



**HAL**  
open science

# Modélisation pour Analyses Dynamiques des Réseaux Electriques avec Compensateurs de Puissance Réactive - SVC

Mario-Alberto Rios

► **To cite this version:**

Mario-Alberto Rios. Modélisation pour Analyses Dynamiques des Réseaux Electriques avec Compensateurs de Puissance Réactive - SVC. Energie électrique. Institut National Polytechnique de Grenoble - INPG, 1998. Français. NNT: . tel-00823358

**HAL Id: tel-00823358**

**<https://theses.hal.science/tel-00823358>**

Submitted on 16 May 2013

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

**THESE**

Présentée par

**Mario Alberto RIOS**  
**Ingénieur Electricien,**  
**Universidad de Los Andes**

Pour obtenir le grade de **DOCTEUR**

De l'**INSTITUT NATIONAL POLYTECHNIQUE DE GRENOBLE** et de  
**l'UNIVERSIDAD DE LOS ANDES de BOGOTA**

(Arrêté ministériel du 30 Mars 1992)

Spécialité : **Génie Electrique**

---

**Modélisation pour Analyses Dynamiques des Réseaux Electriques avec  
Compensateurs de Puissance Réactive – SVC –**

---

Date de soutenance : **24 Septembre 1998**

Composition du Jury

Monsieur	S. SALON	Président et Rapporteur
Monsieur	S. RIOS	Rapporteur
Messieurs	A. GAUTHIER	Examineur
	N. HADJ SAID	Examineur
	R. FEUILLET	Examineur et Co-Directeur
	A. TORRES	Examineur et Co-Directeur

Thèse préparée au sein du Laboratoire d'Electrotechnique de Grenoble  
et au Département de Génie Electrique Universidad de Los Andes



## Remerciements

Le travail présenté dans ce mémoire a été effectué dans l'équipe Réseaux et Systèmes d'Energie du Laboratoire d'Electrotechnique de Grenoble (LEG) de l'Institut National Polytechnique de Grenoble (INPG) et au Département de Génie Electrique de l'Universidad de Los Andes de Bogotá.

Je remercie :

MM Jean-Claude Sabonnadière et Jean-Pierre Rognon pour m'avoir accueilli au Laboratoire d'Electrotechnique de Grenoble (LEG).

M. René Feuillet, directeur adjoint et professeur à l'ENSIEG et responsable de l'équipe Réseaux du LEG, pour m'avoir accueilli dans son équipe et pour avoir été l'un des mes directeurs de thèse.

M. Alvaro Torres, professeur à l'Universidad de Los Andes, pour m'avoir proposé l'idée de faire cette thèse en cotutelle et pour avoir été l'un de mes directeurs.

M. Sheppard Salon, professeur à l'Electric Power Engineering Department au Rensselaer Polytechnic Institute (RPI), pour avoir présidé mon jury et accepté d'être l'un de mes rapporteurs.

M. Sebastián Ríos, professeur du Departamento de Ingeniería Eléctrica de la Pontificia Universidad Católica de Chile, pour avoir également accepté d'être rapporteur de mon travail.

M. Nouredine Hadj Saïd, maître de conférences à l'ENSIEG, pour avoir accepté de faire parti de mon jury et pour son encadrement efficace.

M. Alain Gauthier, Vicedecano de Postgrados et professeur de la Facultad de Ingeniería de l'Universidad de Los Andes, pour avoir également accepté de faire partie de mon jury.

Je remercie les personnes de l'Universidad de Los Andes qui m'ont donné leur aide et amitié pendant mon séjour à Bogotá, en particulier à María Teresa de Torres et José Aníbal Ramírez.

Je remercie tout particulièrement les membres de l'équipe réseaux avec qui j'ai eu l'occasion de travailler : Aaron Snyder, Jean-Christophe Passelergue, Sylvain Maginier, Sami Amari. Je remercie aussi M. Didier Georges maître de conférences du Laboratoire d'Automatique de Grenoble (LAG), pour l'intérêt qu'il a porté à ce travail.

# TABLEAU DES MATIERES



## TABLEAU DES MATIERES

<b>CHAPITRE I - INTRODUCTION.....</b>	<b>7</b>
<b>CHAPITRE II - COMPENSATEURS STATIQUES DE PUISSANCE RÉACTIVE (SVC) .....</b>	<b>9</b>
II.1 INTRODUCTION.....	9
II.2 SCHÉMA ET FONCTIONNEMENT DU SVC.....	9
II.2.1 Schéma du SVC.....	9
II.2.2 Réactance Commandée par Thyristors (TCR).....	10
II.2.3 Condensateur Commandé par Thyristors (TSC).....	12
II.2.4 Fonctionnement du SVC.....	13
II.2.5 D'autres SVC.....	15
II.3 MODÉLISATION STATIQUE.....	17
II.4 MODÉLISATION DYNAMIQUE.....	18
II.4.1 Modèles Standards.....	18
II.4.2 Paramètres du SVC.....	21
II.5 UTILISATION ET INCONVÉNIENTS DES SVC.....	22
II.5.1 Utilisation des SVC.....	22
II.5.2 Inconvénients des SVC.....	26
II.6 COMMANDE DE SVC.....	26
II.6.1 Commande Principale.....	26
II.6.2 Commandes Supplémentaires.....	27
II.7 CONCLUSIONS.....	28
<b>CHAPITRE III – MODÉLISATION DYNAMIQUE DES RÉSEAUX ELECTRIQUES .....</b>	<b>29</b>
III.1 INTRODUCTION.....	29
III.2 RÉDUCTION D'ORDRE.....	30
III.2.1 Concepts Fondamentaux pour la Réduction des Systèmes.....	31
III.2.1.1 Réalisation Equilibrée.....	34
III.2.1.2 Réduction d'une Réalisation Equilibrée.....	35
III.2.2 Réduction d'Ordre pour des Réalisations Non-Equilibrées.....	36
III.3 IDENTIFICATION DYNAMIQUE.....	38

III.3.1	<i>Formulation du Problème</i> .....	38
III.3.2	<i>Techniques d'Identification</i> .....	39
III.3.2.1	Méthodes Non-Paramétriques.....	39
III.3.2.2	Méthodes Paramétriques.....	41
III.3.2.3	Résumé des méthodes d'identification et applications.....	45
III.3.3	<i>Identification Basée sur les Sous-Espaces (N4Sid)</i> .....	45
III.3.3.1	Concepts Fondamentaux.....	46
III.3.3.2	Algorithme.....	48
III.4	MODÉLISATION PAR SOUS-SYSTÈMES.....	48
III.4.1	<i>Méthode de Calcul par Réduction d'Ordre</i> .....	50
III.4.2	<i>Méthode de Calcul par Identification N4Sid</i> .....	50
III.5	APPLICATION.....	51
III.5.1	<i>Réseau Test et Définition de Cas</i> .....	51
III.5.1.1	Modélisation Dynamique Non-Linéaire.....	53
III.5.1.2	Cas d'Etude.....	53
III.5.2	<i>Modélisation Cas SISO – Un SVC –</i> .....	54
III.5.2.1	Modèle Réduit.....	54
III.5.2.2	Modèle Identifié.....	55
III.5.2.3	Comparaisons.....	55
III.5.3	<i>Modélisation Cas Sous-Systèmes – Deux SVC -</i> .....	56
III.5.3.1	Modèles de Sous-Systèmes Réduits.....	57
III.5.3.2	Modèle de Sous-Systèmes Identifiés.....	57
III.5.3.3	Comparaisons.....	58
III.6	CONCLUSIONS.....	61
<b>CHAPITRE IV – COMMANDE MODERNE DES SVC.....</b>		<b>63</b>
IV.1	INTRODUCTION.....	63
IV.2	COMMANDE SUPPLÉMENTAIRE LQG D'UN SVC.....	64
IV.2.1	<i>Régulateur LQR et Estimateur d'Etat</i> .....	64
IV.2.2	<i>Application au Réseau Test d'un SVC</i> .....	66
IV.3	COMMANDE LQG DÉCENTRALISÉE PAR SOUS-SYSTÈMES.....	69
IV.3.1	<i>Schéma de la Commande</i> .....	69
IV.3.2	<i>Méthode de Calcul</i> .....	70
IV.3.3	<i>Application</i> .....	73
IV.3.3.1	Simulation Linéaire.....	73
IV.3.3.2	Application Perturbation Transitoire.....	74

IV.4	COMMANDE ROBUSTE DE TENSION AU SVC.....	77
IV.4.1	Commande $H_{\infty}$ .....	77
IV.4.2	Application à un SVC.....	80
IV.4.3	Commande $H_2$ .....	89
IV.5	COMMANDE ROBUSTE DÉCENTRALISÉE.....	90
IV.5.1	Schéma de la Commande.....	92
IV.5.2	Méthode 1.....	93
IV.5.3	Méthode 2.....	95
IV.5.4	Placement des Pôles.....	96
IV.5.5	Application.....	97
IV.6	CONCLUSIONS.....	100

## CHAPITRE V – ROBUSTESSE DANS LES RÉSEAUX ELECTRIQUES

.....		101
V.1	INTRODUCTION.....	101
V.2	THÉORIE D'ANALYSE $\mu$ .....	102
V.2.1	Concepts Fondamentaux.....	102
V.2.1.1	Valeur Singulière Structurée.....	102
V.2.1.2	Transformation Fractionnelle Linéaire (TFL).....	103
V.2.1.3	Modélisation des Incertitudes.....	104
V.2.2	Analyse de la Robustesse et de la Performance du Système.....	107
V.2.2.1	Analyse de la Performance Nominale.....	107
V.2.2.2	Analyse de Stabilité Robuste.....	107
V.2.2.3	Analyse de la Performance Robuste.....	108
V.3	MODÉLISATION DES RÉSEAUX ELECTRIQUES POUR L'ANALYSE $\mu$ .....	108
V.3.1	Types des Incertitudes en Réseaux Electriques.....	109
V.3.2	Modélisation des Fonctions de Transfert Nominales.....	109
V.3.3	Modélisation des Incertitudes des Réseaux Electriques.....	110
V.3.3.1	Imprécision des Mesures.....	110
V.3.3.2	Dynamiques Négligées.....	111
V.3.3.3	Limite de Fonctionnement du Correcteur.....	112
V.3.3.4	Modèle Complet.....	113
V.3.4	Stratégie d'Analyse de Stabilité et de Robustesse.....	113
V.4	APPLICATION AU RÉSEAU TEST.....	115
V.4.1	Modélisation.....	115

V.4.1.1 Fonctions de Transfert.....	115
V.4.1.2 Dynamiques Négligées.....	116
V.4.1.3 Incertitudes des Mesures .....	117
V.4.1.4 Limite du SVC.....	117
V.4.2 <i>Analyse du Réseau d'Etude</i> .....	118
V.4.2.1 Performance Nominale.....	118
V.4.2.2 Robustesse des Correcteurs .....	119
V.4.2.3 Sensibilité par Rapport à la Modélisation de la Fonction Wu.....	123
V.5 EVALUATION DU RISQUE D'INSTABILITÉ .....	124
V.5.1 <i>Caractéristiques du Système d'Etude</i> .....	124
V.5.2 <i>Evaluation de Risque</i> .....	125
V.6 CONCLUSIONS .....	128
<b>CHAPITRE VI - ETUDE D'INTERACTIONS DES SVC .....</b>	<b>129</b>
VI.1 DÉFINITION DES CAS D'ETUDE.....	129
VI.2 ETUDE DES CAS.....	130
VI.2.1 <i>Cas 1</i> .....	130
VI.2.2 <i>Cas 2</i> .....	130
VI.2.3 <i>Cas 3</i> .....	131
VI.2.4 <i>Cas 4</i> .....	132
VI.2.5 <i>Cas 5</i> .....	133
VI.2.6 <i>Cas 6</i> .....	135
VI.2.7 <i>Observations d'Interaction des SVC</i> .....	136
<b>CHAPITRE VII – VALIDATION SUR UN GRAND RÉSEAU</b>	
<b>ELECTRIQUE .....</b>	<b>137</b>
VII.1 INTRODUCTION.....	137
VII.2 SYSTÈME DE VALIDATION.....	137
VII.3 MODÉLISATION .....	139
VII.4 COMMANDE DU SVC .....	141
VII.4.1 <i>Commande LQG</i> .....	141
VII.4.2 <i>Commande Robuste <math>H_\infty</math></i> .....	141
VII.4.3 <i>Comparaisons des Correcteurs</i> .....	142
VII.5 CONCLUSIONS .....	142

<b>CHAPITRE VIII - CONCLUSIONS GÉNÉRALES ET PERSPECTIVES</b>	
.....	<b>143</b>
<b>RÉFÉRENCES BIBLIOGRAPHIQUES.....</b>	<b>145</b>
<b>ANNEXE 1 .....</b>	<b>151</b>
<b>ANNEXE 2 .....</b>	<b>157</b>



**CHAPITRE I**  
*INTRODUCTION*



# CHAPITRE I - INTRODUCTION

Aujourd'hui, on constate que la plus part des réseaux électriques du monde se rapprochent de plus en plus des limites d'utilisation du réseau même. Ceci est dû à la augmentation constante de la consommation d'électricité et aux difficultés associées à la construction de nouveaux équipements, en particulier des lignes de transport d'électricité à haute tension.

Ainsi, on assiste à l'émergence de problèmes dans le fonctionnement du réseau électrique ; tels que des interconnexions faibles entre sous-systèmes qui, dans certaines conditions, peuvent provoquer l'instabilité du système.

Une des solutions possibles pour faire face à ces problèmes, on trouve l'utilisation des composants FACTS (« Flexible AC Transmission Systems »). Ces sont des dispositifs à base d'électronique de puissance qui permettent de commander une ou plusieurs variables électriques : tension, courant et déphasage. Parmi ces dispositifs FACTS, on peut mentionner les compensateurs statiques de puissance réactive SVC (« Static VAR Compensator »), le STATCON (« STATIC CONDenser »), le compensateur série réglable TCSC (« Thyristor Controlled Series Capacitor ») et le UPFC (« Unified Power Flow Controller »).

Cette Thèse a comme objectif l'étude des applications des techniques de commande moderne pour la commande des SVC en vue d'amortir les oscillations de tension d'un réseau électrique faible. Ces techniques ont été développées récemment dans le domaine de l'automatique et elles sont de plus en plus utilisées en réseaux électriques. Néanmoins, l'application des celles-ci requiert de nouveaux schémas de modélisation du problème associé à la commande d'un ou plusieurs composants d'un réseau électrique.

Ainsi, on a structure la thèse en trois étapes : étude de la modélisation du system avec des SVC, étude des techniques de commande et étude de l'analyse de la robustesse. Le Chapitre II fait une présentation générale du SVC en incluant ses schémas de commande, ses applications et avantages et inconvénients. Le Chapitre III présente les schémas de modélisation des réseaux électriques à employer pour le calcul des correcteurs, tant pour la commande d'un SVC que pour la commande décentralisée de plusieurs dispositifs FACTS. Ces modèles ont la caractéristique d'être d'ordre réduit, c'est-à-dire, qu'ils n'emploient pas l'ordre complet de la modélisation dynamique du système de puissance.

Le Chapitre IV utilise les modèles du Chapitre précédent pour le calcul des lois de commande moderne (commande optimale et commande robuste) et propose des schémas de calcul des correcteurs décentralisés pour les systèmes FACTS. Le Chapitre V propose une méthode de comparaison des correcteurs fondée sur les analyses de la robustesse du système. Cette analyse est complétée par une étude des interactions entre deux SVC (Chapitre VI). Le Chapitre VII présente l'application de la modélisation et la commande d'un réseau électrique de grande taille. Le Chapitre VIII présentera les conclusions et perspectives de cette thèse. Ce rapport est complété par une annexe (Annexe 1) présentant le logiciel DySENet développé sous cette Thèse pour la simulation dynamique des réseaux électriques sous ambiance Matlab et Simulink.

D'autre part, il faut mentionner que cette Thèse à été préparée dans le cadre d'une convention de cotutelle signée entre le Laboratoire d'Electrotechnique de Grenoble (LEG) de l'Institut National Polytechnique de Grenoble (INPG) et le Departamento de Ingeniería Eléctrica de l'Universidad de Los Andes de Bogotá, Colombie.

**CHAPITRE II**  
***COMPENSATEURS STATIQUES***  
***DE PUISSANCE REACTIVE -***  
***SVC -***



# CHAPITRE II - COMPENSATEURS STATIQUES DE PUISSANCE REACTIVE (SVC)

## II.1 INTRODUCTION

Le compensateur statique de puissance réactive (SVC) est un appareil statique, c'est-à-dire qui n'a pas des composants tournants et qui est connecté en shunt à un nœud du réseau électrique. Par ailleurs, le SVC est commandé par thyristors. Le SVC peut absorber ou générer de la puissance réactive selon les besoins du réseau [1, 2]. Dans le paragraphe II.2 on décrit le schéma et le fonctionnement du SVC conventionnel, ensuite on fait une présentation générale des autres SVC. Dans le paragraphe II.3 on décrit la modélisation statique du SVC et le paragraphe II.4 décrit la modélisation dynamique. Dans le paragraphe II.5, on fait la description des différentes utilisations du SVC et ses avantages et inconvénients. Enfin, dans le paragraphe II.6, on présente une discussion sur la commande du SVC.

## II.2 SCHEMA ET FONCTIONNEMENT DU SVC

### II.2.1 Schéma du SVC

Le SVC conventionnel est composé de l'association d'un condensateur commandé par thyristors (TSC «Thyristor Switched Capacitor») et d'une réactance commandée par thyristors (TCR «Thyristor Controlled Reactor») qui sont connectés en parallèle [2, 3]. Le SVC est connecté au réseau à travers un transformateur. La Figure II.1 montre le schéma type d'un SVC.

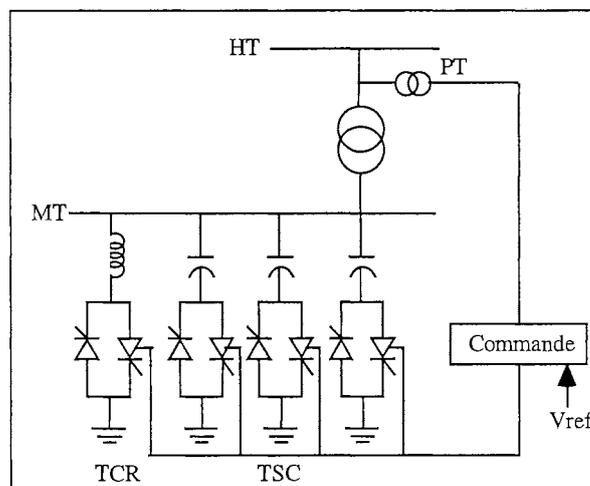


Figure II.1 Schéma Type d'un SVC

La combinaison du SVC précédant avec des bancs de condensateurs fixes (FC « Fixed Capacitors ») ou avec des condensateurs à commutation mécanique (MSC « Mechanically Switched Capacitor ») donne lieu à la formation du SVS (« Static Var Systems »). Dans le paragraphe II.2.5, nous présenterons une brève description de ces appareils.

## II.2.2 Réactance Commandée par Thyristors (TCR)

Les éléments de base d'un TCR sont une inductance connectée en série avec deux thyristors tête-bêche, comme le montre la Figure II.2 [2, 3].

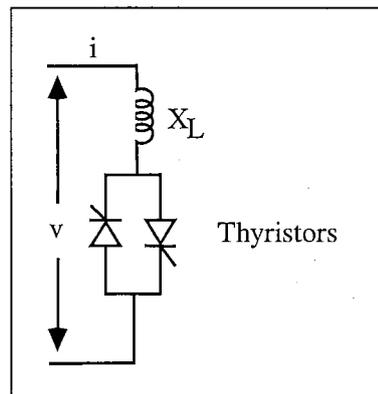


Figure II.2 Réactance Commandée par Thyristors (TCR)

Les thyristors conduisent le courant par demi-périodes en fonction de l'angle de commande des thyristors ( $\alpha$ ) qui est mesuré à partir du point de passage par zéro de la tension. Ainsi la conduction totale est obtenue pour  $\alpha=90^\circ$ . La conduction partielle est obtenue pour  $\alpha$  variant entre  $90^\circ$  et  $180^\circ$ .

L'angle de conduction ( $\sigma$ ) est donné par

$$\sigma = 2(\pi - \alpha) \quad (\text{II.1})$$

De cette façon, le courant est

$$i = \begin{cases} \frac{\sqrt{2}V}{X_L} \sin(\cos(\alpha) - \cos(\omega t)) & \text{pour } \alpha < \omega t < \alpha + \sigma \\ 0 & \text{pour } \alpha + \sigma < \omega t < \alpha + \pi \end{cases} \quad (\text{II.2})$$

Où  $X_L$  est la réactance de l'inductance.

La composante fondamentale du courant ( $I_1$ ) est donnée par

$$I_1 = \frac{V}{X_L} \frac{\sigma - \sin(\sigma)}{\pi} \quad (\text{II.3})$$

L'effet d'une augmentation de l'angle  $\alpha$  est une diminution de la composante fondamentale  $I_1$ , c'est-à-dire que la valeur effective de l'inductance augmente. Ainsi, la valeur effective de la susceptance est donnée par

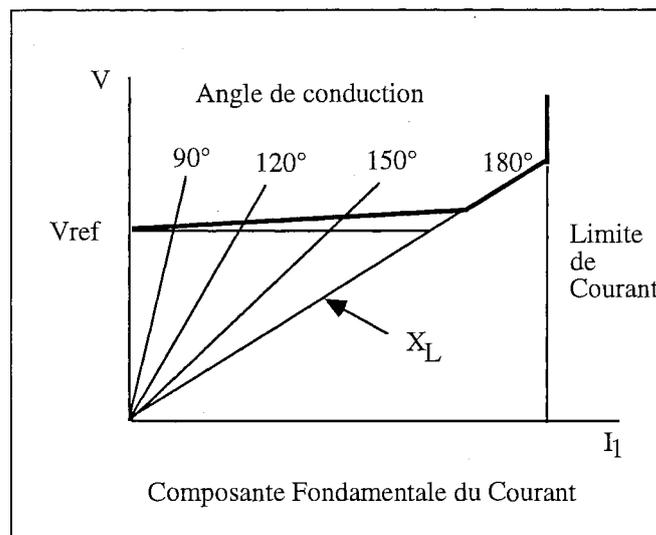
$$B(\alpha) = \frac{2(\pi - \alpha) + \sin(2\alpha)}{\pi X_L} \quad (\text{II.4})$$

La commande de l'inductance ainsi réalisée est appelée commande de phase. Le TCR a besoin de ce système de commande afin de réaliser des variations sur l'angle d'action des thyristors.

La caractéristique tension courant (V-I) de régime permanent du TCR est représentée par la Figure II.3. Cette caractéristique est décrite par l'équation suivante

$$V = V_{ref} + X_{sl} I_1 \quad (\text{II.5})$$

Où  $X_{sl}$  est la pente de la caractéristique.



**Figure II.3** Caractéristique V-I du TCR

Comme l'angle  $\alpha$  varie (de  $90^\circ$  à  $180^\circ$ ), le courant est moins sinusoïdal, donc il y a génération d'harmoniques. Si les deux thyristors ont le même angle d'action  $\alpha$ , seuls les harmoniques impairs seront générés. Pour les systèmes triphasés les TCR sont connectées en triangle ( $\Delta$  – schéma à 6-impulsions), de telle façon que les harmoniques soient absents du courant de ligne. Un autre couplage utilisé est le schéma à 12-impulsions (Figure II.4). Le temps de réponse pour faire varier les angles de commande du TCR est compris entre 5 à 10 ms.

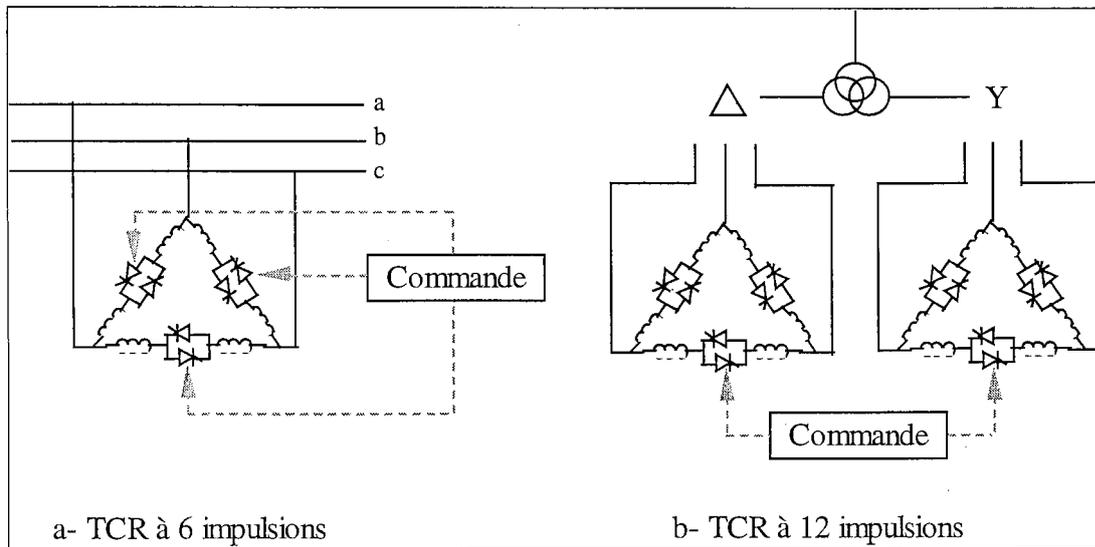


Figure II.4 TCR Triphasées

### II.2.3 Condensateur Commandé par Thyristors (TSC)

Un TSC est composé d'un banc de condensateurs commandé par des thyristors. Il existe une petite inductance connectée en série avec les condensateurs afin de limiter les surtensions transitoires et prévoir des effets de résonance avec le réseau (Figure II.5a) [2, 3]. Le TSC utilise les mêmes schémas de couplage que la TRC (6-impulsions ou 12-impulsions).

Généralement, la susceptance à installer est répartie sur plusieurs TSC connectés en parallèle (Figure II.5b).

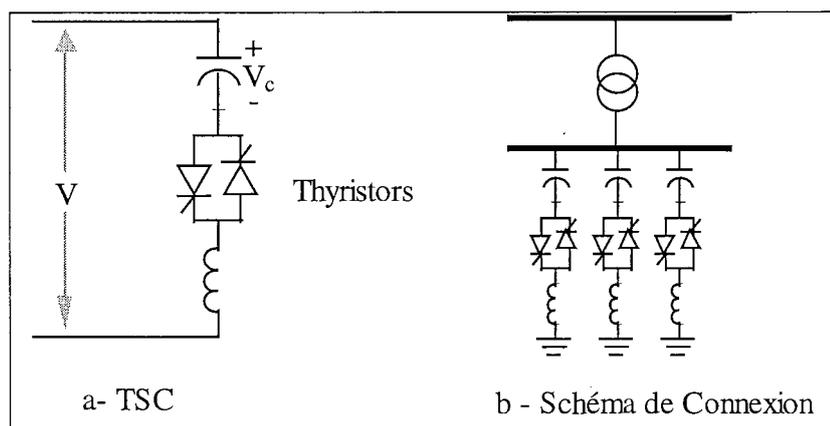


Figure II.5 Condensateur Commandé par Thyristors (TSC) et Schéma de Connexion

Quand la tension quitte une bande morte autour de la tension de référence, le système de commande des TSC connecte ou déconnecte un ou plus banc de condensateurs. De cette façon, on obtient la caractéristique V-I du TSC qui est représentée par la Figure II.6.

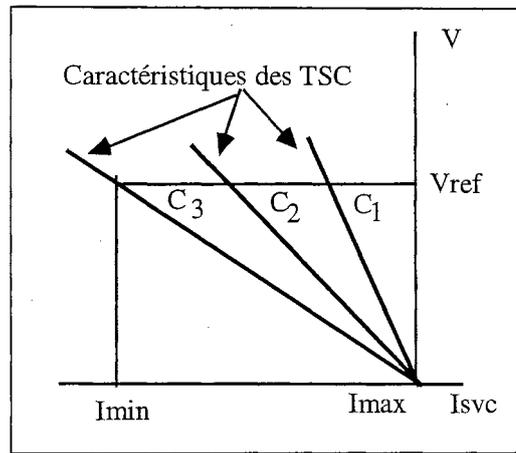


Figure II.6 Caractéristique V-I du TSC

## II.2.4 Fonctionnement du SVC

Un SVC conventionnel est composé d'une TCR et de quelques TSC (Figure II.1). Sa caractéristique V-I est formée par l'agrégation des caractéristiques de la TCR et des TSC (Figure II.3 et II.2.6). La Figure II.7 montre la caractéristique de fonctionnement d'un SVC conventionnel. Comme la Figure II.7 le montre, il y a trois zones de fonctionnement pour le SVC: la zone de régulation ( $V_{\min} < V < V_{\max}$ ,  $I_{\min} < I < I_{\max}$ ), et les deux extrêmes de fonctionnement correspondants au maximum de génération de puissance réactive et au maximum d'absorption de puissance réactive par le SVC.

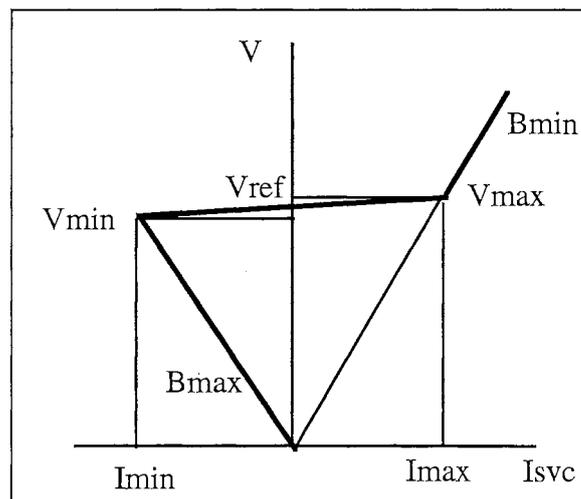


Figure II.7 Caractéristique Fondamentale du SVC

Ces limites sont données en fonction de la susceptance capacitive totale des condensateurs ( $B_C$ ) et de la susceptance maximum de l'inductance ( $B_{LMX}$ ). Ainsi:

$$B_{max} = B_C \Rightarrow Q = -B_{max} V^2$$

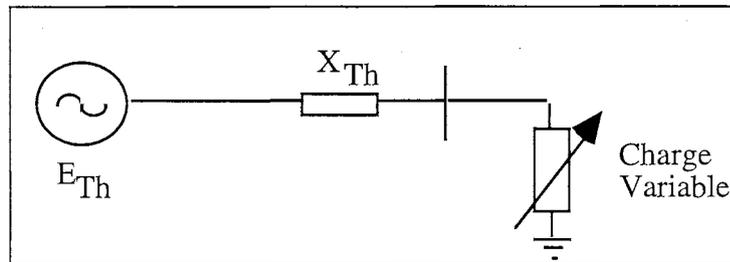
$$B_{min} = B_C - B_{LMX} \Rightarrow Q = -B_{min} V^2$$
(II.6)

La caractéristique V-I dans la zone de commande est donnée par l'équation suivante

$$V = V_{ref} + X_{SL} I_{SVC}$$
(II.7)

Généralement, la réactance  $X_{SL}$  (la pente de la caractéristique) prend une valeur comprise entre 1% et 5%.

Pour expliquer le fonctionnement du SVC dans le réseau électrique, une simplification du fonctionnement du réseau peut être représentée par une courbe V-I. Au nœud où le SVC est installé, le système peut être représenté par son réseau équivalent de Thevenin ( $E_{Th}$ ,  $X_{Th}$ ) (Figure II.8).



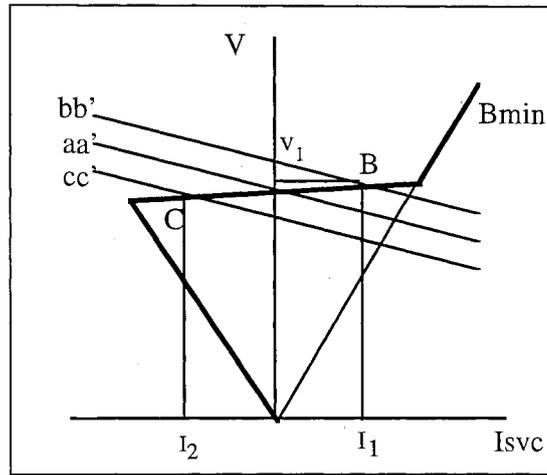
*Figure II.8 Réseau Equivalent*

La charge de ce nœud est considérée réactive variable. La tension augmente linéairement avec une augmentation de charge capacitive et diminue linéairement avec une augmentation de charge inductive (Figure II.9). De cette manière, la caractéristique V-I du réseau est donnée par l'équation

$$V = E_{th} - X_{th} I_s$$
(II.8)

Toute variation de la tension équivalent du système ( $E_{th}$ ) représente une caractéristique V-I parallèle à la caractéristique initiale.

Quand un SVC est installé au nœud de charge, celui-ci réalisera une commande de la tension. Ainsi, si la tension  $E_{th}$  augmente (par exemple, dû à la diminution de la charge du système), il y aura une variation de la caractéristique du système, telle que le montre la Figure II.9, par un passage de la courbe **aa'** à **bb'**. Sans SVC la nouvelle tension sera  $V_1$ , alors qu'avec SVC le point de fonctionnement est déplacé en **B** (intersection de la caractéristique du système et la caractéristique du SVC par l'absorption de courant par l'inductance (absorption de puissance réactive)).



**Figure II.9 Fonctionnement du SVC**

D'autre part, si  $E_{th}$  diminue (par exemple, par l'augmentation de la charge du système) la nouvelle caractéristique de tension sera donnée par la courbe  $cc'$  (Figure II.9) et le nouveau point de fonctionnement est  $C$  dû à la génération de puissance réactive par le SVC.

## II.2.5 D'autres SVC

En plus du SVC conventionnel (TSC et TRC), il existe d'autres appareils, le MSC (« Mechanically Switched Capacitor ») et le MSR (« Mechanically Switched Reactor »). L'ensemble forme les SVS (« Static VAR Systems »). La Figure II.10 montre ces deux types d'appareils ainsi que leur caractéristique V-I [2].

La différence entre le MSC et le TSC est le système de connexion et de déconnexion du condensateur. L'interrupteur est basé sur des thyristors pour le TSC (1/2 à 1 cycle) alors que l'interrupteur est mécanique pour le MSC (100 ms).

En plus de la différence de vitesse de fonctionnement des interrupteurs du MSR et du TCR (système mécanique contre système à thyristors), il existe une autre différence liée aux amplitudes de variation de la réactance. Dans le MSR, la réactance ne peut prendre que deux valeurs de fonctionnement : 0 ou la valeur totale de la réactance ( $X_M$ ); alors que pour le TCR elle peut prendre quelques valeurs entre 0 et  $X_M$ .

Un autre type de SVC est le SVC saturable (SR « Saturable Reactor »). L'élément de base est un circuit magnétique avec une caractéristique V-I non-linéaire (voir Figure II.11a). Pour obtenir la caractéristique V-I de la Figure II.11b il est nécessaire d'ajouter un condensateur en parallèle à la réactance saturable.

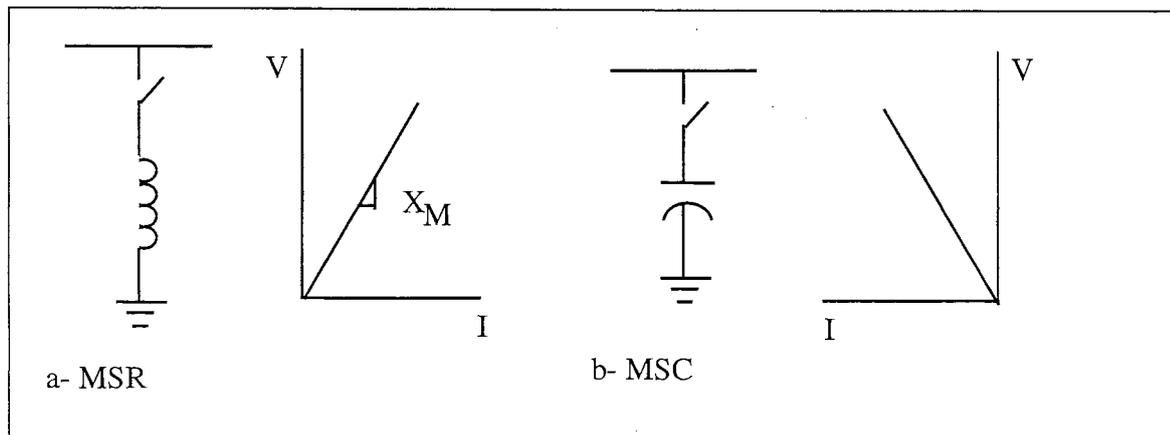


Figure II.10 MSC et MSR

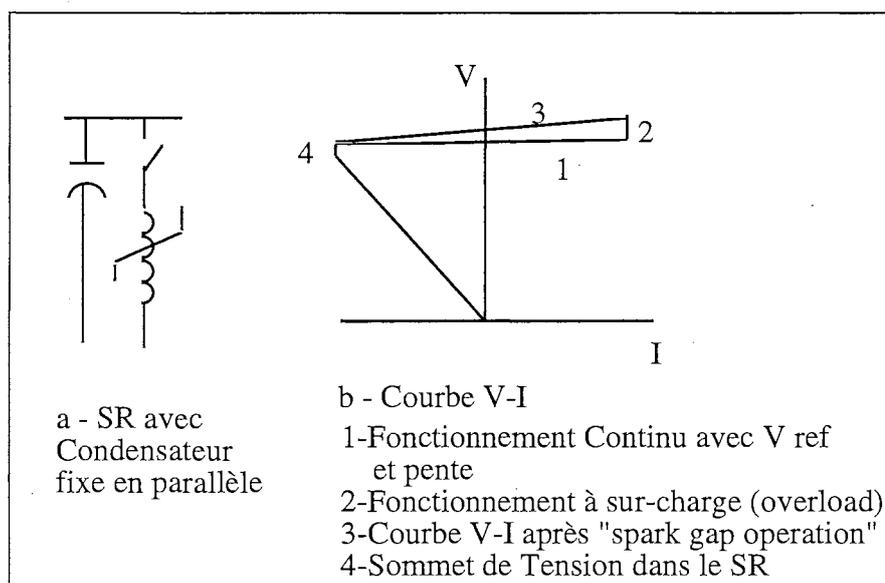


Figure II.11 SVC de Type Saturable (SR)

Grâce à des développements technologiques, les SVC se sont orientés vers l'utilisation de matériels robustes. Ce progrès a donné naissance aux Advanced SVC (STATCOM) et aux UPFC (Unified Power Flow Controller) basés sur la technologie du thyristor à ouverture par gâchette (Thyristors GTO) [4, 5]. Cette technologie a un système fondamentalement différent des SVC conventionnels.

Le STATCON est composé d'un onduleur de tension qui produit, grâce à une source de tension continue, un jeu de tensions triphasées en phase et couplées aux tensions d'une ligne via une inductance faible, correspondant en général à l'inductance de fuite par phase du transformateur de couplage. La caractéristique V-I du STATCON est représentée dans la Figure II.12.

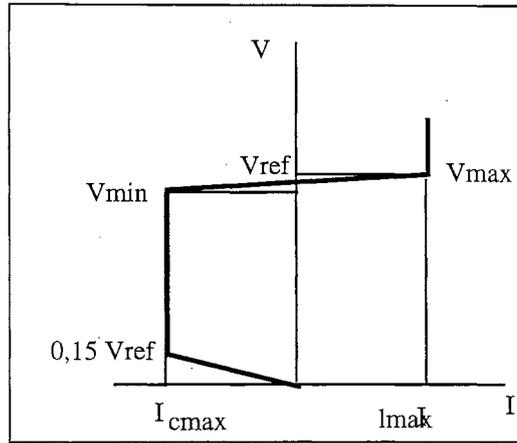


Figure II.12 Caractéristique V-I d'un STATCON

### II.3 MODELISATION STATIQUE

Les modèles statiques de compensateurs de puissance réactive (SVC) conventionnels représentent leur caractéristique tension courant. Ils ont été développés afin d'être utilisés par les logiciels de calcul de répartition de charge [2, 3, 6].

On utilise un modèle par zone de fonctionnement du SVC. La Figure II.13a représente le modèle du SVC pour la zone de régulation. Le SVC peut être simplement modélisé par un nœud PQ connecté à un nœud PV au moyen d'une réactance  $X_{sl}$ . Cette réactance représente la caractéristique de fonctionnement, c'est-à-dire la pente de la courbe qui est généralement comprise entre 1% et 5%. Au nœud PV on fixe la tension à réguler ( $V_{ref}$ ).

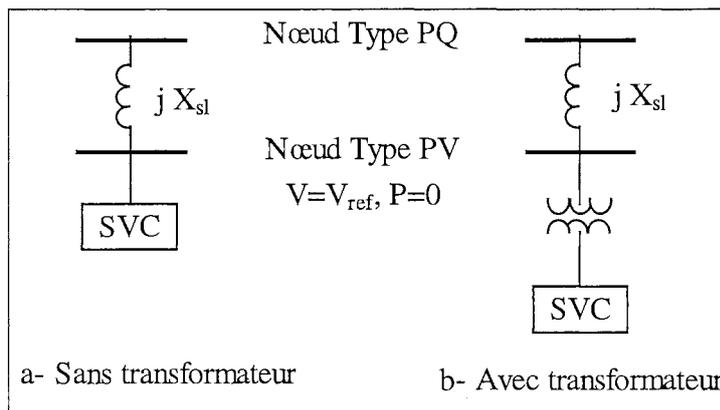


Figure II.13 Modèle Statique du SVC

Ce modèle a été modifié afin d'inclure la réactance du transformateur de connexion du SVC au poste et de séparer le nœud de mesure (haute tension) du nœud de connexion (moyenne tension) [6] (Figure II.13b).

Si le SVC fonctionne en dehors de la zone de régulation, il peut-être représenté par une branche nœud masse avec une susceptance donnée par les expressions suivantes:

$$\begin{aligned}
 B = B_{\min} &= -\frac{Q_{\max}}{V_{\max}^2} && \text{pour } I_{SVC} > I_{\max} \\
 B = B_{\max} &= -\frac{Q_{\min}}{V_{\min}^2} && \text{pour } V < V_{\min}
 \end{aligned}
 \tag{II.9}$$

## II.4 MODELISATION DYNAMIQUE

Pour l'analyse dynamique dans le domaine temporel les modèles de SVC doivent représenter son comportement uniquement en séquence système directe pour des analyses de stabilité transitoire et de stabilité dynamique (rapide et long terme). Ceci est dû au fait que la composante de séquence système inverse des éléments du SVC (condensateur et inducteur) est égale à la composante de séquence directe et que le type de connexion du SVC au tertiaire du transformateur (type  $\Delta$  pour SVC type 6-impulsions et Y sans mise à la terre pour SVC type 12-impulsions, Figure II.4) fait que l'impédance de séquence homopolaire est ouverte sans affecter celle du réseau dans les analyses des courts-circuits non-triphasés.

Pour des analyses électromagnétiques et de résonance sous synchrone, il est nécessaire d'utiliser des modèles plus élaborés, comme les modèles triphasés. Les modèles dynamiques intéressants pour cette étude sont ceux qui suivent la modélisation classique du système de régulation des générateurs, c'est-à-dire, des fonctions de transfert par modules. L'objectif principal du SVC est de commander la tension au nœud de connexion. Ainsi, le SVC utilise un système de commande en boucle fermée, référencée par la tension donnée par l'équation II.5.

### II.4.1 Modèles Standards

Des modèles de base appropriés à des études à caractère général ont été recommandés par la CIGRE [2, 3, 6]. La Figure II.14 représente deux modèles recommandés par la CIGRE pour la modélisation du SVC qui ont comme différence les systèmes de régulation. Ces modèles sont appropriés pour réaliser des études générales de stabilité dans lesquelles les caractéristiques spécifiques spéciales des SVC n'affectent pas des analyses de stabilité. Ces modèles peuvent être aussi utilisés pour faire des études préliminaires sur des nouvelles installations de SVC. Pour des études détaillées qui reflètent les particularités du SVC, les modèles utilisés dépendront de chaque type de SVC.

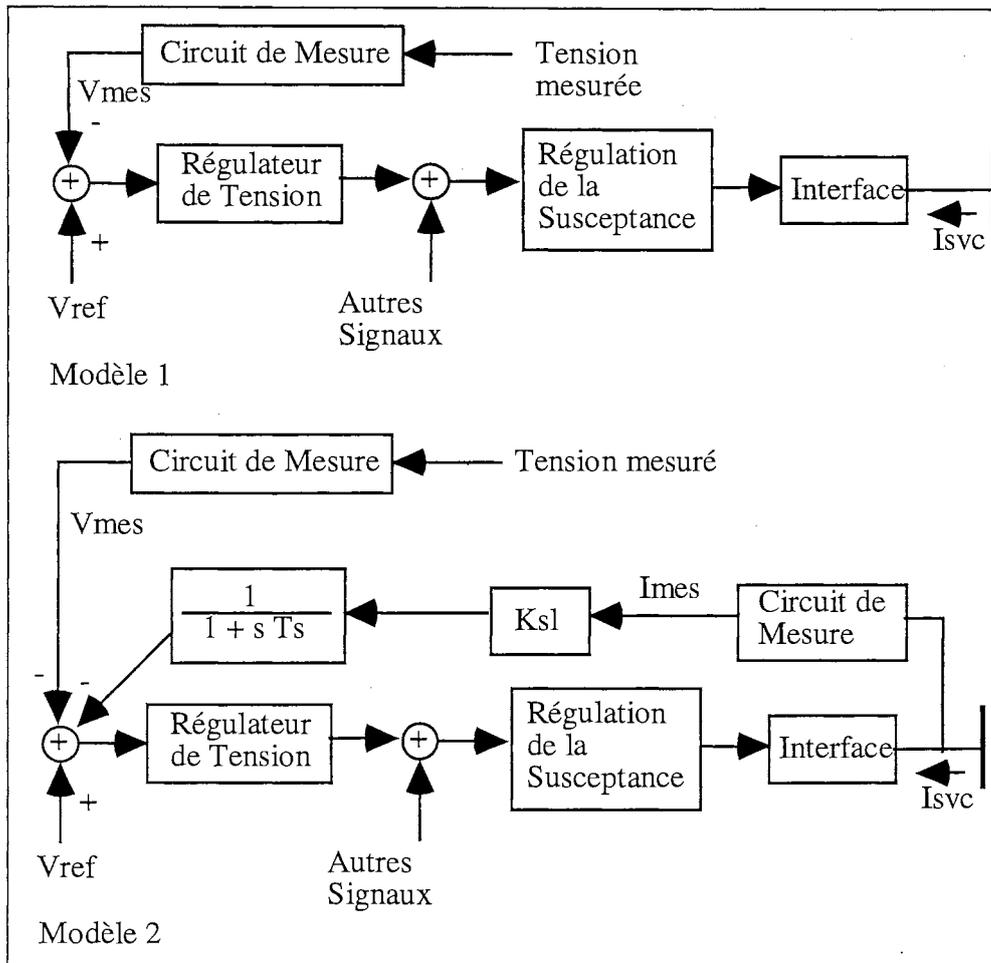


Figure II.14 Modèles Dynamiques de SVC Recommandés par la CIGRE

Fondamentalement, les modèles standards sont constitués des modules suivants:

- Module du système de mesure
- Module de régulation de tension
- Module de régulation de la susceptance
- Module de l'interface avec le réseau

- **Module de Mesure:** L'équipement de mesure convertit la tension et le courant triphasés en signaux quasi continus proportionnels à l'amplitude de la variable mesurée. Ce module est modélisé par un filtre passe-bas ayant la fonction de transfert suivante:

$$H_{mes} = \frac{1}{1 + sT_m} \quad (II.10)$$

$$H_{mes} = \frac{V_{mes}}{V_{réseau}} \quad \text{ou} \quad H_{mes} = \frac{I_{mes}}{I_{réseau}}$$

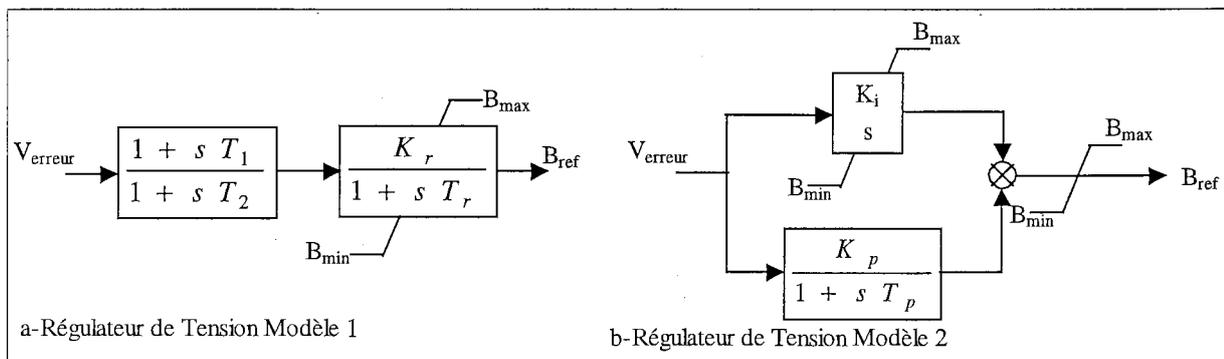
Où  $T_m$  est la constante de temps du système de mesure, avec une valeur typique comprise entre 1 et 8 ms.

- **Module de Régulation de Tension:** Ce module réalise la commande de tension en comparant la tension mesurée avec la tension de référence. Si on utilise un régulateur de type proportionnel (Figure II.15a), l'inverse du gain  $K_r$  sera égal à la caractéristique V-I désirée pour le SVC ( $X_{SL}$ ), c'est-à-dire,

$$K_r = \frac{1}{X_{SL}} \quad (II.11)$$

La constante du temps ( $T_r$ ) est typiquement comprise entre 20 et 150 ms. Le bloc  $(1+sT_1)/(1+sT_2)$  permet d'obtenir une marge de phase appropriée et d'améliorer l'amortissement des oscillations.

Si on utilise un régulateur de type intégral (Figure II.15b), il est nécessaire d'introduire une boucle de courant telle qu'elle est représentée en Figure II.14b.



*Figure II.15 Types de Régulateurs de Tension du SVC*

Pour des études préliminaires, on peut choisir les constantes  $T_m=T_1=T_2=T_p=T_d=T_b=T_s=K_p=0$ , de telle manière que l'en puisse relier les deux modèles par les équations:

$$K_r = \frac{1}{K_p} = \frac{1}{X_{sl}} \quad \text{et} \quad T_r = \frac{1}{K_{sl} K_i} \quad (II.12)$$

Où  $K_p$  est le gain proportionnel et  $K_i$  est le gain intégral du régulateur du modèle 2,  $X_{sl}$  est la pente de la caractéristique V-I du SVC.

Ainsi, les réponses des correcteurs seront les mêmes avec les deux modèles. La différence pratique de l'utilisation de l'un ou de l'autre régulateur est basée sur le type de signaux

mesurés. La plupart des SVC installés utilisent le régulateur intégral, qui élimine l'erreur d'état stable.

La tension mesurée et utilisée pour calculer  $V_{\text{erreur}}$ , qui aussi bien pour le régulateur proportionnel que pour le régulateur intégral, correspond à la tension primaire du transformateur de connexion du SVC au réseau, c'est-à-dire, à la tension à réguler. Alors que le courant employé est mesuré au secondaire du transformateur et il correspond au courant du SVC.

- **Module de Régulation de Susceptance:** sa fonction de transfert est donnée par l'expression suivante:

$$H_B = \frac{e^{-sT_d}}{1+sT_b} \quad (\text{II.13})$$

$T_d$  représente le temps de réponse de fonctionnement des thyristors (« gating transport delay » - typiquement autour de 1 ms) et  $T_b$  représente la constante de temps de la séquence de régulation (« firing sequence control » - typiquement autour de 5 ms).

En outre, il existe une relation non linéaire entre la sortie du SVC ( $B$ ) et l'angle d'action qui est obtenue par la fonction donnée par l'équation (II.4).

## II.4.2 Paramètres du SVC

L'ensemble minimum de paramètres nécessaires à la caractérisation d'un SVC sont:

- $Q_{\text{max}}$ , limite de puissance réactive inductive
- $Q_{\text{min}}$ , limite de puissance réactive capacitive
- $V_{\text{max}}$  et  $V_{\text{min}}$ , ces paramètres ainsi que les deux précédents définissent la pente de la caractéristique V-I (équations (II.6) et (II.7))
- Les données caractéristiques du SVC fournies par le constructeur
- Les paramètres dynamiques, pour le régulateur proportionnel:  $K_r$ ,  $T_r$ ,  $T_1$  et  $T_2$ , pour le régulateur intégral:  $K_{sl}$ ,  $K_i$ ,  $K_p$ ,  $T_p$ .

Le dernier groupe de données définit la caractéristique dynamique du SVC. Le gain du régulateur doit être égal à l'inverse de la pente ( $X_{s1}$ ). Pour un premier calcul on peut choisir  $T_1=T_2=K_p=T_p=0$ . Ainsi, il n'y a à définir qu'un paramètre,  $K_r$ , pour le régulateur

proportionnel et  $K_i$  pour le régulateur intégral. Selon la valeur de ces constantes on obtiendra la forme de la réponse dynamique. Pour faire ce calcul, il est nécessaire de connaître une représentation simple du réseau. Cette représentation est donnée par l'impédance de Thevenin ( $Z_{Th}$ ) égale à l'inverse de la puissance de court-circuit dans le nœud de connexion du SVC. De cette façon le système à analyser est réduit à la représentation donnée dans la Figure II.16.

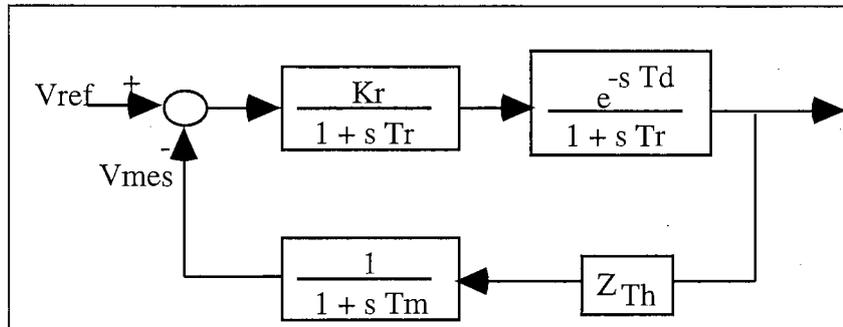


Figure II.16 Représentation Simple par Schémas Blocs d'un SVC

Par ailleurs il est nécessaire de définir les valeurs des caractéristiques de la réponse temporelle du SVC qui sont données en fonction de la réponse aux sollicitations de type échelon unitaire du signal de commande. Ces caractéristiques sont:

- Temps de montée ( $t_r$ ): Temps que la réponse prend pour passer de 0,1 au 0,9.
- Temps de stabilisation ( $t_s$ ): Temps tel que la variation de la tension autour de la valeur finale soit inférieure ou égale à 2% ou 5%.
- Valeur maximum admissible ( $V_{MAX}$ )

## II.5 UTILISATION ET INCONVENIENTS DES SVC

### II.5.1 Utilisation des SVC

Les compensateurs statiques de puissance réactive ont été utilisés dans les réseaux électriques pour résoudre une variété de problèmes, à savoir:

- **Améliorer les niveaux de tension sur un jeu de barres ou une région**

La commande de tension est la principale fonction d'un SVC. Comme cela a été décrit dans le paragraphe I.2.4, le SVC contrôle la tension d'un nœud par l'absorption ou par la fourniture de la puissance réactive que le SVC effectue sur le réseau.

Dans les systèmes à faible puissance de court-circuit, comportant des lignes de transport longues, la tension est affectée de manière significative par la variation de la charge et par la déconnexion d'éléments du réseau. Pour des charges importantes, la tension peut chuter considérablement et peut pallier à conduire à l'instabilité du réseau en tension. Les SVC ont été utilisés principalement pour corriger ce problème.

- **Augmenter la capacité de transport de puissance active du réseau**

Soit le système donné par la Figure II.17a. La capacité de transport de la ligne sera donnée par les tensions  $E$  et  $V$ , par simplicité on suppose que  $E=V$  et la réactance de la ligne ( $X_L$ ), est donnée par l'équation

$$P = P_m \sin(\delta) \quad \text{où} \quad P_m = \frac{E^2}{X_L} \quad (\text{II.14})$$

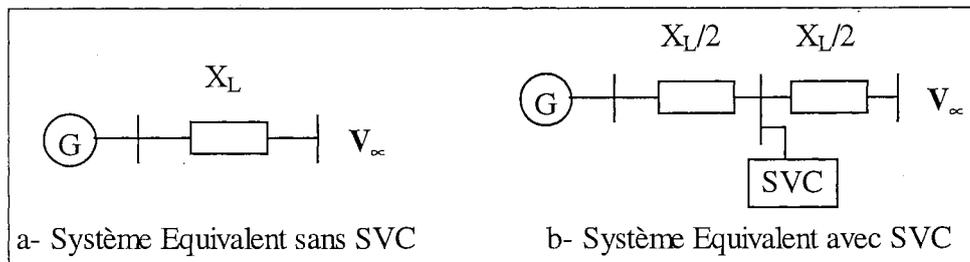


Figure II.17 Système de Ligne de Transport d'électricité (sans et avec SVC)

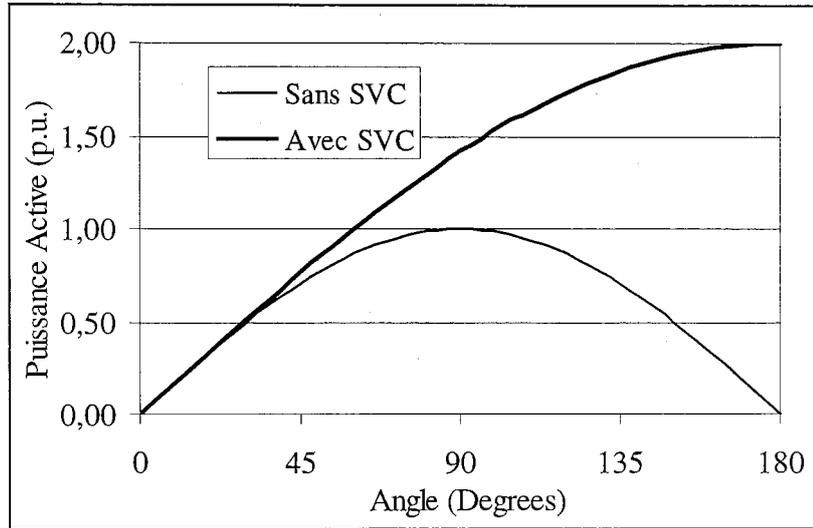
Quand un SVC de capacité de puissance réactive illimitée est installé au point milieu de la ligne (Figure II.17b), la capacité de transport est donnée par :

$$P_1 = \frac{E^2}{X_L/2} \sin\left(\frac{\delta}{2}\right) \quad (\text{II.15})$$

Pour un SVC avec une limite de capacité de puissance réactive ( $Q_c$ ), la puissance transmise par la ligne compensée est

$$P = P_m \frac{1}{1 - \frac{Q_c}{4P_m}} \sin\left(\frac{\delta}{2}\right) \quad (\text{II.16})$$

La Figure II.18 compare la caractéristique  $P-\delta$  de transport d'une ligne de transport sans et avec SVC.



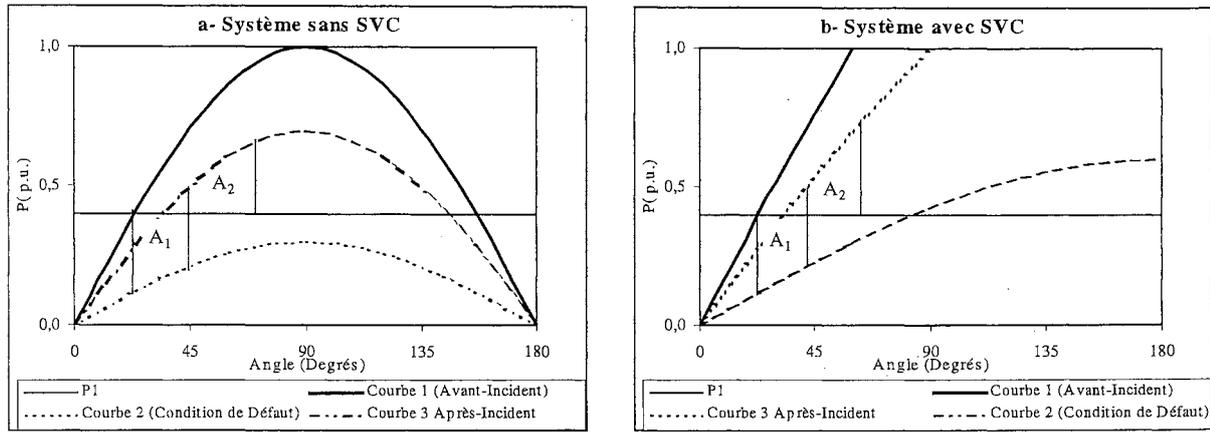
*Figure II.18 Capacité de Transport de Puissance d'une Ligne de Transport*

- **Augmenter la marge de la stabilité transitoire**

L'augmentation de la capacité de transport du réseau grâce au SVC apporte également une augmentation de la marge de la stabilité transitoire quand le système est perturbé.

