'influence du tourbillon de jeu, ce qui correspond à un accroissement de la déviation du fluide par l'aube. Le profil radial tracé en figure 4.42 corrobore cette impression. Cette sur-déviation, contraire à l'écoulement

de fuite à travers le jeu, pourrait être due à la réduction de la vitesse axiale, pour une certaine quantité de mouvement fournie par l'aube. On ne note quasiment aucune influence du contrôle pour $r < 0.94R_c$, même si le cas avec contrôle s'illustre par des valeurs légèrement supérieures, ce qui est cohérence avec la réduction de la vitesse axiale.

Le champ de la norme de la vitesse relative moyenne est tracé sur la figure 4.43, et son profil radial reporté sur la figure 4.44. Elles présentent des tendances obtenues par la combinaison des vitesses axiales et tangentielles. Le contrôle a ainsi tendance à accroître l'inhomogénéité azimutale en tête. Par ailleurs, il réduit la norme de la vitesse relative sur toute l'envergure, et particulièrement en tête.

Enfin, le champ du taux de turbulence associé aux fluctuations de la vitesse est tracé en figure 4.45. On observe une nette diminution en tête dans le cas avec contrôle de l'écoulement. Puisque la vitesse moyenne a tendance elle aussi à diminuer dans cette région (Cf. figure 4.44), cette diminution du taux de turbulence n'est donc due qu'à une baisse notable du niveau des fluctuations. Les profils radiaux tracés en figure 4.46 (pour le taux de turbulence) et en figure 4.47 (pour l'énergie cinétique turbulente) permettent de quantifier cette diminution. Ce résultat crucial montre l'impact favorable du dispositif de contrôle sur l'écoulement, puisqu'une réduction des fluctuations turbulentes doit permettre une réduction des sources acoustiques à large bande.

L'impact du contrôle sur les sillages est analysé au travers des figures 4.48, 4.49, 4.50 et 4.51. Le contrôle n'a que peu d'effet dans la zone RANS ($r < 0.94R_c$). Dans la région proche du carter (LES), le contrôle induit principalement une augmentation du coefficient de largeur du sillage, ce qui est cohérent avec l'accroissement de l'inhomogénéité azimutale déjà observée sur les cartographies de vitesse. L'effet sur le coefficient de profondeur du sillage est lui négligeable. En conséquence, le coefficient intégral du déficit de vitesse est accru.

4.4.2 Impact sur les spectres de vitesse dans le plan PAv

Nous traçons à présent les spectres d'énergie cinétique associés aux vitesse axiales et tangentielles, pour les deux positions $r = 0.98R_c$ et $r = 0.93R_c$, en figures 4.52, 4.53, 4.54 et 4.55.

On observe peu d'effet à la position $r = 0.98R_c$. Les niveaux semblent très similaires, vus en échelle logarithmique. On note toutefois que le pic P1 n'apparaît plus de

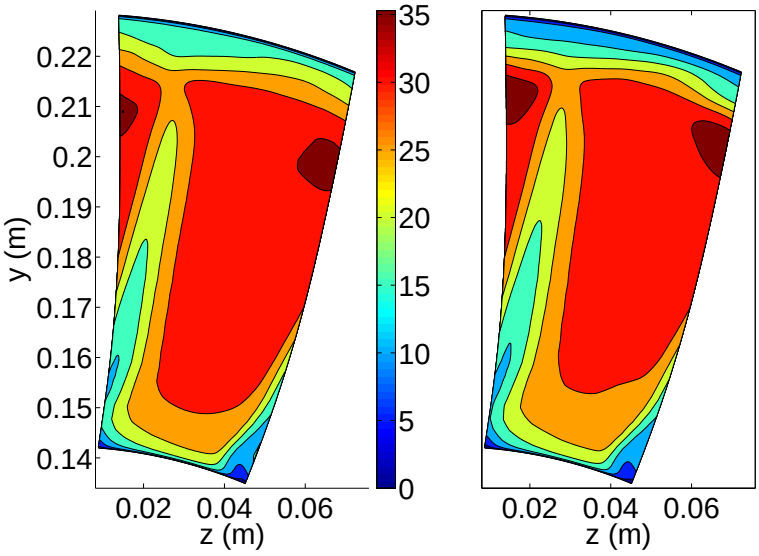


FIG. 4.39 – Cartographies de la vitesse axiale moyenne, U_x $[m.s^{-1}]$, dans le plan PAv. Comparaison entre les résultats de la simulation de référence à gauche, et les résultats de la simulation avec contrôle à droite.

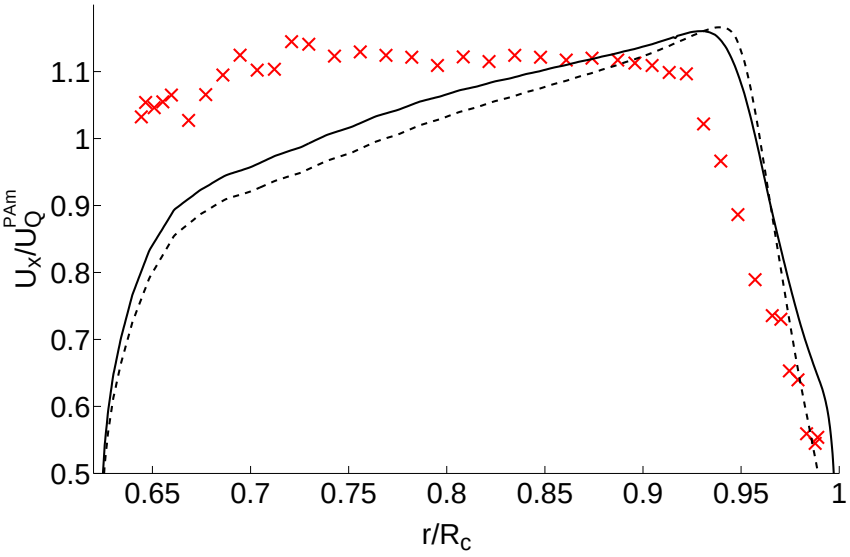


FIG. 4.40 – Profils radiaux de la vitesse axiale moyenne, U_x $[m.s^{-1}]$, dans le plan PAv. × : mesures (configuration de référence) ; ——— : résultats de la simulation de référence ; – – – : résultats de la simulation avec contrôle.

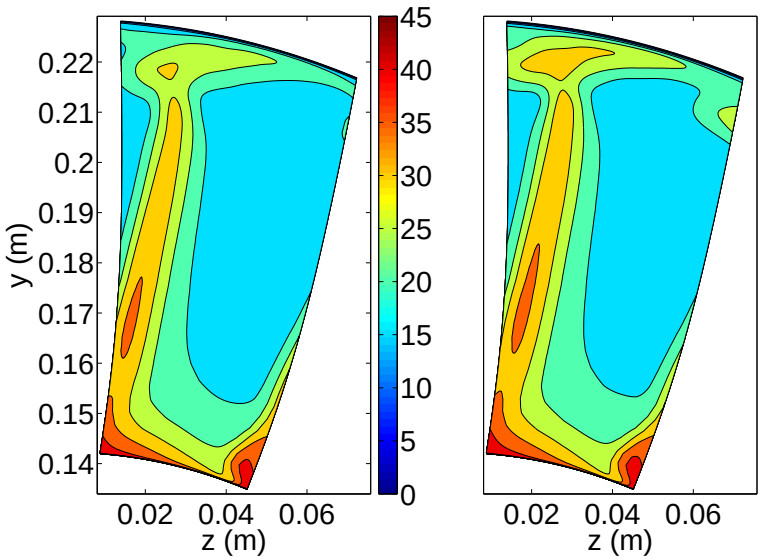


FIG. 4.41 – Cartographies de la vitesse tangentielle, U_t $[m.s^{-1}]$, dans le plan PAv. Comparaison entre les résultats de la simulation de référence à gauche, et les résultats de la simulation avec contrôle à droite.

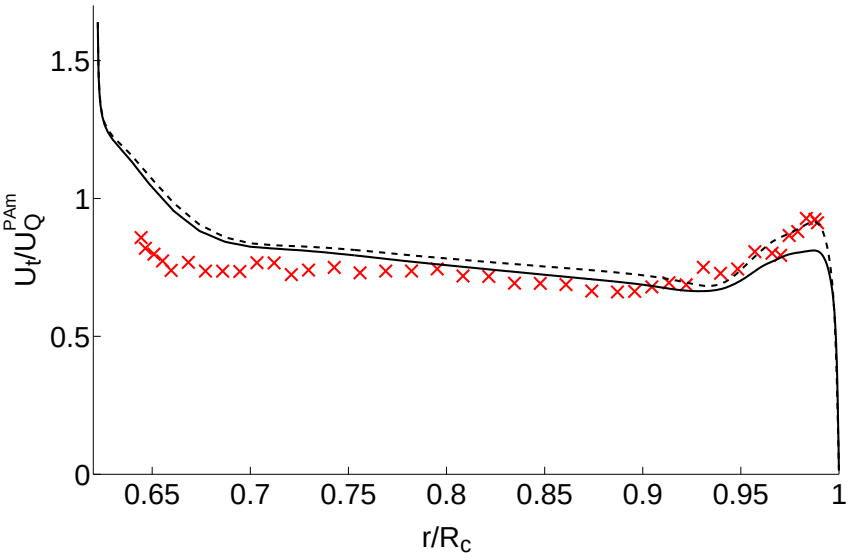


FIG. 4.42 – Profils radiaux de la vitesse tangentielle moyenne, U^t $[m.s^{-1}]$, dans le plan PAv. × : mesures (configuration de référence) ; ——— : résultats de la simulation de référence ; – – – : résultats de la simulation avec contrôle.

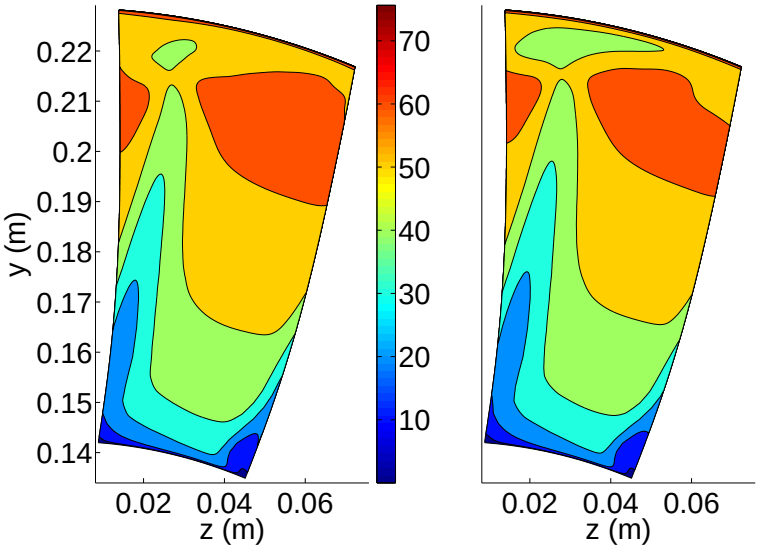


FIG. 4.43 – Cartographies de la norme de la vitesse relative moyenne, $U_n^{rel.}$ $[m.s^{-1}]$, dans le plan PAv. Comparaison entre les résultats de la simulation de référence à gauche, et les résultats de la simulation avec contrôle à droite.

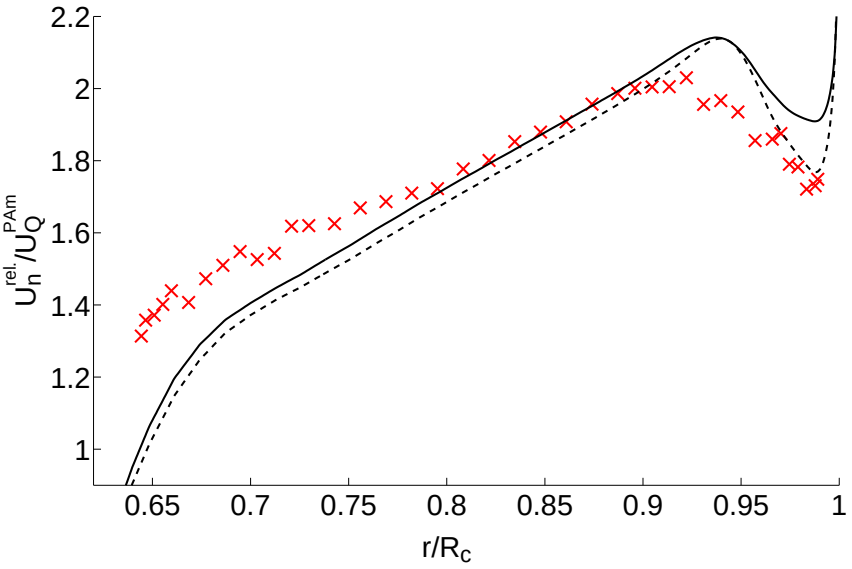


FIG. 4.44 – Profils radiaux de la norme de la vitesse relative moyenne, $U_n^{rel.}$ $[m.s^{-1}]$, dans le plan PAv. × : mesures (configuration de référence) ; ——— : résultats de la simulation de référence ; – – – : résultats de la simulation avec contrôle.

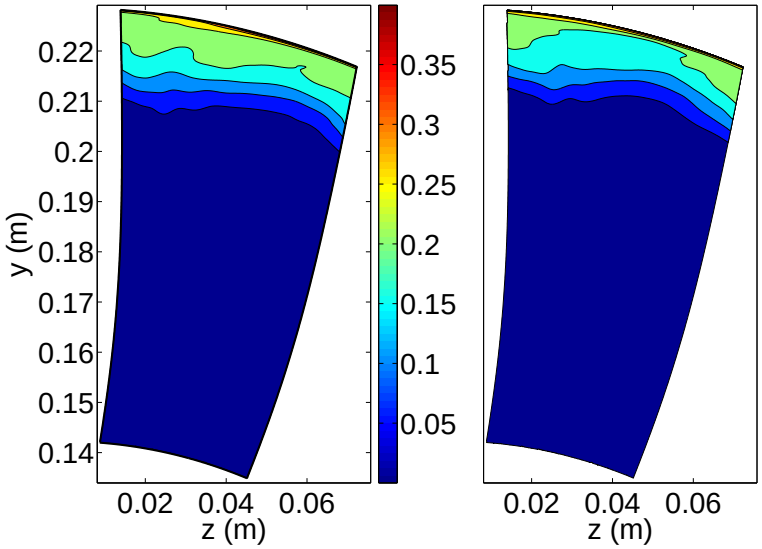


FIG. 4.45 – Cartographies du taux de turbulence des fluctuations LES, Tu_{LES}, dans le plan PAv. Comparaison entre les résultats de la simulation de référence à gauche, et les résultats de la simulation avec contrôle à droite.

