Détection et caractérisation d'exoplanètes : développement et exploitation du banc d'interférométrie annulante Nulltimate et conception d'un système automatisé de classement des transits détectés par CoRoT

Olivier Demangeon

▶ **To cite this version:**

Olivier Demangeon. Détection et caractérisation d'exoplanètes : développement et exploitation du banc d'interférométrie annulante Nulltimate et conception d'un système automatisé de classement des transits détectés par CoRoT. Autre. Université Paris Sud - Paris XI, 2013. Français. NNT : 2013PA112098 . tel-00875652

HAL Id: tel-00875652

https://theses.hal.science/tel-00875652

Submitted on 22 Oct 2013

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

École doctorale d'astronomie et astrophysique d'Île-de-France

Détection et caractérisation d'exoplanètes :

développement et exploitation du banc d'interférométrie annulante Nulltimate et conception d'un système automatisé de classement des transits détectés par CoRoT.

THÈSE

présentée et soutenue publiquement le 28 juin 2013

pour l'obtention du

Doctorat de l'université Paris-Sud

(mention astronomie et astrophysique)

par

Olivier Demangeon

Composition du jury

Président :	Jean-Pierre Bibring	Professeur des universités
Directeur de thèse :	Marc Ollivier	Astronome
Rapporteurs :	Bertrand Mennesson Claire Moutou	Senior scientist Directrice de recherche
Examinateurs :	Roi Alonso Alain Chelli	Ramón y Cajal fellow Astronome
Invités :	Pascal Bordé Alain Léger	Maitre de Conférence Directeur de recherche

Institut d'Astrophysique Spatiale — UMR 8617

Table des matières

Listes des figures ix

Listes des tableaux xv

Remerciements 1

Introduction 3

I L'interférométrie annulante 7

1 Objectifs scientifiques et concepts de base de l'I.A. 11
1.1 Objectifs scientifiques . . . 13
1.2 Principales difficultés observationnelles . . . 16
1.2.1 Séparation angulaire . . . 17
1.2.2 Contraste . . . 18
1.2.3 Nuage zodiacal et exozodical . . . 20
1.2.3.1 La lumière zodiacale . . . 20
1.2.3.2 La lumière exozodiacale . . . 21
1.3 Interférométrie annulante : de Bracewell à Emma . . . 22
1.3.1 Concepts de base . . . 22
1.3.1.1 L'interférométrie classique : . . . 22
1.3.1.2 L'interféromètre de Bracewell . . . 27
1.3.2 Quels problèmes subsistent ? . . . 31
1.3.2.1 L'étendue spatiale de l'étoile. . . . 31
1.3.2.2 Problème de la poussière exozodiacale. . . . 32
1.3.3 Concepts d'I.A. et méthodes de modulation plus complexes . . . 32
1.4 Panorama des interféromètres annulants . . . 33
1.4.1 Interféromètres annulants au sol . . . 33
1.4.1.1 Le K.I.N. : *Keck Interferometer Nuller* . . . 33
1.4.1.2 Le P.F.N. : *Palomar Fiber Nuller* . . . 34
1.4.1.3 Le LBTI-NIC . . . 34
1.4.2 Projets d'interféromètres annulants spatiaux . . . 35
1.4.2.1 Darwin et TPF-I . . . 35

2 Nulltimate : Cahier des charges 37
2.1 Historique de l'I.A. à l'I.A.S. . . . 39
2.1.1 Banc de Marc Ollivier . . . 39

2.1.2 Banc SYNAPSE . . . 39
2.1.3 Banc NULLTIMATE . . . 41
2.2 Cahier des charges haut niveau pour l'I.A. . . . 43
2.2.1 Bruit de photons de la planète . . . 44
2.2.2 Bruit dû aux fuites de l'étoile . . . 44
2.2.2.1 Bruit dû aux fuites "instrumentales" . . . 47
2.2.2.2 Bruit dû aux fuites "configurationnelles" . . . 47
2.2.3 Bruit de variabilité . . . 48
2.2.4 Budget haut niveau de bruit. . . . 49
2.3 Cahier des charges pour NULLTIMATE . . . 51
2.3.1 CdC haut niveau de NULLTIMATE . . . 52
2.3.1.1 $\langle \mathcal{N} \rangle_D$ et $\sigma_{\langle \mathcal{N} \rangle_D}$ . . . 52
2.3.1.2 Environnement . . . 52
2.3.1.3 Structure temporelle de l'extinction . . . 52
2.3.2 Cahier des charges bas niveau pour NULLTIMATE . . . 54
2.3.2.1 Analyse de l'expression générale du taux d'extinction . . . 54
2.3.2.2 Allocation du budget d'extinction . . . 60
2.3.2.3 Allocation d'extinction . . . 63
2.3.2.4 Allocations par sous-ensembles . . . 63

3 NULLTIMATE : Description et Modélisation 67
3.1 Le bloc source . . . 70
3.1.1 Fonctions . . . 70
3.1.2 Les différentes sources . . . 71
3.1.3 La fibre d'entrée . . . 72
3.1.4 Modélisation du faisceau dans l'interféromètre . . . 74
3.1.4.1 Calcul du *waist* et de la divergence asymptotique du faisceau en sortie de bloc source . . . 75
3.1.4.2 Transmission théorique du bloc Source . . . 76
3.1.4.3 Caractéristiques du faisceau en sortie du bloc source . . . 78
3.1.5 Impact dans le budget d'extinction . . . 78
3.2 Le bloc interféromètre (Mach-Zender + APS) . . . 79
3.2.1 Fonctions . . . 79
3.2.2 Les déphaseurs achromatiques . . . 80
3.2.3 Séparatrice-recombinatrice et compensatrice . . . 82
3.2.4 Lignes à retard . . . 83
3.2.4.1 Actionneur de la ligne à retard grossière : . . . 84
3.2.4.2 Actionneur de la ligne à retard fine : . . . 84
3.2.5 Modélisation . . . 85
3.2.5.1 Transmission-Réflexion des lames prismatiques . . . 85
3.2.5.2 Transmission des APS . . . 86
3.2.5.3 Transmission totale du bloc interféromètre . . . 86
3.2.6 Impact sur le budget d'extinction . . . 87
3.3 Le bloc polarisation . . . 87
3.3.1 Fonctions . . . 87
3.3.2 Description . . . 88
3.3.3 Modélisation de la transmission des polariseurs . . . 88
3.4 Le bloc fibre de sortie . . . 89
3.4.1 Fonctions . . . 89
3.4.1.1 Principe de l'équilibrage des intensités . . . 89

3.4.1.2 Filtrage modal . . . 91
3.4.1.3 Recombinaison des faisceaux . . . 92
3.4.2 La fibre de sortie . . . 92
3.4.3 Transmission théorique du bloc fibre optique de sortie . . . 92
3.4.4 Impact sur le budget d'erreur . . . 93
3.5 Le bloc détecteurs . . . 94
3.5.1 Fonctions . . . 94
3.5.2 La chaîne de détection . . . 94
3.5.2.1 Principe du système de détection synchrone . . . 95
3.5.2.2 Les détecteurs InSb cryogéniques . . . 95
3.5.2.3 Caractéristiques de nos chaînes de détection . . . 95
3.5.2.4 Principe du signal science sur référence . . . 97
3.5.3 Impact sur le budget d'extinction . . . 97
3.6 Informatique de commande . . . 97

4 NULLTIMATE : Résultats et conclusions 101
4.1 Résultats en termes d'extinction et de stabilité . . . 103
4.1.1 Mesures du taux d'extinction $\mathcal{N}$ . . . 103
4.1.1.1 Mesure en polychromatique à 2,3 µm . . . 103
4.1.1.2 Mesure en monochromatique à différentes longueurs d'onde 2,3 µm, 3,4 µm . . . 104
4.1.1.3 Interprétation de ces mesures : . . . 105
4.1.2 Mesures de stabilité . . . 111
4.1.2.1 Principe du *dithering* en DDM . . . 111
4.1.2.2 Stabilité de DDM sur NULLTIMATE . . . 113
4.1.2.3 Mesures de dithering . . . 113
4.2 Conclusions et perspectives . . . 114
4.2.1 État de l'art . . . 114
4.2.2 Bilan . . . 116
4.2.3 Perspectives . . . 117

Changement de sujet en cours de thèse 119

II Conception et développement du système automatisé de classement des transits détectés par COROT : BART 121

5 Objectifs et contexte de la photométrie des transits 125
5.1 Principe de la méthode de photométrie des transits . . . 127
5.1.1 Qu'est ce qu'un transit ? . . . 127
5.1.2 Caractéristiques inhérentes à la méthode des transits . . . 128
5.1.2.1 Probabilité géométrique de transit . . . 128
5.1.2.2 Période d'observation et rapport cyclique . . . 129
5.1.2.3 Détectabilité des transits . . . 131
5.1.2.4 Résolution angulaire . . . 134
5.1.3 Avantages et inconvénients de la méthode des transits . . . 138
5.2 Objectifs scientifiques de la méthode de photométrie des transits . . . 139
5.2.1 Statistiques sur la population des exoplanètes . . . 139
5.2.1.1 Distribution en rayon, en demi-grand axe, etc. . . . 140

5.2.1.2 Comparaison avec les modèles de formation et de migration planétaire . . . 141
5.2.2 La découverte, la première caractérisation et la modélisation de nouveaux types d'exoplanète . . . 142
5.2.2.1 Les « planètes à océan de lave » (*lava-ocean planets*) . . . 142
5.2.2.2 L'anomalie sur le rayon des jupiters chauds . . . 144
5.3 Objectifs de mon travail . . . 145
5.3.1 Objectif de mon travail sur les données CoRoT . . . 145
5.3.2 Pourquoi cet objectif ? . . . 145
5.3.3 Résumé des objectifs de mon travail . . . 146
5.4 Le satellite et les données de CoRoT . . . 147
5.4.1 CoRoT du côté mécanique . . . 147
5.4.1.1 Présentation du satellite CoRoT. . . . 147
5.4.1.2 L'orbite de CoRoT, les champs d'observation et les *runs* . . . 147
5.4.2 CoRoT du côté optique . . . 150
5.4.2.1 Chemin optique . . . 150
5.4.2.2 Le bloc focal . . . 150
5.4.2.3 La FEP de CoRoT . . . 152
5.4.3 Les données fournies par CoRoT . . . 153
5.4.3.1 L'échantillonnage temporel . . . 153
5.4.3.2 Les masques photométriques et les couleurs . . . 153

6 Formalisme bayésien et nature des transits **155**
6.1 Pourquoi le formalisme bayésien ? . . . 156
6.1.1 Les notions d'inférence et de probabilité . . . 156
6.1.1.1 L'inférence et la probabilité fréquentiste . . . 157
6.1.1.2 L'inférence et la probabilité bayésiennes . . . 157
6.1.2 Les raisons de mon choix du formalisme bayésien . . . 157
6.2 Comparaison bayésienne de modèles . . . 158
6.2.1 Théorème de Bayes appliqué à la comparaison de modèle . . . 159
6.2.2 Choix des probabilités *a priori* sur les modèles et processus d'apprentissage 160
6.2.2.1 Le processus d'apprentissage . . . 161
6.2.2.2 Données indépendantes . . . 161
6.2.3 Calcul de la vraisemblance du modèle . . . 161
6.2.3.1 Nécesssité du calcul numérique . . . 162
6.2.3.2 Choix des probabilités *a priori* sur les paramètres du modèle . . . 162
6.2.3.3 Rasoir d'Ockham . . . 162
6.3 Inférence bayésienne de paramètres . . . 165
6.3.1 Théorème de Bayes appliqué à l'inférence de paramètres . . . 166
6.3.2 Calcul de la vraisemblance des paramètres . . . 166
6.3.3 Résumé de l'inférence . . . 167
6.3.3.1 Valeur des paramètres . . . 167
6.3.3.2 Intervalle d'erreur sur les paramètres . . . 167

7 Application aux données de CoRoT : BART **171**
7.1 Méthodologie de l'outil . . . 173
7.1.1 Rappel des objectifs de l'outils . . . 173
7.1.2 Ampleur de la tâche à réaliser . . . 173
7.1.3 Les grandes lignes du développement . . . 174
7.1.4 Conséquences de cette méthodologie de développement . . . 174

7.2 Les différents modèles en compétition . . . 176
7.2.1 Comment choisir les différents modèles en compétition ? . . . 176
7.2.2 Les modèles et descriptions simplifiées . . . 177
7.2.2.1 Description des données utilisées et notations . . . 177
7.2.2.2 Jeux de paramètres et hypothèse simplificatrices . . . 181
7.2.2.3 Modèle {étoile + planète} avec contamination . . . 182
7.2.2.4 Modèle {étoile + étoile} de période simple avec contamination . 185
7.2.2.5 Modèle {étoile + étoile} de période double avec contamination . 186
7.2.3 Les *a priori* . . . 187
7.2.3.1 *A priori* sur les paramètres . . . 187
7.2.3.2 *A priori* sur les modèles . . . 199
7.2.4 Modèles non redondants . . . 200
7.3 Calculs numériques . . . 200
7.3.1 Exploration de l'espace des paramètres : Objectifs et principe des méthodes MCMC . . . 201
7.3.1.1 Algorithme de Metropolis-Hasting (MH) . . . 202
7.3.1.2 Estimation de f et inférence de paramètres à partir d'une chaîne MCMC . . . 205
7.3.1.3 Importance du choix et du réglage de la distribution de saut . . . 205
7.3.1.4 Comment réaliser le réglage de la distribution de sauts ? . . . 207
7.3.1.5 Algorithmes automatisés . . . 207
7.3.1.6 Test de l'algorithme MCMC automatisé AMHG05. . . . 208
7.3.1.7 Mon algorithme de MCMC automatisé . . . 210
7.3.1.8 Test de mon algorithme MCMC automatisé . . . 219
7.3.1.9 Problème posé par une corrélation importante entre les paramètres d'un modèle . . . 221
7.3.2 Intégration . . . 222
7.3.2.1 Intégration par méthode de Monte Carlo . . . 222
7.3.2.2 Incertitude sur le calcul de l'intégrale . . . 223

8 Résultats : analyse et perspectives 225
8.1 Analyse des résultats obtenus sur 22 des candidats du LRc02 . . . 226
8.1.1 Trapèze à fond arrondi . . . 226
8.1.2 Présentation de résultats . . . 227
8.1.3 Analyse de ces résultats . . . 227
8.1.3.1 Pertinence de probabilités extrêmement faibles et classements alternatifs . . . 227
8.1.3.2 À propos des candidats planétaires confirmés . . . 230
8.1.3.3 À propos des faux-positifs confirmés . . . 234
8.1.3.4 À propos des candidats non identifiés . . . 236
8.1.3.5 Bilan sur cette étude . . . 239
8.2 Comparaison avec les outils existants . . . 240
8.2.1 Le système de classement CoRoT existant . . . 240
8.2.1.1 Description des systèmes de classement existants dans la communauté de CoRoT . . . 240
8.2.1.2 Avantages et inconvénients . . . 240
8.2.2 Comparaison avec les travaux de Morton et Johnson . . . 241
8.2.2.1 Estimation du taux de faux positifs dans les candidats Kepler : Morton & Johnson 2011 . . . 241

8.2.2.2 Estimation du taux de faux positifs dans les candidats Kepler : Morton 2012 . . . 242
8.2.3 Comparaison avec BLENDER/PASTIS . . . 244
8.3 Conclusions et perspectives . . . 245

Conclusion **247**

Annexes **249**

A Caractéristiques des principaux astres du système solaire **251**

B Simulations systèmes {étoile + planète} **255**

C Description de NULLTIMATE : compléments **261**
C.1 La salle propre et le banc optique . . . 261
C.2 Le bloc source . . . 263
C.2.1 Les différentes sources . . . 263
C.2.1.1 Laser HeNe Visible . . . 264
C.2.1.2 Laser HeNe infrarouge proche . . . 264
C.2.1.3 Diode laser infrarouge proche . . . 264
C.2.1.4 Source laser blanc infrarouge . . . 266
C.2.2 La fibre d'entrée . . . 266
C.2.3 Modélisation du faisceau dans l'interféromètre : Calcul du *waist* et de la divergence asymptotique du faisceau en sortie de la fibre . . . 266
C.3 Le bloc interféromètre (Mach-Zender + APS) . . . 267
C.3.1 Les déphaseurs achromatiques : Périscopes . . . 267
C.3.2 Séparatrice-recombinatrice et compensatrice . . . 269
C.3.3 Lignes à retard : Point de vue optique . . . 270
C.3.4 Les obturateurs . . . 272
C.4 Le bloc polarisation . . . 275
C.5 Le bloc fibre de sortie . . . 275
C.5.1 Équilibrage des intensités : Obturateurs à coins de camembert . . . 275
C.5.2 Équilibrage des intensités : couplage dans la fibre (remarques) . . . 276
C.5.3 fibre de sortie : actionneurs de la platine de translation 3 axes de la tête de fibre d'entrée . . . 279
C.6 Le bloc détecteurs . . . 279
C.6.1 Principe du système de détection synchrone . . . 279
C.6.2 La chaîne de détection . . . 280
C.6.2.1 Les détecteurs InSb cryogénique : Description complète des caractéristiques . . . 280
C.6.2.2 Caractéristiques de nos chaînes de détection . . . 285

D Modélisation en optique gaussienne du banc **287**
D.1 Rudiments d'optique gaussienne . . . 287
D.1.1 Pourquoi a-t-on besoin de l'optique gaussienne ? . . . 287
D.1.2 Qu 'est ce qu'un faisceau gaussien . . . 287
D.1.3 Effet d'une lentille sur un faisceau Gaussien . . . 289
D.1.3.1 Relation de conjugaison . . . 290
D.1.3.2 Relation de grandissement . . . 291

D.1.3.3 Grossissement du *waist* et de la distance de Rayleigh . . . 291
D.1.4 Effet d'une parabole sur un faisceau Gaussien . . . 291
D.1.5 Effet d'un dioptre sur un faisceau Gaussien . . . 291
D.1.5.1 Lois de Snell-Descartes . . . 291
D.1.5.2 Coefficients de Fresnel . . . 293
D.1.6 Effet d'une fibre monomode sur un faisceau Gaussien . . . 293
D.1.6.1 Caractéristiques des faisceaux gaussions qui sortent d'une fibre optique monomode . . . 294
D.1.6.2 Transmission d'une fibre optique monomode . . . 294
D.2 Programmation du code de modélisation . . . 297

E Définition des caractéristiques des actionneurs 299
E.1 Résolution (en anglais *precision*) . . . 299
E.1.1 Mécaniquement parlant ; . . . 299
E.1.2 Métrologiquement parlant ; . . . 299
E.1.3 Commercialement parlant. . . . 299
E.2 Mouvement incrémental minimum (MIM) (en anglais *minimum incremental motion*) 300
E.3 Répétabilité (en anglais repeatability) . . . 300
E.4 Précision (en anglais *resolution*) . . . 300
E.5 Biais (en anglais *bias* opposé de *accuracy* ; . . . 301

F Fibres optiques Verre Fluoré 303
F.1 Description générale d'une fibre optique ; . . . 303
F.2 Caractéristiques de fibres utilisées pour le banc NULLTIMATE . . . 303
F.2.1 Tableau récapitulatif des fibres Verre Fluoré (VF) . . . 303
F.2.2 Détails des propriétés des fibres . . . 305
F.2.2.1 Diamètres de coeur et de gaine . . . 305
F.2.2.2 Précision du positionnement du coeur de fibre . . . 305
F.2.2.3 Indice de réfraction du coeur et de la gaine . . . 305
F.2.2.4 Ouverture numérique . . . 305
F.2.2.5 Longueur d'onde de coupure . . . 305
F.2.2.6 Gaine mécanique : Résine . . . 306
F.2.2.7 Qualité des interfaces . . . 306
F.2.2.8 Atténuation du mode propre . . . 307
F.2.2.9 Fiche récapitulative. . . . 307
F.2.3 Liste récapitulative de nos fibres achetées chez Verre-Fluoré . . . 308
F.2.4 Liste non exhaustive des fibres disponibles chez Verre-Fluoré . . . 310

G Détail des tests des l'algorithme automatisé et présentation des outils classiques du MCMC 313
G.1 Test de l'algorithme MCMC de P. Gregory, AMHG05 . . . 313
G.1.1 Visualisation des résultats de l'algorithme de réglage automatisé des σ_{param} 313
G.1.2 Visualisation des traces des différents paramètres . . . 315
G.1.3 Test de Geweke . . . 319
G.1.4 Autocorrélation des traces . . . 319
G.1.5 Nuages de corrélation et DDP *a posteriori* . . . 321
G.1.6 Densité de probabilité *a posteriori* marginales . . . 321
G.2 Étude de mon algorithme MCMC automatisé et comparaison avec l'algorithme AMHG05 . . . 326
G.2.1 Comparaison rapide de mon algorithme et de l'algorithme AMHG05 sur quelques cas précis . . . 326

G.2.2 Comparaison poussée de mon algorithme et de l'algorithme AMHG05 vis-à-vis des différents modèles 328

H Liste de publications **341**

Bibliographie **343**

Table des figures

1 Spectromètre Élodie 5

1.1 Dégénérescence du diagramme masse-rayon 14
1.2 Simulations de spectres terrestres à différents moment de son histoire 16
1.3 Contraste Terre/Soleil : comparaison des spectres terrestre et solaire 18
1.4 Problème de contraste : Simulations d'observations d'un système étoile-planète avec un télescope monolithique 20
1.5 Photo de la lumière zodiacale 21
1.6 Schéma simplifié d'un interféromètre à 2 télescopes 23
1.7 Simulation d'un paquet de franges lors de l'observation d'une source ponctuelle . 25
1.8 Problème de chromaticité lors d'observations avec un interféromètre 28
1.9 Schéma de principe d'un interféromètre de Bracewell 29
1.10 Principe de la modulation physique 30
1.11 Problème des fuites stellaires avec un interféromètre annulant 32
1.12 Photo du Keck Interferometric Nuller 33
1.13 Photo du télescope de 5 mètre du Mont Palomar 34
1.14 Photo du Large Binocular Telescope 35
1.15 Vue d'artiste du projet Darwin 36

2.1 Premier banc d'interférométrie annulante réalisé à l'I.A.S. par Marc Ollivier. . . . 39
2.2 Photographie du banc SYNAPSE 40
2.3 Dessin C.A.O. du banc NULLTIMATE(première version) 41
2.4 Structure temporelle du taux d'extinction 53
2.5 Séparation des contraintes de stabilité du taux d'extinction en composantes hautes et basses fréquences 53
2.6 Principe des faisceaux parasites créés par les lames à faces parallèles 59

3.1 Photo du banc NULLTIMATE. 69
3.2 Schéma optique globale de NULLTIMATE à l'heure actuelle 69
3.3 Schéma optique du bloc source 71
3.4 Allure du faisceau dans l'interféromètre 74
3.5 Caractéristiques d'un faisceau gaussien 75
3.6 Une particularité de l'optique gaussienne : Positionnement du *waist* image 76
3.7 Caractéristiques du faisceau en sortie de parabole P6 77
3.8 Schéma du bloc interféromètre de Mach-Zender 79
3.9 Déphaseur achromatique *focus crossing* 81
3.10 Photographie de l'ensemble séparatrice-compensatrice {Sep10+Comp11} 82
3.11 Principe des lames prismatiques 83
3.12 Ligne à retard en toit 84
3.13 Photo du polariseurs à brins d'or de sortie 88
3.14 Schéma du bloc fibre de sortie 89

3.15 Principe de l'équilibrage des flux par la fibre de sortie. 90
3.16 Schéma du bloc détecteur. 94
3.17 Photographie du détecteur science 95
3.18 Réponse spectrale de nos détecteurs 96
3.19 Exemple de face avant du logiciel de pilotage de NULLTIMATE 99

4.1 Interférogramme et mesure du taux d'extinction réalisée en bande K 103
4.2 Interférogramme et mesure du taux d'extinction monochromatique 2,342 µm . . . 104
4.3 Interférogramme et mesure du taux d'extinction monochromatique à 3,4 µm . . . 106
4.4 Etude visant à déterminer la précision des actionneurs de la tête de fibre de sortie pour le réglage du déséquilibre des intensités 109
4.5 Spectre d'atténuation de la résine des fibres Verre Fluoré 110
4.6 Principe du dithering en DDM 112
4.7 Premiers résultats de *dithering* en DDM sur NULLTIMATE 115
4.8 État de l'art des résultats de laboratoire en termes de taux d'extinction 116

5.1 Schéma de principe du transit d'une exoplanète devant son étoile-hôte. 127
5.2 Schéma de principe du calcul de la probabilité géométrique de transit. 128
5.3 Représentation schématique de la courbe de lumière d'une étoile durant un transit planétaire 132
5.4 Schémas des différents types de scénario de faux positifs 137
5.5 Distribution en rayon et en période des candidats planétaires détectés par Kepler 140
5.6 Comparaison des modèles de formation et de migration avec la distribution des candidats Kepler 141
5.7 Structure interne des *Lava-ocean planets* 143
5.8 Anomalies sur le rayon des jupiters chauds 144
5.9 Le satellite COROT 147
5.10 Orbite polaire inertielle 148
5.11 Cycle annuel de COROT 149
5.12 Les yeux de COROT 149
5.13 Schéma Optique de COROT 150
5.14 Schéma du plan focal de COROT 151
5.15 Réponse spectrale de COROT 152
5.16 Allure de la FEP de COROT sur la voie exoplanètes 152
5.17 Exemples de masques séparés en trois couleurs 154

6.1 Rasoir d'Ockham : données insuffisantes pour contraindre le paramètre 164
6.2 Rasoir d'Ockham : Pénalisation de la complexité 165
6.3 Choix de la valeur pour l'estimation d'un paramètre 168
6.4 Choix de l'intervalle d'erreur sur l'estimation d'un paramètre 169

7.1 Courbe de lumière du *run* LRC02, étoile E1-0126 alias COROT-7 174
7.2 Filtrage de l'activité stellaire sur la courbe de lumière de l'étoile COROT-7 . . . 175
7.3 Courbe de lumière filtrée et repliée à la période orbitale de la planète COROT-7b 175
7.4 Définition des données utilisées 177
7.5 Courbe de lumière simplifiée dans le cas d'un modèle basé sur un système éclipsant {étoile+ planète} 179
7.6 Courbe de lumière simplifiée dans le cas d'un modèle basé sur un système éclipsant {étoile+ étoile} pour lequel $P = P_{\text{obs}}$ 180
7.7 Courbe de lumière simplifiée dans le cas d'un modèle basé sur un système éclipsant {étoile+ étoile} pour lequel $P = 2P_{\text{obs}}$ 181

7.8 Illustration de la signification du paramètre d'impact . . . 183
7.9 Estimation de la contamination d'une courbe de lumière (exemple de CoRoT-8b) 194
7.10 Relation masse-rayon pour les géantes de gaz, les naines brunes et les étoiles de la séquence principale . . . 197
7.11 Relation masse volumique moyenne-rayon pour des étoiles de classe de luminosité V et III . . . 199
7.12 Modèles responsables des transits détectés CoRoT pour les cas élucidés . . . 200
7.13 Algorithme Metropolis Hasting . . . 203
7.14 Exemple d'exploration avec l'algorithme de Metropolis Hasting . . . 204
7.15 Importance du choix de la distribution de sauts pour les méthodes MCMC . . . 206
7.16 Algorithme du réglage automatique des largeurs de la distribution de sauts de P. Gregory (AMHG05) . . . 209
7.17 Distribution de la mesure du taux d'acceptations en fonction du nombre d'itérations sur lequel elle est réalisée . . . 211
7.18 Évolution du R.S.B. sur la mesure du taux d'acceptations en fonction du nombre d'itérations sur lequel elle est réalisée . . . 212
7.19 Estimation des DDP *a posteriori* marginales des paramètres libres à partir une chaine MCMC mal réglée . . . 214
7.20 Visualisation des traces d'une chaîne MCMC mal réglée . . . 215
7.21 Autocorrélation des traces d'une chaîne MCMC mal réglée . . . 216
7.22 Étude des caractéristiques de la mesure de $\epsilon_{\text{cor, param}}$ . . . 218
7.23 Mon algorithme du réglage automatique des largeurs de la distribution de sauts . 220
7.24 Nuages de corrélation des paramètres libres pour le modèle C.P.S. du candidat LRc02-E1L-2870 . . . 221
7.25 Problème lié à des paramètres fortement corrélés *a posteriori* . . . 222

8.1 Courbe de lumière repliée de l'exoplanète CoRoT-6b . . . 226
8.2 Ajustement de la course de lumière repliée du candidat LRc02-E1-0591 par un trapèze à fond plat et principe du trapèze à fond arrondi . . . 227
8.3 Détection des systèmes de contamination grâce à un calcul détaillé de la contamination et l'exploitation de l'information chromatique . . . 237

C.1 Fonctions de transfert du système table+pieds pneumatiques. . . . 263
C.2 Photo du banc NULLTIMATE avec son capot en plexiglas . . . 265
C.3 Courbe de transmission des filtres K et K′ utilisés avec la source laser blanc . . . 269
C.4 Photographie {Tête de fibre d'entrée (TF5) + Platine 3 axes} . . . 270
C.5 Caractéristiques de notre faisceau en sortie de la fibre d'entrée (en sortie de TF7) 271
C.6 Photographie des déphaseurs achromatiques à retournement de champs. . . . 272
C.7 Principe de fonctionnement des déphaseurs achromatiques à retournement de champs. . . . 272
C.8 Simulation ZEEMAX de l'ensemble séparatrice compensatrice par lames prismatiques 273
C.9 Ligne à retard en toit . . . 273
C.10 Photographie de l'obturateur Nord . . . 274
C.11 Polariseurs à brins d'or . . . 276
C.12 Transmission des polariseurs . . . 277
C.13 Photographie d'un obturateur en coin de camembert. . . . 277
C.14 Mécanique d'injection dans la tête de fibre 29. . . . 278
C.15 *Chopper* . . . 280
C.16 Photographie des détections synchrones . . . 280
C.17 Schéma de principe de la détection synchrone. . . . 281

C.18 Photographie du détecteur science . . . 282
C.19 Schéma électrique équivalent de nos détecteurs { photodiode + préamplificateur } 283
C.20 Caractéristique électrique d'une photodiode. . . . 284
C.21 Caractéristique optique de l'ensemble {photodiode + préamplificateur} . . . 285

D.1 Image d'un faisceau gaussien dans un plan contenant son axe de propagation . . 287
D.2 Répartition de l'intensité d'un faisceau gaussien perpendiculairement à la direction de propagation . . . 288
D.3 Conventions utilisées pour les calculs liés aux lentilles . . . 289
D.4 Relation de conjugaison en optique gaussienne . . . 290
D.5 Conventions utilisées pour les lois de Snell-Descartes et l'expression des coefficients de Fresnel . . . 292
D.6 Efficacité de couplage d'un faisceau gaussien dans une fibre optique monomode. Impact de la taille du *waist* . . . 295
D.7 Efficacité de couplage d'un faisceau gaussien dans une fibre optique monomode. Impact de la taille du décalage latéral . . . 296
D.8 Efficacité de couplage d'un faisceau gaussien dans une fibre optique monomode. Impact de la taille de la focalisation du faisceau . . . 296
D.9 Efficacité de couplage d'un faisceau gaussien dans une fibre optique monomode. Impact de la taille de l'orientation du faisceau . . . 297

E.1 Différence entre précision et répétabilité . . . 301

F.1 Schéma général d'une fibre optique . . . 303
F.2 Propagation dans une fibre optique multimode vue par l'optique géométrique . . 304
F.3 Tableau regroupant toutes les fibres Verre fluoré dont nous disposons . . . 304
F.4 Décryptage des notations utilisée dans le tableaux descriptifs des fibres optiques . 304
F.5 Évolution de l'indice de réfraction en fonction de la longueur d'onde pour le ZFG300 306
F.6 Spectre d'atténuation de la résine des fibres Verre Fluoré . . . 307
F.7 Courbe de l'atténuation du mode propre en fonction de la longueur d'onde pour la fibre de $1,48$ µm de longueur d'onde de coupure . . . 307

G.1 Impact l'algorithme de réglage automatisé AMHG05 . . . 314
G.2 Sensibilité du réglage des paramètres de l'algorithme AMHG05, réglage des paramètres γ et gain (2) . . . 316
G.3 Sensibilité du réglage des paramètres de l'algorithme AMHG05, réglage du paramètre γ et gain (3) . . . 317
G.4 Traces de la chaîne MCMC avec l'algorithme AMHG05 . . . 318
G.5 Test de Geweke pour détermination de la convergence d'une chaîne MCMC . . . 320
G.6 Autocorrélation des traces . . . 322
G.7 Nuages de corrélation des paramètres libres . . . 323
G.8 Impact d'une trop forte corrélation des traces de la chaîne MCMC sur les nuages de corrélation . . . 323
G.9 Visualisation des traces de la chaine MCMC avec l'algorithme AMHG05 avec un système de contrôle instable . . . 324
G.10 Autocorrélation des traces . . . 330
G.11 Estimation des DDP *a posteriori* marginales des paramètres libres grâce à une chaîne MCMC faiblement corrélée . . . 331
G.12 Estimation des DDP *a posteriori* marginales des paramètres libres grâce à une chaîne MCMC fortement corrélée . . . 332

G.13 Compte-rendu du système de réglage des longueurs de sauts réalisé avec mon algorithme . . . 333
G.14 Visualisation des traces de la chaine MCMC avec mon algorithme . . . 334
G.15 Autocorrélation des traces MCMC obtenues avec mon algorithme . . . 335
G.16 Autocorrélation des traces MCMC du modèle C.E.B.P.du candidat LRC02-E1L-2870 obtenues avec l'algorithme AMHG05 . . . 336
G.17 Autocorrélation des traces MCMC du modèle C.E.B.P.du candidat LRC02-E1L-2870 obtenues avec mon algorithme . . . 337
G.18 Estimation des DDP *a posteriori* marginales des paramètres libres obtenues avec l'algorithme AMHG05 . . . 338
G.19 Estimation des DDP *a posteriori* marginales des paramètres libres du candidat LRC02-E1L-2870 obtenues avec mon algorithme . . . 339

Liste des tableaux

1.1 Besoins en termes de résolution angulaire pour l'observation directe d'exoplanète 17
1.2 Contrastes étoile/exoplanète . . . 19

2.1 Fuites stellaires configurationnelles . . . 48
2.2 Spécification sur le taux d'extinction . . . 50
2.3 Allocations d'extinction . . . 63
2.4 Allocations de différence de phase centrale . . . 64
2.5 Allocations de déséquilibre des flux . . . 64
2.6 Allocations de chromatisme . . . 65
2.7 Allocations de polarisation . . . 65

3.1 Caractéristiques principales des sources . . . 73
3.2 Caractéristiques de la fibre optique d'entrée . . . 74
3.3 Transmission de la fibre optique d'entrée . . . 76
3.4 Transmission théorique des éléments du bloc source . . . 78
3.5 Caractéristiques en sortie du bloc source . . . 78
3.6 Cahier des charges pour les APS à passage au foyer . . . 82
3.7 Caractéristiques des lames séparatrices-compensatrices . . . 83
3.8 Caractéristiques de l'actionneur de la LARG . . . 85
3.9 Caractéristiques de l'actionneur de la LARF . . . 85
3.10 Transmission théorique des lames prismatiques . . . 86
3.11 Transmission théorique de l'ensemble Séparatrice-Compensatrice . . . 86
3.12 Transmission théorique des APS par passage au foyer . . . 87
3.13 Transmission théorique du bloc interfromètre . . . 87
3.14 Transmission théorique des polariseurs vis-à-vis d'une onde plane polarisée rectiligne perpendiculairement à la grille . . . 88
3.15 Transmission théorique du bloc fibre de sortie . . . 92
3.16 Transmission de la fibre optique de sortie . . . 93
3.17 Résumé des principales caractéristiques de nos chaines de détections . . . 96

5.1 Probabilité de transit pour différents types d'étoile et différents types de planète 130
5.2 Rapport cyclique des observations de transit pour différents types d'étoile et différents types de planète . . . 131
5.3 Simulations de la profondeur du transit de différents systèmes {étoile + planète} 132
5.4 Simulations de la période d'échantillonnage nécessaire à la détection de transit de différents systèmes {étoile + planète} . . . 134
5.5 Avantages et Inconvénients de la méthode des transits . . . 138

7.1 Comparaison du nombre d'échantillons décorrélés obtenus avec mon algorithme et l'algorithme AMHG05 pour les différents modèles . . . 219

8.1 Classement réalisé sur un groupe de 22 candidats du LRc02 228
8.2 Classement réalisé sur un groupe de 22 candidats du LRc02 (suite) 229
8.3 Les candidats planétaires identifiés 234
8.4 Les candidats faux-positifs identifiés 235
8.5 Les candidats non identifiés 238

A.1 Le système solaire 251

B.1 Caractéristiques des différentes classes d'étoiles utilisées lors des simulations . . . 255
B.2 Caractéristiques des différentes classes d'exoplanètes utilisées lors des simulations 256
B.3 Simulation de distance étoile-planète 257
B.4 Contrastes étoile/exoplanète 258
B.5 Probabilité de transit pour différents types d'étoile et différents types de planète 259
B.6 Simulations de la période de l'orbite de différents systèmes {étoile + planète} . . 259
B.7 Rapport cyclique des observations de transit pour différents types d'étoile et différents types de planète 260
B.8 Simulations de la période d'échantillonnage nécessaire à la détection de transit de différents systèmes {étoile + planète} 260

C.1 Caractéristiques principales de la salle propre du banc Nulltimate. 262
C.2 Caractéristiques de l'ensemble {table optique + pieds pneumatiques} 264
C.3 Caractéristiques principales du laser visible 265
C.4 Caractéristiques principales du laser infrarouge proche 266
C.5 Caractéristiques principales de la diode infrarouge proche 267
C.6 Caractéristiques principales de la source laser blanc infrarouge 268
C.7 Caractéristiques des actionneurs de la platine qui supporte la tête de fibre d'entrée de la fibre optique du bloc source (TF5) 268
C.8 Caractéristiques mesurées et simulées des aps à retournement de champs 270
C.9 Caractéristiques des prismes en toit des lignes à retard 274
C.10 Caractéristiques des actionneurs des obturateurs 275
C.11 Caractéristiques des actionneurs de la platine qui supporte la tête de fibre d'entrée de la fibre optique du bloc fibre de sortie (TF29) 279
C.12 Caractéristiques de nos chaines de détections 286

G.1 Inférence des paramètres 325
G.2 Qualité de l'échantillonnage mcmc réalisé par l'algorithme amhg05 en fonction du modèle considéré 327
G.3 Qualité de l'échantillonnage mcmc réalisé par mon algorithme en fonction du modèle considéré 329

Remerciements

On compare parfois une thèse à une grossesse et par bien des aspects, je trouve cette métaphore pertinente. Par conséquent, je voudrais, dans ces quelques lignes, remercier mes équipes médicales et la maternité qui m'a accueilli. Comme vous pouvez l'imaginer, cette métaphore à ces limites ainsi, certains méritent tellement mes remerciements que j'aurais le plaisir de les citer dans plusieurs corps médicaux.

Tout d'abord, je voudrais commencer par remercier mes docteurs, ceux qui ont veillé à ce que l'enfant naisse en bonne santé. Merci donc à Alain Léger, Pascal Bordé et Marc Ollivier qui ont tous trois contribué à l'encadrement de ma thèse. Merci à Claire Moutou et Bertrand Mennesson qui ont eu la gentillesse de rapporter ce long manuscrit. Merci pour votre lecture attentive et vos nombreuses remarques et commentaires. Merci aussi aux autres membres de mon jury, Alain Chelli, Roi Alonso et Jean-Pierre Bibring. Je suis heureux et fier d'avoir pu vous présenter mon travail.

Merci aussi aux autres docteurs que j'ai eu le plaisir de côtoyer à l'I.a.s.. Je pense aux membres de l'équipe astérosismologie, notamment Frédéric et Patrick B. avec qui j'ai partagé quelques réunions biblio. Merci aussi à Alain A., Émilie et Pascal avec qui j'ai beaucoup apprécié enseigner le traitement du signal. Enfin, un grand merci à l'équipe martienne dans son ensemble et tout spécialement à Jean-Pierre qui s'est toujours montré bienveillant envers moi.

Ensuite, je voulais remercier les infirmiers et infirmières, ceux qui m'ont facilité le quotidien. Merci donc aux équipes informatiques, administratives et logistiques et, plus généralement, aux membres de l'IAS pour leur accueil et leur sympathie. Un merci particulier à Véronique pour sa joie et sa bonne humeur.

Puis vient le tour de mes compagnons de chambrée, ceux avec qui j'ai eu le plaisir de partager chambre, couloir et machine à café. Merci à Pavel mon prédécesseur sur NULLTIMATE, Peter avec qui j'ai eu le plaisir de partager bureau et petits gâteaux, Philippe pour sa sympathie et ses talents de dessinateurs, Alain L. pour les nombreuses discussions sur toutes sortes de sujets qui m'ont amené à développer ma curiosité scientifique. Merci à Marc avec qui j'ai eu plaisir à parler musique, vélo et cuisine et à Pascal pour sa gentillesse et les échanges que l'on a pu avoir sur le traitement des données CoRoT et sur le traitement du signal en général. Enfin, merci à mes autres collègues de l'équipe exoplanète : Patrick G. mon autre cobureau, Benjamin et Céline avec qui j'ai partagé de nombreux cafés et fous rires, et Orlagh que je n'ai malheureusement côtoyé que peu de temps.

Maintenant, je voulais remercier les autres patients ou ex-patients avec qui j'ai partagé les inquiétudes, les épreuves et les joies de la maternité. Je pense, ici, aux autres thésards, aux post-doc et aux jeunes titulaires de l'IAS. Merci tout spécialement à Joachim, Julian, Aikel, Cédric P.,

Mathieu et Anouck avec qui j'ai partagé les bons petits plats du CESFO. Merci à Agnès, Cédric C., Cédric P., Stéphane, Fabien, John, Heddy et Seb pour les soirées mémorables de guérilla virtuelle. Merci à Serge supporter de l'ASSE, pour les matchs de foot du mercredi midi. Dans le même thème, un grand merci à Heddy, supporter de la mauvaise foi, et à Seb, supporter tout comme moi du beau jeu et donc bien évidemment du PSG, pour les nombreuses discussions foot qui m'ont manquées après votre départ.

Le meilleur pour la fin, je voudrais maintenant remercier mes anesthésistes. Ceux qui ont calmé mes douleurs et m'ont fait oublier les désagréments de la grossesse. Tout d'abord, je tiens à remercier ceux qui me connaissent mieux que personne : mes parents, bien sûr, qui ont dû me supporter pendant une partie de la thèse. Mais aussi ma soeur qui est pour moi un exemple. Je vous adore. Merci aussi au reste de ma famille, mes grand-parents, mes oncles et tantes et mes cousins, cousines.

Ensuite, je veux remercier ceux qui étaient de simples collègues de M2 ou de labo à mon arrivée à l'I.A.S. et qui sont aujourd'hui des amis. Merci à Amandine, Romain, Joachim, Cédric P. et Heddy. Un merci tout particulier à mes deux colocataires Aikel et Julian, cette fin de thèse n'aurait pas été pareille sans vous. Un autre à Anouck pour avoir mis de côté ta première impression au début de notre stage à l'I.A.S. et pour toutes les soirées à Paris ou à Aix qui ont suivi. Votre amitié m'est précieuse.

Enfin, je tiens à remercier ceux qui étaient des amis proches bien avant le début de cette thèse et qui le sont, bien évidemment, restés. Merci à Damien, Mouss et Cédric qui m'accompagnent depuis le lycée et avec qui j'ai arpenté de long en large les rues de Montigny-le-Bretonneux. Et pour finir, merci à Nico, Laura, Gwéno, Tiphaine, Bob, LNA, Yann, Cécile, Marc et Gwéna, notre petite bande de potes est pour moi comme une deuxième famille.

Introduction

L'étude de la physique permet de comprendre comment l'univers se comporte et quelles sont les lois qui le régissent. Elle permet d'expliquer et de prédire l'évolution de la matière, mais aussi d'agir, de construire, d'influencer le cours des évènements. C'est ce qui m'a toujours plu dans cette science. Parmi les disciplines de la physique, l'astrophysique est une science à part en ce sens qu'elle vise à l'étude des astres qui peuplent l'univers comme les planètes, les étoiles, les galaxies et fait donc intervenir des distances, des vitesses, des énergies sans commune mesure avec ce dont on a l'habitude dans la vie de tous les jours. En cela, l'astrophysique est une discipline propice au rêve et qui semble sans limites.

C'est une science très vaste qui se divise elle-même en sous-disciplines en fonction du type d'astre étudié. Parmi tous les astres qui peuplent l'univers, un astre en particulier possède une importance toute particulière pour chacun d'entre nous : la Terre. La Terre est notre planète. Une des huit planètes qui orbitent autour du Soleil et qui, ensemble, constituent le système solaire. Comprendre comment les planètes se forment et évoluent constitue une discipline de l'astrophysique : la planétologie. Cette discipline est passionnante, car elle va nous amener à comprendre comment la Terre et les planètes se sont formées, comment elles ont évolué par le passé et comment elles vont évoluer dans le futur. Et cela nous permettra, peut-être un jour, de comprendre pourquoi et comment la Terre a pu développer des conditions favorables à l'apparition et la prolifération de la vie et de savoir si ce phénomène si fascinant a pu se produire ailleurs dans l'univers.

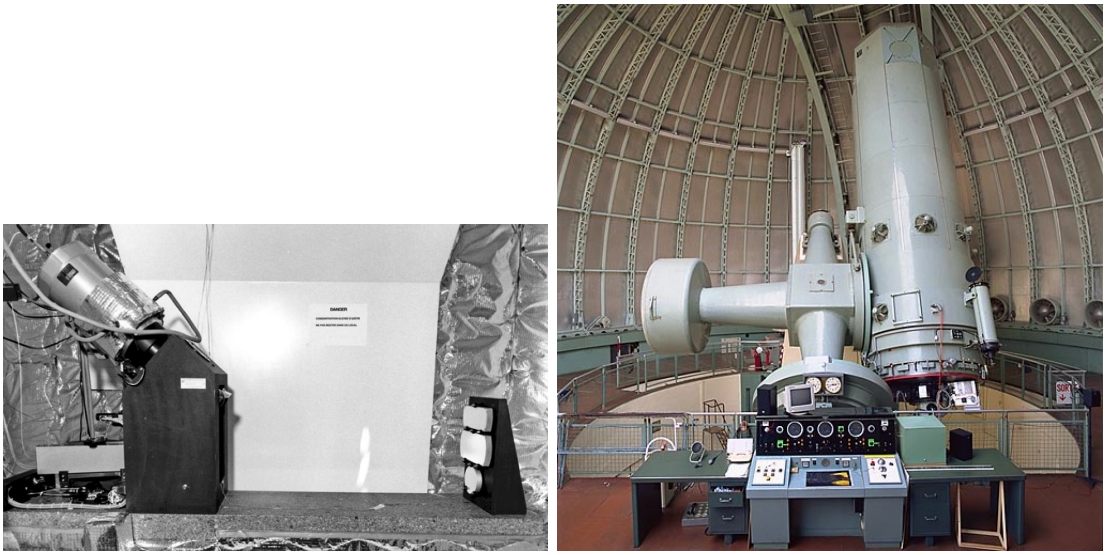
Pour faire l'étude des planètes, nous disposons bien évidemment des huit cobayes que sont les huit planètes du système solaire (Mercure, Vénus, la Terre, Mars, Jupiter, Saturne, Uranus et Neptune, voir annexe A). Ces huit cobayes ont d'abord l'avantage d'être relativement proches de nous, ce qui nous permet de les étudier facilement, soit depuis la Terre avec des télescopes, ou depuis des sondes que l'on va envoyer et mettre en orbite autour de ces planètes, ou encore en envoyant des atterrisseurs et des rovers se poser sur ces planètes. Ensuite, elles ont aussi l'avantage d'être liées, car elles sont toutes membres d'un même système : le système solaire. Elles possèdent donc une histoire commune et pouvoir les étudier toutes en même temps permet de prendre en compte les interactions qui peuvent exister entre elles.

Cependant, cet avantage peut aussi être vu comme un inconvénient, car le système solaire constitue un cas particulier. Le fait que tous nos objets d'études appartiennent à un seul et même système peut rendre difficile la distinction entre les phénomènes généraux, communs à toutes planètes, et les phénomènes uniques issus du hasard et propres à notre système solaire. De plus, ces huit planètes ont le désavantage de n'être que huit ce qui constitue un ensemble statistique relativement pauvre. Enfin, elles sont toutes observées au même moment de leur existence ce qui ne permet pas d'avoir directement accès à l'histoire et encore moins au futur du système. Par conséquent, même si l'étude des planètes du système solaire est indispensable de par la qualité des informations qu'elle peut nous apporter. Il est tout aussi nécessaire de rechercher et d'étudier les planètes qui ne font pas partie de notre système solaire et qui orbitent autour d'autres étoiles que notre Soleil. Nous appelons ces planètes « planètes extra-solaires », ou « exoplanètes » en abrégé, et la discipline qui vise à l'étude des exoplanètes est appelée l'exoplanétologie. Ma thèse s'inscrit dans cette thématique.

Même si l'existence des exoplanètes est une hypothèse envisagée depuis l'antiquité grecque [1].

1. Pour être complet, deux courants de pensée se sont affrontés durant l'antiquité. Le premier constitué notamment de Platon (de -424 à -348 av. J.-C.), d'Aristote (de -384 à -322 av. J.-C.) ou encore d'Archélaos de Millet (5e siècle av. J.C.) défendait l'idée d'un monde unique. Tandis que l'autre courant, constitué notamment d'Épicure (de -342 à -270 av. J.C.), d'Anaximande (de -610 à -546 av. J.C.) et d'Héraclite (5e siècle av. J.C.) défendait la pluralité des mondes que l'on peut interpréter, sous la lumière des découvertes actuelles, comme un plaidoyer pour l'existence des exoplanètes. Il est d'ailleurs souvent fait référence, en exoplanétologie, à la citation d'Epicure :
« Ce n'est pas seulement le nombre des atomes, c'est celui des mondes qui est infini dans l'univers. Il y a un nombre infini de mondes semblables au nôtre et un nombre infini de mondes différents. En effet puisque les atomes sont en

L'exoplanétologie, en tant que discipline scientifique à part entière, n'existe que depuis 1992, date de la découverte par Wolszczan et Frail de la première exoplanète (Wolszczan and Frail, 1992). Cette découverte n'aura pas la résonance qu'elle mérite, car l'exoplanète détectée orbite autour d'une étoile un peu particulière puisqu'il s'agit d'un pulsar (nommé PSR1257+12). Ce pulsar plonge la planète dans des conditions extrêmes (notamment en matière de rayonnement électromagnétique) qui sont très peu propices à la vie. Ainsi, l'observation qui s'imposera comme l'observation fondatrice de l'exoplanétologie est la détection de 51-Peg b, première exoplanète détectée autour d'une étoile de type solaire nommée 51-Peg. Cette découverte a été réalisée par Michel Mayor et Didier Queloz en 1995 (Mayor and Queloz, 1995) grâce au spectroscope ÉLODIE (voir figure 1) à l'observatoire de haute Provence. Elle a été confirmée, moins d'une semaine après l'annonce officielle, par Geoffrey Marcy et Paul Butler grâce à des observations faites au *Lick observatory* de San Jose en Californie à l'aide du spectroscope Hamilton.



(a) (b)

FIGURE 1 – **Photos du spectromètre Élodie et du T193 :** télescope de 193 cm de diamètre (b) situé à l'Observatoire de Haute Provence et sur lequel le spectromètre Élodie (a) était monté. Cette installation a permis, en 1995, à Mayor et Queloz de détecter 51-Peg b, la première exoplanète détectée autour d'une étoile de type solaire. *Crédits : http ://obs-hp.fr.*

Depuis cette date, l'exoplanétologie est en pleine expansion, et ce, notamment grâce aux progrès constants réalisés en matière d'instrumentation et de techniques d'observation. En effet, l'observation d'exoplanètes est l'une des tâches les plus exigeantes et les plus difficiles de l'astronomie. On sépare traditionnellement les méthodes d'observation d'exoplanètes en deux groupes. Le premier groupe est le groupe des méthodes directes. L'idée en est simple et intuitive : on va chercher à développer des instruments qui vont nous permettre de « voir directement » l'exoplanète et de la séparer de son environnement (et notamment de l'étoile qui l'accompagne). Mais la réalisation de cette idée est délicate puisque, non seulement on devra être capable de détecter les photons réfléchis ou émis par l'exoplanète (ce qui est une prouesse en soit étant donné le faible

nombre infini, comme nous l'avons dit tout à l'heure, il y en a partout, leur mouvement les portant même jusque dans les lieux les plus éloignés. Et d'autre part, toujours en vertu de cette infinité en nombre, la quantité d'atomes propres à servir d'éléments, ou, autrement dit, de causes, à un monde, ne peut être épuisée par la constitution d'un monde unique, ni par celle d'un nombre fini de mondes, qu'il s'agisse d'ailleurs de tous les mondes semblables au nôtre ou de tous les mondes différents. Il n'y a donc rien qui empêche l'existence d'une infinité de mondes. »

nombre de photons que cela représente), mais en plus, on devra être capable de les identifier et de les séparer des photons émis par les sources voisines (notamment, l'étoile-hôte). Les principaux concepts instrumentaux à l'étude à l'heure actuelle sont la coronographie (voir par exemple Maire et al., 2012), les occulteurs (voir par exemple Cash, 2011) et l'interférométrie annulante. Cette dernière a fait l'objet de la première moitié de mon travail de thèse qui constituera la première partie de ce manuscrit.

Le deuxième groupe de méthode est le groupe des méthodes indirectes. Leur principe est plus subtil dans le sens où, au lieu de se battre pour essayer de détecter les photons provenant de la planète, on va tenter de contourner le problème en observant les effets de la présence de l'exoplanète sur son étoile-hôte qui, elle, est très facile à observer. Les principaux concepts actuellement à l'étude ou d'ores et déjà utilisés sont l'astrométrie (voir par exemple Malbet, 2010), les mesures de vitesses radiales (voir par exemple Mayor et al., 2011) et la photométrie des transits. Cette dernière a fait l'objet de la deuxième moitié de mon travail de thèse qui constituera la deuxième partie de ce manuscrit.

De par leurs différences, ces deux types de méthodes sont complémentaires. D'un côté, les méthodes directes peuvent offrir une information très riche mais, uniquement sur un nombre limité d'exoplanètes. En effet, la détection de photons émis ou réfléchis par une exoplanète donne notamment la possibilité de faire la spectroscopie de ce rayonnement et ainsi d'identifier les molécules présentes dans l'atmosphère ou à la surface de l'exoplanète. Par contre, étant donné la faible quantité de photons disponibles, elle requiert une technologie extrêmement coûteuse et des observations très longues afin d'obtenir un rapport signal à bruit correct. De l'autre côté, les méthodes indirectes permettent une détection massive et beaucoup plus systématique d'exoplanètes, mais une information très partielle. En effet, elles sont moins exigeantes technologiquement et donc financièrement et requièrent des observations plus courtes, car le nombre de photons est beaucoup plus grand. Par contre, elles ne permettent classiquement que d'accéder à la masse, au rayon et à certains paramètres orbitaux de l'exoplanète détectée.

Première partie

L'interférométrie annulante

Comme nous l'avons vu dans l'introduction, l'interférométrie annulante est une des méthodes permettant de réaliser une observation directe d'exoplanète. C'est-à-dire de détecter les photons émis ou réfléchis par une exoplanète. À l'heure actuelle, seuls 3,7 %[2] des exoplanètes détectées ont été observées avec une méthode de détection directe. De plus, ces 3,7 % font partie des planètes les plus faciles observer (souvent des planètes très jeunes, donc très chaudes). C'est pourquoi, même si l'interférométrie annulante n'a permis, à l'heure actuelle, aucune observation, aucune autre méthode ne s'est encore imposée[3] .

De nombreuses études, avec parmi elles les thèses des thésards qui m'ont précédé (voir Brachet (2005),Chazelas (2007)) à l'Institut d'astrophysique spatiale (I.A.S.), se sont déjà attachées à décrire les avantages et inconvénients des différentes méthodes. Je ne vais donc pas, à mon tour, comparer, encore une fois l'interférométrie annulante, la coronographie et les occulteurs. En revanche, je vais tenter de vous exposer ma vision de l'interférométrie annulante.

Tout d'abord dans le chapitre 1, je vais détailler les différents objectifs qui peuvent être adressés dans le domaine de l'exoplanétologie. Ensuite, je vais présenter les principales difficultés observationnelles et les réponses que l'on va leur apporter. Enfin, dans les chapitres suivants (chapitre 2, chapitre 3, chapitre 4), je présenterai en détail le travail que j'ai effectué sur le banc optique NULLTIMATE.

2. Source : exoplanet.eu

3. D'ailleurs, il est fort possible qu'aucune méthode ne s'impose véritablement comme la meilleure méthode et qu'elles se montrent en réalité complémentaires, en particulier vis-à-vis du domaine spectral d'observation.

Chapitre 1

Les objectifs scientifiques et les concepts de base de l'interférométrie annulante

Ce chapitre a pour objectif de présenter ma vision globale de l'interférométrie annulante avant de rentrer dans les détails de mon travail à l'I.A.S. dans les chapitres suivants.

La première partie vise à mettre l'accent sur un point un peu sensible : quelles cibles cherchons-nous à observer ? En effet, dès que l'on évoque l'observation directe en exoplanétologie, il vient immédiatement à l'esprit la recherche de la vie en dehors du système solaire et donc l'exobiologie [1]. Le découverte de la vie en dehors de la Terre aurait un impact scientifique et philosophique tellement important pour les scientifiques, mais aussi pour le grand public, qu'il a tendance à éclipser tous les autres. Le problème est que cet objectif de recherche de la vie est extrêmement exigeant en termes de performances instrumentales et implique par la même une mission à un coût très élevé [2] et actuellement prohibitif. Il est donc intéressant, pour permettre à la technique de se développer, d'étudier toutes les problématiques adressables grâce à l'interférométrie annulante afin de rallier la communauté la plus large possible, au sein de la discipline exoplanétologie dans un premier temps, mais aussi au-delà.

Dans la deuxième partie, je décrirai les principales difficultés observationnelles auxquelles on doit faire face lorsque l'on cherche à observer les photons provenant d'une exoplanète.

Dans la troisième partie, je présenterai les différents concepts de base qui permettent à l'interférométrie annulante de dépasser ces difficultés observationnelles et qui en font une technique à part, particulièrement adaptée à l'observation des exoplanètes.

Enfin dans la quatrième et dernière partie de ce chapitre, je présenterai rapidement les différents interféromètres annulants existants et les principaux projets au sol et dans l'espace.

Sommaire

1.1 Objectifs scientifiques 13
1.2 Principales difficultés observationnelles 16
1.2.1 Séparation angulaire 17
1.2.2 Contraste 18
1.2.3 Nuage zodiacal et exozodical 20
1.2.3.1 La lumière zodiacale 20
1.2.3.2 La lumière exozodiacale 21
1.3 Interférométrie annulante : de Bracewell à Emma 22

1. L'exobiologie est une science qui vise à l'étude et à la recherche de la vie en dehors de la Terre.
2. On parle ici de plusieurs milliards d'euros

1.3.1 Concepts de base . . . 22
1.3.1.1 L'interférométrie classique : . . . 22
1.3.1.1.1 Description d'un interféromètre à deux télescopes : . . . 22
1.3.1.1.2 Interprétation des mesures en interfèrométrie classique : 23
1.3.1.1.3 Résolution angulaire d'un interféromètre : . . . 26
1.3.1.1.4 Problème de contraste et interférométrie classique : . . . 27
1.3.1.2 L'interféromètre de Bracewell . . . 27
1.3.1.2.1 Le déphaseur achromatique : . . . 29
1.3.1.2.2 La modulation physique : . . . 29
1.3.2 Quels problèmes subsistent ? . . . 31
1.3.2.1 L'étendue spatiale de l'étoile. . . . 31
1.3.2.2 Problème de la poussière exozodiacale. . . . 32
1.3.3 Concepts d'I.A. et méthodes de modulation plus complexes . . . 32
1.4 Panorama des interféromètres annulants . . . 33
1.4.1 Interféromètres annulants au sol . . . 33
1.4.1.1 Le K.I.N. : *Keck Interferometer Nuller* . . . 33
1.4.1.2 Le P.F.N. : *Palomar Fiber Nuller* . . . 34
1.4.1.3 Le LBTI-NIC . . . 34
1.4.2 Projets d'interféromètres annulants spatiaux . . . 35
1.4.2.1 Darwin et TPF-I . . . 35

1.1 Objectifs scientifiques : Une multitude de problématiques adressables

L'interférométrie annulante est une technologie qui permet d'allier haute résolution angulaire, haut contraste et grande sensibilité. L'alliance de ces trois caractéristiques rend possible l'observation directe du flux émis ou réfléchi par l'environnement proche des étoiles. Si bien qu'avec ce type de technologie, nous devrions pouvoir imager et faire de la spectroscopie sur de nombreux objets, jusque-là marginalement observables, comme les exoplanètes et les disques protoplanétaires. De telles observations permettraient de faire des avancées notables dans le domaine de l'exoplanétologie. En voici quelques-unes :

1. **Mieux connaître les exoplanètes détectées par les méthodes de détections indirectes :**
   - les méthodes de détections indirectes ne permettent d'obtenir qu'une connaissance partielle des exoplanètes détectées. La méthode des transits, à elle seule, ne permet d'accéder qu'au rayon de la planète R_p et à une partie des paramètres orbitaux (demi-grand axe a_p, paramètre d'impact b_p). La méthode des vitesses radiales, elle, ne permet d'accéder qu'à la masse de la planète que multiplie le sinus de l'inclinaison de son orbite ($M_p \sin i_p$) et à une partie des paramètres orbitaux (l'excentricité e_p, au demi-grand axe a_p). Enfin, l'astrométrie ne permet d'accéder qu'à la masse de la planète M_p et à la connaissance de l'orbite (a_p, e_p, i_p). *L'observation directe permettrait de lever certaines dégénérescence et incertitudes liées aux méthodes indirectes*,
   - actuellement, les cas les plus favorables de détection par méthodes indirectes sont ceux pour lesquels on a pu observer une exoplanète à la fois en photométrie des transits et en vitesse radiale. Ces deux méthodes sont complémentaires si bien qu'il est alors possible de connaître relativement précisément l'orbite, le rayon et masse de la planète. Avec ces informations et des modèles comme ceux établis par Grasset (Grasset et al., 2009), Sotin (Sotin et al., 2007) ou encore Valencia (Valencia et al., 2007), nous pouvons dire si la planète détectées est plutôt de type rocheuse, gazeuse ou glacée mais nous sommes incapables de déceler les conditions en termes de température, de pression et de composition qui y règnent. Par exemple dans notre système solaire, Vénus et la Terre sont relativement proches dans le diagramme masse/rayon ainsi qu'en termes de demi-grand axe et pourtant les conditions à leur surface sont radicalement différentes (voir figure 1.1 et tableau A.1). *La spectroscopie d'atmosphère, même à basse résolution, permettrait donc de faire un bond dans la compréhension des objets détectés*,
   - de nombreuses exoplanètes comme GJ 1214b ou HD 209458b sont anormalement gonflées par rapport à ce que prédisent les modèles sans que l'on sache expliquer avec certitude le ou les mécanismes responsables (plus de détails sont données dans le § 5.2.2.2). La spectroscopie et la photométrie de ces objets, permettrait de donner des éléments pour départager les différentes explications actuellement envisagées ;

2. **Contraindre les mécanismes de formation planétaire :** il existe à l'heure actuelle deux modèles pour expliquer la formation des planètes géantes. Le premier modèle est basé sur le mécanisme d'accrétion à l'intérieur du disque protoplanétaire (voir par exemple Pollack et al., 1996; Encrenaz et al., 2003). Le deuxième modèle est basé sur des instabilités gravitationnelles à l'intérieur de disques massifs ou bien à des instabilités secondaires lors de l'effondrement du nuage interstellaire qui mène à la formation des étoiles (voir par exemple Boss, 1997).

   Actuellement, le modèle communément admis en ce qui concerne les planètes géantes du système solaire est le modèle basé sur l'accrétion. Un des éléments qui a fait pencher la

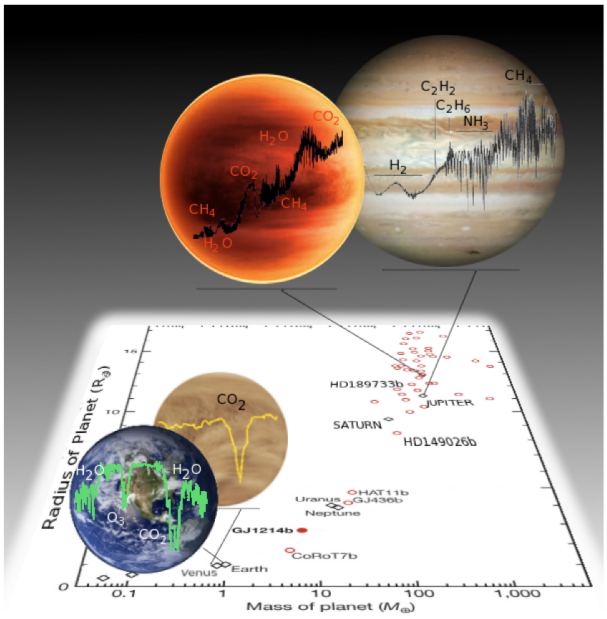


FIGURE 1.1 – **Dégénérescence du diagramme masse-rayon :** certaines planètes comme Mars et Vénus peuvent être à la fois très proche en termes de masse et de rayon et représenter des mondes très différents en termes d'environnement physique et chimique à leur surface. Il en va de même pour Jupiter et l'exoplanète HD189733b. Ces deux exemples montrent la dégénérescence du diagramme masse-rayon et l'apport indéniable d'une analyse spectroscopique d'atmosphère. Figure tirée de la proposition ECHO (pour *Exoplanet Characterisation Observatory*) lors de l'appel à proposition pour les missions de type M par l'E.S.A. en 2010 (Tinetti, 2010).

balance en faveur de ce modèle est la mesure de l'abondance relative des éléments lourds [3] . En effet, dans le modèle d'instabilité gravitationnelle secondaire, la composition des planètes géantes doit être identique à celle de l'étoile, car celles-ci se forment de la même façon et à partir des mêmes constituants présents dans les mêmes proportions. Par contre dans le modèle d'accrétion, il est nécessaire d'avoir un noyau solide d'environ 10 masses terrestres qui est un condensa du disque protoplanétaire et qui a donc une composition riche en éléments lourds.

Le rapport C/H a notamment pu être mesuré sur les 4 planètes géantes du système solaire (voir par exemple Gautier et al., 1982; Encrenaz and Combes, 1982) et pour toutes ces planètes, on observe un enrichissement de ce rapport C/H par rapport à la valeur solaire (3 fois pour Jupiter, environ 6 à 8 fois pour Saturne et 30 à 60 fois pour Uranus et Neptune).

La question qui se pose maintenant est l'universalité de cette conclusion. Toutes les planètes géantes se forment-elles de cette façon ? Le mécanisme de formation par instabilité gravitationnelle a-t-il aussi permis de former des planètes géantes dans des systèmes extrasolaires ? À l'heure actuelle, certains modélisateurs comme Boley (Boley, 2009) pensent que les deux processus de formation coexistent mais sévissent à des distances différentes de l'étoile centrale. Le processus de formation par accrétion serait dominant à des distances inférieures à 100 ua de l'étoile alors que le processus de formation par instabilité serait dominant au-delà. La spectroscopie des exoplanètes géantes pourrait permettre, de

3. En astrophysique, on sépare souvent les atomes en deux catégories, les éléments dits « léger » que sont l'hydrogène et l'hélium et les éléments dits « lourds » qui regroupent tous les autres éléments. L'abondance relative d'un élément lourd désigne le rapport de la concentration d'un élément lourd sur celle de l'hydrogène. Les rapports classiquement mesurés sont les rapports C/H, O/H, P/H , Ge/H.

la même façon que pour le système solaire, de valider ou d'infirmer cette théorie ;

3. **Créer un dictionnaire de spectres d'exoplanètes :** lorsque l'on s'attache à la compréhension fine d'un ensemble d'objets aussi hétérogène que les exoplanètes, il est utile de commencer par trier ces objets en différentes classes. Les astrophysiciens travaillant sur les étoiles ont ainsi commencé par classer les étoiles en types spectraux et classes de luminosité (Morgan et al., 1943) avant de chercher à modéliser les processus physiques qui sévissent à l'intérieur des étoiles. Le tri en classes permet de différencier ce qui est une spécificité propre à un objet en particulier de ce qui constitue une caractéristique récurrente à toute une classe d'objets. Il permet aussi de ne pas chercher à expliquer avec la même physique des objets trop différents. C'est ce qui a déjà été fait à l'échelle du système solaire avec les classes que sont les planètes telluriques, les géantes de gaz et les géantes de glace. Mais, cet échantillon de 8 planètes est très limité tandis que l'ensemble des exoplanètes déjà détectées (plus de 940 à l'heure où j'écris cette ligne) est un échantillon beaucoup plus conséquent et potentiellement représentatif de la diversité des exoplanètes. En plus des caractéristiques morphologiques (masse, rayon) fournies par les méthodes indirectes, un classement basé sur les caractéristiques spectrales (à la manière de ce qui est fait en physique stellaire) serait beaucoup plus riche. Le projet ECHO (Tinetti, 2010), basé sur la spectrophotométrie des transits, a pour objectif principal de commencer un tel dictionnaire. L'interférométrie annulante pourrait, elle aussi, contribuer à ce dictionnaire en faisant notamment la spectroscopie des objets les plus petits comme les terres et super-terres qui sont très difficiles à observer par spectrophotométrie des transits ;

4. **Comprendre les phénomènes de migration et leurs implications dans l'évolution des systèmes planétaires :**
   - les différents phénomènes de migration (Crida, 2011) dépendent de la masse de la planète et de nombreux paramètres liés à la morphologie, la composition et l'état du disque protoplanétaire (l'épaisseur, la densité de surface, la température et la viscosité).
   - dans les systèmes multiples (avec plusieurs planètes), la compréhension de la migration des planètes géantes et des phénomènes qui peuvent l'inverser ou bien l'arrêter est primordiale. Un exemple de cela est que la migration de Jupiter et de Saturne est à l'origine du bombardement tardif dans le système solaire (Gomes et al., 2005). Or ce bombardement a eu un impact important sur la Terre et sur sa composition. Autre exemple, Walsh et al. (2011) pensent que la masse anormalement faible de Mars (étant donnée sa distance au soleil) résulte, elle aussi, de la migration de Jupiter et de Saturne et de leurs interactions ;

   La caractérisation des disques protoplanètaires par interférométrie annulante, en améliorant la compréhension des phénomènes de migration, permettrait donc de mieux comprendre l'évolution des systèmes planétaires ;

5. **La caractérisation des planètes en formation dans les disques protoplanétaires :** l'interférométrie pourrait permettre d'observer des systèmes planétaires à plusieurs moments de leur évolution et notamment au moment de leur formation dans le disque protoplanétaire. De telles observations apporteraient énormément à la compréhension des processus de formation et de migration planétaire que nous avons déjà évoqués dans les points précédents.

6. **Exobiologie :** bien sûr, la spectroscopie d'atmosphère de planètes de type terrestre ouvre la voie à la recherche de la vie en dehors du système solaire et la détermination des conditions nécessaires à son apparition. A l'heure actuelle, la présence conjointe des signatures spectrales de certaines molécules appelées biosignatures (voir figure 1.2) dont H_2O, CO_2

et O_2 [4] est considéré comme un indice fort de la présence d'une activité biologique (Owen, 1980; Angel et al., 1999; Léger, 2007; Léger et al., 2011a). En effet, la présence O_2 conjointement à celle de H_2O et de CO_2 indique un déséquilibre thermodynamique et maintenir ce déséquilibre semble bien nécessiter la présence d'une activité de photosynthèse biotique (Léger et al., 2011a).

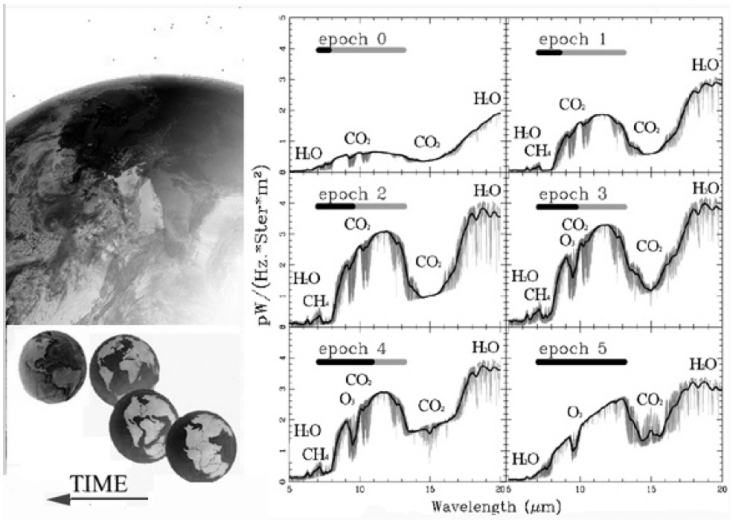


FIGURE 1.2 – **Simulation du spectre de la terre dans l'infrarouge moyen à différents instants de son évolution**. De gauche à droite et de haut en bas, il y a 3.9, 3.0, 2.6, 2.0, 0.8 milliards d'années et aujourd'hui. La courbe grisée correspond à une résolution infinie tandis que la courbe noire correspond à une résolution spectrale de 20. On peut distinguer, même dans les spectres basse résolution, les principales biosignatures présentes dans l'infrarouge moyen, H_2O, CO_2, CH_4 et O_3 et leur évolution au cours du temps. Avec notamment, il y a 2 milliards d'années, l'apparition de la bande de l'ozone synonyme de la présence d'oxygène. Figure tirée de Léger (2007) issue de l'article Kaltenegger et al. (2007).

Maintenant que nous avons vu quelques-uns des objectifs scientifiques envisageables dans le domaine de l'exoplanétologie avec un interféromètre annulant, je décris dans la partie suivante les difficultés observationnelles qu'il va falloir surmonter.

1.2 Principales difficultés observationnelles

La qualité de toute observation astrophysique (et plus généralement scientifique) est décrite par son R.S.B., Si bien que la conception de tout instrument est dictée par la maximisation du R.S.B. et donc la minimisation des sources de bruit. On divise, en général, les sources de bruits en deux catégories : les sources de bruits astrophysiques et les sources de bruits instrumentales. Dans les parties qui suivent, je m'intéresse aux principales sources de bruits astrophysiques.

En exoplanétologie, que l'on cherche à observer une exoplanète ou tout ou partie d'un disque protoplanétaire, cette cible se trouve, par définition, à proximité de l'étoile, centre gravitationnel du système. Par conséquent, le signal que l'on cherche à observer, par exemple, les photons émis

4. En pratique, si la signature spectrale de l'oxygène n'est pas détectable, la biosignature que nous allons chercher est celle de l'ozone. En effet, Léger *et al.* ont montré dans leur article Léger et al. (1993b) que la présence d'ozone, dans l'atmosphère d'une planète rocheuse, est reliée à celle de l'oxygène, mais que sa signature spectrale est plus profonde. Si bien que même si le rapport des concentrations semble favorable à l'oxygène, l'ozone reste plus facilement détectable que l'oxygène.

ou réfléchis par une exoplanète vont se mélanger aux nombreux photons de l'étoile. Ce sont ces photons provenant de l'étoile qui vont constituer la principale source de bruit astrophysique. Pour séparer les photons de l'étoile de ceux de l'exoplanète dans nos observations (et donc maximiser le R.S.B.), il va falloir affronter plusieurs défis technologiques. Par la suite, nous allons quantifier les objectifs technologique à atteindre dans le cas où la cible est une exoplanète (qui est la plupart du temps la cible la plus exigeante en termes de performances), mais de tels calcul peuvent être mené pour toutes les autres cibles évoquées dans la section précédente.

1.2.1 Séparation angulaire

Afin de séparer les photons de l'étoile de ceux de la planète, la première étape consiste à utiliser la séparation angulaire qui existe entre l'étoile et l'exoplanète. En effet, le critère de Rayleigh[5] (voir par exemple Hecht, 2002, p. 487-491) affirme que l'on est capable de séparer deux sources ponctuelles de photons de même intensité si l'on satisfait le suivant :

Soit

- $\theta_{*/\text{cible}}$ est la séparation angulaire entre l'étoile et l'exoplanète cible ;
- θ_{Rayleigh} est la limite de résolution angulaire de l'instrument selon le critère de Rayleigh ;
- $d_{*/\text{cible}}$ est la distance qui sépare l'étoile de l'exoplanète cible ;
- $d_{\text{cible/obs}}$ est la distance qui sépare le système étoile-exoplanète de l'observateur ;
- λ est la longueur d'onde d'observation ;
- D est le diamètre du télescope pour un télescope mono-pupille ou, pour un interféromètre, sa base maximale.

$$\begin{aligned} \theta_{\text{Rayleigh}} &\leqslant \theta_{*/\text{cible}} \\ \text{avec} \quad \theta_{*/\text{cible}} &= \frac{d_{*/\text{cible}}}{d_{\text{cible/obs}}} \\ \text{et} \quad \theta_{\text{Rayleigh}} &= 1{,}22\ \frac{\lambda}{D}, \end{aligned} \tag{1.1}$$

Le tableau 1.1 donne un exemple quantitatif des besoins en termes de séparation angulaire et de longueur de base de l'interféromètre (ou diamètre du télescope monolithique) en fonction des distances $d_{\text{cible/obs}}$, $d_{*/\text{cible}}$ et de la longueur d'onde.

	Séparation angulaire $\theta_{*/\text{cible}}$	Longueur d'onde λ			
		Visible		infrarouge (IR)	
		400 m	800 nm	6 µm	20 µm
$d_{\text{cible/obs}} = 10$ pc					
$d_{*/\text{cible}} = 0.1$ ua	10 marsec	10 m	20 m	150 m	500 m
$d_{*/\text{cible}} = 1$ ua	0.1 arsec	1 m	2 m	15 m	50 m
$d_{*/\text{cible}} = 10$ ua	1 arsec	0.1 m	0.2 m	1.5 m	5 m

TABLE 1.1 – **Dimensionnement de la séparation angulaire et de la longueur de base :** La colonne 2 donne la séparation angulaire $\theta_{*/\text{cible}} = \frac{d_{*/\text{cible}}}{d_{\text{cible/obs}}}$ pour différentes valeurs de $d_{*/\text{cible}}$ et $d_{\text{cible/obs}} = 10\,\text{pc}$. Les colonnes 3, 4, 5 et 6 donnent le diamètre (ou la longueur de base) minimal nécessaire pour que le télescope (ou l'interféromètre) ait une résolution angulaire suffisante pour pouvoir distinguer l'exoplanète et cela pour différentes longueurs d'onde.

5. Il existe d'autres critères pour quantifier la limite de séparation angulaire d'un instrument comme le critère de Sparrow (voir par exemple Hecht, 2002, p. 487-491).

Cependant, ce critère de résolution angulaire est empirique et principalement utilisé pour sa simplicité. Il est établi d'après l'étude de la fonction d'Airy (voir par exemple Hecht, 2002, p. 486-487) qui décrit mathématiquement la figure de diffraction d'une source ponctuelle [6] par un télescope à pupille monolithique et circulaire dans le cas où l'on cherche à séparer deux sources d'égale intensité. Dans notre cas, respecter ce type de critère est nécessaire, mais pas suffisant pour obtenir un bon R.S.B. car nos deux sources sont très loin d'être d'égales intensités.

1.2.2 Contraste

Le contraste entre l'étoile et l'exoplanète cible, noté $C_{*,\text{cible}}$, est défini par :

$$C_{*/cible} = \frac{\text{Flux recu provenant de l'étoile}}{\text{Flux recu provenant de la cible}} \tag{1.2}$$

Pour se faire une première idée de la différence d'intensité que l'on peut rencontrer entre une exoplanète et son étoile-hôte, prenons l'exemple de la Terre et du Soleil. La figure 1.3 montre le spectre de la terre et le spectre du Soleil sur la même échelle (logarithmique) et nous permet de visualiser directement le contraste Soleil/Terre ($C_{\odot/\oplus}$). Il est de 5.10^9 dans le domaine visible et de 7.10^6 dans l'infrarouge thermique (autour de 10 µm). Plus généralement, le tableau 1.2 donnent

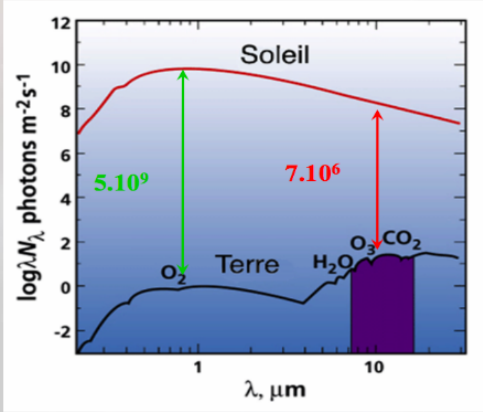


FIGURE 1.3 – **Densité spectrale d'énergie du Soleil et de la Terre** comme s'ils étaient vus depuis une distance de 10 pc. Le spectre solaire est, au premier ordre, celui d'un corps gris à 5780 K. Le spectre terrestre, lui, se sépare en deux composantes. La première est la lumière du Soleil réfléchie par la Terre (dont l'albédo moyen est d'environ 0,30). Cette composante domine le spectre terrestre en dessous de 2 µm. Au-delà, c'est la deuxième composante constituée de la lumière émise par la Terre qui domine. Au premier ordre, elle suit le spectre d'un corps gris à 300 K. En comparant les densités spectrales d'énergie du Soleil et de la Terre, on observe un contraste Soleil/Terre d'environ 5.10^9 dans le visible et de 7.10^6 dans l'infrarouge thermique. Figure tirée de Angel et al. (1999).

les contrastes étoile/exoplanète pour différents types d'étoile et différents types d'exoplanète (dont les caractéristiques sont données dans les tableaux B.2 et B.1).

Pour comprendre le problème posé par un contraste important ($> 1 \cdot 10^3$), j'ai effectué une simulation de l'observation d'un système constitué d'une étoile dont les caractéristiques (rayon, température) sont similaires à celles du Soleil et d'une planète dont les caractéristiques (rayon, température, albédo) sont celles de la Terre. La distance entre l'observateur et le système est fixée

6. La figure de diffraction d'une source ponctuelle par un instrument d'optique est appelée, de façon générale, fonction d'étalement de point (FEP) de l'instrument.

TABLE 1.2 – **Contrastes étoile/exoplanète :** pour différents types d'étoiles[c] et différentes classes de planètes[d]. Un tableau plus détaillé en fourni en annexe, tableau B.4

Etoile	Exoplanète			
T.S.[b]	Jupiter chaud[d]		Neptune[d]	
	Vis[a]	IR[a]	Vis[a]	IR[a]
O	$1{,}6 \cdot 10^{10}$	$9{,}4 \cdot 10^{5}$	$4{,}3 \cdot 10^{16}$	$4{,}3 \cdot 10^{16}$
B	$2{,}9 \cdot 10^{7}$	$3{,}5 \cdot 10^{4}$	$7{,}8 \cdot 10^{13}$	$7{,}8 \cdot 10^{13}$
A	$4{,}6 \cdot 10^{5}$	$3{,}4 \cdot 10^{3}$	$1{,}2 \cdot 10^{12}$	$1{,}3 \cdot 10^{12}$
F	$1{,}2 \cdot 10^{5}$	$1{,}3 \cdot 10^{3}$	$3{,}2 \cdot 10^{11}$	$3{,}2 \cdot 10^{11}$
G	$2{,}9 \cdot 10^{4}$	$6{,}4 \cdot 10^{2}$	$7{,}8 \cdot 10^{10}$	$7{,}8 \cdot 10^{10}$
K	$7{,}0 \cdot 10^{3}$	$2{,}9 \cdot 10^{2}$	$1{,}9 \cdot 10^{10}$	$1{,}9 \cdot 10^{10}$
M	$2{,}6 \cdot 10^{2}$	26	$7{,}1 \cdot 10^{8}$	$7{,}1 \cdot 10^{8}$

a. Pour le domaine visible (Vis), la longueur choisie est de 500 nm. Pour l'infrarouge (IR), elle est de 10 µm
b. T.S. = Type spectral
c. La signification des différents types d'étoile est donnée dans le tableau B.1.
d. La signification des différentes classes d'exoplanètes est donnée dans le tableau B.2.

à 10 pc [7] mais la distance étoile-planète est variable pour pouvoir étudier l'effet de la séparation angulaire. Le télescope est monolithique de 4 m de diamètre [8] et observe dans une bande de longueur d'onde allant de 400 à 800 nm pendant un temps d'intégration de $1 \cdot 10^5$ s (soit environ 1,2 j). La figure 1.4 présente le R.S.B. de la détection de la planète en fonction de la séparation angulaire étoile-planète en ne prenant en compte que le bruit provenant de la quantification des photo-électrons. Ainsi, on s'aperçoit que, même lorsque le critère de Rayleigh est largement respecté ($\theta_{*/\text{cible}} = 5\frac{\lambda}{D}$), le R.S.B. d'une telle observation est très faible ($\ll 1$) alors que le bruit qui affecte la mesure est fortement sous-estimé et que l'observation est longue. Ceci s'explique par le fait que les lobes secondaires de la figure de diffraction de l'étoile sont d'amplitude supérieure à l'amplitude du pic central de la figure de diffraction de la planète.

Le critère Rayleigh est donc insuffisant lorsque le contraste est important et il est nécessaire de réduire ce contraste, mais comment ?

1. **Jouer sur la longueur d'onde d'observation**. Si l'on prend l'exemple du système Terre-Soleil, voir figure 1.3. On s'aperçoit que le contraste est environ mille fois plus favorable dans l'infrarouge thermique (7.10^6) que dans le visible (5.10^9). De manière plus générale, étant donné que le Soleil est plus chaud que la Terre, le contraste Soleil/Terre, sera d'autant plus favorable à la Terre que l'on se déplacera vers les grandes longueurs d'onde. En pratique, on s'arrêtera cependant à l'infrarouge thermique afin de limiter la base de l'interféromètre nécessaire (voir tableau 1.1), de maximiser le nombre de photons provenant de l'exoplanète et de se situer dans un domaine spectral contenant les signatures vibrationnelles de molécules d'intérêt comme celles de l'ozone, du dioxyde de carbone et de l'eau. Ce choix de longueur d'onde permet d'améliorer les choses, mais n'est encore pas suffisant car le contraste de 7.10^6 reste trop fort.
2. **La coronographie**. L'idée est de supprimer ou de masquer, grâce à un dispositif optique,

7. Cette distance correspond à la distance typique envisagée dans les propositions d'observatoires spatiaux dédiés à l'observation directe d'exoplanètes (Angel et al., 1999; Léger, 2007).
8. Ce diamètre correspond au diamètre maximal, à l'heure actuelle, pour un télescope spatial.

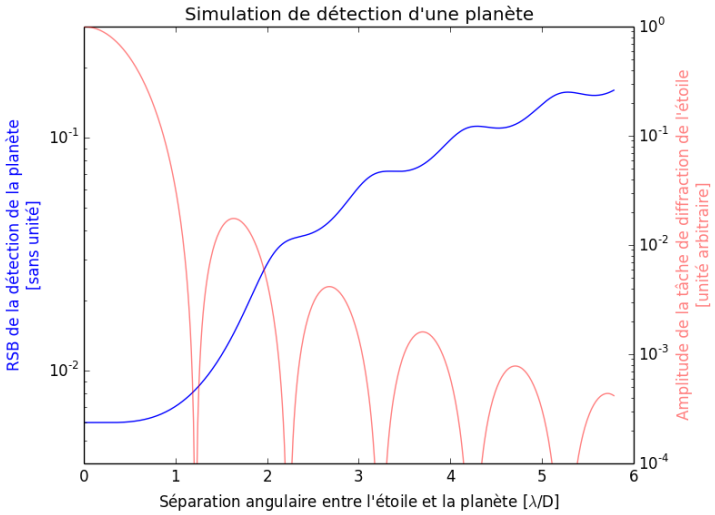


FIGURE 1.4 – **Problème de contraste : Simulations d'observations d'un système étoile-planète avec un télescope monolithique.** Le rayonnement émis par l'étoile est simulé par le rayonnement d'un corps noir de rayon $R_\odot = 696\,000$ km et de température $T_{\text{eff},\odot} = 5\,778$ K. Le rayonnement émis par la planète est simulé grâce à deux composantes. Une première composante due à la réflexion de lumière provenant de l'étoile sur la planète dont l'albédo est $A_{\text{Bond},\oplus} = 0{,}3$ et le rayon est $R_\oplus = 6\,371{,}0$ km et une deuxième composante due au rayonnement d'un corps noir de température 300 K. La distance entre ce système est l'observateur est de 10 pc mais la distance étoile-planète est laissée libre pour pouvoir faire varié la séparation angulaire. Le télescope possède un diamètre de 4 m, la bande d'observation va de 400 à 800 nm (domaine visible) et le temps d'intégration est de $1 \cdot 10^5$ s. La courbe bleu donne le R.S.B. de la détection de la planète en fonction de la séparation angulaire étoile-planète sachant que le seul bruit pris en compte est le bruit de quantification des photo-électrons. La courbe en rouge montre la tâche de diffraction de l'étoile.

le maximum de photons provenant de l'étoile tout en préservant les photons provenant la cible[9]. Nous verrons dans le § 1.3.1.2 que cette technique, originalement développée pour des télescopes monolithiques, est particulièrement adaptée à l'interférométrie. On parle alors de coronographie interférentielle ou d'interférométrie annulante.

1.2.3 Nuage zodiacal et exozodical

Les principaux problèmes liés aux bruits astrophysiques s'arrêteraient là s'il n'y avait pas une autre source importante de bruit : la lumière zodiacale et exozodiacale.

1.2.3.1 La lumière zodiacale

La lumière zodiacale, voir figure 1.5, peut s'observer assez facilement à l'aide d'un bon appareil photo lors d'une nuit bien noire. Cette lumière est due à la présence de grains de poussière[10] de taille microscopique (taille caractéristique : 40 µm) dans le plan de l'écliptique. Ces grains

9. Le premier à avoir réalisé un tel dispositif optique est l'astronome français Bernard Lyot qui inventa le coronographe de Lyot pour un télescope monolithique afin d'observer la couronne solaire dans les années 1940-1950.

10. Deux phénomènes sont principalement responsables de la présence de ces grains : la dislocation d'astéroïdes (voir par exemple Dermott et al., 1984) et l'effritement progressif de comètes (voir par exemple Nesvorný et al., 2010).

réfléchissent la lumière solaire et, chauffés par cette même lumière, émettent un rayonnement de corps noir dans l'infra-rouge thermique [11]. Lorsque l'on observe depuis la Terre ou depuis l'orbite, on se trouve ainsi plongé à l'intérieur de ce disque de poussière qui va former un voile lumineux devant notre instrument. Pour se faire une idée de l'intensité de ce nuage zodiacal, à la longueur d'onde de 10 µm, le disque zodiacal entier est 300 fois plus intense que la Terre (Ollivier et al. (2009b)). Afin de limiter l'effet de cette lumière zodiacale, deux solutions existent :

1. **S'éloigner du Soleil afin de jouer sur la diminution de la densité et de la température des grains de poussière** (Kelsall et al., 1998). Cette solution a été étudié par l'E.S.A. (Léger et al., 1993a, 1996) et la N.A.S.A. mais a rapidement été mise de côté à cause de difficultés techniques en termes de communications et d'énergie ;
2. **Utiliser des techniques de modulation.** Le principe des techniques de modulation est d'exploiter les différences morphologiques qui existent entre la lumière zodiacale, qui au premier ordre est uniforme dans le champs de vue, et le signal planétaire, qui est ponctuelle, afin de séparer ces deux composantes. Une technique de modulation classique (voir § 1.3.1.2.2) consiste, par exemple, à faire tourner l'instrument autour de sa ligne de visée (Bracewell, 1978; Mennesson and Mariotti, 1997; Angel and Woolf, 1997).

FIGURE 1.5 – Photo réalisée par Yuri Beletsky, au couché du Soleil, à l'observatoire de Paranal au Chili où se trouve les *Very Large Telescopes* de l'E.S.O.. On y voit très clairement une lumière blanche et diffuse, de forme triangulaire, qui s'étant dans le ciel de haut en bas de la photo. Cette lumière blanche est due à la poussière zodiacale. Figure tirée de http ://obswww.unige.ch/cieldumois/

1.2.3.2 La lumière exozodiacale

La lumière exozodiacale [12] est le pendant de la lumière zodiacale pour les systèmes exoplanétaires. La grande différence entre la lumière zodiacale et la lumière exozodiacale est que cette dernière n'est pas uniquement due à la présence de poussières microscopiques. En fonction de l'âge et de l'histoire du système, elle peut aussi traduire la présence de débris de toutes tailles (du micromètre au kilomètre). De plus, la répartition de ces débris n'a aucune raison d'être douce (comme l'est la distribution de la poussière zodiacale) et peut présenter toutes sortes d'asymétries et d'inhomogénéïtés qui vont rendre les techniques de modulation simples inefficaces. Une dernière différence est que la lumière exozodiacale n'a pour l'instant été que très peu observée

11. Pour plus de détails, voir par exemple Léna et al. (2008, p. 88) ou Kelsall et al. (1998) .
12. La lumière exozodiacale a été observée pour la première fois en 1983 par la mission IRAS (Aumann et al., 1984; Backman and Paresce, 1993)

et étudiée, si bien que l'on ne sait pas quelles sont les caractéristiques (intensité, morphologie) auxquelles on doit s'attendre.

C'est pourquoi l'observation et la caractérisation [13] des disques exozodiacaux, la quantification de leur impact sur les observations (Beichman et al., 2006; Defrère et al., 2010) ainsi que le développement de techniques de modulation visant à réduire cet impact constituent, à l'heure actuelle, un point clé en vue de l'observation directe d'exoplanètes.

1.3 Interférométrie annulante : de Bracewell à Emma

Maintenant que nous avons vu les principaux problèmes qui peuvent empêcher ou dégrader les observations, nous allons présenter les solutions que l'on peut leur opposer grâce à l'interférométrie annulante.

1.3.1 Concepts de base

Pour bien comprendre l'interférométrie annulante et ces possibilités, il est nécessaire de bien comprendre l'interférométrie classique.

1.3.1.1 L'interférométrie classique :

1.3.1.1.1 Description d'un interféromètre à deux télescopes : un interféromètre est un instrument à pupille diluée (non connexe) qui se base sur l'interférence entre des ondes cohérentes pour en déduire les propriétés de la source qui a émis ces ondes. Les interféromètres en astronomie fonctionnent sur le principe de l'interférence par division de front d'onde [16].

Pour mieux comprendre leur fonctionnement, intéressons-nous à l'interféromètre le plus simple possible : l'interféromètre à deux télescopes dont le schéma est présenté figure 1.6.

Il est composé de deux télescopes monolithiques indépendants (d'où le terme de pupille non connexe). Le vecteur reliant nos deux télescopes est appelé la base de l'interféromètre et est noté $\vec{B}$ (sa norme est notée B). Les deux télescopes pointent dans la même direction et échantillonnent des parties différentes du même front d'onde (voir figure 1.6) ce qui va nous permettre de faire des interférences par division de front d'onde.

Sauf si sa direction de propagation est orthogonale à la base, un front d'onde n'atteint pas les deux télescopes en même temps. Si l'on se réfère aux notations de la figure 1.6, le front d'onde provenant de la planète doit parcourir une distance supplémentaire, pour atteindre le télescope 1 par rapport au télescope 2. Cette distance est égale à $B\sin(\theta_{\text{planète}})$ où $\theta_{\text{planète}}$ est l'angle sous lequel est vu la planète par rapport au plan orthogonal à $\vec{B}$.

13. Il existe trois méthodes principales pour détecter la lumière exozodiacale. La première est la détection d'un excès de rayonnement infrarouge (le principe de cette méthode est, par exemple, expliqué dans Ollivier et al., 2009b) qui a par exemple été utilisé sur des observations faites avec les instruments MIPS [14] et IRS [15] du télescope spatial Spitzer, mais les mesures faites jusqu'à présent on atteint une limite en sensibilité de 1 000 zodis. Le zodi est l'unité utilisée pour quantifier la brillance d'un disque exozodiacal. 1 zodi correspond à la brillance du disque zodiacal. La deuxième est l'interférométrie infrarouge, voir par exemple Absil et al. (2006).De telles mesures sont réalisées avec les instruments CHARA-FLUOR, VLTI-VINCI et IOTA-IONIC et sont actuellement limitées, elles aussi, à environ 1000 zodis. Enfin la troisième méthode est l'interférométrie annulante. Cette technique que nous allons développer dans les parties suivantes et notamment dans le § 1.3 est utilisée sur les instruments MMT-BLINC du *Keck Interferometer Nuller* avec une sensibilité pouvant atteindre 300 zodis. Une amélioration de la sensibilité est attendue avec l'arrivée prochaine d'un instrument d'interférométrie annulante sur le LBTI (*Large Binocular Telescope Interferometer*) dont on attend une sensibilité de 30 à 50 zodi. D'autres projets comme ALADDIN, PEGASE devait atteindre des sensibilités de 30 à 50 zodis ou encore FKSI qui devait atteindre 1 zodi ont été envisagés, mais sont toujours à l'état de projet à l'heure actuelle.

16. L'expérience des trous d'Young (Hecht (2002) p 409) est l'exemple classique d'interférence par division de front d'onde.

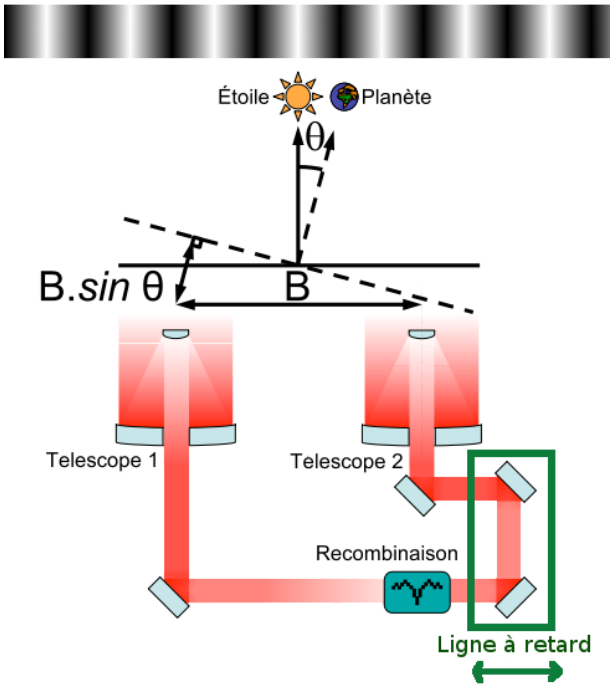


FIGURE 1.6 – **Schéma simplifié d'un interféromètre classique à deux télescopes :** On retrouve les éléments principaux d'un interféromètre : les télescopes, bien sûr, mais aussi la ligne à retard (LAR) et la recombinatrice. En sortie de recombinatrice, on vient mesurer l'évolution de l'intensité lumineuse résultant de l'interférence entre les deux faisceaux de l'interféromètre en fonction de la position de la LAR et l'évolution. C'est ce que l'on appelle le paquet de franges. Chaque source ponctuelle observée produit un paquet de franges sinusoïdal (si la source est monochromatique). Si l'on observe plusieurs sources ponctuelles en même temps, et sous l'hypothèse qu'elles soient incohérentes entre elles, le paquet de franges observé est donné par la somme des paquets de franges produits par chacune des sources ponctuelles. C'est l'étude de ce paquet de franges qui va nous permettre de retrouver l'information sur la distribution spatiale des sources observées.

Maintenant que nous avons nos deux faisceaux (un par télescope), pour qu'ils puissent interférer, il faut les faire converger au même endroit. C'est ce que l'on appelle recombiner les faisceaux. Pour cela, on guide la lumière de chaque télescope vers un dispositif optique appelé recombinatrice grâce à une série de miroirs appelée bras de l'interféromètre [17]. On place ensuite un détecteur à l'endroit de la convergence pour mesurer l'intensité lumineuse résultant de l'interaction entre les deux faisceaux. C'est de cette intensité et de ces variations que l'on va pouvoir extraire toute l'information donnée par l'interféromètre. Celle-ci dépend principalement de la cohérence entre les faisceaux récoltés par les deux télescopes. La théorie de la cohérence (voir par exemple Hecht (2002) p 577) est une théorie complexe qui sort du cadre de ce manuscrit.

1.3.1.1.2 Interprétation des mesures en interfèrométrie classique : À l'issue d'une observation, les données brutes issuent d'un interféromètre sont ce que l'on appelle un paquet de frange. Il s'agit de l'enregistrement de l'intensité en sortie de recombinatrice en fonction de la position de la ligne à retard pour une position donnée des deux télescopes, c'est-à-dire pour un vecteur $\vec{B}$ donné. Dans le cas général où l'interféromètre observe une source polychromatique et

17. Il y a donc autant de bras à l'interféromètre qu'il y a de télescopes.

étendue, on montre que le paquet de franges est donné par

$$\begin{aligned} I_{\mathrm{R,source},\Delta\sigma}(c_{\mathrm{LAR}},\vec{B}) = \; & I_{\mathrm{source},\Delta\sigma}(P_1) + I_{\mathrm{source},\Delta\sigma}(P_2) \\ & + 2\sqrt{I_{\mathrm{source},\Delta\sigma}(P_1)\cdot I_{\mathrm{source},\Delta\sigma}(P_2)}\ \mathrm{Re}\left[\mathrm{Corr}(\underline{E}(P_1,t),\underline{E}(P_2,t-\frac{c_{\mathrm{LAR}}}{v}))\right] \end{aligned} \tag{1.3}$$

où

- $I_{\mathrm{R,source},\Delta\sigma}(c_{\mathrm{LAR}},\vec{B})$ désigne l'intensité mesurée en sortie de recombinatrice ;
- c_{LAR}, désigne le distance supplémentaire parcourue par le faisceau issu du télescope 2, par rapport au faisceau issu du télescope 1 à cause du déplacement de la ligne à retard (voir figure 1.6). Pour $c_{\mathrm{LAR}} = 0$, la longueur du chemin suivit par la lumière entre le télescope 2 et la recombinatrice est la même que celle du chemin suivit par la lumière entre le télescope 1 et la recombinatrice ;
- $\Delta\sigma$ désigne la bande d'observation exprimée en nombre d'onde noté σ, sachant que $\sigma = \frac{1}{\lambda}$ où λ est la longueur d'onde ;
- $I_{\mathrm{source},\Delta\sigma}(P_1) = \int\limits_{\Delta\sigma}\int\limits_{\mathrm{source}} I(P_1,\sigma,\vec{S})\ \mathrm{d}\Omega_{\vec{S}}\ d\sigma$ est l'intensité du faisceau, dans la bande d'observation $\Delta\sigma$, recueilli par le télescope 1 situé au point P_1 de l'espace ;
- $I_{\mathrm{source},\Delta\sigma}(P_2) = \int\limits_{\Delta\sigma}\int\limits_{\mathrm{source}} I(P_2,\sigma,\vec{S})\ \mathrm{d}\Omega_{\vec{S}}\ d\sigma$ est l'intensité du faisceau, dans la bande d'observation $\Delta\sigma$, recueilli par le télescope 2 situé au point P_2 de l'espace.
- $\vec{S}$ désigne une direction dans le ciel ;
- $\mathrm{d}\Omega_{\vec{S}}$ désigne un petit élément d'angle solide centré sur la direction $\vec{S}$;
- $\mathrm{Corr}(\underline{E}(P_1,t),\underline{E}(P_2,t-\frac{c_{\mathrm{LAR}}}{v}))$ est le degré de cohérence complexe des ondes recueillies par les deux télescopes au niveau de la recombinatrice ;
- $\underline{E}(P_1,t)$ désigne la notation complexe du champs électrique de l'onde recueillie par le télescope 1, au niveau de la recombinatrice et à l'instant t ;
- $\underline{E}(P_2,t-\frac{c_{\mathrm{LAR}}}{v})$ désigne la notation complexe du champs électrique de l'onde recueillie par le télescope 2, au niveau de la recombinatrice et à l'instant t ;
- v est la vitesse de propagation de la lumière dans les bras de l'interféromètre.

De plus, le degré de cohérence complexe est donné par

$$\begin{aligned} &\mathrm{Corr}(\underline{E}(P_1,t),\underline{E}(P_2,t-\frac{c_{\mathrm{LAR}}}{v})) \\ &\qquad = \frac{\int\limits_{\Delta\sigma}\int\limits_{\mathrm{source}} \sqrt{I(P_1,\sigma,\vec{S})\cdot I(P_2,\sigma,\vec{S})}\ e^{i2\pi\sigma(\vec{B}.\vec{S}-c_{\mathrm{LAR}})}\ \mathrm{d}\Omega_{\vec{S}}\ \mathrm{d}\sigma}{\sqrt{I_{\mathrm{source},\Delta\sigma}(P_1)\cdot I_{\mathrm{source},\Delta\sigma}(P_2)}} \end{aligned} \tag{1.4}$$

Telle quelle, ces expressions sont un peu difficile à interpréter, mais si l'on égale les intensités dans les deux faisceaux ($I(P_1,\sigma,\vec{S}) = I(P_2,\sigma,\vec{S}) = I(\sigma,\vec{S})$), alors

$$\mathrm{Corr}(\underline{E}(P_1,t),\underline{E}(P_2,t-\frac{c_{\mathrm{LAR}}}{v})) = \frac{\int\limits_{\Delta\sigma}\int\limits_{\mathrm{source}} I(\sigma,\vec{S})\ e^{i2\pi\sigma\vec{B}.\vec{S}}\ e^{-i2\pi\sigma c_{\mathrm{LAR}}}\ \mathrm{d}\Omega_{\vec{S}}\ \mathrm{d}\sigma}{I_{\mathrm{source},\Delta\sigma}}$$

$$\text{et } I_{\mathrm{R,source},\Delta\sigma}(c_{\mathrm{LAR}},\vec{B}) = 2I_{\mathrm{source},\Delta\sigma} + 2I_{\mathrm{source},\Delta\sigma}\ \mathrm{Re}\left[\mathrm{Corr}(\underline{E}(P_1,t),\underline{E}(P_2,t-\frac{c_{\mathrm{LAR}}}{v}))\right],$$

puis en intégrant sur la source,

$$\mathrm{Corr}(\underline{E}(P_1,t),\underline{E}(P_2,t-\frac{c_{\mathrm{LAR}}}{v})) = \frac{\int\limits_{\Delta\sigma}\underline{\mu}(\sigma\vec{B})\ I_{\mathrm{source}}(\sigma)\ e^{i2\pi\sigma c_{\mathrm{LAR}}}\ d\sigma}{I_{\mathrm{source},\Delta\sigma}}.$$

où $\underline{\mu}(\sigma\vec{B})$ désigne le degré de cohérence spatiale complexe de la source. Il est donné par

$$\underline{\mu}(\sigma\vec{B}) = \frac{\int\limits_{\text{source}} I(\sigma,\vec{S})\ e^{i2\pi\sigma\vec{B}.\vec{S}}\ d^2\vec{S}}{\int\limits_{\text{source}} I(\sigma,\vec{S})\ d^2\vec{S}} \propto \text{TF}[I(\sigma,\vec{S})], \tag{1.5}$$

et est donc proportionnel à la transformée de Fourier de la distribution spatiale d'intensité de la source observée $\text{TF}[I(\sigma,\vec{S})]$.

Enfin, si le rayonnement est quasi-monochromatique ($\frac{\Delta\sigma}{\sigma_c} << 1$ où σ_c est le nombre d'onde central de la bande passante) et que l'on peut négliger les variations de $\underline{\mu}(\sigma\vec{B})$ avec σ, alors on obtient

$$\text{Corr}(\underline{E}(P_1,t),\underline{E}(P_2,t-\frac{c_{\text{LAR}}}{v})) \simeq \underline{\mu}(\sigma_c\vec{B})\cdot\underline{\gamma}(c_{\text{LAR}}) \tag{1.6}$$

$$\text{et } I_{\text{R,source},\Delta\sigma}(c_{\text{LAR}},\vec{B}) \simeq\ 2I_{\text{source},\Delta\sigma} + 2I_{\text{source},\Delta\sigma}\ \text{Re}\left[\underline{\mu}(\sigma_c\vec{B})\cdot\underline{\gamma}(c_{\text{LAR}})\right] \tag{1.7}$$

où $\underline{\gamma}(c_{\text{LAR}})$ est le degré de cohérence temporelle complexe. Il est donné par

$$\underline{\gamma}(c_{\text{LAR}}) = \frac{\int\limits_{\Delta\sigma} I_P(\sigma)\ e^{-i2\pi\sigma c_{\text{LAR}}}\ d\sigma}{\int\limits_{\Delta\sigma} I_P(\sigma)\ d\sigma} \propto \text{TF}[I_P(\sigma)], \tag{1.8}$$

et est donc proportionnel au spectre du rayonnement reçu.

En conclusion, un interféromètre est un instrument qui nous permet d'observer dans l'espace de Fourier. Pour une base $\vec{B} = \overrightarrow{P_1P_2}$ donnée, le paquet de franges observé en sortie de la recombinatrice nous donne plusieurs informations (voir figure 1.7) :

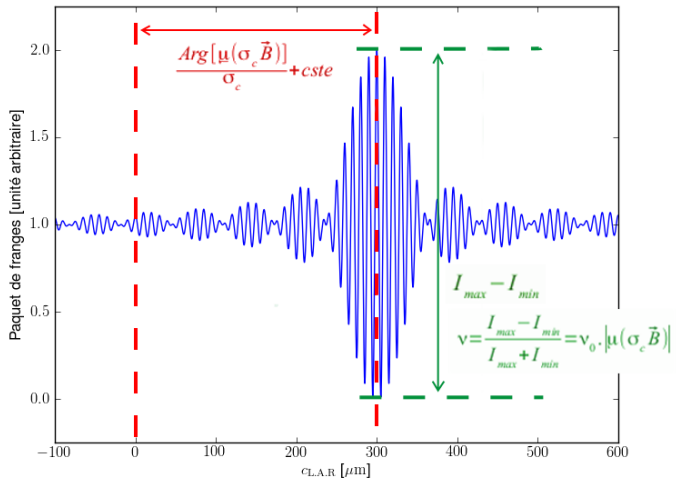


FIGURE 1.7 – **Simulation d'un paquet de franges obtenu en sortie d'un interféromètre à deux télescopes observant une source ponctuelle hors axe**. La base de l'interféromètre est de 40 m. Le spectre de la source est une fonction rectangle de 9,75 à 10,25 µm. L'enveloppe du paquet de franges en sinus cardinal (TF du rectangle) traduit donc l'aspect rectangulaire du spectre de la source. Les oscillations à l'intérieur de cette enveloppe traduisent la longueur d'onde centrale de $\lambda_c = 10$ µm ($\sigma_c = 1000$ cm^{-1}). La position de la frange centrale du paquet est l'image de la phase du degré de cohérence spatiale complexe $\underline{\mu}$ (à une constante près qui vaut 0 lorsque la partie réelle de $\underline{\mu}$ est positive ou nulle et π sinon), tandis que la visibilité des franges est proportionnelle au module de $\underline{\mu}$.

— l'allure des variations du paquet de franges avec la position de la LAR nous donne la partie réelle du degré de cohérence temporelle complexe qui est aussi la TF du spectre de la source ;
— la visibilité du paquet de frange, notée ν et donnée par $\nu \overset{\text{déf}}{=} \frac{I_{\mathrm{R},max}-I_{\mathrm{R},min}}{I_{\mathrm{R},max}+I_{\mathrm{R},min}}$ est proportionnel [18] au module du degré de cohérence spatial complexe en $\sigma_c\vec{B}$, c'est-à-dire au module de la TF de la distribution d'intensité de la source pour un vecteur des fréquences spatiales égale à $\sigma_c\vec{B}$;
— la position de la frange centrale par rapport à la position $c_{\mathrm{LAR}} = 0$ que multiplie σ_c donne la phase du degré de cohérence spatial en $\sigma_c\vec{B}$, c'est-à-dire la phase de la TF de la distribution d'intensité de la source pour un vecteur des fréquences spatiales égale à $\sigma_c\vec{B}$.

L'interférométrie classique a ainsi permis de mesurer le diamètre de certaines étoiles proches ainsi que leur ovalité de certaines étoiles (voir par exemple Souza et al. (2003)).

1.3.1.1.3 Résolution angulaire d'un interféromètre : maintenant, pour savoir si l'interférométrie va nous permettre de résoudre le problème de la résolution angulaire, il nous faut la quantifier. Pour cela, nous allons procéder de la même façon que pour le critère de Rayleigh. Nous allons considérer que nous observons avec notre interféromètre à deux télescopes deux sources ponctuelles d'égale intensité I. Pour simplifier les calculs, nous allons supposer que nos deux sources et nos deux télescopes se trouvent dans un même plan, ce qui nous permet de restreindre le problème à une dimension. Comme dans la figure 1.6, notons θ_0 l'angle entre les deux sources, vu de l'interféromètre. La distribution d'intensité est donc donnée par $I(\theta) = I\left[\delta(\theta) + \delta(\theta-\theta_0)\right]$ Si l'on effectue le changement de variable $\theta = \alpha + \frac{\theta_0}{2}$, alors $I(\alpha = \theta - \frac{\theta_0}{2}) = I\left[\delta(\alpha+\frac{\theta_0}{2}) + \delta(\alpha-\frac{\theta_0}{2})\right]$. D'où

$$\underline{\mu}(\sigma B) = \mathrm{TF}[I(\theta)] = \cos(\pi\theta\sigma B)\cdot e^{-i2\pi\frac{\theta}{2}\sigma B}$$

En interférométrie, la visibilité d'une source ponctuelle est de 1 quelque soit la base. Par conséquent, pour distinguer les deux sources, il faut que la visibilité mesurée soit significativement inférieure à 1. Dans notre exemple, la visibilité théorique est donnée par $\nu = |\cos(\pi\theta\sigma B)|$ et on va considéré (arbitrairement) que la source, les deux sources sont séparées par notre interféromètre au premier zéro de cette visibilité. Ce raisonnement simple nous donne donc une résolution angulaire de $\frac{\lambda}{2B}$. Traditionnellement pour quantifier la résolution d'un interféromètre, on utilise une méthode basée sur l'optique de Fourier et le contenu fréquentiel de la tâche de diffraction. Cette méthode aboutit à un résultat similaire à notre analyse à un facteur 2 près :

$$\text{Résolution} = \frac{\lambda}{B} \tag{1.9}$$

Conclusion, contrairement à un télescope monolithique, la résolution angulaire d'un interféromètre ne dépend pas du diamètre des télescopes utilisés, mais de sa base. Si l'on veut connaitre la résolution d'un interféromètre, ou connaitre la longueur de base nécessaire pour observer une cible, on peut donc réutiliser le tableau 1.1 en remplaçant le diamètre du télescope monolithique par la longueur de base de l'interféromètre. Ainsi, on peut voir que l'interférométrie nous permet de résoudre assez facilement le problème de la résolution angulaire et cela même aux longueurs d'onde de l'infrarouge thermique.

18. Ce facteur de proportionnalité est lié au spectre de la source, à la bande d'observation mais aussi à certains effets instrumentaux comme par exemple la diffraction. Il est en général étalonner en observant une étoile proche de la cible d'intérêt et pouvant être considérée comme ponctuelle.

1.3.1.1.4 Problème de contraste et interférométrie classique : le problème du contraste se pose de façon complètement différente en imagerie « monolithique » [19] et en interférométrie classique.

En imagerie « monolithique », on obtient en sortie du télescope, c'est-à-dire dans son plan focal, une image qui est la reproduction de la distribution d'intensité de la portion du ciel observée. Si l'on veut étudier le contenu spectral de la lumière émise par une source localisée, il suffit de récupérer, par exemple à l'aide d'une fibre optique la lumière reçue à l'endroit correspondant à la direction de la source dans le plan focal puis à l'analyser à l'aide d'un spectromètre. L'information spatiale et l'information spectrale sont donc liées. Si l'on capable de détecter l'exoplanète, on est *au première ordre* capable d'en faire le spectre.

Au contraire, un interféromètre classique observe, comme nous l'avons vu au § 1.3.1.1.2, dans le domaine de Fourier. En sortie d'un interféromètre, on obtient un paquet de frange. Dans ce paquet de frange, l'information spatiale et l'information spectrale sont découplée puisque l'information spatiale est fournie par la visibilité et la position du paquet de franges [20], tandis que l'information spectrale est fournie par l'allure de ce paquet de franges et concerne l'ensemble du champs de vue (étoile, exoplanètes, poussière zodiacale et exozodiacale, ...).

Ainsi lorsqu'il s'agit de faire le spectre d'une exoplanète [21], alors qu'en imagerie « monolithique », on peut profiter de la résolution angulaire de l'instrument pour réduire l'impact du contraste (voir figure 1.4), en interférométrie classique on subit le contraste de plein fouet, sans profiter, à première vue de la résolution angulaire de l'instrument. Cependant, le gain important en résolution spatiale à inciter certains scientifiques à persévérer.

1.3.1.2 L'interféromètre de Bracewell

En 1978, Bracewell et Macphie Bracewell (1978) ont proposé une solution à ce problème grâce à un concept instrumental assez simple appelé l'interférométrie annulante. Son principe est simple : faire en permanence des interférences destructives avec la lumière de l'étoile afin de « supprimer » ses photons et pouvoir observer les sources plus faibles qui se trouvent dans son voisinage.

Pour cela, une première idée est d'utiliser un interféromètre à deux télescopes et de déplacer la ligne à retard afin de produire un déphasage de π entre les deux faisceaux pour les photons provenant de l'étoile [22]. Cette méthode a deux inconvénients majeurs :

— **Chromatisme :** la position de la ligne à retard qui permet d'obtenir un déphasage de π entre le deux faisceaux pour une longueur d'onde λ pour des photons provenant d'une direction $\vec{S}$ est donnée par $c_{\text{LAR}} = \vec{B}.\vec{S} - \frac{\lambda}{2}$. Par conséquent pour deux longueurs d'onde différentes, le déphasage de π, n'est pas atteint à la même position de la LAR. Par conséquent, avec cette méthode, il ne sera pas possible de faire des interférences suffisamment destructives pour contrebalancer un contraste $C_{*,\text{planète}} = 10^8$, dans une grande plage de longueurs d'onde [23] (voir figure 1.8). Déplacer la LAR sur un interféromètre classique pour faire des interférences destructives sur les photons de l'étoile ne suffit donc pas à résoudre le problème du contraste à cause du chromatisme de la LAR.

19. J'appelle imagerie « monolithique », les observations réalisées à l'aide d'un télescope monolithique.

20. Elles nous donnent seulement un point de la transformée de Fourier à 2 dimensions de la distribution d'intensité de la portion du ciel observée.

21. Si il s'agit uniquement de détecter l'exoplanète le problème est sensiblement différent et l'interféromètre classique peut sous certaines conditions que je n'ai pas le temps de développer être beaucoup moins sensible au contraste, qu'un télescope monolithique

22. Le déphasage entre les deux bras, pour une source ponctuelle située dans la direction $\vec{S}$, est donnée par $\Delta\phi = \frac{2\pi}{\lambda}\left(\vec{B}.\vec{S} - c_{\text{LAR}}\right)$.

23. Pour se faire une idée, la bande de longueurs d'onde envisagée pour les projets Darwin et TPF-I s'étendait de 6 à 20 µm.

Les performances d'un interféromètre annulant dépendent donc notamment de la qualité des interférences destructives dans la bande de longueurs d'onde considérée. Pour quantifier cette qualité, on utilise indifféremment l'extinction (ou taux d'extinction) notée $\mathcal{N}$ et la réjection (ou taux de réjection) notée ρ :

$$\mathcal{N} = \frac{I_{\min}}{I_{\max}} \tag{1.10}$$

$$\rho = \frac{1}{\mathcal{N}} = \frac{I_{\max}}{I_{\min}} \tag{1.11}$$

où $I_{\max}$ et $I_{\min}$ désignent respectivement l'intensité maximale et minimale du paquet de franges produit par une source ponctuelle ;

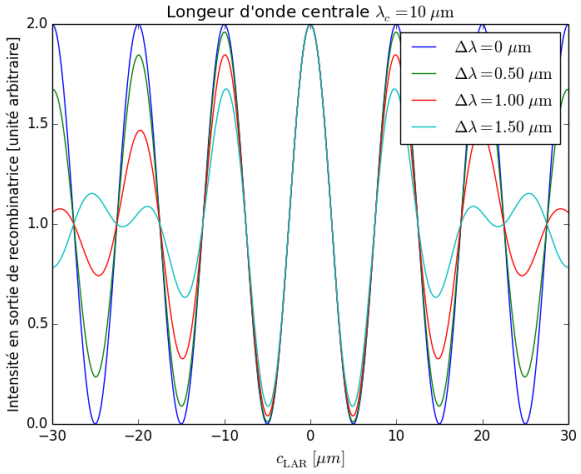


FIGURE 1.8 – **Problème de chromatisme en interférométrie classique**. Sur ce graphe, on observe les paquets de franges produits par une source ponctuelle située sur l'axe de l'interféromètre et qui simule l'étoile. Les différentes courbes correspondent à différentes largeurs de bande autour de 10 µm. On s'aperçoit tout d'abord que les interférences constructives sont parfaites quelque soit la largeur de bande. En effet, l'intensité maximale (qui a lieu pour $c_{\mathrm{LAR}} = 0\,\mu\mathrm{m}$) est indépendante de la largeur de bande ce qui s'explique par le fait qu'elles ont lieux à déphasage nul. Par contre, la qualité des interférences destructives dépend, elle, sensiblement de la largeur de bande. Plus celle-ci augmente, plus la valeur du minimum d'intensité est élevé et donc plus le taux d'extinction est mauvais (élevé). Par exemple, pour une largeur de bande de 1 µm, le taux d'extinction est seulement de $2 \cdot 10^{-2}$. Pour comparaison, la mission Darwin demandait un taux d'extinction de $1 \cdot 10^{-5}$ dans une bande de largeur 7 ou 8 µm.

— **Pertes d'information spatiale :** comme on le voit sur la figure 1.8, il est impossible de conserver des interférences destructives sur toute la course de la LAR. Or pour mesurer la visibilité du paquet de franges, il nous faut déplacer la LAR. Par conséquent, même si l'on atteint un taux d'extinction suffisant dans la bande de longueur d'onde souhaitée, il nous sera impossible de mesurer la visibilité du paquet de franges produite par le voisinage de l'étoile. On perd donc l'information spatiale.

Pour répondre à ces deux problèmes, Bracwell et MacPhie ont proposé un instrument, appelé interféromètre de Bracewell, dont le schéma est présenté figure 1.9. Il repose sur un interféromètre classique à deux télescopes, mais s'en distingue sur 2 concepts que l'on va présenter dans les paragraphes suivants.

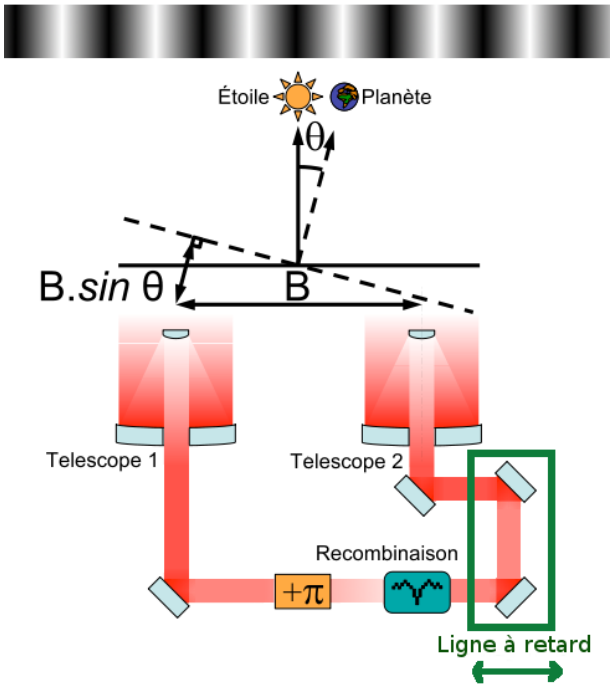


FIGURE 1.9 – **Schéma de principe d'un interféromètre de Bracewell.** Il est constitué de deux télescopes que l'on va cophaser à l'aide d'une ligne à retard et recombiner afin de faire interférer les deux faisceaux. Jusque-là, il s'agit d'un interféromètre à deux télescopes tout à fait classique, mais dans l'un des bras de l'interféromètre, on ajoute un déphaseur achromatique (APS) de π afin d'obtenir des interférences destructives et achromatiques au niveau de la ligne de visée.

1.3.1.2.1 Le déphaseur achromatique : sur la figure 1.8, on peut remarquer que si la frange sombre (qui correspond au déphasage de π) est chromatique, la frange brillante (déphasage nul) est, elle, achromatique. Afin de résoudre le problème de chromatisme de la frange sombre, Bracewel et MacPhie ont pensé à ajouter à l'un des bras de l'interféromètre un élément optique appelé déphaseur achromatique (en anglais *achromatic phase shifter* abrégé en APS) de π. Comme son nom l'indique, l'APS a pour rôle de créer un déphasage achromatique de π dans l'un des bras afin de remplacer la frange centrale brillante par une frange centrale sombre et achromatique. Il existe plusieurs solutions pour réaliser cet APS. Nous en verrons quelques-unes plus tard (§ 3.2.2).

1.3.1.2.2 La modulation physique : pour trouver une solution au problème de la perte d'information spatiale, nous allons d'abord définir la notion de carte de transmission d'un interféromètre.

Carte de transmission : pour une position fixe de la LAR, le déphasage entre les deux faisceaux d'un interféromètre de Bracewell observant une source ponctuelle dépend uniquement de la position de cette source dans le ciel. De plus, comme l'intensité, en sortie de la recombinatrice, due à l'interférence entre les faisceaux est dictée par ce même déphasage, pour chaque position dans le ciel, on peut calculer l'intensité correspondante en sortie de l'interféromètre. Cela nous permet d'obtenir la carte de transmission d'un interféromètre qui donne, pour chaque

direction du ciel, la transmission $\mathrm{Tr} = \frac{\text{Intensité en sortie de la recombinatrice}}{\text{Intensité reçue par les télescopes}}$ de l'interféromètre [24]. Sur les figures 1.6 et 1.9, la partie haute en dégradé noir et blanc indique respectivement les cartes de transmission d'un interféromètre classique [25] et d'un interféromètre de Bracewell [26].

Rotation de l'interféromètre : on représente généralement la carte de transmission pour une position de la LAR qui annule la différence de marche entre les bras de l'interféromètre ($c_{\mathrm{LAR}} = 0$). Lorsque l'on déplace la ligne à retard, cela revient (pour un interféromètre à deux télescopes) à translater la carte de transmission parallèlement au vecteur de base $\vec{B}$. Ainsi, déplacer la LAR fait passer les différents points du ciel d'un maximum à un minimum de transmission ce qui produit, en sortie de l'interféromètre, un paquet de franges dont on mesure ensuite la visibilité.

L'idée, pour récupérer l'information spatiale dans un interféromètre annulant, est donc de trouver un mouvement de la carte de transmission qui permette de faire varier la transmission de tous les points du ciel sauf de l'étoile qui doit conserver une transmission quasi nulle. La solution consiste à viser l'étoile avec notre interféromètre annulant, puis à le faire physiquement tourner autour de sa ligne de visée. Ainsi, la carte de transmission tourne autour de l'étoile, conservant ainsi une transmission nulle vis-à-vis de celle-ci, tout en faisant varier la transmission pour les autres directions (voir figure 1.10).

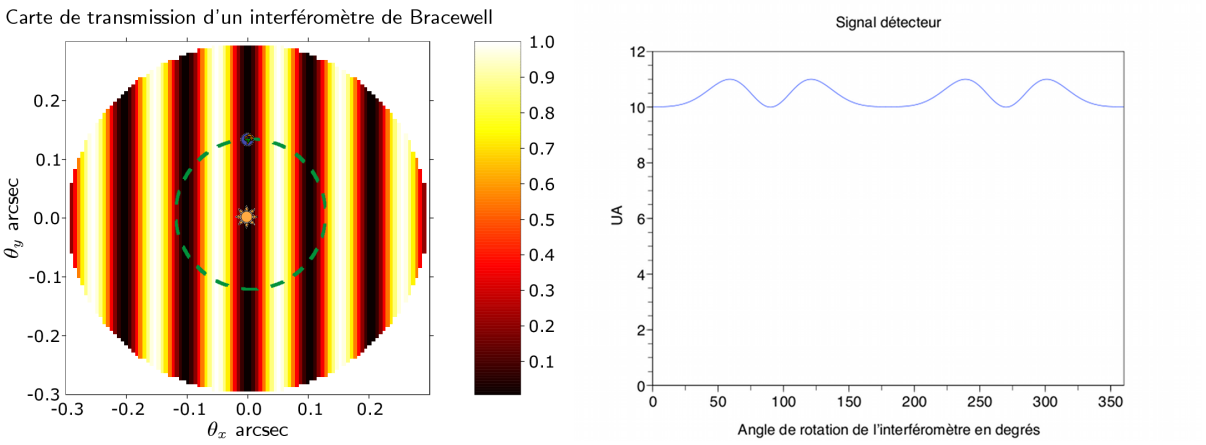


FIGURE 1.10 – **Principe de la modulation physique par rotation de l'interféromètre.** La figure de gauche représente la carte de transmission d'un interféromètre de Bracewell observant en lumière monochromatique. Dans le cadre de l'observation d'une exoplanète, l'étoile hôte est située sur la ligne de visée (et donc sur une frange sombre). Faire tourner l'interféromètre autour de sa ligne de visée permet de laisser l'étoile sur la frange sombre et de moduler le signal de la planète qui passe alternativement d'une frange sombre à une frange brillante au cours de la rotation. La figure de droite montre le type de signaux que l'on peut alors observer en sortie de l'interféromètre. Cette modulation va nous permettre de récupérer une partie de la résolution spatiale de l'interféromètre. En effet, on peut très facilement différencier, sur le graphique de droite, le signal qui provient de la planète de celui du fond de ciel par exemple.

Bien sûr, le théorème de Zernike Van-Cittert ne s'applique plus et la visibilité des paquets de franges, ainsi obtenus, n'est plus la TF de la distribution d'intensité. Mais on va tout de

24. Lorsque la position dans le ciel induit un déphasage entre les deux faisceaux de 0 modulo 2π, alors la transmission est maximale et elle est minimale lorsque le déphasage est de π modulo 2π.

25. Pour un interféromètre classique, la transmission est donnée par $\mathrm{Tr}(\alpha, \theta) = \frac{1}{2}\left[1 + \cos(2\pi\sigma B \sin\theta)\right]$ où α et θ sont les deux angles permettant de repérer la position de la source dans le ciel. θ étant l'angle par rapport au plan perpendiculaire à la base (voir figure 1.6).

26. Pour un interféromètre de Bracewell, la transmission est donnée par $\mathrm{Tr}(\alpha, \theta) = \frac{1}{2}\left[1 - \cos(2\pi\sigma B \sin\theta)\right]$.

même pouvoir récupérer une partie de l'information spatiale. En effet, en fonction de la position de la planète dans le ciel, les caractéristiques du paquet de franges produit vont varier. Par exemple, plus la distance angulaire étoile-planète est faible et plus la fréquence des franges sera élevée. En pratique, pour chaque position dans le ciel, on peut calculer le paquet de franges théorique produit par une source ponctuelle en ce point. Ensuite, on va calculer la carte donnant la valeur de la corrélation [27] des paquets des franges théoriques avec le paquet de franges mesuré en fonction de la position dans le ciel, ce qui nous donnera une image de la zone du ciel que l'on observe. L'image ainsi produite n'est pas parfaite car la transformation n'est pas bijective mais elle permet tout même de récupérer partiellement l'information spatiale. De plus cette technique permettra, comme nous l'avons déjà évoqué au § 1.2.3.1 d'éliminer une grande partie de la lumière zodiacale [28].

1.3.2 Quels problèmes subsistent ?

L'interféromètre de Bracewell semble donc capable de résoudre le problème de la résolution angulaire, du contraste. Mais persiste-t-il encore des obstacles à la détection directe d'exoplanète ?

1.3.2.1 L'étendue spatiale de l'étoile.

Afin de pouvoir différentier angulairement, la cible de l'étoile nous avons utilisé la haute résolution angulaire offerte par l'interférométrie. Mais cette résolution angulaire (de l'ordre de qq mas) peut alors devenir comparable au diamètre angulaire de l'étoile centrale. Par conséquent, l'interféromètre va commencer à résoudre le disque stellaire [29]. Comme les interférences destructives de notre interféromètre ne sont optimales que pour une source ponctuelle sur la ligne de visée, une partie de la lumière stellaire va traverser l'interféromètre avec une transmission plus élevée que celle obtenue sur la ligne de visée. Pour pouvoir quantifier l'intensité lumineuse, provenant de l'étoile, qui va ainsi traverser l'interféromètre, il nous faut examiner les variations de la transmission (Tr) pour de petits angles autour de la ligne de visée. Pour un interféromètre de Bracewell, un développement limité donne $\mathrm{Tr}(\theta) \underset{\theta\to 0}{\simeq} \frac{1}{2}\left[1-\cos(2\pi\sigma B(\theta+o(\theta)))\right] \underset{\theta\to 0}{\simeq} \frac{(2\pi\sigma B\theta)^2}{4} + o(\theta^2)$. Cette relation s'appelle la loi d'extinction de l'interféromètre annulant. Pour un interféromètre de Bracewell, elle suit donc une loi en θ^2 (voir figure 1.11). L'intensité lumineuse de l'étoile qui traverse l'interféromètre, à cause d'un taux d'extinction supérieur à zéro et à cause de l'étendue spatiale de l'étoile, constitue ce que l'on appelle les fuites stellaires. De par l'activité de l'étoile et le bruit de quantification des photo-électrons, les fuites stellaires vont être une source non négligeable de bruit. Pour donner un exemple, pour un système Terre-Soleil, observé avec un interféromètre de Bracewell dont la base est choisie de façon à ce que la terre soit sur la $1^{\text{ère}}$ frange brillante, $1,8.10^{-3}$ % des photons de l'étoile traverse l'interféromètre. Utiliser un interféromètre plus complexe qu'un Bracewell (voir § 1.3.3) permet d'obtenir une transmission en θ^3 ou θ^4 selon le concept instrumental adopté et ainsi de réduire ces fuites stellaires dues au diamètre angulaire de l'étoile.

27. Le principe est très semblable à celui de la transformée de Fourier sauf que l'on remplace les sinusoïdes par des paquets de franges théoriques. La faiblesse de cette méthode par rapport à la TF réside dans le fait que la base constituée par les paquets de franges produit par des sources ponctuelles en tout point de l'espace n'est pas orthonormale contrairement à la base des sinusoïdes.

28. Si la valeur moyenne de la contribution de la lumière zodiacale va effectivement pouvoir être éliminer grâce à cette technique une partie du bruit de quantification des photo-électrons liés à cette lumière zodiacale va malheureusement subsister.

29. C'est-à-dire qu'il va être capable de différencier les photons provenant du centre, de ceux provenant du bord de l'étoile

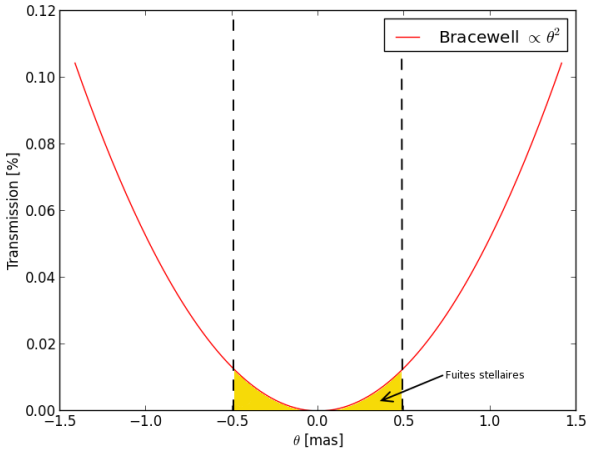


FIGURE 1.11 – **Représentation des fuites stellaires** dues au diamètre angulaire non nul de l'étoile. Les valeurs utilisées sont : $B = 15$ m ; $\lambda = 10$ µm ; $d = 10$ pc ; $R_* = 1\ R_\odot$; $\theta_{\mathrm{dia},*} = 0,94$ mas

1.3.2.2 Problème de la poussière exozodiacale.

Comme évoqué au § 1.2.3.2, la poussière exozodiacale, n'a généralement pas une distribution à symétrie de révolution autour de la ligne de visée. Par conséquent, une partie de cette lumière exozodiacale va être modulée par la modulation physique et se confondre avec le signal de la planète. Cela sera d'autant plus vrai que le disque exozodiacal possèdera des inhomogénéités ou des structures locales et cela pourra amener à des fausses détections. Ce problème de la lumière exozodiacale constitue, à l'heure actuelle, l'un des problèmes le plus délicat concernant l'observation directe d'exoplanète par interférométrie annulante.

1.3.3 Concepts d'I.A. et méthodes de modulation plus complexes

Comme nous l'avons vu dans la partie précédente, certains problèmes, comme la lumière exozodiacale, l'étendue angulaire de l'étoile et (comme nous le verrons par la suite) le bruit d'instabilité résistent à l'interféromètre de Bracewell. Il est donc intéressant de se pencher sur des concepts d'interféromètre annulant plus complexe, c'est-à-dire comportant plus de deux télescopes.

La carte de transmission $T(\Delta\alpha, \Delta\delta)$ d'un interféromètre à N télescopes, se calcule grâce à la formule

$$T(\Delta\alpha, \Delta\delta) = \left| \sum_{k=1}^{N} \exp\left[i \left(2\pi \frac{\overrightarrow{OT_k}.\overrightarrow{\mathrm{dir}_{\Delta\alpha,\Delta\delta}}}{\lambda} + \Phi_k \right) \right] \right|^2 \tag{1.12}$$

où

- $\overrightarrow{OT_k}$ est le vecteur donnant la position du télescope k par rapport à une origine O ;
- $\overrightarrow{\mathrm{dir}_{\Delta\alpha,\Delta\delta}}$ est un vecteur unitaire donnant la direction concernée par la valeur de la transmission ;
- λ est la longueur d'onde d'observation ;
- Φ_k est le déphasage supplémentaire (en plus du déphasage lié au chemin optique nécessaire pour aller jusqu'au recombineur) imposé par la ligne à retard ou des déphaseurs présents dans le bras associé au télescope k.

Cette équation va nous permettre, moyennant la connaissance de la longueur d'onde de travail, de la position des télescopes et du déphasage supplémentaire introduit dans chaque bras, de simuler n'importe quel concept d'interféromètre annulant.

Ainsi, de nombreux concepts d'interféromètres annulants ont été proposés (voir par exemple Lay, 2005; Mennesson et al., 2005; Angel and Woolf, 1997). Parmi eux, le concept appelé Emma-X array a la particularité d'avoir été choisi de façon indépendante comme concept instrumental par les études Darwin Léger (2007) et TPF-I Angel et al. (1999).

Avec ces nouveaux concepts, de nouvelles techniques comme le *phase choping* (Defrère et al., 2010) et le *spectral fitting* (Lay, 2006) ont aussi été développées afin de répondre aux problématiques posées par l'interférométrie annulante. Pour des raisons de concision, je ne rentrerais pas dans le détails de ces concepts et techniques, mais j'encourage vivement le lecteur qui s'intéresse à l'interférométrie annulante à étudier ces points car ils représentent, à mon avis, le futur de l'interférométrie annulante.

1.4 Panorama des interféromètres annulants

Pour finir ce chapitre, faisons un rapide tour d'horizon des interféromètres annulants existants.

1.4.1 Interféromètres annulants au sol

Comme à chaque fois que c'est possible, tout concept instrumental est d'abord testé et réalisé au sol. L'interférométrie annulante n'échappe pas à cette règle. Dans cette section, je vais présenter les 3 interféromètres annulants qui ont effectivement vu le jour jusqu'à aujourd'hui. Il y a, bien évidemment, certains projets qui n'ont pas eu cette chance. Même si je ne le présenterai pas, je tenais à mentionner ici l'un de ces projets : le projet ALADDIN (Coudé Du Foresto et al., 2005).

1.4.1.1 Le K.I.N. : *Keck Interferometer Nuller*

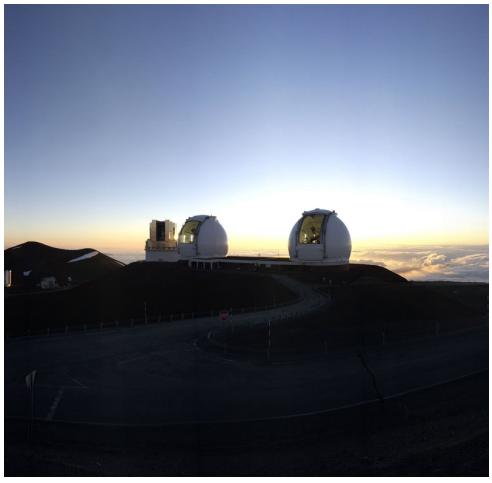


FIGURE 1.12 – ***Keck Interferometric Nuller***, crédits : http ://www.nasa.gov

Les deux télescopes du Keck situés au sommet du volcan éteint Mauna Kea à Hawaï sont deux télescopes segmentés de 10 m de diamètre qui fonctionnent depuis 1993 pour le premier et 1996 pour le deuxième. Les deux télescopes ont été recombinés entre eux pour former un interféromètre classique, *Keck Interferometer* en Mars 2001, puis un interféromètre annulant, le

Keck Interferometer Nuller, en Août 2004 (Serabyn et al. (2006)). La longueur de base est fixe et mesure 85 m. En mode interféromètre annulant, il observe dans la bande photométrique N (autour de 10 µm) permettant d'atteindre une résolution angulaire de 24 mas. Il a notamment permis d'atteindre des taux d'extinction de l'ordre de 10^{-3} et de mesurer le niveau de flux exozodiacal à ce niveau de sensibilité pour 25 étoiles [30] (voir Millan-Gabet et al., 2011). Le *Keck Interferometer* et donc le *Keck Interferometer Nuller* ont été arrêtés en 2012.

1.4.1.2 Le P.F.N. : *Palomar Fiber Nuller*

Installé sur le télescope de 5 mètres de diamètre du mont Palomar au nord de San Diego, le *Palomar Fiber Nuller* (voir Mennesson et al. (2010)) utilise un masque pour créer deux sous-pupilles disjointes de forme elliptique (de 3 m x 1,5 m) simulant deux télescopes séparés de 3,4 m. Le fait que les télescopes soient simulés permet de faire tourner les deux sous-pupilles autour de l'axe de visée du télescope pour simuler la rotation de l'interféromètre. L'instrument fonctionne dans la bande photométrique K (autour de 2 µm) pour profiter au maximum du système d'optique adaptative. Cet instrument associé à une nouvelle méthode d'analyse des mesures appelée *Null-Self Calibration* (voir Hanot et al. (2011)) a permis d'atteindre des taux d'extinction de l'ordre de 10^{-4}.

FIGURE 1.13 – **Télescope de 5 mètre du Mont Palomar :** Les instruments dont le *Palomar Fiber Nuller* viennent se fixer directement au dos du miroir primaire. Crédit : http ://www.astro.caltech.edu/palomar

1.4.1.3 Le LBTI-NIC

Le *Large Binocular Telescope* (LBT) est situé à l'observatoire international du Mont Graham en Arizona. Il a la particularité d'être composé de deux miroirs primaires de 8,4 m de diamètre avec une séparation de 14,4 m entre les centres des deux miroirs. Chaque miroir primaire est associé à un miroir secondaire adaptatif de 0,9 m. Les premières lumières ont eu lieu en 2005. Le *Large Binocular Telescope Interferometer* (LBTI) est un des instruments disponibles sur le LBT. Il permet d'utiliser les deux miroirs primaires du télescope pour faire de l'interférométrie. Sur le LBTI est monté l'instrument *Nulling and Imaging Camera* (NIC) qui possède une voie d'imagerie travaillant entre 3 et 5 µm (avec la caméra LMIRCam) et une voie pour l'interférométrie annulante qui observe entre 8 et 13 µm avec la caméra NOMIC (*Nulling Optimized Mid-Infrared Camera*). À l'heure actuelle, l'instrument LBTI-NIC est toujours en phase de test mais les performances

30. Sur les 25 étoiles observées, seules trois étoiles ont abouti à une détection de flux exozodiacal à ce niveau de sensibilité et une seule des trois détections est non ambiguë.

attendues en termes de taux d'extinction sont de l'ordre de 10^{-4}. L'un des objectifs scientifiques sera la mesure du niveau du flux exozodiacal.

FIGURE 1.14 – **Le *Large Binocular Telescope*** crédits : http ://www.lbto.org

1.4.2 Projets d'interféromètres annulants spatiaux

Il y a eu, notamment dans les années 2000, plusieurs projets d'interféromètres annulants spatiaux qui, pour des raisons économiques et/ou scientifiques, n'ont malheureusement pas vu le jour : Darwin (Léger, 2007), TPF-I (Angel et al., 1999), PEGASE (Ollivier et al., 2009a) et FKSI (Danchi et al., 2008). Par conséquent, j'ai choisi de ne présenter que les projets Darwin/TPF-I car les objectifs du banc NULLTIMATE sur lequel j'ai travaillé sont basés sur ces projets.

1.4.2.1 Darwin et TPF-I

Les projets Darwin (voir Léger, 2007; Léger et al., 1993a) et TPF-I Angel et al. (pour *Terrestrial Planet Finder Interferometer*, voir 1999) sont des projets proposés respectivement à l'ESA et à la NASA visant à construire des observatoires spatiaux basés sur la technique de l'interférométrie annulante. Les objectifs phares de ces deux propositions étaient la recherche d'exoterres [31] et leurs caractérisations par spectroscopie de leurs atmosphères dans le but principal de détecter des biosignatures. Les biosignatures sont des signatures spectrales signalant la présence de certaines molécules comme l'oxygène O_2, l'eau H_2O, le dioxyde de carbone CO_2, l'ozone O_3, le méthane CH_4, *etc.* De nombreuses études, parmi lesquelles Owen (1980), Léger et al. (2011a) ou encore Selsis et al. (2002), ont été menées sur les biosignatures afin d'essayer de déterminer notamment s'il est possible de produire ces signatures spectrales de façon abiotique [32]. La réponse à cette question n'est toujours pas tranchée à l'heure actuelle, cependant la détection de ces trois molécules (O_3, CO_2 et H_2O) dans l'atmosphère d'une exoplanète serait, à l'heure actuelle, considérée comme un argument fort en faveur de la présence de vie sur cette exoplanète.

Ces deux projets ont convergé vers le même concept d'interféromètre, le Emma-X Array (voir par exemple Léger, 2007; Angel et al., 1999). Il serait envoyé au point de Lagrange 2 du système terre-soleil. L'objectif, en termes de taux d'extinction de ces missions, est de 10^{-5} avec une stabilité de ce taux d'extinction de 10^{-9} sur 10 jours dans une bande spectrale allant d'environ 6 à 20 µm.

31. On appelle exoterre une exoplanète qui est de taille comparable à celle de la terre, orbitant dans la zone habitable (Kasting et al. (1993)) d'une étoile de la séquence principale.

32. Le terme abiotique désigne un processus qui n'implique aucune réaction biologique. C'est à dire qui ne nécessite pas l'intervention d'un organisme vivant.

Ces deux projets proposés à l'ESA et à la NASA au début des années 2000, n'ont pas été retenus notamment pour des raisons de coût et de niveau de maturité technologique de certains éléments du projet (interférométrie spatiale, taux d'extinction polychromatique, stabilité de ce taux d'extinction, vol en formation [33]...).

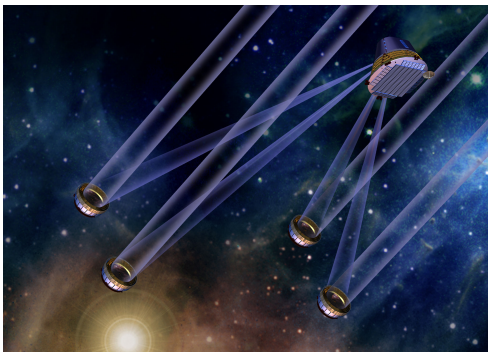


FIGURE 1.15 – **Projet Darwin**, vue d'artiste. crédits : http ://www.aeos.ulg.ac.be

33. Des avancées notables ont été faites sur de nombreux points. Pour le vol en formation, le projet *Prototype Research Instruments and Space Mission technology Advancement* (PRISMA) lancé en orbite autour de la Terre en 2010 a effectué avec succès les premières opérations de vol en formation dans l'espace, franchissant ainsi une étape cruciale sur le chemin qui mène à l'interférométrie longue base spatiale.

Chapitre 2

Le démonstrateur technologique NULLTIMATE : Cahier des charges

Après avoir vu dans le chapitre précédent, le contexte général de l'interférométrie annulante, ses concepts, ses objectifs, ses difficultés, je vais dans ce chapitre et dans les suivants, me concentrer sur les expériences d'interférométrie annulante que nous menons à l'I.A.S..

Lors de mon arrivée à l'I.A.S. à l'été 2009, j'étais le 7e thésard à travailler sur le sujet de l'interférométrie annulante. Pour comprendre le contexte local de ma thèse, je vais donc, dans le § 2.1, présenter rapidement le travail de mes prédécesseurs et l'enchainement qui a mené à mon travail sur le banc NULLTIMATE. Cet héritage relativement lourd et certains événements m'ont amené assez rapidement à chercher un regard neuf sur le travail réalisé jusque-là. Cette remise en question m'a incité à revisiter les objectifs de l'interférométrie annulante (§ 2.2), puis les objectifs du banc NULLTIMATE et leur faisabilité (§ 2.3).

Sommaire

2.1 Historique de l'I.A. à l'I.A.S. 39
2.1.1 Banc de Marc Ollivier 39
2.1.2 Banc SYNAPSE 39
2.1.3 Banc NULLTIMATE 41
2.2 Cahier des charges haut niveau pour l'I.A. 43
2.2.1 Bruit de photons de la planète 44
2.2.2 Bruit dû aux fuites de l'étoile 44
2.2.2.1 Bruit dû aux fuites "instrumentales" 47
2.2.2.2 Bruit dû aux fuites "configurationnelles" 47
2.2.3 Bruit de variabilité 48
2.2.4 Budget haut niveau de bruit. 49
2.3 Cahier des charges pour NULLTIMATE 51
2.3.1 CdC haut niveau de NULLTIMATE 52
2.3.1.1 $\langle \mathcal{N} \rangle_D$ et $\sigma_{\langle \mathcal{N} \rangle_D}$ 52
2.3.1.2 Environnement 52
2.3.1.3 Structure temporelle de l'extinction 52
2.3.2 Cahier des charges bas niveau pour NULLTIMATE 54
2.3.2.1 Analyse de l'expression générale du taux d'extinction 54
2.3.2.1.1 Sous-ensemble erreur de front d'onde : 54
2.3.2.1.2 Sous-ensemble différence de marche centrale : 55
2.3.2.1.3 Sous-ensemble chromatisme : 56
2.3.2.1.4 Sous-ensemble fuites stellaires configurationnelles : . . . 57
2.3.2.1.5 Sous-ensemble différence de phase s-p différentielle : . . 57

2.3.2.1.6 Sous-ensemble rotation de polarisation : 58
2.3.2.1.7 Sous-ensemble déséquilibre des flux : 58
2.3.2.1.8 Sous-ensemble lumière parasite : 58
2.3.2.2 Allocation du budget d'extinction 60
2.3.2.2.1 Extinction moyenne : $\langle \mathcal{N} \rangle_D$: 60
2.3.2.2.2 Composante haute fréquence de l'extinction $\mathcal{N}_{\text{HF}}$: . . 62
2.3.2.2.3 Composante basse fréquence de l'extinction $\mathcal{N}_{\text{BF}}$: . . 62
2.3.2.3 Allocation d'extinction 63
2.3.2.4 Allocations par sous-ensembles 63
2.3.2.4.1 Poste différence de marche centrale : 63
2.3.2.4.2 Poste déséquilibre des flux : 63
2.3.2.4.3 Poste chromatisme : 63
2.3.2.4.4 Poste de polarisation : 65

2.1 Résumé des épisodes précédents

Le banc optique NULLTIMATE, sur lequel j'ai travaillé, n'est pas le premier démonstrateur technologique développé à l'I.A.S. pour l'interférométrie annulante. En effet, ces activités ont commencé en 1996 avec la thèse de Marc Ollivier.

2.1.1 Banc de Marc Ollivier

Le travail de Marc Ollivier, de 1996 à 1999, fait suite à l'élaboration du projet Darwin (§ 1.4.2.1). L'objectif était de démontrer, en laboratoire, la faisabilité technologique des performances requises pour ce projet et plus particulièrement celles concernant le taux d'extinction. L'un des problèmes pour atteindre des taux d'extinction très faibles ($< 1 \cdot 10^{-5}$) est la qualité des optiques (miroirs, lames semi-réfléchissantes...). En effet, les irrégularités de ces optiques dégradent la qualité des fronts d'onde et donc la cohérence entre les faisceaux et limitent le taux d'extinction. La qualité des optiques nécessaire pour obtenir des taux d'extinction de l'ordre de 10^{-5} n'avait jamais été réalisée, et cela même pour l'infrarouge thermique [1], et représentait donc un premier challenge technologique. Afin d'apporter une solution à ce problème, Marc Ollivier, Alain Léger et Jean-Marie Mariotti ont mis en place un banc optique (voir figure 2.1) fonctionnant en lumière laser à 10,6 µm qui a fait la première démonstration de l'efficacité des filtres spatiaux (trous filtrants et fibres optiques monomodes) pour relâcher les contraintes sur la qualité des optiques (Ollivier, 1999; Ollivier et al., 2001). Il a ainsi pu démontrer une capacité d'**extinction d'environ $9{,}5 \cdot 10^{-4}$ en lumière monochromatique polarisée à 10,6 µm**.

