



HAL
open science

Etude de la dispersion horizontale en zone littorale sous l'effet de la circulation tridimensionnelle forcée par les vagues - Application à la baie de Saint Jean de Luz - Ciboure et au littoral de Guéthary-Bidart

Matthias T. Delpey

► **To cite this version:**

Matthias T. Delpey. Etude de la dispersion horizontale en zone littorale sous l'effet de la circulation tridimensionnelle forcée par les vagues - Application à la baie de Saint Jean de Luz - Ciboure et au littoral de Guéthary-Bidart. *Dynamique des Fluides [physics.flu-dyn]*. Université de Bretagne occidentale - Brest, 2012. Français. NNT: . tel-00814446

HAL Id: tel-00814446

<https://theses.hal.science/tel-00814446>

Submitted on 17 Apr 2013

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



université de bretagne
occidentale



THÈSE / UNIVERSITÉ DE BRETAGNE OCCIDENTALE

sous le sceau de l'Université européenne de Bretagne

pour obtenir le titre de

DOCTEUR DE L'UNIVERSITÉ DE BRETAGNE OCCIDENTALE

Mention : océanographie physique

École Doctorale des Sciences de la Mer

présentée par

Matthias Delpy

Préparée conjointement au sein
de la société Lyonnaise des Eaux
et

du Laboratoire d'Océanographie Spatiale de
l'Ifremer

Etude de la dispersion horizontale en zone littorale sous l'effet de la circulation tridimensionnelle forcée par les vagues

Application à la baie de Saint Jean de
Luz - Ciboure et au littoral de
Guéthary - Bidart

Thèse soutenue le 26 novembre 2012

devant le jury composé de :

Michel Benoit

HDR, EDF R&D, Laboratoire Saint-Venant / *Rapporteur*

Philippe Bonneton

DR CNRS, EPOC Université Bordeaux 1 / *Rapporteur*

Xavier Carton

PR, Université de Bretagne Occidentale / *Président du jury*

Pascal Lazure

DR, DYNECO-PHYSED Ifremer / *Invité*

Patrick Marsaleix

CR CNRS, LA Université de Toulouse / *Examineur*

Fabrice Ardhuin

HDR, LOS Ifremer / *Directeur de thèse*

Pantxika Otheguy

DR, RPT Lyonnaise des Eaux / *Encadrante entreprise*

Titre : Etude de la dispersion horizontale en zone littorale sous l'effet de la circulation tridimensionnelle forcée par les vagues - Application à la baie de Saint Jean de Luz - Ciboure et au littoral de Guéthary-Bidart

Résumé : Ce travail de thèse apporte des éléments en vue d'une meilleure compréhension de la circulation et des processus de dispersion associés aux vagues à proximité des plages. Un outil de modélisation numérique opérationnelle a été développé, fondé sur le modèle spectral d'état de mer WAVEWATCH III[®] et le modèle hydrodynamique 3-D MOHID Water. Le code MOHID a été étendu à l'approche glm2z pour la représentation des interactions 3-D vagues-courant. Les développements théoriques permettant l'obtention des équations glm2z sont rassemblés et détaillés dans ce travail. L'implémentation de ces équations au sein de l'outil de modélisation est exposée. L'outil construit est validé sur deux cas académiques, où est mise en évidence sa capacité à reproduire la solution fournie par des modèles numériques de référence. Par la suite, la modélisation est combinée à des observations *in situ* pour étudier deux sites de la côte Sud Atlantique française. Ces sites correspondent à des configurations littorales complexes, associant une influence significative des vagues et une stratification haline notable de la colonne d'eau. La confrontation des résultats du calcul 3-D aux mesures fournit des résultats encourageants et apporte des éléments utiles pour la compréhension de la variabilité des courants et des profils de salinité observés. Une baie estuarienne semi-fermée est tout d'abord étudiée. La modélisation y suggère un effet significatif des vagues sur la dispersion des panaches estuariens, susceptible d'impacter la vidange globale de la baie à l'échelle d'un épisode de précipitations. Le second site d'application permet l'étude de la circulation intense induite par les vagues au-dessus d'un système barre/chenal, ainsi que la dispersion des eaux douces introduites par une rivière dans la zone de déferlement. Ce travail fournit finalement un outil de modélisation 3-D pour l'étude de la circulation et du transport sous l'effet de l'ensemble des forçages littoraux.

Mots clés : interactions vagues-courant, modélisation numérique 3-D, mesures *in situ*, dispersion, panaches estuariens, dynamique littorale.



Title : Horizontal nearshore dispersion under the effect of the three dimensional circulation forced by waves - Application to the bay of Saint Jean de Luz - Ciboure and the beaches of Guéthary-Bidart.

Abstract : This work aimed at providing a better understanding of nearshore circulation and dispersion processes under the effect of waves. An operational numerical modeling tool was developed, based on the spectral wave model WAVEWATCH III[®] and the 3-D hydrodynamical model MOHID Water. The MOHID implementation was extended to the glm2z approach for 3-D wave-current interactions. Theoretical developments leading to glm2z equations are gathered and detailed in the present work. The numerical implementation of glm2z equations is described. The model is validated in academic cases, in which the obtained solution is shown to be consistent with that provided by reference numerical models.

Both numerical modeling and *in situ* measurements are then used to study two nearshore environments, located on the French South Atlantic coast. These complex areas combine a significant effect of waves on dynamics and remarkable salinity stratification. Comparison of 3-D model results with field data are encouraging and offers interesting insights for current and salinity profile variability. Dynamics of a semi-enclosed estuarine bay is first studied. Modeling results suggest that waves may have a significant impact on river plumes, leading to a reduction of the global bay flushing during a raining event. The second study site allows the investigation of the intense circulation generated by waves over a ridge and runnel system, and the dispersion of freshwaters introduced in the surfzone by a small river. Finally, this work provides a 3-D numerical modeling tool for the study of the circulation and related transports under the effects of nearshore forcings.

Keywords : wave-current interactions, 3-D numerical modeling, *in situ* measurements, dispersion, river plumes, nearshore.



Remerciements

Ce travail de thèse a été l'occasion de collaborations et d'échanges nombreux durant trois années. Je tiens ici à exprimer ma reconnaissance envers toutes les personnes qui ont contribué à ce projet.

Je remercie tout d'abord chaleureusement mon directeur de thèse, Fabrice Arduin, et mon encadrante à Rivages Pro Tech, Pantxika Otheguy. Fabrice, je te remercie d'avoir accepté de m'encadrer durant cette thèse, bien que son sujet n'ait pas été celui vers lequel tu aurais souhaité m'orienter au départ. Merci pour l'incroyable quantité de choses que j'ai apprises à ton contact pendant ces trois ans. Merci de t'être investi dans ce projet au milieu du bouillonnement scientifique de tes journées. Pantxika, je te suis très reconnaissant de m'avoir offert la chance de réaliser ce travail de thèse au sein de Rivages Pro Tech. Merci d'avoir su concilier mes activités de recherche avec les projets de RPT. Merci pour ta confiance et ton soutien permanents durant ces trois années, et pour l'affection que tu m'as toujours témoignée. Enfin, merci à tous les deux d'avoir accepté le jeu de la convention CIFRE et les contraintes associées pour chacun, en particulier les complications liées à la distance entre Bidart et Brest. A travers Pantxika, je souhaite également remercier la Lyonnaise des Eaux pour le financement de cette thèse.

Je remercie les membres de mon Comité de thèse, Michel Benoit, Bruno Castelle, Franck Dumas et Pascal Lazure, pour leur intérêt pour mon travail et pour leur précieux conseils. Je souhaite également remercier Franck pour nos multiples discussions, qui m'ont beaucoup aidé dans mon travail sur le code de calcul.

Je remercie Philippe Bonneton et Michel Benoit d'avoir accepté d'être rapporteurs de cette thèse. Je les remercie en particulier pour leur conseils et recommandations concernant les chapitres d'application IV et V, qui m'ont permis d'en améliorer la rédaction. Je souhaite également remercier les membres de mon jury Xavier Carton, Pascal Lazure et Patrick Marsaleix, pour l'intérêt porté à mon travail et pour nos échanges lors de ma soutenance.

Je remercie également le Conseil Général des Pyrénées Atlantiques, et plus particulièrement Caroline Sarrade, pour notre collaboration dans le cadre du projet

LOREA. Enfin, je remercie l'Agence Nationale de la Recherche et de la Technologie pour la bourse CIFRE qui m'a été accordée.

Je souhaite également remercier ici mes amis et collègues à Bidart, qui m'ont quotidiennement accompagné, aidé, encouragé, supporté pendant ces trois ans, Agnès, Annabel, Audrey, Aymeric, Gaby, Isabel, Laetitia, Laura, Maiena, Peggy, Pierre-Jean et Séverine. Je tiens à remercier particulièrement Aymeric Jouon, Agnès Pétrau et Pierre-Jean Pouyssegur pour leur contribution certaine à ce travail à travers nos nombreuses discussions, merci pour tous les conseils que vous m'avez offerts, pour votre aide et votre soutien sans faille. Je remercie également Jean-Jacques Perarnaud, notre "informagicien", pour l'aide précieuse qu'il m'a toujours accordée au milieu de ses nombreuses sollicitations.

Je remercie chaleureusement Jean-François Filipot pour son aide, ses conseils et ses encouragements, ainsi que pour son grand soutien dans la préparation de ma soutenance, qui m'ont beaucoup aidé.

Je tiens également à remercier Clément Gandon, pour nos riches débats autour de la théorie GLM, qui m'en ont donné plusieurs clés dont j'ai retrouvé plus tard les serrures. Merci à Michael Accensi, sans qui je ne serai jamais arrivé à compiler WaveWatch correctement ni à lancer des runs sur Caparmor.

Je tiens également à remercier ma famille, mes parents, Danielle et Jean-Jacques, et ma sœur Camille pour leurs conseils et leur précieuse relecture, mon frère Jean-Guillaume pour m'avoir accueilli à chacun de mes séjours à Brest.

Galiausiai, ačiū mano Princesei dar mane mylėti po trejų ilgu metų, nepaisant sunkumų, atstumo, rūpesčių ir neaiškios ateities. Greitai mes busim kartu, aš pažadu. As tave bučiuoju mano meile...

Table des matières

I	Introduction	1
I.1	Contexte	1
I.1.1	Accroissement de la pression anthropique sur le milieu naturel . .	1
I.1.2	Le rôle des vagues dans l'environnement littoral	4
I.1.3	Questionnement scientifique	5
I.2	Objectifs et méthode	7
I.3	Organisation du mémoire	10
II	Approches théoriques pour la représentation de la circulation induite par les vagues	13
II.1	Introduction	13
II.1.1	Conciliation des échelles de temps	13
II.1.2	Interactions entre le mouvement moyen et le mouvement oscillant	15
II.1.3	Différents types d'approche vagues-courant	16
II.1.4	Ce chapitre	19
II.2	Notations	19
II.3	Système d'équations considéré	20
II.4	Théorie 2DH vagues-courant	21
II.4.1	Intégration verticale des équations du mouvement	21
II.4.2	Moyenne Eulérienne des équations barotropes	22
II.4.3	Approche proposée par <i>Phillips</i> [1977]	25
II.4.4	Approche proposée par <i>Smith</i> [2006] et <i>Ardhuin</i> [2006]	27
II.4.5	Conclusions	32
II.5	Théorie 3D vagues-courant : description d'une approche Lagrangienne . .	34
II.5.1	Motivations de l'approche 3D Lagrangienne avec séparation des qdm	34
II.5.2	L'opérateur de Moyenne Lagrangienne Généralisée	37
II.5.3	Equations du mouvement GLM	42

II.5.4	Equations asymptotiques du mouvement quasi-Eulérien : approche de <i>Ardhuin et al.</i> [2008b]	47
II.5.5	Conclusions	61
III	Modèles numériques : caractéristiques, extensions apportées et validation	65
III.1	Introduction	65
III.2	Présentation du modèle spectral de vagues : W3	67
III.2.1	Caractéristiques générales	67
III.2.2	Equations du modèle	68
III.2.3	Aspects numériques	70
III.3	Présentation du modèle numérique de l'hydrodynamique : MOHID Water	71
III.3.1	Equations du modèle MOHID	71
III.3.2	Paramétrage du mélange turbulent	77
III.3.3	Résolution numérique	83
III.4	Extension de MOHID aux équations glm2z-RANS de <i>Ardhuin et al.</i> [2008b].	89
III.4.1	Système d'équations implémenté	89
III.4.2	Discretisation des termes liés aux vagues	94
III.4.3	Termes de forçage et articulation entre les codes	99
III.5	Validation de MOHID-GLM	101
III.5.1	Cas-test adiabatique de <i>Bennis et al.</i> [2011]	101
III.5.2	Cas-test de <i>Haas and Warner</i> [2009]	108
III.6	Conclusions	118
IV	Analyse de la dynamique d'une baie estuarienne semi-fermée sous l'effet du forçage des vagues	121
V	Analyse de la dynamique forcée par les vagues au-dessus d'un système barre/chenal estuarien	125
VI	Conclusion	129
VI.1	Rappel des objectifs	129
VI.2	Approche 3D vagues-courant : théorie et mise en œuvre au sein d'un outil de modélisation numérique	130
VI.3	Applications réalistes : circulation et dispersion des apports terrestres dans la zone littorale	132
VI.3.1	Sites étudiés et méthodologie	132
VI.3.2	Site de la baie de Saint Jean de Luz - Ciboure	133
VI.3.3	Site de la plage de l'Uhabia	133
VI.4	Bilan	133

VI.5 Perspectives	134
VI.5.1 Poursuite du développement de la modélisation	134
VI.5.2 Futures applications	137
Bibliographie	139
A Compléments des développements présentés dans le cadre de l’approche glm2z-RANS	153
A.1 Equations glm2z-RANS en présence d’un cisaillement vertical quelconque de \bar{u}	153
A.2 Détails du calcul du jacobien J de la transformation GLM dans le cadre de l’approche glm2z-RANS	155
B Compléments de l’étude de la plage de l’Uhabia	157
C Articulation des modèles littoraux avec un modèle côtier	159
C.1 Modèles et stratégie d’articulation	159
C.2 Validation du courant de surface	163
D Article soumis pour publication : Effects of waves on coastal water dispersion in a small estuarine bay	167

Chapitre I

Introduction

Le travail de recherche exposé dans ce mémoire a pour objet la dispersion en zone littorale sous l'effet de la circulation et du mélange tridimensionnels induits par les vagues. Face à la pression anthropique grandissante sur l'environnement côtier, en particulier sur la qualité de l'eau, cette étude apporte des éléments en vue d'une meilleure compréhension de la dynamique des apports terrestres dans la zone littorale, à l'échelle d'une ou d'un ensemble de plage(s). Dans ce chapitre sont exposés le contexte et le questionnement scientifique ayant motivé les recherches rapportées ci-après. Les objectifs de ce travail de thèse et l'organisation du mémoire sont également présentés.

I.1 Contexte

I.1.1 Accroissement de la pression anthropique sur le milieu naturel

Interface entre nos sociétés et la mer, le littoral est une zone d'activités privilégiée. Il recouvre des intérêts économiques majeurs, historiquement liés à la pêche, au commerce maritime et à la construction navale. Ces secteurs ont été progressivement supplantés durant le siècle dernier par le développement considérable du tourisme, qui domine aujourd'hui largement l'économie maritime. D'après les Données économiques françaises publiées par l'Institut Français de Recherche pour l'Exploitation de la Mer (Ifremer) en 2009, le tourisme concentre désormais 40% de la valeur ajoutée de l'économie maritime française, soit plus de 11 milliards d'euros sur les 27.5 générés en 2007, et presque la moitié des emplois du secteur maritime (voir Figure I.1). Du fait de l'expansion continue du secteur touristique balnéaire, l'occupation du domaine littoral a fortement augmenté. L'espace est consommé par de nombreuses constructions résidentielles, infrastructures portuaires de plaisance, installations commerciales ou de restauration. Il

en est de même de l'estran et des eaux littorales, utilisés pour la navigation de plaisance, la baignade, ou encore les sports nautiques.

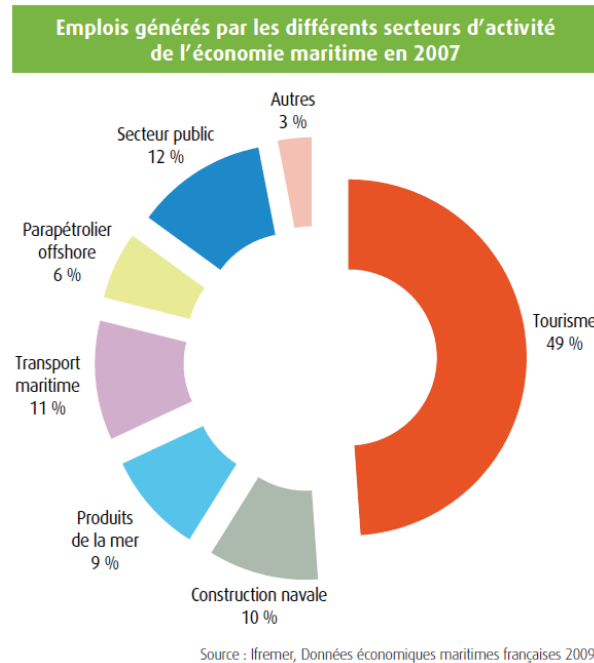


FIGURE I.1 – Répartition des emplois dans les secteurs d'activité de l'économie maritime en 2007. Source : Références "Environnement littoral et marin", Commissariat Général au Développement Durable (Service de l'observation et des statistiques), mai 2011.