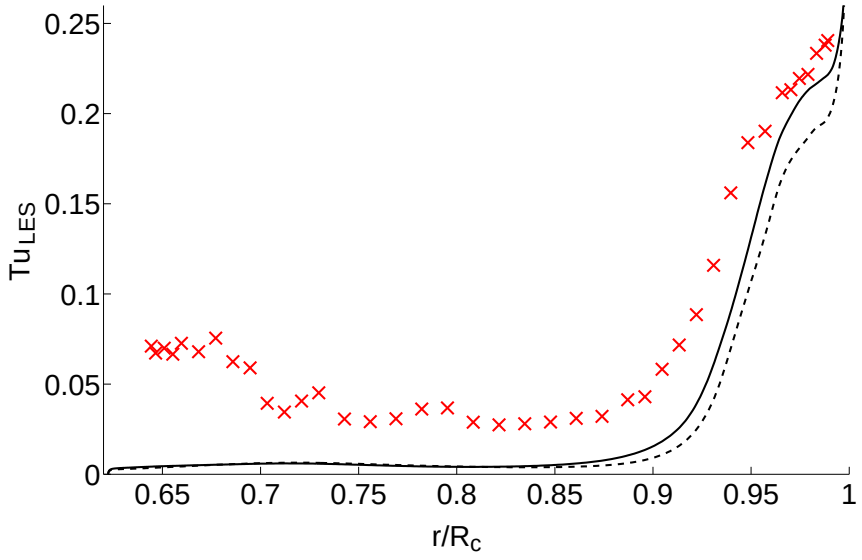


FIG. 4.46 – Profils radiaux du taux de turbulence des fluctuations LES, Tu_{LES}, dans le plan PAv. × : mesures (configuration de référence) ; ——— : résultats de la simulation de référence ; – – – : résultats de la simulation avec contrôle.

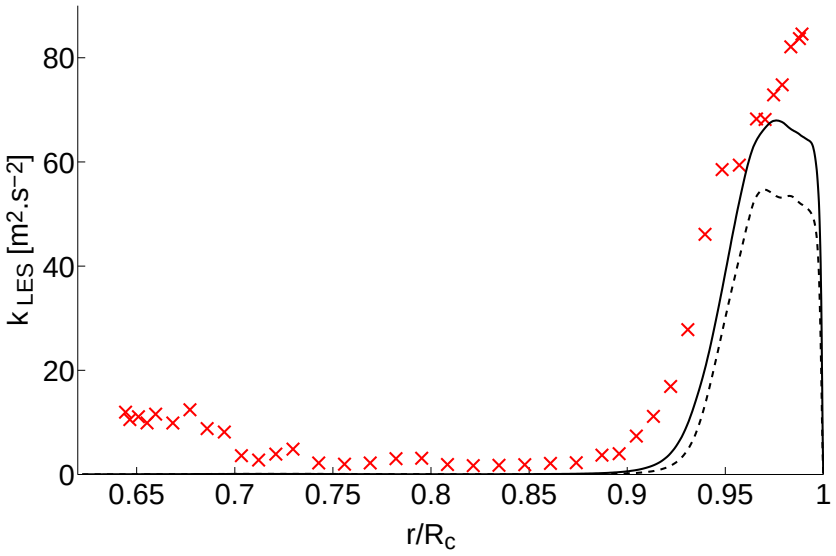


FIG. 4.47 – Profils radiaux de l'énergie cinétique turbulente associée aux fluctuations de vitesse, $k_{fluc.}$, dans le plan PAv. × : mesures (configuration de référence) ; ——— : résultats de la simulation de référence ; – – – : résultats de la simulation avec contrôle.

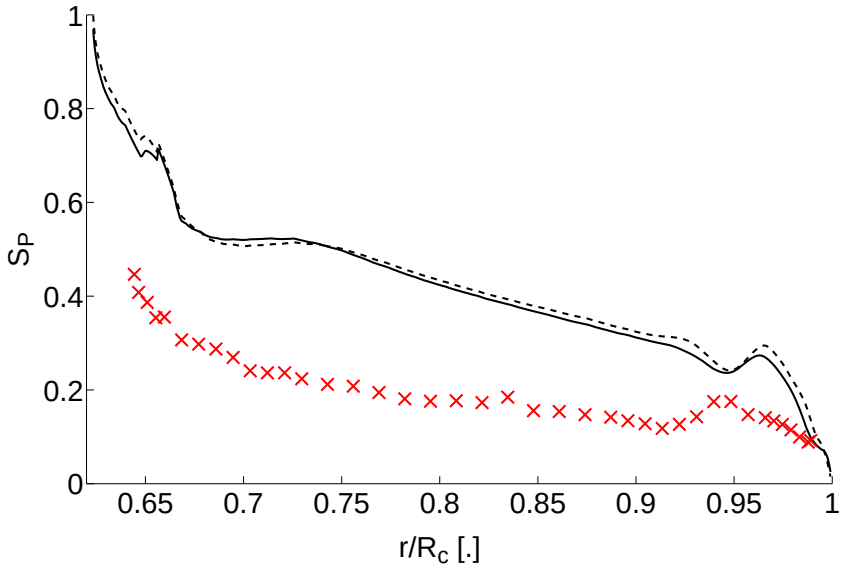


FIG. 4.48 – Évolution radiale du coefficient de deur du sillage. × : mesures (configuration de référence) ; ——— : résultats de la simulation de référence ; – – – : résultats de la simulation avec contrôle.

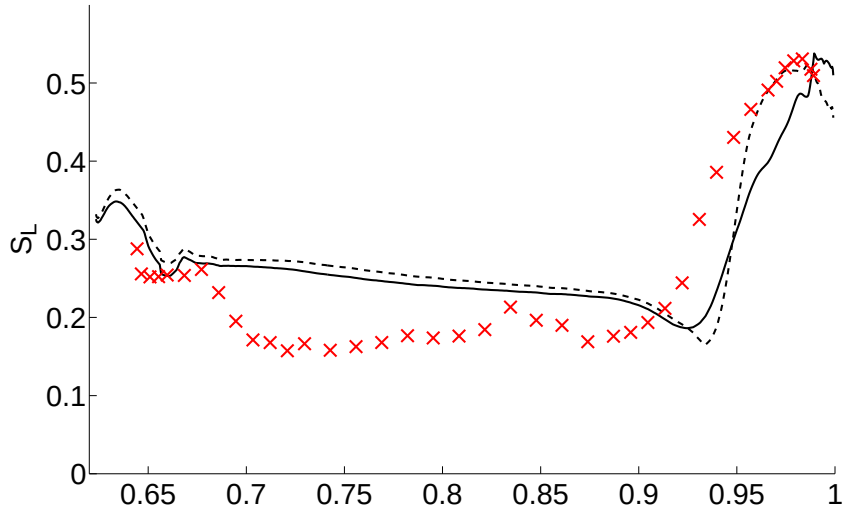


FIG. 4.49 – Évolution radiale du coefficient de largeur du sillage. × : mesures (configuration de référence) ; ——— : résultats de la simulation de référence ; – – – : résultats de la simulation avec contrôle.

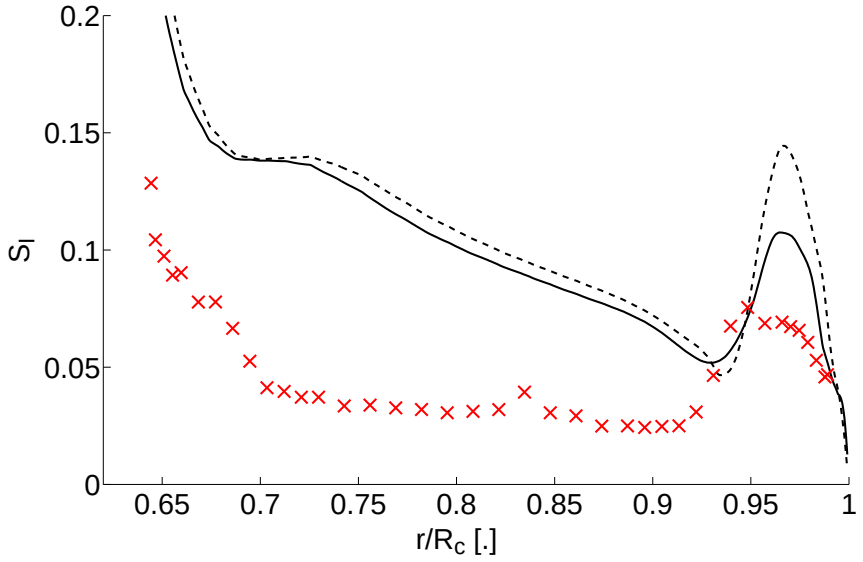


FIG. 4.50 – Évolution radiale du coefficient intégral du sillage. × : mesures (configuration de référence) ; ——— : résultats de la simulation de référence ; – – – : résultats de la simulation avec contrôle.

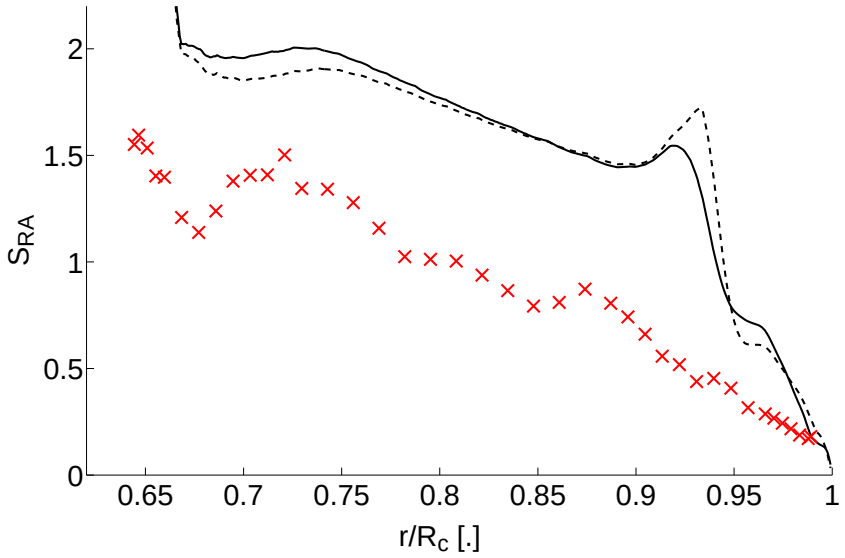


FIG. 4.51 – Évolution radiale du rapport d'aspect du sillage. × : mesures (configuration de référence) ; ——— : résultats de la simulation de référence ; – – – : résultats de la simulation avec contrôle.

façon aussi évidente dans la simulation avec contrôle. Un rapport 2.5 apparaît sur le niveau du pic P1 entre la simulation de référence et la simulation avec contrôle, pour les spectres de vitesse axiale et tangentielle. Ceci est toutefois à considérer avec précaution, puisque la faible résolution fréquentielle peut influencer le niveau des pics.

En revanche pour la position radiale $r = 0.93R_c$, la baisse de l'énergie cinétique turbulente apparaît plus clairement, pour toutes les échelles, dans le cas avec contrôle. D'une façon générale, le niveau des spectres baisse globalement, même si la nouvelle répartition des perturbations périodiques peut conduire à l'augmentation du niveau de certains pics.

4.4.3 Structure de l'écoulement dans la région du jeu

Nous nous intéressons à présent à la structure de l'écoulement dans la région de la tête d'aube. Sur les figures 4.56 et 4.57 sont représentées les isosurfaces du critère Q pour les champs moyens de la simulation de référence et de la simulation avec contrôle. Ce critère permet d'identifier les structures tourbillonnaires [104]. Il se calcule de la façon suivante :

$$Q = \frac{1}{2}\left(||\mathbf{\Omega}||^2 - ||\mathbf{S}||^2\right) = -\frac{1}{2}\frac{\partial u_i}{\partial x_j}\frac{\partial u_j}{\partial x_i} \tag{4.17}$$

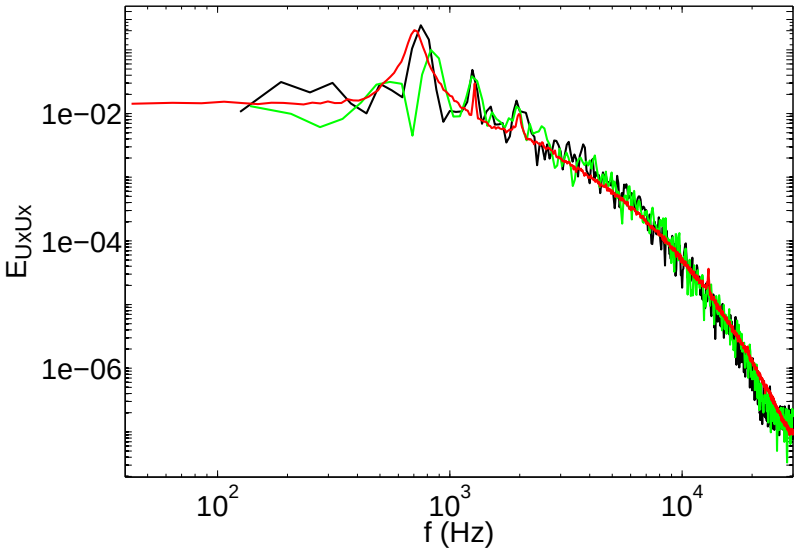


FIG. 4.52 – Densité spectrale de puissance associée à la vitesse axiale, au niveau du plan PAv, à une position radiale $r = 0.98R_c$. —— : données expérimentales (configuration de référence) ; —— : résultats de la simulation de référence ; —— : résultats de la simulation avec contrôle.

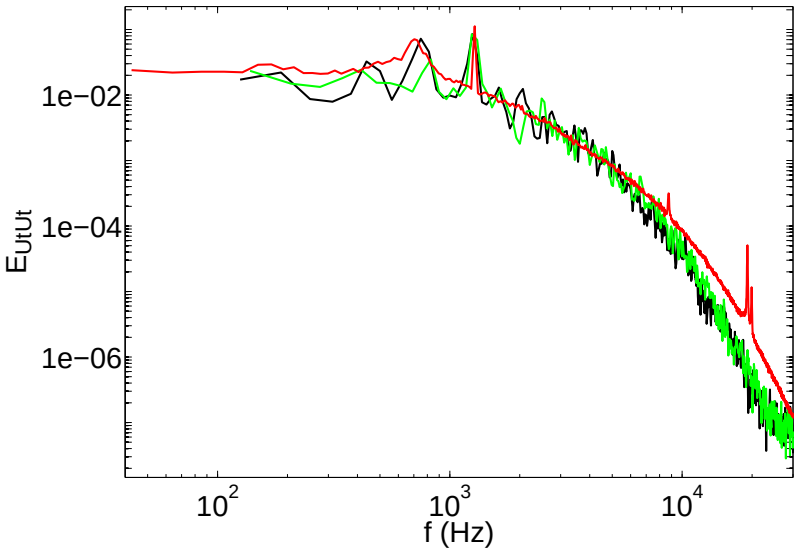


FIG. 4.53 – Densité spectrale de puissance associée à la vitesse tangentielle, au niveau du plan PAv, à une position radiale $r = 0.98R_c$. —— : données expérimentales (configuration de référence) ; —— : résultats de la simulation de référence ; —— : résultats de la simulation avec contrôle.

