



**HAL**  
open science

# Identification expérimentale de modèles de zones cohésives à partir de techniques d'imagerie thermomécanique

Shuang Wen

► **To cite this version:**

Shuang Wen. Identification expérimentale de modèles de zones cohésives à partir de techniques d'imagerie thermomécanique. Mécanique des solides [physics.class-ph]. Université Montpellier II - Sciences et Techniques du Languedoc, 2012. Français. NNT : 2012MON20162 . tel-00854103

**HAL Id: tel-00854103**

**<https://theses.hal.science/tel-00854103>**

Submitted on 26 Aug 2013

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

**UNIVERSITE MONTPELLIER II**  
**SCIENCES ET TECHNIQUES DU LANGUEDOC**

**THESE**

Pour obtenir le grade de  
DOCTEUR DE L'UNIVERSITE MONTPELLIER II

**Discipline :** Mécanique et Génie Civil.  
**Ecole Doctorale :** Information, Structures et Systèmes.

Présentée et soutenue publiquement par

**Shuang WEN**

Le 14/12/2012

**Identification expérimentale de modèles de zones cohésives à  
partir de techniques d'imagerie thermomécanique**

**JURY :**

|                    |  |                       |
|--------------------|--|-----------------------|
| Anna PANDOLFI      | Professeur, Politecnico de Milano        | Rapporteur            |
| Pierre VACHER      | Professeur, Université de Savoie         | Rapporteur            |
| Franck JOURDAN     | Professeur, Université de Montpellier II | Examineur             |
| Laurent STAINIER   | Professeur, Ecole Centrale de Nantes     | Examineur             |
| Bertrand WATTRISSE | Professeur, Université de Montpellier II | Directeur de thèse    |
| Yann MONERIE       | Ingénieur de Recherche, IRSN, Cadarache  | Co-directeur de thèse |
| Philippe QUERRE    | IRSN, Cadarache                          | Invité                |



# Remerciements

Ce travail a été effectué au sein du laboratoire MIST (Micromécanique et Intégrité des Structures), qui est un laboratoire commun au LMGC (Laboratoire de Mécanique et Génie Civil de Montpellier) et à l'IRSN (Institut de Radioprotection et de Sécurité Nucléaire).

Mes premiers remerciements s'adressent à Bertrand Wattrisse et Yann Monerie. Ça a été un grand plaisir d'effectuer cette thèse sous leur direction. Ils ont fait preuve de responsabilité, de disponibilité, de patience et de sérieux. J'ai beaucoup bénéficié de leurs vastes connaissances et leurs nombreuses compétences. Je tiens donc à exprimer tous mes respects à mes directeurs.

Je tiens à remercier les membres du jury pour avoir accepté d'évaluer ce travail : Franck Jourdan pour avoir présidé le jury et ses questions pertinentes, Anna Pandolfi et Pierre Vacher pour avoir accepté de rapporter sur cette thèse, Laurent Stainier pour m'avoir suivi tout au long de cette thèse et Philippe Querre pour avoir assisté à ma soutenance.

Je remercie le LMGC et l'IRSN pour leur bon accueil. Je remercie particulièrement tous les membres de l'équipe thermomécanique des matériaux, André Chrysochoos, Vincent Huon, Jean-Michel Muracciole, Hervé Louche, Laurent Waltz, David Dureisseix, Frédéric Dubois, Olivier Maisonneuve et Chantal Romano, pour leur aide et leur bonne humeur. Je remercie également les collègues de l'IRSN et du MIST, Nawfal cohésive Blal, Rafik Affes et Quoc Thang Vo pour les moments partagés.

Je tiens à présenter ma gratitude aux thésards et aux membres du LMGC pour leur soutien, notamment à Gille Camp, Alain Clary, Katya et Robert Lopez, Laurent Sabatier, Gilles Fras, et Thierry Vigo pour leurs sympathies et leurs disponibilités, à Adil Benaarbia, Guillaume Machado, Tarik Madani, Domoina Ratovoson et Silvère Vigneron pour leur encouragement, et aux autres collègues de l'étage : Cédric Montero, Julien Colmars, Nicolas Mariotti, Shanshan Chang, Arthur Gronvold, Mohamed El Mouridi, Peyvand Darabi, Delphine Jullien-Pierre, Bruno Clair, Olivier Arnould, Tancrede Almeras, Joseph Gril, Adrien Baldi, Alejandra Ramirez Martinez, Azdine Nait-Ali, Loïc Daridon, Stéphane Pagano... et bien d'autres encore.

Je remercie sincèrement Monique et Claude Leboeuf et Fu Jian pour leurs aides durant ces années en France et leur présence lors de ma soutenance.

Je suis très content de partager mon bureau avec des amis supers sympas. Je tiens à remercier Rodica Caborgan pour sa sensibilité. Je remercie à Li Li pour me donner de la confiance dans les moments les plus difficiles. Une ligne aussi à Antoine Blanche qui occupe une place privilégiée dans mon estomac (celui qui remplace mon cœur). J'ai passé trois ans dans un environnement vraiment agréable.

Merci à Sofiene Hendili pour notre amitié durant ces années. Merci pour ton aide en master et ton soutien morale pendant la thèse. Merci encore pour me sélectionner comme « caddy » de golf. Je te souhaite aussi de bon calcul pour la longueur caractéristique entre la balle et le trou.

Plus particulièrement, je remercie toute ma famille : mon père, ma mère, mes grands-parents, mes tantes, mes oncles, mes cousines et mon cousin.



# Table de matière

## INTRODUCTION

## CHAPITRE 1 QUELQUES ASPECTS BIBLIOGRAPHIQUES DE LA MECANIQUE DE LA RUPTURE

|            |  |             |
|------------|--|-------------|
| <b>1.1</b> | <b>MECANIQUE LINEAIRE DE LA RUPTURE .....</b>  | <b>1-2</b>  |
| 1.1.1      | Singularité des contraintes en pointe de fissure .....                                 | 1-2         |
| 1.1.2      | Bilan énergétique de Griffith.....   | 1-3         |
| 1.1.3      | Formule d'Irwin .....  | 1-5         |
| <b>1.2</b> | <b>MECANIQUE NON-LINEAIRE DE LA RUPTURE .....</b>                                      | <b>1-5</b>  |
| 1.2.1      | Extension de la théorie de Griffith .....  | 1-5         |
| 1.2.2      | Intégrale de Rice.....   | 1-6         |
| 1.2.3      | Approche classique HRR .....   | 1-7         |
| 1.2.4      | Plasticité en point de fissure.....  | 1-8         |
| <b>1.3</b> | <b>LIMITES DE LA MECANIQUE CLASSIQUE DE LA RUPTURE .....</b>                           | <b>1-9</b>  |
| 1.3.1      | Amorçage de la fissure .....   | 1-9         |
| 1.3.2      | Evolution temporelle et spatiale de fissuration .....                                  | 1-10        |
| <b>1.4</b> | <b>MODELES DE ZONE COHESIVE .....</b>  | <b>1-11</b> |
| 1.4.1      | Les premiers modèles de zone cohésive .....  | 1-11        |
| 1.4.2      | Décomposition dans le repère normal/tangent.....                                       | 1-13        |
| 1.4.3      | Potentiel et énergie de décohésion .....   | 1-13        |
| 1.4.4      | Analyse thermodynamique de modèles de zone cohésive .....                              | 1-14        |
| 1.4.5      | Lien entre les modèles de zone cohésive et la mécanique de la rupture .....            | 1-15        |
| 1.4.6      | Avantages des modèles de zone cohésive .....   | 1-16        |
| 1.4.7      | Inconvénients des modèles de zone cohésive.....  | 1-17        |
| 1.4.8      | Différents modèles de zone cohésive .....  | 1-18        |
| 1.4.9      | Application de la corrélation d'image numérique sur les modèles de zone cohésive ..... | 1-25        |
| <b>1.5</b> | <b>CONCLUSION PARTIELLE .....</b>  | <b>1-25</b> |

## CHAPITRE 2 OUTILS THEORIQUES

|            |  |            |
|------------|--|------------|
| <b>2.1</b> | <b>RAPPELS DE MECANIQUE DES MILIEUX CONTINUS.....</b>  | <b>2-2</b> |
| 2.1.1      | Tenseurs gradients de transformation.....              | 2-2        |
| 2.1.2      | Mesure des rotations.....                              | 2-3        |
| 2.1.3      | Mesure des déformations .....                          | 2-3        |
| 2.1.4      | Mesure de la variation de volume .....                 | 2-5        |
| 2.1.5      | Mesure des vitesses de déformation et de rotation..... | 2-5        |

|            |  |             |
|------------|--|-------------|
| 2.1.6      | Mesure de contrainte .....                               | 2-6         |
| 2.1.7      | Energie de déformation .....                             | 2-7         |
| <b>2.2</b> | <b>THERMODYNAMIQUE DES PROCESSUS IRREVERSIBLES .....</b> | <b>2-8</b>  |
| 2.2.1      | Description d'un système thermomécanique .....           | 2-8         |
| 2.2.2      | Principes de la thermodynamique .....                    | 2-9         |
| 2.2.3      | Inégalité de Clausius-Duhem et dissipations .....        | 2-14        |
| 2.2.4      | Lois de comportement .....                               | 2-15        |
| 2.2.5      | Equation de diffusion de la chaleur .....                | 2-16        |
| 2.2.6      | Bilan énergétique des trajets thermodynamiques .....     | 2-18        |
| <b>2.3</b> | <b>CONCLUSION PARTIELLE .....</b>                        | <b>2-21</b> |

## CHAPITRE 3 OUTILS EXPERIMENTAUX

|             |  |             |
|-------------|--|-------------|
| <b>3.1.</b> | <b>DISPOSITIFS EXPERIMENTAUX .....</b>                                   | <b>3-2</b>  |
| 3.1.1.      | Fonctionnement de dispositif .....                                       | 3-2         |
| 3.1.2.      | Machine de traction .....  | 3-3         |
| 3.1.3.      | Caméras visible .....  | 3-3         |
| 3.1.4.      | Dispositifs infrarouges .....  | 3-6         |
| 3.1.5.      | « SynchroCam » .....   | 3-9         |
| <b>3.2.</b> | <b>TRAITEMENT CINEMATIQUE .....</b>                                      | <b>3-10</b> |
| 3.2.1.      | Mesures de déplacements .....  | 3-10        |
| 3.2.2.      | Mesures de déformation et de vitesse de déformation .....                | 3-25        |
| <b>3.3.</b> | <b>TRAITEMENT DES IMAGES THERMIQUES .....</b>                            | <b>3-29</b> |
| 3.3.1.      | Mesures de température .....   | 3-29        |
| 3.3.2.      | Variation de température .....   | 3-32        |
| <b>3.4.</b> | <b>RECALAGES DES MESURES CINEMATIQUE ET DES MESURES THERMIQUES .....</b> | <b>3-33</b> |
| 3.4.1.      | Recalage temporel .....  | 3-33        |
| 3.4.2.      | Recalage spatial .....   | 3-38        |
| <b>3.5.</b> | <b>MESURES DES ENERGIES MISES EN JEU .....</b>                           | <b>3-41</b> |
| 3.5.1.      | Calcul de l'énergie déformation .....                                    | 3-41        |
| 3.5.2.      | Source de chaleur .....  | 3-43        |
| <b>3.6.</b> | <b>CONCLUSION PARTIELLE .....</b>  | <b>3-46</b> |

## CHAPITRE 4 PROPOSITION D'UNE APPROCHE POUR L'IDENTIFICATION DE MODELES DE ZONE COHESIVE : PRINCIPE ET VERIFICATION

|             |  |             |
|-------------|--|-------------|
| <b>4.1.</b> | <b>IDENTIFICATION EXPERIMENTALE DE MODELE DE ZONE COHESIVE .....</b> | <b>4-3</b>  |
| 4.1.1.      | Observations expérimentales .....                                    | 4-4         |
| 4.1.2.      | Méthodologie de l'identification .....                               | 4-16        |
| <b>4.2.</b> | <b>IDENTIFICATION NUMERIQUE DE LA LONGUEUR CARACTERISTIQUE .....</b> | <b>4-21</b> |
| 4.2.1.      | Identification numérique de la longueur caractéristique .....        | 4-21        |
| 4.2.2.      | Paramètres d'identification .....                                    | 4-22        |

|  |             |
|--|-------------|
| 4.2.3.Résultats numériques .....       | 4-27        |
| <b>4.3. CONCLUSION PARTIELLE .....</b> | <b>4-31</b> |

## **CHAPITRE 5 RESULTATS**

|   |             |
|---|-------------|
| <b>5.1. DESCRIPTION DES ESSAIS .....</b>                | <b>5-2</b>  |
| 5.1.1.Essais sur le DP600 .....                         | 5-2         |
| 5.1.2.Essais sur le Cuivre .....                        | 5-3         |
| <b>5.2. RESULTATS CINEMATIQUES .....</b>                | <b>5-5</b>  |
| 5.2.1.Traction sur l'acier (DP600) .....                | 5-5         |
| 5.2.2.Traction sur le Cuivre.....                       | 5-12        |
| <b>5.3. IDENTIFICATION DE LA REPONSE COHESIVE .....</b> | <b>5-17</b> |
| 5.3.1.Sur l'acier DP600 .....                           | 5-17        |
| 5.3.2.Réponse mécanique du Cuivre.....                  | 5-25        |
| <b>5.4. VALIDATION THERMO-MECANIQUE .....</b>           | <b>5-29</b> |
| 5.4.1.Essai sur le DP600.....                           | 5-29        |
| 5.4.2.Essai sur le Cuivre .....                         | 5-42        |
| <b>5.5. CONCLUSION PARTIELLE .....</b>                  | <b>5-50</b> |

## **CONCLUSION**

## **REFERENCES**



# Introduction

Dans le cadre de la sûreté des installations nucléaires, l'Institut de Radioprotection et de Sûreté Nucléaire (IRSN) effectue, notamment au travers du laboratoire de Micromécanique et Intégrité des Structures (MIST) - laboratoire commun entre le CNRS, l'IRSN et l'Université de Montpellier 2 -, des recherches sur le comportement des structures constituant le réacteur nucléaire en dehors des conditions nominales de fonctionnement. Le travail présenté dans ce manuscrit a été réalisé au sein du Laboratoire de Mécanique et Génie Civil et rentre dans le cadre des activités du laboratoire MIST concernant la modélisation avancée des accidents majeurs dans les réacteurs à eau sous pression.

Les deux principales spécificités de l'étude du comportement des matériaux dans le domaine du nucléaire sont :

1. l'évolution constante et importante de leur microstructure due à leur exposition à des ambiances nocives (irradiation, processus physico-chimiques, gradients thermomécaniques),
2. l'extrême difficulté à procéder à des mesures locales en ligne de leur comportement.

Ces deux particularités font que la modélisation numérique constitue une démarche naturelle dans la prédiction quantitative du comportement de ces matériaux et des structures qu'ils composent.

Cette prédiction par modélisation numérique nécessite l'apport de données précises sur les comportements des différents matériaux présents dans une structure telle qu'un cœur de réacteur nucléaire. Selon les évolutions microstructurales vécues, ces matériaux présentent eux-mêmes différentes phases dont il faut connaître les propriétés. A titre illustratif, la Figure 0.1 présente deux micrographies de la mince gaine cylindrique qui entoure le combustible nucléaire dans un cœur de réacteur nucléaire et qui constitue donc la première barrière de confinement des matières fissiles. Selon les conditions auxquelles est soumis ce gainage, différentes phases inclusionnaires apparaissent dans le métal d'origine qui le constitue.

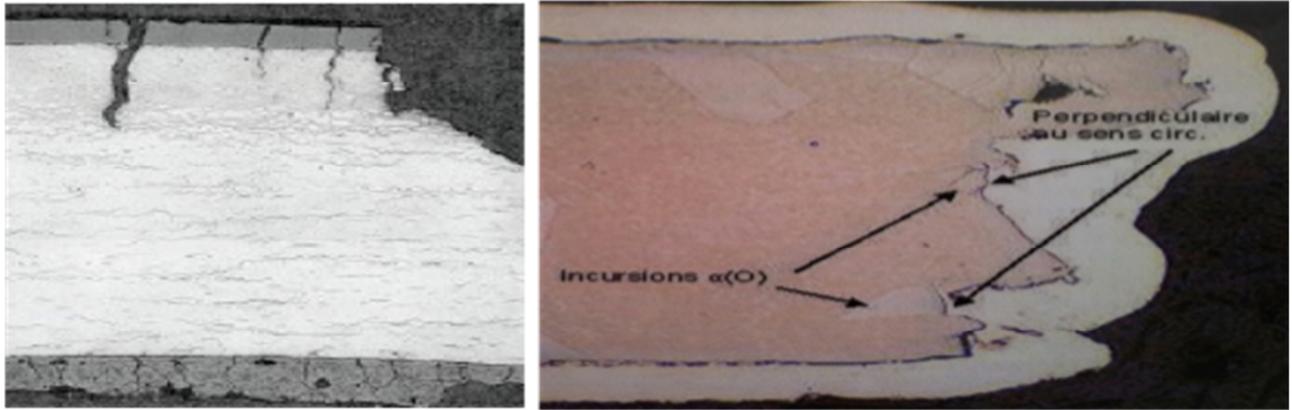
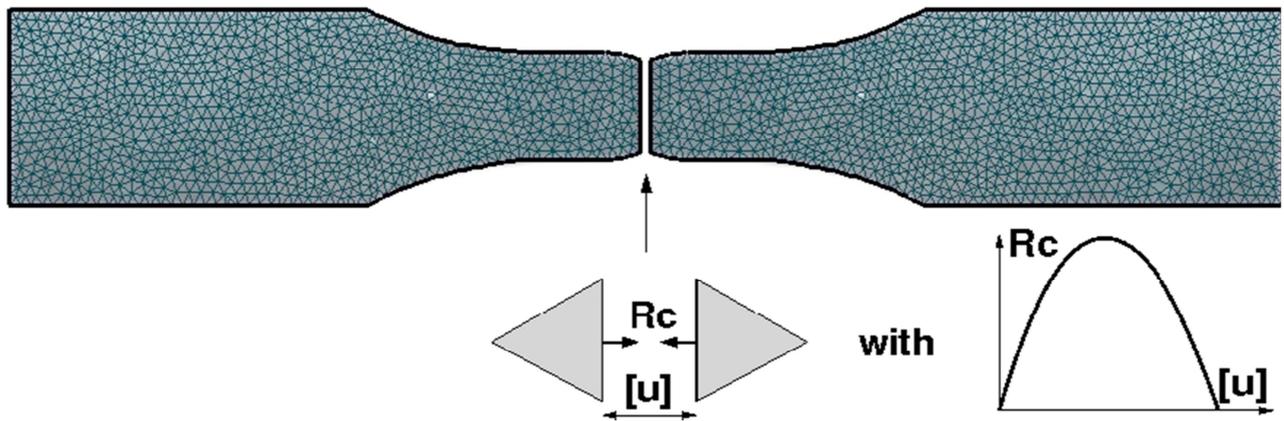


Figure 0.1 : Coupes transversales de gainages de combustible. A gauche : gainage ayant subi un séjour prolongé en réacteur ; sa microstructure fait clairement apparaître un gradient radial d'inclusions d'hydrures de zirconium qui s'établit progressivement dans le métal initial (Zircaloy). A droite : gainage ayant subi une oxydation typique des accidents par perte de réfrigérant primaire ; des inclusions d'une phase spécifique du Zircaloy sont apparues dans le métal initial.

Il est souvent particulièrement difficile d'estimer les propriétés de ces différentes phases sur des essais mécaniques standards. De tels essais requerraient la fabrication d'éprouvettes homogènes pour chaque constituant. Cela est parfois impossible, lorsque par exemple la phase inclusionnaire est trop fragile pour rester manipulable sous une forme homogène. Cela est parfois possible mais induit d'important biais : il est rare qu'un matériau issu d'un changement local de phase possède les mêmes propriétés que son pendant conçu spécifiquement en masse à l'échelle d'une éprouvette.

Ce travail s'oriente donc vers des techniques d'identification de propriétés thermo-mécaniques utilisables sur des éprouvettes taillées dans des matériaux réels. Ce point nécessite des mesures à la fois locales (à l'échelle de chaque phase) et globales (à l'échelle de l'éprouvette). Les mesures de champs trouvent ici un domaine d'application privilégié.

Par ailleurs, les analyses de sûreté de ces gainages visent à prédire les conditions de leur rupture. De modèles de fissuration doivent donc être employés. Peu de modèles numériques permettent la simulation de l'amorçage de fissures, de leur propagation, d'une éventuelle multi-fissuration et ce jusqu'à la rupture dans des milieux hétérogènes (voir Figure 0.1). Les modèles de zone cohésive permettent de telles simulations. Ils consistent à représenter un endommagement surfacique local au travers d'une loi décrivant l'évolution de l'effort de séparation conduisant progressivement à la création de deux lèvres de fissure. En incorporant ces modèles entre toutes les mailles (ou dans certaines zones ciblées) d'une discrétisation spatiale de type éléments finis il est possible de faire naturellement émerger une fissure pour un trajet de chargement et une microstructure donnée (voir Figure 0.2).



*Figure 0.2 Illustration schématique de l'utilisation de modèles de zone cohésive pour simuler la rupture d'une éprouvette sans défauts initiaux, d'après (Richefeu et al, 2010)*

Ces modèles de zone cohésive sont intensivement utilisés depuis quelques années dans le domaine de la prédiction de la résistance des matériaux hétérogènes sous chargements complexes. Une communauté importante se mobilise pour améliorer de manière constante la qualité de prédiction de ces modèles. En particulier, de nombreuses études visent à analyser l'influence de la forme du modèle cohésif (bilinéaire, exponentielle, trapézoïdale, etc.) et des paramètres matériaux associés (contrainte cohésive maximale, ouverture critique, énergie de rupture). Chandra et al. (Chandra *et al*, 2002) et Tvergaard et Hutchinson (Tvergaard *et al*, 1992) ont montré que la forme n'avait qu'une influence mineure sur la propagation des fissures et que seul la contrainte maximale et l'énergie de rupture étaient des paramètres significatifs. A contrario, Alfano (Alfano, 2006) indique que la fissuration des composites à matrice métallique est très sensible à la forme du modèle cohésif et Borst et al. (Borst *et al*, 2006) indiquent dans leur revue qu'il convient d'adapter cette forme au type de matériau visé selon une règle empirique assez largement répandue dans la communauté numérique : les modèles «triangulaires» sont adaptés aux matériaux fragiles, les modèles en forme de «porte» sont adaptés aux matériaux ductiles. De même, Kubair et Geubelle (Kubair *et al*, 2003) ont montré que la stabilité de ces modèles adoucissants était directement liée à la forme du modèle: les modèles extrinsèques (possédant une rigidité initiale infinie) sont plus stables que les modèles intrinsèques (à rigidité initiale finie). Sur les modèles intrinsèques, Chaboche et al. (Chaboche *et al*, 2001), Perales et al. (Perales *et al*, 2010) et Tomar et al. (Tomar *et al*, 2004) soulignent l'influence majeure de la souplesse additionnelle introduite par ces modèles dans les formulations de type cohésive-volumique.

En pratique, la question de l'identification expérimentale de la forme et des paramètres des modèles cohésifs pour tel ou tel matériau se pose. Quelques approches ont ainsi récemment été proposées dans la littérature. A l'échelle nanométrique, des potentiels atomiques desquels pourraient dériver les modèles cohésifs ont été identifiés récemment (Jiang, 2010) (Ngo *et al*, 2010). A des échelles supérieures, la majorité des études consiste à faire l'hypothèse d'une forme et d'un trajet de fissuration donnés et d'identifier les paramètres matériaux du modèle cohésif (voir par exemple Adena et al. (Adena *et al*, 2006), parmi d'autres, pour les modes I purs). Hong et Kim (Hong *et al*, 2003) ont proposé une identification de modèle cohésif sans faire d'hypothèse sur la forme de la relation traction-séparation. Par construction leur approche est

limitée aux milieux élastiques fragiles. Elle a été cependant utilisée avec succès dans le cadre de la rupture dynamique par Arias et al. (Arias *et al*, 2007) et a été étendue aux comportements élasto-plastiques mais via une méthode hybride expérimentale-numérique. Tan et al. (Tan *et al*, 2005) ont proposé une méthode expérimentale directe basée sur des techniques de corrélation d'images mais en imposant par avance le trajet de fissuration par une pré-encoche au dos de l'éprouvette, transformant ainsi un essai matériau en un essai structure. D'une manière générale, et à notre connaissance, l'essentiel des études expérimentales conduites sur le sujet concernent : (a) l'identification des paramètres cohésifs à forme fixée (Fedele *et al*, 2009) (Valoroso *et al*, 2010), ou partiellement fixée (Shen *et al*, 2011); (b) des chemins de fissuration pré-définis (Valoroso *et al*, 2010) (Zhu *et al*, 2009) ou des échantillons pré-fissurés (Fuchs *et al*, 2011).

Les travaux de V. Richefeu, A. Chrysochoos, V. Huon, Y. Monerie, R. Peyroux, B. Wattrisse (Richefeu *et al*, 2010) semblent ainsi être les seuls à proposer une méthode expérimentale directe d'identification des modèles cohésifs (forme et paramètres) sans chemin de fissuration imposé et pour les matériaux élasto-plastiques.

Leur approche est basée sur des techniques de corrélation d'images adaptées à l'utilisation d'éprouvettes standard sollicitées en traction uniaxiale. Les principaux résultats de ces travaux indiquent que :

- la décomposition cohésive-volumique habituellement utilisée en simulation numérique possède un sens physique, notamment pour les matériaux élasto-plastiques endommageables,
- un modèle cohésif peut être déduit directement du comportement volumique du matériau,
- la forme et les paramètres de la loi cohésive peuvent être identifiés de manière simultanée,
- le lieu d'apparition inconnu de la fissure principale et donc de la zone d'intérêt pour le potentiel modèle cohésif peut être détecté de manière précoce et fiable durant un essai mécanique simple.

Ces travaux possèdent cependant trois limitations principales :

1. L'analyse expérimentale doit être conduite sur des plaques minces en faisant une hypothèse d'isotropie transverse.
2. Le modèle cohésif identifié est obtenu comme une relation entre la contrainte cohésive et une déformation cohésive ; Une longueur caractéristique doit donc être identifiée pour définir un réel modèle de zone cohésive de type contrainte - saut de déplacement, utilisable dans une simulation numérique.
3. Ce découpage d'un comportement apparent élasto-plastique endommageable en une partie volumique élasto-plastique strictement durcissante et en un modèle cohésif qui résume tous les effets d'endommagement n'a pas été validé sur le plan de la cohérence des énergies mises en jeu dans le processus de fissuration.

Ce travail de thèse vise à lever ces trois limitations. Plus largement, **il s'agit de proposer un protocole expérimental complet pour l'identification des modèles de zone cohésives dédiés**

**aux matériaux ductiles**, d'en souligner les potentialités et les limitations pour une gamme plus vaste de matériaux, de limiter au maximum les hypothèses qui ne permettraient pas de transposer à l'avenir ce travail pour l'identification des propriétés de rupture par phase des milieux hétérogènes. Enfin, ce travail se limite à l'utilisation de matériaux modèles dont les propriétés thermomécaniques sont bien maîtrisées par ailleurs et dont les processus de fabrication en masse garantissent une bonne reproductibilité des comportements. Les matériaux retenus présentent une similitude avec les matériaux visés pour les applications en sûreté nucléaire mentionnés précédemment.

Ce mémoire est composé de cinq chapitres :

- un chapitre de rappel sur quelques aspects de la mécanique de la rupture et des modèles cohésifs,
- un chapitre de rappel sur des outils théoriques plus généraux en thermo-mécanique des matériaux et sur les bilans énergétiques qui seront mis en œuvre,
- un chapitre sur les outils expérimentaux utilisés : corrélation d'images numériques, champs cinématiques, thermographie infrarouge, sources de chaleur,
- un chapitre sur l'approche proposée pour identifier les modèles cohésifs : mesures cinématiques, sthéniques, mesures d'endommagement, découpage cohésif-volumique, identification et validation d'une longueur cohésive caractéristique,
- un chapitre de résultats concrets sur deux matériaux tests (l'acier DP600 et le Cuivre « pur »),
- une conclusion générale et des perspectives.



# *Chapitre 1 - Quelques aspects bibliographiques de la mécanique de la rupture*

Dans ce chapitre, on présente quelques aspects bibliographiques liés à la fissuration des matériaux. On insistera particulièrement sur la mécanique de la rupture et les modèles de zone cohésive.

On commence d'abord par introduire la mécanique linéaire de la rupture. Les fondements théoriques de cette approche sont bien établis, et elle se montre efficace dans des situations simples où les matériaux sont élastiques linéaires et isotropes. On insistera ici sur l'établissement des facteurs d'intensité de contraintes et sur la mise en place de l'approche énergétique qui introduit la notion de taux de restitution d'énergie.

La mécanique linéaire de la rupture est décrite dans le cadre de l'élasticité linéarisée. Elle est ainsi particulièrement adaptée pour étudier la rupture des matériaux fragiles. Pour étudier des matériaux ductiles, on a recours à la mécanique non-linéaire de la rupture. On établira la notion clé d'intégrale  $J$ , et on rappellera qu'un sens physique peut lui être attribué dans la mesure où l'on peut montrer qu'elle est équivalente au taux de restitution d'énergie dans le cas de la mécanique linéaire de la rupture. On présentera aussi la notion de zone plastique confinée en pointe de fissure et certaines extensions de l'intégrale  $J$ , comme l'approche HRR.

Certains points ne sont pas abordés dans la mécanique classique de la rupture, qu'elle soit linéaire ou non. Par exemple, les problèmes de l'amorçage et de la propagation instable des fissures ne peuvent pas être traités avec cette approche.

Pour traiter dans un même formalisme le problème de l'amorçage et de la propagation, il est possible d'utiliser, parmi d'autres, des modèles de zone cohésive. Ils permettent d'éviter les limitations inhérentes à la mécanique de la rupture et de rechercher des lois de comportement pour la fissuration. Dans cette section, on introduit d'abord les notions et les paramètres concernant les modèles cohésifs. On s'attachera à relier les modèles de zone cohésive à la mécanique de la rupture puis on présentera les limitations de cette approche. Finalement, on illustrera la grande diversité de modélisations cohésives au travers de différents exemples de la littérature.

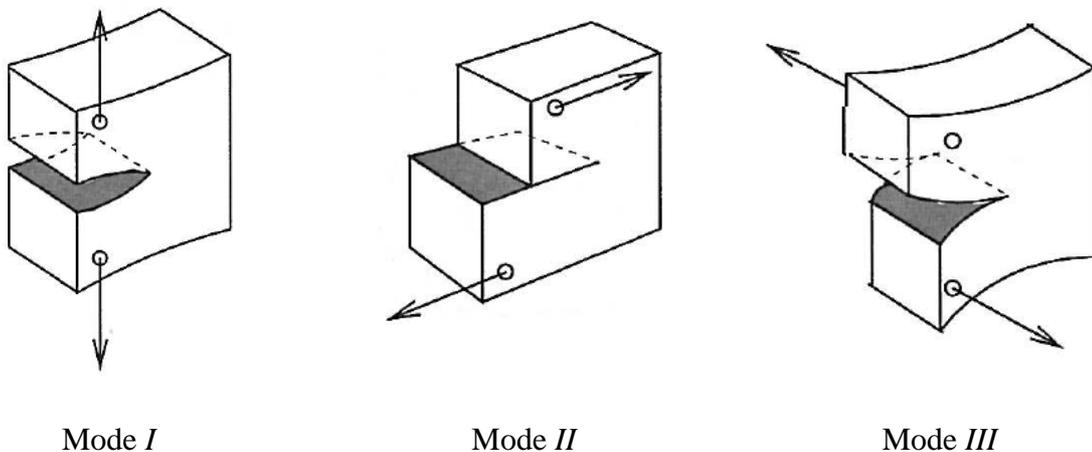
## 1.1 Mécanique linéaire de la rupture

La mécanique linéaire de la rupture s'est beaucoup développée depuis les années 1960. Cette approche permet d'écrire différents critères de propagation des fissures. Elle constitue un outil efficace pour analyser ou simuler les mécanismes de la rupture fragile. On précise ici le cadre de la mécanique linéaire de la rupture. Les principales hypothèses classiquement retenues sont les suivantes : 1/ petites perturbations, 2/ matériaux élastiques et linéaires, 3/ évolutions quasi-statiques et isothermes, 4/ fissuration rectiligne dans un corps bidimensionnel. Dans le cadre de ces hypothèses, on peut étudier la fissuration par une analyse des contraintes en pointe de fissure ou par une analyse énergétique.

### 1.1.1 Singularité des contraintes en pointe de fissure

On présente d'abord l'approche locale en contrainte, qui se base sur l'écriture du champ de contrainte au voisinage de la fissure. Selon le type de chargement, on peut classifier le chargement de la fissure en trois modes (Figure 1.1) :

- mode *I* : la fissure se propage sous une contrainte de traction normale au plan de la fissure.
- mode *II* : la fissure se propage sous une contrainte de cisaillement plan.
- Mode *III* : la fissure se propage sous une contrainte de cisaillement anti-plan.

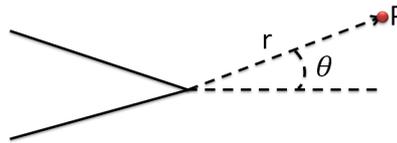


*Figure 1.1 Représentation schématique des trois modes de fissuration (Suquet, 2003)*

En se plaçant sous les hypothèses de la mécanique linéaire de la rupture, Williams (Williams, 1957) a montré que quels que soient le chargement et la géométrie du corps, dans la zone de singularité, l'expression des contraintes selon les modes de propagation de la fissure s'écrit sous la forme suivante :

$$\sigma_{ij} = \frac{K_{\alpha}}{r^{\frac{1}{2}}} f_{ij}^{\alpha}(\theta) + j_{\alpha}(r, \theta) \quad (1-1)$$

Où,  $\sigma_{ij}$  est le chargement,  $\alpha = I, II, III$  correspondent au mode *I*, *II* et *III*. Les variables  $(r, \theta)$  sont les coordonnées polaires d'un point du solide repéré par rapport à la pointe de la fissure (Figure 1.2). Les fonctions  $j_{\alpha}(r, \theta)$  sont des fonctions bornées lorsque  $r$  tend vers 0 et  $f_{ij}^{\alpha}(\theta)$  sont des fonctions de l'angle  $\theta$ .



*Figure 1.2 coordonnées polaires*

Les termes  $K_I$ ,  $K_{II}$  et  $K_{III}$  sont appelés facteurs d'intensité de contrainte en mode *I*, *II* et *III*. Leurs unités sont des  $\text{MPa}\cdot\text{m}^{1/2}$ . Ils dépendent bien évidemment de la géométrie au sens large (de l'échantillon et de la fissure) et du chargement appliqué et leur forme générale peut être exprimée par :

$$K = \sigma\sqrt{\pi l}f(l, \xi) \quad (1-2)$$

$f$  représente une fonction qui dépend de la longueur de la fissure  $l$  et de la « géométrie » de l'éprouvette  $\xi$ .

Les facteurs d'intensité de contrainte sont des paramètres clés de la mécanique linéaire de la rupture. Le champ de contraintes en pointe de fissure s'exprime directement en fonction de ces facteurs (voir équation (1-1)). Irwin (Irwin, 1957) propose en 1957 un critère de propagation de fissure en mode *I* en supposant l'existence d'une valeur critique appelée ténacité du matériau  $K_{Ic}$ , au-delà de laquelle, la fissure se propage. On peut généraliser ce critère pour tous les modes de propagation :

$$\begin{cases} K_{\alpha} < K_{\alpha c} \Rightarrow \dot{l} = 0, \\ K_{\alpha} = K_{\alpha c} \Rightarrow \dot{l} > 0, \end{cases} \quad \alpha = I, II, III \quad (1-3)$$

On remarque que les ténacités  $K_{\alpha c}$  sont différentes des facteurs d'intensité de contrainte  $K_{\alpha}$ . Ce sont des grandeurs intrinsèques au matériau. Elles sont indépendantes de la géométrie de l'éprouvette. Plusieurs méthodes, issues des travaux de Williams (Williams, 1957), Muskhelishvili (Muskhelishvili, 1953) et Bueckner (Bueckner, 1970), permettent d'estimer ces paramètres.

La limitation principale de cette approche est la singularité de contrainte en fond de fissure. En effet, dans l'équation (1-1), la contrainte tend vers l'infini lorsque  $r$  tend vers 0.

Naturellement, il ne peut en être ainsi dans la réalité, et d'autres mécanismes apparaissent au voisinage de la fissure (plastification, propagation de la fissure).

### 1.1.2 Bilan énergétique de Griffith

L'approche proposée par Griffith (Griffith, 1920) permet de définir un critère énergétique qui caractérise la propagation ou la non-propagation de fissures. Il se place lui aussi dans le cadre des hypothèses de la mécanique linéaire de la rupture (élasticité linéaire isotrope, HPP, quasi-staticité).

On considère un corps élastique contenant une fissure comme un système thermodynamiquement réversible. En supposant l'existence d'une densité linéique d'énergie  $\gamma$  qui est créée par l'avancement de la fissure, on peut exprimer l'énergie totale du système  $E_{tot}(l)$  par cette densité d'énergie et l'énergie potentielle mécanique  $P(l)$  en fonction de la longueur de la fissure  $l$ .

$$E_{tot}(l) = P(l) + 2\gamma l \quad (1-4)$$

où  $P(l)$  représente l'énergie potentielle du système, et  $l$  représente la longueur de la fissure. La quantité  $2\gamma l$  est l'énergie relative à la création des deux lèvres de la fissure.

La propagation de la fissure est ensuite analysée en employant le principe de la minimisation de l'énergie. La fissure avance d'une quantité  $\Delta l$  si les énergies totales du système avant et après la propagation de la fissure vérifient l'inégalité :  $E_{tot}(l + \Delta l) < E_{tot}(l)$ . On a donc

$$P(l + \Delta l) + 2\gamma(l + \Delta l) \leq P(l) + 2\gamma l \quad (1-5)$$

En définissant le taux de restitution d'énergie  $G = -\frac{\partial P}{\partial l}$ , on obtient un critère énergétique de propagation de la fissure à partir de l'équation (1-5) :

$$\begin{cases} G < 2\gamma \Rightarrow \dot{l} = 0 \\ G \geq 2\gamma \Rightarrow \dot{l} > 0 \end{cases} \quad (1-6)$$

Ce critère est établi d'un point de vue énergétique. Il ne fait pas intervenir l'expression des contraintes, ni la singularité de la contrainte en pointe de fissure. Par contre, cette approche globale n'est valable que dans le cadre de la mécanique linéaire de la rupture. La propagation de la fissure est étudiée comme un processus thermodynamique réversible. Comme pour l'approche en contrainte, l'effet de phénomènes irréversibles n'est pas pris en compte. Pour résoudre ce problème, la mécanique non-linéaire de la rupture est développée. Elle sera discutée dans la section 1.2.

### 1.1.3 Formule d'Irwin

Deux critères de propagation de la fissure sont disponibles : l'un d'un point de vue local (approche en contrainte) et l'autre d'un point de vue global (approche énergétique). Dans le cadre des hypothèses proposées, il existe un lien entre ces deux approches. La formule d'Irwin, proposée en 1960 (Irwin, 1960), décrit la relation entre les facteurs d'intensité des contraintes en pointe de fissure et le taux de restitution d'énergie associé à une propagation de la fissure dans la direction de la pointe de fissure :

$$G = \begin{cases} \frac{1-v^2}{E} (K_I^2 + K_{II}^2) + \frac{1+v}{E} K_{III}^2 & \text{en déformation plane} \\ \frac{1}{E} (K_I^2 + K_{II}^2) + \frac{1+v}{E} K_{III}^2 & \text{en contrainte plane} \end{cases} \quad (1-7)$$

où  $v$  est le coefficient de poisson et  $E$  représente le module de Young.

## 1.2 Mécanique non-linéaire de la rupture

La section précédente a présenté la mécanique linéaire de la rupture. Cette dernière permet d'écrire le champ de contrainte au voisinage de la pointe de la fissure en fonction des facteurs d'intensité de contrainte. La mécanique linéaire de la rupture est adaptée pour décrire l'évolution de la fissuration de matériaux fragiles tels que le verre. Ces matériaux possèdent en effet un comportement élastique, et ils rompent de manière brutale.

Les hypothèses sous-jacentes à la mécanique linéaire de la rupture peuvent se montrer trop restrictives, notamment dès que l'on rencontre des matériaux élasto-plastiques. La déformation plastique se localise alors dans une zone située au voisinage du front de fissure. Dans le cas où les dimensions de la zone plastique sont très petites devant les autres dimensions de l'échantillon, il est possible de continuer d'appliquer la mécanique linéaire de la rupture moyennant quelques corrections sur les facteurs d'intensité de contrainte (Irwin, 1962).

Dans les matériaux ductiles, la taille de la zone plastique peut être du même ordre de grandeur que la longueur de la fissure. La mécanique non-linéaire de la rupture est introduite pour proposer des critères de propagation de fissure dans cette situation. Cette dernière permet aussi d'accéder aux champs de contrainte et de déformation au voisinage de la pointe de la fissure.

### 1.2.1 Extension de la théorie de Griffith

Les phénomènes décrits par l'approche de Griffith sont réversibles et la dissipation associée est nulle (puisque'ils sont isothermes et élastiques). Les travaux d'Irwin (Irwin, 1958) et

d'Orowan (Orowan, 1955) complètent l'approche de Griffith en y incluant la contribution de la zone plastique qui se développe en fond de fissure. Ils modifient la valeur du taux critique de restitution d'énergie  $G_C$  de l'équation (1-6) pour y ajouter le terme  $R_f$  qui rend compte des énergies dissipées durant le processus de fissuration :

$$G_C = 2\gamma + R_f \quad (1-8)$$

Cette analyse peut être introduite dans le cadre de la thermodynamique des processus irréversibles (Suquet, 2003) et (Monerie, 2000). Le second principe de la thermodynamique permet alors d'écrire un critère plus général :

$$\begin{cases} G < G_C \Rightarrow \dot{l} = 0 \\ G = G_C \Rightarrow \dot{l} \geq 0 \end{cases} \quad (1-9)$$

Le critère de propagation prend ici la forme d'une égalité car on suppose que l'évolution de la fissure est quasi-statique (l'énergie cinétique est donc nulle).

La dissipation  $R_f$  est négligeable pour les matériaux fragiles. Le critère (1-9) correspond donc bien alors à celui de Griffith donné en équation (1-6). Au contraire, la densité d'énergie  $\gamma$  est très petite devant  $R_f$  pour les matériaux ductiles. Dans ce cas, le taux critique de restitution d'énergie dépend principalement de la dissipation  $R_f$ .

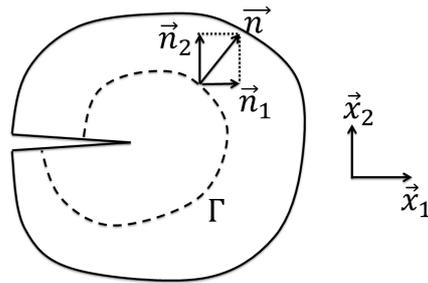
Pour pouvoir manipuler ce critère, il est nécessaire de connaître la valeur de taux de restitution d'énergie  $G$ . Dans la section suivante, on présente une méthode pratique pour déterminer cette grandeur.

### 1.2.2 Intégrale de Rice

Le concept théorique de l'intégrale de Rice  $J$  est initialement introduit par Eshelby (Eshelby, 1956), et développée par Cherepanov (Cherepanov, 1967) puis Rice (Rice, 1968). Cette intégrale curviligne est un moyen mathématique pour estimer le taux de restitution d'énergie. L'intégrale de Rice permet de relier l'approche mécanique « en contrainte » de Williams avec l'approche « énergétique » de Griffith et ses évolutions. Cette intégrale de Rice s'exprime par :

$$J = \int_{\Gamma} (\rho\omega n_1 - \sigma_{ik} \frac{\partial u_i}{\partial x_1} n_k) dS \quad (1-10)$$

où  $\omega$  est la densité massique d'énergie élastique, et  $\rho$  est la masse volumique. La Figure 1.3 illustre les autres grandeurs introduites dans l'équation (1-10) :  $\Gamma$  est un contour ouvert orienté autour de la fissure,  $\vec{n}$  est la normale sortante à  $\Gamma$ , et  $dS$  représente un élément de surface élémentaire sur le contour  $\Gamma$ . La direction  $\vec{x}_1$  est colinéaire à la fissure. Le contour se propage dans la direction  $\vec{n}_1$ .



*Figure 1.3 Définition des grandeurs introduites dans l'intégrale de Rice (équation (1-10))*

L'intégrale de Rice possède la propriété d'être indépendante du contour d'intégration  $\Gamma$  pour un corps élastique soumis à un champ de déformation bidimensionnel, et en l'absence de forces volumiques. On peut donc la calculer aussi bien près de la fissure que sur un contour qui en est éloigné. Cette propriété permet d'obtenir une méthode pratique dans la simulation numérique de type éléments finis. De plus, Budiansky et Rice (Budiansky *et al*, 1973) ont montré l'équivalence de cette intégrale avec le taux de restitution d'énergie dans le cas où la fissure se propage de façon rectiligne et que le chargement soumis est constant, soit :

$$J = G \quad (1-11)$$

Cette relation donne un accès simple et rapide pour calculer le taux de la restitution d'énergie sur des matériaux élastiques afin de pouvoir appliquer un critère de propagation des fissures tel que celui donné dans l'équation (1-9). Du fait de ses propriétés, l'intégrale de Rice est particulièrement utilisée en mécanique non-linéaire de la rupture.

### 1.2.3 Approche classique HRR

Une extension importante de l'intégrale de Rice consiste à prendre en compte des champs de contrainte dans la zone plastique. On étudie ici un matériau qui respecte une loi d'écoulement de type Ramberg-Osgood :

$$\frac{\varepsilon}{\varepsilon_0} = \alpha \left( \frac{\sigma}{\sigma_0} \right)^n \quad (1-12)$$

où  $\alpha$  est une constante du matériau,  $n$  représente le coefficient d'écrouissage,  $\sigma_0$  est la limite élastique et  $\varepsilon_0$  représente la déformation correspondante.

L'approche classique HRR proposée par Hutchinson (Hutchinson, 1968), Rice et Rosengren (Rice *et al*, 1968) permet de décrire le champ de contrainte en pointe de fissure pour le matériau étudié par l'expression suivante :

$$\sigma_{ij} = \sigma_0 \left( \frac{J}{\alpha \sigma_0 \varepsilon_0 I_n r} \right)^{\frac{1}{n+1}} \tilde{\sigma}_{ij}(\theta) \quad (1-13)$$

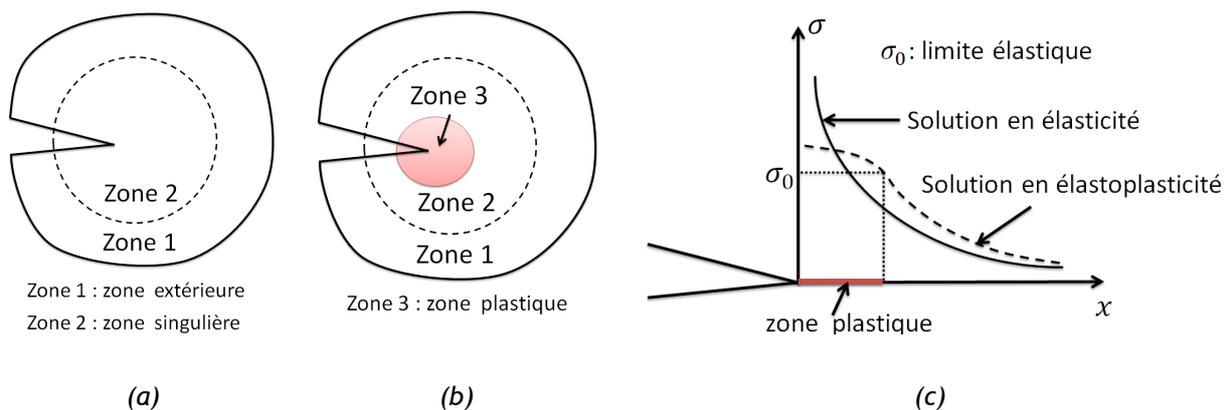
Les variables  $(r, \theta)$  correspondent aux coordonnées polaires centrées sur le fond de la fissure. Les grandeurs  $I_n$  et  $\tilde{\sigma}_{ij}$  représentent des fonctions qui dépendent de  $n$  et  $\theta$ .

Ici, le rôle de l'intégrale  $J$  est similaire aux facteurs d'intensité de contrainte dans la mécanique linéaire de la rupture : le champ de contrainte dans la zone plastique est déterminé par l'intégrale de Rice. La relation entre l'intégrale de Rice  $J$  et les facteurs d'intensité de contrainte  $K$  peut être obtenue en combinant les équations (1-7) et (1-11).

On rencontre le même problème que dans une approche locale en contrainte : les équations (1-1) et (1-13) montre que la contrainte tend vers l'infini au voisinage de la pointe de la fissure. Ces singularités de contrainte proviennent de la mécanique des milieux continus. Dans la section 1.4, on va discuter les modèles de zone cohésive permettant de corriger cette limitation.

#### 1.2.4 Plasticité en point de fissure

La mécanique non-linéaire de la rupture introduit des comportements non-linéaires tels que la plasticité. Dans la section 1.1.1, on a montré la présence d'une singularité de la contrainte en fond de fissure qui n'est pas physiquement réaliste. La prise en compte de la plasticité implique l'existence d'une zone plastique qui se développe dans la zone singulière de sorte que la contrainte ne tende pas vers l'infini (voir Figure 1.4(a)(b)). La présence de cette zone plastique va naturellement modifier le champ de contrainte à la pointe de la fissure (Figure 1.4(c)).



*Figure 1.4 (a) Corps élastique (b) Corps élastoplastique (c) Correction d'élastoplasticité*

Une estimation de la taille de la zone plastique a été proposée par Irwin (Irwin, 1956) pour un matériau parfaitement plastique et pour des conditions de contraintes planes. La dimension de

la zone plastique, notée  $d_p$ , est exprimée par le facteur d'intensité de contrainte en mode I ( $K_I$ ) et la limite élastique ( $\sigma_0$ ) :

$$d_p = \frac{1}{\pi} \left( \frac{K_I}{\sigma_0} \right)^2 \quad (1-14)$$

Dans la zone plastique, le profil de la fissure est émoussé par la plasticité. Les lèvres s'écartent d'une quantité  $[u]$ , appelée ouverture de la fissure (ou COD en anglais pour : Crack Opening Displacement). Ce paramètre est introduit par Wells (Wells, 1961) et Cottrell (Cottrell, 1961) dans le but de décrire la propagation des fissures. La fissure se propage si :

$$[u] \geq \delta_c \quad (1-15)$$

où la quantité  $\delta_c$  est la valeur critique d'ouverture de la fissure. C'est un paramètre du matériau qui ne dépend pas de la géométrie ou de la longueur de la fissure. Il existe de nombreuses manières de calculer l'ouverture de la fissure, notamment celles proposées dans les travaux de Dugdale (Dugdale, 1960) et de Barenblatt (Barenblatt, 1962). Les modèles de zone cohésive que l'on va présenter dans la section 1.4, sont développés sur la base de leurs travaux.

### 1.3 Limites de la mécanique classique de la rupture

La mécanique de la rupture n'est valable que dans les situations « standards ». Elle possède certaines limitations, inhérentes à ses hypothèses de base, qui ne lui permettent pas de traiter des situations mécaniques plus complexes comme par exemple, la description de l'amorçage et de la propagation de la fissuration. Dans cette section, on présente les faiblesses principales de la mécanique classique de la rupture.

#### 1.3.1 Amorçage de la fissure

La mécanique de la rupture propose souvent les critères de propagation des fissures mais elle ne permet pas de prédire l'amorçage. Pour illustrer cela, on considère un matériau élastique isotrope contenant une fissure de longueur  $l$ . Ce matériau subit un chargement extérieur  $\sigma_\infty$  perpendiculaire à la fissure (mode I de chargement). L'équation (1-2) montre que  $K \propto \sigma_\infty \sqrt{l}$  si on considère que la fonction  $f(l, \xi)$  ne dépend pas de  $l$ . En utilisant ensuite la formule d'Irwin, on trouve que  $G \propto \sigma_\infty^2 l$ . Finalement, le critère de Griffith permet d'obtenir une relation entre la contrainte critique  $\sigma_\infty^c$  est la longueur de fissure  $l$  :

$$\sigma_{\infty}^c \propto \frac{1}{l} \quad (1-16)$$

En absence de préfissure, la longueur de fissure tend vers 0, et il est nécessaire d'appliquer un chargement infini pour conduire à l'amorçage d'une fissure, ce qui ne représente pas la réalité. Plusieurs idées sont proposées pour résoudre cette limitation.

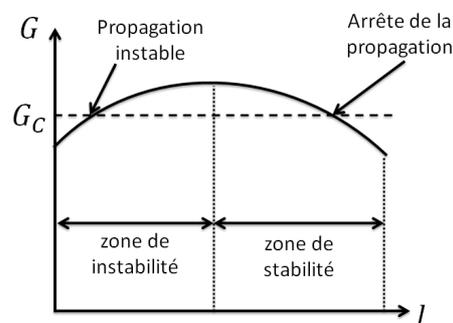
La première idée est de définir un critère d'amorçage de fissure. Il consiste à considérer qu'au-delà d'une valeur critique, la longueur de fissure passe de 0 à une valeur  $\delta l$  de manière discontinue. Cette longueur  $\delta l$  est utilisée comme une préfissure, et on peut appliquer les critères classiques de la mécanique de la rupture vus plus haut. Ce type d'approche est développée par Leguillon (Leguillon *et al*, 1998) et Hashin (Hashin, 1996).

Une autre solution est proposée par Francfort et Marigo (Francfort *et al*, 1998). Elle consiste à prédire l'amorçage et la propagation de fissure en minimisant l'énergie de la structure. L'application de cette méthode à des situations réalistes est délicate du fait des importants temps calculs qu'elle nécessite.

### 1.3.2 Evolution temporelle et spatiale de fissuration

La description de la propagation instable de fissure ne peut pas être réalisée par la mécanique classique de la rupture. Dans le cas où la relation entre l'énergie potentielle mécanique du système  $P$  est concave par rapport à la longueur de la fissure  $l$  (1-17), on observe que lorsque le taux de la restitution d'énergie atteint sa valeur critique, il augmente avec une augmentation de la longueur de fissure. La propagation de la fissure est donc instable. Sa longueur ne peut donc pas être obtenue en utilisant les méthodes classiques décrites ici.

$$\begin{cases} \frac{\partial G}{\partial l}(G_c) > 0 & \text{instable (} P \text{ est concave)} \\ \frac{\partial G}{\partial l}(G_c) < 0 & \text{stable (} P \text{ est convexe)} \end{cases} \quad (1-17)$$



*Figure 1.5 Stabilité de la propagation d'une fissure*

En ce qui concerne l'évolution spatiale de la fissure, la théorie classique ne propose qu'une seule équation dans le cas 2D pour décrire la propagation de la fissure et les deux inconnues qui lui sont associées, à savoir les deux composantes du déplacement en pointe de fissure. La mécanique de la rupture ne permet donc pas de décrire le changement de direction de la fissure dans la mesure où il manque une équation qui permettrait de rendre compte du phénomène de branchement.

Certaines approches, comme par exemple, les zones cohésives, proposent des solutions pour surmonter cette limitation.

## 1.4 Modèles de zone cohésive

Les modèles de zone cohésives ont été proposés initialement par les travaux de Dugdale (Dugdale, 1960) et de Barenblatt (Barenblatt, 1962), dans le but de décrire l'amorçage et l'évolution de fissures dans les situations mécaniques complexes (*e.g.* matériaux hétérogènes composites, comportements non-linéaires, chargements complexes, régime dynamique...). Ces modèles combinent des critères locaux en contrainte et des critères globaux en énergie. Ils rendent compte de la fissuration au moyen d'une contrainte cohésive, notée ici  $\vec{R}$  qui s'exprime en fonction d'un « saut » de déplacement  $[\vec{u}]$  (représentatif de l'écartement des lèvres de la fissure en train de se créer). Les modèles cohésifs sont particulièrement adaptés à la simulation numérique de type éléments finis.

### 1.4.1 Les premiers modèles de zone cohésive

Le modèle de Barenblatt (illustré en Figure 1.6) s'intéresse à la fissuration de matériaux fragiles en prenant en compte la contribution d'une sollicitation en fond de fissure associée aux forces atomiques qui agissent au voisinage de cette zone. La contrainte cohésive est appliquée sur la zone de transition entre le matériau sain et la fissure réelle. L'ouverture normale de la fissure augmente la contrainte cohésive normale  $R_N$  jusqu'à une valeur critique  $\delta_N$ . Au-delà de cette valeur, la contrainte diminue et tend vers 0 lorsque l'ouverture tend vers l'infini.

Barenblatt introduit le « module de cohésion »  $H$  en supposant la taille de la zone cohésive  $d$  très petite devant la taille de la fissure :

$$H = \int_0^d \frac{R_N(x)}{\sqrt{x}} dx \quad (1-18)$$

Si on suppose que la contrainte cohésive est indépendante du chargement global appliqué, cette intégrale représente une constante qui détermine la résistance à la propagation de fissure

pour un matériau sous des conditions données. Elle a la même unité que les facteurs d'intensité de contrainte, à savoir des  $\text{MPa}\cdot\text{m}^{1/2}$ . Un critère d'avancée de fissure en mode I pour les matériaux fragiles en résulte :

$$\sqrt{\frac{\pi}{2}} K_I \geq H \quad (1-19)$$

Dans la section 1.4.5, on analyse un lien entre les modèles de zone cohésive et la mécanique de la rupture en utilisant le « module de cohésion »  $H$ .

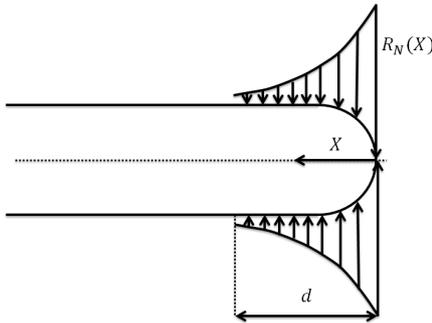


Figure 1.6 Modèle de Barenblatt

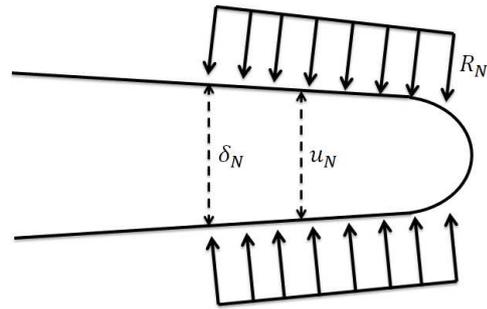


Figure 1.7 Modèle de Dugdale

Le modèle de Dugdale (Figure 1.7) a été initialement proposé pour des matériaux ductiles soumis à une traction normale. Ce modèle est similaire à celui de Barenblatt. Mais il considère que le comportement du matériau volumique est élasto-plastique parfait. La loi cohésive proposée pour ce modèle est très simple : la contrainte cohésive est une constante  $\sigma_0$  (la limite d'élasticité) tant que l'ouverture de la fissure est inférieure à une valeur critique  $\delta_N$ . Au-delà de cette valeur, la contrainte cohésive est nulle.

En appliquant la méthode de Muskhelishvili (Muskhelishvili, 1953), Dugdale propose de calculer la taille de la zone cohésive  $d$  en fonction de la longueur de fissure  $l$  :

$$d = 2l \sin^2\left(\frac{\pi \sigma^\infty}{4 \sigma_0}\right) \quad (1-20)$$

où  $\sigma_0$  est la limite élastique et  $\sigma^\infty$  correspond au chargement global appliqué.

Si  $\sigma^\infty \ll \sigma_0$ , l'équation (1-20) se simplifie et s'écrit :

$$d = \frac{\pi K_I^2}{8 \sigma_0^2} \quad (1-21)$$

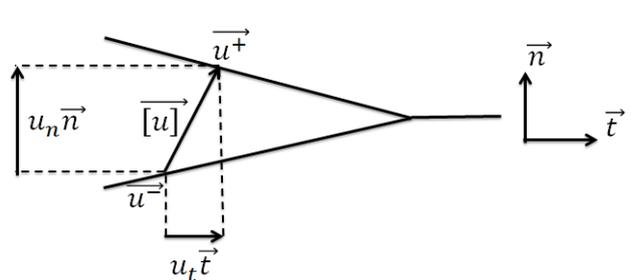
### 1.4.2 Décomposition dans le repère normal/tangent

Ces deux modèles étudient uniquement la réponse dans la direction normale. Dans un cas plus général, le chargement cohésif  $\vec{R}$  peut être décomposé en une partie normale  $R_N$  et une partie tangentielle  $R_T$  :

$$\vec{R} = R_N \vec{n} + R_T \vec{t} \quad (1-22)$$

où  $\vec{n}$  et  $\vec{t}$  représentent respectivement la normale et la tangente à la fissure.

La décomposition du saut de déplacement en une composante normale  $u_N$  et une composante tangentielle  $u_T$  est illustrée sur la Figure 1.8 :

$$[\vec{u}] = u_N \vec{n} + u_T \vec{t} \quad (1-23)$$


*Figure 1.8 Décomposition du saut de déplacement en une composante normale et tangentielle*

Dans cette figure,  $\vec{u}^+$  et  $\vec{u}^-$  représentent les déplacements des points des lèvres supérieure et inférieure de la fissure.

Dans ce chapitre, on appelle  $\hat{R}$  ( $\hat{R}_N, \hat{R}_T$ ) la contrainte maximale supportée par la zone cohésive et  $\delta$  ( $\delta_N, \delta_T$ ) représente l'ouverture critique au-delà de laquelle la fissure est créée.

### 1.4.3 Potentiel et énergie de décohésion

Les premiers modèles de zone cohésive décrivent uniquement l'évolution des contraintes cohésives de traction en fonction du saut de déplacement normal. Vers les années 1970, les modèles sont enrichis pour rendre compte de l'évolution des contraintes cohésives tangentielles en fonction du saut de déplacement tangentiel (Palmer *et al*, 1973). D'autres modèles tenant compte des lois de fissuration normales et tangentielles ont également été proposés (Camacho *et al*, 1996). Mais dans ces modèles, les expressions de  $R_N$  et  $R_T$  sont calculées de façon découplée.

Les modèles de zone cohésive couplant le saut de déplacement normal et tangentiel sont proposés à la fin de les années 80. Needleman (Needleman, 1987) propose de faire dériver les

contraintes cohésives d'un potentiel  $\Phi$  qui décrit les dépendances des contraintes cohésives et des sauts de déplacement, noté ici :

$$\Phi = \int_0^{[u]} (R_N du_N + R_T du_T) \quad (1-24)$$

Les contraintes cohésives s'écrivent alors comme la dérivée partielle de ce potentiel par rapport aux sauts de déplacement normal et tangentiel :

$$R_N = \frac{\partial \Phi}{\partial u_N} \quad \text{et} \quad R_T = \frac{\partial \Phi}{\partial u_T} \quad (1-25)$$

S'il n'y a aucun couplage entre la réponse normale et la réponse tangentielle, on peut scinder ce potentiel  $\Phi$  en deux parties indépendantes :

$$\Phi = \Phi_N(u_N) + \Phi_T(u_T) \quad (1-26)$$

On peut donc réécrire l'équation (1-25) par :

$$R_N = \frac{\partial \Phi_N}{\partial u_N} \quad \text{et} \quad R_T = \frac{\partial \Phi_T}{\partial u_T} \quad (1-27)$$

Lorsque le saut de déplacement dépasse sa valeur critique  $[u] \geq \delta$ , le potentiel  $\Phi$  est constant et il est égal à l'énergie de décohésion  $E_{sep}$  qui est définie par :

$$E_{sep} = \int_0^{\delta} (R_N du_N + R_T du_T) \quad (1-28)$$

Cette énergie de décohésion représente l'énergie consommée dans la zone cohésive pour faire avancer la fissure.

#### 1.4.4 Analyse thermodynamique de modèles de zone cohésive

Les modèles de zone cohésive sont assimilables à une loi de comportement pour la fissuration. Comme on l'a présenté auparavant, ces modèles sont initialement introduits comme des relations locales entre la contrainte cohésive et le saut de déplacement. En effet, la loi de comportement cohésive peut aussi être étudiée par une analyse thermodynamique. La première étude thermodynamique de la zone cohésive est réalisée par Gurtin (Gurtin, 1979). Il introduit les potentiels énergie interne  $e_c$ , entropie  $s_c$  et énergie libre  $\Psi_c$  qui dépendent de la température  $T$  et du saut de déplacement  $[u]$ . D'une manière générale, ces potentiels peuvent être considérés comme l'extension du potentiel de Needleman dans le plan thermodynamique et ils sont liés par :

$$\Psi_c = e_c - T s_c \quad (1-29)$$

En appliquant les deux principes de la thermodynamique, on obtient l'inégalité de Clausius-Duhem qui prend ici la forme :

$$\vec{R} \cdot d[\vec{u}] - d\Psi_c - s_c dT \geq 0 \quad (1-30)$$

D'autres auteurs, comme Costanzo généralisent cette approche en introduisant d'autres variables d'état  $\alpha_i$  (Costanzo *et al*, 1995) :

$$\Psi_c = \Psi_c([\vec{u}], T, \alpha_i) \quad (1-31)$$

On peut alors réécrire l'inégalité de Clausius-Duhem, de la façon suivante :

$$\left( \frac{\partial \Psi_c}{\partial [\vec{u}]} - \vec{R}^r \right) \cdot \dot{[\vec{u}]} - \vec{R}^{ir} \cdot \dot{[\vec{u}]} + \left( s_c + \frac{\partial \Psi_c}{\partial T} \right) \dot{T} + \frac{\partial \Psi_c}{\partial \alpha_i} \dot{\alpha}_i \geq 0 \quad (1-32)$$

$\vec{R}^r$  et  $\vec{R}^{ir}$  représentent la partie réversible et irréversible de la force cohésive  $\vec{R}$ .

Si on considère ici que le comportement de zone cohésive comme un matériau standard généralisé, les équations d'état, s'écrivent alors :

$$\left\{ \begin{array}{l} \vec{R}^r = \frac{\partial \Psi_c}{\partial [\vec{u}]} \\ s_c = -\frac{\partial \Psi_c}{\partial T} \\ A_i = -\frac{\partial \Psi_c}{\partial \alpha_i} \quad (i = 2, \dots, n) \end{array} \right. \quad (1-33)$$

La dissipation intrinsèque de ce modèle cohésif est donnée par :

$$d_1 = \vec{R}^{ir} \cdot \dot{[\vec{u}]} + A_i \dot{\alpha}_i \quad (1-34)$$

#### 1.4.5 Lien entre les modèles de zone cohésive et la mécanique de la rupture

L'approche par zone cohésive peut être liée à la mécanique de la rupture sous certaines hypothèses. Par exemple, Willis (Willis, 1967) compare les critères de Griffith et de Barenblatt. Il montre que ces deux critères sont équivalents au premier ordre en  $\frac{d}{l}$ . On rappelle que  $l$  et  $d$  correspondent respectivement à la longueur de la fissure et à la taille de la zone cohésive.

L'équivalence entre les modèles de zone cohésive et la mécanique de la rupture peut être aussi validée si l'énergie de décohésion est égale au taux de restitution d'énergie. Atkinson et Eshelby (Atkinson *et al*, 1968) introduisent en 1968 une intégrale de contour I qui caractérise les flux d'énergie à travers le contour  $\Gamma$ . Cette intégrale s'écrit :

$$I(\Gamma) = \int_{\Gamma} (\bar{\sigma} \cdot \vec{n} \cdot \dot{\vec{u}} + (\omega + c)\dot{\vec{l}} \cdot \vec{n}_1) dS \quad (1-35)$$

Le contour se propage dans la direction  $\vec{n}_1$  à la vitesse  $\dot{\vec{l}}$ . Le vecteur  $\vec{n}$  est la direction normale au contour (Figure 1.3),  $\omega$  est la densité d'énergie élastique,  $c$  est la densité d'énergie cinétique, et  $\bar{\sigma}$  représente le tenseur des contraintes.

Le taux de la restitution peut être écrit en fonction de cette intégrale :

$$G = \lim_{\Gamma \rightarrow 0} \frac{I(\Gamma)}{\dot{l}} \quad (1-36)$$

Dans le cas où la fissure se propage rectilignement à vitesse constante, l'intégrale I est indépendante du contour  $\Gamma$  et le taux de restitution d'énergie peut être exprimé par :

$$G\dot{l} = I(\Gamma) \quad (1-37)$$

Si on applique cette relation à un modèle de zone cohésive se déplaçant à une vitesse constante ( $\dot{\vec{l}} \cdot \vec{n} = 0$ ), on peut obtenir une expression du taux de restitution d'énergie comme « l'aire sous la courbe » du modèle cohésif :

$$G = \int_0^{\delta} \bar{\sigma} \cdot \vec{n} \cdot [\vec{u}] dl \quad (1-38)$$

Le modèle de zone cohésive est donc équivalent à la mécanique de rupture (critère de Griffith) si la fissure se propage en ligne droite à une vitesse constante. La propagation de la fissure dépend uniquement de l'énergie de décohésion et elle est indépendante de la forme des modèles cohésifs. Néanmoins, leur forme est importante pour l'amorçage de la fissuration.

#### 1.4.6 Avantages des modèles de zone cohésive

Les modèles de zone cohésive présentent certains avantages dans la simulation numérique de la fissuration. Ils permettent de résoudre les difficultés inhérentes à la mécanique de la rupture.

