Sur la résolution des problèmes inverses pour les systèmes dynamiques non linéaires. Application à l'électrolocation, à l'estimation d'état et au diagnostic des éoliennes

Oumayma Omar

▶ **To cite this version:**

Oumayma Omar. Sur la résolution des problèmes inverses pour les systèmes dynamiques non linéaires. Application à l'électrolocation, à l'estimation d'état et au diagnostic des éoliennes. Autre. Université de Grenoble, 2012. Français. NNT : 2012GRENT083 . tel-00872892

HAL Id: tel-00872892

https://theses.hal.science/tel-00872892

Submitted on 14 Oct 2013

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

UNIVERSITÉ DE GRENOBLE

THÈSE

Pour obtenir le grade de

DOCTEUR DE L'UNIVERSITÉ DE GRENOBLE

Spécialité : **Automatique-Productique**

Arrêté ministérial : 7 août 2006

Présentée par

Oumayma OMAR

Thèse dirigée par **Mazen ALAMIR**

préparée au sein du **Laboratoire GIPSA-Lab**
et de **L'école doctorale EEATS**

Sur la résolution des problèmes inverses pour les systèmes dynamiques non linéaires.

Application à l'électrolocation, à l'estimation d'état et au diagnostic des éoliennes

Thèse soutenue publiquement le **7 décembre 2012**,
devant le jury composé de :

M. Frédéric BOYER
Professeur, École des Mines de Nantes, Président

M. Eric BUSVELLE
Professeur, Université de Bourgogne, Rapporteur

Mme. Nida SHEIBAT-OTHMAN
Chargée de recherche CNRS, Université Claude Bernard Lyon-I, Rapporteur

M. Mazen ALAMIR
Directeur de Recherche CNRS, Gipsa-Lab, Directeur de thèse

"Cette thèse représente l'aboutissement du soutien et des encouragements que mes parents m'ont prodigués tout au long de ma scolarité

A mes chers parents

A mes frères et mon petit ange Bachura

A Batta"

Remerciements

Résumé

Cette thèse concerne principalement la résolution des problèmes d'inversion dynamique dans le cadre des systèmes dynamiques non linéaires. Ainsi, un ensemble de techniques basées sur l'utilisation des trains de mesures passées et sauvegardées sur une fenêtre glissante, a été développé. En premier lieu, les mesures sont utilisées pour générer une famille de signatures graphiques, qui constituent un outil de classification permettant de discriminer les diverses valeurs des variables à estimer pour un système non linéaire donné. Cette première technique a été appliquée à la résolution de deux problèmes : le problème d'électolocation d'un robot doté du sens électrique et le problème d'estimation d'état dans les systèmes à dynamiques non linéaires. Outre ces deux applications, des techniques d'inversion à horizon glissant spécifiques au problème de diagnostic des défauts d'éoliennes dans le cadre d'un benchmark international ont été développées. Ces techniques sont basées sur la minimisation de critères quadratiques basés sur des modèles de connaissance.

Mots Clefs : Horizon glissant, problèmes inverses, observateurs non linéaires, életrolocation, poissons électriques, estimation d'état, diagnostic des défauts, éoliennes.

Abstract

This thesis mainly concerns the resolution of dynamic inverse problems involving nonlinear dynamical systems. A set of techniques based on the use of trains of past measurements saved on a sliding window was developed. First, the measurements are used to generate a family of graphical signatures, which is a classification tool, in order to discriminate between different values of variables to be estimated for a given nonlinear system. This technique was applied to solve two problems : the electrolocation problem of a robot with electrical sense and the problem of state estimation in nonlinear dynamical systems. Besides these two applications, receding horizon inversion techniques dedicated to the fault diagnosis problem of a wind turbine proposed as an international benchmark were developed. These techniques are based on the minimization of quadratic criteria based on knowledge-based models.

Keywords : Moving Horizon, inverse problems, non linear observers, electrolocation, electric fish, state estimation, fault diagnosis, wind turbines.

Table des matières

Introduction **xxv**

0.1 Organisation du manuscrit xxvi

1 État de l'art sur les observateurs non linéaires **1**

1.1 Introduction 1

1.2 Notions de base d'observabilité 5

1.2.1 Observabilité des systèmes linéaires 5

1.2.2 Observabilité des systèmes non linéaires 6

1.3 Observateurs pour les systèmes linéaires 9

1.3.1 Observateur de Luenberger 9

1.3.2 Observateur de Kalman 9

1.4 Observateurs pour les systèmes non linéaires 10

1.4.1 Filtre de Kalman Étendu 11

1.4.2 Observateurs basés sur les fonctions de Lyapunov 12

1.4.3 Observateurs pour systèmes sous forme canonique 14

1.4.4 Observateurs "à grand gain" 19

1.4.5 Observateurs adaptatifs 23

1.4.6 Linéarisation Étendue 26

1.4.7 Observateurs par modes glissants 29

1.4.8 Observateurs à horizon glissant 34

1.5 Conclusions 41

2 Signatures Graphiques et Problème inverse **43**

2.1 Introduction 43
2.2 Idée de base 44
2.3 Définitions et Notations 49
2.4 Génération d'une signature dynamique 52
2.5 Exemple illustratif : Oscillateur de Van-der-Pol 54
2.6 Définition du problème inverse à résoudre 62
2.7 Conclusions 63

3 Problème inverse d'Électrolocation 65
3.1 Introduction 65
3.2 Point de vue physique adopté 67
3.3 Banc expérimental d'électrolocation 69
3.4 Contexte général 70
3.4.1 Définitions et Notations 71
3.4.2 Génération de la signature 71
3.4.3 Propriété d'une signature 73
3.4.4 Classification basée sur les signatures 73
3.4.5 Résolution du problème de classification 74
3.4.6 Estimation de p 75
3.5 Application à l'Électrolocation 75
3.5.1 Mesures disponibles 76
3.5.2 Estimation de la coordonnée horizontale x 77
3.5.3 Estimation de la coordonnée verticale y 78
3.5.4 Résultats de validation 79
3.6 Conclusions générales 79

4 Estimation d'états/paramètres dans les systèmes non linéaires 83
4.1 Introduction 83
4.2 Schéma général proposé 85
4.3 Fonctions d'inversion explicite 86

4.4 Les signatures graphiques 2D : outil de base dans la définition des fonctions d'inversion . . . 88
4.4.1 Définitions . . . 88
4.4.2 Définition de la fonction d'inversion $T_{(z^{(2)},\mathbf{u})}(\cdot)$ . . . 90
4.5 Enveloppe d'une signature graphique . . . 91
4.5.1 Distance à une enveloppe . . . 97
4.6 Inversion totale par signature graphique . . . 99
4.6.1 Exemple 1 . . . 99
4.6.2 Exemple 2 . . . 109
4.7 Inversion partielle : exemple illustratif 1 . . . 117
4.7.1 Le problème d'estimation dans une culture de "E-Coli cultures" . . . 117
4.7.2 Définition de la fonction inversible . . . 118
4.7.3 Résultats d'estimation . . . 123
4.8 Inversion partielle : exemple illustratif 2 . . . 126
4.8.1 Le problème d'estimation dans le cas d'une réaction réversible gazeuse . . . 126
4.8.2 Définition de la fonction inversible . . . 126
4.8.3 Résultats d'estimation . . . 130
4.9 Conclusions générales et Perspectives . . . 132

5 État de l'art sur le diagnostic 135

5.1 Introduction . . . 135
5.2 Définitions et concepts fondamentaux . . . 136
5.3 Les méthodes internes de diagnostic . . . 138
5.3.1 Redondance matérielle . . . 140
5.3.2 Redondance analytique et équations de parité . . . 140
5.3.3 Observateurs d'état . . . 142
5.3.4 Estimation paramétrique . . . 145
5.4 Les méthodes externes de diagnostic . . . 146
5.4.1 Méthodes basées sur le traitement du signal . . . 146

5.4.2 Diagnostic par signatures 147
5.4.3 Diagnostic par reconnaissance de formes 150
5.4.4 Les machines à vecteurs de support 154
5.4.5 Les méthodes ensemblistes 158
5.5 Conclusions 159

6 Les éoliennes 161
6.1 Historique et enjeux 161
6.2 Fonctionnement et composants d'une éolienne 163
6.2.1 Composants 164
6.3 Différentes installations et Différents types d'éolienne 165
6.3.1 Types d'orientation 165
6.4 Énergie éolienne dans le monde 168
6.5 Besoins de sécurité et de fiabilité 169
6.5.1 Historique sur le diagnostic des éoliennes 170

7 Application : Diagnostic des défauts d'un benchmark d'éolienne 173
7.1 Introduction 173
7.2 Fonctionnement général et Modèle simulink 174
7.2.1 Modèle simulink 174
7.2.2 Fonctionnement du contrôleur 176
7.3 Les modèles mathématiques des sous-systèmes 177
7.3.1 Le rotor ou sous-système de pales (bloc 1 sur la figure 7.1) 177
7.3.2 La chaîne de transmission (bloc 2 sur la figure 7.1) 178
7.3.3 Le sous-système générateur/convertisseur (bloc 3 sur la figure 7.1) 179
7.4 Les défauts possibles du benchmark 179
7.4.1 Défauts capteurs 180
7.4.2 Défauts actionneurs 180
7.4.3 Défaut système 181
7.4.4 Récapitulatif des défauts à détecter 181
7.5 Détection et isolation des défauts du benchmark 182

7.5.1 Principe général 182
7.6 Détection des défauts du sous-système de pales ou rotor 184
7.6.1 Les défauts à diagnostiquer (défauts 1, 2, 8 et 9 dans le tableau 7.1) 185
7.6.2 Génération des résidus et choix du seuil de détection 185
7.6.3 Détection d'un défaut capteur (défaut 1 dans tableau 7.1) 188
7.6.4 Détection d'un défaut capteur (défaut 2 dans le tableau 7.1) . . . 192
7.6.5 Détection du premier défaut actionneur (défaut 8 dans le tableau 7.1) 195
7.6.6 Détection du deuxième défaut actionneur (défaut 9 dans le tableau 7.1) 198
7.6.7 Notes sur la détection des défauts actionneurs 200
7.7 Détection des défauts de la chaîne de transmission 201
7.7.1 Les défauts à diagnostiquer (défauts 3, 4, 5, 6 et 10 dans le tableau 7.1) 201
7.7.2 Génération des résidus et choix du seuil de détection 202
7.7.3 Détection du premier défaut capteur (défaut 3 dans le tableau 7.1) 206
7.7.4 Détection du deuxième défaut capteur (défaut 4 dans le tableau 7.1) 209
7.7.5 Détection du troisième défaut capteur (défaut 5 dans le tableau 7.1) 212
7.7.6 Détection du dernier défaut capteur (défaut 6 dans le tableau 7.1) 215
7.7.7 Détection du défaut système (défaut 10 dans le tableau 7.1) . . . 216
7.8 Détection du défaut dans le sous-système générateur/convertisseur 222
7.9 Analyse du travail et Conclusions générales 224
7.9.1 Présentation des autres travaux 224
7.9.2 Conclusions générales 225

Conclusions et perspectives **227**

Bibliographie **232**

Table des figures

1.1 Estimation d'état via un observateur. 2

2.1 La connaissance de N mesures passées (vecteur $\mathcal{Y}(t)$) permet la détermination de l'état observable $x(t)$ et donc la sortie à l'instant suivant $t + (N + 1)\tau$ est obtenue uniquement par $\mathcal{Y}(t)$ 45

2.2 Signature graphique de la fonction F. A chaque couple $(\mathcal{Y}(t), y^+(t))$, il est associé un point dans un plan 2D (plan de la signature). La signature 2D obtenue contient un nombre de points égal au nombre de valeurs prises par $\mathcal{Y}(t)$ en glissant la fenêtre de longueur N sur le train de mesures considéré. 47

2.3 Exemple d'un système à deux paramètres p_1, p_2 : la signature s'allonge avec la variation de p_1. 48

2.4 Exemple d'un système à deux paramètres p_1, p_2 : la signature tourne avec la variation de p_2. 49

2.5 Exemple d'un système à deux paramètres p_1, p_2. La signature permet de détecter et localiser les variations simultanées de p_1 et p_2. 49

2.6 Définition des points Q_i et $\Psi_i(\bar{\mathcal{Y}})$ dans le cas $N = 6$ et $\bar{\mathcal{Y}} = (0, 0.5, -0.5, 0.25, -0.25, 0)^T$. Q_i représentent les N sommets du polygone régulier. $\Psi_i(\bar{\mathcal{Y}})$ est un point sur le segment Q_iQ_{i+1} placé selon la valeur de $\bar{\mathcal{Y}}_i$ 51

2.7 Définition des points $P_\varepsilon(\mathcal{Y}, y)$ dans le cas $N = 6$ et $\mathcal{Y} = (5, 2, 0, -1, 3, -2)^T$. $P_\varepsilon(\mathcal{Y}, y)$ se trouve sur la ligne définie par le centre de gravité des points $\Psi_i(\bar{\mathcal{Y}})$ et le centre de gravité de $\Psi_i(\bar{\mathcal{Y}})$ pondéré avec $\bar{\mathcal{Y}}_i$, selon la valeur de y (la sortie suivante au vecteur de mesures passées) 52

2.8 Exemple de définition de $\mathcal{Y}(t, N)$, $N = 5$ avec $\mathcal{Y}(t, N)$ à l'instant t est composé de N mesures passées. 53

2.9 Exemple de définition de $S_\varepsilon(t, N)$ tel que $M = 5 : S_\varepsilon(t, N)$ est constitué de M points P_i qui sont définis par application du "Stylo" sur les $(M + N)$ passées. 54

2.10 Sortie de l'oscillateur dans de cas des variations de p_1, $(p_2, p_3) = (2.25, 0)$. 55

2.11 Sensibilité de la signature S_1 aux variations de p_1 avec $(p_2, p_3) = (2.25, 0)$ 56

2.12 Sensibilité de la signature S_1 aux variations de p_2 avec $p_3 = 0$ 57

2.13 Sortie de l'oscillateur dans de cas des variations de p_2, $(p_1, p_3) = (1.5, 0)$. 57

2.14 Sensibilité de la signature S_2 aux variations de p_2 avec $(p_1, p_3) = (1.5, 0)$. 58

2.15 Sensibilité de la signature S_2 aux variations de p_1 58

2.16 Sensibilité de la signature S_2 aux variations de p_3 59

2.17 Sortie de l'oscillateur dans de cas des variations de p_3, $(p_1, p_2) = (1.5, 2.25)$. 60

2.18 Sensibilité de la signature S_2 aux variations de p_3 avec $p_2 = 2.25$ 60

2.19 La signature S_1 donnent deux résidus r_1 et r_3. Le résidu r_2 est extrait de la signature S_2 61

3.1 Influence de caractéristiques des objets sur le champ électrique reçu par les capteurs épidermiques du poisson électrique. a) cas sans objets. b) cas avec présence d'objets conducteurs. c) cas avec présence d'objets non conducteurs 66

3.2 Photo du banc expérimental disponible à SUBATECH. La plateforme de contrôle de position/ orientation de la sonde électro-récepteur peut être reconnue. Cela permet d'effectuer un contrôle du mouvement de la sonde dans l'aquarium afin de collecter les mesures résultantes. 70

3.3 Schéma d'un ensemble de nuages représentant un problème de classification résolu en se basant sur les sous-ensembles $\mathcal{P}_1$,...$\mathcal{P}_{n_c}$ de l'ensemble de valeurs de paramètres. Cas où seulement deux coordonnées permettent une solution complète du problème de classification. Lorsqu'une nouvelle expérience E est disponible et qui n'appartient pas à l'ensemble classifié, une identification est effectuée sur la base des classes classifiées. 74

3.4 (a) A cause de la symétrie, seulement le triangle ABC est considéré. (b) L'ensemble de différentes positions où les mesures sont acquises pour la conception et/ou la validation 76

3.5 Solution basée sur les signatures du problème de classification dépendant la coordonnée horizontale x. Les nuages $C_{c_1}^{c_2}(\mathbb{E}(\mathcal{P}_i))$ sont clairement séparés pour $i \in \{1, \ldots, 4\}$: (a) Vue globale de la position des nuages. (b) zoom excluant le premier nuage. (c) zoom excluant les deux premiers nuages. (d) Principe de l'estimation $\hat{x}(E^*)$ correspondant à une nouvelle expérience E^* conformément à l'équation (3.5.5) 78

3.6 Vue sur DiagSign des nuages obtenus pour la classification basée la coordonnée verticale y. Les 3 subplot montrent les 3 sous problèmes de classification de y utilisés pour effectuer l'estimation conditionnelle de y lorsque (a) $x = x_6$, (b) $x = x_5$ or (c) $x = x_3$. La définition de sous-ensemble correspondant à y et utilisé pour la définition de chacun des sous-problèmes est donnée sur chaque sous-figure correspondante. 81

3.7 Vue de l'erreur d'estimation lorsque les lois d'estimation (3.5.5) et (3.5.7) sont appliquées à l'ensemble complet des données expérimentales. Rappelons que la phase d'apprentissage utilise seulement 11 des 21 points où la sonde a été positionnée et les données mesurées sont acquises. On notera en particulier que les points $\{2, 7, 4, 9, 13, 16, 10, 17, 11, 18\}$ ne sont pas utilisés dans la phase d'apprentissage. 82

4.1 La signature $\mathcal{S}^N$ obtenue pour les séquences de mesures successives $\mathcal{Y}^{(i)}(z^{(1)})$, $i \in \{0, \ldots, M-1\}$. 90

4.2 Exemple d'une signature pour laquelle toute enveloppe convexe ne conviendrait pas. 91

4.3 Enveloppe triviale bornée correspondant à la proposition avec $q = 30$. Notons que l'enveloppe résultante est plus petite que l'enveloppe convexe bien qu'elle soit surestimée à l'égard de l'allure particulière de la signature. La surface totale de l'enveloppe est ≈ 19.9. 93

4.4 Enveloppe bornée obtenue en commutant les rôles remplis par x et y. Notons que la qualité de l'enveloppe bornée est considérablement améliorée du fait que sa surface $A_\theta(\mathcal{S})$ est réduite de 19.9 à 6.75 environ. 94

4.5 Enveloppes bornées $E_\theta(\mathcal{S})$ obtenues pour 4 valeurs de $\theta \in \{0, \frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{2}, \frac{2\pi}{3}\}$ avec la surface correspondante $A_\theta(\mathcal{S})$. 96

4.6 Enveloppes bornées déjà montrées sur la figure 4.5 sauf que les échelles ne sont pas unifiées pour les quatre subplots. 96

4.7 Variation de la surface de l'enveloppe $E_\theta(\mathcal{S})$ quand θ varie dans $[0, \pi]$. . . 97

4.8 Exemples des distances dites "ϕ-distance" d'un point p à une enveloppe E. Notons que selon la définition dans (4.5.16), la "ϕ-distance" est plus grande dans le cas (b) que dans le cas (a), à cause de la différence dans le dénominateur de (4.5.16). De plus, notons que l'enveloppe convexe de E est la même dans les deux cas. 98

4.9 Exemple de situations où deux points $p^{(1)}$ et $p^{(2)}$ ont la même distance euclidienne à l'enveloppe E et ont des distances énormément différentes dans le sens de la définition 4.5.6. 99

4.10 Vue des 49 signatures $\mathcal{S}(z^{(1)})$ ($n_g = 7$) pour $z^{(1)} \in \mathbb{Z}_d^{(1)}$ obtenues en utilisant $N = 2$. A noter que chaque signature est réduite à un point dans ce cas ($M = N_O - N = 1$). subplot a) regroupe toutes les signatures partageant la même valeur de x_1 en utilisant la même couleur alors que le subplot b) les regroupe en se basant sur la valeur de x_2. 101

4.11 Vue sur la grille fine des signatures $\mathcal{S}(z^{(1)})$ pour $z^{(1)} \in \mathbb{Z}_d^{(1)}$. subplot a) regroupe toutes les signatures classifiées selon la valeur de x_1 alors que le subplot b) les regroupe en se basant sur la valeur de x_2. subplot c) montre le système de coordonnées curvilignes qui peut être utilisé pour obtenir une formule d'estimation de x_1 et de x_2. 103

4.12 Vue sur la grille fine des signatures $\mathcal{S}(z^{(1)})$ pour $z^{(1)} \in \mathbb{Z}_d^{(1)}$. subplot a) regroupe toutes les signatures partageant la même valeur de x_1 en utilisant la même couleur alors que le subplot b) les regroupe en se basant sur la valeur de x_2. subplot c) montre le système de coordonnées curvilignes qui peut être utilisé pour obtenir une formule d'estimation de x_1 et de x_2 . . 104

4.13 Vue de l'ensemble de signatures graphiques obtenues pour une expérience définie par un vecteur de mesures. En glissant la fenêtre N sur ces mesures et en appliquant la fonction signature, les points en vert sur le subplot b) formant un papillon sont obtenus 105

4.14 Estimation des états x_1 et x_2 en utilisant l'observateur (4.6.8) avec $q = 0.1$.106

4.15 Comportement des états estimés $\hat{x}_1$ et $\hat{x}_2$ obtenus à l'aide de l'observateur (4.6.8) et dans la présence de bruit sur la sortie y conduisant à l'erreur relative présentée sur la figure 4.16 avec $q = 0.1$. 107

4.16 L'erreur relative du aux bruits (en %) sur la mesure y 107

4.17 Comportement de l'état estimé $\hat{x}_2$ obtenu à l'aide de l'observateur (4.6.8) et dans la présence de bruit sur la sortie y conduisant à l'erreur relative présentée sur la figure 4.16 avec $q = 0.01$. 108

4.18 Comparaison avec l'estimation boucle ouverte de x_2 ($q = 0$). 108

4.19 Vue des signatures obtenues pour différentes structures du système non linéaire à deux états. Sur les deux subplot, les points signatures définissant les ensembles $\mathcal{E}_{1_j}$ et $\mathcal{E}_{2_j}$ sont reliées par une même spline. La couleur noir correspond au système 1, la couleur rouge correspond au deuxième système et le vert correspond au troisième système. 110

4.20 Exemple 2 : Vue des signatures $\mathcal{S}(z^{(1)})$ pour $z^{(1)} \in \mathbb{Z}_d^{(1)}$. subplot a) regroupe toutes les signatures classifiées selon la valeur de x_1 alors que les subplot b) et c) les regroupent en se basant respectivement sur les valeurs de x_2 et de x_3. 111

4.21 Vue des signatures $\mathcal{S}(z^{(1)})$ pour $z^{(1)} \in \mathbb{Z}_d^{(1)}$ de la classe $\mathcal{E}_{2_1}$. subplot a) regroupe toutes les signatures classifiées selon la valeur de x_1 alors que les subplot b) et c) les regroupent en se basant respectivement sur les valeurs de x_3. 112

4.22 Enveloppes bornées définies pour l'ensemble des signatures colorées suivant la valeur de x_2. 113

4.23 Lignes médianes regroupant les médianes des signatures partageant les mêmes valeurs de x_1. 115

4.24 Caractéristique donnant la valeur de x_3 connaissant les valeurs de x_2 et x_3 : La pente d'une signature définie en fonction de x_3 pour les différentes valeurs de x_1 et pour un x_2 donné dans ce cas $x_2 = x_{2_7} = 3$. 116

4.25 Exemple 2 : Estimation des trois états x_1, x_2 et x_3. 116

4.26 a) L'évolution typique des états X, S and P (ici pour l'état intial $x_0 = [0.05, 2, 0.01]$). Ce scénario est également utilisé pour définir les fonctions $S_0(X)$ et $P_0(X)$ qui sont utilisées pour définir l'ensemble admissible $\mathbb{Z}^{(1)}$ donné (4.7.5). b) Vue des deux fonctions $S_0(X)$ and $P_0(X)$. 121

4.27 Exemple de la projection de l'ensemble admissible $\mathbb{Z}_d^{(1)}(X)$ pour trois valeurs différentes de $X \in \{0.11, 0.3, 0.55\}$ 122

4.28 Hypercubes des valeurs admissibles des variables X, S, et P. 122

4.29 Allures des 9 signatures $\mathcal{S}^{(6)}(z^{(1)} \mid X = 0.5)$ pour $z^{(1)} \in \mathbb{Z}_d^{(1)}$ obtenues en utilisant $N = 6$. Notons que chaque signature contient $M = N_O - N = 2$ points. Subplot (a) représente toutes les signatures ayant la même valeur de S par la même couleur alors que le subplot (b) utilise la même couleur pour tracer les signatures qui ont la même valeur de P. Subplot (c) montre le système de coordonnées curvilignes qui peut être utilisé pour obtenir d'un seul coup une formule d'estimation de S et de P connaissant X . . 123

4.30 Comportement des états estimés $\hat{S}(k)$ et $\hat{P}(k)$ obtenus à laide de l'observateur (4.7.9) avec $q = 0.3$ et dans la présence de bruit de mesure sur les mesures X et L conduisant à l'erreur relative donnée dans les figures 4.31 et 4.32 124

4.31 L'erreur relative due aux bruits (en %) sur la mesure X 125

4.32 L'erreur relative due aux bruits (en %) sur la mesure L 125

4.33 Vue des 25 signatures $\mathcal{S}(z^{(1)})$ pour $z^{(1)} \in \mathbb{Z}_d^{(1)}$ obtenues en utilisant $N = 2$ et $\bar{\beta} = 0.15$. A noter que chaque signature contient $M = N_O - N = 9$ points. subplot (a) regroupe toutes les signatures partageant la même valeur de x_1 en utilisant la même couleur alors que le subplot b) les regroupe en se basant sur la valeur de x_2. 128

4.34 La forme de la fonction coût $J_r(\bar{\beta}\ |Y_m(k))$ à différents instants k. 130

4.35 Comportement des états estimés $\hat{x}_1(k)$ et $\hat{x}_2(k)$ obtenus à laide de l'observateur (4.7.9) avec $q = 0.2$ et dans la présence de bruit de mesure sur les mesures y conduisant à l'erreur relative donnée dans la figure 4.36 . . 131

4.36 L'erreur relative due aux bruits (%) sur la mesure y durant le scénario de validation. 131

5.1 Types des défauts considérés dans la littérature 137

5.2 Génération des résidus par utilisation des observateurs d'état. 142

5.3 Architecture du banc d'observateurs. 144

5.4 Schéma général représentant les étapes de diagnostic 149

5.5 Principe du problème de reconnaissance des formes. 151

5.6 Méthode SVM : Hyperplan optimal dans le 156

6.1 Principe de fonctionnement d'une éolienne : Différentes étapes de conversion de l'énergie. 164

6.2 Schéma de principe d'un système éolien. 164

6.3 Subplot a) une ferme éolienne onshore. Subplot b) une ferme éolienne offshore 165

6.4 Moulin à vent et éolienne à axe horizontal 166

6.5 Schéma représentant d'une éolienne à axe horizontal : amont et aval . . . 167

6.6 a) Schéma de principe du rotor de Savonius. b) Schéma du rotor de Savonius 167

6.7 a) Schéma du rotor de Darrieus 168

6.8 Capacité éolienne installée dans le monde entre 1996 et 2011 168

6.9 Capacité éolienne installée par région dans la période 2003-2011 169

7.1 Une vue d'ensemble du modèle de simulation utilisé pour la détection des défauts du benchmark. 174

7.2 Illustration de la séquence de vitesse du vent utilisée lors du test dans le benchmark. 184

7.3 Schéma de génération de résidu pour la détection des défauts dans le bloc 1186

7.4 Les signaux données par les capteurs de position angulaire mesurant β_3, β_{3,m_1} et β_{3,m_2} en configuration défectueuse ($VF = 10$) et nominale resp. . 189

7.5 Résultat de détection du défaut de type $VF = 10$ remplaçant le signal β_{3,m_1} délivré par le capteur 1 mesurant l'angle de la troisième pale, β_3 dans l'intervalle $[1000s, 1200s]$. Le subplot b) donne le signal binaire qui est de valeur 1 lors de la présence du défaut. Les deux ellipses font référence au zoom effectué pour montrer la détection au début et à la fin de l'intervalle de présence du défaut, présentée resp. sur les deux subplot c) et d). . . . 191

7.6 Les 2 capteurs β_{2,m_1} et β_{2,m_2} en configuration nominale et défectueuse ($FG = 5$) resp. 193

7.7 Les 2 signaux β_{2,m_1} et β_{2,m_2} en configuration nominale et défectueuse ($FG = 5$) resp. Pour $\beta_{r_2} = 0$ la seule mesure vient du bruit. 194

7.8 Résultat de détection du défaut de type $FG = 5$ affectant le signal β_{2,m_2} délivré par le capteur 1 mesurant l'angle de la troisième pale, β_2 dans l'intervalle $[2500s, 2700s]$. Le subplot b) donne le signal binaire qui est de valeur 1 lors de la présence du défaut. Les deux ellipses font référence au zoom effectué pour montrer la détection au début et à la fin de l'intervalle de présence du défaut, présentée resp. sur les deux subplot c) et d). . . . 196

7.9 Résidu de détection dans le cas du défaut actionneur causé par l'augmentation de niveau d'air dans l'huile sur β_2 197

7.10 Résidu de détection dans le cas du défaut actionneur de type hydraulique sur β_3. 199

7.11 Dépendance du résidu obtenu dans le cas du défaut 9 par rapport au signal d'entrée β_{r_2}. 199

7.12 Résidu de détection dans le cas du défaut actionneur de type hydraulique sur β_3. Zoom sur la détection au début du défaut. 200

7.13 Bode des actionneurs dans le système de pales dans les cas défectueux et nominale 201

7.14 Schéma général proposé pour la génération des résidus dans le cas des défauts capteurs (Bloc 2)(7.1) 202

7.15 Estimation de l'entrée τ_r (Cas nominal) 203

7.16 Estimation des états du système (7.3.4) obtenue par application des formules de l'observateur(Cas nominal) 205

7.17 Les 2 signaux ω_{r,m_2} et ω_{r,m_1} en configuration nominale et défectueuse ($VF = 3.5$) 207

7.18 Résidu de détection dans le cas du défaut $VF = 3.5$ sur ω_{r,m_1} 207

7.19 Résidu de détection dans le cas du défaut $VF = 3.5$ sur ω_{r,m_1}. Zoom sur la détection au début du défaut 208

7.20 Résidu de détection dans le cas du défaut $VF = 3.5$ sur ω_{r,m_1}. Zoom sur la détection vers la fin du défaut 208

7.21 Les 2 signaux ω_{r,m_1} et ω_{r,m_2} en configuration nominale et défectueuse ($FG = 5$) 209

7.22 Résidu de détection dans le cas du défaut $FG = 5$ sur ω_{r,m_2} 210

7.23 Résidu de détection dans le cas du défaut $FG = 5$ sur ω_{r,m_2}. Zoom sur la détection au début du défaut 211

7.24 Résidu de détection dans le cas du défaut $FG = 5$ sur ω_{r,m_2}. Zoom sur la détection vers la fin du défaut 211

7.25 Les 2 signaux ω_{g,m_2} et ω_{g,m_1} en configuration nominale et défectueuse ($VF = 50$) 212

7.26 Résidu de détection dans le cas du défaut $VF = 50$ sur ω_{g,m_1} 213

7.27 Résidu de détection dans le cas du défaut $VF = 50$ sur ω_{g,m_1}. Zoom sur la détection au début du défaut 214

7.28 Résidu de détection dans le cas du défaut $VF = 50$ sur ω_{g,m_1}. Zoom sur la détection vers la fin du défaut 214

7.29 Les 2 signaux ω_{g,m_1} et ω_{g,m_2} en configuration nominale et défectueuse ($FG = 5$) 215

7.30 Résidu de détection dans le cas du défaut $FG = 5$ sur ω_{g,m_2} 216

7.31 Résidu de détection dans le cas du défaut $FG = 5$ sur ω_{g,m_2}. Zoom sur la détection au début du défaut 217

7.32 Résidu de détection dans le cas du défaut $FG = 5$ sur ω_{g,m_2}. Zoom sur la détection vers la fin du défaut 217

7.33 La trajectoire de ω_g obtenue pour différentes valeurs de η_{dt} en simulant le modèle (7.3.3) sur un horizon temporel de longueur $300s$. Vue des deux valeurs de η_{dt} aboutissant aux deux valeurs les plus proches de $\omega_{g_m}(k)$. . 220

7.34 Estimation de la valeur de η_{dt} au début de l'intervalle du défaut. Vue graphique montrant le temps de convergence de l'estimation vers la bonne valeur 0.25 221

7.35 Estimation de la valeur de η_{dt} à la fin de l'intervalle du défaut. Vue graphique montrant le temps de convergence de l'estimation vers la bonne valeur (valeur nominale), 0.97 222

7.36 Schéma général proposé pour la génération des résidus dans le cas du (Bloc 3 sur la figure 7.1) 223

7.37 Résidu de détection dans le cas du défaut $\Delta\tau_g = 1000$ 223

Liste des tableaux

7.1 Les défauts à détecter 182

7.2 **Comparaison avec les autres travaux abordant les défauts de ce benchmark.** 225

Introduction

Différents types de problèmes inverses se présentent dans le cas des systèmes à dynamiques non linéaires. Ces problèmes impliquent différents paradigmes tels que : l'asservissement, la détection des défauts, le diagnostic, la surveillance, etc.

L'objectif de cette thèse est de proposer des techniques basées sur l'utilisation des trains de mesures passées et sauvegardées sur un horizon temporel glissant, afin de prendre certaines décisions qui dépendent d'un problème donné. Dans ce manuscrit, trois types de problèmes sont abordés :

- Le premier est un problème d'estimation d'états et des paramètres d'un système donné à dynamique non linéaire. Dans ce cas, le passé est examiné dans l'objectif de déterminer les variables non mesurées ; plus précisément déterminer les variables au début d'un horizon temporel considéré. Cela rejoint le principe d'estimation à Horizon glissant (MHO : Moving Horizon Observers).

- Le deuxième problème consiste à déterminer la configuration décrivant l'environnement d'un robot anguilliforme navigant en se basant sur le sens électrique. Cela est fait en utilisant les mesures passées constituées des mesures des courants électriques perçus par l'épiderme du robot. Il s'agit du principe de navigation par sens électrique utilisé par quelques espèces des poissons électriques se déplaçant dans les forêts équatoriales.

- Le troisième problème est le diagnostic des défauts d'une éolienne. Il s'agit du problème de diagnostic d'une éolienne proposé dans le cadre d'un benchmark international. Les modèles des différentes parties du système ainsi que les mesures disponibles sont utilisés. Pour ce faire, des techniques d'inversion à horizon glissant spécifiques ont été développées.

0.1 Organisation du manuscrit

La thèse est organisée de la façon suivante :

- **Le chapitre 1** présente une étude de l'état de l'art sur les techniques d'observation des systèmes dynamiques linéaires et non linéaires. Parmi ces derniers, l'accent est mis sur les observateurs à horizon glissant qui seront étudiés dans la suite de ce manuscrit.

- **Le chapitre 2** définit les signatures graphiques qui constitue un outil de classification permettant de discriminer certaines variables à estimer pour un système non linéaire donné. Cet outil a été utilisé dans la résolution de deux problèmes : le problème d'électolocation d'un robot doté du sens électrique (chapitre 4) et le problème d'estimation d'état dans les systèmes à dynamiques non linéaires (chapitre 5). L'idée de base des signatures graphiques peut être résumée comme suit :

  – Le point de départ de la méthode des "signatures graphiques" est le fait que l'œil humain par l'activité fondamentale du cerveau est capable d'accomplir des tâches de classification assez complexes. Pourtant, cette capacité doit s'exercer sur certaines images.

    L'objectif de cette méthode est de proposer des graphiques $2D$, appelés signatures, obtenues à partir des mesures d'un système donné. Plus précisément, il s'agit de la définition d'une application d'un espace de grande dimension dans le plan bi-dimensionnel $\mathbb{R}^2$. L'espace de départ est celui des vecteurs des mesures passées sur une fenêtre temporelle donnée. En appliquant cette application aux mesures passées sur un horizon glissant une courbe 2D, appelée "signature", est obtenue.

    Cette courbe peut être un outil efficace dans la résolution des différents problèmes inverses des systèmes dynamiques. Initialement, cette technique a été appliquée avec succès dans le cadre de diagnostic de défauts, pour plus de détails voir [Youssef, 2005].

- **Le chapitre 3** présente la première application de la signature graphique comme outil permettant de résoudre le problème inverse d'électrolocation. Celle-ci consiste à déterminer la position d'un robot sous forme d'anguille électrique à partir de la connaissance des mesures de courants électriques perçus par ses capteurs

épidermiques. Ce travail s'inscrit dans le cadre du projet national ANR-RAAMO (Robot Anguille Autonome en Milieux Opaques) dont le but est de construire un robot anguille autonome capable de l'électrolocation. Il s'agit du principe utilisé par certaines espèces de poissons des forêts équatoriales, dits électriques, pour se déplacer dans les eaux troubles sans aucun repère visuel. Les champs électriques émis par ce poisson sont perturbés par la forme et le contenu de son environnement. Reçus de nouveau par les capteurs épidermiques du poisson, ces champs permettent au poisson de découvrir son environnement. Dans ce travail, une famille de signatures graphiques est construite afin de déterminer la position d'un robot prototype dans un environnement 2D. Le schéma développé a été validé par application sur des données réelles obtenues à partir d'un banc de test développé par les partenaires du projet RAAMO. Ce chapitre s'est concrétisé par la rédaction d'un article pour la conférence IEEE-ROBIO 2010 (voir [Alamir, Omar & et al., 2010]).

- **Le chapitre 4** présente des exemples d'illustration montrant l'utilisation de la signature graphique intervenant dans la reconstruction des états et des paramètres d'un système non linéaire donné. En effet, la deuxième application traitée dans ce manuscrit et basée sur la technique des signatures graphiques, consiste à construire soit un observateur d'état complet non linéaire soit un observateur d'état réduit. L'objectif étant de reconstruire l'état (et/ou les paramètres) d'un système donné à dynamiques non linéaires.

  Il s'agit du principe de l'estimation à horizon glissant. Dans ce cas, la façon d'utiliser certaines mesures pour estimer les états/paramètres d'un système non linéaire donné passe par la technique MHO (Moving Horizon Observers). Étant donné que ce problème est en général non convexe et présente différentes contraintes en termes de complexité et de charges de calcul, la contribution principale de cette thèse est d'utiliser les signatures graphiques comme outil permettant de déterminer au moins partiellement les états d'un système non linéaire donné.

  Si l'utilisation de la technique de signatures graphiques permet de reconstruire complètement l'état, alors il s'agit de la construction d'un nouvel observateur d'état qui est complet (ceci sera développé plus en détails dans la suite de ce manuscrit). Sinon, la signature servira comme outil réduisant la complexité invoquée lors de l'utilisation des MHO. Quatre exemples d'illustration sont donnés dans ce chapitre pour clarifier l'approche proposée et valider son efficacité.

  Le travail développé dans ce chapitre a fait l'objet de deux publications : un article pour la conférence IEEE ECC-CDC 2011 (voir [Omar & Alamir, 2011])

et un chapitre de livre Hermès publié dans le Journal Européen des Systèmes Automatisés (JESA) (voir [Omar & Alamir, 2012]).

- **Le chapitre 5** présente une étude de l'état de l'art sur les techniques de diagnostic de défauts des systèmes industriels. Ces techniques se divisent essentiellement en deux catégories : les méthodes internes et les méthodes externes. La première catégorie repose sur l'existence d'un modèle mathématique du procédé alors que la deuxième catégorie est plus intéressante lorsqu'aucun modèle n'est disponible pour décrire le comportement du système. Dans ce cas, le diagnostic repose sur les observations passées et présentes du système.

- **Le chapitre 6** donne une brève présentation des turbines éoliennes et de l'énergie éolienne.

- **Le chapitre 7** présente la troisième application de cette thèse qui consiste en la détection des défauts d'un benchmark d'éoliennes. En effet, la technique de signatures graphiques a été précédemment utilisée pour le diagnostic des défauts (voir [Youssef & Alamir, 2003; Youssef & Alamir, 2005; Omar & Alamir, 2011]). D'où, le choix de diagnostic de défauts d'un benchmark d'éolienne considéré dans ce chapitre.
  Au départ, l'idée était d'utiliser la technique des signatures graphiques précédente. Cependant, en examinant les modèles disponibles pour les différentes parties du système, et sachant que la signature graphique n'est pas un but en soi même, une autre technique d'inversion à horizon glissant a été développée. Cette méthode utilise les trains des mesures passées sur une fenêtre temporelle donnée afin :

  - soit de construire des résidus analytiques discriminants.
  - soit, dans certains cas, d'estimer les paramètres nécessaires pour la détection.

  Notons que si les signatures graphiques ont été utilisées, les résidus calculés auraient dû être les mesures considérés pour la construction de ces signatures graphiques. Il est ainsi bien montré dans ce chapitre que ces résidus sont auto-suffisants.

  Une publication traitant les résultats de ce chapitre est en cours de rédaction.

- Ce manuscrit se termine par une conclusion générale résumant les points abordés dans cette thèse et donnant des idées pour des futures investigations.

Chapitre 1

État de l'art sur les observateurs non linéaires

Ce chapitre a pour objectif de donner une brève revue bibliographique sur les observateurs non linéaires des systèmes dynamiques. A ce titre, après une introduction et un rappel sur quelques définitions et notions de base, les différents types d'observateurs sont présentés.

1.1 Introduction

Dans la pratique, les variables d'état d'un système donné sont rarement disponibles pour la mesure directe. Dans la plupart des cas, il existe un vrai besoin pour estimer avec fiabilité les variables non mesurées. Le problème d'estimation des états et des paramètres d'un système dynamique est fondamentalement un problème inverse. Plus précisément, étant donné un ensemble de mesures disponibles, on souhaite estimer l'état interne et les paramètres inconnus du système. En ce qui concerne les modèles des systèmes non linéaires, le problème d'estimation est encore un problème ouvert et difficile à résoudre. Malgré cette difficulté, la résolution de ce problème est cruciale dans l'ingénierie de contrôle, essentiellement puisqu'il implique de nombreux paradigmes différents tels que la synthèse des lois de commande, le diagnostic et la surveillance des processus, etc. Les algorithmes réalisant cette tâche sont appelés observateurs d'état.

Un observateur d'état consiste en un système dynamique auxiliaire (O) dont les entrées sont les entrées et les sorties mesurées d'un système donné (S), et les sorties sont supposées donner une estimation de son état, comme le montre la figure 1.1.

Afin d'entamer une procédure de conception d'observateur pour un système dy-

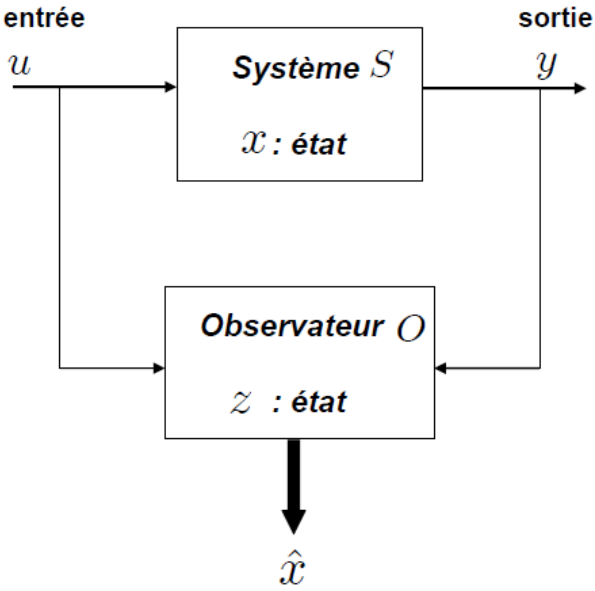


FIG. 1.1 – Estimation d'état via un observateur.

namique, il est important et nécessaire de vérifier une propriété appelée l'observabilité du système. L'objectif est de s'assurer que l'état d'un système peut être estimé à partir des informations sur l'entrée et la sortie. Initialement formalisée par [Hermann & Krener, 1977], cette propriété peut être définie d'une manière générale à partir de la notion d'indistinguabilité d'une paire d'états : en effet, un système est dit observable si toute paire d'états de ce système peut être distinguée grâce aux sorties correspondantes, pour au moins une entrée.

Pour les systèmes linéaires, l'observabilité dépend exclusivement de la description mathématique du système. Plus précisément, quand un système linéaire est observable, il est observable indépendamment de l'entrée et l'observabilité se trouve complètement caractérisée par les matrices A et C. De plus, l'observabilité dans le cas linéaire se montre aussi suffisante pour garantir l'existence d'un observateur à convergence globale, exponentielle et arbitrairement rapide.

Pour les systèmes non linéaires, ceci n'est plus vrai. En effet, le problème est compliqué par le fait que l'observabilité dépend en plus de l'entrée appliquée. D'une manière générale, les systèmes non linéaires possèdent des entrées singulières ; ce qui les rendent non observables. Pourtant, si le système n'admet que des entrées, dites "universelles" ou "non singulières" [Sussmann, 1979], permettant de distinguer toute paire d'états, alors l'observabilité du système est uniforme [Gauthier & Bornard, 1981].

Compte tenu de l'abondance et la diversité des observateurs disponibles pour di-

verses classes de systèmes, considérons, d'une manière générale, les systèmes non linéaires modélisés par la représentation d'état explicite définie comme suit :

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= f(x(t), u(t)) \\ y &= h(x(t)) \end{aligned} \tag{1.1.1}$$

où

- ✓ x représente l'état interne du système avec $x \in \mathcal{X} \subset \mathbb{R}^n$.
- ✓ u représente la commande avec $u \in \mathcal{U} \subset \mathbb{R}^m$.
- ✓ y représente le vecteur de sorties mesurées $y \in \mathcal{Y} \subset \mathbb{R}^p$.

De plus, il faut rappeler que les entrées, en tant que fonctions du temps sont en général supposées choisies dans un ensemble d'entrées dites admissibles de fonctions mesurables et bornées.

Problème d'observation

Étant donné un système décrit par les équations (1.1.1), le but d'un observateur est précisément de fournir une estimation de la valeur courante de l'état $x(t)$ en fonction des grandeurs supposées connues, qui sont, ses entrées u (obtenues d'un algorithme de commande) et ses sorties y (mesurées par des capteurs).

Définition 1.1.1. *On appelle "observateur" ou "estimateur" d'état du système* (1.1.1)*, le système dynamique dont les entrées sont constituées des vecteurs des entrées et des sorties du système à observer et dont le vecteur de sortie est l'état estimé. Un tel système est, en général, représenté de la façon suivante :*

$$\begin{aligned} \dot{z}(t) &= \hat{f}(z(t), u(t), y(t)) \\ \hat{x}(t) &= \hat{h}(z(t), u(t), y(t)) \end{aligned} \tag{1.1.2}$$

En plus ce système assure la propriété de convergence de l'état estimé vers l'état réel, plus précisément :

$$\|\hat{x}(t) - x(t)\| \to 0 \quad \text{quand} \quad t \to \infty$$

D'habitude, la forme de l'observateur se résume à une copie de la dynamique du système, à laquelle se rajoute un terme de correction qui dépend de l'écart entre la sortie mesurée et la sortie estimée et d'un gain qui peut posséder sa propre dynamique :

$$\begin{aligned} \dot{\hat{x}}(t) &= f(\hat{x}(t), u(t)) + k(\hat{z}(t), y(t) - h(\hat{x}(t), \hat{z}(t)) \\ z(t) &= Z(z(t), u(t), y(t)) \quad \text{avec} \quad k(z(t), 0) = 0 \end{aligned} \tag{1.1.3}$$

En toute généralité, et compte tenu des représentations précédentes, un observateur

correspond à un système dynamique d'ordre supérieur à celui du système observé (en raison de l'équation de gain).

Pour les systèmes linéaires, une solution bien connue est l'observateur de Luenberger. Il s'agit d'un observateur qui est tout simplement une copie de la dynamique du système à laquelle se rajoute un terme de correction. Ce dernier est constitué par un gain constant multiplié par l'erreur d'estimation de la sortie.

Dans le cas des systèmes non linéaires, il n'existe pas de solution générale au problème de synthèse d'observateur pour un système sous une forme générale (1.1.1). En effet, la synthèse d'observateurs est plus difficile et beaucoup moins systématique. C'est pour cette raison que la conception d'observateurs pour les systèmes non linéaires, a suscité une quantité considérable de travaux dans la littérature, et de même, il reste un problème où les travaux de recherche sont très intensifs.

Pour cette raison, il existe un éventail de solutions pour des systèmes sous des formes particulières, principalement qui vérifient éventuellement des conditions particulières de structure. Les formes des systèmes les plus étudiées sont les suivantes :

* Les systèmes affines en l'état

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= A(u(t))x(t) + B(u(t)) \\ y(t) &= C(u(t))x(t) \end{aligned} \tag{1.1.4}$$

* Les systèmes affines en la commande

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= f(x(t)) + \sum_{i=1}^{m} g(x(t))u_i(t) \\ y(t) &= h(x(t)) \end{aligned} \tag{1.1.5}$$

* Les systèmes bilinéaires

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= Ax(t) + \sum_{i=1}^{m} u_i(t)D_i x(t) + Bu(t) \\ y(t) &= Cx(t) \end{aligned} \tag{1.1.6}$$

* Les systèmes affines modulo injection entrées/sorties

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= A(u(t))x(t) + B(u(t), y(t)) \\ y(t) &= C(x(t)) \end{aligned} \tag{1.1.7}$$

∗ Les systèmes autonomes

$$\dot{x}(t) = f(x(t)) \tag{1.1.8}$$
$$y = h(x(t))$$

∗ Les systèmes linéaires perturbés

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + f(x(t), u(t)) \tag{1.1.9}$$
$$y(t) = Cx(t)$$

L'objectif de ce chapitre est de donner une représentation non exhaustive des techniques de synthèse d'observateurs pour les systèmes non linéaires. La suite est organisée comme suit :

- Dans la première partie, quelques rappels sur les notions de base d'observabilité des systèmes linéaires et non linéaires sont introduits.

- Dans la deuxième partie, deux observateurs conçus dans le cas des systèmes linéaires sont présentés : l'observateur de Luenberger et le filtre de Kalman. En effet, certaines approches de synthèse d'observateurs non linéaires sont basées sur ces deux observateurs linéaires.

- Dans la dernière partie, les principales techniques de synthèse d'observateurs non linéaires sont présentées.

1.2 Notions de base d'observabilité

Dans cette partie les notions de base d'observabilité des systèmes linéaires et non linéaires sont rappelées. L'objectif est de montrer que, dans le cas linéaire, l'observabilité dépend exclusivement de la description mathématique du système et elle se montre aussi suffisante pour garantir l'existence d'un observateur à vitesse de convergence exponentielle et arbitrairement rapide [Lunberger, 1971]. Au contraire, dans le cas des systèmes non linéaires, l'observabilité dépend de l'entrée appliquée. C'est ainsi qu'une classification des différents types d'entrée est donnée dans le cas des systèmes non linéaires.

1.2.1 Observabilité des systèmes linéaires

Dans cette sous-section, des résultats classiques d'observabilité, présentés dans [Kailath, 1980] et [Wonham, 1985] sont rappelés.

La classe des systèmes considérés est de la forme suivante :

$$\begin{aligned} \dot{x} &= Ax + Bu \quad ; \quad x \in \mathbb{R}^n, \quad u \in \mathbb{R}^m \\ y &= Cx \qquad\quad ; \quad y \in \mathbb{R}^p \end{aligned} \tag{1.2.1}$$

L'observabilité, dans ce cas, est caractérisée par la condition du rang et formulée comme suit :

Théorème 1.2.1. *Le système (1.2.1) est observable si et seulement si :*

$$\operatorname{rang}(O) = \operatorname{rang} \begin{pmatrix} C \\ CA \\ \vdots \\ CA^{n-1} \end{pmatrix} = n \tag{1.2.2}$$

$\odot$

avec O est la matrice d'observabilité du système.

En effet, cela signifie que le sous espace non observable défini par :

$$\mathcal{N} = \operatorname{Ker}\Big(\bigcap_{i=1}^{n} CA^{i-1} \Big)$$

est réduit à $\{0\}$. ($\mathcal{N}$ est le plus grand sous espace vectoriel A-invariant contenu dans $\operatorname{Ker}\{C\}$)

1.2.2 Observabilité des systèmes non linéaires

Dans le cas des systèmes non linéaires, le problème d'observation est compliqué par le fait que l'observabilité dépend de l'entrée appliquée. Considérons le système non linéaire modélisé sous la forme suivante :

$$\begin{aligned} \dot{x} &= f(x,u) \quad ; \quad x \in \mathbb{R}^n, \quad u \in \mathbb{R}^m \\ y &= h(x) \qquad ; \quad y \in \mathbb{R}^p \end{aligned} \tag{1.2.3}$$

Soit $\mathcal{X}_u(t, x_0)$ la solution du système à l'instant t, obtenue en appliquant l'entrée u sur l'intervalle $[0, t]$ à partir de l'état initial x_0 défini à l'instant 0. En s'appuyant sur le travail de [Hermann & Krener, 1977], l'observabilité est définie à partir de la notion d'*indiscernabilité* ou *indistinguabilité*. Des références intéressantes et des détails supplémentaires sur l'aspect d'observabilité non linéaire se trouvent dans [Bornard et al., 1993].

Définition 1.2.1. [**Indiscernabilité**] [**Bornard et al., 1993**]
Un couple d'états initiaux $(x_0, \tilde{x}_0)$ *est dit indiscernable, si pour toute fonction d'entrée* u*, les trajectoires de sorties se confondent, ce qui est équivalent à :*

$$\forall t \geq 0 \quad h(\mathcal{X}_u(t, x_0)) \equiv h(\mathcal{X}_u(t, \tilde{x}_0)) \tag{1.2.4}$$

⊙

Définition 1.2.2. [**Observabilité**] [**Bornard et al., 1993**]
Le système (1.2.3) *est dit observable s'il n'admet aucune paire indistinguable.*

⊙

A l'inverse des systèmes linéaires, l'observabilité des systèmes non linéaires n'est pas garantie avec des conditions géométriques globales. C'est ainsi que la notion d'observabilité locale faible a été introduite dans [Hermann & Krener, 1977]. Cette notion est assurée en faisant localiser l'indiscernabilité, ce qui garantit la distinguabilité de tout point par rapport à son voisinage. Cette caractérisation formelle de l'observabilité s'obtient à partir d'une condition de rang, analogue au cas des systèmes linéaires.

Soit $U \subset \mathbb{R}^n$ et $x_0 \in U$. En notant $I_U(x_0)$ l'ensemble des points indiscernables de x_0 tant que les trajectoires initialisés en ces points restent dans U, on a la définition suivante :

Définition 1.2.3. [**Observabilité locale faible**] [**Hermann & Krener, 1977**]
Un système de la forme (1.2.3) est localement faiblement observable en x_0*, s'il existe un voisinage* U *de* x_0 *tel que* $I_U(x_0) \bigcap U = \{x_0\}$*.*

Les systèmes linéaires stationnaires de la forme (1.2.1) ont la propriété d'observabilité caractérisée par la condition du rang (1.2.2). Considérons l'espace vectoriel $\mathcal{O}$ donné par les fonctions $Cx, CAx, \ldots, CA^{n-1}x$ et l'espace $d\mathcal{O}$ des différentielles (constantes) de chacune de ces fonctions. Ainsi, l'évaluation en chaque point x de $d\mathcal{O}$ est justement donnée par les colonnes de la matrice (1.2.2). Par conséquent, la propriété d'observabilité pour les systèmes non linéaires peut être traduite en termes de condition de rang, ce qui mène à définir l'espace d'observabilité : ⊙

Définition 1.2.4. [**Espace d'observabilité**] [**Bornard et al., 1993**]
L'espace d'observabilité d'un système de la forme (1.2.3) *est défini comme le plus petit sous espace vectoriel, noté par* $\mathcal{O}(h)$ *de fonctions à valeurs dans l'espace de sortie, contenant les composantes* $h = (h_1, \ldots, h_p)$*, et invariant par rapport aux champs de vecteurs du type* $f_u(x) = f(x, u), \quad u \in \mathbb{R}^n$ *sous l'action de la dérivée de Lie.*

⊙

Soit $d\mathcal{O}(h)(x0)$ l'espace des différentielles de $\mathcal{O}(h)$, évaluées en x_0. Le système satisfait

la condition de rang pour l'observabilité en x_0 si :

$$\dim \quad d\mathcal{O}(h)(x_0) = n \tag{1.2.5}$$

Le système satisfait la condition de rang pour l'observabilité, s'il la satisfait pour tout x_0. Cette condition, qui caractérise dans le cas linéaire l'observabilité globale, ne caractérise dans le cas non linéaire que l'observabilité locale faible et donc ne suffit pas pour la synthèse d'un observateur.

Théorème 1.2.2. *Si le système 1.2.3 satisfait la condition d'observabilité au sens du rang en x_0 alors il est localement faiblement observable en x_0.*

⊙

Remarque 1.2.1. L'observabilité n'implique pas que toute entrée admissible permette de discerner tous les points de l'espace d'état. Ainsi les deux définitions 1.2.1 et 1.2.2 n'excluent pas le fait qu'un système observable puisse avoir des entrées aboutissant à des états indiscernables.

⊡

Par conséquent, il faut rappeler, que pour les systèmes non linéaires, l'observabilité s'avère insuffisante pour la synthèse d'un observateur. En effet, cette synthèse doit prendre en compte le problème des entrées. C'est ainsi que l'étude des propriétés des entrées pour un système donné est très importante. Un cas particulier de ces entrées, est celui pour lequel il n'existe pas de paire indiscernable.

Définition 1.2.5. [Entrées universelles] [Bornard et al., 1993]
Une entrée admissible u est universelle sur $[0, t]$ si pour tout couple d'états initiaux distincts $x_0 \neq \tilde{x}$, il existe $\tau \in [0, t]$ tel que $h(\mathcal{X}_u(\tau, x_0)) \neq h(\mathcal{X}_u(\tau, \tilde{x}_0))$. Une entrée non universelle est dite singulière. De plus une entrée universelle sur $\mathbb{R}^+$ est dite universelle.

⊙

Définition 1.2.6. [Système uniformément observable] [Bornard et al., 1993]
Un système dont toutes les entrées admissibles sont universelles est dit uniformément observable, ou observable pour toute entrée.

⊙

La classe des systèmes affines en l'état admet une caractérisation particulière des propriétés des entrées. Il s'agit des entrées régulièrement persistantes. Pour plus de détails sur la synthèse d'observateurs pour cette classe de systèmes, le lecteur peut regarder les références [Bornard et al., 1993], [Besançon, 1996; Besançon, 2007].

1.3 Observateurs pour les systèmes linéaires

Initialement les systèmes abordés ont été les systèmes linéaires, pour lesquels les observateurs de Kalman et Luenberger ont donné de bons résultats. Le filtre de Kalman est utilisé dans le cas des systèmes stochastiques, et l'observateur de Luenberger dans le cas déterministe. Ces deux observateurs vont être rappelés brièvement dans la suite.

1.3.1 Observateur de Luenberger

Considérons la classe des systèmes linéaires sous la forme suivante :

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= Ax(t) + Bu(t) \\ y(t) &= Cx(t) \end{aligned} \tag{1.3.1}$$

L'observateur a pour équation dynamique :

$$\dot{\hat{x}} = A\hat{x} + Bu + K(y - C\hat{x}) \tag{1.3.2}$$

Étant donné une parie (A, C) qui est observable, la matrice de gain K est choisie (par exemple en utilisant la méthode du placement de pôles) de telle sorte que les valeurs propres de $(A-KC)$ sont à parties réelles négatives. Par conséquent, l'erreur d'estimation définie par $e = x - \hat{x}$ et satisfaisant l'équation différentielle suivante :

$$\dot{e} = (A - KC)e \tag{1.3.3}$$

converge à 0 quand $t \to \infty$ avec un taux exponentiel souhaitable. Cet observateur est connu par le nom de son auteur i.e. observateur de Luenberger [Lunberger, 1971].

1.3.2 Observateur de Kalman

La classe de systèmes considérés dans ce cas a la forme suivante :

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= A(t)x(t) + B(t)u(t) + \eta(t), \quad & \eta(t) &\backsim \mathcal{N}(0, Q(t)) \\ y(t) &= C(t)x(t) + \varsigma(t), & \varsigma(t) &\backsim \mathcal{N}(0, R(t)) \end{aligned} \tag{1.3.4}$$

où

- ✓ $A(t)$ et $C(t)$ sont supposées bornées.
- ✓ η et ς sont des bruits Gaussiens de moyenne nulle et de matrices de covariance Q et R respectivement.

Pour ces systèmes dynamiques linéaires perturbés par des bruits gaussiens, le problème d'estimation d'état a été résolu par [Kalman & Bucy, 1960]. En effet , l'observateur pour un système de la forme (1.3.4) est donné par le théorème suivant :

Théorème 1.3.1. [Bornard et al., 1993]
Soit le système (1.3.4) *complètement uniformément observable et soit le système défini comme suit :*

$$\begin{aligned} \dot{\hat{x}}(t) &= A(t)\hat{x}(t) - S^{-1}C^T(t)Q(C(t)\hat{x}(t) - y(t)) \\ \dot{S}(t) &= -\theta S(t) - A(t)^T S(t) - S(t)A(t) + C^T(t)QC(t) - S(t)RS(t) \\ S(0) &= S_0 \quad \text{où} \quad S_0 \quad \text{est définie positive} \end{aligned} \tag{1.3.5}$$

Si l'une des conditions suivantes est satisfaite :

1. *La paire* $(A(t), R(t))$ *est complètement uniformément commandable*
2. $\theta > 0$

alors *le système* (1.3.5) *est un observateur pour le système* (1.3.4)*, dont la norme de l'erreur d'estimation bornée par une exponentielle décroissante. De plus, une vitesse de convergence arbitraire peut être obtenue par le choix de la valeur du paramètre* θ*.*

$\odot$

En effet, le filtre de Kalman fournit une solution explicite basée sur l'optimisation, il est aussi optimal en terme de minimisation d'une erreur de poursuite de la sortie au sens des moindres carrés. Cette interprétation de l'observateur de Kalman est donnée par le théorème suivant :

Théorème 1.3.2. [Couenne, 1988]
L'état estimé fourni par l'observateur (1.3.5) *avec* $R = 0$*, est la solution du problème de minimisation suivant :*

$$\hat{x}(t) \quad : \quad \min_{\hat{x}} J(\hat{x}) = \left\{ \|\Phi(0,t)\hat{x} - \hat{x}_0\|^2_{S_0} + \int_0^t \|C(\tau)\Phi(\tau,t)\hat{x} - y(\tau)\|^2_Q d\tau \right\} \tag{1.3.6}$$

où $\Phi(.,.)$ *la matrice de transition de la partie autonome du système* (1.3.4). $\odot$

Le lecteur intéressé pourra regarder [Boutayeb & Darouach, 2000], où il peut trouver des résultats intéressants sur la convergence de filtre de Kalman.

1.4 Observateurs pour les systèmes non linéaires

Comme il a été mentionné précédemment, l'observation d'état dans le cas des systèmes non linéaires est délicate. En effet, il n'existe pas de méthode universelle ou systématique pour la synthèse d'observateurs pour un système sous la forme (1.1.1). Les

approches envisageables sont soit une extension des techniques linéaires, soit des techniques non linéaires spécifiques. Dans cette partie, une vue d'ensemble non exhaustive des approches appliquées dans le cas non linéaire est donnée.

1.4.1 Filtre de Kalman Étendu

Il est possible d'étendre quelques techniques d'observation utilisées dans les cas linéaires à des systèmes non linéaires. C'est le cas de l'observateur appelé Filtre de Kalman Étendu (ou "Extended Kalman Filter" en anglais, EKF) [Jazwinski, 1970]. C'est l'une des techniques d'estimation les plus populaires et largement étudiées dans l'estimation d'état des systèmes dynamiques non linéaires. Ce filtre consiste en une extension de filtre de Kalman linéaire. Son principe est d'utiliser les équations du filtre de Kalman standard au modèle non linéaire, linéarisé localement autour d'une trajectoire de référence. Considérons la classe des systèmes dont la forme est :

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= f(x(t),t) + \eta(t), \quad \eta(t) \backsim \mathcal{N}(0, Q(t)) \\ y(t) &= h(x(t),t) + \varsigma(t), \quad \varsigma(t) \backsim \mathcal{N}(0, R(t)) \end{aligned} \tag{1.4.1}$$

où

- ✓ η et ς sont des bruits Gaussiens de moyenne nulle et de matrice de covariance Q et R respectivement.

Pour le système précédent, le filtre correspondant est donné par :

$$\begin{aligned} \dot{\hat{x}}(t) &= f(\hat{x}(t),t) + S(t)H(\hat{x}(t),t)^T R^{-1}(t)(y(t) - h(\hat{x}(t),t)) \\ \dot{S}(t) &= F(\hat{x}(t),t)S(t) + S(t)F(\hat{x}(t),t)^T + Q(t) - S(t)H(\hat{x}(t),t)^T R^{-1}(t)H(\hat{x}(t),t)S(t) \end{aligned} \tag{1.4.2}$$

où F et H, qui sont évaluées en $\hat{x}$, sont définies comme suit :

$$F(x(t),t) = \frac{\partial f(x(t),t)}{\partial x(t)}, \quad H(x(t),t) = \frac{\partial h(x(t),t)}{\partial x(t)}$$

Ce filtre a été appliqué avec succès sur différents types de procédés réels. En effet, il présente différents avantages tel que la grande ressemblance avec le filtre de kalman linéaire permettant ainsi l'assimilation de cet observateur par des spécialistes, plus familiarisés avec les techniques de l'automatique linéaire. Un deuxième avantage concerne la possibilité de traiter d'une manière relativement objective le cas des bruits dont on est capable de caractériser leurs propriétés statistiques.

Cependant, différents inconvénients se présentent lors de l'utilisation de ce type d'observateurs. En effet, les preuves de stabilité et de convergence établies dans le cas des systèmes linéaires, ne peuvent pas être étendues de manière générale au cas des systèmes non linéaires. Dans un environnement déterministe, une preuve de la

convergence du filtre de Kalman étendu a été établie dans [Boutayeb et al., 1997] et [Boutayeb & Aubry, 1999] pour la classe des systèmes non linéaires à temps discret. Cependant, cette convergence n'est que locale. L'analyse de la convergence de cet estimateur reste, à l'heure actuelle, un problème ouvert. De nombreuses travaux ont été menés sur ce sujet, ce qui a donné naissance à de nombreuses publications comme [Boutayeb et al., 1997], [Chen, 1993], [Brown & Hwang, 1997], [Brookner, 1998], [Grewal & Andrews, 1993]. Un autre inconvénient c'est l'incapacité de garantir aucune robustesse contre les erreurs de modélisation. Un dernier inconvénient est la nécessité de beaucoup de calculs en ligne pour la mise en oeuvre de cet observateur. Afin de remédier à ce point, différentes variantes de ce filtre ont été conçues dans la litérature, comme le FKE à gain constant [Safonov & Athans, 1978].

1.4.2 Observateurs basés sur les fonctions de Lyapunov

Pour construire des observateurs dans le cas non linéaire, des arguments du type Lyapunov peuvent être utilisés : en effet, cela est effectué en les appliquant à l'équation de l'évolution de l'erreur. Initialement introduite dans [Thau, 1973], et généralisée ensuite dans [Kou et al., 1975], cette approche conduit à des résultats donnant des conditions suffisantes pour l'existence des observateurs, mais malheureusement, elle ne fournit pas les outils pour la construction d'un tel observateur.
La classe des systèmes considérés a la forme suivante :

$$\begin{aligned} \dot{x} &= Ax + f(x,u) \\ y &= Cx \end{aligned} \tag{1.4.3}$$

où

- ✓ $f(.) : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^n$ est continue.
- ✓ $A \in \mathbb{R}^{n\times n}$ et $C \in \mathbb{R}^{p\times n}$

En supposant que la paire (A, C) est complètement observable, il est alors possible d'avoir un gain $K \in \mathbb{R}^{p\times n}$ tel que $A - KC$ soit Hurwitz, c'est-à-dire les valeurs propres de cette matrice se trouvent dans la partie gauche du plan complexe.

L'observateur est défini comme suit :

$$\dot{\hat{x}} = (A - KC)\hat{x} + f(\hat{x}, u) + Ky \tag{1.4.4}$$

Soit $e = x - \hat{x}$ l'erreur d'estimation. Dans le cas présent, cette erreur satisfait l'équation différentielle suivante :

$$\dot{e} = (A - KC)e + f(x,u) - f(\hat{x},u) = (A - KC)e + f(x,u) - f(x - e, u) \tag{1.4.5}$$

Ayant la matrice $(A-KC)$ stable (ses valeurs propres sont strictement négatives), alors il existe pour toute matrice définie positive $Q \in \mathbb{R}^{n\times n}$, une matrice définie positive $P \in \mathbb{R}^{n\times n}$ et unique telle que :

$$(A-KC)^T P + P(A-KC) = -Q$$

Notons que dans ce cas, la fonction f est supposée être localement Lipschtiz autour de l'origine, ce qui est équivalent, à l'existence d'une constante positive L telle que :

$$\|f(x_1) - f(x_2)\| \leq L\|x_1 - x_2\|$$

pour tout x_1, x_2 dans une voisinage W de l'origine. Considérons la fonction de Lyapunov définie positive suivante :

$$V(e) = e^T P e$$

Si la condition suivante :

$$\frac{\lambda_{\min}(Q)}{2\lambda_{\max}(P)} > L \tag{1.4.6}$$

est vérifiée, alors l'estimation de l'erreur e converge asymptotiquement à l'origine [Thau, 1973].
Ce type d'observateurs a été largement étudié dans la littérature par de nombreux chercheurs. Une méthode constructive a été proposée dans [Raghavan & Hedrick, 1994], où une solution explicite et systématique du choix du gain de l'observateur est établie. Cette solution est illustrée dans le théorème suivant :

Théorème 1.4.1. [Raghavan & Hedrick, 1994]
Considérons le système (1.4.3) *et l'observateur* (1.4.4). *S'il existe* $\epsilon > 0$ *tel que l'équation de Riccatti :*

$$AP + PA^T + P(L^2 I - \frac{1}{\epsilon} C^T C)P + I + \epsilon I = 0 \tag{1.4.7}$$

admette une solution P *symétrique définie positive, alors le gain de l'observateur*

$$K = \frac{1}{2\epsilon} P C^T \tag{1.4.8}$$

stabilise asymptotiquement la dynamique de l'erreur d'estimation (1.4.5).

Pourtant, cet algorithme n'est pas efficace pour toutes les paires (A, C) observables. Comme applications, cet algorithme a été utilisé dans [Garg & Hedrick, 1995] pour la détection des défaillances.

D'autres algorithmes pour trouver la matrice de gain K ont été présentés dans la

littérature. Dans [Rajamani, 1998], un algorithme basé sur les valeurs propres et les vecteurs propres de la matrice $A - KC$ a été développé. Selon cet algorithme, ces valeurs propres doivent être suffisamment négatives et les vecteurs propres doivent être suffisamment bien conditionnés, dans le but de garantir la stabilité asymptotique de l'observateur. Le principe est de réduire au minimum le rapport $[\lambda_{\min}(A-KC)/M_2(T)]$ avec $M_2(T)$ le conditionnement de la matrice des vecteurs propres de $(A - KC)$. Le problème de cet algorithme est qu'il ne peut trouver que des minima locaux. D'autres manières pour le choix de la matrice gain ont été proposées. Pour plus de détails sur ces techniques, le lecteur intéressé peut regarder [Rajamani & Cho, 1998], [Tsinias, 1989], [Tsinias, 1990].

L'approche de synthèse d'observateur non linéaire, basée sur les fonctions de Lyapunov, est simple lorsqu'il est possible de trouver une matrice de gain K assurant la stabilité de la dynamique de l'erreur. Pourtant, plusieurs inconvénients se présentent lors de l'utilisation d'une telle approche. En effet, une structure particulière du système s'avère nécessaire. De plus, le choix de la matrice de gain K, de façon à satisfaire la condition (1.4.6) est un processus qui devient impossible pour des systèmes d'ordre élevé. Comme autre inconvénient, il n'est pas possible de traiter d'une façon explicite le bruit ou les incertitudes du modèle avec cette approche. La robustesse dans ce cas est un résultat direct de l'existence d'une fonction de Lyapunov.

1.4.3 Observateurs pour systèmes sous forme canonique

Comme il a été déjà mentionné, il n'existe pas d'approche systématique pour la synthèse des observateurs de systèmes non linéaires. Les méthodes existantes sont soient inspirées des travaux sur les systèmes linéaires, soit des techniques dédiées à des classes données de systèmes. Parmi les méthodes inspirées des techniques linéaires, des observateurs ont été proposés pour les systèmes sous une forme canonique. Cette dernière est fondée sur une structure linéaire modulo injection d'Entrées/Sorties et d'un certain nombre de leurs dérivées [Bestle & Zeitz, 1983; Keller, 1987; Krener & Isidori, 1983].

Souvent, la forme d'un système donné est non appropriée à une synthèse facile d'observateur. C'est ainsi que beaucoup d'approches de synthèse utilisent "une transformation à travers un changement de coordonnées" aboutissant à une forme particulière respectant les conditions de synthèse. Une relation d'équivalence entre systèmes est définie :

Définition 1.4.1. Relation d'équivalence [Besançon, 1996; Besançon, 2007]
Soit $x_0 \in \mathbb{R}^n$. Un système décrit comme suit :

$$\dot{x} = f(x, u) = f_u(x)$$

$$y = h(x)$$

est dit équivalent en x_0 *au système suivant :*

$$\begin{aligned} \dot{x}^* &= F(x^*, u) = F_u(x^*) \\ y &= H(x^*) \end{aligned}$$

s'il existe un difféomorphisme $x^* = \Phi(x)$ *sur un voisinage de* x_0 *tel que :*

$$\forall u \in \mathbb{R}^m, \quad \frac{\partial \Phi}{\partial x} f_u(x)\Big|_{x=\Phi^{-1}(x^*)} = F_u(x^*) \quad \text{et} \quad h \circ \Phi^{-1} = H$$

⊙

Ainsi, il s'avère plus facile d'observer un système sous représentation équivalente. De plus, en synthétisant un observateur pour un système donné, il est possible de déduire l'observateur pour tout système équivalent, ce qui est illustré dans la proposition qui suit :

Proposition 1.4.2. [Besançon, 1996; Besançon, 2007]
Étant donné deux systèmes respectivement définis par :

$$\begin{aligned} \dot{x} &= X(x, u) \\ y &= h(x) \end{aligned} \tag{1.4.9}$$

et

$$\begin{aligned} \dot{x}^* &= X^*(x^*, u) \\ y &= h(x^*) \end{aligned} \tag{1.4.10}$$

et équivalents par la transformation $x^* = \Phi(x)$*, si :*

$$\begin{aligned} \dot{\hat{x}}^* &= X^*(\hat{x}^*, u) - k(y - H(\hat{x}^*), z) \\ \dot{z} &= Z(z, u, y) \end{aligned} \tag{1.4.11}$$

est un observateur pour (1.4.10), alors :

$$\begin{aligned} \dot{\hat{x}} &= X(\hat{x}^*, u) - \Big(\frac{\partial \Phi}{\partial x} k(y - H(\hat{x}), z) \\ \dot{z} &= Z(z, u, y) \end{aligned} \tag{1.4.12}$$

est un observateur pour (1.4.9)*, si* Φ *et* Φ^{-1} *préservent les métriques de* $\mathbb{R}^n$*.* ⊙

Par ailleurs, en considérant les injections de sortie, et même les transformations de sortie, il est possible d'étendre une telle équivalence des systèmes afin d'accroître

les classes des systèmes auxquelles peuvent s'appliquer des observateurs connus. Le problème essentiel est de trouver une telle forme de systèmes équivalents. c'est ainsi que beaucoup de travaux dans la littérature ont exploré des caractérisations de tels systèmes [Besançon, 1996; Krener & Respondek, 1985; Li & Tao, 1986; Plestan, 1995; Xia & Gao, 1989].

C'est en 1983, que le problème de la caractérisation des classes des systèmes pour lesquelles il est possible de construire un observateur, est apparu pour la première fois. Il s'agit d'un problème sous forme de conditions de linéarisation par difféomorphisme et injection de sortie pour l'observation, comme problème dual à celui de linéarisation par difféomorphisme et retour d'état de la commande. Dans cette même année, deux solutions ont été bien produites :

- La première, proposée dans [Krener & Isidori, 1983], consiste en une linéarisation exacte de l'estimation de la dynamique de l'erreur (en étudiant la structure interne du système par utilisation des techniques algébriques.
- La deuxième, présentée dans [Bestle & Zeitz, 1983], consiste en une linéarisation approximative de l'estimation de la dynamique de l'erreur où les non-linéarités du système dépendent uniquement de l'entrée et de la sortie du système original.

Plus précisément, soit le système non linéaire suivant :

$$\begin{aligned} \dot{x} &= f(x) \\ y &= h(x) \end{aligned} \tag{1.4.13}$$

Le système précédent est considéré comme équivalent modulo une injection de sortie à un système linéaire autonome s'il existe un changement de coordonnées :

$$x = T(x^*) \tag{1.4.14}$$

telle que le système résultant dans les nouvelles coordonnées soit sous la forme :

$$\begin{aligned} \dot{x}^* &= A_c x^* + \phi(y) \\ y &= C_c x^* \end{aligned} \tag{1.4.15}$$

Cette transformation est avantageuse si la paire (C_c, A_c) est observable alors que la fonction ϕ de y est arbitraire.

Étant donné une paire (C_c, A_c) sous une forme canonique, le système (1.4.15) a la forme canonique d'observabilité suivante :

$$\dot{x}^* = \begin{bmatrix} 1 & \dots & \dots & 0 \\ 1 & & & \vdots \\ & & & \\ \dots & \ddots & & \vdots \\ 0 & \dots & 1 & 0 \end{bmatrix} x^* + \begin{bmatrix} a_1(y) \\ \vdots \\ \\ \vdots \\ a_n(y) \end{bmatrix} \tag{1.4.16}$$

$$y = \begin{bmatrix} 0 & \dots & 0 & 1 \end{bmatrix} x^*$$

Ayant déterminé $\phi(y)$ et une transformation $x = T(x^*)$, donc, il est possible de construire un observateur pour le système (1.4.15) avec une facilité comparable au cas de système linéaire autonome. L'observateur proposé a la forme suivante :

$$\begin{aligned} \dot{\hat{x}} &= A_c \hat{x}^* + \phi(y) + K(y - \hat{y}) \\ \hat{y} &= C_c \hat{x}^* \end{aligned} \tag{1.4.17}$$

L'erreur a pour dynamique $\dot{e} = (A - KC)e$. Par conséquent, en réécrivant (1.4.17) dans les coordonnées d'origine, un observateur en temps fini est défini pour le système (1.4.13).

D'autre part, l'observabilité des systèmes non linéaires et la synthèse des observateurs ont été étudiées dans [Krener & Isidori, 1983] où des conditions nécessaires et suffisantes, basées sur l'approche algébrique de Lie sont présentées. Dans ce travail, il est montré quand un système non linéaire autonome (1.1.8) peut être converti en un système linéaire par un changement de coordonnées modulo une injection de sortie. Cette classe de système est traitée dans le théorème suivant :

Théorème 1.4.3. [Krener & Isidori, 1983] *Le système non linéaire* (1.4.13) *est localement équivalent (autour de* x^0*) à un système linéaire* (1.4.16)*, par un changement de coordonnées, si et seulement si, les conditions suivantes sont satisfaites dans un voisinage* V *de* x^0

1. $dim[span\{dh(x), \dots, dL_f^{n-1}h(x)\}] = n$, $\forall x \in V$.
2. *Le champ de vecteur défini* $\upsilon(x)$ *défini sur* V *par*

$$L_\upsilon L_f^j h(x) = \begin{cases} 0, & j = 0, \dots, n-2 \\ 1, & j = n-1 \end{cases} \tag{1.4.18}$$

satisfait :

$$[\upsilon, ad_f^i \upsilon](x) = 0 \quad ; \quad i = 1, \dots, 2n-1 \quad \forall x \in V \tag{1.4.19}$$

où $ad_f^i \upsilon$ *est donnée par :*

$$\begin{aligned} ad_f^i \upsilon(x) &= [f, ad_f^{i-1}\upsilon](x) \quad \forall i \geq 1 \\ ad_f^0 \upsilon(x) &= \upsilon(x) \end{aligned}$$

La définition précédente est une définition par récurrence utilisée pour éviter une notation de la forme $[f, [f, \dots, [f, \upsilon]]]$.

D'après le théorème précédent, la linéarisation de l'observateur est possible si et seulement si la première condition est satisfaite, et s'il existe un vecteur $\upsilon(x)$ dans le voisinage V de x^0 tel que (1.4.18) et

$$\frac{\partial T}{\partial x^*} = \begin{bmatrix} \upsilon(x) & -ad_f \upsilon(x) & \dots & (-1)^{n-1} ad_f^{n-1} \upsilon(x) \end{bmatrix} \tag{1.4.20}$$

Par conséquent, la transformation existe si et seulement si :

$$[\upsilon, ad_f^i \upsilon](x) = 0 \quad ; \quad i < 2n-1$$

Une fois la transformation est trouvée, la synthèse d'observateur est pareille au cas linéaire. Cependant, la condition (1.4.20) est restrictive, ce qui entraîne une réduction de la classe des systèmes non linéaires dont la forme peut être ramenée à une forme canonique par cette technique. Une étude du cas multi-sortie a été présentée dans [Krener & Respondek, 1985; Xia & Gao, 1989].
La construction de la transformation $x = T(x^*)$ pour le cas mono-sortie a été faite dans [Walcott et al., 1987], en se basant sur les travaux de [Bestle & Zeitz, 1983]. Les détails de la technique proposée sont les suivants :
En considérant l'équation de la sortie

$$y = h(x) = x_n^* \tag{1.4.21}$$

Soit la dérivée partielle de (1.4.21) par rapport à x^* :

$$\frac{\partial h(x)}{\partial x}\frac{\partial T}{\partial x^*} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \dots & 0 & 1 \end{bmatrix} \tag{1.4.22}$$

Cette dérivée s'écrit sous la forme

$$\underbrace{\begin{bmatrix} L_f^0(dh)(x) \\ L_f^1(dh)(x) \\ \dots \\ L_f^{n-1}(dh)(x) \end{bmatrix}}_{O(x)} \frac{\partial T}{\partial x_1^*} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 1 \end{bmatrix} \tag{1.4.23}$$

où $O(x)$ est la matrice d'observabilité (non singulière) du système (1.4.13). Ainsi, $\frac{\partial T}{\partial x_1^*}$ s'obtient à partir de $O^{-1}(x)$. Dérivons $x = T(x^*)$ par rapport au temps :

$$\dot{x} = \frac{\partial T}{\partial x^*} f^*(x^*) \tag{1.4.24}$$

Les colonnes de $\partial T/\partial x^*$ s'expriment ainsi en fonction du vecteur $\partial T/\partial x_1^*$ de la façon suivante :

$$\frac{\partial T}{\partial x^*} = \begin{bmatrix} \left(ad^0 f, \frac{\partial T}{\partial x_1^*}\right) & \left(ad^1 f, \frac{\partial T}{\partial x_1^*}\right) & \dots & \left(ad^{n-1} f, \frac{\partial T}{\partial x_1^*}\right) \end{bmatrix} \tag{1.4.25}$$

Alors, la matrice $T(x^*)$ s'obtient par intégration de la matrice Jacobienne (1.4.25).

La généralisation de [Bestle & Zeitz, 1983] au cas mutli-sortie a été faite dans [Birk & Zeitz, 1988; Zeitz, 1987]. Dans [Phelps, 1991], il est montré que pour des

systèmes autonomes (1.1.8) d'ordre supérieur à 2, le calcul de la transformation menant à une forme canonique observable se complique de plus en plus. Cette difficulté provient de la lourdeur de calculs nécessaires. Dans [Keller, 1987], les résultats sont étendus par une transformation d'état généralisé, à la linéarisation modulo injection de sortie, de l'entrée et ses dérivées. Le problème de cette technique est le besoin de résolution d'un certain nombre d'équations différentielles aux dérivées partielles, dont le nombre augmente rapidement avec l'ordre. Ainsi cette technique est plus dédiée aux systèmes de dimension faible. Ensuite, le problème de la réduction de l'ordre de dérivation des entrées a été étudié dans [Delaleau & Respondek, 1992; Proychev & Mishokov, 1993] dans le cas mono-sortie. Dans [Plestan & Glumineau, 1997], les travaux précédents sont généralisés pour le cas mutli-sortie.

Une autre technique de synthèse d'observateur pour un système autonome (1.1.8) a été présentée dans [Kazantzis & Kravaris, 1998]. Cette technique se base sur une transformation de coordonnées appropriée sans l'exigence de la linéarité de la sortie. Une amélioration de cette technique est donnée dans [Krener & Xiao, 2001] où une généralisation au cas mutli-sorties est donnée de plus.

D'autres travaux ont été menés dans la littérature afin d'élargir la classe des systèmes pouvant être traités par transformation dans la forme canonique observable. Le lecteur intéressé peut regarder des références comme [Nicosia et al., 1986; Nicosia et al., 1989; Nam, 1997; Hammouri & Kinnaert, 1996].

En conclusion ce type d'observateur s'avère avantageux dans la mesure où il est possible de trouver la transformation. Pourtant, il présente différents inconvénients tels que :

- La difficulté de trouver toujours une transformation mettant le système sous forme canonique.
- La difficulté, en général, de trouver des systèmes équivalents sous telle forme canonique.
- Les conditions très restrictives, sur lesquelles, est basée l'approche, sont rarement satisfaites dans la pratique.
- La robustesse n'est pas assurée à cause des dérivations successives de f et h.

1.4.4 Observateurs "à grand gain"

Il a été mentionné précédemment, qu'en général, l'observabilité des systèmes non linéaires dépend de l'entrée. Pourtant, il y a des systèmes observables indépendamment de l'entrée. Cette classe de systèmes est dite uniformément observable. Il a été montré dans [Gauthier & Bornard, 1981] que les systèmes mono-sortie affines en la commande

qui sont uniformément observables peuvent être transformés localement par un changement adapté de coordonnées dans une forme canonique constituée de deux parties : la première est observable linéaire alors que la deuxième qui est commandée, est non linéaire et possède une structure triangulaire.

Pour les systèmes précédents, un observateur appelé "à grand gain" a été proposé dans les travaux menés par [Gauthier et al., 1992*b*], [Deza et al., 1992] et [Tornambè, 1992]. Cela est basé sur des hypothèses du type Lipschitz sur les non linéarités. Plus précisément, la classe des systèmes considérés est de la forme :

$$\begin{aligned} \dot{x} &= f(x) + g(x)u \\ y &= h(x) \end{aligned} \tag{1.4.26}$$

Pour ces systèmes, supposons qu' une application Φ est définie comme suit

$$\Phi = \begin{pmatrix} h(x) \\ L_f h(x) \\ \vdots \\ L_f^{n-1} h(x) \end{pmatrix} \tag{1.4.27}$$

Φ est un difféomorphisme qui transforme le système (1.4.26) sous la forme suivante :

$$\begin{aligned} \dot{x} = \begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \vdots \\ \dot{x}_{n-1} \\ \dot{x}_n \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} x_2 \\ x_3 \\ \vdots \\ x_n \\ \varphi(x) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} g_1(x_1) \\ g_2(x_1, x_2) \\ \vdots \\ g_{n-1}(x_1, \ldots, x_{n-1}) \\ g_n(x_1, \ldots, x_n) \end{bmatrix} u \\ &= F(x) + G(x)u \\ y = x_1 &= Cx \end{aligned} \tag{1.4.28}$$

A savoir

- ♯ chaque $g_i(\bar{x}_i)$ est globalement Lipschitz (avec $\bar{x}_i = (x_1, \ldots, x_i)^T$).
- ♯ Au moyen d'une fonction C^∞ globalement Lipschitz sur $\mathbb{R}^n$, il est possible d'étendre φ de Ω (sous-ensemble sur lequel le système (1.4.26) est observable), pour tout $\mathbb{R}^n$.

Le système (1.4.28) est supposé être uniformément observable. Le système dynamique défini par l'équation suivante :

$$\dot{\hat{x}} = f(\hat{x}) + g(\hat{x})u - S_\infty^{-1} C^T (C\hat{x} - y) \tag{1.4.29}$$

constitue un observateur pour le système (1.4.28) avec S_∞ est la solution de

$$0 = -\theta S_\infty - A^T S_\infty - S_\infty A + C^T C$$

A et C sont définies par :

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & & & \ddots & & \vdots \\ \vdots & & & & \ddots & \vdots \\ 0 & & \dots & & 0 & 1 \\ 0 & & \dots & & & 0 \end{bmatrix}, \quad C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \dots & 0 \end{bmatrix}$$

De plus θ est à définir suffisamment grand de telle façon à pouvoir bien adapter la vitesse de convergence, plus précisément :

$$\|\hat{x}(t) - x(t)\| \leq K(\theta) \exp(-\theta t/3) \|\hat{x}_0 - x_0\| \tag{1.4.30}$$

Pour l'observateur en cours, le gain est défini en considérant la partie linéaire du système alors que l'influence de la non linéarité est atténuée par le choix d'une valeur suffisamment grande de θ. C'est ainsi que cet observateur est appelé "à grand gain".
Le système (1.4.26) peut être représenté par une autre façon en appliquant le changement non-linéaire de coordonnées Φ. La nouvelle forme est la suivante :

$$\begin{aligned} \dot{x} &= Ax + g(x, u) \\ y &= Cx \end{aligned} \tag{1.4.31}$$

Les matrices A et C ont la même forme (1.4.30) ainsi la fonction $g(x, u)$ possède la même structure précédemment définie. L'observateur proposé dans ce cas est représenté comme suit :

$$\dot{\hat{x}} = A\hat{x} + g(\hat{x}, u) - S_\infty^{-1} C^T (C\hat{x} - y) \tag{1.4.32}$$

où S_∞ est la même définie dans (1.4.29).