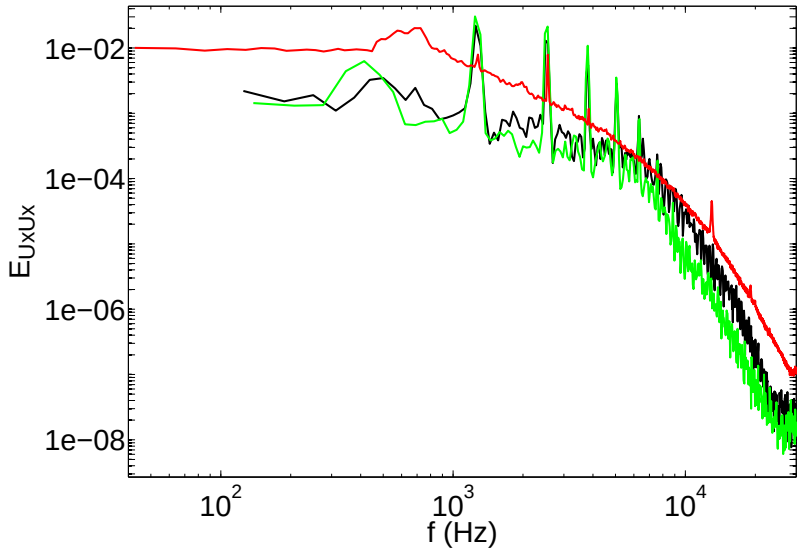


FIG. 4.54 – Densité spectrale de puissance associée à la vitesse axiale, au niveau du plan PAv, à une position radiale $r = 0.93R_c$. ——— : données expérimentales (configuration de référence) ; ——— : résultats de la simulation de référence ; ——— : résultats de la simulation avec contrôle.

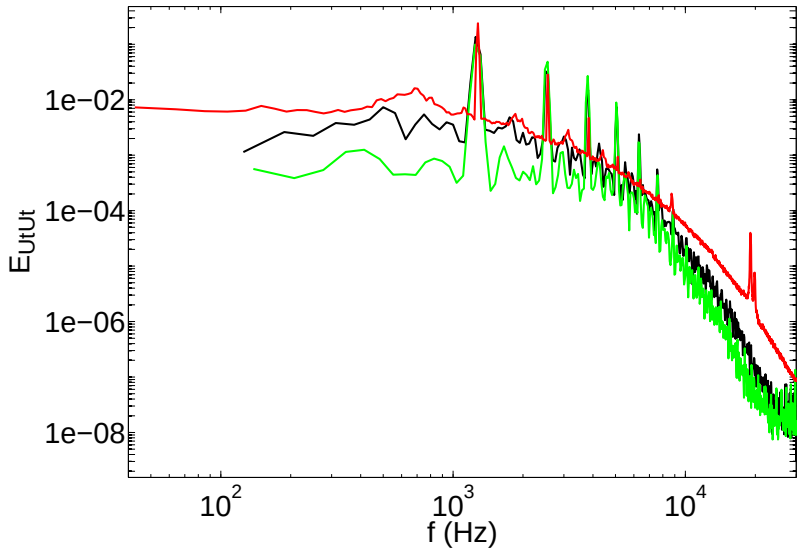


FIG. 4.55 – Densité spectrale de puissance associée à la vitesse tangentielle, au niveau du plan PAv, à une position radiale $r = 0.93R_c$. ——— : données expérimentales (configuration de référence) ; ——— : résultats de la simulation de référence ; ——— : résultats de la simulation avec contrôle.

avec $\mathbf{S}$ et $\mathbf{\Omega}$, respectivement, les composantes symétriques et antisymétriques du tenseur gradient de vitesse. Ce critère est positif dans les régions tourbillonnaires, mais ne fournit pas d'information sur le sens de rotation des structures qu'il isole. Ainsi, les isosurfaces tracées sont colorées par la vitesse radiale pour permettre de déterminer le sens de rotation des diverses structures (cela est valable car ces structures ont leur axe de rotation dans un plan aube-à-aube).

Dans la figure 4.56 est tracée l'isosurface de $Q = 10^8\ s^{-2}$. Elle fait apparaître trois structures principales : le tourbillon de jeu noté TJ, le tourbillon de séparation noté TS et le tourbillon induit noté TI.

Le tourbillon de séparation est lié au décollement le long de l'arête entre l'intrados et la tête de l'aube par le fluide entraîné à travers le jeu. Le contrôle par aspiration réduit la vitesse axiale et augmente légèrement la vitesse tangentielle dans la zone de tête d'aube. Ces deux résultats augmentent l'intensité du tourbillon de séparation vue par le critère Q dans le cas avec contrôle.

Le tourbillon de jeu naît le long de l'arête entre l'extrados et la tête d'aube, avant de se séparer de l'aube lorsqu'il est rejoint vers la mi-corde par une partie du tourbillon de séparation.

Le tourbillon induit est provoqué par le tourbillon de jeu. Son sens de rotation est l'inverse de celui du tourbillon de jeu, comme montré par la vitesse radiale. Vu de l'aval, le tourbillon de jeu tourne dans le sens trigonométrique, tandis que le tourbillon induit tourne dans le sens horaire.

Les deux fines structures tourbillonnaires notées "contrôle", qui apparaissent uniquement dans la configuration avec contrôle, marquent les limites de la fente d'aspiration sur la paroi carter. Elles représentent une source potentielle de bruit additionnel.

Une isosurface du critère Q pour une valeur plus faible ($Q = 10^6\ s^{-2}$) est tracée en figure 4.57. Beaucoup plus de structures apparaissent, mais le point important à noter est la différence de trajectoire du tourbillon de jeu causée par le dispositif de contrôle. Dans la configuration de référence, le tourbillon de jeu de l'aube adjacente vient en partie percuter la portion aval de l'intrados. Cette interaction est une importante source acoustique selon Longhouse [127]. En revanche, dans la configuration avec contrôle, la trajectoire du tourbillon de jeu est déviée et celui-ci ne heurte pas (ou moins) l'intrados de l'aube suivante. Ceci présage une réduction des émissions acoustiques dans la configuration avec contrôle de l'écoulement.

Nous traçons en figure 4.58 une cartographie de vitesse axiale moyenne sur la surface

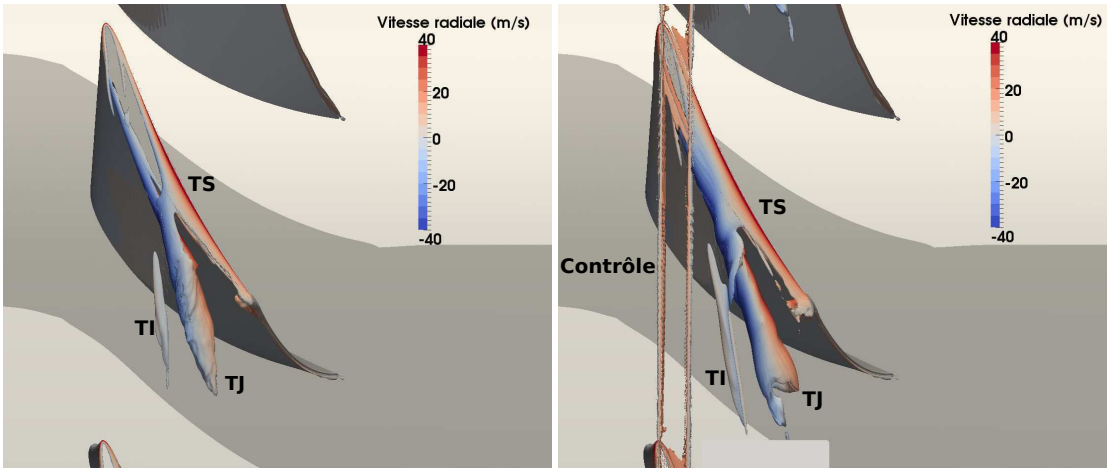


FIG. 4.56 – Isosurface du critère $Q = 10^8\ s^{-2}$ calculée sur le champ moyen et colorée par la vitesse radiale. Simulation de référence à gauche, et simulation avec contrôle à droite.

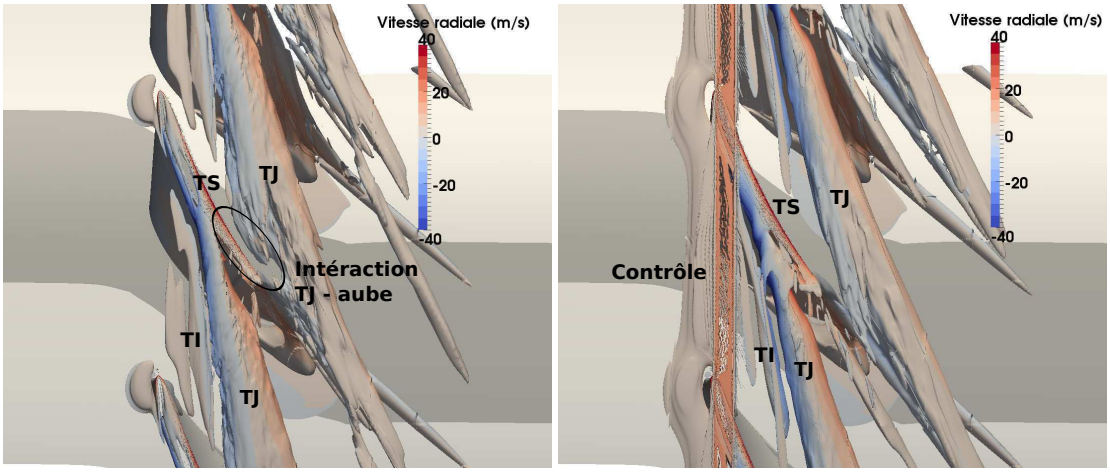


FIG. 4.57 – Isosurface du critère $Q = 10^6\ s^{-2}$ calculée sur le champ moyen et colorée par la vitesse radiale. Simulation de référence à gauche, et simulation avec contrôle à droite.

$r = 0.995R_c$, soit à mi-jeu, pour les simulations de référence et avec contrôle. L'effet de l'aspiration est visible directement aux alentours de la fente d'aspiration, au travers une accélération sur toute la largeur du canal inter-aube. On retrouve la tendance observée précédemment : la simulation avec contrôle conduit à une vitesse axiale plus faible en aval de l'aube aux environs du carter. Par ailleurs, on note que la zone de recirculation ($U_x < 0$), induite par le jet et le tourbillon de jeu, est moins intense dans le cas avec contrôle. Toutefois, il serait hâtif de conclure à une réduction de l'intensité du tourbillon de jeu, puisqu'on ne considère ici qu'une surface et que l'affaiblissement observé pourrait provenir d'une déviation du tourbillon. Enfin, on note que le déficit de vitesse axiale marquant le tourbillon de jeu n'a pas la même trajectoire. On retrouve le résultat observé en figure **??**. La trajectoire du déficit de vitesse axiale ne heurte pas l'aube adjacente dans le cas avec contrôle, tandis qu'elle percute l'aube adjacente dans la configuration de référence.

La vitesse radiale tracée sur la même surface en figure 4.59 permet de repérer les diverses structures tourbillonnaires par les alternances de valeurs positives / négatives. Par ailleurs, on note la signature du contrôle par les fortes valeurs de vitesse radiale positive aux alentours du dispositif, sur tout la largeur du canal inter-aube. Concernant les structures tourbillonnaires, on observe à nouveau que la trajectoire du tourbillon de jeu est déviée de l'aube adjacente dans la configuration avec contrôle de l'écoulement. On note également une vitesse radiale plus importante tout le long de la projection de l'arrête intrados. Celle-ci est en accord avec l'observation d'un tourbillon de séparation plus intense dans la configuration avec contrôle de l'écoulement, comme observé en figure 4.56. Enfin, les vitesses radiales paraissent plus intenses à l'origine du tourbillon de jeu à mi-corde.

La vitesse tangentielle relative est tracée en figure 4.60. Si on considère la simulation de référence (à gauche), on vérifie que l'écoulement de jeu à mi-corde se caractérise par une forte vitesse tangentielle : c'est l'effet de jet. Il s'agit d'une sous-déviation de l'écoulement. Par contre, si on considère le tourbillon de jeu qui se développe depuis la face extrados, on observe une sur-déviation (i.e. un minimum de vitesse tangentielle) associée à la réduction de la vitesse axiale. Ceci est cohérent avec les observations rapportées à propos de la figure 4.42, sur la vitesse tangentielle absolue. Si on considère ensuite la simulation avec contrôle, on note que l'intensité du jet est accrue, alors que la sur-déviation dans le tourbillon semble réduite. Néanmoins, si on considère la moyenne azimutale de la vitesse tangentielle dans le plan PAv (cf. figure 4.42), le contrôle induit globalement une augmentation de la déviation en tête.

Enfin, en figure 4.61 sont tracées les cartographies de l'énergie cinétique turbulente associée uniquement aux fluctuations. Nous ne tenons pas compte ici de l'énergie cinétique turbulente calculée par le modèle RANS car nous sommes dans une région purement LES. Une turbulence plus intense est relevée dans le tourbillon de jeu pour la simulation avec contrôle, mais de manière plus localisée au voisinage de l'extrados. On remarque surtout que la turbulence dans le tourbillon de jeu vient impacter l'aube adjacente pour la configuration de référence, avec des niveaux de l'ordre de 200 $m^2.s^{-2}$ environ. En revanche, dans la simulation avec contrôle, non seulement le tourbillon de jeu n'impacte pas l'aube adjacente et passe juste en aval de celle-ci, mais aussi les niveaux relevée à cette position sont de l'ordre de 50 $m^2.s^{-2}$ environ. Cette réduction de la turbulence impactant l'aube suivante est un point positif quant à la réduction de bruit attendue. Le bruit d'interaction provenant de la turbulence d'une aube voisine est un mécanisme source efficace[61, 127]. On peut donc s'attendre à une réduction globale du bruit, ce qui reste à vérifier. Indépendamment de l'intensité turbulente, la vitesse relative des structures turbulentes par rapport à la surface qu'elles approchent ou dont elles s'éloignent joue un rôle majeur dans la nature du bruit rayonné (fréquence, niveau et directivité). Il est intéressant de noter que la turbulence naît principalement dans le cœur du tourbillon de jeu pour les deux simulations. Une zone moins intense peut-être associée au tourbillon induit. La turbulence observée dans le jeu pour la simulation de référence provient en partie du tourbillon de jeu adjacent.