La fissure est ici considérée comme une interface entre les éléments volumiques, qui respecte la loi de comportement cohésive. L'amorçage de la fissuration peut donc être directement

décrit par la réponse cohésive. Il n'est donc pas nécessaire de recourir à des critères d'amorçage, ou à l'introduction de pré-fissures dans les matériaux.

Les modèles de zone cohésive permettent aussi de suivre la propagation de la fissure sans avoir à introduire des critères de branchement. L'idée est d'introduire des modèles de zone cohésive entre chaque maillage éléments finis (Xu *et al*, 1994). Dans ce cas, le trajet de la fissuration est naturellement déterminé par les champs globaux et la réponse cohésive.

Il est aussi possible d'obtenir une évolution instable de la fissure par approche cohésive. En effet, la présence d'adoucissement dans le comportement cohésif peut générer l'apparition de sauts de solution qui traduisent la perte de l'unicité de la solution. Ce problème de perte d'unicité sera détaillé dans la section suivante. On trouvera dans (Monerie, 2000) une analyse plus complète des conditions d'unicité ainsi que des propositions de modifications permettant d'assurer une propagation stable des fissures.

Comme on l'a présenté précédemment, ces modèles permettent d'envisager le problème de la fissuration dans des situations mécaniques complexes en employant les différents comportements cohésifs. On détaillera un peu plus tard (au paragraphe 1.4.8) certains modèles simples ainsi que leurs capacités.

#### 1.4.7 Inconvénients des modèles de zone cohésive

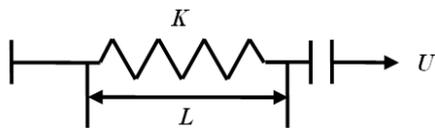
La loi de comportement cohésive fait intervenir un saut de déplacement. Pour pouvoir relier cette grandeur à une déformation, plus représentative des grandeurs mesurées classiquement en Mécanique des Matériaux, il est nécessaire de définir une longueur caractéristique (Falk *et al*, 2001). L'interprétation de cette longueur est un point important de cette thèse (section 4.2).

Les modèles cohésifs possédant une rigidité initiale infinie, tels que le modèle de Dugdale sont parfois appelés « extrinsèques ». Les modèles avec une rigidité initiale finie (ex. modèle de Barenblatt) sont des modèles dits « intrinsèques ». Un modèle cohésif intrinsèque peut introduire une souplesse initiale dans le milieu. Par conséquent, la raideur apparente du milieu contenant des zones cohésives est inférieure à celle du milieu « vierge ». L'utilisation de modèles extrinsèques permet d'éviter ce problème. Pour limiter l'introduction de non-régularités dans la modélisation, il est aussi possible d'utiliser des modèles intrinsèques possédant une raideur initiale importante.

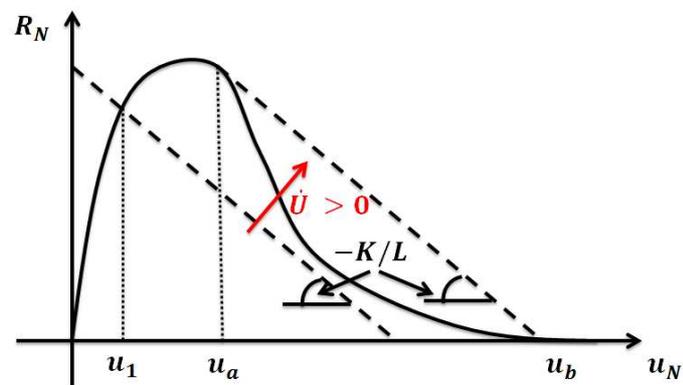
Par ailleurs, la possible perte d'unicité de la solution constitue une difficulté majeure dans la manipulation de modèles de zone cohésive. Cette difficulté est liée à la présence d'une phase d'adoucissement dans le comportement cohésif. Monerie (Monerie, 2000) a étudié les conditions d'unicité pour des matériaux élastiques cohésifs dans le cadre quasi-statique. La démarche adoptée est illustrée ici sur la Figure 1.9. Il est composé d'un ressort (de raideur  $K$  et de longueur  $L$ ) associé à un élément cohésif. Un déplacement  $U$  ou une force globale  $F$  est

appliquée au système. On suppose que la réponse de l'élément cohésif est de type Needleman (voir la section 1.4.8).

Dans la Figure 1.10, la réponse du ressort est représenté par une droite possédant une pente  $-K/L$ . L'ordonnée à l'origine de cette droite est directement liée au chargement imposé. La solution du problème est donnée par le point d'intersection entre le comportement cohésif et le comportement du ressort (Figure 1.10). Dans la partie durcissante du comportement cohésif, associée à un chargement représentée par la courbe en pointillés, la solution est toujours unique. Dans la partie adoucissante, la solution est unique seulement si la pente  $K/L$  est suffisamment grande. Dans le cas contraire, il apparaît un saut de solution de  $u_a$  à  $u_b$  ( $u_a < u_b$ ) qui traduit le fait que l'énergie élastique stockée dans le ressort est trop importante pour être consommée par le modèle d'interface.



*Figure 1.9 Modèle rhéologique d'un matériau élastique cohésif*



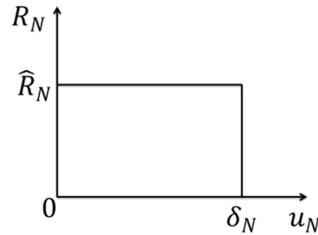
*Figure 1.10 Illustration du saut de solution éventuel dans un milieu élastique cohésif*

Cette possible perte d'unicité vient de l'hypothèse de quasi-staticité. La prise en compte des effets dynamiques permet de transformer une partie de l'énergie élastique stockée par le ressort en une énergie cinétique, ce qui a pour effet faire disparaître le saut de solution. Dans le même esprit, la prise en compte d'une viscosité interfaciale ou volumique permet aussi de régulariser le problème en autorisant la dissipation d'une partie de l'énergie élastique dans un élément visqueux (Chaboche *et al*, 2001).

#### 1.4.8 Différents modèles de zone cohésive

Les modèles de zone cohésive permettent de traiter une large gamme de problèmes. Dans cette section, nous présentons plusieurs modèles cohésifs parmi les plus utilisés.

##### - Modèle de Dugdale

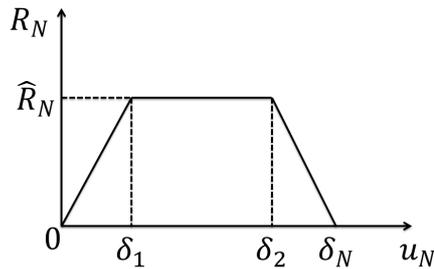


*Figure 1.11 Modèle de Dugdale*

Le modèle de Dugdale (Dugdale, 1960) est un modèle de zone cohésive, qui décrit la fissure dans un matériau élastoplastique parfait. Il considère que la contrainte cohésive  $R_N$  est une constante jusqu'à l'ouverture critique  $\delta_N$ . Au-delà de cette ouverture, la contrainte cohésive devient nulle (voir Figure 1.11) :

$$\begin{cases} R_N = \hat{R}_N & \text{si } 0 \leq u_N \leq \delta_N \\ R_N = 0 & \text{si } u_N \geq \delta_N \end{cases} \quad (1-39)$$

- **Modèle de Tvergaard et Hutchinson**



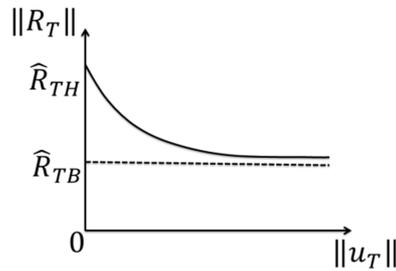
*Figure 1.12 - Modèle de Tvergaard et Hutchinson*

Tvergaard et Hutchinson (Tvergaard *et al*, 1992) étudient la propagation d'une fissure dans des matériaux élasto-plastiques. Ils introduisent une loi cohésive de type trapézoïdal illustrée sur la Figure 1.12. Ce modèle traite aussi de la réponse normale. Ils l'utilisent pour rendre compte des phénomènes de nucléation, croissance et coalescence de micro-vides propres à la rupture dans les matériaux ductiles. Les paramètres du modèle sont les suivants :  $E_{sep}$ ,  $R_N$ ,  $\delta_1/\delta_N$  et  $\delta_2/\delta_N$ .

L'énergie de décohéation de l'interface  $E_{sep}$  se calcule par la relation suivante :

$$E_{sep} = \frac{1}{2} R_N (\delta_N + \delta_2 - \delta_1) \quad (1-40)$$

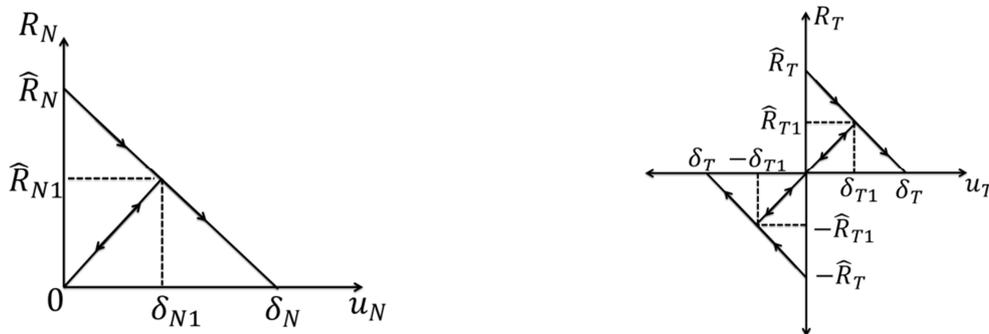
- **Modèle de Palmer et Rice**



*Figure 1.13 Modèle de Palmer et Rice*

Les modèles de Barenblatt et de Dugdale n'étudient que des chargements normaux. Le modèle proposé par Palmer et Rice en 1973 prend en compte le cisaillement (Palmer *et al*, 1973). Ce modèle décrit l'évolution de la contrainte cohésive tangentielle  $R_T$  en fonction du saut de déplacement tangentiel  $u_T$ . L'application traitée alors est liée à la géomécanique : dans des sols soumis à une compression constante, le saut de déplacement apparaît quand le cisaillement atteint une valeur critique  $\hat{R}_{TH}$ , puis le cisaillement diminue en tendant vers une constante  $\hat{R}_{TB}$  comme illustré sur la Figure 1.13.

- **Modèle de Camacho et Ortiz**



*Figure 1.14 - Modèle de Camacho et Ortiz*

Le modèle proposé par Camacho et Ortiz en 1996 prend en compte des lois de fissuration normales et tangentielles. Ce type de modèles cohésifs décrit la relation entre la contrainte cohésive (normale et tangentielle) et le saut de déplacement. Ce modèle, introduit pour étudier la fissuration sous impacts, est illustré sur la Figure 1.14. Dans ce modèle, les expressions de  $R_N$  et  $R_T$  sont calculées de façon découplée. Les relations entre la contrainte normale et l'ouverture normale, la contrainte tangentielle et l'ouverture tangentielle sont les suivantes :

$$\begin{cases} R_N = \hat{R}_N \left(1 - \frac{u_N}{\delta_N}\right) \\ R_T = \hat{R}_T \left(1 - \frac{\|u_T\|}{\delta_T}\right) \text{sgn}(u_T) \end{cases} \quad (1-41)$$

Les énergies de décohésion normale et tangentielle sont obtenues en utilisant les relations suivantes :

$$E_{sep} = E_{sep}^N + E_{sep}^T = \frac{1}{2} \hat{R}_N \delta_N + \frac{1}{2} \hat{R}_T \delta_T \quad (1-42)$$

Les trajets de décharge et recharge sont également étudiés. Ici on suppose qu'ils sont linéaires et superposés :

$$\begin{cases} R_N = \hat{R}_N \left(1 - \frac{\delta_{N1}}{\delta_N}\right) \frac{u_N}{\delta_{N1}} \\ R_T = \hat{R}_T \left(1 - \frac{\|\delta_{T1}\|}{\delta_T}\right) \frac{u_T}{\|\delta_{T1}\|} \end{cases} \quad (1-43)$$

Ce modèle peut s'appliquer non seulement en traction mais aussi en compression. L'amorçage de fissure dépend du saut de déplacement normal et tangentiel en traction. Par contre, en compression, l'amorçage de fissure dépend uniquement du saut de déplacement tangentiel.

- **Modèles de Needleman**



*Figure 1.15 Modèles de Needleman*

Needleman et ses collaborateurs proposent entre 1987 et 1990 plusieurs modèles de zone cohésive couplant les réponses normales et tangentielles pour étudier la fissuration sous chargement quasi-statique (Needleman, 1987) (Needleman, 1990). Ces modèles sont écrits dans un formalisme qui permet de faire dériver l'expression de la contrainte cohésive d'un

potentiel  $\Phi(u_N, u_T)$  de sorte que :  $R_N = \frac{\partial \Phi}{\partial u_N}$  et  $R_T = \frac{\partial \Phi}{\partial u_T}$ . Le potentiel peut être choisi polynomial (1-44) ou exponentiel (1-45) :

$$\Phi(u_N, u_T) = \begin{cases} \frac{27}{8} \hat{R}_N \delta_N \left\{ \left( \frac{u_N}{\delta_N} \right)^2 \left[ 1 + \frac{4}{3} \left( \frac{u_N}{\delta_N} \right) + \frac{1}{2} \left( \frac{u_N}{\delta_N} \right)^2 \right] \right. \\ \quad \left. + \alpha \left( \frac{u_T}{\delta_N} \right)^2 \left[ 1 + 2 \left( \frac{u_N}{\delta_N} \right) + \left( \frac{u_N}{\delta_N} \right)^2 \right] \right\} & \text{si } 0 \leq u_N \leq \delta_N \\ E_{sep} & \text{si } u_N \geq \delta_N \end{cases} \quad (1-44)$$

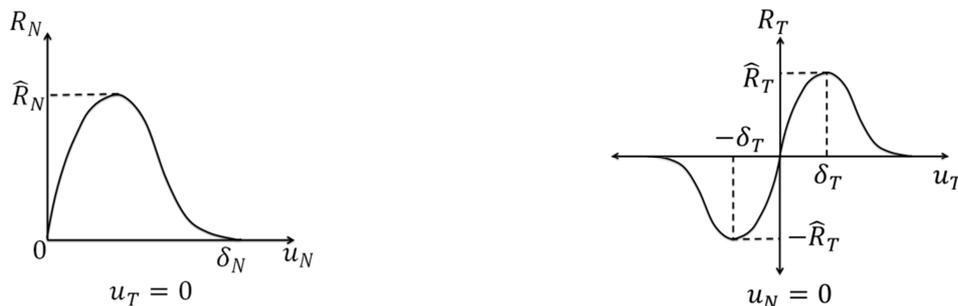
Le coefficient  $\alpha$  correspond au terme de couplage entre résistance au cisaillement et résistance normale. La grandeur  $E_{sep}$  représente l'énergie de décohésion.

$$\Phi(u_N, u_T) = \begin{cases} \frac{\hat{R}_N \delta_N e}{z} \left\{ 1 - \left[ 1 - z \frac{u_N}{\delta_N} - \alpha z^2 \left[ 1 - \cos \left( 2\pi \frac{u_T}{\delta_N} \right) \right] \right] \exp \left( -z \frac{u_N}{\delta_N} \right) \right\} \\ \lim_{u_N \rightarrow \infty} \Phi = E_{sep} \end{cases} \quad (1-45)$$

Dans cette expression,  $e = \exp(1)$  et  $z = \frac{16}{9}e$ . Dans les expressions du potentiel  $\Phi$  données dans les équations (1-44) et (1-45), on observe qu'il existe des couplages entre le saut de déplacement normal et tangentiel. C'est à dire que les réponses cohésives dépendent non seulement des chargements normaux mais aussi des cisaillements. La propagation de la fissure peut donc se faire en mode mixte. La Figure 1.15 montre les réponses normales lorsque  $u_T = 0$  et les réponses tangentielles  $u_N = 0$ . Ces figures sont associées à une forme de potentiel exponentiel ou polynomial.

Dans la modèle exponentiel, la réponse tangentielle qui décrit glissement est périodique : pour  $u_N = 0$  (Figure 1.15), le travail de chaque période est nul.

- **Modèle de Xu et Needleman**



*Figure 1.16 modèle de Xu et Needleman*

Xu et Needleman (Xu *et al*, 1994) proposent en 1994 un modèle pour décrire la fissuration sous un chargement dynamique (Figure 1.16). Ils s'intéressent à des matériaux élastiques.

Comme les autres modèles proposés par Needleman, la loi de zone cohésive peut être dérivée d'un potentiel  $\Phi(u_N, u_T)$  qui est choisi ici sous la forme :

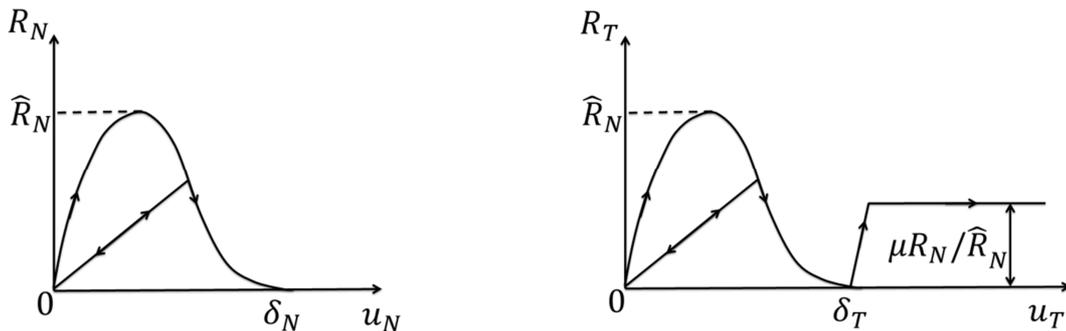
$$\begin{aligned} \Phi(u_N, u_T) = & E_{sep} \\ & + E_{sep} \exp\left(-\frac{u_N}{\delta_N}\right) \left\{ \left[1 - r + \frac{u_N}{\delta_N}\right] \frac{1-q}{r-1} - \left[ q + \left(\frac{r-q}{r-1}\right) \frac{u_N}{\delta_N} \right] \exp\left(-\frac{u_T^2}{\delta_T^2}\right) \right\} \end{aligned} \quad (1-46)$$

où,  $q$  est le ratio entre les énergies de décohésion tangentielle et normale,  $r$  est le ratio entre  $u_N^*$  (la valeur de  $u_N$  lorsque la contrainte normale est nulle) et  $\delta_N$ .

Avec ce choix de potentiel, l'énergie de décohésion normale ( $E_{sep}^N$ ) et tangentielle ( $E_{sep}^T$ ) peuvent être obtenues par:

$$\begin{cases} E_{sep}^N = \hat{R}_N \delta_N e \\ E_{sep}^T = \hat{R}_T \delta_T \sqrt{e/2} \end{cases} \quad (1-47)$$

- **Modèle de Tvergaard**



*Figure 1.17 Modèle de Tvergaard*

Tvergaard (Tvergaard, 1990) modifie le modèle proposé par Needleman en 1987 en introduisant un mécanisme irréversible supplémentaire en cisaillement : le frottement de Coulomb (Figure 1.17). En supposant l'existence d'une valeur critique  $\delta_T$  liée au saut de déplacement, il scinde l'état de la fissure en deux parties : au-dessous de cette valeur, on a une décohésion d'interface (le modèle de décohésion est de type Needleman), au-delà de cette valeur, on a un frottement de Coulomb post-décohésion.

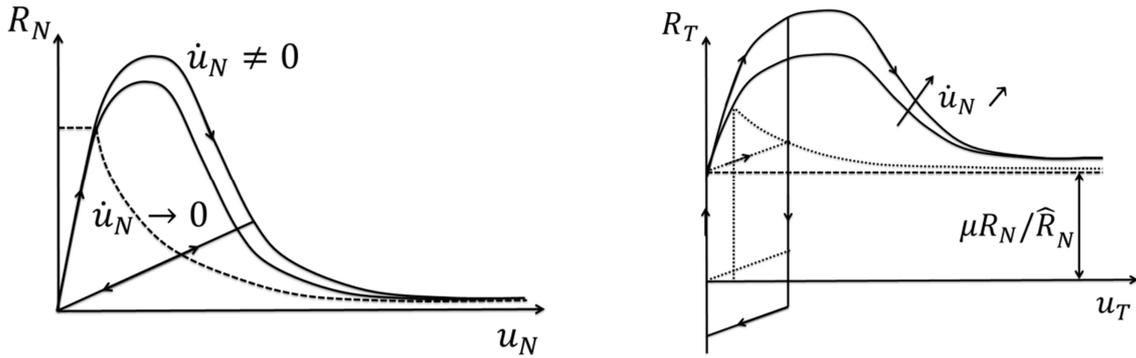
En définissant  $\lambda = \sqrt{(u_N/\delta_N)^2 + (u_T/\delta_T)^2}$  et  $f(\lambda) = (27/4)\hat{R}(1 - \lambda^2)$  pour  $0 \leq \lambda \leq 1$ , le modèle de Tvergaard s'écrit :

$$\begin{cases} R_N = (u_N/\delta_N)f(\lambda) \\ R_T = (u_T/\delta_N)f(\lambda) \end{cases} \text{ si } \dot{\lambda} \geq 0 \text{ et } \lambda = \lambda_{max} < 1$$

$$\begin{cases} R_N = (u_N/\delta_N)f(\lambda_{max}) \\ R_T = (u_T/\delta_N)f(\lambda_{max}) \end{cases} \text{ si } \dot{\lambda} < 0 \text{ ou } \lambda < \lambda_{max} < 1 \quad (1-48)$$

$$u_T = -\text{sign}(\dot{u}_T)\mu|R_N|$$

- **Modèle de Raous-Cangémi-Cocu**



*Figure 1.18 - Modèle de Raous*

Raous, Cangémi et Cocu (Raous *et al*, 1999) ont introduit en 1999 un modèle couplant endommagement cohésif et contact frottant avec une transition progressive de l'état adhérent à l'état frottant. Ce modèle s'appuie sur l'introduction d'une variable d'endommagement  $\beta$  :  $\beta = 1$  lorsque l'interface est vierge et  $\beta = 0$  quand l'interface est rompue (Figure 1.18). L'état de la fissure passe progressivement de l'adhésion au frottement de Coulomb avec contact unilatéral (conditions de Signorini). On peut exprimer ce modèle par les relations suivantes :

$$-R_N + \beta^2 C_N u_N \geq 0, \quad u_N \geq 0, \quad (-R_N + \beta^2 C_N u_N) \geq 0$$

$$\begin{cases} R_T^r = \beta^2 C_T u_T \\ \|R_T - R_T^r\| \leq \mu |R_N - \beta^2 C_N u_N| \\ \|R_T - R_T^r\| \leq \mu |R_N - \beta^2 C_N u_N| \Rightarrow \dot{u}_T = 0 \\ \|R_T - R_T^r\| \leq \mu |R_N - \beta^2 C_N u_N| \Rightarrow \exists \lambda \geq 0, \dot{u}_T = \lambda (R_T - R_T^r) \end{cases} \quad (1-49)$$

Où,  $C_N$  et  $C_T$  sont les raideurs initiales normale et tangentielle de la liaison interfaciale,  $\mu$  est le coefficient de frottement de Coulomb.

#### 1.4.9 Application de la corrélation d'image numérique sur les modèles de zone cohésive

Les modèles de zone cohésive se sont beaucoup développés ces dernières années et sont devenus un outil numérique efficace dans la simulation de la fissuration. Néanmoins, la forme de la loi cohésive est souvent choisie de manière plus ou moins « arbitraire », et ce du fait de la difficulté pratique à y accéder de manière expérimentale. La caractérisation expérimentale de ces modèles reste ainsi un enjeu majeur du domaine qui demeure encore assez peu abordé.

L'identification de ces modèles nécessite d'accéder à des mesures locales en pointe de fissure. Lors de ces dernières années, la corrélation d'image numérique (C.I.N) a été utilisée à de nombreuses reprises pour identifier les modèles de zone cohésive (Nunes, 2012) (Nguyen *et al*, 2011) (Shen *et al*, 2011). Il s'agit d'une technique performante qui permet d'accéder à des champs locaux de mesures cinématiques (notamment les champs de déplacement).

L'utilisation de cette technique est cependant délicate, notamment pour caractériser les fissures de surface faiblement ouvertes, ou bien les fissures sollicitées en cisaillement. Une des difficultés principales est liée à la réalisation de mesures à proximité de la fissure. En effet, les approches de corrélation classiques supposent une transformation continue de la matière sur le domaine de corrélation, ce qui introduit des biais systématiques dans la détermination des discontinuités de déplacement au niveau des fissures. Pour éviter ce problème dans notre étude, on travaille avec des petits domaines de corrélation et des incréments de déformation réduits.

### 1.5 Conclusion partielle

Dans ce chapitre, on a introduit trois types d'approches qui permettent d'étudier la fissuration des matériaux et des structures : la mécanique linéaire de la rupture, la mécanique non-linéaire de la rupture et les modèles de zone cohésive.

La mécanique linéaire de la rupture est une approche efficace pour analyser la rupture des matériaux fragiles. Un résultat important de cette approche est de conduire à un critère de propagation de fissure. D'un point de vue local, ce critère peut être défini en analysant les contraintes en pointe de fissure à l'aide des facteurs d'intensité de contraintes. D'un point de vue global, ce critère peut s'écrire à l'aide des taux de restitution d'énergie à partir des énergies mises en jeu.

Dans les matériaux ductiles, il apparaît une zone plastique autour de la pointe de rupture, et la mécanique linéaire de la rupture n'est plus applicable. La mécanique non-linéaire de la rupture a été développée pour analyser et simuler la fissuration de cette classe de matériaux. Cette approche étudie non seulement la propagation mais aussi l'amorçage des fissures. Elle introduit les notions telles que l'intégrale de Rice, l'approche classique HRR et le COD.

Les mécaniques linéaire et non-linéaire de la rupture constituent des approches désormais classiques qui permettent de traiter des problèmes de rupture dans des situations « standards ». Les modèles de zone cohésive ont été introduits pour étudier la fissuration dans des situations mécaniques complexes (amorçage, propagation, branchement d'une ou de plusieurs fissures). Ces sont des modèles numériques qui permettent de décrire l'amorçage et l'évolution des fissures en introduisant un comportement surfacique endommageable pour la fissure. Différents modèles de la littérature ont été présentés et certaines de leurs capacités prédictives ont été illustrées. L'identification de ces modèles cohésifs (forme, paramètres matériaux) reste aujourd'hui une problématique ouverte qui limite leur utilisation prédictive dans les simulations numériques.

Dans ce travail, on propose de mettre en place une méthodologie d'identification de modèles cohésifs en évitant les principales limitations des méthodes antérieures de la littérature qui postulent un trajet de fissuration et/ou une forme de loi cohésive. L'essentiel de la méthodologie qui sera proposée repose sur des mesures de champs cinématiques en stéréocorrélation et des bilans énergétiques.

# Chapitre 2 - Outils théoriques

Comme annoncé, les deux objectifs principaux de ce travail sont de :

- proposer une méthodologie permettant l'identification de lois de zone cohésive en effectuant un minimum d'hypothèses sur la forme de la loi et le trajet de la fissuration,
- s'assurer de la cohérence thermodynamique de la loi identifiée.

Le deuxième point nécessite de pouvoir accéder sur le plan expérimental aux différentes énergies mises en jeu au sein de la matière lors de la sollicitation afin de pouvoir construire un bilan énergétique fiable. La construction de ce bilan nécessite de disposer de différents outils théoriques présentés dans ce chapitre. Le chapitre suivant présentera la description des outils expérimentaux à mettre en œuvre pour accéder aux données expérimentales nécessaires à la construction du bilan d'énergie.

Dans ce chapitre, on présente les concepts classiques de mécanique des milieux continus (MMC) permettant de décrire les évolutions du système matériel étudié (sur le plan cinématique et thermique). Etant donné que nous nous intéressons au développement de la fissuration dans des matériaux ductiles, on insistera sur le formalisme de la mécanique en grandes transformations pour décrire la déformation, les contraintes, les équations du mouvement et l'énergie de déformation associées aux évolutions de la matière.

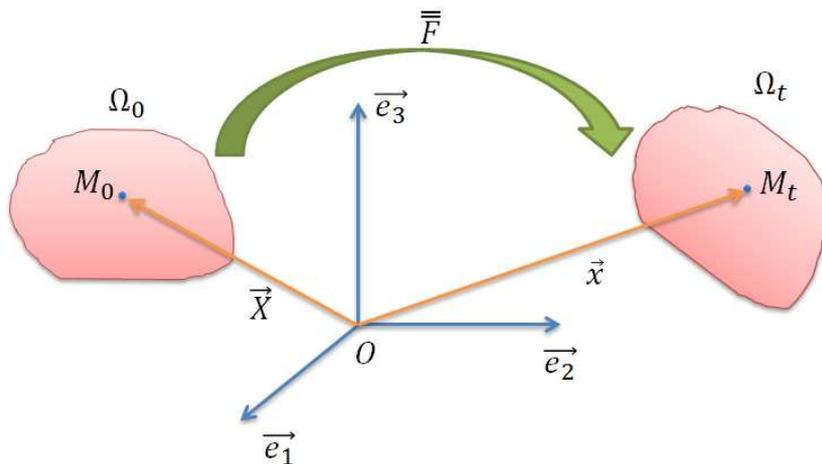
On introduira ensuite le cadre thermodynamique retenu qui reprend les concepts de la thermodynamique de processus irréversible (TPI) et le formalisme des matériaux standards généralisés afin de définir les différentes énergies mises en jeu dans la déformation de la matière (travail, chaleur, couplage et dissipation).

## 2.1 Rappels de mécanique des milieux continus

Dans cette partie, on va d'abord présenter les notions de mécanique en grandes déformations en introduisant le tenseur gradient de transformation, et les grandeurs cinématiques qui en découlent : les mesures de la déformation, de la vitesse de déformation, de la rotation et de la variation de volume. On décrit ensuite les efforts intérieurs et l'énergie associés à cette déformation. Pour plus de détails sur les notions introduites ici, on pourra se reporter aux ouvrages de (Germain, 1973), (Sidoroff, 1982) et (Coirier, 1997).

### 2.1.1 Tenseurs gradients de transformation

On se place dans un repère orthonormé  $R(\vec{O}, \vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3)$  (Figure 2.1). Un solide peut être considéré comme un ensemble de particules. À l'instant initial  $t_0$ , le solide est dans sa configuration initiale  $\Omega_0$ . À l'instant  $t$ , après déformation du solide, il est dans sa configuration actuelle  $\Omega_t$ .



*Figure 2.1 Transformation d'un milieu continu*

On étudie maintenant le mouvement d'une particule de ce milieu continu. On note  $M_0$  et  $M_t$  la position de cette particule dans la configuration initiale et actuelle.  $\vec{X} = \overrightarrow{OM_0}$  et  $\vec{x} = \overrightarrow{OM_t}$  représentent les variables de Lagrange et les variables d'Euler dans le repère orthonormé  $R$ . La configuration actuelle s'exprime en fonction de la configuration initiale au moyen de la transformation  $\mathcal{X}$  :

$$\vec{x} = \mathcal{X}(\vec{X}, t) \quad (2-1)$$

On peut caractériser le mouvement relatif des particules par le tenseur gradient de la transformation  $\overline{\overline{F}}$  :

$$\bar{\bar{F}}(\vec{X}, t) = \frac{\partial \mathcal{X}(\vec{X}, t)}{\partial \vec{X}} \quad (2-2)$$

$$d\vec{x} = \bar{\bar{F}}(\vec{X}, t)d\vec{X}$$

Ce tenseur gradient de la transformation est une mesure fondamentale qui permet de définir et de calculer les autres grandeurs cinématiques.

### 2.1.2 Mesure des rotations

Le tenseur gradient de la transformation  $\bar{\bar{F}}$  peut être décomposé de manière unique en un produit d'un tenseur symétrique avec un tenseur antisymétrique. Le tenseur symétrique ( $\bar{\bar{V}}$ ,  $\bar{\bar{U}}$ ) correspond à la dilatation pure et le tenseur antisymétrique correspond au tenseur de la rotation ( $\bar{\bar{R}}$ ). C'est-à-dire :

$$\bar{\bar{F}} = \bar{\bar{V}}\bar{\bar{R}} = \bar{\bar{R}}\bar{\bar{U}} \quad (2-3)$$

Les tenseurs  $\bar{\bar{U}}$  et  $\bar{\bar{V}}$  représentent les dilatations pures dans les configurations lagrangiennes et eulériennes. Ils peuvent être déterminés par les relations suivantes :

$$\begin{cases} \bar{\bar{U}}^2 = \bar{\bar{F}}^T \bar{\bar{F}} \\ \bar{\bar{V}}^2 = \bar{\bar{F}} \bar{\bar{F}}^T \end{cases} \quad (2-4)$$

Les directions propres de  $\bar{\bar{U}}$  et de  $\bar{\bar{V}}$  sont les directions principales de la déformation.

En connaissant  $\bar{\bar{V}}$  et  $\bar{\bar{U}}$ , on est capable de calculer le tenseur  $\bar{\bar{R}}$  par les relations suivantes :

$$\begin{aligned} \bar{\bar{R}} &= \bar{\bar{V}}^{-1} \bar{\bar{F}} \\ &= \bar{\bar{F}} \bar{\bar{U}}^{-1} \end{aligned} \quad (2-5)$$

### 2.1.3 Mesure des déformations

La mesure des déformations joue un rôle important dans notre étude. En effet, l'identification de modèle de zone cohésive se base sur cette mesure. Elle intervient également dans l'expression de l'énergie de déformation.

Le tenseur gradient de la transformation permet d'accéder aux différents tenseurs de déformation. On exprime dans ce qui suit les mesures de déformation de Hencky ( $\bar{\bar{\epsilon}}$ ) qui seront utilisées dans la suite.

Le tenseur de Green-Lagrange exprime la déformation par rapport à la configuration initiale :

$$\bar{\bar{L}} = \frac{1}{2}(\bar{\bar{C}} - \bar{\bar{I}}) \quad (2-6)$$

où  $\bar{\bar{I}}$  est le tenseur identité et  $\bar{\bar{C}}$  correspond au tenseur des dilatations de Cauchy-Green droit qui s'écrit :

$$\bar{\bar{C}} = \bar{\bar{F}}^T \bar{\bar{F}} \quad (2-7)$$

Le tenseur d'Almansi-Euler décrit la déformation par rapport à la configuration actuelle. Il s'écrit :

$$\bar{\bar{E}} = \frac{1}{2}(\bar{\bar{I}} - \bar{\bar{B}}^{-1}) \quad (2-8)$$

$\bar{\bar{B}}$  correspond au tenseur des dilatations de Cauchy-Green gauche qui s'écrit :

$$\bar{\bar{B}} = \bar{\bar{F}} \bar{\bar{F}}^T \quad (2-9)$$

Les mesures de déformations peuvent être généralisées en utilisant les tenseurs  $\bar{\bar{V}}$  et  $\bar{\bar{U}}$  par les expressions suivantes :

$$\begin{cases} \bar{\bar{e}}_{\alpha} = \frac{1}{\alpha}(\bar{\bar{U}}^{\alpha} - \bar{\bar{I}}) \\ \bar{\bar{e}}_{\alpha}' = \frac{1}{\alpha}(\bar{\bar{V}}^{\alpha} - \bar{\bar{I}}) \end{cases} \text{ Si } \alpha \neq 0 \quad (2-10)$$

Le tenseur  $\bar{\bar{e}}_{\alpha}$  décrit les déformations par rapport à la configuration de référence et le tenseur de Green-Lagrange correspond au tenseur  $\bar{\bar{e}}_2$ .

Le tenseur  $\bar{\bar{e}}_{\alpha}'$  décrit les déformations par rapport à la configuration actuelle et le tenseur de d'Almansi-Euler correspond au tenseur  $\bar{\bar{e}}_{-2}'$ .

Les déformations logarithmiques  $\bar{\bar{e}}_0$  et  $\bar{\bar{e}}_0'$  sont définies dans les configurations de Lagrange ou d'Euler dans le cas où  $\alpha = 0$  par les expressions :

$$\begin{cases} \bar{\bar{e}}_0 = \log(\bar{\bar{U}}) \\ \bar{\bar{e}}_0' = \log(\bar{\bar{V}}) \end{cases} \quad (2-11)$$

On appelle souvent ces déformations les déformations de Hencky. On l'utilisera dans ce qui suit uniquement les déformations de Hencky  $\bar{\bar{e}}_0$ . On les notera  $\bar{\bar{e}}$ .

Si les rotations matérielles restent négligeables et que  $(\vec{e}_0, \vec{e}_1, \vec{e}_2)$  reste une base propre de  $\bar{\bar{F}}$ , alors la décomposition multiplicative du tenseur gradient de la transformation (Mandel, 1966) (Lee, 1969) (Sidoroff, 1982) peut être traduite par une décomposition additive des déformations en prenant la mesure de déformation de Hencky, comme dans le cas de l'hypothèse des petites perturbations (HPP) :

$$\bar{\bar{F}} \approx \bar{\bar{U}} = \bar{\bar{U}}_e \bar{\bar{U}}_p \quad (2-12)$$

$$\begin{aligned} \bar{\bar{\epsilon}} &= \log \bar{\bar{U}} \\ &= \log \bar{\bar{U}}_e + \log \bar{\bar{U}}_p \\ &= \bar{\bar{\epsilon}}_e + \bar{\bar{\epsilon}}_p \end{aligned} \quad (2-13)$$

$\bar{\bar{U}}_e$  et  $\bar{\bar{U}}_p$  représentent les tenseurs associés à la dilatation élastique et à la dilatation plastique.  $\bar{\bar{\epsilon}}_e$  et  $\bar{\bar{\epsilon}}_p$  correspondent la déformation élastique et la déformation plastique.

#### 2.1.4 Mesure de la variation de volume

La variation de volume entre les configurations initiale et déformée  $(\frac{dv}{dV})$  peut être déterminée à partir du tenseur gradient de la transformation :

$$\det(\bar{\bar{F}}) = \frac{dv}{dV} \geq 0 \quad (2-14)$$

Dans notre analyse, cette grandeur est particulièrement importante dans la mesure où elle est directement reliée dans notre cas à l'évolution de l'endommagement que l'on résume dans la zone cohésive.

#### 2.1.5 Mesure des vitesses de déformation et de rotation

On présente ici la mesure des vitesses de déformation qui interviennent dans le calcul de la puissance de déformation.

Le vecteur de vitesse du point matériel  $M_0$  s'écrit à l'instant  $t$  :

$$\vec{v}(M_0, t) = \frac{d\vec{x}}{dt}(M_0, t) \quad (2-15)$$

On décompose ensuite le gradient de vitesse  $\bar{\bar{G}}$  (en  $s^{-1}$ ) en deux composantes : le tenseur des taux de rotation  $\bar{\bar{W}}$  (en  $s^{-1}$ ) et le tenseur eulérien des taux de déformation  $\bar{\bar{D}}$  (en  $s^{-1}$ ):

$$\begin{aligned}\bar{\bar{G}} &= \overline{\overline{\text{grad}}}(\vec{v}) \\ &= \bar{\bar{D}} + \bar{\bar{W}}\end{aligned}\tag{2-16}$$

Le tenseur des taux de rotation  $\bar{\bar{W}}$  s'écrit sous la forme :

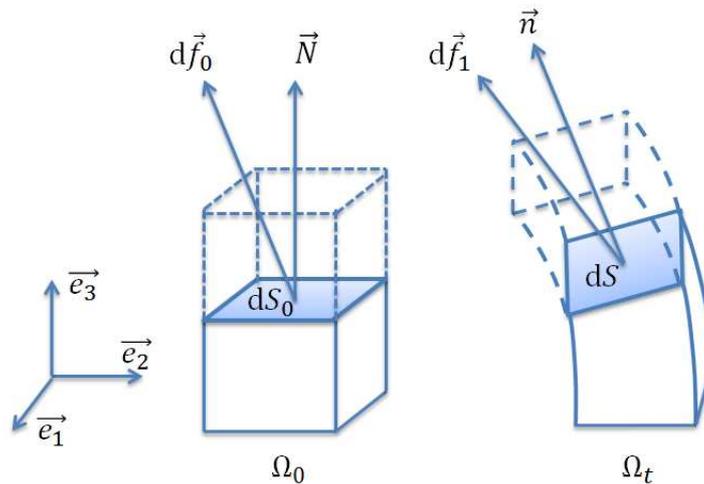
$$\bar{\bar{W}} = \frac{1}{2}(\dot{\bar{F}}\bar{F}^{-1} - \bar{F}^{-T}\dot{\bar{F}}^T)\tag{2-17}$$

Le tenseur des taux de déformation de Green-Lagrange  $\dot{\bar{L}}$  (en  $s^{-1}$ ) peut être obtenu à partir du tenseur des taux de déformation d'Euler :

$$\dot{\bar{L}} = \bar{F}^T \bar{\bar{D}} \bar{F}\tag{2-18}$$

### 2.1.6 Mesure de contrainte

On étudie maintenant les expressions des contraintes qui sont nécessaires pour décrire les efforts intérieurs développés dans le matériau. Comme les mesures de déformation, les tenseurs de contraintes peuvent être également exprimés dans la configuration initiale et actuelle (Figure 2.2).



*Figure 2.2 Efforts intérieurs*

On considère la force  $d\vec{f}_1$  s'exerçant sur un élément de surface  $dS$  de normale  $\vec{n}$  dans sa configuration actuelle. Le tenseur des contraintes de Cauchy  $\bar{\bar{\sigma}}$  (en Pa) est défini par :

$$d\vec{f}_1 = \vec{\sigma} \cdot \vec{n} dS \quad (2-19)$$

De la même façon, il est possible d'exprimer les contraintes dans la configuration initiale, l'effort  $d\vec{f}_0$  s'exerce sur un élément de surface  $dS_0$  de normale  $\vec{N}$ . Il est relié au tenseur des contraintes de Piola Kirchhoff II  $\vec{\bar{S}}$  (en Pa) par la relation suivante :

$$d\vec{f}_0 = \vec{\bar{S}} \cdot \vec{N} dS_0 \quad (2-20)$$

Dans le cas où l'hypothèse des petites perturbations (HPP) est valide, ces deux tenseurs des contraintes sont identiques. Dans le cas contraire, il existe un lien entre eux qui est donné par la relation suivante :

$$\vec{\sigma} = \frac{1}{\det(\vec{F})} \vec{F} \vec{\bar{S}} \vec{F}^T \quad (2-21)$$

Dans ce qui suit, nous avons choisi d'utiliser les contraintes de Cauchy  $\vec{\sigma}$  et le tenseur eulérien des taux de déformation  $\vec{\bar{D}}$ .

### 2.1.7 Energie de déformation

On suppose un système  $\Omega$  de frontière  $\partial\Omega$  soumis à une densité de force volumique  $\vec{f}$ , une densité de force surfacique  $\vec{F}$  appliquée à la frontière.

Le principe des puissances virtuelles conduit à l'équation suivante qui relie les puissances des quantités d'accélération  $P_{acc}$  (en W) aux puissances des efforts extérieurs ( $P_{ext}$ ) et intérieurs ( $P_{int}$ ).

$$P_{acc} = P_{ext} + P_{int} \quad (2-22)$$

La puissance des efforts extérieurs  $P_{ext}$  (en W) et la puissance des efforts intérieurs  $P_{int}$  (en W) peuvent être exprimées par :

$$P_{ext} = \int_{\partial\Omega} \vec{F} \cdot \vec{v} dS + \int_{\Omega} \vec{f} \cdot \vec{v} dV \quad \text{et} \quad P_{int} = - \int_{\Omega} \vec{\sigma} : \vec{\bar{D}} dV \quad (2-23)$$

Le vecteur  $\vec{v}$  (en m.s<sup>-1</sup>) est la vitesse.

La puissance des efforts intérieurs par unité de masse  $p_{int}^*$  (en W.kg<sup>-1</sup>) s'écrit selon la configuration choisie (la configuration actuelle ou la configuration initiale) :

$$\begin{aligned}
 p_{int}^* &= -\frac{\bar{\sigma} : \bar{D}}{\rho} \\
 &= -\frac{\bar{S} : \dot{\bar{L}}}{\rho_0}
 \end{aligned}
 \tag{2-24}$$

$\rho$  et  $\rho_0$  (en  $\text{kg.m}^{-3}$ ) représentent les masses volumiques actuelles et initiales.

On définit ensuite le taux d'énergie volumique de déformation  $w'_{def}$  (en  $\text{W.m}^{-3}$ ). Il sera utilisé pour établir le bilan énergétique par la suite de ces travaux :

$$w'_{def} = \bar{\sigma} : \bar{D} \tag{2-25}$$

## 2.2 Thermodynamique des processus irréversibles

Dans cette partie, on présente brièvement les principaux concepts de la Thermodynamique des Processus Irréversibles qui, avec le formalisme des Matériaux Standards Généralisés (Lemaitre *et al*, 1984) (Halphen *et al*, 1975), constitue le cadre retenu ici pour décrire le comportement de la matière.

On insistera sur la détermination des sources de chaleur. La TPI permet en effet d'introduire les différentes sources de chaleurs associées aux mécanismes de déformation (couplages, dissipation) et de les relier aux variations de température dans le milieu au moyen de l'équation de la chaleur. Ces approches théoriques sont détaillées dans (Suquet, 2003). On présentera une analyse énergétique sur un essai cyclique. Cette partie de rappel sert à distinguer les différents travaux et chaleurs mis en jeu dans les essais mécaniques et à établir un bilan énergétique complet à partir des mesures expérimentales.

### 2.2.1 Description d'un système thermomécanique

La déformation d'un milieu continu s'accompagne souvent de dégagements et d'absorptions de chaleur. La TPI est développée dans le but d'étudier ces phénomènes. On utilise deux types de lois pour décrire le comportement thermodynamique d'un milieu déformable : les lois d'état et les lois complémentaires. Ces premières traduisent l'état de la matière sous une sollicitation donnée et permettent d'exprimer les forces thermodynamiques. Ces dernières servent à décrire l'évolution des systèmes en tenant compte des éventuels phénomènes irréversibles en fonction des forces thermodynamiques.

Un système thermodynamique est un système où s'effectuent des échanges de masse, de chaleur ou de travail mécanique avec l'extérieur. C'est un système fermé s'il n'échange pas

de masse avec l'extérieur. Il est en équilibre quand ses variables d'état sont constantes dans le temps. Sous des chargements mécaniques ou thermiques, l'état du système thermodynamique peut évoluer vers un autre état. Le processus thermodynamique correspondant à cette transition est réversible si ce processus est non dissipatif, sinon, il est irréversible.

Le système global correspond à la totalité du système. Il est constitué d'un ensemble de particules, à chaque instant en équilibre thermodynamique les unes par rapport aux autres. Chacune de ces particules correspond à l'échelle de description locale à des sous-systèmes : on associe un élément supposé homogène à chaque particule et on le considère comme un sous-système thermodynamique.

On suppose ici que les processus thermodynamiques de chaque sous-système sont « thermodynamiquement quasi-statiques » : c'est-à-dire que les évolutions sont suffisamment lentes pour pouvoir considérer qu'à chaque instant, les sous-systèmes thermodynamiques sont à l'équilibre. Dans ce cas, l'hypothèse est faite que l'état thermodynamique en un point peut être déterminé par les valeurs de certaines variables locales (hypothèse de l'état local). Ces variables s'appellent les variables d'état. Le choix de ces variables dépend du phénomène à modéliser. On distingue classiquement :

1/ les variables observables (la température absolue  $T$ , la déformation totale  $\bar{\epsilon}$ ).

2/ les variables internes  $\alpha_i (i = 2, \dots, n)$  qui décrivent les autres phénomènes (plasticité, viscoplasticité, endommagement *etc.*).

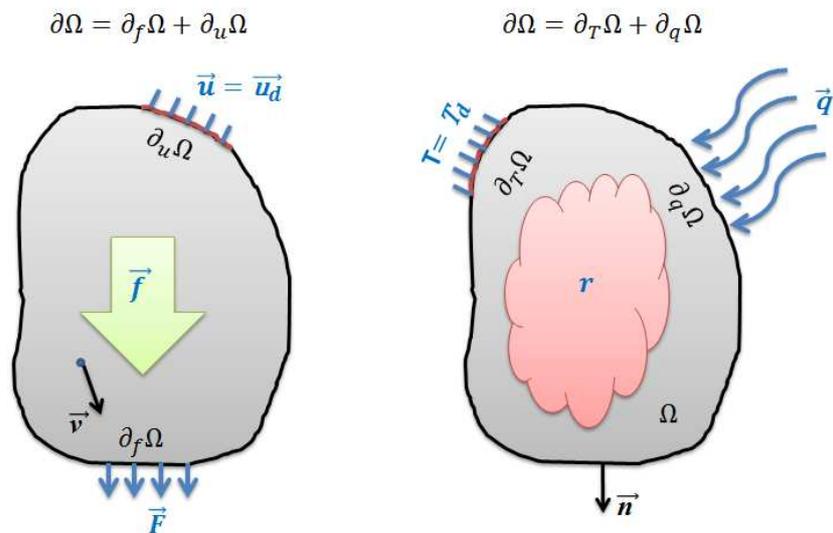
### 2.2.2 Principes de la thermodynamique

#### 2.2.2.1 *Ecriture globale des principes de la thermodynamique*

On étudie maintenant les principes de la thermodynamique qui doivent être respectés par toutes les transformations thermomécaniques réelles. Dans un premier temps sous leur forme globale, avant de donner leur écriture locale.

On suppose qu'un système global  $\Omega$  de frontière  $\partial\Omega$  soumis à une densité de force volumique  $\vec{f}$ , une densité de force surfacique  $\vec{F}$  appliquée sur la frontière (Figure 2.3).

D'un point de vue thermique, ce système est soumis à une densité de source de chaleur d'origine extérieure  $r$  ( $\text{W.m}^{-3}$ ) et à un flux surfacique de chaleur  $\vec{q}$  (en  $\text{W.m}^{-2}$ ) qui traverse la frontière de normale  $\vec{n}$ .



*Figure 2.3 système thermodynamique*

Le premier principe de la thermodynamique traduit la conservation de l'énergie. Il concerne la possibilité de transformation de la chaleur en énergie mécanique et vice-versa:

$$\frac{d}{dt}(E + K) = P_{ext} + P_{cal} \quad (2-26)$$

où,  $E$  (en J) est l'énergie interne,  $K$  (en J) est l'énergie cinétique et  $P_{cal}$  (en W) est le taux de chaleur reçue.

En prenant le théorème de l'énergie cinétique, on peut écrire :

$$\begin{aligned} \frac{dK}{dt} &= P_{acc} \\ &= P_{int} + P_{ext} \end{aligned} \quad (2-27)$$

On rappelle que  $P_{acc}$  (en W),  $P_{ext}$  (en W),  $P_{int}$  (en W) sont la puissance mécanique des quantités d'accélération, la puissance des efforts extérieurs et la puissance des efforts intérieurs.

En combinant les équations (2-26) et (2-27), On peut récrire l'expression globale du premier principe par :

$$\frac{dE}{dt} = -P_{int} + P_{cal} \quad (2-28)$$

Au niveau global, la puissance volumique des efforts intérieurs  $p_{int}$  (en  $\text{W}\cdot\text{m}^{-3}$ ) est donnée par :

$$P_{int} = \int_{\Omega} p_{int} dV = - \int_{\Omega} \bar{\sigma} : \bar{D} dV \quad (2-29)$$

et le taux de chaleur est exprimé par :

$$P_{cal} = \int_{\Omega} r dV - \int_{\partial\Omega} \vec{q} \cdot \vec{n} dS \quad (2-30)$$

En combinant les équations (2-28) à (2-30), on obtient l'écriture globale du premier principe par :

$$\frac{dE}{dt} = - \int_{\Omega} \bar{\sigma} : \bar{D} dV + \int_{\Omega} r dV - \int_{\partial\Omega} \vec{q} \cdot \vec{n} dS \quad (2-31)$$

Le second principe est introduit pour caractériser les phénomènes irréversibles d'un processus thermodynamique. Il stipule que la variation d'entropie  $S$  doit être supérieure au taux de chaleur reçue sur la température absolue  $T$  (en K). Il s'exprime de la manière suivante :

$$\frac{dS}{dt} \geq \frac{P_{cal}}{T} \quad (2-32)$$

En prenant l'équation (2-32), on obtient l'expression globale du second principe qui est donnée par l'inégalité :

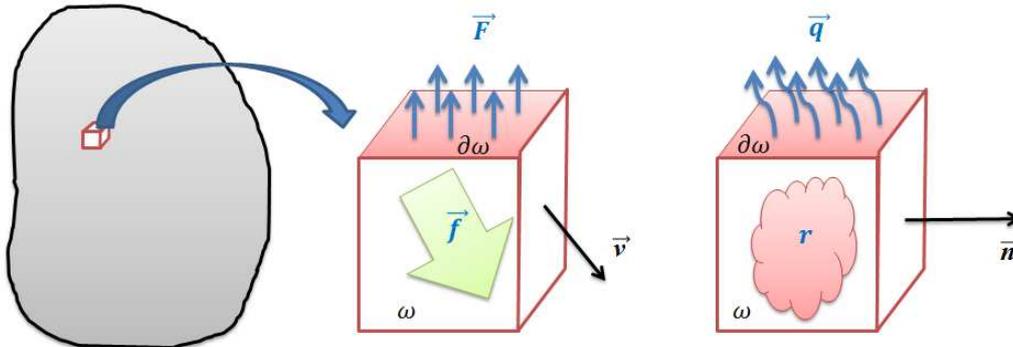
$$\frac{dS}{dt} \geq \int_{\Omega} \frac{r}{T} dV - \int_{\partial\Omega} \frac{\vec{q} \cdot \vec{n}}{T} dS \quad (2-33)$$

### 2.2.2.2 *Ecriture locale des principes de la thermodynamique*

On a introduit les principes thermodynamiques pour un système fermé par leur écriture globale. On considère maintenant ce système est constitué d'un ensemble de sous-systèmes à l'équilibre entre eux. Chaque sous-système doit être homogène et thermodynamiquement quasi-statique : c'est-à-dire que le temps caractéristique des évolutions thermodynamiques est très faible devant le temps de sollicitation.

D'un point de vue mécanique, ce sous-système  $\omega$  de frontière  $\partial\omega$  est soumis à une densité de force volumique  $\vec{f}$  et une densité de force surfacique  $\vec{F}$  appliquée sur la frontière (Figure 2.4).

De même, d'un point de vue thermique, ce sous-système est soumis à une densité de source de chaleur d'origine extérieure  $r$  et un flux de chaleur sortant  $\vec{q}$  (en  $\text{W.m}^{-2}$ ) qui traverse la frontière de normale  $\vec{n}$ .



*Figure 2.4 système et sous-systèmes thermodynamique*

En utilisant la même méthode que la section précédente, on étudie chaque sous-système et on obtient l'écriture globale du premier principe :

$$\frac{dE}{dt} = - \int_{\omega} \bar{\sigma} : \bar{D} dV + \int_{\omega} r dV - \int_{\partial\omega} \vec{q} \cdot \vec{n} dS \quad (2-34)$$

On suppose qu'il existe une énergie interne spécifique, notée  $e$  (en  $\text{J.kg}^{-1}$ ), telle que :

$$E = \int_{\omega} \rho e dV \quad (2-35)$$

Cette énergie interne spécifique peut être choisie comme un potentiel thermodynamique qui décrit le comportement thermodynamique.

On suppose ensuite qu'il existe une densité spécifique d'entropie, appelée  $s$  (en  $\text{J.kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$ ), telle que :

$$S = \int_{\omega} \rho s dV \quad (2-36)$$

La grandeur  $S$  (en  $\text{J.K}^{-1}$ ) représente l'entropie.

Il est difficile de déterminer l'énergie interne spécifique avec des mesures car on ne peut pas observer la densité spécifique d'entropie. On introduit une nouvelle variable, la fonction d'état  $\Psi$  (énergie libre spécifique de Helmholtz) qui est définie par la relation suivante (transformée de Legendre-Fenchel de  $e$ ) :

$$\begin{cases} \Psi(T, \bar{\varepsilon}, \alpha_i) = e - Ts \quad (i = 2, \dots, n) \\ \text{avec } s = -\frac{\partial \Psi}{\partial T} \end{cases} \quad (2-37)$$

où,  $\alpha_i$  représentent les variables internes avec  $\alpha_0 = T$  et  $\alpha_1 = \bar{\varepsilon}$ .

Cette fonction peut aussi être choisie comme un potentiel thermodynamique, comme l'énergie interne spécifique, sauf qu'elle ne dépend plus de l'entropie spécifique  $s$ . L'énergie libre spécifique est donc adaptée aux mesures expérimentales. Les analyses suivantes seront développées en utilisant l'énergie libre spécifique comme potentiel thermodynamique.

Dans un système homogène et en thermodynamique quasi-statique, les équations globales sont valables pour tous les sous-systèmes. Dans ce cas, on peut décrire chaque sous système par l'écriture locale des principes thermodynamiques.

En utilisant le théorème de la divergence, on réécrit ainsi l'expression locale du premier principe :

$$\rho \frac{de}{dt} = -p_{int} + r - \text{div}(\vec{q}) \quad (2-38)$$

où  $p_{int}$  correspond à la puissance volumique des efforts intérieurs et le terme  $(r - \text{div}(\vec{q}))$  rend compte des apports de chaleurs volumiques et surfaciques.

L'équation (2-33) montre l'écriture globale du second principe. En étudiant chaque sous-système de la même façon, on peut obtenir :

$$\frac{dS}{dt} \geq \int_{\omega} \frac{r}{T} dV - \int_{\partial\omega} \frac{\vec{q} \cdot \vec{n}}{T} dS \quad (2-39)$$

En combinant les équations (2-36) et (2-39), on peut réécrire l'expression locale du second principe sous sa forme locale:

$$\rho \frac{ds}{dt} - \frac{r}{T} + \text{div}\left(\frac{\vec{q}}{T}\right) \geq 0 \quad (2-40)$$

En calculant  $div(\frac{\vec{q}}{T})$ , l'expression locale du second principe devient :

$$\rho T \frac{ds}{dt} - r + div(\vec{q}) - \frac{\vec{q}}{T} \cdot \overrightarrow{grad}(T) \geq 0 \quad (2-41)$$

### 2.2.3 Inégalité de Clausius-Duhem et dissipations

En utilisant la définition de l'énergie libre spécifique de Helmholtz et en associant les deux principes de la thermodynamique, on obtient l'inégalité de Clausius-Duhem :

$$\bar{\sigma} : \bar{D} - \rho \left( \frac{d\Psi}{dt} + s \frac{dT}{dt} \right) - \frac{\vec{q}}{T} \cdot \overrightarrow{grad}(T) \geq 0 \quad (2-42)$$

Ou encore

$$\bar{\sigma} : \bar{D} - \rho \frac{\partial \Psi}{\partial \alpha_i} \dot{\alpha}_i - \frac{\vec{q}}{T} \cdot \overrightarrow{grad}(T) \geq 0 \quad (i = 1, \dots, n) \quad (2-43)$$

$\dot{\alpha}_i$  est la dérivé de  $\alpha_i$  par rapport au temps.

Le premier membre de cette inégalité est défini comme la dissipation totale  $d$  (en  $W.m^{-3}$ ) :

$$d = \bar{\sigma} : \bar{D} - \rho \frac{\partial \Psi}{\partial \alpha_i} \dot{\alpha}_i - \frac{\vec{q}}{T} \cdot \overrightarrow{grad}(T) \quad (2-44)$$

On décompose la dissipation totale  $d$  en la somme de deux termes dans le but de décrire les différents phénomènes dissipatifs :

$$d = d_1 + d_2 \geq 0 \quad (2-45)$$

La première composante correspond à la dissipation intrinsèque  $d_1$  associée aux mécaniques irréversibles :

$$d_1 = \bar{\sigma} : \bar{D} - \rho \frac{\partial \Psi}{\partial \alpha_i} \dot{\alpha}_i \quad (2-46)$$

Et la seconde composante représente la dissipation thermique  $d_2$  :

$$d_2 = -\frac{\vec{q}}{T} \cdot \overrightarrow{grad}(T) \quad (2-47)$$

On impose une hypothèse de découplage des dissipations qui suppose que chaque composante de la dissipation soit séparément positive :

$$d_1 \geq 0 \quad \text{et} \quad d_2 \geq 0 \quad (2-48)$$

#### 2.2.4 Lois de comportement

Les principes de la thermodynamique ne permettent pas de « fermer » le problème thermomécanique. Il est nécessaire d'introduire deux potentiels pour rendre compte de l'état du système et de ses évolutions : un potentiel thermodynamique (tel que l'énergie libre spécifique introduite plus haut) et un potentiel de dissipation.

Les lois d'état décrivent les comportements d'un système thermostatique. On rappelle qu'on a choisi l'énergie libre spécifique de Helmholtz comme potentiel thermodynamique du système. Les lois d'état permettent relier les variables conjuguées  $(\bar{\sigma}^r, s, A_i)$  aux variables d'état. Elles s'écrivent par définition :

$$\left\{ \begin{array}{l} \bar{\sigma}^r = \rho \frac{\partial \Psi}{\partial \bar{\epsilon}} \\ s = -\frac{\partial \Psi}{\partial T} \\ A_i = -\rho \frac{\partial \Psi}{\partial \alpha_i} \quad (i = 2, \dots, n) \end{array} \right. \quad (2-49)$$

$\bar{\sigma}^r$  sont les contraintes réversible. La notation «  $\dot{\quad}$  » indique les dérivées par rapport au temps.

Les lois complémentaires décrivent l'évolution des processus irréversibles en fonction des forces thermodynamiques  $(\bar{\sigma}^{ir}, -A_i, -\frac{\overrightarrow{grad}(T)}{T})$ . On introduit un potentiel de dissipation  $\Phi(\dot{\bar{\epsilon}}, \dot{\alpha}_i, \vec{q})$ . Les variables  $\dot{\bar{\epsilon}}, \dot{\alpha}_i, \vec{q}$  sont les variables flux. Le formalisme des matériaux standard généralisés (Halphen *et al*, 1975) et la règle de normalité postulent l'existence d'un potentiel de dissipation convexe, non négatif et nul à l'origine, ce qui garantit la positivité des dissipations. Les lois complémentaires que l'on dérive s'écrivent, lorsque  $\Phi$  est différentiable :

$$\begin{cases} \bar{\sigma}^{ir} = \frac{\partial \Phi}{\partial \bar{\epsilon}^i} \\ -\frac{\overrightarrow{grad}(T)}{T} = \frac{\partial \Phi}{\partial \vec{q}} \\ -A_i = \frac{\partial \Phi}{\partial \alpha_i} \quad (i = 2, \dots, n) \end{cases} \quad (2-50)$$

On remarque que les lois complémentaires régissent les évolutions des processus dissipatifs.

## 2.2.5 Equation de diffusion de la chaleur

### 2.2.5.1 Description de l'équation de chaleur

En combinant les expressions locales des deux principes de la thermodynamique, l'équation de chaleur est obtenue à partir de l'énergie libre spécifique. Cette équation permet de distinguer les différentes sources de chaleur accompagnant la déformation. On peut ainsi rendre compte des couplages thermomécaniques par l'équation de chaleur.

À partir de la définition de l'énergie libre spécifique, on obtient l'expression :

$$\dot{e} = \dot{\Psi} + T\dot{s} + \dot{T}s \quad (2-51)$$

Avec

$$\begin{cases} \dot{\Psi} = \frac{\partial \Psi}{\partial \bar{\epsilon}^i} : \dot{\bar{\epsilon}}^i + \frac{\partial \Psi}{\partial T} \dot{T} + \frac{\partial \Psi}{\partial \alpha_i} \dot{\alpha}_i \\ \dot{s} = \frac{d}{dt} \left( -\frac{\partial \Psi}{\partial T} \right) = -\left( \frac{\partial^2 \Psi}{\partial T \partial \bar{\epsilon}^i} : \dot{\bar{\epsilon}}^i + \frac{\partial^2 \Psi}{\partial T^2} \dot{T} + \frac{\partial^2 \Psi}{\partial T \partial \alpha_i} \dot{\alpha}_i \right) \end{cases} \quad (2-52)$$

En combinant les principes de la thermodynamique et les équations (2-51) et (2-52), on obtient l'équation :

$$\rho C \dot{T} + \text{div}(\vec{q}) = d_1 + \rho T \frac{\partial^2 \Psi}{\partial T \partial \bar{\epsilon}^i} : \dot{\bar{\epsilon}}^i + \rho T \frac{\partial^2 \Psi}{\partial T \partial \alpha_i} \dot{\alpha}_i + r \quad (i = 2, \dots, n) \quad (2-53)$$

La grandeur  $C$  ( $\text{J.kg}^{-1}.\text{K}^{-1}$ ) est la chaleur spécifique définie par  $C = -T \frac{\partial^2 \Psi}{\partial T^2}$ . Elle dépend de la déformation et des variables internes.

On peut écrire le flux de chaleur en fonction de la température en prenant la loi de Fourier  $\vec{q} = -k \overrightarrow{grad}(T)$  avec  $k$  (en  $\text{J.m}^{-1}.\text{K}^{-1}$ ) la conductivité thermique.

On distingue ici les différentes sources de chaleur dans l'équation de chaleur (2-53) :

- $\rho C \dot{T}$  est un terme d'absorption de chaleur.
- $div(\vec{q})$  correspond aux fuites thermiques par conduction dans le milieu.
- $\rho T \frac{\partial^2 \psi}{\partial T \partial \bar{\epsilon}} : \dot{\bar{\epsilon}} + \rho T \frac{\partial^2 \psi}{\partial T \partial \alpha_i} \alpha_i$  ( $i = 2, \dots, n$ ) sont les couplages thermomécaniques. Le premier terme  $\rho T \frac{\partial^2 \psi}{\partial T \partial \bar{\epsilon}} : \dot{\bar{\epsilon}}$  correspond au couplage thermoélastique  $s_{the}$  : le matériau se réchauffe lorsqu'on le comprime et se refroidit lorsqu'on l'étire.
- $\rho T \frac{\partial^2 \psi}{\partial T \partial \alpha_i} \alpha_i$  décrit les autres couplages thermomécaniques  $w'_{thm}$ . Dans cette étude, on suppose que ce terme est négligeable par rapport au couplage thermoélastique.
- $d_1$  représente la dissipation intrinsèque.
- $r$  est la source volumique de chaleur d'origine extérieure.

### 2.2.5.2 Simplification de l'équation de chaleur

L'équation (2-53) est l'écriture générale de l'équation de chaleur. Dans le cas d'essais de traction uniaxiale, cette équation sera simplifiée sous les hypothèses suivantes.

- La masse volumique  $\rho$  et la chaleur spécifique  $C$  sont supposées constantes durant les essais.
- On suppose que le coefficient de conductivité reste constant et que le matériau est thermiquement isotrope :

$$div(-k \overrightarrow{grad}(T)) = -k \Delta T \quad (2-54)$$

- Il n'y a que des couplages thermoélastiques :  $\rho T \frac{\partial^2 \psi}{\partial T \partial \alpha_i} \alpha_i = 0$ .
- On suppose que la densité de source volumique  $r$  est indépendante du temps :

$$r = -k \Delta T_0 \quad (2-55)$$

$T_0$  est la température d'équilibre initiale.

On définit ensuite la variation de température  $\theta$  par  $\theta = T - T_0$ . En prenant toutes ces hypothèses, on peut simplifier l'équation de chaleur sous la forme suivante :

$$\rho C \frac{d\theta}{dt} - k \Delta \theta = d_1 + s_{the} \quad (2-56)$$

### 2.2.6 Bilan énergétique des trajets thermodynamiques

Dans cette section, on introduit toutes les énergies (spécifiques) ou les puissances (spécifiques) qui seront étudiées par la suite.

#### 2.2.6.1 Source de chaleur

La source de chaleur spécifique  $w'_{ch}$  est classiquement définie par la dissipation et les couplages thermomécaniques :

$$w'_{ch} = d_1 + \rho T \frac{\partial^2 \Psi}{\partial T \partial \bar{\epsilon}} : \dot{\bar{\epsilon}} + \rho T \frac{\partial^2 \Psi}{\partial T \partial \alpha_i} \alpha_i \quad (2-57)$$

On rappelle que dans notre approche, on suppose que la source de chaleur possède deux contributions : le couplage thermoélastique et la dissipation intrinsèque.

$$w'_{ch} = d_1 + s_{the} \quad (2-58)$$

Pour une thermoélasticité linéaire, on peut déterminer la source thermoélastique par :

$$s_{the} = -T \bar{\alpha} : \tilde{A} : \dot{\bar{\epsilon}} \quad (2-59)$$

$\bar{\alpha}$  est le tenseur de dilatation et  $\tilde{A}$  est le tenseur de rigidité (ordre 4).

L'expression de la source thermoélastique sera simplifiée si la dilatation est isotrope :

$$s_{the} = w'_{the} = -\lambda T_0 \text{tr}(\dot{\bar{\sigma}}) \quad (2-60)$$

Le coefficient  $\lambda$  (en  $K^{-1}$ ) est le coefficient de dilatation linéaire.