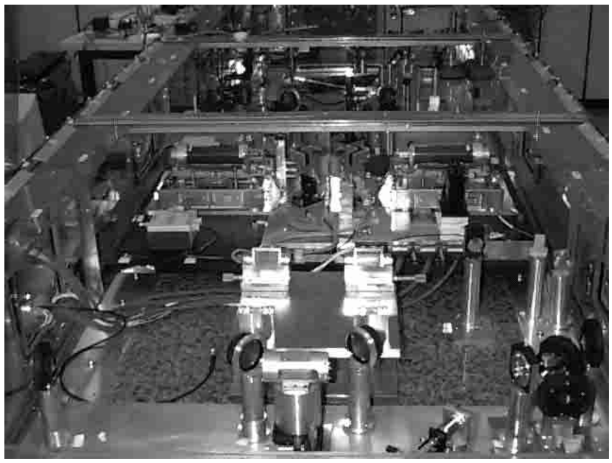


FIGURE 2.1 – **Image du premier banc d'interférométrie annulante réalisé à l'I.A.S. par Marc Ollivier.** Crédit : Ollivier et al. (2001)

2.1.2 Banc SYNAPSE

Ensuite afin d'améliorer les performances en termes de taux d'extinction et passer du monochromatique au polychromatique, un nouveau banc optique appelé SYNAPSE (pour *SYmmetric Nuller for Achromatic Phase Shifters Evaluation*) a vu le jour à l'I.A.S.. Le développement et l'exploitation de ce banc ont duré de 2000 à 2008 et 4 thésards y ont participé : Predrag Sekulic,

1. En effet, les contraintes sur la qualité de surface des optiques se relâchent lorsque la longueur d'onde augmente. C'est pour cela que les radiotélescopes peuvent se contenter de grilles métalliques, en guise de miroirs, et non d'une surface pleine.

Franck Brachet (Brachet, 2005), Bruno Chazelas (Chazelas, 2007) et Pavel Gabor (Gabor, 2009).

FIGURE 2.2 – **Image du banc SYNAPSE** prise en octobre 2003. Crédit : Brachet (2005)

L'objectif initial de SYNAPSE, et pour lequel il a été construit, était de tester différents types de déphaseurs achromatiques. Le banc a été conçu pour travailler dans les bandes photométriques K (entre 2 et 2,5 µm) et L (entre 3 et 4 µm). Les résultats obtenus sont :

- **polychromatique bande K (2 à 2,5 µm) : $\mathcal{N} = 1{,}9 \cdot 10^{-4}$** pour le meilleur résultat (les expériences successives ont amené a $\mathcal{N} \in [1.9\ ;5] \cdot 10^{-4}$) et la meilleure stabilité mesurée fut de $\sigma_{\langle\mathcal{N}\rangle_{600\,\mathrm{s}}} = 1{,}5 \cdot 10^{-5}$ [2]. Plusieurs tests ont été faits avec et sans polariseurs et avec différents types de déphaseurs achromatiques, mais sans modification sensible des résultats ;
- **monochromatique à 2,3 µm (16 nm de largeur de bande) : $\mathcal{N} = 3{,}4 \cdot 10^{-4}$**. C'est-à-dire qu'aucune différence n'a été mesurée entre le cas monochromatique et le cas polychromatique ;
- **polychromatique bande L (3 à 4 µm) : $\mathcal{N} = 2{,}1 \cdot 10^{-4}$**.
- **monochromatique à 3,39 µm (laser) : $\mathcal{N} = 1 \cdot 10^{-5}$** pour le meilleur résultat (les expériences successives ont amené a $\mathcal{N} \in [1; 10] \cdot 10^{-5}$)

Ces résultats ne sont, et n'étaient pas, jugés satisfaisants, car l'objectif du banc était d'obtenir des taux d'extinction inférieurs ou égaux à 10^{-5}, et même inférieurs à 10^{-6} puisque les déphaseurs achromatiques que le banc devait tester avaient des performances théoriques inférieures à 10^{-6}. Malheureusement, l'interprétation de ces résultats est délicate (notamment à cause de l'absence de barres d'erreurs propres) et il n'a d'ailleurs pas été dressée de conclusion claire permettant d'expliquer les facteurs limitants les performances. Dans le rapport final (Schuller et al., 2009) fait pour l'E.S.A. (qui a, en partie, financé ce banc), on peut lire la phrase suivante :

> Because it was not understood why this bench, which had been very seriously designed, could not achieve a good nulling level in polychromatic light ; and because these difficulties appeared on a bench placed in "easy conditions" in the context of NULLTIMATE, i.e. at atmospheric pressure , in a wavelength band a priori easier to work with than the NULLTIMATE 10 µm range, we determined that the initial goals of the NULLTIMATE experiment were too ambitious

Cette citation illustre l'**incompréhension des résultats obtenus sur SYNAPSE** et m'offre une transition parfaite vers le 3e et dernier banc construit à l'I.A.S. : NULLTIMATE.

2. J'expliquerais dans la section suivante la signification de la notation $\sigma_{\langle\mathcal{N}\rangle_{600\,\mathrm{s}}}$.

2.1.3 Banc NULLTIMATE

Comme on peut le deviner dans la citation de la section précédente, à l'origine NULLTIMATE a été conçu (notamment par Bruno Chazelas et Michel Decaudin, voir Chazelas, 2007; Schuller et al., 2009) pour travailler en lumière polychromatique autour de 10 µm, sous vide et refroidi à 100 K. Cependant, suite à l'échec de SYNAPSE, il a été décidé, dans un premier temps, d'abandonner cet objectif et de rester dans les mêmes conditions de température et de pression, c'est-à-dire à température et pression ambiantes et dans l'infrarouge proche (bandes photométriques K et L). **L'objectif de NULLTIMATE était donc de réussir là où SYNAPSE avait échoué, mais**

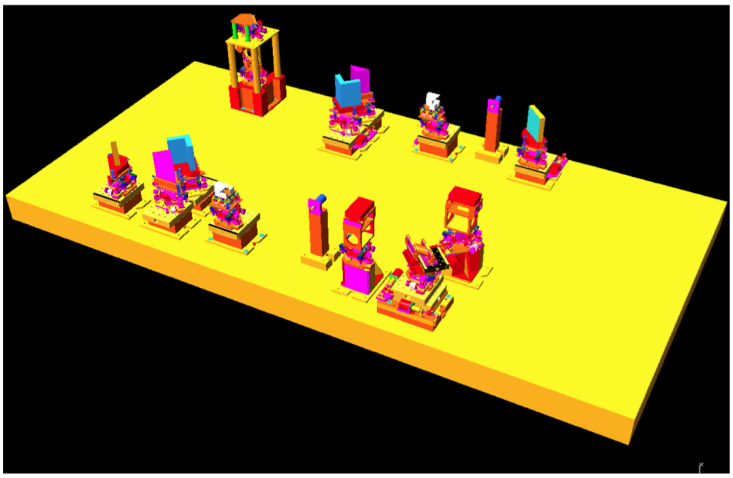


FIGURE 2.3 – **Dessin C.A.O. du banc NULLTIMATE** dans sa version initiale (sous vide, refroidi, fonctionnant à 10 µm). Crédit : Schuller et al. (2009)

sans savoir les raisons de l'échec de ce dernier. La ligne directrice étant de faire un banc plus « simple » afin d'obtenir des résultats plus facilement interprétables. Plus précisément, les objectifs technologiques étaient les suivants (Chazelas et al., 2006; Schuller et al., 2009) :

1. Obtenir un taux d'extinction monochromatique inférieur ou égal à $1 \cdot 10^{-5}$ autour de 2 et de 3,4 µm ;
2. Dans la bande photométrique K, découvrir le ou les paramètres qui limitent les performances en lumière polychromatique et étudier les performances des différents déphaseurs achromatiques ;
3. Adapter le banc pour le faire travailler dans l'infrarouge thermique (autour de 10 µm) [3] ;
4. Étudier les performances des différents déphaseurs achromatiques (autour de 10 µm) [4] ;

Par la suite, l'importance de la stabilité du taux d'extinction a été mise en évidence (voir par exemple Lay, 2004; Chazelas et al., 2006) et donc des objectifs concernant la stabilité ont été ajoutés :

5. Obtenir un taux d'extinction moyen $\langle \mathcal{N} \rangle_{10\,\mathrm{j}} \leqslant 1 \cdot 10^{-5}$
6. Obtenir une stabilité de ce taux d'extinction de $\sigma_{\langle \mathcal{N} \rangle_{10\,\mathrm{j}}} \leqslant 1 \cdot 10^{-9}$.

Dans le chapitre précédent, j'ai défini toutes les notions nécessaires à la compréhension des 4 premiers objectifs. Par contre, je n'ai, jusque là, pas défini les notations liée la stabilité et il est donc important de s'attarder un peu sur les objectifs n°5 et 6 afin de les interpréter correctement.

3. Cet objectif d'adapter le banc pour pouvoir travailler à 10 µm n'a finalement jamais pu être tenté.
4. Cet objectif de test des déphaseurs achromatiques n'a lui non plus pas pu être réalisé. Nous verrons pourquoi dans la suite de ce manuscrit.

En effet, la condition $\sigma_{\langle\mathcal{N}\rangle_{10\,\mathrm{j}}} \leqslant 10^{-9}$ peut paraître très exigent au premier abord, mais regardons ce qu'elle signifie plus en détails. Tout d'abord, $\langle X\rangle_T$ désigne l'opérateur moyenne temporelle [5] sur une durée T de la grandeur X (qui dépend du temps). $\langle\mathcal{N}\rangle_{10\,\mathrm{j}}$ désigne donc la valeur du taux d'extinction moyennée sur 10 j. Ensuite, σ_X désigne l'écart-type [6] de la variable aléatoire X. $\sigma_{\langle\mathcal{N}\rangle_{10\,\mathrm{j}}}$ désigne donc l'écart-type de la moyenne sur 10 jours du taux d'extinction. Sous l'hypothèse d'ergodicité [7], et pour un signal observé sur une durée D finie [8] telle que $D \gg T$,

$$\sigma^2_{\langle\mathcal{N}\rangle_T} = \frac{1}{D}\int_{-D/2}^{D/2} \left(\langle\mathcal{N}\rangle_T(t) - \langle\mathcal{N}\rangle_D\right)^2 \mathrm{d}t = \frac{1}{D}\int_{-D/2}^{D/2} \langle\mathcal{N}\rangle_T^2(t)\,\mathrm{d}t - \langle\mathcal{N}\rangle_D^2 \tag{2.1}$$

puis le théorème de Plancherel Perseval permet d'écrire [9] :

$$\begin{aligned}\sigma^2_{\langle\mathcal{N}\rangle_T} &= \frac{1}{D}\int_{-\infty}^{+\infty} \left|\mathrm{TF}\left[\langle\mathcal{N}\rangle_T\right](\nu)\right|^2 \mathrm{d}\nu - \langle\mathcal{N}\rangle_D^2,\\ &= \frac{1}{D}\int_{-\infty}^{+\infty} \left|\mathrm{TF}\left[\mathcal{N}\right](\nu)\right|^2 \cdot \mathrm{sinc}^2(\pi T\nu)\,\mathrm{d}\nu - \langle\mathcal{N}\rangle_D^2.\end{aligned} \tag{2.2}$$

Par conséquent, plus T est grand et plus la condition $\sigma_{\langle\mathcal{N}\rangle_T} \leqslant 10^{-9}$ est « simple » à respecter, car du fait de la présence du terme en $\mathrm{sinc}^2(\pi T\nu)$, l'intégrande est non nul sur une bande de fréquence qui va de 0 à environ $\frac{1}{T}$. Pour satisfaire l'objectif 5 ($\sigma_{\langle\mathcal{N}\rangle_{10\,\mathrm{j}}} \leqslant 10^{-9}$), il suffira donc corriger les dérives du taux d'extinction dont la période est supérieure ou égale à 10 j. Comme nous le verrons par la suite, l'objectif le plus exigeant, en termes de stabilité, est en fait l'objectif 5 ($\langle\mathcal{N}\rangle_{10\,\mathrm{j}} \leqslant 1 \cdot 10^{-5}$).

Maintenant que nous avons défini les objectifs qui m'ont été fixé à mon arrivée, il est important de présenter l'état dans lequel j'ai trouvé NULLTIMATE à mon arrivée ainsi que l'équipe qui m'a encadré. La définition, la mise en place, l'alignement et les premières mesures ont été menés par Pavel Gabor, Michel Decaudin et Philippe Duret avant mon arrivée. Lors de mon arrivée à l'été 2009, pour mon stage de fin d'année de Master 2, le banc était entièrement monté et j'ai d'abord suivi le mouvement en assistant puis, en remplaçant, Pavel Gabor pour les premières mesures de taux d'extinction. Au départ de Pavel Gabor, courant septembre 2009, j'étais seul en charge des activités journalières sur NULLTIMATE aidé, dans les premiers mois seulement, par Philippe Duret (ingénieur « vide ») et supervisé lors de réunions mensuelles ou bi-mensuelles, servant à définir les directions à prendre et les grandes actions à réaliser, par Peter Schuller (chef de projet) et Alain Léger (Directeur de thèse et chercheur qui, avec Jean-Marie Mariotti, est à l'origine de l'effort instrumental fait à l'I.A.S. en interférométrie annulante). Il est apparu assez rapidement que les principales personnes ayant conçu et assemblé le banc tel qu'il est aujourd'hui n'ont pas (ou très peu) laissé d'explications ou de traces exploitables de leurs travaux. Il a donc été nécessaire que je reprenne le travail depuis le début et notamment depuis la définition d'un budget d'erreur permettant de déterminer la cohérence entre les objectifs définis plus haut et l'état actuel du banc.

5. Elle est définit mathématiquement par $\langle X\rangle_T(t) = \frac{1}{T}\int_{t-T/2}^{t+T/2} X(t)\,\mathrm{d}t$.

6. Il est défini mathématiquement par $\sigma_X = \sqrt{\mathrm{E}\left[(X - \mathrm{E}[X])^2\right]}$ où l'opérateur $\mathrm{E}[\cdot]$ désigne l'espérance mathématique. Si X est ergodique, l'écart-type de X peut aussi être défini par l'intermédiaire de $\sigma_X^2 = \lim_{D\to+\infty} \frac{1}{D}\int_{-D/2}^{D/2} \left(X(t) - \langle X\rangle_D\right)^2 \mathrm{d}t$.

7. L'hypothèse d'ergodicité, consiste à considérer que les moments statistiques et temporels d'une variable sont égaux.

8. Pour un signal de durée infinie, on a $\sigma^2_{\langle\mathcal{N}\rangle_T} = \lim_{D\to+\infty} \frac{1}{D}\int_{-D/2}^{D/2} \left(\langle\mathcal{N}\rangle_T(t) - \langle\mathcal{N}\rangle_D\right)^2 \mathrm{d}t$

9. Dans l'équation qui suit le sinus cardinal est défini comme $\mathrm{sinc}(x) = \frac{\sin x}{x}$.

2.2 Cahier des charges haut niveau pour l'I.A.

Le principe de l'établissement d'un cahier des charges (CdC) pour une observation astrophysique est le suivant :

1. On part de l'objectif scientifique à réaliser qui est ici l'observation directe des photons émis ou réfléchis par une exoplanète ;
2. Grâce au concept instrumental que l'on a choisi, on définit une mesure qui va nous permettre de réaliser cet objectif ;
3. Ensuite, on fait une description détaillée du signal qui nous intéresse et des différents bruits qui vont gêner l'observation de ce signal dans la mesure ;
4. De cette analyse de signal et de bruit on déduit les caractéristiques technologiques (appelées cahier des charges) que devra satisfaire l'instrument.

Dans le chapitre précédent, nous avons effectué les étapes 1 et 2. En effet, nous avons vu quels sont les "bruits" (résolution angulaire, contraste, nuages zodiacaux et exozodiacaux) auxquels nous devons faire face et les concepts (interférométrie annulante) dont nous disposons pour les relever. Nous avons vu qu'une des clés réside dans notre capacité à éteindre le flux de photons provenant de l'étoile et donc à atteindre un taux d'extinction $\mathcal{N}$ faible. Dans cette section, nous allons réaliser les étapes 3 et 4 qui vont nous permettre d'aboutir à un cahier des charges haut niveau de l'I.A. pour l'observation directe d'exoplanètes. Nous allons commencer par évaluer le signal et les bruits.

Le signal, noté S, correspond au nombre de photons reçus de la planète dans une bande passante donnée.

$$S = N_{\text{phot,pl}}(\lambda_c, \Delta\lambda, D) = A \cdot \Omega_{\text{pl}} \cdot D \cdot \int_{\lambda_c - \frac{\Delta\lambda}{2}}^{\lambda_c + \frac{\Delta\lambda}{2}} B_\lambda(\lambda, T_{pl}) \cdot \frac{\lambda}{h \cdot c}\, \mathrm{d}\lambda \tag{2.3}$$

où

- A est la surface collectrice totale de l'interféromètre (somme des surfaces des miroirs primaires de télescopes) en m^2 ;
- Ω_{pl} est l'angle solide sous-tendu par la planète depuis l'interféromètre en stéradian (sr) ;
- D est le temps d'intégration en s.
- λ_c est la longueur d'onde centrale de la bande d'observation en m ;
- $\Delta\lambda$ est la largeur de la bande passante en m ;
- $B_\lambda(\lambda, T_{pl})$ est l'intensité spécifique en $\mathrm{W.m^{-2}.sr^{-1}.m^{-1}}$ qui dépend de la longueur d'onde λ et de la température de la planète notée T_{pl} ;
- h est la constante de Planck, en $\mathrm{N.m^2.kg^{-2}}$;
- c la vitesse de la lumière dans le vide, en $\mathrm{m.s^{-1}}$;
- $N_{\text{phot,pl}}(\lambda_c, \Delta\lambda, D)$ représente le nombre de photons provenant de la planète collectés par les télescopes de l'interféromètre pendant le temps D.

Les bruits sont :

- le bruit de photon de la planète ;
- le bruit de photon des fuites stellaires ;
- le bruit de variabilité ;
- le bruit dû à la lumière zodiacale ;
- le bruit dû à la lumière exozodiacale ;
- les bruits détecteurs (bruit de lecture, courant d'obscurité...) ;
- le bruit dû à l'émission thermique des télescopes.

L'étude complète et détaillée de toutes ces sources de bruit est complexe, car elles dépendent toutes à un certain degré de la configuration instrumentale choisie [10]. En effet, de la configuration de l'interféromètre dépend, entre autres, la possibilité d'appliquer certaines techniques de modulation. La modulation de phase, par exemple, n'est pas possible avec toutes les configurations (elle n'est pas possible avec un Bracewell). De plus, l'efficacité de la modulation et l'impact en terme de réduction du bruit change lui aussi avec la configuration. Des études complètes et détaillées du R.S.B. peuvent être trouvées dans Angel et al. (1999), Cockell et al. (2008) ou Defrère et al. (2010).

Je ne vais pas, ici, me lancer dans une telle étude. L'objectif de cette section est simplement de voir à quel résultat on aboutit avec une étude très simple. L'idée étant de se faire une idée, même grossière, des objectifs à réaliser en termes de taux de réjection et de stabilité pour dimensionner un démonstrateur technologique. Nous allons donc nous concentrer sur les sources de bruit qui dépendent du taux de réjection et de sa stabilité. Nous allons allons aussi volontairement négliger les bruits dus à la lumière zodiacale et exozodiacale ainsi que les bruits détecteurs et d'émission thermique des télescopes. Enfin, bien qu'il ne dépende pas du taux d'extinction ni de sa stabilité, nous garderons dans notre budget bruit, le bruit de quantification des photons de la planète puisque celui-ci est indissociable du signal que nous cherchons à observer.

2.2.1 Bruit de photons de la planète

Nous avons déjà déterminé l'expression du nombre de photons à l'équation 2.3, nous pouvons donc en déduire la variance du bruit de photons de la planète :

$$\begin{aligned}\sigma^2_{\text{pl}}(\lambda_c, \Delta\lambda, D) = N_{\text{phot,pl}}(\lambda_c, \Delta\lambda, D) &= A \cdot \Omega_{\text{pl}} \cdot D \cdot \int_{\lambda_c - \frac{\Delta\lambda}{2}}^{\lambda_c + \frac{\Delta\lambda}{2}} B_\lambda(\lambda, T_{pl}) \cdot \frac{\lambda}{h \cdot c}\, \mathrm{d}\lambda \\ &= \frac{N_{\text{phot},*}(\lambda_c, \Delta\lambda, D)}{C_{*/\text{pl}}}\end{aligned} \tag{2.4}$$

où $C_{*/\text{pl}} = \frac{N_{\text{phot},*}(\lambda_c,\Delta\lambda,D)}{N_{\text{phot,pl}}(\lambda_c,\Delta\lambda,D)}$ est le contraste étoile/planète [11].

2.2.2 Bruit dû aux fuites de l'étoile

L'interféromètre pointe en direction de l'étoile. Si le taux de réjection est parfait ($\rho = +\infty$), et cela pour toutes les directions décrivant la surface de l'étoile, alors aucun photon de l'étoile ne traverse l'interféromètre. Bien sûr en pratique, le taux de réjection n'est jamais parfait . Dans la suite, nous allons exprimer non pas le taux de réjection ρ mais le taux d'extinction $\mathcal{N}$ afin de voir quels sont les paramètres qui jouent sur ce taux d'extinction. Pour simplifier les calculs, nous allons supposer que l'interféromètre est un interféromètre de Bracewell. Si nous nous penchons d'abord sur le cas simple où l'étoile est considérée comme une source monochromatique ponctuelle, le taux d'extinction $\mathcal{N}$ est donné par Serabyn (2000); Mennesson (1999) :

$$\mathcal{N}_{\text{ponct, mono}}(t) = \frac{1}{4} \cdot [(\Delta\phi(t))^2 + \frac{1}{4}(\Delta\phi_{s-p}(t))^2 + \alpha^2_{\text{rot}}(t) + (\delta I(t))^2] = \mathcal{N}_\phi + \mathcal{N}_{\text{pol}} + \mathcal{N}_I \tag{2.5}$$

où

- $\Delta\phi$ est le déphasage entre les deux bras de l'interféromètre ;
- $\Delta\phi_{s-p} = \Delta\phi_s - \Delta\phi_p = (\phi_{s,1} - \phi_{s,2}) - (\phi_{p,1} - \phi_{p,2})$ où $\Delta\phi_s$ est la différence de phase entre les deux bras de l'interféromètre pour la polarisation s et $\Delta\phi_p$ est la différence de phase entre les deux bras de l'interféromètre pour la polarisation p ;

10. Au premier ordre, ce que nous appelons configuration de l'interféromètre est le nombre, la disposition et les déphasages des différents télescopes qui le composent.

11. Cette définition est identique à celle de l'équation 1.2

— α_{rot} est l'angle de rotation différentielle de la polarisation entre les deux bras ;
— δI est le déséquilibre en intensité entre les deux bras. $\delta I = \frac{I_1 - I_2}{I_1 + I_2}$ où I_1 et I_2 représente les intensités dans chacun des deux bras de l'interféromètre ;
— $\mathcal{N}_\phi$ représente la composante du taux d'extinction qui dépend de la différence de phase entre les deux bras ;
— $\mathcal{N}_{\text{pol}}$ celle qui dépend des effets de polarisation ;
— $\mathcal{N}_I$ celle qui dépend du déséquilibre en intensité.

.

Maintenant si nous étudions le cas plus réaliste où l'étoile est une source polychromatique et étendue, on obtient

$$\mathcal{N}(t) = \frac{\int\int \mathcal{N}_{\text{ponct, mono}}(\boldsymbol{\theta}, \lambda, t) B_\lambda(\boldsymbol{\theta}, \lambda)\, \mathrm{d}\Omega\, \mathrm{d}\lambda}{\int\int B_\lambda(\boldsymbol{\theta}, \lambda)\, \mathrm{d}\Omega\, \mathrm{d}\lambda}$$

où

— $\boldsymbol{\theta}$ représente les coordonnées angulaires de la source dans le ciel ;
— $\mathrm{d}\Omega$ représente un petit élément d'angle solide ($\mathrm{d}\Omega$ est une fonction de $\boldsymbol{\theta}$ et de $\mathrm{d}\boldsymbol{\theta}$) ;
— $B_\lambda(\lambda, \boldsymbol{\theta})$ est l'intensité spécifique de la source en fonction de la longueur d'onde λ et de la direction donnée par les coordonnées $\boldsymbol{\theta}$.

Nous allons maintenant faire une hypothèse simplificatrice :

— Parmi les trois termes $\mathcal{N}_\phi, \mathcal{N}_{\text{pol}}, \mathcal{N}_I$, λ et $\boldsymbol{\theta}$ affectent principalement $\mathcal{N}_\phi$ et nous négligerons la dépendance de $\mathcal{N}_{\text{pol}}$, $\mathcal{N}_I$ vis-à-vis ces deux grandeurs,
— Le spectre normalisé [12], noté Sp, est indépendant du point considéré sur la surface de l'étoile [13] : $B_\lambda(\boldsymbol{\theta}, \lambda) = Sp(\lambda) \cdot B_\lambda(\boldsymbol{\theta})$.

Après calcul, on aboutit à l'expression suivante pour le taux d'extinction Serabyn (2000) :

$$\mathcal{N}(t) \simeq \frac{1}{4}\left[(\Delta\phi_c(t))^2 + \langle(\Delta\phi_\lambda)^2\rangle_\lambda + \frac{\pi^2}{4}\left(\frac{\theta_{\text{dia},*}}{\lambda_{\min}/B}\right)^2 + \frac{1}{4}(\Delta\phi_{s-p})^2 + \alpha_{\text{rot}}^2 + (\delta I(t))^2\right] \tag{2.6}$$

où

— $\Delta\phi(\lambda, t) = \Delta\phi_c(t) + \Delta\phi_\lambda(t)$ est le déphasage entre les deux bras de l'interféromètre en fonction de la longueur d'onde, $\Delta\phi_c(t)$ est le déphasage pour la longueur d'onde centrale λ_c de la bande passante et $\Delta\phi_\lambda(t)$ tient compte de la dispersion spectrale du déphasage (donc $\Delta\phi_{\lambda_c}(t) = 0$). $\langle(\Delta\phi_\lambda(t))^2\rangle_\lambda = \int Sp(\lambda)[\Delta\phi_\lambda(t)]^2\, \mathrm{d}\lambda$;
— $\theta_{\text{dia},*}$ est le diamètre angulaire de l'étoile ;
— $\lambda_{\min}$ est la longueur d'onde minimale de la bande passante ;
— B est la base de l'interféromètre.

Si chacun de ces termes n'est pas exactement égal à zéro, alors le taux d'extinction est supérieur à zéro et une partie des photons de l'étoile traverse l'interféromètre.

L'expression ci-dessus est instantanée. Or en pratique, une mesure est toujours réalisée avec un certain temps de pose que nous noterons τ Par conséquent, nous allons maintenant nous intéresser à la moyenne temporelle du taux d'extinction sur le temps de pose, noté $\langle\mathcal{N}\rangle_\tau$. Pour cela nous allons faire quelques hypothèse :

— un système actif de contrôle de la différence de phase permet de compenser, en moyenne, les dérives si bien que $\Delta\phi_c(t)$, qui correspond aux résidus de cette boucle d'asservissement, est un bruit centré ;
— de même, un système actif de contrôle de l'équilibrage des intensités permet de compenser, en moyenne, les dérives si bien que $\delta I(t)$, qui correspond aux résidus de cette boucle d'asservissement, est un bruit centré ;

12. Le spectre normalisé, $Sp(\lambda)$, est sans unité et par définition $\int Sp(\lambda)\, \mathrm{d}\lambda = 1$.
13. On néglige l'assombrissement centre-bord des étoiles.

— on peut négliger les variations des autres termes ($\langle(\Delta\phi_\lambda(t))^2\rangle_\lambda$, $\frac{\pi^2}{4}\left(\frac{\theta_{\mathrm{dia},*}}{\lambda_{\min}/B}\right)^2$, $\frac{1}{4}(\Delta\phi_{s-p})^2$, α^2_{rot}) avec le temps.

Les différentes mesures de temps de pose τ ont donc pour expression

$$\forall i \in \mathbb{N},\ \langle\mathcal{N}\rangle_\tau(i\tau) = \frac{1}{4}\left[\langle(\Delta\phi_c)^2\rangle_\tau(i\tau) + \langle(\delta I)^2\rangle_\tau(i\tau) + \langle(\Delta\phi_\lambda)^2\rangle_\lambda + \frac{\pi^2}{4}\left(\frac{\theta_{\mathrm{dia},*}}{\lambda_{\min}/B}\right)^2 + \frac{1}{4}(\Delta\phi_{s-p})^2 + \alpha^2_{\mathrm{rot}}\right]. \tag{2.7}$$

Il nous faut maintenant caractériser cette variable et nous allons donc tout d'abord exprimer $\mathrm{E}\left[\langle\mathcal{N}\rangle_\tau\right]$, où $\mathrm{E}\left[\cdot\right]$ désigne l'opérateur espérance :

$$\mathrm{E}\left[\langle\mathcal{N}\rangle_\tau\right] = \frac{1}{4}\left[\mathrm{E}\left[\langle(\Delta\phi_c)^2\rangle_\tau\right] + \mathrm{E}\left[\langle(\delta I)^2\rangle_\tau\right] + \langle(\Delta\phi_\lambda)^2\rangle_\lambda + \frac{\pi^2}{4}\left(\frac{\theta_{\mathrm{dia},*}}{\lambda_{\min}/B}\right)^2 + \frac{1}{4}(\Delta\phi_{s-p})^2 + \alpha^2_{\mathrm{rot}}\right]$$

Nous allons maintenant faire des hypothèses sur le contenu spectral de $\Delta\phi_c(t)$ et $\delta I(t)$, :

— on suppose que $\Delta\phi_c(t)$ possède une densité spectrale de puissance quasi nulle[14] au dessus de $\frac{1}{\tau}$. Ainsi $\langle(\Delta\phi_c)^2\rangle_\tau \simeq \langle(\Delta\phi_c)\rangle^2_\tau$ et donc $\mathrm{E}\left[\langle(\Delta\phi_c)^2\rangle_\tau\right] \simeq \mathrm{E}\left[\langle(\Delta\phi_c)\rangle^2_\tau\right]$

— on suppose, de plus, que $\Delta\phi_c$ est gaussien, donc $\langle(\Delta\phi_c)\rangle_\tau$ est aussi gaussien. Maintenant, si l'on note $\sigma^2_{\langle\Delta\phi_c\rangle_\tau}$ la variance de $\langle\Delta\phi_c\rangle_\tau$ alors $\langle\Delta\phi_c\rangle^2_\tau$ suit une loi du khi-deux d'espérance $\sigma^2_{\langle\Delta\phi_c\rangle_\tau}$;

— de même, on suppose que $\delta I(t)$ est gaussien et possède une densité spectrale de puissance quasi nulle au dessus de $\frac{1}{\tau}$. Ainsi $\langle(\delta I)^2\rangle_\tau \simeq \langle(\delta I)\rangle^2_\tau$ et $\langle(\delta I)\rangle_\tau$ est gaussien. De plus, si l'on note $\sigma^2_{\langle\delta I\rangle_\tau}$ sa variance, alors $\langle(\delta I)\rangle^2_\tau$ suit une loi du khi-deux d'espérance $\sigma^2_{\langle\delta I\rangle_\tau}$.

Par conséquent, on obtient (voir aussi Serabyn, 2000) :

$$\mathrm{E}\left[\langle\mathcal{N}\rangle_\tau\right] = \frac{1}{4}\left[\sigma^2_{\langle\Delta\phi_c\rangle_\tau} + \sigma^2_{\langle\delta I\rangle_\tau} + \langle(\Delta\phi_\lambda)^2\rangle_\lambda + \frac{\pi^2}{4}\left(\frac{\theta_{\mathrm{dia},*}}{\lambda_{\min}/B}\right)^2 + \frac{1}{4}(\Delta\phi_{s-p})^2 + \alpha^2_{\mathrm{rot}}\right]. \tag{2.8}$$

Il faut remarquer que, notamment pour que les systèmes d'asservissement soient efficaces, il nous faudra choisir un temps de pose (τ) de façon à ce que la densité spectrale de puissance soient faible au delà de $\frac{1}{\tau}$. C'est à dire que τ devra être du même ordre de grandeur que la constant de temps des variations de $\Delta\phi_c$ et δI. Ce temps de pose devra donc être faible (typiquement $\ll 1\,\mathrm{s}$). Or les signaux rencontrés lors de l'observation directe d'exoplanète sont très faibles et il faudra donc intégrer pendant des durées importantes (typiquement plusieurs heures voir plusieurs jours) pour obtenir un signal et un R.S.B. suffisant. Par conséquent, nous allons faire la moyenne des pauses individuelles sur une durée totale D grande devant τ. La grandeur pertinente est donc

14. Nous ne pouvons pas supposer que $\Delta\phi_c(t)$ est un bruit blanc car si $\Delta\phi_c(t)$ est aussi gaussien, cela implique que $E\left[(\Delta\phi_c)^2\right]$ mais aussi $E\left[\langle(\Delta\phi_c)^2\rangle_\tau\right]$ et donc $\mathrm{E}\left[\mathcal{N}\right]$ sont infinis ce qui ne correspond pas à la réalité. Cette hypothèse est tout à fait licite puisqu'un bruit réel ne peut avoir une densité spectrale de puissance non nul lorsque la fréquence tend vers l'infini car cela implique une puissance moyenne infini. Il existe donc forcément un temps τ tel que la densité spectrale de puissance de $\Delta\phi_c$ soit quasi nulle pour des fréquences supérieures à $\frac{1}{\tau}$.

$\langle\mathcal{N}\rangle_D$ avec $D = N\tau$.

$$\begin{aligned}\langle\mathcal{N}\rangle_D &= \frac{1}{N}\sum_{i=0}^{N}\langle\mathcal{N}\rangle_\tau \\ &= \frac{1}{4}\left[\frac{1}{N}\sum_{i=0}^{N}\langle(\Delta\phi_c)^2\rangle_\tau(i\tau) + \frac{1}{N}\sum_{i=0}^{N}\langle(\delta I)^2\rangle_\tau(i\tau) + \langle(\Delta\phi_\lambda)^2\rangle_\lambda + \frac{\pi^2}{4}\left(\frac{\theta_{\text{dia},*}}{\lambda_{\min}/B}\right)^2\right. \\ &\quad \left. + \frac{1}{4}(\Delta\phi_{s-p})^2 + \alpha_{\text{rot}}^2\right].\end{aligned}$$

Maintenant on suppose que, grâce à l'action des boucles d'asservissement, les densités spectrales de puissance de $\Delta\phi_c$ et δI sont blanches en dessous de $\frac{1}{\tau}$. Ainsi, les signaux $\langle\Delta\phi_c\rangle_\tau(i\tau)$ et $\langle\delta I\rangle_\tau(i\tau)$ sont stationnaires et les mesures associées sont identiquement distribuées. Donc $\mathrm{E}\left[\frac{1}{N}\sum_{i=0}^{N}\langle(\Delta\phi_c)^2\rangle_\tau\right] = \mathrm{E}\left[\langle(\Delta\phi_c)^2\rangle_\tau\right] = \sigma^2_{\langle\Delta\phi_c\rangle_\tau}$ et $\mathrm{E}\left[\frac{1}{N}\sum_{i=0}^{N}\langle(\delta I)^2\rangle_\tau\right] = \sigma^2_{\langle\delta I\rangle_\tau}$, d'où

$$\mathrm{E}\left[\langle\mathcal{N}\rangle_D\right] = \frac{1}{4}\left[\sigma^2_{\langle\Delta\phi_c\rangle_\tau} + \sigma^2_{\langle\delta I\rangle_\tau} + \langle(\Delta\phi_\lambda)^2\rangle_\lambda + \frac{\pi^2}{4}\left(\frac{\theta_{\text{dia},*}}{\lambda_{\min}/B}\right)^2 + \frac{1}{4}(\Delta\phi_{s-p})^2 + \alpha_{\text{rot}}^2\right]. \quad (2.9)$$

Le bruit de photon dû aux fuites stellaires moyennées sur le temps d'intégration total D, noté σ_{fuites}, est donc en moyenne donné par :

$$\begin{aligned}\sigma^2_{\text{fuites}} &= \left[A\cdot\Omega_{\text{étoile}}\cdot D\cdot\int_{\lambda_c-\frac{\Delta\lambda}{2}}^{\lambda_c+\frac{\Delta\lambda}{2}} B_\lambda(\lambda, T_{\text{étoile}})\cdot\frac{\lambda}{h\cdot c}\,\mathrm{d}\lambda\right]\cdot\mathrm{E}\left[\langle\mathcal{N}\rangle_D\right] \\ &= N_{\text{phot},*}(\lambda_c, \Delta\lambda, D)\cdot\mathrm{E}\left[\langle\mathcal{N}\rangle_D\right].\end{aligned} \quad (2.10)$$

où

- $\Omega_{\text{étoile}}$ est l'angle solide sous-tendu par l'étoile depuis l'interféromètre ;
- $B_\lambda(\lambda, T_{\text{étoile}})$ est l'intensité spécifique de l'étoile en fonction de la longueur d'onde λ et de la température de l'étoile $T_{\text{étoile}}$;
- $N_{\text{phot},*}(\lambda_c, \Delta\lambda, D)$ représente le nombre de photons provenant de l'étoile collectés par les télescopes de l'interféromètre pendant le temps D.

Il est alors possible de séparer σ_{fuites} en deux composantes afin de faire la différence entre deux contributions distinctes que nous allons évoquer dans les deux sections suivantes.

2.2.2.1 Bruit dû aux fuites "instrumentales"

Les fuites instrumentales représentent les photons provenant de l'étoile qui passent à travers l'interféromètre à cause des imperfections de l'instrument comme les fluctuations de phase, les défauts de polarisation et le déséquilibre en intensité. On peut exprimer le bruit dû aux fuites instrumentales par

$$\begin{aligned}\sigma^2_{\text{fuites instr}}(\lambda_c, \Delta\lambda, D) &= N_{\text{phot},*}(\lambda_c, \Delta\lambda, D)\ \cdot\mathrm{E}\left[\langle\mathcal{N}_{\text{fuites instr}}\rangle_D\right] \\ &= N_{\text{phot},*}(\lambda_c, \Delta\lambda, D)\ \cdot\ \frac{1}{4}\left[\sigma^2_{\langle\Delta\phi_c\rangle_\tau} + \sigma^2_{\langle\delta I\rangle_\tau} + \langle(\Delta\phi_\lambda)^2\rangle_\lambda + \frac{1}{4}(\Delta\phi_{s-p})^2 + \alpha_{\text{rot}}^2\right].\end{aligned} \quad (2.11)$$

2.2.2.2 Bruit dû aux fuites "configurationnelles"

Même si l'instrument est parfait (c'est-à-dire que les fuites instrumentales sont nulles), il y aura tout de même un certain nombre de photons qui traverseront notre interféromètre à cause du fait que l'étoile n'est pas une source ponctuelle. Ces fuites dépendent du diamètre

angulaire de l'étoile et de la configuration de l'interféromètre. Nous appellerons ces fuites, "fuites configurationnelles" [15] et nous les noterons $\sigma^2_{\text{fuites config}}$. Pour un interféromètre de Bracewell, le bruit dû à ces fuites est donné par

$$\begin{aligned}\sigma^2_{\text{fuites config}}(\lambda_c, \Delta\lambda, D) &= N_{\text{phot},*}(\lambda_c, \Delta\lambda, D) \cdot \mathrm{E}\left[\langle \mathcal{N}_{\text{fuites config}} \rangle_D\right] \\ &= N_{\text{phot},*}(\lambda_c, \Delta\lambda, D) \cdot \frac{\pi^2}{16} \left(\frac{\theta_{\text{dia},*}}{\lambda_{\min}/B} \right)^2 .\end{aligned} \tag{2.12}$$

La dépendance en $\theta^2_{\text{dia},*}$ est imposée par la configuration (ici interféromètre de Bracewell) de l'interféromètre. Si l'on adopte une autre configuration, comme celle du Emma-X array, la dépendance est en $\theta^4_{\text{dia},*}$. Dans le tableau 2.1, je présente le résultat de calculs donnant $\langle \mathcal{N}_{\text{fuites config}} \rangle_D$ pour différents types d'étoile et différents types de planète avec un interféromètre de Bracewell.

TABLE 2.1 – **Fuites stellaires configurationnelles** : valeurs de $\langle \mathcal{N}_{\text{fuites config}} \rangle_D$ à $\lambda = 10\,\mu\text{m}$ pour différents types d'étoile[c] et différentes classes de planète[d].

Etoile	Exoplanète					
T.S.[c]	Jupiter chaud	Jupiter froid	Neptune	Super-terre chaude (sans atmosphère)	Super-terre chaude (avec atmosphère)	Super-terre froide
O	$5{,}5 \cdot 10^{-7}$	$4{,}4 \cdot 10^{-11}$	$1{,}3 \cdot 10^{-12}$	$3{,}2 \cdot 10^{-7}$	$1{,}9 \cdot 10^{-6}$	$2{,}3 \cdot 10^{-9}$
B	$3{,}2 \cdot 10^{-5}$	$2{,}6 \cdot 10^{-9}$	$7{,}8 \cdot 10^{-11}$	$1{,}9 \cdot 10^{-5}$	$1{,}1 \cdot 10^{-4}$	$1{,}3 \cdot 10^{-7}$
A	$3{,}8 \cdot 10^{-4}$	$3{,}1 \cdot 10^{-8}$	$9{,}1 \cdot 10^{-10}$	$2{,}2 \cdot 10^{-4}$	$1{,}3 \cdot 10^{-3}$	$1{,}6 \cdot 10^{-6}$
F	$8{,}7 \cdot 10^{-4}$	$7{,}1 \cdot 10^{-8}$	$2{,}1 \cdot 10^{-9}$	$5{,}1 \cdot 10^{-4}$	$3{,}0 \cdot 10^{-3}$	$3{,}6 \cdot 10^{-6}$
G	$1{,}8 \cdot 10^{-3}$	$1{,}4 \cdot 10^{-7}$	$4{,}3 \cdot 10^{-9}$	$1{,}0 \cdot 10^{-3}$	$6{,}1 \cdot 10^{-3}$	$7{,}5 \cdot 10^{-6}$
K	$4{,}5 \cdot 10^{-3}$	$3{,}6 \cdot 10^{-7}$	$1{,}1 \cdot 10^{-8}$	$2{,}6 \cdot 10^{-3}$	$1{,}6 \cdot 10^{-2}$	$1{,}9 \cdot 10^{-5}$
M	$1{,}7 \cdot 10^{-2}$	$1{,}4 \cdot 10^{-6}$	$4{,}1 \cdot 10^{-8}$	$9{,}9 \cdot 10^{-3}$	$5{,}8 \cdot 10^{-2}$	$7{,}1 \cdot 10^{-5}$

a. Pour les calculs, j'ai pris $\lambda_{\min} = \lambda = 10\,\mu\text{m}$
b. T.S. = Type spectral
c. La signification des différents types d'étoile est donnée dans le tableau B.1.
d. La signification des différentes classes d'exoplanète est donnée dans le tableau B.2.
e. Le type de planète intervient dans le calcul à travers le choix de la longueur de base. En effet, on choisit la longueur de base afin que la planète tombe dans la première frange d'interférences constructives. Par conséquent, la distance entre la planète et l'étoile influe sur le choix de la longueur de base et donc sur le bruit dû aux fuites configurationnelles.

2.2.3 Bruit de variabilité

Les variations du nombre de photons reçus en sortie de l'interféromètre, durant l'observation ne sont pas uniquement dues au bruit de photons mais aussi aux variations du taux d'extinction. Si $\sigma_{\langle \mathcal{N} \rangle_D}$ désigne l'écart-type des variation du taux d'extinction moyenné sur la durée totale d'observation, alors la variance du bruit de variabilité qui en résulte est donné par (voir par exemple Chazelas et al., 2006)

$$\sigma^2_{\text{var}}(\lambda_c, \Delta\lambda, D) = N^2_{\text{phot},*}(\lambda_c, \Delta\lambda, D) \cdot \sigma^2_{\langle \mathcal{N} \rangle_D}. \tag{2.13}$$

Pour obtenir l'expression de $\sigma^2_{\langle \mathcal{N} \rangle_D}$, nous allons d'abord exprimer $\sigma^2_{\langle \mathcal{N} \rangle_\tau}$. En partant des équations 2.7, 2.9 et en supposant que les variations du déphasage et du déséquilibre en intensité sont

15. Ces fuites sont aussi appelées fuites "géométriques".

totalement décorrélés, on obtient

$$\begin{aligned}\sigma^2_{\langle\mathcal{N}\rangle_\tau} &= \mathrm{E}\left[\langle\mathcal{N}\rangle_\tau^2\right] - \mathrm{E}\left[\langle\mathcal{N}\rangle_\tau\right]^2 \\ &= \frac{1}{16}\left[\mathrm{E}\left[\langle(\Delta\phi_c)^2\rangle_\tau^2\right] + \mathrm{E}\left[\langle(\delta I)^2\rangle_\tau^2\right] - \sigma^4_{\langle\Delta\phi_c\rangle_\tau} - \sigma^4_{\langle\delta I\rangle_\tau}\right]\end{aligned}$$

Or comme l'avons vu page 46, le choix du temps de pose individuelle (τ) nous permet d'avoir $\langle(\Delta\phi_c)^2\rangle_\tau \simeq \langle(\Delta\phi_c)\rangle_\tau^2$ et $\langle(\delta I)^2\rangle_\tau \simeq \langle(\delta I)\rangle_\tau^2$, donc $\mathrm{E}\left[\langle(\Delta\phi_c)^2\rangle_\tau^2\right] \simeq \mathrm{E}\left[\langle(\Delta\phi_c)\rangle_\tau^4\right]$ et $\mathrm{E}\left[\langle(\delta I)^2\rangle_\tau^2\right] \simeq \mathrm{E}\left[\langle(\delta I)\rangle_\tau^4\right]$. Enfin comme $\langle\Delta\phi_c\rangle_\tau$ et $\langle\delta I\rangle_\tau$ sont gaussien centré de variance $\sigma^2_{\langle\Delta\phi_c\rangle_\tau}$ et $\sigma^2_{\langle\delta I\rangle_\tau}$, alors on démontre que $\mathrm{E}\left[\langle(\Delta\phi_c)\rangle_\tau^4\right] = 3\sigma^4_{\langle\Delta\phi_c\rangle_\tau}$ et $\mathrm{E}\left[\langle(\delta I)\rangle_\tau^4\right] = 3\sigma^4_{\langle\delta I\rangle_\tau}$. Conlusion,

$$\sigma^2_{\langle\mathcal{N}\rangle_\tau} = \frac{\sigma^4_{\langle\delta\phi\rangle_\tau} + \sigma^4_{\langle\delta I\rangle_\tau}}{8}. \tag{2.14}$$

Maintenant, comme, grâce aux asservissement, $\Delta\phi_c$, δI et donc $\mathcal{N}$ sont blanc pour des fréquences inférieures à $\frac{1}{\tau}$, alors

$$\sigma^2_{\langle\mathcal{N}\rangle_D} = \sigma^2_{\langle\mathcal{N}\rangle_\tau} \cdot \frac{\tau}{D} \tag{2.15}$$

$$= \frac{\sigma^4_{\langle\delta\phi\rangle_\tau} + \sigma^4_{\langle\delta I\rangle_\tau}}{8} \cdot \frac{\tau}{D} \tag{2.16}$$

Une analyse beaucoup plus détaillée et plus poussée du bruit de variabilité est disponible dans Lay (2004) et Lay (2006), mais pour nous fixer un objectif à atteindre, cette approche simple suffit.

2.2.4 Budget haut niveau de bruit.

Maintenant que nous avons étudié les différents bruits, le R.S.B. pour une observation de durée totale D est donc donnée par :

$$\text{R.S.B.}(\lambda_c,\Delta\lambda,D) = \frac{N_{\text{phot,pl}}(\lambda_c,\Delta\lambda,D)}{\sqrt{\sigma^2_{\text{pl}}(\lambda_c,\Delta\lambda,D)+\sigma^2_{\text{fuites config}}(\lambda_c,\Delta\lambda,D)+\sigma^2_{\text{fuites instr}}(\lambda_c,\Delta\lambda,D)+\sigma^2_{\text{var}}(\lambda_c,\Delta\lambda,D)}}. \tag{2.17}$$

À partir de cette expression, on peut établir un budget de bruit, c'est-à-dire déterminer quelle valeur maximale on autorise pour chaque composante du bruit. Nous allons maintenant séparer les composantes de bruit en deux catégories : les bruits intrinsèques et les bruits instrumentaux. Les bruits intrinsèques sont les bruits qui ne dépendent pas de la qualité de l'instrument mais sont propres au concept instrumental. C'est-à-dire que même si l'on réalise un instrument parfait ces bruits seront toujours présents avec la même puissance. Pour notre interféromètre, les bruits intrinsèques sont σ^2_{pl} et $\sigma^2_{\text{fuites config}}$. À l'inverse, les bruits instrumentaux dépendent de la qualité de réalisation de notre instrument et ce sont eux qui vont définir les exigences technologiques à réaliser. Les bruits instrumentaux sont $\sigma^2_{\text{fuites instr}}$ et σ^2_{var}.

Les deux bruits intrinsèques (irréductibles) vont donc nous servir de référence. En effet si l'on veut réaliser un instrument dont les performances sont proches de l'instrument idéal, il faudra que les composantes instrumentales du bruit soient inférieures aux composantes intrinsèques. Par contre, il serait inutile d'atteindre des performances qui rendent les bruits instrumentaux trop faibles devant les bruits intrinsèques, car l'amélioration de la qualité des observations serait négligeable et ne justifierait pas l'investissement. Des deux bruits intrinsèques, c'est le plus grand des deux qui servira de référence pour dimensionner les bruits instrumentaux. On notera ce bruit $\sigma^2_{\text{réf}}$, et par analogie avec les bruits dus aux fuites stellaires, on notera $\mathcal{N}_{\text{réf}}$ l'équivalent en terme de taux d'extinction donné par $\mathcal{N}_{\text{réf}} = \frac{\sigma^2_{\text{réf}}(\lambda_c,\Delta\lambda,D)}{N_{\text{phot},*}(\lambda_c,\Delta\lambda,D)}$. À partir des équations des sections

précédentes, j'ai calculé pour différents types d'étoiles et différents types de planètes, la valeur de ces bruits intrinsèques. Le tableau 2.2 résume ces calculs en donnant la valeur et la nature du bruit de référence. On s'aperçoit ainsi que, dans la majorité des cas, le bruit de photons dû aux fuites configurationnelles domine le bruit de photons de la planète.

TABLE 2.2 – **Spécification sur le taux d'extinction** : pour chaque type d'étoile[c] et chaque classe d'exoplanète[d], ce tableau indique le bruit de référence (le bruit intrinsèque le plus élevé, PL pour le bruit de photon de la planète et FC pour les fuites stellaires configurationnelles) et la valeur de $\mathcal{N}_{\text{réf}}$.

Etoile T.S.[c]	Exoplanète Jupiter chaud	Jupiter froid	Neptune	Super-terre chaude (sans atmosphère)	Super-terre chaude (sans atmosphère)	Super-terre froide
O	PL, $5{,}5 \cdot 10^{-7}$	FC, $4{,}4 \cdot 10^{-11}$	FC, $1{,}3 \cdot 10^{-12}$	FC, $3{,}2 \cdot 10^{-7}$	FC, $1{,}9 \cdot 10^{-6}$	FC, $2{,}3 \cdot 10^{-9}$
B	FC, $3{,}2 \cdot 10^{-5}$	FC, $2{,}6 \cdot 10^{-9}$	FC, $7{,}8 \cdot 10^{-11}$	FC, $1{,}9 \cdot 10^{-5}$	FC, $1{,}1 \cdot 10^{-4}$	FC, $1{,}3 \cdot 10^{-7}$
A	FC, $3{,}8 \cdot 10^{-4}$	FC, $3{,}1 \cdot 10^{-8}$	FC, $9{,}1 \cdot 10^{-10}$	FC, $2{,}2 \cdot 10^{-4}$	FC, $1{,}3 \cdot 10^{-3}$	FC, $1{,}6 \cdot 10^{-6}$
F	FC, $8{,}7 \cdot 10^{-4}$	FC, $7{,}1 \cdot 10^{-8}$	FC, $2{,}1 \cdot 10^{-9}$	FC, $5{,}1 \cdot 10^{-4}$	FC, $3{,}0 \cdot 10^{-3}$	FC, $3{,}6 \cdot 10^{-6}$
G	FC, $1{,}8 \cdot 10^{-3}$	FC, $1{,}4 \cdot 10^{-7}$	FC, $4{,}3 \cdot 10^{-9}$	FC, $1{,}0 \cdot 10^{-3}$	FC, $6{,}1 \cdot 10^{-3}$	FC, $7{,}5 \cdot 10^{-6}$
K	FC, $4{,}5 \cdot 10^{-3}$	FC, $3{,}6 \cdot 10^{-7}$	FC, $1{,}1 \cdot 10^{-8}$	FC, $2{,}6 \cdot 10^{-3}$	FC, $1{,}6 \cdot 10^{-2}$	FC, $1{,}9 \cdot 10^{-5}$
M	PL, $1{,}7 \cdot 10^{-2}$	FC, $1{,}4 \cdot 10^{-6}$	FC, $4{,}1 \cdot 10^{-8}$	FC, $9{,}9 \cdot 10^{-3}$	FC, $5{,}8 \cdot 10^{-2}$	FC, $7{,}1 \cdot 10^{-5}$

a. Pour les calculs, j'ai pris $\lambda_{\min} = \lambda = 10\,\mu\text{m}$
b. T.S. = Type spectral
c. La signification des différents types d'étoile est donnée dans le tableau B.1.
d. La signification des différentes classes d'exoplanète est donnée dans le tableau B.2.

Pour une étoile et une planète données que l'on cherche à observer, les deux bruits instrumentaux que nous devons dimensionner devront être, au moins, inférieurs à la valeur qui se trouve dans le tableau. Nous pouvons par exemple imposer arbitrairement que ces deux bruits soient inférieurs à 25% du bruit de référence pour ne pas trop dégrader le R.S.B.. On obtient donc

$$\sigma^2_{\text{fuites, instr}}(\lambda_c, \Delta\lambda, D) < \frac{1}{4} \cdot \sigma^2_{\text{réf}}(\lambda_c, \Delta\lambda, D)$$
$$\text{et } \sigma^2_{\text{var}}(\lambda_c, \Delta\lambda, D) < \frac{1}{4} \cdot \sigma^2_{\text{réf}}(\lambda_c, \Delta\lambda, D).$$

La première équation implique que

$$\boxed{\langle \mathcal{N}_{\text{fuites, instr}} \rangle_D < \frac{\mathcal{N}_{\text{réf}}}{4}} \tag{2.18}$$

et la seconde implique que

$$N^2_{\text{phot},*}(\lambda_c, \Delta\lambda, D) \cdot \sigma^2_{\langle\mathcal{N}\rangle_D} < \frac{1}{4}\mathcal{N}_{\text{réf}} \cdot N_{\text{phot},*}(\lambda_c, \Delta\lambda, D)$$
$$\boxed{\Rightarrow \sigma^2_{\langle\mathcal{N}\rangle_D} < \frac{1}{4}\frac{\mathcal{N}_{\text{réf}}}{N_{\text{phot},*}(\lambda_c, \Delta\lambda, D)}.} \tag{2.19}$$

Ensuite,

$$\frac{\sigma^4_{\langle\phi\rangle_\tau} + \sigma^4_{\langle I\rangle_\tau}}{8} \cdot \frac{\tau}{D} < \frac{1}{4}\frac{\mathcal{N}_{\text{réf}}(\lambda_c, \Delta\lambda, D)}{N_{\text{phot},*}(\lambda_c, \Delta\lambda, D)}.$$
$$\Rightarrow \frac{\sigma^4_{\langle\phi\rangle_\tau} + \sigma^4_{\langle I\rangle_\tau}}{2} < \frac{\mathcal{N}_{\text{réf}}(\lambda_c, \Delta\lambda, D)}{N_{\text{phot},*}(\lambda_c, \Delta\lambda, D)}\frac{D}{\tau}$$

Nous allons maintenant distribuer cette contrainte de façon égale entre le déphasage et le déséquilibre des intensités, soit

$$\boxed{\sigma^2_{\langle\phi\rangle_\tau} < \sqrt{\frac{\mathcal{N}_{\text{réf}}(\lambda_c, \Delta\lambda, D)}{N_{\text{phot},*}(\lambda_c, \Delta\lambda, D)}\frac{D}{\tau}},} \tag{2.20}$$

$$\boxed{\sigma^2_{\langle I\rangle_\tau} < \sqrt{\frac{\mathcal{N}_{\text{réf}}(\lambda_c, \Delta\lambda, D)}{N_{\text{phot},*}(\lambda_c, \Delta\lambda, D)}\frac{D}{\tau}}.} \tag{2.21}$$

On dispose maintenant d'objectifs à atteindre en laboratoire pour démontrer la faisabilité de l'observation de différents types d'exoplanètes. Nous pouvons remarquer que les objectifs à atteindre dépendent fortement de la cible (planète et étoile) envisagée. En effet, pour le taux d'extinction, l'objectif varie de 10^{-12} pour l'observation d'un neptune froid autour d'une étoile jeune à 10^{-2} pour l'observation d'un jupiter chaud ou d'une super-terre chaude autour d'une étoile tardive.

L'objectif en termes de stabilité du taux d'extinction est quant à lui exigeant puisque la variance du taux d'extinction moyenné sur la durée d'observation totale D varie comme l'inverse du nombre de photons reçu de l'étoile (voir équation 2.19) et décroit donc comme $\frac{1}{D}$. Par conséquent, autant voir plus que la valeur moyenne du taux d'extinction, c'est sa stabilité qui va représenter un challenge technologique important. Les méthodes de modulation et de *spectral fitting*, qui vont permettre de réduire ce bruit de variabilité, sont donc particulièrement intéressantes.

2.3 Cahier des charges pour NULLTIMATE

Dans la section précédente, nous avons vu comment les performances en termes de taux d'extinction et de stabilité dépendent de la cible {exoplanète + étoile} que l'on souhaite observer. Dans cette section, nous allons tout d'abord établir un cahier des charges que nous appellerons cahier des charges « haut niveau » pour NULLTIMATE donnant des objectifs à atteindre en termes d'extinctions et de stabilité. Ensuite, nous allons détailler ce cahier des charges en essayant de dégager les sous-objectifs que devra réaliser le banc, pour aboutir à un cahier des charges « bas niveau ». L'idée de cette étape est de dégager les paramètres qui vont influer sur les performances du banc en termes de taux d'extinction et de stabilité afin de définir des sous-ensembles qui auront chacun leur cahier des charges. On va donc décomposer un objectif global complexe en plusieurs sous objectifs plus faciles à réaliser ce qui nous permettra de choisir les éléments adaptés.

Comme je l'ai déjà évoqué précédemment, le banc était déjà monté et les composants déjà choisis et installés lorsque je suis arrivé à l'I.A.S. et donc, *a fortiori*, lorsque j'ai réalisé ce budget d'erreur. Par conséquent, l'objectif de ce travail était de voir si le banc avait été correctement conçu et, dans le cas contraire, d'identifier les faiblesses et si possible de les corriger.

2.3.1 Cahier des charges haut niveau pour NULLTIMATE

Dans la partie précédente, j'ai voulu rester assez général afin de pouvoir définir des spécifications qui dépendent uniquement de l'objectif scientifique (super-terre autour d'étoile G ou planètes géantes autour d'étoiles G...) que l'on souhaite se donner. Mais maintenant, pour établir le cahier des charges haut niveau de NULLTIMATE, il faut fixer des spécifications plus précises.

2.3.1.1 $\langle\mathcal{N}\rangle_D$ et $\sigma_{\langle\mathcal{N}\rangle_D}$

Comme nous l'avons déjà évoqué dans le § 2.1.3, les objectifs initiaux de NULLTIMATE étaient nombreux. À mon arrivée, l'objectif principal était de démontrer la faisabilité technologique des spécifications requises par le projet Darwin, en termes de taux d'extinction moyen et de stabilité de ce taux d'extinction. Ces spécifications ont été calculées afin de permettre l'observation d'un équivalent terrestre autour d'une étoile de type solaire, située dans un rayon de 25 pc du Soleil et avec un rapport signal à bruit suffisant (R.S.B. $\geqslant 10$). On peut résumer ces objectifs ainsi :

— $\langle\mathcal{N}\rangle_D \leqslant 10^{-5}$;
— $\sigma_{\langle\mathcal{N}\rangle_D} \leqslant 10^{-9}$,

où D désigne la durée totale de l'observation. Initialement, il était demandé $D = 10\,\mathrm{j}$ (Chazelas et al., 2006). Dernière précision, NULLTIMATE cherche à atteindre ces spécifications uniquement dans la bande spectrale K ou L (et non dans la bande allant de 6 à 20 µm comme demandé pour le projet Darwin).

Parmi ces spécifications, nous pouvons d'ores et déjà dire que la condition sur la stabilité $\sigma_{\langle\mathcal{N}\rangle_{10\,\mathrm{j}}} \leqslant 10^{-9}$ est inatteignable pour nous, à cause de la durée d'observation nécessaire. En effet, pour estimer une telle stabilité avec une précision raisonnable, il faudrait observer pendant au moins 50 jours. Cependant, comme nous l'avons vu dans la section précédente, si l'on arrive, grâce aux asservissements, à blanchir les fluctuations du taux d'extinction, alors $\forall\tau \in \mathbb{R}^{+*}$, $\sigma^2_{\langle\mathcal{N}\rangle_\tau} = \sigma^2_{\langle\mathcal{N}\rangle_D} \cdot \frac{\tau}{D}$.

J'ai donc choisi de redéfinir les objectifs de NULLTIMATE de la façon suivante :

— $\langle\mathcal{N}\rangle_D \leqslant 10^{-5}$;
— $\sigma_{\langle\mathcal{N}\rangle_\tau} \leqslant 5.0 \cdot 10^{-6}$ où $\tau = 30\,\mathrm{ms}$ est le temps de pose individuel ;
— blanchir le bruit sur le taux d'extinction pendant la durée d'observation D la plus longue possible ;
— le tout dans la bande passante K (2 à 2.5 µm) ou L (3 à 3.5 µm).

2.3.1.2 Environnement

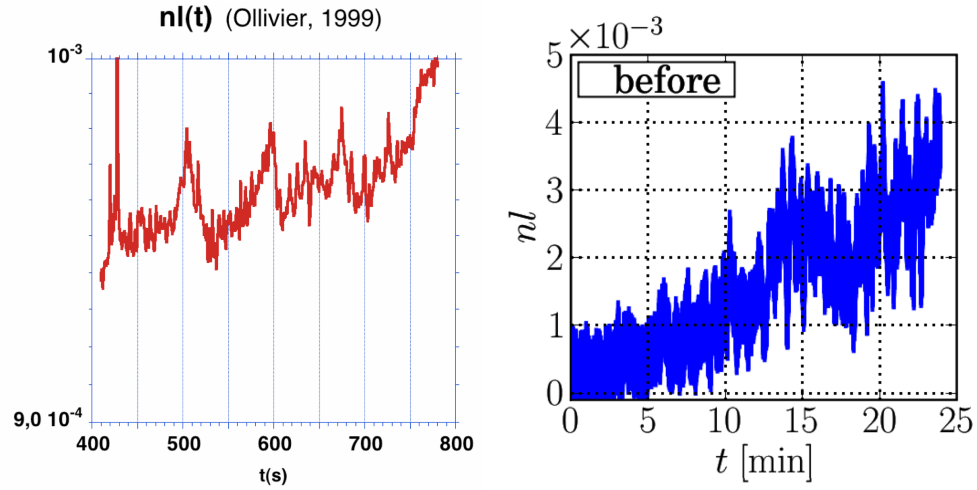
Les spécifications ci-dessus devront être tenues sous l'effet des seules perturbations du laboratoire : bruits acoustiques, sismiques, électriques, thermiques. Les variations dues à ces perturbations devront donc être compensées par des dispositifs actifs dont l'état va varier au cours du temps d'observation.

2.3.1.3 Structure temporelle de l'extinction

L'analyse des expériences précédentes (notamment celles faites ici à l'I.A.S. avec le banc de Marc Ollivier et SYNAPSE) montre que l'extinction a une évolution caractéristique montrée sur la figure 2.4. On y observe des variations hautes fréquences, mais aussi une forte dérive avec une constante de temps de l'ordre de quelques centaines de secondes.

On peut donc raisonner de la façon suivante : une extinction moyenne $\langle\mathcal{N}_\tau\rangle_D$, une fluctuation « haute fréquence » $\mathcal{N}_{\mathrm{HF}}$ et une dérive long terme $\mathcal{N}_{\mathrm{BF}}$ associée au bruit "basse fréquence" en 1/f comme, par exemple, les dérives thermiques :

$$\mathcal{N}_\tau(k) = \langle\mathcal{N}\rangle_D + \mathcal{N}_{\mathrm{HF}}(k) + \mathcal{N}_{\mathrm{BF}}(k), \text{ où } k \text{ est le numéro de l'échantillon} \tag{2.22}$$



(a) (b)

FIGURE 2.4 – **Structure temporelle du taux d'extinction :** (a) Mesures de l'évolution du taux d'extinction au cours du temps sur l'expérience de Marc Ollivier. (b) Mesures de l'évolution du taux d'extinction au cours du temps sur le banc SYNAPSE. Dans les deux cas, on observe la présence de variations hautes fréquences et d'une dérive basse fréquence importante.

$\mathcal{N}_{\text{BF}}$ et $\mathcal{N}_{\text{HF}}$ sont des bruits centrés caractérisés par un écart type noté $\sigma_{\mathcal{N}_{\text{BF}}}$ et $\sigma_{\mathcal{N}_{\text{HF}}}$ respectivement. Cette fluctuation est entièrement aléatoire.

On propose de traduire les objectifs sur la valeur moyenne et l'écart type par :

— $\langle\mathcal{N}\rangle_D \leqslant 1 \cdot 10^{-5}$;

— $\sigma_{\langle\mathcal{N}\rangle_{\tau,\text{HF}}} \leqslant 3{,}5 \cdot 10^{-6}$, bruits dont les constantes de temps sont inférieures à $T_{\text{HF/BF}}$ (voir figure 2.5) ;

— $\sigma_{\langle\mathcal{N}\rangle_{\tau,\text{BF}}} \leqslant 3{,}5 \cdot 10^{-6}$, bruits dont les constantes de temps sont comprises entre $T_{\text{HF/BF}}$ et D (voir figure 2.5).

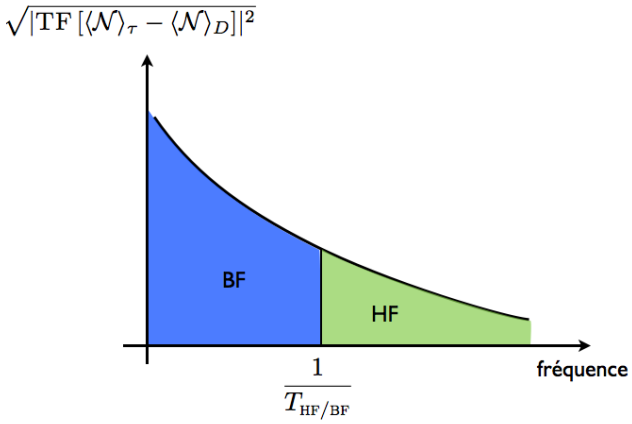


FIGURE 2.5 – **Séparation des contraintes de stabilité du taux d'extinction en composantes hautes et basses fréquences**

Pour réaliser ces objectifs, les concepteurs du banc NULLTIMATE se sont appuyé sur plusieurs principes :

— construire un banc optique très stable par construction (avec des dispositifs passifs, conception des supports des optiques, du banc lui-même...) avec très peu de bruits hautes fréquences ;
— corriger les perturbations basses fréquences grâce à un type d'asservissement particulier appelé *dithering* déjà utilisé sur SYNAPSE (voir Gabor et al. (2008)) que nous détaillerons dans les chapitres suivants.

Ce temps $T_{\mathrm{HF/BF}}$ qui sépare la composante haute fréquence et basse fréquence doit être fixée de façon à être inférieur à la constante de temps caractéristique des variations basses fréquences observées sur le banc NULLTIMATE (sur la figure 2.4 cette constante de temps est de l'ordre de 100 s) et supérieur ou égale au temps de réponse des asservissements sur le déphasage et le déséquilibre des intensités. Ainsi, la spécification sur $\mathcal{N}_{\mathrm{HF}}$ repose sur la conception du banc tandis que la spécification $\mathcal{N}_{\mathrm{BF}}$ repose sur les asservissements en différence de marche et en déséquilibre des intensités. En pratique, de part le concept utilisé, le temps de réponse des asservissements est relativement long (supérieur à 1 s) et donc ce temps $T_{\mathrm{HF/BF}}$ sera pris égal à 10 s, ce qui rendra difficile la validation de la spécification $\sigma_{\langle\mathcal{N}\rangle_{\tau,\mathrm{HF}}} \leqslant 3{,}5 \cdot 10^{-6}$.

2.3.2 Cahier des charges bas niveau pour NULLTIMATE

L'objectif est maintenant d'identifier les facteurs qui influent sur le taux d'extinction afin de dégager des sous-objectifs à réaliser sur ces paramètres. Cela nous permettra de dégager des sous-ensembles pour notre banc qui auront chacun pour fonction de contrôler l'un de ces paramètres. Pour cela, nous allons commencer par revenir sur l'expression du taux d'extinction.

2.3.2.1 Analyse de l'expression générale du taux d'extinction

Nous allons maintenant revenir sur l'expression du taux d'extinction en fonction du temps obtenue à l'équation 2.6 pour en détailler un peu plus les différents termes, dans le contexte du budget d'erreur de NULLTIMATE. L'extinction en fonction du temps d'un interféromètre de Bracewell de base B, fonctionnant en lumière non polarisée dans une bande spectrale $[\lambda_1, \lambda_2]$ (de longueur d'onde centrale λ_c, de largeur Δ_λ) et observant une source polychromatique de forme circulaire (étoile) et de taille angulaire $\theta_{\mathrm{dia},*}$ est donc donnée par :

$$\mathcal{N}(t) \simeq \frac{1}{4}\left[(\Delta\phi_c(t))^2 + \langle(\Delta\phi_\lambda(t))^2\rangle_\lambda + \frac{\pi^2}{4}\left(\frac{\theta_{dia,*}}{\lambda_{sh}/B}\right)^2 + \frac{1}{4}(\Delta\phi_{s-p})^2 + \alpha_{rot}^2 + (\delta I(t))^2\right] \tag{2.23}$$
$$\mathcal{N}(t) \simeq \mathcal{N}_{\phi_c} + \mathcal{N}_\lambda + \mathcal{N}_{\text{étoile}} + \mathcal{N}_{\mathrm{sp}} + \mathcal{N}_\alpha + \mathcal{N}_{\mathrm{I}}$$

Chacun de ces termes $\mathcal{N}_{\phi_c}$, $\mathcal{N}_\lambda$, $\mathcal{N}_{\text{étoile}}$, $\mathcal{N}_{\mathrm{sp}}$, $\mathcal{N}_\alpha$ et $\mathcal{N}_{\mathrm{I}}$ constitue la contribution d'un facteur différent au taux d'extinction. Cette expression nous permet donc naturellement de définir des sous-ensembles pour notre banc, un par terme (comme cela est fait classiquement. On peut citer par exemple Mennesson, 1999).

2.3.2.1.1 Sous-ensemble erreur de front d'onde : l'équation ci-dessus ne prend pas en compte les erreurs de front d'onde entre les deux faisceaux qui sont cependant un facteur important fixant la qualité des optiques à utiliser sur le banc. Cependant, fort des résultats de l'expérience de Marc Ollivier, nous utiliserons une fibre monomode comme filtre spatial dont le rôle est de filtrer les défauts de front d'onde et de les convertir en défauts d'intensité (Mennesson et al., 2002; Mennesson, 1999). Par conséquent, nous pourrions constituer deux sous-sous-ensembles différents. Un pour la fibre optique et un pour la qualité des optiques. Malheureusement, je manque de temps et d'informations pour pouvoir exploiter véritablement une telle distinction et je n'ai donc pas jugé utile de détailler autant le CdC. La fibre optique et la qualité des optiques

constituent donc notre premier sous-ensemble, qui agit sur le taux d'extinction par l'intermédiaire des erreurs de front d'onde. Dans la suite du CdC, nous supposerons que l'impact de ce sous-ensemble est négligeable puisque largement reporté sur le facteur équilibre en intensité des faisceaux (par la fibre optique) [16].

Idéalement, il faudrait pouvoir faire une cartographie du front d'onde avant et après la fibre optique afin de pouvoir quantifier l'influence de ce poste sur le taux d'extinction et vérifier qu'il est effectivement négligeable. Malheureusement, je ne disposais pas du temps, ni du matériel adapté pour le faire.

2.3.2.1.2 Sous-ensemble différence de marche centrale :

$$\mathcal{N}_{\phi_c} = \frac{1}{4}(\Delta\phi_c(t))^2 \text{ avec } \Delta\phi_c(t) = \frac{2\pi\ \delta_c(t)}{\lambda_c} \tag{2.24}$$

où $\delta_c(t)$ est la DDM entre les deux bras de l'interféromètre, moyennée sur les deux polarisations, au centre de la bande spectrale ($\lambda = \lambda_c$).

Sur le banc NULLTIMATE, la valeur moyenne de la DDM dépend notamment du positionnement des optiques. Lorsque l'on assemble un interféromètre, on veut que les chemins optiques dans chacun des bras soient identiques, mais la précision du positionnement et de l'alignement n'est jamais parfaite. La valeur moyenne de la DDM dépend donc surtout de la position de la LAR qui va notamment permettre de compenser les erreurs de positionnement. La valeur instantanée de la DDM, elle peut varier à cause des mouvements d'air (cellules de convections) et des variations de température locale qui introduisent des variations d'indice de réfraction d'un bras par rapport à l'autre et donc des variations de DDM. Pour minimiser ce genre de problèmes, NULLTIMATE est donc placé dans une salle propre et climatisée. Il est aussi recouvert d'un caisson qui aura notamment pour objectif d'éviter toute propagation des mouvements d'air due à la climatisation, à la circulation des personnes ou encore à l'ouverture des portes et aux différentiels de pression entre les pièces de la salle. Une autre source possible de variation de la DDM est la vibration des optiques. Celle-ci peut être notamment due à des mouvements du sol propagés aux optiques par l'intermédiaire de la table sur laquelle elles reposent. Ces vibrations du sol peuvent être dues à de nombreuses sources : une activité sismique légère, le passage d'un camion, la ligne de RER voisine, etc. Ainsi la table optique de NULLTIMATE est montée sur des pieds pneumatiques dont l'objectif est d'isoler les optiques des vibrations du sol.

Enfin, les vibrations sonores peuvent elles aussi engendrer la vibration des optiques. Le caisson qui sert à isoler des mouvements d'air et des variations de température peut aussi permettre d'empêcher la propagation des ondes sonores vers le banc. Cependant, il peut aussi jouer le rôle de caisse de résonance et favoriser le développement de certaines vibrations en son sein. Le choix du matériau utilisé pour le caisson est donc important et il vaut mieux privilégier, à l'intérieur du caisson, des matériaux souples, par exemple en mousse, qui absorbent les ondes au lieu de les réfléchir. Il faut aussi éviter les surfaces lisses pour ces panneaux (comme cela est fait dans les salles de test pour les antennes), afin d'éviter la formation de cavité résonnante. Malheureusement, le caisson choisi pour NULLTIMATE est constitué de panneaux rigides et plats en plexiglas.

Il aurait fallu faire des mesures des températures en différents endroits du banc, mais aussi des mesures de vibrations des optiques à l'aide d'accéléromètres ou encore des mesures sonores à l'aide microphones, afin d'estimer l'ampleur des différentes sources de variations et de vibrations. Cela aurait permis de quantifier l'efficacité des mesures prises (climatisation, caisson, pied pneumatique) et éventuellement de repérer des problèmes et des périodes de fortes activité vibratoire. Nous disposons, sur NULLTIMATE, d'une sonde de température et j'ai envisagé de faire

16. Nous verrons plus en détail dans les chapitres suivants les caractéristiques de nos fibres optiques.

des mesures de vibrations et d'ondes sonores, mais par manque de temps et de matériel, je n'ai pas pu faire ces mesures.

Ensuite, idéalement, il faudrait pouvoir observer les variations de DDM au court du temps en parallèle des mesures de taux d'extinction afin d'estimer l'influence de ce terme et uniquement de ce terme sur le taux d'extinction. Cela nous permettrait de déterminer s'il est nécessaire d'essayer de corriger les erreurs sur cette DDM et quelles sont les fréquences caractéristiques des variations à corriger. En effet, la LAR nous permet d'agir sur la DDM et si l'on dispose de l'information sur son évolution au cours du temps, il est possible d'implémenter un asservissement. Pour réaliser ce type de mesure de DDM, il existe des systèmes de métrologie laser. Malheureusement, à la suite d'un test non concluant sur SYNAPSE, il a été décidé de ne pas implémenter de système de métrologie sur NULLTIMATE. Par contre, il a été décidé d'implémenter tout de même un asservissement sur la DDM (le *dithering*) dont nous décrirons le principe dans le chapitre suivant. Mais le réglage des paramètres de cet asservissement sera considérablement compliqué par le manque d'informations sur l'évolution temporelle de la DDM.

2.3.2.1.3 Sous-ensemble chromatisme :

$$\mathcal{N}_\lambda = \frac{1}{4}\langle(\Delta\phi_\lambda(t))^2\rangle_\lambda = \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} Sp(\lambda)[\Delta\phi_\lambda(t)]^2\,\mathrm{d}\lambda \tag{2.25}$$

où $Sp(\lambda)$ est le spectre (produit du spectre de la source et de la transmission du banc) normalisé.

$\Delta\phi_\lambda(t)$ est donc la dispersion chromatique de la différence de phase dans la bande spectrale considérée, moyennée sur les deux polarisations. Dans le vide spatial, on peut supposer qu'elle est constante, à une variation très lente près liée au vieillissement des traitements et des optiques. Dans l'air, la variation temporelle de la concentration d'eau dans la colonne d'air le long de chaque bras peut entraîner une dépendance temporelle à courte période de ce paramètre. De plus, l'éventuelle différence de chemin optique dans les matériaux diélectriques qui composent certaines optiques du banc peut aussi jouer sur la valeur moyenne du chromatisme. En effet, l'indice de réfraction des matériaux diélectriques varie avec la longueur d'onde et par conséquent, si la longueur du trajet de la lumière dans les matériaux diélectriques n'est pas la même dans les deux bras, il ne sera pas possible de compenser cette différence avec la ligne à retard. Toutefois, les lames diélectriques présentes dans l'interféromètre de NULLTIMATE ont été fabriquées par paires réparties entre les deux bras, paires dont les deux membres sont aussi identiques que possible. Sinon, les coefficients de réflexion et de transmission sont généralement chromatique, notamment sur les surfaces diélectriques. Afin de réduire au maximum ce terme, il a été choisi de ne pas utiliser de surface traitée à l'intérieur de l'interféromètre, sur NULLTIMATE, car les traitements sont souvent très chromatiques. Une autre source possible de chromatisme dans le banc est le déphaseur achromatique. En effet, un des challenges technologiques de l'interférométrie annulante est de produire, grâce à un déphaseur achromatique, un déphasage de π achromatique entre les deux bras. Si le déphasage n'est pas identique à toutes les longueurs d'onde de la bande passante, ces différences dégraderont le taux d'extinction. Enfin, les variations de température qui entrainent des dilatations des matériaux peuvent provoquer des variations de distance parcourue dans le diélectrique et faire varier le chromatisme aux longues périodes.

Mesuré ce terme $\Delta\phi_\lambda(t)$ afin de l'estimer est délicat, la seule façon est d'introduire une dispersion spectrale (par exemple à l'aide d'un prisme) en sortie d'interféromètre et d'observer dans différents canaux spectraux. Les variations d'extinction avec la bande spectrale considérée pourraient alors nous renseigner sur l'amplitude et l'origine des effets liés au chromatisme. Sur NULLTIMATE, nous ne disposons pas d'élément dispersif ni d'ailleurs de caméra infrarouge pour mesurer le flux dispersé. Par contre, nous avons fait l'acquisition de plusieurs filtres passe-bande étroit qui nous permettraient, en changeant de filtre, d'étudier la variation du taux d'extinction

avec la longueur d'onde. Cette méthode est un peu plus fastidieuse et j'ai manqué de temps pour la mettre en place.

Enfin pour minimiser ce terme de chromatisme, il faut réaliser un alignement et un positionnement des optiques méticuleux. Il est par contre difficile d'agir sur ce terme une fois l'interféromètre aligné et pendant la mesure. Il est donc difficile d'imaginer réaliser un asservissement sur ce facteur de chromatisme. Difficile, mais pas impossible, le concept d'*adaptative nuller* inventé et réalisé par Robert D. Peters (Peters (2006)) permet, par l'intermédiaire d'un miroir déformable associé à des prismes dispersifs, d'agir sur ce terme de chromatisme et éventuellement d'imaginer réaliser un asservissement.

2.3.2.1.4 Sous-ensemble fuites stellaires configurationnelles :

$$\mathcal{N}_{\text{étoile}} = \frac{\pi^2}{16}\left(\frac{\theta_{\text{dia},*}}{\lambda_1/B}\right)^2 \tag{2.26}$$

Ce terme prend en compte le fait que l'interféromètre résout angulairement la source. Il s'agit en fait ici d'un majorant en utilisant la borne inférieure de la bande spectrale considérée. En notant $X = \frac{\pi B \theta_{\text{dia},*}}{\lambda}$, la visibilité du disque stellaire, supposé circulaire, s'écrit :

$$V_{\text{étoile}} = (1 - \frac{X^2}{8} + \frac{X^4}{192} - \frac{X^6}{9216} + o(X^6)).$$

L'équation 2.26 est donc le premier terme du développement limité en X de $\frac{1-V_{\text{étoile}}}{2}$. Ce calcul suppose un rayonnement incohérent spatialement entre les différents points du disque (ce qui paraît raisonnable).

Dans le cas de NULLTIMATE, comme nous le verrons par la suite, nous avons choisi de simuler l'interféromètre de Bracewell en réalisant des interférences par **division d'amplitude**, la cohérence spatiale des deux faisceaux n'est donc pas soumise à la cohérence spatiale de la source et $\mathcal{N}_{\text{étoile}} = 0$.

2.3.2.1.5 Sous-ensemble différence de phase s-p différentielle :

$$\mathcal{N}_{\text{sp}} = \frac{1}{16}(\Delta\phi_{s-p})^2 \tag{2.27}$$

$\Delta\phi_s = \phi_{s,1} - \phi_{s,2}$ étant la différence de phase sur la polarisation s entre les deux bras, au niveau de la recombinaison, et $\Delta\phi_p = \phi_{p,1} - \phi_{p,2}$, la même différence de phase sur la polarisation p. $\Delta\phi_{s-p} = \Delta\phi_s - \Delta\phi_p$ est la différence de phase s-p différentielle entre les deux bras et traduit le fait que l'on peut être à la différence de marche nulle pour la polarisation p, mais pas pour la polarisation s (ou inversement).

Ce terme est essentiellement lié aux dissymétries d'angle d'incidence sur les surfaces appairées entre les deux bras [17]. Les optiques statiques jouent sur la valeur moyenne de ce terme tandis que les optiques activement contrôlées peuvent entrainer des variations temporelles. Il faut donc s'assurer, lors du choix des actionneurs (et notamment vis-à-vis les angles de tangages et roulis des actionneurs assurant la translation des pièces optiques le long de leur course), que ce terme aura un impact limité sur le taux d'extinction.

Une façon d'observer cette différence de phase différentielle entre les deux polarisations s et p est d'installer des polariseurs à grille linéaire qui permettront de sélectionner la polarisation que l'on souhaite observer et ainsi de visualiser l'influence de la polarisation. NULLTIMATE est équipé de tels polariseurs. Par contre, il impossible de réaliser une mesure d'extinction sur les deux

17. Le déphasage à la réflexion ou à la transmission dépend de l'angle d'incidence du rayonnement sur la surface, voir par exemple Hecht (2002, p. 124).

polarisation en parallèle, avec ce dispositif, et donc impossible d'implémenter un asservissement sur la polarisation.

Remarque : l'*adaptative nuller* de Robert D Peter Peters (2006) inclut, en plus d'un prisme pour disperser spectralement la lumière, un matériau biréfringent permettant de disperser les deux polarisations s et p. Cela lui permet d'interagir différemment avec les deux polarisations et d'envisager la possibilité d'un asservissement en polarisation.

2.3.2.1.6 Sous-ensemble rotation de polarisation :

$$\mathcal{N}_{\alpha_{\rm rot}} = \frac{1}{4}\alpha_{\rm rot}^2 \tag{2.28}$$

où $\alpha_{\rm rot} = \cos^{-1}(\vec{x_1}.\vec{x_2}) = \cos^{-1}(\vec{y_1}.\vec{y_2})$ représente la rotation différentielle, entre les vecteurs de base décomposant la polarisation, du bras 1 ($\vec{x_1}$ et $\vec{y_1}$) par rapport au bras 2 ($\vec{x_2}$ et $\vec{y_2}$).

La rotation de la polarisation peut être dues à l'angle d'incidence sur les surfaces qui joue sur le facteur de transmission et la réflexion de l'amplitude des polarisations s et p. Les fibres optiques peuvent aussi provoquer une rotation de la polarisation. De la même façon que pour la différence de phase s-p, il est possible de mesurer cet effet grâce à des polariseurs, mais un asservissement est difficilement envisageable.

2.3.2.1.7 Sous-ensemble déséquilibre des flux :

$$\mathcal{N}_{\rm I} = \frac{1}{4}(\delta I(t))^2 \tag{2.29}$$

où $\delta I = \frac{I_1 - I_2}{I_1 + I_2}$ avec $I = I_s + I_p$ est l'écart relatif d'intensité entre les deux bras au niveau de la recombinaison [18]. Le déséquilibre des flux est lié à une différence de transmission entre les deux bras qui peut être causée par des différences d'état de surface des optiques ou d'homogénéité des matériaux diélectrique entrainant une diffusion différente dans les deux bras. Elle peut aussi être due à un effet diaphragme différent dans les deux bras, lié à un positionnement latéral différent par rapport au centre des optiques. Enfin, elle peut aussi provenir d'une différence de couplage dans une fibre optique. Ce facteur est relativement simple à mesurer, par exemple grâce à des lames semi-réfléchissantes permettant d'extraire une partie de l'intensité de chaque bras pour pouvoir en mesurer les variations à l'aide d'un détecteur. Avec un tel dispositif, il est aussi envisageable de réaliser des mesures de l'intensité des deux faisceau en parallèle des mesures d'extinction et de réaliser un asservissement. Cependant, afin de limiter le nombre d'éléments diélectriques (et ainsi minimiser le chromatisme du banc), il a été choisi de ne pas utiliser ce type de dispositif pour mesurer l'intensité des faisceaux, mais d'utiliser des obturateurs permettant de bloquer la lumière dans l'un ou l'autre des faisceaux et, ainsi, de mesurer l'intensité d'un seul faisceau à la fois avec le détecteur présent en sortie de l'interféromètre. Cette technique a le désavantage de ne pas permettre le suivi de l'intensité des faisceaux en parallèle des mesures d'extinction ce qui complique l'élaboration d'un asservissement. Nous verrons dans le chapitre suivant quelle technique nous avons envisagée pour réaliser cet asservissement.

2.3.2.1.8 Sous-ensemble lumière parasite : un autre facteur qui n'apparaît pas directement dans l'équation 2.23 mais qui peut tout de même venir dégrader le taux d'extinction mesuré par NULLTIMATE est la lumière parasite.

La lumière parasite regroupe tous les photons qui sont mesuré par le détecteur, mais qui n'ont pas suivi entièrement le chemin prévu par le concepteur du banc optique. On peut séparer cette lumière parasite en plusieurs catégories.

18. On peut également introduire le paramètre $\epsilon = 1 - \frac{I_2}{I_1}$. Avec cette notation, $\delta I = \frac{\epsilon}{2-\epsilon} \simeq \frac{\epsilon}{2}$.

La première catégorie regroupe tous les photons qui ne traversent pas l'interféromètre. Il peut s'agir de la lumière d'éclairage de la salle ou, comme nous travaillons dans l'infrarouge proche, de la lumière émise par des objets chauds ou encore de la lumière provenant des sources scientifiques du banc qui n'emprunterait pas le chemin attendu à cause d'un enchaînement de réflexions et transmissions non désirées. Le problème posé par cette lumière parasite n'est pas qu'elle dégrade le taux d'extinction de l'instrument, mais plutôt qu'elle dégrade la mesure que l'on peut en faire. En effet même si le taux d'extinction de l'interféromètre est parfait, il ne s'applique pas à la lumière parasite qui n'emprunte pas le chemin prévu. Comme la mesure de $\mathcal{N}$ est donnée par $\frac{I_{\min}}{I_{\max}}$ et que $I_{\min}$ comprend aussi la lumière parasite, la mesure de $\mathcal{N}$ s'en trouve faussée. Afin de nous prémunir de ce type de lumière parasite, nous avons installé une détection synchrone sur NULLTIMATE. Le principe de la détection synchrone est assez simple. Il consiste à donner au signal scientifique (qui emprunte le chemin prévu) une allure temporelle bien spécifique (généralement périodique et souvent sinusoïdale) qui nous permettra ensuite de le différencier du signal issu de la lumière parasite [19]. Nous détaillerons cette technique dans le chapitre suivant.

Une autre catégorie de lumière parasite (plus gênante que la première) est parfois appelée réflexions parasites ou réflexions secondaires. Il s'agit de faisceaux de lumière issus du faisceau principal et créer par division de front lorsque le faisceau principal est réfléchi ou transmis sur une lame à faces parallèles (voir figure 2.6).

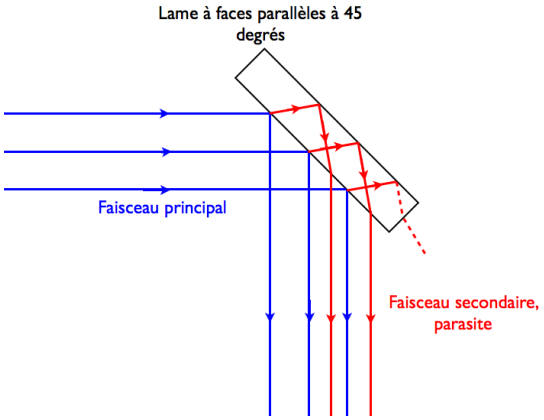


FIGURE 2.6 – Principe des faisceaux parasites créés par les lames à faces parallèles

Ces faisceaux ont la même direction que le faisceau principal et vont donc traverser l'ensemble du banc optique. Ils ne seront donc pas repérés comme lumière parasite par la détection synchrone. Le problème posé par ces faisceaux est différent de celui exposé précédemment puisque, si ces faisceaux parasites sont créés identiquement dans les deux bras, ils vont aussi interférer. Le problème est qu'ils vont engendrer des paquets de franges, dits secondaires, en sortie de l'interféromètre et vont donc modifier le paquet de frange mesuré en sortie de l'interféromètre.

Pour pallier à ce problème, il convient de proscrire les réflexions secondaires dans le design optique. Nous verrons comment dans le chapitre suivant.

Dans la suite du CdC nous supposerons que l'influence de ce sous-ensemble sur le taux d'extinction est négligeable.

19. Le principe est le même que celui de la modulation/démodulation synchrone utilisée en télécommunication avec la modulation d'amplitude (AM) des ondes électromagnétiques, pour la radio par exemple.

2.3.2.2 Allocation du budget d'extinction

Maintenant que nous avons vu quels sont les sous-ensembles qui vont contribuer à dégrader le taux d'extinction, nous devons attribuer à chacun un CdC spécifique qui permettra de respecter le CdC global de NULLTIMATE. Dans le § 2.3.1 nous avions décomposé le CdC de NULLTIMATE en trois objectifs correspondant à trois échelles de temps différentes que nous allons maintenant détailler.

2.3.2.2.1 Extinction moyenne : $\langle\mathcal{N}\rangle_D$: l'objectif au niveau de l'extinction moyenne est :

$$\langle\mathcal{N}\rangle_D \leqslant 1\cdot 10^{-5}, \text{ sur toute la bande K ou L}$$

Nous avons déjà vu au § 2.2 l'expression de $\langle\mathcal{N}\rangle_D$:

$$\langle\mathcal{N}\rangle_D = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}\langle\mathcal{N}\rangle_\tau(i\tau) = \langle\mathcal{N}_{\phi_c}\rangle_D + \langle\mathcal{N}_\lambda\rangle_D + \langle\mathcal{N}_{\text{pol}}\rangle_D + \langle\mathcal{N}_{\text{I}}\rangle_D$$

avec $\text{D} = \text{N}\tau$.

Nous allons maintenant détailler un peu plus les contributions des différents sous-ensembles à la cette valeur moyenne du taux d'extinction.

Terme de différence de phase centrale $\langle\mathcal{N}_{\phi_c}\rangle_D$:

$$\text{E}\left[\langle\mathcal{N}_{\phi_c}\rangle_D\right] = \frac{\sigma^2_{\langle\Delta\phi_c\rangle_\tau}}{4}$$

Le terme $\sigma^2_{\langle\Delta\phi_c\rangle_\tau}$ dépend des résidus de bruit sur la DDM non corrigés par l'asservissement sur la DDM. Comme évoqué au § 2.3.1.3, nous décomposerons $\sigma^2_{\langle\Delta\phi_c\rangle_\tau}$ en deux composantes indépendantes : une composante haute fréquence $\sigma_{\langle\Delta\Phi_c\rangle_\tau,\text{HF}}$ et une composante basse fréquence $\sigma_{\langle\Delta\Phi_c\rangle_\tau,\text{BF}}$. D'où

$$\text{E}\left[\langle\mathcal{N}_{\phi_c}\rangle_D\right] = \frac{\sigma^2_{\langle\Delta\phi_c\rangle_\tau,\text{HF}} + \sigma^2_{\langle\Delta\phi_c\rangle_\tau,\text{BF}}}{4} \tag{2.30}$$

Afin d' exprimer cette contrainte en terme de variance de positionnement de la LAR, je rappelle que $\phi_c = 2\pi\frac{\delta_c}{\lambda_c}$ où δ_c est la différence de marche à la longueur d'onde centrale. et donc

$$\text{E}\left[\langle\mathcal{N}_{\phi_c}\rangle_D\right] = \frac{\pi^2}{\lambda_c^2}\left(\sigma^2_{\langle\delta_c\rangle_\tau,\text{HF}} + \sigma^2_{\langle\delta_c\rangle_\tau,\text{BF}}\right) \tag{2.31}$$

Terme déséquilibre des flux :

$$\text{E}\left[\langle\mathcal{N}_I\rangle_D\right] = \frac{\sigma^2_{\langle\delta I\rangle_\tau}}{4}$$

Comme pour le terme de différence de phase centrale, $\sigma^2_{\langle\delta I\rangle_\tau}$ dépend des résidus de bruit sur le déséquilibre des intensités non corrigés par l'asservissement. Comme évoqué au § 2.3.1.3, nous décomposerons $\sigma^2_{\langle\delta I\rangle_\tau}$ en deux composantes indépendantes : une composante haute fréquence $\sigma_{\langle\delta I\rangle_\tau,\text{HF}}$ et une composante basse fréquence $\sigma_{\langle\delta I\rangle_\tau,\text{BF}}$. D'où

$$\text{E}\left[\langle\mathcal{N}_I\rangle_D\right] = \frac{\sigma^2_{\langle\delta I\rangle_\tau,\text{HF}} + \sigma^2_{\langle\delta I\rangle_\tau,\text{BF}}}{4} \tag{2.32}$$

Terme de chromatisme $\langle \mathcal{N}_\lambda \rangle_D$:

Ce terme est la moyenne du carré de la différence de phase dans la bande spectrale de travail (K ou L). Nous supposerons que le chromatisme n'évolue pas (ou de façon négligeable) à l'échelle du temps D.

$$\langle \mathcal{N}_\lambda \rangle_D = \mathcal{N}_\lambda = \frac{\langle (\Delta\phi_\lambda(t))^2 \rangle_\lambda}{4} \tag{2.33}$$

Pour pouvoir détaillé un peu les conséquences de cette spécification sur le design du banc, nous allons supposer que le chemin parcouru par la lumière, dans les deux bras de l'interféromètre, se fait, pour une partie, dans l'air (dont l'indice est constant avec la longueur d'onde au moins dans notre bande spectrale d'observation) et, pour une autre partie, dans un diélectrique donné (dont l'indice varie avec la longueur d'onde). Autrement dit, il n'y a qu'un seul type de diélectrique présent dans les bras de l'interféromètre (ce qui sera vrai, en pratique, pour NULLTIMATE).

Soit

- d_{air} la différence de longueur, parcourue par la lumière dans l'air, entre les deux bras de l'interféromètre ;
- $d_{\text{diélec}}$ la différence de longueur, parcourue par la lumière dans le diélectrique, entre les deux bras de l'interféromètre ;
- n_{air} l'indice de réfraction de l'air ;
- $n_{\text{diélec}}(\lambda)$ l'indice de réfraction du diélectrique qui dépend de la longueur d'onde.

Par définition, $\Delta\Phi_\lambda = 2\pi\frac{\delta(\lambda)}{\lambda}$ et $\delta(\lambda) = n_{\text{air}} d_{\text{air}} + n_{\text{diélec}}(\lambda)\ d_{\text{diélec}}$. Donc, pour $\lambda = \lambda_c$, $\delta(\lambda_c) = 0$ et $\mathrm{n_{air}d_{air}} = -\mathrm{n_{diélec}}(\lambda_c)\ \mathrm{d_{diélec}}$. Par conséquent, $\Delta\phi_\lambda = \frac{2\pi d_{\text{diélec}}}{\lambda}[n_{\text{diélec}}(\lambda) - n_{\text{diélec}}(\lambda_c)]$ et $\Delta\phi_\lambda^2 = \frac{4\pi^2 d_{\text{diélec}}^2}{\lambda^2}[n_{\text{diélec}}(\lambda) - n_{\text{diélec}}(\lambda_c)]^2$. Conclusion

$$\langle \mathcal{N}_\lambda \rangle_D = \frac{\pi^2 d_{\text{diélec}}^2}{\lambda^2}\langle [n_{\text{diélec}}(\lambda) - n_{\text{diélec}}(\lambda_c)]^2 \rangle_\lambda \tag{2.34}$$

En utilisant le fait que $\langle (\Delta\phi_\lambda(t))^2 \rangle_\lambda \leqslant \Delta\phi^2_{\lambda_{\min}}$, où $\lambda_{\min}$ est la longueur d'onde la plus faible de la bande passante, cette dernière équation nous permettra de calculer quelle différence de longueur de parcourt dans les lames diélectriques nous pouvons tolérer entre les deux bras.

Termes de polarisation $\langle \mathcal{N}_{\text{pol}} \rangle_D$:

En ce qui concerne la valeur moyenne, l'effet principal est lié à la variation de l'angle des miroirs pilotée par les systèmes d'asservissement. La composante aléatoire, elle, provient des instabilités des alignements. Dans l'étude faite par Bruno Chazelas (Chazelas (2007), p. 65), il conclut que la contribution des défauts de polarisation au taux d'extinction est inférieure à 10^{-6} tant que les défauts d'alignement des optiques sont inférieurs à 1minute d'angle. Nous disposons d'instruments, pour l'alignement des optiques, qui ont une précision de l'ordre de 5 secondes d'angle et nous supposerons que le banc optique nous permettra (grâce au design des montures, aux pieds pneumatiques sur lequel repose le banc et au caisson qui l'entoure) de limiter les vibrations bien au deçà de cette limite. Par conséquent, nous supposerons que les contributions de la polarisation au taux d'extinction sont limitées à des valeurs inférieures à 10^{-6}. À titre indicatif, et pour pouvoir se faire une idée de l'impact de cette hypothèse, nous exprimerons $\langle \mathcal{N}_{\text{pol}} \rangle_D$ par

$$\langle \mathcal{N}_{\text{pol}} \rangle_D = \frac{\langle \alpha^2 \rangle_D}{4} + \frac{\langle (\Delta\phi_{s-p})^2 \rangle_D}{16} = \frac{\langle \alpha^2 \rangle_D}{4} + \frac{\pi^2 \langle (\delta_{s-p})^2 \rangle_D}{4\lambda_c}, \tag{2.35}$$

où δ_{s-p} est la différence de marche entre les polarisation s et p.

L'hypothèse derrière cette expression est que seules les valeurs moyennes de α et de $\Delta\phi_{s-p}$ influent sur la valeur moyenne de la contribution des effets de polarisation à la dégradation du taux d'extinction.

2.3.2.2.2 Composante haute fréquence de l'extinction $\mathcal{N}_{\text{HF}}$:

L'objectif au niveau de la composante haute fréquence du bruit sur l'extinction est

$$\sigma_{\langle\mathcal{N}\rangle_{\tau,\text{HF}}} \leqslant 3{,}5 \cdot 10^{-6}, \text{ et sur toute la bande K ou L}$$

Comme nous l'avons vu au § 2.2.3, nous négligerons les variations liées au chromatisme et à la polarisation et nous supposerons que les variations liées au déphasage sont décorrélées des variations liées au déséquilibre des intensités si bien que

$$\sigma^2_{\langle\mathcal{N}\rangle_{\tau,\text{HF}}} = \sigma^2_{\langle\mathcal{N}_{\phi_c}\rangle_{\tau,\text{HF}}} + \sigma^2_{\langle\mathcal{N}_I\rangle_{\tau,\text{HF}}} \tag{2.36}$$

Termes de différences de phase centrale et de déséquilibre des flux :

On suppose une position donnée des optiques (LAR, miroirs, ...), les effets aléatoires sont dus aux résidus de bruit non corrigés par les asservissement et nous avons démontré (équation 2.14) que

$$\begin{aligned} \sigma^2_{\langle\mathcal{N}_{\phi_c}\rangle_{\tau,\text{HF}}} &\simeq \frac{\sigma^4_{\langle\Delta\phi_c\rangle_{\tau,\text{HF}}}}{8} \\ \sigma^2_{\langle\mathcal{N}_I\rangle_{\tau,\text{HF}}} &\simeq \frac{\sigma^4_{\langle\delta I\rangle_{\tau,\text{HF}}}}{8} \end{aligned} \tag{2.37}$$

Bien sûr, du fait de la séparation entre hautes et basses fréquences, nous n'avons fait apparaitre ici que la composante lié aux bruit haute fréquence qui, rappelons le, prose essentiellement sur la conception du banc.

2.3.2.2.3 Composante basse fréquence de l'extinction $\mathcal{N}_{\text{BF}}$: L'objectif au niveau de la composante basse fréquence du bruit sur l'extinction est

$$\sigma_{\langle\mathcal{N}\rangle_{\tau,\text{BF}}} \leqslant 3{,}5 \cdot 10^{-6}, \text{ et sur toute la bande K ou L}$$

Nous négligerons, à nouveau, les variations liées au chromatisme et à la polarisation et nous supposerons que les variations liées au déphasage sont décorrélées des variations liées au déséquilibre des intensités si bien que

$$\sigma^2_{\langle\mathcal{N}\rangle_{\tau,\text{BF}}} \simeq \sigma^2_{\langle\mathcal{N}_{\phi_c}\rangle_{\tau,\text{BF}}} + \sigma^2_{\langle\mathcal{N}_I\rangle_{\tau,\text{BF}}} \tag{2.38}$$

Termes de différence de phase centrale et de déséquilibre des intensités : Il s'agit cette fois de la composante basse fréquence des résidus de correction des boucles d'asservissement et

$$\begin{aligned} \sigma^2_{\langle\mathcal{N}_{\phi_c}\rangle_{\tau,\text{BF}}} &\simeq \frac{\sigma^4_{\langle\Delta\phi_c\rangle_{\tau,\text{BF}}}}{8} \\ \sigma^2_{\langle\mathcal{N}_I\rangle_{\tau,\text{BF}}} &\simeq \frac{\sigma^4_{\langle\delta I\rangle_{\tau,\text{BF}}}}{8} \end{aligned} \tag{2.39}$$

2.3.2.3 Allocation d'extinction

L'allocation proposée entre les différents termes d'extinction, est donnée dans le tableau 2.3 ci-dessous.

TABLE 2.3 – Allocations d'extinction

Poste	$\langle\mathcal{N}\rangle_D$	$\langle\mathcal{N}\rangle_{\tau,\mathrm{BF}}$	$\langle\mathcal{N}\rangle_{\tau,\mathrm{HF}}$
Différence de phase centrale	$3\cdot10^{-6}$	$2{,}47\cdot10^{-6}$	$2{,}47\cdot10^{-6}$
Chromatisme	$3\cdot10^{-6}$	–	–
Déséquilibre des flux	$3\cdot10^{-6}$	$2{,}47\cdot10^{-6}$	$2{,}47\cdot10^{-6}$
Polarisation	$1\cdot10^{-6}$	–	–
Total	$1\cdot10^{-5}$	$3{,}5\cdot10^{-6}$	$3{,}5\cdot10^{-6}$

La répartition dans les différents postes est arbitraire et peut éventuellement être amenée à changer si l'on se rend compte que les bruits présents sur le banc sont plus ou moins élevés que ce que l'on a pu estimer au départ, ou encore que les contraintes qui en résultent, sur les différents sous-systèmes du banc, sont trop exigeantes.

2.3.2.4 Allocations par sous-ensembles

Chacun des postes identifiés précédemment doit maintenant faire l'objet d'une répartition entre les différents sous-systèmes de ces postes en appliquant les équations précédemment établies.

2.3.2.4.1 Poste différence de marche centrale : le tableau 2.4 présente la répartition choisie pour les différentes contraintes agissant sur la différence de phase centrale et les implications de ces contraintes sur la précision du contrôle de la DDM que l'on doit atteindre pour réaliser nos objectifs.

Ainsi, on s'aperçoit que la spécification sur le terme $\sigma_{\Delta\phi_c,\tau,\mathrm{BF}}$, qui intervient à la fois dans la spécification de la valeur moyenne et de la composante basse fréquence, est, avec la répartition choisie, imposée par l'allocation sur la valeur moyenne.

De plus, on voit que, globalement, le contrôle de la DDM, requis pour atteindre les objectifs d'extinction que nous nous sommes fixés, nécessite une précision sur les systèmes de mesure et les actionneurs inférieure au nanomètre, ce qui n'est pas anodin.

2.3.2.4.2 Poste déséquilibre des flux : le tableau 2.5 présente la répartition choisie pour les différentes contraintes agissant sur le déséquilibre des flux et les implications de ces contraintes sur la précision du contrôle de ce déséquilibre que l'on doit atteindre pour réaliser nos objectifs.

Ainsi, on s'aperçoit que le terme $\sigma_{\delta\mathrm{I},\tau,\mathrm{BF}}$, qui intervient à la fois dans la spécification de la valeur moyenne et de la composante basse fréquence, est, avec la répartition choisie, imposée par la spécification sur la valeur moyenne.

La précision des actionneurs nécessaire au contrôle du déséquilibre des flux n'est pas encore calculable, car elle dépendra de la solution technologique choisie pour régler l'intensité des faisceaux, mais on sait d'ores et déjà que l'on va devoir se donner les capacités de modifier l'intensité du flux dans chaque bras avec une précision de l'ordre de 0,1%.

2.3.2.4.3 Poste chromatisme : le tableau 2.6 présente la répartition choisie pour les différentes contraintes agissant sur le chromatisme et les implications de ces contraintes sur la précision de fabrication des lames diélectriques ou de leur dilatation différentielle avec la température que l'on devra respecter pour réaliser nos objectifs.

Table 2.4 – Allocations de différence de phase centrale

Echelle de temps	Descriptif du résultat	$\langle \Delta\Phi_c \rangle_D$	$\sigma_{\langle \Delta\phi_c \rangle_{\tau,\mathrm{BF}}}$	$\sigma_{\langle \Delta\phi_c \rangle_{\tau,\mathrm{HF}}}$	Total
$\langle \mathcal{N} \rangle_D$	Taux d'extinction	0	$1{,}5 \cdot 10^{-6}$	$1{,}5 \cdot 10^{-6}$	$3 \cdot 10^{-6}$
	Déphasage [rad]	0	$2{,}45 \cdot 10^{-3}$	$2{,}45 \cdot 10^{-3}$	
	DDM [nm] (bande L)[a]	0	0,86	0,86	
	DDM [nm] (bande K)[a]	0	1,3	1,3	
$\mathcal{N}_{\mathrm{HF}}$	Taux d'extinction	–	–	$2{,}47 \cdot 10^{-6}$	$2{,}47 \cdot 10^{-6}$
	Déphasage [rad]	–	–	$2{,}65 \cdot 10^{-3}$	
	DDM [nm] (bande L)[a]	–	–	0,93	
	DDM [nm] (bande K)[a]	–	–	1,43	
$\mathcal{N}_{\mathrm{BF}}$	Taux d'extinction	–	$2{,}47 \cdot 10^{-6}$	–	$2{,}47 \cdot 10^{-6}$
	Déphasage [rad]	–	$2{,}65 \cdot 10^{-3}$	–	
	DDM [nm] (bande L)[a]	–	0,93	–	
	DDM [nm] (bande K)[a]	–	1,43	–	

a. Pour calculer la DDM, il est nécessaire de connaitre la longueur d'onde centrale. Pour la bande L, la longueur d'onde centrale est prise à $3,39$ µm. Pour la bande K, la longueur d'onde est prise à $2,2$ µm

Table 2.5 – Allocations de déséquilibre des flux

Echelle de temps	Descriptif du résultat	$\langle \delta I \rangle_D$	$\sigma_{\langle \delta I \rangle_{\tau,\mathrm{BF}}}$	$\sigma_{\langle \delta I \rangle_{\tau,\mathrm{HF}}}$	Total
$\langle \mathcal{N} \rangle_D$	Taux d'extinction	0	$1{,}5 \cdot 10^{-6}$	$1{,}5 \cdot 10^{-6}$	$3 \cdot 10^{-6}$
	Déséquilibre des flux [%]	0	0,25	0,25	
$\mathcal{N}_{\mathrm{HF}}$	Taux d'extinction	–	–	$2{,}47 \cdot 10^{-6}$	$2{,}47 \cdot 10^{-6}$
	Déséquilibre des flux [%]	–	–	0,27	
$\mathcal{N}_{\mathrm{BF}}$	Taux d'extinction	–	$2{,}47 \cdot 10^{-6}$	–	$2{,}47 \cdot 10^{-6}$
	Déséquilibre des flux [%]	–	0,27	–	

TABLE 2.6 – Allocations de chromatisme

Echelle de temps	Descriptif du résultat	$\langle \Delta\Phi_\lambda \rangle_{\Delta\lambda}$
$\langle \mathcal{N} \rangle_D$	Taux d'extinction	$3 \cdot 10^{-6}$
	Déphasage moyen dans la bande [rad]	$3{,}46 \cdot 10^{-3}$
	Différence d'épaisseur du diélectrique [um] (bande L)[a]	0,84
	Différence d'épaisseur du diélectrique [um] (bande K)[a]	0,44

a. Pour ce calcul, il est nécessaire de connaitre la longueur d'onde la plus faible de la bande passante. Pour la bande L, j'ai utilisé $3,0$ µm. Pour la bande K, j'ai utilisé $2,0$ µm. Il faut aussi connaitre la différence d'indice de réfraction du diélectrique entre la longueur d'onde centrale et la longueur d'onde la plus faible de la bande. Pour NULLTIMATE, le matériaux diélectrique utilisé est le ZnSe et la différence d'indice est de$1{,}97 \cdot 10^{-3}$ pour la bande L et de $2{,}51 \cdot 10^{-3}$ pour la bande K (source : Bass et al., 2009).

Encore une fois, cela nous permet de nous rendre compte de l'exigence induite par les objectifs que nous nous sommes fixés. On s'aperçoit que cette spécification semble accessible notamment grâce au fait que l'indice de réfraction du diélectrique varie très peu dans la bande passante que nous utilisons. Cependant, il sera tout de même confortable de pouvoir régler ce paramètre à l'aide d'un actionneur afin que cette spécification ne se reporte pas uniquement sur l'usinage des lames.

2.3.2.4.4 Poste de polarisation : afin de nous faire une idée de l'impact des hypothèse que nous avons faites plus haut sur la contribution de la polarisation au taux d'extinction, nous allons faire le même travail pour l'angle de rotation de polarisation et pour le déphasage entre les polarisations s et p. Pour ce faire, nous répartirons de façon égale les spécifications ces deux postes. Les résultats sont présentés dans le tableau 2.7.

TABLE 2.7 – Allocations de polarisation

Echelle de temps	Descriptif du résultat	$\langle \alpha \rangle_D$	$\langle \Delta\Phi_{s-p} \rangle_D$
$\langle \mathcal{N} \rangle_D$	Taux d'extinction	$5 \cdot 10^{-7}$	–
	Déphasage [rad]	$2{,}83 \cdot 10^{-3}$	–
	DDM [nm] (bande L)[a]	1,53	–
	DDM [nm] (bande K)[a]	0,99	–
$\langle \mathcal{N} \rangle_D$	Taux d'extinction	–	$5 \cdot 10^{-7}$
	Angle de rotation de la polarisation [arcmin]	–	4,86

a. Pour calculer la DDM, il est nécessaire de connaitre la longueur d'onde centrale. Pour la bande L, la longueur d'onde centrale est prise à $3,39$ µm. Pour la bande K, la longueur d'onde centrale est prise à $2,2$ µm

.

Chapitre 3

Le démonstrateur technologique NULLTIMATE : Description et modélisation

Dans le chapitre précédent, nous avons vu quels sont les objectifs de NULLTIMATE en termes de taux d'extinction et de stabilité. À partir de l'étude détaillée de l'expression du taux d'extinction, nous avons aussi dégagé des sous-ensembles à NULLTIMATE et des spécifications sur ces sous-ensembles afin de contrôler les différents facteurs qui influent sur le taux d'extinction. Cependant, nous avons évité, quand cela était possible, de rentrer dans le détail des solutions technologiques utilisées sur NULLTIMATE et de leur réalisation pratique afin de pouvoir dresser des conclusions qui ne soient pas trop dépendantes des solutions technologiques choisies. L'idée étant que, idéalement, le choix des solutions technologiques doit justement découler des objectifs à atteindre. Mais comme je l'ai dit, NULLTIMATE était déjà assemblé lorsque j'ai commencé le travail présenté dans le chapitre précédent. Par conséquent, il est grand temps de présenter le banc NULLTIMATE tel qu'il est à l'heure où j'écris ces lignes.

Sommaire

3.1 Le bloc source 70
3.1.1 Fonctions 70
3.1.2 Les différentes sources 71
3.1.3 La fibre d'entrée 72
3.1.4 Modélisation du faisceau dans l'interféromètre 74
3.1.4.1 Calcul du *waist* et de la divergence asymptotique du faisceau en sortie de bloc source 75
3.1.4.2 Transmission théorique du bloc Source 76
3.1.4.3 Caractéristiques du faisceau en sortie du bloc source 78
3.1.5 Impact dans le budget d'extinction 78
3.2 Le bloc interféromètre (Mach-Zender + APS) 79
3.2.1 Fonctions 79
3.2.2 Les déphaseurs achromatiques 80
3.2.3 Séparatrice-recombinatrice et compensatrice 82
3.2.4 Lignes à retard 83
3.2.4.1 Actionneur de la ligne à retard grossière : 84
3.2.4.2 Actionneur de la ligne à retard fine : 84
3.2.5 Modélisation 85
3.2.5.1 Transmission-Réflexion des lames prismatiques 85
3.2.5.2 Transmission des APS 86

3.2.5.3 Transmission totale du bloc interféromètre 86
3.2.6 Impact sur le budget d'extinction 87
3.3 Le bloc polarisation 87
3.3.1 Fonctions 87
3.3.2 Description 88
3.3.3 Modélisation de la transmission des polariseurs 88
3.4 Le bloc fibre de sortie 89
3.4.1 Fonctions 89
3.4.1.1 Principe de l'équilibrage des intensités 89
3.4.1.2 Filtrage modal 91
3.4.1.2.1 Principe et conséquences du choix de la méthode d'équilibrage des intensités : 91
3.4.1.2.2 Uniformisation des caractéristiques des deux faisceaux : 91
3.4.1.3 Recombinaison des faisceaux 92
3.4.2 La fibre de sortie 92
3.4.3 Transmission théorique du bloc fibre optique de sortie 92
3.4.4 Impact sur le budget d'erreur 93
3.5 Le bloc détecteurs 94
3.5.1 Fonctions 94
3.5.2 La chaîne de détection 94
3.5.2.1 Principe du système de détection synchrone 95
3.5.2.2 Les détecteurs InSb cryogéniques 95
3.5.2.3 Caractéristiques de nos chaînes de détection 95
3.5.2.4 Principe du signal science sur référence 97
3.5.3 Impact sur le budget d'extinction 97
3.6 Informatique de commande 97

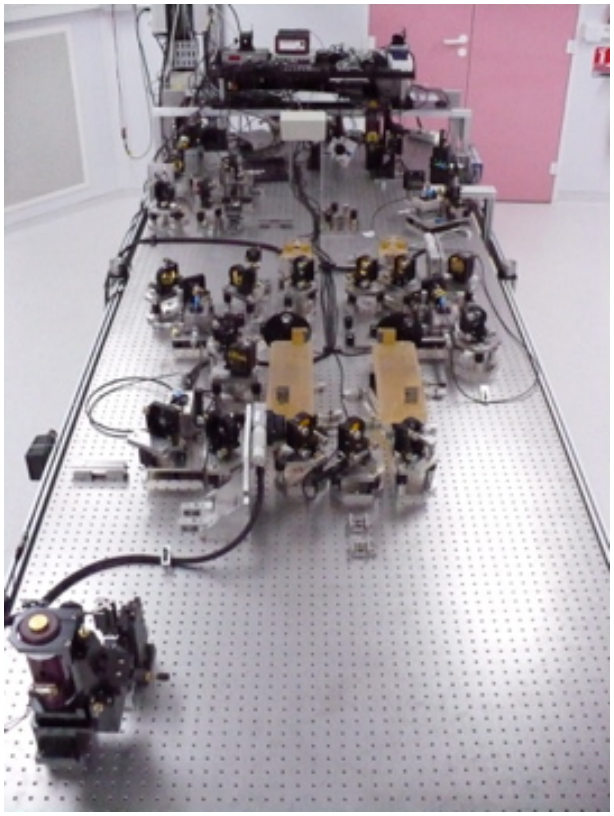


FIGURE 3.1 – Photo du banc NULLTIMATE.

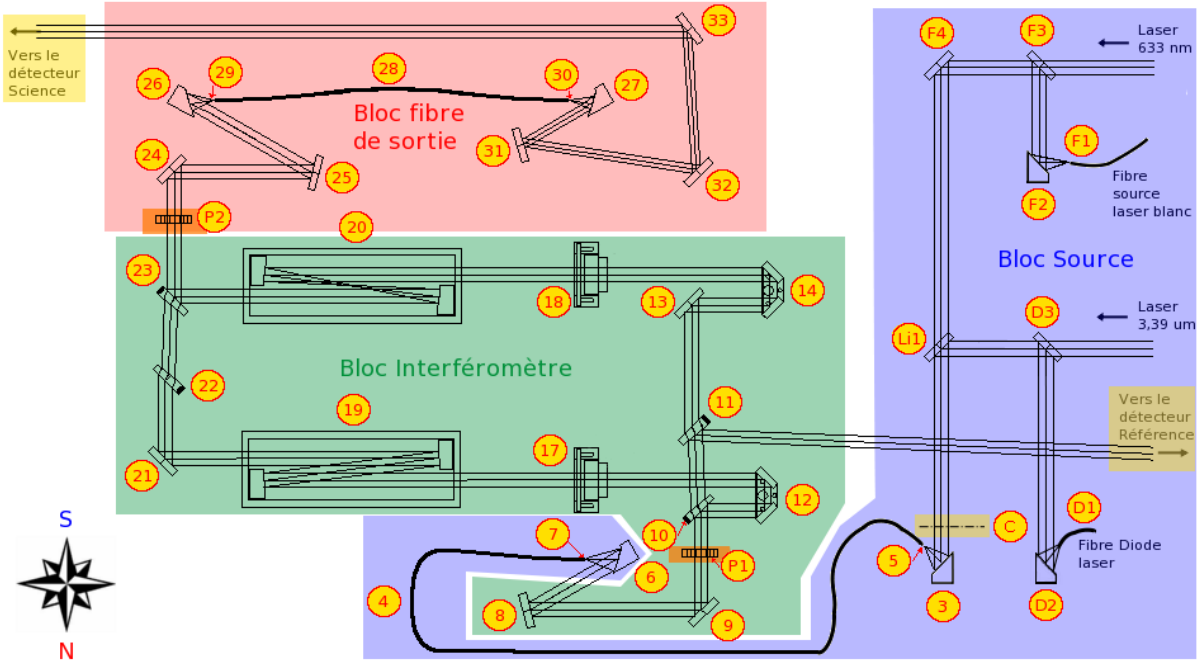


FIGURE 3.2 – **Schéma optique global du banc NULLTIMATE à l'heure actuelle**. Les deux zones jaunes constituent les blocs détecteurs et les deux zones orange, les blocs polariseurs.

Le design du banc NULLTIMATE à été conduit principalement par Michel Decaudin et Bruno Chazelas (Chazelas, 2007). La ligne directrice dans la conception de ce banc a été la simplicité (comme on peut le voir sur la figure 3.2) et la stabilité.

Il est articulé autour d'un interféromètre de Mach-Zender entièrement symétrique [1]. Il s'agit d'un interféromètre à division d'amplitude et à séparatrice et recombinatrice séparées. Pour entrer plus le dans le détail, nous allons diviser le banc en plusieurs blocs que sont :

— les sources ;
— l'interféromètre de Mach-Zender + déphaseurs achromatiques ;
— le filtrage modal ;
— le filtrage en polarisation ;
— les détecteurs.

Je vais maintenant vous présenter chacun de ces blocs en décrivant rapidement sa ou ses fonctions, les éléments qui le constituent et leurs caractéristiques principales. Je donnerais ensuite les résultats de la modélisation en optique gaussienne [2] en terme de transmission des différents éléments, mais aussi d'impact des caractéristiques sur les performances en extinction et en stabilité. Afin de ne pas surcharger le corps de ce manuscrit, ce chapitre se concentre sur les informations essentielles mais des compléments sont fournis en annexe C.

3.1 Le bloc source

3.1.1 Fonctions

Le bloc source est le premier bloc du banc (dont le schéma complet est présenté à la figure 3.2), sa fonction principale est de **simuler l'étoile** lors d'une observation avec un interféromètre annulant à l'aide de sources de laboratoire. De plus avec ce banc, nous voulons investiguer les différents paramètres qui jouent sur l'extinction et sa stabilité. La longueur d'onde des photons utilisés est un de ces paramètres. Nous disposons donc de plusieurs sources afin de pouvoir agir dessus. Cependant, chaque source possède des caractéristiques qui lui sont propres. La fonction du bloc source est donc d'uniformiser leurs caractéristiques afin de pouvoir facilement comparer les résultats obtenus avec les différentes sources. Ces caractéristiques vont de la simple position physique de la source sur le banc en passant par l'orientation du faisceau sortant, mais aussi sa géométrie, c'est-à-dire la répartition d'intensité dans le front d'onde, sa qualité optique...

Le schéma optique du bloc source est donné sur la figure 3.3. On y distingue deux sous-blocs que sont : les sources elles-mêmes, et une fibre optique monomode. C'est cette fibre optique commune qui va permettre d'uniformiser la répartition d'intensité du front d'onde ainsi que sa qualité optique pour les faisceaux provenant des différentes sources.

Ce bloc comporte :

— 4 sources (laser 633 nm, laser blanc, laser 3,39 µm et diode laser) ;
— 4 miroirs de renvoi dorés notés F3, F4, D3 et Li1 (de 2 pouces de diamètre) ;
— 4 paraboles hors axe notées F2, D2 et (P)6 pour la collimation des faisceaux et (P)3 pour l'injection dans la fibre optique (dont les caractéristiques seront données dans les sections suivantes) ;
— 1 fibre optique monomode notée 4 (dont les caractéristiques seront données § 3.1.3) avec ces têtes de fibre d'entrée et de sortie notées respectivement 5 et 7 montées sur 2 platines de translations 3 axes ;
— 1 chopper noté C que l'on ne détaillera pas dans cette partie mais dans le § 3.5.2.1.

1. Un interféromètre entièrement symétrique est un interféromètre pour lequel les deux faisceaux subissent le même nombre de réflexion et de transmission. Ceci est particulièrement important pour des questions de polarisation.
2. La façon dont a été faite cette modélisation est décrite en détail dans l'annexe D.

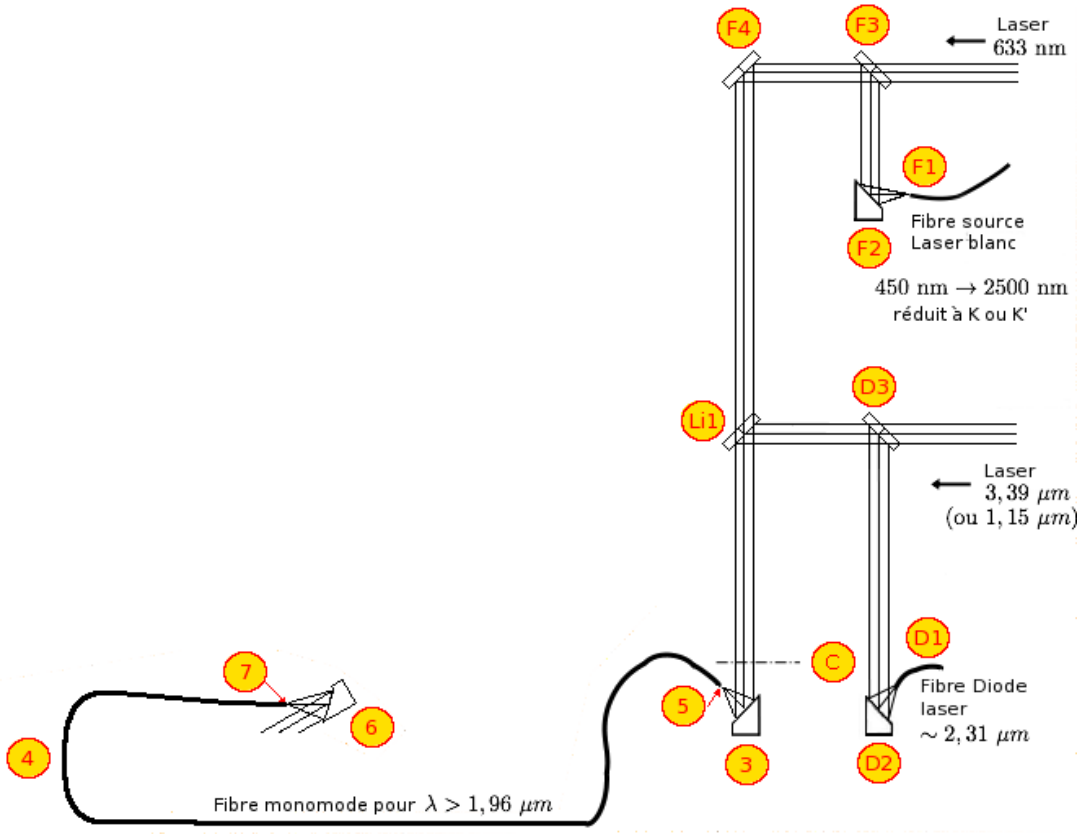


FIGURE 3.3 – **Schéma optique du bloc source**. Le bloc source comporte 4 sources différentes (laser 633 nm, laser blanc, laser 3,39 µm, diode laser dont les caractéristiques sont données tableau 3.1) qui empruntent, comme on peut le voir, 4 chemins différents. Cependant, toutes les sources finissent par traverser le chopper C et atteindre la parabole 3 pour être injectées dans la fibre 4 qui va uniformiser les caractéristiques des faisceaux. Sur ce schéma, les ronds jaunes cerclés de rouge donne les références des différentes optiques. Les traits gras noir indiquent des fibres optiques, les rectangles indiquent des miroirs plans, les trapèzes indiquent des miroirs paraboliques et enfin les 3 traits fins parallèles indique la propagation des faisceaux.

Dans les deux parties suivantes, je vais m'attacher à décrire les sources et la fibre optique monomode.

3.1.2 Les différentes sources

Nous disposons de quatre sources différentes dont les caractéristiques principales sont résumées dans le tableau 3.1 :

- Laser HeNe visible. Cette source sert principalement à faire l'alignement des pièces optiques ;
- Laser HeNe infrarouge proche. Ce laser émet à 2 longueurs d'onde différentes (1,15 et 3,39 µm). Nous nous servons de l'émission à 1,15 µm pour faire certains réglages optiques et de l'émission 3,39 µm pour faire des mesures d'extinction monochromatique ;
- Diode Laser infrarouge proche. Nous nous servons de cette source pour faire des mesures d'extinction monochromatique vers 2,3 µm. Cette source étant fortement divergente, elle est associée à une parabole hors axe (focale = 12,7 mm, diamètre = 5,1 mm, angle hors axe = 35 °) ;

— Laser blanc bande visible et proche infrarouge. Cette source étant fortement divergente, elle est associée à une parabole hors axe (focale = 12,7 mm, diamètre = 12,7 mm, angle hors axe = 90 °). Nous nous en servons pour faire des mesures d'extinction polychromatique et monochromatique grâce à une batterie de filtres (de 1 pouce de diamètre) :
  — filtre K dont la transmission est donnée figure C.3(a) ;
  — filtre K′ dont la transmission est donnée figure C.3(b) ;
  — longueur d'onde centrale = 2,1 µm, largeur à mi-hauteur = 23 nm ;
  — longueur d'onde centrale = 2,22 µm, largeur à mi-hauteur = 10 nm ;
  — longueur d'onde centrale = 2,342 µm, largeur à mi-hauteur = 16 nm ;
  — longueur d'onde centrale = 2,4 µm, largeur à mi-hauteur = 10 nm.

Les sources laser infrarouges nous permettent d'explorer les effets du changement de longueur d'onde sur l'extinction, en monochromatique, et la source laser blanc, de par son caractère polychromatique, va nous permettre d'explorer les effets chromatiques fins autour d'une longueur d'onde donnée.

3.1.3 La fibre d'entrée

La fonction de la fibre optique d'entrée est donc d'uniformiser les caractéristiques des sources en terme de géométrie du faisceau. C'est-à-dire :

— le diamètre du faisceau ;
— la répartition d'intensité dans le front d'onde (appelée structure du faisceau dans les tableaux ci-dessus) ;
— la collimation ;
— la qualité optique du front d'onde.

Le principe physique qui va permettre cette uniformisation est la propagation de la lumière dans une fibre optique monomode. Les fibres optiques seront traitées plus en détail dans l'annexe D et l'annexe F. Cependant, nous pouvons d'ores et déjà donner quelques éléments afin de comprendre comment et dans quelles mesures, la fibre peut uniformiser les caractéristiques des faisceaux. Lorsque l'on utilise une fibre optique dans le domaine de longueur d'onde dans lequel elle est monomode, seul le mode (fonction donnant la répartition de l'intensité perpendiculairement à l'axe du guide) fondamental (qui est gaussien au premier ordre pour une fibre optique à saut d'indice, voir figure 3.4) peut se propager dans la fibre, et cela quelle que soit la géométrie du faisceau que l'on injecte dans la tête de fibre en entrée. Ainsi en sortie de fibre, quelle que soit l'allure de départ, le faisceau est gaussien [3] (au premier ordre). La largeur du profil gaussien dépend de la longueur d'onde et va donc varier légèrement (voir § 3.1.4.1) d'une source à l'autre, mais l'allure de la répartition d'intensité dans le front d'onde sera la même. Les défauts de front d'onde seront ainsi fortement atténués, si bien que la qualité optique des faisceaux sera, elle aussi, la même d'une source à l'autre. Enfin, en ce qui concerne la collimation des faisceaux, comme la tête de fibre de sortie et la parabole de collimation qui l'accompagne restent à la même position quelle que soit la source, la collimation est, au premier ordre, la même (en pratique si l'on raisonne en optique gaussienne le fait que le diamètre du faisceau change avec la longueur d'onde fait que la collimation du faisceau va elle aussi légèrement changer).

Les caractéristiques de la fibre optique utilisée en entrée de banc sont listées dans le tableau 3.2. La focalisation, pour l'injection des faisceaux dans cette fibre, ainsi que la collimation en sortie de fibre sont réalisées par des paraboles hors axe de 30 ° avec une focale de 33 mm et un diamètre de 30,25 mm. Pour un réglage précis de l'injection et de la collimation, les têtes de fibre sont positionnées sur des platines de translation 3 axes (voir § C.2.2 en annexe).

3. Pour comprendre pleinement ce qui va suivre, il est nécessaire de connaître les bases de l'optique gaussienne. Les rudiments de l'optique gaussienne sont donnés dans l'annexe D.

TABLE 3.1 – Caractéristiques principales des sources

Nom de la source	Laser HeNe visible	Laser HeNe infrarouge proche		Diode laser infrarouge proche	Source Laser blanc infrarouge
Processus d'émission	Cavité + processus de pompage	Cavité + processus de pompage		Jonction PN	Laser pulsé[f] + Fibre à cristaux photonique
Longueur d'onde d'émission	633 nm	3,39 µm	1,15 µm	[2,313 ; 2,322] µm[f]	[450 ; 2 500] nm
Largeur spectrale	Non précisée[h]	Non précisée[h]		Non précisée[h]	Polychromatique
Puissance	[17 ; 25] mW	[3 ; 5] mW	[2 ; 5] mW	[0; 4,5] mW[f]	2 W ([450 ; 2 500] nm) ~ 60 mW (bande K[e])
Type de polarisation	Linéaire à 99,8 %[a]	Linéaire à 99,8 %[a]		Inconnue	Inconnue
Structure du faisceau	TEM_{00} à plus de 99 %	TEM_{00} à plus de 99 %		TEM_{00}[d]	TEM_{00}
Diamètre[b] du faisceau	0,98 mm	1,55 mm	0,90 mm	13,3 µm	8,85 µm à 2,2 µm
Divergence[c] du faisceau	0,82 mrad = 2,8′	2,78 mrad = 9,6′	1,62 mrad = 5,6′	12,6 °	9,1 ° à 2,2 µm

a. Il s'agit du taux de polarisation linéaire définit par $\frac{L^2}{I^2} = \frac{Q^2+U^2}{I^2}$ où Q, U et I sont des composantes du vecteur de Stokes.
b. En sortie de source.
c. Il s'agit de l'angle du cône de divergence et non du demi-angle.
d. Sortie par fibre optique monomode visible SMF28 (Corning).
e. La bande astronomique K correspond à l'intervalle de longueur d'onde = $[1,995; 2,385]$ µm.
f. le laser est pulsé à 20 MHz. Il émet des pulses à 1,060 µm d'une largeur de 5 ps. Son alliance avec la fibre à cristaux photonique constitue un système non linéaire qui permet d'élargir spectralement le rayonnement en sortie de fibre et d'obtenir une source polychromatique.
g. Pour la diode laser la longueur d'onde d'émission et la puissance sont ajustable ($\lambda = f(T, I)$ et $P = f(I)$).
h. Pour toutes les sources laser que nous avons, la largeur spectrale n'est pas précisée. Cependant, on peut supposer $\Delta\lambda < 0{,}1$ nm
i. Un tableau donnant les caractéristiques détaillées de chaque source est disponible en annexe (§ C.2).

TABLE 3.2 – Caractéristiques de la fibre optique d'entrée

Fabricant	Le Verre Fluoré
Référence	060905/28193
Longueur d'onde de coupure	1,96 µm[a]
Diamètre de coeur	6,5 µm
Diamètre de gaine	125 µm
Ouverture numérique	0.23[b]
Longueur physique	2 m
Connecteur sur les têtes de fibre	E-2000

a. Il s'agit d'une valeur mesurée.
b. Il s'agit de l'ouverture numérique à la longueur d'onde de 587,6 nm qui correspond à la raie D de l'hélium.

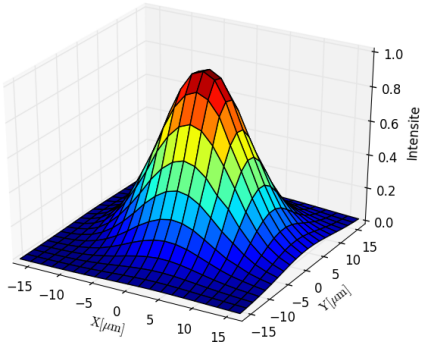


FIGURE 3.4 – **Allure du faisceau dans l'interféromètre.** Cette courbe est une représentation 3D d'une coupe du faisceau (perpendiculairement à sa direction de propagation). Ces mesures ont été réalisées grâce à la tête de fibre TF29 (voir figure 3.2), c'est-à-dire après la fibre d'entrée, avec le laser 3,39 µm. Pour réaliser les mesures, je me suis servi de la tête de fibre comme d'un trou permettant de mesurer l'intensité en divers points du faisceau. Le but de ce graphe est simplement de vérifier l'allure gaussienne du faisceau due notamment au filtrage modal réalisé par la fibre d'entrée. Cela vient aussi valider l'hypothèse que j'ai faite de travailler avec l'optique gaussienne pour les simulations.

3.1.4 Modélisation du faisceau dans l'interféromètre

C'est donc le bloc source qui va définir les caractéristiques du faisceau qui va se propager dans l'interféromètre. Nous avons vu dans la partie précédente que le faisceau était, au premier ordre, gaussien. Nous allons maintenant rentrer un peu plus dans le détail grâce à une modélisation en optique gaussienne[4] qui va nous permettre de donner les caractéristiques de ce faisceau gaussien. Les rudiments de l'optique gaussienne sont présentés dans l'annexe D. Ce qu'il faut savoir sur les faisceaux gaussiens (en plus de ce que nous avons déjà dit[5]) pour comprendre ce

4. Les rudiments d'optique gaussienne et la façon dont est réalisée cette modélisation sont présentés dans l'annexe D.

5. Nous avons déjà dit que le profil d'intensité d'un faisceau gaussien, dans un plan perpendiculaire à sa direction de propagation, est gaussien.

qui suit est résumé dans la figure 3.5. La modélisation en optique gaussienne va nous permettre

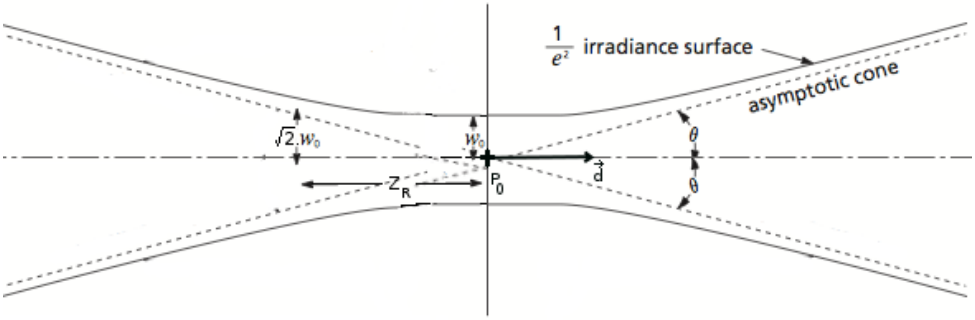


FIGURE 3.5 – **Caractéristiques d'un faisceau gaussien.** Un faisceau gaussien est entièrement défini par la donnée de sa longueur d'onde notée λ, de la position de son col (aussi appelé *waist*) notée p_0, du rayon de ce *waist* noté ω_0 et de la direction de propagation du faisceau notée $\vec{d}$. À partir de ces quatre paramètres, on peut calculer des caractéristiques pratiques pour décrire le comportement du faisceau gaussien : la distance de Rayleigh notée z_R et la divergence asymptotique notée θ. Plus de détails sont fournis dans l'annexe D.

de calculer l'évolution, en fonction de la longueur d'onde, des grandeurs caractéristiques des faisceaux gaussiens qui se propagent dans le banc et notamment de leur largeur de col (appelée *waist* en anglais), de leur divergence asymptotique et de leur distance de Rayleigh. Enfin, nous donnerons une estimation de la transmission du bloc source, ce qui nous permettra d'estimer le niveau de flux attendu pour chacune des sources.

3.1.4.1 Calcul du *waist* et de la divergence asymptotique du faisceau en sortie de bloc source

Le *waist* et la divergence asymptotique dépendent de deux éléments : la fibre optique et la parabole de collimation. La première étape consiste donc à caractériser le faisceau en sortie de fibre. Le fonctionnement détaillé d'une fibre optique monomode est présenté dans l'annexe D et les caractéristiques du faisceau en sortie de fibre sont données dans le § C.2.3 (annexe C). Nous allons donc nous concentrer ici sur le résultat final, c'est-à-dire les caractéristiques du faisceau en sortie de la parabole de collimation P6.

Le faisceau en sortie de fibre ayant son *waist* situé au niveau du foyer de la parabole, la position du *waist* du faisceau gaussien image se situe, elle aussi, dans le plan focal de la parabole (voir annexe D et figure 3.6). Quant à la direction du faisceau, elle est donnée par l'axe de la parabole.

Enfin, la figure 3.7 donne les résultats des calculs de la taille du *waist*, de la divergence asymptotique et la distance de Rayleigh du faisceau [6] en sortie de la parabole P6, le tout en fonction de la longueur d'onde.

À partir de ces graphes, on peut remarquer que :

1. La divergence du faisceau en sortie de parabole est très faible (inférieur à 1 minute d'angle).
2. La distance de Rayleigh est grande devant les dimensions du banc. En effet, $z_\mathrm{R} \simeq 40$ m tandis que le chemin parcouru par la lumière dans l'intégralité du banc est d'environ 5 mètres. Le faisceau se comporte donc quasiment comme un faisceau parallèle entre la parabole P6 et la parabole P26. On pourrait donc se dire que l'optique gaussienne n'est pas forcément nécessaire pour décrire le fonctionnement du banc. J'ai tout de même

6. Ces grandeurs sont définies dans l'annexe D.

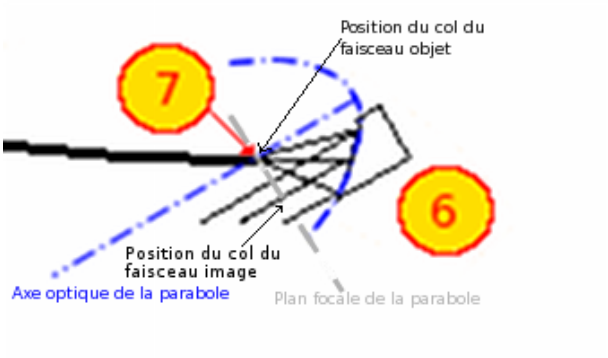


FIGURE 3.6 – **Illustration d'une des particularités de l'optique gaussienne par rapport à l'optique géométrique :** si le col du faisceau objet se trouve au foyer de la parabole, alors le col du faisceau image se trouve dans le plan focal de la parabole, et non à l'infini.

choisi de conserver ce formalisme dans la suite des calculs, car cela va permettre de simuler correctement l'effet des diaphragrammes et du couplage des faisceaux dans la fibre optique en sortie de banc (qui ne peut pas être correctement quantifier par l'optique géométrique).

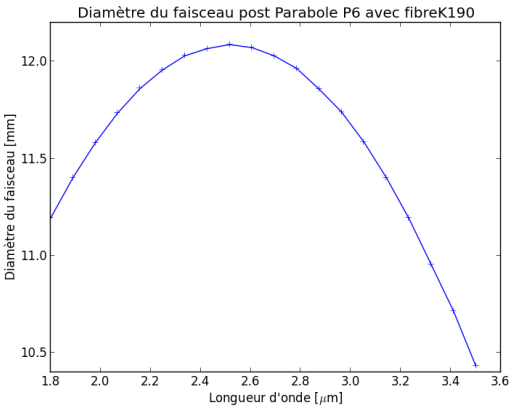
3.1.4.2 Transmission théorique du bloc Source

Le code servant à la modélisation photométrique est décrit dans l'annexe D. Le tableau 3.3 détaille le calcul de transmission de la fibre tandis que le tableau 3.4 donne la transmission du bloc source dans son ensemble et la puissance optique disponible en sortie.

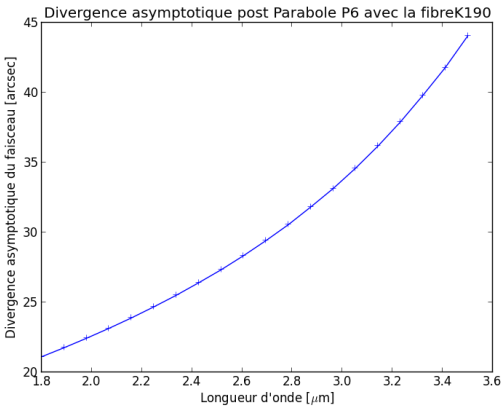
TABLE 3.3 – Transmission de la fibre optique d'entrée

Type de source	Laser 3,39 µm	Diode Laser 2,3 µm	Laser Blanc 2-2,4 µm
Efficacité de couplage liée au *waist* du faisceau	21,9 %	21,6 %	86,1 %
Efficacité de couplage liée au décalage latéral du faisceau[a.]	100,0 %	100,0 %	99,9 %
Efficacité de couplage liée à la focalisation du faisceau[a.]	100,0 %	100,0 %	99.9997 %
Efficacité de couplage liée à l'orientation du faisceau	98,7 %	91,7 %	99,3 %
Atténuation du mode propre lors de la propagation dans la fibre	28,0 %	0,2 %	0,3 %
Pertes à la réflexion sur les têtes de fibres (entrée et sortie)	7,7 %	7,9 %	7,9 %
Transmission totale	14,3 %	18,2 %	78,5 %

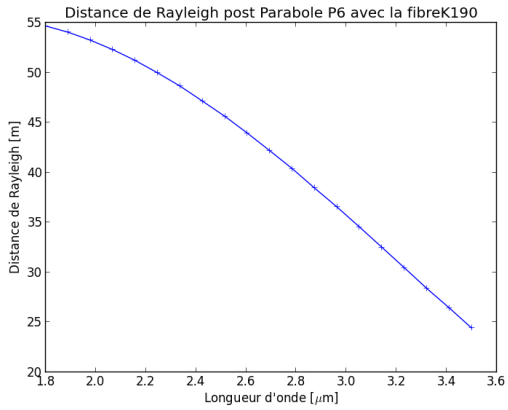
[a.] Pour la simulation, j'ai supposé que, grâce aux actionneurs piézo-électriques, nous étions capables de régler la position de la tête de fibre en décalage latéral et en focalisation de façon à nous placer au niveau du *waist* du faisceau. Cela entraine des couplages parfaits pour le laser 3,39 µm et la diode laser 2,3 µm, vis-à-vis du décalage latéral et de la focalisation. Par contre, pour le laser blanc, on se place au niveau du *waist* pour la longueur d'onde centrale de la bande. Comme le couplage ne peut pas être optimum à toutes les longueurs d'onde, on n'obtient pas un couplage d'exactement 100 % pour cette source. Cependant, le couplage reste, malgré tout, quasi parfait (99,9 %) vis-à-vis du décalage latéral et de la focalisation.



(a) **Diamètre du faisceau en sortie de la parabole P6**



(b) **Divergence du faisceau en sortie de la parabole P6**



(c) **Distance de Rayleigh du faisceau en sortie de la parabole P6**

FIGURE 3.7 – **Caractéristiques du faisceau en sortie de parabole P6 :** ces trois graphiques montrent l'évolution (a) du diamètre (au sens $2\omega_0$), (b) de la divergence asymptotique (θ) et (c) de la distance de Rayleigh (z_R) en sortie du bloc source (c. à d. de la parabole P6) et en fonction de la longueur d'onde.

TABLE 3.4 – Transmission théorique des éléments du bloc source

Type de source	Laser 3,39 µm	Diode Laser 2,3 µm	Laser Blanc 2-2,4 µm
Puissance en sortie de source	3 mW	3 mW	70 mW
Transmission complète du bloc source	13,6 %	16,0 %	70,4 %
Puissance en sortie du bloc de source	407 μW	480 μW	49,3 mW

3.1.4.3 Caractéristiques du faisceau en sortie du bloc source

Je vais maintenant récapituler les principales caractéristiques du faisceau en sortie de bloc source en fonction de la longueur d'onde dans le tableau 3.5.

TABLE 3.5 – Caractéristiques en sortie du bloc source

Longueur d'onde	3,39 µm	2,3 µm	Bande K $\simeq$ [2,0 ; 2,4] µm
Puissance	407 µW	492 µW	49,3 mW
Diamètre du faisceau	10,78 mm	11,91 mm	[11,62 ; 12,06] mm
Allure du faisceau	Gaussien au premier ordre, $\omega_0 \simeq \frac{Diamètre}{2}$		
Distance de Rayleigh	26,9 m	50,6 m	[53,0 ; 47,6] m
Qualité du front d'onde	N.A, liée à la qualité de réalisation de la fibre optique		

3.1.5 Impact dans le budget d'extinction

À première vue, l'impact du bloc source sur les performances en terme d'extinction et de stabilité est nul, car ce bloc est placé avant la séparatrice. Cela étant dit, en pratique, l'impact du bloc source peut être double :

1. Un impact photométrique : pour pouvoir mesurer un taux d'extinction élevé avec un rapport signal à bruit confortable, il faut que le flux reçu par le détecteur, au niveau de la frange sombre, soit suffisant pour être détecté. Il faut donc que la transmission du banc et, notamment, celle du bloc source, soient les plus élevées possible. Nous verrons, dans la § C.6, quel type de rapport signal à bruit nous pouvons espérer en fonction du taux d'extinction.

2. Un impact sur la stabilité photométrique : la stabilité mesurée du taux d'extinction dépend bien évidemment de la stabilité du taux d'extinction, mais aussi de la stabilité du flux dans l'interféromètre. En effet, si le flux en sortie du bloc source n'est pas stable à cause de l'instabilité des sources elles-mêmes ou de l'injection dans la fibre optique, le flux en sortie de banc ne sera pas stable et cela même si la stabilité du taux d'extinction est parfaite. Si l'on ne fait rien pour éviter que les instabilités du bloc source ne se répercutent sur la mesure du taux d'extinction, notre mesure sera donc biaisée. Nous verrons dans le § 3.5.2.4 une solution possible et nous présentons, dans la partie suivante, des mesures de stabilité en sortie de bloc source.

3.2 Le bloc interféromètre (Mach-Zender et déphaseurs achromatiques)

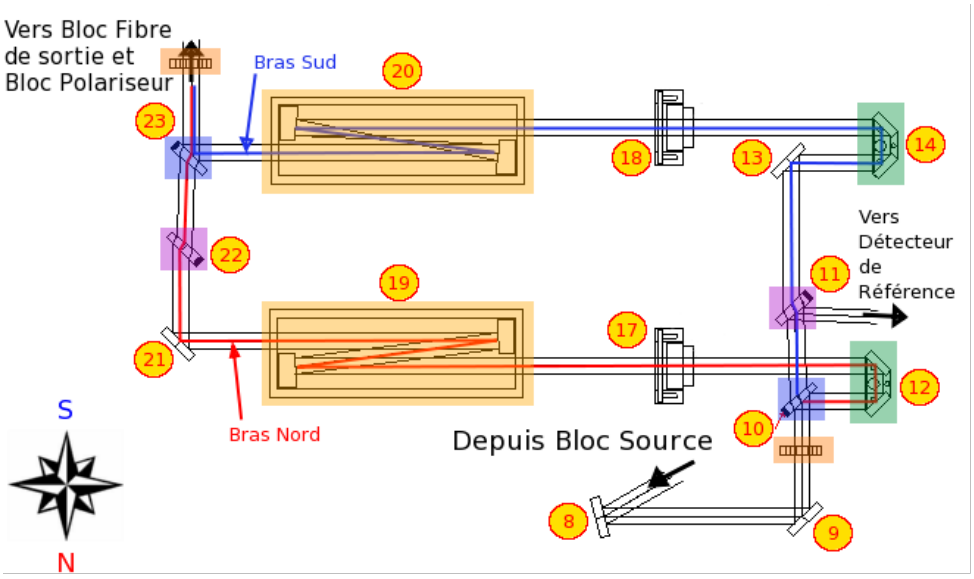


FIGURE 3.8 – **Schéma du bloc interféromètre (Mach-Zender + APS)**. Le bloc source fournit au bloc interféromètre un faisceau collimaté. Celui-ci arrive sur les miroirs de renvoi 8 et 9 qui le réfléchissent vers la séparatrice 10 à travers le polariseur d'entrée (en orange foncé). La séparatrice effectue une division d'amplitude sur le faisceau incident, créant ainsi le faisceau Nord en rouge et le faisceau Sud en bleu. Le faisceau Nord est celui qui se réfléchit sur la première face de la séparatrice 10. Il atteint ensuite la LARF 12, passe l'obturateur 17, arrive sur l'APS 19 puis se réfléchit sur le miroir de renvoi 21. Enfin, il traverse la compensatrice 22 et la recombinatrice 23 pour aller vers le bloc polariseur de sortie et le bloc fibre de sortie. Quant au faisceau Sud, il traverse la séparatrice 10 et la compensatrice 11, se réfléchit sur le miroir de renvoi 13, atteint la LARG 14. Il est alors renvoyé vers l'APS 20 qui lui fait subir un passage au foyer puis se réfléchit sur la première face de la recombinatrice 23 qui l'envoie vers le polariseur de sortie. Le déphasage de π du faisceau Sud par rapport au faisceau Nord est produit par le passage au foyer introduit lors de la traversée de l'APS 20 et qui n'a pas lieu à la traversée de l'APS 19.