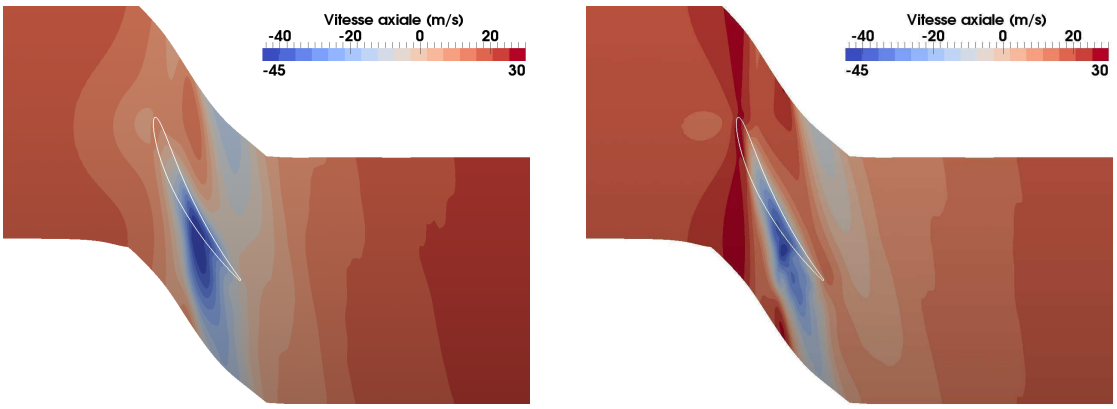


FIG. 4.58 – Contours de vitesse axiale moyenne à mi-jeu (surface $r = 0.995R_c$). Simulation de référence à gauche ; simulation avec contrôle à droite. En blanc : projection de la tête d'aube.

Nous traçons la même cartographie d'énergie cinétique turbulence associée aux fluctuations, en figure 4.62, sur une autre surface située en $r = 0.991R_c$, soit à une distance

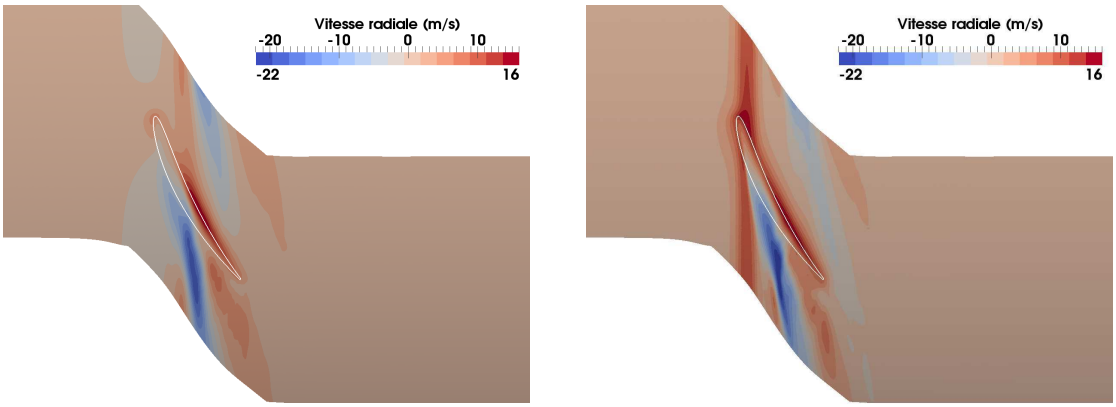


FIG. 4.59 – Lignes de niveaux de vitesse radiale moyenne à mi-jeu (surface $r = 0.995R_c$). Simulation de référence à gauche ; simulation avec contrôle à droite. En blanc : projection de la tête d'aube.

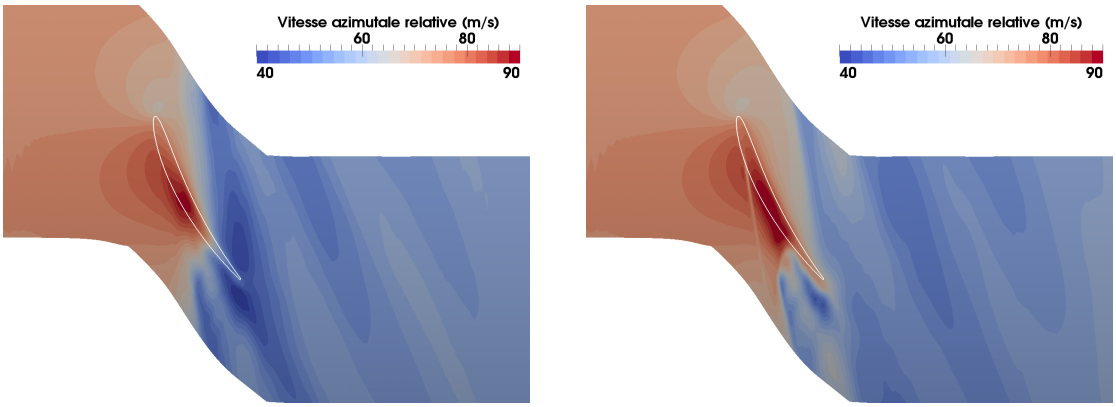


FIG. 4.60 – Lignes de niveaux de vitesse tangentielle relative moyenne à mi-jeu (surface $r = 0.995R_c$). Simulation de référence à gauche ; simulation avec contrôle à droite. En blanc : projection de la tête d'aube.

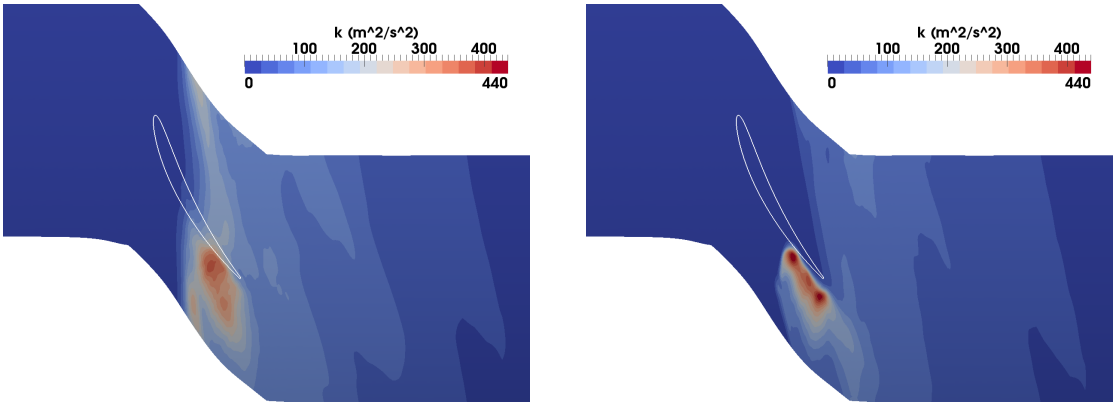


FIG. 4.61 – Lignes de niveaux d'énergie cinétique turbulente (basée sur les fluctuations) moyenne à mi-jeu (surface $r = 0.995R_c$). Simulation de référence à gauche ; simulation avec contrôle à droite. En blanc : projection de la tête d'aube.

de la tête d'aube de 15% du jeu. Nous observons une différence notable des résultats. La simulation de référence génère ici une turbulence beaucoup plus intense que la simulation avec contrôle. Cette turbulence semble de plus être originaire d'un processus différent. En effet, pour la simulation de référence, elle apparaît au sein du jeu, dans la région d'influence du tourbillon de séparation, une zone de fort cisaillement. Cette zone de forte turbulence n'est pas observée dans la simulation avec contrôle de l'écoulement, ce qui laisse supposer que le tourbillon de séparation est influencé fortement par le dispositif de contrôle. Dans le tourbillon de jeu, on observe à nouveau une turbulence moins diffuse dans le cas avec contrôle, et même des niveaux plus faibles. Il est aussi possible que l'aspiration modifie la position radiale du tourbillon de jeu en le plaquant contre le carter, ce qui réduit les niveaux de turbulences proche de la tête d'aube.

Afin de comprendre l'origine des différentes zones à forte énergie cinétique turbulente, qui apparaissent dans le jeu en figures 4.61 et 4.62, nous traçons des lignes de courant passant par des points dans ces régions. Pour la simulation de référence, on observe en figure 4.63 que la turbulence de la région [**Bmj1**] à mi-jeu, correspondant au cœur du tourbillon de jeu, provient de lignes de courant traversant le jeu. En revanche, la turbulence dans la zone [**Bmj2**] provient de la couche limite du carter, entraînée entre le tourbillon de jeu et le tourbillon induit.

Dans le cas de la surface proche de la tête d'aube, on observe en figure 4.64 trois principales régions où la turbulence est plus intense. La zone [**Bbj1**] marque la naissance du tourbillon de jeu : les lignes de courant qui y passent proviennent du tout début de la couche limite intrados en tête d'aube, puis s'enroulent intensément pour

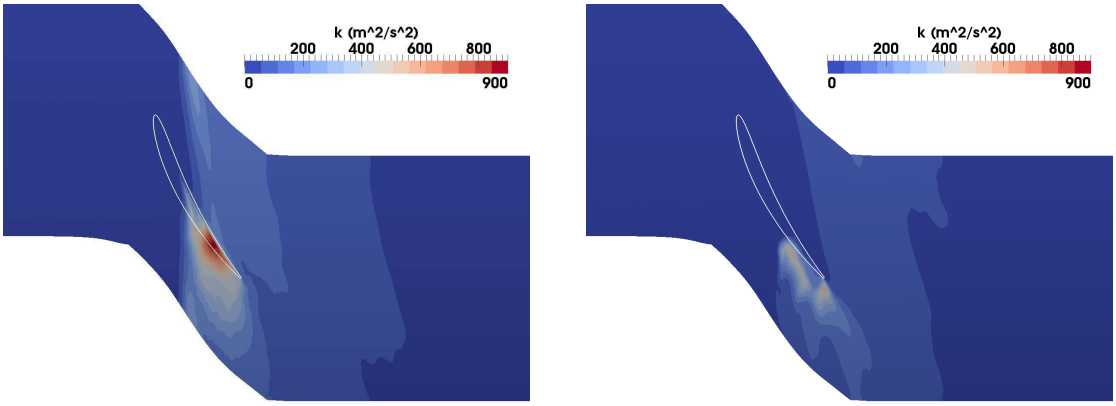


FIG. 4.62 – Lignes de niveaux d'énergie cinétique turbulente (basée sur les fluctuations) moyenne dans le jeu près de la tête d'aube (surface $r = 0.991R_c$). Simulation de référence à gauche ; simulation avec contrôle à droite. En blanc : projection de la tête d'aube.

traverser le jeu et rejoindre le tourbillon de jeu. Les lignes de courant passant par la région [**Bbj2**] sont issues de la couche limite intrados. Le fort niveau de turbulence en [**Bbj2**] s'explique aussi par la présence du tourbillon de séparation. On note enfin que ces lignes de courant s'enroulent ensuite autour du tourbillon de jeu. Cela confirme l'observation faite à propos de la figure 4.57 : une partie de tourbillon de séparation rejoint vers la mi-corde le tourbillon de jeu. Enfin, la zone [**Bbj3**], tout comme la région [**Bmj2**] dans la figure précédente, marque la séparation entre le tourbillon de jeu et le tourbillon induit, alimentée en turbulence par la couche limite carter.

Sur la surface à mi-jeu pour la simulation avec contrôle, en figure 4.65, on retrouve une région turbulente [**Cmj1**] alimentée par des lignes de courant traversant le jeu (comme [**Bmj1**] en figure 4.63). Par contre, on ne voit pas la trace de la turbulence entraînée vers l'interface entre le tourbillon de jeu et le tourbillon induit.

Enfin, en figure 4.66, on considère la surface au bas du jeu (i.e. proche de la tête de l'aube) de la configuration avec contrôle. Trois régions distinctes apparaissent ici. Les lignes de courant passant en [**Cbj1**] sont issues de la couche limite extrados, alors qu'elles provenaient de la couche limite intrados dans la simulation de référence (zones [**Bbj1**] et [**Bbj2**]). Le dispositif de contrôle a ici un impact important, ce qui se ressent aussi sur les niveaux de turbulence observés dans cette région (plus faible que pour la configuration de référence). Les lignes de courant passant par la zone [**Cbj2**] proviennent de la couche limite carter, entraînée par le tourbillon de jeu de l'aube voisine. Cette zone marque l'interaction entre les deux tourbillons de jeu voisins. Dans le cas

de référence, cette région n'apparait pas car elle se confond avec [**Bbj2**] alors qu'ici, la déviation du tourbillon de jeu la distingue de [**Cbj1**]. Enfin, la zone [**Cbj3**], tout comme [**Bbj3**], est due à l'interaction entre le tourbillon de jeu et le tourbillon induit, qui aspire la couche limite carter. Le mouvement azimutal des lignes de courant est du à l'entraînement par le carter. Dans le cas avec contrôle, ces lignes de courant proviennent d'une couche limite moins turbulente (du fait de l'aspiration), et traversent le jeu vers la mi-corde.

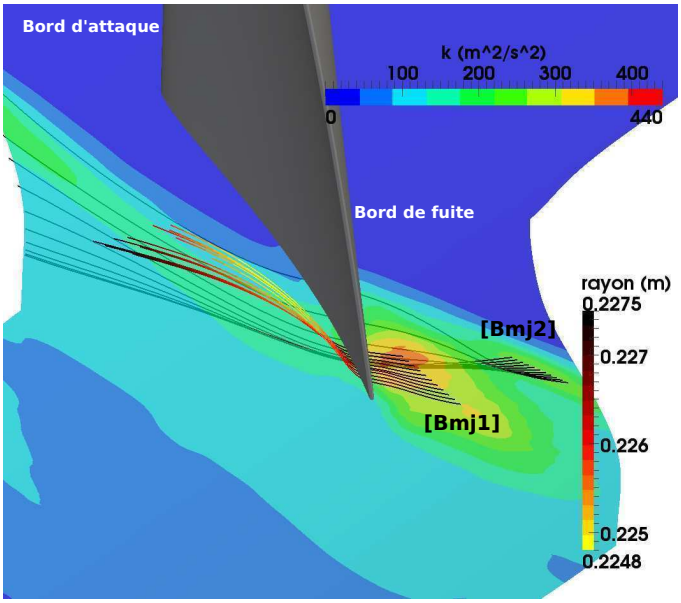


FIG. 4.63 – Lignes de courant moyennes passant par les zones de forte énergie cinétique turbulente de la surface à mi-jeu ($r = 0.995R_c$), pour la configuration de référence. La vue est ici orientée depuis le moyeu vers la zone de jeu. La surface à mi-jeu est colorée par l'énergie cinétique turbulente des fluctuations, et les lignes de courant sont colorées par le rayon.