#### 2.2.6.2 Taux d'énergie de déformation

On rappelle que la puissance volumique de déformation est définie par  $w'_{def} = \bar{\sigma} : \bar{D}$ . Elle peut être décomposée en une partie élastique  $w'_e$  réversible et une autre partie anélastique  $w'_{an}$ , qui n'est pas récupérable à la décharge :

$$w'_{def} = w'_e + w'_{an} \quad (2-61)$$

La puissance de déformation anélastique se scinde en une partie dissipée et une autre partie stockée  $w'_{st}$  (utilisée pour modifier la microstructure du matériau).

$$w'_{an} = d_1 + w'_{st} \quad (2-62)$$

En combinant les deux équations précédentes, on exprime la puissance volumique de déformation par :

$$w'_{def} = w'_e + d_1 + w'_{st} \quad (2-63)$$

### 2.2.6.3 Bilan énergétique

On résume les expressions des puissances spécifiques et des énergies spécifiques mises en jeu par le tableau suivant. On travaille dans le cadre de comportements thermoélastiques linéaires et en supposant la dilatation isotrope.

|                          | Puissance spécifique (en $W.m^{-3}$ )               | Energie spécifique (en $J.m^{-3}$ )     |
|--------------------------|---|---|
| Calorifique totale       | $w'_{ch}$   | $w_{ch} = \int_{t_0}^t w'_{ch} d\tau$   |
| Couplage thermoélastique | $w'_{the} = -\lambda T_0 tr(\dot{\bar{\sigma}})$    | $w_{the} = \int_{t_0}^t w'_{the} d\tau$ |
| Dissipée                 | $w'_d = d_1 = w'_{ch} - w'_{the}$                   | $w_d = \int_{t_0}^t w'_d d\tau$         |
| Déformée                 | $w'_{def} = \bar{\sigma} : \dot{\bar{\varepsilon}}$ | $w_{def} = \int_{t_0}^t w'_{def} d\tau$ |
| Elastique                | $w'_e = \bar{\sigma} : \dot{\bar{\varepsilon}}_e$   | $w_e = \int_{t_0}^t w'_e d\tau$         |
| Anélastique              | $w'_{an} = w'_{def} - w'_e$                         | $w_{an} = \int_{t_0}^t w'_{an} d\tau$   |

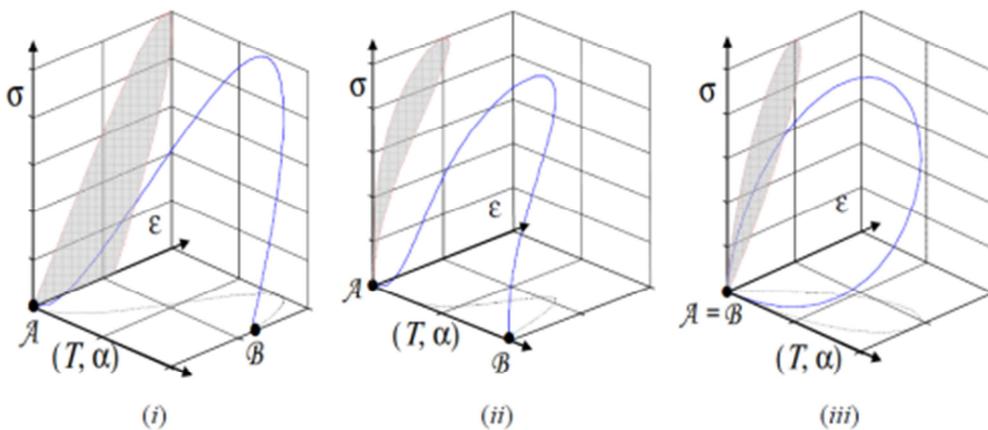
|         |                            |                                       |
|---------|----------------------------|---------------------------------------|
| Stockée | $w'_{st} = w'_{an} - w'_d$ | $w_{st} = \int_{t_0}^t w'_{st} d\tau$ |
|---------|----------------------------|---------------------------------------|

*Tableau 2.1 Energies mises en jeu (Chrysochoos, 1987)*

#### 2.2.6.4 Trajets thermodynamiques

Les essais cycliques constituent souvent un moyen efficace pour caractériser le comportement thermomécanique des matériaux. On s'intéresse donc maintenant au bilan d'énergie sur un cycle charge-décharge. Pour plus de détails, on renvoie à Chrysochoos *et al* (Chrysochoos *et al*, 2010). On pose que  $A(\bar{\varepsilon}_A, T_A, \alpha_A)$  est l'état thermodynamique initial du matériau et que  $B(\bar{\varepsilon}_B, T_B, \alpha_B)$  est l'état thermodynamique final. Trois cas sont distingués (correspondant à trois types de trajets thermodynamique (Figure 2.5) :

- (i)  $A \neq B$  : cas général.
- (ii)  $A \neq B, \bar{\varepsilon}_A = \bar{\varepsilon}_B$  : le trajet décrit un cycle mécanique.
- (iii)  $A = B$  : le trajet décrit un cycle mécanique et aussi un cycle thermodynamique.



*Figure 2.5 Trajets thermodynamiques*

On intègre l'équation (2-63) par rapport au temps :

$$w_{def} = \int_{t_A}^{t_B} d_1 d\tau + \int_{t_A}^{t_B} (w'_e + w'_{st}) d\tau \quad (2-64)$$

Ou encore :

$$w_{def} = \int_{t_A}^{t_B} d_1 d\tau + \int_{t_A}^{t_B} \left( \rho \frac{de}{dt} - \rho C \frac{d\theta}{dt} + w'_{the} + w'_{thm} \right) d\tau \quad (2-65)$$

- Cas (i) : l'équation (2-64) montre que : dans le cas le plus général, l'énergie de déformation est la somme de la dissipation, la variation d'énergie interne, de la chaleur absorbée et des termes des couplages thermomécaniques.
- Cas (ii) : dans ce cas, on est en présence d'un cycle mécanique, l'énergie de déformation est égale à l'aire de la boucle d'hystérésis  $A_h$  :  $w_{def} = A_h$  (si l'essai est uniaxial). Les déformations sont identiques à l'état initial et final. Par contre, les autres variables d'état ( $T, \alpha$ ) ne reviennent pas forcément à leur valeur initiale.
- Cas (iii) : on a à faire à un cycle thermomécanique, tous les termes ( $\bar{\epsilon}, T, \alpha$ ) sont les mêmes aux états initial et final. Si on suppose que le terme  $\rho C$  est constant pendant les essais. L'équation (2-65) devient :

$$w_{def} = \int_{t_A}^{t_B} d_1 d\tau + \int_{t_A}^{t_B} (w'_{the} + w'_{thm}) d\tau \quad (2-66)$$

L'énergie de déformation est liée donc uniquement à la dissipation et aux couplages thermomécaniques.

Ces résultats montrent que l'aire de la boucle d'hystérésis sur le plan mécanique correspond à l'énergie de déformation, mais elle ne correspond pas forcément uniquement à la dissipation. Si l'on voulait calculer la dissipation à partir de cette aire, il faudrait prendre en compte les autres effets thermiques tels que le couplage thermoélastique. On ne peut pas associer la dissipation à l'aire d'hystérésis dans le cas général.

### 2.3 Conclusion partielle

Dans ce chapitre, on a présenté les principaux aspects des cadres théoriques utilisés dans notre étude : la mécanique des milieux continus et la thermodynamique des processus irréversibles.

Les principaux concepts de la mécanique des milieux continus en grandes transformations ont été d'abord introduits, dans le but de décrire les contraintes et les déformations développés dans un milieu continu. On aboutit ainsi à l'écriture de l'énergie de déformation qui constitue une des « entrées » du bilan d'énergie associé à la transformation du milieu.

Concernant les aspects thermodynamiques, on a introduit les principaux concepts de la thermodynamique de processus irréversible et du formalisme des matériaux standards généralisés. Ces notions permettent de définir les lois de comportement (lois d'état et d'évolution) à partir de la donnée de deux potentiels : l'énergie libre (pour décrire les évolutions réversibles) et un potentiel de dissipation (pour décrire les irréversibilités). Ce formalisme permet d'aboutir à l'écriture d'un bilan énergétique qui caractérise les transformations d'énergie (travail, chaleur, stockage, dissipation, ...) liées aux évolutions microstructurales de la matière. Ce bilan d'énergie est illustré, à la fin de cette section, sur un trajet thermodynamique associé à un chargement cyclique. On rappelle, en particulier, que l'énergie associée à une aire d'hystérésis ne s'identifie pas, dans le cas général, à la dissipation intrinsèque. Les mécanismes de couplages peuvent aussi contribuer à l'aire d'hystérésis. Ces concepts seront utilisés dans la méthodologie d'identification/validation des modèles cohésifs.

# Chapitre 3 - Outils expérimentaux

L'objectif principal de cette thèse est de proposer une approche permettant d'identifier un modèle de zone cohésive et de caractériser la cohérence thermodynamique de ce modèle. Cette procédure d'identification nécessite bien évidemment l'obtention de données expérimentales de différente nature. Ce chapitre présente les outils expérimentaux permettant d'accéder à ces mesures.

On commence par introduire les dispositifs expérimentaux. La machine de traction permet de réaliser les essais mécaniques. Différentes techniques d'imagerie sont mises en œuvre pour obtenir les grandeurs nécessaires à la mesure des différentes énergies mises en jeu. Chaque système d'imagerie acquiert des images qui sont ensuite traitées pour obtenir les grandeurs voulues. Un dispositif électronique, dit « SynchroCam » est utilisé pour gérer les correspondances temporelles entre les différents systèmes.

Les deux techniques d'imagerie sont présentées dans un premier temps : la corrélation d'image numérique fournit des mesures cinématiques à partir des images visibles, et la thermographie infrarouge fournit les mesures thermiques à partir des images infrarouges.

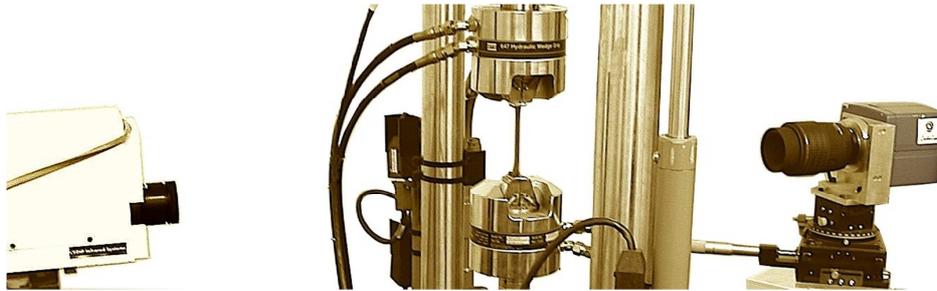
L'obtention de données synchronisées est fondamentale dans cette étude. En effet, il est nécessaire de pouvoir obtenir, à la fois les images visible et infrarouge mais aussi les grandeurs mécaniques macroscopiques de l'essai (force, déplacement) pour pouvoir proposer un bilan d'énergie. On présente donc ensuite la méthode proposée pour estimer la précision du recalage entre les différents signaux.

On présente enfin la méthode développée pour déterminer les différentes énergies mises en jeu à partir des mesures cinématiques, thermiques et mécaniques.

### 3.1. Dispositifs expérimentaux

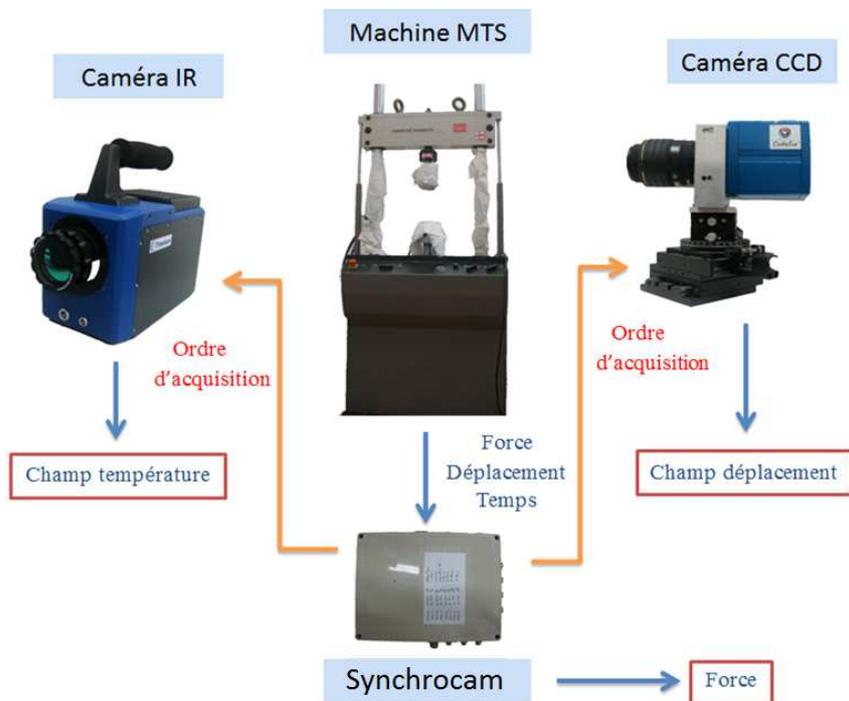
#### 3.1.1. Fonctionnement de dispositif

L'identification des modèles de zone cohésive nécessite non seulement l'obtention de mesures mécaniques (force, déformation, vitesse de déplacement), mais aussi celles de mesures thermiques (variation de température). Un dispositif équipé de caméra infrarouge et de caméras visibles est donc mis en place (Figure 3.1).



*Figure 3.1 Dispositif expérimental utilisé constitué d'une machine d'essai et de caméras thermiques et visibles*

Le fonctionnement du dispositif est illustré sur la Figure 3.2 : la machine de traction impose le chargement mécanique. A chaque instant, les signaux issus des capteurs de la machine sont envoyés vers des sorties analogiques (0—10V) de la machine.



*Figure 3.2 Description du dispositif d'acquisition synchronisé « SynchroCam »*

Comme annoncé, la synchronisation des signaux est particulièrement importante ici. Les caméras fonctionnent donc en mode « trigger ». Elles acquièrent des images dès qu'elles reçoivent un signal externe de déclenchement. Les images fournies par la caméra infrarouge permettent d'obtenir les champs thermiques et celles des caméras visibles servent à mesurer les champs cinématiques.

### 3.1.2. Machine de traction

La machine de traction utilisée dans notre étude est une machine hydraulique de marque MTS 810. Il s'agit d'un bâti d'une capacité de 100 kN équipé d'une cellule de force de 25kN (Figure 3.2). Elle permet d'imposer une course maximale de  $\pm 100$ mm. On peut programmer des essais et changer des paramètres de la machine par le logiciel de pilotage <MultiPurpose Testware>. Cette machine peut être pilotée en force ou en déplacement et elle est utilisée ici pour réaliser des essais de traction monotone et cyclique à faible vitesse.

L'éprouvette est maintenue par des mors hydrauliques. Le choix de la pression de mors est important. Si la pression est trop grande, des concentrations de contraintes importantes vont se développer sur la surface libre située au voisinage des mors. Ces concentrations peuvent être préjudiciables à la tête de l'échantillon. Par contre, si la pression est trop faible, il y aura un glissement entre l'échantillon et le mors pendant l'essai. Nous avons retenu ici des pressions de machine de 10 MPa.

### 3.1.3. Caméras visible

Pendant l'essai, les caméras CCD acquièrent des images de l'éprouvette avec une fréquence donnée. Les images sont enregistrées sur un ordinateur. Les champs de déplacement sont déterminés à partir de ces images en utilisant des techniques de Corrélation d'Images Numériques. Deux montages expérimentaux ont été utilisés : un montage classique et un montage regroupant deux bancs de stéréo-corrélation. Les caméras utilisées dans le montage classique sont une caméra ATMEL « Camelia 8M » et une caméra Phantom V12 (voir Figure 3.3). La première possède une résolution spatiale accrue et l'autre une résolution temporelle fine. Leurs caractéristiques sont les suivantes :

- caméra ATMEL « Camelia 8M » : capteur de 2300×3500 pixels pour une taille de pixel de 10  $\mu$ m, une dynamique de numérisation de 12 *bits* et des cadences d'acquisition maximales de 5 Hz. On utilise principalement cette caméra lors d'essais « lents ».
- caméra Phantom V12 : capteur de 1280×800 pix pour une taille de pixel de 20  $\mu$ m. Cette caméra rapide permet d'atteindre des fréquences d'acquisition de plusieurs kHz en pleine fenêtre et même jusqu'au 1 MHz pour des fenêtres réduites. Le signal est ici aussi numérisé sur 12 *bits*.



(a) ATMEL Camelia 8M



(b) Phantom V12

*Figure 3.3 Caméra visibles utilisées dans cette étude*

Dans le cas du montage classique, il est important de positionner la caméra visible avec soin afin de limiter l'apparition de déformations parasites lors du mouvement de l'éprouvette dans le champ de la caméra. En particulier, l'axe optique de la caméra doit être perpendiculaire à la surface de l'échantillon. Nous avons ainsi opté pour une ligne d'amarrage rigide pour limiter ces mouvements parasites.

L'utilisation d'un banc de stéréo-corrélation permet d'obtenir les positions tridimensionnelles des points de la surface observée. Cette information est obtenue en utilisant des bancs « calibrés » (*i.e.* des bancs dont la géométrie est connue de manière précise). Ces dispositifs ne nécessitent donc pas de précautions particulières dans la position relative de la scène observée.

Pour obtenir la cinématique complète lors de l'essai, on utilise deux bancs de stéréo-corrélation situés de part et d'autre de l'échantillon. La Figure 3.4 présente la configuration utilisée dans les essais.



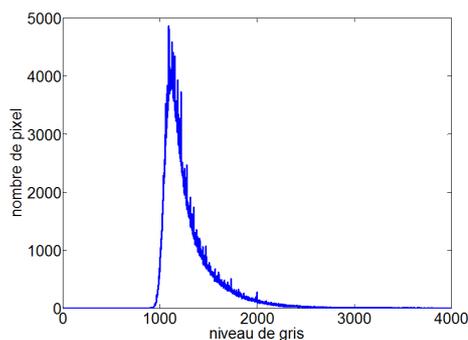
*Figure 3.4 Positionnement des bancs de stéréo-corrélation*

Le système de stéréo-corrélation est équipé de quatre caméras identiques : modèle « Pike F-421 » fabriqués par Allied Vision. La résolution des caméras est de  $2048 \times 2048$  pixels et la taille de chaque pixel est égale à  $7 \mu\text{m}$ . Ces caméras permettent d'accéder à des fréquences d'acquisition de 16 Hz en pleine fenêtre et jusqu'à quelques centaines de Hertz avec des résolutions réduites.

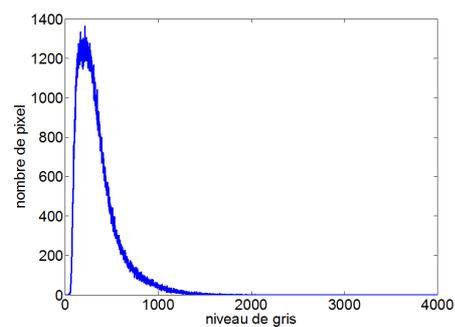
Contrairement au système de corrélation classique, le dispositif de stéréo-corrélation mis en place ici fournit la cinématique tridimensionnelle complète sur les deux faces de l'éprouvette. Ces mesures en 3D nous permettent d'éviter certaines hypothèses, telle que l'hypothèse d'isotropie transverse dans l'estimation de certaines grandeurs cinématiques.

Les quatre caméras sont associées à deux bancs indépendants. Chaque banc fournit ainsi des mesures dans son propre repère. Il est donc impératif de développer une méthodologie permettant de ramener les mesures des deux bancs dans un seul et même repère.

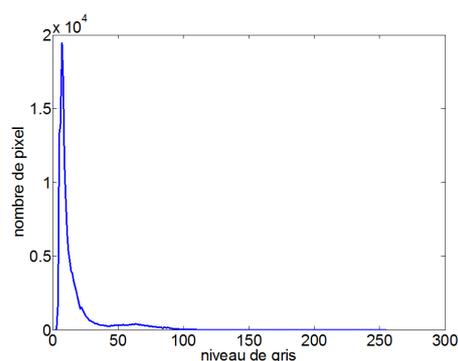
Pour pouvoir fonctionner, les algorithmes de corrélation nécessitent de travailler avec des surfaces présentant des contrastes suffisants. Le contraste est obtenu ici de manière classique en recouvrant l'éprouvette d'un mouchetis de peinture obtenu à l'aide d'une bombe aérosol. Cette préparation est suffisante compte-tenu de l'échelle à laquelle nous effectuons les mesures (de l'ordre du  $\text{mm}^2$ ). Avant que l'essai ne commence, on règle l'éclairage et le temps d'intégration de manière à optimiser l'histogramme vis-à-vis des algorithmes de corrélation (maximisation de son étendue, et limitation des saturations hautes et basses). Un exemple d'histogramme obtenu avec les différentes caméras est donné en Figure 3.5.



(a) Camelia 8M



(b) Phantom V12



(c) Pike F-421

*Figure 3.5 Histogrammes de niveau de gris*

### 3.1.4. Dispositifs infrarouges

Les dispositifs infrarouges permettant de mesurer les champs thermiques sont introduits dans cette section :

- On présente d'abord les principes physiques de thermographie infrarouge en définissant certaines grandeurs nécessaires, telles que le rayonnement infrarouge, *etc.*
- Ensuite, on explique les performances des dispositifs infrarouges en utilisant ces notions de physiques.

#### 3.1.4.1. Thermographie infrarouge

Les principes physiques de thermographie infrarouge se basent sur les rayonnements infrarouges. Ces rayonnements sont des rayonnements électromagnétiques et leur longueur d'onde s'étend de 0.8 à 1000  $\mu\text{m}$ . Les bandes spectrales classiquement utilisées en thermographie infrarouge s'étalent de 3 à 5  $\mu\text{m}$  (ondes moyennes) et de 7 à 15  $\mu\text{m}$  (ondes longues).

Chaque corps dont la température est supérieure à 0K, émet un rayonnement électromagnétique. On définit ici l'émittance  $M_\phi$  (en  $\text{W.m}^{-2}$ ) qui correspond à la puissance émise ( $d\phi$ ) par unité de surface d'une source ( $dS$ ) :

$$M_\phi = \frac{d\phi}{dS} \quad (3-1)$$

Le rayonnement incident ( $\phi_i$ ) sur un objet peut être absorbé ( $\phi_a$ ), transmis ( $\phi_t$ ) ou réfléchi ( $\phi_r$ ) en différentes proportions :

$$\phi_i = \phi_a + \phi_t + \phi_r \quad (3-2)$$

On introduit les facteurs d'absorption, de transmission et de réflexion  $\alpha_a(\lambda)$ ,  $\alpha_t(\lambda)$  et  $\alpha_r$  qui relient ces différents rayonnements au rayonnement incident. Dans le cas général, ces facteurs dépendent de la longueur d'onde ( $\lambda$ ) :

$$\begin{cases} \phi_a(\lambda) = \alpha_a(\lambda)\phi_i(\lambda) \\ \phi_t(\lambda) = \alpha_t(\lambda)\phi_i(\lambda) \\ \phi_r(\lambda) = \alpha_r(\lambda)\phi_i(\lambda) \end{cases} \quad (3-3)$$

En combinant les équations (3-2) et (3-3), on obtient la relation suivante :

$$\alpha_a(\lambda) + \alpha_t(\lambda) + \alpha_r(\lambda) = 1 \quad (3-4)$$

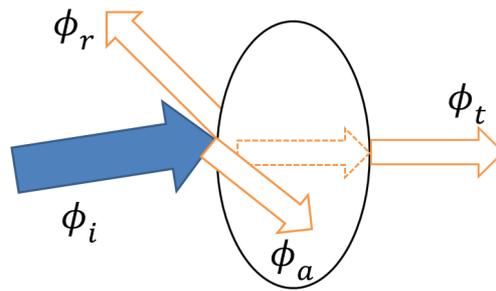


Figure 3.6 Bilan énergétique d'un rayonnement incident

Si un corps absorbe tout rayonnement incident qu'il reçoit, quelle que soit sa longueur d'onde et sa direction ( $\phi_i = \phi_a$ ), on l'appelle corps noir. Pour un corps noir, la relation entre l'émissance du corps noir ( $M_{CN}$ ) et sa température peut être obtenue par la loi de Stefan-Boltzmann qui s'écrit :

$$M_{CN} = \sigma T^4 \quad (3-5)$$

Avec  $\sigma \approx 5.67 \cdot 10^8 \text{ W.m}^{-2}\text{K}^{-4}$  la constante de Stefan-Boltzmann, et  $T$  est la température. La loi de Stefan-Boltzmann permet de relier le rayonnement et la température pour un corps noir.

La réponse d'un corps réel est déterminée par rapport à celle du corps noir. Elle se exprime à l'aide de l'émissivité ( $\varepsilon$ ), qui représente le facteur entre l'émission d'un objet réel et celle d'un corps noir à même température. L'émissivité dépend du matériau, de l'état de surface, de la température et de la longueur d'onde. En supposant que sa valeur est une constante quelle que soit la longueur d'onde, on peut écrire la relation entre l'émissance du corps réel et sa température par :

$$M = \varepsilon \sigma T^4 \quad (3-6)$$

#### 3.1.4.2. Dispositifs infrarouge

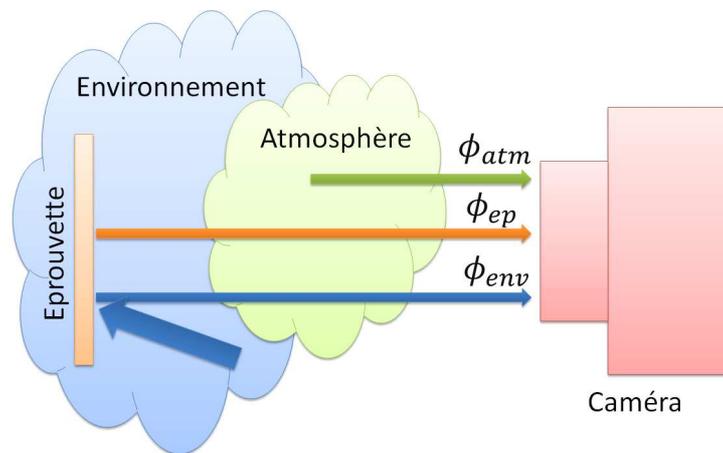
La caméra infrarouge utilisée dans notre étude est une caméra Cedip de type Titanium représentée sur la Figure 3.7. La résolution du capteur infrarouge est de  $512 \times 640$  pix. Cette caméra est sensible au rayonnement infrarouge (longueur d'onde comprise entre 3 et  $5 \mu\text{m}$ ). Le signal de cette caméra est numérisé sur 14 bits. Les fréquences d'acquisition maximales que l'on peut atteindre avec cette caméra sont de l'ordre de 150 Hz.



*Figure 3.7 Dispositifs infrarouges (corps noir et caméra IR)*

Le principe de cette caméra est le suivant : le rayonnement infrarouge est converti en signal électrique par le capteur InSb de la caméra, puis il est numérisé avant d'être transféré sur un ordinateur d'acquisition. Le signal numérique est ainsi enregistré sous la forme de niveaux informatiques ( $NI$ ).

Dans la réalité, le rayonnement mesuré par la caméra infrarouge ( $\phi_{cam}$ ) n'est pas seulement celui émis par l'éprouvette ( $\phi_{ep}$ ). En effet, comme le montre la Figure 3.8, la mesure intègre aussi d'autres contributions : rayonnements extérieurs réfléchis par l'échantillon ( $\phi_{env}$ ), rayonnement propre de l'atmosphère ( $\phi_{atm}$ ). Tous ces rayonnements sont modifiés dans leur propagation par le facteur d'atténuation de l'atmosphère.



*Figure 3.8 Schéma de scène thermique réelle*

Dans ce cas-là, le rayonnement numérisé par la caméra infrarouge ( $NI_{cam}$ ) peut être déterminé par la relation suivante :

$$NI_{cam} = \tau_{atm} \left[ \underbrace{\varepsilon_{ep} NI(T_{ep})}_{\text{émis par l'éprouvette}} + \underbrace{(1 - \varepsilon_{ep}) NI(T_{env})}_{\text{réfléchi par l'éprouvette}} \right] + \underbrace{(1 - \tau_{atm}) NI(T_{atm})}_{\text{émis par l'atmosphère}} \quad (3-7)$$

$T_{ep}$ ,  $T_{env}$  et  $T_{atm}$  sont les températures de l'éprouvette, de l'environnement et de l'atmosphère. Le coefficient  $\tau_{atm}$  est le facteur de transmission de l'atmosphère et  $\varepsilon_{ep}$  est l'émissivité de l'éprouvette. La grandeur  $NI(T)$  représente le rayonnement associé à la température  $T$ , exprimé en unités informatiques.

Dans notre cas, la distance entre la caméra et l'éprouvette est faible et on peut négliger l'atténuation de l'atmosphère :  $\tau_{atm} \approx 1$ . Si on suppose que l'émissivité de l'éprouvette ( $\varepsilon_{ep} \approx 1$ ) est élevée, on aura une relation entre le rayonnement mesuré ( $NI_{cam}$ ) et celui émis par l'éprouvette ( $NI(T_{ep})$ ):

$$NI_{cam} = \varepsilon_{ep} NI(T_{ep}) \quad (3-8)$$

Dans ce travail, nous avons systématiquement travaillé avec des échantillons revêtus de peinture noire mate afin d'homogénéiser et d'augmenter l'émissivité ( $\varepsilon_{ep} \approx 0.98$ ).

Le rendement du capteur infrarouge dépend de sa température. Il convient donc de faire des mesures lorsque sa température est stabilisée. Pour cela, nous laissons la caméra fonctionner 3 ou 4 heures avant de lancer des acquisitions pour s'assurer que la température du capteur soit bien stabilisée ( $\approx 70K$ ) et que la caméra infrarouge reste en équilibre avec son environnement.

Compte-tenu de l'échelle d'observation retenue, nous avons utilisé une optique standard de 25 mm de focale. Un paramètre important de l'acquisition est le temps d'intégration retenu. Le choix dépend de la température atteinte dans les essais : on choisit souvent un temps d'intégration important pour avoir une meilleure précision quand les températures sont faibles et un temps d'intégration faible quand les températures sont importantes pour éviter la saturation du capteur. Nous avons utilisé des temps d'intégration compris entre 1.6 ms et 2.4 ms.

Pour effectuer la correspondance entre les flux rayonnés (exprimés en niveaux informatiques) et les températures, il est nécessaire de réaliser l'opération d'étalonnage de la caméra. Cette opération nécessite l'utilisation d'un corps noir étendu (représenté sur la Figure 3.7) permettant d'obtenir une scène thermique uniforme contrôlée. Comme on l'a vu, les lois du rayonnement permettent de relier facilement le rayonnement émis par un corps noir à sa température. On détaillera la procédure d'étalonnage dans la section 3.3.

### 3.1.5. « SynchroCam »

Comme annoncé, la synchronisation des différents signaux (thermiques, cinématiques et mécaniques) est essentielle à la réalisation du bilan d'énergie. Le dispositif « SynchroCam » développé au laboratoire par Yves El Kaïm et Laurent Sabatier, permet de générer le signal d'acquisition spécifique à chaque caméra dans une base de temps commune à l'ensemble des caméras. Le principe de fonctionnement de ce dispositif est le suivant : un générateur de

fréquence fournit la base de temps commune (ici 10  $\mu$ s), cette fréquence est ensuite divisée d'un facteur entier pour obtenir les signaux de déclenchement des différentes caméras et de numérisation des voies analogiques issues de la machine d'essai. Les fréquences d'acquisition des caméras peuvent être différentes, mais dans un rapport entier afin d'assurer l'existence d'instantanés d'acquisition communs. Les signaux analogiques fournis par les capteurs de la machine sont aussi numérisés à chaque prise d'image.

Le système SynchroCam permet de connaître avec précision les instants auxquels sont envoyés des ordres d'acquisition. Néanmoins, il est possible que ces ordres ne soient pas pris en compte par les caméras. Cela arrive notamment en début de chaque essai : la (ou les) premières images ne sont pas toujours acquises selon le dispositif. Il est aussi possible qu'une ou plusieurs images soient « perdues » lors de l'acquisition. Il est donc nécessaire de « recalcr » temporellement les images. Cette opération est grandement facilitée par la régularité des acquisitions. La procédure de recalage développée sera présentée dans la section 3.4.1 « recalage temporel ».

### 3.2. Traitement cinématique

Cette section, présente les principes de la corrélation d'image numérique, qui donne accès aux champs de déplacement dont sont ensuite déduits les champs de déformation et de vitesse de déformation. L'intérêt de cette technique est de fournir des mesures locales et sans contact. Les paragraphes qui viennent présentent les différentes étapes de la détermination des grandeurs cinématiques : calcul des champs de déplacement puis calcul des déformations et vitesses de déformation par dérivation spatiale ou temporelle du champ de déplacement.

#### 3.2.1. Mesures de déplacements

##### 3.2.1.1. *Corrélation d'image numérique classique (Déplacement bidimensionnel)*

##### 3.2.1.1.1. Principe : appariement de deux images

On présente ici le principe de l'appariement (Sutton *et al.*, 2009). D'un point de vue pratique, on cherche à « apparier » une image « de référence » avec une image « transformée ». Cette opération consiste à déterminer la transformation qui permet de faire coïncider les niveaux de gris des deux images. On commence par présenter les paramètres introduits dans la procédure avant de détailler son déroulement. Une fois l'image de référence choisie, on définit la grille de corrélation aux nœuds de laquelle sont placés les « points de mesure ». Les pas verticaux et horizontaux de ce maillage régulier sont respectivement appelés GSI et GSJ sur la Figure 3.9. Un « point de mesure » est associé à un petit domaine (la zone de corrélation) centré sur le nœud de la grille correspondant. Les dimensions verticales et horizontales de cette zone de corrélation sont repérées ZCI et ZCJ respectivement sur la Figure 3.9.

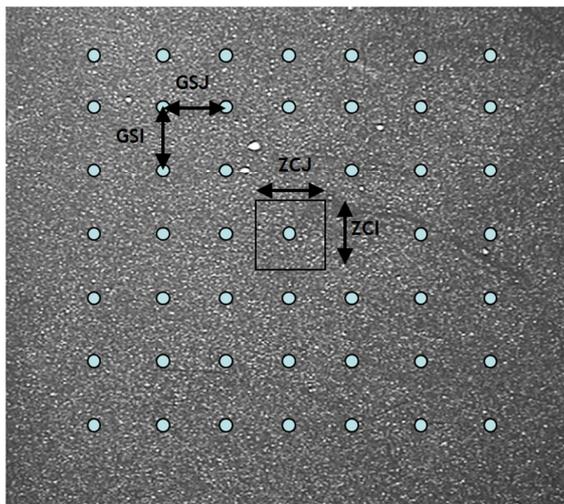
La transformation entre les deux images est illustrée sur la Figure 3.10. Ces deux images correspondent à la fonction de répartition des niveaux de gris numérisée sur 12 *bits*. On note  $I_1(\vec{X})$  et  $I_2(\vec{x})$  ces fonctions pour l'image référence et l'image déformée, où  $\vec{X}$  et  $\vec{x}$  sont les positions pixels de l'image référence et de l'image déformée dans le repère  $(\vec{i}, \vec{j})$ . En supposant la conservation du flot optique, on peut décrire l'évolution de la fonction de répartition des niveaux de gris entre ces deux images, à l'aide d'une transformation matérielle  $\Phi_M$  :

$$I_1(\vec{X}) = I_2(\Phi_M(\vec{X})) \quad \text{avec} \quad \vec{x} = \Phi_M(\vec{X}) \quad (3-9)$$

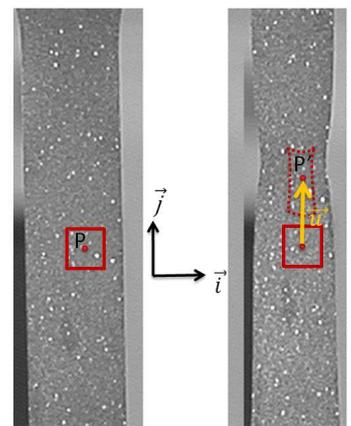
La transformation matérielle de chaque point de mesure peut donc être estimée à partir des deux fonctions de niveaux de gris  $I_1(\vec{X})$  et  $I_2(\vec{x})$  au voisinage de ce point. En effet, cette transformation réelle  $\Phi_M(i, j)$  au voisinage d'un point  $P(i_0, j_0)$  est estimée par une fonction polynomiale  $\varphi_M(i, j)$  :

$$\varphi_M(i, j) = \begin{pmatrix} \sum_{n=0}^{n_i} \sum_{m=0}^{m_j} a_{nm} (i - i_0)^n (j - j_0)^m \\ \sum_{N=0}^{N_i} \sum_{M=0}^{M_j} b_{NM} (i - i_0)^N (j - j_0)^M \end{pmatrix} \quad (3-10)$$

Dans cette expression,  $a_{00}$  et  $b_{00}$  correspondent à la translation de la fenêtre de corrélation. Les autres coefficients servent à décrire la déformation et les gradients de déformation de cette fenêtre.



*Figure 3.9 Définition du maillage (GSI et GSJ) et de la fenêtre de corrélation (ZCI et ZCJ) représentés sur l'image référence*



*Figure 3.10 Recherche de la zone de corrélation entre l'image initiale et finale*

On rencontre différents critères d'appariement dans la littérature (Bornert *et al*, 2009). Ces critères sont basés sur une forme plus ou moins forte de l'hypothèse de la parfaite advection des niveaux de gris entre les deux images. Un premier critère correspond à la différence entre les images référence et déformé ( $C$ ). Ce critère est calculé dans la zone de corrélation (ZC) autour de chaque point de mesure par l'expression suivante :

$$C(\varphi_M) = \int_{ZC} (I_1(\vec{X}) - I_2(\varphi_M(\vec{X})))^2 d\vec{X} \quad (3-11)$$

On recherche les paramètres qui minimisent la valeur de ce critère. Les paramètres identifiés permettent de vérifier au mieux la conservation du flot optique entre deux images. Les paramètres  $a_{00}$  et  $b_{00}$  correspondent donc au déplacement mesuré au centre de la fenêtre.

Un autre critère souvent utilisé est le critère de corrélation croisé normé ( $C_N$ ) qui s'écrit :

$$C_N(\varphi_M) = \frac{\int_{ZC} I_1(\vec{X}) I_2(\varphi_M(\vec{X})) d\vec{X}}{\sqrt{\left(\int_{ZC} I_1(\vec{X})^2 d\vec{X}\right) \left(\int_{ZC} I_2(\varphi_M(\vec{X}))^2 d\vec{X}\right)}} \quad (3-12)$$

D'un point de vue pratique, les critères de corrélation sont modifiés pour tenir compte du caractère discret des images numérisées ( $\tilde{C}$  et  $\tilde{C}_N$ ) :

$$\tilde{C}(\varphi_M) = \sum_{i=-ZCI/2}^{ZCI/2} \sum_{j=-ZCJ/2}^{ZCJ/2} (I_1(i,j) - I_2(\varphi_M(i,j)))^2 \quad (3-13)$$

$$\tilde{C}_N(\varphi_M) = \frac{\sum_{i=-ZCI/2}^{ZCI/2} \sum_{j=-ZCJ/2}^{ZCJ/2} I_1(i,j) I_2(\varphi_M(i,j))}{\sqrt{\sum_{i=-ZCI/2}^{ZCI/2} \sum_{j=-ZCJ/2}^{ZCJ/2} I_1(i,j)^2} \sqrt{\sum_{i=-ZCI/2}^{ZCI/2} \sum_{j=-ZCJ/2}^{ZCJ/2} I_2(\varphi_M(i,j))^2}} \quad (3-14)$$

Dans ces équations  $I_1(i,j)$  et  $I_2(\varphi_M(i,j))$  correspondent respectivement aux valeurs quantifiées de l'intensité lumineuse sur le pixel  $(i,j)$  et sur son correspondant par la transformation  $\varphi_M$ .

Pour calculer les valeurs de l'image finale aux positions données par  $\varphi_M(i,j)$ , il est nécessaire de choisir une méthode d'interpolation (bi-linéaire, bi-cubique, splines, ...) L'optimisation du critère peut être effectuée de manière numérique en utilisant différents algorithmes (descente de gradient, Levenberg-Marquardt, ...).

Les appariements utilisés dans les mesures de stéréo-corrélation sont effectués en utilisant le logiciel commercial Vic3D. Le critère utilisé est le critère  $\tilde{C}$ . Il est optimisé en utilisant l'algorithme de Levenberg-Marquardt. Les fonctions de formes utilisées peuvent être linéaires ( $n_i = n_j = N_i = N_j = 1$ ) ou quadratiques ( $n_i = n_j = N_i = N_j = 2$ ). Nous avons choisi des fonctions

de forme linéaires. L'interpolation des niveaux de gris de l'image finale est réalisée par splines quintiques.

Les mesures de corrélation planes fournies par le montage classique sont obtenues en utilisant le logiciel KelKins développé au LMGC. L'interpolation des niveaux de gris est ici choisie bilinéaire. En un point donné et à un instant donné, le critère  $\tilde{C}_N(\varphi_M)$  est maximisé grâce à l'algorithme itératif décrit ci-après :

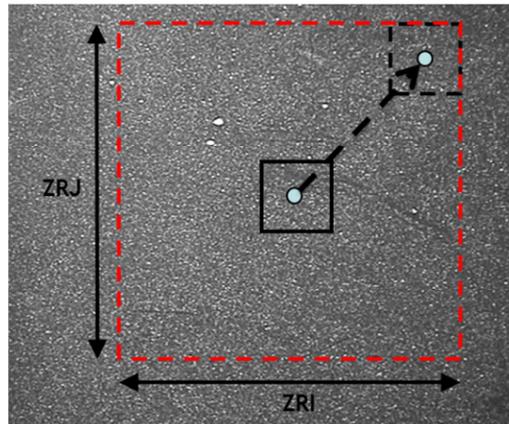
- On calcule les valeurs des paramètres de translation  $a_{00}$  et  $b_{00}$  en fixant les valeurs des autres paramètres à celles obtenues à l'itération précédente. Les paramètres  $a_{00}$  et  $b_{00}$  sont d'abord optimisés pour des valeurs entières. On propose ensuite une interpolation polynomiale quadratique au voisinage du maximum discret pour avoir une résolution inférieure au pixel.
- On répète cette opération sur un certain nombre de points situés au voisinage du point d'étude afin d'obtenir l'évolution locale du champ de déplacement.
- On estime les autres paramètres décrivant la transformation en appliquant une méthode des moindres carrés sur l'équation (3-14) et le champ local précédemment obtenu. Pour déterminer tous les paramètres, le degré de ce polynôme doit être égal à celui de la fonction de transformation  $\varphi_M$ .

On répète ces deux étapes jusqu'à convergence : la différence entre le déplacement mesuré à un point entre deux itération est inférieure à une valeur seuil. Dans notre cas, cette valeur est de 0.01 pixel.

Pour diminuer le temps de la méthode itérative, nous avons choisi une fonction de transformation  $\varphi_M$  constante ( $n_i = n_j = N_i = N_j = 0$ ). C'est-à-dire que l'on néglige la déformation de la zone de corrélation. Ce choix permet de déterminer les translations en une itération. Il a été vérifié que le résultat n'était pas significativement perturbé par ce choix (moins de 5% d'erreur), qui est donc retenu pour la suite.

En pratique, l'étape d'optimisation du critère sur des valeurs entières de « déplacements tests » s'effectue sur un domaine appelé Zone de Recherche (dont les dimensions, en pixels, dans les deux directions de l'image ZRI, ZRJ, sont illustrées sur la Figure 3.11) Dans ce cas, le calcul est réalisé par une fonction de maximisation discrète et bidimensionnelle :

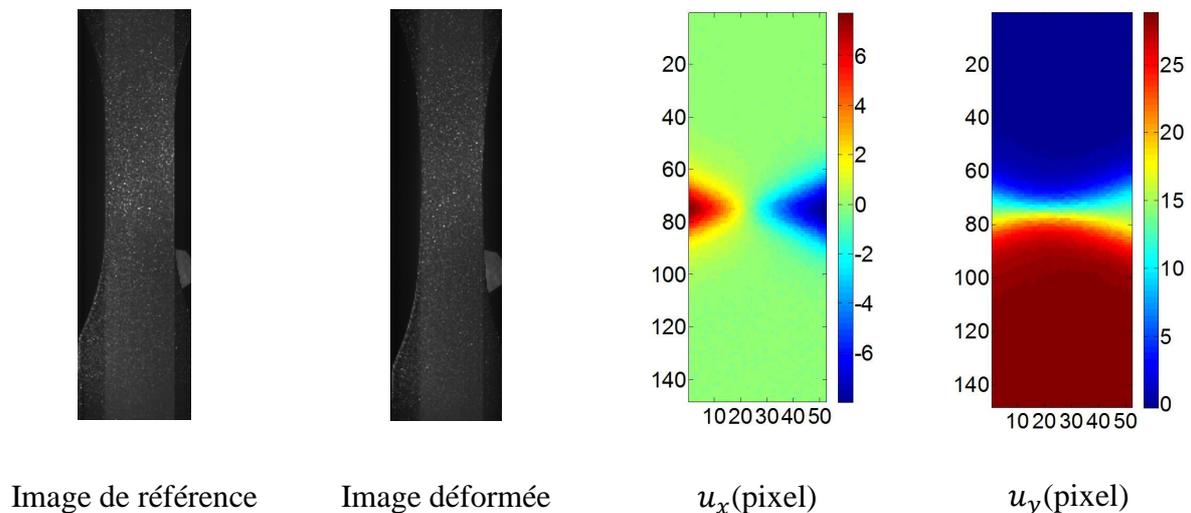
$$\vec{u} = \underset{(a_{00}, b_{00}) \in \mathbb{Z}^2}{\operatorname{argmax}} (\tilde{C}_N(\varphi_M)) \quad (3-15)$$



*Figure 3.11 Illustration de la zone de recherche*

La méthode de traitement utilisée permet d'atteindre une précision de l'ordre de  $5 \cdot 10^{-2}$  pixels. Cette précision est estimée dans des cas plus représentatifs de chargements réels en comparant le déplacement imposé avec le déplacement mesuré.

La Figure 3.12 représente un exemple typique de champ de déplacement incrémental mesuré à la fin d'un essai de traction sur une éprouvette de cuivre. On observe très nettement la striction localisée au centre de l'éprouvette.



*Figure 3.12 Un exemple de la mesure de déplacement*

### 3.2.1.1.2. Paramètres de mesure

Ce paragraphe résume les règles pratiques élémentaires pour le choix des différents paramètres introduits dans le traitement de corrélation utilisé dans ce travail.

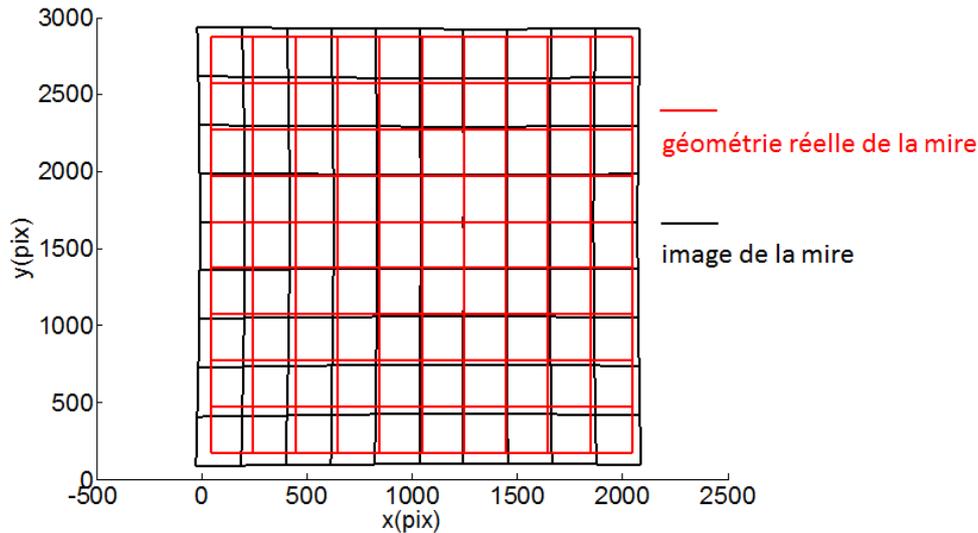
Comme on l'a vu, la zone de corrélation (ZC) définit le sous-domaine autour d'un nœud du maillage sur lequel est déterminée la transformation entre les images. Cette zone doit être suffisamment grande pour que l'on dispose de suffisamment d'informations pour pouvoir identifier les paramètres de la transformation. On choisit des tailles de ZC comprises entre 20 et 40 pixels, pour des mouchetis de taille variant entre 5 à 10 pixels.

Dans le cas du montage classique, le champ de déplacement est calculé en plusieurs temps. Tout d'abord, on le détermine sur une grille grossière (GS et ZR importants), puis connaissant le champ grossier, on le détermine sur une grille plus fine (GS et ZR faibles). On utilise généralement 3 échelles de description. La première correspond au déplacement d'ensemble de toute la zone d'étude, la seconde à sa déformation supposée homogène et la troisième correspond à la mesure « fine ». Cette stratégie permet de limiter le temps de calcul qui est directement proportionnel au nombre de points de mesure (donc, pour une zone d'étude donnée, au carré de GS) et au carré de la taille de la zone de recherche.

Le calcul effectué par Vic3D n'utilise pas de stratégie « multi-échelle » particulière, il propage les résultats déjà calculés pour obtenir les estimées initiales de l'algorithme d'optimisation du critère aux points restant à calculer. Cette stratégie peut conduire à des pertes d'information importante où à la propagation d'erreur sur le champ mesuré. Pour pallier à ce problème, il est possible d'utiliser plusieurs « germes » de corrélation.

### **3.2.1.1.3. Source d'erreurs en corrélation d'images classique**

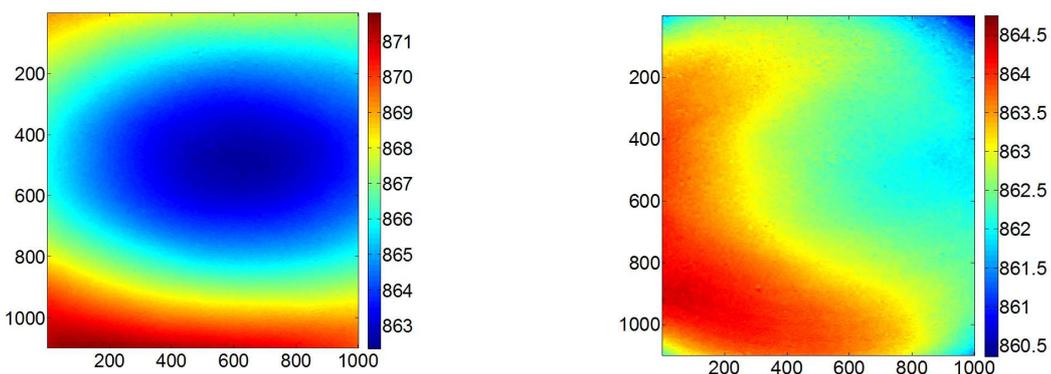
La corrélation d'image numérique suppose qu'il y a une parfaite conservation du flot optique entre les images initiales et finales. Elle suppose aussi implicitement que la transformation réelle subie par la surface est bien égale à celle existant entre les deux images. Dès que l'une de ces hypothèses n'est plus vérifiée, des erreurs apparaissent. Ainsi, la présence de bruit sur les images va perturber la mesure du déplacement. Ce phénomène est bien connu, et il est possible de relier le bruit d'image au bruit sur les déplacements (Hild *et al.*, 2006). Par ailleurs, la présence d'un déplacement hors plan génère une modification de grandissement des images qui va naturellement introduire un biais dans la mesure du déplacement. Ce biais peut être facilement corrigé pour peu que le déplacement hors plan soit connu. De même, la présence de distorsions dans l'optique modifie la géométrie de l'objet observé dans l'image. La Figure 3.13 illustre la présence de distorsions optiques sur l'image d'une mire parfaitement régulière. Le déplacement de l'objet dans l'image conduit donc à l'apparition d'un biais dans les résultats de corrélation. La Figure 3.14(a) présente le champ de déplacement mesuré par corrélation entre deux images d'un objet ayant subi uniquement une translation verticale. On observe clairement la forme du biais associé à la distorsion de l'optique. L'amplitude de ce biais est importante (ici environ 5 pixels).



*Figure 3.13 Distorsion optique*

Ce biais peut aussi être réduit en corrigeant les images afin d'en supprimer les distorsions optiques. Pour cela, on se donne un modèle de distorsions, et on en détermine les paramètres en minimisant l'écart entre les déplacements mesurés pour le(s) déplacement(s) imposé(s) et ceux associés au modèle de distorsion. On choisit en général des modèles de distorsion radiaux (Garcia, 2011). On utilise souvent des loi polynomiales purement radiales du type de celle présentée dans l'équation (3-16) : les distorsions au point  $P_M(x, y)$  ne dépendent ainsi que de sa distance par rapport au centre optique  $O(x_0, y_0)$ . Les coefficients  $b_j$  restent à être identifiés.

$$d_{dis}(P_M) = \sum_{j=0}^n b_j \cdot (\sqrt{(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2})^j \quad (3-16)$$



(a) déplacement calculé avec distorsion (pixel)

(b) déplacement calculé sans distorsion (pixel)

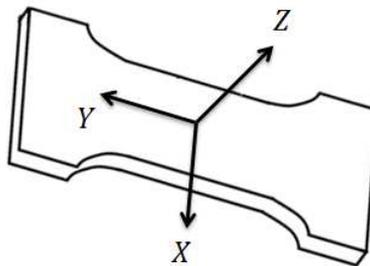
*Figure 3.14 Correction de la distorsion*

La Figure 3.14(b) montre le champ de déplacement obtenu par KelKins sur les mêmes images lorsque l'on tient compte des distorsions (modèle de degré 5 qui intègre à la fois la variation de grandissement associée à la non-perpendicularité de la caméra et de la surface observée, et les distorsions). On remarque clairement que l'erreur sur le déplacement est nettement moins importante : l'écart-type passe de 2.30 à 0.68.

Naturellement, on déterminera systématiquement les déplacements sur des images dans lesquelles on a enlevé la distorsion.

### 3.2.1.2. Stéréo-corrélation (Déplacement tridimensionnel)

Comme on l'a déjà indiqué, nous avons aussi utilisé un dispositif de stéréo-corrélation pour obtenir des informations plus riches sur la cinématique.



*Figure 3.15 Echantillon étudié*

Les axes orientés suivant la largeur, la hauteur et l'épaisseur de l'échantillon sont respectivement notés  $X$ ,  $Y$  et  $Z$  (voir Figure 3.15). Lorsque l'on utilise le montage classique (avec une seule caméra), l'observation se fait sur la surface  $(X,Y)$ . Deux composantes du vecteur de déplacement sont obtenues sur chaque « zone de corrélation » de cette surface :  $u_x$  et  $u_y$ . La stéréo-corrélation permet d'accéder aux trois composantes du vecteur de déplacement sur la surface observée. En utilisant deux bancs observant les surfaces opposées de l'échantillon, on accède à la transformation « complète » de l'enveloppe extérieure de l'éprouvette.

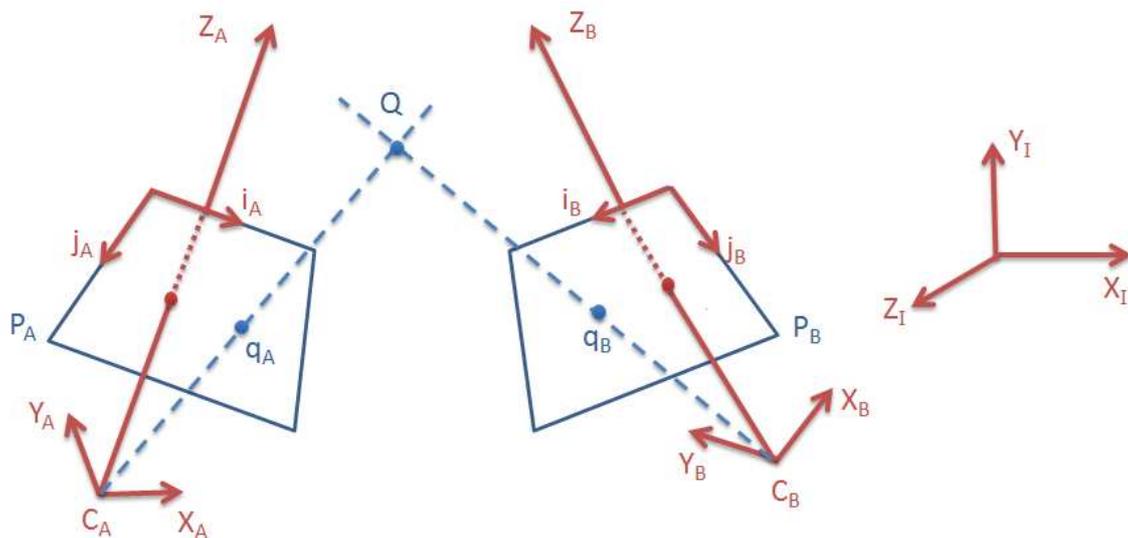
Chaque banc est composé de deux caméras visibles. Les données sur la forme de l'éprouvette et son évolution ne peuvent être obtenues qu'après étalonnage des bancs. Une fois l'étalonnage des bancs effectué, un algorithme classique de stéréo-corrélation (appariement / triangulation) est utilisé pour accéder à la forme tridimensionnelle de la surface observée dans le repère du banc qui lui fait face). On utilise ici les procédures implémentées dans le logiciel commercial Vic3D. Pour pouvoir construire les mesures 3D à partir des données de chaque caméra, il est nécessaire de les ramener dans la même base de temps et dans le même repère global. Le dispositif SynchroCam permet d'assurer le synchronisme des images.

Dans les paragraphes qui suivent, on présentera les principes de ces différentes méthodes nécessaires à l'obtention de la géométrie complète de la surface de l'éprouvette mince observée : appariement/triangulation, calibration d'un banc de stéréo-corrélation, recalage spatial des données issues de deux bancs distincts.

### 3.2.1.2.1. Mesure stéréoscopique : appariement / triangulation

Dans cette section, on présente la méthode pour mesurer les champs de déplacement 3D par un banc de stéréo-corrélation. Cette méthode est basée sur le principe de triangulation : la position réelle (tridimensionnelle) d'un point physique est obtenue à partir des positions des projections de ce point dans deux « plans images » non parallèles de caractéristiques connues.

Elle nécessite de se donner un modèle permettant de rendre compte de la création des images de l'objet réel par le système optique. Ce modèle est généralement appelé « modèle de caméra ». Le modèle le plus employé, du fait de sa simplicité et de sa bonne adéquation aux caméras utilisées en imagerie, est le modèle sténopé (« pinhole » en anglais). Ce modèle consiste à considérer que l'image d'un point réel est située à l'intersection du plan image avec le rayon issu de ce point passant par le centre de projection. La Figure 3.16 illustre la création des points images  $q_A$  et  $q_B$  d'un même point réel  $Q$  dans deux plans images  $P_A$  et  $P_B$  associés aux deux caméras d'un banc stéréoscopique.



*Figure 3.16 Principe de la triangulation avec un modèle sténopé de caméra*

Chaque caméra du banc est ainsi caractérisée par :

- (i) la position de son centre de projection ( $C_A$  et  $C_B$ )
- (ii) la position du plan image : définie par son orientation (normale au plan  $Z_A$  et  $Z_B$ ) et par sa distance au centre de projection (distance focale  $f_A$  et  $f_B$ ).

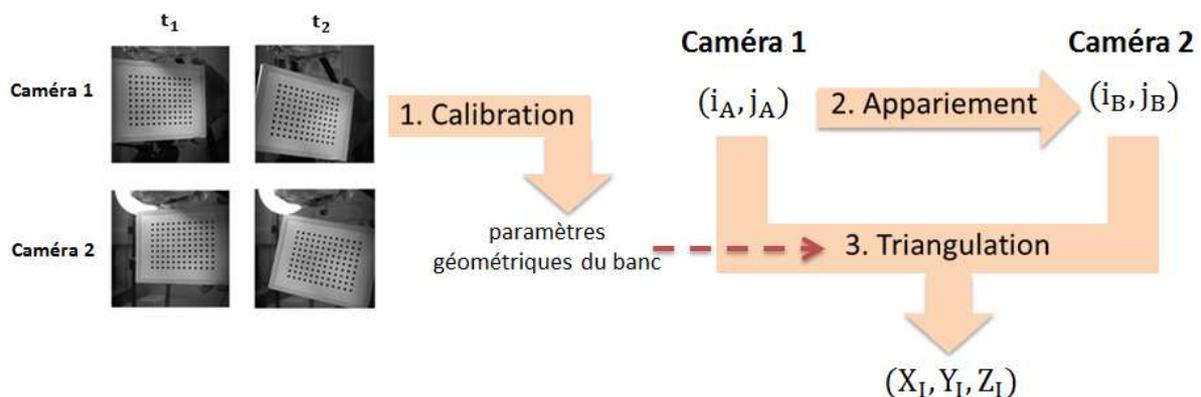
La position des projections  $q_A$  et  $q_B$  se situe à l'intersection des rayons  $(C_AQ)$  et  $(C_BQ)$  avec les plans images  $P_A$  et  $P_B$  respectivement.

L'étape de calibration consiste, *a minima*, à déterminer les paramètres géométriques du banc de stéréo-corrélation (comme on le verra au paragraphe 3.2.1.2.2, on peut aussi choisir de « calibrer » un modèle de caméra un peu complexe intégrant aussi certaines distorsions optiques).

Une fois ces paramètres connus, on applique les étapes d'appariement puis de triangulation. Dans l'étape d'appariement, on choisit un point d'une image (prise comme « image de référence », ici l'image 1), soit  $q_A$ . L'étape d'appariement consiste à rechercher la position de ce point dans l'image 2, soit  $q_B$ . Cette recherche utilise les algorithmes de corrélation classiques, présentés en 3.2.1.1. Les fonctions de formes choisies sont au moins linéaires afin d'intégrer les transformations projectives du petit élément de surface autour du point  $Q$ , considéré comme plan. La recherche de la position du point  $q_B$  peut être facilitée par l'utilisation de la géométrie projective (utilisation de la droite épipolaire).

Une fois la position du point  $q_B$  et les paramètres de calibration connus, l'étape de triangulation consiste à déterminer la position de l'intersection des deux rayons  $(C_Aq_A)$  et  $(C_Bq_B)$  qui correspond à la position 3D du point  $Q$ . Dans le cas réel, ces deux rayons ne se croisent pas réellement, et on définit, en général, le point d'intersection « au plus proche » de ces deux rayons.

La Figure 3.17 illustre l'organisation de ces différentes étapes permettant d'accéder à la mesure de forme 3D.



*Figure 3.17 Calibration/Appariement/Triangulation*

La mesure de déplacement tridimensionnelle se base sur la mesure de forme 3D de la surface (Garcia, 2011) (Sutton *et al*, 2009) La méthode classique se décompose en trois phases (Figure 3.18) :

- A l'instant initial  $t_1$ , en appliquant l'appariement stéréoscopique présenté dans cette section, on cherche la position de chaque point dans l'image 2 ( $i_B^{t_1}, j_B^{t_1}$ ) à partir de sa position dans l'image 1 ( $i_A^{t_1}, j_A^{t_1}$ ). Les coordonnées tridimensionnelles de ces points ( $X_I, Y_I, Z_I$ ) sont obtenues par triangulation.
- En appliquant la corrélation d'image numérique introduite dans la section 3.2.1.1.1, on suit chaque point dans l'image 1 entre l'instant initiale  $t_1$  et l'instant final  $t_2$  et afin de déterminer leur position finale ( $i_A^{t_2}, j_A^{t_2}$ ).
- En faisant un travail similaire à celui de la première phase. On obtient la position finale de chaque point dans l'image 2 ( $i_B^{t_2}, j_B^{t_2}$ ) et les coordonnées tridimensionnelles de ces points à l'instant final ( $X_{II}, Y_{II}, Z_{II}$ ). Le déplacement 3D tridimensionnel  $\vec{u}^{3D}$  est considéré comme la différence entre ( $X_I, Y_I, Z_I$ ) et ( $X_{II}, Y_{II}, Z_{II}$ ) :

$$\vec{u}^{3D} = (u_x, u_y, u_z) = (X_{II}, Y_{II}, Z_{II}) - (X_I, Y_I, Z_I). \quad (3-17)$$

La méthode classique présente certaines faiblesses : la position du point dans l'image 2 est déterminée uniquement par rapport à sa position dans l'image 1 à un même instant et l'appariement temporel est effectué uniquement sur l'image 1. De plus, la méthode classique cumule les erreurs de toutes les phases.

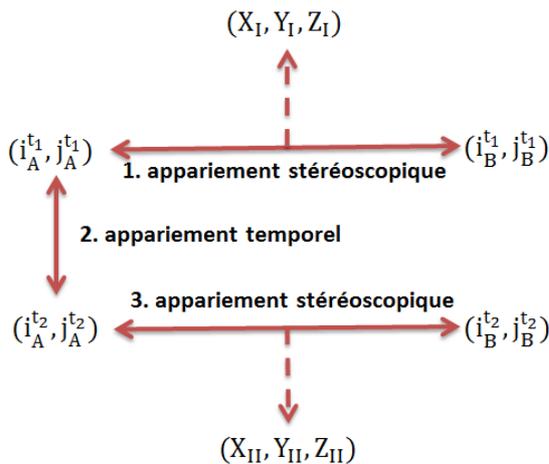


Figure 3.18 méthode classique

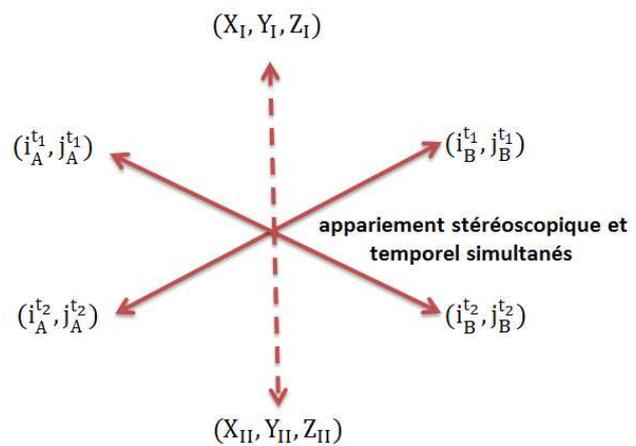
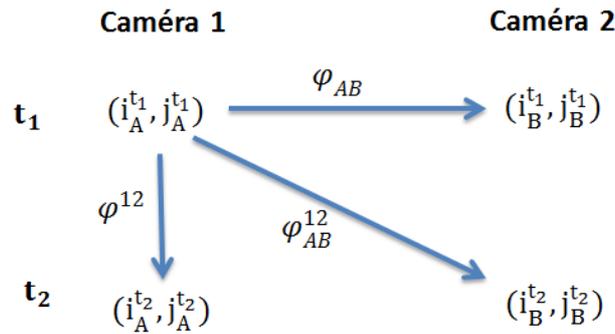


Figure 3.19 méthode améliorée

Pour résoudre ces problèmes, on peut utiliser une méthode améliorée (Figure 3.19). Cette méthode consiste à réaliser un appariement stéréoscopique et temporel simultanés. L'idée est de choisir d'abord une image référence (par exemple, on choisit l'image 1 à l'instant initial ( $i_A^{t_1}, j_A^{t_1}$ )) et afin de chercher les paramètres de transformation des autres images ( $(i_B^{t_1}, j_B^{t_1})$ , ( $i_A^{t_2}, j_A^{t_2}$ ), ( $i_B^{t_2}, j_B^{t_2}$ )) par rapport à l'image référence (Figure 3.20).



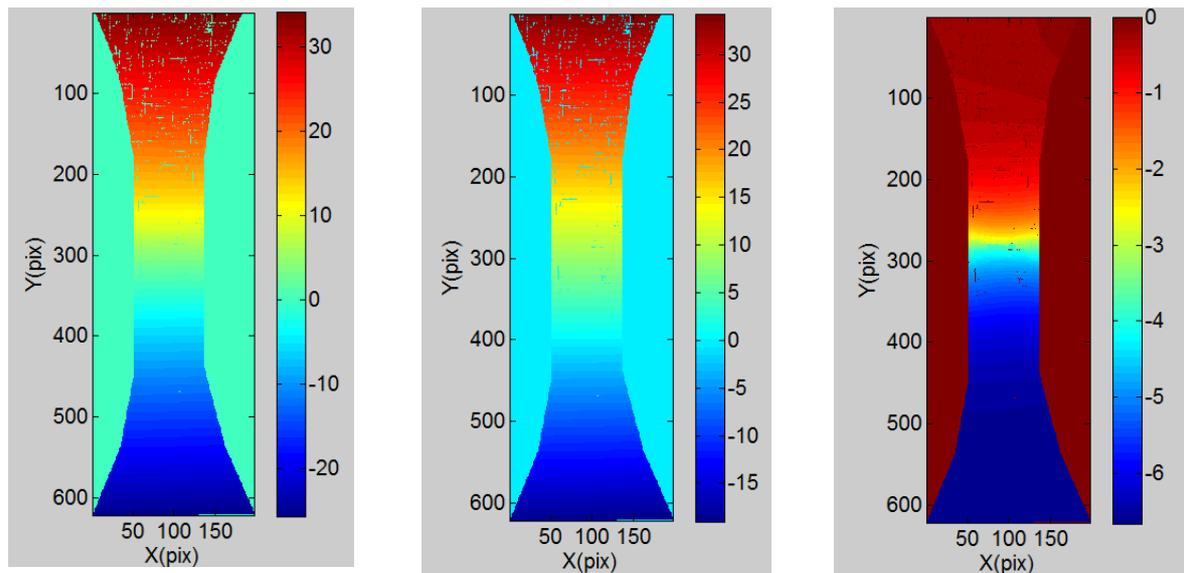
*Figure 3.20 Critère de corrélation utilisé pour la méthode améliorée*

Cette approche nécessite la définition d'un critère adapté. En supposant la conservation du flot optique entre des images, on utilise ici un critère qui est la somme des critères  $\tilde{C}$  calculés pour les transformations  $\varphi_{AB}$ ,  $\varphi^{12}$  et  $\varphi_{AB}^{12}$  entre l'image référence et les autres images (3-18).

$$C_{st}(\varphi) = \sum_{i=-ZC/2}^{ZC/2} \sum_{j=-ZC/2}^{ZC/2} \left[ \left( I_A^1(i, j) - I_B^1(\varphi_{AB}(i, j)) \right)^2 + \left( I_A^1(i, j) - I_A^2(\varphi^{12}(i, j)) \right)^2 + \left( I_A^1(i, j) - I_B^2(\varphi_{AB}^{12}(i, j)) \right)^2 \right] \quad (3-18)$$

où,  $\varphi(\varphi_{AB}, \varphi^{12}, \varphi_{AB}^{12})$  est la combinaison des trois transformations  $\varphi_{AB}, \varphi^{12}, \varphi_{AB}^{12}$ . Elles peuvent être déterminées en minimisant ce critère. On remarque qu'on choisit une optimisation similaire à celle utilisée pour la corrélation d'image.