Soit sur la Figure II.19, la puissance active transportée avant un défaut est supposée égale à  $P_1$ . Durant le défaut la capacité de transport chute de la courbe 1 à la courbe 2. Il y a une accélération de la machine jusqu'à ce que le défaut soit éliminé correspondant à l'angle  $\delta_c$ , la capacité est récupérée à un niveau plus petit de puissance active représentée par la courbe 3. L'aire  $A_1$  représente l'énergie d'accélération de la machine et  $A_2$  représente l'énergie de décélération. Si  $\delta_{max}$  est plus petit que l'angle critique ( $\delta_{cr}$ ) alors le système sera transitoirement stable.

La Figure II.19 représente les courbes de puissance pour les systèmes sans SVC et avec SVC, ainsi que la marge de puissance. On peut observer que  $\delta_i$ ,  $\delta_c$ ,  $\delta_{max}$  pour le système compensé sont plus petits que ceux pour le système sans SVC. De plus, l'énergie de décélération, qui peut être obtenue pour un système compensé, est plus grande.



**Figure II.19** *Marge de Stabilité Transitoire sans et avec SVC*

- **Augmenter l'amortissement des oscillations électromécaniques**

Des grandes perturbations du réseau électrique provoquent des oscillations électromécaniques qui sont généralement amorties par les circuits amortisseurs des rotors des générateurs et des stabilisateurs de puissance (PSS) associées aux commandes d'excitation du générateur. Néanmoins, des oscillations non amorties peuvent résulter d'oscillations de tension qui peuvent être générées continuellement par une compensation de puissance réactive rapide, telle que la commande de SVC.

- **Réduire les surtensions temporelles**

Les surtensions temporelles sont produites pour la connexion et déconnexion d'éléments de réseau. Un SVC permet une absorption de la puissance réactive ce qui contribue à diminuer la surtension.

En plus des applications mentionnées antérieurement, le SVC offre un avantage important qui est sa rapidité de réponse. Comme le SVC n'a pas d'élément tournant, c'est-à-dire d'inertie, son temps de réponse est plus rapide que le temps de réponse des machines électriques. Une action rapide sur la commande de tension évite l'augmentation de la génération de puissance réactive pour les générateurs en évitant l'arrivée en butée de fourniture d'absorption de puissance réactive de ces derniers.

Pour la charge, une réponse rapide du SVC, évite que les charges dynamiques (moteurs à induction) augmentent la charge totale du système. Cela permet également à certain charge de ne pas cesser sur des valeur minimum de tension (par exemple, l'éclairage fluorescent).

## II.5.2 Inconvénients des SVC

Un système qui fonctionne à ses limites d'exploitation et fortement dépendant de la compensation par SVC peut souffrir facilement d'un effondrement de tension. Ceci est dû au fait que la génération de puissance réactive hors de la zone de régulation est dépendante du carré de la tension et que le SVC ne peut plus maintenir le niveau requis par le réseau. Le SVC, hors de la zone de contrôle, fonctionne comme une susceptance connectée en parallèle sur le nœud.

D'autre part, le SVC permet de contrôler uniquement un des trois paramètres importants, la tension. Pour les deux autres paramètres, l'impédance et l'angle, d'autres systèmes sont nécessaires pour en assurer le contrôle.

Bien que les SVC aient la rapidité nécessaire pour réaliser le contrôle en temps réel, ils requièrent beaucoup de travail pour l'installation et beaucoup de place au sol. Par ailleurs, ils sont très chers.

## II.6 COMMANDE DE SVC

Les SVC sont souvent configurés pour répondre aux nécessités individuelles du système. Les techniques de commande sont variées, et dépendent de l'équipement. En conséquence, on n'a pas développé de modèle standard capable de représenter en détail toute la variété de commandes du SVC.

### II.6.1 Commande Principale

Comme, on l'a expliqué au paragraphe II.4.1, la commande principale du SVC est normalement un gain pur ou une commande type PI (proportionnelle - intégrale). L'utilisation actuelle des micro-ordinateurs pour réaliser les fonctions de régulation en réseaux électriques permet de développer des commandes plus complexes mais plus robustes et plus fiables, telles que les commandes type LQG (« Linear Quadratic Gaussian Regulator ») et  $H_{\infty}$ . Les commandes de ce type permettront quelques autres fonctions supplémentaires, comme on le verra au chapitres suivants.

## II.6.2 Commandes Supplémentaires

Selon les nécessités du système et la fonction du SVC, on peut ajouter différentes commandes supplémentaires au SVC telles que, la commande de la puissance réactive, la commande pour la supervision du gain. De plus, le régime de fonctionnement des SVC requiert une complète coordination avec les autres sources de puissance réactive connectées au même poste ou aux postes voisins. D'un autre côté, afin d'obtenir tous les bénéfices possibles de l'installation d'un SVC particulier, il est nécessaire de concevoir son système de contrôle robuste, flexible et consistant dans son fonctionnement sur une vaste gamme de conditions d'opération et de modifications structurelles du réseau.

- **Supervision du gain**

Le réseau électrique est continuellement en train de changer, par conséquent la réponse du SVC varie d'une condition du système à une autre (pour les mêmes paramètres dynamiques): par exemple, la réponse du SVC est plus lente si l'impédance  $Z_{Th}$  au nœud de commande augmente. Certaines variations du système peuvent conduire le SVC à un fonctionnement instable. Une manière de corriger ce problème est de rendre le gain plus flexible, c'est-à-dire, obtenir un système de commande à gain variable. Celui-ci peut être obtenu en employant un système automatique de supervision du gain dans le régulateur (Figure II.20).

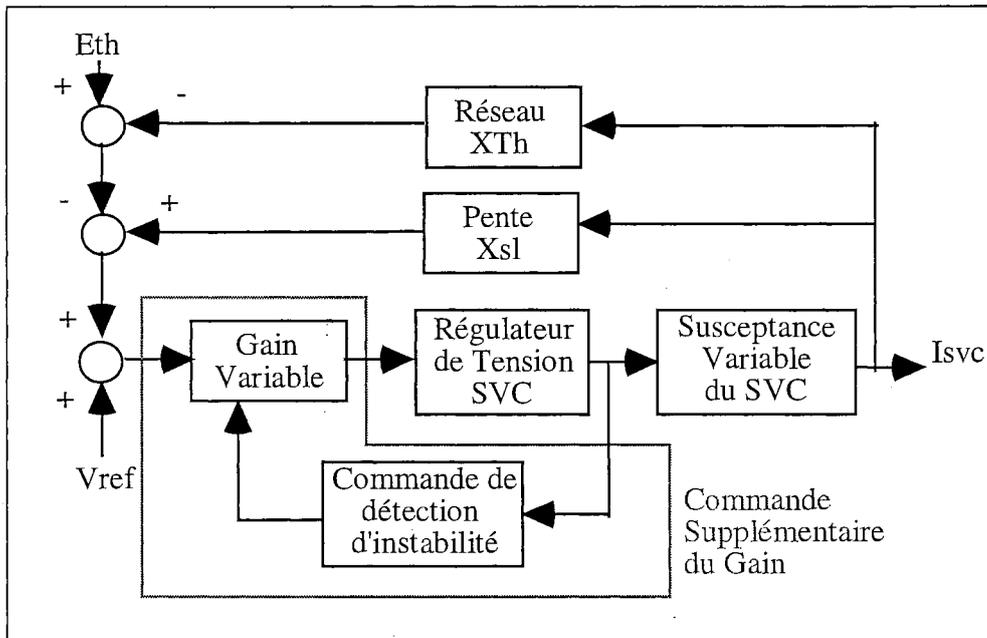


Figure II.20 Commande Supplémentaire du Gain pour le SVC

- **Commande de puissance réactive**

Le fonctionnement en régime permanent du SVC a besoin d'être coordonné avec d'autres sources de puissance réactive connectées au même poste pour éviter que le SVC fonctionne la plupart du temps à ses limites de fonctionnement (aux limites de puissance réactive). Ce type de fonctionnement est possible si la coordination n'existe pas, c'est pourquoi la réponse du SVC est plus rapide que la réponse d'autres sources de puissance réactive.

La commande de puissance réactive est plus lente que celle de la tension. Cette commande ramène le SVC à un point de fonctionnement préfixé ( $Q_{ref}$ ) dans la zone de contrôle.

## **II.7 CONCLUSIONS**

On a présenté l'état de l'art de la modélisation statique et dynamique des SVC en montrant les applications, avantages et inconvénients de l'utilisation de la compensation statique de puissance réactive. Ces concepts serviront de base pour la formulation des techniques de modélisation du réseau électrique comportant SVC utiles pour le calcul des correcteurs de tension.

# CHAPITRE III

## *MODELISATION DYNAMIQUE DES RESEAUX ELECTRIQUES*



# CHAPITRE III – MODELISATION DYNAMIQUE DES RESEAUX ELECTRIQUES

## III.1 INTRODUCTION

Pour réaliser le calcul des correcteurs appliqués aux composants des réseaux électriques, tels que les SVC et les FACTS, il est nécessaire d'avoir une représentation adéquate du réseau électrique pour pouvoir appliquer les théories de commande moderne (optimale et robuste). Normalement, cette représentation est développée en variables d'état ou en fonctions de transfert.

Ces représentations peuvent être obtenues de différentes façons. La méthode la plus connue consiste à formuler le modèle des variables d'état à partir de la linéarisation des équations différentielles qui décrivent le comportement du système autour du point de fonctionnement du système (modèle de connaissance du système). Ce modèle emploie un nombre élevé de variables d'état.

Le grand nombre de variables d'état mis des problèmes ne seulement pour le calcul que pour l'implémentation du correcteur, surtout quand on est en train d'obtenir lois de commande optimales ou robustes. Par exemple, pour les correcteurs LQG il faut calculer un estimateur d'état qui a le même ordre que le système original ; l'ordre pour le correcteur obtenu par les techniques de commande robuste ( $H_\infty$ ) est plus élevé que l'ordre du système.

Ainsi, il est nécessaire d'obtenir des modèles réduits de la dynamique des réseaux électriques. Pour ce faire, il y a deux alternatives : 1-réduction du modèle d'état qui est obtenu par la connaissance du système ou 2- identification d'un modèle qui représente la dynamique du système.

Le paragraphe III.2 présente l'étude des techniques de réduction d'ordre des systèmes linéaires appliquées aux réseaux électriques en conservant la dynamique la plus intéressante pour le calcul de la commande.

Néanmoins, ces techniques partent de la connaissance du modèle d'ordre complet (condition d'application). Ainsi, si on ne dispose pas d'un outil qui donne le modèle d'état original, on ne peut pas appliquer ces techniques. De plus, pour obtenir le modèle original, il est

nécessaire d'avoir une bonne connaissance de tous les paramètres du système (caractéristiques des générateurs, régulateurs de tension, sous-systèmes de commande, etc.).

Etant donné que pour le calcul des correcteurs il est suffisant de connaître le comportement dynamique du système qui lie les entrées et les sorties, on peut obtenir la dynamique requise par les techniques d'identification. Le processus d'identification emploie les «mesures» des sorties temporelles et les «mesures» des entrées d'excitation du système. Pour obtenir l'ensemble des mesures, on doit développer des «essais» sur le réseau. Ces essais peuvent être réalisés sur le réseau réel ou sur le «réseau» de simulation. En conséquence, dans le paragraphe III.3, nous proposons l'application de la technique d'identification N4Sid aux réseaux électriques.

En outre, l'utilisation de plusieurs SVC ou FACTS requiert la coordination de ses systèmes de régulation ou de commande, laquelle doit être décentralisée pour commander les perturbations transitoires du réseau. En conséquence, nous proposons au paragraphe III.4 une structure de modélisation par sous-systèmes qui donne quelques avantages pour la décentralisation de la commande (Chapitre IV).

Le paragraphe III.5 présente l'application de la modélisation réduite aussi bien pour la technique de réduction d'ordre que pour la technique d'identification proposée. L'application de la modélisation proposée par sous-systèmes est également présentée.

### **III.2 REDUCTION D'ORDRE**

En prenant en compte les caractéristiques des systèmes (commandabilité, observabilité, valeurs propres), on a formulé différentes techniques pour réduire l'ordre d'un modèle d'état linéaire. Quelques-unes sont de caractère général applicables à quelques systèmes linéaires, telles que la réduction des réalisations équilibrées [7] et la réduction des réalisations non-équilibrées [8, 9]. Les autres techniques sont des méthodes particulières fondées sur la modélisation dynamique des réseaux électriques, ce sont : la méthode de sélection des modes (SMA) [10] et les modèles réduits en conservant la structure du réseau [11]. De plus, on a employé différentes techniques de réduction du système au domaine des réseaux électriques pour développer des analyses de stabilité et de simulation ; ceux-ci sont des réductions par équivalents dynamiques (analyse de la cohérence des groupes des générateurs [12], analyse modale [13], identification paramétrique [14, 15]).

Les techniques SMA et de conservation de la structure du réseau électrique sont basées sur la conservation de la dynamique de l'angle du rotor et de la vitesse angulaire des générateurs. Ces techniques négligent donc les effets produits par les systèmes de régulation [17]. Les équivalents dynamiques obtiennent les systèmes réduits pour la simulation, mais ils ne sont pas pratiques pour le calcul des correcteurs [17]. Par contre, la technique de réduction de réalisation non-équilibrées obtient des modèles d'ordre très petit avec de très bonnes réponses temporelles et fréquentielles par rapport aux réponses du modèle linéaire d'ordre complet.

### III.2.1 Concepts Fondamentaux pour la Réduction des Systèmes

Ce paragraphe définit quelques termes et présente quelques théorèmes utiles pour le développement et la compréhension des techniques de réduction d'ordre d'un modèle linéaire.

- **Théorème 1** (Théorème principal de stabilité de Lyapunov). Soit le système décrit par :

$$\dot{x} = f(x, t) \quad \text{où} \quad f(0, t) = 0 \quad (\text{III.1})$$

S'il existe une fonction scalaire  $V(x, t)$  avec ses premières dérivées partielles continues lesquelles satisfont les conditions suivantes

1.  $V(x, t)$  est définie positive
2.  $\dot{V}(x, t)$  est définie négative

On dit que l'état d'équilibre à l'origine est uniforme et asymptotiquement stable [16].

- **Théorème 2.** Soit un système dynamique décrit par

$$\dot{x} = A x \quad (\text{III.2})$$

où  $x$  est le vecteur d'état de dimension  $n$  et  $A$  est une matrice constante et non-singulière. L'état d'équilibre  $x=0$  est global et asymptotiquement stable si et seulement s'il existe une matrice  $P$  réelle symétrique définie positive laquelle satisfait l'équation de Lyapunov [16]

$$A P + P A^T = -Q \quad (\text{III.3})$$

où  $Q$  est matrice quelconque réelle symétrique définie positive. Donc, on peut définir une fonction scalaire :

$$V(x, t) = x^T P x \quad (\text{III.4})$$

avec une matrice  $\mathbf{P}$  définie positive et avec sa dérivée temporelle donnée par

$$\begin{aligned}\dot{V}(x) &= \dot{x}^T P x + x^T P \dot{x} = (A x)^T P x + x^T P (A x) \\ \dot{V}(x) &= x^T (A^T P + P A) x\end{aligned}\tag{III.5}$$

en remplaçant (III.3), on obtient

$$\dot{V}(x, t) = -x^T Q x\tag{III.6}$$

Pour déterminer la stabilité à l'origine, on fixe une matrice  $\mathbf{Q}$  symétrique définie positive et on solutionne l'équation (III.3). Si la matrice  $\mathbf{P}$  est positive définie, on satisfait le Théorème 1, donc le système sera stable à l'origine.

- **Définition 1. Matrice Grammian [7].** Soit  $F : \mathcal{R} \rightarrow \mathcal{R}^{n \times m}$  une représentation matricielle de  $F(t)$ . On définit la matrice Grammian de  $F$  comme

$$W = \int_{t_1}^{t_2} F(t) F^T(t) dt\tag{III.7}$$

où  $W$  est une matrice définie positive avec un ensemble des valeurs propres toutes réelles et non-négatives  $\sigma_1^2 \geq \sigma_2^2 \geq \dots \geq \sigma_n^2 \geq 0$  et des vecteurs propres orthogonaux  $V_1, V_2, \dots, V_n$ .

- **Définition 2. Composante principale [7].** La fonction  $F$  de la définition 1 peut être représentée comme une combinaison linéaire en utilisant la base vectorielle des vecteurs propres orthogonaux  $V_1, V_2, \dots, V_n$ , de la façon suivante

$$F(t) = v_1 f_1^T(t) + v_2 f_2^T(t) + \dots + v_n f_n^T(t)\tag{III.8}$$

où  $f_i^T(t) \equiv v_i^T F(t) \quad \forall i = 1, \dots, n$ . On définit les termes suivants

$$\begin{aligned}\text{composante principale} &\equiv v_i f_i^T(t) \\ \text{vecteur composant} &\equiv v_i \\ \text{magnitude composante} &\equiv \sigma_i \\ \text{fonction composante} &\equiv f_i(t)\end{aligned}\tag{III.9}$$

- **Définition 3. Sous-espace commandable [7].** Soit un système linéaire donné par

$$\begin{aligned}\dot{x}(t) &= A x(t) + B u(t) \\ y(t) &= C x(t) \\ x(0) &= 0\end{aligned}\tag{III.10}$$

où  $\mathbf{A}$ ,  $\mathbf{B}$  et  $\mathbf{C}$  sont des matrices qui définissent le modèle d'état. Le sous-espace commandable ( $\mathbf{X}_c$ ) est le sous-espace de dimension minimale lequel contient  $im(x(t)) \forall t \in [0, T], T > 0$

Quand on emploie des signaux  $u_i = e_i \delta(t)$  où  $e_i$  est le vecteur colonne des zéros aux places  $j \neq i$  et 1 à la place  $i$ , on obtient

$$x_i(t) = e^{At} b_i \quad (\text{III.11})$$

ainsi, le sous-espace commandable  $\mathbf{X}_c$  est donné par

$$X(t) \equiv (x_1(t) \quad x_2(t) \quad \dots \quad x_3(t)) \equiv e^{At} B \quad (\text{III.12})$$

- **Définition 4. Sous-espace observable [7].** Pour le système défini par l'équation III.10, on définit l'espace non-observable  $\mathbf{X}_o$  comme le sous-espace d'ordre le plus grand lequel est contenu à  $\ker(y(t)) \forall t \in [0, T], T > 0$ . De plus, on a

$$\ker(y(t)) = im(y^T(t))^\perp \quad (\text{III.13})$$

Le sous-espace observable  $\mathbf{X}_o$  ( $X_o^\perp$ ) est le sous-espace de la plus petite dimension lequel contient  $im(y^\perp(t)) \forall t \in [0, T], T > 0$ . Une base de l'espace observable est définie comme

$$Y(t) \equiv (y_1(t) \quad y_2(t) \quad \dots \quad y_3(t)) \equiv C e^{At} \quad (\text{III.14})$$

- **Définition 5. Matrice Grammian de commandabilité [7].** Etant donné l'espace commandable  $\mathbf{X}_c$  de la définition 3, on définit la fonction  $F(t) = e^{At} B$  qui a comme matrice Grammian (définition 1)

$$W_c = \int_0^\infty e^{At} B B^T e^{A^T t} dt \quad (\text{III.15})$$

$W_c$  est l'unique matrice définie positive laquelle satisfait l'équation de Lyapunov

$$A W_c + W_c A^T + B B^T = 0 \quad (\text{III.16})$$

Las matrices  $\mathbf{A}$  et  $\mathbf{B}$  sont définies à l'équation III.10

- **Définition 6. Matrice Grammian d'observabilité [7].** Donnée l'espace observable  $\mathbf{X}_o$  de la définition 4, on définit la fonction  $F(t)=e^{A^T t} C^T$  laquelle a comme matrice Grammian (définition 1)

$$W_o = \int_0^\infty e^{A^T t} C^T C e^{A t} dt \quad (\text{III.17})$$

$W_o$  est l'unique matrice positive définie laquelle satisfait l'équation de Lyapunov :

$$A^T W_o + W_o A + C^T C = 0 \quad (\text{III.18})$$

Las matrices  $A$  et  $C$  sont définies à l'équation III.10

### III.2.1.1 Réalisation Equilibrée

Le système décrit par l'équation III.10 est intérieurement équilibré si ses matrices Grammian de commandabilité et d'observabilité sont égales.

$$W_c = W_o = \Sigma \quad (\text{III.19})$$

Soit une transformation de similarité définie par :

$$x(t) = T z(t) \quad (\text{III.20})$$

où  $T$  est la matrice de transformation. Le nouveau modèle d'état sera donné par :

$$\begin{aligned} \dot{z} &= \hat{A} z + \hat{B} u \\ y &= \hat{C} z \end{aligned} \quad (\text{III.21})$$

où

$$\begin{aligned} \hat{A} &= T^{-1} A T \\ \hat{B} &= T^{-1} B \\ \hat{C} &= C T \end{aligned} \quad (\text{III.22})$$

et

$$\begin{aligned} e^{\hat{A} t} \hat{B} &= T^{-1} e^{A t} B \\ \hat{C} e^{\hat{A} t} &= C e^{A t} T \end{aligned} \quad (\text{III.23})$$

En utilisant cette transformation on trouve les nouvelles matrices Grammian :

$$\begin{aligned} \hat{W}_c(t) &= \int_0^\infty e^{\hat{A} t} \hat{B} \hat{B}^T e^{\hat{A} t} dt = T^{-1} W_c (T^{-1})^T \\ \hat{W}_o(t) &= \int_0^\infty e^{\hat{A}^T t} \hat{C}^T \hat{C} e^{\hat{A}^T t} dt = T^T W_o T \end{aligned} \quad (\text{III.24})$$

Si un système n'est pas intérieurement équilibré, c'est-à-dire, qu'il ne satisfait pas l'équation III.19; on peut le transformer à une réalisation équilibrée de la façon suivante [7] :

1. Trouver la matrice Grammian de commandabilité par résolution de l'équation III.16
2. Décomposer en valeurs singulières (svd) la matrice Grammian de commandabilité

$$W_c = V_c \Sigma_c^2 V_c^T \quad (\text{III.25})$$

3. Définir  $T_1 = V_c \Sigma_c^{-1/2}$  et l'employer comme matrice de transformation pour trouver le modèle transformé 1 en utilisant les équations III.21 et III.22.
4. Trouver la matrice Grammian d'observabilité du système 1 (l'équation III.18).
5. Décomposer en valeurs singulières (svd) de la Matrice Grammian d'observabilité trouvée au pas 4 :

$$W_o(T_1) = \tilde{V}_o \tilde{\Sigma}_o^2 \tilde{V}_o^T \quad (\text{III.26})$$

6. Définir  $T_2 = V_o \Sigma_o^{-1/2}$
7. Trouver le modèle intérieurement équilibrée par :

$$\begin{aligned} \hat{A} &= T_2^{-1} T_1^{-1} A T_1 T_2 \\ \hat{B} &= T_2^{-1} T_1^{-1} B \\ \hat{C} &= C T_1 T_2 \end{aligned} \quad (\text{III.27})$$

### III.2.1.2 Réduction d'une Réalisation Equilibrée

B Moore [7] a développé une réduction d'ordre du modèle d'état en utilisant une réalisation intérieurement équilibrée, qui peut être obtenue en utilisant le processus décrit au paragraphe précédent.

Le processus de réduction compare des réponses impulsionnelles du système réel et du système réduit par le moyen d'une fonction d'erreur donnée par :

$$H_e(t) = C e^{A t} B - C_R e^{A_R t} B_R \quad (\text{III.28})$$

où  $A$ ,  $B$  et  $C$  sont les matrices du modèle d'état d'ordre complet et  $A_R$ ,  $B_R$  et  $C_R$  sont les matrices du modèle d'état d'ordre réduit .

Si la plus grande composante principale de  $H_e(t)$  sur  $t \in [0, \infty]$  est inférieure à la plus petite composante principale de  $Ce^{At}B$ , le modèle réduit sera bon, c'est-à-dire

$$\left\| \int_0^\infty H_e(t) H_e^T(t) dt \right\|^2 \ll \min_{\|v\|=1} \left[ v^T \left( \int_0^\infty C e^{At} B B^T e^{A^T t} C^T dt \right) v \right]^{-1/2} \quad (\text{III.29})$$

Le vecteur d'état ( $z$ ) de la réalisation équilibrée est divisé en deux parties ( $[z_1 \ z_2]^T$ ), tel que :

$$\begin{aligned} \dot{z} &= \begin{bmatrix} \dot{z}_1 \\ \dot{z}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \hat{A}_R & \hat{A}_{12} \\ \hat{A}_{21} & \hat{A}_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \hat{B}_R \\ \hat{B}_2 \end{bmatrix} u \\ y &= \begin{bmatrix} \hat{C}_R & \hat{C}_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (\text{III.30})$$

où  $\begin{bmatrix} \hat{A}_R & \hat{A}_{12} \\ \hat{A}_{21} & \hat{A}_{22} \end{bmatrix}$ ,  $\begin{bmatrix} \hat{B}_R \\ \hat{B}_2 \end{bmatrix}$  et  $\begin{bmatrix} \hat{C}_R & \hat{C}_2 \end{bmatrix}$  sont les matrices du modèle d'état de la réalisation équilibrée.

Le modèle réduit est donné par la dynamique du vecteur  $z_1$ . Le calcul des modèles réduits en utilisant la transformation équilibrée de Moore produit des systèmes mal conditionnés, en particulier si le modèle n'est pas minimal [8] et s'il y a des modes non-commandables ou non-observables, en conséquence, cette méthode n'est pas applicable aux réseaux électriques [9].

### III.2.2 Réduction d'Ordre pour des Réalisations Non-Equilibrées

Pour les systèmes qui ne sont pas intérieurement équilibrés, on a développé une méthode basée sur la réduction de Moore en tronquant l'espace des vecteurs propres de la multiplication des matrices Grammian de commandabilité et d'observabilité ( $W_c W_o$ ) et en conservant ses  $k$  valeurs propres les plus grandes [8, 9]. Cette méthode est connue sous le nom de « réduction par troncature » des valeurs singulières de Hankel. Cette méthode a été employée pour la réduction d'ordre des réseaux électriques [9].

Les pas de la méthode de réduction sont :

1. Calculer les matrices Grammian de commandabilité ( $W_c$ ) et d'observabilité ( $W_o$ ) du système original, par la résolution des équations III.16 et III.18
2. Calculer les matrices des vecteurs propres colonnes de gauche ( $V_L$ ) et des vecteurs colonnes propres de droit ( $V_R$ ) de la matrice  $W_c W_o$

3. Obtenir les sous-matrices  $V_{Rk}$  et  $V_{Lk}$  de  $n \times k$  associées aux valeurs propres  $\sigma_1^2, \sigma_2^2, \dots, \sigma_k^2$  les plus grandes de la matrice  $W_c W_o$

4. Trouver la Matrice  $E$  donnée par :

$$E = V_{Lk}^T V_{Rk} \quad (\text{III.31})$$

5. Faire la décomposition en valeurs singulières (SVD) de la matrice  $E$

$$E = U \Sigma W \quad (\text{III.32})$$

6. Trouver les matrices de transformation,  $T_L$  et  $T_R$  :

$$\begin{aligned} T_L &= V_{Lk} U \Sigma^{-1/2} \\ T_R &= V_{Rk} W \Sigma^{-1/2} \end{aligned} \quad (\text{III.33})$$

7. Trouver le modèle d'état réduit d'ordre  $k$  donné par

$$\begin{aligned} A_R &= T_L^T A T_R \\ B_R &= T_L^T B \\ C_R &= C T_R \\ \dot{x}_{red} &= A_R x_{red} + B_R u \\ y &= C_R x_{red} \end{aligned} \quad (\text{III.34})$$

où  $A_R$ ,  $B_R$  et  $C_R$  sont les matrices du modèle réduit qui modélise la dynamique entrée ( $u$ ) – sortie ( $y$ ).  $X_{red}$  est le vecteur d'état réduit.

Pour déterminer si l'ordre  $k$  du modèle réduit est approprié, on doit satisfaire le critère d'erreur de la réponse fréquentielle suivante

$$\|F(j\omega) - F_{red}(j\omega)\|_{\infty} \leq 2 \sum_{i=k+1}^n \sigma_i \quad (\text{III.35})$$

où  $F(j\omega)$  est la fonction de transfert du système original,  $F_{red}(j\omega)$  est la fonction de transfert du système réduit et  $\| \cdot \|_{\infty}$  est la plus grande valeur singulière calculée pour toute fréquence  $\omega$ .

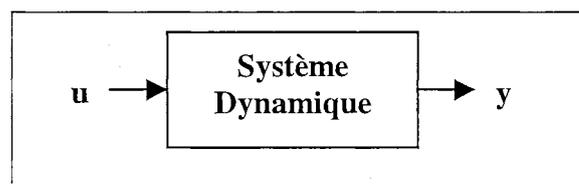
Le système réduit présente une caractéristique globale entrée-sortie similaire à la caractéristique du système sans réduction (similarité des fonctions de transfert  $G(s)$ ).

### III.3 IDENTIFICATION DYNAMIQUE

Dans le domaine de l'automatique, différentes méthodes ont été développées pour résoudre le problème d'identification des systèmes dynamiques aussi bien pour le domaine temporel que pour le domaine fréquentielle [18, 19, 20]. Le paragraphe III.3.2 présente un bilan de ces méthodes et quelques-unes de ses caractéristiques ainsi que la liaison avec le problème qui nous concerne. Précédemment, le paragraphe III.3.1 formule le problème à résoudre. Le paragraphe III.3.3 présente la méthode que nous nous proposons d'employer pour l'identification de la dynamique des réseaux électriques.

#### III.3.1 Formulation du Problème

Au début, on considère le réseau électrique comme une boîte noire dont la dynamique n'est pas connue. La Figure III.1 présente le schéma entrée-sortie du système dynamique. Ainsi, on pose comme problème d'identifier une représentation dynamique du système qui reproduise ses principales caractéristiques et qui soit utile pour le calcul des correcteurs.



*Figure III.1 Système Dynamique à Identifier*

Ce problème peut avoir beaucoup de caractéristiques, très différentes, qui font qu'une technique soit applicable ou non. Donc, on définit les caractéristiques du problème de base à traiter comme les suivantes :

1. Le système dynamique est un système multiple-entrées-multiple-sorties (MIMO en l'anglais «Multiple Input Multiple Output»). Comme cas particulier on trouve le système mono-entrée-mono-sortie (SISO en l'anglais «Single Input Single Output»).
2. La dynamique du système va être modélisée d'une façon linéaire en utilisant une représentation en fonction des variables d'état ou de la fonction de transfert.
3. Le signal d'entrée ou excitation du système à employer sera un signal réalisable aussi bien pour simulation que pour le système réel. Par exemple, on peut employer un signal binaire pseudo-aléatoire (SBPA) mais pas un signal impulsionnel (Dirac).

4. L'ensemble des données entrée-sortie sera obtenu par simulation du réseau électrique. C'est-à-dire, des essais sont sans bruit de mesure. Néanmoins, on est aussi intéressé en traiter une technique qui puisse s'employer en utilisant des données mesurables sur le système réel.
5. Le système est en boucle ouverte.
6. Le modèle identifié doit reproduire la réponse à une entrée échelon du système. Il doit aussi reproduire les caractéristiques fréquentielles du système.

### III.3.2 Techniques d'Identification

La plus part des techniques d'identification travaillent dans le domaine temporel discret. Cependant, on peut lier les modèles discrets et continus en utilisant les définitions suivantes :

- **Système Continu** : Le modèle continu de variables d'état est donné par :

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= A x(t) + B u(t) \\ y(t) &= C x(t) + D u(t) \end{aligned} \quad (\text{III.36})$$

- **Système Discret** : Le modèle discret de variables d'état est donné par :

$$\begin{aligned} x(k+1) &= F x(k) + G u(k) \\ y(k) &= C x(k) + D u(k) \end{aligned} \quad (\text{III.37})$$

- **Conversion système continu / discret**

$$F = e^{AT} \quad G = \int_0^T e^{A\tau} B d\tau \quad (\text{III.38})$$

où  $T$  est la période d'échantillonnage. Pour l'analyse des techniques d'identification, on va travailler en temps discret (voir paragraphes suivants).

#### III.3.2.1 Méthodes Non-Paramétriques

Les méthodes non-paramétriques permettent de connaître la réponse impulsionnelle du système  $\mathbf{h}(k)$ . Les méthodes les plus connues sont : 1-Méthode de déconvolution et 2-Méthode de corrélation [20].

- **Méthode de déconvolution**

Cette méthode d'identification non-paramétrique est fondée sur l'équation de convolution qui lie la sortie du système ( $\mathbf{y}(\mathbf{k})$ ) à l'entrée ( $\mathbf{u}(\mathbf{k})$ ) par le moyen de la réponse impulsionnelle ( $\mathbf{h}(\mathbf{k})$ ) du système, de la façon suivante :

$$y(k) = h(k) * u(k) = \sum_{i=0}^k h(i) \cdot u(k - i) \quad (\text{III.39})$$

Ainsi, en utilisant les valeurs échantillonnées de la sortie et de l'entrée du système, on peut calculer la réponse impulsionnelle discrète (ou séquence de pondération) d'une façon itérative.

Cette méthode n'obtient pas, d'une façon directe, une représentation en variables d'état ou en fonction de transfert. Néanmoins, on peut ajouter une procédure de détermination d'une représentation paramétrique [20, 21]. Cette procédure obtient des fonctions de transfert en calculant le numérateur et le dénominateur par l'emploi des matrices de Hankel (cas discret [20]) ou le développement des paramètres de Markov (cas continu [20]). D'autre part, la représentation en variables d'état emploie des algorithmes de calcul des réalisations à partir de la décomposition en valeurs singulières (SVD) de matrices de Hankel (Algorithme de Kung) [22]. La référence [21] présente l'application de cette méthode à l'identification des réseaux électriques. On peut résumer les caractéristiques de cette méthode :

1. L'identification peut être réalisée en temps continu ou temps discret
2. La méthode a deux pas : le premier fait l'identification de la réponse impulsionnelle (modèle non-paramétrique) et le deuxième fait la transformation du modèle non-paramétrique au modèle paramétrique.
3. Le signal d'entrée employé est une impulsion constante pour tout le premier échantillonnage (temps discret) ou une impulsion unitaire (temps continu). Ces signaux sont difficiles à mettre en œuvre pour les systèmes réels (troisième condition du problème de base).
4. La transformation de la réponse impulsionnelle à modèle paramétrique est réalisable seulement si les signaux d'entrée et de sortie sont sans bruit [22] ; ce qui pose des problèmes pour la quatrième condition donnée au problème de base à traiter.
5. La méthode est applicable au cas MIMO.

- **Méthode de corrélation**

Cette méthode consiste à utiliser les propriétés statistiques des bruits de mesure pour obtenir la réponse impulsionnelle du système. Cette réponse est calculée comme la corrélation entre les signaux d'entrée et de sortie lorsque l'on applique un signal d'entrée de type bruit blanc. Les caractéristiques de cette méthode sont :

1. Le signal d'entrée est un bruit blanc. Il peut être généré par un signal binaire pseudo-aléatoire (SBPA) aussi bien pour la simulation que pour les essais sur le système réel.
2. La méthode ne trouve pas une représentation paramétrique. Ceci pose des problèmes pour la deuxième condition donnée au problème de base à traiter.
3. Elle peut être appliquée à l'identification des systèmes multiple entrée mono sortie.

### III.3.2.2 Méthodes Paramétriques

Ces méthodes d'identification donnent une représentation paramétrique directe du système en variables d'état ou en fonctions de transfert. Les méthodes les plus connues sont :

1. Méthodes basées sur l'erreur de sortie (OE en l'anglais « Output Error »).
2. Méthodes basées sur l'erreur de prédiction ou méthode de moindres carrés.
3. Méthodes généralisées de prédiction de l'erreur en représentation d'état
4. Méthodes basées sur l'identification des sous espaces.

- **Méthodes basées sur l'erreur de sortie (OE) [18, 20]**

Ces méthodes consistent à déterminer un algorithme de recherche de valeurs des paramètres minimisant un critère ( $J$ ) d'erreur de sortie ( $\varepsilon$ ) (Figure III.2). Ce critère est donné par :

$$J(\theta) = \sum_{k=0}^N \varepsilon^2(k) = \sum_{k=0}^N (y(k) - y_M(k))^2 \quad (\text{III.40})$$

où  $y_M(\mathbf{k})$  et  $y(\mathbf{k})$  sont respectivement les sorties du modèle et du système échantillonné à l'instant  $\mathbf{k}$ . Le modèle cherché est une équation de récurrence de la forme :

$$y_M(k) + a_1 y_M(k-1) + \dots + a_n y_M(k-n) = b_0 u(k) + b_1 u(k-1) + \dots + b_n u(k-n) \quad (\text{III.41})$$

où  $\mathbf{a}_i, \mathbf{b}_i \forall i=1, \dots, n$  sont les paramètres du modèle à calculer. L'équation III.41 peut être écrit sous une forme la plus générale :

$$A(q^{-1})y_M(k) = B(q^{-1})u(k)$$

$$y_M(k) = \frac{B(q^{-1})}{A(q^{-1})}u(k) \quad (\text{III.42})$$

La fonction  $B(q^{-1})/A(q^{-1})$  est la fonction de transfert dans le domaine temporel discret.

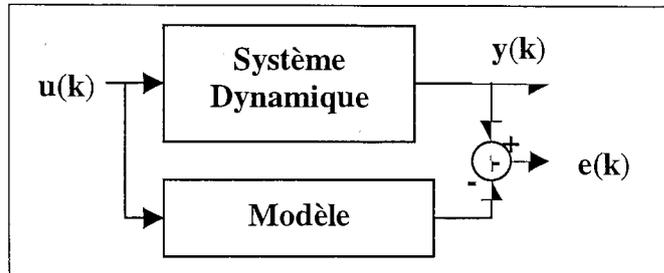


Figure III.2 Identification par la méthode OE

Parli les caractéristiques d'application de cette méthode, par rapport aux besoins de cette étude, les suivantes :

1. Le signal d'entrée est un SBPA.
2. Modèle de fonction de transfert.
3. La méthode est applicable seulement au cas SISO. Ceci ne satisfait pas complètement la condition 1 du problème de base.

- **Méthodes basées sur l'erreur de prédiction ou méthode des moindres carrés [18, 20]**

L'erreur de prédiction est définie par

$$e(k) = y(k) - \hat{y}(k) \quad (\text{III.43})$$

où  $\hat{y}(k)$  et  $y(k)$  sont respectivement les sorties du modèle prédictif et du système échantillonné à l'instant  $k$ . Le modèle est donné par :

$$\hat{y}(k) = -a_1 y(k-1) - \dots - a_n y(k-n) + b_0 u(k) + b_1 u(k-1) + \dots + b_n u(k-n)$$

$$A(q^{-1})y(k) = B(q^{-1})u(k) + e(k) \quad (\text{III.44})$$

Ces méthodes, appelées aussi méthodes des moindres carrés, partent du principe de considérer l'erreur d'équation  $e(k)$  (ou résidu) comme un bruit de mesures entre la sortie réelle et la sortie prédite. Il existe des méthodes différentes en fonction de la modélisation du résidu en

tant que résultat du filtrage d'un bruit blanc  $\mathbf{b}(k)$ . Ainsi, on trouve les modèles les plus connus :

- Modèle ARX (Auto – Régressive à entrée eXogène) : où l'erreur est donnée par :

$$e(k) = b(k) \quad (\text{III.45})$$

- Modèle ARMAX ( Auto – Régressive à Moyenne Ajustée et entrée eXogène) : où l'erreur est donnée par :

$$e(k) = C(q^{-1})b(k) \quad (\text{III.46})$$

- Modèle Box – Jenkins (BJ) : où l'erreur est donnée par :

$$e(k) = \frac{C(q^{-1})}{D(q^{-1})} b(k) \quad (\text{III.47})$$

On remarque les caractéristiques suivantes :

1. Le signal d'entrée est un SBPA.
  2. Modèle de fonctions de transfert.
  3. Tous les modèles sont applicables au cas SISO. Ceci satisfait partiellement la condition 1 du problème de base.
  4. On peut trouver un modèle ARX pour un système MIMO dans un seul processus d'optimisation. Le modèle obtient une matrice des fonctions de transfert à partir de laquelle on peut trouver une réalisation en variables d'état. Néanmoins, cette réalisation n'est pas minimale et peut agrandir le modèle résultant.
- **Méthodes généralisées de prédiction d'erreur (PEM) -représentation en variables d'état-**

Pour appliquer les méthodes OE, ARX et ARMAX au cas MIMO, on a développé une méthode qui minimise le critère suivant :

$$\min \Delta \left( \sum_{k=1}^N e(k) e^T(k) \right) \quad (\text{III.48})$$

ce critère correspond au maximum de vraisemblance pour un bruit de type Gaussien de covariance inconnue. De plus, la méthode emploie une représentation en variables d'état de

forme canonique pour diminuer le numéro des paramètres à estimer et son calcul est réalisé par des algorithmes itératifs de minimisation du critère d'erreur type Gauss-Newton.

La représentation d'état obtenue en incluant l'effet de l'erreur est :

$$\begin{aligned}x(k+1) &= F x(k) + G u(k) + K e(k) \\y(k) &= C x(k) + D u(k) + e(k)\end{aligned}\tag{III.49}$$

La structure du modèle d'état employée pour l'identification correspond à une forme canonique de commandabilité, de cette façon on minimise le nombre de paramètres à calculer dans le processus d'optimisation des moindres carrés [18].

Par rapport à cette étude, on peut mentionner les caractéristiques suivantes :

1. Le signal d'entrée est un SBPA.
2. La modélisation est en variables d'état.
3. La méthode permet de traiter des systèmes MIMO.
4. La méthode peut être étendue aux méthodes basées sur l'erreur de sortie en faisant  $K=0$  (Type OE)
5. Le minimum obtenu de l'optimisation peut être un point local, non-global. En effet, la fonction à minimiser n'est pas convexe donc la solution dépend du point d'itération initial.

- **Méthodes basées sur les sous - espaces**

Ces méthodes connues sous le nom de N4Sid (de l'anglais « Subspace State Space System Identification ») [22, 23, 24, 25] sont très nouvelles (années 90) et partent de la formulation de systèmes MIMO en variables d'état. La méthode consiste à calculer les paramètres de ce modèle à partir de la décomposition des valeurs singulières des matrices de Hankel construites sur la base des données d'entrée-sortie « mesurées ». La méthode n'est pas itérative, donc les problèmes associés à la convergence sont éliminés. Par rapport à cette étude, on peut remarquer les caractéristiques suivantes :

1. L'entrée est un signal SBPA.
2. La méthode est applicable au cas MIMO.

3. Le modèle obtenu est en variables d'état (équation III.49).
4. La méthode est bien conditionnée numériquement.

### III.3.2.3 Résumé des méthodes d'identification et applications

Le Tableau III.1 présente un résumé des caractéristiques des méthodes d'identification en fonction du problème à traiter. Les méthodes PEM et N4Sid offrent les meilleures caractéristiques pour traiter le problème d'identification d'une façon la plus générale[26]. Le paragraphe III.3.3 expose plus en détail la méthode N4Sid employée dans cette thèse.

**Tableau III.1 Analyse des Méthodes par rapport au Problème à Traiter**

Méthode	MIMO SIMO	Modèle Paramétrique	Bruit en Mesures	Observations
Déconvolution	MIMO	Variables d'état	Non	Méthode paramétrique indirecte (identification plus transformation)
Corrélation	MIMO	Non	Oui	Méthode non applicable
Erreur de la Sortie (OE)	SISO	Fonctions de Transfert	Oui	Applicable aux cas SISO
Erreur de Prédiction ARX	MIMO	Fonctions de Transfert	Oui	Il y a besoin de développer des réalisations de variables d'état à partir des fonctions de transfert au cas MIMO
Erreur de Prédiction ARMAX et BJ	SISO	Fonctions de Transfert	Oui	Applicable aux cas SISO
PEM	MIMO	Variables d'état	Oui	Problèmes de globalité de la solution itérative
Sous-espaces N4Sid	MIMO	Variables d'état	Oui	Réalisation minimale du système

### III.3.3 Identification Basée sur les Sous-Espaces (N4Sid)

La méthode d'identification utilisant les sous-espaces est non-itérative et trouve un modèle minimal en variables d'état. Ces caractéristiques font que l'emploi de la méthode est très attractive. Ce paragraphe présente la base théorique de l'algorithme de calcul des matrices du système de l'équation suivante [22, 23, 24, 25] :

$$\begin{aligned}
 x(k+1) &= A x(k) + B u(k) + w(k) \\
 y(k) &= C x(k) + D u(k) + v(k)
 \end{aligned}
 \tag{III.50}$$

avec  $m$  entrées et  $l$  sorties. Le système est d'ordre minimal égal à  $n$ .  $w$  et  $v$  sont les signaux de bruits ajoutés à la dynamique du système et à la sortie.

### III.3.3.1 Concepts Fondamentaux

Tout d'abord rappelons quelques définitions et théorèmes [23] fondamentaux de l'identification en sous-espaces.

- **Théorème 3.** Les séquences d'entrées ( $\mathbf{u}$ ), des sorties ( $\mathbf{y}$ ) et des variables d'état ( $\mathbf{x}$ ) satisfont la structure générale entrée-sortie suivante :

$$Y_h = \Gamma_i \cdot X + H_t \cdot U_h \quad (\text{III.51})$$

où  $Y_h$  est une matrice block de Hankel ( $i$  blocks ligne et  $j$  colonnes) qui contient la séquence consécutive des sorties ( $\mathbf{y}[\mathbf{k}]$  est une matrice de  $\mathbf{l} \times \mathbf{l}$ ),  $U_h$  est une matrice block de Hankel qui contient la séquence consécutive des entrées ( $\mathbf{u}[\mathbf{k}]$  est une matrice de  $\mathbf{m} \times \mathbf{l}$ ),  $X$  contient la séquence consécutive des vecteurs d'état :

$$X = [x[k] \quad x[k+1] \quad \dots \quad x[k+j-1]] \quad (\text{III.52})$$

$\Gamma_i$  est la matrice d'observabilité étendue :

$$\Gamma_i = \begin{bmatrix} C \\ CA \\ CA^2 \\ \vdots \\ CA^{i-1} \end{bmatrix} \quad (\text{III.53})$$

$H_t$  est une matrice triangulaire inférieure de matrices block Toeplitz qui contient les paramètres de Markov :

$$H_t = \begin{bmatrix} D & 0 & 0 & \dots & 0 \\ CB & D & 0 & \dots & 0 \\ CAB & CB & D & \dots & 0 \\ CA^2B & CAB & CB & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ CA^{i-2}B & CA^{i-3}B & CA^{i-4}B & \dots & 0 \end{bmatrix} \quad (\text{III.54})$$

- **Définition 7.** La matrice de  $H$  des matrices  $Y_h$  et  $U_h$  du théorème 3 est définie par

$$H = \begin{bmatrix} Y_h \\ U_h \end{bmatrix} \quad (\text{III.55})$$

- **Théorème 4.** Les propositions suivantes sont équivalentes :

(i)- Si  $\text{Rang}(X)=n$ , alors tous les modes son suffisamment excités ( $n$  étant l'ordre minimal du système)

(ii)- Si l'intersection des espaces  $\mathbf{X}$  et  $\mathbf{U}_h$  est vide, alors la propriété suivante est satisfaite :

$$\text{rang}(H) = \text{rang}(U_h) + n \quad (\text{III.56})$$

(iii)- Si  $\text{Rang}(U_h)=m$   $i$  = nombre de lignes de  $\mathbf{U}_h$ , la propriété se réduit à :

$$\text{rang}(H) = m i + n \quad (\text{III.57})$$

- **Définition 8.** La séquence entrée-sortie des données peut être représentée par deux séquences :

$$\begin{aligned} Y_{h1} &= \Gamma_{i1} \cdot X_1 + H_{i1} \cdot U_{h1} \\ Y_{h2} &= \Gamma_{i2} \cdot X_2 + H_{i2} \cdot U_{h2} \end{aligned} \quad (\text{III.58})$$

et on définit les matrices :

$$H_1 = \begin{bmatrix} Y_{h1} \\ U_{h1} \end{bmatrix} \quad H_2 = \begin{bmatrix} Y_{h2} \\ U_{h2} \end{bmatrix} \quad (\text{III.59})$$

- **Théorème 5.** La séquence des vecteurs d'état  $\mathbf{X}_2$  peut être calculée comme l'intersection des espaces  $\mathbf{H}_1$  et  $\mathbf{H}_2$  définis par l'équation III.59. On a donc :

$$\text{span}_{\text{row}}(X_2) = \text{span}_{\text{row}}(H_1) \cap \text{span}_{\text{row}}(H_2) \quad (\text{III.60})$$

- **Théorème 6.** Soit la décomposition en valeurs singulières (SVD) de  $H = \begin{bmatrix} H_1 \\ H_2 \end{bmatrix}$

$$H = \begin{bmatrix} U_{11} & U_{12} \\ U_{21} & U_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} S_{11} & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} V^T \quad (\text{III.61})$$

le vecteur de séquence  $\mathbf{X}_2$  est donné par :

$$X_2 = U_q^T \cdot U_{12}^T \cdot H_1 \quad (\text{III.62})$$

où  $U_q$  est calculé par la décomposition en valeurs singulières (SVD) de la matrice  $U_{12}^T \cdot U_{11} \cdot S_{11}$

$$U_{12}^T \cdot U_{11} \cdot S_{11} = \begin{bmatrix} U_q & U_q^\perp \end{bmatrix} \begin{bmatrix} S_q & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_q^T \\ V_q^\perp \end{bmatrix} \quad (\text{III.63})$$

- **Théorème 7.** Soit la matrice  $\mathbf{H}$  du théorème 6 et sa décomposition en valeurs singulières (SVD) donnée par équation III.61, les matrices du système dynamique de l'équation III.50 peuvent se calculer à partir de l'ensemble linéaire d'équations suivant :

$$\begin{bmatrix} U_q^T \cdot U_{12}^T \cdot U(m+l+1:(i+1)(m+l),:) \cdot S \\ U(mi+li+m+1:(m+l)(i+1),:) \cdot S \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_q^T \cdot U_{12}^T U(1:mi+li, :) \cdot S \\ U(mi+li+1:mi+li+m, :) \cdot S \end{bmatrix} \quad (\text{III.64})$$

### III.3.3.2 Algorithme

L'algorithme fondamental d'identification N4Sid est le suivant

- Construire la matrice  $\mathbf{H}$  de concaténation de  $\mathbf{H}_1$  et  $\mathbf{H}_2$ .
- Calculer la décomposition en valeurs singulières (SVD) de  $\mathbf{H}$  (équation III.61)
- Calculer la décomposition en valeurs singulières (SVD) de  $U_{12}^T \cdot U_{11} \cdot S_{11}$  (équation III.63)
- Résoudre l'ensemble d'équations III.64

Comme dernier pas complémentaire on peut employer la méthode PEM en utilisant comme point initial le modèle trouvé par N4Sid. Ce pas permet d'améliorer le modèle final.

## III.4 MODELISATION PAR SOUS-SYSTEMES

Les techniques d'identification basées sur l'analyse par sous-espaces, tel que N4Sid, permettent de calculer des modèles MIMO. Le schéma obtenu est un modèle d'ordre minimal et les variables d'état sont totalement couplées. De la même façon, les modèles obtenus par réduction d'ordre permettent de calculer des structures MIMO minimales et couplées. Néanmoins, pour les systèmes de puissance, il est plus utile d'avoir représentations de sous-systèmes découplés en variables d'état et dans la mesure du possible en sorties. Une telle représentation permettra de développer des commandes décentralisées [27] essentiels pour le contrôle des phénomènes transitoires des réseaux électriques. De plus, une représentation par sous-systèmes permettra de modéliser la dynamique excitée par chacune des entrées du

système qui est également reflétée par les sorties du système. Le modèle final ainsi obtenu ne sera pas nécessairement minimal, mais il aura moins des variables d'état qu'un modèle d'état d'ordre complet.

En supposant que le système est composé de  $N$  sous-systèmes, chacun a comme entrée ses propres entrées ( $u_i$  de dimension  $m_i$  pour  $i=1, \dots, N$ ) et toutes les sorties du système ( $y_i$  de dimension  $r_i$  pour  $i=1, \dots, N$ ), c'est-à-dire, chaque sous-système modélise l'effet de son entrée sur toutes les sorties du système. Alors, on a une représentation d'état globale donnée par :

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \\ \vdots \\ \dot{x}_N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & A_{22} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & A_{33} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & A_{NN} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ \vdots \\ x_N \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B_{11} & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & B_{22} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & B_{33} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & B_{NN} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \\ \vdots \\ u_N \end{bmatrix} \quad (\text{III.65})$$

$$[y] = \begin{bmatrix} C_{11} & \cdots & C_{1N} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ C_{N1} & \cdots & C_{NN} \end{bmatrix} [x] \quad (\text{III.66})$$

La matrice  $C$  réalise le couplage des sorties. Il faut noter que chaque sous-système ( $A_{ii}$ ,  $B_{ii}$ ,  $C_{ji}$  où  $j=1, \dots, N$ ) est minimal, donc il est observable et commandable.

Afin de faire la coordination des correcteurs dans les réseaux électriques, il faut associer chaque composante à un sous-système. Ainsi, si le système a deux SVC, chacun sera conforme à un sous-système. De plus, pour chaque modèle ou sous-système, on emploiera les sorties des deux SVC (les tensions des nœuds de connexion de chaque SVC) et l'entrée propre de chaque SVC. Ainsi, la Figure III.3 présente le schéma proposé pour l'identification des sous-systèmes (cas de 2 sous-systèmes ou SVC).

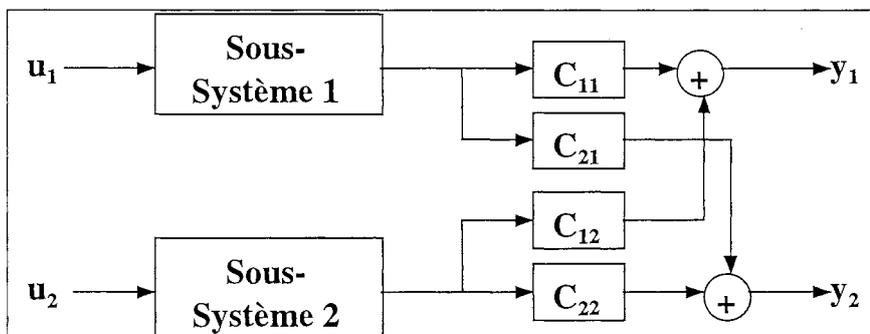


Figure III.3 Schéma Proposé pour l'Identification de deux Sous-Systèmes

Le modèle de chaque sous-système peut être calculé en utilisant soit la méthode de réduction d'ordre soit l'identification. La sélection de la méthode dépend de la disponibilité des données du système et de la capacité d'obtenir le modèle d'ordre complet du système. Si ces deux conditions sont satisfaites, il est plus recommandable d'employer la réduction d'ordre que l'identification. Par contre, l'identification est une très bonne alternative si une des conditions n'est pas possible à satisfaire.

### III.4.1 Méthode de Calcul par Réduction d'Ordre

La méthode générale proposée pour le calcul des sous-systèmes sur la base de la technique de réduction d'ordre optimale (Hankel) et pour régler la commande simultanée de  $N$  composants (SVC et autres FACTS), est la suivante :

- i- Définir chaque sous-système en associant le composant correspondant (Type de FACTS et nœud de connexion) et en déterminant son entrée.
- ii- Définir l'ensemble des sorties du système.
- iii- Obtenir le modèle linéaire d'ordre complet qui utilise toutes les entrées et sorties définies aux étapes antérieures.
- iv- A partir du modèle d'ordre complet, obtenir le modèle de chaque sous-système ( $A_{ii}$ ,  $B_{ii}$ ,  $C_{ji}$  où  $j=1, \dots, N$ ) en utilisant la méthode de réduction d'ordre optimale pour les systèmes non-équilibrés (paragraphe III.2.2).

### III.4.2 Méthode de Calcul par Identification N4Sid

La méthode générale proposée pour le calcul de sous-systèmes sur la base de l'identification et pour régler la commande simultanée de  $N$  composants (SVC et autres FACTS), est la suivante :

- i- Définir chaque sous-système en associant le composant correspondant (Type de FACTS et nœud de connexion) et en déterminant son entrée.
- ii- Définir l'ensemble des sorties de tous les sous-systèmes.
- iii- Réaliser des essais de mesure des données entrée-sortie de chaque sous-système. Chaque essai utilise comme entrée un signal SBPA appliqué à l'entrée du sous-

système et mesure cette entrée et les sorties de tous les sous-systèmes.

- iv- Réaliser des essais de mesure des données entrée-sortie de chaque sous-système soumis à une entrée échelon (de la même façon que l'étape iii).
- v- Identifier le modèle de chaque sous-système ( $A_{ii}$ ,  $B_{ii}$ ,  $C_{ji}$  où  $j=1, \dots, N$ ) en utilisant la méthode N4Sid. Pour la validation, on doit employer les tests habituels de validation (analyse des résidus, comparaison réponses fréquentielles [18, 28]) et de plus comparaison de la réponse temporelle à entrée échelon.

### III.5 APPLICATION

Ce paragraphe présente l'application des techniques de modélisation à ordre réduit d'un système de puissance qui utilise des compensateurs statiques de puissance réactive (SVC). De plus, Le réseau test sera également employé dans les chapitres suivants de cette thèse. Ainsi, on présente quelques caractéristiques du comportement du système en régime permanent et en régime transitoire ainsi que sa modélisation dynamique. De plus, on définit deux cas d'étude pour le développement des différentes analyses.

#### III.5.1 Réseau Test et Définition de Cas

Pour cette étude on va employer le réseau de la Figure III.4 [3]. Le système est composé de deux zones de génération connectées par une liaison faible avec des lignes de transport d'énergie très longues. Il y a des charges électriques de chaque côté des lignes. La zone 1 transmet à la zone 2 une puissance de 400 MW. Un SVC est placé au point milieu des lignes (nœud 8). Ce SVC est de +100 MVar à +500MVar avec une pente de 10% ( $x_{s1}$ ).

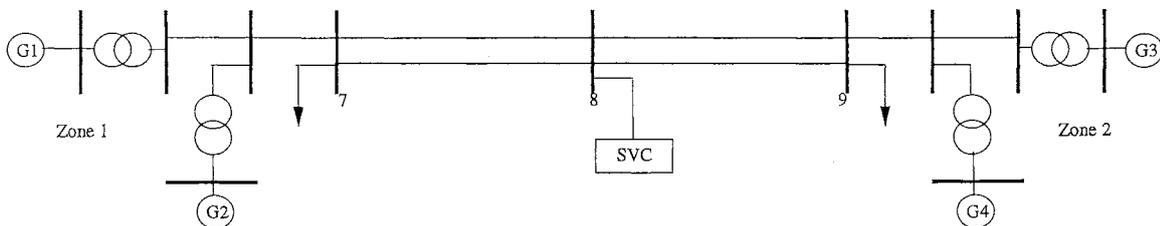


Figure III.4 Réseau d'Étude - Système de 11 nœuds –

Dans les conditions de demande maximale du système et en régime permanent, la production totale de puissance réactive en présence du SVC est de 1382 MVar. Par contre, s'il n'y a pas de SVC, la génération de puissance réactive est de 1578 MVar. D'autre part, les tensions aux

nœuds de charge sont améliorées en utilisant le SVC. Pour le cas sans SVC, les tensions des nœuds de charge sont 0.895 p.u. et 0.878 p.u. et alors que dans le cas avec SVC, ces tensions sont 0.943 p.u. et 0.928 p.u. Ces caractéristiques montrent l'avantage de l'utilisation des SVC (du point de vue de l'analyse en régime permanent).

Du côté du comportement dynamique, ce système présente des oscillations inter zones faiblement amorties. Ces oscillations se retrouvent dans la tension des nœuds et naturellement dans le transit de puissance de la liaison 7-9. Par exemple quand le système est soumis à un défaut d'une des lignes 8-9 (temps d'élimination =  $t_{cl} = 74\text{ms}$ ) le système présente des oscillations de tension pendant 250 secondes environ (taux d'amortissement de 0.34 %). La Figure III.5 présente la réponse des tensions des nœuds de la liaison pour le système comportant un SVC. Au nœud 8, la tension varie entre 0.95 et 1.03 et au nœud 7 la variation est entre 0.89 et 0.99. Si le système est à 500 kV, les oscillations sont d'environ 50 kV ; ce qui présentent un grand risque pour le système (par exemple, fonctionnement en cascade des protections).