4.4.4 Impact sur l'acoustique

Finalement, afin d'évaluer l'impact du dispositif de contrôle par aspiration sur l'acoustique, nous appliquons l'analogie de Ffowcs Williams et Hawkings (FWH, détaillée en 3.1.3.1) sur les résultats des deux simulations. Toutefois, il faut noter que les simulations ne capturent les fluctuations aérodynamiques requises par la méthode FWH que dans la région en tête d'aube. D'autre part, l'outil FWH utilisé n'est programmé actuellement que pour un champ libre. Il n'est donc pas possible de comparer les résultats obtenus aux données expérimentales obtenues en conduit. Il s'agira surtout

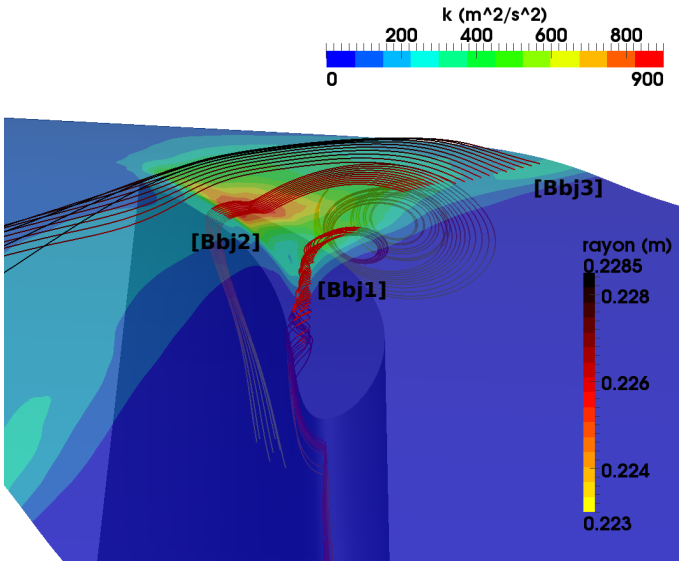


FIG. 4.64 – Lignes de courant moyennes passant par les zones de forte énergie cinétique turbulente de la surface au bas du jeu ($r = 0.991 R_c$), pour la configuration de référence. La vue est ici orientée depuis le carter vers la bord d'attaque de l'aube, qui est visible par transparence au travers de la surface. La surface au bas du jeu est colorée par l'énergie cinétique turbulente des fluctuations, et les lignes de courant sont colorées par le rayon.

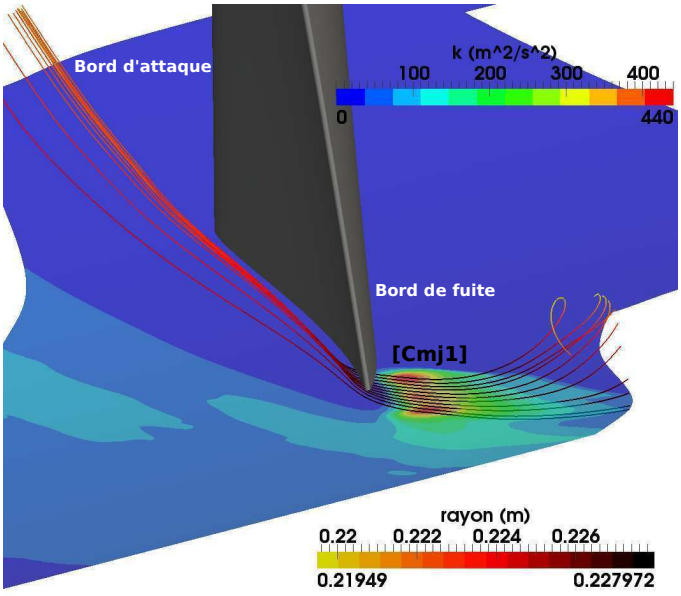


FIG. 4.65 – Lignes de courant moyennes passant par les zones de forte énergie cinétique turbulente de la surface à mi-jeu ($r = 0.995R_c$), pour la configuration avec contrôle de l'écoulement. La vue est ici orientée depuis le moyeu vers la zone de jeu. La surface à mi-jeu est colorée par l'énergie cinétique turbulente des fluctuations, et les lignes de courant sont colorées par le rayon.

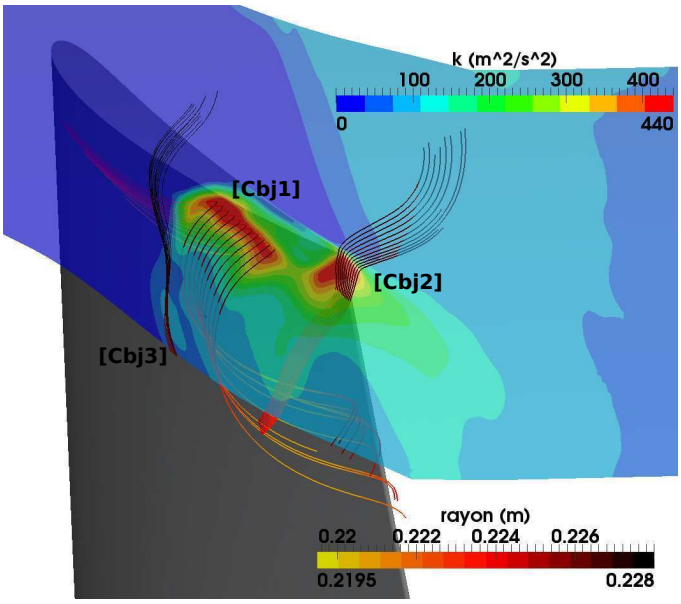


FIG. 4.66 – Lignes de courant moyennes passant par les zones de forte énergie cinétique turbulente de la surface au bas du jeu ($r = 0.991R_c$), pour la configuration avec contrôle de l'écoulement. La vue est ici orientée depuis le carter vers le bord de fuite. La surface au bas du jeu est colorée par l'énergie cinétique turbulente des fluctuations, et les lignes de courant sont colorées par le rayon.

de comparer les deux simulations entre elles, sur une aube isolée. Le “microphone” numérique est placé à 380 mm en amont du bord d'attaque de l'aube. On choisit comme surface d'intégration la surface solide de l'aube (extrados, intrados et tête d'aube). Nous ne tenons donc pas compte du bruit d'aspiration engendré par le dispositif de contrôle.

Un aperçu des fluctuations de pression acoustique relevées par le “microphone” pour les configurations de référence et avec contrôle est reporté en figure 4.67. On observe une différence notable des amplitudes des fluctuations entre les deux simulations. Le spectre temporel de ces fluctuations est tracé sur la figure 4.68. Une réduction de 10 dB environ est observée sur presque toutes les fréquences. On observe d'autre part la présence d'un pic dans le spectre de la configuration de référence, situé environ à 1800 Hz, qui correspond au pic déjà observé dans le spectre de vitesse en figure 4.35. Ce pic disparaît dans la configuration avec contrôle, mais un autre apparaît à environ 6000 Hz, qui lui n'apparaît pas dans les spectres de vitesse. Enfin, trois lobes apparaissent en haute fréquence dans la simulation avec contrôle.

Il est à noter que la réduction du bruit à large bande observée ici est un résultat idéal du dispositif de contrôle. En effet, ces niveaux acoustiques ignorent les contributions du bruit de bord d'attaque et de bord de fuite (hormis en tête), du tourbillon de coin, et du dispositif de contrôle. Par ailleurs, l'effet du conduit est ignoré. Il est donc impossible de comparer ce résultat à ceux de l'expérience. À titre indicatif, la réduction mesurée expérimentalement est de l'ordre de 2 dB sur quasiment toute l'étendue du spectre.

4.5 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons présenté une simulation zonale d'un rotor, résolvant en LES l'écoulement dans la région en tête d'aube et en RANS le reste. Sur la région simulée en RANS, les résultats sont en bon accord avec l'expérience, excepté une surestimation du coefficient de profondeur des sillages. Les résultats obtenus dans la région de jeu (LES) sont eux en très bon accord avec les résultats de la campagne expérimentale du DLR de Berlin. Ceci a permis de valider les méthodes numériques et d'observer la structure de l'écoulement dans la région du jeu, difficilement accessible par l'expérience.

Enfin, une seconde simulation avec contrôle de l'écoulement (par aspiration de la couche limite du carter en tête d'aube) a pu être comparée à la simulation de référence. Ce dispositif de contrôle permet une importante réduction des sources acoustiques dans la zone de jeu, en réduisant l'intensité turbulente dans cette région, et en modifiant la

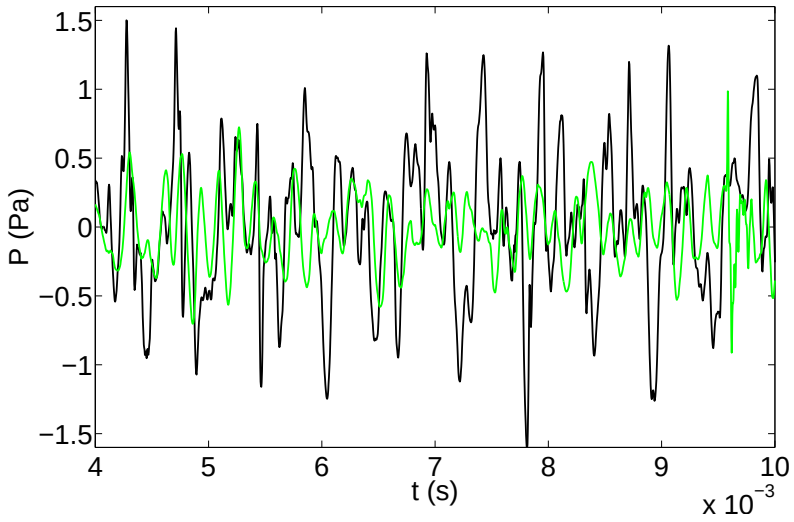


FIG. 4.67 – Pression acoustique mesurée par le "microphone" numérique par la méthode de Ffowcs Williams et Hawkings. ——— : résultats de la simulation de référence ; ——— : résultats de la simulation avec contrôle.

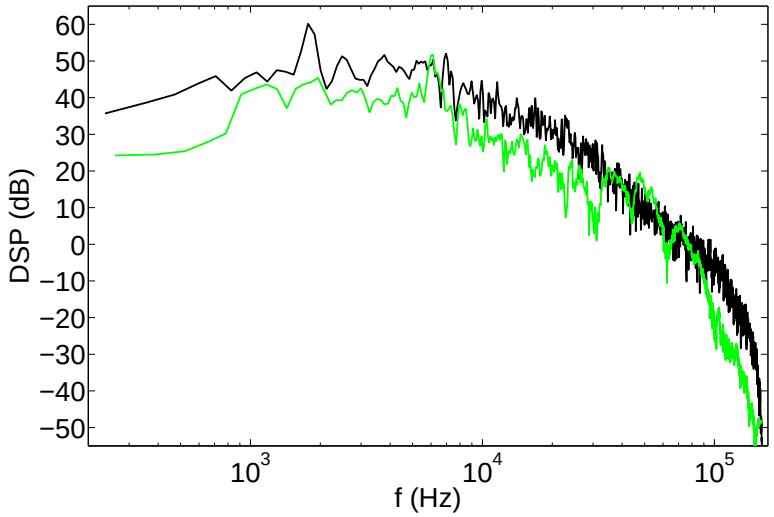


FIG. 4.68 – Densité spectrale de puissance de la pression acoustique mesurée par le "microphone" numérique par la méthode de Ffowcs Williams et Hawkings. ——— : résultats de la simulation de référence ; ——— : résultats de la simulation avec contrôle.

trajectoire du tourbillon de jeu (qui n'impacte plus l'aube adjacente, au point de fonctionnement considéré).

Conclusion générale

Durant cette thèse, un accent fort a été mis sur les méthodes numériques pour simuler en LES un écoulement de jeu en rotor carénés, avec et sans dispositif de contrôle. Deux développements principaux ont été réalisés et sont rappelés ci-dessous.

Tout d'abord, l'importance de la modélisation de sous-maille a été mise en avant. Le modèle SISM (shear-improved Smagorinsky model), basé sur une approche physique, a été retenu. Celui-ci requiert une évaluation du champ moyen de vitesse. Pour permettre son emploi en géométrie complexe, nous avons développé des algorithmes simples et locaux en espace (moyenne exponentielle et filtre de Kalman) permettant l'extraction, au fil de la simulation, d'une évaluation du champ moyen basée sur un filtrage passe-bas. Le test du modèle de sous-maille SISM et de ces algorithmes sur la configuration de canal plan a montré une précision comparable au modèle de sous-maille à Fonction de Structure Filtrée, pour une formulation sensiblement plus simple. Les algorithmes de filtrage fournissent une bonne évaluation du champ moyen, ce qui permet une prise en compte du cisaillement moyen dans les couches limites lors de l'évaluation de la viscosité de sous-maille.

D'autre part, afin de limiter la taille du maillage utilisé pour la simulation de l'écoulement de jeu en turbomachine, nous avons proposé une méthode simple d'hybridation zonale de méthodes RANS et LES, par une transition de la viscosité de modélisation utilisée : μ_t dans les région RANS et μ_{sm} dans les régions LES. Dans cette première écriture, quelques approximations sont faites, liées à l'impact de certains termes propres aux méthodes RANS dans les régions LES. En conséquence, l'utilisation de cette méthode suppose qu'il y a peu d'échange de fluide entre les régions RANS et LES. L'application sur un cas-test de canal plan, avec une moitié simulée en RANS et l'autre en LES (la séparation se faisant au plan central), a montré que malgré ces approximations la méthode conserve une précision très satisfaisante sur les deux régions. La simulation zonale se compare bien aux résultats DNS et aux simulations LES et RANS pures.

La complexité de l'écoulement de jeu (qui combine une forte turbulence, des décollements, d'importantes structures tourbillonnaires et des instationnarités) permet de le comparer à l'écoulement sous-critique autour d'un barreau cylindrique, et justifie le choix de cette dernière configuration comme cas-test, sélectif et bien renseigné expérimentalement. Trois simulations utilisant le modèle de sous-maille SISM ont été présentées sur ce cas-test : deux sur une envergure de 3 diamètres comparent les deux algorithmes d'extraction du champ moyen, et la dernière simulation sur une envergure de 9 diamètres permet d'observer l'impact de l'envergure simulée. Quel que soit l'algorithme de filtrage utilisé, les résultats des simulations sont en bon accord avec les données expérimentales disponibles. Cependant, certaines différences émergent entre les deux méthodes d'extraction du champ moyen : la simulation utilisant le filtrage de Kalman capture mieux l'intensité du lâcher tourbillonnaire et montre ainsi l'avantage de l'adaptativité de la méthode. D'autre part, un retard inhérent aux méthodes de filtrage apparaît (de l'ordre de 10% de la fréquence de lâcher tourbillonnaire), mais son effet sur les résultats est limité.

La corrélation en envergure est forte dans les simulations, en comparaison aux données expérimentales à même nombre de Reynolds. Ceci peut être attribué aux conditions limites périodiques (cet effet est réduit en augmentant l'envergure), et à l'absence de turbulence en amont (ce qui impose une transition des couches limites de cisaillement via des structures allongées selon l'envergure).

L'application de l'analogie de Ffowcs Williams & Hawkings nous a permis d'obtenir une évaluation des niveaux acoustiques, et leur comparaison avec les données expérimentales est très satisfaisante.