3.2.1 Fonctions

La fonction du bloc interféromètre est de simuler l'interféromètre annulant à 2 télescopes lors d'une observation sur le ciel. Pour cela, il doit effectuer une division d'amplitude du faisceau provenant du bloc source, afin de créer des faisceaux cohérents, puis déphaser l'un des faisceaux de π, compenser les éventuels écarts de différence de marche entre les deux bras et enfin recombiner les faisceaux. Remarque, la recombinaison n'est pas entièrement réalisée à la sortie de ce bloc, car il ne réalise pas l'équilibrage des intensités (qui se fera grâce au bloc fibre de sortie).

Ce bloc comporte :

— 4 miroirs de renvoi noté 8, 9, 13 et 21 ;
— 4 lames prismatiques dont 2 compensatrices notées 11 et 22, une séparatrice notée 10 et une recombinatrice notée 23 ;
— 2 lignes à retard (LAR) dont une ligne à retard fine (LARF) notée 12 et une ligne à retard grossière (LARG) notée 14 ;

— 2 obturateurs notés 17 et 18 (qui sont décrits au § C.3.4 de l'annexe C) ;
— 2 déphaseurs achromatiques notés 19 et 20.

Le schéma optique du bloc source est donné sur la figure 3.8. On distingue trois sous-blocs principaux : les déphaseurs achromatiques, qui servent à créer le déphasage de π, les lignes à retard fine et grossière, qui servent à cophaser les deux faisceaux et enfin les lames prismatiques semi-réfléchissantes, qui servent de séparatrice pour la division d'amplitude et la recombinaison, mais aussi de compensatrice pour égaler les chemins dans le diélectrique entre les deux bras.

3.2.2 Les déphaseurs achromatiques

Le déphaseur achromatique est une des pièces les plus importantes d'un interféromètre annulant puisque c'est elle qui permet de créer le déphasage achromatique de π d'un bras de l'interféromètre par rapport à l'autre et permet ainsi d'obtenir des interférences destructives sur une large (idéalement infinie) bande de longueurs d'onde. Il existe un grand nombre de déphaseurs achromatiques différents. Je ne vais présenter ici que ceux dont nous disposons pour le banc NULLTIMATE et qui sont :

— les déphaseurs à passage par un foyer ;
— les déphaseurs périscopes.

Comme les APS à périscopes n'ont pu être utilisés[7] sur NULLTIMATE, je ne les présenterai pas ici, cependant une description est faite au § C.3.1 (annexe C).

Les déphaseurs par passage au foyer (en anglais *Focus Crossing*) reposent sur un effet découvert par Louis George Gouÿ dès 1890 et décrit dans un compte-rendu des séances de l'académie des sciences (Gouy, 1890). Gouy y annonce avoir découvert une propriété nouvelle des ondes lumineuses et la décrit ainsi :

> « [...] les ondes, en traversant le foyer, prennent une avance d'une demi-ondulation, comme si la propagation, au voisinage du foyer s'effectuait avec une vitesse plus grande que la valeur normale [...]. Il résulte de ce qui précède que, dans les phénomènes d'interférences, lorsque les rayons sont passés par un foyer, il faut retrancher une demi-longueur d'onde au chemin parcouru par eux [...]. »

Comme on peut le voir sur la figure 3.9, l'APS par passage au foyer est en pratique composé de deux éléments. Le premier, utilisant l'effet Gouÿ est composé de deux paraboles confocales placées face à face. Il est placé dans le bras Sud de l'interféromètre tandis que le deuxième composé de deux miroirs plans va être placé dans l'autre bras, le bras Nord. Ce deuxième élément sert non seulement à égaliser les chemins optiques dans les deux bras, mais aussi à produire le même nombre de réflexions, sur le même type de surface et avec des inclinaisons très proches, afin de limiter les déphasages et la rotation de polarisation différentiels entre les deux bras (cependant, cela brise tout de même la symétrie entre les deux bras).

Ces APS sont réalisés à partir d'un support en zérodur. Les différentes pièces qui constituent le support sont assemblées par adhésion moléculaire[8]. L'adhésion moléculaire permet de ne pas utiliser de colle et de faire un support composé d'un seul et même matériau ce qui permet d'éviter les dilatations thermiques différentielles. Afin d'atteindre les performances données dans le cahier

7. Ces déphaseurs n'ont pas été montés sur le banc durant mon travail sur NULLTIMATE. Pour les installer sur le banc, il ne suffit pas de les monter à la place des déphaseurs par passage au foyer. En effet, ils provoquent un changement de la hauteur des faisceaux et donc, pour les utiliser, il faut rehausser toutes les pièces optiques en aval. Ne disposant pas du temps, ni de la main d'œuvre nécessaire pour effecteur cette opération et le réalignement qui en découle, je n'ai utilisé que les déphaseurs par passage au foyer.

8. L'adhésion moléculaire est une opération qui consiste à faire adhérer deux pièces faites du même diélectrique en polissant leurs surfaces de contact avec une extrême précision. Le polissage permet, lors de la mise en contact des deux pièces, de rapprocher localement leurs surfaces à des distances de l'ordre de la distance intermoléculaire (quelques manomètres) si bien que les forces de Van der Waals deviennent suffisamment fortes pour maintenir les deux pièces comme collée l'une à l'autre.

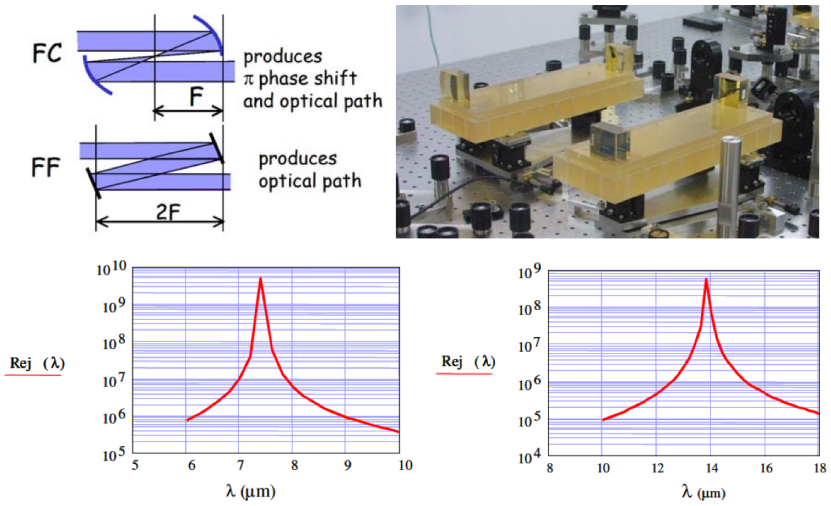


FIGURE 3.9 – **Déphaseur achromatique *focus crossing***. La focale des paraboles confocales est de 128 mm. On peut voir, en bas deux graphes montrant le taux de réjection théorique de ces APS en fonction de la longueur d'onde. Ces deux courbes sont fournies pour des longueurs d'onde allant de 6 à 10 µm, pour la première, et de 10 à 18 µm, pour la deuxième, car ces deux bandes de longueurs d'onde constituaient les deux bandes d'observation prévues pour le projet Darwin. Malheureusement, je ne dispose pas de simulations similaires pour les bandes de longueur d'onde qui nous intéresse (K et L). Cependant, nous pouvons tout de même déduire des informations intéressantes de ces graphes. En effet, l'allure des courbes que l'on peut y observer est due à la diffraction de Fresnel produit par le passage au foyer. Cette diffraction est chromatique et est équivalente à une DDM chromatique qui explique cette allure piquée de la réjection théorique. Cette modélisation équivalente à l'aide d'un piston chromatique explique aussi que l'on peut choisir la position du pic en déplacement LAR. La figure de gauche correspond donc à la position de LARqui maximise la réjection dans la bande 6 à 10 µm et la figure de gauche celle qui maximise la réjection dans la bande 10 à 18 µm. On pourrait de manière similaire trouver la postion de la LARqui maximise la position dans les bandes K et L. On devrait obtenir une allure similaire mais centrée sur 2,2 et 3,4 µm respectivement. En conclusion, on s'attend à une réjection supérieure à $1 \cdot 10^6$ quelque soit la longueur d'onde considérée dans les bandes K et L. Crédit : Schuller et al. (2010) et communication privés avec Jean Gay et Yves Rabbia qui ont conçu et réalisé ces APS.

des charges (tableau 3.6), l'assemblage a été réalisé sous contrôle interférométrique (voir Schuller et al. (2010) pour plus de détails). Enfin, les surfaces réfléchissantes ont été déposées sur le support par évaporation d'un film d'or.

La réjection théorique de ces APS, en monochromatique, à 2,2 et 3,4 µm est supérieure à 10^8 (voir figure 3.9). La réjection dans une bande de longueurs d'onde comme la bande K, dont la largeur est de l'ordre de 0,4 µm, est, quant à elle, supérieure à 10^6.

Enfin, on peut évoquer ici une dernière possibilité pour réaliser le déphasage de π. En effet sur SYNAPSE, la solution adoptée consistait à utiliser des lames diélectriques et faire varier laDDM dans le diélectrique en jouant sur l'épaisseur des ces lames traversée par les faisceaux. Bien évidemment, du fait de cette DDM dans le diélectrique, cette solution n'est pas achromatique mais elle peut théoriquement suffire pour obtenir des performances de taux de réjection supérieures à $1 \cdot 10^6$ dans la bande K ou L (et bien sûr en monochromatique). À la suite de l'échec de SYNAPSE, il a été décidé de privilégier les solutions basée sur les APS par passage au foyer et à périscopes et je n'ai donc pas chercher à mettre en place cette solution. Cependant, étant donnée que le banc

TABLE 3.6 – Cahier des charges pour les APS à passage au foyer

Bande spectrale de fonctionnement nominal	$[6\,;\,18]$ µm
Faisceau entrant	Afocal ; diamètre maximum 30 mm
Faisceau sortant	Afocal ; grossissement de 1
Transmission	$\geqslant 95$ % sur toute la bande spectrale
Taux de réjection[a]	$\geqslant 10^6$
Précision absolue du déphasage	$< 0,5.10^{-3}$
Détérioration de la qualité du front d'onde	$\leqslant \lambda/20$ RMS à $\lambda = 633$ nm
Rotation différentielle de la polarisation introduite entre les bras de l'interféromètre	$\leqslant 1.10^{-2}$ rad $\simeq 0,57°$
Qualification	Spatiale

[a.] Sur toute la bande spectrale.

dispose déjà de lames diélectriques avec les lames séparatrices et compensatrice (voir section suivante), cette solution pourrait être relativement simple à implémenter et elle nous permettrait de savoir si les APS par passage aux foyers dégradent les performances en taux d'extinction (monochromatiques notamment).

3.2.3 Séparatrice-recombinatrice et compensatrice

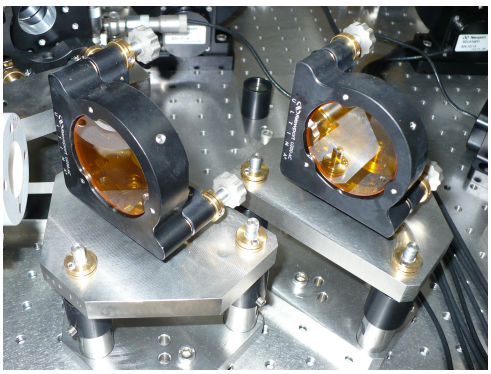


FIGURE 3.10 – **Photographie de l'ensemble séparatrice-compensatrice {Sep10+Comp11}**

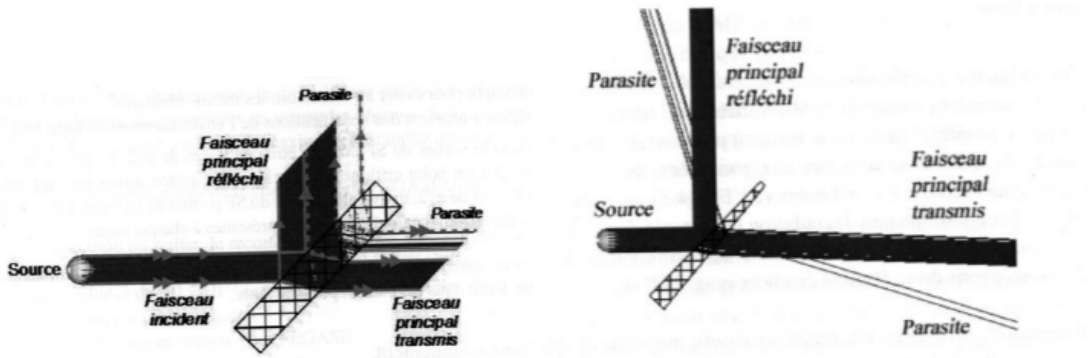
La séparatrice (10) et la recombinatrice (23) (voir photo, figure 3.10, et plan, figure 3.8) jouent le rôle de lame semi-réfléchissante. La première a pour fonction de créer, par division d'amplitude, deux faisceaux qui simulent les deux faisceaux d'un interféromètre. La deuxième sert à rendre les deux faisceaux coaxiaux afin de préparer la recombinaison. Même si elles n'ont pas la même fonction, elles sont réalisées exactement de la même façon, ce qui permet notamment d'avoir une certaine symétrie dans le banc et entre les deux faisceaux.

Elles sont prismatiques[9] avec un angle de 1° afin d'envoyer les réflexions parasites dans une autre direction que celle du faisceau principal (voir figure 3.11). Par contre, la géométrie

9. Le fait que ces lames soient prismatiques permet de faire varier le chemin optique parcouru par les faisceaux dans le diélectrique par simple translation d'une lame. Ainsi, comme évoqué à la fin du § 3.2.2, cela pourrait permettre réaliser, relativement facilement, des mesures sans les APS par passage au foyer et en utilisant ces lames comme déphaseur achromatique. Malheureusement, cela nécessite tout de même quelques modifications et alignements (il ne suffit pas d'enlever les APS par passage au foyer) et je n'ai pas eu le temps de mettre cela en place.

prismatique provoque aussi une dispersion angulaire chromatique du faisceau transmis. Afin de corriger ce défaut et d'obtenir un faisceau parallèle au faisceau incident, on place, après la séparatrice (11), ainsi qu'avant la recombinatrice (22), une deuxième lame prismatique, appelée compensatrice, et orientée tête-bêche par rapport à la première. Ces lames vont jouer le rôle de compensatrices. En effet, en plus de corriger cette dispersion angulaire, elles vont permettre d'égaler le chemin optique dans le diélectrique, mais aussi de produire le même nombre de réflexion-transmission, avec quasiment les mêmes angles d'incidence et sur les mêmes matériaux, dans les deux bras, ce qui permet de limiter les déphasages différentiels entre polarisations ainsi que la rotation différentielle de polarisation.

Afin de réaliser toutes ces fonctions, les lames compensatrices doivent être identiques aux lames séparatrices et c'est pour cela qu'elles sont fabriquées par couple de deux lames, en découpant en deux une lame à face parallèle.



(a) **Faisceaux parasites produits par une lame à faces parallèles** (b) **Faisceaux parasites produits par une lame prismatique**

FIGURE 3.11 – **Principe des lames prismatiques :** l'idée derrière les lames prismatiques est, comme on peut le voir sur la figure (a), de donner aux faisceaux parasites une direction différente de celle du faisceau principal. Avec des lames classiques à face parallèles, comme sur la figure(b), les faisceaux parasites ont la même direction que le faisceau principal et peuvent continuer leur chemin dans l'interféromètre. Crédit : Jacquinod (2010)

Les caractéristiques moyennes des lames sont données dans le tableau 3.7.

TABLE 3.7 – Caractéristiques des lames séparatrices-compensatrices

Matériau	ZnSe (Non traité)
Diamètre	$50,08 \pm 0,1$ mm
Épaisseur	$10 \pm 0,15$ mm
Angle du prisme	$1^\circ \pm 1'$
Identité d'angle par paires séparatrice-compensatrice	$1''$
Rugosité	2 nm RMS
Qualité optique de surface	$\lambda/8$ PTV à 633 nm

3.2.4 Lignes à retard

Dans le concept de l'interférométrie (annulante ou classique), nous n'avons besoin, en théorie, que d'une LAR (voir figure 1.9). Cependant comme on peut le voir sur la figure 3.8, il y a deux

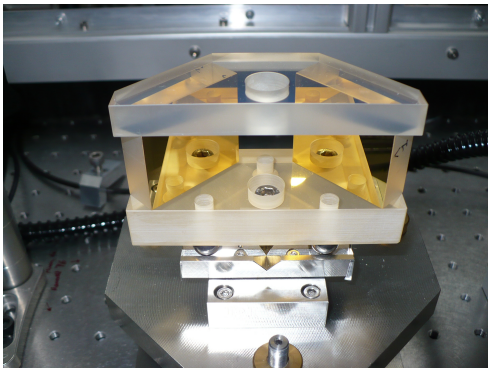


FIGURE 3.12 – **Ligne à retard en toit :** Photo de l'optique de la ligne à retard fine. Elle est constituée de 2 miroirs plans verticaux orientés à 90° l'un par rapport à l'autre (d'où le nom de ligne à retard en toit) si bien que les faisceaux horizontaux qui arrivent sur l'un des miroirs sortent de la ligne à retard avec une direction opposée à la direction incidente. Le support est en zérodur, assemblé par adhésion moléculaire, et les surfaces réfléchissantes sont en or, déposées par évaporation.

LAR, une dite "grossière" et une dite "fine". Cela s'explique par les objectifs que doit remplir cet élément.

En effet, la ligne à retard a pour vocation principale de permettre de compenser l'éventuelle différence de marche (dans l'air) due à des écarts au positionnement idéal des optiques sur le marbre. Ces écarts sont typiquement de l'ordre de plusieurs millimètres voir qq centimètres. En même temps, la LAR doit permettre de parcourir le paquet de franges et, pour d'atteindre des performances au niveau du taux d'extinction de l'ordre de 10^{-5}, de réaliser un mouvement minimum incrémental (voir annexe E) inférieur au nanomètre (voir tableau 2.4). Comme il est extrêmement difficile d'avoir une course très grande devant la précision de positionnement (ici, on parle d'une course supérieure de 6 ordres de grandeur par rapport à la précision). On va séparer l'exigence de grande course et l'exigence de précision sur deux actionneurs différents. D'où la nécessité d'une LAR « grossière » et d'une LAR « fine ».

Enfin du point de vue optique, la ligne à retard grossière et de la ligne à retard fine sont identiques et basées sur le principe du prisme en toit [10] (voir figure C.9)

3.2.4.1 Actionneur de la ligne à retard grossière :

la ligne à retard grossière (LARG) va servir à ramener la différence de marche de quelques millimètres à quelques micromètres, afin de corriger les erreurs de positionnement des optiques et de parcourir le paquet de franges sur plusieurs milimètres. Les caractéristiques de l'actionneur de la LARG sont présentées dans le tableau 3.8.

3.2.4.2 Actionneur de la ligne à retard fine :

la ligne à retard fine (LARF) va, elle, servir à ramener la différence de marche de quelques micromètres à quelques dixièmes de nanomètres et c'est elle qui sera utilisée lors de la mesure des interférogrammes près de la DDM nulle, pour obtenir le meilleur taux d'extinction possible. Il faut donc aussi que les rotations (tangage, roulis, lacet) de l'optique lors des déplacements soient les plus faibles possibles afin de modifier le moins possible la position et la direction des

10. Il existe plusieurs autres concepts optiques pour réaliser la ligne à retard comme le coin de cube, l'oeil de chat ou la ligne à retard à recombinaison multi-axiale (voir par exemple Chazelas (2007)).

TABLE 3.8 – Caractéristiques de l'actionneur de la LARG

Constructeur	Newport
Référence	MFA-CC
Numéro de série	B08 3986
Type d'actionneur	Moteur à courant continu
Asservissement en position	Oui
Type de capteur de position	Encodeur à roue (2,048 coups/tour)
Course	25 mm
Résolution du mouvement[a]	17,6887 nm
Précision[a]	8 µm
Répétabilité bidirectionnelle[a]	2 µm
Répétabilité unidirectionnelle[a]	0,3 µm
Mouvement incrémental minimum[a]	0,1 µm
Hystérésis[a]	2,07 µm (mesuré par le constructeur)

[a.] La signification des termes résolution, précision, répétabilité est décrite dans l'annexe E

faisceaux et ne pas dérégler le banc (et notamment le déséquilibre en intensité des faisceaux). Les caractéristiques de l'actionneur de la LARF sont présentées dans le tableau 3.9.

TABLE 3.9 – Caractéristiques de l'actionneur de la LARF

Constructeur	Physic Instrument
Référence	P-752 11C
Numéro de série	107035327
Type d'actionneur	Moteur piézo-électrique
Asservissement en position	Oui
Type de capteur de position	Capteur capacitif
Course	15 µm
Linéarité	0,03 %
Résolution du mouvement[a]	NC
Précision[a]	0,1 nm
Répétabilité bidirectionnelle[a]	± 1 nm (sur toute la course)
Répétabilité unidirectionnelle[a]	NC
Mouvement incrémental minimum[a]	NC
Hystérésis[a]	NC (Asservissement boucle fermée)
Tangage, lacet	±1 μrad
Vitesse de déplacement	NC[b]

[a.] La signification des termes résolution, précision, répétabilité est décrite dans l'annexe E
[b.] En pratique, le déplacement est quasi instantané.

3.2.5 Modélisation

3.2.5.1 Transmission-Réflexion des lames prismatiques

Les lames prismatiques jouent ici le rôle de lames semi-réfléchissantes. Traditionnellement afin de préserver la symétrie de deux bras de l'interféromètre, on s'arrange pour que les flux dans les deux bras soient identiques et donc que les lames semi-réfléchissantes aient une transmission

et une réflexion de 50 %. Or ce n'est pas le cas pour NULLTIMATE[11], comme on peut le voir dans le tableau 3.10. Lorsque l'on prend en compte la lame compensatrice, l'écart entre les deux faisceaux est moins prononcé mais reste relativement important, voir tableau 3.11.

TABLE 3.10 – Transmission théorique des lames prismatiques

Type de source	Laser 3,39 µm	Diode Laser 2,3 µm	Laser Blanc
Transmission	66,86 %	66,71 %	66,69 %
Réflexion	18,36 %	18,46 %	18,47 %
Pertes[a]	14,78 %	14,83 %	14,84 %

[a.] Les pertes sont dues aux réflexions parasites dans la lame prismatique.

TABLE 3.11 – Transmission théorique de l'ensemble Séparatrice-Compensatrice

Type de source	Laser 3,39 µm	Diode Laser 2,3 µm	Laser Blanc
Transmission[a]	44,71 %	44,50 %	44,47 %
Réflexion[b]	18,36 %	18,46 %	18,47 %
Pertes[c]	36,93 %	37,04 %	37,06 %

[a.] La transmission correspond au pourcentage du flux arrivant sur la séparatrice qui passe dans le bras Sud de l'interféromètre.
[b.] La réflexion correspond au pourcentage du flux arrivant sur la séparatrice qui passe dans le bras Nord de l'interféromètre.
[c.] Les pertes sont dues aux réflexions parasites sur les surfaces des lames prismatiques.

3.2.5.2 Transmission des APS

Comme nous l'avons vu au § 3.2.2, nous possédons deux types d'APS. Pour la modélisation en optique gaussienne, je n'ai modélisé que les APS par passage au foyer. Tous les résultats que je donne par la suite impliquent donc ces APS et non les APS par retournement de champs.

Comme nous pouvons le voir dans le tableau 3.12, malgré le fait que les deux APS sont très proches, le fait, que l'un soit composé de deux miroirs et l'autre de deux paraboles, implique que les angles d'incidence sur les surfaces dorées de ces deux éléments sont légèrement différents. De plus, le faisceau Sud va être focalisé entre les deux paraboles, mais pas exactement au niveau du foyer des deux paraboles[12], la dimension du *waist* et la direction de ce faisceau vont être légèrement différentes de celles du faisceau Nord. La conséquence de cela est une transmission très légèrement différente des deux APS, voir tableau 3.12.

3.2.5.3 Transmission totale du bloc interféromètre

Tout cela nous amène à la transmission totale du bloc interféromètre présentée dans le tableau 3.13. On voit dans ce tableau que la transmission théorique de l'interféromètre est différente pour les bras Nord et Sud, alors que, généralement, on s'arrange pour que les deux bras aient des transmissions théoriques identiques. Il faut d'abord noter que cette différence est très faible

11. Notamment, car ces lames étaient initialement prévues pour travailler autour de 10 µm et non dans la bande K/L (voir page 40).
12. En effet, comme on peut le voir dans l'annexe D, étant donné que le *waist* du faisceau incident ne se trouve pas au niveau du plan focal de la première parabole de l'APS, alors le faisceau image par cette parabole ne se trouve pas exactement au niveau du plan focal de cette même parabole.

TABLE 3.12 – Transmission théorique des APS par passage au foyer

Type de source	Laser 3,39 µm	Diode Laser 2,3 µm	Laser Blanc
APS Par-Par[a]	96,469 %	96,02 %	96,03 %
APS Plan-Plan[b]	96,468 %	96,01 %	96,06 %

[a.] Il s'agit de l'APS composé de deux paraboles confocales et situé dans le bras Sud de l'interféromètre.
[b.] Il s'agit de l'APS composé de deux miroirs plans et situé dans le bras Nord de l'interféromètre.

($\approx 10^{-3}$ en relatif). Ensuite, cette différence est principalement liée au changement de taille de *waist* et de distance de Rayleigh, lié au passage du faisceau sud par l'APS Parabole-Parabole, qui entraine des pertes à cause du diamètre fini des miroirs.

TABLE 3.13 – Transmission théorique du bloc interfromètre

Type de source	Laser 3,39 µm	Diode Laser 2,3 µm	Laser Blanc
Puissance en entrée du bloc interféromètre	407 µW	492 µW	49,3 mW
Transmission du bras Nord[a]	7,218 %	7,125 %	7,13 %
Transmission du bras Sud[a]	7,212 %	7.118 %	7,12 %
Puissance en sortie du bloc interféromètre (sans polariseur et pour le bras Nord)	29,38 µW	34,2 µW	3,52 mW
Puissance en sortie du bloc interféromètre (avec polariseurs et pour le bras Nord)	8,34 µW	9,1 µW	756 µW

[a.] Rappel : tel que je l'ai défini, le bloc interféromètre ne contient pas les polariseurs. Par conséquent, sauf précision contraire, les chiffres donnés ne tiennent pas compte de l'atténuation produite par les polariseurs.
[b.] Ce calcul suppose que la lumière est polarisée rectiligne et que la grille des polariseurs est orientée de façon à obtenir un flux maximal.

3.2.6 Impact sur le budget d'extinction

L'impact sur le budget d'extinction du bloc interféromètre est important, car il contient les LAR qui devront satisfaire à la précision demandée en terme de précision de positionnement. Les APS devront, quant à eux, satisfaire la contrainte en terme de déphasage et surtout d'achromaticité du déphasage.

3.3 Le bloc polarisation

3.3.1 Fonctions

L'objectif de ce bloc est de contrôler et d'étudier les effets de polarisation sur le banc optique. Ce bloc est constitué de deux polariseurs linéaires disposés à l'entrée et à la sortie de l'interféromètre Mach-Zehnder (voir figure 3.8). Le polariseur d'entrée permet de :

— contrôler l'état de polarisation de la lumière qui traverse l'interféromètre. En le faisant tourner, on peut choisir d'envoyer un faisceau polarisé selon la polarisation p, s ou une combinaison linéaire des deux ;
— une des conséquences est que l'on va pouvoir mesurer la différence de chemin optique $\Delta\Phi_{s-p}$ entre les deux polarisations s et p.

Le polariseur de sortie, lui, permet de :

— mesurer l'angle de rotation de polarisation pour chaque faisceau et donc l'angle de rotation différentiel α ;

— supprimer l'influence des effets de polarisation($\Delta\Phi_{s-p}$ et α) sur le taux d'extinction en ne sélectionnant qu'une seule polarisation.

3.3.2 Description

Les polariseurs (figure 3.13) placés en entrée et en sortie du bloc interféromètre, sont des polariseur à grille (constitué de brins d'or), d'un diamètre utilisable de 25,4 mm (1 pouce). Ils permettent donc une réjection de plus de 10^4 d'une éventuelle polarisation parallèle à la grille, par rapport à la polarisation perpendiculaire (transmission de ces polariseurs à la figure C.12, annexe C). Enfin, on s'aperçoit que ces polariseurs, initialement choisis pour fonctionner autour de 10 µm, ont une bande de travail qui débute à 2 µm, c'est-à-dire juste au début de la bande K, ce qui nous permet tout de même de les utiliser sur NULLTIMATE (qui travaille en bande K et L dans sa version actuelle).

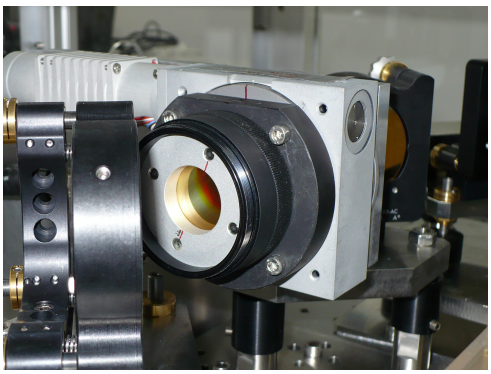


FIGURE 3.13 – **Photo du polariseur de sortie.**

3.3.3 Modélisation de la transmission des polariseurs

TABLE 3.14 – Transmission théorique des polariseurs vis-à-vis d'une onde plane polarisée rectiligne perpendiculairement à la grille

Type de source	Laser 3,39 µm	Diode Laser 2,3 µm	Laser Blanc
Transmission du polariseur d'entrée	53,25 %	51,58 %	45,41 %
Transmission du polariseur de sortie	53,25 %	51,58 %	47,29 %

Le tableau 3.14 donne les transmissions théoriques des polariseurs d'entrée et de sortie. Naturellement, les transmissions des polariseurs d'entrée et de sortie sont identiques pour les sources monochromatiques, mais, pour la source laser blanc, du fait de la traversée d'éléments dont la transmission dépend de la longueur d'onde (polariseur d'entrée, fibre optique, lames prismatiques), le contenu spectral du faisceau est modifié entre le polariseur d'entrée et le polariseur de sortie ce qui modifie légèrement la transmission totale.

3.4 Le bloc fibre de sortie

3.4.1 Fonctions

Le rôle de la fibre de sortie est triple. D'abord, elle sert à égaliser les intensités dans les deux faisceaux. Ensuite elle sert de filtre modal pour augmenter la qualité des fronts d'onde et de maximiser le contraste des interférences, enfin elle finalise la recombinaison des faisceaux.

Le schéma du bloc fibre de sortie est présenté sur la figure 3.14. Ce bloc comporte :

— 5 miroirs de renvoi notés 24, 25, 31, 32 et 33 ;
— 2 paraboles de focalisation et de collimation notées 26 et 27 respectivement ;
— 1 fibre optique monomode notée 28 avec ses têtes de fibres d'entrée et de sortie notée respectivement 29 et 30.

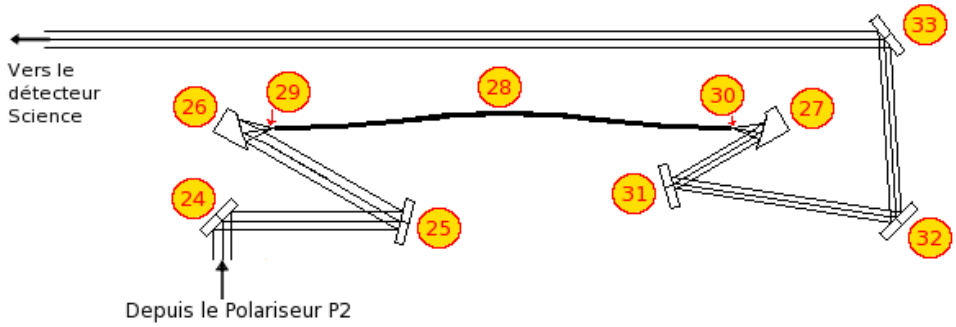


FIGURE 3.14 – **Schéma du bloc fibre de sortie**. Ce bloc reçoit les deux faisceaux collimatés Nord et Sud provenant des deux bras de l'interféromètre et ayant traversé le polariseur de sortie P2 (voir le schéma global du banc figure 3.2). Les miroirs de renvoi 24 et 25 permettent ensuite de renvoyer la lumière vers la parabole 26 qui focalise et injecte la lumière dans la tête de fibre d'entrée 29 de la fibre de sortie 28. La fibre effectue alors un filtrage modal sur les deux faisceaux afin d'améliorer le contraste des interférences et guide la lumière jusqu'à la tête de fibre de sortie 30 placée au foyer de la parabole 27 qui va donc collimater les faisceaux. Ces faisceaux vont finalement être envoyés vers le détecteur de sortie à l'aide des miroirs de renvoi 31, 32 et 33.

3.4.1.1 Principe de l'équilibrage des intensités

Lors de la conception du banc, la solution prévue pour l'équilibrage des flux consistait à rajouter dans les deux faisceaux des obturateurs en coin de camembert (voir § C.5.1, annexe C). Cette solution a été dimensionnée et réalisée mais lors de la mise en place du banc, il lui a été préférée une autre solution. Elle repose sur la variation du couplage de la lumière dans la fibre optique de sortie. Le principe général, présenté sur la figure 3.15, est assez simple : la parabole focalise le faisceau au niveau de la tête de fibre. Ensuite, le couplage du faisceau dans la fibre correspond à l'intégrale de recouvrement (normalisée) de la distribution d'intensité du faisceau par le mode propre de la source (voir § D.1.6). L'idée est de jouer sur cette intégrale de recouvrement afin d'introduire des couplages différents pour les faisceaux nord et sud et ainsi, de réaliser l'équilibrage des flux en sortie de la fibre optique.

On peut modifier l'intégrale de recouvrement de deux façons différentes. La première consiste à laisser les faisceaux fixes et à déplacer la fibre et la seconde à laisser la fibre fixe est à modifier les faisceaux. Au départ, il n'était pas prévu d'actionneur pour modifier de façon précise les faisceaux (direction ou décalage latéral), donc l'idée était de régler l'équilibrage des flux en déplaçant la tête de fibre.

La première remarque que l'on peut faire est que, si l'interféromètre est parfaitement réglé et que les deux bras sont parfaitement symétriques, alors les deux faisceaux en sortie de recombinatrice sont superposés. C'est-à-dire qu'ils ont même direction et même décalage latéral. Par conséquent, les deux faisceaux ont aussi même point d'impact et même inclinaison par rapport à la tête de fibre. Les distributions d'intensité des deux faisceaux, au niveau de la tête de fibre, seront donc identiques à un facteur multiplicatif près correspondant au rapport des intensités des deux faisceaux. Donc, si ce rapport est différent de un, il est impossible, dans ces conditions, de réaliser l'équilibrage des flux avec cette méthode. En effet, toute action sur la tête de fibre modifierait de la même façon le couplage des deux faisceaux. Conclusion, pour pouvoir utiliser cette méthode, il faut que, d'une façon ou d'une autre, l'interféromètre soit mal réglé. Cela entraine inévitablement une dissymétrie entre les deux bras de l'interféromètre (ce que l'on essaye généralement d'éviter, car cela peut provoquer divers défauts, dont des défauts de polarisation). Cependant, ceci ne semble pas rédhibitoire pour la méthode et il a été décidé de continuer avec cette approche.

La deuxième remarque est qu'en déplaçant la position de la tête de fibre, on modifie l'intensité des deux faisceaux à la fois et on ne peut donc pas ajuster l'intensité des faisceaux indépendamment l'un de l'autre. Cela complique l'utilisation du banc et le réglage, mais, encore une fois, cela n'est pas rédhibitoire.

Ceci étant dit, en déplaçant la fibre, on peut jouer sur l'intégrale de recouvrement de deux façons différentes. La première solution consiste à laisser le centre de la tête de fibre fixe et à modifier son orientation. Nous avons envisagé cette solution, mais sa réalisation pratique était délicate [13]. Nous avons donc choisi la deuxième solution qui consiste à déplacer la tête de fibre en translation. Pour cela, la platine trois axes XYZ, sur laquelle est positionnée la tête de fibre, est motorisée dans les trois dimensions de l'espace. Ceci permet de translater le mode propre de la fibre par rapport à la distribution d'intensité des faisceaux et donc de modifier le couplage de ces faisceaux (voir figure 3.15).

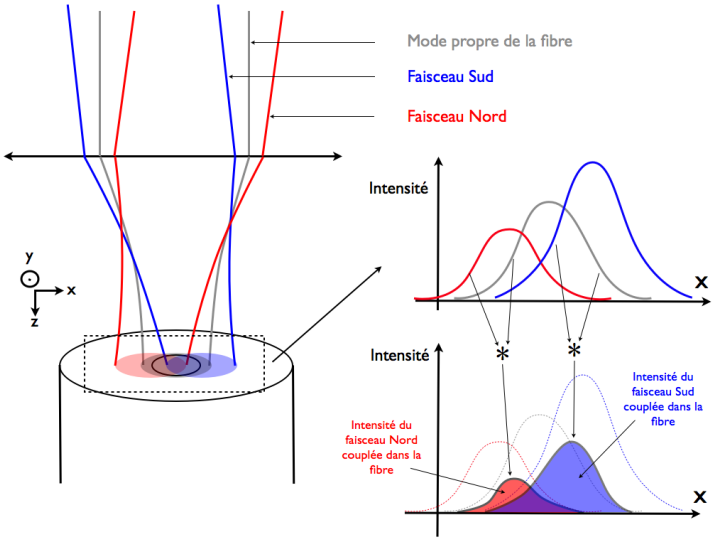


FIGURE 3.15 – **Principe de l'équilibrage des flux par la fibre de sortie.**

13. En effet soit il fallait repenser entièrement le support de la tête de fibre soit il fallait rajouter un élément tournant sur le support existant. Nous avons envisagé la deuxième solution. Cependant, tous les éléments tournants disponibles envoyaient le point de fonction de la platine de translation en dehors de sa course.

3.4.1.2 Filtrage modal

3.4.1.2.1 Principe et conséquences du choix de la méthode d'équilibrage des intensités :

Le mécanisme de couplage dans une fibre optique monomode, évoqué dans la section précédente (§ 3.4.1.1), est une conséquence directe du filtrage modal. Le principe du filtrage modal avait déjà été évoqué, dans le § 3.1.3, pour la fibre d'entrée, mais rappelons en quoi il consiste : seul le mode fondamental (dans ces deux états de polarisation) de la fibre peut se propager dans une fibre optique fonctionnant dans son régime monomode. La distribution d'intensité produite par le faisceau sur la tête de fibre d'entrée va être filtrée par la fibre, qui ne conserve que la projection de cette distribution sur son mode fondamental (aussi appelé mode propre). Quelle que soit la distribution d'intensité en entrée, le faisceau en sortie suit donc le mode propre de la fibre et tous les faisceaux sortant de la fibre sont donc identiques à un facteur multiplicatif près lié à l'intensité du faisceau. Cette projection sur le mode propre de la fibre est équivalente à l'intégrale de recouvrement évoquée dans la partie précédente. C'est donc bien le filtrage modal de la fibre qui va permettre de réaliser l'équilibrage des intensités.

Maintenant, il reste un dernier point gênant que nous n'avons pas encore évoqué par rapport à cette méthode d'équilibrage des flux. Dans le principe du filtrage modal, toute l'intensité qui ne suit pas la distribution donnée par le mode propre de la fibre n'est pas guidée par le coeur de la fibre. Mais, bien évidemment, cette lumière ne disparait pas, elle va juste se propager petit à petit vers l'extérieur de la gaine optique. L'idée est qu'une fois à la périphérie de la gaine optique, la lumière arrive sur la gaine mécanique (voir annexe F) qui, elle, sert notamment à absorber cette lumière qui n'est pas guidée. Le point noir est que, si cette lumière n'est pas bien absorbée par la gaine mécanique ou si la gaine optique n'est pas bien homogène (par exemple, si elle contient des petites bulles d'air qui provoquent de la diffusion), une partie de la lumière, qui n'est pas censée être guidée, peut tout de même se propager jusqu'à la tête de fibre de sortie. C'est ce que l'on appelle les modes de gaine. Je n'ai pas eu le temps de vérifier s'il existait des modes de gaine pour nos fibres et le constructeur des fibres n'a pas fait de telles études [14]. Cependant, s'ils existent pour nos fibres, ils peuvent nous poser problème. D'autant plus que notre méthode de réglage de l'équilibre des flux consiste à volontairement mal injecter le faisceau dans la fibre, ce qui à tendance à favoriser ces modes s'ils existent.

3.4.1.2.2 Uniformisation des caractéristiques des deux faisceaux :

L'impact du filtrage modal pour la fibre de sortie ne s'arrête pas à l'équilibrage des intensités. Pour la fibre d'entrée la fonction réalisée par le filtrage modal était d'uniformiser les caractéristiques des faisceaux provenant des différentes sources. Pour la fibre optique de sortie, il ne s'agit plus de cela, mais d'uniformiser les caractéristiques des faisceaux provenant des deux bras de l'interféromètre. En effet, lors de la propagation dans le banc (et donc, entres autres, après la séparatrice), les fronts d'onde des faisceaux vont être déformés par l'état de surface des miroirs et les turbulences de l'air. Ces déformations, sont gênantes car elles ne vont pas être les mêmes pour les deux faisceaux et vont introduire des disparités d'intensité ou de phase entre ces faisceaux. Ces disparités vont varier en fonction du point considéré sur le front d'onde. Ainsi, on ne va pas pouvoir les corriger avec LAR ou la position de la tête de fibre qui agissent identiquement sur tout le front d'onde et la qualité des interférences destructives va donc diminuer. Le filtrage modal va nous permettre d'éliminer ces déformations et donc d'améliorer le taux d'extinction (voir aussi

14. Une méthode possible pour avoir une idée de l'importance de ces modes de gaines est d'enrouler la fibre autour d'un tube afin de lui imposer une courbure. Cette courbure va avoir tendance à améliorer le filtrage modal et à favoriser l'absorption des modes de gaines en augmentant le nombre de réflexions sur la gaine mécanique.

Mennesson et al., 2002).

On peut noter que, les défauts de front d'onde sont transformés, par le filtrage modal, en défauts d'intensité. Par conséquent, pour corriger ces nouveaux défauts d'intensité, il faudra que l'asservissement sur l'intensité tienne compte de cette nouvelle source de bruit et notamment de son spectre fréquentiel. Les défauts de front d'onde dus à la qualité des optiques sont statiques ce qui ne va pas poser de problème, mais les défauts engendrés par les turbulences de l'air sont variables dans le temps et éventuellement à hautes fréquences ce qui pose des contraintes supplémentaires sur l'asservissement.

3.4.1.3 Recombinaison des faisceaux

En principe, la recombinaison des faisceaux devrait être réalisée par la recombinatrice. Cependant dans notre cas, l'équilibrage des intensités n'est réalisé qu'après la recombinaitrice. En conclusion, la recombinaison des faisceaux n'est complète qu'après le passage par la fibre optique de sortie.

3.4.2 La fibre de sortie

Nous disposons de plusieurs fibres optiques de sortie. Une description détaillée de ces fibres est donnée dans l'annexe F. La caractéristique principale qui les différencie est la longueur d'onde de coupure. Nous disposons de 3 longueurs d'onde de coupure différentes : 1,48 µm, 1,90 µm et 2,85 µm. Les fibres optiques avec une longueur d'onde de coupure de 1,90 µm sont principalement utilisées pour travailler dans la bande K, tandis que celle avec une longueur d'onde de coupure de 2,85 µm est utilisée pour travailler dans la bande L. La fibre la plus couramment utilisée est une fibre avec une longueur d'onde de coupure de 1,90 µm, identique à celle qui se trouve à l'entrée du banc (ces caractéristiques sont données dans le tableau 3.2).

Enfin, comme pour la fibre d'entrée, la focalisation pour l'injection dans la fibre et la collimation en sortie de fibre sont faites par des paraboles hors axe de 30° avec une focale de 33 mm et un diamètre de 30,25 mm.

Les têtes de fibre sont positionnées sur des platines de translation 3 axes. Afin de permettre de régler facilement l'équilibrage des flux, la platine de la tête de fibre d'entrée est motorisée avec des actionneurs de translation pas-à-pas dont les caractéristiques sont données en annexe (tableau C.11).

3.4.3 Transmission théorique du bloc fibre optique de sortie

Le tableau 3.16 donne les simulations de couplage du faisceau dans la fibre de sortie, et le tableau 3.15 les simulations de transmission de l'ensemble du bloc fibre de sortie.

TABLE 3.15 – Transmission théorique du bloc fibre de sortie

Type de source	Laser 3,39 µm	Diode Laser 2,3 µm	Laser Blanc 2-2,4 µm
Puissance en entrée	8,34 µW	9,1 µW	756 µW
Transmission complète	53,4 %	74,2 %	71,2 %
Puissance en sortie	4.45 µW	6,75 µW	538 µW

TABLE 3.16 – Transmission de la fibre optique de sortie

Type de source	Laser 3,39 µm	Diode Laser 2,3 µm	Laser Blanc 2-2,4 µm
Efficacité de couplage liée au *waist* du faisceau	99,996 %	99,9996 %	99.9996 %
Efficacité de couplage liée au décalage latéral du faisceau[a.]	100,0 %	100,0 %	99.9990 %
Efficacité de couplage liée à la focalisation du faisceau[a.]	100,0 %	100,0 %	99.9991 %
Efficacité de couplage liée à l'orientation du faisceau	91.3 %	93,0 %	92.9775 %
Atténuation du mode propre lors de la propagation dans la fibre	28,0 %	0,22 %	0.2594 %
Pertes à la réflexion sur les têtes de fibres (entrée et sortie)	7,7 %	7,87 %	7.8765 %
Transmission totale	60,7 %	85,53 %	85.4299 %

[a.] Pour la simulation, j'ai supposé que, grâce aux actionneurs piézo-électriques, nous étions capables de régler la position de la tête de fibre en décalage latéral et en focalisation de façon à nous placer au niveau du *waist* du faisceau. Cela entraine des couplages parfaits pour le laser 3,39 µm et la diode laser 2,3 µm, vis-à-vis du décalage latéral et de la focalisation. Par contre, pour le laser blanc, on se place au niveau du *waist* pour la longueur d'onde centrale de la bande. Comme le couplage ne peut pas être optimum à toutes les longueurs d'onde, on n'obtient pas un couplage d'exactement 100 % pour cette source. Cependant, le couplage reste, malgré tout, quasi parfait (99,9 %) vis-à-vis du décalage latéral et de la focalisation.

3.4.4 Impact sur le budget d'erreur

L'impact de ce bloc fibre de sortie sur le budget d'erreur est primordial puisque c'est avec la fibre de sortie que l'on réalise le filtrage modal et l'équilibrage des flux. La qualité du filtrage modal de la fibre devra permettre de compenser les défauts des surfaces optiques ainsi que de limiter l'impact des turbulences atmosphériques et la précision du positionnement de la tête de fibre devra permettre de respecter les contraintes sur l'équilibrage des flux.

Comme nous l'avons vu, la méthode choisie pour l'équilibrage des intensités possède un certain nombre d'inconvénients, mais leur impact sur les résultats d'extinction avait été estimé comme mineur lors de la mise en place du banc. Dans le chapitre suivant, nous verrons que ce n'est pas le cas et je présenterai la solution que j'ai développée (basée sur la mise en place d'un actionneur tip-tilt sur le miroir M21) pour répondre à ce problème.

3.5 Le bloc détecteurs

3.5.1 Fonctions

La fonction du bloc détecteur est de permettre une détection optimale du signal interférométrique et notamment du taux d'extinction. La problématique n'est pas aussi simple qu'il y parait. En effet, elle pose plusieurs problèmes :

— détecter un flux infrarouge proche dans un environnement à température ambiante qui émet une quantité non négligeable de photons infrarouges ;
— avoir une grande dynamique typiquement 5 à 6 ordres de grandeur afin de pouvoir détecter le flux de la frange brillante, mais aussi le flux de la frange sombre ;
— limiter au maximum les variations du flux, détectées en sortie, qui ne seraient pas dues à des variations du taux d'extinction afin de limiter les perturbations pour nos asservissement du taux d'extinction.

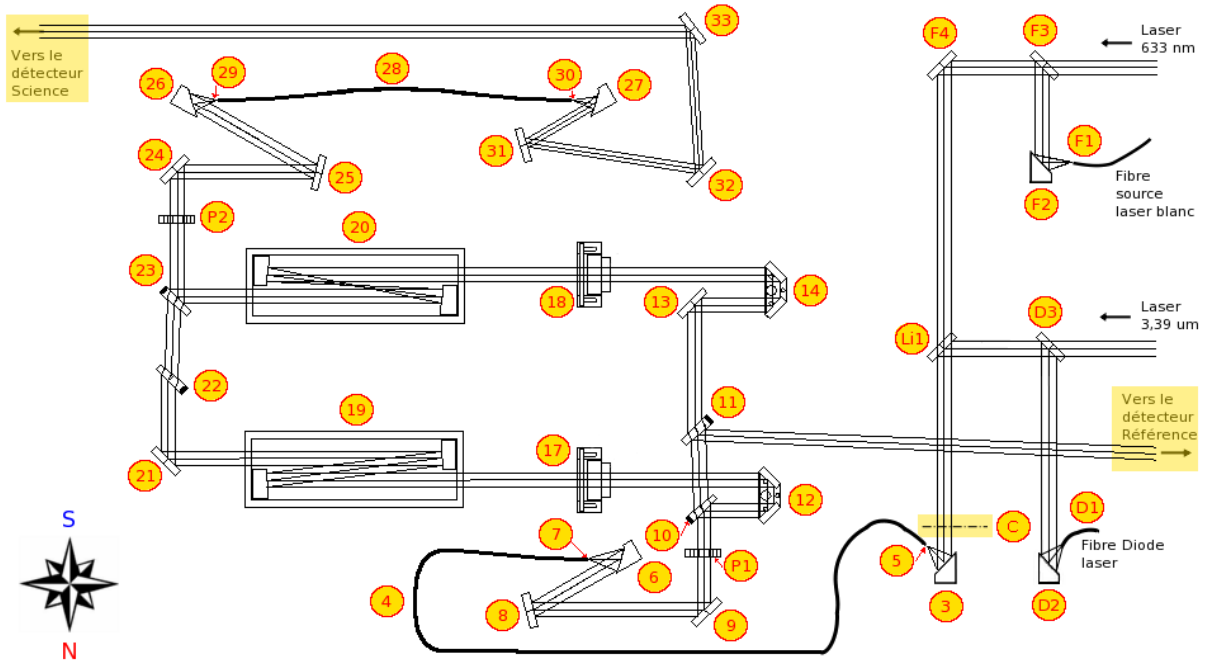


FIGURE 3.16 – **Schéma du bloc détecteur.** Les éléments du bloc détecteur apparaissent sur fond jaune.

3.5.2 La chaîne de détection

La chaine de détection (voir figure 3.16) est composée de :

— un *chopper* (repère C sur le schéma, voir figure C.15) ;
— deux détecteurs. Un que l'on appelle détecteur de référence et qui mesure l'intensité du faisceau réfléchi sur la compensatrice 11. Le deuxième détecteur est appelé détecteur science. Il est situé en sortie de banc et mesure l'intensité du faisceau qui se réfléchit sur le miroir 33 ;
— deux détections synchrones, une par détecteur.

C'est l'ensemble de cette chaine qui permet une détection optimale du signal interférométrique.

3.5.2.1 Principe du système de détection synchrone

L'ensemble de cette chaine de détection fonctionne sur le principe de la détection synchrone (détaillé en annexe, § C.6.1). Il repose sur la modulation et la démodulation cohérente, bien connues en électronique (voir par exemple More (1999)) et qui permet d'éliminer une grande partie des bruits introduits par la lumière de la salle, par les amplificateurs ou encore par l'effet des variations de température sur l'électronique de la chaîne de détection. La détection synchrone est donc primordiale pour limiter le bruit qui affecte les mesures.

Les paramètres typiques que j'ai utilisés en pratiques pour la détection synchrone sont :

— fréquence de modulation 200 Hz (il n'était pas possible d'aller au delà) ;

— constante de temps $\tau_{\text{DS}} = 30\,\text{ms}$. C'est l'inverse de la fréquence de coupure du filtre passe-bas (voir figure C.17).

3.5.2.2 Les détecteurs InSb cryogéniques

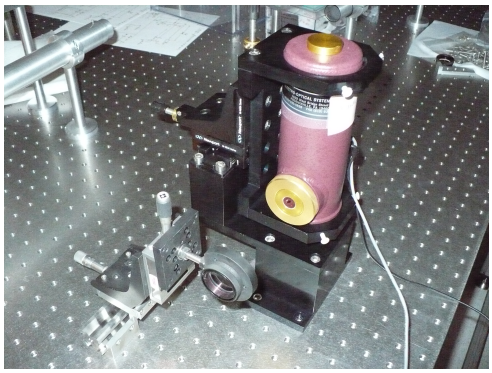


FIGURE 3.17 – **Photographie du détecteur science.** On y voit la lentille qui permet de focaliser le faisceau d'environ 10 mm de diamètre sur la surface active de la photodiode qui ne fait que 0,25 mm de diamètre. Celle ci se trouve à l'intérieur du cryostat que l'on voit sur cette image.

Sur NULLTIMATE, nous disposons de plusieurs détecteurs. Ce sont tous des détecteurs monopixels de type photodiode à jonction PN. Cependant, ils diffèrent par les semi-conducteurs utilisés et donc par la bande de longueur d'onde dans laquelle ils sont sensibles. Parmi ces détecteurs, les plus performants et les plus adaptés à des mesures dans les bandes photométriques K et L sont les détecteurs cryogéniques qui utilise le semi-conducteur InSb (antimoniure d'indium). La figure C.18 montre une photo de l'un des ces détecteurs, installé sur le banc optique. On y voit le cryostat qui permet de refroidir la photodiode jusqu'à une température voisine de 77 K (température d'ébullition de l'azote liquide), ce qui permet de diminuer fortement certains bruits de la photodiode et notamment son courant d'obscurité et son bruit thermique.

En plus de la photodiode, ces détecteurs comportent un étage de préamplification réalisé par un amplificateur à transimpédance (qui convertit le courant fourni par la photodiode en une tension) et c'est la tension de sortie de ce préamplificateur qui est ensuite envoyée vers le boitier électronique de détection synchrone.

3.5.2.3 Caractéristiques de nos chaînes de détection

Le tableau 3.17 résume les caractéristiques de nos chaines de détections {photodiode + préampli + boitier électronique de détection synchrone + *chopper*}.

TABLE 3.17 – Résumé des principales caractéristiques de nos chaines de détections

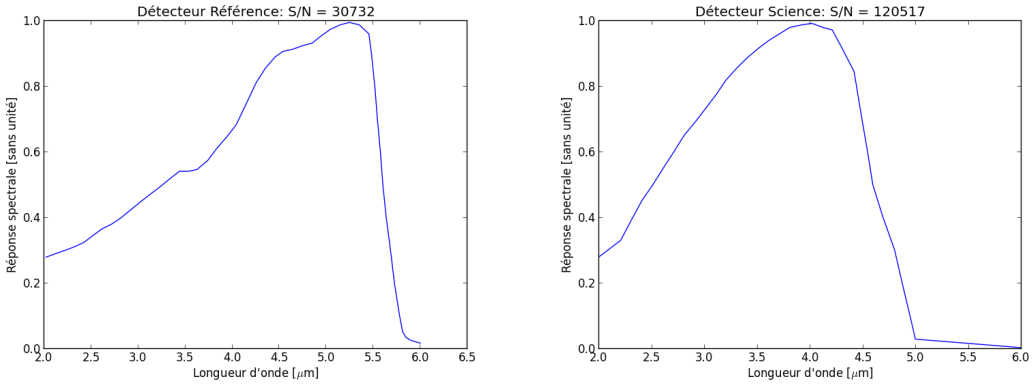
Chaine de détection associée au détecteur	Référence[a,b]	Science[a]
Numéro de série du détecteur	30732	120517
Type	Détecteur monopixel réalisé par une photodiode à jonction PN en InSb	
Température de fonctionnement	$\simeq 77$ K	
Réponse spectrale	voir figure 3.18	
Gain @ 3,39 µm	$5,5 \cdot 10^5$ V.W^{-1}	$1,9 \cdot 10^6$ V.W^{-1}
NEP(Doc. constructeur du détecteur)	$< 1,05 \cdot 10^{-13}$ W.Hz$^{-\frac{1}{2}}$	$< 1,5 \cdot 10^{-13}$ W.Hz$^{-\frac{1}{2}}$
NEP(mesuré sur toute la chaine de détection)	$1,4 \cdot 10^{-13}$ W.Hz$^{-\frac{1}{2}}$	$4,7 \cdot 10^{-14}$ W.Hz$^{-\frac{1}{2}}$
Dynamique ($\frac{P_{\max}}{P_{\min}}$) @ 3,39 µm et $\tau = 1$ s[c]	$1,4 \cdot 10^7$	$1,2 \cdot 10^7$

[a.] Initialement les deux détecteurs avaient des positions inversées. Le détecteur référencé 30732 était le détecteur science et celui référencé 120517, le détecteur référence. Après avoir fait la mesure du NEP, de la tension d'obscurité et de la tension de saturation des détecteurs, j'ai choisi d'inverser les deux détecteurs afin de profiter de la meilleure NEP du détecteur 120517, qui en dehors de cela possède des caractéristiques sensiblement équivalentes au détecteur 30732.

[b.] Ce détecteur est fortement surdimensionné par rapport à la fonction qu'il a à réaliser. En effet, il a pour but de monitorer le flux en sortie de bloc source (voir § 3.5.2.4). Il doit donc mesurer un flux relativement important et relativement stable. Il ne requiert donc ni une grande dynamique ni un NEP très faible. À mon avis, ce détecteur pourrait être remplacé par un détecteur moins performant, afin que celui soit libre pour des mesures en d'autres endroits du banc, comme par exemple à la sortie constructive de l'interféromètre Mach-Zender.

[d.] Ici τ désigne le temps de pose.

[d.] Une version plus détaillée de ce tableau (tableau C.12) et une explication détaillée des termes utilisés sont disponibles dans l'annexe C (§ C.6.2).



(a) (b)

FIGURE 3.18 – **Réponse spectrale de nos détecteurs**. Pour obtenir le gain optique (noté $G(\lambda)$) du détecteur à une longueur d'onde donnée, à partir de la réponse spectrale(noté $R(\lambda)$), il faut utiliser l'équation $G(\lambda) = R(\lambda) \cdot G_{\max}$. (a) Détecteur référence : $G_{\max} = 10^6$ V.W^{-1} (dans le mode $R_T = 1\Omega$ du préamplificateur). (b) Détecteur science : $G_{\max} = 2.1 \cdot 10^6$ V.W^{-1} (dans le mode $R_T = 1\Omega$ du préamplificateur).

3.5.2.4 Principe du signal science sur référence

Une dernière idée, pour réduire au maximum le bruit sur les mesures de taux d'extinction, est de réaliser une division du signal science (fourni par le détecteur science en sortie de banc) par le signal référence (fourni par le détecteur référence situé après le bloc source). En effet, les bruits liés aux variations d'intensité des sources ou de l'injection dans la fibre d'entrée ne sont pas éliminés par la détection synchrone, car ils affectent l'enveloppe du signal modulé. Ils viennent donc provoquer des variations sur le signal science démodulé qui vont détériorer artificiellement la perception que l'on a de la qualité des interférences. Cependant, ces variations devraient être identiques (en valeur relative) sur le signal science et sur le signal référence. Ainsi, la division de ces deux signaux l'un par l'autre devrait faire disparaitre ces variations.

$$S = \frac{S_{\text{science}}}{S_{\text{référence}}} \tag{3.1}$$

3.5.3 Impact sur le budget d'extinction

Le bloc détecteur n'a pas été pris en compte dans notre budget d'extinction (chapitre 2), mais l'influence de ce bloc est extrêmement importante, car c'est de ce bloc que viennent les mesures qui vont nous permettre de juger de la qualité des interférences et donc du taux d'extinction. Comme nous l'avons évoqué dans le § 3.5.1, pour que les performances de la chaîne de détection permettent de mesurer les limites du banc, et non celles de la chaine de détection, il faut notamment que sa sensibilité nous permette de mesurer le flux de la frange sombre avec un R.S.B. suffisant (~ 10) et en un temps raisonnable (< 1 s). Cela requiert un NEP de la chaine de détection inférieur à 10^{-12} W.Hz$^{-1/2}$ ($10^{-6} \times 10^{-5} \times 10^{-1}$, 10^{-6} W pour le flux en sortie de banc, 10^{-5} pour le taux d'extinction et 10^{-1} pour le rapport signal à bruit de 10 et enfin, il y a un facteur 1 Hz^{-1} pour le temps d'intégration de 1s). De plus, le détecteur doit avoir une dynamique supérieure à 10^5 pour permettre la détection de la frange sombre et de la frange brillante sans atteindre la tension de saturation. Enfin, il faut que la stabilité de la chaine de détection soit plus grande que celle que l'on demande pour le taux d'extinction, d'où l'intérêt de la détection synchrone. En conclusion, comme nous pouvons le voir dans tableau 3.17, **les performances de la chaine de détection sont suffisantes pour les objectifs que nous nous sommes fixés**.

3.6 Informatique de commande

Lorsque je suis arrivé sur NULLTIMATE, une informatique de commande était en place. Elle était héritée du banc SYNAPSE qui, lui-même, l'avait héritée d'un banc développé à l'observatoire de Meudon. Cette informatique de commande était programmée à la fois en langage Python et en langage LabVIEW et avait été implémentée, pour SYNAPSE, principalement par les thésards qui m'ont précédé : Franck Brachet, Bruno Chazellas et enfin Pavel Gabor. À mon arrivée, Pavel Gabor, qui s'est occupé d'adapter l'informatique pour le pilotage de NULLTIMATE, finissait et soutenait sa thèse. Pendant la courte période où nous nous sommes croisés, il n'a malheureusement pas eu le temps de me décrire le fonctionnement de l'informatique. Ne connaissant, à l'époque, ni le langage LabVIEW, ni le langage Python et les personnes ayant développé cette informatique étant parties sans laisser de documentation. Lorsque la première panne a eu lieu, un mois après mon arrivée personne n'a été capable de la résoudre. Il a donc été décidé de reprendre à zéro cette informatique et de la programmer entièrement en LabVIEW. J'ai donc dû apprendre rapidement le langage LabVIEW et j'ai personnellement et entièrement réalisé l'architecture et la programmation de l'informatique de commande actuelle.

Ce travail m'a demandé beaucoup d'effort et de temps (plus de 4 mois), j'aurais dû, voulu et aimé pouvoir faire une description détaillée de ce travail. Malheureusement, bien que ce travail ait été indispensable pour pouvoir réaliser les mesures interférométriques présentées dans la partie suivante, une telle description n'aurait pas véritablement eu sa place dans une thèse d'astrophysique, d'autant plus qu'elle aurait allongé un manuscrit déjà important. Cependant, je tenais à ce que ce travail soit mentionné.

Je vais donc me contenter de décrire rapidement les fonctions réalisées par cette informatique de commande :

- pilotage et réglage des détections synchrones permettant la récupération et l'enregistrement des signaux provenant des détecteurs science et référence ;
- pilotage des trois actionneurs de la tête de fibre (TF5 [15]) d'entrée de la fibre d'entrée (4) dans l'interféromètre ;
- réalisation d'un programme permettant la réalisation, la visualisation et l'enregistrement de balayages à 1 et 2 dimensions avec la tête de fibre d'entrée (TF5) ;
- pilotage de l'orientation des polariseurs d'entrée et de sortie ;
- pilotage de la ligne à retard fine (LARF12) et visualisation des signaux envoyés par son capteur de position capacitif ;
- réalisation d'un programme permettant la réalisation, la visualisation et l'enregistrement de balayages avec la ligne à retard fine et ainsi, la visualisation d'interférogrammes sur 30 µm de différence de marche avec une précision théorique de 0,1 nm ;
- pilotage de la ligne à retard grossière (LARF12) ;
- réalisation d'un programme permettant la réalisation, la visualisation et l'enregistrement de balayages avec la ligne à retard grossière et ainsi, la visualisation d'interférogrammes sur 50 mm de différence de marche avec une précision théorique de 8 µm ;
- pilotage des obturateurs situés dans les deux bras de l'interféromètre ;
- réalisation d'un programme permettant une mesure propre de l'équilibre des flux dans les deux bras de l'interféromètre à l'aide des obturateurs ;
- pilotage de la compensatrice (Comp22) permettant l'équilibrage du chemin parcouru dans le diélectrique dans les bras de l'interféromètre par translation de la compensatrice ;
- pilotage des trois actionneurs de la tête de fibre (TF29) d'entrée de la fibre de sortie (28) de l'interféromètre ;
- écriture d'un programme permettant la réalisation, la visualisation et l'enregistrement de balayages à 1 et 2 dimensions avec la tête de fibre d'entrée (TF29) ;
- écriture d'un programme permettant la réalisation du *dithering* en différence de marche.

Cette informatique est indispensable à toute mesure scientifique de qualité sur NULLTIMATE. En effet, elle a permis, un gain de temps et d'efficacité dans la réalisation des réglages préliminaires nécessaires à toute mesure interférométrie : optimisation du couplage dans les fibres optiques d'entrée et de sortie, réglage grossier des lignes à retard et repérage de la différence de marche nulle. Pour mettre des chiffres, le gain en temps sur l'optimisation est substantiel puisqu'il suffit d'un peu moins de dix minutes contre une bonne demi-heure au moins avec l'ancienne informatique de commande. Et plus qu'un gain de temps, elle a permis un gain d'efficacité en termes de précision des réglages en permettant de multiplier le flux en sortie du banc par un facteur 30.

Enfin, contrairement à l'ancienne informatique de commande qui se pilotait en lignes de commande par l'intermédiaire d'un terminal Python, l'interface actuelle est nettement plus simple à appréhender et conviviale grâce à la possibilité, offerte par LabVIEW, de créer facilement des interfaces homme-machine interactives, dont un exemple est présenté figure 3.19.

15. Les chiffres comme, ici, le chiffre 5 fait référence à la numérotation mise en place pour repérer les différents éléments du banc sans ambiguïté, voir figure 3.2.

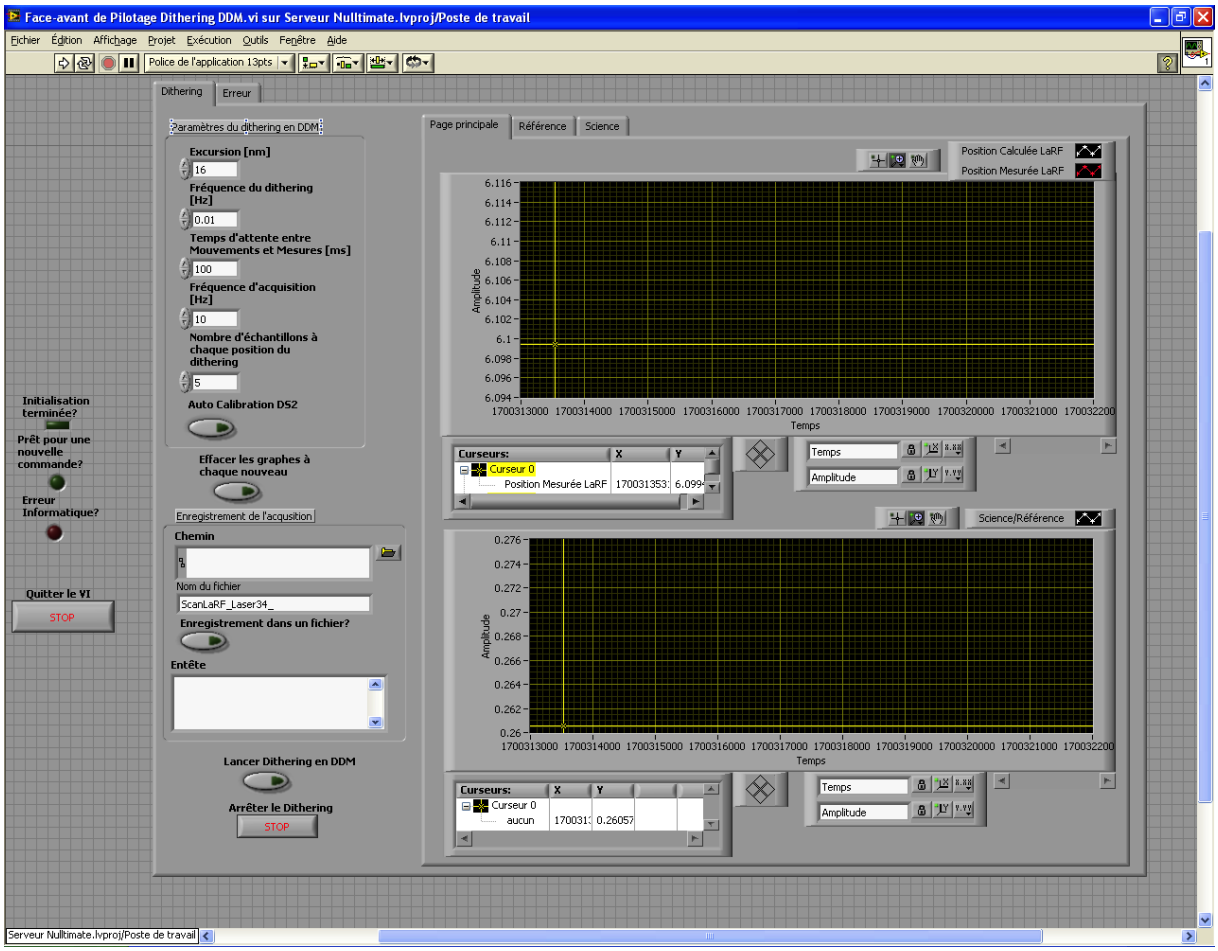


FIGURE 3.19 – **Exemple de face avant du logiciel de pilotage de NULLTIMATE** : Cette figure présente la face avant du programme de réglage et de visualisation du *dithering* en différence de marche. Le terme face avant est un terme consacré en LabVIEW pour désigner l'interface qui va permettre à l'utilisateur d'envoyer des commandes. Ayant conçu et réalisé l'intégralité de l'informatique de pilotage de NULLTIMATE, j'ai pu établir une unité dans les programmes réalisant le pilotage de tous les éléments du banc. Ainsi tant la face avant que la face arrière (partie programmation en LabVIEW) sont construites sur le même modèle ce qui facilite la prise en main et la compréhension. Sur la figure ci-dessus, on voit la structure générale des faces avant avec sur la gauche des voyants permettant de connaitre l'état du logiciel (l'initialisation est-elle terminée ? Une action est-elle en cours ? Peut-on envoyer une nouvelle commande ?) et le bouton permettant de quitter le programme. À droite de ces voyants, une structure à onglet avec des graphiques permettant de visualiser la position de la ligne à retard fine sur le graphique du dessus et la valeur flux normalisé en sortie de banc sur le graphique du dessous. En haut à gauche de la structure à onglet, la partie permettant de régler les paramètres du *dithering* et en bas à gauche, le réglage de l'enregistrement des mesures effectuées. Les autres onglets permettent de visualiser d'autres informations complémentaires comme le flux brut mesuré sur chacun des détecteurs.

Chapitre 4

Le démonstrateur technologique NULLTIMATE : Résultats et conclusions

Dans les chapitres précédents, j'ai déjà présenté une grande partie de mon travail sur le banc NULLTIMATE et la technique d'interférométrie annulante. En effet dans le chapitre 1, j'ai présenté une analyse détaillée de la technique de l'interférométrie annulante et des concepts actuels qui m'a permis de prendre du recul sur les travaux que j'ai menés sur NULLTIMATE.

Ensuite dans le chapitre 2, j'ai présenté le budget d'erreur de NULLTIMATE qui n'avait jamais été réalisé jusque-là et qui est pourtant indispensable pour pouvoir apporter un regard critique sur les résultats obtenus.

Dans le chapitre 3, j'ai présenté ma modélisation en optique gaussienne de NULLTIMATE, seule modélisation qui ait été effectuée de NULLTIMATE et qui permet de connaitre la transmission et donc le flux attendu de tout ou partie du banc. Cette modélisation était, elle aussi, essentielle pour pouvoir évaluer la qualité des réglages effectués (vérifier que les flux détectés sont bien conformes à ce que l'on attend) et donc exploiter ce banc au maximum de ces capacités. Dans ce chapitre 3 et dans l'annexe C, j'ai aussi présenté un état des lieux détaillé [1] des différents éléments qui composent le banc NULLTIMATE, ainsi que mon travail sur l'informatique de commande.

Dans ce nouveau chapitre, je vais présenter le reste de mon travail, c'est-à-dire les résultats interférométriques obtenus en termes de taux d'extinction tout d'abord, puis en termes de ce stabilité du taux d'extinction (§ 4.1). Enfin, je finirai cette partie par les perspectives et une conclusion globale de mon travail sur NULLTIMATE (§ 4.2).

Sommaire

4.1 Résultats en termes d'extinction et de stabilité 103
4.1.1 Mesures du taux d'extinction $\mathcal{N}$ 103
4.1.1.1 Mesure en polychromatique à 2,3 µm 103
4.1.1.2 Mesure en monochromatique à différentes longueurs d'onde 2,3 µm, 3,4 µm 104
4.1.1.3 Interprétation de ces mesures : 105
4.1.1.3.1 Polarisation 105
4.1.1.3.2 Chromatisme 106
4.1.1.3.3 Différence de marche 106
4.1.1.3.4 Déséquilibre des intensités 107
4.1.1.3.5 Qualité du front d'onde 108

1. Cet état des lieux, malgré son faible intérêt scientifique, était indispensable et a nécessité un travail important, car les éléments qui composent NULLTIMATE ont été achetés par différentes personnes à plusieurs années d'écart (certains éléments ont aussi été récupérés des bancs précédents). Il a donc fallu un gros travail de recherche et de classement pour réaliser cet état des lieux.

4.1.1.3.6 Conclusion 110
4.1.2 Mesures de stabilité 111
4.1.2.1 Principe du *dithering* en DDM 111
4.1.2.2 Stabilité de DDM sur NULLTIMATE 113
4.1.2.3 Mesures de dithering 113
4.2 Conclusions et perspectives 114
4.2.1 État de l'art 114
4.2.2 Bilan 116
4.2.3 Perspectives 117

4.1 Résultats en termes d'extinction et de stabilité

Les objectifs initiaux de NULLTIMATE étaient :
— $\langle \mathcal{N} \rangle_D \leqslant 10^{-5}$;
— $\sigma_{\langle \mathcal{N} \rangle_\tau} \leqslant 5.0 \cdot 10^{-6}$ où $\tau = 30\,\text{ms}$ est le temps de pose individuel ;
— blanchir le bruit sur le taux d'extinction pendant la durée d'observation D la plus longue possible ;
— le tout dans la bande passante K (2 à 2.5 µm) ou L (3 à 3.5 µm).

Dans les paragraphes qui vont suivre, je vais présenter les meilleurs résultats que j'ai eu le temps d'obtenir avec NULLTIMATE. Avant de présenter ces résultats, je vais d'abord rappeler les paramètres des détections synchrones que j'ai utilisés pour toutes les mesures présentées ci-dessous :
— constante de temps = 30 ms ;
— période d'échantillonnage = 100 ms ;
— pente de filtrage du filtre passe-bas = 12 dB/oct ;
— fréquence de modulation typique = 200 Hz.

4.1.1 Mesures du taux d'extinction $\mathcal{N}$

Tout d'abord, je vais présenter les résultats obtenus sur le taux d'extinction ($\mathcal{N}$) polychromatique puis monochromatique. Ces résultats sont obtenus sans asservissement sur la différence de marche et l'équilibre d'intensité, simplement en réalisant des balayages de la DDM.

4.1.1.1 Mesure en polychromatique à 2,3 µm

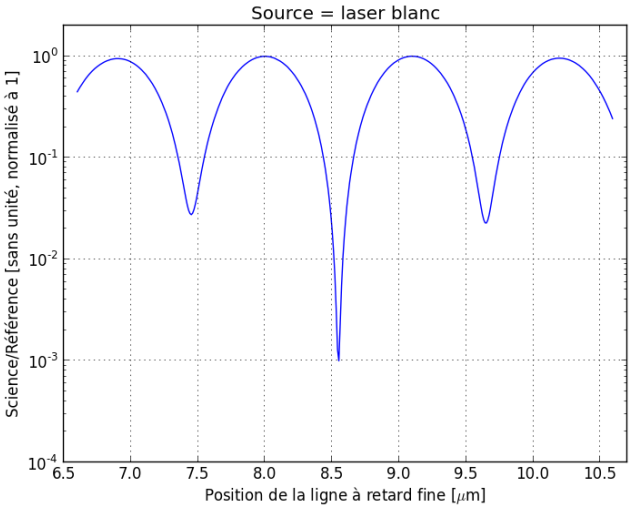


FIGURE 4.1 – **Interférogramme et mesure du taux d'extinction réalisée en bande K** : La source est le laser blanc associé à un filtre K. Le pas d'échantillonnage est de 10 nm en déplacement de la ligne à retard. Le taux d'extinction est ici de $1 \cdot 10^{-3}$, mais grâce à un balayage à pas plus fin (1 nm) autour de la frange sombre, le meilleur taux d'extinction obtenu a été de $6{,}3 \cdot 10^{-4}$. Mesures réalisées en août 2009.

Nous disposons d'une seule source polychromatique, le laser blanc (§ 3.1.2). La quasi-totalité des mesures que j'ai pu réaliser avec cette source a été faite en août-septembre 2009. J'ai refait des mesures en novembre-décembre 2010, mais nous avions décidé à ce moment-là, de nous concentrer

sur les mesures monochromatiques. Par conséquent, ces dernières mesures ne sont pas optimales (notamment aux niveaux des réglages de l'équilibre des intensités et du chromatisme) et n'ont donc pas abouti à une amélioration des résultats. **Le meilleur taux d'extinction obtenu avec cette source est de $6{,}3 \cdot 10^{-4}$** (voir interférogramme figure 4.1). Il a été obtenu **avec polariseurs**. Le déséquilibre des intensités mesuré **avant la mesure de l'interférogramme** était de $\boldsymbol{\delta I = 0{,}84\,\%}$ ce qui correspond à une contribution au taux d'extinction de $\boldsymbol{\mathcal{N}_I = 1{,}8 \cdot 10^{-5}}$. **Après la mesure**, le déséquilibre des intensités mesuré était de $\boldsymbol{\delta I = 3{,}1\,\%}$ ce qui correspond à $\boldsymbol{\mathcal{N}_I = 2{,}3 \cdot 10^{-4}}$. Sur la figure 4.1, on peut voir une légère dissymétrie du paquet de franges, qui indique une légère différence de marche dans le diélectrique et donc une **légère dispersion chromatique du déphasage entre les deux bras**.

Étant donné qu'il a été réalisé avec une légère différence de marche dans le diélectrique, ainsi qu'un déséquilibre des intensités après la mesure qui implique une contribution au taux d'extinction qui n'est inférieure que d'un facteur 3 au taux d'extinction mesuré, ce résultat semble encourageant. Cependant, le réglage de la position de la compensatrice 22, qui a permis de diminuer la dissymétrie du paquet de franges et donc de **diminuer le chromatisme du déphasage**, et un **meilleur réglage du déséquilibre des intensités n'ont pas permis d'améliorer le taux d'extinction**. Ne comprenant pas les raisons qui limitent le taux d'extinction, nous avons décidé de nous concentrer sur la mesure du taux d'extinction en monochromatique, afin de nous affranchir des problèmes de chromaticité.

4.1.1.2 Mesure en monochromatique à différentes longueurs d'onde 2,3 µm, 3,4 µm

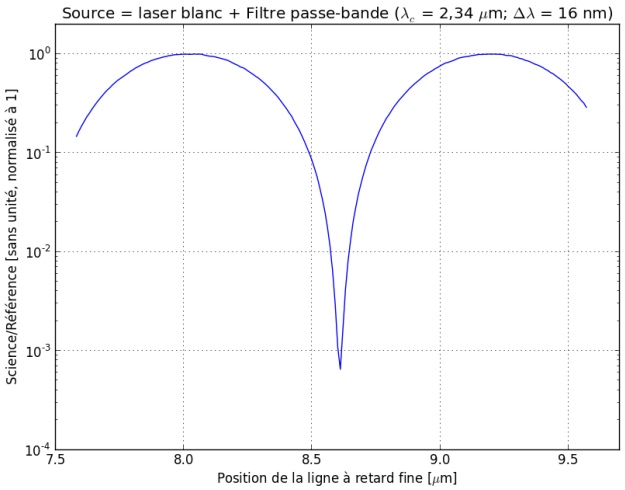


FIGURE 4.2 – **Interférogramme et mesure du taux d'extinction monochromatique à 2,32 µm** : La source est le laser blanc associé à un filtre de longueur d'onde centrale 2,342 µm et de 16 nm de largeur à mi-hauteur. Le pas d'échantillonnage est de 10 nm en déplacement de la ligne à retard. Mesures réalisées en août 2009.

J'ai d'abord décidé de réaliser une mesure avec la même source et dans les **mêmes conditions** (elle a eu lieu le même jour que la mesure polychromatique présentée au paragraphe précédent et a donc été réalisée avec les polariseurs), mais en remplaçant le filtre K par un **filtre étroit dont la longueur d'onde centrale est de 2,342 µm et la largeur à mi-hauteur de 16 nm. Le meilleur taux d'extinction obtenu a été de $6{,}5 \cdot 10^{-4}$** (voir interférogramme figure 4.2). La mesure du déséquilibre des intensités était de $\boldsymbol{\delta I = 0{,}19\,\%}$ (soit $\boldsymbol{\mathcal{N}_I = 9{,}1 \cdot 10^{-7}}$) **avant la mesure** de l'interférogramme puis de $\boldsymbol{\delta I = 0{,}45\,\%}$ (soit $\boldsymbol{\mathcal{N}_I = 5{,}0 \cdot 10^{-6}}$) **après**. Le fait

que, malgré l'amélioration du déséquilibre des flux et de la chromaticité, le taux d'extinction reste inchangé semble indiquer que la largeur de la bande passante et que la valeur moyenne du déséquilibre des flux ne sont pas à l'origine des résultats un peu décevants.

J'ai donc ensuite décidé de me tourner vers les autres sources monochromatiques dont nous disposons. Tout d'abord, **la diode laser dont la longueur d'onde de 2,32 µm** est très proche de celle de la source laser blanc associée au filtre étroit. J'ai effectué ces mesures en août-septembre 2009. **Le meilleur taux d'extinction obtenu a été de $3{,}9 \cdot 10^{-4}$**. Cette mesure a été réalisée **avec polariseurs**. Le déséquilibre des intensités était de $\boldsymbol{\delta I = 1{,}8\,\%}$ (soit $\boldsymbol{\mathcal{N}_I = 8{,}2 \cdot 10^{-5}}$) **avant la mesure** de l'interférogramme puis de $\boldsymbol{\delta I = 5{,}9\,\%}$ (soit $\boldsymbol{\mathcal{N}_I = 8{,}6 \cdot 10^{-4}}$) **après**. La **différence importante entre les mesures du déséquilibre des intensités avant et après la mesure de l'interférogramme est symptomatique d'un problème récurrent sur NULLTIMATE**. Cette instabilité rend très délicate l'interprétation des résultats obtenus. Elle touche la totalité des sources, mais est particulièrement importante pour la diode laser, dont la fibre monomode est prévue pour travailler à 1,31 µm et que l'on utilise à 2,32 µm, soit une longueur d'onde près de deux fois supérieure. Cela rend sa transmission très sensible aux variations de courbure. Certes, cette instabilité a lieu avant la séparatrice et affecte donc les deux faisceaux de la même façon. Cependant, comme cette instabilité se répercute en sortie, elle va compliquer tous les réglages et rajouter un bruit important à nos mesures d'extinction. De plus, après caractérisation, j'ai découvert que cette source était endommagée [2]. L'interprétation de ce taux d'extinction est donc délicate, mais ne semble pas contredire le résultat précédent : **le fait de travailler en monochromatique n'améliore pas le taux d'extinction de manière significative**.

Enfin, nous disposons d'une dernière source qui est **le laser 3,4 µm**. J'ai effectué plusieurs mesures avec cette source en août-septembre 2009 puis en novembre-décembre 2010. **Le meilleur taux d'extinction obtenu a été de $3{,}7 \cdot 10^{-5}$** (voir interférogramme figure 4.3). Cette mesure a été effectuée **avec polariseurs**. Le déséquilibre des intensités **avant la mesure** était de $\boldsymbol{\delta I = 0{,}47\,\%}$ (soit $\boldsymbol{\mathcal{N}_I = 5{,}4 \cdot 10^{-6}}$) puis de $\boldsymbol{\delta I = 1{,}7\,\%}$ (soit $\boldsymbol{\mathcal{N}_I = 7{,}4 \cdot 10^{-5}}$) après la mesure. On retrouve cette instabilité du déséquilibre des intensités, mais **le passage de 2,32 µm à 3,4 µm s'est accompagné d'une amélioration d'un facteur 10 du taux d'extinction**.

4.1.1.3 Interprétation de ces mesures :

Pour l'interprétation de ces mesures, il faut revenir à notre cahier des charges. Il y a cinq facteurs qui influent sur le taux d'extinction :

- la différence de marche ;
- le déséquilibre des intensités ;
- le déséquilibre en polarisation ;
- le chromatisme (qui caractérise les variations des 3 premiers facteurs avec la longueur d'onde).
- la qualité du front d'onde (qui caractérise les variations des 3 premiers facteurs avec la position sur le front d'onde et qui dépend principalement de la qualité du filtrage modal fourni par la fibre optique).

4.1.1.3.1 Polarisation

Pour ce qui est de la polarisation, tous les résultats présentés ont été obtenus avec des polariseurs. Avant chaque mesure, ces polariseurs ont été orientés dans la position qui permettait de maximiser l'intensité mesurée et donc, en théorie, la grille était donc orientée perpendiculairement

2. La mesure présentée fut donc la dernière réalisée avec cette diode laser. La source a, par la suite, été remplacée, mais je n'ai pas eu le temps de l'installer, ni de l'utiliser.

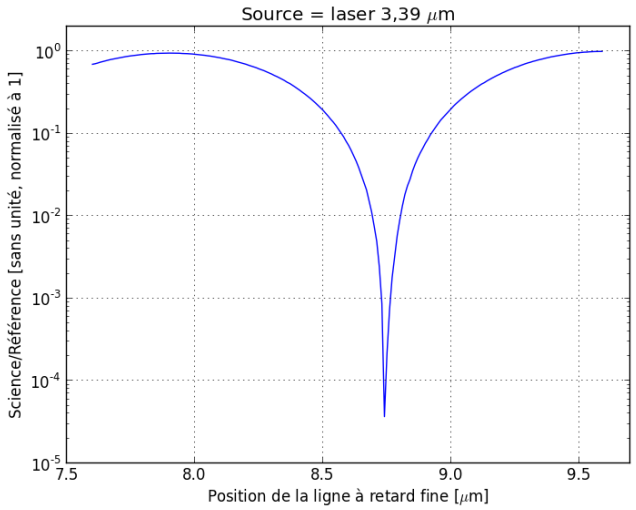


FIGURE 4.3 – **Interférogramme et mesure du taux d'extinction monochromatique à 3,4 µm** : La source est le laser Hélium-Néon à 3,4 µm. Le pas d'échantillonnage est de 10 nm (en déplacement de la ligne à retard). Mesure réalisée en décembre 2010.

à la direction de polarisation du rayonnement. À la traversée de ces polariseurs, la polarisation perpendiculaire à la grille est transmise avec une transmission d'environ 50 % (voir § 3.3.3) tandis que la polarisation parallèle à la grille est transmise avec une transmission inférieure d'un facteur $1 \cdot 10^{-4}$ à la transmission perpendiculaire (voir figure C.12). Lors de la rotation des polariseurs, le rapport de l'intensité minimale sur l'intensité maximale était inférieur à $1 \cdot 10^{-2}$. Cela implique que, même s'il y a un angle de rotation différentiel entre les deux bras ou un déphasage différentiel entre les polarisations s et p, la contribution au taux d'extinction ne peut être supérieur à $1 \cdot 10^{-6}$. **Je vais donc supposer que l'impact de la polarisation est négligeable et n'est pas le facteur limitant**.

4.1.1.3.2 Chromatisme

Pour ce qui est du chromatisme, il peut influer sur le taux d'extinction polychromatique en bande K, mais il devrait avoir une influence négligeable sur les taux d'extinction monochromatiques. Comme le passage de la bande K, à une bande de 16 nm de largeur autour de 2,3 µm, et enfin à une source laser toujours autour 2,3 µm n'a pas abouti à une amélioration significative du taux d'extinction, **je pense que le chromatisme n'est pas non plus le facteur limitant les performances**.

4.1.1.3.3 Différence de marche

Pour ce qui est de la différence de marche, nous avons une ligne à retard fine dont la précision théorique est de 0,1 nm. Cette ligne à retard est dotée d'un capteur capacitif qui permet de mesurer son déplacement. À mon arrivée sur NULLTIMATE, l'informatique ne permettait pas la lecture de cette mesure de position. Lorsque j'ai développé la nouvelle informatique de commande, j'ai permis à l'utilisateur de visualiser cette information de position fournie par le boitier de commande de la ligne à retard fine. J'ai alors pu constater que cette mesure présente un **fort bruit dont l'écart-type est d'environ 16 nm**. Cela explique pourquoi tous les balayages que j'ai présentés précédemment ont un pas d'échantillonnage supérieur ou égal à 10 nm.

J'ai effectué des balayages avec, en commande, un échantillonnage plus fin (jusqu'à 0,1 nm), mais ils n'ont pas abouti à une amélioration significative et reproductible du taux d'extinction et je ne peux pas être sûr qu'ils ont réellement été réalisés avec la précision demandée. Or, un écart-type de 16 nm **implique une contribution au taux d'extinction de** $\mathcal{N}_{\phi_c} = \frac{1}{4}\left(\frac{2\pi\ \delta_c(t)}{\lambda_c}\right)^2 \simeq \mathbf{5 \cdot 10^{-4}}$ **à 2,3 µm et de** $\mathbf{2 \cdot 10^{-4}}$ **à 3,4 µm**. Cette valeur s'approche dangereusement des taux d'extinction obtenus sur NULLTIMATE. Le problème est que l'information fournie par le boitier de commande et qui présente ce fort bruit n'est pas directement le signal du capteur capacitif, et n'est pas directement le signal utilisé dans la boucle d'asservissement en position de la ligne à retard. Par conséquent, **je ne sais pas si ce bruit traduit un déplacement réel de la ligne à retard ou s'il s'agit uniquement d'un bruit électronique**. Malheureusement avant la fin de mon travail sur NULLTIMATE, je n'ai pas eu le temps de faire examiner et réparer cette ligne à retard par le constructeur. Par la suite, Alain Léger a étudié ce problème et fait examiné cette ligne à retard ce qui a conduit à sa réparation. Cependant, il n'a pas eu le temps d'installer et de réaliser de nouvelles mesures avec la ligne à retard réparée.

4.1.1.3.4 Déséquilibre des intensités

Pour ce qui est du déséquilibre des intensités, j'ai évoqué à plusieurs reprises **la variabilité des mesures effectuées**. L'écart-type typique entre plusieurs mesures successives n'est que de 0,2 %, mais peut présenter des **variations crêtes à crêtes de quelques pour cent**. Par exemple, nous avons vu qu'entre le début et la fin de la mesure d'un interférogramme, soit environ 5 minutes, le déséquilibre des intensités δI est passé de 1,8 % à 5,9 % lors de la mesure avec la diode laser, et de 0,47 % à 1,7 % lors de la mesure avec le laser 3,4 µm. Ce genre de variations sont fréquentes sur NULLTIMATE, et peuvent expliquer, en partie, les résultats obtenus puisqu'**un déséquilibre des flux de** $\boldsymbol{\delta I = 2\,\%}$ **implique une contribution au taux d'extinction de** $\mathcal{N}_I = \mathbf{1 \cdot 10^{-4}}$. Je n'ai pas eu le temps d'investiguer en détail les raisons qui peuvent expliquer cette instabilité.

Cependant, même si cela n'explique pas les fluctuations de la mesure du déséquilibre des intensités pour une position donnée de la tête de fibre d'entrée de la fibre de sortie, la modélisation et la description détaillée de NULLTIMATE, effectuée au chapitre 3, m'ont permis de mettre à jour l'**insuffisance du dispositif actuel de réglage du déséquilibre des intensités**.

En effet, la figure 4.4 présente une simulation, réalisée grâce à la modélisation en optique gaussienne, pour déterminer la précision au niveau des actionneurs de la tête de fibre d'entrée de la fibre de sortie (TF29) nécessaire pour pouvoir régler le déséquilibre des intensités à une valeur inférieure à 1 % (valeur initialement adoptée comme objectif pour NULLTIMATE). Comme expliqué dans le § 3.4.1.1, le principe du réglage du déséquilibre des intensités est de déplacer la position de la tête de fibre dans le plan focal de la parabole de focalisation afin de faire varier le couplage des deux faisceaux, nord et sud, dans la fibre et ainsi égaliser les intensités de ces deux faisceaux en sortie de fibre. J'ai donc réalisé plusieurs simulations en faisant varier le décalage des deux faisceaux nord et sud dans le plan de la tête de fibre ainsi que le rapport des intensités de ces deux faisceaux. Pour ces simulations, j'ai considéré que la longueur d'onde de travail était de 3,4 µm. Dans chaque cas, j'ai calculé le couplage de chaque faisceau dans la fibre en fonction de la position de la tête de fibre, puis l'intensité en sortie de fibre et enfin le déséquilibre des intensités obtenu, toujours en fonction de la position de la tête de fibre. Cela m'a ensuite permis de déterminer numériquement, la largeur de la zone dans laquelle la position de la fibre doit se trouver pour obtenir un déséquilibre des intensités inférieur à 1 %. J'appellerai cette zone, zone d'équilibre des intensités. Les résultats de cette simulation sont :

— au premier ordre, la largeur de la zone d'équilibre des intensités ne dépend pas du rapport des intensités des deux faisceaux en entrée de fibre ;

— la largeur de la zone d'équilibre des intensités est d'autant plus grande que le décalage est entre les faisceaux est faible ;
— l'intensité des deux faisceaux, en sortie de fibre, qui va permettre d'obtenir l'équilibre des intensités est d'autant plus élevée que le décalage entre les faisceaux dans le plan de la tête de fibre est faible et que le rapport des intensités des deux faisceaux est proche de un ;
— pour un décalage des deux faisceaux dans le plan de la fibre de 1,33 µm, soit 0, 2 fois le waist du mode propre à 3,4 µm, la largeur de la zone d'équilibre n'est que de 0,67 µm. Pour un décalage de 3,33 µm, soit 0, 5 fois le waist du mode propre à 3,4 µm, la largeur de la zone d'équilibre n'est plus que de 0,27 µm.

Sachant que le décalage typique observé sur NULLTIMATE entre les faisceaux nord et sud, dans le plan de la tête de fibre, est supérieur à 3 µm, que le mouvement minimum incrémental des actionneurs de la tête de fibre est de 0,3 µm et que leur répétabilité unidirectionnelle n'est que de 3 µm, ces actionneurs s'avèrent largement sous-dimensionnés pour réaliser l'équilibrage des intensités. D'autant plus que le critère $\delta I < 1\,\%$ est nettement moins exigeant que celui auquel j'ai abouti lors de la définition du cahier des charges (voir tableau 2.5). Nous verrons par la suite (§ 4.2.3) la solution que j'ai proposée pour résoudre ce problème.

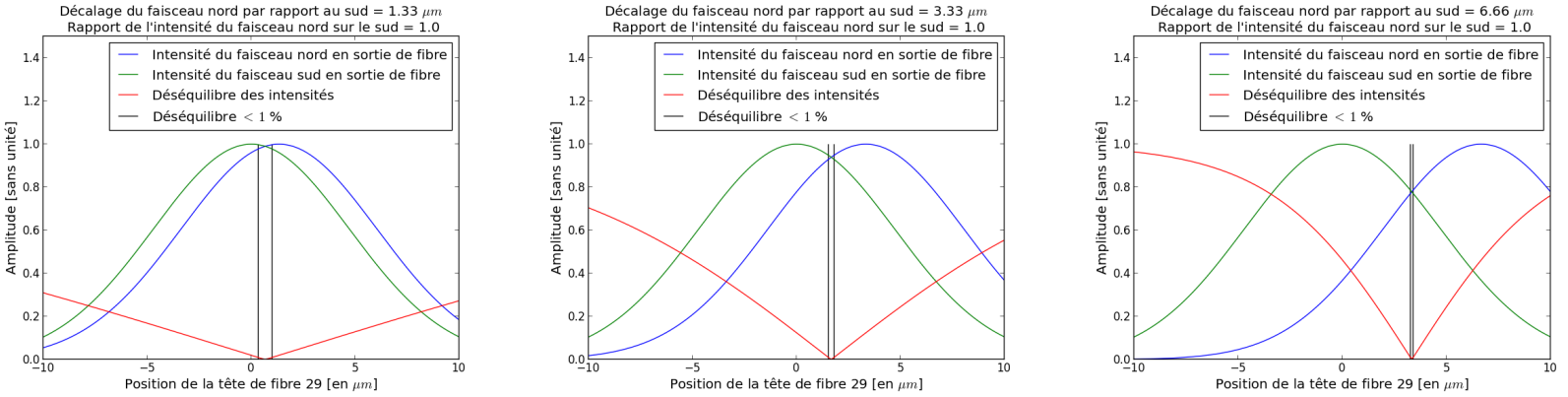
4.1.1.3.5 Qualité du front d'onde

Théoriquement, la présence de la fibre optique de sortie, fonctionnant dans son régime monomode, est censée assurer l'homogénéité des caractéristiques en intensité et en différence de marche sur le front d'onde et donc rendre l'influence de ce poste de qualité du front d'onde négligeable par rapport aux autres postes. Cependant, nous observons, une différence significative d'un facteur 10 sur le taux d'extinction, que nous n'arrivons pas à expliquer, entre les mesures monochromatiques réalisées à 2,3 µm et les mesures réalisées à 3,4 µm.

Je me suis donc intéressé aux caractéristiques de nos fibres et à leur dépendance vis-à-vis de la longueur d'onde. L'annexe F présente une description détaillée des fibres Verre-Fluorée que j'ai réalisée à cette occasion. La longueur d'onde de coupure de notre fibre de sortie est de 1,95 µm. Donc en théorie, que ce soit à 2,3 ou à 3,4 µm, on doit obtenir le même filtrage modal. En pratique, le filtrage modal n'est pas parfait. Notamment car les modes d'ordre supérieurs à zéro (dit radiatifs) ne sont pas instantanément supprimés. En effet, plus l'on travaille près de la longueur d'onde de coupure (et, bien sûr, au-dessus de celle-ci), plus ces modes sont évacués lentement vers l'extérieur de la fibre. Par conséquent, **plus l'on travaille loin de la longueur d'onde de coupure et plus la qualité du filtrage en sortie de fibre est importante**. De même **plus la fibre est longue et plus la qualité du filtrage est importante**.

Wallner et al. (2002) ont ainsi déterminé que, pour obtenir un filtrage spatial suffisant pour permettre un taux d'extinction de $1 \cdot 10^{-6}$ dans le moyen infrarouge, il suffisait d'avoir une fibre monomode de quelques centimètres de longueur. Par la suite, Huss et al. (2005) ont réalisé une étude plus détaillée, dans laquelle ils modélisent l'interaction entre les modes radiatifs et ce que l'on appelle la gaine mécanique de la fibre. La gaine mécanique est ce qui entoure la gaine optique (voir figure F.1) et dont l'un des rôles est justement d'absorber les modes radiatifs. En effet, si cette gaine optique n'absorbe pas les modes radiatifs et les transmet ou les réfléchit, ils peuvent continuer à se propager dans la gaine de la fibre, ressortir par la tête de fibre de sortie et ainsi diminuer la qualité du filtrage modal. En tenant compte de cet effet, Huss et al. (2005) aboutissent à la conclusion que la qualité du filtrage est proportionnelle à la longueur d'onde de travail et inversement proportionnelle au carré de l'ouverture numérique. Mais aussi que, pour permettre un taux d'extinction de $1 \cdot 10^{-6}$, la longueur des fibres optiques monomodes doit être de l'ordre du mètre. Heureusement, la fibre optique que nous utilisons a une longueur de 2 mètres.

Cet article Huss et al. (2005) et une discussion avec l'un des coauteurs, François Reynaud,



(a) Largeur de la zone $\delta I < 1\,\% = 0{,}67$ µm

(b) Largeur de la zone $\delta I < 1\,\% = 0{,}27$ µm

(c) Largeur de la zone $\delta I < 1\,\% = 0{,}13$ µm

(d) Largeur de la zone $\delta I < 1\,\% = 0{,}67$ µm

(e) Largeur de la zone $\delta I < 1\,\% = 0{,}27$ µm

(f) Largeur de la zone $\delta I < 1\,\% = 0{,}13$ µm

FIGURE 4.4 – **Etude visant à déterminer la précision des actionneurs de la tête de fibre de sortie pour le réglage du déséquilibre des intensités**

m'a amené à m'intéresser à la gaine mécanique de nos fibres optiques. La figure 4.5 présente l'absorption de la gaine mécanique de nos fibres en fonction de la longueur d'onde. Il apparait que **l'absorption de notre gaine mécanique est nettement supérieure (plus d'un facteur 10) à 3,4 qu'à 2,3 µm**.

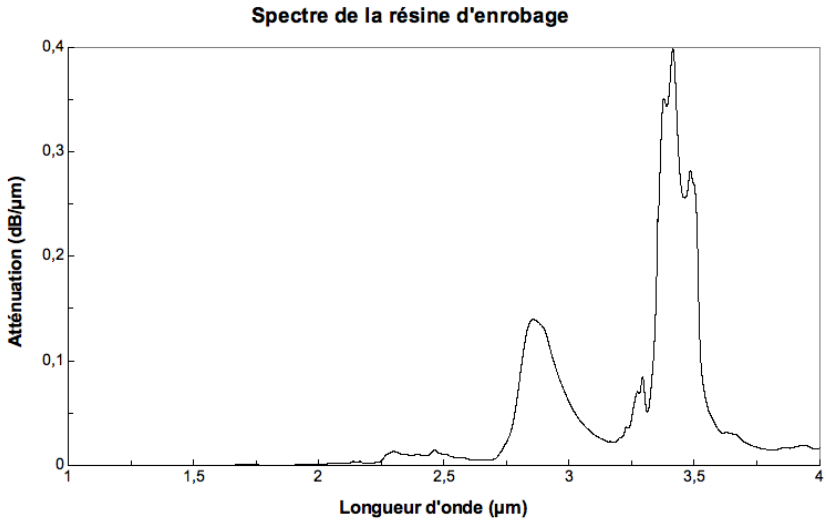


FIGURE 4.5 – **Spectre d'atténuation de la résine des fibres Verre Fluoré**

Malgré le fait que je n'ai pas eu le temps de réaliser des expériences pour explorer les possibilités mises en avant par cette étude, **deux caractéristiques peuvent expliquer l'écart entre les taux d'extinction mesurés à 2,3 et à 3,4 µm** :

1. **La distance entre la longueur d'onde de travail et la longueur d'onde de coupure** (1,95 µm) ;
2. **L'absorption de la gaine mécanique**.

4.1.1.3.6 Conclusion

Les résultats obtenus en termes de taux d'extinction sont inférieurs à l'objectif que nous nous étions fixé ($< \mathcal{N} >_D \leqslant 10^{-5}$) puisque j'ai obtenu des taux d'extinction de $6{,}3 \cdot 10^{-4}$ en bande K, de $3{,}9 \cdot 10^{-4}$ à 2,3 µm et de $3{,}7 \cdot 10^{-5}$ à 3,4 µm. Sans pouvoir les départager, j'ai dégagé plusieurs suspects qui peuvent être responsables des taux d'extinctions mesurés :

- la stabilité et la précision de la ligne retard fine, qui met en cause la stabilité et la précision de la DDM ;
- la stabilité du déséquilibre des flux ;
- la précision des actionneurs de la tête de fibre, qui est insuffisante pour obtenir un réglage suffisamment précis du déséquilibre des intensités (indépendamment de sa stabilité) ;
- la qualité du filtrage de la fibre optique de sortie qui, de par la distance à la longueur d'onde de coupure et l'absorption de sa gaine optique, peut s'avérer insuffisante pour l'objectif de taux d'extinction que nous nous sommes fixés.
- un dernier point que j'ai n'est pas développé car je ne le maîtrise par parfaitement mais qu'il ne faut pas exclure est la nature particulière de la source laser blanc. En effet, cette source à la particularité d'être réalisée à l'aide d'un laser pulsé ce qui pourrait posé des problèmes vis à vis de notre application.

4.1.2 Mesures de stabilité

L'un des objectifs de NULLTIMATE est d'obtenir la meilleure stabilité possible du taux d'extinction. Par conséquent, un objectif de ma thèse était de mettre en place la méthode du *dithering* en DDM sur NULLTIMATE.

4.1.2.1 Principe du *dithering* en DDM

Le *dithering* en DDM est une méthode d'asservissement de la DDM à la différence de marche nulle proposée par Bruno Chazelas, Alain Léger et Pavel Gabor et appliquée sur SYNAPSE (voir Gabor et al., 2008). Cette méthode a pour but d'augmenter la stabilité à long terme du taux d'extinction en corrigeant les dérives de la DDM (dues à des dérives thermiques ou des dérives de pointage). Quantitativement, l'objectif étant de blanchir le bruit sur le taux d'extinction, en supprimant le bruit basse fréquence, afin de maintenir un taux d'extinction $\langle \mathcal{N} \rangle_D = 1 \cdot 10^{-5}$ et un écart type $\sigma_{\langle \mathcal{N} \rangle_\tau} \leqslant 5{,}0 \cdot 10^{-6}$ sur toute la durée d'observation D.

Pour atteindre cet objectif, le principe est de se servir du fait qu'au voisinage de la différence de marche nulle, l'évolution du taux d'extinction en fonction de la différence de marche est parabolique. Pour rappel, au § 2.3.2.1.2, nous avions établi que

$$\mathcal{N}_{\phi_c} = \frac{1}{4}(\Delta\phi_c(t))^2 \text{ avec } \Delta\phi_c(\mathrm{t}) = \frac{2\pi\ \delta_\mathrm{c}(\mathrm{t})}{\lambda_\mathrm{c}}. \tag{4.1}$$

où $\Delta\phi_c(t)$ et $\delta_c(t)$ sont respectivement la différence de phase et la DDM entre les deux bras, moyennées sur les deux polarisations et au centre de la bande spectrale. Comme le montre la figure 4.6, on va donc volontairement déplacer la ligne à retard tout en enregistrant les variations du flux en sortie de l'interféromètre. Ainsi, si tous les autres paramètres (comme le chromatisme, le déséquilibre des intensités et la polarisation) restent constants, cela nous permettra d'échantillonner la fonction $\mathcal{N}_{\phi_c}(\delta_c)$. Ensuite, avec seulement trois points de mesure (le point de départ et deux points réalisés en faisant une excursion positive (ϵ) et une excursion négative ($-\epsilon$) en DDM), on doit pouvoir calculer les paramètres de la parabole $\mathcal{N}_{\phi_c}(\delta_c)$ et ainsi calculer la position de la ligne à retard qui permettra d'obtenir le taux d'extinction le plus faible.

Le dithering se fait donc en 7 étapes :

1. Mesure de la position de la ligne à retard et de l'intensité ;
2. Excursion de $+\epsilon$ en DDM ;
3. Mesure de l'intensité ;
4. Excursion de $-\epsilon$ en DDM ;
5. Mesure de l'intensité ;
6. Calcul de la position du sommet de la parabole ;
7. Déplacement de la LAR à la position calculée.

Lors d'une observation avec asservissement de la DDM par dithering, on va périodiquement réaliser ces 7 étapes. On appelle fréquence du dithering la fréquence à laquelle on reproduit ces 7 étapes.

Les paramètres du *dithering* en DDM sont la valeur de l'excursion en DDM, notée ϵ, et la fréquence à laquelle on va réaliser le *dithering*. L'excursion ϵ résulte d'un compromis. En effet, d'un côté, on veut réaliser l'excursion la plus grande possible afin d'augmenter le flux obtenu en sortie de l'interféromètre, et ainsi avoir une meilleure précision sur les mesures et sur la détermination du sommet de la parabole. D'un autre côté, l'allure parabolique de $\mathcal{N}_\phi(\delta_c)$ n'est valable qu'au voisinage de la différence de marche nulle, puisqu'elle provient d'un développement limité au deuxième ordre. Ainsi, plus on fera une excursion importante et plus l'on s'éloignera des conditions dans lesquelles ce développement limité est licite. On pourrait imaginer réaliser

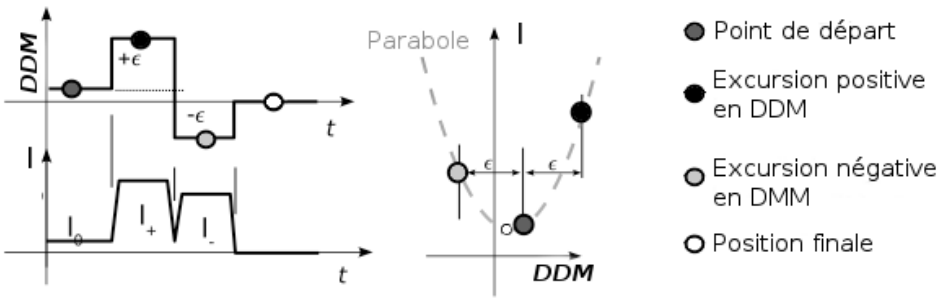


FIGURE 4.6 – **Principe du dithering en DDM** : l'idée est d'écarter volontairement le système de la différence de marche nulle en effectuant un déplacement positif et un déplacement négatif de la ligne à retard de $\frac{\epsilon}{2}$ (en effet le déplacement de la LAR de $\frac{\epsilon}{2}$ entraine une modification de la DDM de ϵ). Cela permet d'échantillonner la fonction $\mathcal{N}_\phi(\delta_c)$ qui donne l'évolution du taux d'extinction en fonction de la DDM. Comme nous savons que cette fonction est localement parabolique, on pourra calculer avec seulement 3 points de mesure la position qui permet de minimiser le taux d'extinction. Crédit : Image modifiée à partir de Gabor et al. (2008).

un ajustement avec l'expression exacte de la fonction $\mathcal{N}_{\phi_c}(\delta_c)$ (en cosinus) cependant, un tel ajustement serait plus long et le résultat serait incertain puisque l'on ne peut pas garantir la convergence de l'algorithme d'ajustement.

Pour ce qui est de la fréquence avec laquelle on va réaliser les opérations de *dithering*, celle-ci résulte, elle aussi, d'un compromis. En effet, comme on se sert du signal en sortie d'interféromètre, pendant que l'on réalise ces opérations d'excursion, on dégrade sensiblement le taux d'extinction et on ne peut donc pas réaliser d'observations scientifiques sur une cible astrophysique en même temps que le *dithering*. Par conséquent, on peut définir un rapport cyclique pour les observations effectuées en présence du *dithering*. Soit P_{dither} la période avec laquelle on réalise le *dithering* et t_{dither} le temps passer à réaliser les excursions, les mesures et les calculs nécessaires au *dithering*, alors le rapport cyclique des observations est donné par $\frac{P_{\text{dither}} - t_{\text{dither}}}{P_{\text{dither}}}$. Plus, la fréquence à laquelle on va faire le *dithering* sera élevée et plus ce rapport cyclique sera faible. D'un autre côté, plus la fréquence avec laquelle on va faire le *dithering* sera élevée et plus le déphasage et la composante $\mathcal{N}_{\phi_c}$ du taux d'extinction seront stables et élevés.

Ceci étant dit, **le *dithering* est une méthode qui, dans son principe, n'est pas faite pour fonctionner à haute fréquence**. En effet, en plus du problème du rapport cyclique des observations, plus la fréquence sera grande et plus le temps dont on va disposer pour réaliser les excursions sera faible. Par conséquent, moins on aura de temps pour réaliser les déplacements de la ligne à retard et mesurer le changement d'intensité produit en sortie de banc. Or les déplacements de la ligne à retard peuvent provoquer des vibrations de celle-ci et il faut, en théorie, attendre que ces vibrations cessent avant de réaliser les mesures. De plus dans le cas précis de NULLTIMATE, l'informatique programmée en LabVIEW [3] ne permet pas de réaliser le *dithering* à une fréquence supérieure à environ 0,1 Hz. Par conséquent, à moins d'avoir caractérisé le spectre du bruit sur la différence de marche, d'être sûr qu'il n'évolue pas et qu'il est suffisamment faible à haute fréquence ($> 0{,}1\,\text{Hz}$)) pour pouvoir respecter le cahier des charges, on ne peut pas se contenter du *dithering* en DDM pour garantir la stabilité de la DDM.

Mais, **cette technique est, à mon avis, complémentaire de l'autre technique communément utilisée pour asservir la différence de marche et qui est basée sur les**

3. Il existe une branche de LabVIEW, appelée LabVIEW temps réel qui permet de synchroniser les actions et de travailler à très haute fréquence. Cependant, l'informatique de NULLTIMATE n'est pas programmée dans ce langage. Pour information, le banc PERSEE utilise une informatique de commande écrite en LabVIEW temps réel ce qui lui permet de travailler à une fréquence de 1 kHz.

systèmes de métrologie laser. Le principe de ces systèmes de métrologie est de faire circuler un faisceau laser dans les deux bras de l'interféromètre et de le faire interférer dans un interféromètre de Michelson séparé. L'avantage de ces systèmes de métrologie est que, comme ils fonctionnent avec une source laser séparée, ils n'ont pas de problèmes liés au manque de flux ou à la chromaticité, contrairement au *dithering*. De plus, comme ce sont des systèmes communément utilisés, ils sont optimisés à l'extrême et permettent d'atteindre des précisions de l'ordre de 0,1 nm sur plus d'un mètre avec une fréquence de mesure très élevée (jusqu'à 10 MHz). Par contre, leur inconvénient est que, comme ils fonctionnent à une longueur d'onde différente du signal scientifique, et avec une source différente, ils ne peuvent pas suivre exactement le même chemin que le signal scientifique de l'interféromètre annulant. À l'inverse, la méthode de *dithering* n'a pas cet inconvénient puisqu'elle travaille directement sur le signal scientifique. Conclusion, la métrologie laser et la technique du *dithering* se complètent et permettraient d'obtenir un asservissement optimal de la DDM.

4.1.2.2 Stabilité de DDM sur NULLTIMATE

Malheureusement, bien que l'idée ait été évoquée durant le début de sa phase de conception, il a été décidé que NULLTIMATE ne disposerait pas d'un système de métrologie laser. Le *dithering* ne pouvant pas fonctionner à une fréquence supérieure à 0,1 Hz, il aurait fallu s'assurer que le bruit sur la différence de marche ne possédait pas une puissance trop importante à des fréquences supérieures. En effet, en plus de permettre l'asservissement de la DDM, la métrologie laser est avant tout un système de mesure qui nous aurait permis de faire cette mesure du spectre du bruit en DDM. Pour pallier cette absence d'information sur le spectre du bruit qui affecte la DDM, j'ai proposé d'effectuer des mesures de vibration des optiques à l'aide d'accéléromètres. Ces mesures auraient permis de nous faire une idée de l'amplitude et surtout du spectre des vibrations que subissent les optiques parallèlement à la direction de propagation. Ainsi nous aurions pu avoir des indices de la présence d'une composante de fréquence supérieure à 0,1 Hz. Une autre expérience possible aurait été d'installer un microphone dans et en dehors du caisson protégeant NULLTIMATE afin de déterminer s'il existe des mouvements d'air important dans et en dehors du caisson [4]. En effet, les mouvements d'air s'accompagnent de variation d'indice le long du chemin suivi par les faisceaux et donc de différence de marche. Malheureusement, je n'ai pas eu le temps d'effectuer ces mesures. J'ai donc implémenté le *dithering* en DDM en partant de l'hypothèse que la stabilité de la DDM à haute fréquence était suffisante.

4.1.2.3 Mesures de dithering

Peu avant la fin de mon travail sur NULLTIMATE, j'ai réussi à implémenter le *dithering* en DDM. La figure 4.7 présente le résultat de ce *dithering* réalisé avec le laser 3,4 µm et sans polariseurs. Les paramètres sont : excursion $\epsilon = 16$ nm, fréquence du dithering = 0,01 Hz. Sur la figure 4.7, en haut, j'ai tracé l'évolution au cours du temps de la position de la ligne à retard fine, tel qu'elle est mesurée, grâce au signal délivré par le boitier de commande. Au milieu, j'ai tracé, pour comparaison, l'évolution au cours du temps de la commande en position que j'envoie à la ligne à retard. La précision annoncée par le constructeur pour cette ligne à retard fine étant de 0,1 nm, il apparait clairement qu'il y a, au moins, un bruit de mesure anormal sur ce capteur de position. Enfin en bas de la figure 4.7, j'ai tracé l'évolution du taux d'extinction au cours du temps. Lors des trois premières minutes de l'acquisition, le *dithering* n'est pas encore actif, et l'on voit clairement le type d'évolution temporelle à laquelle le taux d'extinction est soumis en l'absence de *dithering*. Ensuite, celui-ci s'enclenche et on obtient alors les résultats suivants :

4. Des microphones sont utilisés dans ce but au JPL sur le *planet detection testbed* (Martin and Booth, 2010) et sur le banc développé par Robert Peters (Peters et al., 2008).

— $\langle \mathcal{N} \rangle_D = 2{,}5 \cdot 10^{-4}$ avec $D = 1\,\mathrm{h}$
— $\sigma_{\langle \mathcal{N} \rangle_\tau} = 3{,}7 \cdot 10^{-5}$ avec un temps de pose $\tau = 30\,\mathrm{ms}$ et estimé sur la durée D.

Cette mesure est la première et dernière véritable mesure de *dithering* que j'ai pu faire sur NULLTIMATE. Je n'ai donc pas eu le temps de réaliser d'autres mesures pour explorer les problèmes qu'elle soulève. En effet, le déséquilibre des intensités mesuré avant la mesure est de $\delta I = 0{,}35\,\%$ soit $\mathcal{N}_I = 3{,}1 \cdot 10^{-6}$ et de $\delta I = 0{,}2\,\%$ soit $\mathcal{N}_I = 1 \cdot 10^{-6}$ après. Or le taux d'extinction moyen n'est que de $2{,}5 \cdot 10^{-4}$. Une explication possible est que contrairement à la mesure d'extinction (faite sans *dithering* et qui avait aboutie à un taux d'extinction de $3{,}7 \cdot 10^{-5}$) présentée dans la section précédent, cette mesure a été réalisée sans polariseurs. Je n'ai pas eu le temps d'effectuer de mesure avec polariseurs pour voir si la polarisation pouvait à elle seule expliquer cet écart. Enfin, afin d'observer l'action de blanchissement du bruit apporté par le *dithering*, il aurait fallu réaliser une acquisition d'une longueur comparable et, dans les mêmes conditions de taux d'extinction, mais cette fois sans *dithering*, puis comparer les spectres de puissance.

Par conséquent, cette mesure n'atteint pas l'objectif fixé en termes de taux d'extinction moyen et de stabilité et engendre beaucoup de questions. Qu'est-ce qui explique le niveau médiocre du taux d'extinction moyen ? Qu'est-ce qui est à l'origine des variations basses fréquences (période d'une dizaine de minutes) que l'on observe sur la figure 4.7 ? Qu'est-ce qui est à l'origine des variations plus hautes fréquences (période inférieure à la minute) ? En guise de début d'explication, les mêmes problèmes soulevés lors de l'interprétation des taux d'extinction se posent, bien évidemment, aussi ici (voir § 4.1.1.3). À savoir la fiabilité de la ligne à retard fine, la stabilité du déséquilibre des intensités, mais aussi de l'intensité dans les bras, ainsi que la qualité du filtrage modale apportée par les fibres [5] . Tenter de répondre à ces questions pose le problème du manque de moyens de diagnostic présents sur NULLTIMATE. En effet, NULLTIMATE ne dispose que deux détecteurs monopixel, les détecteurs science et référence. Le détecteur référence nous permet de mesurer l'évolution du flux en sortie de la fibre d'entrée afin de repérer et d'éliminer les variations d'intensité liées à la variabilité des sources et à l'injection dans la fibre, tandis que le détecteur science sert à mesurer l'intensité en sortie de banc. Par conséquent lors de la mesure nous ne disposons d'aucune mesure permettant de connaitre de manière indépendante l'évolution de l'intensité dans chacun des bras, celle du déséquilibre des intensités ou encore l'évolution de la DDM.

Si l'on doit poursuivre les mesures sur NULLTIMATE, en plus des modifications évoquées dans le § 4.1.1.3 (réparations de la ligne à retard, modification du système de réglage de l'équilibre des intensités), il est nécessaire d'ajouter des détecteurs permettant de mesurer le flux dans chacun des bras avant la recombinaison et si possible un système de métrologie permettant d'avoir une mesure de l'évolution la différence de marche indépendant de celle apportée par le *dithering* et réalisée à fréquence plus élevée .

4.2 Conclusions et perspectives

4.2.1 État de l'art

Pour conclure l'interprétation des résultats obtenus sur NULLTIMATE, je vais maintenant replacer ces résultats en contexte vis-à-vis de l'état de l'art actuel. La figure 4.8 présente les résultats en termes de taux d'extinction obtenus en laboratoire. On peut voir que les résultats de NULLTIMATE sont relativement décevants en comparaison des résultats obtenus par ailleurs. Parmi les meilleurs résultats obtenus en monochromatique, on peut notamment cité le taux d'extinction de $8{,}4 \cdot 10^{-9}$ obtenus par Martin and Booth (2010) sur le *Planet détection testbed*

5. La mauvaise qualité du filtrage modal peut engendrer des variations temporelles si elle est liée à l'injection de lumière dans la gaine. En effet, si le décalage latéral ou la direction des faisceaux varient avec le temps cela peut injecter plus ou moins de lumière dans la gaine de la fibre de sortie.

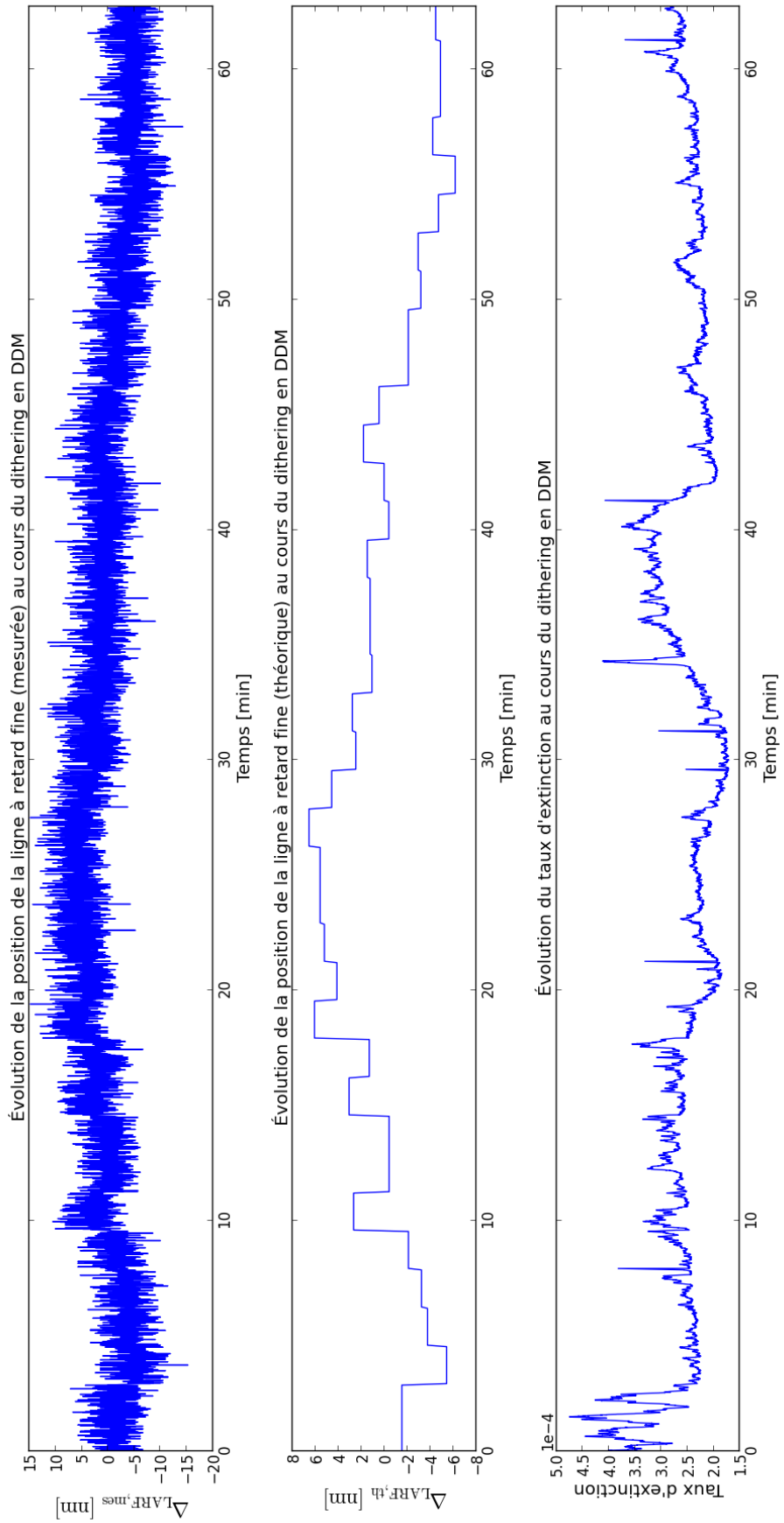


FIGURE 4.7 – **Premiers résultats de *dithering* en DDM sur NULLTIMATE** : Les paramètres du *dithering* sont : excursion $\epsilon = 16\,\mathrm{nm}$, fréquence du dithering = 0,01 Hz. Les résultats obtenus sont : taux d'extinction moyen $= 2{,}5 \cdot 10^{-4}$, écart-type sur ce taux d'extinction $=3{,}7 \cdot 10^{-5}$ sur 1 h.

au JPL, notamment grâce aux techniques de modulation par rotation et de modulation de phase. Parmi les meilleurs résultats obtenus en polychromatique, on peut notamment citer les résultats obtenus par Peters et al. (2008) (point Peters 2008), toujours au JPL, grâce à un déphaseur achromatique réalisée à l'aide d'un miroir déformable. Mais aussi les résultats obtenus par l'équipe PERSEE (Lozi, 2012) à Meudon, grâce à un asservissement haute fréquence de la différence de marche et de l'équilibre des intensités.

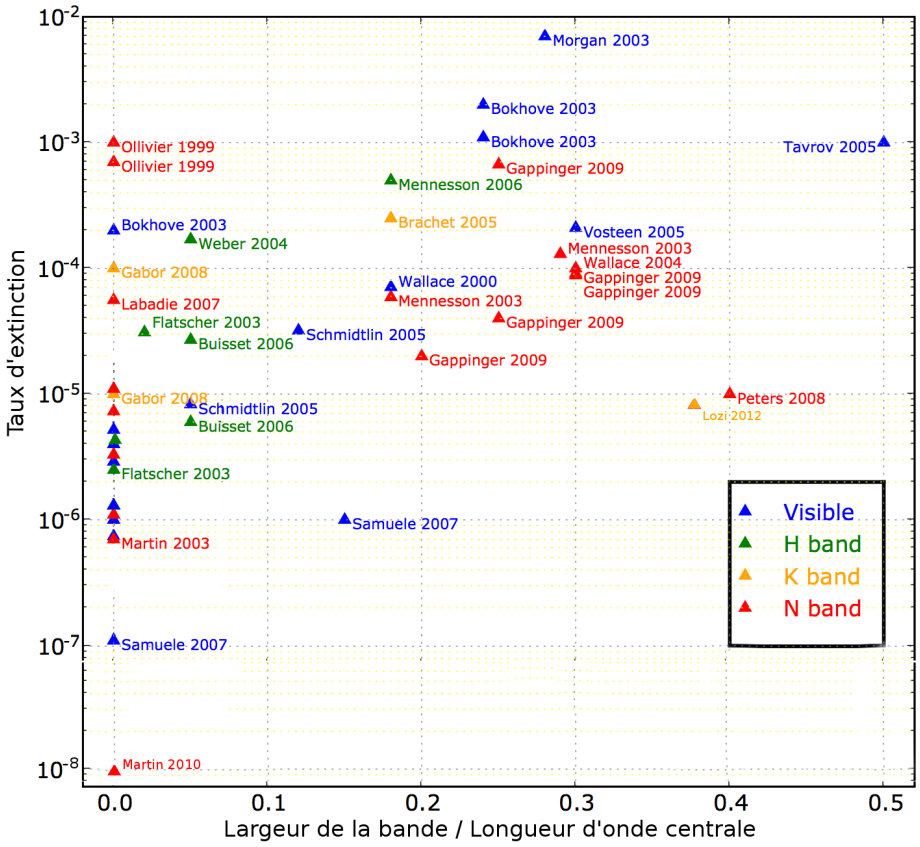


FIGURE 4.8 – **État de l'art des résultats de laboratoire en termes de taux d'extinction**

En ce qui concerne la stabilité du taux d'extinction, il existe actuellement peu de résultats publiés sur ce point, mais l'on peut à nouveau mentionner les travaux de l'équipe PERSEE (Lozi, 2012) qui ont obtenu un écart-type $\sigma_{\langle\mathcal{N}\rangle_\tau} = 1{,}5 \cdot 10^{-6}$ avec un temps de pose $\tau = 2{,}58\,\text{ms}$ estimé sur une durée $D = 100\,\text{s}$ et un taux d'extinction moyen de $<\mathcal{N}>_D = 8{,}8 \cdot 10^{-6}$ dans une bande de longueurs d'onde allant de 1,7 à 2,4 µm.

4.2.2 Bilan

Au cours de mon travail sur NULLTIMATE, j'ai réalisé une étude complète de ce banc optique. Je suis parti de la définition des objectifs astrophysiques pour aboutir à un cahier des charges. J'ai ensuite réalisé une modélisation et une description détaillée de l'état actuel du banc afin d'identifier ses forces et ses faiblesses. Cela m'a permis de proposer plusieurs améliorations et d'en réaliser une partie. J'ai aussi refait entièrement l'informatique de commande et développé de nouvelles procédures de réglage qui ont permis à NULLTIMATE d'atteindre les niveaux de transmission théorique attendus et de faire apparaitre clairement certaines faiblesses au niveau de la ligne à retard fine et du réglage du déséquilibre des intensités. Enfin, j'ai mis en place le

dithering en DDM et réalisé les premières mesures de taux d'extinction et de stabilité de ce taux d'extinction sur NULLTIMATE.

4.2.3 Perspectives

Le banc NULLTIMATE est aujourd'hui remis à plat et ce manuscrit constitue une description précise et fidèle de son état et de ces performances actuelles. Maintenant, la question des perspectives qui s'offrent à NULLTIMATE est une question délicate vis-à-vis de l'état de l'art actuel.

Comme nous l'avions évoqué au début de ce manuscrit (§ 2.1.3), initialement ce banc était destiné, en partie, à l'étude des performances des déphaseurs achromatiques *focus crossing* et périscopes décrits dans le § 3.2.2. À cause d'un manque de temps, de main-d'oeuvre et des faibles performances de NULLTIMATE vis-à-vis du taux d'extinction monochromatique, ces déphaseurs achromatiques n'ont pas pu être testés. Cependant, les résultats obtenus par (Lozi, 2012) avec un déphaseur achromatique à périscopes semblent indiquer que ce concept de déphaseur achromatique est suffisant pour atteindre des taux d'extinction polychromatique de l'ordre de $1 \cdot 10^{-5}$. De plus, le concept de déphaseur achromatique, basé sur un miroir déformable développé par Peters et al. (2008), semble particulièrement prometteur pour obtenir un taux d'extinction inférieur à $1 \cdot 10^{-5}$ dans une grande bande spectrale. Par conséquent, le test des performances de nos déphaseurs achromatiques (*focus crossing* et périscopes) ne semble pas pouvoir justifier la poursuite du développement de NULLTIMATE.

Pour ce qui est des objectifs de NULLTIMATE vis-à-vis de la stabilité du taux d'extinction et, derrière cela, de la validation du concept de *dithering*, je pense que cette technique peut avoir un intérêt en complément d'un asservissement haute fréquence basé sur un système de métrologie comme ceux utilisés sur les bancs PERSEE (Lozi, 2012) et *Planet détection testbed* (Martin and Booth, 2010), afin d'étendre leurs performances à des observations réalisées sur des durées très longues (quelques jours) qui sont nécessaires à l'étude de planète de type super-terre froide. Dans ce cadre, il serait intéressant d'associer au *dithering* en DDM, un *dithering* en équilibre des intensités. J'ai d'ailleurs réalisé, à l'aide de ma modélisation en optique gaussienne, le dimensionnement de l'actionneur d'un miroir tip-tilt dont l'objectif serait à la fois de permettre un réglage plus précis du déséquilibre des intensités, mais aussi de permettre la mise en place d'un *dithering* en intensité. L'idée serait de réaliser le réglage du déséquilibre des intensités non plus en déplaçant la tête de fibre dans le plan focal de la parabole, mais en déplaçant le point de focalisation de l'un deux faisceaux (en l'occurrence de faisceau nord) par rapport à la tête de fibre en modifiant légèrement l'orientation d'un des miroirs (le miroir M21, voir figure 3.8) (la tête de fibre restant fixe) [6]. Cependant, cela ne devra, à mon avis, se faire que si des moyens humains plus importants que ceux dont j'ai pu disposer durant ma thèse sont affectés à la réalisation de cet objectif. En effet, bien qu'extrêmement formatrice, puisque j'ai du aborder durant ma thèse toutes les facettes de l'exploitation et du développement d'un banc optique (optique, mécanique, électronique et informatique), mon expérience sur NULLTIMATE m'a fait prendre conscience de la quantité et de la diversité des compétences que nécessite l'exploitation d'un tel banc optique.

Enfin, plus largement, mon travail m'a amené à me poser la question de la qualité du filtrage modal réalisé par une fibre optique monomode. C'est un point essentiel en interférométrie annulante qui n'a été que trop peu étudié et qui mériterait, à mon avis, qu'une étude expérimentale lui soit dédiée.

6. L'avantage principal de déplacer la position de l'un des faisceaux dans le plan focal de la parabole, au lieu de déplacer la tête de fibre, est que cela permet de ne modifier le couplage que d'un seul des deux faisceaux ce qui simplifie grandement les choses.

Changement de sujet en cours de thèse

J'ai initialement choisi de travailler sur l'interférométrie annulante et sur NULLTIMATE, car cela me permettait d'associer mes connaissances et mon goût pour l'instrumentation à mon intérêt pour le domaine de l'exoplanétologie. Cependant, dans le même temps, tant au niveau de l'I.A.S., qu'au niveau des agences spatiales européenne (ESA) et américaine (NASA), l'intérêt pour la recherche instrumentale en interférométrie annulante, qui a débuté il y'a maintenant plus de 15 ans, commençait à diminuer.

La conséquence à long terme, de cet état de fait, était la diminution des perspectives qui s'offraient à moi, en vue d'une poursuite dans le domaine de la recherche après la thèse. Mais il y a aussi eu des conséquences à court terme, beaucoup plus directes, sur mon travail de thèse. En effet, j'ai du faire face, dès les premiers mois qui ont suivi le début de mon travail de thèse, à une réduction rapide et drastique de la main d'oeuvre et des compétences attribuées à NULLTIMATE, pour finir en quasi-autonomie.

Par conséquent, malgré les efforts et le temps que j'ai pu y consacrer, il est vite apparu qu'une poursuite de mon travail sur NULLTIMATE n'était pas souhaitable. J'ai donc choisi, en concertation avec les membres de l'équipe exoplanète et la direction de l'I.A.S., de démarrer, un an et demi après le début de mon travail de thèse, une nouvelle partie sur un autre sujet.

L'équipe exoplanète de l'I.A.S. étant fortement impliquée dans le traitement et l'exploitation des données du satellite COROT, il m'a été proposé de travailler à l'exploitation des données recueilles par ce satellite. Avec la perspective offerte par le satellite américain Kepler et le projet européen Plato, ce sujet m'a paru intéressant à la fois scientifiquement et en vue d'une poursuite dans la recherche. C'est pourquoi, la suite de ce manuscrit sera dédiée à mon travail sur l'exploitation des données COROT et plus spécifiquement sur le classement des candidats exoplanétaires détectés par ce satellite.

Deuxième partie

Conception et développement du système automatisé de classement des transits détectés par CoRoT : BART

Comme nous l'avons vu dans l'introduction, en complément des méthodes d'observation directe d'exoplanètes comme l'interférométrie annulante (vue dans la partie I), il existe des méthodes d'observation dite indirectes. Ces méthodes cherchent à détecter les exoplanètes grâce à l'effet qu'elles produisent sur leur environnement (le plus souvent, leur étoile-hôte). Elles sont généralement plus simples technologiquement, moins coûteuses, et nécessitent un temps d'observation moins important que les méthodes directes, car elles tirent leur information de l'étoile qui est une source beaucoup plus brillante que la planète. Cela leur permet notamment de détecter des planètes en grand nombre. Parmi les méthodes indirectes, je me suis particulièrement intéressé, durant ma thèse, à la méthode de photométrie des transits.

Depuis une dizaine d'années, la photométrie des transits a pris une part de plus en plus importante en exoplanétologie. En 2002, seulement 4,2 % [7] des planètes découvertes l'avaient été par photométrie des transits. En 2012, ce pourcentage est passé à 34 %[7]. Cette augmentation s'explique en grande partie par l'arrivée de deux télescopes spatiaux dédiés CoRoT [8] et Kepler [9] lancés respectivement en 2006 et 2009 et qui ont permis un gain d'un, voire deux ordres de grandeur sur la précision photométrique par rapport aux observations au sol. Mais ce n'est pas la seule explication. En effet, de nombreux progrès en termes de traitement, d'exploitation des données et une compréhension plus profonde des avantages et des limitations de cette technique ont permis de la placer au coeur de la totalité des projets spatiaux encore en considération dans le domaine de l'explanétologie à l'E.S.A. et à la N.A.S.A. (les projets PLATO et ECHO pour l'E.S.A. et TESS et FINESSE [10] a été sélectionnée par la N.A.S.A.). Dans cette partie du manuscrit, je vais présenter mon travail consacré au traitement et à l'exploitation des données de photométrie des transits et notamment celles recueillies par le satellite CoRoT.

Dans le chapitre 5, je commencerai par une description générale du contexte et des objectifs de mon travail. Ensuite dans les chapitres suivants, je présenterai, en détail, les différentes facettes de mon travail sur les données recueillies par CoRoT.

7. Source : exoplanet.eu
8. CoRoT est un instrument avec deux voies d'observations distinctes et optimisées pour 2 objectifs scientifiques différents : La photométrie des transits et l'astérosismologie.
9. Contrairement à CoRoT, Kepler est entièrement optimisé pour la photométrie des transits.
10. À la finale, seul la mission TESS

Chapitre 5

Objectifs et contexte de la photométrie des transits

L'objectif de ce chapitre est tout d'abord d'avoir une vision globale de la méthode de détection des exoplanètes par photométrie des transits (§ 5.1 et § 5.2), connaître ses caractéristiques, ses avantages, ses inconvénients et ses objectifs. Cela me permettra ensuite de présenter correctement les objectifs de mon travail de thèse (§ 5.3). Enfin, comme j'ai travaillé principalement sur les données recueillies par le satellite CoRoT, il m'a semblé important de décrire rapidement ce satellite et ses spécificités (§ 5.4).

Sommaire

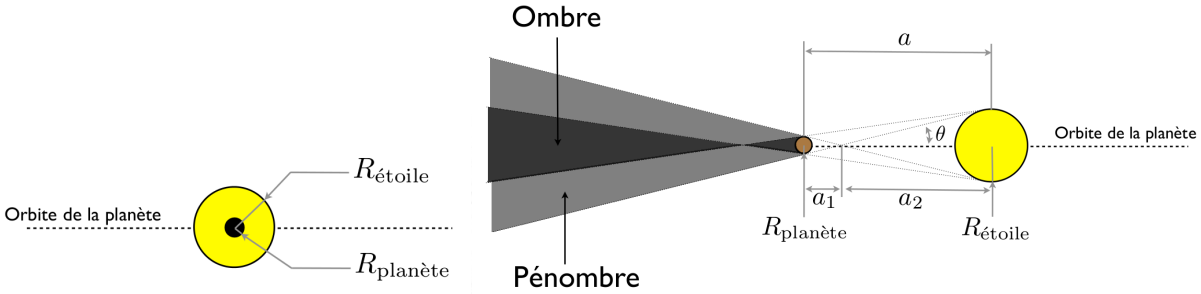
5.1 Principe de la méthode de photométrie des transits 127
5.1.1 Qu'est ce qu'un transit ? 127
5.1.2 Caractéristiques inhérentes à la méthode des transits 128
5.1.2.1 Probabilité géométrique de transit 128
5.1.2.2 Période d'observation et rapport cyclique 129
5.1.2.3 Détectabilité des transits 131
5.1.2.3.1 Résolution photométrique 131
5.1.2.3.2 Les différentes sources de bruit photométrique 133
5.1.2.3.3 Résolution temporelle 133
5.1.2.4 Résolution angulaire 134
5.1.2.4.1 Lien entre résolution angulaire et champ du télescope 134
5.1.2.4.2 Lien entre résolution angulaire et contamination . . . 134
5.1.2.4.3 Contamination et faux positifs 136
5.1.2.4.4 Compromis entre champ et contamination 138
5.1.3 Avantages et inconvénients de la méthode des transits 138
5.2 Objectifs scientifiques de la méthode de photométrie des transits . 139
5.2.1 Statistiques sur la population des exoplanètes 139
5.2.1.1 Distribution en rayon, en demi-grand axe, etc. 140
5.2.1.2 Comparaison avec les modèles de formation et de migration planétaire 141
5.2.2 La découverte, la première caractérisation et la modélisation de nouveaux types d'exoplanète 142
5.2.2.1 Les « planètes à océan de lave » (*lava-ocean planets*) 142
5.2.2.2 L'anomalie sur le rayon des jupiters chauds 144
5.3 Objectifs de mon travail 145
5.3.1 Objectif de mon travail sur les données CoRoT 145
5.3.2 Pourquoi cet objectif ? 145

5.3.3 Résumé des objectifs de mon travail 146
5.4 Le satellite et les données de CoRoT 147
5.4.1 CoRoT du côté mécanique 147
5.4.1.1 Présentation du satellite CoRoT. 147
5.4.1.2 L'orbite de CoRoT, les champs d'observation et les *runs* . . . 147
5.4.2 CoRoT du côté optique 150
5.4.2.1 Chemin optique 150
5.4.2.2 Le bloc focal 150
5.4.2.3 La FEP de CoRoT 152
5.4.3 Les données fournies par CoRoT 153
5.4.3.1 L'échantillonnage temporel 153
5.4.3.2 Les masques photométriques et les couleurs 153

5.1 Principe de la méthode de photométrie des transits

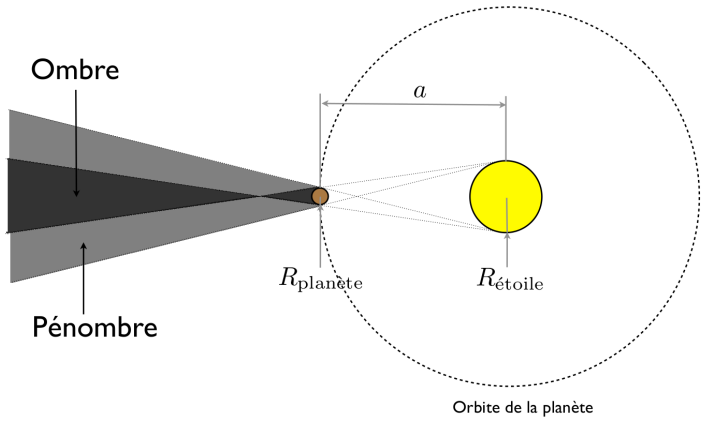
5.1.1 Qu'est ce qu'un transit ?

La méthode de détection d'exoplanètes par photométrie des transits est une méthode de détection indirecte qui repose sur un principe simple de l'optique géométrique : Tout objet opaque éclairé par une source de lumière localisée produit une ombre derrière lui. Dans la problématique de la détection d'exoplanètes, l'objet opaque est bien sûr l'exoplanète, et la source de lumière, son étoile-hôte (voir figure 5.1). Ce que l'on va chercher à détecter c'est l'ombre produite par la planète lorsque celle-ci passe entre l'observateur et son étoile. La diminution du flux reçu par un



(a) Transit d'une exoplanète (vue de « face »)

(b) Transit d'une exoplanète (vue de « gauche »)



(c) Transit d'une exoplanète (vue de « dessus »)

FIGURE 5.1 – Schéma de principe du transit d'une exoplanète devant son étoile-hôte.

observateur situé dans le cône d'ombre ou de pénombre de la planète, lors de cette éclipse, est appelé transit [1].

Pour pouvoir détecter le transit d'une exoplanète, il faut donc relever avec précision la courbe de lumière de l'étoile-hôte, c'est-à-dire l'évolution temporelle du flux de l'étoile, et respecter quatre conditions :

1. Il faut, bien sûr, que l'étoile abrite une planète ;
2. Condition géométrique : Il faut se trouver dans une région de l'espace qui est balayée par le cône d'ombre (ou, au moins, par le cône de pénombre) de l'exoplanète au cours de son orbite ;

1. Plus précisément, lorsque l'observateur se trouve dans la pénombre de la planète, on parle de transit rasant.

3. Condition temporelle : Il faut observer l'étoile durant suffisamment longtemps pour assister à au moins un transit de l'exoplanète devant son étoile-hôte [2] ;
4. Condition instrumentale : Il faut avoir la précision photométrique, temporelle et angulaire suffisante pour détecter les transits.

Dans les sections qui vont suivre, je vais détailler les conséquences de ces conditions.

5.1.2 Caractéristiques inhérentes à la méthode des transits

5.1.2.1 Probabilité géométrique de transit

Le point 2, évoqué ci-dessus, implique que, même si notre instrument est parfait, on ne pourra pas observer toutes les exoplanètes grâce à cette méthode de photométrie des transits. En effet, pour pouvoir observer le transit d'une exoplanète donnée devant une étoile donnée, il faut avoir la chance de se trouver dans la zone balayée par le cône d'ombre et de pénombre de la planète. Pour calculer la probabilité de cet événement, noté Tr, je me suis appuyé sur la figure 5.1 (b). Grâce à cette figure, on s'aperçoit qu'il suffit de faire le rapport entre l'angle solide, noté Ω, sous-tendu par la région balayée par le cône d'ombre et 4π stéradian, l'angle solide sous-tendu par la sphère céleste [3] pour obtenir le probabilité de l'événement Tr. Soit θ le demi-angle au

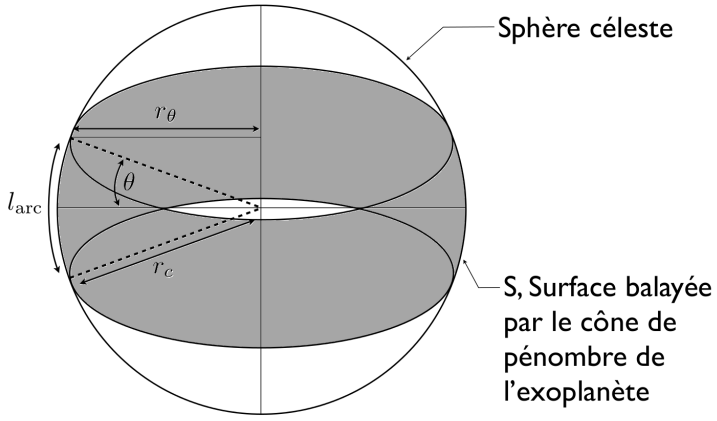


FIGURE 5.2 – Schéma de principe du calcul de la probabilité géométrique de transit.

sommet du cône d'ombre (voir figure 5.1(b)), $R_{\text{planète}} = R_{\text{p}}$ le rayon de la planète, $R_{\text{étoile}} = R_\star$ le rayon de l'étoile et a le demi-grand-axe de l'orbite de la planète, S la surface de la sphère céleste balayée par le cône d'ombre de la planète et r_c le rayon de la sphère céleste, sous-réserve que [4] $a \gg R_\star$, la géométrie du problème donne

$$\theta = \arctan\left(\frac{R_{\text{p}} + R_\star}{a}\right) \text{et} \Omega \qquad = \frac{S}{r_c^2}$$

2. Nous verrons par la suite (§ 5.1.2.2) que, en pratique, on ne se contente pas d'observer un seul transit.
3. Ce résultat nécessite aussi l'hypothèse qu'aucune orientation de l'orbite de la planète n'est privilégiée.
4. En effet, l'équation n'est valable que lorsque l'angle que fait l'étoile vue de la planète est faible (d'où la nécessité d'avoir $a \gg R_\star$), sinon les deux rayons lumineux qui délimitent le cône d'ombre à la figure 5.1(b) ne passent plus par les pôles « nord » et « sud » de l'étoile.

Ensuite, sous réserve que la distance étoile-planète soit constante au cours de l'orbite et donc que l'orbite soit circulaire,

$$S = \iint r_c^2 \cos\alpha \,\mathrm{d}\alpha \,\mathrm{d}\phi = r_c^2 \, 2\pi \left[\sin\alpha\right]_{-\theta}^{\theta} = 4\pi \, r_c^2 \sin\theta$$

$$\text{et donc} \quad \Omega = 4\pi \frac{\frac{R_\mathrm{p}+R_\star}{a}}{\sqrt{1+\left(\frac{R_\mathrm{p}+R_\star}{a}\right)^2}}.$$

La probabilité de transit s'obtient alors grâce à la relation

$$\Pr(\mathrm{Tr}|R_\star, a, R_\mathrm{p}) = \frac{\Omega}{4\pi} = \frac{\frac{R_\mathrm{p}+R_\star}{a}}{\sqrt{1+\left(\frac{R_\mathrm{p}+R_\star}{a}\right)^2}} \tag{5.1}$$

Enfin, si $R_\star \gg R_\mathrm{p}$ et $a \gg R_\star$, ces relations se simplifient en

$$\Omega \simeq 4\pi \frac{R_\star}{a}$$

$$\Pr(\mathrm{Tr}|R_\star, a, a \gg R_\star \gg R_\mathrm{p}) \simeq \frac{R_\star}{a}. \tag{5.2}$$

Remarque : Comme on a pu le voir ce calcul de la probabilité de transit ainsi réalisé nécessite un certain nombre d'hypothèses et notamment « $a \gg R_\star$ ». Cette hypothèse est un peu gênante dans le sens où l'on s'aperçoit, à l'issue du calcul, que ces cas sont les plus probables. Comme ce calcul est le plus répandu, j'ai décidé de l'intégrer à mon manuscrit, mais un calcul, à mon sens plus pertinent, sera fait au § 7.2.3.1.1.

À partir de cette équation 5.1, on peut calculer la probabilité de pouvoir observer le transit de différents types de planètes autour de différents types d'étoiles (voir tableau 5.1). On s'aperçoit ainsi que la probabilité de pouvoir observer des planètes chaudes et donc proches de leur étoile ($a \lesssim 0{,}1$ ua), est relativement importante ($\gtrsim 1$ %), tandis que la probabilité d'observer des planètes froides, et donc éloignées de leur étoile ($a \gtrsim 1$ ua), est, elle, relativement faible ($\lesssim 0{,}1$ %).

5.1.2.2 Période d'observation et rapport cyclique

Puisque le mouvement d'une planète sur son orbite est périodique, les transits doivent, eux aussi, apparaître périodiquement. Généralement, pour s'assurer que l'on a bien détecté un transit d'exoplanète, on cherche à détecter au moins 3 transits[5]. Par conséquent, en plus d'avoir une faible probabilité d'être observables, les transits de planètes lointaines ($a \gtrsim 1$ ua), qui ont, d'après la troisième loi de Kepler, une période longue ($\gtrsim 100$ j voir tableau B.6 en annexe B), nécessitent donc des durées d'observations très longues ($\gtrsim 200$ j). Par exemple, si l'on voulait observer le transit d'un équivalent du système Soleil-Terre, il faudrait au minimum 2 ans d'observation de la même étoile.

Ensuite, une fois que l'on connait la durée d'observation nécessaire à la détection d'une planète, on peut se poser la question du rapport cyclique de l'observation. Par exemple, si l'on observe la même étoile pendant plus de deux ans, est ce l'intégralité des données acquises durant cette période, ou bien seulement une petite fraction d'entre elles, qui vont être utile pour

5. Sauf dans les cas où le rapport signal à bruit est suffisant pour établir sans ambiguïté à partir d'un seul évènement que la diminution du flux observé est bien due à un transit (c'est par exemple le cas de CoRoT-9b, Deeg et al. (2010)), il nous faut généralement deux événements pour nous assurer que le transit détecté n'est pas un évènement isolé et il nous en faut au moins trois pour vérifier que les évènements sont bien périodiques et donc qu'il s'agit bien de transits. Ensuite pour caractériser la planète plus il y a de transit mieux c'est.