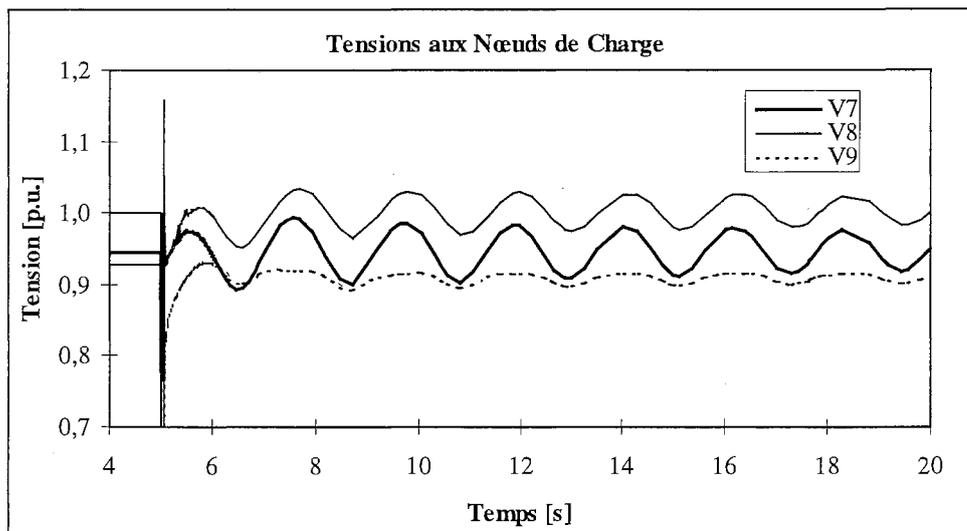


Figure III.5 Système avec SVC, Tensions des Nœuds 7 à 9. Défaut ligne 8-9,  $t_{cl}=74\text{ ms}$

D'autre part, si au lieu du SVC, on a utilisé une compensation capacitive fixe le système ne pourra pas maintenir sa stabilité. Les Figures III.5 et III.6 montrent bien l'intérêt de l'utilisation des SVCs placés dans l'interconnexion des zones. Néanmoins, On constate également qu'il y a besoin d'un régulateur performant pour l'amortissement des oscillations. Ces problèmes se présentent fréquemment dans l'interconnexion de réseaux électriques et ceux-ci sont particulièrement intéressante pour notre étude.

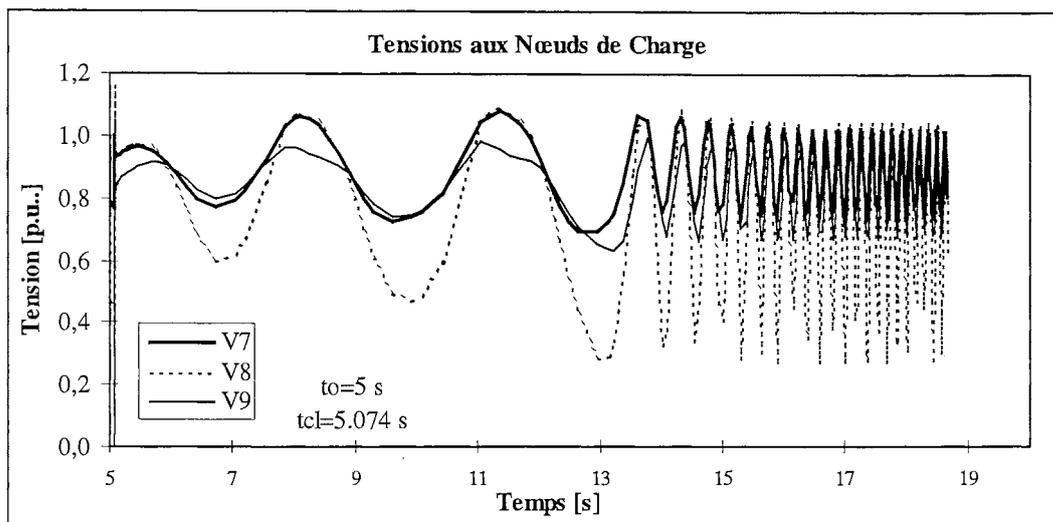


Figure III.6 Système sans SVC, Tensions des Nœuds 7 à 9. Défaut ligne 8-9,  $t_{cl}=74$  ms

### III.5.1.1 Modélisation Dynamique Non-Linéaire

Chacun des générateurs est modélisé en utilisant six variables d'état  $[\delta \ \omega \ E_{fd} \ \Psi_d \ \Psi_{q1} \ \Psi_{q2}]$  (3), les entrées sont le courant du réseau, le couple mécanique et la tension du champ  $e_{fd}$  qui provient de la sortie du système d'excitation et régulation de la tension. On a employé comme système de régulation de la tension, le système DC1A de l'IEEE [29]. Le modèle total de chaque générateur possède 10 variables d'état. Donc, il y a 40 variables d'état pour décrire la dynamique du système de génération [17].

La chapitre 2 a présenté les modèles du SVC et de ses régulateurs (type proportionnel et type proportionnel - intégral). On a utilisé le modèle 1 du SVC et du système de régulation (type proportionnel), en utilisant 2 variables d'état pour décrire sa dynamique.

### III.5.1.2 Cas d'Etude

- Cas de base ou cas d'un SVC

On définit le cas de base, pour tout ce document comme le système décrit aux paragraphes antérieurs et associé à la Figure III.4, en ajoutant qu'on désire obtenir un système de régulation du SVC qui amortit les oscillations. Ce problème correspond à un cas SISO qui utilise la tension au nœud de connexion du SVC comme signal de sortie.

- **Cas modifié ou cas de deux SVC**

Pour l'étude de la modélisation de plusieurs SVC (ou FACTS), la coordination des systèmes de commande et l'étude des interactions entre SVC, on a modifié le réseau test (Figure III.4) en ajoutant un SVC au nœud de charge 9. En plus, on a ajouté une contrainte de fonctionnement employée normalement dans la planification et l'exploitation des réseaux électriques, la tension minimale de fonctionnement doit être 0.95 p. u.

Avec cette condition, le système est stable en petites perturbations si les deux SVC ont la commande typique, mais très oscillatoire. Donc, on est intéressé pour trouver un modèle dynamique qui lie les entrées des SVC (actionneurs des thyristors) et leurs sorties (tensions des nœuds de connexion) et qui soit utile pour le calcul de la commande.

### III.5.2 Modélisation Cas SISO – Un SVC –

Pour le cas SISO, décrit au paragraphe précédent, on a employé le signal de commande des thyristors du SVC comme signal d'entrée et la tension au nœud de connexion du SVC comme sortie. Les paragraphes suivants présentent les modèles obtenus par les deux techniques présentées dans ce chapitre.

#### III.5.2.1 Modèle Réduit

En utilisant la réduction d'ordre des systèmes non-équilibrés (Réduction optimale de Hankel) on a obtenu un modèle d'état d'ordre 9. Ce modèle conserve les deux modes d'oscillation les plus significatifs de la dynamique du système. Les matrices du modèle d'état sont :

$$\begin{aligned}
 \mathbf{A} = & \begin{bmatrix} -48,66 & -75,12 & -68,61 & -107,71 & -64,04 & -9,88 & -377,65 & -377,94 & -281,48 \\ 0,00 & -10,74 & -13,72 & -26,19 & -16,16 & -2,57 & -95,42 & -96,37 & -72,07 \\ 0,00 & 0,00 & -0,95 & -21,44 & -12,51 & -2,01 & -74,01 & -74,95 & -56,06 \\ 0,00 & 0,00 & 2,17 & -0,30 & -0,67 & -0,21 & -3,67 & -5,15 & -4,07 \\ 0,00 & 0,00 & 0,00 & 0,00 & -0,06 & -3,29 & -0,72 & -1,06 & -1,25 \\ 0,00 & 0,00 & 0,00 & 0,00 & 3,23 & 0,03 & -0,37 & 0,12 & 0,13 \\ 0,00 & 0,00 & 0,00 & 0,00 & 0,00 & 0,00 & -1,68 & -6,50 & -6,55 \\ 0,00 & 0,00 & 0,00 & 0,00 & 0,00 & 0,00 & 0,41 & -1,14 & -4,03 \\ 0,00 & 0,00 & 0,00 & 0,00 & 0,00 & 0,00 & 0,00 & 0,00 & -0,56 \end{bmatrix} \\
 \mathbf{B} = & \begin{bmatrix} 9,43 \\ 2,61 \\ 1,73 \\ -0,01 \\ 0,11 \\ -0,03 \\ 0,66 \\ 0,13 \\ 0,28 \end{bmatrix} \\
 \mathbf{C} = & \begin{bmatrix} 0,5929 & 1,1762 & 1,0821 & 2,4448 & 1,8628 & -0,353 & 8,9745 & 10,9251 & 9,3429 \end{bmatrix} \\
 \mathbf{D} = & \begin{bmatrix} 0,00 \end{bmatrix}
 \end{aligned}$$

Le mode le plus proche de l'axe imaginaire ( $-0.0122 \pm j 3.2569$ ) correspond au mode critique du système calculé avec le modèle d'ordre complet du système.

### III.5.2.2 Modèle Identifié

Pour obtenir des « Mesures » de l'entrée ( $\mathbf{u}$ ) et de la sortie ( $\mathbf{y}$ ) quand le système  $G(s)$  est excité par un signal binaire pseudo aléatoire (SBPA) on a réalisé une simulation du système. Un essai typique a utilisé un temps d'échantillonnage de 0.1s, le signal a été généré en utilisant 8 bits, le temps de l'essai a été de 51s [26].

Le procédé a été identifié par la méthode **N4Sid** en temps discret puis il a été transformé au en continu. Le modèle obtenu satisfait tests de validation [18, 28] de résidus et à la réponse temporelle à une entrée en échelon (comparaison par rapport à la réponse « mesurée » par simulation sur le modèle non-linéaire).

Le modèle obtenu est d'ordre 9 et il est représenté par l'équation d'état de temps continu avec les matrices A, B, C et D suivantes :

$$\begin{aligned}
 \mathbf{A} = & \begin{bmatrix} -50,29 & -8,85 & 19,19 & 11,85 & -32,59 & 36,44 & 11,61 & -44,09 & 55,71 \\ 0,98 & -0,08 & 2,27 & 0,29 & -0,90 & 0,83 & 0,40 & -0,69 & -0,05 \\ 2,59 & -1,53 & -1,23 & -3,06 & 3,30 & -4,30 & -0,99 & 4,22 & -3,94 \\ -1,50 & -0,20 & 2,27 & 0,01 & 1,77 & -0,88 & -0,44 & 0,47 & 0,72 \\ -1,81 & 0,00 & 0,97 & -0,92 & -2,36 & 3,14 & 2,18 & -4,27 & 2,72 \\ 0,72 & 0,00 & -0,37 & 0,18 & 1,04 & -1,58 & -2,61 & 3,33 & -1,21 \\ 0,20 & 0,03 & -0,12 & 0,02 & 0,28 & -0,28 & -0,24 & 8,64 & -1,81 \\ -0,28 & -0,01 & 0,19 & -0,06 & -0,57 & 0,87 & -6,26 & -2,17 & -0,29 \\ 0,13 & 0,02 & -0,06 & -0,01 & 0,11 & -0,13 & 0,44 & 0,18 & -3,52 \end{bmatrix} \\
 \mathbf{B} = & \begin{bmatrix} -22,47 \\ 0,37 \\ 0,87 \\ -0,46 \\ -0,69 \\ 0,27 \\ 0,08 \\ -0,10 \\ 0,06 \end{bmatrix} \\
 \mathbf{C} = & \begin{bmatrix} -0,997 & 0,014 & 0,0545 & -0,0274 & -0,0408 & 0,018 & 0,0067 & -0,007 & 0,0002 \end{bmatrix} \\
 \mathbf{D} = & \begin{bmatrix} 0,00 \end{bmatrix}
 \end{aligned}$$

### III.5.2.3 Comparaisons

Le Tableau III.2 compare le mode le plus critique du procédé pour les trois modèles : modèle d'ordre complet, modèle réduit par Hankel et modèle identifié. On peut voir qu'ils sont très proches tant en fréquence d'oscillation qu'en amortissement (Figure III.7).

Tableau III.2 Comparaison des Modes Critiques –  $G(s)$  Système SISO ou 1 SVC -

Modèle	Valeur Propre Critique	Amortissement (%)
Ordre Complet	$-0.01224 \pm j 3.2569$	0.376
Ordre Réduit (Hankel)	$-0.01224 \pm j 3.2569$	0.376
Identifié (N4Sid)	$-0.01052 \pm j 3.2563$	0.323

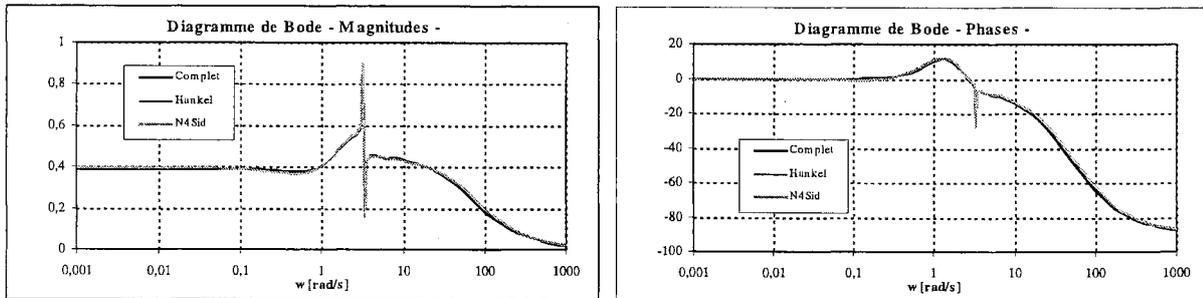


Figure III.7 Comparaison Réponses Fréquentielles – Modèle de  $G(s)$  Cas SISO -

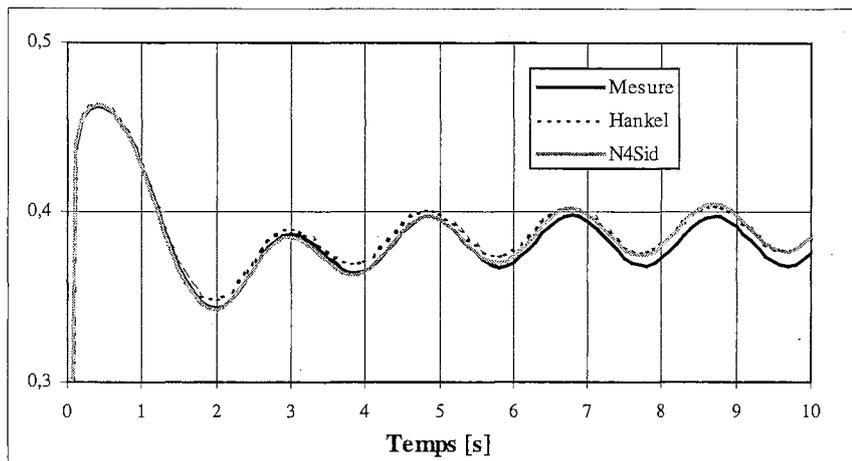


Figure III.8 Comparaison Réponses de  $G(s)$ , Cas SISO – Entrée Echelon –

La Figure III.8 compare les réponses temporelles des les trois modèles du procédé  $G(s)$ . La réponse des modèles d'ordre faible (modèle réduit et modèle identifié) présentent la même caractéristique que la réponse « mesurée » du système obtenue par simulation numérique sur le système non-linéaire. En plus, on peut constater la présence d'une erreur de gain statique, due au système non-linéaire.

Des comparaisons antérieures, on peut constater que les deux modèles peuvent être employés pour le calcul des lois de commande. Il faut ajouter qu'il est possible d'obtenir des modèles réduits, par réduction de Hankel, jusqu'à un ordre 6, mais, qui introduisent une erreur de gain statique en conservant les modes d'oscillation.

### III.5.3 Modélisation Cas Sous-Systèmes – Deux SVC -

On modélise le système de deux SVC en utilisant la modélisation par sous-systèmes proposée au paragraphe III.4, avec un sous-système pour chaque SVC. Chaque sous-système possède le signal de commande des thyristors comme entrée et les tensions aux nœuds de connexion des SVC comme sorties. On appellera sous-système 1 le SVC connecté au nœud 8 et sous-

système 2 le SVC connecté au nœud 9. Chaque modélisation correspond à un cas SIMO (« Single Input Multiple Output »).

Les modèles obtenus seront comparés au modèle d'ordre complet calculé par linéarisation et au modèle réduit MIMO (Réduction de Hankel – ordre 10 -) en utilisant les réponses fréquentielle et temporelle à une entrée en échelon.

### III.5.3.1 Modèles de Sous-Systèmes Réduits

Le modèle obtenu par réduction pour le sous-système 1 (SVC au nœud 8) est d'ordre 6. Les matrices du modèle sont :

$$\begin{aligned}
 \mathbf{A} &= \begin{vmatrix} -47,66 & 91,69 & -417,65 & -121,96 & -31,2 & -161,6 \\ 0 & 0,79 & 3,52 & 1,25 & -0,48 & 0,81 \\ 0 & -1,87 & -2,87 & -3,44 & -0,21 & -1,64 \\ 0 & 0 & 0 & -0,11 & -0,58 & -0,86 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0,12 & -3,45 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 3,28 & -0,15 \end{vmatrix} & \mathbf{B} &= \begin{vmatrix} 69,07 \\ -0,59 \\ 0,90 \\ 0,21 \\ 0,19 \\ 0,09 \end{vmatrix} \\
 \mathbf{C} &= \begin{vmatrix} 0,266 & -0,514 & 2,6819 & 0,6306 & 0,227 & 1,101 \\ 0,107 & -0,295 & 1,1872 & 0,0652 & 0,172 & 0,439 \end{vmatrix} & \mathbf{D} &= \begin{vmatrix} 0 \\ 0 \end{vmatrix}
 \end{aligned}$$

Pour le sous-système 2 (SVC au nœud 9), le modèle réduit est aussi d'ordre 6 et il est donné par :

$$\begin{aligned}
 \mathbf{A} &= \begin{vmatrix} -39,41 & -113,41 & 57,38 & 117,12 & -24,31 & -62,23 \\ 0 & -2,39 & 4,06 & 32,86 & -7,75 & -19,26 \\ 0 & 0,00 & -0,57 & -13,62 & 3,21 & 7,91 \\ 0 & 0 & 0 & -2,72 & 0,71 & 2,32 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0,07 & -3,36 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 3,37 & -0,09 \end{vmatrix} & \mathbf{B} &= \begin{vmatrix} -7,6 \\ -2,39 \\ 0,919 \\ 0,278 \\ -0 \\ -0 \end{vmatrix} \\
 \mathbf{C} &= \begin{vmatrix} -0,29 & -0,844 & 0,309 & 2,679 & -129 & 46,92 \\ -0,95 & -2,786 & 1,836 & 6,292 & -47,6 & 10,63 \end{vmatrix} & \mathbf{D} &= \begin{vmatrix} 0 \\ 0 \end{vmatrix}
 \end{aligned}$$

### III.5.3.2 Modèle de Sous-Systèmes Identifiés

Le modèle obtenu par identification pour le sous-système 1, par la méthode N4Sid, est d'ordre 9. Les matrices du modèle en continu sont :

$$\begin{aligned}
 A= & \begin{pmatrix} -49,57 & 7,15 & 33,47 & -13,71 & -16,35 & 19,80 & -25,38 & -23,63 & 15,87 \\ -2,25 & 0,07 & -1,41 & 0,14 & 0,37 & -0,21 & 0,03 & 0,06 & 0,07 \\ 5,25 & 0,84 & -5,10 & 4,27 & 2,72 & -4,07 & 5,19 & 4,49 & -2,87 \\ 0,32 & -0,02 & -1,46 & 0,03 & -2,90 & 0,84 & -1,45 & -0,58 & 0,15 \\ -1,74 & -0,05 & 2,07 & 1,78 & -1,29 & 1,88 & -2,25 & -2,07 & 0,92 \\ 0,57 & 0,02 & -0,67 & 0,02 & 0,54 & -1,05 & 2,51 & 1,12 & -0,61 \\ -0,43 & 0,00 & 0,45 & -0,06 & -0,43 & -0,01 & -1,34 & -8,23 & 1,68 \\ -0,36 & -0,02 & 0,49 & -0,04 & -0,49 & 0,95 & 5,89 & -0,97 & 0,73 \\ 0,05 & 0,00 & -0,07 & -0,03 & 0,06 & -0,22 & -0,35 & -0,32 & -0,14 \end{pmatrix} \\
 B= & \begin{pmatrix} -25,16 \\ -0,81 \\ 2,28 \\ 0,11 \\ -0,71 \\ 0,24 \\ -0,19 \\ -0,14 \\ 0,02 \end{pmatrix} \\
 C= & \begin{pmatrix} -0,92 & 0,00 & 0,17 & -0,04 & -0,13 & 0,10 & -0,07 & -0,09 & -0,02 \\ -0,37 & -0,10 & -0,14 & 0,11 & 0,23 & -0,22 & 0,17 & 0,23 & 0,05 \end{pmatrix} \\
 D= & \begin{pmatrix} 0,00 \\ 0,00 \end{pmatrix}
 \end{aligned}$$

Le modèle obtenu par identification pour le deuxième sous-système est aussi d'ordre 9. Les matrices du modèle en continu sont :

$$\begin{aligned}
 A= & \begin{pmatrix} 0,02 & 4,26 & 5,89 & -0,10 & -2,33 & -2,06 & -2,10 & 4,05 & 10,42 \\ -2,81 & -0,33 & -10,51 & -0,25 & 5,39 & 1,25 & 7,14 & -4,73 & -17,57 \\ -0,11 & -1,54 & -50,03 & 3,76 & 27,06 & 16,75 & 36,66 & -26,41 & -89,30 \\ 0,00 & 0,07 & 2,31 & -0,53 & 0,24 & -1,11 & -3,01 & -0,82 & 3,11 \\ 0,00 & 0,09 & 3,32 & -1,91 & -2,62 & -5,37 & -3,47 & 3,77 & 10,97 \\ 0,00 & 0,00 & -0,24 & 0,27 & 2,04 & -0,01 & -8,54 & -0,31 & 3,59 \\ 0,00 & 0,04 & 1,50 & -0,36 & -1,30 & 3,74 & -2,11 & 2,22 & 6,21 \\ 0,00 & -0,03 & -0,99 & 0,44 & 0,73 & 0,07 & 1,21 & -1,25 & -8,08 \\ 0,00 & -0,01 & -0,30 & 0,09 & 0,26 & 0,01 & 0,54 & -0,47 & -6,59 \end{pmatrix} \\
 B= & \begin{pmatrix} 1,91 \\ -5,64 \\ -22,76 \\ 0,83 \\ 1,30 \\ -0,06 \\ 0,58 \\ -0,37 \\ -0,11 \end{pmatrix} \\
 C= & \begin{pmatrix} 0,07 & -0,13 & -0,95 & 0,11 & 0,09 & 0,05 & 0,12 & 0,06 & 0,06 \\ 0,23 & -0,27 & -0,19 & -0,26 & -0,06 & -0,19 & -0,32 & -0,34 & -0,25 \end{pmatrix} \\
 D= & \begin{pmatrix} 0,00 \\ 0,00 \end{pmatrix}
 \end{aligned}$$

### III.5.3.3 Comparaisons

- Sous-système 1

Le Tableau III.3 compare le mode le plus critique du procédé pour quatre modèles. Pour les deux premiers, c'est le mode de tout le système, alors que pour les deux derniers c'est le mode critique du sous-système 1.

Tableau III.3 Comparaison des Modes Critiques – Sous-Système 1-

Modèle	Valeur Propre Critique	Amortissement (%)
Ordre Complet	$-0.0118 \pm j 3.3625$	0.335
Réduit MIMO	$-0.0118 \pm j 3.3625$	0.335
Réduit Sous-Système 1	$-0.0119 \pm j 3.3618$	0.354
Identifié Sous-Système 1	$-0.0150 \pm j 3.3596$	0.448

La Figure III.9 compare les réponses fréquentielles de chaque sortie pour les quatre modèles. Il n'y a pas de différences très importantes entre les modèles, surtout autour de la fréquence de résonance (3.33 rad/s environ).

La Figure III.10 compare les sorties 1 et 2 quand un échelon est appliqué à l'entrée 1 (du sous-système 1). On peut remarquer que la différence la plus importante est le gain statique des différents modèles par rapport à la sortie « mesurée » par simulation sur le système non-linéaire. Des comparaisons antérieures, on peut constater que les modèles obtenus par réduction et par identification sont des bonnes représentations du sous-système non-linéaire 1.

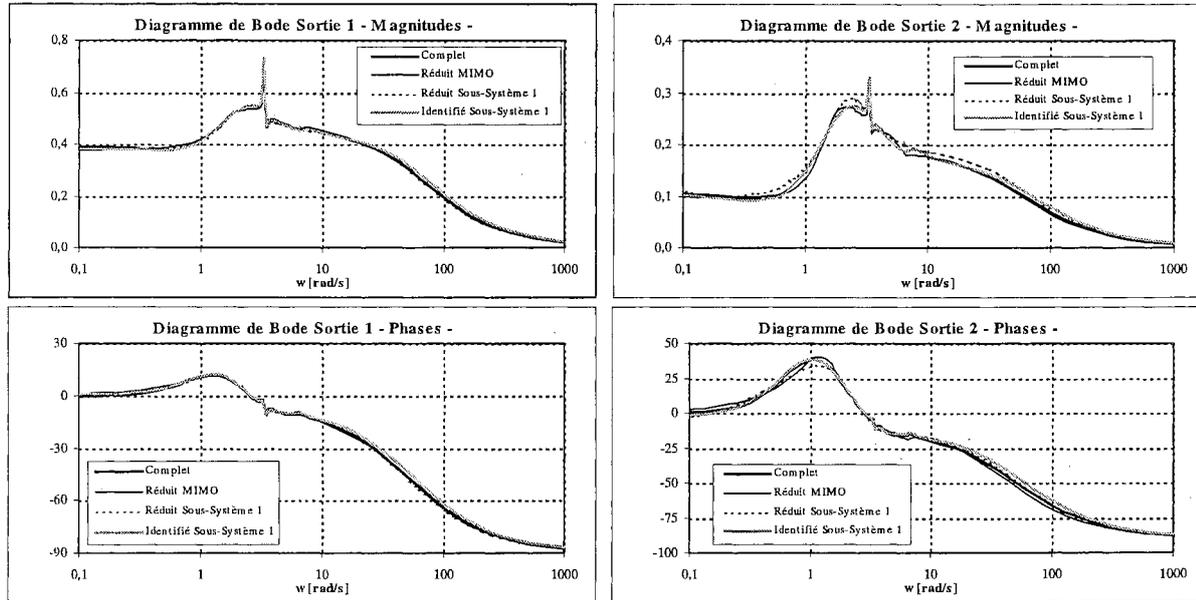


Figure III.9 Comparaison Réponses Fréquentielles – Sous-Système 1-

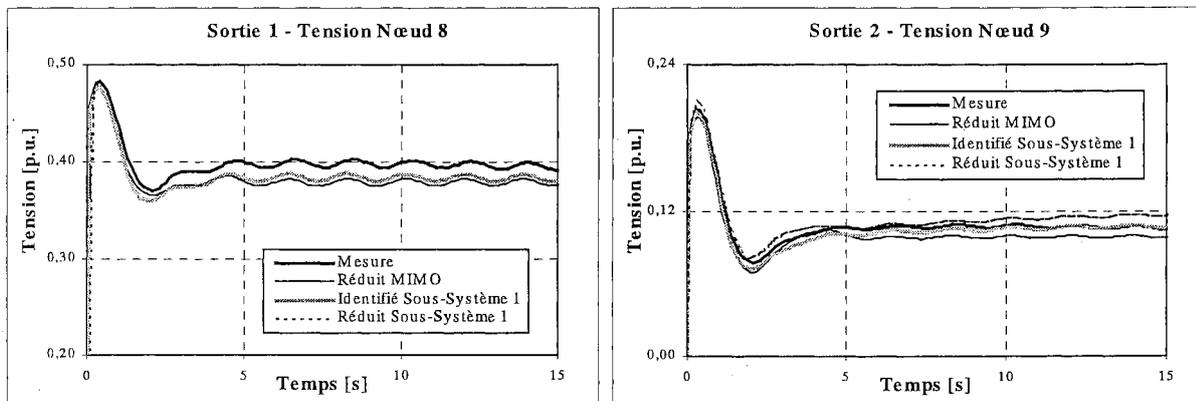


Figure III.10 Comparaison Réponses à Entrée Echelon – Sous Système 1-

- Sous-système 2

Le Tableau III.4 compare le mode le plus critique du procédé pour les quatre modèles. Comme pour le sous-système 1 les deux premiers correspondent au mode de tout le système alors que les deux derniers est le mode critique du sous-système 2.

Tableau III.4 Comparaison des Modes Critiques – Sous-Système 2-

Modèle	Valeur Propre Critique	Amortissement (%)
Ordre Complet	$-0.0118 \pm j 3.3625$	0.335
Réduit MIMO	$-0.0118 \pm j 3.3625$	0.335
Réduit Sous-Système 2	$-0.0118 \pm j 3.3625$	0.335
Identifié Sous-Système 2	$-0.0110 \pm j 3.3601$	0.327

La Figure III.11 compare les réponses fréquentielles de chaque sortie pour les quatre modèles. Il n'y a pas de différences très importantes entre les modèles, surtout sur la modélisation autour de la fréquence de résonance (3.33 rad/s environ). La Figure III.12 compare les sorties 1 et 2 quand un échelon est appliqué à l'entrée 2 (du sous-système 2). On peut remarquer que la différence la plus importante est le gain statique des différents modèles par rapport à la sortie « mesurée » par simulation sur le système non-linéaire.

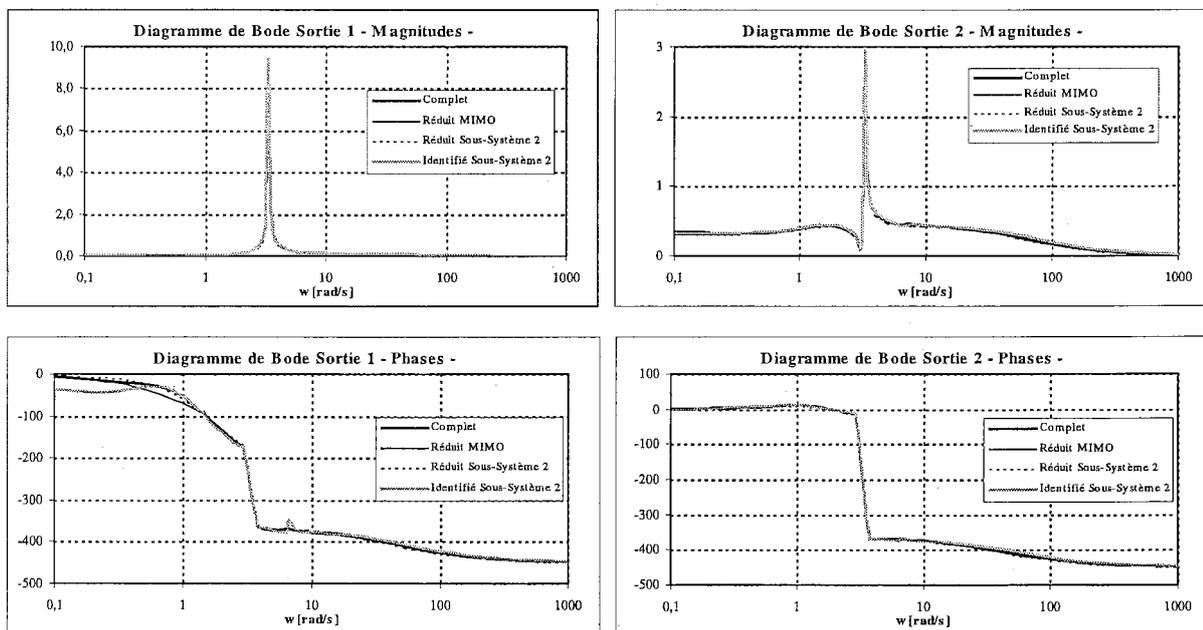


Figure III.11 Comparaison Réponses Fréquentielles – Sous-Système 2-

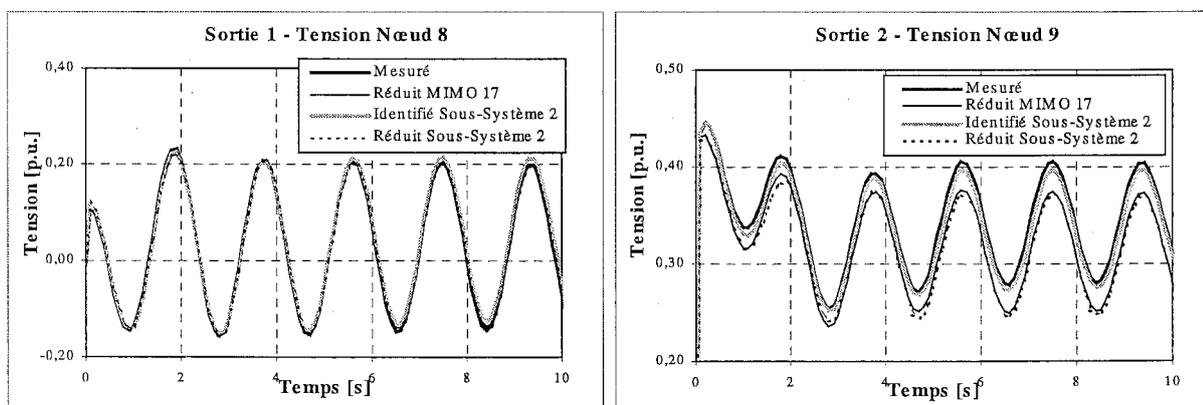


Figure III.12 Comparaison Réponses à Entrée Echelon – Sous Système 2-

Des comparaisons antérieures, on peut constater que les modèles obtenus par réduction et par identification sont des bonnes représentations du sous-système non-linéaire 2.

Ainsi, on a trouvé un modèle pour chaque sous-système en utilisant des techniques d'identification.

### **III.6 CONCLUSIONS**

Ce chapitre a présenté deux techniques de modélisation d'ordre faible applicables pour la modélisation aux réseaux électriques : la réduction d'ordre de systèmes non-équilibrés et l'identification N4Sid. La première technique est applicable si on connaît un modèle linéaire sous forme de variables d'état du système. Ce modèle initial est d'ordre complet. La deuxième technique consiste à résoudre le problème de la connaissance de modèle d'ordre complet, puisqu'elle se fonde sur le traitement des « mesures » du système. Ces « mesures » peuvent être obtenues par simulation du système non-linéaire en utilisant un logiciel existant dans le commerce.

De plus, on a proposé une structure de modélisation du système par sous-systèmes. Chaque sous-système est associé à un SVC (ou un composant FACTS du système). Cette structure permet d'obtenir un modèle découplé en variables d'état et par sous-systèmes. Cette modélisation inclut l'effet produit par l'entrée de chaque sous-système sur toutes les sorties du système, cette caractéristique va être exploitée pour la formulation des correcteurs décentralisés.



**CHAPITRE IV**  
**COMMANDE MODERNE DES**  
**SVC**



# CHAPITRE IV – COMMANDE MODERNE DES SVC

## IV.1 INTRODUCTION

L'application des micro-ordinateurs pour la mise en œuvre des correcteurs des AVR aux générateurs et des FACTS est une pratique de plus en plus utilisée dans les réseaux électriques [30]. En plus, ces correcteurs permettent d'employer des lois de commande tant classiques (PID) que modernes (commandes optimales et commandes robustes).

L'amortissement des modes critiques d'oscillation du système de puissance se trouve parmi les fonctions des systèmes FACTS. Il peut être atteint en commandant une des variables électriques : tension, courant ou déphasage [31]. Les techniques de commande classique, telle que le PID, n'atteignent pas toujours ce objectif, donc, l'utilisation des commandes optimales LQG et des commandes robustes sont une alternative pour l'atteindre. On propose d'exploiter la potentialité de ce type de commandes en pilotant la tension des SVC placés aux interconnexions faibles de sous-systèmes de puissance afin d'amortir le mode critique du système.

Néanmoins, l'application des commandes optimales et robustes a quelques inconvénients. Un des ceux-ci est l'ordre du correcteur. Par exemple, pour les correcteurs LQG il faut calculer un estimateur d'état qui a le même ordre que le système original ; l'ordre pour les correcteurs obtenus par les techniques de commande robuste ( $H_\infty$ ) est plus élevé que l'ordre du système. Par ailleurs, la synthèse de la loi de commande est très compliquée pour des systèmes de grand taille. Pour résoudre ces deux problèmes, nous proposons de calculer les lois de commande en employant les modèles d'ordre réduit qui représentent la dynamique du système à commander. Le chapitre précédent a exprimé les différentes méthodes pour réaliser cette modélisation.

D'autre part, dans les réseaux électriques il est fréquent d'employer plusieurs systèmes FACTS, tels que SVC, aux interconnexions faibles. Ce qui pose le problème de faire une synthèse coordonnée de ses systèmes de commande. Sous la théorie générale de commande de systèmes, le problème formulé correspond à un problème MIMO (« Multiple Inputs Multiple Outputs »). Cependant, les lois de commande obtenues de cette façon sont mise en œuvre d'une manière centralisée. Aux réseaux électriques, les commandes centralisées requièrent d'un système de communications complexe. En plus, il existe un délai considérable

en la transmission des signaux de commande par rapport aux phénomènes transitoires du système. Alors, il est nécessaire de faire une synthèse de commande coordonnée et décentralisée.

Ce chapitre propose méthodes de calcul des commandes décentralisées tant pour la commande optimale LQR que pour la commande robuste à être employées aux systèmes de puissance. Ces méthodes sont basées sur la modélisation par sous-systèmes développée au chapitre III. Ces méthodes sont employées pour la synthèse de la commande de deux SVC placés à une interconnexion faible.

## IV.2 COMMANDE SUPPLEMENTAIRE LQG D'UN SVC

### IV.2.1 Régulateur LQR et Estimateur d'Etat

La commande LQG est composée par un régulateur linéaire quadratique (LQR) et par un estimateur d'état type Kalman [32]. Chaque partie est calculée individuellement en appliquant le théorème de séparation [32]. Normalement, le correcteur LQG est placé au retour de sortie ; donc on l'appelle commande supplémentaire. La Figure IV.1 présente le schéma de mise en oeuvre du correcteur,  $G(s)$  est le modèle linéaire du système en incluant sa commande principale et  $H(s)$  est la commande supplémentaire LQG.

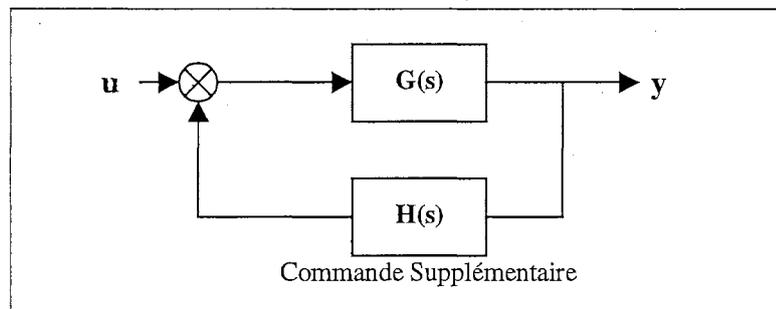


Figure IV.1 Schéma de Commande Supplémentaire

Le système de puissance est modélisé par une représentation d'état de bas ordre en utilisant quelque technique du Chapitre III. On remarque que ce modèle est minimal ; donc, il est contrôlable et observable. Le modèle d'état est donné par :

$$\begin{aligned} \dot{x} &= A x + B u \\ y &= C x + D u \end{aligned} \quad (IV.1)$$

où  $x$  est le vecteur d'état,  $u$  est le vecteur des entrées,  $y$  est le vecteur des sorties,  $A$ ,  $B$ ,  $C$  et  $D$  sont les matrices du modèle réduit d'état. Le régulateur LQR est formé par une matrice de gain constante, laquelle minimise le critère quadratique suivant :

$$J = \int_0^t (x^T Q x + u^T R u) dt \quad (IV.2)$$

où  $Q$  est une matrice de poids des variables d'état et  $R$  est une matrice de poids des entrées. La loi de commande est une commande de retour d'état qui est donnée par :

$$-F x = -R^{-1} B^T K x \quad (IV.3)$$

où  $K$  est la solution de l'équation algébrique de Riccati :

$$K A + A^T K - K B R^{-1} B^T K + Q = 0 \quad (IV.4)$$

La sélection de la matrice  $Q$  joue le rôle principal pour l'amortissement du mode critique du système. Pour faire une sélection appropriée aux modes dans ce modèle, on propose calculer la matrice  $Q$  (non-diagonale) à partir de la matrice de poids ( $Q_m$ ) employée au modèle d'état des modes équivalent.

Ainsi, on part de la transformation du modèle original à modèle des modes, donnée par :

$$\begin{aligned} x &= T z & z &= T^{-1} x \\ \dot{z} &= T^{-1} A T z + T^{-1} B u \end{aligned} \quad (IV.5)$$

où  $T$  est la matrice de transformation et  $z$  est le vecteur d'état modal. En remplaçant au critère à minimiser, on obtient :

$$\begin{aligned} J &= \int_0^\infty (z^T Q_m z + u^T R u) dt \\ J &= \int_0^\infty \left( (T^{-1} x)^T Q_m (T^{-1} x) + u^T R u \right) dt \\ J &= \int_0^\infty \left( x^T (T^{-1})^T Q_m (T^{-1}) x + u^T R u \right) dt \end{aligned} \quad (IV.6)$$

Donc, on peut lier les matrices  $Q$  et  $Q_m$  par :

$$Q = (T^{-1})^T Q_m (T^{-1}) \quad (IV.7)$$

La sélection de la matrice  $Q_m$  (diagonale) est réalisée par une analyse de sensibilité de l'amortissement désire des modes.

Cependant, la loi de commande de l'équation IV.3 est un retour d'état. Naturellement, comme le vecteur d'état correspond au vecteur du modèle de bas ordre qui modélise le système de puissance, on ne peut pas le mesurer. Donc, il y a besoin de faire une estimation d'état en employant l'estimateur type Kalman. Celui-ci est donné par :

$$\begin{aligned}\dot{\hat{x}} &= (A-LC)\hat{x} + Bu + Ly \\ L &= PC^T\end{aligned}\tag{IV.8}$$

où  $\mathbf{P}$  est la solution de l'équation algébrique de Riccati :

$$PA^T + AP - PC^T W^{-1} CP + V = 0\tag{IV.9}$$

où  $\mathbf{W}$  et  $\mathbf{V}$  sont des matrices de covariance des erreurs des vecteurs d'état et de sortie [32],  $\hat{x}$  est le vecteur d'état estimé.

De cette manière, on a une commande de retour de sortie type LQG composée par le régulateur optimal et l'estimateur d'état décrits.

## IV.2.2 Application au Réseau Test d'un SVC

Au paragraphe III.5.1, on a présenté le réseau test employé en cette étude, en plus on a défini le cas de base ou d'un SVC pour lequel on va calculer une loi de commande supplémentaire LQG. Au paragraphe III.5.2, on a obtenu pour ce cas deux modèles du système : un modèle obtenu par réduction d'ordre et un modèle obtenu par identification. Dans ce paragraphe, on appellera le premier modèle comme modèle 1 et le deuxième comme modèle 2. On rappelle que le système a un mode d'oscillation faiblement amorti (amortissement de 0.34 %).

- **Sélection de la matrice de Poids  $\mathbf{Q}_m$**

Comme premier pas, on a réalisé une analyse de sensibilité de l'amortissement du mode faiblement amorti par rapport au poids donné à ce mode dans la matrice  $\mathbf{Q}_m$ . L'analyse est effectuée pour tous les deux modèles pour comparaison.

La Figure IV.2 présente l'analyse de sensibilité pour le modèle 1. L'amortissement du mode critique dépendra aussi si on amortisse le deuxième mode d'importance. Ainsi, au Cas 1 l'amortissement original du deuxième mode est maintenu (9.2 %) et au Cas 2 son amortissement est placé à 37 %. Pour poids du mode critique plus grands que 15 on risque de saturer le SVC dans son fonctionnement au réseau perturbé par défauts des lignes d'interconnexion.

La Figure IV.3 présente la même analyse pour le modèle 2 en employant le Cas 1 et le Cas 2. On obtient les mêmes amortissements que pour le modèle 1 mais en assignant des poids inférieurs (facteur de 0.77 par rapport au modèle 1). La saturation du SVC s'atteint à 12.5.

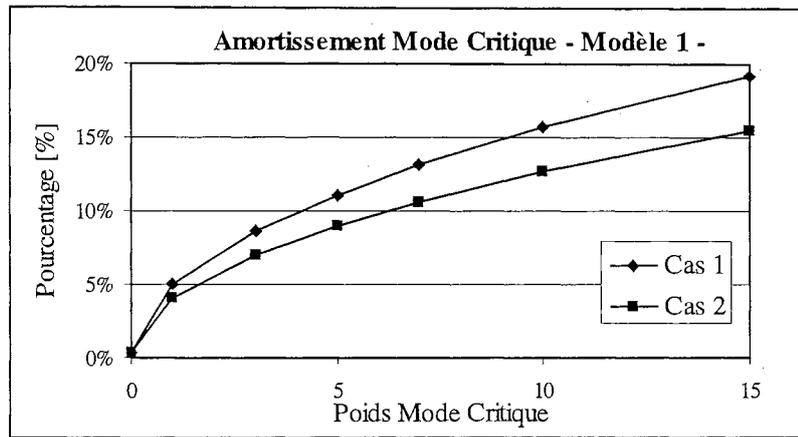


Figure IV.2 Sensibilité Amortissement Poids Mode Critique – Modèle 1 –

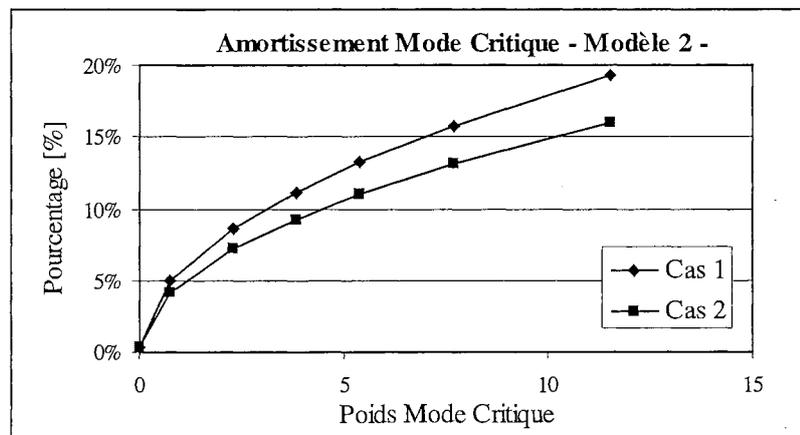


Figure IV.3 Sensibilité Amortissement Poids Mode Critique – Modèle 1 –

On a choisi le régulateur qui obtient un amortissement de 15%. Il faut remarquer que l'amortissement diminue quand il y a un défaut au système. Donc, la matrice de poids  $Q_m$  est sélectionnée de l'analyse de sensibilité en spécifiant l'amortissement désiré.

- **Simulation Non-Linéaire**

On a évalué le comportement des correcteurs calculés pour chaque modèle en appliquant un défaut à la ligne 8-9 nœud 9 (défaut critique) pendant 74 ms. La Figure IV.4 présente les réponses de la tension du SVC pour les cas : sans commande supplémentaire et commandes supplémentaires calculées pour le modèle 1 et pour le modèle 2. La Figure IV.5 présente l'admittance du SVC pour les mêmes cas. On peut constater que la commande supplémentaire ajoute l'amortissement des oscillations produites par l'excitation du mode critique du système. D'ailleurs, on peut voir qu'il n'y a pas de différence d'importance entre les commandes calculées pour le modèle 1 ou le modèle 2. C'est-à-dire, on peut avoir confiance des deux types de modélisation d'ordre réduit proposés au Chapitre III.

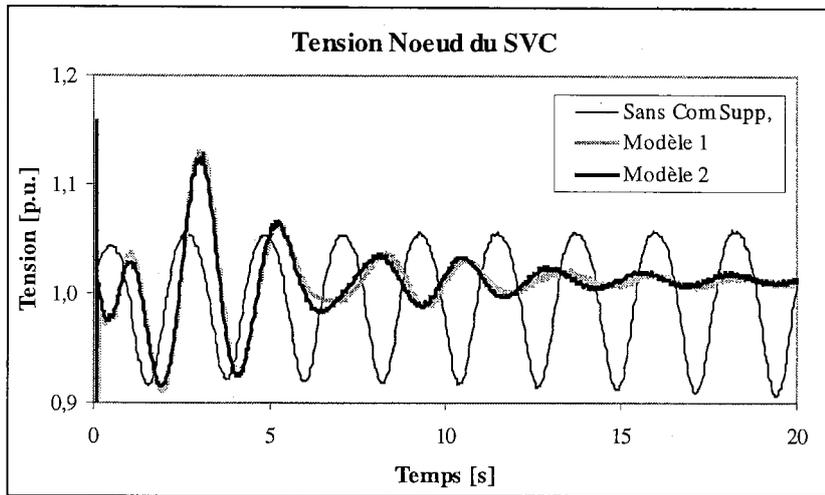


Figure IV.4 Commande Supplémentaire LQG d'un SVC –Tension du SVC -

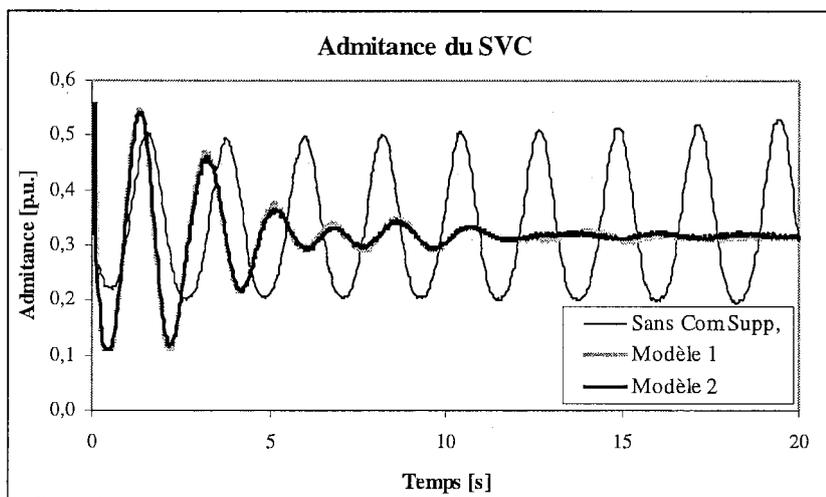


Figure IV.5 Commande Supplémentaire LQG d'un SVC – Admittance du SVC –

On peut constater aussi la similarité des commandes obtenues pour chaque modèle en comparant ses réponses fréquentielles, tel que la Figure IV.6 la présente.

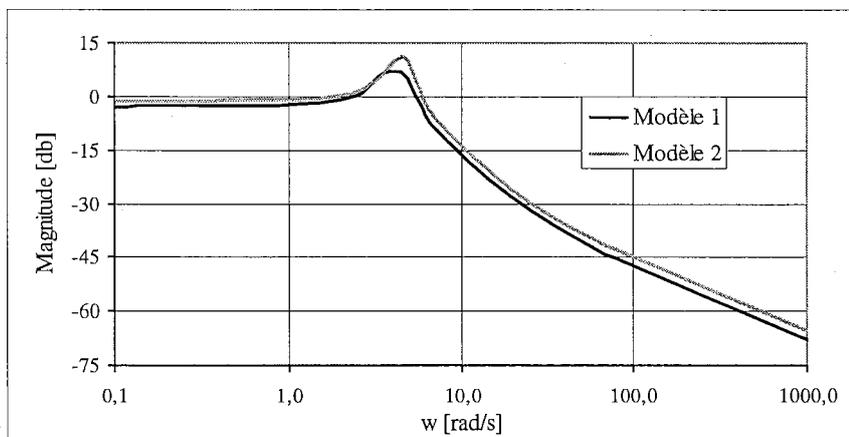


Figure IV.6 Comparaison Réponse Fréquentielle des Commandes LQG – Modèle 1 et 2-

### IV.3 COMMANDE LQG DECENTRALISEE PAR SOUS-SYSTEMES

Comme, on a dit à l'introduction de ce chapitre, la synthèse coordonnée de correcteurs de systèmes FACTS aux réseaux électriques est une condition souhaitable. Donc, on propose une méthode de calcul d'une commande décentralisée basée à la modélisation par sous-systèmes, décrit au Chapitre III.

#### IV.3.1 Schéma de la Commande

Etant donnée qu'aux applications pratiques aux réseaux électriques, la commande transitoire du système soumis aux perturbations, telles que défauts triphasés des lignes de transport, n'a pas besoin de modifier les signaux de références ( $u_{ref i}$ ), on propose une structure de commande qui sépare la commande des phénomènes transitoires des variations des références (Figure IV.7). La première fonction est développée par des régulateurs LQG de caractère locaux et la deuxième fonction est développée par une commande centralisée qui reçoit les signaux de référence des composants. Cette deuxième fonction peut être introduite aux commandes secondaires réalisées par des centres de contrôle du réseau électrique. Le paragraphe suivant présente la méthode de calcul proposée.

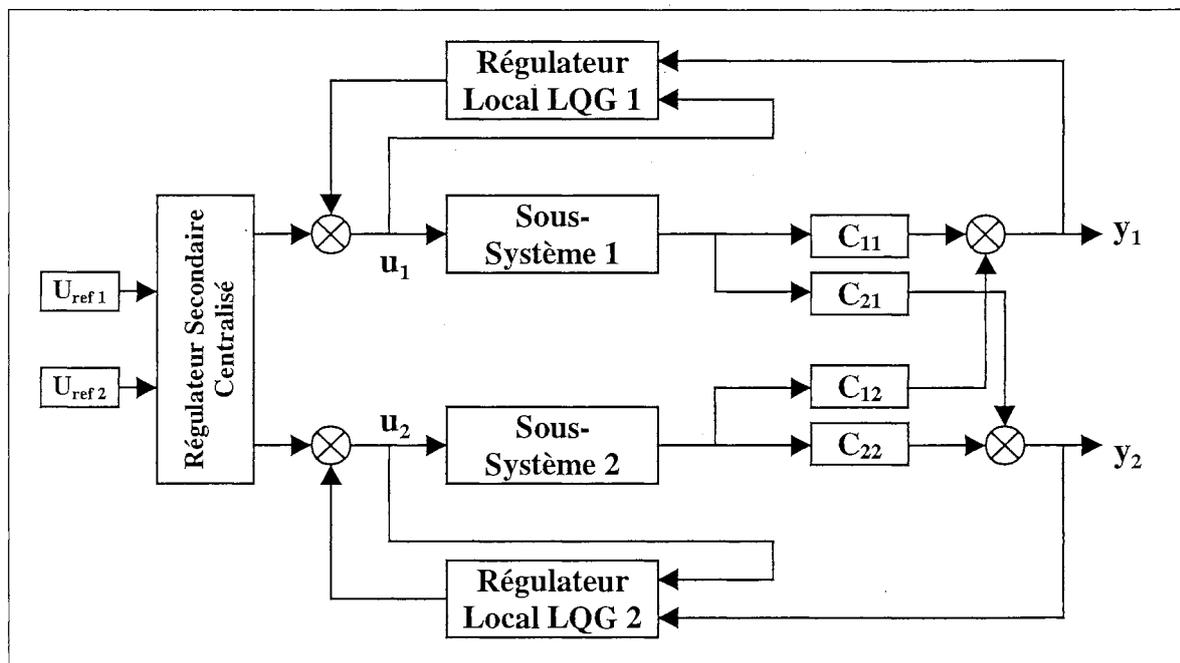


Figure IV.7 Schéma de Commande LQG Décentralisée

### IV.3.2 Méthode de Calcul

Pour le calcul des commandes LQG décentralisées, quelques auteurs ont proposé le calcul des lois de commande sous-optimales en employant méthodes itératives conditionnées à obtenir structures de retour d'état (équation IV.3) diagonales par blocs [33, 34]. Ce qui est obtenu en modifiant la matrice de poids ( $\mathbf{Q}$ ) pour chaque itération, telle que la matrice solution de l'équation de Riccati (équation IV.4) soit diagonale par blocs, celle-ci introduit le caractère sous-optimale à la commande LQR. En plus, la modification de la matrice de poids est liée directement à la variation des amortissements des modes du système. Additionnel à cette sous-optimalité, il est ajouté l'approximation du retour d'état par le retour de sortie.

Nous proposons une structure décentralisée de commande LQG fondée sur le schéma de modélisation par sous-systèmes. Cette approche permet éviter la condition sous-optimale introduit à la commande LQR. La mise en ouvre emploi des estimateurs d'état type Kalman.

On rappelle, que le système est modélisé par  $N$  sous-systèmes, chacun a comme vecteur d'entrée ses propres entrées ( $\mathbf{u}_i$  de dimension  $\mathbf{m}_i$  pour  $i=1, \dots, N$ ) et comme vecteur de sortie toutes les sorties du système ( $\mathbf{y}_i$  de dimension  $\mathbf{r}_i$  pour  $i=1, \dots, N$ ), c'est-à-dire, chaque sous-système modélise l'effet de son entrée sur toutes les sorties du système. Donc, la représentation d'état globale est donne par :

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \\ \vdots \\ \dot{x}_N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & A_{22} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & A_{33} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & A_{NN} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ \vdots \\ x_N \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B_{11} & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & B_{22} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & B_{33} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & B_{NN} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \\ \vdots \\ u_N \end{bmatrix} \quad (\text{IV.10})$$

$$[y] = \begin{bmatrix} C_{11} & \cdots & C_{1N} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ C_{N1} & \cdots & C_{NN} \end{bmatrix} [x] \quad (\text{IV.11})$$

La matrice  $C$  fait le couplage des sorties. Il faut noter que chaque sous-système ( $\mathbf{A}_{ii}, \mathbf{B}_{ii}, \mathbf{C}_{ji}$  où  $j=1, \dots, N$ ) est minimal, donc il est observable et commandable.

Si on sélectionne matrices de poids  $\mathbf{Q}$  et  $\mathbf{R}$  diagonales par blocs, c'est-à-dire, par sous-système ; alors la matrice de gain de retour d'état de l'équation IV.3 est donnée par une structure découplée en variables d'état laquelle constitue une loi de commande LQR décentralisée, de la forme suivante :

$$-F x = - \begin{bmatrix} F_1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & F_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix} \quad (\text{IV.12})$$

Comme, les variables d'état du modèle par sous-systèmes ne sont pas mesurables, il est nécessaire d'employer l'estimation d'état type Kalman. Néanmoins, si on le calcule directement appliquant les équations IV.8 et IV.9 au système complet, l'estimateur sera couplé en variables d'état et fonction de toutes les sorties ( $\mathbf{y}$ ) du système.

A fin d'obtenir des estimateurs d'état locaux qui emploient seulement ses signaux locaux ( $\mathbf{y}_i$  et  $\mathbf{u}_i$ ), on prend avantage de la structure du modèle par sous-systèmes.

Ainsi, pour le sous-système  $\mathbf{i}$  on représente les équations IV.10 et IV.11 de la façon suivante :

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_{ii} \\ \dot{x}_{N-i} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{ii} & 0 \\ 0 & A_{N-i} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{ii} \\ x_{N-i} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B_{ii} & 0 \\ 0 & B_{N-i} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_i \\ u_{N-i} \end{bmatrix} \quad (\text{IV.13})$$

$$y_i = \begin{bmatrix} C_{ii} & C_{i,N-i} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{ii} \\ x_{N-i} \end{bmatrix}$$

où  $\mathbf{A}_{ii}$ ,  $\mathbf{B}_{ii}$ ,  $\mathbf{C}_{ii}$  sont les matrices du modèle d'état du sous-système  $\mathbf{i}$  ;  $\mathbf{A}_{N-i}$ ,  $\mathbf{B}_{N-i}$  sont les matrices qui représentent tous les autres sous-systèmes  $\mathbf{j}$  ( $j=1, \dots, N$  et  $j \neq i$ ) et pourtant modélisent ses dynamiques en fonction de ses états  $\mathbf{x}_{N-i}$  et de ses entrées  $\mathbf{u}_{N-i}$ . La sortie du sous-système  $\mathbf{i}$  ( $\mathbf{y}_i$ ) est fonction de l'état du sous-système ( $\mathbf{x}_{ii}$ ), de l'entrée locale  $\mathbf{u}_i$  et des effets produits par la dynamique des autres sous-systèmes ( $\mathbf{C}_{i,N-i} * \mathbf{x}_{N-i}$ ).

Les signaux d'entrée des autres sous-systèmes  $\mathbf{u}_{N-i}$  est

$$u_{N-i} = -F_{N-i} x_{N-i} + u_{ref\ N-i} \quad (\text{IV.14})$$

où le premier terme est la loi de commande décentralisée des autres sous-systèmes et  $\mathbf{u}_{ref\ N-i}$  sont ses références. En insérant l'équation IV.14 en IV.13 on obtient :

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_{ii} \\ \dot{x}_{N-i} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{ii} & 0 \\ 0 & A_{N-i} - B_{N-i}F_{N-i} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{ii} \\ x_{N-i} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B_{ii} & 0 \\ 0 & B_{N-i} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_i \\ u_{ref\ N-i} \end{bmatrix} \quad (\text{IV.15})$$

$$y_i = \begin{bmatrix} C_{ii} & C_{i,N-i} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{ii} \\ x_{N-i} \end{bmatrix}$$

Cette équation peut être réécrite comme :

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \dot{x}_{ii} \\ \dot{x}_{N-i} \end{bmatrix} &= A_e \begin{bmatrix} x_{ii} \\ x_{N-i} \end{bmatrix} + B_e \begin{bmatrix} u_i \\ u_{ref\ N-i} \end{bmatrix} \\ y_i &= C_e \begin{bmatrix} x_{ii} \\ x_{N-i} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (IV.16)$$

On calcule l'estimation d'état associée au sous-système **i** à partir de cet ensemble des équations en employant équations IV.8 et IV.9. Ainsi, le vecteur d'état estimé est donné par :

$$\hat{x}_i = \begin{bmatrix} \hat{x}_{ii} \\ \hat{x}_{N-i} \end{bmatrix} = (A_e - L_e C_e) \begin{bmatrix} \hat{x}_{ii} \\ \hat{x}_{N-i} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B_{ii} \\ 0 \end{bmatrix} u_i + L_e y_i + \begin{bmatrix} 0 \\ B_{N-i} \end{bmatrix} u_{ref\ N-i} \quad (IV.17)$$

où  $L_e$  est calculé (équation IV.8) à partir de la solution de l'équation de Riccati associée au problème d'estimation d'état.