Dans le cadre de l'étude de l'écoulement de jeu, l'approche RANS permet une bonne description de l'écoulement en pied, malgré une surestimation de la profondeur des sillages. La région intéressante pour notre étude est en tête, où l'approche LES permet de reproduire avec précision les résultats expérimentaux (valeurs moyennes de vitesse, de turbulence et spectres de vitesse). L'écoulement de jeu dans la configuration de référence présente une structure classique : un tourbillon de jeu important et un tourbillon de séparation le long de l'arête intrados en tête d'aube, tous deux alimentés par du fluide provenant de la couche limite intrados, ainsi qu'un tourbillon induit aspirant la turbulence de la couche limite carter. On a également observé que le tourbillon de jeu interagit avec la surface intrados de l'aube adjacente.

Le dispositif de contrôle expérimental empêchant toute mesure par fil chaud en aval du rotor, l'impact de ce contrôle a été étudié directement au travers de la comparaison des deux simulations. L'effet du contrôle est de réduire la vitesse axiale en tête d'aube,

ce qui augmente la vitesse azimutale (la quantité de mouvement fournie par l'aube se conserve) et surtout modifie la trajectoire du tourbillon de jeu qui ne vient plus impacter l'aube adjacente. Ainsi, la simulation avec contrôle rend des niveaux de turbulence à proximité de la tête d'aube plus faibles que ceux de la simulation de référence. En conséquence, une importante réduction du bruit émis par l'écoulement de jeu est observée grâce au dispositif de contrôle, d'après l'analogie de Ffowcs Williams et Hawkings (FWH). Les résultats acoustiques n'ont pas été comparés aux données expérimentales car le programme FWH utilisé ici se base sur la fonction de Green en champ libre et le microphone numérique est fixe par rapport aux aubes. Les résultats numériques ne tiennent donc pas compte des effets du conduit, de la rotation des aubes et de la présence des aubes voisines.

Ces travaux de thèse ont, au travers des développements faits, des tests effectués et des simulations réalisées, ouvert de nombreuses perspectives :

- Premièrement, malgré les avantages des algorithmes de filtrage développés ici pour le modèle de sous-maille SISM, nous avons montré que ces méthodes induisent un retard du champ moyen par rapport au champ instantané. Une première solution par une méthode à pente locale a été proposée et testée *a posteriori*. Son application à une simulation pratique permettrait d'évaluer son comportement et ses bénéfices éventuels sur la modélisation de sous-maille, tout en précisant le coût supplémentaire (mémoire et calcul) requis.

- La méthode zonale développée ici est dépendante d'hypothèses quant à la faiblesse des échanges de fluide entre les régions RANS et LES. La présence de certains termes des équations RANS dans les zones LES peut être source d'erreurs, et les travaux à venir auront pour objectif de supprimer ces termes. Cette méthode présente un intérêt certain pour la simulation des régions particulières en écoulements complexes, ce qui a été démontré ici. Les régions d'intérêt sont alors décrites en LES pure, contrairement aux approches de type DES qui combinent RANS et LES au travers de la couche limite.

- Enfin, l'approche numérique présentée ici a permis d'analyser l'effet d'un dispositif de contrôle de l'écoulement de jeu, qui est relativement efficace. La voie est ainsi ouverte à une amélioration du dispositif, ou à une évaluation d'autres techniques.

Bibliographie

[1] Aeronautics and air transport : beyond vision 2020 (towards 2050). Technical report, ACARE - Advisory Council for Aeronautics Research in Europe, Juin 2010.

[2] E. Achenbach. Distribution of local pressure and skin friction around a circular cylinder in cross-flow up to R$e = 5 \times 10^6$. *J.Fluid Mech.*, 34 :625–639, 1968.

[3] J.J. Adamczyk, M.L. Celestina, T.A. Beach, and M. Barnett. Simulation of three-dimensional viscous flow within a multi-stage turbine. *ASME Journal of Turbomachinery*, 112(3) :370–376, 1989.

[4] J.J. Adamczyk, M.L. Celestina, and E.M. Greitzer. The role of tip clearance in high-speed fan stall. *Journal of Turbomachinery*, 115 :28–39, 1993.

[5] A. Aktürk and C. Camci. Axial flow fan tip leakage flow control using tip platform extensions. *Transactions of the ASME, Journal of Fluids Engineering*, 132 :101–110, 2010.

[6] E. A. Anderson and A. A. Szewczyk. Effects of a splitter plate on the near wake of a circular cylinder in 2 and 3-dimensional flow configurations. *Exp. Fluids*, 23 (161), 1997.

[7] J. Bae, K.S. Breuer, and C.S. Tan. Control of tip clearance flows in axial compressors. *AIAA paper*, 2000-2233, 2000.

[8] J.S. Baggett. On the feasibility of merging LES with RANS for the near-wall region of attached turbulent flows. Technical report, Center for Turbulence Research, Annual Research Briefs 1998.

[9] S.C.C. Bailey and S. Tavoularis. Measurements of the velocity field of a wing-tip vortex, wandering in grid turbulence. *J.Fluid Mech.*, 601 :281–315, 2008.

[10] B.S. Baldwin and H. Lomax. Thin layer approximation and algebraic model for separated turbulent flows. *AIAA Paper*, pages 78–257, 1978.

[11] G.K. Batchelor. Diffusion in a field of homogeneous turbulence. *Austral. J. Sci. Res. A*, 2 :437–450, 1949.

[12] J. P. Batham. Pressure distributions on circular cylinders at critical reynolds numbers. *J. Fluid Mech.*, 57(209), 1973.

[13] R. Bhaskaran. *Large eddy simulation of high pressure turbine cascade*. PhD thesis, Stanford University, 2010.

[14] J.P. Bindon. The measurement and formation of tip-clearance loss. *Journal of Turbomachinery*, 111 :256–263, 1989.

[15] H. M. Blackburn and S. Schmidt. Large eddy simulation of the flow past a circular cylinder. In *17th Australian Fluid Mechanics Conference*, Adelaide University, Adelaide, Australia, 2001.

[16] J.-P. Blazy. La lancinante question du troisième aéroport parisien. Les Echos, 4 Oct. 2011.

[17] M. S. Bloor. The transition to turbulence in the wake of circular cylinder. *J. Fluid Mech.*, 19 :290–304, 1964.

[18] M. S. Bloor and J. H. Gerrard. Measurements on turbulent vortices in a cylinder wake. *Proc Roy Soc Lond Ser A*, 294 :319–342, 1966.

[19] D. Borello, K. Hanjalic, and F. Rispoli. Computation of tip-leakage flow in a linear compressor cascade with a second-moment turbulence closure. *International Journal of Heat and Fluid Flow*, 28 :587–601, 2007.

[20] J. Boudet. *Approches numériques pour la simulation du bruit à large bande en vue de l'application aux turbomachines*. PhD thesis, Ecole Centrale de Lyon, 2003.

[21] J. Boudet, J. Caro, L. Shao, and E. Lévêque. Numerical studies towards practical large-eddy simulation. *Journal of Thermal Science*, 16(4) :328–336, 2007.

[22] J. Boudet, J. Grilliat, J. Caro, and M.C. Jacob. Combined experimental/computational study of tip clearance flow and acoustics. In *8th European Turbomachinery Conference (ETC)*, Graz (Austria), 2009.

[23] J. Boussinesq. Essai sur la théorie des eaux courantes. In *Mémoires présentés par divers savants à l'Académie des Sciences XXIII*, volume 1, pages 1–680, 1877.

[24] K. S. Brentner and F. Farassat. An analytical comparison of the acoustic analogy and kirchoff formulations for moving surfaces. *AIAA Journal*, 36(8), 1998.

[25] M. Breuer. Large eddy simulation of the subcritical flow past a circular cylinder : numerical and modeling aspects. *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, 28 :1281–1302, 1998.

[26] M. Breuer. A challenging test case for large eddy simulation : high reynolds number circular cylinder flow. *International Journal of Heat and Fluid Flow*, 21 (648), 2000.

[27] P.J. Brockwell and R.A. Davies. *Time series : theory and methods*. Springer Series in Statistics. Springer, 2nd edition, 1991.

[28] H. H. Bruun. *Hot-wire anemometry : principes and signal analysis*. Oxford science publications, 1995.

[29] A. Cahuzac, J. Boudet, E. Lévêque, and P. Borgnat. Smoothing algorithms for mean-flow extraction in large-eddy simulation of complex turbulent flows. *Physics of Fluids*, 22(1), . URL http://dx.doi.org/10.1063/1.3490063.

[30] A. Cahuzac, J. Boudet, E. Lévêque, and P. Borgnat. Extraction de flot moyen dans des simulations numériques à grande échelle de fluides par filtre de Kalman adaptatif. In *23e Colloque sur le Traitement du Signal et des Images, GRETSI-2011*, id. 191, Bordeaux (France), .

[31] R. Camussi, J. Grilliat, G. Caputi Gennaro, and M.C. Jacob. Experimental study of a tip leakage flow : wavelet analysis of pressure fluctuations. *J.Fluid Mech.*, 660 :87 –113, 2010.

[32] B. Cantwell and D. Coles. An experimental study of entrainment and transport in the turbulent near wake of a circular cylinder. *J.Fluid Mech.*, 136 :321–374, 1983.

[33] C.D. Cantwell and D. Barkeley. Computational study of subcritical response in flow past a circular cylinder. *Physical review E*, 82(026315), 2010.

[34] C. Canuto, M.Y. Hussaini, and A. Quarteroni T.A. Zang. *Spectral Methods : evolution to complex geometries and applications to fluid dynamics*. Springer, 2007.

[35] J. Caro, P. Ferrand, S. Aubert, and L. Kozuch. Inlet condition effects on tip clearance vortex in transonic compressors. In *5th European Conference on Turbomachinery*, Prague, Mars 2003.

[36] D. Casalino. *Analytical and numerical methods in vortex-body aeroacoustics*. PhD thesis, Politcnico di Torino et Ecole Centrale de Lyon, 2002.

[37] D. Casalino. An advanced time approach for acoustic analogy predictions. *Journal of Sound and Vibration*, 261(4) :583–612, 2003.

[38] D. Casalino, M.C. Jacob, and M. Roger. Prediction of rod-airfoil interaction noise using the ffw-h analogy. *AIAA Journal*, 41(2) :182–191, 2003.

[39] C.M. Casciola, P. Gualtieri, R. Benzi, and R. Piva. Scale-by-scale budget and similarity laws for shear turbulence. *J.Fluid Mech.*, 176 :105–114, 2003.

[40] C. F. Chen and D.B. Ballengee. Vortex shedding from circular cylinders in an oscillating freestream. *AIAA journal*, 9(2), 1971.

[41] E.M. Cherry, C.J. Elkins, and J.K. Eaton. Geometric sensitivity of 3-d separated flows. In *Proc. of 5th International Symposium on Turbulence and Shear Flow Phenomena - TSFP5*, Munich, August 2007.

[42] P. CHOROBA. *Comprehensive study of the wake vortex phenomena to the assessment of its incorporation to ATM for safety and capacity improvements*. PhD thesis, University of Zilina, 2006.

[43] R.A. Clark, J.H. Ferziger, and W.C. Reynolds. Evaluation of subgrid-scale models using an accurately simulated turbulent flow. *J.Fluid Mech.*, 91(1), 1979.

[44] G. Comte-Bellot. *Contribution à l'étude de la turbulence de conduite*. PhD thesis, University of Grenoble, 1963.

[45] A. Corsini, B. Perugini, F. Rispoli, I. Kinghorn, and A.G. Sheard. Experimental and numerical investigations on passive devices for tip- clearance induced noise reduction in axial flow fans. In *Proceedings of the seventh European conference on turbomachinery*, 2007.

[46] J. Crank. *The Mathematics of Diffusion*, page 143. Oxford University Press, 2nd edition, 1975.

[47] N.A. Cumpsty and E.M. Greitzer. Ideas and methods of turbomachinery aerodynamics : a historical view. *Journal of Propulsion and Power*, 20(1) :15–26, 2004.

[48] B.J. Daly and F.H. Harlow. Transport equations in turbulence. *Physics of Fluids*, 13 :2634–2649, 1970.

[49] L. Danaila, R. Antonia, and P. Burattini. Progress in studying small-scale turbulence using exact two-point equations. *New Journal of Physics*, 6(128), 2004.

[50] J.W. Deardorff. A numerical study of three-dimensional turbulent channel flow at large reynolds numbers. *J.Fluid Mech.*, 41 :453–465, 1970.

[51] H. Djeridi, M. Braza, R. Perrin, G. Harran, E. Cid, and S. Cazin. Near-wake turbulence properties around a circular cylinder at high Reynolds number. *Flow, Turbulence and Combustion*, 71 :19–34, 2003.

[52] C. J. Doolan. Large eddy simulation of the near wake of a circular cylinder at sub-critical reynolds number. *Engineering Applications of Computational Fluid Mechanics*, 4(4) :496–510, 2010.

[53] F. Ducros, P. Comte, and M. Lesieur. Large-eddy simulation of a weakly-compressible boundary layer spatially developing over an adiabatic flat plate. In *Proceedings of the International Symposium on Turbulence, Heat and Mass Transfer*, August 1994.

[54] F. Ducros, P. Comte, and M. Lesieur. Large eddy simulations of transition to turbulence in a boundary layer developing spatially over a flat plate. *J.Fluid Mech.*, 326 :1–36, 1996.

[55] F. Ducros, V. Ferrand, F. Nicoud, C. Weber, D. Darracq, C. Gacherieu, and T. Poinsot. Large-eddy simulation of the shock/turbulence interaction. *Journal of Computational Physics*, 152 :517–549, 1999.

[56] R. Dvořák. Secondary flow effects in relatively narrow channels. *Journal of Thermal Science*, 12(3), 2003.

[57] G. Erlebacher, M.Y. Hussaini, C.D. Speziale, and T.A. Zang. Towards the large-eddy simulation of compressible turbulent flows. *J.Fluid Mech.*, 238 :155–185, 1992.

[58] Jr. E.S. Gardner. Exponential smoothing : the state of the art –part ii. *Int. J. Forecast*, 22 :637, 2006.

[59] R. Eymard, T.R. Gallouët, and R. Herbin. *The finite volume method Handbook of Numerical Analysis*, chapter Vol. VII, pages 713–1020. P.G. Ciarlet AND J.L. Lions, 2000.

[60] J. E. Ffowcs Williams and D. L. Hawkings. Sound generation by turbulence and surfaces in arbitrary motion. *Philosophical Transactions of the Royal Society*, A264(1151) :321–342, 1969.

[61] T. Fukano, N. Ogata, and C.M. Jang. Tip clearance noise of an axial fan operating under partial load condition. In *Fan noise 2003 international symposium*, Senlis, 2003.

[62] L. Gamet. Développement de ntmix-les : maillages non-uniformes, formulation des grandes échelles - premières applications. Technical Report 44 023, Institut Français du Pétrole, 1997.