La contrepartie de l'activité économique générée par le tourisme est d'abord une exposition accrue aux aléas maritimes, notamment l'érosion et les submersions marines. Dans de nombreuses zones, le trait de côte est en recul, ce qui menace l'intégrité des aménagements littoraux. Le risque de submersion marine s'est quant à lui dernièrement illustré de manière tragique en Europe lors de la tempête Xynthia à la fin du mois de février 2010, dont le bilan humain et matériel fut sans précédent. L'intensification des activités littorales s'accompagne ensuite logiquement d'une forte croissance de la pression anthropique sur le milieu naturel. Cette pression s'exerce sur les espèces et leur habitat (faune et flore marines, avifaune occupant les estrans). Elle se traduit également par une augmentation des risques de pollution bactérienne ou chimique des eaux côtières, qui touchent les usagers de la mer tout comme la faune et la flore locales.

La place du tourisme dans l'activité maritime fait du maintien de la qualité des eaux littorales un enjeu majeur, que ce soit en termes de santé, d'environnement ou d'économie [Grant et al., 2005; Given et al., 2006]. La densification de la bande côtière



FIGURE I.2 – Image SPOT illustrant l'importance des apports terrestres dans la zone côtière Sud Aquitaine (composition colorée SPOT4-20m, prise le 16-09-2008).

accroît le risque de contamination des eaux environnantes par les apports des bassins versants et des réseaux d'assainissement des villes. L'amélioration des techniques de traitement des eaux usées et pluviales permet aujourd'hui souvent (mais pas toujours) de réduire les rejets urbains dans le milieu naturel à des volumes limités et quantifiés. Néanmoins, de nombreux fleuves et chenaux tidaux (dans les ports) restent encore le réceptacle de contaminations d'origine terrestre [Boehm *et al.*, 2002; Reeves *et al.*, 2004]. Celles-ci peuvent être directement introduites dans le milieu (*e.g.*, ports de plaisance) ou drainées par le ruissellement des eaux de pluie sur les sols des bassins versants (surfaces urbanisées, campings, surfaces agricoles, élevage, etc.). L'embouchure des fleuves et les sorties de chenaux tidaux constituent ainsi souvent des sources de pollution pour la zone côtière (Figure I.2). Cette problématique, qui recouvre de forts enjeux environnementaux et socio-économiques¹, a fait l'objet d'une prise de conscience collective durant la dernière décennie, accompagnée par l'évolution de la réglementation. En Europe, la Directive Cadre sur l'Eau du 23 octobre 2000 (2000/60/CEE), suivie par la Directive Eaux de Baignade du 15 février 2006 (2006/7/CE), redéfinissent les méthodes d'évaluation de la qualité des eaux côtières et fixent de nouveaux objectifs à atteindre pour l'année 2015. Ceci se traduit notamment par une restriction importante des normes

1. Plusieurs auteurs ont mis en évidence l'importance des différents coûts engendrés par la dégradation de la qualité de l'eau sur un ensemble de plages. Par exemple, en considérant 28 plages s'étalant sur 160 km de la côte Sud californienne, Given *et al.* [2006] ont estimé entre 21 et 51 millions de dollars le coût des contaminations des eaux de baignades pour le système de santé américain au cours de l'année 2000.

de qualité bactérienne pour les eaux récréatives. Ces évolutions illustrent la volonté des gestionnaires du littoral de mettre en place un management raisonné des impacts anthropiques sur le milieu marin. De cette volonté naît le besoin d'éléments d'aide à la décision fondés sur l'étude, l'instrumentation et la modélisation de l'environnement côtier. Le présent travail s'inscrit dans une démarche visant à apporter des éléments de réponse aux besoins de la gestion des eaux littorales.

I.1.2 Le rôle des vagues dans l'environnement littoral

Dans le contexte présenté ci-dessus, la compréhension de la dynamique océanique à proximité des plages est essentielle. Cependant, la zone littorale possède une dynamique complexe, car elle est le lieu de nombreux phénomènes en interaction. La circulation peut être influencée par la marée, le vent, les vagues ou encore les apports des fleuves. Ces forçages s'exercent à des échelles spatiotemporelles variées, et donnent lieu à divers transports de sédiments, d'eau douce ou encore de polluants. Ces transports, induits par la circulation, peuvent influencer en retour les courants. Par exemple, le transport de sédiments peut modifier la bathymétrie et la rugosité de fond pour l'écoulement. La stratification de la colonne d'eau produite par le transport des eaux douces peut également modifier la structure verticale du courant. Parmi les processus littoraux, la circulation et le mélange induits par les vagues ont un rôle majeur dans les environnements exposés à des états de mer énergétiques (Figure I.3). Les vagues peuvent



FIGURE I.3 – L'environnement énergétique de la côte Basque. Photographie prise depuis la Corniche Basque, au Sud de la baie de Saint Jean de Luz - Ciboure (Pyrénées Atlantiques), le 14-12-2011.

fortement impacter la distribution le long de la côte des matières en suspension dans l'eau [e.g., Boehm et al., 2005; Spydell et al., 2007] et sont déterminantes dans les échanges entre les eaux littorales et le large [e.g., Lentz et al., 2008; Reniers et al., 2009]. Dans le même temps, la zone de déferlement est souvent le premier réceptacle des apports terrestres dans le milieu marin (exemple en Figure I.4). Le rôle des vagues est donc capital dans la dispersion de ces apports à proximité des plages.



FIGURE I.4 – Exemple de la plage de l’Uhabia à Bidart (Pyrénées Atlantiques), où la rivière se jette dans la zone de déferlement située devant la plage (le 09-03-2012).

Le présent travail est centré sur l’étude de la circulation et de la dispersion au sein d’environnements littoraux soumis à un climat de vagues énergétique. On s’intéresse en particulier à des zones recevant des apports terrestres significatifs. Pour étudier la dynamique à proximité des plages, l’ensemble des forçages littoraux doit être considéré : la marée peut générer d’importants courants, influencer les apports des fleuves et rivières tidales, et moduler fortement la circulation induite par les vagues ; le vent peut également engendrer un important transport dans la couche de surface ; etc. Aussi, on s’attachera à prendre en compte tous ces forçages, et l’analyse se concentrera sur le rôle des vagues parmi les différents processus littoraux.

I.1.3 Questionnement scientifique

Depuis les travaux pionniers de *Longuet-Higgins and Stewart* [1962, 1964], la circulation littorale forcée par les vagues a été abondamment étudiée par des approches bidimensionnelles horizontales (2DH). Outre leur efficacité au sein des modèles numériques (temps de calcul), ces approches sont justifiées par le fort mélange vertical

induit par les vagues dans la zone de déferlement. La théorie 2DH a permis la description d'un grand nombre de phénomènes liés aux vagues dans le domaine littoral et elle est encore largement utilisée. Cependant, la représentation barotrope atteint une limitation importante lorsqu'il s'agit d'étudier le transport de traceurs dont la concentration n'est pas homogène verticalement. Par exemple, le transport de sédiments près du fond ou le transport d'un panache d'eau douce concentré en surface. La vitesse d'advection de tels traceurs n'est pas la vitesse 2DH, sauf si le courant est homogène verticalement. Or, la dérive induite par les vagues (dérive de Stokes) est toujours fortement cisailée sur la verticale, même dans la zone de déferlement [Miche, 1944]. De plus, si le courant longshore est généralement quasi homogène verticalement, ce n'est pas le cas de la composante cross-shore (*undertow*). Le cisaillement de cette dernière est en outre susceptible d'avoir un effet important sur le mélange horizontal, comparable au mélange turbulent dans la zone de déferlement [Svendsen and Putrevu, 1994]. Enfin, à l'extérieur de cette zone, les courants sagittaux peuvent également exhiber un cisaillement vertical [Haas and Svendsen, 2002; Haas et al., 2003]. Il en est de même des courants générés par le vent, qui sont généralement plus intenses près de la surface.

Face à cette problématique, et considérant les perspectives ouvertes par l'augmentation des capacités de calcul, des approches vagues-courant tridimensionnelles (3D) ont été recherchées au cours des 10 dernières années. Récemment, différentes formulations semblent avoir fait consensus parmi la communauté scientifique [Mc Williams et al., 2004; Arduin et al., 2008b], et ont été implémentées au sein de modèles numériques pour l'étude 3D de circulations littorales [Reniers et al., 2009; Uchiyama et al., 2010; Michaud, 2011]. L'étude ici exposée s'inscrit dans la continuité de ces travaux, avec le cadre de questionnement suivant :

- Quel est le rôle des vagues dans la dispersion en zone littorale ? Quelle peut être leur importance relativement aux autres forçages ?
- Quel est l'importance du caractère 3D de la circulation induite par les vagues dans la zone littorale ? Dans quelles configurations le courant induit par les vagues peut-il exhiber un cisaillement vertical significatif ?
- Quelle est la capacité d'une modélisation numérique 3D vagues-courant à reproduire la circulation observée à l'échelle de la plage, dans une configuration réaliste ?
- Dans ces configurations, quels peuvent être les apports de la prise en compte en 3D du forçage et du mélange induits par les vagues ?

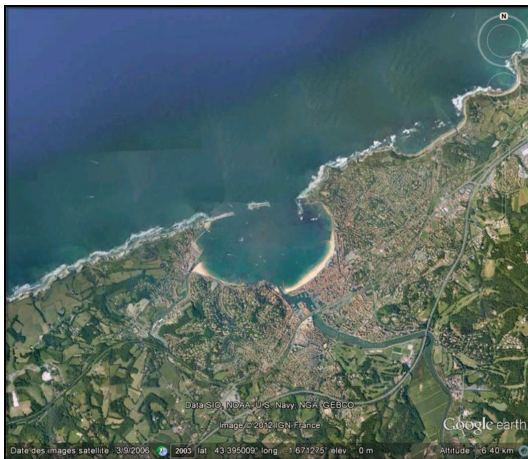
Dans le cadre 2D comme 3D, la modélisation des courants induits par les vagues à l'échelle de la plage reste un défi d'actualité. L'une des spécificités du présent travail est son application à la dispersion d'eau douce dans des configurations estuariennes réalistes.

I.2 Objectifs et méthode

Ce travail de thèse a été réalisé dans le cadre d'une convention CIFRE (Conventions Industrielles de Formation par la REcherche) entre l'Ifremer et le centre Rivages Pro Tech de la Lyonnaise des Eaux. Cette étude est en partie supportée par le projet LOREA (*Littoral, Ocean, Rivers in Euskadi Aquitaine*, www.lorea.eu), auquel Rivages Pro Tech a participé *via* un contrat de recherche avec le Conseil Général des Pyrénées Atlantiques, chef de file du projet.

Dans le contexte exposé précédemment, le travail rapporté dans ce mémoire s'appuie sur l'association d'observations *in situ* et de la modélisation numérique pour l'analyse de la circulation et de la dispersion tridimensionnelles induites par les vagues en zone littorale. Des configurations réalistes sont étudiées sur deux sites d'application, situés sur la côte Sud Aquitaine :

- la baie de Saint Jean de Luz - Ciboure, une zone semi-protégée recevant les apports de deux petites rivières (Figure I.5),
- la plage de l'Uhabia à Bidart, présentant un système barre/chenal largement exposé aux vagues, où se jette également une petite rivière (Figure I.6).



(a)



(b)

FIGURE I.5 – (a) Vue aérienne de la baie de Saint Jean de Luz - Ciboure, le 03-09-2006 (Image Google Earth. Source : Data SIO, NOAA, U.S. Navy, NGA, GEBCO.). (b) Photographie de la zone de déferlement à l'intérieur de la baie, lors de la campagne LOREA2010 (prise le 22-09-2010).



FIGURE I.6 – (a) Vue aérienne de la plage de l'Uhabia à Bidart, le 03-09-2006 (Image Google Earth. Source : TruEarth[®] 15-meter, TerraMetrics.). (b) Photographie du Nord de la plage de l'Uhabia lors de la campagne LOREA2011 (photo : J.P. Boivin, SHOM, le 18-05-2011).

Le présent travail de thèse comporte trois objectifs principaux :

Objectif 1 - Développement d'un outil de modélisation numérique 3D vagues-courant à l'échelle de la plage

L'outil de modélisation numérique doit permettre une représentation du transport 3D de traceurs en présence de vagues, en incluant le cisaillement vertical de la quantité de mouvement (qdm) et du forçage des vagues, ainsi que l'effet de l'état de mer sur le mélange vertical. L'étude utilise le modèle spectral WAVEWATCH III[®] [Tolman, 2002a, 2009; Ardhuin et al., 2010] pour la modélisation des vagues (ci-après W3), et le modèle hydrodynamique 3D MOHID Water [Martins et al., 2001; Braunschweig et al., 2004] pour la modélisation du courant et du transport (ci-après MOHID). Le code MOHID a ici été modifié pour permettre la résolution des équations 3D vagues-courant proposées par Ardhuin et al. [2008b] d'une part, et pour s'articuler avec W3 d'autre part. L'outil de modélisation ainsi construit est validé sur deux configurations académiques de référence (cas-tests de Bennis et al. [2011] et Haas and Warner [2009]).

Objectif 2 - Observations *in situ* sur les deux sites d'application

Deux campagnes de mesures ont été réalisées : la première s'est déroulée en septembre 2010 dans la baie de Saint Jean de Luz - Ciboure, la seconde a été menée en mai/juin 2011 sur la plage de l'Uhabia. Ces campagnes ont été réalisées dans le cadre du projet LOREA. Au cours de ces déploiements, des observations de vagues, de courant, de salinité et température, et de concentration bactérienne ont été effectuées.

L'acquisition de données *in situ* dans les environnements littoraux énergétiques comporte des difficultés pratiques importantes. D'une part, le déploiement d'instruments de mesure sur le fond marin est grandement complexifié par l'agitation des vagues et les intenses courants qu'elles induisent. D'autre part, la réalisation de mesures depuis une embarcation en surface (profils CTD par exemple) est soumise aux aléas de l'état de mer. A ceci s'ajoute la nécessité d'effectuer les mesures de propriétés de l'eau (salinité, température et concentration bactérienne) à la suite d'un épisode pluvieux induisant des apports terrestres significatifs. En conciliant ce faisceau de contraintes, les campagnes LOREA2010/2011 ont permis l'acquisition d'un jeu de données unique sur chacun des deux sites. Ces données ont ici été traitées et analysées pour apporter des éléments de compréhension de la circulation induite par les vagues et de la dispersion des panaches estuariens au sein des zones d'étude.

Objectif 3 - Mise en oeuvre de la modélisation sur les deux sites d'application

Le code MOHID modifié, forcé par W3, a été mis en oeuvre sur les sites de la baie de Saint Jean de Luz - Ciboure et de la plage de l'Uhabia. Les résultats de la modélisation ont été confrontés aux données *in situ* afin d'évaluer la capacité du modèle à reproduire la dynamique observée. Les informations fournies par le calcul ont ensuite été utilisées pour compléter l'analyse des observations et tenter d'améliorer la compréhension de la dynamique sur les deux sites.

Applications opérationnelles

Dans la logique de la convention CIFRE, ce travail de recherche s'articule avec les applications opérationnelles mises en oeuvre par Rivages Pro Tech. Les exigences correspondantes, en termes de temps de calcul notamment, ont donc sous-tendu la mise en place des modélisations numériques présentées ici. Pour les deux sites ciblés, le projet LOREA inclut la notion d'opérationnalité des modèles, dans la perspective d'applications en temps réel. Le modèle de la baie de Saint Jean de Luz - Ciboure (dans une version encore simplifiée pour la prise en compte des vagues) est d'ailleurs utilisé au sein d'un outil de gestion en temps réel de la qualité des eaux de baignade. Cet outil est développé et exploité par Rivages Pro Tech pour la Communauté de Communes Sud Pays Basque (CCSPB).

I.3 Organisation du mémoire

A la suite de cette introduction, le présent mémoire est organisé en 5 chapitres.

Le **Chapitre 2** traite des approches théoriques pour la représentation des interactions vagues-courant. Plusieurs approches sont présentées en détail. Dans un premier temps, l'approche 2DH historique de *Longuet-Higgins and Stewart* [1962, 1964] et *Phillips* [1977] est exposée. Puis, les développements correspondant à la formulation plus récente de *Smith* [2006] sont décrits, ce qui permet notamment d'introduire le principe de séparation des qdm du courant moyen et des vagues. Dans un second temps, l'exposé se concentre sur l'approche lagrangienne 3D utilisée dans cette étude. L'ensemble des hypothèses et développements permettant d'obtenir les équations de *Ardhuin et al.* [2008b] et de *Bennis et al.* [2011] à partir des équations RANS est exposé. La théorie de la Moyenne Lagrangienne Généralisée (GLM) est tout d'abord présentée, et le traitement correspondant des équations du mouvement est décrit. Puis, le développement asymptotique des équations GLM réalisé par *Ardhuin et al.* [2008b] est détaillé, ce qui aboutit finalement à la formulation glm2z-RANS.