La structure du gain constant $S_\infty^{-1} C^T$ est définie dans [Busawon et al., 1998] par la décomposition suivante :

$$S_\infty^{-1} C^T = \Delta_\theta^{-1} K$$

où

$$K = \mathrm{col}\Big(C_n^1, C_n^2, \dots, C_n^n\Big)$$

$$C_n^p = \frac{n!}{(n-p)!p!}, \quad \Delta_\theta = \mathrm{diag}\Big[\frac{1}{\theta}, \frac{1}{\theta^2}, \ldots, \frac{1}{\theta^n}\Big]$$

La forme précédente n'est pas unique. En fait, l'essentiel est de choisir le vecteur K de façon à garantir la stabilité de la matrice $(A-KC)$ [Bornard & Hammouri, 1991]. Ainsi, l'observateur (1.4.32) peut être reformulé simplement comme :

$$\dot{\hat{x}} = A\hat{x} + g(\hat{x}, u) - \Delta_\theta^{-1} K(C\hat{x} - y) \tag{1.4.33}$$

Dans un autre travail mené par [Busawon & de Leon-Morales, 2000], le gain constant est remplacé par un gain pondéré, qui est fonction de l'état estimé et de l'entrée ; l'observateur incorpore une partie de la non linéarité en termes d'une matrice Jacobienne. Cette méthode engendre plus de robustesse vis à vis du bruit de mesure que l'observateur (1.4.29). Par contre la conception de l'observateur suppose une connaissance parfaite du modèle du système, du fait que les non linéarités sont introduites d'une façon explicite dans l'observateur ; ce qui entraîne une forte sensibilité de cet observateur aux erreurs du modèle.

D'autre part, le cas des systèmes généraux (1.1.1) a été étudié dans [Gauthier & Kupka, 1994]. Les systèmes sont transformés en :

$$\left.\begin{aligned} \dot{x} &= \psi(x, u) \\ y &= \psi_0(x, u) \end{aligned}\right\} = F(x, u) \tag{1.4.34}$$

$\psi(x, u)$ est définie par la structure triangulaire définie comme suit :

$$\psi(x, u) = \begin{bmatrix} \psi_1(x_1, x_2, u) \\ \psi_2(x_1, x_2, x_3, u) \\ \vdots \\ \psi_n(x, u) \end{bmatrix} \tag{1.4.35}$$

L'observateur à grand gain, dans ce cas, est donné par :

$$\dot{\hat{x}} = \psi(\hat{x}, u) - \Delta_\theta^{-1} K(\psi_0(\hat{x}, u) - y) \tag{1.4.36}$$

Une autre structure pour cet observateur a été définie dans [Busawon & Saif, 1999] et une généralisation au cas mutli-sorties a été présentée dans [Hou et al., 2000]. Au niveau d'applications, ce type d'observateur a été utilisé pour la détection des défaillances dans [Hammouri et al., 1999], [Persis & Isidori, 2001].

Un autre type d'observateur exponentiel a été proposé dans [Ciccarella et al., 1993]. L'avantage de cette approche par rapport à l'approche proposée dans [Gauthier et al., 1992*b*] est que l'observateur dans les nouvelles coordonnées (obtenues par

transformations non linéaires), n'a pas besoin d'une structure triangulaire, pourtant, l'observateur a un degré relatif n. Ainsi, dans le cas où le système a un degré relatif inférieur à n, l'observateur exige des dérivées de l'entrée u, ce qui entraîne une augmentation de l'observateur avec une partie pour l'estimation des dérivées. Une extension de cet observateur au cas multi-sortie est présentée dans [Dalla-Mora et al., 2000]

Finalement, pour conclure, cet observateur présente plusieurs avantages dont la réponse exponentielle assez rapide obtenue par augmentation de la valeur de θ. Cependant, plusieurs inconvénients se présentent pour cette classe d'observateurs dont la difficulté d'obtenir une structure triangulaire et la sensibilité au bruit pour un gain choisi très grand.

1.4.5 Observateurs adaptatifs

Des lois physiques sont souvent très utilisées pour modéliser des systèmes faisant intervenir des phénomènes bien connus. La majeure partie de ces modèles décrivant les phénomènes physiques ou mécaniques sont souvent paramétrés par diverses valeurs : des valeurs de masse, de résistance électrique, etc. Il s'agit donc de systèmes dits paramétriques. Dans la pratique, il est souvent nécessaire d'estimer en même temps l'état et les paramètres inconnus du modèle. C'est ainsi que les observateurs adaptatifs sont nés. Leur principe est de combiner la connaissance a priori sur le système avec les mesures en ligne de l'entrée et de la sortie afin d'estimer en même temps l'état et/ou les paramètres. Le concept de l'observateur adaptatif date depuis les années 1970 et depuis ce temps, plusieurs études ont été faites. Les travaux présentés dans [Kreisselmeier, 1977; Kreisselmeier, 1979; Lüders & Narendra, 1973; Lüders & Narendra, 1974*a*; Lüders & Narendra, 1974*b*] ont proposé les premiers observateurs stables pour des systèmes linéaires temps-variant.

Le travail présenté dans [Bastin & Gevers, 1988] a proposé un observateur adaptatif non linéaire pour des systèmes mono-entrée/mono-sortie en se basant sur les concepts développés dans [Lüders & Narendra, 1974*a*]. Il s'agit des systèmes qui peuvent être transformés dans une forme canonique observable. Plus précisément, les systèmes considérés ont la forme suivante :

$$\begin{aligned} \dot{x} &= f(x, u, p) \\ y &= x_1 \end{aligned} \tag{1.4.37}$$

où

- $x \in \mathbb{R}^n$ est le vecteur d'état.
- $u \in \mathbb{R}$ est l'entrée de commande mesurée.
- $y \in \mathbb{R}$ est la sortie mesurée

♯ $p \in \mathbb{R}^q$ est le vecteur de paramètres inconnus, bornés et temps-variant.

En utilisant une transformation non linéaire de (x, p) à (ξ, θ) paramétrée par $(n-1)$ paramètres $(c_2, \ldots, c_n)$, le système non linéaire (1.4.37) est transformé dans une forme canonique observable, plus précisément :

$$\begin{bmatrix} \xi \\ \theta \end{bmatrix} = T(x, p, c_2, \ldots, c_n) \quad ; \quad T(.) \in \mathbb{R}^{n+m} \tag{1.4.38}$$

L'objectif est d'obtenir les équations du système dans les nouvelles coordonnées sous la forme :

$$\begin{aligned} \dot{\xi} &= R\xi + \Omega[\omega(t)]\theta(t) + g(t) \\ y &= \xi_1 \end{aligned} \tag{1.4.39}$$

où

- ♯ $\xi \in \mathbb{R}^n$ est le vecteur d'état (de même dimension que x).
- ♯ $\theta \in \mathbb{R}^m$ est le vecteur de paramètres inconnus, temps-variant (estimés en ligne).
- ♯ $\omega \in \mathbb{R}^s$ est un vecteur de fonctions connues de $u(t)$.
- ♯ $\Omega[\omega(t)]$ est une matrice de dimension $(n \times m)$. Tous les éléments de cette matrice sont de la forme $\Omega_{ij}[\omega(t)] = \alpha_{ij}^T \omega(t)$ ($\alpha_{ij} \in \mathbb{R}^s$ sont des constantes connues, $g(t)$ est un vecteur de fonctions connues dans le temps).
- ♯ R est une matrice constante connue de dimension $n \times n$ de la forme suivante :

$$R = \left[\begin{array}{c|c} 0 & k^T \\ \hline 0 & \\ \vdots & F(c_1, \ldots, c_n) \\ 0 & \end{array}\right] \tag{1.4.40}$$

où

- $k^T = [k_2, \ldots, k_n]$ avec $(k_2, \ldots, k_n)$ des constantes connues.
- $F(c_2, \ldots, c_n)$ est une matrice constante de dimension $(n-1) \times (n-1)$. Ses valeurs propres peuvent être choisies d'une façon libre par un choix propre des paramètres constants $(c_2, \ldots, c_n)$ (Typiquement $F = \text{diag}(-c_2, \ldots, -c_n)$ avec $c_i > 0$).

La forme canonique précédente, canonique et observable, est linéaire en fonction des quantités inconnues ξ et θ par contre $\Omega[\omega(t)]$ est une fonction connue de $u(t)$ et $y(t)$ qui peut être non linéaire. Par conséquent, l'observateur suivant peut être utilisé :

$$\dot{\hat{\xi}}(t) = R\hat{\xi}(t) + \Omega[\omega(t)]\hat{\theta}(t) + g(t) + \begin{bmatrix} c_1 \tilde{y}(t) \\ V(t)\dot{\hat{\theta}}(t) \end{bmatrix} \tag{1.4.41}$$

$$\hat{y}(t) = \hat{\xi}_1 \quad ; \quad \tilde{y}(t) = y(t) - \hat{y}(t)$$

où

- c_1 est une constante positive.
- $\dot{\hat{\theta}}(t)$ est la loi d'adaptation qui donne les estimés des paramètres. Elle est définie par :

$$\dot{\hat{\theta}}(t) = \Gamma \phi(t) \tilde{y}(t) \tag{1.4.42}$$

- $\tilde{y}(t)$ est l'erreur d'estimation de la sortie.
- Γ est une matrice définie positive. elle est normalement choisie telle que $\Gamma = \text{diag}(\gamma_i, \ldots, \gamma_m)$ avec $\gamma_i > 0$
- $\phi(t)$ est le vecteur souvent appelé "régresseur". Il contient l'information mesurée sur les entrées et les sorties du système.

Par ailleurs, le vecteur $\phi(t)$ est généré par l'introduction d'un filtre auxiliare en utilisant les mesures actuelles. Le filtre a pour équations :

$$\begin{aligned} \dot{V}(t) &= FV(t) + \bar{\Omega}[\omega(t)] \\ \phi(t) &= V^T(t)k + \Omega_1^T[\omega(t)] \\ V(0) &= 0 \end{aligned} \tag{1.4.43}$$

avec

$$\Omega = \begin{bmatrix} \Omega_1 \\ \bar{\Omega} \end{bmatrix}$$

Ω_1 définit la première ligne de $\Omega[\omega(t)]$ et $\bar{\Omega}$ les lignes restantes.

Sous l'hypothèse de la persistance des excitations, l'observateur (1.4.41) garantit la convergence asymptotique des estimations des variables d'état et du vecteur de paramètres θ.

En plus, d'autres relations pour la forme canonique observable ont été présentées dans la littérature. Dans [Marino & Tomei, 1992] un observateur adaptatif assurant la convergence exponentielle des estimations pour les états même sans la persistance des excitations, a été proposé. En se basant sur les résultats de [Kreisselmeier, 1977], l'observateur adaptatif proposé dans [Marino & Tomei, 1995] permet d'assurer un taux aléatoire de convergence exponentielle des erreurs d'estimation des états et des paramètres dans le cas où la persistance d'excitation est satisfaite. Pourtant, l'application de tous ces résultats est limitée aux systèmes non linéaires dont il est possible de linéariser la dynamique par un changement de coordonnées avec injection de sortie. Une telle condition s'avère restrictive car l'existence d'une telle transformation linéarisante

est insuffisante pour la synthèse. En réalité, cette approche se base sur une hypothèse entraînant la possibilité de faire tout le développement précédent.

D'autres approches ont été proposées dans [Besançon, 2000; Cho & Rajamani, 1997] où la synthèse de l'observateur adaptatif ne nécessite pas que le système soit linéarisable. L'approche consiste à supposer l'existence d'une fonction de Lyapunov respectant des conditions particulières. Le problème dans ce cas est l'absence de manière systématique de conception de l'observateur. Une autre méthode pour la synthèse d'un observateur adaptatif pour des systèmes non linéarisables a été présentée dans [Zhang & Xu, 2001]. Cette méthode est basée sur l'utilisation combinée d'un observateur adaptatif linéaire avec les observateurs à grand gain.

Comme exemple d'applications, la forme canonique observable adaptative a été utilisée dans [Frank et al., 1999; Besançon & Zhang, 2002] pour la détection des défaillances.

En conclusion, un rappel sur quelques avantages et quelques inconvénients de cet observateur est donné : Par rapport à d'autres observateurs qui considèrent les valeurs nominales des paramètres, cet observateur a l'avantage d'être robuste vis à vis des variations paramétriques grâce à l'estimation des valeurs de ces paramètres. Comme inconvénients, il y a la difficulté de vérifier les hypothèses et de trouver le changement de coordonnées linéarisant.

1.4.6 Linéarisation Étendue

Une autre technique de synthèse d'observateurs non linéaires, basée sur les outils linéaires, a été développée par [Baumann, 1988; Baumann & Rugh, 1986*a*; Baumann & Rugh, 1986*b*; Baumann & Rugh, 1987]. Le principe de cette méthodologie est de calculer le gain de l'observateur pour placer les valeurs propres de l'équation linéarisée de l'erreur à des valeurs spécifiques, qui sont localement invariantes par rapport au point de fonctionnement. La classe des systèmes considérée dans ce cas est de la forme :

$$\begin{aligned} \dot{x} &= f(x,u) \\ y &= h(x) \end{aligned} \tag{1.4.44}$$

où les fonctions f et h sont analytiques et :

$$f(.,.) : \mathbb{R}^n \times \mathbb{R} \to \mathbb{R}, \quad f(0,0) = 0$$

$$h(.) : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^p, \quad h(0) = 0$$

Soit les hypothèses suivantes :

- ✓ Un ensemble de points d'équilibre, dénotés par $u = \epsilon$ et $x = x_\epsilon = x(\epsilon)$ est supposé existant pour le système précédent.
- ✓ $\left[\partial f/\partial x(0,0)\right]$ est supposé inversible à un voisinage de l'origine

La méthodologie présentée ici permet la synthèse d'un observateur qui place les valeurs propres de l'équation différentielle de l'erreur linéarisée autour des points d'équilibre. L'observateur proposé obéit à :

$$\begin{aligned} \dot{\hat{x}} &= f(\hat{x}, u) + g(y) - g(\hat{x}) \\ \hat{y} &= h(\hat{x}) \end{aligned} \tag{1.4.45}$$

où $g(.) : \mathbb{R}^p \to \mathbb{R}^n$ est analytique avec $g(0) = 0$. Soit l'erreur d'estimation notée par $e = x - \hat{x}$ et dont la dynamique :

$$\dot{e} = f(x, u) - f(x - e, u) - g(y) + g(\hat{x}) \tag{1.4.46}$$

Notons que si $u = \epsilon$ alors $x = x_\epsilon$ et $\hat{y}_\epsilon = y_\epsilon = h(x_\epsilon)$ est un point d'équilibre de (1.4.44) et (1.4.46). En linéarisant l'équation (1.4.46) autour de ce point, la relation suivante s'obtient :

$$\dot{e} = [D_1 f(x_\epsilon, \epsilon) - Dg(y_\epsilon) Dh(x_\epsilon)]e \tag{1.4.47}$$

où

$$Dh(x) = \frac{\partial h(x)}{\partial x}, \quad Dg(y) = \frac{\partial g(y)}{\partial y}, \quad D_1 f(x, u) = \frac{\partial f(x, u)}{\partial x}$$

De plus, soit les hypothèses suivantes :

- Le système est complètement observable autour de 0 (c-à-dire la paire $[D_1 f(0,0), Dh(0)]$ est une paire observable).
- La condition suivante est remplie :

$$Dy_\epsilon|_{\epsilon=0} = \frac{\partial y_\epsilon}{\partial \epsilon}|_{\epsilon=0} = Dh(0) Dx_\epsilon(0) \neq 0$$

L'objectif dans ce cas est de trouver une fonction analytique $g(.)$ pour synthétiser l'observateur, tel que l'équation (1.4.47) admette des valeurs propres invariantes par rapport à ϵ. La procédure suivie est la suivante :

- Il est remarquable que les valeurs propres de (1.4.47) sont les mêmes que celles de $[D_1 f(x_\epsilon, \epsilon)^T - Dh(x_\epsilon)^T Dg(y_\epsilon)^T]$.

- Or la paire $[D_1 f(0,0), Dh(0)]$ est supposée être complètement observable, par conséquent, la paire $[D_1 f(0,0)^T, Dh(0)^T]$ est complètement contrôlable.

- Soit :

  - $A = D_1 f(x_\epsilon, \epsilon)^T$, $B = Dh(x_\epsilon)^T$ et $K(s) = k_0 + k_1 s + \ldots + s^n$ le polynôme caractéristique désiré de (1.4.47)

- Une formule de placement de pôles est utilisée afin de trouver une fonction C_ϵ ($C(.) : \mathbb{R} \to \mathbb{R}^{p \times n}$) tel que $[D_1 f(x_\epsilon, \epsilon)^T - Dh(x_\epsilon)^T C(y_\epsilon)]$ ait des valeurs propres spécifiques invariantes par rapport à ϵ. Ceci est possible s'il existe une fonction analytique g tel que l'équation aux dérivées partielles suivante soit satisfaite :

  $$Dg(y_\epsilon)^T = C(\epsilon) = l_1 \cdot K(A)$$

  où l_1 est la dernière ligne de l'inverse de la matrice de contrôlabilité $\begin{bmatrix} B & AB & \ldots & A^{n-1} \end{bmatrix}$ et $K(A) = k_0 I + k_1 A + \ldots + A^n$; par conséquent, les valeurs propres de l'équation de l'erreur linéarisée (1.4.47) sont indépendantes de ϵ.

- Soit $\hat{g}(\epsilon) = g(y_\epsilon)$, alors :

  $$D\hat{g}(\epsilon) = \frac{\partial g}{\partial y_\epsilon} \frac{\partial y_\epsilon}{\partial \epsilon} = C^T(\epsilon) D y_\epsilon \tag{1.4.48}$$

  où $C^T(\epsilon) = [c_1(\epsilon), \ldots, c_p(\epsilon)]$ ($c_i(\epsilon)$ sont $(n \times 1)$ vecteurs.

- Dy_ϵ peut être calculé connaissant la partie droite de (1.4.48). De plus, $\hat{g}(\epsilon)$ peut être obtenu en intégrant (1.4.48) par rapport ϵ. En supposant que $Dy_{\epsilon_1} \neq 0$ (Dy_{ϵ_1} est le premier élément de Dy_ϵ), sans perte de généralité, alors il existe une fonction inverse $y_{\epsilon_1}^{-1}(.)$ tel que $y_{\epsilon_1}^{-1}(y_{\epsilon_1}) = \epsilon$.

- Par conséquent la fonction g s'obtient comme suit :

  $$g(y) = \hat{g}(y_{\epsilon_1}^{-1}(y_1)) + \sum_{j=2}^{p} c_j(y_{\epsilon_1}^{-1}(y_1))[y_j - y_{\epsilon j}(y_{\epsilon_1}^{-1}(y_1)] \tag{1.4.49}$$

  Ainsi, en se basant sur l'équation précédente, la relation suivante est vraie :

  $$Dg(y)|_{y=y_\epsilon} = C^T(\epsilon) \tag{1.4.50}$$

Généraliser la procédure décrite pour le cas multiples entrées n'est pas complètement directe. Dans ce cas, la conception de l'observateur se complique car ϵ devient un vecteur de dimension m (m entrées), ainsi, il est nécessaire de faire intervenir les m équations aux dérivées partielles (1.4.48) pour déterminer la fonction g.

Pour conclure, cette technique d'observateur s'avère intéressante si la fonction g peut être trouvée. Pourtant, elle possède quelques inconvénients :

- La complexité de la synthèse d'observateur dans le cas de multiples entrées.
- La difficulté de trouver la fonction g, même dans le cas d'une entrée scalaire. En effet, il faut chercher tous les points d'équilibre, qui n'existent pas parfois. De plus l'intégration de n équations différentielles par rapport à ϵ engendre généralement un calcul lourd et difficile.
- Même lors de présence de points d'équilibre, il n'est pas évident que les transitoires pendant lesquelles les estimations sont effectuées passent dans un voisinage de ces points. C'est ainsi que l'observateur est synthétisé pour travailler localement autour d'un point d'équilibre du système.

1.4.7 Observateurs par modes glissants

En réalité, toutes les techniques décrites avant cette partie supposent une connaissance parfaite du processus. Afin d'améliorer la robustesse vis à vis des erreurs de modélisation et les incertitudes, la théorie des modes glissants (ou "la théorie des systèmes à structure variable") peut être utilisée tels que décrite dans [Iktis, 1976; Slotine, 1984; Utkin, 1977].

Dans [Walcott et al., 1987; Walcott & Zak, 1987], les premiers travaux abordant la théorie des systèmes à structure variable pour la synthèse des observateurs pour des systèmes dynamiques incertains, ont été présentés. Les systèmes considérés dans ce cas ont la forme suivante :

$$\begin{aligned} \dot{x} &= Ax + f(x,t) \\ y &= Cx \end{aligned} \tag{1.4.51}$$

où

- A est une matrice connue constante de dimension $(n \times n)$.
- C est une matrice connue constante de dimension $(p \times n)$.
- La fonction $f(.)$ supposée continue en x est utilisée pour décrire les incertitudes non linéaires du système.

Afin de synthétiser l'observateur, les hypothèses suivantes doivent être satisfaites :

1. (A, C) est une paire observable, par conséquent, il existe une matrice K de dimension $(n \times p)$ telle que les valeurs propres de la matrice $(A - KC)$ sont aussi négatives que désiré.
2. Il existe une fonction $h(x, t)$ qui satisfait :

$$f(x, t) = P^{-1}C^T h(x, t) \tag{1.4.52}$$

où P est une matrice constante symétrique définie positive de dimension $(n \times n)$, solution de l'équation de Lyapunov :

$$(A - KC)^T P + P(A - KC) = -Q \tag{1.4.53}$$

Q est une matrice constante définie positive de dimension $(n \times n)$.

3. Il existe une fonction $\rho(t)$ telle que :

$$\|h(x, t)\| \leq \rho(t) \tag{1.4.54}$$

En considérant les hypothèses précédentes, la structure de l'observateur proposé est :

$$\dot{\hat{x}} = (A - KC)\hat{x} + \kappa(\hat{x}, y, t) + Ky \tag{1.4.55}$$

avec

$$\kappa(\hat{x}, y, t) = \begin{cases} \frac{P^{-1}C^T C(x-\hat{x})}{\|C(x-\hat{x})\|}\rho(t) & C(x - \hat{x}) \neq 0 \\ 0 & C(x - \hat{x}) = 0 \end{cases}$$

Il faut noter que le terme précédent $\kappa(\hat{x}, y, t)$ peut engendrer un phénomène d'oscillations haute fréquence. Il est possible d'éviter ce phénomène par certaines solutions par contre comme conséquence, l'erreur d'estimation obtenue ne tend pas vers 0.
Un autre observateur a été conçu dans [Dawson et al., 1992] pour le système (1.4.51) :

$$\dot{\hat{x}} = (A - KC)\hat{x} + Ky + \frac{P^{-1}C^T C(x - \hat{x})\rho^2}{\|C(x - \hat{x})\rho(t) + \epsilon . \exp^{-\beta t}} \tag{1.4.56}$$

où

♯ ϵ et β sont constantes scalaires positives.

Cet observateur est continu. De plus, il est montré que l'erreur $e = (x - \hat{x})$ est globalement exponentiellement stable. Pourtant, le problème des deux approches précédentes est qu'ils doivent respecter la condition (1.4.52) qui est très restrictive et souvent non satisfaite. Une autre technique de synthèse d'observateurs a été proposée par [Slotine, 1984; Slotine et al., 1986*a*; Slotine et al., 1986*b*], il s'agit des observateurs par modes glissants. Dans [Slotine et al., 1986*b*], l'observateur possède une structure semblable à l'observateur de

Luenberger, mais, une partie corrective en boucle fermée sous la forme d'une transformation avec gains constants, a été ajoutée. La classe des systèmes considérés est en forme compagnon, soit :

$$\begin{aligned} x_1^{(n)} &= f(x,t) \\ y &= x_1 \end{aligned} \tag{1.4.57}$$

L'observateur à modes glissants proposé pour le système précédent a la forme :

$$\begin{aligned} \dot{\hat{x}}_1 &= \hat{x}_2 + k_1(x_1 - \hat{x}_1) + \bar{k}_1 \mathrm{sgn}(x_1 - \hat{x}_1) \\ \dot{\hat{x}}_2 &= \hat{x}_3 + k_2(x_1 - \hat{x}_1) + \bar{k}_2 \mathrm{sgn}(x_1 - \hat{x}_1) \\ &\vdots \\ \dot{\hat{x}}_n &= f(\hat{x},t) + k_n(x_1 - \hat{x}_1) + \bar{k}_n \mathrm{sgn}(x_1 - \hat{x}_1) \end{aligned} \tag{1.4.58}$$

Soit l'erreur définie par $e_i = x_i - \hat{x}_i, \quad i = 1, 2, \ldots, n$, l'erreur a donc l'équation dynamique suivante :

$$\begin{aligned} \dot{e}_1 &= e_2 - k_1 e_1 - \bar{k}_1 \mathrm{sgn}(e_1) \\ \dot{e}_2 &= e_3 - k_2 e_1 - \bar{k}_2 \mathrm{sgn}(e_1) \\ &\vdots \\ \dot{e}_n &= \triangle f - k_n(e_1) - \bar{k}_n \mathrm{sgn}(e_1) \end{aligned} \tag{1.4.59}$$

avec

- $\triangle f = f(x,t) - f(\hat{x},t)$.
- Les valeurs constantes k_i sont choisies de façon à pouvoir placer les pôles à des places désirées (comme dans le cas de l'observateur de Luenberger où $\bar{k}_i = 0, \quad i = 1, \ldots, n$).
- La fonction signe est définie comme suit :

$$\mathrm{sgn}(t) = \begin{cases} -1 & \text{si} \quad t < 0 \\ 0 & \text{si} \quad t = 0 \\ 1 & \text{si} \quad t > 0 \end{cases}$$

La fonction ainsi définie s'appelle fonction de glissement ; elle est fonction de e_1 et dénotée par $s = e_1$ alors que la condition de glissement est représentée par :

$$\frac{1}{2}\frac{d}{dt}s^2 \leq \eta|s|$$

ou par :

$$\frac{d}{dt}s = -\eta \text{sgn}(s)$$

où η est une constante positive.

Pour mener e_1 à sa surface de glissement, le signe de $\dot{e}_1$ doit être contraire à celui de e_1. Cela est satisfait si $\bar{k}_1$ est donnée par :

$$\bar{k}_1 \geq \eta + F \tag{1.4.60}$$

où

- F est une constante positive acquise sous l'hypothèse que $\triangle f$ ait une dynamique clairement bornée ($|\triangle f| \leq F$).

Par conséquent, l'inégalité précédente peut engendrer une orientation des trajectoires variantes vers la direction de la surface $s(t) = 0$ où l'erreur de l'estimation $e_1 = 0$.

Appliquons la technique de dynamique équivalente [Slotine & Li, 1991]. En combinant d'une manière convexe la dynamique sur les deux côtes de la surface $s(t)$, l'équation dynamique suivante s'obtient :

$$\begin{aligned}
\dot{e}_1 &= \gamma(e_2 + k_1 e_1 + \bar{k}_1) + (1-\gamma)(e_2 + k_1 e_1 - \bar{k}_1) \\
\dot{e}_2 &= \gamma(k_2 e_1 + \bar{k}_2) + (1-\gamma)(k_2 e_1 - \bar{k}_2) \\
&\vdots \\
\dot{e}_n &= \gamma(k_n e_n + \bar{k}_n) + (1-\gamma)(k_n e_n - \bar{k}_n)
\end{aligned} \tag{1.4.61}$$

Les conditions de glissement et l'inégalité (1.4.60) entraînent une dynamique nulle de la surface de glissement ($\dot{s} = \dot{e}_1 = 0$), ce qui implique :

$$\gamma(e_2 + k_1 e_1 + \bar{k}_1) + (1-\gamma)(e_2 + k_1 e_1 - \bar{k}_1) = 0$$

Pour $s = e_1 = 0$:

$$\gamma = \frac{\bar{k}_1 - e_2}{2\bar{k}_1} \tag{1.4.62}$$

Remplaçons (1.4.62) dans le système (1.4.61), d'où un observateur glissant d'ordre réduit ayant la forme suivante :

$$\begin{aligned}
\dot{e}_2 &= -(\bar{k}_2/\bar{k}_1)e_2 \\
\dot{e}_3 &= -(\bar{k}_3/\bar{k}_1)e_2 \\
&\vdots
\end{aligned} \tag{1.4.63}$$

$$\dot{e}_n = -(\bar{k}_n/\bar{k}_1)e_n$$

Les $(n-1)$ pôles sur la surface de glissement sont donnés par :

$$\det(\lambda I_{n-1} - \begin{bmatrix} -\bar{k}_2/\bar{k}_1 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ -\bar{k}_3/\bar{k}_1 & 0 & 1 & \dots & 0 \\ \vdots & & & \ddots & \\ \vdots & & & \dots & 1 \\ -\bar{k}_n/\bar{k}_1 & 0 & 0 & \dots & 0 \end{bmatrix}) = 0 \tag{1.4.64}$$

où I_{n-1} est la matrice d'identité d'ordre $(n-1)$. Ainsi en choisissant d'une façon appropriée les rapports (k_i/k_1), il est possible de placer arbitrairement les pôles du comportement dynamique sur la surface de glissement. Pour les k_i :

- k_1 est calculé en se basant sur l'équation (1.4.60).
- Les autres $k_i, \quad i = 2, \dots, n$ sont définis afin de garantir à la dynamique associée à la région de glissement, l'amortissement d'une façon critique. Plus précisément, cette dynamique doit posséder tous les pôles réels et égaux à une constante positive ζ.

Pour les systèmes multi-sortie et n'ayant pas la forme compagnon, plus précisément, les systèmes de la forme suivante :

$$\begin{aligned} \dot{x} &= f(x,t) \\ y &= Cx \end{aligned} \tag{1.4.65}$$

l'observateur à modes glissants est défini par :

$$\dot{\hat{x}} = f(\hat{x},t) + K(y - C\hat{x}) + \bar{K}\upsilon_s \tag{1.4.66}$$

où

- ♯ K et $\bar{K}$ sont des matrices de gain de dimension $(n \times p)$.
- ♯ υ_s est le vecteur de dimension $(p \times 1)$, tel que,

$$\upsilon_s = \begin{bmatrix} \text{sgn}(y_1 - \hat{x}_1) & \text{sgn}(y_2 - \hat{x}_2) & \dots & \text{sgn}(y_p - \hat{x}_p) \end{bmatrix}$$

Deux techniques différentes ont été développées dans [Misawa & Hedrick, 1989] pour la détermination des matrices de gain K et $\bar{K}$. Ces techniques nécessitent certaines conditions particulières qui compliquent les procédures pour déterminer les gains de commutation. De plus, la question de la performance des observateurs n'est pas étudiée.

D'autres travaux traitant les observateurs par modes glissants se présentent dans

la littérature pour différents cas de systèmes et dans différents contextes d'applications. Le lecteur intéressé pourra regarder, à titre d'exemple, des références comme [Ahmed-Ali & Lamnabhi-Lagarrigue, 1999; Edwards et al., 2000].

En conclusion, C'est un observateur de forme simple avec un résultat robuste. Par contre, son inconvénient est de satisfaire différentes hypothèses qui sont restrictives mais nécessaires pour la conception de l'observateur.

1.4.8 Observateurs à horizon glissant

Les observateurs à horizon glissant (ou MHO : "Moving Horizon Observers" en anglais) font partie de la classe des estimateurs basés sur l'optimisation. Cette technique d'estimation a connu un intérêt accru ces dernières années et a été explicitement étudiée dans [Michalska & Mayne, 1995; Zimmer, 1994; Jang et al., 1986]. Son principe se résume par :

- Un vecteur de mesures est considéré sur un horizon temporel d'une certaine longueur N.
- Cet horizon de mesures ou fenêtre de mesure est avancé dans le temps. Ce qui implique que l'estimateur utilise le dernières N mesures pour estimer l'état

Par ailleurs, l'utilisation d'un certain nombre fini de mesures est simplement motivée par l'utilisation d'une mémoire finie et par le maintien d'une charge de calcul de l'optimisation en ligne raisonnable.

Définitions et Notations

D'une façon générale, la classe de systèmes considérés est de la forme [Alamir, 2007] :

$$x(t) = X(t, t_0, x_0) \tag{1.4.67}$$

$$y(t) = h(t, x(t)) \tag{1.4.68}$$

où

- $X : \mathbb{R}_+ \times \mathbb{R}_+ \times \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^n$ est une fonction qui donne l'état $x(t)$ du système à un instant t connaissant l'état $x(t_0) = x_0$ à un instant t_0. Cette fonction $X(\cdot, \cdot, \cdot)$ peut être obtenue en utilisant un modèle approprié du système (équations différentielles ordinaires (ODE's), équations algébriques différentielles (DAE's) ou même un simulateur hybride sophistiqué).
- $y(t) \in \mathbb{R}^{n_y}$ représente la sortie mesurée à l'instant t. En utilisant la même notation de l'état, la trajectoire de sortie est notée :

$$Y(\cdot, t_0, x_0) = h(X(\cdot, t_0, x_0)) \tag{1.4.69}$$

De plus, il faut noter que le terme t inclut les variables mesurés tels que l'entrée de contrôle et les paramètres à temps variants avec une évolution temporelle bien connue.

Si de plus les perturbations non mesurées $\omega \in \mathbb{R}^{n_\omega}$, et les bruits mesurés $\upsilon \in \mathbb{R}^{n_y}$ sont à considérer, le système (1.4.67-1.4.68) est remplacé par :

$$x(t) = X(t, t_0, x_0, \omega_{t_0}^t) \tag{1.4.70}$$

$$y(t) = h(t, x(t)) + \upsilon(t) \tag{1.4.71}$$

où

- ♯ $\omega_{t_0}^t$ représente les perturbations $\{\omega(\tau)\}_{\tau\in[t_0,t]}$ (il peut encore représenter les incertitudes sur le modèle).
- ♯ $\upsilon_{t_0}^t$ représente les bruits de mesure (la même notation que pour $\omega_{t_0}^t$).

De plus, il est supposé qu'une certaine connaissance est disponible sur les domaines admissibles des états, des perturbations et des bruits de mesure. Plus précisément :

$$x(t) \in \mathbb{X}(t) \subset \mathbb{R}^n \quad ; \quad \omega(t) \in \mathbb{W}(t) \subset \mathbb{R}^{n_\omega} \quad ; \quad \upsilon \in \mathbb{V}(t) \subset \mathbb{R}^{n_y} \tag{1.4.72}$$

$\mathbb{X}(\cdot)$, $\mathbb{W}(\cdot)$ et $\mathbb{V}(\cdot)$ sont des ensembles bien connus.

Les hypothèses précédentes permettent d'introduire les définitions suivantes [Alamir, 2007] :

Définition 1.4.2. (Configurations compatibles avec les mesures).
Soit l'intervalle $[t-T, T]$ et soit les mesures correspondants y_{t-T}^t. Une paire $(\xi, \mathbf{w}) \in \mathbb{X}(t-T)\times[\mathbb{R}^{n_\omega}]^{[t-T,T]}$ est dite "y_{t-T}^t compatible" si les conditions suivantes sont satisfaites pour tout $\sigma \in [t-T, t]$.

1. *$\omega(\sigma) \in \mathbb{W}(\sigma)$,*
2. *$X(\sigma, t-T, \xi,) \in \mathbb{X}(\sigma)$,*
3. *$y_{t-T}^t(\sigma) - Y(\sigma, t-T, \xi,) \in \mathbb{V}(\sigma)$.*

Quand ces conditions sont satisfaites, la notation suivante est utilisée :

$$(\xi, \mathbf{w}) \in \mathbb{C}(t, y_{t-T}^t) \tag{1.4.73}$$

pour représenter l'ensemble des paires "y_{t-T}^t compatibles". ⊙

En gros, une paire $(\xi, \mathbf{w})$ "y_{t-T}^t compatible" est une paire constituée d'un état initial à l'instant $t-T$ et de perturbations $\mathbf{w}$ définis sur $[t-T, t]$, tel que la trajectoire résultante de (1.4.70) satisfasse les conditions (1.4.72) sur $[t-T, t]$.

Définitions techniques

Afin d'introduire l'observateur à horizon glissant, les définitions suivantes s'avèrent nécessaires [Alamir, 2007] :

- ✓ Une fonction $\alpha : \mathbb{R}_+ \to \mathbb{R}_+$ est dite *de classe K* si elle est définie positive, continue, strictement monotone (croissante) et propre ($\lim_{x\to\infty} \alpha(x) = \infty$).
- ✓ Étant donné un ensemble fermé $\mathbb{S}$ d'un espace Euclidien $\mathbb{E}$, la fonction projection $P_{\mathbb{S}}$ suivante est définie :

$$P_{\mathbb{S}} : \mathbb{E} \to \mathbb{S} : P_{\mathbb{S}}(e) = \min_{\sigma\in\mathbb{S}} d(e - \sigma) \tag{1.4.74}$$

  où d est une distance qui dépend du contexte.
- ✓ Pour toute matrice A, $\underline{\sigma}(A)$ représente la plus petite valeur singulière de A.
- ✓ Étant donné une fonction $g(\cdot)$ continue par morceaux, définie sur un intervalle I et un entier i, soit les notations suivantes :

$$\|g(\cdot)\|_{L_i} = \int_I \|g(\tau)\|^i d\tau \quad ; \quad \|g(\cdot)\|_\infty = \sup_{\tau\in I} \|g(\tau)\|$$

- ✓ Étant donné une fonction multi-variable $f(x_1, x_2, \ldots)$, la dérivée partielle de f par rapport à x_i est simplement notée $f_{x_i}(x_1, x_2, \ldots)$.

Problème d'observation avec contraintes

En se basant sur les définitions précédentes, le problème d'observation peut être énoncé comme suit [Alamir, 2007] :

Définition 1.4.3. (Problème d'observation à horizon fini)
Le problème d'observation à horizon fini revient à choisir un certain horizon d'observation $T > 0$ et d'utiliser, à tout instant t, les informations disponibles, à savoir :

1. *les équations du système* (1.4.70)-(1.4.71)
2. *les mesures passées* y_{t-T}^t
3. *les contraintes* (1.4.72)
4. *certaines connaissances exogènes nécessaires*

dans le but de produire une estimation $\hat{x}(t)$ de l'état actuel $x(t)$.

Il faut noter que la nécessité d'avoir des connaissances additionnelles provient du fait que les trois premières informations disponibles (1)-(3) n'aident pas à choisir entre les différents états candidats, appartenant au sous-ensemble suivant :

$$\Omega_t = \left\{ X(t, t-T, \xi, \mathbf{w}) \quad | \quad (\xi, \mathbf{w}) \in \mathbb{C}(t, y_{t-T}^t) \right\} \tag{1.4.75}$$

En effet, les différents états dans $\Omega(t)$ appartiennent aux trajectoires qui respectent les contraintes et le niveau de bruit et sont ainsi des candidats également légitimes dans l'explication des mesures. Par conséquent, il y a une indétermination sauf si au moins une des conditions suivantes est satisfaite :

- ✓ $\Omega(t) = \{x(t)\}$.
- ✓ des critères additionnels sont considérés.

Le premier cas apparaît particulièrement lorsqu'il n'y a pas de perturbations ni des bruits de mesures ($\mathbb{W} = \{0\}$ et $\mathbb{V} = \{0\}$), à condition que, le système soit observable au sens trivial suivant :

Définition 1.4.4. (Observabilité uniforme des systèmes nominaux)[Alamir, 2007]
Le système (1.4.67)-(1.4.68) *est uniformément observable s'il existe un certain* $T > 0$ *et une fonction* α ***de classe K*** *tel que l'inégalité suivante est satisfaite :*

$$\int_{t-T}^{t} \|Y(\sigma, t-T, x^{(1)}) - Y(\sigma, t-T, x^{(2)}\|^2 d\sigma \geq \alpha(\|x^{(1)} - x^{(2)}\|) \tag{1.4.76}$$

pour tout $t \geq 0$ *et tout* $(x^{(1)}, x^{(2)}) \in \mathbb{X}(t-T) \times \mathbb{X}(t-T)$. ⊙

En effet, sous l'hypothèse d'absence de bruit et de perturbations, et pour des systèmes uniformément observables [Alamir, 2007] :

- Si $(X(t, t-T, \xi))$ appartient à Ω_t pour un ξ donné (voir (1.4.75)), donc, en se basant sur la condition 3 de la définition 1.4.2 :

  $$y_{t-T}^{t}(\sigma) = Y(\sigma, t-T, x(t-T)) = Y(\sigma, t-T, \xi) \quad \forall \sigma \in [t-T, T]$$

  ce qui implique (en considérant l'inégalité (1.4.76)) : $\alpha(\|x(t-T)-\xi\|) = 0$, ainsi, en tenant compte de la définition de α : $\xi = x(t-T)$. Par conséquent, les hypothèses ci-dessus impliquent que le seul élément dans Ω_t est $X(t, t-T, x(t-T)) = x(t)$.

Il est important de noter que la définition 1.4.4 comporte les contraintes de l'état or l'inégalité (1.4.76) doit être satisfaite sur l'ensemble $\mathbb{X}(t-T) \times \mathbb{X}(t-T)$ des paires admissibles.

D'autre part, dans le cas général de présence de bruit et de perturbations, Ω_t peut ne pas être un singleton, ainsi, un critère supplémentaire s'avère nécessaire pour choisir la meilleure candidate entre les paires $(\xi, \mathbf{w}) \in \mathbb{C}(t, y_{t-T}^{t})$ qui sera notée, $(\hat{\xi}(t), \hat{\mathbf{w}}(t))$. Ainsi la meilleure estimation $\hat{x}(t)$ est obtenue conformément à :

$$\hat{x}(t) = X(t, t-T, \hat{\xi}(t), \hat{\mathbf{w}}(t)) \tag{1.4.77}$$

Typiquement, le critère à définir peut se formuler par la recherche d'une paire $(\xi, \mathbf{w})$ qui minimise la fonction suivante :

$$J(t, \xi, \mathbf{w}) := \Gamma(t, \xi - \xi^*(t)) + \int_{t-T}^{t} L(\mathbf{w}(\sigma), \varepsilon_y(\sigma)) \tag{1.4.78}$$

où

- $\varepsilon_y(t)$ est définie par :

$$\varepsilon_y(t) = y_{t-T}^{t}(\sigma) - Y(\sigma, t-T, \xi, \mathbf{w}) \tag{1.4.79}$$

- $\xi^*(t)$ est valeur induite par l'estimation passée.

D'une façon plus précise, $(\hat{\xi}(t), \hat{\mathbf{w}}(t))$ est obtenu par la résolution du problème d'optimisation suivant :

$$P(t) \quad : \quad \min_{(\xi, \mathbf{w}) \in \Omega_t} J(t, \xi, \mathbf{w}) \tag{1.4.80}$$

Il faut noter que la définition précédente de J implique un terme additionnel via les poids relatifs à la perturbation $\mathbf{w}$ et à l'erreur de prédiction ε_y. Le compromis résultant rappelle celui introduit dans le filtre de Kalman lors de l'utilisation des pénalités égales aux inverses des matrices de covariance correspondantes, à savoir :

$$L(\omega, \varepsilon_y) = \omega^T Q^{-1} \omega + \varepsilon_y^T R^{-1} \varepsilon_y$$

Par ailleurs, le terme de pondération $\Gamma(\cdot, \cdot)$ (équation (1.4.8)), permet de pénaliser la distance entre ξ et une valeur particulière $\xi^*(t)$ qui peut condenser la connaissance passée à la bonne valeur de l'état à l'instant $t - T$. La valeur de $\xi^*(t)$ est généralement induite par l'estimation passée.

Paramétrisation temporelle des incertitudes

La synthèse d'un observateur non linéaire nécessite la paramétrisation temporelle des incertitudes lors de l'utilisation de (1.4.77)-(1.4.80)[Alamir, 2007]. Comme $\mathbf{w}$ définit l'incertitude sur l'intervalle $[t-T, t]$, la variable de décision $(\xi, \mathbf{w})$ impliquée dans le problème d'optimisation $P(t)$ est de dimension infinie. L'implémentation de l'observateur nécessite une dimension finie de $\mathbf{w}$. C'est ainsi que dans différentes références académiques, une version du système en temps discret est utilisée et une structure constante par morceaux est implicitement utilisée où les inconnus :

$$p_\omega := \{\mathbf{w}(k\tau)\}_{k=k_0}^{k_0+N-1} \in \mathbb{W}(k_0) \times \ldots \times \mathbb{W}(k_0 + N - 1) \subset \mathbb{R}^{n_\omega \cdot N},$$

où $\mathbb{W}(k) \equiv \mathbb{W}(k\tau)$ et $T = N\tau$ représente l'horizon d'observation. Ainsi, la variable de décision est (ξ, p_ω) de dimension finie $(n + N \cdot n_\omega)$.

La procédure précédente entraîne différents inconvénients parmi lesquels [Alamir, 2007] :

- La structure constante par morceaux entraîne une grande dimension de la variable de dimension $(n + N \cdot n_\omega)$ et généralement un problème d'optimisation mal conditionné (Le contenu spectral élevé de $\mathbf{w}$ conduit à plusieurs interprétations des mesures passées).
- Dans le cas de signaux incertains à variation continue, cette structure implique une petite période d'échantillonnage ce qui mène à un problème de grande dimension pour un même horizon d'observation.

Afin de surmonter les inconvénients résultants, il existe une autre solution considérant l'évolution suivante du vecteur d'incertitudes :

$$\mathbf{w}(t) = \mathcal{W}(t, p_\omega) \quad ; \quad p_\omega \in \mathbb{P}$$

Ainsi la dimension du paramètre p_ω n'est plus directement dépendante de celle du vecteur ω ou de la longueur de l'horizon d'observation. Dans ce cas, le problème d'optimisation se réécrit de la façon suivante :

$$J(t, \xi, p_\omega) = J(t, \xi, \mathcal{W}(\cdot, p_\omega)) \tag{1.4.81}$$

La meilleure estimation de l'état est obtenue par :

$$\hat{x}(t) = X(t, t - T, \hat{\xi}(t), \hat{p}_\omega(t))$$

Comparaison avec les observateurs analytiques

Initialement, les équations du filtre de Kalman sont dérivées en se basant sur des considérations de conception optimale. Une caractéristique intéressante des équations de l'observateur est que dans le cas sans bruit ni incertitudes, l'erreur d'estimation, définie par $e = x - \hat{x}$, montre un comportement dynamique globalement asymptotiquement stable. La généralisation de la formule d'optimisation soulignée par le filtre de Kalman aux systèmes non linéaires mène, d'une façon générale à des problèmes d'optimisation non convexes et difficiles à résoudre. Pour surmonter ce problème, différents travaux ont été menés dans la littérature tels que [Slotine et al., 1987; Gauthier et al., 1992*b*].

Contrairement aux observateurs analytiques qui étudient explicitement l'erreur d'estimation afin de concevoir le terme de correction, les observateurs basés sur l'optimisation utilisent la définition de l'observabilité pour dériver l'algorithme d'estimation d'état. L'idée est la suivante : en considérant un système nominal, l'estimation de l'état

d'un système observable est équivalente à la minimisation de $J(t, \xi)$ (l'intégrale de l'erreur de prédiction de sortie sun un certain horizon temporel, voir définition 1.4.4). Par conséquent, si un algorithme garantit la convergence asymptotique de $J(t, \xi(t))$ vers 0, la convergence de l'erreur d'estimation découle directement, étant donné que $\xi(t)$ converge vers $x(t-T)$ et $\hat{x}(t)$ converge vers $x(t)$.

Malheureusement, il existe différentes difficultés dont :

- Il n'existe pas de tels algorithmes qui garantissent les propriétés de convergence pour les problèmes généraux d'optimisation non convexe. Le terme "Convergence globale" utilisée dans la littérature fait référence à la convergence globale vers un minimum local.
- Un autre problème réside dans l'implémentation temps réel. En effet, cela est dû au temps nécessaire au solveur pour trouver la solution optimale de $P(t)$ et qui peut dépasser le temps de calcul disponible devant être compatible avec le temps de mise à jour nécessaire.

Malgré l'avantage des observateurs basées sur l'optimisation dans la manipulation de contraintes et l'indépendance vis à vis du modèle du système, il s'avère nécessaire de résoudre les difficultés évoquées lors de leur utilisation. [Alamir, 2007] a proposé des techniques permettant de surmonter des difficultés. Typiquement, deux considérations ont été exploitées lors de l'implémentation des observateurs à horizon glissant :

1. La dérivation d'un schéma heuristique permettant d'éviter les singularités : Le but est d'éviter les minimums locaux qui peuvent engendrer une mauvaise estimation des états. En effet, c'est un problème inévitable dans les problèmes d'optimisation non convexes avec contraintes .
2. Élaboration de deux approches traitant le problème de temps de calcul nécessaire pour résoudre le problème d'optimisation :
   - La première consiste en une formulation différentielle de l'observateur à horizon glissant. Les systèmes considérés ont la forme :

$$\dot{x}(t) = f(t, x(t)) \tag{1.4.82}$$

$$y(t) = h(t, x(t)) \tag{1.4.83}$$

$$\tag{1.4.84}$$

     La fonction coût $J(t, \xi(t))$ dans ce cas est définie par :

$$J(t, \xi) = \int_{t-T}^{t} \|Y(\tau, t-T, \xi) - y(\tau)\|^2 d\tau \tag{1.4.85}$$

   - La deuxième est basée sur l'optimisation distribuée dans le temps. Le but est d'étudier profondément le comportement en boucle fermée. Les idées développées dans ce cas sont fortement liées à celles adressées lors de l'implémentation temps réel du contrôle prédictif [Diehl et al., 2002; Alamir, 2006].

Pour plus de détails sur les implémentations précédentes, le lecteur peut regarder [Alamir, 2007].
Dans la suite de ce manuscrit, le problème d'estimation par observateurs à horizon glisannt est adressé. Un schéma servant à réduire la complexité du problème d'otpimisation invoqué lors de l'utilisation des MHO est proposé et illustré à travers des exemples d'application.

1.5 Conclusions

Dans ce chapitre, une étude de l'état de l'art a été effectuée sur les observateurs linéaires et essentiellement les observateurs non linéaires. En gros, ces derniers peuvent être classés en deux catégories : une basée sur les outils linéaires et la deuxième dépendante d'une forme particulière du système étudié. Pour chacun des observateurs présentés, les avantages et les inconvénients ont été bien illustrés.

Dans les chapitre suivants, l'accent est mis sur les observateurs à Horizon glissant. Une méthode utilisée pour réduire la charge de calcul évoquée lors de l'utilisation de ce type d'observateurs est proposée. Cette méthode repose sur une technique récemment développée "technique de signatures graphiques". La présentation de cette technique fait l'objet du chapitre suivant.

Chapitre 2

Signatures Graphiques et Problème inverse

L'objectif de ce chapitre est de présenter le principe des signatures graphiques $2D$ et d'introduire la définition du problème inverse à résoudre sur le base de cette méthode. La signature graphique est une technique récemment développée [Youssef, 2005; Youssef & Alamir, 2003] et a été appliquée dans plusieurs contextes [Youssef & Alamir, 2005; Youssef et al., 2005].

2.1 Introduction

Le point de départ de la méthode des "signatures graphiques" est le fait que l'œil humain par l'activité fondamentale du cerveau est capable d'accomplir des tâches de classification assez complexes. Pourtant, cette capacité doit s'exercer sur certaines images.

L'objectif de cette méthode est de proposer des graphiques $2D$, appelés signatures, obtenues à partir des mesures d'un système donné. Plus précisément, il s'agit de la définition d'une application d'un espace de grande dimension dans le plan bi-dimensionnel $\mathbb{R}^2$. L'espace de départ est celui des vecteurs des mesures passées sur une fenêtre temporelle donnée. En appliquant cette application aux mesures passées sur un horizon glissant, une courbe 2D appelée "signature" est obtenue.

Cette courbe peut être un outil efficace dans la résolution des différents problèmes inverses des systèmes dynamiques. Par exemple, elle peut être utilisée comme un outil efficace dans le contexte de détection des défauts [Youssef, 2005] : Si pour chaque scénario de défaillance, la signature correspondante diffère de la signature nominale

d'une façon décelable à la perception humaine, il est ainsi possible de détecter les défauts. Concernant la localisation des défauts, elle peut se faire lors de l'existence d'une (des) signature(s) qui varie(nt) d'une façon propre à chaque scénario de défaillance. Dans ce cas, le rôle de l'opérateur humain est essentiel. C'est grâce à sa capacité de classification que des résidus géométriques peuvent être obtenus à partir des signatures. Ensuite, ces résidus sont transformés en des résidus analytiques utilisés dans le cadre du diagnostic en ligne.

Comme autre application, la signature graphique peut être un outil important dans la reconstruction des quantités non mesurées d'un système dynamique donné (les états et/ou les paramètres inconnus). En effet ces signatures permettent dans ce cas de définir des fonctions d'inversion. Ces dernières peuvent soit résoudre complètement le problème d'estimation ou bien réduire la charge de calcul en ligne et la complexité lors de l'utilisation d'autres techniques d'estimation. Dans le chapitre 3, la technique de signature graphique est utilisée pour la détermination de la position d'un robot anguille dans un aquarium $2D$ à partir de la simple connaissance des mesures électriques reçues par l'épiderme de ce robot (problème d'électrolocation). Dans le chapitre **??**, cette technique est appliquée pour résoudre le problème de reconstruction des états et/ou des paramètres pour quelques exemples de systèmes dynamiques : dans ce cas, la signature résout soit complètement le problème ou bien sert dans la réduction de charge de calcul invoqué lors de l'utilisation de l'observateur à horizon glissant.

Ce chapitre est organisé de la façon suivante : La section 2.2 montre d'une façon détaillée le principe de base de cette méthode. Dans la section 2.3, les définitions et les notations nécessaires pour la formulation de cette méthode sont données. La définition des signatures graphiques ainsi que la technique de génération d'une signature sont présentées dans la section 2.4. Ensuite, un exemple illustratif, dans lequel la signature est utilisée comme outil pour la détection des variations paramétriques, est donné dans la section 2.5. La section 2.6 introduit d'une façon générale le problème inverse à résoudre en utilisant la signature graphique. Ce chapitre se termine par une conclusion.

2.2 Idée de base

Considérons le système non linéaire dynamique décrit par les équations suivantes [Youssef, 2005] :

$$f(\dot{x}, x, p) = 0 \quad ; \quad y = h(x, p) \tag{2.2.1}$$

où

- ✓ $x \in \mathbb{R}^n$ représente l'état du système.

- ✓ $y \in \mathbb{R}$ représente la sortie mesurée qui est considérée dans ce cas comme scalaire.
- ✓ $p \in \mathbb{P}_1 \times \mathbb{P}_2 \times \ldots \times \mathbb{P}_m$ représente le vecteur de paramètres. $\mathbb{P}_i$ sont les ensembles des valeurs possibles de paramètres p_i, $i \in \{1, \ldots, m\}$.

Principe de base

Considérons un ensemble de mesures du système acquises avec une période d'échantillonnage $\tau > 0$, dans une fenêtre temporelle de longueur N (voir figure 2.1). La connaissance des N mesures passées du système permet de déterminer la partie observable de l'état, soit $x(t - N\tau)$. Par ailleurs comme les mesures futures ne dépendent que de cette partie de l'état, la sortie à l'instant t est obtenue uniquement par cette dernière. Notons le

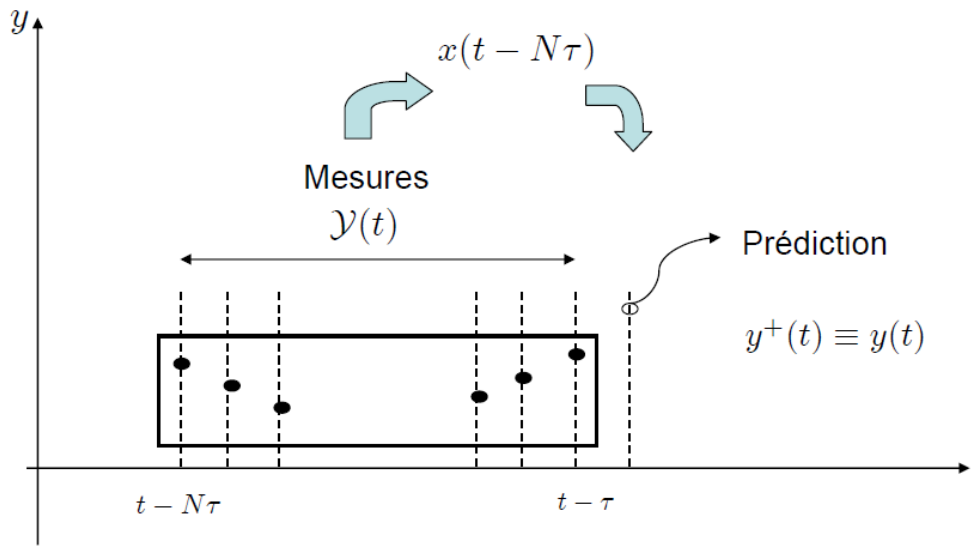


FIG. 2.1 – La connaissance de N mesures passées (vecteur $\mathcal{Y}(t)$) permet la détermination de l'état observable $x(t)$ et donc la sortie à l'instant suivant $t + (N + 1)\tau$ est obtenue uniquement par $\mathcal{Y}(t)$

vecteur de mesures passées par :

$$\mathcal{Y}(t) = (y(t - N\tau), \ldots, y(t - \tau))^T \tag{2.2.2}$$

De plus soit la sortie suivante notée par :

$$y^+(t) = y(t) \tag{2.2.3}$$

Cette sortie dépend de $\mathcal{Y}(t)$ et du vecteur de paramètres p.
Par conséquent, La discussion précédente implique l'existence d'une application de la forme :

$$F : \mathbb{R}^N \times \mathbb{R}^m \to \mathbb{R} \tag{2.2.4}$$

telle que

$$y^{+}(t) = y(t) = F(\mathcal{Y}(t), p) \tag{2.2.5}$$

La relation précédente est non linéaire, multi-variable et dépend du vecteur des paramètres.

Remarque 2.2.1. Dans le cas d'un système commandé, la relation (2.2.5) sera de la forme :

$$y^{+}(t) = y(t) = F(\mathcal{Y}(t), u, p) = F_u(\mathcal{Y}(t), p) \tag{2.2.6}$$

pour un scénario de u donné. De plus, cette relation est considérée dans le cas d'un système avec une commande par retour d'état et observateur.

Afin de donner une caractérisation graphique de la fonction inconnue F (voir équation (2.2.6)), une signature graphique est utilisée. L'intuition de base de la signature graphique ainsi que sa définition sont données dans les sous-sections suivantes.

Intuition de base de la signature graphique 2D

Supposons l'existence d'une application P appelée dans la suite **Stylo** ("Pencil" en anglais), qui est définie de la façon suivante :

$$\begin{aligned} P: \quad & \mathbb{R}^N \times \mathbb{R} \to \mathbb{R}^2 \\ & (\mathcal{Y}(t), F(\mathcal{Y}(t), p)) \to P(\mathcal{Y}(t), F(\mathcal{Y}(t), p)) \in \mathbb{R}^2 \end{aligned} \tag{2.2.7}$$

L'application P associe à chaque couple $(\mathcal{Y}(t), F(\mathcal{Y}(t), p))$ un point dans le plan bi-dimensionnel $\mathbb{R}^2$.

Soit un vecteur de mesures contenant N_O instants de mesure. Notons par $\mathbb{Y}_p \in \mathbb{R}^N$ l'ensemble des valeurs prises par $\mathcal{Y}$. Ces valeurs sont obtenues en glissant la fenêtre de longueur N sur le vecteur de mesures de N_O éléments. En prenant le Stylo P en main et en l'appliquant sur les différentes valeurs de $\mathcal{Y}$, une courbe bi-dimensionnelle sera obtenue (voir figure 2.2) :

$$\left\{ P(\mathcal{Y}(t), F(\mathcal{Y}(t), p)) \right\}_{\mathcal{Y}(t) \in \mathbb{Y}_p} \tag{2.2.8}$$

Cette courbe est constituée d'un nombre de points égal au nombre de valeurs prises par $\mathcal{Y}$ introduites ci-dessus. Par ailleurs, cette courbe est considérée comme la signature d'ordre N de la fonction non linéaire $F(\mathcal{Y}(t), p)$. En changeant N, différentes signatures

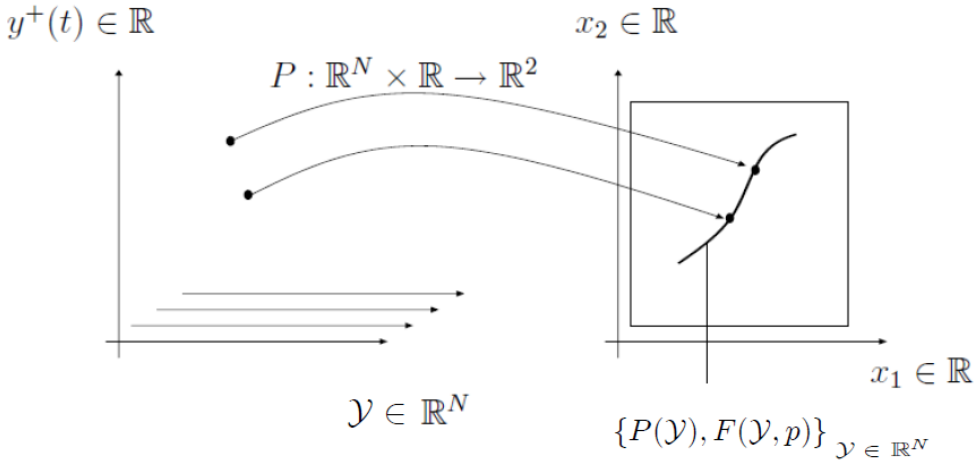


FIG. 2.2 – Signature graphique de la fonction F. A chaque couple $(\mathcal{Y}(t), y^+(t))$, il est associé un point dans un plan 2D (plan de la signature). La signature 2D obtenue contient un nombre de points égal au nombre de valeurs prises par $\mathcal{Y}(t)$ en glissant la fenêtre de longueur N sur le train de mesures considéré.

s'obtiennent : Notons que l'ensemble des valeurs prises par $\mathcal{Y}(t)$, $\mathbb{Y}_p$, précédemment défini dépend de l'état initial, de l'état considéré, ainsi que de la commande (dans le cas d'un système commandé).

Avant de présenter la formulation mathématique détaillée de l'application "Stylo", continuons avec la présentation de l'intuition de base de l'approche proposée. Ainsi, il s'avère intéressant de présenter l'utilisation de la signature graphique comme outil de diagnostic pour la détection des variations paramétriques dans les systèmes dynamiques.

Les signatures graphiques 2D comme outil de diagnostic

Supposons l'existence des valeurs de N pour lesquelles l'"allure" de la signature varie d'une façon détectable, lorsqu'un paramètre du système varie et ceci indépendamment des valeurs des autres paramètres. Dans ce cas, la signature graphique devient un outil de diagnostic, en particulier dans le cadre du diagnostic par opérateur. Par ailleurs, grâce au caractère graphique de la signature, il est possible d'utiliser les capacités de diagnostic naturelles et très considérables de la vision humaine dans le cadre d'un système d'aide au diagnostic à interface homme/machine. De plus, si la signature se déforme d'une façon corrélée à la variation du paramètre en question, la valeur de cette variation peut alors être estimée.

Afin de bien illustrer cette idée, considérons un système avec deux paramètres p_1, p_2. En premier, supposons que la signature générée à partir des mesures du système

s'allonge de la façon montrée sur la figure 2.3 pour des variations du premier paramètre p_1, soit le défaut f_1. Sur cette figure 2.3, le fonctionnement normal du système, c.à.dire pour des valeurs nominales (p_1^0, p_2^0) de (p_1, p_2), est représenté par la signature en trait continu, alors que la signature en pointillé correspond au fonctionnement défectueux du système (défaut f_1).

D'autre part, supposons aussi que la signature subit une rotation grâce à des variations du second paramètre (soit le défaut f_2) comme le montre la figure 2.4. Ainsi, cette signature permet la détection et la localisation de toutes variations mêmes simultanées (défauts f_1 et f_2 en même temps), comme il est présenté sur la figure 2.5. De plus, il est possible de déterminer les valeurs des deux paramètres p_1 et p_2 respectivement à l'aide de l'allongement δ et l'angle de rotation θ de la signature. Par conséquent, δ et θ peuvent être considérés comme des résidus "géométriques".

Finalement il faut bien noter que même lorsque la signature tourne avec les variations des deux paramètres p_1 et p_2, il est possible de détecter et localiser les défauts multiples. En effet, l'allongement de la signature permet de détecter, localiser et estimer les variations de p_1. De plus, les variations de p_2 peuvent être détectées grâce à l'angle de rotation de la signature. Dans ce qui suit, quelques définitions et notations sont

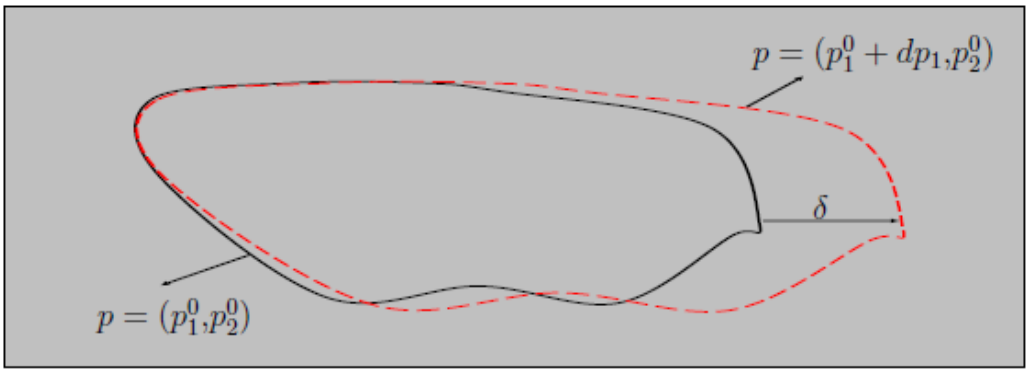


FIG. 2.3 – Exemple d'un système à deux paramètres p_1, p_2 : la signature s'allonge avec la variation de p_1.

données. Ensuite, la technique de génération de la signature graphique est présentée. Finalement, un exemple illustratif "oscillateur de Van-der-Pol" modifié est donné pour bien illustrer la génération de la signature graphique et son utilisation dans la détection des variations paramétriques de ce système.

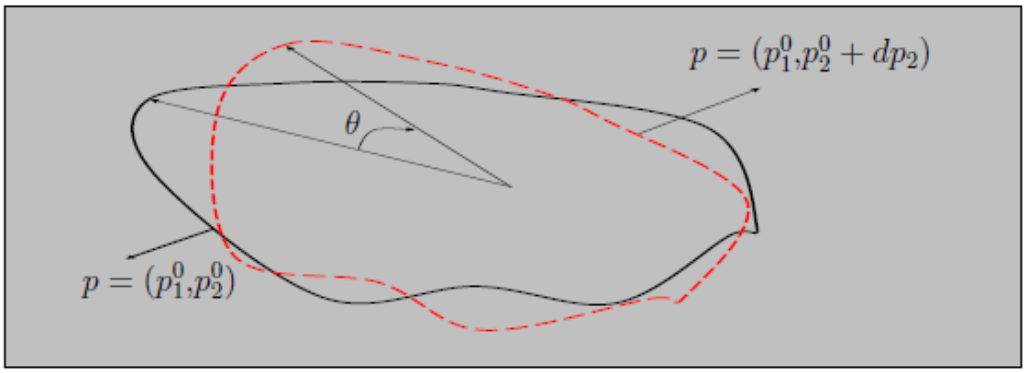


FIG. 2.4 – Exemple d'un système à deux paramètres p_1, p_2 : la signature tourne avec la variation de p_2.

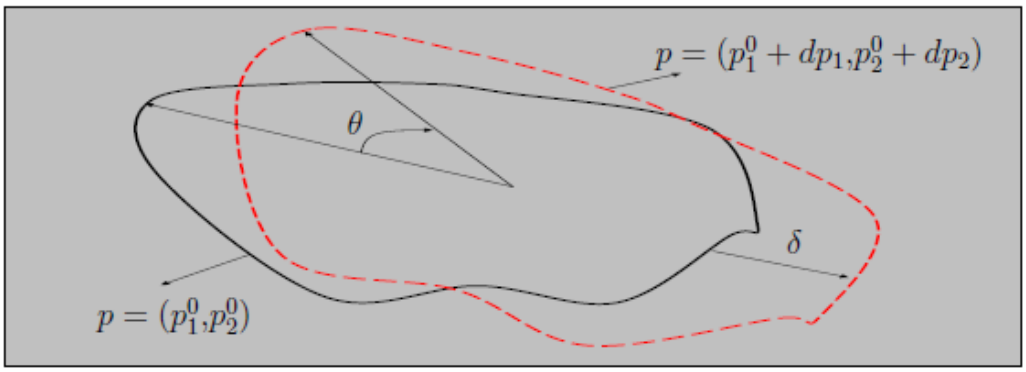


FIG. 2.5 – Exemple d'un système à deux paramètres p_1, p_2. La signature permet de détecter et localiser les variations simultanées de p_1 et p_2.

2.3 Définitions et Notations

Dans cette section , quelques définitions et notations nécessaires pour la définition de la signature graphique sont données [Youssef, 2005].

Définition 2.3.1. Fonction de normalisation N_ε
Considérons une sortie y mesurée avec une certaine période d'échantillonnage. Construisons un vecteur $\mathcal{Y}$ *composé de N mesures passées* $y(t - N\tau), \ldots, y(t - \tau)$. *Une fonction de normalisation est ensuite appliquée au vecteur* $\mathcal{Y}$ *afin d'obtenir un vecteur dont les composantes appartiennent à l'intervalle* $[-1, 1]$. *La fonction de normalisation est définie par :*

$$N_\varepsilon : \mathbb{R}^N \to \mathbb{R}^N \ ; N_\varepsilon(\mathcal{Y}) = \bar{\mathcal{Y}} = \frac{\mathcal{Y}}{\|\mathcal{Y}\|_\infty + \varepsilon} \in [-1, 1]^N \tag{2.3.1}$$

avec

✓ ε est un petit coefficient de régularisation.
✓ $\|\mathcal{Y}\|_\infty$ est donné par :

$$\|\mathcal{Y}\|_\infty = \max_{i\in\{1,\dots,N\}} |\mathcal{Y}_i|$$

Définition 2.3.2. Application Stylo ou "Pencil", P_ε
Une application Stylo (ou "Pencil") est représentée par une fonction $P_\varepsilon : \mathbb{R}^N \times \mathbb{R} \to \mathbb{R}^2$, qui associe à chaque élément $(\mathcal{Y}, y)$ de $\mathbb{R}^N \times \mathbb{R}$ (un ensemble de $N+1$ mesures), un point dans le plan $2D$. Les étapes à effectuer sont les suivantes :

1. *Considérons les N sommets d'un polygone régulier de dimension N, notés par (Q_i) (voir figure 2.6), à savoir :*

$$Q_i : \text{image}(e^{2j(i-1)\frac{\pi}{N}}) \quad ; \quad j^2 = -1$$

2. *En utilisant la fonction de normalisation N_ε, le vecteur normalisé $\bar{\mathcal{Y}} = N_\varepsilon(\mathcal{Y})$ est calculé.*

3. *Considérons la $i^{\text{ème}}$ composante du vecteur $\bar{\mathcal{Y}}$, $\bar{\mathcal{Y}}_i$. Cette dernière est utilisée ensuite pour la définition d'un point noté $\Psi_i(\bar{\mathcal{Y}})$ sur le $i^{\text{ème}}$ segment Q_iQ_{i+1} du polygone régulier défini précédemment et présenté sur la figure 2.6, soit :*

$$\Psi_i(\bar{\mathcal{Y}}) = \frac{1}{2}[(1+\bar{\mathcal{Y}}_i)Q_{i+1|N} - (\bar{\mathcal{Y}}_i - 1)Q_i] \tag{2.3.2}$$

avec

$$(i+1|N) = (i+1)\text{Modulo } N$$

A savoir :
- *si $\bar{\mathcal{Y}}_i = 0$ alors $\Psi_i(\bar{\mathcal{Y}})$ se situe au milieu du segment Q_iQ_{i+1},*
- *si $\bar{\mathcal{Y}}_i = -1$ alors $\Psi_i(\bar{\mathcal{Y}})$ coïncide avec Q_i,*

et ainsi de suite.

4. *En se basant sur les définitions précédentes, N points $\Psi_i(\bar{\mathcal{Y}})$ sont définis tel que chaque point appartient à un segment du polygone. Ensuite, deux points $\Phi_0(\bar{\mathcal{Y}})$ et $\Phi_1(\bar{\mathcal{Y}})$ à l'intérieur du polygone sont définis, suivant les relations suivantes :*

$$\Phi_0(\bar{\mathcal{Y}}) = \frac{1}{N}\sum_{j=1}^{N} \Psi_j(\bar{\mathcal{Y}}) \tag{2.3.3}$$

$$\Phi_1(\bar{\mathcal{Y}}) = \frac{1}{N}\sum_{j=1}^{N} \bar{\mathcal{Y}}_j\Psi_j(\bar{\mathcal{Y}}) \tag{2.3.4}$$

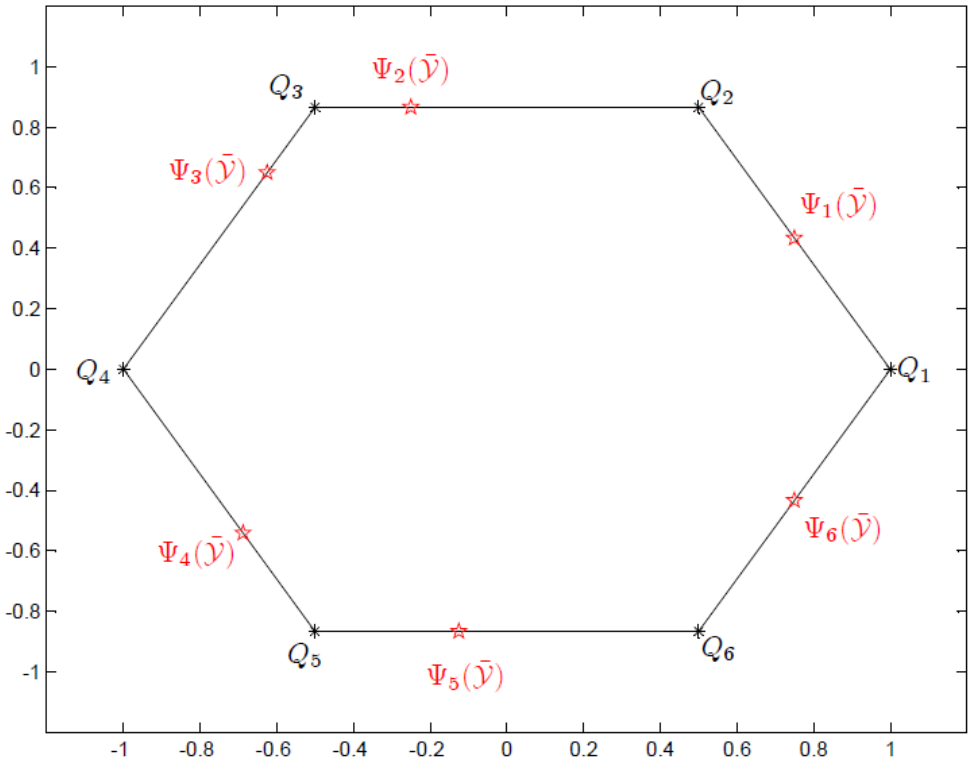


FIG. 2.6 – Définition des points Q_i et $\Psi_i(\bar{\mathcal{Y}})$ dans le cas $N = 6$ et $\bar{\mathcal{Y}} = (0, 0.5, -0.5, 0.25, -0.25, 0)^T$. Q_i représentent les N sommets du polygone régulier. $\Psi_i(\bar{\mathcal{Y}})$ est un point sur le segment Q_iQ_{i+1} placé selon la valeur de $\bar{\mathcal{Y}}_i$

Notons que $\Phi_0(\bar{\mathcal{Y}})$ et $\Phi_1(\bar{\mathcal{Y}})$ représentent respectivement le centre de gravité des $\Psi_i(\bar{\mathcal{Y}})$ et le centre de gravité de $\Psi_i(\bar{\mathcal{Y}})$ pondéré avec $\bar{\mathcal{Y}}_i$ utilisé comme poids.

5. *Finalement, l'utilisation de $\Phi_0(\bar{\mathcal{Y}})$ et $\Phi_1(\bar{\mathcal{Y}})$ permet de définir l'application "Stylo" P_ε comme suit :*

$$\begin{aligned} P_\varepsilon : \quad & \mathbb{R}^N \times \mathbb{R} \to \mathbb{R}^2 \\ & (\mathcal{Y}, y) \to \Phi_0(\bar{\mathcal{Y}}) + \lambda_\varepsilon(\bar{\mathcal{Y}}, y)[\Phi_1(\bar{\mathcal{Y}}) - \Phi_0(\bar{\mathcal{Y}})] \end{aligned} \tag{2.3.5}$$

où

$$\lambda_\varepsilon(\bar{\mathcal{Y}}, y) = \frac{y}{\|\bar{\mathcal{Y}}\|_\infty + \varepsilon} - \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} \bar{\mathcal{Y}}_i \tag{2.3.6}$$

- *$P_\varepsilon(\mathcal{Y}, y)$ est un point sur la ligne $\overrightarrow{\Phi_0\Phi_1}$ avec une position relative définie par y. Un exemple de définition de $P_\varepsilon(\mathcal{Y}, y)$ est donné sur la figure 2.7 tel que :*

$$N = 6 \quad ; \quad \mathcal{Y} = [5, 2, 0, -1, 3, -2] \quad ; \quad y = -5, \quad y = 0, \quad y = 5$$

En résumé, les définitions précédentes montrent bien qu'un point $P_\varepsilon(\mathcal{Y}, y)$ est généré à partir de $N+1$ mesures. Dans la section suivante, il est bien montré comment les définitions précédentes peuvent être utilisées pour générer une signature dynamique bi-dimensionnelle.

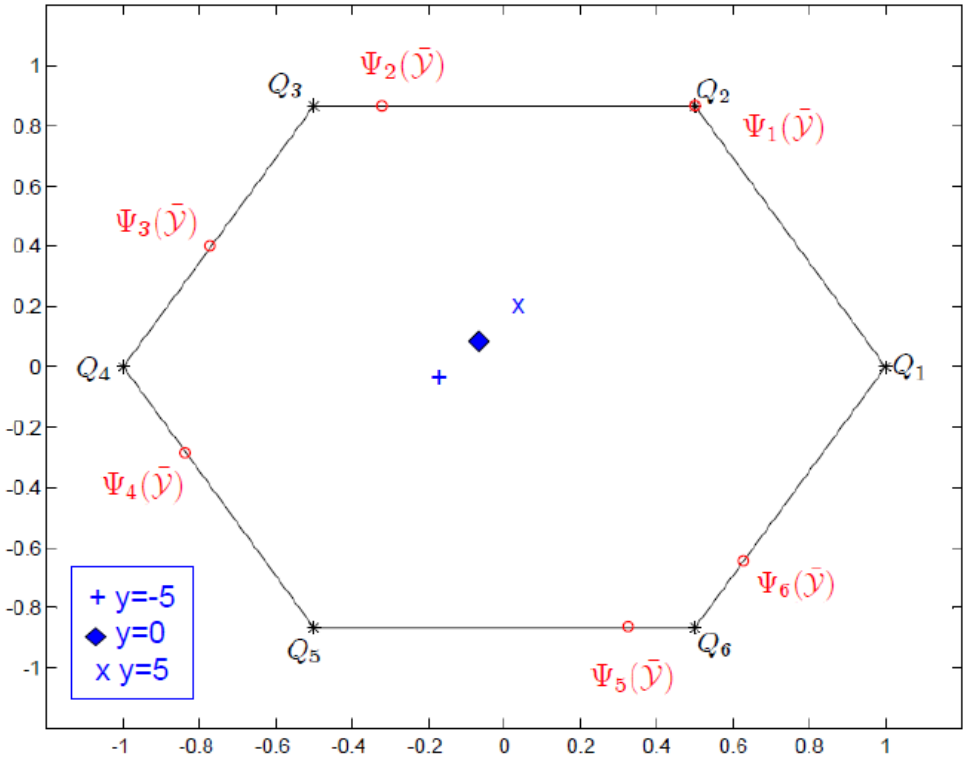


FIG. 2.7 – Définition des points $P_\varepsilon(\mathcal{Y}, y)$ dans le cas $N = 6$ et $\mathcal{Y} = (5, 2, 0, -1, 3, -2)^T$. $P_\varepsilon(\mathcal{Y}, y)$ se trouve sur la ligne définie par le centre de gravité des points $\Psi_i(\bar{\mathcal{Y}})$ et le centre de gravité de $\Psi_i(\bar{\mathcal{Y}})$ pondéré avec $\bar{\mathcal{Y}}_i$, selon la valeur de y (la sortie suivante au vecteur de mesures passées)

2.4 Génération d'une signature dynamique

Soit le vecteur de mesures défini de la façon suivante (voir figure 2.8) :

$$\mathcal{Y}(t, N) = (y(t - N\tau), \ldots, y(t - \tau))^T \in \mathbb{R}^N \tag{2.4.1}$$

avec τ la période d'échantillonnage d'acquisition des mesures.

En utilisant une fenêtre glissante de largeur N à partir de $(M + N)$ mesures passées

$$\left\{y(t - i\tau)\right\}_{i=0}^{M-1+N}$$

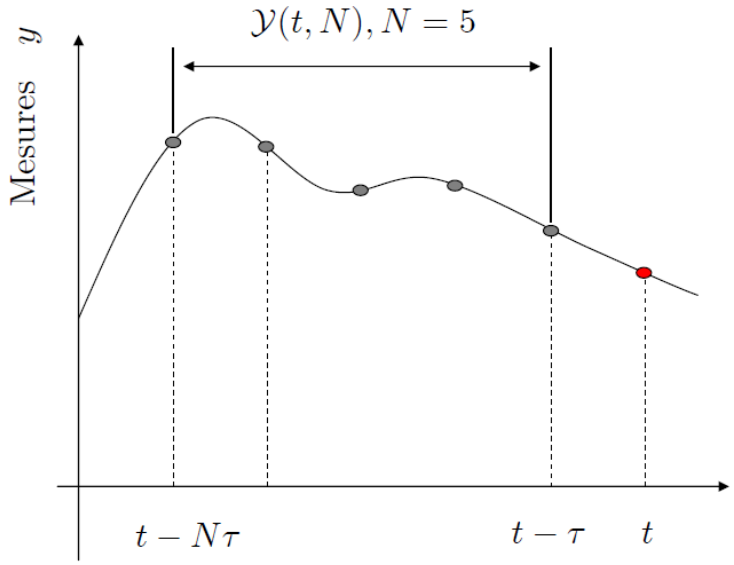


FIG. 2.8 – Exemple de définition de $\mathcal{Y}(t,N)$, $N=5$ avec $\mathcal{Y}(t,N)$ à l'instant t est composé de N mesures passées.

et l'application "Stylo" P_ε définie précédemment, les points P_i suivants peuvent être dans le plan di-dimensionnel 2D :

$$\begin{aligned} P_1(t,N) &= P_\varepsilon(\mathcal{Y}(t,N), y(t)) \\ P_2(t,N) &= P_\varepsilon(\mathcal{Y}(t-\tau,N), y(t-\tau)) \\ &\vdots \\ P_M(t,N) &= P_\varepsilon(\mathcal{Y}(t-(M-1)\tau,N), y(t-(M-1)\tau)) \end{aligned} \tag{2.4.2}$$

Les points précédents constituent M points dans le plan R^2 qui constituent la signature dynamique bi-dimensionnelle $S_\varepsilon(t,N)$ à l'instant t (voir figure 2.9).

D'une façon analytique, $S_\varepsilon(t,N)$ peut s'écrire sous la forme suivante :

$$S_\varepsilon(t,N) = \Big(S_{\varepsilon_x}(t,N), S_{\varepsilon_y}(t,N)\Big) \tag{2.4.3}$$

où

$$S_{\varepsilon_x}(t,N) = \begin{pmatrix} P_{1_x}(t,N) \\ \vdots \\ P_{M_x}(t,N) \end{pmatrix} \quad ; \quad S_{\varepsilon_y}(t,N) = \begin{pmatrix} P_{1_y}(t,N) \\ \vdots \\ P_{M_y}(t,N) \end{pmatrix} \tag{2.4.4}$$

Les $P_{i_x}(t,N)$ et les $P_{i_y}(t,N)$ figurant dans l'équation (2.4.4) représentent respectivement les abscisses et les coordonnées de $P_i(t,N)$. Notons que différentes signatures peuvent être obtenues en modifiant la valeur N.

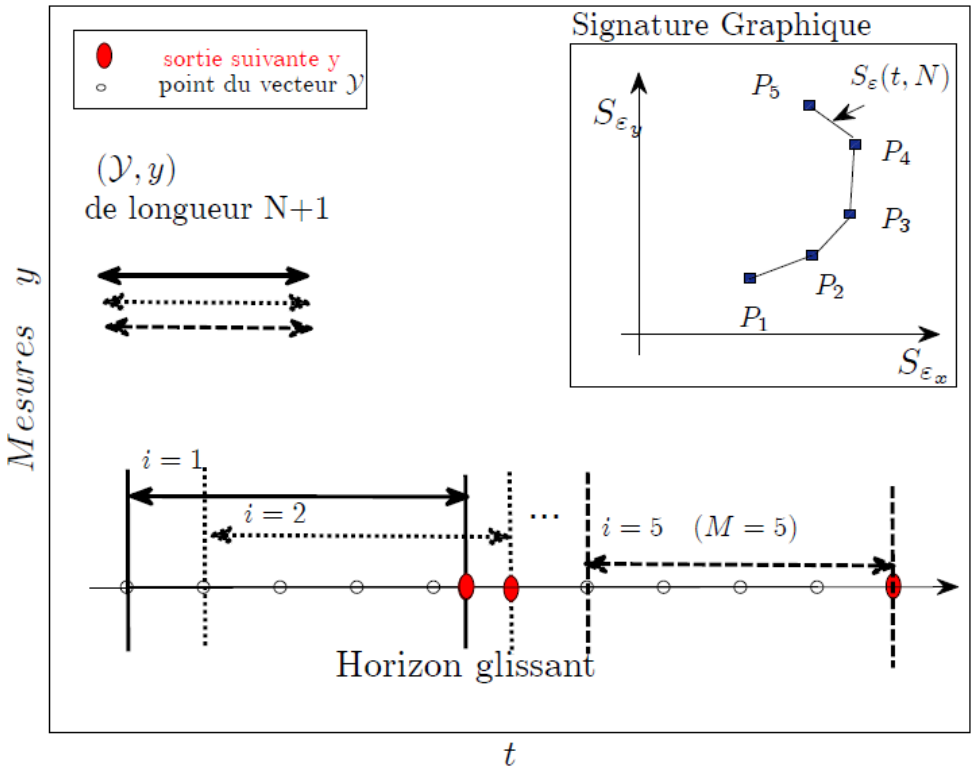


FIG. 2.9 – Exemple de définition de $S_\varepsilon(t,N)$ tel que $M=5$: $S_\varepsilon(t,N)$ est constitué de M points P_i qui sont définis par application du "Stylo" sur les $(M+N)$ passées.

2.5 Exemple illustratif : Oscillateur de Van-der-Pol

L'objectif de cette section est de bien illustrer l'utilisation de la signature graphique dans la détection des variations paramétriques d'un système donné, ainsi, le diagnostic de ce système. Le système considéré est l'oscillateur de Van-der-Pol auquel trois paramètres p_1, p_2, p_3 ont été ajoutés [Youssef, 2005]. Il est représenté dans l'espace d'état sous la forme suivante :

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= p_1 x_2 \\ \dot{x}_2 &= -9x_1 + p_2(1-(x_1+p_3)^2)x_2 \\ y &= x_1 \end{aligned} \tag{2.5.1}$$

où

♯ Les trois paramètres varient dans les intervalles suivants :

$$p_1 \in \begin{bmatrix} 1 & 2 \end{bmatrix} \quad ; \quad p_2 \in \begin{bmatrix} 1.5 & 3 \end{bmatrix} \quad ; \quad p_3 \in \begin{bmatrix} 0 & 0.1 \end{bmatrix}$$

♯ Les valeurs nominales de ces paramètres sont données par :

$$p_1^0 = 1.5 \quad ; \quad p_2^0 = 2.25 \quad ; \quad p_3^0 = 0$$

Problème à résoudre

Déterminer les signatures qui permettent la détection et l'estimation des variations des trois paramètres p_1, p_2 et p_3 dans les intervalles précédents.