Une fois ces paramètres identifiés, on peut obtenir les positions du point étudié dans les quatre images. Comme la méthode classique, les coordonnées tridimensionnelles de ce point aux deux instants sont obtenues par triangulation et le déplacement est mesuré par la différence entre  $(X_I, Y_I, Z_I)$  et  $(X_{II}, Y_{II}, Z_{II})$ . La Figure 3.21 donne un exemple de résultats obtenus avec cette méthode (2 composantes planes du vecteur position des points de la surface de l'éprouvette et composante verticale du déplacement mesuré entre deux instants)



Position verticale initiale  $Y_1$   
(mm)

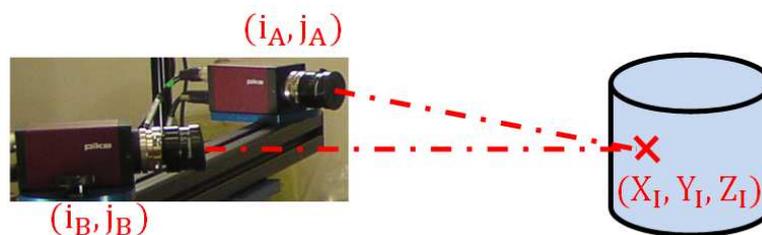
Position verticale finale,  $Y_1'$   
(mm)

Déplacement verticale  $u_Y$   
(mm)

*Figure 3.21 Déplacement suivant la direction de la sollicitation imposée (Y)*

### 3.2.1.2.2. Calibration de banc de stéréo-corrélation

L'étape de calibration est essentielle dans une approche par stéréo-corrélation. Le principe de la calibration est identique quel que soit le code utilisé (ici Vic3D) : un objet (généralement plan ou constitué de plusieurs plans) est présenté devant le banc de stéréo-corrélation et des séries d'images sont prises pour différentes positions de cette « mire d'étalonnage ». La calibration peut être « forte » ou « faible » selon que la géométrie de la mire est supposée connue de manière exacte ou bien qu'elle est aussi déterminée par la procédure de calibration. Le logiciel Vic3D utilise une calibration faible. La mire d'étalonnage est illustrée en Figure 3.23 dans différentes positions. Ce paragraphe présente le principe de la calibration.



*Figure 3.22 Système de stéréo-corrélation*

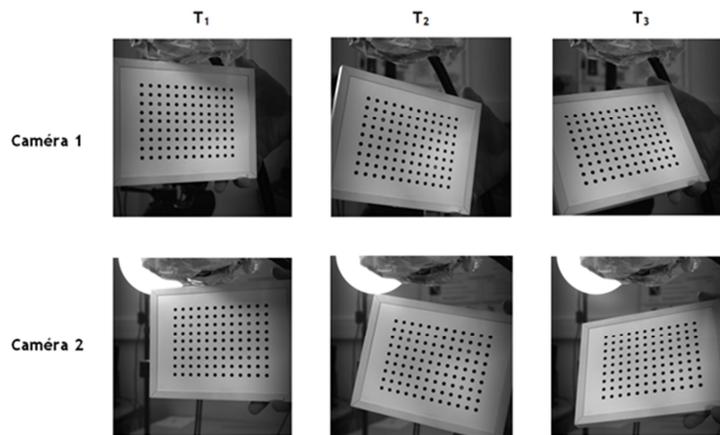
L'objectif de la calibration est de déterminer les paramètres introduits dans le modèle de caméra utilisé. On distingue deux types de paramètres : les paramètres intrinsèques et les

paramètres extrinsèques. Les paramètres intrinsèques sont liés à chaque caméra utilisée. Ils correspondent, par exemple, au centre optique, à la distance focale et aux paramètres de distorsion de l'objectif. En utilisant ces paramètres intrinsèques, on peut obtenir les coordonnées métriques 3D des points mesurés dans un repère lié à chaque banc. Les paramètres extrinsèques caractérisent la position relative entre les repères des deux caméras ( $X_A, Y_A, Z_A$ ) et ( $X_B, Y_B, Z_B$ ) qui constituent le banc (Figure 3.16).

Le logiciel Vic3D prend en compte des distorsions de type radial. Cette distorsion vient d'un défaut de courbure de la lentille. Le déplacement parasite d'un point ( $\delta_u$ ) introduit par cette distorsion est lié au distance entre ce point et le centre optique ( $r$ ) et il ne dépend pas de orientation de ce point par rapport au centre optique ( $\theta$ ) :

$$\delta_u(r, \theta) = \sum_{k=1}^{\infty} \alpha_k r^{2k+1} \quad (3-19)$$

$\alpha_k$  sont des coefficients de la distorsion radiale. Le modèle retenu ici est d'ordre 3.



*Figure 3.23 Mire de calibration*

Les positions des points de la mire sont isolées dans chaque couple d'images. On construit ensuite une fonctionnelle dépendant des paramètres du banc (intrinsèques et extrinsèques) qui compare ces positions à leurs valeurs théoriques sur la même mire. En minimisant cette fonctionnelle, on identifie les paramètres du banc.

### **3.2.1.2.3. Recalage des deux bancs de stéréo-corrélation**

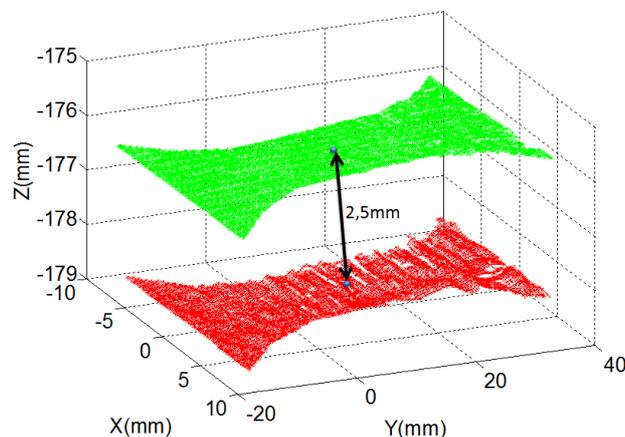
Le dispositif de stéréo-corrélation utilisé inclut deux bancs calibrés de repères respectifs ( $X_I, Y_I, Z_I$ ).et ( $X_{II}, Y_{II}, Z_{II}$ ). Il est nécessaire de recalibrer ces deux bancs afin de pouvoir ramener les mesures issues de ces deux bancs dans un seul et même repère, notamment pour pouvoir effectuer le calcul des déformations.

La transformation permettant de recalcr ces deux bancs est choisie comme étant la plus simple possible. Elle correspond à la combinaison de trois translations et de trois rotations indépendantes. On n'a pas besoin de prendre en compte les dilations car toutes les mesures sont des coordonnées métriques. Bien entendu, cette transformation pourrait être complétée si cela s'avérait nécessaire (dilatation, déformation...). On détermine les paramètres de cette transformation en faisant coïncider les coordonnées de points géométriquement identiques dans le même repère (celui du premier banc, par exemple).

La méthode est d'utiliser une plaque de très faible épaisseur (environ 300  $\mu\text{m}$ ) comportant une centaine de marqueurs superposés visibles sur chacun des bancs. On observe donc directement les mêmes points avec les deux couples de caméras. Les coordonnées d'un point dans chacun de ces bancs sont notées de la façon suivante :  $(X_I^I$  et  $X_{II}^{II}$  pour  $X_I$  écrit dans le repère I et  $X_{II}$  écrit dans le repère II). Comme on l'a dit, on choisit un modèle qui prend en compte les rotations  $R_{II-I}$  et les translations  $U_{II-I}$  :

$$X_{II}^I = R_{II-I}X_{II}^{II} + U_{II-I} \quad (3-20)$$

Les coefficients du modèle de transformation ( $R_{II-I}$ ,  $U_{II-I}$ ) sont, ici aussi, déterminés par une méthode des moindres carrés dans laquelle on minimise l'écart entre les positions de tous les points de la mire  $X_{II}^I$  et  $X_I^I$ . La Figure 3.24 illustre le résultat de la mesure de forme d'une éprouvette après ce recalage. La validation du recalage peut être réalisée en comparant la dimension de l'éprouvette mesurée par la stéréo-corrélation et sa vraie valeur. Par exemple, dans cette figure, l'épaisseur de l'éprouvette mesurée est environ 2.5mm, qui est très proche de sa valeur réelle 2.51mm.



*Figure 3.24 Reconstitution de l'éprouvette*

On remarque qu'on néglige l'épaisseur d'encre déposée sur la face de la mire lorsqu'on calcule les coefficients du modèle. La méthode appliquée sous-estime donc légèrement la dimension de l'épaisseur.

### 3.2.2. Mesures de déformation et de vitesse de déformation

Pour passer des déplacements aux déformations et aux vitesses de déformation, il est nécessaire de dériver le champ expérimental (bruité) de déplacement dans l'espace et dans le temps. Le but de cette section est de présenter la démarche adoptée ici pour effectuer ces opérations de dérivation.

#### 3.2.2.1. Principe

La déformation ou encore la vitesse de déformation s'expriment à partir des dérivées en espace et en temps des champs de déplacement. Pour calculer la déformation à partir de champs de déplacement discret et bruité obtenus par corrélation d'images numériques, on choisit une technique d'approximation locale des déplacements par des fonctions polynomiales en espace et en temps. On présente ici le principe de cette méthode dans le cas de champs de déplacements bidimensionnels, l'extension au cas tridimensionnel ne posant aucune difficulté. En chaque point de mesure, on approxime les composantes du déplacement par une fonction polynomiale des variables d'espace et de temps. Pour le lissage de la composante  $u_x$ , il vient :

$$u_x^{lissage}(x, y, t) = \sum_{k=0}^{d_k} \sum_{l=0}^{d_l} \sum_{m=0}^{d_m} \alpha_{klm} x^k y^l t^m \quad (3-21)$$

Les paramètres  $d_k$ ,  $d_l$  et  $d_m$  correspondent respectivement aux degrés du polynôme d'approximation par rapport aux variables  $x$ ,  $y$  et  $z$ . Les coefficients  $\alpha_{klm}$  sont déterminés en minimisant l'écart entre le déplacement mesuré sur un voisinage du point considéré (dont les caractéristiques sont décrites au paragraphe 3.2.2.2) et les valeurs du polynôme d'approximation en ces points.

$$\alpha_{klm} = \operatorname{argmin} \left( \sum_x \sum_y \sum_t (u_x^{lissage}(x, y, t) - u_x^{mes}(x, y, t))^2 \right) \quad (3-22)$$

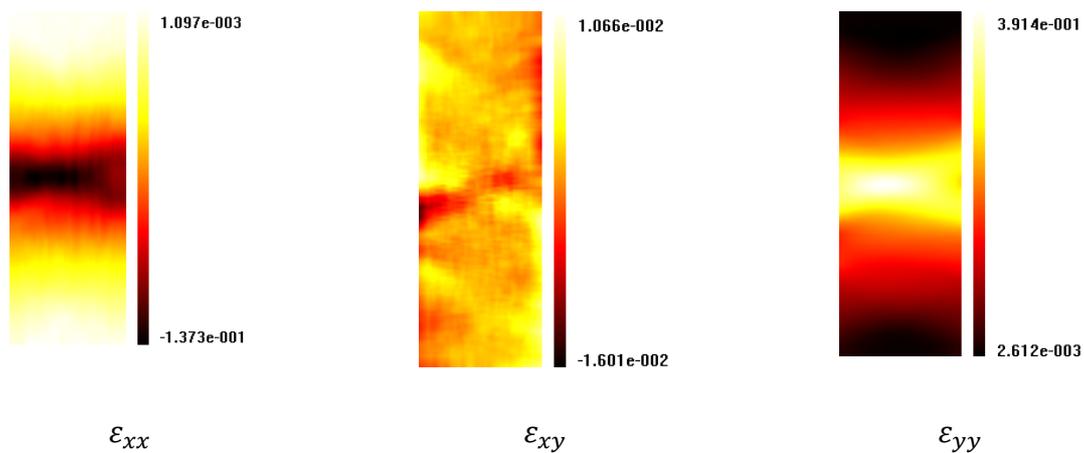
Les dérivées du déplacement en ce point sont associées à celles de la fonction d'approximation. On calcule ainsi les tenseurs  $\bar{\bar{F}}$ ,  $\dot{\bar{F}}$  dont on déduit les valeurs des déformations et des vitesses de déformation.

Pour limiter le temps de calcul, il est possible de choisir une fonction d'approximation découplant les effets du temps et de l'espace :

$$u_x^{lissage}(x, y, t) = \left( \sum_{m=0}^{d_m} \alpha_m t^m \right) \left( \sum_{k=0}^{d_k} \sum_{l=0}^{d_l} \alpha_{kl} x^k y^l \right) \quad (3-23)$$

Dans ce cas, on doit identifier les coefficients  $\alpha_m$  et  $\alpha_{kl}$  de manière découplée.

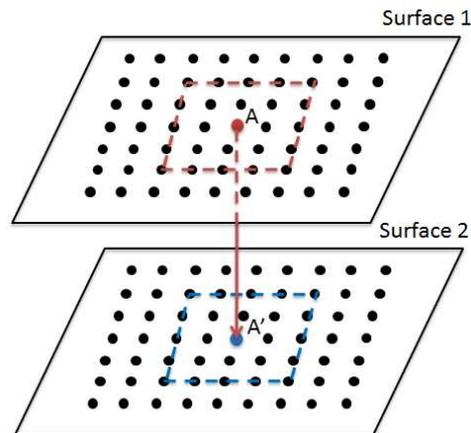
On remarque que la précision de calcul est de l'ordre  $1.10^{-4}$  (Vigneron, 2009).



*Figure 3.25 Un exemple de la mesure de déformation plane montrant un champ localisé lors d'un essai de traction sur un échantillon de Cuivre*

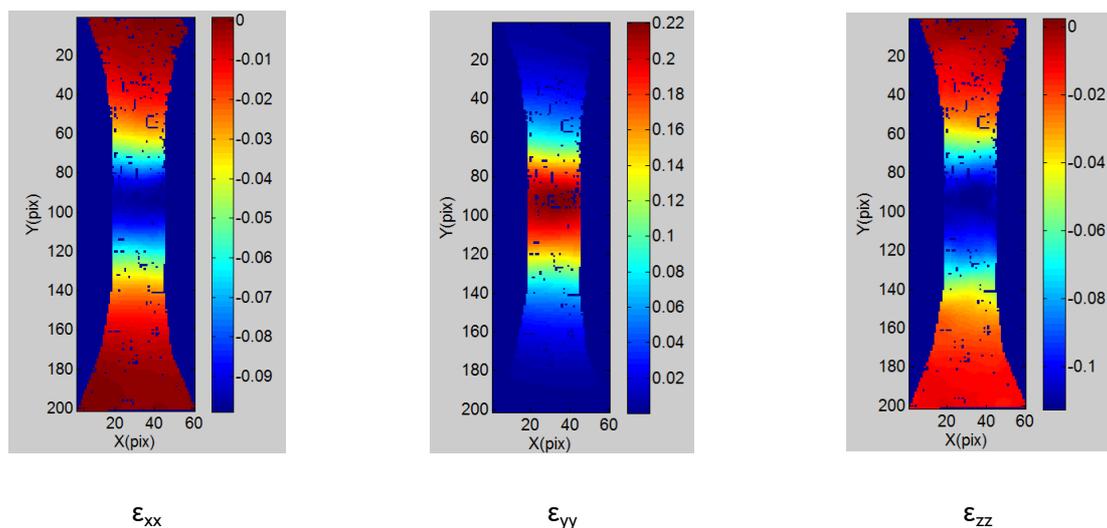
Les champs de déformation (Figure 3.25), calculés à partir de mesures de déplacements plans (montage « classique ») montrent bien la zone de localisation au centre de l'échantillon. La fissure finale apparaît dans la zone où la déformation longitudinale est la plus importante.

Dans notre cas (étude d'une plaque mince plane), la principale difficulté de l'extension de cette approche au traitement des données issues des deux bancs stéréoscopiques réside dans l'extraction des mesures de déplacement au voisinage du point considéré. En effet, chaque banc stéréoscopique mesure les déplacements des points de la surface observée répartis sur une grille régulière. Nous avons vu au paragraphe 3.2.1.2.3 comment ramener ces grandeurs dans le même repère. Les champs de déplacements observés sur les deux faces sont obtenus sur des grilles de mêmes densités afin de pouvoir les comparer plus facilement (Figure 3.26). On choisit une face comme référence (Surface 1), et on détermine la moyenne dans l'épaisseur du tenseur gradient de la transformation en chaque point de cette « grille de référence ». Pour cela, on récupère les plus proches voisins de chaque point (sur les deux faces), et on utilise les déplacements mesurés sur ce voisinage pour calculer la fonction d'approximation. On suppose que le déplacement suivant l'épaisseur de la plaque varie linéairement (le degré de la fonction d'approximation dans la direction  $z$  est donc égal à 1), et on calcule la valeur des gradients de la fonction d'approximation au point situé à l'intersection du plan médian de l'éprouvette et de la normale à ce plan passant par le point étudié.



*Figure 3.26 points de mesures*

La Figure 3.27 est un exemple de la mesure de déformation. On voit bien que l'hypothèse d'isotropie transverse ne représente pas la réalité lorsque la déformation dans la largeur et la déformation dans l'épaisseur ne sont pas tout à fait identiques.



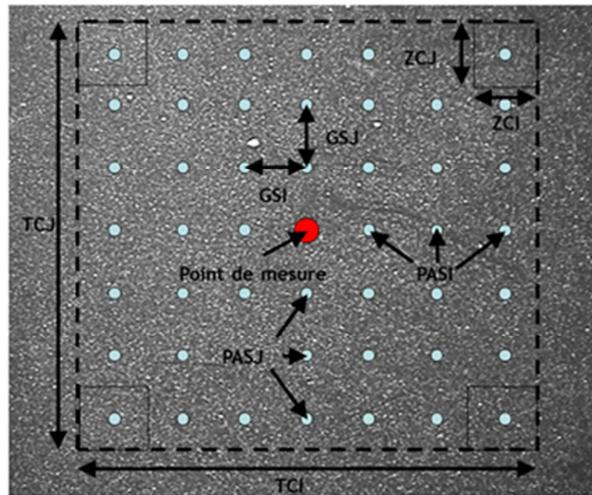
*Figure 3.27 Un exemple de la mesure de déformation tridimensionnelle*

### 3.2.2.2. Paramètres de mesure

L'estimation de la déformation et de la vitesse de déformation introduit plusieurs paramètres de traitement. Pour obtenir la déformation en un point de mesure (Figure 3.28), on utilise les mesures de déplacement sur un certain voisinage de ce point associé à une « longueur de jauge » TCI et TCJ dans chacune des directions de l'image. Il correspond sur la Figure 3.28 à un domaine rectangulaire centré autour de ce point de dimension :

$$\begin{cases} \text{TCI} = 2 \times \text{PASI} \times \text{GSI} \\ \text{TCJ} = 2 \times \text{PASJ} \times \text{GSJ} \end{cases} \quad (3-24)$$

Ici PASI et PASJ définissent la taille de lissage et correspondent au nombre de points de mesure de déplacement que l'on a choisi de chaque côté du point étudié. Le lissage du déplacement sera réalisé avec ces points de mesure. On rappelle que GSI et GSJ sont les pas de grille de corrélation.



*Figure 3.28 Longueur de jauge*

De plus, le déplacement estimé en chaque point de la grille est lié à une zone de corrélation (ZCI et ZCJ). Il est nécessaire de prendre en compte cette zone de corrélation puisque la déformation calculée dépend de la mesure du déplacement. En conséquence, la taille réelle de la zone prise pour calculer la déformation vaut :

$$\begin{cases} \text{TCI} = 2 \times \text{PASI} \times \text{GSI} + \text{ZCI} \\ \text{TCJ} = 2 \times \text{PASJ} \times \text{GSJ} + \text{ZCJ} \end{cases} \quad (3-25)$$

On appelle cette dimension « longueur de jauge » en référence à ce que serait un extensomètre classique. Il est à remarquer que cette dénomination est cohérente pour des fonctions d'approximation linéaires (cette zone correspond bien dans ce cas à la dimension sur laquelle on mesure une déformation moyenne, comme le ferait une jauge ou un extensomètre), dans le cas où les degrés d'approximations sont supérieurs l'analogie est moins directe.

Plus la longueur de jauge est petite, plus la déformation mesurée est « locale » mais l'effet du lissage est moins important et les mesures de déformation sont plus bruitées. Il y a donc un compromis à trouver entre la résolution de la mesure et la précision. En pratique, on essaye de choisir une longueur de jauge minimum qui permet d'obtenir les mesures de déformation « convergées ».

### 3.3. Traitement des images thermiques

#### 3.3.1. Mesures de température

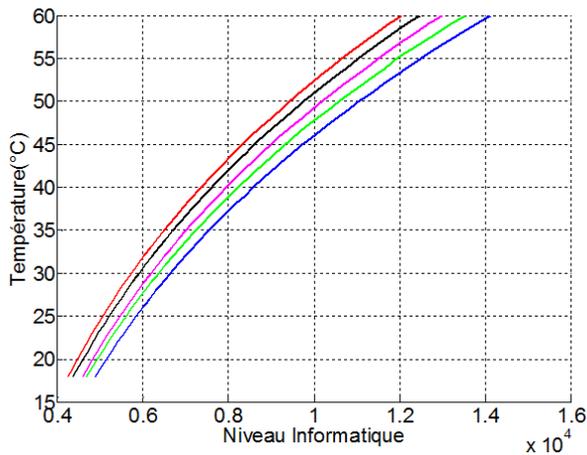
La construction du bilan énergétique nécessite des mesures expérimentales couplées cinématiques et thermiques. Dans la section précédente, on a présenté les traitements cinématiques. On introduit ici les traitements thermiques, qui permettent d'estimer les champs de température à partir des images fournies par la caméra infrarouge. On rappelle que ces images sont enregistrées sous la forme de niveaux informatiques numérisés sur 14 *bits*.

Un étalonnage est mis en place pour traduire ces cartes de niveaux informatiques en champs de température (Honorat, 2005). Dans notre étude, cet étalonnage se base sur l'utilisation d'un corps noir étendu. Ce corps noir permet d'obtenir des champs de températures uniformes et constantes pour une surface d'émissivité uniforme et connue ( $\varepsilon \approx 0.98$ ).

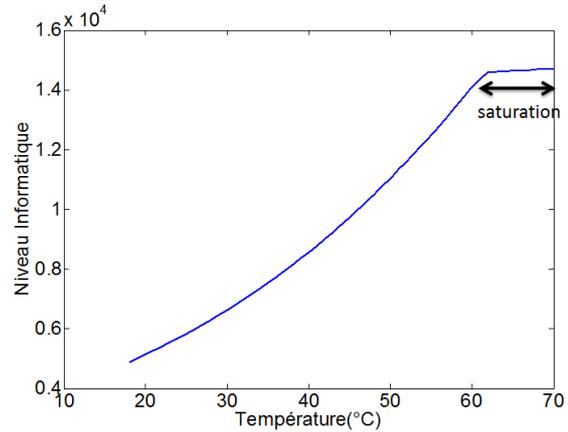
La procédure d'étalonnage consiste d'abord à imposer plusieurs températures au corps noir. Ensuite pour chaque température imposée au corps noir, on prend une série d'images infrarouge de sa surface. Ces images permettent d'effectuer un filtrage temporel des températures. Les images d'étalonnage doivent être prises dans les mêmes conditions d'acquisition que celles de l'essai et la distance entre la caméra et le corps noir doit être la même que celle entre la caméra et l'éprouvette (afin de ne pas modifier le réglage de la mise au point). Ces images enregistrées permettent de tracer l'évolution du niveau informatique de chaque pixel en fonction de la température imposée au corps noir. On relie ensuite l'évolution du niveau informatique à l'évolution de la température par une loi d'étalonnage polynômiale. On remarque que cette correspondance n'est pas uniforme spatialement : elle diffère selon les pixels (voir Figure 3.29). L'étalonnage est donc réalisé pixel à pixel par un polynôme de la forme :

$$T(i, j) = \sum_{p=0}^P \alpha_p(i, j) NI^p(i, j) \quad (3-26)$$

Où les paramètres  $T$ ,  $NI$ ,  $\alpha_p$  sont la température, le niveau informatique et les coefficients de la loi d'étalonnage du pixel de coordonnées  $(i, j)$ . La grandeur  $P$  correspond à l'ordre de la fonction d'étalonnage (on retient généralement un ordre de 5). Les coefficients de la loi sont déterminés en minimisant la différence entre la température mesurée et la température imposée.



*Figure 3.29 Relation entre les températures et le niveaux informatiques pour les différents pixels*



*Figure 3.30 Saturation d'un pixel*

Pour être valable, l'étalonnage ne doit pas tenir compte de mesures faites sur une plage de température où des pixels saturent. En effet, en présence d'une saturation, la réponse du pixel s'infléchit (voir Figure 3.30), et les lois d'étalonnage retenues ne sont pas assez riches pour rendre compte de ce phénomène. De plus, la saturation se traduit par une forte diminution de la sensibilité de la mesure, on choisit donc d'éviter de travailler dans ces zones de fonctionnement du capteur. Une fois que les paramètres de ces polynômes sont identifiés, on peut convertir les signaux numériques (niveaux informatiques) de la caméra en champs de température mesurés.

La qualité de l'étalonnage peut être vérifiée en recherchant les pixels défectueux. Ces pixels défectueux sont déterminés par les deux critères suivants.

Le premier consiste à calculer l'écart entre la température mesurée ( $T_{mes}$ ) et la température imposée au corps noir ( $T_{CN}$ ). On isole tous les pixels qui vérifient la condition suivante pour au moins l'une des températures imposées au corps noir :

$$|T_{mes} - T_{CN}| \geq \Delta T_1 \quad (3-27)$$

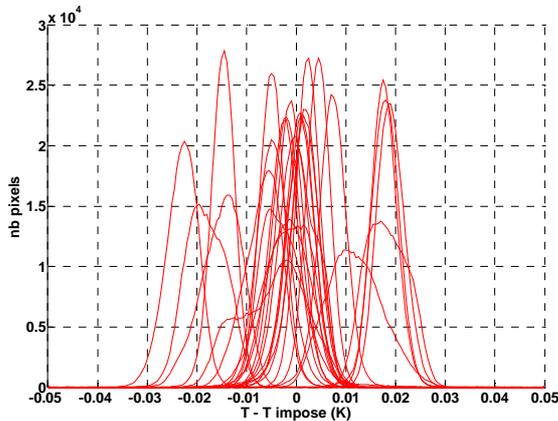
$\Delta T_1$  est un seuil fixé à 0.5 K.

La Figure 3.31 montre les histogrammes des températures mesurées pour différentes températures du corps noir. La résolution du corps noir est de l'ordre de quelques centièmes de Kelvin. Elle se traduit par un décentrage des valeurs moyennes des histogrammes. Pour pallier cette limitation, on considère que la température réelle du corps noir correspond à la moyenne des températures mesurées sur le détecteur ( $T_M$ ). On obtient alors l'histogramme de la Figure 3.32.

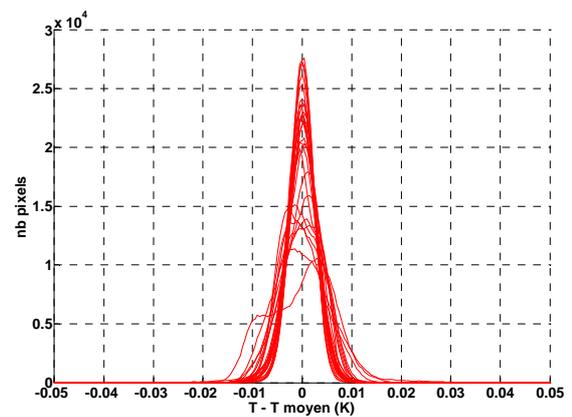
Le second critère consiste à considérer un pixel comme défectueux s'il vérifie le critère (3-28) pour au moins une des températures imposées sur le corps noir :

$$|T_{mes} - T_M| \geq \Delta T_2 \quad (3-28)$$

$\Delta T_2$  est la valeur seuil de ce critère. Dans notre essai, cette valeur est prise égale à  $0.05^\circ\text{C}$ .

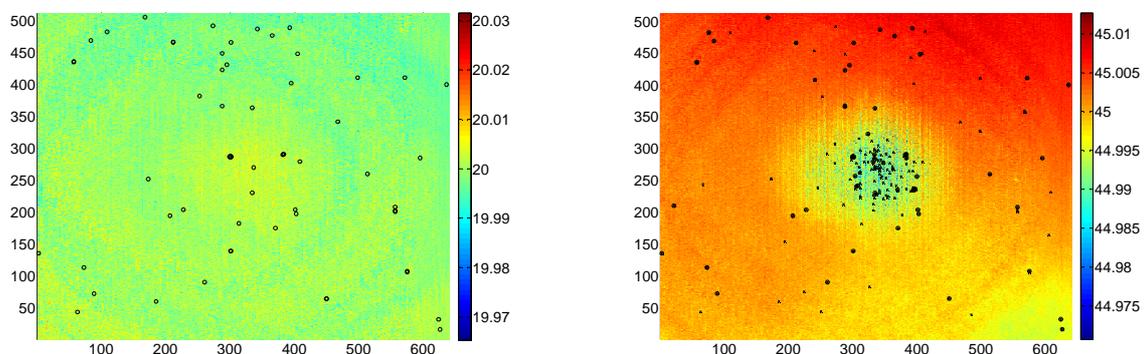


*Figure 3.31 Histogramme des écarts entre température imposée et température mesurée*



*Figure 3.32 Histogramme des écarts entre température moyenne et température mesurée*

En appliquant ces deux critères, on trouve la localisation des pixels défectueux. La Figure 3.33 représente les positions des pixels défectueux déterminés à la première température et ceux déterminés sur l'ensemble des températures. Le nombre de pixels défectueux dépend également des critères appliqués. En utilisant les valeurs des seuils donnés plus haut, on obtient environ 0.2% de pixels défectueux. Certaines stratégies sont proposées pour calculer les températures aux points défectueux en fonction de celles des plus proches voisins (opération de « Bad Pixel Replacement »). On considère ici qu'il n'y a pas de mesure en ces points.



*Figure 3.33 Pixels défectueux à deux température (20°C, 45°C)*

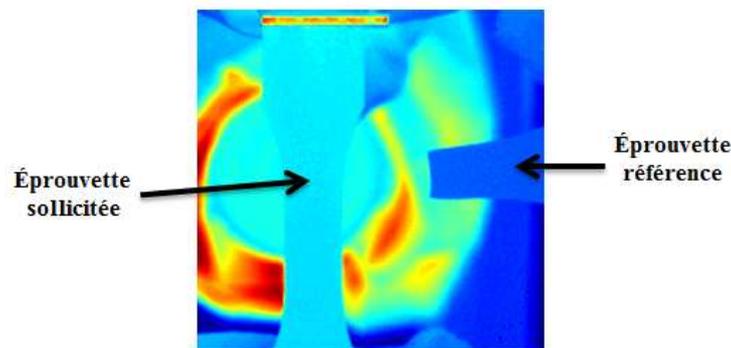
### 3.3.2. Variation de température

On présente maintenant la variation de température de l'éprouvette sollicitée ( $\theta$ ), qui est une mesure nécessaire à l'estimation de la source de chaleur. Elle est définie par la différence entre la température actuelle ( $T$ ) et la température initiale  $T_0$ :

$$\theta = T - T_0 \quad (3-29)$$

La température initiale est déterminée en faisant la moyenne d'un certain nombre d'images de l'échantillon (en général une cinquantaine) alors qu'il est à l'équilibre avec son environnement et que l'essai n'a pas encore été lancé.

La variation de température peut être corrigée en prenant en compte l'évolution de température ambiante afin d'obtenir le déséquilibre thermique réel entre l'éprouvette et l'environnement. L'estimation de cette évolution est réalisée à l'aide d'une éprouvette de référence placée à côté de l'échantillon sollicité (Figure 3.34). Cette éprouvette doit être constituée du même matériau et posséder la même épaisseur que l'éprouvette sollicitée afin de subir les mêmes variations de température que l'éprouvette testée sous l'effet des variations de l'ambiance.



*Figure 3.34 Eprouvette sollicitée et éprouvette référence*

On peut obtenir donc la définition suivante de la température de référence :

$$\theta = (T - T_0) - (T^{ref} - T_0^{ref}) \quad (3-30)$$

$T^{ref}$ ,  $T_0^{ref}$  représentent la température actuelle et la température initiale de l'éprouvette de référence.

Par la suite, on estime les sources de chaleur à partir des mesures de la dérivée en temps et du laplacien de la variation de température. On estime ces opérateurs différentiels en appliquant

une technique de lissage local de la même manière que pour le déplacement par des fonctions polynomiales couplées en espace et en temps :

$$\theta^{lisse}(x, y, t) = \sum_{k=0}^{d_k \geq 2} \sum_{l=0}^{d_l \geq 2} \sum_{m=0}^{d_m \geq 1} \alpha_{klm} x^k y^l t^m \quad (3-31)$$

La grandeur  $\theta^{lisse}(x, y, t)$  est la variation de température lissée d'un point  $(x, y)$  à un instant  $t$ . Les grandeurs  $\alpha_{klm}$  sont les coefficients de la fonction d'approximation qui sont déterminés en minimisant l'écart entre la valeur lissée et la valeur mesurée. Les valeurs  $d_k$ ,  $d_l$  et  $d_m$  correspondent aux degrés de la fonction d'approximation suivant les variables  $x, y$  et  $t$ . Le degré en espace ( $d_k$  et  $d_l$ ) doit être au minimum de 2 pour avoir une dérivée seconde en espace non nulle et le degré en temps ( $d_m$ ) doit être au minimum de 1 pour que la dérivée temporelle soit non nulle.

Cette technique d'approximation locale permet de limiter l'amplification du bruit dans l'estimation des opérateurs différentiels afin d'augmenter la qualité des mesures énergétiques.

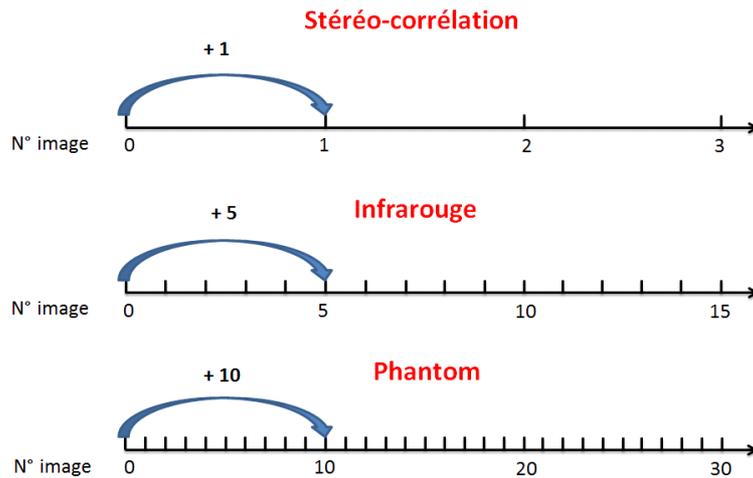
### 3.4. Recalages des mesures cinématique et des mesures thermiques

Le dépouillement des mesures énergétiques nécessite de connaître aux mêmes instants et aux mêmes points les champs de température et les mesures cinématiques. Il est donc nécessaire de reporter ces mesures dans un même repère spatial pour des instants coïncidents. Ceci nécessite la mise en place de deux types de recalage : un recalage temporel et un recalage spatial entre les images infrarouges et visibles.

#### 3.4.1. Recalage temporel

##### 3.4.1.1. Vérification du recalage temporel

Le recalage temporel permet de trouver les différentes mesures (cinématique, thermique, force globale) au même instant. Comme il a été dit au paragraphe 3.1.5, ce recalage est effectué grâce au dispositif électronique « SynchroCam ». Comme on l'a présenté, ce dispositif génère une base de temps commune pour chaque caméra et produit les ordres d'acquisitions sur cette base. Les voies analogiques fournies par la machine de traction sont numérisées à chaque prise d'images.



*Figure 3.35 Recalage temporel*

On a choisi des fréquences d'acquisition différentes pour chaque caméra. Par contre, pour avoir des mesures à des instants communs, ces fréquences sont toujours multiples entre elles. Par exemple, dans notre cas, les fréquences d'acquisition de la caméra CCD rapide (Phantom), de la caméra infrarouge et des caméras de stéréo-corrélation sont respectivement de 40Hz, 20 Hz et 4Hz. Le signal d'acquisition de la première image est envoyé simultanément à chaque caméra. Entre deux images de la stéréo-corrélation, on a donc, théoriquement, cinq images infrarouges et dix images de la caméra CCD rapide (voir Figure 3.35). Dans un cas idéal, on peut identifier les correspondances temporelles des caméras en comparant simplement leur fréquence d'acquisition.

En réalité, on observe des pertes d'images durant les essais imputables aux dispositifs d'acquisition fournis avec les différentes caméras. Le dispositif illustré sur la Figure 3.36 a été développé pour contrôler le fonctionnement de l'acquisition. Les caméras sont placées devant un compteur fonctionnant à 10 kHz dont le déclenchement est piloté par la première impulsion issue du système « SynchroCam ».

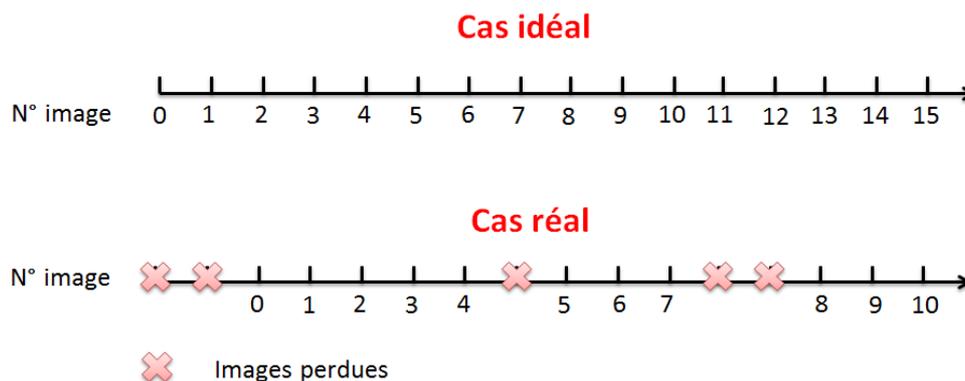


*Figure 3.36 Dispositif pour contrôler le fonctionnement de l'acquisition*

En théorie, les premières images devraient correspondre à une valeur zéro du compteur, et l'incrément entre deux images devrait être constant et correspondre à la période spécifiée. Une procédure de traitement d'image spécifique a été mise au point pour lire automatiquement la valeur du compteur. La précision de cette lecture est liée au temps d'intégration utilisé (de l'ordre de la milliseconde pour chaque caméra).

Après ce test, des problèmes associés au système d'acquisition sont identifiés (Figure 3.37) :

- L'acquisition ne commence jamais au temps nul (à cause du temps de latence entre le moment où l'ordre d'acquisition est envoyé à la caméra et le moment où il est traité). Ce temps est de l'ordre de quelques millisecondes. Il est considéré comme négligeable pour nos applications quasi-statiques.
- Toutes les caméras (CCD, infrarouge, stéréo-corrélation) perdent parfois une ou plusieurs image(s) au début d'essai.
- La caméra IR et celles de stéréo-corrélation perdent parfois des images en cours d'essai.
- Ce système de comptage n'est utilisable que pour les caméras « visibles ». Un dispositif spécifique utilisant des diodes infra-rouge a été conçu, mais n'a pas encore été mis en œuvre.



*Figure 3.37 Images perdues*

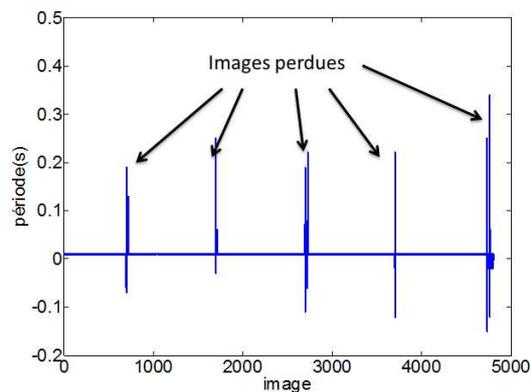
Il est donc nécessaire de trouver ces images perdues pour pouvoir associer à chaque image le bon temps et les bonnes voies annexes.

On observe que l'intervalle de temps entre deux images est bien égal à un multiple de la période spécifiée. La base de temps et la génération de fréquence de « SynchroCam » sont donc bien stables. Dans cette étude, pour effectuer le recalage temporel, on choisit le temps fourni par « SynchroCam » comme le référence.

**3.4.1.2. Caractérisation des images perdues**

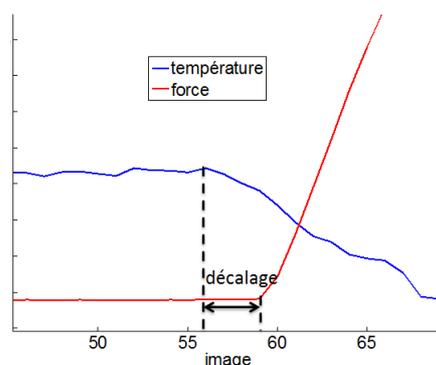
a) Pour la caméra infrarouge

Les images infrarouges sont datées de manière assez précise (moins de la milliseconde) par le logiciel d'acquisition de la caméra fourni par le constructeur. L'intervalle de temps réel entre deux images acquises peut donc être facilement obtenu (Figure 3.38) afin de re-dater chaque image à partir de la première image acquise. On observe d'ailleurs sur cette figure que l'intervalle de temps entre deux images consécutives peut être négatif. Nous avons vérifié que cela correspondait à l'insertion d'une image antérieure (avec sa bonne datation).



*Figure 3.38 Images perdues (IR)*

La détermination du temps réel de la première acquisition est plus délicate. Elle est réalisée sur la base de la comparaison de l'évolution d'une grandeur mesurée sur l'image (la température moyenne par exemple) avec celle d'une grandeur mécanique liée à l'essai (le signal analogique associé à la force numérisé par SynchroCam, par exemple). Sous les effets thermoélastiques, la température diminue au moment où l'on commence à solliciter l'échantillon. La perte d'image initiale est alors associée au décalage entre les moments où ces deux signaux commencent à varier (voir Figure 3.39).



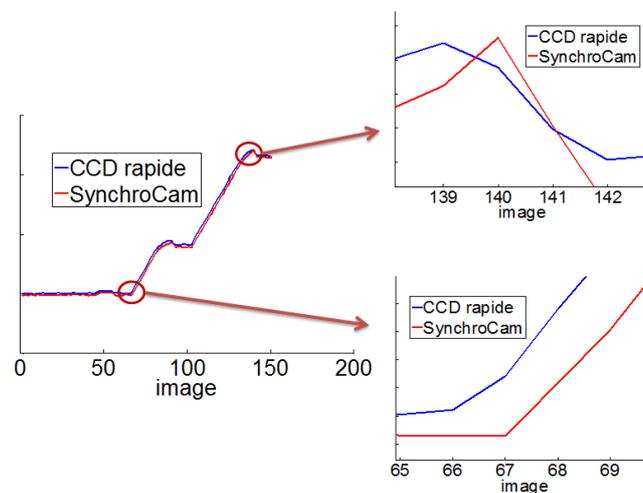
*Figure 3.39 Décalage entre voie analogique et caméra IR*

b) Pour la caméra CCD rapide

Le logiciel d'acquisition de la caméra CCD rapide possède aussi une datation précise (de l'ordre de la micro-seconde). Dans les tests effectués, nous avons observé que cette caméra ne perdait pas d'image en cours d'essai. Nous utilisons quand même systématiquement cette mesure de temps pour le vérifier.

Ici aussi la datation de la première image est délicate. La méthode utilisée est la même que pour la caméra infrarouge. Cette fois-ci l'information extraite de l'image est le déplacement mesuré par corrélation, pris « au plus près » du mors mobile. Cette grandeur est comparée au signal analogique associée au déplacement du vérin, numérisé par SynchroCam.

La Figure 3.40 illustre le décalage observé entre ces deux grandeurs sur un essai. On observe bien que le décalage initial (ici, le décalage est égal 1 images) n'évolue pas sur tout l'essai.

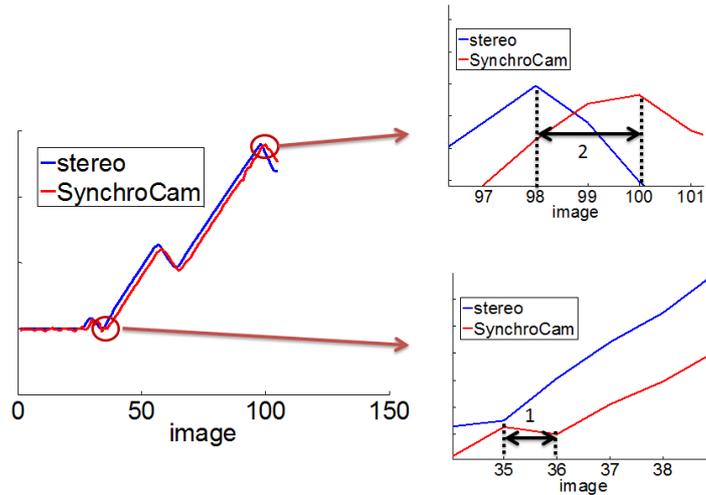


*Figure 3.40 Décalage entre voie analogique et caméra CCD rapide*

c) Pour les caméras de stéréo-corrélation

Les caméras de stéréo-corrélation fournissent une base de temps, mais qui s'est révélée peu fiable. Le recalage initial et la recherche d'images manquantes sont donc effectués en comparant l'évolution du déplacement mesuré par corrélation avec celle du déplacement numérisé par SynchroCam. La Figure 3.41 montre les résultats obtenus sur un essai. Cette figure montre que le décalage initial est égal à 1 image. Par contre le décalage évolue en cours d'essai. A la fin d'essai, le décalage devient de 2 images. C'est-à-dire qu'une image de stéréo-corrélation n'est pas enregistrée pendant l'essai.

On est ainsi capable de re-dater les images et de leur associer les bonnes données mécaniques.



*Figure 3.41 Décalage entre voie analogique et stéréo-corrélation*

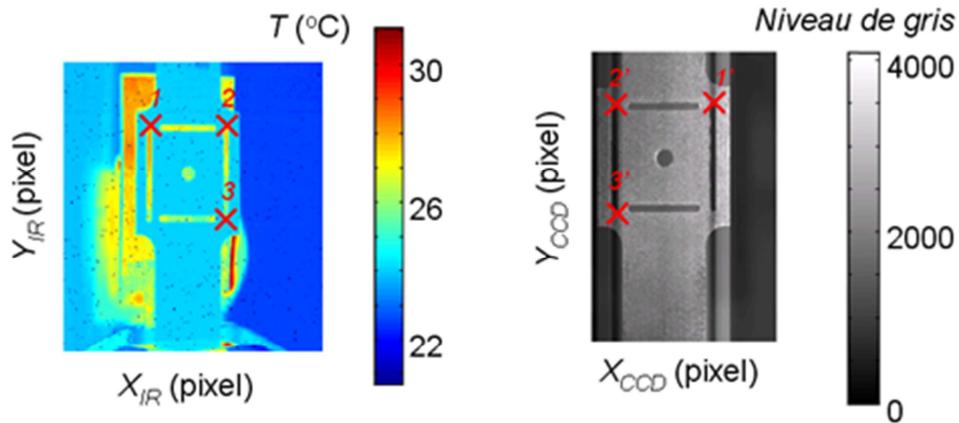
### 3.4.2. Recalage spatial

Dans cette section, on introduit les méthodes utilisées pour effectuer les recalages spatiaux. Le but est de ramener toutes les données dans le même repère afin d'obtenir des mesures couplées cinématiques et thermiques d'un même point matériel. On présente les méthodes permettant de d'obtenir les transformations faisant passer du repère image IR à celui de chaque caméra visible utilisée. On choisit de déterminer les transformations dans ce sens dans la mesure où la caméra infrarouge possède la résolution spatiale la plus faible.

#### 3.4.2.1. Caméra CCD rapide-IR

Le premier recalage spatial est réalisé en déterminant les paramètres de la transformation qui relie le repère de la caméra rapide avec celui de la caméra infrarouge. Cette transformation est prise sous une forme polynômiale permettant de rendre compte des translations et de la rotation dans le plan, ainsi que des facteurs d'échelle horizontaux et verticaux. La correspondance spatiale entre les données cinématique et thermique est déterminée à l'aide d'une mire de géométrie connue (représentée sur la Figure 3.42). Sur les images infrarouges et visibles de cette mire, on repère quelques points coïncidents. Avec les coordonnées cinématiques  $(X_{CCD}, Y_{CCD})$  et les coordonnées thermiques  $(X_{IR}, Y_{IR})$  de ces points, on est capable de caractériser la transformation par :

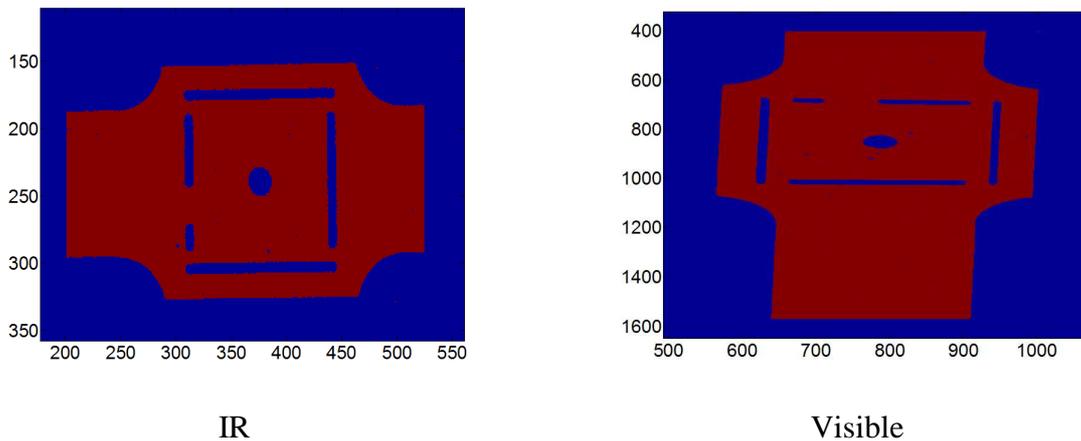
$$\begin{cases} X_{IR} = A_X X_{CCD} + B_X Y_{CCD} + C_X \\ Y_{IR} = A_Y X_{CCD} + B_Y Y_{CCD} + C_Y \end{cases} \quad (3-32)$$



*Figure 3.42 Image infrarouge de la mire (gauche) et image visible de la mire (droite)*

Pour déterminer les six paramètres inconnus, il est nécessaire de connaître au moins six données (soit les coordonnées de trois points). Ces points choisis doivent être éloignés entre eux pour estimer précisément la transformation.

Une variante de cette méthode a été implémentée pour en améliorer la robustesse et la précision. Elle consiste à augmenter le nombre de données prises en compte dans le recalage spatial. Pour cela, on transforme d'abord les images issues des caméras en des images seuillées : 1 pour les points dans la mire et 0 pour les points en dehors (Figure 3.43). On recherche alors le jeu de paramètres  $(A_X, B_X, C_X, A_Y, B_Y, C_Y)$  qui minimise l'écart entre ces deux images seuillées. On estime que l'erreur de recalage est inférieure à la taille du pixel infrarouge.



*Figure 3.43 Images seuillées de la mire infrarouge et visible*

On transpose la mire IR dans le repère visible afin de vérifier ce recalage spatial. Comme qu'il a été constaté dans la Figure 3.44, la superposition entre la mire IR dans l'image et la mire visible (couche verte) est suffisamment satisfaisante, on a pu donc valider les paramètres de recalage identifiés.

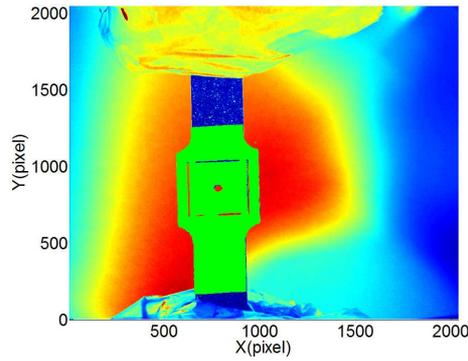


Figure 3.44 Vérification de recalage(IR-CCD)

3.4.2.2. Stéréo-corrélation-Caméra IR

On doit réaliser un autre recalage spatial pour relier les repères de la stéréo-corrélation et de l'infrarouge. Ce travail est similaire au précédent, c'est une généralisation en trois dimensions. Dans ce cas, le repère de la caméra de stéréo-corrélation est en 3D, on a besoin de deux nouveaux paramètres qui sont liés à la direction supplémentaire. On rappelle que les translations, les rotations et les dilatations sont toujours prises en compte :

$$\begin{cases} X_{IR} = A_X X_{st} + B_X Y_{st} + C_X Z_{st} + D_X \\ Y_{IR} = A_Y X_{st} + B_Y Y_{st} + C_Y Z_{st} + D_Y \end{cases} \quad (3-33)$$

Dans ces expressions,  $(X_{st}, Y_{st}, Z_{st})$  sont les coordonnées de stéréo-corrélation. Il y a huit paramètres inconnus :  $(A_X, B_X, C_X, D_X, A_Y, B_Y, C_Y, D_Y)$ , on a besoin de huit équations pour les déterminer. Il faut donc qu'on choisisse au moins quatre points géométriquement identiques sur les images infrarouges et sur les images de stéréo-corrélation pour déterminer ces paramètres (voir Figure 3.45). Dans notre cas, on estime les coordonnées 3D des points à partir de leur position dans l'image de référence.

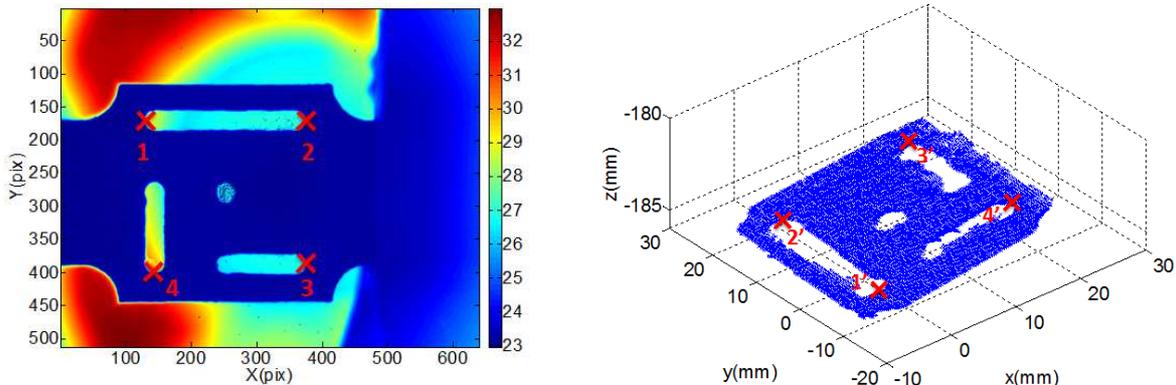
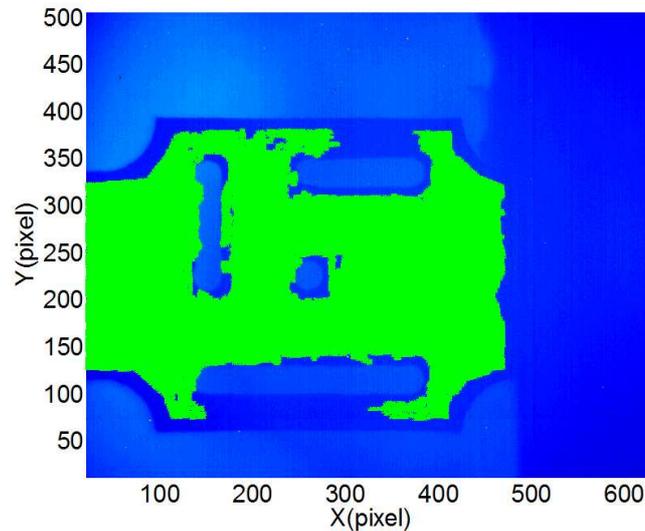


Figure 3.45 Image infrarouge de la mire (gauche) et image de la stéréo-corrélation(droite)

Avec le même principe de vérification de recalage spatial que précédemment, on a pu démontrer une bonne coïncidence entre la mire stéréo-corrélation exprimée dans le repère infrarouge et la mire infrarouge.



*Figure 3.46 Vérification de recalage (IR-stéréo)*

### 3.5. Mesures des énergies mises en jeu

Dans les sections précédentes, on a introduit d'abord les traitements cinématiques et thermiques qui donnent accès aux mesures expérimentales. Ensuite, on a discuté des recalages temporel et spatial permettant de ramener ces mesures cinématiques et thermiques aux mêmes points matériels et au même instant. Grâce à ces outils, on est maintenant capable d'estimer les énergies mises en jeu en chaque point et à chaque instant en combinant les mesures cinématiques et thermiques.

Les mesures d'énergie de cette section servent à la vérification du modèle de zones cohésives sur le plan thermomécanique : on va comparer ces énergies mesurées avec les énergies associées au modèle identifié. Dans cette étude, cette vérification du modèle se décompose en deux étapes : vérifier la cohérence mécanique par l'énergie de déformation et vérifier la cohérence thermomécanique par les sources de chaleur.

#### 3.5.1. Calcul de l'énergie déformation

La cohérence mécanique consiste à vérifier que les réponses mécaniques globales ( $\sigma - \varepsilon$ ) associées à l'expérience et au modèle identifié coïncident effectivement. Si elle est satisfaite, elle implique que les énergies de déformation réelle et identifiée sont compatibles. Des

travaux (Wattrisse *et al*, 2001) proposent une méthode pour estimer l'énergie de déformation du matériau à partir des mesures purement mécaniques.

On peut obtenir les énergies déformations en utilisant les tenseurs  $\bar{\sigma}$  et  $\bar{D}$  introduits au paragraphe 2.1. On rappelle que le taux d'énergie volumique de déformation  $w'_{def}$  peut être estimé par :

$$w'_{def} = \bar{\sigma} : \bar{D} \quad (3-34)$$

où, les taux de déformation d'Euler  $\bar{D}$  sont estimés à partir de la dérivée par rapport au temps et à l'espace du vecteur déplacement. Il reste à identifier la grandeur  $\bar{\sigma}$  à partir des mesures expérimentales pour accéder à la mesure de l'énergie déformation.

Dans notre essai, on travaille dans le cadre quasi-statique. En négligeant les quantités d'accélération et le poids propre, on peut écrire les équations d'équilibre sous la forme :

$$\overrightarrow{div}(\bar{\sigma}) = \vec{0} \quad (3-35)$$

L'épaisseur de l'éprouvette est toujours très faible devant les autres dimensions et les chargements s'effectuent dans le plan de l'éprouvette, on peut donc appliquer les hypothèses de contraintes planes :

$$\begin{cases} \frac{\partial \sigma_{xx}(x, y, t)}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{xy}(x, y, t)}{\partial y} = 0 \\ \frac{\partial \sigma_{xy}(x, y, t)}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{yy}(x, y, t)}{\partial y} = 0 \end{cases} \quad (3-36)$$

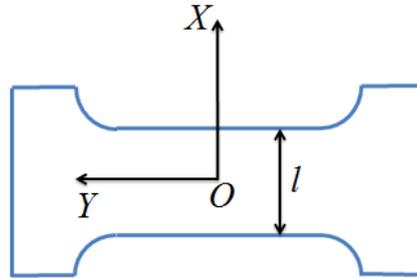
En supposant que les axes de l'échantillon sont toujours des axes principaux et en introduisant les conditions aux limites :

- il n'y pas de force globale de cisaillement sur chaque section droite ;
- il n'y pas de sollicitation sur les surfaces latérales.

On peut calculer les contraintes à partir des mesures expérimentales (déformation, force et surface de la section) par les relations suivantes :

$$\begin{cases} \sigma_{yy}(y, t) = \frac{F(t)}{S_0} e^{\varepsilon_{yy}(y, t)} \\ \sigma_{xy}(x, y, t) = -\sigma_{yy}(y, t) \frac{\partial \varepsilon_{yy}(y, t)}{\partial y} x \\ \sigma_{xx}(x, y, t) = -\frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{\sigma_{yy}(y, t)}{2} \frac{\partial \varepsilon_{yy}(y, t)}{\partial x} \right) \left( \frac{l(y, t)^2}{4} - x^2 \right) \end{cases} \quad (3-37)$$

$S_0$  représente la section initiale,  $\sigma_{xx}$ ,  $\sigma_{xy}$ ,  $\sigma_{yy}$  sont les composants du tenseur de contrainte de Cauchy. Le couple  $(x, y)$  représente les variables d'Euler dans le plan moyen de l'échantillon. Le temps est représenté par  $t$ ,  $\varepsilon_{yy}$  correspond à la composante principale du tenseur de déformation de Hencky dans la direction de traction et  $l$  la largeur de l'éprouvette (Figure 3.47).



*Figure 3.47 Eprouvette étudiée*

Une fois les mesures de contraintes déterminées, on peut calculer l'énergie de déformation avec l'équation (3-34) à partir des mesures cinématiques.

### 3.5.2. Source de chaleur

Les mesures de la source de chaleur servent ici à vérifier la cohérence thermodynamique des réponses cohésives. Dans le chapitre 2, on a discuté de la description et de quelques simplifications de l'équation de chaleur. On rappelle que l'on avait abouti alors à l'expression suivante de l'équation de la chaleur :

$$\rho C \frac{d\theta}{dt} - k\Delta\theta = d_1 + s_{the} \quad (3-38)$$

Expérimentalement, nous disposons uniquement des mesures de température sur une surface de l'éprouvette. Pour estimer la source de chaleur avec cette mesure de température, il est nécessaire de modifier l'équation de la chaleur en faisant les hypothèses suivantes :

- les conditions aux limites sont linéaires et symétriques selon les faces avant et arrière de l'échantillon,
- les éprouvettes ont de bonne diffusivité thermique et des faibles épaisseurs. La température de surface mesurée peut être donc considérée comme la température moyenne dans l'épaisseur.

En utilisant ces hypothèses et en intégrant l'équation de chaleur (3-38) dans l'épaisseur, on peut simplifier cette équation par (Chrysochoos *et al*, 2000) :

$$\rho C \left( \frac{d\bar{\theta}}{dt} + \frac{\bar{\theta}}{\tau^{2D}} - \frac{k}{\rho C} \left( \frac{\partial^2 \bar{\theta}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \bar{\theta}}{\partial y^2} \right) \right) = \bar{d}_1 + \bar{s}_{the} \quad (3-39)$$

La notation «  $\bar{\quad}$  » représente la valeur moyenne suivant l'épaisseur. Dans cette analyse « 2D », la grandeur  $\tau^{2D}$  est la constante de temps caractérisant les fuites thermiques sur les faces avant et arrière de l'échantillon.

De la même façon, on peut simplifier encore ce modèle 2D en 1D, si les hypothèses suivantes sont vérifiées :

- les conditions aux limites sont linéaires et symétriques selon les faces avant, arrière et latérales de l'échantillon,
- la température de chaque section droite de l'éprouvette est assez proche de la température moyenne suivant cette section.

La source de chaleur peut alors être reliée à l'évolution de la température suivant l'axe y de l'échantillon. Si la partie utile de l'éprouvette est uniforme, on peut décrire l'équation de diffusion de la chaleur sous la forme :

$$\rho C \left( \frac{d\tilde{\theta}}{dt} + \frac{\tilde{\theta}}{\tau^{1D}} - \frac{k}{\rho C} \left( \frac{\partial^2 \tilde{\theta}}{\partial y^2} \right) \right) = \tilde{d}_1 + \tilde{s}_{the} \quad (3-40)$$

La notation «  $\tilde{\quad}$  » représente la valeur moyenne suivant la section droite. Dans cette analyse « 1D », la grandeur  $\tau^{1D}$  la constante des fuites thermique sur les faces avant, arrière et latérales.

Dans le cas où la distribution de sources de chaleur est homogène dans toute la zone utile au cours de l'essai, on peut réaliser une dernière simplification de l'équation de chaleur par une approche « globale », ou « 0D » :

$$\rho C \left( \frac{d\theta}{dt} + \frac{\theta}{\tau^{0D}} \right) = d_1 + s_{the} \quad (3-41)$$

dans laquelle  $\tau^{0D}$  est la constante des fuites thermiques globales.

Dans les équations (3-39), (3-40), (3-41),  $\rho$ ,  $C$ ,  $k$  sont les paramètres du matériau représentant la masse volumique, la chaleur spécifique et la conductivité thermique. La grandeur  $\theta$  représente la mesure de la variation de température totale définie par l'équation (3-29). Ces grandeurs sont prises dans des tables. Pour obtenir la source de chaleur à partir de ces équations, il nous reste à identifier la constante des fuites de chaleur  $\tau^{iD}$  ( $i = 0,1,2$ ). Dans ce travail, on adoptera une analyse 1D des sources de chaleur. On doit donc identifier  $\tau^{1D}$ . Cette grandeur dépend du matériau, de la structure et de la condition d'échange avec l'extérieur.

Elle est souvent estimée par des essais de « retour à l'équilibre » dans lesquels on chauffe l'échantillon et on place les têtes dans un support isolant (pour limiter les fuites thermiques dans la direction axiale et obtenir un champ thermique le plus uniforme possible dans l'échantillon, voir Figure 3.48). On enregistre l'évolution de la température de cette éprouvette jusqu'à l'équilibre thermique. Pendant l'essai de « retour à l'équilibre », la source de chaleur est nulle, et la température sensiblement homogène, on a donc :

$$\frac{d\theta(t)}{dt} + \frac{\theta(t)}{\tau^{1D}} = 0 \quad (3-42)$$

La solution de l'équation précédente est sous forme exponentielle. On propose d'approcher de la température moyenne mesurée par une fonction de ce type :

$$\theta_{fit}(t) = \theta_{max} e^{(-t/\tau^{1D})} \quad (3-43)$$

$\theta_{fit}$  est la température approchée et  $\theta_{max}$  est la valeur maximale de la température mesurée (c'est à dire la température initiale).

La valeur permettant de superposer au mieux la température approchée et la température mesurée (Figure 3.48) est considéré comme la constante des fuites de chaleur identifiée.

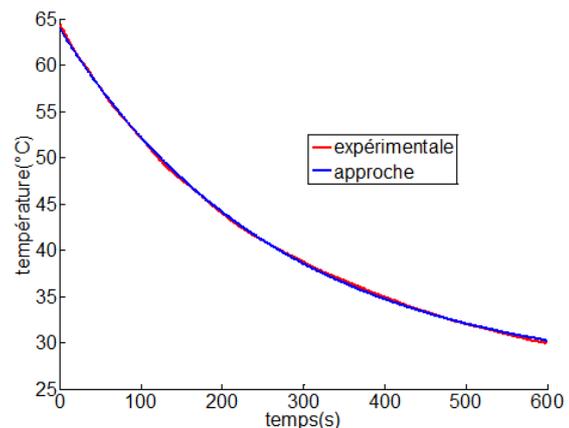
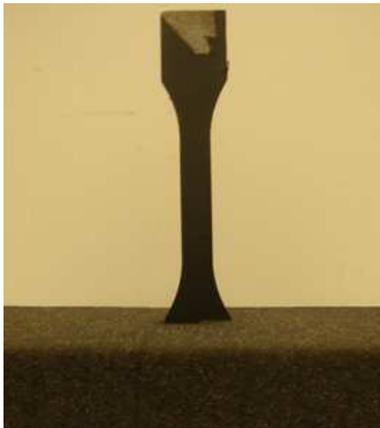


Figure 3.48 Estimation de  $\tau$  sur l'acier ( $\tau=325s$ )

$\tau^{2D}$  ne peut pas facilement être mesuré expérimentalement. Par contre, on peut la déterminer à partir de  $\tau^{1D}$  par la relation suivante (Louche *et al*, 2001) :

$$\tau^{2D} = \left(\frac{l+e}{l}\right)\tau^{1D} \quad (3-44)$$

$e$ ,  $l$  sont l'épaisseur et la largeur de l'échantillon.

Une fois que la constante des fuites de chaleur est identifiée, on peut ensuite estimer la source de chaleur à partir des mesures de la variation de température en utilisant l'équation de la

chaleur. Dans notre étude, la source de chaleur se décompose en deux contributions : la dissipation et le couplage thermoélastique. On rappelle qu'on peut obtenir le couplage thermoélastique à partir des mesures de contrainte et de température :

$$s_{the} = w'_{the} = -\lambda T_0 tr(\dot{\bar{\sigma}}) \quad (3-45)$$

La dissipation est donc associée à la différence entre la source de chaleur  $w'_{ch}$  et la source de couplage thermoélastique  $s_{the}$ .