Le **Chapitre 3** décrit l'outil de modélisation numérique construit dans le cadre de cette thèse. Les principales spécificités des codes W3 et MOHID Water sont tout d'abord présentées. Puis les modifications apportées à MOHID sont exposées et la discrétisation des termes issus de la formulation glm2z-RANS est détaillée. L'articulation entre MOHID et W3 est également présentée. Enfin, les résultats fournis par l'outil de modélisation ainsi construit sont analysés sur les cas-tests proposés par *Bennis et al.* [2011] et *Haas and Warner* [2009]. La cohérence des présents résultats avec les solutions analytiques ou numériques établies sur ces configurations est discutée. Ce travail permet finalement de valider l'implémentation des équations glm2z-RANS au sein de l'outil de modélisation.

Le **Chapitre 4** propose une étude de la dynamique du site de la baie de Saint Jean de Luz - Ciboure. La campagne d'observation *in situ* LOREA2010 est tout d'abord décrite, puis la modélisation numérique mise en place sur ce site est présentée. La circulation au sein de la baie est ensuite analysée durant un épisode de vagues énergétique, à partir des données *in situ* dans un premier temps, puis à l'aide de la modélisation dans un second temps. Les résultats du modèle sont confrontés aux observations de vagues et de courant acquises durant l'épisode examiné. Les observations et les résultats de la modélisation sont ensuite conjointement analysés pour caractériser la dynamique des panaches estuariens au sein de la baie. Dans le contexte de la dispersion d'une pollution apportée par la rivière, l'effet des vagues sur la vidange globale de la baie est évalué

au cours d'un évènement énergétique. Enfin, les résultats de la modélisation 3D sont comparés à ceux obtenus par l'approche 2DH. Ce chapitre fait l'objet d'une publication, soumise à *Journal of Geophysical Research*.

Le **Chapitre 5** est consacré à l'étude du site de la plage de l'Uhabia. La campagne LOREA2011 est décrite, et les données recueillies sont analysées pour dégager un ensemble de caractéristiques de la dynamique. L'application de l'outil de modélisation numérique est ensuite présentée. Comme au chapitre précédent, les résultats du modèle sont confrontés aux observations de vagues, de courant et de salinité. Les informations apportées par la modélisation sont enfin associées aux observations pour apporter des éléments de compréhension supplémentaires de la dynamique à proximité de la plage.

Le **Chapitre 6** rassemble les principaux résultats et conclusions, et ouvre les perspectives du présent travail.

Quatre annexes sont présentées à la suite de cet exposé. L'**Annexe A** précise certains développements réalisés dans le cadre de la formulation glm2z. L'**Annexe B** fournit des éléments d'analyse de la circulation sur le site de l'Uhabia, complétant les résultats présentés au Chapitre 5. L'**Annexe C** expose succinctement les résultats du travail mené pour articuler les modèles littoraux mis en place avec un modèle régional. Enfin, l'**Annexe D** fournit un article soumis pour publication, concernant le travail mené dans le cadre de cette thèse sur le site de la baie de Saint Jean de Luz - Ciboure.

Chapitre II

Approches théoriques pour la représentation de la circulation induite par les vagues

II.1 Introduction

II.1.1 Conciliation des échelles de temps

La circulation océanique en présence de vagues peut être considérée comme la superposition de plusieurs mouvements en interaction : un mouvement oscillant périodique associé aux vagues, un mouvement turbulent et un mouvement "sous-jacent" aux variations plus lentes. L'une des difficultés de la représentation des écoulements en présence de vagues réside dans la différence entre les échelles temporelles caractéristiques des mouvements oscillant et sous-jacent. Les oscillations des vagues sont en effet associées à des périodes variant typiquement entre 1 s et 30 s alors que les autres mouvements océaniques contribuant à la circulation, comme par exemple les courants engendrés par le vent ou les courants de marée en zone côtière, correspondent plutôt à des échelles de temps variant de l'heure au mois [e.g., Csanady, 1984; Bonneton, 2003]. Différentes approches ont été développées en prenant le parti de résoudre la totalité du mouvement, y compris la phase des vagues. Il s'agit de modèles non-hydrostatiques basés par exemple sur des équations de type Boussinesq [Boussinesq, 1872], qui ont été appliqués à l'étude de circulations littorales en présence de vagues [e.g., Chen et al., 2003], ou encore de modèles s'appuyant sur une résolution numérique des équations de Navier-Stokes en moyenne de Reynolds (RANS) [e.g., Torres-Freyermuth et al., 2010]. Les modèles numériques basés sur ces approches fournissent un grand nombre d'informations sur le comportement de l'écoulement à l'échelle d'une à plusieurs

vagues. Cependant, la résolution numérique à l'échelle des oscillations induit un coût de calcul très important qui, dans l'état actuel des ressources informatiques, est difficilement compatible avec des temps d'évolution de l'ordre du mois ou même de la journée.

Lorsque les applications visées portent sur des échelles spatiotemporelles importantes par rapport aux oscillations, une solution est d'effectuer une moyenne du mouvement sur une échelle de temps de l'ordre d'une ou plusieurs périodes du mouvement oscillant. Ce procédé est analogue à celui de la moyenne de Reynolds, utilisé pour représenter l'effet des fluctuations turbulentes sur un écoulement moyen aux variations plus lentes. De la même manière, il s'agit ici de modéliser l'effet du mouvement oscillant des vagues sur la circulation moyenne, sans résoudre l'échelle des oscillations. Le présent travail se concentre sur ce type de théories vagues-courant, qu'on qualifiera de "moyennées". La moyenne appliquée peut être une moyenne temporelle sur la période des vagues, mais on peut également utiliser dans la même logique une moyenne spatiale sur la longueur d'onde ou encore une moyenne sur la phase des vagues. Dans le cas d'une moyenne temporelle et de vagues monochromatiques de période T , la forme générale d'un opérateur de moyenne $\langle \cdot \rangle$ peut être exprimée par

$$\langle \phi \rangle = \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} \phi(\mathbf{x} + \xi, t + t') dt', \quad (\text{II.1})$$

où $\phi(\mathbf{x}, t)$ est une fonction quelconque de l'écoulement ; $\mathbf{x} = (x_1, x_2, z)$ est la position moyenne de la particule d'eau considérée ; et $\xi = (\xi_1, \xi_2, \xi_3)$ est un déplacement par rapport à la position \mathbf{x} [Bennis *et al.*, 2011]. Lorsque $\xi = \mathbf{0}$, l'opérateur de moyenne est associé à un point vue Eulérien sur l'écoulement : la moyenne est calculée en un point fixe \mathbf{x} de la colonne d'eau, auquel se succèdent différentes particules d'eau sur l'intervalle $[t - T/2, t + T/2]$. La spécification d'un déplacement ξ non nul permet de suivre une partie ou la totalité du mouvement oscillant au cours de la moyenne. Ainsi, si ξ est de sorte que $\mathbf{x} + \xi$ pointe vers les positions successives d'une même particule d'eau au cours de l'intervalle $[t - T/2, t + T/2]$, alors l'opérateur de moyenne est associé à un point de vue Lagrangien sur l'écoulement : les différentes valeurs de ϕ prises en compte dans le calcul de la moyenne sont toujours rattachées à la même particule d'eau physique. Une fois spécifié l'opérateur $\langle \cdot \rangle$, la vitesse totale de l'écoulement $\mathbf{u} = (u_1, u_2, w)$ peut être décomposée comme la somme d'une vitesse moyenne $\langle \mathbf{u} \rangle$, d'une fluctuation $\tilde{\mathbf{u}}$ liée aux vagues et d'une fluctuation turbulente \mathbf{u}' , soit

$$\mathbf{u} = \langle \mathbf{u} \rangle + \tilde{\mathbf{u}} + \mathbf{u}'. \quad (\text{II.2})$$

La trajectoire décrite par une particule d'eau au passage d'une vague n'est pas tout à fait fermée. Ceci a pour conséquence que le mouvement oscillant possède lui-même une composante moyenne résiduelle, qui est non nulle au second ordre en la cambrure

CHAPITRE II. APPROCHES THÉORIQUES POUR LA REPRÉSENTATION DE LA CIRCULATION INDUITE PAR LES VAGUES

des vagues : c'est la dérive de Stokes [e.g., Stokes, 1847; Longuet-Higgins, 1953]. Le courant moyen total peut donc lui aussi être considéré comme la superposition de deux mouvements moyens : le courant résiduel associé aux vagues d'une part, et d'autre part le courant moyen sous-jacent, qu'on désignera simplement par "courant moyen". La quantité de mouvement (qdm) moyenne totale \mathbf{m}^T pourra donc être considérée comme la somme de la qdm moyenne des vagues \mathbf{m}^W et de la qdm du courant moyen \mathbf{m} , soit

$$\mathbf{m}^T = \mathbf{m} + \mathbf{m}^W. \quad (\text{II.3})$$

Comme cela sera mis en évidence dans ce chapitre, la forme prise par les différentes composantes du mouvement dépend fortement de la spécification adoptée pour l'opérateur de moyenne. Si l'opérateur $\langle \cdot \rangle$ est Eulérien, $\mathbf{m} = \rho \langle \mathbf{u} \rangle$ et \mathbf{m}^W provient de la moyenne de $\tilde{\mathbf{u}}$, non-nulle dans la partie crête-à-creux de la colonne d'eau. Si l'opérateur $\langle \cdot \rangle$ est Lagrangien, la moyenne de $\tilde{\mathbf{u}}$ est nulle dans toute la colonne d'eau et \mathbf{m}^W est inclus dans $\rho \langle \mathbf{u} \rangle$, de sorte que $\mathbf{m} + \mathbf{m}^W = \rho \langle \mathbf{u} \rangle$. Néanmoins quelque soit le point de vue adopté, les modifications subies par les vagues au cours de leur propagation vont engendrer des transferts de différents types entre le mouvement oscillant et le mouvement moyen : des transferts de qdm, de masse et d'énergie. De même, de tels échanges ont également lieu entre ces deux mouvements et le mouvement turbulent. La représentation de ces transferts constitue la problématique centrale des théories vagues-courant moyennées.

II.1.2 Interactions entre le mouvement moyen et le mouvement oscillant

En plus de la contribution de la dérive de Stokes, le mouvement oscillant peut transmettre de la qdm au mouvement moyen, par l'intermédiaire d'un flux de qdm \mathbf{m} et/ou \mathbf{m}^W . Longuet-Higgins and Stewart [1962, 1964] proposent sous une forme verticalement intégrée la première formulation de la conservation de la qdm moyenne totale \mathbf{m}^T en présence de vagues. L'approche proposée met en évidence que, du fait de la conservation de la qdm totale (mouvement moyen + oscillant), toute modification de la qdm du mouvement oscillant se traduit par une modification de la qdm du mouvement moyen, et inversement. Ces échanges de qdm sont particulièrement intenses à la côte, où les vagues subissent d'importantes modifications à travers des phénomènes tels que la réfraction, le levage et surtout le déferlement. La qdm perdue (ou gagnée) par le mouvement oscillant est alors transférée (ou prélevée) au mouvement moyen, ce qui génère une circulation qui peut être très intense. A la côte, les vagues peuvent ainsi influencer le niveau moyen sous la forme de surcote/décote [Longuet-Higgins and Stewart, 1964], générer des courants longshore [Longuet-Higgins, 1970a,b; Thornton and Guza, 1986] ou engendrer des cellules de circulation sagittale [Brander, 1999; MacMahan et al., 2006; Bruneau et al., 2009].

D'autre part l'expression de la conservation de la masse en présence de vagues fait apparaître la superposition des transports de masse par le courant moyen et par la dérive de Stokes. Afin de satisfaire la conservation de la masse totale transportée, des échanges entre ces deux transports peuvent s'effectuer. *Hasselmann* [1971] souligne ainsi que la divergence (ou la convergence) du transport de Stokes doit être compensée par une convergence (ou une divergence) du transport par le courant moyen. Le transport de Stokes est ainsi analogue à un puits (ou une source) de masse "virtuel(le)" pour le courant moyen.

Un autre type d'interaction va fortement influencer la dynamique en présence de vagues lorsque l'aspect tridimensionnel est considéré : les interactions entre le mouvement oscillant et le mélange vertical. C'est notamment le cas lors du déferlement des vagues, qui influence le mélange vertical dans la partie supérieure de la colonne d'eau [e.g., *Craig and Banner*, 1994; *Craig*, 1996; *Noh*, 1996; *Terray et al.*, 1996]. L'énergie perdue par l'état de mer à travers le déferlement constitue une source d'énergie cinétique turbulente (TKE) dans la couche de surface océanique, augmentant ainsi la diffusion verticale des propriétés de l'écoulement vers les parties inférieures de la colonne d'eau. *Noh* [1996] met en évidence le rôle majeur de cet effet des vagues dans la mise en place d'une thermocline au sein de la couche superficielle océanique. Les vagues peuvent également influencer le mélange vertical de surface par l'intermédiaire des circulations de Langmuir, issues de l'interaction entre la tension de vent et la dérive de Stokes [*Smith*, 2001]. Ces circulations affectent la distribution de la TKE dans la couche de mélange. *Takaya et al.* [2010] exposent par exemple l'importance de ce phénomène dans les variations journalières de la température de surface océanique. A la côte, c'est bien sûr le déferlement bathymétrique qui contribue fortement à homogénéiser le profil vertical de courant et à mélanger les différentes propriétés de l'eau.

II.1.3 Différents types d'approche vagues-courant

Bennis et al. [2011] proposent de classer les théories vagues-courant moyennées selon deux critères. Le premier critère concerne l'intégration verticale (ou non) des équations proposées. Le deuxième critère porte sur le fait que l'approche représente de manière séparée (ou non) l'évolution de la qdm du courant moyen \mathbf{m} et l'évolution de la qdm des vagues \mathbf{m}^W : si les qdm sont séparées, leurs conservations respectives sont exprimées par deux équations distinctes ; sinon une seule équation de conservation est formulée pour la qdm moyenne totale \mathbf{m}^T .

CHAPITRE II. APPROCHES THÉORIQUES POUR LA REPRÉSENTATION DE LA CIRCULATION INDUITE PAR LES VAGUES

Les approches intégrées verticalement, dites 2DH, furent pendant longtemps les plus utilisées pour représenter la circulation littorale en présence de vagues. La représentation de l'écoulement par sa moyenne verticale trouve sa justification en zone littorale, où l'échelle verticale des mouvements peut être très inférieure à leur échelle horizontale du fait de la faible profondeur. De plus, le mélange vertical engendré par le déferlement tend fortement à limiter les variations verticales de l'écoulement. L'approche historique introduite par Longuet-Higgins dans les années soixante est reprise par *Phillips* [1977], dont la formulation 2DH sera par la suite très largement utilisée. Le jeu d'équations proposé porte sur la qdm moyenne totale \mathbf{m}^T en utilisant un opérateur de moyenne Eulérien (*i.e.* $\xi = \mathbf{0}$ dans (II.1)). La conservation de la qdm moyenne totale est exprimée à l'aide du concept de tensions de radiation introduit par *Longuet-Higgins and Stewart* [1964]. Les tensions de radiation sont définies comme le flux barotrope supplémentaire de qdm totale due à la présence de vagues. Dans le cadre de la théorie 2DH, des formulations distinguant l'évolution de \mathbf{m} de celle de \mathbf{m}^W ont également été proposées. C'est le cas de l'approche introduite par *Garrett* [1976], plus tard généralisée par *Smith* [2006] et *Ardhuin* [2006]. L'équation de conservation obtenue pour \mathbf{m} fait apparaître les termes de forçage des vagues sur le courant moyen uniquement, et non plus sur la circulation moyenne totale. La séparation des qdm offre une interprétation nouvelle de la dynamique ainsi que plusieurs avantages conséquents, qui seront exposés plus loin dans ce chapitre.

Malgré le grand nombre de phénomènes qu'elles permettent de représenter, les approches de *Phillips* [1977] et de *Smith* [2006] présentent toutes deux une limitation importante : le courant moyen est supposé homogène sur la verticale. Ainsi, l'effet du cisaillement vertical du courant moyen sur la circulation barotrope n'est pas pris en compte. Face à cette limitation, *Putrevu and Svendsen* [1999] introduisent une nouvelle approche verticalement intégrée dans laquelle la partie barocline du courant moyen est prise en compte. Cette approche est dite "Quasi-3D". La contribution du courant moyen barocline, négligée par *Phillips* [1977] et *Smith* [2006], conduit à des termes supplémentaires dans l'équation de conservation de la qdm totale barotrope proposée par *Putrevu and Svendsen* [1999]. Ces termes induisent un effet comparable à une augmentation du mélange horizontal et peuvent être significatifs dans certaines configurations. L'approche Quasi-3D a été par la suite souvent utilisée pour l'étude des circulations littorales induites par les vagues [*e.g.*, *Haas et al.*, 2003; *Haas and Warner*, 2009].