TABLE 5.1 – Probabilité de transit pour différents types d'étoile et différents types de planète

Type spectral de l'étoile	Classe d'exoplanète Jupiter proche[a]	Neptune[a]
O	$1{,}9 \cdot 10^{-1}$ %	$2{,}9 \cdot 10^{-4}$ %
B	1,5 %	$2{,}3 \cdot 10^{-3}$ %
A	5,3 %	$7{,}9 \cdot 10^{-3}$ %
F	2,0 %	$1{,}2 \cdot 10^{-2}$ %
G	3,0 %	$1{,}7 \cdot 10^{-2}$ %
K	4,9 %	$2{,}8 \cdot 10^{-2}$ %
M	11 %	$5{,}8 \cdot 10^{-2}$ %

a. Le rayon des différentes classes d'exoplanète et le demi-grand axe de leur orbite autour des différents types d'étoile sont donnés dans les tableaux B.2 et B.3 situées dans l'annexe B.
b. Les calculs de probabilité ont été effectués grâce à l'équation 5.1.
c. Une version plus détaillée de ce tableau est disponible en annexe, tableau B.5

caractériser correctement le transit et pouvoir en déduire des caractéristiques correctes pour la planète. En pratique, afin de pouvoir correctement caractériser un transit, il est nécessaire d'observer durant le transit, mais aussi un peu avant et un peu après celui-ci afin de pouvoir estimer le flux non occulté de l'étoile et ses variations pendant le transit. Pour se donner un ordre de grandeur, on peut considérer que, sur une période orbitale de la planète, seul le signal récolté durant la durée du transit et une demi-durée de transit avant et après celui ci, est indispensable pour caractériser correctement le transit. Ainsi on peut définir un rapport cyclique $\rho_c = \frac{2D}{P}$ où D est la durée du transit et P la période orbitale de la planète. ρ_c correspond donc au pourcentage du temps passé à observer la cible qui va finalement être utile[6] pour la caractérisation de la planète.

L'expression de ρ_c en fonction des caractéristiques du système {étoile+planète} est donnée par

$$\rho_c = \frac{2}{\pi} \arcsin\left(\frac{R_\mathrm{p} + R_\star}{a}\right). \tag{5.3}$$

À partir de cette dernière équation, on peut calculer le rapport cyclique de l'observation d'une étoile autour de laquelle orbite une planète en fonction du type d'étoile et du type de planète (voir tableau 5.2).

Ainsi, on s'aperçoit que le rapport cyclique des observations de transit est généralement faible ($\lesssim 10\%$) voir très faible ($\lesssim 0,01\%$) pour les planètes lointaines. Ce rapport cyclique

6. Il est ici important de nuancer un petit peu le propos car il s'agit d'un calcul au premier ordre. En effet, le signal en dehors des transits peut être utilisé pour obtenir certaines informations importantes sur le système {étoile + planète}. Par exemple, dans certains cas (même si ces cas sont relativement rares), on peut voir, dans les variations du flux reçu en dehors des transits, un variation due au signal émis par la planète (c'est par exemple le cas pour CoRoT-3b, Mazeh and Faigler (2010)). On peut aussi déduire des variations hors transit la période de rotation de l'étoile qui est importante pour caractériser l'étoile. Enfin, les variations du flux hors transit peuvent être utilisée en astérosismologie pour contraindre le rayons et la masse de l'étoile, ce qui est utile pour la caractérisation de la planète et de son orbite. Tout ceci peut contribuer à augmenter le rapport cyclique final de l'observation. Cependant, au premier ordre et notamment pour CoRoT où les étoiles observées pour la recherche des exoplanètes sont généralement trop faibles pour pouvoir faire de l'astérosismologie, l'estimation que je fais du rapport cyclique des observations est pertinente.

TABLE 5.2 – Rapport cyclique des observations de transit pour différents types d'étoile et différents types de planète

Type spectral de l'étoile	Classe d'exoplanète Jupiter proche[a]	Neptune[a]
O	$1{,}2 \cdot 10^{-1}$ %	$1{,}9 \cdot 10^{-4}$ %
B	$9{,}4 \cdot 10^{-1}$ %	$1{,}4 \cdot 10^{-3}$ %
A	3,4 %	$5{,}0 \cdot 10^{-3}$ %
F	1,3 %	$7{,}6 \cdot 10^{-3}$ %
G	1,9 %	$1{,}1 \cdot 10^{-2}$ %
K	3,1 %	$1{,}7 \cdot 10^{-2}$ %
M	7,2 %	$3{,}7 \cdot 10^{-2}$ %

a. Le rayon des différentes classes d'exoplanète et le demi-grand axe de leur orbite autour des différents types d'étoile sont donnés dans le tableau 2.2 et le tableau B.2 respectivement.
c. Les calculs ont été effectués grâce à l'équation 5.3.
d. Une version plus complète de ce tableau est disponible en annexe, tableau B.7

prend du sens lorsqu'on le compare à celui d'autres méthodes de détection et de caractérisation, comme la méthode des vitesses radiales ou les méthodes d'observations directes, pour lesquelles le signal acquis durant toute la durée de l'observation est directement utile pour raffiner et améliorer l'information déduite sur la planète. Un rapport cyclique plus important permet de maximiser le retour scientifique pendant une durée d'observation donnée et éventuellement de dégager du temps sur l'instrument pour réaliser un autre programme scientifique. Cependant, la méthode des transits permet, comme nous le verrons par la suite, d'apporter une information complémentaire à celle apportée par les autres méthodes. De plus, comme nous le verrons dans le § 5.4, le satellite CoRoT a réussi à partiellement contourner ce problème du rapport cyclique en divisant en deux son plan focal afin de réaliser en même temps de la recherche d'exoplanètes et de l'astérosismologie, ce qui a contribué à son succès.

5.1.2.3 Détectabilité des transits

5.1.2.3.1 Résolution photométrique Pour pouvoir détecter une planète en transit, il faut avoir un détecteur qui soit capable de détecter la baisse de flux périodique qu'elle provoque dans la courbe de lumière de l'étoile. La précision (ou résolution) photométrique d'un détecteur (notée $\frac{\delta_F}{F}$) est la variation de flux minimal détectable (avec un R.S.B. de 1) pendant un temps de pose donné. De quel type de précision photométrique avons-nous besoin pour détecter des exoplanètes ?

Pour répondre à cette question, nous allons calculer l'expression de la profondeur relative d'un transit [7], notée $\frac{\Delta F}{F}$, en fonction des caractéristiques du système {étoile + planète}. La figure 5.3 donne une représentation simplifiée du passage d'une exoplanète devant son étoile-hôte et de la courbe de lumière produite.

7. On appelle profondeur absolue du transit, notée ΔF, la différence entre le flux reçu en dehors du transit et le flux reçu pendant le transit. La profondeur relative du transit, est simplement le rapport de la profondeur absolue sur le flux hors transit.

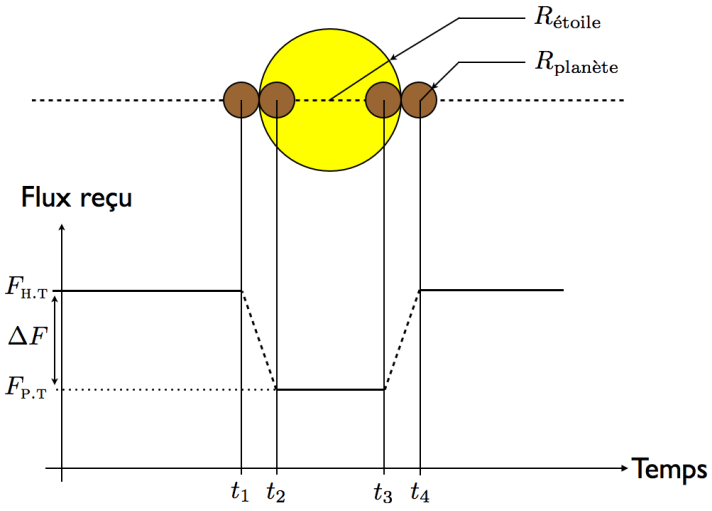


FIGURE 5.3 – **Représentation schématique de la courbe de lumière d'une étoile durant un transit planétaire**. On appelle instant du 1er, 2e, 3e et 4e contact les instants t_1, t_2, t_3 et t_4 représentés ci-dessus pour lesquels les disques planétaires et stellaires sont tangents vus de l'observateur. De plus, on appelle transit externe, l'ensemble du transit se déroulant entre le 1er et le 4e contact, par opposition au transit interne,qui correspond à la phase du transit ayant lieu entre les 2e et 3e contacts. Les phases comprises entre le 1er et le 2e et entre le 3e et le 4e contact sont appelées respectivement phase d'immersion et d'émersion.

Un calcul simple aboutit à

$$\frac{\Delta F}{F} = \frac{R_{\text{p}}^2}{R_\star^2}. \tag{5.4}$$

Conclusion, la profondeur du transit est directement proportionnelle au rapport des surfaces de la planète et de l'étoile. Le tableau 5.3 donne la profondeur du transit pour différents types de planète et différents types d'étoile.

TABLE 5.3 – Profondeur relative du transit pour différents types d'étoile et différents types de planète

Type spectral de l'étoile	Classe d'exoplanète Jupiter (lointain)[a]	Neptune[a]	Super-terre (lointaine)[a]
O	$7{,}3 \cdot 10^{-3}$ %	$9{,}3 \cdot 10^{-4}$ %	$2{,}3 \cdot 10^{-4}$ %
B	$6{,}9 \cdot 10^{-2}$ %	$8{,}8 \cdot 10^{-3}$ %	$2{,}2 \cdot 10^{-3}$ %
A	$3{,}6 \cdot 10^{-1}$ %	$4{,}6 \cdot 10^{-2}$ %	$1{,}2 \cdot 10^{-2}$ %
F	$6{,}2 \cdot 10^{-1}$ %	$8{,}0 \cdot 10^{-2}$ %	$2{,}0 \cdot 10^{-2}$ %
G	1,2 %	$1{,}6 \cdot 10^{-1}$ %	$4{,}0 \cdot 10^{-2}$ %
K	2,3 %	$2{,}6 \cdot 10^{-1}$ %	$6{,}5 \cdot 10^{-2}$ %
M	14 %	1,8 %	$4{,}6 \cdot 10^{-1}$ %

a. Le rayon des différentes classes d'exoplanète et le demi-grand axe de leur orbite autour des différents types d'étoile sont donnés dans le tableau 2.2 et le tableau B.2 respectivement.

La profondeur du transit permet de se faire une première idée de la précision photométrique

requise pour pouvoir détecter un transit, mais cela ne suffit pas. En effet, le besoin en précision photométrique dépend aussi de beaucoup d'autres paramètres comme de la durée du transit, le nombre de transits observés et la magnitude apparente de l'étoile.

On peut résumer les différents facteurs qui influent sur le besoin en termes de précision photométrique par la relation suivante

$$\frac{\delta F}{F} \propto \frac{\Delta F}{F} \cdot \sqrt{D} \cdot \sqrt{\lfloor \frac{T_{\rm obs}}{P} \rfloor} \cdot \sqrt{F_\star} \tag{5.5}$$

où $\lfloor \frac{T_{\rm obs}}{P} \rfloor$ désigne la partie entière de $\frac{T_{\rm obs}}{P}$ et $T_{\rm obs}$ la durée totale d'observation, D est la durée du transit et $F_\star$ est le flux de l'étoile.

5.1.2.3.2 Les différentes sources de bruit photométrique

La relation 5.5 ci-dessus ne tient compte que du bruit de quantification des photo-électrons de l'étoile. En pratique, il a bien évidemment de nombreuses autres sources de bruit dont les principales sont :

- le bruit de quantification des photo-électrons du fond de ciel ;
- le bruit de quantification des photo-électrons de la lumière parasite [8] ;
- les bruits instrumentaux :
  - bruit de gigue (ou *jitter noise* en anglais) correspondant aux variations du nombre de photo-électrons mesurés provenant de l'étoile observée, dues à des variations en direction de la ligne de visée du télescope ;
  - le bruit détecteur dû à l'agitation et aux dérives thermiques, au bruit de lecture, aux pixels chauds, au bruit télégraphique (*mad pixels*) ;
- le bruit de variabilité de l'étoile. Le flux d'une étoile, même non éclipsée, par une planète, n'est pas stable au cours du temps. En effet la surface d'une étoile est agitée par de nombreux phénomènes comme les taches et les plages solaires, les filaments, les oscillations de sa surface, la granulation. Tous ces phénomènes représentent l'activité stellaire et provoquent des variations du flux émis par l'étoile.

Toutes ces sources de bruit vont réduire notre capacité à détecter et à caractériser correctement un transit donné. Certains bruits comme le bruit dû au fond de ciel ou le bruit de variabilité de l'étoile sont particulièrement gênants, car ils dépendent de l'étoile observée et sont difficiles à estimer en amont des observations.

5.1.2.3.3 Résolution temporelle

Dans le § 5.1.2.2, nous avions vu que les transits sont des événements temporellement localisés. Par conséquent, il est nécessaire d'avoir un échantillonnage temporel suffisamment fin afin de pouvoir observer correctement le transit. En effet, il est nécessaire que la période d'échantillonnage temporel des courbes de lumière, notée $T_{\rm ech}$, soit petite devant la durée du transit externe [9], notée Durée_{14} :

$$T_{\rm ech} \ll \text{Durée}_{14} = t_1 - t_4 \tag{5.6}$$

L'expression de Durée_{14} est donnée par :

$$\text{Durée}_{14} = \frac{P}{\pi} \cdot \arcsin\left(\frac{R_{\rm p} + R_\star}{a}\right) \tag{5.7}$$

8. Lumière qui contrairement à la lumière du fond de ciel provient de sources situées en dehors du champ d'observation, mais qui du fait de réflexions parasites atteint tout de même le détecteur.

9. En pratique, pour pouvoir modéliser correctement le transit, on a besoin d'échantillonner correctement les phases d'immersion et d'émersion et donc j'aurais pu donner une condition plus contraignante sur cet échantillonnage temporel. Cependant, comme, au premier ordre, ces phases ne sont pas indispensables à la détection du transit, je ne m'attarderais pas sur cette condition.

À partir de cette équation et en posant arbitrairement comme condition que la période d'échantillonnage soit dix fois inférieure à la durée externe du transit pour pouvoir observer correctement le transit, on peut estimer la résolution temporelle nécessaire à la détection de transit pour différents types de systèmes {étoile + planète} (voir tableau 5.4).

TABLE 5.4 – Période maximale d'échantillonnage nécessaire à la détection de transit pour différents types de systèmes {étoile + planète}

Type spectral de l'étoile	Classe d'exoplanète Jupiter proche[a]	Neptune[a]	Super-terre lointaine[a]
O	$6{,}6 \cdot 10^2$ min	$1{,}7 \cdot 10^4$ min	$2{,}6 \cdot 10^3$ min
B	$1{,}4 \cdot 10^2$ min	$3{,}6 \cdot 10^3$ min	$5{,}5 \cdot 10^2$ min
A	40 min	$9{,}7 \cdot 10^2$ min	$1{,}5 \cdot 10^2$ min
F	52 min	$6{,}3 \cdot 10^2$ min	97 min
G	33 min	$3{,}9 \cdot 10^2$ min	60 min
K	22 min	$2{,}6 \cdot 10^2$ min	39 min
M	78 min	$8{,}2 \cdot 10^1$ min	12 min

a. Le rayon des différentes classes d'exoplanète et le demi-grand axe de leur orbite autour des différents types d'étoile sont donnés dans le tableau 2.2 et le tableau B.2 respectivement.
b. Une version complète de ce tableau est disponible en annexe, tableau B.8.

Conclusion, en première approximation (et dans le cas d'une orbite circulaire), une période d'échantillonnage de l'ordre de la dizaine de minutes est suffisante pour correctement échantillonner le transit.

5.1.2.4 Résolution angulaire

5.1.2.4.1 Lien entre résolution angulaire et champ du télescope Contrairement aux méthodes de détection directe, dans son principe de base, la méthode des transits n'impose pas de contrainte précise sur la résolution angulaire de l'observateur. En effet, nous ne cherchons pas à séparer angulairement l'étoile de la planète, nous voulons simplement suivre l'évolution temporelle du flux de l'étoile ciblée.

Or la conception d'un télescope est généralement un compromis entre la résolution angulaire et le champ d'observation [10] (Léna et al., 2008, p. 192). Par conséquent, le fait de ne pas avoir de forte contrainte sur la résolution angulaire va nous permettre d'avoir un champ important pour notre télescope et d'observer une grande quantité d'étoiles en même temps sans modifier le pointage du télescope. Cette caractéristique est importante, car elle ouvre la porte à la détection d'un grand nombre d'exoplanètes.

5.1.2.4.2 Lien entre résolution angulaire et contamination Comme nous l'avons dit au paragraphe précédent, ce que nous voulons, c'est suivre l'évolution temporelle du flux de l'étoile ciblée, ce qui, au premier ordre, n'engendre pas spécialement de contraintes sur la résolution angulaire. Cependant, nous voulons suivre l'évolution du flux de cette étoile et uniquement de celle-ci. Par conséquent, nous voudrions théoriquement séparer l'étoile cible des étoiles qui lui sont angulairement proches. Étant donnée la densité d'étoiles dans la sphère céleste, cette condition peut s'avérer assez sévère et il faudrait faire une étude pour connaître la densité d'étoiles dans

10. On entend par champs d'observation, la région du ciel dans laquelle la qualité d'image faite par le télescope, au niveau plan focal, est acceptable.

le plan du ciel pour traduire cette condition en chiffre. Mais sans rentrer dans de tels détails, regardons ce qu'il se passe si l'on ne sépare pas angulairement l'étoile cible des étoiles voisines.

Nous appellerons, par la suite, contaminant toute étoile angulairement proche de l'étoile-cible et dont une partie du flux s'ajoute au flux de celle-ci lorsque l'on cherche à en mesurer l'évolution temporelle. Plus généralement, on appelle contamination, le flux provenant de tous les contaminants. La première conséquence de la présence d'un contaminant est qu'au lieu de mesurer l'évolution du flux de l'étoile cible seule, on mesure l'évolution du flux de l'étoile cible plus tout ou partie du flux du contaminant.

Soit $F_{\mathrm{c_i}}$ le flux de photo-électrons, provenant du contaminant numéro i, que l'on détecterait si l'on observait directement ce contaminant, $c_{\mathrm{c_i}\to\mathrm{cible}}$ la fraction de $F_{\mathrm{c_i}}$ qui vient contaminer les mesures du flux de l'étoile cible et $F_{\sum \mathrm{c}\to\mathrm{cible}}$ le flux de photo-électrons, provenant de l'ensemble des contaminants, qui viennent contaminer les mesures du flux de l'étoile-cible.

$$F_{\sum \mathrm{c}\to\mathrm{cible}} = \sum_i c_{\mathrm{c_i}\to\mathrm{cible}} \cdot F_{\mathrm{c_i}}$$

De plus, notons C_{cible} et appelons contamination de l'étoile-cible, le pourcentage du flux hors transit mesuré qui est dû aux contaminants.

$$\text{Alors, } F_{\sum \mathrm{c}\to\mathrm{cible}} = C_{\mathrm{cible}} \cdot F_{\mathrm{HT,mes}}$$

Maintenant si l'on note X_{mes} les grandeurs mesurées en présence de contamination et X_{cible} les grandeurs telles qu'elles seraient mesurées en l'absence de contamination,
alors

$$\begin{aligned} F_{\mathrm{HT,mes}} &= F_{\mathrm{HT,cible}} + C_{\mathrm{cible}} \cdot F_{\mathrm{HT,mes}} \\ F_{\mathrm{PT,mes}} &= F_{\mathrm{PT,cible}} + C_{\mathrm{cible}} \cdot F_{\mathrm{HT,mes}} \\ \Delta F_{\mathrm{mes}} = F_{\mathrm{HT,mes}} - F_{\mathrm{PT,mes}} &= F_{\mathrm{HT,cible}} - F_{\mathrm{PT,cible}} = \Delta F_{\mathrm{cible}} \end{aligned}$$

puis finalement,

$$\left(\frac{\Delta F}{F}\right)_{\mathrm{mes}} = (1 - C_{\mathrm{cible}}) \left(\frac{\Delta F}{F}\right)_{\mathrm{cible}} \tag{5.8}$$

Par conséquent, deux cas de figure sont possibles :

1. On est capable d'estimer correctement la contamination C_{cible}. Alors on peut facilement remonter à la profondeur relative du transit sans contamination grâce à l'équation 5.8. Cependant, la contamination augmente les flux mesurés et donc le bruit de quantification des photo-électrons sans augmenter le signal ΔF_{mes}. Par conséquent, le R.S.B. diminue ainsi que la profondeur relative du transit à détecter ce qui nécessite donc une meilleure résolution photométrique ;
2. On n'est pas capable d'estimer correctement la contamination C_{cible}. Dans ce cas, en plus de diminuer le R.S.B. et d'augmenter le besoin en résolution photométrique afin de détecter le transit, une sous-estimation de la contamination entrainera une sous-estimation du rapport $\frac{R_{\mathrm{p}}}{R_\star}$ et donc du rayon de la planète.

Conclusion : la contamination est néfaste pour les observations de transit. Afin de diminuer la contamination, il existe deux solutions :

— on choisit d'observer des cibles qui ont peu d'étoiles voisines ou de faible intensité ;
— comme la surface de la sphère céleste qui peut contenir un contaminant est proportionnelle au carré de la résolution angulaire de l'instrument, afin de limiter la contamination, on a intérêt à avoir la résolution angulaire la plus grande possible.

Le choix de la résolution angulaire résulte donc d'un compromis entre la contamination et le champs de l'instrument.

5.1.2.4.3 Contamination et faux positifs

Dans les paragraphes précédents, nous avons vu quelles étaient les conditions nécessaires à la détection des transits d'exoplanète. Cependant, détecter un transit n'est pas en soi, notre objectif. En effet, ce que nous voulons détecter ce sont des exoplanètes. Nous devons donc nous poser la question suivante : Existe-t-il des phénomènes autres que le passage d'une planète devant son étoile-hôte qui peuvent produire un transit ? Nous appellerons ces phénomènes faux positifs astrophysiques.

Malheureusement, en plus des systèmes {étoile + planète} (notés P.S.), il existe en effet d'autres classes d'objets qui produisent des transits : les binaires à éclipse et les systèmes triples. Les étoiles binaires (notée E.B.) sont des systèmes constitués de deux étoiles gravitationnellement liées. Ces deux étoiles orbitent donc l'une autour de l'autre. Les étoiles binaires dites « à éclipses » sont tout simplement des étoiles binaires qui, vues de la Terre, transitent. Les systèmes triples sont des systèmes comprenant au moins trois compagnons gravitationnellement liés et, pour qu'ils soient des faux positifs dans notre cas, il faut qu'au moins deux d'entre-eux soient des étoiles et qu'au moins deux d'entre-eux (pas forcément les mêmes) forment un système transitant pour l'observateur. Ces objets sont gênants pour notre méthode de détection, car ces systèmes sont très abondants [11] et peuvent donc engendrer de nombreux faux positifs. De plus, un autre élément vient amplifier ce phénomène, la contamination. Comme nous l'avons vu dans le § 5.1.2.4, les courbes de lumière peuvent être contaminées. C'est-à-dire que la courbe de lumière ne retrace pas uniquement l'évolution temporelle du flux de l'étoile ciblée, car une partie du flux mesuré est due à des étoiles proches angulairement. Si ces contaminants se trouvent être des systèmes multiples éclipsants (P.S. ou E.B.) alors la courbe de lumière de l'étoile cible présentera des transits même si cette étoile-cible ne possède en réalité aucun compagnon stellaire ou planétaire. Ce phénomène donne lieu à une nouvelle classe de faux positifs qui sont appelés systèmes de contamination.

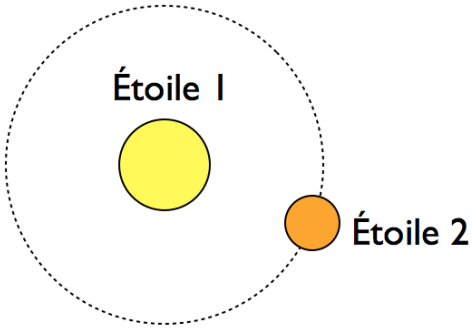
Pour résumer, on distingue 5 cas de faux positifs différents (voir figure 5.4) :

- les systèmes binaires à éclipses, notés E.B. (pour *eclipsing binary*) ;
- les systèmes triples, notés HI.T. (pour *hierarchical triple*), que l'on divise en deux sous-classes :
  - les systèmes triples dont le duo éclipsant est un système binaire à éclipses, notés H.T.E.B. ,
  - les systèmes triples dont le duo éclipsant est un système {étoile+planète}, notés H.T.P.S. ,
- les systèmes binaires à éclipses de contamination, notés C.E.B. (pour *contaminating eclipsing binary*) qui sont des systèmes de contamination dont le duo éclipsant est un système binaire à éclipses ;
- les systèmes planétaires de contamination, notés C.P.S. (pour *contaminating planetary system*) qui sont des systèmes de contamination dont le duo éclipsant est un système {étoile+planète}.

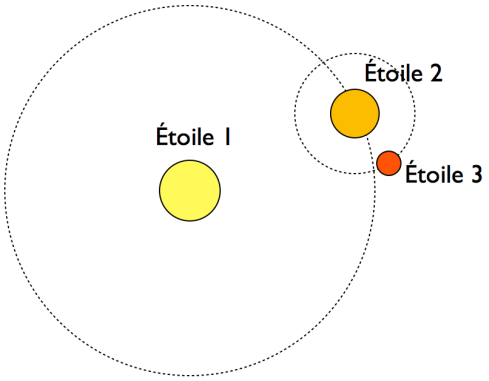
Ces faux positifs sont extrêmement fréquents dans les observations de CoRoT. Parmi les transits détectés par CoRoT, environ 75 % (Deleuil et al., en préparation) se révèlent être des faux positifs. Les conséquences directes de cet état de fait sont :

- lors de la détection d'un transit, l'objet détecté n'est pas appelé directement « planète », mais « candidat planétaire » ;

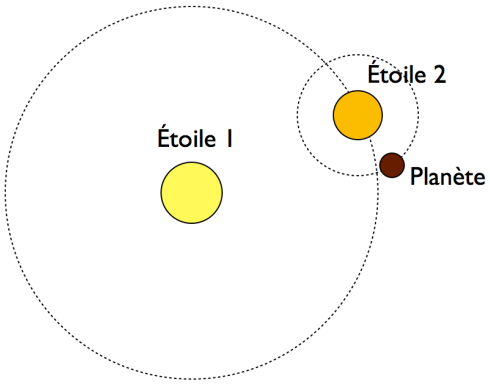
11. Même s'il est communément admis que la fraction d'étoiles qui font partie d'un système multiple (binaire ou triple) est élevée, il n'existe pas encore de consensus clair sur la valeur exacte de cette fraction, notamment car cette fraction dépend de la masse des étoiles considérées. Plus une étoile est massive plus elle a de chances de faire partie d'un système multiple. Pour les étoiles de type solaire, une étude récente (Raghavan et al., 2010a) donne une fraction d'environ 50 % de systèmes multiples (pas forcément transitant). Il existe d'autres références qui aboutissent au même type de conclusion comme par exemple Duquennoy et al. (1991).



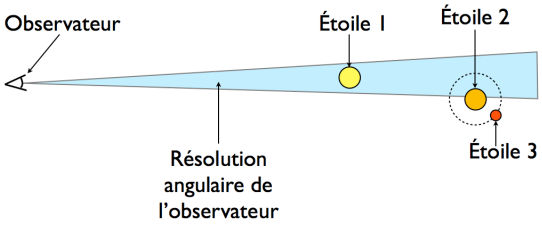
(a) binaire à éclipses (E.B.)



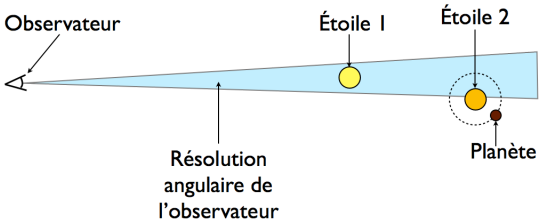
(b) Système triple dont le système éclipsant est une binaire à éclipses (H.T.E.B.)



(c) Système triple dont le système éclipsant est un système planétaire (H.T.P.S.)



(d) binaire à éclipses de contamination (C.E.B.)



(e) Système planétaire de contamination (C.P.S.)

FIGURE 5.4 – Schémas des différents scénarios de faux positif

— pour pouvoir s'assurer que le transit détecté est bien dû à une planète, il est nécessaire de faire une étude plus poussée de la courbe de lumière ou des observations indépendantes supplémentaires appelées observations de suivi (*follow-up* en anglais) ;
— Le choix du champs d'observation va résulter d'un compromis entre le nombre d'étoile observable et la contamination de ces étoiles.

5.1.2.4.4 Compromis entre champ et contamination

Les trois paragraphes précédents nous ont permis de voir que, finalement, la résolution angulaire a un impact non négligeable sur la détection d'exoplanètes par la méthode des transits. Le choix de cette résolution angulaire va résulter d'un compromis entre le nombre de cibles observables et la contamination moyenne de ces cibles. En effet, d'un côté nous avons envie de diminuer la résolution angulaire afin de pouvoir plus facilement augmenter le champ du télescope et ainsi observer plus de cibles en même temps. D'un autre côté, comme la surface de la sphère céleste qui peut contenir un contaminant est proportionnelle au carré de la résolution angulaire de l'instrument, on a envie d'augmenter la résolution angulaire afin de diminuer le nombre de contaminants et donc les faux positifs dus à des systèmes de contamination (C.P.S. et C.E.B.).

5.1.3 Avantages et inconvénients de la méthode des transits

Grâce à la section précédente (§ 5.1.2), nous pouvons dégager les avantages et inconvénients de la méthode des transits.

TABLE 5.5 – Avantages et inconvénients de la méthode des transits

Avantages	Inconvénients
— pas de variation du R.S.B. avec la distance étoile-planète[a] ; — besoin en résolution angulaire non-critique, ce qui fait de cette méthode l'une des plus « simples » d'un point de vue instrumental ; — possibilité d'observer un grand nombre d'étoiles en même temps ; — permet la mesure du rayon des exoplanètes détectées.	— du fait de la probabilité géométrique d'observation d'un transit donné, nous ne pourrons jamais observer toutes les planètes avec cette méthode ; — toujours à cause de la probabilité géométrique d'observabilité des transits, cette méthode ne permettra de détecter et d'observer qu'un faible pourcentage ($\lesssim 1$ %) des exoplanètes qui orbitent loin ($\gtrsim 1$ ua) de leur étoile ; — le rapport cyclique des observations de transits rend très inefficace cette méthode pour l'observation d'exoplanètes qui orbitent loin de leur étoile ; — le pourcentage élevé de faux positifs.

a. Les principales autres méthodes de détection indirecte d'exoplanète voient l'amplitude du signal varier avec la distance étoile-planète. Le signal astrométrique augmente avec cette distance tandis que l'amplitude du déplacement Doppler-Fizeau de la méthode des vitesses radiales va, lui, diminuer.

5.2 Objectifs scientifiques de la méthode de photométrie des transits

La partie précédente nous a permis de dégager les avantages et inconvénients de la méthode des transits et cela va nous permettre d'en dégager les objectifs scientifiques. En effet, le principal avantage de la méthode des transits est qu'il s'agit de la seule méthode de détection indirecte qui permette la mesure du rayon des exoplanètes. Elle possède certains inconvénients gênants notamment la faible probabilité géométrique d'observabilité et le faible rapport cyclique des observations, mais ces inconvénients sont quelque peu compensés par la capacité à observer un grand nombre d'étoiles en même temps.

Le fait de pouvoir observer un grand nombre de cibles en même temps (150 000 étoiles pour Kepler, 10 000 par *runs*[12] pour CoRoT), a d'ores et déjà permis de détecter un grand nombre d'exoplanètes : actuellement 32 pour CoRoT et 105 pour Kepler (sans compter un grand nombre de candidats planétaires non confirmés). Avec les détections réalisées par des observations au sol, la méthode des transits est responsable de plus de 30 % des détections d'exoplanètes et ce pourcentage augmente année après année. La méthode des transits est donc particulièrement adaptée à la détection massive et rapide d'exoplanètes. Détecter massivement des exoplanètes n'est pas seulement une question de record. En effet, plus on détecte d'exoplanètes, et plus, moyennant les biais de la méthode employée, on a de chance de détecter des planètes aux caractéristiques variées. Cela permet d'avoir accès à un échantillon suffisamment important pour devenir représentatif de la population des exoplanètes dans son ensemble. Ainsi cela permet de commencer à faire des statistiques sur cette population et d'en dégager les principales caractéristiques, mais aussi de confronter cette population aux prédictions des modèles théoriques comme ceux de formation des systèmes planétaires. Par conséquent, dans le § 5.2.1, je présenterai certaines études qui ont été réalisée sur la population des candidats planétaires détectés par le satellite Kepler.

Par contre, comme un grand pourcentage des exoplanètes ne transite pas, la méthode des transits ne pourra donc pas être une technique de caractérisation systématique des exoplanètes. Cependant, elle est actuellement la seule à permettre la mesure du rayon et le nombre, très élevé, de détections qu'elle engendre va permettre de faire une première caractérisation de la population d'exoplanètes en attendant l'avènement des méthodes d'observation directe. J'ai donc choisi de présenter dans le § 5.2.2 les études menées sur deux classes de planète :

— les planètes à océan de lave (*lava-ocean planetes*) pour lesquelles j'ai participé, durant ma thèse, à l'élaboration d'un modèle ;
— les jupiters chauds qui constituent, pour moi, l'exemple le plus frappant de l'impact de la méthode des transits sur la modélisation des planétes.

5.2.1 Statistiques sur la population des exoplanètes

Comme nous l'avons vu, le nombre de planètes détectées par la méthode des transits commence à être suffisamment représentatif de la population des exoplanètes dans son ensemble. Les exemples les plus frappants à l'heure actuelle sont les études statistiques réalisées à partir des candidats planétaires détectés par Kepler. En effet à l'heure actuelle, Kepler a détecté 2 740 candidats planétaires, ce qui fournit un échantillon de taille appréciable permettant de faire des statistiques réalistes. De nombreuses études ont été faites à partir de cet échantillon (Borucki et al., 2011b; Howard et al., 2012; Fressin et al., 2013; Batalha et al., 2013). Ce type d'étude permet de déduire toutes sortes de propriétés.

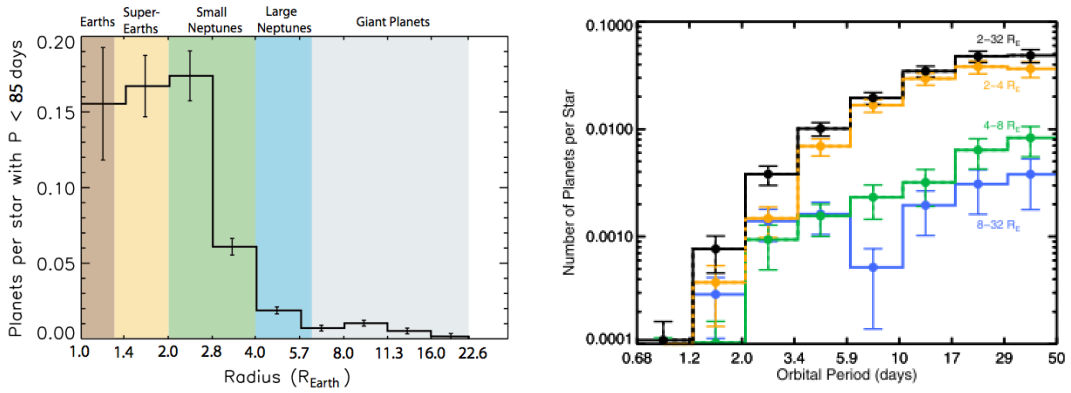
12. La notion de *run* sera définie au § 5.4.1.2.

5.2.1.1 Distribution en rayon, en demi-grand axe, etc.

Il est possible de faire toutes sortes de distributions. Notamment, il est possible d'étudier la distribution en rayon et en période orbitale des exoplanètes détectées.

Au début de la chasse aux exoplanètes, la majorité des exoplanètes détectées était constituée de planètes de la classe des jupiter chauds (géantes gazeuses d'environ 10 rayons terrestres orbitant à environ 0,1 UA de leur étoile et dont la température effective dépasse les 600 K) Ce phénomène s'expliquait notamment par le fait que cette classe de planète est la plus facile à détecter avec la quasi-totalité des méthodes alors utilisées (méthodes des transits et méthodes des vitesses radiales) et que la précision des premiers instruments ne permettait pas de détecter d'autres types de planète. C'est ce que l'on appelle les biais observationnels. Aujourd'hui la méthode des transits grâce à la qualité des instruments récents et les caractéristiques de cette méthode (tableau 5.5) permet d'avoir une meilleure idée de la variété qui existe dans la population des exoplanètes (voir figure 5.5 et 5.5(b)).

Ainsi on se rend compte que cette population des jupiters chauds n'est pas si nombreuse que cela puisque moins de 3 % [13] des étoiles abritent au moins une planète de ce type.



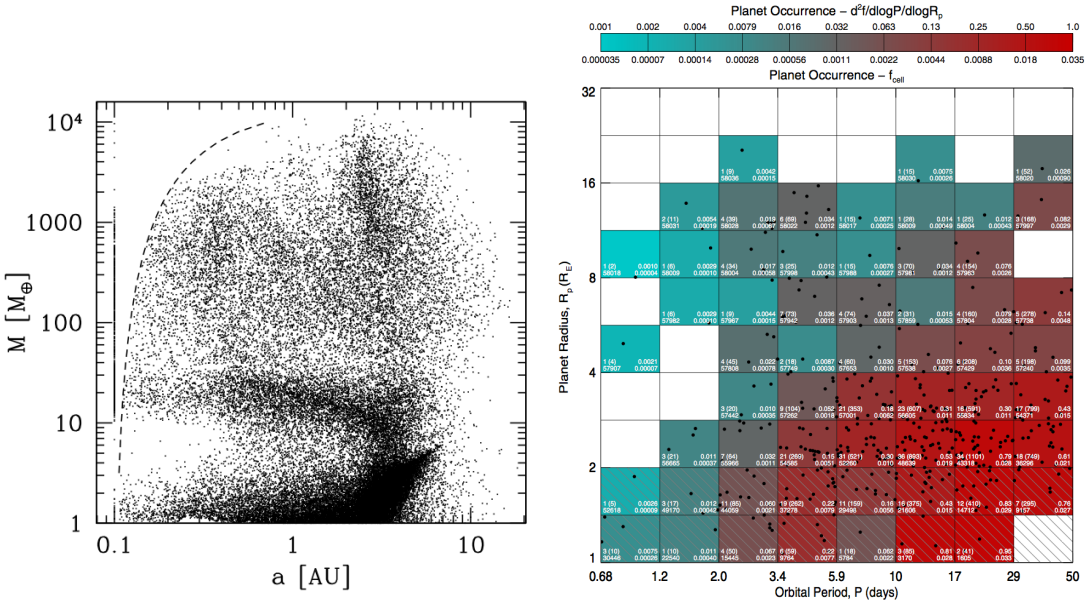
(a) Distribution en rayon des candidats planétaires détectés par Kepler

(b) Distribution en période orbitale des candidats planétaires détectés par Kepler

FIGURE 5.5 – . (a) Crédits : Fressin et al. (2013), (b) Crédits : Howard et al. (2012)

13. Cette valeur de 3 % est tirée de Fressin et al. (2013). D'autres références comme Howard et al. (2012) parle plutôt de 1 %.

5.2.1.2 Comparaison avec les modèles de formation et de migration planétaire



(a) (b)

FIGURE 5.6 – Comparaison des modèles de formation et de migration avec la distribution des candidats Kepler. (a) Simulation de Monte-Carlo représentant la position finale dans un diagramme (masse, demi-grand axe) de 50 000 planètes pour un système planétaire « nominal ». La simulation prend en compte les principaux phénomènes régissant l'évolution des disques protoplanétaires, la formation par accrétion et la migration planétaire. Elle prend fin lorsque disque est vidé de son gaz et de sa poussière. La ligne en tiret représente la distance à l'étoile en dessous de laquelle le modèle utilisé devient insuffisant pour décrire correctement l'évolution de la planète. Toute planète passant à gauche de cette zone est donc éliminée de la simulation. Crédit : Mordasini et al. (2009a). (b) Position dans un diagramme rayon-période des candidats planétaires détectés par Kepler. Les points noirs représentent les candidats planétaires détectés autour d'étoile de type spectrale G et K sur la séquence principale. Le diagramme est ensuite séparé par une grille régulièrement espacée en échelle logarithmique et dans chacune des cellules la couleur représente la valeur calculée de la fréquence des planètes détectée avec ces caractéristiques. Afin de pouvoir comparer les deux distributions, il est nécessaire d'avoir quelques ordres de grandeur en tête. Pour une masse de l'étoile centrale de $1\,M_\odot$, $P = 0{,}68$ jours correspond à $a = 0{,}015$ UA, $P = 5{,}9$ jours correspond à $a = 0{,}064$ UA et $P = 50$ jours correspond à $a = 0{,}26$ UA. De plus, la région entre 1 et $2\,R_\oplus$ correspond aux super-terres qui s'étendent entre 1 et $10\,M_\oplus$. Ensuite entre 2 et $6\,R_\oplus$, on trouve les géantes glacées (neptunes) dont la masse varie entre 10 et $30\,M_\oplus$ puis au-delà d'un rayon de $6\,R_\oplus$ on trouve les géantes gaz (jupiters) dont la masse augmente de façon non monotone à partir de $30\,M_\oplus$, Crédit : Howard et al. (2012)

De nombreuses études théoriques s'attachent à comprendre et modéliser les phénomènes à l'origine de la migration et de la formation des planètes (voir par exemple Ida and Lin, 2004, 2008; Mordasini et al., 2009a). La figure 5.6(a) montre une des conclusions à laquelle aboutit l'une de ces études (Mordasini et al., 2009a). Cette figure représente la densité de probabilité conjointe (par l'intermédiaire de la densité de points présents sur le diagramme), prévue par le modèle, de la masse et du demi-grand d'une planète d'un système planétaire dont l'étoile centrale est de type spectral G ou K. L'intérêt de ce type de prédiction est qu'elle peut facilement être

confrontée aux observations réalisées par les méthodes de détection d'exoplanètes et notamment les observations réalisées par la méthode des vitesses radiales (voir Mordasini et al., 2009b) et aussi, bien sûr, celles réalisées par la méthode des transits (voir Howard et al., 2012) (si l'on est capable de passer de la masse au rayon de la planète). La figure 5.6(b) présente justement les résultats obtenus par le satellite Kepler dans un diagramme rayon-période orbitale qui permet une comparaison à la théorie[14]. En réalisant cette comparaison, on s'aperçoit que l'on n'est encore loin de comprendre parfaitement les processus de formation et de migration planétaire. En effet, ceux-ci prédisent un désert planétaire entre 1 et 20 masses terrestres et en deçà de 1 unité astronomique alors que les détections réalisées par Kepler semblent montrer qu'il s'agit d'une des régions les plus peuplées. Ce type de contraintes observationnelles va donc, à n'en pas douter, permettre de grandes avancées dans notre compréhension des processus de formation et d'évolution des systèmes planétaires.

5.2.2 La découverte, la première caractérisation et la modélisation de nouveaux types d'exoplanète

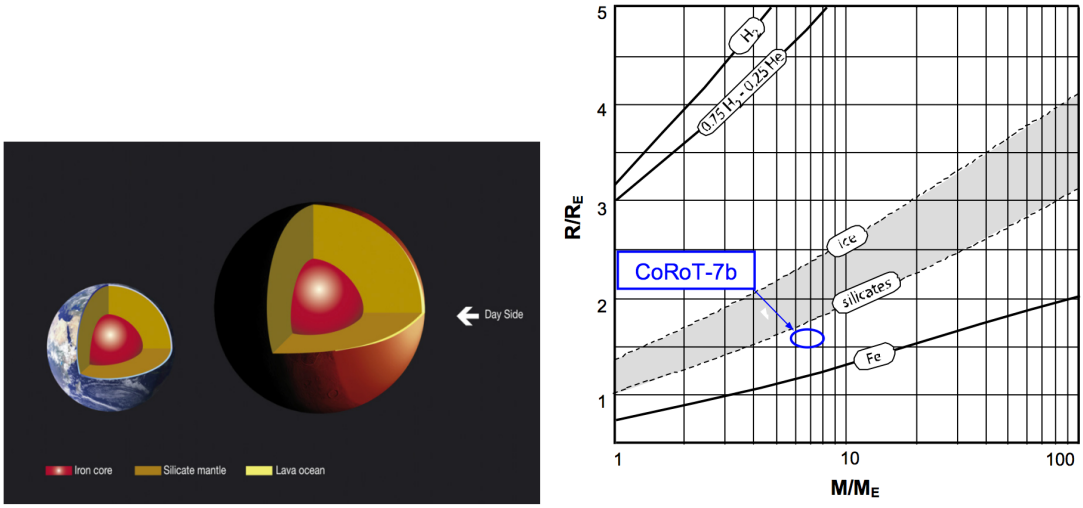
Avant l'arrivée des observatoires spatiaux (CoRoT et Kepler) dédiés à la détection d'exoplanètes, une grande majorité des détections d'exoplanètes était réalisée grâce à la méthode des vitesses radiales. Cette méthode permet de mesurer la période orbitale de la planète ainsi que $M_p \cdot \sin(i)$, la masse de la planète que multiplie le sinus de l'inclinaison de l'orbite. De son côté, la méthode des transits nous permet d'accéder à la période orbitale et aux rayons des exoplanètes. Par conséquent, prises séparément, ces deux méthodes nous donnent une connaissance très partielle des exoplanètes détectées. Cependant, comme nous l'avons déjà mentionné dans la § 1.1, lorsque que l'on a la possibilité d'observer la planète avec les deux méthodes, cela permet de lever l'indétermination sur la masse liée à l'inclinaison et ainsi d'avoir une mesure de la masse et du rayon des exoplanètes et donc de leur densité moyenne. Les deux méthodes apparaissent donc comme complémentaires vis-à-vis des informations qu'elles peuvent nous apporter. Cela, ajouté à des modèles de composition des planètes comme ceux établis par Grasset (Grasset et al., 2009), Sotin (Sotin et al., 2007) ou Valencia (Valencia et al., 2007), nous permet de différencier les classes de planète (les planètes rocheuses, les géantes de gaz, etc.) et a permis d'identifier des spécimens un peu particuliers.

5.2.2.1 Les « planètes à océan de lave » (*lava-ocean planets*)

Les observations conjuguées des satellites dédiés à la détection de transits ainsi que les instruments au sol dédiés à la mesure des vitesses radiales ont ainsi permis la détection et la caractérisation de plusieurs planètes aux caractéristiques similaires dont CoRoT-7b (Léger et al., 2009; Queloz et al., 2009), Kepler-10b (Batalha et al., 2011), 55Cnc-e (Winn et al., 2011). Ces planètes ont la particularité d'avoir une densité compatible avec celle d'une planète rocheuse et d'avoir une période orbitale inférieure à 1 jour. Les informations recueillies ont permis, moyennant (bien sûr) certaines hypothèses que nous verrons par la suite, de faire une première modélisation physique de cette nouvelle classe de planètes, les *lava-ocean planets* (voir Valencia et al., 2010; Léger et al., 2011b). Ayant personnellement contribué à une petite partie de l'étude réalisée par Léger et al. (2011b) sur la modélisation de CoRoT-7b, je vais en dire quelques mots.

Avec une densité moyenne de $9\,700\,\mathrm{kg.m^{-3}}$ typique des planètes rocheuses, il est possible d'avoir une première idée de la composition et de la structure interne de CoRoT-7b (voir figure 5.7). Elle est constituée d'un noyau ferreux entouré d'un manteau de silicates.

14. Il faut faire tout de même attention au fait qu'Howard et al. (2012) donne la distribution des candidats planétaires détectés par Kepler qui ne sont pas forcément tous des planètes.



(a) Structure interne de CoRoT-7b

(b) Position de CoRoT-7b dans un diagramme (masse, rayon)

FIGURE 5.7 – **Structure interne des *Lava-ocean planets***. Crédits : Léger et al. (2011b)

De plus, CoRoT-7b se trouve à seulement 0,017 UA de son étoile, ce qui correspond à 4,5 fois le rayon stellaire. À cette distance, les effets de marées de l'étoile sur la planète et de la planète sur l'étoile sont gigantesques. Ces effets de marée ont d'abord pour effet de circulariser l'orbite de la planète [15] (jusqu'à une excentricité inférieure à 10^{-4}) puis de synchroniser sa rotation sur elle-même avec sa rotation autour de son étoile [16]. Pour CoRoT-7b, cela se produit en environ 1 Man [17].

Le fait que la planète soit synchronisée implique des conditions tout à fait particulières à sa surface. En effet, la planète montre toujours la même face (dite « face jour ») à son étoile, si bien que celle-ci est constamment irradiée par le flux stellaire particulièrement intense à cette distance (2,14 $MW.m^{-2}$) et qui va dominer le bilan énergétique de ce côté de la planète. Au contraire, l'autre face (dite « face nuit ») ne voit jamais la lumière de l'étoile et son bilan énergétique est, en l'absence de mécanisme de redistribution de la chaleur, dominé par le flux d'énergie géothermique (issu de l'énergie d'accrétion initiale et de la radioactivité) estimé à 0,4 $W.m^{-2}$. Les mécanismes de redistribution de la chaleur d'une face à l'autre de la planète (notamment par des courants atmosphériques) étant jugés trop faible, la face jour de CoRoT-7b est probablement partiellement occupées par un océan de silicates.

Ce modèle est basé sur de nombreuses hypothèses dont la véracité n'est pas certaine. Par conséquent, dans une autre étude Rouan et al. (2011) (à laquelle j'ai aussi apporté un petite contribution) sur Kepler-10b qui est un autre candidat de planète à océan de lave, les auteurs tentent d'interpréter les variations de la courbe de lumière observées en dehors du transit (c'est ce que l'on appelle la *courbe de phase*) dans le cadre de ce modèle. Grâce à ces observations, ils essayent notamment de contraindre puis d'interpréter l'albédo de cet océan de lave puis proposent des observations complémentaires avec le futur observatoire spatial JWST (pour *James Webb Space Telescope*) qui permettront d'infirmer ou de confirmer le modèle des planètes à océan

15. La circularisation de l'orbite tout comme la synchronisation suppose qu'aucun autre mécanisme comme, par exemple, la présence d'une résonance avec une autre planète du système ne vient entretenir l'excentricité de CoRoT-7b

16. En anglais, cette étape de synchronisation de la rotation de la planète sur elle-même de sa rotation autour de l'étoile s'appelle *phase-locking*.

17. 1 Man = 1 million d'années

de lave.

5.2.2.2 L'anomalie sur le rayon des jupiters chauds

Au fil des années, la méthode des transits et celle des vitesses radiales ont permis de mesurer rayon, masse et période orbitale d'un grand nombre (supérieur à 100) de planètes géantes (dont le rayon est compris entre 6 et 22 $R_\oplus$). Bien évidemment, en parallèle, de nombreux chercheurs ont essayé d'établir des modèles théoriques (basés sur les modèles créés pour Jupiter et Saturne) de ce type de planète, de leur formation, de leur structure et de leur évolution. L'échantillon de planètes détectées devient maintenant suffisamment important pour pouvoir être considéré comme représentatif et ainsi permettre une confrontation discriminante entre les modèles et les observations. Parmi ces modèles d'exoplanète qui ont énormément profité de ces nombreuses détections, je pense que l'exemple le plus frappant est celui des jupiters chauds.

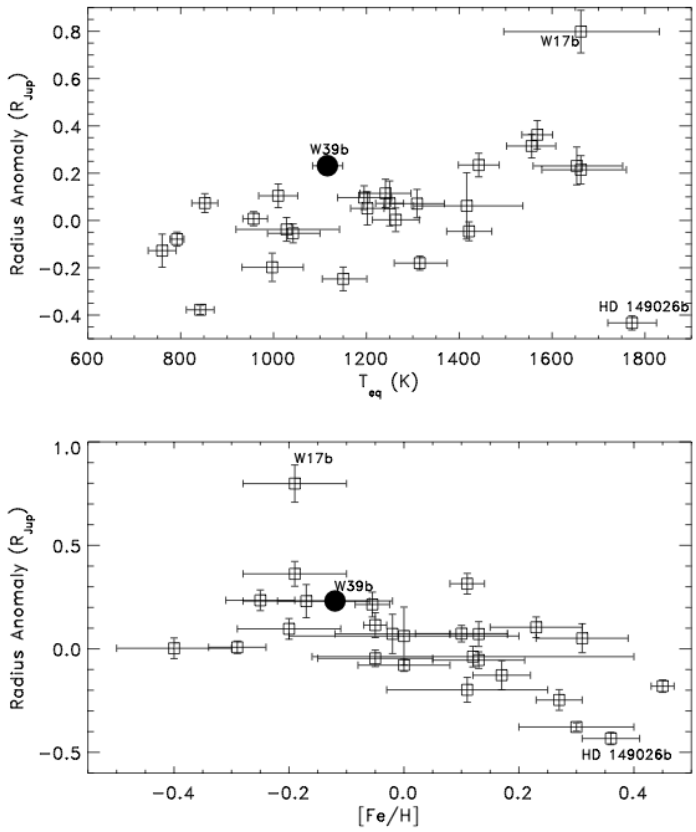


FIGURE 5.8 – **Anomalies sur le rayon des jupiters chauds**. Crédits : Faedi et al. (2011)

Ainsi, les théoriciens se sont aperçus que pour une grande partie des jupiters chauds détectés, on observe un désaccord entre le rayon théorique attendu et le rayon mesuré (voir figure 5.8). C'est ce que l'on appelle l'anomalie sur le rayon, définie comme la différence entre le rayon observé et le rayon théorique attendu. Ce problème a été le sujet de nombreux débats dans la communauté et n'a pas encore été résolu à l'heure actuelle. Les principales pistes étudiées sont :

— les Jupiters chauds étant, par définition, situés très près de leur étoile ($\lesssim$ 0,1 UA). Les couches externes de leur atmosphère sont donc très fortement irradiées et cela peut avoir plusieurs conséquences qui peuvent, en partie, expliquer les modification du rayon observée :

  — modification de la structure vertical de l'atmosphère et notamment apparition d'une

couche externe radiative (voir par exemple Baraffe et al., 2010, § 6.3) ,
- modification de la structure horizontale de température des couches externes de l'atmosphère qui vont provoquer des fort vent horizontaux et chauffage des couche interne par friction (voir par exmple Baraffe et al., 2010; Showman and Guillot, 2002; Guillot and Showman, 2002; Chabrier et al., 2004; Guillot et al., 2006; Goodman, 2009),
- augmentation de l'opacité atmosphérique combinés à un enrichissement en éléments lourd des couches externes (voir par exemple Burrows et al., 2007; Guillot et al., 2006; Guillot, 2008)) ;

— l'atmosphère des jupiters chauds étant très étendue, pas complètement opaque, et l'opacité des composants atmosphériques n'étant pas parfaitement connue, le rayon mesuré par la méthode des transits est délicat à modéliser ce qui peut expliquer une légère différence entre les rayons mesurés et simulés (voir par exemple Burrows et al., 2007; Baraffe et al., 2010) ;
— la dissipation de l'énergie due aux effets de marée dans les couches profondes de l'atmosphères peut aussi jouer un rôle (Miller et al., 2009; Ibgui and Burrows, 2009, voir par exemple) ;
— une sous estimation de l'efficacité du transport d'énergie par convection dans l'intérieur de la planète qui ralentirait sa contraction est aussi probablement une partie de l'explication (Chabrier and Baraffe, 2007).

5.3 Objectifs de mon travail

5.3.1 Objectif de mon travail sur les données CoRoT

À l'origine, et en résumé, l'objectif de mon travail est de réaliser un classement des candidats transits détectés par CoRoT.

5.3.2 Pourquoi cet objectif ?

Comme nous l'avons déjà évoqué dans le § 5.1.2.4.3, une grande partie des transits détectés par CoRoT se révèle, après observations complémentaires, ne pas être des exoplanètes, mais des faux positifs. Cette étape d'identification des faux positifs et de confirmation des planètes, appelée suivi, est coûteuse en termes de temps, d'argent et de ressources humaines. De plus, les observations ne sont parfois pas discriminantes à cause d'un mauvais rapport signal à bruit pour les étoiles de faible intensité (magnitude visible > 15), les rotateurs rapides et les planètes peu massives (super-terres). Conclusion, il est difficile, voire impossible, de réaliser le suivi de tous les transits détectés. La question qui se pose alors et qui est à l'origine de mon travail de thèse est :

Comment maximiser le rendement de CoRoT ?

Cette question est complexe, car elle demande de prendre en considération plusieurs aspects :
— l'aspect scientifique : Qu'entend-on exactement par rendement scientifique de CoRoT ? Quel est le retour scientifique attendu de la mission ?
— l'aspect multiobservationnel : comme nous le verrons, il existe plusieurs types d'observations complémentaires qui donnent accès des informations différentes et qui peuvent être plus ou moins utiles. Comment s'en servir au mieux et dans quel ordre ?
— l'aspect financier : certaines observations complémentaires sont relativement coûteuses ;
— l'aspect temps de télescope disponible pour les observations complémentaires : certaines observations requierent des précisions instrumentales que seuls peu d'observatoires peuvent fournir. On ne dispose donc que d'un temps limité pour ces observations et ce temps doit être utilisé le mieux possible ;

— l'aspect humain pour le traitement des données de CoRoT et les observations complémentaires : le télescope CoRoT est en orbite depuis 2006 maintenant et petit à petit les forces humaines disponibles se réduisent. Il faut donc utiliser les ressources humaines le mieux possible ;
— l'aspect temporel : on souhaite maximiser le rendement, mais pas uniquement à long terme, aussi à moyen et si possible à court terme.

Il s'agit donc d'une équation avec de multiples paramètres et de multiples critères de décision qui, bien sûr, peuvent tirer dans des sens opposés.

De plus comme nous l'avons dit, du point de vue purement scientifique, la stratégie à adopter va dépendre de ce que l'on entend par rendement scientifique de CoRoT. À cette question, il existe plusieurs réponses selon l'objectif poursuivi. Je vais énoncer deux visions différentes :

— l'objectif est de détecter le maximum d'exoplanètes, le plus rapidement possible, afin d'avoir l'échantillon de planètes le plus complet et le plus représentatif et pouvoir faire des statistiques sur la population des exoplanètes ;
— l'objectif est de détecter un type d'exoplanètes bien particulier, par exemple les planètes rocheuses, pour pouvoir, par la suite, observer ces exoplanètes avec d'autres moyens d'observation comme la méthode des vitesses radiales, mais aussi et surtout des méthodes permettant de faire de la spectroscopie. Tout cela dans le but d'étudier, de modéliser et donc de caractériser en détail ce type, bien précis, d'exoplanètes.

Bien sûr, la majorité des scientifiques veulent réaliser ces deux objectifs. Malheureusement, on se rend rapidement compte qu'il faut faire un compromis. En effet, les planètes rocheuses sont les plus petites planètes en termes de taille et de masse. Cela les rend plus difficiles à observer quelque soit la méthode utilisée. Si l'on ne s'intéresse qu'à ce type de planète, on va donc concentrer le suivi sur la confirmation des transits de faible profondeur. Or confirmer ce type de transits nécessite un grand nombre d'observations complémentaires, beaucoup de temps de télescope, d'argent et de ressources humaines. Si l'on ajoute à cela le fait qu'un grand nombre de transits s'avèrent finalement être des faux positifs, on ne va pouvoir en détecter qu'un nombre faible par rapport au nombre de planètes géantes que l'on pourrait détecter avec les mêmes ressources. D'un autre côté si l'on se concentre sur les planètes les plus grandes, car elles sont plus faciles à détecter et à confirmer, cela va nous permettre de détecter un grand nombre de planètes, mais principalement des jupiters chauds et notre échantillon de planètes détectées ne sera pas très représentatif de la population globale des exoplanètes. On voit donc que la stratégie la plus bénéfique scientifiquement est d'essayer de confirmer tous les types de planètes. Cependant, la tentation va être grande d'éviter les petits transits, car ils demanderont beaucoup d'efforts pour souvent de simples faux positifs, ou même une absence de conclusion à cause d'un rapport signal à bruit trop faible.

On voit à travers ce petit raisonnement que le principal problème réside dans le taux élevé de faux positif. En effet, on serait prêt à utiliser de nombreuses ressources humaines et financières si l'on avait une probabilité forte de détecter une petite planète. De même, si l'on pouvait ne faire le suivi que des transits très profonds qui ont une forte probabilité d'être des planètes, cela dégagerait plus de temps pour le suivi des transits plus faibles.

Finalement, l'objectif de ma thèse est d'extraire le maximum d'informations des données dont nous disposons (et notamment des courbes de lumière) puis d'utiliser au mieux cette information pour réduire au maximum le recours aux observations complémentaires de suivi. Cela constitue ma définition de la maximisation le rendement de CoRoT.

5.3.3 Résumé des objectifs de mon travail

Pour résumer, les différentes étapes de mon travail sont :

1. Extraire le maximum d'informations de la courbe de lumière ;

2. Utiliser toutes ces informations pour calculer la probabilité qu'un transit soit de nature planétaire ;
3. Établir un classement des transits reposant sur cette probabilité afin de pouvoir concentrer, en priorité, les observations de suivi sur les transits les plus prometteurs.
4. Utiliser les informations issues de la courbe de lumière pour établir une stratégie d'observation : Savoir quelles observations utiliser et dans quel ordre,

et les deux objectifs principaux sont :

1. Extraire le maximum d'informations de la courbe de lumière ;
2. Établir un classement des transits détectés dans les courbes de lumière reposant sur la probabilité que chacun de ces transits soit de nature planétaire.

Pour pouvoir répondre à ces objectifs, il faut, tout d'abord, bien connaître le principe de la méthode de détection par photométrie des transits (§ 5.1 et § 5.2) ainsi que notre instrument (§ 5.4). C'est l'objectif de ce chapitre. Ensuite, il nous faut définir un cadre théorique décrivant la méthodologie que nous allons suivre pour extraire l'information des courbes de lumière et établir le classement. Ce cadre théorique sera présenté dans le chapitre 6. L'étape suivante est logiquement d'appliquer cela à notre problème, c'est l'objet du chapitre 7. Enfin la dernière étape, chapitre 8, consistera à porter un regard critique sur les résultats obtenus.

5.4 Le satellite et les données de CoRoT

5.4.1 CoRoT du côté mécanique

5.4.1.1 Présentation du satellite CoRoT.

Le projet CoRoT a démarré sa phase d'étude en 1994 et le télescope a finalement été lancé le 27 décembre 2006 par une fusée Soyouz. Initialement prévu pour durer 2,5 ans, grâce à ses nombreux succès, CoRoT s'est vu octroyer deux extensions de mission successives : la première pour aller jusqu'à fin mars 2013 et la deuxième pour aller jusqu'à fin mars 2016. Malheureusement depuis le 2 novembre 2012, des problèmes d'alimentation électrique de l'ordinateur de bord et des chaînes photométriques ont provoqué l'arrêt définitif, de l'acquisition des données.

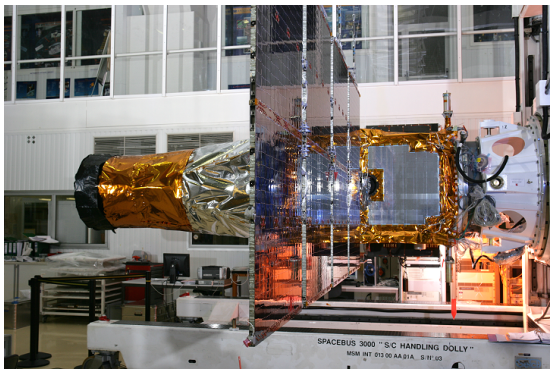


Figure 5.9 – Le satellite CoRoT. Crédits : http://smsc.cnes.fr/COROT/Fr/GP_satellite.htm

5.4.1.2 L'orbite de CoRoT, les champs d'observation et les *runs*

CoRoT évolue sur une orbite circulaire polaire inertielle basse (d'altitude moyenne 896 km) autour de la Terre (voir figure 5.10). Cette orbite permet au télescope de pointer tout le temps

dans la même direction malgré la rotation de la Terre sur elle même et autour du Soleil [18]. Il la parcourt en 6 174 s = 1 h 43 min (Boisnard and Auvergne, 2006). Cette orbite possède l'avantage de conserver le satellite à l'intérieur de la magnétosphère terrestre qui constitue un bouclier [19] vis-à-vis des particules chargées de hautes énergies (électrons et protons) qui lorsqu'ils atteignent le détecteur provoquent un bruit important.

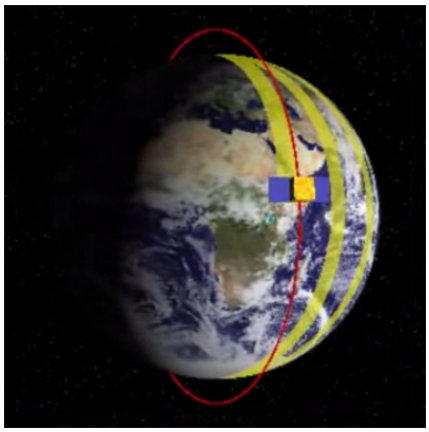


FIGURE 5.10 – **Orbite polaire inertielle** : L'orbite inertielle est plane et pratiquement circulaire. Le plan de cette orbite contient en permanence l'axe de rotation de la Terre et est fixe dans le référentiel héliocentrique. Par conséquent, le plan de l'orbite se déplace par rapport à la surface terrestre du fait de la rotation de la Terre sur elle même, mais aussi de la rotation de la Terre autour du Soleil. En jaune, on voit le déplacement de l'orientation de l'orbite par rapport à la surface terrestre. Crédits : http://en.wikipedia.org/wiki/Polar_orbit

Afin de ne pas être ébloui par le Soleil, CoRoT ne peut observer le même champ que pendant une demi-année au maximum (voir figure 5.11). Ainsi durant l'intégralité de la durée de sa mission, CoRoT ne va observer que dans deux régions opposées du ciel appelées les « yeux de CoRoT » (voir figure 5.12). La première région correspond approximativement au centre galactique et la deuxième approximativement à l'anticentre galactique. À l'intérieur de ces 2 zones (de 10° de rayon), le champ de vue de CoRoT est beaucoup plus faible puisqu'il n'est « que » de 3,05° × 2,70° (pour le télescope CoRoT dans son ensemble et de 1,3° × 1,3° par CCD). Cela lui permet tout de même d'observer (pour la voie exoplanète) environ 12 000 étoiles par champ (6 000 étoiles par CCD)..

Enfin, CoRoT fonctionne, en pratique, sur deux types de programmes appelés *runs* pendant lesquels il observe le même champ en continu. C'est-à-dire que chaque demi-année peut être divisée en plusieurs programmes (en général deux). On distingue deux types de programmes, les programmes courts (*short runs*, abrégé en SR) qui durent environ 20 jours et les programmes longs (*long runs*, abrégé en LR) qui duraient en début de mission environ 150 jours et ont été diminué, par la suite, à environ 80 jours [20].

18. Vu du satellite sans correction de pointage, le mouvement apparent du soleil est une rotation de 1° par jour autour de l'axe de rotation de la Terre. Pour garantir un niveau de charge correct des batteries, les panneaux solaires sont réorientés tous les 14 jours.

19. Malheureusement, le champ magnétique terrestre n'est pas parfait et possède une zone faible située au-dessus de l'Amérique du Sud appelée anomalie de l'Atlantique Sud (abrégée en AAS (Auvergne et al., 2009) si bien que les mesures faites dans cette zone sont inutilisables.

20. Ces *runs* de 80 jours sont parfois appelés programmes intermédiaires (*intermediate runs*)

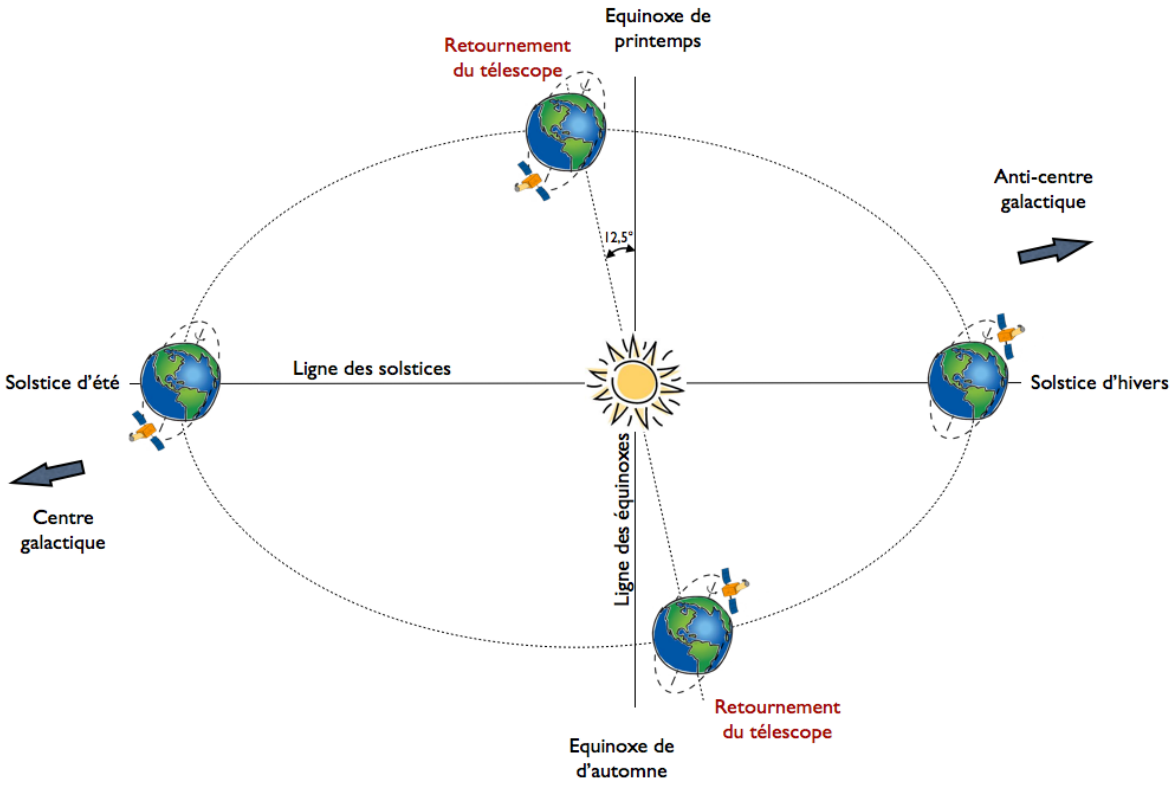


FIGURE 5.11 – **Cycle annuel de CoRoT**.

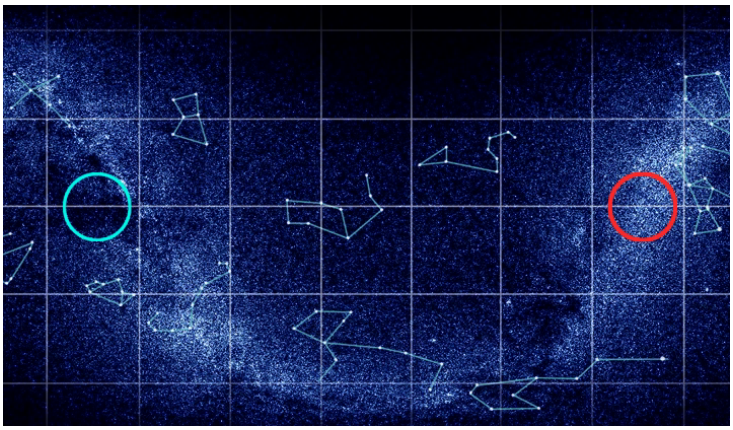


FIGURE 5.12 – **Les deux yeux de CoRoT** : La région encerclée en rouge correspond approximativement à l'anticentre galactique (coordonnées du centre de la région : angle horaire = 12,5 °, ascension droite = 6 h 50′ ; rayon = 10 °). Cette zone du ciel est observée pendant l'hiver. La région encerclée en bleu correspond approximativement au centre galactique (coordonnées du centre de la région : angle horaire = 12,5 °, ascension droite = 18 h 50′ ; rayon = 10 °). Cette zone du ciel est observée pendant l'été. Crédits : http://smsc.cnes.fr/COROT/Fr/GP_mission.htm

5.4.2 CoRoT du côté optique

5.4.2.1 Chemin optique

L'architecture optique de CoRoTest composée de deux miroirs hors axes confocaux pour éviter toute obstruction centrale. Le miroir primaire permet d'obtenir une pupille d'entrée d'un diamètre équivalent [21] de 27 cm. Après réflexion sur le miroir secondaire la lumière est envoyée vers un objectif dioptrique de 1,2 m de focale qui focalise la lumière vers le bloc focal.

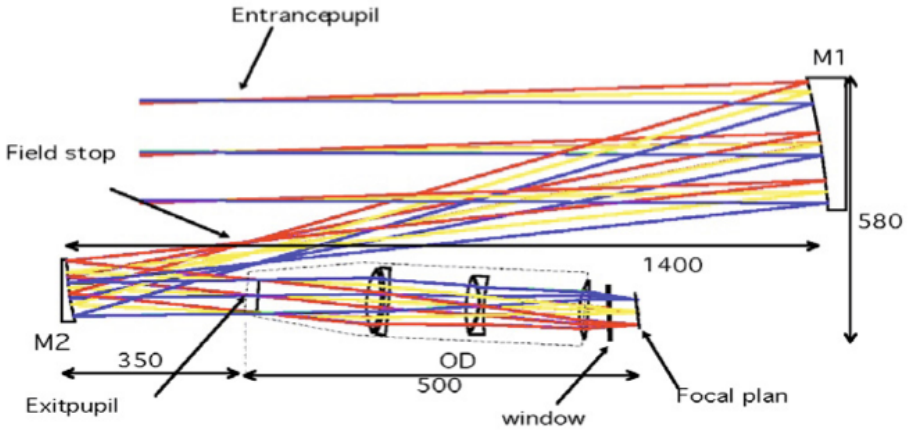


FIGURE 5.13 – **Schéma Optique de CoRoT**. Crédits : Auvergne et al. (2009)

Cette architecture résulte de trois contraintes principales :
— le besoin d'avoir un instrument compact ;
— la nécessité d'avoir un champ de vue assez grand ($1{,}3^\circ \times 1{,}3^\circ$ pour la voie exoplanète) ;
— la nécessité de réduire au maximum la lumière parasite provenant de la Terre.
Ce dernier objectif est réalisé grâce à un baffle [22] qui possède un taux de réjection [23] de 10^{18}.

5.4.2.2 Le bloc focal

Le bloc focal de CoRoT (voir figure 5.14) est un caisson dont la température est régulée à $233\,\mathrm{K} \pm 5\,\mathrm{mK}$. Ces parois, hormis la vitre qui permet au faisceau d'entrer dans le caisson, font 10 mm et sont en aluminium afin de fournir au détecteur un blindage contre les rayons cosmiques.

Le reste du bloc focal de CoRoT est un peu spécial (voir figure 5.14) puisqu'il est séparé en deux zones bien distinctes. Une première zone dédiée à l'astérosismologie et une deuxième zone dédiée à la détection d'exoplanètes par la méthode des transits.

Les détecteurs des deux voies sont composés chacun de deux [24] détecteurs CCD [25], dit à transfert de trames. Chacun des CCD est lui mêm composé de deux matrices de 2048 × 2048

21. En pratique la pupille de CoRoT n'est pas circulaire (voir Costes and Perruchot, 2006).
22. La quantité de lumière parasite dépend en fait de trois paramètres : l'orientation du satellite, les performances du baffle optique et l'altitude de l'orbite. Le baffle optique s'est finalement avéré beaucoup plus performant que ce qui avait envisagé au départ, si bien que l'on aurait pu diminuer les contraintes sur les autres paramètres. Cela a été fait en ce qui concerne l'orientation de CoRoT ce qui a permis d'élargir un peu les yeux de CoRoT. Mais cela aurait aussi pu permettre de diminuer l'altitude de l'orbite et ainsi de diminuer l'effet de l'anomalie de l'Atlantique Sud.
23. C'est-à-dire qu'il ne laisse passer qu'un photon parasite sur 10^{18}.
24. Le 8 mars 2009, la communication avec la chaîne photométrique n° 1 a été perdue, ne laissant plus qu'un détecteur à chacun des deux programmes (exoplanètes et astérosismologie).
25. CCD pour *Coupled Charged Device*.

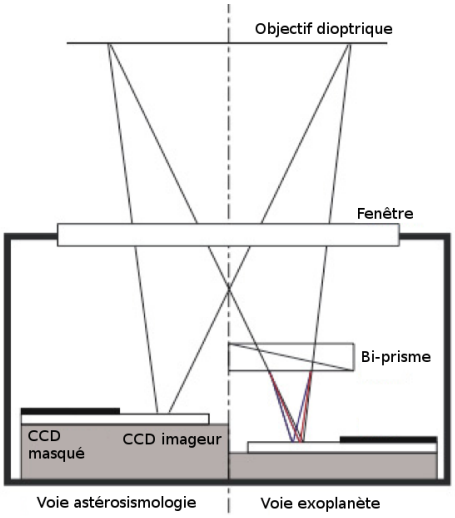


FIGURE 5.14 – **Schéma du plan focal de CoRoT**. En fin de chemin optique, l'objectif dioptrique (voir figure 5.13) focalise le faisceau et l'envoie vers le détecteur qui se trouve dans la boîte focale. Il s'agit d'une coque en aluminium de 10 mm d'épaisseur dont le but est d'isoler le détecteur des radiations non désirées (rayonnement haute énergie).Crédits : Auvergne et al. (2009)

pixels[26]. Cependant, l'une d'elles, appelée *zone mémoire*, est masquée (voir figure 5.14). La présence de cette zone mémoire est motivée par la volonté de diminuer le temps perdu à lire matrice. En effet, pour lire une matrice CCD dans son intégralité, il faut lire le nombre d'électrons recueillis par chaque pixel, ligne par ligne et colonne par colonne. Il faut donc 2048 × 2048 coups d'horloge pour récupérer toute l'information. Ce temps est du temps perdu puisque pendant ce temps là, on ne peut pas acquérir de nouvelles images. L'astuce consiste donc à transférer toutes les lignes de la première matrice vers la zone mémoire (seulement 2048 coups d'horloge ce qui prend environ 0,3 s), puis, pendant qu'on acquiert une seconde image avec la première matrice, on peut prendre notre temps pour lire la zone mémoire.

De plus, comme on peut le voir sur la figure 5.14, un biprisme vient s'ajouter à la voie exoplanète. En 1996, lorsque l'idée du biprisme a été proposée par Daniel Rouan, la motivation était de disperser la lumière afin réaliser un minispectre (résolution d'environ 3) des étoiles observées, afin de permettre de différencier facilement les transits de l'activité de l'étoile (Costes and Perruchot, 2006; Léger et al., 2006). En effet, les premiers résultats du télescope spatial SOHO venaient de montrer que l'activité de l'étoile était responsable de fortes variations photométriques, et l'on pensait à l'époque que ces variations seraient la principale source de bruit et de problème pour la détection de transit. Or, SOHO avait montré que ces variations étaient fortement chromatiques alors que le transit d'une exoplanète (disque noir et opaque) devant son étoile devait lui être achromatique (en première approximation). Par la suite, le taux de faux positifs de la méthode des transits s'est révélé être le problème majeur. Nous verrons par la suite que la présence du biprisme peut nous apporter une information qui va nous aider à identifier certains cas de faux positifs.

Pour finir, la réponse spectrale de la chaine optique de CoRoT est donnée à la figure 5.15.

26. La profondeur de puits de chaque pixel est de puits de 120 000 électrons, c'est-à-dire que chaque pixel peut contenir au maximum 120 000 photo-électrons avant de saturer.

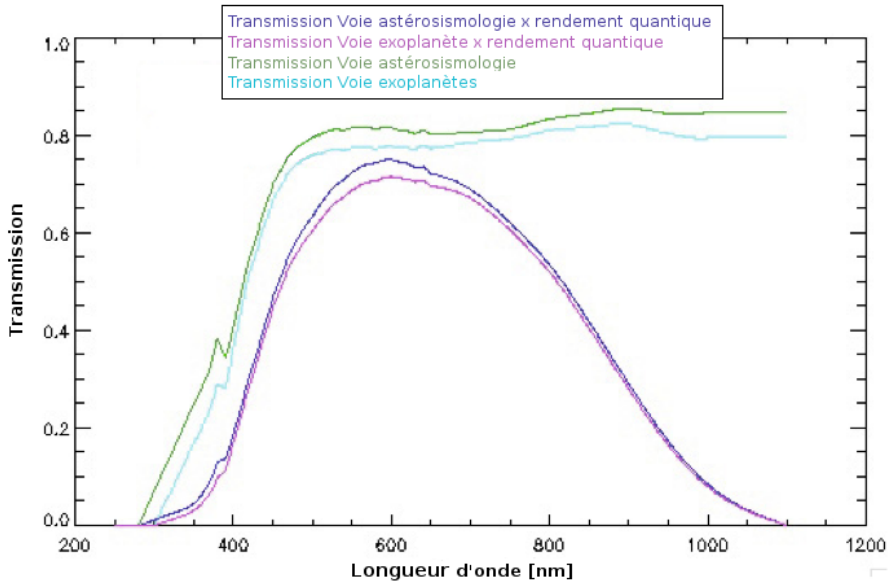


FIGURE 5.15 – **Réponse spectrale de CoRoT**. Crédits : Auvergne et al. (2009)

5.4.2.3 La FEP de CoRoT

Tout cela nous amène à la fonction d'étalement de point (FEP) de CoRoT. Elle se distingue de la FEP classique pour un télescope monolithique à cause de la légère défocalisation et surtout à cause de la présence du biprisme. La figure 5.16 présente l'allure de la FEP de CoRoT au centre du champ. Bien évidemment, lorsque l'on s'écarte de l'axe optique, cette FEP est déformée par des aberrations optiques. Sur cette image on s'aperçoit que la FEP est fortement dissymétrique et éta-

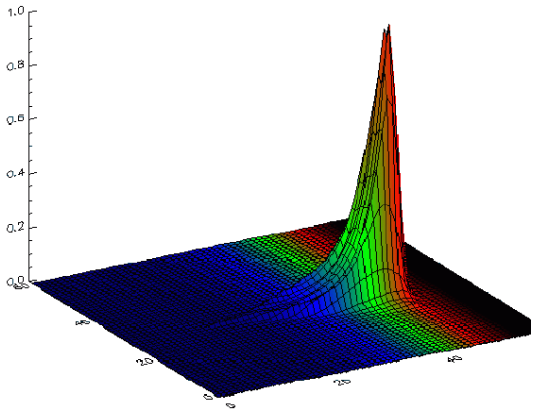


FIGURE 5.16 – **Allure de la FEP de CoRoT sur la voie exoplanètes**. Crédits : http://www.lesia.obspm.fr/astro/planet/pages/avecCOROT.html

lée dans la direction donnée par la dispersion du prisme. elle s'étale, en moyenne [27], sur 11 pixels de large et 7 pixels d'épaisseur et chaque pixel correspond, en moyenne, à 2,5 seconde d'angle.

27. Les chiffres qui suivent varient en fonction de la position sur le CCD. C'est pour cela que je me contente de donner des valeurs moyennes.

5.4.3 Les données fournies par CoRoT

Pour chaque *run*, les deux CCD de la voie exoplanète enregistrent le flux d'environ 5 000 à 6 000 étoiles par CCD simultanément. Nous allons voir dans cette section, comment le flux de ces étoiles est mesuré et comment il est échantillonné.

5.4.3.1 L'échantillonnage temporel

La durée d'une pose élémentaire du détecteur CCD est de 32 s sur la voie exoplanète. Cependant, pour des questions de débit de télétransmission [28] disponible, les mesures sont sommées par paquets de 16 à bord du satellite. Ainsi, la période d'échantillonnage classique des données reçues au sol est de 512 s soit 8 min 32 s. Cependant, une analyse rapide des données, appelée le « mode alarme », est effectuée au sol, en cours de *run*, à chaque réception de nouvelles données. Cette analyse permet de repérer les étoiles qui paraissent les plus intéressantes. Il est alors possible, pour un certain nombre d'étoiles (jusqu'à 6 000 étoiles en tout), de donner l'ordre au satellite de ne pas faire le rééchantillonnage et de transférer au sol les données échantillonnées à 32 s. Ce mode alarme permet aussi de démarrer les observations de suivi beaucoup plus rapidement (il peut parfois permettre un gain d'une année sur le suivi d'une cible en raison de sa période d'observabilité).

5.4.3.2 Les masques photométriques et les couleurs

L'objectif de CoRoT est de mesurer précisément le flux des étoiles qu'il observe. Pour cela, il utilise la technique de photométrie d'ouverture. Le principe est simple. On définit, en se basant sur l'allure de la FEP, une zone du détecteur CCD dans laquelle se trouve la quasi-totalité des photons reçus par le télescope et provenant de l'étoile ciblée. Cette zone est appelée un masque. L'objectif étant d'avoir à l'intérieur du masque, le maximum de photo-électrons provenant de l'étoile ciblée et le minimum de photo-électrons provenant d'autres sources (fond de ciel, contaminants) [29]. À chaque mesure, le nombre de photo-électrons reçus par chacun des pixels est mesuré. Ensuite, on somme les nombres de photo-électrons obtenus pour tous les pixels situés à l'intérieur du masque pour obtenir la mesure du flux de l'étoile-cible. C'est la succession temporelle de ces mesures qui donne la courbe de lumière de l'étoile.

Cependant, si l'on somme tous les pixels à l'intérieur du masque, on perd complètement l'information spectrale apportée par le biprisme. Le masque de certaines étoiles est donc séparé en trois zones le long de l'axe de dispersion du biprisme. Ces trois zones sont définies de la façon suivante :

1. La zone « rouge » est définie comme la zone correspondant aux plus grandes longueurs d'onde (la moins dispersée par le prisme) et contenant $40\,\% \pm 15\,\%$ du flux contenu dans le masque ;
2. La zone « bleue » est définie comme la zone correspondant aux plus courtes longueurs d'onde (la plus dispersée par le prisme) et contenant $30\,\% \pm 8\,\%$ du flux contenu dans le masque ;
3. La zone « verte » est définie comme la zone qui se trouve entre la zone rouge et la zone bleue et contenant le reste du masque. Elle contient donc $30\,\% \pm 23\,\%$ du flux contenu dans le masque ;
4. Une même colonne de pixels ne peut appartenir à deux zones différentes ;

28. Le débit de télétransmission est la vitesse de la connexion entre le satellite et la station au sol qui permet de récupérer les données enregistrées. Pour CoRoT ce débit est d'environ 550 kb/s.

29. En pratique, on dispose d'une bibliothèque que 256 masques dans laquelle on choisit celui qui s'adapte le mieux à l'étoile observée.

5. Chaque zone doit contenir au moins une colonne de pixels.

Ainsi définies, les couleurs ne correspondent pas une bande de longueurs d'onde déterminées et celle-ci va changer d'une étoile à l'autre. Ensuite, on s'aperçoit que pour les étoiles les moins brillantes, on ne pourra pas respecter tous les critères (et notamment les critères 4 et 5). C'est pourquoi, généralement, seuls les masques des étoiles dont la magnitude r' est inférieure à 14 sont séparés en couleur. Enfin, cette séparation du masque en trois zones engendre trois fois plus de données à télétransmettre et donc on ne pourra effectuer cette distinction que sur un nombre limité d'étoiles (au maximum 2 000). La figure 5.17 présente des exemples de masque avec cette séparation en trois zones rouge, verte et bleue.

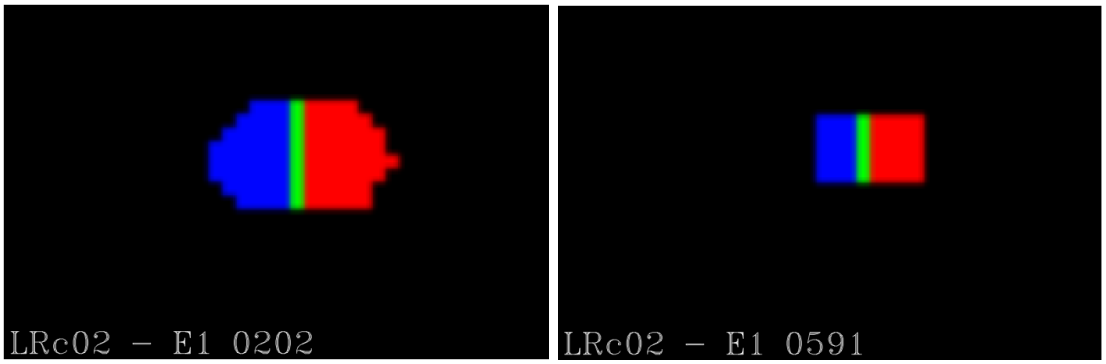


FIGURE 5.17 – **Exemples de masques séparés en trois couleurs**. Crédits : Benjamin Mollier.

Pour les étoiles disposant, d'un tel masque, on pourra produire 3 courbes de lumière, une par couleur.

Ainsi s'achève la description générale de la méthode des transits, du satellite CoRoT et donc de l'introduction générale à mon travail sur le traitement des données du satellite CoRoT. Dans les chapitres suivants, je vais rentrer dans le détail et les spécificités de ce travail.

Chapitre 6

Le formalisme bayésien des probabilités et le problème de la nature des transits

Comme nous l'avons vu dans le § 5.3, les objectifs principaux de mon travail sont :

1. Extraire le maximum d'informations de la courbe de lumière ;
2. Établir un classement des transits détectés dans les courbes de lumière reposant sur la probabilité que chacun de ces transits soit de nature planétaire.

Pour remplir ces deux objectifs, je vais utiliser le formalisme bayésien des probabilités. Dans la première partie de ce chapitre, § 6.1, je vais d'abord expliquer les raisons qui m'ont poussé à utiliser le formalisme bayésien pour résoudre ce problème. Puis dans les parties suivantes, § 6.2 et § 6.3, je présenterai les éléments de base de la théorie que j'ai utilisée : la comparaison bayésienne de modèle et l'inférence bayésienne de paramètres.

Sommaire

6.1 Pourquoi le formalisme bayésien ? 156
6.1.1 Les notions d'inférence et de probabilité 156
6.1.1.1 L'inférence et la probabilité fréquentiste 157
6.1.1.2 L'inférence et la probabilité bayésiennes 157
6.1.2 Les raisons de mon choix du formalisme bayésien 157
6.2 Comparaison bayésienne de modèles 158
6.2.1 Théorème de Bayes appliqué à la comparaison de modèle 159
6.2.2 Choix des probabilités *a priori* sur les modèles et processus d'apprentissage 160
6.2.2.1 Le processus d'apprentissage 161
6.2.2.2 Données indépendantes 161
6.2.3 Calcul de la vraisemblance du modèle 161
6.2.3.1 Nécesssité du calcul numérique 162
6.2.3.2 Choix des probabilités *a priori* sur les paramètres du modèle . 162
6.2.3.3 Rasoir d'Ockham 162
6.2.3.3.1 Principe philosophique de raisonnement 162
6.2.3.3.2 Comment ce principe philosophique se retrouve-t-il dans les équations présentées ci-dessus ? 163
6.2.3.3.3 Quelles conséquences pour notre application ? 164
6.3 Inférence bayésienne de paramètres 165
6.3.1 Théorème de Bayes appliqué à l'inférence de paramètres 166
6.3.2 Calcul de la vraisemblance des paramètres 166
6.3.3 Résumé de l'inférence 167
6.3.3.1 Valeur des paramètres 167
6.3.3.2 Intervalle d'erreur sur les paramètres 167

6.1 Pourquoi le formalisme bayésien ?

Comme son nom l'indique, le formalisme bayésien des probabilités a été introduit par Thomas Bayes [1] au milieu du XVIIIe siècle puis développé par Laplace. Bien que relativement ancien, ce n'est que récemment que ce formalisme a pris une place importante en science et notamment pour le traitement et l'analyse des données (voir par exemple Gregory, 2005; Demoment, 2005; Jaynes, 2003).

Dans le domaine des probabilités, il existe un deuxième formalisme, le formalisme fréquentiste. Il a notamment été élaboré par Kolmogorov vers 1930 (qui s'est appuyé sur des travaux de Borel et Lebesgue du début du XXe siècle). C'est ce formalisme qui, tout du moins en France, est le plus répandu et le plus enseigné. Alors, pourquoi utiliser le formalisme bayésien des probabilités ?

Ces deux théories divisent le monde des probabilités depuis des dizaines d'années. Je n'aurais donc pas la prétention de réaliser une comparaison poussée et exhaustive de ces deux visions [2]. Elle n'aurait d'ailleurs pas sa place dans ce manuscrit. Cependant, il m'est impossible d'ignorer complètement la théorie fréquentiste et je pense qu'il est nécessaire que je dise quelques mots sur les raisons qui m'ont poussé à adopter la vision bayésienne des probabilités plutôt que la vision fréquentiste. Ce sujet fait l'objet de cette partie.

6.1.1 Les notions d'inférence et de probabilité

Qu'elle soit bayésienne ou fréquentiste, la probabilité est une question d'inférence. L'inférence, c'est le raisonnement au sens large (déductif ou inductif) qui consiste à mettre en relation des propositions afin d'en déterminer la véracité, lorsque c'est possible, ou sinon la plausibilité. Par exemple, si l'on considère deux propositions notées A et B et que l'on sait que $A \Rightarrow B$, alors dire que si A est vraie, alors B est vraie constitue un raisonnement déductif (ou syllogisme fort, appelé *modus ponens*). De même, dire que si B est fausse, alors A est vraie constitue un autre raisonnement déductif (appelé *modus tollens*). Au contraire, dire que, si B est vraie alors A devient plus plausible, constitue un raisonnement inductif [3] (ou syllogisme faible) au même titre que dire que, si A est fausse alors B devient moins plausible. On peut aussi combiner les syllogismes et, si l'on sait que, si A est vraie alors B devient plus plausible, dans ce cas, dire que, si B est vraie, alors A devient plus plausible, constitue un syllogisme encore affaibli. Quel que soit le formalisme employé (bayésien ou fréquentiste), la probabilité est un réel [4] (compris entre 0 et 1) qui sert à chiffrer la véracité d'une proposition lorsque l'information disponible n'est pas suffisante pour conduire un raisonnement déductif. Plus la probabilité obtenue est proche de 1 et plus la proposition est vraisemblable et au contraire, plus la probabilité est proche de 0 et moins elle est vraisemblable. Jusque-là, les deux théories s'accordent. Là où elles se séparent, c'est sur la notion même de probabilité et la façon de l'obtenir.

1. Thomas Bayes (1702-1761) est un mathématicien britannique et pasteur de l'Église presbytérienne célèbre pour ses découvertes dans le domaine des probabilités et notamment pour ses écrits intitulés *Essais sur la manière de résoudre un problème dans la doctrine des risques* (en anglais *Essay Towards Solving a Problem in the Doctrine of Chances*) publié à titre posthume en 1763 dans les comptes-rendus de l'Académie royale de Londres (*the Philosophical Transactions of the Royal Society of London*).

2. Une comparaison relativement poussée des formalismes bayésien et fréquentiste peut être trouvée dans les ouvrages Gregory (2005); Demoment (2005).

3. Il faut faire attention à ne pas mélanger l'induction logique et l'induction mathématique. En effet, l'induction mathématique désigne le raisonnement par récurrence

4. En théorie fréquentiste, la probabilité est, plus exactement, une mesure sur une tribu d'évènements. C'est-à-dire qu'il s'agit d'une application qui associe un nombre réel (compris entre 0 et 1) à un évènement.

6.1.1.1 L'inférence et la probabilité fréquentiste

Dans la vision fréquentiste des probabilités, on distingue deux types de propositions aussi appelées expériences. Les expériences déterministes dont l'issue est la même lorsque l'on répète l'expérience et dont l'interprétation relève de la logique déductive et les expériences aléatoires (ou stochastiques) dont l'issue varie et qui, elles, peuvent être traitées par la logique inductive et la théorie des probabilités fréquentistes. Dans le cadre de cette théorie, la probabilité d'une issue d'une expérience aléatoire est définie comme la fréquence avec laquelle une issue donnée de l'expérience apparaît dans la limite où l'on répète une infinité de fois celle-ci. C'est le nombre d'apparitions d'une issue lors de la répétition de l'expérience qui va augmenter sa vraisemblance. Ainsi, en répétant l'expérience une infinité de fois, on a alors accès à la densité de probabilité de l'expérience qui décrit la seule et unique vérité sur cette expérience.

6.1.1.2 L'inférence et la probabilité bayésiennes

Dans l'approche bayésienne, on ne fait pas cette distinction franche entre raisonnement déductif et inductif, l'idée est justement d'unifier les deux dans un seul processus de raisonnement. La probabilité bayésienne est donc une mesure de la véracité d'une proposition. Elle ne fait pas appel à l'existence d'une densité de probabilité décrivant « l'unique vérité de la nature » et ne nécessite donc pas de pouvoir répéter indéfiniment une expérience pour avoir accès à cette vérité. La probabilité se calcule grâce à la théorie mathématique du calcul des probabilités et dépend explicitement des informations disponibles, des hypothèses effectuées et des connaissances de l'observateur.

6.1.2 Les raisons de mon choix du formalisme bayésien

Comme nous l'avons vu, le formalisme fréquentiste repose sur la densité de probabilité des phénomènes aléatoires qui décrit une propriété de la nature. Ce formalisme se veut donc objectif et reproche au formalisme bayésien sa subjectivité. En effet, le formalisme bayésien intègre complètement les hypothèses et les connaissances de l'observateur, si bien que deux observateurs observant le même phénomène aléatoire peuvent aboutir à des résultats (probabilités) différents s'ils ne font pas les mêmes hypothèses et surtout s'ils n'ont pas les mêmes connaissances du phénomène observé. Cette remarque est parfaitement juste, mais cette subjectivité est voulue. En effet, par exemple, dans le problème qui m'occupe, je veux pouvoir facilement et explicitement intégrer à mon calcul ma connaissance de l'instrument et des champs observés. De plus, je veux avoir la possibilité d'intégrer explicitement certaines hypothèses, par exemple sur l'excentricité ou l'inclinaison de l'orbite de la planète afin d'étudier leur influence sur le résultat.

De plus, nous avons vu que le formalisme fréquentiste repose sur la répétition du phénomène aléatoire. Or dans le cas de l'observation des transits détectés par CoRoT, je n'ai accès qu'à une seule courbe de lumière par étoile. Certes, celle-ci peut contenir plusieurs transits, mais je ne contrôle en aucun cas leur nombre. Je dois donc composer avec les données dont je dispose et je n'ai pas la possibilité d'en acquérir de nouvelles. Utiliser l'approche fréquentiste reviendrait à supposer que je dispose de suffisamment de transits pour accéder à la véritable distribution de probabilité du phénomène et si ce n'est pas le cas, à donner une réponse que je sais erronée. Sinon, il faudrait utiliser des techniques de « bootstrap », qui consistent à fabriquer des jeux de données synthétiques (à partir des données dont on dispose), ce qui n'est pas non plus véritablement satisfaisant. Au contraire, le formalisme bayésien me permet d'injecter dans le calcul mes connaissances du problème [5]. Si bien que, si les observations ne sont pas suffisamment pré-

5. On peut aussi injecter sa connaissance du problème lors d'un test d'hypothèse, en approche fréquentiste. C'est ce que l'on appelle « régulariser ». On fabrique alors une fonction coût qui en plus du terme classique du test de χ^2 contient d'autre termes traduisant l'accord avec les connaissance de l'observateur. Cependant, cela revient

cises ou nombreuses pour contraindre correctement la probabilité, alors les connaissances que j'ai injectées vont orienter la solution vers une réponse qui s'accorde à la fois aux observations et ma connaissance du phénomène. Dans mon problème d'estimation de la probabilité sur la nature planétaire des transits, j'ai besoin de ce mécanisme de correction, car il est évident que, au moins dans certains cas, l'information disponible dans la courbe de lumière sera insuffisante pour orienter correctement la probabilité. Bien sûr, dans ces cas-là, la probabilité obtenue ne sera que le reflet des connaissances injectées, mais c'est, à mon sens, préférable à une probabilité basée sur des données que je sais insuffisantes et donc potentiellement fausses, car dominées par le bruit.

Enfin, comme nous allons le voir dans le § 6.2, le formalisme bayésien permet, de façon simple et explicite, de calculer, à partir d'un jeu de données issues d'une expérience, la probabilité qu'un modèle (ou qu'une hypothèse) soit vrai relativement à celle d'un ou plusieurs autres modèles concurrents. Dans le formalisme fréquentiste, la notion de probabilité est réservée aux variables aléatoires, qui sont des expériences aléatoires dont le résultat est un nombre. La véracité d'un modèle qui constitue une expérience aléatoire dont le résultat est, soit vrai, soit faux, ne constitue donc pas une variable aléatoire. Par conséquent, dans le formalisme fréquentiste, on ne peut pas directement mesurer la véracité d'un modèle par une probabilité. Cela se fait indirectement par l'intermédiaire de ce que l'on appelle le test d'hypothèse fréquentiste avec la statistique du χ^2. Pour ce test d'hypothèse, à partir du modèle et des données issues d'une expérience, on calcule la valeur du χ^2 (ou χ^2 réduit). Ensuite, dans la théorie du test d'hypothèse fréquentiste, on est censé calculer une probabilité appelée *P-value* dont la signification est la suivante : si le modèle considéré est vrai et que l'on répète notre expérience un grand nombre de fois dans des conditions identiques, quelle fraction de ces expériences donnerait, uniquement sous l'effet du bruit, une valeur de χ^2 supérieure à celle que l'on a calculée à partir des données que l'on a réellement mesurées lors de notre expérience ? Si cette probabilité, *P-value*, est supérieure à un certains seuil, on décide que le modèle est vrai, sinon il est considéré comme faux. Le problème est que cette *P-value* (et par extension la valeur du χ^2) est souvent utilisée comme une mesure de la probabilité attribuée à la véracité du modèle. Cette interprétation est impropre puisque n'importe quelle valeur de χ^2 et donc de *P-value* peut sortir d'une expérience, même si le modèle est juste. De plus, si l'on dispose d'un jeu de plusieurs modèles, cette approche permet de les classer selon leur *P-value* ou leur valeur de χ^2. Mais, elle ne permet pas, par exemple, d'établir avec quelle probabilité nous estimons que l'un de ces modèles puisse être vrai, sachant que le bon se trouve parmi le jeu de modèles. Or estimer cette probabilité est indispensable pour le classement des candidats que je souhaite effectuer.

Voici les principales raisons qui m'ont poussé à adopter le formalisme bayésien des probabilités. Dans les sections suivantes, je vais présenter les éléments de la théorie bayésienne que j'ai utilisés pour estimer la probabilité qu'un transit soit de nature planétaire.

6.2 Comparaison bayésienne de modèles

Mon objectif pour cette partie est présenter le cadre théorique qui va me permettre de calculer la probabilité de la proposition« le transit observé est dû à une planète éclipsant l'étoile cible » (que nous noterons modèle $M_{\text{P.S.}}$ par la suite). La théorie bayésienne des probabilités veut que la probabilité « absolue » de cette proposition, $\Pr(M_{\text{P.S.}})$, n'est pas accessible [6] . La seule chose que nous pouvons obtenir c'est une probabilité conditionnelle à notre connaissance (autrement dit notre expérience antérieure) du problème, notée I et, si possible, de données spécifiques à notre problème, notées d.

à faire du bayésien sans le dire.

6. Dans le formalise bayésien, cette probabilité n'a même pas véritablement de sens.

6.2.1 Théorème de Bayes appliqué à la comparaison de modèle

Le formalisme bayésien repose sur le théorème de Bayes et la comparaison bayésienne de modèle ne fait pas exception à la règle. Nous allons donc tout d'abord présenter ce théorème sous une forme légèrement modifiée afin d'être directement applicable à la comparaison de modèle :

$$\Pr(M|d,\mathrm{I}) = \frac{\Pr(d|M,\mathrm{I})\ \Pr(M|\mathrm{I})}{\Pr(d|\mathrm{I})} \tag{6.1}$$

où :

- d représente les données[7], c'est à dire la courbe de lumière ;
- M représente le modèle dont on cherche à estimer la probabilité (par exemple le modèle P.S.) ;
- I représente toutes les informations *a priori* décrivant le contexte de la mesure et notre connaissance du problème avant de faire les mesures (c'est-à-dire sans la connaissance de d) ;
- $\Pr(M|\mathrm{I})$ est la probabilité *a priori* du modèle, c'est-à-dire sa probabilité avant la mesure des données, sachant uniquement I ;
- $\Pr(d|M,\mathrm{I})$ possède deux noms différents en fonction de la situation. Il est appelé probabilité d'échantillonnage (*sampling probability* en anglais), lorsque d est supposé variable et M est fixé (on est alors face à ce que l'on appelle un problème direct). Il est appelé vraisemblance (*likelyhood* en anglais) de M, notée $\mathcal{L}(M)$, lorsqu'à l'inverse d est fixé et c'est M qui est variable[8] (on est alors face à ce que l'on appelle un problème inverse). Dans le problème qui nous occupe, d est fixé et c'est M que l'on teste et qui est donc variable, nous appellerons donc ce terme vraisemblance[9] de M ;
- $\Pr(M|d,\mathrm{I})$ est la probabilité *a posteriori* donnant la probabilité du modèle sachant les données et les informations *a priori* I ;
- $\Pr(d|\mathrm{I})$ est un terme de normalisation appelé vraisemblance marginale (en anglais *global likelyhood*) et décrivant la probabilité d'obtenir les données indépendamment de tout modèle, sachant uniquement I.

Comme nous l'avons déjà dit dans l'introduction de cette partie, l'objectif est de calculer la probabilité *a posteriori* du modèle $M_{\text{P.S.}}$, notée $\Pr(M_{\text{P.S.}}|d,\mathrm{I})$. Pour cela, il faut donc estimer les termes situés dans le membre de droite du théorème de Bayes. Parmi ces termes, la probabilité *a priori* et la vraisemblance ne pose pas de problèmes (nous verrons comment les calculer par la suite). Par contre la vraisemblance marginale, $\Pr(d|\mathrm{I})$, est assez délicate à estimer. En effet pour la calculer, on dispose uniquement de la formule suivante :

$$\Pr(d|\mathrm{I}) = \sum_{M_x} \Pr(d|M_x,\mathrm{I})\Pr(M_x|\mathrm{I}), \tag{6.2}$$

où les M_x désigne tous les modèles (hypothèses) plausibles.

Comme il est un peu délicat d'affirmer avoir envisagé toutes les hypothèses (M_x) possibles et imaginables, ce terme est, en théorie, incalculable. En pratique, il existe deux solutions pour résoudre ce problème :

1. On ne cherche pas à estimer le terme de vraisemblance marginale. Dans ce cas, on accepte de ne pas pouvoir calculer la probabilité *a posteriori* $\Pr(M|d,\mathrm{I})$. Cependant, on s'appuie

7. J'utiliserai aussi le terme mesures
8. M variable signifie que un ou plusieurs paramètres du modèle M sont variables.
9. Le fait que la vraisemblance soit notée $\mathcal{L}(M)$ et qu'on ne garde pas la notation $\Pr(d|M,\mathrm{I})$ n'est pas anodin. En effet, la vraisemblance, en temps que fonction de M, n'est pas une probabilité puisqu'elle n'est pas normalisée.

sur le fait que, comme les données d sont identiques pour chacun des modèles M_x, cela implique que ce terme de vraisemblance marginale $\Pr(d|\mathrm{I})$ soit identique pour tous ces modèles. Par conséquent, certes on ne peut pas calculer les probabilités *a posteriori*, mais on peut par contre calculer des rapports de probabilités *a posteriori* (puisque le terme de vraisemblance marginale se simplifie). On appelle ces rapports « rapports des chances » ou « rapports des cotes » (*odds ratio* en anglais) notés $O_{x,y} = \frac{\Pr(M_x|d,\mathrm{I})}{\Pr(M_y|d,\mathrm{I})}$. On décompose souvent ce rapport de chances en deux $O_{x,y} = \frac{\Pr(M_x|\mathrm{I})}{\Pr(M_y|\mathrm{I})} \cdot B_{x,y}$ où $\frac{\Pr(M_x|\mathrm{I})}{\Pr(M_y|\mathrm{I})}$ est appelé le rapport de chance *a priori* et $B_{x,y} = \frac{\Pr(d|M_x,\mathrm{I})}{\Pr(d|M_y,\mathrm{I})}$ est le facteur de Bayes qui correspond au rapport des vraisemblances. Ce rapport des chances nous permet de comparer les modèles deux à deux. Mais en pratique, on voit que cela revient à calculer pour chaque modèle le numérateur du théorème de Bayes, que j'appellerais par la suite probabilité *a posteriori* non normalisée, et de les comparer.

2. On estime la vraisemblance marginale grâce à l'équation 6.2, en sommant sur tous les modèles auxquels on a pensé et qui nous semblent, *a priori*, plausibles. L'idée étant que les modèles auxquels nous n'aurions pas pensé sont associés à un terme de vraisemblance $\Pr(d|M_x,\mathrm{I})$ négligeable devant celui des modèles considérés. On obtient ainsi une probabilité *a posteriori* que j'appellerais normalisée.

Il est d'ores et déjà important de remarquer que le problème a pris une autre dimension puisque, non seulement on ne peut pas calculer la probabilité « absolue », $\Pr(M_{\text{P.S.}})$, mais en plus, à cause de la vraisemblance marginale, la probabilité conditionnelle, $\Pr(M_{\text{P.S.}}|d,\mathrm{I})$, fait appel à un ensemble de modèles concurrents M_x qui, dans notre problème seront naturellement les hypothèses associées aux différents cas de faux positifs (E.B., HI.T., C.E.B., C.P.S., *etc*, présentés dans le § 5.1.2.4.3). Autrement dit, le problème a évolué de la simple estimation de la probabilité d'un unique modèle $M_{\text{P.S.}}$ vers le calcul et la comparaison des probabilités d'un ensemble de modèles plausibles $\{M_{\text{P.S.}}, M_{\text{E.B.}}, M_{\text{HI.T.}}, M_{\text{C.P.S.}}, M_{\text{C.E.B.}}, \text{etc.}\}$. D'où le terme de comparaison bayésienne de modèle [10].

Notre but final étant de faire un classement de tous les transits en se basant sur la probabilité *a posteriori* du modèle $M_{\text{P.S.}}$, nous avons besoin de probabilités normalisées. Par conséquent, nous utiliserons la solution 2.

Mais de toute façon, les deux solutions évoquées ci-dessous reposent sur l'estimation des deux termes composant la probabilité non normalisée :

— la probabilité *a priori*, $\Pr(M_x|\mathrm{I})$;
— la vraisemblance $\mathcal{L}(M_x)$.

Les parties suivantes traiteront donc de l'estimation de ces deux termes.

6.2.2 Choix des probabilités *a priori* sur les modèles et processus d'apprentissage

Le choix de la probabilité *a priori* sur le modèle $\Pr(M_x|\mathrm{I})$ doit refléter l'état de nos connaissances avant l'acquisition des données. Si, sans faire les mesures, nous devions faire un pronostic sur le bon modèle, quelle probabilité attribuerions-nous à chacun des modèles ? Ou, autrement dit, quelle serait la cote de chaque modèle ? L'approche bayésienne, dans sa construction, donne une réponse claire à cette question. En effet plus qu'une simple équation, le théorème de Bayes est la traduction mathématique d'un processus de pensée.

10. Kuindersma and Blais (2007) ont écrit un article relativement court et très pédagogique qui explique, à mon avis, très bien le principe et la philosophie de la comparaison bayésienne de modèle.

6.2.2.1 Le processus d'apprentissage

Si l'on n'a aucune idée sur la question, alors il est normal de prendre des probabilités égales pour tous les modèles. Dans ce cas, seule la vraisemblance, c'est-à-dire l'accord aux données, déterminera le modèle le plus probable. Par la suite, si l'on refait la même expérience, on devra prendre comme probabilité *a priori* la probabilité *a posteriori* obtenue lors de l'expérience précédente, car elle traduira l'état actuel de nos connaissances. L'accumulation des expériences aboutira à un système stationnaire pour lequel la probabilité *a posteriori* est égale à la probabilité *a priori*. On aura, alors, appris tout ce que les données pouvaient nous apprendre sur la question.

Dans le cadre de la détermination de la nature des transits observés par CoRoT, les étoiles ne sont observées qu'une fois [11]. Nous ne pouvons donc pas mettre en place ce processus d'apprentissage pour chaque transit détecté. Cependant, nous pouvons considérer l'ensemble des transits détectés par CoRoT comme une seule et même population et nous pouvons mettre en place, ce processus d'apprentissage sur cette population.

Au moment où débute ce travail, le satellite CoRoT acquiert des données depuis plus de 5 ans et la nature de nombreux transits a déjà été déterminée. Nous ne partons donc pas de zéro, nous disposons d'une expérience sur ce type de problèmes fondée sur la résolution de problèmes similaires (d'autres transits de CoRoT). Dans ce cas, la probabilité *a priori* devra, si possible, traduire cette expérience. Par exemple, dans notre problème, la connaissance du pourcentage des transits détecté par CoRoT qui se sont avéré être des planètes autour de l'étoile-cible ou au contraire des binaires à éclipse, ou encore des binaires de contamination est une information qui trouvera naturellement sa place dans ces termes de probabilité *a priori* des différents modèles. C'est-à-dire qu'au lieu de partir de probabilités *a priori* égales pour tous les modèles nous pouvons construire une probabilité *a priori* basée sur l'histogramme normalisé de ces transits dont la nature a été identifiée (voir figure 7.12). Par la suite, si la nature d'un transit étudié est établie grâce au suivi, il faudra modifier cet histogramme en conséquence et donc les probabilités *a priori* des futurs transits étudiés.

6.2.2.2 Données indépendantes

Mais ce terme de probabilité *a priori* n'indique pas uniquement une connaissance antérieure basée sur la résolution d'anciens problèmes. Il peut aussi inclure des données prises sur le cas précis que l'on étudie, mais indépendantes des mesures d considérées dans l'équation de Bayes. Par exemple, ici, on pourrait imaginer, inclure au fur et à mesure dans la probabilité *a priori*, les informations issues des observations de suivi. De plus, les équipes de CoRoT ont réalisé une campagne de préparation aux observations de CoRoT visant à caractériser la population d'étoiles présentes dans les yeux de CoRoT (voir Deleuil et al., 2009). À partir de cette campagne d'observation, a été créée une base de données appelée Exo-Dat rassemblant certaines informations sur les étoiles du champ de CoRoT, par exemple, la photométrie dans de nombreuses bandes photométriques ou encore une estimation du rougissement, de la température, de la classe spectrale, de la classe de luminosité et de la contamination. Ces données sont indépendantes de la courbe de lumière et peuvent nous apporter des informations sur le système observé et notamment sur l'étoile cible.

6.2.3 Calcul de la vraisemblance du modèle

Dans cette partie, nous allons nous attacher à calculer $\mathcal{L}(M) = \Pr(d|M, \mathrm{I})$. Lorsque le modèle M comprend des paramètres libres que l'on note θ_i, c'est-à-dire des paramètres dont la valeur n'est pas fixée *a priori* et peut varier dans un intervalle Ω_{θ_i}. On calcule $\mathcal{L}(M)$ grâce à

11. Seuls certains cas comme CoRoT-9b ou CoRoT-7b ont été observés deux fois.

$$\mathcal{L}(M) = \Pr(d|M,\mathrm{I}) = \int_{\Omega_{\theta_1}} \dots \int_{\Omega_{\theta_n}} \mathrm{p}(d|\theta_1 \dots \theta_n, M, \mathrm{I})\ \mathrm{p}(\theta_1, \dots, \theta_n|M,\mathrm{I})\ \mathrm{d}\theta_1 \dots \mathrm{d}\theta_n. \tag{6.3}$$

Pour simplifier les notations, on notera $\boldsymbol{\theta} = (\theta_1, \theta_2, ..., \theta_n)$ le vecteur des paramètres libres et $\Omega_{\boldsymbol{\theta}} = \bigcup_i \Omega_{\theta_i}$, l'espace des paramètres libres. L'équation précédente se réécrit alors

$$\begin{aligned} \mathcal{L}(M) = \Pr(d|M,\mathrm{I}) &= \int_{\Omega_{\boldsymbol{\theta}}} \mathrm{p}(d|\boldsymbol{\theta}, M, \mathrm{I})\ \mathrm{p}(\boldsymbol{\theta}|M,\mathrm{I})\ \mathrm{d}\boldsymbol{\theta}. \\ &= \int_{\Omega_{\boldsymbol{\theta}}} \mathcal{L}(\boldsymbol{\theta}, M)\ \mathrm{p}(\boldsymbol{\theta}|M,\mathrm{I})\ \mathrm{d}\boldsymbol{\theta}. \end{aligned} \tag{6.4}$$

où :

— $\mathcal{L}(\boldsymbol{\theta}, M) = \mathrm{p}(d|\boldsymbol{\theta}, M, \mathrm{I})$ est la vraisemblance des paramètres du modèle M ;

— $\mathrm{p}(\boldsymbol{\theta}|M,\mathrm{I})$ est la densité de probabilité [12] *a priori* sur la valeur des paramètres.

À partir de ces équations, on peut faire plusieurs remarques qui seront réparties dans les trois sous-parties suivantes.

6.2.3.1 Nécesssité du calcul numérique

Puisqu'en général les modèles possèdent plusieurs paramètres libres, pour calculer $\mathcal{L}(M)$ à partir de l'équation 6.4, il faudra calculer des intégrales multiples que nous ne serons, en général, pas capables de calculer analytiquement. Cette méthode va donc nécessiter un travail important en termes de calcul numérique, sujet que nous aborderons dans le § 7.3.

6.2.3.2 Choix des probabilités *a priori* sur les paramètres du modèle

L'équation 6.4 fait intervenir la probabilité *a priori* sur la valeur des paramètres du modèle, $\mathrm{p}(\boldsymbol{\theta}|M,\mathrm{I})$. Tout comme la probabilité *a priori* du modèle, cette fonction doit refléter les connaissances de l'utilisateur, sur chacun des paramètres du modèle, issues de la résolution antérieure de problèmes similaires et de données indépendantes des données d.

6.2.3.3 Rasoir d'Ockham

6.2.3.3.1 Principe philosophique de raisonnement

Le principe du rasoir d'Ockham [13] est un principe important de la comparaison bayésienne de modèles. Mais il n'a pas été inventé lors de la mise en place de cette théorie. Il s'agit d'un principe philosophique de raisonnement qui existait bien avant Thomas Bayes [14]. Par conséquent, il a eu de nombreuses formulations au cours des siècles [15] que je résumerais ainsi :

12. Dans les équation 6.3, 6.4 et pour la suite, j'ai pris soin de noter p les densités de probabilité pour les différencier des probabilités notées Pr.

13. Le rasoir d'Ockham (parfois écrit rasoir d'Occam) doit son nom au philosophe anglais Guillaume d'Ockham né à la fin du XIIIe siècle qui fut un des pionniers du nominalisme. Guillaume d'Ockham n'a pas inventé le principe du rasoir d'Ockham, mais il porte son nom, car il l'a évoqué à de nombreuses reprises.

14. On retrouve des formulations de ce principe depuis l'antiquité par exemple chez Aristote au IVe siècle av. JC.

15. Par exemple, Ptolémée, au IIe siècle : « C'est un bon principe d'expliquer un phénomène par l'hypothèse la plus simple possible. » ou encore Guillaume d'Ockham au XIVe siècle : « Une pluralité ne doit pas être posée sans nécessité. »

La solution la plus simple est souvent la meilleure.

Le terme rasoir vient du fait que ce principe tend à raser, c'est-à-dire à enlever tout ce qui est superflu dans une théorie et qui la complique inutilement. Ce principe s'applique parfaitement à la comparaison de modèle où l'on essaye de trouver le meilleur modèle M pour expliquer les données d. En effet, dans ce contexte, on va privilégier le modèle le plus simple à moins qu'un modèle plus compliqué n'ait un pouvoir explicatif nettement plus important.

6.2.3.3.2 Comment ce principe philosophique se retrouve-t-il dans les équations présentées ci-dessus ?

Premièrement, il faut définir ce que l'on entend par complexité du modèle. En comparaison bayésienne de modèle, la complexité d'un modèle se mesure par la taille de l'espace des paramètres libres $\Omega_{\boldsymbol{\theta}}$, c'est-à-dire par le nombre de dimensions et la largeur de chaque espace Ω_{θ_i}.

Deuxièmement, dans l'équation 6.4 on peut voir la vraisemblance $\mathcal{L}(M)$ comme le résultat de la moyenne de la vraisemblance des paramètres ($\mathcal{L}(\boldsymbol{\theta}, M) = \mathrm{p}(d|\boldsymbol{\theta}, M, \mathrm{I})$) pondérée par l'*a priori* ($\mathrm{p}(\boldsymbol{\theta}|M, \mathrm{I})$). L'espace des paramètres libres $\Omega_{\boldsymbol{\theta}}$ est le support de la fonction probabilité *a priori* sur les paramètres. Il traduit donc notre incertitude *a priori* sur la valeur de ces paramètres. Comme $\mathrm{p}(\boldsymbol{\theta}|M, \mathrm{I})$ est une probabilité, elle est par conséquent normée et donc, plus notre incertitude sera grande, plus $\Omega_{\boldsymbol{\theta}}$ sera grand et plus $\mathrm{p}(\boldsymbol{\theta}|M, \mathrm{I})$, le facteur de pondération sera faible pour une valeur donnée de $\boldsymbol{\theta}$.

Enfin, il faut garder à l'esprit que la vraisemblance des paramètres ($\mathcal{L}(\boldsymbol{\theta}, M)$) traduit l'accord entre les prédictions du modèle pour la valeur $\boldsymbol{\theta}$ des paramètres et les données d. Plus on a un bon accord, et plus la vraisemblance est élevée. Dernière chose, $\mathcal{L}(\boldsymbol{\theta}, M)$ est une vraisemblance et n'est donc pas normée.

Il y a donc quatre cas de figure :

1. Les données sont trop bruitées pour permettre de contraindre la valeur des paramètres. Cela se traduit par une vraisemblance $\mathcal{L}(\boldsymbol{\theta}, M)$ qui est à peu près uniforme sur l'espace des paramètres $\Omega_{\boldsymbol{\theta}}$ (voir figure 6.1). Dans ce cas, faire varier la taille de $\Omega_{\boldsymbol{\theta}}$ ne change pas la valeur de la moyenne pondérée, $\mathcal{L}(M)$. Et le modèle plus complexe sera tout aussi probable que le modèle moins complexe.
2. Les mesures sont suffisamment précises pour que la vraisemblance des paramètres varie sensiblement avec les valeurs des paramètres considérés. Dans un cas là, il a deux cas possibles :
   (a) Augmenter la complexité et donc l'espace des paramètres $\Omega_{\boldsymbol{\theta}}$ ne donne pas accès à des régions sur lesquelles, la valeur de $\mathcal{L}(\boldsymbol{\theta}, M)$ est localement plus élevée. Alors comme, la valeur de $\mathcal{L}(M)$ étant égale à la moyenne pondérée de $\mathcal{L}(\boldsymbol{\theta}, M)$ sur $\Omega_{\boldsymbol{\theta}}$, elle diminue avec l'augmentation de $\Omega_{\boldsymbol{\theta}}$. Le modèle plus complexe n'a apporté aucune amélioration de l'accord avec les données. Il est donc naturellement moins vraisemblable.
   (b) Augmenter la complexité et donc l'espace des paramètres $\Omega_{\boldsymbol{\theta}}$ donne accès à des régions sur lesquelles, la valeur de $\mathcal{L}(\boldsymbol{\theta}, M)$ est localement plus élevée. Dans un cas là, il y a encore deux cas possibles :
      i. Soit cette augmentation locale de la vraisemblance est suffisante pour induire une augmentation de la moyenne pondérée et dans ce cas, on considèrera que l'augmentation de la complexité, symbolisée par l'augmentation de $\Omega_{\boldsymbol{\theta}}$, s'est traduite par une augmentation suffisante de l'accord avec les données. Dans ce cas-là, le modèle plus complexe sera plus vraisemblable que le modèle moins complexe ;
      ii. Soit, au contraire, cette augmentation locale de la vraisemblance n'est pas suffisante pour induire une augmentation de la moyenne pondérée et dans ce cas, on

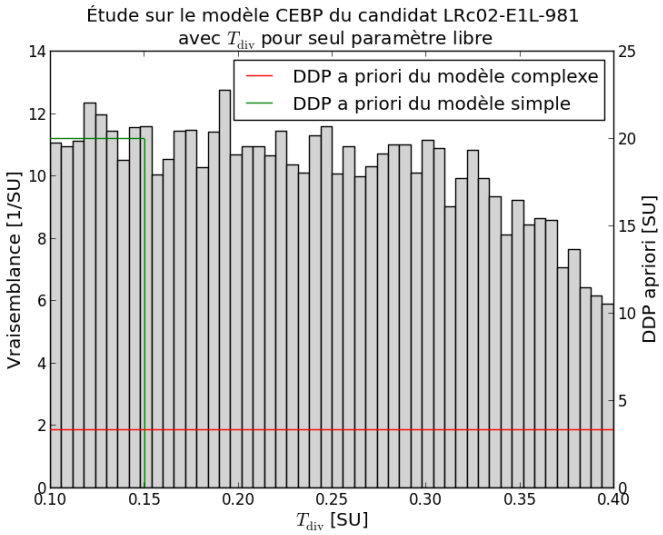


FIGURE 6.1 – **Rasoir d'Ockham : données insuffisantes pour contraindre le paramètre.** Ce diagramme présente la vraisemblance que j'ai estimée lors d'une étude du modèle C.E.B.P. du candidat LRc02-E1L-981 réalisée avec $T_{\rm div}$ (le rapport des températures effectives des deux étoiles du système éclipsant) pour seul paramètre libre. Les données sont alors insuffisantes pour contraindre la valeur de ce paramètre et la vraisemblance représentée par le diagramme en barre gris clair est quasiment uniforme. J'ai ensuite effectué les calculs de la probabilité de modèle *a posteriori* pour deux complexités de modèle qui ne diffèrent que par la dimension de l'espace libre du paramètre $T_{\rm div}$. Pour le modèle simple, dont la densité de probabilité *a priori* est représentée en vert, le logarithme de la probabilité de modèle obtenue est de $10{,}7 \pm 1{,}9$. Pour le modèle plus complexe, dont la densité de probabilité *a priori* est représentée en rouge, le logarithme de la probabilité de modèle obtenue est de $9{,}9 \pm 2{,}36$. Les probabilités de modèle sont donc, comme attendu, sensiblement égales, alors que l'espace des paramètres du modèle plus complexe est 6 fois plus grand.
Remarque : Les incertitudes relativement importantes sur mes estimations des probabilités de modèle sont dues à l'association d'une vraisemblance quasi uniforme et de la méthode d'intégration que j'utilise (que nous verrons dans la partie § 7.3.2). J'ai jugé plus intéressant de faire ces petits exemples avec de vraies données et en utilisant mon outil, mais ici l'intégration permettant d'obtenir la probabilité de modèle est extrêmement simple, par conséquent l'emploi d'une méthode d'intégration complexe ne se justifie pas véritablement. Si l'utilisateur est gêné par les incertitudes, il peut aisément se convaincre de la quasi-égalité des deux probabilités par un rapide calcul mental.

considérera que l'augmentation de la complexité ne s'est pas accompagnée d'une augmentation suffisante de l'accord avec les données. Dans ce cas là, le modèle plus complexe sera moins vraisemblable même s'il permet, localement, d'obtenir une vraisemblance de paramètres plus élevée que le modèle moins complexe.

Le comportement que l'on vient de décrire respecte complètement le principe du rasoir d'Ockham : un modèle plus complexe n'est plus probable qu'un modèle moins complexe que si l'augmentation de la complexité se traduit par une amélioration notable de sa capacité à expliquer les données.

6.2.3.3.3 Quelles conséquences pour notre application ? Nous avons vu que pour notre classement des transits, nous allons calculer la probabilité des modèles des différentes explications physiques pouvant expliquer l'apparition d'un transit sur la courbe de lumière. Pour ces différentes explications physiques (qui ont été listées dans le § 5.1.2.4.3, P.S., E.B., H.T.E.B., H.T.P.S., C.P.S., C.E.B.), le nombre de paramètres et donc la complexité des modèles associés ne vont pas être les mêmes. Par conséquent, il faudra être conscient que l'on aura tendance à pénaliser légèrement les modèles ayant le plus de paramètres (nous verrons dans le chapitre suivant qu'au niveau de la complexité des modèles que j'utilise actuellement, on a, au premier ordre, P.S.< E.B., C.P.S., H.T.P.S.< C.E.B., H.T.E.B.). Cependant, en plus du principe du rasoir d'Ockham, cette pénalisation est logique puisque le simple fait d'avoir un plus grand nombre de paramètres

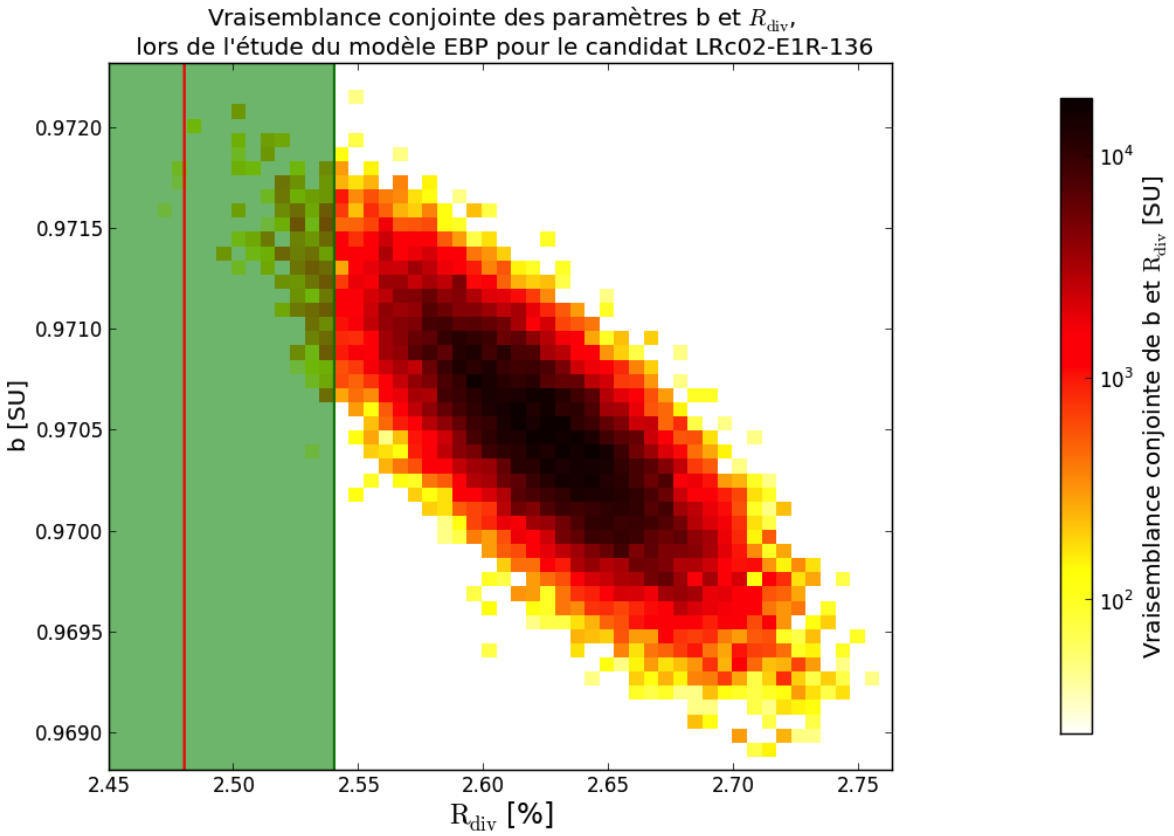


FIGURE 6.2 – **Rasoir d'Ockham : Pénalisation de la complexité.** Ce diagramme présente la vraisemblance conjointe que j'ai estimée lors d'une étude du modèle E.B.P. du candidat LRc02-E1R-136 réalisée avec R_{div} (le rapport des rayons de deux étoiles du système éclipsant) et b (le paramètre d'impact du système éclipsant) comme seuls paramètres libres. J'ai ensuite calculé la probabilité *a posteriori* non normalisée sur le modèle dans plusieurs cas : Le premier cas, représenté par la ligne rouge, correspond à un modèle pour lequel seul b est libre et R_{div} est fixé à 2,48 %. La probabilité non normalisée du modèle est alors de $5{,}6 \cdot 10^{-4}$. Le deuxième cas, représenté par la zone verte, correspond à un modèle plus complexe puisque b et R_{div} sont libres, cependant l'espace libre pour R_{div} est restreint avec une borne supérieure égale à 2,54 %. Ce deuxième modèle a donc accès à la zone de l'espace des paramètres couverte par le premier modèle, ainsi qu'à d'autres zones où la vraisemblance est plus importante. Malgré cela, du fait de l'augmentation sensible de la complexité, la probabilité de ce modèle est inférieure à celle du modèle plus simple puisqu'elle n'est que de $5{,}2 \cdot 10^{-4}$. Enfin, le troisième et dernier cas correspond à un modèle encore plus complexe puisque b et R_{div} sont libres et que l'espace libre de R_{div} n'est pas restreint. On a donc accès à tout l'espace représenté sur ce diagramme. Malgré la complexité du modèle, on a alors accès à des régions de l'espace des paramètres qui permettent une augmentation significative de la vraisemblance, par rapport au modèle le plus simple, si bien que la probabilité de ce modèle, de $1{,}4 \cdot 10^{-3}$, est supérieure à celle du modèle le plus simple.
Remarque : je n'ai pas ici précisé les barres d'erreurs mais elle sont de l'ordre de $1 \cdot 10^{-6}$.

donne plus de degrés de liberté pour s'ajuster aux données sans, pour autant, que le modèle soit intrinsèquement meilleur.

6.3 Inférence bayésienne de paramètres

Jusqu'à présent, nous avons décrit un formalisme, la comparaison bayésienne de modèles, qui donne l'expression de la probabilité *a posteriori* d'un modèle pouvant contenir des paramètres libres, mais sans donner la ou les valeurs les plus probables de ces paramètres. En pratique,

l'estimation des valeurs les plus probables nous intéresse, car elle permet de décrire complètement le modèle qui s'accorde le mieux avec les données. Ensuite, ces informations pourraient être comparées avec les résultats d'autres méthodes d'analyses qui ne calculent pas de probabilités ou encore avec les caractéristiques mesurées par d'autres observations comme les observations de suivi.

6.3.1 Théorème de Bayes appliqué à l'inférence de paramètres

Nous n'aurons pas beaucoup d'efforts supplémentaires à faire, car comme nous l'avons vu dans l'équation 6.4 et dans le § 6.2.3.3, la comparaison bayésienne de modèle nécessite le calcul de la vraisemblance des modèles ($\mathcal{L}(M)$) qui elle-même nécessite le calcul de la vraisemblance des paramètres ($\mathcal{L}(\boldsymbol{\theta}, M)$). Or dans le formalisme bayésien, le problème de l'inférence de paramètre se résout encore une fois grâce au théorème de Bayes :

$$\begin{aligned} \mathrm{p}(\boldsymbol{\theta}|d, M, \mathrm{I}) &= \frac{\mathrm{p}(d|\boldsymbol{\theta}, M, \mathrm{I})\ \mathrm{p}(\boldsymbol{\theta}|M, \mathrm{I})}{\Pr(d|M, \mathrm{I})} \\ &= \frac{\mathcal{L}(\boldsymbol{\theta}, M)\ \mathrm{p}(\boldsymbol{\theta}|M, \mathrm{I})}{\Pr(d|M, \mathrm{I})}. \end{aligned} \tag{6.5}$$

Dans cette équation, on reconnaît à gauche du signe égal la densité de probabilité *a posteriori* conjointe des paramètres ($\mathrm{p}(\boldsymbol{\theta}|d, M, \mathrm{I})$). À droite du signe égal, au numérateur, on reconnaît le produit de la vraisemblance conjointe des paramètres du modèle M ($\mathcal{L}(\boldsymbol{\theta}, M)$) par l'*a priori* conjoint sur les paramètres ($\mathrm{p}(\boldsymbol{\theta}|M, I)$) qui est exactement l'intégrande de l'équation 6.4 permettant le calcul de la vraisemblance du modèle. Enfin le terme $\Pr(d|M, \mathrm{I})$ est un terme de vraisemblance marginale qui permet de normaliser la probabilité *a posteriori*. Pour le calcul de ce terme, la problématique est la même que pour la comparaison bayésienne de modèle. On va évaluer le numérateur sur toutes les valeurs où il est non négligeable (nous verrons comment dans le § 7.3), puis il suffira de normaliser cette fonction pour obtenir la probabilité *a posteriori*.

Conclusion : que ce soit pour la comparaison de modèle ou pour l'inférence de paramètres, il nous faudra évaluer la fonction $\mathrm{p}(d|\boldsymbol{\theta}, M, \mathrm{I})\ \mathrm{p}(\boldsymbol{\theta}|M, \mathrm{I})$, que j'appellerai probabilité *a posteriori* sur les paramètres non normalisés.

6.3.2 Calcul de la vraisemblance des paramètres

La vraisemblance conjointe des paramètres $\mathcal{L}(\boldsymbol{\theta}, M) = \mathrm{p}(d|\boldsymbol{\theta}, M, \mathrm{I})$ traduit l'accord entre le modèle dont les paramètres sont fixés à la valeur $\boldsymbol{\theta}$ et les données d.

Les données d sont un ensemble de mesures $d = (d_i)$ chacunes décrites par une densité de probabilité. Cette densité de probabilité décrit la façon dont sont prises ces données et notamment l'incertitude de mesure. Dans la pratique, en l'absence d'informations supplémentaires, on utilise le principe du maximum d'entropie pour supposer que ces densités de probabilité sont gaussiennes. Ainsi, on peut les réduire à la donnée de la valeur moyenne, notée m_i, et de l'écart-type, noté σ_i. m_i est la valeur mesurée de la donnée d_i et σ_i traduit la barre d'erreur sur cette mesure.

Le modèle, quant à lui, permet de calculer des mesures simulées s_i donnant la valeur que l'on s'attend à mesurer en fonction de la valeur des paramètres du modèle.

La vraisemblance d'une donnée d_i est donc décrite par

$$\mathrm{p}(d_i|\boldsymbol{\theta}, M, \mathrm{I}) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_i} \exp\left[-\frac{(s_i - m_i)^2}{2{\sigma_i}^2}\right],$$

où s_i est une fonction des paramètres $\boldsymbol{\theta}$. De plus, si les données d_i sont deux à deux indépendantes [16],

$$\mathrm{p}(m_1, ..., m_i, ..., m_N|\boldsymbol{\theta}, M, \mathrm{I}) = \prod_{i=1}^{N} \mathrm{p}(d_i|\boldsymbol{\theta}, M, \mathrm{I}).$$

Pour pouvoir calculer la vraisemblance des mesures, il suffit donc de déterminer les fonctions $s_i = f_i(\boldsymbol{\theta})$ qui décrivent les modèles.

6.3.3 Résumé de l'inférence

La fonction $\mathrm{p}(\boldsymbol{\theta}|d, M, \mathrm{I})$ permet de décrire parfaitement l'état de nos connaissances sur la valeur des paramètres. Cependant afin de pouvoir utiliser cette information dans un texte ou dans un tableau, il nous faut la résumer et, généralement, on utilise une valeur et une barre (ou intervalle) d'erreur pour chaque paramètre θ_i. Il existe plusieurs façons de choisir cette valeur et cette barre d'erreur.

6.3.3.1 Valeur des paramètres

Pour la valeur des paramètres $\boldsymbol{\theta}$, les choix les plus courants, illustré par la figure 6.3, sont :

1. La valeur de $\boldsymbol{\theta}$ au maximum de la densité de probabilité *a posteriori* conjointe : $\mathrm{Arg}[\max(\mathrm{p}(\boldsymbol{\theta}|d, M, \mathrm{I}))]$;
2. Pour chaque paramètre θ_i, la valeur au maximum de la densité de probabilité *a posteriori* marginale : $\mathrm{Max}(\mathrm{p}(\theta_i|d, M, \mathrm{I}))$. Sachant que $\mathrm{p}(\theta_i|d, M, \mathrm{I}) = \int_{\bigcup_{j\neq i}} \cdots \int_{\Omega_j} \mathrm{p}(\boldsymbol{\theta}|d, M, \mathrm{I}) \prod_{j\neq i} \mathrm{d}\theta_j$;
3. Pour chaque paramètre θ_i, l'espérance de θ_i : $\mathrm{E}[\theta_i] = \int_{\Omega_i} \theta_i \ \mathrm{p}(\theta_i|d, M, \mathrm{I}) \, \mathrm{d}\theta_i$

J'ai choisi d'utiliser la solution 1 car elle donne la combinaison des valeurs des paramètres la plus probable et qu'elle est facile à calculer informatiquement.

6.3.3.2 Intervalle d'erreur sur les paramètres

Pour la valeur de la barre d'erreur sur les paramètres $\boldsymbol{\theta}$, les choix les plus courants, illustrés figure 6.4, sont :

1. Pour chaque paramètre θ_i, l'écart-type de θ_i : $\sigma_{\theta_i} = \sqrt{\mathrm{Var}[\theta_i]}$ avec $\mathrm{Var}[\theta_i] = \int_{\Omega_i} (\theta_i - \mathrm{E}[\theta_i])^2 \ \mathrm{p}(\theta_i|d, M, \mathrm{I}) \, \mathrm{d}\theta_i$;
2. L'intervalle de confiance à $n\,\%$, où n vaut généralement 68, 95 ou 99 %. Comme il existe une infinité d'intervalles regroupant $n\,\%$ de la probabilité *a posteriori*, il y a alors plusieurs façons de calculer cet intervalle de confiance :
   (a) On construit la fonction de répartition de θ_i, notée F_{θ_i}, telle que $\mathrm{F}_{\theta_i}(\theta) = \int_{-\infty}^{\theta} \mathrm{p}(\theta_i|d, M, \mathrm{I}) \, \mathrm{d}\theta_i$. Et on définit l'intervalle de confiance à $n\,\%$, noté $\mathrm{I}_{F,n\,\%}$ tel que $\mathrm{I}_{F,n\,\%} = \left[\mathrm{Arg}[\mathrm{F}_{\theta_i}(\theta) = \frac{1-n}{2}; \mathrm{Arg}[\mathrm{F}_{\theta_i}(\right.$
   (b) On construit l'intervalle noté $\mathrm{I}_{p,n\,\%}$ qui regroupe $n\,\%$ de la probabilité, tel que $\forall\theta_i \in \mathrm{I}_{p,n\,\%}$, $\mathrm{p}(\theta_i|d, M, \mathrm{I}) \geqslant \max_{\theta_i \notin \mathrm{I}_{p,n\,\%}} (\mathrm{p}(\theta_i|d, M, \mathrm{I}))$

Même si la solution 2b est, à mon sens, la plus satisfaisante, pour des raisons de simplicité de programmation, j'ai très souvent utilisé la solution 2a avec un intervalle de confiance à 95 %.

16. C'est l'hypothèse qui est généralement faite compte tenu de l'information disponible.

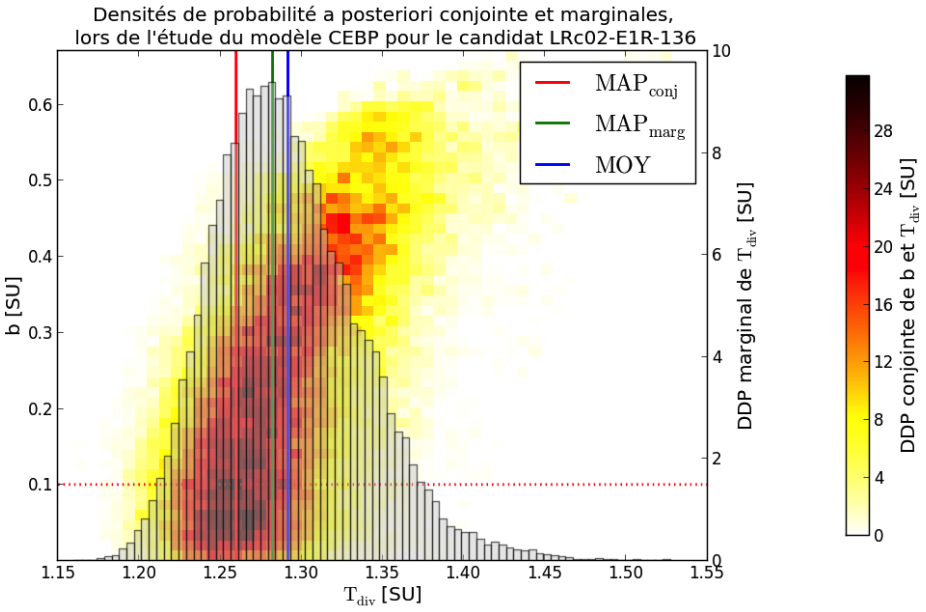


FIGURE 6.3 – **Choix de la valeur pour l'estimation d'un paramètre.** Ce graphe présente le résultat de l'estimation du rapport des températures effectives que j'ai réalisée sur le candidat LRc02-E1R-136 pour le modèle C.E.B.P.. Le nuage de couleur correspond à la densité de probabilité *a posteriori* conjointe des paramètres b et $T_{\rm div}$. La valeur de $T_{\rm div}$ est donnée en abscisse, celle de b en ordonnée à gauche, et la couleur donne la valeur de la densité de probabilité. Sur cette densité de probabilité conjointe est superposée un diagramme en barre qui représente la densité de probabilité *a posteriori* marginale du paramètre $T_{\rm div}$. La valeur de cette densité de probabilité marginale est donnée en ordonnée à droite. Les valeurs du maximum *a posteriori* conjoint, du maximum *a posteriori* marginal et de l'espérance (par l'intermédiaire de la moyenne arithmétique) pour $T_{\rm div}$ sont respectivement représentées par un trait vertical plein rouge, vert et bleu. Enfin, la ligne pointillée horizontale rouge, donne pour information de la valeur de b au maximum *a posteriori* conjoint.

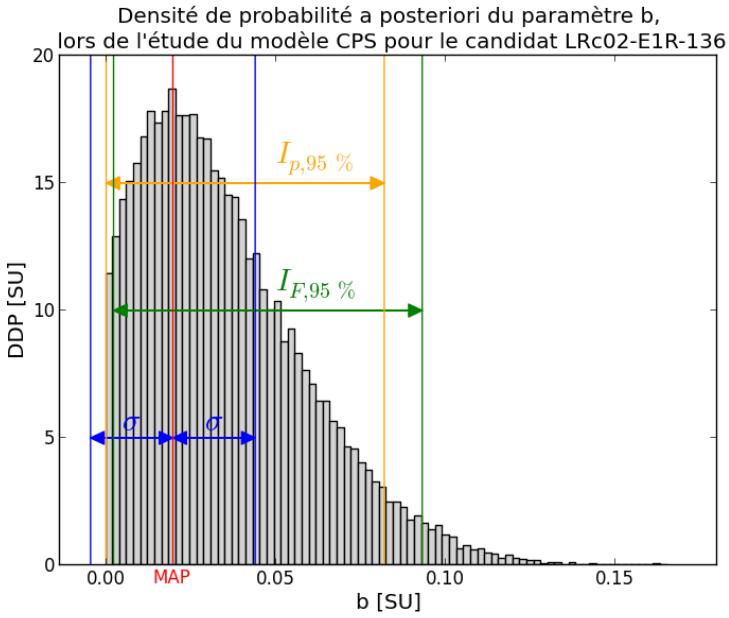


FIGURE 6.4 – **Choix de l'intervalle d'erreur sur l'estimation d'un paramètre.** Ce graphe présente le résultat de l'estimation du paramètre d'impact que j'ai réalisée sur le candidat LRc02-E1R-136 pour le modèle C.P.S.. La ligne rouge correspond à la valeur du maximum de la DDP *a posteriori* marginale. En bleu, j'ai tracé l'intervalle d'erreur basé sur l'écart-type de la distribution. On s'aperçoit que cette intervalle d'erreur ne retranscrit pas l'asymétrie de la distribution et contient des valeurs de b qui sont inférieur à 0, ce qui est physiquement impossible pour mon modèle puisque j'ai défini b comme une grandeur strictement positive. Les intervalles de confiance à 95 %, $\mathrm{I}_{F,95\,\%}$ et $\mathrm{I}_{p,95\,\%}$ définis dans le corps du texte, n'ont pas ces problèmes.

Chapitre 7

Application du formalisme bayésien aux données de CoRoT : BART

Il ne reste donc plus qu'à appliquer le formalisme vu dans le chapitre précédent au classement des signaux de transits. Cela m'a amené à développer un logiciel en langage Python appelé BART pour *Bayesian Analysis for the Ranking of Transits*. Ce chapitre est dédié à la description de cet outil.

Dans le § 7.1, je présenterai la philosophie de cet outil et donc les grandes lignes qui ont guidé son développement. Ensuite, dans le § 7.2, je présenterai en détail les différents modèles mis en compétition. Dans le § 7.3, je décrirai les caractéristiques et spécificités de l'algorithme que j'utilise pour explorer l'espace des paramètres et échantillonner la densité de probabilité *a posteriori* conjointe (non normalisée) des paramètres. Enfin, dans le § 7.3, je finirai en expliquant comment je réalise l'intégration permettant de calculer la vraisemblance des modèles (équation 6.3).

Sommaire

7.1 Méthodologie de l'outil 173
7.1.1 Rappel des objectifs de l'outils 173
7.1.2 Ampleur de la tâche à réaliser 173
7.1.3 Les grandes lignes du développement 174
7.1.4 Conséquences de cette méthodologie de développement 174
7.2 Les différents modèles en compétition 176
7.2.1 Comment choisir les différents modèles en compétition ? 176
7.2.2 Les modèles et descriptions simplifiées 177
7.2.2.1 Description des données utilisées et notations 177
7.2.2.2 Jeux de paramètres et hypothèse simplificatrices 181
7.2.2.3 Modèle {étoile + planète} avec contamination 182
7.2.2.3.1 Équations du modèle direct 183
7.2.2.3.2 Équations du modèle inverse 185
7.2.2.3.3 Récapitulatif des différents modèles {étoile + planète} 185
7.2.2.4 Modèle {étoile + étoile} de période simple avec contamination 185
7.2.2.4.1 Équations du modèle direct 185
7.2.2.4.2 Récapitulatif des différents modèles {étoile + étoile} de période simple 186
7.2.2.5 Modèle {étoile + étoile} de période double avec contamination 186
7.2.2.5.1 Équations du modèle direct 186
7.2.2.5.2 Récapitulatif des différents modèles {étoile + étoile} de période simple 187
7.2.3 Les *a priori* 187

7.2.3.1 *A priori* sur les paramètres . . . 187
7.2.3.1.1 Prise en compte de la probabilité de transit dans les *a priori* . . . 187
7.2.3.1.2 Prise en compte de la probabilité de détection dans les *a priori* . . . 190
7.2.3.1.3 *A priori* sur la période orbitale P . . . 190
7.2.3.1.4 *A priori* uniforme ou de Jeffreys . . . 191
7.2.3.1.5 *A priori* sur l'inclinaison i . . . 192
7.2.3.1.6 *A priori* sur le rapport des températures effectives $T_{\rm div}$ 192
7.2.3.1.7 *A priori* sur la contamination c . . . 193
7.2.3.1.8 *A priori* sur le rapport des rayons $R_{\rm div}$ et la masse volumique ρ' . . . 195
7.2.3.2 *A priori* sur les modèles . . . 199
7.2.4 Modèles non redondants . . . 200
7.3 Calculs numériques . . . 200
7.3.1 Exploration de l'espace des paramètres : Objectifs et principe des méthodes MCMC . . . 201
7.3.1.1 Algorithme de Metropolis-Hasting (MH) . . . 202
7.3.1.2 Estimation de f et inférence de paramètres à partir d'une chaîne MCMC . . . 205
7.3.1.3 Importance du choix et du réglage de la distribution de saut . 205
7.3.1.4 Comment réaliser le réglage de la distribution de sauts ? . . . 207
7.3.1.5 Algorithmes automatisés . . . 207
7.3.1.6 Test de l'algorithme MCMC automatisé AMHG05. . . . 208
7.3.1.7 Mon algorithme de MCMC automatisé . . . 210
7.3.1.7.1 Précision de la mesure du taux d'acceptation . . . 210
7.3.1.7.2 Prise en compte de la corrélation dans le système de contrôle . . . 212
7.3.1.7.3 Différences entre mon algorithme et l'algorithme AMHG05 218
7.3.1.8 Test de mon algorithme MCMC automatisé . . . 219
7.3.1.9 Problème posé par une corrélation importante entre les paramètres d'un modèle . . . 221
7.3.2 Intégration . . . 222
7.3.2.1 Intégration par méthode de Monte Carlo . . . 222
7.3.2.2 Incertitude sur le calcul de l'intégrale . . . 223

7.1 Méthodologie de l'outil

7.1.1 Rappel des objectifs de l'outils

Comme nous l'avons vu dans le § 5.3, les objectifs de mon travail et donc de l'outil que j'ai développé sont :

1. Extraire le maximum d'informations de la courbe de lumière ;
2. Établir un classement des transits détectés dans les courbes de lumière reposant sur la probabilité que chacun de ces transits soit de nature planétaire,

et cela pour limiter et optimiser le recours aux observations de suivi. Nous avons vu dans le chapitre précédent que j'utiliserai pour cela la comparaison bayésienne de modèle et l'inférence bayésienne de paramètre. Ces deux méthodes nécessitent le passage par trois étapes :

1. Élaboration des différents modèles en compétition et définition des probabilités *a priori* sur ces modèles et leurs paramètres ;
2. Exploration de l'espace des paramètres et évaluation de la probabilité *a posteriori* non normalisée sur les paramètres pour chaque candidat et chaque modèle ;
3. Intégration et calcul de la probabilité *a posteriori* non normalisée sur les modèles pour chaque candidat et chaque modèle.