### 3.6. Conclusion partielle

Ce chapitre présente les outils expérimentaux mis en œuvre pour accéder aux mesures expérimentales nécessaires à l'identification et à la validation des modèles de zone cohésive.

Le fonctionnement, les principes physiques et les performances des différents dispositifs expérimentaux ont été d'abord introduits.

Ensuite, on a décrit les deux techniques d'imagerie qui donnent accès aux champs cinématiques et aux champs thermiques :

- La corrélation d'image numérique permet de mesurer les champs de déplacement en « appariant » une image « de référence » avec une image « déformée ». Les champs de déformation ou de vitesse déformation sont obtenus par dérivation numérique des champs de déplacement expérimentaux à l'aide d'une procédure d'approximation polynomiale locale. Il a été montré que la mesure de déformation obtenue correspond à une valeur « moyenne » sur un voisinage du point de mesure. En conséquence, il existe une forte dépendance entre les mesures de déformation et la taille retenue pour ce voisinage.
- Dans le but d'obtenir des mesures cinématiques plus complètes (trois composantes du champ de déplacement surfacique), un système de stéréo-corrélation a été utilisé en substitution des montages classiques de corrélation d'images numériques. Les principales étapes du traitement de stéréo-corrélation (calibration, appariement et triangulation) ont été décrites et l'on a rappelé comment étaient obtenues les mesures de déplacement en 3D à partir de paires d'images stéréoscopiques. Une méthode, basée sur une hypothèse de linéarité des champs de déplacements dans l'épaisseur, a été proposée pour déterminer les champs de déformation tridimensionnels moyens dans l'épaisseur à partir des mesures issues des deux bancs stéréoscopiques.
- La thermographie infrarouge permet de mesurer les champs de température à partir des images de rayonnement fournies par une caméra IR. Les principales notions de rayonnement thermique ont été présentées. Les protocoles retenus pour effectuer la mesure thermique ont été décrits (étalonnage des détecteurs, détection des pixels défectueux, détermination de l'incertitude de mesure).

Pour établir le bilan d'énergie, il est nécessaire de coupler les mesures cinématiques et thermiques. En particulier, il convient de ramener toutes les mesures dans le même repère et dans la même base du temps. Les méthodes mises en œuvre dans ce travail pour réaliser le recalage temporel et spatial entre ces différentes grandeurs ont été décrites. On a montré enfin le protocole adopté pour accéder aux mesures expérimentales des principales énergies mises en jeu (énergie de déformation, source de chaleur). Ces techniques sont utilisées dans les chapitres suivants pour identifier des modèles cohésifs pour différentes classes de matériaux ductiles.



# *Chapitre 4 p- Proposition d'une approche pour l'identification de modèles de zone cohésive : principe et vérification*

Les deux chapitres précédents introduisent les outils théoriques permettant de déterminer le comportement thermomécanique de la matière et les outils expérimentaux permettant d'accéder aux mesures de différentes natures (cinématique, thermique et mécanique). Dans ce chapitre, on présente les stratégies d'identification de modèles de zones cohésives proposées ainsi que les méthodes de vérification mises en place.

On commence par présenter le principe général de la méthode d'identification. Cette méthode propose de caractériser la contribution normale du modèle de zone cohésive en termes de contrainte normale en fonction de la déformation normale à partir de mesures purement cinématiques. Cette étude ne prend pas en compte la contribution du cisaillement. L'identification est réalisée en scindant le comportement du matériau en deux composantes : la première est liée au comportement non endommageable et la seconde est liée au modèle de zone cohésive dans laquelle est résumé l'ensemble du comportement endommageable volumique.

Avant de détailler les principes de la méthode d'identification mise en place, il est nécessaire de valider un certain nombre d'hypothèses consenties dans cette approche (caractère uniaxial et quasi-statique de la sollicitation, nature de l'endommagement).

On présente ensuite deux méthodologies d'identification originales. Toutes deux scindent le comportement global en un comportement volumique et un comportement surfacique. Leur principale différence réside dans le fait que :

- la première considère que le comportement volumique possède un écrouissage toujours positif, et l'adoucissement est associé exclusivement à l'endommagement,
- la deuxième méthode ne fait pas d'hypothèse sur le caractère écrouissable ou non du matériau. Elle se base uniquement sur les mesures de déformation : la variation de volume est directement liée à l'endommagement qui est retranscrit dans la zone cohésive.

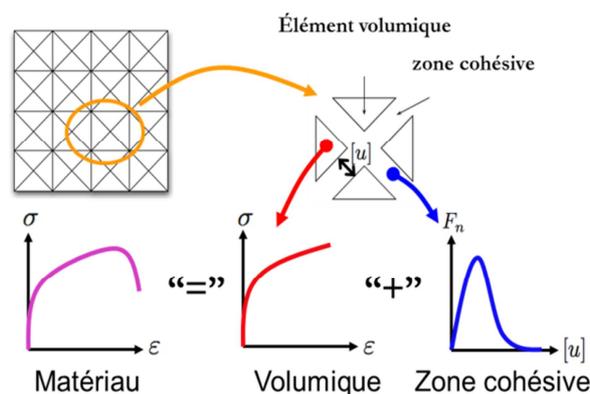
Les méthodes d'identification développées donnent accès à une réponse cohésive construite comme une relation entre la contrainte et la déformation cohésive. Pour être transformée en un modèle de zone cohésive, on doit exprimer une « contrainte » en fonction d'un « saut » de

déplacement. Il est donc nécessaire de traduire la déformation cohésive en un « saut » de déplacement en identifiant une longueur caractéristique. L'identification de cette longueur caractéristique constitue un problème délicat résolu ici par une méthode inverse basée sur un couplage entre résultats expérimentaux et simulations numériques. Cette approche est détaillée dans la section 4.2.

#### 4.1. Identification expérimentale de modèle de zone cohésive

Comme précisé dans l'introduction et le chapitre 1, les modèles de zone cohésive sont des modèles numériques permettant de rendre compte des mécanismes d'endommagement et de fissuration à une échelle locale. Dans une simulation numérique, ils décrivent ces mécanismes en introduisant des interfaces entre les éléments volumiques. L'enjeu de notre étude est la caractérisation expérimentale de la loi de comportement de ces interfaces.

Dans cette thèse, les modèles cohésifs sont utilisés comme un moyen d'interpréter un endommagement volumique comme un endommagement surfacique. On considère ici que le matériau étudié est un matériau élasto-plastique endommageable. On scinde son comportement en deux composantes (voir Figure 4.1) : un comportement élasto-plastique, qui représente l'élément « volumique » et un comportement endommageable, qui est entièrement associé à la zone cohésive. L'objectif est donc d'identifier la réponse volumique et la réponse cohésive à partir du comportement global du matériau qui peut être obtenu de façon expérimentale en prenant des mesures cinématiques et mécaniques.



*Figure 4.1 Décomposition du comportement du matériau*

Jusqu'à présent, les lois d'interface ont été souvent étudiées dans la littérature par des réponses globales d'échantillons soumis à des chargements standards et pour lesquels le trajet de fissuration était imposé *a priori* (Tan *et al*, 2005). Peu de travaux étudient l'identification des modèles de zone cohésive sans définir par avance le trajet de fissuration (Richefeu *et al*, 2010). Dans cette étude, l'identification se base sur les mesures locales fournies par un essai traction uniaxiale sur un matériau ductile et une éprouvette homogène (notamment sans préfissure). L'analyse est une approche unidimensionnelle associée à la direction de la sollicitation imposée. On identifie la contribution normale de la loi cohésive pour ce matériau à partir des observations expérimentales. Pour travailler dans ce cadre, il est nécessaire de faire les hypothèses suivantes :

- H1 : absence de rotation matérielle (*i.e.* petites déformations de cisaillement). Cette hypothèse permet de se limiter à une analyse unidimensionnelle.

- H2 : quasi-staticité de la transformation.
- H3 : on suppose que les variations de volume sont entièrement associées à l'endommagement. De ce fait, on s'intéresse ici uniquement à des matériaux ductiles (ici, élasto-plastiques endommageables) dans lesquels la déformation élastique reste très faible devant la déformation à laquelle l'endommagement apparaît, et dans lesquels la déformation plastique est isochore. Le cas des matériaux fragiles (dans lesquels la déformation élastique est comparable à la déformation totale) n'est donc pas traité ici. L'hypothèse isotropie transverse n'est nécessaire que lorsque l'on utilise des mesures cinématiques 2D. Elle permet alors d'accéder à la composante de déformation hors plan inconnue.
- H4 : La contrainte est calculée en supposant que la distribution de déformation est uniforme sur chaque section droite.

Ces hypothèses sont vérifiées par des observations expérimentales présentées dans la section suivante. Par restriction aux matériaux ductiles, l'hypothèse H3 est vérifiée.

#### 4.1.1. Observations expérimentales

Ce paragraphe a pour but (i) de présenter les observations expérimentales qui justifient les hypothèses H1-H4 et (ii) d'illustrer la manière dont sont estimées certaines grandeurs nécessaires à l'identification du modèle de zone cohésive (variation de volume, niveau de l'endommagement, *etc.*).

Dans cette section, on présente les observations expérimentales d'un essai de traction uniaxiale sur éprouvette de cuivre, sauf mention contraire. La dimension de l'éprouvette est donnée sur la Figure 4.2. Les grandeurs X, Y et Z correspondent à la direction de la largeur, de la hauteur et de l'épaisseur. On sollicite l'échantillon avec une vitesse de déplacement imposée de 0.02mm/s, jusqu'à un déplacement critique qui est augmenté à chaque cycle. La décharge s'effectue à même vitesse imposée jusqu'à force nulle. On fait une pose de dix secondes entre chaque cycle. Le chargement correspondant est représenté sur la Figure 4.3.

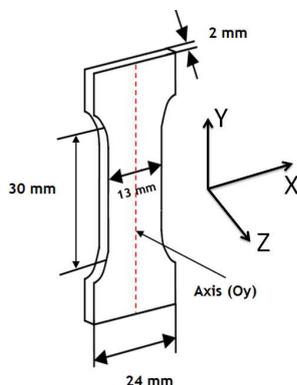


Figure 4.2 Géométrie de l'éprouvette

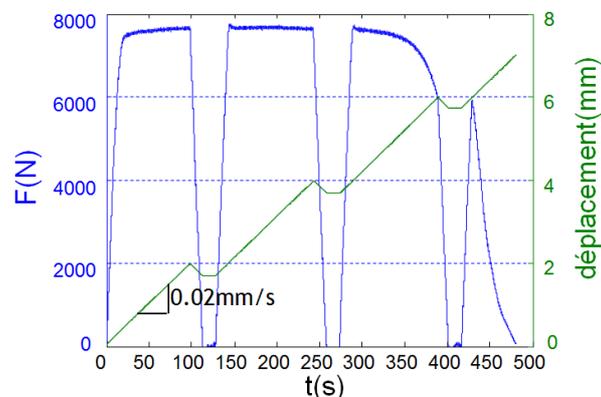


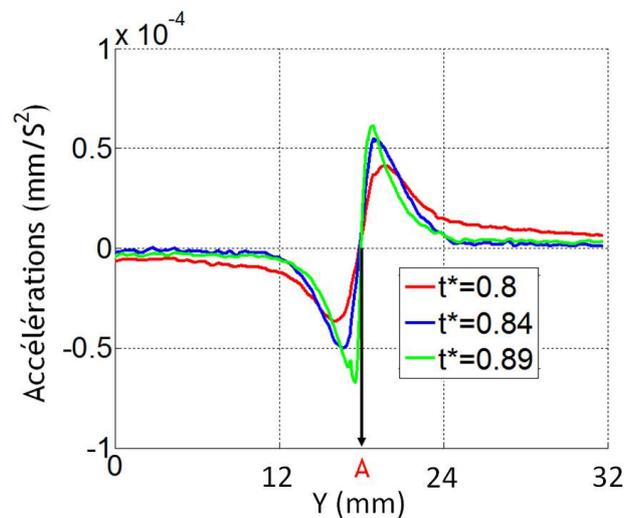
Figure 4.3 Sollicitation imposée

#### 4.1.1.1. Profil de l'accélération

Comme nous l'avons montré dans le chapitre précédent, le champ de déformation n'est pas uniforme dans la zone d'étude durant l'essai : une zone de localisation apparaît très tôt dans l'essai et va se concentrer jusqu'à l'apparition de la fissure finale. Naturellement, on identifie la réponse cohésive à partir des mesures locales issues de cette zone parce que c'est l'endroit où l'endommagement se développe le plus dans l'éprouvette. Néanmoins, il peut être intéressant de s'intéresser à la réponse des zones voisines afin de pouvoir s'assurer, dans une certaine mesure, du caractère « intrinsèque » de l'analyse.

On montre que la zone de localisation peut être détectée dès le début de l'essai en examinant les champs d'accélération. La Figure 4.4 représente le profil axial de la composante axiale du vecteur accélération pris à trois instants distincts du chargement. Les instants de chargement sont repérés par leur temps relatif par rapport à l'instant de rupture de l'échantillon ( $t^* = t/t_{\text{rupture}}$ ). On constate que l'endroit où se développe la fissure finale est celui où l'accélération reste nulle durant l'essai (point A dans la Figure 4.4).

Cette identification très précoce de la zone d'apparition intérieure de la fissure permet de travailler sur des éprouvettes homogènes. On évite ainsi des éprouvettes préentaillées qui définissent par avance la localisation de la fissure mais qui introduisent un effet structure dans l'essai (Tan *et al*, 2005) (Richefeu *et al*, 2012).



*Figure 4.4 Profil de l'accélération*

L'observation des accélérations permet aussi de confirmer l'hypothèse H2 de quasi-staticité de la transformation puisque l'ordre de grandeur de l'accélération est de  $10^{-4} \text{ mm/s}^2$ , ce qui est très faible même à un instant proche de la rupture. Même si on ne peut pas tracer ce profil à l'instant où l'éprouvette se casse, l'évolution de l'accélération demeure très lente jusqu'aux ultimes instants précédant la rupture, ce qui confirme le caractère quasi-statique du développement de la localisation sur l'essai.

#### 4.1.1.2. Rotation matérielle et déformation

Comme on l'a indiqué en début de ce chapitre, notre étude se base sur une analyse unidimensionnelle suivant la direction de la sollicitation imposée (Y). La rotation matérielle et la déformation en cisaillement doivent donc demeurer négligeables au cours de l'essai. Cette section consiste à justifier l'hypothèse H1 par des observations expérimentales.

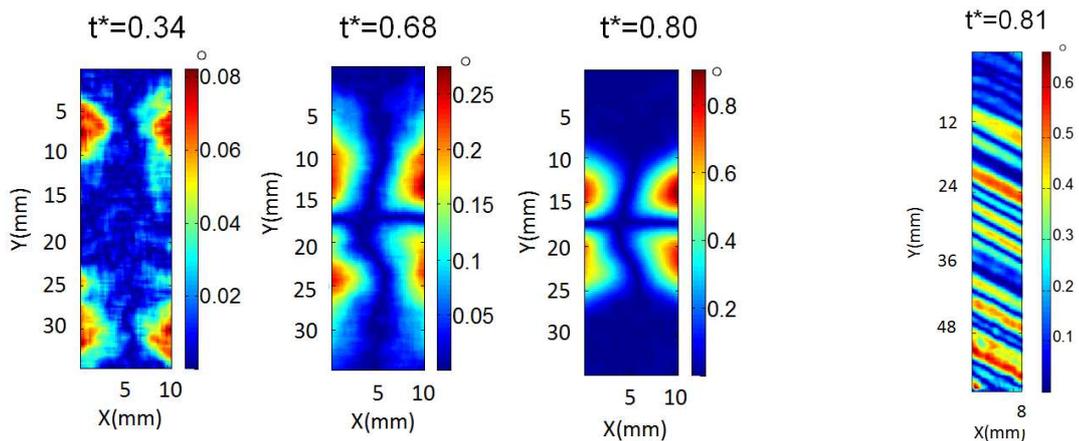
On commence par la rotation matérielle. Comme on l'a présenté dans le chapitre 2, le tenseur de la rotation  $\bar{\bar{R}}$  peut être obtenu par une décomposition du tenseur gradient de la transformation  $\bar{\bar{F}}$  :

$$\bar{\bar{F}} = \bar{\bar{R}}\bar{\bar{U}} \quad (4-1)$$

On rappelle que  $\bar{\bar{U}}$  représente les déformations pures dans la configuration lagrangienne. Une fois calculé le tenseur  $\bar{\bar{F}}$  en dérivant le champ de déplacement mesuré, il est possible de calculer directement les tenseurs  $\bar{\bar{U}}$  puis  $\bar{\bar{R}}$ . Enfin, connaissant  $\bar{\bar{R}}$ , il est alors possible de déterminer les angles associés à la matrice de rotation. Selon que la mesure cinématique est plane ou tridimensionnelle, on accèdera à une estimation de la rotation plus ou moins complète : la mesure 2D permettra de déterminer une seule rotation matérielle (autour de l'axe « hors plan » z), alors que l'approche 3D permettra de déterminer les trois rotations matérielles.

On illustre ici ces rotations, on trace la distribution de la désorientation  $\alpha_z$ , déterminée à partir de mesures 2D, dans la zone utile d'une éprouvette de cuivre à différents instants d'un essai de traction (Figure 4.5(a)) :

$$\alpha_z = |\cos^{-1}\bar{\bar{R}}_{yy}| \quad (4-2)$$



(a) au cours du chargement (Cuivre)

(b) à un instant donné (Aluminium)

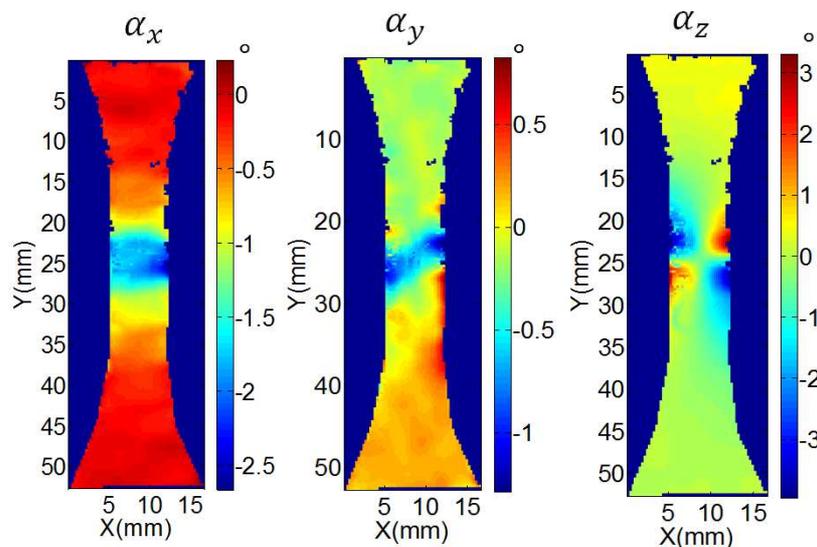
*Figure 4.5 Rotation matérielle*

En début d'essai, la rotation la plus forte se trouve à proximité du congé car c'est l'endroit où apparait la contrainte de cisaillement. Ensuite, quand la striction commence à se développer, la rotation la plus forte se trouve dans cette zone de striction. La distribution de la rotation est toujours symétrique par rapport à l'axe vertical médian. Dans notre cas, la rotation matérielle reste toujours faible : sa valeur est inférieure à 1 degré même à la fin de l'essai et dans la zone la plus pénalisée.

La Figure 4.5(b) représente la carte de désorientation obtenue pour un essai de traction sur un échantillon d'aluminium. On observe que la distribution de désorientation n'est plus symétrique : des bandes inclinées de déformation apparaissent. Cette situation est moins adaptée à l'hypothèse d'uniaxialité de l'essai dans chaque section droite de l'échantillon, c'est pourquoi nous avons étudié uniquement des matériaux qui n'ont pas de bandes de cisaillement en chargement monotone (Cuivre, Acier, ...).

En utilisant les mesures 3D, on est capable de calculer les trois rotations matérielles. La distribution de la désorientation est estimée de la même manière.

On illustre ensuite la distribution des trois rotations matérielles d'une autre éprouvette de cuivre à la fin d'un essai traction monotone ( $t^* = 0.9$ ).

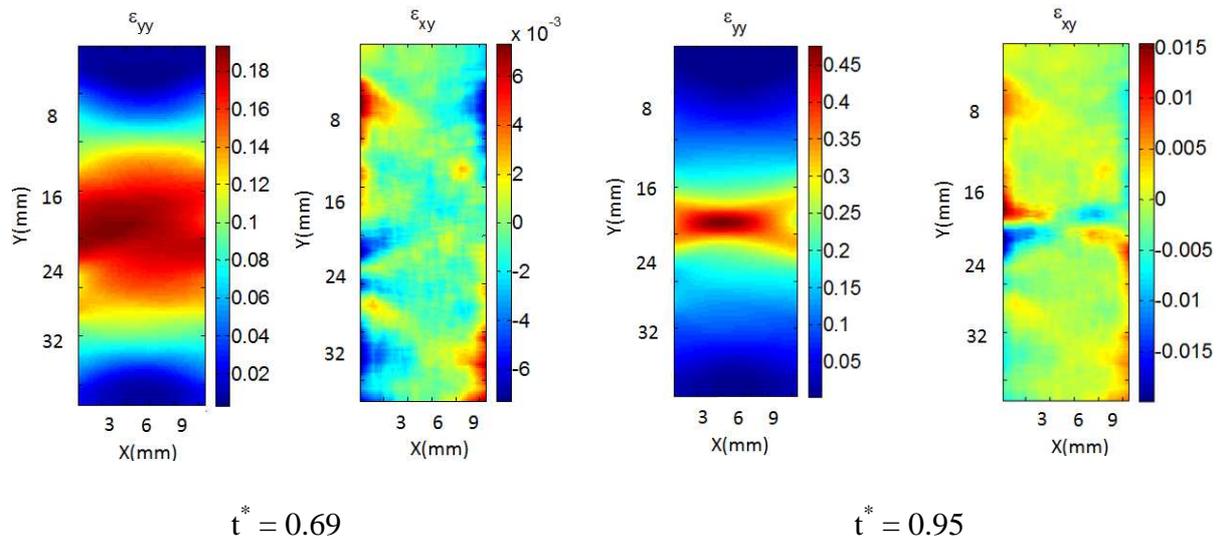


*Figure 4.6 Trois rotations matérielles avant la rupture (cuivre)*

Cette figure montre que les trois rotations matérielles restent très faibles jusqu'à la rupture.

Une autre manière de vérifier le caractère unidimensionnel du chargement consiste à vérifier aussi l'absence de déformation en cisaillement. On trace sur la Figure 4.7 les champs de déformation à deux instants. Ces figures montrent que la déformation en cisaillement dans le plan (xy) est assez faible. En effet, dans la zone d'étude, le rapport  $\epsilon_{xy}/\epsilon_{yy}$  est ici inférieur à 5%. On peut donc négliger la déformation de cisaillement. De plus, ces cartes montrent que la

distribution de déformation est quasiment uniforme sur chaque section droite, ce qui valide aussi l'hypothèse H4.



*Figure 4.7 Champ de déformation*

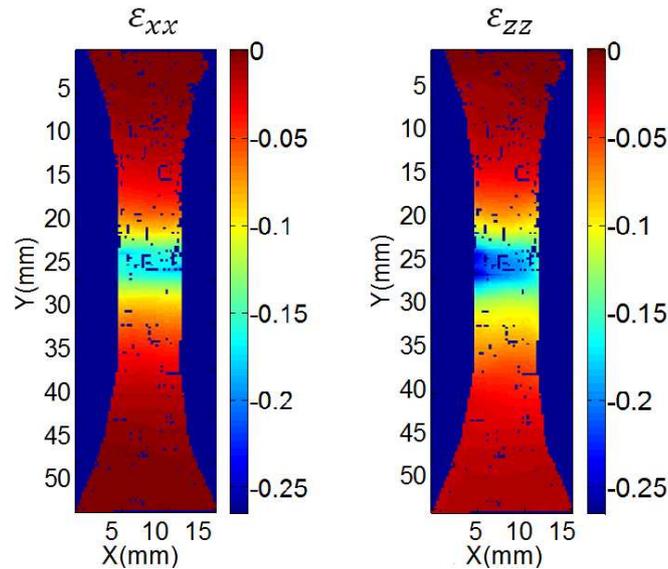
#### 4.1.1.3. Coefficient de contraction latéral

Dans le cas d'une mesure cinématique 2D, une hypothèse d'isotropie transverse conduit à l'égalité suivante qui permet d'accéder à la composante de déformation suivant l'épaisseur, et par conséquent à la variation de volume :

$$\varepsilon_{xx} = \varepsilon_{zz} \quad (4-3)$$

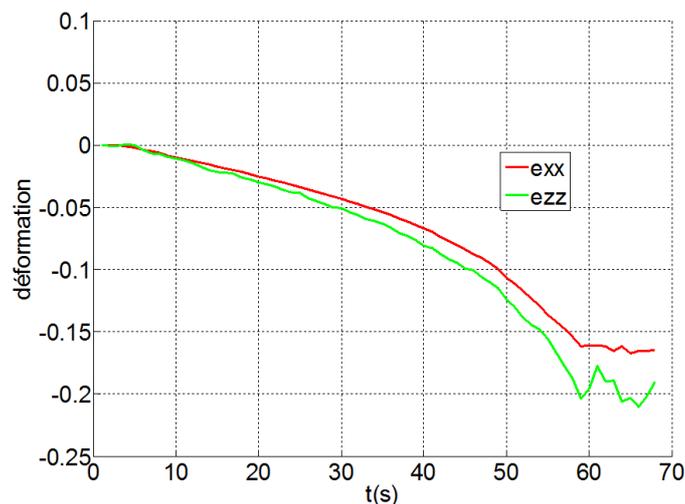
La validation de cette hypothèse peut être vérifiée par les mesures en 3D (Figure 4.8 et Figure 4.9)

Figure 4.8 représente la distribution des déformations dans la largeur et dans l'épaisseur à la fin d'un essai traction. Le matériau étudié est le cuivre (Attention, ce n'est pas l'essai que l'on a introduit dans la section 4.1.1). Cette figure montre que l'hypothèse d'isotropie transverse n'est pas toujours raisonnable, surtout dans la zone de localisation.



*Figure 4.8 Distribution des déformations avant la rupture (cuivre)*

Si on suit un point qui est dans la zone de localisation (Figure 4.9), on voit bien que ces deux composantes de déformation sont très proches au début d'essai mais diffèrent notablement à la fin d'essai. Ce résultat indique l'importance de l'utilisation d'un dispositif de stéréocorrélation. Ce dispositif permet d'éviter l'hypothèse d'isotropie transverse, qui n'est pas toujours vraie selon les observations expérimentales en 3D. En se restreignant aux matériaux ductiles et en travaillant en stéréocorrélation, l'hypothèse H3 est vérifiée.



*Figure 4.9 Evolution temporelle des déformations d'un point dans la zone de localisation*

#### 4.1.1.4. Variation de volume relative et champs de l'endommagement

L'approche développée ici consiste à retranscrire l'endommagement volumique par un comportement de type cohésif. Pour décrire l'endommagement, on introduit, comme cela est fait classiquement, une variable scalaire  $D$  reliée à l'apparition de défauts et de cavités dans la matière. Le développement de ces cavités génère une variation de volume qui se répercute sur les observations.

Cette section consiste à présenter la démarche utilisée pour estimer la variation de volume à partir des observations expérimentales et décrire le modèle utilisé pour passer de cette grandeur à la variable d'endommagement. La transformation plastique du matériau est supposée être isochore et la déformation élastique reste faible. Les variations de volume sont intégralement associées au développement de micro-vides.

Dans le chapitre 2, on a présenté l'expression de la variation de volume qui s'écrit :

$$\det(\bar{F}) = \frac{dv}{dV} \geq 0 \quad (4-4)$$

On rappelle que  $dv$  et  $dV$  représentent respectivement le volume d'un élément dans la configuration actuelle et dans la configuration initiale. La variation de volume peut aussi être exprimée en fonction de la déformation de Hencky :

$$\frac{dv}{dV} = e^{tr(\bar{\epsilon})} \quad (4-5)$$

La notation «  $tr$  » désigne l'opérateur « trace ».

En prenant les mesures de déformation fournies par la corrélation d'image numérique et en appliquant l'hypothèse d'isotropie transverse (équation (4-3)), l'équation précédente devient :

$$\frac{dv}{dV} = e^{(\epsilon_{yy} + 2\epsilon_{xx})} \quad (4-6)$$

Dans le cas où l'on dispose de mesures tridimensionnelles, cette dilatation de volume peut être directement déterminée à partir des mesures de déformation :

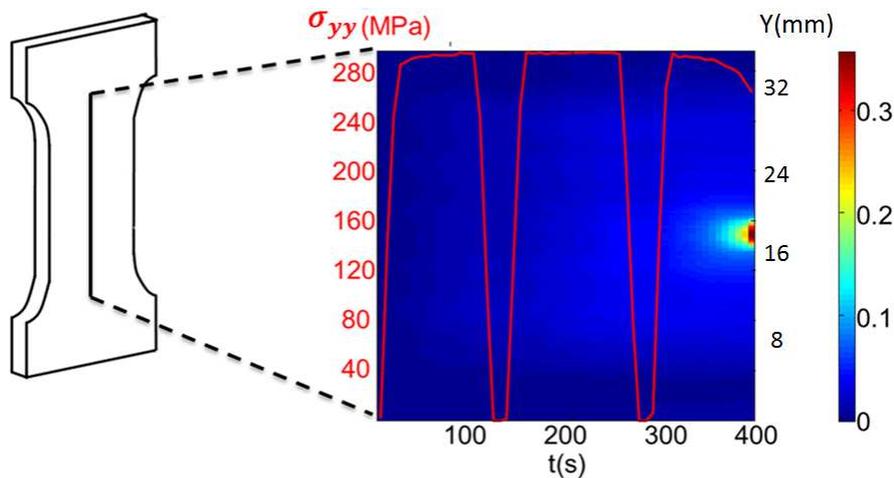
$$\frac{dv}{dV} = e^{(\epsilon_{xx} + \epsilon_{yy} + \epsilon_{zz})} \quad (4-7)$$

Comme on considère que l'endommagement est complètement porté par la zone cohésive, le comportement volumique (associé à la plasticité) doit être incompressible. Ainsi, la variation de volume relative est entièrement provoquée par la variation de volume des micro-vides :

$$\frac{dv_v}{dV} = \frac{dv}{dV} - 1 \quad (4-8)$$

où  $dv_v$  correspond au volume des micro-vides.

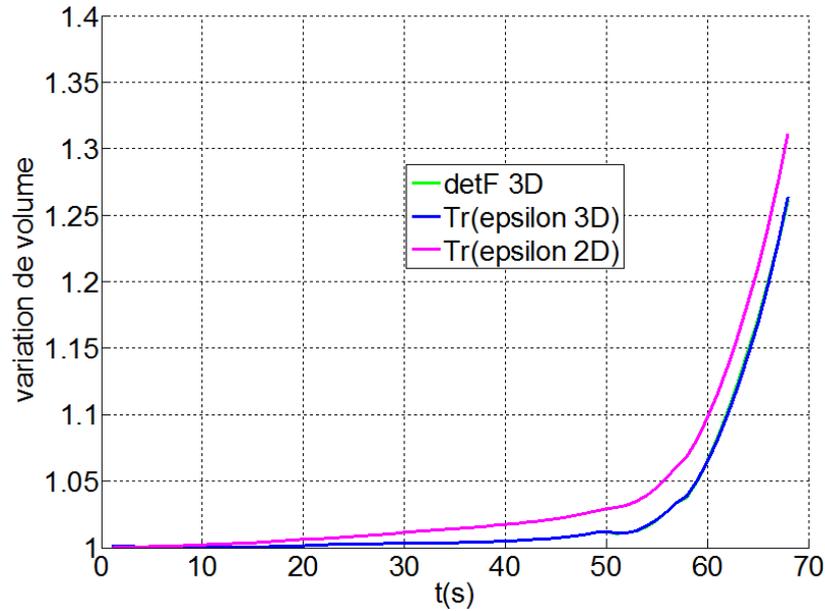
La Figure 4.10 représente une carte spatio-temporelle de la variation de volume ainsi mesurée pour des points situés sur la génératrice centrale de l'échantillon au cours du temps. L'axe vertical de cette figure représente l'espace, et l'axe horizontal le temps. La courbe rouge illustre la sollicitation imposée à l'échantillon (force en fonction du temps). Les deux représentations possèdent donc le même axe des abscisses (le temps), mais un axe des ordonnées différent (l'espace pour la cartographie, et la force pour la sollicitation). Cette représentation montre que la distribution de la variation de volume est relativement homogène en début d'essai. Quand la striction se développe, la variation de volume se concentre aussi dans la zone de localisation. On observe de plus que la variation de volume n'évolue pas pendant la décharge.



*Figure 4.10 : Représentation espace-temps de la variation de volume observée sur un essai de traction réalisé sur une éprouvette de Cuivre – la variation de volume est estimée via une hypothèse d'isotropie transverse*

Dans cette figure, la variation de volume est calculée en prenant des mesures de déformation 2D via une hypothèse d'isotropie transverse (l'équation (4-6)).

Cette variation peut être aussi estimée par les équations (4-4) et (4-7) en prenant des mesures de déformation 3D. On reprend ici l'essai que l'on a étudié dans les Figure 4.8 et Figure 4.9. On calcule ici la variation de volume au cours de la sollicitation d'un point dans la zone de localisation. La Figure 4.11 compare cette variation estimée par les trois méthodes présentées.



*Figure 4.11 Variations relatives de volume estimée d'un point dans la zone de localisation par trois méthodes différentes*

Cette figure montre que les valeurs de la variation de volume estimée par les équations (4-4) et (4-7) sont très proches car la courbe verte et la courbe bleue sont bien superposées. Ce résultat permet de vérifier les mesures de déformation d'Hencky. Par contre, il y a une différence entre la valeur estimée *via* l'hypothèse d'isotropie transverse et celle estimée sans cette hypothèse. En effet, cette différence vient de la déformation dans l'épaisseur, qui n'est pas égale à celle dans la largeur (Figure 4.8 et Figure 4.9). Ce point indique en particulier que l'on peut s'attendre ici à un gain de précision sur l'estimation de l'endommagement par rapport aux travaux antérieurs de Richefeu (Richefeu *et al*, 2012).

La présence de micro-vides augmente le volume mais diminue la surface effective qui supporte la contrainte uniaxiale. Comme l'endommagement peut être associé à la diminution de cette surface effective, on introduit donc ici la proportion surfacique de micro-vides, et on considère qu'elle représente le niveau d'endommagement ( $D$ ) :

$$D = \frac{ds_v}{dS} \quad (4-9)$$

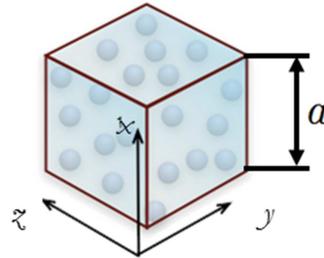
où  $ds_v$  est la surface de micro-vides associée à une surface élémentaire  $dS$  qui est perpendiculaire à la direction de sollicitation. Cette variable  $D$  permet de décrire l'endommagement isotrope par la suite. Pour relier la proportion surfacique de micro-vides à la variation de volume, on fait les hypothèses suivantes :

- la distribution de micro-vides est uniforme dans un élément volumique,
- les micro-vides sont des sphères de taille identique,

- leur cinétique de croissance est isotrope et homogène.

Si ces hypothèses sont vérifiées, la densité  $\eta$  de micro-vides doit être identique pour toutes les directions.

On étudie maintenant un élément cubique représenté en Figure 4.12.



*Figure 4.12 Distribution de micro-vides dans un élément volumique*

La grandeur  $a$  représente le côté du cube. En supposant que le matériau n'est pas endommagé dans sa configuration initiale, on peut calculer la variation de volume de micro-vides par :

$$\frac{dv_v}{dV} = \frac{4}{3}\pi(a\eta)^3 \quad (4-10)$$

La proportion surfacique de micro-vides s'exprime alors par :

$$D = \pi(a\eta)^2 \quad (4-11)$$

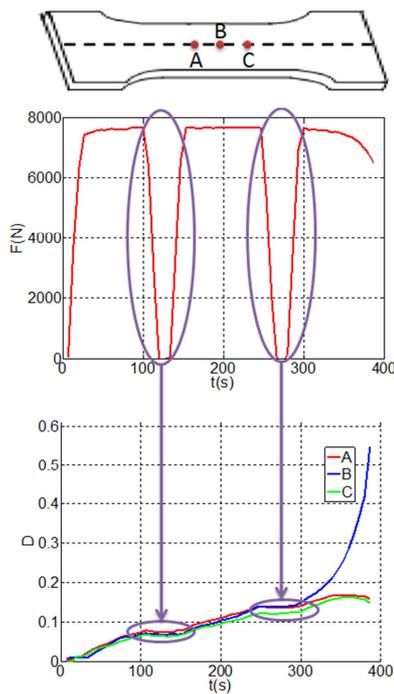
En combinant les équations (4-10) et (4-11), on est capable de décrire le niveau d'endommagement en fonction de la variation de volume, pour ce modèle très simple de croissance de cavités :

$$D = \left(\frac{3}{4}\right)^{\frac{2}{3}} \pi^{\frac{1}{3}} \left(\frac{dv_v}{dV}\right)^{\frac{2}{3}} \quad (4-12)$$

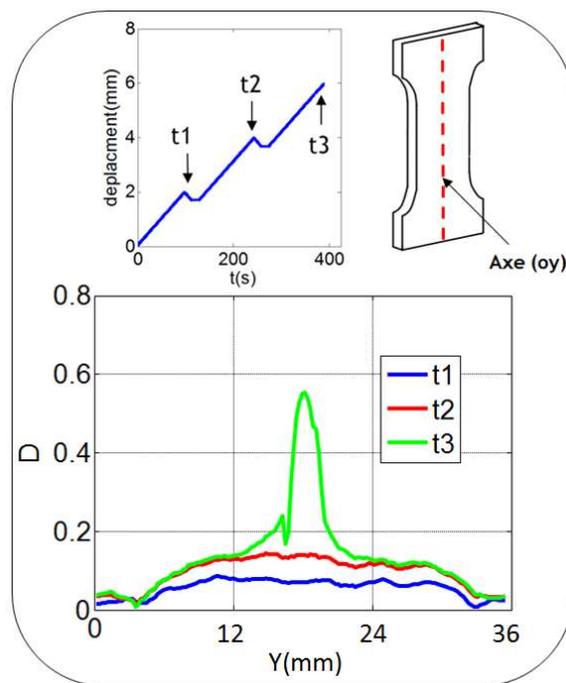
On trace l'évolution temporelle et la distribution spatiale de l'endommagement sur les Figure 4.13 et Figure 4.14 pour l'essai présenté en Figure 4.10.

La Figure 4.13 représente l'évolution de l'endommagement au cours de l'essai en trois points pris sur l'axe central : B correspond au point où la fissuration se développe. En comparant l'endommagement et la sollicitation imposée, on observe que l'on n'a pas d'évolution de l'endommagement pendant la décharge, comme attendu pour un matériau élasto-plastique endommageable. Cette figure montre aussi le caractère symétrique du développement de l'endommagement et l'accélération de l'endommagement dans la zone de fissuration.

La Figure 4.14 représente la distribution de l'endommagement sur l'axe central à trois instants. Au début de l'essai ( $t_1$ ,  $t_2$ ), on observe un champ d'endommagement homogène dont la valeur moyenne augmente avec le temps (*i.e.* la sollicitation). Quand la zone de localisation se développe, on obtient un niveau d'endommagement très important autour du point de fissure. Mais dans les autres endroits, ce niveau n'évolue presque pas. Ce résultat montre que le matériau ne se déforme plus alors en dehors de la zone de striction alors que la zone de striction continue de se déformer.



*Figure 4.13 Evolution de l'endommagement aux trois points différents (sur un essai de traction réalisé sur une éprouvette de Cuivre)*



*Figure 4.14 Distribution de l'endommagement du profil (oy) en trois instants*

Normalement, la rupture apparaît quand le niveau d'endommagement atteint à 1. Ces figures montrent que le niveau d'endommagement est assez éloigné de 1 peu avant la rupture. Plusieurs causes possibles (et sans doute complémentaires) peuvent être avancées : limites des algorithmes de corrélation utilisés lorsque les gradients de déformation sont trop importants, caractère simpliste du modèle de croissance de cavités (qui, en particulier, ne prend pas en compte la coalescence des micro-vides).

#### 4.1.1.5. Réponse du matériau

L'identification de modèle de zone cohésive utilise à la fois des informations de nature locale (les champs de déformation), mais aussi des informations globales (résultantes sur les bords du domaine).

La caractérisation du comportement local de la matière nécessite de connaître à la fois les contraintes et les déformations développées au sein de la matière. L'accès aux déformations locales est direct, grâce aux mesures cinématiques. Par contre, l'accès aux répartitions des contraintes est plus délicat. L'objectif de cette section, est de présenter la méthode mise en œuvre pour accéder les distributions des composantes du tenseur des contraintes en cours de sollicitation. On utilisera dans ce qui suit la contrainte de Cauchy ( $\bar{\sigma}$ ).

Les mesures de contrainte sont déterminées à partir de la force résultante de traction  $F$  qui s'applique sur la section droite  $S$  perpendiculaire à l'axe de traction. On suppose que la distribution de la contrainte de Cauchy est uniforme sur chaque section de l'éprouvette :

$$\sigma_{yy}(y, t) = F(t)/S(y, t) \quad (4-13)$$

où,  $y$  est la coordonnée verticale (qui correspond aussi à la direction de la sollicitation imposée) et  $t$  le temps. La surface actuelle  $S$  peut se calculer connaissant la surface initiale  $S_0$  et le champ de déformation :

$$S(y, t) = S_0 e^{(\varepsilon_{xx}(y,t) + \varepsilon_{zz}(y,t))} \quad (4-14)$$

Si la mesure hors plan  $\varepsilon_{zz}(y, t)$  n'est pas accessible, l'hypothèse d'isotropie transverse conduit à :

$$S(y, t) = S_0 e^{2\varepsilon_{xx}(y,t)} \quad (4-15)$$

Ensuite, en prenant en compte l'endommagement, on définit la surface effective  $S_{eff}$  (Figure 4.15) qui s'écrit, par définition :

$$S_{eff}(y, t) = S(y, t)(1 - D(y, t)) \quad (4-16)$$



*Figure 4.15 Illustration des surfaces actuelles ( $S$ ) et effectives ( $S_{eff}$ )*

La contrainte effective  $\sigma_{eff}$  s'exprime finalement par :

$$\sigma_{eff}(y, t) = \frac{\sigma_{yy}(y, t)}{1 - D(y, t)} \quad (4-17)$$

La Figure 4.16 donne les réponses  $\sigma_{yy} - \varepsilon_{yy}$  en trois points différents de l'axe de l'échantillon. Le point A représente le point de fissuration.

On remarque que les réponses  $\sigma_{eff} - \varepsilon_{yy}$  sont bien superposées en début du chargement, mais qu'elles commencent à se distinguer aux environs de 10% de déformation. On observe que, sur les trois points considérés, le comportement est durcissant au début de l'essai et adoucissant vers la fin de l'essai. De plus, même si elles sont construites de manière locale, ces réponses ne tiennent pas compte de la réduction de la section droite due au développement de l'endommagement.

La réponse  $\sigma_{eff} - \varepsilon_{yy}$ , représentée sur la Figure 4.17 tient compte de cet effet. Ces réponses montrent un comportement durcissant quel que soit le point considéré.

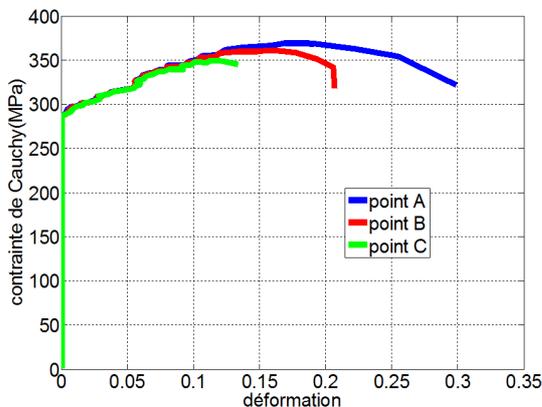
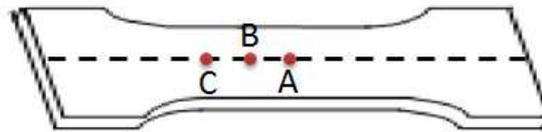


Figure 4.16 Réponse  $\sigma_{yy} - \varepsilon_{yy}$

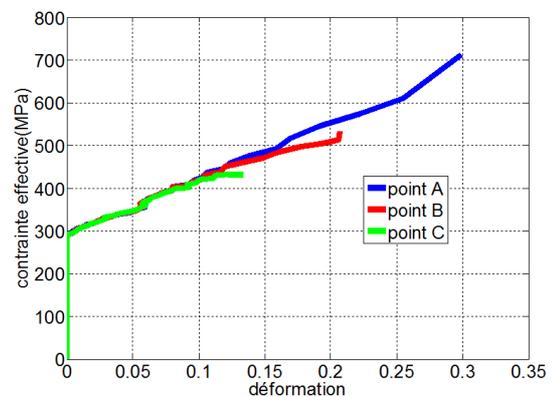


Figure 4.17 Réponse  $\sigma_{eff} - \varepsilon_{yy}$

#### 4.1.2. Méthodologie de l'identification

Dans la section précédente, on a présenté les observations qui permettent de justifier les hypothèses introduites pour estimer les grandeurs nécessaires à l'identification. Ces points constituent la base de la méthode d'identification mise en œuvre. Le paragraphe qui vient présente cette méthodologie d'identification qui est illustrée sur la Figure 4.18.

La Figure 4.18(a) décrit un comportement élastoplastique endommageable (que l'on pourrait aussi qualifier de poro-élastoplastique) tel qu'il est observé par les moyens expérimentaux : des porosités se développent dans un matériau possédant un comportement volumique élastoplastique.

Figure 4.18 (b) représente le comportement « équivalent » : il associe une réponse élastoplastique incompressible (correspondant au matériau sain) et une réponse cohésive (qui rend compte des effets d'endommagement). Dans cette représentation phénoménologique, les déformations  $\varepsilon_B$  et  $\varepsilon_C$  représentent respectivement la déformation volumique et la déformation cohésive dans une approche par partition des déformations. Par hypothèse, la somme de ces deux déformations est égale à la déformation totale  $\varepsilon$  lorsqu'on impose le même chargement macroscopique  $F$ .

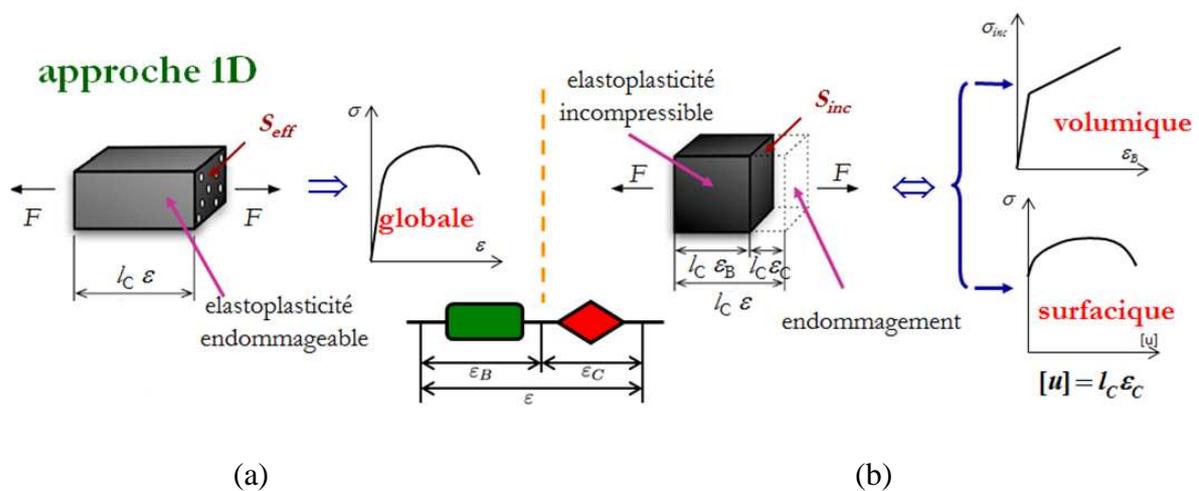


Figure 4.18. Schéma de la partition de déformation

(a) comportement du matériau (b) comportement « équivalent »

L'enjeu est ici d'identifier la réponse volumique et la réponse surfacique à partir de la réponse expérimentale qui ne donne accès qu'à la déformation totale  $\varepsilon$  et à la contrainte  $\sigma$ . On s'attend à obtenir une réponse volumique durcissante (associée à un comportement élasto-plastique), et une réponse surfacique adoucissante (liée au développement de l'endommagement). L'identification de la réponse cohésive est réalisée par une partition des déformations : on détermine la partie volumique et la partie surfacique à partir de la déformation totale mesurée.

On rappelle qu'un modèle de zone cohésive fait généralement intervenir une relation entre une contrainte cohésive et un « saut » de déplacement, souvent noté  $[u]$ . Or le comportement ainsi surfacique identifié est constitué d'une relation entre une contrainte et une déformation. Il est donc nécessaire d'introduire une longueur caractéristique  $l_C$  qui permet de retranscrire la déformation cohésive en un « saut » de déplacement. La section 4.2 est consacrée à la détermination de cette longueur caractéristique.

Comme on l'a déjà dit, nous avons mis en place deux méthodologies différentes pour identifier la réponse de la zone cohésive. Ces méthodes utilisent les mêmes données d'entrée, mais elles diffèrent uniquement par les hypothèses faites sur l'association des éléments volumiques et cohésifs. On distingue ainsi l'approche « en contrainte », et l'approche « en déformation ».

#### 4.1.2.1. Approche « en contrainte »

On utilise cette dénomination car on commence par identifier la contrainte qui s'applique sur la zone cohésive avant de déterminer la déformation qui lui est associée. Dans cette approche, le chargement est supposé monotone, le comportement volumique est supposé incompressible et durcissant et l'analyse des contraintes est effectuée par rapport à la direction du chargement, ici  $y$ . Elle se déroule en deux temps :

- caractérisation du comportement volumique à partir de la fonction d'écroutissage,
- identification de la déformation surfacique comme étant la différence de la déformation totale et de la déformation surfacique.

On définit la contrainte virtuelle équivalente  $\sigma_{inc}$  qui est associée à la contribution volumique. Cette contribution est supposée incompressible. Elle conserve son volume et on a donc :

$$\begin{aligned} -\varepsilon_{yy} &= -\varepsilon_{yy}^{vol} \\ &= \varepsilon_{xx}^{vol} + \varepsilon_{zz}^{vol} \end{aligned} \quad (4-18)$$

Ce qui revient à supposer que l'endommagement ne se développe que lorsque la déformation plastique est grande devant la déformation élastique :

$$\sigma_{inc}(y, t) = F(t)/S_{inc}(y, t) \quad \text{où} \quad S_{inc}(y, t) = S_0 e^{-\varepsilon_{yy}(y, t)} \quad (4-19)$$

La quantité  $S_{inc}$  désigne la surface incompressible associée à la contrainte  $\sigma_{inc}$  appliquée sur l'élément volumique. La réponse volumique est identifiée comme la relation entre cette contrainte équivalente et la déformation volumique  $\varepsilon_B$  qui sera déterminée par la suite.

La section 4.1.1.5 illustre deux types de réponses du matériau : la réponse  $\sigma_{yy} - \varepsilon_{yy}$  (Figure 4.16) montre un comportement adoucissant qui combine l'effet du matériau volumique et de l'endommagement. Au contraire, la réponse  $\sigma_{eff} - \varepsilon_{yy}$  (Figure 4.17) montre le caractère durcissant du comportement obtenu lorsque l'on tient compte de l'effet de l'endommagement. Cette dernière réponse est ainsi adaptée à l'identification du comportement volumique (élasto-plastique non endommageable).

En utilisant cette réponse effective, il est possible de découper la déformation totale  $\varepsilon$  en une composante élastique  $\varepsilon_e$  et une composante plastique  $\varepsilon_p$  :

$$\begin{aligned}\varepsilon_{yy} &= \varepsilon_e + \varepsilon_p \\ &= \frac{\sigma_{eff}}{E} + \varepsilon_p\end{aligned}\tag{4-20}$$

La grandeur  $E$  représente le module d'Young, le matériau étant supposé isotrope.

L'érouissage est caractérisé sur la réponse effective  $\sigma_{eff} - \varepsilon_{yy}$  : identification de la déformation plastique  $\varepsilon_p$ , de la limite élastique  $\sigma_0$  et de la fonction d'érouissage  $H$  :

$$\begin{aligned}\sigma_{eff} &= \sigma_0 + H(\varepsilon_p) \\ &= \sigma_0 + H\left(\varepsilon_{yy} - \frac{\sigma_{eff}}{E}\right)\end{aligned}\tag{4-21}$$

La fonction d'érouissage  $H$  est obtenue expérimentalement, et l'on constate son caractère durcissant. En supposant que l'érouissage associé au comportement volumique est identique à celui de la réponse effective, on obtient une relation suivante :

$$\sigma_{inc} = \sigma_0 + H(\varepsilon_p^{vol})\tag{4-22}$$

$\varepsilon_p^{vol}$  représente la déformation plastique associée au comportement volumique.

On peut ensuite en déduire la déformation volumique  $\varepsilon_B$  :

$$\varepsilon_B = \frac{\sigma_{inc}}{E} + H^{-1}(\sigma_{inc} - \sigma_0)\tag{4-23}$$

La grandeur  $\frac{\sigma_{inc}}{E}$  correspond à la partie élastique de la déformation volumique et  $H^{-1}(\sigma_{inc} - \sigma_0)$  est sa partie plastique  $\varepsilon_p^{vol}$ . Le caractère monotone de la fonction d'érouissage  $H$  permet d'assurer l'unicité du terme  $H^{-1}(\sigma_{inc} - \sigma_0)$ , et assure le caractère durcissant de la réponse volumique.

Comme annoncé, la déformation cohésive est estimée par la différence entre la déformation axiale et la déformation volumique :

$$\varepsilon_C = \varepsilon_{yy} - \varepsilon_B\tag{4-24}$$

La réponse cohésive est considérée comme la relation entre la contrainte de Cauchy  $\sigma$  et la déformation cohésive  $\varepsilon_C$ . Le principal avantage de cette première approche est lié au fait qu'elle assure : (i) un comportement volumique toujours durcissant et incompressible et (ii) un comportement surfacique compressible et adoucissant.

Ces deux avantages peuvent être confirmés par les réponses identifiées de l'essai de traction présenté au début du chapitre (Figure 4.19) :

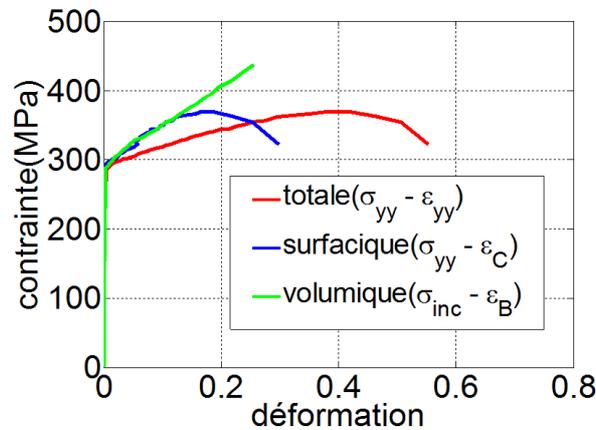


Figure 4.19 Réponses mécaniques (Approche en contrainte)

Les principales limites de cette première approche sont liées au modèle d'endommagement introduit et à la nécessité d'identifier la fonction d'érouissage  $H$  (même si on rappelle qu'aucune hypothèse n'est faite sur sa forme, à part son caractère durcissant).

#### 4.1.2.2. Approche « en déformation »

Cette dénomination est utilisée ici car on commence par identifier la déformation de la zone cohésive avant de déterminer la contrainte qui lui est associée. Comme le comportement volumique est supposé incompressible, on considère que la variation de volume est directement associée à la zone cohésive.

Notre étude se base sur une analyse unidimensionnelle, on associe ici la variation de volume uniquement à la déformation dans la direction de la sollicitation imposée. On considère alors que le rapport entre la déformation cohésive et la déformation volumique est donc égal à la variation de volume. La partition de déformation peut ainsi être réalisée en résolvant les équations suivantes :

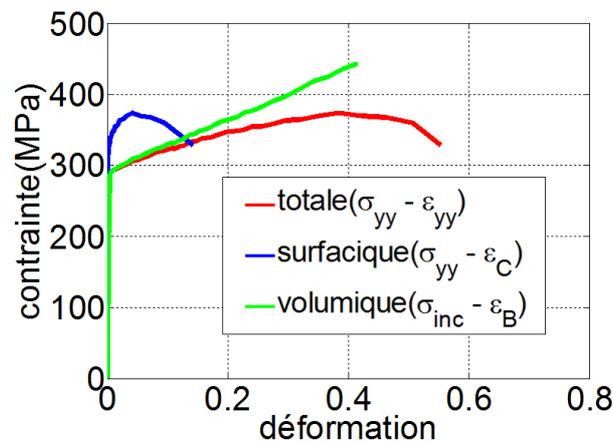
$$\begin{cases} \frac{\varepsilon_C}{\varepsilon_B} = \frac{dv_v}{dV} \\ \varepsilon_{yy} = \varepsilon_B + \varepsilon_C \end{cases} \quad (4-25)$$

Les contraintes sont calculées de la même manière que pour la première approche. On associe la contrainte de Cauchy à la réponse du matériau ( $\sigma_{yy} - \varepsilon_{yy}$ ) et à la réponse cohésive ( $\sigma_{yy} - \varepsilon_C$ ). La réponse volumique est exprimée par la relation contrainte virtuelle équivalente et la déformation volumique ( $\sigma_{inc} - \varepsilon_B$ ).

Le principal avantage de cette méthode est qu'elle ne nécessite pas de modèle de vide particulier, et qu'elle donne directement les réponses cohésives et volumiques.

Son principal désavantage est qu'elle ne caractérise pas la fonction de l'écroutissement. Par conséquent, elle n'assure plus nécessairement le durcissement de la réponse volumique qui doit donc être vérifié sur les résultats expérimentaux.

La Figure 4.20 illustre un exemple des réponses identifiées de l'essai de traction présenté. Dans cet exemple, on observe bien un comportement volumique durcissant et un comportement surfacique adoucissant. Par contre, ces résultats ne représentent pas un cas général, on reviendra à ce problème dans le chapitre suivant.



*Figure 4.20 Réponses mécaniques (Approche en déformation)*

## 4.2. Identification numérique de la longueur caractéristique

### 4.2.1. Identification numérique de la longueur caractéristique

Dans la partie précédente, nous avons présenté une méthode d'identification permettant d'accéder à une relation de type « contrainte cohésive – déformation cohésive » ( $\sigma - \varepsilon_c$ ). Or les modèles de zone cohésive sont généralement implémentés sous la forme d'une relation entre une contrainte cohésive et un « saut de déplacement »  $[u]$ . Il est donc nécessaire de définir une longueur caractéristique (que l'on notera  $l_c$ ) pour traduire cette loi surfacique en un modèle de zone cohésive. Cette longueur peut être choisie de sorte que :

$$\varepsilon_c = [u]/l_c \quad (4-26)$$

Pour identifier cette longueur caractéristique, on propose de se placer dans une situation où la réponse surfacique ( $\sigma - \varepsilon_c$ ) et le modèle de zone cohésive ( $\sigma - [u]$ ) associé sont connus *a priori*, c'est-à-dire dans le cas de simulations numériques. La caractérisation de la longueur  $l_c$  peut alors être réalisée directement à partir de (4-26) en comparant le modèle cohésif introduit

dans la simulation numérique et celui prédit par la méthode d'identification sur la base des champs cinématiques et sthéniques issus de la simulation.

Cette caractérisation de la longueur caractéristique comprend trois étapes (Figure 4.21) :

- Etape 1 : une loi cohésive ( $\sigma - [u]$ ) est placée entre les deux domaines volumiques identiques discrétisés spatialement. Le problème est résolu par la méthode aux éléments finis cohésifs/volumiques.
- Etape 2 : on récupère les données, notamment les champs de déplacement et les résultantes globales issus de cette simulation. Une réponse surfacique ( $\sigma - \varepsilon_c$ ) peut être ensuite identifiée en utilisant la méthodologie introduite dans la section 4.1.2. Cette réponse identifiée doit, *a priori*, être la même que la loi cohésive introduite, à la longueur caractéristique près.
- Etape 3 : finalement, la longueur qui permet de superposer « au mieux » ces deux réponses est considérée comme la longueur caractéristique.

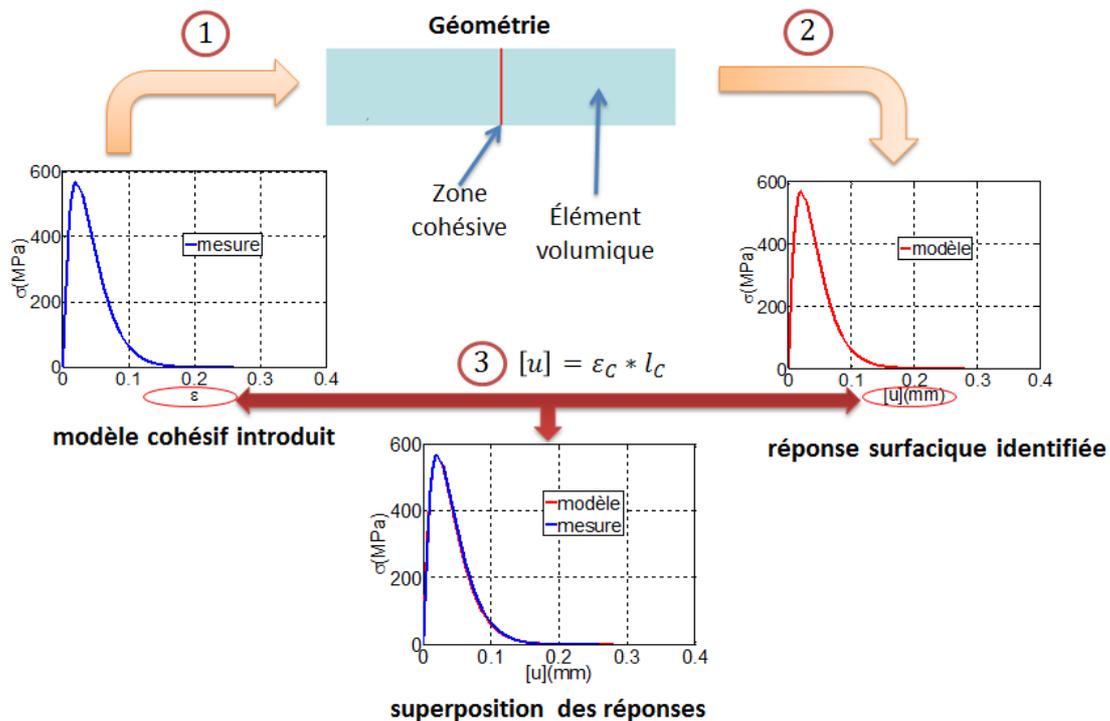


Figure 4.21 Trois étapes de l'identification numérique de la longueur caractéristique

Les simulations ont été menées sous des hypothèses de contraintes planes, pour un comportement volumique élasto-plastique à écrouissage cinématique linéaire, en utilisant les codes EF ANSYS et Comsol afin d'inter-comparer les résultats et de pouvoir tester différentes formes de lois de zones cohésives.

#### 4.2.2. Paramètres d'identification

Dans la section 3.2, nous avons montré que la mesure de déformation dépendait de plusieurs paramètres liés au traitement de corrélation et à la dérivation numérique. Comme la longueur caractéristique est calculée en utilisant une mesure de déformation, tous les paramètres introduits pour déterminer la déformation influencent la longueur caractéristique. C'est-à-dire que la longueur caractéristique identifiée dépend non seulement du matériau étudié, mais aussi des paramètres utilisés pour la mesure cinématique. En d'autres termes, le modèle cohésif dépend des propriétés matérielles et de l'échelle à laquelle sont observés les mécanismes de déformation et d'endommagement. Nous allons maintenant nous intéresser à la dépendance de l'identification avec ces paramètres de mesure.

La géométrie de l'éprouvette (Figure 4.22) est de 5mm (largeur) × 50mm (hauteur). On met une seule zone cohésive à la section centrale de l'éprouvette. La taille de maillage utilisée est 0.1mm × 0.1mm pour des éléments quadrangles bi-linéaires (4 nœuds).

Les principales caractéristiques mécaniques des éléments volumiques sont présentées par le tableau suivant correspondant à des valeurs que nous avons identifiées sur un essai mécanique réalisé sur du Cuivre dont la réponse est tracée sur la Figure 4.19 (réponse volumique) pour le début de la sollicitation.

| $E$ (MPa) | $K$ (MPa) | $\sigma_0$ (MPa) | $\nu$ |
|-----------|-----------|------------------|-------|
| 117000    | 597       | 287              | 0.33  |

*Tableau 5.1 caractéristiques mécaniques des éléments volumiques (ANSYS)*

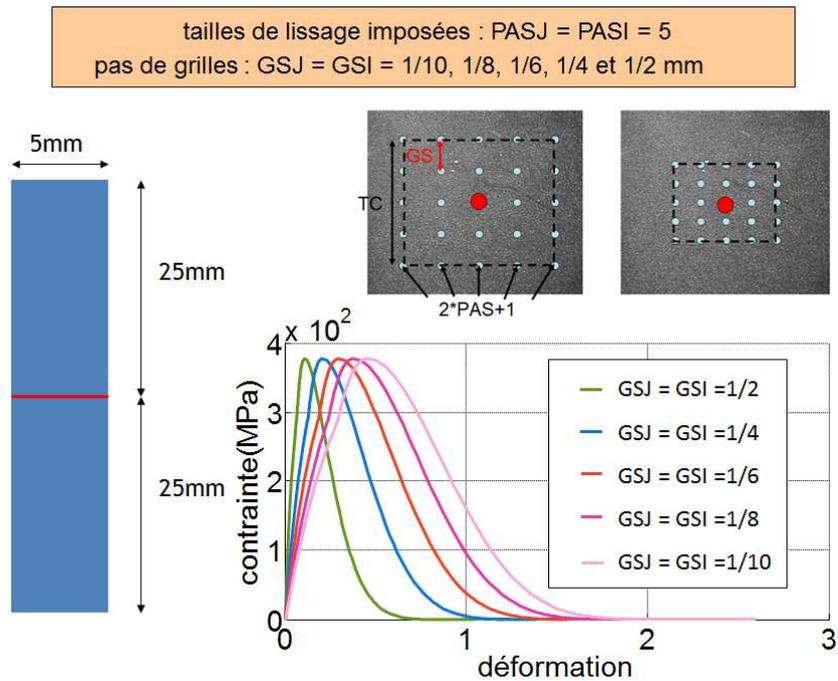
On choisit d'abord le modèle de zone cohésive de Needleman (Xu *et al.*, 1994) dans ANSYS (résultats aussi vérifiés dans Comsol) :

$$\Phi = e\sigma_{max} * \left(\frac{u_n}{\Delta}\right) * \exp\left(-\frac{u_n}{\Delta}\right) \quad (4-27)$$

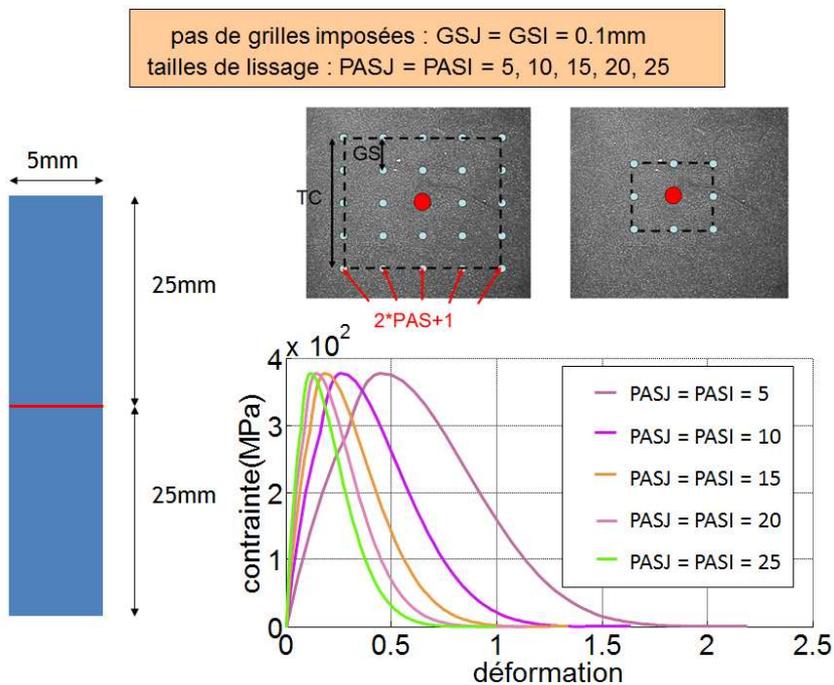
Avec  $e = 2.71$ . On pose que la contrainte maximale  $\sigma_{max}$  est de 350MPa et que le « saut » de déplacement critique  $\Delta$  est de 0.5mm.

On étudie ici l'influence de trois paramètres du traitement de corrélation sur la détermination de  $l_c$  : 1/ le pas de la grille de mesure des déplacements (GS), 2/ la taille de la zone de lissage utilisée pour le calcul des déformations (PAS) et 3/ la longueur de jauge (TC), cette dernière étant une combinaison des deux premières (voir équation 3-24).