Au cours des 10 dernières années, des approches vagues-courant pleinement tridimensionnelles ont été proposées. Le principal obstacle à l'établissement des formulations 3D réside dans la difficulté de traitement de l'interface eau/air dans le cadre Eulérien. En effet, les approches 2DH citées jusqu'à présent utilisent toutes un

opérateur de moyenne Eulérien : par exemple, une moyenne temporelle en un point fixe de la colonne d'eau. Cependant, lorsque la dimension verticale est résolue, le calcul d'une telle moyenne se heurte au problème de l'alternance entre l'eau et l'air pour les points situés dans la partie crête-à-creux de la colonne d'eau. Le calcul de la moyenne Eulérienne du champ des vitesses doit prendre en compte ce changement de milieu, ce qui nécessite un modèle diphasique représentant les vitesses d'écoulement de l'air en plus de celles de l'eau. Cela implique également une importante variabilité de la densité de l'écoulement, qui paraît difficilement compatible avec l'approximation de *Boussinesq* généralement effectuée dans les modèles aux équations primitives [Bennis et al., 2011]. Une solution à cette difficulté a été proposée par *Mc Williams et al.* [2004] en conservant un opérateur de moyenne Eulérien, mais en faisant l'hypothèse qu'un développement analytique du profil de vitesse de l'eau peut être effectué à travers l'interface air/eau.

Plusieurs auteurs se sont plutôt tournés vers la recherche d'un opérateur de moyenne (II.1) avec un déplacement ξ non nul, choisi de sorte à faciliter la séparation air/eau dans le calcul de la moyenne. La transformation la moins lourde peut consister à appliquer un déplacement vertical uniquement. C'est le cas de l'approche proposée par *Mellor* [2003]. Ce dernier utilise un changement de coordonnées de type sigma, avec $\xi = (0, 0, \xi_3)$, où ξ_3 suit les oscillations engendrées par les vagues. Ce procédé a récemment été généralisé au cas d'une pente non nulle du fond par *Aiki and Greatbatch* [2012], utilisant le concept de *Thickness-Weighted Mean* (TWM). Poussant plus loin cette logique, une transformation à caractère Lagrangien peut être utilisée. Des formulations purement Lagrangiennes ont ainsi été proposées [e.g., *Pierson*, 1962]. Cependant, *Jenkins* [1989] souligne qu'un inconvénient important de telles approches réside dans la distorsion croissante du système de coordonnées Lagrangien, engendrée par le cisaillement vertical de la dérive associée aux vagues. Une alternative à cette difficulté est apportée par *Andrews and McIntyre* [1978] avec la théorie de la Moyenne Lagrangienne Généralisée (GLM). Dans cette approche hybride Eulérienne-Lagrangienne, l'opérateur de moyenne est défini à l'aide d'un déplacement $\xi = (\xi_1, \xi_2, \xi_3)$ permettant de suivre les particules d'eau au passage d'une vague : c'est la moyenne GLM. Le déplacement ξ suit donc notamment l'interface air/eau au cours de son mouvement, ce qui permet de calculer un écoulement moyen sans changement de milieu dans la partie crête-à-creux. A l'aide de cet opérateur de moyenne, *Andrews and McIntyre* [1978] formulent un système d'équations exactes pour l'écoulement GLM. Ces équations sont toutefois exprimées dans le système de coordonnées Eulérien-cartésien (qui ne subit donc pas de distorsion par la dérive associée aux vagues), ce qui distingue la théorie GLM d'une approche purement Lagrangienne. S'inspirant de ces travaux, *Jenkins* [1989, 1992] expose un traitement des équations du mouvement englobant différents types de coordonnées et

transformations, dont un système Lagrangien proche des équations GLM. Dans la lignée de ces efforts, les équations GLM exactes de *Andrews and McIntyre* [1978] font l'objet d'un nouveau traitement par *Groeneweg* [1999] et *Ardhuin et al.* [2008b], qui aboutissent à deux formulations asymptotiques des équations 3D vagues-courant. Comme dans le cas 2DH, les approches 3D peuvent distinguer ou non les qdm des vagues et du courant moyen. Ainsi, les formulations de *Mellor* [2003] et *Groeneweg* [1999] portent sur la qdm totale \mathbf{m}^T , alors que les formulations de *Mc Williams et al.* [2004] et *Ardhuin et al.* [2008b] portent sur la qdm du courant moyen \mathbf{m} . Le présent travail s'appuie sur l'approche de *Ardhuin et al.* [2008b], appelée approche "glm2z-RANS".

II.1.4 Ce chapitre

Dans ce chapitre, on se propose dans un premier temps d'effectuer une présentation de la théorie traditionnelle 2DH, à travers deux approches majeures. On s'attachera tout d'abord à exposer le traitement appliqué aux équations du mouvement pour aboutir au système d'équations proposé par *Phillips* [1977], pendant longtemps le plus largement utilisé pour l'étude des circulations littorales. Ensuite, la démarche liée à la séparation des qdm des vagues et du courant moyen sera exposée dans le cadre 2DH à travers la présentation de l'approche proposée par *Smith* [2006] et *Ardhuin* [2006].

Dans un second temps, l'exposé se concentrera sur les théories plus récentes développées dans le cadre tridimensionnel, et plus précisément sur l'approche GLM utilisée dans le présent travail. Le concept GLM sera présenté puis appliqué afin de retrouver les équations GLM obtenues par *Andrews and McIntyre* [1978], mais ici directement dans le cas plus restreint d'un fluide à densité constante. Puis le traitement des équations GLM proposé par *Ardhuin et al.* [2008b] sera repris en détail, de sorte à retrouver finalement le système d'équations tridimensionnelles qui sera utilisé dans cette étude.

II.2 Notations

Dans tout ce qui suit, les directions horizontales sont notées (x_1, x_2) et la direction verticale est notée z . On notera (u_1, u_2) les composantes horizontales de la vitesses selon x_1 et x_2 respectivement, w la composante verticale. Les indices α et β prennent leurs valeurs dans $\{1, 2\}$ et font référence aux directions horizontales x_1 et x_2 uniquement. On utilisera parfois également les indices i et j , qui prennent leurs valeurs dans $\{1, 2, 3\}$. On note $\frac{\partial}{\partial t}$, $\frac{\partial}{\partial x_\alpha}$, $\frac{\partial}{\partial z}$ les dérivées partielles par rapport au temps, aux directions horizontales et à la direction verticale respectivement. Pour une fonction $(x_1, x_2, z, t) \mapsto \phi(x_1, x_2, z, t)$, on notera $\phi|_{z=z_0}$ la fonction : $(x_1, x_2, t) \mapsto \phi(x_1, x_2, z_0, t)$, où $z = z_0$ est une surface qui

peut éventuellement dépendre des coordonnées horizontales et du temps. L'élévation de la surface libre est notée $\eta(x_1, x_2, t)$ et la côte du fond est désignée par $-h(x_1, x_2)$. La masse volumique de l'eau est notée ρ et considérée comme constante dans ce chapitre. La pression est notée p . L'accélération de la pesanteur est notée g . L'énergie totale de l'état de mer est notée E_{tot} , définie par $E_{tot} = \rho g \int_k E(\mathbf{k}) d\mathbf{k}$, où $E(\mathbf{k})$ désigne la densité spectro-angulaire de la variance de l'élévation de la surface libre.

II.3 Système d'équations considéré

Le système d'équations considéré ici comme point de départ est le système des équations RANS. Le fluide est supposé incompressible, de sorte que la conservation de la masse prend la forme suivante :

$$\frac{\partial u_\alpha}{\partial x_\alpha} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0, \quad (\text{II.4})$$

où la convention de répétition des indices pour sommation est utilisée. La conservation des qdm horizontale et verticale est représentée par le système d'équations suivant :

$$\frac{\partial(\rho u_\alpha)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u_\alpha u_\beta)}{\partial x_\beta} + \frac{\partial(\rho u_\alpha w)}{\partial z} = -\frac{\partial p}{\partial x_\alpha} + X_\alpha, \quad (\text{II.5})$$

$$\frac{\partial(\rho w)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho w u_\beta)}{\partial x_\beta} + \frac{\partial(\rho w w)}{\partial z} = -\frac{\partial p}{\partial z} - \rho g + X_3, \quad (\text{II.6})$$

où \mathbf{X} désigne la contribution des tensions turbulentes. Le fluide étudié ici est supposé newtonien, de sorte que le tenseur des contraintes σ est modélisé par

$$\sigma_{ij} = -p\delta_{ij} + \epsilon_{ij}, \quad (\text{II.7})$$

où ϵ désigne le tenseur des contraintes visqueuses, relié au vecteur \mathbf{X} par : $X_i = \frac{\partial \epsilon_{ij}}{\partial x_j}$.

On suppose de plus que la surface libre est une surface matérielle en dessous de laquelle la colonne d'eau est continue jusqu'au fond (c'est-à-dire qu'on ne considère pas par exemple le cas de déferlements plongeants). Le fond est considéré comme une surface imperméable sur laquelle le glissement est possible. Ces hypothèses se traduisent par les conditions limites cinématiques suivantes en surface et au fond :

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial \eta}{\partial t} + u_\alpha \frac{\partial \eta}{\partial x_\alpha} = w \text{ sur } z = \eta, \end{array} \right. \quad (\text{II.8})$$

$$\left\{ \begin{array}{l} u_\alpha \frac{\partial(-h)}{\partial x_\alpha} = w \text{ sur } z = -h. \end{array} \right. \quad (\text{II.9})$$

On considèrera enfin que les contraintes surfaciques sont continues à l'interface eau/air et à l'interface eau/fond. En surface, on utilisera notamment la continuité de la pression, donnée par

$$p = p^a \text{ sur } z = \eta, \quad (\text{II.10})$$

où p^a désigne la pression atmosphérique à la surface de l'océan.

II.4 Théorie 2DH vagues-courant

Cette section a pour objet la théorie 2DH pour la représentation des circulations induites par les vagues. La théorie 2DH est présentée à travers deux des approches les plus largement utilisées : l'approche de *Phillips* [1977] et l'approche de *Smith* [2006].

II.4.1 Intégration verticale des équations du mouvement

Dans ce qui suit, (II.4)-(II.6) vont être intégrées verticalement du fond à la surface libre dans le but d'obtenir un système d'équations reliant entre elles les variables hydrodynamiques barotropes. Afin d'explicitier ces équations on utilisera notamment l'égalité de Leibniz :

$$\int_a^b \frac{\partial \phi}{\partial \mu} dz = \frac{\partial}{\partial \mu} \left(\int_a^b \phi dz \right) + \frac{\partial a}{\partial \mu} \phi|_{z=a} - \frac{\partial b}{\partial \mu} \phi|_{z=b}, \quad (\text{II.11})$$

où μ désigne x_1, x_2 ou t .

Equation de conservation de la masse

En utilisant l'égalité (II.11) l'intégration verticale de l'équation (II.4) fournit :

$$\frac{\partial}{\partial x_\alpha} \left(\int_{-h}^\eta u_\alpha dz \right) + u_\alpha|_{z=-h} \frac{\partial(-h)}{\partial x_\alpha} - u_\alpha|_{z=\eta} \frac{\partial \eta}{\partial x_\alpha} + w|_{z=\eta} - w|_{z=-h} = 0.$$

En utilisant les conditions limites cinématiques (II.8) et (II.9), on obtient la relation suivante entre η et la vitesse barotrope :

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_\alpha} \left(\int_{-h}^\eta u_\alpha dz \right) = 0. \quad (\text{II.12})$$

Equation de conservation de la quantité de mouvement

On applique à présent l'intégration verticale à l'équation de conservation de la qdm horizontale (II.5). De manière analogue au traitement appliqué à l'équation de continuité, l'utilisation de l'égalité (II.11) et des conditions limites cinématiques (II.8) et (II.9) fournit l'égalité suivante pour le membre de gauche de (II.5) :

$$\int_{-h}^\eta \left(\frac{\partial(\rho u_\alpha)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u_\alpha u_\beta)}{\partial x_\beta} + \frac{\partial(\rho u_\alpha w)}{\partial z} \right) dz = \frac{\partial}{\partial t} \left(\int_{-h}^\eta \rho u_\alpha dz \right) + \frac{\partial}{\partial x_\beta} \left(\int_{-h}^\eta \rho u_\alpha u_\beta dz \right). \quad (\text{II.13})$$

L'utilisation de l'égalité (II.11) et de la continuité de la pression de surface fournit l'égalité suivante pour le membre de droite de (II.5) :

$$\begin{aligned} \int_{-h}^\eta \left(-\frac{\partial p}{\partial x_\alpha} + \frac{\partial \epsilon_{\alpha\beta}}{\partial x_\beta} + \frac{\partial \epsilon_{\alpha 3}}{\partial z} \right) dz &= -\frac{\partial}{\partial x_\alpha} \left(\int_{-h}^\eta p dz \right) + p^a \frac{\partial \eta}{\partial x_\alpha} - p|_{z=-h} \frac{\partial(-h)}{\partial x_\alpha} \\ &+ \frac{\partial}{\partial x_\beta} \left(\int_{-h}^\eta \epsilon_{\alpha\beta} dz \right) + \epsilon_{\alpha\beta}|_{z=-h} \frac{\partial(-h)}{\partial x_\beta} - \epsilon_{\alpha\beta}|_{z=\eta} \frac{\partial \eta}{\partial x_\beta} \\ &+ \epsilon_{\alpha 3}|_{z=\eta} - \epsilon_{\alpha 3}|_{z=-h}. \end{aligned} \quad (\text{II.14})$$

En combinant finalement (II.13) et (II.14), on obtient l'équation de conservation de la qdm barotrope :

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} \left(\int_{-h}^{\eta} \rho u_{\alpha} dz \right) + \frac{\partial}{\partial x_{\beta}} \left(\int_{-h}^{\eta} \rho u_{\alpha} u_{\beta} dz \right) &= - \frac{\partial}{\partial x_{\alpha}} \left(\int_{-h}^{\eta} p dz \right) + \frac{\partial}{\partial x_{\beta}} \left(\int_{-h}^{\eta} \epsilon_{\alpha\beta} dz \right) \\ &+ \tau_{s,\alpha}^t - \tau_{b,\alpha}^t + p^a \frac{\partial \eta}{\partial x_{\alpha}} - p|_{z=-h} \frac{\partial(-h)}{\partial x_{\alpha}}, \end{aligned} \quad (\text{II.15})$$

où on a noté $\tau_s^t = -\epsilon_{\alpha\beta}|_{z=\eta} \partial \eta / \partial x_{\beta} + \epsilon_{\alpha 3}|_{z=\eta}$ et $\tau_b^t = \epsilon_{\alpha\beta}|_{z=-h} \partial(-h) / \partial x_{\beta} - \epsilon_{\alpha 3}|_{z=-h}$ les termes de tensions visqueuses en surface et au fond respectivement.

II.4.2 Moyenne Eulérienne des équations barotropes

II.4.2.1 Définition des qdm barotropes des vagues et du courant moyen

On note $\bar{\phi}$ la moyenne Eulérienne de la quantité ϕ , qui correspond par exemple à l'opérateur (II.1) défini plus haut, avec $\xi = \mathbf{0}$. La fluctuation de ϕ autour de sa moyenne Eulérienne est notée ϕ' , si bien que la décomposition (II.2) dans le cas Eulérien s'écrit :

$$\phi' = \phi - \bar{\phi}. \quad (\text{II.16})$$

On considère le cas de vagues monochromatiques¹ dont l'amplitude a et le vecteur d'onde \mathbf{k} sont supposés varier à une échelle spatiotemporelle très supérieure à celle de l'écoulement. Par conséquent on considère que l'opérateur $\overline{(\cdot)}$ commute avec les dérivées spatiales et temporelle. Par ailleurs, l'opérateur $\overline{(\cdot)}$ commute évidemment avec l'intégrale verticale lorsque les bornes d'intégration sont des quantités moyennes.

La moyenne de l'intégrale verticale de ϕ peut être décomposée de la manière suivante :

$$\overline{\int_{-h}^{\eta} \phi dz} = \int_{-h}^{\bar{\eta}} \bar{\phi} dz + \overline{\int_{\bar{\eta}}^{\eta} \phi dz}, \quad (\text{II.17})$$

Dans ce qui suit, on note U_{α}^T la moyenne de la vitesse barotrope totale. La qdm associée est donc définie par

$$\rho U_{\alpha}^T = \frac{1}{D} \overline{\int_{-h}^{\eta} \rho u_{\alpha} dz}, \quad (\text{II.18})$$

où D désigne la profondeur moyenne totale : $D = -h + \bar{\eta}$. La relation (II.17) permet de décomposer la qdm moyenne totale ρU_{α}^T en

$$\rho U_{\alpha}^T = \rho U_{\alpha} + \rho U_{\alpha}^W, \quad (\text{II.19})$$

1. Les résultats obtenus peuvent être ensuite généralisés au cas de vagues aléatoires en sommant les réponses à chaque composante spectrale de l'état de mer. Cette somme ne fait pas apparaître de termes nouveaux tant que l'on se restreint à l'ordre 2 des non-linéarités et que l'on ignore les ondes partiellement stationnaires [Ardhuin *et al.*, 2008b].

avec ρU_α la qdm barotrope associée au courant moyen, donnée par

$$\rho U_\alpha = \frac{1}{D} \int_{-h}^{\bar{\eta}} \rho \bar{u}_\alpha dz, \quad (\text{II.20})$$

et ρU_α^W la qdm barotrope moyenne associée aux vagues, donnée par

$$\rho U_\alpha^W = \frac{1}{D} \overline{\int_{\bar{\eta}}^{\eta} \rho u_\alpha dz}. \quad (\text{II.21})$$

Par définition, la moyenne de u'_α est nulle en dessous des creux des vagues. En revanche, la moyenne de l'intégrale de u'_α sur la colonne d'eau peut être non-nulle du fait de la fluctuation de la surface libre, qui contribue à cette intégrale. De plus dans le cadre de cette approche Eulérienne, où la qdm est moyennée en un point fixe de la colonne d'eau, la relation (II.21) met en évidence que la qdm moyenne des vagues est confinée dans la partie supérieure de la colonne d'eau comprise entre $\bar{\eta}$ et η .