Dans la suite, il est bien montré que deux signatures S_1 et S_2 peuvent résoudre ce problème. Ces deux signatures sont générées sur une fenêtre de 500 mesures de la sortie y de l'oscillateur acquises avec une période d'échantillonnage $\tau = 0.01s$.

- Les variations du premier et du troisième paramètre sont détectées en utilisant une signature S_1 d'ordre $N = 100$.
- Les variations du deuxième paramètre sont détectées en utilisant une signature S_2 d'ordre $N = 50$.

Dans ce qui suit, la détection et la localisation des variations des paramètres de l'oscillateur sont étudiées en montrant la sensibilité des deux signatures S_1 et S_2 vis à vis de ces variations.

Détection des variations du paramètre p_1

La figure 2.10 montre la sortie de l'oscillateur dans le cas des variations du premier paramètre p_1. Pour ce cas, les allures de la signature S_1 sont présentées sur la figure 2.11

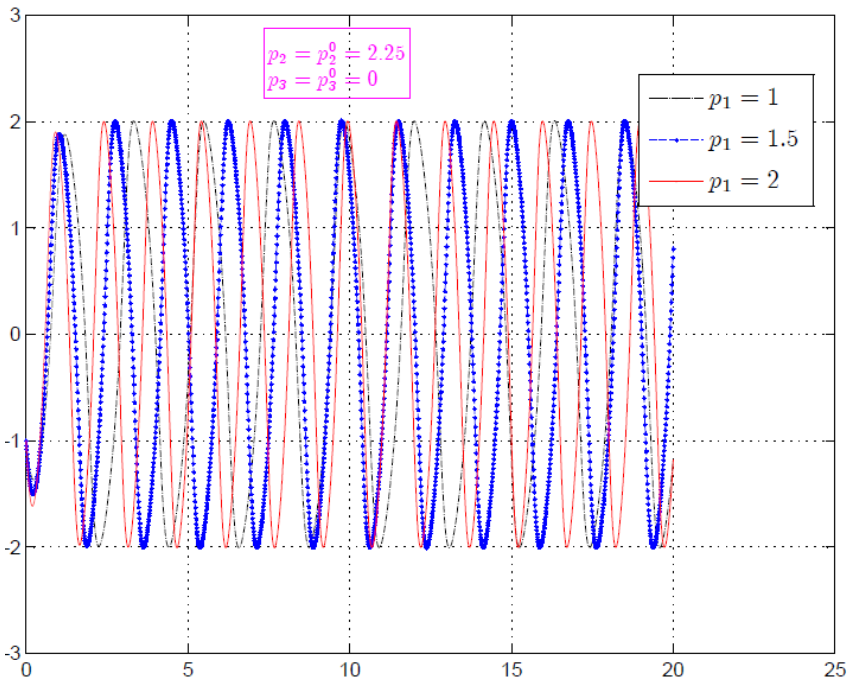


FIG. 2.10 – Sortie de l'oscillateur dans de cas des variations de p_1, $(p_2, p_3) = (2.25, 0)$.

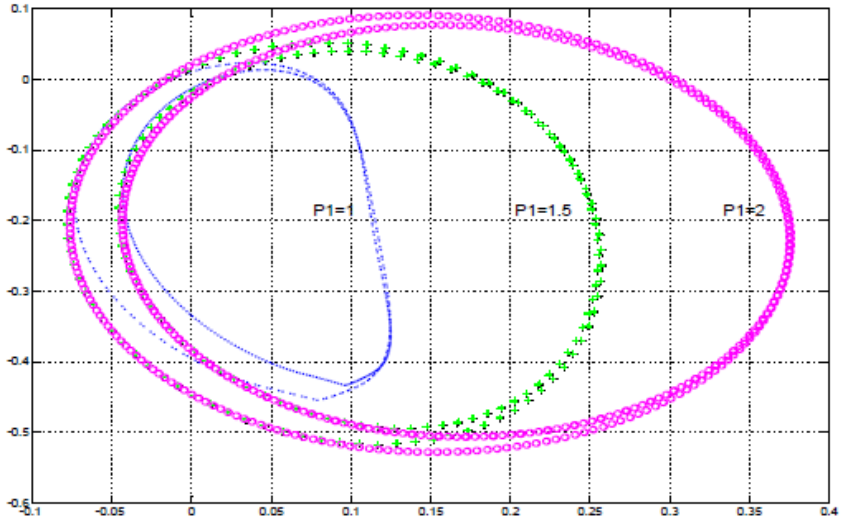


FIG. 2.11 – Sensibilité de la signature S_1 aux variations de p_1 avec $(p_2, p_3) = (2.25, 0)$

La figure 2.11 montre comment les variations de p_1 sont détectables par la signature S_1. En effet, plus la valeur de p_1 augmente, plus la distance entre les deux extrémités de la signature augmente.

Concernant la localisation des variations de p_1, il est nécessaire d'étudier la sensibilité de la signature S_1 par rapport aux variations des autres paramètres. La figure 2.12 montre la sensibilité de la signature S_1 par rapport aux variations de p_2. Par conséquence, pour une valeur nominale de p_3, il est possible de détecter les variations de p_1 et non pas les localiser (les petites variations de p_1 autour de la valeur nominale sont indistinguables des variations de p_2). De même les petites variations de p_2 ne sont pas décelables par S_1. C'est ainsi qu'il faut une autre signature qui sert à la détection des variations de p_2 et de même à distinguer celles de p_1.

Détection des variations du paramètre p_2

La figure 2.13 montre la sortie de l'oscillateur dans le cas des variations du deuxième paramètre p_2. Pour ce cas, les allures de la signature S_2 sont présentées sur la figure 2.14. Il est bien clair que les variations de p_2 sont détectables par S_2. En effet, plus la valeur de p_2 augmente, plus les deux pointes basses de la signature S_2 se décalent vers la droite.
D'autre part, les deux figures 2.15 et 2.16 montrent l'influence des variations de p_1 et p_3 respectivement sur la signature S_2. D'après ces deux figures 2.15 et 2.16, il est bien clair que les variations de p_1 et p_3 n'influent pas la pointe droite de la signature S_2. Par conséquent, S_2 permet la détection et la localisation des variations de p_2 pour tous les domaines admissibles de p_1 et p_3.

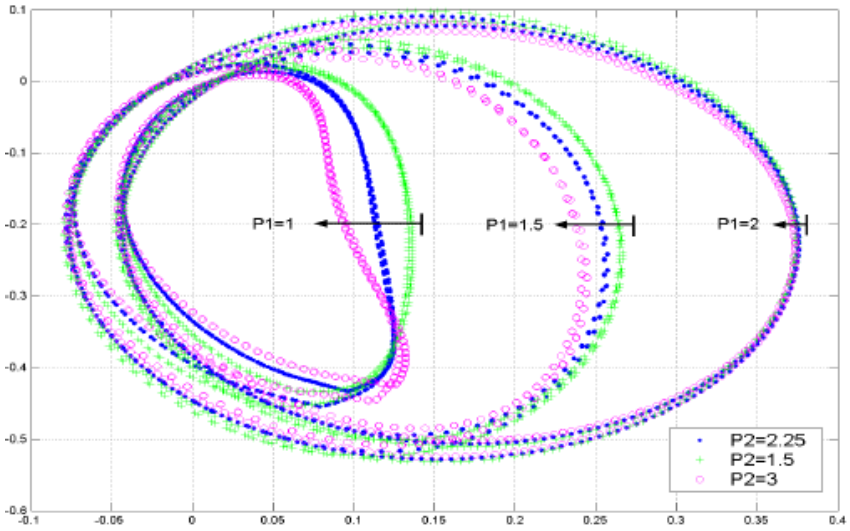


FIG. 2.12 – Sensibilité de la signature S_1 aux variations de p_2 avec $p_3 = 0$

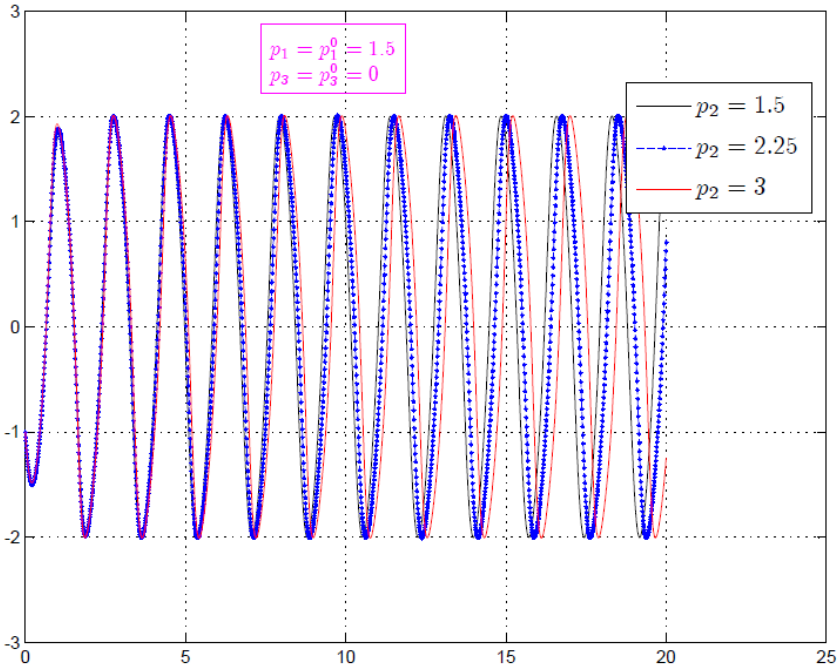


FIG. 2.13 – Sortie de l'oscillateur dans de cas des variations de p_2, $(p_1, p_3) = (1.5, 0)$.

En conclusion, pour une valeur constante de p_3, la détection et l'isolation des variations de p_1 et p_2 en utilisant les signatures S_1 et S_2 s'effectuent de la façon suivante :

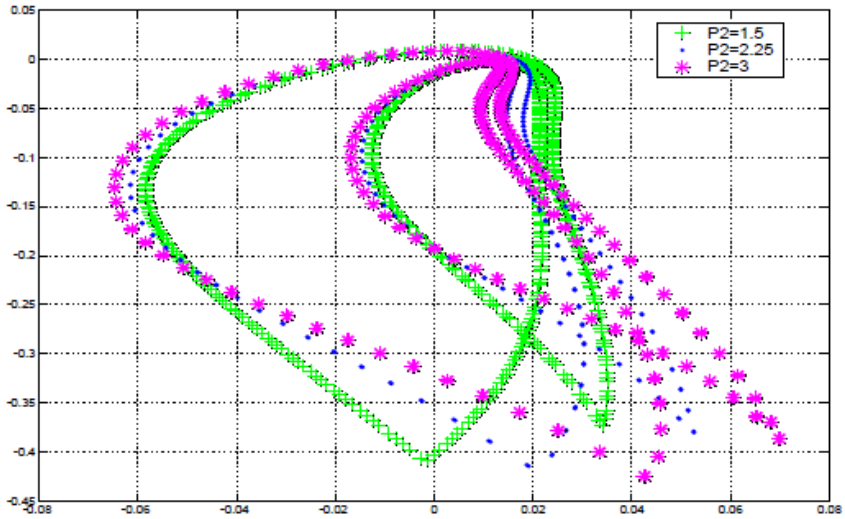


FIG. 2.14 – Sensibilité de la signature S_2 aux variations de p_2 avec $(p_1, p_3) = (1.5, 0)$

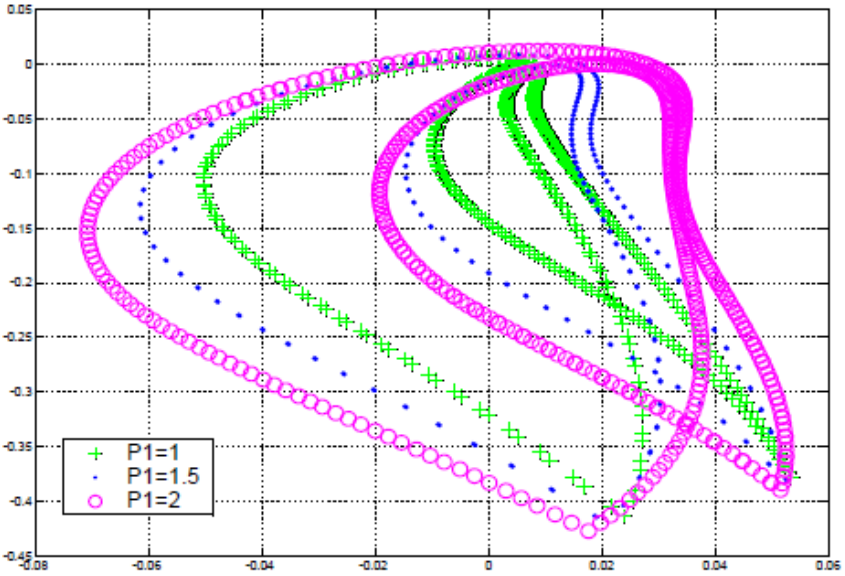


FIG. 2.15 – Sensibilité de la signature S_2 aux variations de p_1

Détection :

- Le changement de la position de la pointe droite de S_2 indépendamment de S_1 implique la variation de p_2.
- L'allongement (ou raccourcissement) de S_1 avec une pointe fixe de S_2 implique la variation de p_1.

Localisation : Pour des grandes variations de p_1, il est possible de localiser des défauts simultanés affectant p_1 et p_2, en effet :

- L'allongement (ou raccourcissement) de S_1 avec une pointe fixe de S_2 implique la variation de p_1 seule.

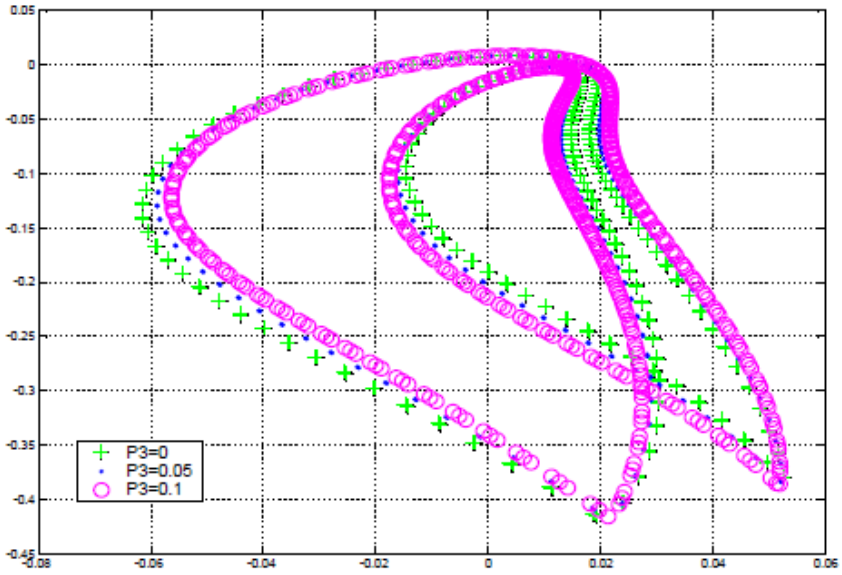


FIG. 2.16 – Sensibilité de la signature S_2 aux variations de p_3

- Le changement de la position de la pointe droite de S_2 avec une petite variation de S_1 par rapport au cas nominale implique la variation de p_2 seule.
- Le changement de la position de la pointe droite de S_2 avec une grande variation de S_1 par rapport au cas nominale implique la variation simultanée de p_1 et p_2.

Il faut noter que la variation faible de p_1, lors des variations simultanées ne permet pas la localisation. En effet, dans ce cas, la variation de p_2 est indistinguable de celle simultanée de p_1 et p_2 or dans les deux cas la pointe de la signature S_2 bouge et S_1 subit une petite variation.

Détection des variations du paramètre p_3

La figure 2.17 montre la sortie du système dans le cas des variations du paramètre p_3. De plus, les allures de la signatures S_1, lors des variations de p_3, pour différentes valeurs du premier paramètre et pour une valeur fixe de p_3, sont illustrées sur la figure 2.18. Selon cette figure, l'augmentation de la valeur du troisième paramètre entraîne l'augmentation de la distance entre les deux branches à l'extrémité droite de la signature S_1. Cette distance est insensible aux variations de (p_1, p_2) (voir figures 2.12 et 2.18). Ainsi, il est possible de détecter et localiser les variations de p_3, en utilisant S_1, et cela indépendamment de p_2 et p_3.

Afin de résoudre complètement le problème de détection et de localisation des variations paramétriques, il faut étudier l'influence de la variation de p_3 sur la détection et la localisation de variations de p_1, en effet :

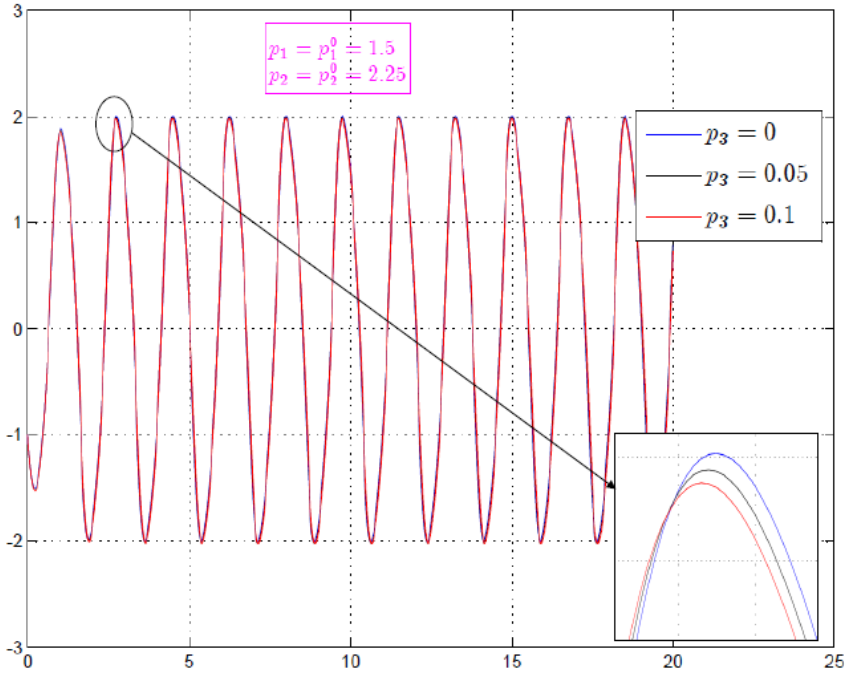


FIG. 2.17 – Sortie de l'oscillateur dans de cas des variations de p_3, $(p_1, p_2) = (1.5, 2.25)$.

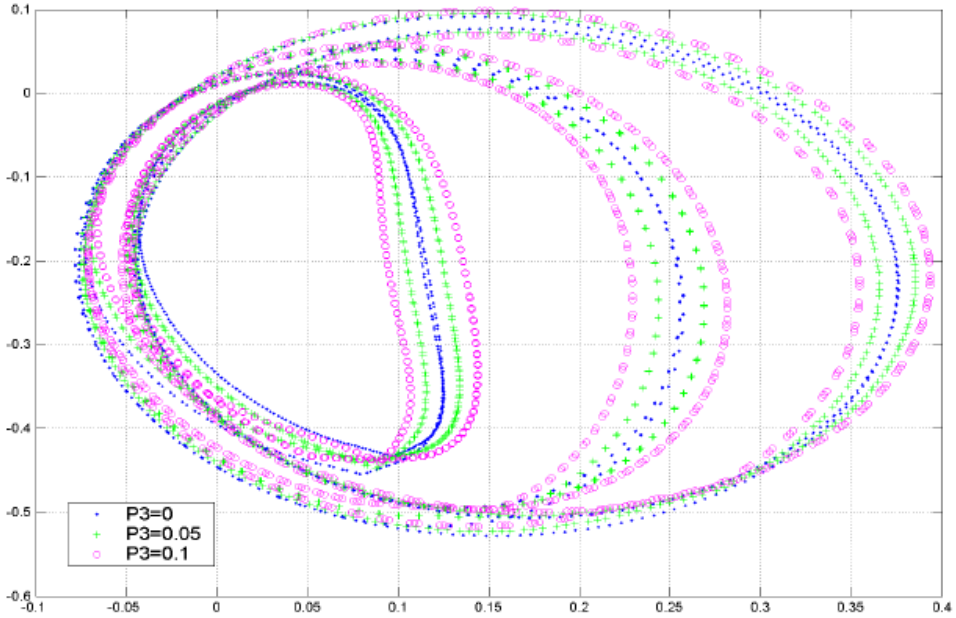


FIG. 2.18 – Sensibilité de la signature S_2 aux variations de p_3 avec $p_2 = 2.25$

- La longueur de la signature S_1 est influencée par le paramètre p_1. Pour des variations de p_3, l'extrémité droite de la signature S_1 est formée de deux branches. En calculant la longueur de S_1 entre le milieu de ces deux branches et l'extrémité gauche de la signature S_1, cette longueur est alors indépendante de p_3. Ainsi, la variation de p_3 n'influe pas la détection et la localisation de variations de p_1.

Résidus de détection

D'après les paragraphes précédents, l'utilisation des deux signatures S_1 et S_2 permet de détecter et localiser les variations mêmes simultanées des trois paramètres de l'oscillateur. Pour ce faire, plusieurs résidus géométriques extraits de ces signatures sont utilisés (voir figure 2.19). La définition de ces résidus géométriques est donnée par :

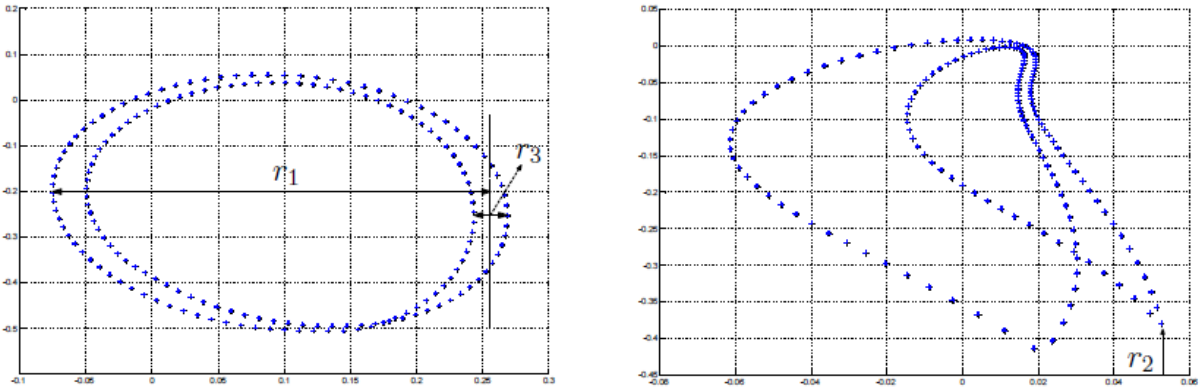


FIG. 2.19 – La signature S_1 donnent deux résidus r_1 et r_3. Le résidu r_2 est extrait de la signature S_2

- r_1 : la longueur de la signature S_1. Dans le cas d'une variation de p_3, la signature a la côte droite formée de deux branches. Dans ce dernier cas, la longueur est calculée par rapport au milieu de ces deux branches (figure 2.19).
- r_2 : La position de la pointe droite de la signature S_2 (figure 2.19). Ce résidu est obtenu par l'abscisse du point de dérivée seconde maximale de la signature S_2.
- r_3 : La distance entre les deux branches droites de la signature S_1 (figure 2.19).

Ces résidus géométriques sont ensuite exprimés de façon analytique [Youssef, 2005] en fonction des coordonnées des points de la signature afin d'être utilisés dans une procédure de diagnostic en ligne.

Résidus de détection sous forme analytique

D'une façon analytique, les résidus r_1, r_2 et r_3 peuvent s'écrire sous la forme :

- **Résidu** r_1 :

$$r_1 = \frac{x_{max} + x_m}{2} - x_{min}$$

Avec

$$x_{min} = \min[S_{1_x}], \quad x_{max} = \max[S_{1_x}]$$

et

$$x_m = \inf[S_{1_x}] \quad \text{tel que} \quad |S_{1_y} - y^*| < 0.01$$

où y^* est l'ordonnée du point d'abscisse x_{max} de la signature S_1.

- **Résidu** r_2 :

$$r_2 = S_{2_{x^*}}, \quad \text{tel que}$$

$$S_{2_{y^*}} = \max(S_{2_{y^+}} - 2S_{2_y} + S_{2_{y^-}})$$

où $S_{2_{y^+}}$ et $S_{2_{y^-}}$ sont les ordonnées du point suivant et précédent du point d'ordonnée S_{2_y} respectivement.

- **Résidu** r_3 :

$$r_2 = x_{max} - x_m$$

où x_{max} et x_m sont les mêmes définis pour le résidu r_1.

2.6 Définition du problème inverse à résoudre

Dans la suite de ce manuscrit la technique des signatures graphiques est utilisée dans deux contextes :

- Le premier consiste en la résolution du problème inverse d'électrolocation. Dans ce cas, l'objectif est de déterminer la position dans un aquarium $2D$ d'un robot anguille muni du sens électrique à partir de la simple connaissance des mesures des courants électriques perçus par l'épiderme du robot.
- Le deuxième consiste en l'estimation des états et des paramètres des systèmes dynamiques non linéaires en utilisant les mesures disponibles du système. Plusieurs exemples d'application sont donnés dans le chapitre 4 pour la validation.

D'une façon générale, le problème inverse qu'on cherche à résoudre en utilisant la signature graphique peut être formulé en général comme il est défini ci-après. Notons que pour chaque application présentée dans les chapitres suivants, les notations et les définitions sont réadaptées en fonction de la problématique, du système et des variables considérées.

Le modèle du système non linéaire dynamique considéré dans ce cas est représenté d'une manière générale par le simulateur suivant :

$$x(k+i) = X(i, x(k), p) \tag{2.6.1}$$

$$y(k) = h(x(k), p) \tag{2.6.2}$$

où

- ♯ $x \in \mathbb{R}^n$ est le vecteur d'état.
- ♯ τ est la période d'échantillonnage.
- ♯ $p \in \mathbb{R}^p$ est le vecteur de paramètres du système.
- ♯ $y \in \mathbb{R}^{n_y}$ est le vecteur de mesures. Il est supposé que les mesures sont périodiquement acquises et mémorisées sur une fenêtre temporelle de longueur $T = N_O\tau$.

Le problème inverse consiste en la détermination des variables inconnues du système (paramètres, états) en utilisant les mesures acquises du système. Plus précisément, l'objectif est de déterminer à tout instant k l'estimation des variables inconnues en utilisant les mesures passées qui ont été acquises pendant $[k - N_O, k]$. Ces mesures définissent un seul vecteur appelé $Y_m(k)$ tel que :

$$Y_m(k) = \begin{pmatrix} y(k-1) \\ \vdots \\ y(k-N_O) \end{pmatrix} \tag{2.6.3}$$

Étant donné la diversité des applications sur lesquelles la technique des signature graphiques est appliquée, la formulation du problème inverse et le schéma de résolution proposé ne sont pas présentés dans ce chapitre. Cependant, l'accent est mis sur la présentation de l'outil (les signatures graphiques). Le schéma de base adopté lors d'une résolution basée sur les signatures graphiques est présenté d'une façon appropriée au moment de la présentation des applications (chapitres 3 et 4).

2.7 Conclusions

Dans ce chapitre, un outil pour la résolution des problèmes dynamiques inverses dans les systèmes non linéaires a été rappelé. Son principe de base est de proposer des signatures graphiques bi-dimensionnelles générées à partir des mesures d'un système donné. La définition de cette signature est basée sur l'utilisation d'une application d'un espace de grande dimension, contenant les mesures passées, dans le plan $\mathbb{R}^2$. La grande capacité de classification humaine permet d'extraire des caractéristiques graphiques à partir de ces signatures. Elles sont traduites ensuite en termes de fonctions analytiques afin de permettre la résolution du problème inverse considéré (estimation des inconnus d'un système, détection des variations paramétriques, diagnostic,etc.). La technique de signature graphique a été développée récemment et appliquée dans différents contextes (voir [Youssef, 2005; Youssef & Alamir, 2003; Youssef & Alamir, 2005; Youssef et al., 2005])

Dans ce qui suit, l'extension de cette méthode au problème de l'estimation de

l'état est bien montrée grâce à des exemples d'application illustratifs et d'autres correspondants à des procédés réels. Le chapitre suivant présente l'utilisation de la technique des signatures graphiques pour la résolution du problème inverse d'électrolocation.

Chapitre 3

Problème inverse d'Électrolocation

Ce chapitre présente des résultats préliminaires concernant la solution des problèmes inverses qui se posent lors de la navigation basée sur le sens électrique. Ce sens est utilisé par les poissons électriques pour se déplacer dans les eaux sombres en utilisant les mesures du courant électrique, perçus par les capteurs épidermiques qui sont affectés par la présence des obstacles. Ces derniers modifient les courants induits résultants en perturbant instantanément le champ électrique auto-produit par le poisson. Afin de surmonter la charge de calcul associée à une inversion explicite des équations mathématiques, l'approche proposée dans ce chapitre, repose sur une méthodologie de classification, récemment développée, et basée sur les signatures graphiques 2D. Une validation préliminaire de la solution proposée est obtenue en utilisant un banc expérimental dédié.

3.1 Introduction

La capacité des poissons électriques à chasser et naviguer sans repères visuels a été reconnue depuis longtemps [Heiligenberg, 1973; der Emde et al., 1998]. Les efforts des chercheurs pour comprendre le mécanisme d'électrolocation sous-jacent, ont permis d'établir que cela est fait en percevant les effets des signaux électriques auto-produits au moyen des électrorécepteurs épidermiques. Le signal reçu par ces récepteurs dépend de la configuration de l'environnement (présence des objets, leurs propriétés électriques, leur taille, leur forme, etc). La figure 3.1 montre bien l'effet des caractéristiques des corps immergés dans l'environnement du poisson électrique sur le signal reçu par ses capteurs épidermiques.
Plus récemment, l'idée d'utiliser ce principe d'électrolocation à bords des robots sous-marins a émergé [Maciver & Nelson, 2001], puisqu'elle présente plusieurs avantages. En effet, au-delà de la possibilité d'explorer, sans repères visuels, les eaux sombres, le caractère instantané du sens électrique (en comparaison aux solutions basées sur le signal de

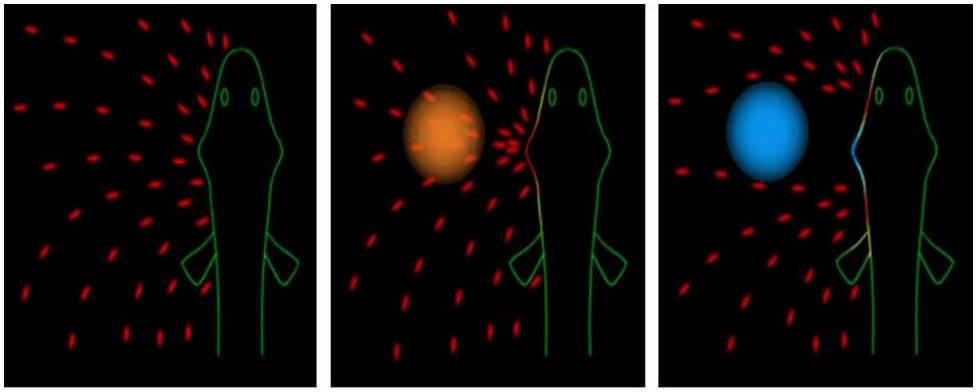


FIG. 3.1 – Influence de caractéristiques des objets sur le champ électrique reçu par les capteurs épidermiques du poisson électrique. a) cas sans objets. b) cas avec présence d'objets conducteurs. c) cas avec présence d'objets non conducteurs

sonar) évoque la possibilité de reproduire un comportement de type réflexe dans de tels robots. En outre, la possibilité d'utiliser différents profils de tension électrique ouvre la porte à une sorte d'investigation active basée sur la redondance, qui peut être précieuse lors de la présence d'ambiguïtés, comme pour la perception de l'environnement du robot.

Le projet national français **ANR-RAAMO** ("**R**obot **A**nguille **A**utonome en **M**ilieux **O**paques") a pour objectif d'effectuer des recherches conduisant à un robot ressemblant à une anguille capable de l'électrolocation. En particulier, plusieurs réseaux électrosensoriels ont été développés, ainsi qu'un banc expérimental simplifié, afin de faire des applications de validation. Ces derniers concernent, à la fois, la méthode de modélisation des équations d'électrolocation (les équations directes) mais aussi les algorithmes qui visent à reconstruire l'information sur l'environnement en se basant sur les mesures disponibles (problèmes inverses). Plus précisément, le problème direct est décrit par l'équation de Laplace

$$\Delta U = 0$$

où U est le potentiel qui définit le champ électrique à travers $\mathbf{E} = -\nabla U$ (la nature irrotationelle du champ en régime quasi-stationnaire). La solution de l'équation de Laplace nécessite que des conditions aux limites soient définies selon les propriétés des objets qui sont immergés dans l'environnement près de la sonde de détection [Williams et al., 1990]. Ces conditions aux limites impliquent, soit U ou sa pente normale aux nœuds qui appartiennent aux frontières du domaine (comprenant les frontières des objets). La solution directe des équations d'électrolocation nécessite une charge de calcul numérique (La méthode des éléments aux frontières par exemple (BEM : "Boundary elements method"),

ce qui donne un système d'équations qui prend la forme suivante :

$$\left[A(\mathit{config})\right]\begin{pmatrix}\bar{U}\\ \bar{I}\end{pmatrix} = B(\mathit{config}) \tag{3.1.1}$$

$$\mathit{Mesures} = C\begin{pmatrix}\bar{U}\\ \bar{I}\end{pmatrix} \tag{3.1.2}$$

où *config* désigne l'ensemble des paramètres qui décrivent complètement la configuration de l'environnement, alors que $(\bar{U}, \bar{I})$ sont les vecteurs de tension et du courant à chaque nœud de la maille de discrétisation. Notons que le vecteur B rassemble les potentiels et les courants qui sont connus ou imposés sur certaines frontières particulières (capteurs, corps de caractéristiques données).

C'est une réalité, sauf pour des cas très simples [Baffet et al., 2009], que la résolution de problème inverse

$$\mathit{config} = \mathcal{F}(\mathit{Mesures})$$

qui constitue un problème non linéaire, hybride et de dimension élevée, est extrêmement difficile et le faire en temps réel est irréaliste. C'est la raison pour laquelle l'utilisation des algorithmes d'inversion sans modèles, doit être sérieusement étudiée. C'est l'objectif du chapitre présent dans lequel on a traité quelques résultats préliminaires, expérimentalement évalués, concernant l'utilisation d'une telle approche sans modèle pour résoudre un problème spécifique d'électrolocation.

Ce chapitre est organisé de la façon suivant : d'abord, la section 3.2 explicite le point de vue physique adopté pour définir les équations du problème d'électrolocation. Ensuite la section 3.3 présente le banc expérimental et le problème d'électrolocation spécifique à traiter. La section 3.4 décrit le cadre général qui sous-tend la solution proposée alors que la section 3.5 montre les résultats de validation expérimentale.

3.2 Point de vue physique adopté

Dans un milieu conducteur, les courants à basses fréquence sont régis par la loi d'ohm :

$$\mathbf{j} = \gamma\mathbf{E} \tag{3.2.1}$$

où

- ✓ $\mathbf{j}$ est la densité de courant. Le bilan des charges électriques se traduit par :

$$\mathrm{div}(\mathbf{j}) = 0 \tag{3.2.2}$$

- ✓ γ est la conductivité électrique.
- ✓ $\mathbf{E}$ est le champ électrique. Les deux équations (3.2.1) et (3.2.3) impliquent :

$$\mathrm{div}(\mathbf{E}) = 0 \tag{3.2.3}$$

Dérivant du potentiel électrique U, $\mathbf{E}$ est défini à travers :

$$\mathbf{E} = -\nabla \mathbf{U} \tag{3.2.4}$$

La relation précédente reflète la nature irrotationnelle du champ en régime quasi-stationnaire.

En se basant sur les équations (3.2.3) et (3.2.4), les équations d'électrolocation sont modélisées à travers l'équation de Laplace qui est de la forme suivante :

$$\Delta \mathbf{U} = 0 \tag{3.2.5}$$

Le problème direct d'électrolocation est défini comme suit :

Les différentiels de potentiel étant imposés, la géométrie étant définie, la physique étant connue, les courants transcutanés sont à chercher.

La résolution de l'équation de Laplace nécessite des conditions aux limites (C.L.) bien définies (conditions aux limites de Dirichlet, de Neumann). Ainsi, le problème sera formulé comme étant :

$$\Delta U = 0 \quad \text{avec C.L.} \tag{3.2.6}$$

Par ailleurs, en maillant la surface considérée et en appliquant une méthode de résolution telle que la méthode des éléments finis de frontière ou "Boundary element Method" (BEM) en anglais, le problème sera défini par un système d'équations de la forme suivante :

$$AX = B \tag{3.2.7}$$

où

- ✓ A et B sont des matrices qui dépendent de la géométrie, plus précisément de la configuration de l'environnement du poisson.
- ✓ $X = [U, I]^T$ tel que U, I la tension et le courant pour tout point de la grille des capteurs épidermiques.

La solution de l'équation de Laplace nécessite les conditions aux frontières à être définies en accord avec les propriétés des objets se trouvant dans l'environnement proche des capteurs électro-sensible.

Problème inverse d'électrolocation à résoudre

Le but de ce travail est de déterminer la physique de la scène en connaissant les tensions (imposées) et les courants (mesurés).

En se basant sur la modélisation mathématique du paragraphe précédent (3.2.7), les courants ont la forme explicite suivant :

$$I = K(U) \tag{3.2.8}$$

où K est une fonction numérique qui dépendent de la géométrie.
Par conséquent, le problème d'optimisation suivant est posé : Trouver la géométrie de la scène p tel que :

$$\hat{p} = \min_{p} \|\hat{I}(p) - I\| = \min_{p} \|(\hat{K}(p) - K)U\| \tag{3.2.9}$$

En résumé, Le problème inverse d'électrolocation défini consiste à trouver la configuration de l'environnement à partir des mesures. C'est un problème hybride non linéaire de grande dimension et résoudre ce problème en temps réel est une tâche presque irréalisable. C'est ainsi que l'objectif de ce travail est de proposer un schéma d'inversion indépendant du modèle mathématique, or, l'inversion à base de modèle est incompatible avec les besoins de temps réel. La solution est basée sur une technique de classification qui permet de détecter la position du robot dans l'aquarium en se basant sur les mesures électriques.

3.3 Banc expérimental d'électrolocation

Afin de démarrer une investigation sur un problème plus simple que celui correspondant à un robot de natation entièrement instrumenté, les partenaires du projet national RAAMO ont développé le banc expérimental représenté sur la Figure 3.2 où un schéma d'une sonde de deux électrodes (inox 316) peut être considéré. Cette sonde est immergée dans un aquarium de coordonnées (x, y), à mi-hauteur et de position angulaire θ, qui sont strictement contrôlées en utilisant respectivement un robot cartésien et un stade de rotation précis. Tandis que dans la prochaine investigation expérimentale, seules les deux électrodes de la sonde ont été utilisées, il est à noter que plusieurs versions de la sonde sont également disponibles ; contenant jusqu'à 16 électrodes, distribuées sur des groupes de 4 électrodes. Par conséquent, le problème d'électrolocation peut être énoncé comme suit :

> *définir un protocole d'actionnement, un schéma d'apprentissage et le solveur du problème inverse correspondant, qui permettent à la sonde de déterminer ses coordonnées (x, y) à partir des mesures uniquement reliées à l'électrolocation.*

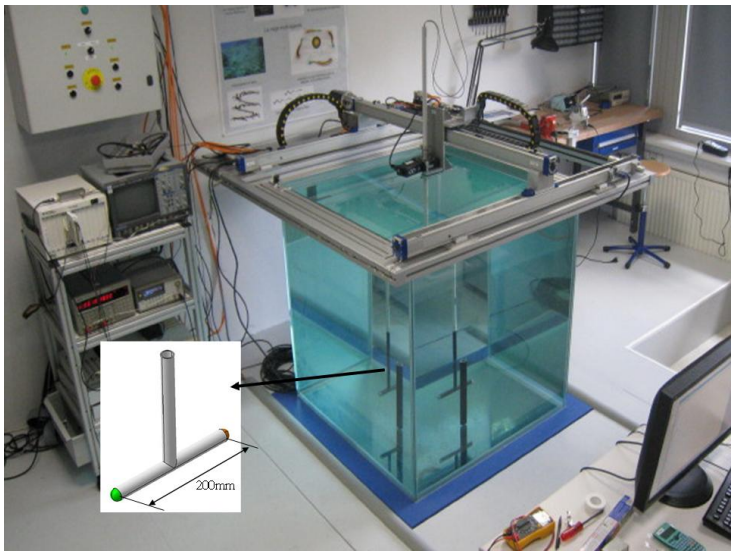


FIG. 3.2 – Photo du banc expérimental disponible à SUBATECH. La plateforme de contrôle de position/ orientation de la sonde électro-récepteur peut être reconnue. Cela permet d'effectuer un contrôle du mouvement de la sonde dans l'aquarium afin de collecter les mesures résultantes.

Il est évident que de nombreux protocoles d'actionnement peuvent être imaginés et celui qui est proposé ici est simplement un choix particulier parmi de nombreux autres choix possibles.

Quelque soit le protocole d'actionnement utilisé, ce protocole doit aboutir à un profil de signaux mesurés qui permet de discriminer la position (x, y), en manipulant les mesures résultantes et cela, quelque soit la valeur initiale de la position angulaire de la sonde. Autrement dit, il faut être au moins capable, en observant les mesures, de décider si la sonde est près d'un mur, au centre de l'aquarium ou près d'un coin. D'une certaine façon, le problème inverse peut être considéré comme un problème basé sur les mesures. Cependant, il est montré ci-après que l'approche proposée effectue beaucoup plus que cette classification, en produisant un positionnement assez précis dans l'aquarium.

Avant de décrire le protocole spécifique d'actionnement, l'outil de classification utilisé est tout d'abord rappelé dans un contexte assez général.

3.4 Contexte général

Dans [Youssef & Alamir, 2003], un schéma général pour le diagnostic, la classification et l'estimation d'état a été proposé. Ce schéma est basé sur la technique des signatures

graphiques précédemment présentée dans le chapitre 2. De plus, des travaux de validation sur des études concrètes d'ingénierie ont été rapportés dans [Youssef & Alamir, 2005] et [Youssef et al., 2005]. Cette section rappelle la technique des signatures graphiques car elle est au cœur de la méthodologie proposée dans le chapitre présent. De plus, les définitions introduites dans le chapitre 2 sont rappelées dans la suite d'une façon adaptée au problème traité dans ce chapitre.

3.4.1 Définitions et Notations

Considérons un système dynamique régi par les équations suivantes :

$$x^+ = f(x,p) \quad ; \quad y = h(x,p) \tag{3.4.1}$$

où

- ✓ $x \in \mathbb{R}^n$ est le vecteur d'état du système.
- ✓ $p \in \mathbb{R}^{n_p}$ est le vecteur de paramètres constants.

y représente le vecteur de mesures, qui est supposé être ici scalaire pour simplifier la présentation. La notation x^+ représente la valeur de l'état à l'instant d'échantillonnage suivant, obtenue à partir de la valeur actuelle du couple (x,p). La définition récursive suivante est utilisée pour désigner la trajectoire de l'état pour une paire donnée de l'état initial x et d'un vecteur de paramètres p :

$$X^{(0)}(x,p) = x \quad ; \quad X^{(i+1)}(x,p) = f\Big(X^{(i)}(x,p),p\Big) \tag{3.4.2}$$

De la même façon, les mesures récursives correspondantes sont notées par $y^{(i)}(x,p) = h(X^{(i)}(x,p),p)$.

Typiquement à chaque instant k, l'estimation du vecteur de paramètres p est basée sur l'utilisation des mesures passées qui ont été acquises pendant l'intervalle $[k-N,k]$. Ces mesures sont rassemblées dans un seul vecteur $\mathcal{Y}(k)$, défini comme suit :

$$\mathcal{Y}(k) := \begin{pmatrix} y^{(N-1)}(x(k-N),p) \\ \vdots \\ y^{(0)}(x(k-N),p) \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^N \tag{3.4.3}$$

3.4.2 Génération de la signature

L'intuition de base des séries de travaux [Youssef & Alamir, 2003; Youssef & Alamir, 2005; Youssef et al., 2005], rappelée dans le chapitre précédent 2, est définie comme suit :

étant donné que les mesures successives contenues dans $\mathcal{Y}$ déterminent uniquement la partie observable de l'état x (en se basant sur la connaissance de p), elles déterminent aussi uniquement la sortie suivante y^+ (en se basant sur la connaissance de p). Cette intuition peut se résumer par l'existence d'une fonction inconnue $\mathcal{F}$ satisfaisant :

$$y^+ = \mathcal{F}(\mathcal{Y}, p) \tag{3.4.4}$$

Notons que, conformément à (3.4.3), $\mathcal{Y}$ peut être considérée comme une variable pile, qui est mise à jour à chaque instant d'échantillonnage selon l'équation :

$$\mathcal{Y}^+ = \mathcal{Q}(\mathcal{Y}, y^+) \tag{3.4.5}$$

où $\mathcal{Q}(\mathcal{Y}, y^+)$ est obtenu à partir de $\mathcal{Y}$ en supprimant la donnée la plus ancienne $y^{(0)}$ et en ajoutant la nouvelle mesure y^+ au sommet de la pile.

En définissant l'état étendu $z = (\mathcal{Y}^T, y)^T \in \mathbb{R}^{N+1}$, les deux équations (3.4.4) et (3.4.5) sont ainsi rassemblées afin d'obtenir le système dynamique implicite suivant (avec l'état z complètement mesuré) :

$$z^+ = \mathcal{G}(z, p) \quad ; \quad z \in \mathbb{R}^{N+1} \tag{3.4.6}$$

Par conséquent, chaque caractérisation basée sur les mesures (*signature*) de la fonction inconnue $\mathcal{G}$ impliquée dans (3.4.6) est également une caractérisation potentielle du vecteur de paramètres p.

Dans [Youssef & Alamir, 2003], des signatures de la fonction implicite $\mathcal{G}$ ont été proposées en définissant une fonction de la forme :

$$\begin{aligned} P_\varepsilon : \mathbb{R}^{N+1} &\rightarrow \mathbb{R}^2 \\ z &\rightarrow \quad P_\varepsilon(z) \end{aligned} \tag{3.4.7}$$

qui associe à chaque profile de mesures z un point dans un plan 2D. Cette fonction est la fonction "Pencil" précédemment définie dans le chapitre 2.

Supposons maintenant qu'une expérience est effectuée avec le système régi par (3.4.1), sur un intervalle temporel qui contient $N + M$ instants d'échantillonnage. Ces données contiennent N valeurs successives de l'état z régi par (3.4.6), plus précisément :

$$z(N+i) := \begin{pmatrix} \mathcal{Y}(N+i) \\ y(N+i+1) \end{pmatrix} \quad i \in \{0, \ldots, M-1\} \tag{3.4.8}$$

Appliquer successivement la fonction P_ε sur les $z(N+i)$ conduit à des tracés définis par :

$$S_\varepsilon(p) := \left\{ P_\varepsilon\Big(z(N+i)\Big) \right\}_{i=0}^{M-1} \subset \mathbb{R}^2 \tag{3.4.9}$$

qui constituent clairement une signature graphique du vecteur de paramètres p puisque p intervient dans la définition de l'équation du système (3.4.6) qui régit l'évolution de z.

3.4.3 Propriété d'une signature

Considérons une fonction r qui associe à chaque signature graphique

$$S := \left\{ (\xi_i, \eta_i) \right\}_{i=1}^{M} \subset \mathbb{R}^2$$

un scalaire unique [1]. Dans la suite, une telle fonction est appelée *propriété d'une signature*. L'utilisation de deux paires $c_1 := (S_{\varepsilon_1}, r_1)$ et $c_2 := (S_{\varepsilon_2}, r_2)$ composée chacune d'une signature particulière et une propriété associée, permet de représenter chaque expérience par un point dans le plan 2D $(r_1(S_{\varepsilon_1}), r_2(S_{\varepsilon_2}))$. C'est la raison pour laquelle une paire $c = (S_\varepsilon, r)$ est nommée une *coordonnée*. Notons que ce plan 2D est différent de celui auquel appartient l'image de P_ε. Plus précisément, un point dans le premier plan 2D constitue un point appartenant à une signature graphique, alors qu'un point dans le plan (c_1, c_2) représente une expérience entière à travers deux propriétés de deux signatures représentant cette expérience

De la même façon, en supposant deux coordonnées (c_1, c_2), un ensemble d'expériences $\mathbb{E}$ conduit à un nuage $C_{c_1}^{c_2}(\mathbb{E})$ dans le plan 2D correspondant $(c_1, c_2) = (r_1(S_{\varepsilon_1}), r_2(S_{\varepsilon_2}))$.

3.4.4 Classification basée sur les signatures

Considérons n_c sous ensembles $\{\mathcal{P}_i\}_{i=1}^{n_c} \subset \mathbb{P}$ de l'ensemble admissible de paramètres p. Supposons qu'un ensemble d'expériences $\mathbb{E}(\mathcal{P}_i)$ est construit pour chaque sous-ensemble $\mathcal{P}_i$ (soit en changeant $p \in \mathcal{P}_i$ ou en changeant l'état initial du système pour le même p ou les deux). Ces expériences donnent ce qu'on appelle *données d'apprentissage* pour lesquelles le problème de classification est défini comme suit :

[1] il peut être défini comme $\max_i(\xi_i)$, $\max_i(\eta_i) - \min_i(\eta_i)$, $mean(\{\xi_i\}_{i=1}^N)$, $std(\{\eta_i\}_{i=1}^N)$, $\max_i(\{\frac{\xi_i}{(\varepsilon+|\eta_i|)}\})$, ..., etc.

Trouver m coordonnées $\{c_i := (S_{q_i}, r_i)\}_{i=1}^{m}$ de sorte que la propriété suivante soit satisfaite : Pour tous les indices du sous-ensemble $i, j \in \{1, \ldots, n_c\}$, il existe une paire de coordonnées (c_1, c_2) de telle sorte que les nuages :

$$C_{c_1}^{c_2}\Big(\mathbb{E}(\mathcal{P}_i)\Big) \quad \text{et} \quad C_{c_1}^{c_2}\Big(\mathbb{E}(\mathcal{P}_j)\Big)$$

soient séparés pour tout $j \neq i$ (voir figure 3.3).

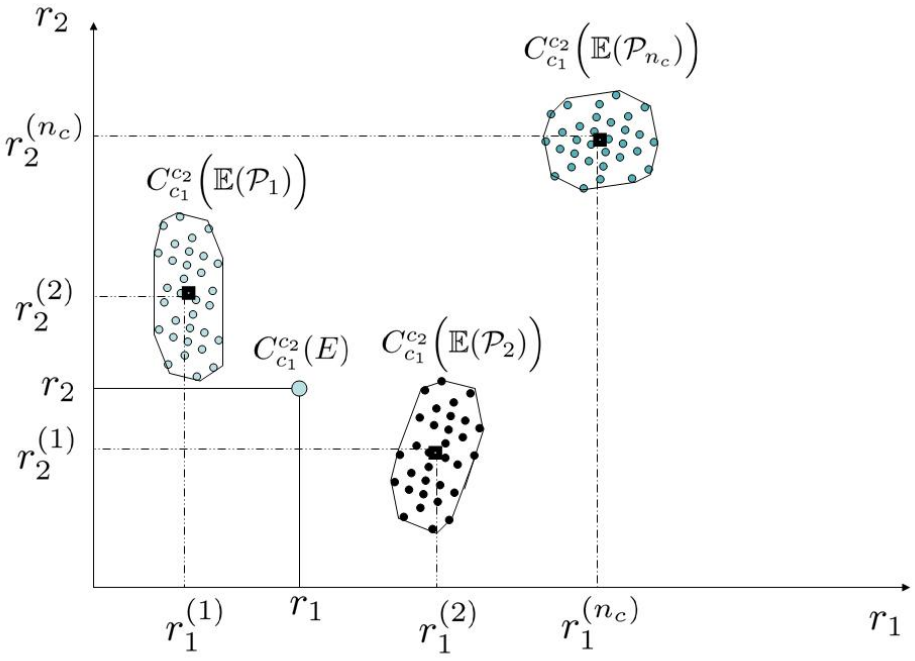


FIG. 3.3 – Schéma d'un ensemble de nuages représentant un problème de classification résolu en se basant sur les sous-ensembles $\mathcal{P}_1$,...$\mathcal{P}_{n_c}$ de l'ensemble de valeurs de paramètres. Cas où seulement deux coordonnées permettent une solution complète du problème de classification. Lorsqu'une nouvelle expérience E est disponible et qui n'appartient pas à l'ensemble classifié, une identification est effectuée sur la base des classes classifiées.

3.4.5 Résolution du problème de classification

En se basant sur la condition de séparation présentée ci-dessus, un logiciel d'optimisation appelé "DiagSign" a été récemment développé[2] pour résoudre le problème de classification. Cela se fait par une recherche aléatoire (sur l'ensemble des paramètres de la

[2]Voir http ://www.mazenalamir.fr/DiagSign/ pour la description de ce logiciel. Voir aussi http ://www.mazenalamir.fr/files/APP_diagsign.jpg pour la licence de protection du logiciel.

signature (ε, N) et sur un ensemble prédéfini de propriétés graphiques) qui vise à assurer un niveau de séparation $d_{min} > 0$. Dès qu'une paire (c_1, c_2), qui isole un sous-ensemble de configurations $\{\mathcal{P}_i\}_{i=1}^{n_c}$ à classifier, est trouvée, ces configurations sont supprimées de la liste et la recherche continue en se concentrant sur celles qui restent jusqu'à ce que la liste soit vide (le problème de classification est résolu).

3.4.6 Estimation de p

L'estimation des paramètres est rendue plus facile quand il y a une solution du problème de classification qui répond aux exigences suivantes :

Il existe deux coordonnées c_1 et c_2 qui résolvent complètement le problème de classification. Plus précisément, le problème de classification admet au moins une solution avec $m = 2$.

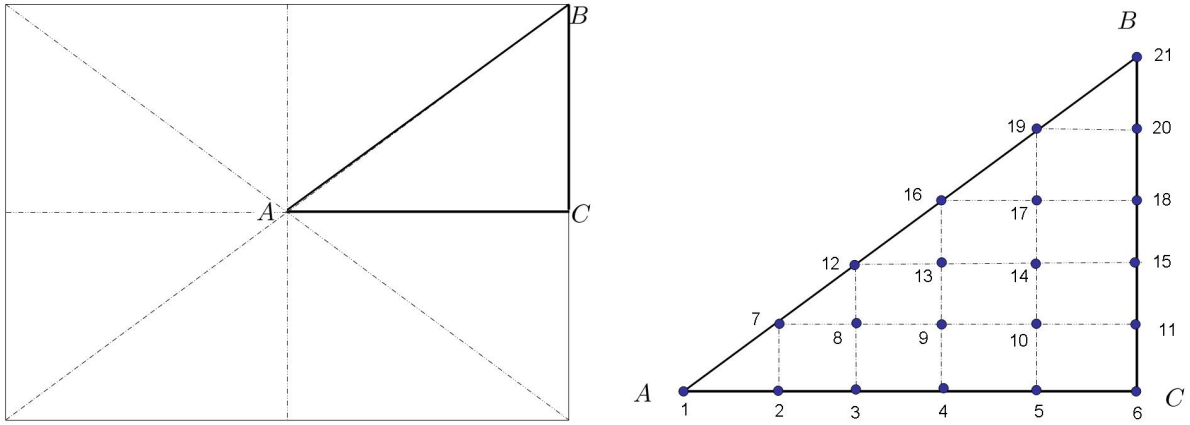
Selon cette hypothèse, la situation illustrée sur la figure 3.3 est obtenue. Plus précisément, les nuages $C_{c_1}^{c_2}(\mathbb{E}(\mathcal{P}_i))$ donnent une représentation $2D$ de l'ensemble des expériences $\mathbb{E}(\mathcal{P}_i)$ pour $i = 1, \ldots, n_c$ sous forme de n_c ensembles séparés. Lorsque les mesures d'une nouvelle expérience E sont acquises, le point correspondant $r := (r_1, r_2) = C_{c_1}^{c_2}(E)$ est calculé, et l'estimation de la valeur de paramètre correspondant est obtenue selon la relation suivante :

$$\hat{p} = \sum_{i=1}^{n_c} \phi_i(r) \cdot p^{(i)} \tag{3.4.10}$$

où $p^{(i)}$ est une valeur représentative des valeurs de paramètres qui ont été utilisées dans la génération des expériences contenues dans $\mathbb{E}(\mathcal{P}_i)$ alors que les $\phi_i(\cdot)$ sont des fonctions de pondération appropriées telle que $\sum_{i=1}^{n_c} \phi_i(r) = 1$.

3.5 Application à l'Électrolocation

Dans cette section, l'application de la méthodologie proposée pour résoudre le problème d'électrolocation décrit dans la section 3.3 est montrée. Notons que pour des arguments de symétrie, seul, un domaine triangulaire est considéré comme indiqué sur la figure 3.4.(a), dans le cas contraire, les ambiguïtés sont inévitables.



(a) (b)

FIG. 3.4 – (a) A cause de la symétrie, seulement le triangle ABC est considéré. (b) L'ensemble de différentes positions où les mesures sont acquises pour la conception et/ou la validation

3.5.1 Mesures disponibles

La figure 3.4.(b) présente un ensemble de points $\{(x_i, y_i)\}_{i=1}^{21}$ où les mesures sont acquises pour la conception et/où la validation conformément au protocole suivant :

Pour chaque $i \in \{1, \ldots, 21\}$, le capteur est positionné à (x_i, y_i) et une rotation de 360 deg à vitesse angulaire constante est effectuée en partant d'une certaine valeur initiale θ_j (position angulaire de la sonde) et les mesures correspondantes sont acquises pour former l'expérience qui sera notée par la suite E_i^j.

En outre, afin d'être insensible à la valeur initiale de la position angulaire, $n_{exp} = 10$ différentes valeurs des positions angulaires initiales θ_j uniformément distribuées sur $[0, 360]$ sont utilisées, conduisant à 10 différentes expériences $\{E_i^j\}_{j=1}^{n_{exp}=10}$ pour chaque position (x_i, y_i).

Dans ce qui suit, il est montré comment le schéma général de la section 3.4 peut être utilisé pour calculer une estimation de la position (x, y) en effectuant en ligne une simple expérience de rotation 360 deg ; il est montré notamment que cela peut se faire en deux étapes successives, la première conduisant à un estimation $\hat{x}$ de x et la deuxième menant à une estimation $\hat{y}$ de y étant donné $\hat{x}$.

3.5.2 Estimation de la coordonnée horizontale x

Afin d'estimer la coordonnée x, le schéma proposé dans les sections précédentes est utilisé avec les instantiations suivantes

- $n_c = 4$ sous ensembles d'apprentissage sont utilisés de telle sorte que
- $\mathcal{P}_1 = \{(x,y)|x = x_6\}$, $\mathcal{P}_2 = \{(x,y)|x = x_5\}$, $\mathcal{P}_3 = \{(x,y)|x = x_3\}$ et $\mathcal{P}_4 = \{(x,y)|x = x_1\}$
- Les expériences $\mathbb{E}(\mathcal{P}_i)$ sont définies comme suit :

$$\mathbb{E}(\mathcal{P}_1) = \left\{ \{E_i^j\}_{j=1}^{10} \right\}_{i\in\{6,15,20,21\}} \tag{3.5.1}$$

$$\mathbb{E}(\mathcal{P}_2) = \left\{ \{E_i^j\}_{j=1}^{10} \right\}_{i\in\{5,14,19\}} \tag{3.5.2}$$

$$\mathbb{E}(\mathcal{P}_3) = \left\{ \{E_i^j\}_{j=1}^{10} \right\}_{i\in\{3,8,12\}} \tag{3.5.3}$$

$$\mathbb{E}(\mathcal{P}_4) = \left\{ \{E_i^j\}_{j=1}^{10} \right\}_{i\in\{1\}} \tag{3.5.4}$$

  ce qui montre clairement que seules 11 positions parmi les 21 positions sont utilisées dans la phase d'apprentissage (50% des données disponibles). Les points restants sont utilisés pour la validation de la capacité d'extrapolation de l'algorithme résultant.

En utilisant les choix précédents, le problème de classification résultant a été soumis à DiagSign et le problème de classification a été résolu comme le montre la figure 3.5. En effet, les résultats coïncident avec le schéma général décrit sur la figure 3.3 étant donné que les nuages représentant les différents sous-ensembles de valeurs de x sont clairement séparés.

Désignons par $r^{(i)} = (r_1^{(i)}, r_2^{(i)})$ les coordonnées des centres des enveloppes convexes des nuages $C_{c_1}^{c_2}(\mathbb{E}(\mathcal{P}_i))$, il est ainsi possible de définir une spline lisse $r(\xi)$ avec une abscisse curviligne ξ reliant les centres $\{r^{(i)}\}_{i=1}^{n_c=4}$. Lorsque des données d'une nouvelle expérience E^* sont disponibles (voir Figure 3.5.d), le point correspondant est calculé, sa projection sur la ligne médiane qui détermine l'abscisse curviligne correspondant ξ^*, est obtenue. La spline est ensuite utilisée pour calculer l'estimation de x par l'équation suivante :

$$\hat{x}(E^*) = \left[\frac{\xi^{(i+1)} - \xi^*}{\xi^{(i+1)} - \xi^{(i)}}\right] \cdot x_i + \left[\frac{\xi^* - \xi^{(i)}}{\xi^{(i+1)} - \xi^{(i)}}\right] \cdot x_{i+1} \tag{3.5.5}$$

où (i) et $(i+1)$ sont les indices des nuages qui entourent le nouveau point représentant l'expérience, $C_{c_1}^{c_2}(E^*)$, le long de la ligne moyenne curviligne.

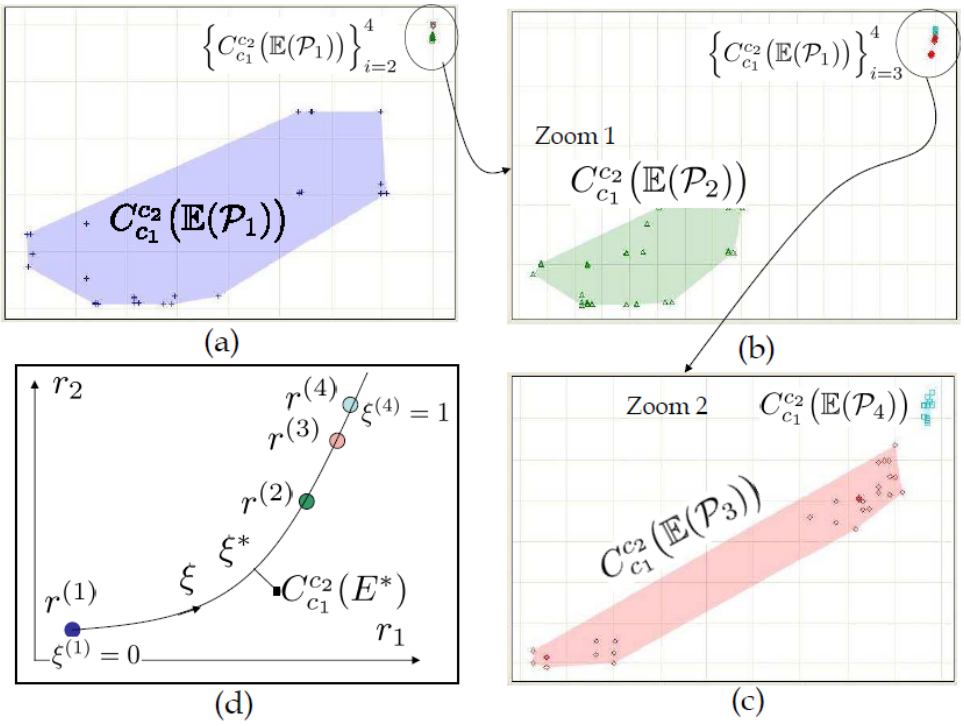


FIG. 3.5 – Solution basée sur les signatures du problème de classification dépendant la coordonnée horizontale x. Les nuages $C_{c_1}^{c_2}(\mathbb{E}(\mathcal{P}_i))$ sont clairement séparés pour $i \in \{1,\ldots,4\}$: (a) Vue globale de la position des nuages. (b) zoom excluant le premier nuage. (c) zoom excluant les deux premiers nuages. (d) Principe de l'estimation $\hat{x}(E^*)$ correspondant à une nouvelle expérience E^* conformément à l'équation (3.5.5)

3.5.3 Estimation de la coordonnée verticale y

L'estimation de y s'effectue à l'aide des étapes suivantes :

– Tout d'abord, les trois sous problèmes de classification sont résolus en utilisant la même méthodologie expliquée ci-dessus dans le cas de la coordonnée x. Ces trois problèmes correspondent chacun à une donnée x et pour lesquels différents niveaux $p = y$ sont utilisés pour définir les sous ensembles à discriminer. La définition de n_c et des sous-ensembles $\mathcal{P}_i$ pour chacun des trois sous-problèmes est représentée sur la figure 3.6. Il est nécessaire de souligner que, seules, les expériences utilisées dans la classification de x sont utilisées ici, de sorte que seulement 50% des données disponibles sont utilisées dans la phase d'apprentissage.

Notons que les sous-problèmes de classification de y sont définis pour $x = x_6$, $x = x_5$ et $x = x_3$. Donc, une fois ces sous-problèmes sont résolus, et en utilisant la même formule d'interpolation (3.5.5), les estimateurs conditionnels suivants sont

disponibles :

$$\hat{y}(E^*|x = x_6) \quad ; \quad \hat{y}(E^*|x = x_5) \quad ; \quad \hat{y}(E^*|x = x_3)$$

où E^* est la nouvelle expérience.
Ces estimateurs produisent l'estimation de y à condition que x appartienne à l'ensemble $\{x_6, x_5, x_3\}$. Notons également que l'on dispose de l'estimateur trivial $\hat{y}(E^*|x = x_1) = 0$.

– Lorsque les données correspondantes à la nouvelle expérience E^* sont disponibles, l'estimation $\hat{x}(E^*)$ est calculée en premier, puis les limites

$$(x_{min}(E^*), x_{max}(E^*)) \in \{x_1, x_3, x_5, x_6\}^2$$

sont calculées de telle sorte que :

$$x_{min}(E^*) \leq \hat{x}(E^*) \leq x_{max}(E^*) \tag{3.5.6}$$

– Finalement la valeur estimée $\hat{y}(E^*)$ est donnée par :

$$\begin{aligned} &\hat{y}(E^*) := \\ &\left[\frac{x_{max}(E^*) - \hat{x}(E^*)}{x_{max}(E^*) - x_{min}(E^*)}\right] \cdot \hat{y}(E^*|x_{min}(E^*)) + \\ &\left[\frac{\hat{x}(E^*) - x_{min}(E^*)}{x_{max}(E^*) - x_{min}(E^*)}\right] \cdot \hat{y}(E^*|x_{max}(E^*)) \end{aligned} \tag{3.5.7}$$

3.5.4 Résultats de validation

Les lois d'estimation (3.5.5) et (3.5.7) sont utilisées ici sur l'ensemble complet de points expérimentaux, afin de valider leur puissance d'extrapolation sur ces expériences qui n'étaient pas incluses dans la phase d'apprentissage. Les résultats sont présentés sur la figure 3.7 où l'erreur d'estimation pour chacune des positions (x, y) est représentée graphiquement par une ellipse. Notons que les points appartenant à l'ensemble :

$$\{2, 7, 4, 9, 13, 16, 10, 17, 11, 18\}$$

n'ont pas été utilisés dans la phase d'apprentissage. Cela montre une bonne capacité d'interpolation de la stratégie proposée. Notons également que la précision augmente lorsque la sonde s'approche du mur, conformément avec les observations invoquées par [Baffet et al., 2009].

3.6 Conclusions générales

Dans ce chapitre, une validation préliminaire d'une méthodologie d'électrolocation sans modèle a été proposée et validée expérimentalement. Cette méthodologie se base sur

l'utilisation de la technique des signatures graphiques présentée dans le chapitre 2. Une investigation future portera sur la navigation en présence d'objets arbitraires où le problème de classification sera défini par la présence ou non d'objets dans telle ou telle direction. Ces directions sont définies dans le système de référence du robot. Dans ce sens, l'ambition de positionnement absolu sera abandonnée vers un contexte plus réaliste d'électrolocation. De plus, l'utilisation des sondes à électrodes multiples (jusqu'à 16 déjà disponibles sur une seule sonde) permettra d'éviter la nécessite d'un protocole assez complexe d'électrolocation.
Dans le chapitre suivant, d'autres exemples illustratifs où la technique des signatures graphiques est utilisée, sont présentés. Pour ces exemples, cette technique est utilisée comme outil permettant de réduire au moins partiellement la complexité du problème d'optimisation invoquée lors de l'utilisation des estimateurs à horizon glissant.

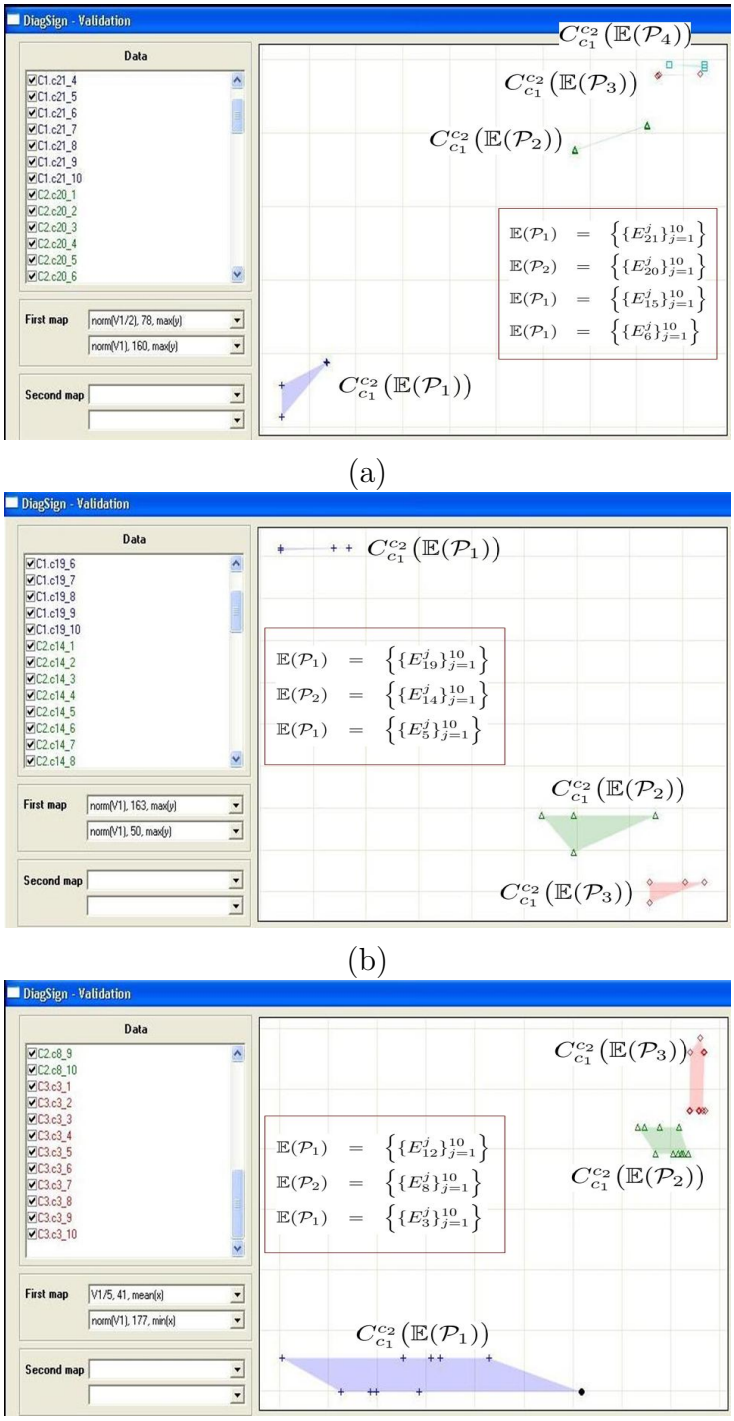


FIG. 3.6 – Vue sur DiagSign des nuages obtenus pour la classification basée la coordonnée verticale y. Les 3 subplot montrent les 3 sous problèmes de classification de y utilisés pour effectuer l'estimation conditionnelle de y lorsque (a) $x = x_6$, (b) $x = x_5$ or (c) $x = x_3$. La définition de sous-ensemble correspondant à y et utilisé pour la définition de chacun des sous-problèmes est donnée sur chaque sous-figure correspondante.

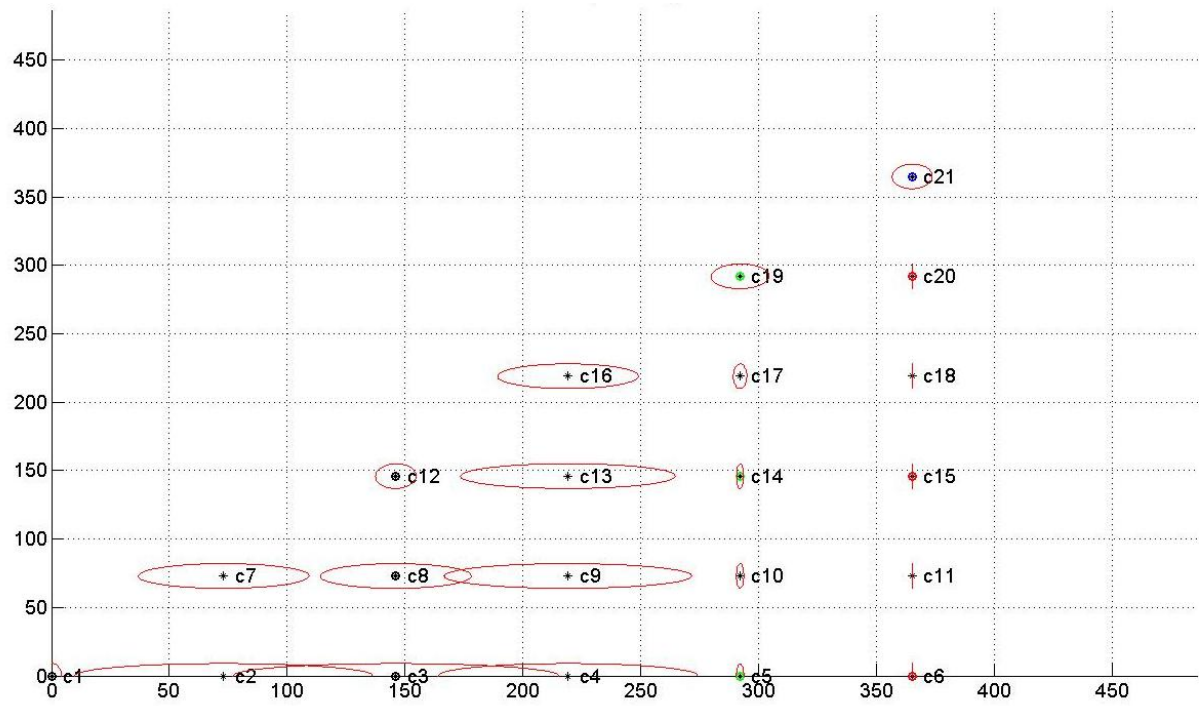


FIG. 3.7 – Vue de l'erreur d'estimation lorsque les lois d'estimation (3.5.5) et (3.5.7) sont appliquées à l'ensemble complet des données expérimentales. Rappelons que la phase d'apprentissage utilise seulement 11 des 21 points où la sonde a été positionnée et les données mesurées sont acquises. On notera en particulier que les points $\{2, 7, 4, 9, 13, 16, 10, 17, 11, 18\}$ ne sont pas utilisés dans la phase d'apprentissage.

Chapitre 4

Estimation d'états/paramètres dans les systèmes non linéaires

Dans ce chapitre, des exemples de validation sont donnés pour montrer l'efficacité de l'utilisation des signatures graphiques 2D pour la résolution des problèmes inverses dans les systèmes non linéaires. Deux exemples sont développés pour montrer la possibilité de la construction d'un observateur d'état complet basé sur les signatures. De plus, deux autres exemples illustratifs concrets sont présentés pour montrer l'efficacité de la signature comme outil permettant de réduire la complexité du problème d'optimisation invoqué lors de l'utilisation des techniques d'estimation à horizon glissant (MHE). Il s'agit donc de la construction d'un observateur d'état réduit.

4.1 Introduction

Le problème d'estimation des états et des paramètres d'un système dynamique est fondamentalement un problème inverse. Plus précisément, étant donné un ensemble de mesures disponibles, il est souhaité d'estimer l'état interne et les paramètres inconnus du système. En ce qui concerne les modèles non linéaires, le problème d'estimation est encore un problème ouvert et difficile à résoudre. Malgré cette difficulté, la résolution de ce problème est cruciale dans l'ingénierie de contrôle puisqu'il implique de nombreux paradigmes tels que l'asservissement de sortie, la détection des défauts, le diagnostic et la surveillance, etc. Les algorithmes qui réalisent cette tâche sont appelés observateurs. Pour les systèmes non linéaires, différents types d'observateurs ont été développés, parmi lesquels il est possible de citer les observateurs à grand gain [Gauthier et al., 1992*a*], les observateurs à mode glissant [Slotine et al., 1987], les estimateurs à horizon glissant (Moving Horizon Estimators MHE) [Michalska & Mayne, 1995], et bien sûr le filtre de Kalman étendu (Extended Kalman Filter (EKF)) largement utilisé. D'excellentes

références sur les techniques d'observation non linéaires peuvent être trouvées dans [Simon, 2006] et [Besancon, 2007].

Parmi toutes les alternatives possibles d'observateurs, la technique MHE a connu un intérêt croissant ces dernières années en raison de sa capacité à gérer des contraintes et à exploiter pleinement des modèles généraux non linéaires et précis des processus dynamiques étudiés. Cet observateur nécessite une solution en ligne d'un problème d'optimisation non convexe dans lequel la fonction coût est l'intégrale de l'erreur de prédiction alors que la variable de décision n'est autre que l'ensemble de quantités inconnues à estimer (les vecteurs d'état et de paramètres inconnus). La solution en ligne du problème d'optimisation conduit à des calculs lourds qui peuvent réduire l'applicabilité d'une telle approche, au moins pour une famille de problèmes qui ont besoin d'un taux de mise à jour élevé.

Afin de surmonter cet inconvénient, ce chapitre propose une étude qui porte sur un nouvel outil qui aide à aborder, au moins partiellement, le problème de la charge de calcul. La méthode proposée est basée sur l'utilisation des fonctions d'inversion explicite. Cela est rendu possible quand une partie du vecteur d'inconnus peut être explicitement exprimée comme dépendante de la partie restante. Il est suggéré qu'une telle fonction d'inversion puisse être réalisée à l'aide de l'outil de classification basé sur des signatures graphiques 2D présentées dans le chapitre 2, et qui sont récemment développées dans une série de papiers [Youssef & Alamir, 2003; Youssef & Alamir, 2005; Omar & Alamir, 2011]. En procédant de cette manière, il est possible de réduire fortement la dimension de la variable de décision à mettre à jour par une optimisation en ligne, et de renforcer l'application en ligne de la technique MHE. Dans la suite de ce chapitre, deux cas sont présentés :

- Dans le premier cas, il est montré que la signature graphique peut permettre de résoudre complètement le problème d'estimation ; il s'agit donc d'un observateur d'état complet basé sur les signatures. Pour ce faire, des exemples de validation sont donnés.
- Dans le deuxième cas, la signature graphique sert comme outil qui permet de réduire la dimension du problème d'estimation invoqué lors de l'utilisation de MHE, comme il est introduit dans ce qui précède. Cela est bien montré à travers des exemples de validation.

Ce chapitre est organisé de la façon suivante : dans la section 4.2, l'idée principale est clairement introduite. Le rôle essentiel assuré par les fonctions d'inversion est bien souligné dans la section 4.3. La section 4.4 rappelle le principe de classification par signatures graphiques et précise les conditions nécessaires pour qu'elles puissent être utilisées dans la dérivation des fonctions d'inversion. Des notions additionnelles associées aux signa-

tures graphiques sont données dans la section 4.5. Dans la section 4.6, des exemples sont donnés pour montrer la possibilité d'utilisation de la signature graphique pour l'obtention d'un observateur complet. Ensuite, la réduction du problème d'estimation d'état par MHE, en utilisant la technique de signature graphique est validée dans les deux sections 4.7 et 4.8 par deux exemples illustratifs détaillés dans le but de concrétiser l'ensemble de concepts invoqués tout au long de ce chapitre. La section 4.9 présente une conclusion dans laquelle des idées pour des futures investigations sont données.

4.2 Schéma général proposé

Considérons le système non linéaire modélisé comme suit :

$$x(k+i) = X(i, x(k), p, \mathbf{u}) \tag{4.2.1}$$

Où

- $x \in \mathbb{R}^n$ est le vecteur d'état
- $\mathbf{u}$ est l'entrée de commande appliquée durant l'intervalle $[k\tau, (k+i)\tau]$.
- τ est la période d'échantillonnage.
- $p \in \mathbb{R}^{n_p}$ le vecteur de paramètres inconnus.

Il est supposé qu'un vecteur de mesures $y(k) := h(x(k), p) \in \mathbb{R}^{n_y}$ est disponible grâce à des capteurs dédiés. Il est également supposé que les mesures sont périodiquement acquises et mémorisées sur une fenêtre temporelle de longueur $T = N_O \cdot \tau$ pour former à tout instant k le vecteur de données mesurées défini par :

$$Y_m(k) := \begin{pmatrix} y(k-1) \\ \vdots \\ y(k-N_O) \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^{N_O \cdot n_y} \tag{4.2.2}$$

Le problème d'estimation simultanée des états et des paramètres peut être énoncé comme suit :

Étant donné le vecteur de données mesurées $Y_m(k)$, la valeur de la commande et une estimation passée, Trouver une estimation $\hat{x}(k)$ de l'état actuel, et une estimation actualisée $\hat{p}$ du vecteur de paramètres.

La solution de ce problème est donnée par la formulation du problème d'optimisation suivant :

$$(\hat{x}(k-N_O), \hat{p}) := \arg\min_{(\xi,p)} \sum_{i=0}^{N_O-1} \|y(k-N_O+i) - Y(i, \xi, p, \mathbf{u})\|^2 \tag{4.2.3}$$

Cette optimisation doit être effectuée sur l'ensemble des états initiaux admissibles $\hat{x}(k - N_O)$ et sur l'ensemble des valeurs de paramètres admissibles.
$Y(i, \xi, p, \mathbf{u})$ désigne la trajectoire de sortie obtenue à partir des conditions initiales et en utilisant le vecteur (ξ, p).
Une fois le problème d'optimisation ci-dessus est résolu, l'estimation de l'état actuel est donnée par :

$$\hat{x}(k) = X(N_O, \hat{x}(k - N_O), \hat{p}, \mathbf{u}) \tag{4.2.4}$$

Le problème d'optimisation résultant (4.2.3) est en général non convexe. Il doit être résolu à chaque période d'échantillonnage, ce qui pourrait représenter une tâche difficile dans certains cas. Malgré cet éventuel problème, les logiciels pour les MHE sont aujourd'hui, fréquemment proposés [Diehl et al., 2009; Zavala & Biegler, 2009; Alamir, Bellemain, Boillereaux & et al., 2010], avec des résultats réussis et encourageants. Néanmoins, la mise en place des MHE peut être facilitée si le problème fondamental d'optimisation est simplifié par quelques investigations hors-ligne. Un tel schéma est proposé dans la suite de ce chapitre. Afin de bien introduire l'idée principale de l'approche proposée, la section suivante présente le concept de fonctions d'inversion explicite.

4.3 Fonctions d'inversion explicite

Considérons le problème d'optimisation défini par (4.2.3). Afin de simplifier la notation, la variable $z := (\xi, p) \in \mathbb{R}^{n+n_p}$ est utilisée pour faire référence à la variable de décision. En utilisant cette notation, la notation directe $X(i, z, \mathbf{u})$ et $Y(i, z, \mathbf{u})$ peut être utilisée pour désigner les trajectoires de l'état et de la sortie, obtenues en partant des conditions initiales et en utilisant les valeurs du vecteur de paramètres, où tous les deux sont contenus dans z.

Par conséquent, le problème d'optimisation (4.2.3) peut être réécrit comme suit :

$$\hat{z} := \arg\min_{z} J\Big(z \ | Y_m(k), \mathbf{u}\Big) \tag{4.3.1}$$

avec la définition appropriée de J.

Supposons maintenant que l'hypothèse suivante soit vérifiée :

Hypothèse 4.3.1. *Il existe une partition $z = \mathcal{Z}(z^{(1)}, z^{(2)})$ avec $(z^{(1)}, z^{(2)}) \in \mathbb{R}^{n_1} \times \mathbb{R}^{n_2}$, de telle sorte que pour n'importe quelle paire donnée $(z^{(2)}, \mathbf{u})$, il existe une fonction explicitement* **inversible** *:*

$$T_{(z^{(2)}, \mathbf{u})} \ : \ \mathbb{R}^{n_1} \longrightarrow \mathbb{R}^{n_1} \tag{4.3.2}$$

$$T_{(z^{(2)},\mathbf{u})}(z^{(1)}) = \mathbb{S}\Big(\Big\{Y(i, \mathcal{Z}(z^{(1)}, z^{(2)}), \mathbf{u})\Big\}_{i=0}^{N_O-1}\Big)$$

Où

- *Y est une séquence de mesures de longueur N_O correspondant à l'état initial construit avec $z^{(1)}$, étant donné $(z^{(2)}, \mathbf{u})$.*
- *$\mathbb{S}$ est une fonction qui associe à chaque séquence de mesures Y une valeur dans $\mathbb{R}^{n_1}$.* ⊙

Plus précisément, étant donné $(z^{(2)}, \mathbf{u})$, pour chaque $z^{(1)}$, l'image de $T_{(z^{(2)},\mathbf{u})}$ est construite conformément aux étapes suivantes :

1. Évaluer $z = \mathcal{Z}(z^{(1)}, z^{(2)})$
2. Calculer la trajectoire de sortie $\Big\{Y(i, z, \mathbf{u})\Big\}_{i=0}^{N_O-1}$
3. Appliquer la fonction pour obtenir $T_{(z^{(2)},\mathbf{u})}(z^{(1)})$.

L'idée principale dans l'hypothèse 4.3.1 réside dans l'inversibilité de la fonction $T_{(z^{(2)},\mathbf{u})}$ pour toute paire $(z^{(2)}, \mathbf{u})$, ce qui conduit bien au résultat suivant :

Proposition 4.3.2. *Si l'hypothèse 4.3.1 est vérifiée, alors la solution du problème d'optimisation (4.3.1) de dimension $(n+n_p)$, peut être obtenu en résolvant le problème d'optimisation de dimension $(n + n_p - n_1)$ suivant, défini par :*

$$\hat{z}^{(2)} := \arg\min_{z^{(2)}} J_r\Big(z^{(2)} \mid Y_m(k), \mathbf{u}\Big) \tag{4.3.3}$$

Où

$$J_r\Big(z^{(2)} \mid Y_m(k), \mathbf{u}\Big) := J\Big(\mathcal{Z}\Big(T^{-1}_{(z^{(2)},\mathbf{u})}(\mathbb{S}(Y_m(k))), z^{(2)}\Big) \mid Y_m(k), \mathbf{u}\Big) \tag{4.3.4}$$

où $T^{-1}_{(z^{(2)},\mathbf{u})}$ est la fonction inverse, qui est supposée être explicitement disponible par l'Hypothèse 4.3.1. A noter que le terme

$$T^{-1}_{(z^{(2)},\mathbf{u})}(\mathbb{S}(Y_m(k)))$$

n'est autre que la valeur prévue de $z^{(1)}$, étant donné $(z^{(2)}, \mathbf{u})$ et $\mathbb{S}(Y_m(k))$.

Il est évident que trouver une fonction d'inversion explicite, comme celle invoquée dans l'Hypothèse 4.3.1, est en général une tâche extrêmement difficile. La contribution principale de ce chapitre consiste à attirer l'attention sur une technique d'inversion approximative dont l'efficacité a été démontrée sur différents exemples présentés dans la suite. L'outil de classification basé sur les signatures graphiques $2D$, qui est présenté dans le chapitre 2 et qui a été récemment développé et appliqué avec succès sur plusieurs exemples (voir [Youssef & Alamir, 2003; Youssef & Alamir, 2005; Omar & Alamir, 2011; Alamir, Omar & et al., 2010]), est au cœur de la fonction d'inversion partielle, précédemment mentionnée, puisqu'il est utilisé pour définir la fonction $\mathbb{S}$ invoquée dans l'Hypothèse 4.3.1. La section suivante reproduit une présentation de cet outil par question de clarté.