On fait d'abord varier le pas de la grille (GS = 1/10, 1/8, 1/6, 1/4 et 1/2 mm) en imposant une taille de lissage (PAS = 5 points de chaque côté) (Figure 4.22). On constate que la déformation cohésive estimée diminue avec l'augmentation du pas de grille.



Un résultat similaire peut être obtenu lorsqu'on fait varier la taille de lissage (PAS = 5, 10, 15, 20 et 25 points de chaque côté) en conservant le pas de la grille (GS = 0.1 mm) (Figure 4.23). Dans ce cas-là, la déformation cohésive mesurée diminue quand la taille de lissage augmente.



Dans ces deux premiers exemples, la longueur de jauge n'est pas constante d'une situation à l'autre. La déformation cohésive, obtenue *via* le gradient du déplacement moyen autour de la fissure, est d'autant plus importante que la dimension caractéristique à laquelle est estimé ce gradient est petite. Ce point de vue est illustré sur la Figure 4.24 qui illustre les résultats obtenus lorsque l'on fait varier simultanément le pas de la grille ( $GS = 1/10, 1/8, 1/6, 1/4, 1/2$  et  $1\text{mm}$ ) et celle du lissage ( $PAS = 1, 2, 4, 6, 8$  et  $10$  points de chaque côté) de sorte que la longueur de jauge totale demeure constante (ici égale à  $2\text{mm}$ ). Cette figure montre bien que toutes les réponses sont assez bien superposées, ce qui confirme que la déformation mesurée dépend principalement de cette longueur de jauge.

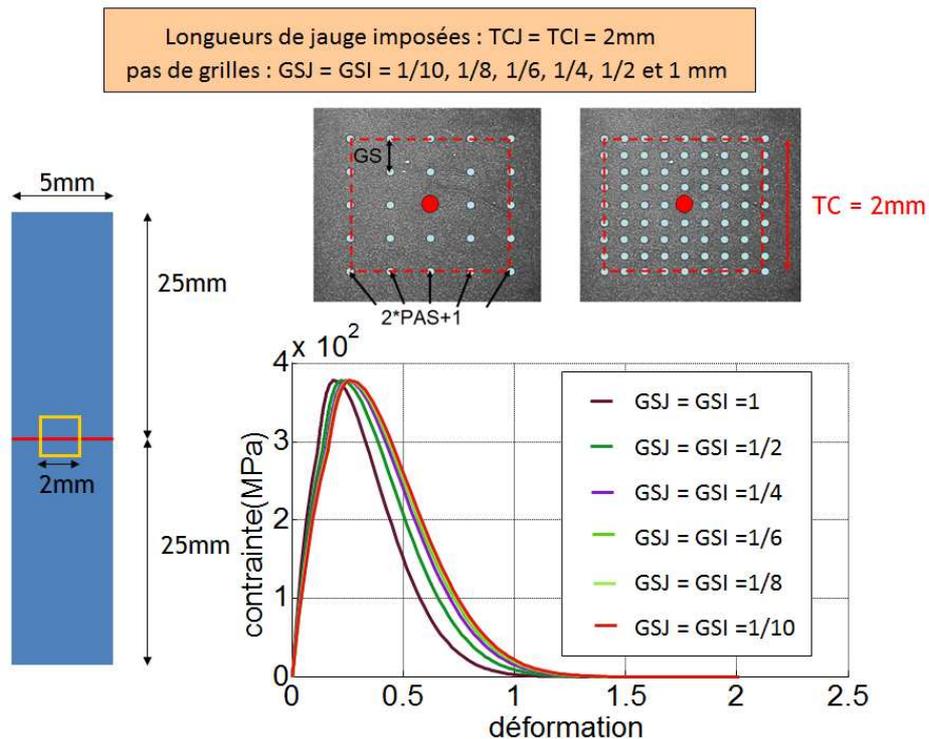


Figure 4.24 Longueurs de jauge imposée (2mm)

Néanmoins, la Figure 4.24 montre également que les courbes semblent converger vers la réponse associée au plus petit pas de grille. Si on augmente les tailles de lissage (5mm) en conservant les autres paramètres constants, les courbes identifiées sont toutes superposées (voir Figure 4.25).

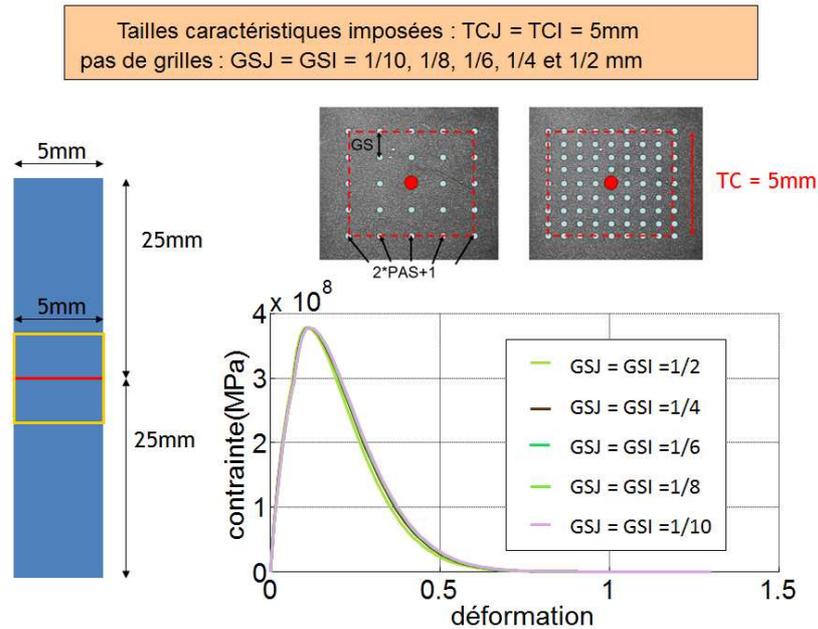


Figure 4.25 Longueur de jauge imposée (5mm)

La Figure 4.26 illustre les causes sous-jacentes à ces observations. Dans les Figure 4.26.a et Figure 4.26.b, la ligne rouge représente le déplacement longitudinal suivant la direction axiale, qui est fourni par la simulation numérique. Naturellement, il possède un « saut » à l'endroit où se trouve la zone cohésive. Comme on l'a dit, la déformation est obtenue en approximant le champ de déplacement pour estimer son gradient. Les lignes en pointillés représentent les fonctions d'approximation (prises ici linéaires) pour différentes valeurs de pas de lissage (PAS). Les pentes de ces courbes correspondent à la déformation associée à la longueur de jauge.

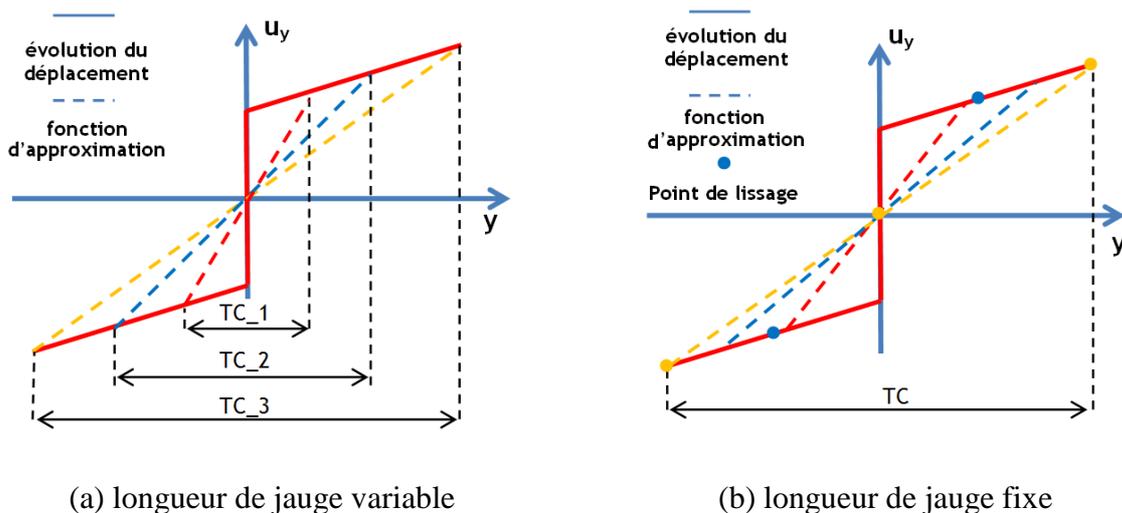


Figure 4.26 Interprétation de l'influence des paramètres

Dans le cas où la taille de lissage ou de grille sont imposées, les déformations sont mesurées avec des longueurs de jauge différentes (Figure 4.26 (a)). Plus la longueur de jauge (TC) est grande ( $TC_3 > TC_2 > TC_1$ ), plus la pente de la fonction d'approximation est faible. La déformation mesurée diminue donc avec l'augmentation de la longueur de jauge, ce qui est en cohérence avec les résultats observés.

Figure 4.26 (b) représente le cas où la longueur de jauge est imposée. Si l'on choisit une taille de lissage très petite (par exemple  $PAS = 1$ ), la fonction d'approximation (droite jaune) est identifiée en prenant seulement trois points représentés en jaune (le centre de la zone d'approximation et un point de chaque côté). Si l'on augmente cette taille (par exemple,  $PAS = 2$ ), on identifie cette fonction avec deux points de plus (points bleus). La fonction identifiée dans ce cas est représentée par la droite bleue. La pente de la droite bleue est supérieure à celle en jaune. C'est-à-dire que la déformation mesurée augmente avec l'augmentation du nombre de points de lissage. Si on choisit une taille de lissage suffisamment grande, on obtient une droite qui converge vers la droite rouge. Cette droite correspond à la droite de régression calculée sur le champ de déplacement complet.

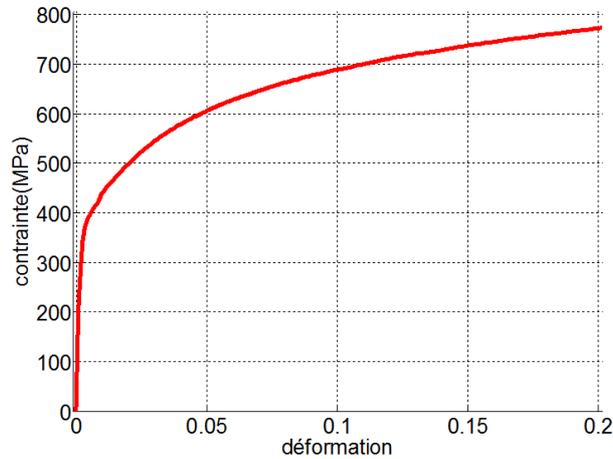
Il reste encore un paramètre important à étudier : la taille de la zone de corrélation introduite dans le calcul de CIN. La longueur caractéristique associée à la CIN est nulle dans les cas présentés dans ce paragraphe car nous avons utilisé directement les champs de déplacement fournis par les codes de calcul sans appliquer la corrélation d'image numérique. On propose ici une méthode qui nous permet de prendre en compte ce paramètre dans l'estimation de la longueur caractéristique. Elle consiste à créer dans un premier temps une image virtuelle de mouchetis possédant des caractéristiques similaires à celles rencontrées dans nos essais. Cette image servira d'image référence. Ensuite des images déformées sont générées en imposant le champ de déplacement fourni par la simulation numérique à chaque instant suivant la méthode présentée dans (Wattrisse *et al*, 2001). Enfin, on recalcule les champs de déplacement en utilisant la corrélation d'image numérique et en faisant varier la zone de corrélation. Ce travail n'a pas été effectué ici, et on considère que la longueur caractéristique introduite par le calcul de corrélation est égale à la taille de la fenêtre de corrélation.

#### 4.2.3. Résultats numériques

Dans la section précédente, on a indiqué que les mesures de déformations dépendent de la longueur de jauge introduite dans le calcul des déformations. On rappelle que la longueur caractéristique est identifiée à partir ces mesures de déformations. Il existe donc une relation entre la longueur de jauge associée à la mesure de déformation et la longueur caractéristique identifiée. Dans cette partie, on étudie la correspondance entre ces deux longueurs en utilisant différents types de modèles cohésifs.

Dans cette section, on présente les résultats de simulations effectuées sous COMSOL. On choisit ici une l'éprouvette de 10mm (largeur) × 50mm (hauteur) avec une zone cohésive sur

sa section centrale. La taille de maillage utilisée est 1mm × 1mm pour des éléments quadrangles bi-quadratiques (9 nœuds). Les principales caractéristiques mécaniques des éléments volumiques sont présentées au tableau suivant associé à un essai de traction réalisé sur un acier dont la réponse mécanique est donnée en Figure 4.27.



*Figure 4.27 Réponse mécanique de l'acier*

| $E$ (MPa) | $K$ (MPa) | $\sigma_0$ (MPa) | $\nu$ |
|-----------|-----------|------------------|-------|
| 210000    | 2500      | 300              | 0.3   |

*Tableau 5.2 caractéristiques mécaniques des éléments volumiques (COMSOL)*

On utilise ici les résultats de simulations effectuées sur Comsol car nous disposons dans cet environnement d'une plus grande latitude pour implémenter différentes formes de zones cohésives.

Les modèles cohésifs possédant une rigidité initiale infinie, tels que le modèle de Dugdale (Dugdale, 1960) sont appelés « extrinsèques ». Les modèles avec une rigidité initiale finie (ex. modèle de Needleman) sont des modèles dits « intrinsèques ». On présente maintenant l'identification de la longueur caractéristique sur ces deux types de modèles de zone cohésive. Deux modèles issus de la littérature ont été implémentés dans COMSOL.

Le premier modèle cohésif est défini par :

$$\Phi = \sigma_{max} * \tanh\left(\frac{u_n}{\frac{\Delta_{max}}{3}}\right) * \exp\left(-\left(\frac{u_n - \Delta_{max}}{\frac{\Delta_{inf}}{3}}\right)^2\right) \quad (4-28)$$

Le potentiel est exprimé par  $\Phi$ ,  $u_n$  correspond au « saut » de déplacement normal,  $\Delta_{inf}$  est un « saut » de déplacement critique (0.5 mm),  $\sigma_{max}$  représente la contrainte maximale (525MPa) et  $\Delta_{max}$  est le « saut » de déplacement correspondant à cette contrainte (0.001mm).

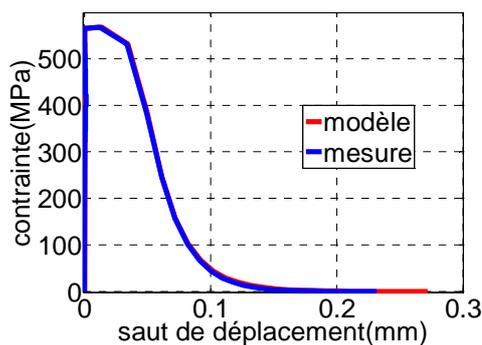
Ce modèle « intrinsèque » tend vers un modèle « extrinsèque » si l'on choisit une rigidité initiale très importante, en diminuant  $\Delta_{max}$  par exemple. C'est le choix fait ici pour le modèle « extrinsèque ».

Et le modèle « intrinsèque » utilisé par la suite est déterminé par :

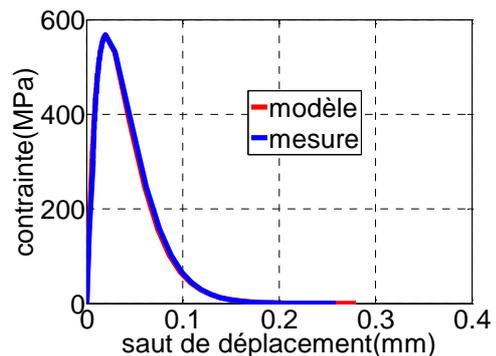
$$\Phi = \frac{9}{16} \sigma_{max} * z^2 * \left(\frac{u_n}{\Delta}\right) * \exp\left(-\frac{u_n * z}{\Delta}\right) \quad (4-29)$$

Dans cette équation :  $z = \frac{9}{16} * \exp(1)$ ,  $\Delta$  est un « saut » de déplacement critique (0.5mm) et  $\sigma_{max}$  représente la contrainte maximale (525MPa).

On rappelle que la longueur caractéristique  $l_c$  est déterminée de façon à superposer les courbes ( $\sigma - [u]$ ) et ( $\sigma - l_c * \varepsilon_c$ ) (Figure 4.21).

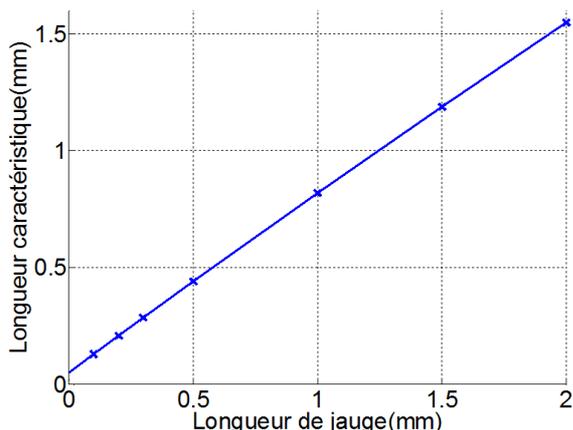


*Figure 4.28 Superposition du modèle et de la mesure (extrinsèque)*

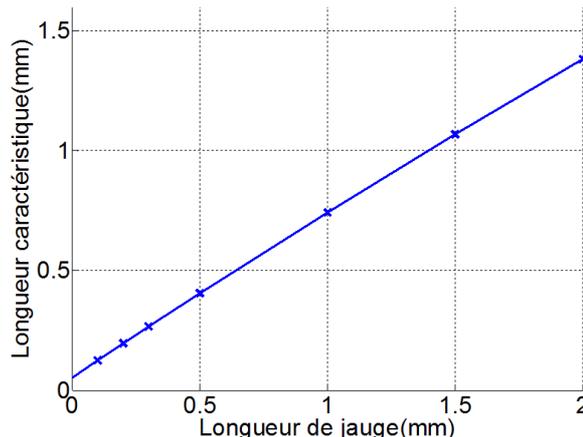


*Figure 4.29 Superposition du modèle et de la mesure (intrinsèque)*

On établit une correspondance entre la longueur caractéristique et la longueur de jauge : les Figure 4.30 et Figure 4.31 indiquent qu'il existe une relation affine entre ces grandeurs. L'existence d'une longueur caractéristique non nulle à longueur de jauge nulle est probablement liée à la taille de lissage : une taille de lissage trop petite conduit à sous-estimer la déformation.



*Figure 4.30 Longueur caractéristique identifiée par l'approche en contrainte (modèle extrinsèque)*

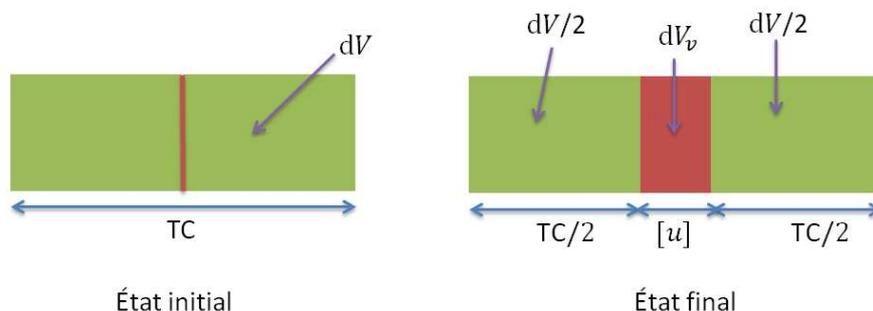


*Figure 4.31 Longueur caractéristique identifiée par l'approche en contrainte (modèle intrinsèque)*

La déformation cohésive est calculée à partir du gradient « moyen » du déplacement sur la longueur de jauge (TC). La valeur de déformation cohésive doit être très proche de  $[u]/TC$ . Si on la remplace par  $[u]/TC$  dans l'équation (4-26), on obtient une relation entre la longueur de jauge et la longueur caractéristique :  $l_c \approx TC$ . La pente de la relation  $l_c - TC$  devrait être donc égale à 1. Mais on observe que la pente est toujours inférieure à 1.

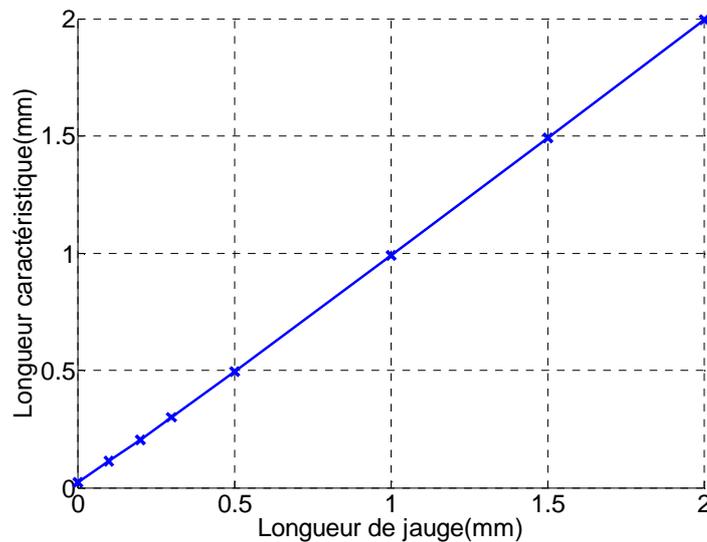
Ce problème vient d'abord des mesures de la variation de volume : elles sont calculées par l'équation (4-6) pour que l'on puisse obtenir une mesure comparable avec les résultats expérimentaux. Par contre, dans une simulation numérique, les hypothèses employées ne sont pas les mêmes que celles des essais expérimentaux. La variation de volume calculée (par les mesures de déformation) ne représente donc pas la réalité ; sa valeur réelle est égale à (Figure 4.32) :

$$\frac{dv_v}{dV} = \frac{[u]}{TC} \quad (4-30)$$



*Figure 4.32 Variation de volume*

De plus, on identifie ici la longueur caractéristique en prenant l'approche en contrainte. Il y a certaines hypothèses qui ne représentent pas la réalité dans une simulation numérique, telle que les hypothèses sur les micro-vides. L'approche en déformation permet d'éviter ces hypothèses. Si l'on remplace la variation de volume calculée par sa valeur réelle et si l'on identifie la longueur caractéristique *via* l'approche en déformation, la pente de la relation  $l_c - TC$  obtenue est très proche de 1 (Figure 4.33).



*Figure 4.33 Longueur caractéristique identifiée par l'approche en déformation (extrinsèque)*

### 4.3. Conclusion partielle

Dans ce chapitre, nous avons présenté des méthodologies d'identification de modèles de zone cohésive. L'identification est réalisée en décomposant le comportement du matériau en un comportement volumique élasto-plastique incompressible et un comportement surfacique qui résume tous les effets de l'endommagement.

Ces méthodes reposent sur un certain nombre d'hypothèses. Dans ce chapitre, certaines de ces hypothèses ont été vérifiées au moyen d'observations expérimentales.

Nous avons proposé ici deux approches distinctes :

- une approche en « contrainte » qui introduit un modèle d'endommagement et identifie la réponse volumique au moyen d'une fonction d'écrouissage. Le caractère durcissant du comportement volumique et adoucissant du comportement cohésif sont automatiquement assurés.

- une approche en « déformation » qui associe directement la déformation cohésive à la variation de volume mesurée. Cette méthode ne nécessite pas de postuler un modèle d'endommagement particulier. Par contre, le durcissement du comportement volumique n'est pas assuré et doit être vérifié a posteriori. Cette vérification s'est avérée satisfaisante pour les exemples traités.

Pour traduire la réponse surfacique identifiée par ces méthodes sous la forme d'un modèle de zone cohésive, il est nécessaire d'identifier aussi une longueur caractéristique qui relie la déformation cohésive mesurée au saut de déplacement des lèvres de la fissure en train de se créer. Cette longueur caractéristique a été déterminée par méthode inverse au moyen d'un couplage entre résultats cinématiques expérimentaux et simulations numériques de type élément finis. Il a été montré que cette longueur caractéristique varie linéairement avec la longueur de jauge introduite dans les mesures de déformation. Pour chaque matériau, le modèle de zone cohésive identifié est ainsi fourni aux modélisateurs avec la dimension caractéristique à laquelle il traduit les mécanismes d'endommagement volumique conduisant à la rupture.

# Chapitre 5 - Résultats

Après avoir présenté les outils théoriques et expérimentaux aux chapitres 2 et 3, et introduit la méthodologie d'identification proposée et sa validation au chapitre 4, nous montrons, dans ce qui suit, les résultats expérimentaux obtenus ainsi que leur interprétation. Nous avons choisi de travailler sur deux matériaux ductiles : un acier dual phase utilisé dans l'industrie automobile pour réaliser des pièces structurelles (DP600) et un matériau beaucoup plus ductile, le Cuivre « pur ». Leur comportement est étudié sur des essais de traction réalisés sur des éprouvettes plates. Les résultats expérimentaux seront détaillés par matériau en distinguant quatre rubriques.

- Description des essais : dans cette section, on rappelle les caractéristiques mécaniques du matériau étudié, les structures des éprouvettes et les sollicitations imposées.
- Résultats cinématiques : on présente les résultats cinématiques fondamentaux de notre étude, à savoir les champs de déformation, les champs de vitesse de déformation et la variation du volume. Ces mesures interviennent dans l'identification mécanique et/ou la validation énergétique du modèle de zone cohésive.
- Résultats d'identification : on illustre la réponse surfacique identifiée au point de rupture en employant les deux approches (contrainte et en déformation) présentées dans le chapitre 4. La taille caractéristique associée à l'identification est déterminée en fonction des paramètres introduits dans l'identification. Les réponses cohésives identifiées en d'autres points de l'éprouvette sont enfin données afin de rendre compte du caractère intrinsèque et de la répétitivité de l'identification.
- Validation thermomécanique : cette validation consiste à confronter le bilan énergétique expérimental associé à la réponse du matériau dans la zone de localisation avec celui issu du modèle identifié.

D'une manière générale, tous les résultats seront présentés par rapport à la configuration initiale, sauf mention contraire.

## 5.1. Description des essais

Dans ce travail, nous avons choisi d'étudier la réponse en traction simple d'éprouvettes d'acier et de Cuivre. Cette section présente brièvement les principales caractéristiques des matériaux étudiés, des géométries utilisées ainsi que des chargements globaux appliqués.

### 5.1.1. Essais sur le DP600

#### Matériaux :

Le premier matériau étudié est l'acier DP600. Ce matériau possède une résistance mécanique élevée. Il est donc souvent utilisé pour réaliser des pièces de structure embouties. Il est obtenu par laminage à chaud. Sa composition, ses caractéristiques mécaniques et ses principales caractéristiques thermo-physiques dans les trois tableaux (Tableau 5.1, 5.2 et 5.3)(Berthel, 2007):

| C (%) | Mn (%) | P (%) | Si (%) | Al (%) | Cr (%) |
|-------|--------|-------|--------|--------|--------|
| 0.074 | 0.84   | 0.038 | 0.217  | 0.04   | 0.702  |

*Tableau 5.1 Composition du DP600*

| $E$ (MPa) | $R_{p\ 0.02}$ (MPa) | $R_{p\ 0.2}$ (MPa) | $R_m$ (MPa) |
|-----------|---------------------|--------------------|-------------|
| 213000    | 360                 | 401                | 611         |

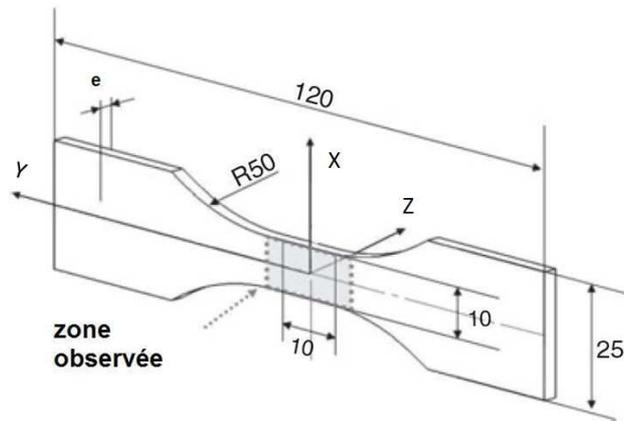
*Tableau 5.2 Caractéristiques mécanique du DP600*

| $\alpha$ ( $^{\circ}\text{C}^{-1}$ ) | $\rho$ ( $\text{kg}\cdot\text{m}^{-3}$ ) | $C$ ( $\text{J}\cdot\text{kg}^{-1}\cdot^{\circ}\text{C}^{-1}$ ) | $k$ ( $\text{W}\cdot\text{m}^{-1}\cdot^{\circ}\text{C}^{-1}$ ) |
|--------------------------------------|--|---|--|
| $10^{-5}$                            | 7800                                     | 460   | 64   |

*Tableau 5.3 Caractéristiques thermophysiques du DP600*

#### Éprouvette :

La Figure 5.1 présente la géométrie retenue pour les échantillons d'acier DP600 (éprouvettes faiblement élancées). Les valeurs nominales de la longueur (L), de la largeur (l) et de l'épaisseur (e) de la zone d'utile sont respectivement de 10 mm, 10 mm et 2.55 mm.

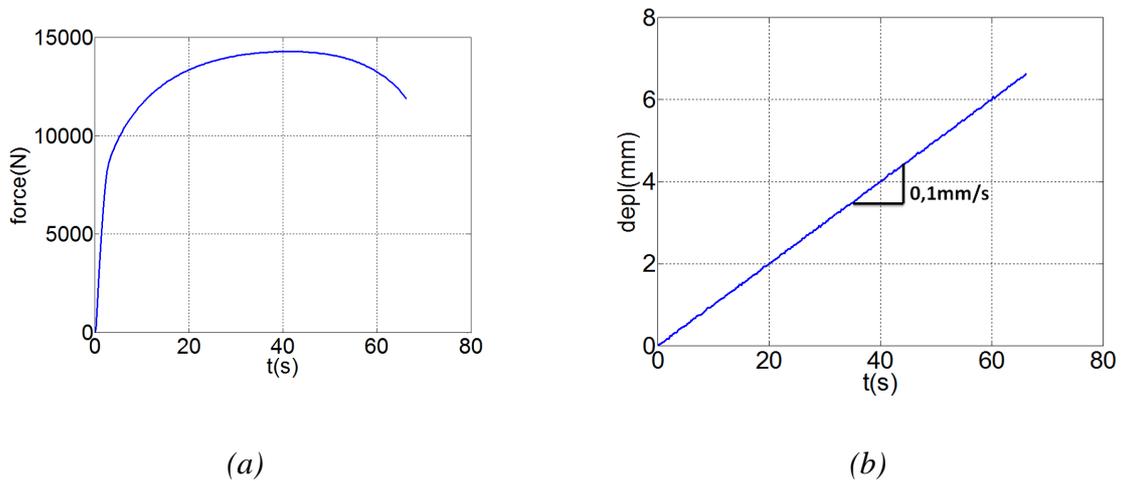


*Figure 5.1 Géométrie de l'éprouvette (Acier)*

La présence de défauts (fabrication, polissage) conduit à des cotes variables. La variabilité observée sur les échantillons testés est la suivante : sur la largeur  $9.26$  (moyenne)  $\pm 0.48$ mm (écart-type) et sur l'épaisseur  $2.54$  (moyenne)  $\pm 0.04$ mm (écart-type). On utilise naturellement lorsque c'est nécessaire pour le dépouillement des essais les valeurs mesurées (calcul des contraintes).

**Type d'essai:**

La Figure 5.2 illustre la forme des chargements appliqués. Il s'agit d'essais de traction monotone, réalisés à vitesse de traverse imposée ( $0.1$  mm/s sur l'essai présenté en Figure 5.2.b) jusqu'à la rupture.



*Figure 5.2 Sollicitations imposées (Acier) (a) force globale (b) déplacement global*

**5.1.2. Essais sur le Cuivre**

**Matériaux :**

Le deuxième matériau étudié est un grade commercial de Cuivre « pur » (% en masse de Cuivre > 99.95%) laminé à chaud fourni par la société Griset. Ce matériau possède une résistance mécanique relativement faible. Le module d'Young donné par le constructeur est de 120 GPa. Les principales caractéristiques mécaniques et thermo-physiques de ce matériau sont présentées par les tableaux 5.4 et 5.5, issus de la documentation fournie par le fabricant (Griset, 2012)

| $E$ (MPa) | $R_{p\ 0.2}$ (MPa) | $R_m$ (MPa) |
|-----------|--------------------|-------------|
| 120 000   | <140               | 220--260    |

*Tableau 5.4 Caractéristiques mécanique du DP600*

| $\alpha$ ( $^{\circ}\text{C}^{-1}$ ) | $\rho$ ( $\text{kg}\cdot\text{m}^{-3}$ ) | $C$ ( $\text{J}\cdot\text{kg}^{-1}\cdot^{\circ}\text{C}^{-1}$ ) | $k$ ( $\text{W}\cdot\text{m}^{-1}\cdot^{\circ}\text{C}^{-1}$ ) |
|--------------------------------------|--|---|--|
| $1.68\cdot 10^{-5}$                  | 8900                                     | 460   | 394  |

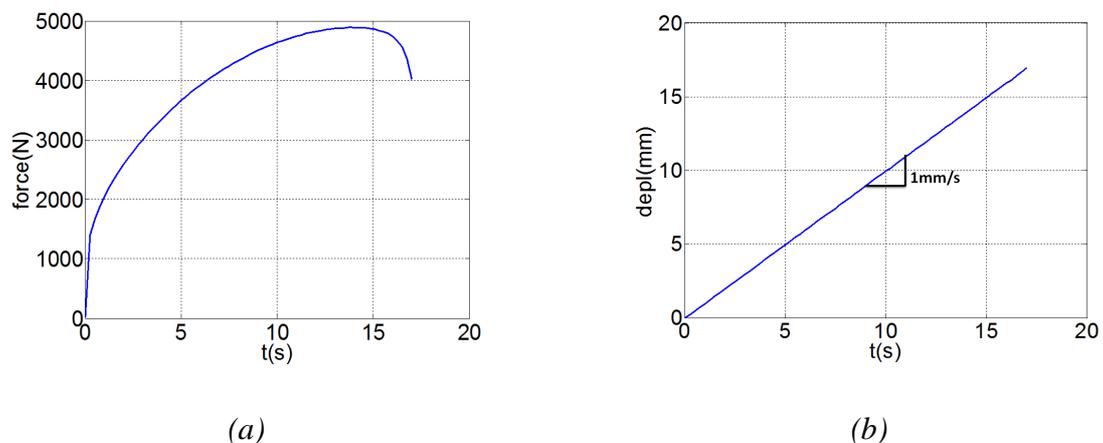
*Tableau 5.5 Caractéristiques thermophysiques du DP600*

### **Éprouvette :**

Les dimensions nominales de l'éprouvette de Cuivre sont les même que celles de l'acier mise à part l'épaisseur nominale ( $e$ ) qui est de 3mm. Le largeur et l'épaisseur réelle des échantillons utilisés sont de 10.02 (moyenne)  $\pm$  0.03mm (écart-type) et 2.79 (moyenne)  $\pm$  0.25mm (écart-type).

### **Type d'essai:**

Les essais mécaniques sur le Cuivre correspondent aussi à une traction monotone (voir la Figure 5.3).



*Figure 5.3 Sollicitations imposée (Cuivre) (a) force globale (b) déplacement global*

Le Cuivre est un matériau particulièrement diffusif. Afin d'observer les échauffements générés par la sollicitation mécanique, nous avons choisi d'appliquer des vitesses de chargement plus importantes que sur l'acier afin de limiter les échanges de chaleur entre l'échantillon et son environnement 1mm/s.

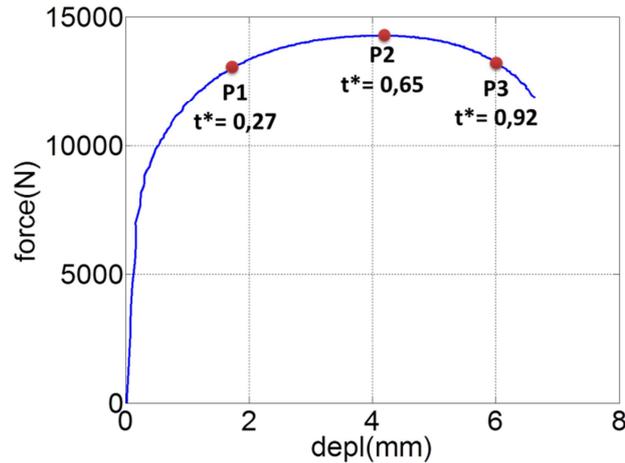
## 5.2. Résultats cinématiques

On présente d'abord les résultats cinématiques car ils constituent les données de base de la méthodologie d'identification de modèles de zone cohésive proposée. On ne montera pas les mesures directes que sont les champs de déplacement issus des algorithmes de CIN, mais on présentera les évolutions dans l'espace et le temps des grandeurs mécaniques qui en sont extraites pour les différents matériaux : tenseurs de déformation et de vitesse de déformation, variations de volume. Ces dernières correspondent à des valeurs moyennes dans l'épaisseur obtenues sans hypothèse particulière sur la nature des déformations (isotropie transverse, *etc*).

### 5.2.1. Traction sur l'acier (DP600)

La Figure 5.4 donne la réponse mécanique globale, exprimée en termes de force en fonction du déplacement imposé, fournie par la machine de traction. Dans cette figure, la notation  $t^*$  correspond au temps normalisé par rapport au temps de rupture. Cette réponse, permet d'identifier grossièrement les différents domaines de comportement (élastique, plastique, ...). On repère sur cette réponse trois instants particuliers où on illustrera les champs cinématiques mesurés :

- P1 ( $t^*=0.27$ ) : cet instant est situé sensiblement « au milieu » de la zone plastique macroscopiquement « durcissante ».
- P2 ( $t^*=0.65$ ) : cet instant correspond au moment où la force globale atteint à sa valeur maximale (critère de Considère). Les mesures cinématiques se localisent sur la zone de striction.
- P2 ( $t^*=0.92$ ) : cet instant correspond sensiblement au « milieu » de la phase macroscopiquement « adoucissante » durant laquelle les champs mécaniques se concentrent fortement dans la zone de localisation.



*Figure 5.4 Réponse globale de l'acier DP600 et les instants sélectionnés pour l'affichage des champs*

Dans cette section, on s'intéressera aux évolutions spatiales des champs cinématiques sur l'ensemble du domaine à des instants donnés (P1, P2 et P3), mais aussi sur la génératrice prise au milieu de l'éprouvette au cours du temps. Cette représentation permet de mieux représenter les évolutions temporelles des champs mécaniques.

#### 5.2.1.1. Mesure des champs de déformation : $\bar{\epsilon}$

Comme on l'a dit dans le chapitre 3, la stéréo-corrélation permet d'accéder à toutes les composantes du champ de déplacement de surface. Le tenseur de déformation moyen est déterminé en supposant que les déplacements varient linéairement dans l'épaisseur. Cette section présente les évolutions de quatre composantes de déformation particulières : les composantes normales ( $\epsilon_{xx}$ ,  $\epsilon_{yy}$ ,  $\epsilon_{zz}$ ) et une composante de « cisaillement » ( $\epsilon_{xy}$ ). Les deux dernières composantes de glissement hors plan ne sont pas estimées de manière très fiable à cause des bruits de mesure sur la direction Z.

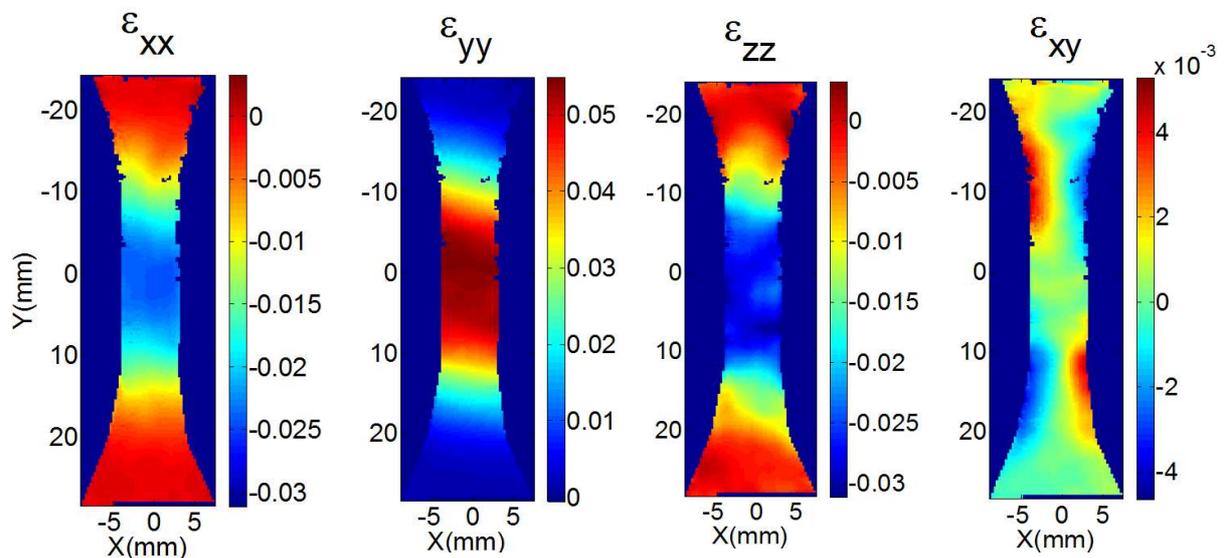
Les mesures présentées ici sont des premiers résultats obtenus avec la méthode décrite au chapitre 3. Il convient de les interpréter avec prudence dans la mesure où les performances métrologiques des systèmes de corrélation ne sont pas encore parfaitement maîtrisées, différents bruits liés à la chaîne de mesure perturbant les résultats. Les composantes les plus affectées par ces bruits sont celles liées à la direction hors plan Z. Il convient donc naturellement de poursuivre l'amélioration de la caractérisation des erreurs de mesure associées.

Les champs de déformation à l'instant P1 sont présentés dans la Figure 5.5. On remarquera que les positions spatiales sur cette carte de déformation sont données par rapport à la

configuration de référence, et que la « référence » ( $X=Y=0$ ) est prise au centre de la zone de rupture (*i.e.* zone de fissuration).

Les composantes normales montrent bien le caractère sensiblement homogène sur la partie utile des champs de déformation. La valeur absolue de  $\varepsilon_{yy}$  et celle de  $(\varepsilon_{xx} + \varepsilon_{zz})$  sont très proches, ce qui traduit le fait que la variation de volume est faible à ce stade du chargement. On observe néanmoins le caractère légèrement anisotrope de la contraction qui est plus importante suivant l'épaisseur ( $Z$ ) que suivant la largeur ( $X$ ).

La composante de « cisaillement » dans le plan XY : la déformation de cisaillement apparaît dans les congés de l'éprouvette où la géométrie n'est pas uniforme. Dans la zone utile, les déformations de cisaillement restent très faibles, ce qui est cohérent avec l'analyse 1D développée dans le Chapitre 4.



*Figure 5.5 Champs de déformation pour une longueur de jauge de 5.7mm ( $t^*=0.27$ )*

Les champs de déformation à l'instant P2 sont présentés dans la Figure 5.6.

Les composantes normales : à cet instant, les déformations dans toute la zone d'étude augmentent avec l'augmentation du chargement. Les champs de déformation commencent à révéler de faibles hétérogénéités suivant la largeur de l'échantillon et les mesures de déformation se localisent dans la zone d'utile.

La composante de « cisaillement » : elles sont toujours plus importantes dans les congés de raccordement. Elles demeurent très faibles devant les autres composantes du tenseur de déformation au centre de l'échantillon.

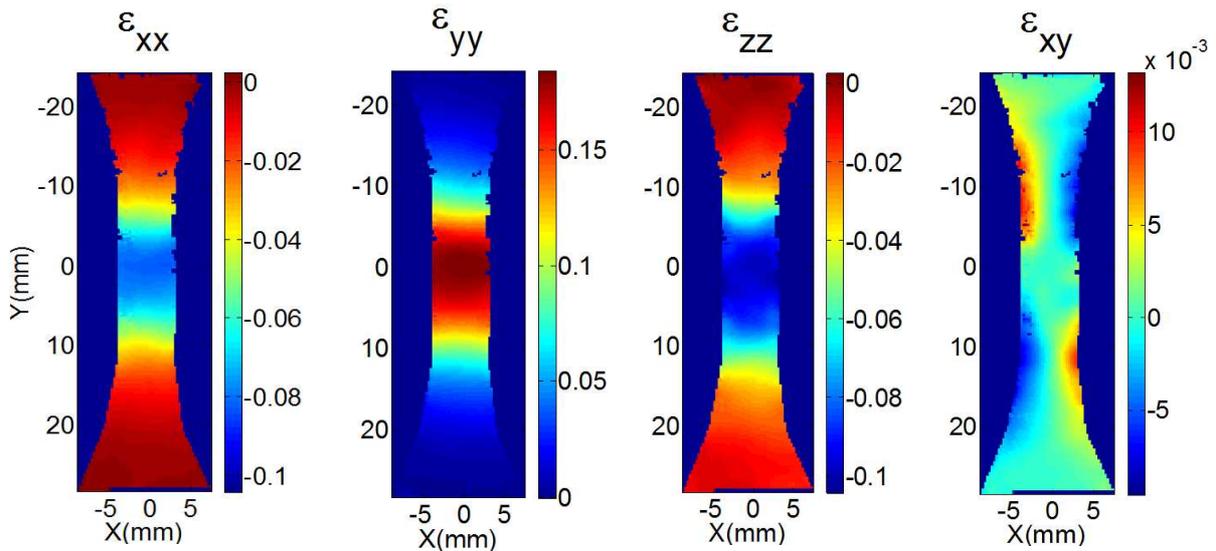


Figure 5.6 Champs de déformation pour une longueur de jauge de 5.7mm ( $t^*=0.65$ )

Les champs de déformation à l'instant P3 sont donnés dans la Figure 5.7.

Les composantes normales : par rapport à l'instant précédent, la taille de la zone de localisation diminue. La déformation dans cette zone augmente très rapidement tandis qu'elle n'évolue presque plus ailleurs. La zone de localisation se concentre progressivement pour donner lieu à la fissure finale qui apparaît à l'endroit où la déformation est la plus importante.

La composante de « cisaillement » : à cet instant la valeur de la déformation de cisaillement devient plus importante au voisinage de la zone de localisation. Par contre, elle reste toujours très faible au centre de la zone de localisation.

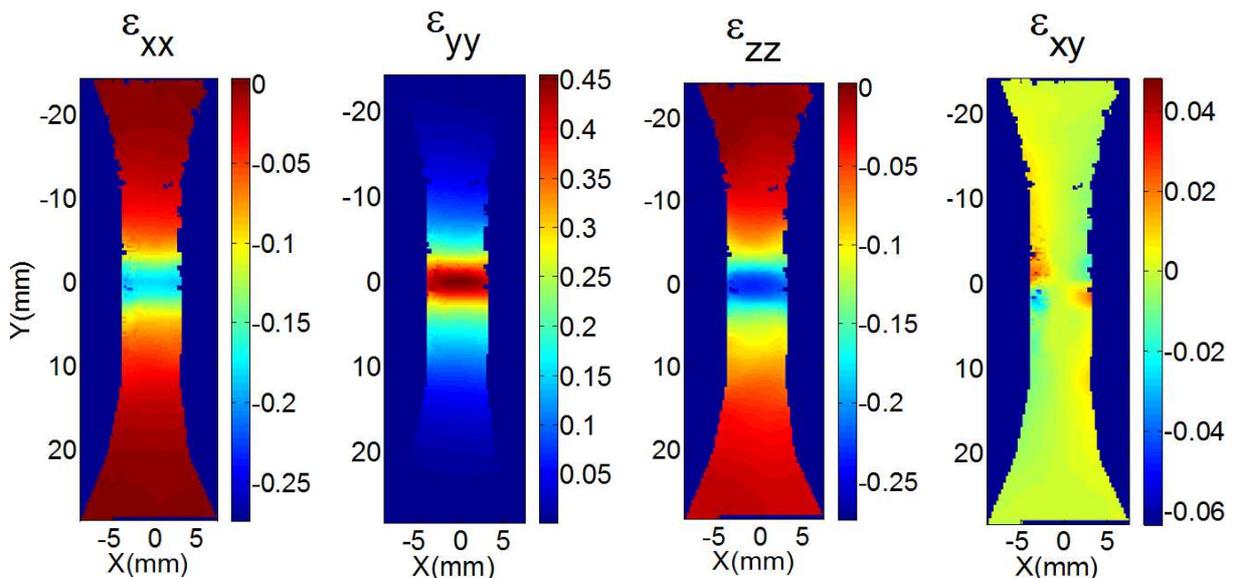
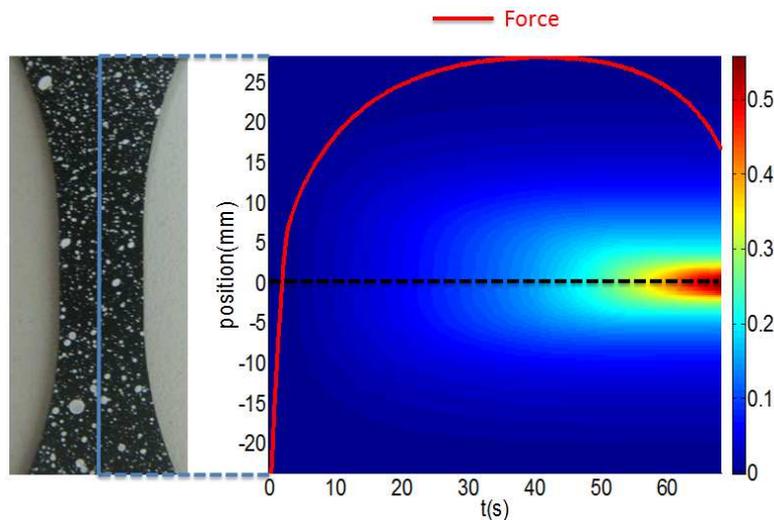


Figure 5.7 Champs de déformation pour une longueur de jauge de 5.7mm ( $t^*=0.92$ )

Pour suivre l'évolution temporelle de la déformation au cours du chargement, on utilise la représentation « espace-temps » donnée sur la Figure 5.8 dans laquelle on trace la déformation  $\varepsilon_{yy}$  des points situés sur l'axe de l'échantillon au cours du temps. L'échelle de couleur située à droite de la figure donne la correspondance entre les couleurs représentées et le niveau de déformation. On superpose à cette représentation l'évolution du chargement (force en fonction du temps) afin de visualiser de manière qualitative (les niveaux de force ne sont pas représentés) la correspondance entre la réponse locale et le chargement imposé.



*Figure 5.8 Carte de déformation espace-temps pour une longueur de jauge de 5.7mm*

Cette figure montre bien le développement de la zone de localisation : au début de l'essai, la partie utile est relativement homogène jusqu'à ce que la force appliquée atteigne son maximum. Ensuite la zone localisation se développe de manière plus prononcée : la striction apparaît et la déformation n'évolue plus en dehors de cette zone. La taille de cette zone diminue progressivement et finalement la fissure se développe en son centre.

On rappelle que la déformation est mesurée sur un volume de dimension finie. Dans cet exemple, la « longueur de jauge » est de l'ordre de 6mm. Bien entendu, lorsque la zone de localisation devient plus petite que cette dimension, la mesure de déformation locale est biaisée, c'est pourquoi on observe sur la Figure 5.8 que la taille de la zone de localisation ne diminue plus à la fin d'essai. Pour limiter ces biais, il convient alors de réduire la valeur de cette longueur de jauge afin d'obtenir des mesures de déformation plus locales. Les mesures les plus locales ont été effectuées avec des longueurs de jauge de 3 mm (Figure 5.9). On observe clairement la présence de gradients de déformation et des niveaux de déformation plus importants lorsqu'on utilise des longueurs de jauges réduites.

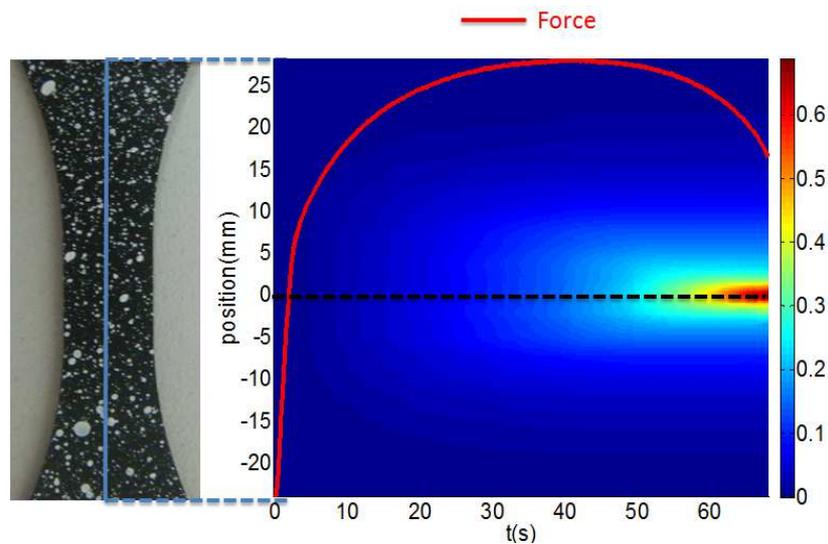


Figure 5.9 Carte de déformation espace-temps pour une longueur de jauge de 3 mm

### 5.2.1.2. Mesure des champs de vitesse de déformation $\bar{D}$

La vitesse de déformation est une grandeur importante dans cette étude dans la mesure où elle intervient dans l'estimation de l'énergie déformation. La stéréo-corrélation mise en œuvre dans ce travail donne « directement » accès à toutes les composantes de ce tenseur après dérivation temporelle du tenseur gradient de la transformation  $\bar{F}$ .

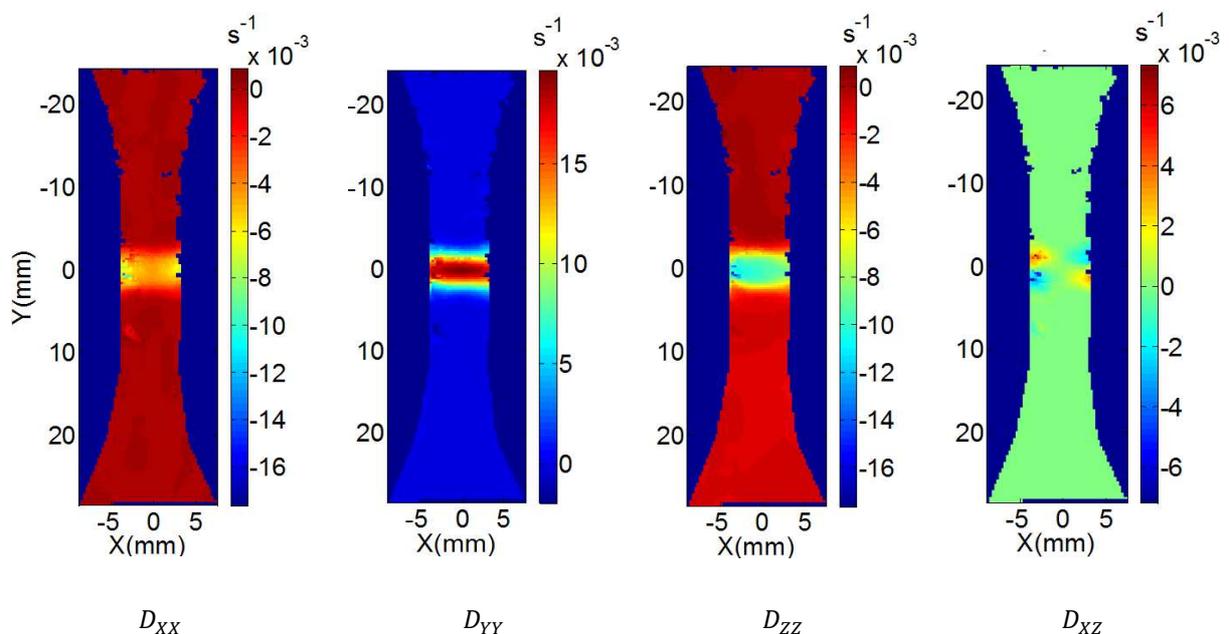


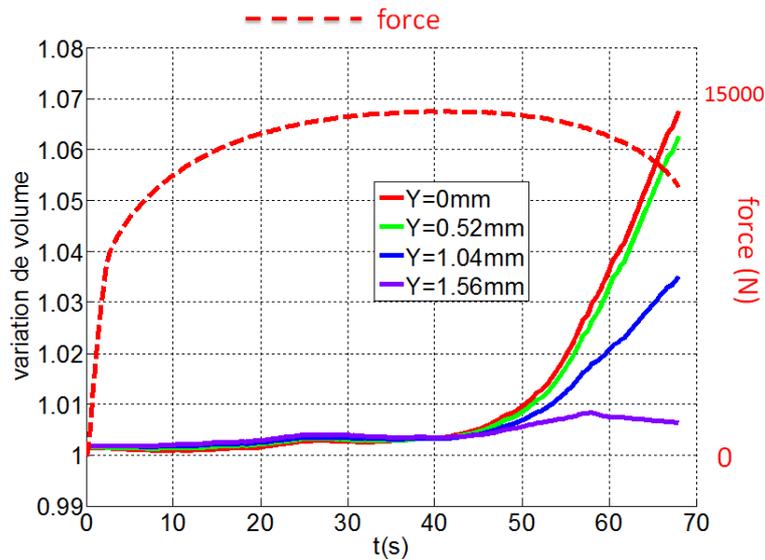
Figure 5.10 Vitesse de déformation pour une longueur de jauge de 6 mm ( $t^*=0.92$ )

La Figure 5.10 donne les champs de vitesse de déformation à l'instant P3. Elle montre clairement que les vitesses de déformation sont très faibles en dehors de la zone de localisation. En fait, une fois le point de Considère passé, les points situés en dehors de la zone localisée subissent une décharge élastique qui se traduit par de très faibles vitesses de déformation. La zone de localisation est très facilement observable sur cette figure : elle se trouve à l'endroit où les vitesses de déformation sont très différentes de 0.

### 5.2.1.3. *Mesure des champs de variation relative de volume $dv/dV$*

Les variations de volume sont aussi des grandeurs particulièrement importantes dans notre étude, puisqu'on associe ces variations de volume à un endommagement que l'on « reporte » sur des éléments cohésifs soit de manière indirecte (approche en contrainte) soit de manière directe (approche en déformation).

La Figure 5.11 présente l'évolution de la variation de volume mesurée au cours du temps à quatre points différents de l'axe de l'échantillon. On observe que toutes les courbes sont bien superposées en début d'essai et que les valeurs de variation de volume augmentent doucement. Pour un temps d'environ 45s (point de Considère), les courbes commencent à se distinguer. Le champ de variation de volume (donc d'endommagement) devient de plus en plus hétérogène. On observe une augmentation remarquable au point de rupture tandis que cette augmentation est plus limitée au fur et à mesure que l'on s'éloigne du centre de la zone de localisation. A l'extérieur de la zone de localisation, la variation de volume n'évolue presque pas, ce qui est cohérent avec le développement d'une décharge élastique. On observe que les évolutions de la variation de volume sont sensiblement équivalentes avant « l'instant » de Considère (survenant environ à l'instant  $t = 40$  s), ce qui traduit une évolution sensiblement homogène de cette grandeur. Au-delà de cet instant nous avons vu que la déformation (et l'endommagement) se concentrent dans la zone de localisation. On observe bien ici qu'au-delà de  $Y = 1.56$  mm, il n'y a plus d'évolution significative de la variation de volume, ce qui indique que la déformation a cessé d'évoluer dans ces zones. Entre  $Y = 0$  mm et  $Y = 1.56$  mm, on remarque que la variation de volume augmente bien avec le chargement. Cette augmentation est d'autant plus notable que la zone observée est proche de la zone de rupture. Cette observation est cohérente avec le développement de l'endommagement dans la zone de rupture. Bien entendu, compte-tenu de la longueur de jauge utilisée (ici 5.7 mm), les observations faites en ces différents points ne sont pas rigoureusement « décorréliées ».

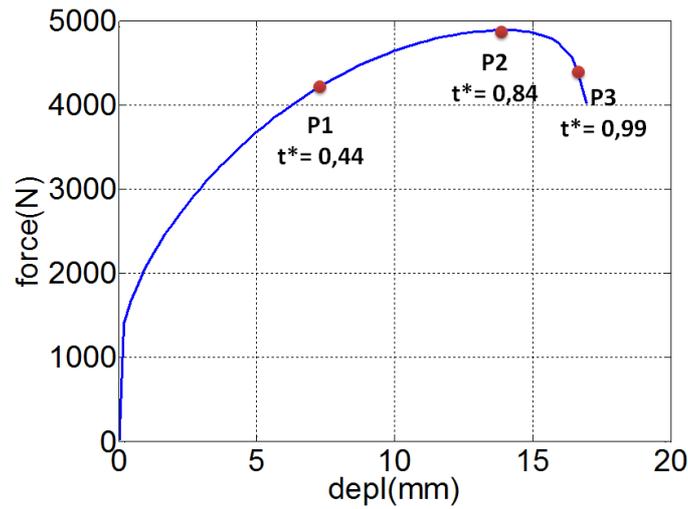


*Figure 5.11 Variation de volume aux points différents*

### 5.2.2. Traction sur le Cuivre

On s'intéresse ici aux essais de traction réalisés sur le Cuivre. Comme pour l'acier, on commence par tracer la réponse mécanique globale de l'échantillon de Cuivre. Il est possible de comparer les caractéristiques mécaniques de ces matériaux de manière grossière simplement en comparant les réponses globales données en Figure 5.4 et en Figure 5.12 (éprouvettes similaires).

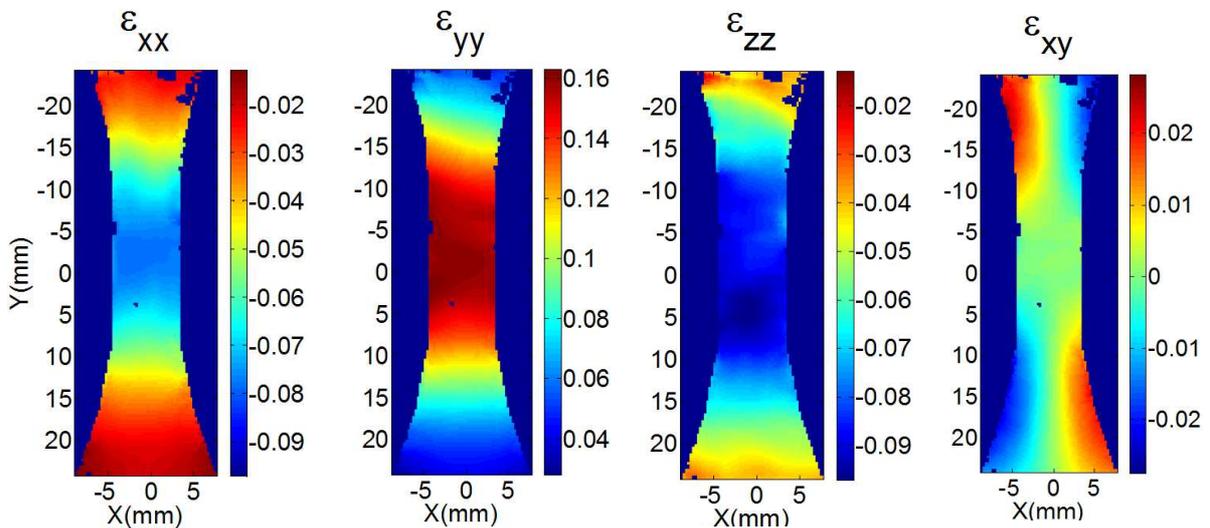
Ces deux réponses mécaniques montrent le comportement beaucoup plus ductile du Cuivre avec un écrouissage et des déformations importants. De plus, la limite élastique et la contrainte maximale du Cuivre sont beaucoup plus faibles par rapport à celles de l'acier. Enfin, « l'instant » de Considère semble arriver plus tard dans le chargement, ce qui laisse entendre que les hétérogénéités se développent probablement de manière plus tardive. De même, la localisation semble se développer plus rapidement dans le Cuivre puisque le chargement global diminue très vite à la fin d'essai.



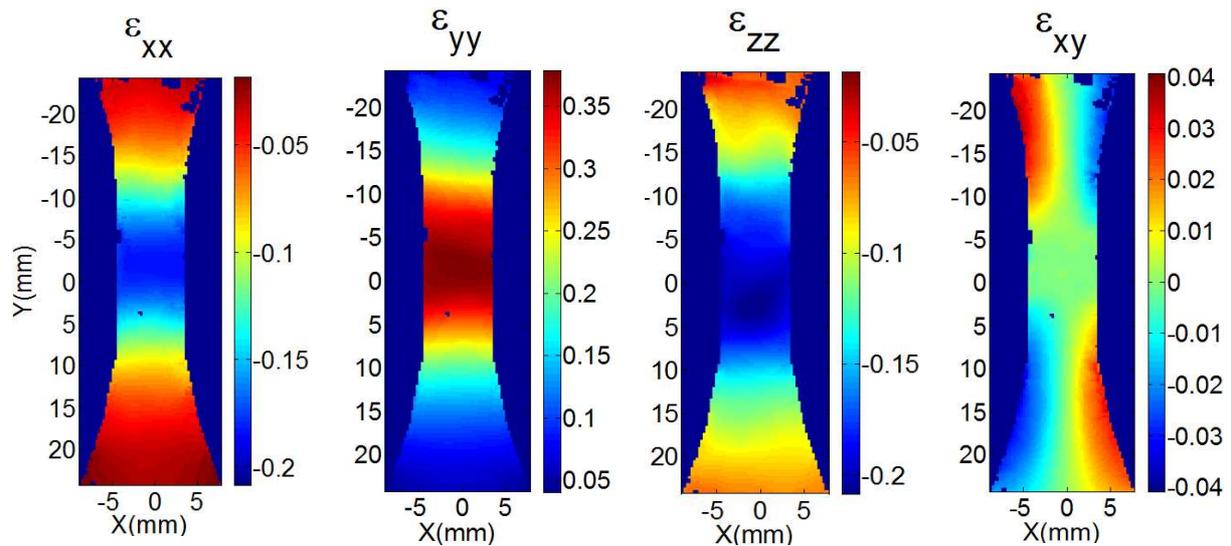
*Figure 5.12 Réponse globale du Cuivre et instants sélectionnés pour illustrer les champs*

**5.2.2.1. Mesure des champs de déformation :  $\bar{\epsilon}$**

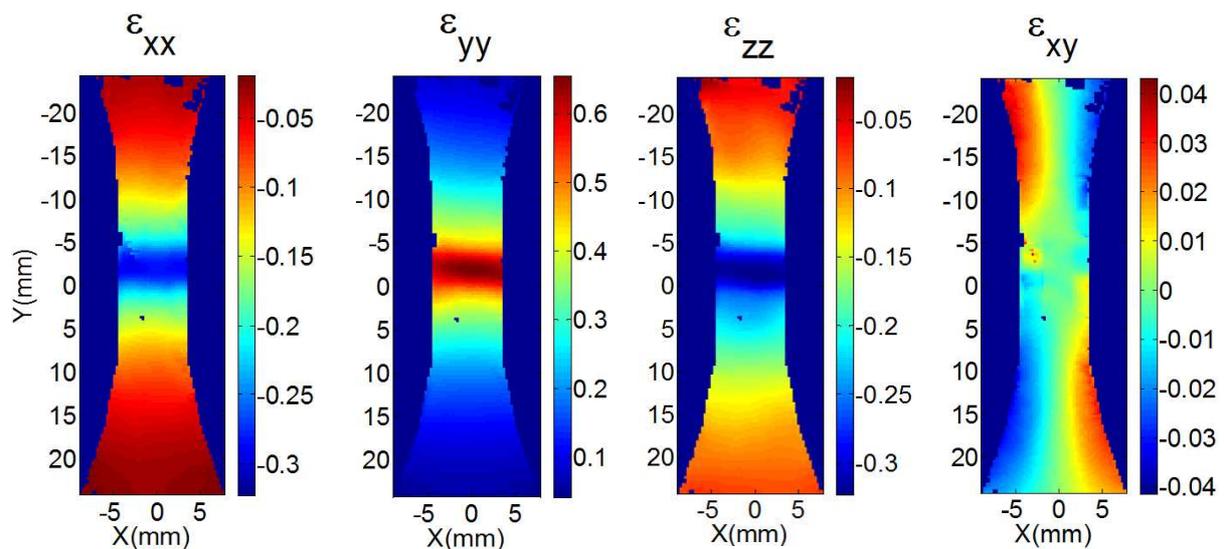
Ce paragraphe illustre les champs de déformation mesurés sur une éprouvette de Cuivre à trois instants P1, P2 et P3 choisis de manière similaire à l'essai sur l'acier. Les trois figures suivantes donnent lieu à des observations totalement similaires à celles présentées dans la section 5.2.1.1.