Comme on peut observer de l'équation IV.17, le vecteur d'état estimé pour le sous-système **i** ( $\hat{x}_i$ ) dépend des mesures locales  $u_i$  et  $y_i$  et de la référence des autres sous-systèmes. D'autre part, lorsque le réseau électrique est soumis à perturbations transitoires, l'action de contrôle ne requiert pas la modification des signaux de référence, celle-la sera nécessaire seulement pour modifications commandées par le centre de contrôle du réseau (commande secondaire). En conséquence, le vecteur d'état estimé peut être écrit comme la somme d'un composant local ( $\hat{x}_{il}$ ) et d'un composant distant ( $\hat{x}_{ir}$ )

$$\hat{x}_i = \hat{x}_{il} + \hat{x}_{ir} \quad (IV.18)$$

où la dynamique de chaque composant est donnée par :

$$\begin{aligned} \dot{\hat{x}}_{il} &= (A_e - L_e C_e) \hat{x}_{il} + \begin{bmatrix} B_{ii} \\ 0 \end{bmatrix} u_i + L_e y_i \\ \dot{\hat{x}}_{ir} &= (A_e - L_e C_e) \hat{x}_{ir} + \begin{bmatrix} 0 \\ B_{N-i} \end{bmatrix} u_{ref\ N-i} \end{aligned} \quad (IV.19)$$

De cette façon, on a séparé l'action locale pour la commande transitoire et l'action distante pour la commande secondaire. Le même processus doit être réalisé aux autres sous-systèmes.

En résumé, pour un système de **N** sous-systèmes et modélisé par la structure de sous-systèmes proposée au Chapitre III (variables d'état de sous-systèmes découplées et sorties couplées), la commande transitoire décentralisée avec une action centrale complémentaire est calculée par l'algorithme suivant :

1. Sélectionner matrices  $\mathbf{Q}$  et  $\mathbf{R}$  diagonales et calculer la loi de commande de retour d'état type LQR (équation IV.12). Faire  $\mathbf{i}=1$ .
2. Pour le sous-système  $\mathbf{i}$ , calculer le système équivalent (équation IV.15 ou IV.16) lequel inclut le retour d'état ( $-\mathbf{F}_j*\mathbf{x}_j$ ) des autres sous-systèmes ( $j=1, \dots, N$  et  $j \neq i$ ).
3. Calculer l'estimateur d'état de l'équation IV.17 en utilisant  $\mathbf{u}_i$  et  $\mathbf{y}_i$ .
4. Faire  $\mathbf{i}=\mathbf{i}+1$ . Si  $\mathbf{i} < N+1$  aller au pas 2 pour calculer l'estimateur du sous-système suivant. Au contraire, construire les correcteurs locaux et le complément à distance.

### IV.3.3 Application

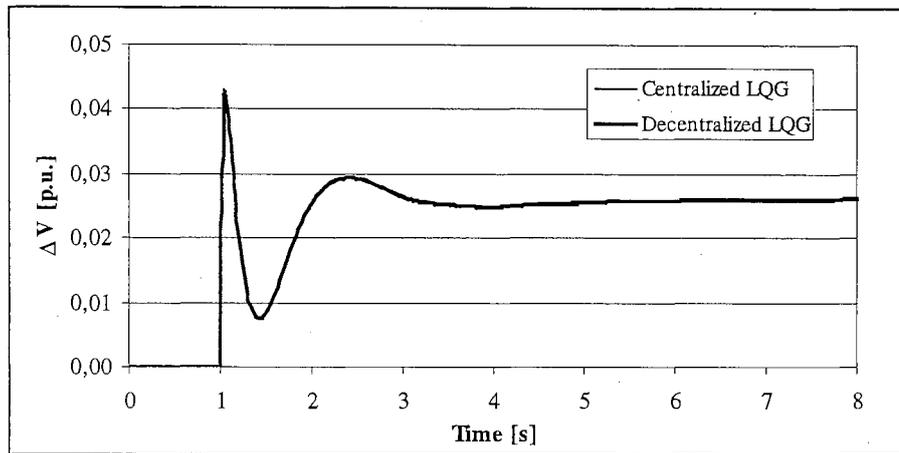
Au paragraphe III.5.1, on a présenté le réseau test employé en cette étude et on a défini le cas modifié ou de deux SVC pour lequel on va calculer une loi de commande supplémentaire LQG décentralisée. Au paragraphe III.5.3, on a obtenu pour ce cas deux modèles du système : un modèle obtenu par réduction d'ordre et un modèle obtenu par identification. Dans ce paragraphe, on travaillera avec le premier modèle. On rappelle le système est stable à petites perturbations si tous les deux SVC ont la commande proportionnelle, mais tellement oscillatoire, et il est instable soumis à défauts des lignes de la liaison 7-8-9.

Pour la synthèse de la commande supplémentaire décentralisée de ce cas, on définit le SVC au nœud 8 comme sous-système 1 et le SVC connecté au nœud 9 comme sous-système 2. Il y a un signal d'entrée à chaque SVC et les tensions des nœuds de connexion sont employées comme les sorties.

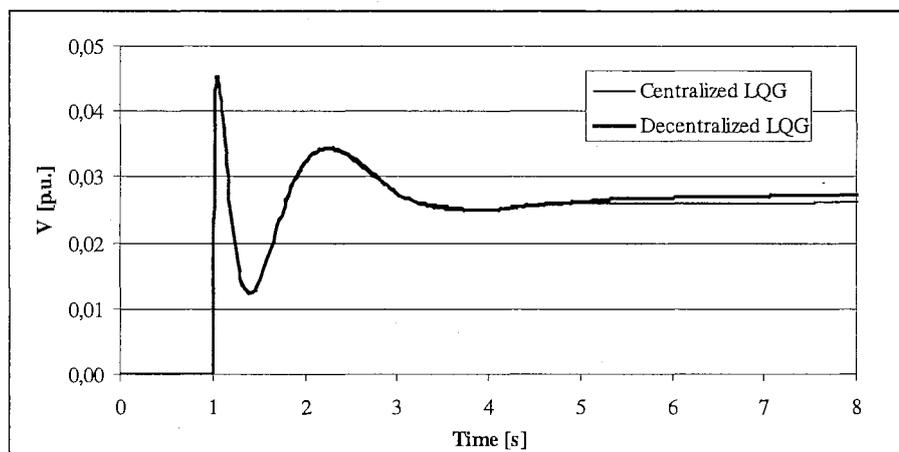
#### IV.3.3.1 Simulation Linéaire

Comme premier analyse, les signaux de références sont changés à fin de comparer les réponses de la commande proposée par rapport aux réponses obtenues par une commande LQG centralisée des mêmes caractéristiques, c'est-à-dire, elle a la même matrice de gain de retour d'état ; la seule différence est qu'elle emploie un seul estimateur d'état.

Les Figures IV.8 et IV.9 présentent ces réponses. Comme on peut observer, les deux schémas de commande ont les mêmes réponses. Il faut mentionner que la variation des signaux de référence est introduit à chaque sous-système par la commande distante (action normalement de commande secondaire).



*Figure IV.8 Comparaison Commandes LQG Centralisée et Décentralisée– Sortie 1*



*Figure IV.9 Comparaison Commandes LQG Centralisée et Décentralisée– Sortie 2*

### *IV.3.3.2 Application Perturbation Transitoire*

On a évalué le comportement de la commande décentralisée en appliquant un défaut à la ligne 8-9 nœud 9 pendant 74 ms. L'action de commande est réalisée seulement par les régulateurs locaux, on a vérifié que les variables d'état associées au régulateur à distance n'ont pas variations pendant tout le temps de l'action de commande, telle qu'on atteignait.

Figures IV.10 à IV.12 comparent les réponses de la commande décentralisée proposée par rapport aux réponses obtenues pour la commande proportionnelle. Ceux-ci montrent que le système est tellement instable si on n'utilise pas la commande supplémentaire. En plus, l'amortissement gagné est très bon. Les Figures IV.13 et IV.14 présentent le comportement des admittances de tous les deux SVC pour les deux types de commande traitées.

Chaque estimateur local est d'ordre 12. Néanmoins, en appliquant la méthode de réduction d'ordre par troncature des valeurs singulières de Hankel, présentée au chapitre III, on peut obtenir des régulateurs supplémentaires d'ordre 6 lesquels produisent le même effet de contrôle sur le système (voir Figure IV.15).

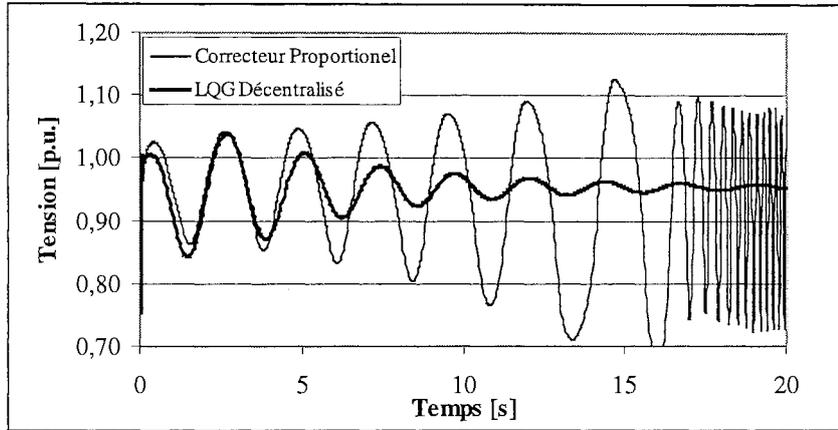


Figure IV.10 Commande LQG Décentralisée. Réponse Tension Nœud 7, Défaut Ligne 8-9

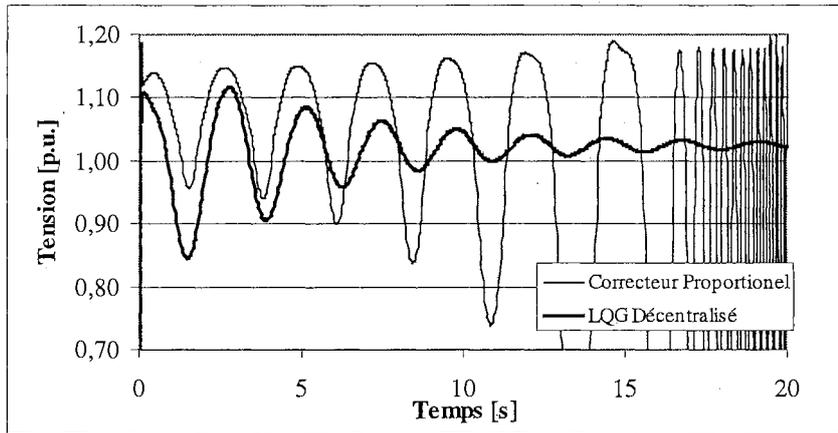


Figure IV.11 Commande LQG Décentralisée. Réponse Tension Nœud 8, Défaut Ligne 8-9

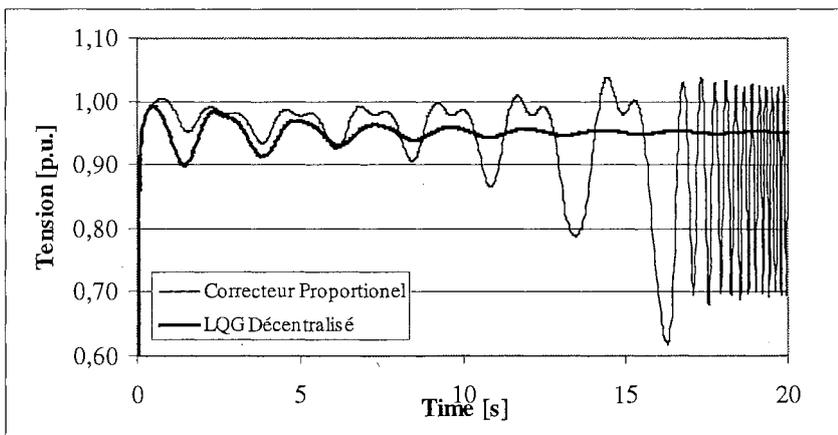


Figure IV.12 Commande LQG Décentralisée. Réponse Tension Nœud 9, Défaut Ligne 8-9

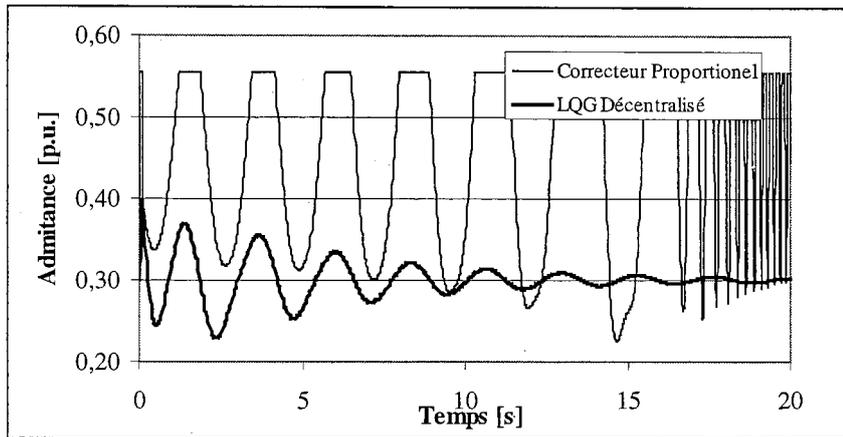


Figure IV.13 Commande LQG Décentralisée. Admittance SVC 1, Défaut Ligne 8-9

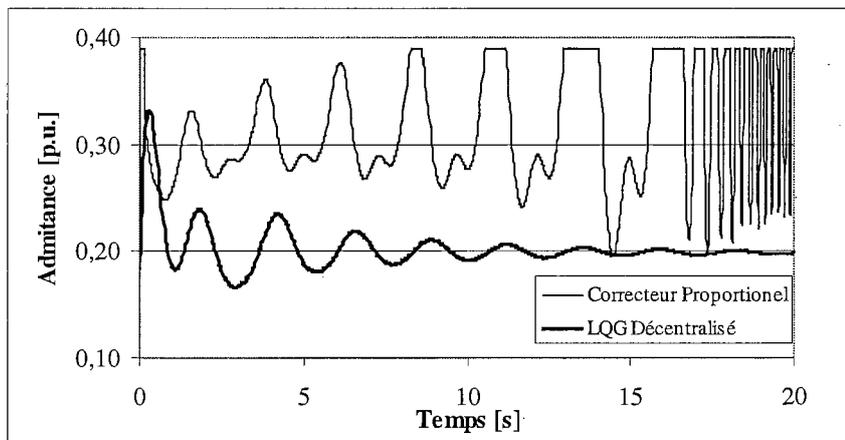


Figure IV.14 Commande LQG Décentralisée. Admittance SVC 2, Défaut Ligne 8-9

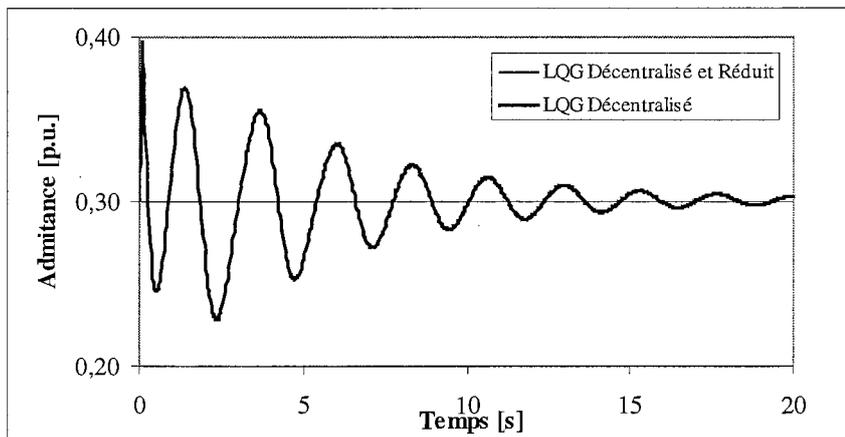


Figure IV.15 LQG Décentralisé et Réduit. Réponse Admittance SVC 1, Défaut Ligne 8-9

## IV.4 COMMANDE ROBUSTE DE TENSION AU SVC

### IV.4.1 Commande $H_\infty$

La synthèse  $H_\infty$  utilise la représentation de problème standard, illustrée par la Figure IV.16 : la matrice  $\mathbf{P}(s)$  décrit un système comportant 2 ensembles d'entrées et 2 ensembles de sorties. Le vecteur  $\mathbf{w}$  représente des entrées extérieures, telles que les signaux de référence, les perturbations et les bruits. Le vecteur  $\mathbf{u}$  représente les commandes. Les signaux  $\mathbf{z}$  sont obtenus en appliquant des pondérations, en général dépendant de la fréquence, à différentes grandeurs du système asservi. Enfin,  $\mathbf{y}$  représente les mesures disponibles pour élaborer la commande [35].

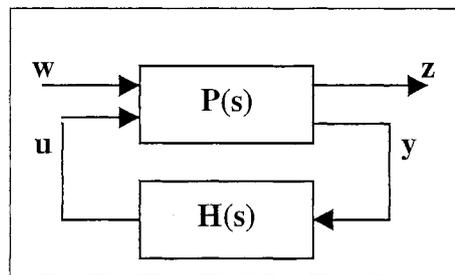


Figure IV.16 Problème  $H_\infty$  Standard

Soit  $\mathbf{T}_{zw}(\mathbf{P}, \mathbf{H})$  la matrice de transfert entre  $\mathbf{w}$  et  $\mathbf{z}$  (Figure IV.16). La synthèse  $H_\infty$  du correcteur est définie par le problème suivant :

- **Définition 1 : Problème  $H_\infty$  Standard** : étant donnés  $\mathbf{P}(s)$  et  $\gamma$ , trouver  $\mathbf{H}(s)$  qui stabilise le système bouclé avec :

$$\|\mathbf{T}_{zw}(\mathbf{P}, \mathbf{H})\|_\infty < \gamma \quad (\text{IV.20})$$

dans laquelle la norme  $H_\infty$ , notée  $\|\cdot\|_\infty$ , est égale à la valeur maximale du gain du système en régime sinusoïdal, soit de façon rigoureuse :

$$\|G\|_\infty = \sup_{\omega \in \mathbb{R}} \sup_i \left( \lambda_i \left( G(j\omega)G(-j\omega)^T \right) \right)^{-1} \quad (\text{IV.21})$$

$\lambda_i(\cdot)$  désignant la  $i$ -ème valeur propre. Les correcteurs assurant la plus petite valeur de  $\gamma$  seront dis optimaux. De cette façon [36, 37], on peut chercher le correcteur qui minimise la norme  $H_\infty$  de  $\mathbf{T}_{zw}$ , telle qu'elle soit inférieure à  $\gamma$ .

Dans la Figure IV.16,  $\mathbf{P}(s)$  représente la dynamique du modèle en incluant des pondérations

qui déterminent les critères de robustesse et de performance. La Figure IV.17 présente, d'une façon plus détaillée, la modélisation du problème standard, où  $G(s)$  est la fonction de transfert du système et  $W_i$  ( $i=1, \dots, 3$ ) sont des fonctions de pondération [35, 36].

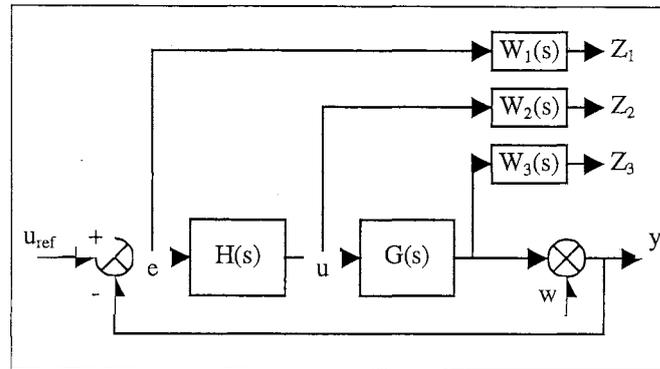


Figure IV.17 Structure Augmentée du Système – Problème  $H_\infty$  Standard

Ces pondérations sont des fonctions fréquentielles appliquées aux fonctions de sensibilité perturbation-sortie ( $S(s)$ ), de sensibilité complémentaire ( $T(s)$ ) et de sensibilité en entrée ( $R(s)$ ) ; qui sont définies comme :

$$S(s) = \frac{y}{w} = \frac{I}{I + G(s)H(s)} \quad (IV.22)$$

$$R(s) = \frac{u}{w} = \frac{H(s)}{I + G(s)H(s)} \quad (IV.23)$$

$$T(s) = \frac{y}{u_{ref}} = \frac{G(s)H(s)}{I + G(s)H(s)} = 1 - S(s) \quad (IV.24)$$

En conséquence le problème de la commande robuste doit trouver le correcteur qui satisfait :

$$\text{Min} \left\| \begin{array}{l} W_1(j\omega) S(j\omega) \\ W_2(j\omega) R(j\omega) \\ W_3(j\omega) T(j\omega) \end{array} \right\|_\infty = \text{Min} \|T_{zw}\|_\infty < \gamma \quad (IV.25)$$

Le correcteur  $H(s)$  ainsi trouvé sera implanté selon le schéma de la Figure IV.18.

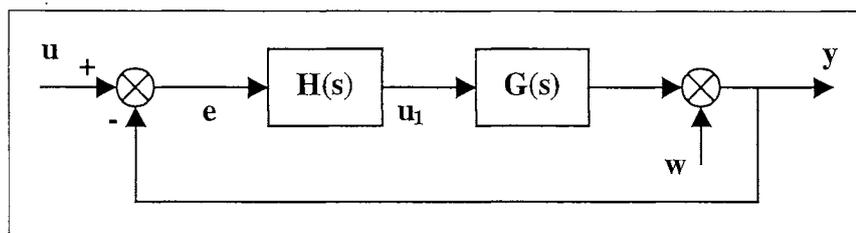


Figure IV.18 Schéma de Commande Robuste

- **Fonctions de Pondération**

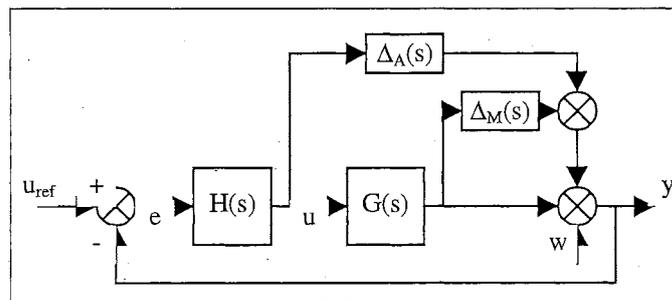
Les inverses des fonctions de pondération peuvent s'interpréter aussi comme des gabarits des fonctions de sensibilité. Ce concept permet de faire la sélection des fonctions  $\mathbf{W}_i$ .

La fonction de sensibilité perturbation – sortie  $\mathbf{S}(s)$  est un indicateur permettant d'évaluer les performances en réjection de perturbations et en robustesse de la variation des paramètres. La fonction  $\mathbf{S}(s)$  doit donc être faible à basse fréquence et grande à haute fréquence. Cette sensibilité doit être inférieure au gabarit défini par l'inverse de  $\mathbf{W}_1$ , c'est-à-dire :

$$\max_{\forall \omega} |S(j\omega)| \leq |W_1^{-1}(j\omega)| \quad (\text{IV.26})$$

Ainsi,  $|W_1^{-1}(j\omega)|$  définit l'amplitude d'erreur acceptable à la sortie en présence des perturbations [46]. Néanmoins, si l'erreur admise est trop petite alors le gain peut être trop grand. Cette caractéristique risque de saturer le fonctionnement des composants de commande, tel que les SVC.

D'un autre côté, les perturbations associées au système sont normalement représentées comme des perturbations additives ( $\Delta_A$ ) et des perturbations multiplicatives ( $\Delta_M$ ) de la fonction de transfert nominal du système  $\mathbf{G}(s)$  (Figure IV.19) [35, 36]. Ces perturbations représentent, pour systèmes de puissance, les dynamiques négligées dans la modélisation, les changements du système dues aux défauts des composants du système (par exemple, des lignes), etc.



*Figure IV.19 Schéma de Perturbations – Modélisation des Incertitudes-*

Afin que le correcteur soit robuste en stabilité, les fonctions de sensibilité  $R(s)$  et  $T(s)$  doivent être inférieures aux gabarits qui représentent les perturbations additives et multiplicatives. Ainsi, les sensibilités doivent satisfaire les critères suivants :

$$\max_{\forall \omega} |R(j\omega)| \leq |\Delta_A| = |W_2^{-1}(j\omega)| \quad (\text{IV.27})$$

$$\max_{\forall \omega} |T(j\omega)| \leq |\Delta_M| = |W_3^{-1}(j\omega)| \quad (\text{IV.28})$$

En conséquence, ces sensibilités sont grandes à basse fréquence et faibles à haute fréquence. Normalement, on spécifie une des deux fonctions et l'autre reste égale à 1.

#### IV.4.2 Application à un SVC

De la même façon qu'au paragraphe IV.2.2, on va calculer une loi de commande robuste pour stabiliser le système de 11 nœuds avec 1 SVC en utilisant son régulateur de tension. Le calcul sera réalisé aussi bien pour le modèle 1 que pour le modèle 2 de la dynamique du procédé (système de puissance plus SVC).

- **Fonctions de Pondération**

La sélection des fonctions de pondération joue un rôle très important dans les caractéristiques du correcteur obtenu ; et donc des caractéristiques du système en boucle fermée.

Généralement dans les réseaux électriques, on dit que les perturbations du système sont à fréquences inférieures à 1.6 Hz [41]. Ainsi, la fonction  $|W_1^{-1}(j\omega)|$  doit être choisie de telle sorte qu'elle soit petite pour les fréquences inférieures à cette valeur. De la même façon, on dit que le système doit rejeter les perturbations haute fréquence, c'est-à-dire, à des fréquences supérieures à 5 Hz [41, 46].

Afin de sélectionner l'ensemble des fonctions de pondération qui font un compromis entre l'amortissement du mode critique et le fonctionnement du SVC dans ses limites de fonctionnement, c'est-à-dire, sans atteindre ses limites de fonctionnement, on propose de faire une analyse de sensibilité sur ces fonctions.

Comme premier pas, on réalise l'analyse de sensibilité sur la fonction de pondération  $W_1$ . L'inverse de cette fonction a la structure suivante :

$$W_1^{-1} = \frac{k_1 (s + z_1)^2}{(s + p_1)^2} \quad (\text{IV.29})$$

De plus, on a employé les fonctions :

$$W_2 = 1 \quad \text{et} \quad W_3^{-1} = \frac{0.2 (s + 200)}{(s + 50)} \quad (\text{IV.30})$$

La fonction  $W_3$  établit un critère d'élimination des perturbations à haute fréquence (>5 Hz). La fonction  $W_2$  introduit un gabarit aux perturbations additives produites par des variations du système (changement du point de fonctionnement, lignes ouvertes, etc.). De plus, cette dernière fonction est nécessaire pour obtenir une commande  $H_\infty$ .

Le Tableau IV.1 présente 5 cas de fonctions  $W_1^{-1}$ , où on modifie les valeurs de  $z_1$  et  $p_1$  de l'équation IV.29 en maintenant le gain  $k_1$ . Pour ces cas,  $k_1$  est égale à 50. Ainsi la valeur minimale de  $|W_1^{-1}(j\omega)|$  est de -6 dB. Le tableau présente aussi la valeur minimale obtenue pour  $\gamma$  (équation IV.20), la valeur du gain statique du correcteur et des commentaires de la simulation non-linéaire du système pour le défaut de la ligne 8-9 au nœud 9. La Figure IV.20 et la Figure IV.21 présentent les réponses temporelles de la tension et de l'admittance du SVC pour ces cas.

**Tableau IV.1 Sensibilité Fonction Inverse de Pondération  $W_1$  – Variation  $z$  et  $p$  -**

Cas	$z_1$	$p_1$	$\gamma$	Gain	Commentaire Simulation
1	1	10	1.637	1.230	Faible amortissement. Erreur stationnaire petite
2	3	30	1.643	1.139	Bon amortissement. Erreur stationnaire
3	5	50	1.650	1.107	Bon amortissement. Erreur stationnaire. Surtension à la deuxième oscillation
4	7	70	1.650	1.106	Bon amortissement. Erreur stationnaire. Surtension à la deuxième oscillation
5	10	100	1.759	0.888	Amortissement très faible. Erreur stationnaire petite. Surtension soutenue.

Comme on peut le constater, les correcteurs avec un bon amortissement présentent une erreur stationnaire important (tension élevée à 1.04 p.u. après défaut, ligne 8-9 ouverte). Néanmoins, cette erreur peut être corrigée, dans certains cas, en utilisant un intégrateur. La Figure IV.22 présente les réponses de tension quand l'intégrateur est ajouté. La Figure IV.23 présente l'admittance du SVC pour la même situation.

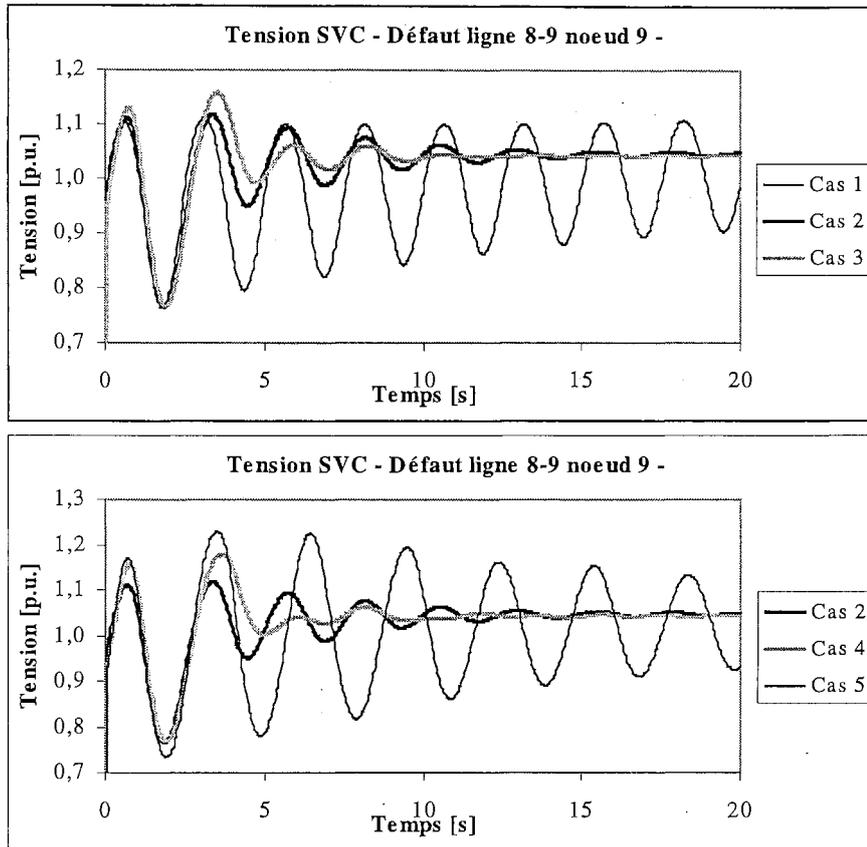


Figure IV.20 Sensibilité pole / zéro de  $W_1$  - Tension SVC-

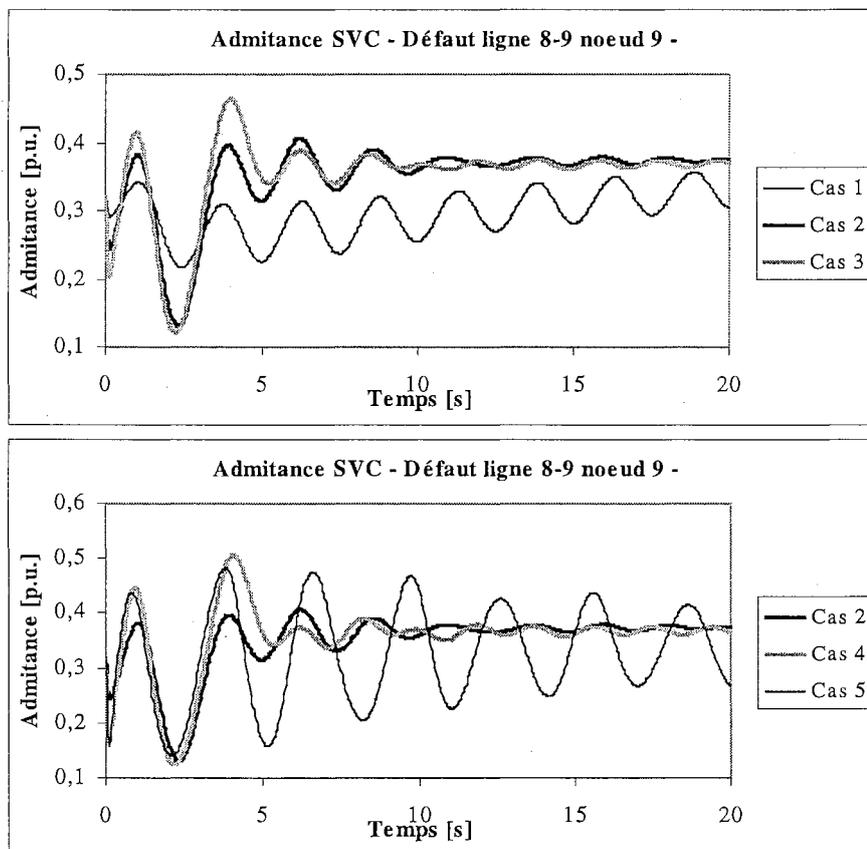


Figure IV.21 Sensibilité pole / zéro de  $W_1$  - Admittance du SVC-

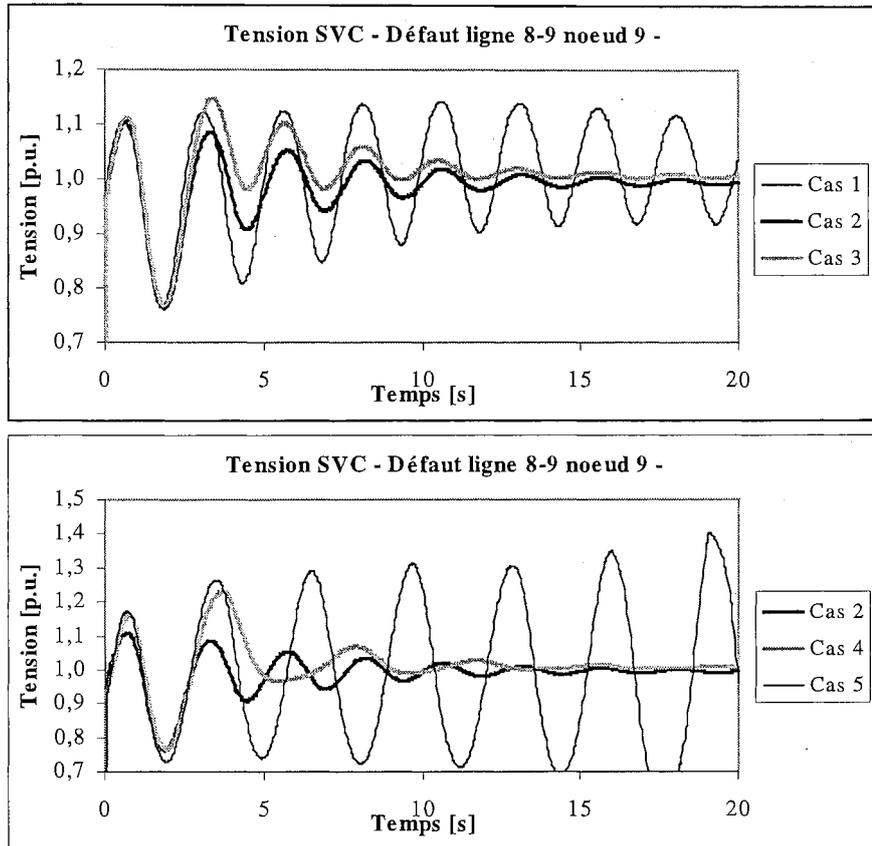


Figure IV.22 Sensibilité pole / zéro de  $W_1$  - Tension SVC, correcteur avec intégrateur-

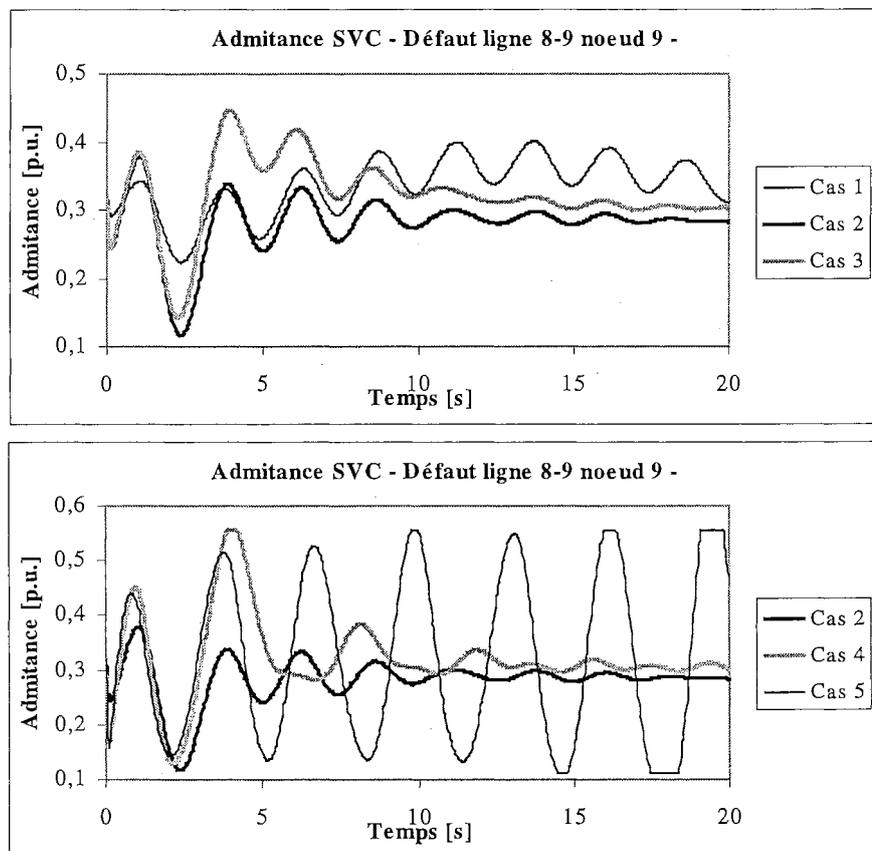
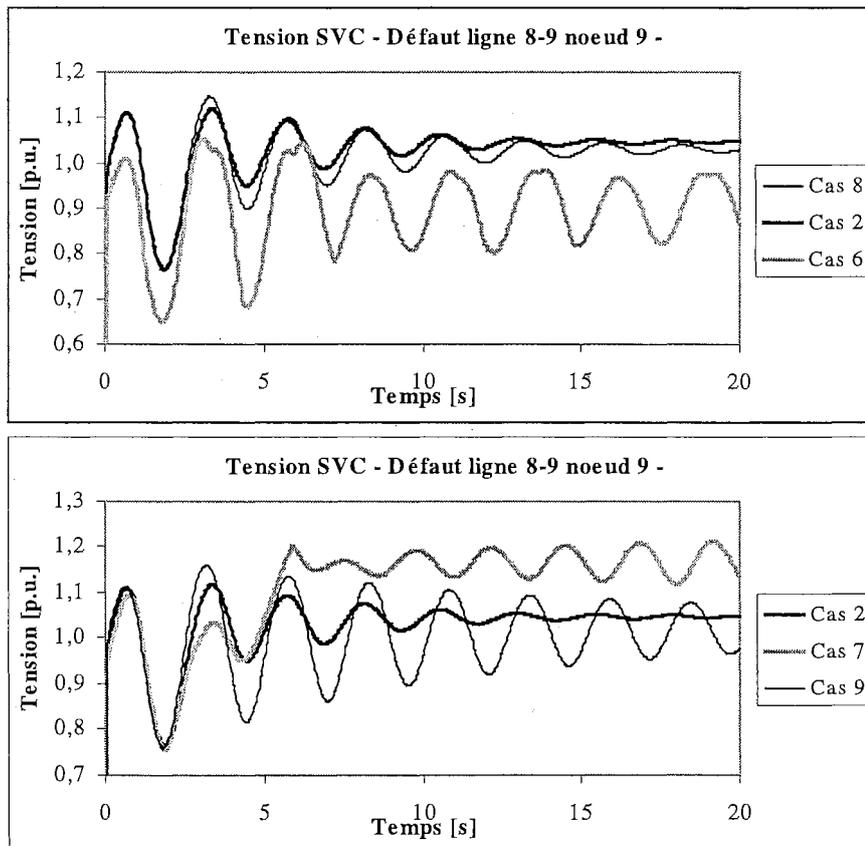


Figure IV.23 Sensibilité pole / zéro de  $W_1$  - Admittance SVC, correcteur avec intégrateur-

La deuxième partie de l'analyse de sensibilité sur la fonction  $W_1$  correspond à la variation du gain  $k_1$ . A partir des cas 1 à 5 du Tableau IV.1, on sélectionne le cas 2 ( $z_1=3$  et  $p_1=30$ ) comme le plus approprié autour duquel on fera l'analyse. Le Tableau IV.2 présente 5 cas : le cas 2 défini précédemment et 4 nouveaux cas.

**Tableau IV.2 Sensibilité Fonction Inverse de Pondération  $W_1$  – Variation  $k$  -**

Cas	$K_1$	$\gamma$	Gain	Commentaire Simulation
2	50	1.643	1.139	Bon amortissement. Erreur stationnaire
6	30	2.188	2.890	SVC atteint ses limites
7	40	1.886	1.758	SVC atteint ses limites
8	60	1.439	0.864	Bon amortissement. Erreur stationnaire petite
9	70	1.278	0.621	Faible amortissement



**Figure IV.24 Sensibilité Gain de  $W_1$  – Tension SVC-**

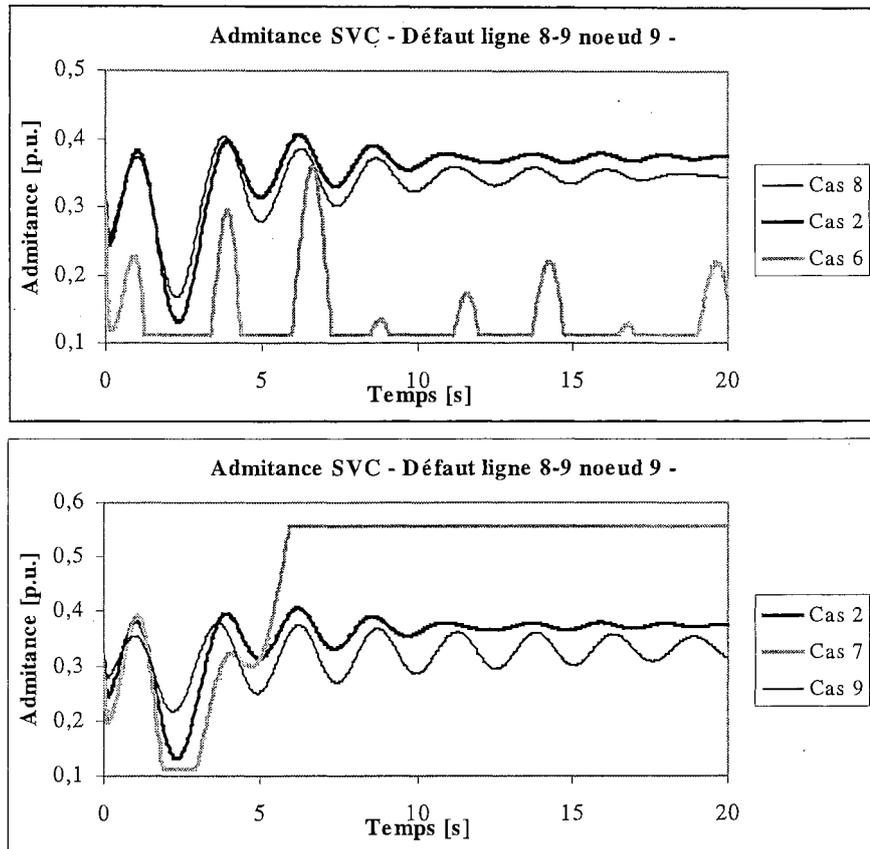


Figure IV.25 Sensibilité Gain de  $W_1$  -Admittance SVC-

Comme on peut le voir dans le Tableau IV.2, si on diminue le gain  $k_1$  (l'erreur admise à la sortie est plus contraignante), on augmente la valeur de  $\gamma$  ainsi que celle du gain. Ce dernier résultat fait que le SVC atteint ses limites de fonctionnement (Figure IV.25). De la même façon, un gain  $k_1$  grand provoque un gain très faible et un amortissement faible pour le correcteur (Figure IV.24). Les cas 2 et 8 présentent un comportement acceptable pour l'amortissement du mode critique, bien que pour ces deux cas une erreur stationnaire ait été corrigée par un intégrateur.

Comme dernier pas de l'analyse de sensibilité, on va étudier l'effet de la modification de la fonction  $W_3^{-1}$ . La structure de cette fonction est la suivante :

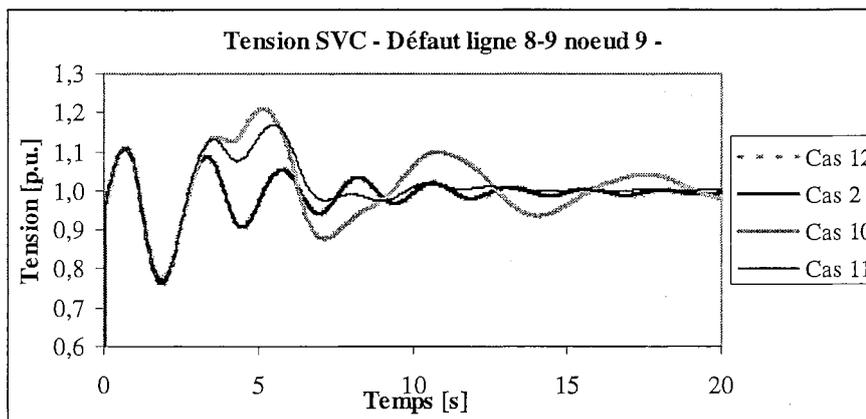
$$W_3^{-1} = \frac{k_3 (s + z_3)}{(s + p_3)} \quad (IV.31)$$

Pour cette analyse, on emploie la fonction  $W_1$  définie dans le cas 2 du Tableau IV.1 et  $W_2=1$ . Le Tableau IV.3 présente 3 nouveaux cas et le cas 2. La Figure IV.26 présente les réponses de la tension du SVC et la Figure IV.27 les réponses de l'admittance du SVC. Le cas 2 et le cas

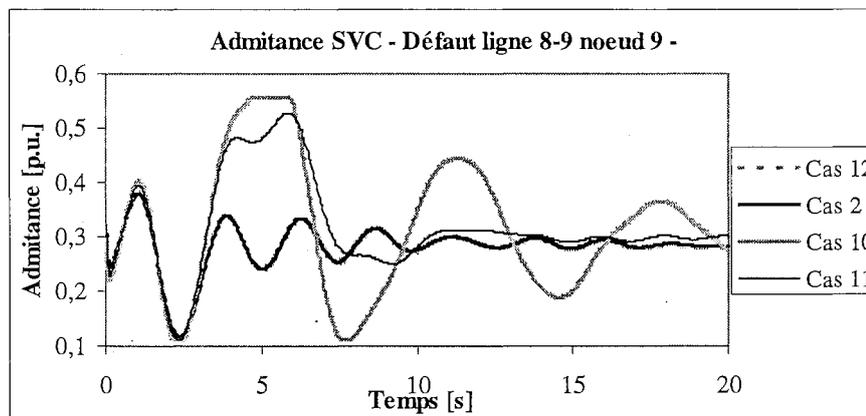
12 présentent les mêmes réponses temporelles, la même valeur  $\gamma$  et le même gain. Donc, la fréquence de coupure de  $W_3$  doit seulement satisfaire la condition d'être supérieure à celle de  $W_1$ . Ces cas confirment l'hypothèse d'employer pour  $W_3$  une fréquence supérieure à 5 Hz.

**Tableau IV.3 Sensibilité Fonction Inverse de Pondération  $W_1$  – Variation  $z$  et  $p$  -**

Cas	$z_3$	$p_3$	$k_3$	$\gamma$	Gain	Commentaire Simulation
2	200	50	0.20	1.643	1.139	Bon amortissement. Erreur stationnaire
10	200	50	0.25	1.619	1.267	Surtension
11	200	50	0.40	1.601	1.316	Bon amortissement. Erreur stationnaire. Surtension
12	120	30	0.20	1.643	1.139	Même comportement que cas 2



**Figure IV.26 Sensibilité  $W_3$  –Tension du SVC, correcteur avec intégrateur-**

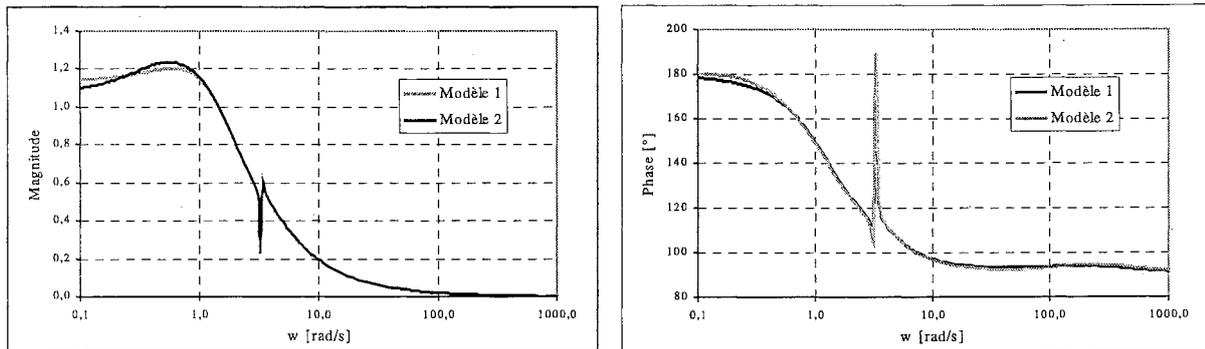


**Figure IV.27 Sensibilité  $W_3$  –Admittance SVC, correcteur avec intégrateur -**

• **Loi de Commande**

En utilisant les fonctions de pondération pour le cas 2, on a calculé le correcteur  $H_c$ . Celui-ci est d'ordre 12 pour les deux types de modélisation du système : par réduction d'ordre de Hankel et par identification. L'ordre du correcteur est égal à l'ordre du système (9 pour les deux modèles) plus le nombre de variables d'état ajoutées par les fonctions de pondération (3, 2 par  $W_1$  et 1 par  $W_3$ ).

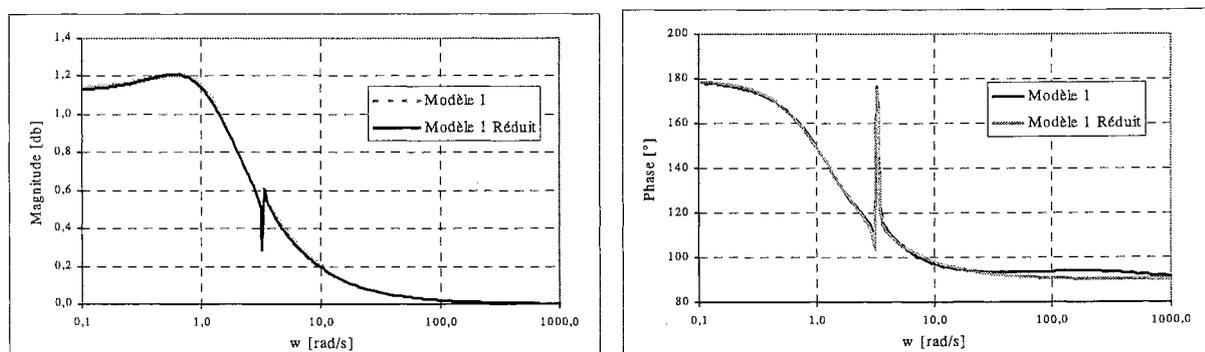
La Figure IV.28 présente les diagrammes fréquentiels des correcteurs calculés en utilisant les deux modèles du système. On peut constater qu'ils sont pratiquement identiques.



*Figure IV.28 Comparaison Fréquentielle Commandes Robustes – Modèle 1 et 2 -*

Après la synthèse de la commande, on peut la réduire en appliquant aussi la réduction par troncature des valeurs singulières de Hankel. Ainsi, on a trouvé que le correcteur d'ordre minimal est d'ordre 4. Ce correcteur est donné par :

$$H(s) = \frac{-1.95 (s + 0.57) (s^2 + 0.027 s + 10.61)}{(s^2 + 1.94 s + 0.971) (s^2 + 0.083 s + 10.77)} \quad (IV.32)$$

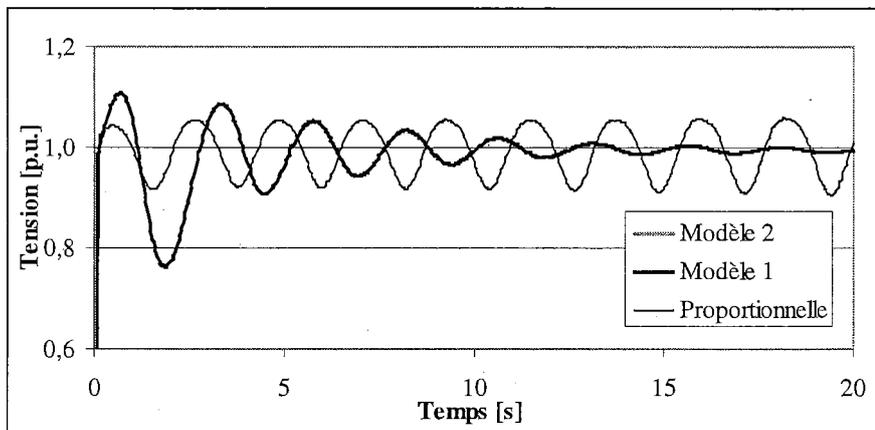


*Figure IV.29 Comparaison Fréquentielle Commande Robuste Ordre Complet et Ordre Réduit*

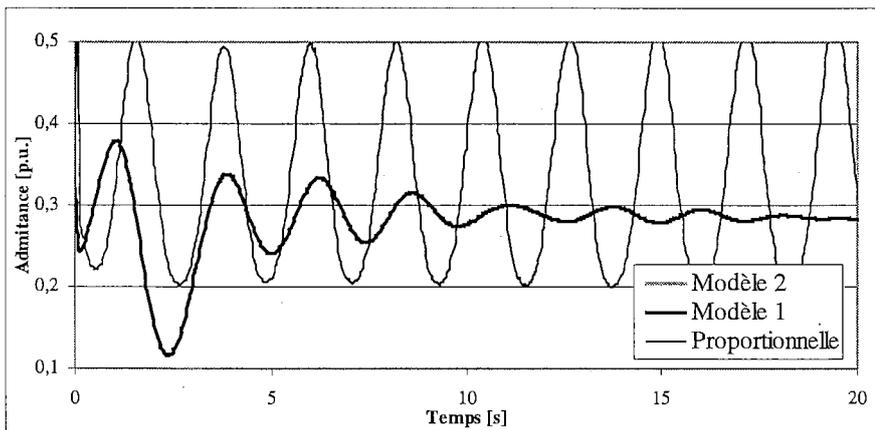
La Figure IV.29 compare les diagrammes fréquentiels du correcteur réduit (4) par rapport à la réponse du correcteur d'ordre complet (12). La différence de phase entre le correcteur original et le correcteur réduit se situe aux fréquences où le gain est trop petit (Figure IV.29), ce qui n'aura pas effet important sur les réponses temporelles.

- **Simulation Non-Linéaire**

Pour comparer les correcteurs obtenus pour chacun des deux modèles, on a évalué les différents comportements en appliquant un défaut à la ligne 8-9 au nœud 9 (défaut critique) pendant 74 ms. La Figure IV.30 présente les réponses de la tension du SVC pour les cas : commande robuste  $H_\infty$  calculée avec le modèle 1 et commande robuste  $H_\infty$  calculée avec le modèle 2. La Figure IV.31 présente la réponse de l'admittance du SVC pour les mêmes cas.



*Figure IV.30 Commande Robuste d'un SVC – Tension du SVC -*



*Figure IV.31 Commande Robuste d'un SVC – Admittance du SVC -*

On peut constater que la commande robuste permet d'amortir les oscillations produites par l'excitation du mode critique du système. Ainsi, on peut constater qu'il n'y a pas de

différence importante entre les commandes calculées pour le modèle 1 et le modèle 2. En conséquence, les deux types de modélisation d'ordre réduit proposés au Chapitre III sont donc fiables.

### IV.4.3 Commande $H_2$

Le problème de la commande robuste  $H_2$  est essentiellement le même que le problème d'optimisation  $H_\infty$ , mais, en minimisant la norme  $H_2$  à la place de la norme  $H_\infty$ . Pour ce problème, la valeur de  $\gamma$  tend vers l'infini, ce qui réduit le problème à trouver le correcteur  $H(s)$  tel que la norme  $H_2$  de  $T_{zw}$  soit minimale.

La spécification des fonctions de pondération pour le calcul de la commande  $H_2$  est réalisée de la même façon que pour la commande  $H_\infty$ . En conséquence, on va calculer un correcteur pour les mêmes spécifications données au dernier paragraphe (cas 2). La Figure IV.32 présente la réponse de la tension pour la commande trouvée. La réponse de ce correcteur est moins acceptable que celle du correcteur  $H_\infty$  (voir Figure IV.30) avec des mêmes spécifications. Néanmoins, en modifiant le gain  $k_1$  de la fonction de pondération  $W_1$ , il est possible de trouver un correcteur ayant les mêmes caractéristiques (réponse fréquentielle) que celle du correcteur  $H_\infty$ . La valeur trouvée pour  $k_1$  est 35 (valeur originale égale à 50).

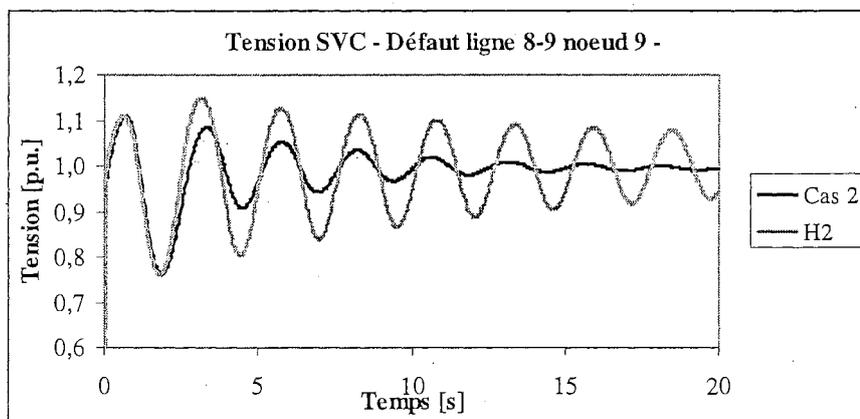


Figure IV.32 Commande  $H_2$  du SVC –Tension du SVC, Fonctions de Pondération Cas 2

Comme pour le cas  $H_\infty$ , il est nécessaire d'ajouter un intégrateur pour corriger l'erreur stationnaire. La Figure IV.33 présente les réponses de la tension du SVC pour la commande avec et sans intégrateur. La Figure IV.34 présente la réponse de l'admittance du SVC pour les mêmes cas.