4.4 Les signatures graphiques 2D : outil de base dans la définition des fonctions d'inversion

Le point de départ de cette méthode est le fait que l' œil humain par l'activité fondamentale du cerveau est capable d'accomplir des tâches de classification de grande complexité. Cependant cette capacité de classification a besoin d'être appliquée sur certaines images. Le but de cette méthode est de proposer des graphiques $2D$, appelés signatures, générés à partir des mesures du système à diagnostiquer. Plus précisément une application d'un espace de grande dimension, dans le plan bi-dimensionnel $\mathbb{R}^2$ est définie. L'espace de départ contient le vecteur des mesures passées sur une fenêtre temporelle donnée. Cette application appliquée aux mesures passées sur un horizon glissant donne une courbe bi-dimensionnelle appelée signature.

4.4.1 Définitions

Étant donné $(z^{(2)}, \mathbf{u})$; $\mathbb{Z}^{(1)} \subset \mathbb{R}^{n_1}$ dénotera l'ensemble des valeurs admissibles de $z^{(1)}$ (par exemple un hypercube de $\mathbb{R}^{n_1}$). Notons que la fonction

$$z^{(1)} \rightsquigarrow \left\{ Y(i, \mathcal{Z}(z^{(1)}, z^{(2)}), \mathbf{u}) \right\}_{i=0}^{N_O-1} \tag{4.4.1}$$

associe, à chaque valeur de $z^{(1)} \in \mathbb{Z}^{(1)}$, une séquence de mesures de longueur N_O. Maintenant utilisons la fonction "Pencil" présentée dans le chapitre 2 et notée dans la suite P_ε. Pour tout entier N, cette fonction $P_\varepsilon : \mathbb{R}^{N+1} \to \mathbb{R}^2$ associe à chaque séquence de mesures $\mathcal{Y}$ de longueur $N+1$, un point particulier $P_\varepsilon(\mathcal{Y})$ dans $\mathbb{R}^2$ (voir Figure 4.1).

En faisant passer sur les mesures une fenêtre temporelle de longueur $N+1$, $M := N_O - N$ séquences de $N+1$ mesures peuvent être obtenues, ce qui permet de produire (par l'intermédiaire de la fonction P_ε mentionnée ci-dessus) une signature graphique $2D$ incluant M points. Plus clairement, l'application de la fonction P_ε sur les M séquences de sortie, données par :

$$\left\{ \mathcal{Y}^{(i)}(z^{(1)}) := \begin{pmatrix} Y(N+i, \dots) \\ \vdots \\ Y(i, \dots) \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^{N+1} \right\}_{i=0}^{M-1} \tag{4.4.2}$$

donne une signature graphique notée dans la suite de la façon suivante :

$$\mathcal{S}(z^{(1)}) := \left\{ \begin{pmatrix} \chi_i(z^{(1)}) \\ \eta_i(z^{(1)}) \end{pmatrix} := P_\varepsilon(\mathcal{Y}^{(i)}(z^{(1)})) \in \mathbb{R}^2 \right\}_{i=0}^{M-1} \tag{4.4.3}$$

Plus clairement :

- $Y(i+N,\dots) \equiv Y(i+N, \mathcal{Z}(z^{(1)}, z^{(2)}), \mathbf{u})$ est une abréviation de la sortie à l'instant $i+N$ obtenue à partir de l'état initial construit avec $z^{(1)}$, étant donné $(z^{(2)}, \mathbf{u})$.
- $\left\{ \mathcal{Y}^{(i)}(z^{(1)}) \right\}_{i=0}^{M-1}$ est l'ensemble de séquences de sortie obtenu en glissant la fenêtre de longueur $N+1$ sur la séquence définie dans (4.4.1). Cette notation fonction de $z^{(1)}$ est utilisée pour expliciter le fait que cet ensemble est défini à partir de l'état initial construit avec $z^{(1)}$, étant donné $(z^{(2)}, \mathbf{u})$.
- De même, la signature dans ce cas est notée fonction de $z^{(1)}$, soit $\mathcal{S}(z^{(1)})$ pour illustrer le fait que cette signature correspond à la séquence de mesures définie à partir de l'état initial construit avec $z^{(1)}$, étant donné $(z^{(2)}, \mathbf{u})$. C'est ainsi que dans cette partie la figure 2.9 présentée dans le chapitre 2 est reproduite par la figure 4.1 avec la différence que cette signature est définie en considérant l'état initial construit avec $z^{(1)}$, étant donné $(z^{(2)}, \mathbf{u})$.

Pour résumer, chacun des vecteurs de données mesurées contenus dans la fenêtre d'observation de longueur N_O, peut être représenté par une signature graphique $2D$ contenant M points. En général, l'entier $N = N_O - M \geq 1$ est un paramètre libre qui peut être choisi pour obtenir différentes signatures. Par conséquent, il est possible d'écrire $\mathcal{S}^{(N)}(z^{(1)})$ pour exprimer explicitement ce fait. Notons que changer N revient à changer la longueur de la fenêtre glissante.
De plus, rappelons d'une façon appropriée, les concepts associés à une signature (introduits dans le chapitre 3), étant donné qu'ils sont nécessaires dans la suite :

Propriété d'une signature Une fonction r qui associe à chaque signature

$$\mathcal{S}^{(N)} := \left\{ \begin{pmatrix} \chi_i \\ \eta_i \end{pmatrix} \right\}_{i=0}^{M-1} \subset \mathbb{R}^2$$

un salaire [1] $r(\mathcal{S}^{(N)})$ appelé *propriété de la signature.*

Coordonnées des données mesurées Une paire $c = (\mathcal{S}^{(N)}, r)$ composée d'une signature $\mathcal{S}^{(N)}$ et d'une propriété associée, est appelée coordonnée de données mesurées.

[1] Il peut être $\max_i(\chi_i)$, $\max_i(\eta_i) - \min_i(\eta_i)$, $mean(\{\chi_i\}_{i=1}^{N})$, $std(\{\eta_i\}_{i=0}^{M-1})$, $\max_i(\{\frac{\chi_i}{(\varepsilon+|\eta_i|)}\})$, etc.

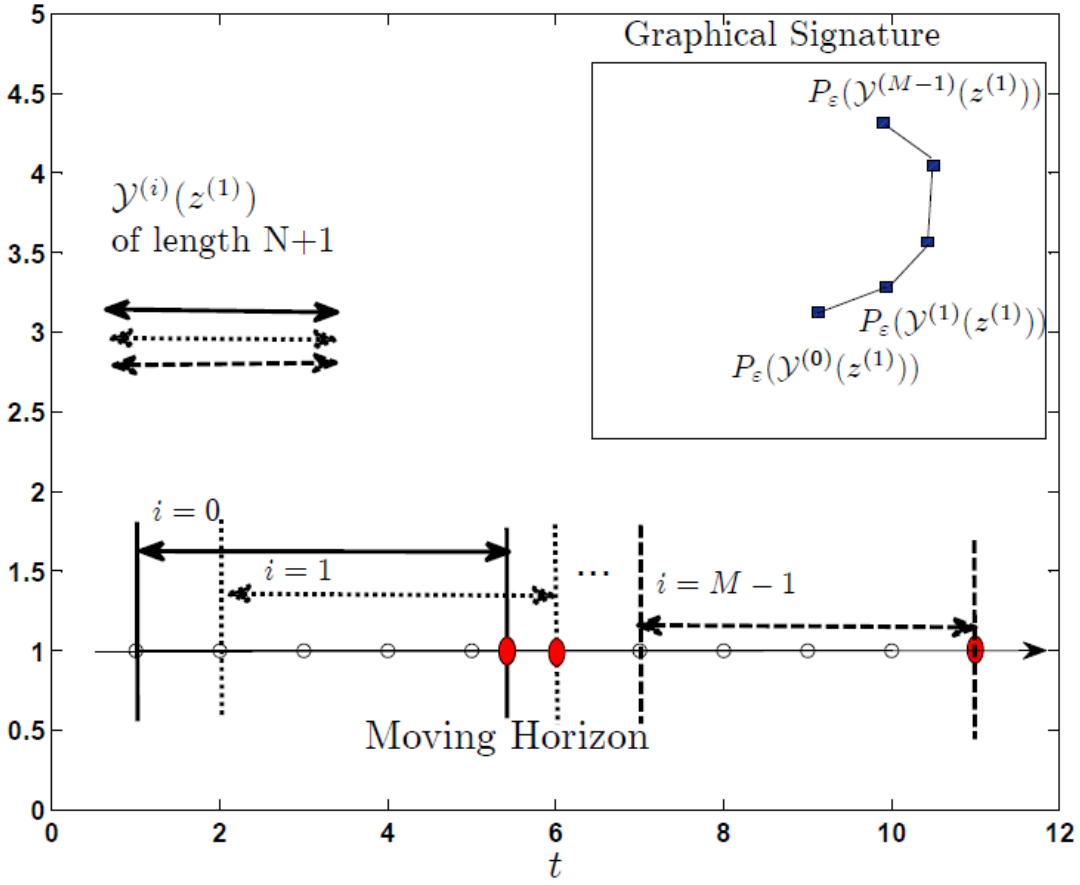


FIG. 4.1 – La signature $\mathcal{S}^N$ obtenue pour les séquences de mesures successives $\mathcal{Y}^{(i)}(z^{(1)})$, $i \in \{0, \ldots, M-1\}$.

4.4.2 Définition de la fonction d'inversion $T_{(z^{(2)},\mathbf{u})}(\cdot)$

Pour une paire donnée $(z^{(2)}, \mathbf{u})$, une définition typique de $T_{(z^{(2)},\mathbf{u})}(z^{(1)})$ invoquée dans l'Hypothèse 4.3.1 est donnée par :

$$T_{(z^{(2)},\mathbf{u})}(z^{(1)}) := \begin{pmatrix} r_1(\mathcal{S}^{N_1}(z^{(1)})) \\ \vdots \\ r_{n_1}(\mathcal{S}^{N_{n_1}}(z^{(1)})) \end{pmatrix} \tag{4.4.4}$$

où $c_i := (\mathcal{S}^{(N_i)}, r_i)$, $i = 1, \ldots, n_1$, sont n_1 coordonnées bien choisies, rendant la fonction (4.8.6) inversible sur tout l'ensemble admissible $\mathbb{Z}^{(1)}$. Le choix de ces coordonnées se fait par une inspection visuelle basée sur l'investigation des différentes valeurs candidates des paramètres de la signature, N et r. La signature $2D$ rend la classification visuelle plus facile avant la dérivation des formules mathématiques qui seront utilisées en ligne.

Les exemples proposés dans les section suivantes rendent plus facile la compré-

hension du schéma proposé, puisque les situations concrètes, les signatures, les propriétés et les coordonnées peuvent être examinées. Par ailleurs, dans la section qui suit des définitions associées aux signatures graphiques sont données car elles sont utilisées dans la résolution du problème d'estimation d'un des exemples donnés dans la suite de ce chapitre.

4.5 Enveloppe d'une signature graphique

Soit la signature (un ensemble discret de $\mathbb{R}^2$) présentée sur la figure 4.2 Supposons

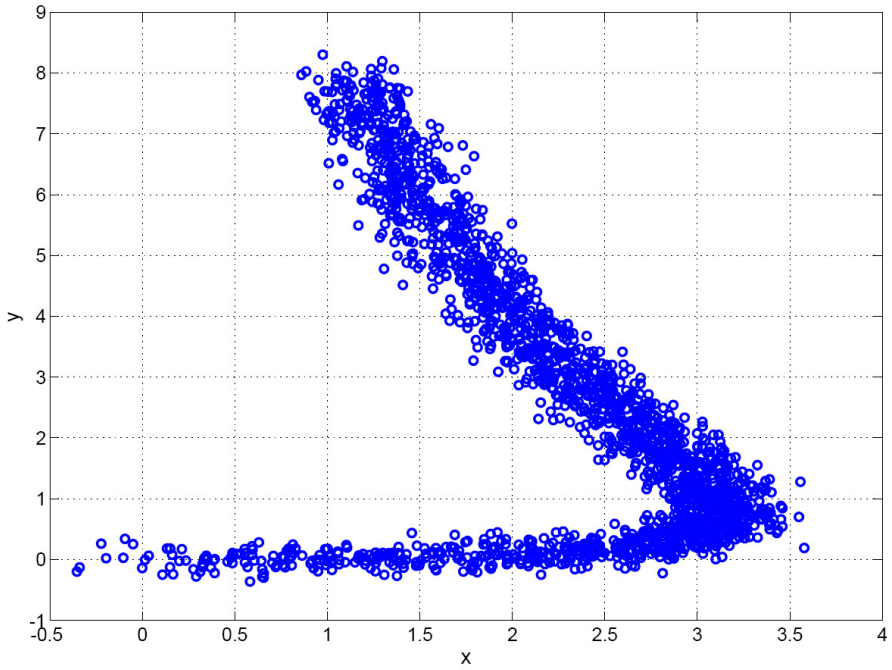


FIG. 4.2 – Exemple d'une signature pour laquelle toute enveloppe convexe ne conviendrait pas.

qu'il existe une enveloppe de cette signature, qui peut être décrite en utilisant un ensemble compact de données. En se basant sur la figure 4.2, il est clair que n'importe quelle enveloppe convexe serait inappropriée, du fait qu'elle manquerait la particularité courbe de la signature. L'objectif de cette section est de proposer une représentation compacte et un algorithme associé pour dériver une meilleure enveloppe pour une telle signature. Cette enveloppe pourra être utilisée comme un outil pour la construction des algorithmes d'identification non structurés basés sur les signatures.
Dans ce cas la signature est notée par $\mathcal{S} = \{p^{(i)}\}_{i=1}^{N_p}$ où p_i est un point appartenant à la signature et ayant pour coordonnées cartésiennes dans le plan $2D$ (ξ_i, η_i). Dans la suite

la notation suivante est utilisée :

$$p_x^{(i)} \equiv \xi_i \quad et \quad p_y^{(i)} \equiv \eta_i$$

Soit $\underline{x}(\mathcal{S})$ $\bar{x}(\mathcal{S})$ les valeurs minimale et maximale des coordonnées horizontales de la signature, plus précisément :

$$\underline{x}(\mathcal{S}) := \min_{i\in\{1,\ldots,N_p\}} p_x^{(i)}$$
$$\bar{x}(\mathcal{S}) := \max_{i\in\{1,\ldots,N_p\}} p_x^{(i)}$$

Par conséquent, tous les points de la signature ont les coordonnées horizontales dans l'intervalle $[\underline{x}(\mathcal{S}), \bar{x}(\mathcal{S})]$. Ainsi il est possible de diviser l'intervalle en des sous-intervalles "également peuplés" de la façon suivante :

$$[\underline{x}(\mathcal{S}), \bar{x}(\mathcal{S})] = [x_1(\mathcal{S}), x_2(\mathcal{S})] \cup [x_2(\mathcal{S}), x_3(\mathcal{S})] \cup \ldots \cup [x_q(\mathcal{S}), x_{q+1}(\mathcal{S})]$$

où chaque sous intervalle contient $\frac{N_p}{q}$ points de la signature $\mathcal{S}$. Cela peut être obtenu en utilisant uniquement la séquence des abscisses $x_i(\mathcal{S})$ définis par :

$$x_1(\mathcal{S}) := \underline{x}(\mathcal{S}) \tag{4.5.1}$$
$$x_{i+1}(\mathcal{S}) := \max\{x \in [x_i(\mathcal{S}), \bar{x}(\mathcal{S})] \quad tq \quad card(\mathcal{S} \cap [\underline{x}, x]) = \frac{i-1}{N_p}\} \tag{4.5.2}$$

où (4.5.2) est définie pour $i = 1, \ldots, q$. notons que, naturellement cela mène à $x_q(\mathcal{S}) = \bar{x}(\mathcal{S})$.
Une fois ces intervalles sont calculés, il est possible de définir les quantités suivantes pour tout $i \in \{1, \ldots, q\}$:

$$\underline{y}_i(\mathcal{S}) = \min\left\{p_y^{(j)} \quad | \quad p_x^{(j)} \in [x_i(\mathcal{S}), x_{i+1}(\mathcal{S})] \quad et \quad j \in \{1, \ldots, N_p\}\right\} \tag{4.5.3}$$
$$\bar{y}_i(\mathcal{S}) = \max\left\{p_y^{(j)} \quad | \quad p_x^{(j)} \in [x_i(\mathcal{S}), x_{i+1}(\mathcal{S})] \quad et \quad j \in \{1, \ldots, N_p\}\right\} \tag{4.5.4}$$

Définition 4.5.1. [Courbes bornées d'une signature]
Soit une signature $\mathcal{S}$, un entier q, les deux fonctions constantes par morceaux définies sur $[\underline{x}, \bar{x}]$ par :

$$Y_{min}^{(\mathcal{S})} = \underline{y}_i(\mathcal{S}) \quad \text{où i est tel que } x \in [x_i(\mathcal{S}), x_{i+1}(\mathcal{S})[\tag{4.5.5}$$
$$Y_{max}^{(\mathcal{S})} = \bar{y}_i(\mathcal{S}) \quad \text{où i est tel que } x \in [x_i(\mathcal{S}), x_{i+1}(\mathcal{S})[\tag{4.5.6}$$

sont les courbes bornées d'une signature.

Sur la base des définitions des quantités précédentes, une proposition simple est donnée dans la suite :

Proposition 4.5.1. [Enveloppe triviale d'une signature]
Étant donné une signature $\mathcal{S}$ et un entier q, le domaine fermé dans $\mathbb{R}^2$ délimité par les courbes suivantes :

$$x = \underline{x}(\mathcal{S}) \tag{4.5.7}$$
$$x = \bar{x}(\mathcal{S}) \tag{4.5.8}$$
$$y = Y_{min}^{(\mathcal{S})}(x) \tag{4.5.9}$$
$$y = Y_{max}^{(\mathcal{S})}(x) \tag{4.5.10}$$

est une enveloppe pour la signature $\mathcal{S}$.

Définition 4.5.2.
L'enveloppe triviale invoquée dans la proposition 4.5.1 est notée $E_0(\mathcal{S})$. Elle est simplement un sous-ensemble de $\mathbb{R}^2$.

La figure 4.3 montre un exemple d'une enveloppe bornée calculée conformément aux définitions précédentes avec $q = 30$. Notons que l'enveloppe résultante est non convexe et clairement plus petite qu'une enveloppe convexe. Cependant, il est également clair qu'il est possible de faire mieux.

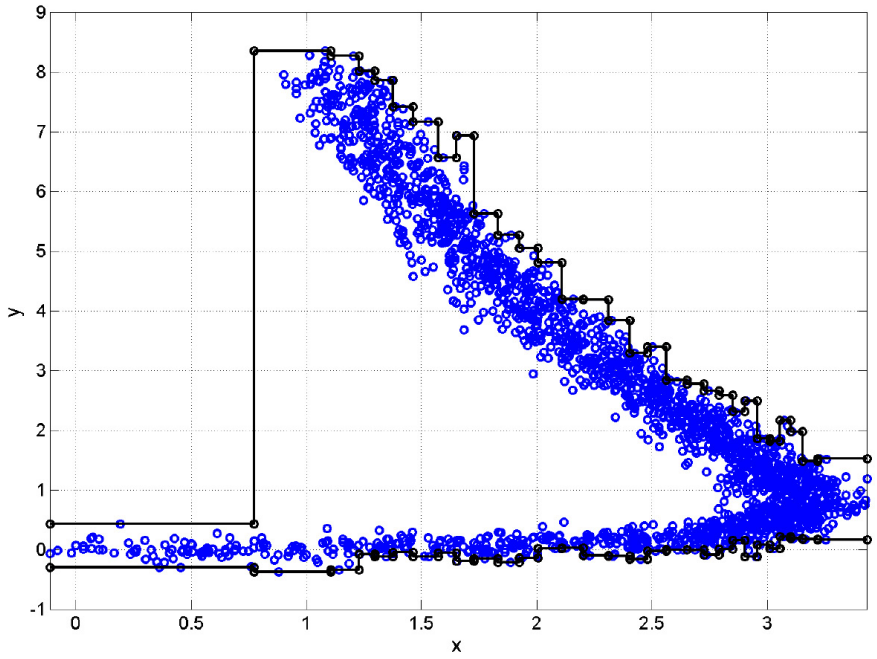


FIG. 4.3 – Enveloppe triviale bornée correspondant à la proposition avec $q = 30$. Notons que l'enveloppe résultante est plus petite que l'enveloppe convexe bien qu'elle soit surestimée à l'égard de l'allure particulière de la signature. La surface totale de l'enveloppe est ≈ 19.9.

En effet, dans le calcul précédent, il est possible d'observer que x et y ne jouent pas des rôles symétriques. En effet, c'est l'ensemble des valeurs de x qui est partitionné et non pas celui de y. Par conséquent, une idée intéressante est d'avoir la possibilité d'inverser les rôles de x et y.
Le résultat obtenu qui est donné sur la figure 4.4 est clairement meilleur. Plus précisément, la surface totale de l'enveloppe est égale à 6.75 au lieu de 19.9 de la première solution ; ce qui suppose l'ajout d'un degré de liberté supplémentaire dans la définition de l'enveloppe. Cela est l'objectif de ce qui suit :

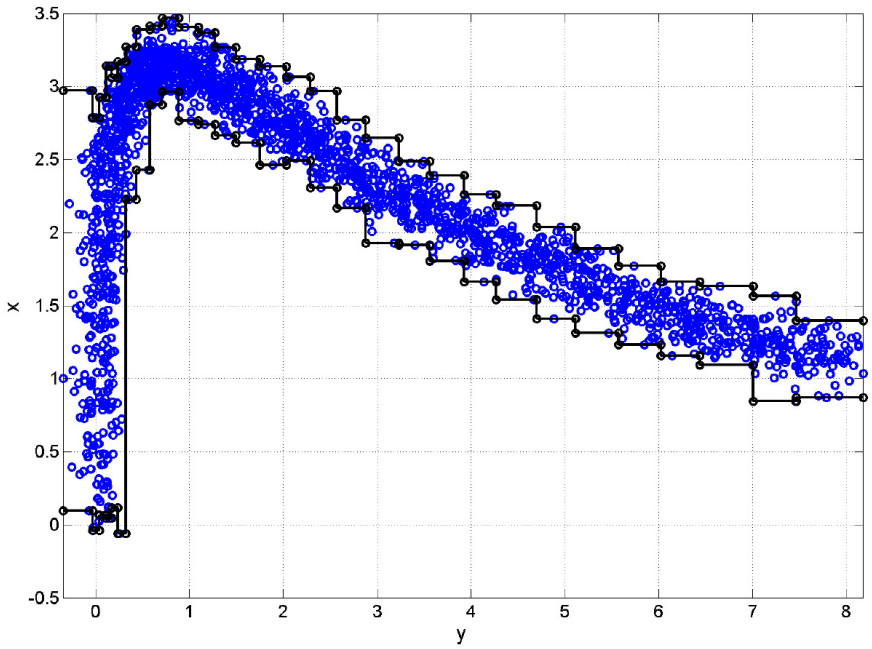


FIG. 4.4 – Enveloppe bornée obtenue en commutant les rôles remplis par x et y. Notons que la qualité de l'enveloppe bornée est considérablement améliorée du fait que sa surface $A_\theta(\mathcal{S})$ est réduite de 19.9 à 6.75 environ.

Il est nécessaire de souligner que la commutation des rôles de x et de y lors du calcul de l'enveloppe est équivalente aux étapes suivantes :

- Effectuer d'abord une rotation de la signature d'une valeur $\theta = \frac{\pi}{2}$.
- Continuer à utiliser l'algorithme précédent.

Par conséquent, afin d'obtenir une procédure plus générale dans le but de faire face à toute situation potentielle, il est possible de choisir la meilleure rotation θ à appliquer avant que l'enveloppe soit calculée. La meilleure θ peut être calculée en se basant sur la surface résultante de l'enveloppe bornée. Cela est montré d'une manière plus rigoureuse dans ce qui suit :

Définition 4.5.3. Rotation d'une signature
Pour tout $\theta \in [0, \pi]$, la matrice de rotation est définie par :

$$R_\theta := \begin{pmatrix} \cos\theta & -\sin\theta \\ \sin\theta & \cos\theta \end{pmatrix} \tag{4.5.11}$$

Par ailleurs, étant donné une signature $\mathcal{S} = \{p^{(i)}\}_{i=1}^{N_p}$, la signature $\mathcal{R}_\theta(\mathcal{S}) := \{\omega^{(i)}\}_{i=1}^{N_p}$ est définie par :

$$\forall i \in \{1, \ldots, N_p\}, \quad \omega^{(i)} = R_\theta p^{(i)}$$

L'enveloppe résultante par l'application de la procédure de calcul d'enveloppe précédente sur la signature $\mathcal{R}_\theta(\mathcal{S})$ est notée par $E_\theta(\mathcal{S})$. Plus précisément :

$$E_\theta(\mathcal{S}) = E_0(\mathcal{R}_\theta(\mathcal{S})) \tag{4.5.12}$$

Les deux figures 4.5 et 4.6 montre les enveloppes bornées obtenues pour 4 différentes valeurs de l'angle de rotation $\theta \in \{0, \frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{2}, \frac{2\pi}{3}\}$. La surface résultante est aussi montrée dans le but de renforcer l'avantage de la rotation qui réduit considérablement la surface de l'enveloppe. La figure 4.7 donne une vision plus explicite de cette caractéristique car elle montre comment la surface de l'enveloppe $E_\theta(\mathcal{S})$ varie quand θ couvre l'intervalle $[0, \pi]$. Cela suppose qu'il est intéressant de calculer un angle de rotation optimale $\theta^{opt}(\mathcal{S})$ associée à une signature $\mathcal{S}$ telle que l'enveloppe $E_\theta(\mathcal{S})$ admette une surface minimale. Ce fait est formellement défini par :

$$\theta^{opt}(\mathcal{S}) = \arg\min_{\theta\in[0,\pi]} \Big[A_\theta(\mathcal{S})\Big] \tag{4.5.13}$$

où $A_\theta(\mathcal{S})$ est la surface de l'enveloppe bornée de la signature, soit :

$$A_\theta(\mathcal{S}) := \sum_{i=1}^{q} [x_{i+1}(\mathcal{R}_\theta(\mathcal{S})) - x_i(\mathcal{R}_\theta(\mathcal{S}))][\bar{y}_i(\mathcal{R}_\theta(\mathcal{S})) - \underline{y}_i(\mathcal{R}_\theta(\mathcal{S}))] \tag{4.5.14}$$

Rappelons que d'une manière rigoureuse $A_\theta(\mathcal{S})$ dépend du choix de l'entier q utilisé pour la partition de l'ensemble de données suivant (4.5.1)-(4.5.4). Cette dépendance est omise sous l'hypothèse que q est fixée une fois pour toute.

Pour terminer, il est nécessaire de souligner que, sur la base des définitions précédentes, l'enveloppe $E_\theta(\mathcal{S})$ d'une signature est définie par θ et les $3(q+1)$ nombres :

$$\Big\{x_i(\mathcal{S}), \underline{y}_i(\mathcal{S}), \bar{y}_i(\mathcal{S})\Big\}_{i=1}^{q+1}$$

qui sont donnés dans (4.5.1)-(4.5.4). Dans ce qui suit, quand $\mathcal{S}$ et θ sont connus par le contexte, l'enveloppe $E_\theta(\mathcal{S})$ est simplement notée par E et les vecteurs correspondants de x et de y sont notés respectivement par $x^E \in \mathbb{R}^{q+1}$, $\underline{y}^E \in \mathbb{R}^{q+1}$ et $\bar{y}^E \in \mathbb{R}^{q+1}$.

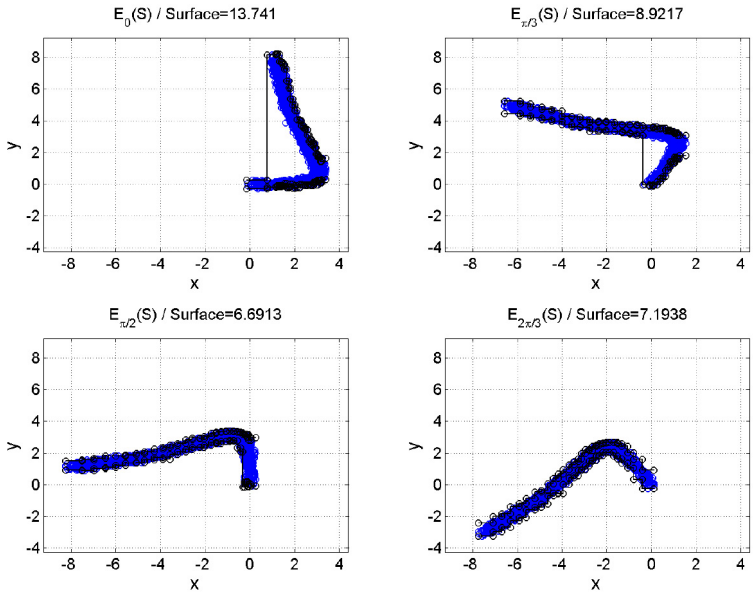


FIG. 4.5 – Enveloppes bornées $E_\theta(\mathcal{S})$ obtenues pour 4 valeurs de $\theta \in \{0, \frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{2}, \frac{2\pi}{3}\}$ avec la surface correspondante $A_\theta(\mathcal{S})$.

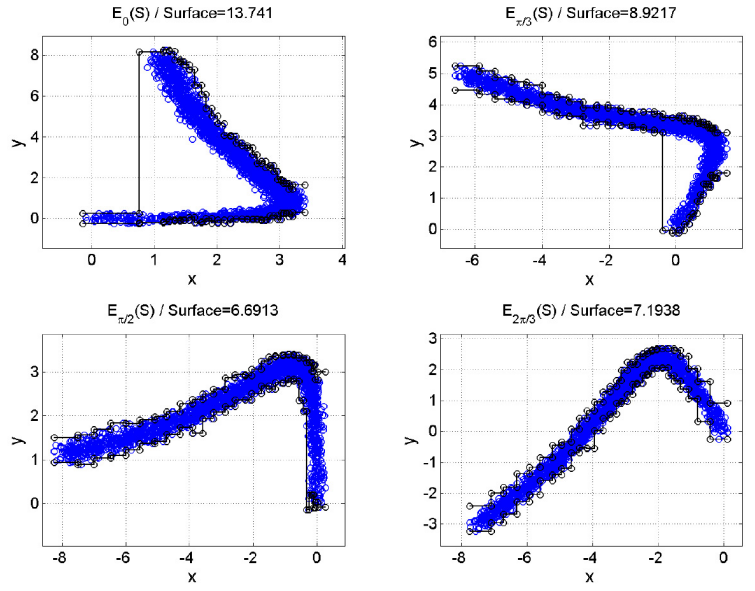


FIG. 4.6 – Enveloppes bornées déjà montrées sur la figure 4.5 sauf que les échelles ne sont pas unifiées pour les quatre subplots.

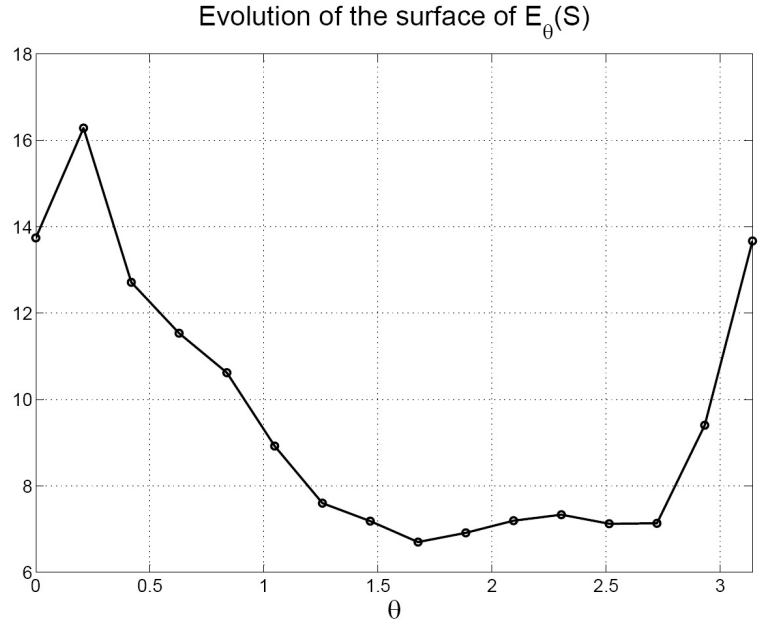


FIG. 4.7 – Variation de la surface de l'enveloppe $E_\theta(\mathcal{S})$ quand θ varie dans $[0, \pi]$.

4.5.1 Distance à une enveloppe

Soit $\mathcal{S}$ une signature donnée et soit $E \subset \mathbb{R}^2$ son enveloppe associée. Étant donné un point $p \in \mathbb{R}^2$, l'objectif de cette sous-section est de définir une distance $d(p, E)$ entre p et l'enveloppe E. Pour ce faire, quelques définitions et notations sont nécessaires pour définir cette distance.

Définition 4.5.4. [ϕ**-ligne de** p]
Soit l'enveloppe E. Soit $p \in \mathbb{R}^2$ un point dans le plan $2D$. La ligne passant par p et possédant la pente $\tan\phi$ *est appelée "ϕ-ligne" de p. Plus précisément, il s'agit de la ligne satisfaisant l'équation suivante :*

$$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = p + r \begin{pmatrix} \cos\phi \\ \sin\phi \end{pmatrix} \quad ; \quad r \in \mathbb{R} \tag{4.5.15}$$

Cette ligne sera notée ci-après par $L_\phi(p)$

Comme $r \in \mathbb{R}$, il faut noter qu'il suffit que ϕ couvre l'intervalle $[0, \pi]$ afin de couvrir le plan $2D$ par les "ϕ-lignes de p".

Définition 4.5.5. [$-\phi$**-distance**]
Soit l'enveloppe E et soit $p \in \mathbb{R}^2$ un point donné dans plan $2D$. La distance dite "ϕ-distance" de p à E est définie par :

$$d_\phi(p, E) := \frac{\min_{z \in E \cap L_\phi(p)} \|p - z\|}{\mu(L_\phi(p) \cap E)} \tag{4.5.16}$$

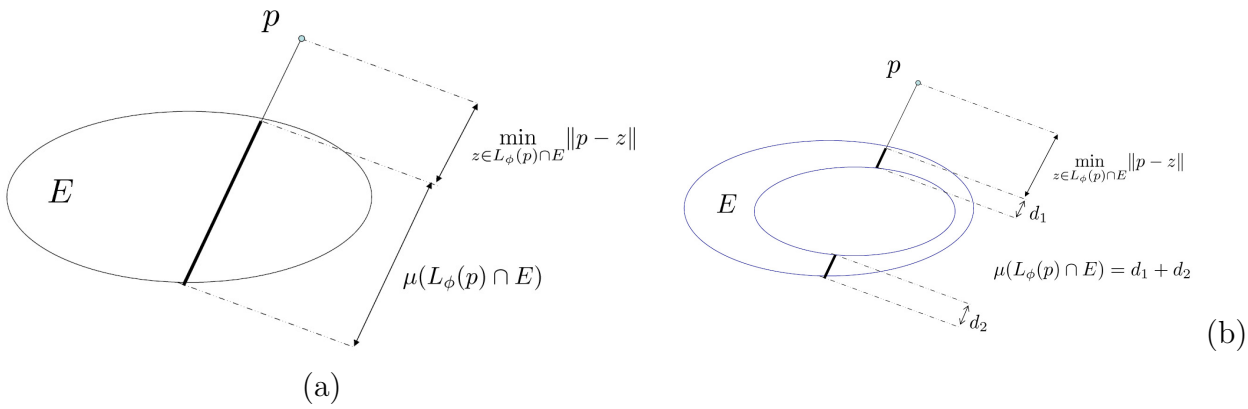


FIG. 4.8 – Exemples des distances dites "ϕ-distance" d'un point p à une enveloppe E. Notons que selon la définition dans (4.5.16), la "ϕ-distance" est plus grande dans le cas (b) que dans le cas (a), à cause de la différence dans le dénominateur de (4.5.16). De plus, notons que l'enveloppe convexe de E est la même dans les deux cas.

où $\mu(L_\phi(p)\cap E)$ est la mesure (somme des longueurs) des portions de $L_\phi(p)$ qui se trouve dans E.

La figure 4.8 donne deux exemples de ϕ-distance d'un point p à une enveloppe E. Notons que, selon la définition donnée par (4.5.16), la "ϕ-distance" est plus grande dans le cas (b) que dans le cas (a), à cause de la différence dans le dénominateur de (4.5.16). De plus, notons que l'enveloppe convexe de E est la même dans les deux cas. Ce fait explique partiellement le raisonnement derrière la définition 4.5.5. Il est aussi nécessaire de souligner que, du point de vue calcul, étant donné $E \in \mathbb{R}^{m\times 3}$ et p (m le nombre de points de la signature), il est possible de définir un seuil r_{max} tel que la définition donnée par (4.5.15) appliquée avec $|r| > r_{max}$, donne nécessairement un point qui est à l'extérieur de E. Par exemple, un tel r_{max} peut être donné par :

$$r_{max} > \max_{i\in\{1,\dots,m\}}\left[\max\{\| \begin{pmatrix} p_x \\ p_y \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} x_i^E \\ y_i^E \end{pmatrix} \|, \| \begin{pmatrix} p_x \\ p_y \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} x_i^E \\ \bar{y}_i^E \end{pmatrix} \|\}\right] \tag{4.5.17}$$

Maintenant La "ϕ-distance" est utilisée pour définir la distance $d(p, E)$:

Définition 4.5.6. Distance d'un point à une enveloppe
Étant donné une enveloppe E et un point $p \in \mathbb{R}^2$, la distance $d(p, E)$ est définie par :

$$d(p, E) = \min_{\phi\in[0,\pi]} d_\phi(p, E) \tag{4.5.18}$$

ce qui est le minimum possible de "ϕ-distance", dans le sens de la définition 4.5.5.

La figure 4.9 montre un exemple des situations où deux points $p^{(1)}$ et $p^{(2)}$ ont la même distance euclidienne à l'enveloppe E et ont des distances énormément différentes dans le

sens de la définition 4.5.6. En particulier, lorsque e converge vers 0, le point $p^{(1)}$ devient infiniment loin de E alors que $p^{(2)}$ conserve la même distance δ/L.

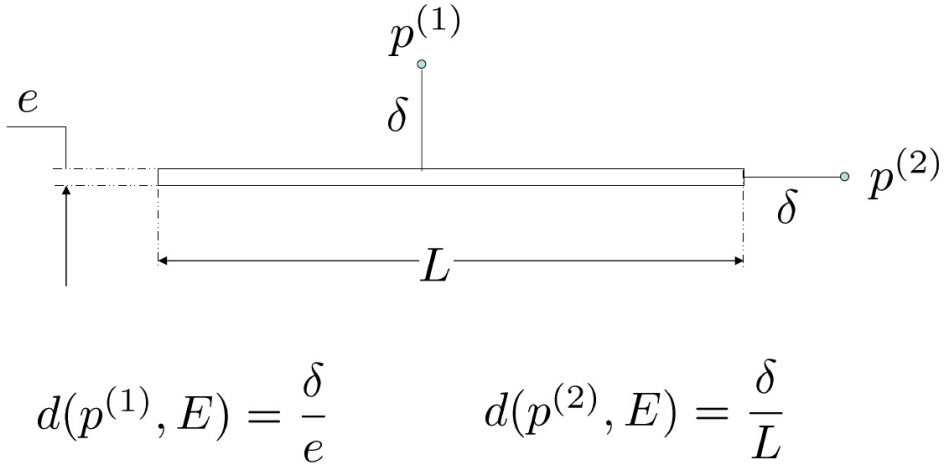


FIG. 4.9 – Exemple de situations où deux points $p^{(1)}$ et $p^{(2)}$ ont la même distance euclidienne à l'enveloppe E et ont des distances énormément différentes dans le sens de la définition 4.5.6.

4.6 Inversion totale par signature graphique

Dans cette section, deux exemples illustratifs sont donnés pour présenter la construction de signatures graphiques et comment la facilité d'inspection visuelle qu'elle assure permet d'estimer complètement les états d'un système non linéaire donné grâce à la définition des fonctions d'inversion appropriées.

4.6.1 Exemple 1

Afin de bien illustrer l'efficacité de l'utilisation de la signature graphique comme outil d'inversion totale dans les systèmes non linéaires, considérons le système à deux états modélisé par :

$$\dot{x}_1 = p_1 x_2 \tag{4.6.1}$$

$$\dot{x}_2 = -9x_1 + p_2(1 - 5|x_1|^2)x_2 \tag{4.6.2}$$

où $x = (x_1, x_2)^t$ est le vecteur d'état du système. La sortie du système est définie comme suit :

$$y = 0.2\sin(x_1) + x_2 \tag{4.6.3}$$

Ce système n'est autre qu'une variante de l'oscillateur de Van-der-Pol auquel est ajouté un terme de freinage.

Pour estimer les états et les paramètres inconnus du système, le problème d'estimation passe par un problème de classification d'un ensemble de données comme il a été introduit précédemment dans ce chapitre. La suite de cette partie montre la procédure suivie pour estimer les deux états x_1 et x_2.

Classification par signature graphique et Inversion

Considérons les définitions suivantes :
$\diamond$ $z^{(1)} \equiv z := (x_1, x_2)^T, \quad n_1 \equiv n.$
$\diamond$ $\mathbb{Z}^{(1)} \equiv \mathbb{Z} := [-1, 1] \times [-3, 3], \quad N_O = 3, \quad \tau = 0.005$

Il est bien clair dans ce cas qu'il n'y a pas de fonction d'optimisation (voir section 4.3) à définir car $z^{(2)}$ n'existe pas. Ainsi, le problème consiste à définir la fonction d'inversion invoquée dans la proposition 4.3.1. Pour ce faire, les démarches suivies sont les suivantes : Définissons le sous ensemble discret de $\mathbb{Z}^{(1)}$, noté par $\mathbb{Z}_d^{(1)}$. Ce dernier peut être obtenu en utilisant des grilles uniformes sur les intervalles admissibles de x_1 et x_2, plus précisément :

$$\mathbb{Z}_d^{(1)} := \left\{x_{1_1}, \ldots, x_{1_{n_g}}\right\} \times \left\{x_{2_1}, \ldots, x_{2_{n_g}}\right\}$$

Il s'agit clairement d'un ensemble discret contenant $n_g \times n_g$ éléments. A ces $n_g \times n_g$ éléments de $\mathbb{Z}_d^{(1)}$, correspondent $n_g \times n_g$ signatures représentées par :

$$\left\{\mathcal{S}^N(z^{(1)})\right\}_{z^{(1)} \in \mathbb{Z}_d^{(1)}} \tag{4.6.4}$$

Ces signatures s'obtiennent en suivant les étapes suivantes :

- Pour un état initial $z^{(1)}$ considéré, le modèle du système est simulé et un train de mesures est obtenu.
- La fenêtre glissante de longueur N ($N < N_O$) est passée sur le train de mesures et l'application "Pencil" est appliquée.
- Ainsi une signature graphique est obtenue.
- Ces étapes sont appliquées sur tout l'ensemble de valeurs admissibles discrètes de $z^{(1)}$ pour obtenir les $n_g \times n_g$ signatures.

Considérons une fenêtre de longueur $N = 2$ et soit $n_g = 7$. Par conséquent $7 \times 7 = 49$ signatures s'obtiennent où chaque signature, représentative d'un état initial $z^{(1)}$ donné, est réduite à un seul point. La figure 4.10 montre ces 49 signatures vues différemment sur les subplot a) et b). Plus clairement, la figure 4.10.a) montre les signatures où celles partageant la même valeur de x_1 sont tracées en utilisant la même couleur. A titre

d'exemple, les 7 signatures (7 points) tracées en noir sur la figure 4.10.a) sont obtenues pour l'ensemble suivant :

$$\mathcal{E}_{1_1} := \left\{ (x_{1_1} = -1, x_{2_j})^T \right\}_{j=1}^{7}$$

Sur cette même figure, les 7 signatures tracées en violet correspond à l'ensemble suivant :

$$\mathcal{E}_{1_4} := \left\{ (x_{1_4} = 0, x_{2_j})^T \right\}_{j=1}^{7}$$

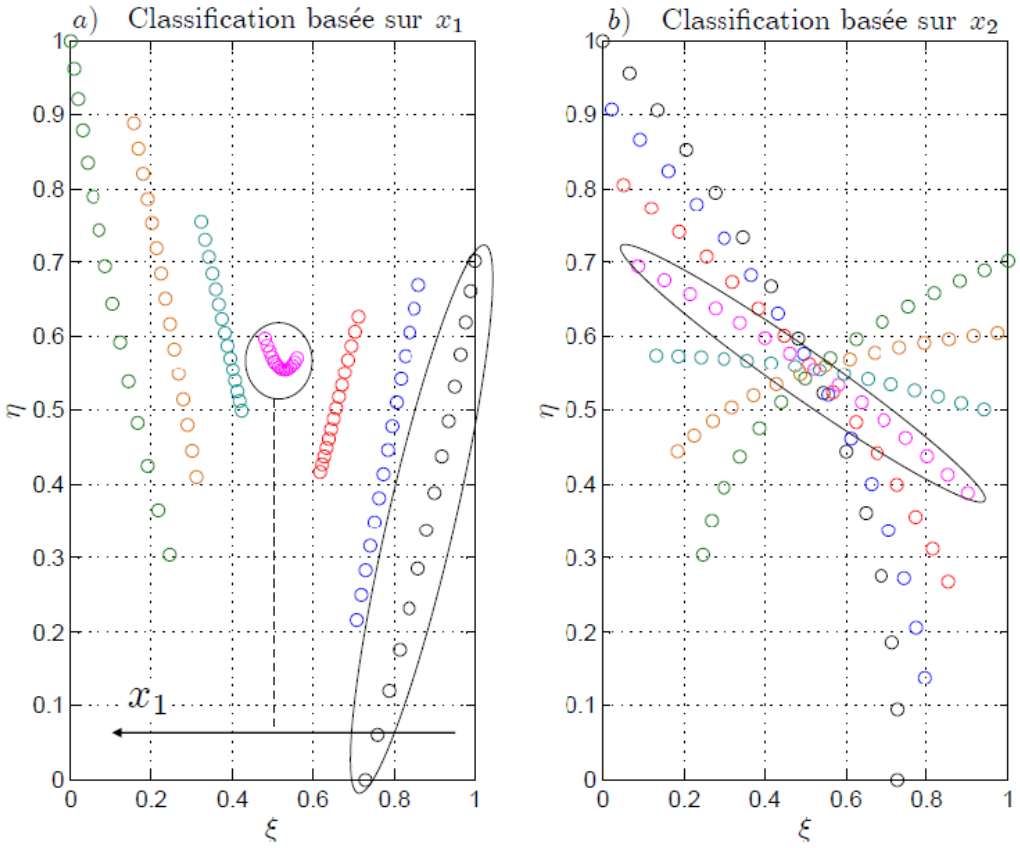


FIG. 4.10 – Vue des 49 signatures $\mathcal{S}(z^{(1)})$ ($n_g = 7$) pour $z^{(1)} \in \mathbb{Z}_d^{(1)}$ obtenues en utilisant $N = 2$. A noter que chaque signature est réduite à un point dans ce cas ($M = N_O - N = 1$). subplot a) regroupe toutes les signatures partageant la même valeur de x_1 en utilisant la même couleur alors que le subplot b) les regroupe en se basant sur la valeur de x_2.

De la même façon, la figure 4.10.b) présente les signatures regroupées en se basant sur les valeurs de x_2. Par exemple, toutes les signatures tracées en violet sont celles qui correspondent à l'ensemble

$$\mathcal{E}_{2_4} := \left\{ (x_{1_j}, x_{2_4} = 0)^T \right\}_{j=1}^{7}$$

De même les 7 signatures colorées en noir réfèrent à l'ensemble :

$$\mathcal{E}_{2_1} := \left\{ (x_{1_j}, x_{2_1} = -3)^T \right\}_{j=1}^{7}$$

La figure 4.11 montre l'effet du changement de (n_g) sur la signature. En effet, sur les deux subplot relatifs respectivement à la classification basée sur x_1 et x_2, la couleur mauve représente les signatures obtenues pour $n_g = 7$ alors que la couleur bleu représente celles obtenues pour $n_g = 13$. Notons que les mêmes définitions précédentes sont considérées.
De plus, dans ce cas, les différents points signatures correspondant à la même valeur de x_1 sur le subplot a) (resp. même valeur de x_2 sur le subplot b)) sont reliés par une même spline. Il est bien remarquable qu'en augmentant le nombre de points de la grille, les classes intermédiaires ajoutées respectent l'ordre et donc le plan de la signature garde la même monotonie obtenue pour n_g plus petit. A noter que les variables ξ et η (coordonnées cartésiennes de la signature) sont des valeurs normalisées (entre 0 et 1).

De plus, considérons des splines plus fines regroupant chacune les signatures définissant soit un ensemble $\mathcal{E}_{1_j}$ soit un ensemble $\mathcal{E}_{2_j}$ (voir figures 4.12.a) et 4.12.b)). Il est bien clair qu'un système de coordonnées curvilignes peut être défini, comme il est montré sur la figure 4.12.c).

Estimation des états du système

En utilisant le réseau curviligne défini précédemment sur la figure 4.12.c), il est possible d'estimer les états x_1 et x_2. La procédure d'estimation est la suivante :
A chaque instant d'échantillonnage k, un train de mesures est disponible. En considérant la fenêtre de mesures passées de longueur N_O et en appliquant la procédure précédente de définition d'une signature, une signature graphique est obtenue. Cette signature, dans le cas présent considéré est un point sur la plan $2D$, ayant pour coordonnées cartésiennes (ξ^*, η^*).

Estimation de x_1

L'inspection visuelle de la figure 4.12 montre clairement que les deux états x_1 et x_2 peuvent être obtenus par interpolation de l'information, plus précisément :

Pour estimer x_1, la distance du point (ξ^*, η^*) par rapport à toutes les $\mathcal{E}_{1_j}, \quad j = 1, \ldots, n_g$, est calculée. Cette distance sera notée par la suite $\Delta^*_{1,j}, \ldots j = 1, \ldots, n_g$. Ainsi, l'estima-

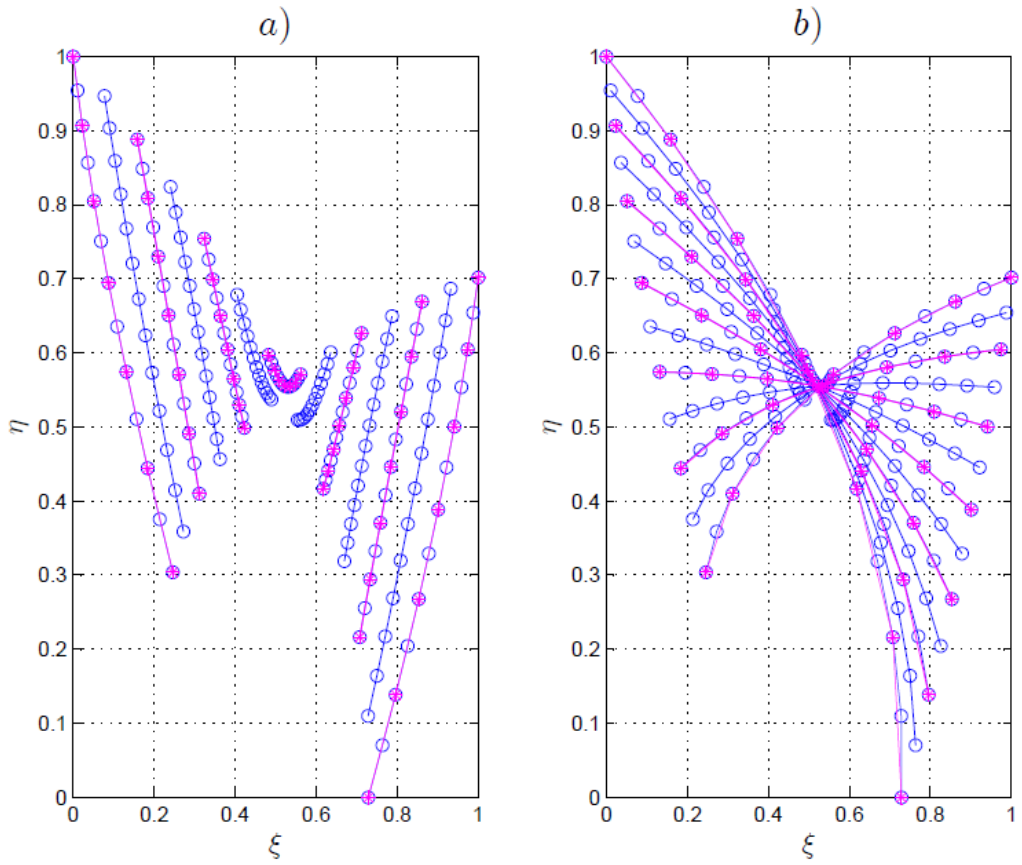


FIG. 4.11 – Vue sur la grille fine des signatures $\mathcal{S}(z^{(1)})$ pour $z^{(1)} \in \mathbb{Z}_d^{(1)}$. subplot a) regroupe toutes les signatures classifiées selon la valeur de x_1 alors que le subplot b) les regroupe en se basant sur la valeur de x_2. subplot c) montre le système de coordonnées curvilignes qui peut être utilisé pour obtenir une formule d'estimation de x_1 et de x_2.

tion de x_1 sera donnée par :

$$\hat{x}_1 = \sum_{j=1}^{n_g} \frac{\exp^{-\mu\Delta^*_{1,j}}}{\sum_{j=1}^{n_g} \exp^{-\mu\Delta^*_{1,j}}} x_{1j} \tag{4.6.5}$$

avec

$$\Delta^*_{1,j} = \min_j \|(\xi_{1j}(s), \eta_{1j}(s)) - (\xi^*, \eta^*)\| \tag{4.6.6}$$

où

- ♯ μ est une constante positive.
- ♯ s est l'abscisse curviligne définie grâce au réseau représenté sur la figure 4.12.c) tel que $s \in [0, 1]$. s est le représentant d'un point de la spline cruviligne reliant la grille fine d'un ensemble donné (tel que $\mathcal{E}_{i_j}$). Par exemple, soit l'ensemble $\mathcal{E}_{1_j}$ correspondant à $x_{1_1} = -1$. Le point signature correspondant à la configuration

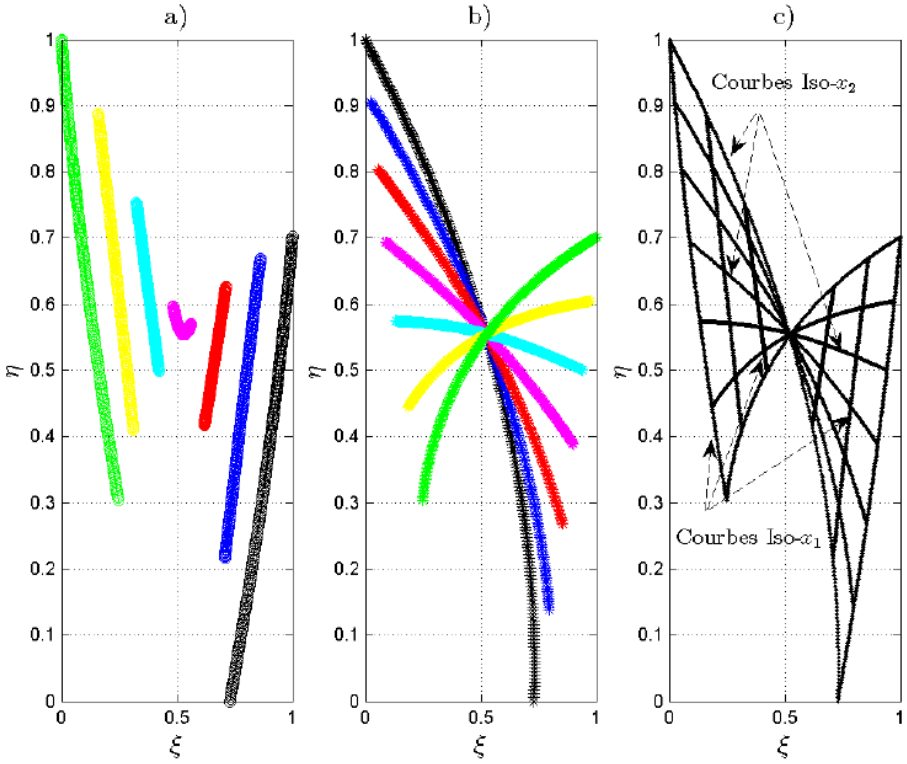


FIG. 4.12 – Vue sur la grille fine des signatures $\mathcal{S}(z^{(1)})$ pour $z^{(1)} \in \mathbb{Z}_d^{(1)}$. subplot a) regroupe toutes les signatures partageant la même valeur de x_1 en utilisant la même couleur alors que le subplot b) les regroupe en se basant sur la valeur de x_2. subplot c) montre le système de coordonnées curvilignes qui peut être utilisé pour obtenir une formule d'estimation de x_1 et de x_2

$(x_{1_1}, x_{2_j} = -3)$ a pour $s = 0$, celui correspondant à la configuration $(x_{1_1}, x_{2_j} = 3)$ a pour $s = 1$ et ainsi de suite.

♯ $(\xi_{1j}(s), \eta_{1j}(s))$ sont les coordonnées sur le réseau curviligne de la figure 4.12.c) des points appartenant à la classe $\mathcal{E}_{1_j}$.

De la même façon, la valeur de l'état x_2 est calculée en interpolant l'information basée sur le calcul des distances par rapport aux splines définies pour les ensembles de signatures représentées par $\mathcal{E}_{2_j}$ sur la figure 4.12.b).

Ainsi la fonction d'inversion (4.8.6) cherchée peut être définie comme étant :

$$T(z^{(1)}) := \begin{pmatrix} r_1(\mathcal{S}^{(2)}) \\ r_2(\mathcal{S}^{(2)}) \end{pmatrix} \tag{4.6.7}$$

avec

$$r_1(\mathcal{S}^{(2)}) := \hat{x}_1 \quad ; \quad r_2(\mathcal{S}^{(2)}) := \hat{x}_2$$

Résultats d'estimation

A un instant donné, le résultat d'estimation basée sur les signatures de $x = (x_1, x_2)$ est noté par la suite $\hat{x}_s(k)$. La valeur d'état prédite, qui est reliée à l'estimation passée $\hat{x}(k-1)$ basée sur le modèle du système est notée, $\hat{x}_m(k|k-1)$. Ces deux valeurs sont utilisées pour obtenir une estimation filtrée définie par :

$$\hat{x}(k) = \frac{1}{1+q}[\hat{x}_m(k|k-1) + q \cdot \hat{x}_s(k)] \tag{4.6.8}$$

Il faut noter que l'augmentation du nombre de points de la grille discrète de l'ensemble $\mathbb{Z}_d$ entraîne l'amélioration de la précision de l'estimation $\hat{x}_s(k)$. En effet, la définition de l'ensemble de signatures se fait hors ligne, alors, l'augmentation de n_g ne coûte pas en temps d'estimation par contre elle permet d'améliorer la précision de cette estimation.

Considérons l'exemple d'une trajectoire de sortie obtenue en simulant le système à partir de l'état initial $x = (-0.7, 1.5)$ sur un intervalle temporel donné. En glissant la fenêtre de longueur N sur l'intervalle considéré, l'ensemble de signatures représentées en vert sur la figure 4.13.b) sont obtenues. La figure 4.14 montre les résultats d'estimation

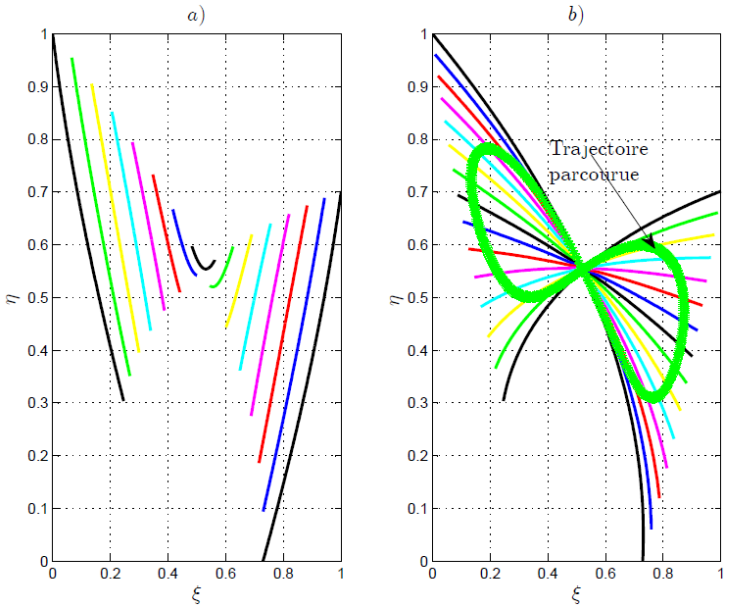


FIG. 4.13 – Vue de l'ensemble de signatures graphiques obtenues pour une expérience définie par un vecteur de mesures. En glissant la fenêtre N sur ces mesures et en appliquant la fonction signature, les points en vert sur le subplot b) formant un papillon sont obtenus

des états x_1 et x_2 en appliquant l'observateur (4.6.8) pour $q = 0.1$. Il est bien clair que pour des valeurs de x_1 proches de 0, l'estimation de x_2 est non précise. En effet en

remarquant le plan de la signature (figure 4.12), il est bien clair que la zone autour de la classe mauve sur le subplot a) correspondant à $x_1 = 0$ présente une ambiguïté lors de la détermination de la valeur de x_2 comme il est clair sur les subplot b) et c) de cette même figure. La figure 4.15 montre les résultats d'estimation des états x_1 et x_2

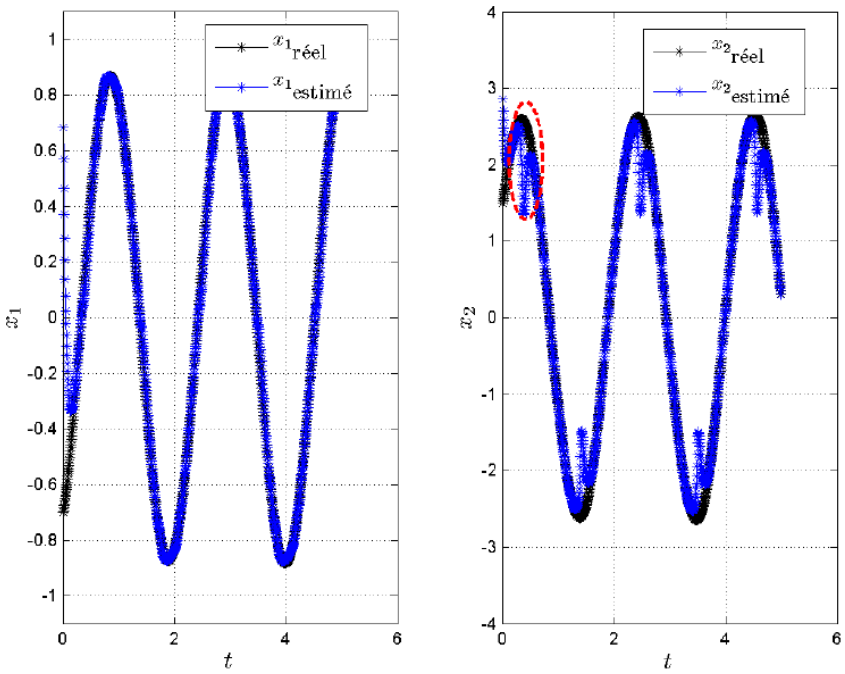


FIG. 4.14 – Estimation des états x_1 et x_2 en utilisant l'observateur (4.6.8) avec $q = 0.1$.

en appliquant l'observateur (4.6.8) pour $q = 0.1$ et en présence du bruit de mesure sur y, ce qui induit l'erreur relative de mesure, représentée sur la figure 4.16. Comme il est clair sur la figure 4.15, l'estimation de x_2 est trop sensible au bruit. Ainsi, augmentons le filtrage en prenant $q = 0.01$, l'estimation de x_2 obtenue est présentée sur la figure 4.17.b). Compte tenu de la petite valeur de q ($q = 0.01$) considéré, une comparaison de résultat précédent d'estimation de x_2 avec celui d'une estimation obtenue par un observateur boucle ouverte s'avère nécessaire. Ainsi, la figure 4.18 montre l'intérêt de l'utilisation de l'estimation par la technique de signatures graphiques. En effet, en terme de convergence, celle-ci est plus rapide que celle obtenue via un observateur boucle ouverte.

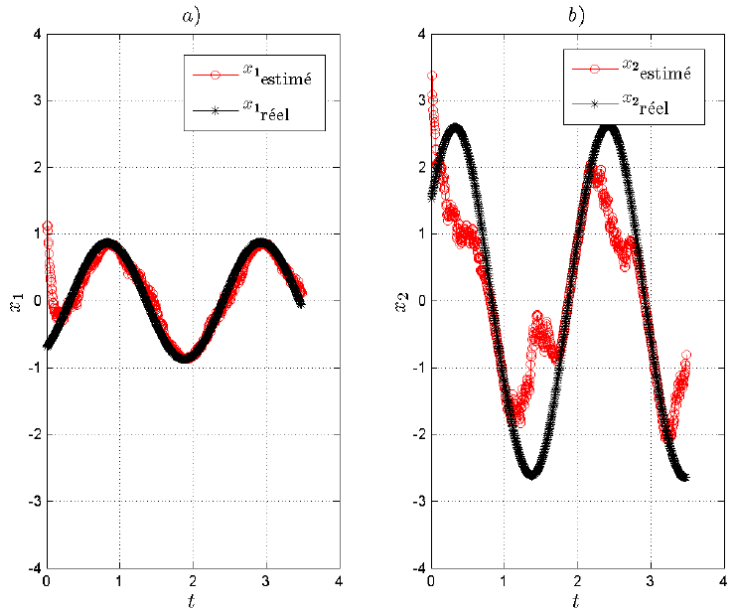


FIG. 4.15 – Comportement des états estimés $\hat{x}_1$ et $\hat{x}_2$ obtenus à l'aide de l'observateur (4.6.8) et dans la présence de bruit sur la sortie y conduisant à l'erreur relative présentée sur la figure 4.16 avec $q = 0.1$.

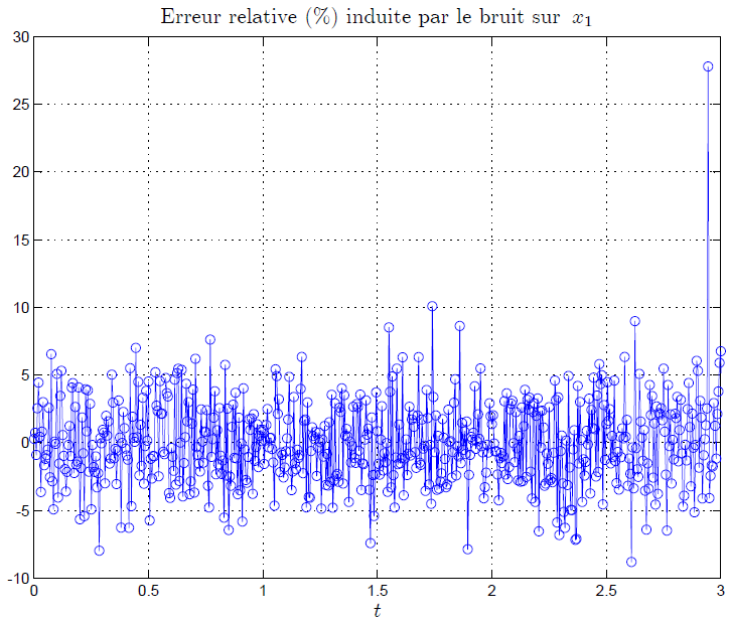


FIG. 4.16 – L'erreur relative du aux bruits (en %) sur la mesure y

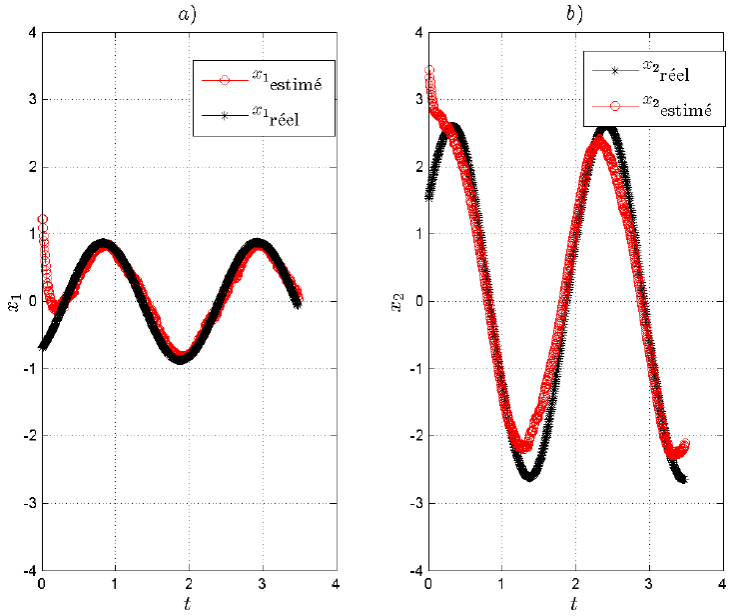


FIG. 4.17 – Comportement de l'état estimé $\hat{x}_2$ obtenu à l'aide de l'observateur (4.6.8) et dans la présence de bruit sur la sortie y conduisant à l'erreur relative présentée sur la figure 4.16 avec $q = 0.01$.

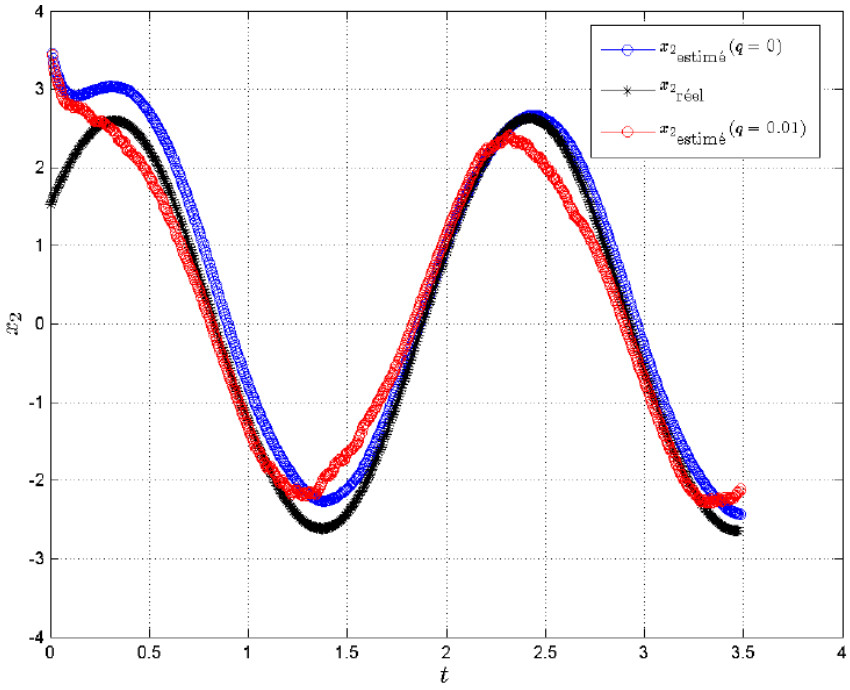


FIG. 4.18 – Comparaison avec l'estimation boucle ouverte de x_2 $(q = 0)$.

Différentes signatures pour différentes variantes du système

Afin de montrer la sensibilité de la signature à la structure du système non linéaire, la figure 4.19 montre trois ensembles de signatures colorés différemment suivant le système considéré. Sur cette figure, les deux subplot correspondent resp. à la classification basée sur x_1 et sur x_2, selon les mêmes définitions précédentes. Le but est de montrer l'efficacité de la signature graphique à maintenir une simplicité d'inspection visuelle facilitant la résolution du problème inverse d'estimation d'état. Notons que dans cette figure, l'ensemble de signatures constituant $\mathcal{E}_{1_j}$ (de même pour $\mathcal{E}_{2_j}$) est relié par une même spline. Sur cette figure :

1. La couleur noir correspond au système précédent décrit par les équations (4.6.1)-(4.6.3)
2. La couleur rouge correspond au système dont les états sont régis par les mêmes équations (4.6.1)-(4.6.2) alors que la sortie est définie par :

$$y = x_2 \tag{4.6.9}$$

3. La couleur verte correspond au système dont le premier état x_1 est régi par la même équation (4.6.2) alors que le deuxième état et la sortie sont définis par :

$$\dot{x}_2 = -9x_1 + p_2(1 - 7.5|x_1|^2)\sqrt{|x_2|} \tag{4.6.10}$$

$$y = x_1 \tag{4.6.11}$$

4.6.2 Exemple 2

Le système considéré est de la forme :

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_2 - \epsilon x_1 |x_2|^{1/3} \\ \dot{x}_2 &= x_3 + \epsilon x_2 x_3 \\ \dot{x}_3 &= c \end{aligned} \tag{4.6.12}$$

avec $\epsilon = 0.07$ et $c = 5$. La sortie du système est défini par $y = x_1$. Considérons les définitions suivantes

- $\diamond$ $z^{(1)} \equiv z := (x_1, x_2, x_3)^T, \quad n_1 \equiv n.$
- $\diamond$ $\mathbb{Z}^{(1)} \equiv \mathbb{Z} := [-3, 3] \times [-3, 3] \times [-3, 3], \quad N_O = 101, \quad \tau = 0.001$

En se basant sur les hypothèses et définitions introduites dans ce chapitre, l'objectif est de construire la fonction d'inversion invoquée dans la proposition 4.3.1, notée par $T(z^{(1)})$. Pour ce faire, les démarches sont les suivantes :

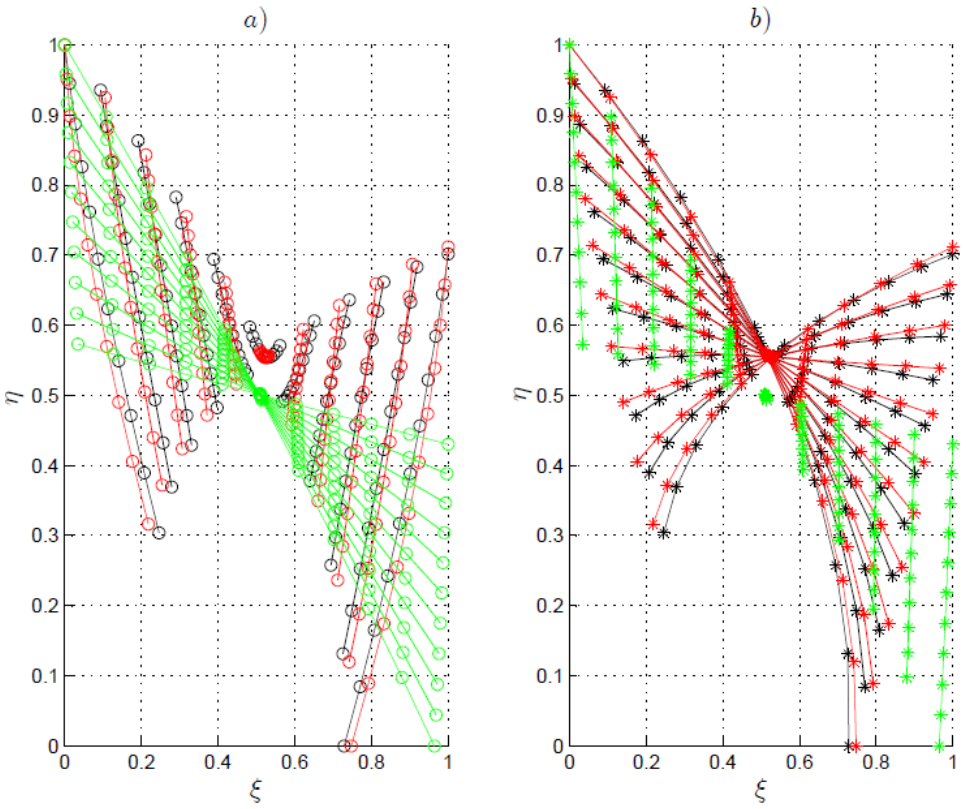


FIG. 4.19 – Vue des signatures obtenues pour différentes structures du système non linéaire à deux états. Sur les deux subplot, les points signatures définissant les ensembles $\mathcal{E}_{1_j}$ et $\mathcal{E}_{2_j}$ sont reliées par une même spline. La couleur noir correspond au système 1, la couleur rouge correspond au deuxième système et le vert correspond au troisième système.

- Définissons le sous ensemble discret de $\mathbb{Z}^{(1)}$, noté $\mathbb{Z}_d^{(1)}$. Ce dernier peut être obtenu en utilisant des grilles uniformes sur les intervalles admissibles de x_1, x_2 et x_3, plus précisément :

$$\mathbb{Z}_d^{(1)} := \left\{x_{1_1}, \ldots, x_{1_{n_g}}\right\} \times \left\{x_{2_1}, \ldots, x_{2_{n_g}}\right\} \times \left\{x_{3_1}, \ldots, x_{3_{n_g}}\right\}$$

  Il s'agit clairement d'un ensemble discret contenant n_g^3 éléments.

- A ces éléments de $\mathbb{Z}_d^{(1)}$, correspondent n_g^3 signatures représentées par :

$$\left\{\mathcal{S}^N(z^{(1)})\right\}_{z^{(1)} \in \mathbb{Z}_d^{(1)}} \tag{4.6.13}$$

  Ces signatures sont obtenues en se basant sur la procédure proposée dans la section 4.3.

La figure 4.20 montre les n_g^3 signatures, obtenues pour $n_g = 7$ et $N = 67$, vues différemment sur les subplot a), b) et c). Plus clairement, la figure 4.20.a) montre les signatures où celles partageant la même valeur de x_1 sont tracées en utilisant la même couleur. De même , les deux subplots b) et c) sur cette même figure sont colorées en se basant respectivement sur les valeurs de x_2 et de x_3. Par exemple,

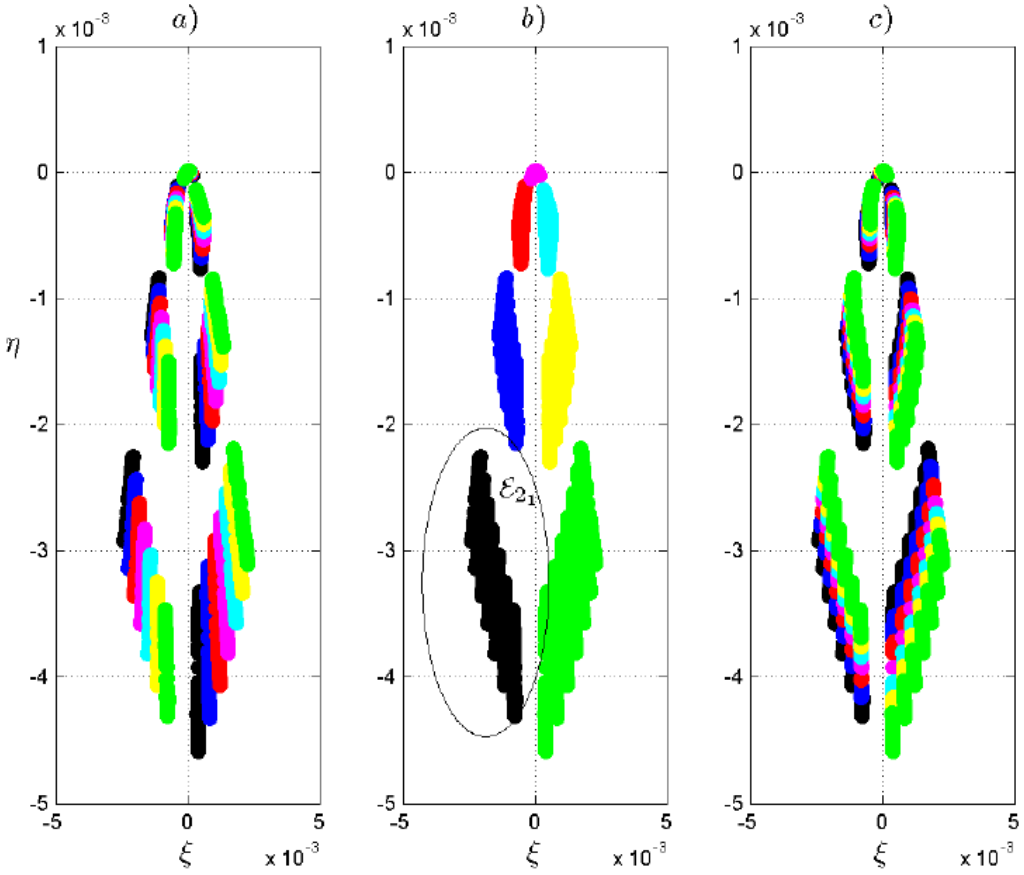


FIG. 4.20 – Exemple 2 : Vue des signatures $\mathcal{S}(z^{(1)})$ pour $z^{(1)} \in \mathbb{Z}_d^{(1)}$. subplot a) regroupe toutes les signatures classifiées selon la valeur de x_1 alors que les subplot b) et c) les regroupent en se basant respectivement sur les valeurs de x_2 et de x_3.

l'ensemble de signatures coloré en noir (figure 4.20) correspond $x_2 = -3$, soit :

$$\mathcal{E}_{2_1} := \left\{ (x_{1_i}, x_{2_1} = -3, x_{3_j})^T \right\}_{i,j=1}^{7}$$

Faisons un zoom sur cet ensemble : La figure 4.21.a) montre les signatures de l'ensemble précédent colorées suivant la valeur de x_1. De même, la figure 4.21.b) montre les signatures de cet ensemble colorées suivant la valeur de x_3. Par exemple, sur le subplot a) de cette figure les signatures partageant la même couleur mauve fait partie de l'ensemble $\mathcal{E}_{2_1}$ qui correspond à $x_1 = 0$. De même pour la figure

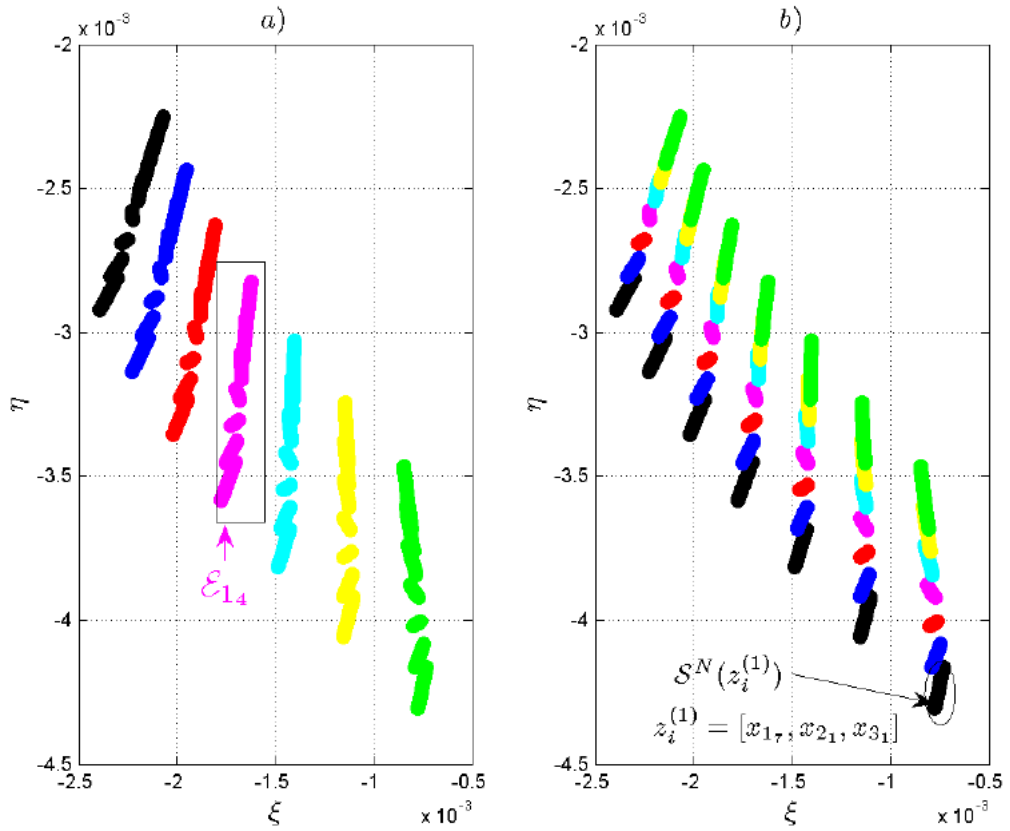


FIG. 4.21 – Vue des signatures $\mathcal{S}(z^{(1)})$ pour $z^{(1)} \in \mathbb{Z}_d^{(1)}$ de la classe $\mathcal{E}_{2_1}$. subplot a) regroupe toutes les signatures classifiées selon la valeur de x_1 alors que les subplot b) et c) les regroupent en se basant respectivement sur les valeurs de x_3.

4.21.b) où les couleurs sont basées sur les valeurs de x_3. De plus, une signature donnée correspondant à un état initial $z^{(1)}$, contient $M = N_O - N = 34$ points. Par exemple, la signature entourée par une ellipse sur le subplot 4.21.b) est obtenue pour l'état initial définie par :

$$z^{(1)} \equiv \begin{pmatrix} x_{1_7} = 3 \\ x_{2_1} = -3 \\ x_{3_1} = -3 \end{pmatrix}$$

Cette signature est notée $\mathcal{S}^{(67)}(z_i^{(1)})$.

- L'étape suivante est d'utiliser la signature obtenue afin de définir la fonction d'inversion nécessaire pour estimer les variables.

Procédure d'estimation

A tout instant k, un train de mesures est disponible. Définissons la signature obtenue pour ce train. Cette signature est composée de 34 points notés par $\mathcal{S}_*^{67} := \left\{(\xi_i^*, \eta_i^*)\right\}_{i=1}^{34}$. Afin d'estimer les 3 états constituant $z^{(1)}$ il faut extraire à partir de la signatures des caractéristiques graphiques qui permettent de définir la fonction d'inversion appropriée. Pour ce faire, les démarches proposées sont les suivantes :

- **Estimation de x_2 :** des enveloppes bornées sont construites pour les ensembles des signatures correspondant aux valeurs de x_2 sur le subplot b) de la figure 4.20. Plus précisément, pour chaque ensemble $\mathcal{E}_{2_i}$, $i \in \{1, \ldots, n_g\}$, une enveloppe bornée est définie, comme le montre la figure 4.22, en suivant la procédure expliquée dans la section 4.5. Il est bien clair grâce au subplot b) de la figure 4.20 que la valeur de la

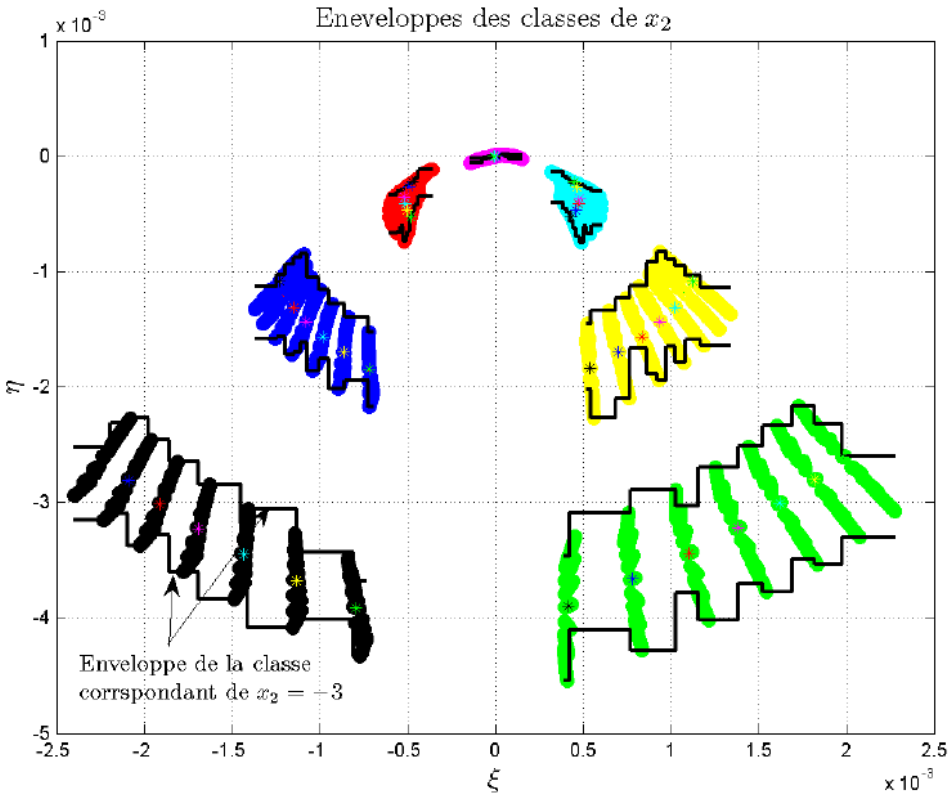


FIG. 4.22 – Enveloppes bornées définies pour l'ensemble des signatures colorées suivant la valeur de x_2.

coordonnée cartésienne horizontale ξ d'une signature permet de décider, en premier lieu, le signe de la valeur de x_2. Plus précisément, sur ce subplot, les ensembles $\mathcal{E}_{2_i}$ correspondant à des valeurs négatives de x_2 ont tous les ξ négatifs et ceux représentant des valeurs positives de x_2 ont les ξ positifs. Par exemple, sur le subplot

b), l'ensemble $\mathcal{E}_{2_1}$ (en noir) correspondant à la valeur $x_2 = -3$ a tous les ξ négatifs.