Comme il existe plusieurs façons de traiter ces trois étapes, avant d'aborder le détail de leur réalisation, je vais d'abord m'intéresser à la méthodologie de l'outil que je veux réaliser afin de dégager les grandes lignes qui vont guider son développement.

7.1.2 Ampleur de la tâche à réaliser

Je veux, dans un premier temps, examiner avec mon outil tous les transits détectés dans un *run* de CoRoT. Puis, dans un deuxième temps, je voudrais pouvoir traiter tous les *runs* de CoRoT. Sachant qu'il y a aujourd'hui 26 *runs* et que, dans chaque *run*, CoRoT observe environ 12 000 étoiles [1]. Cela représente 12 000 courbes de lumière par *run* et environ 260 000 pour l'ensemble des *runs* (ce qui est assez colossal). Heureusement, il existe, parmi les équipes CoRoT, un groupe de travail composé de plusieurs équipes qui est spécifiquement chargé de détecter les transits dans toutes ces courbes de lumière à l'aide d'algorithmes comme l'algorithme *Transit detector*, basé sur le filtrage adapté et développé à l'I.A.S. par Pascal Bordé et Benjamin Samuel (voir Bordé, 2003; Bordé et al., 2007; Samuel, 2011), ou encore d'autres algorithmes (voir par exemple Defaÿ et al., 2001; Kovács et al., 2002; Aigrain and Irwin, 2004). Ces algorithmes permettent de rechercher des signaux de transit dans les courbes de lumière et de faire un premier tri sur les transits détectés. Sur le *run* LRc02, parmi les 12 000 étoiles, les algorithmes de détection ont détecté environ 800 signaux de transit et parmi ces signaux seuls environ 40 signaux (soit environ 5 %) ont été jugés possiblement dus à une planète autour de l'étoile-cible. Cela permet donc de faire un premier tri très efficace. Cependant, il reste tout de même une quarantaine de courbes de lumière par *run*. Soit environ 1040 courbes de lumières pour les 26 runs. Sachant que chaque courbe de lumière représente en moyenne 13 000 points de mesure, cela laisse toujours une quantité relativement importante de données à traiter.

Cette quantité importante d'information à traiter va m'amener à automatiser au maximum l'outil. En effet, si l'on a peu de données à traiter, on peut envisager d'avoir une intervention manuelle importante. Par contre, dans le cas contraire, l'intervention manuelle, en plus d'être fastidieuse pour l'opérateur, augmenterait sensiblement le temps d'exécution.

1. Depuis la perte de communication avec l'une des deux chaînes photométriques, CoRoTobserve moitié moins d'étoiles par champs, soit environ 6 000.

Comme mon outil vise à servir de support à l'organisation des observations de suivi et que ces observations débutent très rapidement après la fin d'un *run* (et même pendant le *run* grâce au mode alarme), si je ne veux pas que les résultats de l'outil arrivent « après la bataille », il me faut un temps d'exécution relativement court (au maximum une semaine par *run*).

7.1.3 Les grandes lignes du développement

En conclusion, l'ampleur de la tâche à effectuée m'oblige à automatiser et à optimiser le logiciel (c'est-à-dire à minimiser le nombre d'opérations à effectuer) ainsi que le stockage et l'accès aux données. Tout cela en extrayant le maximum d'informations afin d'être le plus utile possible pour l'étape de suivi. En langage simple, il faut faire le plus vite et le mieux possible. Il me faudra donc optimiser à la fois les différentes étapes du processus de comparaison et d'inférence bayésienne, mais aussi les modèles utilisés et le code informatique. Pour cela, la ligne directrice que j'ai utilisée est de commencer par tout simplifier au maximum, puis de complexifier petit à petit jusqu'à ce que la qualité de l'information extraite soit suffisante pour les objectifs que je me suis fixés. Ainsi, je devrais pouvoir attendre le meilleur compromis entre rapidité d'exécution et qualité de l'information extraite.

7.1.4 Conséquences de cette méthodologie de développement

La première conséquence de cette méthodologie est l'utilisation plutôt particulière que je vais faire des données. En effet, je vais à nouveau profiter du travail des équipes de détection pour simplifier et réduire la quantité de données à comparer à mes différents modèles.

La figure 7.1 montre un exemple de ce à quoi peut ressembler une courbe de lumière de niveau N2 [2]. On y trouve un bruit important, notamment lié à l'activité de l'étoile observée qui

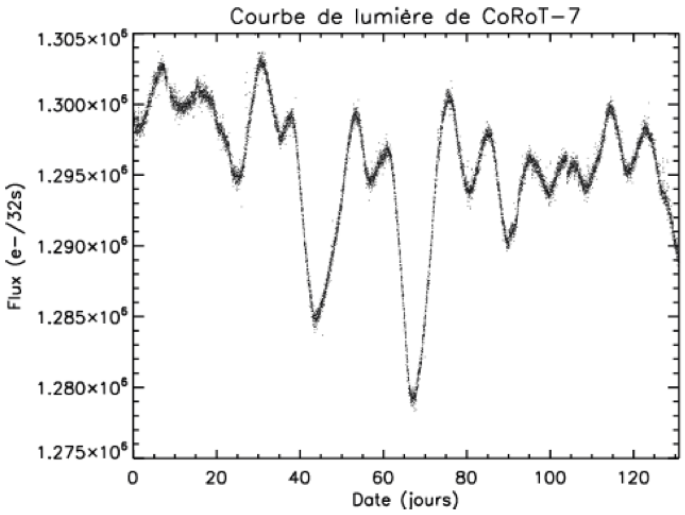


FIGURE 7.1 – **Courbe de lumière du *run* LRc02 étoile E1-0126 alias CoRoT-7**. Crédits : Samuel (2011, p. 61)

est responsable de la grande majorité des variations. Comme je ne vais pas modéliser l'activité stellaire, je ne peux pas confronter directement ces données à mes modèles. Il faut donc passer par

2. Il existe plusieurs niveaux de traitement et d'étiquetage des données. Le niveau N0 correspond aux données brutes reçues du satellite. Dans les données de niveau N1 et N2 certains effets sont corrigés ou étiquetés (le niveau N2 correspondant au plus au niveau de correction) comme le fond de ciel, le courant d'obscurité, les erreurs de pointage, le passage dans l'anomalie de l'atlantique Sud, les pixels chauds ...

une étape de filtrage de l'activité stellaire qui est réalisée par les équipes de détections lorsqu'elles cherchent à détecter des transits (voir figure 7.2). Une fois ce filtrage effectué, les algorithmes

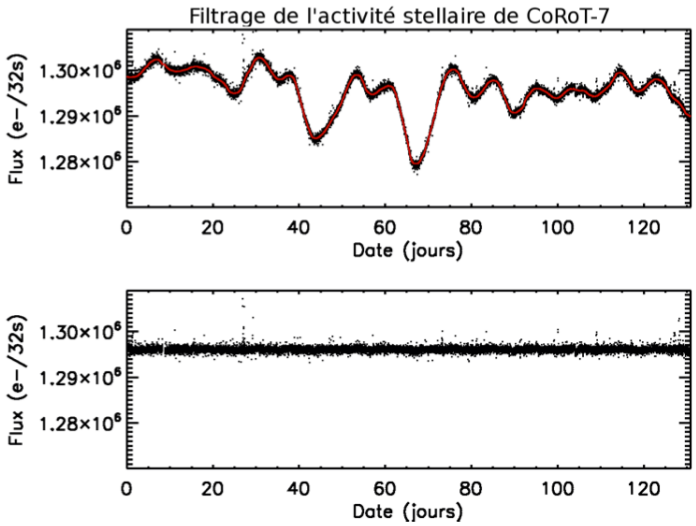


FIGURE 7.2 – **Filtrage de l'activité stellaire sur la courbe de lumière de l'étoile CoRoT-7**. Crédits : Samuel (2011, p. 54)

de détection recherchent des transits dans la courbe de lumière obtenue. Lorsqu'un transit est détecté, une façon de le faire ressortir est de replier la courbe de lumière à la période orbitale du transit détecté (voir figure 7.3). Je pourrais utiliser cette courbe de lumière repliée comme

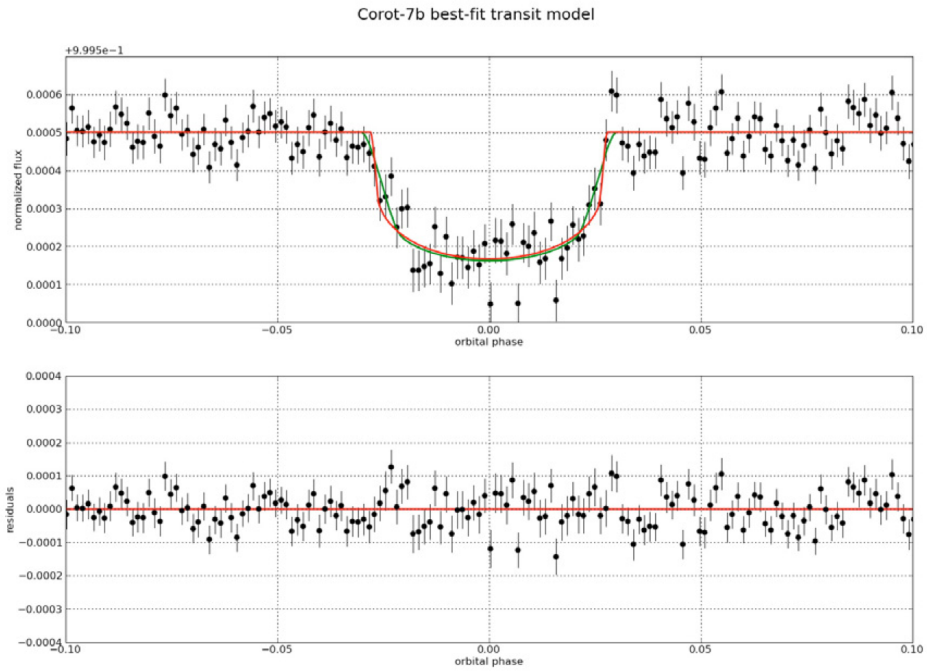


FIGURE 7.3 – **Courbe de lumière filtrée et repliée à la période orbitale de la planète CoRoT-7b**. Crédits : Léger et al. (2009)

données pour la confronter à mes modèles, mais dans cette optique de simplification maximale, je ne vais pas m'arrêter là. En effet, lorsque les équipes du groupe de détection détectent des transits

elles en mesurent les caractéristiques principales : période orbitale, profondeur, durée, etc. Ce sont ces mesures, et plus précisément les mesures faites par l'algorithme de Pascal Bordé appelé Eclipse (qui inclut l'algorithme *Transit Detector* (Bordé et al., 2003) et ajoute des fonctions de caractérisation des signaux détectés), que je vais utiliser comme données d pour ma comparaison de modèle. Nous verrons, plus précisément, dans la partie suivante, les mesures que j'utilise.

La deuxième conséquence de cette méthodologie est la simplification des modèles. Nous verrons, dans le § 7.2.2, que les modèles que j'utilise sont très simples. En effet, il n'est pas forcément nécessaire d'utiliser un modèle très complexe pour expliquer des données très simples (principe du rasoir d'Ockam). C'est d'ailleurs ce que nous allons chercher à déterminer : de quelle complexité avons-nous besoin au niveau des données et des modèles pour réaliser une inférence de paramètres et un classement des transits corrects ?

7.2 Les différents modèles en compétition

Dans cette partie, je vais définir les différents modèles en compétition. Pour chacun des modèles, je donnerai tous les éléments nécessaires à l'inférence de paramètres (§ 6.3) et à la comparaison de modèles (§ 6.2), c'est-à-dire :

— les relations f_i qui lient les données d_i aux paramètres θ_i du modèle et qui nous permettront de calculer la vraisemblance des paramètres $\mathcal{L}(\boldsymbol{\theta}, M)$ (§ 7.2.2) ;
— les densités de probabilité *a priori* sur les paramètres $\mathrm{p}(\theta_i|M, \mathrm{I})$ (§ 7.2.3.1) ;
— les densités de probabilité *a priori* sur les modèles $\mathrm{p}(M|\mathrm{I})$ (§ 7.2.3.2).

Mais avant cela, il faut choisir les modèles en compétition.

7.2.1 Comment choisir les différents modèles en compétition ?

En plus du modèle P.S. qui explique le transit observé par une planète éclipsant l'étoile-cible, nous avons vu dans le § 5.1.2.4.3, qu'il existe d'autres phénomènes astrophysiques, appelés faux positifs, permettant d'expliquer l'existence de signaux de transit dans une courbe de lumière. On peut classer ses phénomènes astrophysiques en deux catégories :

— le système éclipsant est un système {étoile + planète}. On y trouve :
  — les systèmes {étoile cible + planète}, notés P.S.,
  — les systèmes triples dont le système éclipsant est un système {étoile + planète}, notés H.T.P.S.,
  — les systèmes {étoile + planète} de contamination, notés C.P.S. ;
— le système éclipsant est une binaire à éclipse, c'est-à-dire un système {étoile + étoile}. On y trouve :
  — les binaires à éclipses ({étoile cible + étoile}), notés E.B.,
  — les systèmes triples dont le système éclipsant est un système {étoile + étoile}, notés H.T.E.B.,
  — Les binaires à éclipses ({étoile + étoile}) de contamination, notés C.E.B. ;

On pourrait attribuer automatiquement un modèle à chacun de ces phénomènes astrophysiques. Mais, pour pouvoir effectuer la normalisation de la probabilité *a posteriori* des modèles en divisant par $\Pr(d|\mathrm{I}) = \sum_{M_x} \Pr(d|M_x, \mathrm{I})$ (voir § 6.2.1), il faut que les modèles M_x soient non-redondants. Autrement dit, il faut qu'aucun de ces modèles ne soit inclus dans un autre, car sinon cette normalisation perd du sens. Pour que les modèles soient non redondants, il faut que les jeux de fonctions f_i qui lient les données aux paramètres soient différents ou alors que les espaces des paramètres libres soient différents. Physiquement, ces phénomènes ne sont pas redondants, mais étant données les simplifications des données que nous avons évoquées dans la section précédente (§ 7.1.4), il faut s'assurer qu'ils le restent. Par exemple, le modèle H.T.P.S. est-il inclus dans le modèle C.P.S. ? Pour savoir si les modèles sont non redondants, il nous faut

donc définir exactement les équations de ces modèles et définir leur espace des paramètres libres. C'est ce que nous allons faire dans la section suivante.

7.2.2 Les modèles et descriptions simplifiées

Depuis le début de mon travail, j'ai utilisé plusieurs jeux de modèles différents en partant de modèles très simples (contenant seulement 3 paramètres et décrivant la courbe de lumière par des transits uniquement primaires et rectangulaires) puis en les complexifiant. En testant ces modèles sur des courbes de lumière CoRoT dont la nature avait déjà été identifiée, je suis arrivé à la conclusion que les jeux modèles très simples (à seulement 3 paramètres) n'étaient pas suffisants pour obtenir une inférence des paramètres convenables (c'est-à-dire obtenir des estimations des paramètres qui soient compatibles avec les paramètres issus d'une étude détaillée) et donc qu'ils n'étaient pas suffisants pour établir des probabilités de modèles et un classement des transits convenable (c'est-à-dire qui positionne globalement les planètes identifiées comme telles en tête de liste). Par conséquent, pour éviter de trop alourdir ce manuscrit, je ne vais présenter dans cette partie que l'état actuel des modèles utilisés.

7.2.2.1 Description des données utilisées et notations

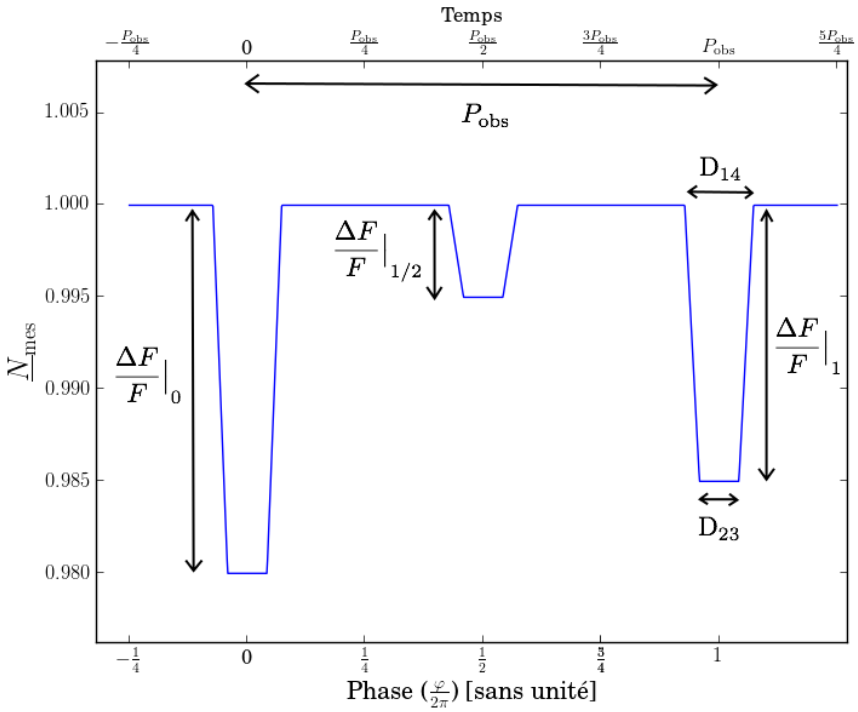


FIGURE 7.4 – **Définition des données utilisées** : Cette figure montre les six caractéristiques mesurées sur la courbe de lumière repliée et qui vont me servir de données pour la comparaison bayésienne de modèle et l'inférence de paramètres. P_{obs} est la période d'observation, D_{14} et D_{23} sont les durées externes et internes des transits et $\frac{\Delta F}{F}|_0$, $\frac{\Delta F}{F}|_1$, $\frac{\Delta F}{F}|_{1/2}$ sont les profondeurs des transits aux phase 0, 1 et $\frac{1}{2}$ respectivement.

Tout d'abord les caractéristiques des transits (mesurées par l'algorithme Eclipse de Pascal Bordé) que j'utilise comme données d sont décrites à la figure 7.4 et listées ici :

— P_{obs}, la période mesurée des transits ;
— $\frac{\Delta F}{F}|_0$, la profondeur relative du transit à la phase 0 modulo 2, aussi appelé transit pair ;

— $\frac{\Delta F}{F}\big|_1$, la profondeur relative du transit à la phase 1 modulo 2, aussi appelé transit impair ;
— $\frac{\Delta F}{F}\big|_{1/2}$, la profondeur relative du transit à la phase 1/2 ;
— D_{14}, durée du transit entre les contacts 1 et 4 ;
— D_{23}, durée du transit entre les contacts 2 et 3.

Il va maintenant falloir passer de la simple description de courbes de lumière repliées à la modélisation de phénomènes physiques, c'est-à-dire trouver les relations mathématiques $d_i \simeq f_i(\boldsymbol{\theta})$ qui lient les données d_i que nous venons de lister aux paramètres des modèles $\boldsymbol{\theta}$. Pour cela, il va d'abord falloir encore donner quelques précisions.

En effet, une ambiguïté réside dans la définition de $\frac{\Delta F}{F}\big|_0$ et $\frac{\Delta F}{F}\big|_1$, car les transits sont numérotés à partir du premier transit observé. Le caractère pair ou impair d'un transit n'est donc dû qu'au hasard de l'instant du début de l'observation et va donc être impossible à modéliser. Pour lever cette ambiguïté, je définis le transit pair comme étant le plus profond. Pour la suite, il faudra que $\frac{\Delta F}{F}\big|_0 > \frac{\Delta F}{F}\big|_1$.

Ensuite, tout système éclipsant, qu'il s'agisse d'un système {étoile+planète} ou {étoile+étoile}) est composé de deux astres dont l'un est appelé l'astre primaire et l'autre l'astre secondaire. Au cours de la période de révolution de ce système éclipsant se produit deux transits. Le premier appelé transit primaire correspond à l'éclipse de l'astre primaire par l'astre secondaire et le second correspond à l'éclipse de l'astre secondaire par l'astre primaire. Traditionnellement, on appelle transit primaire le transit le plus profond des deux. Mais pour un système éclipsant donné dont la nature et les caractéristiques des astres sont connues, comment savoir lequel est l'astre primaire et lequel est l'astre secondaire ? Pour un système {étoile+planète} comme pour un système {étoile+étoile}, c'est la brillance de surface (température effective) qui va permettre de déterminer l'astre primaire et l'astre secondaire. En effet, pour que le transit primaire soit le plus profond, il faut que l'astre primaire ait la brillance de surface la plus élevée. Pour les systèmes {étoile+planète} se sera donc l'étoile l'astre primaire et la planète l'astre secondaire tandis que pour les systèmes {étoile+étoile}, c'est l'astre ayant la température effective la plus élevée qui sera l'astre (ou l'étoile) primaire.

Nous venons de dire qu'il n'y a que 2 transits différents au cours de la période orbitale d'un système éclipsant. Or nous avons défini 3 mesures de profondeur $\frac{\Delta F}{F}\big|_0$, $\frac{\Delta F}{F}\big|_1$ et $\frac{\Delta F}{F}\big|_{1/2}$. Il ne s'agit pas d'une erreur, ces 3 mesures sont nécessaires, car elles peuvent permettre de distinguer les systèmes {étoile + étoile} des systèmes {étoile + planète}. En effet, lorsque l'algorithme de détection détecte un transit de période P_{obs}, trois cas de figure peuvent se cacher derrière cette détection :

1. On observe un système {étoile + planète}. Dans ce cas, le transit secondaire est faible, mais il peut arriver que l'on détecte tout de même un transit secondaire faible dû au véritable transit secondaire de la planète ou aux bruits qui affectent la mesure (bruit instrumental, bruit quantique ou encore bruit dû à l'activité stellaire). La période mesurée sur la courbe de lumière, P_{obs}, correspond bien à la période orbitale de la planète, P. On se trouve dans le cas de figure présenté figure 7.5. Les profondeurs mesurées $\frac{\Delta F}{F}\big|_0$ et $\frac{\Delta F}{F}\big|_1$ correspondent toutes les deux au transit primaire de la planète devant son étoile. Si l'on mesure des écarts entre ces deux grandeurs, c'est qu'elles sont dues au bruit (ou à une température effective non négligeable de la planète). Enfin la profondeur $\frac{\Delta F}{F}\big|_{1/2}$ correspond comme attendu au transit secondaire de la planète.
2. On observe un système {étoile + étoile}. Deux cas de figure peuvent alors se présenter :
   — la période mesurée sur la courbe de lumière, P_{obs}, correspond bien à la période orbitale du système, P. On se trouve dans le cas de figure présenté figure 7.6 où les brillances de surface des deux étoiles sont sensiblement différentes. Les profondeurs mesurées $\frac{\Delta F}{F}\big|_0$ et $\frac{\Delta F}{F}\big|_1$ correspondent encore au transit primaire et la profondeur $\frac{\Delta F}{F}\big|_{1/2}$ au transit secondaire ;

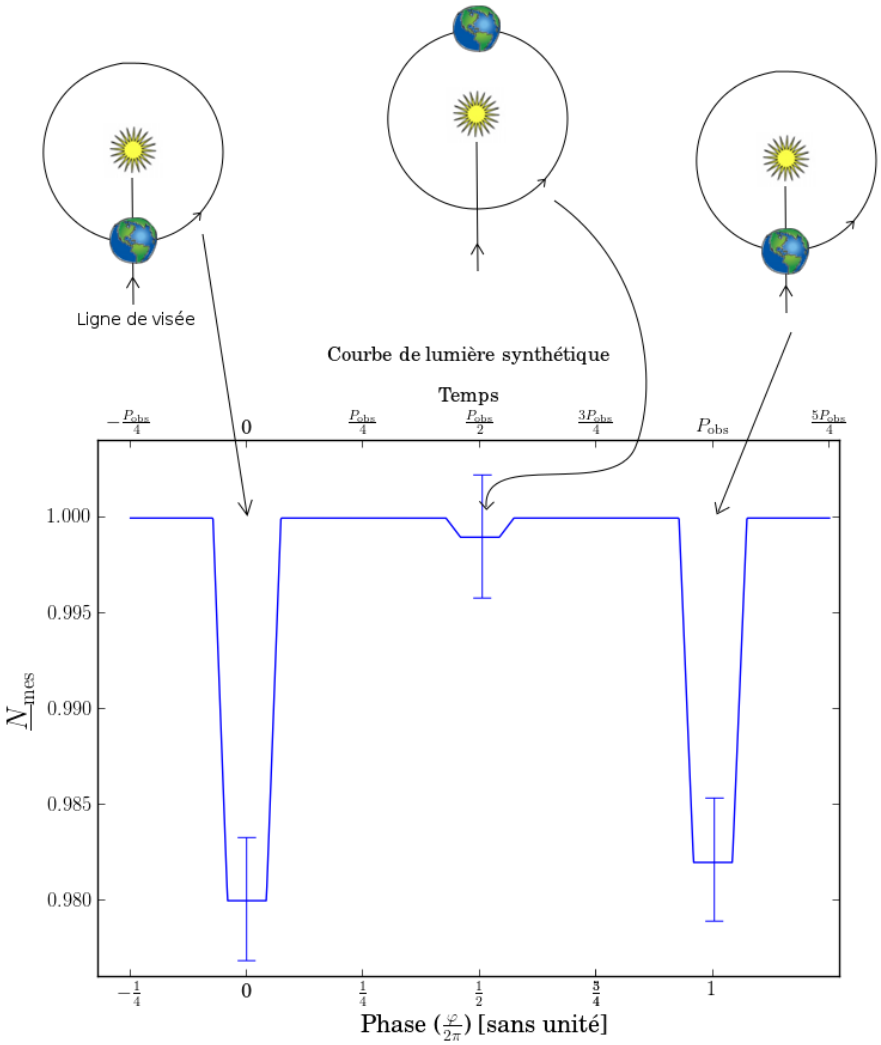


FIGURE 7.5 – **Courbe de lumière simplifiée dans le cas d'un modèle basé sur un système éclipsant {étoile+ planète}** : Dans ce cas, la période orbitale correspond bien à la période mesurée, car la profondeur du transit secondaire est sensiblement plus faible que celle du transit primaire. Les profondeurs $\frac{\Delta F}{F}\big|_0$, $\frac{\Delta F}{F}\big|_1$ et $\frac{\Delta F}{F}\big|_{1/2}$ sont bien des mesures du transit primaire, du transit primaire impair, et du transit secondaire respectivement.

— la période mesurée sur la courbe de lumière, $P_{\rm obs}$, ne correspond pas à la période orbitale P. Celle-ci est en réalité le double de la période observée. Ce cas de figure peut se produire lorsque la profondeur du transit primaire et du transit secondaire sont proches ce qui peut arriver si les deux étoiles sont très proches en termes de brillance de surface ou bien si l'on est face à une orbite fortement excentrique et que le transit primaire est beaucoup plus rasant que le secondaire. On se trouve alors dans le cas de figure présenté figure 7.7. La profondeur mesurée $\frac{\Delta F}{F}\big|_0$ correspond alors au transit primaire alors que $\frac{\Delta F}{F}\big|_1$ correspond au transit secondaire. Enfin $\frac{\Delta F}{F}\big|_{1/2}$ ne correspond à aucun transit et la profondeur mesurée est due au bruit.

Pour considérer les deux possibilités, dans le cas d'un système éclipsant {étoile + étoile}, je pourrais explorer un espace des paramètres suffisamment grand pour couvrir les deux cas de figures. Mais comme la taille de cet espace va être un problème important par la suite, j'ai choisi

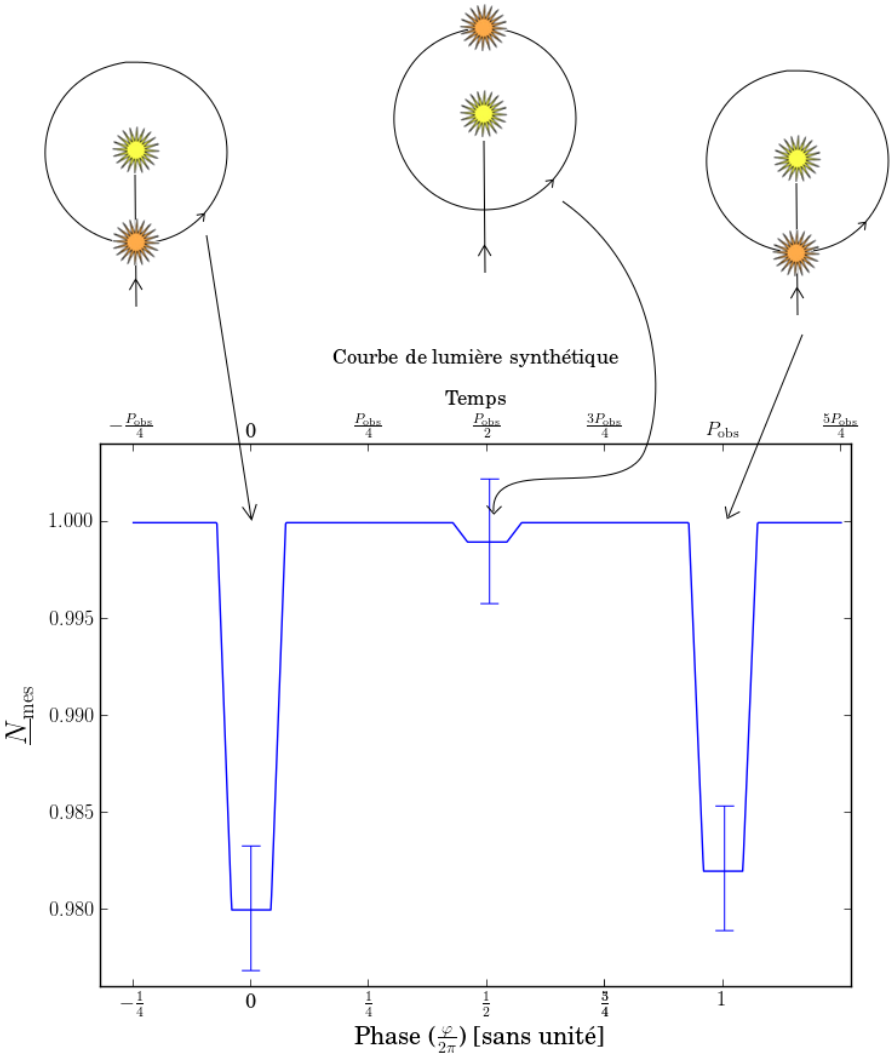


FIGURE 7.6 – **Courbe de lumière simplifiée dans le cas d'un modèle basé sur un système éclipsant {étoile+ étoile} pour lequel $P = P_{\rm obs}$** : Dans ce cas, la période orbitale correspond bien à la période mesurée, car la profondeur du transit secondaire est plus faible que celle du transit primaire. Les profondeurs $\frac{\Delta F}{F}\big|_0$, $\frac{\Delta F}{F}\big|_1$ et $\frac{\Delta F}{F}\big|_{1/2}$ sont bien des mesures du transit primaire, du transit primaire impair, et du transit secondaire respectivement.

de découper le problème en deux et de considérer d'un côté les modèles pour lesquels $P = P_{\rm obs}$ que j'appellerai modèle à période simple, noté avec le suffixe P et de l'autre les modèles pour lesquels $P = 2P_{\rm obs}$ que j'appellerai modèle à période double, noté avec le suffixe 2P.

Enfin, nos mesures contiennent uniquement deux mesures de durée, D_{14} et D_{23}. Si les orbites sont elliptiques, alors les durées des transits primaires et secondaire peuvent être différentes. Par conséquent, le fait qu'on ne mesure pas indépendant les durées de chaque transit implique que les orbites doivent être circulaires.

Maintenant que nous avons décrit quelles sont nos données $d = (d_i)$, nous devons définir les jeux de paramètres $\boldsymbol{\theta} = \theta_i$ ce qui nous permettra ensuite de définir les fonctions $f_i(\boldsymbol{\theta}) = d_i$.

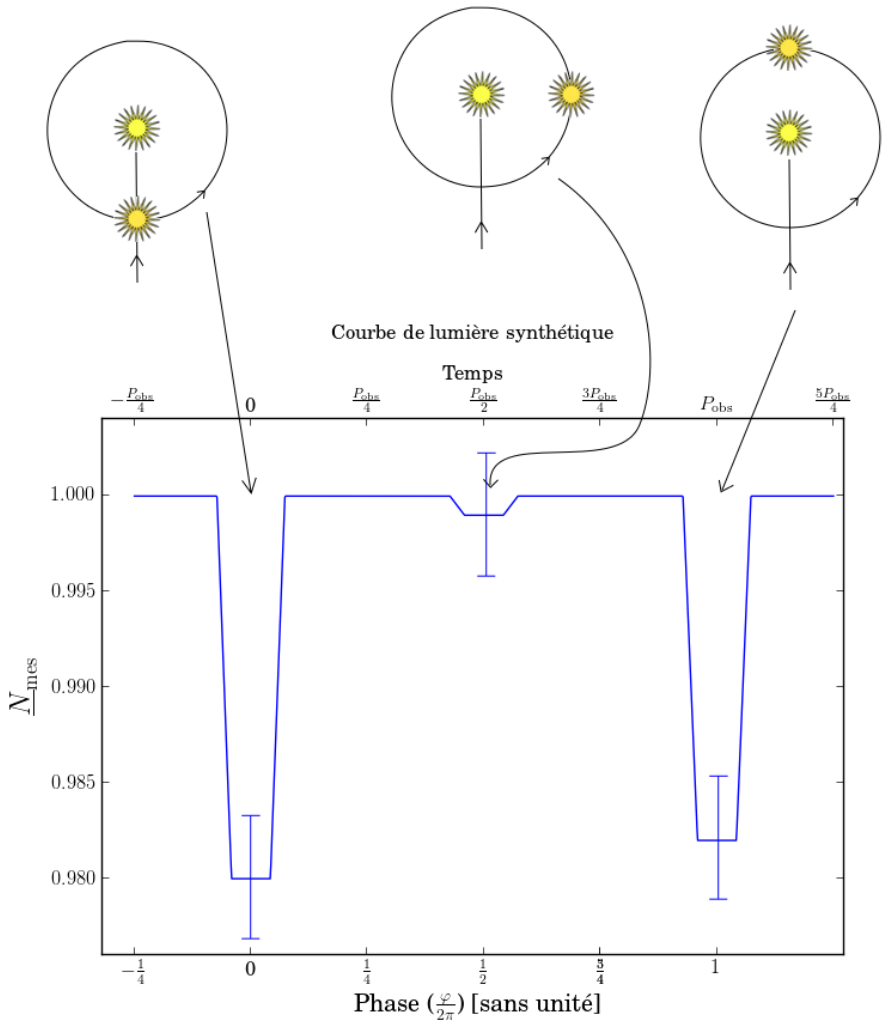


FIGURE 7.7 – **Courbe de lumière simplifiée dans le cas d'un modèle basé sur un système éclipsant {étoile+ étoile} pour lequel $P = 2P_{\mathbf{obs}}$** : Dans ce cas, la période orbitale est en réalité le double de la période mesurée, car la profondeur des transits secondaire et primaire sont très proches. Les profondeurs $\frac{\Delta F}{F}\big|_0$, $\frac{\Delta F}{F}\big|_1$ sont des mesures du transit primaire et du transit primaire secondaire respectivement. Par contre $\frac{\Delta F}{F}\big|_{1/2}$ ne correspond à aucun transit.

7.2.2.2 Jeux de paramètres et hypothèse simplificatrices

Après les données, il faut présenter les paramètres. Le choix du jeu de paramètres est important. Il faut qu'il soit le plus petit (en nombre) possible pour limiter au maximum la complexité des modèles, mais aussi suffisamment grand pour que les fonctions $f_i(\boldsymbol{\theta})$ reproduisent correctement les données. Ensuite, il faut un jeu dont les paramètres sont le moins corrélés possible, car cela simplifiera l'exploration de l'espace des paramètres libres et la définition des probabilités *a priori* sur ces paramètres. Enfin, il faut un jeu de paramètres le plus proche possible des paramètres physiques du système afin de pouvoir simplement traduire nos connaissances physiques en probabilité *a priori*.

En pratique, on ne trouve donc le bon jeu de paramètre qu'après avoir établi les fonctions f_i, posé des *a priori* et testé l'exploration de l'espace des paramètres. Cependant, par souci de clarté (et de concision), je vais donner directement le jeu de paramètres qui me semble être le

meilleur.

Comme nous allons le voir, les courbes de lumière des systèmes {étoile + planète} et {étoile + étoile} sont régies par la même physique et donc par les mêmes paramètres. Seule la valeur de certains de ces paramètres diffère et fait la différence entre ces modèles. Par conséquent, j'utiliserai le même jeu de base pour tous les modèles :

— P, la période de l'orbite ;
— $R_{div} = \frac{R_2}{R_1}$, le rapport des rayons des deux compagnons ;
— $\rho' = \frac{M_1+M_2}{4/3\pi R_1^3}$, j'appellerai ce paramètre la masse volumique du système transitant ;
— i l'inclinaison ;
— $T_{\rm div} = \frac{T_2}{T_1}$, le rapport des températures effectives des deux compagnons. L'astre 1 étant celui dont la température effective est la plus grande ($T_1 > T_2$) ;
— c, la contamination qui affecte le système.

De plus, un paramètre utile pour simplifier la mise en équation est le paramètre d'impact b (voir figure 7.8), mais il n'est qu'une combinaison de certains des paramètres ci-dessus ($b = \rho^{1/3} P^{2/3} \left(\frac{3.\pi}{G}\right)^{-1/3} \cos i$).

À partir de ce jeu de paramètres, il est possible de déduire une grande partie des hypothèses simplificatrices que j'ai faites :

1. Comme nous l'avons vu dans le § 7.2.2.1 que le fait de ne pas mesurer indépendamment les durées des transits primaires et secondaires implique l'on fasse l'hypothèse que les orbites sont circulaires. Ainsi, parmi les paramètres décrivant l'orbite, je n'utilise que la période orbitale et l'inclinaison de l'orbite et non l'ellipticité ;
2. L'albédo, non plus, ne fait pas partie des paramètres, je néglige donc la lumière réfléchie ;
3. En l'absence de paramètres le décrivant, l'assombrissement centre-bord, qui veut que lorsque l'on observe une étoile, celle ci est plus brillante en son centre que sur les bords, est donc négligé et je considère que tous les astres ont une brillance uniforme ;

Toutes ces hypothèses sont des hypothèses fortes et je ne sais pas, à l'avance, l'impact qu'elles auront. Cependant, elles sont justifiées par la ligne de conduite, qui consiste à simplifier au maximum les modèles afin de réussir à créer un outils automatisé et suffisamment rapide pour que le classement des candidats qu'il fournit soit utile. Il est tout à fait possible qu'en testant mon outil, je me rendent compte que le classement des candidats qu'il produit n'est pas du tout satisfaisant et dans ce cas la, il me faudra peut-être revenir sur tout ou partie de ces hypothèses. C'est justement un des enjeux de mon travail.

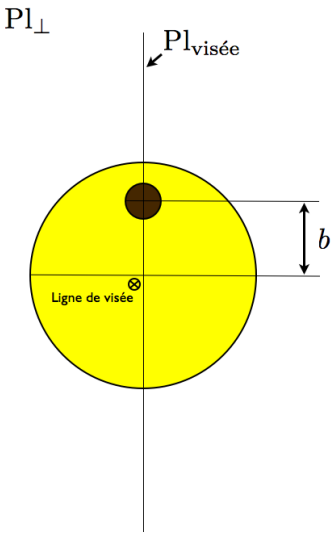
Dans les paragraphes suivants, je vais spécifier la signification de ces différents paramètres dans le cas précis de la modélisation des systèmes {étoile + planète} avec contamination, {étoile + étoile} à période simple avec contamination et {étoile + étoile} à période double avec contamination puis je vais donner l'expression des fonctions f_i qui ces paramètres aux données. J'ai déterminer moi même l'expression de toutes ces fonctions mais je ne suis pas le premier à l'avoir fait et une grande partie de ces équations se trouvent déjà dans la littérature. On peut citer, entre autres, Seager and Mallen Ornelas (2003), Tingley and Sackett (2005); Tingley et al. (2011).

7.2.2.3 Modèle {étoile + planète} avec contamination

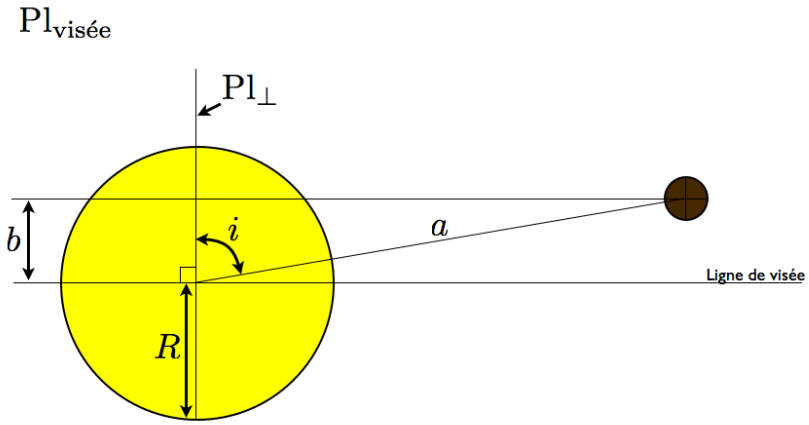
Pour les modèles {étoile + planète}, les spécificités vis-à-vis du jeu de paramètres sont :

— $R_{div} = \frac{R_{\rm planète}}{R_{\rm étoile}} = \frac{R_{\rm pl}}{R_{\rm st}}$, le rapport des rayons planétaire et stellaire ;
— $\rho' = \frac{M_{st}}{4/3\pi R_{\rm st}^3}$, la masse volumique de l'étoile ;
— $T_{\rm div} = \frac{T_{\rm planète}}{T_{\rm étoile}} = 0$.

Je fais donc ici les hypothèses supplémentaires que la masse et la température effective de la planète sont toujours négligeables devant la masse et la température effective de son étoile-hôte.



(a) Vue de face



(b) Vue de gauche

FIGURE 7.8 – **Illustration de la signification du paramètre d'impact** : (a) Vue dans le plan du ciel (noté $\mathrm{Pl}_\perp$). (b) Vue dans le plan $\mathrm{Pl}_{\text{visée}}$ perpendiculaire au plan du ciel, mais aussi à l'orbite et contenant la ligne de visée.

7.2.2.3.1 Équations du modèle direct Nous allons maintenant, donner les équations $s_i = f_i(\boldsymbol{\theta})$ qui donnent la valeur des données simulées en fonction de celles de paramètres du modèle. Ce sont ces équations qui vont nous permettre de calculer la vraisemblance des paramètres, voir § 6.3.2.

Équation donnant la période observée en fonction des paramètres du modèle

$$P_{\text{obs}} = P \tag{7.1}$$

Équation donnant la profondeur des transits primaires (pairs et impairs) observés en fonction des paramètres du modèle

$$\left.\frac{\Delta F}{F}\right|_0 = \left.\frac{\Delta F}{F}\right|_1 = \begin{cases} 0 & \text{si } b \geqslant R_{\rm div}+1 \\ & \text{(système non transitant)} \\ \frac{1-c}{\pi}\Bigg[\arccos\left(\frac{1+b^2-R_{\rm div}^2}{2b}\right) & \\ \quad +R_{\rm div}^2\arccos\left(\frac{b^2+R_{\rm div}^2-1}{2bR_{\rm div}}\right) & \\ \quad -\sqrt{\frac{4b^2-(1+b^2-R_{\rm div}^2)^2}{4}}\Bigg] & \text{si } 1+R_{\rm div} \geqslant b > 1-R_{\rm div} \\ & \text{(transit rasant)} \\ (1-c)R_{\rm div}^2 & \text{si } R_{\rm div}-1 < b \leqslant 1-R_{\rm div} \\ & \text{(transit non rasant} \\ & \text{et éclipse non totale)} \\ (1-c) & \text{si } b \leqslant R_{\rm div}-1 \\ & \text{(éclipse totale de l'étoile)} \end{cases} \tag{7.2}$$

Équation donnant la profondeur du transit secondaire observé en fonction des paramètres du modèle

$$\left.\frac{\Delta F}{F}\right|_{1/2} = 0 \tag{7.3}$$

Équations donnant les durées 14 et 23 en fonction des paramètres du modèle

$$\mathrm{D}_{14} = \begin{cases} \arcsin\left(\rho^{-1/3}P^{-2/3}\sqrt{(1+R_{\rm div})^2-b^2}\left(\frac{3.\pi}{\mathcal{G}}\right)^{1/3}\right)\frac{P}{\pi} & \text{si } 1+R_{\rm div}-b \geqslant 0 \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \tag{7.4}$$

$$\mathrm{D}_{23} = \begin{cases} \arcsin\left(\rho^{-1/3}P^{-2/3}\sqrt{(1-R_{\rm div})^2-b^2}\left(\frac{3.\pi}{\mathcal{G}}\right)^{1/3}\right)\frac{P}{\pi} & \text{si } 1-R_{\rm div}-b \geqslant 0 \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \tag{7.5}$$

Remarques :

— dans les équations ci-dessus, $\mathcal{G}$ désigne la constante de gravitation universelle ;

— le terme $\rho^{-1/3}P^{-2/3}\left(\frac{3.\pi}{G}\right)^{1/3}$ est une réécriture, grâce à la 3e loi de Kepler, de $\frac{R_{\rm st}}{a}$;

— l'équation donnant D_{14} nécessite que $(1+R_{\rm div})^2-b^2 \geqslant 0$ afin que le résultat de la racine carrée soit réel. Or $(1+R_{\rm div})^2-b^2 = (1+R_{\rm div}-b)(1+R_{\rm div}+b)$, et comme $R_{\rm div}$ et b sont positifs, donc $(1+R_{\rm div})^2-b^2 \geqslant 0 \Leftrightarrow 1+R_{\rm div}-b \geqslant 0$. Cette condition est équivalente à la condition « la planète transite » ;

— l'équation donnant D_{14} nécessite aussi que $\rho^{-1/3}P^{-2/3}\sqrt{(1+R_{\rm div})^2-b^2}\left(\frac{3.\pi}{G}\right)^{1/3} = \frac{R_{\rm st}}{a}\sqrt{(1+R_{\rm div})^2-b^2} \in [0,1]$ pour tomber dans l'ensemble de définition de la fonction arcsinus. Cela correspond physiquement au fait qu'il faut que la moitié de distance projetée, parcourue par la planète entre le premier et le quatrième contact, soit inférieure au rayon de l'orbite ;

— l'équation donnant D_{23} nécessite que $(1-R_{\rm div})^2-b^2 \geqslant 0$ afin que le résultat de la racine carrée soit réel. Or $(1-R_{\rm div})^2-b^2 = (1-R_{\rm div}-b).(1-R_{\rm div}+b)$, et comme $R_{\rm div} \leqslant 1$ et que $b \geqslant 0$, alors $(1-R_{\rm div})^2-b^2 \geqslant 0 \Leftrightarrow 1-R_{\rm div}-b \geqslant 0$. Cette condition équivaut à la condition « la planète transite et le transit n'est pas rasant » ;

— l'équation donnant D_{23} nécessite aussi que $\rho^{-1/3}P^{-2/3}\sqrt{(1-R_{\rm div})^2-b^2}\left(\frac{3.\pi}{G}\right)^{1/3} = \frac{R_{\rm st}}{a}\sqrt{(1-R_{\rm div})^2-b^2} \in [0,1]$ pour tomber dans l'ensemble de définition de la fonction arcsinus. Cela correspond physiquement au fait qu'il faut que la moitié de distance projetée, parcourue par la planète entre le deuxième et le troisième contact, soit inférieure au rayon de l'orbite.

7.2.2.3.2 Équations du modèle inverse Il peut être utile lorsque c'est possible, d'inverser ces équations pour se faire une première idée de la valeur des paramètres du modèle. Ici, les équations ne sont inversibles que si le transit n'est pas rasant.

Expression de R_{div}

$$R_{div} = \sqrt{\frac{\frac{\Delta F}{F}|_0}{1-c}} \tag{7.6}$$

Expression de i

$$i = \arccos\left(\sqrt{\frac{\left(1-\sqrt{\frac{\frac{\Delta F}{F}|_0}{1-c}}\right)^2 - \left(1+\sqrt{\frac{\frac{\Delta F}{F}|_0}{1-c}}\right)^2 \frac{\sin^2\left(\frac{\mathrm{D}_{23}\pi}{P}\right)}{\sin^2\left(\frac{\mathrm{D}_{14}\pi}{P}\right)}}{1-\frac{\sin^2\left(\frac{\mathrm{D}_{23}\pi}{P}\right)}{\sin^2\left(\frac{\mathrm{D}_{14}\pi}{P}\right)}}}\right) \tag{7.7}$$

Expression de ρ

$$\rho = \frac{24\pi}{GP^2}.\frac{\left(\frac{\frac{\Delta F}{F}|_0}{1-c}\right)^{3/4}}{\left[\sin^2\left(\frac{\mathrm{D}_{14}\pi}{P}\right) - \sin^2\left(\frac{\mathrm{D}_{23}\pi}{P}\right)\right]^{3/2}} \tag{7.8}$$

Simplification possible si $\mathrm{D}_{14} \ll P$:

$$\sin^2\left(\frac{\mathrm{D}_{14}\pi}{P}\right) \simeq \left(\frac{\mathrm{D}_{14}\pi}{P}\right)^2 \text{ et } \sin^2\left(\frac{\mathrm{D}_{23}\pi}{P}\right) \simeq \left(\frac{\mathrm{D}_{23}\pi}{P}\right)^2 \tag{7.9}$$

$$\text{et } \rho \simeq \frac{24P}{G\pi^2}.\frac{\left(\frac{\frac{\Delta F}{F}|_0}{1-c}\right)^{3/4}}{\mathrm{D}_{14}^3.\left[1-\left(\frac{\mathrm{D}_{23}}{\mathrm{D}_{14}}\right)^2\right]^{3/2}}. \tag{7.10}$$

$\frac{\mathrm{D}_{23}}{\mathrm{D}_{14}}$ est un terme caractérisant la forme en V du transit. Plus $\frac{\mathrm{D}_{23}}{\mathrm{D}_{14}}$ est faible plus le transit est en V et plus la densité stellaire est faible toutes choses étant égales par ailleurs.

7.2.2.3.3 Récapitulatif des différents modèles {étoile + planète} Les équations ci-dessus sont valables pour tous les systèmes {étoile + planète} (P.S., C.P.S., H.T.P.S.) dans le cadre des hypothèses simplificatrices effectuées.

7.2.2.4 Modèle {étoile + étoile} de période simple avec contamination

Pour les modèles {étoile + étoile}, les spécificités vis-à-vis du jeu de paramètres sont :
- $R_{div} = \frac{R_{\text{secondaire}}}{R_{\text{primaire}}} = \frac{R_{\text{sec}}}{R_{\text{prim}}}$, le rapport des rayons de l'étoile secondaire et de l'étoile primaire ;
- $\rho' = \frac{M_{\text{prim}}+M_{\text{sec}}}{4/3\pi R_{\text{prim}}^3}$, la masse volumique du système ;
- $T_{\text{div}} = \frac{T_{\text{sec}}}{T_{\text{prim}}}$.

7.2.2.4.1 Équations du modèle direct

Équation donnant la période observée en fonction des paramètres du modèle

$$P_{\text{obs}} = P \tag{7.11}$$

Équation donnant la profondeur des transits primaires (pairs et impairs) observés en fonction des paramètres du modèle

$$\left.\frac{\Delta F}{F}\right|_0 = \left.\frac{\Delta F}{F}\right|_1 = \left.\frac{\Delta F}{F}\right|_{\text{planétaire, primaire}} . \frac{1}{1 + T_{\text{div}}^4 R_{\text{div}}^2} = \left.\frac{\Delta F}{F}\right|_{\text{binaire, primaire}} \tag{7.12}$$

Équation donnant la profondeur du transit secondaire observé en fonction des paramètres du modèle

$$\left.\frac{\Delta F}{F}\right|_{1/2} = \left.\frac{\Delta F}{F}\right|_{\text{binaire, primaire}} . T_{\text{div}}^4 = \left.\frac{\Delta F}{F}\right|_{\text{binaire, secondaire}} \tag{7.13}$$

Équations donnant les durées 14 et 23 en fonction des paramètres du modèle

$$\mathrm{D}_{14} = \begin{cases} \arcsin\left(\rho'^{-1/3} P^{-2/3} \sqrt{(1 + R_{\text{div}})^2 - b^2} \left(\frac{3.\pi}{G}\right)^{1/3}\right) \frac{P}{\pi} & \text{si } 1 + R_{\text{div}} - b \geqslant 0 \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \tag{7.14}$$

$$\mathrm{D}_{23} = \begin{cases} \arcsin\left(\rho'^{-1/3} P^{-2/3} \sqrt{(1 - R_{\text{div}})^2 - b^2} \left(\frac{3.\pi}{G}\right)^{1/3}\right) \frac{P}{\pi} & \text{si } 1 - R_{\text{div}} - b \geqslant 0 \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \tag{7.15}$$

7.2.2.4.2 Récapitulatif des différents modèles {étoile + étoile} de période simple

Les équations ci-dessus sont valables pour tous les systèmes {étoile + étoile} de période simple (E.B.P., C.E.B.P., H.T.E.B.P.) dans le cadre des hypothèses simplificatrices effectuées.

7.2.2.5 Modèle {étoile + étoile} de période double avec contamination

Le jeu de paramètres libre est identique à celui du modèle {étoile + étoile} de période simple avec contamination.

7.2.2.5.1 Équations du modèle direct

Équation donnant la période observée en fonction des paramètres du modèle

$$P_{\text{obs}} = \frac{P}{2} \tag{7.16}$$

Équation donnant la profondeur des transits primaires pairs et impairs observés en fonction des paramètres du modèle

$$\left.\frac{\Delta F}{F}\right|_0 = \left.\frac{\Delta F}{F}\right|_{\text{binaire, primaire}} \tag{7.17}$$

$$\left.\frac{\Delta F}{F}\right|_1 = \left.\frac{\Delta F}{F}\right|_{\text{binaire, secondaire}} \tag{7.18}$$

Équation donnant la profondeur du transit secondaire observé en fonction des paramètres du modèle

$$\left.\frac{\Delta F}{F}\right|_{1/2} = 0 \tag{7.19}$$

Équations donnant les durées 14 et 23 en fonction des paramètres du modèle
Ces équations sont identiques à celles du modèle binaire de période simple

7.2.2.5.2 Récapitulatif des différents modèles {étoile + étoile} de période simple

Les équations ci-dessus sont valables pour tous les systèmes {étoile + étoile} de période double (E.B.2.P., C.E.B.2.P., H.T.E.B.2.P.) dans le cadre des hypothèses simplificatrices effectuées.

7.2.3 Les *a priori*

Maintenant que nous avons les équations nous permettant de calculer la vraisemblance des paramètres des différents modèles, il ne nous reste plus qu'à définir les densités de probabilités *a priori* sur les paramètres et les modèles.

7.2.3.1 *A priori* sur les paramètres

Dans l'équation 6.5, permettant de calculer la probabilité *a posteriori* sur les paramètres, l'*a priori* sur les paramètres intervient sous la forme d'une densité de probabilité conjointe, $\mathrm{p}(\boldsymbol{\theta}|M,\mathrm{I})$. En pratique, comme pour la vraisemblance des paramètres, on va décomposer cette densité de probabilité conjointe en produit de termes indépendants. Si l'on note $\theta_{\mathrm{ind},i}$ les paramètres qui sont indépendants des autres paramètres et $\boldsymbol{\theta}_{\mathrm{cor},j} = (\theta_{\mathrm{cor},j,k})_{k\in\mathrm{N}_j}$ les ensembles de N_j paramètres $\theta_{\mathrm{cor},j,k}$ qui sont corrélés entre eux, mais indépendants du reste des paramètres [3],

$$\begin{aligned} \mathrm{p}(\boldsymbol{\theta}|M,\mathrm{I}) &= \prod_{i=1}^{\mathrm{N_{ind}}} \mathrm{p}(\theta_{\mathrm{ind},i}|M,\mathrm{I}) \cdot \prod_{j=1}^{\mathrm{N_{cor}}} \mathrm{p}(\boldsymbol{\theta}_{\mathrm{cor},j}|M,\mathrm{I}) \\ \text{avec} \quad \mathrm{p}(\boldsymbol{\theta}_{\mathrm{cor},j}|M,\mathrm{I}) &= \mathrm{p}(\theta_{\mathrm{cor},j,1}\ldots\theta_{\mathrm{cor},j,\mathrm{N}_j}|M,\mathrm{I}). \end{aligned} \tag{7.20}$$

Dans les parties suivantes nous allons donc définir les *a priori* sur les différents paramètres. La ligne directrice étant qu'il faut injecter le plus de connaissances possible dans ces *a priori* afin d'augmenter le pouvoir discriminant de l'outil. Cependant, il faut éviter d'inclure des informations fausses puisqu'en l'absence de possibilités de réitérer l'expérience, le processus d'apprentissage ne pourra pas venir corriger une erreur d'*a priori*.

On touche ici un point délicat de l'approche bayésienne des probabilités, le choix des *a priori*.

7.2.3.1.1 Prise en compte de la probabilité de transit dans les *a priori*

Dans le terme $\mathrm{p}(\boldsymbol{\theta}|M,\mathrm{I})$, I désigne toute l'information dont nous disposons sur les systèmes étudiés. Notamment, comme je n'étudie que les courbes de lumière dans lesquels les équipes de détection ont préalablement détecté des transits, I contient l'événement « Le système observé, quelque soit sa nature, transite » que je vais noter pour la suite Tr. Comment intégrer proprement cette information à mes *a priori* ?

Le fait que le système observé transite est souvent décrit par ce que l'on a appelé, dans le § 5.1.2.1, la probabilité géométrique de transit. Pour un système éclipsant {étoile+planète}={E+P},

3. C'est-à-dire que les paramètres $\theta_{\mathrm{cor},j,k}$ sont corrélés avec les paramètres possédant le même j. Par contre ils sont indépendants des paramètres possédant un indice j différent et, bien sûr des paramètres $\theta_{\mathrm{ind},i}$.

elle est calculée en supposant une planète ponctuelle $R_{\text{div}} = 0$ et une distribution uniforme de l'orientation des orbites. Au § 5.1.2.1, nous avions trouvé

$$\Pr(\text{Tr}|R_{\text{étoile}}, a, R_{\text{div}} \ll 1, a \gg R_{\text{étoile}}, M_{\{\text{E+P}\}}, \text{I}_0) \simeq \frac{R_{\text{étoile}}}{a}.$$

De plus, la 3e loi de Kepler nous donne

$$a = \left(\frac{P^2 \mathcal{G} M_{\text{étoile}}}{4\pi^2}\right)^{1/3},$$

donc

$$\frac{R_{\text{étoile}}}{a} = \frac{R_{\text{étoile}}(4\pi^2)^{1/3}}{P^{2/3}(\mathcal{G}M_{\text{étoile}})^{1/3}}.$$

$$\text{Et comme } \rho_{\text{étoile}} = \frac{M_{\text{étoile}}}{\frac{4}{3}\pi R_{\text{étoile}}^3},$$

$$\text{alors } \frac{R_{\text{étoile}}}{a} = \frac{(3\pi)^{1/3}}{\mathcal{G}P^{2/3}\rho_{\text{étoile}}^{1/3}} \tag{7.21}$$

$$\text{et } \Pr(\text{Tr}|\rho_{\text{étoile}}, P, R_{\text{div}} \ll 1, a \gg R_{\text{étoile}}, M_{\{\text{E+P}\}}, \text{I}_0) = \frac{(3\pi)^{1/3}}{\mathcal{G}P^{2/3}\rho_{\text{étoile}}^{1/3}} \tag{7.22}$$

On peut remarquer que j'ai volontairement marqué la différence entre l'information I, dont je dispose lorsque j'étudie une courbe de lumière, et l'information I_0, dont je dispose lorsque je calcule la probabilité de transit. En effet, lors du calcul de la probabilité de transit, l'information I_0 ne contient, bien évidemment, pas le fait que la planète transite.

Ainsi, on s'aperçoit que, dans le cas d'un système {E+P}, la probabilité de transit semble influer sur les paramètres $\rho_{\text{étoile}}$ et P. On a envie de dire que les valeurs de P et de $\rho_{\text{étoile}}$ faibles seront plus probables.

Cependant, comme je l'ai déjà évoqué au § 5.1.2.1, le problème de ce calcul est qu'il est basé sur plusieurs hypothèses, « $R_{\text{div}} \ll 1$ » et « $a \gg R_{\text{étoile}}$ » que je ne fais plus dans mes modèles. Cependant, nous voulons tout de même intégrer cette probabilité de transit, car c'est une information intrinsèque à notre technique d'observation. Pour cela, nous allons d'abord définir un cadre mathématique pour inclure cette probabilité.

De manière générale, si l'on veut intégrer l'information de probabilité de transit, il faut se servir du fait que

$$\begin{aligned} \Pr(\text{Tr}|\boldsymbol{\theta}_M, M, \text{I}_0) &= \frac{\text{p}(\text{Tr}, \boldsymbol{\theta}_M|M, \text{I}_0)}{\text{p}(\boldsymbol{\theta}_M|M, \text{I}_0)} \\ \text{et} \quad \text{p}(\boldsymbol{\theta}_M|\text{Tr}, M, \text{I}_0) &= \frac{\text{p}(\text{Tr}, \boldsymbol{\theta}_M|M, \text{I}_0)}{\Pr(\text{Tr}|M, \text{I}_0)} \\ \text{donc} \quad \text{p}(\boldsymbol{\theta}_M|\text{Tr}, M, \text{I}_0) &= \frac{\Pr(\text{Tr}|\boldsymbol{\theta}_M, M, \text{I}_0)\ \text{p}(\boldsymbol{\theta}_M|M, \text{I}_0)}{\Pr(\text{Tr}|M, \text{I}_0)}. \end{aligned} \tag{7.23}$$

Par conséquent, si l'on considère que $\text{I} = \text{I}_0.\text{Tr}$, où le « . » désigne l'opérateur « ET logique », alors $\text{p}(\boldsymbol{\theta}_M|\text{Tr}, M, \text{I}_0) = \text{p}(\boldsymbol{\theta}_M|M, \text{I})$ et pour prendre en compte la probabilité de transit dans nos *a priori*, il suffira de définir notre densité de probabilité *a priori* sur les paramètres sans nous occuper du fait que le système transite ou non ($\text{p}(\boldsymbol{\theta}_M|M, \text{I}_0)$) puis, pour chaque valeur des paramètres $\boldsymbol{\theta}_M$, on multiplie la densité de probabilité par la probabilité de transit $\Pr(\text{Tr}|\boldsymbol{\theta}_M, M, \text{I}_0)$. Enfin, pour obtenir $\text{p}(\boldsymbol{\theta}_M|\text{Tr}, M, \text{I}_0)$, il suffira de normaliser ce produit.

Il nous reste donc le problème du calcul de $\Pr(\mathrm{Tr}|\boldsymbol{\theta}_M, M, \mathrm{I}_0)$. Si l'on se place dans l'hypothèse d'un système éclipsant {étoile + planète},

$$\Pr(\mathrm{Tr}|\boldsymbol{\theta}_{M_{\mathrm{E+P}}}, M_{\mathrm{E+P}}, \mathrm{I}_0) = \Pr(\mathrm{Tr}|P, \rho_{\text{étoile}}, R_{\text{div}}, b, c, M_{\mathrm{E+P}}, \mathrm{I}_0). \tag{7.24}$$

Si l'on peut penser que Tr est indépendant de c. Il n'est pas indépendant de P et $\rho_{\text{étoile}}$ puisque la probabilité géométrique de transit (§ 5.1.2.1) dépend de ces deux paramètres. Et il n'est pas non plus indépendant de R_{div} et b puisque, comme nous l'avons vu au § 7.2.2.3.1, avec l'équation 7.2, lorsque $b \geqslant 1 + R_{\text{div}}$, il n'y a pas de transit et donc $\Pr(\mathrm{Tr}|b, R_{\text{div}}) = 0$. À l'inverse, lorsque cette condition n'est pas vérifiée, $b < 1 + R_{\text{div}}$, alors il y a forcément un transit et $\Pr(\mathrm{Tr}|b, R_{\text{div}}) = 0$. Conclusion, en présence de ces deux paramètres qui agissent en tout ou rien sur la probabilité, $\Pr(\mathrm{Tr}|\boldsymbol{\theta}_{M_{\mathrm{E+P}}}, M_{\mathrm{E+P}}, \mathrm{I}_0)$ est très facile à calculer puisque

$$\Pr(\mathrm{Tr}|\boldsymbol{\theta}_{M_{\mathrm{E+P}}}, M_{\mathrm{E+P}}, \mathrm{I}_0) = \begin{cases} 0 & \text{si } b \geqslant 1 + R_{\text{div}}, \\ 1 & \text{sinon.} \end{cases} \tag{7.25}$$

Cette équation donne l'impression que la probabilité de transit ne dépend pas de P et $\rho_{\text{étoile}}$. Cependant, on peut remarquer que $b = \frac{a}{R_{\text{étoile}}} \cos i = \rho^{1/3} P^{2/3} \left(\frac{3.\pi}{G}\right)^{-1/3} \cos i$ et donc par définition b dépend de P et $\rho_{\text{étoile}}$. Par l'intermédiaire de b, P et $\rho_{\text{étoile}}$ influent donc bien sur la probabilité de transit. De plus, cette expression $\Pr(\mathrm{Tr}|\boldsymbol{\theta}_{M_{\mathrm{E+P}}}, M_{\mathrm{E+P}}, \mathrm{I}_0)$ est en accord avec la probabilité de transit géométrique et permet même un meilleur calcul de celle-ci. En effet, si l'on cherche à calculer la probabilité de transit géométrique $\Pr(\mathrm{Tr}|\rho_{\text{étoile}}, P, R_{\text{div}} \ll 1, "a \gg R_{\text{étoile}}", M_{\{\mathrm{E+P}\}}, \mathrm{I}_0)$ à partir de cette expression, mais sans faire les hypothèses « $R_{\text{div}} \ll 1$ » et « $a \gg R_{\text{étoile}}$ » et sans se limiter aux systèmes {étoile + planète}. C'est-à-dire cherchons à calculer $\Pr(\mathrm{Tr}|\rho', P, R_{\text{div}}, M, \mathrm{I}_0)$ où ρ' désigne soit ρ la masse volumique de l'étoile pour les systèmes {étoile + planète}, soit $\rho_{\text{som}} = \frac{M_{\text{prim}} + M_{\text{sec}}}{4/3\pi R_{\text{prim}}^3}$ pour les systèmes {étoile + étoile} :

$$\begin{aligned} P_{\text{Tr, géom}} &= \Pr(\mathrm{Tr}|\rho', P, R_{\text{div}}, M, \mathrm{I}_0) \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} \mathrm{p}(\mathrm{Tr}.b|\rho', P, R_{\text{div}}, T_{\text{div}}, c, M, \mathrm{I}_0)) \, \mathrm{d}b. \end{aligned}$$

Après calcul, on obtient

$$P_{\text{Tr, géom}} = \frac{2}{\pi} \arcsin\left(\rho'^{-1/3} P^{-2/3} \left(\frac{3.\pi}{G}\right)^{1/3} (1 + R_{\text{div}})^{-1}\right). \tag{7.26}$$

Ce résultat semble plus cohérent que $P_{\text{Tr, géom}} = \frac{\frac{R_2+R_1}{a}}{\sqrt{1+\left(\frac{R_2+R_1}{a}\right)^2}}$ obtenu au § 5.1.2.1 puisque dans le cas limite où $a = R_2 + R_1$ (les deux objets sont en contact l'un avec l'autre), on obtient maintenant $P_{\text{Tr, géom}} = 1$ (ce qui parait correct) au lieu de $\frac{1}{\sqrt{2}}$ précédemment. Ensuite, si l'on reprend les hypothèses « $R_{\text{div}} \ll 1$ » et « $a \gg R_1$ », on aboutit à $P_{\text{Tr, géom}} \simeq \frac{2}{\pi}\frac{R_1}{a}$ au lieu de $P_{\text{Tr, géom}} \simeq \frac{R_1}{a}$. On retrouve donc la dépendance en $\frac{1}{a}$ et en $R_{\text{étoile}}$ à la différence d'un facteur $\frac{2}{\pi}$, qui s'explique par les approximations faites lors du calcul effectué au § 5.1.2.1 (voir notamment note 4).

Ce travail nous a finalement appris à intégrer proprement la probabilité de transit dans les *a priori* (équation 7.23). Il s'agit d'un résultat original qui n'est, à ma connaissance, pas présent dans la littérature.

7.2.3.1.2 Prise en compte de la probabilité de détection dans les *a priori*

Pour toutes les courbes de lumière que j'étudie, non seulement le système étudié est transitant, mais en plus le transit est suffisamment profond et le rapport signal à bruit de CoRoT suffisamment important pour que le groupe de détection ait réussi à détecter ce transit. Par conséquent, de la même façon que pour la probabilité de transit, on peut chercher à intégrer la probabilité de l'événement « S'il y a transit alors le transit est détectable par le groupe de détection », noté $\mathrm{Det_{Tr}}$. La prise en compte de cette probabilité pourrait nous permettre, notamment, d'intégrer à nos *a priori*, la sensibilité de CoRoTet l'efficacité des algorithmes de détection de transit. Cette probabilité devrait notamment influer sur les *a priori* des paramètres R_{div}, T_{div}, c et b (c'est-à-dire P, ρ' et i) qui jouent sur la profondeur du transit puisque plus le transit est profond, plus il va être facile à détecter. De plus, plus P est petit plus on observe un grand nombre de transits pendant une durée d'observation donnée et donc plus le transit est facile à détecter. P influe donc à double titre sur la probabilité de détection.

Le cadre théorique pour inclure cette information est semblable à celui permettant d'inclure la probabilité de transit sauf que cette fois $\mathrm{I} = \mathrm{I_0.Tr.Det_{Tr}}$:

$$\mathrm{p}(\boldsymbol{\theta}_M|\mathrm{Det_{Tr}}, \mathrm{Tr}, M, \mathrm{I_0}) = \frac{\Pr(\mathrm{Det_{Tr}}|\boldsymbol{\theta}_M, M, \mathrm{Tr}, \mathrm{I_0})}{\Pr(\mathrm{Det_{Tr}}|M, \mathrm{Tr}, \mathrm{I_0})}\ \mathrm{p}(\boldsymbol{\theta}_M|\mathrm{Tr}, M, \mathrm{I_0}).$$

Puis en injectant l'équation 7.23 dans cette équation, on obtient

$$\begin{aligned}\mathrm{p}(\boldsymbol{\theta}_M|M\,\mathrm{I}) &= \frac{\Pr(\mathrm{Det_{Tr}}|\boldsymbol{\theta}_M, \mathrm{Tr}, M, \mathrm{I_0})\ \Pr(\mathrm{Tr}|\boldsymbol{\theta}_M, M, \mathrm{I_0})\ \mathrm{p}(\boldsymbol{\theta}_M|M, \mathrm{I_0})}{\Pr(\mathrm{Det_{Tr}}|M, \mathrm{Tr}, \mathrm{I_0})\ \Pr(\mathrm{Tr}|M, \mathrm{I_0})} \\ &= \frac{\Pr(\mathrm{Det_{Tr}}|\boldsymbol{\theta}_M, M, \mathrm{Tr}, \mathrm{I_0})\ \Pr(\mathrm{Tr}|\boldsymbol{\theta}_M, M, \mathrm{I_0})\ \mathrm{p}(\boldsymbol{\theta}_M|M, \mathrm{I_0})}{\Pr(\mathrm{Tr.Det_{Tr}}|M, \mathrm{Tr}, \mathrm{I_0})}\end{aligned}$$

Enfin comme les événements $\mathrm{Det_{Tr}}$ et Tr sont indépendants,

$$\mathrm{p}(\boldsymbol{\theta}_M|M\,\mathrm{I}) = \frac{\Pr(\mathrm{Det_{Tr}}|\boldsymbol{\theta}_M, M, \mathrm{I_0})\ \Pr(\mathrm{Tr}|\boldsymbol{\theta}_M, M, \mathrm{I_0})\ \mathrm{p}(\boldsymbol{\theta}_M|M, \mathrm{I_0})}{\Pr(\mathrm{Tr.Det_{Tr}}|M, \mathrm{Tr}, \mathrm{I_0})} \tag{7.27}$$

Nous avons donc, avec cette équation, le cadre théorique adapté pour prendre en compte la probabilité de détection. Il ne nous reste plus qu'à calculer $\Pr(\mathrm{Det_{Tr}}|\boldsymbol{\theta}_M, M, \mathrm{I_0})$. Cette probabilité est un peu complexe à calculer, notamment car elle dépend d'énormément de paramètres dont la magnitude apparente du système. Or cette grandeur ne fait pas, actuellement partie des paramètres de mon modèle. Il faudrait donc marginaliser sur ce paramètre de magnitude, mais, par manque de temps, je n'ai pas utilisé cette information de détectabilité du transit dans mes *a priori*.

Quoi qu'il en soit, je peux maintenant chercher à définir les *a priori* sur les paramètres sans me soucier du fait que le système transite ou soit détectable, c'est-à-dire $\mathrm{p}(\boldsymbol{\theta}_M|M, \mathrm{I_0})$, ce qui va me simplifier la tâche.

7.2.3.1.3 *A priori* sur la période orbitale P

La première question à se poser est : Y a-t-il une raison de définir un *a priori* différent pour les systèmes éclipsants {étoile + planète} et les systèmes éclipsants {étoile + étoile} vis-à-vis de ce paramètre ? À première vue, je ne vois pas de raisons particulières pour que les systèmes {étoile + étoile} aient des périodes plus ou moins longues que les systèmes {étoile + planète}. Je me dirige donc vers un *a priori* identique concernant ce paramètre.

Maintenant, il faut se demander quelles sont les bornes P_{max} et P_{min} de l'espace libre de ce paramètre. Pour ce qui est de la borne supérieure, étant donné que pour affirmer avoir détecté

une baisse de luminosité périodique, il faut au moins observer 2 transits, la période orbitale doit impérativement être inférieure à la durée du *run*, notée D_{run}. Par conséquent $\boldsymbol{P}_{\max} = \boldsymbol{D}_{\text{run}}$. Pour ce qui est de la borne inférieure, la période est liée au demi-grand axe de l'orbite et à la masse du système par la 3e loi de Kepler. Donc $P = \sqrt{\frac{4\pi^2 a^3}{\mathcal{G}(m_1+m_2)}}$. Par conséquent, P est minimale lors que a est minimal. Or la valeur minimale du demi-grand axe, s'obtient lorsque les deux astres se touche, c'est-à-dire $a = R_1 + R_2$ où R_1 et R_2 sont les rayons des 2 astres qui s'éclipsent. D'où $P_{\min} = \sqrt{\frac{4\pi^2(R_1+R_2)^3}{\mathcal{G}(m_1+m_2)}}$. Enfin, si l'on calcule cette expression pour différents couples {étoile + planète} et {étoile + étoile}, on s'aperçoit que la valeur minimale de cette expression s'obtient lorsque l'on considère le couple de deux astres les plus denses possible (par exemple, une planète rocheuse autour d'une naine M) et je vais prendre $\boldsymbol{P}_{\min} = \mathbf{3 \cdot 10^{-2}\,jour} \simeq \mathbf{43\,min}$. Cette valeur semble même trop petite et il est sans doute possible de réduire encore l'espace des paramètres, par exemple en utilisant le lobe de Roche de l'étoile comme valeur inférieure du demi-grand axe. Mais dans un premier temps, nous en resterons là.

La troisième question à se poser est : Ce paramètre est-il corrélé aux autres ? À première vue, ce paramètre semble complètement décorrélé des autres paramètres que ce soit pour les modèles {étoile + planète} ou {étoile + étoile}.

Enfin la dernière question est : À l'intérieur de l'intervalle $[P_{\min}, P_{\max}]$, a-t-on des raisons de penser que certaines valeurs de P sont plus probables que d'autre ? Au moins au premier ordre, je vais faire l'hypothèse que toutes les valeurs de P sont équiprobables [4] et prendre une **densité de probabilité $\mathbf{p}(\boldsymbol{P}|\boldsymbol{M}, \mathbf{I_0})$ uniforme entre $\boldsymbol{P}_{\min}$ et $\boldsymbol{P}_{\max}$**.

7.2.3.1.4 *A priori* uniforme ou de Jeffreys

L'*a priori* sur la période P rentre dans le cadre de ce que l'on appelle les *a priori* non informatifs [5]. Il s'agit en réalité de trouver la distribution de probabilité la plus adaptée pour décrire le fait qu'aucune valeur du paramètre X n'est plus probable qu'une autre à l'intérieur d'un intervalle $[X_{\min}; X_{\max}]$. Dans la littérature (voir par exemple Gregory, 2005), on trouve deux types de distribution pour traduire cet état de fait, la distribution de Jeffreys et la distribution uniforme. La distribution uniforme, décrite par

$$\mathrm{p}(X) = \begin{cases} \frac{1}{X_{\max}-X_{\min}} & \forall X \in [X_{\min}; X_{\max}] \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \tag{7.28}$$

semble la plus intuitive puisqu'elle attribue exactement la même valeur de densité de probabilité à chaque valeur à l'intérieur de l'intervalle $[X_{\min}; X_{\max}]$. Cependant, une densité de probabilité n'est pas directement une probabilité puisque pour obtenir une probabilité, il faut intégrer la densité de probabilité sur un intervalle, $\Pr(X_- < X < X_+) = \int_{X_-}^{X_+} \mathrm{p}(X)\,\mathrm{d}X$.

C'est de cette constatation très simple que vient l'idée de la probabilité de Jeffreys. En effet, elle est définie par

$$\mathrm{p}(X) = \begin{cases} \frac{1}{\ln(X_{\max})-\ln(X_{\min})}\frac{1}{X} & \forall X \in [X_{\min}; X_{\max}] \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \tag{7.29}$$

Contrairement à la distribution uniforme, si l'incertitude Δx sur la valeur x prise par la variable X est proportionnelle à x, c'est-à-dire $\Delta x = ax$ alors la probabilité $\forall x, \Pr(x - \Delta x < X < x + \Delta x)$ est constante (indépendante de x).

4. Une autre possibilité est de prendre comme *a priori*, la distribution des valeurs prises par les candidats de CoRoT dont la nature est certaine et qui correspondent au modèle considéré. Mais cela entrainerai des biais importants.

5. Ce terme d'*a priori* non informatif est à mon avis inadapté, car les distributions de Jeffreys et uniforme traduisent une information. Mais en l'absence de meilleure alternative ...

En conclusion, si l'on a de bonnes raisons, *a priori*, de penser que l'incertitude résultant de l'expérience sera proportionnelle à la valeur prise par X, alors prendre un *a priori* de Jeffreys reflètera mieux le fait qu'aucune valeur de X n'est plus probable qu'une autre. Par contre, si l'incertitude n'est pas relative et qu'elle n'est donc pas proportionnelle à la valeur de X, alors la distribution uniforme est préférable.

Dans le cas du paramètre période P, je suis parti de l'hypothèse que l'incertitude sur P après observation de la courbe de lumière ne serait pas proportionnelle à P, mais plutôt liée à l'échantillonnage temporelle (ou encore à l'assombrissement centre-bord [6]). C'est cela qui a motivé mon choix d'une distribution uniforme pour P.

7.2.3.1.5 *A priori* sur l'inclinaison i

Étant donné que l'on a déjà pris en compte l'événement Tr = « le système transit », le choix de la distribution pour i est extrêmement simple. En effet, les valeurs extrême de i sont $i_{\min} = 0$ et $i_{\max} = \frac{\pi}{2}$. On peut remarquer que je limite l'espace libre de i à $\frac{\pi}{2}$ et non a π et cela principalement parce qu'aucune information dans la courbe de lumière ne me permet de faire la différence entre i et $\pi - i$. Par conséquent, si je laissais i libre entre 0 et π, j'aurais, à chaque fois que i est différent de 0, une distribution de probabilité *a posteriori* bimodale. Cela n'apporterait rien à ma compréhension du système et complexifierait l'exploration de l'espace des paramètres. Il est donc préférable de faire ce choix de $i_{\max} = \frac{\pi}{2}$. Ensuite, *a priori*, il n'y aucune raison de penser que les orbites soient orientées dans une direction privilégiée par rapport à l'observateur. Par conséquent, il faut choisir entre une distribution uniforme et une distribution de Jeffreys. Dans ce cas, la distribution la plus couramment choisie est une distribution uniforme (notamment utilisée pour le calcul de la probabilité de transit, § 7.2.3.1.1). Je vais donc aussi choisir une **distribution uniforme pour i entre $i_{\min} = 0$ et $i_{\max} = \frac{\pi}{2}$**.

7.2.3.1.6 *A priori* sur le rapport des températures effectives T_{div}

Jusqu'à présent, les *a priori* sur les paramètres étudiés, P et i n'avaient pas de raison d'être différents selon les modèles. Mais avec le rapport des températures effectives T_{div}, on aborde des paramètres qui en fonction de leur valeur la plus probable vont nous permettre de distinguer entre les différents modèles en compétition.

Modèles basés sur un système éclipsant {étoile + planète}

Pour ce type de système, je fais l'hypothèse que la température effective de la planète, $T_{\text{planète}}$, est nulle. Celle-ci est totalement noire dans la bande d'observation de CoRoT. Par conséquent, **le paramètre T_{div} n'est pas libre pour ce type de modèle, il est fixé à 0**.

Cela implique que je considère qu'il est impossible que la courbe de lumière d'un système {étoile + planète} présente un transit secondaire, $\frac{\Delta F}{F}\big|_{1/2} = 0$ (C'est bien que ce que nous avions mis en équation dans le § 7.2.2.3.1).

CoRoTa déjà permis d'observer des transits secondaires (par exemple CoRoT-2b, voir Alonso et al., 2009), par conséquent même si elle fréquemment faite, il ne s'agit pas d'une hypothèse totalement anodine.

6. En effet, l'assombrissement centre-bord influe sur la variation de flux provoqué par la planète lors de l'immersion et l'émersion du le disque stellaire. Plus cette variation est franche, plus il sera facile de repérer l'instant du transit et plus la période sera connue précisément.

Modèles basés sur un système éclipsant {étoile + étoile} Pour ces modèles, comme les deux compagnons sont des étoiles, je ne peux pas négliger leur température effective. Pour ce qui est de la valeur maximale, comme évoqué dans le § 7.2.2.1, j'ai choisi de définir l'étoile primaire comme l'étoile dont la température est la plus élevée. Ainsi, puisque $T_{\mathrm{div}} = \frac{T_{\mathrm{sec}}}{T_{\mathrm{prim}}}$, alors la valeur maximale pour le rapport des températures effectives est de $\boldsymbol{T_{\mathrm{div,\ max}} = 1}$. Pour ce qui est de la valeur minimale de T_{div}, en se basant sur Cox (1999, p. 388-390), j'ai décidé de prendre comme température effective minimale d'une étoile, la température de 2 880 K d'une étoile de type M5 I et comme température maximale, la température de 42 000 K d'une étoile O5 V. Cela aboutit à une valeur minimale pour le rapport des températures de $T_{\mathrm{div,\ min}} = 6{,}86 \cdot 10^{-2}$. Afin de laisser une petite marge, j'ai choisi de prendre $\boldsymbol{T_{\mathrm{div,\ min}} = 5 \cdot 10^{-2}}$.

En théorie, la température effective peut-être reliée à la masse et à l'âge de l'étoile par des modèles d'évolution stellaire (modèles d'isochrones, voir par exemple Marigo et al., 2008; Girardi et al., 2002). Mais mes données ne me permettant pas de contraindre les paramètres de ces modèles comme l'âge du système par exemple. De plus, cela complexifierai sensiblement à la fois mes modèles mais aussi les calculs informatiques. J'ai choisi de ne pas prendre en compte cette potentielle corrélation et de considérer que ce paramètre T_{div} était indépendant des autres paramètres.

Enfin pour ce qui est de la densité de probabilité, n'ayant que peu de connaissances dans le domaine, j'ai choisi d'utiliser une distribution de type uniforme ou Jeffreys. J'ai utilisé les deux types de densité de probabilité pour finalement opter pour la **distribution de Jeffreys**.

7.2.3.1.7 *A priori* sur la contamination c

La contamination est le principal paramètre qui va permettre de différencier les systèmes dits de contamination (C.P.S., C.E.B.P. et C.E.B.2.P.), des systèmes triples (H.T.P.S., H.T.E.B.P. et H.T.E.B.2.P.) et de leurs homologues sur la cible (P.S., E.B.P., E.B.2.P.). Comme nous l'avons vu dans le § 5.1.2.4.2, le paramètre de contamination c décrit le pourcentage de photo-électrons, mesurés à l'intérieur du masque photométrique, qui ne sont pas émis par le système considéré. Comment avoir une information *a priori* sur ce paramètre ?

La base de données EXO-DAT (Deleuil et al., 2009) contient notamment un catalogue appelé EXO-CAT qui regroupe des informations sur toutes les étoiles recensées dans les divers catalogues d'étoiles (Two Micron All Sky Survey (2MASS), USNO-A2, USNO-B1, UCAC, DENIS, PPMXL et TYCHO) et lors de la campagne d'observations préparatoires à la mission CoRoT réalisée en 2003 et visant à caractériser la population stellaire dans les deux yeux de CoRoT. Grâce à ce catalogue, pour chaque courbe de lumière, sont données les coordonnées, mais aussi la magnitude apparente dans diverses bandes photométriques [7] de l'étoile-cible ainsi que les étoiles les plus proches angulairement. À partir de ces informations et de la connaissance du masque photométrique associé à la courbe de lumière étudiée, il est possible de calculer la proportion du nombre de photo-électrons mesurés à l'intérieur du masque provenant de chacune des étoiles recensées dans et au voisinage du masque. Ainsi, il est possible de calculer *a priori* une estimation du paramètre c. Ce calcul est effectué de manière systématique selon une procédure définie par Bordé et al. (2010) et stocké dans le catalogue EXO-DAT sous forme d'une valeur, notée $\bar{c}$, et de sa barre d'erreur, notée σ_c.

7. Pour toutes les étoiles sont disponibles la magnitude dans les bandes photométriques B, V, I, J, H et K du système Jonhson et Ru du système UCAC. En plus pour les étoiles observées durant la campagne CoRoT dédiée, s'ajoutent les bandes photométriques B et V du système HARRIS et r' et i' du système Sloan-Gunn.

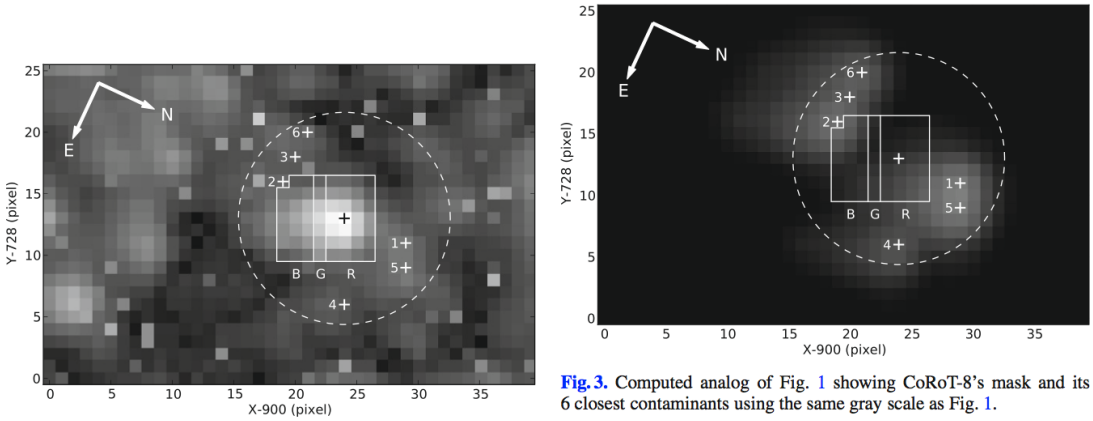


Fig. 3. Computed analog of Fig. 1 showing CoRoT-8's mask and its 6 closest contaminants using the same gray scale as Fig. 1.

(a) (b)

Table 1. Coordinates and magnitudes of CoRoT-8 and its six main contaminants.

Star	RA (deg)	DE (deg)	*X*	*Y*	*V*	*r'*
CoRoT-8	291.58852	1.42646	924	741	14.8	14.3
Cont. #1	291.58839	1.42976	929	739	18.8	18.3
Cont. #2	291.58826	1.42280	919	744	19.1	18.8
Cont. #3	291.58652	1.42269	920	746	20.7	20.1
Cont. #4	291.59267	1.42809	924	734	20.7	20.1
Cont. #5	291.58967	1.43077	929	737	19.0	18.6
Cont. #6	291.58537	1.42313	921	748	20.3	19.7

Notes. *X* and *Y* are positions on CCD E2 in pixels. *V* and *r'* are the magnitudes in the Harris *V* and Sloan-Gunn *r'* filters.

(c)

FIGURE 7.9 – **Estimation de la contamination d'une courbe de lumière (exemple de CoRoT-8b)** : (a) Image longue prise en début de *run*. Zoom autour du masque de CoRoT-8. La ligne blanche indique le contour du masque avec la séparation en trois couleurs. Les croix indiquent les positions des contaminants les plus proches de CoRoT-8. Enfin le cercle en tirets blanc indique un cercle de 40" autour de CoRoT-8. (b) Image simulée montrant le masque de CoRoT-8 et les différents contaminants les plus proche (mais sans l'étoile CoRoT-8) qui permet de facilement voir la contribution de chaque contaminant dans le masque et les différentes couleurs. (c) Tableau donnant les coordonnées sur le CCD et sur la sphère céleste des contaminants les plus proches ainsi que leur magnitude V et r'.Crédits : Bordé et al. (2010).

À partir de ces deux informations ($\bar{c}$ et σ_c), l'*a priori* que je vais créer sur le paramètre c va dépendre du modèle considéré. Avant de regarder le cas spécifique des différents modèles, on peut se poser la question de l'indépendance de ce paramètre c par rapport aux autres paramètres des modèles. Quel que soit le modèle considéré, je n'ai pas de raison de penser que la contamination, qui est liée à la magnitude des étoiles voisines angulairement, soit liée aux autres paramètres P, b, $T_{\rm div}$, ρ' et $R_{\rm div}$ qui décrivent les caractéristiques physiques du système éclipsant. En conclusion, je ferai l'hypothèse que c est indépendant des autres paramètres.

Modèles sur cible

Les modèles sur cible sont les modèles P.S., E.B.P., E.B.2.P. pour lesquels le système éclipsant ({étoile + planète} pour le modèle P.S. et {étoile + étoile} pour les modèles E.B.P. et E.B.2.P.) est le système ciblé par le masque CoRoT et qui est donc responsable de la majorité des photo-électrons produisant la courbe de lumière. Pour ces modèles, l'estimation de la contamination ($\bar{c}$ et σ_c) fournie par EXO-CAT s'applique directement au paramètre c. J'ai donc choisi pour ces

modèles d'appliquer une **densité de probabilité au paramètre c de type gaussienne, de moyenne $\bar{c}$ et d'écart-type σ_c**.

Modèles sur contaminants Les modèles sur contaminant sont les modèles C.P.S., C.E.B.P. et C.E.B.2.P. pour lesquels le système éclipsant n'est pas le système ciblé, mais un système proche angulairement et qui contribue pour une fraction généralement faible des photo-électrons produisant la courbe de lumière. Pour ces modèles le paramètre c correspond à la fraction des photo-électrons mesurés dans la courbe de lumière qui ne provienne pas de ce système, c'est-à-dire la cible du masque et les autres contaminants. Ainsi l'estimation, $\bar{c} \pm \sigma_c$, ne s'applique pas directement au paramètre c de ces modèles. On pourrait ensuite différencier deux types de contaminants. Les contaminants qui ont pu être séparés de la cible du masque grâce à d'autres observations et qui apparaissent comme tels dans EXO-DAT. J'appellerais ces contaminants, contaminants identifiés. Le flux de ces contaminants fait donc partie de la contamination estimée par $\bar{c} \pm \sigma_c$. Le deuxième groupe correspond aux contaminants qui sont trop proches angulairement de la cible pour avoir été identifiés. Nous appellerons ces contaminants, contaminants cachés. Le flux de ces contaminants est compté comme flux de la cible dans l'estimation $\bar{c} \pm \sigma_c$. Les systèmes triples H.T.P.S., H.T.E.B.P. et H.T.E.B.2.P. font notamment partie de cette deuxième catégorie.

Pour ce qui est des contaminants identifiés, l'idéal serait d'avoir le même type d'estimation que celle réalisée pour la cible principale, mais pour chacun des contaminants identifiés. Cependant, EXO-CAT ne fournit pas cette information et cela impliquerait de considérer autant de modèles C.P.S., C.E.B.P. et C.E.B.2.P. qu'il y a de contaminants, ce qui rendrait l'étude potentiellement très longue s'il y a de nombreux contaminants.

Une solution est de dire que, puisque j'ai choisi de décrire l'*a priori* sur la contamination des modèles sur cible par une loi gaussienne $\mathcal{N}(\bar{c}, \sigma_c)$, et que, sans autre information, la contamination des systèmes sur contaminant est le complémentaire à 1 de la contamination sur cible, alors la contamination des modèles sur contaminant doit être décrite par la fonction de répartition de la densité de probabilité gaussienne $\mathcal{N}(\bar{c}, \sigma_c)$, c'est-à-dire une fonction erreur. Cependant, n'ayant pas pensé directement à cette solution pourtant intuitive, j'ai opté pour une autre solution plus basique. En effet, si la cible du masque possède un paramètre de contamination de $\bar{c} \pm \sigma_c$, alors cela signifie que la cible est responsable d'une fraction minimale environ égale à $1 - (\bar{c} + 3\sigma_c)$ des photo-électrons mesurés dans le masque. Par conséquent, la valeur minimale du paramètre c pour tout contaminant est de $\boldsymbol{c_{\min} = 1 - (\bar{c} + 3\sigma_c)}$. La valeur maximale étant naturellement $\boldsymbol{c_{\max} = 1}$. Enfin, j'ai choisi une **loi uniforme pour c dans l'intervalle $[c_{\min}, c_{\max}]$**.

Pour ce qui est des contaminants cachés, un raisonnement similaire nous conduit à adopter, pour la densité de probabilité du paramètre c, une densité de probabilité dont l'allure est le complémentaire à 1 de la densité de probabilité choisie pour les contaminants identifiés. Bien sûr, après avoir pris le complémentaire à un de la densité de probabilité, il faut normaliser la fonction obtenue pour s'assurer d'avoir une densité de probabilité. Pour simplifier dans un premier temps, puis par manque de temps, je n'ai malheureusement pas eu le temps d'implémenter ces modèles de contaminants cachés. Par conséquent, lorsque je ferai référence aux modèles de contamination dans mon outil, il s'agira de contamination identifiée.

7.2.3.1.8 *A priori* sur le rapport des rayons R_{div} et la masse volumique ρ'

Le paramètre R_{div} comme la masse volumique ρ' vont, au même titre que le paramètre T_{div}, me permettre de différencier les systèmes éclipsant {étoile + étoile} des systèmes {étoile + planète}.

En effet, le rayon d'une planète est généralement inférieur à celui d'une étoile. Et donc, pour une même valeur du rayon de l'étoile compagnon, le rapport des rayons R_{div} va être plus faible pour un système éclipsant {étoile + planète} que pour un système éclipsant {étoile + étoile}.

De même, la masse d'une étoile est supérieure à celle d'une planète. Et donc, pour une même valeur du rayon et de la masse de l'étoile primaire, la masse volumique $\rho' = \frac{M_{\text{prim}}+M_{\text{comp}}}{4/3\pi R_{\text{prim}^3}}$ est plus grande pour un système éclipsant {étoile + étoile} que pour un système éclipsant {étoile + planète} .

Rapport des rayons R_{div}

Dans un premier temps, intéressons-nous au rapport des rayons. Pour savoir quelles sont les valeurs minimale et maximale de ce paramètre pour les systèmes {étoile + planète} et {étoile + étoile}, on a besoin de savoir quelles sont les valeurs extrêmes pour le rayon d'une planète et celui d'une étoile. Notamment, il faut savoir à partir de quel rayon il est justifié de considérer qu'un objet n'est plus une planète géante, mais une étoile. Dans la littérature, la distinction entre planète et étoile se fait sur un critère de masse à partir duquel se déclenchent des réactions de fusions[8]. Ce critère de masse, qui sépare les planètes des étoiles, est généralement pris égale à $13\,\mathrm{M}_{\jmath}$. À partir de ce critère, si l'on veut obtenir un critère sur le rayon, il nous faut nous intéresser à la relation masse-rayon dans une zone qui va des planètes géantes aux étoiles naines les moins massives (c'est-à-dire les naines de type spectral M). La figure 7.10 extraite de Oppenheimer et al. (1999) montre justement la courbe masse-rayon dans cette région. On voit que dans une zone allant de $0,001 M_{\odot} \simeq 1 M_{\jmath}$ jusqu'à environ $0,1 M_{\odot} \simeq 100 M_{\jmath}$, qui contient les planètes géantes les plus massives, mais aussi les naines brunes, le rayon reste pratiquement constant puisqu'il évolue que dans une zone allant de 1 à $2R_{\jmath}$. Ensuite, au-delà de $0,1 M_{\odot}$ le rayon évolue grossièrement proportionnellement à la masse, c'est ce que l'on appelle la séquence principale commençant par les étoiles naines M. La conclusion de cette étude est qu'à partir de la seule donnée du rayon, on est incapable de différencier les planètes géantes de gaz des naines brunes, mais par contre, on peut différencier ces dernières des étoiles de la séquence principale. Par conséquent, nous prendrons comme valeur maximale du rayon d'une planète la valeur de $2R_{\jmath} = 22{,}4\,\mathrm{R}_{\oplus} = 0{,}2\,\mathrm{R}_{\odot}$.

Maintenant, intéressons-nous à la valeur minimale du rayon d'une planète. Dans la géologie du système solaire, les objets plus petits que les planètes sont appelés planètes naines, puis on trouve les petits corps du système solaire. Une des différences entre les planètes (naines ou non) et les petits corps est que les planètes ont une masse suffisante pour atteindre l'équilibre hydrostatique (et donc avoir une forme proche d'une boule). Nous pourrions donc, en théorie, établir à nouveau un critère sur le rayon en nous basant sur un critère de masse. Cependant, le critère d'équilibre hydrostatique est assez flou, car la masse nécessaire dépend de la composition de l'objet, de sa température, *etc.* Mais si l'on se base sur l'exemple du système solaire, Cérès située dans la ceinture d'astéroïde possède cependant une masse suffisante pour être considérée comme une planète naine. Elle est à l'heure actuelle considérée comme le plus grand objet de la ceinture d'astéroïdes et comme la plus petite planète naine. Son rayon est d'environ 500 km. Je choisirai donc comme rayon planétaire minimal $R_{\text{pl,min}} = 500\,\text{km} = 0,1 R_{\oplus}$. Finalement, le rayon planétaire est compris entre 0,1 et $22{,}4\,\mathrm{R}_{\oplus}$.

Enfin, intéressons-nous aux valeurs extrêmes du rayon d'une étoile. Il s'agit d'un problème un peu plus compliqué que le rayon planétaire puisqu'il existe une variété beaucoup plus importante de rayons chez les étoiles que chez les planètes. En se basant sur Cox (1999, p. 388-390), j'ai décidé de prendre comme rayon minimal pour les étoiles le rayon d'une étoile M8 V et comme rayon maximal, le rayon d'une étoile M2 I. Cela nous donne, $R_{\text{st,min}} = 6{,}96 \cdot 10^4\,\text{km} \simeq 1\,\mathrm{R}_{\jmath}$ et $R_{\text{st,max}} = 5{,}56 \cdot 10^8\,\text{km} = 800\,\mathrm{R}_{\odot}$.

Tout cela nous permet d'obtenir les valeurs extrêmes du rapport des rayons $R_{\text{div}} = \frac{R_{\text{planète}}}{R_{\text{étoile}}}$ pour un système éclipsant {étoile + planète}. En théorie, la valeur minimale $R_{\text{div, min}} = 1{,}15 \cdot 10^{-4}\,\% \simeq 1 \cdot 10^{-4}\,\%$ correspond à une planète du diamètre de Cérès et

8. Hydrogène pour les étoiles de la séquence principale, deutérium pour les naines brunes.

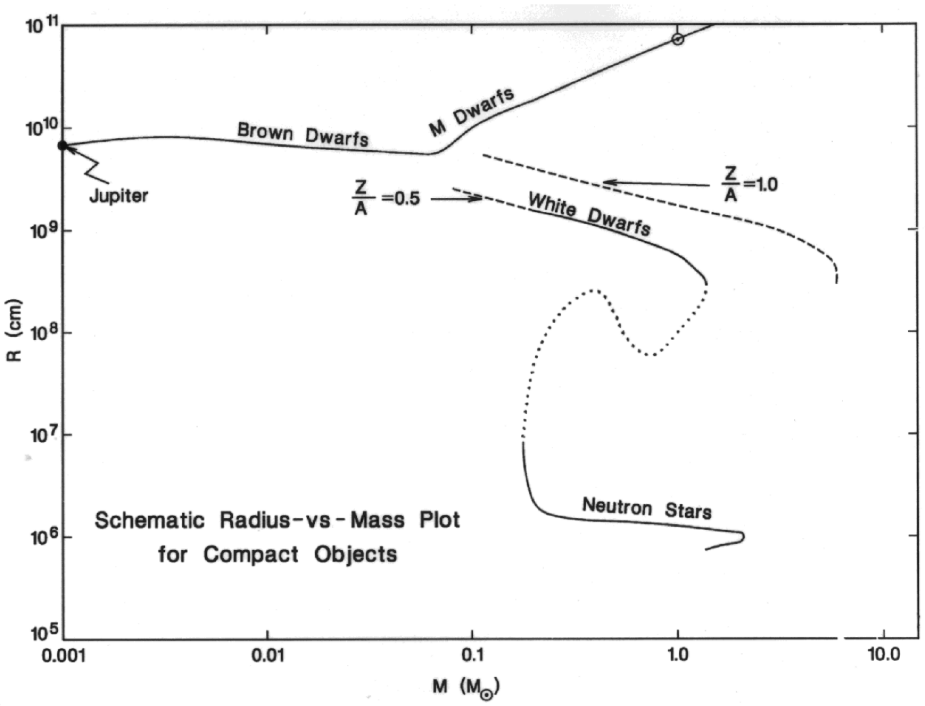


FIGURE 7.10 – **Relation masse-rayon pour les géantes de gaz, les naines brunes et les étoiles de la séquence principale**. Crédit : Oppenheimer et al. (1999)

une étoile de type M2 I. Cependant, je n'ai pas encore pris en compte la probabilité de détection (voir § 7.2.3.1.2). Or, il est très peu probable de pouvoir détecter le transit d'un tel système puisque, même non rasant et sans contamination, sa profondeur n'est que de $1 \cdot 10^{-10}$ soit 1 pour 10 milliards. J'ai donc décidé de ne considérer que les étoiles de classe de luminosité III (géantes) à V (naines) pour les systèmes {étoile + planète}, ce qui engendre une valeur minimale pour le rapport des rayons de $\boldsymbol{R_{\text{div, min}} = 9 \cdot 10^{-3}\,\% \simeq 1 \cdot 10^{-2}\,\%}$ correspondant à une planète du diamètre de Cérès et une étoile de type G5 III. La valeur maximale $\boldsymbol{R_{\text{div, max}} = 200\,\%}$ correspond à une planète (ou une naine brune) d'un diamètre de $2\,\mathrm{R}_{♃}$ et une étoile de type M8 V.

Pour ce qui est du rapport des rayons, $R_{\text{div}} = \frac{R_{\text{primaire}}}{R_{\text{secondaire}}}$ des systèmes éclipsant {étoile + étoile}. Il faut, en plus, prendre en compte le fait que l'étoile primaire est définie comme l'étoile ayant la température effective la plus élevée. En prenant en compte ce critère sur la température (toujours d'après Cox (1999, p. 388-390)), la valeur minimale $\boldsymbol{R_{\text{div, min}} = 1{,}25 \cdot 10^{-2}\,\% \simeq 1 \cdot 10^{-2}\,\%}$ correspond au transit d'une étoile secondaire de type M8 V et une étoile primaire de type M2 I. La valeur maximale $\boldsymbol{R_{\text{div, max}} = 1{,}6 \cdot 10^{5}\,\% \simeq 2 \cdot 10^{5}\,\%}$ correspond au transit d'une étoile secondaire de type M2 I et une étoile primaire de type M2 V.

Masse volumique ρ'

Pour les systèmes {étoile + planète}, le paramètre $\rho' = \frac{M_{\text{st}}+M_{\text{pl}}}{4/3\pi R_{\text{st}}^3}$ correspond à la masse volumique de l'étoile (puisque l'on néglige la masse de la planète M_{pl} devant la masse de l'étoile M_{st}). Si l'on se base sur Cox (1999, p. 388-390), la densité des étoiles de classe de luminosité V et III, s'étale de $2 \cdot 10^{-5}\,\rho_{\odot}$ correspondant à une étoile de type M0 III à $15{,}85\,\rho_{\odot}$ correspondant à une étoile de type M8 V. Ainsi, pour ces modèles, je prendrais pour valeurs extrêmes de l'espace

de ce paramètre $\boldsymbol{\rho'_{\text{min}} = 2 \cdot 10^{-5}\,\rho_\odot}$ et $\boldsymbol{\rho'_{\text{max}} = 20\,\rho_\odot}$.

Pour les systèmes {étoile + étoile}, le paramètre $\rho' = \frac{M_{\text{prim}}+M_{\text{sec}}}{4/3\pi R^3_{\text{prim}}}$ est homogène à une masse volumique, mais ne correspond ni à la masse volumique de l'étoile primaire, ni à celle de l'étoile secondaire. Si l'on se base sur Cox (1999, p. 388-390), et que l'on forme tous les couples possibles avec les étoiles de classe de luminosité V, III et I, tout en respectant le critère sur la température effective que nous nous sommes fixés (la température effective de l'étoile primaire doit être supérieure à celle de l'étoile secondaire), alors le paramètre ρ' s'étale de $3{,}76 \cdot 10^{-8}\,\rho_\odot$ correspondant à un couple (primaire = M2 I, secondaire = M5 V) à $1{,}56 \cdot 10^{2}\,\rho_\odot$ correspondant à un couple (primaire = M2 V, secondaire = M2 I). Ainsi, pour ces modèles je prendrai pour valeurs extrêmes de l'espace de ce paramètre $\boldsymbol{\rho'_{\text{min}} = 3 \cdot 10^{-8}\,\rho_\odot}$ et $\boldsymbol{\rho'_{\text{max}} = 2 \cdot 10^{2}\,\rho_\odot}$.

A priori conjoint entre R_{div} et ρ' pour les modèles {étoile + planète}

Avant d'attribuer une densité de probabilité à R_{div} et ρ', demandons-nous s'il existe une dépendance entre ces paramètres et les autres paramètres ? Pour les systèmes {étoile + planète}, R_{div} et ρ' semblent, *a priori*, indépendants de P, i, ou encore c. Par contre, même si ce n'est pas forcément immédiat, il existe un lien entre R_{div} et ρ'. Et ce lien s'avère en réalité précieux pour différencier les systèmes {étoile + planète} des systèmes {étoile + étoile}. En effet, étant données les valeurs extrêmes de l'espace libre du paramètre R_{div} que nous venons de trouver, l'espace libre pour un système {étoile + planète} est inclus dans celui d'un système {étoile + étoile}, ce qui aurait tendance à limiter sérieusement le pouvoir discriminant de notre outil alors que le rayon semblait justement être un paramètre clé. Pour retrouver cette capacité discriminatoire, il faut réussir à réaliser une estimation du rayon de l'étoile pour pouvoir estimer le rayon de la planète. C'est là qu'intervient le paramètre de masse volumique ρ'. En effet, comme le montre la figure 7.11, le rayon des étoiles augmente lorsque la masse volumique diminue. Malheureusement, cette figure montre aussi qu'il n'existe pas une seule et unique relation permettant de lier le rayon et la masse volumique des étoiles. Il y a notamment une séparation de la branche correspondant aux géantes (III) et celle correspondant aux naines (V) pour une masse volumique comprise entre 0,02 et 0,08 $\rho_\odot$. Dans cet intervalle, pour une même valeur de la masse volumique, il existe deux valeurs possibles du rayon (soit on est en face d'une étoile naine (V) de type spectral B ou O, soit d'une étoile géante (III) de type A ou B). Dans l'optique de notre *a priori* sur les paramètres R_{div} et ρ', nous nous servirons de cette relation pour déduire de ρ' le rayon de l'étoile puis de R_{div} le rayon de la planète et éliminer les rayons planétaires qui seraient supérieurs à $2\,\text{R}_{\text{Jup}}$. Pour ne pas éliminer des planètes à tort, il ne faut donc pas surestimer le rayon stellaire. C'est pourquoi dans cette zone ambiguë, je choisirai la valeur du rayon stellaire la plus faible symbolisée par la ligne rouge sur la figure 7.11 et je noterai $R_{\text{st, min}}(\rho')$ la fonction associée.

Finalement, j'ai choisi de prendre une **densité de probabilité a priori conjointe et uniforme sur R_{div} et ρ' telle que**

$$\forall \rho' \in [\rho'_{\text{min}}; \rho'_{\text{max}}], \quad \text{p}(\rho', R_{\text{div}}) = \begin{cases} cste \neq 0, & \forall R_{\text{div}} \in [R_{\text{div, min}}, \frac{R_{\text{pl, max}}}{R_{\text{st, min}}(\rho')}] \\ 0, & sinon. \end{cases} \tag{7.30}$$

A priori marginaux sur R_{div} et ρ' pour les modèles {étoile + étoile}

Pour les systèmes {étoile + étoile}, à cause du fait que ρ' ne représente ni la masse volumique de l'étoile primaire, ni celle de l'étoile secondaire, le lien entre ρ' et R_{div} est beaucoup plus difficile à faire en l'absence d'informations supplémentaires. Pour pouvoir lier ces deux paramètres, il faudrait injecter des modèles stellaires pour les deux étoiles. Cependant, j'ai choisi, au moins dans un premier temps, de ne pas faire appel à de tels modèles, car, comme pour le paramètre

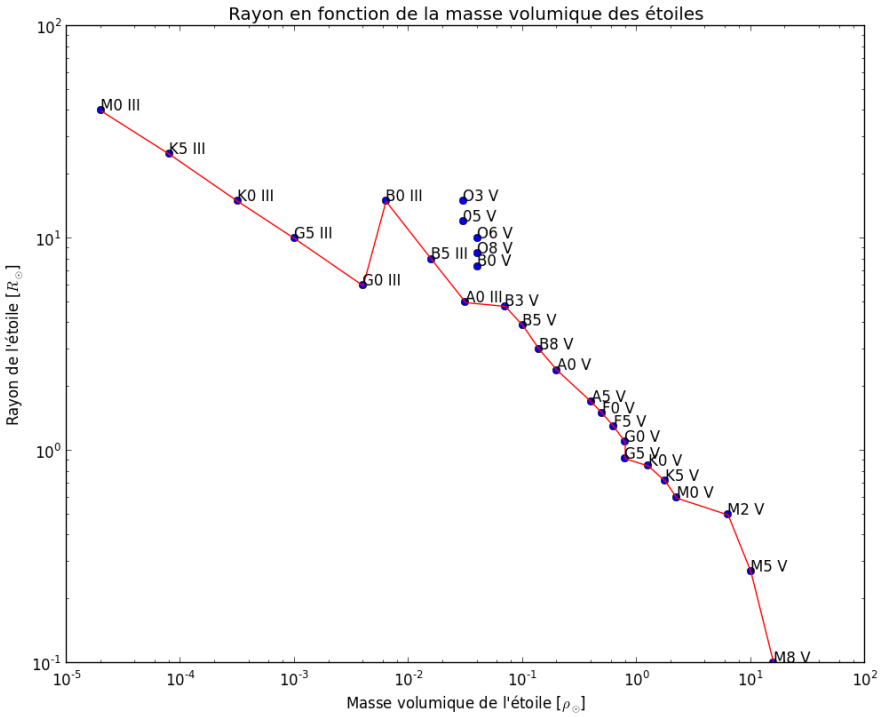


FIGURE 7.11 – **Relation masse volumique moyenne-rayon pour des étoiles de classe de luminosité V et III** : la courbe rouge donne la relation que j'ai utilisée pour définir la valeur maximale du paramètre rapport des rayons pour l'*a priori* conjoint sur R_{div} et ρ'

T_{div}, ces modèles ne font pas l'unanimité dans la communauté des physiciens stellaires et en plus ils sont basés sur un certain nombre des paramètres additionnels que je ne peux pas contraindre à partir de mes données et qui complexifierait l'exploration de l'espace des paramètres.

J'ai donc choisi de supposer l'indépendance *a priori* entre ces deux paramètres R_{div} et ρ' pour les modèles {étoile + étoile} et de leur attribuer chacun une **distribution uniforme**.

7.2.3.2 *A priori* sur les modèles

En plus des *a priori* sur les paramètres des modèles, le calcul de la probabilité *a posteriori* (voir équation 6.1) des différents modèles nécessite de définir la probabilité *a priori* de ces modèles, notée $\Pr(M|\text{I})$. Pour définir ces *a priori*, il faut, comme pour les *a priori* sur les paramètres, prendre en compte toute l'information I dont nous disposons, à savoir que le système quel qu'il soit transite et a été détecté par le groupe de détection. La détermination de ces probabilités *a priori* est donc un peu délicate puisque :

— la probabilité d'une étoile d'abriter une exoplanète est encore mal connue (c'est justement l'objectif des missions de détection d'exoplanète par transit) ;
— la probabilité qu'une exoplanète transite dépend, comme nous l'avons vu, de ses caractéristiques et des caractéristiques de son orbite. Or la distribution de probabilité de ces caractéristiques est mal connue (c'est d'ailleurs l'un des objectifs des missions de détection d'exoplanètes par transit) ;
— de plus, il faut prendre en compte la probabilité de détection des différents modèles par

CoRoTet ses équipes de détection ;
— les spécificités de CoRoT, et notamment la largeur de sa fonction d'étalement de point vont influer fortement sur la probabilité des modèles de contamination.

Une solution à ces problèmes est, comme nous l'avons dit dans le § 6.2.2.1, de regrouper tous les cas de transits élucidés jusque-là par CoRoT et de faire des statistiques sur ces cas pour attribuer, comme probabilité *a priori* sur chacun des modèles, le pourcentage des cas élucidés qu'ils ont provoqués (voir figure 7.12). Établir ces pourcentages constitue un travail énorme qui est en train d'être fait par Magali Deleuil, Suzanne Aigrain et collaborateurs. Malheureusement, ce travail n'est pas encore publié, ni totalement finalisé.

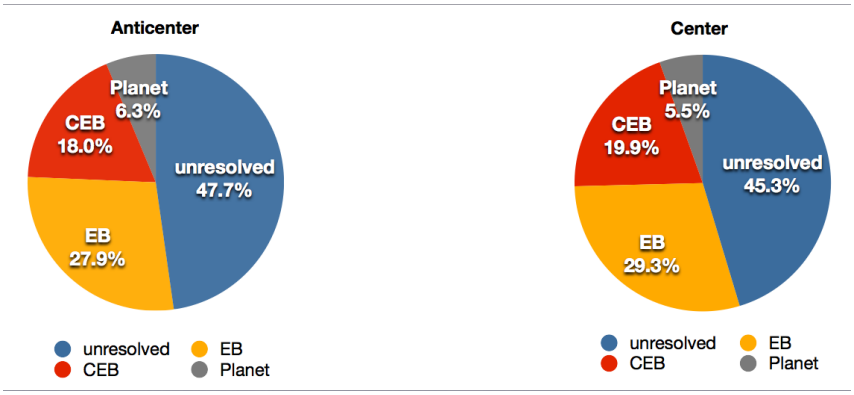


FIGURE 7.12 – **Modèles responsables des transits détectés CoRoT pour les cas élucidés** : Résultats préliminaire d'une étude réalisée par Magali Deleuil, Suzanne Aigrain et collaborateurs sur l'intégralité des transits détectés par CoRoT jusqu'à présent. Les différents transits ont été séparés en deux groupes en fonction de l'œil de CoRoT dans lequel ils ont été observés (dirigé vers le centre ou l'anticentre galactique). Résultats présentés à l'occasion de la 11e CoRoT *Week* qui a eu lieu à Tenerife fin mars 2013.

Par conséquent, j'ai choisi, dans un premier temps, de ne pas attribuer de probabilité *a priori* sur les modèles et donc d'établir la probabilité de chaque modèle à partir de sa vraisemblance uniquement.

7.2.4 Modèles non redondants

Finalement avec les jeux de paramètres, d'équations et d'*a priori* que nous nous sommes fixés, nous savons maintenant que le jeu de modèles non redondants est : P.S., C.P.S., H.T.P.S., E.B.P., E.B.2.P., C.E.B.P., C.E.B.2.P., H.T.E.B.P. et H.T.E.B.2.P.. Sachant que, pour l'instant, je n'ai pas implémenté les modèles H.T.P.S., H.T.E.B.P. et H.T.E.B.2.P..

7.3 Calculs numériques

Maintenant que nous avons défini toute la théorie nécessaire à la comparaison de nos modèles et à l'inférence de paramètres, il nous faut réaliser les calculs numériques. Pour l'inférence des paramètres, il faut estimer la densité *a posteriori* conjointe, qui est donnée par

$$\begin{aligned} \mathrm{p}(\boldsymbol{\theta}|d,M,\mathrm{I}) &= \frac{\mathrm{p}(d|\boldsymbol{\theta},M,\mathrm{I})\ \mathrm{p}(\boldsymbol{\theta}|M,\mathrm{I})}{\Pr(d|M,\mathrm{I})} \\ &= \frac{\mathcal{L}(\boldsymbol{\theta},M)\ \mathrm{p}(\boldsymbol{\theta}|M,\mathrm{I})}{\Pr(d|M,\mathrm{I})}, \end{aligned} \tag{7.31}$$

et pour la comparaison de modèles, il faut, en plus, calculer l'intégrale de cette densité de probabilité pour pouvoir calculer le numérateur de la probabilité *a posteriori* sur le modèle, donnée par

$$\begin{aligned}\Pr(M|d,\mathrm{I}) &= \frac{\Pr(d|M,\mathrm{I})\ \Pr(M|\mathrm{I})}{\Pr(d|\mathrm{I})} \\ &= \frac{\left(\int\limits_{\Omega_{\boldsymbol{\theta}}} \mathrm{p}(d|\boldsymbol{\theta},M,\mathrm{I})\ \mathrm{p}(\boldsymbol{\theta}|M,\mathrm{I})\ \mathrm{d}\boldsymbol{\theta}\right).\ \Pr(M|\mathrm{I})}{\Pr(d|\mathrm{I})}.\end{aligned} \tag{7.32}$$

En conclusion, pour chaque modèle, on peut décomposer le problème en deux étapes :

1. Évaluer la fonction $\mathrm{p}(d|\boldsymbol{\theta},M,\mathrm{I})\cdot\mathrm{p}(\boldsymbol{\theta}|M,\mathrm{I})$ sur son espace de définition ;
2. Calculer l'intégrale de cette fonction.

7.3.1 Exploration de l'espace des paramètres : Objectifs et principe des méthodes MCMC

Pour réaliser l'inférence de paramètres puis calculer la probabilité de modèle, la fonction que nous avons à évaluer est donc $\mathrm{p}(d|\boldsymbol{\theta},M,\mathrm{I})\cdot\mathrm{p}(\boldsymbol{\theta}|M,\mathrm{I})$, que je vais noter f pour simplifier les notations. Il s'agit d'une fonction de plusieurs variables (jusqu'à six), que l'on appelle ici paramètres, et son expression est trop complexe pour qu'on puisse s'en faire une bonne représentation avec une simple étude de fonction. Pour la connaître, nous n'avons donc pas d'autres choix que de la calculer en différents points de son espace de définition, que l'on appelle espace des paramètres libres. La question qui va faire l'objet de cette partie est : Comment choisir le plus efficacement possible ces points de l'espace pour lesquels nous allons évaluer notre fonction f ?

Pour répondre à cette question, il faut d'abord en poser d'autres : que voulons-nous faire avec cette fonction ? Que voulons-nous savoir sur elle ?

1. Nous voulons réaliser une estimation de chacun des paramètres (inférence). Pour cela (voir § 6.3.3), nous voulons connaître les régions où la fonction f est la plus élevée, ce qui correspond aux régions de plus forte probabilité, afin de pouvoir estimer les DDP *a posteriori* marginales sur chacun des paramètres. Ensuite, nous nous servirons de ces DDP pour réaliser une estimation de ces paramètres sous la forme valeur $\pm$ incertitude. Pour cela, nous devons connaître les maxima de f, mais aussi son évolution autour de ces maxima et plus précisément les régions qui regroupent 95 % à 99 % de la probabilité.
2. Nous voulons aussi intégrer cette fonction pour réaliser la comparaison de modèle. Pour cela, comme l'intégrale de f représente la probabilité, nous avons aussi besoin de connaître les régions dans lesquelles f est la plus élevée et qui regroupent la quasi-totalité de la probabilité (99 % ou plus).

En conclusion, nous voulons connaître les maxima de f ainsi que les régions qui entourent ces maxima et qui regroupent 99 % de la probabilité. Cependant, toute la complexité de la tâche réside dans le fait que nous ne savons pas, à l'avance, où vont se trouver ces maxima, ni quelle va être l'allure ou la largeur de f autour de ces maxima. La problématique est donc : comment trouver ces maxima ? Comment explorer leur voisinage ?

Maintenant, nous pouvons envisager quelques solutions et voir laquelle va être la plus prometteuse pour notre application.

1. Exploration systématique : on définit une grille régulière sur l'espace des paramètres dont le pas est fixé à l'avance et ensuite on évalue f en chaque point de cette grille. Le premier avantage de cette méthode est qu'elle est simple. Ensuite, l'autre avantage est que, si le pas de la grille est suffisamment fin, on est sûr de ne manquer aucun maximum de f.

Par contre, le premier inconvénient est, justement, que l'on n'a aucun moyen de savoir à l'avance si le pas de la grille va être suffisamment fin. Ensuite, le deuxième inconvénient est qu'avec cette méthode, si les régions de l'espace des paramètres qui regroupent la majeure partie de la probabilité sont très localisées, alors on va passer une grande partie du temps à évaluer f dans des zones où elle est faible et qui ne nous intéressent donc pas.

2. Exploration adaptative : une solution, pour résoudre le problème du choix *a priori* du pas de grille posé par la méthode d'exploration systématique, est d'adapter le pas d'exploration en fonction des valeurs de f obtenues aux points d'évaluation précédents. Il existe plusieurs méthodes basées sur ce principe, mais nous allons nous intéresser particulièrement à une classe de méthodes d'exploration adaptatives : les méthodes MCMC. MCMC est un signe signifiant *Markov Chain Monte Carlo*, en français Méthode de Monte Carlo par chaîne de Markov. Il s'agit d'une marche aléatoire dans l'espace des paramètres qui va être guidée par la maximisation de f. Cette méthode va permettre de trouver efficacement un maximum et d'explorer l'espace autour de ce maximum. Nous verrons cette méthode plus en détails dans le paragraphe suivant.

C'est pourquoi j'ai adopté les méthodes MCMC qui semblent particulièrement prometteuses pour mon outil (rapide et automatisé). Dans la partie suivante, je vais présenter plus en détail le principe des méthodes MCMC (§ 7.3.1.1), puis je vais présenter (§ 7.3.1.7) le principe et les particularités de l'algorithme que j'ai développé pour mon outil.

7.3.1.1 Algorithme de Metropolis-Hasting (MH)

Je vais maintenant présenter le principe des méthodes MCMC à travers la description du premier algorithme de ce type, l'algorithme appelé Metropolis-Hasting décrit pour la première fois par Metropolis et al. (1953), puis par Hastings (1970). Le principe des méthodes MCMC, et de l'algorithme Metropolis-Hasting [9] (MH), est présenté grâce au GRAFCET de la figure 7.13.

Cet algorithme nécessite :

— le choix d'un point de départ $\boldsymbol{\theta}_0$ dans l'espace des paramètres ;

— une densité de probabilité que j'appellerai distribution de sauts [10] $\mathrm{p}_{\mathrm{saut}}(\boldsymbol{\theta}_i|\boldsymbol{\theta}_j)$.

Comme le montre la figure 7.13, il s'agit d'un algorithme itératif. Chaque itération se divise en deux étapes principales :

1. **Proposition d'une nouvelle position $\boldsymbol{\theta}_{i+1}^{\mathrm{temp}}$ dans l'espace des paramètres**. Cette nouvelle position est tirée aléatoirement à partir de $\mathrm{p}_{\mathrm{saut}}(\boldsymbol{\theta}_i|\boldsymbol{\theta}_j)$. On appelle donc cette DDP la distribution de sauts, car c'est elle qui permet de tirer aléatoirement la direction et la longueur des sauts que l'on va réaliser dans l'espace des paramètres ;

2. **Décider si l'on accepte ou non cette nouvelle position**. Pour cela, on calcule le rapport $r = \frac{f(\boldsymbol{\theta}_{i+1}^{\mathrm{temp}})\ \mathrm{p}_{\mathrm{saut}}(\boldsymbol{\theta}_i|\boldsymbol{\theta}_{i+1}^{temp})}{f(\boldsymbol{\theta}_i)\ \mathrm{p}_{\mathrm{saut}}(\boldsymbol{\theta}_{i+1}^{temp}|\boldsymbol{\theta}_i)}$ et on le compare à une valeur u tirée aléatoirement à partir d'une densité de probabilité uniforme entre 0 et 1. Pour expliquer à quoi cela correspond, je vais simplifier l'expression de r en supposant que la distribution de sauts est symétrique (c'est-à-dire que $\frac{\mathrm{p}_{\mathrm{saut}}(\boldsymbol{\theta}_i|\boldsymbol{\theta}_{i+1}^{temp})}{\mathrm{p}_{\mathrm{saut}}(\boldsymbol{\theta}_{i+1}^{temp}|\boldsymbol{\theta}_i)} = 1$). Ainsi $r = \frac{f(\boldsymbol{\theta}_{i+1}^{\mathrm{temp}})}{f(\boldsymbol{\theta}_i)}$, et on s'aperçoit alors que la probabilité d'accepter la nouvelle position sera donnée par le rapport de la valeur de la fonction à la nouvelle position sur la valeur de la fonction à la position actuelle. Si la nouvelle position est acceptée alors elle devient notre nouvelle position actuelle. Sinon on garde la position actuelle.

9. Dans la littérature, il existe de nombreuses descriptions du principe des méthodes MCMC et de l'algorithme de Metropolis-Hasting. Parmi elles, celle faite dans Gregory (2005, chap. 12) est claire et bien illustrée.

10. En anglais, cette densité de probabilité est appelée *proposal distribution*.

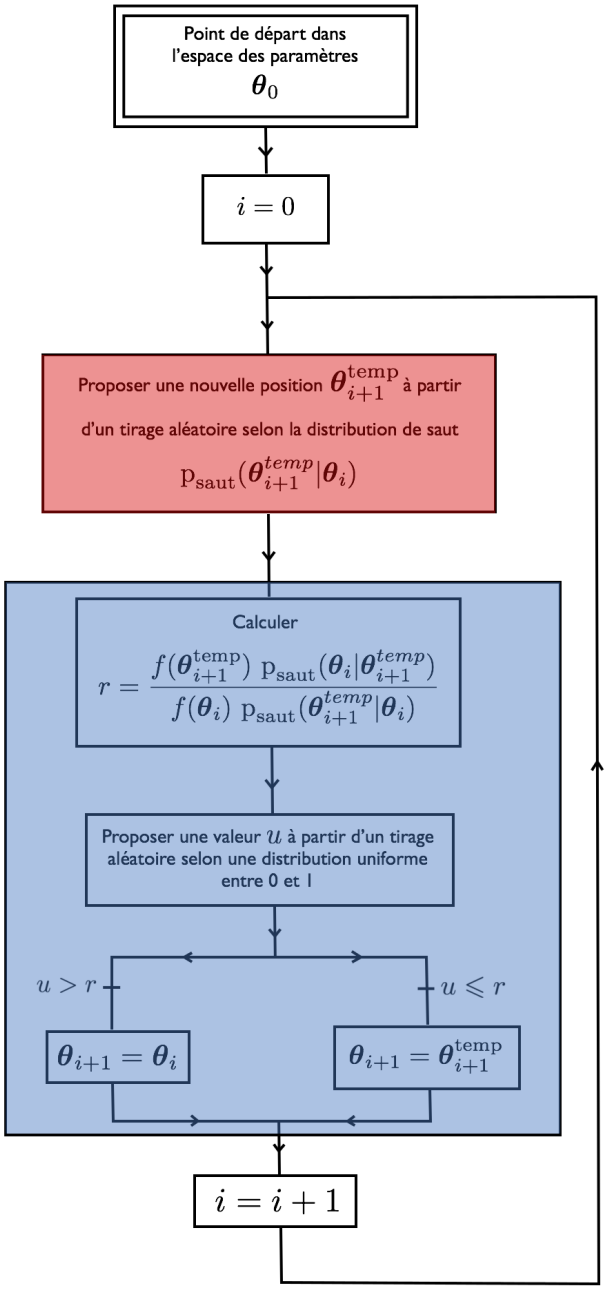


FIGURE 7.13 – **Algorithme de Metropolis-Hasting**

Ainsi, avec cet algorithme, on réalise une marche aléatoire, dans l'espace des paramètres, guidée vers les zones qui maximisent la fonction f. En effet, tous les sauts qui conduisent à une augmentation de f seront acceptés. Mais, il va être possible d'effectuer des sauts qui conduisent à une diminution de f et cela va nous permettre de nous diriger vers un maximum de f puis d'explorer l'évolution de f autour de ce maximum.

La figure 7.14 (a et b) montre un exemple réalisé avec une fonction f bimodale. La distribution de sauts utilisée est une distribution gaussienne à deux dimensions (non corrélées, c'est-à-dire à matrice de covariance diagonale) de moyenne $\boldsymbol{\theta}_i$ (la position courante) et d'écart-type judicieusement choisi égale à 1. On voit que la méthode a permis d'échantillonner les deux modes de la distribution avec une densité de points importante sur les régions où f prend des valeurs élevées et faible, mais non nulle, sur les zones où f prend des valeurs plus faibles. Il faut cependant faire attention au fait cet algorithme n'est pas fait pour évaluer les fonctions multimodales. Sur l'exemple de la figure 7.14, il parvient parfaitement à évaluer les deux modes, car ils sont très proches. Mais dès que l'on aura des maxima un peu éloignés l'un de l'autre (typiquement plus de 3 fois l'écart-type de la distribution de sauts), cet algorithme aura du mal à les évaluer correctement dans un temps raisonnable.

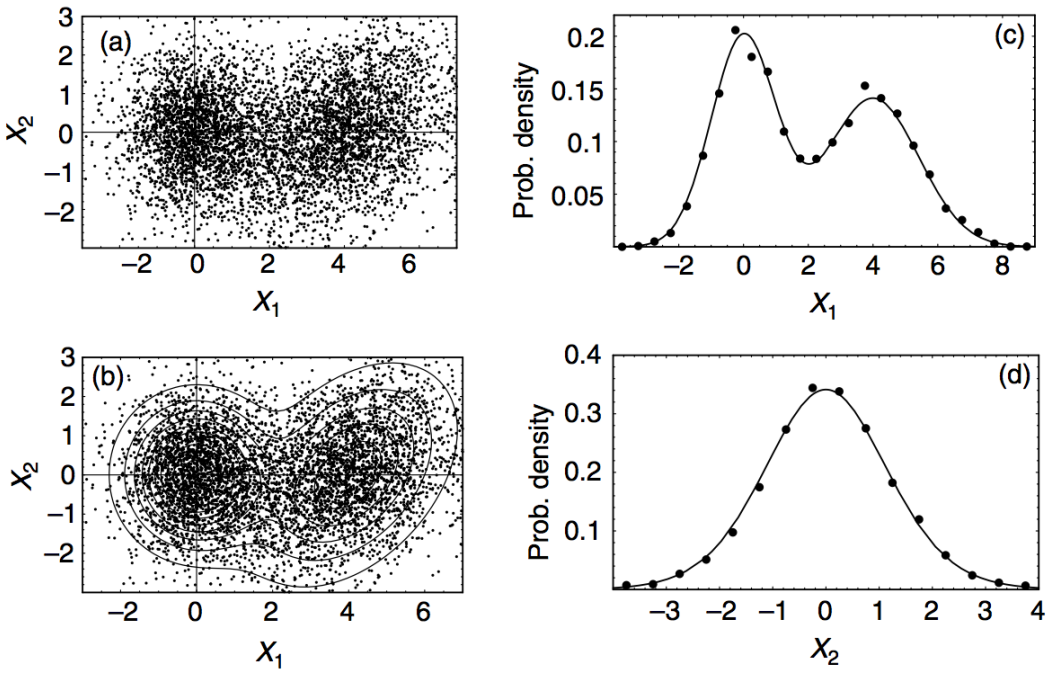


FIGURE 7.14 – **Exemple d'exploration avec l'algorithme de Metropolis Hasting** : la fonction f que l'on cherche ici à évaluer est une fonction de deux variables X_1 et X_2. (a) Chaque point correspond à un point de l'espace des paramètres où la fonction f a été calculée. 7950 points sont représentés. (b) Même graphique que (a) mais sur lequel ont été rajoutées les courbes de niveau de la fonction f. (c) En trait plein, la densité de probabilité marginale théorique du paramètre X_1, en supposant que f représente la densité de probabilité conjointe de X_1 et X_2. Les points correspondent à l'estimation de la densité de probabilité de X_1 que l'on peut réaliser à partir de la chaîne de Markov. (d) Même chose que (c) mais pour le paramètre X_2. Crédit : Gregory (2005, p. 317)

7.3.1.2 Estimation de f et inférence de paramètres à partir d'une chaîne MCMC

Dans le cadre des algorithmes de type MCMC, on appelle chaîne c'est la succession des valeurs prises par le vecteur de paramètres $\boldsymbol{\theta}$ au cours des itérations successives et ce que l'on appelle la chaîne ou la trace du paramètre θ_i, c'est la succession des valeurs prises par ce paramètre. Une des propriétés qui explique tout l'intérêt que l'on peut porter à ces algorithmes est que l'on peut démontrer que, grâce au processus d'acceptation des sauts, lorsque le nombre d'itérations tend vers l'infini, la densité de points dans une région de l'espace est proportionnelle à la valeur de f dans cette région. À partir d'un simple histogramme de la chaîne, on va donc obtenir une estimation de f (à un facteur près).

Une conséquence directe de cela, qui va être particulièrement intéressante pour mon outil, est que si f est la densité de probabilité *a posteriori* conjointe non normalisée sur les paramètres $(\mathrm{p}(d|\boldsymbol{\theta}, M, \mathrm{I}) \cdot \mathrm{p}(\boldsymbol{\theta}|M, \mathrm{I}))$, en faisant l'histogramme normalisé de la trace d'un paramètre, on obtient directement un estimateur de la densité de probabilité *a posteriori* marginale sur ce paramètre. C'est ce qui est fait à la figure 7.14 (c et d) et l'on voit que l'estimation est très proche de la valeur exacte et cela avec un peu moins de 8000 itérations seulement. On économise ainsi une fastidieuse opération d'intégration pour marginaliser (c'est-à-dire passer de la densité de probabilité conjointe à la densité de probabilité marginale). **Conclusion, pour réaliser l'inférence des paramètres, il me suffira de faire des histogrammes normalisés des chaînes MCMC.**

7.3.1.3 Importance du choix et du réglage de la distribution de saut

Les méthodes MCMC sont donc des outils extrêmement puissants en raison de la propriété évoquée au paragraphe précédent (la densité de points est proportionnelle à la fonction évaluée lorsque le nombre d'itérations tend vers l'infini). Cependant, il ne faut pas se méprendre, les méthodes MCMC sont un outil très délicat à maîtriser, car cette propriété n'est exacte qu'à l'infini.

Si l'on reprend la fonction f bimodale de la figure 7.14, que l'on garde comme distribution de sauts une densité de probabilité gaussienne centrée sur la position courante, mais que l'on change la valeur de l'écart-type, aussi appelée largeur de la distribution de sauts ou longueur de sauts, on obtient les résultats présentés figure 7.15. Trois valeurs différentes de l'écart-type σ sont testées 0,1, 1 et 10. Enfin, dans toutes les chaînes, le point de départ est le même ($X_1 = -4,5$; $X_2 = 4,5$) ainsi que le nombre d'itérations. On s'aperçoit que le simple fait de modifier σ change de manière drastique la chaîne MCMC obtenue et donc les résultats que l'on va pouvoir en déduire.

Sur la figure 7.15 (en haut à gauche), $\sigma = 0,1$. Cette valeur est faible devant la taille caractéristique des variations de f (c'est-à-dire que la longueur moyenne des sauts proposés dans l'espace des paramètres est petite devant l'échelle des variations de f). Cela à deux conséquences :

1. En haut à gauche de l'espace de paramètre, on trouve une longue série de points qui semble se distribuer autour d'une droite qui relie les points ($X_1 = -4,5$; $X_2 = 4,5$) et ($X_1 = 0$; $X_2 = 0$). Cette portion, qui se trouve au début de la chaîne MCMC, correspond au déplacement de la chaîne du point de départ vers la zone la plus proche qui maximise la valeur de f. J'appellerai cette portion de la chaîne phase de mise en route [11]. Lorsque l'on va chercher à interpréter la chaîne en termes de DDP, il faudra identifier et éliminer cette portion ;
2. Tout au long de la chaîne les sauts proposés sont de longueurs faibles devant l'échelle des variations de f. Par conséquent, $r = \frac{f(\boldsymbol{\theta}_{i+1}^{\mathrm{temp}})}{f(\boldsymbol{\theta}_i)}$ est, en permanence, proche de 1 et les sauts proposés sont donc très souvent acceptés. La conséquence d'un taux d'acceptations

11. Dans la littérature, cette phase est appelée *burning phase*.

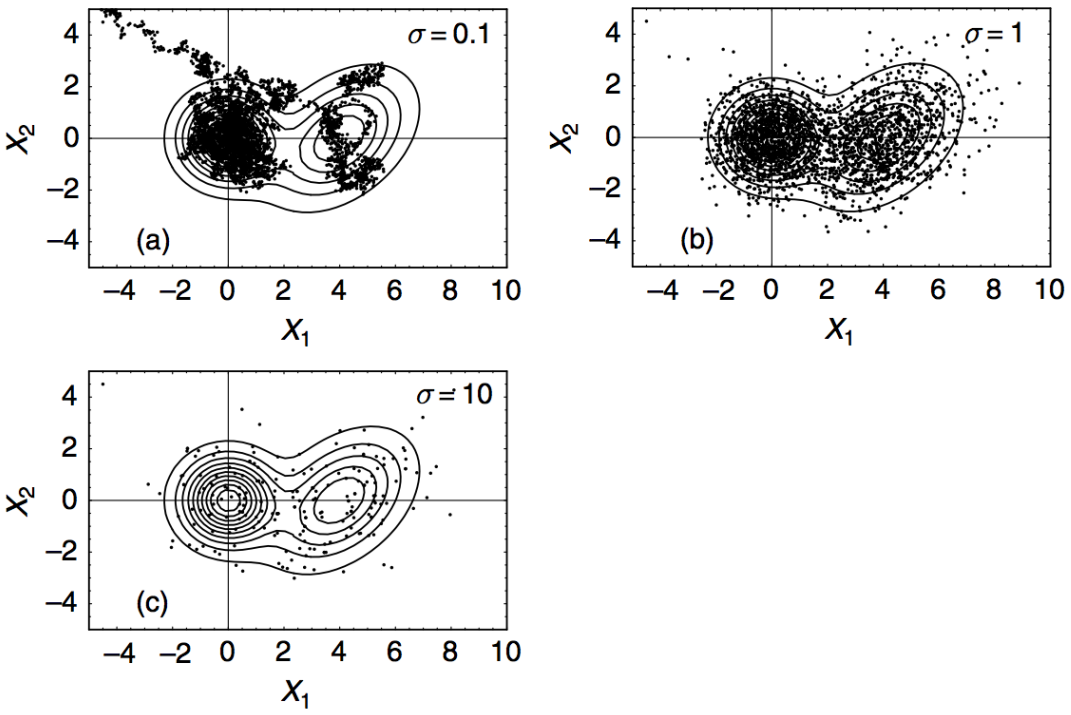


FIGURE 7.15 – **Importance du choix de la distribution de sauts pour les méthodes MCMC.** Crédit : Gregory (2005, p. 317)

élevé [12] est que l'on est quasiment capable de suivre, à l'œil, le chemin emprunté par la chaîne : les points successifs sont très proches les uns des autres, les valeurs successives des paramètres sont donc fortement corrélés entre elles (la valeur θ_i est fortement dépendante des valeurs précédentes θ_{i-1}, θ_{i-2}, etc.). Il en résulte que si l'on compare les zones situées autour de $(X_1 = 2\,;\, X_2 = 2)$ et $(X_1 = 2\,;\, X_2 = 0)$, dans la première zone, la valeur de f est plus faible que dans la deuxième et pourtant, contrairement à ce que l'on attend d'une chaîne MCMC, la densité de points est nettement plus forte dans la première zone que dans la deuxième. Pour que la densité de points devienne proportionnelle à f, il faut alors un nombre d'itérations beaucoup plus important. On dit dans ce cas là que la convergence (du point de vue de l'estimation de f) est très lente. Si nous nous contentons de ce nombre d'itérations pour tracer les histogrammes et estimer les densités de probabilité *a posteriori* marginales de X_1 et X_2, nous commettrons une erreur importante.

Sur la figure 7.15 (en haut à droite), σ vaut 1, ce qui correspond à la taille caractéristique des variations de f. La phase de mise est courte et f est correctement évaluée puisque la densité de points semble proportionnelle à f.

Enfin sur la figure 7.15 (en bas à gauche), σ vaut 10. C'est le cas inverse du cas $\sigma = 0,1$, c'est-à-dire que la longueur moyenne des sauts est grande devant la taille caractéristique des variations de f. En conséquence, la figure montre beaucoup moins de points que les autres alors que le nombre d'itérations de la chaîne est identique dans les trois cas. Cela signifie qu'une grande majorité des sauts proposés ne sont pas acceptés. Contrairement au cas $\sigma = 0,1$, il est impossible de retrouver le chemin suivi par la chaîne. Si l'on élimine de la chaîne les itérations pour lesquelles le saut proposé n'a pas été accepté, les valeurs successives des paramètres sont très peu corrélées. De plus, la densité de points est faible et semble pratiquement uniforme sur toute la

12. Comme son nom l'indique, le taux d'acceptations est le pourcentage de sauts qui sont acceptés lors d'une chaîne MCMC.

zone ($X_1 \in [-2, 6]$; $X_2 \in [-3, 3]$). Par conséquent, la densité de points n'est pas proportionnelle à la valeur de f. La convergence (comme dans le cas $\sigma = 0,1$) est très lente et si nous nous contentons de cette chaîne pour tracer des densités de probabilité *a posteriori* marginales, nous commettrons des erreurs importantes

En conclusion, tout l'art du MCMC réside dans notre capacité à choisir correctement la distribution de sauts et notamment la largeur de cette distribution, aussi appelée longueur de sauts, de façon à obtenir la convergence (au sens où la densité de points converge vers la fonction f à un facteur près) la plus rapide possible. De plus, il faudra aussi être capable d'estimer correctement la phase de mise en route et savoir déterminer quand la convergence de la chaîne est atteinte et donc quand l'on peut stopper les itérations.

7.3.1.4 Comment réaliser le réglage de la distribution de sauts ?

Il est extrêmement fréquent de prendre une distribution de sauts gaussienne (de plusieurs variables). Dans ce cas, le choix de la distribution de sauts se réduit au choix de la matrice de covariance de cette distribution (puisque la moyenne est prise à la position courante de la chaîne, $\boldsymbol{\theta}_i$). Autrement dit, il faut choisir l'orientation de la gaussienne ainsi que les écarts-types de ces axes principaux.

De plus, en pratique, il est fréquent que les utilisateurs de MCMC utilisent une distribution gaussienne à matrice de covariance diagonale, l'orientation de la gaussienne est alors fixée de telle façon que les axes principaux de la gaussienne soient alignés sur les axes naturels de l'espace des paramètres (axes le long desquels un seul paramètre varie). Le réglage de la distribution de sauts se réalise, alors, uniquement en jouant sur les écarts-types associés aux dimensions des différents paramètres. On dit que l'on règle les largeurs de la distribution de saut ou encore que l'on règle les longueurs de sauts.

Les études de Gelman et al. (1996) et Roberts et al. (1997) ont montré que lorsque la fonction f est gaussienne [13] et que la distribution de sauts est aussi gaussienne, l'échantillonnage optimum se traduit par un taux d'acceptations de la chaîne bien précis. Ce taux d'acceptations optimum dépend de la dimension de l'espace des paramètres libres. Il est de 44 % pour un espace à 1 dimension et décroît rapidement vers une valeur asymptotique de 23 %. Depuis lors, il est courant que l'utilisateur procède au réglage des longueurs de sauts « à la main » en réalisant plusieurs chaînes avec différentes combinaisons de longueurs de sauts et en se fixant comme un objectif un taux d'acceptations de 25 %. Cependant, ce réglage à la main peut être très « chronophage » et délicat à réaliser puisque le taux d'acceptations ne reflète que le comportement global (tous paramètres confondus) de la chaîne et ne donne aucune indication sur les différentes dimensions individuellement, alors que l'utilisateur, lui, doit régler la largeur de la distribution de sauts selon chacune des dimensions. De plus, le taux d'acceptations est calculé sur l'ensemble la chaîne. Or, au cours de la chaîne, on se déplace dans l'espace des paramètres. La géométrie locale de la fonction f peut et va varier avec la position dans l'espace des paramètres si bien que l'utilisateur doit d'abord trouver un maximum de f avant de réaliser son réglage.

7.3.1.5 Algorithmes automatisés

Dans le cadre de mon outil, étant donné le nombre de données à traiter et le nombre de modèles à tester, il était impensable de réaliser le réglage des distributions de sauts à la main. Par conséquent, je me suis intéressé aux algorithmes qui visent à réaliser ce réglage de façon automatique. Il existe plusieurs algorithmes de ce type dont voici une liste non exhaustive Evans (1991), Gelfand and Sahu (1994), Sahu and Zhigljavsky (2003), Haario et al. (1999), Haario et al.

13. Dés que la fonction f admet un extrema local, on pourra approximer localement $|f|$ par une gaussienne.

(2001) et Gregory (2005). Au début de mon travail sur ce sujet, ne connaissant pas le domaine, je me suis d'abord intéressé à l'algorithme qui me semblait le plus simple : Gregory (2005). C'est cet algorithme que je vais maintenant présenter car il m'a ensuite servi de base pour développer mon propre algorithme automatisé (§ 7.3.1.7).

La figure 7.16 montre l'algorithme simplifié de la méthode de réglage automatique proposée par Gregory (2005). La chaîne MCMC y est divisée en cycles appelés *cycles majeurs* de N_M itérations (en jaune sur la figure). À la fin de chaque cycle majeur, on entre dans une phase de réglage des largeurs de la distribution de sauts (en vert sur la figure). Au début de cette phase, on calcule le nombre de sauts qui ont été acceptés durant le dernier cycle majeur, NA_M. Puis on s'en sert pour calculer un signal d'erreur ϵ égal à l'écart entre NA_M et un nombre d'acceptation cible $\text{NA}_{\text{cible}} = \text{TA}_{\text{cible}} \,.\, N_M$ où TA_{cible} est le taux d'acceptations souhaité pour la chaîne (typiquement 25 %). À partir de ce signal d'erreur, on calcule un facteur de correction fact_{cor}.

Ensuite, commence une série de *cycles mineurs* (en violet sur la figure). Il y a autant de cycles mineurs qu'il y a de paramètres libres dont on souhaite régler la largeur associée dans la distribution de sauts. Chaque cycle mineur comprend un nombre N_m (petit) d'itérations. Dans chacun de ces cycles, on modifie la largeur σ_{param} de la distribution de sauts associée à un seul des paramètres en multipliant ou en divisant la valeur actuelle de σ_{param} par le fact_{cor} (calculé précédemment). Comme ce facteur est inférieur à 1, si le signal d'erreur est positif alors on va diviser par fact_{cor}. Si, au contraire, le signal d'erreur est négatif, alors on va multiplier par fact_{cor}. Le principe est que, si le nombre de sauts acceptés est trop faible par rapport à la consigne, alors ϵ est négatif, et il faut diminuer la longueur des sauts. Par conséquent, on va multiplier la longueur actuelle par un facteur inférieur à un. À l'inverse, si le nombre de sauts acceptés est trop grand par rapport à la consigne, alors ϵ est positif, et il faut augmenter la longueur des sauts. On va donc diviser la longueur actuelle par un facteur inférieur à un. À l'issue de chaque cycle mineur, on calcule le nombre d'acceptations obtenu dans le cycle et on le garde en mémoire. Puis on rétablit la valeur de σ_{param}, la largeur de la distribution de sauts modifiée en début de cycle mineur.

Une fois que l'on a réalisé tous les cycles mineurs, on va pouvoir regarder dans quel cycle on a obtenu le meilleur taux d'acceptation. Si l'on souhaitait augmenter le nombre de sauts acceptés ($\epsilon < 0$), on va chercher le paramètre associé au cycle mineur qui nous a permis d'obtenir le maximum de sauts acceptés. On va alors diminuer, en la multipliant par $\frac{1}{\text{gain}}$ fact_{cor}, la valeur de la longueur de sauts associée à ce paramètre (et uniquement celle-là) pour le prochain cycle majeur. À l'inverse, si l'on souhaitait diminuer le nombre de sauts acceptés ($\epsilon > 0$), on va chercher le paramètre associé au cycle mineur qui nous a permis d'obtenir le minimum de sauts acceptés. On va alors augmenter, en la divisant par $\frac{1}{\text{gain}}$ fact_{cor}, la valeur de la longueur de sauts associée à ce paramètre (et uniquement celle-là) pour le prochain cycle majeur. Enfin, on recommence un nouveau cycle majeur à partir de la valeur des paramètres que l'on avait à l'issue du dernier cycle majeur.

Cet algorithme m'a paru intéressant en raison de sa relative simplicité. J'ai donc choisi de le tester puis de le modifier pour répondre à mes besoins et j'ai finalement abouti à un algorithme original.

7.3.1.6 Test de l'algorithme MCMC automatisé AMHG05.

J'ai donc programmé l'algorithme de Phil Gregory présenté dans la section précédente (que je noterai dorénavant AMHG05). Je l'ai ensuite testé sur mes données. Par soucis de concision, j'invite le lecteur intéressé à aller voir le détail de ces tests présenté dans l'annexe G. J'y présente aussi les outils que j'utilise pour visualiser et contrôler la bonne exécution des chaînes MCMC.

Les conclusions de ces tests sont :

— L'algorithme permet d'obtenir un taux d'acceptation moyen proche de la consigne. Ce-

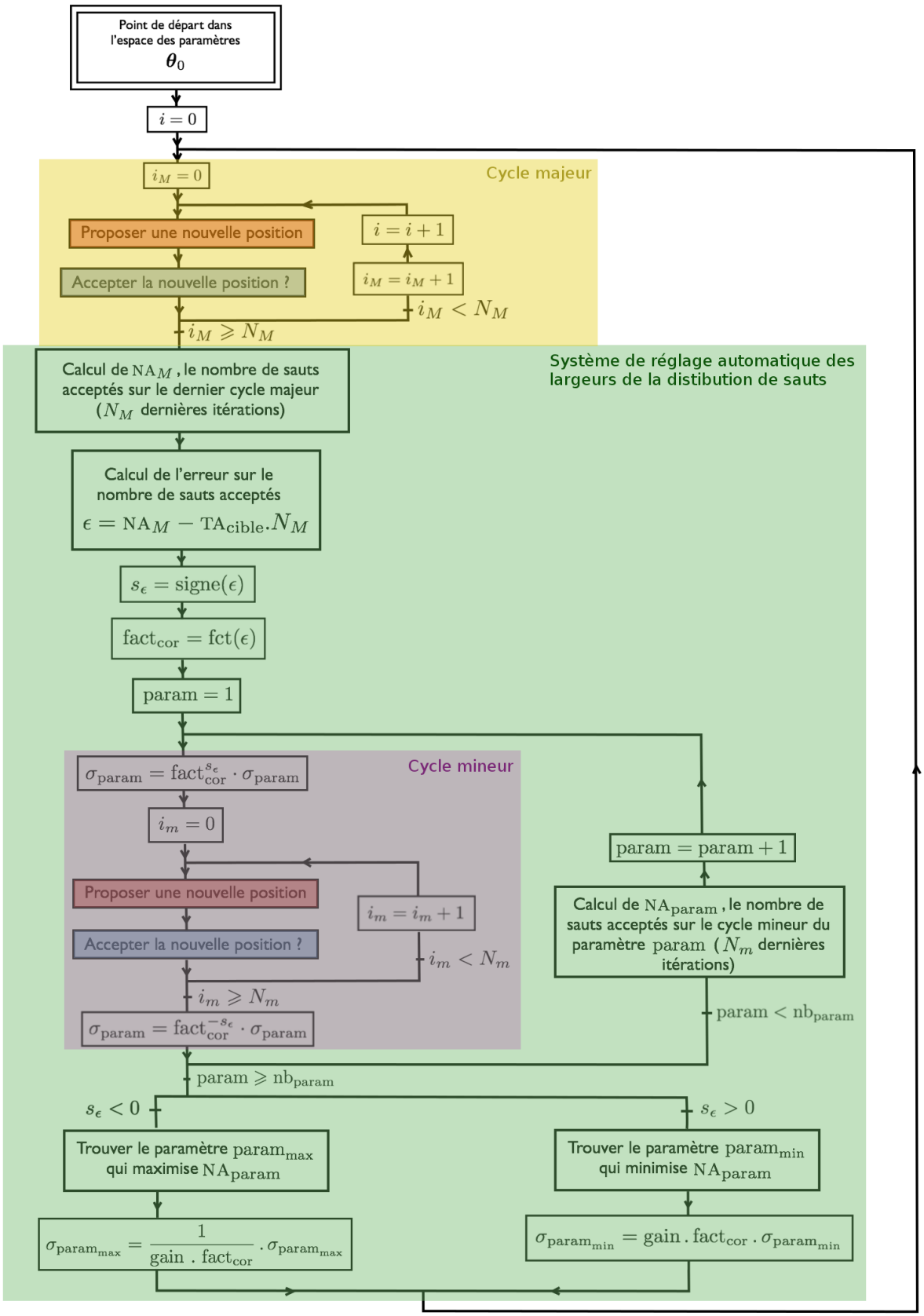


FIGURE 7.16 – **Algorithme du réglage automatique des largeurs de la distribution de sauts selon les différents paramètres de P. Gregory (AMHG05)** (dans Gregory (2005)). Le descriptif est réalisé dans le corps du texte.

pendant la stabilité de cet asservissement, que j'appellerai aussi système de contrôle, est relativement sensible aux réglages des paramètres de l'algorithme AMHG05 ;
— Le réglage des largeurs de la distribution de saut converge est peu performant lorsque les paramètres du modèle sont très corrélés entre eux. Ce qui se caractérise par une forte corrélation des traces[14] entre elles mais aussi des itérations entre elles à l'intérieur d'une même trace (que j'appellerai par la suite corrélation de la trace).