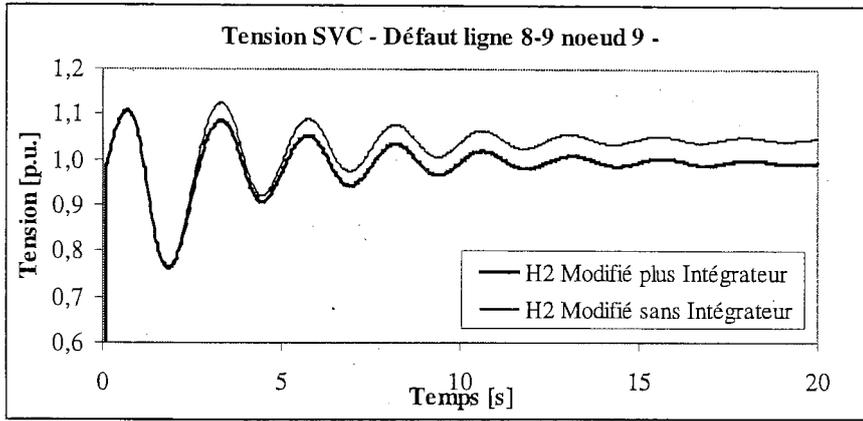


Figure IV.33 Commande  $H_2$  d'un SVC – Tension du SVC, Modification de  $W_1$  –

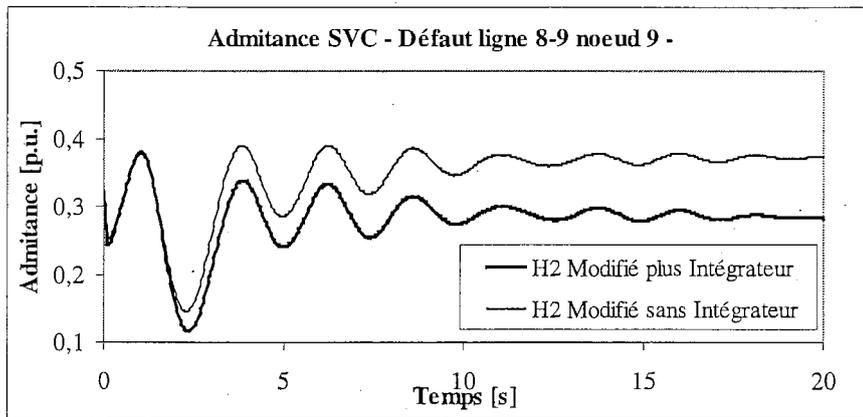


Figure IV.34 Commande  $H_2$  d'un SVC – Admittance du SVC, Modification de  $W_1$  –

## IV.5 COMMANDE ROBUSTE DECENTRALISEE

Afin de proposer une structure de commande robuste décentralisée, il est nécessaire de faire quelques remarques sur la méthode de calcul de la commande  $H_\infty$ . Celle-ci est basée sur une représentation en variables d'état du système augmenté de la Figure IV.17 [38, 39], donnée par :

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_g \\ \dot{x}_{w1} \\ \dot{x}_{w2} \\ \dot{x}_{w3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_g & 0 & 0 & 0 \\ -B_{w1}C_g & A_{w1} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & A_{w2} & 0 \\ B_{w3}C_g & 0 & 0 & A_{w3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_g \\ x_{w1} \\ x_{w2} \\ x_{w3} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & B_g \\ B_{w1} & -B_{w1}D_g \\ 0 & B_{w2} \\ 0 & B_{w3}D_g \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w \\ u \end{bmatrix} \quad (\text{IV.33})$$

$$\begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \\ z_3 \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -D_{w1}C_g & C_{w1} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & C_{w2} & 0 \\ D_{w3}C_g & 0 & 0 & C_{w3} \\ -C_g & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_g \\ x_{w1} \\ x_{w2} \\ x_{w3} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} D_{w1} & -D_{w1}D_g \\ 0 & D_{w2} \\ 0 & D_{w3}D_g \\ I & -D_g \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w \\ u \end{bmatrix} \quad (\text{IV.34})$$

où  $A_g, B_g, C_g, D_g$  sont les matrices de la représentation d'état de  $G(s)$  et  $A_{wi}, B_{wi}, C_{wi}, D_{wi}$  sont les matrices de la représentation d'état des fonctions de pondération  $W_i(s)$  ( $i=1, 2, 3$ ). Ces équations peuvent être réécrites comme [36 à 39] :

$$\begin{aligned} \dot{x} &= A x + \begin{bmatrix} B_1 & B_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w \\ u \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} z \\ y \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} C_1 \\ C_2 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} D_{11} & D_{12} \\ D_{21} & D_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w \\ u \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (IV.35)$$

Il existe un correcteur  $H(s)$  tel que  $\|T_{zw}\|_\infty < \gamma$  si et seulement si les conditions suivantes sont satisfaites :

1- La matrice  $X_\infty$  solution de l'équation de Riccati :

$$A^T X_\infty + X_\infty A + X_\infty (\gamma^{-2} B_1 B_1^T - B_2 B_2^T) X_\infty + C_1^T C_1 = 0 \quad (IV.36)$$

est définie positive et la matrice opérateur de Riccati  $H_\infty$  :

$$X_\infty = \begin{bmatrix} A & \gamma^{-2} B_1 B_1^T - B_2 B_2^T \\ -C_1^T C_1 & -A^T \end{bmatrix} \quad (IV.37)$$

n'a aucune valeur propre sur l'axe imaginaire.

2- La matrice  $Y_\infty$  solution de l'équation de Riccati :

$$A Y_\infty + Y_\infty A^T + Y_\infty (\gamma^{-2} C_1^T C_1 - C_2^T C_2) Y_\infty + B_1 B_1^T = 0 \quad (IV.38)$$

est définie positive et la matrice opérateur de Riccati  $J_\infty$  :

$$Y_\infty = \begin{bmatrix} A^T & \gamma^{-2} C_1^T C_1 - C_2^T C_2 \\ -B_1 B_1^T & -A \end{bmatrix} \quad (IV.39)$$

n'a aucune valeur propre sur l'axe imaginaire.

3- Le rayon spectral du produit des matrices  $X_\infty$  et  $Y_\infty$  satisfait  $\rho(X_\infty Y_\infty) < \gamma^2$

Et le correcteur, appelé correcteur central, sera donné par :

$$\begin{aligned} \dot{x}_c &= \hat{A}_\infty x_c - Z_\infty L_\infty u_c \\ u &= F_\infty x_c \end{aligned} \quad (IV.40)$$

où

$$F_\infty = -B_2^T X_\infty \quad (IV.41)$$

Donc,  $F_\infty$  représente une loi de commande du retour d'état, telle que la commande LQG. Les autres variables de l'équation IV.40 sont données par :

$$\begin{aligned} \hat{A}_\infty &= A + \gamma^{-2} B_1 B_1^T X_\infty + B_2 F_\infty + Z_\infty L_\infty C_2 \\ L_\infty &= -Y_\infty C_2^T, \quad Z_\infty = (I - \gamma^{-2} Y_\infty X_\infty)^{-1} \end{aligned} \quad (IV.42)$$

lesquelles représentent l'estimateur optimal. L'entrée du correcteur est le signal  $u_c = u_{ref} - y$ .

A partir des équations IV.41 et IV.42, on peut constater que le correcteur central  $H(s)$  est composé d'une matrice de gain du retour d'état et d'un estimateur optimal robuste. Néanmoins, le vecteur d'état associé à ce problème n'est pas seulement le vecteur d'état de  $G(s)$  mais aussi du vecteur d'état augmenté qui inclut les variables d'état du système et des fonctions de pondération.

### IV.5.1 Schéma de la Commande

Etant donnée que les commandes robustes sont placées en la boucle ouverte du système, on propose alors une structure de commande décentralisée calculée à partir de la modélisation par sous-systèmes. La Figure IV.35 présente le schéma de commande à utiliser. Pour le calcul de la commande décentralisée, on propose deux méthodes fondées sur le théorème suivant :

- **Théorème 1 :** S'il existe un correcteur  $H(s)$  qui stabilise le système  $G(s)$  de la Figure IV.18, le système en boucle fermée sera stable si et seulement si la perturbation  $w$  ajoutée à la sortie du système est stable [35, 36, 37].

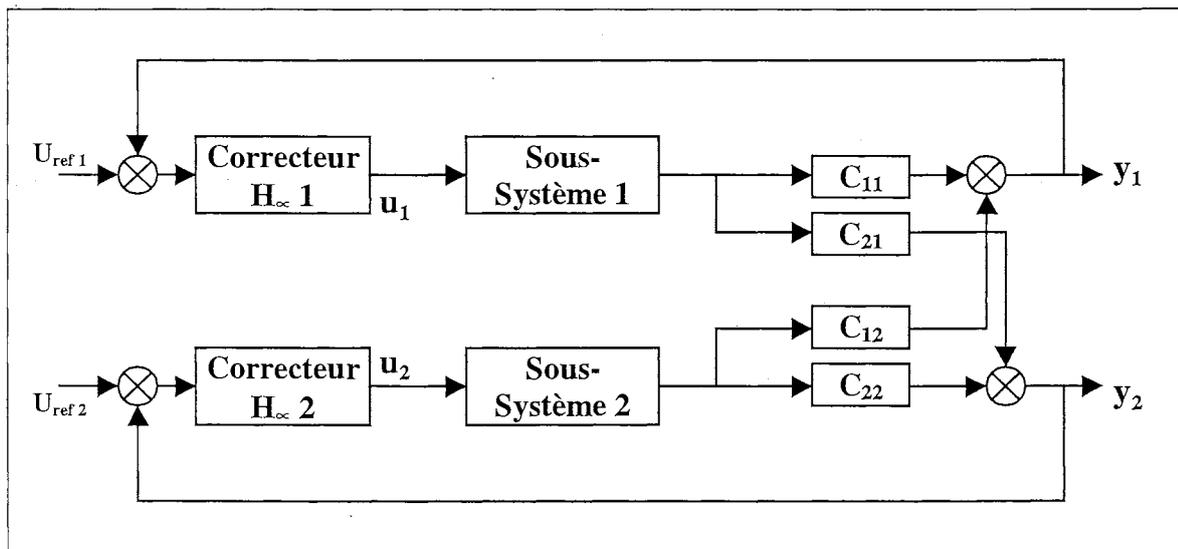


Figure IV.35 Schéma de la Commande Robuste Décentralisée

## IV.5.2 Méthode 1

Le correcteur central  $\mathbf{H}(s)$  est composé d'une matrice de gain de retour d'état et d'un estimateur optimal robuste. Cette caractéristique, la structure de modèle par sous-systèmes et le théorème 1 permettent le calcul de la commande décentralisée.

Cette première méthode calcule le gain de retour d'état pour chaque sous-système et son estimateur d'état en prenant en compte l'effet des autres correcteurs appliqués à d'autres sous-systèmes.

Au début, on suppose que toutes les variables du vecteur d'état du système augmenté (équation IV.33) sont mesurables ainsi que toutes les perturbations ( $\mathbf{w}$ ) et on appelle celui-ci le nouveau vecteur de sortie ( $\mathbf{y}_1$ ). Ainsi, l'équation IV.34 devient :

$$\begin{aligned} \dot{x} &= Ax + \begin{bmatrix} B_1 & B_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w \\ u \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} z \\ y_1 \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} C_1 \\ I \\ 0 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} D_{11} & D_{12} \\ 0 & 0 \\ I & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w \\ u \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (\text{IV.43})$$

La solution de ce problème a été développée par Doyle et al. [36] sous la formulation du problème d'information totale (« Full Information Problem ») qui permet de calculer la loi de retour d'état. Ainsi, cette loi de commande est donnée par :

$$u = F_{\infty} x = -B_2^T X_{\infty} x \quad (\text{IV.44})$$

D'autre part, grâce au théorème 1 et grâce à la structure du modèle de  $\mathbf{G}(s)$  de variables d'état découplées par sous-systèmes, on peut considérer l'effet des autres sous-systèmes sur le sous-système à commander comme une partie de la perturbation  $\mathbf{w}$ . En conséquence, pour chaque sous-système on calcule son correcteur de retour d'état comme un problème d'information totale, donc la loi de commande est décentralisée et de la forme suivante :

$$\begin{bmatrix} u_1 \\ \vdots \\ u_N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_{\infty 1} & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & F_{\infty N} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ \vdots \\ x_N \end{bmatrix} \quad (\text{IV.45})$$

où chaque vecteur  $F_{\infty i}$  est le vecteur de gain du retour d'état du vecteur augmenté ( $x_i$ ) du sous-système  $i$ . Le vecteur  $F_{\infty i}$  est obtenue en résolvant l'équation IV.36 correspondante au sous-système  $i$ .

La deuxième partie du calcul du correcteur décentralisé par sous-système correspond à l'estimation du vecteur d'état employé par chaque retour d'état, c'est-à-dire, l'estimateur de chaque sous-système. De plus, chaque estimateur ( $i$ ) utilise l'entrée et la sortie locale ( $u_i, y_i$ ). On procède de la même façon que pour la commande LQG décentralisée, c'est-à-dire, on calcule le système augmenté équivalent pour le sous-système  $i$  et ensuite on calcule l'estimateur de ce nouveau système.

Ainsi, pour le sous-système  $i$  on représente le modèle d'état du système complet de la façon suivante :

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \dot{x}_{ii} \\ \dot{x}_{N-i} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} A_{ii} & 0 \\ 0 & A_{N-i} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{ii} \\ x_{N-i} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B_{ii} & 0 \\ 0 & B_{N-i} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_i \\ u_{N-i} \end{bmatrix} \\ y_i &= \begin{bmatrix} C_{ii} & C_{i,N-i} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{ii} \\ x_{N-i} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (IV.46)$$

où  $A_{ii}$ ,  $B_{ii}$ ,  $C_{ii}$  sont les matrices du modèle d'état du sous-système  $i$  ;  $A_{N-i}$ ,  $B_{N-i}$  sont les matrices qui représentent tous les autres sous-systèmes  $j$  ( $j=1, \dots, N$  et  $j \neq i$ ) et qui modélisent ses dynamiques en fonction de ses états  $x_{N-i}$  et de ses entrées  $u_{N-i}$ . La sortie du sous-système  $i$  ( $y_i$ ) est fonction de l'état du sous-système ( $x_{ii}$ ), de l'entrée locale  $u_i$  et des effets produits par la dynamique des autres sous-systèmes ( $C_{i,N-i} * x_{N-i}$ ).

Le signal d'entrée des autres sous-systèmes  $u_{N-i}$  correspond à la loi de retour d'état

$$u_{N-i} = -F_{\infty N-i} x_{N-i} \quad (IV.47)$$

En insérant l'équation IV.47 dans IV.46 on obtient :

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \dot{x}_{ii} \\ \dot{x}_{N-i} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} A_{ii} & 0 \\ 0 & A_{N-i} - B_{N-i} F_{\infty N-i} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{ii} \\ x_{N-i} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B_{ii} \\ 0 \end{bmatrix} u_i \\ y_i &= \begin{bmatrix} C_{ii} & C_{i,N-i} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{ii} \\ x_{N-i} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (IV.48)$$

Cette équation peut être réécrite comme :

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \dot{x}_{ii} \\ \dot{x}_{N-i} \end{bmatrix} &= A_e \begin{bmatrix} x_{ii} \\ x_{N-i} \end{bmatrix} + B_e u_i \\ y_i &= C_e \begin{bmatrix} x_{ii} \\ x_{N-i} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (\text{IV.49})$$

Cette équation représente le sous-système **i** équivalent. En ajoutant les critères de pondération donnés par les fonctions  $\mathbf{W}_i$  ( $i=1, 2, 3$ ), on obtient le nouveau système équivalent augmenté qui a une représentation d'état de la forme des équations IV.33 et IV.34.

On calcule l'estimateur d'état associée au sous-système **i** à partir de cet ensemble d'équations en résolvant l'équation IV.38 et en employant l'équation IV.42. Néanmoins, il y a le problème de la différence de dimension des matrices  $X_\infty$  et  $Y_\infty$  pour le calcul des matrices de l'estimateur de l'équation IV.42 puisque la matrice  $Y_\infty$  est calculée avec le sous-système équivalent qui inclut les variables d'état des autres sous-systèmes. Pour résoudre ce problème, on peut recalculer le correcteur central pour le sous-système **i** en utilisant le sous-système équivalent augmenté **i** (Equation IV.49 plus fonctions de pondération).

En résumé, pour un système de **N** sous-systèmes et modélisé par la structure proposée au chapitre III (variables d'état de sous-systèmes découplées et sorties couplées), la commande robuste décentralisée est calculée par l'algorithme suivant :

1. Pour chaque sous-système, calculer sa loi de retour d'état en résolvant le problème d'information complète correspondant. Faire **i=1**.
2. Pour le sous-système **i**, calculer le système équivalent (équation IV.48 ou IV.49) qui inclut le retour d'état ( $\mathbf{F}_{\infty j} * \mathbf{x}_j$ ) des autres sous-systèmes ( $j=1, \dots, N$  et  $j \neq i$ ).
3. Calculer le correcteur central du sous-système **i** en utilisant  $\mathbf{u}_i$ ,  $\mathbf{y}_i$  et le système équivalent augmenté.
4. Faire **i=i+1**. Si **i < N+1** aller au pas 2 pour calculer l'estimateur du sous-système suivant.

### IV.5.3 Méthode 2

La méthode 1 décrite au paragraphe précédent emploie l'effet produit sur un sous-système par les correcteurs des autres sous-systèmes. Néanmoins, le calcul requiert un processus de : 1- calcul de gain de retour d'état (problème d'information complète), 2- calcul de sous-système

équivalent qui prend en compte l'effet des autres correcteurs et 3- calcul du correcteur central pour chaque sous-système.

La deuxième méthode proposée s'appuie exclusivement sur le théorème 1 et la structure de modélisation par sous-systèmes. Il est clair que l'effet d'un sous-système sur les autres peut s'interpréter comme une perturbation des sorties ( $\mathbf{w}$ ) des autres sous-systèmes. Par conséquent pour le sous-système  $\mathbf{i}$ , l'effet produit par les autres sous-systèmes  $\mathbf{j}$  ( $j=1, \dots, N$  et  $j \neq i$ ) est une perturbation sur la sortie  $y_i$ , qu'on appellera  $w_i$  (Figure IV.36). Ainsi, on propose de calculer le correcteur central ( $H_{\infty i}$ ) en utilisant uniquement la représentation du sous-système  $\mathbf{i}$  ( $G_i(s)$ ). On suppose que la perturbation  $w_i$  est stable pour le calcul du correcteur.

Naturellement, il faut vérifier que la perturbation est stable pour appliquer le théorème 1. Comme la perturbation  $w_i$  est fonction des autres sous-systèmes qui sont stabilisés de la même façon que le sous-système  $\mathbf{i}$ , c'est-à-dire par ses correcteurs centraux respectifs, on peut dire que la perturbation  $w_i$  est stable.

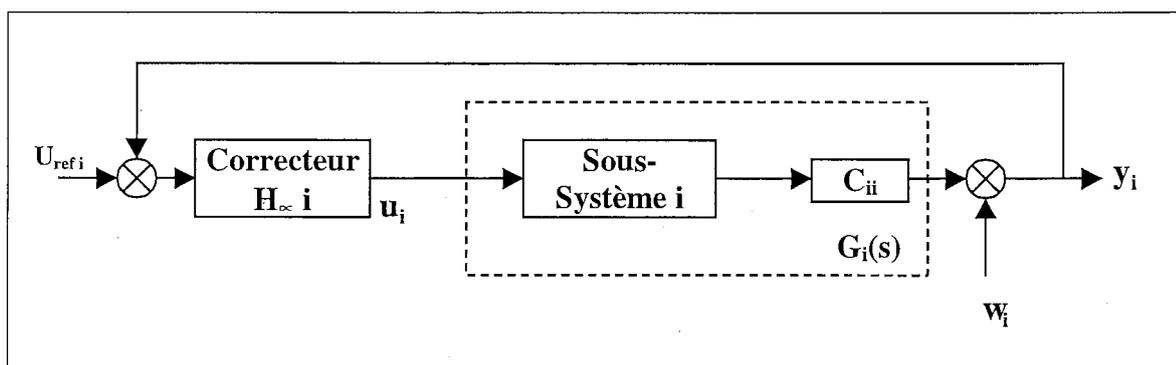


Figure IV.36 Modèle Sous-Système Perturbation

#### IV.5.4 Placement des Pôles

Les commandes robustes type  $H_{\infty}$  ont montré leur efficacité pour maintenir la stabilité du système en présence d'incertitudes. Néanmoins, la compensation des pôles et des zéros dans le problème de sensibilité mixte (équation IV.25) ne permet pas d'améliorer l'amortissement des modes critiques. De plus, pour les systèmes instables, le mode instable est stabilisé en le plaçant à gauche de l'axe imaginaire mais à la même valeur absolue réelle.

Pour obtenir une commande robuste qui place les pôles à une position désirée, on a introduit une modification du problème à minimiser [40, 41]. Ainsi, on doit trouver le correcteur  $H(s)$  qui minimise la fonction

$$\text{Min} \left\| \begin{array}{l} W_1(j\omega) S(j\omega) V(j\omega) \\ W_2(j\omega) R(j\omega) V(j\omega) \\ W_3(j\omega) T(j\omega) V(j\omega) \end{array} \right\|_{\infty} = \text{Min} \|T_{zw}\|_{\infty} < \gamma \quad (\text{IV.50})$$

où  $V(j\omega)$  est une fonction de pondération qui réalise le placement partiel des pôles et elle est donnée par :

$$V(s) = \frac{Q(s)}{D_o(s)} \quad (\text{IV.51})$$

où  $Q(s)$  contient le placement désiré des pôles et  $D_o(s)$  contient les pôles du système nominal ( $G(s)$ ) à déplacer.

### IV.5.5 Application

Comme pour la commande LQG décentralisée, on utilisera le système de deux SVC pour l'application des deux méthodes proposées pour le calcul des commandes robustes décentralisées. On rappelle que le sous-système 1 correspond au SVC au nœud 8 et le sous-système 2 correspond au SVC connecté au nœud 9.

- **Fonctions de Pondération**

On a employé les mêmes fonctions de pondération ( $W_i$ ) pour tous les sous-systèmes. Comme fonction  $W_1$  on a choisi un filtre de gain élevé à fréquence basse (« high-gain low pas filter ») pour réduire l'erreur de la fonction de sensibilité ( $S(j\omega)$ ) à basse fréquence :

$$W_1^{-1} = \frac{100 (s+5)^2}{(s+50)^2} \quad (\text{IV.52})$$

Pour une bonne robustesse par rapport aux dynamiques négligées,  $R(s)$  doit être petite à haute fréquence ( $> 32$  Hz). Donc,

$$W_2^{-1} = \frac{0.2 (s+200)}{(s+50)} \quad (\text{IV.53})$$

et  $W_3=1$ . Comme le verra au Chapitre IV, les incertitudes dues aux dynamiques négligées des systèmes de puissance correspondent aux incertitudes additives. On doit donc fixer un gabarit pour  $R(s)$ .

Pour la fonction de pondération  $V(s)$  qui réalise le déplacement des pôles, on a choisi les fonctions suivantes :

$$V_1(s) = \frac{s^2 + 4s + 13}{s^2 + 0.0238s + 11.3}$$

$$V_2(s) = \frac{s^2 + 4s + 13}{s^2 + 0.0237s + 11.31}$$
(IV.54)

où  $V_1$  et  $V_2$  font le placement des pôles des sous-systèmes 1 et 2 respectivement à  $-2 \pm j3$ .

### • Lois de Commande

Pour la méthode 1, le correcteur de chaque sous-système est d'ordre 22 puisque l'estimateur utilise les 11 variables d'état de chaque sous-système (6 variables pour modéliser le sous-système, 2 variables pour  $W_1$ , 1 variable pour  $W_2$  et 2 pour la fonction  $V$ ). De plus, chaque correcteur est réduit par la méthode de troncature des valeurs singulières de Hankel jusqu'à l'ordre 6.

Pour la méthode 2, chaque correcteur a 11 variables d'état (6 variables pour modéliser le sous-système, 2 variables pour  $W_1$ , 1 variable pour  $W_2$  et 2 pour la fonction  $V$ ). De plus, on peut réduire chacun des correcteurs jusqu'à l'ordre 6. La Figure IV.37 compare les réponses fréquentielles des correcteurs de chaque sous-système calculées par les deux méthodes.

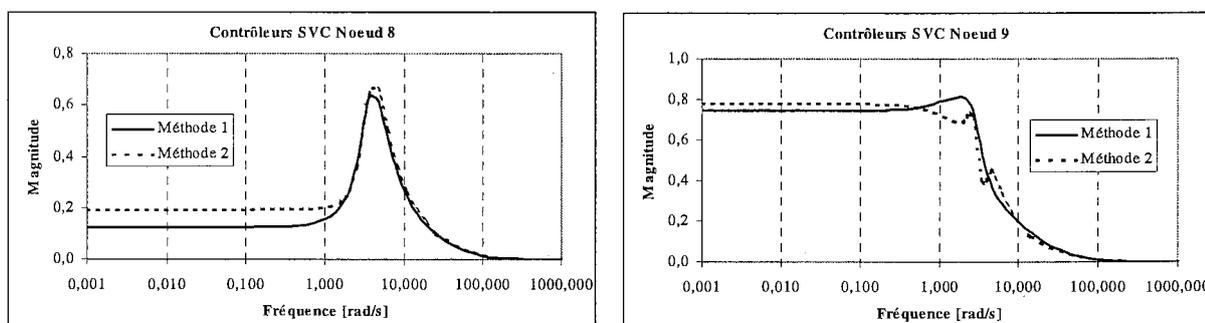
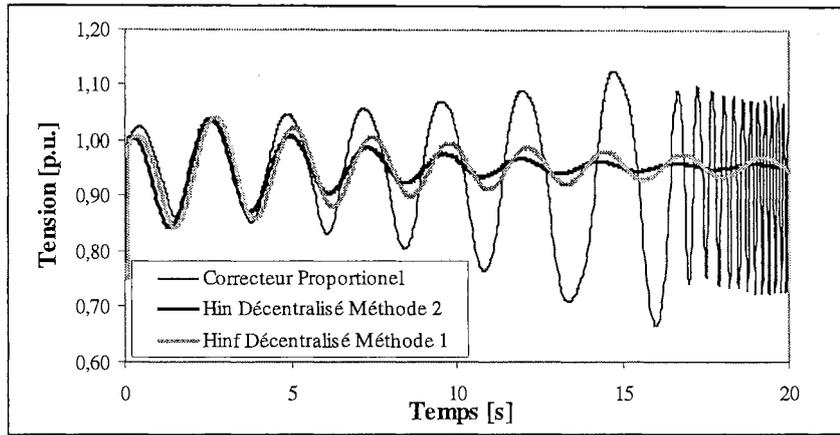


Figure IV.37 Comparaison Fréquentielle Commande Robuste Décentralisée, Méthodes 1 et

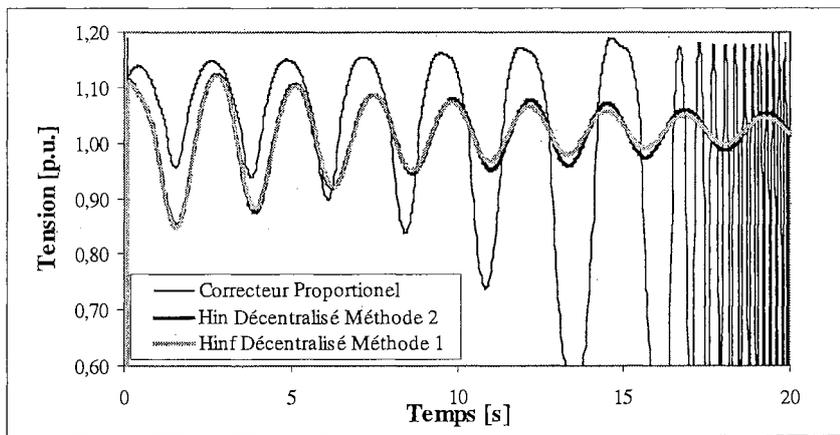
2

### • Simulation Non-Linéaire

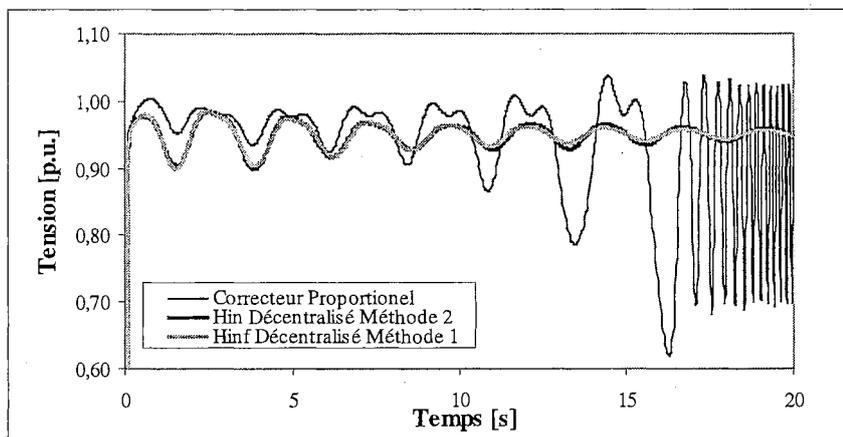
Le comportement de la commande décentralisée a été évalué en appliquant un défaut triphasé à la ligne 8-9 pendant 74 ms. Les Figures IV.38 à IV.40 comparent les réponses des commandes décentralisées proposées par rapport aux réponses obtenues par la commande proportionnelle.



*Figure IV.38 Commande Robuste Décentralisée - Tension Nœud 7, Défaut Ligne 8-9*

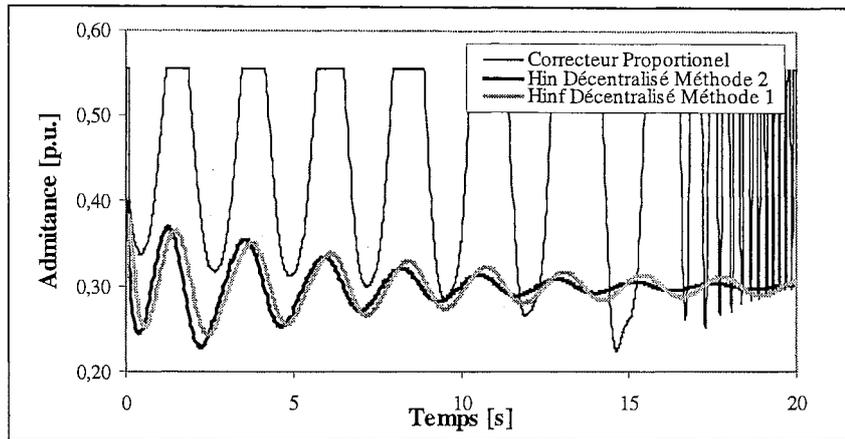


*Figure IV.39 Commande Robuste Décentralisée - Tension Nœud 8, Défaut Ligne 8-9*

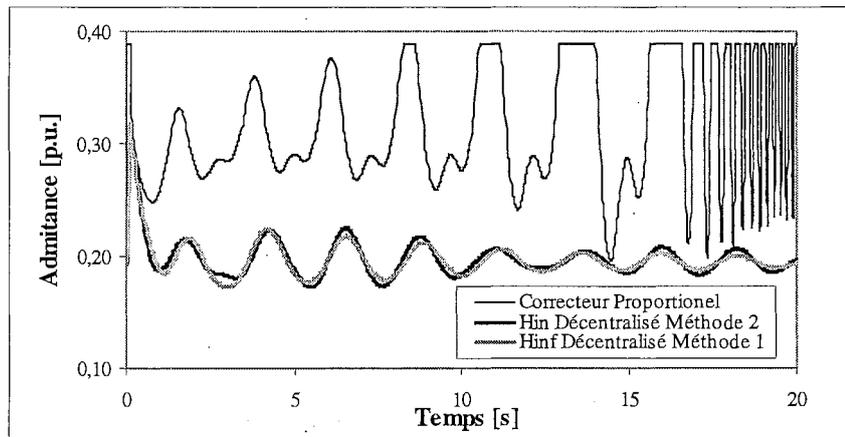


*Figure IV.40 Commande Robuste Décentralisée - Tension Nœud 9, Défaut Ligne 8-9*

Les Figures IV.41 et IV.42 présentent la comparaison des réponses des admittances des SVC. On peut constater que les commandes robustes décentralisées proposées stabilisent le système et les réponses des deux méthodes se rapprochent beaucoup.



*Figure IV.41 Commande Robuste Décentralisée – Admittance SVC 1, Défaut Ligne 8-9*



*Figure IV.42 Commande Robuste Décentralisée – Admittance SVC 2, Défaut Ligne 8-9*

## IV.6 CONCLUSIONS

Ce chapitre a présenté l'apport des techniques de commande moderne pour le calcul des correcteurs pour un SVC aussi bien pour l'application des commandes supplémentaires (LQG) que pour les commandes en la boucle principale ( $H_\infty$ ) et ceci pour l'amortissement des oscillations des modes faiblement amortis des réseaux électriques interconnectés. De plus, on a montré l'avantage d'employer des systèmes réduits calculés par la réduction par troncature des valeurs singulières de Hankel ou par identification, pour concevoir des correcteurs d'ordre bas.

On a également proposé une technique de calcul de la commande LQG décentralisée et deux techniques de calcul de la commande robuste  $H_\infty$  décentralisée en profitant de la structure de modélisation par sous-systèmes. De cette manière, on évite l'emploi des commandes centralisées d'action transitoire qui demandent des systèmes complexes de communications et qui ajoutent le problème des retards de transmission du signal de commande.

# CHAPITRE V

## *ROBUSTESSE DANS LES RESEAUX ELECTRIQUES*



# CHAPITRE V – ROBUSTESSE DANS LES RESEAUX ELECTRIQUES

## V.1 INTRODUCTION

La conception des correcteurs d'un réseau électrique est basée, généralement, sur le calcul des régulateurs en utilisant des modèles linéaires du système. Il est bien connu qu'un réseau électrique est un système non - linéaire et variable dans le temps. C'est pourquoi plusieurs correcteurs sont inadéquats sous certaines conditions de fonctionnement du réseau. Par conséquent les nouvelles techniques de commande qui sont employées sont dérivées de l'application de la théorie de la commande optimale et de la commande robuste, présentées au Chapitre IV. Les correcteurs conçus avec la théorie de la commande robuste (Correcteurs  $H_2$  et  $H_\infty$ ) prennent en compte les incertitudes qui existent dans le modèle linéaire du réseau.

Néanmoins, une des questions les plus importantes qui se pose est de déterminer la robustesse du système de puissance quel que soit le type de commande employée. Normalement, cette analyse est réalisée en effectuant plusieurs simulations pour différents cas sélectionnés à priori et fondés sur la connaissance du système par l'opérateur. Cependant, ce processus est développé pour un nombre réduit de conditions sélectionnées. De plus, cette méthode d'évaluation de la robustesse du système ne dispose pas d'un indicateur de la distance à l'instabilité ou du risque d'instabilité.

Afin de prendre en compte ces caractéristiques, on doit employer une technique qui permet d'inclure les incertitudes du modèle dynamique. Par ailleurs, une telle technique permet de déterminer une frontière entre la stabilité et l'instabilité du système par le moyen d'une fonction ou d'un indicateur numérique. Dans ce Chapitre, nous proposons d'employer la technique d'analyse d'évaluation des valeurs singulières structurées, plus connue sous le nom « d'analyse  $\mu$  », pour l'analyse de la robustesse d'un correcteur dans un réseau électrique.

Ainsi, le paragraphe V.2 présente brièvement la théorie de l'analyse  $\mu$  en commençant par définir la signification de la valeur singulière structurée et l'outil de modélisation appelé Transformation Fractionnelle Linéaire (TFL) et puis en présentant les concepts de performance robuste et de stabilité robuste.

Pour réaliser l'analyse de robustesse d'un système, il est nécessaire de modéliser les incertitudes présentés dans le système. Un réseau électrique présente plusieurs incertitudes liées à la modélisation linéaire autour d'un point de fonctionnement, au placement du pôle des

oscillations électromécaniques (parties réelle et imaginaire), aux mesures des signaux de commande et aux limites de fonctionnement des correcteurs. Le paragraphe V.3 traite de ce sujet.

Le paragraphe V.4 présente l'application de la modélisation des incertitudes aux réseaux électriques au réseau test cas base d'un SVC. En plus, en utilisant cette modélisation, l'évaluation de la robustesse du système est réalisée. Finalement, le paragraphe V.5 propose une technique probabiliste pour l'évaluation du risque d'instabilité en employant l'évaluation de robustesse par analyse  $\mu$ .

## V.2 THEORIE D'ANALYSE $\mu$

La théorie d'analyse  $\mu$  ou analyse des valeurs singulières structurées permet d'inclure les incertitudes qui existent dans un système dynamique afin d'évaluer sa robustesse dans le sens de préservation de la stabilité du système sous différents types des perturbations. Parmi ces incertitudes, on peut notamment citer les dynamiques hautes fréquences qui sont mal connues ou volontairement négligées dans l'écriture du modèle, les retards purs, les incertitudes sur la valeur des paramètres physiques, les effets d'une linéarisation autour d'un point de fonctionnement, l'utilisation de modèles simplifiés pour les actionneurs ou correcteurs, etc. [35]. Il convient donc d'étudier la robustesse de la loi de commande appliquée, afin d'être capable de garantir la stabilité et un certain degré de performance en dépit de ces incertitudes.

Celles-ci sont regroupées en deux grandes classes : les incertitudes paramétriques, qui affectent la valeur d'un ou plusieurs paramètres réels ; les dynamiques négligées ou non – modélisées, qui peuvent être représentées par une ou plusieurs fonctions de transfert inconnues.

### V.2.1 Concepts Fondamentaux

#### V.2.1.1 Valeur Singulière Structurée

La valeur singulière structurée ( $\mu$ ) est un concept introduit par Doyle défini par :

$$\mu(M(j\omega)) = \frac{1}{\min\{k \in [0, +\infty]; \exists \delta \in \Delta \text{ tel que } (I - k \delta M(j\omega)) \text{ soit singulière}\}} \quad (\text{V.1})$$

Cette définition s'interprète de la façon suivante : à une pulsation  $w$  donnée, l'inverse de la valeur singulière structurée correspond au facteur multiplicatif qu'il faut introduire sur la matrice  $\mathbf{M}(j\omega)$  pour que le système soit singulier.

### V.2.1.2 Transformation Fractionnelle Linéaire (TFL)

Pour l'analyse  $\mu$ , une méthode matricielle de représentation généralisée appelée Transformation Fractionnelle Linéaire (TFL) [35, 37, 39] a été développée. On va considérer la matrice complexe suivante :

$$M = \begin{bmatrix} M_{11} & M_{12} \\ M_{21} & M_{22} \end{bmatrix} \quad (\text{V.2})$$

On suppose qu'il existe une structure  $\Delta_2$  ayant une dimension appropriée à celle de  $M_{22}$ . Soit l'ensemble d'équations suivantes :

$$\begin{aligned} e &= M_{11} d + M_{12} w \\ z &= M_{21} d + M_{22} w \\ w &= \Delta_2 z \end{aligned} \quad (\text{V.3})$$

On dit qu'elle est bien posée si pour un vecteur  $d$ , il existe un ensemble unique de vecteurs  $w$ ,  $z$  et  $e$  qui satisfont l'équation V.2. En plus, elle est bien posée si et seulement si l'inverse de la matrice  $[I - M_{22} \Delta_2]$  existe, et si les vecteurs  $d$  et  $e$  satisfont

$$\begin{aligned} e &= F_L(M, \Delta_2) d \\ \text{où} & \\ F_L(M, \Delta_2) &= M_{11} + M_{12} \Delta_2 (I - M_{22} \Delta_2)^{-1} M_{21} \end{aligned} \quad (\text{V.4})$$

La fonction  $F_L(M, \Delta_2)$  est appelée Transformation Fractionnelle Linéaire sous  $M$  par  $\Delta_2$ . Cette formulation peut être représentée par un schéma de réalimentation (Figure V.1).  $F_L(M, \Delta_2)$  signifie que la boucle inférieure sur  $M$  est fermée par  $\Delta_2$ .

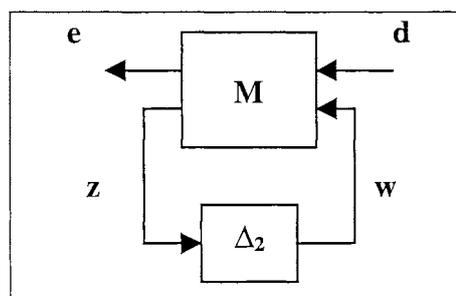


Figure V.1 Schéma de Blocks de la TFL ou Modèle de Base

De la même façon, on peut construire une Transformation Fractionnelle Linéaire de  $\mathbf{M}$  en fermant la boucle par-dessus, en appelant celle-ci  $F_U(\mathbf{M}, \Delta_1)$  et définie par

$$F_U(M, \Delta_1) = \begin{bmatrix} M_{22} + M_{21} \Delta_1 (I - M_{11} \Delta_1)^{-1} M_{12} \end{bmatrix} \quad (\text{V.5})$$

### V.2.1.3 Modélisation des Incertitudes

Il existe deux types de représentations d'incertitudes d'un modèle dynamique : les incertitudes paramétriques et incertitudes des dynamiques négligées.

- **Incertitudes Paramétriques**

L'incertitude paramétrique est associée à l'incertitude de la valeur d'un paramètre spécifique [35, 37, 39]. Pour un paramètre incertain, de valeur comprise entre  $\mathbf{c}_1 - \mathbf{m}_1$  et  $\mathbf{c}_1 + \mathbf{m}_1$ , on peut écrire :

$$c = c_1 + m_1 \delta \quad (\text{V.6})$$

où  $\mathbf{c}_1$  est la moitié du rang,  $\mathbf{m}_1$  est la valeur maximale d'incertitude et  $\delta$  est l'incertitude. De plus  $\delta \in [-1, 1]$ . Ainsi, pour un paramètre  $\mathbf{c} \in [1.0, 1.2]$ , la valeur de  $\mathbf{c}_1$  est 1.1 et celle de  $\mathbf{m}_1$  est 0.1. En utilisant la représentation TFL on définit :

$$c = F_L \left( \begin{bmatrix} c_1 & m_1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}, \delta \right) \quad (\text{V.7})$$

- **Incertitudes Paramétriques dans la Représentation d'Etat**

Dans la représentation en variables d'état, on peut considérer qu'il existe des incertitudes sur les différents paramètres du modèle, c'est-à-dire, des incertitudes sur les éléments des matrices  $\mathbf{A}$ ,  $\mathbf{B}$ ,  $\mathbf{C}$  et  $\mathbf{D}$ . Ainsi, on peut faire une représentation généralisée des incertitudes du modèle d'état en écrivant :

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \dot{x}(t) \\ y(t) \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} A_0 + \sum_{i=1}^m \delta_i A_i & B_0 + \sum_{i=1}^m \delta_i B_i \\ C_0 + \sum_{i=1}^m \delta_i C_i & D_0 + \sum_{i=1}^m \delta_i D_i \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(t) \\ u(t) \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} \dot{x}(t) \\ y(t) \end{bmatrix} &= \left( \begin{bmatrix} A_0 & B_0 \\ C_0 & D_0 \end{bmatrix} + \sum_{i=1}^m \delta_i \begin{bmatrix} A_i & B_i \\ C_i & D_i \end{bmatrix} \right) \begin{bmatrix} x(t) \\ u(t) \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (\text{V.8})$$

où  $\mathbf{A}_0$ ,  $\mathbf{B}_0$ ,  $\mathbf{C}_0$  et  $\mathbf{D}_0$  sont les matrices de la représentation en variables d'état nominale du système et  $\mathbf{A}_i$ ,  $\mathbf{B}_i$ ,  $\mathbf{C}_i$  et  $\mathbf{D}_i$  sont celles de la représentation de la  $i$ -ème incertitude.  $\delta_i$  a toujours une valeur comprise entre  $-1$  et  $1$ .

Chacune des sous-matrices d'incertitude peut être décomposée comme la multiplication de deux matrices, ainsi :

$$\begin{bmatrix} A_i & B_i \\ C_i & D_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} E_i \\ F_i \end{bmatrix} \begin{bmatrix} G_i & H_i \end{bmatrix} \quad (\text{V.9})$$

De cette façon, on peut faire une représentation d'état augmentée de la façon suivante :

$$\begin{bmatrix} \dot{x}(t) \\ y(t) \\ z_1 \\ \vdots \\ z_m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_0 & B_0 & E_1 & \cdots & E_m \\ C_0 & D_0 & F_1 & \cdots & F \\ G_1 & H_1 & 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ G_m & H_m & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(t) \\ u(t) \\ z_1 \\ \vdots \\ z_m \end{bmatrix} = G_{ss} \begin{bmatrix} x(t) \\ u(t) \\ z_1 \\ \vdots \\ z_m \end{bmatrix} \quad (\text{V.10})$$

En utilisant la TFL, on peut établir une relation entre l'entrée et la sortie de la manière suivante :

$$y = F_L(G_{ss}, \Delta)u$$

où

$$\Delta = \left\{ \text{diag}[\delta_1 I_{r_1}, \dots, \delta_m I_{r_m}] : \delta_i \in R \right\} \quad (\text{V.11})$$

où  $I_{r_i}$  est la matrice identité de rang  $r$  correspondant au rang de la matrice  $i$  de l'équation V.9.

### • Incertitudes des Dynamiques Négligées

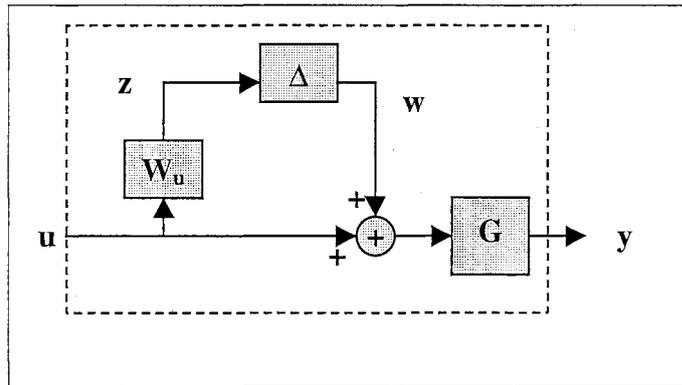
Toutes les incertitudes ne peuvent pas être modélisées par les schémas d'incertitude paramétrique. En effet, Il existe d'autres incertitudes appelées incertitudes des dynamiques négligées [35, 37, 39]. L'ensemble de l'incertitude est défini par :

- Le modèle nominal du système, c'est-à-dire, sa fonction de transfert  $\mathbf{G}(s)$
- Une fonction de poids multiplicative ou additive qui représente l'incertitude. Cette fonction permet de borner l'erreur sur la réponse fréquentielle.

Dans le cas d'une représentation multiplicative, on a la définition suivante de l'ensemble des incertitudes possibles :

$$M(G, W_u) = \left\{ \tilde{G} : \left| \frac{\tilde{G}(j\omega) - G(j\omega)}{G(j\omega)} \right| \leq |W_u(j\omega)| \right\} \quad (\text{V.12})$$

Avec la contrainte additionnelle que le nombre de pôles placés à droite (RHP) du plan complexe de  $\tilde{G}(s)$  soit égal au nombre RHP de  $G(s)$ . Pour chaque fréquence,  $|W_u(j\omega)|$  représente la différence maximale de l'amplitude en pourcentage (%) de tous les systèmes représentés par l'ensemble  $M(G, W_u)$ . La Figure V.2 présente le schéma de connexion des blocs pour représenter l'ensemble incertain des fonctions de transfert.

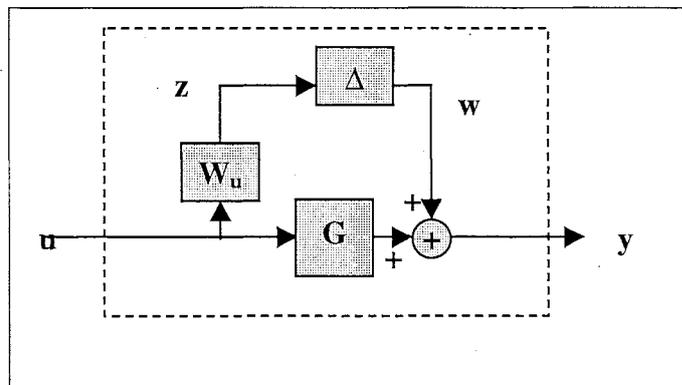


*Figure V.2 Schéma d'Incertitude Multiplicative*

Pour le cas des incertitudes additives, l'ensemble des fonctions de transfert est défini par :

$$A(G, W_u) = \left\{ \tilde{G} : |\tilde{G}(j\omega) - G(j\omega)| \leq |W_u(j\omega)| \right\} \quad (\text{V.13})$$

avec la contrainte additionnelle du même nombre de pôles droite du plan complexe (RHP). La Figure V.3 présente le schéma blocs de la représentation additive des incertitudes par dynamiques non - modélisées.



*Figure V.3 Schéma d'Incertitude Additive*

## V.2.2 Analyse de la Robustesse et de la Performance du Système

### V.2.2.1 Analyse de la Performance Nominale

L'évaluation de la performance nominale du système permet de comparer différents types de correcteurs par le calcul des réponses fréquentielles [37, 39]. L'objectif de la performance nominale de l'ensemble système plus correcteur est que la fonction matricielle des fonctions de transfert ait une norme infinie plus petite que 1. La fonction de transfert en question est construite en employant la perturbation  $\mathbf{d}$  comme signal d'entrée et en multipliant  $\mathbf{y}$  par une fonction de poids  $\mathbf{W}_p$ , qui donne à l'erreur différents poids en fonction de la fréquence, comme c'est le cas de la sortie. C'est-à-dire que l'analyse de performance est basée sur l'évaluation du critère suivant :

$$\left\| \mathbf{W}_p \left( \mathbf{I} + \mathbf{G}_{nominal} \mathbf{H} \right)^{-1} \right\| < 1 \quad (\text{V.14})$$

Cette analyse ne prend pas en compte les incertitudes du système.

### V.2.2.2 Analyse de Stabilité Robuste

L'analyse de la robustesse d'un système dynamique avec des incertitudes est réalisée en utilisant l'évaluation des valeurs singulières structurées ( $\mu$ ) [37, 39]. On dit qu'un système atteint une stabilité robuste si et seulement si le système en boucle fermée est intérieurement stable pour tous les modèles possibles du système  $\mathbf{G}$ .

Pour faire l'analyse  $\mu$ , on doit construire une représentation du type TFL qui inclut l'interconnexion du système avec les incertitudes. Comme premier pas, on construit le schéma blocs du système (Figure V.2 et Figure V.3) contenant le correcteur (en incluant d'autres incertitudes), puis on calcule la représentation TFL pour l'ensemble système – correcteur.

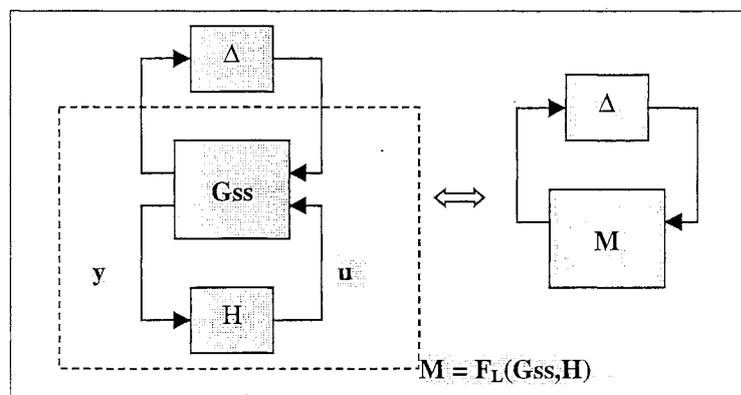


Figure V.4 Transformation Générale TFL

La Figure V.4 présente un exemple de représentation d'un système soumis à des incertitudes de modèle, dans lequel toutes les incertitudes sont rassemblées dans la matrice  $\Delta(s)$ .

Après la construction du système  $\mathbf{M}$ , on calcule sa réponse fréquentielle et on calcule les valeurs singulières structurées ( $\mu$ ). On va appeler  $\mu_{\Delta}(\mathbf{M}(j\omega))$  la fonction des valeurs singulières structurées de  $\mathbf{M}$  en fonction des incertitudes  $\Delta$ .

La fonction  $\mu_{\Delta}(\mathbf{M}(j\omega))$  a une valeur maximale  $\beta$ . Cette fonction signifie que pour toute matrice de perturbation  $\Delta$  qui représente l'ensemble des perturbations possibles et satisfaisant la contrainte suivante :

$$\text{Max}(\bar{\sigma}[\Delta(j\omega)]) < 1/\beta \quad (\text{V.15})$$

le système perturbé est stable. On a donc une marge de stabilité par rapport à l'incertitude définie par :

$$\frac{1}{\max(\mu_{\Delta}(M(j\omega)))} = \frac{1}{\beta} \quad (\text{V.16})$$

Ce résultat est très important puisqu'il permet d'associer un intervalle à chaque paramètre, la stabilité étant préservée si chacun des paramètres reste à l'intérieur de son intervalle.

### V.2.2.3 Analyse de la Performance Robuste

L'évaluation de la performance robuste est développée de la même façon que celle de la performance nominale, mais en prenant compte les incertitudes du système, c'est-à-dire, que le critère d'évaluation est transformé en :

$$\|W_p (I + \tilde{G} H)^{-1}\| < 1 \quad (\text{V.17})$$

et son évaluation est réalisée en calculant les valeurs singulières structurées ( $\mu$ ).

## V.3 MODELISATION DES RESEAUX ELECTRIQUES POUR L'ANALYSE $\mu$

Comme on l'a dit à l'introduction de ce Chapitre, une des plus importantes questions qui se pose est de déterminer la robustesse du système de puissance quel que soit le type de la commande employée. Nous proposons d'employer la technique d'analyse d'évaluation des valeurs singulières structurées (analyse  $\mu$ ) pour une telle évaluation aux réseaux électriques. Ce paragraphe se rapporte à la modélisation d'un réseau électrique pour être employée à l'analyse de robustesse.

### V.3.1 Types des Incertitudes en Réseaux Electriques

Un réseau électrique a plusieurs incertitudes rapportées à la modélisation linéaire autour d'un point de fonctionnement, au placement de pôles des oscillations électromécaniques (parties réelle et imaginaire), aux mesures des signaux de commande et aux limites de fonctionnement des correcteurs. On peut dire que la modélisation linéaire dynamique d'un réseau électrique a les incertitudes suivantes :

- Incertitude de la fonction de transfert  $G(s)$ . Il est très clair que la plus grande incertitude de la modélisation de ce problème est associée à la fonction de transfert du système. Un réseau électrique est réellement un système non – linéaire et variable dans le temps. Généralement, on choisit une condition de fonctionnement pour la conception du correcteur (Cette fonction de transfert est appelée Fonction Nominale). Pour l'analyse  $\mu$  on trouve la contrainte du nombre de pôles placés à droite du plan complexe (paragraphe V.2). Cette contrainte fait que la fonction nominale ne soit pas unique (selon le point de fonctionnement, la fonction de transfert en boucle ouverte peut ou non avoir des pôles à droite du plan complexe).
- Incertitudes aux points des mesures des signaux de commande. Il y a deux types d'incertitudes associées à la mesure de signal d'entrée au correcteur ; celles sont le bruit de la mesure et le calibrage de l'équipement de mesure.
- Limite de fonctionnement du correcteur. Le calcul classique des correcteurs n'assume aucune limite sur le domaine de fonctionnement du correcteur.

### V.3.2 Modélisation des Fonctions de Transfert Nominales

Généralement, pour le calcul du correcteur, on obtient le modèle linéaire autour du point de fonctionnement correspondant au réseau à plein charge et avec tous ses composants en fonctionnement. Ce modèle a normalement tous ses pôles du côté gauche du plan complexe.

Néanmoins, si on est intéressé par la détermination de la stabilité pour d'autres conditions de fonctionnement du réseau, par exemple une condition critique avec une paire de pôles (ou 1 seul pôle) du côté droit, on ne peut pas appliquer la théorie d'analyse  $\mu$  par rapport à la fonction nominale. C'est pourquoi, nous proposons d'employer deux fonctions de référence pour faire la comparaison pour n'importe quelle condition de fonctionnement du réseau. Une fonction sera la Fonction Nominal traditionnelle (définie au paragraphe antérieur) et l'autre

sera une fonction de transfert en boucle ouverte calculée sous une condition critique et qui a une paire de pôles du côté droite. Ainsi, on va avoir deux fonctions nominales.

L'analyse d'une condition donnée du système va être réalisée par rapport à la fonction nominale qui a le même nombre de pôles à droite du plan complexe.

### V.3.3 Modélisation des Incertitudes des Réseaux Electriques

#### V.3.3.1 Imprécision des Mesures

Le schéma de l'imprécision des mesures des signaux de commande, c'est-à-dire, des sorties du système (bruit et calibrage) est présenté par Figure V.5, où  $G$  est la fonction de transfert du système,  $y$  est la sortie réelle du système,  $d$  est le signal de bruit qui produit une partie de l'imprécision de la mesure et  $dc$  est la modélisation du calibrage.

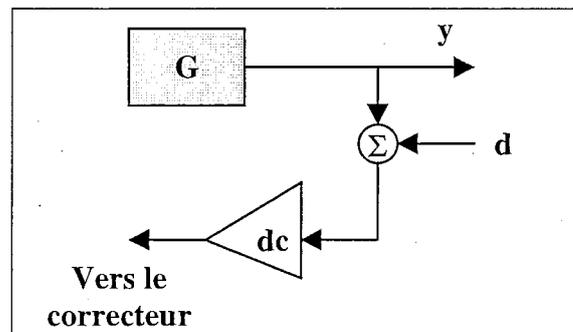


Figure V.5 Schéma de Modélisation des Imprécisions des Mesures

Pour l'élaboration des commandes robustes, on prend en compte le bruit comme une fonction de poids en fonction de la fréquence ( $W_n$ ) qui représente l'erreur permise. Le calibrage parfait ne produit aucune modification du signal, c'est-à-dire, que pour ce cas  $dc$  est égale à 1.0.

Normalement, on peut dire que la valeur du calibrage est autour de 1.0 avec un pourcentage d'erreur. Ainsi, on peut généraliser le gain  $dc$  de la Figure V.5 par l'équation suivante :

$$\begin{aligned} dc &= 1.0 + m_1 \delta_c \\ \delta_c &\in [-1, 1] \end{aligned} \quad (V.18)$$

où  $m_1$  est le pourcentage d'erreur du calibrage (par exemple 5%).

En utilisant la modélisation TFL du paragraphe V.2 pour représenter le calibrage et la fonction  $W_n$  pour définir le bruit, on a le schéma blocs de la Figure V.6.

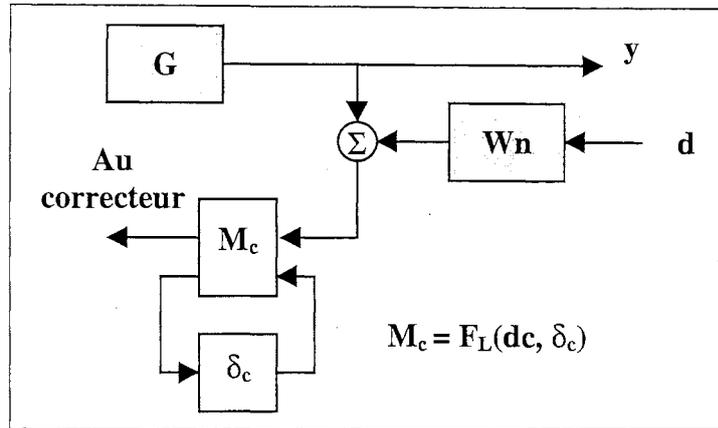


Figure V.6 Schéma de Modélisation des Imprécisions des Mesures pour l'Analyse  $\mu$

### V.3.3.2 Dynamiques Négligées

La différence entre la fonction de transfert nominale ( $G_{\text{nominal}}$ ) et une autre fonction de transfert ( $\tilde{G}$ ) peut être modélisée comme une incertitude paramétrique du modèle d'état. Nonobstant, l'ensemble de ces incertitudes est très difficile à établir. Premièrement, parce qu'il y a des incertitudes dans les liaisons entre quelques paramètres, c'est-à-dire, il existe des liaisons entre  $a_{ij}$ ,  $b_i$ ,  $c_j$ , entre différentes  $a_{ij}$ , etc. De plus, il n'est pas facile de trouver le domaine de la variation du paramètre.

Un moyen efficace pour pallier à ce problème est de modéliser les incertitudes de la fonction de transfert comme une dynamique négligée. Ainsi, on a deux alternatives : modéliser l'incertitude comme une incertitude multiplicative ou comme une incertitude additive.

Comme la référence [42] le montre, l'incertitude multiplicative est trop grande et ne permet pas de trouver facilement une fonction  $Wu(s)$  qui permet d'inclure toutes les fonctions de transfert  $\tilde{G}$ .

Pour le système test rapporté au paragraphe V.4, on trouve, pour différentes conditions de fonctionnement, les réponses fréquentielles de la Figure V.7.

Le problème de la modélisation multiplicative est que la fréquence de résonance de la réponse du système change selon le point de fonctionnement du réseau. De plus, cette réponse possède une valeur très petite. Ainsi, si pour une condition  $x$  la fréquence de résonance coïncide avec la petite réponse de la condition nominale, on va avoir très grande erreur en pourcentage.