En effet, à tout instant k, considérons le point médian de $\mathcal{S}_*^{67}$ comme étant son représentatif. Les distances de ce point par rapport aux enveloppes précédentes sont calculées. La définition de ces distances sont données dans la section 4.5. Ces distances seront notées $\{d_i^*\}_{i=1}^{N_e}$ où N_e est le nombre des enveloppes considérées. Plus précisément, soit le cas où ξ du point médian de la signature en question est négatif, ainsi les enveloppes considérées sont celles des ensembles colorés en noir ($x_{2_1} = -3$), bleu ($x_{2_2} = -2$), rouge ($x_{2_3} = -1$) et magenta ($x_{2_4} = 0$)(voir figures 4.20.b) et 4.22), alors $N_e = 4$ dans ce cas.

Une fois les distances précédentes sont calculées, la valeur de x_2 peut être déterminée en interpolant l'information grâce à la formule suivante :

$$\hat{x}_{2_s} = \frac{d_k^* * x_{2_j} + d_j^* * x_{2_k}}{d_k + d_j} \tag{4.6.14}$$

où
- d_k^* et d_j^* $(j \neq k)$ sont les distances les plus petites.
- x_{2_k} et x_{2_j} sont les valeurs de x_2 correspondant aux enveloppes qui donnent respectivement les distances les plus petites d_k^* et d_j^*.
- L'indice s dans $\hat{x}_{2_s}$ fait référence à l'estimation obtenue à travers les signatures.

- **Estimation de x_1 :** Sur la base de la procédure suivie pour estimer x_2, l'estimation de x_1 est effectuée. En effet, comme avant, la valeur de ξ du point médian de la signature S_*^{67} permet de choisir les ensembles de signatures à utiliser parmi les $\mathcal{E}_{2_i}$, $i \in \{1, \ldots, n_g\}$. Prenons le même cas qu'avant où ξ du point médian est négatif ainsi les mêmes ensembles noir ($x_{2_1} = -3$), bleu ($x_{2_2} = -2$), rouge ($x_{2_3} = -1$) et magenta ($x_{2_4} = 0$) de la figure 4.20.b) sont à utiliser. Plus précisément, les ensembles classifiés selon x_2 sont choisis. Ensuite, le subplot a) de cette même figure 4.20 est considéré :
  En effet, les $N_e = 4$ ensembles des signatures de x_2 sont considérés. Pour ces ensembles, des lignes médianes sont définies fonction de x_1 comme le montre la figure 4.23. Ces lignes sont des splines qui regroupent les médianes des signatures possédant la même valeur de x_1. Ensuite, l'idée est de définir des distances euclidiennes du point médian de la signature en question par rapport aux lignes médianes précédentes. De la même façon appliquée pour l'estimation de x_2, x_1 sera déterminée par interpolation de l'information en considérant les lignes médianes les plus proches. La formule d'estimation est donnée par :

$$\hat{x}_{1_s} = \frac{d_k^* * x_{1_j} + d_j^* * x_{1_k}}{d_k + d_j} \tag{4.6.15}$$

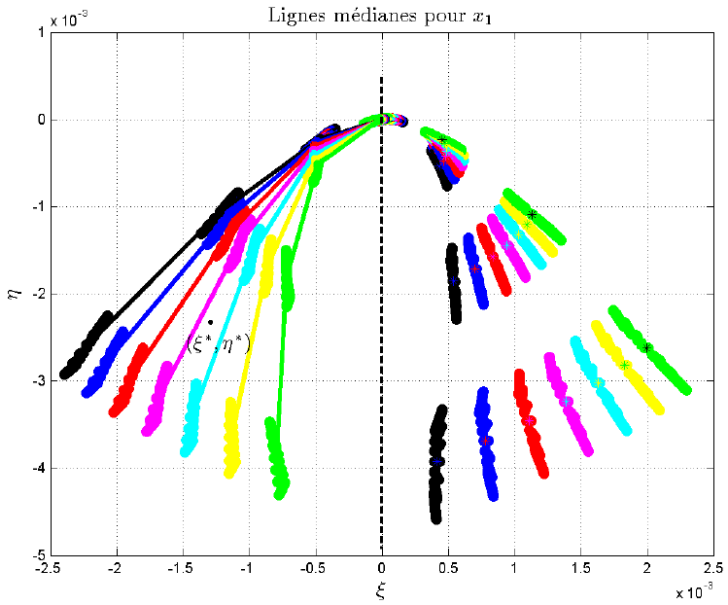


FIG. 4.23 – Lignes médianes regroupant les médianes des signatures partageant les mêmes valeurs de x_1.

où
- d_k^* et d_j^* $(j \neq k)$ sont les distances les plus petites.
- x_{1_k} et x_{1_j} sont les valeurs de x_1 correspondant aux lignes médianes qui donnent respectivement les distances les plus petites d_k^* et d_j^*.
- L'indice s dans $\hat{x}_{1_s}$ fait référence à l'estimation obtenue à travers les signatures.

- **Estimation de x_3 :** L'estimation de x_3 s'effectue en utilisant les deux valeurs précédentes $\hat{x}_1$ et $\hat{x}_2$. En effet, la pente d'une signature donnée varie, pour x_2 et x_1 donnés, de façon monotone fonction des valeurs de x_3 comme le montre la figure 4.24 où un exemple de cette caractéristique est donné pour $x_2 = 3$. Ainsi la pente de la signature S_*^{67} est calculée en premier. Les valeurs $\hat{x}_{1_s}$ et $\hat{x}_{2_s}$ et la pente sont utilisées pour déterminer la valeur de x_3, notée x_{3_s} par interpolation de l'information.

- En conclusion, les propriétés définissant la fonction d'inversion dans le cas de cet exemple ne sont autres que les valeurs estimées des 3 états comme c'est le cas pour l'exemple précédent 1.

Afin de valider la procédure expliquée précédemment, soit un scénario du système démarrant à l'état initial $x_0 = (2, -2.7, 0.7)^T$. En faisant passer la fenêtre glissante de longueur N sur le train de mesures résultantes, les signatures correspondantes sont calculées et la procédure d'estimation précédente est appliquée. Les résultats d'estimation sont montrés sur la figure 4.25 où le formule de filtrage (4.6.8) est appliquée avec $q = 0.1$.

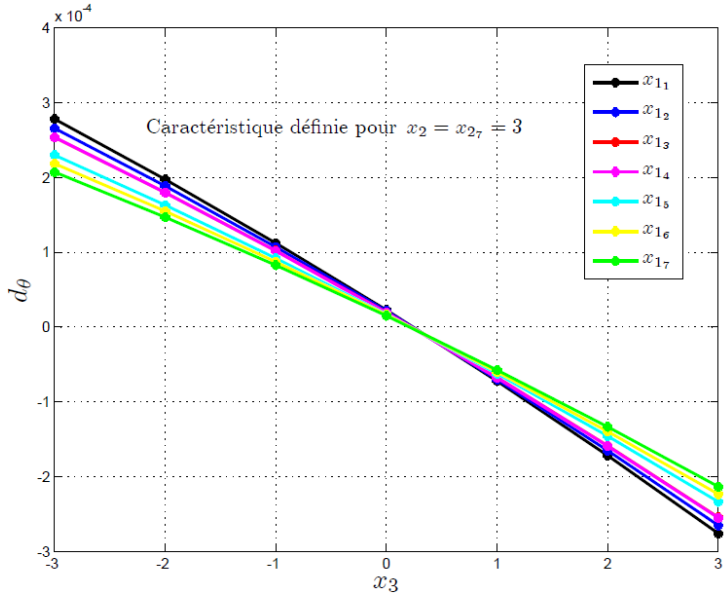


FIG. 4.24 – Caractéristique donnant la valeur de x_3 connaissant les valeurs de x_2 et x_3 : La pente d'une signature définie en fonction de x_3 pour les différentes valeurs de x_1 et pour un x_2 donné dans ce cas $x_2 = x_{2_7} = 3$.

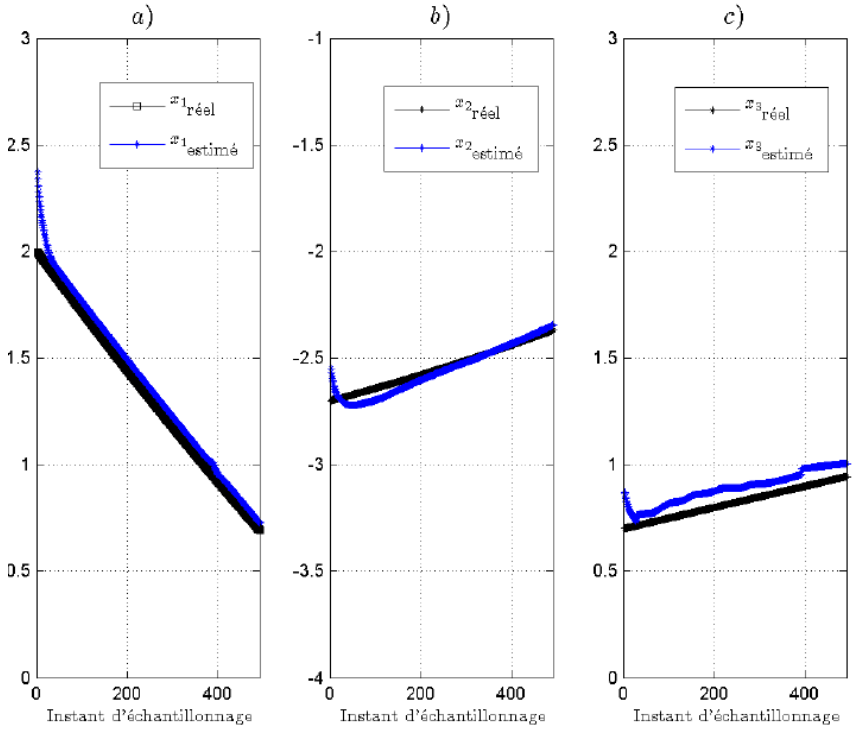


FIG. 4.25 – Exemple 2 : Estimation des trois états x_1, x_2 et x_3.

4.7 Inversion partielle : exemple illustratif 1

Dans cette section, un exemple concret est proposé dans lequel les différentes étapes décrites ci-dessus sont détaillées, à savoir, le choix de la signature, les propriétés appropriées ainsi que les coordonnées nécessaires permettant de dériver une fonction inversible permettant de réduire la charge de calcul lors de l'utilisation de la technique MHE.

4.7.1 Le problème d'estimation dans une culture de "E-Coli cultures"

Considérons le modèle dynamique de la souche recombinante *Escherichia Coli strain* ([Lee & Ramirez., 1992], [Nardi et al., 2006], [Cha et al., 2000]). Ce modèle est un modèle de bilan de masse décrivant la culture pure recombinante par lots microbiens de la souche *E. Coli* de biomasse X croissante sur la limitation du substrat de glycérol S tout en fournissant un produit final intracellulaire, la protéine β-galactosidase, P. Le modèle dynamique correspondant est donné par :

$$\dot{X} = \mu(S)X - k_d \exp(-\frac{k_p}{P})X \tag{4.7.1}$$

$$\dot{S} = -y_s\mu(S)X - k_m X \tag{4.7.2}$$

$$\dot{P} = y_p\mu(S)\frac{I}{I+k_l}X - k_d \exp(-\frac{k_p}{P})P \tag{4.7.3}$$

où μ est le taux de croissance modélisé par la relation dite "relation de Monod" :

$$\mu(S) = \frac{\mu_m S}{k_s + S}$$

dans lequel :

- ✓ μ_m est le taux de croissance maximal spécifique pour la croissance cellulaire en (h^{-1}).
- ✓ k_s représente la constante de saturation.
- ✓ k_p et k_d sont des constantes impliquées dans la cinétique de mort de type "Arrhenius" qui dépend de P.
- ✓ k_m est un taux d'entretien qui décrit l'énergie nécessaire pour l'entretien et la réparation courants.
- ✓ y_s, y_l sont des coefficients de rendement identifiés.
- ✓ I représente l'inducteur d'arabinose qui est supposé être constant (pas de dégradation).

Deux sorties mesurées sont disponibles : la biomasse $x_1 = X$ et la lumière produite par

Exemple : Paramètres identifiés pour le modèle du système dynamique (4.7.1)-(4.7.3)

paramètre	Valeurs	unités
μ_m	0.49	h^{-1}
k_s	0.06	g/l
k_p	0.047	g/l
k_d	0.005	g/l
k_m	0.21	h^{-1}
k_l	0.03	g/l
y_s	0.75	$g \quad cell/ \quad g \quad glycerol$
y_p	0.32	$g \quad protein/ \quad \beta - \quad galactosidase$
y_l	17.6	$U/\beta - \quad galactosidase$

la bioluminescence, définie par l'expression suivante :

$$L = y_l.\mu(S)\frac{I}{I + k_l}XP \tag{4.7.4}$$

Le problème d'estimation est d'utiliser les deux sorties mesurées précédentes afin d'estimer les états non mesurés S et P. L'ensemble des paramètres du modèle est donné dans le tableau 4.7.1.

4.7.2 Définition de la fonction inversible

Considérons les définitions suivantes :
◇ $x := (X, S, P)^T$, $z^{(1)} := (S, P)^T$, $z^{(2)} = X$ $(X, S, P > 0)$
◇ $N_O = 8$, $\tau = 0.1$

ce qui signifie que $n_1 = 2$, $n_2 = 1$.

Dans le cas de cet exemple, l'ensemble admissible $\mathbb{Z}^{(1)}$ est défini comme suit :

- Une caractéristique particulière de ce système est le comportement monotone de ses états (Figure 4.26). A savoir, la biomasse X augmente de façon monotone (de même pour la protéine P) tandis que le substrat S décroît de façon monotone.

- Sur la base de cette caractéristique de monotonie et comme X est connu (sortie mesurée), il s'est avéré nécessaire de définir l'ensemble admissible comme fonction de

X, soit $\mathbb{Z}^{(1)}(X)$ différemment par rapport à ce qui est introduit dans ce chapitre. Plus précisément, pour une valeur donnée de X, $\mathbb{Z}^{(1)}$ est donné par :

$$\mathbb{Z}^{(1)}(X) := [S_0(X) - \Delta_S, S_0(X) + \Delta_S] \times [P_0(X) - \Delta_P, P_0(X) + \Delta_P] \quad (4.7.5)$$

où $S_0(X)$ et $P_0(X)$ (voir Figure 4.26.b)) sont des fonctions préalablement données et qui sont définies à l'aide du scénario décrit dans la Figure 4.26.a). Plus précisément, ce scénario est défini ici par l'état initial $x_0 := (0.05, 2, 0.01)^T$. Par conséquent, l'ensemble admissible n'est autre que le tube d'épaisseur Δ_S et Δ_P pour S et P respectivement (voir Figure 4.27).
D'une façon plus claire, la définition précédente est obtenue en suivant les étapes suivantes :

- Un scénario est défini par l'état initial $x_0 := (0.05, 2, 0.01)^T$. $X(t)$ est ainsi connu.
- Ensuite S et P sont exprimées fonction de X comme le montre la figure 4.26.b). Ainsi $S_0(X)$ $P_0(X)$ sont définis.
- Des hypercubes rectangulaires sont définis comme le montre les deux subplot de la figure 4.28. En effet, une grille de valeurs discrètes est définie sur l'ensemble admissible de X qui est dans ce cas $[0, 1.5]$ (voir figures 4.26 et 4.28). Sur le subplot 4.28.a), pour toute valeur de X_0 de cette grille, un hypercube rectangulaire est défini autour du point $(X_0, S_0(X_0))$ tel que la longueur de cet hypercube est définie par le côté $[X_0 - \Delta_X, X_0 + \Delta_X]$ et la hauteur est définie par le côté $[S_0(X_0) - \Delta_S, S_0(X_0) + \Delta_S]$. De même pour les hypercubes rectangulaires correspondant à $P(X)$ sur la figure 4.28.b).

- Comme il est clair, l'ensemble admissible de X est couvert par cette définition. De même pour S et P, l'ensemble admissible est défini par une bande assez large grâce aux valeurs $\Delta_S = 0.4$ et $\Delta_P = 0.04$. L'idée de prendre un hypercube suffisamment large permet d'oublier le fait que l'ensemble admissible $\mathbb{Z}^{(1)}$ est défini pour un scénario particulier. Par conséquent, l'ensemble admissible considéré est valable pour un intervalle assez large d'états initiaux.

- Sur la base des considérations précédentes, les démarches à suivre pour cet exemple sont les mêmes invoquées au début de ce chapitre avec la seule différence qu'elles sont définies pour un X donné. Ainsi pour chaque X l'ensemble admissible de S et P est défini par des bandes comme le montre la figure 4.27 et la procédure de résolution du problème d'estimation d'état est ainsi construite.

- Pour un X donné, trois valeurs sont utilisées pour représenter chacun des intervalles $[S_0(X) - \Delta_S, S_0(X) + \Delta_S]$ et $[P_0(X) - \Delta_P, P_0(X) + \Delta_P]$, à savoir :

$$\mathbb{Z}_d^{(1)}(X) := \{S_1(X), S_2(X), S_3(X)\} \times \{P_1(X), P_2(X), P_3(X)\} \quad (4.7.6)$$

Notons que $\mathbb{Z}^{(1)}(X)$ est notée dans ce cas $\mathbb{Z}_d^{(1)}(X)$ pour désigner qu'il s'agit d'un ensemble de valeurs discrètes.

- En utilisant les éléments de cet ensemble discret et la sortie correspondante L obtenue par simulation, 9 signatures peuvent être obtenues (X étant donné et un entier N est choisi), à savoir :

$$\left\{\mathcal{S}^N(z^{(1)} \mid X)\right\}_{z^{(1)}\in\mathbb{Z}_d^{(1)}} \tag{4.7.7}$$

La figure 4.29 montre les 9 signatures (pour $X = 0.5$ et $N = 6$) vues différemment sur les deux subplots (a) and (b). Plus précisément, la figure 4.29.(a) présente les 9 signatures où celles partageant la même valeur de S sont tracées en utilisant la même couleur. Par exemple, les trois signatures tracées en cyan sur la figure 4.29.(a) sont obtenues pour l'ensemble de valeurs :

$$\mathcal{E}_{S_1} := \left\{(S_1 = S_0(X) - \Delta_S, P_j)^T\right\}_{j=1}^{3}$$

De la même façon, la figure 4.29(b) regroupe les signatures en fonction des valeurs de P. Par exemple toutes les signatures tracées en rouges sont celles qui correspondent à l'ensemble des éléments dans $\mathbb{Z}_d^{(1)}$ donné par :

$$\mathcal{E}_{P_3} := \left\{(S_j, P_3 = P_0(X) + \Delta_P)^T\right\}_{j=1}^{3}$$

De la même manière, les signatures graphiques correspondant à chaque valeur de X dans le domaine admissible considéré sont construites. L'étape suivante consiste à définir la fonction d'inversion qui doit être bijective, pour toute valeur de X. En effet, les signatures obtenues hors ligne pour chacun des X considérés ont la même structure graphique monotone. Soit le cas des signatures présentées sur la figure 4.29 :
Le subplot (c) montre le système de coordonnées curvilignes qui est obtenu en remplaçant chaque signature par son centre de gravité. L'inspection visuelle de la signature représentée sur la figure 4.29 montre clairement que $z^{(1)} = (S, P)$ peut être obtenu en utilisant les propriétés suivantes (r_1 and r_2) respectivement :
$r_1(S) := \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{M}\chi_i \quad ; r_2(S) := \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{M}\eta_i$; où $\quad S =: \left\{(\chi_i, \eta_i)\right\}_{i=1}^{N}$
Cela montre clairement que la fonction inversible (4.8.6) cherchée peut être obtenue simplement par :

$$T_{(z^{(2)},\mathbf{u})}(z^{(1)}) := \begin{pmatrix} r_1(\mathcal{S}^{(6)} \mid X) \\ r_2(\mathcal{S}^{(6)} \mid X) \end{pmatrix} \tag{4.7.8}$$

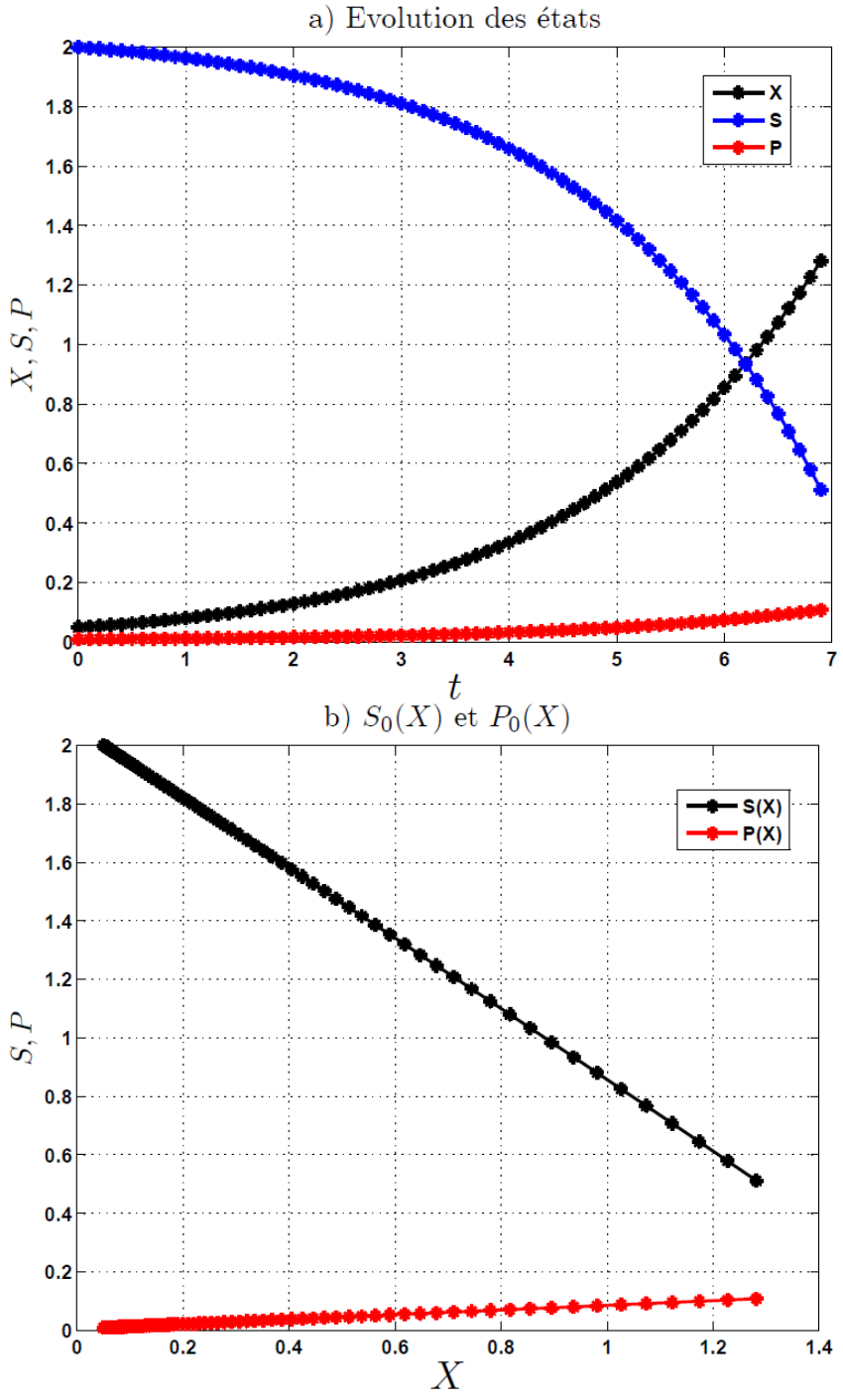


FIG. 4.26 – a) L'évolution typique des états X, S and P (ici pour l'état intial $x_0 = [0.05, 2, 0.01]$). Ce scénario est également utilisé pour définir les fonctions $S_0(X)$ et $P_0(X)$ qui sont utilisées pour définir l'ensemble admissible $\mathbb{Z}^{(1)}$ donné (4.7.5). b) Vue des deux fonctions $S_0(X)$ and $P_0(X)$.

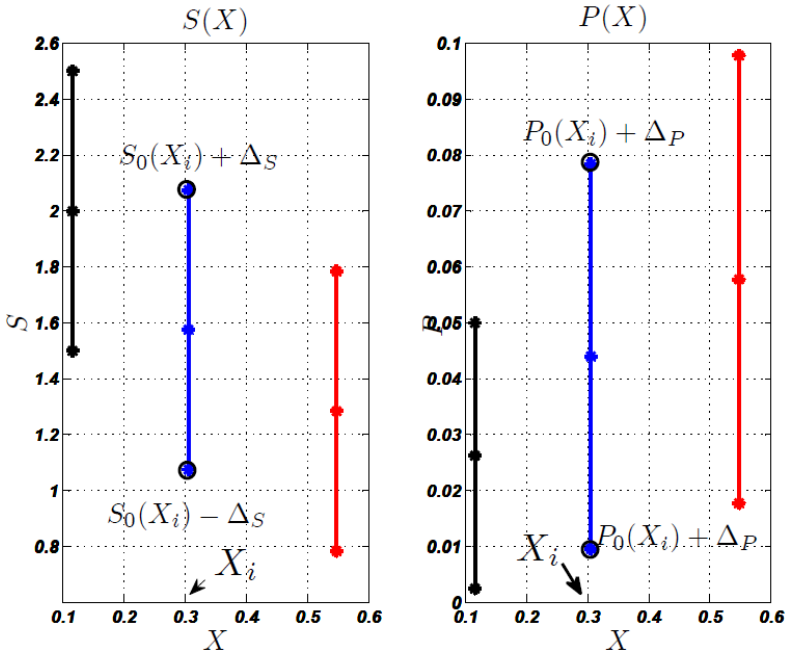


FIG. 4.27 – Exemple de la projection de l'ensemble admissible $\mathbb{Z}_d^{(1)}(X)$ pour trois valeurs différentes de $X \in \{0.11, 0.3, 0.55\}$

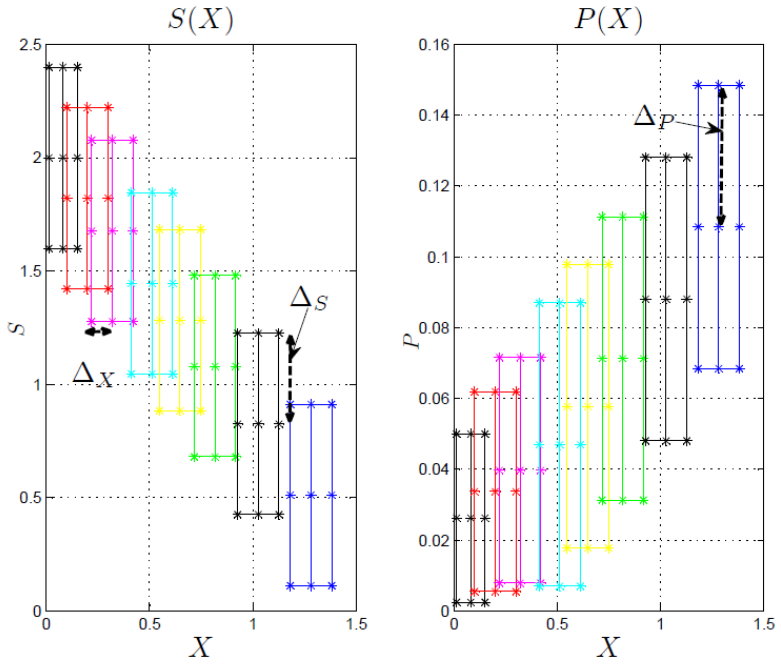


FIG. 4.28 – Hypercubes des valeurs admissibles des variables X, S, et P.

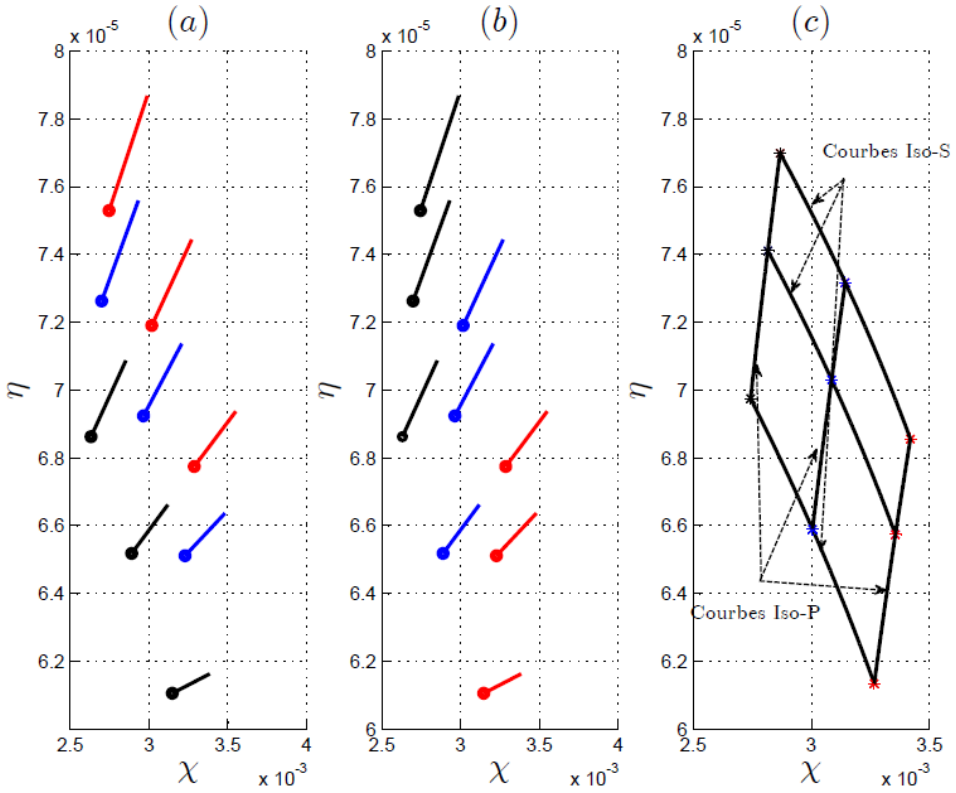


FIG. 4.29 – Allures des 9 signatures $\mathcal{S}^{(6)}(z^{(1)} \mid X = 0.5)$ pour $z^{(1)} \in \mathbb{Z}_d^{(1)}$ obtenues en utilisant $N = 6$. Notons que chaque signature contient $M = N_O - N = 2$ points. Subplot (a) représente toutes les signatures ayant la même valeur de S par la même couleur alors que le subplot (b) utilise la même couleur pour tracer les signatures qui ont la même valeur de P. Subplot (c) montre le système de coordonnées curvilignes qui peut être utilisé pour obtenir d'un seul coup une formule d'estimation de S et de P connaissant X

4.7.3 Résultats d'estimation

Dans la section précédente, la fonction inversible $T_{(X)}(S, P)$ a été définie pour le choix de $z^{(1)} = (S, P)$ et de $z^{(2)} = X$.
Cela signifie qu'un problème d'optimisation avec une seule variable X (4.3.3) est obtenu finalement.

A un instant k donné, le résultat d'estimation basée sur les signatures, de $x = (S, P)$ est notée par la suite $\hat{x}_s(k)$ (s pour l'estimation basée sur les signatures). La valeur d'état prédite, qui est reliée à l'estimation passée $\hat{x}(k-1)$ basée sur le modèle du système est notée, $\hat{x}_m(k|k-1)$. Ces deux valeurs sont combinées pour obtenir une sortie d'observateur

filtrée définie par :

$$\hat{x}(k) = \frac{1}{1+q}\left[\hat{x}_m(k|k-1) + q \cdot \hat{x}_s(k)\right] \tag{4.7.9}$$

Notons que, en augmentant le nombre de points de l'ensemble discret $\mathbb{Z}_d^{(1)}(X)$, une estimation $\hat{x}_s(k)$ plus précise peut être obtenue.

La figure 4.30 montre la performance de l'estimateur résultant en présence de bruits de mesure en utilisant $q = 0.3$ et en présence du bruit de mesure à la fois sur X et L, ce qui induit des erreurs relatives de mesures, représentées sur les figures 4.31 et 4.32 respectivement. Notons que la correction ne commence qu'après N périodes

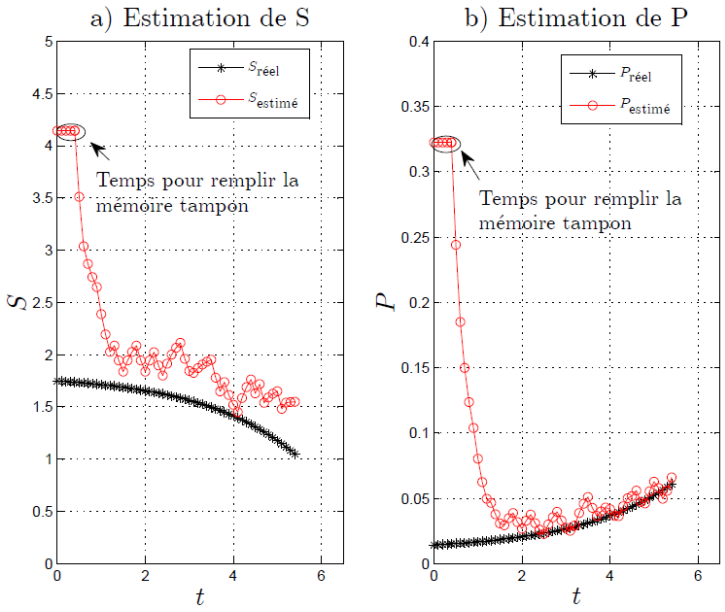


FIG. 4.30 – Comportement des états estimés $\hat{S}(k)$ et $\hat{P}(k)$ obtenus à laide de l'observateur (4.7.9) avec $q = 0.3$ et dans la présence de bruit de mesure sur les mesures X et L conduisant à l'erreur relative donnée dans les figures 4.31 et 4.32

d'échantillonnage, le temps pour remplir la mémoire tampon qui est nécessaire pour produire l'estimation basée sur les signatures. On peut également remarquer comment le bruit affecte fortement la qualité de l'estimation du substrat S. Cela peut se comprendre en notant l'équation suivante, qui relie les erreurs sur y aux erreurs sur S :

$$\Delta y = [\frac{1}{k_s + S} - \frac{S}{(k_s + S)^2}] \cdot \Delta S \tag{4.7.10}$$

ce qui montre bien que, pour une faible valeur de k_s ($= 0.06$ in our example), le gain est assez faible (≈ 0.025 pour $S = 1.5$), ce qui conduit à une grande sensibilité de S à l'erreur de mesure Δy (dans notre exemple, lorsque $S \approx 1.5$, les erreurs sur y peuvent être multipliées par $1/0.025 = 40$, quand elle est utilisée pour estimer S).

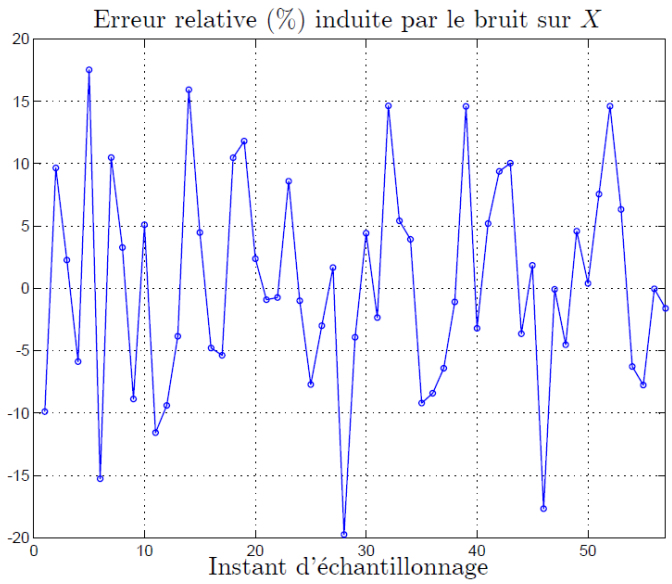


FIG. 4.31 – L'erreur relative due aux bruits (en %) sur la mesure X *durant le scénario de validation*

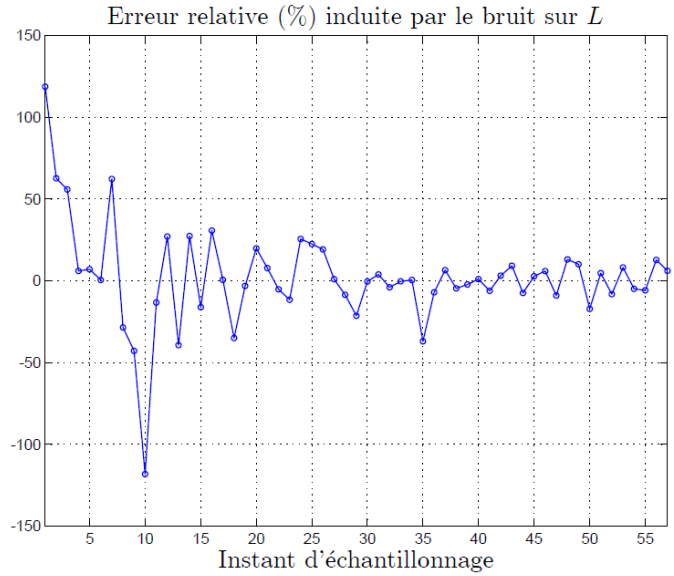


FIG. 4.32 – L'erreur relative due aux bruits (en %) sur la mesure L *durant le scénario de validation*

4.8 Inversion partielle : exemple illustratif 2

Dans cette section, un autre exemple concret est proposé dans lequel les différentes étapes décrites ci-dessus sont de même détaillées, à savoir, le choix de la signature, les propriétés appropriées ainsi que les coordonnées nécessaires permettant de dériver une fonction inversible.

4.8.1 Le problème d'estimation dans le cas d'une réaction réversible gazeuse

Considérons le modèle dynamique représentant la réaction réversible [Rambabu Kandepu, 2008], en phase gazeuse, suivante :

$$2A \xrightarrow{\bar{\beta}} B \tag{4.8.1}$$

avec

- ✓ $\upsilon = \begin{pmatrix} -2, 1 \end{pmatrix}$ est une matrice stoechiométrique.
- ✓ $\bar{r} = \bar{\kappa} C_A^2$ est le taux de réaction.

Les vecteurs d'état et de mesure sont respectivement donnés par $x := (C_A, C_B)^T$ et $y = x_1 + x_2$.

♯ C_A et C_B sont respectivement les concentrations des espèces A et B.

En supposant un gaz parfait et un réacteur isotherme parfaitement mélangé, les équations régissant le système sont définis comme suit :

$$\dot{x} = f(x) = \upsilon^T \bar{r} = \begin{pmatrix} -2\bar{\beta} x_1^2 \\ \bar{\beta} x_1^2 \end{pmatrix} \tag{4.8.2}$$

$$y = x_1 + x_2 \tag{4.8.3}$$

ce qui conduit, en temps discret, à un système similaire à (4.2.1) avec deux états x_1, x_2 et le paramètre $\bar{\beta}$, qui est supposé ici être inconnu.
Dans le cas présent, le problème d'estimation consiste à déterminer les deux états et le paramètre inconnu. Dans la suite les définitions utilisées ainsi que la procédure de résolution sont détaillées.

4.8.2 Définition de la fonction inversible

Le schéma proposé dans la section 4.2 est appliqué dans le cas de cet exemple, en utilisant les définitions suivantes :

$\diamond$ $z^{(1)} := (x_1, x_2)^T$, $n_1 = 2$, $z^{(2)} = \bar{\beta}$.

$\diamond$ $\mathbb{Z}^{(1)} := [0, 3] \times [0, 3]$, $N_O = 11$, $\tau = 0.01$.

Afin de déterminer les variables inconnues, il faut construire une fonction coût comme celle définie dans (4.3.4). Cette fonction est reproduite dans ce cas sous la forme :

$$J_r\Big(\bar{\beta} \mid Y_m(k)\Big) := J\left(\mathcal{Z}\Big(T^{-1}_{(\bar{\beta})}(\mathcal{S}(Y_m(k))), \bar{\beta}\Big) \mid Y_m(k)\right) \tag{4.8.4}$$

La minimisation de cette fonction coût permet de déterminer $z^{(2)} = \bar{\beta}$ et ainsi obtenir $z^{(1)} := (x_1, x_2)^T$. Pour ce faire, et comme il est présenté dans les deux sections 4.3 et 4.4, les démarches suivies sont les suivantes :

- Pour chaque $\bar{\beta}$, la fonction d'inversion est construite (Proposition 4.3.1) comme suit :

  - Définissons le sous-ensemble discret de $\mathbb{Z}^{(1)}$, noté par $\mathbb{Z}^{(1)}_d$, qui peut être obtenu en utilisant des grilles uniformes sur les intervalles admissibles de x_1 et x_2, plus précisément :

$$\mathbb{Z}^{(1)}_d := \Big\{x_{1_1}, \ldots, x_{1_5}\Big\} \times \Big\{x_{2_1}, \ldots, x_{2_5}\Big\}$$

  - Il s'agit clairement d'un ensemble discret contenant 25 éléments. A ces 25 éléments de $\mathbb{Z}^{(1)}_d$, correspondent 25 signatures représentées comme suit :

$$\Big\{\mathcal{S}^N(z^{(1)} \mid \bar{\beta})\Big\}_{z^{(1)} \in \mathbb{Z}^{(1)}_d} \tag{4.8.5}$$

    Ces signatures peuvent être définies une fois qu'une valeur donnée $N < N_O$ et un $\bar{\beta}$ sont bien définis. La figure 4.33 montre un exemple où les 25 signatures vues différemment sur les subplot a) et b), sont obtenues pour $\bar{\beta} = 0.15$. Plus précisément la figure 4.33.a) montre les 25 signatures où celles partageant la même valeur de x_1 sont tracées en utilisant la même couleur. Par exemple, les 5 signatures tracées en noir sur la figure 4.33.a) sont obtenues pour l'ensemble de valeurs :

$$\mathcal{E}_{1_1} := \Big\{(x_{1_1} = 0, x_{2_j})^T\Big\}_{j=1}^{5}$$

    De même, la figure 4.33.b) regroupe les signatures en se basant sur les valeurs de x_2. Par exemple, toutes les signatures tracées en rouge foncé sont celles correspondant à l'ensemble des éléments dans $\mathbb{Z}^{(1)}_d$ donnés par :

$$\mathcal{E}_{2_5} := \Big\{(x_{1_j}, x_{2_5} = 3)^T\Big\}_{j=1}^{5}$$

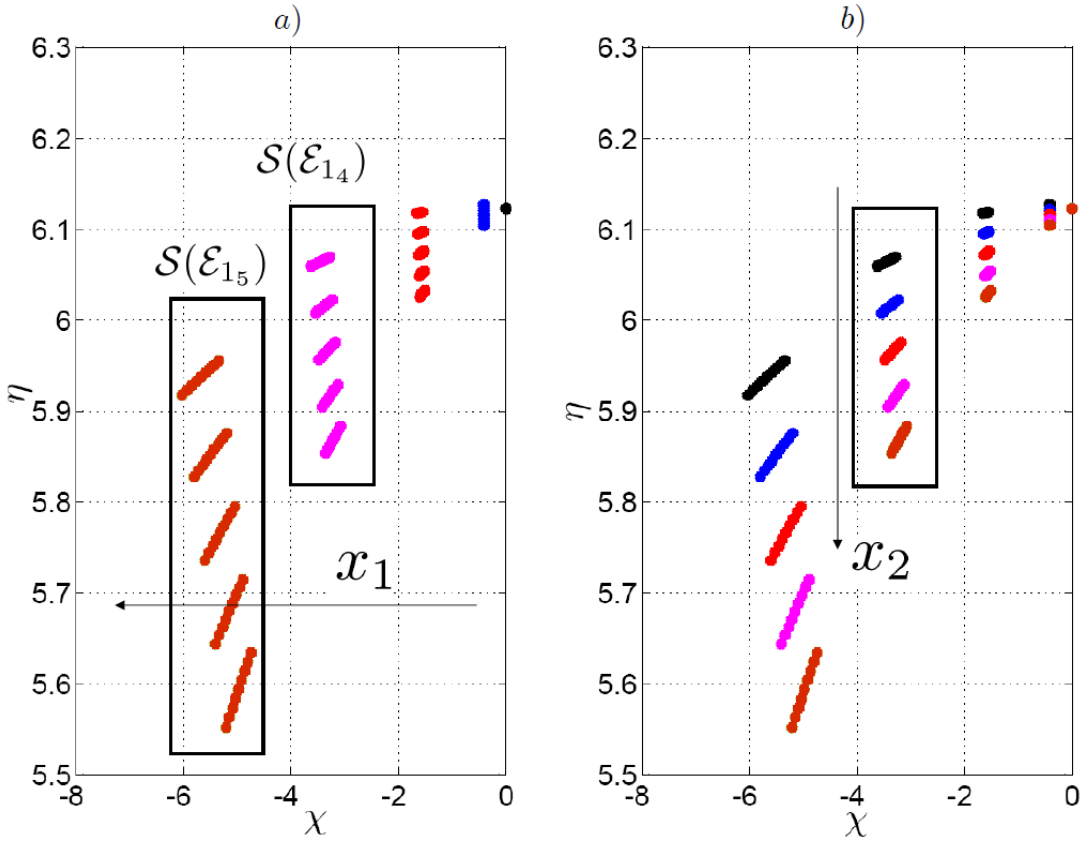


FIG. 4.33 – Vue des 25 signatures $\mathcal{S}(z^{(1)})$ pour $z^{(1)} \in \mathbb{Z}_d^{(1)}$ obtenues en utilisant $N = 2$ et $\bar{\beta} = 0.15$. A noter que chaque signature contient $M = N_O - N = 9$ points. subplot (a) regroupe toutes les signatures partageant la même valeur de x_1 en utilisant la même couleur alors que le subplot b) les regroupe en se basant sur la valeur de x_2.

- L'étape suivante est de définir la fonction d'inversion en se basant sur les signatures graphiques définies. Il s'agit de trouver la fonction qui associe à chaque couple (x_1, x_2) une propriété graphique ne dépendant que de $\bar{\beta}$, soit $T_{(\bar{\beta})} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix}$. De plus il faut vérifier que cette fonction soit bijective pour chaque valeur de $\bar{\beta}$. Plus clairement, soit par exemple le cas de la signature définie pour $\bar{\beta} = 0.15$ sur la figure 4.33. L'inspection visuelle des signatures illustrées sur cette figure montre clairement que, une fois la signature $\mathcal{S}(z^{(1)})$ est tracée, il est possible d'identifier $z^{(1)} = (x_1, x_2)^T$ à l'aide des deux étapes suivantes :

  1. Déterminer d'abord x_1 à base de la signature suivante :

$$r_1(\mathcal{S} \mid \bar{\beta}) := \min_{i \in \{1,\ldots,M\}} \chi_i$$

Cela peut être obtenu en interpolant l'information sur la figure 4.33.a), en effet :

$$\begin{aligned}
&\forall e \in \mathcal{E}_{1_4}, \quad r_1(\mathcal{S}) \cong -3.5 \\
&\forall e \in \mathcal{E}_{1_3}, \quad r_1(\mathcal{S}) \cong -1.5 \\
&\forall e \in \mathcal{E}_{1_2}, \quad r_1(\mathcal{S}) \cong -0.5 \\
&\forall e \in \mathcal{E}_{1_1}, \quad r_1(\mathcal{S}) \cong 0
\end{aligned}$$

et ainsi de suite. Pour une nouvelle valeur de r_1, il est possible d'associer facilement la valeur correspondante de x_1.

2. Le subplot Fig .4.33.b) montre clairement qu'il existe un fonction inversible définie par :

$$x_2 = X_2(\eta_{min} \mid x_1, \bar{\beta})$$

qui donne x_2 connaissant x_1 et la propriété

$$\eta_{min} = r_2(\mathcal{S}) := \min_{i \in \{1,\ldots,M\}} \eta_i$$

C'est parce que, une fois x_1 est donné [grâce à $r_1(\mathcal{S})$], il est bien clair que la queue de la signature se trouve approximativement sur une ligne verticale avec une hauteur directement liée à la valeur de x_2 d'une façon bijective.

La discussion ci-dessus définit complètement la fonction inversible (4.8.6) en utilisant la signature définie par $N = 2$ et les deux propriétés r_1 et r_2. Ainsi la fonction d'inversion dans ce cas est sous la forme :

$$T_{(\bar{\beta})} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} := \begin{pmatrix} r_1(\mathcal{S}^2 \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix}) \\ r_2(\mathcal{S}^2 \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix}) \end{pmatrix} \tag{4.8.6}$$

• Une fois la fonction inversible est obtenue pour chaque β, le problème de dimension scalaire (4.3.4) peut être défini comme une fonction de la variable de décision scalaire $\bar{\beta}$, exprimée par la fonction d'optimisation (4.8.4).

Considérons l'intervalle admissible de $\bar{\beta}$: $[0.1, 0.35]$. De plus considérons l'exemple d'un

vecteur de mesures construit pour $\bar{\beta} = 0.15$. Après définition des fonctions d'inversion précédemment décrites sur l'intervalle de $\bar{\beta}$, la fonction coût $J_r(\bar{\beta}\ |Y_m(k))$ obtenue est présentée sur la figure 4.34 pour les différents instants k. Il est clair que la bonne solution (le minimum) est obtenue pour la bonne valeur de $\bar{\beta} = 0.15$. Cela montre clairement que la résolution du problème d'optimisation scalaire est plus facile que le problème original de dimension 3.

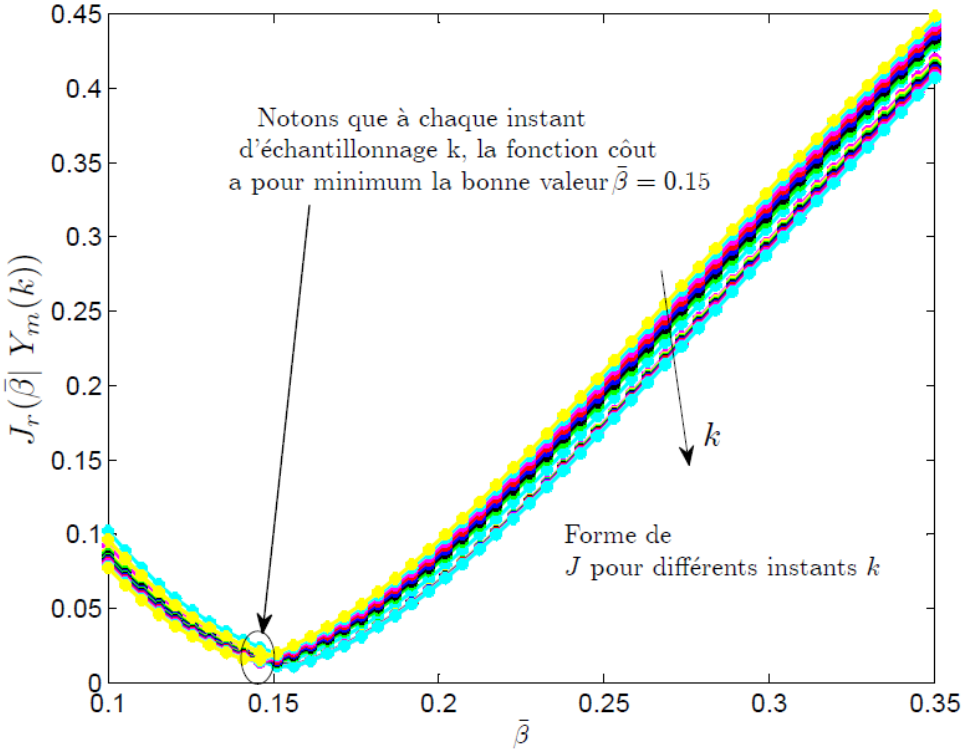


FIG. 4.34 – La forme de la fonction coût $J_r(\bar{\beta}\ |Y_m(k))$ à différents instants k.

4.8.3 Résultats d'estimation

Afin de démontrer la robustesse de l'estimation à base de signature graphique, une mesure bruitée est considérée. En partant d'une erreur initiale d'estimation, la figure 4.35 montre les résultats d'estimation des deux états x_1 et x_2. Cette figure montre la performance de l'estimateur résultant (4.7.9) en utilisant $q = 0.2$ et en présence du bruit de mesure, ce qui induit l'erreur relative de mesure, représentée sur la figure 4.36.

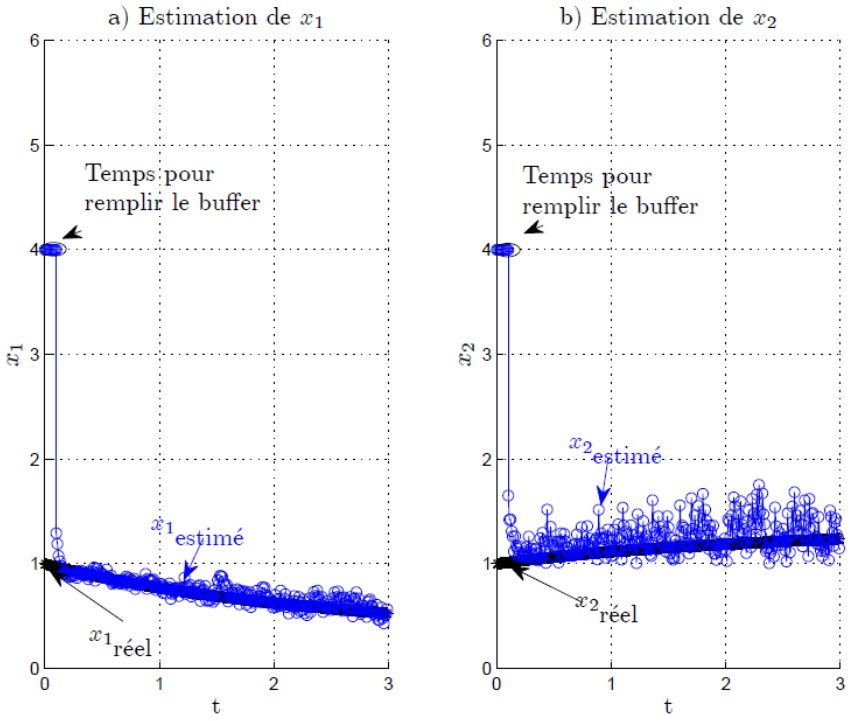


FIG. 4.35 – Comportement des états estimés $\hat{x}_1(k)$ et $\hat{x}_2(k)$ obtenus à laide de l'observateur (4.7.9) avec $q = 0.2$ et dans la présence de bruit de mesure sur les mesures y conduisant à l'erreur relative donnée dans la figure 4.36

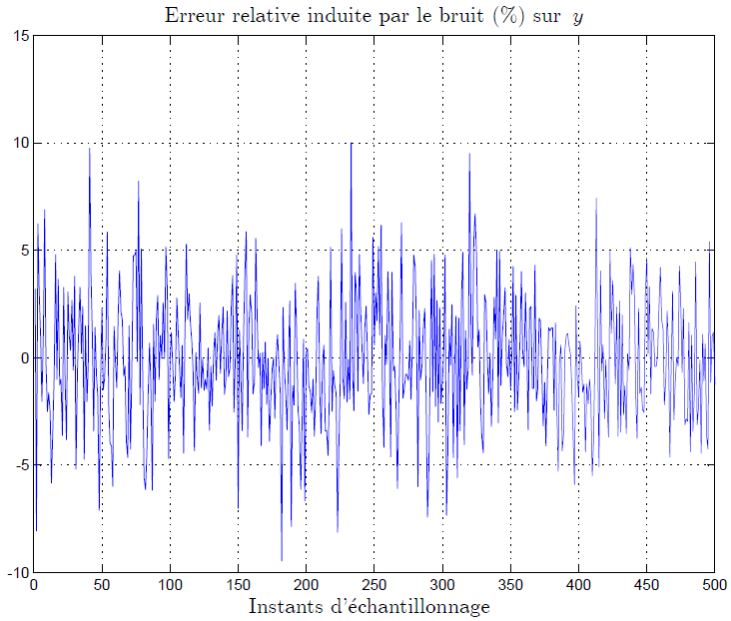


FIG. 4.36 – L'erreur relative due aux bruits (%) sur la mesure y durant le scénario de validation.

4.9 Conclusions générales et Perspectives

Dans ce chapitre, un nouveau schéma d'estimation à horizon glissant a été proposé. Il vise soit à résoudre complètement le problème d'estimation d'états/paramètres d'un système non linéaire soit réduire partiellement la charge de calcul invoquée lors de la résolution du problème classique des MHE. L'approche générale est basée sur l'utilisation d'une technique récemment développée, appelée signatures graphiques. L'idée de base est de dériver hors ligne une expression explicite qui donne une partie du vecteur d'inconnus en fonction de l'autre partie (dans le cas d'observateur réduit). Les concepts ont été validés par plusieurs exemples illustratifs et concrets pour montrer l'efficacité du schéma proposé.

Le cadre du travail proposé a conduit à une conception d'un observateur (complet ou réduit selon le cas), qui est dédié à la reconstruction (d'une partie ou la totalité) des états non mesurés. Les contraintes de saturation (les contraintes de positivité dans beaucoup de cas) peuvent être traitées par la définition de l'ensemble d'apprentissage utilisé pour dériver les nuages de signatures.

Il semble toutefois évident que la méthode proposée est spécialement dédiée aux systèmes potentiellement très non linéaires, seulement les dimensions modérées du vecteur d'état peuvent être adressées. En cas de succès, la solution proposée correspond à une complexité de calculs extrêmement réduite. Les travaux courants ont pour but d'automatiser la détermination du paramètre N de la signature appropriée et le choix de la propriété associée r pour chaque sous-problème.

De plus il faut noter que l'utilisation de l'outil des signatures graphiques permet de discriminer d'une façon précise une partie de l'état. En effet pour d'autres techniques d'observation tel que observateur de Luenberger, si la matrice d'observabilité est mal conditionnée, cela va se rejaillir sur l'estimation de tout l'ensemble des variables. Pourtant, lors de l'utilisation des signatures graphiques, il est possible d'estimer une partie de l'état. A titre d'exemple, pour l'exemple 1 de la section 4.6, il est bien clair comment l'état x_2 est plus sensible au bruit alors que l'estimation de x_1 est très précise (voir figure 4.17). De même l'exemple donné dans la section 4.7, l'estimation de S est plus affectée par le bruit que celle de P (voir figure 4.30). En effet, pour des cas des systèmes avec un nombre élevé d'états, il s'avère possible que la signature puisse trouver une partie de l'état ce qui pourra être intéressant dans des problèmes de supervision et de commande. Ainsi, il est possible d'envisager la signature comme outil lors des systèmes à grand nombre d'états.

Comme autre application dans ce manuscrit, le problème de diagnostic de défauts d'un benchmark d'éoliennes est adressé. En effet, l'idée de base de la signature graphique comme étant un outil de diagnostic initialement présenté dans [Youssef & Alamir, 2003; Youssef & Alamir, 2005] a mené à considérer cet exemple comme une cible dans ce travail.

Pourtant, étant donné que la technique des signatures graphiques n'est pas un but en soi même, et compte tenu de la structure des différents sous systèmes de ce benchmark, une autre technique d'inversion à horizon glissant est développée. Après une brève étude de l'état de l'art sur les techniques de diagnostic donnée dans le chapitre 5, et une description des éoliennes donnée dans le chapitre 6, cette application sera présentée dans le chapitre 7.

Chapitre 5

État de l'art sur le diagnostic

Ce chapitre a pour objectif de donner une brève revue bibliographique sur les différentes approches de diagnostic et de surveillance des systèmes industriels. A ce titre, après une introduction et un rappel sur quelques définitions et notions de base, les différentes approches sont abordées.

5.1 Introduction

En raison d'une modernisation incessante des outils de production, les systèmes industriels deviennent de plus en plus complexes et sophistiqués. En parallèle, la fiabilité, disponibilité et sûreté de fonctionnement sont devenues de véritables enjeux pour les entreprises actuelles. Le but est d'assurer une compétitivité optimale de l'outil de production dans un contexte international très concurrentiel. C'est ainsi que la détection et l'identification des pannes dans les systèmes dynamiques, c'est-à-dire leur diagnostic, est devenu un sujet important de recherche, dès le début de l'automatique moderne basée sur le calcul numérique.

En surveillant le fonctionnement des équipements industriels, il est possible de prévenir un dysfonctionnement avant qu'il n'arrive, et d'éviter le ralentissement ou l'arrêt de production. En plus, la surveillance industrielle permet de réduire le coût de la maintenance des différents équipements. Autre que les considérations purement économiques, il s'agit souvent, dans beaucoup d'applications, d'assurer la sécurité des personnes et de préserver leur environnement. C'est notamment le cas pour beaucoup d'applications liées aux domaines de l'énergie, de l'eau, de l'air et des transports.

De nombreuses approches ont été développées en vue de la détection de défaillances et du diagnostic. Cette diversité des approches est le résultat de contextes différents liés aux applications visées et aux caractéristiques propres du cahier des charges qui en résulte.

Les méthodes de surveillance et de diagnostic peuvent être classées en deux grandes familles : les méthodes internes de diagnostic et les méthodes externes de diagnostic.

Ce chapitre est organisé de la façon suivante. Les notions et concepts fondamentaux utilisés en diagnostic sont rappelés dans la section 5.2. La section 5.3 rappelle les méthodes de diagnostic internes. Les approches externes sont rappelées dans la section 5.4. Ce chapitre se termine par une conclusion.

5.2 Définitions et concepts fondamentaux

Un processus industriel, ou un système industriel est conçu pour accomplir une tâche donnée. Par contre cette tâche n'est pas toujours remplie de la même façon car le système peut passer dans différents modes de fonctionnement : normaux, anormaux ou évolutifs. Les premiers modes correspondent à l'état nominal où la tâche est correctement remplie. Dans les deuxièmes modes, la tâche est partiellement ou totalement non remplie. C'est dans ces modes qu'on trouve les modes défaillants, les modes interdits, etc. Les derniers modes sont souvent les modes transitoires, représentant le passage entre les deux premiers modes.

Le diagnostic d'un système permet ainsi d'identifier son mode de fonctionnement. Cela est effectué par une comparaison entre les données réelles et la connaissance sur les modes de fonctionnement du système. Après avoir détecté un mode défaillant, le système de diagnostic doit identifier les causes possibles de cette défaillance, et fournir les informations sur son instant d'apparition et son amplitude.

Selon les instances nationales et internationales (AFNOR, CEI) :
Le diagnostic est l'identification de la cause probable de la (ou des) défaillance(s) à l'aide d'un raisonnement logique fondé sur un ensemble d'informations provenant d'une inspection, d'un contrôle ou d'un test.

Cette définition résume les deux tâches essentielles en diagnostic :

- Observer les symptômes de la défaillance.
- Identifier la cause de la défaillance à l'aide d'un raisonnement logique qui considère les observations et les connaissances sur le système.

Pour accomplir ces tâches, le diagnostic se réalise en quatre étapes principales : l'acquisition de données, la détection, la localisation et l'estimation. Ces étapes ainsi que d'autres notions utilisées en diagnostic vont être définies et expliquées dans la suite.

Défaut. Un défaut (défaillance) est tout écart entre la caractéristique observée sur le procédé et la caractéristique de référence lorsque celui-ci est en dehors des spé-

cifications. C'est une modification indésirable du système se traduisant par une déviation d'une variable observée ou d'un paramètre calculé par rapport à une valeur de référence fixée. Comme le montre la figure 5.1, les défauts peuvent provenir des actionneurs, des contrôleurs, des capteurs ou du processus (pannes physiques).

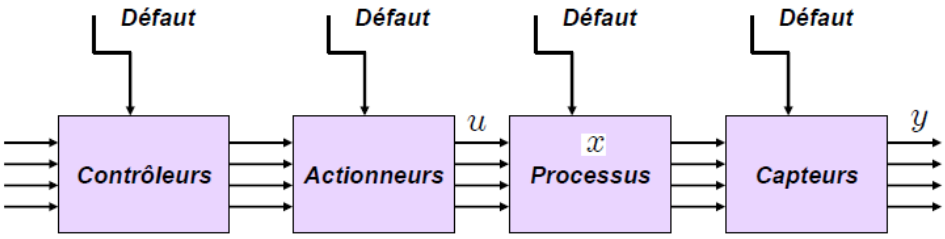


FIG. 5.1 – Types des défauts considérés dans la littérature

Acquisition de données. Cette étape a pour objectif de fournir les informations sur le comportement du procédé. Elle consiste à collecter toutes les données issues des capteurs, ou bien des paramètres réels de ses composants.

Détection. La détection (Fault detection) est l'opération qui permet de décider si le système est défaillant ou non. Les défauts sont détectés par classification des situations observables comme étant normales ou non.

Localisation. La localisation (Fault isolation) permet d'attribuer le défaut à un sous-système particulier : capteur, actionneur, organe de commande, processus...

Estimation. L'estimation (Fault evaluation) permet d'avoir des informations quantitatives sur le défaut tel que l'instant d'apparition, l'amplitude.

Résidu. Un résidu ou un indicateur de défaut exprime l'incohérence entre les informations disponibles et les informations théoriques fournies par un modèle. C'est sur la base de sa valeur que la décision de détection est prise ou pas. Un résidu nul implique un fonctionnement normal. En pratique, le résidu est conçu afin d'être nul en moyenne dans un cas de bon fonctionnement. Ses dispersions autour de zéro sont des "restes", des résidus liés aux bruits. En revanche dans un cas avec défaut, le résidu s'éloigne de sa valeur moyenne nulle et permet d'indiquer la présence d'un défaut.

Symptôme. Un symptôme est l'événement ou l'ensemble de données à travers lequel le système de détection identifie le passage du procédé dans un fonctionnement anormal.

Les approches développées pour le diagnostic et la surveillance des systèmes se classent en deux grandes familles :

- **Les méthodes internes de diagnostic.** Ce sont les approches basées sur les modèles mathématiques du système construits à partir des relations de la physique ou par des techniques d'identification. Ces méthodes sont principalement dérivées des techniques utilisées par les automaticiens. Le modèle servant directement de référence pour la détection des défauts, la qualité du résultat dépend directement de la qualité du modèle. Ce qui nécessite obligatoirement une modélisation précise puis une validation expérimentale avant toute utilisation industrielle. C'est dans cette famille de méthodes qu'on trouve les méthodes basées sur les observateurs, l'estimation paramétrique, la redondance analytique et l'espace de parité.

- **Les méthodes externes de diagnostic.** Ces méthodes supposent qu'aucun modèle n'est disponible pour décrire la relation de cause (défaut) à effet (symptôme). La seule connaissance repose sur l'expertise humaine confortée par un solide retour d'expérience. Cette méthode utilise un module de reconnaissance. Ce module utilise les observations passées et présentes issues du système, des entrées et des sorties, afin de trouver les relations de cause à effet. C'est dans cette catégorie qu'on trouve les méthodes basées sur le traitement du signal, l'analyse des signatures, les machines à vecteurs de support, les méthodes ensemblistes ainsi que les méthodes basées sur l'intelligence artificielle comme la reconnaissance des formes et les réseaux de neurones.

Une brève revue bibliographique des méthodes internes et des méthodes externes de diagnostic est donnée dans la suite de ce chapitre.

5.3 Les méthodes internes de diagnostic

Ce sont les approches basées sur les modèles mathématiques du système construits à partir des relations de la physique ou par des techniques d'identification. Ces méthodes sont dérivées principalement des techniques utilisées par les automaticiens. Le modèle servant directement de référence pour la détection des défauts, la qualité du résultat dépend directement de la qualité du modèle. Ce qui nécessite obligatoirement une modélisation précise puis une validation expérimentale avant toute utilisation industrielle. Le principe de base de ces méthodes c'est de générer un résidu à partir de la comparaison entre la sortie du modèle et les mesures et de l'analyser afin de détecter les défauts du systèmes [Chen & Patton, 1999]. Le diagnostic dans le cas de ces méthodes consiste en deux étapes principales :

Génération des résidus. Cette première phase concerne la génération des résidus,

grandeurs sensibles aux défauts. Les résidus expriment l'incohérence entre les informations disponibles (les mesures) et les informations théoriques fournies par un modèle. Ce sont des grandeurs obtenues explicitement à partir des mesures issues des capteurs et des signaux de commande des actionneurs, soit directement (approche de redondance analytique [Ray & Desai, 1986; Staroswiecki & Comtet-Varga, 2001], approche d'espace de parité [Fagarasan & Iliescu, 22-25 May]), soit indirectement par l'intermédiaire des grandeurs estimées (approche d'observateur d'état [Ding & Guo, 1998; Garcia & Frank, 1996; Xiong & Mehrdad, 2000], approche d'estimation paramétrique [Isermann, 1993]). En fonctionnement normal, un résidu doit être idéalement nul. En pratique, il est conçu afin d'être nul en moyenne car il dépend implicitement des perturbations liées à l'environnement et des erreurs de modélisation. En revanche dans un cas avec défaut, le résidu s'éloigne de sa valeur moyenne nulle et permet d'indiquer la présence d'un défaut. Une caractéristique importante de la qualité du générateur des résidus est la capacité de détecter des défauts de faibles amplitudes. Les approches déjà citées dans ce paragraphe ont été bien développées dans le cas des systèmes linéaires. Pour les systèmes non linéaires, le problème de diagnostic est abordé soit en appliquant les techniques linéaires sur le système linéarisé autour d'un point de fonctionnement, soit en utilisant directement des techniques non linéaires [Garcia & Frank, 1997; Hammouri et al., 1999].

Prise de décision. Dans cette étape, les résidus sont analysés pour décider s'il y a ou non présence du défaut et déterminer sur quelle composante du système il est intervenu (localisation), la nature du défaut et sa cause (identification). Une solution simple consiste à comparer le niveau du résidu à un seuil prédéfini (qui prend en compte par exemple le niveau de bruit des capteurs et/ou une estimation de l'intervalle de confiance du système utilisé,...) au-delà duquel la présence d'un défaut est confirmée. Le choix du seuil de détection peut impliquer un retard dans la détection dans le cas où il est choisi très grand pour éviter les fausses alarmes. De nombreux autres tests peuvent être appliqués pour la décision. Le test statistique approprié est choisi selon les propriétés des résidus [Basseville & Nikiforov, 1993].

Il faut noter qu'il existe dans la littérature des méthodes de diagnostic à base de modèles qualitatifs ou semi-qualitatifs. En effet, la connaissance à disposition sur les systèmes physiques est souvent partielle et imprécise et il n'est pas toujours possible d'élaborer un modèle par simulation classique. Dans ce cadre, deux approches peuvent être évoquées, les approches purement qualitatives et les approches semi-qualitatives. C'est dans cette catégorie que le raisonnement qualitatif, les graphes causaux, les Bond graphes et les bases des règles se trouvent. Pour plus de détails sur ces méthodes, le lecteur peut se référer à [Montmain & Gentil, 2000; Travé-Massuyès et al., 1997]. Dans la suite, les méthodes à bases des modèles quantitatifs sont rappelées.

5.3.1 Redondance matérielle

C'est une méthode employée dans les installations critiques (l'aérospatial, le nucléaire) où la sécurité des biens et des personnes est primordiale. Elle consiste à mesurer une grandeur à l'aide de multiples capteurs. L'objectif est de déterminer les capteurs présentant des anomalies et d'exhiber ceux qui fournissent des données cohérentes. Les mesures des différents capteurs sont comparées entre elles et un vote logique permet d'isoler le capteur défaillant. Afin de pourvoir isoler le défaut, la redondance matérielle doit être d'ordre impair. De nombreuses applications industrielles appliquent cette approche de diagnostic [Kratz, 1991; Potter & Suman, 1977].

Cette méthode est fiable et simple. Par contre, elle présente des inconvénients tels que l'accroissement du coût d'installation et l'augmentation de la probabilité de pannes des capteurs, ce qui implique un besoin de maintenance supplémentaire. De plus, les encombrements élevés liés à la multiplication des chaînes de mesures, ainsi que le champ d'applications strictement limité aux défauts de capteurs, constituent des inconvénients majeurs limitant l'utilisation d'une telle approche.

5.3.2 Redondance analytique et équations de parité

Afin de détecter et d'isoler les défauts d'un système, une certaine redondance d'information est nécessaire. Cette redondance est utilisée dans le but d'établir les tests de consistance entre les variables couplées du système. Elle constitue une source de bon et de mauvais fonctionnement. La redondance matérielle fût la première technique de redondance utilisée pour la détection et la localisation des défauts capteurs, essentiellement dans les applications nécessitant un niveau élevé de sécurité. Par ailleurs, cette technique présente de nombreux inconvénients et contraintes majeurs.

La redondance analytique, elle, présente une alternative intéressante à la redondance matérielle. Le problème de génération des relations de redondance analytique a fait l'objet de très nombreux travaux, depuis les études fondatrices de [Potter & Suman, 1977]. La redondance d'information dans ce cas est assurée par un modèle du système à la place du matériel additionnel. Le principe de cette approche est rappelé dans la suite.

En effet, l'intérêt d'utiliser des techniques à base de modèle est qu'elles permettent de remplacer un capteur physique par un capteur informationnel. Si des équations analytiques provenant d'un modèle sont utilisées pour établir des relations liant les grandeurs mesurées entre elles, alors le terme redondance analytique est employé.

Soient les variables mesurées d'un système, représentées par un ensemble Y. Une **relation de redondance analytique** RRA est une relation extraite de la combinaison des équations du modèle. La RRA s'écrit sous la forme C(Y)=0.

Cependant, cette égalité ne sera jamais vérifiée, le système n'étant jamais dans des conditions de fonctionnement idéales. Dans ce sens, un résidu est construit à partir des relations analytiques sous la forme :

$$r(t) = C(Y, t) \tag{5.3.1}$$

La vérification d'une RRA permet de diagnostiquer les composants physiques qui constituent son support. En effectuant des combinaisons judicieuses des relations du modèle, des RRA de supports différents (sensibles à des défauts particuliers) peuvent être définies.

Notons que le champ d'application de la redondance analytique ne se limite pas aux défauts de capteurs, mais s'étend aux défauts des actionneurs ou à celles du processus lui-même. Des applications intéressantes de cette méthode peuvent être trouvées dans [Krysander & Nyberg, 2002; Evuskoff, 1998].

Equations de parité

La génération des équations de parité repose sur des relations comportementales statiques ou dynamiques existant entre grandeurs mesurables (signaux de commande et de sorties) [Deckert et al., 1977; Gertler & Singer, 1990; Gertler, 1998]. Cette méthode a pour origine la redondance matérielle utilisée pour le diagnostic des défauts capteurs. Le terme "parité" a été emprunté au vocabulaire employé pour les systèmes logiques où la génération des bits de parité permet la détection des erreurs. Dans un cadre général, l'approche consiste à réaliser une redondance analytique (en mode temporel ou fréquentiel) entre les entrées et les sorties du système et cela indépendamment des états du système.

Le principe de cette approche consiste à reformuler les équations dynamiques du système sous forme de relations algébriques. Ces relations, statiques ou dynamiques, relient les mesures du systèmes sur une fenêtre temporelle. Le fait que les relations de parité ne soient pas vérifiées, génére des résidus, indicateurs des défauts auxquels sont appliqués des tests d'hypothèses. L'espace, nommé espace de parité, est l'espace des résidus possibles. A noter que la génération des résidus dans ce cas suppose la connaissance d'un modèle dynamique du processus, ce dernier pouvant comporter des incertitudes ainsi que des bruits de mesures et d'état.

Les premières évocations et utilisations de l'approche par espace de parité sont réalisées à partir des relations analytiques statiques : [Evans & Wilcox, 1970; Potter & Suman, 1977; Ray & Desai, 1984]. Cette technique a notamment été utilisée pour le diagnostic de défaut de centrale de navigation inertielle où des relations de redondance sont établies entre des signaux gyroscopiques et des accélérations. Ces relations analytiques statiques constituent "la redondance directe". Ces notions ont ensuite été généralisées par [Mironovski, 1980], puis par [Chow & Willsky, 1984] pour l'utilisation de la redondance temporelle. Une redondance temporelle est obtenue à partir des relations différentielles ou aux différences parmi les différentes sorties des capteurs et entrées des actionneurs.

Avec des données d'entrées et de sorties du processus, la redondance temporelle est utile pour la détection de défaut de capteurs et/ou d'actionneurs.

Une extension au cas non linéaire des méthodes de type espace de parité a fait l'objet de plusieurs travaux, parmi lesquels on peut citer [Comtet-Varga et al., 2000].

5.3.3 Observateurs d'état

Les observateurs d'état sont des algorithmes, fondés sur un modèle du procédé, chargés de reconstruire l'état de celui-ci. La méthode par observateurs d'état consiste à estimer les variables d'état d'un système en utilisant le modèle mathématique ainsi que des mesures ou un sous-ensemble de mesures, ce qui permet de reconstruire les sorties du système. Cette reconstruction permet d'étudier la consistance comportementale du modèle vis à vis du système réel en comparant les sorties mesurées avec celles estimées.

Par définition, un observateur (ou estimateur ou reconstructeur d'état) est un système ayant comme entrée les entrées et les sorties du système réel et dont la sortie converge vers une estimation des variables d'état (ou d'une partie des variables d'état) du processus. Le signal d'écart (ou l'erreur d'estimation de sortie) entre les mesures et les sorties estimées (en ligne) est utilisé comme un résidu. De manière générale, ce concept peut être représenté par la figure 5.2 Dans la littérature, le terme "observateurs dans le cas

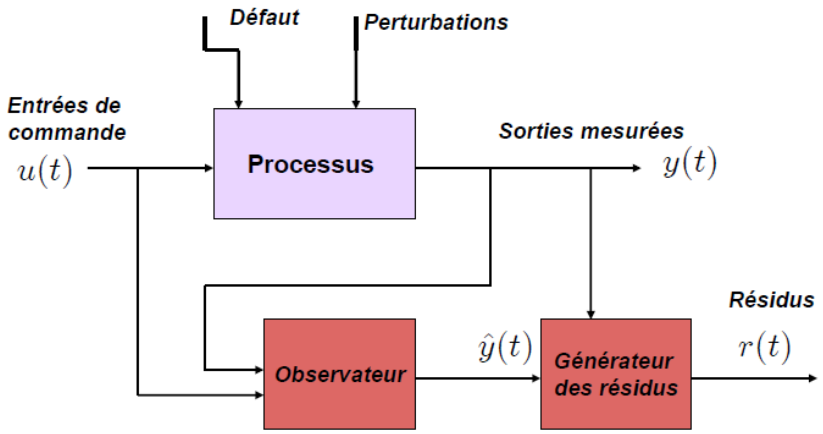


FIG. 5.2 – Génération des résidus par utilisation des observateurs d'état.

déterministe" réfère aux observateurs classiques de Luenberger [Lunberger, 1966; Lunberger, 1971; Beard, 1971; Frank, 1990; Clark, 1979; Clark, 1975; Patton & Chen, 1997; Patton et al., 1989], et des filtres de Kalman [Basseville, 1988; Da & Lin, 1996; Mehra & Peschon, 1971; Sohlberg, 1998; Tzafestas & Watanab, 1990; Willsky, 1976; Zolghadri, 1996] dans le cas stochastique. Notons que l'utilisation de la méthode de diagnostic à base d'observateur est conditionnée par l'existence de ce dernier. Plusieurs techniques d'ob-

servation ont été appliquées au diagnostic des systèmes. Dans la suite, les observateurs à entrées inconnues sont rappelés.

- **Les observateurs à entrées inconnues.** Souvent, il existe des cas où certaines entrées du système ne sont pas mesurables mais qui agissent sur le système. Dans ce cas, les observateurs utilisés portent le nom d'observateurs à entrées inconnues (Unknown Input Observer : UIO) [Chang & Lsu, 1995; Hou & Muller, 1992; Takahashi & Peres, 1999]. Ces observateurs visent à annuler l'erreur d'estimation d'une ou de plusieurs combinaisons linéaires des états du système étudié, et ce, indépendamment de la présence d'entrées inconnues (perturbations) [Chen et al., 1996]. La conception d'un observateur à entrées inconnues permettra de s'affranchir de ces incertitudes sous réserve de l'observabilité du système. Il faut noter que les observateurs à entrées inconnues utilisent les principes de base des observateurs de Luenberger avec des conditions structurelles supplémentaires.

  Des travaux concernant les observateurs à entrées inconnues sont initiés par [Wang et al., 1975] et les premiers travaux publiés utilisant ce type d'observateur pour la détection et la localisation des défauts sont dus à [Wiswanadham & Srichander, 1987].

  Le principe général s'inspire du modèle d'état représenté par le système d'équations suivant :

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= Ax(t) + Bu(t) + Ef(t) \\ y(t) &= Cx(t) \end{aligned} \tag{5.3.2}$$

  où $x(t) \in \mathbb{R}^n$ est le vecteur d'état du système, $y(t) \in \mathbb{R}^m$ le vecteur de sorties, $u(t) \in \mathbb{R}^p$ le vecteur de commandes et $f(t) \in \mathbb{R}^q$ désigne le vecteur d'entrées inconnues. A, B, C et E sont des matrices de dimensions appropriées.

  La description générale d'un observateur à entrées inconnues d'ordre plein est donnée par l'expression suivante :

$$\begin{aligned} \dot{z}(t) &= Fz(t) + TBu(t) + Ky(t) \\ \hat{x}(t) &= z(t) + Hy(t) \end{aligned} \tag{5.3.3}$$

  et le résidu est ainsi défini par l'équation suivante :

$$r(t) = Pz(t) + Vy(t) \tag{5.3.4}$$

  où $z(t) \in \mathbb{R}^n$ est l'état de l'observateur, $\hat{x}(t)$ est l'état estimé du système. F, T, H, K, P et V sont des matrices à déterminer pour accomplir le découplage de

l'erreur d'estimation par rapport aux entrées inconnues. Le résidu $r(t)$ doit vérifier $\lim_{t\to\infty} r(t) = 0$ pour répondre à l'objectif de l'insensibilité par rapport aux entrées inconnues.

Un observateur à entrées inconnues permet en plus de donner une estimation des entrées inconnues dans certaines conditions.

Dans certains cas, et dans l'optique d'assurer une bonne isolation des défauts à l'aide de résidus structurés, des batteries d'observateurs sont mises en place (voir figure 5.3). Chaque observateur génère un résidu sensible à un défaut (voire à un ensemble de défauts) particulier et insensible aux entrées inconnues. Une réponse différente sera donnée par chacun des observateurs, ce qui permettra un meilleur découplage des résidus.

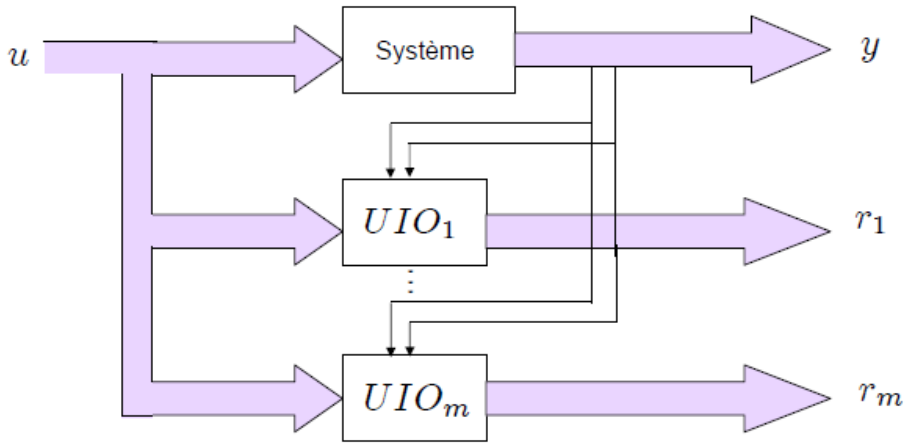


FIG. 5.3 – Architecture du banc d'observateurs.

Dans la littérature, il est possible de trouver aussi les observateurs adaptatifs [Quinghua, 2000; Wang et al., 1997] qui peuvent être utilisés pour la détection et la localisation des défauts. Ces observateurs donnent une estimation des variables d'état et de quelques paramètres du système.

Un autre type d'observateurs existe sous le nom d'observateurs à mémoire finie. Dans ces observateurs, les résidus sont générés en utilisant le passé du système. Afin de donner plus de poids aux mesures récentes susceptibles de contenir l'information sur le défaut, ces observateurs utilisent des fenêtres glissantes de taille finie. En plus, la notion de fenêtre de taille finie permet réduire l'effet de mémoire infinie du reconstructeur qui entraîne l'accumulation de l'erreur d'estimation et provoque ainsi une divergence. Dans ce cas d'observateur, l'état peut être estimé à partir d'un nombre fini de mesures sous la condition d'observabilité du système comme l'a montré Ragot et al. ([Ragot et al., 1992]) par exemple. Le choix d'un horizon fini a pour avantage le nombre réduit de mesures nécessaires au diagnostic favorisant ainsi le calcul et donc la détection en ligne. Dans la littérature, différents travaux utilisant ce type d'observateurs se trouvent, parmi lesquels

on peut citer [Medvedev & Toivonen, 1992; Kratz & Aubry, 2003; Hocine et al., 2004]

Afin de remédier aux limites inhérentes à une modélisation linéaire, des travaux portant sur la génération des observateurs pour le diagnostic des systèmes non linéaires ont été largement développés dans les dernières années. Une introduction à ces approches peut être trouvée dans [Frank et al., 2000], [Garcia & Frank, 1997] et [Krishnaswami & Rizzoni, 1994]. En effet, la construction des observateurs pour les systèmes non linéaires est difficile même en absence de défauts. D'une manière générale, les conditions nécessaires et suffisantes pour la construction de ces observateurs ne sont pas connues [Quinghua, 2000]. Il y a eu de nombreux chercheurs qui ont étudié le problème de conception d'observateurs non linéaires pour une classe restreinte de systèmes non linéaires possédant des structures assez particuliers : dans [Yang & Saif, 1995], des observateurs basés sur des méthodes géométriques différentielles pour des modèles affines en entrée se trouvent. La synthèse d'observateurs grand gain pour des systèmes uniformément observables est étudiée dans [Hammouri et al., 1999] et la synthèse d'observateurs à mode glissant est présentée dans [Floquet et al., 2004].

5.3.4 Estimation paramétrique

Le diagnostic des défauts à base de modèle peut être réalisé par le moyen des techniques d'identification et d'estimation paramétrique [Isermann, 1997; Isermann, 1984; Isermann, 1993; Isermann & Freyermuth, 1990]. Cette catégorie de méthodes considère que l'influence de défauts se reflète non pas uniquement sur les variables du système physique mais aussi sur les paramètres. Elle suppose l'existence d'un modèle paramétrique décrivant le comportement du procédé et que les valeurs nominales des paramètres soient connues. Le principe de cette méthode consiste en premier à identifier en continu les paramètres caractérisant le fonctionnement du procédé, en utilisant les mesures d'entrée/sortie. Ensuite, la deuxième étape consiste à comparer les paramètres estimés $\hat{\theta}$ avec leurs valeurs théoriques (nominales) θ. L'écart (erreur d'estimation) est utilisé comme résidu. Ce dernier doit être étudié par l'unité de décision afin de déterminer s'il est dû à une défaillance ou à des aléas anormaux du fonctionnement.

Cette approche utilise souvent le modèle mathématique d'entrée-sortie du système sous la forme suivante [Youssef, 2005] :

$$y(t) = f(\theta, u(t), u(t-1), \ldots, u(t-k), y(t-1), \ldots, y(t-k)) \tag{5.3.5}$$

où θ est le vecteur des paramètres. La fonction f(.,.) peut être de forme linéaire ou non linéaire.

Dans cette approche, les paramètres sont estimés $\hat{\theta}$ par un algorithme d'identification en ligne, ensuite les résidus sont générés. Soit l'estimation du vecteur de paramètres $\hat{\theta}(k)$ à

l'instant k, le vecteur des résidus est défini de la façon suivante :

$$r(k) = \hat{\theta}(k) - \theta_0 \tag{5.3.6}$$

où θ_0 est le vecteur nominal des paramètres.

Les méthodes des moindres carrés fournissent un outil puissant de diagnostic, en surveillant les estimations des paramètres en ligne [Isermann, 1989; Sproesser & Gissinger, 1992]. Le lecteur intéressé par l'approche d'estimation paramétrique pourra consulter par exemple les travaux des références suivantes [Jiang et al., 2008; Banerjee et al., 2011; Iqbal et al., 2009].

5.4 Les méthodes externes de diagnostic

Ces méthodes supposent qu'aucun modèle n'est disponible pour décrire la relation de cause (défaut) à effet (symptôme) dans un système donné. Elles utilisent un module de reconnaissance. Ce module utilise les observations passées et présentes issues du système, des entrées et des sorties, afin de trouver les relations de cause à effet. C'est dans cette catégorie que les méthodes basées sur le traitement du signal, l'analyse des signatures externes, les machines à vecteurs de support (SVM), les méthodes ensemblistes ainsi que les méthodes basées sur l'intelligence artificielle comme la reconnaissance de forme et les réseaux de neurones, se trouvent.