II.4.2.2 Définition de la moyenne Eulérienne à proximité de la surface

Il est important de noter ici que, comme mentionné en introduction du présent chapitre, la moyenne Eulérienne ne peut être définie de manière directe qu'en dessous du niveau du creux des vagues. Ainsi, si ρU_α^T peut être définie sans ambiguïté par (II.18), cela paraît plus problématique pour sa décomposition en (II.20) et (II.21). En effet, pour les valeurs de la phase des vagues où $\eta < \bar{\eta}$, le segment $[\eta, \bar{\eta}]$ est occupé par l'air. La définition de l'intégrale verticale sur ce segment nécessite donc une extension du profil de vitesse au-dessus de la surface jusqu'au niveau $\bar{\eta}$ [Ardhuin, 2005, 2006]. Cette difficulté est relativement contournée par l'approche de Phillips [1977], dans laquelle l'équation de conservation de la qdm est formulée pour $\rho \mathbf{U}^T$. En revanche, l'approche proposée par Smith [2006] utilise la décomposition (II.20)-(II.21) et se heurte donc à la difficulté de définition de ces quantités, comme mentionné par Ardhuin [2006]. Une solution à ce problème est proposée par Mc Williams et al. [2004] dans le cadre Eulérien, par l'intermédiaire d'une extension analytique du profil de vitesse de l'écoulement à travers la surface. Ce procédé mathématique soulève néanmoins une difficulté d'interprétation des quantités obtenues dans l'air au-dessus des creux des vagues. Le recours à une telle solution peut être évité dans le cadre de l'approche GLM [Andrews and McIntyre, 1978; Groeneweg, 1999; Ardhuin et al., 2008b], comme cela sera exposé plus loin en section II.5.

II.4.2.3 Moyenne Eulérienne des équations barotropes

Dans ce paragraphe, la moyenne Eulérienne $\overline{(\cdot)}$ est appliquée aux équations barotropes (II.12) et (II.15) dans le but de formuler des équations de conservation pour le mouvement barotrope moyen.

Équation de conservation de la masse barotrope

Du fait de la commutation de l'opérateur $\overline{(\cdot)}$ avec les dérivées partielles temporelle et spatiales, la moyenne de l'équation de conservation de la masse (II.12) fournit immédiatement :

$$\frac{\partial \bar{\eta}}{\partial t} + \frac{\partial (DU_\alpha^T)}{\partial x_\alpha} = 0. \quad (\text{II.22})$$

Equation de conservation de la qdm barotrope

L'application de l'opérateur $\overline{(\cdot)}$ au membre de gauche de (II.15) fournit

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} \left(\overline{\int_{-h}^{\eta} \rho u_\alpha dz} \right) &+ \frac{\partial}{\partial x_\beta} \left(\overline{\int_{-h}^{\eta} \rho u_\alpha u_\beta dz} \right) \\ &= \frac{\partial (\rho DU_\alpha^T)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_\beta} \left(\overline{\int_{-h}^{\bar{\eta}} \rho \bar{u}_\alpha \bar{u}_\beta dz} \right) \\ &+ \frac{\partial}{\partial x_\beta} \left(\overline{\int_{-h}^{\bar{\eta}} \rho u'_\alpha u'_\beta dz} \right) + \frac{\partial}{\partial x_\beta} \left(\overline{\int_{\bar{\eta}}^{\eta} \rho u_\alpha u_\beta dz} \right), \end{aligned} \quad (\text{II.23})$$

où on a utilisé (II.17) et la relation $\overline{\phi_1 \phi_2} = \bar{\phi}_1 \bar{\phi}_2 + \overline{\phi'_1 \phi'_2}$, vérifiée par tout couple de variables ϕ_1, ϕ_2 . Dans le membre de droite de (II.15), la pression est souvent décomposée différemment de la vitesse : la pression totale p est considérée comme la somme d'une composante hydrostatique moyenne $\bar{p}^H = \rho g(\bar{\eta} - z)$, et de son écart avec p , noté $p^W = p - \bar{p}^H$. Comme rappelé par *Smith* [2006], dans cette définition $p^W \neq p'$ et $\overline{p^W} = \bar{p} - \bar{p}^H$ est non nul en présence de vagues. En utilisant l'équation de conservation de la qdm verticale et la condition limite de surface, *Longuet-Higgins and Stewart* [1964] mettent en évidence la relation $\overline{p^W} = -\overline{\rho w'^2}$. Le terme $\overline{p^W}$ est donc d'ordre 2. De plus, w' tendant vers 0 à l'approche du fond, p^W est négligée face à la pression hydrostatique au fond, selon la suggestion de *Smith* [2006] : $(\bar{p}^H + \overline{p^W})_{z=-h} \approx \bar{p}^H|_{z=-h}$. Compte tenu de ces considérations et de (II.23), l'équation de conservation de la qdm barotrope moyenne peut alors être exprimée sous la forme suivante :

$$\begin{aligned} \frac{\partial (\rho DU_\alpha^T)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_\beta} \left(\overline{\int_{-h}^{\bar{\eta}} \rho \bar{u}_\alpha \bar{u}_\beta dz} \right) &+ \frac{\partial}{\partial x_\beta} \left(\overline{\int_{\bar{\eta}}^{\eta} \rho u_\alpha u_\beta dz} \right) \\ &= -\frac{\partial}{\partial x_\alpha} \left(\overline{\int_{-h}^{\bar{\eta}} \bar{p}^H dz} \right) - \frac{\partial S_{\alpha\beta}}{\partial x_\beta} + \frac{\partial R_{\alpha\beta}}{\partial x_\beta} \\ &+ \bar{\tau}_{s,\alpha}^t - \bar{\tau}_{b,\alpha}^t + p^a \frac{\partial \bar{\eta}}{\partial x_\alpha} - \bar{p}^H|_{z=-h} \frac{\partial(-h)}{\partial x_\alpha}, \end{aligned} \quad (\text{II.24})$$

où $R_{\alpha\beta}$ désigne la moyenne de l'intégrale du tenseur de Reynolds sur la colonne d'eau ; et où $S_{\alpha\beta}$ désigne le tenseur des contraintes de radiation, donné par

$$S_{\alpha\beta} = \overline{\int_{-h}^{\bar{\eta}} \rho u'_\alpha u'_\beta dz} + \overline{\int_{-h}^{\eta} p \delta_{\alpha\beta} dz} - \overline{\int_{-h}^{\eta} \bar{p}^H \delta_{\alpha\beta} dz} \quad (\text{II.25})$$

On note $\epsilon \sim ka$ l'ordre de grandeur de la cambrure des vagues, supposé faible devant 1, et σ la pulsation des vagues. Le développement de Taylor suivant à l'ordre ϵ^2 peut être établi autour de la position moyenne de la surface libre¹ :

$$\int_{\bar{\eta}}^{\eta} u'_{\alpha} u'_{\beta} dz = \int_{\bar{\eta}}^{\eta} [(u'_{\alpha} u'_{\beta})_{z=\bar{\eta}} + O(\sigma^2 k^{-2} \epsilon^3)] dz = O(\sigma^2 k^{-3} \epsilon^3).$$

Par conséquent :

$$\overline{\int_{-h}^{\eta} u'_{\alpha} u'_{\beta} dz} = \int_{-h}^{\bar{\eta}} \overline{u'_{\alpha} u'_{\beta}} dz + O(\sigma^2 k^{-3} \epsilon^3). \quad (\text{II.26})$$

En suivant la suggestion de *Longuet-Higgins and Stewart* [1964], on évalue $S_{\alpha\beta}$ à l'ordre ϵ^2 . En utilisant (II.26), on retrouve alors pour $S_{\alpha\beta}$ l'expression du tenseur des contraintes de radiation proposée par *Longuet-Higgins and Stewart* [1964] :

$$S_{\alpha\beta} = \overline{\int_{-h}^{\eta} (\rho u'_{\alpha} u'_{\beta} + p \delta_{\alpha\beta}) dz} - \int_{-h}^{\bar{\eta}} \bar{p}^H \delta_{\alpha\beta} dz. \quad (\text{II.27})$$

Le terme $S_{\alpha\beta}$ correspond ainsi à la moyenne du flux supplémentaire de qdm totale barotrope dû à la présence de vagues (c'est la différence du flux de qdm "avec vagues" et du flux de qdm "sans vagues"). C'est d'ailleurs à partir de cette définition que l'expression (II.27) est originalement obtenue par *Longuet-Higgins and Stewart* [1964], en effectuant la comparaison du bilan de qdm de la colonne d'eau sans vagues et en présence de vagues. L'expression de $S_{\alpha\beta}$ met en jeu la moyenne du produit de fluctuations $\overline{u'_{\alpha} u'_{\beta}}$, analogue aux tensions de Reynolds dans le cas de fluctuations turbulentes.

II.4.3 Approche proposée par *Phillips* [1977]

En se basant sur le concept de tension de radiation, *Phillips* [1977] propose une formulation des équations de conservation pour la qdm barotrope moyenne totale $\rho \mathbf{U}^T = \rho \mathbf{U} + \rho \mathbf{U}^W$. Pour obtenir ces équations, *Phillips* [1977] effectue l'hypothèse importante que le courant moyen $\bar{\mathbf{u}}$ est uniforme sur la verticale :

$$\frac{\partial \bar{\mathbf{u}}}{\partial z} = \mathbf{0}. \quad (\text{II.28})$$

Cette hypothèse implique premièrement $\overline{\int_{\bar{\eta}}^{\eta} \bar{u}_{\alpha} dz} = 0$, ce qui a pour conséquence que la qdm des vagues vérifie

$$U_{\alpha}^W = \frac{1}{D} \overline{\int_{\bar{\eta}}^{\eta} u'_{\alpha} dz} = \frac{1}{D} \overline{\int_{-h}^{\eta} u'_{\alpha} dz}. \quad (\text{II.29})$$

La vitesse \mathbf{U}^W correspond donc ici au résiduel de la vitesse barotrope associée aux vagues. Autrement dit, sous l'hypothèse de cisaillement vertical nul du courant moyen, \mathbf{U}^W est la moyenne verticale de la dérive de Stokes. De même que précédemment, dans cette approche Eulérienne \mathbf{U}^W apparaît confinée dans la partie crêtes-à-creux de

1. Les expressions de la théorie linéaire permettent par exemple de montrer que $\eta - \bar{\eta} \sim a$ et $u' \sim a\sigma$.

la colonne d'eau. Par ailleurs, l'hypothèse (II.28) permet également de simplifier les troisième et quatrième termes du membre de gauche de (II.24) en

$$\frac{\partial}{\partial x_\beta} \left(\int_{-h}^{\bar{\eta}} \rho \bar{u}_\alpha \bar{u}_\beta dz \right) = \frac{\partial (\rho DU_\alpha U_\beta)}{\partial x_\beta}, \quad (\text{II.30})$$

$$\frac{\partial}{\partial x_\beta} \left(\int_{\bar{\eta}}^{\eta} \rho u_\alpha u_\beta dz \right) = \frac{\partial}{\partial x_\beta} (\rho DU_\alpha U_\beta^W + \rho DU_\beta U_\alpha^W) + \frac{\partial}{\partial x_\beta} \left(\int_{\bar{\eta}}^{\eta} \rho u'_\alpha u'_\beta dz \right). \quad (\text{II.31})$$

Comme précédemment, le développement de Taylor du dernier terme de (II.31) met en évidence que ce terme est d'ordre ϵ^3 . Suivant *Phillips* [1977], il sera négligé dans ce qui suit. Néanmoins, *Smith* [2006] signale que cette simplification n'est pas toujours justifiée, ce terme d'ordre 3 pouvant devenir significatif par rapport au premier terme de (II.31). Compte tenu de ces considérations, (II.24) peut être reformulée par

$$\begin{aligned} \frac{\partial (\rho DU_\alpha^T)}{\partial t} + \frac{\partial (\rho DU_\alpha^T U_\beta^T)}{\partial x_\beta} &= -\frac{\partial}{\partial x_\alpha} \left(\int_{-h}^{\bar{\eta}} \bar{p}^H dz \right) - \frac{\partial S_{\alpha\beta}}{\partial x_\beta} + \frac{\partial (\rho DU_\alpha^W U_\beta^W)}{\partial x_\beta} \\ &+ \frac{\partial R_{\alpha\beta}}{\partial x_\beta} + \bar{\tau}_{s,\alpha}^t - \bar{\tau}_{b,\alpha}^t + p^a \frac{\partial \eta}{\partial x_\alpha} - \bar{p}^H|_{z=-h} \frac{\partial(-h)}{\partial x_\alpha}. \end{aligned}$$

En notant que $\bar{p}^H|_{z=\bar{\eta}} = 0$, les termes de pression hydrostatique peuvent être regroupés de la manière suivante :

$$-\frac{\partial}{\partial x_\alpha} \left(\int_{-h}^{\bar{\eta}} \bar{p}^H dz \right) + \bar{p}^H|_{z=\bar{\eta}} \frac{\partial \bar{\eta}}{\partial x_\alpha} - \bar{p}^H|_{z=-h} \frac{\partial(-h)}{\partial x_\alpha} = -\int_{-h}^{\bar{\eta}} \frac{\partial \bar{p}^H}{\partial x_\alpha} dz = -\rho g D \frac{\partial \bar{\eta}}{\partial x_\alpha}.$$

On introduit enfin la tension moyenne de surface τ^a définie par

$$\tau_\alpha^a = \bar{\tau}_{s,\alpha}^t + p^a \frac{\partial \eta'}{\partial x_\alpha}, \quad (\text{II.32})$$

et on adopte une notation analogue au fond en posant $\tau^b = \bar{\tau}_b^t$. On obtient finalement le système d'équations suivant, équivalent à celui proposé par *Phillips* [1977] (avec ici en plus un terme de mélange) pour la conservation de la masse et de la qdm barotrope moyenne totale :

$$\frac{\partial \bar{\eta}}{\partial t} + \frac{\partial (DU_\alpha^T)}{\partial x_\alpha} = 0, \quad (\text{II.33})$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial (\rho DU_\alpha^T)}{\partial t} + \frac{\partial (\rho DU_\alpha^T U_\beta^T)}{\partial x_\beta} &= -\rho g D \frac{\partial \bar{\eta}}{\partial x_\alpha} - \overbrace{\frac{\partial}{\partial x_\beta} (S_{\alpha\beta} - \rho DU_\alpha^W U_\beta^W)}^A \\ &+ \frac{\partial R_{\alpha\beta}}{\partial x_\beta} + p^a \frac{\partial \eta}{\partial x_\alpha} + \tau_\alpha^a - \tau_\alpha^b. \end{aligned} \quad (\text{II.34})$$

Ce système de trois équations a pour inconnues le niveau d'eau moyen $\bar{\eta}$ et les deux composantes horizontales de la vitesse barotrope moyenne totale \mathbf{U}^T . L'effet des vagues

sur la qdm totale est représenté par le flux de qdm \mathcal{A} , faisant intervenir les tensions de radiation $S_{\alpha\beta}$ et la dérive de Stokes barotrope \mathbf{U}^W . Pour assurer la fermeture du système d'équations, $S_{\alpha\beta}$ et U^W doivent être prescrits à partir des caractéristiques de l'état de mer. Les relations requises pour le calcul de ces deux termes sont obtenues en réinjectant les expressions de la théorie linéaire dans les définitions (II.27) et (II.29). Le système d'équations (II.33)-(II.34) constitue ainsi l'approche théorique fondatrice, pendant longtemps la plus largement utilisée pour la modélisation des circulations littorales induites par les vagues. Cette approche 2DH offre une représentation de différents phénomènes majeurs résultant de l'interaction entre les vagues et la circulation littorale, comme les variations du niveau moyen (surcote/décote), la génération de courant longshore ou de courants sagittaux.

II.4.4 Approche proposée par *Smith* [2006] et *Ardhuin* [2006]

La formulation de *Phillips* [1977] fournit une représentation de l'évolution de la qdm barotrope totale $\rho\mathbf{U}^T = \rho\mathbf{U} + \rho\mathbf{U}^W$ par l'intermédiaire du flux de qdm \mathcal{A} engendré par le mouvement oscillant des vagues. Selon l'évolution des vagues et les phénomènes associés, ce flux de qdm se répartit entre $\rho\mathbf{U}$ et $\rho\mathbf{U}^W$ de sorte à assurer la conservation de $\rho\mathbf{U}^T$. Cependant, cette répartition ne peut être connue dans l'approche de *Phillips* [1977], qui ne distingue pas les évolutions spécifiques des deux qdm. Autrement dit, la réponse spécifique du courant moyen n'est pas distinguée de celle de la dérive engendrée par les vagues dans la circulation étudiée. La non-séparation des qdm s'avère présenter plusieurs inconvénients, suggérés pour la première fois par *Hasselmann* [1971] suivi de *Garrett* [1976]. Premièrement, l'interprétation de la réponse de la circulation aux évolutions de $S_{\alpha\beta}$ est quelque peu complexe car ce terme englobe des phénomènes variés tout en entremêlant les effets sur le courant moyen et sur la qdm des vagues. Deuxièmement, une limitation importante réside dans l'obligation d'utiliser un paramétrage commun aux deux mouvements, alors que ceux-ci ont des comportements très différents. C'est particulièrement problématique en ce qui concerne le mélange turbulent car la qdm des vagues n'est pas mélangée par les tourbillons dont le temps de retournement est supérieur à la période des vagues [*Ardhuin et al.*, 2008b]. Les vitesses d'advection des deux qdm sont également très différentes, puisque la qdm du courant moyen est advectée par la vitesse totale du courant \mathbf{U}^T , alors que la qdm des vagues est advectée par la vitesse de groupe des vagues C_g . Il apparaît donc inadéquat d'utiliser un même paramétrage pour les deux qdm. Enfin, la qdm des vagues est généralement connue en même temps que les autres termes associés aux vagues, si bien qu'il peut être plus naturel de considérer également ses évolutions comme une expression du forçage des vagues sur la circulation moyenne.