7.3.1.7 Mon algorithme de MCMC automatisé

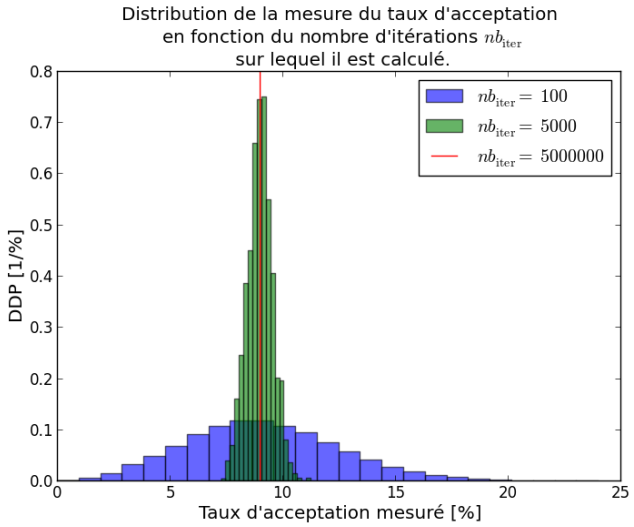
Pour tenter d'améliorer le réglage des largeurs de la distribution de sauts, j'ai principalement exploré deux pistes :
— **précision de la mesure du taux d'acceptation :** en regardant l'algorithme mis au point par P. Gregory (figure 7.16), on s'aperçoit que tout le système repose sur la mesure du taux d'acceptation. La première question que je me suis posée est donc : Quel est la précision de cette mesure ?
— **prise en compte de la corrélation dans le système de contrôle :** ensuite, l'étude que j'ai menée dans le paragraphe précédent m'a amené à penser que la corrélation de la trace était un critère pertinent pour juger de la qualité de l'échantillonnage réalisé par MCMC. Je me suis donc demandé s'il était possible de prendre en compte ce critère pour effectuer le réglage automatique des largeurs de la distribution de sauts.

7.3.1.7.1 Précision de la mesure du taux d'acceptation

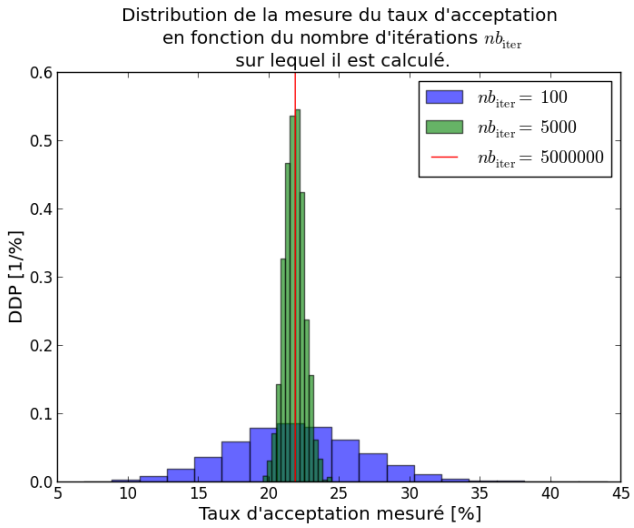
Afin d'étudier la précision de la mesure du taux d'acceptation, j'ai réalisé deux chaînes de 5 000 000 d'itérations chacune sur le modèle P.S. du candidat LRc02-E1L-2870. J'ai réalisé ces chaînes en partant d'un maxima de la DDP *a posteriori* afin de m'assurer que la chaîne resterait au voisinage de ce maxima et que l'allure locale de la fonction échantillonnée n'évoluerait pas. De plus, je n'ai pas modifié les largeurs de la distribution de sauts au cours de la chaîne. Pour la première chaîne, j'ai utilisé des largeurs qui me permettaient d'espérer un taux d'acceptations proche de 25 % et la mesure a finalement donné 22 %. Pour la deuxième chaîne, j'ai visé un taux d'acceptations proche de 10 % et j'ai mesuré 9 %. Ensuite, j'ai découpé ces deux chaînes en tronçons de taille variable et j'ai mesuré le taux d'acceptations sur ces tronçons. La figure 7.17 présente les distributions du taux d'acceptations mesuré sur les tronçons de 100 et de 5 000 itérations.

Grâce à cette figure, on s'aperçoit que :
— la distribution de la mesure du taux d'acceptations est symétrique et monomode. Le caractère monomode était attendu, mais pas forcément la symétrie. Comme nous l'avons vu lors des tests effectués dans l'annexe G, figure G.11, les DDP marginales sur les paramètres sont quasiment symétriques et relativement piquées. Or, d'après le principe d'acceptation des sauts lors d'une chaîne MCMC, il y a de fortes chances que la distribution du taux d'acceptations dépende de la fonction échantillonnée. Notamment, on peut s'attendre à ce que, plus la fonction décroîsse lentement autour de son maximum, plus la probabilité de mesurer un taux d'acceptations élevé soit grande et donc plus la DDP du taux d'acceptations soit asymétrique, à queue longue vers les valeurs élevées. J'ai donc réalisé cette même étude sur d'autres cas présentant des DDP *a posteriori* marginales peu piquées et j'ai effectivement observé une DDP du taux d'acceptations asymétrique. Par conséquent, nous utiliserons l'intervalle de confiance à 95 % et non l'écart-type pour quantifier l'incertitude

14. La trace d'un paramètre est la succession des valeurs prises par ce paramètre au cours des itérations de la chaîne MCMC.



(a) Chaîne de Markov de $\text{TA}_{\text{moy}} = 9$ %



(b) Chaîne de Markov de $\text{TA}_{\text{moy}} = 22$ %

FIGURE 7.17 – **Distribution de la mesure du taux d'acceptations en fonction du nombre d'itérations sur lequel elle est réalisée.**

de la mesure. De plus, le fait que la distribution dépende de la fonction échantillonnée est important à prendre en compte afin de ne pas sur-interpréter les résultats obtenus ;

— la mesure du taux d'acceptations est non biaisée que se soit avec les tronçons de 100 ou de 5 000 itérations ;

— la largeur de la DDP du taux d'acceptations semble dépendre sensiblement du nombre d'itérations sur lequel la mesure est effectuée. Plus le nombre d'itérations est grand, plus la largeur de la distribution est faible et plus la mesure du taux d'acceptations est précise.

Afin de confirmer cette dernière observation, sur la figure 7.18, je présente le résultat du calcul du rapport signal à bruit (R.S.B.) de la mesure du taux d'acceptations en fonction du nombre d'itérations sur lequel il est mesuré. Le R.S.B. est défini par $\text{R.S.B.} = \frac{<\text{TA}_{\text{mes}}>}{I_{95\,\%\text{TA}_{\text{mes}}}}$ où $<\text{TA}_{\text{mes}}>$ est la valeur moyenne du taux d'acceptations estimée sur la totalité de la chaîne MCMC et $I_{95\,\%\text{TA}_{\text{mes}}}$ est la largeur de l'intervalle à 95 % de confiance de la mesure. Comme attendu, on voit ici clairement

que le R.S.B. augmente avec le nombre d'itérations. Plus précisément, il semble qu'il augmente avec la racine carrée du nombre d'acceptations moyen ($nb_{\text{iter}}.\text{TA}_{\text{moy}}$) dans la portion de chaîne sur lequel il est calculé.

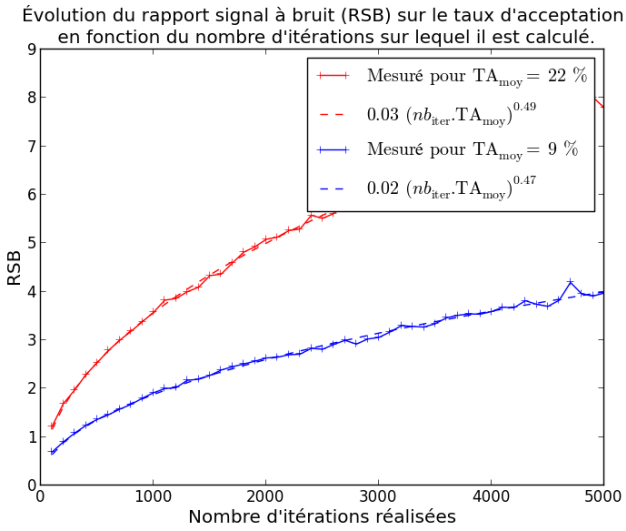


FIGURE 7.18 – **Évolution du R.S.B. sur la mesure du taux d'acceptations en fonction du nombre d'itérations sur lequel elle est réalisée**.

En conclusion, ce qui ressort de cette étude est que la distribution de la mesure du taux d'acceptations dépend de la fonction échantillonnée par la chaîne MCMC. Cependant, une constante est que la précision de cette mesure augmente avec le nombre d'itérations à partir de laquelle est effectuée. Étant donné que, dans l'algorithme de AMHG05 que j'ai utilisé, les cycles mineurs ne comportent que 100 itérations et les cycles majeurs que 1 000 itérations, ce résultat semble pourvoir expliquer le comportement parfois instable du système de contrôle. En effet, nous avions observé, lors des tests effectués dans l'annexe G, figure G.11, que l'asservissement du taux d'acception présente une légère oscillation du taux d'acceptations autour de la consigne après convergence du système de contrôle. Cette oscillation peut s'expliquer par le bruit sur la mesure du taux d'acceptation. Ensuite, nous avions mis en avant, d'après une étude présentée dans l'annexe G (§ G.1.1), le fait que la stabilité du système de contrôle est peu robuste et dépendante d'un réglage précis de ces paramètres (gain, γ et $\text{fact}_{\text{cor,max}}$). Cette instabilité peut s'expliquer par le faible nombre d'itérations (100) dans les cycles mineurs et l'incertitude sur la mesure du taux d'acceptations qui en découle.

Par conséquent, on a envie d'augmenter le nombre d'itérations dans les cycles majeurs et mineurs. Cependant, comme on ne modifie la valeur des longueurs de sauts qu'à l'issue de chaque cycle majeur et que l'on ne modifie la longueur de sauts que d'un paramètre à la fois, une augmentation du nombre d'itérations de ces cycles entrainera irrémédiablement une diminution de la rapidité de réaction et la convergence du système de contrôle. De plus, étant donné que les cycles mineurs ne sont utilisés que pour le réglage des longueurs de sauts et n'apparaîssent pas dans la chaîne MCMC finale, une augmentation sensible du nombre d'itérations dans ces cycles entrainerait un allongement notable de la durée d'exécution de la chaîne. Nous verrons dans le § 7.3.1.7.3, la solution que j'ai choisie pour résoudre ce problème.

7.3.1.7.2 Prise en compte de la corrélation dans le système de contrôle

Tout d'abord, pour pouvoir utiliser la corrélation dans le système de réglage des largeurs de

sauts, il faut avoir un critère chiffré qui nous permette de quantifier cette corrélation et j'ai tout d'abord pensé au critère n_{thin} défini plus haut. Ensuite, il faut que le calcul de ce critère soit rapide à réaliser puisque l'on est amené à l'effectuer un grand nombre de fois. Pour quantifier le temps nécessaire au calcul de n_{thin}, j'ai mesuré le temps nécessaire pour calculer ce critère sur la chaîne de 5 000 000 d'itérations et je l'ai comparé au temps nécessaire au calcul du taux d'acceptations. Le résultat est qu'il faut 12 s pour évaluer le paramètre n_{thin} de la trace d'un des paramètres tandis qu'il faut seulement 6 ms pour calculer le taux d'acceptations de la chaîne. Le temps nécessaire à l'évaluation de n_{thin} est donc environ 2 000 fois supérieur.

Malgré cela, le principal avantage du critère n_{thin} est qu'il se calcule indépendamment sur les traces de chacun des paramètres contrairement au taux d'acceptations qui lui dépend de tous les paramètres en même temps. C'est ce qui oblige P. Gregory à réaliser des cycles mineurs dans lesquels il ne change que la longueur de sauts associée à un seul paramètre à la fois pour obtenir une information reliée uniquement à ce paramètre. Nous n'allons donc pas abandonner tout de suite l'idée de prendre en compte la corrélation pour le réglage des longueurs de sauts.

Ensuite, il faut se demander si ce critère n_{thin} va nous permettre de savoir s'il faut augmenter ou diminuer les longueurs de sauts de chaque paramètre. Pour cela, j'ai réalisé une exploration MCMC de 100 000 itérations (sur le modèle P.S. du candidat LRc02-E1L-2870) en figeant les longueurs de sauts durant la chaîne, mais en les réglant initialement de façon à ce que certaines traces soient fortement corrélées (voir DDP obtenues à la figure 7.19 placée en annexe) tout en ayant un taux d'acceptations qui soit proche de 25 % (mesuré à 24,9 %). La figure 7.20 montre les traces obtenues. On s'aperçoit immédiatement que les traces des paramètres b et R_{div} ont des échantillons successifs très peu corrélés aux courtes échelles grâce à une longueur de sauts importante tandis que pour les paramètres ρ' et c les échantillons successifs sont fortement corrélés à courte échelle. Malgré cela, on obtient tout de même un taux d'acceptations de 25 %, car seules les longueurs de sauts associées aux paramètres b et R_{div} influent sur le taux d'acceptations. En effet, les sauts effectués par les paramètres ρ' et c sont tellement faibles qu'ils n'induisent à eux seuls aucun changement de la valeur de fonction échantillonnée et n'influent donc pas sur le taux d'acceptions.

À partir de l'examen visuel de ces traces, je peux donc conclure qu'il faudrait augmenter les longueurs de sauts associées aux paramètres ρ' et c et diminuer celles des paramètres b et R_{div}. J'ai ensuite tracé (figure 7.21) les graphiques montrant l'autocorrélation des traces afin de voir s'ils me permettront d'aboutir à la même conclusion en utilisant le critère n_{thin}. Malheureusement, pour les 4 paramètres, le critère n_{thin} donne des valeurs proches :

- pour R_{div}, $n_{\text{thin}} = 32789$;
- pour b, $n_{\text{thin}} = 26659$;
- pour c, $n_{\text{thin}} = 39080$;
- pour ρ', $n_{\text{thin}} = 25666$.

De plus, elles sont en contradiction avec ce que l'on a observé sur les traces puisque de n_{thin} est plus grand pour R que pour ρ'. Si l'on observe l'évolution du coefficient de corrélation (figure 7.21), on voit immédiatement que ces valeurs de n_{thin} n'ont pas de sens, car la décroissance du coefficient de corrélation n'est pas du tout de type exponentielle décroissante. Cependant, l'information que l'on cherche est bien présente dans ces graphiques par l'intermédiaire de la variation du coefficient de corrélation pour n faible ($< 1\,000$). En effet, on voit qu'au début du graphique le coefficient de corrélation chute nettement plus vite pour les paramètres b et R_{div} que pour ρ' et c. Or la corrélation à courte échelle évoquée plus haut correspond justement à la valeur du coefficient de corrélation pour n faible.

En conclusion, le critère n_{thin} est très long à calculer et ne semble pas être le bon critère, lorsque les longueurs de sauts sont très mal réglées. Par contre, l'examen attentif des traces et de leur corrélation peut effectivement nous indiquer comment corriger les largeurs de la distributions de sauts.

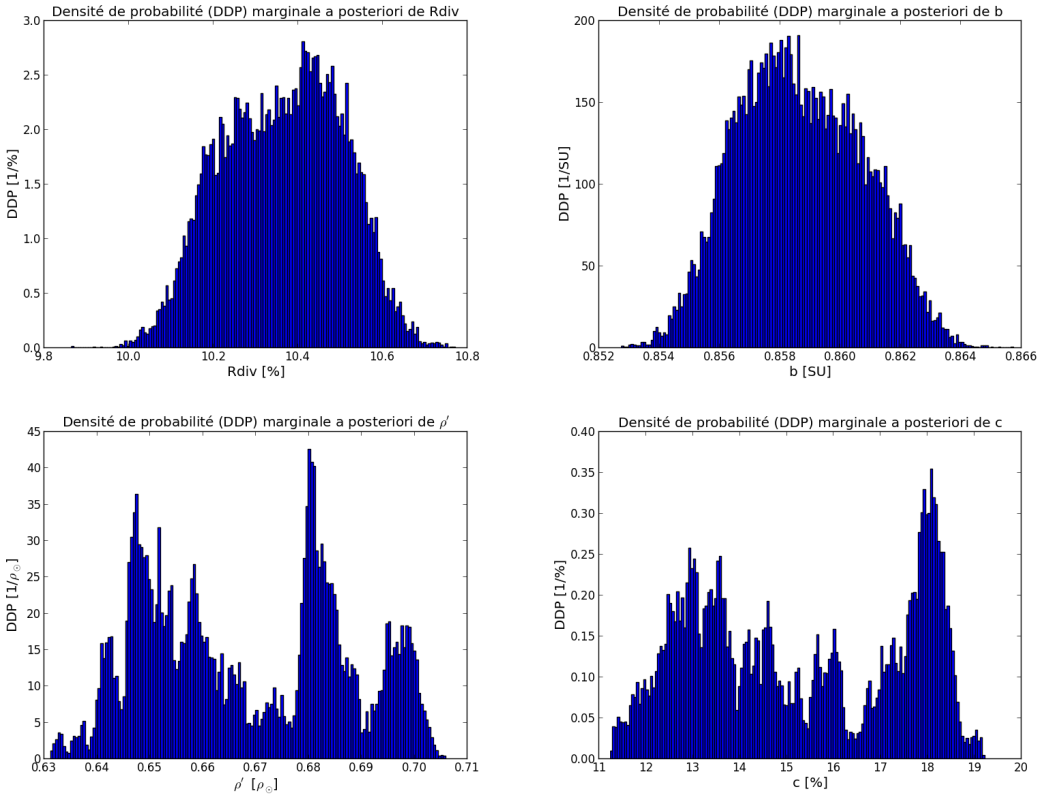


FIGURE 7.19 – **Estimation des DDP marginales des paramètres libres grâce à une chaine MCMC mal réglée** : les graphiques ci-dessus présentent une estimation des DDP *a posteriori* marginales, $\mathrm{p}(\theta|d, M, \mathrm{I})$, des paramètres libres réalisée grâce à l'histogramme de la trace, après la phase de mise en route. En comparaison avec les DDP obtenues sur le même modèle (P.S.) du même candidat (LRc02-E1L-2870) que l'on peut voir sur la figure G.11, ces estimations sont fausses car réalisées à partir d'une chaine MCMC fortement corrélées à cause d'un mauvais réglage des largeurs de la distribution de sauts.

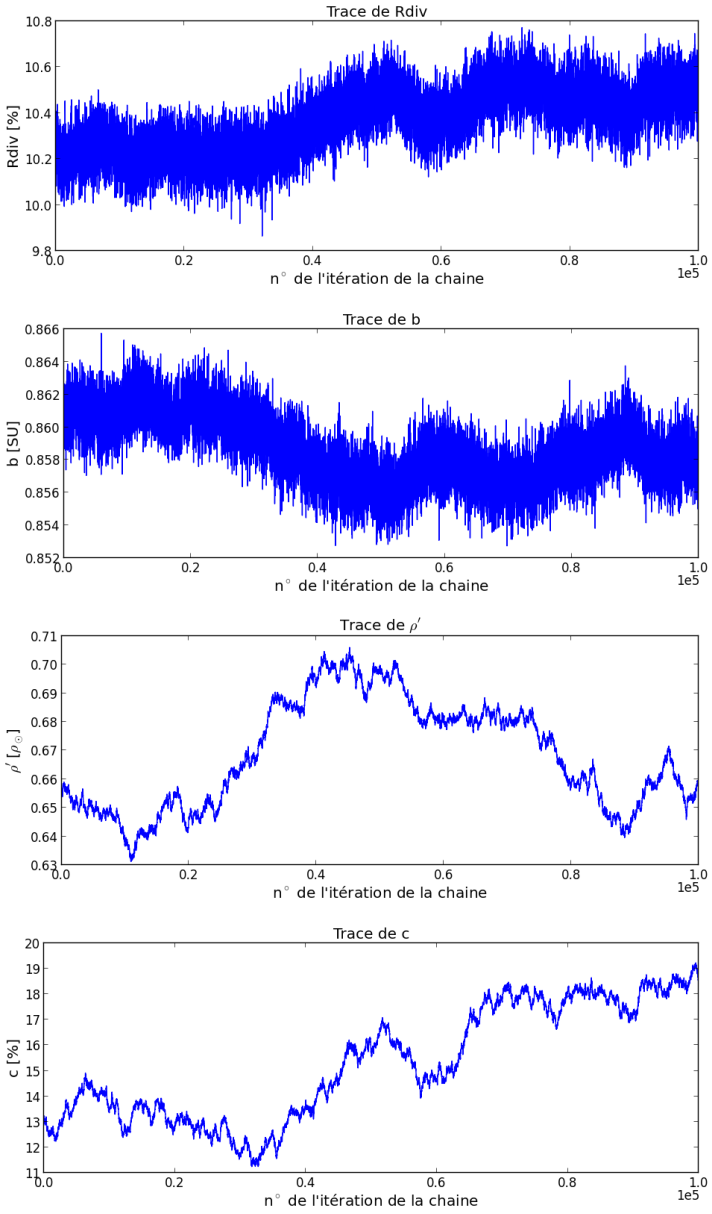


FIGURE 7.20 – **Visualisation des traces d'une chaîne MCMC mal réglée** : ces graphes donnent la succession des valeurs prises par chacun des paramètres au cours de la chaîne.

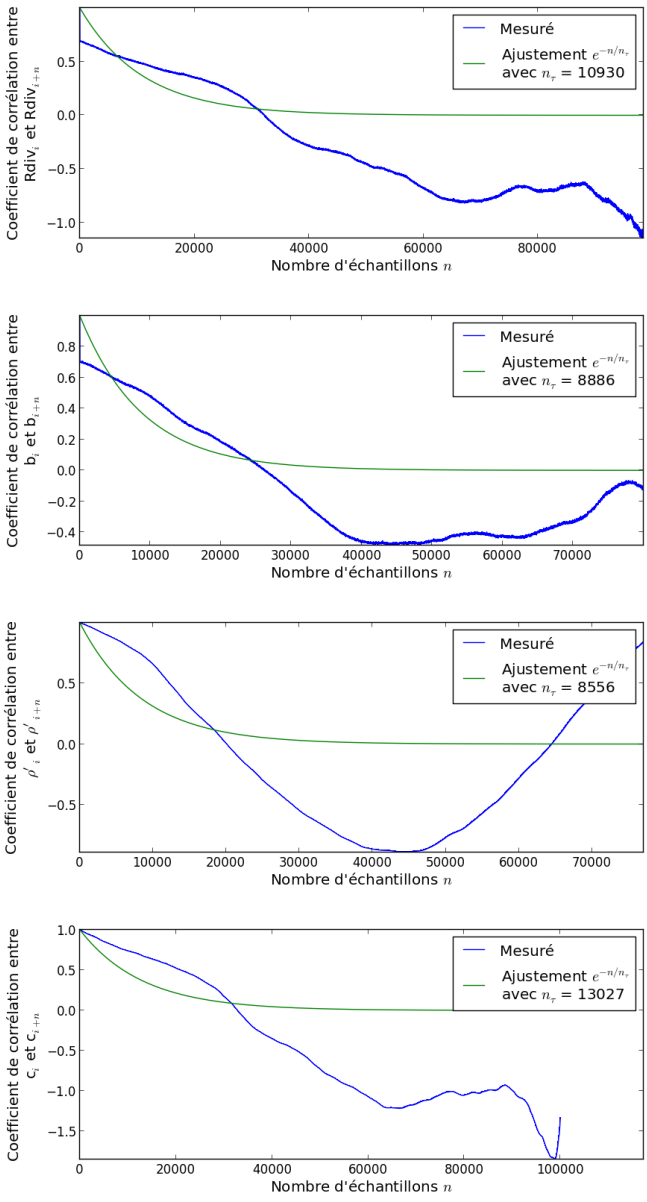


FIGURE 7.21 – **Autocorrélation des traces d'une chaîne MCMC mal réglée** : en bleu, l'évolution du coefficient de corrélation entre les échantillons successifs des traces des paramètres libres en fonction du nombre d'itérations qui les séparent. En vert, un ajustement d'une fonction exponentielle décroissante.

J'ai donc cherché un critère qui me permette de quantifier l'impression visuelle donnée par les traces de la figure 7.20. Pour les paramètres b et R_{div} la dispersion des valeurs à courte échelle est du même ordre de grandeur que la dispersion à grande échelle, tandis que pour les deux autres paramètres la dispersion à courte échelle est très faible devant la dispersion à grande échelle. Or la dispersion à courte échelle, d'une itération à l'autre est décrite en moyenne par la largeur de la distribution de sauts tandis que la dispersion à grande échelle, elle, est décrite par la différence entre les valeurs extrêmes prises par la trace. J'ai donc finalement abouti au critère $\text{cr}_{\text{cor, param}}$ défini pour chaque paramètre de la façon suivante :

$$\text{cr}_{\text{cor, param}} = \frac{\sigma_{param}}{\text{Max}_{\text{param}} - \text{Min}_{\text{param}}}, \tag{7.33}$$

où σ_{param} est la largeur de la distribution de sauts vis-à-vis du paramètre considéré, $\text{Max}_{\text{param}}$ est la valeur maximale prise par ce paramètre et $\text{Min}_{\text{param}}$ sa valeur minimale. Appliqué à la chaîne obtenue précédemment, ce critère aboutit aux résultats suivants :

— pour R_{div}, $\text{cr}_{\text{cor},R_{\text{div}}} = 0{,}17$;
— pour b, $\text{cr}_{\text{cor},b} = 0{,}16$;
— pour c, $\text{cr}_{\text{cor},c} = 0{,}004\,0$;
— pour ρ', $\text{cr}_{\text{cor},\rho'} = 0{,}004\,1$.

Il montre donc une différence claire entre les paramètres c et ρ', pour lesquels nous avions observé une corrélation élevée de la trace et qui affichent une valeur de cr_{cor} nettement plus faible que celle des paramètres b et R_{div}, pour lesquels nous avions observé une corrélation faible. Pour effectuer la correction des longueurs de sauts, je ne vais pas chercher à réaliser un asservissement sur ce critère à une consigne prédéfinie, mais je vais chercher à uniformiser sa valeur sur l'ensemble des paramètres du modèle. Autrement dit, je vais asservir à une consigne de zéro, la valeur de l'écart de $\text{cr}_{\text{cor, param}}$ à sa médiane calculée sur l'ensemble des paramètres, notée $\epsilon_{\text{cor, param}}$. $\epsilon_{\text{cor, param}}$ qui est donc calculé de la façon suivante :

$$\epsilon_{\text{cor, param}} = \frac{\text{cr}_{\text{cor, param}} - \text{cr}_{\text{cor, médian}}}{\text{cr}_{\text{cor, médian}}}. \tag{7.34}$$

Les raisons de ce choix sont :

1. La valeur optimale de $\text{cr}_{\text{cor, param}}$ dépend sensiblement de la fonction échantillonnée. On ne peut donc pas établir, *a priori*, une consigne sur ce critère ;
2. Établir une consigne sur $\text{cr}_{\text{cor, param}}$, serait redondant avec la consigne sur le taux d'acceptation et cela conduirait à une instabilité du système.
3. Ce que l'on veut, c'est que la correction que l'on va effectuer à partir de ce critère viennent compléter l'action produite par l'asservissement sur le taux d'acceptation. Or, on a vu, à travers l'étude réalisée ci-dessus que l'on peut avoir un taux d'acceptations proche de la consigne avec une corrélation des traces des différents paramètres très disparate. Comme la trace la plus corrélée est celle qui va décider du nombre d'itérations à effectuer, on va se servir de $\text{cr}_{\text{cor, param}}$ pour uniformiser la corrélation des traces des différents paramètres. Cette uniformisation correspond bien à un asservissant de $\epsilon_{\text{cor, param}}$ à zéro.

De plus, en plus de permettre une prise en compte de la corrélation, ce critère à l'avantage d'être très rapide à calculer avec seulement 8 ms (pour une trace de 5 000 000 d'itérations).

Afin d'estimer la précision de ce critère, j'ai mené le même genre d'étude sur ce critère que celle menée pour le taux d'acceptations (§ 7.3.1.7.1). J'ai réalisé une chaîne MCMC de 5 000 000 d'itérations sur le modèle P.S. du candidat LRc02-E1L-2870 que j'ai divisée en tronçons de longueur variable, puis j'ai tracé les distributions de la mesure de $\epsilon_{\text{cor, param}}$ en fonction du nombre d'itérations sur laquelle elle est réalisée. Les résultats sont présentés figure 7.22. On s'aperçoit que la dispersion de la mesure décroit lentement avec le nombre d'itérations mais que

la valeur mesurée décroit elle aussi lentement avec la valeur mesurée. Cette décroissance était attendue puisque, plus le nombre d'itérations augmente, plus la chaîne a le temps de se déplacer dans l'espace des paramètres et donc plus la différence entre les valeurs extrêmes peut être grande par rapport à la valeur de σ_{param}. La conséquence de cela est que l'on ne peut pas appliquer ce critère sur un nombre faible d'itérations (< 500) et que cette mesure va être d'autant plus pertinente qu'elle sera effectuée sur un nombre élevé d'itérations.

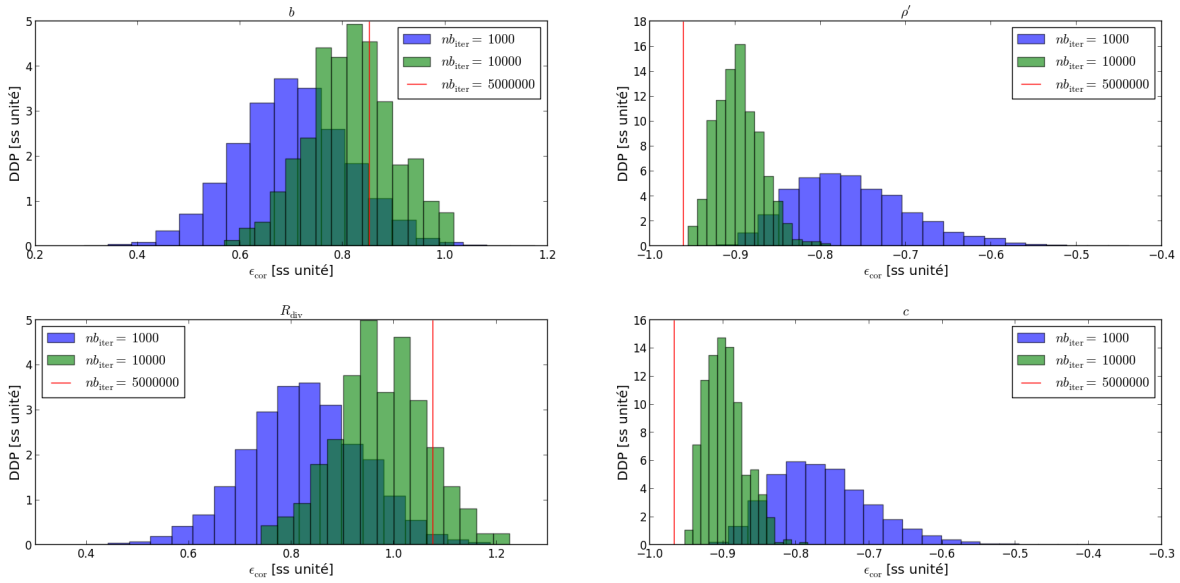


FIGURE 7.22 – **Étude des caractéristiques de la mesure de $\epsilon_{\text{cor, param}}$.** Ces graphiques présentent la distribution de la mesure de $\epsilon_{\text{cor, param}}$ réalisée sur 1 000 (en bleu), et 10 000 itérations (en vert). La ligne verticale rouge correspond à la valeur mesurée sur la totalité de la chaîne, soit 5 000 000 itérations.

7.3.1.7.3 Différences entre mon algorithme et l'algorithme AMHG05

À la vue des résultats présentés ci-dessus, j'ai modifié l'algorithme AMHG05 pour aboutir à l'algorithme présenté figure 7.23. Les modifications apportées sont les suivantes :

1. J'ai remplacé les cycles majeurs par deux types de cycles que j'ai appelés « cycle rapide » et « cycle précis ». Les cycles rapides comportent environ 1 000 itérations et aboutissent à des mesures du taux d'acceptations et du critère de corrélation peu précises, ils ont pour but d'effectuer un réglage grossier, mais rapide, des largeurs de sauts. Les cycles précis comportent plus d'itérations (environ 5 000) et permettent un réglage fin des longueurs de sauts. On passe des cycles rapides aux cycles précis lorsque :
   — $|\text{TA}_{\text{mes}} - \text{TA}_{\text{cons}}| < \text{tol}_{\text{TA,rapide}}$;
   — $\text{Max}\,(\text{cr}_{\text{cor, param}}) - \text{Min}\,(\text{cr}_{\text{cor, param}}) < \text{tol}_{\text{cor, rapide}}$.
2. J'ai supprimé les cycles mineurs qui sont trop courts pour permettre une mesure précise du taux d'acceptation, qui n'aboutissent qu'à la correction de la largeur de sauts d'un seul paramètre libre à la fois et durant lesquels on réalise des itérations qui ne sont pas inclues dans la chaîne finale. Dans mon algorithme, la correction des longueurs de sauts s'effectue à la fin de chaque cycle (rapide et précis) de la chaîne MCMC, à partir de la mesure du taux d'acceptations et du critère de corrélation réalisée sur ce cycle. Plus précisément, la correction s'effectue de la façon suivante :
   (a) On mesure le taux d'acceptations sur le cycle réalisé, TA_{mes} ;

(b) on calcule le signal d'erreur sur le taux d'acceptations $\epsilon_{\text{TA}} = \frac{\text{TA}_{\text{mes}} - \text{TA}_{\text{cons}}}{\text{TA}_{\text{cons}}}$ où TA_{cons} est la consigne sur le taux d'acceptations ;

(c) On mesure la valeur du critère de corrélation $\text{cr}_{\text{cor, param}}$ pour chacun des paramètres ;

(d) On calcule la valeur médiane de ce critère $\text{cr}_{\text{cor, param}}$ sur l'ensemble des paramètres, notée $\text{cr}_{\text{cor, médian}}$;

(e) On calcule le signal d'erreur sur le critère de corrélation $\epsilon_{\text{cor, param}} = \frac{\text{cr}_{\text{cor, param}} - \text{cr}_{\text{cor, médian}}}{\text{cr}_{\text{cor, médian}}}$;

(f) On calcule un signal d'erreur combiné pour chaque paramètre, $\epsilon_{\text{param}} = k_{\text{TA}}\epsilon_{\text{TA}} - k_{\text{COR}}\epsilon_{\text{cor, param}}$, où k_{TA} et k_{COR} sont des facteurs sans unités servant à équilibrer la correction entre la composante liée au taux d'acceptations et celle liée au critère de corrélation ;

(g) On corrige la valeur des longueurs de sauts, notée σ_{param}, de chaque paramètre de la façon suivante $\sigma_{\text{param}} = \sigma_{\text{param}}.\text{fact}_{\text{core}}^{\epsilon_{\text{param}}}$.

Ainsi, la valeur du taux d'acceptions permet d'obtenir un compromis entre le nombre de positions échantillonnées dans l'espace des paramètres et leur répartition dans cet espace en augmentant ou en diminuant σ_{param} pour tous les paramètres. Ensuite, grâce au critère de corrélation, on va chercher à uniformiser la corrélation sur tous les paramètres en modifiant individuellement chaque σ_{param}.

3. J'ai ajouté une désactivation du système de contrôle lorsque :
   — $|\text{TA}_{\text{mes}} - \text{TA}_{\text{cons}}| < \text{tol}_{\text{TA,désactive}}$;
   — $\text{Max}\,(\text{cr}_{\text{cor, param}}) - \text{Min}\,(\text{cr}_{\text{cor, param}}) < \text{tol}_{\text{cor, désactive}}$,
   mais aussi une réactivation du système lorsque :
   — $|\text{TA}_{\text{mes}} - \text{TA}_{\text{cons}}| > \text{tol}_{\text{TA,réactive}}$;
   — $\text{Max}\,(\text{cr}_{\text{cor, param}}) - \text{Min}\,(\text{cr}_{\text{cor, param}}) > \text{tol}_{\text{cor, réactive}}$.

7.3.1.8 Test de mon algorithme MCMC automatisé

Dans cette partie, je vais rapidement comparer les performances de mon algorithme automatisé à celle de l'algorithme AMHG05. Pour cela, j'ai testé mon algorithme de la même façon que l'algorithme AMHG05(voir les résultats de ces tests dans l'annexe G, § G.2).

Le tableau 7.1 présente une comparaison du nombre d'échantillons décorrélés dans les chaînes obtenues par les deux algorithmes. On s'aperçoit que mon algorithme a abouti, à chaque fois, à de meilleurs résultats. Pour les modèles E.B.2.P. et C.E.B.P., l'amélioration est significative puisqu'elle a permis de multiplier le nombre d'itérations décorrélées par un facteur supérieur à 10 (ce qui implique une amélioration notable de l'estimation de la DDP *a posteriori*, voir § G.2 en annexe). Pour les modèles P.S. et C.P.S., on observe une augmentation d'un facteur 2 à 3. Enfin pour les modèles, E.B.P. et C.E.B.2.P. l'amélioration est plus marginale.

TABLE 7.1 – Comparaison du nombre d'échantillons décorrélés obtenus avec mon algorithme et l'algorithme AMHG05 pour les différents modèles

Type de modèle	P.S.	C.P.S.	E.B.	E.B.2.P.	C.E.B.P.	C.E.B.2.P.
Algorithme AMHG05	87	4	167	3	6	19
Mon algorithme	196	12	202	35	196	26

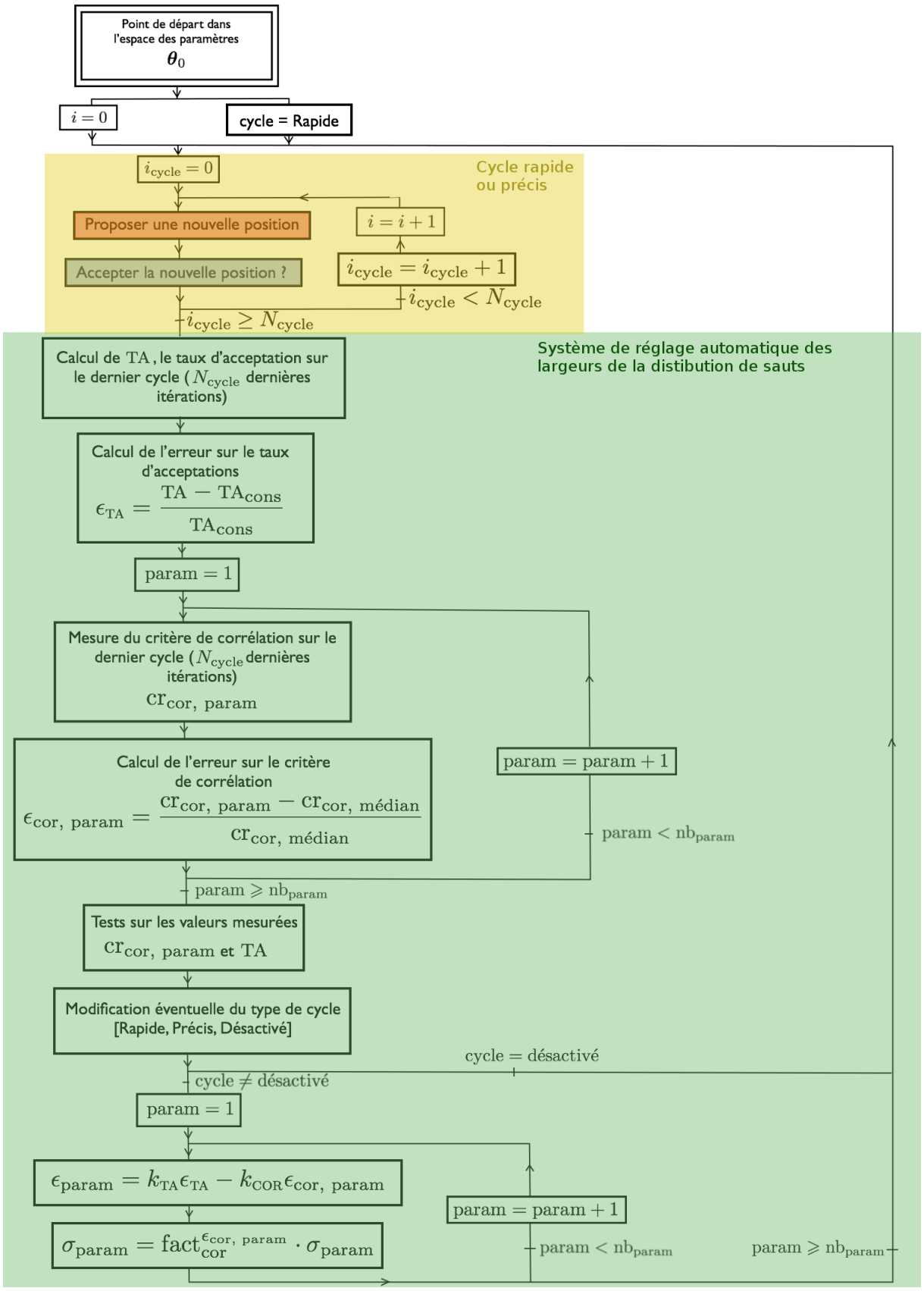


FIGURE 7.23 – **Mon algorithme du réglage automatique des largeurs de la distribution de sauts**. Le descriptif est fait dans le corps du texte.

Un autre critère de comparaison est le temps de calcul nécessaire à l'exécution d'une chaîne MCMC. Si l'on fait la moyenne des temps nécessaires à la réalisation des six modèles, elle est de 129 s par modèle pour l'algorithme AMHG05 contre 84 s par modèle pour mon algorithme.

En conclusion, cette étude a montré que mon algorithme a permis un gain de temps d'environ 40 % et une amélioration notable des performances.

7.3.1.9 Problème posé par une corrélation importante entre les paramètres d'un modèle

Malgré l'amélioration apportée par mon algorithme, certains modèles ne sont pas échantillonnés de façon complètement satisfaisante. Sur le candidat étudié, ces modèles sont : C.P.S., E.B.2.P. et C.E.B.2.P.. Le point commun dans les résultats obtenus sur ces modèles est que, comme on le voit à la figure 7.24, ils aboutissent à une corrélation très forte entre les paramètres. On peut donc se demander si il existe un lien entre le fait que les paramètres d'un modèle soient corrélés (*a posteriori*), qui est une réalité physique indépendante de l'échantillonnage MCMC réalisé, et la corrélation que l'on observe entre les échantillons d'une même trace malgré la présence du système de contrôle, qui elle dépend de la qualité de l'échantillonnage MCMC.

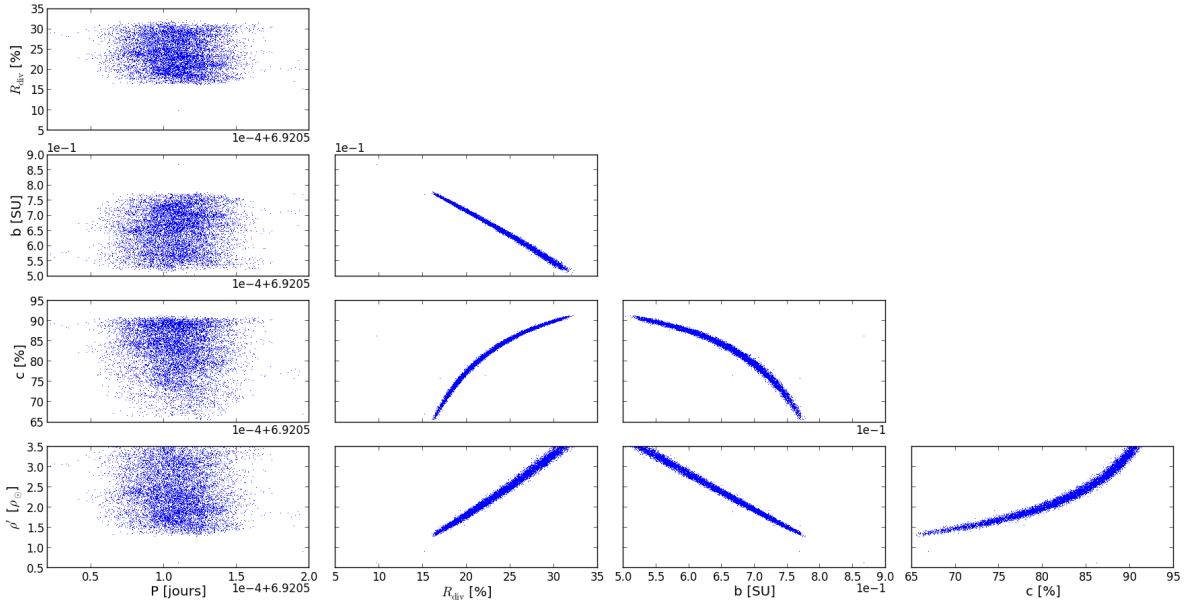


FIGURE 7.24 – **Nuages de corrélation des paramètres libres pour le modèle C.P.S. du candidat LRc02-E1L-2870** : les graphiques ci-dessus présentent les nuages de corrélations des paramètres libres. Ils indiquent une corrélation très forte entre les paramètres (R_{div},ρ' et c) du modèle qui comme nous allons le voir à la figure 7.25, explique les difficultés rencontrées pour réaliser l'exploration par MCMC.

Comme le montre le schéma de la figure 7.25, le problème est qu'avec une distribution de sauts gaussienne dont la matrice de covariance est diagonale, il est impossible d'avoir à la fois un taux d'acceptations imposé et une distribution de sauts qui soit suffisamment large pour explorer l'intégralité du maxima local. Si l'on respecte une consigne en taux d'acceptations trop élevée (en général 95 %), pour pouvoir explorer tout le maximum, la chaîne doit se déplacer dans l'espace des paramètres d'une distance qui est grande devant la longueur moyenne des sauts ce qui introduit une corrélation importante entre les échantillons des traces. Pour mieux échantillonner la DDP *a posteriori*, il y a donc deux solutions :

— on diminue la consigne sur le taux d'acceptations, mais il faut alors faire plus d'itérations ;

— on utilise des distributions de sauts à matrice de covariance non diagonale, afin de prendre en compte la corrélation. C'est le principe de l'algorithme MCMC automatisé développé par Hekki Haario (voir Haario et al., 1999, 2001).

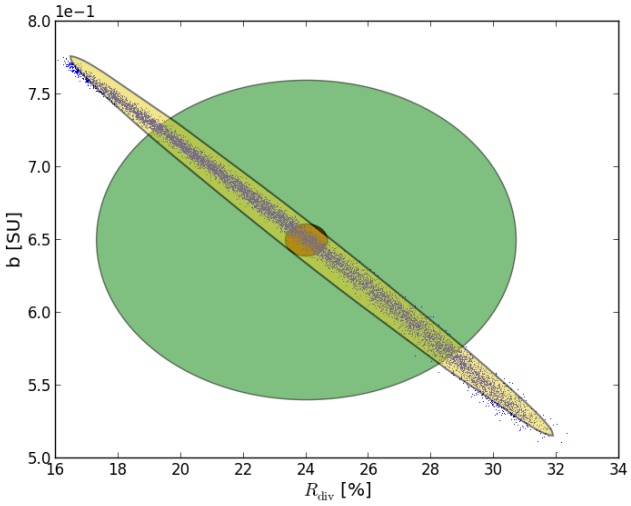


FIGURE 7.25 – **Problème lié à des paramètres fortement corrélés *a posteriori*** : le nuage de points bleu correspond au nuage de corrélation entre $R_{\rm div}$ et b. Ce nuage montre une corrélation très forte entre ces deux paramètres. L'ellipse rouge représente l'ellipse à 2,5σ de la distribution de sauts adoptée en fin de chaîne MCMC, c'est-à-dire que le demi-grand axe et le demi-petit axe de cette ellipse valent respectivement 2,5 fois l'écart-type de la distribution de sauts vis-à-vis des paramètres $R_{\rm div}$ et b. Si l'on compare l'étendue du nuage de corrélation à cette ellipse, on comprend pourquoi l'échantillonnage MCMC ne peut pas être correct. Pour échantillonner tout le nuage de corrélation, on voit que la chaîne va devoir se déplacer le long du nuage, ce qui va provoquer la corrélation des échantillons des traces de ces deux paramètres. Pour que les traces soient moins corrélées, tout en gardant une distribution de sauts gaussienne à matrice de covariance diagonale, il faudrait que cette ellipse soit au moins dix fois plus grande (c'est l'ellipse verte). Cependant, le taux d'acceptations de la chaîne baisserait drastiquement. Une autre solution serait de travailler avec une distribution de sauts dont la matrice de covariance n'est plus diagonale, ce qui corresponderait à pouvoir modifier l'orientation de l'ellipse qui pourrait alors s'étirer le long du nuage tout en conservant un taux d'acceptations correct. Cette dernière solution est schématisée par l'ellipse jaune.

7.3.2 Intégration

Après avoir échantillonné la DDP *a posteriori* conjointe des paramètres du modèle, pour calculer la probabilité *a posteriori* de ce modèle, il faut intégrer.

7.3.2.1 Intégration par méthode de Monte Carlo

Pour réaliser cette intégration, j'utilise actuellement l'intégration par méthode de Monte-Carlo (voir par exemple Gregory, 2005, p. 312). Le principe de cette méthode est relativement simple : pour calculer l'intégrale I d'une fonction f de plusieurs paramètres $\boldsymbol{\theta}$ sur un intervalle Ω, on tire aléatoirement N couples de valeurs des paramètres $\boldsymbol{\theta}_i$ à partir d'une distribution uniforme

sur Ω, puis on estime I par

$$I \simeq \frac{V}{N} \sum_{i=1}^{N} f(\boldsymbol{\theta}_i), \tag{7.35}$$

où V est le volume de l'intervalle Ω, qui correspond au produit des largeurs de ces différentes dimensions (chaque dimension étant associée à un paramètre).

Pour estimer l'erreur commise par cette estimation, la théorie indique que, si la distribution de l'erreur est gaussienne, alors l'incertitude de cette estimation de I peut être estimée par ΔI, donnée par

$$\Delta I = V \sqrt{\frac{\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} f^2(\boldsymbol{\theta}_i) - \left(\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} f(\boldsymbol{\theta}_i)\right)^2}{n}}. \tag{7.36}$$

Cette méthode est utilisée pour estimer des intégrales non calculables analytiquement et a l'avantage d'être très simple à programmer.

Un des inconvénients de cette technique est que, si l'on choisit un intervalle d'intégration très grand Ω, une grande partie des couples $\boldsymbol{\theta}_i$ tirés vont se trouver dans des régions pour lesquelles $f(\boldsymbol{\theta}_i)$ est faible et qui contribuent donc très peu à l'intégrale I. Heureusement, l'échantillonnage MCMC me permet de calculer les DDP *a posteriori* marginales de tous les paramètres et donc de pouvoir choisir l'intervalle Ω afin d'exclure ces régions dans lesquelles $f(\boldsymbol{\theta}_i)$ est trop faible. Par conséquent, pour mon outil, je calcule l'intervalle à 99 % de confiance de chaque paramètre et je fixe Ω comme étant la réunion de ces intervalles.

7.3.2.2 Incertitude sur le calcul de l'intégrale

En pratique, l'incertitude fournie par l'équation 7.36 est généralement sous-évaluée, car l'erreur commise est rarement gaussienne. Afin d'estimer une barre d'erreur plus réaliste, j'ai choisi de développer ma propre procédure d'estimation de cette erreur.

Dans cette méthode d'intégration par méthode de Monte-Carlo, l'utilisateur doit faire deux choix : Le choix du nombre de tirages à effectuer, noté N, et le choix de l'intervalle d'intégration, Ω. Un mauvais choix de ces deux grandeurs peut, bien sûr, entraîner une mauvaise estimation de I. Afin d'estimer les erreurs introduites par le choix de ces paramètres, je réalise deux calculs d'incertitude :

1. Incertitude liée au choix de N : si le nombre de tirages N est insuffisant, alors ces N tirages ne couvriront pas correctement tout l'intervalle Ω et notamment des régions dans lesquelles $f(\boldsymbol{\theta}_i)$ est élevée. Afin de savoir si cette couverture est suffisante, je divise l'ensemble des tirages en 5 groupes de tirages puis, à partir de chacun de ces groupes, je calcule une estimation de l'intégrale, notée $I_{N/5}$. Ensuite, je considère que l'incertitude sur l'estimation de I, liée au choix de N, est donnée par l'écart-type de ces 5 valeurs, noté $\sigma_{I_{N/5}}$ divisée par racine de 5 ;
2. Incertitude liée au choix de Ω : pour le choix de Ω, il faut que cet intervalle contienne toutes les régions qui contribuent fortement à l'intégrale I. Normalement, le fait de choisir Ω comme la réunion des intervalles à 99 % de chacun des paramètres devrait nous assurer, par définition, que Ω représente une région qui contribue à, au moins [15], 99 % de la valeur de I. Cependant, une sous-estimation de ces intervalles à 99 % aboutirait à une sous-estimation de I. Pour estimer l'erreur commise, pour chaque paramètre, je définis deux zones à gauche et à droite de l'intervalle à 99 % de confiance qui représentent chacune une augmentation de 2,5 % de la largeur de cet intervalle. Ainsi, je crée une zone $\Delta\Omega$ à la périphérie de

15. Ω représenterait théoriquement une région qui contribue à exactement 99 % de la valeur de I si Ω était construit à partir l'intervalle à 99 % de la DDP *a posteriori* conjointe. Comme, je construit Ω à partir de la DDP marginale, il peut y avoir une légère différence.

Ω qui représente une augmentation de 10,25 % du volume de Ω. Ensuite, je réalise une estimation de l'intégrale $I_{\Delta\Omega}$ contenue dans cet intervalle $\Delta\Omega$ grâce à une intégration par méthode de Monte Carlo. $I_{\Delta\Omega}$ représente alors mon estimation de l'incertitude sur le calcul de I , liée au choix de Ω.

Finalement, mon incertitude sur l'estimation de I, est donnée par la somme [16] de ces deux incertitudes : $\frac{\sigma_{I_{N/5}}}{\sqrt{5}}$ et $I_{\Delta\Omega}$.

Ainsi, nous avons tous les outils nécessaires à la réalisation d'un classement des transits détectés par CoRoT et basé sur l'estimation de la probabilité *a posteriori* des différents scénari de faux-positifs. Le chapitre suivant est consacré la présentation des premiers résultats que j'ai obtenus sur une liste de 22 candidats détecté dans le *run* LRc02.

16. J'ai choisi de faire la somme et non la somme quadratique pour majorer l'erreur en cas de corrélation importante entre ces deux composantes de l'incertitude

Chapitre 8

Résultats : analyse et perspectives

Dans ce chapitre, je vais d'abord présenter, dans le § 8.1, les premiers résultats obtenus par BART. Il s'agit d'une analyse homogène d'un ensemble de 22 candidats issus du *run* LRc02. Ensuite, dans le § 8.2, je vais mettre mon outil en contexte en présentant rapidement les logiciels concurrents. Enfin, je finirai, § 8.3, par les perspectives et conclusions de mon travail.

Sommaire

8.1 Analyse des résultats obtenus sur 22 des candidats du LRc02 . . . 226
8.1.1 Trapèze à fond arrondi . . . 226
8.1.2 Présentation de résultats . . . 227
8.1.3 Analyse de ces résultats . . . 227
8.1.3.1 Pertinence de probabilités extrêmement faibles et classements alternatifs . . . 227
8.1.3.2 À propos des candidats planétaires confirmés . . . 230
8.1.3.2.1 Qualité de l'échantillonnage par MCMC . . . 230
8.1.3.2.2 Trop grande simplicité du modèle . . . 231
8.1.3.2.3 Trop grande simplicité des données . . . 232
8.1.3.2.4 Conclusions sur l'étude des candidats planétaires confirmés . . . 234
8.1.3.3 À propos des faux-positifs confirmés . . . 234
8.1.3.4 À propos des candidats non identifiés . . . 236
8.1.3.5 Bilan sur cette étude . . . 239
8.2 Comparaison avec les outils existants . . . 240
8.2.1 Le système de classement CoRoT existant . . . 240
8.2.1.1 Description des systèmes de classement existants dans la communauté de CoRoT . . . 240
8.2.1.2 Avantages et inconvénients . . . 240
8.2.2 Comparaison avec les travaux de Morton et Johnson . . . 241
8.2.2.1 Estimation du taux de faux positifs dans les candidats Kepler : Morton & Johnson 2011 . . . 241
8.2.2.2 Estimation du taux de faux positifs dans les candidats Kepler : Morton 2012 . . . 242
8.2.3 Comparaison avec BLENDER/PASTIS . . . 244
8.3 Conclusions et perspectives . . . 245

8.1 Analyse des résultats obtenus sur 22 des candidats du LRc02

L'objectif principal de BART est l'établissement d'un classement automatique et homogène des transits détectés par le groupe de détection de CoRoT. Par conséquent, la seule façon de tester ce logiciel était de l'utiliser pour établir un classement sur un ensemble de candidats. Pour cela, j'ai utilisé les données que m'a fournies Pascal Bordé grâce à son logiciel Éclipse (évolution de Transdet, Bordé et al. (2007)) sur un groupe de 22 candidats issus du *run* LRc02. Mais, avant de présenter les résultats de cette étude, il m'a paru important de dire quelques mots sur la façon dont les données que j'utilise sont obtenues par le logiciel Éclipse.

8.1.1 Trapèze à fond arrondi

L'outil Éclipse de Pascal Bordé a évolué avec BART au cours de mon travail. L'une des évolutions majeures, réside dans la façon de mesurer les propriétés du transit ($\frac{\Delta F}{F}\big|_0$, $\frac{\Delta F}{F}\big|_1$, $\frac{\Delta F}{F}\big|_{1/2}$, D_{14}, D_{23}). Initialement, ces mesures étaient obtenues par ajustement d'une courbe de transit trapézoïdale sur la courbe de lumière repliée (voir figure 8.2). Cependant, en utilisant ces mesures avec BART, je me suis rendu compte qu'elles ne permettaient pas de réaliser une inférence des paramètres correcte (compatible dans les barres d'erreurs avec les valeurs issues d'une modélisation plus détaillée du transit). En particulier, les durées D_{14} et D_{23} du transit obtenues étaient mal déterminées et il en résultait une mauvaise inférence des paramètres et notamment de la masse volumique stellaire.

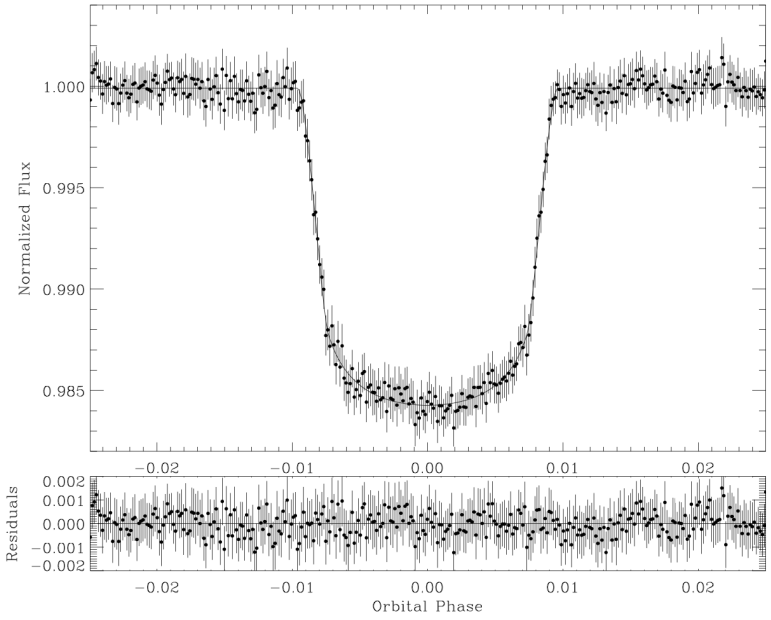


FIGURE 8.1 – **Courbe de transit repliée de l'exoplanète CoRoT-6b**. On s'aperçoit que, si le niveau de flux hors transit est bien plat et s'il paraît logique de chercher à modéliser les phases d'immersion et d'émersion par des droites, le fond du transit n'est, par contre, pas du tout plat. Crédit : Fridlund et al. (2010)

L'erreur issue de l'ajustement d'une courbe de transit trapézoïdale, s'explique notamment par le fait que, comme on peut le voir sur la figure 8.1, le fond du transit (situé entre le 2e et 3e contact) n'est pas plat, mais arrondi, contrairement à ce que pourrait laisser supposer le modèle trapézoïdal. Ainsi, Pascal Bordé a choisi de modifier légèrement son modèle en remplaçant le trapèze à fond plat par un trapèze à fond arrondi. Comme on peut le voir figure 8.2, la seule

différence entre les deux modèles est que, dans le modèle de trapèze à fond arrondi, le flux n'est plus constant au fond du transit, mais suit un arc de cercle. L'utilisation de ce nouveau modèle a permis d'améliorer sensiblement la mesure des durées D_{14} et D_{23}. L'erreur commise sur l'estimation de ces grandeurs est passée d'environ 10 % à environ 1 %, lorsque le paramètre d'impact est faible ($< 0{,}5$). Cependant, il persiste une erreur importante ($\gtrsim 10\,\%$) dans l'estimation des durées lorsque le paramètre d'impact est élevé ($< 0{,}5$). Nous verrons les conséquences que cela peut avoir dans les paragraphes suivants.

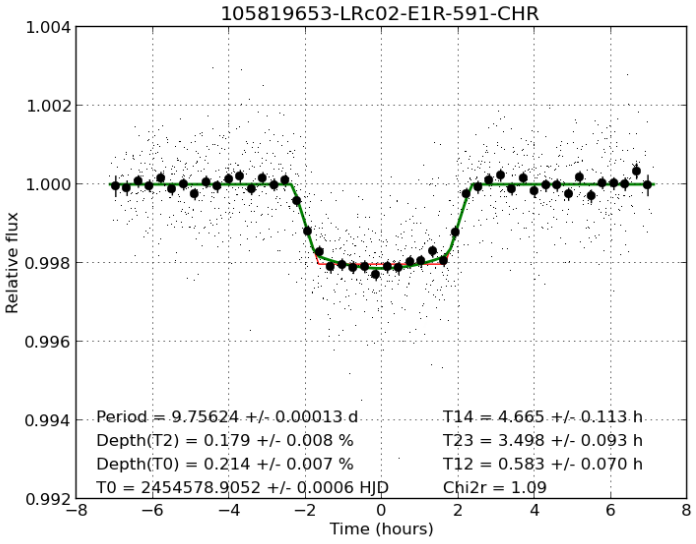


FIGURE 8.2 – **Ajustement de la course de lumière repliée du candidat LRc02-E1-0591 par un trapèze à fond plat et principe du trapèze à fond arrondi :** la courbe rouge correspond à l'ajustement de la courbe de lumière par un modèle géométrique trapézoïdal. La courbe en vert, correspond à un ajustement par un modèle de trapèze à fond arrondi. Crédit : Pascal Bordé.

8.1.2 Présentation de résultats

Comme nous l'avons vu au chapitre précédent, BART produit une quantité importante de données (chaînes MCMC, inférence de paramètres, moyens de diagnostic comme la visualisation de l'action du système de contrôle, les résultats du test de Geweke, la corrélation des traces...), pour présenter les résultats de cette étude sur les 22 candidats de manière synthétique, j'ai décidé de me concentrer sur le verdict final apporté par BART, c'est-à-dire les probabilités normalisées des différents modèles et le classement des candidats selon la probabilité du modèle P.S.. Les tableaux 8.1 et 8.2 donnent ces résultats.

8.1.3 Analyse de ces résultats

Il y a énormément de commentaires à faire sur ces résultats et je vais maintenant me focaliser sur les points qui me semblent les plus importants.

8.1.3.1 Pertinence de probabilités extrêmement faibles et classements alternatifs

Le classement est réalisé par ordre décroissant de la probabilité du modèle P.S.. Or cette probabilité est, pour de nombreux modèles, extrêmement faible, par exemple $10^{-302}\,\%$ ou $10^{-143}\,\%$.

TABLE 8.1 – **Classement réalisé sur un groupe de 22 candidats du LRc02.**

Rang	Candidat	Nature (Gr CoRoT)	Nature (BART)	Probabilité normalisée des différents modèles [%]					
				P.S.	C.P.S.	E.B.P.	E.B.2.P.	C.E.B.P.	C.E.B.2.P.
1	E1R-632	P.S. (C-6b) [a]	P.S.	99,8	0	0,17	$4{,}9 \cdot 10^{-3}$	$6{,}1 \cdot 10^{-2}$	0
2	E1L-249	N.R. (P 3) [b]	P.S.	99,8	0	0,23	10^{-28}	$1{,}8 \cdot 10^{-2}$	10^{-204}
3	E1R-1280	P.S. (C-25b) [a]	P.S.	99,5	10^{-58}	0,11	0,26	0,17	10^{-31}
4	E2R-4630	N.R. (P 1) [b]	P.S.	99,3	$2{,}9 \cdot 10^{-1}$	0,21	$7{,}5 \cdot 10^{-2}$	$7{,}7 \cdot 10^{-2}$	10^{-17}
5	E1L-3424	N.R. (P 3) [b]	C.P.S.	$1{,}1 \cdot 10^{-2}$	99,3	$5{,}5 \cdot 10^{-4}$	$4{,}0 \cdot 10^{-4}$	$4{,}8 \cdot 10^{-1}$	$2{,}5 \cdot 10^{-1}$
6	E1R-3179	N.R. (P 3) [b]	C.E.B.P.	$6{,}0 \cdot 10^{-3}$	5,1	$5{,}9 \cdot 10^{-2}$	$2{,}0 \cdot 10^{-3}$	92,8	2,1
7	E1L-2870	C.E.B./C.P.S. (CHR) [c]	E.B.P.	$5{,}5 \cdot 10^{-4}$	$9{,}7 \cdot 10^{-3}$	95,5	$5{,}6 \cdot 10^{-5}$	4,53	$2{,}6 \cdot 10^{-4}$
8	E1L-3654	N.R. (P 3) [b]	C.E.B.2.P.	$2{,}6 \cdot 10^{-6}$	$3{,}4 \cdot 10^{-2}$	$3{,}4 \cdot 10^{-4}$	1,7	$7{,}2 \cdot 10^{-2}$	98,2
9	E2R-293	C.E.B./C.P.S.(CHR) [c]	C.P.S.	$3{,}8 \cdot 10^{-7}$	99,6	$1{,}2 \cdot 10^{-6}$	$6{,}0 \cdot 10^{-4}$	0,24	0,13
10	E1R-591	P.S. (C-22b) [a]	C.E.B.P.	10^{-11}	24	17	10	50	$1{,}1 \cdot 10^{-2}$
11	E1L-202	P.S. (C-11b) [a]	C.P.S.	10^{-15}	99,7	$3{,}6 \cdot 10^{-3}$	$6{,}3 \cdot 10^{-4}$	0,29	$6{,}1 \cdot 10^{-3}$

a. C-xxb indique que le candidat est considéré comme une planète par le groupe CoRoT et xx donne son numéro dans la liste des planètes détectées par CoRoT.

b. N.R. (P x) indique que la nature du candidat est actuellement non résolue et x donne son niveau de priorité dans le système de classement du groupe de détections CoRoT. $x \in \{1, 2, 3, 4\}$ et plus x est faible et plus le candidat a de chance d'être une planète.

c. CHR indique que le transit est chromatique, c'est-à-dire que sa profondeur est sensiblement différente dans les 3 couleurs de CoRoT.

d. Rappel de la signification des sigles de nature : P.S. pour système planétaire, C.P.S. pour système planétaire de contamination, E.B.P. pour binaire à éclipses de période simple, E.B.2.P. pour binaire à éclipses de période double et enfin C.E.B.P. et C.E.B.2.P. pour binaire à éclipses de contamination de période simple et double respectivement.

TABLE 8.2 – **Classement réalisé sur un groupe de 22 candidats du LRc02 (suite).**

Rang	Candidat	Nature (Gr CoRoT)	Nature (BART)	Probabilité normalisée des différents modèles [%]					
				P.S.	C.P.S.	E.B.P.	E.B.2.P.	C.E.B.P.	C.E.B.2.P.
12	E1L-981	E.B.P. (SB1)[e]	E.B.P.	10^{-35}	10^{-177}	40	22	24	14
13	E1L-3088	N.R. (P 2)[b]	C.P.S.	10^{-44}	66	$4{,}7 \cdot 10^{-2}$	$4{,}2 \cdot 10^{-2}$	31	3,1
14	E1L-1192	C.E.B./C.P.S. (Phot ON-OFF)[f]	C.P.S.	10^{-46}	90	$7{,}8 \cdot 10^{-2}$	0,16	6,6	3,3
15	E1R-483	C.E.B.2.P.(E.B.2.P.) (2P sys, CHR)[g]	C.E.B.2.P.	10^{-54}	0,24	$2{,}4 \cdot 10^{-7}$	$3{,}7 \cdot 10^{-2}$	$1{,}4 \cdot 10^{-3}$	99,7
16	E2R-2879	N.R. (P 3)[b]	C.E.B.P.	10^{-57}	10^{-27}	0,42	10^{-30}	99,6	10^{-27}
17	E1L-1284	N.R. (P 3)[b]	C.E.B.2.P.	10^{-110}	10^{-73}	$6{,}7 \cdot 10^{-2}$	0,19	35	65
18	E2L-4747	P.S. (C-26b)[a]	C.E.B.P.	10^{-142}	0	6,4	1,5	77	15
19	E1R-136	C.E.B.P.	C.E.B.P.	10^{-302}	10^{-231}	$1{,}1 \cdot 10^{-2}$	10^{-12}	100	$6{,}8 \cdot 10^{-9}$
20	E1R-1427	N.R. (P 3)[b]	C.P.S.	0	100	$4{,}0 \cdot 10^{-4}$	$3{,}6 \cdot 10^{-4}$	$2{,}3 \cdot 10^{-4}$	$3{,}9 \cdot 10^{-2}$
21	E1R-2282	N.R. (P 3)[b]	C.E.B.2.P.	0	10^{-23}	0,89	1,5	44	53
22	E2L-2731	N.R. (P 3)[b]	E.B.P.	0	$2{,}1 \cdot 10^{-7}$	100	10^{-11}	$4{,}0 \cdot 10^{-3}$	10^{-126}

a. C-xxb indique que le candidat est considéré comme une planète par le groupe CoRoT et xx donne son numéro dans la liste des planètes détectées par CoRoT.

b. N.R. (P x) indique que la nature du candidat est actuellement non résolue et x donne son niveau de priorité dans le système de classement du groupe de détections CoRoT. $x \in \{1, 2, 3, 4\}$ et plus x est faible et plus le candidat a de chance d'être une planète.

d. Rappel de la signification des sigles de nature : P.S. pour système planétaire, C.P.S. pour système planétaire de contamination, E.B.P. pour binaire à éclipses de période simple, E.B.2.P. pour binaire à éclipses de période double et enfin C.E.B.P. et C.E.B.2.P. pour binaire à éclipses de contamination de période simple et double respectivement.

e. SB1 indique une binaire à éclipse spectroscopique de type 1. Cela signifie que seules les raies spectrales de l'étoile la plus brillante sont vues grâce à l'observation spectroscopique du système.

f. Phot ON-OFF indique des mesures complémentaires de photométrie ON-OFF on permis de déterminer que le transit n'a pas lieu sur l'étoile-cible.

g. 2P sys indique que la période du système a été mal estimée et qu'elle est réalité égale au double de l'estimation.

Devant des probabilités aussi faibles, on peut se poser la question de la pertinence de ces valeurs et donc de la pertinence du classement qui en découle. Autrement dit, classer un candidat dont la probabilité du modèle P.S. est de 10^{-110} % devant un autre dont la probabilité est de 10^{-302} % est-il vraiment significatif ? Ne vaudrait-il pas mieux arrondir les probabilités à 0 % en dessous d'un certain seuil et ne pas les classer ?

Il y a plusieurs éléments qu'il faut aborder pour répondre à cette question. La première partie de la réponse est que, ces valeurs extrêmement faibles étaient attendues puisque je savais dès le départ que certains des candidats étudiés n'étaient pas des planètes. La problématique du classement des candidats dont la probabilité est extrêmement faible allait donc forcément se poser. Il m'a pourtant été demandé de réaliser un classement en me basant uniquement sur cette probabilité du modèle P.S.car nous voulions classer tous les candidats sans exception. Cette explication n'est, j'en conviens, pas très satisfaisante, mais explique toute de même en partie cette méthode de classement.

La deuxième partie de la réponse est que l'envie d'arrondir à 0 les probabilités en dessous d'un certain seuil est légitime, mais déplace le problème sur le choix du seuil et sur ce que l'on considère comme un candidat intéressant. Dans les tableaux 8.1 et 8.2, nous pouvons constater que certains candidats, qui sont actuellement considérés comme des planètes par le groupe CoRoT, se sont vu attribuer des probabilités très faibles par mon outil. Notamment CoRoT-26b (Rang 18, Candidat LRc02-E2L-4747) qui s'est vu attribuer une probabilité du modèle P.S. de $6{,}4 \cdot 10^{-143}$ %. Je reviendrai en détail, dans le § 8.1.3.2, sur le cas particulier des candidats qui ont été identifiés par le groupe CoRoT comme des planètes, mais nous pouvons d'ores et déjà déduire du fait que des probabilités aussi faibles puissent être attribuées à des planètes qu'il faut être prudent vis-à-vis des probabilités estimées par BART. Il est important de se rappeler que BART a été conçu et pensé pour être un outil de classement des candidats et non un outil de validation probabiliste des candidats. En effet, comme je l'ai expliqué dans les chapitres précédents, de nombreuses simplifications ont été faites pour obtenir un outil qui soit le plus rapide et le plus automatisé possible. Il est donc tout à fait envisageable, et même normal, que certaines probabilités obtenues soient mal évaluées. L'objectif étant que le classement soit globalement pertinent et non que les probabilités de chaque modèle de chaque candidat soit établies avec la meilleure précision possible. Par conséquent, il est délicat, en l'état actuel de l'outil, de fixer un seuil en dessous duquel je pourrais affirmer avec certitude que le candidat n'est pas une planète. Afin de ne pas éliminer des candidats qui pourraient tout même être des planètes, il me semble donc important de ne pas surinterpréter les probabilités obtenues et donc de classer tous les candidats.

Ensuite la troisième et dernière partie de la réponse est qu'à mon avis les modèles dont la probabilité du modèle C.P.S. est élevée sont, eux aussi, intéressants même s'il n'ont pas forcément une probabilité élevée pour le modèle P.S.. Au départ, nous avions décidé d'établir un classement basé sur la seule probabilité du modèle P.S.. Mais il serait intéressant d'établir des classements selon d'autres critères, comme par exemple la probabilité du modèle C.P.S. ou la somme des probabilités des modèles P.S.et C.P.S..

8.1.3.2 À propos des candidats planétaires confirmés

Si l'on se concentre sur les candidats planétaires qui ont été confirmés par des observations complémentaires de suivi, deux sur cinq ont été correctement identifiés par mon outil et quatre sur cinq sont dans la première moitié du classement. Ceci étant dit, je vais maintenant m'intéresser aux raisons qui peuvent expliquer la mauvaise détermination par mon outil de la nature des candidats mal identifiés : E1R-591 (C-22b), E1L-202 (C-11b) et E2L-4747 (C-26b).

8.1.3.2.1 Qualité de l'échantillonnage par MCMC

Tout d'abord, on peut se demander si les chaînes de Markov ont correctement convergé et si les traces ne sont pas trop corrélées :

— pour E1R-591 (C-22b), il apparaît que seule la chaine du modèle C.E.B.P. est corrélée. Cependant, cela ne semble pas être la cause du problème puisque la valeur du maximum de la densité de probabilité *a posteriori* conjointe (qui est peu sensible à la corrélation de la trace) montre clairement que le modèle P.S. est beaucoup moins probable que les autres modèles. Par conséquent, seule la possibilité, qui n'est pas totalement exclue, d'avoir convergé vers un maximum local pourrait faire de l'échantillonnage MCMC le responsable de la faible probabilité du modèle P.S..

— pour E1L-202 (C-11b), tous les modèles sont corrélés ce qui est assez inhabituel et particulièrement les modèles C.P.S. et C.E.B.P.. Cependant, une augmentation significative du nombre d'itérations (300 000 itérations supplémentaires) confirme la faible valeur de la probabilité du modèle P.S.et le fait que le modèle C.P.S. est le plus probable.

— pour E2L-4747 (C-26b), tous les modèles sauf le modèle C.P.S. sont correctement échantillonnés et ce modèle C.P.S. a une chaîne qui converge vers les bords de l'espace des paramètres et possède un maximum de la densité de probabilité *a posteriori* extrêmement faible. Tout cela tend à montrer que l'échantillonnage n'est pas la cause de la faible probabilité du modèle P.S..

En conclusion, même si l'échantillonnage par MCMC n'est pas toujours idéal, il semble suffisant pour estimer correctement la probabilité des modèles et ne semble pas être, pour les trois cas étudiés, la raison de la mauvaise détermination de la nature du transit.

8.1.3.2.2 Trop grande simplicité du modèle

Une autre explication possible à une mauvaise détermination de la nature du candidat, est la trop grande simplicité des modèles utilisés et l'invalidité des hypothèses simplificatrices.

Excentricité et assombrissement centre-bord

Parmi les hypothèses simplificatrices effectuées pour établir les équations de mes modèles, il y a notamment la circularité des orbites (excentricité égale à 0) et la non prise en compte de l'assombrissement centre-bord. Par conséquent, si l'orbite de la planète est excentrique, il est tout à fait normal que mon outil n'estime pas correctement la probabilité des modèles puisque je suppose une excentricité nulle. Pour tous les candidats planète étudiés, l'excentricité est considérée comme nulle ou inférieur à 0,1 dans les articles annonçant les découvertes, ce qui semble exclure ce point pour expliquer une mauvaise détermination de la valeur la plus probable des paramètres. Cependant, la non prise en compte d'une excentricité possible, même faible, peut réduire les barres d'erreur de mes estimations et donc provoquer une mauvaise estimation de l'intervalle d'intégration pour le calcul des probabilités de modèle. Par conséquent, même si la valeur de l'excentricité, considérée comme la plus plausible dans les papiers d'annonce, est nulle cela ne signifie pas que l'hypothèse « orbite circulaire » ne puisse pas être à l'origine d'une mauvaise estimation des probabilités de modèle. Il en va de même pour le fait de négliger l'effet de l'assombrissement centre bord des étoiles.

Pour autant, une mauvaise estimation de l'intervalle d'intégration devrait se manifester par une incertitude élevée lorsque je calcule l'incertitude sur la probabilité de modèle (voir § 7.3.2.2). Étant donné que les incertitudes calculées sont faibles, je ne pense pas que les hypothèses simplificatrices sur l'excentricité et l'assombrissement centre-bord soient la principale raison de la mauvaise détermination de la nature des candidats E1R-591, E1L-202 et E2L-4747.

Âge et stade d'évolution de l'étoile

J'ai aussi fait une hypothèse simplificatrice lorsque j'ai établi la densité de probabilité *a priori conjointe* sur les paramètres R_{div} et ρ' (voir § 7.2.3.1.8). En effet, j'ai établi les bornes de cet espace des paramètres libres en me basant sur les valeurs de rayon et de masse volumique de différents types d'étoile données par Cox (1999, p. 389-390). L'idée étant de faire une estimation du rayon de l'étoile en connaissant la masse volumique afin de pourvoir, ensuite, estimer le rayon de la planète à partir du rapport des rayons et ainsi éliminer du modèle P.S. les astres de rayon supérieur à $22{,}4\,\mathrm{R}_{\oplus}$. Pour les étoiles de classe de luminosité V, ces valeurs sont données pour des étoiles jeunes (typiquement d'âge $< 1\,\mathrm{Gan}$). Or le rayon et la masse d'une étoile varient au cours de sa vie. Par conséquent, utilisée les valeur données par Cox (1999, p. 389-390) revient implicitement à faire l'hypothèse que l'âge des étoiles de type naine est inférieur à 1 Gan. Or l'étoile-hôte du candidat E2L-4747 (C-26b) est une étoile de type spectral G5 et âgée (on parle aussi d'étoile évoluée) puisque son âge est estimé à $9{,}1 \pm 1{,}5$ Gan. Le caractère évolué de cette étoile fait qu'elle possède un rayon ($R_{\mathrm{C}-26} = 1{,}8\,\mathrm{R}_{\odot}$) sensiblement plus faible qu'une étoile jeune de type B9 V ($2{,}8\,\mathrm{R}_{\odot}$) qui possède la même masse volumique moyenne ($\rho' = 0{,}188\ \rho_{\odot}$). Cette erreur sur le rayon de l'étoile déduit de la masse volumique implique, qu'avec un rapport des rayons R_{div} de 7,2 %, la position de cette planète dans le plan R_{div} et ρ' se trouve en dehors de l'espace des paramètres libres que j'ai défini pour le modèle P.S.. Cette situation explique parfaitement la mauvaise inférence des paramètres réalisée sur ce candidat (voir tableau 8.3) et la très faible probabilité du modèle P.S. obtenue.

8.1.3.2.3 Trop grande simplicité des données

Une autre simplification que nous avons faite concerne la description fine des variations photométriques liées au transit :

— lorsque le logiciel Éclipse mesure les caractéristiques du transit, il le fait sur la courbe de lumière repliée et filtrée. Par conséquent si un événement vient modifier sensiblement la forme de certains transits, cela va se répercuter sur l'allure de la courbe repliée et peut entraîner un biais sur la mesure des caractéristiques du transit. Pour donner des exemples d'événements qui peuvent introduire ce type d'erreurs, on peut citer le transit d'une autre planète qui viendrait se superposer au transit étudié, le fait que la planète passe devant une tâche stellaire ou encore que la période du transit ne soit pas parfaitement constante à cause de l'interaction gravitationnelle avec un autre astre du système [1]. La présence de tels phénomènes serait difficile à détecter avec les données dont je dispose, mais les personnes du groupe CoRoT chargées de l'analyse fine des candidats planètes auraient détecté de tels phénomènes. Ces événements qui déforment certains transits peuvent aussi être des bruits instrumentaux comme l'apparition d'un pixel chaud au moment un transit mais aussi d'autres bruits non identifiés.
  La présence de ces bruits n'est pas exceptionnelle et il est fréquent (voir par exemple Csizmadia et al., 2011) que, lors de la modélisation fine du transit, ces transits ne soient pas inclus dans la courbe de lumière repliée. Pour le problème qui nous occupe, nous n'avons pas le temps de faire un tel tri des transits (qui nécessite un examen individuel de chaque transit). De façon générale, il est donc possible que la mesure faite par Éclipse souffre de tels événements ;
— nous savons que le logiciel Éclipse mesure les caractéristiques du transit en ajustant une courbe de lumière trapézoïdale à fond arrondi sur la courbe de lumière repliée. Indépendamment de la présence de bruit, la forme du transit n'est pas exactement celle d'un trapèze à fond arrondi, notamment à cause de l'effet d'assombrissement centre-bord et de la variation de flux produite par le recouvrement partiel de deux disques lors de l'im-

1. On appelle ce phénomène TTV pour *Transit Timing Variation*.

mersion et de l'émersion. Tout cela fait que la mesure des caractéristiques du transit et notamment des durées D_{14} et D_{23} peut être biaisée. Comme nous l'avons évoqué dans le § 8.1.1, nous savons que le risque de biais est particulièrement important lorsque le paramètre d'impact de la planète est élevé ($> 0,5$). Le tableau 8.3 montre les estimations des paramètres du modèle P.S. obtenues par BART, ainsi que celle publiée dans les papiers d'annonce de détection des différentes planètes. On peut y voir que pour les candidats E1L-202 (C-11b) et E1R-1280 (C-25b), la modélisation fine des transits a abouti à des valeurs élevées ($> 0,8$) du paramètres d'impact b. Par conséquent, une mauvaise détermination des paramètres due à une mauvaise détermination de D_{14} et D_{23} pourrait expliquer la mauvaise détermination de la nature de E1L-202 (C-11b). Cependant, pourquoi cela ne semble pas avoir le même effet sur E1R-1280 (C-25b) ? Une explication possible est que le paramètre d'impact de ce dernier est suffisamment grand ($b = 0,94$) pour que le transit soit rasant (puisque $R_{\mathrm{div}} = 8,5\,\%$). Or la modélisation faite par BART aboutit, elle aussi, à un paramètre d'impact élevé ($b = 0,91$) mais légèrement inférieure, si bien que le transit n'est pas considéré comme rasant. Ainsi l'erreur induite par la mauvaise estimation de D_{14} et D_{23} est compensée par une autre erreur. Et, en effet, si l'on compare l'inférence de paramètre réalisée par BART pour les deux candidats, on s'aperçoit que l'inférence réalisée pour le candidat E1R-1280 (C-25b), notamment vis-à-vis du paramètre ρ', qui est un paramètre clé pour la comparaison de modèle, est nettement meilleure que pour E1L-202 (C-11b). En effet, pour E1R-1280 (C-25b), les estimations de ρ' données par BART et par le papier sont compatibles à 3 σ tandis qu'elles sont exclues à 5σ pour E1L-202 (C-11b). Par conséquent, pour E1L-202 (C-11b), la mauvaise détermination de D_{14} et D_{23} à partir de la courbe de lumière repliée et du modèle de transit trapézoïdal à fond plat semble pouvoir, en partie, expliquer la mauvaise détermination de la nature du transit.

— pour le candidat E1R-591 (C-22b), les mesures fournies par Éclipse montrent une différence, légèrement supérieure à 1σ, entre les profondeurs des transits pairs et impairs qui peut, en partie, expliquer l'erreur sur la nature du transit. Le modèle le plus probable selon BART est le modèle C.E.B.P., or une différence de profondeur paire/impaire s'explique effectectivement dans le cadre des modèles E.B.P. ou C.E.B.P.. Cette différence dans les mesures pourrait provenir d'un bruit important (évoqué dans le premier point) qui affecterait un ou plusieurs transits soit pairs soit impairs. Cependant, il est délicat de dresser des conclusions fermes concernant le cas de CoRoT-22b. En effet, les observations en vitesse radiale n'ont pas permis de détecter le mouvement réflexe de l'étoile et aucune observation de suivi n'a permis de déterminer avec certitude la nature de ce transit. Une analyse fine de toutes les données acquises sur ce candidat a été menée à l'aide de l'outil PASTIS (voir § 8.2.3) pour tenter de valider de façon probabiliste la nature planétaire de ce candidat. Cependant, cette analyse n'a, jusque-là, pas aboutit à une conclusion tranchée.

TABLE 8.3 – **Les planètes confirmées**

Candidat		E1R-632 (C-6b)	E1L-202 (C-11b)	E1R-591 (C-22b)	E1R-1280 (C-25b)	E2L-4747 (C-26b)
Rang		1	11	10	3	18
Nature (BART)		P.S.	C.P.S.	C.E.B.P.	P.S.	C.E.B.P.
Probabilité du modèle P.S.		99,8 %	10^{-15} %	10^{-11} %	99,5 %	10^{-142} %
R_{div} [%]	BART[a]	$12,02\pm^{0,13}_{0,10}$	$11,31\pm^{0,36}_{0,22}$	$4,58\pm^{0,11}_{0,12}$	$7,13\pm^{0,28}_{0,30}$	$6,23\pm^{0,15}_{0,10}$
	Papier[b]	$11,68\pm_{0,09}$	$10,70\pm_{0,05}$	$4,07\pm_{0,16}$	$8,5\pm^{2,6}_{0,2}$	$7,18\pm_{0,1}$
b [S.U.]	BART[a]	$0,5921\pm^{0,0077}_{0,0088}$	$0,8059\pm^{0,0032}_{0,0055}$	$0,739\pm^{0,007}_{0,014}$	$0,9135\pm^{0,0040}_{0,0043}$	$0,004\pm^{0,037}_{0,003}$
	Papier[b]	$0,291\pm_{0,091}$	$0,818\pm_{0,008}$	$0,14\pm_{0,4}$	$0,94\pm^{0,04}_{0,02}$	$0,33\pm^{0,08}_{0,23}$
ρ' [$\rho_\odot$]	BART[a]	$0,6896\pm^{0,018}_{0,016}$	$0,596\pm^{0,018}_{0,009}$	$0,313\pm^{0,019}_{0,001}$	$0,85\pm^{0,10}_{0,08}$	$0,3894\pm^{0,0059}_{0,0033}$
	Papier[b]	$0,98\pm_{0,06}$	$0,49\pm_{0,01}$	$0,57\pm_{0,19}$	$0,61\pm^{0,07}_{0,04}$	$0,188\pm^{0,002}_{0,01}$
c [%]	BART[a]	$1,8\pm^{1,8}_{1,4}$	$29,5\pm^{4,3}_{2,9}$	$2,7\pm^{2,2}_{2,0}$	$2,7\pm^{4,3}_{2,0}$	$0,0\pm^{1,7}_{0,0}$
	Papier[b]	$2.8\pm_{0,7}$	$13,0\pm_{1,5}$	$1,9\pm_{0,5}$	$1,8\pm_{0,3}$	$10,7\pm_{0,7}$

a. Les barres d'erreurs données pour les résultats de mon outil sont des intervalles de confiance à 95 %

b. Référence des papiers annonçant la détection de ces différentes planètes : Fridlund et al. (2010) pour E1R-632 (C-6b), Gandolfi et al. (2010) pour E1L-202 (C-11b), communication privée pour E1R-591 (C-22b), Almenara et al. (2013) pour E1R-1280 (C-25b) et E2L-4747 (C-26b).

8.1.3.2.4 Conclusions sur l'étude des candidats planétaires confirmés

Finalement, mon outil a permis de classer, dans la première moitié du classement, 4 des 5 planètes confirmées [2] (par des observations de suivi). Si l'on regarde plus en détail, les résultats de la comparaison bayésienne de modèle, on s'aperçoit que BART a permis une détermination correcte de la nature de 2 des 5 candidats à partir de la seule donnée des 6 caractéristiques du transit mesurées sur la courbe de lumière repliée. Ces résultats sont plutôt encourageants, d'autant plus que pour les candidats qui n'ont pas été correctement identifiés, j'ai pu trouver les raisons qui peuvent expliquer cette mauvaise identification :

- pour E1L-202 (C-11b), l'erreur de mesure des durées D_{14} et D_{23} obtenues grâce à l'ajustement d'une courbe de lumière synthétique de type trapèze à fond arrondi ;
- pour E2L-4747 (C-26b), le caractère évolué de l'étoile-hôte ;
- pour E1R-591 (C-22b), la différence entre la profondeur mesurée des transits pairs et impairs qui s'ajoute au fait que la nature de ce candidat n'est, en fait, pas connue avec certitude (et cela même en tenant compte des observations complémentaires de suivi).

8.1.3.3 À propos des faux-positifs confirmés

Dans la liste de 22 candidats que j'ai étudiée, il y avait aussi 6 candidats qui se sont révélés, après observations complémentaires ou étude détaillée de la courbe de lumière, être des faux-positifs. Le tableau 8.4 rassemble les résultats concernants ces candidats.

2. Il est important de rappeler ici que la nature du candidat E1R-591 (C-22b) n'est, en réalité, toujours pas déterminée avec certitude à l'heure actuelle.

Table 8.4 – **Les faux-positifs identifiés**

Rang	Candidat	Nature (Gr CoRoT)	Nature (BART)	Probabilité du modèle le plus probable [%]
7	E1L-2870	C.E.B./C.P.S. (CHR)[c]	E.B.P.	95,5
9	E2R-293	C.E.B./C.P.S. (CHR)[c]	C.P.S.	99,6
12	E1L-981	E.B.P. (SB1)[e]	E.B.P.	40
14	E1L-1192	C.E.B./C.P.S. (Phot ON-OFF)[f]	C.P.S.	90
15	E1R-483	C.E.B.2.P.(/E.B.2.P.) (2P sys, CHR)[g]	C.E.B.2.P.	99,7
19	E1R-136	C.E.B.P.	C.E.B.P.	100

c. CHR indique que le transit est chromatique, c'est-à-dire que sa profondeur est sensiblement différente dans les 3 couleurs de CoRoT.
d. SB1 indique une binaire à éclipse spectroscopique de type 1. Cela signifie que seules les raies spectrales de l'étoile la plus brillante sont vues grâce à l'observation spectroscopique du système.
e. Phot ON-OFF indique des mesures complémentaires de photométrie ON-OFF ont permis de déterminer que le transit n'a pas lieu sur l'étoile-cible.
f. 2P sys indique que la période du système a été mal estimée et qu'elle est en réalité égale au double de l'estimation.

Tout d'abord, il est important de noter qu'aucun de ces candidats n'a été identifié comme planétaire par mon outil, ce qui signifie que BART n'a pour l'instant donné aucun faux-positif. Ensuite, ils apparaissent, bien évidemment, tous derrière les deux candidats planétaires confirmés qui ont été correctement identifiés par BART (C-6b et C-25b). 2 seulement apparaissent devant C-11b et C-22b qui, comme nous l'avons vu, n'ont pas été correctement identifiés. Enfin, ils apparaissent tous devant C-26b, mais la raison en a été clairement exposée dans le paragraphe précédent. Si l'on regarde la détermination de la nature exacte de ces candidats, la confrontation est moins riche d'enseignement que celle effectuée pour les candidats planétaires. En effet, généralement les observations de suivi sont arrêtées dès que l'on obtient un élément qui permet d'exclure le modèle P.S. et les observations ne sont pas, à ma connaissance, alors suffisantes pour déterminer la nature exacte du transit (E.B.P., E.B.2.P., C.E.B.P., C.E.B.2.P. ou même C.P.S.). C'est pour cela que, dans le tableau 8.4, la colonne concernant la nature du transit déterminée par le groupe CoRoT comporte souvent plusieurs modèles possibles.

Seuls les candidats E1L-981, E1R-136 et E1R-483 ont une nature établie avec certitude (pour E1R-483 le modèle C.E.B.2.P. est clairement privilégié même si le modèle E.B.2.P.n'est pas complètement exclu). Pour ces trois candidats, BART identifie correctement la nature du transit, même si la probabilité de 40 % en faveur du modèle E.B.P.ne constitue pas une identification claire du candidat E1L-981.

Ensuite, on peut noter que la mauvaise estimation de la période orbitale faite par les équipes de détection de transits, pour le candidat E1R-483, a été repérée sans difficulté. De plus, le candidat E1L-1192, qui a été déclaré comme système de contamination grâce à une observation complémentaire de photométrie ON-OFF, a bien été identifié comme système de contamination par BART en utilisant uniquement la courbe de lumière.

Enfin les deux derniers candidats n'ont pas été déclarés comme faux positifs grâce à des observations de suivi mais grâce à une analyse détaillée de la contamination et de l'information chromatique fournie par CoRoT. La figure 8.3 présente le processus utilisé avec comme exemple, l'étude réalisée sur le candidat E2R-293 : tout d'abord, on réalise une estimation du pourcentage du flux reçu dans les trois parties (rouge, vert, bleu) du masque photométrique, qui est dû à

chaque étoile présente dans et autour du masque (contaminants et étoile-cible). Le tableau de la figure 8.3(c) présente le résultat de ces estimations. Chaque ligne correspond à une étoile, la première ligne (numéro 0) correspond à l'étoile-cible et les suivantes aux différents contaminants. Le pourcentage du flux dû à chacune de ces étoiles dans les trois régions du masque est donné par les colonnes (red, green et blue). Ensuite, on calcule la profondeur du transit, dans chaque couleur, sur la courbe de lumière contaminée et grâce à cela, on calcule, pour chaque étoile et chaque couleur, la profondeur que devrait avoir le transit s'il avait lieu sur l'étoile considérée et sans contamination. Ces profondeurs sont données par les colonnes dr/r (pour la profondeur dans le rouge), dg/g (pour la profondeur dans le vert) et db/b (pour la profondeur dans le bleu). Si ce calcul aboutit à une profondeur supérieure à 100 %, dans au moins une des couleurs, alors l'étoile correspondante ne peut pas être à l'origine du transit. De plus, comme la profondeur du transit est normalement, et sans contamination, identique dans les trois couleurs (quelque soit le modèle considéré [3]), alors l'étoile qui a le plus de chance d'abriter le système éclipsant à l'origine de transit est celle pour laquelle les profondeurs calculées sont quasiment identiques. Dans l'exemple du candidat E2R-293, l'étoile qui a le plus de chance d'abriter le transit est donc le contaminant 3. On peut aussi remarquer que la profondeur est alors de quelques pour-cent ($\simeq 5\,\%$), ce qui est élevé pour un transit de planète devant une étoile de type solaire mais n'exclue pas du tout le modèle C.P.S. obtenu par BART.

Parmi les 2 candidats dont la nature a été obtenue par cette méthode, E2R-293 a été correctement identifié par BART mais pas E1L-2870 puisque le modèle le plus probable est E.B.P.. Cette information chromatique ainsi qu'une description poussée de la contamination semble donc être un outil puissant pour détecter les systèmes de contamination et serait intéressant à intégrer à BART.

En conclusion, ces résultats sur les candidats non planétaires confirmés sont très encourageants puisqu'on ne compte qu'une seule mauvaise détermination de nature du transit sur 6.

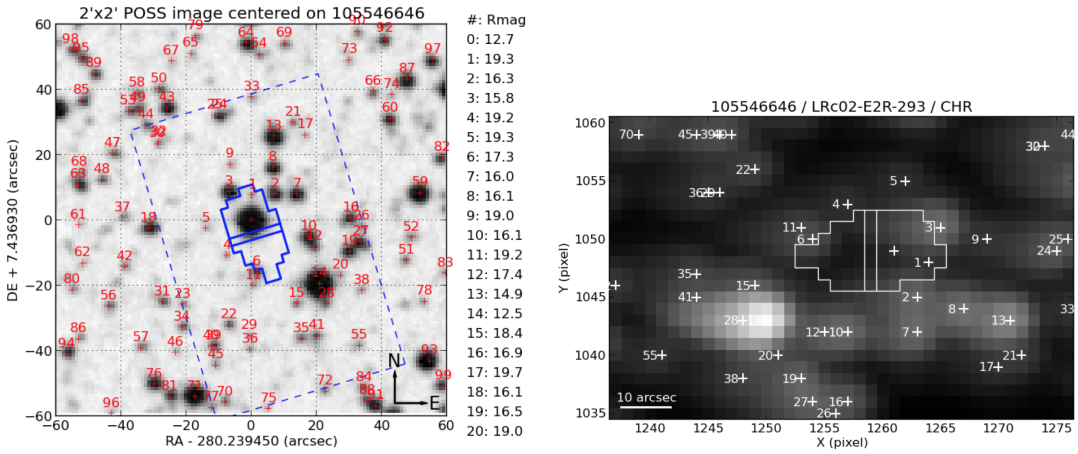
8.1.3.4 À propos des candidats non identifiés

Enfin, les 11 candidats restants correspondent à des cas non résolus, à l'heure actuelle, par les équipes CoRoT que ce soit par manque de temps, parce que l'étoile cible est un rotateur rapide, ou encore parce que la magnitude est trop faible pour pouvoir réaliser certaines observations de suivi. Le tableau 8.5 résume les résultats obtenus sur ces candidats.

Tout d'abord, il faut préciser que le système de classement actuel des candidats CoRoT se fait par niveau de priorité. Il existe jusqu'à 4 niveaux de priorité. Le niveau P 1 est attribué aux candidats dont on pense qu'ils ont le plus de chance d'être de nature planétaire (P.S.). Ensuite, plus le chiffre de priorité est élevé et moins on croît en cette hypothèse (ce système de classement sera vu un peu plus en détail dans le § 8.2.1). Il est difficile de bien comparer, avec cette étude, le système de classement actuel et mon système de classement, car l'échantillon dont je dispose ne contient qu'un seul candidat de priorité 1 et un seul candidat de priorité 2, les 9 autres candidats sont de priorité 3, mais nous allons tout de même essayer de tirer certains enseignements.

La première chose que l'on peut remarquer est que, parmi ces 11 candidats, les 2 candidats E1L-249 et E2R-4630 sont les plus intéressants puisqu'ils ont été identifiés par BART comme des planètes. Le candidat E2R-4630 avait aussi été signalé comme un candidat très intéressant par le classement actuel puisqu'on lui a attribué la priorité 1. Comme sa magnitude est élevée (16,4 dans le visible), ce candidat commence tout juste à être étudié à l'aide d'observations de suivi. Mais il sera peut-être, dans un futur proche, le premier candidat non confirmé et identifié comme planétaire, avant observations de suivi, par BART. Le candidat E1L-249 s'est vu, quant à

3. Pour les modèles dont le système éclipsant est une binaire, cela nécessite de faire l'hypothèse que la différence de profondeur du transit, dans les différentes régions du masque, liée à la différence de contenu spectral dans le flux émis par les deux compagnons stellaires est négligeable devant la précision photométrique.



(a) (b)

#	red (%)	dr/r	green (%)	dg/g	blue (%)	db/b
0	94.81	0.23	98.79	0.05	96.96	0.01
1	0.30	73.97	0.05	> 100	0.04	25.82
2	0.68	32.08	0.50	9.66	0.45	2.22
3	4.11	5.33	0.61	8.02	0.33	3.06
4	0.00	> 100	0.01	> 100	0.08	12.16
5	0.00	> 100	0.00	> 100	0.00	¿ 100
6	0.00	> 100	0.00	> 100	2.05	0.49

(c)

FIGURE 8.3 – **Détection des systèmes de contamination grâce à une description détaillée de la contamination et l'exploitation de l'information chromatique.** (a) Image longue pose prise par CoRoT en début de *run*. Les croix rouges correspondent aux différents contaminants répertoriés par les catalogues Exocat et Palomar Observatory Sky Survey (POSS). (b) Image synthétique réalisée à l'aide de la magnitude et de la position des différents contaminants répertoriés que devrait observer CoRoT en l'absence de bruit. (c) Tableau donnant le pourcentage du flux dû à chaque étoile (0 étant l'étoile-cible), dans chaque couleur du masque (colonne red, green, blue) et la profondeur du transit associé s'il avait lieu sur l'étoile considérée (colonne dr/r, dg/g et db/b).

lui, attribuer une priorité 3, car l'observation du transit dans les différentes couleurs montre une légère chromaticité. Cette information de chromaticité n'étant actuellement pas prise en compte par BART, il est normal de retrouver ce candidat en haut du classement.

Pour les autres candidats, j'ai indiqué dans le tableau 8.5, les raisons qui ont motivé l'attribution des différents niveaux de priorité (par les équipes de détection de CoRoT) :

- CHR, indique un transit légèrement chromatique ;
- RAS, indique qu'il n'y a rien a signaler sur la courbe de lumière de ce candidat ;
- MV, indique que la masse volumique que l'on peut déduire à l'aide du modèle inverse du système P.S.(voir § 7.2.2.3.2) est différente de l'estimation de la masse volumique que l'on peut déduire de la détermination du type spectral de l'étoile cible fournie par la base de données Exodat ;
- PI, indique une légère différence entre la profondeur du transit pair et celle du transit impair ;
- FPI, indique une différence de forme entre les transits impairs et les transits pairs (sans différence de profondeur) ;

— ES, indique la présence d'une éclipse secondaire.

On peut remarquer que :

— les candidats pour lesquels une différence entre les transits pairs et impairs a été observée sont bien associés à des modèles E.B.2.P. ou C.E.B.2.P. comme attendu ;

— les candidats pour lesquels un transit secondaire a été détecté sont bien associés à des modèles des E.B.P.ou C.E.B.P.comme attendu ;

— la forme des transits pairs et impairs n'est pas directement prise en compte dans mon outil. Par conséquent, pour les candidats pour lesquels une telle différence de forme a été observée, mais sans produire une différence dans la mesure des profondeurs, je ne m'attendais pas à obtenir un modèle en particulier avec BART. Cependant, on peut tout de même noter que ces candidats notés FPI apparaissent en fin de classement (16 et 17). Cela s'explique par le fait qu'une différence de forme entre les transits pairs et impairs doit engendrer une incohérence des mesures entre elles et donc une probabilité faible du modèle P.S..

— dans le classement présenté, je n'ai pas tenu compte, pour établir mes *a priori*, de l'estimation du type spectral de l'étoile-cible donnée par la base de données Exodat. Par conséquent, il n'est pas étonnant que certains candidats étiquetés MV apparaissent en haut du classement (position 5 et 6). J'ai choisi de ne pas prendre en compte cette information, car les auteurs de cette détermination du type spectral (voir descriptif de la méthode dans Deleuil et al., 2009) m'ont précisé qu'elle n'était fiable que de façon statistique, mais pas pour une étoile en particulier. De plus, au moment où j'ai effectué mon étude, aucun travail n'avait été réalisé pour tenter de quantifier l'incertitude de cette estimation. Cilia Damiani a récemment mené une étude dans ce sens, par conséquent j'essayerai, prochainement, de prendre en compte cette information.

TABLE 8.5 – **Les candidats non identifiés**

Rang	Candidat	Nature (Gr CoRoT)	Nature (BART)	Probabilité du modèle le plus probable [%]
2	E1L-249	N.R. (P 3, CHR)[b]	P.S.	99,8
4	E2R-4630	N.R. (P 1, RAS)[b]	P.S.	99,3
5	E1L-3424	N.R. (P 3, MV)[b]	C.P.S.	99,3
6	E1R-3179	N.R. (P 3, MV)[b]	C.E.B.P.	92,8
8	E1L-3654	N.R. (P 3, PI)[b]	C.E.B.2.P.	98,2
13	E1L-3088	N.R. (P 2, MV)[b]	C.P.S.	66
16	E2R-2879	N.R. (P 3, FPI)[b]	C.E.B.P.	99,6
17	E1L-1284	N.R. (P 3, MV)[b]	C.E.B.2.P.	65
20	E1R-1427	N.R. (P 3, FPI)[b]	C.P.S.	100
21	E1R-2282	N.R. (P 3, MV+PI)[b]	C.E.B.2.P.	53
22	E2L-2731	N.R. (P 3, ES)[b]	E.B.P.	100

b. N.R. (P x) indique que la nature du candidat est actuellement non résolue et x donne son niveau de priorité dans le système de classement du groupe de détections CoRoT. $x \in \{1, 2, 3, 4\}$ et plus x est faible et plus le candidat a de chance d'être une planète. La signification du sigle qui suit la priorité est donnée dans le corps du texte.

En conclusion, l'étude de ces candidats non résolus est, elle aussi, encourageante car les résultats obtenus en terme de classement et de modèle le plus probable sont conformes aux informations qui ont amené les équipes CoRoT à attribuer telle ou telle priorité à tel ou tel candidat (lorsque ces informations sont prises en compte par mon outil).

8.1.3.5 Bilan sur cette étude

Les résultats de cette étude sur un ensemble de 22 candidats sont donc très encourageants puisque le classement et les modèles les plus probables fournis automatiquement par BART, uniquement à partir des 6 caractéristiques mesurées sur la courbe de lumière, sont globalement conformes au classement et aux déterminations de la nature des candidats issus d'une étude détaillée et manuelle de la courbe de lumière, mais aussi d'observations complémentaires de suivi, effectuées par les équipes de CoRoT.

8.2 Comparaison avec les outils existants

Maintenant que j'ai obtenu mes premiers résultats avec BART, il est important de mettre ces résultats en perspective et notamment de comparer mon outil avec ce qui se fait par ailleurs. Lorsque j'ai commencé mon travail sur le sujet, il n'existait quasiment aucun outil concurrent publié dans la littérature.

8.2.1 Le système de classement CoRoT existant

Bien évidemment, CoRoT étant en opération depuis 2006, lorsque j'ai débuté mon travail sur le sujet, le groupe de détection (de CoRoT) avait déjà mis en place un système de classement des candidats.

8.2.1.1 Description des systèmes de classement existants dans la communauté de CoRoT

Le système principal système de classement utilisé par le groupe de détection de CoRoT(que j'ai déjà évoqué dans les paragraphes précédents, notamment § 8.1.3.4) repose sur des niveaux de priorité. Ces niveaux de priorité sont attribués individuellement à chaque candidat après une discussion entre les différentes équipes de détection. Cette discussion repose sur les résultats d'un ensemble de tests (ou mesures) effectués par chaque équipe sur les transits détectés. Ces différents tests sont :

1. Profondeur des transits primaires ;
2. Différence de profondeur entre les transits pairs et impairs ;
3. Présence d'un transit secondaire ;
4. Comparaison entre la période et la durée du transit qui donne une information sur la masse volumique que l'on peut déduire de la courbe de lumière dans l'hypothèse planétaire ;
5. Forme du transit (forme trapézoïdale, rectangulaire ou en V) ;
6. Présence de variations sinusoïdales hors transit ;
7. Chromaticité de la profondeur du transit.

Une fois ces tests réalisés, les résultats des différentes équipes sont comparés et une discussion s'engage pour déterminer ce qui est significatif et ce qui ne l'est pas, puis attribuer un niveau de priorité allant de 1, pour les candidats pour lesquels aucun des tests ci-dessus ne laisse à penser que le transit détecté n'est pas d'origine planétaire, à 4, pour les transits pour lesquels il y a plusieurs raisons de penser qu'il ne s'agit pas d'une planète. Il n'y a pas d'autres niveaux de classement, si bien qu'à l'intérieur de chaque niveau de priorité, les candidats ne sont pas classés.

Des tentatives de quantification de différents tests ont été réalisées, notamment par Suzanne Aigrain qui a proposé un système de note sur 10 pour chacun de ces tests. Par la suite, elle a aussi proposé un autre type de classement qui repose sur un système de drapeaux. Un drapeau est associé à chacun des tests. Dès qu'un test aboutit à un résultat jugé significatif en la défaveur de l'hypothèse planétaire du transit, on attribue un drapeau au candidat étudié. À l'issue de tous les tests, on compte le nombre de drapeaux et on classe les candidats en fonction de ce nombre de drapeaux.

8.2.1.2 Avantages et inconvénients

L'avantage du système de tests réalisés par chacune des équipes du groupe de détections est qu'il offre la possibilité d'appréhender l'influence de la méthode de filtrage et de la méthode de mesure des caractéristiques du transit puisque chaque équipe a sa propre méthode. Les systèmes

de classement automatisés comme BART ou le classement par drapeaux effectué de Suzanne Aigrain n'offrent généralement pas cette possibilité puisqu'il utilise une seule méthode de filtrage et de mesure. Ensuite, la discussion entre les équipes offre une certaine souplesse et une adaptabilité vis-à-vis des cas particuliers que n'offrent pas, non plus, les classements automatiques. Par contre, l'inconvénient est que le classement perd en objectivité et en homogénéité. De plus, ce type de processus de discussion nécessite beaucoup de temps et l'implication de plusieurs personnes.

Le système de classement par drapeaux a, lui, l'avantage d'être automatique, mais il est beaucoup moins subtil et nuancé puisque l'attribution d'un drapeau se fait en tout ou rien par passage d'un seuil fixé arbitrairement.

Maintenant, si l'on compare ces classements à celui que je réalise avec BART, il faut d'abord noter certains points communs. En effet, avec les mesures (P, D_{14}, D_{23}, $\frac{\Delta F}{F}\big|_0$, $\frac{\Delta F}{F}\big|_1$, $\frac{\Delta F}{F}\big|_{1/2}$), je tiens aussi compte de l'information fournie par les tests 1, 2, 3, 4, 5. Mais le fait de confronter ces informations à un modèle permet de prendre en compte les corrélations entre ces différents tests et d'ajouter de la nuance. En effet, dans les classements par tests et par drapeaux, les tests sont réalisés indépendamment les uns des autres alors qu'ils sont en réalité fortement corrélés par la physique des modèles des différents scénarios. Par exemple, dans le modèle P.S., on peut accepter un transit très en V, si le paramètre d'impact est élevé (transit rasant) mais cela doit s'accompagner d'un transit court et est d'une profondeur du transit faible. Ainsi, l'approche par comparaison bayésienne de modèle permet d'intégrer facilement la physique des différents modèles et ainsi de tenir compte des corrélations entre les tests. Cela pourrait être fait manuellement, et au cas par cas, par les équipes de détection de CoRoT, mais ne peut pas être fait par le classement automatique par drapeaux.

Par contre, mon outil ne prend pas encore en compte tous les tests et notamment l'information chromatique (7) et les variations hors transits (6), notamment parce que, pour intégrer une information, il faut tout d'abord être capable de la modéliser proprement et en complexifiant le moins possible les modèles et l'exploration de l'espace des paramètres par MCMC.

En conclusion, mon système de classement permet de regrouper toute l'information en un seul et même chiffre (qui est la probabilité du modèle P.S.), là ou les classements existants en fournissent plusieurs, un pour chaque test. De plus il permet de tenir compte de la corrélation entre les tests et est automatisé, ce qui permet une analyse et un classement objectif et homogène d'un grand nombre de candidats en très peu de temps. BART représente donc une alternative très intéressante aux systèmes de classement existants dans le groupe CoRoT .

8.2.2 Comparaison avec les travaux de Morton et Johnson

Timothy D. Morton et John A. Johnson ont réalisé et publié deux études (Morton and Johnson, 2011; Morton, 2012) sur la détermination du taux de faux positifs parmi les candidats détectés et annoncés par Kepler (Borucki et al., 2011b,a; Batalha et al., 2012). De nombreuses études ont été menées sur ce sujet, mais j'ai choisi de présenter celles-ci car elle se rapproche par certains aspects de mon outil.

8.2.2.1 Estimation du taux de faux positifs dans les candidats Kepler : Morton & Johnson 2011

Dans l'article Morton and Johnson (2011), les auteurs présentent un outil dont le but est de calculer la probabilité qu'un signal de transit détecté soit dû à une planète. Pour cela, les auteurs s'appuient sur un formalisme semi-bayésien [4]. Sans rentrer dans le détail de cet outil, les différences principales avec BART sont :

4. Cela signifie qu'il utilise à la fois des concepts bayésiens et fréquentantes.

— ils ne réalisent pas d'inférence des paramètres et n'utilisent que la profondeur du transit détecté. Mon outil lui réalise une inférence des paramètres et mon calcul de probabilité repose d'ailleurs essentiellement sur cette inférence par l'intermédiaire de la vraisemblance et de l'*a priori* sur les différents paramètres. De plus, je considère la période d'observation, les durées D_{14} et D_{23} et la profondeur des transits pairs, impairs et secondaires quand Morton and Johnson (2011) ne tiennent compte que de la profondeur du transit primaire ;
— parmi les types de faux positifs, ils ne considèrent que les H.T.E.B.et les C.E.B.P.. Les autres cas sont soit non pris en compte, soit considérés comme aisément repérables. En comparaison, je considère 5 types de faux positifs différents (C.P.S., E.B.P., E.B.2.P., C.E.B.P. et C.E.B.2.P.) ;
— la probabilité établie par Morton and Johnson (2011) dépend essentiellement de la magnitude de l'étoile-cible et de sa position dans le ciel. Avec ces données, des modèles de population galactique (TRILEGAL Girardi et al. (2005)), des codes d'évolution stellaire (PADOVA model Morel and Lebreton (2008)) et des modèles de population de binaires à éclipse (Raghavan et al., 2010b)), les auteurs simulent une population de 20 000 systèmes pour chaque modèle, qu'ils espèrent représentative de la population réelle. À partir de cette population, la probabilité *a priori* de chaque scénario est donnée par le pourcentage de systèmes, présent dans chaque population, qui transitent et reproduisent la profondeur du transit observée.

En conclusion, cet outil est destiné à l'estimation du taux de faux positifs et non au classement des candidats mais peut être comparé à BART dans le sens où il aboutit à un calcul de la probabilité qu'un transit donné soit dû à une planète. Cependant, la méthode employée pour aboutir à ce résultat est sensiblement différente de la mienne.

8.2.2.2 Estimation du taux de faux positifs dans les candidats Kepler : Morton 2012

L'outil présenté ci-dessous aboutissait à des taux de faux positif faibles. Pour les candidats de Kepler (Borucki et al., 2011b), le taux de faux positif estimé était inférieur à 10 % et pour CoRoT inférieur à 25 %. Tant pour CoRoT que pour Kepler, ces taux de faux positifs se sont avérés trop optimistes. Timothy Morton a donc amélioré son outil et en présente une version améliorée dans l'article Morton (2012).

Par rapport à l'outil présenté dans le paragraphe précédent, l'auteur utilise la même méthode semi-bayésienne avec la production d'une population de 20 000 systèmes pour chaque classe de faux positifs. Les différences avec l'analyse précédente sont :
— le nombre de scénarios de faux positifs considérés : C.E.B.P., H.T.E.B., E.B.P., C.P.S. ;
— une meilleure prise en compte des caractéristiques du transit. En effet, en plus de la profondeur, ils utilisent la période observée, la durée du transit externe (D_{14}), et un critère de forme $\frac{D_{12}}{D_{14}}$;
— l'auteur inclut la prise en compte d'informations issues de certaines observations complémentaires et de suivi (lorsqu'elles sont disponibles) : photométrie de l'étoile-cible dans plusieurs bandes de longueur d'onde, imagerie haute résolution, observation du transit avec le télescope infra-rouge SPITZER, spectres haute résolution de l'étoile-cible.

Mon approche se différencie de celle-ci sur plusieurs points :
— l'approche semi-bayésienne employée par Morton (2012) consiste à baser le calcul des *a priori* et de la vraisemblance sur une population simulée de 20 000 systèmes (pour chaque modèle) que l'on espère représentative de la population réelle. Je trouve cette approche dangereuse, car rien ne nous assure qu'une population de 20 000 systèmes est suffisante pour être représentative, notamment dans la région de l'espace des paramètres qui maximise la DDP*a posteriori* pour le transit considéré. Avec mon outil qui utilise une

exploration par MCMC de l'espace des paramètres, je simule autant de systèmes différents qu'il y a d'itérations dans ma chaîne de Markov, c'est-à-dire plus de 300 000 par modèles, et je concentre ces systèmes dans les régions les plus intéressantes de l'espace des paramètres. Par conséquent, même s'il existe un risque que la chaîne reste coincée au voisinage d'un maxima local de la DDP *a posteriori* conjointe et donc de rater le maxima global, l'usage d'une exploration par MCMC pour l'estimation de la DDP est, à mon avis, un atout de mon outil ;

— les populations simulées de 20 000 systèmes sont réalisées grâce à de nombreux modèles : modèle de population galactique, de population de binaires et d'évolution stellaire. Tous ces modèles sont autant d'hypothèses supplémentaires qui conditionnent la validité des résultats obtenus. Pour ce qui est des modèles de population galactique comme TRILEGAL (Girardi et al., 2005) ou le modèle de Besançon (Robin et al., 2003), ils simulent une galaxie à variation lente et douce alors la galaxie est en pratique hétérogène, surtout à petite échelle. Par conséquent, mon opinion est que l'emploi de ces modèles pour simuler une population aussi localisée spatialement que celle concernée par les scénarios de faux-positif d'une étoile donnée est une hypothèse risquée et qu'il ne faut y faire appel que si on ne peut pas faire autrement. De même, en ce qui concerne les modèles d'évolution stellaire, étant donné qu'aucun de ces modèles ne fait l'unanimité, ils ne doivent à mon avis, eux aussi, n'être utilisés que si l'on ne pas pas faire autrement et que l'on arrive à démontrer qu'il permette d'améliorer significativement les résultats obtenus ;

— la possibilité d'une mauvaise estimation de la période orbitale (modèles E.B.2.P. et C.E.B.2.P.) n'est pas considérée ;

— la présence d'une différence de profondeur entre les transits pairs et impairs, ainsi que la possibilité d'une faible éclipse secondaire dans la courbe de lumière ne sont pas utilisées ;

— l'outil développé par T. Morton ne réalise toujours pas d'inférence des paramètres pour les différents modèles ;

— enfin, l'utilisation des observations complémentaires et notamment des observations de suivi comme les spectres haute résolution ou l'imagerie haute résolution est très intéressante. Cependant, cela dépasse le cadre du simple classement des candidats qui doit par définition se faire avant toute observation de suivi.

En conclusion, l'outil décrit dans Morton (2012) est intéressant, car le formalisme utilisé est différent : semi-bayésien pour T. Morton et entièrement bayésien pour moi. La philosophie de développement est, elle aussi, différente puisque je cherche éviter l'emploi de modèles complexes et dont la validité peut être discutée (modèle de population galactique et d'évolution stellaire) tandis que T. Morton fonde son analyse sur ces outils. Enfin, le dernier point évoqué dans la liste ci-dessus, concernant l'utilisation d'observations de suivi, montre une différence d'objectif entre les deux outils. En effet l'outil décrit par Morton (2012) est conçu pour réaliser une validation probabiliste des transits détectés tandis que mon outil a pour objectif premier de réaliser un classement des candidats. Bien sûr, il est toujours possible d'interpréter les probabilités de modèle que j'obtiens avec BART pour faire de la validation probabiliste, mais en l'état actuel de mon outil, étant données les hypothèses simplificatrices qui sont faites et la simplicité des modèles utilisés, il est prématuré d'utiliser BART ainsi.

Pour s'amuser, on peut cependant réaliser une comparaison rapide entre les deux outils du point de vue de la validation probabiliste de planète. En effet, Morton (2012) présente le résultat d'une étude réalisée sur 17 planètes Kepler confirmées, comme j'ai pu le faire avec 5 CoRoT confirmées (§ 8.1.3.2). Pour comparer ce qui est comparable, il faut regarder les résultats obtenus sans observations complémentaires. Dans ce cas, seules 4 planètes sur 17 sont retrouvées par l'outil Morton (2012). Même si mon échantillon est beaucoup moins important, BART m'a permis de retrouver 2 planètes sur 5 (et cela sans utiliser de modèle de population galactique ou de modèle d'évolution stellaire).

8.2.3 Comparaison avec BLENDER/PASTIS

Enfin, je souhaitais évoquer rapidement les logiciels Blender (Torres et al., 2011) développé par l'équipe Kepler et son concurrent (pour CoRoT) PASTIS (publication en préparation) développé par l'équipe du Laboratoire d'astrophysique de Marseille. Ces deux outils ont pour objectif la validation probabiliste de planètes et utilisent pour cela la modélisation la plus détaillée possible, tant au niveau de la modélisation de la courbe de lumière (avec des modèles très détaillés comme Mandel and Agol, 2002; Giménez, 2006; Popper and Etzel, 1981; Nelson and Davis, 1972; Drechsel et al., 1995; Wilson and Devinney, 1971), que de la modélisation physique des systèmes avec l'emploi de modèles de population galactiques et d'évolution stellaire. Ces deux outils sont très semblables mais diffèrent l'un de l'autre par le formalisme utilisée : formalisme entièrement bayésien pour PASTIS et fréquentiste pour Blender.

Pour ce qui est du positionnement de BART par rapport à ces outils, la première différence est qu'ils nécessitent une puissance et un temps de calcul nettement supérieurs. Ils utilisent notamment des grappes de calcul lorsque BART (et l'outils de T. Morton) fonctionne sur mon ordinateur portable personnel. La deuxième différence est que ces outils sont dédiés à la validation probabiliste des candidats et utilisent le plus d'observations complémentaires possibles et en particulier, les observations de vitesse radiale de l'étoile-cible ce que BART, en tant qu'outil de classement préliminaire aux observations de suivi, ne fait pas. En conclusion, ces outils bien que très intéressants, ne sont pas conçus ni adaptés au traitement massif de candidats et donc, à la problématique du classement des candidats.

8.3 Conclusions et perspectives

L'outil logiciel BART (pour *Bayesian Analysis for the Ranking of Transits*) que j'ai conçu et développé au cours de mon travail sur CoRoT est un logiciel dont l'objectif numéro 1 est le classement des candidats détectés par l'instrument de photométrie des transits CoRoT. Comme nous l'avons vu dans la partie précédente, il existe très peu d'outils développés dans ce but. De par le formalisme employé (la comparaison de modèle qui s'appuie sur le formalisme bayésien des probabilités, voir chapitre 6) BART apporte une solution inédite et une réelle amélioration par rapport à ce qui se faisait jusque-là. En effet, il permet de passer d'une série de tests indépendants (présence d'un transit secondaire, différence entre les transits pairs et impairs, ...) et pas toujours simples à quantifier et à interpréter, à un seul chiffre permettant de rendre compte de ces différents tests, mais aussi de la corrélation qui peut exister entre eux.

Dans le cadre du développement de cet outil bayésien, j'ai été amené à créer de nouveaux *a priori* afin d'inclure correctement l'information dont je dispose (§ 7.2.3). J'ai notamment imaginé un *a priori* conjoint sur le paramètre de masse volumique de l'étoile et sur le rapport des rayons d'un système éclipsant {étoile+planète} et surtout, j'ai proposé une méthode (à ma connaissance inédite) pour prendre correctement en compte l'information sur la probabilité de transit d'un système éclipsant.

Ensuite, j'ai développé, à partir de l'algorithme de Phil Gregory (Gregory, 2005), un nouvel algorithme d'automatisation des réglages d'une chaîne de Markov (MCMC) de type Metropolis-Hasting pour l'évaluation de la densité de probabilité *a posteriori* des modèles (§ 7.3.1.7). Ce nouvel algorithme m'a permis d'automatiser et surtout d'optimiser l'exploration réalisée par ce type de chaine. Ce travail était essentiel pour pouvoir utiliser cette technique d'exploration par MCMC sur un grand nombre de modèles et de candidats (ce qui est nécessaire pour l'établissement d'un classement de l'ensemble des transits d'un *run*).

Enfin, les premiers résultats obtenus avec BART sur un ensemble de 22 candidats sont d'ores et déjà très intéressants du point de vue du classement des candidats puisqu'il permet de réaliser un classement uniforme et cohérents de façon rapide et automatique (§ 8.1).

Cela m'amène naturellement aux perspectives de BART. Même s'il faut, bien sûr, réaliser d'autres tests, sur un ensemble plus important de candidats, je pense que BART peut d'ores et déjà être utilisé comme outil de classement des candidats détectés par CoRoT (et éventuellement par les autres programmes de détection d'exoplanètes par photométrie des transits), car il apporte un plus par rapport aux méthodes actuelles.

Bien évidemment, il existe des pistes pour l'améliorer à court et à moyen termes. À court terme, une mise en application de la méthode de prise en compte de la probabilité de transit dans les *a priori* sur les paramètres (§ 7.2.3.1.1) devrait déjà permettre d'améliorer les résultats.

Ensuite, il me semble qu'une description plus fine de la contamination en utilisant les informations sur la position et la magnitude des contaminants identifiés grâce aux différents catalogues stellaires est envisageable. Cette amélioration de la description de la contamination couplée à une prise en compte de l'information chromatique fournie par CoRoT devrait, comme le suggèrent les travaux réalisés en ce sens par Pascal Bordé (§ 8.1.3.3), permettre une amélioration significative du classement.

Toujours à court terme, une prise en compte des candidats, dont la nature a déjà été déterminée par CoRoT, pour créer des *a priori* réalistes sur les modèles (§ 7.2.3.2) devrait permettre d'affiner les résultats.

Maintenant à moyen terme, une modification de l'algorithme d'exploration par MCMC afin de mieux étudier les modèles qui présentent une très forte corrélation *a posteriori* entre leurs paramètres, par exemple en utilisant des algorithmes du type de celui développé par Haario et al. (2001), ou encore des techniques de *parallel tempering* comme celle décrite par Gregory (2005) afin de mieux explorer l'intégralité de l'espace des paramètres libres et ne pas passer à côté de

maxima locaux.

Par la suite, il faudra implémenter des modèles plus complexes, comme ceux utilisés par Blender et PASTIS afin de voir si la complexité introduite permet d'obtenir de meilleurs résultats sans trop dégrader la rapidité et le caractère automatisé de l'outil.

Enfin, les résultats de l'étude sur les 5 candidats planétaires confirmés (§ 8.1.3.2) laissent à penser que, même si l'utilisation de BART comme outil de validation probabiliste des candidats est encore prématurée, elle ne semble pas impensable dans le futur, mais elle nécessitera sans doute une meilleure détermination des durées (D_{14} et D_{23}) sur la courbe de lumière repliée et/ou une complexification des modèles utilisés.

Conclusion

J'ai dressé dans les paragraphes § 4.2 et § 8.3, une conclusion de chacune des deux parties des travaux que j'ai effectués au cours de ma thèse sur NULLTIMATE puis sur le classement des candidats COROT.

Il est donc maintenant temps de faire un bilan global de l'ensemble de mes travaux de thèse : lors de ma thèse, j'ai en permanence cherché à prendre du recul sur les travaux que j'avais à réaliser, ce qui explique les parties introductives et générales relativement étoffées qui débutent chaque partie. Il est évident que toute recherche scientifique nécessite de prendre du recul, mais c'est à mon avis encore plus indispensable dans le domaine des exoplanètes et de l'astrophysique spatiale qui nécessitent des instruments de pointe, coûteux et qui ne peuvent voir le jour que grâce au travail d'une communauté large. Concrètement, cela m'a permis, pour mes travaux sur NULLTIMATE, de voir comment se positionnent la technique de *dithering*, développée par l'équipe de l'I.A.S., par rapport aux concepts les plus récents proposés par la communauté comme la métrologie laser, la modulation par rotation, la modulation interne ou encore le *spectral fitting* qui visent, elles aussi, à éliminer les bruits qui sévissent à la sortie d'un interféromètre annulant et dont font partie les bruits d'instabilité instrumentale du taux d'extinction visés par le *dithering* Concernant COROT, ce travail introductif sur la méthode des transits m'a permis de comprendre l'intérêt et la nécessité, d'un classement des candidats rapide et automatisé.

Ensuite, j'ai cherché, à chaque fois, à associer modélisation et expérience. C'était inévitable pour l'élaboration de BART qui nécessite de développer des modèles avant de les confronter aux données, mais c'était moins évident pour NULLTIMATE. Pourtant, c'est cette approche à la fois théorique et instrumentale qui m'a permis d'améliorer sensiblement les réglages effectués sur NULLTIMATE et de mettre en lumière certains de ses défauts, comme le mécanisme de réglage du déséquilibre des intensités.

Par contre, je ne peux pas décemment conclure mon travail de thèse sans exprimer une certaine frustration. En effet sur NULLTIMATE, les résultats obtenus en termes de taux d'extinction et de stabilité de ce taux d'extinction ne sont pas à la hauteur de mes espérances et concernant BART, j'aurais aimé avoir plus de temps pour pouvoir perfectionner et exploiter scientifiquement cet outil.

Cependant, je pense avoir réalisé un travail propre et important, dans un contexte et des conditions pas toujours idéales, qui a permis d'améliorer la compréhension des problèmes étudiés. En effet, sur NULLTIMATE, le banc est aujourd'hui en parfait état de marche et certaines de ces faiblesses sont clairement identifiées. Sur COROT, concernant le classement des candidats, je suis convaincu que BART constitue d'ores et déjà une amélioration par rapport à ce qui se faisait jusque-là.

Annexes

Annexe A

Caractéristiques des principaux astres du système solaire

TABLE A.1: Le système solaire

Symbole	Signification	Valeur numérique
$R_\odot$	Rayon volumétrique moyen du Soleil [1]	$696\,000\,\text{km} = 109{,}2\,R_\oplus$
$M_\odot$	Masse du Soleil	$1{,}988\,500 \cdot 10^{30}\,\text{kg} = 3{,}330\,00 \cdot 10^5\,M_\oplus$
$\rho_\odot$	Masse volumique moyenne du Soleil	$1\,408\,\text{kg.m}^{-3}$
$T_{\text{eff},\odot}$	Température effective du Soleil	5 778 K
$R_☿$	Rayon moyen de Mercure [2]	$2\,439{,}7\,\text{km} = 0{,}383\,R_\oplus = 3{,}5 \cdot 10^{-3}\,R_\odot$
$M_☿$	Masse de Mercure	$3{,}302 \cdot 10^{23}\,\text{kg} = 6 \cdot 10^{-2}\,M_\oplus$
$\rho_☿$	Masse volumique moyenne de Mercure	$5{,}427 \cdot 10^3\,\text{kg.m}^{-3}$
$a_☿$	Distance moyenne de Mercure au Soleil	$0{,}387\,098\,93\,\text{ua} = 5{,}79 \cdot 10^7\,\text{km}$
$T_☿$	Température à la surface de Mercure	90,15 K (côté nuit) ; 740,15 K (côté jour)
$T_{\text{eff},☿}$	Température effective de Mercure	440,1 K
$A_{\text{Bond},☿}$	Albédo de Bond de Mercure	0,068
$R_♀$	Rayon moyen de Vénus [3]	$6051{,}8\,\text{km} = 0{,}95\,R_\oplus = 8{,}7 \cdot 10^{-3}\,R_\odot$
$M_♀$	Masse de Vénus	$4{,}8685 \cdot 10^{24}\,\text{kg} = 0{,}82\,M_\oplus$
$\rho_♀$	Masse volumique moyenne de Vénus	$5{,}243 \cdot 10^3\,\text{kg.m}^{-3}$
$a_♀$	Distance moyenne de Vénus au Soleil	$0{,}72333199\,\text{ua} = 1{,}08.10^8\,\text{km}$
$T_♀$	Température moyenne à la surface de Vénus	737 K
$T_{\text{eff},♀}$	Température effective de Vénus	184,2 K
$A_{\text{Bond},♀}$	Albédo de Bond de Vénus	0,9
$R_\oplus$	Rayon moyen de la Terre [4]	$6\,371{,}0\,\text{km} = 9{,}2 \cdot 10^{-3}\,R_\odot$
$M_\oplus$	Masse de la Terre	$5{,}9736.10^{24}\,\text{kg}$
$\rho_\oplus$	Masse volumique moyenne de la Terre	$5{,}515 \cdot 10^3\,\text{kg.m}^{-3}$

Suite page suivante ...

1. Les données sur le Soleil sont issues de http://nssdc.gsfc.nasa.gov/planetary/factsheet/sunfact.html
2. Les données sur Mercure sont issues de http://nssdc.gsfc.nasa.gov/planetary/factsheet/mercuryfact.html
3. Les données sur Vénus sont issues de http://nssdc.gsfc.nasa.gov/planetary/factsheet/venusfact.html
4. Les données sur la Terre sont issues de http://nssdc.gsfc.nasa.gov/planetary/factsheet/earthfact.html

TABLE A.1 – (suite)

Symbole	Signification	Valeur numérique
$a_\oplus = 1$ ua	Unité astronomique : unité de distance. 1 ua correspond à la distance moyenne entre la Terre et le Soleil	$1,49598 \cdot 10^8$ km
$T_\oplus$	Température moyenne à la surface de la Terre	288 K
$T_{eff,\oplus}$	Température effective de la Terre	254,3 K
$A_{Bond,\oplus}$	Albédo de Bond de la Terre	0,306
$R_☾$	Rayon moyen de la Lune [5]	$1737,1$ km $= 0,27\ R_\oplus = 2,5 \cdot 10^{-3}\ R_\odot$
$M_☾$	Masse de la Lune	$7,349 \cdot 10^{22}$ kg $= 0,0123\ M_\oplus$
$\rho_☾$	Masse volumique moyenne de la Lune	$3,350 \cdot 10^3$ kg.m^{-3}
$a_☾$	Distance moyenne de la Lune à la Terre	$3,78 \cdot 10^5$ km
$T_☾$	Température moyenne à la surface de la Lune	120,15 K (côté nuit) ; 380,15 K (côté jour)
$R_♂$	Rayon moyen de Mars [6]	$3389,5$ km $= 0,53\ R_\oplus = 4,9 \cdot 10^{-3}\ R_\odot$
$M_♂$	Masse de Mars	$6,4185 \cdot 10^{23}$ kg $= 0,11\ M_\oplus$
$\rho_♂$	Masse volumique moyenne de Mars	$3,933 \cdot 10^3$kg.m^{-3}
$a_♂$	Distance moyenne de Mars au Soleil	$1,52366231$ ua $= 2,28 \cdot 10^8$ km
$T_♂$	Température moyenne à la surface de Mars	210 K (fortes variations diurnes entre 130 et 290 K)
$T_{eff,♂}$	Température effective de Mars	210,1 K
$A_{Bond,♂}$	Albédo de Bond de Mars	0,250
$R_♃$	Rayon moyen de Jupiter [7]	69 911 km $= 10,96\ R_\oplus = 0,10\ R_\odot$
$M_♃$	Masse de Jupiter	$1,8986 \cdot 10^{27}$ kg $= 318\ M_\oplus$
$\rho_♃$	Masse volumique moyenne de Jupiter	$1,326 \cdot 10^3$ kg.m^{-3}
$a_♃$	Distance moyenne de Jupiter au Soleil	$5,20336301$ ua $= 7,78 \cdot 10^8$ km
$T_♃$	Température moyenne à une pression de 1 Bar sur Jupiter	165 K
$T_{eff,♃}$	Température effective de Jupiter	110,0 K
$A_{Bond,♃}$	Albédo de Bond de Jupiter	0,343
$R_♄$	Rayon moyen de Saturne [8]	58 232 km $= 9{,}140\ R_\oplus = 8{,}7 \cdot 10^{-2}\ R_\odot$
$M_♄$	Masse de Saturne	$5,6846 \cdot 10^{26} kg = 95,16\ M_\oplus$
$\rho_♄$	Masse volumique moyenne de Saturne	$6,87 \cdot 10^2$ kg.m^{-3}
$a_♄$	Distance moyenne de Saturne au Soleil	9.53707032 ua $= 1,43 \cdot 10^9$ km
$T_♄$	Température moyenne à une pression de 1 Bar sur Saturne	134 K
$T_{eff,♄}$	Température effective de Saturne	81,1 K
$A_{Bond,♄}$	Albédo de Bond de Saturne	0,342
$R_♅$	Rayon à l'équateur de Uranus [9]	25362 km $= 4,0\ R_\oplus = 3,7 \cdot 10^{-2}\ R_\odot$
$M_♅$	Masse d'Uranus	$8,6832 \cdot 10^{25}$ kg $= 14,5\ M_\oplus$

Suite page suivante ...

5. Les données sur la Lune sont issues de http://nssdc.gsfc.nasa.gov/planetary/factsheet/moonfact.html
6. Les données sur Mars sont issues de http://nssdc.gsfc.nasa.gov/planetary/factsheet/marsfact.html
7. Les données sur Jupiter sont issues de http://nssdc.gsfc.nasa.gov/planetary/factsheet/jupiterfact.html
8. Les données sur Saturne sont issues de http://nssdc.gsfc.nasa.gov/planetary/factsheet/saturnfact.html
9. Les données sur Uranus sont issues de http://nssdc.gsfc.nasa.gov/planetary/factsheet/uranusfact.html

TABLE A.1 – (suite)

Symbole	Signification	Valeur numérique
$\rho_{\text{♅}}$	Masse volumique moyenne d'Uranus	$1,270 \cdot 10^3$ kg.m^{-3}
$a_{\text{♅}}$	Distance moyenne d'Uranus au Soleil	19.19126393 ua $= 2,87 \cdot 10^9$ km
$T_{\text{♅}}$	Température moyenne à une pression de 1 Bar sur Uranus	76 K
$T_{\text{eff,♅}}$	Température effective d'Uranus	58,2 K
$A_{\text{Bond,♅}}$	Albédo de Bond d'Uranus	0,300
R_{Ψ}	Rayon à l'équateur de Neptune[10]	24622 km $= 3,9$ R$_\oplus$ $= 3,6 \cdot 10^{-2}$ R$_\odot$
M_{Ψ}	Masse de Neptune	$1,0243 \cdot 10^{26}$ kg $= 17,141$ M$_\oplus$
ρ_{Ψ}	Masse volumique moyenne de Neptune	$1,638 \cdot 10^3$ kg.m^{-3}
a_{Ψ}	Distance moyenne de Neptune au Soleil	30.06896348 ua $= 4,50 \cdot 10^9$ km
T_{Ψ}	Température moyenne à une pression de 1 Bar sur Neptune	72 K
$T_{\text{eff,}\Psi}$	Température effective de Neptune	46,6 K
$A_{\text{Bond,}\Psi}$	Albédo de Bond de Neptune	0,290

10. Les données sur Neptune sont issues de http://nssdc.gsfc.nasa.gov/planetary/factsheet/neptunefact.html

Annexe B

Simulations des caractéristiques observationnelles de différents systèmes {étoile + planète}

Dans cette annexe, je donne les caractéristiques des étoiles et des planètes que j'utilise pour réaliser les calculs d'ordre de grandeur dans les chapitres 1, 2 et 5.

TABLE B.1 – Caractéristiques des différentes classes d'étoiles simulées

Catégorie spectral	Masse [$M_\odot$]	Rayon [$R_\odot$]	Température effective [K]
O	12	60	42000
B	3,9	5,9	15200
A	1,7	2,0	8180
F	1,3	1,4	6650
Soleil[b]	1	1	5790
G	0,92	0,92	5560
K	0,72	0,67	4410
M	0,27	0,21	3170

a . Les caractéristiques en masse, rayon et température effective choisies pour les différentes types spectraux sont issus de (Cox, 1999, p. 388, 389). Comme à l'intérieur de chaque catégorie spectrale (O, A, B, *etc.*) ces caractéristiques peuvent varier en fonction du type spectral précis et de la classe de luminosité de l'étoile (ex : O1 V ou, O5 III), j'ai fait le choix d'associer à chaque catégorie spectrale les caractéristiques du type spectrale 5 et de la classe de luminosité V (naine). Par exemple, "O" correspond à O5 V, "G" correspond à G5 V.

b. J'ai réalisé des simulations avec des systèmes {étoiles + planètes} bien connus ({Soleil + Terre}, {Soleil + Jupiter} et {Soleil + Neptune}) afin de vérifier la pertinence des simulations réalisées.

Caractéristiques de la planète

TABLE B.2 – Caractéristiques des différentes classes d'exoplanètes simulées

Caractéristiques de la planète	Jupiter chaud (proche)	Jupiter froid (lointain)	Neptune	Super-terre chaude sans atmosphère (proche)	Super-terre chaude avec atmosphère (proche)	Super-terre froide (lointaine)
Température effective (K)	1 200	110	46,6	1 300	1 300	300
Rayon ($R_\oplus$)	11	11,2	4	2	2	2
albédo	0,25	0,34	0,29	0,12	0,7	0,3

TABLE B.3 – **Distance étoile-planète** : Ce tableau regroupe les valeurs calculées de la distance étoile-planète (en unité astonomique) nécessaire pour obtenir les températures efficaces fixées dans le tableau B.2 pour différentes classes d'exoplanètes et différents types d'étoile. Les autres caractéristiques (notamment rayon et albédo) utilisées pour chaque classe d'exoplanète sont données dans le tableau B.2.

Type spectral de l'étoile	Classe d'exoplanète					
	Jupiter chaud (proche)	Jupiter froid (lointain)	Neptune	Super-terre chaude sans atmosphère (proche)	Super-terre chaude avec atmosphère (proche)	Super-terre froide (lointaine)
O	29 UA	$3{,}3 \cdot 10^{3}$ UA	$1{,}9 \cdot 10^{4}$ UA	39 UA	16 UA	$4{,}6 \cdot 10^{2}$ UA
B	1,3 UA	$1{,}4 \cdot 10^{2}$ UA	$8{,}1 \cdot 10^{2}$ UA	1,6 UA	$6{,}8 \cdot 10^{-1}$ UA	19 UA
A	$1{,}6 \cdot 10^{-1}$ UA	18 UA	$1{,}0 \cdot 10^{2}$ UA	$2{,}1 \cdot 10^{-1}$ UA	$8{,}6 \cdot 10^{-2}$ UA	2,5 UA
F	$8{,}0 \cdot 10^{-2}$ UA	9,0 UA	52 UA	$1{,}0 \cdot 10^{-1}$ UA	$4{,}3 \cdot 10^{-2}$ UA	1,2 UA
G	$4{,}0 \cdot 10^{-2}$ UA	4,4 UA	26 UA	$5{,}2 \cdot 10^{-2}$ UA	$2{,}1 \cdot 10^{-2}$ UA	$6{,}2 \cdot 10^{-1}$ UA
K	$2{,}0 \cdot 10^{-2}$ UA	2,2 UA	13 UA	$2{,}6 \cdot 10^{-2}$ UA	$1{,}1 \cdot 10^{-2}$ UA	$3{,}0 \cdot 10^{-1}$ UA
M	$3{,}8 \cdot 10^{-3}$ UA	4,2 UA	2,4 UA	$5{,}0 \cdot 10^{-3}$ UA	$2{,}0 \cdot 10^{-3}$ UA	$5{,}9 \cdot 10^{-2}$ UA

TABLE B.4 – **Contrastes étoile/exoplanète :** pour différents types d'étoiles[c] et différentes classes de planètes[d].

Etoile	Exoplanète											
T.S.[b]	Jupiter chaud[d]		Jupiter froid[d]		Neptune[d]		Super-terre chaude (sans atmosphère)[d]		Super-terre chaude (sans atmosphère)[d]		Super-terre froide[d]	
	Vis[a]	IR[a]	Vis[a]	IR[a]	Vis[a]	IR[a]	Vis[a]	IR[a]	Vis[a]	IR[a]	Vis[a]	IR[a]
O	$1{,}6 \cdot 10^{10}$	$9{,}4 \cdot 10^{5}$	$1{,}4 \cdot 10^{14}$	$1{,}9 \cdot 10^{11}$	$4{,}3 \cdot 10^{16}$	$4{,}3 \cdot 10^{16}$	$1{,}7 \cdot 10^{12}$	$2{,}5 \cdot 10^{7}$	$5{,}0 \cdot 10^{10}$	$2{,}5 \cdot 10^{7}$	$9{,}6 \cdot 10^{13}$	$1{,}5 \cdot 10^{9}$
B	$2{,}9 \cdot 10^{7}$	$3{,}5 \cdot 10^{4}$	$2{,}6 \cdot 10^{11}$	$6{,}8 \cdot 10^{9}$	$7{,}8 \cdot 10^{13}$	$7{,}8 \cdot 10^{13}$	$3{,}1 \cdot 10^{9}$	$9{,}2 \cdot 10^{5}$	$9{,}1 \cdot 10^{7}$	$9{,}1 \cdot 10^{5}$	$1{,}7 \cdot 10^{11}$	$5{,}5 \cdot 10^{7}$
A	$4{,}6 \cdot 10^{5}$	$3{,}4 \cdot 10^{3}$	$4{,}1 \cdot 10^{9}$	$5{,}9 \cdot 10^{8}$	$1{,}2 \cdot 10^{12}$	$1{,}3 \cdot 10^{12}$	$4{,}9 \cdot 10^{7}$	$9{,}0 \cdot 10^{4}$	$1{,}4 \cdot 10^{6}$	$8{,}5 \cdot 10^{4}$	$2{,}8 \cdot 10^{9}$	$5{,}4 \cdot 10^{6}$
F	$1{,}2 \cdot 10^{5}$	$1{,}3 \cdot 10^{3}$	$1{,}0 \cdot 10^{9}$	$2{,}4 \cdot 10^{8}$	$3{,}2 \cdot 10^{11}$	$3{,}2 \cdot 10^{11}$	$1{,}3 \cdot 10^{7}$	$4{,}2 \cdot 10^{4}$	$3{,}7 \cdot 10^{5}$	$3{,}8 \cdot 10^{4}$	$7{,}1 \cdot 10^{8}$	$2{,}5 \cdot 10^{6}$
G	$2{,}9 \cdot 10^{4}$	$6{,}4 \cdot 10^{2}$	$2{,}5 \cdot 10^{8}$	$8{,}6 \cdot 10^{7}$	$7{,}8 \cdot 10^{10}$	$7{,}8 \cdot 10^{10}$	$3{,}1 \cdot 10^{6}$	$1{,}7 \cdot 10^{4}$	$9{,}0 \cdot 10^{4}$	$1{,}4 \cdot 10^{4}$	$1{,}7 \cdot 10^{8}$	$1{,}0 \cdot 10^{6}$
K	$7{,}0 \cdot 10^{3}$	$2{,}9 \cdot 10^{2}$	$6{,}2 \cdot 10^{7}$	$3{,}1 \cdot 10^{7}$	$1{,}9 \cdot 10^{10}$	$1{,}9 \cdot 10^{10}$	$7{,}5 \cdot 10^{5}$	$8{,}0 \cdot 10^{3}$	$2{,}2 \cdot 10^{4}$	$5{,}9 \cdot 10^{3}$	$4{,}2 \cdot 10^{7}$	$4{,}7 \cdot 10^{5}$
M	$2{,}6 \cdot 10^{2}$	26	$2{,}3 \cdot 10^{6}$	$1{,}7 \cdot 10^{6}$	$7{,}1 \cdot 10^{8}$	$7{,}1 \cdot 10^{8}$	$2{,}8 \cdot 10^{4}$	$7{,}4 \cdot 10^{2}$	$8{,}2 \cdot 10^{2}$	$4{,}0 \cdot 10^{2}$	$1{,}6 \cdot 10^{6}$	$4{,}4 \cdot 10^{4}$

a. Pour le domaine visible (Vis), la longueur choisie est de 500 nm. Pour l'infrarouge (IR), elle est de 10 µm
b. T.S. = Type spectral
c. La signification des différents types d'étoile est donnée dans le tableau B.1.
d. La signification des différentes classes d'exoplanètes est donnée dans le tableau B.2.

TABLE B.5 – Probabilité de transit pour différents types d'étoile et différents types de planète

Type spectral de l'étoile	Classe d'exoplanète				
	Jupiter proche[a]	Jupiter lointain[a]	Neptune[a]	Super-terre proche (sans atmosphère)[a]	Super-terre lointaine[a]
O	$1{,}9 \cdot 10^{-1}$ %	$1{,}7 \cdot 10^{-3}$ %	$2{,}9 \cdot 10^{-4}$ %	$1{,}4 \cdot 10^{-1}$ %	$1{,}2 \cdot 10^{-2}$ %
B	1,5 %	$1{,}3 \cdot 10^{-2}$ %	$2{,}3 \cdot 10^{-3}$ %	1,1 %	$9{,}4 \cdot 10^{-2}$ %
A	5,3 %	$4{,}7 \cdot 10^{-2}$ %	$7{,}9 \cdot 10^{-3}$ %	3,8 %	$3{,}2 \cdot 10^{-1}$ %
F	2,0 %	$7{,}3 \cdot 10^{-2}$ %	$1{,}2 \cdot 10^{-2}$ %	1,2 %	$4{,}9 \cdot 10^{-1}$ %
G	3,0 %	$1{,}1 \cdot 10^{-1}$ %	$1{,}7 \cdot 10^{-2}$ %	1,8 %	$7{,}1 \cdot 10^{-1}$ %
K	4,9 %	$1{,}8 \cdot 10^{-1}$ %	$2{,}8 \cdot 10^{-2}$ %	2,9 %	1,1 %
M	11 %	$4{,}1 \cdot 10^{-1}$ %	$5{,}8 \cdot 10^{-2}$ %	5,8 %	2,3 %

a. Le rayon des différentes classes d'exoplanète et le demi-grand axe de leur orbite autour des différents types d'étoile sont donnés dans les tableaux B.2 et B.3.
b. Les calculs de probabilité ont été effectués grâce à l'équation 5.1.