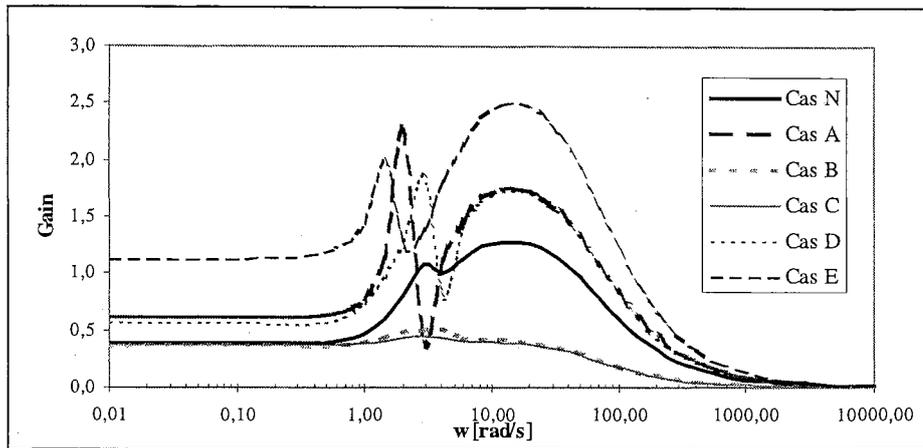


Figure V.7 Exemple des Réponses Fréquentielles Réseau d'Etude

De plus, les cas N, B, C et D ont tous des pôles du côté gauche du plan complexe et les cas A, E ont une paire de pôles complexes du côté droit du plan complexe.

La représentation additive des dynamiques négligées permet de résoudre ce problème en définissant une fonction  $W_u$  qui sera ajoutée à la réponse nominale. Cette dernière inclut toutes les fonctions de transfert possibles. Naturellement, il faut prendre en compte les deux fonctions nominales mentionnées au paragraphe V.3.2. Pour chaque fonction, les fonctions de transfert  $\tilde{G}$  sont modélisées comme sur la Figure V.8.

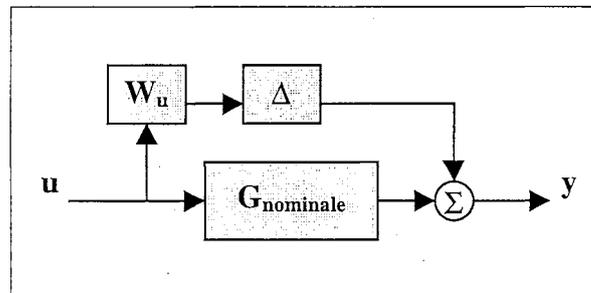


Figure V.8 Modélisation des Incertitudes Négligées en Réseaux Electriques

### V.3.3.3 Limite de Fonctionnement du Correcteur

Il est clair que la plage de fonctionnement du correcteur est limitée. Cette limitation peut être incluse dans l'analyse des incertitudes en la modélisant comme une contrainte de fonctionnement ( $W_p$ ) en fonction de la fréquence. Dans ce cas, l'entrée du modèle nominal sera utilisée comme l'entrée de  $W_p$  (Figure V.9). Si on considère la même contrainte pour toutes les fréquences, alors  $W_p$  est égal à l'inverse de la limite. Ainsi :

$$W_p = \frac{1}{\text{Limite autour du point de fonctionnement}} \quad (\text{V.19})$$

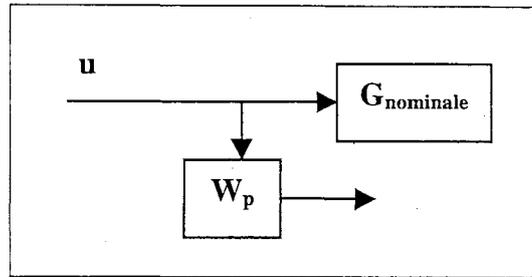


Figure V.9 Modélisation de la Limite de Fonctionnement du Correcteur

### V.3.3.4 Modèle Complet

En utilisant toutes les incertitudes définies aux paragraphes précédents, on a le modèle complet des incertitudes présenté par la Figure V.10.

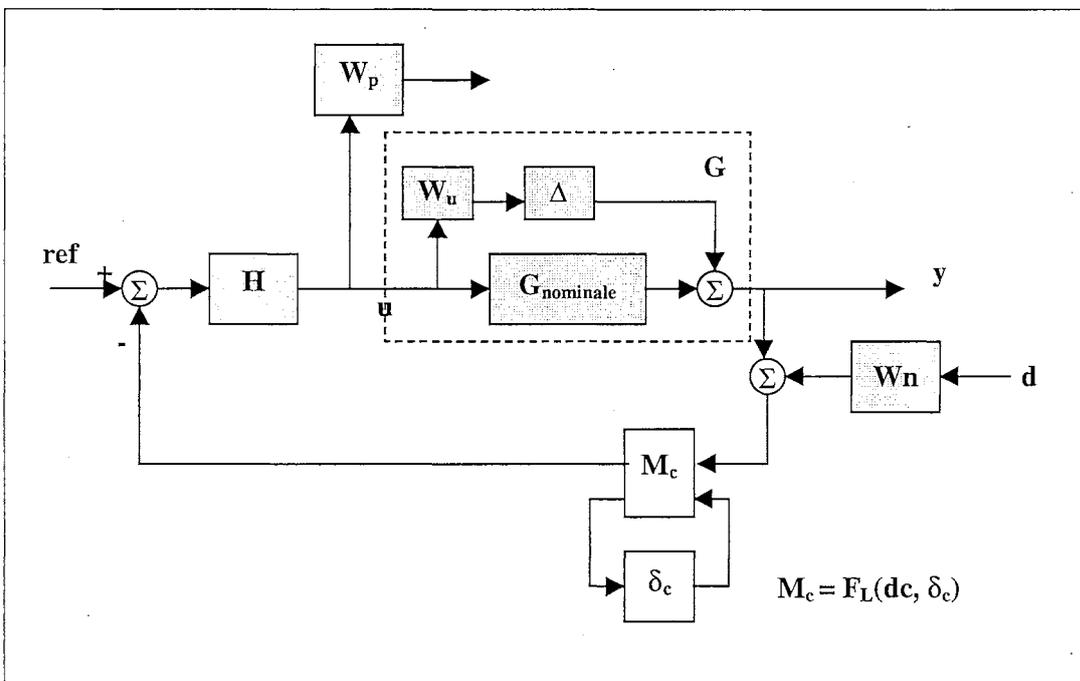


Figure V.10 Modèle des Incertitudes d'un Réseau Electrique

### V.3.4 Stratégie d'Analyse de Stabilité et de Robustesse

Une fois que la modélisation est réalisée, on peut développer des analyses de performance et de robustesse, d'après la théorie présentée au paragraphe V.2.2.

La stratégie d'analyse exposée ici a comme objectif de comparer différents types de correcteurs appliqués au réseau électrique. Pour ce faire, nous proposons de développer les étapes suivantes :

- Evaluation de la performance nominale (sans inclure les incertitudes) et robuste (en incluant les incertitudes) par le moyen des réponses fréquentielles. L'évaluation de la performance du système permet de comparer la réponse fréquentielle des différents correcteurs
- Evaluation de la stabilité robuste par le moyen des réponses fréquentielles. La réponse fréquentielle donne une indication de la préservation de la stabilité selon le type de correcteur. Elle donne, aussi, une caractéristique de robustesse en stabilité en fonction de la fréquence, en indiquant les fréquences critiques (normalement les fréquences d'oscillations critiques)
- Calcul de la valeur singulière structurée maximale ( $\beta$ ) et la valeur de la perturbation la plus élevée ( $\bar{\sigma}$ ) afin de maintenir le système stable. Ces valeurs donnent une marge de stabilité qui permettront d'évaluer la stabilité pour n'importe quelle condition du système. C'est-à-dire, pour une condition  $\mathbf{x}$  on peut calculer sa fonction de transfert en prenant en compte le correcteur. Par la suite, on peut calculer la réponse fréquentielle et la valeur de sa norme infinie ( $\bar{\sigma}$ ) normalisée. Finalement, en comparant cette valeur et l'inverse de la valeur singulière structurée, on peut dire si le système est stable. En résumé, soit  $\mathbf{G}_x(j\omega)$  la réponse fréquentielle de la condition  $\mathbf{x}$ , on dit que le système est stable si :

$$\frac{\bar{\sigma}(G_x(j\omega) - G(j\omega))}{\max(W_u(j\omega))} < \frac{1}{\beta} \quad \text{ou} \quad \bar{\sigma}\left(\frac{G_x(j\omega) - G(j\omega)}{W_u(j\omega)}\right) < \frac{1}{\beta} \quad (\text{V.20})$$

- En calculant le pire des cas ( $\bar{\sigma} = 1/\beta$ ), trouver une fonction frontière de la réponse fréquentielle qui donne les différences maximales par rapport à la fonction de transfert nominal (il faut tenir compte du fait qu'il y a deux fonctions de transfert nominales). De cette façon, on peut comparer (par rapport à cette fonction frontière) la différence de la réponse fréquentielle de la condition  $\mathbf{x}$  par rapport à la condition nominale. Si cette différence est dessous de la frontière alors le système est stable, c'est-à-dire, si l'équation V.21 est satisfaite le système est stable

$$\left|G_x(j\omega) - G_{no\ min\ ale}(j\omega)\right| < \left|\frac{1}{\beta}W_u(j\omega)\right| = \left|G(j\omega) - G_{no\ min\ ale}(j\omega)\right|_{frontière} \quad (\text{V.21})$$

- Finalement, faire une analyse de sensibilité en changeant les fonctions d'incertitude additive ( $\mathbf{W}_u$ ). Comme la construction des fonctions  $\mathbf{W}_u$  est basée sur la comparaison de quelques conditions de fonctionnement, il y a le risque d'existence de quelque fonctions en dehors de ces conditions. Le changement de la fonction  $\mathbf{W}_u$  change la valeur de  $\beta$ . La fonction la plus grande sera la valeur singulière structurée. En conséquence la marge de stabilité ( $\bar{\sigma}$ ) normalisée sera plus petite. Néanmoins, la frontière ne changera pas.

## V.4 APPLICATION AU RESEAU TEST

Pour cette étude on utilisera le réseau de la Figure III.5.1 correspondant au cas de base contenant le SVC décrit au paragraphe III.5.1. Pour ce réseau, on a calculé différents types de correcteurs appliqués à la commande de tension du SVC (Commande Proportionnelle, LQG et  $H_\infty$ )

### V.4.1 Modélisation

#### V.4.1.1 Fonctions de Transfert

La Figure V.7 a montré les réponses fréquentielles du réseau d'étude pour différents points de fonctionnement. Ces cas sont :

- **Cas N** : Cas nominal utilisé pour le calcul des correcteurs (Chapitre IV et [43]). Toutes les composantes sont en service et le réseau est à pleine charge
- **Cas A** : Cas correspondant au système après le défaut de la ligne 8-9 et laissée ouverte. Le système est à pleine charge
- **Cas B** : La charge est réduite à 75% par rapport à la charge du cas N
- **Cas C** : La charge du cas N est réduite à 50%
- **Cas D** : La charge est réduite à 50% et la ligne 8-9 est ouverte
- **Cas E** : Le système est à pleine charge et les lignes 7-8 et 8-9 sont ouvertes

Les cas N, B, C et D ont tous des pôles du côté gauche du plan complexe et les cas A et E ont une paire de pôles du côté droit de ce plan. Comme, on l'a dit aux paragraphes V.3.2 et

V.3.3.2, on va employer deux fonctions nominales, celles-ci sont les fonctions de transfert des cas N et A.

#### V.4.1.2 Dynamiques Négligées

La représentation des dynamiques négligées est réalisée en utilisant la modélisation des incertitudes additives. De plus, pour chaque fonction nominale (Cas N et Cas A), il faut déterminer une fonction  $W_u$  qui doit inclure toutes les autres fonctions de transfert du système.

Chaque fonction  $W_u$  ( $W_{u1}$  pour le cas N et  $W_{u2}$  pour le cas A) doit inclure d'autres cas mentionnés au paragraphe précédent. On a choisi les fonctions suivantes :

$$W_{u1} = \frac{0.15 (s + 0.1) (s + 1000)}{(s + 0.5) (s + 100)} \quad (V.22)$$

$$W_{u1} = \frac{0.21 (s + 0.1) (s + 1000)}{(s + 0.25) (s + 100)} \quad (V.23)$$

Les Figure V.11 et Figure V.12 présentent respectivement les fonctions  $W_{u1}$  et  $W_{u2}$  et montrent les différences en réponse fréquentielle des fonctions de transfert B, C et D par rapport à la fonction N et de la fonction de transfert E par rapport à la fonction A.

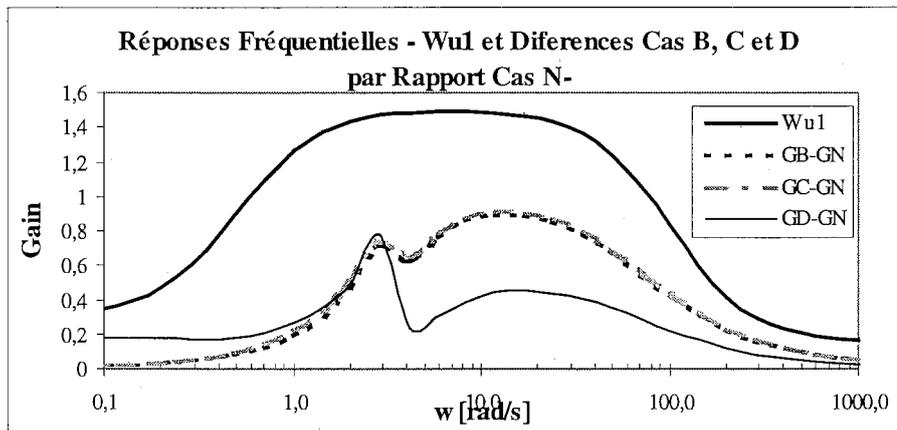


Figure V.11 Fonction  $W_{u1}$  des Dynamiques Négligées

Pour la sélection des fonctions, on a donné une marge supérieure pour inclure les fonctions de transfert. On peut voir, que pour le cas des pôles à droite du plan complexe, il y a un gain plus grand à la fréquence de résonance de la différence des réponses fréquentielles (Cas E- Cas A). C'est pour cette raison qu'on a choisi un gain pour  $W_{u2}$  plus grand que pour  $W_{u1}$ .

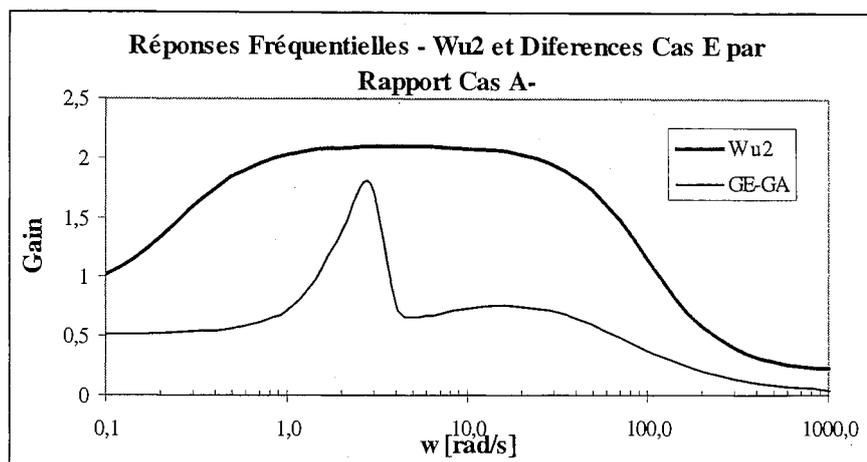


Figure V.12 Fonction  $W_{u2}$  des Dynamiques Négligées

On peut remarquer une autre caractéristique de ces fonctions, celle d'un gain élevé pour une bande de fréquences autour de la fréquence de résonance des fonctions nominales. C'est pourquoi, la fréquence de résonance des réponses fréquentielles change autour de cette fréquence.

Une dernière différence entre les fonctions  $W_{u1}$  et  $W_{u2}$  est le gain à très basses fréquences. Le gain pour le dernière cas est plus grand que par celui du premier cas.

#### V.4.1.3 Incertitudes des Mesures

En utilisant le schéma de la Figure V.6, on a choisi la fonction suivante pour modéliser le calibrage :

$$dc = 1.0 + 0.05 \delta_c \quad \text{où } \delta_c \in [-1, 1] \quad (\text{V.24})$$

Et la fonction de poids suivante pour modéliser le bruit

$$W_{u1} = 1 \quad \forall \omega \quad (\text{V.25})$$

#### V.4.1.4 Limite du SVC

D'après à l'équation V.19, la limite du correcteur du SVC est égal a la fonction suivante :

$$W_p = \frac{1}{(\text{Capacité du SVC} / 2)} \quad (\text{V.26})$$

## V.4.2 Analyse du Réseau d'Etude

Les correcteurs à comparer par le moyen de l'analyse  $\mu$  sont :

- Commande Proportionnelle ou commande typique d'un SVC
- Commande supplémentaire de tension type LQG (Chapitre IV)
- Commandes robustes placées à la boucle principale type  $H_\infty$  (Chapitre IV)

Chaque analyse est réalisée aussi bien pour le cas des fonctions de transfert sans pôles à gauche du plan complexe (on le va l'appeler cas 1) que pour le cas des fonctions de transfert avec pôles à droite du plan complexe (on le va l'appeler cas 2).

### V.4.2.1 Performance Nominale

La Figure V.13 montre la réponse fréquentielle de la performance du système du cas 1 en utilisant les différents types de correcteurs mentionnés au paragraphe V.4.2. On peut voir que la commande robuste a une meilleure performance que la commande proportionnelle et la commande supplémentaire type LQG.

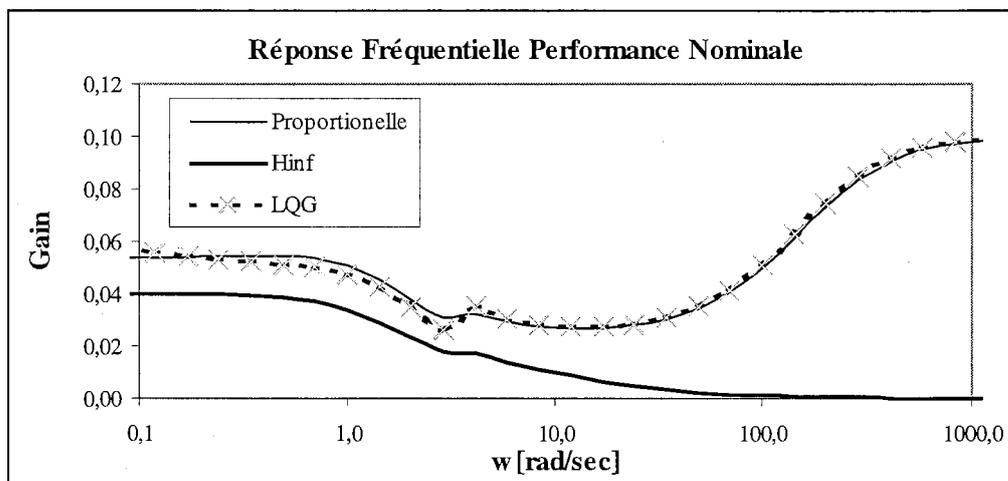


Figure V.13 Comparaison de la Performance Nominale Cas 1

La Figure V.14 montre le même résultat pour le cas 2, mais on peut observer que pour la fréquence de résonance, le comportement de la commande LQG est meilleure que celui de la commande proportionnelle.

La différence des performances entre le cas 1 et le cas 2 est enregistrée pour le changement de la réponse à la fréquence de résonance (fréquence critique du système). On peut voir que pour

d'autres fréquences il n'y a pas de changements significatifs. La commande qui détériore le plus les performances est la commande proportionnelle suivie de la commande supplémentaire LQG. Il n'y a pas de changements notables pour la commande robuste.

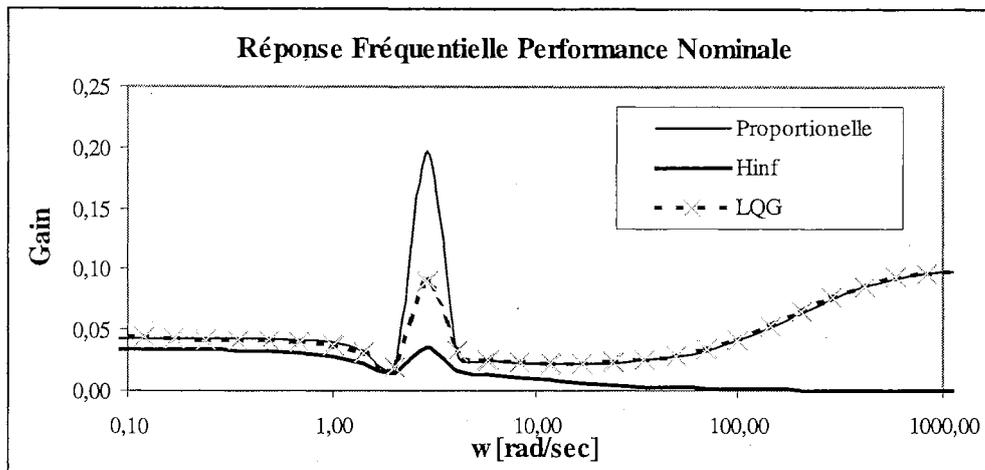


Figure V.14 Comparaison de la Performance Nominale Cas 2

#### V.4.2.2 Robustesse des Correcteurs

La Figure V.15 et la Figure V.16 montrent les valeurs structurées singulières pour chaque cas (1 et 2). Naturellement, les valeurs du cas 2 sont plus grandes que celles du cas 1, c'est-à-dire, que le système est moins stable à la deuxième condition, ce qui est un résultat attendu.

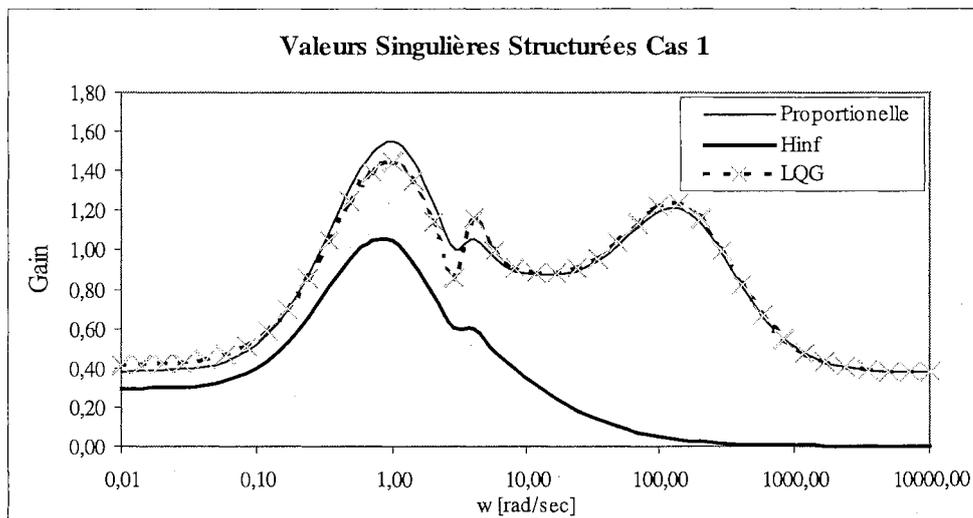


Figure V.15 Valeurs Singulières Structurées – Analyse de Stabilité Robuste Cas 1

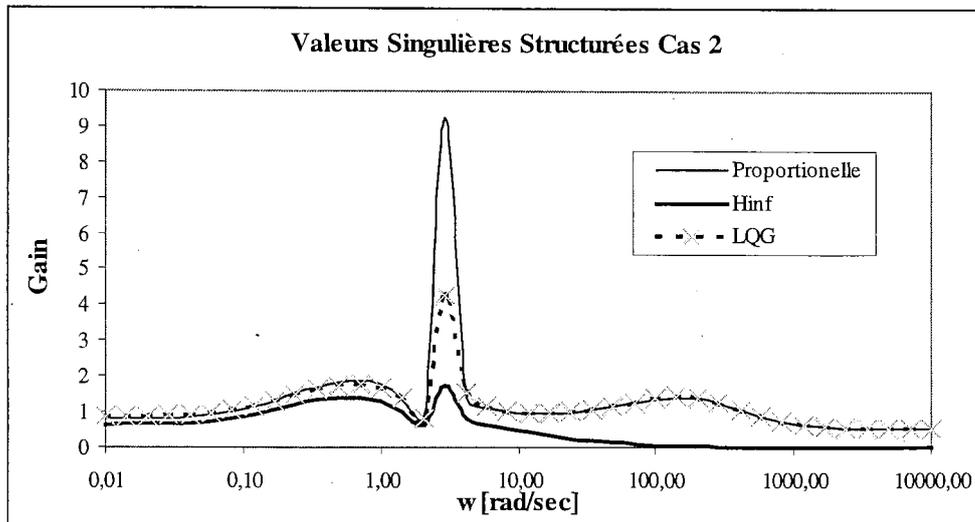


Figure V.16 Valeurs Singulières Structurées \_ Analyse de Stabilité Robuste Cas 2

Le résultat le plus intéressant vient de la comparaison des valeurs singulières structurées maximales ( $\beta$ ) obtenues pour chaque correcteur. On obtiendra aussi une comparaison de la limite de stabilité ( $1/\beta$ ) pour chaque correcteur dans chaque cas. Le Tableau V.1 présente ces valeurs pour le cas 1 et le Tableau V.2 présente ces valeurs pour le cas 2. On peut voir ainsi que les indicateurs sont détériorés pour le cas 2.

Tableau V.1 Valeurs  $\beta$  et  $1/\beta$  - Cas 1 -

Correcteur	$\beta$	$1/\beta$	$1/\beta$ non normalisées
Proportionnel	1.5477	0.6461	0.9649
LQG	1.4481	0.6906	1.0311
$H_\infty$	1.0478	0.9544	1.4242

Tableau V.2 Valeurs  $\beta$  et  $1/\beta$  - Cas 2 -

Correcteur	$\beta$	$1/\beta$	$1/\beta$ non normalisées
Proportionnel	9.2240	0.1084	0.2271
LQG	4.2374	0.2360	0.4944
$H_\infty$	1.7118	0.5842	1.2239

La valeur de la limite de stabilité pour la commande proportionnelle du cas 2 est très petite. Cette valeur donne une indication sur la proximité de l'instabilité.

Pour une meilleure compréhension du concept de la frontière des différences de fonctions de transfert, on calcule les fonctions de transfert du pire cas de stabilité pour les cas 1 (Figure V.17) et 2 (Figure V.19).

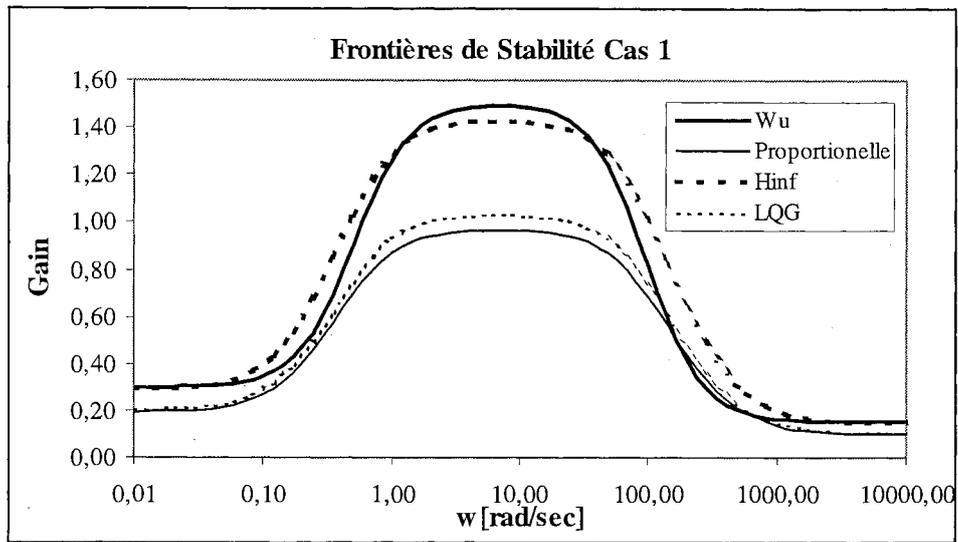


Figure V.17 Frontière de Stabilité – Cas 1 –

La Figure V.17 montre que la commande robuste maintient la stabilité pour presque toutes les fonctions de transfert placées en dessous  $W_{u1}$  à la condition d'avoir des pôles du côté gauche du plan complexe, et ceci pour n'importe quelle perturbation ou incertitude du système. Ainsi, pour les cas B, C et D présentés au paragraphe V.4.1.1 on peut constater qu'ils sont stables pour toutes les commandes.

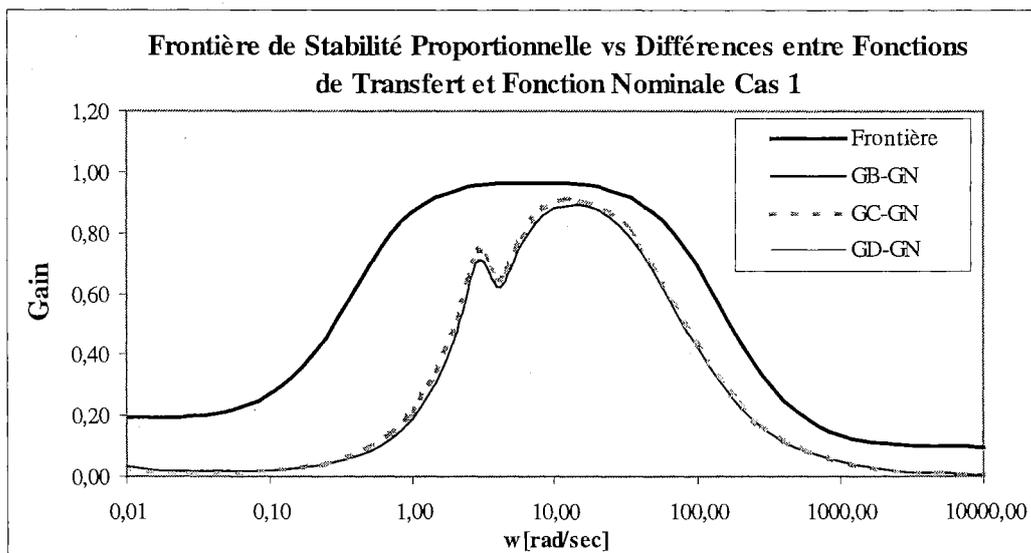
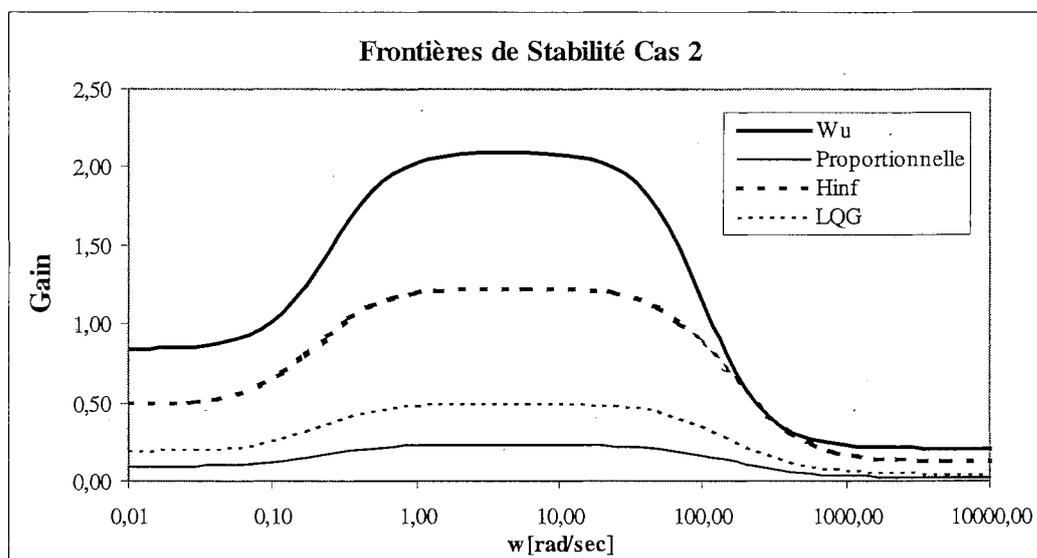


Figure V.18 Comparaison de Stabilité – Cas 1 –

La Figure V.18 montre la comparaison des différences fréquentielles entre les fonctions de transfert des cas B, C et D et la fonction de transfert du cas nominal N, par rapport à la plus petite frontière de la Figure V.17, c'est-à-dire la frontière pour la commande proportionnelle. De plus, la valeur  $\bar{\sigma}$  est de 0.89 pour le cas B, 0.91 pour le cas C et 0.78 pour le cas D, ces valeurs sont plus petites que la valeur limite non normalisées du Tableau V.1. Donc, les cas B, C et D sont stables pour tous les types de commandes.

Au cas où il y aurait des pôles du côté droit du plan complexe, la stabilité n'est pas garantie pour toutes les fonctions (ou conditions) possibles du système. Dans la Figure V.19, on peut voir que la frontière de la commande proportionnelle est presque nulle, et la frontière de la commande  $H_\infty$  est la plus grande de toutes.



*Figure V.19 Frontière de Stabilité – Cas 2-*

La Figure V.20 montre la comparaison des frontières avec la différence entre les fonctions de transfert du cas E et la fonction nominale 2 (Cas A). De cette comparaison, on peut conclure, que le système sous cette condition (lignes 7-8 et 8-9 ouvertes) ne peut pas maintenir sa stabilité. De plus, sa valeur  $\bar{\sigma}$  (1.78) est plus grande que les limites du Tableau V.2.

La Figure V.21 montre la réponse temporelle de la tension au nœud 7 pour les deux cas : correcteurs proportionnel et robuste. On peut voir que le système est instable comme cela a été déterminé par l'analyse par fonctions frontières.

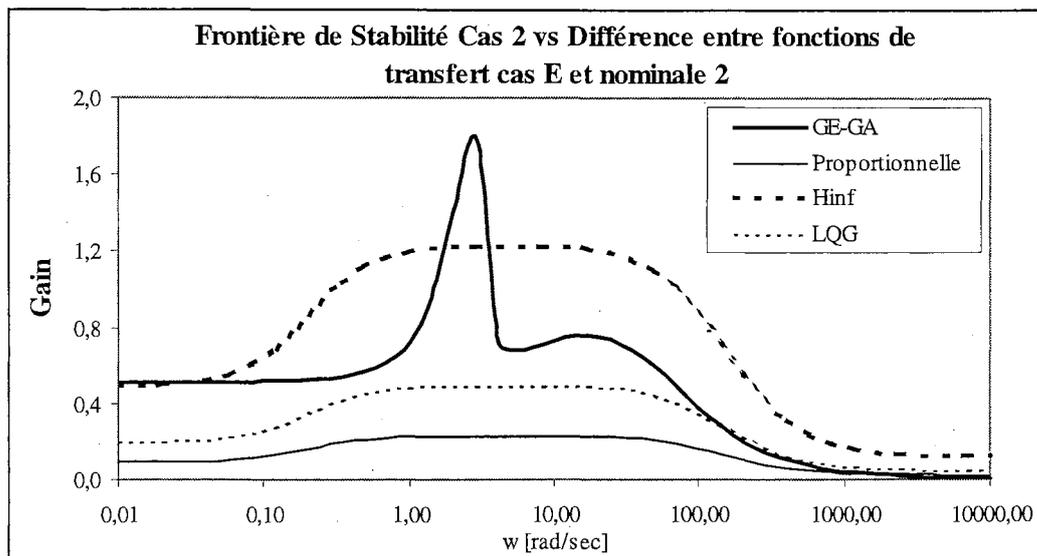


Figure V.20 Comparaison Frontières de Stabilité Cas 2 et Cas E

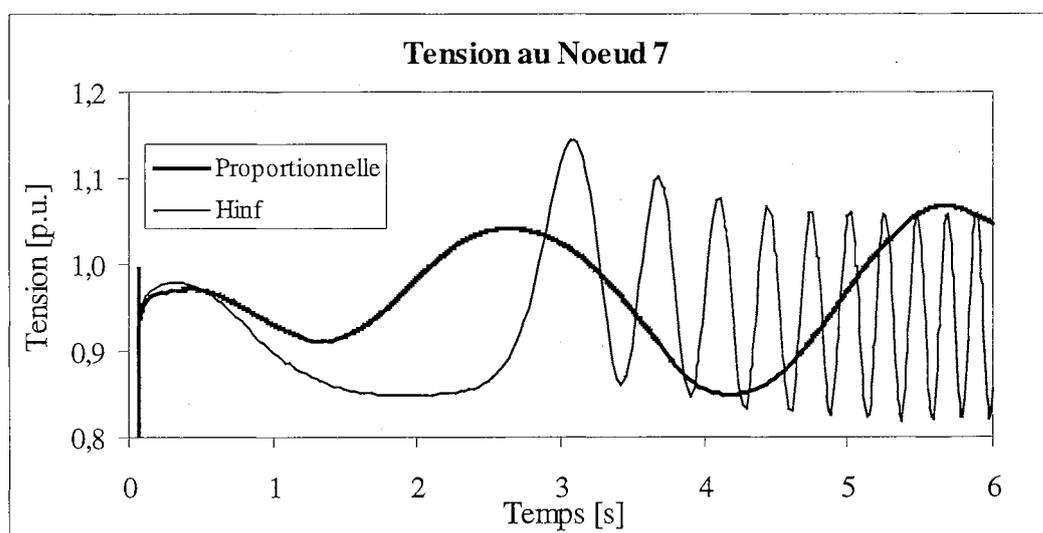


Figure V.21 Réponse Tension Nœud 7 – Cas E

#### V.4.2.3 Sensibilité par Rapport à la Modélisation de la Fonction $W_u$

Le Tableau V.3 et le Tableau V.4 montrent qu'en changeant les fonctions  $W_u$  il n'y a pas de changement des fonctions frontières et de ses valeurs maximales non normalisées. Il y a une petite différence entre les valeurs maximales dues aux précisions numériques du calcul, c'est-à-dire, qu'il faut être prudent sur les résultats obtenus si la valeur  $\bar{\sigma}$  est très proche de la frontière.

*Tableau V.3 Sensibilité sur  $1/\beta$  - Cas 1 -*

Correcteur	$W_{ul}$	$1.25*W_{ul}$	$1.50*W_{ul}$
Proportionnel	0.9649	0.9766	0.9785
LQG	1.0311	1.0421	1.0446
$H_2$	1.4279	1.4312	1.4368
$H_\infty$	1.4242	1.4166	1.4221

*Tableau V.4 Sensibilité sur  $1/\beta$  - Cas 2 -*

Correcteur	$W_{ul}$	$1.25*W_{ul}$	$1.50*W_{ul}$
Proportionnel	0.2271	0.2304	0.2303
LQG	0.4944	0.4970	0.4980
$H_2$	1.0274	1.0341	1.0384
$H_\infty$	1.2239	1.2329	1.2387

## V.5 EVALUATION DU RISQUE D'INSTABILITE

On peut utiliser la méthode d'analyse de robustesse de la stabilité, présentée au paragraphe V.4 pour évaluer le risque d'instabilité d'un réseau électrique. Cette évaluation est associée à l'évaluation de la fiabilité, c'est-à-dire, qu'on peut employer une analyse stochastique qui prend en compte la condition de charge du système. De plus, pour l'analyse du risque, cette analyse prend en compte le fait que le système soit stable ou non.

Le paragraphe V.5.1 présente les caractéristiques stochastiques du réseau qu'on va utiliser et le paragraphe V.5.2 présente l'évaluation du risque d'instabilité en utilisant la commande proportionnelle et la commande  $H_\infty$ .

### V.5.1 Caractéristiques du Système d'Etude

Le système d'étude utilisé pour présenter l'application de l'analyse de robustesse de la stabilité à l'évaluation du risque est le système de 11 nœuds du paragraphe III.3.1. L'analyse du risque s'effectuera sur la liaison des nœuds 7 à 9.

Afin de faire l'analyse de risque de cette liaison, on doit employer une analyse stochastique du système. On va donc définir quelques caractéristiques du système étudié.

On va supposer que toutes les lignes de la liaison ont un FOR (de l'anglais « forced outage rate ») de 5%. Par rapport à la charge du système, on va supposer que le système a trois niveaux de charge possédant chacun la probabilité présentée au Tableau V.5.

**Tableau V.5 Caractéristique stochastique de la Charge**

Niveau de Charge	Probabilité du niveau	Pourcentage de Charge
1	20,0%	100,0%
2	40,0%	75,0%
3	40,0%	50,0%

Par ailleurs, on appellera lignes 1 et 2 celles qui font la connexion des nœuds 7 et 8 et lignes 3 et 4 pour celles qui font la connexion des nœuds 8 et 9. De cette façon, on a des conditions de fonctionnement possibles présentées au Tableau V.6.

**Tableau V.6 Conditions de Fonctionnement de la liaison 7 à 9**

Probabilités Conditions de Fonctionnement		Niveau de Charge			Total
		1	2	3	
Aucun Défaut	<b>0</b>	16,3%	32,6%	32,6%	81,5%
Défaut 1 ou 2, 3 lignes fonctionnent	<b>1</b>	1,7%	3,4%	3,4%	8,6%
Défaut 3 ou 4, 3 lignes fonctionnent	<b>2</b>	1,7%	3,4%	3,4%	8,6%
Défaut 1 et Défaut 3 ou 4, 2 lignes fonctionnent	<b>3</b>	0,1%	0,2%	0,2%	0,5%
Défaut 2 et Défaut 3 ou 4, 2 lignes fonctionnent	<b>4</b>	0,1%	0,2%	0,2%	0,5%
Défaut (1 et 2) ou (3 et 4). 0, 1 ou 2 lignes fonctionnent	<b>5</b>	0,1%	0,2%	0,2%	0,5%
	<b>Total</b>	20,0%	40,0%	40,0%	<b>100,0%</b>

### V.5.2 Evaluation de Risque

Pour chacune des conditions stochastiques du système (6 x 3), on doit évaluer sa norme infinie et la comparer avec la valeur critique donnée par la fonction frontière correspondante. Ainsi, comme premier pas, on réalise l'analyse du placement des pôles de la fonction de transfert du système pour chaque condition et on définit si le système a tous ses pôles du côté gauche du plan complexe (LHP) o non (RHP). Le Tableau V.7 présente le résultat de cette analyse. Ensuite, on calcule la norme infinie pour chaque condition (Tableau V.8 et Tableau V.9)

**Tableau V.7 Analyse de Placement des Pôles du Système**

Conditions de Fonctionnement		Niveau de Charge		
		1	2	3
Aucun Défaut	0	LHP	LHP	LHP
Défaut 1 ou 2, 3 lignes fonctionnent	1	RHP	LHP	LHP
Défaut 3 ou 4, 3 lignes fonctionnent	2	RHP	LHP	LHP
Défaut 1 et Défaut 3 ou 4, 2 lignes fonctionnent	3	RHP	RHP	RHP
Défaut 2 et Défaut 3 ou 4, 2 lignes fonctionnent	4	RHP	RHP	RHP
Défaut (1 et 2) ou (3 et 4). 0, 1 ou 2 lignes fonctionnent	5	RHP	RHP	RHP

**Tableau V.8 Norme Infinie Conditions LHP**

Norme Infinie Conditions de Fonctionnement		Niveau de Charge		
		1	2	3
Aucun Défaut	0	0,00	0,89	0,91
Défaut 1 ou 2, 3 lignes fonctionnent	1	RHP	0,76	0,81
Défaut 3 ou 4, 3 lignes fonctionnent	2	RHP	0,78	0,80
Défaut 1 et Défaut 3 ou 4, 2 lignes fonctionnent	3	RHP	RHP	RHP
Défaut 2 et Défaut 3 ou 4, 2 lignes fonctionnent	4	RHP	RHP	RHP
Défaut (1 et 2) ou (3 et 4). 0, 1 ou 2 lignes fonctionnent	5	RHP	RHP	RHP

**Tableau V.9 Norme Infinie Conditions RHP**

Norme Infinie Conditions de Fonctionnement		Niveau de Charge		
		1	2	3
Aucun Défaut	0	LHP	LHP	LHP
Défaut 1 ou 2, 3 lignes fonctionnent	1	2,40	LHP	LHP
Défaut 3 ou 4, 3 lignes fonctionnent	2	0,00	LHP	LHP
Défaut 1 et Défaut 3 ou 4, 2 lignes fonctionnent	3	1,78	1,59	1,08
Défaut 2 et Défaut 3 ou 4, 2 lignes fonctionnent	4	1,78	1,59	1,08
Défaut (1 et 2) ou (3 et 4). 0, 1 ou 2 lignes fonctionnent	5	inf.	inf.	inf.

Les valeurs des tableaux précédents sont comparées aux valeurs maximales des fonctions frontières selon le type de commande. Ainsi, pour la commande proportionnelle, on dit que le système est stable ( $=0$ ) si la norme infinie est plus petite que 0.965 pour la condition LHP ou plus petite que 0.108 pour la condition RHP. Le Tableau V.10 présente l'analyse de stabilité et la probabilité de risque d'instabilité. Cette probabilité (3,07%) se traduit en 269 heures de risque.

**Tableau V.10 Evaluation de Risque – Commande Proportionnelle**

Instabilité = 1		Niveau de Charge			Risque
		1	2	3	
Aucun Défaut	0	0	0	0	0,00%
Défaut 1 ou 2, 3 lignes fonctionnent	1	1	0	0	1,71%
Défaut 3 ou 4, 3 lignes fonctionnent	2	0	0	0	0,00%
Défaut 1 et Défaut 3 ou 4, 2 lignes fonctionnent	3	1	1	1	0,45%
Défaut 2 et Défaut 3 ou 4, 2 lignes fonctionnent	4	1	1	1	0,45%
Défaut (1 et 2) ou (3 et 4). 0, 1 ou 2 lignes fonctionnent	5	1	1	1	0,45%
					<b>3,07%</b>

**Tableau V.11 Evaluation de Risque – Commande Robuste**

Instabilité = 1		Niveau de Charge			Risque
		1	2	3	
Aucun Défaut	0	0	0	0	0,00%
Défaut 1 ou 2, 3 lignes fonctionnent	1	1	0	0	1,71%
Défaut 3 ou 4, 3 lignes fonctionnent	2	0	0	0	0,00%
Défaut 1 et Défaut 3 ou 4, 2 lignes fonctionnent	3	1	1	0	0,27%
Défaut 2 et Défaut 3 ou 4, 2 lignes fonctionnent	4	1	1	0	0,27%
Défaut (1 et 2) ou (3 et 4). 0, 1 ou 2 lignes fonctionnent	5	1	1	1	0,45%
					<b>2,71%</b>

De la même façon, on fait la comparaison par rapport aux valeurs maximales des fonctions frontières pour la commande  $H_{\infty}$ . On dit que le système est stable ( $=0$ ) si la norme infinie est plus petite que 1.42 pour la condition LHP ou plus petite que 1.22 pour la condition RHP. Le

Tableau V.11 présente l'analyse de stabilité et la probabilité de risque d'instabilité. Cette probabilité (2,71%) se traduit en 237 heures de risque.

On peut employer cette évaluation de risque comme une méthode de comparaison des commandes. Dans ce cas, il y a une différence de 32 heures de risque d'instabilité.

## V.6 CONCLUSIONS

Ce Chapitre a proposé une technique analytique d'évaluation de la robustesse de la stabilité appliquée aux réseaux électriques en utilisant la théorie des valeurs singulières structurées.

Cette technique est basée sur la formulation des incertitudes d'un système autour d'une fonction de transfert nominale. On a montré que pour l'analyse des réseaux électriques, il est nécessaire d'employer deux fonctions de transfert nominales. La première a tous ses pôles placés du côté gauche du plan complexe et la seconde a une paire de pôles du côté droit du plan complexe. Ces conditions correspondent normalement aux conditions avant un défaut et après un défaut sur les lignes de transport, par exemple.

La technique proposée permet d'évaluer la performance des différents types de correcteurs appliqués à une composante du réseau sans avoir besoin de faire toujours la simulation temporelle. Cette analyse permettra de sélectionner un schéma de commande. De plus, on peut employer les indicateurs de stabilité robuste (comparaison des courbes, des valeurs singulières structurées maximales et ses inverses) pour analyser le comportement global des schémas de commande sans faire des simulations temporelles pour plusieurs cas.

De plus, l'évaluation de la valeur de la norme infinie, de la différence de la fonction de transfert d'une condition par rapport à sa fonction de transfert nominale, permet d'établir si cette condition est stable ou non.

# CHAPITRE VI

## *ETUDE D'INTERACTIONS DES SVC*



## CHAPITRE VI - ETUDE D'INTERACTIONS DES SVC

L'analyse de la performance et de la robustesse des systèmes de commande décentralisée, en employant les simulations, supposent que tous les composants qui font partie du schéma coordonné sont en fonctionnement permanent. Naturellement, si un des composants est hors service, on s'attend à ce que le système continue son fonctionnement stable sans changer la loi de commande des autres composants.

Dans ce chapitre, on emploiera le système test de deux SVC (11 nœuds) pour tester les correcteurs décentralisés du Chapitre IV, quand le système est soumis à la perte d'un des deux SVC.

### VI.1 DEFINITION DES CAS D'ETUDE

Pour le système test de 11 nœuds et de deux SVC, on va étudier les commandes décentralisées suivantes :

- **Type 1** : Commande LQG décentralisée
- **Type 2** : Commande  $H_\infty$  décentralisée calculée par la méthode 1
- **Type 3** : Commande  $H_\infty$  décentralisée calculée par la méthode 2

Comme cas d'étude, on utilisera les cas suivants :

- **Cas 1** : Déconnexion du SVC placé au nœud 9, qu'on appellera  $SVC_2$
- **Cas 2** : Déconnexion du SVC placé au nœud 8, qu'on appellera  $SVC_1$
- **Cas 3** : Défaut au nœud 9 éliminé en déconnectant le  $SVC_2$ .
- **Cas 4** : Défaut au nœud 8 éliminé en déconnectant le  $SVC_1$
- **Cas 5** : Défaut au nœud 9 éliminée en déconnectant le  $SVC_2$  et une des lignes 8-9
- **Cas 6** : Défaut au nœud 8 éliminée en déconnectant le  $SVC_1$  et une des lignes 8-9

## VI.2 ETUDE DES CAS

### VI.2.1 Cas 1

L'ouverture du SVC provoque des oscillations de tension à tous les nœuds du système. Néanmoins, le système ne perd pas sa stabilité. L'action des trois correcteurs est la même. La Figure VI.1 montre les réponses des tensions des nœuds de connexion des SVC (Nœud 8 pour  $SVC_1$  et Nœud 9 pour le  $SVC_2$ ). L'ouverture du deuxième SVC cause une réduction de la tension au nœud 9.

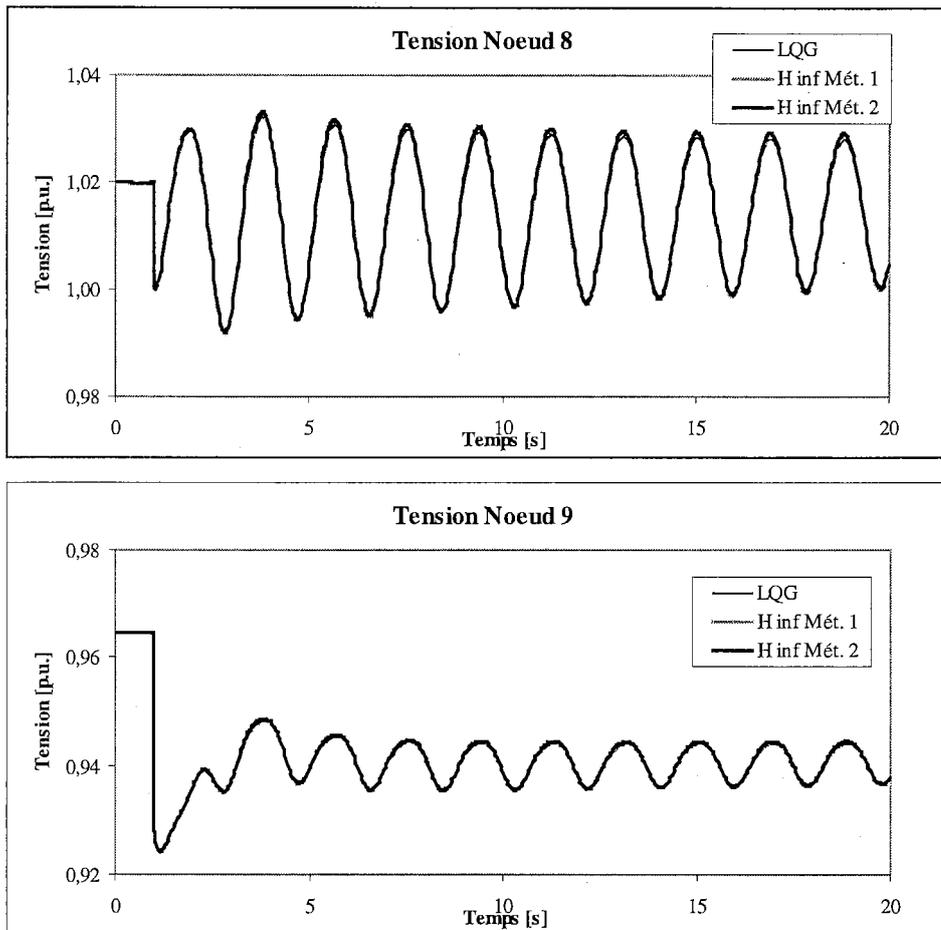


Figure VI.1 Tension Nœuds de Connexion des SVC – Cas 1 d'Interactions

### VI.2.2 Cas 2

Le système maintient aussi la stabilité quand l'ouverture du  $SVC_1$  se produit et la tension chute dans tous les nœuds de l'interconnexion (Figure VI.2). La différence de réponse des correcteurs du  $SVC_2$  peut se voir dans la valeur stationnaire ou finale de son admittance. Néanmoins, cette différence (0.01 p.u.) ne provoque pas une grande différence de la tension au nœud 9.

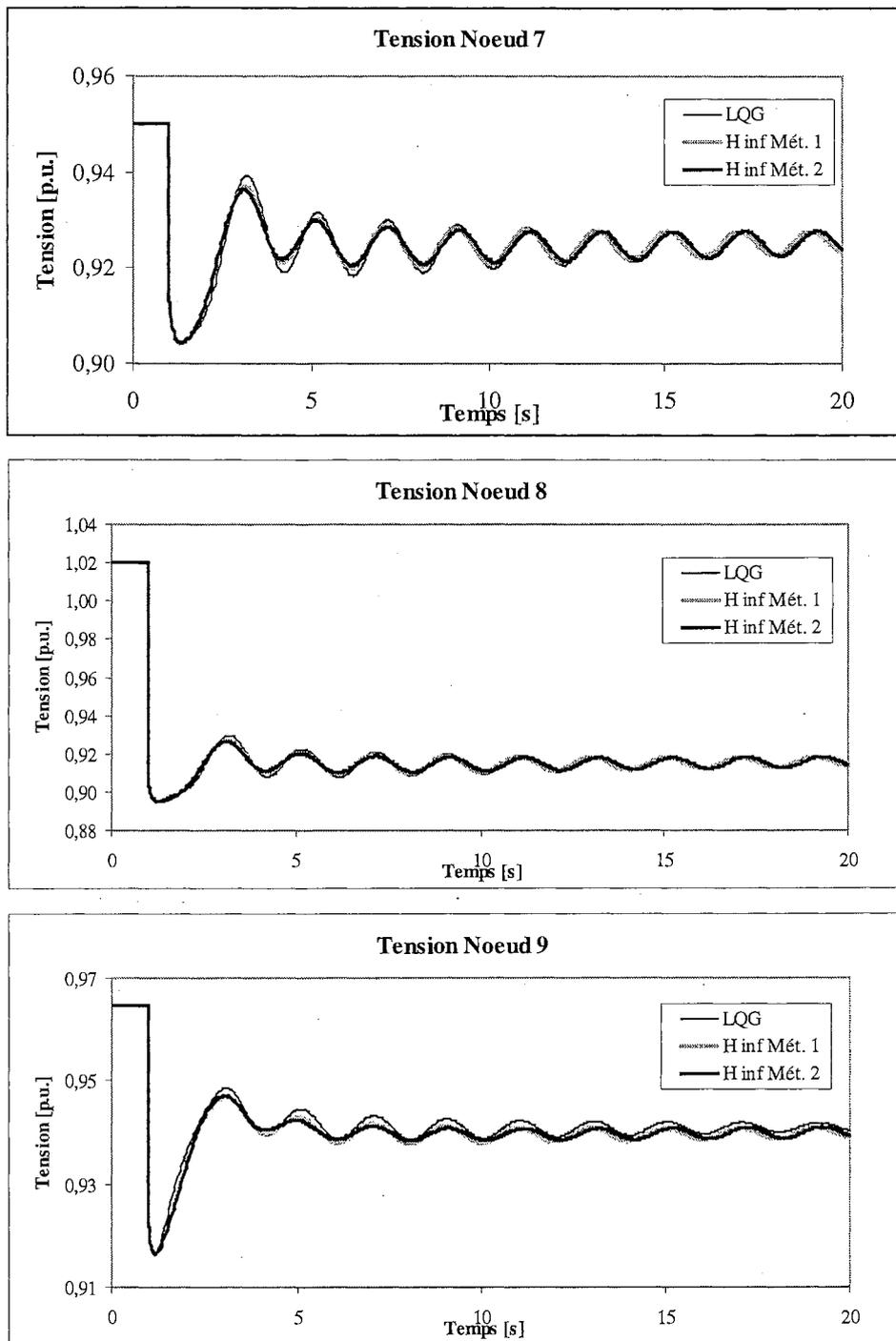


Figure VI.2 Tension Nœuds d'Interconnexion – Cas 2 d'Interactions

### VI.2.3 Cas 3

Ce cas peut être interprété comme l'ouverture du SVC2 après un défaut sur le nœud de connexion. De la même façon qu'au cas 1, la stabilité est préservée par le système et il n'y a pas de différences dans les réponses entre les trois types de schémas de commande employés. La Figure VI.3 montre la tension aux nœuds 8 et 9 et la Figure VI.4 montre la réponse du SVC<sub>1</sub>.

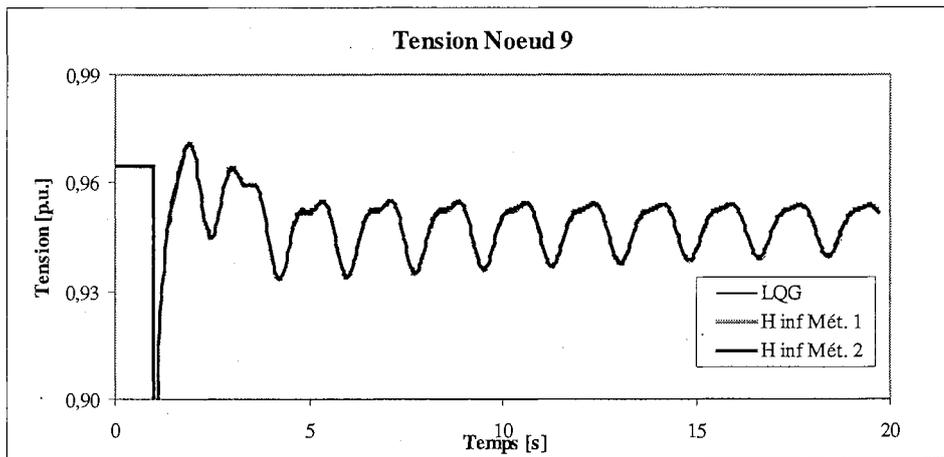
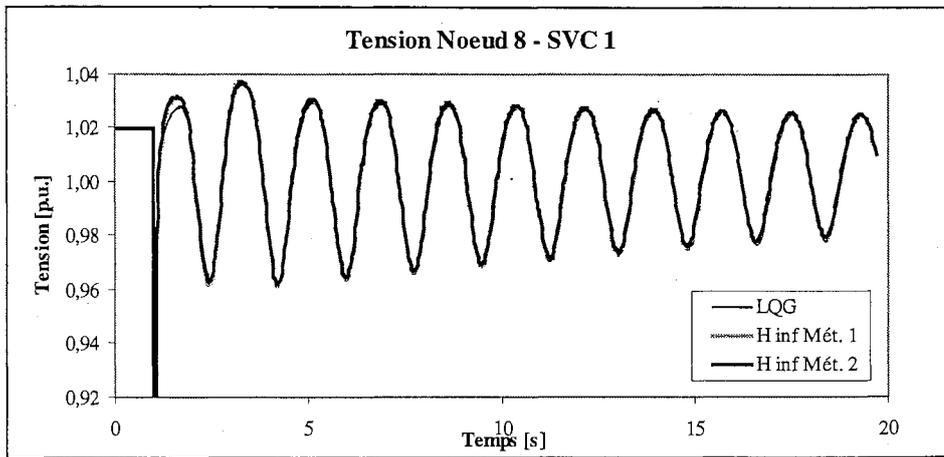


Figure VI.3 Tension Nœuds de Connexion des SVC – Cas 3 d'Interactions

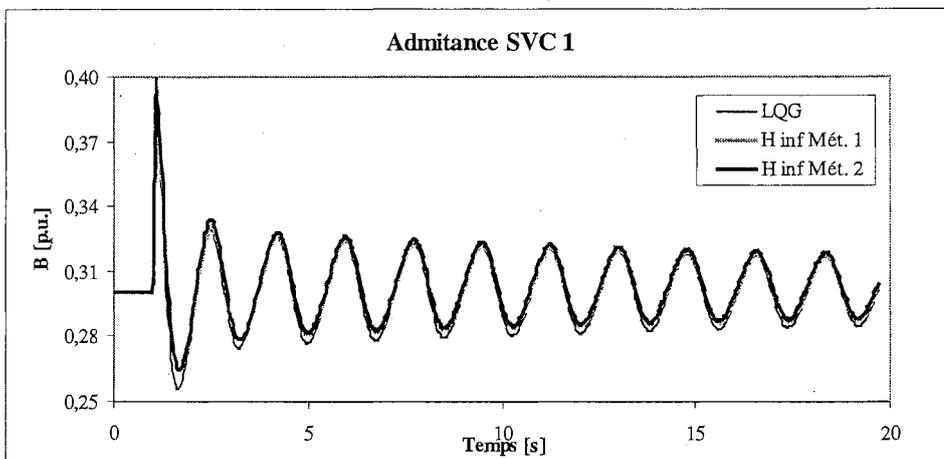


Figure VI.4 Admittance du SVC<sub>1</sub> – Cas 3 d'Interactions

#### VI.2.4 Cas 4

De la même façon que le cas 3 est interprété comme un défaut dans le SVC<sub>2</sub>, le cas 4 est également interprété comme un défaut dans le SVC<sub>1</sub> qui est éliminé en déconnectant le SVC. Dans ce cas, le correcteur de type 3 ne peut pas maintenir la stabilité du système (Figure

VI.5). Ce cas confirme que correcteurs  $H_\infty$  calculés par la deuxième méthode sont moins robustes que ceux-ci calculés par la méthode 1.