Face à ces constatations, plusieurs auteurs se sont employés à obtenir une représentation séparant l'évolution des deux qdm. C'est le cas des approches proposées par *Smith* [2006] et *Ardhuin* [2006], qui font suite aux travaux de *Garrett* [1976]. La conservation de la qdm des vagues ρU^W est tout d'abord formulée à partir des équations d'évolution de l'état de mer et en s'appuyant sur les résultats de la théorie linéaire. Le résultat obtenu est ensuite réinjecté dans l'équation d'évolution de la qdm totale (II.24). A la différence de *Phillips* [1977], les effets des vagues sur les deux qdm sont donc distingués. Dans l'équation de conservation de la qdm du courant moyen, la présence de vagues se traduit par un ensemble de termes de forçage sur le courant moyen uniquement.

On note Θ la phase des vagues, qui définit le vecteur d'onde par la relation $\mathbf{k} = \nabla\Theta$, et ω la pulsation absolue, définie par $\omega = -\partial\Theta/\partial t$. La pulsation absolue est reliée à la pulsation relative σ par $\omega = \sigma + k_\alpha U_\alpha^A$, où \mathbf{U}^A est la vitesse d'advection des vagues par le courant moyen. A l'ordre 1 de la cambrure des vagues ka , la théorie linéaire fournit les expressions suivantes pour les champs de fluctuation de pression et vitesse :

$$p' = \rho g a F_{CC} \cos \Theta, \quad (\text{II.35})$$

$$u'_\alpha = a \sigma \frac{k_\alpha}{k} F_{CS} \cos \Theta, \quad (\text{II.36})$$

$$w' = a \sigma F_{SS} \sin \Theta, \quad (\text{II.37})$$

où on a noté $F_{CC} = \cosh(kz + kh)/\cosh(kD)$, $F_{CS} = \cosh(kz + kh)/\sinh(kD)$, $F_{SS} = \sinh(kz + kh)/\sinh(kD)$. Dans le cadre de la théorie linéaire, la pulsation relative σ vérifie de plus la relation de dispersion

$$\sigma^2 = gk \tanh(kD), \quad (\text{II.38})$$

avec la notation $k = \|\mathbf{k}\|$. Si on injecte l'expression (II.36) de u'_α dans l'expression de la qdm des vagues (II.29), la relation suivante est obtenue entre la qdm barotrope des vagues et l'action des vagues :

$$\rho D U_\alpha^W = \rho g \int_{\mathbf{k}} k_\alpha A(\mathbf{k}) d\mathbf{k}, \quad (\text{II.39})$$

où k_α désigne les composantes du vecteur d'onde des vagues et on note $A(\mathbf{k})$ le spectre de l'action des vagues. $A(\mathbf{k})$ est définie à partir du spectre de la variance de l'élévation de la surface libre $E(\mathbf{k})$ par $A(\mathbf{k}) = E(\mathbf{k})/\sigma$. Ainsi, l'expression de la variation temporelle de $\rho D U^W$ peut être obtenue à partir de l'expression des variations temporelles des deux grandeurs descriptives de l'état de mer A et \mathbf{k} .

On considère à nouveau le cas de vagues monochromatiques de vecteur d'onde \mathbf{k} , et on notera $E(\mathbf{k}) = E$ et $A(\mathbf{k}) = A$ pour simplifier¹. Premièrement, la conservation de l'action des vagues A peut être formulée de la manière suivante [Komen *et al.*, 1994] :

$$\frac{\partial A}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_\alpha} [A(C_{g,\alpha} + U_\alpha^A)] = \frac{S_w}{\sigma} \quad (\text{II.40})$$

où on a noté $C_{g,\alpha} = \partial\sigma/\partial k_\alpha$ la vitesse de groupe des vagues et S_w le terme représentant les sources et/ou puits d'énergie des vagues lié aux processus de génération et/ou dissipation. Deuxièmement, par sa définition le vecteur \mathbf{k} est irrotationnel. D'autre part, les définitions de \mathbf{k} et σ impliquent également la relation suivante, dite équation de conservation des crêtes des vagues [Phillips, 1977] :

$$\frac{\partial k_\alpha}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_\alpha} (\sigma + k_\beta U_\beta^A) = 0. \quad (\text{II.41})$$

La relation de dispersion (II.38) suggère que la pulsation σ peut être exprimée comme une fonction des 3 variables (k_1, k_2, D) . Sa dérivée partielle spatiale est donc donnée par $\frac{\partial \sigma}{\partial x_\alpha} = \frac{\partial \sigma}{\partial k_\beta} \frac{\partial k_\beta}{\partial x_\alpha} + \frac{\partial \sigma}{\partial D} \frac{\partial D}{\partial x_\alpha}$. En utilisant la définition de \mathbf{C}_g , puis l'irrotationnalité de \mathbf{k} , et enfin la relation de dispersion (II.38), on obtient :

$$\frac{\partial \sigma}{\partial x_\alpha} = C_{g,\beta} \frac{\partial k_\beta}{\partial x_\alpha} + \frac{\partial \sigma}{\partial D} \frac{\partial D}{\partial x_\alpha} = C_{g,\beta} \frac{\partial k_\alpha}{\partial x_\beta} + \frac{\partial \sigma}{\partial D} \frac{\partial D}{\partial x_\alpha} = C_{g,\beta} \frac{\partial k_\alpha}{\partial x_\beta} + \frac{\sigma}{D} \left(\frac{C_g}{C} - \frac{1}{2} \right) \frac{\partial D}{\partial x_\alpha},$$

où $C = \sigma/k$ est la vitesse de phase des vagues et $C_g = \|\mathbf{C}_g\|$. Les expressions de C et C_g fournies par la théorie linéaire permettent de simplifier l'expression du dernier terme de la relation ci-dessus grâce à l'égalité : $\frac{C_g}{C} - \frac{1}{2} = \frac{kD}{\sinh(2kD)}$. Ainsi, en réinjectant l'expression de $\partial\sigma/\partial x_\alpha$ dans (II.41), on obtient :

$$\frac{\partial k_\alpha}{\partial t} + (C_{g,\beta} + U_\beta^A) \frac{\partial k_\alpha}{\partial x_\beta} = -k_\beta \frac{\partial U_\beta^A}{\partial x_\alpha} - \frac{k\sigma}{\sinh(2kD)} \frac{\partial D}{\partial x_\alpha}. \quad (\text{II.42})$$

Smith [2006] fait enfin également l'hypothèse d'homogénéité verticale du courant moyen (II.28). Dans le cadre de cette hypothèse, la vitesse \mathbf{U}^A peut être raisonnablement assimilée à la vitesse du courant moyen \mathbf{U} [Ardhuin, 2006]. La combinaison des relations (II.39), (II.40) et (II.42) permet alors l'obtention de l'équation suivante :

$$\frac{\partial(\rho D U_\alpha^W)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_\beta} [\rho D U_\alpha^W (C_{g,\beta} + U_\beta)] = \rho g k_\alpha \frac{S_w}{\sigma} - \rho D U_\beta^W \frac{\partial U_\beta}{\partial x_\alpha} - \rho S^J \frac{\partial D}{\partial x_\alpha}, \quad (\text{II.43})$$

où le terme S^J est donné par

$$S^J = \frac{gkE}{\sinh(2kD)}. \quad (\text{II.44})$$

1. Comme précédemment, les résultats obtenus peuvent être ensuite généralisés au cas de vagues aléatoires en sommant les réponses à chaque composante spectrale de l'état de mer. Cette somme ne fait pas apparaître de termes nouveaux tant que l'on se restreint à l'ordre 2 des non-linéarités et que l'on ignore les ondes partiellement stationnaires [Ardhuin *et al.*, 2008b].

L'équation (II.43) représente ainsi la conservation de la qdm barotrope moyenne des vagues en présence de courant.

Avant d'utiliser cette équation pour reformuler l'équation de conservation de la qdm totale, notons encore que, à partir de la définition (II.27) du tenseur des contraintes de radiation $S_{\alpha\beta}$, les expressions de la théorie linéaire (II.35)-(II.37) fournissent la relation suivante [Ardhuin, 2006; Smith, 2006] :

$$S_{\alpha\beta} = \rho DU_{\alpha}^W C_{g,\beta} + \rho DS^J \delta_{\alpha\beta}. \quad (\text{II.45})$$

En utilisant cette relation et en soustrayant l'équation d'évolution de la qdm des vagues (II.43) à l'équation d'évolution de la qdm totale (II.34), on obtient l'équation proposée par Smith [2006] pour l'évolution de la qdm du courant moyen, généralisée au cas de vagues polychromatiques et en présence de mélange :

$$\begin{aligned} \frac{\partial(\rho DU_{\alpha})}{\partial t} + \frac{\partial(\rho DU_{\alpha} U_{\beta})}{\partial x_{\beta}} &= -\rho g D \frac{\partial \bar{\eta}}{\partial x_{\alpha}} + \frac{\partial R_{\alpha\beta}}{\partial x_{\beta}} - \rho D \frac{\partial S^J}{\partial x_{\alpha}} - \rho U_{\alpha} \frac{\partial(\rho DU_{\beta}^W)}{\partial x_{\beta}} \\ &+ \rho DU_{\beta}^W \left(\frac{\partial U_{\beta}}{\partial x_{\alpha}} - \frac{\partial U_{\alpha}}{\partial x_{\beta}} \right) - \rho g \int_{\mathbf{k}} k_{\alpha} \frac{S_w(\mathbf{k})}{\sigma} d\mathbf{k} \\ &+ \frac{\bar{p}^a}{\rho} \frac{\partial \bar{\eta}}{\partial x_{\alpha}} + \tau_{\alpha}^a - \tau_{\alpha}^b, \end{aligned} \quad (\text{II.46})$$

où on a substitué à l'expression de S^J la définition suivante

$$S^J = \int_{\mathbf{k}} \frac{gk}{\sinh(2kD)} E(\mathbf{k}) d\mathbf{k}. \quad (\text{II.47})$$

L'équation de conservation de la masse associée est quant à elle directement donnée par (II.33), sous la forme :

$$\frac{\partial \bar{\eta}}{\partial t} + \frac{\partial(DU_{\alpha})}{\partial x_{\alpha}} = - \frac{\partial(DU_{\alpha}^W)}{\partial x_{\alpha}} \quad (\text{II.48})$$

En suivant Ardhuin [2006], les effets du terme source/puits d'énergie des vagues S_w peuvent être explicités. Ardhuin [2006] propose la décomposition $S_w = S_{\text{in}} + S_{\text{ds}} + S_{\text{bot}}$, où S_{in} représente le flux d'énergie du vent vers les vagues, S_{ds} représente le flux d'énergie perdue par les vagues lors du déferlement et S_{bot} regroupe les flux d'énergie perdue par les vagues en raison de leur interaction avec le fond (frottement et diffusion). L'équation de conservation de la qdm barotrope du courant moyen (II.46) peut alors être reformulée par

$$\begin{aligned} \frac{\partial(\rho DU_\alpha)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho DU_\alpha U_\beta)}{\partial x_\beta} &= -\rho g D \frac{\partial \bar{\eta}}{\partial x_\alpha} + \frac{\partial R_{\alpha\beta}}{\partial x_\beta} - \rho D \frac{\partial S^J}{\partial x_\alpha} \\ &+ \rho D U_\beta^W \left(\frac{\partial U_\beta}{\partial x_\alpha} - \frac{\partial U_\alpha}{\partial x_\beta} \right) - \rho U_\alpha \frac{\partial(\rho D U_\beta^W)}{\partial x_\beta} \\ &+ \bar{p}^a \frac{\partial \bar{\eta}}{\partial x_\alpha} + \tau_\alpha^{oc} + (\tau_\alpha^a - \tau_\alpha^{aw}) - (\tau_\alpha^b - \tau_\alpha^{bw}). \end{aligned} \quad (\text{II.49})$$

Dans cette équation, τ^{aw} est le flux de qdm du vent vers les vagues (ou tension de vent supportée par les vagues), τ^{bw} représente le flux de qdm des vagues vers le fond et τ^{oc} représente le flux de qdm des vagues vers le courant moyen engendré par le déferlement des vagues. Ces trois termes sont donnés respectivement par :

$$(\tau_\alpha^{aw}, \tau_\alpha^{bw}, \tau_\alpha^{oc}) = \rho g \int_{\mathbf{k}} \frac{k_\alpha}{\sigma} (S_{in}(\mathbf{k}), S_{bot}(\mathbf{k}), S_{ds}(\mathbf{k})) d\mathbf{k} \quad (\text{II.50})$$

L'équation (II.49) représente l'évolution de la qdm barotrope du courant moyen sous les effets du forçage des vagues :

- Le terme $-\rho \partial S^J / \partial x_\alpha$ est analogue à une force de pression barotrope. Il correspond à un ajustement de la pression de type Bernoulli en réponse aux fluctuations de vitesse induites par les vagues. Ce terme intervient notamment dans le phénomène de décote/surcote : un gradient cross-shore de E et/ou de kh se traduit par un gradient cross-shore de S^J , qui est alors compensé par un gradient de niveau moyen (premier terme du membre de droite de (II.49)).

- Le terme $\rho D U_\beta^W \left(\frac{\partial U_\beta}{\partial x_\alpha} - \frac{\partial U_\alpha}{\partial x_\beta} \right)$ est désigné par "force vortex", introduite pour la première fois par *Garrett* [1976]. Ce terme résulte du couplage entre la composante verticale de la vorticité de l'écoulement moyen et la dérive de Stokes. Il représente par exemple le flux de qdm en provenance des vagues engendré par leur réfraction à la rencontre d'un courant moyen cisailé horizontalement. Le rôle de la vorticité verticale de l'écoulement a également été identifié comme majeur dans la dynamique de cellules de circulation associées aux courants sagittaux au-dessus de systèmes barres/chenaux [*Bonneton et al.*, 2010; *Bruneau et al.*, 2011].

- Le terme $-\rho U_\alpha \frac{\partial(\rho D U_\beta^W)}{\partial x_\beta}$ fait intervenir la divergence (ou convergence) de la qdm des vagues, qui est typiquement compensée par une convergence (ou divergence) de la qdm du courant moyen. La divergence de la qdm des vagues apparait également dans l'équation de conservation de la masse, qui traduit l'analogie de son action avec une source (ou un puits) de masse pour le courant moyen [*Hasselmann*, 1971].

■ Enfin, le terme τ_{α}^{oc} traduit l'effet sur le courant moyen de la dissipation de qdm des vagues par déferlement. Ce terme va bien sûr être majeur en zone de déferlement, où il permettra par exemple de représenter la génération du courant longshore par des vagues d'incidence oblique.

II.4.5 Conclusions

La théorie 2DH constitue un cadre fondamental dans l'étude des circulations littorales, permettant la représentation d'un grand nombre de phénomènes induits par les vagues près des plages. Traditionnellement formulée pour la qdm totale, l'approche 2DH fait alors appel au concept de tensions de radiation pour représenter les effets du mouvement oscillant des vagues sur la circulation en moyenne Eulérienne. Les équations proposées par *Phillips* [1977] ont ainsi été pendant longtemps les plus largement utilisées dans le domaine littoral. Des approches 2DH séparant la qdm du courant moyen et la qdm des vagues ont ensuite été proposées, à l'image de l'approche de *Garrett* [1976] et *Smith* [2006]. Ces approches apportent une interprétation nouvelle de la circulation et permettent d'éviter un certain nombre d'inconvénients des formulations sur la qdm totale. En contrepartie, la décomposition de la qdm présente une difficulté de définition, liée au caractère Eulérien de la moyenne appliquée dans la partie crêtes-à-creux de la colonne d'eau.

Une autre limitation des approches de *Phillips* [1977] et *Smith* [2006] réside dans l'hypothèse d'homogénéité verticale du courant moyen. L'approche de *Phillips* [1977] a été étendue par *Putrevu and Svendsen* [1999] au cas d'un courant moyen verticalement cisailé, aboutissant aux équations dites "Quasi-3D". Dans cette approche, le courant moyen est décomposé en une composante barocline et une composante barotrope, avant d'être intégré verticalement. *Putrevu and Svendsen* [1999] obtiennent une expression de la composante barocline à partir des variables barotropes, ce qui permet l'évaluation de l'intégrale verticale du courant moyen barocline. Le terme supplémentaire obtenu dans les équations 2DH se révèle à l'origine d'une dispersion horizontale accrue, dont l'importance peut parfois dépasser largement celle du mélange turbulent [*Haas et al.*, 2003]. Ces équations ont été implémentées au sein du modèle SHORECIRC [*Svendsen et al.*, 2004], qui a été utilisé avec succès pour représenter diverses circulations littorales [*e.g.*, *Haas et al.*, 2003; *Haas and Warner*, 2009].