*Figure 5.13 Champs de déformation pour une longueur de jauge de 5.6mm ( $t^*=0.44$ )*

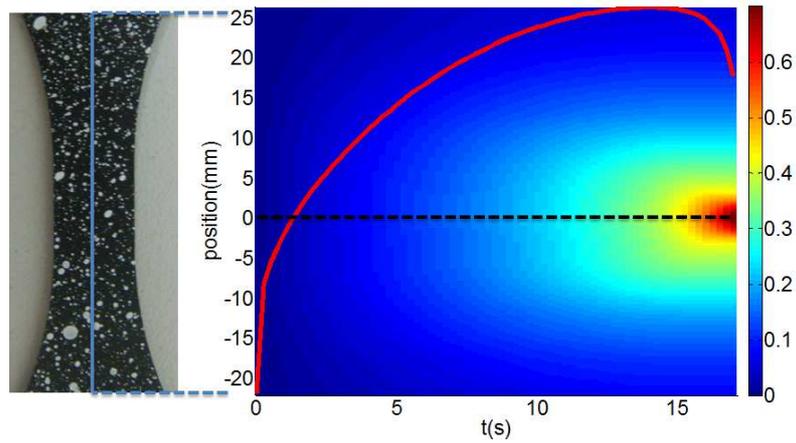


*Figure 5.14 Champs de déformation pour une longueur de jauge de 5.6mm ( $t^*=0.84$ )*



*Figure 5.15 Champs de déformation pour une longueur de jauge de 5.6mm ( $t^*=0.98$ )*

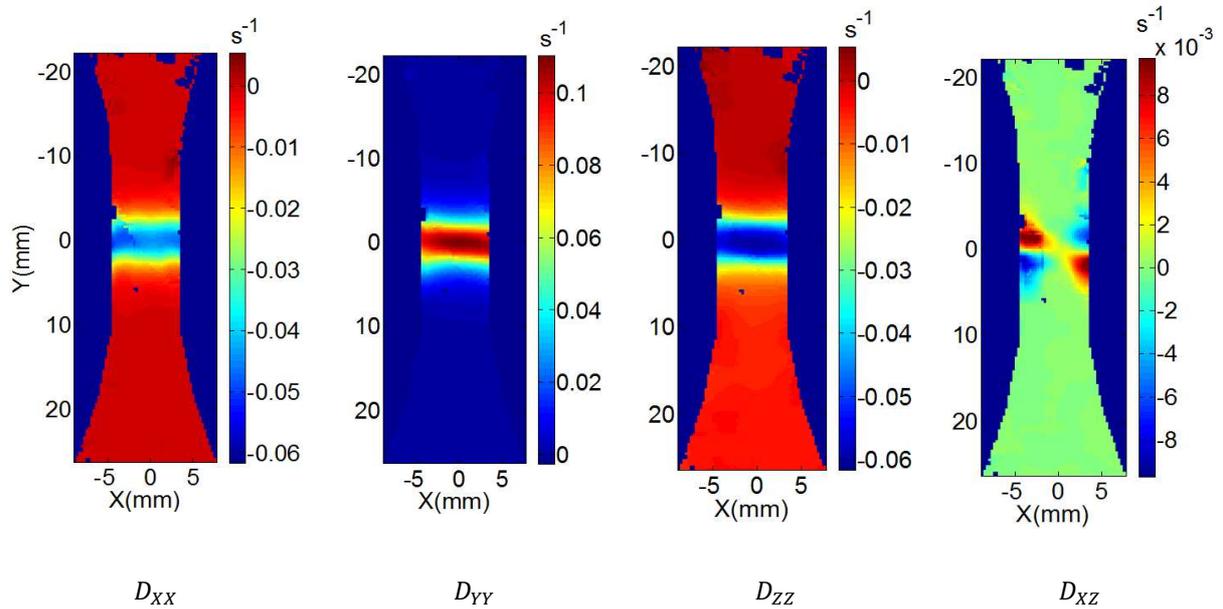
L'évolution de la déformation au cours du chargement du Cuivre (Figure 5.16) est aussi similaire à celle observée sur l'acier : l'évolution de la force est bien cohérente à celle de la déformation. Si on compare cette figure avec la Figure 5.8, on voit que ce champ de déformation dans la zone d'étude est relativement plus homogène et la déformation dans la zone de localisation est plus importante. Ces observations locales sont bien en accord avec celles déduites de la réponse mécanique globale.



*Figure 5.16 Carte de déformation espace-temps d'un essai réalisé sur le Cuivre (longueur de jauge de 5.6 mm)*

**5.2.2.2. Mesure des champs de vitesse de déformation  $\bar{D}$**

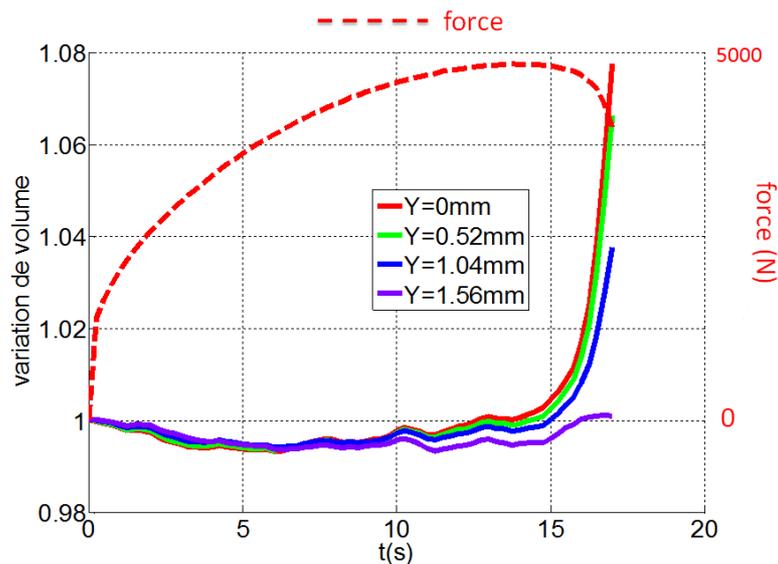
On observe ici encore sur la Figure 5.16 la concentration des vitesses de déformation dans la zone de localisation.



*Figure 5.17 Vitesse de déformation pour une longueur de jauge de 5.6mm ( $t^*=0.99$ )*

### 5.2.2.3. Mesure des champs de variation relative de volume $dv/dV$

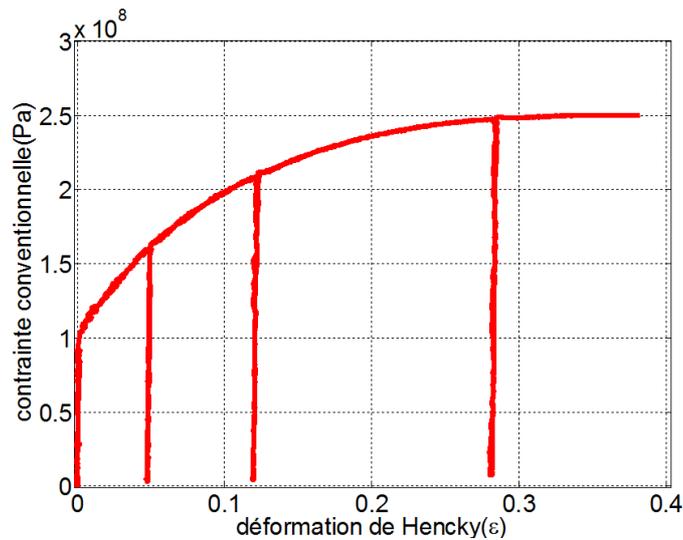
La Figure 5.18 représente la variation de volume mesurée en quatre points situés à proximité de la fissure finale. Comme on l'a vu dans l'essai traction sur l'acier, les courbes montrent une évolution très lente en début d'essai. Une fois passé « l'instant » de Considère, les hétérogénéités des champs cinématiques deviennent de plus en plus intenses et traduisent une forte augmentation des variations de volume dans la zone de localisation. En dehors de cette zone, le volume demeure sensiblement constant.



*Figure 5.18 Variation de volume en différents points*

Sur cet essai de traction réalisé sur un échantillon de Cuivre, on observe, en début d'essai, des variations relatives de volume inférieures à 1. On vérifie que ces variations de volumes ne sont pas liées à la présence de déformations élastiques importantes sur un essai de traction alternée effectué dans les mêmes conditions de vitesse et sur le même matériau. La réponse mécanique de cet essai est représentée sur la Figure 5.19. Il apparaît clairement bien que la déformation élastique reste toujours très faible sur les quatre décharges effectuées.

On interprète ainsi ces très faibles variations de volume (environ 0.5%) comme le résultat du cumul des erreurs de mesures sur les différentes composantes du tenseur gradient de la transformation, les déformations élastiques demeurant ici très faibles.



*Figure 5.19 Réponse mécanique d'un essai cyclique réalisé sur le Cuivre.*

### 5.3. Identification de la réponse cohésive

Cette section est dédiée à la présentation des résultats d'identification obtenus par les méthodes décrites au chapitre 4. On commence par donner les résultats obtenus sur l'acier DP600 puis ceux obtenus sur le Cuivre.

#### 5.3.1. Sur l'acier DP600

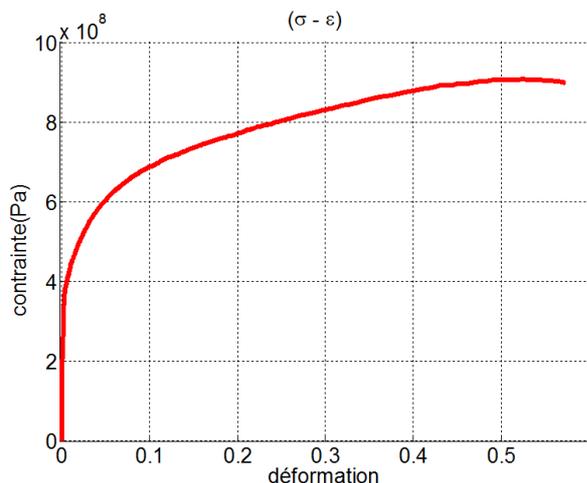
On commence par donner la réponse surfacique identifiée sur la section droite où se développe la rupture car il s'agit de la zone qui subit le maximum d'endommagement afin d'accéder à la réponse cohésive du matériau sur la gamme de déformations cohésives la plus étendue. Cette réponse surfacique (établie comme une relation entre la contrainte appliquée et la déformation cohésive) est ensuite traduite en « réponse cohésive » (écrite en terme de contrainte appliquée vs. saut de déplacement normal) en faisant intervenir la « longueur cohésive caractéristique » décrite au chapitre précédent. Finalement, on présente les résultats obtenus en différents points pour vérifier le caractère intrinsèque du comportement identifié au point de rupture.

### 5.3.1.1. Au point de rupture

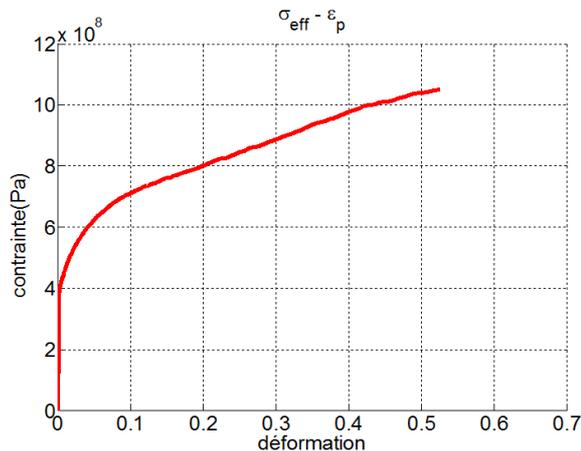
Les approches en « contrainte » et en « déformation » présentées au chapitre 4 sont appliquées ici aux données d'essais réalisés sur l'acier DP600. On applique ici ces méthodes à la zone de rupture.

#### a) Approche en contrainte

L'identification se base sur la réponse du matériau au point de rupture obtenue à partir des mesures expérimentales (voir Figure 5.20). A partir de cette réponse « globale » (au sens où elle regroupe les contributions de l'élasticité, de la plasticité et de l'endommagement), on détermine la contrainte effective ( $\sigma_{eff}$ ) puis la déformation plastique ( $\varepsilon_p$ ) en appliquant la méthodologie décrite au chapitre 4. On identifie alors la fonction d'érouissage comme étant la relation liant  $\sigma_{eff}$  à  $\varepsilon_p$ . La Figure 5.21 représente la fonction d'érouissage ainsi identifiée pour l'acier DP600. Comme la contrainte effective est monotone avec la déformation locale, le caractère durcissant de la fonction d'érouissage est ici assuré.



*Figure 5.20 Réponse « globale » de l'acier DP600 (0.1mm/s)*

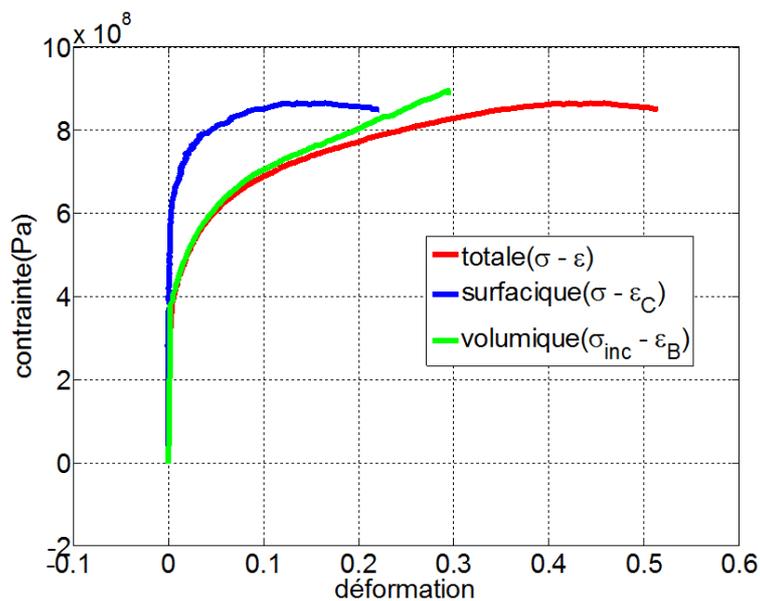


*Figure 5.21 Fonction d'érouissage identifiée sur l'acier DP600 (0.1mm/s)*

Comme on l'a vu au chapitre 4, le fait de supposer que la relation entre la contrainte incompressible ( $\sigma_{inc}$ ) et la déformation plastique associée à l'élément volumique ( $\varepsilon_p^*$ ) respectent la même loi d'érouissage garantit le caractère durcissant de la réponse volumique, et on peut déterminer la déformation volumique ( $\varepsilon_B$ ). Finalement, la déformation cohésive est considérée comme la différence entre la déformation totale et la déformation volumique.

La Figure 5.22 montre les trois réponses mécaniques ainsi identifiées au centre de la zone de localisation par l'approche en contrainte. La relation  $\sigma - \varepsilon$  correspond à la réponse apparente du matériau (obtenue sans tenir compte du développement de l'endommagement), la courbe  $\sigma - \varepsilon_C$  représente la réponse surfacique (dans laquelle l'adoucissement « global » a été reporté sur la zone cohésive) et la relation  $\sigma_{inc} - \varepsilon_B$  correspond à la réponse volumique (qui

résume le comportement élasto-plastique du matériau). Il apparaît clairement que la partie volumique possède un comportement durcissant et la zone cohésive un comportement adoucissant. Ces résultats correspondent donc bien à ceux attendus. Il est important de rappeler ici que ces résultats ne font pas appel à une forme quelconque de modèle ni pour la réponse volumique et ni pour la réponse surfacique. Ils peuvent donc être considérés comme des guides de choix en termes de modélisation. On observe ainsi que la réponse cohésive identifiée est plutôt de type extrinsèque. De même, il est possible de proposer tout modèle de plasticité cohérent avec la courbe d'écroutissage. Tous ces modèles ne sont pas forcément équivalents du point de vue thermo-mécanique, et nous verrons dans le paragraphe suivant comment vérifier aussi la cohérence thermodynamique de ces modèles.

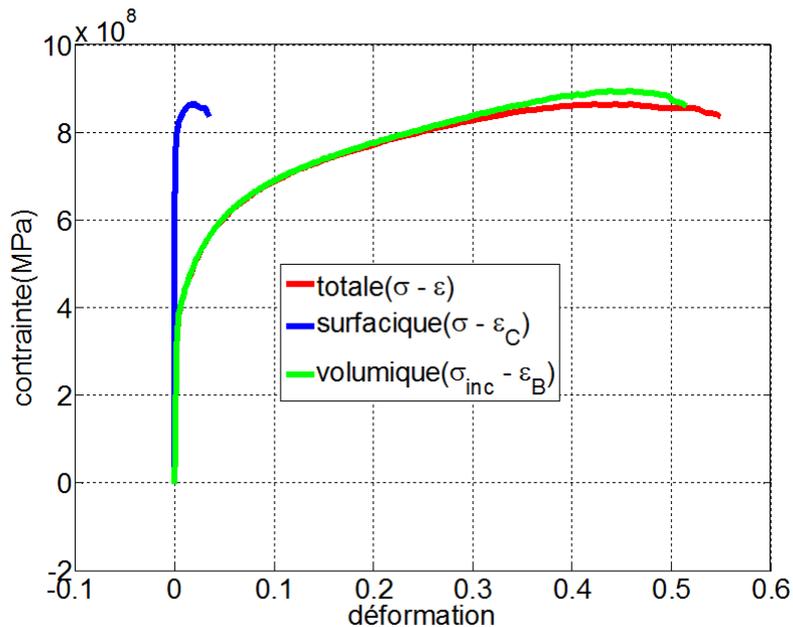


*Figure 5.22 Réponses mécaniques au lieu de la fissure (Approche en contrainte) pour l'acier DP600 (longueur de jauge : 5.7mm)*

### *b) Approche en déformation*

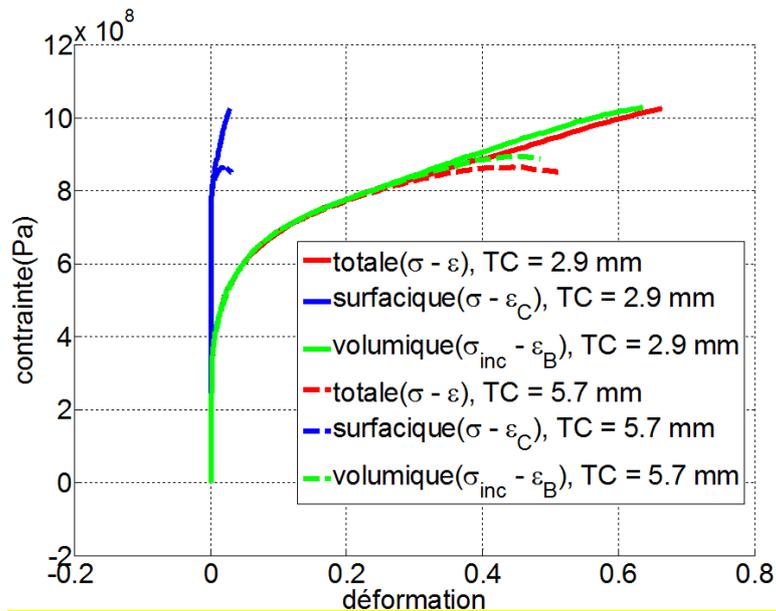
On illustre maintenant les résultats fournis par l'approche en déformation. Pour pouvoir comparer plus facilement ces deux approches, nous traitons ici les résultats du même essai que dans le paragraphe précédent.

La Figure 5.24 donne les trois réponses mécaniques identifiées dans la section droite où se développe la rupture. A l'échelle où est réalisée l'identification, on observe une réponse incompressible adoucissante. En effet, rien dans cette approche ne garantit le caractère durcissant de la réponse volumique. Ce résultat montre qu'à cette échelle de mesure, la méthode d'identification « en déformation » n'est pas pertinente pour représenter l'endommagement (la fissuration) uniquement au travers de la réponse surfacique.



*Figure 5.23 Réponses mécanique au lieu de la fissure (Approche en déformation) sur l'acier DP600 (longueur de jauge : 5.7mm)*

En diminuant la « longueur de jauge » sur laquelle la déformation est estimée, on diminue l'échelle d'observation, et on observe que la courbe d'écrouissage identifiée à l'aide de ces mesures plus locales est bien durcissante (voir la Figure 5.24). Cette figure donne les trois réponses mécaniques identifiées à deux échelles différentes (longueur de jauge TC de 2.9 mm et de 5.7 mm). Les réponses identifiées avec ces deux longueurs de jauge sont très bien superposées au début de l'essai, jusqu'à ce que l'on atteigne « l'instant » Considère. Ensuite, la réponse globale (courbe  $\sigma - \varepsilon$ ) et la réponse volumique qui en est déduite (courbe  $\sigma_{inc} - \varepsilon_B$ ) obtenues à l'échelle la plus grande s'infléchissent puis s'adoucisent. En choisissant une longueur de jauge plus faible, on observe une réponse volumique durcissante, dont est déduite la réponse surfacique. A cette échelle plus fine, l'approche en « déformation » donne ainsi des résultats d'identification pertinents.

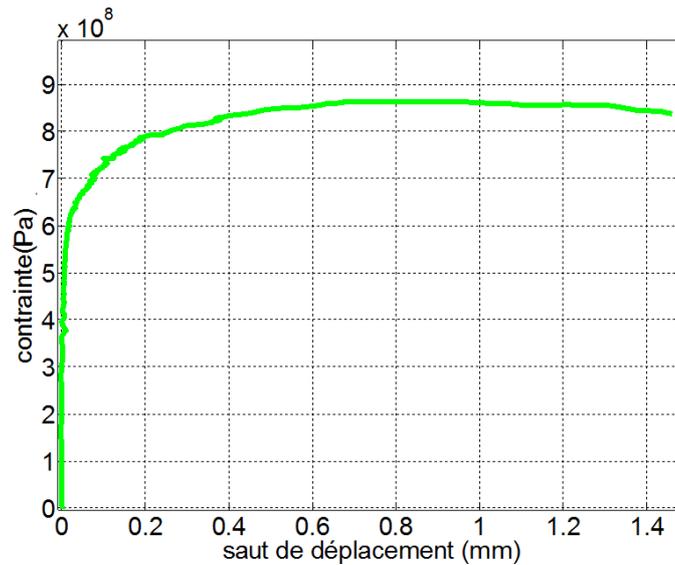


*Figure 5.24 Réponses mécanique au lieu de la fissure (Approche en déformation) sur l'acier DP600 (longueur de jauge : 2.9mm et 5.7mm)*

On observe alors que les deux approches en « contrainte » et en « déformation » donnent bien des réponses cohésives de type « extrinsèque », et des réponses volumiques « durcissantes ». Naturellement, nous ne pouvons pas savoir, *a priori*, celle qui est la mieux adaptée à la description du comportement de l'acier DP600. Nous conserverons donc « arbitrairement » pour la suite les résultats de l'approche en « contrainte », dans la mesure où elle ne nécessite pas de vérifier, *a posteriori*, le caractère durcissant de la réponse volumique.

**c) Modèle de zone cohésive identifié**

On déduit la réponse surfacique cohésive en introduisant la « longueur caractéristique » définie au chapitre 4. La réponse volumique identifiée, quand à elle, peut être introduite directement dans les simulations numériques.



*Figure 5.25 Modèle de zone cohésive ( longueur de jauge : 5.7mm )*

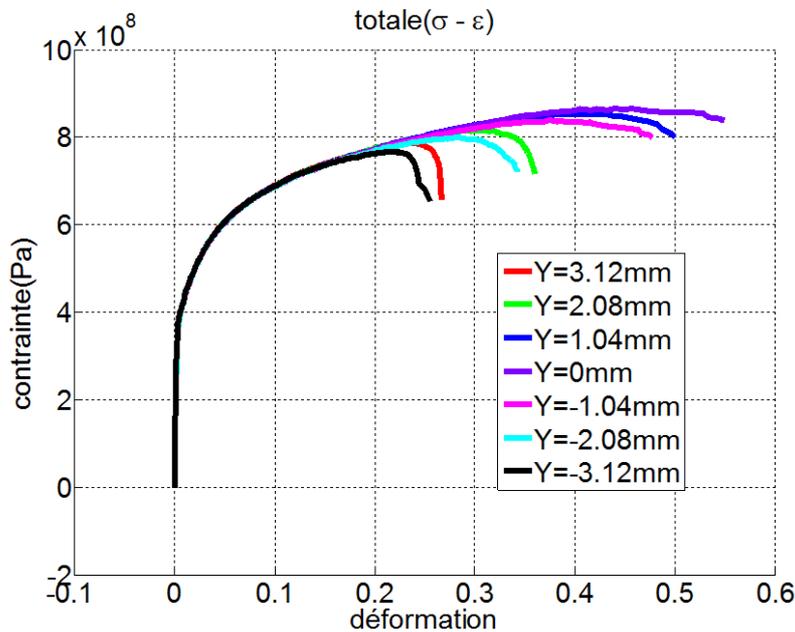
Dans cet exemple, nous avons utilisé une longueur de jauge de 5.7mm. Cette longueur est assez importante. Ceci s'explique car les mesures cinématiques et calorimétriques ont été traitées avec des « filtres » de tailles équivalentes afin d'obtenir des résolutions spatiales similaires. Or les dimensions caractéristiques des filtres utilisés dans le traitement des images infrarouges sont beaucoup plus importantes car le rapport signal sur bruit est nettement plus défavorable que pour les mesures cinématiques. De plus, comme on l'a vu au Chapitre 2 le traitement de l'équation de la chaleur nécessite le calcul de dérivées secondes des températures bien plus sensibles au bruit que les dérivées premières. On illustre les modèles de zone cohésive ainsi identifiés avec cette longueur caractéristique sur la Figure 5.25. On rappelle que cette loi cohésive obtenue dépend de l'échelle à laquelle l'identification a été réalisée.

#### **5.3.1.2. Réponse identifiée en différents points**

On propose ici d'étendre cette analyse aux mesures obtenues en différents points de la zone utile pour tester le caractère « intrinsèque » des lois cohésives identifiées (au sens où la réponse de la matière, exprimée au travers d'une loi de comportement cohérente doit être indépendante de l'endroit où sont effectuées les mesures). Cette comparaison demeure naturellement qualitative compte-tenu de la complexité des champs mécaniques dans la zone localisée.

La Figure 5.26 représente les réponses locales du matériau définies comme l'évolution de la contrainte de traction locale en fonction de la déformation axiale locale. Au début de l'essai, on observe que toutes les courbes sont bien superposées, mais qu'elles n'atteignent pas le même niveau de déformation ce qui montre bien que ces différents points semblent bien

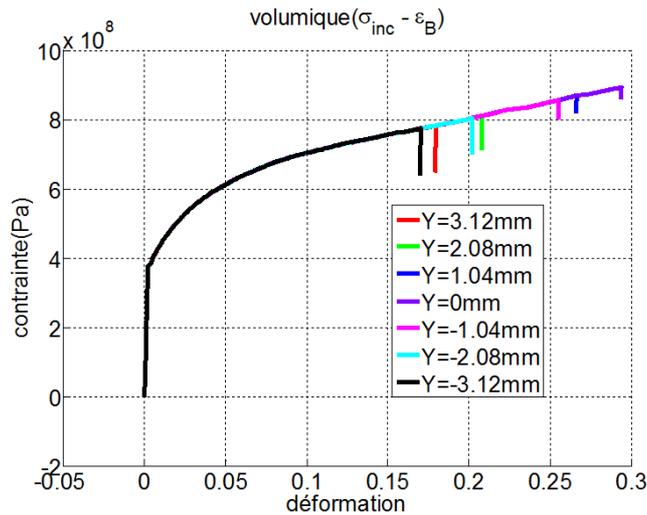
suivre une courbe (un comportement) unique mais que l'hétérogénéité des champs mécaniques développés dans l'éprouvette fait que tous les points ne sont pas au même instant dans un même état. La réponse des points les plus éloignés de la zone de rupture montre un adoucissement (voire une décharge élastique) d'autant plus marqué que le point est éloigné de la zone de rupture. De plus, on remarque que l'enveloppe de ces courbes correspond à la réponse au point de rupture ( $Y=0$ ) qui possède la réponse la « moins adoucissante ». Ici aussi l'adoucissement est directement lié à l'échelle à laquelle les observations sont réalisées (longueur de jauge de 5.7 mm). Il rend compte à la fois de la réponse du matériau (l'endommagement) et de la structure (localisation). Ces réponses montrent clairement le développement de l'hétérogénéité des champs mécaniques dans la zone de localisation.



*Figure 5.26 Réponses mécaniques du matériau*

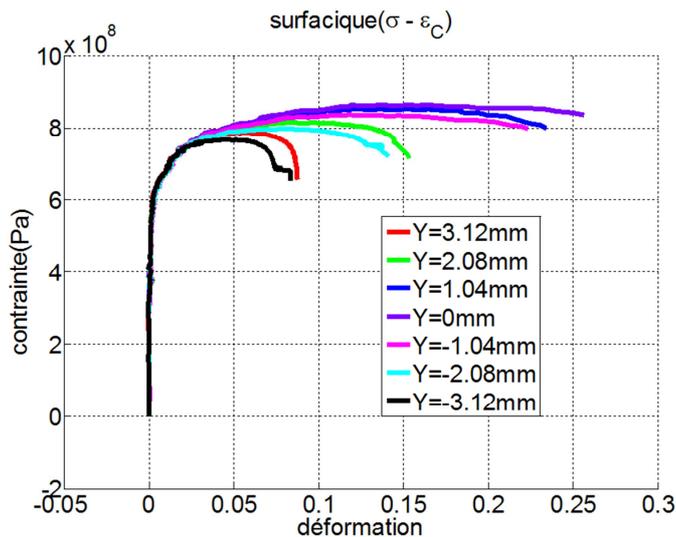
On observe enfin que des points symétriques par rapport à la zone de rupture possèdent des réponses très proches : le comportement du matériau et le développement de la localisation semblent donc évoluer de manière symétrique dans l'échantillon. Ces observations sont cohérentes avec le fait que le comportement du matériau soit bien identique d'un point à l'autre de l'échantillon, par contre son évolution dépend de l'histoire de chargement subie qui est ici différente selon le point observé du fait du développement de la localisation.

La Figure 5.27 représente les réponses volumiques identifiées. Comme on l'a déjà dit, en dehors de la zone de localisation, les réponses s'adoucissent à cause de l'effet de la structure. Pour ne pas manipuler de fonctions d'écrouissage adoucissantes, nous avons choisi d'identifier la fonction d'écrouissage uniquement au point de rupture. De plus, en ce point, on dispose de la fonction d'écrouissage sur la plus grande gamme de déformation. Ensuite, toutes les réponses volumiques sont identifiées par la même fonction d'écrouissage. En conséquence, on observe une superposition parfaite des réponses volumiques sur la Figure 5.27.



*Figure 5.27 Réponses volumiques*

La Figure 5.28 donne les réponses surfaciques identifiées en différents points de l'éprouvette. On observe que les courbes sont relativement bien superposées malgré la présence de la localisation. On observe ainsi une réponse cohésive qui semble assez indépendante de l'endroit où l'on effectue l'identification, ce qui suggère un caractère relativement « intrinsèque » de l'identification proposée. De plus, le fait de disposer, dans un même essai, de plusieurs réponses associées à des comportements « similaires » permet d'estimer une certaine distribution statistique des réponses identifiées avec une seule éprouvette et un seul essai. Bien entendu, cette distribution statistique ne prend en compte qu'une seule cause de variabilité, à savoir la variabilité « matérielle » dans un échantillon, et ne saurait, en elle seule, rendre compte de toutes les causes de variabilités (lot matière, défauts géométriques, ...).



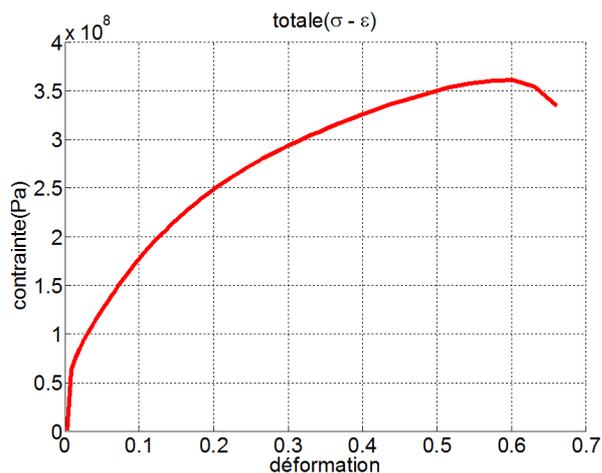
*Figure 5.28 Réponses cohésives*

### 5.3.2. Réponse mécanique du Cuivre

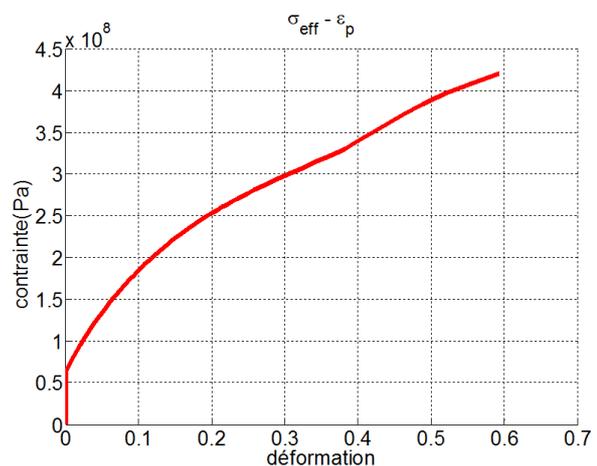
Dans le présent paragraphe, on présente les résultats d'identification de réponses cohésives sur le Cuivre en suivant le même plan que dans la section précédente. Le but étant de tester les méthodologies d'identification avec des matériaux présentant des ductilités fortement différentes.

#### 5.3.2.1. Réponse mécanique au lieu de la fissure

La réponse cohésive est identifiée au point de la rupture en appliquant l'approche en contrainte. A partir de la réponse « globale » du matériau déterminée dans cette zone (voir Figure 5.29), on caractérise la fonction d'érouissage (représentée en Figure 5.30). Cette fonction d'érouissage est ici encore une loi durcissante. La réponse volumique est ensuite déduite de cette fonction et la réponse cohésive est obtenue en comparant la réponse « globale » du matériau et la réponse volumique.

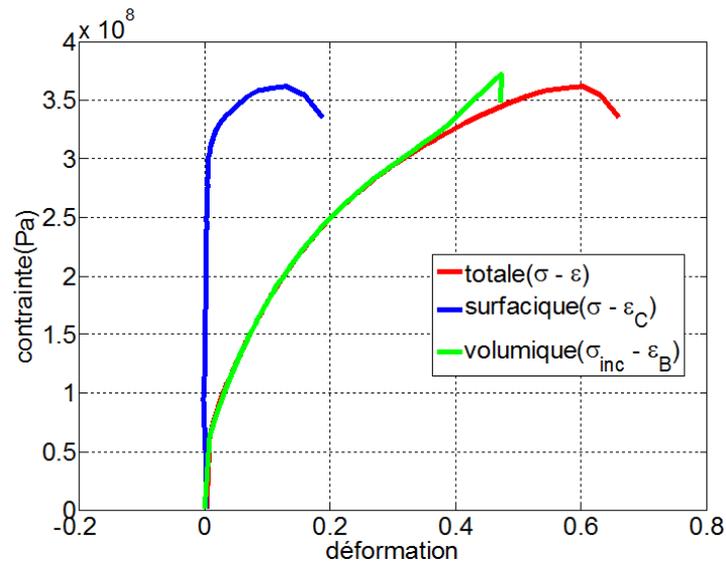


*Figure 5.29 Réponse du matériau (1mm/s)*



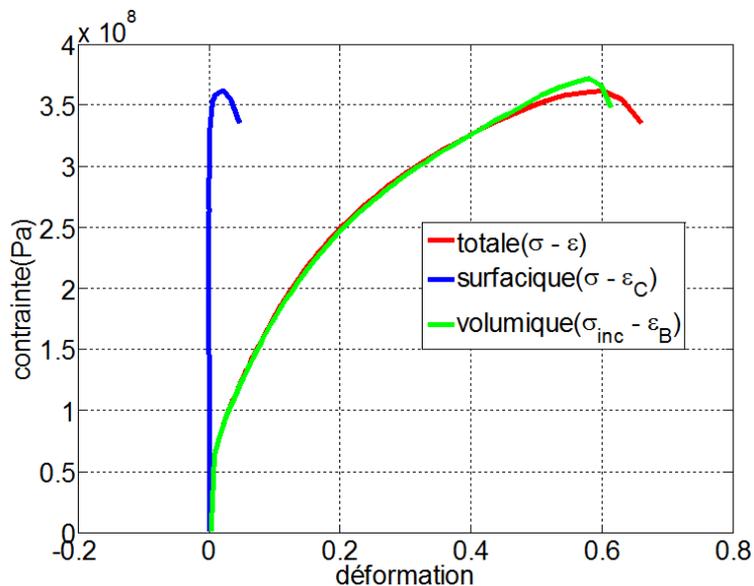
*Figure 5.30 Fonction d'érouissage identifiée (1mm/s)*

La Figure 5.31 montre les résultats de l'identification (approche en contrainte). On peut faire des conclusions très similaires à celles faites pour l'essai sur l'acier. La réponse volumique et la réponse « globale » sont très bien superposées jusqu'à une déformation locale très importante. Cela signifie que l'endommagement dans cette éprouvette apparaît très tard dans le chargement : l'endommagement commence à se développer de manière significative quand la déformation locale dépasse 0.3, tandis que pour l'essai sur l'acier, l'endommagement se développe quand la déformation locale atteint à 0.1.



*Figure 5.31 Réponses mécanique dans la zone de fissure (longueur de jauge : 5.6mm),  
approche en contrainte)*

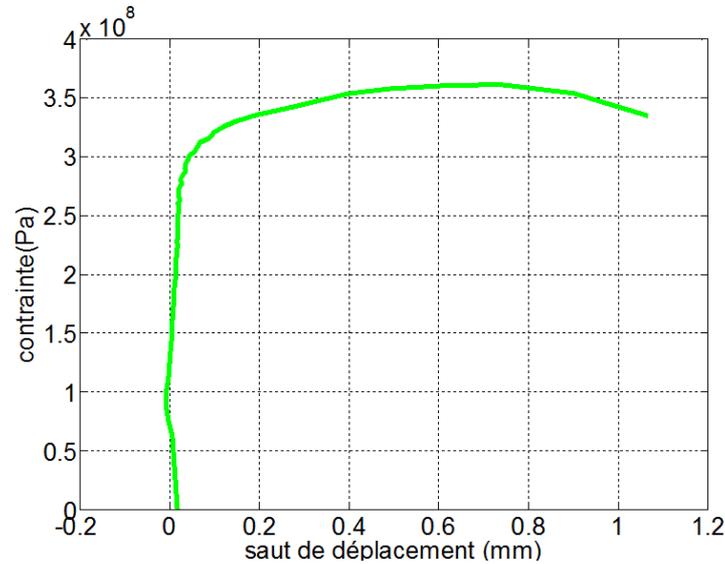
Les résultats d'identification en utilisant la méthode en déformation sont présentés pour le Cuivre dans la Figure 5.32. On rencontre le même problème que l'essai précédent : avec cette échelle de mesure, la réponse volumique caractérisée est adoucissant. Comme précédemment, ce problème peut être résolu en utilisant des mesures plus locales.



*Figure 5.32 Réponses mécanique au lieu de la fissure ( longueur de jauge : 5.6mm ),  
approche en déformation*

Dans ce qui suit, les analyses seront réalisées en prenant les résultats de l'approche en contrainte.

La Figure 5.33 représente la réponse cohésive obtenue en tenant compte de la longueur de jauge utilisée (5.6mm).



*Figure 5.33 Modèle de zone cohésive (longueur de jauge : 5.6mm ), approche en contrainte*

#### 5.3.2.2. Réponse mécanique en différents points

Les Figure 5.34, Figure 5.35 et Figure 5.36 correspondent respectivement aux réponses « globales » du matériau, aux réponses volumiques et aux réponses surfaciques identifiées (longueur de jauge de 5.6 mm) en différents points de la partie utile. Ces résultats sont similaires à ceux obtenus sur l'acier : les « débuts » des réponses sont bien superposées, ce qui souligne leur caractère « intrinsèque ». Vers la fin de l'essai, les réponses commencent à se distinguer à cause de l'effet de structure associé au développement de la localisation. Les zones symétriques par rapport au point de rupture possèdent des réponses similaires. On rappelle que les réponses volumiques sont toutes identifiées sur la base de la même fonction d'écroutissage, et elles sont donc superposées par construction.

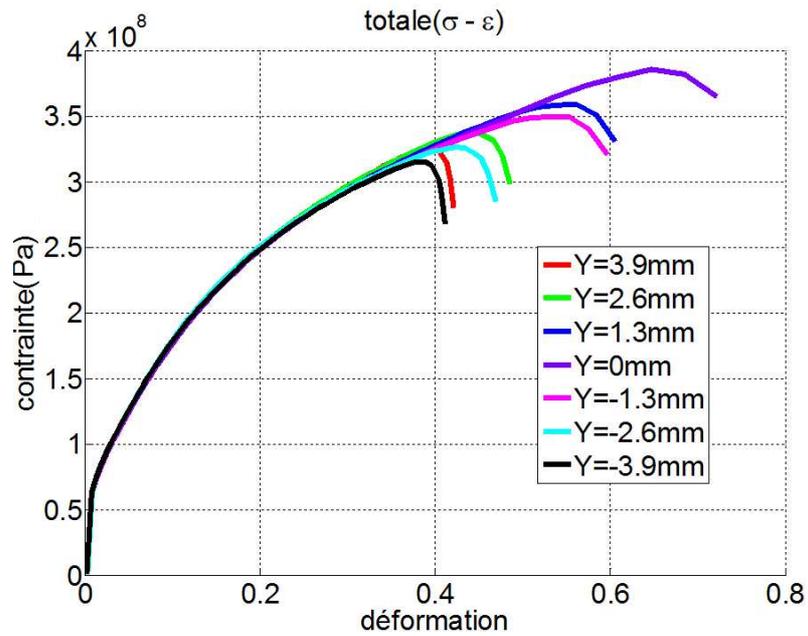


Figure 5.34 Réponses mécaniques du Cuivre

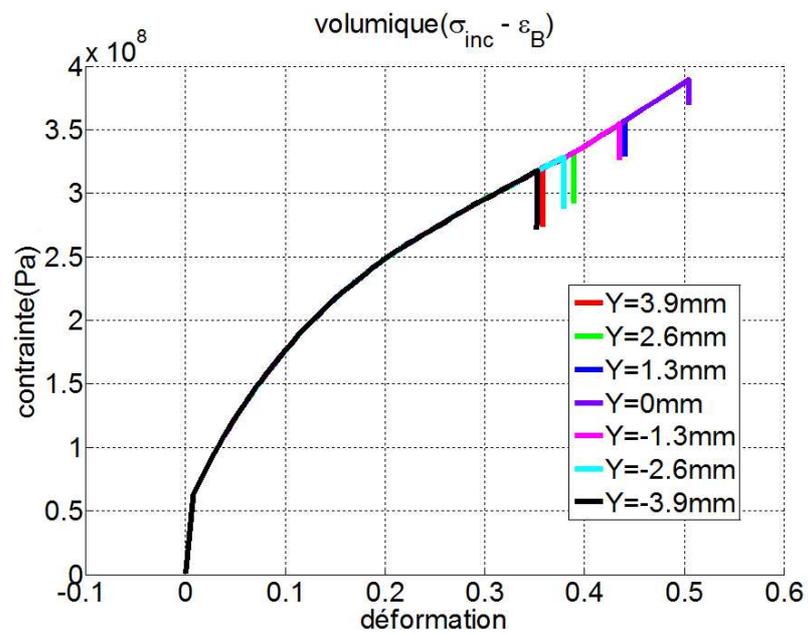
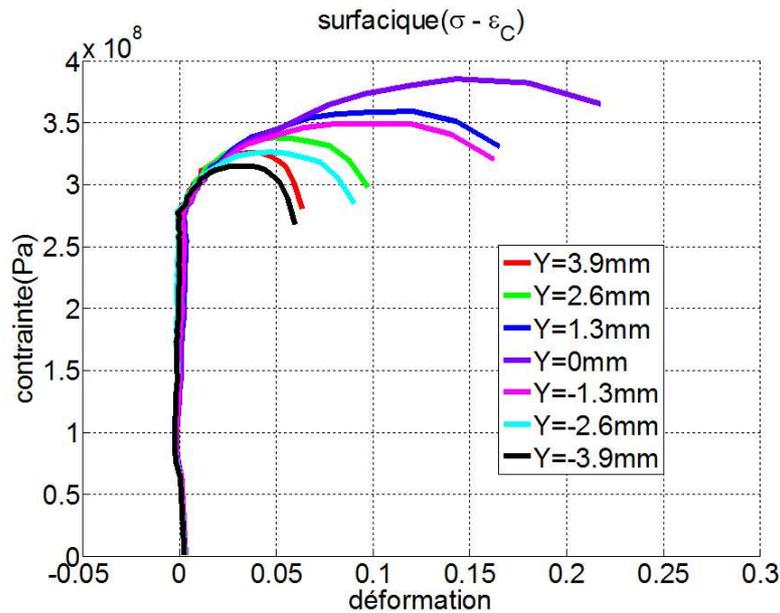


Figure 5.35 Réponses volumiques identifiées sur le Cuivre



*Figure 5.36 Réponses cohésives identifiées sur le Cuivre*

#### 5.4. Validation thermo-mécanique

Dans la section précédente, nous avons illustré les résultats d'identification des réponses volumique et cohésive à partir des mesures cinématiques. Dans cette partie, nous allons proposer des outils et une méthodologie permettant de vérifier la validité thermomécanique du modèle identifié. Comme on l'a dit dans le chapitre 4, cette étape de validation nécessite l'accès à des mesures couplées mécaniques et thermiques pour construire le bilan d'énergie expérimental.

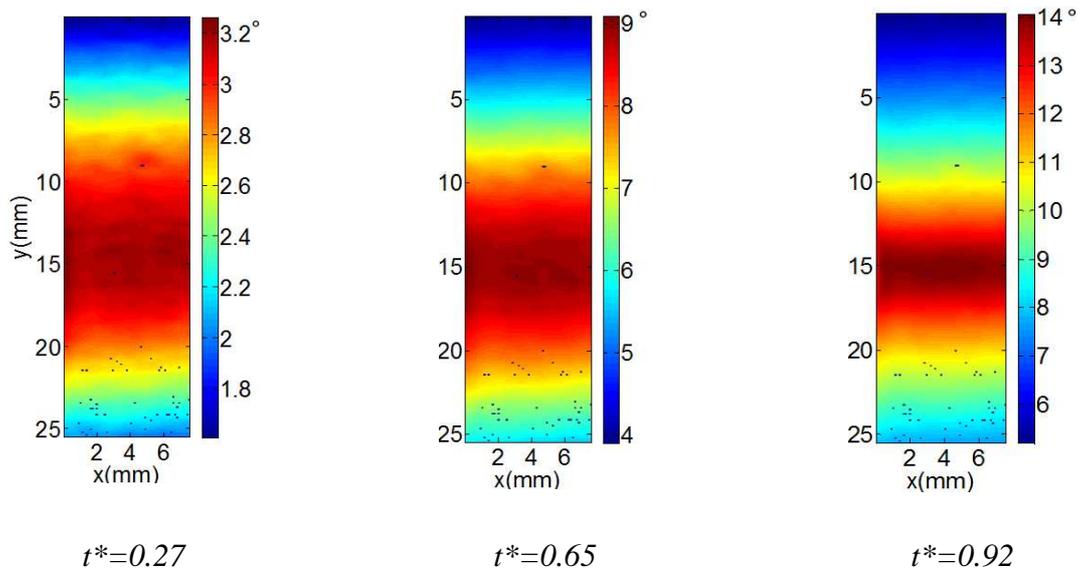
Les champs de température constituent la base à partir de laquelle sont déterminées les sources de chaleur mises en jeu. On commence donc par présenter les mesures thermiques expérimentales avant de présenter les énergies calorifiques qui en sont déduites. On termine par une discussion sur la validité thermomécanique du modèle identifié en comparant ces énergies mesurées et celles associées au modèle.

Comme précédemment, on commence par donner les résultats obtenus sur l'acier DP600, puis ceux sur le Cuivre.

##### 5.4.1. Essai sur le DP600

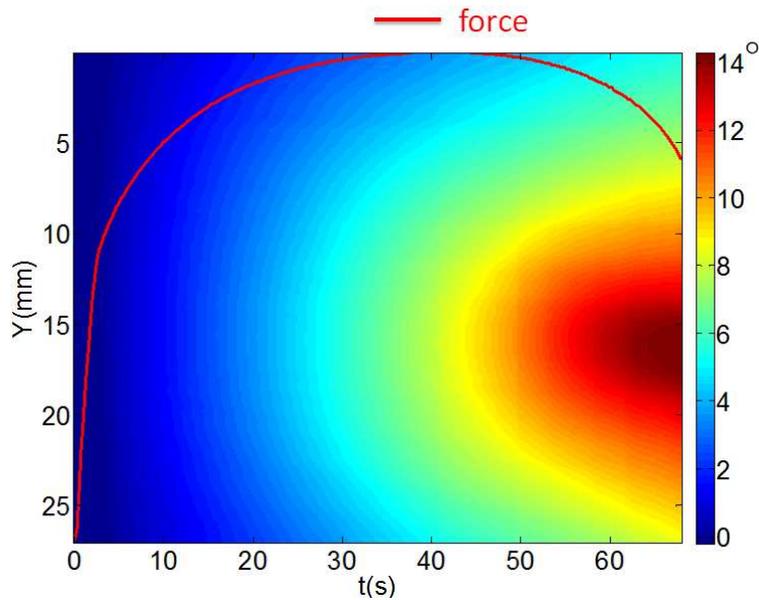
#### 5.4.1.1. Mesures de température

Les images issues de la caméra IR permettent d'obtenir les champs de température à la surface de l'échantillon durant la sollicitation. On montre sur la Figure 5.37 les champs de température aux trois instants P1, P2 et P3 définis au paragraphe 5.2.1. Ces mesures donnent la répartition de température dans la configuration actuelle. Elles montrent que la température augmente avec la sollicitation et que les champs thermiques deviennent de plus en plus hétérogènes avec le développement de la zone de localisation.



*Figure 5.37 Champs de température (configuration eulérienne) durant un essai de traction sur l'acier DP600*

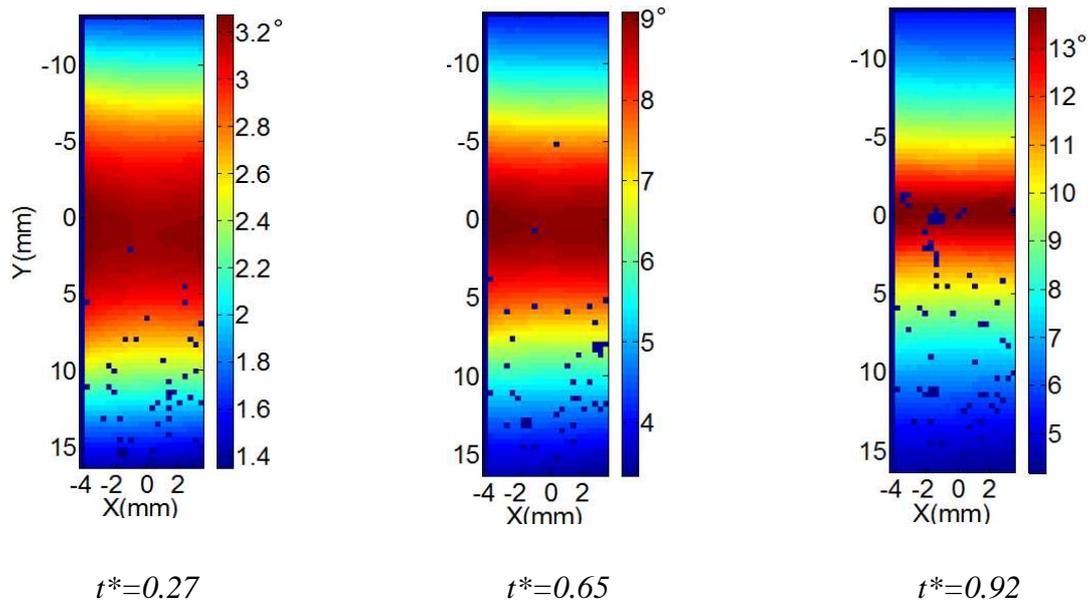
La Figure 5.38 donne l'évolution de la température dans l'espace (suivant l'axe de l'échantillon) et dans le temps. Cette figure montre bien l'augmentation progressive de la température dans la zone de rupture. On observe clairement le « déplacement » de la zone de concentration de l'échauffement et le caractère dissymétrique du champ de température dans cette représentation eulérienne (le mors mobile étant situé du côté des Y « les plus grands »).



*Figure 5.38 Carte de température espace-temps (euler) durant un essai de traction sur l'acier DP600*

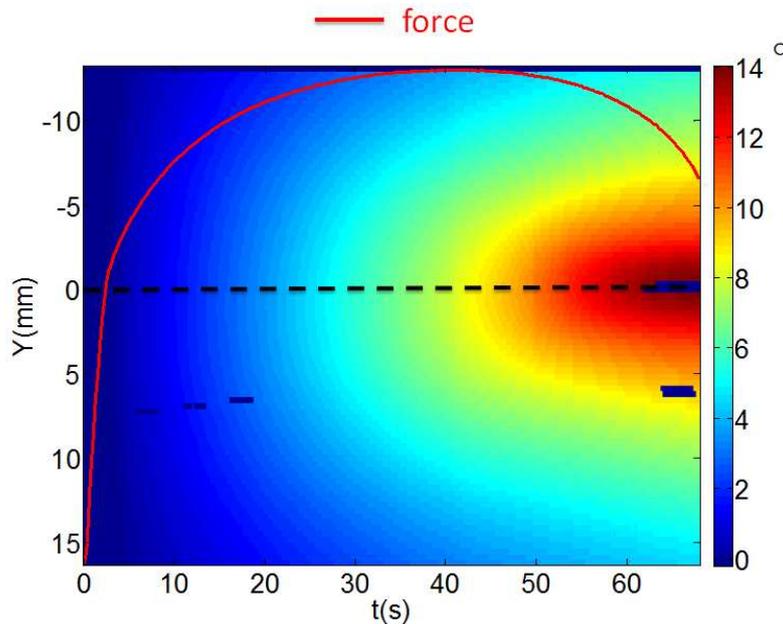
Pour pouvoir faire un bilan d'énergie sur un élément de volume donné, il est nécessaire de pouvoir suivre son évolution durant tout l'essai. Il est donc nécessaire de reconstruire les champs thermiques par rapport à la configuration initiale. Comme il a été montré au Chapitre 3, la construction des profils « lagrangiens » de température est effectuée à partir des champs de déplacement mesurés par corrélation d'images numériques et en tenant compte du changement de repère entre les mesures thermiques et cinématiques.

La Figure 5.39 illustre les champs de température ainsi « ramenés » dans la configuration initiale. Dans cette figure, on observe bien la concentration progressive de la zone « chaude » et on observe également que la distribution des mesures a ainsi été rendue symétrique par rapport à ligne  $Y = 0$  (ce qui indique une certaine symétrie des sources de chaleur par rapport à ce point, comme le laisse entendre la symétrie des champs cinématiques observés dans la partie précédente).



*Figure 5.39 Champs de température (Lagrange)*

La Figure 5.40 présente la carte de température espace-temps associée à l'axe de l'éprouvette. Cette figure montre que la ligne  $Y = 0$  correspond bien à la zone où se développe la fissure (zone d'échauffement maximum). Cette observation est bien cohérente avec les champs cinématiques qui donnent les déformations les plus importantes au même endroit.



*Figure 5.40 Carte de température espace-temps (configuration lagrangienne) durant un essai de traction sur l'acier DP600*

**5.4.1.2. Source de chaleur et la dissipation intrinsèque mesurée**

L'objectif de cette partie du travail est de tester la validité thermomécanique des modèles identifiés au moyen d'une analyse énergétique. Cette analyse se base sur l'étude des différentes énergies mises en jeu lors de la sollicitation (énergie de déformation, énergie thermo-élastique, énergie dissipée, énergie stockée). Ces énergies sont déterminées à partir des mesures expérimentales ou à partir des modèles identifiés. La cohérence thermomécanique des modèles sera obtenue dès lors que ces différentes énergies seront compatibles.

On commence par décrire la manière avec laquelle on accède à la dissipation mesurée. L'énergie calorimétrique mise en jeu ( $w_{ch}$ ) s'écrivant en fonction de l'énergie thermo-élastique ( $w_{cte}$ ) et de l'énergie dissipée ( $w_d$ ), on obtient :

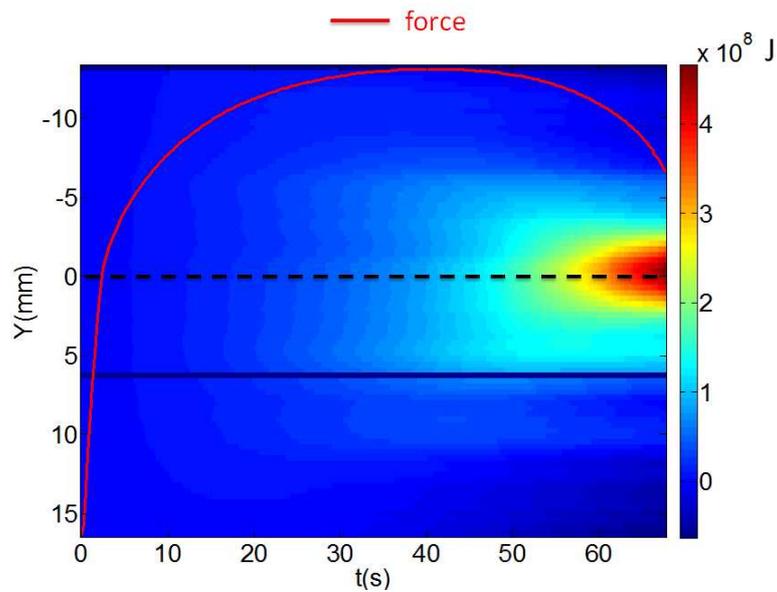
$$w_d = w_{ch} - w_{the} \quad (5-1)$$

L'énergie calorifique peut être estimée par les mesures thermiques et l'énergie de couplage thermo-élastique peut être obtenue par les mesures mécaniques, en utilisant un modèle de thermo-élasticité linéaire classique :

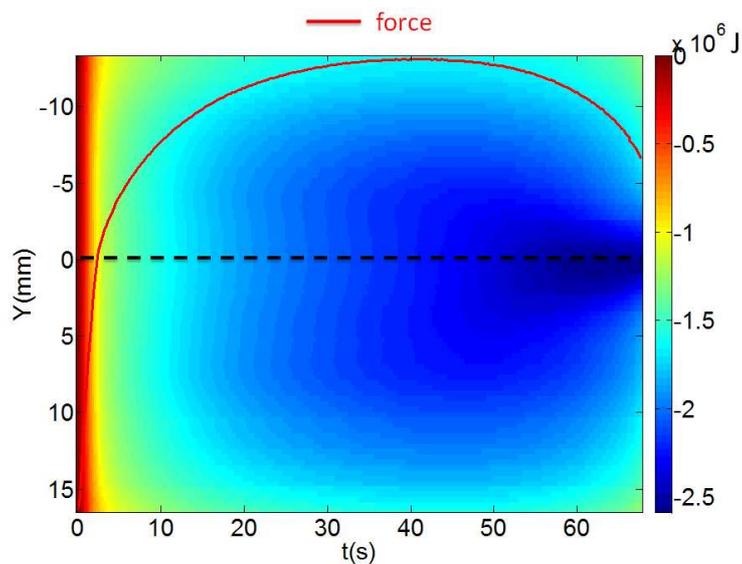
$$w'_{the} = -\lambda T_0 tr(\dot{\bar{\sigma}}) \text{ et } w_{the} = \int_{t_0}^t w'_{the} d\tau \quad (5-2)$$

On présente les évolutions de ces deux grandeurs obtenues expérimentalement sur les Figure 5.41 et Figure 5.42 dans les mêmes repères spatiaux et temporels.

L'énergie de couplage thermo-élastique est négative car le matériau subit une traction simple. Les valeurs extrémales de ces deux grandeurs se trouvent bien au même endroit, à savoir la ligne  $Y = 0$  où la fissure finale se développe, alors que ces grandeurs sont calculées avec des données de base différentes (mesures cinématique pour l'énergie de déformation et mesures thermiques pour l'énergie calorifique). On observe sur ces figures que l'énergie de couplage est très rapidement négligeable devant les autres sources de chaleur.

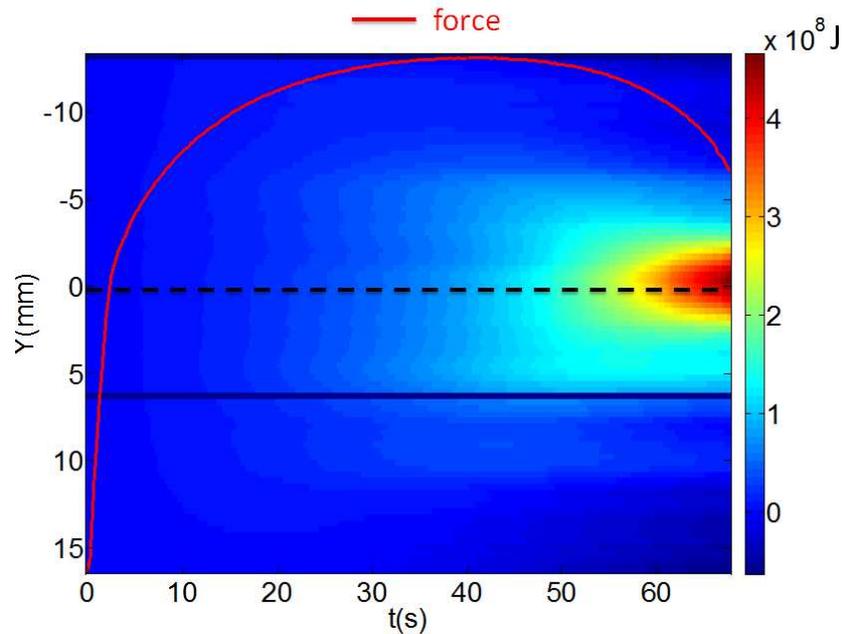


*Figure 5.41 Source de chaleur mesurée  $w_{ch}$  durant un essai de traction sur l'acier DP600*



*Figure 5.42 Couplage thermomécanique mesuré  $w_{the}$  durant un essai de traction sur l'acier DP600*

Comme on suppose qu'il n'existe pas d'autres sources de couplage que la thermo-élasticité, la dissipation intrinsèque correspond donc à la différence entre ces deux grandeurs. Elle est représentée sur la Figure 5.43. L'énergie calorifique est principalement associée à la dissipation intrinsèque, à part dans le domaine élastique, où la dissipation intrinsèque est sensiblement nulle (voir la Figure 5.44).

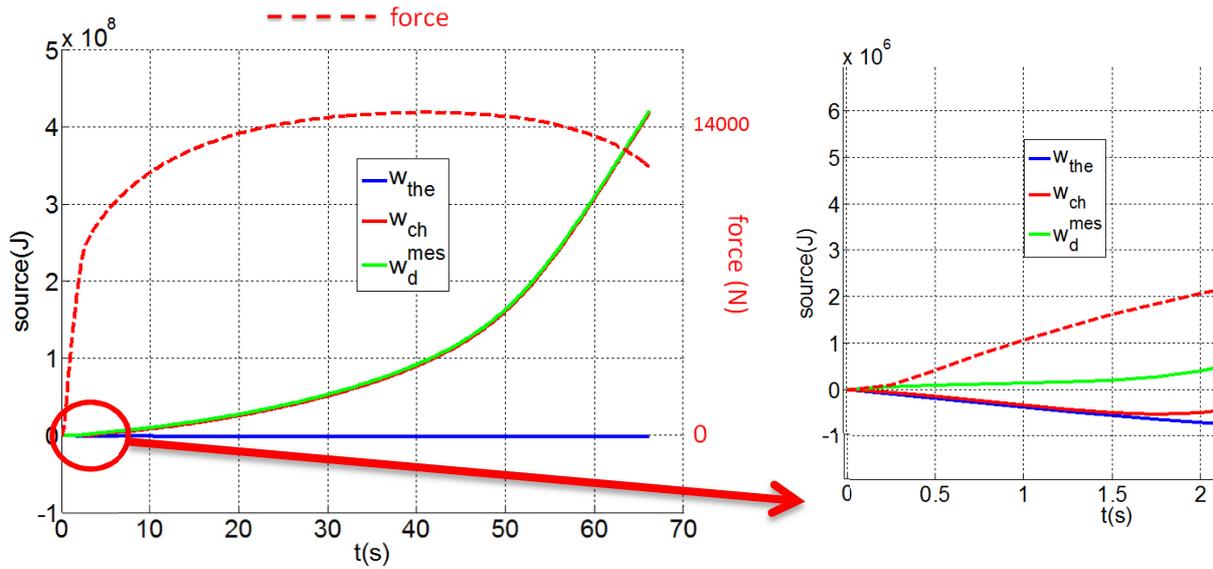


*Figure 5.43 Dissipation mesurée  $w_d$  durant un essai de traction sur l'acier DP600*

#### 5.4.1.3. Energie mises en jeu au point de rupture

Comme précédemment, on commence par effectuer le bilan d'énergie dans la zone de fissuration car il s'agit du point qui subit le maximum d'endommagement.

On trace sur la Figure 5.44 les évolutions durant l'essai des différentes énergies mises en jeu dans la zone de rupture. On observe que l'énergie de couplage dans cette zone est très faible dès que le matériau plastifie et s'endommage. Par contre, dans le domaine élastique, l'énergie calorifique se superpose très bien à l'énergie de couplage. Dans ce domaine, la dissipation intrinsèque est donc très faible (elle est non mesurable avec nos moyens d'observation), ce qui est cohérent avec un comportement de type élasto-plastique dans lequel l'endommagement se développe après le début de plastification. Un tel matériau possède en effet une dissipation intrinsèque nulle dans le domaine élastique.



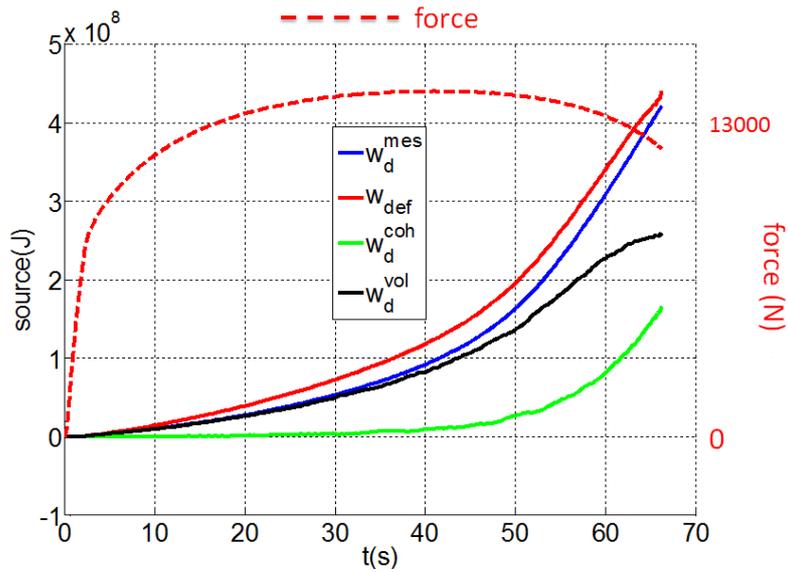
*Figure 5.44 Evolution de la source de chaleur  $w_{ch}$ , du couplage thermoélastique  $w_{the}$  et de la dissipation mesurée  $w_d$  dans la zone de fissuration durant un essai de traction sur l'acier DP600*

On rappelle que l'énergie de déformation est la somme de l'énergie élastique, de l'énergie dissipée et de l'énergie stockée :

$$w_{def} = w_e + w_d + w_{st} \quad (5-3)$$

Les mesures expérimentales nous donnent accès à l'énergie de déformation ainsi qu'à l'énergie dissipée. La Figure 5.45 montre que l'énergie de déformation mesurée est plus importante que l'énergie dissipée tout au long de l'essai. Il semble donc que l'énergie stockée soit toujours positive (on suppose que l'énergie élastique emmagasinée dans nos essais de traction est toujours positive).

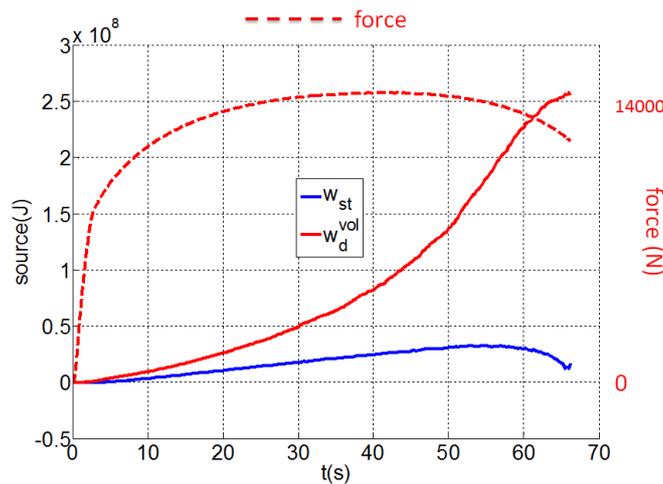
On suppose que l'on peut scinder l'énergie dissipée ainsi mesurée ( $w_d^{mes}$ ), supposée égale à l'énergie réellement dissipée ( $w_d$ ), en deux contributions : la dissipation intrinsèque liée à la plasticité volumique (dissipation « volumique »  $w_d^{vol}$ ) et la dissipation intrinsèque liée à l'endommagement que l'on associe à la zone cohésive (dissipation « surfacique »  $w_d^{coh}$ ). Si l'on fait l'hypothèse que l'endommagement est purement dissipatif (*i.e.* absence de mécanismes de stockage d'énergie dans l'endommagement et la fissuration), alors, on peut accéder à l'énergie dissipée par la zone cohésive en déterminant « l'aire sous la courbe » contrainte-déformation cohésive. La Figure 5.45 donne l'évolution de l'énergie de déformation, de l'énergie « globalement » dissipée et des énergies dissipée par la zone cohésive et par la plasticité. Les résultats obtenus sont bien conformes avec le second principe de la thermodynamique dans la mesure où l'on observe bien des dissipations « surfacique » et « volumique » toujours séparément positives.