[63] E. Gardner. Exponential smoothing : the state of the art. *J. Forecast*, 4(1), 1985.

[64] E. Garnier, P. Sagaut, and N. Adams. *Large Eddy Simulation for Compressible Flows*. Springer, 2009.

[65] S.A. Gbadebo, N.A. Cumpsty, and T.P. Hynes. Three-dimensional separations in axial compressor. *Journal of turbomachinery*, 127 :331–339, 2005.

[66] M. Germano, U. Piomelli, P. Moin, and W.H. Cabot. A dynamic subgrid-scale eddy-viscosity model. *Phys. Fluids A*, 3 :1760, 1991.

[67] J. H. Gerrard. An experimental investigation of the oscillating lift and drag of a circular cylinder shedding turbulent vortices. *J.Fluid Mech.*, 11 :244–256, 1961.

[68] A. Godard, S. Burguburu, and F. Lebœuf. Parametric study of an aspirated diffuser. In *Proceedings of the* 7^{th} *European turbomachinery conference*, Athènes, Grèce, 2007.

[69] A. Godard, A. Fourmaux, S. Burguburu, and F. Lebœuf. Design method of subsonic aspirated cascade. In *Proceedings of ASME Turbo Expo 2008 : Power for Land, Sea and Air.*, Berlin, Allemagne, Juin 2008.

[70] A. Gomar, N. Gourdain, and G. Dufour. High fidelity simulation of the turbulent flow in an axial transonic compressor. In *Proceedings of 9th European Turbomachinery Conference*, Istanbul, Turkey, 2011.

[71] M.N. Goodhand and R.J. Miller. The impact of real geometries on three-dimensional separations in compressors. *Journal of turbomachinery*, 134(2) : 021007, 2010.

[72] M.N. Goodhand and R.J. Miller. The impact of real geometries on three-dimensional separations in compressors. *Journal of Turbomachinery*, 134(2), 2012. 021007.

[73] S. Gopalan, H.L. Liu, and J. Katz. On the flow structure, tip leakage cavitation inception and associated noise. In *Twenty-Third Symposium on Naval Hydrodynamics*, France, Septembre 2000.

[74] A. Goto. Three-dimensional flow and mixing in an axial flow compressor with different rotor tip clearances. *Journal of turbomachinery*, 114 :675–685, 1992.

[75] N. Gourdain and F. Lebœuf. Unsteady simulation of an axial compressor stage with casing and blade passive treatments. *Journal of Turbomachinery*, 131(2) :021013 (12 pages), 2009. URL http://www.cerfacs.fr/~cfdbib/repository/TR_CFD_07_134.pdf.

[76] N. Gourdain, S. Burguburu, F. Lebœuf, and G.J. Michon. Numerical simulation of rotating stall inception in an axial compressor. *J. Computer & Fluids*, Décembre 2007. URL http://www.cerfacs.fr/~cfdbib/repository/TR_CFD_07_133.pdf.

[77] N. Gourdain, L.Y.M. Gicquel, and E. Collado. Comparison of RANS simulation and LES for the prediction of heat transfer in a highly loaded turbine guide vane. In *9th European Conference on Turbomachinery Fluid Dynamics and Thermodynamics (ETC 9)*, Istanbul, Turkey, March 21-25 2011.

[78] N. Gourdain, F. Wlassow, and N Ottavy. Effect of tip clearance dimensions and control of unsteady flows in a multi-stage high-pressure compressor. *Journal of Turbulence*, In press, 2012. URL http://www.cerfacs.fr/~cfdbib/repository/TR_CFD_11_96.pdf.

[79] S.I. Green. *Fluid vortices*. Kluwer Academic Publishers, 1995.

[80] D. Greenblatt, K.B. Paschal, C.-S. Yao, J. Harris, N.W. Schaeffler, and A.E. Washburn. A separation control CFD validation test case, part 1 : baseline & steady suction. In *2nd AIAA Flow Control Conference*, Portland, OR, 2004.

[81] J. Grillat. *Contribution à l'étude acoustique des écoulements de jeu*. PhD thesis, Ecole Centralde de Lyon, 2009.

[82] J. Grilliat, M.C. Jacob, R. Camussi, and G. Caputi Gennaro. Tip leakage flow experiment – part one : aerodynamic and acoustic measurements. In *14th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference*, AIAA Paper n° 2007-3684, Roma, Italy, 2007.

[83] C. Hah. Large eddy simulation of transonic flow field in NASA rotor 37. Technical report, NASA/TM-2009-215627, 2009.

[84] C. Hah and J. Loellbach. Development of hub corner stall and its influence on the performance of axial compressor blade rows. *Journal of Turbomachinery*, 121 : 67–77, 1999.

[85] K. Hanjalik and S. Jakirlic. Contribution towards the second moment closure modelling of separating turbulent flows. *Computer and Fluids*, 27(2) :137–156, 1998.

[86] A. Harvey. *Forecasting, structural time series model and the Kalman filter*. Cambridge university press, 1989.

[87] C. Hirsch. *Numerical Computation of Internal and External Flows, Volume 2 : Computational Methods for Inviscid and Viscous Flows*. Wiley, 1990.

[88] J. Hoffman. Efficient computation of mean drag for the subcritical flow past a circular cylinder using general Galerkin G2. *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, 59 :1241–1258, 2000.

[89] J.H. Horlock and B. Lakshminarayana. Secondary flows : theory, experiment, and application in turbomachinery aerodynamics. *Annual Review of Fluid Mechanics*, 5 :247–280, 1973.

[90] S. Hoyas and J. Jimenez. Scaling of velocity fluctuations in turbulent channels up to $re_\tau = 2000$. *Physics of Fluids*, 18, 2006. URL http://torroja.dmt.upm.es/ftp/channels/data/.

[91] D.A. Hoying. *Blade passage flow structure effects on axial compressor rotating stall inception*. PhD thesis, Massachesetts Institute of Technology, 1996.

[92] K.H. Huebner, E.A. Thornton, and T.D. Byron. *The Finite Element Method for Engineers*. Wiley Interscience, Englewood Cliffs, thrid edition, 1995.

[93] C.E. Hugues, R.P. Woodward, and G.G. Podboy. Effect of tip clearance on fan noise and aerodynamic performance. In *11th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference (26th AIAA Aeroacoustics Conference)*, 2005.

[94] G. Iaccarino. Predictions of a turbulent separated flow using commercial CFD codes. *Journal of Fluids Engineering*, 123 :819–828, 2001.

[95] G. Iaccarino, C. Marongiu, P. Catalano, and M. Amato. RANS simulation of the separated flow over a bump with active control. Technical report, Center for Turbulence Research, 2003. Annual Research Briefs.

[96] M. Inoue, M. Kuroumaru, and M. Fukuhara. Behavior of tip leakage flow behind an axial compressor rotor. *Journal of Engineering for Gas Turbines and Power*, 108 :7–14, 1986.

[97] Y. Ito, T. Watanabe, and T. Himeno. Effect of endwall contouring on flow instability of transonic compressor. *International journal of gas turbine, propulsion and power systems*, 2(1), 2008.

[98] M.C. Jacob, J. Boudet, D. Casalino, and M. Michard. A rod-airfoil experiment as a benchmark for broadband noise modelling. *Theoretical and Computational Fluid Dynamics*, 19(3) :171–196, 2005.

[99] M.C. Jacob, J. Grilliat, E. Jondeau, M. Roger, and R. Camussi. Broadband noise prediction models and measurements of tip leakage flows. In *14th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference*, AIAA-2008-2845, 2008.

[100] M.C. Jacob, J. Grilliat, R. Camussi, and G. Caputi Gennaro. Aeroacoustic investigation of a single airfoil tip leakage flow. *Int. J. Aeroacoustics*, 9(3) :253–272, 2010.

[101] S. Jakirlić, G. Kadavelil, M. Kornhaas, M. Schafer, D.C. Sternel, and C. Tropea. Numerical and physical aspects in les and hybrid les/rans of turbulent flow separation in a 3-d diffuser. *International Journal of Heat and Fluid Flow*, 31 : 820–832, 2010.

[102] A. Jameson. Transonic airfoil calculations using the Euler equations. *Numerical Methods in Aeronautical Fluid Dynamics*, 1 :289–308, 1982.

[103] A. Jameson. Artificial diffusion, upwind biasing, limiters and their effect on accuracy and multigrid convergence in transonics and hypersonic flows. In *11th AIAA Computaional Fluid Dynamics Conference*, 1993.

[104] J. Jeong and F. Hussain. On the identification of a vortex. *J.Fluid Mech.*, 285 : 69–94, 1995.

[105] W.P. Jones and B.E. Launder. The prediction of laminarization with a two-equation model of turbulence. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 15 :301–314, 1972.

[106] F. Kameier and W. Neise. Rotating blade flow instability as a source of noise in axial turbomachines. *Journal of Sound and Vibration*, 203(5), 1997.

[107] F. Kameier and W. Neise. Experimental stydu of tip clearance losses and noise in axial turbomachines and their reduction. *Journal of Turbomachinery*, 119 : 460–471, 1997.

[108] S. Kang and C. Hirsch. Experimental study on the three-dimensional flow within a compressor cascade with tip clearance : Part 1 - velocity and pressure fields. *Journal of Turbomachinery*, 115 :435–443, 1993.

[109] S. Kang and C. Hirsch. Experimental study on the three-dimensional flow within a compressor cascade with tip clearance : Part 2 - the tip leakage vortex. *Journal of Turbomachinery*, 115 :444–452, 1993.

[110] S. Kang and C. Hirsch. Tip leakage flow in linear compressor cascade. *Journal of Turbomachinery*, 116 :657–664, 1994.

[111] C. Kato and M. Ikegawa. Large eddy simulation of unsteady turbulent wake of a circular cylinder using the
nite element method. *Advances in Numerical Simulation of Turbulent Flows*, 117, 1991.

[112] C. Kato, A. Iida, Y. Takano, H. Fujita, and M. Ikegawa. Numerical prediction of aerodynamic noise radiated from low mach number turbulent wake. In *31st Aerospace Sciences Meeting and Exhibit*, 1993.

[113] A. Keating, G. De Prisco, and U. Piomelli. Interface conditions for hybrid rans/les calculations. *International journal of heat and fluid flow*, 27 :777–788, 2006.

[114] S. Khalid. *The effects of tip-clearance on axial compressor pressure rise*. PhD thesis, Massachesetts Institute of Technology, 1995.

[115] J. Kim, P. Moin, and R.D. Moser. Turbulent statistics in fully developed channel flow at low reynolds number. *J. Fluid Mech.*, 177 :133, 1987.

[116] A. Kolmogorov. The local structure of turbulence in incompressible viscous fluids for very large Reynolds' numbers. *Comptes Rendus (Doklady) de l'Académie des Sciences de l'URSS*, 30(4), 1941.

[117] A. Kourta, H. Boisson, P. Chassing, and H. Ha Minh. Nonlinear interaction and the transition to turbulence in the wake of a circular cylinder. *J. Fluid Mech.*, 181 :141–161, 1987.

[118] B. Lakshminarayana, M. Zaccaria, and B. Marathe. The structure of tip clearance flow in axial flow compressors. *Journal of Turbomachinery*, 117 :336–347, 1995.

[119] M. T. Landahl and E. Mollo-Christensen. *Turbulence and Random Processes in Fluid Mechanics*. Cambridge University Press, 1992.

[120] L. Langston. Secondary flows in axial turbines — a review. *Annals of the New York Academy of Sciences*, 934 :11–26, 2001.

[121] B.E. Launder and B.I. Sharma. Application of the energy dissipation model of turbulence to the calculation of flow near a spinning disc. *Letters in heat and mass transfer*, 1(2) :131–138, 1974.

[122] B. Van Leer. Towards the ultimate conservative difference scheme. *Journal of Computational Physics*, 32 :101–136, 1979.

[123] M. Lesieur. *Turbulence in Fluids*. Kluwer, 3rd edition, 1997.

[124] D.C. Leslie and G.L. Quarini. The application of turbulence theory to the formulation of subgrid modelling procedures. *J.Fluid Mech.*, 91 :65–91, 1979.

[125] M. J. Lighthill. On sound generated aerodynamically : 1.general theory. In *Proceeding of The Royal Society*, A211, pages 564–578, 1952.

[126] D.K. Lilly. A proposed modification of the germano subgrid-scale closure method. *Phys. Fluids A*, 4(3) :633–635, 1992.

[127] R.E. Longhouse. Controle of tip-vortex noise of axial flow fans by rotating shrouds. *Journal of sound and vibration*, 58(2) :201–214, 1978.

[128] T.S. Lund. On the use of discrete filters for large-eddy simulation. In *Proceedings of the Summer Program 1997*, pages 83–95, Center for Turbulence Research, Stanford, 1997.

[129] A. Lévêque. Les lois de la transmission de chaleur par convection. In *Annales des Mines ou Recueil de Mémoires sur l'Exploitation des Mines et sur les Sciences et les Arts qui s'y Rattachent, Mémoires, Tome XIII*, volume 13, pages 201–239, 1928.

[130] E. Lévêque, F. Toschi, L. Shao, and J.-P. Bertoglio. Shear-improved smagorinsky model for large-eddy simulation of wall-bounded turbulent flows. *J.Fluid Mech.*, 570 :491–502, 2007.

[131] W. Ma, X. Ottavy, L. Lu, F. Leboeuf, and F. Gao. Experimental study of corner stall in a linear compressor cascade. *Chinese Journal of Aeronautics*, 24(3) : 235–242, 2011.

[132] T. Maekawa and S. Mizuno. Flow around the separation point and in the near-wake of a circular cylinder. *Phys. Fluids Suppl.*, (S1847), 1967.

[133] R. Mailach, I. Lehmann, and K. Vogeler. Rotating instabilities in an axial compressor originating from the fluctuating blade tip votex. *Journal of Turbomachinery*, 123 :453–460, 2001.

[134] B. V. Marathe and B. Lakshminarayana. Experimental investigation of steady and unsteady flow field downstream of an automotive torque converter turbine and stator. *Internationl Journal of Rotating Machinery*, 2(2) :67–84, 1995.

[135] M. Michard, M. C. Jacob, and N. Grosjean. An experimental characterization of the flow past an airfoil in the wake of a circular rod. In *ASME Fluids Engineering Division Summer Meeting numéro FEDSM2002-31344*, 2002.

[136] P. Moin, K. Squires, W. Cabot, and S. Lee. A dynamic subgrid-scale model for compressible turbulence and scalar transport. *Physics of Fluids A*, 3(11) : 2746–2757, 1991.

[137] J. Moore and J.S. Tilton. Tip leakage flow in a linear turbine cascade. *Journal of Turbomachinery*, 110 :18–26, 1988.

[138] A. Moreau. Dlr test data report on configuration i. *Projet Européen PROBAND*, Délivrable D3.6, 2007.