Malgré leurs grandes qualités, les approches 2DH comme Quasi-3D conservent une même limitation intrinsèque : lorsque le courant présente un cisaillement vertical, la vitesse barotrope ne correspond pas à la vitesse d'advection de traceurs qui ne seraient

pas répartis de manière homogène sur la verticale. Or, la dérive de Stokes est toujours fortement cisailée verticalement, même à l'intérieur de la zone de déferlement [Miche, 1944]. De plus, le courant moyen cross-shore peut également présenter un cisaillement vertical significatif à proximité de la côte (*undertow*). Enfin, au large de la zone de déferlement, la réduction du mélange vertical turbulent peut permettre l'installation d'un cisaillement vertical du courant moyen. Haas and Svendsen [2002] observent par exemple une configuration où un courant sagittal, homogène verticalement au niveau de la zone de déferlement, se transforme en un courant de surface au large de cette zone. A ces sources de cisaillement liées aux vagues, il faut ajouter les effets des autres forçages hydrodynamiques, comme par exemple le vent, qui peut également affecter le profil vertical de courant. Par conséquent, la représentation du transport d'un sédiment proche du fond ou d'une masse d'eau douce en surface pourrait être significativement améliorée par l'utilisation d'un modèle tridimensionnel. Plusieurs théories 3D générales ont été proposées au cours des 10 dernières années et implémentées au sein de modèles numériques. Ces approches 3D font l'objet de la partie suivante du présent chapitre, et en particulier l'approche utilisée dans cette étude : la formulation de l'approche GLM proposée par Arduin *et al.* [2008b].

II.5 Théorie 3D vagues-courant : description d'une approche Lagrangienne

II.5.1 Motivations de l'approche 3D Lagrangienne avec séparation des qdm

Comme mentionné en introduction du présent chapitre, l'établissement d'une représentation 3D pour un écoulement en présence de vagues se heurte à la difficulté d'un traitement Eulérien de la zone située entre le creux et la crête des vagues. Une solution à cette difficulté a été proposée par *Mc Williams et al.* [2004] en conservant le cadre Eulérien. Dans cette approche, les points situés dans la partie crête-à-creux sont considérés comme faisant toujours partie de l'écoulement de l'eau, bien qu'en réalité ils se trouvent au dessus de la surface pour certaines valeurs de la phase. Lorsque les points sont hors de l'eau, une vitesse instantanée leur est associée comme s'ils faisaient partie de la colonne d'eau. Pour obtenir cette vitesse, le profil de vitesse instantanée calculé en dessous des creux est étendu au-dessus de la surface par un développement de Taylor, valide sous certaines hypothèses concernant les caractéristiques des vagues. L'ensemble du profil ainsi obtenu est ensuite moyenné de manière Eulérienne et les conservations de la masse et de la qdm sont établies pour cet écoulement moyen. Cette approche a été implémentée au sein du modèle ROMS [*Shchepetkin and McWilliams, 2005*], qui a ensuite permis la reproduction de plusieurs circulations littorales observées [*Uchiyama et al., 2009, 2010*]. Néanmoins, la signification physique des quantités obtenues par *Mc Williams et al.* [2004] dans la partie crête-à-creux de la colonne d'eau paraît quelque peu difficile à établir [*Ardhuin et al., 2008b; Bennis et al., 2011*]. En effet, les vitesses associées à la partie crête-à-creux sont "fictives" lorsqu'il n'y a pas d'eau dans cette zone. Elles sont obtenues par un développement analytique et ne correspondent pas à un écoulement réel. La moyenne obtenue ne correspond donc pas non plus à la moyenne d'un écoulement instantané réel. Par ailleurs, la prescription de la condition limite en surface reste elle aussi problématique, puisque le niveau auquel elle doit être spécifiée est occupé tantôt par l'eau tantôt par l'air.

Face à la difficulté de définition de l'écoulement moyen Eulérien à proximité de l'interface mobile air/eau, plusieurs auteurs se sont tournés vers une description Lagrangienne de l'écoulement. Dans ce contexte, *Andrews and McIntyre* [1978] introduisent pour la première fois la théorie de la Moyenne Lagrangienne Généralisée (ou GLM pour *Generalized Lagrangian Mean*). Ce travail fondateur présente un nouveau formalisme basé sur une transformation de type Lagrangien et un opérateur de moyenne associé. Cette transformation correspond à l'application d'un déplacement dans le calcul de la moyenne

CHAPITRE II. APPROCHES THÉORIQUES POUR LA REPRÉSENTATION DE LA CIRCULATION INDUITE PAR LES VAGUES

(i.e. $\xi \neq 0$ dans (II.1)), défini de sorte à suivre le mouvement des particules d'eau au passage d'une onde. Cette caractéristique offre ainsi la possibilité remarquable de définir une moyenne de l'écoulement sans changement de phase dans la partie crête-à-creux, puisque le déplacement appliqué permet de suivre l'interface eau/air dans son mouvement. A la différence de la solution proposée par *Mc Williams et al.* [2004], l'écoulement GLM dans la partie crête-à-creux correspond bien à la moyenne (Lagrangienne) de l'écoulement instantané réel dans cette zone. De plus, le calcul de cette moyenne ne nécessite pas qu'un traitement différent du reste de la colonne d'eau soit appliqué près de la surface (pas de développement analytique requis à travers la surface). En conséquence, le système d'équations moyennées finalement obtenu par *Andrews and McIntyre* [1978] est exact, i.e. indépendant de toute approximation asymptotique concernant un paramètre adimensionnel de l'écoulement. La conservation de la qdm peut être formulée pour la qdm du courant moyen (équations GLM) ou pour la qdm totale (équations aGLM, pour *alternative* GLM).

Sur la base de ces équations exactes, plusieurs formulations asymptotiques ont plus récemment été proposées pour des vagues de faible amplitude. *Groeneweg* [1999] utilise ainsi les équations exactes aGLM, à partir desquelles il propose un système d'équations asymptotiques au second ordre de la cambrure des vagues. Parmi les hypothèses effectuées par *Groeneweg* [1999], il est à noter que le cisaillement vertical du courant moyen est négligé. Cette approche a été implémentée par la suite au sein du code Delft3D [*Walstra et al.*, 2000], dans une version simplifiée. Le code obtenu a permis la reproduction de caractéristiques remarquables d'écoulements 3D en présence de vagues [e.g., *Reniers et al.*, 2009]. Dans la même logique, *Mellor* [2003] propose une approche fondée sur une transformation verticale uniquement. Les équations du mouvement sont reformulées à l'aide d'une nouvelle coordonnée verticale, construite pour suivre le déplacement vertical induit par le passage d'une vague. Là encore, cette transformation permet la définition d'une moyenne sans changement de phase dans la partie crête-à-creux de la colonne d'eau. *Mellor* [2003] formule ainsi un système d'équations moyennées, approximées à l'ordre 2 de la cambrure des vagues.

Malgré les qualités des approches proposées par *Groeneweg* [1999] et *Mellor* [2003], plusieurs limitations significatives sont soulignées par *Ardhuin et al.* [2008a,b]. Ces limitations sont principalement liées à la non-dissociation des qdm des vagues et du courant moyen. La formulation d'équations 3D pour la qdm totale possède tout d'abord les mêmes inconvénients qu'en 2DH, exposés plus haut (Section II.4.4). Il s'agit notamment de la difficulté d'appliquer le même paramétrage aux deux qdm alors qu'elles ont des comportements différents, notamment vis-à-vis du mélange

turbulent [Ardhuin *et al.*, 2008b]. Il en est de même sur la verticale : la qdm des vagues n'est pas mélangée verticalement par la turbulence, et ne produit pas d'énergie cinétique turbulente par les mêmes mécanismes que le courant moyen. De plus lorsque la dimension verticale est résolue, la recherche de l'évolution de la qdm totale comporte des difficultés supplémentaires. Le cisaillement vertical de la dérive de Stokes est généralement très fort près de la surface, avec une décroissance de l'ordre de $\cosh[2k(z+h)]$ pour des vagues linéaires, susceptible d'être encore accrue par les non-linéarités en eau (très) peu profonde [Ardhuin *et al.*, 2008b]. Par conséquent, la résolution d'équations portant sur la qdm totale nécessite systématiquement une résolution verticale très élevée près de la surface afin de bien représenter le cisaillement de la qdm totale. En revanche, un système d'équations formulées pour la qdm du courant moyen pourra utiliser une résolution verticale moins importante (et donc réduire le coût de calcul) dans les configurations, plus fréquentes, où le cisaillement vertical du courant moyen est faible. Enfin, la difficulté la plus importante des approches sur la qdm totale est liée à l'expression du flux de la qdm des vagues à travers les faces inférieures et supérieures du volume de contrôle considéré, notamment lorsque le fond présente une pente non nulle. Ardhuin *et al.* [2008a,b] exposent ainsi que dans ce cas, l'inclinaison par rapport à l'horizontale des faces inférieures/supérieures du volume de contrôle aboutit à des flux de qdm supplémentaires, négligés dans l'approche de Groeneweg [1999] et estimés de manière controversée par Mellor [2003]. Cependant, ces flux peuvent être du même ordre de grandeur que d'autres termes retenus dans le développement asymptotique. Cette limitation est confirmée par l'application numérique de l'approche de Mellor [2003] présentée par Bennis *et al.* [2011]. La séparation des qdm permet d'éviter la difficulté d'expression de ces flux de qdm verticaux : en effet, ceux-ci sont des flux de qdm des vagues, qui n'interviennent donc plus dans le bilan de qdm du courant moyen seul.

Compte tenu des difficultés liées à la recherche de la qdm totale, Ardhuin *et al.* [2008b] proposent une formulation asymptotique fondée cette fois sur les équations GLM pour la qdm du courant moyen (au lieu des équations aGLM utilisées par Groeneweg [1999]). L'approximation obtenue des équations RANS est à l'ordre 2 de la cambrure des vagues, si bien que ces équations sont désignées par "glm2z-RANS". Par ailleurs, à la différence du développement de Groeneweg [1999], Ardhuin *et al.* [2008b] n'effectuent pas d'hypothèse sur le cisaillement vertical du courant moyen mais seulement sur la courbure du profil. Par conséquent, les termes de cisaillement vertical du courant moyen sont conservés dans la formulation. Enfin, les équations glm2z-RANS sont non-divergentes. Cette propriété est obtenue par Ardhuin *et al.* [2008b] en appliquant un changement de coordonnée verticale aux équations GLM asymptotiques. L'approche

glm2z-RANS a été récemment implémentée dans une forme simplifiée au sein du code MARS3D [Lazure and Dumas, 2008] par Bennis et al. [2011] et au sein du code SYMPHONIE [Marsaleix et al., 2008, 2009] par Michaud [2011]; Michaud et al. [2012]. Bennis et al. [2011] obtiennent ainsi une solution cohérente avec la solution analytique établie par Longuet-Higgins [1967] pour un écoulement moyen en présence de vagues non déferlantes au-dessus d'un haut-fond. Les équations implémentées par Bennis et al. [2011] sont obtenues à partir des expressions de Arduin et al. [2008b] en effectuant l'hypothèse d'un cisaillement vertical du courant moyen faible par rapport à la pulsation des vagues. Cette hypothèse simplifie fortement la formulation et donc son implémentation, mais il est à noter que sa légitimité dépend de la configuration étudiée.

Compte tenu des différents avantages présentés par la théorie GLM et par la séparation des qdm sous la forme glm2z-RANS, l'approche de Arduin et al. [2008b] a été adoptée dans le cadre du présent travail, en vue d'être appliquée à des circulations réalistes. Les hypothèses et développements aboutissant aux équations glm2z-RANS sont exposés dans la présente section. On s'attachera dans un premier temps à présenter la théorie GLM et la démarche aboutissant à la formulation des équations GLM à partir des équations RANS Eulériennes. Puis dans un second temps, le traitement appliqué aux équations GLM par Arduin et al. [2008b] sera détaillé et discuté. Dans le corps du présent document, le développement adopte l'hypothèse de faible cisaillement vertical effectuée par Bennis et al. [2011]. Le développement des équations en dehors du cadre de cette hypothèse est fourni en Annexe A.1.

II.5.2 L'opérateur de Moyenne Lagrangienne Généralisée

II.5.2.1 Définition de l'opérateur GLM

La théorie GLM établie par Andrews and McIntyre [1978] est fondée sur l'hypothèse de l'existence d'un déplacement $\xi = (\xi_1, \xi_2, \xi_3)$, associé aux vagues, permettant de relier la position instantanée d'une particule d'eau à sa position moyenne Eulérienne. Autrement dit à la date t , la particule d'eau ayant pour position moyenne \mathbf{x} se trouve "réellement" en $\mathbf{x} + \xi(\mathbf{x}, t)$. Le déplacement ξ est donc par définition une fluctuation associée aux vagues au sens Eulérien et il vérifie

$$\overline{\xi(\mathbf{x}, t)} = 0, \quad (\text{II.51})$$

de sorte que $\overline{\mathbf{x} + \xi(\mathbf{x}, t)} = \mathbf{x}$. Andrews and McIntyre [1978] font de plus l'hypothèse que l'application $(\mathbf{x}, t) \mapsto \xi(\mathbf{x}, t)$ est bijective. Autrement dit, il est supposé qu'à une position moyenne \mathbf{x} peut être associée une et une seule position instantanée $\mathbf{x} + \xi(\mathbf{x}, t)$, et réciproquement. Dès lors, si ϕ est une fonction quelconque de l'écoulement, sa moyenne GLM notée $\overline{\phi}^L$ à la position moyenne (\mathbf{x}, t) est définie comme la moyenne des valeurs

prises par ϕ aux positions réelles $\mathbf{x} + \xi(\mathbf{x}, t)$, soit :

$$\overline{\phi(\mathbf{x}, t)}^L = \overline{\phi(\mathbf{x} + \xi(\mathbf{x}, t), t)}. \quad (\text{II.52})$$

II.5.2.2 Interprétation physique

On se propose de tenter de formuler une interprétation physique de l'opérateur GLM défini en (II.52). Pour cela, il est pratique de spécifier le type de moyenne Eulérienne correspondant à l'opérateur $\overline{(\cdot)}$. Considérons ici que la moyenne Eulérienne $\overline{(\cdot)}$ est une moyenne temporelle, définie par

$$\overline{\phi(\mathbf{x}, t)} = \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} \phi(\mathbf{x}, t + t') dt', \quad (\text{II.53})$$

où T est un intervalle de temps caractéristique du mouvement oscillatoire, par exemple la période des vagues. L'opérateur GLM (II.52) correspond donc à la définition (II.1) introduite au début du présent chapitre, avec cette fois $\xi \neq \mathbf{0}$. Un schéma illustrant la définition (II.52) est proposé en Figure II.1.

Entre $t - T/2$ et $t + T/2$ une particule d'eau va décrire la portion de trajectoire comprise entre les points A_1 et A_2 . La moyenne de toutes les positions instantanées adoptées par la particule le long du trajet (A_1, A_2) fournit la position GLM \mathbf{x}_A à la date t . De même, la moyenne des valeurs prises par ϕ en chacune des positions successives de la particule sur (A_1, A_2) durant $[t - T/2, t + T/2]$ fournit $\overline{\phi(\mathbf{x}_A, t)}^L$. A cette même date t , la particule d'eau se trouve "réellement" quelque part sur la portion de trajectoire (A_1, A_2) . Cette position réelle instantanée de la particule à la date t est donnée par le vecteur $\mathbf{x}_A + \xi(\mathbf{x}_A, t)$ et la valeur instantanée de ϕ à cette position est $\phi(\mathbf{x}_A + \xi(\mathbf{x}_A, t), t)$.

Considérons une seconde position moyenne \mathbf{x}_B de la même particule d'eau que celle suivie pour calculer \mathbf{x}_A , mais sur une plage temporelle postérieure. A la date $t' = t + \Delta t$, cette particule se trouve réellement en une nouvelle position instantanée $\mathbf{x}_B + \xi(\mathbf{x}_B, t')$. On peut lui associer une nouvelle portion de trajectoire instantanée (B_1, B_2) , qu'elle décrit sur l'intervalle de temps $[t' - T/2, t' + T/2]$. La moyenne des positions adoptées par la particule sur cette portion de trajectoire correspond à la position moyenne \mathbf{x}_B à la date t' . En répétant cette démarche pour toutes les dates comprises entre t et t' , on obtient la série temporelle des positions GLM de la particule, *i.e.* la trajectoire moyenne reliant \mathbf{x}_A à \mathbf{x}_B sur l'intervalle de temps $[t, t']$. Le schéma en Figure II.1 représente ainsi la trajectoire instantanée (trait pointillé) et la trajectoire moyenne (trait plein) de la particule d'eau considérée au cours du temps.