5.4.1 Méthodes basées sur le traitement du signal

Les méthodes de diagnostic précédemment présentées reposent fondamentalement sur un modèle mathématique essentiellement construit autour des grandeurs mesurables du système à surveiller. Cependant, cela est parfois très difficile parce que tout n'est pas toujours mesurable, ou parce que les systèmes à surveiller sont très complexes, surtout dans les domaines industriels. Donc un modèle mathématique du système à diagnostiquer n'est pas toujours disponible. Dans ce cas, le diagnostic se base sur l'analyse des signaux issus des capteurs qui sont des données contenant des informations pertinentes pour le diagnostic. Les méthodes de traitement du signal permettent d'analyser ces signaux et de leur associer des modèles de référence qui correspondent à différents modes de fonctionnement (le mode de fonctionnement normal et les modes de fonctionnement caractéristiques de présence de défaillances particulières bien connues). Parmi les méthodes de traitement du signal, il est possible de citer le traitement statistique du signal et l'analyse fréquentielle qui est basée sur la transformée de Fourier et la transformée en ondelettes [Youssef, 2005; Petropol, 2001].

- **Le traitement statistique du signal.** Cette approche consiste à calculer et analyser les propriétés statistiques qui caractérisent certaines variables significatives du processus tels que les moments statistiques (moyenne,variance,...), la somme cumulée, ... L'étude de l'évolution de ces propriétés permet de mettre en évidence un défaut présent sur le signal en test. Une loi de densité de probabilité est générée par analyse des signaux pendant le fonctionnement normal. Tout écart significatif par rapport à cette loi implique la détection d'une défaillance. Dans [Basseville, 1988] et [Chiang et al., 2001], une synthèse de l'application de ces techniques liées au changement des caractères statistiques du signal se trouve. Une difficulté de cette méthode est d'avoir un historique suffisamment grande qui permet d'estimer les grandeurs statistiques et qui soit représentatif de tous les modes de fonctionnement.
- **Analyse fréquentielle.** Le diagnostic et la surveillance des systèmes industriels nécessitent l'interprétation des signaux mesurés tant dans le domaine temporel que fréquentiel. L'analyse fréquentielle consiste à extraire les composantes spectrales des signaux vibratoires. En analysant le spectre de répartition de l'énergie du signal en fonction de la fréquence, il est possible de détecter voire localiser les défauts. Dans cette approche, deux outils mathématiques sont souvent utilisés : la transformée de Fourier [Antoni & Randall, 2002; Randall, 1987] et la transformée en ondelettes [Guo et al., 2000; Tse et al., 2004; Zhang & Yan, 2001]. La transformée de Fourier est une technique mathématique adaptée à l'analyse des signaux périodiques. Cette technique, appliquée directement au signal, n'est pa adaptée à une localisation temporelle des défauts. La transformée en ondelettes est un outil plus récent adapté à la localisation autant temporelle que fréquentielle de changements dans le signal analysé. Son principe est de projeter le signal sur des espaces d'analyse possédant des propriétés particulières. Cela permet de mettre en évidence des comportements du signal qui n'étaient pas facilement détectables. Pour plus de détails sur ces deux techniques, le lecteur peut se référer à [Randall, 1987; Langlet, 2004].

5.4.2 Diagnostic par signatures

Le diagnostic de défaillance fait appel le plus souvent à l'utilisation des signatures élaborées à partir des signaux [Zwingelstein, 1995]. Cette technique de diagnostic s'apparente au diagnostic des maladies dans le domaine médical. En règle général, c'est en observant les symptômes externes sur un système, qu'un expert réalise son diagnostic et peut déterminer la nature de la défaillance. Par opposition aux méthodes internes de diagnostic, cette approche de diagnostic ne se préoccupe pas des relations physiques qui lient les défauts à leurs symptômes. Elle fait ainsi partie des méthodes de diagnostic externes [Dubuisson, 1990; Dubuisson, 2001*a*]. La première phase nécessaire dans ces

techniques consiste en l'apprentissage qui permet de définir des signatures de référence représentant le mode de fonctionnement normal et des signatures types représentant des modes de défaillances particuliers bien connus sur le système. Ensuite, le diagnostic se réalise en suivant une procédure constituée des quatres étapes suivantes :

- **Acquisition des signatures.** C'est une opération qui consiste à donner les informations utiles aux experts de diagnostic. Elle peut se réaliser avec les cinq sens humains, à l'aide des capteurs spécialisés ou par traitement de données collectées sur le système. C'est grâce à l'archivage de toutes les signatures qu'il sera possible aux experts ou aux systèmes de traitement de l'information de déterminer l'état de fonctionnement du système.
- **Comparaison des signatures.** Cette étape consiste à vérifier la cohérence des signatures actuelles avec les signatures de référence représentant le mode de fonctionnement normal.
- **Décision.** C'est l'étape qui permet d'indiquer si les signatures actuelles sont normales ou anormales. C'est dans cette procédure de décision que des seuils de détection sont définis. Ils permettent d'accepter avec un risque judicieux une non détection ou une fausse alarme.
- **Analyse.** L'étape de diagnostic se déclenche quand la comparaison de la signature courante ne correspond pas à un état normal de fonctionnement caractérisé par une signature de référence. Pour identifier la nature du défaut, il faut faire appel aux signatures types définies dans la première phase (acquisition des signatures). Si la signature courante ne correspond à aucune signature type, le défaut est ainsi classé dans la catégorie du fonctionnement anormal mais inconnu. L'ensemble de la procédure est décrit par le schéma sur la figure 5.4.

Dans la littérature, il existe différentes catégories de signatures graphiques utilisées dans le diagnostic des systèmes industriels. Ces signatures sont jugées judicieuses par les experts pour la détection et la localisation des défauts. La complexité des signatures dépend de la nature du système et des matériels à diagnostiquer et varie en fonction de l'anomalie cherchée. Dans la suite, quelques signatures utilisées dans l'industrie [Zwingelstein, 1995; Dubuisson, 2001*a*] sont rappelées :

- **Signatures vibratoires :** Ces signatures sont appropriées pour la détection des anomalies qui affectent des ensembles mécaniques dont les éléments basiques sont soumis à des efforts mécaniques dynamiques se traduisant par des vibrations mécaniques. L'analyse vibratoire détecte des mouvements répétitifs d'une surface appartenant à un matériel mécanique dynamique (machines tournantes, machines alternatives,...) où à un matériel statique (structure, tuyauteries,...). Trois catégories de mouvement vibratoire liées à une anomalie mécanique peuvent être

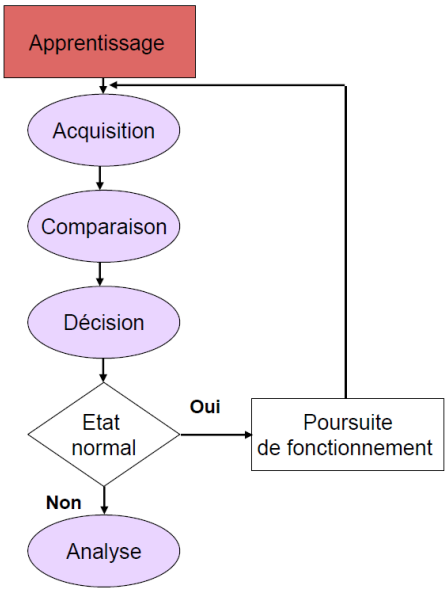


FIG. 5.4 – Schéma général représentant les étapes de diagnostic [Youssef, 2005; Dubuisson, 2001*a*].

distinguées. Comme première catégorie, on trouve les vibrations de nature périodique, ce qui est le cas dans la majorité des défauts mécaniques rencontrés sur les machine tournantes. La deuxième catégorie de vibrations est caractérisée par des signaux transitoires de faible durée qui sont de nature répétitive ou aléatoire, ce qui est le cas des défauts qui sont traduits par des chocs sur les structures. Enfin, comme troisième catégorie, on trouve les vibrations ayant un caractère aléatoire au cours du temps. Les signaux vibratoires sont interprétés le plus souvent au moyen de l'analyse fréquentielle utilisant la transformée de Fourier. L'application de cette approche consiste à considérer le signal vibratoire comme une somme de fonctions sinusoïdales dont les valeurs des fréquences sont des multiples entiers de la fréquence fondamentale. Dans le cas où un élément mécanique est en état nominal, les différentes fréquences contenues dans le signal sont directement liées à sa géométrie et sa vitesse de rotation. La présence des défauts aboutit à l'apparition de nouvelles fréquences qui sont interprétables par les experts. Suivant la nature des problèmes recherchés et les technologies utilisées, la mesure de la vibration peut s'exprimer par une mesure de déplacement, une mesure de vitesse ou une mesure d'accélération. La grande variété des problèmes vibratoires rencontrés sur les matériels mécaniques a conduit au développement des signatures spécifiques à l'aide de différentes techniques du traitement de signal telles que l'analyse d'enveloppe, l'analyse de corrélation, l'analyse temps-fréquence, etc.

- **Signatures électriques et radioélectriques :** Le diagnostic de défauts des circuits électriques est un enjeu très important dans l'industrie. Deux catégories de méthodes sont utilisées pour détecter et localiser de façon précoce les anomalies

électriques. Il s'agit des méthodes actives ou à des méthodes passives.

Les méthodes actives : Le principe de base des méthodes actives est d'envoyer des signaux tests ayant une forme connue et de comparer la réponse des circuits à ces stimuli calibrés. Les défauts sont ainsi localisés et leur nature est identifiée par des spécialistes qui utilisent ou non des moyens de traitement de l'information.

Les méthodes passives : Lors du fonctionnement des matériels électriques de puissance, des champs électromagnétiques et des ondes radioéletcriques sont naturellement émis par leurs éléments qui jouent alors le rôle d'antennes émettrices de signaux. Le diagnostic par les méthodes passives consiste à utiliser des récepteurs radioélectriques ou des scanners qui vont inspecter les fréquences des signaux émis et obtenir les signatures des défauts connus. C'est ainsi que la présence d'un arc électrique s'amorçant entre deux conducteurs peut être détectée. De la même manière, l'analyse en fonction du temps ou la fréquence des courants, des tensions ou des puissances, permet de diagnostiquer des problèmes sur des moteurs électriques [Dubuisson, 2001*a*].

- **Signatures acoustiques :** Ces signatures sont utilisées quand les symptômes se révèlent par un signal audible par l'oreille humaine où à l'aide de capteurs spécialisés (microphones,...). Elles sont utilisées principalement pour la détection de défaillances mécaniques et des fuites internes et externes qui peuvent apparaître dans des matériaux sous pression tels que les tuyauteries, les canalisations, les réservoirs, etc. Plusieurs facteurs influencent les caractéristiques des signatures acoustiques : la nature du fluide, la pression du fluide et la présence du gaz dissous dans le fluide. En général, le contenu fréquentiel du bruit est à large bande et se situe en dehors du domaine audible (20Hz-20KHz). Dans la majorité des cas, on s'intéresse à des signaux dont la gamme de fréquence est comprise entre plusieurs dizaines de Hz et plusieurs milliers de Hz. Le diagnostic acoustique basé sur des capteurs microphoniques consiste à analyser dans le domaine fréquentiel les signaux temporels issus de ces capteurs, par application de la transformée de Fourier. Cette méthode donne de bons résultats qualitatifs, par contre, son utilisation pour la quantification du débit de fuites est rare ; cela est du aux bruits de fond qui existent dans les installations industrielles.

5.4.3 Diagnostic par reconnaissance de formes

Cette technique de diagnostic fait partie des méthodes externes car elle ne repose pas sur l'existence d'un modèle formel décrivant le comportement du système. Les informations disponibles proviennent essentiellement d'une base de données composée des observations et des expériences numériques et humaines sur le système. La reconnaissance de formes (RdF) est la science qui se base sur la définition d'algorithmes permettant de classer des objets ou des formes en les comparant à des formes types. Il s'agit de dé-

terminer la forme type à laquelle une forme donnée ressemble le plus. Les méthodes de RdF constituent des outils importants priviligiés pour la classification automatique des signatures externes correspondant aux différents modes de fonctionnement (normaux, anormaux) d'un système. Le formalisme général et les approches principales existantes dans la reconnaissance de formes sont décrits brièvement dans la suite. Le lecteur intéressé pourra consulter [Dubuisson, 1990; Dubuisson, 2001*b*], pour plus de détails sur la RdF.

Définitions et formalisme général

En reconnaissance de forme, *une forme* (pattern) est définie par un ensemble de d paramètres/caractères, appelés aussi individus, de nature numérique ou symbolique. Ces caractères sont les composantes d'un vecteur forme x à d composantes. Une forme peut donc être représentée par un point dans *un espace de représentation* de dimension d. Dans le cas où les caractères peuvent prendre toute valeur réelle, cet espace est noté $\mathbb{R}^d$.

Les *prototypes* sont des points représentatifs dans cet espace. Le problème de RdF c'est d'associer un point quelconque de l'espace $\mathbb{R}^d$ à un des prototypes. Ce problème devient trivial dans le cas où une nouvelle forme observée n'est pas marquée par aucune perturbation, et donc il se confondrait dans $\mathbb{R}^d$ avec un prototype. D'une manière générale, une zone géométrique est associée à chaque forme-type dans l'espace de représentation à cause du bruit. Cette zone représente une classe en RdF. Le problème de reconnaissance de formes est de trouver les frontières qui séparent les différentes classes (Figure 5.5). Suivant sa position par rapport à l'ensemble des frontières, une nouvelle forme x sera associée à une des classes $(\omega_1, \omega_2, \ldots, \omega_M)$. C'est l'opération de classification.

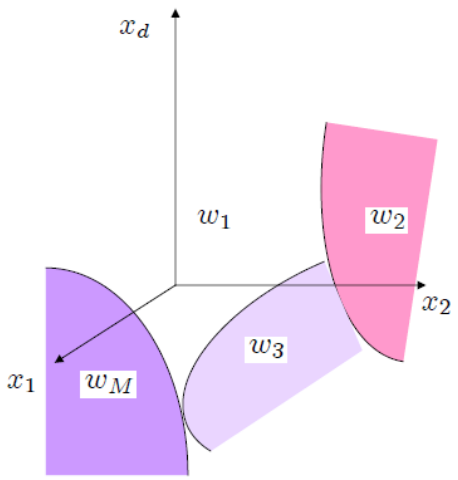


Fig. 5.5 – Principe du problème de reconnaissance des formes.

Un problème de diagnostic peut se définir comme un problème de reconnaissance de formes. Il suffit juste de définir les éléments suivants : le vecteur forme qui englobe les paramètres observés sur le système et les modes de fonctionnement qui sont représentés par des classes (la caractérisation de fonctionnement devient la caractérisation d'une classe). Une fois ces éléments sont définis, et après avoir déterminé les frontières entre les classes, un système de diagnostic peut être construit, tout en associant à chaque classe une décision et une interprétation possible (mode de fonctionnement). Une nouvelle observation n'appartenant pas à la classe associée au mode de fonctionnement normal implique la détection d'une défaillance tandis que la localisation revient à décider à quelle classe appartient cette nouvelle observation. Cependant, dans beaucoup de problèmes de diagnostic industriel, tous les modes de fonctionnement ne sont pas connus a priori lors de la construction d'un système de diagnostic. En conséquence, l'algorithme de détection basé sur la RdF doit admettre la possibilité qu'il peut provenir une nouvelle forme qui n'appartient à aucune des classes parmi les M classes connues. Il faut donc prévoir un système de décision qui admette ce qui est appelé le rejet :

- **Rejet d'ambiguïté :** Ce rejet revient à un rejet d'indécision. Il peut arriver qu'une nouvelle forme observée puisse être affectée à plusieurs classes voisines avec des probabilités ou certitudes similaires. Elle est à peu près à la même distance de ces classes et cette distance est petite. Affecter ce point à une des classes peut entraîner un risque de mauvaise décision. Afin de ne pas commettre une erreur qui pourra être dans certains cas très dangereuse, il vaut mieux donc dire qu'on ne sait pas classer cette forme.
- **Rejet de distance :** Ce rejet correspond à l'apparition d'une nouvelle forme observée dans une zone éloignée de celle occupée par l'ensemble des M classes. Dans ce cas, il vaut mieux ne pas commettre une erreur en affectant cette forme à l'une de ces classes : cette forme peut être le représentant d'un nouveau mode de fonctionnement pour lequel aucune information dans l'ensemble d'apprentissage n'est disponible a priori. Il est important donc que le système de diagnostic, basé sur la RdF, soit évolutif et donc il sera capable de prendre en compte tout nouveau phénomène et de structurer de nouvelles formes dans des classes appropriées.

Le problème du diagnostic par reconnaissance de formes est défini formellement comme suit [Schurman, 1995; Dubuisson, 2001*b*] :

- Définir les paramètres constituant le vecteur forme x, représentatif de l'état du système ; la dimension de x est la dimension de l'espace de représentation des formes ;
- définir les M classes connues pour lesquelles on dispose d'information : modèle probabiliste de comportements, ensemble de vecteurs échantillons pour chaque classe, etc ;
- construire une règle de décision $d(x)$ qui associe, au vecteur observation x, soit la

décision d'affecter à une classe, soit la décision de rejeter toutes les classes connues (rejet de distance), soit une indécision ou rejet d'ambiguïté.

Dans la littérature, il existe différentes approches de classification en reconnaissance de formes, parmi lesquelles il est possible de citer les approches probabilistes et les approches floues (algorithmes fuzzy c-means FCM,...) qui exploitent des modélisations probabilistes ou floues des formes [Dubuisson, 1990; Dubuisson, 2001*b*; Devroye et al., 1996; Masson et al., 1996], les classificateurs statistiques (le classificateur bayésien, les K plus proches voisins) [Casimir, 1971; Mechraoui et al., 2008; Charniak, 1991] et les réseaux de neurones [Venkatasubramanian et al., 1990] qui sont présentés dans le paragraphe suivant.

Réseaux de neurones

Les réseaux de neurones artificiels (RNA) sont des outils statistiques de l'intelligence artificielle capables d'effectuer des opérations de classification par apprentissage. L'unité de base des réseaux de neurones est le neurone formel (ou cellule), modèle très simplifié d'un neurone biologique. Le neurone formel est conçu comme un automate doté d'une fonction de transfert qui transforme ses entrées en une sortie selon des règles précises. Il s'agit donc d'un ensemble de neurones interconnectés entre eux, organisés dans des couches successives dont chacune prend comme entrées les sorties de la précédente. Le type de connexion varie d'une architecture à une autre. Les Perceptrons Multi-couches (PMC) [Cybenko, 1989; k. hornik, 1991] et les Réseaux à Fonction de base Radiales (RFR) [Broomhead & Lowe, 1988] sont les deux architectures les plus utilisées en surveillance industrielle.

Les RNA visent à modéliser les capacités d'apprentissage du cerveau humain. Leur principal avantage par rapport aux autres outils est leur capacité d'apprentissage et de généralisation de leurs connaissances à des entrées inconnues. Il est possible également d'implémenter les RNA dans des circuits électroniques, ce qui donne la possibilité de traitement en temps réel.

D'une manière générale, l'utilisation des RNA se fait en deux phases :

- La première phase est la synthèse du réseau. Elle consiste à choisir le type de réseau, le type de neurones, le nombre de couches et les méthodes d'apprentissage. Le but est de reproduire le comportement du système à modéliser.
  Durant l'apprentissage, le réseau de neurones essaye d'apprendre la relation "ensemble de données en entrée-modes de fonctionnement", ceci va lui permettre d'associer les classes, représentant les modes de fonctionnement, aux formes d'entrées caractérisées par les données du système.

– Durant la deuxième phase, de nouveaux exemples, qui n'ont pas été présentés pendant l'apprentissage, sont présentés au RNA pour juger de sa capacité à prédire les comportements du système modélisé.

Plusieurs algorithmes d'apprentissage ont été développés depuis la première règle d'apprentissage de Hebb en 1949 [Hebb, 1949]. Ils sont classés en deux catégories : supervisé et non supervisé :

- Dans **l'apprentissage supervisé**, la valeur de sortie (classe désirée), que le réseau de neurones doit associer au vecteur d'entrées, est connue. Cette valeur ou vecteur de sortie est fournie par un superviseur (expert) humain. L'apprentissage consiste à modifier les paramètres du réseau de neurones afin de minimiser l'erreur entre la sortie désirée et la sortie réelle du réseau de neurones.
- Dans **l'apprentissage non supervisé**, aucune connaissance a priori n'est fournie sur la sortie désirée, il s'agit dans ce cas de déterminer les paramètres du réseau de neurones suivant un critère à définir.

5.4.4 Les machines à vecteurs de support

Les machines à vecteurs de support (ou "Support Vector Machines" en anglais (SVM)), sont des nouvelles techniques discriminantes dans la théorie de l'apprentissage statistique. Les machines à vecteurs de support ont été introduites en 1995 par Cortes et Vapnik [Cortes & Vapnik, 1995; Vapnik, 1995], comme étant une méthode de classification binaire par apprentissage supervisé qui séparent les données provenant de deux différentes classes. Pourtant, les SVM permettent d'aborder plusieurs problèmes comme la régression, la fusion et la classification. Les SVM ont été largement utilisées pour résoudre des problèmes de classification dans différents domaines comme la détection des objets, la catégorisation de texte, l'extraction d'images, etc. Leur première utilisation dans la détection des défauts date de 1999 ; l'objectif était d'améliorer la précision de la détection. La référence [Widodo & Yang, 2007] donne une revue sur l'utilisation des SVM dans les problèmes de détection des défauts. Comme applications concernées, il est possible de citer la détection des défauts dans les machineries mécaniques (telles que les systèmes de transmission de puissance et les moteur à induction, etc), dans les machines électro-mécaniques, dans les systèmes de climatisation, etc.

Principe de base

L'idée principale des SVM consiste à projeter les données dans un espace de plus grande dimension appelé, *espace de caractéristiques*, afin que les données non linéairement séparables dans l'espace d'entrée deviennent linéairement séparables dans l'espace de

caractéristiques. Ensuite, dans ce deuxième espace, un hyperplan optimal séparant les classes est construit, tel que :

- Les vecteurs de données appartenant aux différentes classes se trouvent de différents côtés de l'hyperlan.
- La plus petite distance (*marge*) entre les vecteurs et l'hyperplan soit maximale.

Construction de l'hyperplan optimal

Pour bien expliquer la construction de l'hyperplan optimal séparant des données appartenant à deux classes différentes, les deux cas : le cas de données linéairement séparables et le cas de données non-linéairement séparables, sont présentés dans la suite.

Considérons une base d'apprentissage A_p constituée d'un nombre de vecteurs d'apprentissage $\mathbf{x_i} \in \mathbb{R}^d$ caractérisés par un ensemble de d variables descriptives, soit :

$$\mathbf{x_i} = \mathbf{x_{i1}}, \mathbf{x_{i2}}, \ldots, \mathbf{x_{id}}$$

On s'intéresse à une fonction f, qui à chaque vecteur d'entrée x associe une valeur de sortie $y = f(x)$. Le but d'apprentissage est d'essayer de retrouver cette fonction f à partir de la seule observation d'un certain nombre de couples entrées sorties $(\mathbf{x_i}, y_i)$. Les SVM sont utilisées pour classifier une nouvelle observation x en se limitant à deux classes $y \in \{-1, 1\}$.

La fonction f à construire est définie comme suit :

$$f : \mathbb{R}^d \longrightarrow \{-1, 1\}, f(x) = y$$

Cas des données linéairement séparables :

Dans ce paragraphe, la méthode générale de construction de l'hyperplan optimal (HO) qui sépare des données appartenant à deux classes différentes linéairement séparables, est présentée. La figure 5.6 donne une représentation visuelle de l'HO dans le cas de données linéairement séparables.

Dans le cas linéaire, un hyperplan H est obtenu par : $h(x) = \omega^T.x + b$. Soit l'hyperplan H satisfaisant les conditions suivantes :

$$\begin{cases} \omega^T.\mathbf{x_i} + b & \geq 1 \quad \text{si} \quad y_i = \quad 1 \\ \omega^T.\mathbf{x_i} + b & \leq -1 \quad \text{si} \quad y_i = \quad -1 \end{cases} \tag{5.4.1}$$

ce qui est équivalent à :

$$y_i(\omega^T.\mathbf{x_i} + b) \geq 1 \text{ pour } i = 1, \ldots, m \tag{5.4.2}$$

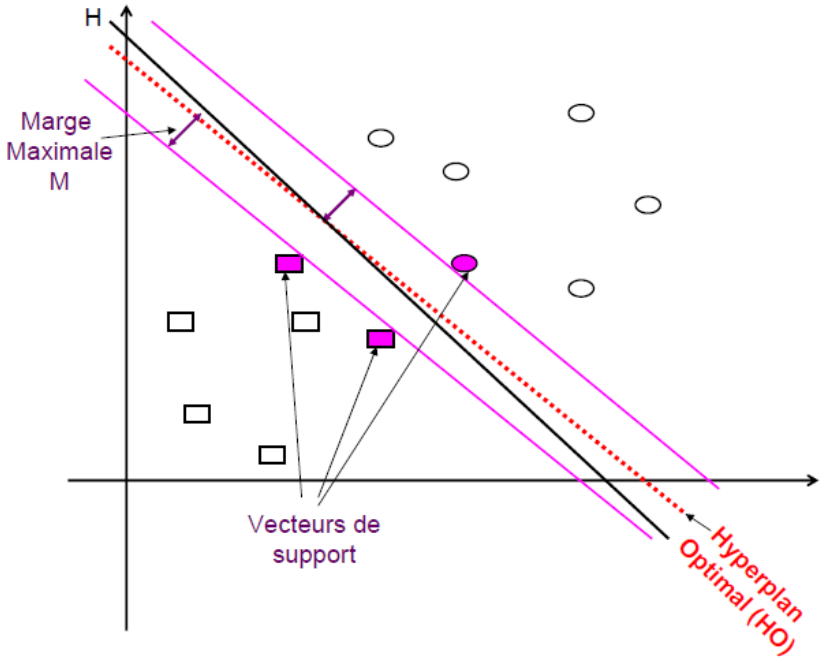


FIG. 5.6 – Représentation de l'hyperplan de classification de deux ensembles de données par la méthode SVM. H est un hyperplan séparateur quelconque, HO est l'hyperplan optimal, M est la marge séparant entre l'hyperplan HO et les vecteur de support

où m est le nombre de vecteurs dans le base d'apprentissage A_p.
La distance entre un point quelconque x et un hyperplan est donnée par l'équation suivante :

$$d(x) = \frac{\mid \omega.x + b \mid}{\|\omega\|} \tag{5.4.3}$$

Comme il a été mentionné précédemment, un HO est un hyperplan qui maximise la marge M. Cette dernière définit la distance entre un hyperplan et les points échantillonnés les plus proches. Ces points sont appelés vecteurs supports. Ainsi, la marge a l'expression mathématique suivante :

$$\begin{aligned} M &= \min_{\mathbf{x_i}|y_i=1} \frac{\omega.x + b}{\|\omega\|} - \max_{\mathbf{x_i}|y_i=-1} \frac{\omega.x + b}{\|\omega\|} \\ &= \frac{1}{\|\omega\|} - \frac{-1}{\|\omega\|} \\ &= \frac{2}{\|\omega\|} \end{aligned}$$

Trouver l'hyperplan optimal revient donc à maximiser $\frac{2}{\|\omega\|}$. Ce qui est équivalent à minimiser $\frac{\|\omega\|^2}{2}$ sous la contrainte (5.4.2). Ceci est un problème de minimisation d'une fonction objective quadratique avec contraintes linéaires dans les inconnues ω et b qui

s'écrit comme suit :

$$\begin{cases} \min(\frac{1}{2}\|\omega\|^2) \\ y_i(\omega^T.\mathbf{x_i} + b) \quad \geq 1, \quad \forall(\mathbf{x_i}, y_i) \in A_p \end{cases} \tag{5.4.4}$$

Ce problème d'optimisation peut être résolu en utilisant la fonction de Lagrange, ce qui aboutit à l'équation de l'hyperplan otpimale suivante :

$$h(x) = \sum_{i=1}^{m} \alpha_i^* y_i \mathbf{x^T}.\mathbf{x_i} + b \tag{5.4.5}$$

où α^* sont les multiplicateurs de Lagrange.

Cas des données non linéairement séparables :

Le cas linéairement séparable est peu intéressant, car les problèmes de classification sont souvent non linéaires. Dans ce cas, la méthode classique de résolution est de projeter les données dans un espace de dimension supérieur. L'idée étant qu'en augmentant la dimensionnalité du système le cas linéaire vu précédemment se retrouve. Dans ce cas, une transformation non linéaire $\Phi(\cdot)$ est appliquée aux vecteurs d'entrée $\mathbf{x_i}$, tel que $\mathbf{x_i} \in \mathbb{R}^d$ et $\Phi(\mathbf{x_i}) \in \mathbb{R}^e$, $(e > d)$. Ce changement va conduire à passer d'un produit scalaire dans l'espace d'origine $\mathbf{x_i^T}.\mathbf{x_j}$ à un produit scalaire $\Phi^T(\mathbf{x_i}).\Phi(\mathbf{x_j})$. L'hyperplan optimal se réécrit dans ce cas comme suit :

$$h(x) = \sum_{i=1}^{m} \alpha_i^* y_i K(\mathbf{x}, \mathbf{x_i}) + b \tag{5.4.6}$$

avec $K(\mathbf{x_i}, \mathbf{x_j}) = \Phi^T(\mathbf{x_i}).\Phi(\mathbf{x_j})$, est la fonction noyau. Dans la littérature, il existe différentes fonctions noyau. Les deux les plus utilisées sont le noyau gaussien (équation 5.4.7), noté aussi RBF "Radial Basis Function" et le noyau polynomial (équation 5.4.8) :

$$K_\gamma(\mathbf{x_i}, \mathbf{x_j}) = e^{-\gamma\|\mathbf{x_i} - \mathbf{x_j}\|^2} \tag{5.4.7}$$

$$K_{\gamma,n,r}(\mathbf{x_i}, \mathbf{x_j}) = (\gamma \mathbf{x_i^T}.\mathbf{x_j} + r)^n. \tag{5.4.8}$$

Dans le cas où les données sont bruitées, il est possible d'avoir des éléments mal classés. Cortes et Vapnik ont introduit en 1995 le concept de marge souple [Cortes & Vapnik, 1995]. Dans ce cas, des variables de pénalité non négatives ζ_i, appelées variables d'écart, sont introduites dans l'équation 5.4.2 et le problème d'optimisation (5.4.4) se réécrit sous la forme suivante :

$$\begin{cases} \min(\frac{1}{2}\|\omega\|^2 + C \sum_{i=1}^{d} \zeta_i^2) \\ y_i(\omega^T.\mathbf{x_i} + b) \geq 1 - \zeta_i, \quad \forall(\mathbf{x_i}, y_i) \in A_p \end{cases} \tag{5.4.9}$$

C est un paramètre de régularisation.

5.4.5 Les méthodes ensemblistes

D'une manière générale, les méthodes de diagnostic reposent sur des modèles analytiques qui s'appuient sur des tests de cohérence vérifiant l'adéquation entre les mesures du systèmes physique et la redondance d'information contenue dans le modèle de référence. Cependant ce principe de diagnostic est remis en cause par le fait qu'un modèle ne définit qu'un comportement approché du système physique. En plus des erreurs de modélisation, les incertitudes et les bruits sont inévitables. Ce qui aboutit à un résidu non nul, même dans le cas nominal.

Dans le but d'avoir des procédures de détection robustes aux différents effets indésirables, des techniques de diagnostic robustes ont été mises en place dans la littérature [Patton, 1994]. Le but est d'améliorer la robustesse du système de détection des défauts pour qu'il soit capable de distinguer entre les défauts et les différentes incertitudes pouvant affecter un processus donné. Parmi ces techniques, on trouve les méthodes ensemblistes [Jaulin, 2000] qui constituent une approche de détection des défauts.

Les approches ensemblistes concernent essentiellement l'étude de méthodes permettant de manipuler directement des sous-ensembles de $\mathbb{R}^n$. L'ensemble résultat d'une opération est l'ensemble de toutes les valeurs possibles que peut prendre ce résultat. Les ensembles sont le plus souvent caractérisés par leurs bornes : que ce soit des ellipsoïdes, des pavés (produit cartésien de n intervalles), des parallélotopes, des zonotopes, des polytopes ou des domaines plus complexes. Selon la complexité des représentations utilisées, un ensemble quelconque de valeurs peut être décrit de façon exacte, ou encadré par un sur-ensemble et un sous-ensemble de structure plus simple.

Les outils ensemblistes ont tout d'abord été développés pour l'arithmétique et l'informatique dans le cadre de l'arithmétique des intervalles, tandis que la communauté automatique a produit de nombreux résultats permettant de déduire des ensembles de valeurs de paramètres possibles dans le contexte de l'estimation paramétrique. Ces techniques ont fait l'objet d'améliorations continues ces dernières années, et certaines approches, comme la propagation de contraintes sur les intervalles, permettent de traiter des problèmes de grandes dimensions. Les progrès combinés de l'algorithmique et de la vitesse de calcul des ordinateurs ont permis d'envisager un certain nombre d'applications des approches ensemblistes, et en particulier en automatique, dans différents domaines tels que : l'analyse de stabilité, l'estimation, le diagnostic, la sûreté de fonctionnement, etc.

En diagnostic, l'approche ensembliste consiste alors à déterminer l'ensemble des paramètres compatibles avec les observations et leur intervalle d'erreur associé. Comme la représentation exacte de l'ensemble des paramètres cohérents avec les mesures est difficile à calculer, les limites externes sont souvent utilisés à la place. Elles sont obtenues à l'aide de l'algorithme provenant de techniques d'identification basée sur la théorie ensembliste [Fogel & Huang, 1982; Milanese & Belforte, 1982; Deller, 1989]. L'idée est de

construire des enveloppes qui tiennent compte des plages de variations des incertitudes et qui permettent de définir les frontières du domaine correspondant à un comportement normal du système. Ainsi en testant la consistance entre les observations disponibles et le domain défini, la détection des défauts est possible.

Dans la littérature, il existe différents travaux qui ont abordés le diagnostic des défauts par les algorithmes ensemblistes [Ploix et al., 2000; S.Ploix, 1998; Ingrimundarson et al., 2005; Reppa et al., 2007]. Ces algorithmes sont classés suivant le type de domaine représentant l'ensemble des valeurs possibles des paramètres ou des états représentés. Par exemple dans [Watkins & Yurkovish, 1996; Lesceq et al., 2003], le domaine possible de paramètres est approximé par une ellipsoïde. Des ensembles de type othotopique sont présentés dans [Tzes & Le, 1999]. Les polytopes sont utilisés dans [Blesa et al., 2010], les parallélotopes dans [Ingrimundarson et al., 2005] et les zonotopes dans [Ingrimundarson et al., 2008].

5.5 Conclusions

Répondant à un besoin grandissant de commander des systèmes physiques en limitant l'intervention humaine, l'automatique a pour objectif l'amélioration des performances que ce soit en termes de productivité, de rentabilité ou de qualité des produits. C'est dans ce contexte très concurrentiel que fut ressentie la nécessité de surveiller l'outil de production en vue d'une compétitivité accrue. Initialement considéré comme un thème secondaire de la vaste discipline qu'est l'automatique, le diagnostic des pannes dans les systèmes physiques est devenu un sujet important tant au niveau du monde industriel que de la recherche scientifique. En surveillant le fonctionnement des équipements industriels, il est possible de prévenir un dysfonctionnement ce qui permet d'éviter le ralentissement ou l'arrêt de production.

Dans la littérature de nombreuses méthodes de diagnostic ont été développées en vue de la détection et la localisation des défauts dans les différents équipements du système industriel. Dans ce chapitre, une revue bibliographique non exhaustive a été réalisée pour rappeler les notions de base de ces différentes méthodes qui se classent essentiellement en deux grandes familles. La première famille de méthodes, ou méthodes internes, reposent sur l'existence d'un modèle mathématique du système, construit à partir des relations de la physique ou par des techniques d'identification. Dans cette catégorie, un résidu est généré en comparant les mesures disponibles ave les informations a priori fournies par le modèle ; c'est par analyse de ce résidu que le diagnostic peut être effectué. La deuxième famille de méthodes, ou méthodes externes sont plus intéressantes dans le cas où aucun modèle n'est disponible pour décrire le comportement du système. Le diagnostic est effectué dans ce cas en utilisant les observations passées et présentes du système.

Dans le chapitre suivant, une brève partie bibliographique est donnée sur l'énergie éolienne et les turbines éoliennes ; puis, dans le chapitre 3, l'exemple du benchmark de la turbine éolienne abordée est présentée et la procédure de diagnostic proposée pour détecter les différents défauts du benchmark, est détaillée.

Chapitre 6

Les éoliennes

Ce Chapitre a pour objectif de donner une brève revue bibliographique sur les éoliennes : description, historique et développement

6.1 Historique et enjeux

Pour vivre, l'homme a toujours eu besoin d'énergie. Mais depuis le dix-huitième siècle, il puise dans des ressources non renouvelables qui s'épuisent tous les jours un peu plus. L'énergie la plus utilisée dans le monde est d'origine fossile, comme le charbon, le pétrole ou le gaz. Cependant, ces réserves ne se trouvant pas en quantité suffisante sur la terre pour les besoins énergétiques des générations futures, il faut découvrir de nouvelles sources. De plus, ces énergies polluent et aggravent l'effet de serre déjà bien prévalent. L'homme a remarqué que, sur le long terme, cette pollution pouvait constituer une réelle menace pour la terre et pour son équilibre.

Ainsi, au fil des années et des sommets écologiques, les énergies dites « propres » ont été mises en valeur. Il s'agit d'énergies fournies par le soleil, le vent, les chutes d'eau, et les marées. Ces types d'énergies résolvent la problématique expliquée précédemment. C'est ce qu'on appelle des énergies renouvelables. Ces dernières possèdent des atouts majeurs pour développer leur participation à la production d'électricité et pour intervenir sur le marché de l'énergie électrique. Le développement et l'exploitation des énergies renouvelables ont connu une forte croissance ces dernières années. D'ici 20-30 ans, tout système énergétique durable sera basé sur l'utilisation rationnelle des sources traditionnelles et sur un recours accru aux énergies renouvelables.

Considérée comme une énergie propre, l'énergie éolienne a un taux de croissance très élevé ; elle connaît un essor important parmi les énergies renouvelables. Elle est considérée comme une énergie mature et la plus économique après l'hydro-électricité.

Son développement au niveau résidentiel et industriel est considérable, particulièrement en Europe et aux États Unis.

L'utilisation des éoliennes n'est pas nouvelle. Celles-ci sont exploitées par l'homme depuis la nuit des temps. La maîtrise du vent est attribuée aux chinois qui furent les premiers à prendre la mer sur les radeaux de fortune. Cependant, il faut attendre jusqu'à au moyen âge pour voir l'énergie éolienne utilisée afin de faciliter les travaux et donner un coup de pouce à l'irrigation. Mais du moulin à vent du début du second millénaire aux éoliennes sophistiquées du troisième, il y a une évolution intéressante à suivre.

Les bateaux à voile peuvent être considérés comme la première utilisation de l'énergie éolienne. En 3500 avant notre ère, les Sumériens naviguaient déjà à l'aide de voiles. Au septième siècle, les Perses ont utilisé la force du vent qui, en s'engouffrant dans des roues à aube, pouvait actionner des pompes. Les Égyptiens ont eu recours à la même stratégie, mais afin d'irriguer la terre en faisant monter l'eau grâce à un système de pompage qui l'entraînait dans de petits réservoirs. Par la suite, les Perses ont perfectionné leurs machines en fixant des voiles sur un axe vertical. Ce stratagème a permis de mieux utiliser l'énergie du vent et de tendre à maximiser le rendement de cette nouvelle machine, appelée aujourd'hui « moulin ». Les multiples invasions arabes et surtout les croisades ont pu permettre au monde occidental de jouir de cette magnifique invention persique et de cette avancée technologique.

Dès le début de seizième siècle, les artisans européens ont amélioré les ailes du moulin et les ont nettement complexifiées. Les Néerlandais sont sûrement le peuple européen à avoir le mieux et le plus utilisé le moulin, qui leur a permis d'assécher la terre afin de créer les célèbres polders. En 1839, un Français du nom de P. Berton, a inventé un nouveau système d'ailes de moulin afin d'éviter aux meuniers de devoir sans cesse monter dans les ailes pour installer et enlever les toiles en fonction des vents. En 1841, le Belge Nollet a pensé que le vent pourrait produire de l'électricité. En 1880, C. Brush, J. Blyth et V. de Feltre ont fait de multiples expériences et ont créé les premiers aérogénérateurs . Sept ans plus tard, C. de Goyon a inventé une éolienne ayant deux dynamos. En 1956, J. Juul a fait construire une éolienne ayant une puissance de 200 KW. Celle-ci est devenue le modèle de référence des futures éoliennes qui peuvent avoir une puissance de l'ordre de plusieurs milliers de KW. Sur le territoire danois, l'éolienne s'est énormément développée. Devenue toujours plus performante et silencieuse, l'éolienne s'impose aujourd'hui comme une source d'énergie potentielle non polluante à ne plus négliger.

Parmi les avantages de cette source d'énergie, on peut citer :

- Le vent est disponible quelque soit la saison et dans beaucoup d'endroits.
- L'énergie éolienne est une énergie renouvelable peu coûteuse qui ne nécessite aucun carburant pour fonctionner, ne crée pas de gaz à effet de serre, ne produit pas de déchets toxiques ou radioactifs. En luttant contre le changement climatique,

l'énergie éolienne participe à long terme au maintien de la bio-diversité des milieux naturels.
- L'énergie éolienne est une énergie renouvelable dont le gisement n'est pas épuisable à l'échelle de temps des civilisations humaines
- La production éolienne d'électricité suit notre consommation d'énergie : le vent souffle plus souvent en hiver, cette saison étant celle où la demande d'électricité est la plus forte.
- L'électricité éolienne garantit une sécurité d'approvisionnement face à la variabilité des prix du baril de pétrole.
- Le terrain où les éoliennes sont installées reste toujours exploitable pour les activités industrielle et agricole. L'installation peut être démantelée relativement facilement.
- Le développement des éoliennes offshore présente un potentiel non négligeable.

Cependant face à ces avantages, il y a des inconvénients non négligeables. En effet, l'énergie éolienne est une énergie intermittente dépendante de la présence ou non de vent, ce problème peut être en partie résolu grâce aux possibilités de stockage de l'énergie et à la répartition des parcs éoliens sur le territoire permettant d'obtenir une valeur moyenne de gisement éolien.

6.2 Fonctionnement et composants d'une éolienne

Une éolienne utilise l'énergie cinétique du vent pour entraîner l'arbre de son rotor : celle-ci est alors convertie en énergie mécanique par le mouvement des pales de l'hélice. Les pales de l'hélice tournent sous l'effet du vent et sous le contrôle du superviseur situé dans la nacelle. Ensuite l'énergie mécanique est transformée en énergie électrique par une génératrice électromagnétique accouplée à la turbine éolienne. Ce couplage mécanique peut être soit direct si la turbine et la génératrice ont des vitesses du même ordre de grandeur, soit réalisé par l'intermédiaire d'un multiplicateur dans le cas contraire. Enfin, il existe plusieurs types d'utilisation de l'énergie électrique produite : soit elle est stockée dans des accumulateurs, soit elle est distribuée par le biais d'un réseau électrique où elle alimente des charges isolées (voir figure 6.1). En effet, une éolienne tourne lorsque la vitesse du vent s'établit entre 15 et 90 km/h. Le rendement optimal d'une éolienne est obtenue avec de vents de 50 km/h. Au dessus de 90 km/h, les éoliennes s'arrêtent de tourner automatiquement pour des raisons de sécurité.

Un schéma de principe pour l'éolienne est donné sur la figure 6.2

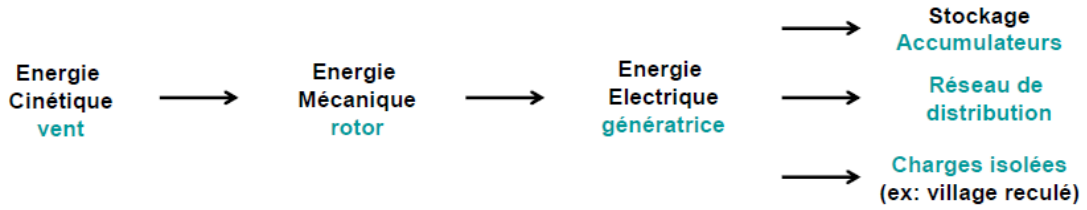


FIG. 6.1 – Principe de fonctionnement d'une éolienne : Différentes étapes de conversion de l'énergie.

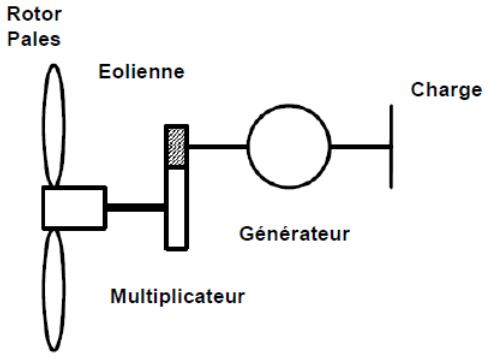


FIG. 6.2 – Schéma de principe d'un système éolien.

6.2.1 Composants

Une éolienne se compose des éléments suivants dont chacun joue un rôle spécifique dans le fonctionnement de l'ensemble.

- **Un mât** permet de placer le rotor à une hauteur suffisante pour permettre son mouvement (nécessaire pour les éoliennes à axe horizontal), ou son entraînement par un vent plus fort et régulier qu'au niveau du sol. Le mât abrite généralement une partie des composants électriques et électroniques (modulateur, commande, multiplicateur, générateur, etc.).
- **Une nacelle** montée au sommet du mât, abritant les composants mécaniques, pneumatiques, certains composants électriques et électroniques, nécessaires au fonctionnement de la machine. La nacelle contient la machinerie qui dirige les pales en fonction de la force du vent (frein, suivi du vent, mise au repos). En plus, c'est à l'intérieur de cet équipement que se trouve le générateur d'électricité qui permet de convertir l'énergie produite par le mouvement de l'hélice en électricité. La nacelle contient les systèmes de supervision et de contrôle de l'éolienne : ainsi cette dernière peut être arrêtée dès que le vent n'est pas suffisant ou au contraire trop puissant ou dans tout autre cas qui pourrait poser problème.
- **Un rotor**, composé de l'hélice et du nez de l'éolienne, fixé à la nacelle. L'hélice est généralement composé de trois pales qui sont placés au devant de la nacelle et reliés

ainsi à elle. Le rotor est entraîné par l'énergie du vent, il est branché directement ou indirectement (via un multiplicateur de vitesse à engrenages) au système mécanique qui utilisera l'énergie recueillie (pompe, générateur électrique...)

Des éléments annexes, comme un poste de livraison pour injecter l'énergie électrique produite au réseau électrique, complètent l'installation. Une éolienne se modélise principalement à partir de ses caractéristiques aérodynamiques, mécaniques et électrotechniques.

6.3 Différentes installations et Différents types d'éolienne

Une éolienne occupe une faible surface au sol. Ceci est un énorme avantage pour son installation qui perturbe peu les sites et permet de conserver des activités industrielles ou agricoles à proximité. On retrouve l' éolienne dite individuelle installée en site isolé. L'éolienne n'est pas raccordée au réseau, elle n'est pas reliée à d'autres éoliennes. Sinon les éoliennes sont regroupées sous forme de fermes éoliennes (voir figure 6.3). Les installations peuvent être réalisées sur terre ou de plus en plus en mer avec les fermes éoliennes offshore où la présence du vent est plus régulière. Avec ce dernier type d'installation, les nuisances sonores sont réduites et l'esthétique est améliorée.

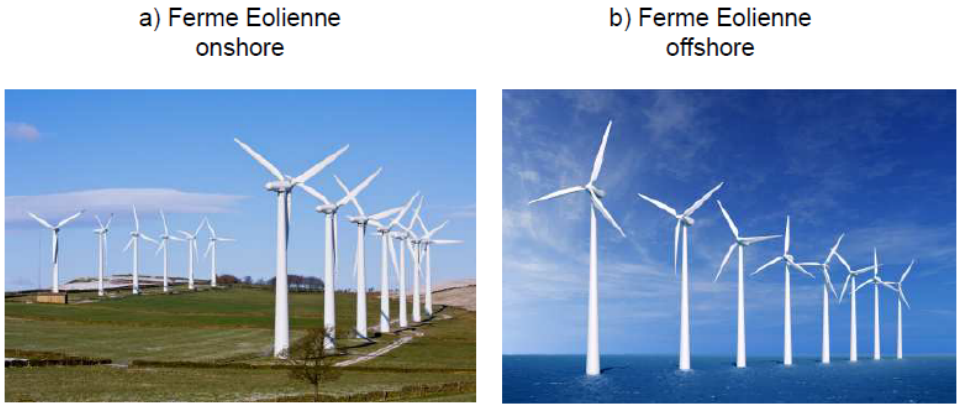


FIG. 6.3 – Subplot a) une ferme éolienne onshore. Subplot b) une ferme éolienne offshore

6.3.1 Types d'orientation

Il existe différentes façons de classer les turbines éoliennes mais celles-ci appartiennent principalement à deux groupes selon l'orientation de leur axe de rotation, On distingue : les éoliennes à axe vertical et les éoliennes à axe horizontal. Que l'éolienne soit à axe vertical ou horizontal, il s'agit de générer un couple moteur pour entraîner la génératrice.

Éolienne à axe horizontal

Les éoliennes à axe horizontal sont basées sur le principe des moulins à vent (voir figure 6.4). Elles sont constituées d'une à trois pales profilées aérodynamiquement. Le plus souvent le rotor de ces éoliennes est tripale, car trois pales constituent un bon compromis entre le coefficient de puissance, le coût et la vitesse de rotation du capteur éolien ainsi que l'aspect esthétique par rapport aux bipales. Les éoliennes à axe horizontal sont les plus employées car leur rendement aérodynamique est supérieur à celui des éoliennes à axe vertical, elles sont moins exposées aux contraintes mécaniques et ont un coût moins important.

FIG. 6.4 – Moulin à vent et éolienne à axe horizontal

Il existe deux catégories d'éolienne à axe horizontal comme le montre la figure 6.5 :
- **Amont :** le vent souffle sur le devant des pales en direction de la nacelle.
- **Aval :** le vent souffle sur l'arrière des pales en partant de la nacelle.

Éolienne à axe vertical

Les pylônes des éoliennes à axe vertical sont courts, entre 0.1 et 0.5 fois la hauteur du rotor. Cela permet de placer tout le dispositif de conversion de l'énergie (génératrice, multiplicateur, etc.) au pied de l'éolienne, facilitant ainsi les opérations de maintenance. De plus, il n'est pas nécessaire d'utiliser un dispositif d'orientation du rotor comme pour les éoliennes à axe horizontal. Cependant, les vents sont faibles à proximité du sol, ce qui induit un moins bon rendement car l'éolienne subit les turbulences du vent. De plus, ces éoliennes doivent être entraînées au démarrage et le mât subit de fortes contraintes mécaniques. Pour ces raisons, de nos jours, les constructeurs d'éoliennes privilégient les éoliennes à axe horizontal.

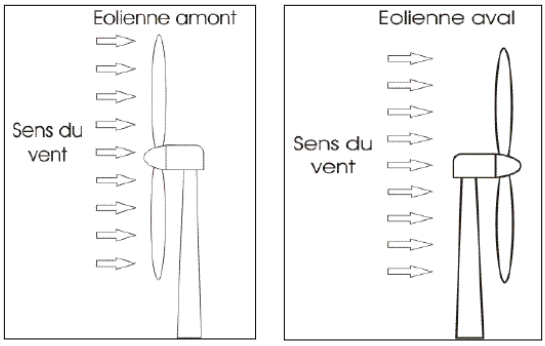


FIG. 6.5 – Schéma représentant d'une éolienne à axe horizontal : amont et aval

Les deux types de structures d'éoliennes à axe vertical les plus répandues sont :

– L'éolienne **Savonius** (voir figure 6.6) comporte principalement deux demi-cylindres dont les axes sont décalés l'un par rapport à l'autre. Comme les machines à aube, elle utilise essentiellement la traînée différentielle pour tourner. Les efforts exercés par le vent sur chacune des faces du corps creux sont d'intensités différentes. Il en résulte un couple entraînant la rotation de l'ensemble

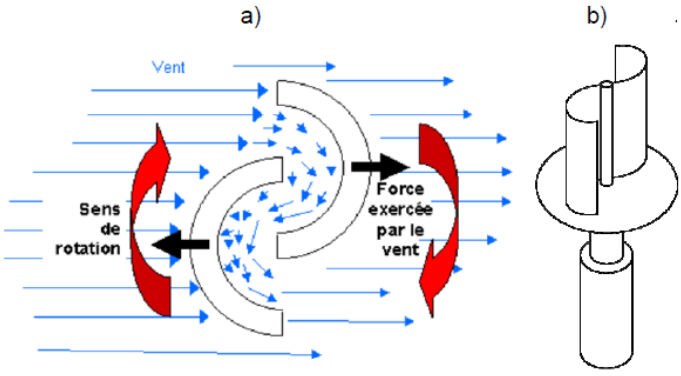


FIG. 6.6 – a) Schéma de principe du rotor de Savonius. b) Schéma du rotor de Savonius

– Le rotor de **Darrieus** (voir figure 6.7) est basé sur le principe de la variation cyclique d'incidence. Un profil placé dans un écoulement d'air selon différents angles, est soumis à des forces d'intensités et de directions variables. La résultante de ces forces génère alors un couple moteur entraînant la rotation du dispositif.

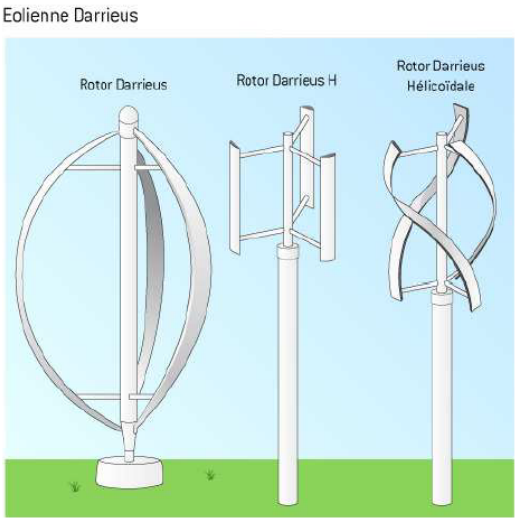


FIG. 6.7 – a) Schéma du rotor de Darrieus

6.4 Énergie éolienne dans le monde

L'énergie éolienne est développée par de très nombreux pays et connaît une croissance très importante : +30% par an en moyenne depuis 10 ans (+22, 5% en 2010). En 2010, plus de 35000 M W de nouvelles capacités éoliennes ont été installées dans le monde, et les 200000 M W installés ont été presque atteints fin 2010. L'éolien représente 2.4% de la consommation totale d'électricité dans le monde et a attiré un total d'investissements de 47.3 milliards d'euros (65 milliards de dollars). Les experts du GWEC (Conseil mondial de l'énergie éolienne) prévoient le maintien d'une croissance soutenue de l'éolien, conduisant à un parc installé de près de 460000 M W en 2015. Les deux figures 6.8 et 6.9 montrent des statistiques réalisés par [Fried, 2011] sur le développement des éoliennes dans le monde dans les dernières années.

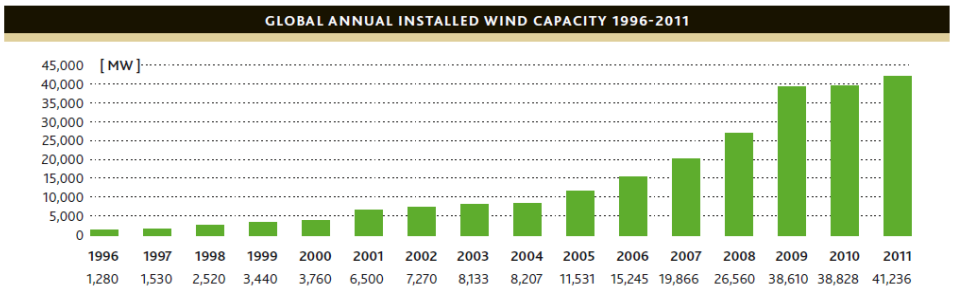


FIG. 6.8 – Capacité éolienne installée dans le monde entre 1996 et 2011 [Fried, 2011].

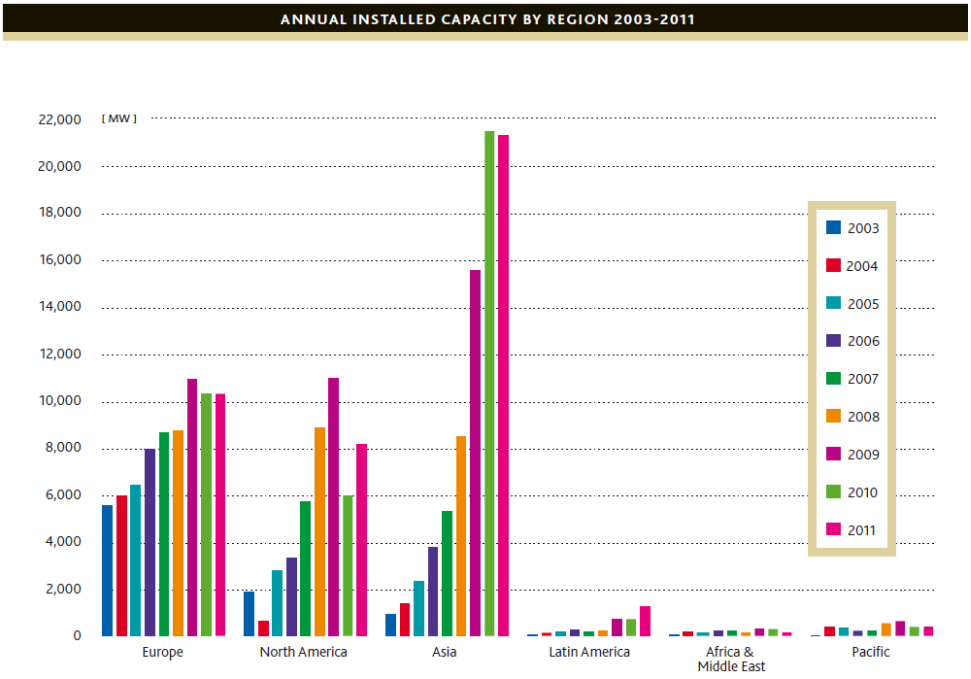


FIG. 6.9 – Capacité éolienne installée par région dans la période 2003-2011 [Fried, 2011].

6.5 Besoins de sécurité et de fiabilité

Le recours à l'utilisation de l'énergie éolienne a connu beaucoup de croissance. Depuis lors, l'éolienne a nettement évolué et spécialement dans la deuxième partie du vingtième siècle, étant donné qu'elle sert à présent à la production de l'énergie électrique. Cette évolution est dûe au fait que le vent est une source assez abondante et pas cher. Toutefois, les éoliennes sont coûteuses à installer, exploiter et entretenir et donc jusqu'à présent, elles ne peuvent pas rivaliser avec les énergies traditionnelles. Pour justifier leur coût d'installation et de maintenance si élevé, la tendance au cours des deux dernières décennies a été de construire toujours des turbines plus grandes avec des rendements élevés.

Aujourd'hui des turbines qui génèrent entre 5 et 6 MW ou plus sont en développement. Dans le but de répondre aux questions d'esthétique, d'utilisation de terre, du bruit et d'émissions provenant des installations onshore, les installations des éoliennes au large des côtes sont de plus en plus développées. Toutefois, ces dernières sont cibles de développements moins accessibles

Même si la disponibilité peuvent être jusqu'à 98% pour les éoliennes onshore, le coût pour cause de maintenance est encore très élevé. Pour les systèmes d'énergie éolienne en mer (offshore) la disponibilité peut tomber en dessous de 60% en raison de l'indis-

ponibilité de l'éolienne qui est principalement provoquée par les défaillances de certains composants des éoliennes.

Par conséquent, beaucoup d'efforts sont nécessaires pour améliorer la fiabilité des éoliennes et réduire le temps d'arrêt. Pour assurer ces objectifs, le diagnostic de pannes conçu avec soin et le système de contrôle tolérant aux fautes jouent un rôle très critique. Le temps de détection, d'isolation et d'accommodation des défauts à venir à partir de différents capteurs et actionneurs ou de détérioration des systèmes/sous-systèmes est cruciale pour le fonctionnement rentable des éoliennes et leur succès commercial ultérieur dans le marché de l'énergie.

Les défauts potentiels possibles des éoliennes peuvent se produire dans leur boîte de vitesses, leurs pales, leurs capteurs, les moteurs de lacet du rotor. Ces défauts provoquent des temps d'arrêt importants. L'entretien d'une éolienne, où ces défauts sont apparus, est en fait un grand défi pour les praticiens industriels, en particulier pour les grandes éoliennes en mer. Le défi peut réellement être attribué à la difficulté et même au danger d'accès aux turbines. Cela nécessite donc la disponibilité de la détection automatique, l'isolation des défauts et la reconfiguration du système de contrôle en conséquence. Ce qui est assuré par l'introduction d'un système perfectionné pour la détection et l'isolation des défauts dans les éoliennes.

6.5.1 Historique sur le diagnostic des éoliennes

Dans l'état de l'art, les systèmes de détection et d'accommodation des défauts dans les turbines industrielles sont simples et le plus souvent conservatrices. En conséquence l'utilisation de la détection de défaut avancée, des méthodes d'isolation et d'accommodation des défauts pourrait améliorer la fiabilité de la turbine, même si, pour certains défauts, il pourrait en résulter dans la production avec une puissance limitée.

Certains travaux ont été effectués sur la détection, l'isolation des défauts éoliennes en se basant sur le modèle. Dans [Wei et al., 2008], un système d'observateurs afin de déceler les défauts de capteurs dans le système de pales a été présenté. Un système basé sur les équations de parité a été présenté dans [Dobrila & Stefansen, 2007] pour la détection des défauts dans les éoliennes. Également des schémas de détection des défauts peuvent être trouvés dans [Poure et al., 2007; Rothenhagen & Fuchs, 2007; Rothenhagen et al., 2007; Odgaard & Stoustrup, 2009].

Dans la littérature, on trouve encore des auteurs qui ont abordé la problème de détection des défauts éoliennes en utilisant des techniques externes : les réseaux de neurones ont été utilisés par exemple dans [Yang et al., 2008] pour le diagnostic des défauts dans les multiplicateurs de vitesse ; les machines à vecteurs de support ont été

utilisés dans [An et al., 2011] pour le diagnostic des défauts éoliennes et les ondelettes ont été utilisées dans [Al-Ahmar et al., 2008], etc.

Un modèle de benchmark d'éolienne avec un certain nombre de défauts bien définis a été mis au point récemment, dans lequel les besoins en terme de détection et d'isolation des défauts sont bien définis. Parmi d'autres, il traite des failles possibles dans les capteurs de mesures de la vitesse du rotor et celle du générateur ainsi que dans la mesure du couple de convertisseur. Dans la littérature plusieurs travaux ont investi différents méthodes pour diagnostiquer les défauts définis dans ce benchmark, rappelons [Odgaard, Stoustrup, Nielsen & Damgaard, 2009; Odgaard & Stoustrup, 2010; Odgaard & Stoustrup, 2009; Laouti et al., 2011; Chen et al., 2011; Stoican et al., 2011; Svärd & Nyberg, 2011; Blesa et al., 2011]. On se concentre dans le chapitre suivant à détailler le schéma de détection proposé pour résoudre le problème de diagnostic dans ce benchmark ; le but principal est de montrer l'efficacité du travail proposé par rapport aux autres travaux abordant le même benchmark.

Chapitre 7

Application : Diagnostic des défauts d'un benchmark d'éolienne

Dans ce chapitre un schéma de diagnostic des défauts d'un benchmark d'éolienne est proposé. Après une présentation des différentes composantes de l'éolienne considérée dans ce benchmark, une description de la procédure de détection utilisée est donnée. L'accent est mis sur :

- la simplification obtenue par le schéma de diagnostic proposé par rapport aux travaux récemment faits sur le même benchmark (un tableau de comparaison est donné à la fin).
- l'efficacité de la méthode en terme de détection de la majorité des défauts avec les temps de détection souhaités.

7.1 Introduction

Dans le but de tester différents schémas de détection et d'isolation des défauts possibles dans les turbines éoliennes, un modèle d'un benchmark d'une turbine éolienne a été présenté dans [Odgaard, Stoustrup & Kinnaert, 2009]. Les exigences, en terme de temps de détection souhaité et de taux de fausses alarmes, ont été également données. Le modèle du benchmark présenté correspond à une éolienne à axe horizontale tripale avec une puissance nominale de 4.8 MW.

Ce chapitre est organisé de la façon suivante. Le fonctionnement général et le modèle Simulink sont donnés dans la section 7.2. La section 7.3 montre les modèles mathématiques des différentes parties du benchmark. Les différents types de défauts possibles sont présentés dans la section 7.4. Ensuite le schéma de détection proposé pour détecter les

défauts possibles dans les trois sous-systèmes de l'éolienne est détaillé dans les sections 7.6, 7.7 et 7.8. Ce chapitre se termine par une analyse des résultats où un tableau de comparaison est donné à la fin ainsi qu'une conclusion générale.

7.2 Fonctionnement général et Modèle simulink

Le benchmark d'éolienne est décrit par un schéma Simulink composé des modèles des différents sous-systèmes de la turbine éolienne. Dans ce qui suit, le schéma bloc qui montre les différentes parties de la turbine éolienne est présenté ainsi que les différentes parties de l'éolienne sont définies afin de montrer la fonctionnalité générale du système.

7.2.1 Modèle simulink

L'objectif de cette partie est de montrer le schéma bloc dans lequel les différents sous-systèmes de l'éolienne sont représentés par des blocs. La figure 7.1 donne une vue d'ensemble du modèle du benchmark.

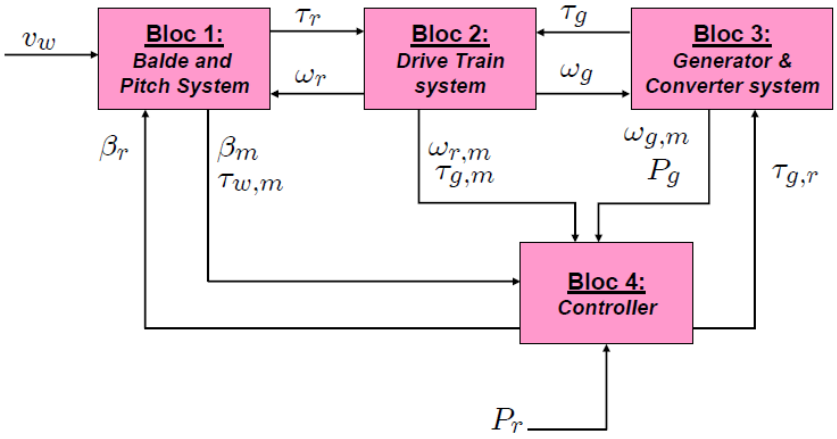


Fig. 7.1 – Une vue d'ensemble du modèle de simulation utilisé pour la détection des défauts du benchmark.

Les différents blocs présentés sur la figure 7.1 sont définis comme suit :

- **Bloc 1 : Le rotor** ("*Blade and Pitch system*" dans [Odgaard, Stoustrup & Kinnaert, 2009]). C'est le sous-système des trois pales, qui avec le nez de l'éolienne ou le moyeu, constitue le rotor de l'éolienne. La vitesse du vent (v_w) est à l'origine de la force motrice du système. Le rotor est quant à lui entraîné par l'énergie du vent. En effet, les pales extraient l'énergie cinétique du vent et la transforment par le phénomène de portance aérodynamique en mouvement de rotation. Ainsi, c'est par

ce mouvement de rotation des pales autour de l'axe horizontale qui est le moyeu, que l'énergie cinétique du vent est transformée en énergie mécanique de rotation. Un arbre primaire (axe primaire) a la fonction de transmettre le mouvement du rotor au bloc 2. Cet arbre tourne à la même vitesse que le rotor. Le terme "pitch" dans la notation anglaise fait référence aux éoliennes à pas variable, plus précisément, celles dont le rotor est muni des pales inclinables qui permettent leur ajustement en fonction de la direction du vent, par l'intermédiaire d'un système de contrôle par calage.

- **Bloc 2 : La chaîne de transmission ou mutiplicateur de vitesse** ("*Drive Train System*" dans [Odgaard, Stoustrup & Kinnaert, 2009]). C'est la chaîne de transmission, ou le multiplicateur de vitesses, qui est constituée en générale d'un assemblage d'engrenages. Il s'agit d'un système de transmission de puissance qui reçoit le mouvement de rotation et entraîne le générateur (bloc 3). Il est nécessaire d'accorder la vitesse de rotation du rotor aux exigences du convertisseur car la faible vitesse de rotation de l'éolienne ne permettrait pas de générer du courant électrique dans de bonnes conditions avec des générateurs de courant classiques. Le multiplicateur accélère le mouvement du rotor pour pouvoir faire fonctionner le générateur (bloc 3). Un arbre secondaire (axe secondaire), qui est beaucoup plus rapide que l'arbre primaire, transmet le mouvement de rotation adapté au générateur/convertisseur (bloc 3). En conclusion, le bloc 2 fait la connexion entre l'arbre primaire de transmission et l'arbre secondaire de transmission qui entraîne le 3ème bloc, le sous-système générateur/convertisseur.
- **Bloc 3 : Le générateur/convertisseur** ("*Generator and Converter*" dans [Odgaard, Stoustrup & Kinnaert, 2009]). C'est le sous-système générateur/convertisseur. Le générateur transforme l'énergie mécanique transmise par le multiplicateur en énergie électrique et le convertisseur traite cette énergie résultante pour qu'elle puisse être utilisée.
- **Bloc 4 : Le contrôleur** ("*Controller*" dans [Odgaard, Stoustrup & Kinnaert, 2009]). Ce sous-système est le contrôleur qui a le rôle de superviser le fonctionnement de l'éolienne et de la contrôler. Après une définition des différentes variables présentes sur la figure 7.1, le fonctionnement du contrôleur est détaillé.

Les variables présentées sur la figure 7.1 sont définis comme suit :

- v_w est la vitesse du vent [m/s].
- τ_r est le couple aérodynamique ou couple moteur [Nm]. ω_r est la vitesse du rotor [m/s].
- τ_g est le couple générateur [Nm]. ω_g est la vitesse du générateur [m/s].
- $\tau_{g,r}$ est la référence du couple générateur [Nm].
- P_g est la puissance produite par le générateur [W].
- β_r est la référence de l'angle de pale [rad/s]. β est l'angle d'une pale [rad/s] ("blade

pitch angle" dans [Odgaard, Stoustrup & Kinnaert, 2009]).
– P_r est la puissance nominale ou la puissance de référence [W].

Notons que l'indice m affecté à certaines variables sur la figure 7.1 (soit x_m), fait référence au signal de sortie délivré par le capteur mesurant la variable x.

7.2.2 Fonctionnement du contrôleur

En principe, le contrôleur fonctionne dans quatre zones :

- Zone 1 : zone du démarrage de la turbine.
- Zone 2 : zone d'optimization de la puissance.
- Zone 3 : zone de production constante de la puissance.
- Zone 4 : zone de la valeur très élevée de la vitesse du vent (> 90 km/h).

On se concentre pour ce benchmark que sur les zones 2 et 3.

Zone 2

Pour une vitesse de vent entre 0 et 12 m/s, la turbine est contrôlée pour obtenir une puissance optimale. Cette puissance est atteinte si l'angle des pales est égale à 0 degrés, et si le rapport de vitesse de pointe (λ) est constant et égale à sa valeur optimale. Ce rapport est défini par :

$$\lambda = \frac{\omega_r R}{v_w} \tag{7.2.1}$$

R est le rayon des pales, v_w est la vitesse du vent et ω_r la vitesse du rotor.
La valeur optimale de λ, notée λ_{opt}, est obtenue en établissant le couple de référence du convertisseur, $\tau_{g,r}$. Une fois la puissance nominale P_r est atteinte, le contrôleur est commuté vers la zone 3.

Zone 3

Dans cette zone, l'objectif du contrôle est de suivre P_r. Cela est obtenu par le contrôle de l'angle de référence β_r qui pivote les pales.

7.3 Les modèles mathématiques des sous-systèmes

Dans cette section, les équations et les modèles mathématiques pour les différents sous-systèmes, composants du benchmark de l'éolienne [Odgaard, Stoustrup & Kinnaert, 2009] considéré dans ce chapitre, sont présentés. Les modèles des différents blocs de la figure 7.1 présentés dans la section 7.2, sont rappelés.

7.3.1 Le rotor ou sous-système de pales (bloc 1 sur la figure 7.1)

Dans ce qui suit, le modèle aérodynamique décrivant la transformation de l'énergie du vent en mouvement de rotation est présenté. Puis, dans la deuxième partie de cette section, le système de contrôle par calage, appelé **"pitch system"**, déjà introduit dans la section 7.2.1 est présenté.

Modèle aérodynamique

Le couple aérodynamique appliqué au rotor est défini par l'équation suivante :

$$\tau_r(t) = \sum_{i=1}^{i=3} \frac{\rho \pi R^3 C_p(\beta(t), \lambda(t)) v_w^2(t)}{2\lambda} \tag{7.3.1}$$

Avec

$$C_p(\beta(t), \lambda(t)) = \frac{P_a(t)}{P_{wind(t)}} \quad , \quad P_{wind}(t) = \frac{1}{2}\rho A v_w^3(t)$$

Où

- ✓ $C_p(\beta(t), \lambda(t))$ est le coefficient de puissance qui dépend du rapport de vitesse de pointe $\lambda(t)$ (Equation (7.2.1)) et de ω_r. Le coefficient C_p n'est pas exprimé par une fonction mathématique, ses valeurs sont données dans un tableau.
- ✓ P_a est la puissance aérodynamique capturée par le rotor [W]. Elle dépend de ω_r.
- ✓ P_{wind} est la puissance du vent disponible [W].
- ✓ A est la surface balayée par le rotor $[m^2]$.
- ✓ ρ est la densité d'air $[kg/m^3]$.

Système de contrôle par calage

Comme il a été mentionné dans la section 7.2.1, il s'agit d'une éolienne, dite "pitch", qui a des pales inclinables. Cela est fait à travers d'un système de contrôle par calage. Plus précisément, dans le bloc 1 de la figure 7.1, il y a un système "pitch" composé de trois

actionneurs identiques, chacun d'entre eux contenant un contrôleur interne. L'actionneur permet d'ajuster l'angle d'une pale en la pivotant.

Chacun des trois actionneurs est un système hydraulique qui est modélisé par une fonction de transfert du second ordre, décrite par l'équation suivante :

$$\frac{\beta_i(s)}{\beta_{r_i}(s)} = \frac{\omega_n^2}{\omega_n^2 + 2\zeta_n\omega_n s + \omega_n^2}, \quad \text{pour} \quad i \in \{1,2,3\} \tag{7.3.2}$$

Où

- ✓ $\beta_i(s)$ et $\beta_{r_i}(s)$ représentent l'angle de pale i et son angle de référence respectivement.
- ✓ ω_n est la fréquence naturelle du modèle de l'actionneur [rad/s]. Sa valeur nominale est de 11.11 [rad/s].
- ✓ ζ_n est le coefficient d'amortissement du modèle de l'actionneur. Sa valeur nominale est de 0.6.

Pour assurer la redondance, chacun des angles des pales est mesuré avec deux capteurs identiques délivrant les deux signaux β_{i,m_1} et β_{i,m_2} avec $i \in \{1,2,3\}$.

7.3.2 La chaîne de transmission (bloc 2 sur la figure 7.1)

La chaîne de transmission est décrite par le modèle d'état qui suit :

$$\begin{bmatrix} \dot{\omega}_r(t) \\ \dot{\omega}_g(t) \\ \dot{\theta}_\Delta(t) \end{bmatrix} = A_{dt} \begin{bmatrix} \omega_r(t) \\ \omega_g(t) \\ \theta_\Delta(t) \end{bmatrix} + B_{dt} \begin{bmatrix} \tau_r(t) \\ \tau_g(t) \end{bmatrix} \tag{7.3.3}$$

Avec

$$A_{dt} = \begin{bmatrix} -\frac{B_{dt}-B_r}{J_r} & \frac{B_{dt}}{N_g J_r} & -\frac{K_d t}{J_r} \\ \frac{\eta_{dt} B_{dt}}{N_g J_g} & \frac{\frac{\eta_{dt} B_{dt}}{N_g^2} - B_g}{J_g} & \frac{\eta_{dt} K_{dt}}{N_g J_g} \\ 1 & \frac{-1}{N_g} & 0 \end{bmatrix} \quad , \quad B_{dt} = \begin{bmatrix} \frac{1}{J_r} & 0 \\ 0 & \frac{-1}{J_g} \end{bmatrix} \tag{7.3.4}$$

Les paramètres de ce modèle sont définis comme suit :

- ✓ J_r est le moment d'inertie de l'arbre primaire $[kg \cdot m^2]$.
- ✓ K_{dt} est la rigidité en torsion de la chaîne cinématique [Nm/rad].
- ✓ B_{dt} est le coefficient d'amortissement torsionnel de la chaîne de transmission [Nm/(rad/s)].
- ✓ B_g est le frottement visqueux de l'arbre secondaire [Nm/(rad/s)].

- ✓ N_g est le rapport de vitesse de la chaîne de transmission.
- ✓ J_g est le moment d'inertie de l'arbre secondaire $[kg \cdot m^2]$.
- ✓ η_{dt} est le paramètre qui représente l'efficacité de la chaîne cinématique de transmission. Sa valeur nominale est égale à 0.97.

Le vecteur d'état contient la vitesse du rotor ω_r, la vitesse du générateur ω_g et l'angle de torsion de la chaîne de transmission, θ_Δ. Les signaux d'entrée sont le couple aérodynamique du rotor τ_r et le couple générateur τ_g. Ce système a deux sorties, ω_r et ω_g, qui sont mesurées chacune par deux capteurs pour assurer la redondance. Les deux capteurs mesurant ω_r délivrent deux signaux instantanés $(\omega_{r,m_1(t)}, \omega_{r,m_2}(t))$ et ceux mesurant ω_g délivrent les deux signaux instantanés $(\omega_{g,m_1}(t), \omega_{g,m_2}(t))$.

7.3.3 Le sous-système générateur/convertisseur (bloc 3 sur la figure 7.1)

La dynamique du sous-système générateur/convertisseur est modélisée par la fonction de transfert du premier ordre suivant :

$$\frac{\tau_g(s)}{\tau_{g,r}(s)} = \frac{1}{1 + \tau_c s} \tag{7.3.5}$$

Où

- ✓ τ_g est le couple générateur. Il est mesuré par un capteur délivrant un signal instantané $\tau_{g,m}(t)$ [N· m].
- ✓ $\tau_{g,r}$ est le couple de référence [N·m].
- ✓ $\tau_c = 0.02s$ est la constante de temps du système de premier ordre [s].

Une présentation des modèles mathématiques des différents sous-systèmes a été donnée dans cette section. Dans la section suivante, les différents types de défauts possibles dans ce benchmark sont introduits et un récapitulatif des défauts à détecter est donné dans un tableau.

7.4 Les défauts possibles du benchmark

Il existe différents types de défauts qui peuvent apparaître dans les différents sous-systèmes du benchmark. Dans ce paragraphe, les défauts présentés dans [Odgaard, Stoustrup & Kinnaert, 2009], sont rappelés. Les défauts ont différents degrés de gravité : certains sont très graves et devraient entraîner un arrêt rapide en toute sécurité de la turbine et d'autres sont moins graves de sorte que le contrôleur puisse être accommodé afin de les gérer.

7.4.1 Défauts capteurs

Dans le sous-système présenté par le bloc 1 sur la figure 7.1, les défauts capteurs sont des défauts agissant sur les capteurs mesurant les positions angulaires des pales du rotor. Ils sont désignés par :

$$\Delta\beta_{1,m_1}, \quad \Delta\beta_{1,m_2}, \quad \Delta\beta_{2,m_1}, \quad \Delta\beta_{2,m_2}, \quad \Delta\beta_{3,m_1}, \quad \Delta\beta_{3,m_2}$$

En plus, les capteurs mesurant la vitesse du rotor peuvent être défectueux, soit les défauts notés par

$$\Delta\omega_{r,m_1}, \quad \Delta\omega_{r,m_2}$$

De même, des défauts peuvent affecter les capteurs mesurant la vitesse du générateur ; ils sont désignés par :

$$\Delta\omega_{g,m_1}, \quad \Delta\omega_{g,m_2}$$

Les variables précédentes $\beta, \omega_r, \omega_g$ sont mesurées en utilisant des encodeurs. Par conséquent, les défauts qui affectent les capteurs mesurant ces grandeurs, peuvent être d'origine électrique ou d'origine mécanique. Les défauts se traduisent soit par une valeur fixe soit par un facteur de gain.

Tous les défauts capteurs sont à détecter avec un temps de détection $T_D < 0.1s \quad (10T_s)$ où T_s est la période d'échantillonnage du contrôleur ($T_s = 0.01s$).

7.4.2 Défauts actionneurs

Les trois sous-systèmes représentés par le bloc 1, le bloc 2 et le bloc 3 sur la figure 7.1, peuvent avoir des défauts actionneurs.

Pour le sous-système, convertisseur/générateur (bloc 3 sur la figure 7.1), le défaut est défini par un offset noté $\Delta\tau_g$. L'origine de cette défaillance est un offset dans les boucles internes de commande du convertisseur. Ce défaut doit être rapidement détecté, $T_D < 0.05s \quad (5T_s)$.

Pour le sous-système des pales ou rotor (bloc 1 sur la figure 7.1) qui est un système hydraulique, il y a la possibilité de défauts actionneurs agissant sur les 3 pales ; ces défauts sont représentés par :

$$\Delta\beta_1, \quad \Delta\beta_2, \quad \Delta\beta_3$$

Pour la chaîne cinématique de transmission (bloc 2 sur la figure 7.1), les défauts considérés provoquent des changements dans la dynamique. Ils sont traduits par une variation dans les valeurs des paramètres ω_n et ζ_n définis dans l'équation (7.3.2). Ces défauts sont dus à différentes raisons :

1. Soit en raison d'une chute abrupte de la pression principale. Selon les considérations de ce benchmark, ce défaut affecte l'actionneur agissant sur la deuxième pale ; il est noté $\Delta\beta_2$.
2. Soit en raison d'une haute teneur en air dans l'huile. Selon les considérations de ce benchmark, ce défaut affecte l'actionneur agissant sur la troisième pale ; il est noté $\Delta\beta_3$.

7.4.3 Défaut système

Un défaut système peut apparaître dans la chaîne de transmission, représentée par le bloc 2 sur la figure 7.1. Ce défaut est dû à la variation du frottement dans le temps, ce qui peut avoir comme effet, de briser la chaîne. Ce défaut se traduit par la variation de la valeur du paramètre η_{dt} figurant dans l'équation (7.3.4). Il s'exprime par deux signaux parasites :

$$\Delta\omega_r, \quad \Delta\omega_g$$

7.4.4 Récapitulatif des défauts à détecter

Le Tableau 7.1 donne une vue d'ensemble des défauts à détecter et contient les champs suivants :

- colonne 1 : la notation proposée pour faire référence aux défauts dans la suite de ce chapitre. Cette notation est utilisée à la place de la notation proposée par [Odgaard, Stoustrup & Kinnaert, 2009], donnée dans la colonne 2, pour des besoins de lisibilité.
- colonne 2 : la notation des défauts donnée dans [Odgaard, Stoustrup & Kinnaert, 2009].
- colonne 3 : le type du défaut et son lieu d'apparition.
- colonne 4 : la grandeur représentant le défaut.
- colonne 5 : le temps de détection souhaité pour chacun des défauts.

Une présentation des types de défauts possibles dans les différents sous-systèmes ainsi qu'un tableau récapitulatif des défauts à diagnostiquer, selon les spécifications du benchmark, ont été donnés. Dans la section suivante, le schéma de détection proposé est expliqué en détail, les résultats de validation sont ensuite données. Ce chapitre se termine par un tableau de comparaison entre les résultats obtenus dans ce travail et d'autres résultats obtenus par différents travaux qui ont abordé le même benchmark, pour montrer l'intérêt et l'avantage du schéma de détection proposé dans ce manuscrit.

N^o	**Référence**	**Lieu d'apparition et type du défaut**	**Défaut**	T_D **désiré**
1	1a)	Défaut capteur (position angulaire des pales)	VF ($\Delta\beta_{3,m_1}$)	$< 10T_s$
2	1b)	Défaut capteur (position angulaire des pales)	FG ($\Delta\beta_{2,m_2}$)	
3	2a)	Défaut capteur (vitesse du rotor)	VF $\Delta\omega_{r,m_1}$	
4	2b)	Défaut capteur (vitesse du rotor)	FG $\Delta\omega_{r,m_2}$	
5	3a)	Défaut capteur (vitesse du générateur)	VF $\Delta\omega_{g,m_1}$	
6	3b)	Défaut capteur (vitesse du générateur)	FG $\Delta\omega_{g,m_2}$	
7	4a)	Défaut actionneur (générateur)	Offset $\Delta\tau_g$	$< 5T_s$
8	5a)	Défaut actionneur (système de pale : chute de pression)	Abrupt ($\Delta\omega_{n_2}, \Delta\zeta_2$) $\Delta\beta_2$	$< 8T_s$
9	5b)	Défaut actionneur (système de pale : Niveau d'air dans l'huile)	Lent ($\Delta\omega_{n_3}, \Delta\zeta_3$) $\Delta\beta_3$	$< 600T_s$
10	6)	Défaut système (chaîne d'entraînement : changement de friction)	Drive Train $\Delta\eta_{dt}$ $\Delta\omega_r, \Delta\omega_g$	Libre

Tab. 7.1 – Les défauts à détecter
VF : défaut de type Valeur Fixe. FG : défaut de type Facteur Gain.
T_D : le temps de détection souhaité. $T_s = 0.01s$

7.5 Détection et isolation des défauts du benchmark

Dans cette section, le schéma de diagnostic proposé pour détecter et isoler les défauts du tableau 7.1, est donné en détail. Après avoir expliqué d'une façon générale le principe de la procédure proposée et l'avoir positionné par rapport aux méthodes de diagnostic détaillées dans le chapitre 5, le schéma de diagnostic de chacun des défauts est présenté séparément.

7.5.1 Principe général

Comme première phase dans la procédure de diagnostic, la redondance physique, avec l'hypothèse de la possibilité d'apparition d'un seul défaut à un instant donné retenue pour ce benchmark, permet d'isoler le type de défaut. En effet, deux capteurs redondants, sans défaut, doivent donner des signaux approximativement égaux. La différence est due aux

incertitudes. A partir d'une valeur donnée de cette différence, ou seuil, les deux capteurs donnent deux signaux différents, ce qui implique un défaut capteur dans l'un des deux. Dans le cas contraire, il faut tester la possibilité d'avoir un autre type de défaut, soit défaut système soit défaut actionneur.

Les étapes suivantes de la procédure de détection sont définies comme suit :

- la première étape traitée est la génération d'un résidu représentatif du défaut à détecter. Dans notre cas il s'agit d'une méthode à base de modèle. Le résidu est construit en testant la cohérence entre les mesures disponibles et les informations disponibles à partir d'un modèle donné dans le cas nominal (sans défaut).

- la deuxième étape traitée consiste à définir un seuil donné qui sert à la décision. Le seuil est choisi après différents essais, en tenant compte des points suivants :

  ✓ Le niveau de bruit affectant les signaux des capteurs.
  ✓ Le temps de détection souhaité.
  ✓ Le taux de fausses alarmes et le temps maximum de persistance d'une fausse alarme.

D'une manière générale, le schéma de détection passe par la résolution d'un problème de correspondance de modèle ("model-matching problem"). Ce problème est formulé comme un problème de moindres carrées dont le but est la minimisation quadratique des critères de vraisemblance basés sur le modèle et définis sur une fenêtre temporelle glissante de longueur fixe à définir. Pour ce faire, une première fenêtre qui respecte le temps de détection souhaité, est considérée. Ensuite, selon le cas, la longueur de cette fenêtre est changée.

La vérification des éléments suivants est fait a posteriori :

✓ Le temps de détection imposé dans le benchmark.
✓ Le taux de fausses alarmes, la durée minimale séparant deux fausses alarmes et le temps de persistance des fausses alarmes

Hypothèses

Dans le benchmark précédent, il est supposé que :

✓ Un seul défaut peut apparaître à n'importe quel moment.

Cette hypothèse a servi dans l'isolation du type de défauts grâce à la redondance.

Données et mesures réelles du benchmark

Le benchmark prend en compte des données exogènes :

- Le bruit affectant les capteurs : Ce bruit est stochastique dont la moyenne et la variance sont données dans le benchmark.
- Les lois de commandes hybrides en boucle fermée. Ces lois ne doivent pas être modifiées par le système de diagnostic.
- La séquence de vitesse du vent $v_w(t)$ est pré-définie dans le benchmark. Elle consiste en une mesure réelle de la vitesse obtenue d'un parc éolien. La figure 7.2 donne une illustration de cette séquence dans le temps.