*Figure 5.45 Comparaison de l'énergie dissipée mesurée  $w_d^{mes}$ , de l'énergie de déformation  $w_{def}$ , de l'énergie dissipée volumique  $w_d^{vol}$  et de l'énergie dissipée cohésive  $w_d^{coh}$  dans la zone de fissuration durant un essai de traction sur l'acier DP600*

Dans ces essais, l'énergie élastique reste toujours très faible devant l'énergie de déformation. L'équation (5-3) entraîne donc que la différence entre l'énergie dissipée et l'énergie de déformation correspond à l'énergie stockée, qui est ici uniquement associée à la plasticité.

La Figure 5.46 donne l'évolution durant l'essai des énergies (stockées  $w_{st}$  et dissipées  $w_d^{vol}$ ) par la plasticité. L'énergie stockée évolue régulièrement pendant l'essai jusqu'à un maximum et diminue ensuite.

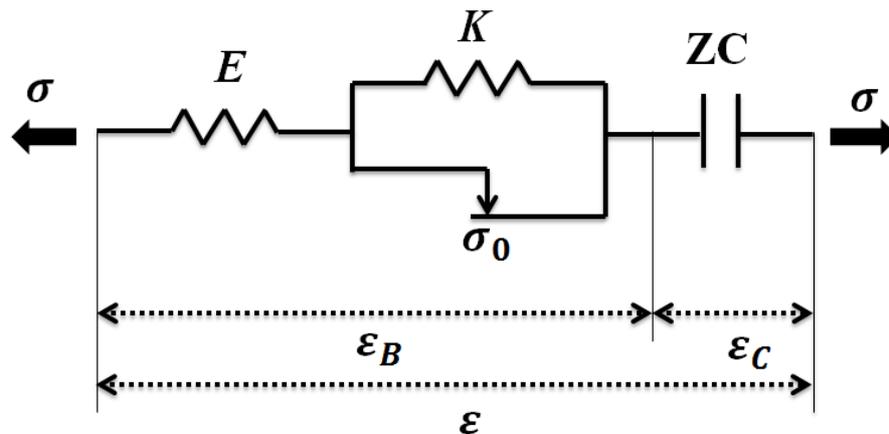


*Figure 5.46 Energies associées au comportement incompressible durant un essai de traction sur l'acier DP600 : : énergie stockée  $w_{st}$  et énergie dissipée  $w_d^{vol}$*

On rappelle que les réponses surfaciques et volumiques identifiées ne font pas appel à une forme particulière de modèle (cohésif ou de plasticité). La seule contrainte pour assurer la cohérence mécanique est de proposer un modèle dont la réponse soit similaire à celle observée (ce qui revient à dire, du point de vue énergétique, que les énergies de déformation sont équivalentes). On se propose ici d'illustrer, à l'aide de modélisations très simples, les contraintes supplémentaires imposées par la mise en correspondance des quantités énergétiques que sont l'énergie stockée et l'énergie dissipée.

Pour simplifier, on se place dans un cadre unidirectionnel et on propose de rendre compte du comportement par le modèle rhéologique présenté sur la Figure 5.47. Ce modèle comprend trois composantes :

- une élasticité décrite par un ressort de module d'Young  $E$ .
- une plasticité représentée par un ressort (éventuellement non-linéaire) de raideur  $K$  (associé au module d'écrouissage) et d'un patin possédant un seuil  $\sigma_0$  (représentant la limite élastique) placés en parallèle.
- Une composante cohésive  $ZC$  dont on ne précise pas spécifiquement le comportement (en termes de relation mathématique entre la contrainte et la déformation appliquées aux « bornes » de l'élément).



*Figure 5.47 Modèle rhéologie proposé*

La réponse de ce modèle rhéologique est simplement supposée correspondre à une relation « adoucissante » entre la contrainte normale  $\sigma$  et la déformation cohésive  $\epsilon_C$ . On utilise comme « réponses cohésives » directement les relations identifiées au paragraphe 5.3. Ce choix permet d'assurer, par construction, la cohérence de la réponse mécanique cohésive entre ce « modèle » et la mesure, tout en autorisant l'estimation de l'énergie dissipée par l'élément cohésif.

Comme nous considérons que l'élément cohésif  $ZC$  est purement dissipatif, il « suffit » de choisir un modèle cohésif qui fournisse une réponse mécanique cohérente avec l'expérience

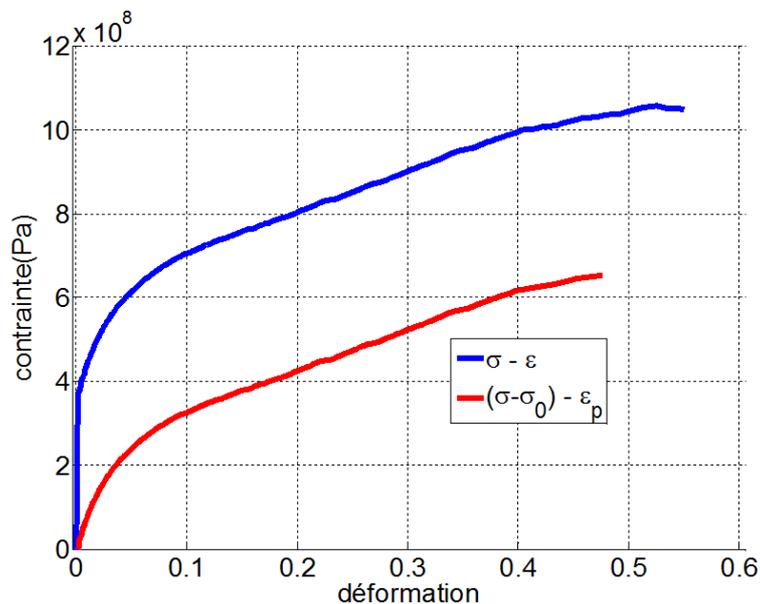
pour s'assurer de la cohérence thermo-mécanique. On s'intéressera donc dans ce qui suit uniquement à la partie « volumique » du modèle.

Dans ce modèle rhéologique, l'énergie élastique est emmagasinée par le ressort  $E$ , la dissipation plastique est provoquée uniquement par le patin et l'énergie est stockée dans le ressort  $K$ . Si l'on suppose que l'écrouissage est cinématique, on obtient :

$$w_d = \sigma_0 \varepsilon_p \quad (5-4)$$

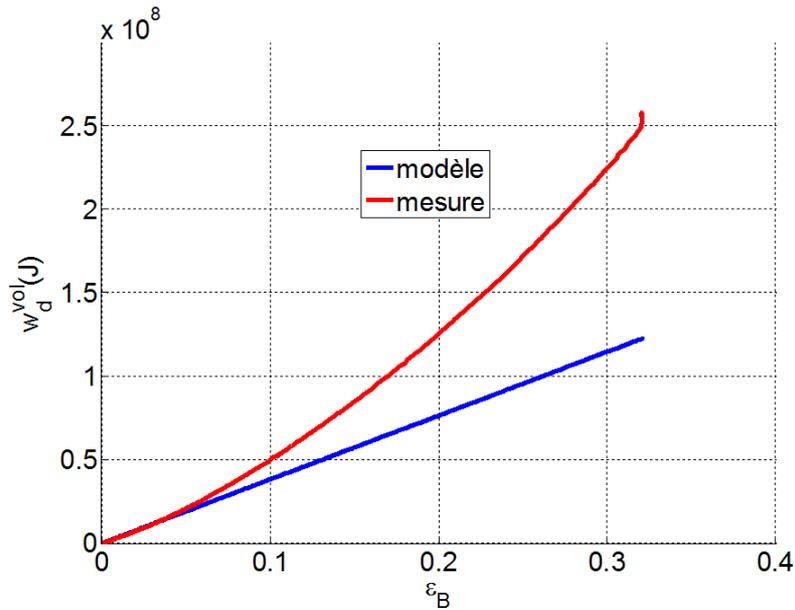
$$w_{st} = \int_{t_0}^t (\sigma_{yy} - \sigma_0) \dot{\varepsilon}_p d\tau \quad (5-5)$$

Si l'on considère la fonction d'écrouissage déterminée expérimentalement (Figure 5.48) on peut estimer directement l'énergie stockée et l'énergie dissipée.



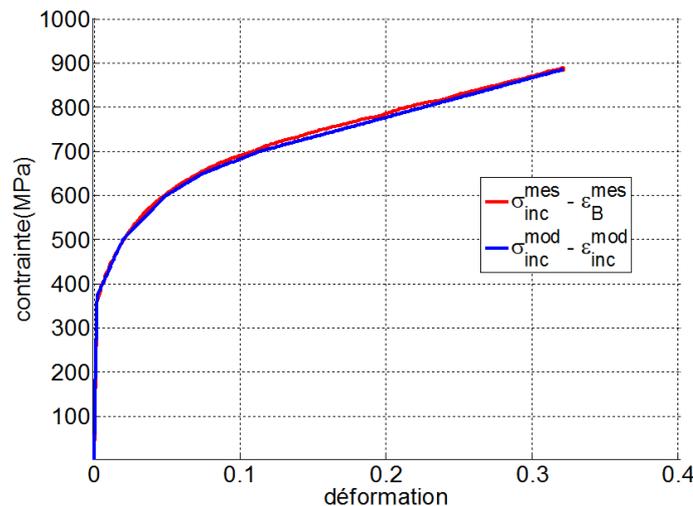
*Figure 5.48 Détermination de la fonctions d'écrouissage durant un essai de traction sur l'acier DP600*

La Figure 5.49 donne l'évolution durant la sollicitation de l'énergie dissipée ainsi déterminée. On constate que ces deux courbes sont bien superposées au début d'essai, mais qu'elles commencent à diverger assez rapidement : le modèle proposé sous-estimant la dissipation obtenue expérimentalement. Ce résultat montre clairement qu'un modèle qui serait parfaitement satisfaisant du point de vue de la réponse mécanique (ce qui est le cas ici, puisque la fonction d'écrouissage est déterminée directement à partir des données expérimentales) peut avoir une signature énergétique très éloignée de l'expérience.



*Figure 5.49 Comparaison de la dissipation volumique mesurée et celle du modèle proposé durant un essai de traction sur l'acier DP600*

Naturellement, il est possible de proposer d'autres modélisations qui permettent de mieux rendre compte des énergies mises en jeu. Le but n'est pas ici de proposer un modèle « optimal » vis-à-vis des observations énergétiques, mais plutôt d'illustrer l'influence du choix du modèle de comportement volumique sur sa cohérence thermo-mécanique. Ainsi, si on décrit la plasticité par plusieurs éléments rhéologiques en série possédant des seuils et des modules d'écrouissage différents (voir la Figure 5.50) correspondant à une association de 5 éléments en série. Le Tableau 5.6 donne les valeurs prises pour les différents paramètres, et la Figure 5.50 illustre la réponse mécanique ainsi obtenue.

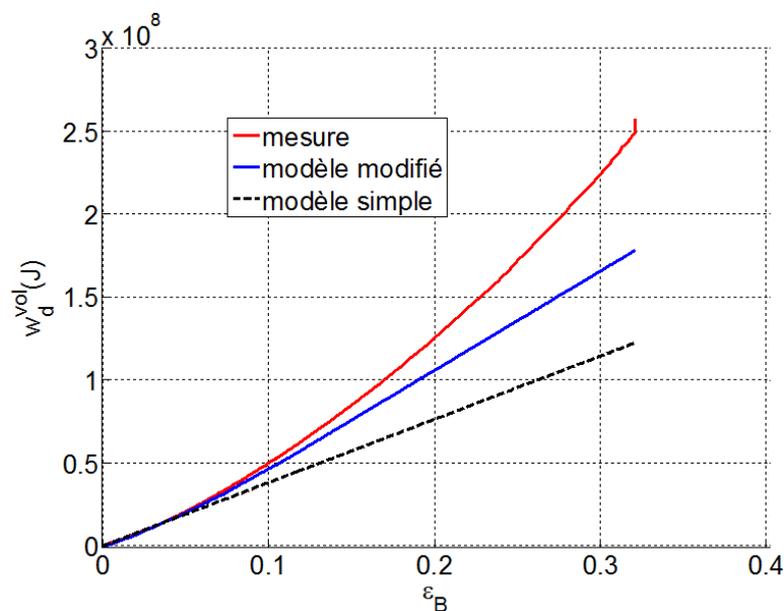


*Figure 5.50 Fonction d'écrouissage mesurée et du modèle*

|                  | $i = 0$ | $i = 1$ | $i = 2$ | $i = 3$ | $i = 4$ |
|------------------|---------|---------|---------|---------|---------|
| $\sigma_i$ (MPa) | 380     | 500     | 600     | 650     | 700     |
| $K_i$ (MPa)      | 7500    | 6250    | 5000    | 3500    | 3000    |

*Tableau 5.6 Seuils et les modules d'écroutissage identifiés pour le modèle rhéologique à 5 branches élasto-plastiques pour l'acier DP600*

Il apparaît clairement que ce modèle permet bien de retrouver sensiblement l'allure de la réponse mécanique. Par contre, il permet de nettement améliorer la prévision des énergies mises en jeu par rapport au modèle précédent. En effet, la Figure 5.51 montre que la dissipation volumique calculée par ce modèle qui décrit la plasticité est beaucoup plus proche de la valeur mesurée que celle issue du modèle précédent.



*Figure 5.51 Comparaison de la dissipation volumique mesurée et celle du modèle modifié*

Il apparaît ici clairement que l'on peut avoir plusieurs modèles qui soient identiques sur le plan mécanique, mais très différents sur le plan thermomécanique. L'enjeu est évidemment de trouver la forme la mieux adaptée au regard des observations expérimentales ainsi que le jeu de paramètres associé.

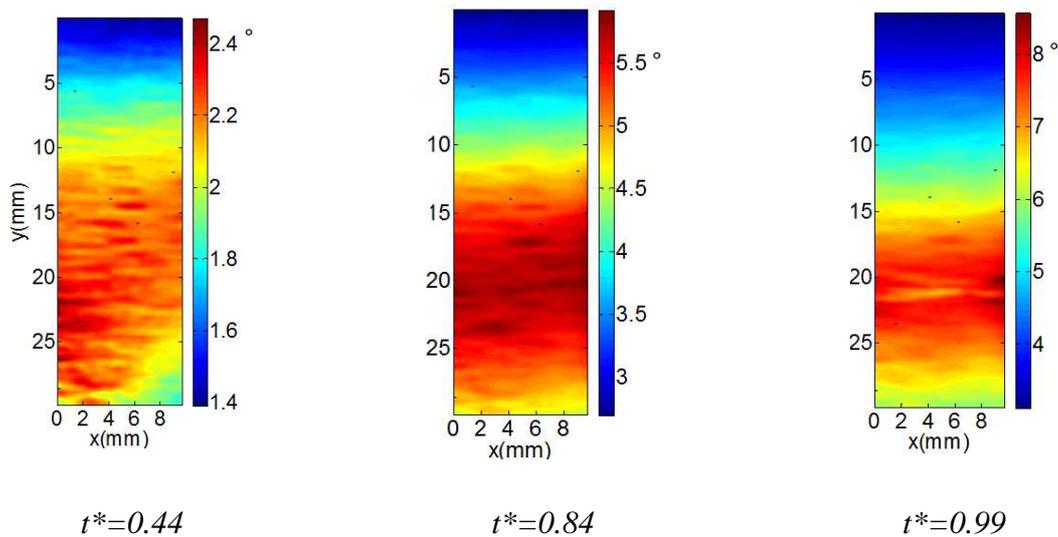
Bien entendu, la validité du modèle est éprouvée par rapport aux données expérimentales disponibles. La complexité de la chaîne d'acquisition utilisée ici rend leur détermination délicate, et il convient de garder la plus grande prudence dans l'interprétation des mesures. C'est pourquoi, nous n'avons pas cherché à raffiner cette étape à ce stade du travail. Il nous paraît en effet important de valider de façon complète l'outil expérimental avant de pousser au-delà l'analyse thermo-mécanique sur ce type de matériaux.

### 5.4.2. Essai sur le Cuivre

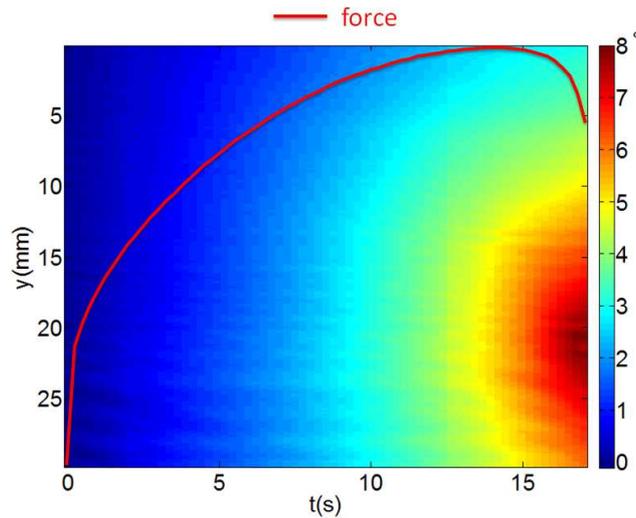
#### 5.4.2.1. Mesures de température

On utilise la même démarche pour analyser les résultats des essais effectués sur le Cuivre. On commence d'abord par illustrer les champs de température dans la configuration actuelle (cartes de température sur la Figure 5.52 à différents instants et évolution espace-temps sur la Figure 5.53).

La vitesse de sollicitation imposée est dix fois plus importante que sur l'acier (voir les réponses des essais en Figure 5.37 et Figure 5.38). Malgré ce chargement bien plus rapide, (1mm/s), les échauffements sont beaucoup plus faibles dans le Cuivre du fait de sa très grande conductivité thermique. En conséquence, le rapport signal sur bruit est plus important ici, et donc l'estimation des sources de chaleur est plus bruitée. On reviendra sur ce point dans la section 5.4.2.2.

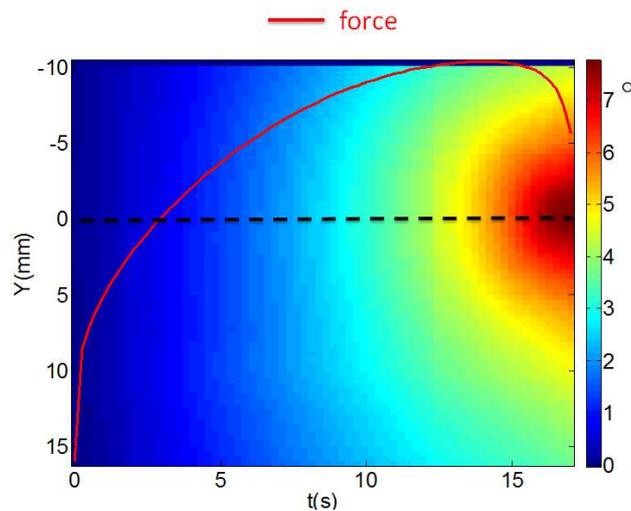


*Figure 5.52 Champs de température (euler) durant un essai de traction sur le Cuivre*



*Figure 5.53 Carte de température espace-temps (euler) durant un essai de traction sur le Cuivre*

On accède de la même manière à l'évolution de la température dans la configuration initiale. On trace sur la Figure 5.54 la carte espace-temps de l'échauffement dans la configuration initiale. La position du point de rupture ( $Y = 0$ ) correspond ici encore à la zone subissant l'échauffement maximal.

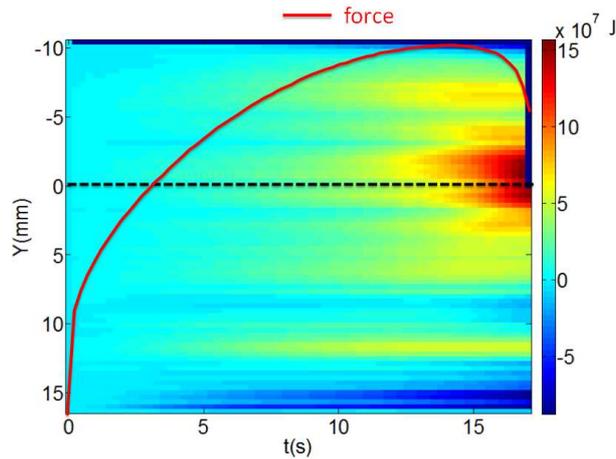


*Figure 5.54 Carte de température espace-temps (Lagrange) durant un essai de traction sur le Cuivre*

5.4.2.2. *Source de chaleur et la dissipation intrinsèque mesurée*

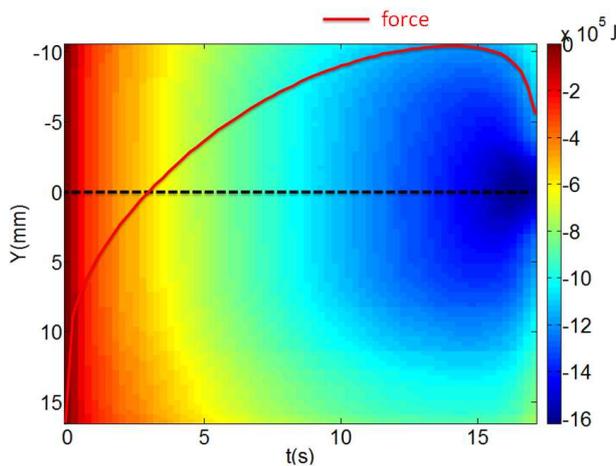
Cette section présente différentes énergies mises en jeu au cours de l'essai : énergie calorifique  $w_{ch}$  (Figure 5.55), thermo-élastique  $w_{the}$  (Figure 5.56) et dissipée  $w_d$  (Figure 5.57).

Du fait du rapport signal sur bruit plus défavorable, l'énergie calorimétrique présente un niveau de bruit plus important.



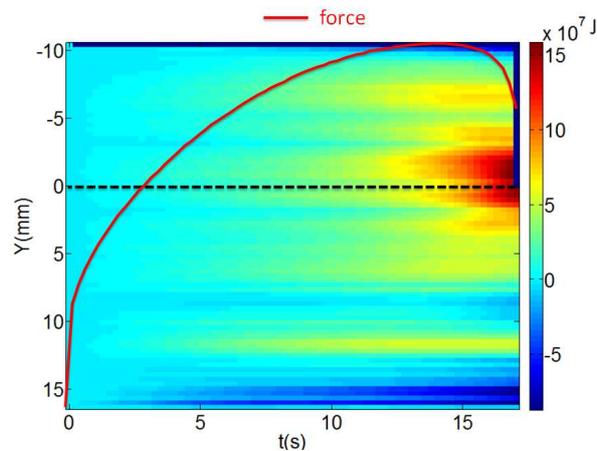
*Figure 5.55 Source de chaleur  $w_{ch}$  mesurée durant un essai de traction sur le Cuivre*

Comme l'essai est plus rapide, la durée de la charge élastique est beaucoup plus courte, et ne nous permet pas d'enregistrer suffisamment d'images pour estimer correctement les sources thermo-élastiques, c'est pourquoi on n'observe pas ici de sources thermo-élastiques importantes en début d'essai. Sinon, comme pour l'acier, l'énergie de couplage thermo-élastique reste très faible tout au long de l'essai.



*Figure 5.56 Couplage thermoélastique  $w_{the}$  mesuré durant un essai de traction sur le Cuivre*

L'énergie dissipée est obtenue en faisant la différence entre l'énergie calorifique et l'énergie de couplage thermo-élastique.

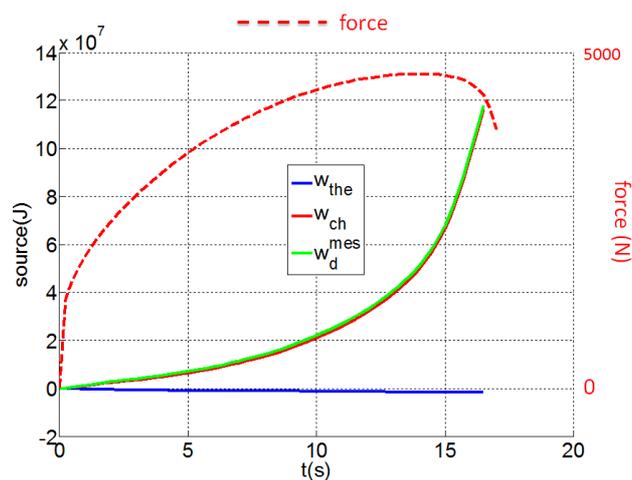


*Figure 5.57 Dissipation mesurée  $w_d$  durant un essai de traction sur le Cuivre*

#### 5.4.2.3. Énergie mises en jeu au point de rupture

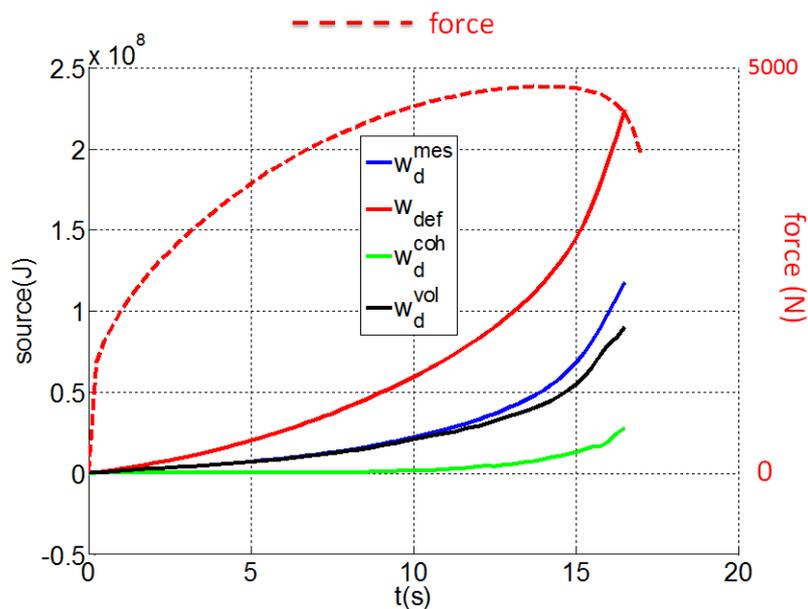
On étudie maintenant le comportement thermomécanique du Cuivre à partir des différentes énergies mises en jeu.

La Figure 5.58 donne la dissipation intrinsèque mesurée dans la zone de fissuration ainsi que l'énergie calorifique et l'énergie de couplage thermo-élastique.



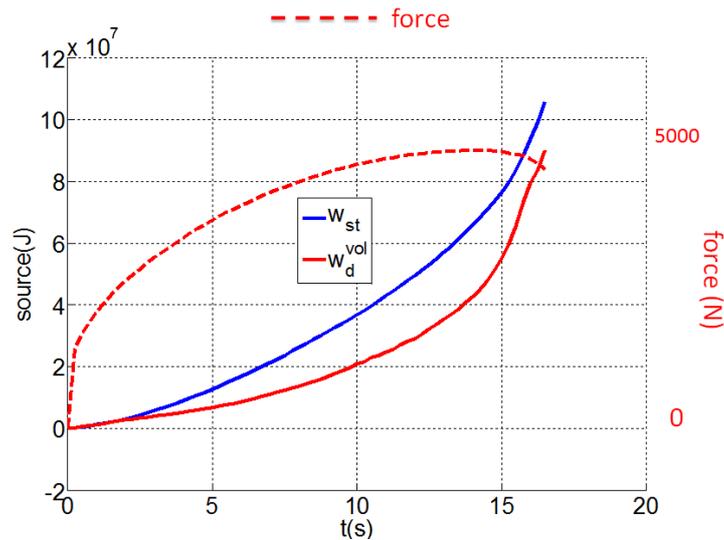
*Figure 5.58 Evolution de la source de chaleur  $w_{ch}$ , du couplage thermoélastique  $w_{the}$  et de la dissipation mesurée  $w_d^{mes}$  dans la zone de fissuration durant un essai de traction sur le Cuivre*

La Figure 5.59 donne l'évolution de la dissipation totale et de la dissipation « surfacique » associée au modèle cohésif supposé complètement dissipatif. Nous observons bien que la dissipation totale est bien supérieure à la dissipation « surfacique ». On rappelle encore que ces différentes énergies sont déterminées à partir de données d'origine différentes (données mécaniques pour l'énergie de déformation et la dissipation surfacique. données thermiques pour la dissipation intrinsèque totale), leurs évolutions relatives ne sont donc pas, *a priori*, le fruit de biais systématiques sur les mesures.



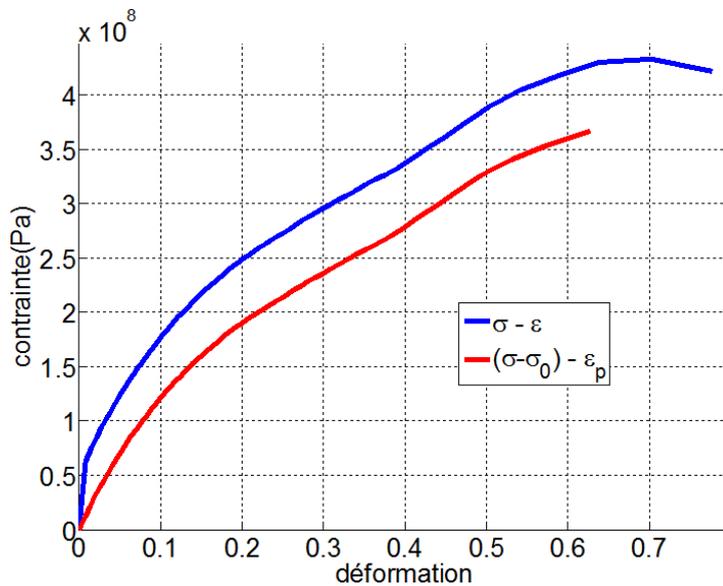
*Figure 5.59 Comparaison de l'énergie dissipée mesurée  $w_d^{mes}$ , de l'énergie de déformation  $w_d^{def}$ , de l'énergie dissipée volumique  $w_d^{vol}$  et de l'énergie dissipée cohésive  $w_d^{coh}$  durant un essai de traction sur le Cuivre*

A partir de ces trois grandeurs et en appliquant la méthode décrite plus haut, on est maintenant capable d'estimer l'énergie stockée et l'énergie dissipée qui sont issues de l'élément volumique. Ces énergies sont données dans la Figure 5.60.



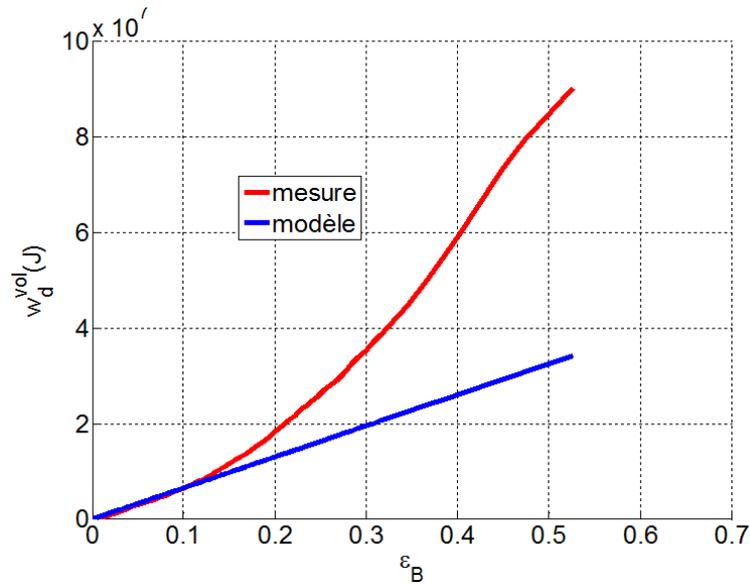
*Figure 5.60 Energies associées au comportement incompressible durant un essai de traction sur le Cuivre : énergie stockée  $w_{st}$  et énergie dissipée  $w_d^{vol}$*

On propose de comparer ces énergies aux énergies équivalentes associées à des modèles rhéologiques similaires à ceux utilisés pour l’acier. Dans un premier temps, on utilise la fonction d’écrouissage expérimentale en supposant l’écrouissage cinématique (Figure 5.61). On assure de ce fait la validité « mécanique » du modèle.



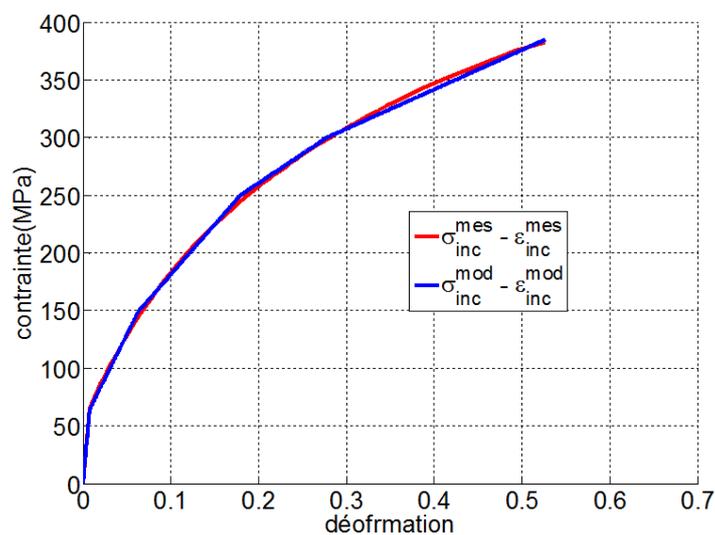
*Figure 5.61 Détermination de la fonctions d’écrouissage (Cuivre)*

Les évolutions des énergies dissipées, représentées en Figure 5–61, sont similaires à celles observées sur l’acier : la dissipation volumique proposée par ce modèle correspond bien aux mesures expérimentales au début de l’essai. En fin d’essai par contre, le modèle sous-estime de manière importante la dissipation.



*Figure 5.62 Comparaison de la dissipation volumique mesurée et celle du modèle proposé*

En faisant évoluer le modèle rhéologique (en lui ajoutant plusieurs autres écrouissages, par exemple), il est possible de modifier considérablement l'évolution de l'énergie dissipée. Le Tableau 5.7 donne les valeurs des paramètres retenus pour le modèle à 5 écrouissages. La Figure 5.63 présente la réponse mécanique associée à ce modèle. Elle est presque superposée à la réponse expérimentale, ce qui valide ce modèle sur le plan mécanique au regard des données expérimentales disponibles.

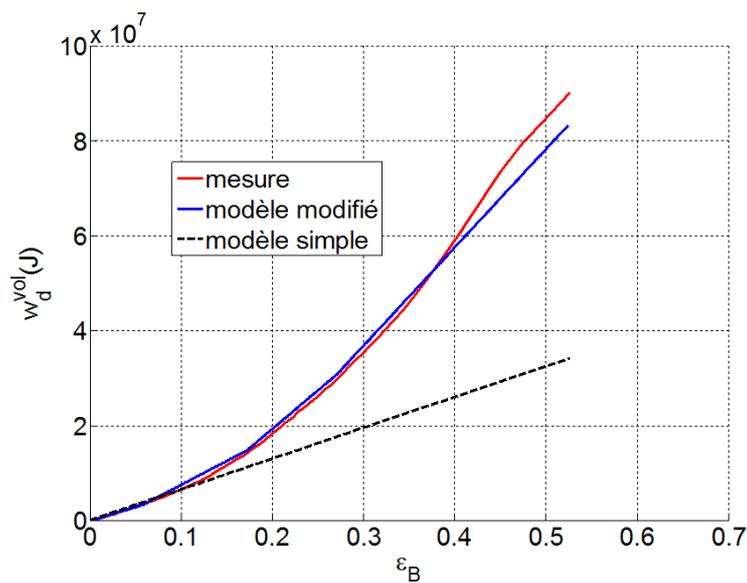


*Figure 5.63 Fonction d'écrouissage mesurée et du modèle*

|                  | $i = 0$ | $i = 1$ | $i = 2$ | $i = 3$ | $i = 4$ |
|------------------|---------|---------|---------|---------|---------|
| $\sigma_i$ (MPa) | 30      | 65      | 150     | 250     | 300     |
| $K_i$ (MPa)      | 900     | 2000    | 1875    | 1225    | 1050    |

*Tableau 5.7 Seuils et les modules d'écrouissage identifiés pour le modèle rhéologique à 5 branches élasto-plastiques pour le Cuivre*

En ce qui concerne la réponse thermo-mécanique, illustrée sur la Figure 5–63, ce modèle donne une évolution de l'énergie dissipée qui est bien plus cohérente avec la mesure que dans le cas du modèle précédent.



*Figure 5.64 Comparaison de la dissipation volumique mesurée et celle du modèle à 5 écrouissements*

Les modèles utilisés ici sont élémentaires. Ils reprennent des définitions classiques et particulièrement simples de potentiels de dissipation desquels est déduite la dissipation intrinsèque durant l'essai. Naturellement, il conviendrait de développer des potentiels mieux à même de décrire les observations faites ici. De plus, il convient de continuer à améliorer la précision des mesures expérimentales en limitant l'influence des bruits de mesure, et en réduisant encore l'échelle à laquelle les mesures (cinématiques et calorimétriques) sont effectuées.

## 5.5. Conclusion partielle

Dans ce chapitre, nous avons choisi de présenter les résultats obtenus sur deux matériaux présentant des ductilités assez différentes : l'acier DP600 et le Cuivre « pur ».

Les mesures de déformation, de vitesse de déformation et de variation de volume fournies par les deux bancs de stéréo-corrélation ont été présentées. Ces mesures montrent bien l'initiation et le développement de la zone de localisation qui conduit progressivement à la striction puis la fissure de l'échantillon.

Les résultats d'identification ont ensuite été présentés pour les deux approches développées : l'approche en « contrainte » et l'approche en « déformation ». Les réponses volumique et cohésive ont été identifiées dans la zone de rupture, cette zone étant caractérisée expérimentalement avant apparition de la localisation. Les résultats d'identification dépendent de l'échelle à laquelle sont effectuées les mesures de déformation. Pour une longueur de jauge d'environ 6 mm, l'approche en « contrainte » montre une réponse volumique durcissante et cohésive adoucissante. Pour cette même longueur de jauge, l'approche en « déformation » donne une réponse volumique adoucissante. En diminuant l'échelle de mesure (longueur de jauge de 3 mm), on montre que l'approche en « déformation » donne une réponse volumique durcissante. Nous avons choisi de conserver l'approche en « contrainte » pour finaliser la procédure d'identification (aucune vérification a posteriori n'est nécessaire sur le caractère durcissant de la réponse volumique) et déterminer la réponse entre la contrainte cohésive et le saut de déplacement. Ce choix permet d'utiliser des échelles de mesures compatibles avec celles utilisées pour établir les bilans énergétiques et d'assurer la cohérence de ces différentes mesures.

Les réponses cohésives obtenues en différents points de l'échantillon ont également été illustrées afin de vérifier leur cohérence avec celles obtenues dans la zone de fissuration. Cette cohérence est relativement satisfaisante et semble confirmer le caractère « intrinsèque » de la réponse ainsi identifiée. Seuls les niveaux atteints varient d'un point à l'autre du fait du caractère hétérogène des champs mécaniques dans l'éprouvette.

Finalement, on a donné les résultats thermiques et calorimétriques sur lesquels se base la validation thermo-mécanique de l'identification. Le comportement cohésif a été considéré comme purement dissipatif. La cohérence thermodynamique du modèle proposé est vérifiée en comparant la dissipation volumique estimée expérimentalement avec celle associée au modèle de comportement volumique. Cette approche est très discriminante pour les modèles : à titre illustratif, ont été exhibés différents modèles volumiques simples donnant des réponses mécaniques similaires et compatibles avec les données expérimentales mais des réponses dissipatives différentes. L'enjeu est ainsi de proposer la forme et les paramètres du modèle volumique qui permette de s'adapter au mieux à l'intégralité des observations expérimentales.

# Conclusion et perspective

Ce travail de recherche consistait à proposer un protocole expérimental complet pour l'identification des modèles de zone cohésive. Compte tenu des applications industrielles visées, le cadre d'établissement de ce protocole a été limité aux contraintes suivantes :

- des essais expérimentaux sur éprouvettes planes minces de type haltère en traction uni-axiale,
- des matériaux ductiles,
- des chemins de fissuration émergeant naturellement du trajet de chargement (éprouvettes non pré-fissurées, ni pré-entaillées),
- des températures ambiantes.

La démarche d'identification s'est appuyée sur les principales étapes suivantes :

1. mise en place et validation d'un dispositif expérimental original permettant, au cours d'un même essai de traction, de piloter l'acquisition synchronisée d'images provenant de différentes caméras et de numériser simultanément les valeurs de signaux analogiques issus de différents capteurs reliés à la machine
2. développement de traitements de données adaptés permettant d'accéder aux différentes grandeurs nécessaires à l'identification d'un modèle cohésif (contrainte, déformation, ...)
3. identification par imagerie mécanique en stéréo-corrélation d'un modèle cohésif (forme et paramètres matériaux) permettant de résumer sur une « surface » tous les effets d'endommagement (de l'amorçage des micro-défauts à la ruine de l'éprouvette)
4. identification par comparaison entre simulations numériques et résultats expérimentaux d'une longueur cohésive caractéristique associée au modèle identifié à l'étape 3 ; cette longueur représente l'échelle physique à laquelle le modèle cohésif identifié traduit l'endommagement volumique sous-jacent
5. validation de la cohérence thermodynamique du couple modèle cohésif – longueur caractéristique sur des bilans d'énergies établis par thermographie infrarouge.

Ce travail a permis d'aboutir aux résultats suivants :

1. mise en place et validation du dispositif expérimental d'imagerie thermo-mécanique

Le dispositif de synchronisation d'acquisitions développé au L.M.G.C. par Yves El Kaïm (« SynchroCam ») a été largement testé durant ce travail. Une attention particulière a été portée sur le synchronisme des différentes acquisitions dans une gamme très étendue de situations. Le

dispositif a été testé et utilisé dans de nombreuses configurations des plus simples aux plus complexes (jusqu'à six caméras utilisées en parallèle, avec différentes fréquences d'acquisition). Un montage spécifique a été mis en place pour qualifier le synchronisme des acquisitions. Il a permis de relever des dysfonctionnements inhérents aux logiciels d'acquisition d'images fournis avec certains matériels (caméras de stéréo-corrélation et caméra infrarouge). Une procédure a ainsi été développée pour pallier les déficiences de ces maillons de la chaîne d'acquisition sur lesquels nous n'avons pas directement la main. Ainsi, nous avons finalement mis à disposition un outil modulable permettant d'acquérir les images provenant de différentes caméras et les signaux issus de différents capteurs sur une base de temps commune. Cette étape a constitué le prérequis à la réalisation de bilans d'énergie locaux en cours d'essais mécaniques.

## 2. développement et validation de plusieurs traitements de données

L'analyse des images fournies par le dispositif « SynchroCam » a nécessité la mise au point de plusieurs types de traitements. Le premier a permis d'assurer le recalage spatial des données fournies par les différentes caméras (qui possèdent naturellement des résolutions spatiales différentes, et qui observent l'échantillon de différents points de vue). Le second a autorisé le calcul des 6 composantes du tenseur de déformation moyen dans l'épaisseur, sans hypothèse particulière sur la nature de la transformation, et ce, à partir des mesures issues de deux bancs de stéréo-corrélation situés de part et d'autre de l'échantillon. Ces traitements sont importants dans la mesure où ils ont permis de combler l'une des principales lacunes des protocoles expérimentaux de la littérature.

## 3. identification de modèles de zones cohésives

La procédure d'identification proposée dans (Richefeu *et al*, 2010) correspond à l'approche dite en « contrainte » dans ce manuscrit. Elle a été complétée par une approche alternative en « déformation » ne nécessitant pas de modèle particulier de germination/croissance de cavités. Ces deux procédures ont été implémentées pour pouvoir s'adapter aux données fournies par le dispositif expérimental.

Une approche hybride mêlant simulations numériques et mesures expérimentales a conduit à définir une longueur caractéristique pertinente pour les modèles cohésifs identifiés. Cette longueur traduit l'échelle spatiale des mécanismes d'endommagement résumés dans le modèle cohésif identifié. La procédure d'identification mise en place permet ainsi d'obtenir à la fois la réponse « volumique » du matériau, sa réponse « surfacique » (*i.e.* cohésive) ainsi que la longueur caractéristique à utiliser pour la mise en œuvre numérique de ce modèle adoucissant. Il est particulièrement intéressant, du point de vue de la modélisation, de souligner ici que ces procédures ne nécessitent pas de postuler une forme particulière des modèles volumiques et surfaciques. Elles laissent donc la liberté de postuler la forme spécifique du modèle retenu *a posteriori*. Naturellement, elles peuvent aussi être adaptées pour introduire le choix du modèle cohésif plus en amont dans la phase d'identification.

Un grand nombre d'essais ont été effectués afin de disposer d'une base de données expérimentale suffisamment riche pour permettre l'identification de modèles de zones cohésives sur deux matériaux possédant des ductilités différentes (acier DP600 et Cuivre « pur »). L'ensemble de cette base n'a été exploité que pour partie compte-tenu de la très importante quantité de données associée à chaque essai. Plusieurs essais ont été exploités dans ce travail pour identifier les réponses cohésives des deux matériaux étudiés. Les résultats obtenus montrent que les deux méthodes développées (en contrainte ou en déformation) permettent d'identifier des réponses volumiques et surfaciques cohérentes sur le plan mécanique. Nous avons observé que, pour les matériaux ductiles, l'identification conduisait à des réponses cohésives de type « trapézoïdal ». On note que cette forme est celle souvent empiriquement prescrite en simulation numérique pour la fissuration des matériaux ductiles.

#### 4. validation thermo-mécanique des modèles de zones cohésives identifiés

La procédure d'identification proposée repose sur des considérations purement mécaniques. Les bilans d'énergie réalisés en confrontant les mesures cinématiques à des grandeurs complémentaires (énergies calorifiques, contraintes) déterminées de manière indépendante permettent de valider plusieurs points clé de l'approche.

Concernant le caractère hétérogène des champs mécaniques, on observe que l'ensemble des champs se localisent de manière similaire durant le chargement (déformations, contraintes, sources de chaleur), ce qui justifie pleinement l'emploi de techniques d'imagerie pour caractériser le comportement de la matière.

Si l'on considère, comme c'est souvent le cas, que l'endommagement est un processus purement dissipatif, on montre que les observations réalisées permettent de mesurer l'énergie stockée et la dissipation associées à la réponse volumique. Ces grandeurs fournissent un garde-fou énergétique pour le modèle volumique à mettre en œuvre. Nous avons montré, à l'aide de modèles rhéologiques très simples, que des modèles mécaniques différents peuvent donner des réponses mécaniques similaires mais avoir des réponses complètement différentes sur le plan énergétique. Il convient de poursuivre la caractérisation du comportement thermo-mécanique du modèle volumique pour assoir la représentativité de la modélisation retenue et donc la confiance que l'on peut accorder au modèle cohésif identifié et aux simulations numériques qui pourront en résulter.

Ces résultats étendent notamment les travaux antérieurs de (Richefeu *et al.*, 2010) à plusieurs titres :

- l'identification du champ d'endommagement volumique que doit traduire le modèle cohésif ne pré-suppose plus nécessairement un modèle de germination-croissance de micro-cavités,

- l'identification d'une longueur cohésive permet d'établir une relation directe entre la contrainte cohésive et le saut de déplacement sur les lèvres de la fissure en train de se créer,
- les techniques de stéréo-corrélation permettent de s'affranchir d'hypothèses d'isotropie matérielle,
- les techniques de thermographie et les bilans énergétiques associés offrent une validation simple et efficace des modèles cohésifs identifiés.

Le protocole obtenu est ainsi, à notre connaissance, le premier du genre. En résumé, il permet de fournir à la modélisation numérique : 1/ la forme du modèle cohésif, 2/ ses paramètres matériaux et 3/ la longueur cohésive associée qui doit, typiquement, représenter la taille de maillage à utiliser avec ce modèle cohésif dans le cadre d'un approche de type éléments finis cohésifs-volumiques. Ces trois informations sont fournies directement à partir d'un essai de traction sur éprouvette simple pour un matériau homogène donné.

Les perspectives à ce travail sont nombreuses. Elles peuvent être classées en trois catégories principales.

### **Consolidation des résultats**

Les résultats obtenus ici doivent être consolidés plus avant au travers de l'analyse :

- d'une confrontation plus systématique entre simulation et expérience à l'aide des nombreux essais disponibles dans la base de données (chargement alterné, effet de vitesse, ...), ou bien sur des essais complémentaires (par exemple, sur des cas pleinement tridimensionnels). Cette confrontation permettrait d'établir, parmi les méthodes d'identification proposées, celle qui serait la plus adaptée pour rendre compte des résultats expérimentaux.
- d'une gamme plus vaste de matériaux ductiles, notamment ceux présentant une anisotropie matérielle marquée.
- des effets du taux de triaxialité des chargements locaux et globaux sur la réponse cohésive.
- de bilans d'énergie plus poussés (analyse de l'énergie stockée, *etc.*).

### **Extension du protocole**

Le protocole proposé doit être étendu à d'autres cas de chargement. En particulier, seule la composante normale du modèle cohésif a été identifiée dans cette étude. Les composantes tangentes restent à identifier. Ce point rejoint aussi celui de la mixité locale des modes de fissuration.

La démarche doit aussi être étendue à d'autres classes de matériaux. On pense notamment aux matériaux fragiles ou quasi-fragiles. Deux difficultés sont à anticiper : 1/ le protocole actuel s'appuie sur une estimation de la mesure de l'endommagement comme seule origine des variations de volume, ce n'est plus le cas pour les matériaux fragiles et le protocole doit être repensé, 2/ les techniques d'imagerie mécanique et thermique doivent s'orienter vers des acquisitions très haute fréquence.

### **Vers l'identification de propriétés de rupture par phase dans les matériaux hétérogènes**

A plus long terme, ces techniques d'identification de modèles cohésifs doivent être étendues aux matériaux hétérogènes. Il s'agit là d'un enjeu difficile qui devra probablement mêler des mesures de champs et des approches inverses en homogénéisation non linéaire.



(Adena *et al*, 2006) L. Adena, M. Rink, J.G. Williams, Cohesive zone modeling of fracture in polybutene. *Engineering Fracture Mechanics*, 73(16), 2476-2485 (2006).

(Alfano, 2006) G. Alfano, On the influence of shape of the interface law on the application of cohesive-zone models. *Composites Science and Technology*, 66, 723-730 (2006).

(Arias *et al*, 2007) I. Arias, J. Knap, VB. Chalivendra, S. Hong, M. Ortiz, A. Rosakis, Numerical modelling and experimental validation of dynamic fracture events along weak planes, *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 196, 3833-3840 (2007).

(Atkinson *et al*, 1968) C. Atkinson, J.D. Eshelby, The flow energy into the tip of a moving crack. *Int. J. Fract*, 4, 3-8 (1968).

(Barenblatt, 1962) G.I. Barenblatt, The mathematical theory of equilibrium of cracks in brittle fracture. *Adv. Appl. Mech.* 7, 55-129 (1962).

(Berthel, 2007) B Berthel, Mesures thermographiques de champs de dissipation accompagnant la fatigue à grand nombre de cycles des aciers. *thèse*, Université Montpellier II, Sciences et techniques du Languedoc. (2007).

(Bornert *et al*, 2009) M. Bornert, F. Brémand, P. Doumalin, J.C. Dupré, M. Fazzini, M. Grédiac, F. Hild, S. Mistou, J. Molimard, J.J. Orteu, L. Robert, Y. Surrel, P. Vacher, B. Wattrisse, Assessment of measurement errors in local displacements by Digital Image Correlation: methodology and results. *Exp. Mech.* 49(3), 353-370 (2009).

(Borst *et al*, 2006) R. de Borst, J.J.C. Remmers, A. Needleman, Mesh-independent discrete numerical representations of cohesive-zone models. *Eng. Fract. Mech.* 73, 160-177 (2006).

(Budiansky *et al*, 1973) B. Budiansky, J.R. Rice, Conservation Laws and Energy-Release Rates. *Journal of Applied Mechanics*, 40, 201-203, (1973).

(Bueckner, 1970) H.F. Bueckner, A novel principle for the computation of stress intensity factors. *Z. Angew. Math. Mech*, 50, 529-546 (1970).

(Camacho *et al*, 1996) G.T. Camacho, M. Ortiz, Computation modelling of impact damage in brittle materials. *J.Solides structures*, Vol.33, No.20-24, 2899-2938 (1996).

(Chaboche *et al*, 2001) J.L. Chaboche, F. Feyel, Y. Monerie, Interface debonding models: a viscous regularization with a limited rate dependency. *Int. J. Solids Struc*, 38, 3127–3160 (2001).

(Chandra *et al*, 2002) N. Chandra, H. Li, C. Shet, H. Ghonem, Some issues in the application of cohesive zone models for metal-ceramic interfaces. *International Journal of Solids and Structures*, 39, 2827-2855 (2002).

(Cherepanov, 1967) G.P. Cherepanov, The propagation of cracks in a continuous medium. *Journal of Applied Mathematics and Mechanics*, 31(3), 503-512 (1967).

(Chrysochoos *et al*, 2000) A. Chrysochoos, H. Louche, An infrared image processing to analyse the calorific effects accompanying strain localisation. *International Journal of Engineering Science*, 38(16), 1759 - 1788 (2000).

(Chrysochoos *et al*, 2010) A. Chrysochoos, V. Huon, F. Jourdan, J-M. Muracciole, R. Peyroux, et B. Wattrisse, Use of full-field digital image correlation and infrared thermography measurements for the thermomechanical analysis of material behavior. *Strain*, 46, 117-130 (2010).

(Chrysochoos, 1987) A. Chrysochoos, Dissipation et blocage d'énergie lors d'un écoulement en traction simple. *thèse*, Université Montpellier II - Sciences et Techniques du Languedoc (1987).

(Coirier, 1997) J. Coirier, Mécanique des milieux continus. *Dunod* (1997).

(Costanzo *et al*, 1995) F. Costanzo, D.H. Allen, A continuum thermodynamic analysis of cohesive zonemodels. *International Journal of Engineering Science*, 33, 2197-2219 (1995).

(Cottrell, 1961) A.H. Cottrell, Theoretical Aspects of Radiation Damage and Brittle Fracture in Steel Pressure Vessels. *The Iron and Steel Institute Special Report*, 69, 281-296 (1961).

(Dugdale, 1960) D.S. Dugdale, Yielding of steel sheets containing slits. *J. of the Mech. and Ph. of Sol.* 8, 100-104 (1960).

(Eshelby, 1956) J.D. Eshelby, The continuum theory of lattice defects. *Solid State Phys.* 3, 79-144 (1956).

(Falk *et al*, 2001) M. Falk, A. Needleman, J. Rice, A critical evaluation of cohesive zone models of dynamic fracture. *Journal de physique IV*, 11. 43-50 (2001).

(Fedele *et al*, 2009) R. Fedele, B. Raka, F. Hild, S. Roux, Identification of adhesive properties in GLARE assemblies using digital image correlation. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 57, 7, 1003–1016 (2009).

(Francfort *et al*, 1998) G. A. Francfort, J.-J. Marigo, Revisiting brittle fracture as an energy minimization problem. *J. Mech. Phys. Solids*, 46(8), 1319-1342 (1998).

(Fuchs *et al*, 2011) P. Fuchs, Z. Major, Experimental determination of cohesive zone models for epoxy composites. *Experimental Mechanics*, 51, 779–786 (2011).

(Garcia, 2011) D. Garcia, Mesure de formes et de champs de déplacements tridimensionnels par stéréo- corrélation d'images. *Thèse*, l'école des mines d'albi. (2011).

(Germain, 1973) P. Germain, Cours de mécanique des milieux continus, *Masson Paris* (1973).

(Griffith, 1920) A.A. Griffith, The phenomenon of rupture and flow in solids. *Philosophical Transaction of the Royal Society (London)*, A221, 163-198 (1920).

(Griset, 2012) [www.griset.com](http://www.griset.com) (CUOF.pdf) (2012).

(Gurtin, 1979) M.E. Gurtin, Thermodynamics and the cohesive zone in fracture. *Zeitschrift für Angewandte Mathematik und Physik (ZAMP)*, 30, 991–1003 (1979).

(Halphen *et al*, 1975) B. Halphen, Q. Son Nguyen, Sur les matériaux standards généralisés. *Journal de Mécanique*, 14, 39–63 (1975).

(Hashin, 1996) Z. Hashin, Finite thermoelastic fracture criterion with application to laminate cracking analysis. *J. Mech. Phys. Solids*, 44(7), 1129–1145 (1996).

(Hild *et al*, 2006) F. Hild, S. Roux, Measuring stress intensity factors with a camera: Integrated digital image correlation (I-DIC). *Comptes Rendus Mécanique*, 334(1), 8-12 (2006).

(Hong *et al*, 2003) S. Hong, K.S. Kim, Extraction of cohesive-zone laws from elastic far-fields of a cohesive crack tip: a field projection method. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 51, 1267-1286 (2003).

(Honorat, 2005) V. Honorat, S. Moreau, J-M. Muracciole, B. Wattrisse, A. Chrysochoos, Calorimetric analysis of polymer behaviour using a pixel calibration of an IRFPA camera. *Int. J. Quantitative Infrared Thermogr.* 2, 153-172 (2005).

(Honorat, 2006) V. Honorat, Analyse thermomécanique par mesure de champs des élastomères. *Thèse*, Université Montpellier II, Sciences et techniques du Languedoc. (2006).

(Hutchinson, 1968) J.W. Hutchinson, Singular behaviour at the end of a tensile crack in a hardening material. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 16, 13-31 (1968).

(Irwin, 1957) G.R. Irwin, Analysis of stresses and strains near the end of a crack traversing a plate. *Journal of Applied Mechanics*, 79, 361-364 (1957).

(Irwin, 1958) G.R. Irwin, Fracture. In *Handbuch der Physik. Springer Verlag, Berlin*, vol.6 (1958).

(Irwin, 1960) G.R. Irwin, Fracture mechanics. In *GOODIER J.N. et HOFF N.J., éditeurs, Structural mechanics*, 557-591 Pergamon, Elmsford. (1960).

(Irwin, 1962) G.R. Irwin, Crack-extension force for a part-through crack in a plate. *Jour. Appl. Mech. (Trans. ASME)*, ser. E, vol. 29, no. 4, 651-654 (1962).

(Jiang, 2010) L.Y. Jiang, A Cohesive law for carbon nanotube/polymer interface accounting for chemical covalent bonds. *Mathematics and Mechanics of Solids*, 15 (7), 718-732 (2010).

(Kubair *et al*, 2003) D. Kubair, P. Geubelle, Comparative analysis of extrinsic and intrinsic cohesive models of dynamic fracture. *Int. J. Solids Structures* 40, 3853–3868 (2003).

(Lee, 1969) E.H. Lee, Elastic plastic deformation and finite strain. *J. Appl. Mech.* 36, 1-6 (1969).

(Leguillon *et al*, 1998) D. Leguillon, G. Marion, R. Harry, F. Lécuyer, Amorçage du délaminage entre bords libres des strati és croisés. Etude de deux critères. In Lamon J. et Baptiste D, éditeur, *Comptes Rendus des Onzièmes Journées Nationales sur les Composites*, volume II, 1379–1388, Arcachon. AMAC.(1998).

(Lemaitre *et al*, 1984) J. Lemaitre, J-L. Chaboche, Mécanique des matériaux solides. *Dunod* (1984).

(Louche *et al*, 2001) H. Louche, A. Chrysochoos. Thermal and dissipative effects accompanying Lüders band propagation. *Materials Science and Engineering A*, 307, 1-2, 15-22 (2001).

(Mandel, 1966) J. Mandel, Condition de stabilité et postulat de Drücker. *Rhéologie et Mécanique des Sols*, J. Kravtchenko, P.M. Sirieys, Ed. Springer Berlin (1966).

(Monerie, 2000) Y. Monerie, Fissuration des matériaux composites : rôle de l'interface fibre/matrice. *Thèse*, Université d'Aix-Marseille II (2000).

(Muskhelishvili, 1953) N.I. Muskhelishvili, Some Basic Problems of Mathematical Theory of Elasticity. *P. Noordhoff, Groningen, Holland*, (1953).

(Needleman, 1987) A. Needleman, A continuum model for void nucleation by inclusion debonding. *Journal of Applied Mechanics*, 54, 525-531 (1987).

(Needleman, 1990) A. Needleman, An analysis of tensile decohesion along an interface. *J. Mech. Phys. Solids*, 38(3), 289-324.(1990).

(Ngo *et al*, 2010) D. Ngo, K. Park, G.H. Paulino, Y. Huang, On the constitutive relation of materials with microstructure using the PPR potential-based cohesive model for interface interaction, *Engineering Fracture Mechanics* 77 (7), 1153-1174 (2010).

(Nguyena *et al*, 2011) T.L. Nguyena, S.A. Halla, P. Vacherb, G. Viggianib, Fracture mechanisms in soft rock: Identification and quantification of evolving displacement discontinuities by extended digital image correlation, *Tectonophysics*, 503, 117–128 (2011).

(Nunes, 2012) L.C.S. Nunes, Crack-craze opening profiles near a crack tip in a polytetrafluoroethylene Original. *Polymer Testing*, 31(3), 375-383 (2012).

(Orowan, 1955) E. Orowan, Energy criteria of fracture. *Weld. J. Res. Suppl*, 20, 157 (1955).

(Palmer *et al*, 1973) A.C. Palmer, J.R. Rice, The growth of slip surfaces in the progressive failure of overconsolidated clay. *Proceedings of the Royal Society (London)*, A332, 527-548 (1973).

(Perales *et al*, 2010) F. Perales, F. Dubois, Y. Monerie, B. Piar, L. Stainier, Multi-body NSCD strategy as a multi-domain solver. Application to code coupling dedicated to the modeling of fracture of heterogeneous media, *European Journal of Computational Mechanics*, 19, 389–417 (2010).

(Raous *et al*, 1999) M. Raous, L. Cangémi, M. Cocu, Consistent model coupling adhesion, friction and unilateral contact. *Computer Meth. Appl. Mech. and Engrg.*, 177(3-4), 383-399 (1999).

(Rice *et al*, 1968) J.R. Rice, G.F. Rosengren, Plane strain deformation near crack tip in a power-law hardening material. *J. Mech. Phys. Solids*, 16, 1-12 (1968).

(Rice, 1968) J. R. Rice, A Path Independent Integral and the Approximate Analysis of Strain Concentration by Notches and Cracks. *Journal of Applied Mechanics*, 35, 379-386 (1968).

(Richefeu *et al*, 2010) V. Richefeu, A. Chrysochoos, V. Huon, Y. Monerie, R. Peyroux, B. Wattrisse, Towards local identification of cohesive zone models using digital image correlation. *European Journal of Mechanics - A/Soli.*, 34, 38-51 (2010).

(Shen *et al*, 2011) B. Shen, G.H. Paulino, Identification of cohesive zone model and elastic parameters of fiber-reinforced cementitious composites using digital image correlation and a hybrid inverse technique, *Cement & Concrete Composites* 33, 572–585 (2011).

(Sidoroff, 1982) F. Sidoroff, Cours sur les grandes déformations. G.R.E.C.O. Grandes déformations et endommagement, *Rapport G.R.E.C.O. n° 51/1982*, (1982).

(Suquet, 2003) P. Suquet, Plasticité et Rupture. *Cours Ecole Polytechnique*, (2003).

(Sutton *et al*, 2009) M.A. Sutton, J.J. Orteu, H.W. Schreier, Image Correlation for Shape, Motion and Deformation Measurements. *Hardcover*, (2009).

(Tan *et al*, 2005) H. Tan, C. Liu, Y. Huang, P.H. Geubelle, The cohesive law for particle/matrix interfaces in high explosives. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 53(8), 1892-1917 (2005).

(Tomar *et al*, 2004) V. Tomar, J. Zhai, M. Zhou, Bounds for element size in a variable stiffness cohesive finite element model. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 61 (11), 1894–1920 (2004).

(Tvergaard *et al*, 1992) V. Tvergaard, J.W. Hutchinson, The relation between crack growth resistance and fracture process parameters in elastic-plastic solids. *J. Mech. Phys. Solids*, 40, 1377-1397 (1992).

(Tvergaard, 1990). V. Tvergaard, Effect of fibre debonding in a whisker-reinforced metal. *Materials Science and Engineering*, A125, 203-213 (1990).

(Valoroso *et al*, 2010) N. Valoroso, R. Fedele, Characterization of a cohesive-zone model describing damage and de-cohesion at bonded interfaces. sensitivity analysis and mode-I parameter identification. *International Journal of Solids and Structures*, 47, 13, 1666–1677 (2010).

(Vigneron, 2009) S. Vigneron, Analyse thermomécanique multiéchelle de la transformation de phase dans les alliages à mémoire de forme. *thèse*, Université Montpellier II, Sciences et techniques du Languedoc (2009).

(Wattrisse *et al*, 2001) B. Wattrisse, A. Chrysochoos, J-M. Muracciole, M. Némot-Gaillard, Kinematic manifestation of localization phenomena in steels by digital image correlation. *Eur.J.Mech.A/Solids*, 20(2001), 189-211 (2001).

(Wells, 1961) A.A. Wells, Unstable crack propagation in metals: cleavage and fast fracture. *Proc Crack Propagation Symposium*, 1, 84 (1961).

(Williams, 1957) M.L. Williams, On the stress distribution at the base of a stationary crack. *Journal of Applied Mechanics*, 144, 79-109 (1957).

(Willis, 1967) J.R. Willis, A comparison of the fracture criteria of Griffith and Barenblatt. *J. Mech. Phys. Solids*, 15, 151-162 (1967).

(Xu *et al*, 1994) X.P. Xu, et A. Needleman, Numerical simulations of fast crack growth in brittle solids. *J. Mech Phys. Solids*, 42(9), 1397-1434 (1994).

(Zhu *et al*, 2009) Y. Zhu, K.M. Liechti, K. Ravi-Chandar, Direct extraction of rate-dependent traction-separation laws for polyurea/steel interfaces. *Int. J. Solids Struct*, 46, 31–51 (2009).





**Titre: Identification expérimentale de modèles de zones cohésives à partir de techniques d'imagerie thermomécanique**

**Résumé :** Ce travail porte sur l'identification de modèles de zones cohésives. Ces modèles, proposés initialement dans les années 60 sont maintenant intensivement utilisés dans les simulations numériques pour rendre compte de l'initiation et de la propagation de fissures pour différents matériaux et structures.

L'identification de ces modèles reste encore aujourd'hui une problématique délicate. Les développements récents de techniques d'imagerie permettent d'accéder à des champs de mesures locales (*e.g.* déformation et température, ...). On se propose dans ce travail d'utiliser la richesse des informations issues de ces techniques d'imagerie pour mettre en place une procédure d'identification qui prenne en compte à la fois le développement de la localisation (effet de structure) mais aussi la nature des différentes irréversibilités mises en jeu (comportement thermo-mécanique). On s'intéresse à des comportements élasto-plastiques endommageables de matériaux ductiles. L'endommagement est associé à un comportement cohésif de l'interface entre les éléments volumiques supposés purement élasto-plastiques.

La procédure d'identification comporte deux étapes. La première consiste à caractériser la forme et les paramètres de la loi cohésive sur des essais de traction standard à partir d'une analyse des champs mécaniques locaux. La seconde étape consiste à vérifier la cohérence thermo-mécanique du modèle identifié en confrontant les mesures calorimétriques déduites des champs de température aux les prévisions du modèle identifié.

Cette méthode est appliquée avec succès sur différents matériaux ductile (acier Dual Phase et cuivre). Une attention particulière est portée sur la caractérisation de la longueur caractéristique associée aux modèles cohésifs. On montre que cette longueur peut-être corrélée à l'échelle d'identification des processus d'endommagement sous-jacents. Ainsi les modèles cohésifs identifiés sont fournis au modélisateur avec l'échelle physique à laquelle ils résument l'endommagement volumique du matériau.

**Title: Experimental identification of cohesive zone models from thermomechanical imaging techniques**

**Abstract:** This work deals with the identification of cohesive zone models. These models were initially proposed in the 1960s. They are now more and more frequently used in numerical simulations to account for crack initiation and propagation in different materials and structures.

The identification of these models still remains a delicate issue. The recent developments in imaging techniques now allow reaching local measurement fields (*e.g.* strain, temperature,...). We propose here to use the large amount of information given by these techniques to set up an identification procedure accounting for either the localization development (structural effect) and also the character of the different irreversibility sources encountered (thermo-mechanical behavior). We study damageable elasto-plastic ductile materials. Damage is associated to a cohesive behavior of the interface between volumic elements supposed to remain purely elasto-plastic.

The identification procedure involves two steps. The first one consists in characterizing the shape and the parameters of the cohesive zone on tensile tests by analyzing the mechanical fields locally developed. The second one consists in checking the thermo-mechanical consistency of the identified model by confronting the calorimetric measurements deduced from temperature fields with the previsions of the identified model.

This method is applied on different materials (Dual Phase steel and copper). A specific caution is conferred to the characterization of the characteristic length necessarily introduced by the identification. It is shown that this length can be estimated regarding the different parameters introduced in the image processing.

**Discipline :** Mécanique et Génie Civil.

**Mots-clés :** zone cohésive, stéréo-corrélation d'image, dissipation, thermographie infrarouge, thermomécanique, longueur caractéristique,

**LMGC - UMR 5508  
Université MONTPELLIER II  
CC 048 Place Eugène Bataillon  
34095 Montpellier cedex 5**