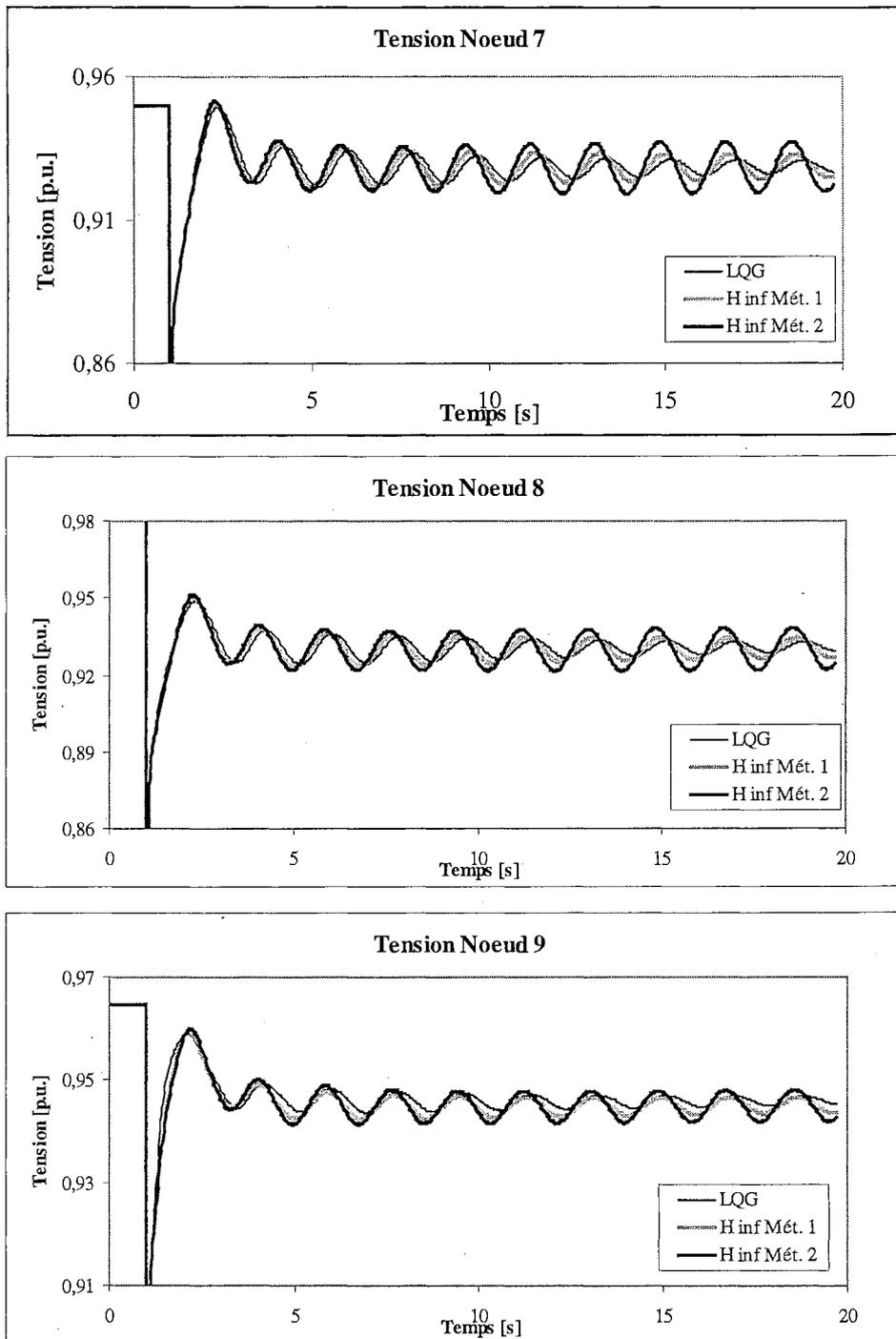
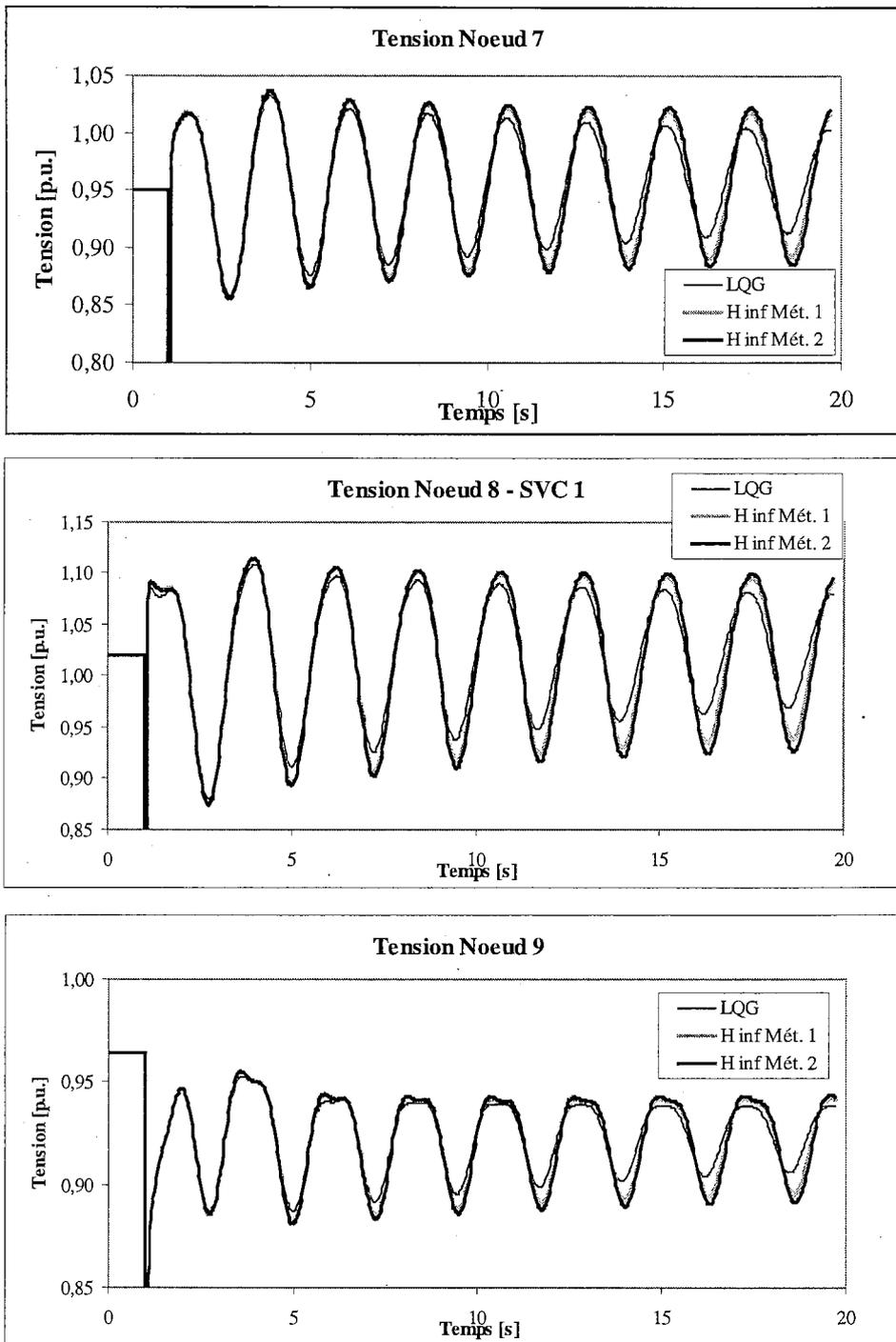


Figure VI.5 Tension Nœuds d'Interconnexion – Cas 4 d'Interactions

## VI.2.5 Cas 5

Un cas plus sévère est l'élimination du défaut en déconnectant le SVC et une ligne du système après le défaut. Ce cas correspond à l'ouverture de la ligne 8-9 et la déconnexion du SVC<sub>2</sub>.



**Figure VI.6 Tension Nœuds d'Interconnexion – Cas 5 d'Interactions**

La Figure VI.6 montre la tension des nœuds d'interconnexion de ce cas. L'action des correcteurs du SVC<sub>1</sub> maintient la stabilité du système. Cependant, les oscillations sont faiblement amorties. On peut également constater que l'amortissement obtenu par le correcteur de type 1 (LQG) est légèrement meilleur que les deux autres. D'autre part, la tension (valeur stationnaire) du nœud 9 chute pendant que la tension des autres nœuds de

l'interconnexion reste stable. La Figure VI.7 montre les réponses de l'admittance du SVC<sub>1</sub> pour les trois types de correcteurs.

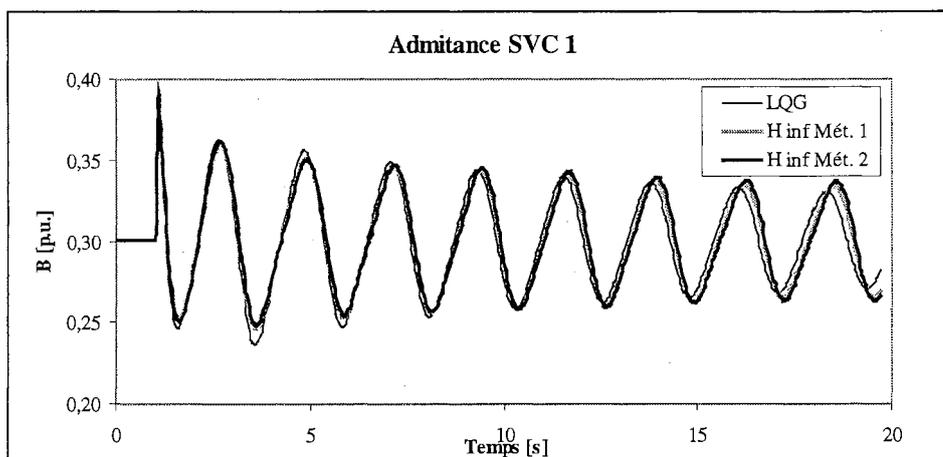


Figure VI.7 Admittance du SVC<sub>1</sub> – Cas 5 d'Interactions

## VI.2.6 Cas 6

Comme pour le cas 5, ce cas correspond à la déconnexion du SVC<sub>1</sub> et de la ligne 8-9 que lie les nœuds où les SVC se trouvent connectés pour éliminer un défaut au nœud intermédiaire de l'interconnexion.

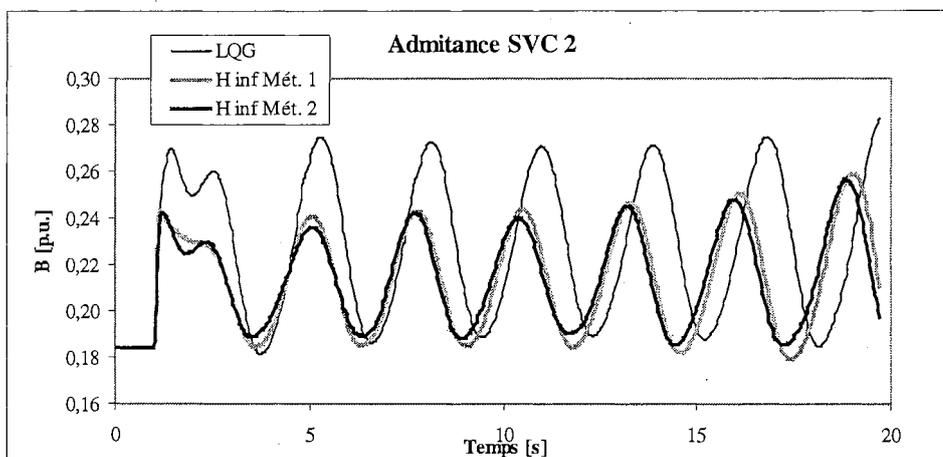


Figure VI.8 Admittance du SVC<sub>2</sub> – Cas 6 d'Interactions

Dans ce cas, le système ne peut pas maintenir sa stabilité quelque soit le type de commande employée au SVC<sub>2</sub>. La Figure VI.8 montre l'admittance du SVC<sub>2</sub> et la tension des nœuds d'interconnexion.

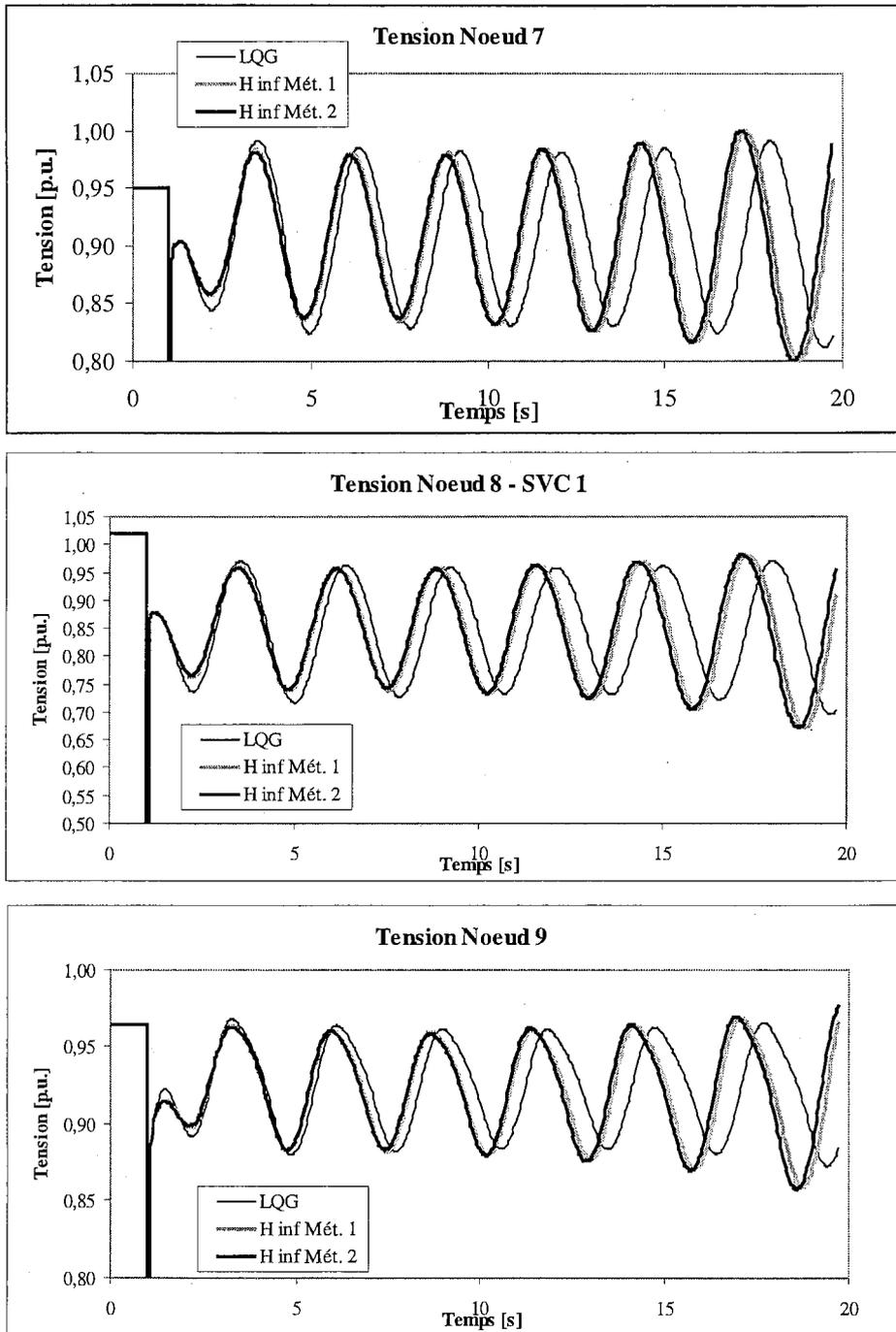


Figure VI.9 Tension Nœuds d'Interconnexion – Cas 6 d'Interactions

## VI.2.7 Observations d'Interaction des SVC

Les résultats précédents montrent que le rôle le plus important dans la préservation de la stabilité du système est réalisé par le SVC<sub>1</sub> placé au milieu de l'interconnexion des deux sous-systèmes. Le SVC<sub>2</sub> fournit la puissance réactive pour élever la tension du nœud de charge. De plus, l'action coordonnée de deux commandes des SVC maintient la stabilité du système en présence des perturbations (nous rappelons que le système est non-stable pour commandes proportionnelles, voir Chapitre IV).

# CHAPITRE VII

## *VALIDATION SUR UN GRAND RESEAU ELECTRIQUE*



# CHAPITRE VII – VALIDATION SUR UN GRAND RESEAU ELECTRIQUE

## VII.1 INTRODUCTION

Ce chapitre présente l'application sur un grand réseau électrique des commandes du SVC développées à savoir la commande robuste et la commande optimale.

Pour cette application, on a employé un réseau électrique de grande taille, souvent utilisé dans la validation des techniques d'analyses proposées pour des réseaux réels. Ce chapitre est complété par l'annexe 2 de ce document, où on présente les figures de simulations. Les simulations temporelles ont été réalisées en utilisant le logiciel EUROSTAG de EDF-Tractabel.

## VII.2 SYSTEME DE VALIDATION

Le système de validation utilisé correspond au réseau du système WSCC (« Western Systems Coordinating Council ») des Etats Unis. Ce système fournit l'énergie des états d'Ouest des Etats Unis des Montana à la frontière avec le Canada jusqu'au sud de la Californie. Le système est représenté par 29 gros générateurs et 173 nœuds. Le cas d'étude a les caractéristiques suivantes : une production de 57474 MW et 21204 MVA<sub>r</sub> et une demande de 56721 MW et 14972 MVA<sub>r</sub>.

Du point de vue dynamique, le système a 403 variables d'état et présente un mode instable ( $\lambda=0.18\pm j3.36$ ). La Figure VII.1 illustre un détail du système Nord du réseau WSCC auquel est associé le mode instable. En réalisant des analyses des facteurs de participation [47], on a déterminé que le mode instable est un mode électromécanique interrégions qui voit la participation des machines MONT63, CANA28, NORT74 et CMAI33.

Le Tableau VII.1 présente les caractéristiques de production, charge et compensation de ce sous-système. Pour celui-ci, le Tableau VII.2 montre les transits de puissance des lignes de ce sous-système.

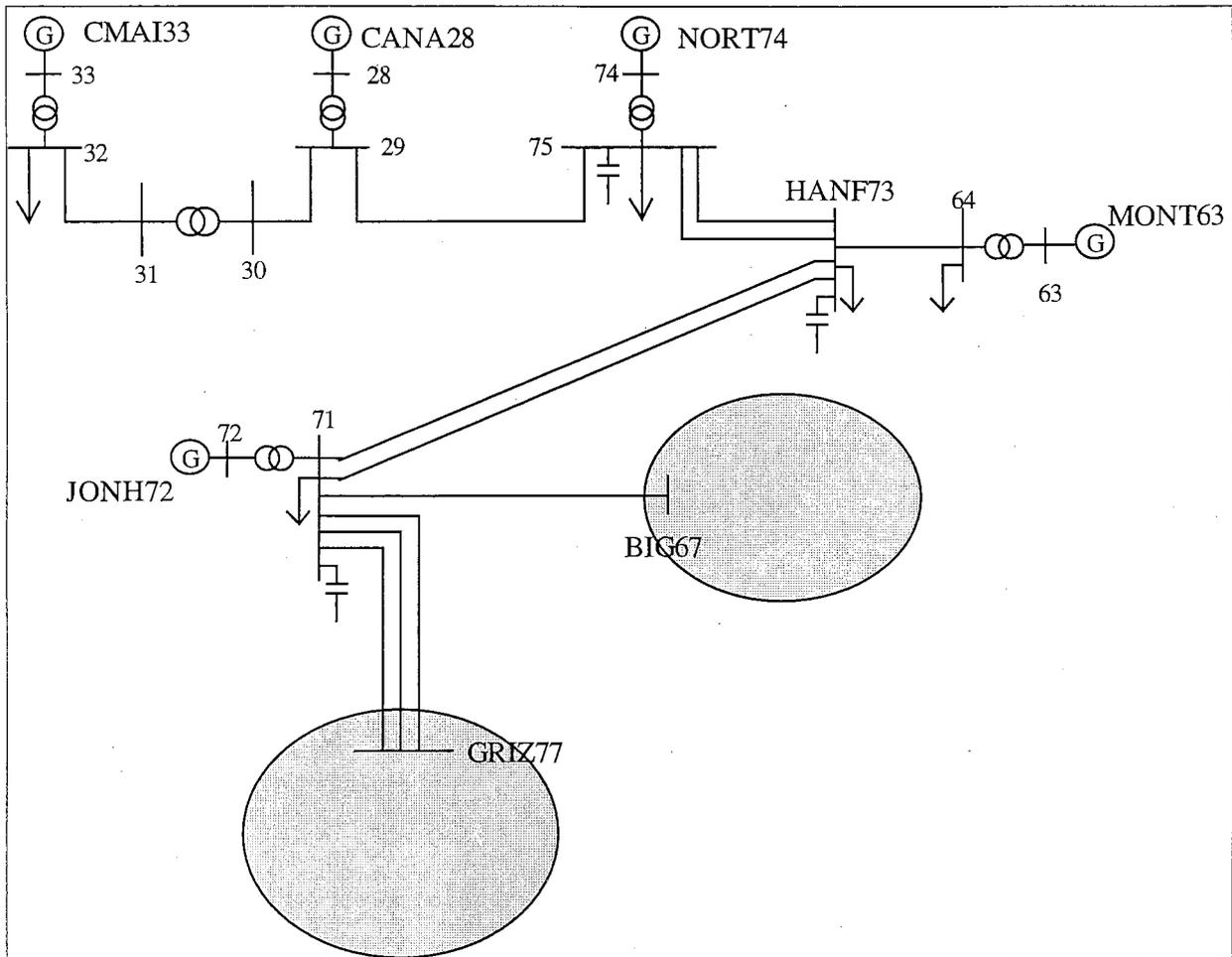


Figure VII.1 Système Nord du Réseau WSCC

Tableau VII.1 Génération, Charge et Compensation - Système Nord du Réseau WSCC

Nœud	P générée (MW)	Q générée (MVA <sub>r</sub> )	P charge (MW)	Q charge (MVA <sub>r</sub> )	Q compens (MVA <sub>r</sub> )
CAMAI33	4600	1455			
CANA28	4600	1448			
NORT74	9900	3016			
MONT63	2860	1200			
JOHN72	4095	1728			
NORT75			5000	400	1250
MONT64			1700	300	
HANF73			3500	500	535
JOHN71			3200	1100	1095

**Tableau VII.2 Transits de Puissance – Système Nord du Réseau WSCC**

Ligne	P (MW)	Q (MVar)
NORT75-HANF73 1	2917	633
NORT75-HANF73 2	2917	633
MONT64-HANF73 1	1160	419
HANF73-JOHN71 1	1598	-81
HANF73-JOHN71 2	1851	-104
JOHN71-BIG67 1	989	-36
JOHN71-BIG67 2	1001	-28
JOHN71-GRIZ77 1	1064	57
JOHN71-GRIZ77 2	624	-16
JOHN71-GRIZ77 3	624	-16

Notre objective est de stabiliser ce système en utilisant un SVC. Comme premier pas, il faut sélectionner le nœud de connexion du SVC. C'est pourquoi on a réalisé une étude de la commandabilité et de l'observabilité du mode instable à partir de la tension du nœud et de l'admittance d'un SVC connectée au nœud. Le Tableau VII.3 présente les facteurs de commandabilité et d'observabilité. De ceux-ci, il est découle que le nœud MONT64 offre la meilleure place pour l'installation du SVC.

**Tableau VII.3 Observabilité et commandabilité – Placement du SVC**

Nœud	Commandabilité	Observabilité
MONT64	0.423	0.0197
HANF73	0.392	0.0071
CANA29	0.365	0.0023
JOHN71	0.319	0.0043
GRIZ77	0.281	0.0060
NORT75	0.203	0.0017

### VII.3 MODELISATION

La dynamique du système WSCC peut être modélisée par un ensemble de 403 équations différentielles. Naturellement, un tel model n'est pas utile pour le calcul des lois de commande que ce soit du type LQG ou du type robuste ( $H_\infty$ ). Cependant, à partir du modèle linéaire, obtenu de la linéarisation des équations différentielles, on peut obtenir un modèle

d'ordre réduit en utilisant la méthode de troncature des valeurs singulières de Hankel (présentée au Chapitre III). Ainsi, le modèle obtenu est d'ordre 15. Ce modèle réduit présente le même mode instable ( $0.18 \pm j3.36$ ), qu'à l'origine. La Figure VII.2 compare les diagrammes fréquentiels des modèles d'ordre complet (403) et d'ordre réduit (15). Ce modèle emploie comme sortie la tension du nœud de connexion du SVC (MONT64) et comme signal d'entrée l'admittance du SVC. Cette figure montre qu'il n'y a pas de différence remarquable entre les deux modèles. On va donc employer le modèle réduit pour le calcul de la commande.

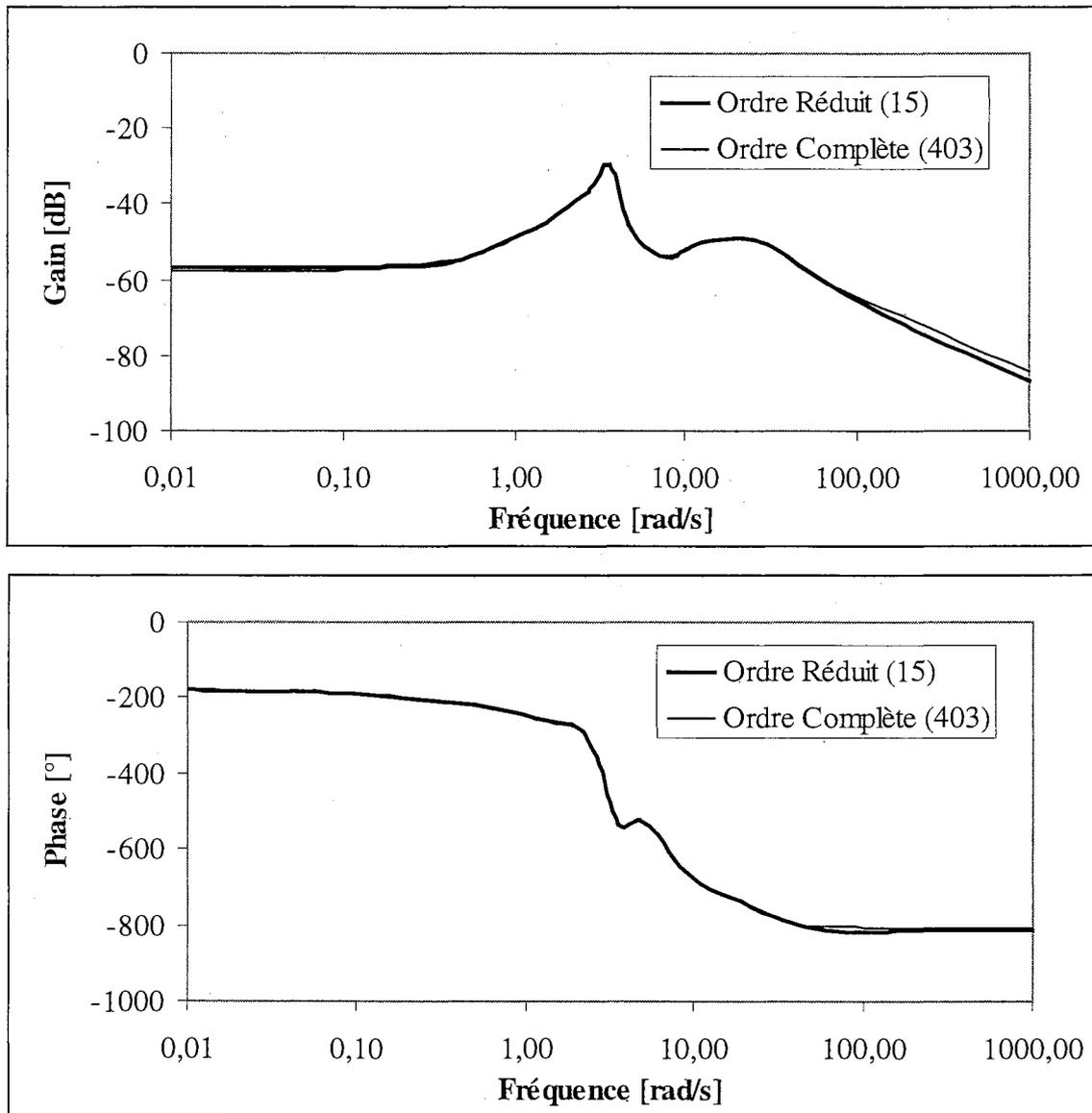


Figure VII.2 Comparaison Diagrammes de Bode – Modèles d'Ordre Complète et Réduit – Système WSCC

## VII.4 COMMANDE DU SVC

Le SVC est placé au nœud MONT64 (Figure VII.1). Notre but est obtenir un correcteur pour le SVC qui stabilise le mode instable du sous-système Nord du réseau WSCC. On va calculer une commande LQG et une commande robuste ( $H_\infty$ ) en employant le modèle d'ordre réduit (ordre 15) présenté au dernier paragraphe. Les simulations temporelles réalisées sont présentées à l'annexe 2 de ce document. Le système est instable sans SVC et aussi si le SVC a une commande proportionnelle (commande typique, voir figures 2 et 3 de l'annexe 2).

### VII.4.1 Commande LQG

Plusieurs correcteurs LQG peuvent être calculés en fonction de la matrice de pondération  $Q_m$  employée. On présente deux cas, le premier utilise le même poids pour chaque mode. Ce correcteur sera appelé LQG-1. Deuxième cas, on a augmenté le poids pour les modes voisins du mode critique pour augmenter l'amortissement de ces derniers. Ce deuxième cas est identifié par LQG-2. Le mode instable est stabilisé dans les deux cas avec le même taux d'amortissement (18%).

### VII.4.2 Commande Robuste $H_\infty$

La sélection des fonctions de pondération a été réalisée suivant l'analyse de sensibilité sur celles-ci. Comme premier pas, on réalise l'analyse de sensibilité sur la fonction de pondération  $W_1$ . L'inverse de cette fonction a la structure suivante :

$$W_1^{-1} = \frac{k_1 (s + z_1)^2}{(s + p_1)^2} \quad (\text{VII.1})$$

De plus, on a employé les fonctions :

$$W_2 = 1 \quad \text{et} \quad W_3^{-1} = \frac{0.2 (s + 200)}{(s + 50)} \quad (\text{VII.2})$$

La fonction  $W_3$  établit un critère d'élimination des perturbations de haute fréquence ( $>8$  Hz). La fonction  $W_2$  introduit un gabarit aux perturbations additives produites par des variations du système (changement du point de fonctionnement, lignes ouvertes, etc.). De plus, cette dernière fonction est nécessaire pour l'obtention d'une commande  $H_\infty$ .

On modifie les valeurs de  $z_1$  et  $p_1$  de l'équation VII.1 et on maintient le gain  $k_1$ . Pour ces cas,  $k_1$  est égale à 50. Ainsi la valeur minimale de  $|W_1^{-1}(j\omega)|$  est de  $-6$  dB. Pour des valeurs de  $z_1/p_1$  entre  $1/10$  et  $5/50$ , on a trouvé des lois de commande très proches. Les simulations employant ces commandes sont présentées dans l'annexe 2 comme HINF-1 et HINF2 respectivement. Pour les relations  $z_1/p_1 > 5/50$ , les correcteurs ne sont pas appropriés.

Le correcteur HINF-1 place le mode critique en  $-0.059 \pm j3.429$  et le mode oscillatoire le plus proche est placé à  $-0.079 \pm j2.62$ . Le correcteur HINF-2 place le mode critique à  $-0.060 \pm j3.43$  et l'autre mode à  $-0.078 \pm j2.618$ . Ces valeurs montrent qu'il n'y a pas de grandes différences entre les deux correcteurs. On retrouve les mêmes observations en comparant les simulations temporelles (voir figure 11 à 16 et 18 de l'annexe 2).

### VII.4.3 Comparaisons des Correcteurs

L'annexe 2 (figures 1 à 20) présente la simulation du réseau WSCC soumis à un défaut de la ligne JOHN71-GRIZ77 circuit 1 (à  $t=20$ s) qui est éliminé à  $t=20.08$ s en ouvrant cette ligne. De ces simulations, on peut observer que la meilleure réponse correspond à la commande LQG-2. La commande LQG-1 ressemble aux réponses des correcteurs HINF-1 et HINF-2.

La commande LQG permet d'agir directement sur chaque mode du modèle en utilisant la modélisation modale et la matrice de poids  $Q_m$ . Celle-ci permet de prendre une décision sur l'amortissement de chaque mode. Par contre, la commande robuste agit sur toute la fonction de transfert, ce qui ne permet pas d'effectuer un amortissement particulier à chaque mode.

## VII.5 CONCLUSIONS

Ce chapitre a présenté l'application des techniques de commande robuste et optimale à la commande d'un SVC placé dans un système de puissance de grande taille. Cette application a permis de montrer que la modélisation réduite est une alternative efficace pour la représentation du système et, naturellement, pour le calcul de correcteurs robustes.

D'autre part, on a montré que les lois de commande  $H_\infty$  et LQG sont une bonne alternative pour la stabilisation d'un réseau de grande taille.

**CHAPITRE VIII**  
*CONCLUSIONS GENERALES ET*  
*PERSPECTIVES*



## CHAPITRE VIII - CONCLUSIONS GÉNÉRALES ET PERSPECTIVES

Ce document a présenté une méthodologie complète d'analyses des réseaux électriques avec comme objectif la conception de correcteurs robustes applicables aux SVC. Cette méthodologie est divisée en trois parties : la modélisation, le calcul de la loi de commande et l'évaluation de la robustesse.

Dans la première partie, on a montré que la modélisation basée sur la méthode de troncature des valeurs singulières de Hankel est une alternative très utile pour obtenir des modèles d'ordre réduit. Ces modèles sont essentiels pour l'application des techniques modernes de commande, telles que la commande LQG et la commande robuste. Néanmoins, la méthode de réduction de Hankel a besoin de la connaissance du modèle d'ordre complet de la dynamique du réseau électrique. En conséquence, on a proposé une méthode d'identification pour obtenir une représentation de la dynamique du système d'ordre réduit. L'utilisation de la méthode N4Sid a des avantages par rapport à d'autres méthodes et elle a donné de bons résultats. Finalement, on a proposé un schéma de modélisation par sous-systèmes qui peut être employé pour la coordination des correcteurs de deux ou plusieurs SVC.

Dans la deuxième partie, on a montré que correcteurs optimaux supplémentaires de type LQG et les correcteurs robustes peuvent être appliqués aux SVC pour améliorer l'amortissement des oscillations de tension mesurées aux SVC. Ils peuvent aussi stabiliser les systèmes de puissance faiblement interconnectés. En utilisant le schéma de modélisation par sous-systèmes, il est possible d'obtenir des commandes décentralisées avec de bonnes performances et une bonne robustesse.

Dans la troisième partie, analyse de la robustesse des réseaux électriques est réalisée. Cette procédure est traditionnellement en effectuant plusieurs simulations du système. Nous avons proposé l'application de la technique d'analyses  $\mu$ , pour obtenir une analyse analytique de la robustesse du réseau par rapport au correcteur employé dans SVC quelconque.

Toutes les techniques et méthodologies employées ont été appliquées à la commande du SVC. Néanmoins, celles-ci sont indépendantes du type de composant utilisé. Ainsi, une des perspectives d'étude est l'application des ces techniques à la modélisation, la commande et la robustesse des autres composants FACTS et aussi à la coordination de la commande de PSS.

Dans le processus d'identification N4Sid de cette étude, on a employé des signaux « mesurés » par simulation. Cette technique d'identification a l'avantage de travailler avec des signaux bruités. On peut donc sélectionner à priori les signaux peuvent être réellement mesurés sur le système. Cette procédure permettra obtenir des modèles réduits de la dynamique du système qui peuvent être employés pour le réglage des correcteurs existants dans le système. Ces dernières années, l'identification des réseaux électriques a suscité beaucoup d'intérêt aussi bien auprès des compagnies d'électricité que dans la communauté scientifique. Dans ce contexte, le travail sur la base des signaux mesurés sur le système réel devrait être la suite directe de ce travail.

**REFERENCES**  
**BIBLIOGRAPHIQUES**



## REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES

- [1] CIGRE WG 38-01 Task Force 3. "Reactive Power Generation Analyses and Planning Procedure", CIGRE, Paris, 1989.
- [2] CIGRE Working Group 38-01. "Static Var Compensators", CIGRE, Paris, 1986.
- [3] Kundur, Prabha. "Power System Stability and Control". Mc Graw-Hill, New York, 1994.
- [4] L.Gyugyi; "Unified Power-Flow Control Concept for Flexible AC Transmission Systems". IEE Proceedings-C, Vol. 139, No. 4, Juillet 1992, pp. 323-331.
- [5] Passelerge, J.Ch. "Étude de l'Insertion d'un STATCON sur les Performances Statiques d'un Réseau". LEG-DEA, Juin 1995.
- [6] IEEE Special Stability Controls Working Group. "Static Var Compensator Models for Power Flow and Dynamic Performance Simulation", IEEE Transactions on Power Systems, Vol. 9, No. 1, Février 1994, pp 229-240.
- [7] B.C. Moore, "Principal Component Analysis in Linear Systems: Controllability, Observability and Model Reduction", IEEE Transactions on Automatic Control, Vol. AC-26, N° 1, Février 1981, pp 17-32.
- [8] M.G. Sofonov, R.Y. Chiang, "A Schur Method for Balanced-Truncation Model Reduction", IEEE Transactions on Automatic Control, Vol. AC-34, N° 7, Juillet 1989, pp 729-733.
- [9] J.J. Sánchez-Gasca, J.H. Chow, "Power System Reduction to Simplify the Design of Damping Controllers for Interarea Oscillations", IEEE Transactions on Power Systems PWRS, Vol. 11, N° 3, Août 1996, pp 1342-1349.
- [10] I.J Pérez-Arrillaga, G.C. Verghese, F.C. Schweeppe, "Selective Modal Analysis with Applications to Electric Power Systems. Part 1: Heuristic Introduction, Part 2: The Dynamic Stability Problem", IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems, Vol. PAS-101, Septembre 1982, pp 3117-3134.

- [11] A. Feliachi, X. Zhang, C.S. Sims, "Power System Stabilizers Design using Optimal Reduced Order Models, Part 1: Model Reduction, Part 2: Design", IEEE Transactions on Power Systems PWRS, Vol. 3, N° 4, Novembre 1988, pp. 1670-1684.
- [12] A.J. Germond, R. Podmore. "Dynamic Aggregation of Generating Unit Models", IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems, Vol. PAS-97, N° 4, Juillet/Août 1978, pp 1060-1069.
- [13] S.E.M. de Oliveira, J.F. de Queiroz. "Modal Dynamic Equivalent for Electric Power Systems". Transactions on Power Systems PWRS, Vol. 3, N° 4, Nov 1988, pp 1723-1737.
- [14] Y.N. Yu, H.A. El-Sharkawi, M.D. Wong. "Estimation of Unknown Large Power Systems Dynamics". IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems, Vol. PAS-98, Janvier/Février 1979, pp 279-289
- [15] Ríos, Mario. "Estimación de Equivalentes Dinámicos con Disturbio Intencional" Proyecto de Grado, Universidad de Los Andes, Février 1991.
- [16] K. Ogata. "Ingeniería de Control Moderna", Prentice-Hall, 1980.
- [17] Ríos, Mario. "Commande Optimale Appliquée aux Réseaux Electriques – Commande Supplémentaire du SVC", Rapport Interne de doctorat, LEG-INPG-UNIANDES, Mai 1997.
- [18] L. Ljung. "System Identification Toolbox for use with Matlab", The Math Works Inc., 1995.
- [19] "Frequency Identification Toolbox for use with Matlab". The Math Works Inc., 1995.
- [20] P.Borne, G.Dauphin-Tanguy, J.P. Richard, F.Rotella, I. Zambettakis, "Modélisation et Identification des Processus – tome 2", Editions Technip, Paris, 1992.
- [21] J.J Sanchez-Gasca, J.H.Chow, "Computation of Power System Low-Order Models from Time Domain Simulations Using a Hankel Matrix", IEEE Transactions on Power Systems, Vol. 12, No. 4, Novembre 1997, pp. 1461-1467.

- [22] M.Moonen, J.Ramos, "A Subspace Algorithm for Balanced State Space System Identification", IEEE Transactions on Automatic Control, Vol. 38, No. 11, Novembre 1993, pp. 1727-1729.
- [23] M.Moonen, B. De Moor, L. Vandenberghe, J. Vandewalle, "On- and Off-line Identification of Linear State-Space Models", International Journal of Control, Vol. 49, No. 1, 1989, pp. 219-232.
- [24] M.Moonen, J. Vandewalle, "QSVD Approach to On- and Off-Line State-Space Identification", International Journal of Control, Vol. 51, No. 5, 1990, pp. 1133-1146.
- [25] P. Van Oveschee, B. De Moor, "N4SID : Subspace Algorithmes for the Identification of Combined Deterministic-Stochastic Systems", Automatica, Vol. 30, No. 1, pp 75-93, 1994.
- [26] Ríos, Mario. "Modélisation Dynamique des Réseaux Electriques par Techniques d'Identification", Rapport Interne de doctorat, LEG-INPG-UNIANDRES, Février 1998.
- [27] M.Ríos, N.Hadjsaid, D.Georges, R.Feuillet, A.Torres, "Optimal Decentralized Controls for FACTS based on Structure of Modeling by Subsystems", paper presented to IEEE Transactions on Power Systems
- [28] Landau, I.D. « Identification et Commande de Systèmes Dynamiques », Ed. Hermes, Paris, 1992.
- [29] IEEE Task Force, "IEEE Recommended Practice for Excitation System Models for Power System Stability Studies", IEEE Standard 421.5 , 1992.
- [30] L.M. Hajagos, G.R. Bérubé, "Utility Experience with Digital Excitation Systems", IEEE Transactions on Power Systems, Vol. 13, No. 1, Février 1998, pp. 165-170.
- [31] Besanger, Y., "Etude des FACTS (Flexible AC Transmission System) et de leur comportement dans les réseaux de transport et d'interconnexion", Thèse de Doctorat INPG-LEG, 5 juillet 1996.
- [32] Kirk, "Optimal Control Theory", Prentice Hall Englewood Cliffs, New Jersey.
- [33] L.C. Geromel, P.L.D. Peres, "Decentralized Load-Frequency Control", IEE Proceedings D, Vol. 132, No. 5, Septembre 1985, pp. 225-230.

- [34] A.Simoes Costa, F.Freitas, A. e Silva, "Design of Decentralized Controllers for Large Power Systems Considering Sparsity", *IEEE Transactions on Power Systems*, Vol.12, No. 1, Février 1997, pp. 144-152.
- [35] J. Bernoussou, "Commande Robuste - développements et applications", Ed. Hermes, Paris 1995.
- [36] J. Doyle, K. Glover, P. Khargonekar, B. Francis, "State-Space Solutions to Standard  $H_2$  and  $H_\infty$  Control Problems" *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 34, no. 8, Août 1989, pp 831-849.
- [37] K. Zhou, J. Doyle, K. Glover, "Robust and Optimal Control", Prentice-Hall, 1996.
- [38] R.Y. Chiang, M.G. Safonov, "Robust Control Toolbox for use with Matlab", The Math Works Inc., 1981.
- [39] G.J.Balas, J.C.Doyle, K.Glover, " $\mu$ -Analysis and Synthesis Toolbox for use with Matlab", The Math Works Inc., 1995.
- [40] H. Kwakernaak, "Robust Controller and  $H_\infty$  optimization – Tutorial -", *Automatic*, Vol. 29, No. 2, 1993, pp. 255-273.
- [41] K. Folly, N. Yorino, H.Sasaki, "Improving the Robustness of  $H_\infty$ -PSS using the Polynomial Approach", Approved paper for publication at *IEEE Transactions on Power Systems*, PE-951-PWRS-0-12-1997.
- [42] Q. Zhao, J.Jiang, "Robust Control in Power Systems", 4<sup>th</sup> International Conference on Control Applications, Albany, New York, Septembre 1995, 99. 227-232.
- [43] Ríos, Mario. "Commande Optimale Appliquée aux Réseaux Electriques – Application de Commandes Robustes", Rapport Interne de Doctorat, LEG-INPG-UNIANDES, Août 1997.
- [44] Ríos, Mario. "Logiciel de Simulation - DySENet", Rapport Interne de doctorat, LEG-INPG-UNIANDES, Juin 1996.

- [45] IEEE Working Group on Computer Modelling of Excitation Systems. "Excitation System Models for Power System Stability Studies". IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems, Vol. PAS-100, No. 2, Février 1981, pp. 494-509.
- [46] M. Klein, L.X. Le, G.J. Rogers, S. Farrokhpay, N.J. Balu, "H<sub>∞</sub> Damping Controller Design in Large Power Systems". IEEE Transactions on Power Systems, Vol. 10, No. 1, Février 1995, pp158-166.
- [47] J.C. Passelergue, "Interactions de Régulation Générés par les Dispositifs FACTS". Rapport R2, LEG-EdF, Juin 1998.



# ANNEXE 1



# ANNEXE I SIMULATEUR DYNAMIQUE DES RESEAUX ELECTRIQUES - DYSENET

Le logiciel **DySENet** [44] (« Dynamic Simulator of Electric Networks ») est une application développée, sur une plate-forme **Matlab 5.1**© et **Simulink 2.1**© (Logiciels produits par Math Works, Inc.), sous le programme de Thèse en cotutelle entre l'INPG-LEG (France) et l'Universidad de Los Andes (Colombie). Ce logiciel a été développé afin de réaliser la simulation dynamique d'un réseau électrique en prenant en compte les différents modèles dynamiques de la modélisation des générateurs, des charges et des équipements de compensation (SVC). Ce logiciel peut être employé sous une plate-forme UNIX ou sous une plate-forme PC.

## A.I.1 CARACTERISTIQUES GENERALES

**DySENet** réalise une modélisation dynamique d'un réseau électrique en utilisant les équations différentielles non-linéaires du système. Ces équations sont connectées d'une façon graphique. En plus, le modèle prend en compte les contraintes algébriques inhérentes au problème mathématique de la dynamique des réseaux électriques.

**DySENet** permet réaliser, aussi, la simulation temporelle du réseau électrique quand celui-ci est soumis aux différents types de défauts de composants du système (lignes de transport, transformateurs). En plus, on peut profiter la modélisation sur **Matlab-Simulink** pour développer des analyses de stabilité, des calculs de contrôleurs, etc. en employant les fonctions de linéarisation et **Toolboxes** de Matlab.

## A.I.2 MODELISATION DES RESEAUX ELECTRIQUES

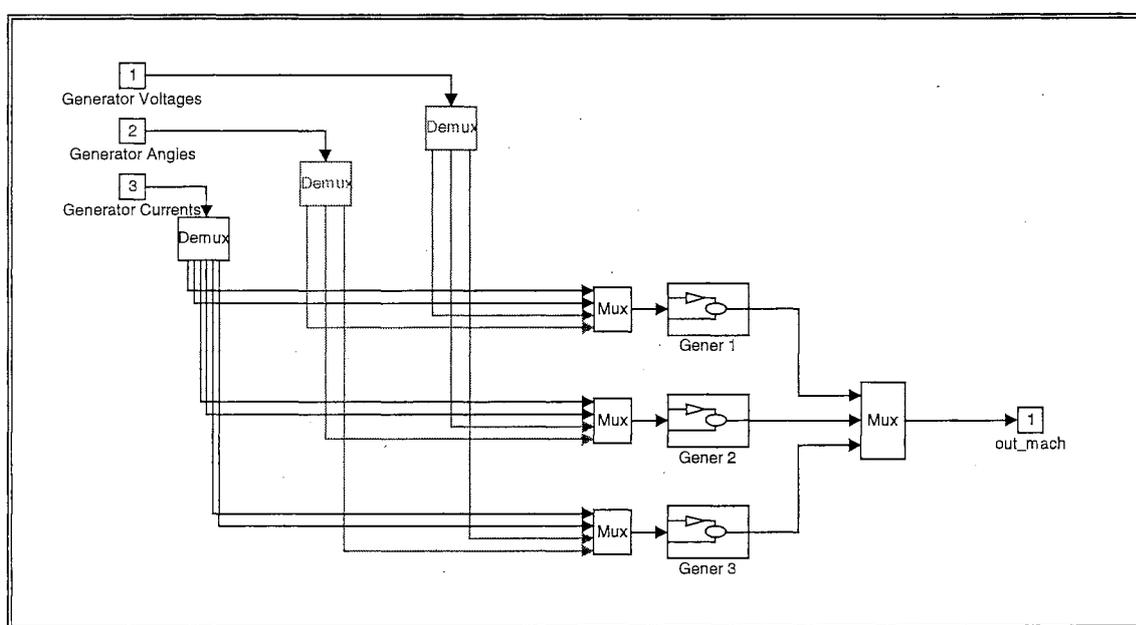
La Figure 1 présente le modèle graphique du système dynamique d'un réseau électrique obtenu après l'exécution des procédures de construction du système ("**Building System**"). Le modèle graphique du système a d'autres blocs qui sont toujours utilisés. Ces blocs sont :

- **Rotor Angles.** Ce bloc sélectionne des angles des rotors des générateurs pour être employés par le bloc **Network**.
- **Norton Equivalent.** Ce bloc calcule pour chaque générateur son équivalent de Norton pour être utilisé par le bloc **Network**.



Si le réseau électrique a compensation de puissance réactive, le modèle dynamique aura le bloc graphique appelé "**Shunt Compensation**". De la même façon, s'il y a des transformateurs à rapport de transformation variable, le bloc graphique "**ULTCs**" sera ajouté au modèle dynamique.

Le bloc "**Generator Subsystem**" groupe le modèle des générateurs du système. La Figure 2 présente un exemple d'un ensemble des blocs des générateurs qui forment le bloc graphique "**Generator Subsystem**". Chaque bloc intitulé "**Gener #**" représente un générateur modélisé soit par le modèle classique du générateur (Figure 3), soit par le modèle d'axes direct et de quadrature le plus général de 6 variables d'état (Figure 4). Dans ce dernier cas, le bloc "**Gener #**" peut inclure d'autres composantes, telles que PSS, le système d'excitation et le système turbine gouverneur (Figure 5).



*Figure 2 Exemple du Bloc "Generator Subsystem"*

DySENet dispose des différents modèles de systèmes d'excitation de tension à employer aux générateurs. Ces modèles sont définis par IEEE (Figure 6) [45].

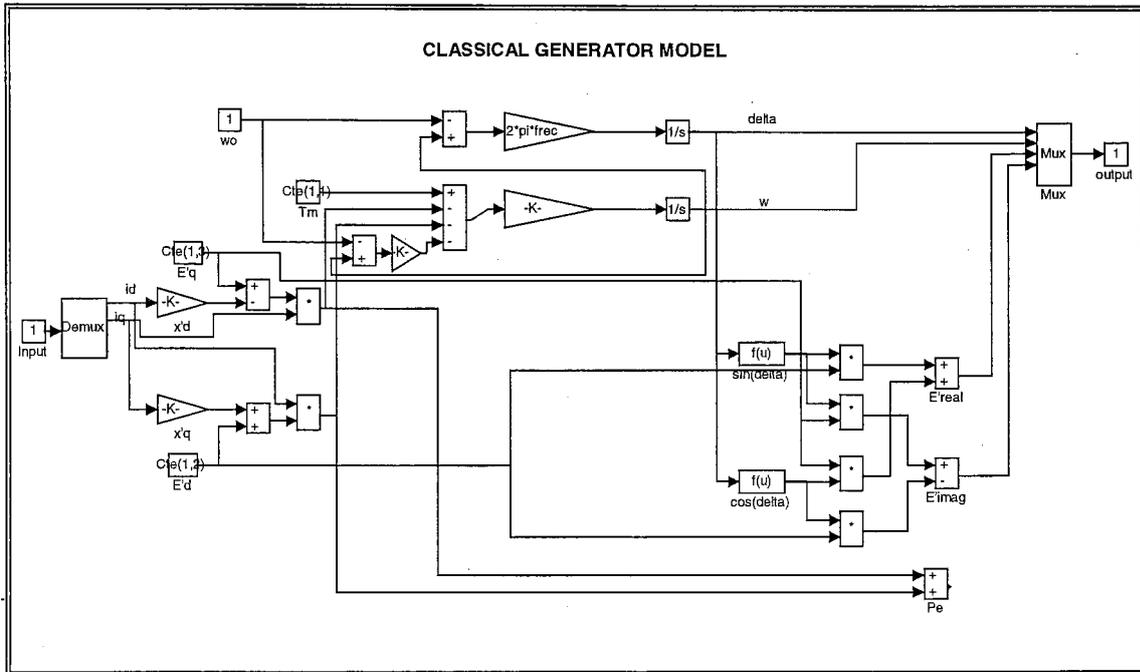


Figure 3 Exemple d'Ensemble du Bloc "Gener #-"-Modélisation Classique-

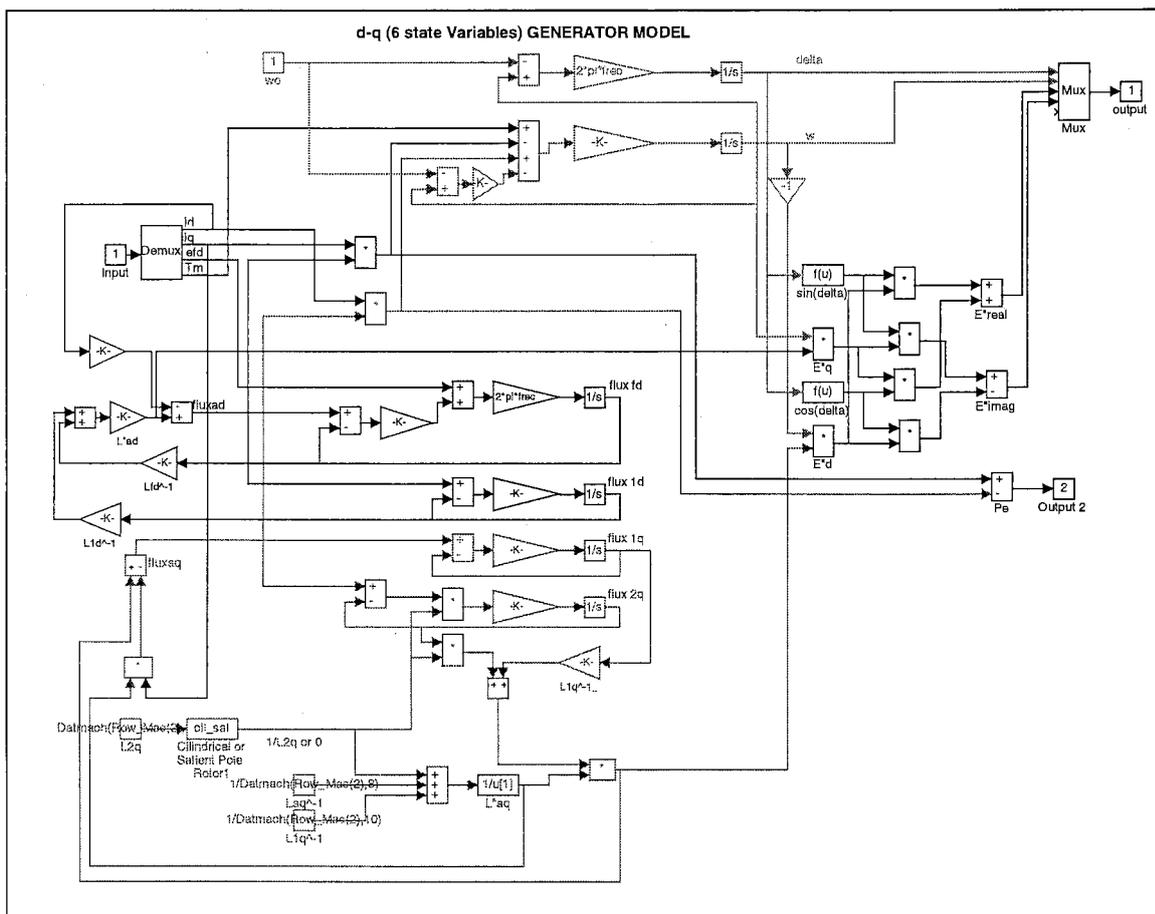


Figure 4 Exemple du Modèle de 6 variables d'état du Générateur

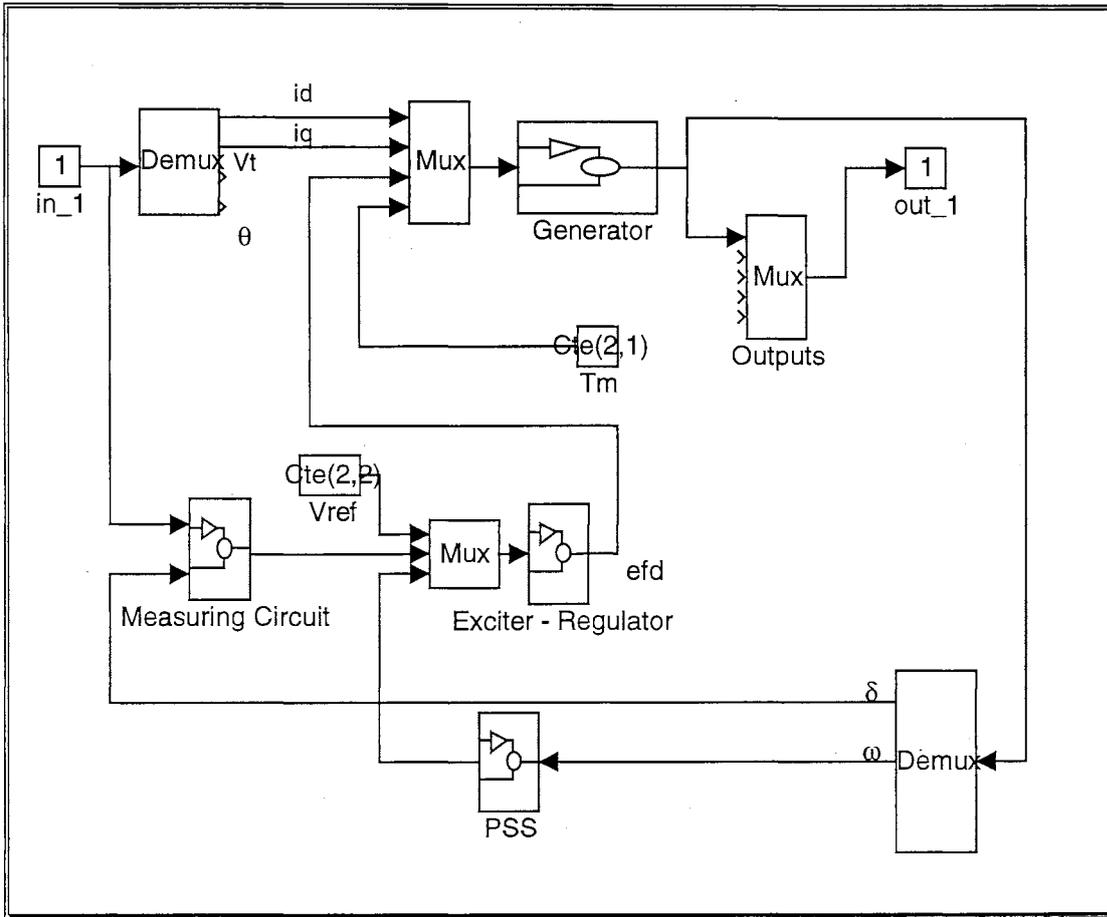


Figure 5 Exemple d'Ensemble du Bloc "Gener #" - Modélisation Générale-

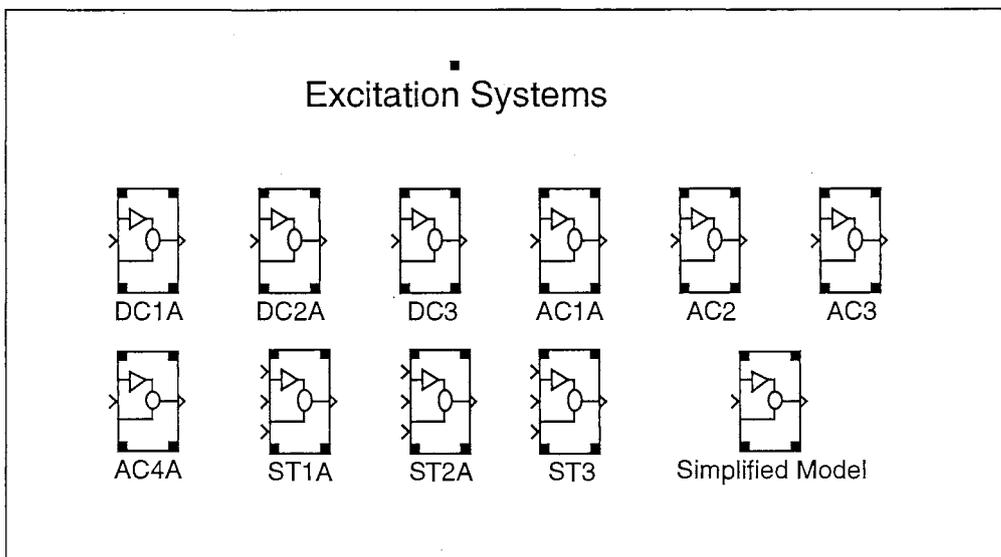


Figure 6 Librairie de Systèmes d'Excitation ou Régulation de Tension



# **ANNEXE 2**



## **ANNEXE II SIMULATIONS DU RESEAU WSCC**

Cette annexe présente des simulations temporelles du système WSCC « Western Systems Coordinating Council » rapportées au Chapitre VII de ce document. Ces simulations ont été réalisées sur le logiciel Eurostag de EDF-Tractabel.