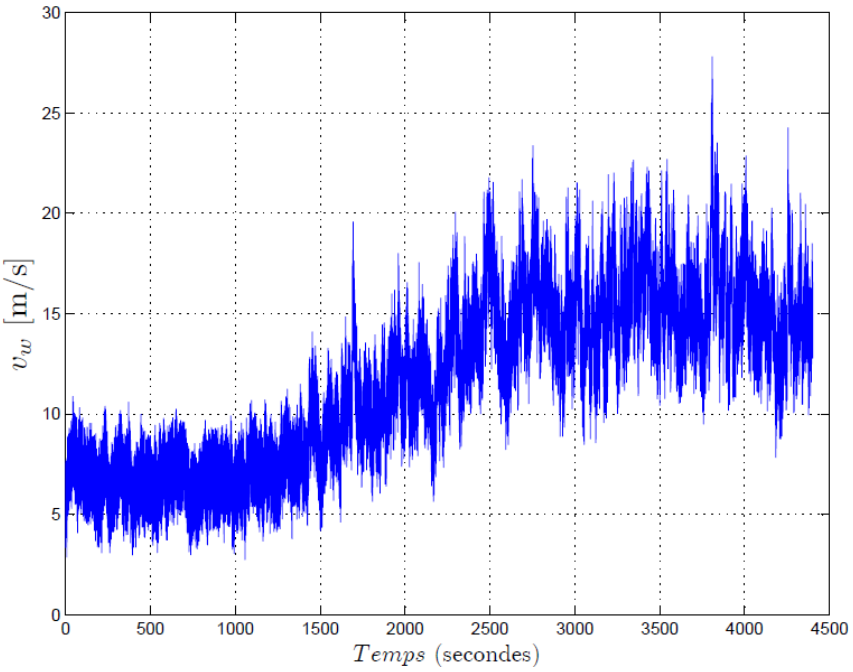


FIG. 7.2 – Illustration de la séquence de vitesse du vent utilisée lors du test dans le benchmark.

Dans ce qui suit, pour chacun des sous-systèmes, le schéma de détection proposé est présenté, pour tous les défauts y correspondants dans le tableau 7.1.

7.6 Détection des défauts du sous-système de pales ou rotor

Dans cette section, la méthode de diagnostic adoptée pour détecter chacun des défauts possibles dans le sous-système de pales ou rotor, représenté par le bloc 1 sur la figure 7.1,

est détaillée. Il s'agit de quatres défauts à détecter (défaut 1, 2, 8 et 9 (tableau voir 7.1)), dont deux sont des défauts capteurs, l'un sous la forme d'une valeur fixe et l'autre sous la forme d'un facteur de gain, tandis que les deux autres sont des défauts actionneurs.

7.6.1 Les défauts à diagnostiquer (défauts 1, 2, 8 et 9 dans le tableau 7.1)

Suivant le tableau 7.1, 4 types de défauts sont à détecter pour le sous-système des pales ou rotor, représenté par le bloc 1 sur la figure 7.1. Les défauts sont les suivants :

1. Le défaut est un défaut capteur sous la forme d'une valeur fixe remplaçant le signal délivré par un des capteurs mesurant les angles des 3 pales (défaut 1 dans le tableau 7.1).
2. Le défaut est un défaut capteur sous la forme d'un facteur de gain affectant le signal délivré par un des capteurs mesurant les angles des 3 pales (défaut 2 dans le tableau 7.1).
3. Le défaut est un défaut actionneur qui affecte l'actionneur hydraulique agissant sur la deuxième pale. Il est dû à une chute abrupte de la pression principale (défaut 8 dans le tableau 7.1).
4. Le défaut est un défaut actionneur qui affecte l'actionneur hydraulique agissant sur la troisième pale. Il est dû à une haute teneur en air dans l'huile (défaut 9 dans le tableau 7.1).

7.6.2 Génération des résidus et choix du seuil de détection

Comme il est décrit précédemment, les résidus sont générés à partir de la comparaison entre les mesures disponibles issues des capteurs et les informations obtenues à partir des modèles correspondants. Dans le cas du système présent, le sous-système des pales (bloc 1 sur la figure 7.1), l'angle d'une pale et sa valeur de référence sont liés par une fonction de transfert de deuxième ordre, décrite par l'équation (7.3.2).

L'algorithme de génération de résidus proposé repose sur le schéma présenté sur la figure 7.3. Cet algorithme est détaillé ci-après.

La fonction de transfert (7.3.2), décrivant le système, conduit à l'équation suivante :

$$\omega_n^2(\beta_i(t) - \beta_{r_i}(t)) + 2\omega_n\zeta_n\dot{\beta}_i(t) + \ddot{\beta}_i(t) = 0 \tag{7.6.1}$$

A cause du bruit affectant les mesures et le système, les données sont filtrées par un filtre du second ordre avec une constante du temps τ pour réduire la sensibilité au bruit du

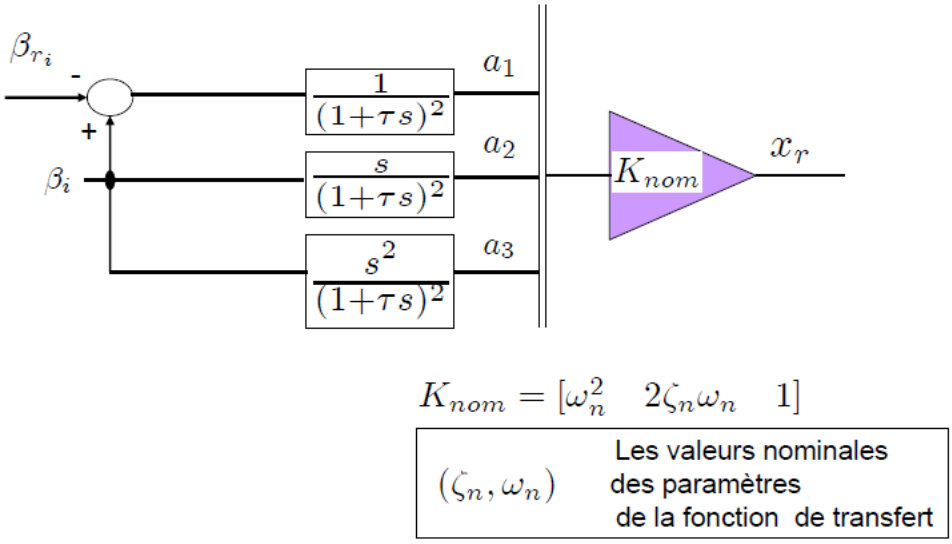


FIG. 7.3 – Schéma de génération de résidu pour la détection des défauts dans le bloc 1

procédé et des mesures. En appliquant le filtrage sur les grandeurs composant l'équation (7.6.1), la relation suivante est obtenue :

$$x_r := \omega_n^2 F\{\beta_i - \beta_{r_i}\}(t) + 2\omega_n\zeta_n F_{d^1}\{\beta_i\}(t) + F_{d^2}\{\beta_i\}(t) = 0 \tag{7.6.2}$$

Les fonctions introduites dans l'équation (7.6.1) sont définies comme suit :

- F est le filtre du second ordre, défini comme suit :

$$F = \frac{1}{(1+\tau s)^2} \tag{7.6.3}$$

- F_{d^1} est la fonction dérivée première combinée avec le filtre du second ordre, définie comme suit :

$$F_{d^1} = \frac{s}{(1+\tau s)^2} \tag{7.6.4}$$

- F_{d^2} est la fonction dérivée seconde combinée avec le filtre du second ordre, définie comme suit :

$$F_{d^2} = \frac{s^2}{(1+\tau s)^2} \tag{7.6.5}$$

L'équation (7.6.2) est une traduction du schéma présenté sur la figure 7.3. En effet, le terme gauche de l'égalité présentée dans cette équation n'est autre que la variable x_r, définie sur la figure 7.3. Cette variable peut être représentée comme un produit scalaire

entre deux vecteurs, l'un fonction du temps et l'autre fixe. A un instant temporel donné, k, soit une reformulation de x_r sous la forme suivante

$$x_r(k) = \begin{bmatrix} a_1(k) & a_2(k) & a_3(k) \end{bmatrix} \underbrace{\begin{bmatrix} \omega_n^2 \\ 2\omega_n\zeta_n \\ 1 \end{bmatrix}}_{K_{nom}} \tag{7.6.6}$$

où les composants du vecteur a sont définis comme suit :

$$a(k) = \begin{bmatrix} a_1(k) & a_2(k) & a_3(k) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F\{\beta_i - \beta_{r_i}\}(k) & F_{d^1}\{\beta_i\}(k) & F_{d^2}\{\beta_i\}(k) \end{bmatrix} \tag{7.6.7}$$

Tous les composants du vecteur a_i sont ainsi connus. Ils sont calculés à partir des mesures donnés par les capteurs qui donnent les signaux instantanés $\beta_{im}(t)$ et $\beta_{r_{im}}(t)$, pour $i \in \{1, 2, 3\}$.

- **Discussion sur la valeur du produit scalaire, représenté par x_r**

  Dans le cas idéal, sans défaut et sans bruit, la valeur de x_r est nulle à tout instant k. Mais en réalité, les mesures sont affectées de bruit, et donc x_r est non nul dans le cas nominal : ce bruit affecte les éléments du vecteur a (équation 7.6.7). De même, dans le cas défectueux, le défaut affecte les éléments du vecteur a et dans ce cas le produit scalaire est non nul. Par contre, pour différencier la valeur non nulle qui est due aux bruits de celle causée par la présence d'un défaut, il faut fixer un seuil de décision, au dessus duquel la présence d'un défaut est détectée.

L'écriture à différents instants successifs de l'équation (7.6.6), en considérant une fenêtre de longueur finie N donnée conduit au système matriciel suivant :

$$\bar{x}_r(k) = \underbrace{\begin{bmatrix} a_1(k) & a_2(k) & a_3(k) \\ a_1(k-1) & a_2(k-1) & a_3(k-2) \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ a_1(k-N+1) & a_2(k-N+1) & a_3(k-N+1) \end{bmatrix}}_{A_m} \underbrace{\begin{bmatrix} \omega_n^2 \\ 2\omega_n\zeta_n \\ 1 \end{bmatrix}}_{K_{nom}} \tag{7.6.8}$$

Dans ce cas $\bar{x}_r$ est un vecteur de longueur N sur l'interval temporel $[k-N+1, k]$.

Ce système n'est autre que le système de moindres carrées construit à partir de l'équation du système présent. Dans le cas nominal sans bruit, le vecteur K_{nom} est le

vecteur noyau de la matrice A_m. Ce vecteur est inchangé dans le cadre des défauts considérés ici. La matrice A_m est une matrice de valeur connue, obtenue à partir des signaux mesurés par les capteurs. Dans le cas de présence d'un défaut, cette matrice varie et le vecteur $\bar{x}_r$ résultant a tous ses éléments de valeurs non nulles, supérieures à un seuil de décision.

Comme il est mentionné précédemment, la redondance physique permet d'extraire le type de défaut. Dans le cas où il s'agit d'un défaut capteur, les paramètres ζ_n et ω_n sont à leurs valeurs nominales et c'est la matrice A_m qui contient l'erreur. Le défaut est ainsi détecté par comparaison des éléments du vecteur $\bar{x}_r$ (équation 7.6.8) avec le seuil de détection. Dans le cas où le défaut est un défaut actionneur, il est exprimé par une variation des valeurs de paramètres ζ et ω par rapport à leurs valeurs nominales ζ_n et ω_n. De même, dans ce cas, la matrice A_m contient l'erreur et en plus, il est possible de déterminer la valeur des paramètres ζ et ω par la résolution de ce système matriciel.

Définition de résidu

Comme il a été mentionné précédemment, le résidu doit être un bon représentant de défauts. Dans le cas du système présent, le résidu est défini comme suit :

- A tout instant k, l'intervalle $[k - N + 1, k]$ est considéré. Les éléments du vecteur $\bar{x}_r$ sont considérés. Le résidu est une fonction des éléments de $\bar{x}_r$. Il peut être défini comme la moyenne, la variance, la somme, etc. Pour chaque défaut présenté dans ce qui suit, le choix du résidu est présenté. Concernant la taille de la fenêtre N, la procédure est la suivante :

  ♯ Une valeur de N respectant le temps de détection souhaité est fixée.
  ♯ Si la détection ne réussit pas, N est augmentée jusqu'à ce qu'il soit possible d'avoir une détection.

Dans la suite de ce chapitre, et pour chaque cas de défaut présenté, le résidu est bien défini et le choix de seuil de détection et de la longueur (finie) de la fenêtre glissante est expliqué.

7.6.3 Détection d'un défaut capteur (défaut 1 dans tableau 7.1)

Dans cette partie, le schéma suivi pour détecter un défaut capteur de type valeur fixe (VF), sur l'un des capteurs mesurant les angles des pales est détaillé.

Signal de sortie de capteur de position angulaire d'une pale dans les cas nominal et défectueux

Pour clarifier, la différence entre le comportement du signal d'un capteur donné, dans les cas nominal et défectueux, est présentée en premier lieu. Soit le cas de la troisième pale. Comme il est mentionné précédemment deux capteurs mesurent l'angle de cette pale, notée β_3. Les deux capteurs délivrent les deux signaux β_{3,m_1} et β_{3,m_2}. La figure 7.4 illustre le comportement de ces deux signaux, où β_{3,m_1} est défectueux dans l'intervalle $1000s - 1200s$ dont le type de défaut est une constante fixe, et le signal β_{3,m_2} est en configuration nominale.

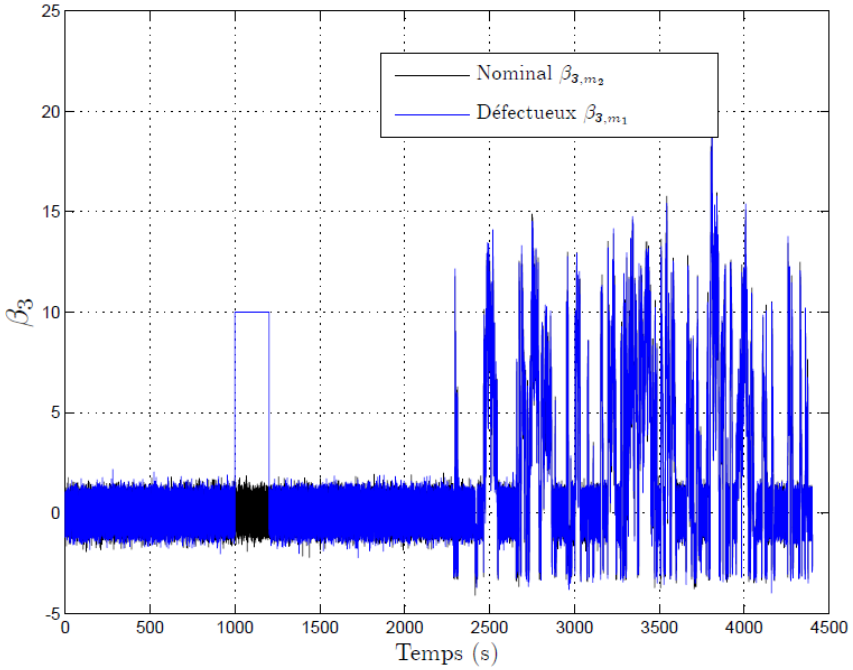


FIG. 7.4 – Les signaux données par les capteurs de position angulaire mesurant β_3, β_{3,m_1} et β_{3,m_2} en configuration défectueuse ($VF = 10$) et nominale resp.

Dans le but de valider la schéma de détection appliquée pour détecter ce type de défaut, le scénario de validation considéré est défini par :

♯ Une valeur fixe d'amplitude 10 remplaçant le signal β_{3,m_1} délivré par le capteur 1 mesurant β_3 entre $1000s$ and $1200s$.

Pour ce scénario de validation, le comportement du signal β_{3,m_1} est déjà présenté sur la figure 7.4, avec $VF = 10$.

Comme il a été mentionné dans la sous-section 7.5.1, le type de défaut est identifié par la comparaison entre les deux capteurs redondants mesurant une grandeur

donnée. En effet, dans le cas présent, et sous l'hypothèse déjà citée dans la sous-section 7.5.1, sur la possibilité d'apparition d'un seul défaut à un instant donné : En comparant les signaux temporels β_{3,m_1} et β_{3,m_2}, il est possible de remarquer que leurs valeurs instantanées sont différentes à un instant donné où le défaut capteur existe, cela est formulé par :

$$|\beta_{3,m_1} - \beta_{3,m_2}| > \text{seuil} \tag{7.6.9}$$

Ce seuil est imposé pour distinguer entre la différence de ces deux signaux due au bruit de celle due aux défauts. Dans le cas où la différence ne dépasse pas ce seuil, aucun défaut capteur n'est déclaré, ainsi il faut tester la possibilité d'avoir d'autres types de défauts tel qu'un défaut actionneur, etc. Dans la partie suivante, le résidu utilisé pour la détection est défini. De plus, le résultat de simulation qui valide la détection de ce type de défaut est montré.

Détection du défaut : Résultat de validation

Dans le cas du présent défaut, le résidu est défini en considérant $\bar{x}_r$ (voir équation (7.6.8)). Les valeurs instantanées de β_i sont remplacées par les valeurs instantanées du signal β_{3,m_1}. Le résidu est formulé comme suit :

$$r_p(k) = \sum_{i=k-N+1}^{i=k} \|x_r(i)\|^2 \tag{7.6.10}$$

Après avoir fait plusieurs essais, la fenêtre considérée a pour longueur $N = 1$. Un seuil de détection S_p est choisi tel que :

$$\text{Si} \quad r_p(k) > S_p \Longrightarrow \text{Détection du défaut capteur} \tag{7.6.11}$$

Ce seuil a été choisi en se basant sur l'ensemble de données simulées obtenues dans le cas nominal, disponibles dans ce benchmark.
Le résultat de détection obtenu est présenté sur la figure 7.5. Le début du défaut a été détecté instantanément par contre la fin du défaut a été détectée après $3T_s$. Cela est dû au choix du seuil de détection et au filtrage des signaux avec le filtre du second ordre, précédemment introduit dans (7.6.2), où la constante du temps choisie $\tau = 0.06$. Sur la figure 7.5 :

- subplot a) présente le signal de sortie β_{3,m_1} qui est défectueux (en bleu) et le résidu en rouge. Le seuil est tracé en violet.
- dans subplot b), l'intervalle d'application du défaut est montré ainsi que la décision prise en se basant sur la comparaison du résidu avec le seuil de détection S_p choisi.

– les deux subplot c) et d), montrent un zoom sur le début et la fin de l'intervalle d'introduction du défaut et la décision correspondante. Comme il est clair, le début est détecté à l'instant alors que la fin du défaut est détectée avec un retard de $3T_s$. En effet, la différence entre le temps de détection au début du défaut et celui à la fin du défaut est due au temps de réponse du système linéaire considéré. De plus, le seuil est considéré de façon à détecter le plus tôt possible le début de défaut.

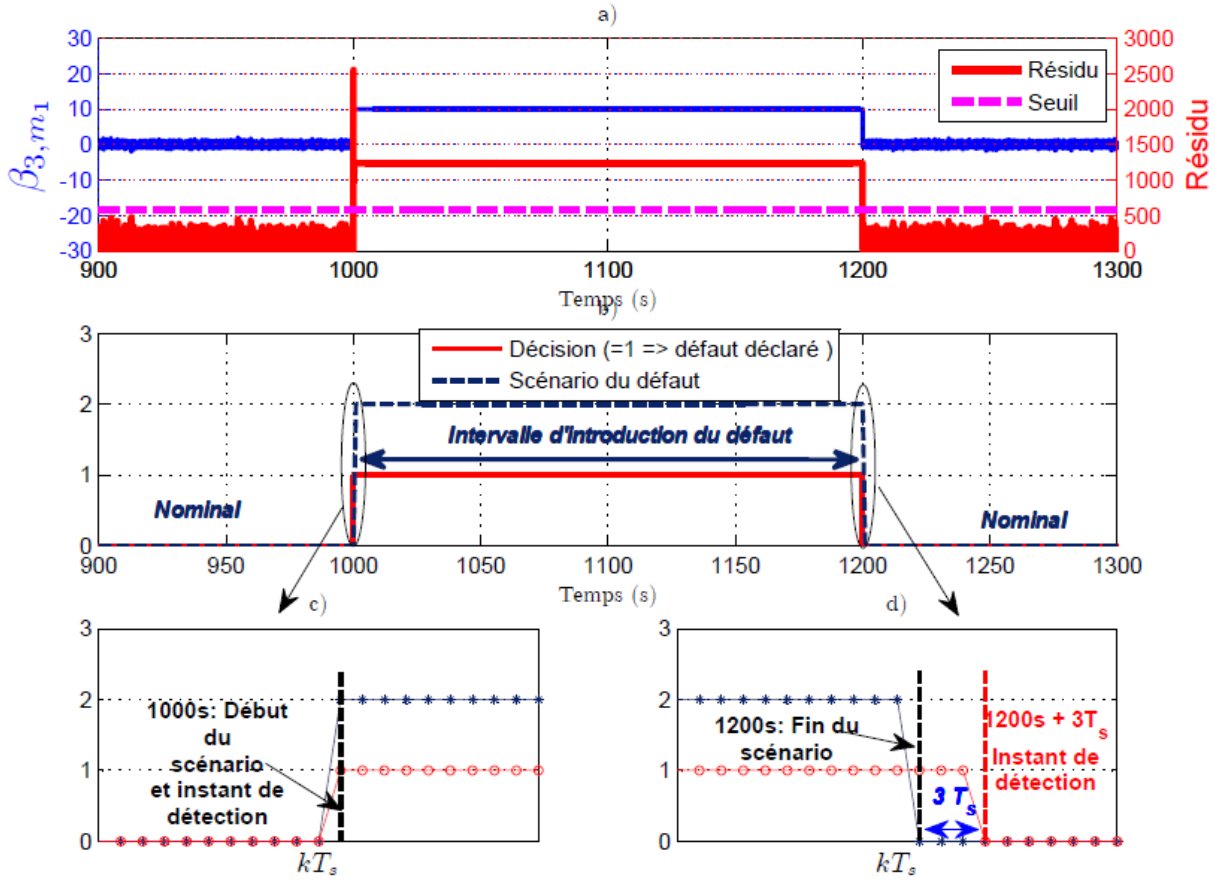


FIG. 7.5 – Résultat de détection du défaut de type $VF = 10$ remplaçant le signal β_{3,m_1} délivré par le capteur 1 mesurant l'angle de la troisième pale, β_3 dans l'intervalle $[1000s, 1200s]$. Le subplot b) donne le signal binaire qui est de valeur 1 lors de la présence du défaut. Les deux ellipses font référence au zoom effectué pour montrer la détection au début et à la fin de l'intervalle de présence du défaut, présentée resp. sur les deux subplot c) et d).

Il est à noter que, mêmes si le cas de plusieurs décisions (ce qui est équivalent à prendre un N plus grand) rend les résultats plus robustes, il est constaté que les résidus réagissent bien en considérant $N = 1$. Ainsi, les simulations ont été faites pour $N = 1$. Il est aussi possible de faire les simulations pour N plus grand en respectant les contraintes souhaitées.
De plus, il faut noter que le test précédent a été fait pour un intervalle temporel de

4400s. La démonstration du résultat de détection a été faite en faisant un zoom sur la zone de présence du défaut, pour des besoins de lisibilité et de clarté (subplot c) et d) de la figure 7.5). Cette même considération va être appliquée pour tous les défauts à présenter dans les sections suivantes.

Amplitude du défaut détectable

Le schéma de détection a été validé par son application sur un scénario de défaut, d'une amplitude donnée. Différentes amplitudes de défauts sont possibles. La détection est possible dans le cas où l'amplitude du défaut est supérieure à celle du bruit affectant le signal.

7.6.4 Détection d'un défaut capteur (défaut 2 dans le tableau 7.1)

Dans cette partie, le schéma suivi pour détecter un défaut capteur de type facteur gain (FG), sur l'un des capteurs mesurant les angles des pales, est détaillé.

Signal de sortie de capteur de position angulaire d'une pale dans les cas nominal et défectueux

Comme pour le défaut précédemment traité, le comportement du signal de sortie d'un capteur mesurant un angle d'une pale, dans les cas défectueux et nominal, est présenté en premier lieu. Les deux capteurs, considérés dans ce cas, sont ceux qui mesurent l'angle de la deuxième pale, β_2. Les deux signaux délivrés sont β_{2,m_1} et β_{2,m_2}, dont le premier est considéré nominal tandis que le deuxième est défectueux. Le défaut est un facteur de gain constant agissant sur le signal dans l'intervalle temporel $[2500s, 2700s]$. Ces deux signaux sont présentés sur la figure 7.6.

Dans le but de valider le schéma de détection appliqué pour détecter ce type de défaut, le scénario de validation considéré est défini par :

♯ Un facteur de gain de valeur 5 survenant entre 2500s and 2700s sur le signal β_{2,m_2}.

Pour ce scénario de validation, le comportement du signal β_{2,m_2} est déjà présenté sur la figure 7.6, avec $FG = 5$.
D'une manière générale, le signal β_{2,m_2} est obtenu comme suit :

$$\beta_{2,m_2}(t) = \text{Gain}(\beta_2(t) + \varepsilon_b(t)) \tag{7.6.12}$$

où le terme ε_b représente le bruit.

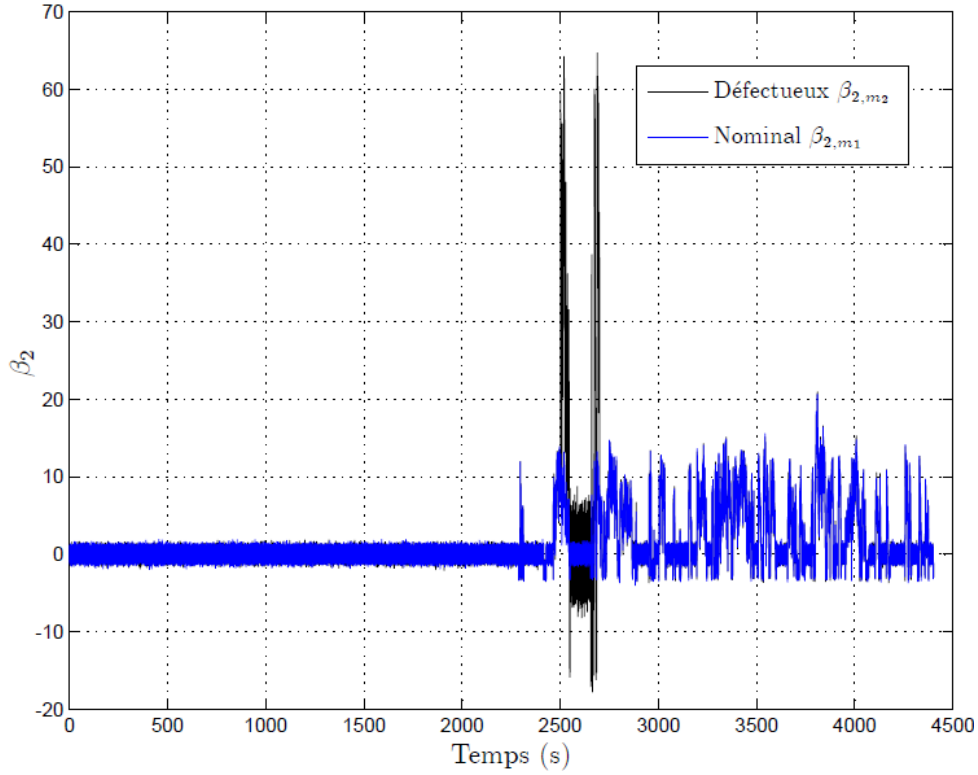


FIG. 7.6 – Les 2 capteurs β_{2,m_1} et β_{2,m_2} en configuration nominale et défectueuse ($FG = 5$) resp.

Dépendance des signaux de capteurs du signal d'entrée

La figure 7.7 illustre la dépendance des signaux des deux capteurs mesurant β_2 avec le signal d'entrée β_{r_2}. Dans le cas où $\beta_{r_2} = 0$ ou bien relativement faible, le signal de sortie n'est autre que le bruit ; ce qui est expliqué par la relation (7.6.12) : En effet pour un signal d'entrée nul à un instant donné, le signal de sortie donné par le capteur n'est autre que le bruit amplifié par le gain. Il est possible de remarquer cela sur la figure 7.7 : dans l'intervalle du défaut $[2500s, 2700s]$, la façon dont le bruit est amplifié est claire pour un intervalle de temps où l'entrée est nulle. Dans le cadre de ce travail, une détection de défaut de type facteur de gain n'est possible que si l'entrée est non nulle et de valeur suffisante pour permettre d'avoir un signal de sortie d'amplitude dépassant celle du bruit. Pourtant, en réalité, même dans le cas d'une entrée nulle, la variance du signal (qui consiste dans ce cas en le bruit) est multipliée par le facteur de gain, ce qui doit permettre la détection du défaut. En effet, il suffit dans ce cas de basculer sur une étude basée sur le bruit, ce qui n'a pas été un objet de traitement dans ce travail.
Dans la suite, la définition du résidu utilisé pour la détection est présentée, de plus, le résultat d'application de la méthode proposée pour la détection du défaut défini dans le scénario de validation est montré.

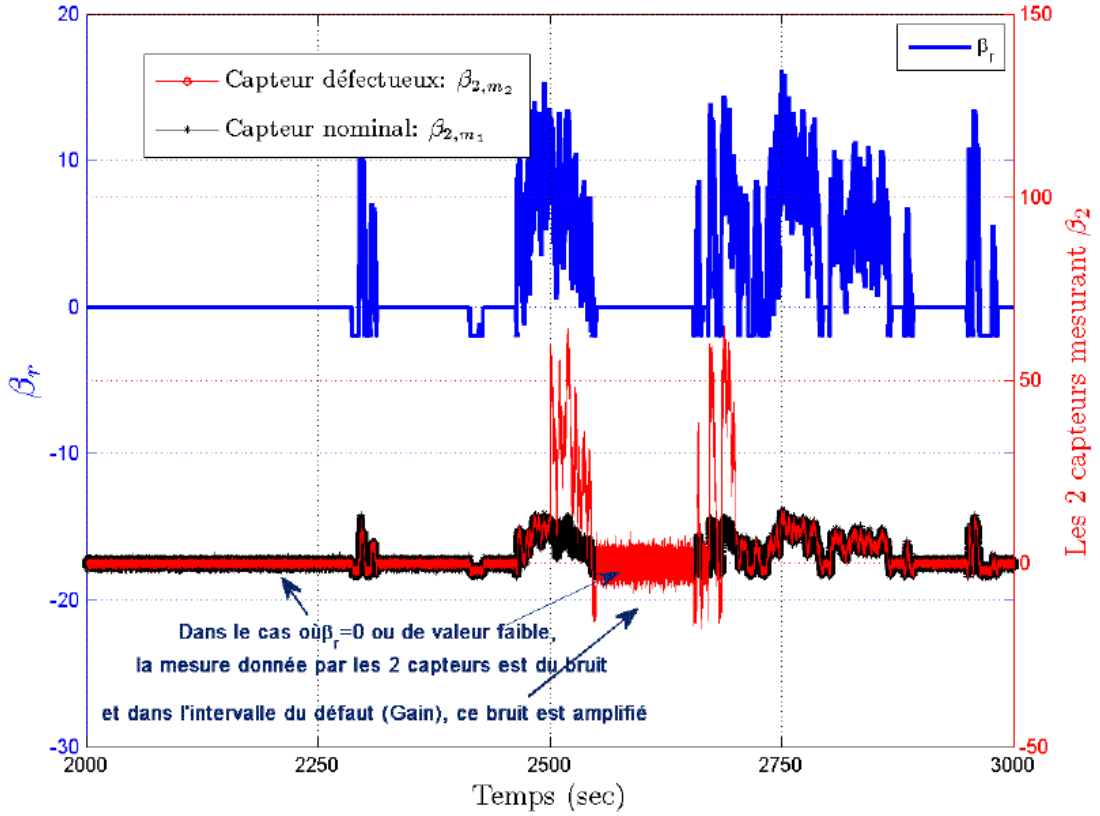


FIG. 7.7 – Les 2 signaux β_{2,m_1} et β_{2,m_2} en configuration nominale et défectueuse ($FG = 5$) resp. Pour $\beta_{r_2} = 0$ la seule mesure vient du bruit.

Détection du défaut : Résultat de validation

Les mêmes hypothèses et considérations respectées dans le cas du défaut capteur traité dans la sous-section précédente s'appliquent dans le cas présent. L'isolation du type de défaut est effectuée de la même manière : en considérant les deux signaux des deux capteurs redondants, β_{2,m_1} et β_{2,m_2}, il est possible de détecter par vérification d'une relation identique à la relation (7.6.9), s'il s'agit d'un défaut capteur ou non. Dans ce cas la relation à vérifier est la suivante :

$$|\beta_{2,m_1} - \beta_{2,m_2}| > \text{seuil} \tag{7.6.13}$$

Le résidu est toujours donné par (7.6.10). Seulement β_i est remplacé par les valeurs instantanés du signal β_{2,m_2} dans l'équation (7.6.8). N considéré est $N = 3$, et un seuil de détection, noté S_p, comme dans (7.6.11), est choisi, en respectant les mêmes contraintes abordées dans le cas du défaut précédent (défaut 1).

Pour le scénario de validation considéré, le résultat de détection obtenu est présenté sur la figure 7.8. Le début du défaut a été détecté à l'instant par contre la fin du défaut a été détecté après $2T_s$. Cela est dû au choix du seuil et au filtrage des signaux avec

le filtre de second ordre de constante de temps $\tau = 0.06$ pour réduire l'effet du bruit affectant les capteurs. De plus, comme il est expliqué dans le cas du défaut précédent, la dissymétrie entre le temps de détection au début et celui à la fin du défaut dépend du temps de réponse de système linéaire. Sur la figure 7.8, les détails suivants sont illustrés :

- subplot a) présente le signal d'entrée β_{r_2} (en bleu) et le résidu(en rouge). Il est bien remarquable le fait que pour une entrée nulle ou bien relativement faible la seule mesure vient du bruit (qui est amplifié par le gain dans l'intervalle d'existence de défaut $[2500s, 2700s]$). Comme il est introduit dans cette section, dans ce cas, il est possible de détection le défaut par un traitement basé sur le bruit.
- subplot b) présente l'intervalle d'application du défaut ainsi que la décision prise en se basant sur la comparaison du résidu avec le seuil de détection S_p choisi, sous la forme d'un signal binaire.
- dans les deux subplot c) et d), un zoom est fait sur le début et la fin de l'intervalle d'introduction du défaut et sur la décision correspondante. Il est possible de voir que le début est détecté instantanément alors que la fin du défaut est détecté avec un retard de $2T_s$.

Dans les deux sous-sections précédentes 7.6.3 et 7.6.4, la procédure proposée pour la détection des défauts capteurs de différents types (VF ou FG) est bien détaillée et les résultats de validation sont bien montrés. Dans la suite, on se concentre sur un autre type de défaut pouvant affecter le sous-système de pales, les défauts actionneurs, et deux cas de défauts actionneurs possibles dans cette catégorie sont présentés.

7.6.5 Détection du premier défaut actionneur (défaut 8 dans le tableau 7.1)

Le troisième défaut pouvant affecter le sous-système des pales est, par définition selon le benchmark, un défaut actionneur agissant sur l'actionneur hydraulique qui entraîne la deuxième pale. Ce défaut est dû à une chute abrupte de la pression principale. Il se manifeste par une variation des valeurs de paramètres ω_n et ζ_n définis dans le modèle mathématique (7.3.2). Dans ce cas, les deux capteurs redondants mesurant β_2 donnent des signaux approximativement égaux : comme il est expliqué précédemment, la différence entre les deux signaux est due aux bruits. Ainsi en se basant sur cette comparaison traduite par la relation (7.6.13), il est possible de vérifier que la différence est au-dessous d'un seuil donné ce qui implique l'absence d'un défaut capteur. Rappelons que l'hypothèse d'un seul défaut possible à un instant donné (invoquée dans la section 7.5.1), est toujours considérée.

Comme pour le cas du défaut 2 traité dans la section précédente, dans le cas où

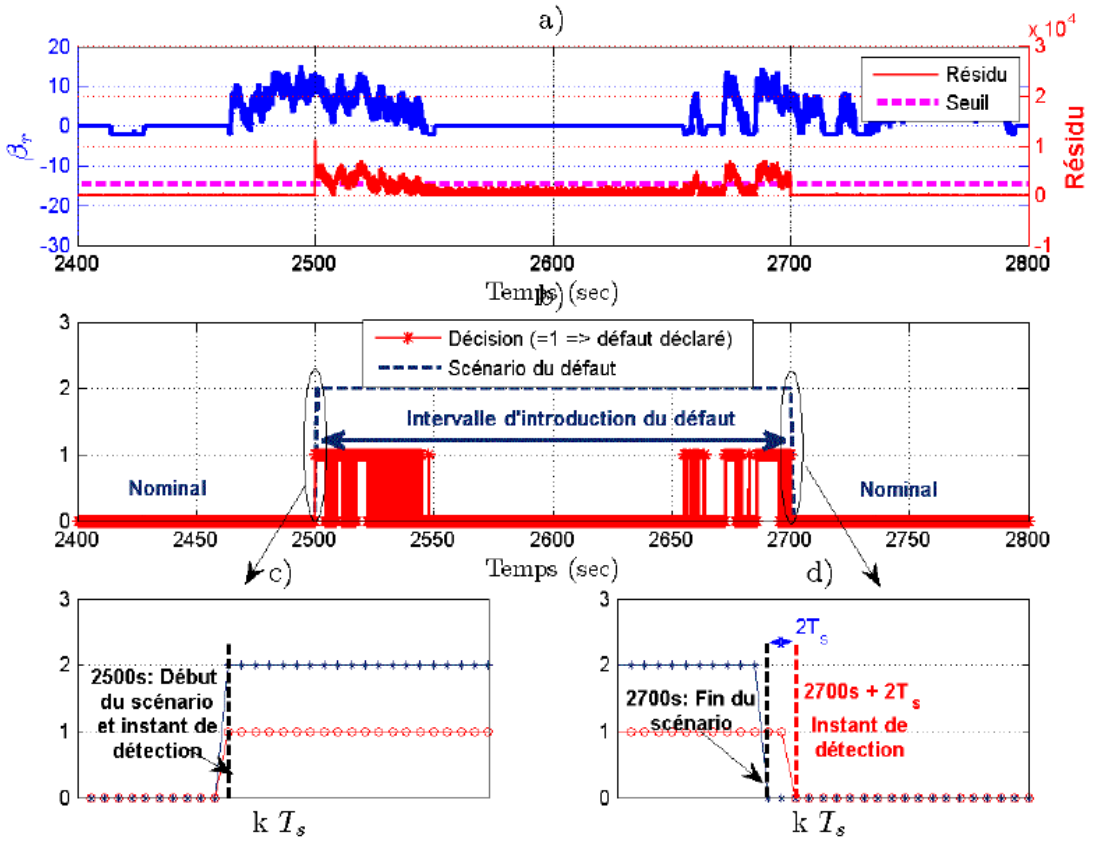


FIG. 7.8 – Résultat de détection du défaut de type $FG = 5$ affectant le signal β_{2,m_2} délivré par le capteur 1 mesurant l'angle de la troisième pale, β_2 dans l'intervalle $[2500s, 2700s]$. Le subplot b) donne le signal binaire qui est de valeur 1 lors de la présence du défaut. Les deux ellipses font référence au zoom effectué pour montrer la détection au début et à la fin de l'intervalle de présence du défaut, présentée resp. sur les deux subplot c) et d).

l'entrée est nulle, la seule mesure vient du bruit ; pourtant dans ce cas ce bruit n'est pas amplifié car le gain est égale à 1. Ainsi, aucune détection n'est possible que pour une valeur d'entrée non nulle et aboutissant à un signal de sortie d'amplitude plus grande que celle du bruit. Contrairement au cas des défauts de type gain sur le signal de sortie de capteur, le traitement basé sur le bruit ne peut pas être appliqué, lorsque l'entrée est de valeur nulle.

Dans le but de valider la schéma de détection appliquée pour détecter ce type de défaut, considérons le scénario de validation défini par :

♯ Les valeur des paramètres (ω_n, ζ_n)(voir Equation 7.3.2) de l'actionneur de la deuxième pale changent de façon abrupte. Ces paramètres passent de leurs valeurs nominales $[11.11, 0.6]$ aux valeurs $(\omega_{n_2}, \eta_2) = [5.73, 0.45]$ durant l'intervalle

$2900s - 3000s$.

Détection du défaut : Résultat de validation

Les mêmes considérations respectées dans les cas précédents en terme de définition du seuil de détection, sont appliquées dans le cas présent. Le résidu est défini de la même manière que le cas du défaut 2 de la sous-section précédente (le même $\bar{x}_r$ est considéré). Il est formulé comme suit :

$$r_p(k) = \sum_{i=k-N+1}^{i=k} \|\bar{x}_r(i) - \bar{X}_r\|^2 \tag{7.6.14}$$

Avec $\bar{X}_r$ la moyenne du vecteur $x_r(k)$ dans le cas nominal.
Après avoir fait différents essais, on a constaté que pour $N = 1$ le résidu réagit bien comme il est le cas pour le défaut 1. Les mesures ont été filtrées avec un filtre de constante de temps $\tau = 0.5$. La figure 7.9 montre le résidu, le seuil de détection et la relation avec le signal d'entrée. Comme il est décrit précédemment dans le cas du défaut 2 et comme on voit sur cette figure, aucune détection n'est possible que pour un niveau d'entrée permettant de distinguer le signal du bruit. La détection est achevée après 50 secondes approximativement, ainsi, le temps de détection souhaité n'a pas été respecté.

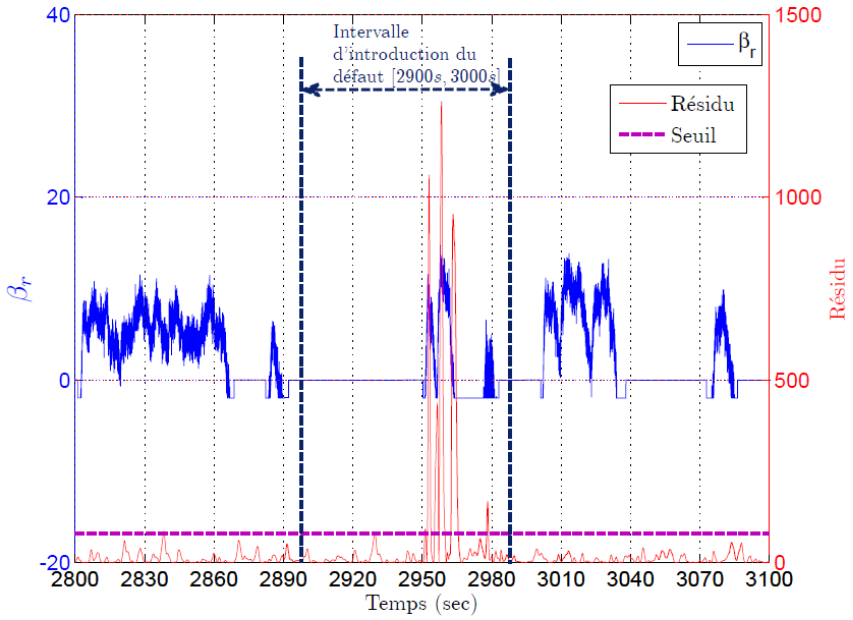


FIG. 7.9 – Résidu de détection dans le cas du défaut actionneur causé par l'augmentation de niveau d'air dans l'huile sur β_2

7.6.6 Détection du deuxième défaut actionneur (défaut 9 dans le tableau 7.1)

Le dernier défaut, pouvant affecter le sous-système de pales, est un défaut actionneur agissant sur l'actionneur hydraulique qui entraîne la troisième pale. Ce défaut est dû à une haute teneur en air dans l'huile. Il se manifeste par une variation de la valeur des paramètres ω_n et ζ_n définis dans le modèle mathématique (7.3.2). Comme dans le cas du défaut actionneur précédent, les deux capteurs redondants mesurant β_3 donnent des signaux approximativement égaux : plus précisément, la différence entre les deux signaux est due aux bruits. Ainsi en se basant sur cette comparaison traduite par la relation précédente (7.6.9), il est possible de vérifier que la différence est au-dessous d'un seuil donné ce qui implique l'absence d'un défaut capteur. Les mêmes considérations respectées dans le cas du défaut précédent sont appliquées dans le cas présent : la détection n'est possible que pour une valeur de l'entrée non nulle et suffisante pour donner un signal de sortie d'amplitude plus grande de celle du bruit.
Dans le but de valider le schéma de détection appliqué pour détecter ce type de défaut, le scénario de validation considéré est défini par :

- ♯ les paramètres (ω_n, η_n)(voir Equation 7.3.2) de l'actionneur de la troisième pale varient lentement suivant une fonction linéaire en passant de leurs valeurs nominales $[11.11, 0.6]$ aux valeurs défectueuses $(\omega_{n_3}, \eta_3) = [3.42, 0.9]$ en 30 secondes, restent constants pendant 40 secondes puis diminuent de nouveau durant 30 secondes pour revenir aux valeurs nominales ; Ce défaut est présent tout au long de l'intervalle $[3500, 3600]$.

Détection du défaut : Résultat de validation

Le résidu est le même défini dans la sous-section 7.6.3 (le même $\bar{x}_r$). Il est formulé de la même façon que dans la section précédente (défaut 8). En plus, les mêmes considérations précédentes sont respectées dans le cas présent : définition du seuil de détection, etc.

Après avoir fait différents essais, N choisi a pour valeur 500. Les mesures ont été filtrées avec un filtre de constante de temps $\tau = 0.6$. La figure 7.10 montre le résidu, le seuil de détection et la relation avec le signal d'entrée. Comme il est décrit précédemment dans le cas du défaut 2 et comme il est clair d'après cette figure, aucune détection n'est possible que pour un niveau d'entrée permettant de distinguer le signal du bruit. La relation entre le résidu obtenu et le signal d'entrée est montrée sur la figure 7.11. La détection est achevée après 8.5 secondes environ (Figure 7.12) en faisant un zoom sur le début de l'intervalle du défaut.

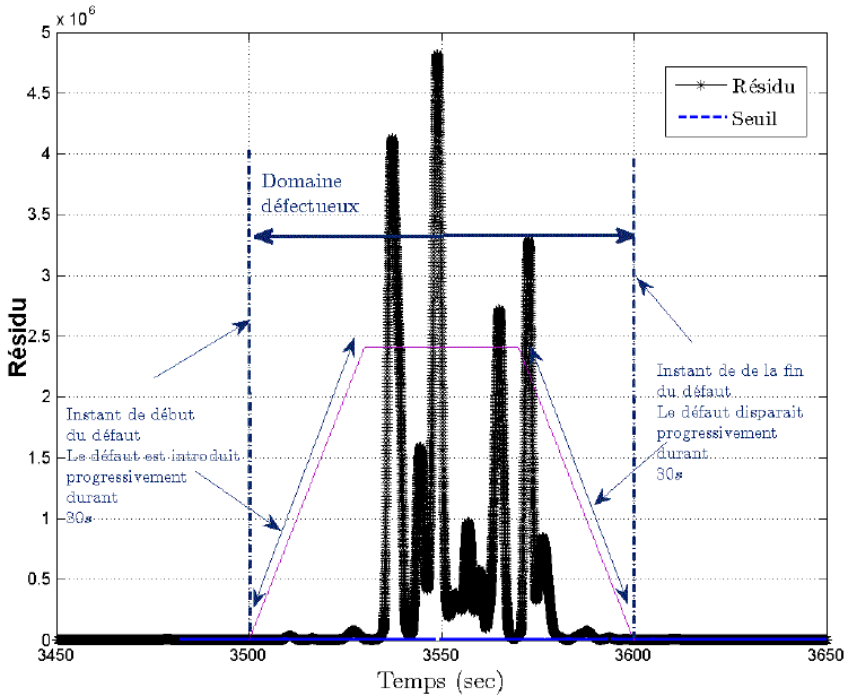


FIG. 7.10 – Résidu de détection dans le cas du défaut actionneur de type hydraulique sur β_3.

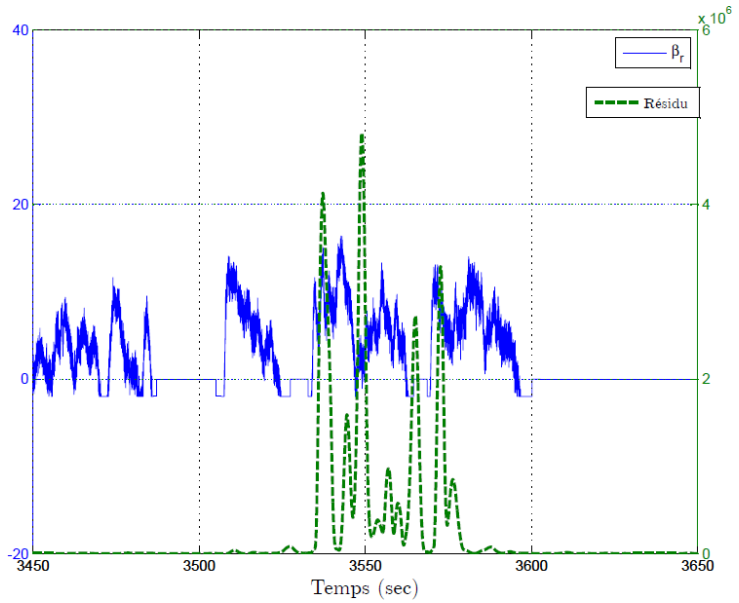


FIG. 7.11 – Dépendance du résidu obtenu dans le cas du défaut 9 par rapport au signal d'entrée β_{r_2}.

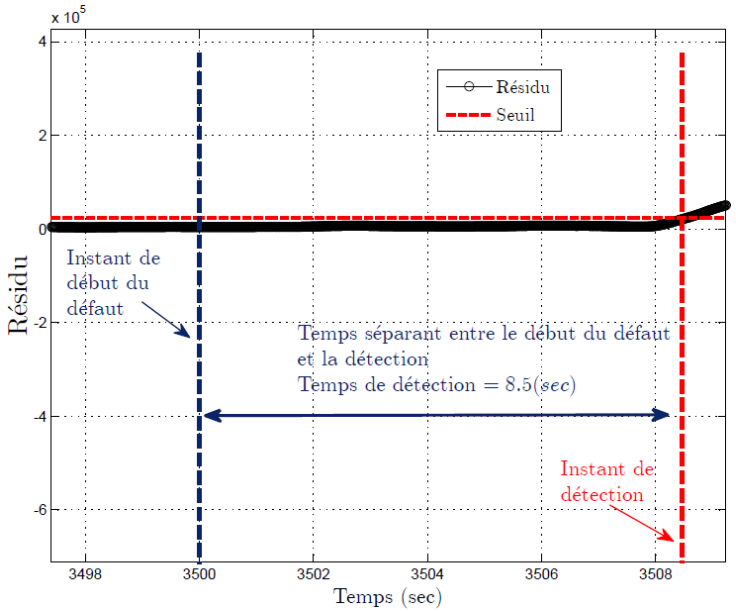


FIG. 7.12 – Résidu de détection dans le cas du défaut actionneur de type hydraulique sur β_3. Zoom sur la détection au début du défaut.

7.6.7 Notes sur la détection des défauts actionneurs

Les deux défauts 8 et 9 ont été détectés mais pas dans les délais temporels désirés. En effet, la relation entre la détection et le signal d'entrée β_r a été bien illustrée. Si le signal est nul ou faible, aucune détection n'est possible. Le turbine doit être dans la region 3 pour avoir une détection (voir sous-section 7.2.2). Sur la figure 7.13, le plan de bode est tracé pour l'état nominal et les deux états défectueux. Il est possible de remarquer que les états nominal et défectueux présentent le même comportement en faibles fréquences. Les défauts actionneurs ne sont pas détectables que si l'entrée contient des composantes dans le domaine fréquentiel centrale où les deux états nominal et défectueux ont de différentes réponses fréquentielles.

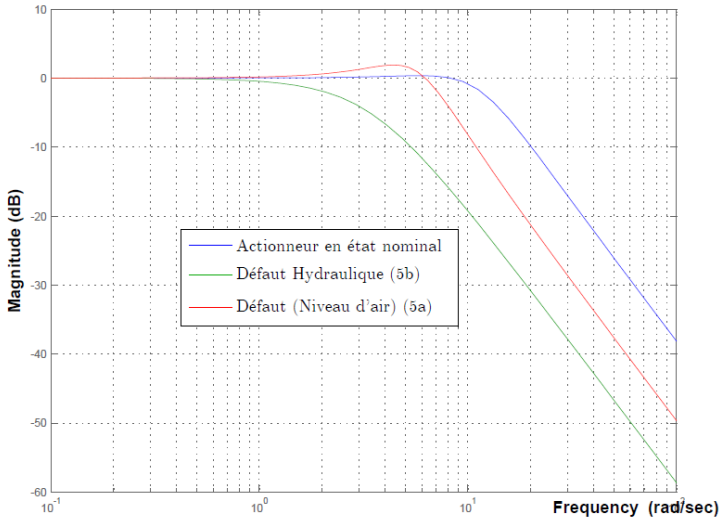


FIG. 7.13 – Bode des actionneurs dans le système de pales dans les cas défectueux et nominale

7.7 Détection des défauts de la chaîne de transmission

Dans cette section, la méthode de diagnostic adoptée pour détecter chacun des défauts possibles dans le sous-système, chaîne de transmission, représenté par le bloc 2 sur la figure 7.1, est donnée. Il s'agit de cinq défauts à détecter, dont quatre sont des défauts capteurs, deux sous la forme d'une valeur fixe et deux autres sous la forme d'un facteur de gain, tandis que le dernier est un défaut système.

7.7.1 Les défauts à diagnostiquer (défauts 3, 4, 5, 6 et 10 dans le tableau 7.1)

Suivant le tableau 7.1, 5 types de défauts sont à détecter pour le sous-sytème : chaîne de tranmission, représenté par le bloc 2 sur la figure 7.1. Les défauts sont les suivants :

1. Un défaut capteur sous la forme d'une valeur fixe remplaçant le signal délivré par un des capteurs mesurant la vitesse du rotor ω_r (défaut 3 dans le tableau 7.1).
2. Un défaut capteur sous la forme d'un facteur de gain affectant le signal délivré par un des capteurs mesurant la vitesse du rotor ω_r (défaut 4 dans le tableau 7.1).
3. Un défaut capteur sous la forme d'une valeur fixe remplaçant le signal délivré par un des capteurs mesurant la vitesse du générateur ω_g (défaut 5 dans le tableau 7.1).

4. Un défaut capteur sous la forme d'un facteur de gain affectant le signal délivré par un des capteurs mesurant la vitesse du générateur ω_g (défaut 6 dans le tableau 7.1).

5. Le dernier défaut est un défaut actionneur représenté par une variation de la valeur de coefficient du frottement η_{dt}, figurant dans le modèle du système (7.3.4), (défaut 10 dans le tableau 7.1). Il se manifeste par deux signaux parasites $\Delta\omega_r$ et $\Delta\omega_g$.

7.7.2 Génération des résidus et choix du seuil de détection

La définition de résidu pour la détection des défauts capteurs de la chaîne cinématique de transmission suit le même principe utilisé dans le cas du sous-système des pales. Le type de défaut (capteur, actionneur ou système) est déterminé de la même manière en se basant sur la redondance physique des capteurs.
Le schéma complet représentant le principe de génération de résidu dans le cas du système présent est montré sur la figure 7.14. Dans ce qui suit, la procédure de génération est détaillée.

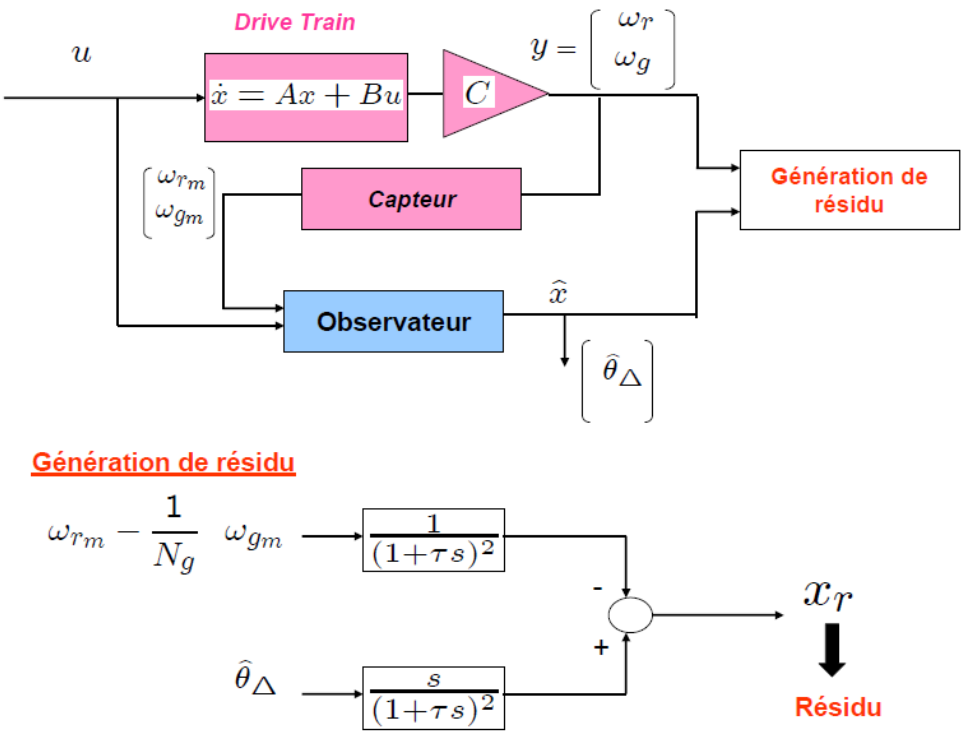


FIG. 7.14 – Schéma général proposé pour la génération des résidus dans le cas des défauts capteurs (Bloc 2)(7.1)

La chaîne cinématique est modélisée par un système de la forme $\dot{x} = Ax + Bu$ avec :

$$x = \begin{bmatrix} \omega_r \\ \omega_g \\ \theta_\Delta \end{bmatrix} \quad ; \quad u = \begin{bmatrix} \tau_r \\ \tau_g \end{bmatrix}$$

Où ω_g et ω_r sont mesurés chacun avec deux capteurs redondants. τ_g est une entrée mesurée. La deuxième entrée (τ_r) est estimée en utilisant l'équation (7.3.1), où la mesure de la vitesse de séquence de vent utilisée est présentée précédemment sur la figure 7.2. Les valeurs instantanées de τ_r sont obtenues pour une valeur instantanée de la vitesse du vent $v_w(t)$ et pour des valeur instantanées des signaux de mesures délivrés par les capteurs mesurant les angles des trois pales, $\beta_i(t)$ pour $i \in \{1, 2, 3\}$. Soit une estimation de τ_r dans le cas nominale présentée sur la figure 7.15

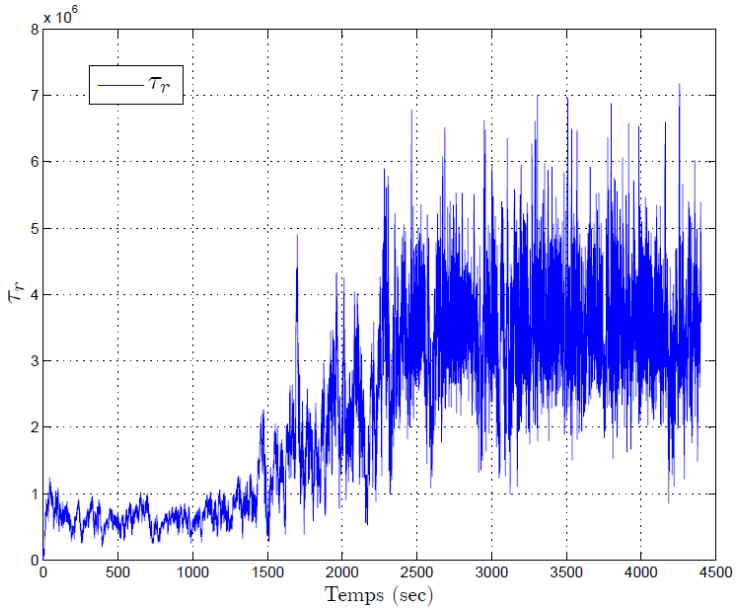


FIG. 7.15 – Estimation de l'entrée τ_r (Cas nominal)

Estimation du troisième élément du vecteur d'état, θ_Δ

Le troisième état θ_Δ n'est pas disponible comme mesure. Pour l'estimer, l'observateur suivant a été utilisé en se basant sur l'observabilité du système (7.3.4). En effet, la matrice d'observabilité $O_{(A,C)}$ est de rang plein 3.
L'observateur appliqué repose sur les étapes suivantes :

- Une séquence de mesures est définie de la forme suivante

$$Y_k = \begin{bmatrix} y_k \\ y_{k+1} \\ \vdots \\ y_{k+N_O-1} \end{bmatrix} = O_{(A,C)}x_k + MU_k, \tag{7.7.1}$$

où

$$U_k = \begin{bmatrix} u_k \\ u_{k+1} \\ \vdots \\ u_{k+N_O-2} \end{bmatrix}, \quad M = \begin{bmatrix} 0 & \dots & 0 \\ CB & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & 0 \\ CA^{N_O-2}B & \dots & CB \end{bmatrix}, \tag{7.7.2}$$

- Si le système est observable, une estimation du vecteur d'état peut être obtenue par la formule suivante :

$$x_k = O^+_{(A,C)}(Y_k - MU_k). \tag{7.7.3}$$

avec $O^+_{(A,C)}$ est le pseudo-inverse de la matrice d'observabilité

La figure 7.16 présente l'estimation du troisième état θ_Δ dans le cas nominal pour une simulation du modèle complet de l'éolienne (schéma Simulink) sur l'intervalle temporel $[0, 4400s]$. Les deux subplot a) et b) montrent les valeurs mesurées et estimées des deux premiers états ω_r et ω_g. Le troisième état θ_Δ a son estimation présentée sur le subplot c). L'observateur précédent a été appliqué en considérant un horizon $N_O = 5$.

Définition de résidu

Comme pour le sous-système des pales, le résidu nommé r_d, est défini en procédant comme suit :
Pour définir le résidu, la vérification de la cohérence entre les variables mesurées et le modèle du système est cherchée. Dans ce cas, le troisième élément du vecteur d'état θ_Δ est considéré. D'après le système (7.3.4), θ_Δ vérifie l'équation suivante :

$$\dot{\theta}_\Delta = \omega_r - \frac{1}{N_g}\omega_g \tag{7.7.4}$$

L'utilisation de cette variable est intéressante car elle est reliée explicitement aux deux grandeurs mesurables ω_r et ω_g.

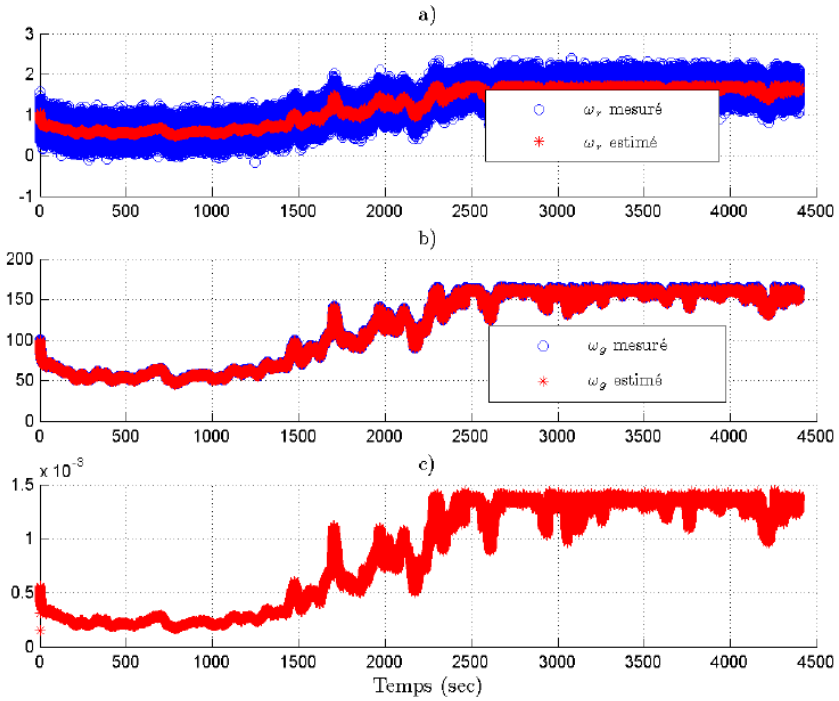


FIG. 7.16 – Estimation des états du système (7.3.4) obtenue par application des formules de l'observateur(Cas nominal)

Par traduction du schéma de génération de résidu représenté sur la figure 7.16, le résidu r_d est défini en se basant en fonction de la variable x_r telle que :

$$r_d(k) = \sum_{i=k-N+1}^{i=k} \|x_r(i)\|^2 \tag{7.7.5}$$

Avec $x_r(i)$ défini comme suit :

$$x_r(i) = F_{d^1}\{\hat{\theta}_\Delta\}(i) - F\{\omega_{r_m} - \frac{1}{N_g}\omega_{g_m}\}(i) \tag{7.7.6}$$

Où

F est le filtre du second ordre défini par (7.6.3), de constante de temps τ. F_{d^1} est la fonction qui combine la dérivée première et le filtre du second ordre ; définie précédemment dans (7.6.4). Le filtrage a pour rôle de réduire l'effet du bruit affectant les mesures des capteurs. $\hat{\theta}$ est l'estimation du troisième état obtenue avec l'observateur décrit précédemment. ω_{r_m} et ω_{g_m} sont les signaux mesurés délivrés par les capteurs mesurant les deux grandeurs ω_r et ω_g respectivement. De plus, il faut noter qu'il est bien clair à partir de la relation (7.7.6), que si les erreurs sur ω_r et ω_g vérifient la contrainte suivante :

$$\Delta\omega_r = \frac{1}{N_g}\omega_g$$

alors les défauts ne sont pas détectables par cette approche.

Dans ce qui suit et pour chacun des défaut capteurs, le résidu, le seuil de détection choisi ainsi que la longueur de l'horizon temporel utilisé sont bien précisés. Des résultats illustratifs sur des scénarios de validation définis sont présentés pour montrer l'efficacité de l'approche proposée.

7.7.3 Détection du premier défaut capteur (défaut 3 dans le tableau 7.1)

Dans cette partie, les résultats de simulation obtenus sont montrés dans le cas d'application de la procédure de détection au cas d'un défaut de type valeur fixe (VF) remplaçant le signal délivré par le capteur 1 mesurant la vitesse du rotor ω_r.
Pour la validation, le scénario de défaut suivant est défini :

- Une valeur fixe d'amplitude 3.5 survenant entre $2000s$ and $3400s$ et remplaçant le signal (ω_{r,m_1}) délivré par le capteur 1 mesurant la vitesse du rotor ω_r.

Signal de sortie du capteur mesurant la vitesse du rotor dans les deux cas nominal et défectueux

La figure 7.17 montre les deux signaux, d'une part ω_{r,m_1} qui est défectueux dans l'intervalle $[2000s, 3400s]$ et d'autre part ω_{r,m_2} en état nominal. Le défaut est une valeur fixe d'amplitude 3.5.

Détection du défaut : Résultat de validation

Le résidu de détection a été défini avec $N = 2$. Les signaux ont été filtrés avec le filtre du second ordre de constante de temps $\tau = 0.01$. La figure 7.18 montre le résultat de détection. En faisant un zoom sur le début du défaut, il est clair que le temps de détection obtenu est égale à $3T_s$ (voir figure 7.19). La fin du défaut est détecté au bout de $6T_s$ (voir figure 7.20). Cette dissymétrie entre les deux temps de détection au début et à la fin du défaut vient du fait que le système considéré est un système linéaire : En effet, cette différence est due au temps de réponse de ce système, en plus du seuil considéré qui tient à détecter le plus vite possible le début de défaut et bien sur le filtrage adopté.

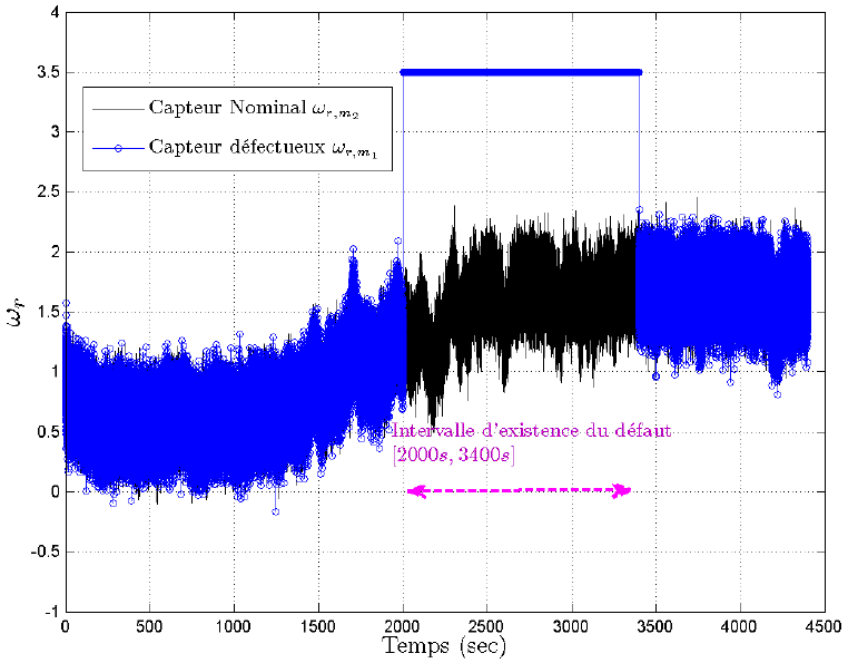


FIG. 7.17 – Les 2 signaux ω_{r,m_2} et ω_{r,m_1} en configuration nominale et défectueuse ($VF = 3.5$)

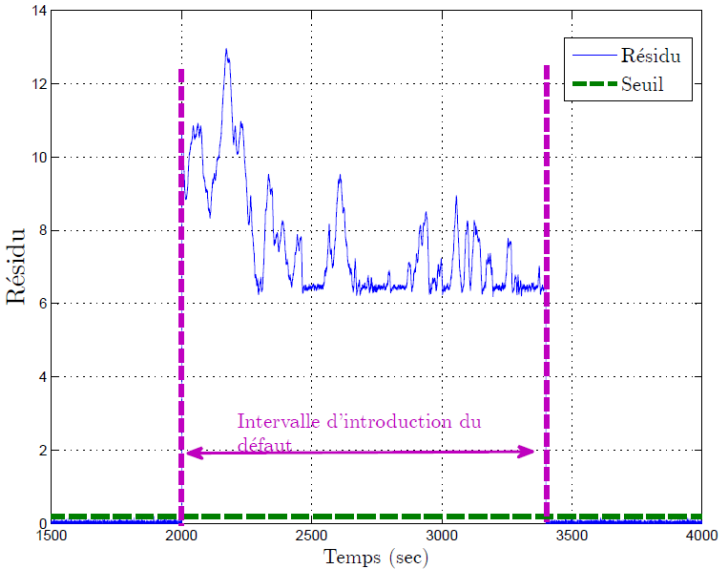


FIG. 7.18 – Résidu de détection dans le cas du défaut $VF = 3.5$ sur ω_{r,m_1}

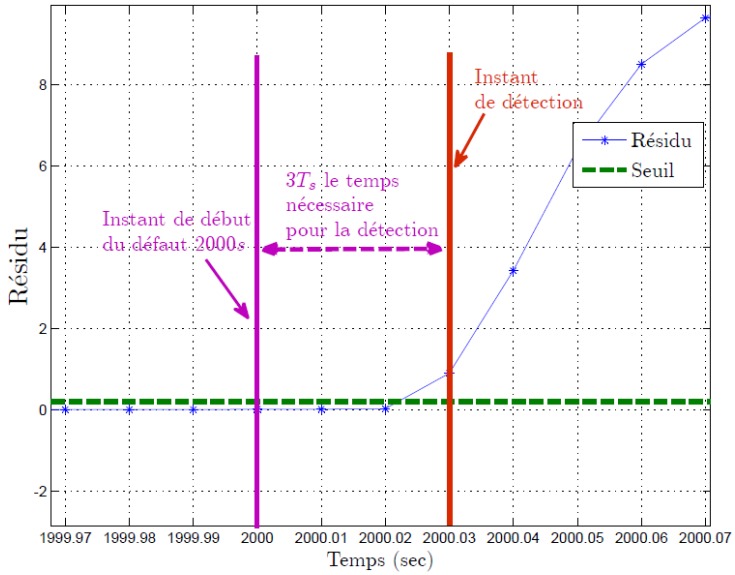


FIG. 7.19 – Résidu de détection dans le cas du défaut $VF = 3.5$ sur ω_{r,m_1}. Zoom sur la détection au début du défaut

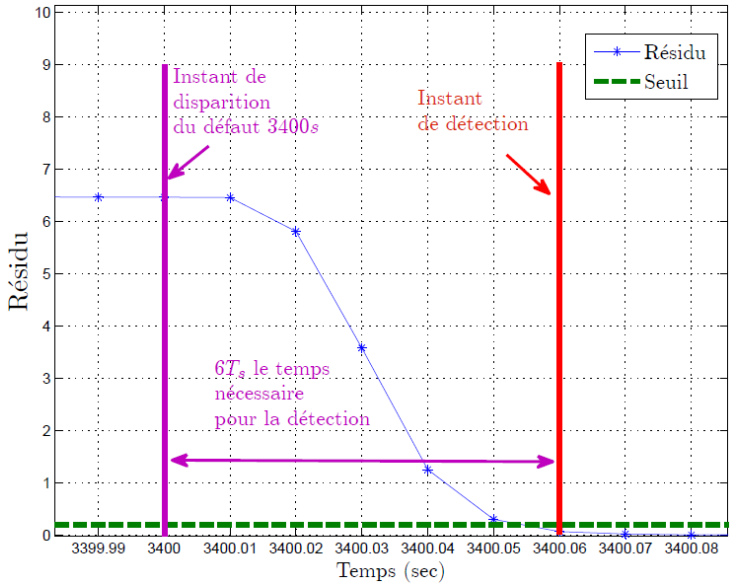


FIG. 7.20 – Résidu de détection dans le cas du défaut $VF = 3.5$ sur ω_{r,m_1}. Zoom sur la détection vers la fin du défaut

7.7.4 Détection du deuxième défaut capteur (défaut 4 dans le tableau 7.1)

Dans cette partie, les résultats de simulation obtenus sont montrés dans le cas d'application de la procédure de détection au cas d'un défaut de type facteur de gain (FG) affectant le capteur 2 mesurant la vitesse du rotor ω_r. Pour la validation, le scénario de défaut suivant est défini :

- un facteur de gain d'amplitude 5 multipliant le signal (ω_{r,m_2}) délivré par le capteur 2 qui mesure la vitesse du rotor ω_r. Ce défaut intervient dans l'intervalle $2000s - 3400s$.

Signal de sortie du capteur mesurant la vitesse du rotor dans les deux cas nominal et défectueux

La figure 7.21 montre les deux signaux, d'une part ω_{r,m_2} qui est défectueux dans l'intervalle $[2000s, 3400s]$ et d'autre part ω_{r,m_1} en état nominal. Le défaut est un facteur de gain d'amplitude 5.

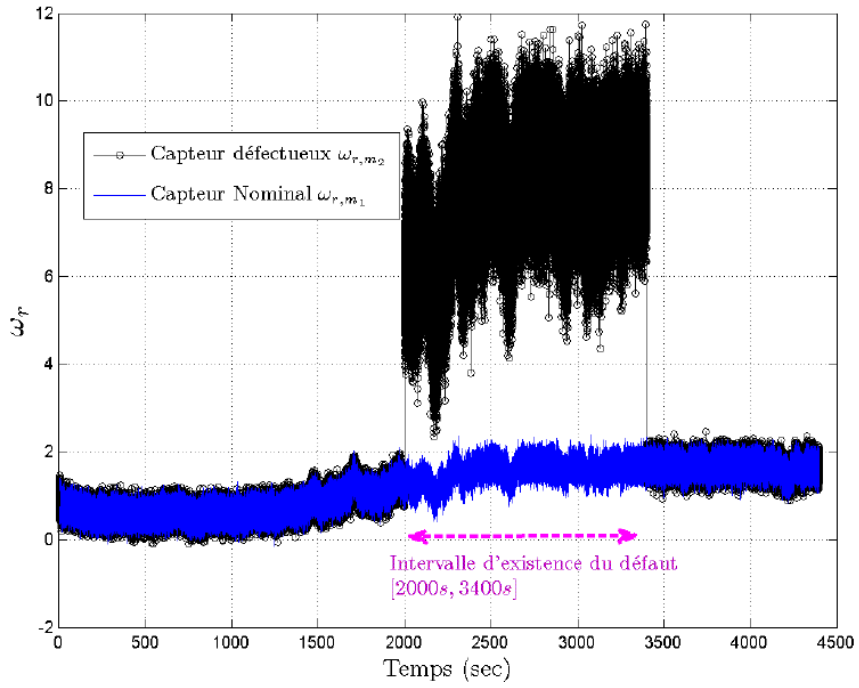


FIG. 7.21 – Les 2 signaux ω_{r,m_1} et ω_{r,m_2} en configuration nominale et défectueuse ($FG = 5$)

Détection du défaut : Résultat de validation

Comme pour le défaut 3, le résidu de détection a été défini avec $N = 2$. Les signaux ont été filtrés avec le filtre du second ordre de constante de temps $\tau = 0.01$. La figure 7.22 montre le résultat de détection. En faisant un zoom sur le début du défaut, on voit bien que le temps de détection obtenu est égale à $3T_s$ (voir figure 7.23). La fin du défaut est détecté au bout de $7T_s$ (voir figure 7.24). Cette dissymétrie entre le temps de détection au début et celui à la fin du défaut suit la même explication donnée dans le cas du défaut précédent.

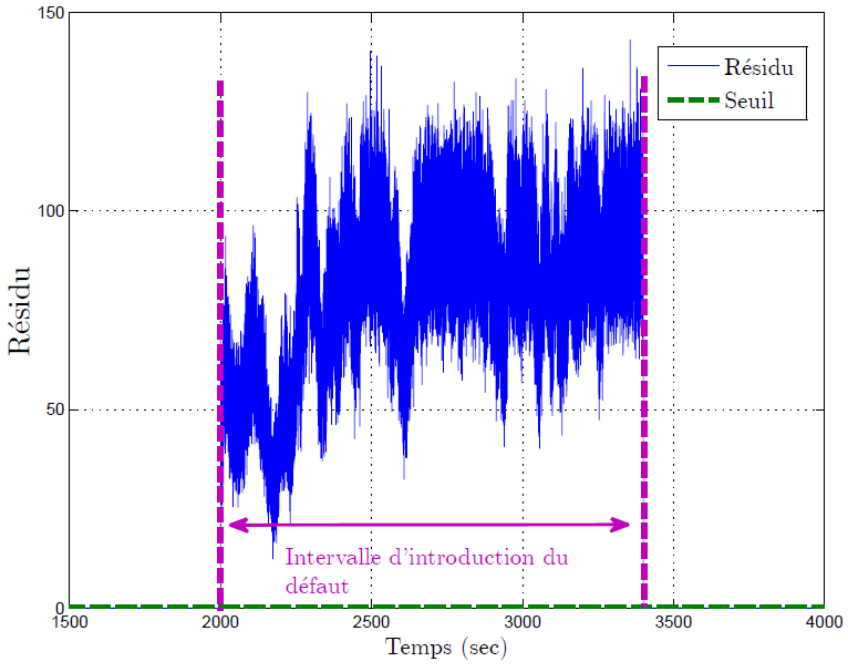


FIG. 7.22 – Résidu de détection dans le cas du défaut $FG = 5$ sur ω_{r,m_2}

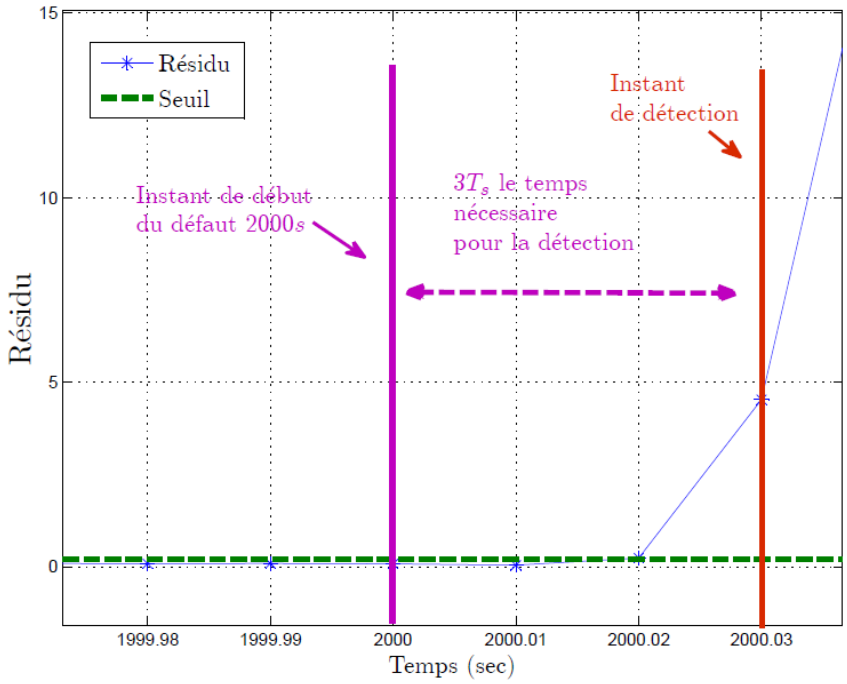


FIG. 7.23 – Résidu de détection dans le cas du défaut $FG = 5$ sur ω_{r,m_2}. Zoom sur la détection au début du défaut

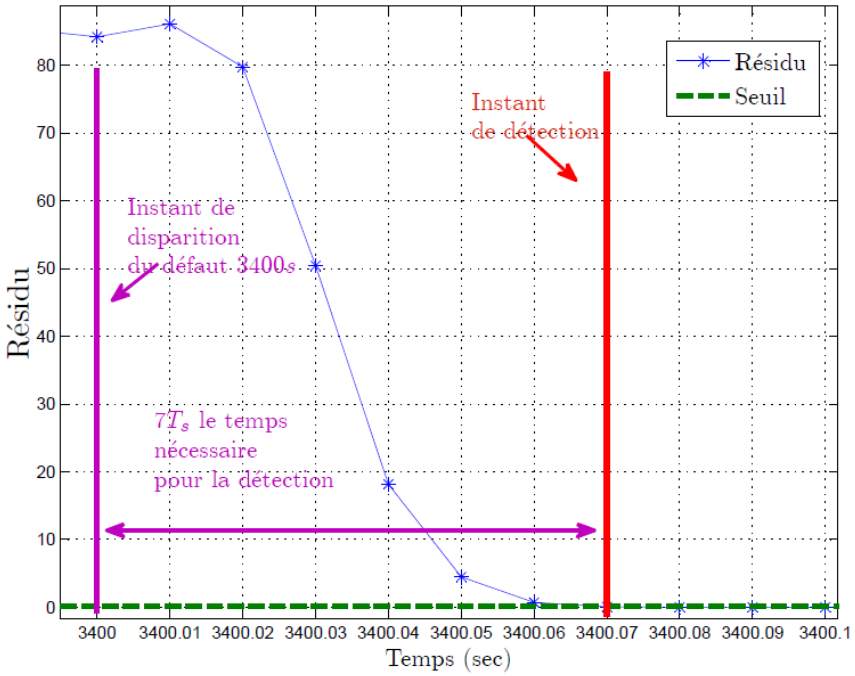


FIG. 7.24 – Résidu de détection dans le cas du défaut $FG = 5$ sur ω_{r,m_2}. Zoom sur la détection vers la fin du défaut

7.7.5 Détection du troisième défaut capteur (défaut 5 dans le tableau 7.1)

Dans cette partie, les résultats de simulation obtenus sont montrés dans le cas d'application de la procédure de détection au cas d'un défaut de type valeur fixe (VF) remplaçant le signal délivré par le capteur 1 mesurant la vitesse du générateur ω_g.
Pour la validation, le scénario de défaut suivant est défini :

- une valeur fixe d'amplitude 50 survenant entre $2000s$ and $3400s$ remplaçant le signal(ω_{g,m_1}) délivré par le capteur 1 qui mesure la vitesse du générateur.

Signal de sortie du capteur mesurant la vitesse du générateur dans les deux cas (nominal et défectueux)

La figure 7.25 montre les deux signaux, d'une part ω_{g,m_1} qui est défectueux dans l'intervalle $[2000s, 3400s]$ et d'autre part ω_{g,m_2} en état nominal. Le défaut est une valeur fixe d'amplitude 50.

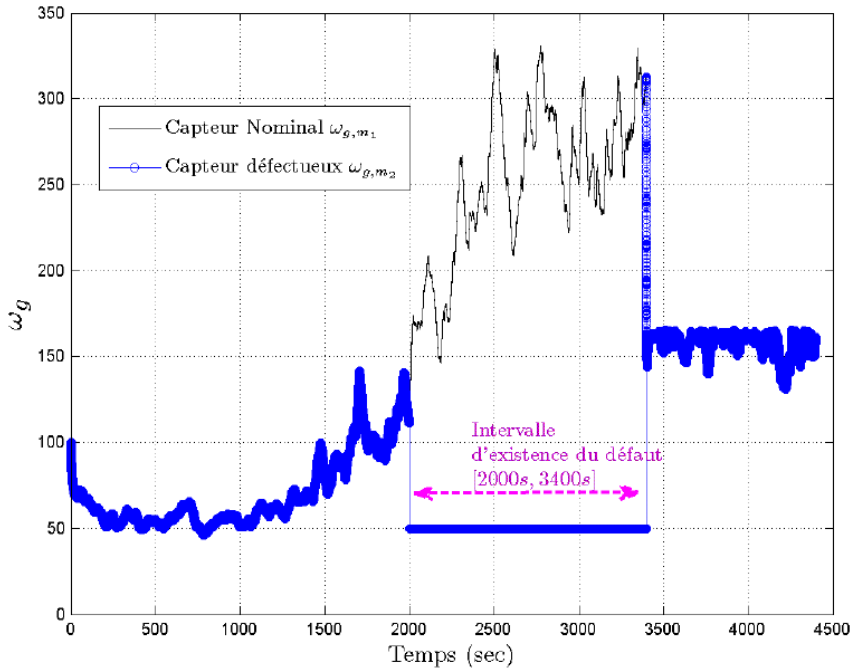


FIG. 7.25 – Les 2 signaux ω_{g,m_2} et ω_{g,m_1} en configuration nominale et défectueuse ($VF = 50$)

Détection du défaut : Résultat de validation

Comme pour les deux défauts précédents, le résidu de détection a été défini avec $N = 2$. Les signaux ont été filtrés avec le filtre du second ordre de constante de temps $\tau = 0.01$. La figure 7.26 montre le résultat de détection. En faisant un zoom sur le début du défaut, il est clair que le temps de détection obtenu est égale à $4T_s$ (voir figure 7.27). La fin du défaut est détecté au bout de $6T_s$ (voir figure 7.28). La dissymétrie entre les deux temps précédents suit la même explication donnée dans le cas des deux défauts précédents.