TABLE B.6 – Période de l'orbite (et donc des transits) pour différents types d'étoiles et différents types de planètes

Type spectral de l'étoile	Classe d'exoplanète				
	Jupiter proche[a]	Jupiter lointain[a]	Neptune[a]	Super-terre proche (sans atmosphère)[a]	Super-terre lointaine[a]
O	$7{,}6 \cdot 10^{3}$ j	$8{,}9 \cdot 10^{6}$ j	$1{,}2 \cdot 10^{8}$ j	$1{,}1 \cdot 10^{4}$ j	$4{,}6 \cdot 10^{5}$ j
B	$2{,}1 \cdot 10^{2}$ j	$2{,}5 \cdot 10^{5}$ j	$3{,}5 \cdot 10^{6}$ j	$3{,}2 \cdot 10^{2}$ j	$1{,}3 \cdot 10^{4}$ j
A	16 j	$1{,}9 \cdot 10^{4}$ j	$2{,}7 \cdot 10^{5}$ j	24 j	$1{,}0 \cdot 10^{3}$ j
F	56 j	$8{,}3 \cdot 10^{3}$ j	$1{,}2 \cdot 10^{5}$ j	$1{,}1 \cdot 10^{2}$ j	$4{,}3 \cdot 10^{3}$ j
G	24 j	$3{,}6 \cdot 10^{3}$ j	$5{,}0 \cdot 10^{4}$ j	46 j	$1{,}8 \cdot 10^{2}$ j
K	9,8 j	$1{,}4 \cdot 10^{3}$ j	$2{,}0 \cdot 10^{4}$ j	19 j	74 j
M	1,5 j	$2{,}2 \cdot 10^{2}$ j	$3{,}1 \cdot 10^{3}$ j	2,8 j	11 j

a. Le rayon des différentes classes d'exoplanète et le demi-grand axe de leur orbite autour des différents types d'étoile sont donnés dans le tableau 2.2 et le tableau B.2 respectivement.

TABLE B.7 – Rapport cyclique des observations de transit pour différents types d'étoile et différents types de planète

Type spectral de l'étoile	Classe d'exoplanète				
	Jupiter proche[a]	Jupiter lointain[a]	Neptune[a]	Super-terre proche (sans atmosphère)[a]	Super-terre lointaine[a]
O	$1{,}2 \cdot 10^{-1}$ %	$1{,}1 \cdot 10^{-3}$ %	$1{,}9 \cdot 10^{-4}$ %	$9{,}2 \cdot 10^{-2}$ %	$7{,}8 \cdot 10^{-3}$ %
B	$9{,}4 \cdot 10^{-1}$ %	$8{,}4 \cdot 10^{-3}$ %	$1{,}4 \cdot 10^{-3}$ %	$7{,}1 \cdot 10^{-1}$ %	$6{,}0 \cdot 10^{-2}$ %
A	3,4 %	$3{,}0 \cdot 10^{-2}$ %	$5{,}0 \cdot 10^{-3}$ %	2,5 %	$2{,}1 \cdot 10^{-1}$ %
F	1,3 %	$4{,}6 \cdot 10^{-2}$ %	$7{,}6 \cdot 10^{-3}$ %	$7{,}9 \cdot 10^{-1}$ %	$3{,}1 \cdot 10^{-1}$ %
G	1,9 %	$6{,}8 \cdot 10^{-2}$ %	$1{,}1 \cdot 10^{-2}$ %	1,1 %	$4{,}5 \cdot 10^{-1}$ %
K	3,1 %	$1{,}1 \cdot 10^{-1}$ %	$1{,}7 \cdot 10^{-2}$ %	1,8 %	$7{,}2 \cdot 10^{-1}$ %
M	7,2 %	$2{,}6 \cdot 10^{-1}$ %	$3{,}7 \cdot 10^{-2}$ %	3,7 %	1,5 %

a. Le rayon des différentes classes d'exoplanète et le demi-grand axe de leur orbite autour des différents types d'étoile sont donnés dans le tableau 2.2 et le tableau B.2 respectivement.
c. Les calculs ont été effectués grâce à l'équation 5.3.

TABLE B.8 – Période maximale d'échantillonnage nécessaire à la détection de transit pour différents types de systèmes {étoile + planète}

Type spectral de l'étoile	Classe d'exoplanète				
	Jupiter proche[a]	Jupiter lointain[a]	Neptune[a]	Super-terre proche (sans atmosphère)[a]	Super-terre lointaine[a]
O	$6{,}6 \cdot 10^{2}$ min	$70 \cdot 10^{3}$ min	$1{,}7 \cdot 10^{4}$ min	$7{,}5 \cdot 10^{2}$ min	$2{,}6 \cdot 10^{3}$ min
B	$1{,}4 \cdot 10^{2}$ min	$15 \cdot 10^{3}$ min	$3{,}6 \cdot 10^{3}$ min	$1{,}6 \cdot 10^{2}$ min	$5{,}5 \cdot 10^{2}$ min
A	40 min	$4{,}2 \cdot 10^{2}$ min	$9{,}7 \cdot 10^{2}$ min	43 min	$1{,}5 \cdot 10^{2}$ min
F	52 min	$2{,}8 \cdot 10^{2}$ min	$6{,}3 \cdot 10^{2}$ min	61 min	97 min
G	33 min	$1{,}8 \cdot 10^{2}$ min	$3{,}9 \cdot 10^{2}$ min	38 min	60 min
K	22 min	$1{,}2 \cdot 10^{2}$ min	$2{,}6 \cdot 10^{2}$ min	24 min	39 min
M	78 min	41 min	$8{,}2 \cdot 10^{1}$ min	7,5 min	12 min

a. Le rayon des différentes classes d'exoplanète et le demi-grand axe de leur orbite autour des différents types d'étoile sont donnés dans le tableau 2.2 et le tableau B.2 respectivement.

Annexe C

Description de NULLTIMATE : compléments

Dans cette annexe, je vais compléter les informations que j'ai pu donné au chapitre 3 sur le descriptif du banc NULLTIMATE. De la même façon, je vais donc structurer cette annexe en section qui correspondent aux différents blocs qui constituent le banc (sources, interféromètre Mach-Zender, fibre de sortie, polarisation et détecteur) auxquels je vais ajouter un descriptif de la salle propre et du banc optique qui accueille NULLTIMATE.

C.1 La salle propre et le banc optique

Le banc NULLTIMATE est logé dans une salle propre, afin de limiter les dépôts de poussières sur les optiques, dans l'enceinte du bâtiment 105 de l'I.A.S.. Cette "salle" est en réalité composée de 3 salles : Deux salles dites de contrôle qui servent à accueillir l'informatique, le matériel optique, mécanique et l'outillage nécessaire au développement et à l'entretien du banc et une une troisième salle, appelée salle de manipulation, accueille le banc NULLTIMATE à proprement parler. C'est donc la pièce la plus sensible du laboratoire. Lors de la conception de la salle, un soin tout particulier a été porté à l'insonorisation [1] et à la climatisation de la salle. En effet, comme nous l'avons déjà dit dans le chapitre précédent, les sons peuvent provoquer des vibrations des optiques et les variations de température et d'humidité peuvent provoquer des variations de DDM et de direction des faisceaux. De plus, les variations de température provoquent des dilatations ou des contractions des matériaux. Tous les matériaux n'ayant pas le même coefficient de dilatation, ils ne vont pas se dilater de la même façon et cela va provoquer l'apparition de contraintes à la jonction entre les matériaux. Ces contraintes peuvent à leur tour produire des déformations des optiques ou des désalignements. Tout cela va avoir tendance à diminuer les performances en taux d'extinction et en stabilité. Une climatisation vient donc réguler la température et l'humidité de la pièce. Enfin pour limiter la propagation des sons, les murs de la pièce sont recouverts d'un revêtement souple qui absorbe les vibrations sonores au lieu de les réfléchir. Les principales caractéristiques de la salle de manipulation sont présentées dans le tableau C.1.

Ensuite, un autre élément important est le banc optique sur lequel sont disposés les optiques. Il est composé d'une table montée sur 3 pieds pneumatiques. La fonction principale que doit remplir le banc vis-à-vis du cahier des charges est d'isoler au maximum les optiques des vibrations du sol. En effet, ces vibrations provoquent des variations de la DDM et de l'orientation des faisceaux qui nuisent à la valeur et à la stabilité du taux d'extinction. La table, de par sa masse (son inertie) et sa structure, constitue déjà un filtre vis-à-vis des hautes fréquences et, associée aux pieds pneumatiques, l'ensemble forme un système de filtrage actif des vibrations dont la fonction de

1. Notamment car la salle qui accueillait SYNAPSE était très bruyante.

TABLE C.1 – Caractéristiques principales de la salle propre du banc NULLTIMATE.

Classe (de propreté)	> 100000 [a]
Contrôle de la température	$20 \pm 0,5$ °C
Contrôle du taux d'humidité	$40 \pm 5\%$
Mesure du niveau sonore à l'intérieur de la pièce avec climatisation en fonctionnement	35 dB A [b]
Mesure du temps caractéristique d'atténuation des sons produits dans la salle [c]	1,2 s [d]

a. Cette salle n'a jamais fait l'objet de mesures du nombre de particules par m^3 mais nous essayons de la maintenir à un bon niveau de propreté en portant des blouses, des charlottes et des surchaussures. De plus, la salle est mise en surpressions par rapport aux autres pièces afin d'éviter la diffusion des poussières provenant des pièces adjacentes.

b. Le dB A ("décibel pondération A") est une unité de mesure de pression acoustique utilisée pour mesurer les bruits environnementaux. La pression acoustique est la valeur efficace de la variation instantanée de pression (qui provoque une sensation auditive) et qui s'exprime en Pa (ou $N.m^{-2}$ en unité du système international). Mathématiquement, la pression acoustique en dB A s'obtient de la façon suivante $P_{\text{acoustique}}\ [\text{dB A}] = 20 \log_{10}\left(\frac{\sqrt{\frac{1}{T}\int_0^{+\infty} |P(f)|^2 \cdot A(f)\,\mathrm{d}f}}{20\ \mu\text{Pa}}\right)$ où $P(f)$ est la transformée de Fourier de la variation instantanée de pression et $A(f)$ est une fonction de pondération destinée à reproduire la réponse de l'oreille humaine aux différentes fréquences sonores. 35 dB A correspond au niveau sonores que l'on peut mesurer dans les studios de radio et correspond à un niveau de nuisance sonore très faible.

c. La mesure a été effectuée dans la plage de fréquence 63-8000 Hz.

d. Le temps caractéristique d'atténuation des sons dans une salle classique est de 10 s.

transfert est donnée par la figure C.1. Les principales caractéristiques de l'ensemble table+pieds sont résumées dans le tableau C.2.

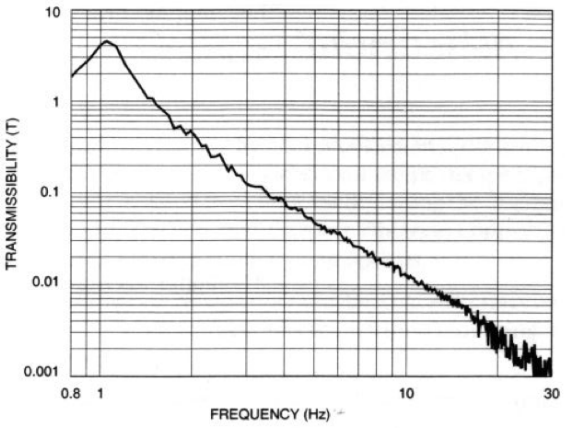
Toutes ces précautions permettent d'isoler les optiques des perturbations extérieures à la salle, mais ne suffisent pas à l'isoler des perturbations créées à l'intérieur de la salle. En effet, le déplacement des personnes présentes dans la salle, les ondes sonores qu'elles produisent ou encore le mouvement d'air produit par le système de climatisation peuvent engendrer des déplacements d'air, des variations d'indices, des vibrations et ainsi nuire au taux d'extinction. Afin de limiter ces risques, le bloc interféromètre est placé sous un capot (voir la figure C.2) fait de panneaux amovibles en plexiglas et d'une structure en aluminium (mécaniquement découplée de la table optique afin d'éviter les transferts de vibration) dont l'objectif est d'isoler phoniquement et thermiquement la partie interféromètre du reste de la salle.

Il y a eu trois critères principaux qui ont amené au choix de ce capot. Premièrement, il devait être transparent afin de pouvoir voir, de l'extérieur, ce qu'il se passait à l'intérieur. Deuxièmement, il devait être composé de panneaux amovibles pour permettre un accès facile et rapide aux optiques. Troisièmement, sur le principe des vitres pour l'habitat, les panneaux devaient être épais (ils font 7,5 mm d'épaisseur) afin d'augmenter l'isolation phonique et thermique.

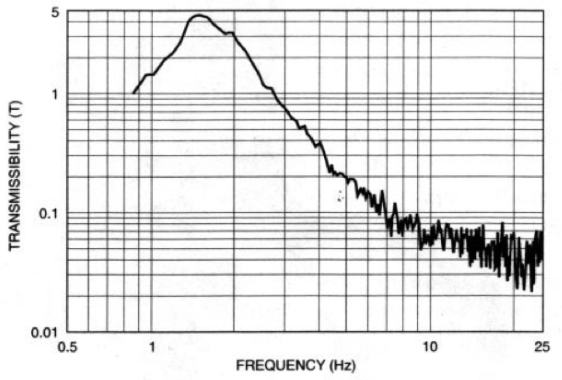
Malheureusement, nous n'avons aucune mesure permettant de nous assurer des effets bénéfiques de ce capot. Ces mesures sont pourtant importantes, car plusieurs points peuvent faire de capot un ennemi plutôt qu'un allier. Premièrement, il est transparent et facilite donc la propagation, voir la multiplication, des faisceaux de lumière parasites [2]. Deuxièmement, la structure des panneaux en un bloc rigide n'est pas idéale que ce soit pour l'isolation phonique ou l'isolation thermique [3]. Troisième et dernier point, le fait d'avoir des panneaux en plexiglas plats et rigides

2. La plupart des caissons sur les expériences d'optique sont d'ailleurs opaques et recouverts à l'intérieur de peinture noire.

3. Pour reprendre l'exemple des vitres pour l'habitat, les vitres épaisses et monoblocs ne plus guère utilisées. On leur préfère des doubles vitrages pour l'isolation thermique et pour l'isolation phonique grâce à des gaz dits



Vertical Transmissibility (at maximum recommended load)



Horizontal Transmissibility

FIGURE C.1 – **Fonctions de transfert du système table+pieds pneumatiques.** Ces graphiques donnent la transmission des oscillations verticales et horizontales en fonction de la fréquence de ces oscillations entre le sol et le sommet de la table. L'allure est commune à la plupart des systèmes de ce genre et l'on caractérise généralement un système particulier par sa fréquence de résonance et la pente d'atténuation à partir de cette fréquence de résonance. Pour notre système, ces caractéristiques sont données dans le tableau C.2. Crédit : Newport.

va favoriser l'apparition de cavités résonantes à l'intérieur du caisson qui peuvent amplifier les bruits produits par les actionneurs à l'intérieur du capot [4].

C.2 Le bloc source

C.2.1 Les différentes sources

Je vais présente ici des tableaux détaillés donnant les caractéristiques des sources dont nous disposons pour NULLTIMATE.

isolants ou des structures en feuillet.

4. Certains caissons, comme celui du banc PERSEE, par exemple, sont recouverts de mousse afin d'éviter ce genre de problèmes.

TABLE C.2 – Caractéristiques de l'ensemble {table optique + pieds pneumatiques}

Table	Newport, réf : RS 4000
Pieds pneumatiques	Newport, réf : I-2000
Dimensions de la table optique[c]	1200 × 4200 × 305 mm
Poids	∼ 600 kg
Structure	Structure nid d'abeille en tôles d'acier surmontée d'une couche[b] de 4, 8 mm en acier ferromagnétique inoxydable avec entre les deux une couche d'amortissement
Planéité	±0, 1 mm sur un carré de 600 mm
Déflection sous charge[a]	$< 1,3.10^{-3}$ mm
Précision de mise à niveau des pieds pneumatiques	±0, 250 mm
Temps de stabilisation typique	1, 5 s
Filtrage des oscillations du sol	Passif par l'intermédiaire de la structure de la table et actif grâce aux pieds pneumatiques
Performances du filtrage vis-à-vis des oscillations verticales[d]	
Fréquence de résonance	1 Hz
Atténuation des oscillations à partir de la fréquence de résonance	10 dB/Octave
Performances du filtrage vis-à-vis des oscillations horizontales[d]	
Fréquence de résonance	1,5 Hz
Atténuation des oscillations à partir de la fréquence de résonance	9 dB/Octave

a. Pour une charge de 114 kg placée au centre de la table.
b. La couche en acier inoxydable est percée d'une grille de trous taraudés M6 espacés de 25 mm
c. Les dimensions sont données dans le format classique : longueur x largeur x hauteur
d. La fonction de transfert d'un système table+pieds vis-à-vis du filtrage des oscillations du sol possède une allure typique donnée figure C.1 caractérisée classiquement par la fréquence de résonance et la pente d'atténuation.

C.2.1.1 Laser HeNe Visible

Nous disposons de deux types de laser visible aux caractéristiques légèrement différentes, voir tableau C.3.

C.2.1.2 Laser HeNe infrarouge proche

Nous disposons de deux lasers identiques de ce type dont les principales caractéristiques sont données dans le tableau C.4.

C.2.1.3 Diode laser infrarouge proche

Les caractéristiques principales de cette source sont données dans le tableau C.5.

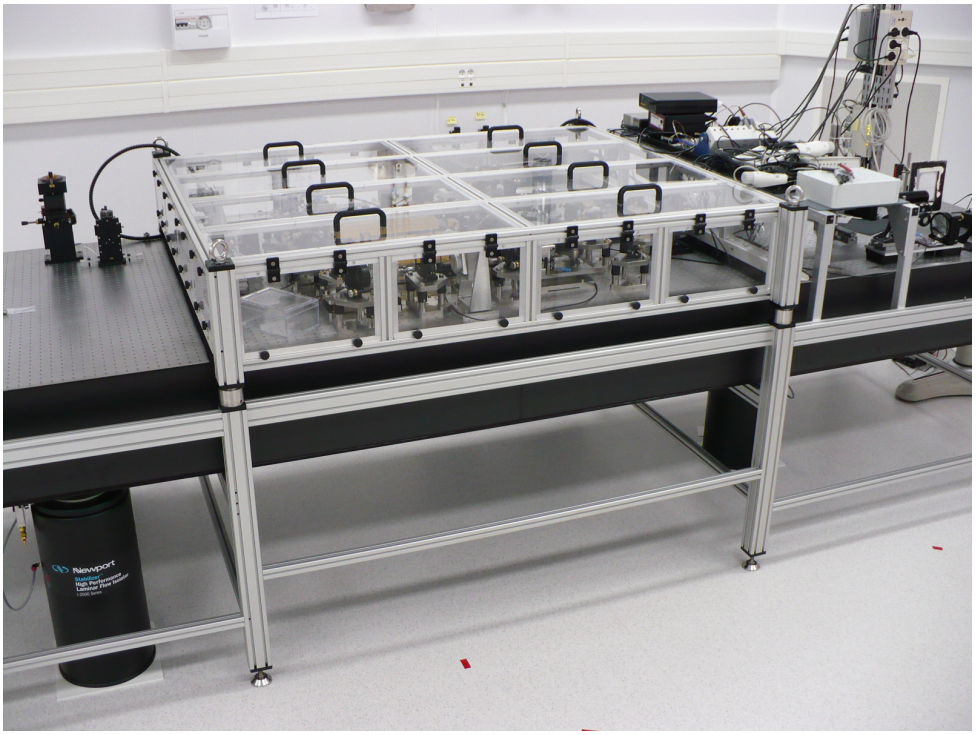


FIGURE C.2 – Photo du banc NULLTIMATE avec son capot en plexiglas.

TABLE C.3 – Caractéristiques principales du laser visible

Nom de la source	Laser HeNe visible	
Fabriquant	Research Electro Optics, Inc.	CVI Melles Griot
Référence	P/N : 30995 S/N : 8442-4906-172	P/N : 05-LHP-991 S/N : 3216DP
Processus d'émission	Effet Laser (Cavité+processus de pompage)	
Longueur d'onde d'émission	633 nm	632, 8 nm
Puissance	[17, 25] mW	< 30 mW
Type de polarisation	Linéaire à 99,8 %[a]	Linéaire (taux de polarisation inconnu)
Structure du faisceau	TEM_{00} à plus de 99 %	TEM_{00}
Diamètre[b] du faisceau	0, 98 mm	inconnu
Divergence[c] du faisceau	0, 82 mrad = 2, 8′	inconnu
Dérive de la direction du faisceau	$< 0, 2$ mrad = 41″	inconnu
Temps de chauffe	20 min	inconnu
Bruit Gamme de fréquence	[30 Hz, 10 MHz]	inconnu
Amplitude	< 1 %rms	inconnu

a. Il s'agit du taux de polarisation linéaire définit par $\frac{L^2}{I^2} = \frac{Q^2+U^2}{I^2}$ où Q, U et I sont des composantes du vecteur de Stokes.
b. En sortie de source.
c. Il s'agit de l'angle du cône de divergence et non du demi-angle.

TABLE C.4 – Caractéristiques principales du laser infrarouge proche

Nom de la source	Laser HeNe infrarouge proche	
Fabriquant	Research Electro Optics, Inc.	
Références[d]	P/N : 30547, S/N : 5285-3305-80[e]	
	P/N : 30547, S/N : 15000-4809-104[f]	
Processus d'émission	Effet Laser (Cavité+processus de pompage)	
Longueur d'onde d'émission	$3,39$ µm	$1,15$ µm
Puissance	$[3,0;5,0]$ mW	$[2,0;5,0]$ mW
Type de polarisation	Linéaire à 99,8 %[a]	
Structure du faisceau	TEM_{00} à plus de 99 %	
Diamètre[b] du faisceau	$1,55$ mm	$0,90$ mm
Divergence[c] du faisceau	$2,78$ mrad $= 9,6'$	$1,62$ mrad $= 5,6'$
Dérive de la direction du faisceau	$< 0,2$ mrad $= 41''$	
Temps de chauffe	20 min	
Bruit Gamme de fréquence	[30 Hz, 10 MHz]	
Amplitude	< 20 %rms	

a. Il s'agit du taux de polarisation linéaire définit par $\frac{L^2}{I^2} = \frac{Q^2+U^2}{I^2}$ où Q, U et I sont des composantes du vecteur de Stokes.
b. En sortie de source.
c. Il s'agit de l'angle du cône de divergence et non du demi-angle.
d. Nous possédons deux lasers de ce modèle.
e. Ce laser à été fabriqué en août 2005.
f. Ce laser à été fabriqué en novembre 2009.

C.2.1.4 Source laser blanc infrarouge

Les caractéristiques principales de cette source sont données dans le tableau C.6. Nous nous servons notamment de cette source pour faire des mesures d'extinction polychromatique en bande K (grâce à un filtre de diamètre 1 pouce et dont la transmission est donnée figure C.3(a)) et K′ (grâce à un filtre de diamètre 1 pouce et dont la transmission est donnée figure C.3(b)).

C.2.2 La fibre d'entrée

Les têtes de fibre sont positionnées sur des platines de translation 3 axes. La platine de la tête de fibre de sortie (TF7) n'est pas motorisée, mais sa position est réglable grâce à des vis micrométriques. La platine de la tête de fibre d'entrée (TF5) est, quant à elle, motorisée avec des actionneurs piézoélectriques (voir figure C.4) dont les caractéristiques sont décrites dans le tableau C.7

Enfin, la focalisation, pour l'injection des faisceaux dans la fibre, ainsi que la collimation en sortie de fibre sont réalisées par des paraboles hors axe de 30° avec une focale de 33 mm et un diamètre de 30,25 mm.

C.2.3 Modélisation du faisceau dans l'interféromètre : Calcul du *waist* et de la divergence asymptotique du faisceau en sortie de la fibre

Le *waist* et la divergence asymptotique dépendent de deux éléments : la fibre optique et la parabole de collimation. Dans le corps du texte (§ 3.1.4.1), j'ai donné directement les caractéristiques en sortie de parabole de collimation et je vais donner ici les caractéristiques en sortie de fibre optique.

Le faisceau en sortie d'une fibre optique monomode est gaussien au premier ordre, son axe

TABLE C.5 – Caractéristiques principales de la diode infrarouge proche

Nom de la source		Diode laser infrarouge proche
Fabriquant		Nanoplus
Référence		P/N : 354-2320-3, S/N : 264/21-25[d]
Processus d'émission		Jonction PN
Longueur d'onde d'émission		Ajustable $[2,313; 2,322]$ µm, $\lambda = f(T, I)$
Largeur spectrale		Non précisée ($< 0{,}1$ nm)
Puissance		Ajustable $[0; 4,5]$ mW, $P = f(I)$
Courant de seuil		28 mA
Pente de la caractéristique Puissance-Courant		$e = 0,1$ mW/mA
Type de polarisation		Inconnue
Structure du faisceau		TEM_{00}[c]
Diamètre[a] du faisceau		$13,3$ µm
Divergence[b] du faisceau		$12,6°$
Dérive de la direction du faisceau		Inconnue
Temps de chauffe		qq minutes (asservissement en courant et en température)
Bruit	Gamme de fréquence	Inconnue
	Amplitude	Inconnue

a. En sortie de fibre.
b. Il s'agit de l'angle du cône de divergence et non du demi-angle.
c. Sortie par fibre optique monomode visible SMF28 (Corning).
d. Cette source est tombée en panne en février 2010 et a été remplacée fin mars 2010 par une diode quasiment identique (seule la longueur d'onde diffère légèrement) P/N : 3511-2105-3 et S/N : 592/21-23. Cependant, par manque de temps nous n'avons malheureusement pas eu le temps d'utiliser, ni de tester cette nouvelle diode laser.

est confondu avec celui de la fibre et son *waist* est situé au centre du coeur de la fibre, au niveau de la tête de fibre. La figure C.5 donne les résultats des calculs du diamètre, de la divergence asymptotique et de la distance de Rayleigh[5] en sortie de la fibre optique, à chaque fois, en fonction de la longueur d'onde.

À partir de ces graphes, on peut remarquer que :

1. Comme le diamètre du coeur de la fibre est de 6,5 µm et que, dans la bande L, le diamètre du faisceau atteint plus 13 µm, soit plus de deux fois le diamètre du coeur, alors le faisceau risque d'être moins bien guidé par la fibre. Ce guidage faible peut entrainer des pertes si la fibre est courbée et éventuellement des variations d'intensité en sortie de fibre ;
2. La distance de Rayleigh est faible devant la focale de la parabole $z_R \simeq 30$ µm $\ll$ f = 33 mm. Par conséquent, entre la tête de fibre TF7 et la parabole P6, le faisceau se comporte comme un faisceau conique d'angle au sommet θ.

C.3 Le bloc interféromètre (Mach-Zender et déphaseurs achromatiques)

C.3.1 Les déphaseurs achromatiques : Périscopes

Le principe de base des déphaseurs achromatiques à périscopes, aussi appelés déphaseurs à retournement de champ, est d'utiliser l'effet de renversement de la composante perpendiculaire

5. Ces grandeurs sont définies dans l'annexe D.

TABLE C.6 – Caractéristiques principales de la source laser blanc infrarouge

Nom de la source	Source Laser blanc infrarouge
Fabriquant	Fianium
Référence	P/N : SC-450-2, S/N : 070252
Processus d'émission	Laser pulsé à $1,060$ µm+Fibre à cristaux photonique (Système non linéaire)
Longueur d'onde d'émission	$[450$ nm$; 2,5$ µm$]$
Puissance	2 W dans toute la plage de longueur d'onde ~ 60 mW dans la bande K[a]
Densité spectrale de puissance	> 1 mW/nm
Fréquence du laser pulsé	20 MHz
Largeur des pulses	5 ps
Type de polarisation	Inconnue
Structure du faisceau	TEM_{00}[d]
Diamètre[b] du faisceau	$8,85$ µm à $2,2$ µm
Divergence[c] du faisceau	$9,1^\circ$ à $2,2$ µm
Dérive de la direction du faisceau	Inconnue
Temps de chauffe	> 20 min
Bruit Gamme de fréquence	Inconnue
Amplitude	Inconnue

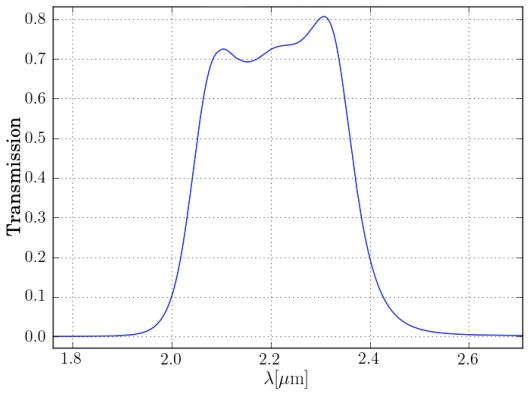
a. La bande astronomique K correspond à l'intervalle de longueur d'onde = $[1,995; 2,385]$ µm.
b. En sortie de fibre.
c. Il s'agit de l'angle du cône de divergence et non du demi-angle.
d. Sortie par fibre optique monomode à cristaux photoniques Crystal Fibre, P/N : SC-5.0-1040.

TABLE C.7 – Caractéristiques des actionneurs de la platine qui supporte la tête de fibre d'entrée de la fibre optique du bloc source (TF5)

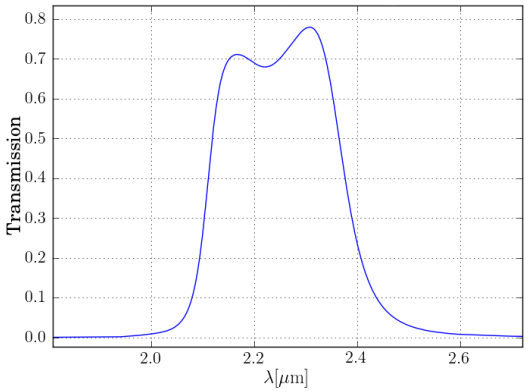
Constructeur	Newport
Référence	PZA-12
Numéro de série	
Type d'actionneur	Moteur piézo-électrique
Asservissement en position	Non
Course	12,7 mm
Linéarité	NC
Résolution du mouvement[a]	NC
Précision[a]	Très mauvaise et NC
Répétabilité bidirectionnelle[a]	Très mauvaise et NC
Répétabilité unidirectionnelle[a]	Très mauvaise et NC
Mouvement incrémental minimum[a]	30 nm
Hystérésis[a]	Très grande et NC
Vitesse de déplacement	0.2 mm/s

a. La signification des termes résolution, précision, répétabilité est décrite dans l'annexe E

du champ électrique produit lors de la réflexion sur un miroir pour produire, au bout de trois réflexions correctement choisies, des champs opposés dans les deux bras de l'interféromètre. La figure C.7 image ce principe de fonctionnement. Ces optiques sont réalisées avec les mêmes matériaux et les mêmes méthodes que les déphaseurs *focus crossing* (support en zérodur assemblé par adhésion moléculaire et surfaces réfléchissantes en or, déposées par évaporation). Pour tout



(a)



(b)

FIGURE C.3 – **Courbe de transmission du filtre K (a) et du filtre K′ (a) utilisés avec la source laser blanc**

renseignement complémentaire, une description détaillée de la fabrication et des tests qui ont été faits sur nos déphaseurs est faite dans l'article Launhardt (2008). Je vais maintenant présenter un résumé des caractéristiques des deux déphaseurs à périscopes dont nous disposons (APS FR 1 et 2) dans le tableau C.8.

C.3.2 Séparatrice-recombinatrice et compensatrice

Les lames séparatrice et recombinatrice sont prismatiques afin d'éviter les réflexions secondaires. Afin de ne pas introduire de nouveaux faisceaux secondaires à la réflexion sur la compensatrice, il est nécessaire de respecter une distance minimale de 75 mm entre les deux lames (voir figure C.8).

Enfin, même si l'on a limité la dispersion angulaire avec l'association de deux lames prismatiques, il reste une dispersion latérale du faisceau avec la longueur d'onde comme le montre la figure C.8. Dans la configuration actuelle du banc, ce décalage latéral est de 0,59 mm entre le visible (633 nm) et la bande K [6] et à l'intérieur de la bande K il est d'env. 20 µm (valeurs simulées).

6. Le faisceau infrarouge est moins décalé que le faisceau visible. Il se trouve donc du côté de la base (coté le

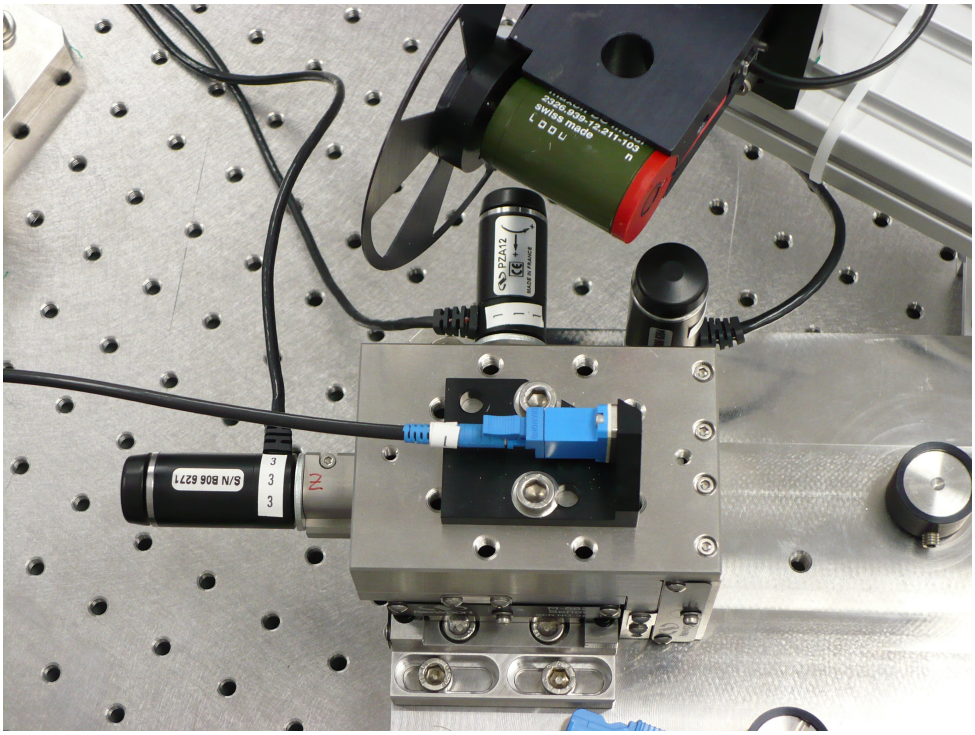


FIGURE C.4 – **Photographie de la tête de fibre d'entrée (TF5) posée sur sa platine de translation trois axes motorisée**. Pour cette photo, la parabole d'injection P3 avait été retirée.

TABLE C.8 – Caractéristiques mesurées et simulées des APS à retournement de champs

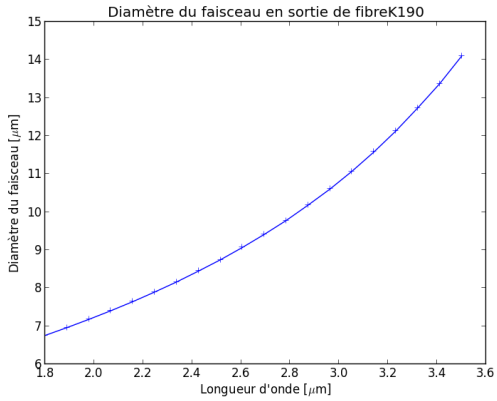
	APS FR 1	APS FR 2
Longueur d'onde de fonctionnement optimal	$[6, 18]$ µm	
Transmission	95 % sur toute la bande spectrale (simulée)	
Précision relative et absolue dans le déphasage de π	$< 0,5.10^{-3}$ (simulée)	
Rotation de polarisation	$< 0,5°$	
Tilt introduit dans la direction du faisceau	< 15 arsec	< 15 arsec
Distorsion de front d'onde introduite[a]	$\frac{\lambda}{16}$ RMS à $633nm$ $\frac{\lambda}{56}$ à $2,2$µm $\frac{\lambda}{87}$ à $3,39$µm	$\frac{\lambda}{14}$ RMS à $633nm$ $\frac{\lambda}{48}$ à $2,2$µm $\frac{\lambda}{75}$ à $3,39$µm
Extinction permise	$< 10^{-6}$ (simulée)	
Caractéristiques du faisceau requises	Parallèle, diamètre maximum 30 mm	

[a.] Mesurée sur un faisceau de 15 mm de diamètre.

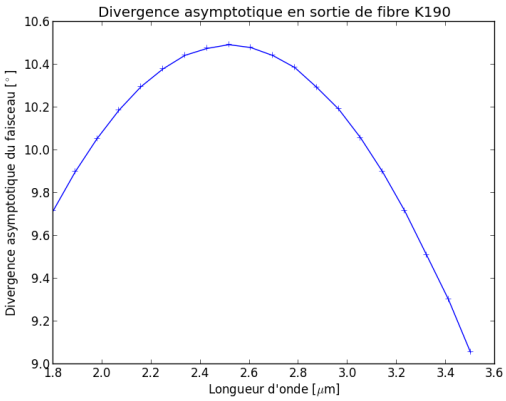
C.3.3 Lignes à retard : Point de vue optique

Les optiques de la ligne à retard grossière et de la ligne à retard fine sont identiques et basées sur le principe du prisme en toit (voir figure C.9). Elles sont constituées de 2 miroirs

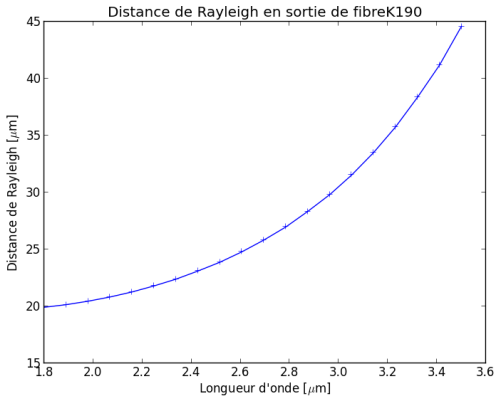
plus large) du prisme constitué par la compensatrice.



(a) **Diamètre du faisceau en sortie de fibre optique**



(b) **Divergence du faisceau en sortie de fibre optique**



(c) **Distance de Rayleigh du faisceau en sortie de fibre optique**

FIGURE C.5 – **Caractéristiques de notre faisceau en sortie de la tête de fibre de sortie de la fibre d'entrée (TF7)**. Ces trois graphiques montrent l'évolution (a) du diamètre (au sens $2\omega_0$), (b) de la divergence asymptotique (θ) et (c) de la distance de Rayleigh (z_R) en sortie de la fibre optique du bloc source en fonction de la longueur d'onde.

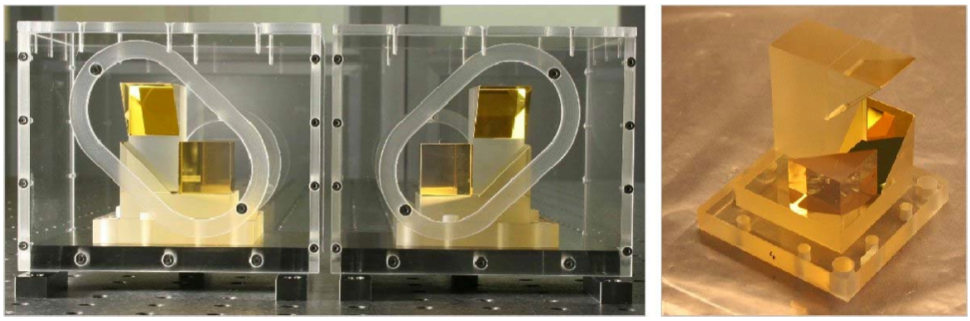


FIGURE C.6 – **Photographie des déphaseurs achromatiques à retournement de champs.** Le support est réalisé en zérodur et les surfaces réfléchissantes en or.

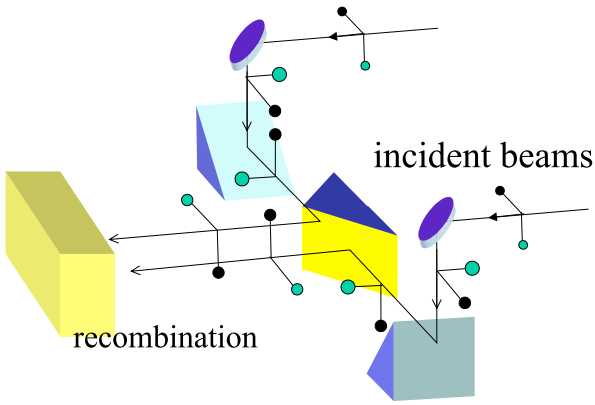


FIGURE C.7 – **Principe de fonctionnement des déphaseurs achromatiques à retournement de champs.**

plans verticaux orientés à 90° l'un par rapport à l'autre si bien que les faisceaux horizontaux qui arrivent sur l'un des miroirs sortent de la ligne à retard avec une direction opposée à la direction incidente. De plus, la géométrie en toit à l'avantage de rendre la direction du faisceau insensible aux rotations d'angle de lacet et de roulis (mais pas aux rotations d'angle de tangage). Il s'agit d'une première précaution vis-à-vis des rotations que peut subir cette optique lors de la translation de la LAR par l'actionneur.

De plus initialement, dans le design du banc, il était prévu un dispositif de métrologie laser servant à mesurer le déplacement des LAR. Dans le cadre de ce dispositif, il était prévu que le laser de la métrologie vienne se réfléchir sur les faces arrières des prismes en toit. Par conséquent, ces faces arrières ont été polies et sont parallèles aux faces avants. Ce dispositif de métrologie a été abandonné par la suite mais le parallélisme face arrière-avant a été utilisé pour l'alignement des LAR. Les caractéristiques optiques des LAR sont présentées dans le tableau tableau C.9.

C.3.4 Les obturateurs

Les obturateurs sont placés dans les deux bras de l'interféromètre et permettre d'obstruer ou non le passage de la lumière dans ces deux bras individuellement (voir figure C.10). Ils sont réalisés à partir d'une plaque en aluminium anodisé noire dans laquelle est percé un trou d'un diamètre de 25,4 mm (1 pouce). Cette roue est montée sur un actionneur pas-à-pas rotatif dont les caractéristiques sont données dans le tableau C.10. Les caractéristiques technologiques

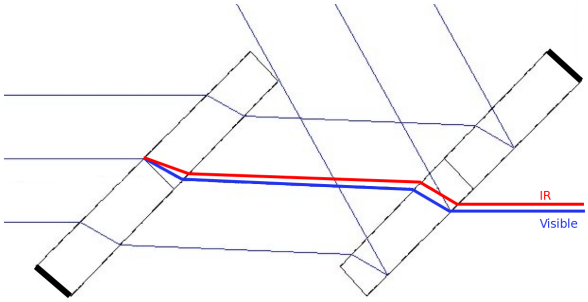
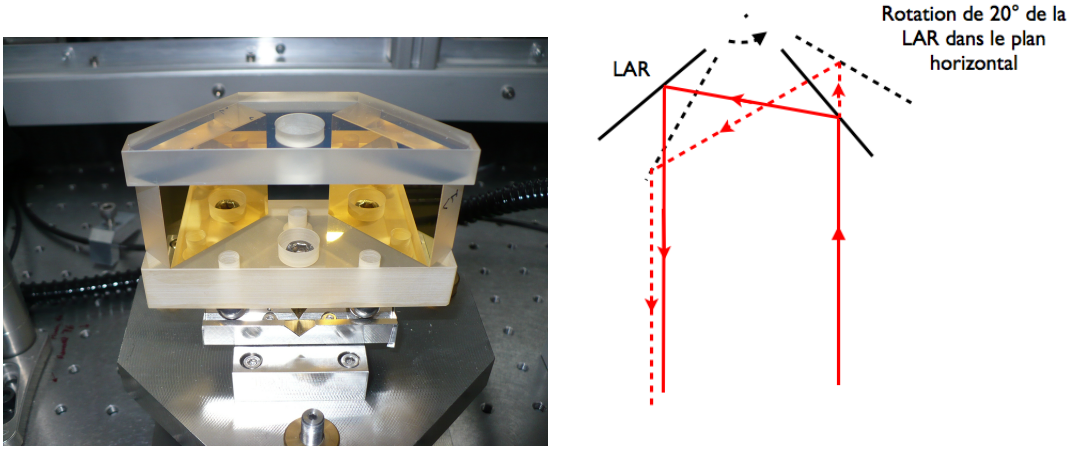


FIGURE C.8 – **Simulation réalisée avec le logiciel ZEEMAX de l'ensemble séparatrice compensatrice par lames prismatiques**. On voit le décalage latéral introduit entre deux longueurs d'onde différentes du fait de la différence d'indice. Entre l'infrarouge à 2.2 µm et le visible à 633 nm, il n'est que de 0,59 mm et à l'intérieur de la bande K il est de 20 µm. Par contre, comme les angles au sommet des deux lames prismatiques sont identiques, les faisceaux aux différentes longueurs d'onde sont, en théorie, parfaitement parallèles entre eux.



(a) (b)

FIGURE C.9 – **Ligne à retard en toit :**(a) Photo de l'optique de la ligne à retard fine. On voit bien la géométrie en toit. Le support est en zérodur, assemblé par adhésion moléculaire, et les surfaces réfléchissantes sont en or, déposées par évaporation. (b) L'avantage des lignes à retard en toit est qu'elles conservent la direction du faisceau sortant par rotation d'un angle de lacet (rotation autour d'un axe vertical). Il en va de même pour les rotations d'un angle de roulis (même si elle s'accompagne décalage vertical du faisceau). Pour les rotations d'un angle de tangage, il n'y a, par contre, pas conservation de la direction du faisceau.

principales qui entrent en compte dans le choix de cet actionneur sont :

- la taille de l'ouverture de l'obturateur ;
- la précision ;
- la rapidité de déplacement de la position ouverte à la position bloquée.

La taille de l'ouverture et la précision de positionnement vont définir la puissance obstruée par l'obturateur quand celui-ci est en position ouvert. Il faut que cette perte soit la plus petite possible et donc que l'ouverture soit la plus grande possible. Dans le même temps, on peut avoir besoin

TABLE C.9 – Caractéristiques des prismes en toit des lignes à retard

	LAR 1		LAR 2	
	M1	M2	M3	M4
Matériau du support	Zerodur			
Matériau des miroirs	Or non protégé (déposé par évaporation sur le zerodur.)			
dimensions des miroirs	$38 \times 27 \pm 0,1$ mm			
Angle du prisme	$90° + 1''$		$90° + 3''$	
Planéité des miroirs (sur un diamètre 25mm)	$\lambda/30$ PTV	$\lambda/17$ PTV	$\lambda/31$ PTV	$\lambda/20$ PTV
Parallélisme des faces arrières (par rapport aux faces avant)	$< 2''$	$< 2''$	$< 2''$	$< 2''$
Entraxe entre les 2 miroirs de chaque LAR	45,05 mm		45,1 mm	
Distorsion de front d'onde introduite	$\lambda/125$ à 632,8 nm		$\lambda/125$ à 632,8 nm	

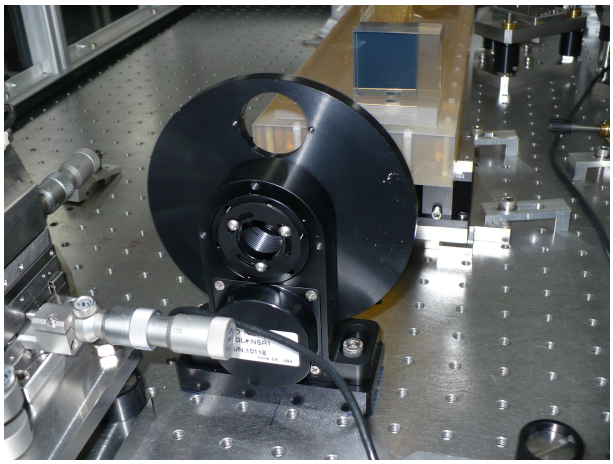


FIGURE C.10 – **Photographie de l'obturateur Nord**

de passer rapidement d'une position ouverte à une position fermée. Par exemple, si l'on désire se servir des obturateurs pour monitorer la valeur du flux issu de chacun des faisceaux nord et sud individuellement, pendant la mesure du taux d'extinction. On peut donc avoir besoin de déplacer très souvent et très rapidement les actionneurs afin de conserver un rapport cyclique correcte sur la mesure du taux d'extinction et une fréquence de mesure correcte sur le flux des différents bras. Or, plus l'ouverture sera grande et plus, à vitesse égale de déplacement de l'actionneur, le temps nécessaire au déplacement de la position ouvert à la position fermée sera élevé. Par conséquent, si l'on souhaite se servir des obturateurs pour monitorer le flux des faisceaux, il faut donc faire un compromis entre la dimension de l'ouverture de l'obturateur et la vitesse de déplacement. En pratique, je n'ai pas mis en place cette solution par manque de temps et de vitesse d'exécution tant de la part de l'actionneur que de l'informatique de commande. Mais cela aurait pu être très utile car nous n'avons aucun autre moyen de mesurer l'évolution de l'intensité dans chacun des faisceaux.

TABLE C.10 – Caractéristiques des actionneurs des obturateurs

Constructeur	Newport
Référence	NSR-1
Numéro de série	
Type d'actionneur	Moteur à courant continu
Asservissement en position	Non
Course	$> 360^\circ$
Résolution du mouvement[a]	NC
Précision[a]	1°
Répétabilité bidirectionnelle[a]	NC
Répétabilité unidirectionnelle[a]	$< 1^\circ$
Mouvement incrémental minimum[a]	1°
Hystérésis[a]	2°
Vitesse maximale de déplacement	$120\ ^\circ/s$

[a] La signification des termes résolution, précision, répétabilité est décrite dans l'annexe E

C.4 Le bloc polarisation

Les polariseurs (voir figure C.11) sont constitués de brins en or de forme cylindrique dont le diamètre est d'environ 1 µm et la hauteur d'environ 30 mm. Ces brins sont assemblés de façon à former une grille de brins parallèles. Ces brins sont espacés d'environ 1 µm grâce à des « boudins[7] » de même diamètre que les brins et disposés entre ces derniers afin de maintenir un écart constant. La structure (sans substrat) de ces polariseurs a l'avantage de n'introduire aucune déviation des faisceaux à la traversée. Cependant, elle a le désavantage d'être très fragile et facilement sujette à vibrations. Il est donc indispensable de manipuler ces polariseurs avec précautions : éviter tout contact, ne pas souffler dessus d'une façon ou d'une autre.

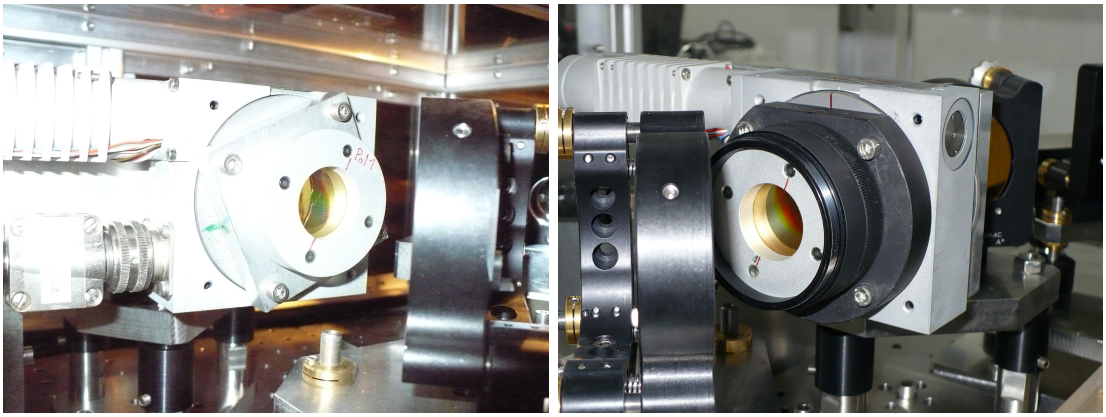
Enfin, la transmission de ces polariseurs (dans la bande longueur d'onde qui nous intéresse) est présentée à la figure C.12.

C.5 Le bloc fibre de sortie

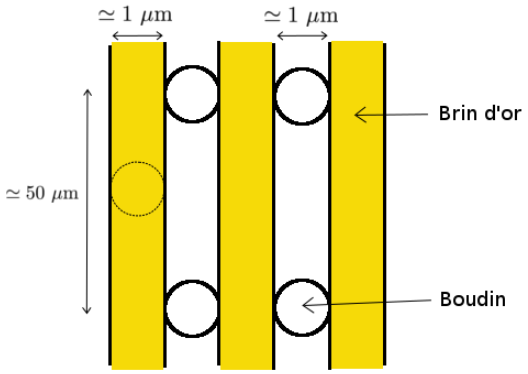
C.5.1 Équilibrage des intensités : Obturateurs à coins de camembert

Lors de la conception du banc, la solution prévue pour l'équilibrage des flux consistait à rajouter dans les deux faisceaux (juste après les obturateurs) des obturateurs en coin de camembert (voir figure C.13) qui permettaient de masquer une fraction du flux de chaque bras. En inclinant plus ou moins les coins de camembert, on pouvait faire varier cette fraction et ainsi réaliser l'équilibrage des flux. L'idée d'obturateurs en coin de camembert, développée par Bruno Chazelas en 2005 (Chazelas, 2007), était motivée par le besoin d'achromaticité, c'est-à-dire de masquer la même fraction du flux à toutes les longueurs d'onde. Comme nous l'avons vu, le faisceau est gaussien à toutes les longueurs d'onde. Les centres de ces gaussiennes sont identiques (à un décalquage latéral, de quelque dizaines de nanomètres, près dû au couple séparatrice-compensatrice, voir § C.3.2), mais pas leurs « diamètres » qui varient sensiblement avec la longueur d'onde (voir figure 3.7). Le *design* en pointe (ou en coin de camembert) permet d'exploiter cette géométrie des faisceaux et d'occulter la même fraction de flux quelle que soit la longueur d'onde. Lors de la mise en place du banc, il a été décidé de ne pas utiliser ces occulteurs, car ils engendraient

7. Le matériau dans lequel sont réalisés ces boudins n'est pas connu.



(a) Polariseur d'entrée (b) Polariseur de sortie



(c) Structure des polariseurs

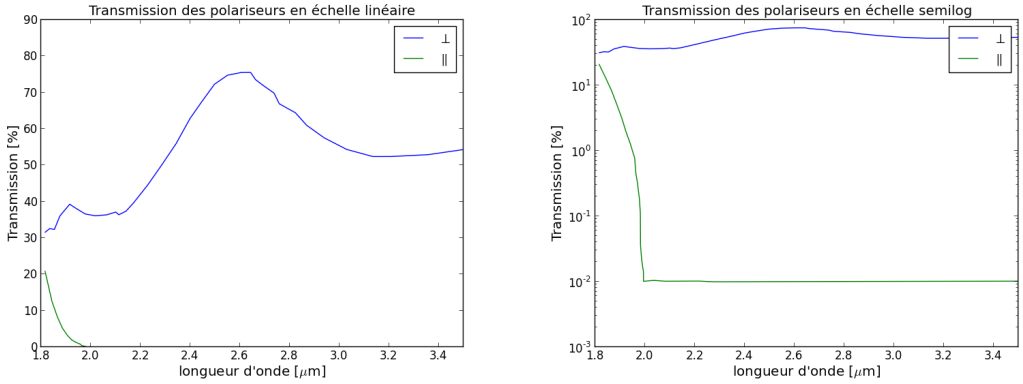
FIGURE C.11 – **Polariseurs à brins d'or : (a) et (b) Photos des polariseurs.** Sur le support qui tient la grille de chaque polariseur, on peut voir deux traits rouges diamétralement opposés. Ces traits permettent de connaitre l'orientation absolue des polariseurs puisqu'ils indiquent la direction de la polarisation qui est transmise à travers le polariseur (notée $\perp$ sur les courbes de transmission de la figure C.12). Cette direction a été déterminée en étudiant la figure de diffraction produite par un laser visible traversant le polariseur. (c) Structure des polariseurs à grille constituée de brins d'or de diamètre sublongueur d'onde maintenus à quelques micromètres les uns des autres par des boudins.

une perte non négligeable de flux.

C.5.2 Équilibrage des intensités : couplage dans la fibre (remarques)

Nous avons choisi de régler l'équilibrage des intensités en jouant sur le couplage des deux faisceaux de l'interféromètre dans la fibre de sortie. Pour cela nous avons décidé de laisser fixe les faisceaux et de déplacer la tête de fibre en translation pure. Ce qui permet, en effet, de translater le mode propre de la fibre par rapport à la distribution d'intensité des faisceaux et donc de modifier le couplage de ces faisceaux. Pour cela, la platine trois axes XYZ, sur laquelle est positionnée la tête de fibre, est motorisée dans les trois dimensions de l'espace. Les faisceaux étant quasiment parallèles, ils se focalisent dans le plan focal de la parabole [8]. L'idée est donc

8. De plus, pour éviter les aberrations optiques, il est préférable de fonctionner dans le plan focal de la parabole ou au voisinage de celui-ci.



(a) (b)

FIGURE C.12 – **Transmission des polariseurs :** La notation ⊥ indique qu'il s'agit de la transmission des polariseurs vis-à-vis d'une onde plane monochromatique de polarisation linéaire et dont l'axe de polarisation est perpendiculaire aux brins du polariseur. La notation ∥ indique que l'axe de la polarisation est parallèle aux brins du polariseur. Les courbes sont réalisées à partir des courbes mesurées par la société InfraSpecs grâce à un spectromètre à transformée de Fourier.

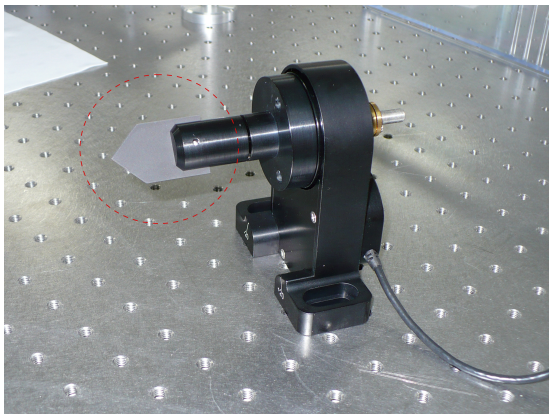


FIGURE C.13 – **Photographie d'un obturateur en coin de camembert.** Le principe de ces obturateurs est de mettre la pointe de ces coins au milieu du faisceau. Ainsi on fait varier le flux en inclinant ces coins ce qui permet de faire varier la surface projetée qui occulte le faisceau. Cette géométrie en coin de camembert permet, en théorie, d'occulter la même fraction du flux à toutes les longueurs d'onde.

d'orienter la normale à la tête de fibre dans la direction de la surface de la parabole et d'orienter la platine trois axes de façon à ce que l'un des axes, par exemple l'axe Z, soit perpendiculaire au plan focal. (Les deux autres axes permettent alors de bouger la tête de fibre dans ce plan focale.) Comme la parabole P26 est une parabole hors axe avec un angle de 30°, la situation décrite ci-dessus nécessiterait d'orienter la tête de fibre à 30° par rapport l'axe Z de la platine. Malheureusement pour une raison que j'ignore, sans doute de simplicité de réalisation du support, la tête de fibre est orientée selon l'axe Z de la platine (voir figure C.14). Le demi-angle au sommet du cône d'acceptante de la fibre étant d'environ 10° (voir figure C.5(b)), orienter l'axe Z de la platine selon l'axe de la parabole aurait entrainé un couplage quasi nul des faisceaux dans la fibre.

Conclusion, l'axe Z est orienté à 30° par rapport à l'axe de la parabole et ne joue pas uniquement sur la focalisation et les axes X et Y ne permettent pas de se déplacer parallèlement au plan focal de la parabole (voir figure C.14). Pour résoudre ce problème, on peut bien évidemment

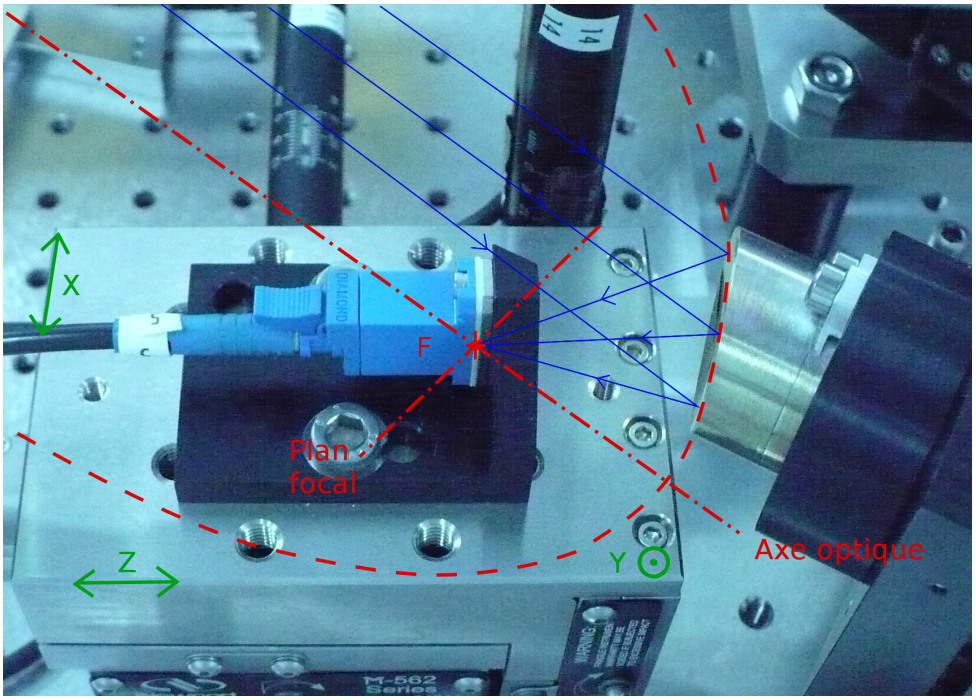


FIGURE C.14 – **Mécanique d'injection dans la tête de fibre 29.** Les tracés de couleur rouge représentent la parabole, son axe optique et son plan focal. Les tracés verts donnent les axes de déplacement de la platine 3 axes, sur laquelle est fixée la tête de fibre. Enfin, les rayons bleus décrivent le chemin suivi par le faisceau. On s'aperçoit que cet agencement n'est pas optimum puisque l'on aurait souhaité que l'axe X (de déplacement de la platine) soit parallèle au plan focal et que l'axe Z soit parallèle à l'axe optique de la parabole. Cette situation a pour conséquence directe de compliquer l'équilibrage des flux.

modifier le support de la tête de fibre et changer l'orientation de la platine ou bien commander conjointement les actionneurs des axes X et Z de façon à effectuer des déplacements en escalier permettant de se déplacer (au premier ordre) parallèlement au plan focal. Cependant par manque de temps, aucune de ces deux solutions n'a pas été implémentée. En pratique, il est un peu délicat de quantifier l'impact de ce choix sur les performances du banc. En effet, la conséquence va être que l'on ne va pas toujours se trouver dans le plan focal de la parabole et cela pourra entrainer l'apparition d'aberration optiques qui vont diminuer le couplage dans la fibre et provoquer des couplages maximaux différents sur les deux faisceaux. Pour quantifier l'impact de ces effets, il faudrait faire une étude des aberrations produites que je n'ai pas eu le temps de faire. Mais *a priori*, elles ne doivent pas être très importantes, car on fonctionne tout de même proche du plan focal. De plus, une perte de couplage et donc de flux, n'est pas dramatique à partir du moment ou on arrive tout de même à trouver une position qui permette d'obtenir des flux égaux dans les deux faisceaux.

C.5.3 fibre de sortie : actionneurs de la platine de translation 3 axes de la tête de fibre d'entrée

Les têtes de fibre sont positionnées sur des platines de translation 3 axes. La platine de la tête de fibre de sortie n'est pas motorisée, mais sa position est réglable grâce à des vis micrométriques. La platine de la tête de fibre d'entrée est, quant à elle, motorisée avec des actionneurs de translation pas-à-pas (voir figure C.14) dont les caractéristiques sont décrites dans le tableau C.11

TABLE C.11 – Caractéristiques des actionneurs de la platine qui supporte la tête de fibre d'entrée de la fibre optique du bloc fibre de sortie (TF29)

Constructeur	Newport
Référence	CMA-12PP
Type d'actionneur	Moteur pas à pas
Asservissement en position	Non
Course	12,5 mm
Linéarité	NC
Résolution du mouvement[a]	97,656 nm
Précision[a]	NC
Répétabilité bidirectionnelle[a]	4 µm
Répétabilité unidirectionnelle[a]	3 µm
Mouvement incrémental minimum[a]	0,3 µm
Vitesse de déplacement	Réglable de 0 à 400 $\mu m.s^{-1}$

[a] La signification des termes résolution, précision, répétabilité est décrite dans l'annexe E

C.6 Le bloc détecteurs

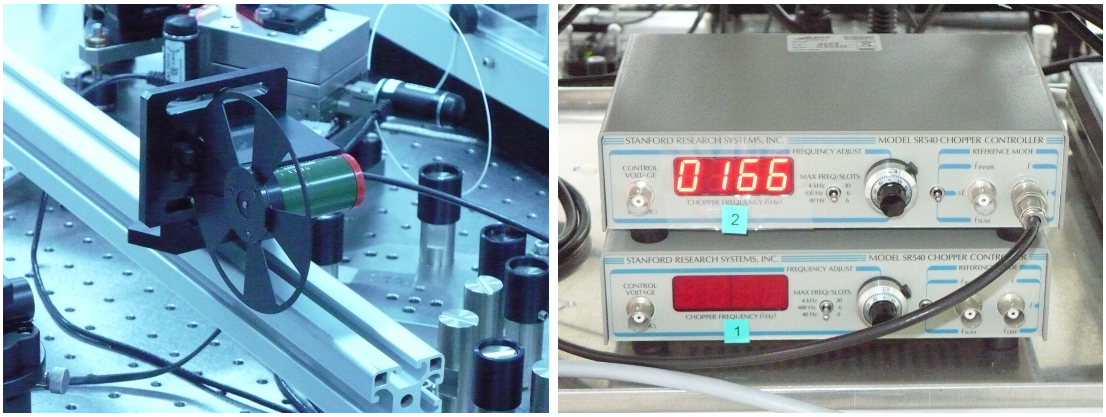
C.6.1 Principe du système de détection synchrone

Pour ne pas faire de confusion, il faut faire la distinction entre le boitier électronique que nous appelons par abus de langage « détection synchrone » (voir figure C.16) et le principe de la détection synchrone qui nécessite l'ensemble des éléments de la chaine de détection (*chopper* + détecteur + boitier électronique détection synchrone).

Le principe de la détection synchrone repose la modulation et de la démodulation cohérente bien connues en électronique (voir par exemple More (1999)). La figure C.17 en présente le schéma de principe. L'idée générale est de moduler le signal qui nous intéresse (grâce au *chopper*, voir figure C.15) afin de déplacer son contenu fréquentiel à une fréquence ou le bruit introduit par le système est le plus faible possible.

Ensuite, après passage par le système, on vient démoduler le signal détecté afin de replacer le contenu fréquentiel du signal autour de sa fréquence d'origine. Enfin, on filtre, à l'aide d'un filtre passe-bas[9], pour éliminer tout le bruit qui se trouve en dehors de la bande de fréquence du signal qui nous intéresse. Ainsi on peut éliminer une grande partie des bruits introduits par la lumière de la salle, par les amplificateurs ou encore par l'effet des variations de température sur l'électronique de la chaîne de détection. La détection synchrone est donc primordiale pour limiter le bruit qui affecte nos mesures.

9. La constante de temps τ_{DS} de la détection synchrone est l'inverse de la fréquence de coupure du filtre passe-bas.



(a) (b)

FIGURE C.15 – ***Chopper :*** (a) Photographie du moteur et de la roue qui permet de moduler le signal. En tournant, les différents cadrans de la roue viennent alternativement bloquer puis laisser passer le faisceau provenant de la source. C'est ce qui permet de réaliser la modulation d'amplitude. La fréquence porteuse de modulation est donnée par le nombre de cadrans et la vitesse de rotation du moteur. Un capteur optique, placé sur le support, vient mesurer la fréquence de modulation pour la transmettre au reste de la chaîne et notamment aux boitiers de démodulation (figure C.16). (b) Boitier qui permet d'alimenter et de régler la vitesse de rotation de la roue.

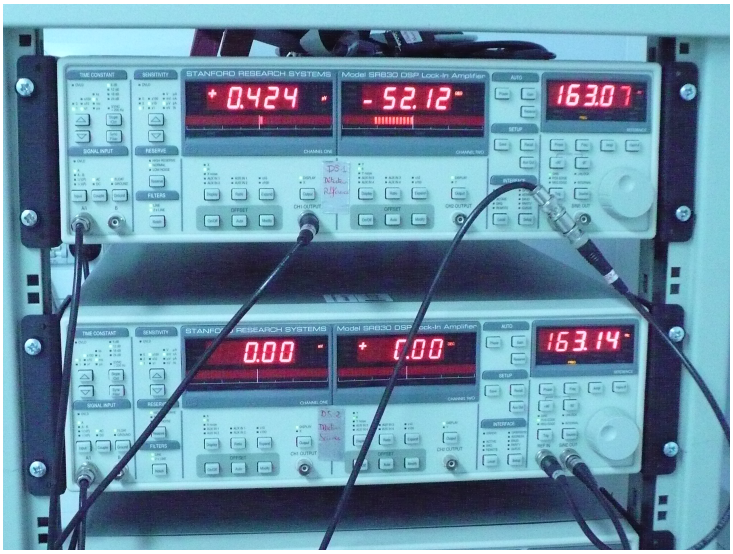


FIGURE C.16 – **Photographie des boitiers électroniques de détection synchrone qui réalisent la démodulation et le filtrage.**

C.6.2 La chaîne de détection

C.6.2.1 Les détecteurs InSb cryogénique : Description complète des caractéristiques

La figure C.18 montre une photo de l'un des détecteurs photodiode à jonction PN en InSb (antimoniure d'indium), installé sur le banc optique. On y voit le cryostat qui contient la photo-

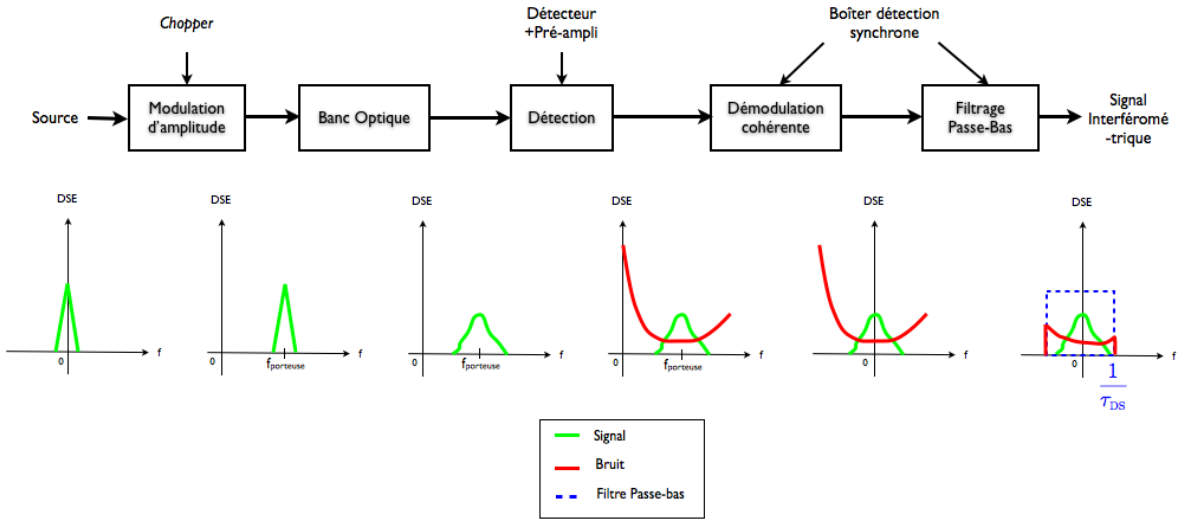


FIGURE C.17 – **Schéma de principe de la détection synchrone.** τ_{DS} est appelé la constante de temps de la détection synchrone. C'est un paramètre de réglage important. Pour le choisir convenablement, il faut faire un compromis entre le filtrage du bruit et le temps de réponse du système. Un autre paramètre de réglage important est le choix de la fréquence de modulation f_{porteuse}. En théorie, l'idée est de mesurer la densité spectrale d'énergie (D.S.E.) du bruit qui affecte le banc (représentée par la courbe verte), en s'affranchissant, autant que faire se peu, du bruit introduit par la chaîne de détection (dont l'allure typique de la D.S.E., pour une chaîne qui contient un étage d'amplification, est donnée par la courbe rouge). On choisit classiquement f_{porteuse} au centre de ce que l'on appelle le plancher de bruit, qui est la zone dans laquelle la puissance du bruit introduit par la chaîne de détection est minimale. En effet, cela permet de minimiser le bruit qui subsistera après le filtrage passe-bas.

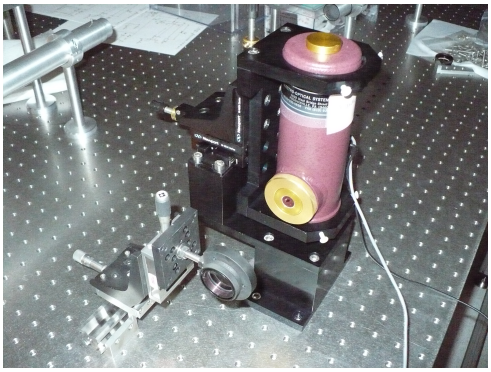


FIGURE C.18 – **Photographie du détecteur science.** On y voit la lentille qui permet de focaliser le faisceau d'environ 10 mm de diamètre sur la surface active de la photodiode qui ne fait que 0,25 mm de diamètre. Celle ci se trouve à l'intérieur du cryostat que l'on voit sur cette image.

diode. Ce cryostat est composé d'une cuve interne qui permet de recevoir de l'azote liquide. La photodiode est reliée à cette cuve par des matériaux conducteurs de chaleur afin de permettre son refroidissement. Elle se trouve dans une cavité interne au cryostat qui a été mise sous vide par le fabricant afin d'isoler thermiquement le détecteur de la paroi externe du cryostat (cette paroi étant chauffée par l'environnement extérieur). Tout cela permet de refroidir la photodiode jusqu'à une température voisine de 77 K (température d'ébullition de l'azote liquide) ce qui permet de diminuer fortement certains bruits de la photodiode et notamment son courant d'obscurité et son bruit thermique.

En plus de la photodiode, ces détecteurs comportent un étage de préamplification réalisé par un amplificateur à transimpédance (qui convertit le courant fourni par la photodiode en une tension) et c'est la tension de sortie de ce préamplificateur qui est ensuite envoyée vers le boitier électronique de détection synchrone. La figure C.19 présente le schéma électronique équivalent de nos détecteurs.

La caractéristique électrique d'une photodiode est une courbe donnant l'évolution du courant en fonction de la tension aux bornes de la photodiode. Un exemple de caractéristique électrique est donné figure C.20. La caractéristique électrique décrit entièrement le comportement d'une photodiode du point de vue électrique.

Du point de vue détecteur de photons, une photodiode est décrite par :

— sa caractéristique optique donnant l'évolution de la tension (en sortie de l'étage amplificateur à transimpédance) (ou du courant en sortie de la photodiode) en fonction de la puissance lumineuse incidente ;
— sa réponse spectrale ;
— son bruit propre ou puissance équivalente de bruit (notée NEP).

La caractéristique optique d'un photodétecteur possède toujours la même allure, voir figure C.21, elle décrit la dynamique du détecteur. Cette caractéristique est entièrement décrite par les paramètres suivants :

— tension d'obscurité en volts. C'est la tension moyenne obtenue en sortie du détecteur en l'absence de rayonnement incident. Elle est principalement due à la création de porteurs libres (électrons et trous) sous l'effet de la seule température ;
— tension de saturation en volts. C'est la tension à partir de laquelle une augmentation de la puissance lumineuse incidente n'entraine plus d'augmentation de la tension aux bornes du détecteur. Cette tension est souvent due à la saturation des amplificateurs ou des convertisseurs analogique numérique ;

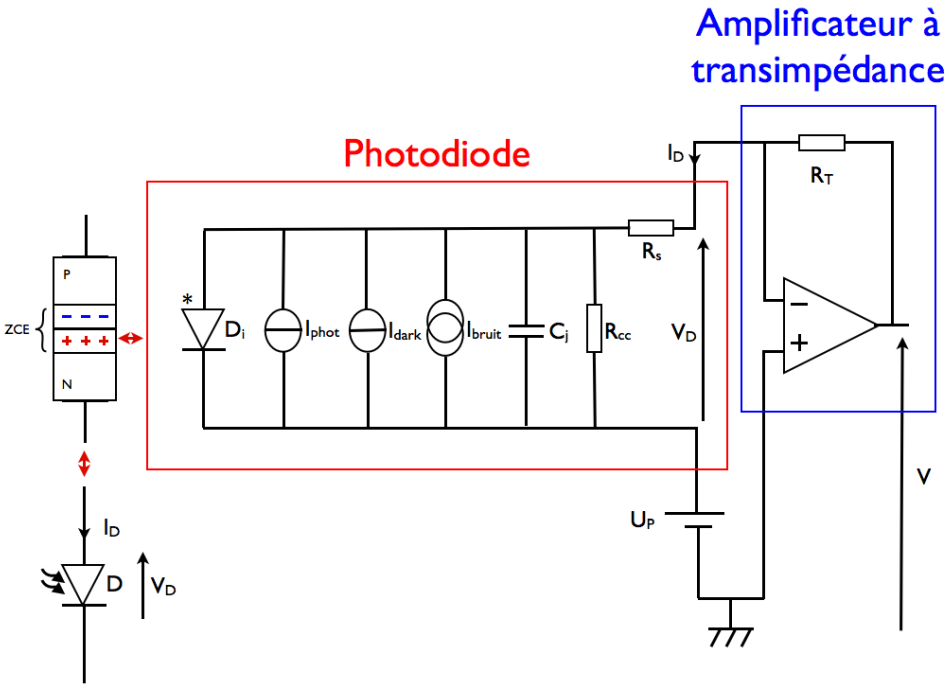


FIGURE C.19 – **Schéma électrique équivalent de nos détecteurs {photodiode + préamplificateur}**. À gauche et en bas de la figure se trouve le symbole électrique de la photodiode. Au dessus, se trouve un schéma physique de la photodiode à jonction PN, avec la juxtaposition de deux semi-conducteurs en InSb, l'un dopé P (les porteurs libres majoritaires sont des trous), l'autre dopé N (les porteurs libres majoritaires sont des électrons). Entre les deux se trouve la zone de charge d'espace (ZCE) qui est la zone active de la photodiode et dont la taille dépend notamment du niveau de dopage et de la tension de polarisation U_P. Elle fait 250 µm de diamètre pour nos détecteurs. Ensuite, encadré en rouge, on trouve le schéma électrique équivalent de cette photodiode : la photodiode idéale D_i, les différentes sources de courant, I_phot représentant le photocourant moyen, I_dark le courant d'obscurité moyen et I_bruit le courant aléatoire représentant toutes les sources de bruit, la résistance de court-circuit $R_\mathrm{cc} \sim 100k\Omega$, la capacité de jonction $C_\mathrm{j} \sim 10\mathrm{pF}$ et la résistance série $R_\mathrm{S} \sim 10\Omega$. À droite, on trouve le schéma électrique du préamplificateur à transimpédence (encadré en bleu) composé d'un amplificateur opérationnel et d'une résistance R_T. Le préamplificateur assure la conversion du courant I_D, délivré par la photodiode, en une tension V par la relation $V = -R_\mathrm{T} I_\mathrm{D}$. Grâce à l'AO, cette conversion est assurée quelle que soit la charge que l'on branche en sortie.

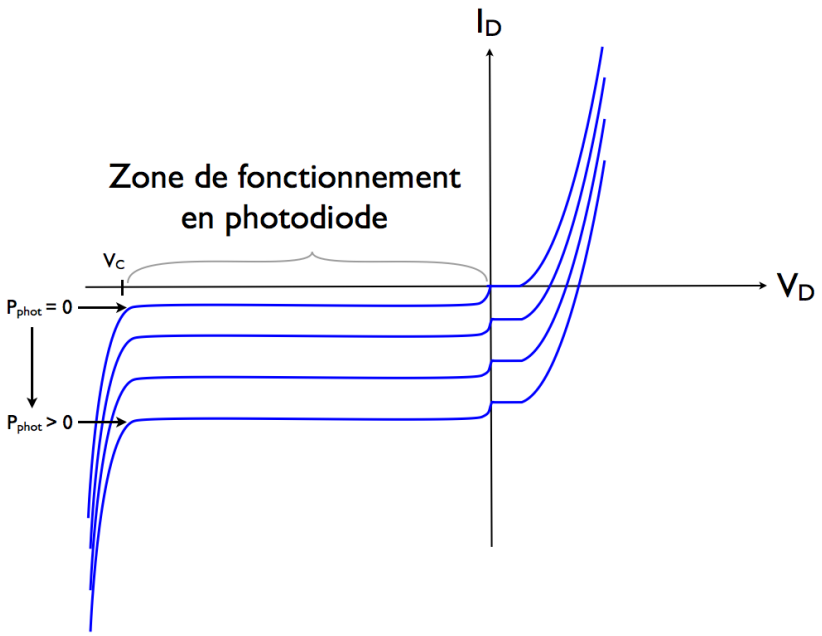


FIGURE C.20 – **Caractéristique électrique d'une photodiode.** Ce graphique présente l'allure que peut avoir une photodiode. Celle-ci fonctionne comme un détecteur de photons lorsqu'elle est polarisée en inverse en deçà de sa tension de claquage V_C (c'est-à-dire $V_C < V_D < 0$, voir convention d'orientation de V_D à la figure C.19). Dans cette zone de fonctionnement, la caractéristique est pratiquement horizontale (en réalité, elle est légèrement croissante du fait des résistances R_S et R_{cc}) et dépend uniquement du flux de photons qui atteint la surface active de la photodiode.

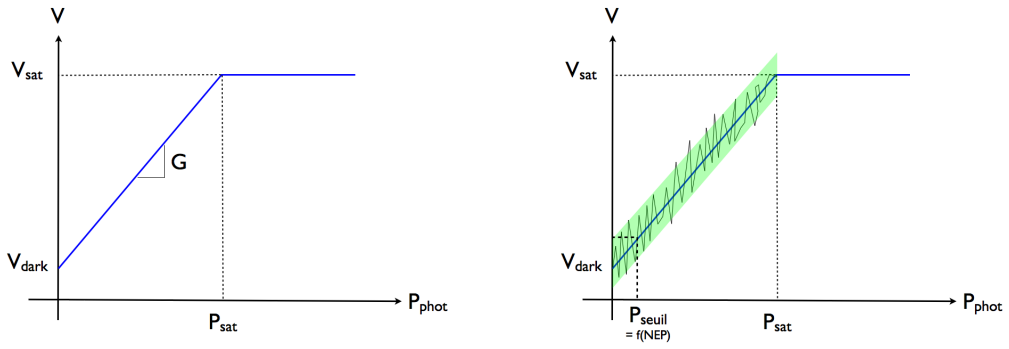
— gain ou sensibilité en volt par watt. C'est le facteur de conversion entre la puissance lumineuse incidente et la tension mesurée en sortie. Il dépend de l'indice de réfraction des matériaux semi-conducteurs utilisés, de leur état de surface [10] et du gain électrique introduit par l'étage d'amplification [11].

Parmi ces paramètres, seul le gain dépend généralement de la longueur d'onde. Cette dépendance définit d'ailleurs la bande spectrale dans laquelle le détecteur est sensible. La courbe qui donne l'évolution du gain en fonction de la longueur d'onde est appelée la réponse spectrale du détecteur. La figure 3.18 donne les réponses spectrales de nos détecteurs. Cette dépendance spectrale du gain est principalement liée la nature des semi-conducteurs et des dopants utilisés qui imposent l'énergie de bande interdite (*gap* en anglais) de la jonction PN.

La caractéristique optique, associée à la réponse spectrale, permet donc en théorie de connaitre la tension produite par un rayonnement donné (et inversement). Cependant, hormis pour la tension d'obscurité, nous avons jusque-là négligé toutes les sources de bruit. Les sources de bruit sont nombreuses. On distingue le bruit de quantification des photo-électrons, qui est intrinsèque à la nature quantiques des photons-électrons et donc communs à tous les détecteurs, des bruits liés aux imperfections du détecteur (dont les bruits thermiques ainsi que tous les bruits liés à l'électronique de lecture comme les bruits d'amplification) qui varient d'un détecteur à l'autre.

10. Le gain d'une photodiode inclut donc ce que l'on appelle classiquement le rendement quantique pour les détecteurs à comptage de photons comme les capteurs CCDs.

11. Cet étage d'amplification est en réalité un étage de préamplification réalisée par l'amplificateur à transimpédance. Il permet d'obtenir une tension en sortie de détecteur proportionnelle au courant produit par la photodiode. Le facteur de proportionnalité est homogène à une résistance notée R_T sur la figure C.19. Avec nos détecteurs, il est possible de choisir deux valeurs différentes pour R_T, soit 1 Ω, soit 10 Ω. En principe, nous utilisons toujours le mode $R_T = 1$ Ω car il produit moins de bruit d'amplification que l'autre.



(a) (b)

FIGURE C.21 – **Caractéristique optique de l'ensemble {photodiode + préamplificateur}**. (a) Caractéristique optique idéale. (b) Caractéristique optique plus réaliste qui prend en compte les différents bruits. Cette caractéristique bruitée permet de faire apparaitre la notion de puissance seuil qui est la plus petite puissance détectable et qui est reliée à la notion de NEP (voir équation C.1).

Ces bruits introduits par le détecteur constituent un élément important dans le choix d'un détecteur. En principe, pour décrire correctement ce bruit, il faudrait donner sa densité spectrale de puissance (DSP) mais en pratique, on se contente généralement de donner son NEP. Le NEP étant le flux lumineux, par unité de bande passante (par Hz), qui produit une tension égale au bruit du détecteur en l'absence de flux. Mathématiquement, cela ce traduit par

$$\text{NEP} = \frac{1}{G} \cdot \sqrt{\frac{\text{Var}[v]}{\Delta f}} \tag{C.1}$$

où G est le gain du détecteur, v est la tension mesurée en sortie du détecteur en l'absence de flux lumineux, $\text{Var}[v]$ désigne la variance de v et $\Delta f = \frac{1}{\tau_{\text{int}}}$ désigne la bande passante de la mesure avec τ_{int} le temps d'intégration utilisé pour réaliser les mesures de tension.

Le NEP permet, entre autres choses, d'obtenir la puissance minimale détectable (avec un S/B de 1) notée P_{min} ou P_{seuil} pendant un temps de pose τ_{int} :

$$P_{\text{min}} = \text{NEP} \cdot \sqrt{\frac{1}{\tau_{\text{int}}}} \tag{C.2}$$

C.6.2.2 Caractéristiques de nos chaînes de détection

Le tableau C.12 résume les caractéristiques de nos chaines de détections {photodiode + préampli + boitier électronique de détection synchrone + *chopper*}.

TABLE C.12 – Caractéristiques de nos chaines de détections

Chaine de détection associée au détecteur	Référence[a,b]	Science[a]
Numéro de série du détecteur	30732	120517
Constructeur du boîtier électronique de détection synchrone	Stanford research systems	
Constructeur du détecteur	Electro-Optical Systems Inc	
Type	Détecteur monopixel réalisé par une photodiode à jonction PN en InSb	
Température de fonctionnement	$\simeq$ 77 K	
Diamètre du pixel	250 µm	
Réponse spectrale	voir figure 3.18	
Tension de saturation	1,092170 V	
Tension d'obscurité	$2,7 \cdot 10^{-7}$ V	$3,1 \cdot 10^{-7}$ V
Gain @ 3,39 µm	$5,5 \cdot 10^{5}$ V.W^{-1}	$1,9 \cdot 10^{6}$ V.W^{-1}
Puissance maximale détectable ($P_{\max}$) @ 3,39 µm	$1,99 \cdot 10^{-6}$ W	$5,7 \cdot 10^{-7}$ W
NEP(Doc. constructeur du détecteur)	$< 1,05 \cdot 10^{-13}$ W.Hz$^{-\frac{1}{2}}$	$< 1,5 \cdot 10^{-13}$ W.Hz$^{-\frac{1}{2}}$
NEP(mesuré sur toute la chaine de détection)	$1,4 \cdot 10^{-13}$ W.Hz$^{-\frac{1}{2}}$	$4,7 \cdot 10^{-14}$ W.Hz$^{-\frac{1}{2}}$
Dynamique ($\frac{P_{\max}}{P_{\min}}$) @ 3,39 µm et $\tau_{\text{int}} = 1$ s	$1,4 \cdot 10^{7}$	$1,2 \cdot 10^{7}$
Plage de fonctionnement en fréquence temporelle	[0 ; 50] kHz	[0 ; 200] kHz

[a] Initialement les deux détecteurs avaient des positions inversées. Le détecteur référencé 30732 était le détecteur science et celui référencé 120517, le détecteur référence. Après avoir fait la mesure du NEP, de la tension d'obscurité et de la tension de saturation des détecteurs, j'ai choisi d'inverser les deux détecteurs afin de profiter de la meilleure NEP du détecteur 120517, qui en dehors de cela possède des caractéristiques sensiblement équivalentes au détecteur 30732.

[b] Ce détecteur est fortement surdimensionné par rapport à la fonction qu'il a à réaliser. En effet, il a pour but de monitorer le flux en sortie de bloc source (voir § 3.5.2.4). Il doit donc mesurer un flux relativement important et relativement stable. Il ne requiert donc ni une grande dynamique ni un NEP très faible. À mon avis, ce détecteur pourrait être remplacé par un détecteur moins performant, afin que celui soit libre pour des mesures en d'autres endroits du banc, comme par exemple à la sortie constructive de l'interféromètre Mach-Zender.

Annexe D

Modélisation en optique gaussienne du banc

D.1 Rudiments d'optique gaussienne

D.1.1 Pourquoi a-t-on besoin de l'optique gaussienne ?

L'optique géométrique ne suffit pas à expliquer l'effet des lentilles sur les faisceaux laser (faisceau de lumière cohérent, intense et de diamètre faible). L'optique gaussienne a donc originalement été développée pour palier à ce manque. Par la suite avec l'émergence des fibres optiques monomodes, l'optique gaussienne a permis d'expliquer le comportement des faisceaux émergent de ces fibres. J'ai donc utiliser l'optique dans ma modélisation pour rendre compte correctement du comportement des laser et surtout des fibres.

D.1.2 Qu 'est ce qu'un faisceau gaussien

Un faisceau gaussien est le degré 1 de complexité pour décrire un faisceau de lumière laser. Le degré 0 consistant à considérer un faisceau composé de rayon de lumineux tous parallèles les uns aux autres. Contrairement à un faisceau de rayon lumineux, le faisceau gaussien tient compte du théorème de Huygens-Fresnel, c. à d. de la diffraction, si bien qu'un faisceau gaussien ne peut pas être parfaitement collimaté (parallèle).

Un faisceau gaussien possède un axe de symétrie parallèle à sa direction de propagation. Dans tout plan contenant cet axe, les courbes d'équi-irradiance sont des hyperboles (voir figure D.1).

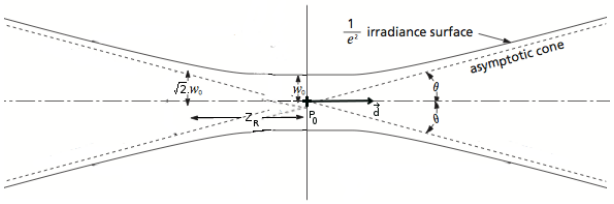


FIGURE D.1 – **Image représentant un faisceau gaussien dans un plan contenant son axe de propagation**. Image modifiée à partir d'une image CVI Melles Griot

Enfin, dans les plans perpendiculaires à l'axe de propagation, il possède un profil d'intensité gaussien à deux dimensions (voir figure D.2)

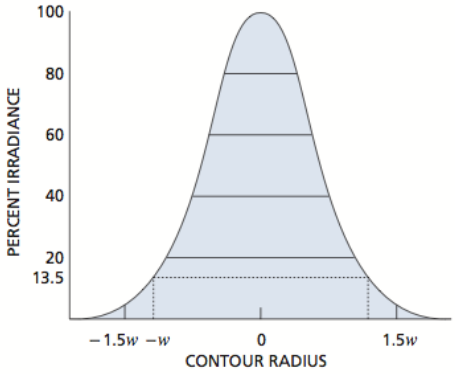


FIGURE D.2 – **Répartition de l'intensité d'un faisceau gaussien perpendiculairement à la direction de propagation**. Crédit : CVI Melles Griot

que l'on décrit, en général, par

$$I(r) = I_0 e^{-2\frac{r^2}{w^2}} = \frac{2 * I_0^\infty}{\pi w^2} e^{-2\frac{r^2}{w^2}} \tag{D.1}$$

où w représente la demi-largeur de la gaussienne (ou "rayon du faisceau") selon la définition suivante : Si l'on s'éloigne d'une distance w depuis l'axe du faisceau et perpendiculairement à celui si l'intensité est alors diminuée d'un facteur $\frac{1}{e^2} = 13,5\%$ [1]. I_0 est l'intensité sur l'axe et I_0^∞ est l'intensité intégrée dans tout le plan perpendiculaire à l'axe.

Il peut être utile de calculer à partir de cette expression l'intensité comprise dans un cercle de rayon r centré sur l'axe, notée I_0^r :

$$I_0^r = \int_0^{2\pi} \mathrm{d}\theta \int_0^r I(r)\ r\,\mathrm{d}r = I_0^\infty[1 - \exp(-2\frac{r^2}{w^2})] \tag{D.2}$$

Les cinq paramètres principaux qui permettent de définir entièrement un faisceau gaussien sont :

- λ la longueur d'onde du faisceau ;
- p_0 la position du *waist* (col du faisceau) ;
- w_0 le *waist* ou col du faisceau. C'est le rayon w du faisceau au niveau du col (endroit on le faisceau est le plus étroit) ;
- $\vec{u}$ l'axe du faisceau ;
- l'intensité du faisceau.

De ces cinq paramètres principaux, on peut déduire deux caractéristiques utiles pour décrire le faisceau :

- $\theta = \frac{\lambda}{\pi \cdot n \cdot \omega_0}$ (où n est l'indice de réfraction du milieu de propagation) qui représente l'angle d'ouverture du cône de divergence asymptotique. il s'agit du demi angle au sommet (voir figure D.1) ;
- $z_\mathrm{R} = \frac{\pi \cdot n \cdot w_0^2}{\lambda}$ appelé distance de Rayleigh qui quantifie la distance de propagation, à partir du col, nécessaire pour que le faisceau s'élargisse sensiblement. Sensiblement signifiant que le diamètre est multiplié par un facteur $\sqrt{2}$.

La distance de Rayleigh permet de savoir dans quelle partie/régime du faisceau gaussien on se trouve :

1. On considère ici une gaussienne à symétrie centrale ce qui n'est pas forcément toujours vrai. Si l'on désire relier w à σ l'écart type d'une gaussienne, il faut utiliser $w = 2\sigma$

— Si l'on se trouve à une distance du col du faisceau faible devant z_R, alors on se trouve dans un régime ou le faisceau gaussien est quasiment parallèle ;
— Si l'on se trouve à une distance du col du faisceau grande devant z_R, alors on s trouve dans un régime ou le faisceau gaussien se comporte comme un faisceau divergent de sommet le col du faisceau et de demi-angle au sommet θ ;
— Sinon, le faisceau n'est correctement décrit que par les lois de l'optique gaussienne.

Au cours de sa propagation, un faisceau gaussien s'élargie sous l'effet de la diffraction selon la loi :

$$w(z) = w_0 \sqrt{1 + \left(\frac{\lambda z}{\pi n w_0^2}\right)^2} = w_0 \sqrt{1 + \left(\frac{z}{z_R}\right)^2} \tag{D.3}$$

où z désigne distance parcourue depuis le *waist* du faisceau.

D.1.3 Effet d'une lentille sur un faisceau Gaussien

A la manière de ce que l'on fait en optique géométrique nous allons présenter les relations de conjugaison et de grandissement qui nous permettront de calculer la position p_0 du *waist*. En plus, il nous faudra préciser la relation de grossissement du *waist*.

Pour cela il nous faut définir certaines conventions que l'on va expliciter à partir de la figure D.3.

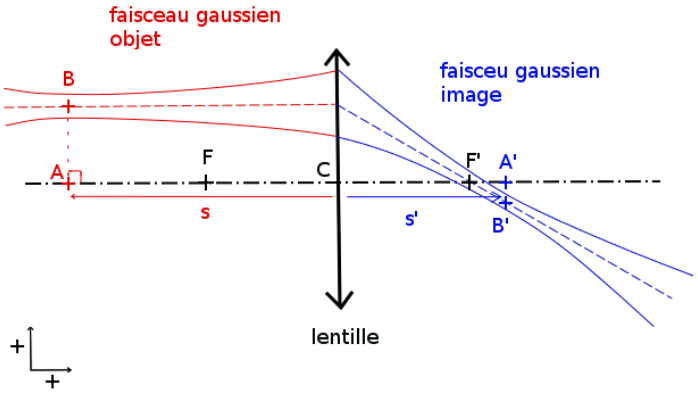


FIGURE D.3 – **Conventions utilisées pour les calculs liés aux lentilles.** Ce dessin a été réalisé pour une lentille convergente mais les mêmes notation et conventions s'appliques pour une lentille divergentes (seules les postions de F et F' sont inversées).

Dans les équations qui vont suivre les distances sont relatives. Elles sont positives lorsqu'elle correspondent à un déplacement de la droite vers la gauche pour les distances relatives horizontales et de bas en haut pour les distances relatives verticales. Ensuite, nous utiliserons les notations suivantes :
Soit

— C le centre de la lentille ;
— F le foyer objet de la lentille ;
— f la distance relative $\overline{CF}$ (qui désigne la distance relative pour aller de c vers F) ;
— F' le foyer image de la lentille ;
— f' la distance relative $\overline{CF'}$;
— B la position du *waist* du faisceau objet ;

— ω_0 le *waist* du faisceau objet ;
— A la projection de B sur l'axe optique de la lentille ;
— s la distance relative $\overline{\mathrm{CA}}$;
— B' la position du *waist* du faisceau image ;
— ω_0' le *waist* du faisceau image ;
— A' la projection de B' sur l'axe optique de la lentille ;
— s' la distance relative $\overline{\mathrm{CA}}$;

D.1.3.1 Relation de conjugaison

Avec les notations définies à la figure D.3, la relation de conjugaison en optique gaussienne est :

$$\frac{1}{s'} - \frac{1}{s + \frac{z_\mathrm{R}^2}{s-f}} = \frac{1}{f'} \tag{D.4}$$

A partir de cette relation on peut calculer s' connaissant les caractéristiques de la lentille et du faisceau gaussien objet :

$$s' = \frac{f' \cdot [s \cdot (s-f) + z_\mathrm{R}^2]}{z_\mathrm{R}^2 + (s-f) \cdot (s+f')} \tag{D.5}$$

La figure D.4 représente la position du *waist* image en fonction du *waist* objet pour différentes valeurs du rapport $\frac{z_r}{f}$. On peut y remarquer plusieurs choses :

1. Si $\frac{z_\mathrm{R}}{f} \to +\infty$, alors on se rapproche d'un faisceau parallèle et le *waist* image se trouve au voisinage du foyer image de la lentille. Ce qui est conforme à l'optique géométrique ;
2. Si $\frac{z_\mathrm{R}}{f} \to 0$, alors on est ramené au cas de l'optique géométrique ;
3. Dans tous les autres cas, on ne peut décrire correctement ce qu'il se passe que dans le cadre de l'optique gaussienne. On peut noter quelques différences fondamentales avec l'optique géométrique.
   — Il existe une position maximum et minimum pour la distance s' ;
   — Pour un *waist* objet se trouvant au foyer objet de la lentille, le *waist* image se trouve au foyer image de la lentille.

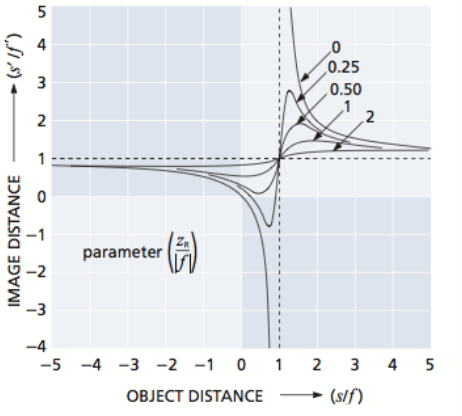


FIGURE D.4 – **Relation de conjugaison en optique gaussienne** : Ce graphe permet de connaitre la position du *waist* du faisceau image en fonction de la position du *waist* du faisceau objet connaissant le rapport $\frac{z_\mathrm{R}}{f}$. Image modifiée à partir d'une image CVI Melles Griot

D.1.3.2 Relation de grandissement

$$G = \frac{\overline{\text{A'B'}}}{\overline{\text{AB}}} = \frac{s'}{s} \tag{D.6}$$

D.1.3.3 Grossissement du *waist* et de la distance de Rayleigh

Soit m le grossissement du *waist*,

$$m = \frac{\omega_0'}{\omega_0} = \frac{1}{\sqrt{(1-\frac{s}{f})^2 + (\frac{z_\text{R}}{f})^2}} \tag{D.7}$$

De plus, on a

$$z_\text{R}' = m^2 \cdot z_\text{R} \tag{D.8}$$

D.1.4 Effet d'une parabole sur un faisceau Gaussien

La prise en compte des paraboles est relativement simple. Dans un premier temps, on fait comme si la parabole était une lentille convergente dont la focale est égale à la distance entre le foyer et le sommet de la parabole. Le foyer, le sommet et l'axe de la parabole sont remplacés respectivement par le foyer objet, le centre et l'axe optique de la lentille. De plus, on fait comme si il existait un foyer image symétrique du foyer objet par rapport au plan normal à l'axe de la parabole passant par son sommet. On mène les calculs de la même façon de la façon décrite dans la partie précédente avec notre lentille fictive. Enfin le véritable faisceau image produit par la parabole est donnée par le symétrique, par rapport au plan normal à l'axe de la parabole passant par son sommet, du faisceau image produit par notre lentille fictive.

D.1.5 Effet d'un dioptre sur un faisceau Gaussien

L'effet des dioptres sur les faisceaux gaussiens est en tout point indentique à ce qui se fait en optique géométrique. Un faisceau gaussien incident sur un dioptre produit un faisceau réfléchi et un faisceau transmis qui sont gaussien. Les tailles des *waist* des faisceaux réfléchi et transmis sont identiques à celle du faisceau incident. Ensuite les changements au niveau de la position des *waist* et de la direction des faisceaux obéissent aux lois de Snell-Descartes. Enfin l'intensité des faisceaux transmis et réfléchis est donnée par les coefficients de Fresnel.

D.1.5.1 Lois de Snell-Descartes

La figure D.5 définie les conventions utilisées. Les lois de Snell-Descartes [2] sont :

$$\text{Re}\left(\underline{n_i}\right) \cdot \sin\theta_i = \text{Re}\left(\underline{n_t}\right) \cdot \sin\theta_t \tag{D.9}$$

$$\theta_r = \theta_i \tag{D.10}$$

où $\underline{n_i}$ et $\underline{n_t}$ désigne respectivement les indice de réfraction complexe dans les milieux "incident" et "transmis".

On s'aperçoit sur la figure D.5 que pour passer du faisceau incident au faisceau transmis, il ne suffit pas de faire une rotation du faisceau. Du fait de la conservation de la composante tangentielle du champs électrique, la largeur du faisceau au niveau du dioptre est conservée entre

2. Voir par exemple Hecht (2002).

le faisceau incident et le faisceau transmis si bien que tout se passe comme si la distance z de propagation depuis le *waist* était modifiée de la façon suivante :

$$z_{t,0} = \frac{n_t}{n_i} z_{i,0} \tag{D.11}$$

où $z_{t,0}$ et $z_{i,0}$ sont les distances de propagation du *waist* jusqu'au dioptre pour les faisceaux transmis et réfléchis respectivement. $n_t = \mathrm{Re}\left(\underline{n_t}\right)$ et $n_i = \mathrm{Re}\left(\underline{n_i}\right)$ sont les indices de réfraction des milieux "transmis" et "réfléchis" respectivement.

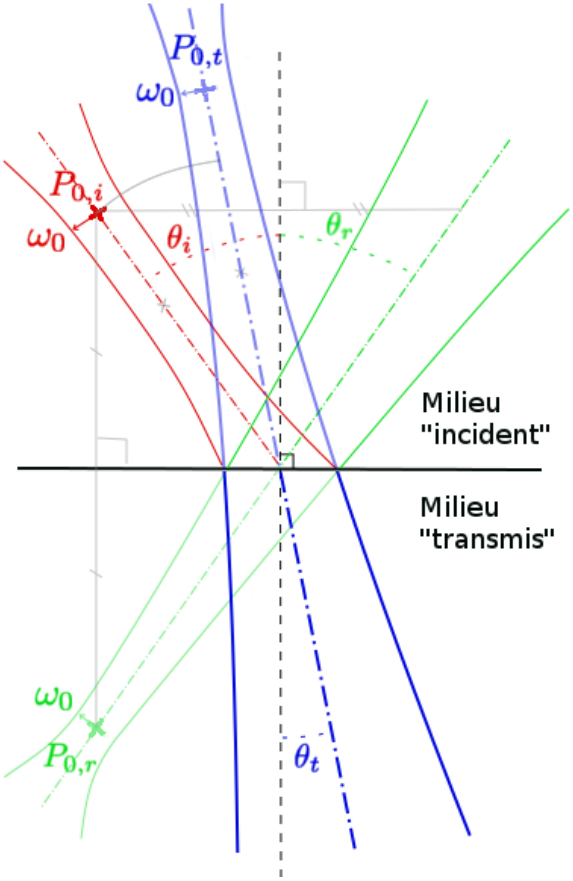


FIGURE D.5 – **Conventions utilisées pour les lois de Snell-Descartes et l'expression des coefficients de Fresnel**. Le faisceau rouge, vert et bleu représente respectivement le faisceau incident, réfléchi, transmis. Les tailles des *waist* des faisceaux sont identiques par contre leur position, la direction et l'intensité des faisceaux changent selon les lois de Snell-Descartes et les coefficients de Fresnel.

D.1.5.2 Coefficients de Fresnel

On peut trouver l'expression des coefficients de Fresnel dans de nombreux ouvrage comme par exemple Hecht (2002, p. 120-121).

$$\underline{r_{\mathrm{p}}} = \frac{\underline{n_t} \cdot \cos(\theta_i) - \underline{n_i} \cdot \cos(\theta_t)}{\underline{n_t} \cdot \cos(\theta_i) + \underline{n_i} \cdot \cos(\theta_t)} \tag{D.12}$$

$$\underline{r_{\mathrm{s}}} = \frac{\underline{n_i} \cdot \cos(\theta_i) - \underline{n_t} \cdot \cos(\theta_t)}{\underline{n_i} \cdot \cos(\theta_i) + \underline{n_t} \cdot \cos(\theta_t)} \tag{D.13}$$

$$\underline{t_{\mathrm{p}}} = \frac{2\underline{n_i} \cdot \cos(\theta_i)}{\underline{n_t} \cdot \cos(\theta_i) + \underline{n_i} \cdot \cos(\theta_t)} \tag{D.14}$$

$$\underline{t_{\mathrm{s}}} = \frac{2\underline{n_i} \cdot \cos(\theta_i)}{\underline{n_i} \cdot \cos(\theta_i) + \underline{n_t} \cdot \cos(\theta_t)} \tag{D.15}$$

où r_{p} et r_{s} sont les facteurs (complexes) de réflexion en amplitude (du champs électrique) pour les polarisations p et s respectivement. t_{p} et t_{s} sont les facteurs (complexes) de transmission de Fresnel en amplitude pour la polarisation p et s respectivement.

A partir des coefficients de réflexion en amplitude, on obtient les coefficients de réflexion en intensité grâce à

$$R_{\mathrm{p}} = \underline{r_{\mathrm{p}}} \cdot \underline{r_{\mathrm{p}}}^* \tag{D.16}$$

$$R_{\mathrm{s}} = \underline{r_{\mathrm{s}}} \cdot \underline{r_{\mathrm{s}}}^* \tag{D.17}$$

$$T_{\mathrm{p}} = \frac{\underline{n_t} \cdot \cos(\theta_t)}{\underline{n_i} \cdot \cos(\theta_i)} \, \underline{t_{\mathrm{p}}} \cdot \underline{t_{\mathrm{p}}}^* \tag{D.18}$$

$$T_{\mathrm{s}} = \frac{\underline{n_t} \cdot \cos(\theta_t)}{\underline{n_i} \cdot \cos(\theta_i)} \, \underline{t_{\mathrm{s}}} \cdot \underline{t_{\mathrm{s}}}^* \tag{D.19}$$

où R_{p} et R_{s} sont les facteurs de réflexion en intensité pour les polarisations p et s respectivement. T_{p} et T_{s} sont les facteurs de transmission en intensité pour les polarisations p et s respectivement.

Les facteurs de réflexion et de transmission en intensité pour une lumière non polarisée (que j'utilise dans ma modélisation) sont données par

$$R = \frac{1}{2} \cdot (R_{\mathrm{p}} + R_{\mathrm{s}}) \tag{D.20}$$

$$T = \frac{1}{2} \cdot (T_{\mathrm{p}} + T_{\mathrm{s}}) \tag{D.21}$$

D.1.6 Effet d'une fibre monomode sur un faisceau Gaussien

Une fibre optique est un guide d'onde électromagnétique. Comme pour tout guide d'onde, la propagation des ondes électromagnétiques dans une fibre optique ne se fait que sur certains état quantifié du champ électromagnétique appelés modes. Chaque mode possède une longueur d'onde de coupure de coupure. Lorsque la longueur d'onde de l'onde électromagnétique que l'on essaye de propager dans le guide d'onde est supérieur à la longueur d'onde de coupure d'un mode alors ce mode est interdit pour cette onde électromagnétique [3] . Lorsque la longueur d'onde est telle que seul un mode de propagation est autorisé, alors on dit que la fibre optique fonctionne dans son régime monomode et mode de propagation autorisé est appelé mode propre ou mode fondamental de la fibre. Même les modes qui sont autorisés à se propager dans la fibre subissent

3. En pratique, le mode n'est pas véritablement interdit mais il est évanescent et plus la longueur d'onde du rayonnement est grande devant la longueur d'onde de coupure du mode plus la longueur de pénétration du mode dans le guide est faible.

une certaine atténuation. La valeur de cette atténuation dépend principalement des dimensions de la fibre et des matériaux diélectriques utilisés pour la réaliser. Généralement cette atténuation est minimale pour une bande de longueur relativement restreinte si bien qu'une fibre optique ne fonctionne correctement que dans une bande de longueur d'onde donnée. Par abus de langage, on dit qu'une fibre est monomode lorsqu'elle fonctionne en régime monomode dans toute sa bande de longueur d'onde de fonctionnement.

Les fibres optiques dont nous disposons sur NULLTIMATE sont des fibres optiques monomodes à saut d'indice dont les caractéristiques sont décrites en détails dans l'annexe F. Pour de telles fibres, le mode propre est gaussien, d'où l'utilité de cette modélisation pour NULLTIMATE. Dans cette modélisation, nous souhaitons modéliser correctement la transmission des fibres et les caractéristiques des faisceaux qui en sortent.

D.1.6.1 Caractéristiques des faisceaux gaussions qui sortent d'une fibre optique monomode

Le faisceau en sortie d'une fibre optique monomode est donc gaussien au premier ordre. Comme nous l'avons vu, un faisceau gaussien est entièrement défini par la donnée de la longueur d'onde, la position, la taille du *waist* et la direction du faisceau. La longueur d'onde est imposée par la source du rayonnement que l'on cherche à guider dans la fibre. La position du *waist* du faisceau sortant d'une fibre optique est donnée par le centre du coeur de la fibre au niveau de la surface de la tête de fibre de sortie [4] . La direction du faisceau est donnée par l'axe de la fibre au niveau de la tête de fibre de sortie. Enfin, la taille du *waist* est donnée par :

$$\omega_0 = a \cdot (0.65 + \frac{1.619}{V^{1,5}} + \frac{2.879}{V^6}) \tag{D.22}$$

où,

- ω_0 est le *waist* ou rayon au col du faisceau ;
- V est la fréquence réduite $V = \frac{2\pi \ a \ \text{ON}}{\lambda}$;
- a est le rayon du coeur de la fibre optique
- ON est l'ouverture numérique $\text{ON} = \sqrt{n_{coeur}^2 - n_{gaine}^2}$ et n_{coeur} et n_{gaine} sont respectivement les indices de réfraction du coeur et de la gaine optique de la fibre.
- λ est la longueur d'onde du faisceau.

D.1.6.2 Transmission d'une fibre optique monomode

La transmission dépend de plusieurs choses : l'atténuation lors de la propagation dans la fibre, la réflexion à la surface des têtes de fibre et surtout l'efficacité du couplage du faisceau gaussien dans la fibre.

La valeur de l'atténuation pour nos fibres est donnée dans l'annexe F et le calcul des pertes à la réflexion se calcul de la même façon que pour n'importe quel dioptre. Nous allons donc nous concentré ici sur le couplage d'un faisceau gaussien dans la fibre.

Brutalement, cette efficacité de couplage se calcule grâce à l'intégrale de recouvrement de la distribution normalisée du champs électrique du mode propre de la fibre et de la distribution de champs électrique produite par le faisceau gaussien sur la face d'entrée de la fibre optique. Cependant on peut décomposer ce calcul en quatre facteurs liés à quatre caractéristique du faisceau gaussien : la taille du waist, la focalisation, l'orientation et le décalage latéral.

4. Parfois les têtes de fibres sont biseautées, c. à .d que la surface de la tête de fibre de sortie n'est pas perpendiculaire à l'axe de la fibre. Ce biseautage des têtes de fibre permet d'éviter la création d'une cavité résonante à l'intérieur de la fibre. Dans ce cas la direction du faisceau de sortie n'est pas donnée par l'axe de la fibre puisque qu'il faut tenir compte de la loi de Snell-Descartes.

D.1.6.2.1 Taille du *waist* Neumann (1988, p. 176) donne l'équation qui décrit l'efficacité η_ω de couplage liée uniquement à la taille du *waist* :

$$\eta_\omega = \left(\frac{2\ \omega_{0,\mathrm{Fa}}\ \omega_{0,\mathrm{Fi}}}{\omega_{0,\mathrm{Fa}}^2 + \omega_{0,\mathrm{Fi}}^2} \right)^2 \tag{D.23}$$

où $\omega_{0,\mathrm{Fa}}$ est la valeur du *waist* du faisceau et $\omega_{0,\mathrm{Fi}}$ est le *waist* du mode propre de la fibre voir figure D.6.

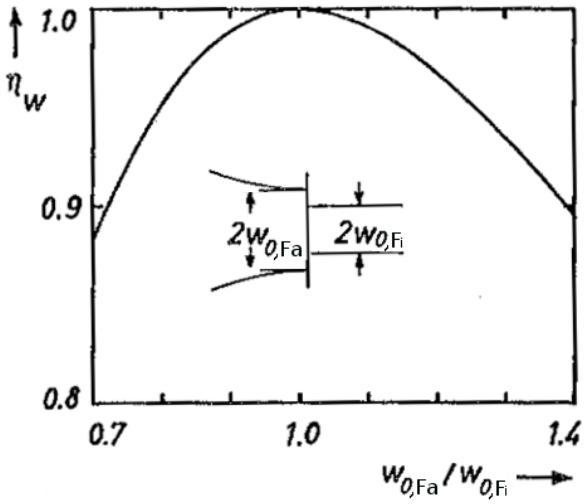


FIGURE D.6 – **Efficacité de couplage d'un faisceau gaussien dans une fibre optique monomode. Impact de la taille du *waist*.** Crédit : Neumann (1988, p. 177)

D.1.6.2.2 Décalage latéral De même Neumann (1988, p. 177) donne l'équation qui décrit l'efficacité η_Δ de couplage liée uniquement au décalage latéral du faisceau par rapport au centre du coeur de la fibre :

$$\eta_\Delta = \exp\left[-\left(\frac{\Delta}{\omega_{0,\mathrm{Fi}}} \right)^2 \right] \tag{D.24}$$

où Δ est le décalage entre le centre du faisceau incident et le centre du mode propre de la fibre et $\omega_{0,\mathrm{Fi}}$ est le *waist* du mode propre de la fibre (voir figure D.7).

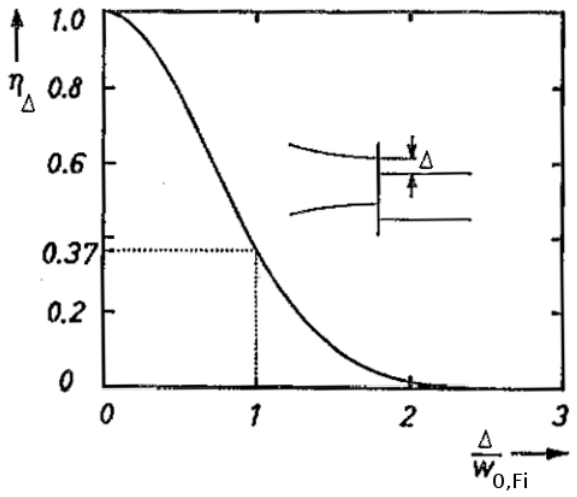


FIGURE D.7 – **Efficacité de couplage d'un faisceau gaussien dans une fibre optique monomode. Impact de la taille du décalage latéral.** Crédit : Neumann (1988, p. 177)

D.1.6.2.3 Focalisation du faisceau De même Neumann (1988, p. 178) donne l'équation qui décrit l'efficacité η_{z_ω} de couplage liée uniquement à la focalisation du faisceau par rapport à la tête de fibre :

$$\eta_{z_\omega} = \frac{1}{1 + (0,5 \cdot \frac{z_\omega}{z_\mathrm{R}})^2} \tag{D.25}$$

où z_R est la distance de Rayleigh du faisceau et z_ω est la distance qui sépare le *waist* du faisceau et le centre de du coeur de la fibre (voir figure D.8).

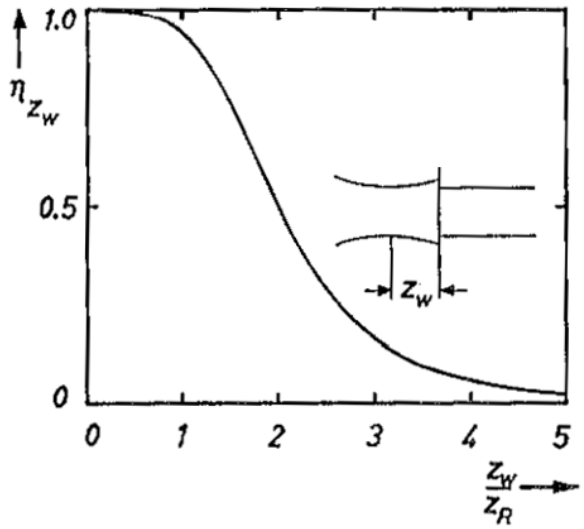


FIGURE D.8 – **Efficacité de couplage d'un faisceau gaussien dans une fibre optique monomode. Impact de la taille de la focalisation du faisceau.** Crédit : Neumann (1988, p. 178)

D.1.6.2.4 Orientation du faisceau Enfin Neumann (1988, p. 179) donne l'équation qui décrit l'efficacité η_θ de couplage liée uniquement à l'orientation de l'axe du faisceau par rapport à la normale à la tête de fibre :

$$\eta_\theta = \exp\left[-\left(\frac{\theta}{\theta_{\mathrm{Fi}}}\right)^2\right] \tag{D.26}$$

où θ_{Fi} est le demi-angle au sommet du cône de divergence du faisceau qui sortait de la tête de fibre et θ est l'angle entre l'axe du faisceau et l'axe de la fibre. (voir figure D.9).

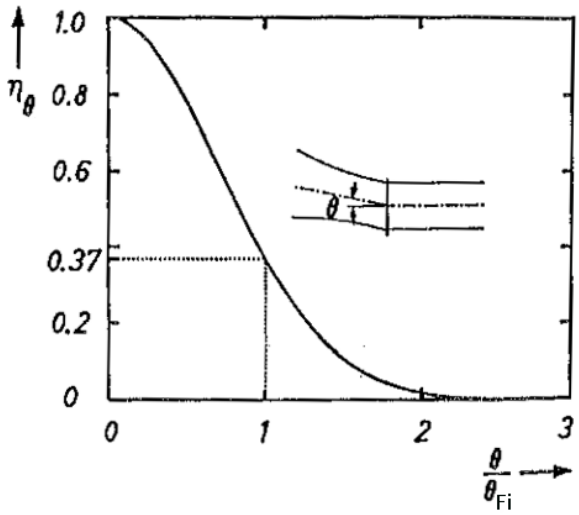


FIGURE D.9 – **Efficacité de couplage d'un faisceau gaussien dans une fibre optique monomode. Impact de la taille de l'orientation du faisceau.** Crédit : Neumann (1988, p. 178)

D.2 Programmation du code de modélisation

Le code de modélisation du banc est réaliser en langage Python. Il n'est pas question ici d'en faire une description détaillée. Je souhaite juste préciser que

- Le code utilise les formules d'optique gaussienne présentée dans les parties précédentes de cette annexe ;
- Il repose sur de la programmation objet rendant simple et rapides sont évolution et utilisation. J'ai créer des classes Dioptre, Lentille, Fibre, FaisceauGaussien qui permettent de modéliser l'ensemble des optiques présentent sur le banc. Ensuite chaque optique est une instance de ces classes ;
- Le modèle reprends les dimensions et matériaux réels utiliser sur le banc, permettant une modélisation fiable ;
- Ce code à été utilisé pour calculer la transmission théorique du banc et des différents blocs et éléments. Il a aussi permis de (re-)dimensionner certains sous-ensembles comme la parabole P3, et le miroir Tip-Tilt (qui a pour vocation de permettre, dans le futur, un bon équilibrage des flux et le *dithering* en intensité.) .

Annexe E

Définition des caractéristiques des actionneurs

E.1 Résolution (en anglais *precision*)

E.1.1 Mécaniquement parlant ;

Il s'agit du plus petit incrément théorique calculé d'après la chaine cinématique d'un ensemble de positionnement. Un système peut être capable ou non d'effectuer de manière constante des déplacements incrémentaux équivalents à la résolution. Parmi les facteurs facteurs susceptibles d'affecter un mouvement, on peut citer le frottement, la charge, les forces extérieurs , la dynamique du système, le contrôleur, les vibrations et l'inertie...

E.1.2 Métrologiquement parlant ;

Pour un instrument de mesure (capteur), il s'agit de la plus petite variation de la grandeur mesurée qui produit une variation perceptible de l'indication délivrée par l'instrument (souvent lié au nombre de digits de l'afficheur). Remarque, lorsqu'un appareil dispose de calibre la résolution de l'appareil va dépendre du calibre utilisé.

E.1.3 Commercialement parlant.

En l'absence de capteur de position, la résolution peut être définie par la définition mécanique du terme résolution mais l'actionneur étant piloté par un contrôleur, la résolution peut aussi être dominée par la variation minimale dans le signal de commande que le contrôleur est capable de délivrer ou par la résolution du codeur de position. En effet le contrôleur dispose souvent, en l'absence de capteur, d'un codeur qui traduit les signaux de commande envoyés à l'actionneur et incrémente ou décrémente un compteur qui indique la position que devrait avoir l'actionneur si celui fonctionnait de manière idéale (théorique). C'est à dire, à vide, à vitesse de déplacement minimale, en l'absence de frottement, en l'absence de vibration, ... L'indication du codeur peut donc être différente de la position réelle de l'actionneur.

Lorsque l'actionneur est associé à un capteur et un système d'asservissement, la résolution est souvent imposée par le capteur lui même et la résolution correspond alors à la définition métrologique du terme.

Il faut donc voir l'ensemble actionneur, capteur, contrôleur comme un système et dans ce cas la résolution de ce système de mouvement correspond au plus petit incrément de mouvement que le système est capable de réaliser en fonctionnement idéal.

E.2 Mouvement incrémental minimum (MIM) (en anglais *minimum incremental motion*)

Il s'agit du plus petit mouvement mesurable qu'un dispositif est capable d'effectuer de manière constante et fiable. Il ne faut pas le confondre avec la résolution (voir § E.1 ci-dessus). La résolution correspond à l'incrément minimale de mouvement en fonctionnement idéale (théorique) alors que le MIM est l'incrément minimale de mouvement que l'on peut produire de façon reproductible et précise en fonctionnement réel dans la limite des conditions d'utilisation prévue par le fabricant en terme de charge et de forces extérieures (cela comprends notamment le poids de l'objet à déplacer), mais aussi de température de fonctionnement, de vitesse de déplacement, ... Il reste cependant à définir ce que l'on entends par précis. Pour les actionneurs Newport, précis signifie la valeur du MIM correspond à la quantité de mouvement la plus petite dont l'écart type à 3 sigma est inférieur au déplacement demandé.

E.3 Répétabilité (en anglais repeatability)

La répétabilité mesure la capacité d'un système à atteindre plusieurs fois la même position lorsqu'on lui envoie la même consigne de position. Un système est hautement répétable lorsque l'écart type sur les différentes positions atteintes est faible (idéalement tend vers zéro). Remarque, un système hautement répétable peut être biaisé ou non précis, c'est à dire qu'il atteint toujours la même position mais que celle-ci est différente de la position de consigne.

$$\text{Répétabilité} = \sum_i (x_i - \bar{x})^2 \tag{E.1}$$

Il existe deux types de répétabilité, la répétabilité unidirectionnelle et bidirectionnelle. Comme son nom l'indique, la répétabilité unidirectionnelle mesure la répétabilité de l'actionneur lorsque celui-ci se déplace toujours dans le même sens. La répétabilité bidirectionnelle, elle, mesure la répétabilité de l'actionneur quelque soit son sens de déplacement. La différence entre les deux vient du fait que lorsque l'on se déplace dans un sens puis dans l'autre, apparaissent des phénomènes de non-réversibilité que son le jeu et les phénomènes d'hystérésis. La répétabilité unidirectionnelle est donc forcément supérieure ou égale à la répétabilité bidirectionnelle.

E.4 Précision (en anglais *resolution*)

La précision décrit la capacité d'un système à atteindre plusieurs fois la position de consigne. Un système est hautement précis lorsque, sur une série de déplacement avec la même consigne, la différence entre la racine carré de l'espérance du carré des positions obtenues et la position de consigne tend vers zéro. C'est à dire lorsque la moyenne des positions obtenues est égale à la position de consigne et que l'écart type de ces positions obtenues tend vers zéro.

$$\text{Précision} = \sum_i (x_i - c)^2 \tag{E.2}$$

Remarque, Un système hautement répétable peut être hautement précis, si il n'y a pas de biais ou très peu précis si il y a un biais. Par contre un système hautement précis est obligatoirement répétable (voir figure E.1).

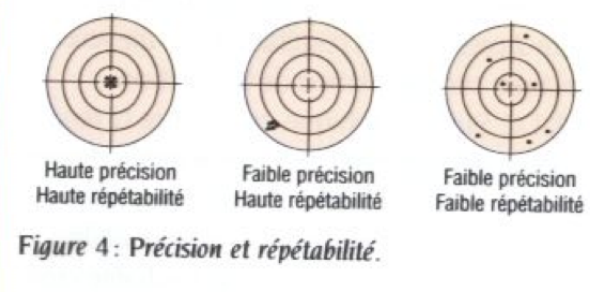


FIGURE E.1 – **Différence entre précision et répétabilité**

E.5 Biais (en anglais *bias* opposé de *accuracy* ;

Le biais mesure l'erreur systématique que commet un actionneur entre la valeur atteint et la valeur de consigne. Elle se mesure par l'écart entre la valeur moyenne des positions atteintes et la valeur de consigne.

Annexe F

Fibres optiques Verre Fluoré

F.1 Description générale d'une fibre optique ;

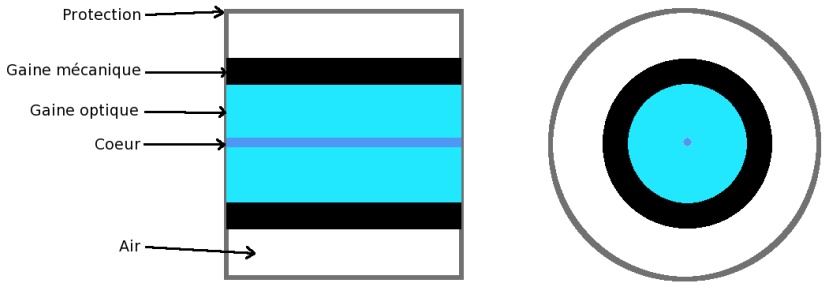


FIGURE F.1 – **Schéma général d'une fibre optique**

La figure F.1 présente la structure générale d'une fibre optique à saut d'indice composée principalement d'un coeur en matériau diélectrique entouré par la gaine optique toujours en matériau diélectrique, mais moins réfringent que celui du coeur. Ainsi, une fibre optique est un guide d'onde électromagnétique qui sert classiquement à guider la lumière d'un endroit à un autre tout en minimisant les pertes. Le principe permettant de confiner la lumière à l'intérieur de la fibre peut être vu de façon simple en optique géométrique (voir figure F.2). Le fait que la gaine optique soit moins réfringente que le coeur permet une réflexion totale à la surface du dioptre coeur/gaine pour tous les rayons qui atteignent ce dioptre avec un angle d'incidence i supérieur à $\arcsin\left(\frac{n_{\text{gaine}}}{n_{\text{coeur}}}\right)$. Ainsi pour qu'un rayon lumineux soit ainsi guidé dans la fibre optique, il faut qu'il atteigne le coeur de la fibre avec un angle d'incidence i' inférieur à $\arcsin(\text{ON})$ où $\text{ON} = \sqrt{n_{\text{coeur}}^2 - n_{\text{gaine}}^2}$ est l'ouverture numérique de la fibre.

Cette vision basée sur l'optique géométrique reste valable tant que le diamètre du coeur de fibre est grand devant la longueur d'onde. Lorsque ce n'est plus le cas, la bonne description est la description ondulatoire de la lumière et donc celle donnée par les équations de Maxwell.

F.2 Caractéristiques de fibres utilisées pour le banc NULLTIMATE

F.2.1 Tableau récapitulatif des fibres Verre Fluoré (VF)

Les fibres monomodes dans l'infrarouge proche utilisées sur NULLTIMATEsont réalisée par la société Verre Fluoré (VF). La figure F.3) rassemble toute les fibres commandées depuis 2000

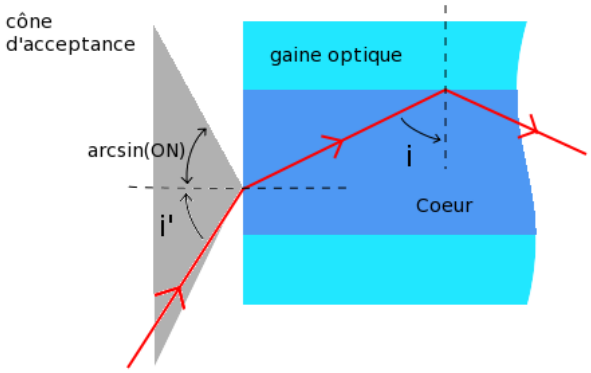


FIGURE F.2 – **Propagation dans une fibre optique multimode vue par l'optique géométrique**.

(jusqu'au 11/01/2010) et la figure F.4 décrypte les notations utilisées dans ce tableau.

Référence	Description	Qté	Cœur centré
001109 / 2565	IRguide SM[2.85] TJK 2 E2000 11/125-1	1	Oui
010914 / 2729	IRguide SM[1.9] SHST 2E2000 6.5/125-1	2	Oui
060905 / 28193	IRguide SM[1.9] TJK 2E2000 6.5/125-2	2	Oui
081127 / 2819-3	IRguide SM[1.9] TJK 2E2000 3° 6.5/125-2	1	Oui
091122 / 3054	IRguide SM[1.48] TJK 2E2000 6.5/125-2	1	Oui

FIGURE F.3 – Tableau regroupant toutes les fibres Verre fluoré dont nous disposons.

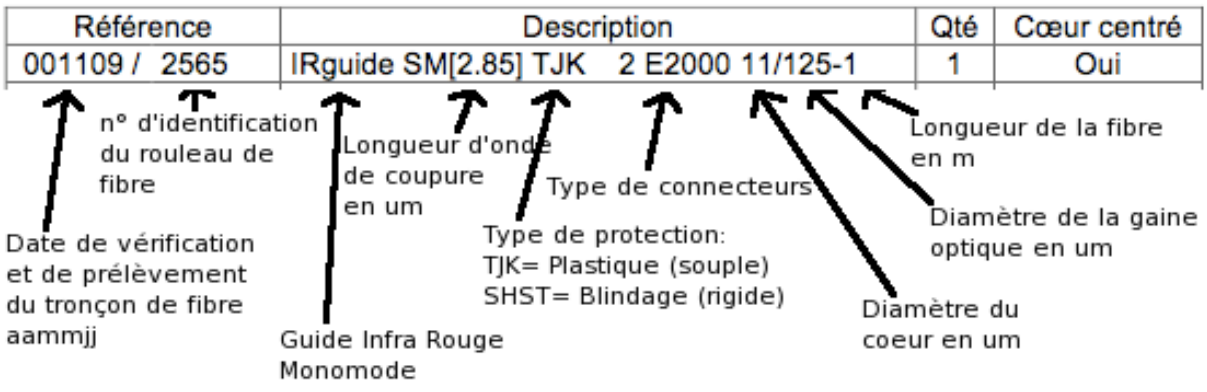


FIGURE F.4 – **Décryptage des notations utilisée dans le tableaux descriptifs des fibres optiques** présenté § F.2.3.

Remarque : le tableau F.2.3 est encore plus détaillé avec notamment les valeurs des indices de réfraction de la gaine et du coeur (voir section F.2.2.3), la valeur de la fréquence de coupure (voir section F.2.2.5) et de l'ouverture numérique (noté ON ou NA).

F.2.2 Détails des propriétés des fibres

F.2.2.1 Diamètres de coeur et de gaine

Lorsque le Verre fluoré fabrique une fibre, le diamètre de la gaine (125 µm pour toutes les fibres) est imposé. Le diamètre du coeur (noté 2 a) quant à lui se déduit du diamètre mesuré sur la préforme utilisée pour fabriquer la fibre. Ce diamètre du coeur est maitrisé avec une incertitude de 3 %.

F.2.2.2 Précision du positionnement du coeur de fibre

Les extrémités des fibres sont assorties d'un connecteur de type E2000. L'excentrement du coeur de fibre par rapport à la férule du connecteur est $< 0{,}5$ µm.

F.2.2.3 Indice de réfraction du coeur et de la gaine

Les matériaux utilisés pour le coeur et la gaine sont des ZFG pour Zirconium Fluoride Glass avec des concentrations de Zirconium et de Fluoride différentes. Pour chacun de ces 2 matériaux, on connait uniquement l'indice n_d, c'est-à-dire l'indice de réfraction à la longeur d'onde de la raie D du sodium [1]. Pour connaître l'indice de réfraction en infrarouge proche et l'évolution de cet indice en fonction de la longueur d'onde, on se réfère à un matériau ZFG de référence, le ZFG300. Pour ce matériau référence, Le Verre Fluoré a mesuré l'indice $n_{d,ZFG300} = 1,523$ ainsi que la courbe de dispersion (voir figure F.5). À partir de ces deux renseignements, on peut obtenir les courbes de dispersion pour les autres matériaux ZFG (en particulier ceux du coeur et de la gaine) par translation verticale de la courbe du ZFG300. L'amplitude de la translation est donnée par la différence des indices n_d du matériau considéré et du ZFG300 (par exemple pour le coeur, le terme de translation est $n_{d,ZFGcoeur} - n_{d,ZFG300}$).

Remarque : Le matériau utilisé pour le coeur est (quasiment) toujours le même quelque soit la fibre et $n_{d,coeur} = 1,516$. Seul le matériau de gaine change.

F.2.2.4 Ouverture numérique

L'ouverture numérique ON est obtenue par calcul ($\text{ON} = \sqrt{n_{d,coeur}^2 - n_{d,gaine}^2}$) grâce aux indices n_d des matériaux du coeur et de la gaine (voir partie précédente). Ici, est faite L'incertitude sur l'ON ainsi calculé est de 0,005, mais elle peut légèrement changer entre la longueur d'onde 589 nm de la raie D du sodium et la longueur d'onde de travail qui se trouve dans le proche infrarouge.

F.2.2.5 Longueur d'onde de coupure

Elle peut se calculer par la relation $\lambda_c = \frac{2\pi\ a\ \text{ON}}{2.405}$. Ensuite, une vérification expérimentale et qualitative de λ_c est faite en envoyant un faisceau multimodal et polychromatique dans la fibre et en regardant avec un spectroscope [2] l'atténuation entre l'entrée et la sortie de la fibre. Au niveau de la longueur d'onde de coupure, se produit un saut (tout du moins une transition) dans la valeur de l'atténuation puisqu'à partir de λ_c seul le mode principal peut se propager et

1. n_d fait référence à la raie D du sodium (longueur d'onde 589 nm), proche du milieu du spectre visible, qui est utilisée fréquemment comme référence. On utilise également cette notation pour la raie D de l'hélium (longueur d'onde 587,6 nm). Il faut donc faire attention puisque toutes les deux ont tendance à être représentées par l'indice "n_d", mais puisque les valeurs des deux longueurs d'onde sont très proches l'une de l'autre, les indices sont généralement équivalents dans les deux cas, compte tenu de l'arrondissement des décimales et des incertitudes liées aux instruments de mesure.

2. La résolution du spectromètre utilisé pour la vérification est de 5 nm. l'incertitude sur λ_c est donc inférieure à 0,5%.

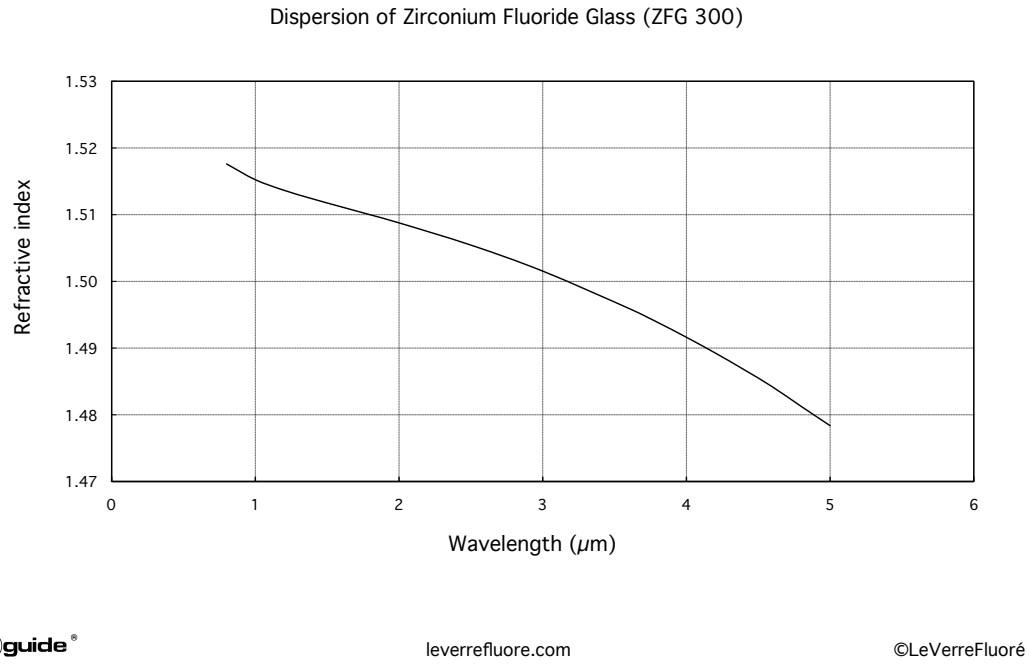


FIGURE F.5 – **Évolution de l'indice de réfraction en fonction de la longueur d'onde pour le ZFG300**

l'atténuation est donc plus forte. De plus lors de cette mesure, on applique une courbure à la fibre et on s'appuie sur le fait que, pour les longueurs d'onde supérieures ou égales à la longueur d'onde de coupure, la perte par courbure est plus élevée pour les modes d'ordres supérieurs au mode propre, car ils ne sont pas guidés par la fibre augmentant encore davantage l'atténuation au-delà de la longueur d'onde de coupure. La longueur d'onde de coupure donnée par le VF dans les fiches techniques est la valeur mesurée

F.2.2.6 Gaine mécanique : Résine

La gaine mécanique est une résine qui entoure la gaine optique et qui fait, pour les fibre Verre Fluoré, de l'ordre de 50 µm d'épaisseur. Son indice de réfraction est de $n_{\text{résine}} = 1,56$. Elle a pour rôle d'absorber les modes de gaines et autres modes radiatifs non souhaités. Le Verre Fluoré nous a procuré un fichier tableur donnant la mesure de l'absorption de cette résine en fonction de la longueur d'onde entre 1 et 4 µm La figure F.6 rassemble les résultats de ces mesures. Une mauvaise absorption de la résine peut nuire à la qualité du filtrage spatial.

F.2.2.7 Qualité des interfaces

Le Verre fluoré n'est pas capable de nous donner des spécifications sur les états de surfaces entre coeur et gaine optique ou entre gaine optique et gaine mécanique. Il ne peut pas non plus exclure l'existence de micro bulles d'air allongées au niveau de ces interfaces ou dans les matériaux

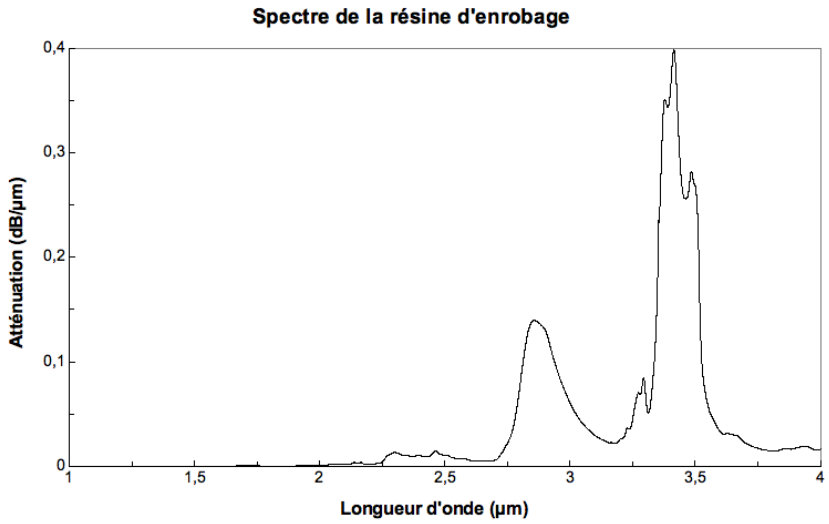


FIGURE F.6 – **Spectre d'atténuation de la résine des fibres Verre Fluoré**

eux même. Or ces bulles et de mauvais états de surface pourraient dégrader sensiblement les performances des fibres en terme de filtrage spatial en diffusant les modes radiatifs.

F.2.2.8 Atténuation du mode propre

Le Verre fluoré nous a fourni une courbe de l'atténuation (en dB/km) en fonction de la longueur d'onde pour chaque fibre (voir figure F.7).

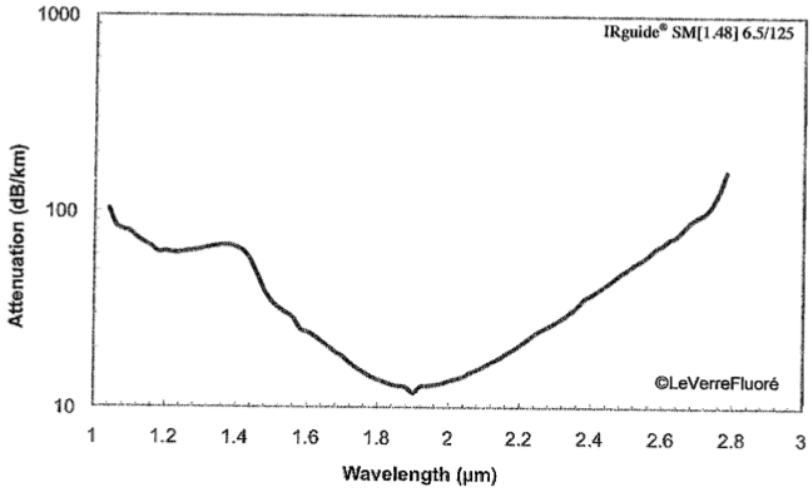


FIGURE F.7 – **Courbe de l'atténuation du mode propre en fonction de la longueur d'onde pour la fibre $\lambda_c = 1{,}48\,\mu\text{m}$**

F.2.2.9 Fiche récapitulative.

Dernièrement, le Verre Fluoré nous a fourni, avec ces fibres, une fiche détaillant les caractéristiques principales de la fibre vendue. Pour la fibre $\lambda_c = 1{,}48\,\mu\text{m}$, c'est le fichier Fibre_lambda_c=1,48um.pdf. Pour les fibres plus anciennes, le document est moins complet.

F.2.3 Liste récapitulative de nos fibres achetées chez Verre-Fluoré

LE VERRE FLUORÉ
CAMPUS KER LANN, F-35170 BRUZ, BRETAGNE
Tel+33(0)2 9905 3130, Fax +33(0)2 9905 3953 – leverrefluore.com

09 06 2010

Liste des câbles monomodes fabriqués pour l'IAS depuis 2000

Référence	Description	Qté	Cœur centré	$nd_{cœur}$*	nd_{gaine}*	NA	λ_c (µm)°°
				mesuré	mesuré	calculé	mesuré
001109 / 2565	IRguide SM[2.85] TJK 2 E2000 11/125-1	1	Oui	1.5168	1.5040	0.20	2.85
010914 / 2729	IRguide SM[1.9] SHST 2E2000 6.5/125-1	2	Oui	1.5174	1.4996	0.23	1.94
060905 / 28193	IRguide SM[1.9] TJK 2E2000 6.5/125-2	2	Oui	1.5174	1.4996	0.23	1.96
081127 / 2819-3	IRguide SM[1.9] TJK 2E2000 3° 6.5/125-2	1	Oui	1.5174	1.4996	0.23	1.96
091122 / 3054	IRguide SM[1.48] TJK 2E2000 6.5/125-2	1	Oui	1.5151	1.5055	0.17	1.48

Incertitudes : * $\pm 2\ 10^{-4}$, $\pm 210^{-2}$

irguide®

F.2.4 Liste non exhaustive des fibres disponibles chez Verre-Fluoré

Caractéristique des fibres Verre Fluoré disponibles

Longueur d'onde de coupure (en um)	Ouverture numérique à 589nm	Rayon du Coeur
1,4	0,17	3,15
1,6	0,2	3,06
1,65	0,2	3,15
1,76	0,23	2,93
1,82	0,23	3,02
1,9	0,23	3,16
1,95	0,23	3,24

Indice Moyen de la résine (en um)	1,56	
Indice Moyen de la gaine (en um)	1,503	On prend un ON de 0.2
Indice Moyen du coeur (en um)	1,516	

Remarque: Ce tableau à été réaliser en partant des données de la longueur d'onde de coupure et de l'ouverture numérique que nous a fournit le VF. La valeur du cœur est donc calculée à partir de l'ON à 589nm et la longueur d'onde de coupure mesurée avec un incertitude de 5nm ce qui peut entrainée une certaine erreur sur la valeur calculée de a.

Annexe G

Détail des tests des l'algorithme automatisé et présentation des outils classiques du MCMC

G.1 Test de l'algorithme MCMC de P. Gregory, AMHG05

Dans cette annexe je vais présenter les tests que j'ai effectué sur l'algorithme (noté AMHG05) de Phil Gregory présenté au § 7.3.1.5. Ces tests seront aussi l'occasion de présenter les différents outils que j'utilise pour visualiser et résumer l'exécution d'une chaîne MCMC.

J'ai testé l'algorithme AMHG05 sur mes données en choisissant au hasard, une cible de CoRoT pour laquelle un transit avait été détecté : l'étoile LRc02-E1-2870. J'ai aussi choisi un modèle : le modèle P.S.. Tout algorithme MCMC possède certains paramètres de réglage, comme par exemple la valeur initiale des paramètres libres que j'ai choisie en utilisant les équations du modèle inverse pour le modèle P.S.(§ 7.2.2.3.2). Ensuite, il faut choisir des valeurs initiales pour les longeurs de saut (σ_{param}). J'ai choisi, comme le conseille Gregory (2005), une valeur initiale de σ_{param} égale au dixième de la largeur (différence entre la valeur minimale et maximale) de l'espace libre de chaque paramètre. Enfin l'algorithme AMHG05, nécessite certains réglages qui lui sont propres : la fonction $\text{fact}_{\text{cor}} = \text{fct}(\epsilon)$ qui donne le facteur de variation des σ_{param} dans et à l'issue des cycles mineurs, le gain de correction des σ_{param} à l'issue des cycles mineurs, le nombre d'itérations dans les cycles majeurs (N_M) et mineurs (N_m) et enfin la consigne sur le taux d'acceptations TA_{cons}. Pour ces paramètres, j'ai pris gain = 1, $\text{fact}_{\text{cor}} = \text{fact}_{\text{cor,max}}^{\min(1,(\frac{\epsilon}{\text{TA}_{\text{cible}} \cdot N_M})^{\gamma})}$ avec $\text{fact}_{\text{cor,max}} = 0,1$ et $\gamma = 1$, $N_M = 1000$ $N_m = 100$ et $\text{TA}_{\text{cons}} = 25\,\%$. Pour la plupart, ces valeurs étaient celles choisies par Gregory (2005). Je présente dans les paragraphes suivants les résultats que j'ai obtenus au bout de 300 000 itérations.

G.1.1 Visualisation des résultats de l'algorithme de réglage automatisé des σ_{param}

La figure G.1 présente l'impact de l'algorithme de réglage automatisé sur la chaîne MCMC grâce aux graphiques donnant l'évolution du taux d'acceptations dans les cycles majeurs au cours de la chaîne, mais aussi l'évolution de ce taux d'acceptations dans les cycles mineurs ainsi que l'évolution des σ_{param}. Ces graphiques permettent d'observer plusieurs choses :

— en l'état actuel des paramètres du modèle, le taux d'acceptations mesuré semble correctement converger vers la consigne de 25 %. Cependant, le comportement du système dépend

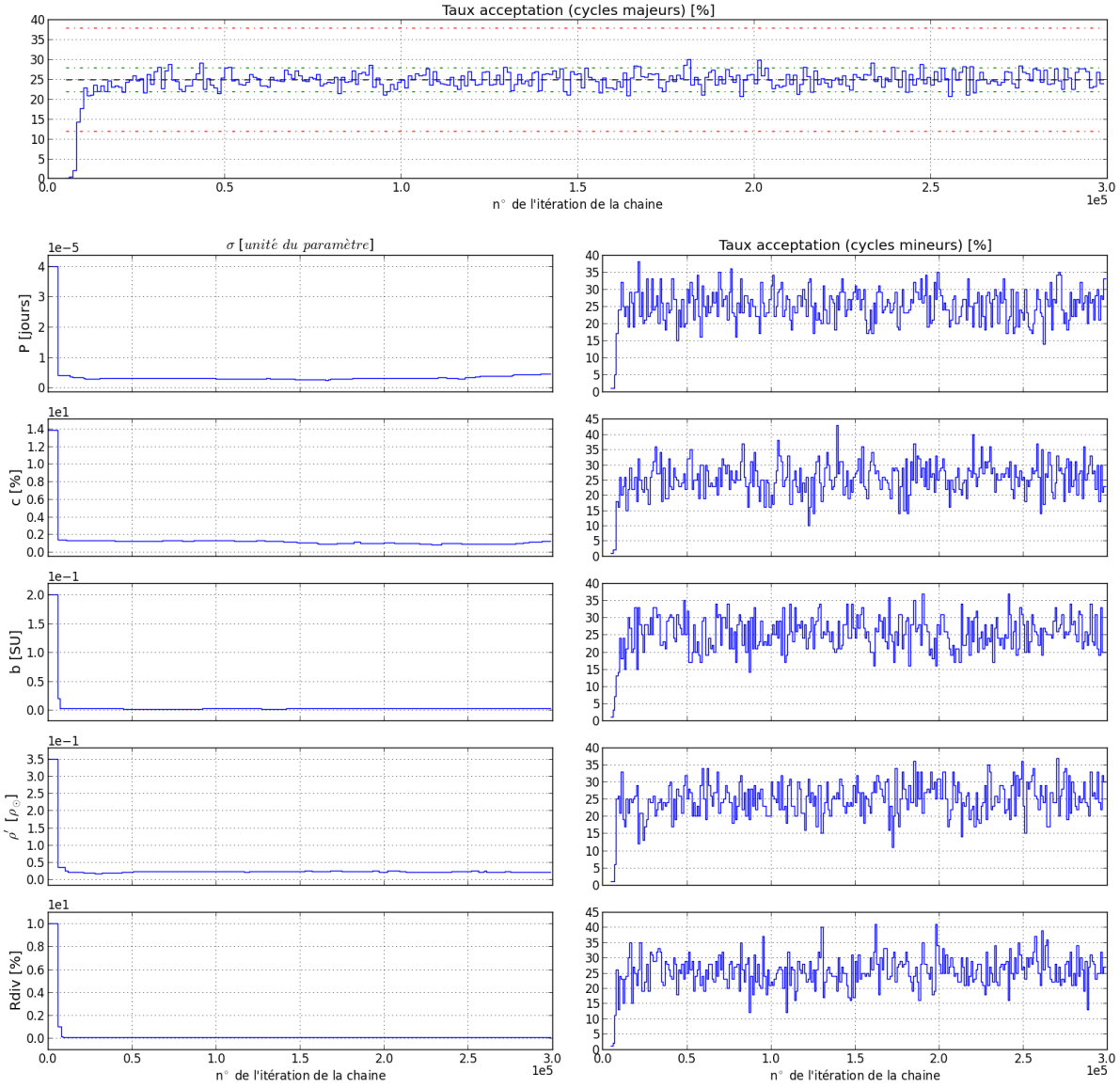


FIGURE G.1 – **Impact l'algorithme de réglage automatisé AMHG05** : en haut, le graphique donne l'évolution du taux d'acceptations de la chaîne MCMC en fonction du numéro de l'itération de la chaîne. Ce taux d'acceptations est le résultat de la mesure effectuée à l'issue de chaque cycle majeur. La ligne en tiret noir représente la consigne de 25 %. Les lignes rouges en pointillés représentent plus et moins 13 % par rapport à cette consigne et les lignes en pointillés vertes plus ou moins 3 %. En bas à gauche, les quatre graphiques donnent l'évolution de la valeur de la largeur de la distribution de sauts σ associée à chaque paramètre en fonction du numéro de l'itération de la chaîne. En bas à droite, les quatre graphiques donnent l'évolution du taux d'acceptations mesuré à l'issue de chaque cycle mineur. Étant donné qu'on réalise un cycle mineur par paramètre, il y a donc une courbe par paramètre. Les valeurs des paramètres du système sont gain $= 1$, $\gamma = 1.6$,$\text{fact}_{\text{cor,max}} = 0,1$. Les commentaires sur ces graphiques sont donnés dans le corps du texte § G.1.1.

de la valeur choisie pour les paramètres gain, γ et $\text{fact}_{\text{cor,max}}$. En effet, j'ai mené une étude visant à étudier leur influence. On s'aperçoit qu'en modifiant légèrement la valeur de ces paramètres, on peut obtenir un système instable ou avec une erreur statique non nulle. Initialement, la valeur du gain donnée par Gregory (2005) était de 0,7 et pour cette valeur, le système possède justement une erreur statique (voir figure G.2). Cela peut être évité en augmentant légèrement le paramètre gain, de 0,7 à 1,0, comme je l'ai fait. Mais si l'on augmente trop ce paramètre, on observe une instabilité du système (voir figure G.3). Le réglage de ces paramètres est donc important et assez sensible ;

— une fois la convergence obtenue, il reste une oscillation résiduelle du système qui ressemble à celle produite par un bruit de mesure dans un système asservi. Ce qui semble indiquer que la mesure du taux d'acceptations possède un bruit pas complètement négligeable (comme nous le verrons au § 7.3.1.7.1).