### **A.II.1 LE SYSTEME WSCC**

La Figure 1 présente le réseau du système WSCC (« Western Systems Coordinating Council ») des Etats Unis. Ce système fournit l'énergie des états d'Ouest des Etats Unis des Montana à la frontière avec le Canada jusqu'à La Californie au sud. Le système est représenté par 29 gros générateurs et 173 nœuds.

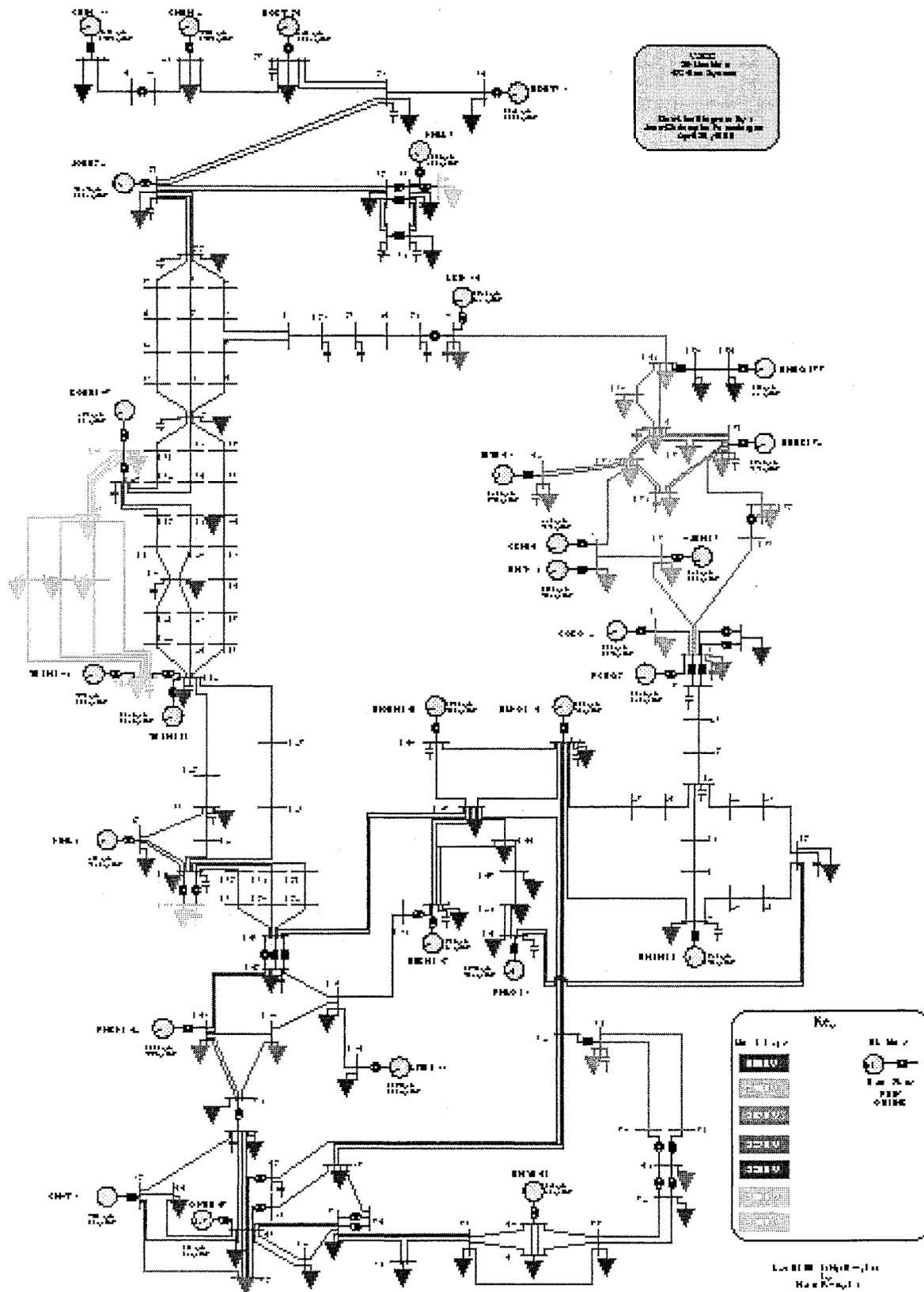


Figure 1 Le Système WSCC

## A.II.2 FIGURES DES SIMULATIONS

Dans ce paragraphe, on présente les figures des simulations du système WSCC. Pour chaque courbe en chaque figure, on trouve la définition du cas à la partie inférieure gauche de la page. Le Tableau 1 présente la définition des cas. Pour toutes les figures, on présente les résultats de la simulation d'un défaut de la ligne JOHN71-GRIZ77 circuit 1, à  $t=20$  s. Le défaut est éliminé à  $t=20.08$  s en ouvrant la ligne.

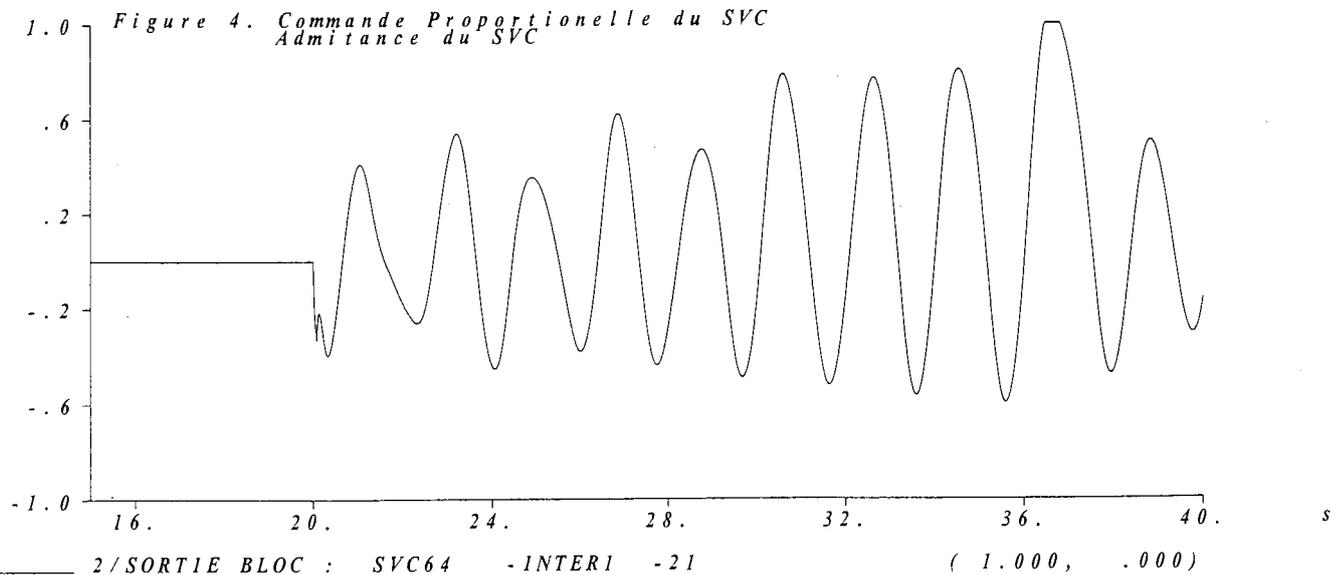
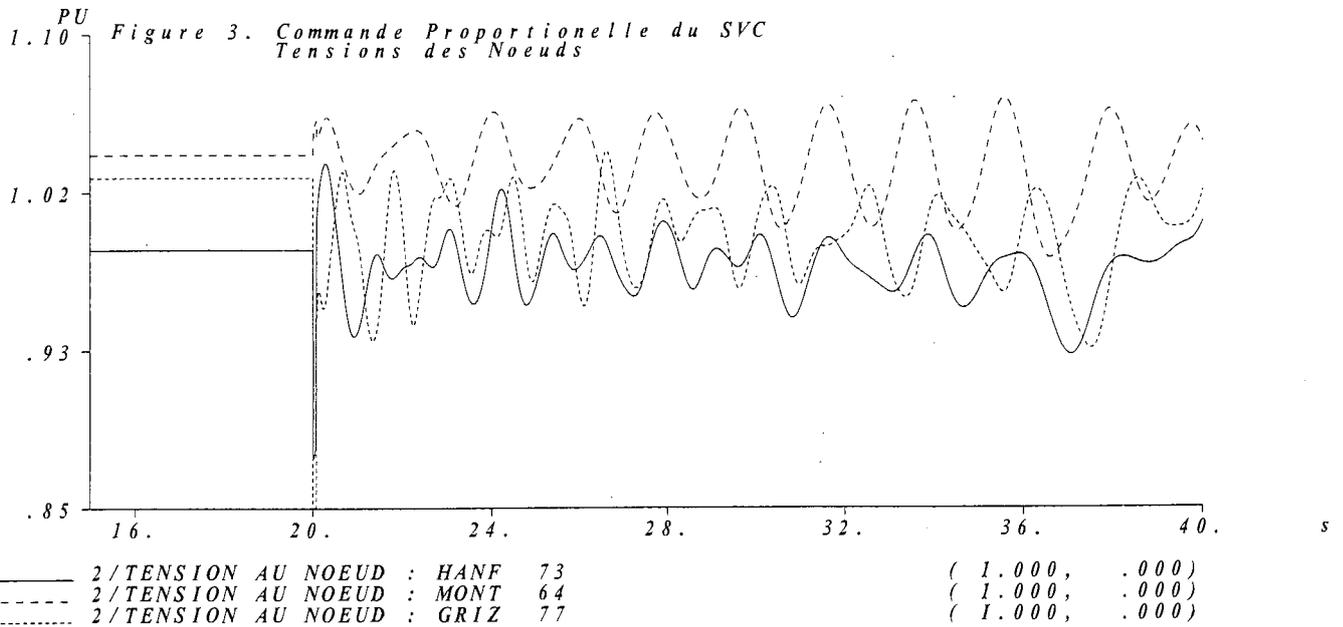
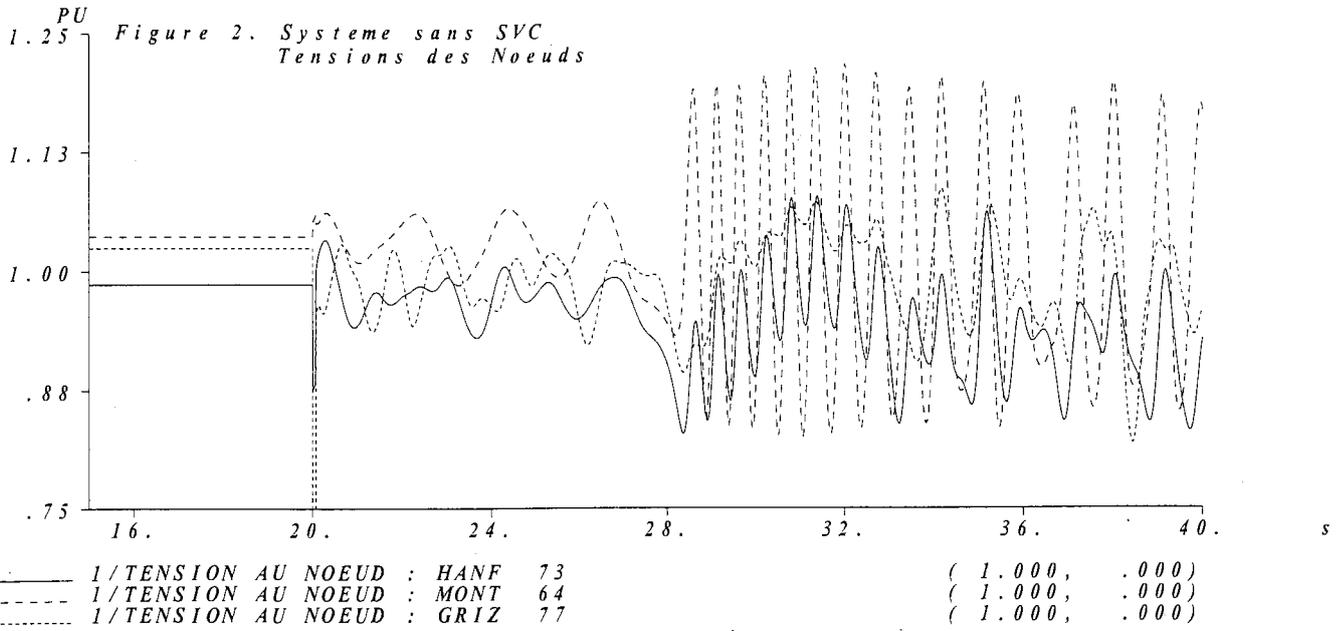
*Tableau 1 Identification de Cas Simulés*

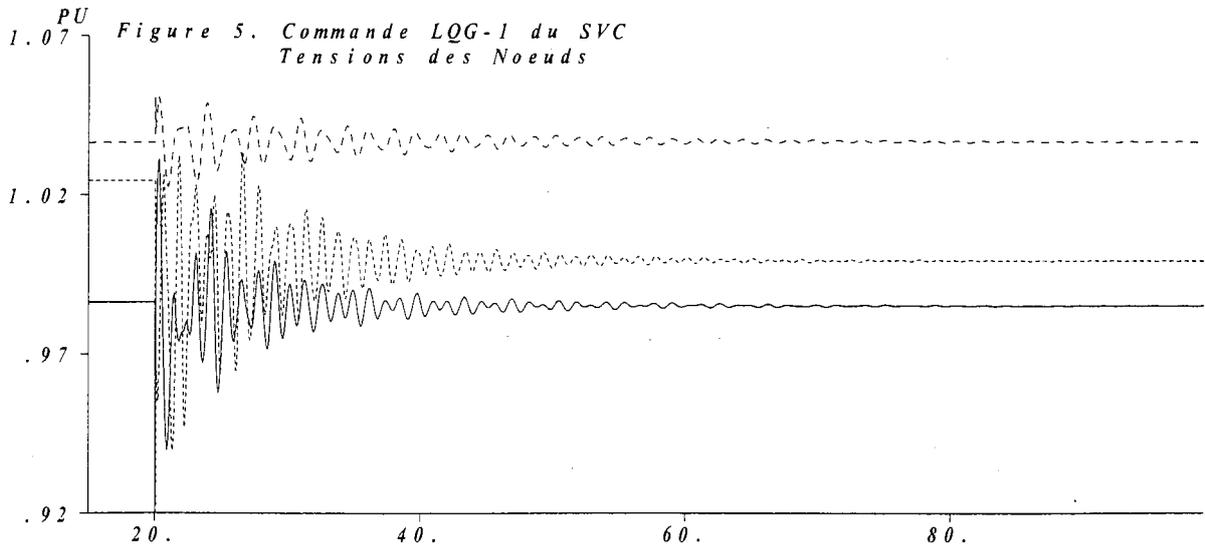
Nom du Cas	Description
WSCC1_0	Système sans SVC
WSCC1_K	Système avec SVC qui a une commande proportionnelle
WSCC1_LQG_1	Système avec SVC qui a la commande LQG-1 du Chapitre VII
WSCC1_LQG_2	Système avec SVC qui a la commande LQG-2 du Chapitre VII
WSCC1_HINF_1	Système avec SVC qui a la commande $H_{\infty}$ -1 du Chapitre VII
WSCC1_HINF_2	Système avec SVC qui a la commande $H_{\infty}$ -2 du Chapitre VII

Le Tableau 2 présente une description de chaque figure présentée après celui-ci dans le même ordre.

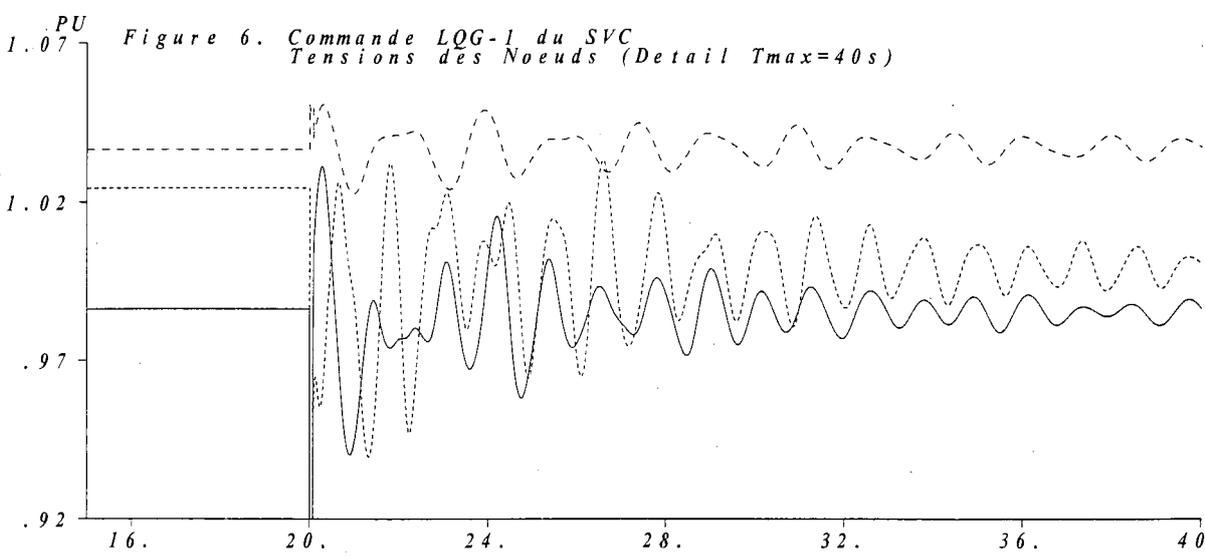
**Tableau 2 Description des Figures**

<b>Figure</b>	<b>Description</b>
2	Tensions des nœuds HANF73, MONT 64 et GRIZ 77. Système sans SVC
3	Tensions des nœuds HANF73, MONT 64 et GRIZ 77. Système avec SVC qui a une commande proportionnelle.
4	Admittance du SVC (sortie bloc : svc64-inter-1-21) cas Figure 2
5	Tensions des nœuds HANF73, MONT 64 et GRIZ 77. Système avec SVC qui a la commande LQG-1.
6	Détail figure 4 (jusqu'à t=40 s)
7	Admittance du SVC, cas figure 4
8	Tensions des nœuds HANF73, MONT 64 et GRIZ 77. Système avec SVC qui a la commande LQG-2.
9	Détail figure 7 (jusqu'à t=40 s)
10	Admittance du SVC, cas figure 7
11	Tensions des nœuds HANF73, MONT 64 et GRIZ 77. Système avec SVC qui a la commande $H_{\infty}$ -1.
12	Détail figure 10 (jusqu'à t=40 s)
13	Admittance du SVC, cas figure 10
14	Tensions des nœuds HANF73, MONT 64 et GRIZ 77. Système avec SVC qui a la commande $H_{\infty}$ -2.
15	Détail figure 13 (jusqu'à t=40 s)
16	Admittance du SVC, cas figure 13
17	Comparaison de la tension du SVC (nœud MONT64) - commande $H_{\infty}$ -1 et Commande LQG-1.
18	Comparaison de la tension du SVC (nœud MONT64) - commande $H_{\infty}$ -1 et Commande $H_{\infty}$ -2.
19	Comparaison de la tension du SVC (nœud MONT64) - commande $H_{\infty}$ -1 et Commande LQG-2.
20	Comparaison de l'admittance du SVC (nœud MONT64) - commande $H_{\infty}$ -1 et Commande LQG-1.
21	Comparaison de l'admittance du SVC (nœud MONT64) - commande $H_{\infty}$ -1 et Commande $H_{\infty}$ -2.
22	Comparaison de l'admittance du SVC (nœud MONT64) - commande $H_{\infty}$ -1 et Commande LQG-2.

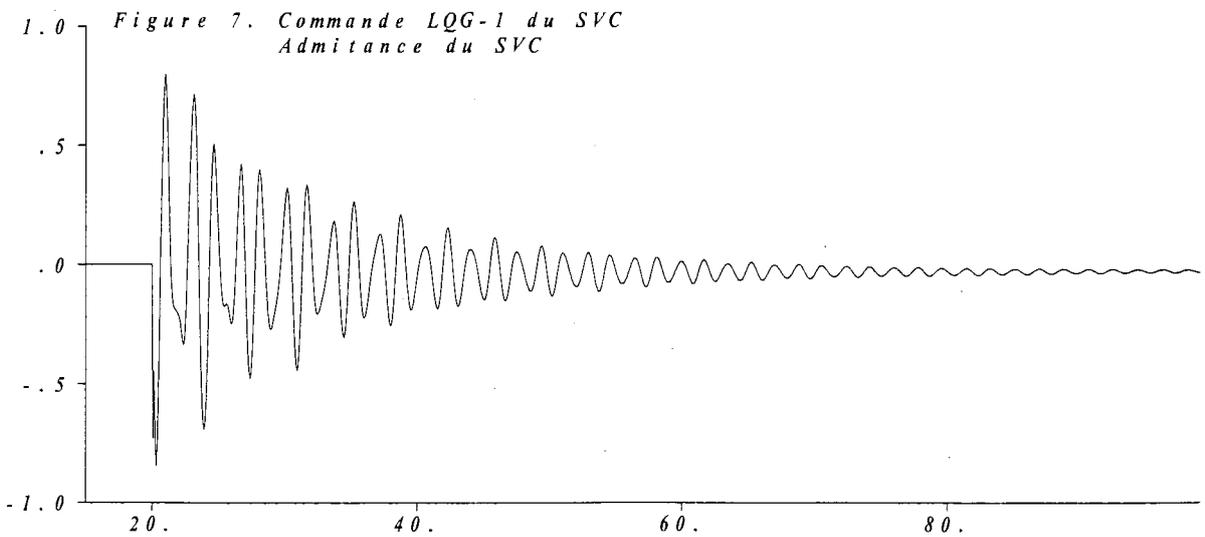




—————	1/TENSION AU NOEUD : HANF	73	( 1.000, .000)
- - - - -	1/TENSION AU NOEUD : MONT	64	( 1.000, .000)
.....	1/TENSION AU NOEUD : GRIZ	77	( 1.000, .000)

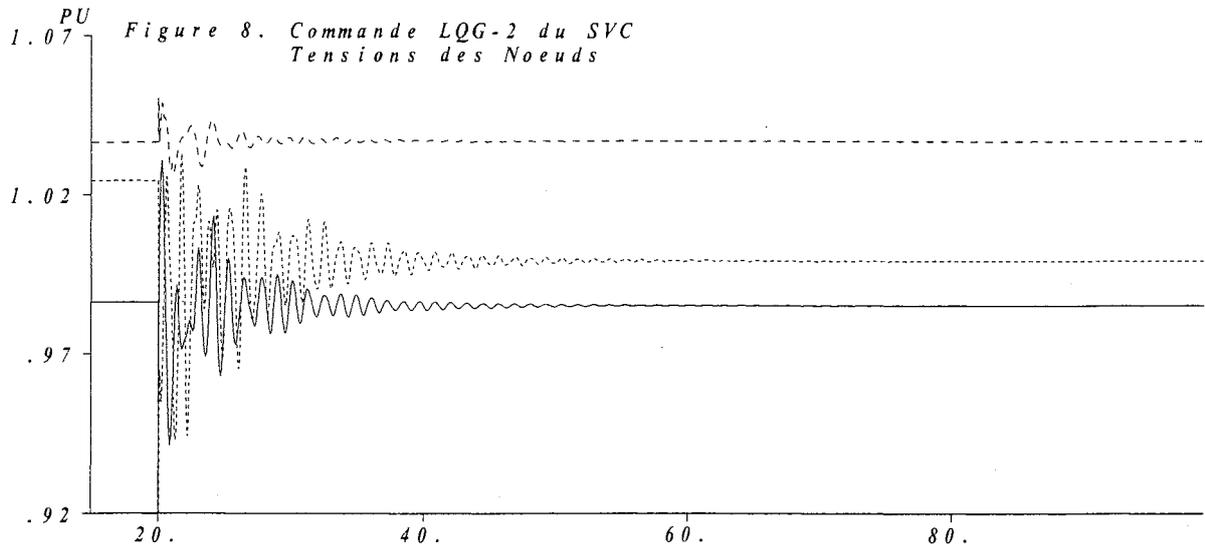


—————	1/TENSION AU NOEUD : HANF	73	( 1.000, .000)
- - - - -	1/TENSION AU NOEUD : MONT	64	( 1.000, .000)
.....	1/TENSION AU NOEUD : GRIZ	77	( 1.000, .000)



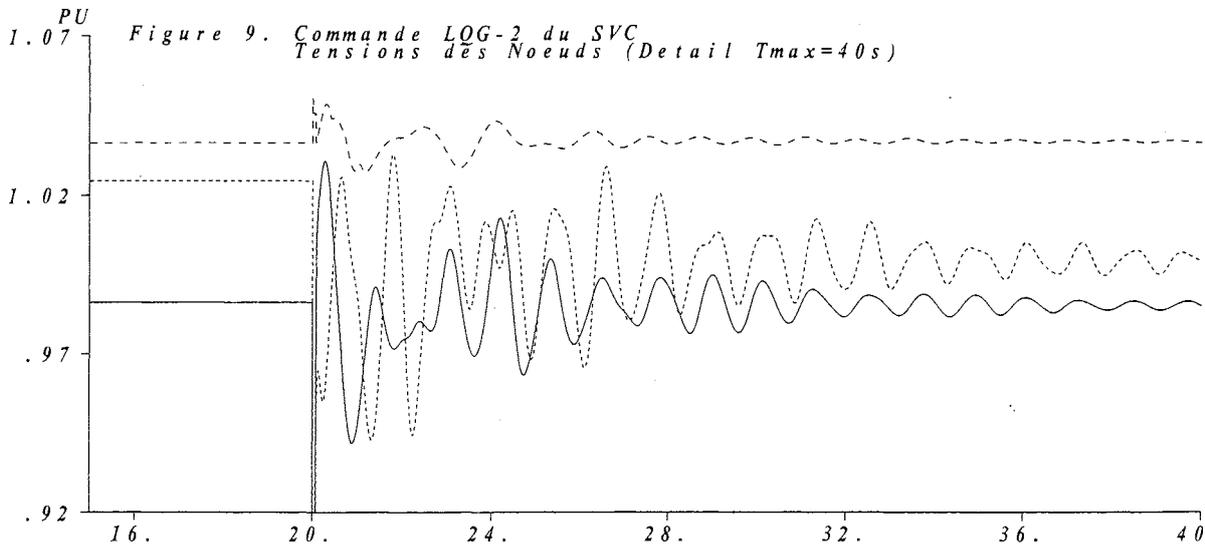
—————	1/SORTIE BLOC : SVC64	-INTERS	-21	( 1.000, .000)
-------	-----------------------	---------	-----	----------------

Figure 8. Commande LQG-2 du SVC  
Tensions des Noeuds



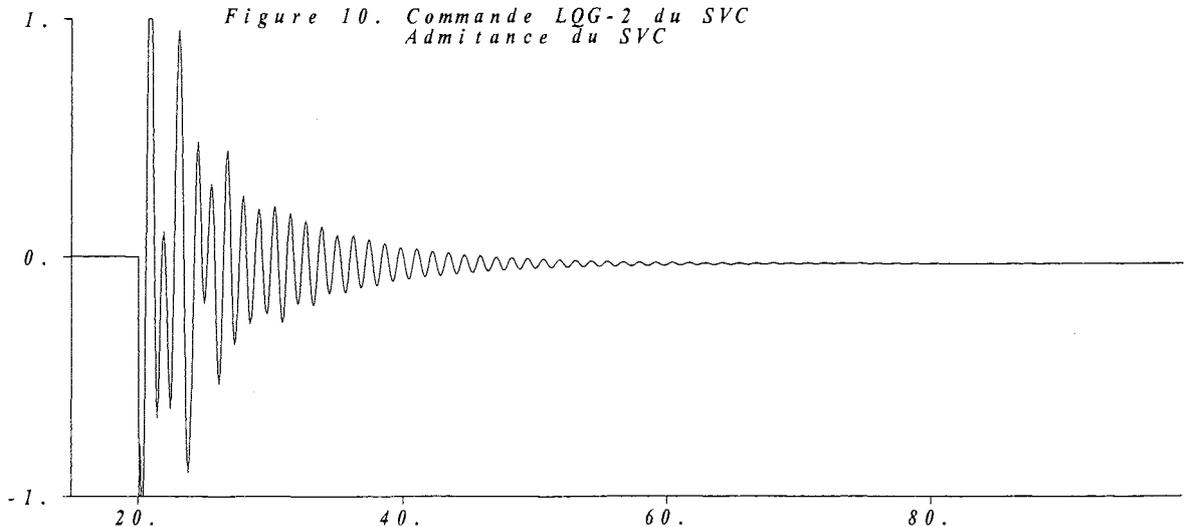
\_\_\_\_\_ 1/TENSION AU NOEUD : HANF 73 ( 1.000, .000 )  
 - - - - - 1/TENSION AU NOEUD : MONT 64 ( 1.000, .000 )  
 . . . . . 1/TENSION AU NOEUD : GRIZ 77 ( 1.000, .000 )

Figure 9. Commande LQG-2 du SVC  
Tensions des Noeuds (Detail Tmax=40s)

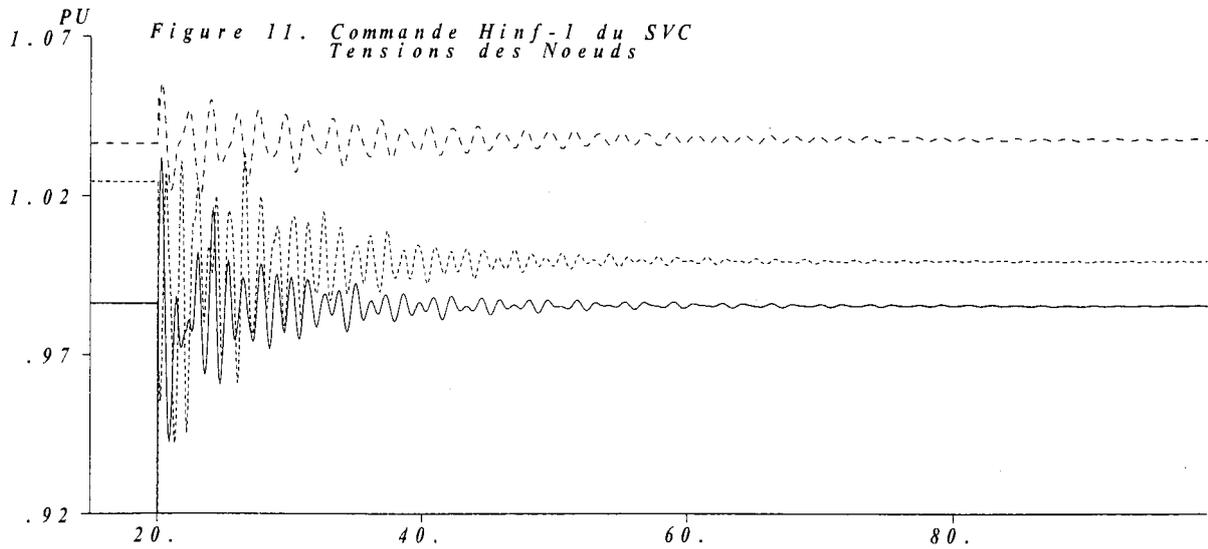


\_\_\_\_\_ 1/TENSION AU NOEUD : HANF 73 ( 1.000, .000 )  
 - - - - - 1/TENSION AU NOEUD : MONT 64 ( 1.000, .000 )  
 . . . . . 1/TENSION AU NOEUD : GRIZ 77 ( 1.000, .000 )

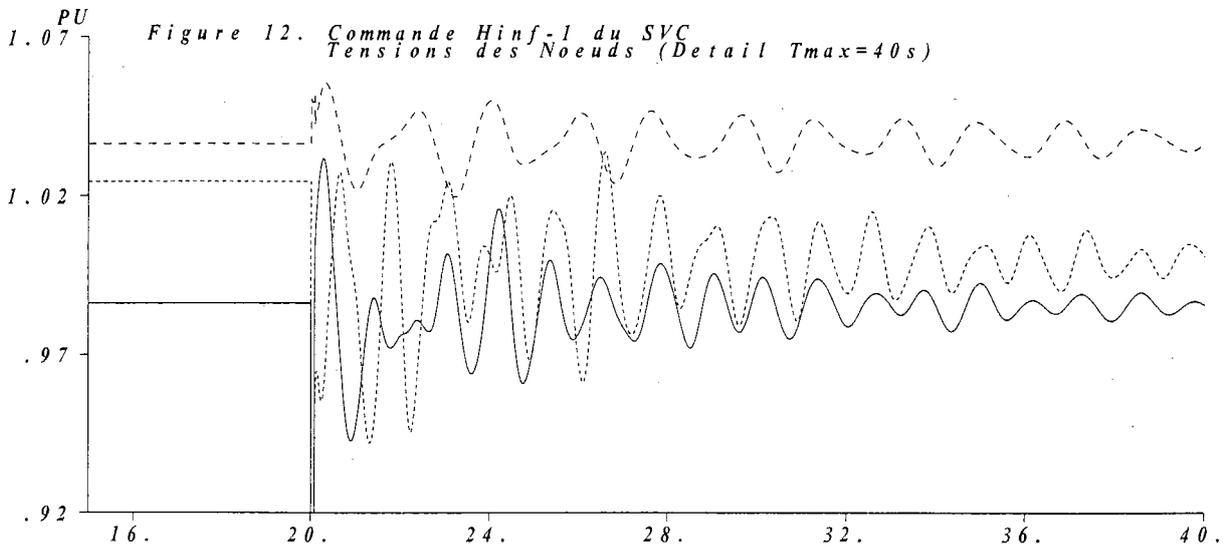
Figure 10. Commande LQG-2 du SVC  
Admittance du SVC



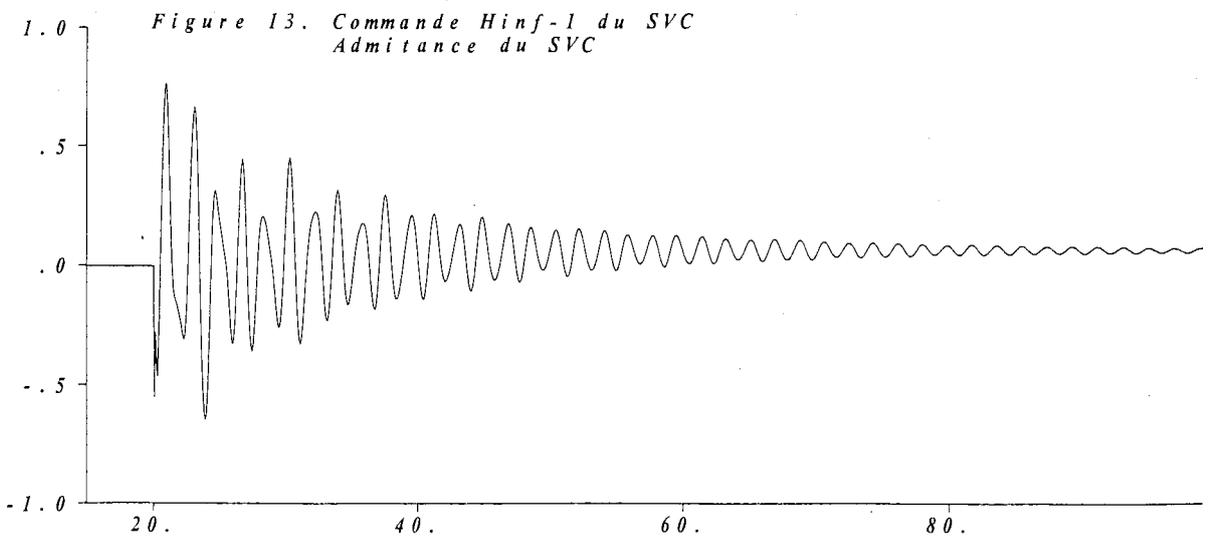
\_\_\_\_\_ 1/SORTIE BLOC : SVC64 -INTER5 -21 ( 1.000, .000 )



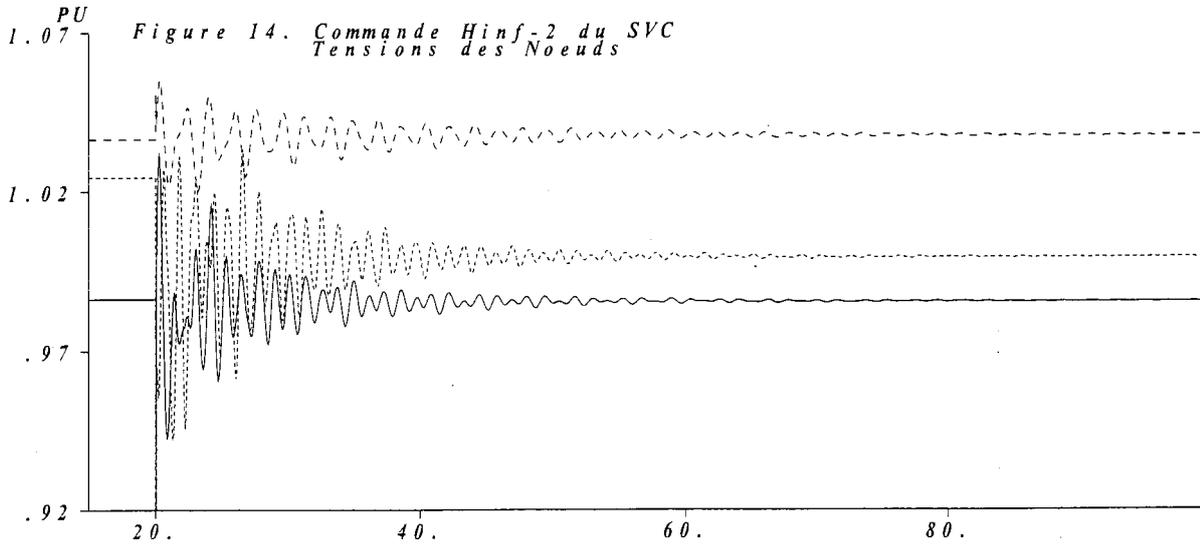
—————	1/TENSION AU NOEUD : HANF	73	( 1.000, .000)
- - - - -	1/TENSION AU NOEUD : MONT	64	( 1.000, .000)
.....	1/TENSION AU NOEUD : GRIZ	77	( 1.000, .000)



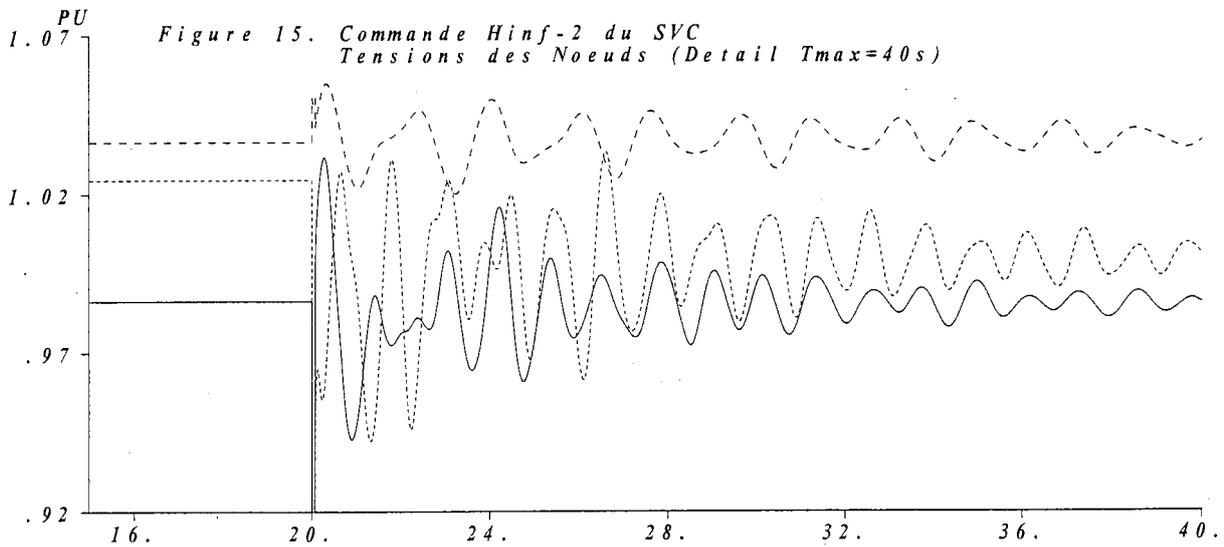
—————	1/TENSION AU NOEUD : HANF	73	( 1.000, .000)
- - - - -	1/TENSION AU NOEUD : MONT	64	( 1.000, .000)
.....	1/TENSION AU NOEUD : GRIZ	77	( 1.000, .000)



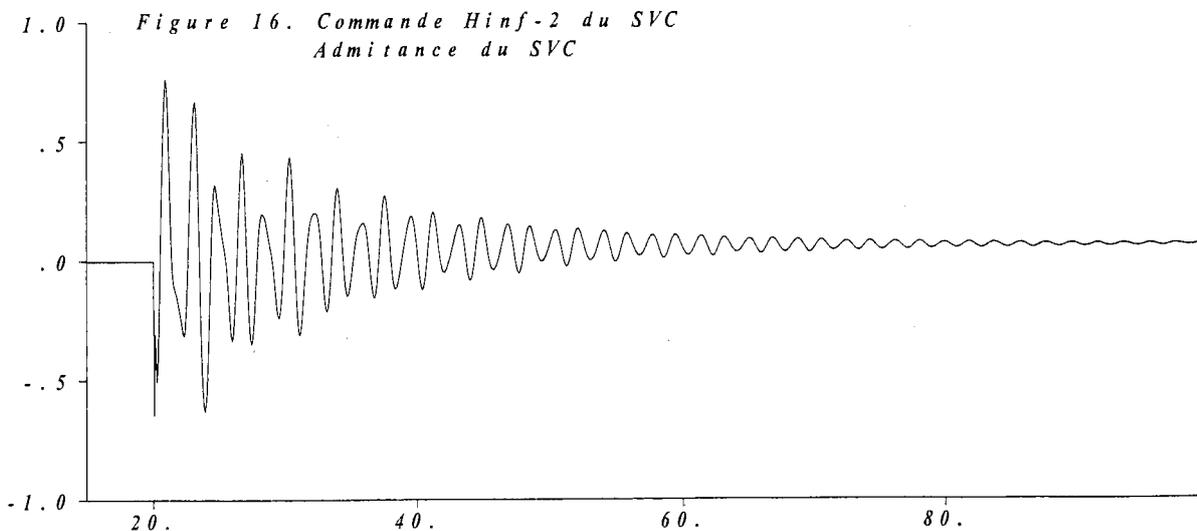
—————	1/SORTIE BLOC : SVC64	-INTER5	-21	( 1.000, .000)
-------	-----------------------	---------	-----	----------------



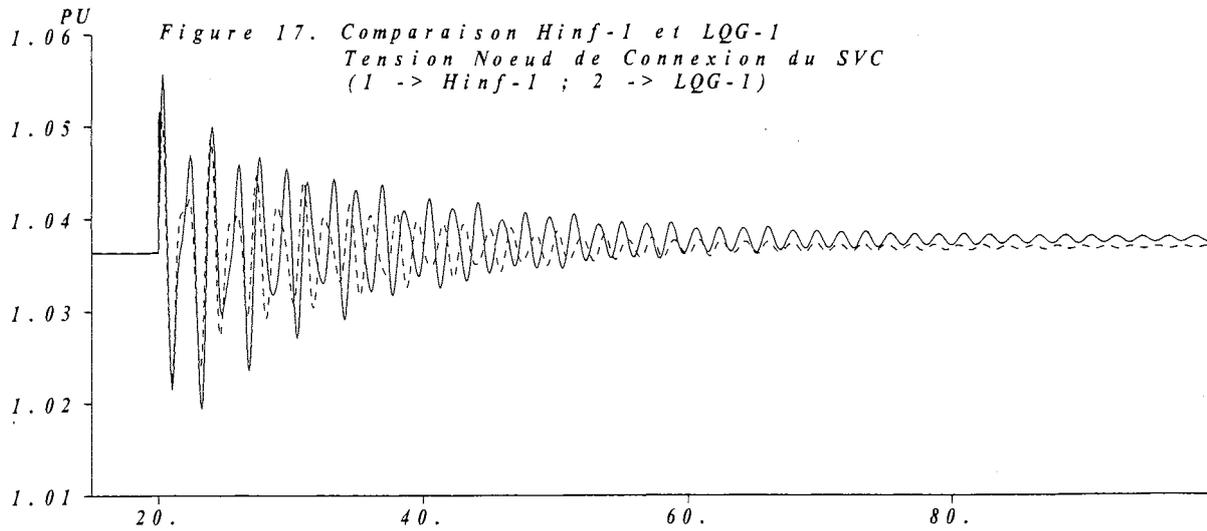
\_\_\_\_\_ I/TENSION AU NOEUD : HANF 73 ( 1.000, .000 )  
 - - - - - I/TENSION AU NOEUD : MONT 64 ( 1.000, .000 )  
 . . . . . I/TENSION AU NOEUD : GRIZ 77 ( 1.000, .000 )



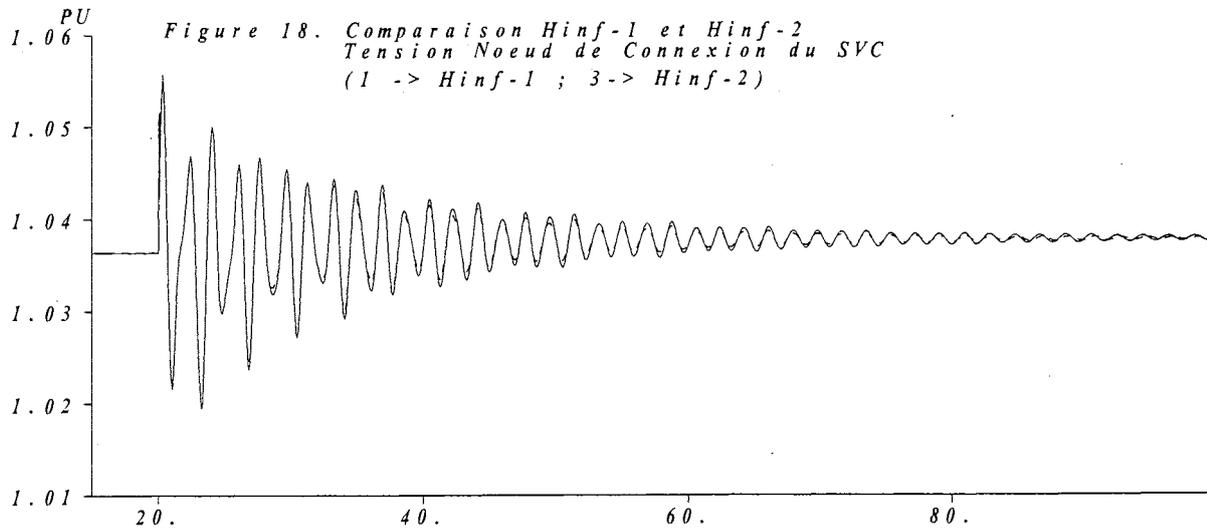
\_\_\_\_\_ I/TENSION AU NOEUD : HANF 73 ( 1.000, .000 )  
 - - - - - I/TENSION AU NOEUD : MONT 64 ( 1.000, .000 )  
 . . . . . I/TENSION AU NOEUD : GRIZ 77 ( 1.000, .000 )



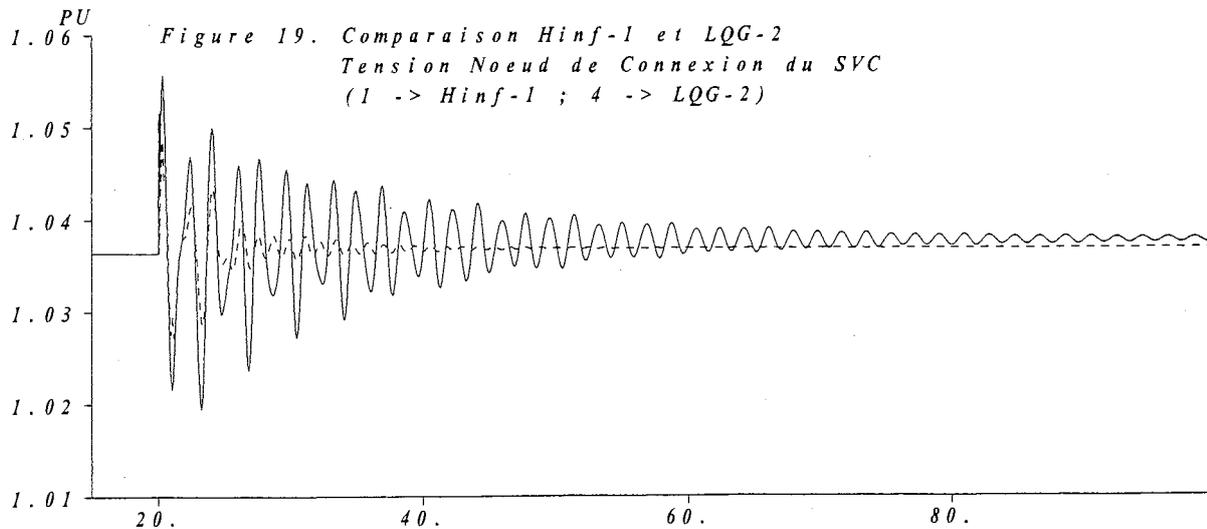
\_\_\_\_\_ I/SORTIE BLOC : SVC64 -INTER5 -21 ( 1.000, .000 )



1/TENSION AU NOEUD : MONT 64 ( 1.000, .000)  
2/TENSION AU NOEUD : MONT 64 ( 1.000, .000)

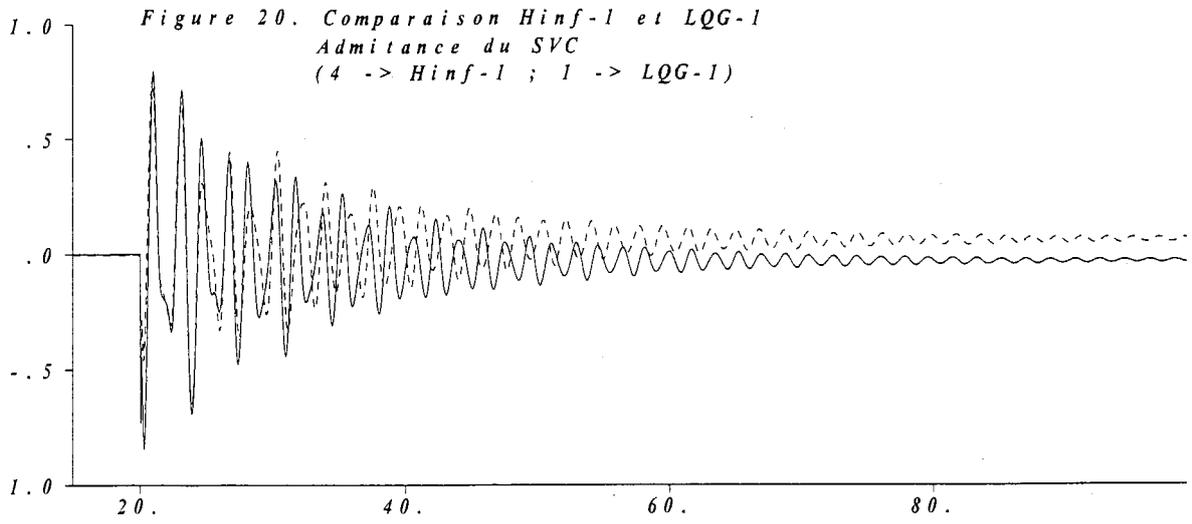


1/TENSION AU NOEUD : MONT 64 ( 1.000, .000)  
3/TENSION AU NOEUD : MONT 64 ( 1.000, .000)

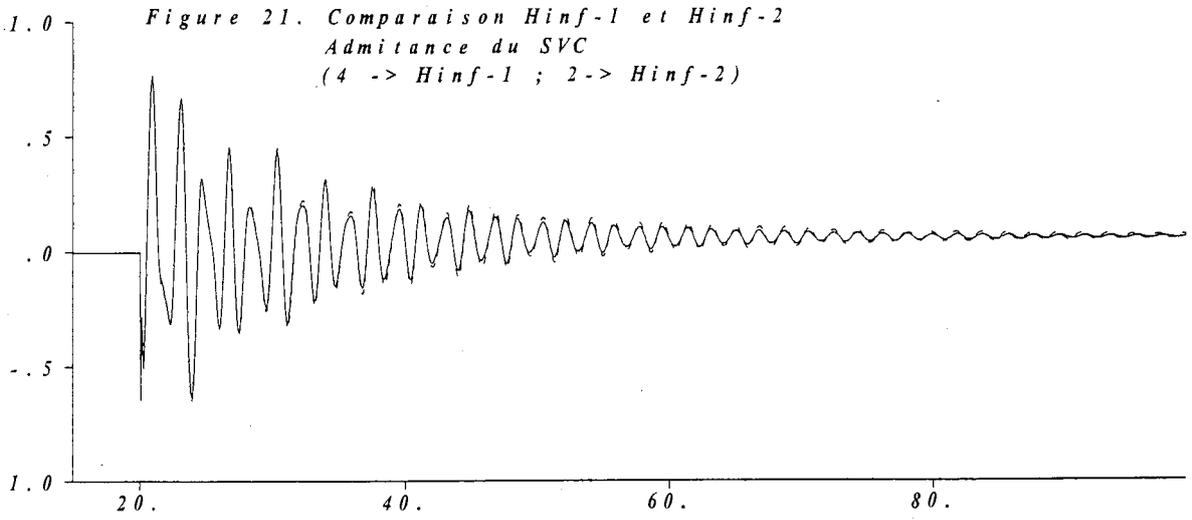


1/TENSION AU NOEUD : MONT 64 ( 1.000, .000)  
4/TENSION AU NOEUD : MONT 64 ( 1.000, .000)

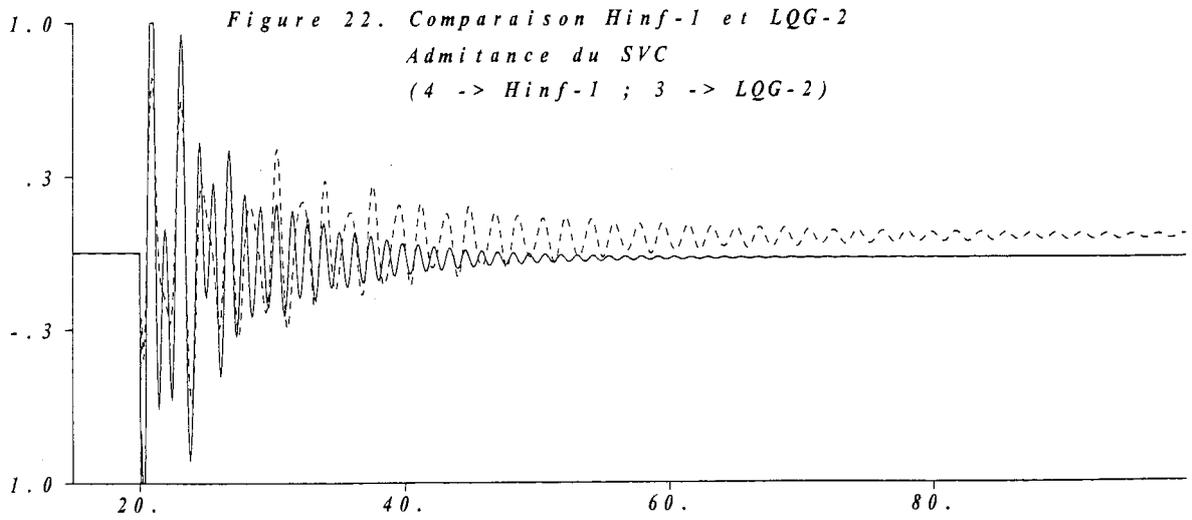
1/wsccl\_hinf\_1 CREE LE 17/06/98 A 11:16:00  
2/wsccl\_lqg\_1 CREE LE 17/06/98 A 13:41:35  
3/wsccl\_hinf\_2 CREE LE 17/06/98 A 11:45:17  
4/wsccl\_lqg\_2 CREE LE 17/06/98 A 14:24:14



1/SORTIE BLOC : SVC64 -INTER5 -21 ( 1.000, .000)  
4/SORTIE BLOC : SVC64 -INTER5 -21 ( 1.000, .000)



2/SORTIE BLOC : SVC64 -INTER5 -21 ( 1.000, .000)  
4/SORTIE BLOC : SVC64 -INTER5 -21 ( 1.000, .000)



3/SORTIE BLOC : SVC64 -INTER5 -21 ( 1.000, .000)  
4/SORTIE BLOC : SVC64 -INTER5 -21 ( 1.000, .000)

1/wsccl\_lqg\_1 CREE LE 17/06/98 A 13:41:35  
2/wsccl\_hinf\_2 CREE LE 17/06/98 A 11:45:17  
3/wsccl\_lqg\_2 CREE LE 17/06/98 A 14:24:14  
4/wsccl\_hinf\_1 CREE LE 17/06/98 A 11:16:00







---

## RESUME

Cette Thèse traite de la modélisation des réseaux électriques comportant des compensateurs statiques de puissance réactive (SVC). La modélisation est basée sur des modèles d'ordre réduit utilisant la réduction par troncature des valeurs singulières de Hankel et l'identification dynamique N4Sid. Pour le cas de réseaux comportant plusieurs SVC ou composants FACTS (Flexible AC Transmission Systems), on a proposé une structure de modélisation par sous-systèmes calculée par des techniques d'ordre réduit. Ces modèles réduits permettent de calculer des lois de commande type LQG (Linear Quadratic Gaussian Regulator) et des commandes robustes d'ordre réduit qui ont des performances supérieures par rapport aux correcteurs traditionnels des SVC (commande proportionnelle). Avec la structure en sous-systèmes, on a proposé des méthodes de calcul des correcteurs décentralisés appliqués aux réseaux électriques. D'autre part, on a proposé une technique d'analyse de la robustesse des réseaux en utilisant la théorie d'analyse des valeurs singulières structurées, permettant de déterminer les frontières de stabilité basées en le calcul des fonctions de transfert de l'ensemble système-commande. Les différentes techniques développées dans le cadre de cette thèse sont appliquées à un réseau test de 11 nœuds et à un grand réseau électrique et donnent des résultats très satisfaisants.

---

## ABSTRACT

This thesis studies the modeling and analysis of power system containing static VAR compensators (SVC). Low-order models, calculated by Hankel singular-value truncation reduction and N4Sid dynamic identification, provide the foundation for the modeling and analysis techniques. For cases where many SVCs or FACTS (Flexible AC Transmission Systems) devices are installed in a power system, a new subsystem structure based on these low-order modeling techniques has been developed. The proposed low-order models allow the computation of low-order LQG-type (Linear Quadratic Gaussian Regulator) control laws, as well as low-order robust controls, which provide a better performance relative to traditional SVC controls (proportional type). Using the subsystem structure formulated in this thesis, methods for calculating decentralized controllers for power systems have been conceived. In addition, through the use of structured singular values, a new robustness analysis technique has been developed which allows the determination of stability boundaries through the calculation of closed-loop transfer functions. The theoretical approaches in this work have been applied to a test power system containing 11 nodes, as well as a larger 173-node test system.

---

## MOTS-CLES

FACTS, commande robuste de FACTS, réseaux électriques, stabilité, régulation de tension, Simulation du réseau.