[139] S.A. Morton, J.R. Forsythe, K.D. Squires, and R.M. Cummings. Detached-eddy simulations of full aircraft experiencing massively separated flows. In *The 5th Asian Computational Fluid Dynamics Conference*, Busan, Korea, Octobre 2003.

[140] R.D. Moser, J. Kim, and N.N. Mansour. Direct numerical simulation of turbulent channel flow up to $Re_\tau = 590$. *Physics of Fluids*, 11(4) :943–945, 1999.

[141] N.D. Mugridge and C.L. Morphey. Sources of noise in axial flow fan. *Journal of the Acoustical Society of America*, 51(5), 1972.

[142] C. Muthanna and W.J. Devenport. Wake of a compressor cascade with tip gap, Part 1 : Mean flow and turbulence structure. *AIAA journal*, 42(11), 2004.

[143] O. Métais and M. Lesieur. Spectral large-eddy simulation of isotropic and stably stratified turbulence. *J.Fluid Mech.*, 239 :157–194, 1992.

[144] L. Neuhaus and W. Neise. Active control to improve the aerodynamic performance and reduce the tip clearance noise of axial turbomachines with steady air

injection into the tip clearance gap. *Notes on numerical fluid mechanics and multidisciplinary design*, 95 :293–308, 2007.

[145] J. Nikuradse. Untersuchungen iiber die stromungen des wassers in konvergenten und divergenten kaniilen. *Forsch. Geb. Ing. Wes.*, (Heft 289), 1929.

[146] H. Nishimura and Y. Taniike. Aerodynamic characteristics of fluctuating forces on a circular cylinder. *J. Wind Eng. Ind. Aerodyn.*, 89 :713–723, 2001.

[147] C. Norberg. Ldv-measurements in the near waje of a circular cylinder. In *Advances in Understanding of Bluff Body Wakes and Vortex-Induced Vibration*, Washington DC, juin 1998.

[148] C. Norberg. Fluctuating lift on a circular cylinder : review and new measurements. *J. Fluids Struct.*, 17 :57–96, 2003.

[149] L. Nybelen. *Étude numérique d'écoulements tourbillonnaires de sillage d'avion*. PhD thesis, Université Paul Sabatier Toulouse III, 2008.

[150] G. Oliveira, P. Ferrand, and S. Aubert. Inlet wakes influence on axial transonic compressor performances. In *ASME Turbomachinery Conference*, 1999.

[151] P. Palafox, M.L.G. Oldfield, J.E. LaGraff, and T.V. Jones. PIV maps of tip leakage and secondary flow fields on a low-speed turbine blade cascade with moving endwall. *Journal of Turbomachinery*, 130(011001), 2008.

[152] M. Pamiès, P.E Weiss, E. Garnier, S. Deck, and P. Sagaut. Generation of synthetic turbulent inflow data for large eddy simulation of spatially evolving wall-bounded flows. *Physics of Fluids*, 21(045103), 2009.

[153] A. Papoulis. *Signal Analysis*. McGraw-Hill, New-York, 1984.

[154] J.L. Parant. Les nuisances acoustiques autour des aéroports. *Journal de Physique IV*, 4, mai 1994. Collocque C5, supplément au Journal de Physique III.

[155] R.E. Peacock. A review of turbomachinery tip gap effects ; Part 2 : Rotating machinery. *International Journal of Heat and Fluid Flow*, 4(1), 1983.

[156] S.B. Pope. *Turbulent flows*. Cambridge University Press, New York, 2000.

[157] L. Prandtl. Bericht über die entstehung der turbulenz. *Z. Angew. Math. Mech.*, 5 :136–139, 1925.

[158] A. Prasad and C. H. K. Williamson. The instability of a shear layer separating from a bluff body. *J. Fluid Mech.*, 333 :375–402, 1997.

[159] W. H. Press, S. A. Teukolsky, W. T. Vetterling, and B. P. Flannery. *Numerical Recipes*. Cambridge University Press, 1992.

[160] D.A. Rains. *Tip clearance flows in axial flow compressors and pumps*. PhD thesis, California Institute of technology, 1954.

[161] S. Rajagopalan and R. A. Antonia. Flow around a circular cylinder - structure of the near wake shear layer. *Experiments in Fluids*, 38 :393–402, 2005.

[162] O. Reynolds. An experimental investigation of the circumstance which determine whether the motion of water shall be direct or sinuous, and of the law of resistance in parallel channles. *Philos. Trans.*, 174 :935–82, 1883.

[163] L.F. Richardson. *Weather Prediction by Numerical Process*. Cambridge Univ. Press, Cambridge, UK, 1922.

[164] W. Rodi. Large-eddy simulations of the flow past bluff bodies : state-of-the-art. *JSME*, 41(361), 1998.

[165] A. Roshko. Experiments on the flow past a circular cylinder at very high reynolds number. *J.Fluid Mech.*, 10(3) :345–356, 1961.

[166] O. Rübenkönig. *The Finite Difference Method (FDM) - An introduction*. Albert Ludwigs University of Freiburg, 2006.

[167] A. Sachdeva and F. Leboeuf. Topologica studies of three-dimensional flows in a high pressure compressor stator blade row without and with boundary layer aspiration. *Chinese journal of aeronautics*, 24 :541–549, 2011.

[168] P. Sagaut. *Large-Eddy Simulation for Incompressible Flows*. Springer, 2006.

[169] P. Sagaut, P. Comte, and F. Ducros. Filtered subgrid-scale models. *Physics of Fluids*, 12(1), 2000.

[170] H. Schneider, D. von Terzi, H.-J.Bauer, and W. Rodi. Reliable and accurate prediction of three-dimensional separation in asymmetric diffusers using large-eddy simulation. *Journal of Fluids Engineering*, 132(3), 2010.

[171] C. E. Shannon. A mathematical theory of communication. *Bell System Technical Journal*, 27 :379–423 and 623–656, July and October 1948.

[172] C. E. Shannon. Communication in the presence of noise. In *Proc. IRE*, volume 37, pages 10–21, 1949.

[173] K. Shimizu and M. Kawamura. Spanwise correlation measurement behind a circular cylinder in subcritical reynolds number region. *Journal of physical society of Japan*, 32 :1454, 1972.

[174] S.A. Sjolander and D. Cao. Measurement of the flow in an idealized turbine tip gap. *Transaction of the ASME*, 117 :578–584, 1995.

[175] J. Smagorinsky. General circulation experiments with the primitive equations. *Monthly Weather Review*, 91(3), 1963.

[176] L. Smati. *Contribution au développement d'une méthode numérique d'analyse des écoulements instationnaires. Applications aux turbomachines.* PhD thesis, Ecole Centrale de Lyon, 1997.

[177] L. Smati, P. Ferrand, and S. Aubert. Numerical study of unsteady shock motion to understand transonic flutter. In *Proc. of Euromech 349 on Simulation of Fluid-Structure Interaction in Aeronautics*, 1996.

[178] L. Smati, S. Aubert, P. Ferrand, and F. Massao. Comparison of numerical schemes to investigate blade flutter. In *8th International Symposium on Unsteady Aerodynamics and Aeroelasticity of Turbomachines*, 1997.

[179] L.H. Smith. *Casing boundary layers in multi-stage axial flow compressors.* Brown Boveri : flow research in blading. Elsevier, 1970.

[180] A. Sommerfeld. Ein beitrag zur hydrodynamischen erklärung der turbulenten flüssigkeitsbewegung. In *Int. Congr. Math., 4th*, volume 3, pages 116–24, 1908.

[181] P.R. Spalart, W.H. Jou, M. Strelets, and S.R. Allmaras. *Advances in DNS/LES*, chapter Comments on the feasability of LES for wings, and on a hybrid RANS/LES approach, pages 137–147. Greyden Press, 1997.

[182] C. G. Speziale, G. Erlebacher, T. A. Zang, and M. Y. Hussaini. The subgrid-scale modeling of compressible turbulence. *Physics of Fluids*, 31(940), 1988.

[183] H.B. Squire and K.G. Winter. The secondary flow in a cascade of airfoils in a nonuniform stream. *Journal of the Aeronautical Sciences*, 18 :271–277, 1951.

[184] J.A. Storer and N.A. Cumpsty. An approximate analysis and prediction method for tip clearance loss in axial compressor. *Journal of Turbomachinery*, 116(4) : 648–656, 1994.

[185] J.A. Storer and N.A. Cumptsy. Tip leakage flow in axial compressors. *Journal of Turbomachinery*, 113 :252–259, 1991.

[186] A.J. Strazisar and J.D. Denton. CFD code assessment in turbomachinery - A progress report. In *Global Gas Turbine News*, pages 12–14, mai-juin 1995.

[187] S. Szepessy. On the spanwise correlation of vortex shedding from a circular cylinger at high subcritical reynolds number. *Physics of Fluids*, 6(7), 1994.

[188] S. Szepessy and P. W. Bearman. Aspect ratio and end plate effects on vortex shedding from a circular cylinder. *J.Fluid Mech.*, 234 :191–217, 1992.

[189] G.R. Tabor and M.H. Baba-Ahmadi. Inlet conditions for large eddy simulation : A review. *Computer and fluids*, 39 :553–567, 2010.

[190] C.M. Tchen. On the spectrum of energy in turbulent shear flow. *Journal of Research of the National Bureau of Standards*, 50(1), 1953.

[191] F. Toschi, H. Kobayashi, U. Piomelli, and G. Iaccarino. Backward-facing step calculations using shear improved smagorinsky model. In *Proceedings of the Summer Program 2006*, Center for turbulent research, Stanford, 2006.

[192] P. Tucker, S. Eastwood, C. Klostermeier, R. Jefferson-Loveday, J. Tyacke, and Y. Liu. Hybrid les approach for practical turbomachinery flows—part i : Hierarchy and example simulations. *Journal of Turbomachinery*, 134(2) :021023, 2012.

[193] P. Tucker, S. Eastwood, C. Klostermeier, H. Xia, P. Ray, J. Tyacke, and W. Dawes. Hybrid les approach for practical turbomachinery flows—part ii : Further applications. *Journal of Turbomachinery*, 134(2) :021024, 2012.

[194] M. Tutar and A.E. Holdø. Computational modelling of flow around a circular cylinder in sub-critical flow regime with various turbulence models. *International journal for numerical methods in fluids*, 35 :763–784, 2001.

[195] I. Veloudis, Z. Yang, J.J. McGuirk, G.J. Page, and A. Spencer. Novel implementation and assessment of a digital filter based approach for the generation of les inlet conditions. *Flow turbulence combust*, 79 :1–24, 2007.

[196] Th. von Kármán. *Selected topics in the light of their historical development.* Cornell Univ. Press, Ithaca, NY, 1954.

[197] B.C. Wang, E. Yee, D.J. Bergstrom, and O. Iida. New dynamic subgrid-scale heat flux models for large-eddy simulation of thermal convection based on the general gradient diffusion hypothesis. *J.Fluid Mech.*, 604 :125–163, 2008.

[198] M. Wang, P. Catalano, and G. Iaccarino. Prediction of high reynolds number flow over a circular cylinder using les with wall modeling. Technical report, Center for Turbulence research, Annual Research Briefs 2001.

[199] Y. Wang. Tip leakage flow downstream of a compressor cascade with moving endwall. Master's thesis, Dept. of Aerospace and Ocean Engineering, Virginia Polytechnic Inst. and State Univ., 2000.

[200] Y. Wang and W.J. Devenport. Wake of a compressor cascade with tip gap, Part 2 : effects of endwall motion. *AIAA Journal*, 42(11), 2004.

[201] C.W. Wenger, W.J. Devenport, K.S. Wittmer, and C. Muthanna. Wake of a compressor cascade with tip gap, Part 3 : two-point statistics. *AIAA journal*, 42 (11), 2004.

[202] D.C. Wilcox. Turbulence modeling for CFD. Technical report, DCW industries, Inc., La cañada, CA, 1993.

[203] C.H.K. Williamson. Vortex dynamics in the cylinder wake. *Annual Reviews of Fluid Mechanics*, 28 :477–539, 1996.

[204] M. Yokokawa, K. Itakura, A. Uno, T. Ishihara, and Y. Kaneda. 16.4-tflops direct numerical simulation of turbulence by a fourier spectral method on the earth simulator. In *Proceedings of the 2002 ACM/IEEE Conference on Supercomputing*, 2002.

[205] S. Yokuda and B. R. Ramaprian. The dynamics of flow around a cylinder at subcritical reynolds numbers. *Phys. Fluids A*, 2(5) :784–791, may 1990.

[206] A. Yoshizawa. Statistical theory for compressible turbulent shear flows, with the application to subgrid modeling. *Physics of Fluids*, 29(2152), 1986.

[207] A. Yoshizawa. A statistically-derived subgrid model for the large-eddy simulation of turbulence. *Phys. Fluids A*, 3(8) :2007–2009, 1991.

[208] A. Yoshizawa and K. Horiuti. A statistically-derived subgrid-scale kinetic energy model for the large-eddy simulation of turbulent flows. *J. Phys. Soc. Japan*, 54 (8) :2834–2839, 1985.

[209] D. You, R. Mittal, M. Wang, and P. Moin. Computational methodology for large-eddy simulation of tip clearance flows. *AIAA Journal*, 42(2), 2004.

[210] D. You, M. Wang, P. Moin, and R. Mittal. Effects of tip-gap size on the tip-leakage flow in a turbomachinery cascade. *Physics of Fluids*, 18(10), 2006.

[211] D. You, M. Wang, P. Moin, and R. Mittal. Vortex dynamics and low-pressure fluctuations in the tip-clearance flow. *Journal of Fluids Engineering*, 129 :1002–1014, 2007.

[212] D. You, M. Wang, P. Moin, and R. Mittal. Large-eddy simulation analysis of mechanisms for viscous losses in a turbomachinery tip-clearance flow. *J.Fluid Mech.*, 586 :177–204, 2007.

[213] M.M. Zdravkovich. *Flow around circular cylinders*. Oxford Science Publications, 1997.

dernière page de la thèse

AUTORISATION DE SOUTENANCE

Vu les dispositions de l'arrêté du 7 août 2006,

Vu la demande du Directeur de Thèse

Monsieur M. JACOB

et les rapports de

Madame L. DANAILA
Professeur - CORIA - UMR CNRS 6614 - Université de Rouen - Site universitaire du Madrillet - BP 72
76801 SAINT-ETIENNE-DU-ROUVRAY cedex

Et de

Monsieur N. GOURDAIN
Chercheur Senior HDR - Cerfacs - 42, avenue Gaspard Coriolis - 31057 TOULOUSE cedex 01

Monsieur CAHUZAC Adrien

est autorisé à soutenir une thèse pour l'obtention du grade de **DOCTEUR**

Ecole doctorale MECANIQUE, ENERGETIQUE, GENIE CIVIL ET ACOUSTIQUE

Fait à Ecully, le 12 juillet 2012

P/Le directeur de l'E.C.L.
La directrice des Etudes

ECOLE CENTRALE DE LYON
SCOLARITE
3ème Cycle

M-A. GALLAND