Pour mon outil automatisé, il est important que je sache à partir de quelle itération de la chaîne le système de réglage des σ, que j'appellerai par la suite système de contrôle (SC), a convergé vers des valeurs de σ_{param} qui permettent d'avoir un taux d'acceptations proche de la consigne. Pour cela, j'ai donc défini un critère, noté $n_{\text{burn,SC}}$, tel que :

$$\forall i > n_{\text{burn,SC}}, \quad |\text{TA}_{\text{mes}}(i) - \text{TA}_{\text{cons}}| < 13\,\% \tag{G.1}$$

où i est un numéro d'itération de la chaîne, $\text{TA}_{\text{mes}}(i)$ le taux d'acceptations mesuré à l'itération i et TA_{cons} la consigne sur le taux d'acceptations donnée au système de contrôle. $n_{\text{burn,SC}}$ désigne donc le numéro de l'itération à partir duquel le taux d'acceptations de la chaîne reste dans un intervalle de $\pm 13\,\%$ autour de la consigne (généralement 25 %). Nous verrons dans le § 7.3.1.7 la raison de cette valeur de 13 %.

G.1.2 Visualisation des traces des différents paramètres

Une fois que l'on s'est assuré que le système de réglage des σ_{param} a correctement convergé, on peut s'attacher à observer la chaîne MCMC qui en résulte. La figure G.14 présente les traces (succession des valeurs prises au cours de la chaîne) pour chacun des paramètres libres.

Sur ces traces, on peut voir plusieurs choses :

— au début de la trace, sur les 10 000 premières itérations, c'est la phase de mise en route. L'algorithme converge vers la zone dans laquelle la DDP *a posteriori* conjointe est maximale et le mécanisme de réglage modifie les valeurs de σ_{param} de façon à obtenir un taux d'acceptations de 25 %. Ensuite, durant le reste de la chaîne, on explore l'espace des paramètres autour du maximum de la DDP *a posteriori* conjointe. C'est le comportement attendu et souhaité ;

— les traces présentent des variations aux basses fréquences qui se retrouvent sur toutes le traces (sauf sur la trace du paramètre P donnant la période orbitale). Ces variations basse fréquence indiquent une corrélation des valeurs successives de la trace, c'est-à-dire que les échantillons de la trace ne sont pas indépendants les uns des autres. Cette corrélation est attendue et normale sur des échantillons séparés de quelques itérations de chaîne puisque le principe d'une chaîne MCMC est que la valeur de la chaîne à l'itération $i+1$ est choisie aléatoirement selon une distribution de sauts qui est centrée sur la valeur de la chaîne à l'itération i. Cependant, cette corrélation doit disparaître au bout d'un nombre d'itérations le plus faible possible, si l'échantillonnage réalisé par la chaîne MCMC est optimal. Nous verrons pourquoi dans le § G.1.6. Ensuite, le fait que ces variations à basse fréquence soient quasiment identiques sur les traces des différents paramètres indique aussi une corrélation mais, cette fois, entre les paramètres. Nous étudierons plus explicitement cette corrélation dans le § G.1.5.

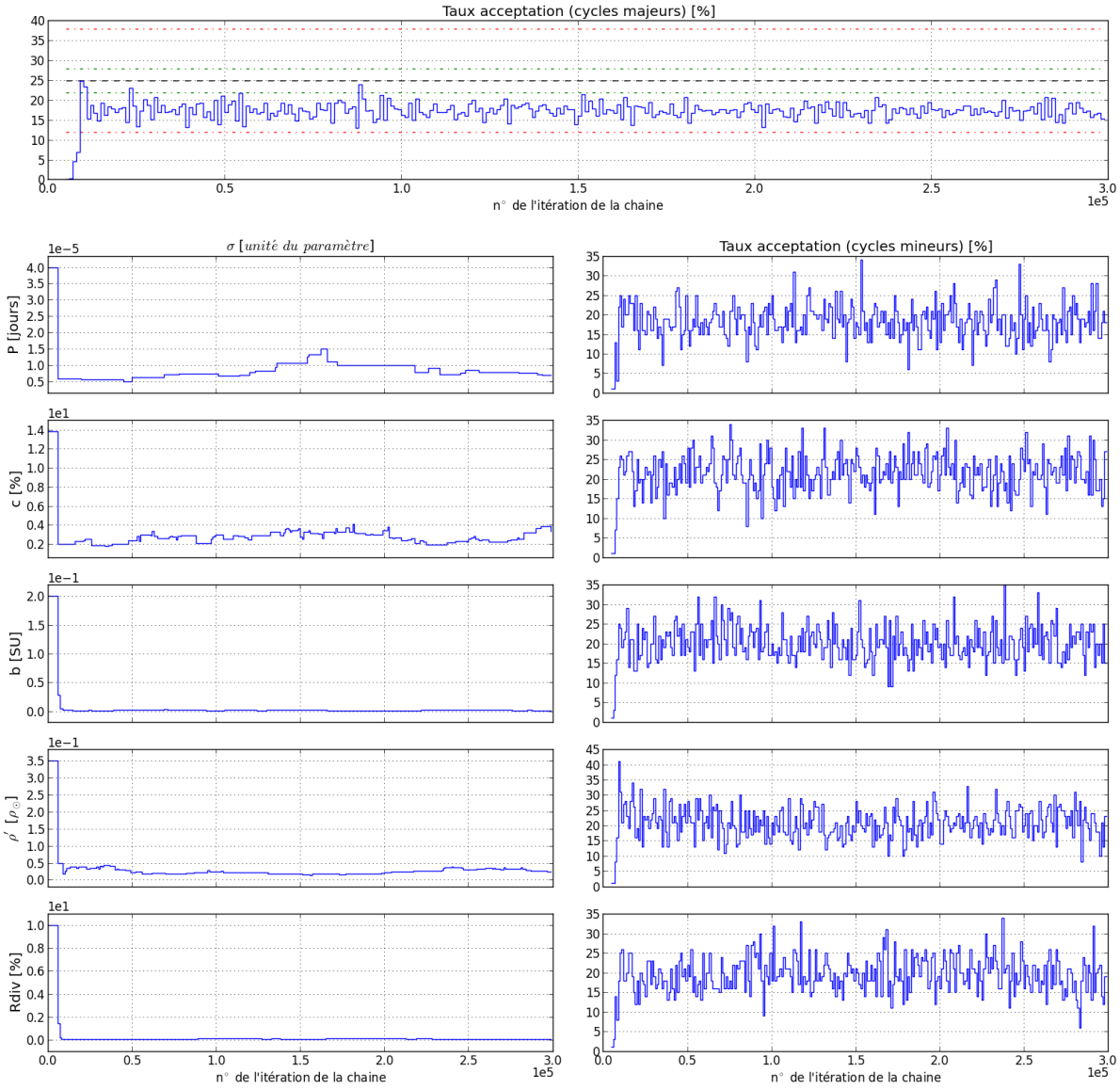


FIGURE G.2 – **Sensibilité du réglage des paramètres de l'algorithme AMHG05, réglage des paramètres γ et gain (2)** : une description des différents graphiques est donnée figure G.13. Ici, les valeurs des paramètres du système sont gain = 0.7, $\gamma = 1$ et $\text{fact}_{\text{cor,max}} = 0,1$. Le modèle étudié est le modèle P.S. du candidat LRC02-E1L-2870. On s'aperçoit qu'avec ces valeurs des paramètres, le système possède une erreur statique puisque la valeur du taux d'acceptation dans les cycles majeurs atteinte après convergence est différente de la consigne de 25 %, contrairement à ce que l'on avait observé figure G.1 (avec gain = 1, $\gamma = 1,6$ et $\text{fact}_{\text{cor,max}} = 0,1$), où l'erreur statique était nulle.

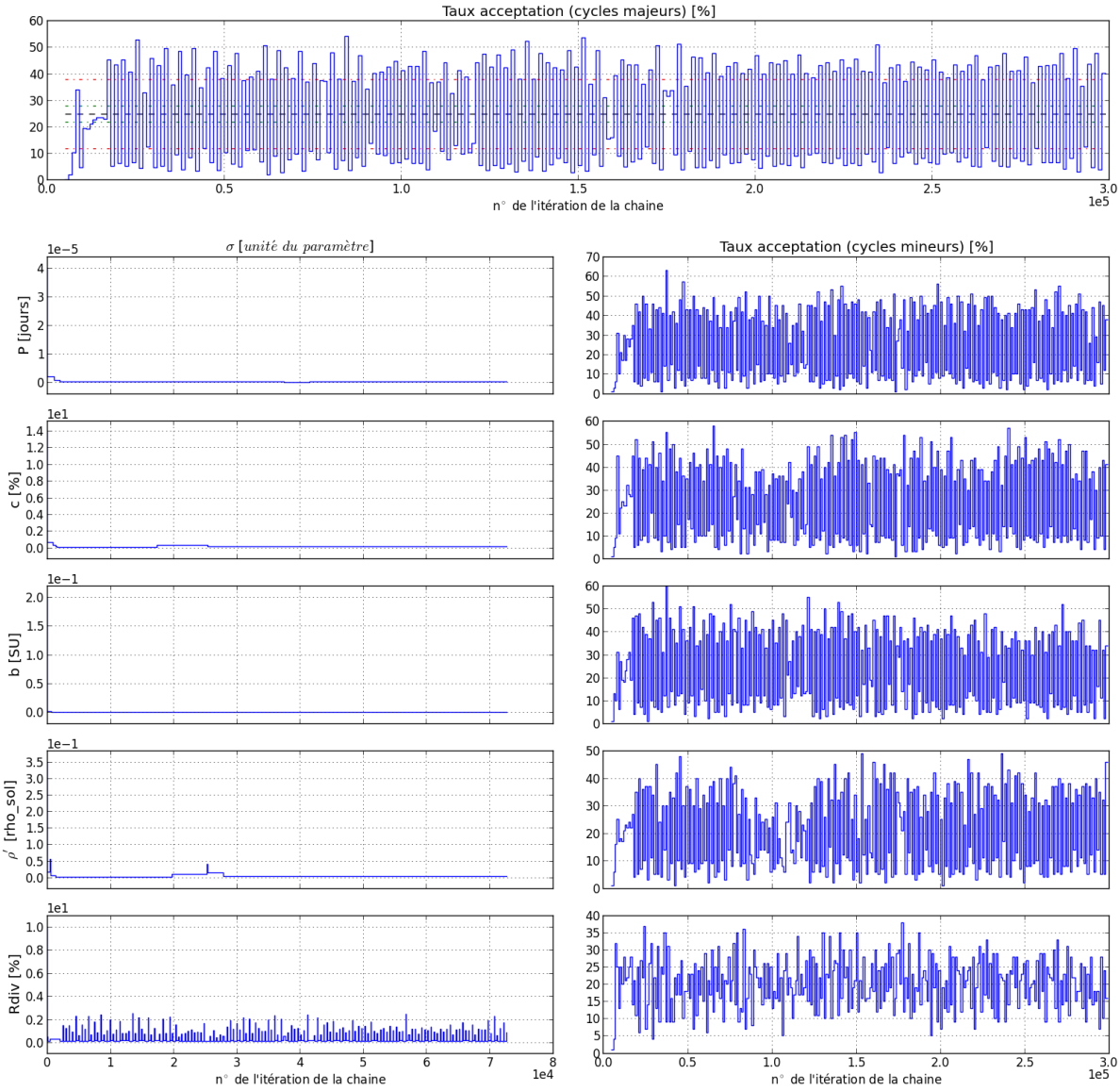


FIGURE G.3 – **Sensibilité du réglage des paramètres de l'algorithme AMHG05, réglage du paramètre γ et gain (3)** : une description des différents graphiques est donnée figure G.13. Ici, les valeurs des paramètres du système sont gain = 2, $\gamma = 1{,}6$ et $\text{fact}_{\text{cor,max}} = 0,1$. Le modèle étudié est le modèle P.S. du candidat LRC02-E1L-2870. On s'aperçoit qu'avec ces valeurs des paramètres, le système est instable. Le système fini par effectuer des corrections sur le paramètre R_{div} uniquement et corrige à chaque fois d'un facteur trop élevé.

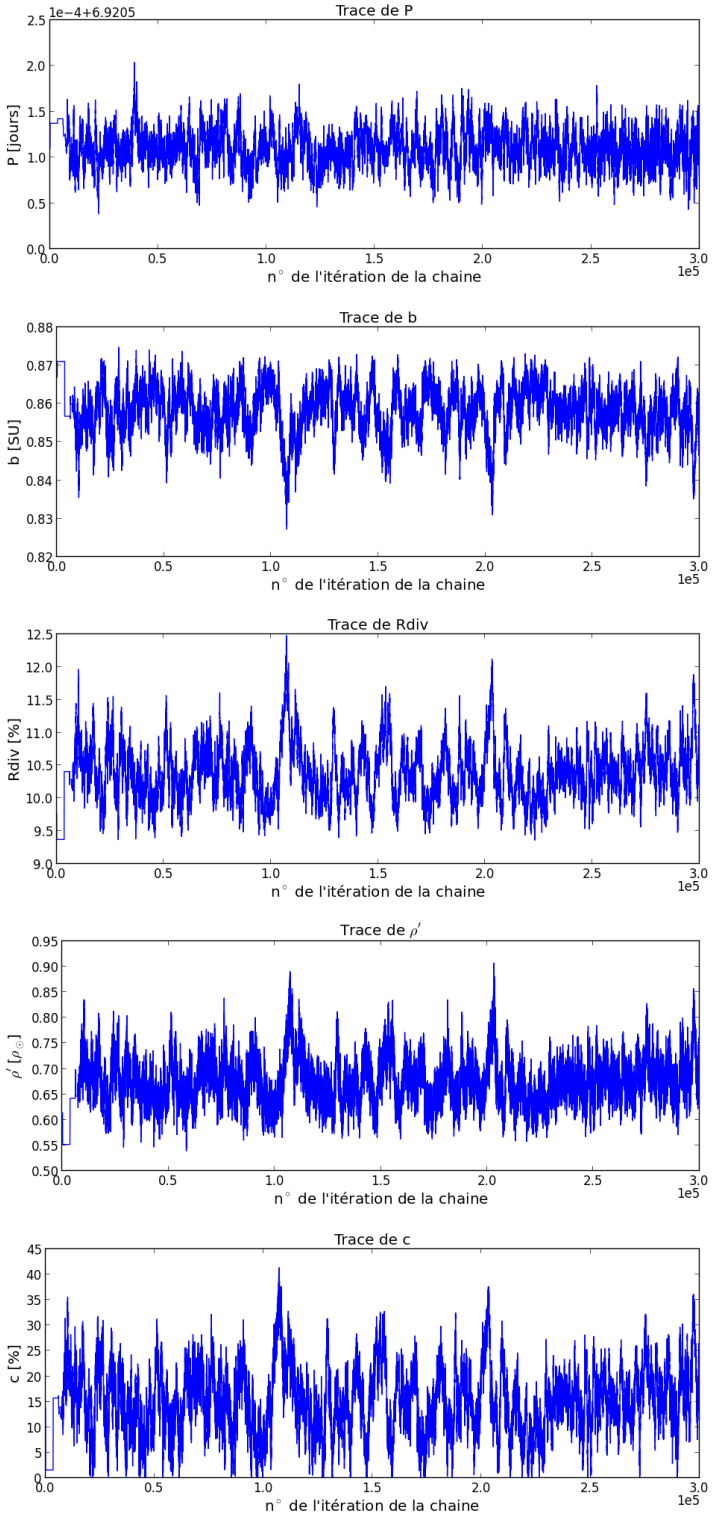


FIGURE G.4 – **Traces de la chaîne MCMC avec l'algorithme AMHG05** : ces graphes donnent la succession des valeurs prises par chacun des paramètres au cours de la chaîne. Les commentaires sur ces graphiques sont donnés dans le corps du texte § G.1.2.

En observant les traces issues d'une chaîne MCMC, nous pouvons donc voir si l'exécution s'est bien déroulée : si la phase de mise en route est courte, et si la corrélation entre les échantillons d'une même trace est élevée.

On peut aussi visualiser, la phase de mise en route correspondant à la convergence de la chaîne vers les zones de DDP élevées. Pour quantifier la longueur de cette phase, j'utilise un test spécifique que je vais présenter maintenant.

G.1.3 Test de Geweke

Le test de Geweke (voir Geweke, 1992; Patil et al., 2010) est une méthode permettant de déterminer à quel moment la convergence de la chaîne vers une zone de forte DDP est atteinte. Le principe est de comparer, pour chaque paramètre, la moyenne et la variance des segments du début de la trace avec la moyenne et la variance de la fin de la trace. Lorsque la moyenne des segments devient non dissociable, aux variances près, de la moyenne de la fin de la chaîne, on considère que la convergence est atteinte. Mathématiquement, cela revient à calculer le terme z appelé z-score et donné par

$$z = \frac{\bar{\theta}_{\text{seg,début}} - \bar{\theta}_{\text{fin}}}{\sqrt{\text{Var}(\theta_{\text{seg,début}}) + \text{Var}(\theta_{\text{fin}})}} \tag{G.2}$$

où $\bar{\theta}_{\text{seg,début}}$ et $\text{Var}(\theta_{\text{seg,début}})$ représentent respectivement la moyenne et la variance des valeurs prises par un paramètre dans un segment de la trace localisé au début de celle-ci, tandis que $\bar{\theta}_{\text{fin}}$ et $\text{Var}(\theta_{\text{fin}})$ représentent respectivement la moyenne et la variance des valeurs prises par ce même paramètre, mais à la fin de la trace. En pratique, comme décrit dans Patil et al. (2010), la fin de la trace est en fait souvent prise égale à sa deuxième moitié et je choisis de découper la première moitié en segments de 25 échantillons pour lesquels je calcule la valeur de z. Le résultat de ce calcul est présenté figure G.5.

Enfin, je considère que la trace d'un paramètre a convergé vers la zone de DDP élevée lorsque $|z|$ passe (pour la première fois) en dessous de 2. Puis, je considère que la chaîne dans son ensemble a convergé lorsque les traces de tous les paramètres ont convergé et je note n_{burn} le numéro de l'itération de la chaîne à partir duquel la convergence est atteinte. Pour l'exemple présenté figure G.5, cette convergence est quasi-immédiate, car il s'agit du modèle P.S. pour lequel j'utilise le modèle inverse (§ 7.2.2.3.2) pour définir les valeurs initiales des paramètres de la chaîne. Cependant, on voit que le z-score sort régulièrement de l'intervalle [-2 ; 2]. Ceci est lié à la corrélation des échantillons à l'intérieur des traces et traduit un échantillonnage pas totalement satisfaisant comme nous le verrons dans le paragraphe suivant.

G.1.4 Autocorrélation des traces

Nous avons rapidement vu dans les paragraphes précédents les manifestations d'une corrélation importante entre les échantillons successifs de la trace MCMC. Nous allons voir maintenant comment représenter et quantifier cette corrélation.

On représente généralement la corrélation des échantillons successifs d'une trace en traçant l'évolution de sa fonction d'autocorrélation [1]. Mais plus précisément, ce qui m'intéresse au bout

1. En pratique, pour obtenir un calcul plus rapide de cette fonction, je ne calcule pas cette autocorrélation dans le domaine temporel en réalisant la convolution de la trace par elle même, mais je passe par le domaine de Fourier et je calcule la transformée de Fourier inverse du produit des transformées de Fourier en utilisant l'algorithme de transformée de Fourier rapide (FFT).

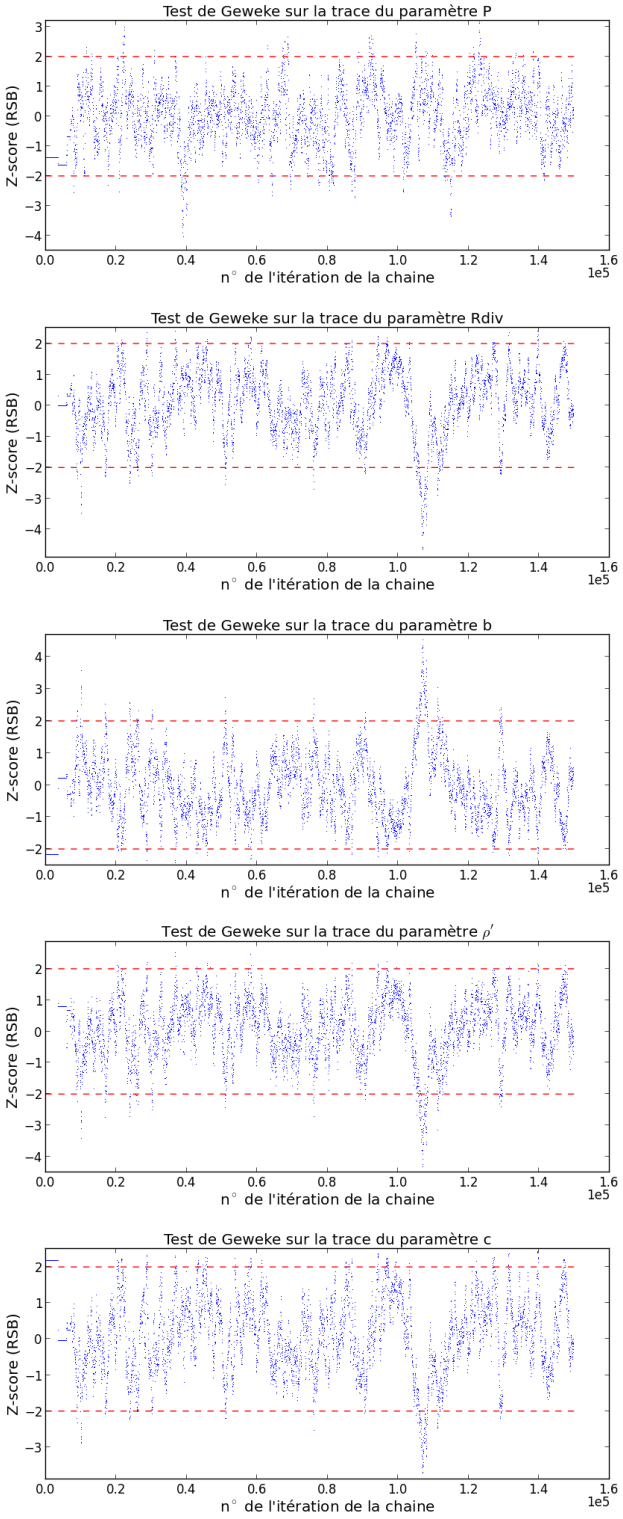


FIGURE G.5 – **Test de Geweke pour détermination de la convergence d'une chaîne MCMC** : Les graphiques ci-dessus présentent l'évolution du z-score (voir équation G.2) au cours de la première moitié de la chaîne MCMC et pour chacune des traces des paramètres libres. Les lignes horizontales en tirets rouges représentent les bornes de la zone qui va de -2 à 2 et à l'intérieur de laquelle on considère que la convergence est atteinte. Les commentaires sur ces graphiques sont donnés dans le corps du texte § G.1.3.

du compte, c'est de connaître l'évolution du coefficient de corrélation entre deux itérations de la chaîne séparées de n itérations en fonction de n. Autrement dit, l'évolution du coefficient de corrélation entre θ_i et θ_{i+n} où i est quelconque, en fonction de n. Pour obtenir cela, je normalise la fonction d'autocorrélation par le nombre d'itérations dans la trace qui sont séparées de n itérations et par l'écart-type au carré du paramètre sur la trace.

La figure G.15 présente l'évolution de ce coefficient de corrélation des traces pour tous les paramètres libres de notre exemple. Plus la fonction décroît lentement vers zéro, et plus la trace à l'itération i garde mémoire de ce qui s'est passé aux itérations précédentes. Pour quantifier cela, comme le suggère Patil et al. (2010), j'ajuste la courbe obtenue par une exponentielle décroissante $\exp\left(-\frac{n}{n_\tau}\right)$ puis je considère que les itérations de la trace sont décorrélées lorsqu'elles sont séparées de $n_{\text{thin}} = 3\,n_\tau$ itérations. Ensuite, pour avoir une idée du nombre d'itérations décorrélées, noté $\text{nb}_{\text{décor}}$, que j'obtiens grâce à ma chaîne MCMC, je calcule le rapport du nombre d'itérations dans la chaîne après la phase de mise en route que je divise par la valeur maximale de n_{thin} obtenue à partir des traces des différents paramètres libres.

Pourquoi cette autocorrélation des traces est-elle importante ? Pour répondre à cette question, nous allons regarder son effet sur les DDP *a posteriori*.

G.1.5 Nuages de corrélation et DDP *a posteriori*

La figure G.7 montre les différents nuages de corrélation (montrant l'évolution d'un paramètre libre par rapport à un autre au cours de la chaîne) obtenus sur notre exemple. Ces nuages de corrélation permettent de visualiser par l'intermédiaire de la densité de points, la DDP *a posteriori* conjointe, $\text{p}(\theta_i, \theta_j | d, M, \text{I})$, marginalisée sur tous les paramètres sauf les deux paramètres θ_i et θ_j dont on trace le diagramme de corrélation. De plus, ces diagrammes permettent, bien évidemment de visualiser la corrélation des différents paramètres les uns par rapport aux autres. Ainsi, on s'aperçoit que sur notre exemple, tous les paramètres libres (sauf la période qui est bien contrainte par les données) sont corrélés ou anti-corrélés. Ici, malgré la corrélation des paramètres entre eux, le système de contrôle a réussi à converger vers des longueurs de sauts qui aboutissent à un échantillonnage correct.

Pour visualiser l'importance d'un bon réglage des σ_{param} et d'une corrélation faible entre les traces, regardons ce qui se passe si le système de réglage n'aboutit pas un réglage correct. Pour cela changeons légèrement le paramètre gain du système de réglage et regardons ce qui se passe figure G.8.

Les figures G.3, G.9 et G.10 montre ce qui se passe au niveau du système de réglage, des traces et de la corrélation. On s'aperçoit que la corrélation implique l'apparition de motifs dans la densité de points qui ne sont pas présents lorsque les traces ne sont pas corrélées et qui ne peuvent pas traduire des variations réelles de la DDP *a posteriori*. Le réglage des largeurs de la distribution de sauts et la minimisation de la corrélation des traces est donc indispensable pour pouvoir tirer une information correcte sur la DDP *a posteriori* à partir de la chaîne MCMC. Cela est encore plus visible lorsque l'on trace les DDP *a posteriori* marginales de chacun des paramètres.

G.1.6 Densité de probabilité *a posteriori* marginales

Les DDP *a posteriori* marginales $\text{p}(\theta | d, M, \text{I})$, obtenues à partir de la chaîne MCMC faiblement corrélée sont présentées figure G.11. On peut en déduire une estimation avec barre d'erreur des

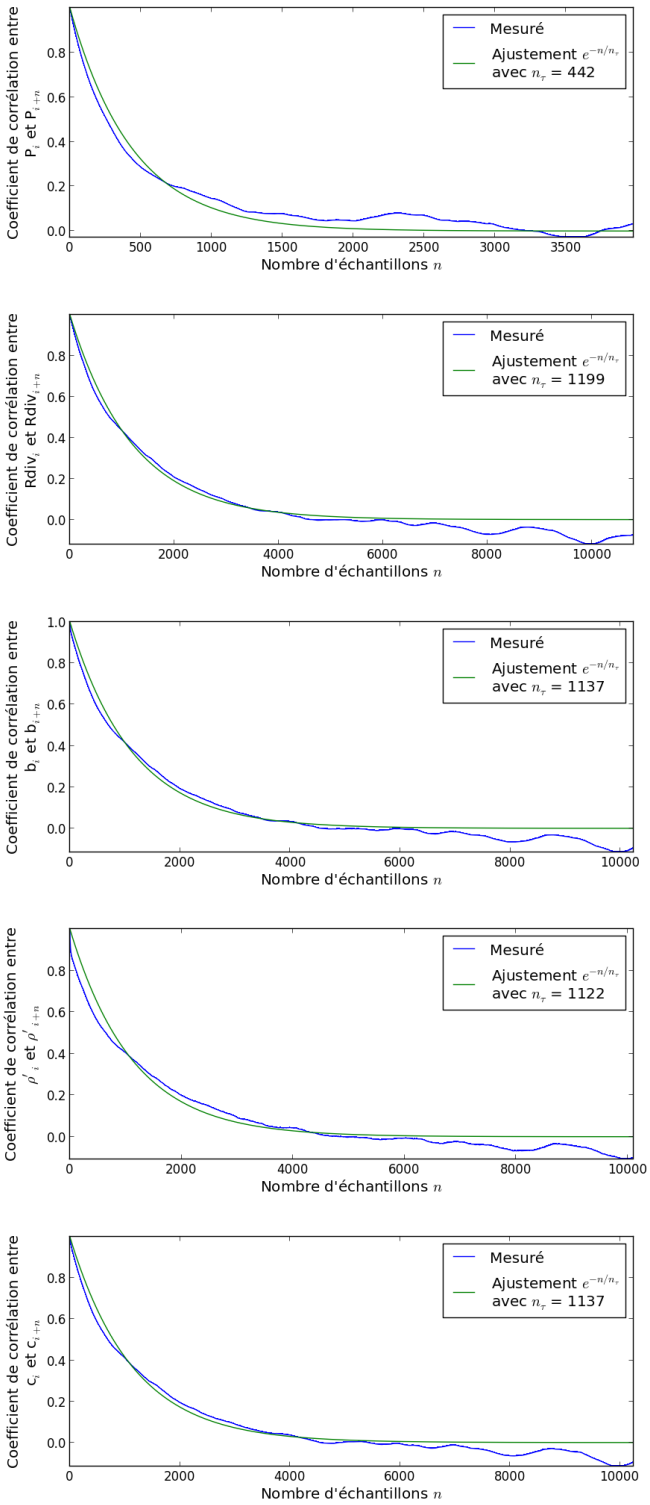


FIGURE G.6 – **Autocorrélation des traces** : Les graphiques ci-dessus présentent, en bleu, l'évolution du coefficient de corrélation entre les échantillons successifs des traces pour les paramètres libres du modèles et en vert un ajustement d'une fonction exponentielle décroissante. Les commentaires sur ces graphiques sont donnés dans le corps du texte § G.1.4.

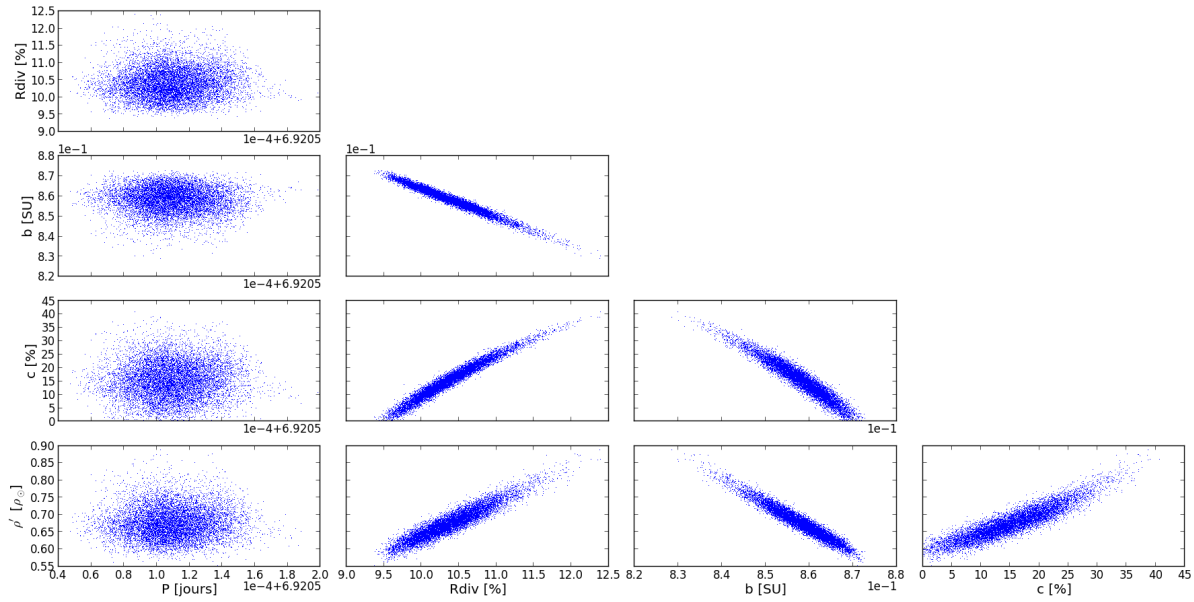


FIGURE G.7 – **Nuages de corrélation des paramètres libres** : Les graphiques ci-dessus présentent les nuages de corrélation de différents paramètres libres, les uns avec les autres. Ils permettent de visualiser la DDP *a posteriori* par l'intermédiaire de la densité de points qui est proportionnelle à $\mathrm{p}(\theta_i, \theta_j | d, M, \mathrm{I})$ où θ_i et θ_j sont les deux paramètres libres dont on trace le nuage de corrélation. Ainsi, ils permettent donc de visualiser la dépendance des paramètres les uns avec les autres. Les valeurs des paramètres du système de réglage des σ_{param} sont gain $= 1$, $\gamma = 1{,}6$, $\mathrm{fact}_{\mathrm{cor,max}} = 0,1$.

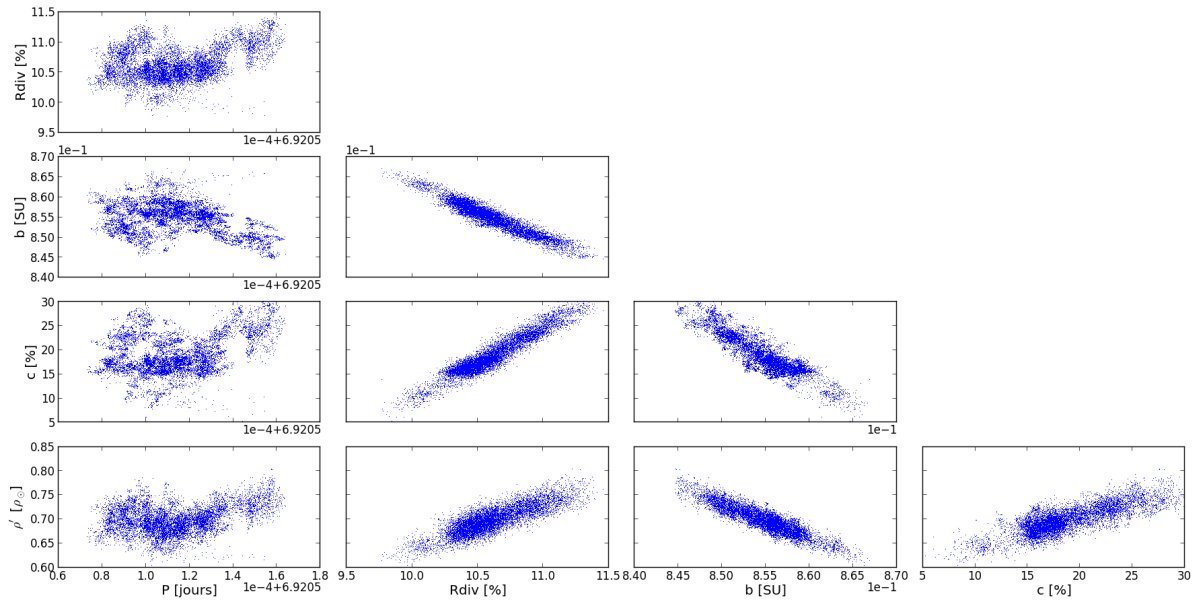


FIGURE G.8 – **Impact d'une trop forte corrélation des traces de la chaîne MCMC sur les nuages de corrélation** : Les nuages de corrélation ci-dessus sont obtenus à partir d'une chaîne MCMC dont les σ_{param} sont mal réglés (voir figure G.3) si bien que la corrélation des traces est élevée (voir figure G.10 et figure G.9). Les nuages de corrélation présentent alors une densité de points qui montre des discontinuités et des motifs qui ne se trouvent pas sur les nuages de corrélation réalisés à partir de la chaîne MCMC correctement réglée (voir figure G.7) et qui ne peuvent pas traduire des variations réelles de la DDP *a posteriori*.

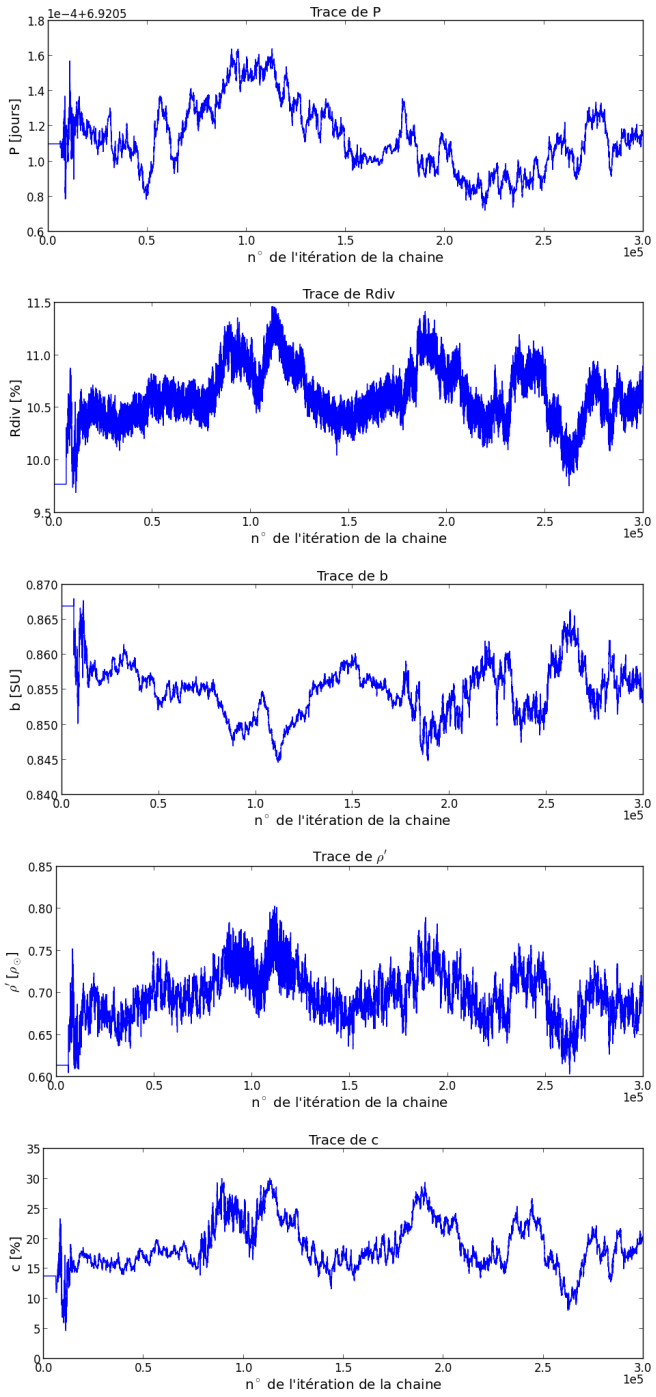


FIGURE G.9 – **Visualisation des traces de la chaine MCMC avec l'algorithme AMHG05avec un système de contrôle instable** : ces graphes donnent la succession des valeurs prises par chacun des paramètres au cours de la chaine. Les paramètres du système de contrôle sont :gain = 2, $\gamma = 1{,}6$, $\text{fact}_{\text{cor,max}} = 0,1$. Le modèle étudié est le modèle P.S. du candidat LRC02-E1L-2870. On peut voir dans la dispersion des itérations successives les changement des largeurs de la distribution de sauts. On voit que les itérations successives des traces sont très corrélés à grande échelle, mais moins à courte échelle (notamment pour les paramètres ρ' et R_{div}).

valeurs des paramètres les plus probables *a posteriori* présentée dans les premières lignes du tableau tableau G.1.

TABLE G.1 – Inférence des paramètres

	P	R_{div}	b	ρ'	c
chaîne MCMC faiblement corrélée[a]					
Valeur la plus probable	6,920 611	10,28	0,859 6	13,7	0,664
Intervalle de confiance à 68 %	$\pm^{2{,}0\cdot10^{-5}}_{2{,}1\cdot10^{-5}}$	$\pm^{0{,}52}_{0{,}32}$	$\pm^{4{,}8\cdot10^{-3}}_{7{,}3\cdot10^{-3}}$	$\pm^{8{,}0}_{5{,}4}$	$\pm^{5{,}3\cdot10^{-2}}_{3{,}5\cdot10^{-2}}$
Intervalle de confiance à 95 %	$\pm^{3{,}8\cdot10^{-5}}_{3{,}9\cdot10^{-5}}$	$\pm^{1{,}0}_{0{,}65}$	$\pm^{9{,}7\cdot10^{-3}}_{1{,}5\cdot10^{-2}}$	$\pm^{15}_{12}$	$\pm^{1{,}1\cdot10^{-1}}_{7{,}2\cdot10^{-2}}$
Intervalle de confiance à 99 %	$\pm^{5{,}1\cdot10^{-5}}_{5{,}0\cdot10^{-5}}$	$\pm^{1{,}5}_{0{,}90}$	$\pm^{1{,}1\cdot10^{-2}}_{2{,}1\cdot10^{-2}}$	$\pm^{20}_{13}$	$\pm^{0{,}15}_{0{,}11}$
chaîne MCMC fortement corrélée[b]					
Valeur la plus probable	6,920 610	10,37	0,858 5	15,48	0,670
Intervalle de confiance à 68 %	$\pm^{2{,}0\cdot10^{-5}}_{2{,}1\cdot10^{-5}}$	$\pm^{0{,}52}_{0{,}32}$	$\pm^{4{,}8\cdot10^{-3}}_{7{,}3\cdot10^{-3}}$	$\pm^{8{,}0}_{5{,}4}$	$\pm^{5{,}3\cdot10^{-2}}_{3{,}5\cdot10^{-2}}$
Intervalle de confiance à 95 %	$\pm^{3{,}8\cdot10^{-5}}_{3{,}9\cdot10^{-5}}$	$\pm^{1{,}0}_{0{,}65}$	$\pm^{9{,}7\cdot10^{-3}}_{1{,}5\cdot10^{-2}}$	$\pm^{15}_{12}$	$\pm^{1{,}1\cdot10^{-1}}_{7{,}2\cdot10^{-2}}$
Intervalle de confiance à 99 %	$\pm^{5{,}1\cdot10^{-5}}_{5{,}0\cdot10^{-5}}$	$\pm^{1{,}5}_{0{,}90}$	$\pm^{1{,}1\cdot10^{-2}}_{2{,}1\cdot10^{-2}}$	$\pm^{20}_{13}$	$\pm^{0{,}15}_{0{,}11}$
Pourcentage de recouvrement des intervalles de confiance des deux chaînes MCMC					
Intervalle de confiance à 68 %	89 %	39 %	41 %	37 %	46 %
Intervalle de confiance à 95 %	77 %	71 %	69 %	62 %	71 %
Intervalle de confiance à 95 %	81 %	64 %	66 %	61 %	60 %

a. La chaîne faiblement corrélée a été réalisée avec les paramètres du système de réglage des σ_{param} suivants : gain = 1, γ = 1,6, $\text{fact}_{\text{cor,max}} = 0,1$.

b. La chaîne faiblement corrélée a été réalisée avec les paramètres du système de réglage des σ_{param} suivants : gain = 2, γ = 1,6, $\text{fact}_{\text{cor,max}} = 0,1$.

Ensuite, la figure G.12 présente ces mêmes DDP *a posteriori* marginales, mais obtenues à partir de la chaîne MCMC fortement corrélée. Les lignes intermédiaires du tableau G.1 présentent l'inférence des paramètres réalisée à partir de cette chaîne. On s'aperçoit que même si l'inférence des paramètres réalisée à partir d'une chaîne MCMC fortement corrélée est, ici, compatible avec celle réalisée à partir de la chaîne faiblement corrélées, les allures des DDP *a posteriori* marginales sont sensiblement différentes de celles réalisées à partir d'une chaîne faiblement corrélée et présentent des variations non physiques.

En théorie, une chaîne MCMC n'a pas la nécessité d'être décorrélée pour permettre une estimation correcte de la fonction qu'elle évalue. Cependant, cette propriété n'est vraie que lorsque le nombre d'itérations tend vers l'infini. Et en effet, si l'on augmentait le nombre d'itérations réalisées sur la chaîne MCMC fortement corrélée d'un facteur au moins 10 (3 millions d'itérations), on améliorerait sensiblement l'inférence des paramètres réalisée. Cependant dans le cadre de mon outil, qui doit traiter automatiquement un grand nombre de chaînes MCMC, je ne peux pas me permettre de faire autant d'itérations.

En conclusion, le réglage des σ_{param} permet d'obtenir des traces les plus faiblement corrélées et ainsi de réduire sensiblement le nombre d'itérations de la chaîne MCMC nécessaire pour obtenir un échantillonnage et donc une inférence des paramètres correcte.

G.1.6.0.1 Comportement du système de réglages des σ_{param} vis-vis des différents types de modèles

Au vu des résultats obtenus grâce à cette étude, il était important de se demander si le système de contrôle qui a permis, avec les paramètres gain = 1, γ = 1,6, $\text{fact}_{\text{cor,max}}$ = 0,1, d'effectuer un échantillonnage correct de la DDP *a posteriori* du modèle P.S. va permettre d'échantillonner correctement les autres modèles C.P.S., E.B.P., E.B.2.P., C.E.B.P. et C.E.B.2.P.. J'ai donc réalisé une exploration par MCMC sur chacun de ces modèles avec 300 000 itérations. J'ai choisi de résumer cette étude par le tableau G.2. Ce tableau présente, pour chaque modèle :

- le taux d'acceptations moyen, noté TA_{moy} ;
- l'itération à partir de laquelle la convergence de la chaîne vers une zone de forte DDP est atteinte selon le test de Geweke, notée $n_{\text{burn,Ge}}$;
- l'itération à partir de la laquelle la convergence du système de réglage des σ est atteinte, notée $n_{\text{burn,sc}}$;
- le nombre d'itérations entre deux itérations décorrélées, noté n_{thin} ;
- le nombre d'itérations décorrélées contenues dans les traces des différents paramètres libres, noté $\text{nb}_{\text{décor}}$, sachant que toutes les chaînes contiennent 300 000 itérations.

Au vu des analyses faites dans les paragraphes précédents, ces paramètres me semblent être ceux qui permettent de mieux résumer la qualité de l'échantillonnage par MCMC réalisé.

Ce tableau nous permet de nous rendre compte que :

- le taux d'acceptations est, pour tous les modèles, proche de la consigne de 25 % et la convergence du système de contrôle est rapide ($\simeq$ 10 000 itérations). Le système de contrôle semble donc converger correctement et rapidement ;
- la convergence de la chaîne vers une zone de DDP élevée est très rapide ($\simeq$ 100 itérations sauf pour le modèle C.E.B.2.P.), sans doute grâce au fait que l'on démarre avec des largeurs σ de la distribution de sauts égale à $1/10^e$ de la largeur de l'espace de chaque paramètre libre. La convergence vers une zone de DDP élevée semble donc se faire rapidement ;
- les modèles P.S. et E.B.P. n'ont pas une corrélation de leurs traces excessive ($n_{\text{thin}} \simeq 3\,000$ et $\text{nb}_{\text{décor}} \simeq 100$) ;
- les autres modèles C.P.S., E.B.2.P., C.E.B.P. et C.E.B.2.P. souffrent d'une corrélation de leurs traces importante ($n_{\text{thin}} > 10\,000$ et $\text{nb}_{\text{décor}} \lesssim 10$) impliquant une mauvaise estimation de la DDP *a posteriori*.

Pour résoudre le problème posé par le dernier point, la première solution consiste à augmenter le nombre d'itérations pour les modèles dont les traces sont trop corrélées. Mais un rapide calcul montre qu'il aurait fallu faire plus d'un million d'itérations pour atteindre seulement 10 itérations décorrélées dans la chaîne du modèle E.B.2.P.. La deuxième solution consiste à essayer d'améliorer le système de contrôle pour arriver à diminuer cette corrélation et c'est la solution que j'ai adoptée.

G.2 Étude de mon algorithme MCMC automatisé et comparaison avec l'algorithme AMHG05

G.2.1 Comparaison rapide de mon algorithme et de l'algorithme AMHG05 sur quelques cas précis

Avec mon algorithme, je peux obtenir les mêmes types de graphique que ceux présentés au § G.1 avec l'algorithme AMHG05. Je présente ci-dessous, pour comparaison, certains de ces graphiques réalisés sur le même modèle (P.S.) et le même candidat (LRc02-E1L-2870).

Avec les graphiques qui vont suivre, je veux mettre en avant l'amélioration apportée par mon algorithme MCMC grâce au cas le plus frappant qui celui de l'étude du modèle C.E.B.P. (du candidat LRc02-E1L-2870). Les figure G.16 (algorithme AMHG05) et G.17 (mon algorithme) montre l'évolution du coefficient de corrélation entre les échantillons successifs des différentes

TABLE G.2 – Qualité de l'échantillonnage MCMC réalisé par l'algorithme AMHG05 en fonction du modèle considéré

Type de modèle	Grandeur	P	R_{div}	b	ρ'	c	T_{div}	Valeur max/min
P.S.	TA_{moy}				24,20 %			
	$n_{\text{burn,SC}}$				9 001			
	$n_{\text{burn,Ge}}$	26	26	26	26	26		26
	n_{thin}	1 150	3 439	3 303	3 288	2 973		3 439
	$\text{nb}_{\text{décor}}$				87			
C.P.S.	TA_{moy}				24,54 %			
	$n_{\text{burn,SC}}$				9 001,0			
	$n_{\text{burn,Ge}}$	26	26	26	26	26		26
	n_{thin}	214	67 347	67 498	67 491	61 883		67 498
	$\text{nb}_{\text{décor}}$				4			
E.B.P.	TA_{moy}				24,05 %			
	$n_{\text{burn,SC}}$				11 001			
	$n_{\text{burn,Ge}}$	26	26	26	26	26	176	176
	n_{thin}	544	1 790	1 759	1 625	1 761	40	1 790
	$\text{nb}_{\text{décor}}$				167			
E.B.2.P.	TA_{moy}				23,82 %			
	$n_{\text{burn,SC}}$				11 001			
	$n_{\text{burn,Ge}}$	26	26	26	2 476	26	26	2 476
	n_{thin}	97 773	13 727	14 100	14 191	6 159	4 547	97 773
	$\text{nb}_{\text{décor}}$				3			
C.E.B.P.	TA_{moy}				24,05 %			
	$n_{\text{burn,SC}}$				11 001			
	$n_{\text{burn,Ge}}$	26	12 751	476	476	51	476	476
	n_{thin}	994	45 628	45 654	45 489	45 224	16	45 654
	$\text{nb}_{\text{décor}}$				6			
C.E.B.2.P.	TA_{moy}				24,15 %			
	$n_{\text{burn,SC}}$				12 001			
	$n_{\text{burn,Ge}}$	26	476	12 826	12 676	26	26	12 826
	n_{thin}	3 106	15 678	15 682	15 556	15 111	6 331	15 682
	$\text{nb}_{\text{décor}}$				19			

traces du modèle. Puis les figure G.16 (algorithme AMHG05) et G.19 (mon algorithme) montre les estimations des DDP marginales qui en découlent.

G.2.2 Comparaison poussée de mon algorithme et de l'algorithme AMHG05 vis-à-vis des différents modèles

Dans cette partie, je vais comparer les performances de mon algorithme automatisé à celle de l'algorithme AMHG05. Pour cela, comme ce qui a été fait, au § G.1.6.0.1, j'ai réalisé une exploration MCMC de 300 000 itérations sur chacun des modèles P.S., C.P.S., E.B.P., E.B.2.P., C.E.B.P. et C.E.B.2.P. et j'ai résumé la qualité de l'échantillonnage obtenue dans le tableau G.3 (qui est à comparer avec le tableau G.2).Tout d'abord, on peut noter que, tout comme le système de contrôle de l'algorithme AMHG05, mon système de contrôle converge correctement et rapidement vers la consigne de 25 %.

Le tableau 7.1 présente une comparaison du nombre d'échantillons décorrélés dans les chaînes obtenues par les deux algorithmes. On s'aperçoit que mon algorithme a abouti, à chaque fois, à de meilleurs résultats. Pour les modèles E.B.2.P. et C.E.B.P., l'amélioration est significative puis qu'elle à permis de multiplier le nombre d'itérations décorrélées par un facteur supérieur à 10 (ce qui implique une amélioration notable de l'estimation de la DDP *a posteriori*, voir § G.2). Pour les modèles P.S. et C.P.S., on observe une augmentation d'un facteur 2 à 3. Enfin pour les modèles, E.B.P. et C.E.B.2.P. l'amélioration est plus marginale.

TABLE G.3 – Qualité de l'échantillonnage MCMC réalisé par mon algorithme en fonction du modèle considéré

Type de modèle	Grandeur	P	R_{div}	b	ρ'	c	T_{div}	Valeur max
P.S.	TA_{moy}				25,04 %			
	$n_{\text{burn,SC}}$				9 001			
	$n_{\text{burn,Ge}}$	26	26	26	26	26		26
	n_{thin}	602	1 445	1 483	1 374	1 484		1 484
	$\text{nb}_{\text{décor}}$				196			
C.P.S.	TA_{moy}				25,40 %			
	$n_{\text{burn,SC}}$				6 001,0			
	$n_{\text{burn,Ge}}$	26	26	51	226	226		226
	n_{thin}	1 377	23 833	23 812	23 723	22 265		23 833
	$\text{nb}_{\text{décor}}$				12			
E.B.P.	TA_{moy}				24,51 %			
	$n_{\text{burn,SC}}$				22 001			
	$n_{\text{burn,Ge}}$	26	26	26	26	26	476	476
	n_{thin}	286	1 364	1 377	1 307	1 318	207	1 377
	$\text{nb}_{\text{décor}}$				202			
E.B.2.P.	TA_{moy}				25,77 %			
	$n_{\text{burn,SC}}$				65 001			
	$n_{\text{burn,Ge}}$	26	26	26	501	26	501	2 476
	n_{thin}	260	2 341	2 329	2 146	1 818	6 758	6 758
	$\text{nb}_{\text{décor}}$				35			
C.E.B.P.	TA_{moy}				26,16 %			
	$n_{\text{burn,SC}}$				142 001			
	$n_{\text{burn,Ge}}$	26	33 001	33 001	33 026	33 001	51	33 026
	n_{thin}	402	4 651	4 572	4 635	4 778	469	4 778
	$\text{nb}_{\text{décor}}$				196			
C.E.B.2.P.	TA_{moy}				24,64 %			
	$n_{\text{burn,SC}}$				12 001			
	$n_{\text{burn,Ge}}$	26	9 801	9 876	10 151	26	751	10 151
	n_{thin}	6 706	10 455	10 410	10 334	10 724	1 185	10 724
	$\text{nb}_{\text{décor}}$				26			

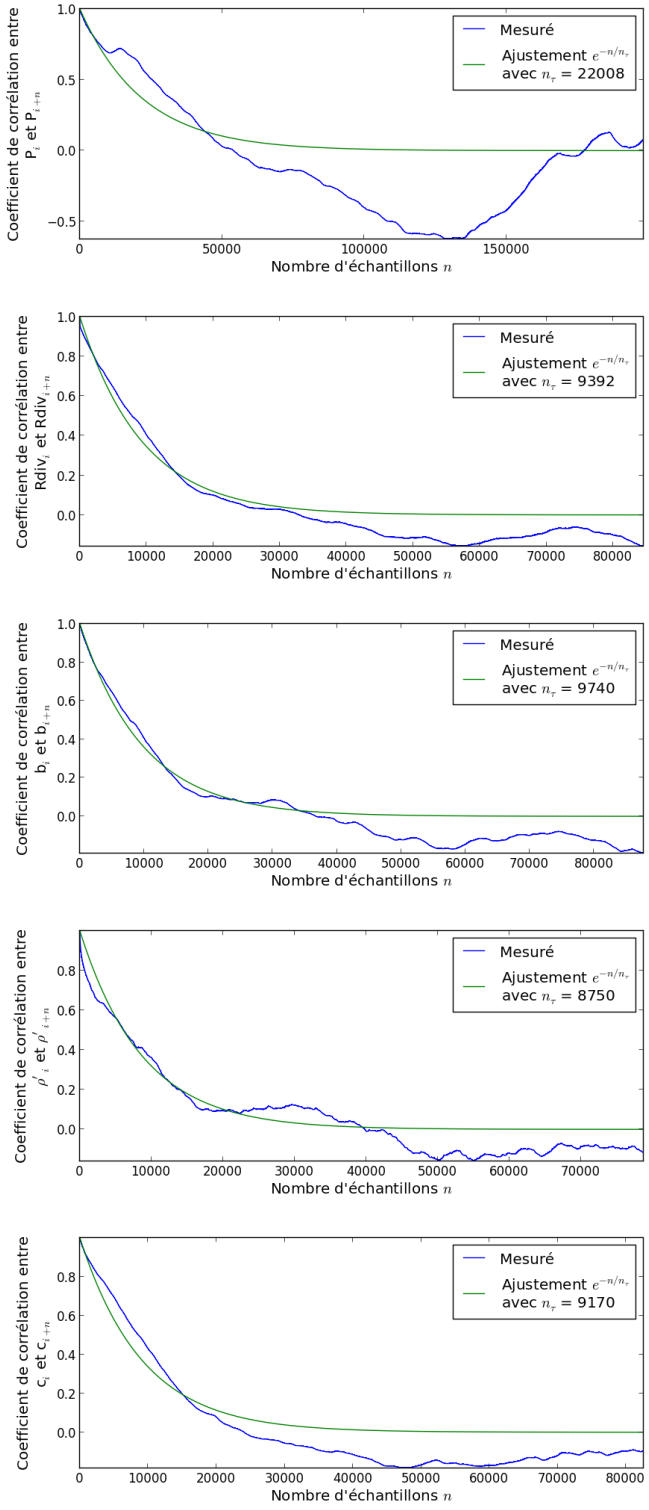


FIGURE G.10 – **Autocorrélation des traces** : en bleu, l'évolution du coefficient de corrélation entre les échantillons successifs des traces des paramètres libres en fonction du nombre d'itérations qui les séparent. En vert, un ajustement d'une fonction exponentielle décroissante. Les valeurs des paramètres du système de contrôle sont gain = 2, γ = 1,6, $\text{fact}_{\text{cor,max}} = 0,1$. Le modèle étudié est le modèle P.S. du candidat LRC02-E1L-2870 On visualise clairement le fait que la chaine garde mémoire des itérations précédentes sur plusieurs dizaines voir centaines de milliers d'itérations ce qui sur une chaine de 300 000 ne laisse qu'une dizaines d'itérations indépendantes.

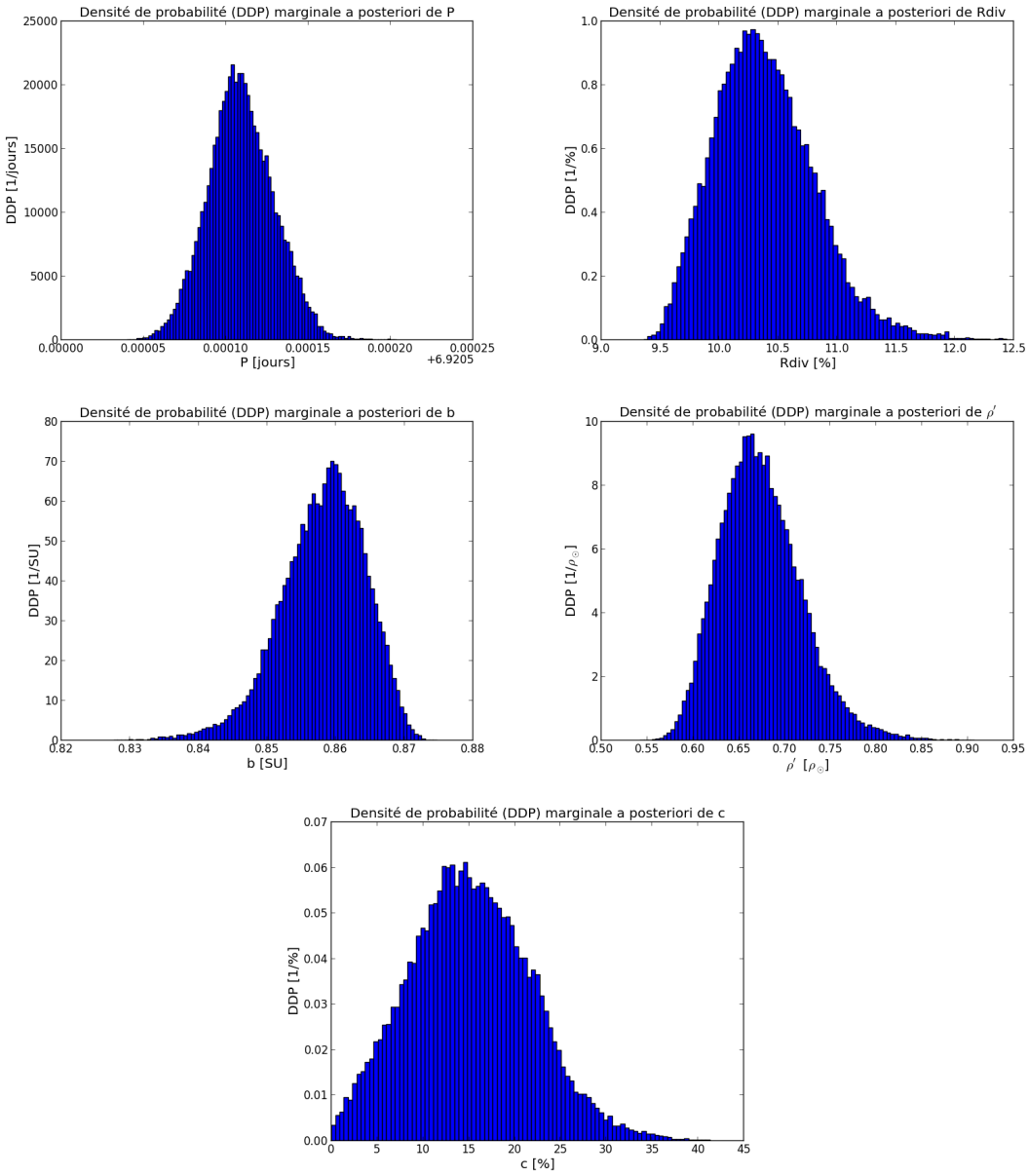


FIGURE G.11 – **Estimation des DDP marginales des paramètres libres grâce à une chaîne MCMC faiblement corrélée** : les graphiques ci-dessus présentent une estimation des DDP *a posteriori* marginales, $\mathrm{p}(\theta|d, M, \mathrm{I})$, des paramètres libres réalisée grâce à l'histoire de la trace après la phase de mise en route. Ces estimations sont réalisées à partir d'une chaîne MCMC faiblement corrélée obtenue avec les paramètres gain = 1, $\gamma = 1{,}6$, $\mathrm{fact}_{\mathrm{cor,max}} = 0,1$ du système de réglage des σ_{param}. Les commentaires sur ces graphiques sont donnés dans le corps du texte § G.1.6.

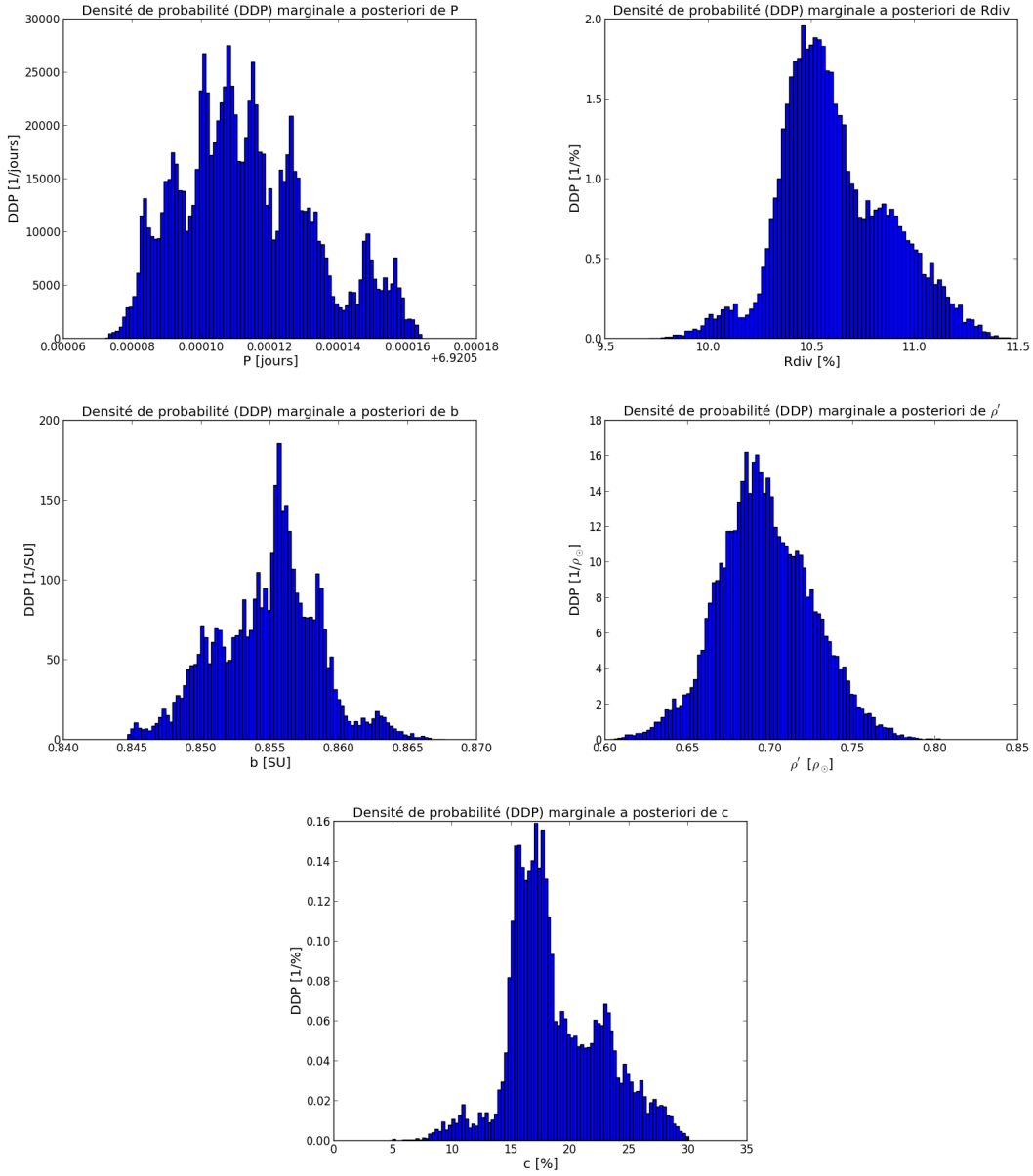


FIGURE G.12 – **Estimation des DDP marginales des paramètres libres grâce à une chaîne MCMC fortement corrélée** : les graphiques ci-dessus présentent une estimation des DDP *a posteriori* marginales, $\mathrm{p}(\theta|d, M, \mathrm{I})$, des paramètres libres réalisée grâce à l'histogramme de la trace (après la phase de mise en route). Ces estimations sont réalisées à partir d'une chaîne MCMC fortement corrélée obtenue avec les paramètres gain = 2, $\gamma = 1{,}6$, $\mathrm{fact}_{\mathrm{cor,max}} = 0,1$ du système de réglage des σ_{param}. Les commentaires sur ces graphiques sont donnés dans le corps du texte § G.1.6.

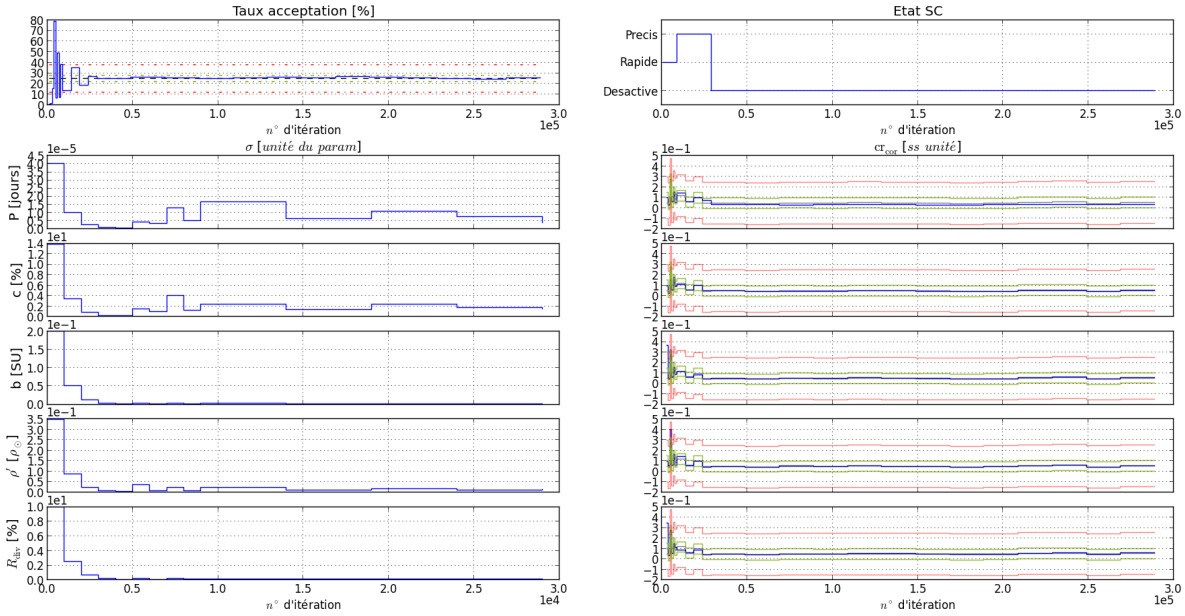


FIGURE G.13 – **Compte-rendu du système de réglage des longueurs de sauts réalisé avec mon algorithme** : en haut à gauche, évolution du taux d'acceptation de la chaine MCMC en fonction du numéro de l'itération de la chaine. Ce taux d'acceptation est le résultat de la mesure effectuée à l'issue de chaque cycle. La ligne en tiret noir représente la consigne de 25 %. Les lignes en pointillé rouges représentent délimitent une zone de plus ou moins 13 % par rapport à cette consigne et les lignes en pointillés vertes une zone de plus ou moins 3 %. En haut à droite, la succession des types de cycles au cours de la chaine. En bas à gauche, l'évolution de la valeur de la longueur de saut σ associée à chaque paramètre en fonction du numéro de l'itération de la chaine. En bas à droite, l'évolution du critère de corrélation mesuré à l'issue de chaque cycle et pour chaque paramètre. Le modèle étudié est le modèle P.S. du candidat LRC02-E1L-2870. L'algorithme converge rapidement et n'oscille pas autour de la consigne, contrairement à ce que l'on pouvait observé avec l'algorithme AMHG05, figure G.1

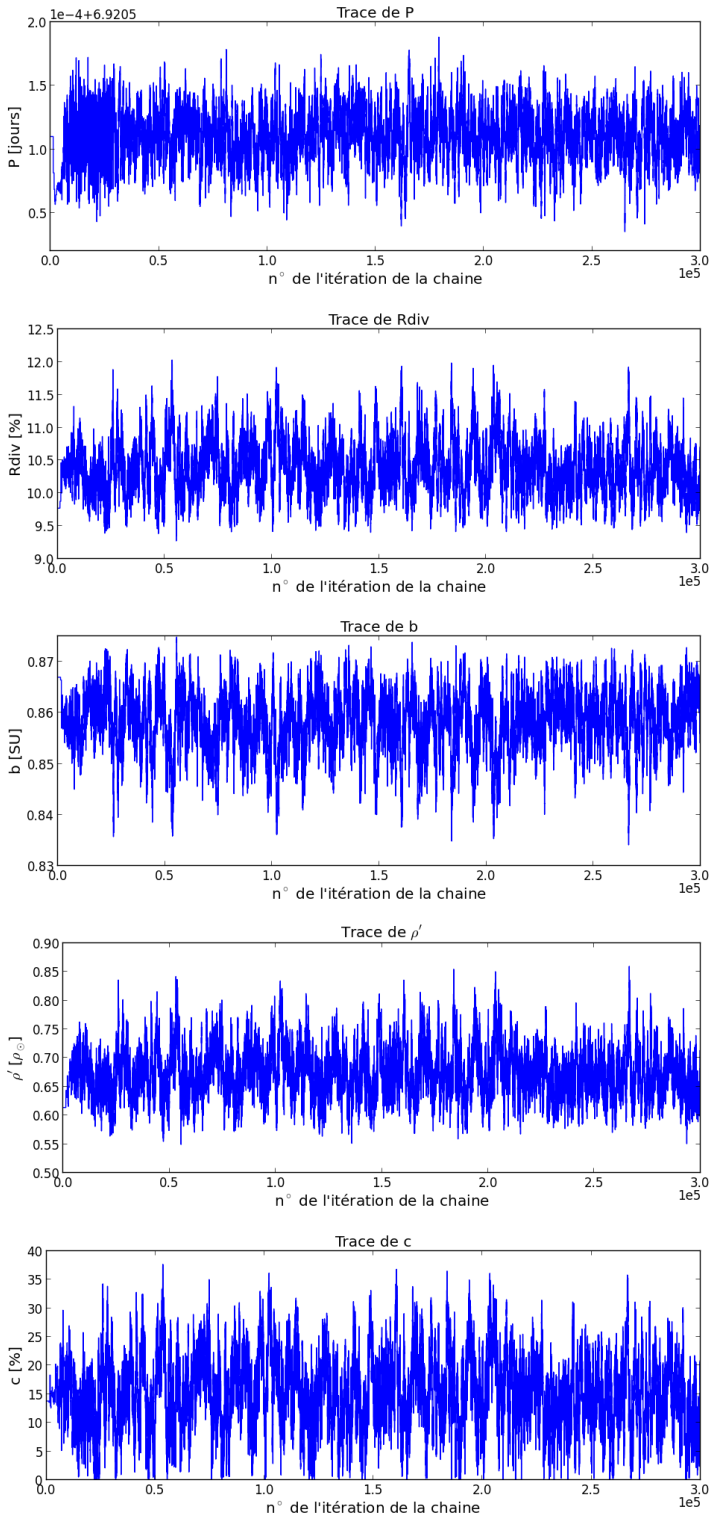


FIGURE G.14 – **Visualisation des traces de la chaine MCMC avec mon algorithmeg** : Ces graphes donnent la succession des valeurs prises par chacun des paramètres au cours de la chaine. Le modèle étudié est le modèle P.S. du candidat LRC02-E1L-2870. On voit que les traces convergent rapidement et sont peu corrélées (à comparer avec la figure G.14 obtenue avec l'algorithme AMHG05)

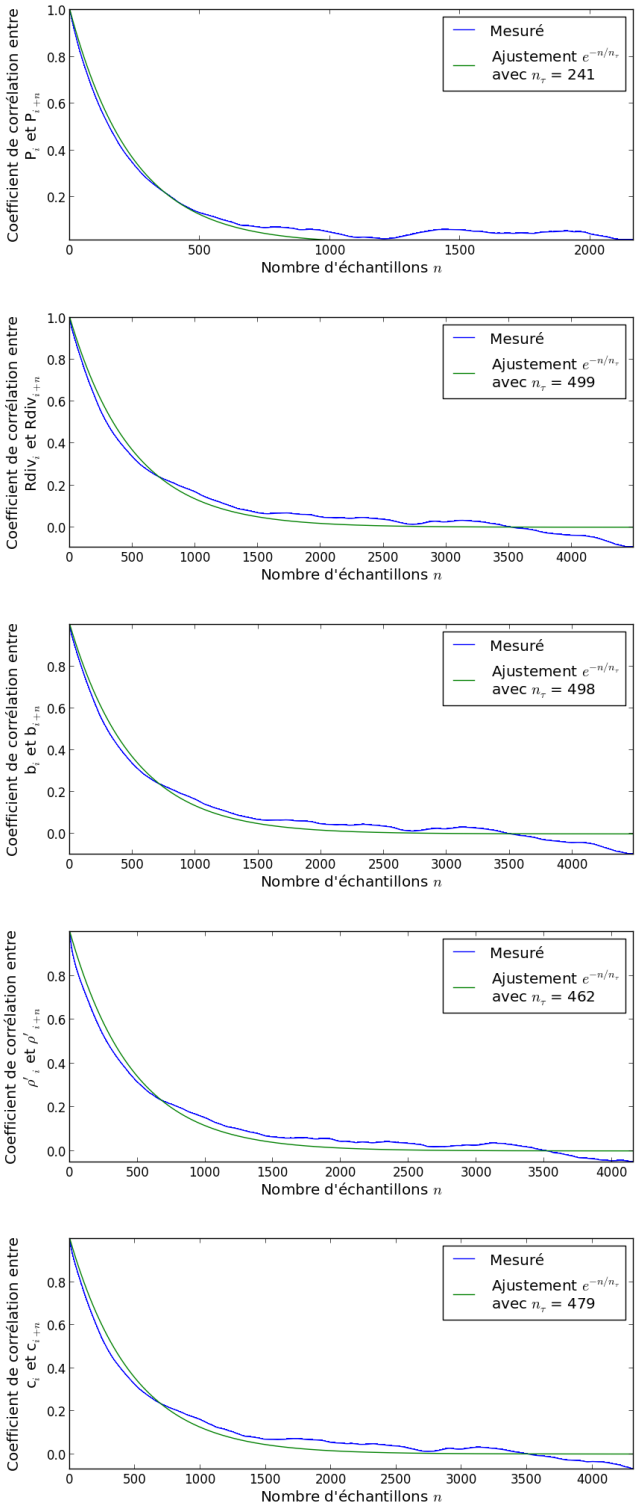


FIGURE G.15 – **Autocorrélation des traces MCMC obtenues avec mon algorithme** : les graphiques ci-dessus présentent, en bleu, l'évolution du coefficient de corrélation entre les échantillons successifs des traces pour les paramètres libres du modèles et en vert un ajustement d'une fonction exponentielle décroissante. Le modèle étudié est le modèle P.S. du candidat LRC02-E1L-2870. On s'aperçoit que la décroissance mesurée bien, au premier ordre, en exponentielle décroissante. Comparer aux résultats obtenus avec l'algorithme AMHG05, la corrélation obtenue est inférieure environ d'un facteur 2.

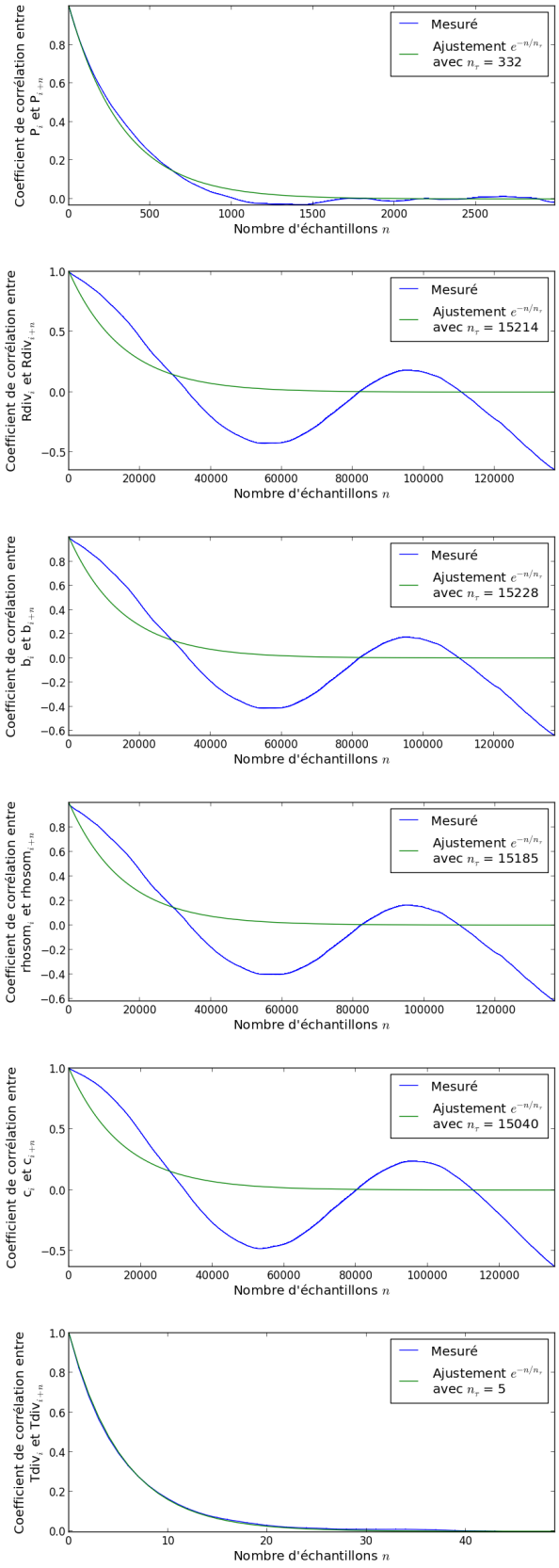


FIGURE G.16 – **Autocorrélation des traces MCMC du modèle C.E.B.P.du candidat LRC02-E1L-2870 obtenues avec l'algorithme AMHG05** : on s'aperçoit que la corrélation entre les échantillons successives s'étend, pour certains paramètres, sur plusieurs dizaines de milliers d'échantillons. Pour ces paramètres, la décroissance du coefficient de corrélation n'est pas modélisable par une exponentielle décroissante, même au premier ordre.

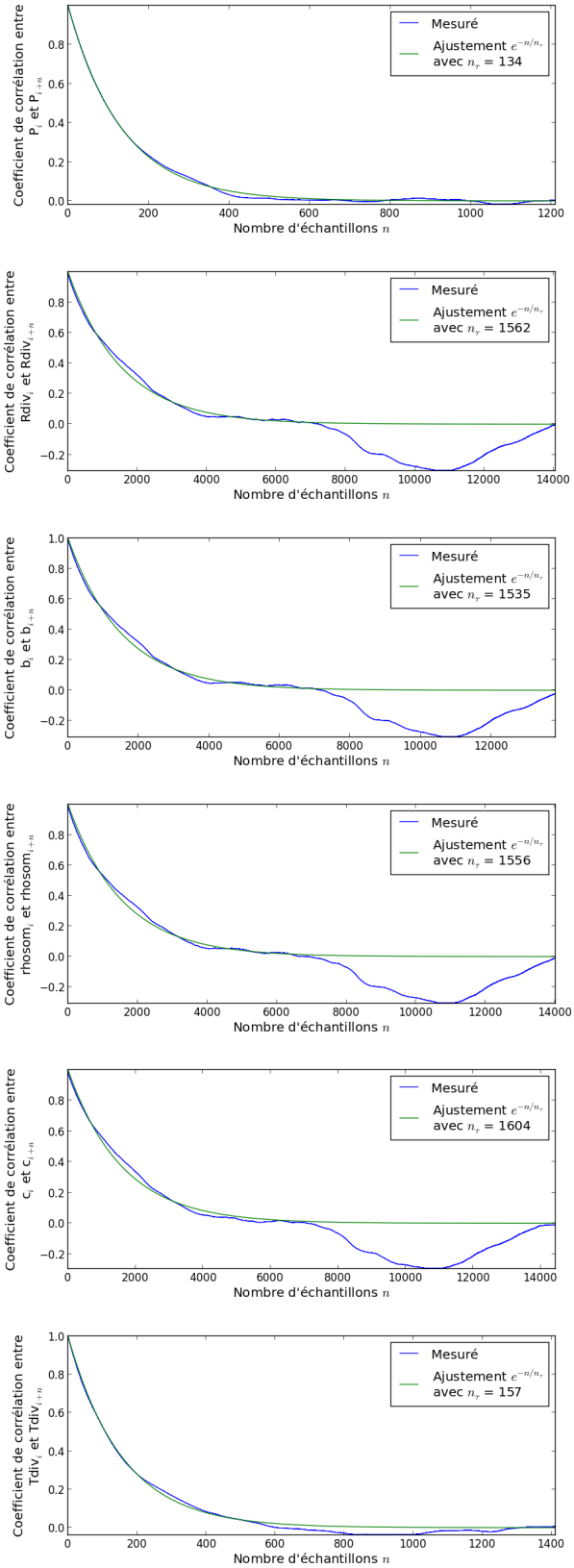


FIGURE G.17 – **Autocorrélation des traces MCMC du modèle C.E.B.P.du candidat LRc02-E1L-2870 obtenues avec mon algorithme** : contrairement à ce que l'on pouvait observer avec l'algorithme AMHG05, la corrélation est beaucoup plus faible. La décroissance de coefficient entre les échantillons successifs est bien en exponentielle décroissante malgré le fait que l'on observe tout de même, pour les même paramètres qui posaient problèmes à l'algorithme AMHG05, une légèrement augmentation du coefficient de corrélation pour un décalage de 11 000 échantillons.

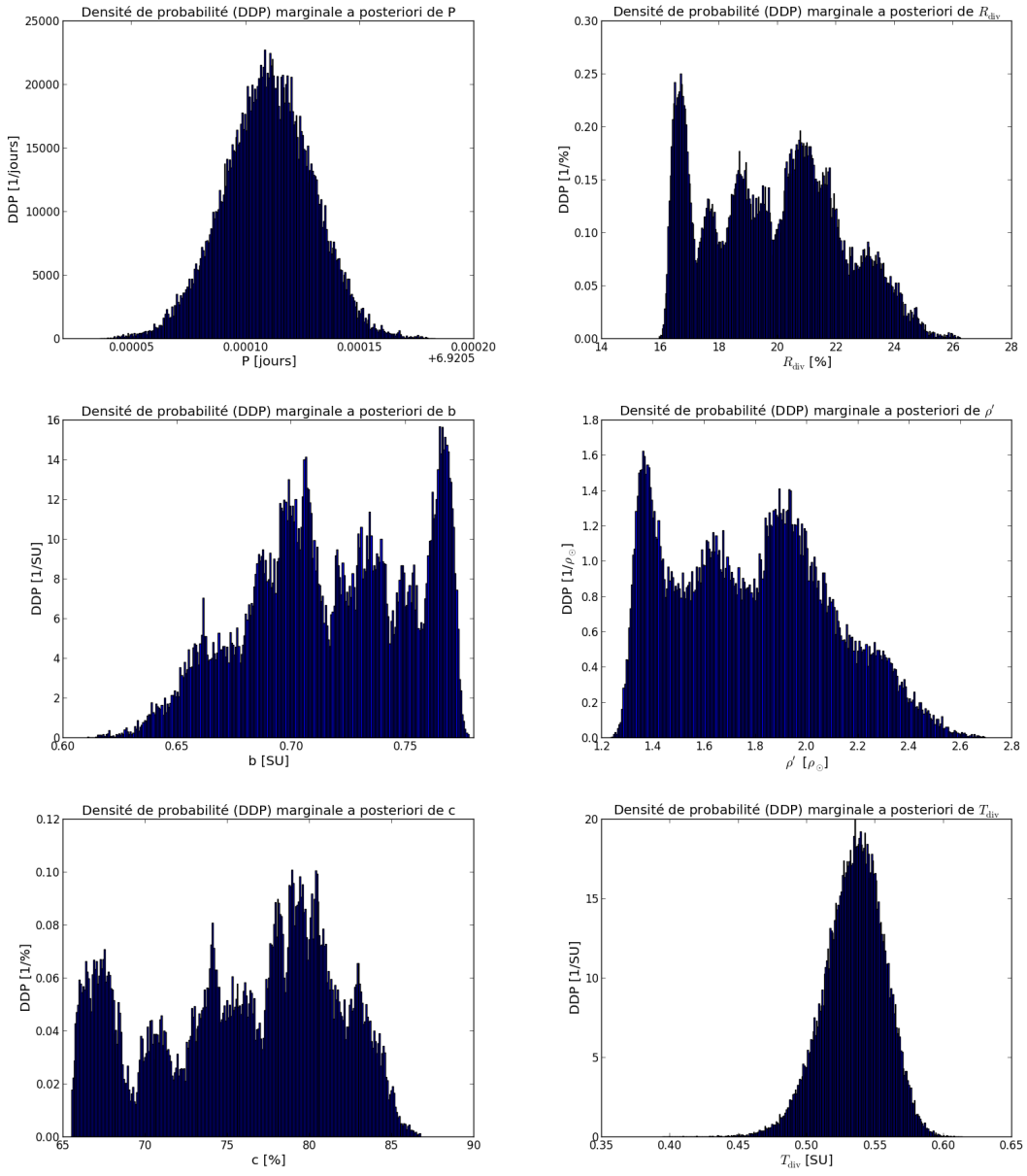


FIGURE G.18 – **Estimation des DDP *a posteriori* marginales des paramètres libres obtenues avec l'algorithme AMHG05** : pour les paramètres pour lesquels la corrélation était élevée, les DDP *a posteriori* marginales sont mal estimées puisqu'elles présentent des variations et de nombreux maxima locaux non physiques et uniquement dus à la corrélation des échantillons des traces.

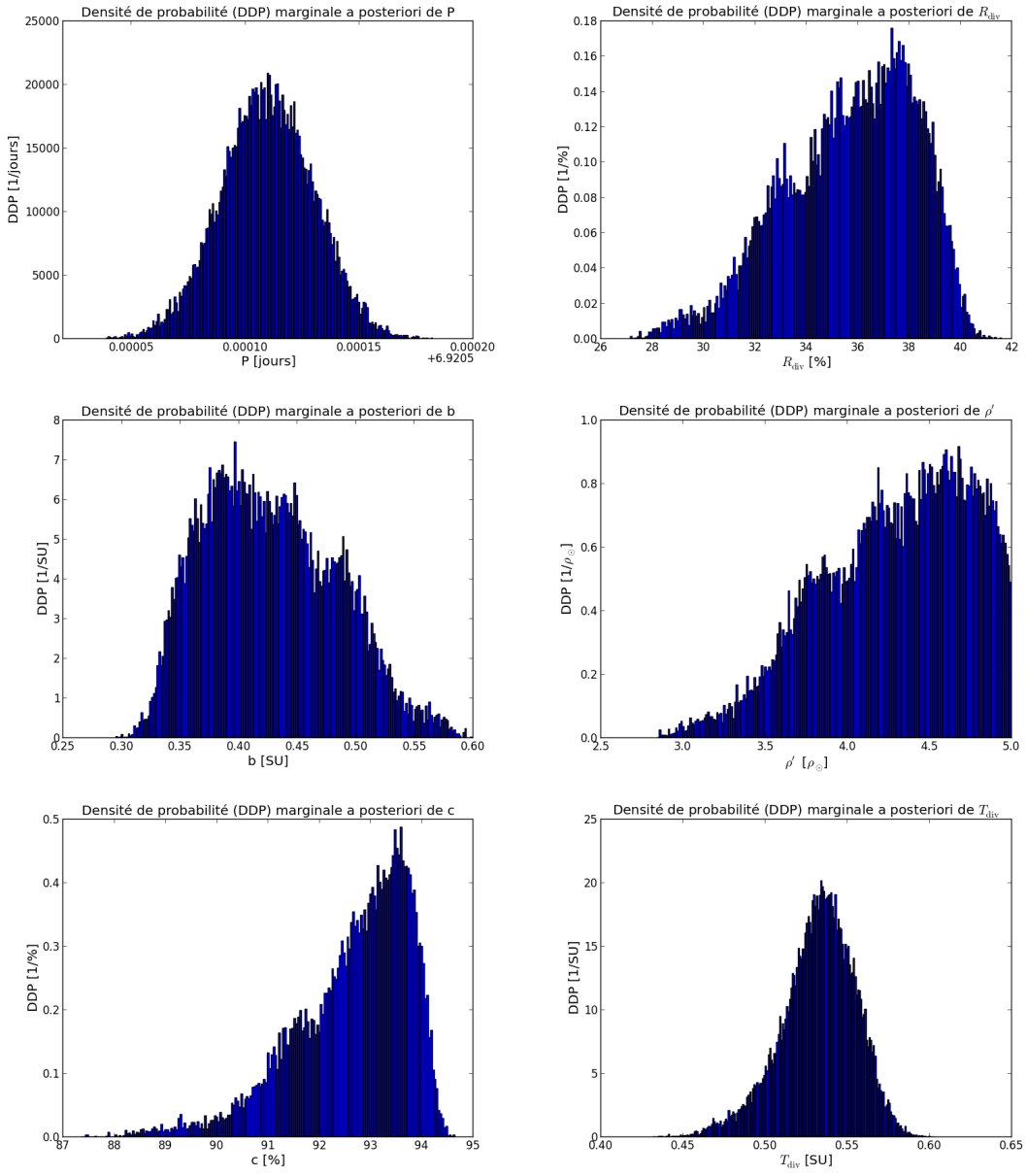


FIGURE G.19 – **Estimation des DDP *a posteriori* marginales des paramètres libres du candidat LRc02-E1L-2870 obtenues avec mon algorithme** : même si, peut toujours distinguer de petites variations liées ça la corrélation entre les échantillons séparé de 11 000 échantillons observée à la figure G.17, les DDP *a posteriori* marginales sont nettement mieux estimées.

Annexe H

Liste de publications

— *The Orbital Phases and Secondary Transits of Kepler-10b. A Physical Interpretation Based on the Lava-ocean Planet Model*, Rouan D., Deeg H. J., Demangeon O., et al., The Astrophysical Journal Letters, Volume 741, Issue 2, article id. L30

— *The extreme physical properties of the CoRoT-7b super-Earth*, Léger A. et al., Icarus, Volume 213, Issue 1, p. 1-11.

— *Is the Presence of Oxygen on an Exoplanet a Reliable Biosignature ?*, Léger A. et al., Astrobiology, Volume 11, Issue 4, pp. 335-341.

— *The NULLTIMATE test bench : achromatic phase shifters for nulling interferometry*, Schuller P. A., Demangeon O. et al., Optical and Infrared Interferometry II. Edited by Danchi, William C. ; Delplancke, Françoise ; Rajagopal, Jayadev K. Proceedings of the SPIE, Volume 7734, pp. 77342E-77342E-16

— *Toward the stability required for direct observations of exoplanets with nulling interferometry technique*, Demangeon O. et al., Optical and Infrared Interferometry II. Edited by Danchi, William C. ; Delplancke, Françoise ; Rajagopal, Jayadev K. Proceedings of the SPIE, Volume 7734, pp. 77342R-77342R-14
+ Oral presentation for the SPIE conference in San Diego, California, 2010

— *Potential of balloon payloads for in flight validation of direct and nulling interferometry concepts*, Demangeon O., Ollivier M. et al., Optical and Infrared Interferometry II. Edited by Danchi, William C. ; Delplancke, Françoise ; Rajagopal, Jayadev K. Proceedings of the SPIE, Volume 7734, pp. 77340I-77340I-6
+ Oral presentation for the SPIE conference in San Diego, California, 2010

— *Future Technical Developments Concerning Nulling Interferometry at the Institut d'Astrophysique Spatiale (Orsay)*, Demangeon O., Pathways Towards Habitable Planets, proceedings of a workshop in Barcelona, Spain. Edited by Vincent Coudé du Foresto, Dawn M. Gelino, and Ignasi Ribas. San Francisco : Astronomical Society of the Pacific, p.424

Bibliographie

Absil, O., Di Folco, E., Mérand, A., Augereau, J.-C., Coudé du Foresto, V., Aufdenberg, J. P., Kervella, P., Ridgway, S. T., Berger, D. H., ten Brummelaar, T. A., Sturmann, J., Strumann, L., Turner, N. H., and McAlister, H. A. (2006). Circumstellar material in the Vega inner system revealed by CHARA/FLUOR. *Astronomy \& Astrophysics*, 542 :237–244.

Aigrain, S. and Irwin, M. (2004). Practical planet prospecting. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 350(1) :331–345.

Almenara, J. M., Bouchy, F., Gaulme, P., Deleuil, M., Havel, M., Gandolfi, D., Wuchterl, G., Gardes, B., Pasternacki, T., Aigrain, S., Alonso, R., Auvergne, M., Baglin, A., Bonomo, A. S., Cabrera, J., Carpano, S., Cochran, W. D., Damiani, C., Diaz, R. F., Dvorak, R., Endl, M., Erikson, A., Fridlund, M., Gillon, M., Guenther, E., Hatzes, A., Macqueen, P. J., Mazeh, T., Moutou, C., Ollivier, M., Ofir, A., Parviainen, H., Rauer, H., Rouan, D., Santerne, A., Schneider, J., Tingley, B., and Weingrill, J. (2013). Transiting exoplanets from the CoRoT space mission. XXV. CoRoT-25b and CoRoT-26b : a Saturn-like and a low-mass hot Jupiter. *Submitted to A&A*, 0690 :1–11.

Alonso, R., Guillot, T., Mazeh, T., Aigrain, S., Alapini, A., Barge, P., Hatzes, A., and Pont, F. (2009). The secondary eclipse of the transiting exoplanet CoRoT-2b. *Astronomy & Astrophysics*, 501(3) :L23–L26.

Angel, J. R. P. and Woolf, N. J. (1997). An imaging nulling interferometer to study extrasolar planets. *The Astrophysical Journal*, 475 :6, 373–379.

Angel, R., Backman, D., Beichman, C. A., Brown, R., Dressler, A., Edwards, S., Fridlund, M., Gezari, D., Kasting, J., Lin, D., Lunine, J. I., Marcy, G., Mariotti, J.-M., Nealson, K., Owen, T., Sargent, A., Schalinski, C., Shao, M., Shu, F., Wooden, D., and Woolf, N. J. (1999). *Terrestrial Planet Finder*, volume 213. JPL Publication.

Aumann, H. H., Beichman, C. A., Gillett, F. C., De Jong, T., Houck, J. R., Low, F. J., Neugebauer, G., Walker, R. G., and Wesselius, P. R. (1984). Discovery of a shell around alpha lyrae. *The Astrophysical Journal*, 278 :L23–L27.

Auvergne, M., Bodin, P., Boisnard, L., Buey, J.-T., Chaintreuil, S., Epstein, G., Jouret, M., Lam-Trong, T., Levacher, P., Magnan, a., Perez, R., Plasson, P., Plesseria, J., Peter, G., Steller, M., Tiphène, D., Baglin, a., Agogué, P., Appourchaux, T., Barbet, D., Beaufort, T., Bellenger, R., Berlin, R., Bernardi, P., Blouin, D., Boumier, P., Bonneau, F., Briet, R., Butler, B., Cautain, R., Chiavassa, F., Costes, V., Cuvilho, J., Cunha-Parro, V., De Oliveira Fialho, F., Decaudin, M., Defise, J.-M., Djalal, S., Docclo, a., Drummond, R., Dupuis, O., Exil, G., Fauré, C., Gaboriaud, a., Gamet, P., Gavalda, P., Grolleau, E., Gueguen, L., Guivarc'h, V., Guterman, P., Hasiba, J., Huntzinger, G., Hustaix, H., Imbert, C., Jeanville, G., Johlander, B., Jorda, L., Journoud, P., Karioty, F., Kerjean, L., Lafond, L., Lapeyrere, V., Landiech, P., Larqué, T., Laudet, P., Le Merrer, J., Leporati, L., Leruyet, B., Levieuge, B., Llebaria, a.,

Martin, L., Mazy, E., Mesnager, J.-M., Michel, J.-P., Moalic, J.-P., Monjoin, W., Naudet, D., Neukirchner, S., Nguyen-Kim, K., Ollivier, M., Orcesi, J.-L., Ottacher, H., Oulali, a., Parisot, J., Perruchot, S., Piacentino, a., Pinheiro da Silva, L., Platzer, J., Pontet, B., Pradines, a., Quentin, C., Rohbeck, U., Rolland, G., Rollenhagen, F., Romagnan, R., Russ, N., Samadi, R., Schmidt, R., Schwartz, N., Sebbag, I., Smit, H., Sunter, W., Tello, M., Toulouse, P., Ulmer, B., Vandermarcq, O., Vergnault, E., Wallner, R., Waultier, G., and Zanatta, P. (2009). The CoRoT satellite in flight : description and performance. *Astronomy and Astrophysics*, 506(1) :411–424.

Backman, D. and Paresce, F. (1993). Main sequence stars with circumstellar solid material the vega phenomenon. In *Protostars and planets III*, volume 1, pages 1253–1304.

Baraffe, I., Chabrier, G., and Barman, T. (2010). The physical properties of extrasolar planets. *Reports on Progress in Physics*, 73 :62.

Bass, M., DeCusatis, C., Enoch, J., Lakshminarayanan, V., Li, G., MacDonald, C., Mahajan, V., and Van Stryland, E. (2009). *Handbook of optics, 3rd edition, Volume 4*. McGraw Hil.

Batalha, N. M., Borucki, W. J., Bryson, S. T., Buchhave, L. a., Caldwell, D. a., Christensen-Dalsgaard, J. r., Ciardi, D., Dunham, E. W., Fressin, F., Gautier, T. N., Gilliland, R. L., Haas, M. R., Howell, S. B., Jenkins, J. M., Kjeldsen, H., Koch, D. G., Latham, D. W., Lissauer, J. J., Marcy, G. W., Rowe, J. F., Sasselov, D. D., Seager, S., Steffen, J. H., Torres, G., Basri, G. S., Brown, T. M., Charbonneau, D., Christiansen, J., Clarke, B., Cochran, W. D., Dupree, A. K., Fabrycky, D. C., Fischer, D., Ford, E. B., Fortney, J., Girouard, F. R., Holman, M. J., Johnson, J., Isaacson, H., Klaus, T. C., Machalek, P., Moorehead, A. V., Morehead, R. C., Ragozzine, D., Tenenbaum, P., Twicken, J., Quinn, S., VanCleve, J., Walkowicz, L. M., Welsh, W. F., Devore, E., and Gould, A. (2011). KEPLER 'S FIRST ROCKY PLANET : KEPLER-10b. *The Astrophysical Journal*, 729(1) :27.

Batalha, N. M., Rowe, J. F., Bryson, S. T., Barclay, T., Burke, C. J., Caldwell, D. A., Christiansen, J. L., Mullally, F., Feb, E. P., Thompson, S. E., Brown, T. M., Dupree, A. K., Fabrycky, D. C., Ford, E. B., Fortney, J. J., Gilliland, R. L., Isaacson, H., Latham, D. W., Marcy, G. W., Quinn, S. N., and Ragozzine, D. (2013). Planetary Candidates Observed by Kepler III : Analysis of the First 16 Months of Data. *Astrophysical Journal Supplement (submitted)*, pages 1–66.

Batalha, N. M., Rowe, J. F., Bryson, S. T., Barclay, T., Burke, C. J., Caldwell, D. A., Christiansen, J. L., Mullally, F., Feb, E. P., Thompson, S. E., Brown, T. M., Dupree, A. K., Fabrycky, D. C., Ford, E. B., Fortney, J. J., Gilliland, R. L., Isaacson, H., Latham, D. W., Marcy, G. W., Quinn, S. N., and Ragozzine, D. (2012). Planetary Candidates Observed by Kepler III : Analysis of the First 16 Months of Data. *Astrophysical Journal*, pages 1–66.

Beichman, C. A., Bryden, G., Stapelfeldt, K. R., Gautier, T. N., Grogan, K., Shao, M., Velusamy, T., Lawler, S. M., Blaylock, M., Rieke, G. H., Lunine, J. I., Fischer, D. a., Marcy, G. W., Greaves, J. S., Wyatt, M. C., Holland, W. S., and Dent, W. R. F. (2006). New Debris Disks around Nearby Main-Sequence Stars : Impact on the Direct Detection of Planets. *The Astrophysical Journal*, 652(2) :1674–1693.

Boisnard, L. and Auvergne, M. (2006). Corot in brief. In *Proceedings of "The CoRoT Mission Pre-Launch Status - Stellar Seismology and Planet Finding"*, page 12.

Boley, A. C. (2009). the Two Modes of Gas Giant Planet Formation. *The Astrophysical Journal*, 695(1) :L53–L57.

Bordé, P. (2003). *Détection et caractérisation de planètes extrasolaires par photométrie visible et interférométrie infrarouge à très haute précision.* PhD thesis, Université Pierre & Marie Curie - Paris VI.

Bordé, P., Bouchy, F., Deleuil, M., Cabrera, J., Jorda, L., Lovis, C., Csizmadia, S., Aigrain, S., Almenara, J. M., Alonso, R., Auvergne, M., Baglin, A., Barge, P., Benz, W., Bonomo, a. S., Bruntt, H., Carone, L., Carpano, S., Deeg, H., Dvorak, R., Erikson, A., Ferraz-Mello, S., Fridlund, M., Gandolfi, D., Gazzano, J.-C., Gillon, M., Guenther, E., Guillot, T., Guterman, P., Hatzes, A., Havel, M., Hébrard, G., Lammer, H., Léger, A., Mayor, M., Mazeh, T., Moutou, C., Pätzold, M., Pepe, F., Ollivier, M., Queloz, D., Rauer, H., Rouan, D., Samuel, B., Santerne, A., Schneider, J., Tingley, B., Udry, S., Weingrill, J., and Wuchterl, G. (2010). Transiting exoplanets from the CoRoT space mission XI. CoRoT-8b : a hot and dense sub-Saturn around a K1 dwarf. *Astronomy & Astrophysics*, 520 :A66, 10 pages.

Bordé, P., Fressin, F., Ollivier, M., Léger, A., and Rouan, D. (2007). Transdet : a matched-filter based algorithm for transit detection-application to simulated COROT light curves. *ASP Conference*, 366 :145–151.

Bordé, P., Rouan, D., and Léger, A. (2003). Exoplanet detection capability of the COROT space mission. *Astronomy \& Astrophysics*, 405 :1137–1144.

Borucki, W. J., Koch, D. G., Basri, G., Batalha, N., Boss, A., Brown, T. M., Caldwell, D., Christensen-Dalsgaard, J. r., Cochran, W. D., DeVore, E., Dunham, E. W., Dupree, A. K., Gautier III, T. N., Geary, J. C., Gilliland, R., Gould, A., Howell, S. B., Jenkins, J. M., Kjeldsen, H., Latham, D. W., Lissauer, J. J., Marcy, G. W., Monet, D. G., Sasselov, D., Tarter, J., Charbonneau, D., Doyle, L., Ford, E. B., Fortney, J., Holman, M. J., Seager, S., Steffen, J. H., Welsh, W. F., Allen, C., Bryson, S. T., Buchhave, L., Chandrasekaran, H., Christiansen, J. L., Ciardi, D., Clarke, B. D., Dotson, J. L., Endl, M., Fischer, D., Fressin, F., Haas, M., Horch, E., Howard, A., Isaacson, H., Kolodziejczak, J., Li, J., MacQueen, P., Meibom, S. r., Prsa, A., Quintana, E. V., Rowe, J., Sherry, W., Tenenbaum, P., Torres, G., Twicken, J. D., Van Cleve, J., Walkowicz, L., and Wu, H. (2011a). Characteristics of Kepler Planetary Candidates Based on the First Data Set. *The Astrophysical Journal*, 728(2) :117.

Borucki, W. J., Koch, D. G., Basri, G., Batalha, N. M., Brown, T. M., Bryson, S. T., Caldwell, D., Christensen-Dalsgaard, J. r., Cochran, W. D., DeVore, E., Dunham, E. W., Gautier, T. N., Geary, J. C., Gilliland, R., Gould, A., Howell, S. B., Jenkins, J. M., Latham, D. W., Lissauer, J. J., Marcy, G. W., Rowe, J., Sasselov, D., Boss, A., Charbonneau, D., Ciardi, D., Doyle, L., Dupree, A. K., Ford, E. B., Fortney, J., Holman, M. J., Seager, S., Steffen, J. H., Tarter, J., Welsh, W. F., Allen, C., Buchhave, L. a., Christiansen, J. L., Clarke, B. D., Das, S., Désert, J.-M., Endl, M., Fabrycky, D., Fressin, F., Haas, M., Horch, E., Howard, A., Isaacson, H., Kjeldsen, H., Kolodziejczak, J., Kulesa, C., Li, J., Lucas, P. W., Machalek, P., McCarthy, D., MacQueen, P., Meibom, S. r., Miquel, T., Prsa, A., Quinn, S. N., Quintana, E. V., Ragozzine, D., Sherry, W., Shporer, A., Tenenbaum, P., Torres, G., Twicken, J. D., Van Cleve, J., Walkowicz, L., Witteborn, F. C., and Still, M. (2011b). Characteristics of planetary candidates observed by Kepler . II. Analysis of the first four months of data. *The Astrophysical Journal*, 736(1) :22.

Boss, a. P. (1997). Giant Planet Formation by Gravitational Instability. *Science*, 276(5320) :1836–1839.

Bracewell, R. N. (1978). Detecting nonsolar planets by spinning infrared interferometer. *Nature*, 274 :780–781.

Brachet, F. (2005). *Etude et développement d'un déphaseur achromatique pour l'interférométrie en frange noire*. PhD thesis, Univeristé Paris Sud XI.

Burrows, A., Hubeny, I., Budaj, J., and Hubbard, W. B. (2007). Possible Solutions to the Radius Anomalies of Transiting Giant Planets. *The Astrophysical Journal*, 661(1) :502–514.

Cash, W. (2011). Detailed Spectroscopy of Exoplanets Using the New Worlds Observer. In *Molecules in the Atmospheres of Extrasolar Planets ; ASP Conference series, Vol. 450*, volume 450, pages 209–217. Astronomical Society of the Pacific.

Chabrier, G. and Baraffe, I. (2007). HEAT TRANSPORT IN GIANT (EXO)PLANETS : A NEW PERSPECTIVE and Isabelle Baraffe 1,2. *The Astrophysical Journal*, 661 :81–84.

Chabrier, G., Barman, T., Baraffe, I., Allard, F., and Hauschildt, P. H. (2004). THE EVOLUTION OF IRRADIATED PLANETS : APPLICATION TO TRANSIT. *The Astrophysical Journal*, 603 :53–56.

Chazelas, B. (2007). *Contribution à l'étude de l'interférométrie annulante pour la détection d'exo-planètes*. PhD thesis, Université de Paris XI.

Chazelas, B., Brachet, F., Bordé, P., Mennesson, B., Ollivier, M., Absil, O., Labèque, A., Valette, C., and Léger, A. (2006). Instrumental stability requirements for exoplanet detection with a nulling interferometer : variability noise as a central issue. *Applied optics*, 45(5) :984–92.

Cockell, C. S., Herbst, T., Léger, A., Absil, O., Beichman, C. A., Benz, W., Brack, A., Chazelas, B., Chelli, A., Cottin, H., Coudé du Foresto, V., Danchi, W., Defrère, D., Herder, J.-W., Eiroa, C., Fridlund, M., Henning, T., Johnston, K., Kaltenegger, L., Labadie, L., Lammer, H., Launhardt, R., Lawson, P. R., Lay, O. P., Liseau, R., Martin, S. R., Mawet, D., Mourard, D., Moutou, C., Mugnier, L., Paresce, F., Quirrenbach, A., Rabbia, Y., Rottgering, H. J. a., Rouan, D., Santos, N., Selsis, F., Serabyn, E., Westall, F., White, G., Ollivier, M., and Bordé, P. (2008). Darwin—an experimental astronomy mission to search for extrasolar planets. *Experimental Astronomy*, 23(1) :435–461.

Costes, V. and Perruchot, S. (2006). L ' ARCHITECTURE OPTIQUE. In *The CoRoT Mission Pre-Launch Status - Stellar Seismology and Planet Finding*, pages 155–158.

Coudé Du Foresto, V., Absil, O., Barillot, M., Swain, M. R., and Vakili, F. (2005). ALADDIN on the road to DARWIN. *Bulletin de la société royal des sciences de Liège*, 74(5/6) :485.

Cox, A. N., editor (1999). *Allen's Astrophysical Quantities (Fourth edition)*. Springer.

Crida, A. (2011). Migration scenarii in extrasolar systems. In Bouchy, F., Díaz, R. F., and Moutou, C., editors, *EPJ Web of Conferences*, volume 04002, page 8.

Csizmadia, S., Moutou, C., Deleuil, M., Cabrera, J., Fridlund, M., Gandolfi, D., Aigrain, S., Alonso, R., Almenara, J.-M., Auvergne, M., Baglin, A., Barge, P., Bonomo, a. S., Bordé, P., Bouchy, F., Bruntt, H., Carone, L., Carpano, S., Cavarroc, C., Cochran, W., Deeg, H. J., Díaz, R. F., Dvorak, R., Endl, M., Erikson, A., Ferraz-Mello, S., Fruth, T., Gazzano, J.-C., Gillon, M., Guenther, E. W., Guillot, T., Hatzes, A., Havel, M., Hébrard, G., Jehin, E., Jorda, L., Léger, A., Llebaria, A., Lammer, H., Lovis, C., MacQueen, P. J., Mazeh, T., Ollivier, M., Pätzold, M., Queloz, D., Rauer, H., Rouan, D., Santerne, A., Schneider, J., Tingley, B., Titz-Weider, R., and Wuchterl, G. (2011). Transiting exoplanets from the CoRoT space mission XVII. The hot Jupiter CoRoT-17b : a very old planet. *Astronomy & Astrophysics*, 531 :A41, 8 pages.

Danchi, W. C., Barry, R. K., Lawson, P. R., Traub, W. a., and Unwin, S. (2008). The Fourier-Kelvin Stellar Interferometer (FKSI) : a review, progress report, and update. *Proceedings of SPIE*, 7013 :70132Q–70132Q–16.

Deeg, H. J., Moutou, C., Erikson, A., Csizmadia, S., Tingley, B., Barge, P., Bruntt, H., Havel, M., Aigrain, S., Almenara, J. M., Alonso, R., Auvergne, M., Baglin, A., Barbieri, M., Benz, W., Bonomo, a. S., Bordé, P., Bouchy, F., Cabrera, J., Carone, L., Carpano, S., Ciardi, D., Deleuil, M., Dvorak, R., Ferraz-Mello, S., Fridlund, M., Gandolfi, D., Gazzano, J.-C., Gillon, M., Gondoin, P., Guenther, E., Guillot, T., den Hartog, R., Hatzes, A., Hidas, M., Hébrard, G., Jorda, L., Kabath, P., Lammer, H., Léger, A., Lister, T., Llebaria, A., Lovis, C., Mayor, M., Mazeh, T., Ollivier, M., Pätzold, M., Pepe, F., Pont, F., Queloz, D., Rabus, M., Rauer, H., Rouan, D., Samuel, B., Schneider, J., Shporer, A., Stecklum, B., Street, R., Udry, S., Weingrill, J., and Wuchterl, G. (2010). A transiting giant planet with a temperature between 250 K and 430 K. *Nature*, 464(7287) :384–7, 4 pages.

Defaÿ, C., Deleuil, M., and Barge, P. (2001). A Bayesian method for the detection of planetary transits. *Astronomy \& Astrophysics*, 365 :330–340.

Defrère, D., Absil, O., Den Hartog, R., Hanot, C., and Stark, C. (2010). Nulling interferometry : impact of exozodiacal clouds on the performance of future life-finding space missions. *Astronomy \& Astrophysics*, 509(A9) :17.

Deleuil, M., Meunier, J. C., Moutou, C., Surace, C., Deeg, H. J., Barbieri, M., Debosscher, J., Almenara, J. M., Agneray, F., Granet, Y., Guterman, P., and Hodgkin, S. (2009). EXO-DAT : AN INFORMATION SYSTEM IN SUPPORT OF THE CoRoT /EXOPLANET SCIENCE. *The Astronomical Journal*, 138(2) :649–663.

Demoment, G. (2005). *Probabilités Modélisation des incertitudes, inférence logique, et traitement des données expérimentales - Tome premier.*

Dermott, S. F., Nicholson, P. D., Burns, J. A., and Houck, J. R. (1984). Origin of the solar system dust bands discovered by IRAS. *Nature*, 312(5994) :505–509.

Drechsel, H., Haas, S., Lorenz, R., and Gayler, S. (1995). Radiation pressure effects in early-type close binaries and implications for the solution of eclipse light curves. *Astronomy \& Astrophysics*, 294 :723–743.

Duquennoy, A., Mayor, M., and Halbwachs, J.-L. (1991). Multiplicity among solar-type stars in the solar neighbourhood. I. CORAVEL radial velocity observations of 291 satrs. *Astronomy \& Astrophysics : Supplement Series*, 88 :281–324.

Encrenaz, T., Bibring, J.-P., Blanc, M., Barucci, M.-A., Roques, F., and Zarka, P. (2003). *Le système Solaire.* Sciences, EDP, cnrs edition.

Encrenaz, T. and Combes, M. (1982). On the C/H and D/H Ratios in the Atmospheres of Jupiter and Saturn. *Icarus*, 52 :8, 54–61.

Evans, M. (1991). Chaining via annealing. *The Annals of Statistics*, 19(1) :382–393.

Faedi, F., Barros, S. C. C., Anderson, D. R., Brown, D. J. a., Collier Cameron, a., Pollacco, D., Boisse, I., Hébrard, G., Lendl, M., Lister, T. a., Smalley, B., Street, R. a., Triaud, a. H. M. J., Bento, J., Bouchy, F., Butters, O. W., Enoch, B., Haswell, C. a., Hellier, C., Keenan, F. P., Miller, G. R. M., Moulds, V., Moutou, C., Norton, a. J., Queloz, D., Santerne, a., Simpson, E. K., Skillen, I., Smith, a. M. S., Udry, S., Watson, C. a., West, R. G., and Wheatley,

P. J. (2011). WASP-39b : a highly inflated Saturn-mass planet orbiting a late G-type star. *Astronomy & Astrophysics*, 531 :A40.

Fressin, F., Torres, G., Charbonneau, D., Bryson, S. T., Christiansen, J., Dressing, C. D., Jenkins, J. M., Walkowicz, L. M., and Batalha, N. M. (2013). The false positive rate of kepler and the occurrence of planets. *Astrophysical Journal*, page 24.

Fridlund, M., Hébrard, G., Alonso, R., Deleuil, M., Gandolfi, D., Gillon, M., Bruntt, H., Alapini, A., Csizmadia, S., Guillot, T., Lammer, H., Aigrain, S., Almenara, J. M., Auvergne, M., Baglin, A., Barge, P., Bordé, P., Bouchy, F., Cabrera, J., Carone, L., Carpano, S., Deeg, H. J., De la Reza, R., Dvorak, R., Erikson, A., Ferraz-Mello, S., Guenther, E., Gondoin, P., den Hartog, R., Hatzes, A., Jorda, L., Léger, A., Llebaria, A., Magain, P., Mazeh, T., Moutou, C., Ollivier, M., Pätzold, M., Queloz, D., Rauer, H., Rouan, D., Samuel, B., Schneider, J., Shporer, A., Stecklum, B., Tingley, B., Weingrill, J., and Wuchterl, G. (2010). Transiting exoplanets from the CoRoT space mission IX. CoRoT-6b : a transiting "hot Jupiter" planet in an 8.9d orbit around a low-metallicity star. *Astronomy & Astrophysics*, 512 :A14, 12 pages.

Gabor, P. (2009). *Etude des performances d'un banc d'interférométrie en frange noire dans le cadre de la préparation à la mission Darwin.* PhD thesis, Université Paris-Sud.

Gabor, P., Chazelas, B., Brachet, F., Ollivier, M., Decaudin, M., Jacquinod, S., Labèque, A., and Léger, A. (2008). Stabilising a nulling interferometer using optical path difference dithering. *Astronomy \& Astrophysics*, 483 :365–369.

Gandolfi, D., Hébrard, G., Alonso, R., Deleuil, M., Guenther, E. W., Fridlund, M., Endl, M., Eigmüller, P., Csizmadia, S., Havel, M., Aigrain, S., Auvergne, M., Baglin, A., Barge, P., Bonomo, a. S., Bordé, P., Bouchy, F., Bruntt, H., Cabrera, J., Carpano, S., Carone, L., Cochran, W. D., Deeg, H. J., Dvorak, R., Eislöffel, J., Erikson, A., Ferraz-Mello, S., Gazzano, J.-C., Gibson, N. B., Gillon, M., Gondoin, P., Guillot, T., Hartmann, M., Hatzes, A., Jorda, L., Kabath, P., Léger, A., Llebaria, A., Lammer, H., MacQueen, P. J., Mayor, M., Mazeh, T., Moutou, C., Ollivier, M., Pätzold, M., Pepe, F., Queloz, D., Rauer, H., Rouan, D., Samuel, B., Schneider, J., Stecklum, B., Tingley, B., Udry, S., and Wuchterl, G. (2010). Transiting exoplanets from the CoRoT space mission XIV. CoRoT-11b : a transiting massive "hot-Jupiter" in a prograde orbit around a rapidly rotating F-type star. *Astronomy & Astrophysics*, 524 :A55, 13 pages.

Gautier, D., Bezard, B., Marten, A., Baluteau, J. P., Scott, N., Chedin, A., Kunde, V., and Hanel, R. (1982). The C/H ratio in Jupiter from the Voyager Infrared investigation. *The Astrophysical Journal*, 257 :12, 901–912.

Gelfand, A. E. and Sahu, S. K. (1994). On Markov Chain Monte Carlo Acceleration. *Journal of Computational and Graphical Statistics*, 3 :261–276.

Gelman, A., Roberts, G. O., and Gilks, W. R. (1996). Efficient Metropolis Jumping Rules. In *Bayesian Statistics 5*, pages 599–607.

Geweke, J. (1992). Bayesian Statistics 4. In Bernardo, Berger, Dawid, and Smith, editors, *Evaluating the Accuracy of Sampling-Based Approaches to Calculating Posterior Moments.*, pages 169–193. Oxford University Press, Oxford.

Giménez, A. (2006). Equations for the analysis of the light curves of extra-solar planetary transits. *Astronomy \& Astrophysics*, 450(3) :1231–1237.

Girardi, L., Bertelli, G., Bressan, A., Chiosi, C., Groenewegen, M. A. T., Marigo, P., Salasnich, B., and Weiss, A. (2002). Theoretical isochrones in several photometric systems I. Johnson-Cousins-Glass, HST/WFPC2, HST/NICMOS, Washington, and ESO Imagine Survey Filter sets. *Astronomy \& Astrophysics*, 391 :195–212.

Girardi, L., Groenewegen, M. A. T., Hatziminaoglou, E., and da Costa, L. (2005). Star counts in the Galaxy Simulating from very deep to very shallow photometric surveys with the TRILEGAL code. *Astronomy \& Astrophysics*, 436 :20, 895–915.

Gomes, R., Levison, H. F., Tsiganis, K., and Morbidelli, A. (2005). Origin of the cataclysmic Late Heavy Bombardment period of the terrestrial planets. *Nature*, 435(7041) :466–9.

Goodman, J. (2009). Thermodynamics of Atmospheric Circulation on Hot Jupiters. *The Astrophysical Journal*, 693(2) :1645–1649.

Gouy, L. G. (1890). Sur une propriété nouvelle des ondes lumineuses. *Comptes rendus des séances de l'académie des sciences*, pages 1251–1253.

Grasset, O., Schneider, J., and Sotin, C. (2009). A study of the accuracy of mass-radius relationships for silicate-rich and ice-rich planets up to 100 Earth masses. *The Astrophysical Journal*, 693(1969) :722–733.

Gregory, P. C. (2005). *Bayesian logical data analysis for the physical sciences.* Cambridge Univ Pr.

Guillot, T. (2008). The composition of transiting giant extrasolar planets. *Physica Scripta*, T130 :6.

Guillot, T., Santos, N. C., Pont, F., Iro, N., Melo, C., and Ribas, I. (2006). A correlation between the heavy element content of transiting extrasolar planets and the metallicity of their parent stars. *Astronomy \& Astrophysics*, 453 :21–24.

Guillot, T. and Showman, A. P. (2002). Evolution of " 51 Pegasus b-like " planets. *Astronomy and Astrophysics*, 165(385) :156–165.

Haario, H., Saksman, E., and Tamminen, J. (1999). Adaptive proposal distribution for random walk Metropolis algorithm. *Computational Statistics*, 14(3) :375.

Haario, H., Saksman, E., and Tamminen, J. (2001). An Adaptive Metropolis Algorithm. *Bernoulli*, 7(2) :223.

Hanot, C., Mennesson, B., Martin, S. R., Liewer, K., Loya, F., Mawet, D., Riaud, P., Absil, O., and Serabyn, E. (2011). Improving Interferometric Null Depth Measurements Using Statistical Distributions : Theory and First Results With the Palomar Fiber Nuller. *The Astrophysical Journal*, 729(2) :110.

Hastings, W. K. (1970). Monte Carlo sampling methods using Markov chains and their applications. *Biometrika*, 57(1) :97–109.

Hecht, E. (2002). *Optique (4e édition).* Pearson Education France.

Howard, A. W., Marcy, G. W., Bryson, S. T., Jenkins, J. M., Rowe, J. F., Batalha, N. M., Borucki, W. J., Koch, D. G., Dunham, E. W., Gautier, T. N., Van Cleve, J., Cochran, W. D., Latham, D. W., Lissauer, J. J., Torres, G., Brown, T. M., Gilliland, R. L., Buchhave, L. a., Caldwell, D. a., Christensen-Dalsgaard, J. r., Ciardi, D., Fressin, F., Haas, M. R., Howell, S. B.,

Kjeldsen, H., Seager, S., Rogers, L., Sasselov, D. D., Steffen, J. H., Basri, G. S., Charbonneau, D., Christiansen, J., Clarke, B., Dupree, A., Fabrycky, D. C., Fischer, D. a., Ford, E. B., Fortney, J. J., Tarter, J., Girouard, F. R., Holman, M. J., Johnson, J. A., Klaus, T. C., Machalek, P., Moorhead, A. V., Morehead, R. C., Ragozzine, D., Tenenbaum, P., Twicken, J. D., Quinn, S. N., Isaacson, H., Shporer, A., Lucas, P. W., Walkowicz, L. M., Welsh, W. F., Boss, A., Devore, E., Gould, A., Smith, J. C., Morris, R. L., Prsa, A., Morton, T. D., Still, M., Thompson, S. E., Mullally, F., Endl, M., and MacQueen, P. J. (2012). Planet Occurrence Within 0.25 Au of Solar-Type Stars From Kepler. *The Astrophysical Journal Supplement Series*, 201(2) :15.

Huss, G., Leproux, P., Reynaud, F., and Doya, V. (2005). Spatial filtering efficiency of single-mode optical fibers for stellar interferometry applications : phenomenological and numerical study. *Optics communications*, 244(1-6) :209–217.

Ibgui, L. and Burrows, A. (2009). Coupled Evolution With Tides of the Radius and Orbit of Transiting Giant Planets : General Results. *The Astrophysical Journal*, 700(2) :1921–1932.

Ida, S. and Lin, D. N. C. (2004). Toward a Deterministic Model of Planetary Formation. I. A Desert in the Mass and Semimajor Axis Distributions of Extrasolar Planets. *The Astrophysical Journal*, 604(1) :388–413.

Ida, S. and Lin, D. N. C. (2008). Toward a Deterministic Model of Planetary Formation. V. Accumulation Near the Ice Line and Super-Earths. *The Astrophysical Journal*, 685(1) :584–595.

Jacquinod, S. (2010). *Interférométrie annulante pour l'exoplanétologie - Etude et développement du recombineur du banc PERSEE*. PhD thesis, Université Paris-Sud.

Jaynes, E. T. (2003). *Probability Theory : The Logic Of Science*. Cambridge University Press, Cambridge.

Kaltenegger, L., Traub, W. a., and Jucks, K. W. (2007). Spectral Evolution of an Earth-like Planet. *The Astrophysical Journal*, 658(1) :598–616.

Kasting, J. F., Whitmire, D. P., and Reynolds, R. T. (1993). Habitable Zones around Main Sequence Stars. *Icarus*, 101 :20, 108–128.

Kelsall, T., Weiland, J. L., Franz, B. A., Reach, W. T., Arendt, R. G., Dwek, E., Freudenreich, H. T., Hauser, M. G., Moseley, S. H., Odegard, N., Silverberg, R. F., and Wright, E. L. (1998). The COBE Diffuse Infrared Background Experiment Search for the Cosmic Infrared Background. III. Separation of Galactic Emission from the Infrared Sky Brightness. *The Astrophysical Journal*, 508(1) :44–73.

Kovács, G., Zucker, S., and Mazeh, T. (2002). A box-fitting algorithm in the search for periodic transits. *Astronomy \& Astrophysics*, 391 :369–377.

Kuindersma, S. R. and Blais, B. S. (2007). Teaching Bayesian Model Comparison With the Three-Sided Coin. *The American Statistician*, 61(3) :239–244.

Launhardt, R. (2008). Breadboarding an achromatic phase shifter for mid-infrared nulling interferometry. In Schöller, M., Danchi, W. C., and Delplancke, F., editors, *Proceedings of the SPIE*, volume 7013, pages 70134R–1 –70134R–8.

Lay, O. P. (2004). Systematic errors in nulling interferometers. *Applied optics*, 43(33) :6100–23.

Lay, O. P. (2005). Imaging properties of rotating nulling interferometers. *Applied optics*, 44(28) :5859–71.

Lay, O. P. (2006). Removing instability noise in nulling interferometers. *Proceedings of SPIE*, 6268 :62681A–62681A–13.

Léger, A. (2007). Darwin Science Across Disciplines A Proposal for the Cosmic Vision 2015-2025 ESA Plan. Technical report, European Space Agency.

Léger, A., Fontecave, M., Labeyrie, A., Samuel, B., Demangeon, O., and Valencia, D. (2011a). Is the presence of oxygen on an exoplanet a reliable biomarker ? *Astrobiology*, 11(4) :335–341.

Léger, A., Grasset, O., Fegley, B., Codron, F., Albarede, A. F., Barge, P., Barnes, R., Cance, P., Carpy, S., Catalano, F., and Demangeon, O. (2011b). The extreme physical properties of the CoRoT-7b super-Earth. *Icarus*.

Léger, A., Mariotti, J.-M., Mennesson, B., Ollivier, M., Puget, J. L., Rouan, D., and Schneider, J. (1996). Could We Search for Primitive Life on Extrasolar Planets in the Near Future ? The DARWIN Project. *Icarus*, 255 :249–255.

Léger, A., Mariotti, J.-M., Puget, J. L., and Rouan, Daniel (1993a). DARWIN : Mission concept for the ESA Horizon 2000+ program.

Léger, A., Pirre, M., and Marceau, F. J. (1993b). Search for primitive life on a distant planet : relevance of O_2 and O_3 detections. *Astronomy \& Astrophysics*, 277 :5, 309–313.

Léger, A., Rouan, D., Schneider, J., and Barge, P. (2006). THE COROT ' S BIPRISM ADVENTURE. In *Proceedings of "The CoRoT Mission Pre-Launch Status - Stellar Seismology and Planet Finding"*, page 3.

Léger, A., Rouan, D., Schneider, J., Barge, P., Fridlund, M., Samuel, B., Ollivier, M., Guenther, E., Deleuil, M., Deeg, H., and Others (2009). Transiting exoplanets from the CoRoT space mission VIII . CoRoT-7b : the first super-Earth with measured radius. *Astronomy \& Astrophysics*, 302 :287–302.

Léna, P., Rouan, D., Lebrun, F., Mignard, F., and Pelat, D. (2008). *L'observation en astrophysique*. EDP sciences, cnrs éditi edition.

Lozi, J. (2012). *CARACTÉRISATION DU BANC STABILISÉ D ' INTERFÉROMÉTRIE EN FRANGE NOIRE PERSÉE*. PhD thesis, Université Paris-Sud XI.

Maire, A.-L., Galicher, R., Boccaletti, A., Baudoz, P., Schneider, J., Cahoy, K. L., Stam, D. M., and Traub, W. a. (2012). Atmospheric characterization of cold exoplanets using a 1.5-m coronagraphic space telescope. *Astronomy & Astrophysics*, 541 :A83.

Malbet, F. (2010). Nearby Earth Astrometric Telescope.

Mandel, K. and Agol, E. (2002). Analytic Lightcurves for Planetary Transit Searches. *The Astrophysical Journal Letter*, 580(2) :L171–175.

Marigo, P., Girardi, L., Bressan, A., Groenewegen, M. A. T., Silva, L., and Granato, G. L. (2008). Evolution of asymptotic giant branch stars II . Optical to far-infrared isochrones with improved TP-AGB models. *Astronomy \& Astrophysics*, 482 :883–905.

Martin, S. R. and Booth, A. J. (2010). Strong starlight suppression sufficient to enable direct detection of exoplanets in the habitable zone. *Astronomy \& Astrophysics*, 511(L1) :4–7.

Mayor, M., Marmier, M., Lovis, C., Udry, S., Ségransan, D., Pepe, F., Benz, W., Bertaux, J., and Bouchy, F. (2011). The HARPS search for southern extra-solar planets XXXIV. Occurrence, mass distribution and orbital properties of super-Earths and Neptune-mass planets. *Astronomy \& Astrophysics*, pages 1–25.

Mayor, M. and Queloz, D. (1995). A jupiter-mass companion to a solar-type star. *Nature*, 378(6555) :355–359.

Mazeh, T. and Faigler, S. (2010). Detection of the ellipsoidal and the relativistic beaming effects in the CoRoT-3 lightcurve. *Astronomy and Astrophysics*, 521 :L59.

Mennesson, B., Hanot, C., Serabyn, E., Martin, S. R., Liewer, K., Loya, F., and Mawet, D. (2010). High Contrast Stellar Observations within the Diffraction Limit at the Palomar Hale Telescope. In *Proceedings of the SPIE*, volume 7735, page 773511, San Diego.

Mennesson, B., Léger, A., and Ollivier, M. (2005). Direct detection and characterization of extrasolar planets : The Mariotti space interferometer. *Icarus*, 178(2) :570–588.

Mennesson, B. and Mariotti, J. M. (1997). Array Configurations for a Space Infrared Nulling Interferometer Dedicated to the Search for Earthlike Extrasolar Planets. *Icarus*, 128 :10, 202–212.

Mennesson, B., Ollivier, M., and Ruilier, C. (2002). Use of single-mode waveguides to correct the optical defects of a nulling interferometer. *Journal of the Optical Society of America A*, 19(3) :596–602.

Mennesson, B. U. P. V. (1999). *Interferometrie stellaire dans l'infrarouge thermique : observations d'environnements circumstellaires par optique guidee monomode et contributions a la mission spatiale darwin.* PhD thesis, Université Paris VII.

Metropolis, N., Rosenbluth, A., Rosenbluth, M., Teller, A., Teller, E., and Others (1953). Equation of state calculation by fast computing machines. *The journal of chemical physics*, 21(6) :1087.

Millan-Gabet, R., Serabyn, E., Mennesson, B., Traub, W. a., Barry, R. K., Danchi, W. C., Kuchner, M., Stark, C. C., Ragland, S., Hrynevych, M., Woillez, J., Stapelfeldt, K., Bryden, G., Colavita, M. M., and Booth, a. J. (2011). Exozodiacal Dust Levels for Nearby Main-Sequence Stars : a Survey With the Keck Interferometer Nuller. *The Astrophysical Journal*, 734(1) :67.

Miller, N., Fortney, J. J., and Jackson, B. (2009). Inflating and Deflating Hot Jupiters : Coupled Tidal and Thermal Evolution of Known Transiting Planets. *The Astrophysical Journal*, 702(2) :1413–1427.

Mordasini, C., Alibert, Y., and Benz, W. (2009a). Extrasolar planet population synthesis I. Method, formation tracks, and mass-distance distribution. *Astronomy \& Astrophysics*, 501(3) :1139–1160.

Mordasini, C., Alibert, Y., Benz, W., and Naef, D. (2009b). Extrasolar planet population synthesis II. Statistical comparison with observations. *Astronomy \& Astrophysics*, 501(3) :1161–1184.

More, C. (1999). *Transmission de signaux. Cours et exercices d'électronique (2ème édition).* TEC&DOC.

Morel, P. and Lebreton, Y. (2008). CESAM : a free code for stellar evolution calculations. *Astrophysics and Space Science*, 316 :61.

Morgan, W., Keenan, P., and Kellman, E. (1943). *An atlas of stellar spectra with an outline of spectral classification*. The Baker & Talor Company ; The Cambridge University Press, Chicago, Illinois, the univer edition.

Morton, T. D. (2012). An efficient automated validation procedure for exoplanet transit candidates. *Submitted to ApJ*, page 12.

Morton, T. D. and Johnson, J. A. (2011). On the Low False Positive Probabilities of Kepler Planet Candidates. *The Astrophysical Journal*, 738(2) :170.

Nelson, B. and Davis, W. (1972). Eclipsing-binary solutions by sequential optimization of the parameters. *The Astrophysical Journal*, 174 :617.

Nesvorný, D., Jenniskens, P., Levison, H. F., Bottke, W. F., Vokrouhlický, D., and Gounelle, M. (2010). Cometary Origin of the Zodiacal Cloud and Carbonaceous Micrometeorites. Implications for Hot Debris Disks. *The Astrophysical Journal*, 713(2) :816–836.

Neumann, E. (1988). *Single mode fibers*. Springer-Verlag.

Ollivier, M. (1999). *Contribution à la recherche d'exoplanètes - Coronographie interférentielle pour la mission Darwin*. PhD thesis, Université Paris XI.

Ollivier, M., Absil, O., Allard, F., Berger, J.-P., Bordé, P., Cassaing, F., Chazelas, B., Chelli, A., Chesneau, O., Coudé Du Foresto, V., Defrère, D., Duchon, P., Gabor, P., Gay, J., Herwats, E., Jacquinod, S., Kern, P., Kervella, P., Le Duigou, J. M., Léger, A., Lopez, B., Malbet, F., Mourard, D., Pelat, D., Perrin, G., Rabbia, Y., Rouan, D., Reiss, J.-M., Rousset, G., Selsis, F., Stee, P., and Surdej, J. (2009a). PEGASE, an infrared interferometer to study stellar environments and low mass companions auround nearby stars. *Experimental Astronomy*, 23 :32, 403–434.

Ollivier, M., Encrenaz, T., Roques, F., Selsis, F., and Casoli, F. (2009b). *Planetary systems : Detection, formation and habitability of extrasolar planet*. Springer, astronomy edition.

Ollivier, M., Mariotti, J.-M., Léger, A., Sékulic, P., Brunaud, J., and Michel, G. (2001). Interferometric coronography for the DARWIN space mission – Laboratory demonstration experiment. *Astronomy \& Astrophysics*, 370 :9, 1128–1136.

Oppenheimer, B. R., Kulkarni, S. R., and Stauffer, J. R. (1999). Brown Dwarfs. page 29.

Owen, T. (1980). The search for early forms of life in other planetary systems : Future possibilities afforded by spectroscopic techniques. In Papagiannis, M., editor, *Strategies for the search of life in the universe*, pages 177–185, Montreal , Canada. Astrophysics and Space Science Library.

Patil, A., Huard, D., and Fonnesbeck, C. J. (2010). PyMC : Bayesian Stochastic Modelling in Python. *Journal of statistical software*, 35(4) :1–81.

Peters, R. D. (2006). Adaptive nulling for the Terrestrial Planet Finder Interferometer. In *Proceedings of the SPIE*. Spie.

Peters, R. D., Lay, O. P., and Jeganathan, M. (2008). Broadband phase and intensity compensation with a deformable mirror for an interferometric nuller. *Applied optics*, 47(21) :3920–6.

Pollack, J. B., Hubickyj, O., Bodenheimer, P., Lissauer, J. J., Morris, P., and Greenzweig, Y. (1996). Formation of the Giant Planets by Concurrent Accretion of Solids and Gas. *Icarus*, 124(0190) :24, 62–85.

Popper, D. M. and Etzel, P. B. (1981). Photometric orbits of seven detached eclipsing binaries. *The Astronomical Journal*, 86 :102–120.

Queloz, D., Bouchy, F., Moutou, C., Hatzes, A., Hébrard, G., Alonso, R., Auvergne, M., Baglin, A., Barbieri, M., Barge, P., Benz, W., Bordé, P., Deeg, H. J., Deleuil, M., Dvorak, R., Erikson, A., Ferraz Mello, S., Fridlund, M., Gandolfi, D., Gillon, M., Guenther, E., Guillot, T., Jorda, L., Hartmann, M., Lammer, H., Léger, A., Llebaria, A., Lovis, C., Magain, P., Mayor, M., Mazeh, T., Ollivier, M., Pätzold, M., Pepe, F., Rauer, H., Rouan, D., Schneider, J., Segransan, D., Udry, S., and Wuchterl, G. (2009). The CoRoT-7 planetary system : two orbiting super-Earths. *Astronomy and Astrophysics*, 506(1) :303–319.

Raghavan, D., McAlister, H. a., Henry, T. J., Latham, D. W., Marcy, G. W., Mason, B. D., Gies, D. R., White, R. J., and ten Brummelaar, T. a. (2010a). a Survey of Stellar Families : Multiplicity of Solar-Type Stars. *The Astrophysical Journal Supplement Series*, 190(1) :1–42.

Raghavan, D., McAlister, H. a., Henry, T. J., Latham, D. W., Marcy, G. W., Mason, B. D., Gies, D. R., White, R. J., and ten Brummelaar, T. a. (2010b). A Survey of Stellar Families : Multiplicity of Solar-Type Stars. *The Astrophysical Journal Supplement Series*, 190(1) :1–42.

Roberts, G. O., Gelman, A., and Gilks, W. R. (1997). Weak convergence and optimal scaling of random walk Metropolis algorithms. *The annals of Applied Probability*, 7(1) :110–120.

Robin, A. C., Reylé, C., Derrière, S., and Picaud, S. (2003). Astrophysics A synthetic view on structure and evolution of the Milky Way. *Astronomy \& Astrophysics*, 409 :523–540.

Rouan, D., Deeg, H. J., Demangeon, O., Samuel, B., Cavarroc, C., Fegley, B., and Léger, A. (2011). The orbital phases and secondary transit of Kepler-10b. A physical interpretation based on the Lava-Ocean Planet model. *The Astrophysical Journal Letters*, page 6.

Sahu, S. K. and Zhigljavsky, A. A. (2003). Self Regenerative Markov Chain Monte Carlo With Adaptation. *Bernoulli*, page 30.

Samuel, B. (2011). *Détection et caractérisation d ' exoplanètes avec le télescope spatial CoRoT*. Astronomy & astrophysique, Université Paris-Sud.

Schuller, P. a., Demangeon, O., Léger, A., Barillot, M., Chazelas, B., Decaudin, M., Derrien, M., Duret, P., Gabor, P., Gadret, G., Gay, J., Labeque, A., Launhardt, R., Mangin, J., Rabbia, Y., and Sodnik, Z. (2010). The NULLTIMATE test bench : achromatic phase shifters for nulling interferometry. *SPIE conference, Astronomical instrumentation*, 7734 :77342E–77342E–16.

Schuller, P. A., Léger, A., Gabor, P., Chazelas, B., Decaudin, M., Duret, P., Labèque, A., Laurent, T., Morinaud, G., Derrien, M., Gadret, G., Lepine, T., Mangin, J., Meyzonnette, J.-L., Barillot, M., Gay, J., Rabbia, Y., Beckert, E., Butler, D., Launhardt, R., Schmidt, E., Dasgupta, S., and Ridchardson, D. J. (2009). Achromatic Phase Shifters for nulling interferometers - ESTEC contract -final report. Technical report, Institut d'Astrophysique Spatiale.

Seager, S. and Mallen Ornelas, G. (2003). A Unique Solution of Planet and Star Parameters from an Extrasolar Planet Transit Light Curve. *The Astrophysical Journal*, 585(2) :1038–1055.

Selsis, F., Despois, D., and Parisot, J.-P. (2002). Signature of life on exoplanets : Can Darwin produce false positive detections ? *Astronomy \& Astrophysics*, 388(3) :985–1003.

Serabyn, E. (2000). Nulling interferometry : symmetry requirements and experimental results. In *Proceedings of the SPIE*, pages 328–339. Spie.

Serabyn, E., Booth, A., Colavita, M. M., Crawford, S., Garcia, J., Gathright, J., Hrynevych, M., Koresko, C., Ligon, R., Mennesson, B., Panteleeva, T., Ragland, S., Summers, K., Traub, W., Tsubota, K., Wetherell, E., Wizinowich, P., and Woillez, J. (2006). Science observations with the Keck Interferometer Nuller. In Monnier, J. D., Schöller, M., and Danchi, W. C., editors, *SPIE conference*, pages Volume 6268, pp. 626815.

Showman, A. P. and Guillot, T. (2002). Atmospheric circulation and tides of " 51 Pegasus b-like " planets. *Astronomy \& Astrophysics*, 385 :166–180.

Sotin, C., Grasset, O., and Mocquet, a. (2007). Mass–radius curve for extrasolar Earth-like planets and ocean planets. *Icarus*, 191(1) :337–351.

Souza, A. D. D., Kervella, P., Jankov, S., Abe, L., Vakili, F., Folco, E., and Paresce, F. (2003). Astrophysics The spinning-top Be star Achernar from VLTI-VINCI. *Astronomy \& Astrophysics*, 407 :4, p. 47–50.

Tinetti, G. (2010). Exoplanet Characterisation Observatory.

Tingley, B., Bonomo, a. S., and Deeg, H. J. (2011). Using Stellar Densities To Evaluate Transiting Exoplanetary Candidates. *The Astrophysical Journal*, 726(2) :112.

Tingley, B. and Sackett, P. D. (2005). A Photometric Diagnostic to Aid in the Identification of Transiting Extrasolar Planets. *The Astrophysical Journal*, 627(2) :1011–1018.

Torres, G., Fressin, F., Batalha, N. M., Borucki, W. J., Brown, T. M., Bryson, S. T., Buchhave, L. a., Charbonneau, D., Ciardi, D. R., Dunham, E. W., Fabrycky, D. C., Ford, E. B., Gautier, T. N., Gilliland, R. L., Holman, M. J., Howell, S. B., Isaacson, H., Jenkins, J. M., Koch, D. G., Latham, D. W., Lissauer, J. J., Marcy, G. W., Monet, D. G., Prsa, A., Quinn, S. N., Ragozzine, D., Rowe, J. F., Sasselov, D. D., Steffen, J. H., and Welsh, W. F. (2011). MODELING KEPLER TRANSIT LIGHT CURVES AS FALSE POSITIVES : REJECTION OF BLEND SCENARIOS FOR KEPLER-9, AND VALIDATION OF KEPLER-9 d, A SUPER-EARTH-SIZE PLANET IN A MULTIPLE SYSTEM. *The Astrophysical Journal*, 727(1) :24.

Valencia, D., Ikoma, M., Guillot, T., and Nettelmann, N. (2010). Composition and fate of short-period super-Earths : The case of CoRoT-7b. *Astronomy \& Astrophysics*, 516.

Valencia, D., Sasselov, D. D., and O'Connell, R. J. (2007). Detailed Models of Super-Earths : How Well Can We Infer Bulk Properties ? *The Astrophysical Journal*, 665(2) :1413–1420.

Wallner, O., Leeb, W. R., and Winzer, P. J. (2002). Minimum length of a single-mode fiber spatial filter. *Journal of the Optical Society of America A*, 19(12) :2445–8.

Walsh, K. J., Morbidelli, A., Raymond, S. N., O'Brien, D. P., and Mandell, A. M. (2011). A low mass for Mars from Jupiter's early gas-driven migration. *Nature*, 475(7355) :206–9.

Wilson, R. E. and Devinney, E. J. (1971). Realization of accurate close-binary light curves : Application to MR Cygni. *The Astrophysical Journal*, 166 :605–619.

Winn, J. N., Matthews, J. M., Dawson, R. I., Fabrycky, D., Holman, M. J., Kallinger, T., Kuschnig, R., Sasselov, D., Dragomir, D., Guenther, D. B., Moffat, A. F. J., Rowe, J. F., Rucinski, S., and Weiss, W. W. (2011). a Super-Earth Transiting a Naked-Eye Star. *The Astrophysical Journal Letters*, 737(1) :L18.

Wolszczan, A. and Frail, D. (1992). A planetary system around the millisecend pulsar PSR1257+12. *Nature*, 355 :145–147.

Résumé

Parmi les méthodes qui permettent de détecter des exoplanètes, la photométrie des transits est celle qui a connu le plus grand essor ces dernières années grâce à l'arrivée des télescopes spatiaux CoRoT (en 2006) puis Kepler (en 2009). Ces deux satellites ont permis de détecter des milliers de transits potentiellement planétaires. Étant donnés leur nombre et l'effort nécessaire à la confirmation de leur nature, il est essentiel d'effectuer, à partir des données photométriques, un classement efficace permettant d'identifier les transits les plus prometteurs et qui soit réalisable en un temps raisonnable. Pour ma thèse, j'ai développé un outil logiciel, rapide et automatisé, appelé BART (Bayesian Analysis for the Ranking of Transits) qui permet de réaliser un tel classement grâce une estimation de la probabilité que chaque transit soit de nature planétaire. Pour cela, mon outil s'appuie notamment sur le formalisme bayésien des probabilités et l'exploration de l'espace des paramètres libres par méthode de Monte Carlo avec des chaînes de Markov (MCMC).

Une fois les exoplanètes détectées, l'étape suivante consiste à les caractériser. L'étude du système solaire nous a démontré, si cela était nécessaire, que l'information spectrale est un point clé pour comprendre la physique et l'histoire d'une planète. L'interférométrie annulante est une solution technologique très prometteuse qui pourrait permettre cela. Pour ma thèse, j'ai travaillé sur le banc optique NULLTIMATE afin d'étudier la faisabilité de certains objectifs technologiques liés à cette technique. Au-delà de la performance d'un taux d'extinction de $3{,}7 \cdot 10^{-5}$ en monochromatique et de $6{,}3 \cdot 10^{-4}$ en polychromatique dans l'infrarouge proche, ainsi qu'une stabilité de $\sigma_{\mathcal{N}_{30\,\mathrm{ms}}} = 3{,}7 \cdot 10^{-5}$ estimée sur 1 heure, mon travail a permis d'assainir la situation en réalisant un budget d'erreur détaillé, une simulation en optique gaussienne de la transmission du banc et une refonte complète de l'informatique de commande. Tout cela m'a finalement permis d'identifier les faiblesses de NULLTIMATE.

Mots-clés : planètes extrasolaires ; photométrie des transits ; CoRoT ; MCMC ; comparaison bayésienne de modèles ; interférométrie annulante ; filtrage modal ; *dithering*

Abstract

From all exoplanet detection methods, transit photometry went through the quickest growth over the last few years thanks to the two space telescopes, CoRoT (in 2006) and Kepler (in 2009). These two satellites have identified thousands of potentially planetary transits. Given the number of detected transits and the effort required to demonstrate their natures, it is essential to perform, from photometric data only, a ranking allowing to efficiently identify the most promising transits within a reasonable period of time. For my thesis, I have developed a quick and automated software called BART (Bayesian Analysis for the Ranking of Transits) which realizes such a ranking thanks to the estimation of the probability regarding the planetary nature of each transit. For this purpose, I am relying on the Bayesian framework and free parameter space exploration with Markov Chain Monte Carlo (MCMC) methods.

Once you have detected exoplanets, the following step is to characterise them. The study of the solar system demonstrated, if it was necessary, that the spectral information is a crucial clue for the understanding of the physics and history of a planet. Nulling interferometry is a promising solution which could make this possible. For my thesis, I worked on the optical bench NULLTIMATE in order to study the feasibility of certain technological requirements associated with this technique. Beyond the obtention of a nulling ratio of $3{,}7 \cdot 10^{-5}$ in monochromatic light and $6{,}3 \cdot 10^{-4}$ in polychromatic light in the near infrared, as well as a stability of $\sigma_{\mathcal{N}_{30\,\mathrm{ms}}} = 3{,}7 \cdot 10^{-5}$ estimated on 1 hour, my work allowed to clarify the situation thanks to a detailed error budget, a simulation of the transmission based on Gaussian beam optics and a complete overhaul of the computer control system. All of this finally resulted in the identification of the weaknesses of NULLTIMATE.

Keywords : extrasolar planets ; transit photometry ; CoRoT ; MCMC ; bayesian model comparison ; nulling interferometry ; dithering