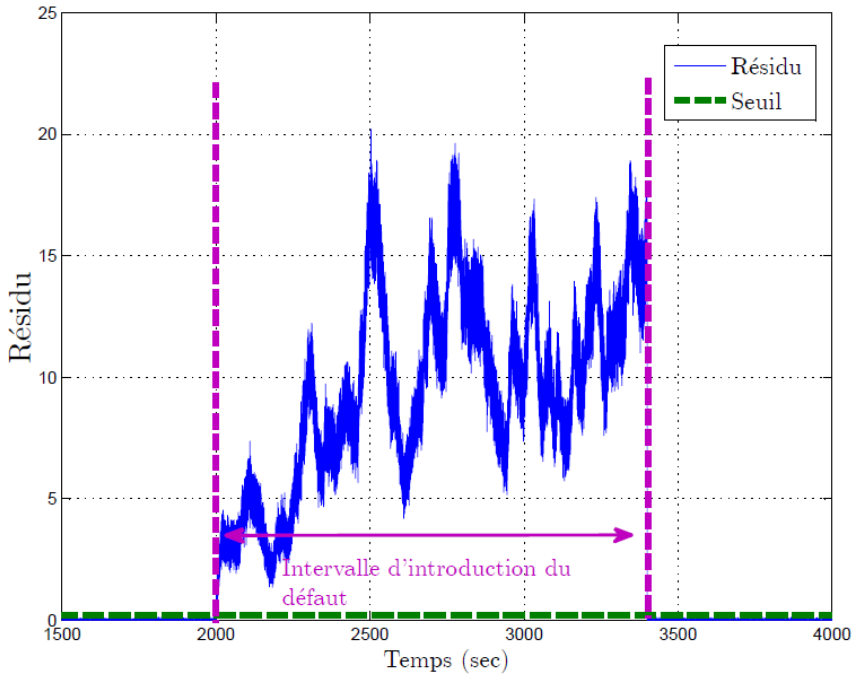


FIG. 7.26 – Résidu de détection dans le cas du défaut $VF = 50$ sur ω_{g,m_1}

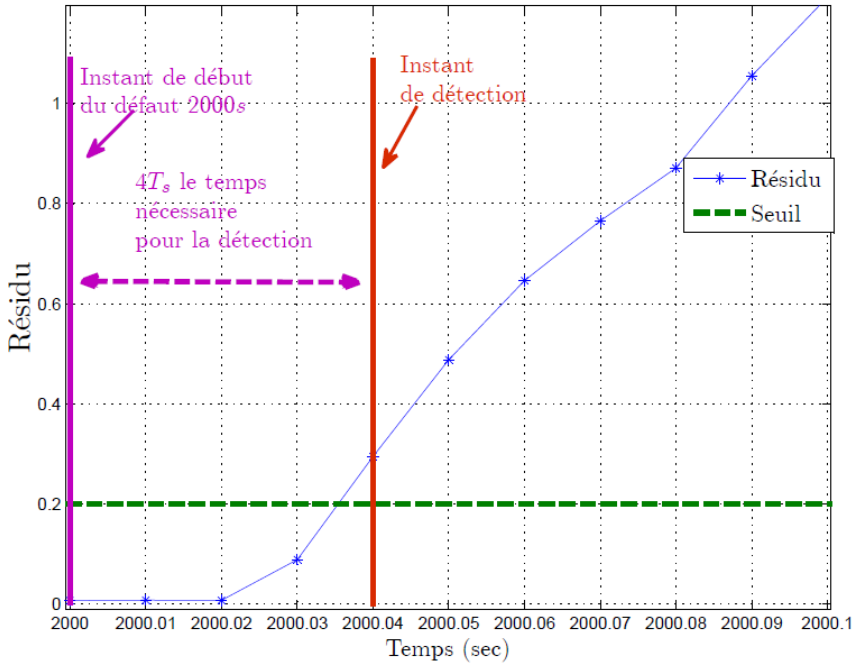


FIG. 7.27 – Résidu de détection dans le cas du défaut $VF = 50$ sur ω_{g,m_1}. Zoom sur la détection au début du défaut

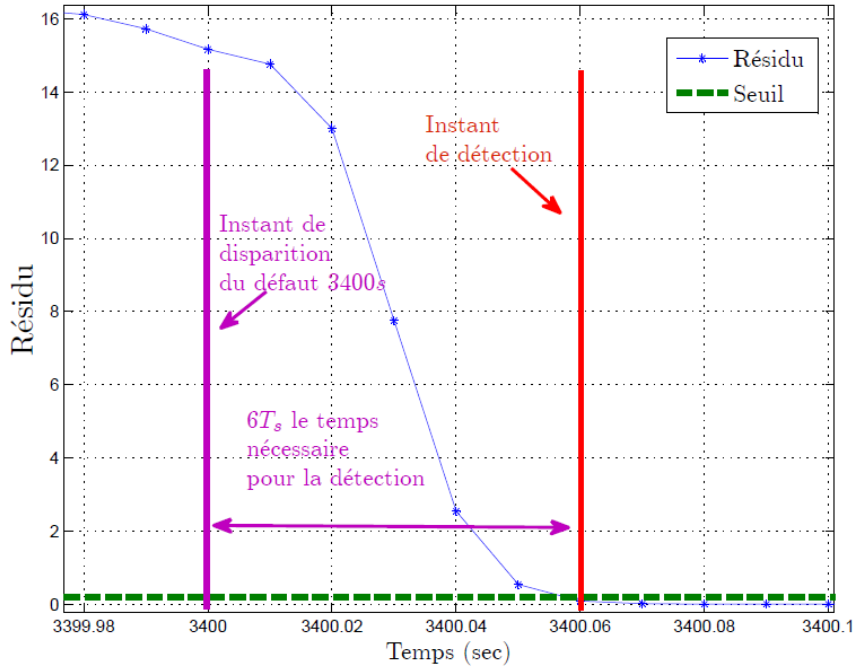


FIG. 7.28 – Résidu de détection dans le cas du défaut $VF = 50$ sur ω_{g,m_1}. Zoom sur la détection vers la fin du défaut

7.7.6 Détection du dernier défaut capteur (défaut 6 dans le tableau 7.1)

Le dernier défaut capteur, pouvant affecter la chaîne de transmission, est un défaut de type facteur de gain (FG) sur le signal ω_{g,m_2}. Dans cette partie, les résultats de simulation obtenus sont présentés dans le cas l'application de la procédure de détection à la détection de ce type de défaut. Pour la validation, Le scénario de défaut suivant est défini :

- un facteur de gain d'amplitude 5 multipliant le signal (ω_{g,m_2}) délivré par le capteur 2 qui mesure la vitesse du générateur ω_g. Ce défaut intervient dans l'intervalle $2000s - 3400s$

Signal de sortie du capteur mesurant la vitesse du générateur dans les deux cas (nominal et défectueux)

La figure 7.29 montre les deux signaux, d'une part ω_{g,m_2} qui est défectueux dans l'intervalle $[2000s, 3400s]$ et d'autre part ω_{g,m_2} en état nominal. Le défaut est un facteur de gain d'amplitude 5.

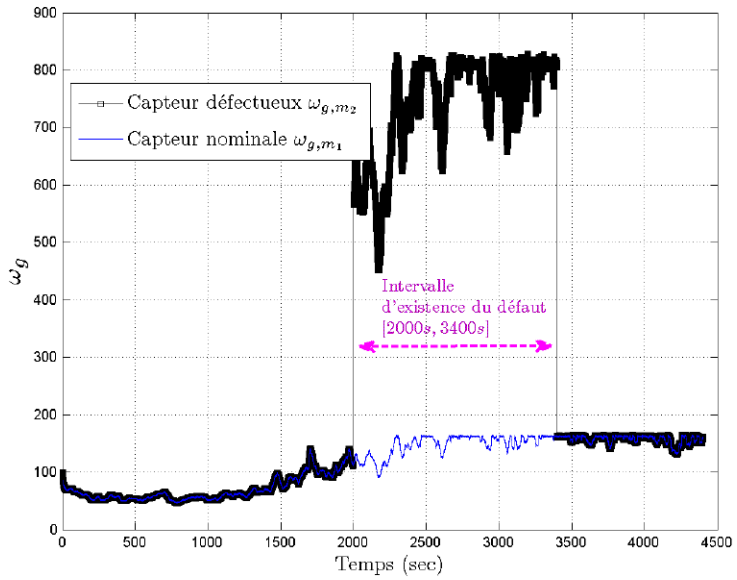


FIG. 7.29 – Les 2 signaux ω_{g,m_1} et ω_{g,m_2} en configuration nominale et défectueuse ($FG = 5$)

Détection du défaut : Résultat de validation

Comme pour le deux défauts précédents, le résidu de détection a été défini avec $N = 2$. Les signaux ont été filtrés avec le filtre du second ordre de constante de temps $\tau = 0.01$. La figure 7.30 montre le résultat de détection. En faisant un zoom sur le début du défaut, on voit bien que le temps de détection obtenu est égale à $3T_s$ (voir figure 7.31). La fin du défaut est détecté au bout $8T_s$ (voir figure 7.32). Comme pour les défauts précédents, une dissymétrie est obtenue entre le temps de détection au début du défaut et celui à la fin du défaut.

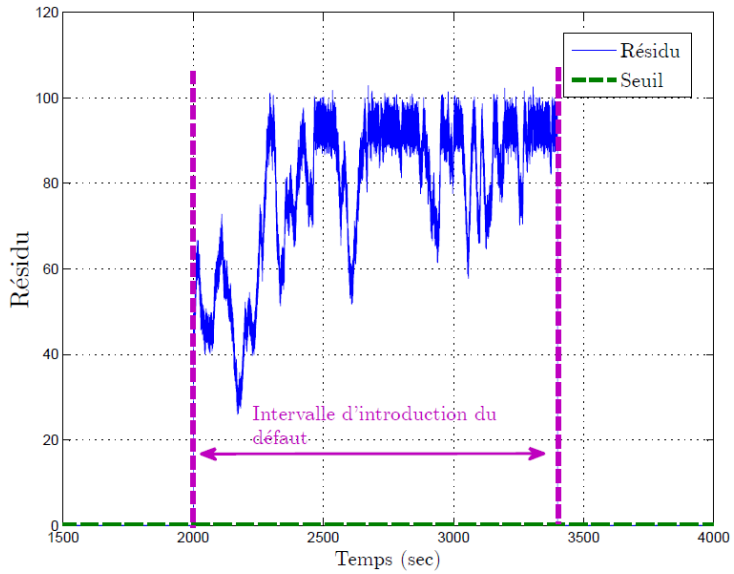


FIG. 7.30 – Résidu de détection dans le cas du défaut $FG = 5$ sur ω_{g,m_2}

7.7.7 Détection du défaut système (défaut 10 dans le tableau 7.1)

Dans cette section, le schéma de détection proposé pour détecter le défaut système dans la chaîne de transmission présentée par le bloc 2 sur la figure 7.3.3, est détaillé. Ce défaut se manifeste par deux signaux parasites $\Delta\omega_r$ et $\Delta\omega_g$. Il est causé par une déviation de la valeur du paramètre η_{dt} (7.3.3). Pour diagnostiquer ce type de défaut, le problème de détection est formulé par un problème d'estimation de la variable η_{dt}, en se basant sur le modèle du système en question (équation (7.3.4)).

Le temps de détection de ce défaut est libre. Par contre il doit être détecté : En effet, ce défaut est un défaut sévère dont le temps de développement est lent [Odgaard, Stoustrup & Kinnaert, 2009]. Sa présence indique une faiblesse dans la chaîne de

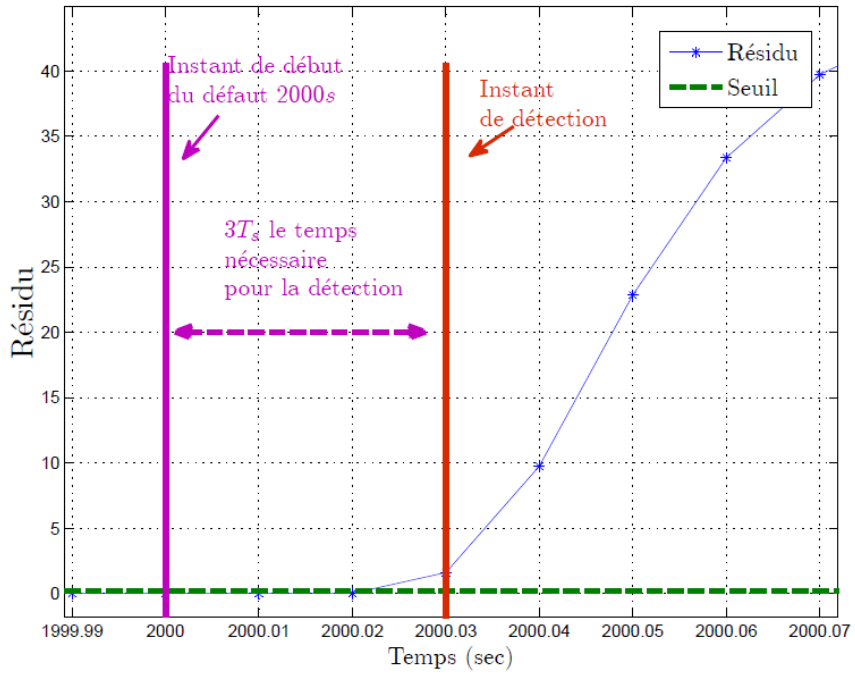


FIG. 7.31 – Résidu de détection dans le cas du défaut $FG = 5$ sur ω_{g,m_2}. Zoom sur la détection au début du défaut

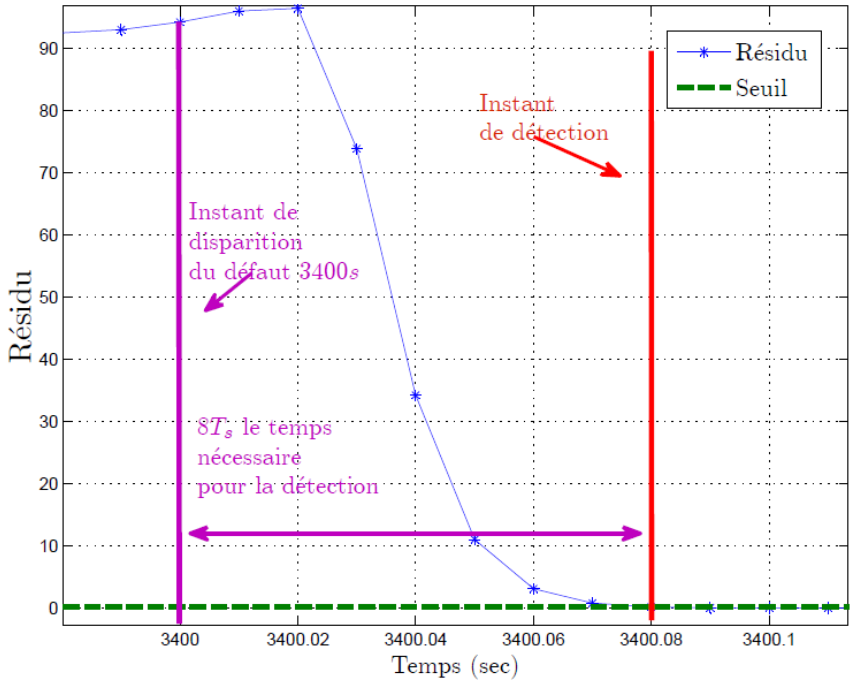


FIG. 7.32 – Résidu de détection dans le cas du défaut $FG = 5$ sur ω_{g,m_2}. Zoom sur la détection vers la fin du défaut

transmission, ce qui peut entraîner son claquage total.

Pour obtenir une estimation de η_{dt}, notée $\hat{\eta}_{dt}$, le principe d'estimation proposé repose sur les étapes principales suivantes :

- Une fenêtre glissante de longueur N_O est définie. En considérant la longueur de la fenêtre glissante, une première estimation n'est possible qu'après $N_O T_s$.
- A tout instant k l'estimation de η_{dt} est obtenue en procédant comme suit :
  - ♯ Le modèle (7.3.3) est simulé sur un horizon de longueur N_O, ou plus précisément sur l'intervalle $[k - N_O + 1, k]$, à partir de l'état initial à l'instant $k - N_O + 1$ défini par :

$$x_0(k - N_O + 1) = \begin{bmatrix} \omega_r(k - N_O + 1) \\ \omega_g(k - N_O + 1) \\ \hat{\theta}_\Delta(k - N_O + 1) \end{bmatrix} \tag{7.7.7}$$

    où $\hat{\theta}_\Delta(k - N_O + 1)$ peut être obtenu soit à partir d'un observateur boucle ouvert soit en considérant l'observateur présenté dans la sous-section 7.7.2.
    Cette simulation est effectuée pour différentes valeurs de η_{dt} considéré dans un intervalle de variation donné.

  - ♯ L'estimation de η_{dt} se base sur les valeurs de la variable ω_g obtenues à l'instant k par la simulation du système sur la fenêtre de longueur N_O, en considérant les valeurs précédemment définies de η_{dt}. Une valeur de ω_g obtenue pour une valeur donnée de η_{dt} à l'instant k est notée par $\hat{\omega}_g(k/\eta_{dt})$
  - ♯ D'une manière générale, l'estimation de η_{dt} est basée sur la formule suivante :

$$\hat{\eta}_{dt}(k) = \arg\min_{(\eta_{dt})} \int \|\hat{\omega}_g(k/\eta_{dt}) - \omega_{g_m}(k)\|^2 \tag{7.7.8}$$

    où $\omega_{g_m}(k)$ est la valeur du signal mesuré ω_{g_m} à l'instant k. Il s'agit de chercher la valeur de η_{dt} qui aboutit à la valeur la plus proche de ω_{g_m}.
    Plus clairement, pour résoudre le problème, η_{dt} est calculée par interpolation de l'information constituée d'une part des valeurs représentant la différence entre les $\hat{\omega}_g(k/\eta_{dt})$ et ω_{g_m} et d'autre part des valeurs de η_{dt} correspondantes. Ainsi, le but final est de minimiser la valeur interpolée afin d'obtenir la meilleure estimation de η_{dt}.

Notons que :

Le système (7.3.3) est un système stable et observable. Les deux états ω_r et ω_g sont mesurés par contre le troisième état θ_Δ n'est pas disponible comme mesure. Ce dernier peut être obtenu en utilisant soit l'observateur invoqué dans la sous-section 7.7.2 soit un observateur boucle ouverte. En effet, dans ce cas, cette variable a été déterminée via un observateur boucle ouverte.

Les étapes du principe général utilisées pour la détermination de la valeur de η_{dt} ont été bien montrées dans ce qui précède. Dans le paragraphe suivant, la boucle d'estimation en ligne, utilisée pour la surveillance en continu de la valeur de η_{dt} est détaillée.

- Boucle d'estimation :

1. Soit la valeur précédente de $\hat{\eta}_{dt}$, notée $\hat{\eta}_{dt,p}$.
2. Un intervalle de variation de η_{dt} est définie sous la forme suivante : $[\alpha^{-}\hat{\eta}_{dt,p}, \alpha^{+}\hat{\eta}_{dt,p}]$ (on a fixé $\alpha^{-} = 0.7$ et $\alpha^{+} = 1.7$).
3. Dans l'intervalle précédent, une grille des N_e valeurs possibles de η_{dt} est considérée. Ainsi, le problème d'estimation de η_{dt}, décrit par l'équation (7.7.8), est résolu en considérant ces N_e valeurs.
   Notons que : Le choix de N_e est fait de façon à obtenir une convergence rapide vers la bonne valeur de η_{dt}.
4. En se basant sur l'explication détaillée de la procédure basée d'une manière générale sur l'équation (7.7.8), $\hat{\eta}_{dt}$ est obtenue.
5. Pour obtenir une estimation plus lisse, la formule de filtrage suivante est appliquée
   $$\hat{\eta}_{dt}(k) = \gamma.\hat{\eta}_{dt}(k-1) + (1-\gamma).\hat{\eta}_{dt,p}(k)$$
   avec $\gamma = 0.2$.
6. Ré-initialiser : $\hat{\eta}_{dt,p} = \hat{\eta}_{dt}(k)$.
7. Mettre $k = k + 1$ et retourner à l'étape 2.

Scénario de validation

Pour valider la méthode proposée pour la détection du défaut système dans la chaîne de transmission, le scénario suivant est défini :

- le paramètre η_{dt} passe de sa valeur nominale 0.97 à la valeur 0.25 à $t_1 = 2000s$, puis il retourne à la valeur nominale à partir de l'instant $t_2 = 3400s$. L'intervalle de présence du défaut est $[2000s, 3400S]$.

Obtention des deux valeurs de η_{dt}

Pour bien comprendre la procédure décrite ci-dessus, la figure 7.33 présente la trajectoire $\hat{\omega}_g(./\eta_{dt})$ sur un intervalle donné de longueur N_O pour différentes valeurs de η_{dt}.

Dans ce cas, l'intervalle considéré est $[0s, 300s]$, où la valeur de η_{dt} nominale est utilisée pour générer la mesure ω_{g_m}. Il s'agit de trouver cette valeur. Il est bien clair que les deux valeurs (parmi la grille de cinq valeurs de η_{dt} considérée), $\hat{\eta}_{dt_1} = 0.6$ et $\hat{\eta}_{dt_2} = 1$, aboutissent aux deux points les plus proches du point mesuré $\omega_{g_m}(k)$, où $k = 300s$. Cela est obtenu par la simulation du modèle (7.3.3), à partir de la valeur initiale de ses états à l'instant $k - N_O + 1$, qui est l'instant 0. La figure 7.33 est tracée, en considérant $N_O = 300s$ et $N_e = 5$.

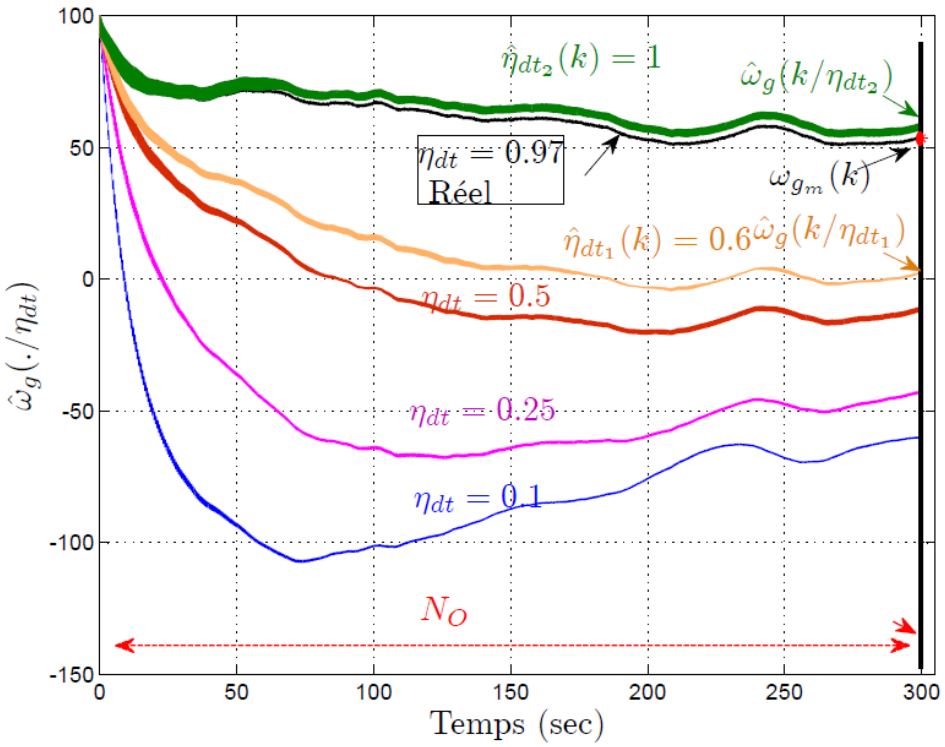


FIG. 7.33 – La trajectoire de ω_g obtenue pour différentes valeurs de η_{dt} en simulant le modèle (7.3.3) sur un horizon temporel de longueur $300s$. Vue des deux valeurs de η_{dt} aboutissant aux deux valeurs les plus proches de $\omega_{g_m}(k)$.

Estimation de la valeur de η_{dt} au début de l'intervalle du scénario considéré

Dans la figure suivante 7.34, l'estimation de η_{dt} au début de l'intervalle du défaut (c-à-dire près de l'instant $2000s$) est bien illustrée et le temps de convergence de l'estimation de η_{dt} vers la bonne valeur est montré. Le but est de détecter le passage de η_{dt} de la valeur nominale 0.97 vers la valeur défectueuse 0.25.

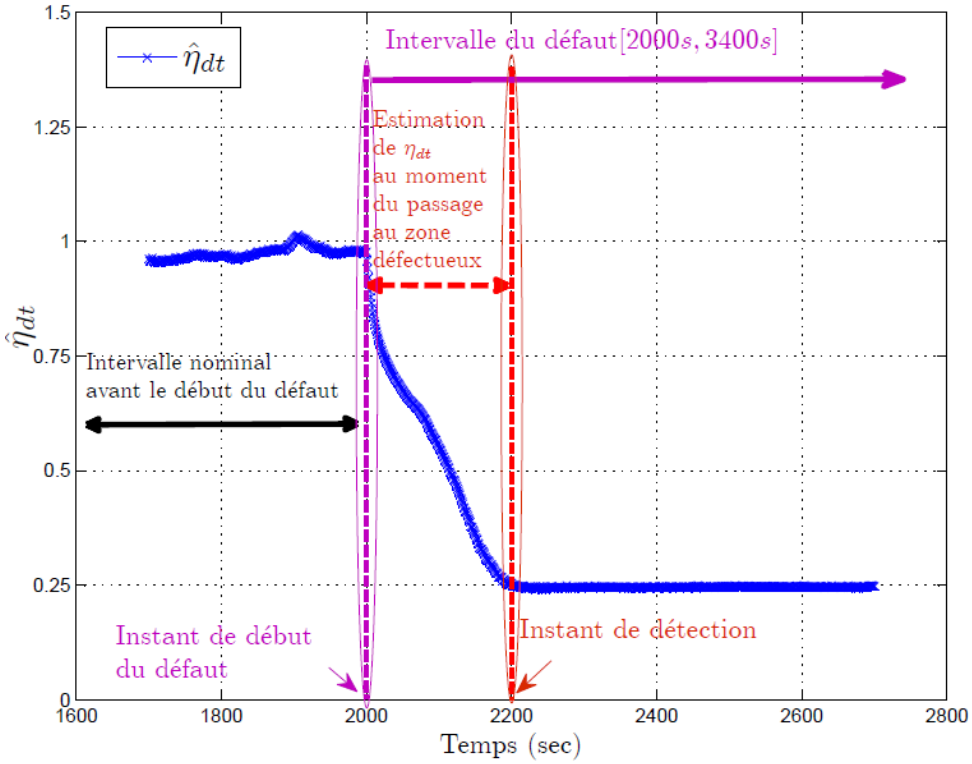


FIG. 7.34 – Estimation de la valeur de η_{dt} au début de l'intervalle du défaut. Vue graphique montrant le temps de convergence de l'estimation vers la bonne valeur 0.25

Estimation de la valeur de η_{dt} à la fin de l'intervalle du scénario considéré

Sur la figure suivante 7.35, l'estimation de η_{dt} à la fin de l'intervalle du défaut (c-à-dire près de l'instant $3400s$) est présentée et le temps de convergence vers la bonne valeur est bien illustrée. Le but est de détecter le passage de η_{dt} à la valeur défectueuse 0.25 vers la valeur nominale 0.97.

Analyse de résultat de détection

Comme il est montré sur les deux figures 7.34 et 7.35, la détection de la valeur défectueuse 0.25 est achevée en 200 secondes environ et le retour à l'état nominal est détecté au bout de 230 secondes approximativement.

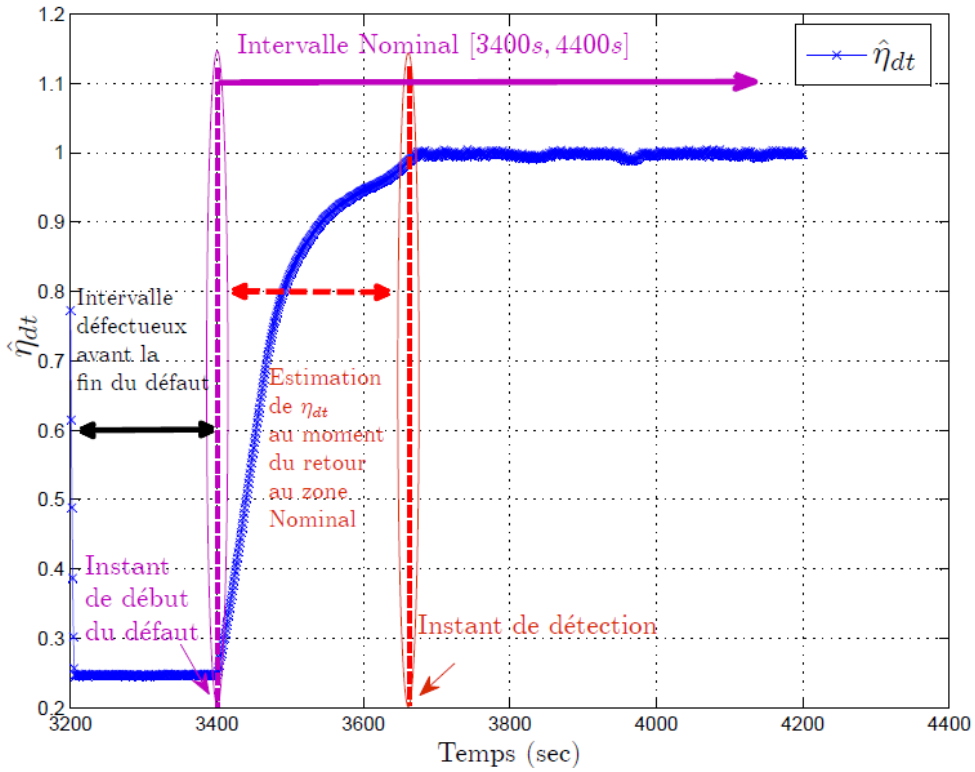


FIG. 7.35 – Estimation de la valeur de η_{dt} à la fin de l'intervalle du défaut. Vue graphique montrant le temps de convergence de l'estimation vers la bonne valeur (valeur nominale), 0.97

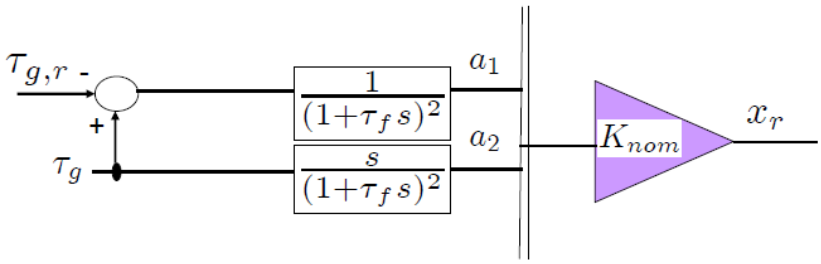
7.8 Détection du défaut dans le sous-système générateur/convertisseur

Dans cette section, la méthode de diagnostic adoptée pour détecter les défauts possibles dans le sous-système, générateur/convertisseur, représenté par le bloc 3 sur la figure 7.1, est présentée. Il s'agit un seul défaut à détecter : un défaut actionneur qui se manifeste par un offset sur la mesure du couple générateur.

Comme pour le sous-système de pales, le bloc 3 est décrit par la fonction de transfert (7.3.5). Les mêmes considérations ont été appliquées en termes de définition du résidu, du seuil et de longueur de fenêtre glissante N.
Le schéma de génération de résidu est défini sur la figure 7.36. Le résidu est défini comme suit :

$$r_g(k) = \sum_{i=k-2}^{i=k} x_r(i)^2 \tag{7.8.1}$$

Ce défaut, qui est le défaut 7 dans le tableau 7.1 n'est influencé par aucun autre défaut



$$K_{nom} = [1 \quad \tau_c]$$

FIG. 7.36 – Schéma général proposé pour la génération des résidus dans le cas du (Bloc 3 sur la figure 7.1)

donc l'isolation de ce défaut est achevée au même moment que la détection.
Le scénario de validation du défaut système possible est défini comme suit :

1. Défaut 7, $\Delta\tau_g = 10$ (Offset) survenant entre $2000s$ and $3400s$.

La figure 7.37 montre le résidu de détection obtenu. Ce défaut est détecté au bout de $3T_s$ (le début et la fin du défaut). Par conséquent, le temps de détection souhaité dans les spécifications du benchmark (voir table 7.1) est bien respecté. Notons que les données ont été filtrées avec un filtre du deuxième ordre (7.6.3) de constante de temps $\tau = 0.02$.

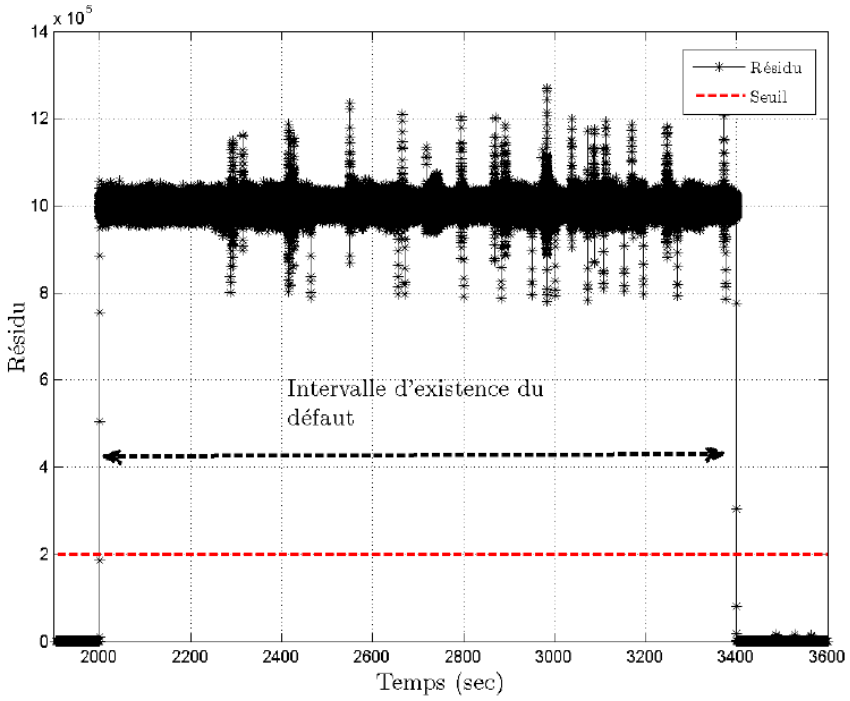


FIG. 7.37 – Résidu de détection dans le cas du défaut $\Delta\tau_g = 1000$

7.9 Analyse du travail et Conclusions générales

Dans cette dernière section, un récapitulatif des résultats de détection obtenus est proposé dans un tableau de comparaison. Le but est de montrer l'efficacité et la consistance du travail proposé, par rapport à plusieurs travaux investis par d'autres auteurs sur le même benchmark. Une conclusion générale de ce chapitre est donnée à la fin de cette section.

7.9.1 Présentation des autres travaux

Dans cette sous-section, six références bibliographiques où le problème de diagnostic des défauts du benchmark d'éolienne a été abordé, sont introduits. Ces références sont les suivants :

1. **Dans Ref1 : [Odgaard, Stoustrup, Nielsen & Damgaard, 2009], [Odgaard & Stoustrup, 2010], [Odgaard & Stoustrup, 2009]**, les observateurs à entrées inconnus sont utilisés.
2. **Dans Ref2 : [Laouti et al., 2011]**, les machines à vecteurs de support (SVM) sont utilisées pour le diagnostic des défauts dans ce benchmark.
3. **Dans Ref3 : [Chen et al., 2011]**, un schéma basé sur les observateurs et le filtre de Kalman est utilisé pour le diagnostic des défauts du benchmark.
4. **Dans Ref4 : [Stoican et al., 2011]**, les méthodes ensemblistes ("set-theoretic methods") ont été bien adaptées pour leur application sur le diagnostic des défauts du benchmark.
5. **Dans Ref5 : [Svärd & Nyberg, 2011]**, la redondance analytique a été utilisé pour le diagnostic, précisément, pour la définition de plusieurs générateurs de résidus. La sélection du générateur de résidu le plus adapté est accompli en utilisant un algorithme, nommé "greedy selection algorithm". Pour plus de détails sur set algorithme, le lecteur intéressé peut consulter le référence suivant [Svärd & Nyberg, 2010]
6. **Dans Ref6 : [Blesa et al., 2011]**, un schéma basé sur les équations de parité et sur les méthodes ensemblistes a été utilisé.

La comparaison avec les travaux cités ci-dessus est donnée dans le tableau 7.2. Le but principal est de montrer l'efficacité du schéma de diagnostic proposé dans ce chapitre. En effet, la majorité des défauts présentés dans le benchmark a été détectée avec le temps de détection requis. Rappelons que les "x" présents dans ce tableau font référence aux défauts 8 et 9 (défauts actionneur dans le sous-système de pales) où le temps de détection imposé dans le cahier de charges n'est pas respecté par l'utilisation de l'approche proposée dans ce chapitre.

Fault Type \ Reference		Ref1	Ref2	Ref3	Ref4	Ref5	Ref6	Ce travail
1a	Détection	–	✓	✓	✓	✓	✓	✓
	T_D	–	✓	✓	✓	✓	✓	✓
1b	Détection	–	✓	✓	✓	✓	✓	✓
	T_D	–	✓	x	✓	x	x	✓
2a	Détection	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓
	T_D	✓	✓	✓	✓	x	✓	✓
2b	Détection	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓
	T_D	✓	x	✓	✓	✓	✓	✓
3a	Détection	–	✓	–	–	–	–	✓
	T_D	–	✓	–	–	–	–	✓
3b	Détection	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓
	T_D	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓
4a	Détection	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓
	T_D	✓	✓	✓	✓	x	✓	✓
5a	Détection	–	x	✓	✓	✓	x	✓
	T_D	–	–	x	✓	x	–	x
5b	Détection	–	x	✓	–	✓	✓	✓
	T_D	–	–	x	–	x	x	x
6	Détection	–	✓	–	–	–	–	✓
	T_D	–	✓	–	–	–	–	✓

Détection : Si défaut détecté (✓). Si défaut non détecté(x). Si défaut non abordé (–)
T_D : Si demps de détection respecté (✓). Si temps de détection non respecté(x). Si non étudié (–)
La dernière colonne représente les résultats de détection obtenus dans ce chapitre.

TAB. 7.2 – **Comparaison avec les autres travaux abordant les défauts de ce benchmark.**

7.9.2 Conclusions générales

Dans ce chapitre le problème de diagnostic des défauts dans un benchmark d'une turbine éolienne est abordé. Les résidus ont été définis en termes de critères quadratiques de vraisemblance tout en se basant sur les modèles des différents sous-systèmes. Tous les défauts ont été détectés avec le temps de détection souhaité à l'exception de deux défauts comme le montre le tableau 7.2. L'accent a été mis sur une méthode simple et en même temps efficace, et qui par comparaison avec d'autres méthodes plus complexes, a aboutit à une résolution efficace du problème.

Conclusions et perspectives

Cette thèse concerne principalement la résolution des problèmes d'inversion dynamique dans le cadre des systèmes dynamiques non linéaires. Ainsi, un ensemble de techniques basées sur l'utilisation des trains de mesures passées et sauvegardées sur une fenêtre glissante, a été développé. En premier lieu, les mesures sont utilisées pour générer une famille de signatures graphiques, qui constituent un outil de classification permettant de déterminer certaines variables à estimer pour un système non linéaire donné. Cette première technique a été appliquée à la résolution de deux problèmes : le problème d'électolocation d'un robot doté du sens électrique et le problème d'estimation d'état dans les systèmes à dynamiques non linéaires. Outre ces deux applications, des techniques d'inversion à horizon glissant spécifiques au problème de diagnostic des défauts d'éoliennes dans le cadre d'un benchmark international ont été développées. Ces techniques sont basées sur la minimisation de critères quadratiques basés sur des modèles de connaissance. L'ensemble de ces applications a été traité dans ce manuscrit comme suit :

- Dans le chapitre 2, une étude de l'état de l'art a été effectuée sur les observateurs linéaires et essentiellement les observateurs non linéaires. En gros, ces derniers peuvent être classés en deux catégories : une basée sur les outils linéaires et la deuxième dépendante d'une forme particulière du système étudié. Pour chacun des observateurs présentés, les avantages et les inconvénients ont été bien illustrés.

- Dans le chapitre 3, un nouvel outil pour la résolution des problèmes dynamiques inverses dans les systèmes non linéaires a été rappelé. Son principe de base est de proposer des signatures graphiques bi-dimensionnelles générées à partir des mesures d'un système donné. La définition de cette signature est basée sur l'utilisation d'une application d'un espace de grande dimension, contenant les mesures passées, dans le plan $\mathbb{R}^2$. La grande capacité de classification humaine permet d'extraire des caractéristiques graphiques à partir de ces signatures. Ces caractéristiques sont ensuite traduites en termes de fonctions analytiques afin de permettre la résolution du problème inverse défini (estimation des inconnus d'un système, détection des variations paramétriques, diagnostic,etc.). L'exemple

de l'oscillateur de Van-der-Pol donné dans ce chapitre a montré l'efficacité de l'utilisation de la signature pour la détection et la localisation des défauts, même multiples. A noter que la technique des signatures graphiques a été développée récemment et appliquée dans le cadre de diagnostic des défauts (voir les références [Youssef, 2005; Youssef & Alamir, 2003; Youssef & Alamir, 2005; Youssef et al., 2005])

- Dans le chapitre 4, une présentation d'une méthodologie d'électrolocation sans modèle a été proposée et validée. Le travail consiste à déterminer la position d'un robot sous forme d'anguille électrique dans un environnement 2D à partir de la connaissance des mesures de courants électriques reçus par ses capteurs épidermiques. Ce travail s'inscrit dans le cadre du projet national ANR-RAAMO (Robot Anguille Autonome en Milieux Opaques) dont le but est de construire un robot anguille autonome capable de l'électrolocation. Il s'agit du principe utilisé par certaines espèces de poissons des forêts équatoriales, dits électriques, pour se déplacer dans les eaux troubles sans aucun repère visuel. Ainsi un ensemble de signatures graphiques a été construit et utilisé pour déterminer les positions cartésiennes d'un prototype dans un acquarium 2D. Le schéma (basé sur les signatures graphiques) développé a été validé par application sur des données réelles obtenues à partir d'un banc de test développé par les partenaires du projet RAAMO.

  Une investigation future portera sur la navigation en présence d'objets arbitraires où le problème de classification serait défini par la présence ou non d'objets dans telle ou telle direction. Ces directions sont définies dans le système de référence du robot. Dans ce sens, l'ambition de positionnement absolu sera abandonnée vers un contexte plus réaliste d'électrolocation. De plus, l'utilisation des sondes à électrodes multiples (jusqu'à 16 déjà disponibles sur une seule sonde) permettrait d'éviter la nécessite d'un protocole assez complexe d'électrolocation.

- Dans le chapitre 5, un nouveau schéma d'estimation à horizon glissant a été proposé. Il vise soit à résoudre complètement le problème d'estimation d'états/paramètres d'un système non linéaire soit à réduire partiellement la charge de calcul lors de la résolution du problème classique des MHO (Moving Horizon Observers). L'approche générale est basée sur l'utilisation de la technique des signatures graphiques. L'idée de base est de dériver hors ligne une expression explicite qui donne une partie du vecteur d'inconnus en fonction de l'autre partie (dans le cas d'observateur réduit). Les concepts ont été validés par plusieurs exemples, illustratifs et concrets pour montrer l'efficacité du schéma proposé.

  Le cadre du travail proposé a conduit à une conception d'un observateur

(complet ou réduit selon le cas), qui est dédié à la reconstruction (d'une partie ou la totalité) des états non mesurés. Les contraintes de saturation (les contraintes de positivité dans beaucoup de cas) peuvent être traitées par la définition de l'ensemble d'apprentissage utilisé pour dériver les nuages de signatures. Il semble toutefois évident que la méthode proposée est spécialement dédiée aux systèmes potentiellement très non linéaires, mais seules les dimensions modérées du vecteur d'état peuvent être adressées. En cas de succès, la solution proposée correspond à une complexité de calcul extrêmement réduite.

Pourtant, contrairement aux observateurs d'état classiques tel que l'observateur de Luenberger où le conditionnement de la matrice de l'observabilité influe sur l'estimation de tous les états, la technique basée sur les signatures graphiques permet de déterminer une partie de l'état d'une façon précise et une autre pas forcément précise. Par conséquent, pour des cas des systèmes avec un nombre élevé d'états, il s'avère possible que la signature puisse trouver une partie de l'état ce qui pourra être intéressant dans des problèmes de supervision et de commande.

En outre, les exemples montrés dans ce chapitre ne présentent pas une entrée de commande. Sa présence rend le problème plus complexe, c'est ainsi qu'il faut chercher des solutions plus simples. Il est important de signaler que dans l'application du **chapitre 4**, la commande existe mais n'apparaît pas d'une façon claire lors de la procédure d'estimation de la position du robot. A un instant donné où un scénario est défini, la signature construite est basée sur la commande imposée. Pourtant, entre deux instants considérés de localisation, le robot peut vivre sa vie et l'entrée de commande pourra être libre.

Par ailleurs, dans le cadre de ce chapitre 5, une entrée de commande pourra être traitée de différentes manières parmi lesquelles :

1. u peut se définir comme paramètre d'une façon semblable au cas de l'exemple de Van-der-Pol présenté dans le chapitre 2. Ainsi, il est possible d'utiliser l'approximation quadratique de u sur un intervalle de temps considéré.
2. Un autre cas consiste en un système avec une commande basée sur un observateur. L'idée dans ce cas est de définir un système étendu sans état où u sera un cas de $\hat{x}$. Plus précisément, prenons le cas d'un système commandé par retour de sortie. Le système étendu aura pour dynamique :

$$\dot{x} = f(x, k(\hat{x}))$$
$$\dot{\hat{x}} = f(x, k(\hat{x})) - k(y - C\hat{x})$$

Par conséquent, le système obtenu est un système autonome de grande dimension où les variables à estimer dans ce cas sont regroupées dans le vecteur étendu $(x, \hat{x})^T$. Ainsi la technique basée sur les signatures peut être utilisée pour trouver au moins une partie des variables, de même il est possible d'estimer les paramètres en utilisant l'estimation paramétrique.

Comme futures investigations, le but est d'automatiser la détermination du paramètre N de la signature appropriée et le choix de la propriété associée r pour chaque sous-problème d'estimation.
Une autre perspective consiste à identifier des relations non linéaires de la forme suivante :

$$y(k+i) := F(y(k-1), \ldots, y(k-N_y), u(k), \ldots, u(k-N_u))$$

- Dans le chapitre 6, une étude de l'état de l'art sur les techniques de diagnostic est donnée. Dans la littérature de nombreuses méthodes de diagnostic ont été développées en vue de la détection et la localisation des défauts dans les différents équipements du système industriel. Dans ce chapitre, une revue bibliographique non exhaustive a été réalisée pour rappeler les notions de base de ces différentes méthodes qui se classent essentiellement en deux grandes familles. La première famille de méthodes, ou méthodes internes, reposent sur l'existence d'un modèle mathématique du système, construit à partir des relations de la physique ou par des techniques d'identification. Dans cette catégorie, un résidu est généré en comparant les mesures disponibles avec les informations a priori fournies par le modèle ; c'est par analyse de ce résidu que le diagnostic peut être effectué. La deuxième famille de méthodes, ou méthodes externes est plus intéressante dans le cas où aucun modèle n'est disponible pour décrire le comportement du système. Le diagnostic est effectué dans ce cas en utilisant les observations passées et présentes du système.

- Dans le chapitre 7, une brève présentation des éoliennes a été donnée.

- Dans le chapitre 8, le problème de diagnostic des défauts dans un benchmark d'une turbine éolienne est abordé. Les résidus ont été défini en terme de critères quadratiques de vraisemblance tout en se basant sur les modèles des différents sous-systèmes. Tous les défauts ont été détectés avec le temps de détection souhaité à l'exception de deux défauts comme le montre le tableau 7.2. L'accent a été mis sur une méthode simple et en même temps efficace, et qui par comparaison avec

d'autres méthodes plus complexes, a aboutit à une résolution efficace du problème. Une publication traitant les résultats de ce chapitre est en cours de rédaction.

Bibliographie

Ahmed-Ali, T. & Lamnabhi-Lagarrigue, F. [1999], 'Sliding observer-controller design for uncertain triangular nonlinear systems', *IEEE Transactions on Automatic Control* **44**, 1244–1249.

Al-Ahmar, E., Benbouzid, M., Amirat, Y. & Elghali, S. B. [2008], Dfig-based wind turbine fault diagnosis using a specific discrete wavelet transform, *in* 'Proc. of 2008 Inetnational Conference on Electrical Machines'.

Alamir, M. [2006], *Stabilization of Nonlinear Systems Using Receding-Horizon Control Schemes : A Parametrized Approach for Fast systems*, Lecture Notes in control and Information Sciences, Springer, Springer-Verlag, London.

Alamir, M. [2007], Nonlinear moving horizon observers : Theory and real-time implementation, *in* G. Besançon, ed., 'Nonlinear Observers and Applications', Springer.

Alamir, M., Bellemain, P., Boillereaux, L. & et al. [2010], CLPP : A user-friendly platform for nonlinear robust observer design, *in* '9th International Symposium on Dynamics and Control of Process Systems(Dycops 2010)', Belgium.

Alamir, M., Omar, O. & et al. [2010], On solving inverse problems for electric fish like robots, *in* 'Proceedings of the 2010 IEEE Conference on Robotics and Biomimetics (ROBIO2010)', Tianjin, China.

An, X. L., Jiang, D. X., Li, S. H. & chen, J. [2011], 'Fault diagnosis of direct-drive wind turbine based on support vector machines', *Journal of Physics : Conferences Series* **305**.

Antoni, J. & Randall, R. B. [2002], 'Differential diagnosis of gear and bearing fault', *ASME Journal of Vibrtion and Acoustics* **124**(2), 165–171.

Baffet, G., Boyer, F. & Gossiaux, P. B. [2009], Biomimetic localization using the electrolocation sens of the electric fish, *in* 'Proceedings of the 2008 IEEE International Conference on Robotics and Biomimetics', Bangkok, Thailand.

Banerjee, A., Natarajan, V., Sen, S., Chatterjee, A., Srinivasan, G. & Bhattacharya, S. [2011], Optimized multitone test stimulus driven diagnosis of rf transceivers using model parameter estimation, *in* 'Proc. of 24th International conference on VLSI Design (VLSI Design)', Chennai, India, pp. 274–279.

Basseville, M. [1988], 'Detecting changes in signals and systems - a survey', *Automatica* **24**(3), 309–326.

Basseville, M. & Nikiforov, I., eds [1993], *Detection of Abrupt Changes : Theory and Application*, Prentice-Hall, New York.

Bastin, G. & Gevers, M. R. [1988], 'Stable adaptive observers for nonlinear time-varying systems', *IEEE Transactions on Automatic Control* **33**, 650–658.

Baumann, W. T. [1988], 'Feedback control of multiinput nonlinear systems by extended linearization', *IEEE Transactions on Automatic Control* **33**, 193–197.

Baumann, W. T. & Rugh, W. J. [1986*a*], 'Feedback control of nonlinear systems by extended linearization', *IEEE Transactions on Automatic Control* **31**, 40–45.

Baumann, W. T. & Rugh, W. J. [1986*b*], 'Feedback control of nonlinear systems by extended linearization : the multiinput case', *IEEE Transactions on Automatic Control* pp. 107–113.

Baumann, W. T. & Rugh, W. J. [1987], 'Feedback control of analytic nonlinear systems by extended linearization', *SIAM Journal on control and Optimization* **25**, 1341–1352.

Beard, R. [1971], Failure accomodation in linear system through self reorganisation, PhD thesis, Masschusetts Institute of Technologie, Mass, USA.

Besancon, E. G. [2007], *Nonlinear Observers and Applications*, Lecture Notes in Control and Information Sciences. Springer-Verlag.

Besançon, G. [1996], Contributions à l'étude età l'observation des systèmes non linéaires avec recours au calcul formel, PhD thesis, Institut National Polytechnique de Grenoble, France.

Besançon, G. [2000], 'Remark on nonlinear adaptive observer design', *System & control letters* **41**, 271–280.

Besançon, G. [2007], *Nonlinear Observers and Applications*, Lecture Notes in control and Information Sciences,Springer.

Besançon, G. & Zhang, Q. [2002], Further developements on adaptive observers for nonlinear systems with application in fault detection, *in* 'Preprints of the 15th IFAC World Congress on Automatic Control', Barcelona, Spain.

Bestle, D. & Zeitz, M. [1983], 'Canonical form observer design for nonlinear time variable systems', *International Journal of Control* **38**, 419–425.

Birk, D. & Zeitz, M. [1988], 'Extended lunberger observer for nonlinear mutlivariable systems', *International Journal of Control* **47**, 1823–1836.

Blesa, J., Puig, V., Romera, J. & Slaudes, J. [2011], Fault diagnosis of wind turbines using a set-membership approach, *in* 'Proceedings of the IFAC World Congress 2011', Milan, Italy, pp. 8316–8321.

Blesa, J., Puig, V. & Saludes, J. [2010], Robust fault detection using polytope-based set-membership consistency test, *in* '2010 Conference on Control and Fault Tolerant Systems', Nice, France.

Bornard, G., Celle-Couenne, F. & Gilles, G. [1993], *Systèmes non linéaires T.1, Modélisation-Estimation*, Masson. Observabilité et observateurs.

Bornard, G. & Hammouri, H. [1991], A high gain observer for a class of uniformly observable systems, *in* 'Proceedings of the 30 IEEE Conference on Decision and Control (CDC)', Brighton, GB.

Boutayeb, M. & Aubry, D. [1999], 'A strong tracking extended kalman observer for nonlinear discrete-time systems', *IEEE Transactions on Automatic Control* **44**(8), 1550–1556.

Boutayeb, M., Aubry, D. & Darouach, M. [1997], Robust observers design for a class of nonlinear discrete-time systems, *in* 'Proceedings of the 4th European Control Conference', Bruxelle, Belgique.

Boutayeb, M. & Darouach, M. [2000], Observers design for linear time varying systems, *in* 'Proceedings of the 39 IEEE Conference on Decision and Control (CDC)', Sydney, Australia, pp. 3183–3187.

Brookner, E., ed. [1998], *Tracking and Kalman filtering made easy*, John Wiley & Sons.

Broomhead, D. S. & Lowe, D. [1988], 'Multivariable functional interpolation and adaptive networks', *Complex Systems* **2**, 321–355.

Brown, R. & Hwang, P., eds [1997], *Introduction to random signals and applied Kalman filtering : with Matlab exercises and solutions*, John Wiley & Sons, Third Edition.

Busawon, K. K. & de Leon-Morales, J. [2000], 'An observer design for uniformly observer nonlinear systems', *International Journal of Control* **73**, 1375–1381.

Busawon, K. K., Farza, M. & Hammouri, H. [1998], 'Observer design for a special class of nonlinear systems', *International Journal of Control* **71**, 405–418.

Busawon, K. K. & Saif, M. [1999], 'An state observer for nonlinear systems', *IEEE Transactions on Automatic Control* **44**, 2098–2103.

Casimir, R. [1971], Diagostic des défauts des machines synchrones par reconnaissance des formes, PhD thesis, Ecole centrale de Lyon.

Cha, H. J., Wu, C. F., Valdes, J., Rao, G. & Bentley., W. E. [2000], Observations of green fluorescent protein as a fusion partner in genetically engineered escherichia coli : monitoring protein expression and solubility., *in* 'Biotech. Bioeng.', Vol. 67, pp. 635–646.

Chang, S. K. & Lsu, P. L. [1995], 'A novel design of the unknown input fault detection observer', *Control Theory and Advanced Technology* **10**(4), 1029–1051.

Charniak, J. [1991], 'Bayesian networks without tears', *AI Magazine* **12**(4), 50–63.

Chen, G., ed. [1993], *Approximate Kalman filtering*, World Scientific series in approximations and decompositions.

Chen, J. & Patton, R. [1999], 'Robust model-based fault diagnosis for dynamic systems'.

Chen, J., Patton, R. & Zhang, H. [1996], 'Observing the states of systems with unmeasurable disturbances', *International Journal of Control* **63**(1), 85–105.

Chen, W., Ding, S., Haghani, A., Naik, A., Khan, A. Q. & Yin, S. [2011], Observer-based fdi schemes for wind turbine benchmark, *in* 'Proceedings of the IFAC World Congress 2011', Milan, Italy, pp. 7073–7078.

Chiang, L. H., Russell, E. L. & Braatz, R. D. [2001], *Fault detection and diagnosis in industrial systems (Advanced Textbooks in Control and Signal Processing)*, Springer.

Cho, Y. M. & Rajamani, R. [1997], 'A systematic approach observer synthesis for nonlinear systems', *IEEE Transactions on Automatic Control* **42**, 534–537.

Chow, E. & Willsky, A. [1984], 'Analytical redundancy and the design of robust detection systems', *IEEE Transactions on Automatic Control* **29**(7), 603–614.

Ciccarella, G., Dalla-Mora, M. & Germani, A. [1993], 'A luenberger-like observer for nonlinear systems', *International Journal of Control* **57**, 537–556.

Clark, R. N. [1975], 'Detecting instrument malfunctions in control systems', *IEEE Transs. Aero. and Electron. Syst.* **AES-11**, 465–473.

Clark, R. N. [1979], The dedicated observer approach to instrument failure detection, *in* 'Proceedings of the 18th IEEE Conference on Decision and Control (CDC)', Fort lauderdale, Fal., pp. 237–241.

Comtet-Varga, G., Christophe, C., Cocquempot, V. & Staroswiecki, M. [2000], 'Robust fault detection and isolation via a diagnstic observer', *International Journal of Robust Nonlinear Control* **10**(14), 1175–1192.

Cortes, C. & Vapnik, V. [1995], 'Support vector networks', *Machines learning* **20**, 273–297.

Couenne, N. [1988], Synthèse d'observateurs de systèmes affines en l'état, PhD thesis, Institut National Polytechnique de Grenoble, France.

Cybenko, G. [1989], 'Approximation by superposition of a sigmoidal function', *Maths, control, signal, Systems* **2**, 303–314.

Da, R. & Lin, C. F. [1996], 'Sensitivity analysis algorithm for the state chisquare test', *J. of Guidance, Contr. and Dynamics* **19**(1), 219–222.

Dalla-Mora, M., Germani, A. & Manes, C. [2000], 'Design of observers for a drift-observability property', *International Journal of Control* **45**, 1536–1540.

Dawson, D. M., Qu, Z. & Caroll, J. C. [1992], 'On the state estimation output feedback problems for nonlinear uncertain dynamic systems', *System & control letters* **18**, 217–222.

Deckert, J. C., Desai, M. N. & Willsky, A. S. [1977], 'Sensor failure identification using analytical redundancy', *IEEE Transactions on Automatic Control* **22**(5), 795–803.

Delaleau, E. & Respondek, W. [1992], Removing input derivaties and lowering their orders in generalized state-space systems, *in* 'Proceedings of the 31 IEEE Conference on Decision and Control (CDC)', Tuscon, Az, pp. 3363–3368.

Deller, J. R. [1989], 'Set membership identification in digital signal processing', *IEEE ASSP Mag.* **6**, 4–20.

der Emde, G. V., Schwarz, S., Gomez, L., Budelli, R. & Grant, K. [1998], 'Electric fish measure distabce in the dark', *Letters to Nature* **395**, 890–894.

Devroye, L., Gyorfi, L. & Lugosi, G. [1996], *A probabilistic theory of pattern recognition.*

Deza, F., Busvelle, E., Gauthier, J. P. & Rakotopora, D. [1992], 'High gain estimation for nonlinear systems', *System & control letters* **18**, 295–299.

Diehl, M., Ferreau, H. J. & Haverbeke, N. [2009], *Efficient Numerical Methods for Nonlinear MPC and Moving Horizon Estimation*, Springer-Verlag, pp. 317–417.

Diehl, M., Findeisen, R., Nagy, Z., Bock, H. G., Schlöder, J. P. & Allgöwer, F. [2002], 'Real-time optimization and nonlinear model predictive control of processes governed by differential-algebraic equations', *J. Proc. Contr.* **4**(12), 577–585.

Ding, X. & Guo, L. [1998], 'An approach to time domain optimization of observer-based fault detection systems', *International Journal of Control* **69**(3), 419–442.

Dobrila, C. & Stefansen, R. [2007], Fault tolerant wind turbine control, M. eng. thesis, Technical University of Denmark, Kgl. Lyngby, Denmark.

Dubuisson, B. [1990], *Diagnostic et reconnaissance de formes*, Hermès Sciences Publications, Paris.

Dubuisson, B. [2001*a*], *Automatique et statistiques pour le diagnostic*, Hermès Sciences Publications, Paris.

Dubuisson, B. [2001*b*], *Diagnostic, intelligence artificielle etreconnaissance de formes*, Hermès Sciences Publications, Paris.

Edwards, C., Spurgeon, S. K. & Patton, R. J. [2000], 'Sliding mode observers for fault detection and isolation', *Automatica* **36**, 541–553.

Evans, F. & Wilcox, J. [1970], 'Experimental strapdown redundant sensor inertial navigation system', *Journal of Spacecraft* **7**(9).

Evuskoff, A. [1998], Le raisonnement approché pour la surveillance de procédés, PhD thesis, Institut National Polytechnique de Grenoble INPG.

Fagarasan, I. & Iliescu, S. [22-25 May], Parity equations for fault detection and isolation, *in* 'IEEE Inernational Conference on Automation, Quality and Testing, Robotics (AQTR)', pp. 99–103.

Floquet, T., Barbot, F. P., Perruueti, W. & Djemai, M. [2004], 'On the robust fault detection via a sliding mode disturbance observer', *International Journal of Control* **77**(7), 622–629.

Fogel, E. & Huang, Y. F. [1982], 'On the value of information in system identification-bounded noise case', *Automatica* **18**, 229–238.

Frank, P. M. [1990], 'Fault diagnosis in dynamic systems using analytical and knowledge-based redundancy - a survey and some new results', *Automatica* **26**(3), 459–474.

Frank, P. M., Ding, S. X. & Marcu, T. [2000], 'Model-based fault diagnosis in technical processe', *Transactions of the Institute of Measurement and control* **22**(1), 57–101.

Frank, P. M., Shreier, G. & Alcorta-Garcia, E. [1999], Transformation to state affine system and observer design, *in* H. Nijmeijer & T. I. Fossen, eds, 'New Directions in Nonlinear Observer Design', Springer-Verlag, pp. 399–422.

Fried, L. [2011], Global wind statistics 2011, Technical report, GLOBAL WIND ENERGY COUNCIL (GWEC).

Garcia, E. A. & Frank, P. [1996], 'Observer-based fault detection via control system decomposition', *Systems Analysis Modelling Simulation* **24**(1-3), 175–184.

Garcia, E. A. & Frank, P. M. [1997], 'Deterministic nonlinear observer-based approaches to fault diagnosis : A survey', *Control engineering Practice* **5**(5), 663–670.

Garg, V. & Hedrick, J. K. [1995], Fault detection filters for a class of nonlinear systems, *in* 'American Control Conference', Seatle, Wa., pp. 1647–1651.

Gauthier, J. P. & Bornard, G. [1981], 'Observability for any $u(t)$ of a class of bilinear system', *IEEE Transactions on Automatic Control* **26**, 922–926.

Gauthier, J. P., Hammouri, H. & Othman, S. [1992*a*], 'A simple observer for nonlinear systems – application to bio-reactors', *IEEE Transactions on Automatic Control* **37**.

Gauthier, J. P., Hammouri, H. & Othman, S. [1992*b*], 'A simple observer for nonlinear systems - application to bioreactors', *IEEE Transactions on Automatic Control* **37**, 875–880.

Gauthier, J. P. & Kupka, I. A. K. [1994], 'Observability and observers for nonlinear systems', *SIAM Journal on Control and Optimization* **32**, 975–994.

Gertler, J., ed. [1998], *Fault Detection and Diagnosis in Engineering systems*, Marcel Dekker.

Gertler, J. & Singer, D. [1990], 'A new structural framework for parity equations based failure detection and isolation', *Automatica* **26**(2), 381–388.

Grewal, M. & Andrews, A., eds [1993], *Kalman filtering : Theory and practice*, Prentice-Hall.

Guo, H., Crossman, J. A., Murphey, Y. L. & Coleman, M. [2000], 'Automotive signal diagnostics using wavelets and machine learning', *IEEE Transactions on Vehicular Tehnology* **49**(5), 1650–1662.

Hammouri, H. & Kinnaert, M. [1996], 'A new procedure for time-varying linearization up to output injection', *System & control letters* **28**, 151–157.

Hammouri, H., Kinnaert, M. & Yaagoubi, E. H. E. [1999], 'Observer-based approach to fault detection and islolation for nonlineay systems', *IEEE Transactions on Automatic Control* **44**(10), 1879–1884.

Hebb, D. [1949], *The Organisation of Behavior : A Neuropsychological Theory*, Wiley, New York.

Heiligenberg, W. [1973], 'Electrolocation of objects in the electric fish *eigenmannia* (rhamphichthiade gymnotoidei)', *J. Comp. Physiol.* **87**, 137–164.

Hermann, R. & Krener, A. J. [1977], 'Nonlinear controllability and observability', *IEEE Transactions on Automatic Control* **22**, 728–740.

Hocine, A., Maquin, D. & Ragot, J. [2004], Observateur à mémoire finie pour les systèmes à commutations : application à la détection de défauts, *in* 'Conférence Internationale Francophone d'Automatique (CIFA'2004)', Douz, Tunisie, pp. 1800–1804.

Hou, M., Busawon, K. K. & Saif, M. [2000], 'Observer design based on triangular form generated by injetiv map', *IEEE Transactions on Automatic Control* **45**, 1350–1355.

Hou, M. & Muller, P. C. [1992], 'Design of observers for linear systems with unknown inputs', *IEEE Transactions on Automatic Control* **37**, 871–875.

Iktis, V., ed. [1976], *Control Systems of Variable Structures*, John Wiley.

Ingrimundarson, A., Bravo, J. M., Puig, V. & Alamo, T. [2005], Robust fault diagnosis using parallelotope-based set-membership consistency tests, *in* 'Proceedings of the 44 IEEE Conference on Decision and Control (CDC)', Seville, Spain, pp. 993 – 998.

Ingrimundarson, A., Puig, V., Alamo, T., Bravo, J. M. & Guerra, P. [2008], 'Robust fault diagnosis using zonotope-based set-membership consistency test', *Journal of Adaptive Control and Signal Processing* **23**(4), 311–330.

Iqbal, M., Bhatti, A. I., Iqbal, S. & Khan, Q. [2009], Parameter estimation based fault diagnosis of uncertain nonlinear three tank system using hosm differentiator observer, *in* 'Proc. of the IEEE 13th International Multitopic Conference (INMIC 2009)', Islamabad, Pakistan, pp. 1–6.

Isermann, R. [1984], 'Process fault diagnosis based on modelling and estimation methods-A survey', *Automatica* **20**(4), 387–404.

Isermann, R. [1989], Process fault diagnosis based on dynamic models and parameter estimation methods, *in* R. Patton, R. Clark & P. M. Frank, eds, 'Fault diagnosis in dynamic systems : theory and applications', Prentice-Hall.

Isermann, R. [1993], 'Fault diagnosis of machines via parameter estimation and knowledge processing : tutorial paper', *Automatica* **29**(4), 815–835.

Isermann, R. [1997], 'Supervision, fault-detection and fault-diagnosis methods : an introduction', *Control Engineering Practice* **5**(5), 639–652.

Isermann, R. & Freyermuth, B. [1990], 'Process fault diagnosis based on process model knowledge', *Journal A* **31**(4), 58–65.

Jang, S., Joseph, B. & Mukai, H. [1986], 'Comparison of two approaches to on-line parameter and state estimation of nonlinear systems', *Int. Eng. Chem. Proc. Des. dev.* **25**, 809–814.

Jaulin, L. [2000], 'Le calcul ensembliste par analyse par intervalles et ses applications', *Habilitation à diriger des recherches (HDR)* . http ://www.istia.univangers.fr/ jaulin/publications.html0.

Jazwinski, A. H. [1970], 'Stochastic processes and filtering theory', *Mathematics in Science and Engineering* **64**.

Jiang, T., Khorasani, K. & Tafazoli, S. [2008], 'Parameter estimation-based fault detection, isolation and recovery for nonlinear satellite models', *IEEE Transactions on control systems technology* **16**(4), 799–808.

k. hornik [1991], 'Approximation capabilities of multilayer feedforward networks', *Neurol Networks* **4**(3), 251–257.

Kailath, T., ed. [1980], *Linear Systems*, Prentice-Hall.

Kalman, R. E. & Bucy, R. [1960], 'New results in linear filtering and prediction theory', *Journal of Basic Engineering* **82**, 35–40.

Kazantzis, N. & Kravaris, C. [1998], 'Nonlinear observer design using lyapunov's auxiliary theorem', *System & control letters* **34**, 241–247.

Keller, H. [1987], 'Nonlinear observer design by transformation into a generalized observer canonical form', *International Journal of Control* **46**, 1915–1930.

Kou, S. R., Elliott, D. L. & Tarn, T. J. [1975], 'Exponential observers for nonlinear dynamical systems', *Information and control* **29**, 204–216.

Kratz, F. [1991], Utilisation des techniques de redondances matérielles et analytiques à la détection de pannes de capteurs : Application aux centrales nucléaires, PhD thesis, nstitut National Polytechnique de Lorraine, Centre de Recherche en Automatique de Nancy.

Kratz, F. & Aubry, D. [2003], Finite memory observer for state estimation of hybrid system, *in* 'IFAC Safeprocess'.

Kreisselmeier, C. [1977], 'Adaptive observers with exponential rate of convergence', *IEEE Transactions on Automatic Control* **22**, 2–8.

Kreisselmeier, C. [1979], 'The generation of adaptive law structures for globally convergent adaptive observers', *IEEE Transactions on Automatic Control* **24**, 510–512.

Krener, A. J. & Isidori, A. [1983], 'Linearization by output injection and nonlinear observers', *System & control letters* **3**, 47–52.

Krener, A. J. & Respondek, W. [1985], 'Nonlinear observers with linearizable error dynamics', *SIAM Journal of Control Optimization* **23**, 197–205.

Krener, A. J. & Xiao, M.-Q. [2001], A necessary and sufficient condition for the existance of a nonlinear observer with linearizable error dynamics, *in* 'Proceedings of the 40 IEEE Conference on Decision and Control (CDC)', Orlando, Fl., pp. 2936–2941.

Krishnaswami, V. & Rizzoni, G. [1994], A survey of observer-based residual for fdi, *in* 'Proceedings of the IFAC Symposium on Fault Detection, Superision and safety of Technical Processes- safeprocees '94', pp. 34–39.

Krysander, M. & Nyberg, M. [2002], Structural analysis utilizing mss sets with application to a paper plant, *in* 'Thriteen International Workshop on Principles of diagnosis', Australie.

Langlet, R. [2004], *Transformée en ondelettes : applications aux propriétés diélectriques et mécaniques de nanostructures carbonées.*

Laouti, N., Ssheibat-Othman, N. & Othman, S. [2011], Support vector machines for fault detection in wind turbines, *in* 'Proceedings of the IFAC World Congress 2011', Milan, Italy, pp. 7067–7072.

Lüders, G. & Narendra, K. S. [1973], 'An adaptive observer and identifier for a linear system', *IEEE Transactions on Automatic Control* **18**, 496–499.

Lüders, G. & Narendra, K. S. [1974*a*], 'A new canonical form for an adaptive observer', *IEEE Transactions on Automatic Control* **19**, 117–119.

Lüders, G. & Narendra, K. S. [1974*b*], 'Stable adaptive schemes for state estimation and identification of linear systems', *IEEE Transactions on Automatic Control* **19**, 841–847.

Lee, J. & Ramirez., F. [1992], Mathematical modelling of induced doreign procduction by recombinant bacteria, *in* 'Biotech. Bioeng', Vol. 29, pp. 635–646.

Lesceq, S., Barraud, A. & Dinh, K. Q. T. [2003], Numerical accurate computations for ellipsoïdal state bounding, *in* 'Eleventh Mediterranean Conference on Control and Automation MED'03', Rhodes, Greece.

Li, C. W. & Tao, L. W. [1986], 'Observing nonlinear systems time-variable systems through a canonical observer', *International Journal of Control* **44**, 1703–1713.

Lunberger, D. [1966], 'Observers for multivariable systems', *IEEE Transactions on Automatic Control* **AC-11**(6), 190–197.

Lunberger, D. [1971], 'An introduction to obervers', *IEEE Transactions on Automatic Control* **AC-16**(6), 596–602.

Maciver, M. & Nelson, M. E. [2001], 'Towards biorobotic electrosensory system', *Autonomous Robots* **11**, 263–26.

Marino, R. & Tomei, P. [1992], 'Global adaptive observers for nonlinear systems via filtered transformations', *IEEE Transactions on Automatic Control* **37**, 1239–1245.

Marino, R. & Tomei, P. [1995], 'Adaptive observers with arbitrary exponential rate of convergence for nonlinear systems', *IEEE Transactions on Automatic Control* **40**, 1300–1304.

Masson, M., Dubuisson, B. & Frélicot, C. [1996], 'Conception d'un module de reconnaissance des formes floues pour le diagnostic', *Journal Européen des systèmes automatisés (JESA)* **30**(2-3), 319–341.

Mechraoui, A., Medjaher, K. & Zerhouni, N. [2008], Bayesian based fault diagnosis : application to an electrical motor, *in* 'Proc. of the 17th IFAC World Congress', Seoul, Korea.

Medvedev, A. & Toivonen, H. [1992], A continuous fnite memory deadbeat observer, *in* 'American Control Conference', pp. 1800–1804.

Mehra, R. K. & Peschon, J. [1971], 'An innovation approach to fault detecction and diagnosis in dynamic systems', *Automatica* **7**, 637–640.

Michalska, H. & Mayne, D. Q. [1995], 'Moving-horizon observers and observer-based control', *IEEE Transactions on Automatic Control* **40**, 995–1006.

Milanese, M. & Belforte, G. [1982], 'Estimation theory and uncertainty intervales evaluation in presence of unknown but bound errors : linear families of models and estimators', *IEEE Transactions on Automatic Control* **2**, 408–414.

Mironovski, L. [1980], 'Functional diagnosis of dynamic system - a survey', *Automation Remote Control* **41**, 1122–1143.

Misawa, E. A. & Hedrick, J. K. [1989], 'Nonlinear observers a-state-of-the-art survey', *Journal of Dynamical Systems, Measurements and Control* **72**, 1204–1217.

Montmain, J. & Gentil, S. [2000], 'Dynamic causal model diagnostic reasoning technical process supervision', *Automatica* **36**, 1137–1152.

Nam, K. [1997], 'An approximate nonlinear observer with polynomial coordinate transformation maps', *IEEE Transactions on Automatic Control* **42**, 522–527.

Nardi, M., Trezzani, I., Hammouri, H. & Dhurjati., P. [2006], Mathematical model and observer for recombinant escherichia coli strain with bioluminescence indicator genes., *in* 'Proceedings of the Second International Symposium on Communications, Control and Signal Processing (ISCCSP 2006)'.

Nicosia, S., Tomei, P. & Tornambè, A. [1986], feedback control of elastic robots by pseudolinearization techniques, *in* 'Proceedings of the 25 IEEE Conference on Decision and Control (CDC)', Athens, Greece.

Nicosia, S., Tomei, P. & Tornambè, A. [1989], 'An approximative observer for a class of nonlinear systems', *System & control letters* **12**, 43–51.

Odgaard, P. F. & Stoustrup, J. [2009], Unknown input observer based scheme for detecting faults in a wind turbine converter, *in* 'Proceedings of the 7th IFAC Symposium on Fault Detection, Supervision and Safety of Technical Processes', Barcelona, Spain, pp. 161–166. IFAC.

Odgaard, P. F. & Stoustrup, J. [2010], Unknown input observer based detection of sensor faults in a wind turbine, *in* '2010 IEEE International Conference on Control Apllications CCA', Yokohama, Japan, pp. 310–315.

Odgaard, P. F., Stoustrup, J. & Kinnaert, M. [2009], Fault tolerant control of a wind turbine- a benchmark model, *in* 'Proceedings of the 7th IFAC Symposium on Fault Detection, Supervision and Safety of Technical Processes', Barcelona, Spain, pp. 155–160. IFAC.

Odgaard, P. F., Stoustrup, J., Nielsen, R. & Damgaard, C. [2009], Observer based detection of sensor faults in wind turbines, *in* 'Proceedings of Europeen Wind Energy Conference 2009', Marseille, France. EWEA, EWEA.

Omar, O. & Alamir, M. [2011], Reducing computational complexity in moving horizon observers using partial explicit map inversion, *in* 'Proceedings of the IEEE CDC-ECC 2011', Orlando, Florida.

Omar, O. & Alamir, M. [2012], 'On the use of partial explicit inversion maps in moving horizon observers. application to the estimation problem in e.coli culture', *Journal Européen des systèmes Automatisés* **46**, 167–181.

Patton, R. J. [1994], Robust model-based fault diagnosis : the state of the art, *in* 'Proceedings of the IFAC Symposium on Fault Detection Supervision and Safety for Technical Process', Helsinki, Finland, pp. 1–24.

Patton, R. J. & Chen, J. [1997], 'Observer-based fault detection and isolation : robustness and applications', *Control engineering Practice* **5**(5), 671–682.

Patton, R. J., Frank, P. M. & clark, R. N., eds [1989], *Fault Diagnosis in Dynamic systems, Theory and Application*, Prentice-Hall.

Persis, C. D. & Isidori, A. [2001], 'A geometric approach to nonlinear fault detection and isolation', *IEEE Transactions on Automatic Control* **46**, 853–865.

Petropol, S. [2001], Ondelettes et diagnostic, application aux défauts diélectriques et électriques des machines tournantes, PhD thesis, Institut National Polytechnique de Grenoble (INPG), Grenoble, France.

Phelps, A. R. [1991], 'On constructing nonlinear observers', *SIAM Journal on Control and Optimization* **29**, 516–534.

Plestan, F. [1995], A new approach for the linearization of mimo systems by input/output injection, *in* 'Proceedings of the 34 IEEE Conference on Decision and Control (CDC)', New Orleans, L.A.

Plestan, F. & Glumineau, A. [1997], 'Linearization by generalized input-output injection', *System & control letters* **31**, 115–128.

Ploix, S., Adrot, O. & Ragot, J. [2000], Bounding appraoch to the diagnosis of a class of uncertainstatic systems, *in* 'SAFEPROCESS 2000', Budapest, Hungary.

Potter, J. & Suman, M. [1977], 'Thresholdless redundancy managements with arrays of skewed instruments. Integrity in electonic flight control systems', *AGARDOGRAPH-224* **15**, 1–25.

Poure, P., Weber, P., Theilliol, D. & Saadate, S. [2007], Fault-tolerant power electronic converters : Reliability analysis of active power filter, *in* P. Weber, ed., 'Proc. IEEE International Symposium on Industrial Electronics ISIE 2007', pp. 3174–3179. doi :10.1109/ISIE.2007.4375123.

Proychev, T. P. & Mishokov, R. L. [1993], 'Transformation of nonlinear systems in observer canonical form with reduced dependency on derivaties of the input', *Automatica* **29**, 495–498.

Quinghua, Z. [2000], 'A new residual generation and evaluation method for detection and isolation of faults in non-linear systems', *International Journal of Adaptive Control and signal Processing* **14**, 759–773.

Raghavan, S. & Hedrick, K. [1994], 'Observer design for a class of nonlinear systems', *International Journal of Control* **59**, 515–528.

Ragot, J., Maquin, D. & Sauter, D. [1992], 'Data validation using orthogonal filters', *IEEE Proc. Diagnostic* **139**(1), 47–52.

Rajamani, R. [1998], 'Observers for lipschitz nonlinear systems', *IEEE Transactions on Automatic Control* **43**, 397–401.

Rajamani, R. & Cho, Y. M. [1998], 'Existance and design of observers for nonlinear systems : relation to distance to unobservability', *International Journal of Control* **69**, 717–731.

Rambabu Kandepu, Bjarne Foss, L. I. [2008], 'Applying the unscented kalman filter for nonlinear state estimation', *Journal of Process Control* **18**, 753–768.

Randall, R. B. [1987], *Frequency Analysis*, Copenhagen : Bruel Kjaer.

Ray, A. & Desai, M. [1984], A fault detection and isolation methodology. theory and application, *in* 'Proc. of American Control Conference', pp. 262–270.

Ray, A. & Desai, M. [1986], 'A redundancy management procedure for fault detection and isolation', *Journal of dynamic systems, measurement and control* **108**(3), 248–254.

Reppa, V., Vagia, M. & Tzes, A. [2007], Fault detection using set membership identification for micro-electrostatic actuators, *in* 'Proceedings of the 16th IEEE International Conference on control Applications Part of the IEEE Mutli-conference on Systems and Control', Singapore, pp. 789–794.

Rothenhagen, K. & Fuchs, F. W. [2007], Current sensor fault detection and reconfiguration for a doubly fed induction generator, *in* F. W. Fuchs, ed., 'Proc. IEEE Power Electronics Specialists Conference PESC 2007', pp. 2732–2738.

Rothenhagen, K., Thomsen, S. & Fuchs, F. W. [2007], Voltage sensor fault detection and reconfiguration for a doubly fed induction generator, *in* S. Thomsen, ed., 'Proc. IEEE International Symposium on Diagnostics for Electric Machines, Power Electronics and Drives SDEMPED 2007', pp. 377–382.

Safonov, M. G. & Athans, M. [1978], 'Robustness and computational aspects of nonlinear stochastic estimators and regulators', *IEEE Transactions on Automatic Control* **23**, 717–725.

Schurman, J. [1995], *Diagnostic des défaillances, théorie et pratique poyur les systèmes industriels*, Hermès, Paris.

Simon, D. [2006], *Optimal State Estimation*, Wiley Interscience.

Slotine, J. E., Hedrick, J. K. & Misawa, E. A. [1987], 'On sliding observers for nonlinear systems', *Journal of Dynamics Systems, Measurements and Control* **109**, 245–252.

Slotine, J.-J. E. [1984], 'Sliding controller design for nonlinear systems', *International Journal of Control* **40**.

Slotine, J.-J. E., Hedrick, J. K. & Misawa, E. A. [1986*a*], Fast nonlinear filtering via garlekin's method, *in* 'Proceedings of the American Control Conference', Seattle, Wa.

Slotine, J.-J. E., Hedrick, J. K. & Misawa, E. A. [1986*b*], Nonlinear state estimation using sliding observers, *in* 'Proceedings of the 25th Conference on Decision and Control (CDC)', Athens, Greece, pp. 332–339.

Slotine, J.-J. E. & Li, W., eds [1991], *Applied nonlinear control*, Prentice-Hall, Inc.

Sohlberg, B. [1998], 'Monitoring and failure diagnosis of a streel strip process', *IEEE Trans. Contr. Syst. Techno.* **6**(2), 297–303.

S.Ploix [1998], Diagnostic des systèmes incertains : l'approche bornante, PhD thesis, Institut National Polytechnique de Lorraine.

Sproesser, T. & Gissinger, G. L. [1992], 'A method for fault detection using parameter and state estimation, artificial intelligence in real-time control', *Artificial Intelligence in Real-time Control* **17**, 241–246.

Staroswiecki, M. & Comtet-Varga, G. [2001], 'Analytical redundancy relations for fault detection and isolation in algebraic dynamic systems', *Automatica* **37**(5), 687–699.

Stoican, F., Raduinea, C. F. & Olaru, S. [2011], Adaptation of set theoretic methods to the fault detection of a wind turbine benchmark, *in* 'Proceedings of the IFAC World Congress 2011', Milan, Italy, pp. 8322–8327.

Sussmann, H. J. [1979], 'Single input observability for continuous time systems', *Mathematical Systems Theory* **12**, 371–393.

Svärd, C. & Nyberg, M. [2010], 'Residual generators for fault diagnosis using computation seuqences with mixed causality applied to automative systems', *Sytems, MAn and Cybernetics, Part A : Systems and Humans, IEEE Tansactions on* **40**(6), 1310–1328.

Svärd, C. & Nyberg, M. [2011], Automated design of an fdi-system for the wind turbine benchmark, *in* 'Proceedings of the IFAC World Congress 2011', Milan, Italy, pp. 8307–8315.

Takahashi, R. H. C. & Peres, P. L. D. [1999], 'Unknown input observers for uncertain systems : a unifying appraoch', *Euopeen Journal of Control* **5**, 261–275.

Thau, F. E. [1973], 'Observing the state of nonlinear systems', *International Journal of Control* **17**, 471–479.

Tornambè, A. [1992], 'High gain observers for nonlinear systems', *International Journal of systems Science* **23**, 1475–1489.

Travé-Massuyès, L., Dague, P. & Guerrin, F. [1997], *Le Raisonnement qualitatif pour les sciences de l'ingénieur*, Editions Hermes, Paris.

Tse, P. W., xian Yang, W. & Tam, H. Y. [2004], 'Machine fault diagnosis through an effective exact wavelet analysis', *Journal of Sound and Vibration* **277**(4-5), 1005–1024.

Tsinias, J. [1989], 'Observer design for nonlinear systems', *System & control letters* **13**, 135–142.

Tsinias, J. [1990], 'further results on the observer design problem', *System & control letters* **14**, 411–418.

Tzafestas, S. & Watanab, K. [1990], 'Modern approaches to system/sensor fault detection and diagnosis', *Journal A.* **31**(4), 42–57.

Tzes, A. & Le, K. [1999], Fault detection for jump discrete systems, *in* 'IEEE Proceedings of the American Control Conference', San Diego, USA.

Utkin, V. I. [1977], 'Variable structure systems with sliding mode : a survey', *IEEE Transactions on Automatic Control* **22**.

Vapnik, V. [1995], *The nature of statistical learning theory*, Spring-Verlag, New York.

Venkatasubramanian, V., Vaidyanathan, R. & Yamamoto, Y. [1990], 'Process fault detection and diagnosis using neurol network s i : steady state processes', *Computer and Chemical Engineering* **14**(7), 699–712.

Walcott, B., Coreless, M. & Zak, S. [1987], 'Comparative study of nonlinear observation techniques', *International Journal of Control* **45**, 2109–2132.

Walcott, B. & Zak, H. [1987], 'State observation of nonlinear uncertain dynamical systems', *International Journal of Control* **32**, 166–170.

Wang, H., Huang, Z. J. & Dahey, S. [1997], 'On th use of adaptive updating rules for actuator and sensor fault diagnosis', *Automatica* **33**(2), 217–225.

Wang, S., Davison, E. & Dorato, P. [1975], 'On residual generation by observer and partiy space approaches', *IEEE Transactions on Automatic Control* **20**(5), 716–727.

Watkins, J. & Yurkovish, S. [1996], Fault detection using set-membership identification, *in* 'IFAC World Congress', San Francisco, USA.

Wei, X., Verhaegen, M. & van den Engelen, T. [2008], Sensor fault diagnosis of wind turbines for fault tolerant, *in* 'Proceedings of the 17th IFAC World Congress', Seoul, South Korea, pp. 3222–3227.

Widodo, A. & Yang, B. S. [2007], 'Support vector machine in machine monitoring and fault diagnosis', *Mechanical Systems and Signal Processing* **21**, 2560–2574.

Williams, R., Rasnow, B. & Assad, C. [1990], Hypercube simulations of electric fish potentials, *in* 'Wakler, D. (Ed.), Proc. Fifth Distributed Memory Computing Conference', Charleston, SC.

Willsky, A. [1976], 'A survey of design methods for failure detection in dynamic systems', *Automatica* **12**(6), 601–611.

Wiswanadham, N. & Srichander, R. [1987], 'Fault detection using unknown input observers', *Control Theory and Advanced Technology* **3**(2), 91–101.

Wonham, W. M., ed. [1985], *Linear Multivariable Control : a geometric approach (Third edition)*, Springer Verlag.

Xia, X.-H. & Gao, W.-B. [1989], 'Nonlinear observer design by observer error linearization', *SIAM Journal on Control and Optimization* **27**, 199–216.

Xiong, Y. & Mehrdad, S. [2000], 'Robust fault detection and isolation via a diagnstic observer', *International Journal of Robust Nonlinear Control* **10**(14), 1175–1192.

Yang, H. & Saif, M. [1995], Nonlinear adaptive observer design for fault detection, *in* 'American Control Conference', pp. 1136–1139.

Yang, S., Li, W. & Wang, C. [2008], The intelligent fault diagnosis of wind turbine gearbox based on artifical neural network, *in* 'Proc. of 2008 Inetnational Conference on Condition Monitoring and Diagnosis', Beijing, China.

Youssef, B. [2005], Diagnostic par signatures graphiques des systèmes non linéaires, PhD thesis, Institut National Polytechnique de Grenoble INPG.

Youssef, B. & Alamir, M. [2003], Generic signature based tool for diagnosis and parametric estimation for multi-variable dynamical nonlinear systems, *in* 'Proceedings of the 42th Conference on Decision and Control', Hawaï, USA.

Youssef, B. & Alamir, M. [2005], Diagnosis and on-line parametric estimation of automotive electronic throttle control system, *in* 'Proceedings of the IFAC World Congress', Praha, Czech Republic.

Youssef, B., Alamir, M. & Ibrahim, F. [2005], Diagnosis and on-line parametric estimation of simulated moving bed, *in* 'Proceedings of the 44th Conference on Decision and Control (CDC-ECC 05)', Seville, Spain.

Zavala, V. M. & Biegler, L. T. [2009], *Nonlinear Programming Sensitivity for Nonlinear State Estimation and Model Predictive Control*, Springer-Verlag, pp. 419–432.

Zeitz, M. [1987], 'The extended lunberger observer for nonlinear systems', *System & control letters* **9**, 194–153.

Zhang, J. & Yan, Y. [2001], 'A wavelet-based approach to abrupt fault detection and diagnosis of sensors', *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement* **50**(5), 1389–1396.

Zhang, Q. & Xu, A. [2001], Global adaptive observers for a class of nonlinear systems, *in* 'Proceedings of the 40 IEEE Conference on Decision and Control (CDC)', Orlando, Florida, USA, pp. 3360–3366.

Zimmer, G. [1994], 'State observation by on-line minimization', *International Journal of Control* **60**, 595–606.

Zolghadri, A. [1996], 'An algorithm for real-time failure-detection in kalman filters', *IEEE Transactions on Automatic Control* **41**(10), 1537–1539.

Zwingelstein, G. [1995], *Diagnostic des défaillances, théorie et pratique pour les systèmes industriels*, Hermès, Paris.