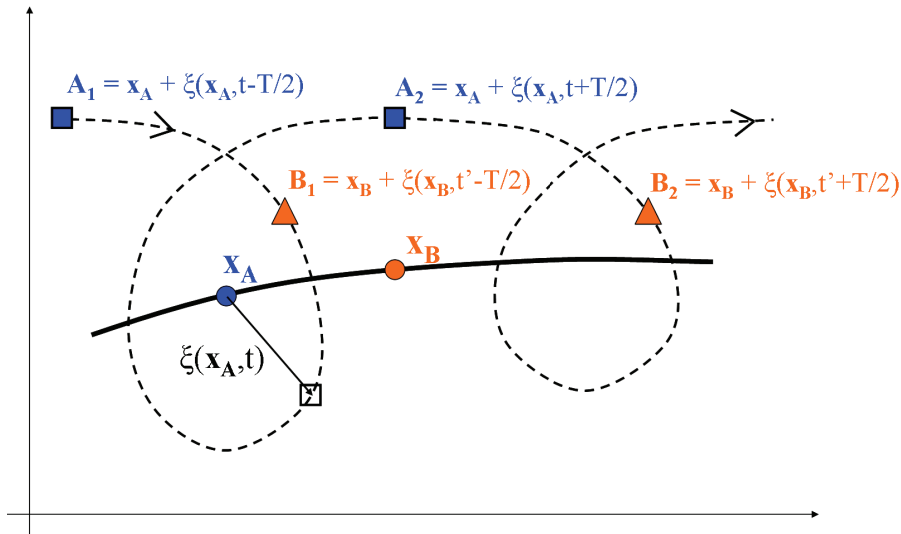


FIGURE II.1 – Schéma illustrant la définition du déplacement $\xi(x, t)$ et de l'opérateur GLM. Le trait pointillé noir représente les positions instantanées d'une particule d'eau. Le trait plein noir représente les positions moyennes correspondantes. On signale à titre d'exemple deux positions moyennes particulières x_A et x_B ainsi que le vecteur $\xi(x_A, t)$ à un instant t particulier. Les points A_1, A_2 et B_1, B_2 délimitent les portions de trajectoires dont la moyenne fournit les positions x_A et x_B respectivement.

Dans une logique "mixte Eulérienne/Lagrangienne", on pourrait s'intéresser à l'évolution temporelle des propriétés rattachées à une position fixe, par exemple la position moyenne x_A . A l'instant t' , on peut trouver une particule d'eau dont la position moyenne est x_A . La position réelle instantanée de cette particule est donnée par $x_A + \xi(x_A, t')$. En revanche, cette particule d'eau ne sera pas physiquement la même que celle qui avait pour position moyenne x_A à la date t . En effet la première particule, qui se situait en $x_A + \xi(x_A, t)$, s'est déplacée jusqu'en $x_B + \xi(x_B, t')$ entre t et t' . Comme $(B_1, B_2) \neq (A_1, A_2)$ dans l'exemple donné en Figure II.1, nécessairement $x_A \neq x_B$. Par conséquent, $\overline{\phi(x_A, t)}^L$ et $\overline{\phi(x_A, t')}^L$ correspondent à des moyennes de la grandeur ϕ associée à deux particules d'eau différentes.

Ces considérations permettent d'illustrer les notions suivantes introduites par *Andrews and McIntyre* [1978] :

■ **Bijektivité de ξ** : l'hypothèse de bijectivité de l'application $(x, t) \mapsto \xi(x, t)$ est sous-jacente à l'interprétation proposée. Elle justifie en effet que deux particules physiques différentes, de positions instantanées à t' données par $x_A + \xi(x_A, t')$ et $x_B + \xi(x_B, t')$, ont nécessairement deux positions moyennes différentes x_A et x_B . La

bijektivité de ξ exclut donc la possibilité d'une trajectoire instantanée cyclique sur T (comme un cercle ou une ellipse), qui aboutirait à la même position moyenne pour toutes les particules situées sur la trajectoire.

■ **Vitesse d'advection des positions moyennes** : la bijectivité de ξ revient ainsi à supposer que \mathbf{x}_A est nécessairement différent de \mathbf{x}_B si $t \neq t'$ dans l'exemple proposé. Autrement dit, le mouvement des particules d'eau possède une dérive à l'échelle de temps supérieure à la période des vagues T , qui advecte la position moyenne \mathbf{x} . Il s'agit concrètement de la somme du courant moyen sous-jacent au mouvement oscillatoire et de la dérive résiduelle du mouvement oscillatoire. On peut pour l'instant noter $\mathbf{v}(\mathbf{x}, t)$ la vitesse de ce mouvement résiduel total. $\mathbf{v}(\mathbf{x}, t)$ correspond donc à la vitesse à laquelle la position moyenne de la particule considérée s'est déplacée de \mathbf{x}_A en \mathbf{x}_B . Ou encore : $\mathbf{v}(\mathbf{x}, t)$ est la vitesse à laquelle la position moyenne \mathbf{x} doit être advectée pour que $\mathbf{x} + \xi(\mathbf{x}, t)$ pointe toujours vers la même particule physique lorsque t varie. L'existence d'une telle vitesse $\mathbf{v}(\mathbf{x}, t)$ est assurée par la bijectivité de ξ .

■ **Caractère hybride Lagrangien-Eulérien** : l'approche GLM établie par *Andrews and McIntyre* [1978] est Lagrangienne parce qu'elle s'attache à appliquer un opérateur de moyenne en suivant le mouvement d'une particule d'eau : à (\mathbf{x}, t) donnés, $\overline{\phi(\mathbf{x}, t)}^L$ est bien la moyenne de ϕ en suivant une particule d'eau physique sur l'intervalle $[t - T/2, t + T/2]$. L'approche proposée possède néanmoins un aspect Eulérien parce que le formalisme utilisé reste Eulérien, c'est-à-dire que les différentes grandeurs sont toujours exprimées comme des fonctions des variables Eulériennes \mathbf{x} et t supposées indépendantes. La moyenne Lagrangienne $\overline{\phi}^L$ est ainsi exprimée comme un champ Eulérien en un point (\mathbf{x}, t) de la colonne d'eau. On ne fait pas appel à une variable étiquette identifiant la particule d'eau considérée (comme sa position initiale par exemple), contrairement à une approche purement Lagrangienne. Par conséquent lorsqu'on considère l'évolution temporelle de $\overline{\phi(\mathbf{x}_0, t)}^L$ à \mathbf{x}_0 fixé, la particule physique étudiée est différente à chaque instant t , du fait de l'advection des positions moyennes.

II.5.2.3 Vitesse et dérivée particulaire GLM

Par définition de la vitesse $\mathbf{v}(\mathbf{x}, t)$, lorsque le point \mathbf{x} se déplace à la vitesse $\mathbf{v}(\mathbf{x}, t)$, le point $\mathbf{x} + \xi(\mathbf{x}, t)$ pointe toujours vers la même particule d'eau, dont la vitesse instantanée est $\mathbf{u}(\mathbf{x} + \xi(\mathbf{x}, t), t)$. Cette propriété peut être formulée par

$$\frac{\partial \Xi_i}{\partial t} + v_j \frac{\partial \Xi_i}{\partial x_j} = u_i(\Xi, t), \quad (\text{II.54})$$

où Ξ est défini par $\Xi = \mathbf{x} + \xi(\mathbf{x}, t)$. La construction de l'opérateur GLM est alors achevée par *Andrews and McIntyre* [1978] en requérant que la vitesse $\mathbf{v}(\mathbf{x}, t)$ soit une vitesse

moyenne au sens Eulérien :

$$\overline{\mathbf{v}(\mathbf{x}, t)} = \mathbf{v}(\mathbf{x}, t). \quad (\text{II.55})$$

Dès lors en appliquant l'opérateur $\overline{(\cdot)}$ à la relation (II.54) et en utilisant l'hypothèse (II.55), on obtient

$$\mathbf{v}(\mathbf{x}, t) = \overline{\mathbf{u}(\mathbf{x}, t)}^L. \quad (\text{II.56})$$

Autrement dit, la vitesse de déplacement des positions moyennes des particules d'eau est la vitesse GLM $\overline{\mathbf{u}}^L$. On peut alors définir l'opérateur de dérivée particulaire GLM, noté \overline{D}^L , comme la dérivée en suivant le mouvement GLM, donnée par

$$\overline{D}^L \phi = \frac{\partial \phi}{\partial t} + \overline{u}_j^L \frac{\partial \phi}{\partial x_j}. \quad (\text{II.57})$$

Par construction de \overline{D}^L , la vitesse instantanée et la vitesse GLM sont données respectivement par

$$\left\{ \begin{array}{l} \overline{D}^L \Xi = \mathbf{u}(\Xi, t), \end{array} \right. \quad (\text{II.58})$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \overline{D}^L \mathbf{x} = \overline{\mathbf{u}}^L(\mathbf{x}, t). \end{array} \right. \quad (\text{II.59})$$

On introduit enfin l'écart de vitesse \mathbf{u}^1 entre la vitesse instantanée de la particule et la vitesse de sa position GLM : $\mathbf{u}^1(\mathbf{x}, t) = \mathbf{u}(\Xi, t) - \overline{\mathbf{u}}^L(\mathbf{x}, t)$. En soustrayant (II.59) à (II.58) on obtient alors

$$\overline{D}^L \xi = \mathbf{u}^1(\mathbf{x}, t). \quad (\text{II.60})$$

Cette dernière relation assure la cohérence de la construction de ξ comme une fluctuation associée aux vagues [Andrews and McIntyre, 1978]. Contrairement à l'approche Eulérienne où les perturbations liées aux vagues sont abordées comme des fluctuations de vitesses, la théorie GLM aborde d'abord les vagues comme une fluctuation de la position des particules d'eau, avant d'établir le lien avec la fluctuation de vitesse à travers la relation (II.60).

La caractéristique Lagrangien de la théorie GLM présente ainsi l'avantage considérable de pouvoir définir le champ de vitesse GLM de l'écoulement $\overline{\mathbf{u}}^L(\mathbf{x}, t)$ dans toute la colonne d'eau, y compris dans la partie crête-à-creux. En effet par construction, quelque soit la valeur de la phase, le vecteur $\Xi = \mathbf{x} + \xi(\mathbf{x}, t)$ pointe toujours vers une particule de la colonne d'eau, ce qui permet de calculer $\overline{\mathbf{u}}^L(\mathbf{x}, t) = \overline{\mathbf{u}(\Xi, t)}$.

II.5.2.4 Correction de Stokes

Par construction, la moyenne GLM diffère de la moyenne Eulérienne dans la mesure où $\xi \neq 0$. La différence $\overline{\phi}^S$ entre la moyenne GLM d'un champ ϕ et sa moyenne Eulérienne peut-être définie en dessous de la partie crête-à-creux de la colonne d'eau par :

$$\overline{\phi}^S = \overline{\phi}^L - \overline{\phi}. \quad (\text{II.61})$$

La quantité $\overline{\phi}^S$ est appelée correction de Stokes de ϕ . Lorsque cette définition est appliquée à la vitesse, $\overline{\mathbf{u}}^S$ est généralement désignée par "dérive" de Stokes. Le développement asymptotique de $\mathbf{u}(\Xi, t)$ au voisinage de la position moyenne \mathbf{x} permet d'établir une expression de $\overline{\mathbf{u}}^S$ à partir de la vitesse moyenne Eulérienne $\overline{\mathbf{u}}$ et de la fluctuation de vitesse $\mathbf{u}' = \mathbf{u} - \overline{\mathbf{u}}$. En notant a l'amplitude de vagues monochromatiques de nombre d'onde k et de pulsation σ , on a

$$u_j(\Xi, t) = u_j + \xi_i \frac{\partial u_j}{\partial x_i} + \frac{1}{2} \xi_i \xi_k \frac{\partial^2 u_j}{\partial x_i \partial x_k} + O(\sigma k^{-1} (ka)^3), \quad (\text{II.62})$$

ce qui, après application de l'opérateur $\overline{(\cdot)}$, fournit :

$$\overline{u}_j^S = \overline{\xi_i \frac{\partial u'_j}{\partial x_i}} + \frac{1}{2} \overline{\xi_i \xi_k} \frac{\partial^2 \overline{u}_j}{\partial x_i \partial x_k} + O(\sigma k^{-1} (ka)^3). \quad (\text{II.63})$$

La relation (II.63) met en évidence que la dérive de Stokes est une quantité d'ordre ≥ 2 en ka . Elle peut de plus être exprimée à l'ordre 2 en ka à partir des expressions des fluctuations de position et vitesse Eulérienne à l'ordre 1 en ka (fournies par la théorie linéaire). Ceci a également pour conséquence que $\overline{u}^L = \overline{u} + O(\sigma k^{-1} (ka)^2)$. Ainsi, dans le cadre d'une formulation asymptotique des équations GLM pour des vagues de faible cambrure ka , l'approche GLM prend son sens lorsque les équations du mouvement sont formulées à un ordre ≥ 2 en ka .

II.5.3 Equations du mouvement GLM

Dans cette section, on s'attache à reproduire les principales étapes permettant d'obtenir un système d'équations représentant le mouvement GLM à partir des équations du mouvement Eulérien. *Andrews and McIntyre [1978]* exposent un traitement fournissant un système d'équations GLM exactes à partir des équations RANS compressibles, en incluant également l'évolution thermodynamique de l'eau. En suivant *Groeneweg [1999]*, on prend ici un point de départ moins générique correspondant aux équations RANS incompressibles et à leurs conditions limites fournies en Section II.3, en excluant les effets thermodynamiques sur l'écoulement.

II.5.3.1 Dérivation des champs déplacés

La contrepartie des avantages apportés par l'opérateur GLM est qu'il ne commute pas avec les dérivées partielles temporelle et spatiales. On fournit dans ce paragraphe un ensemble de propriétés concernant les dérivées de champs déplacés, qui seront utilisées ensuite pour exprimer les équations du mouvement GLM.

CHAPITRE II. APPROCHES THÉORIQUES POUR LA REPRÉSENTATION DE LA CIRCULATION INDUITE PAR LES VAGUES

Reprenant les notations utilisées par *Andrews and McIntyre* [1978], on désignera dans ce qui suit par ϕ^ξ la valeur de ϕ au point déplacé (Ξ, t) . Les dérivées spatiales et temporelle de la fonction composée $(\mathbf{x}, t) \mapsto \phi^\xi = \phi(\Xi, t)$ sont données respectivement par

$$\frac{\partial \phi^\xi}{\partial x_j} = \frac{\partial \Xi_i}{\partial x_j} \left(\frac{\partial \phi}{\partial x_i} \right)^\xi, \quad (\text{II.64})$$

$$\frac{\partial \phi^\xi}{\partial t} = \frac{\partial \Xi_i}{\partial t} \left(\frac{\partial \phi}{\partial x_i} \right)^\xi + \left(\frac{\partial \phi}{\partial t} \right)^\xi. \quad (\text{II.65})$$

On note $J = \det \left([\partial \Xi_j / \partial x_i]_{ij} \right)$ le jacobien de la transformation $(\mathbf{x}, t) \mapsto \Xi(\mathbf{x}, t)$ et K_{ij} les cofacteurs de la matrice jacobienne $[\partial \Xi_j / \partial x_i]_{ij}$. Par définition, les cofacteurs K_{ij} vérifient les relations :

$$\begin{cases} K_{ij} \frac{\partial \Xi_i}{\partial x_k} = J \delta_{kj}, & (\text{II.66}) \\ K_{ij} = \frac{\partial J}{\partial (\partial \Xi_i / \partial x_j)}. & (\text{II.67}) \end{cases}$$

La première de ces deux relations, une fois réinjectée dans (II.64), permet de reformuler l'expression de la dérivée spatiale déplacée par

$$\left(\frac{\partial \phi}{\partial x_i} \right)^\xi = \frac{K_{ij}}{J} \frac{\partial \phi^\xi}{\partial x_j}. \quad (\text{II.68})$$

La deuxième propriété (II.67), elle, fournit une relation entre les dérivées spatiales ou temporelle de J et les cofacteurs K_{ij} :

$$\frac{\partial J}{\partial \mu} = K_{ij} \frac{\partial}{\partial \mu} \left(\frac{\partial \Xi_i}{\partial x_j} \right), \quad (\text{II.69})$$

où μ désigne x_i ou t .

Enfin les relations (II.64) et (II.65) fournissent

$$\overline{D}^L \phi = \left(\frac{\partial \phi}{\partial t} \right)^\xi + \frac{\partial \Xi_i}{\partial t} \left(\frac{\partial \phi}{\partial x_i} \right)^\xi + \overline{u}_k^L \frac{\partial \Xi_i}{\partial x_k} \left(\frac{\partial \phi}{\partial x_i} \right)^\xi = \left(\frac{\partial \phi}{\partial t} \right)^\xi + \left(\frac{\partial \phi}{\partial x_i} \right)^\xi \overline{D}^L \Xi_i.$$

En utilisant (II.58), on obtient la relation suivante entre la dérivée particulière déplacée et la dérivée particulière GLM :

$$\left(\frac{D\phi}{Dt} \right)^\xi = \overline{D}^L \left(\phi^\xi \right). \quad (\text{II.70})$$

L'application de la moyenne $\overline{(\cdot)}$ à cette relation fournit finalement l'une des propriétés les plus remarquables de l'opérateur GLM, à savoir

$$\overline{\left(\frac{D\phi}{Dt} \right)^L} = \overline{D}^L \left(\overline{\phi}^L \right). \quad (\text{II.71})$$

Autrement dit, la moyenne GLM de la dérivée particulière de ϕ est égale à la dérivée de la moyenne GLM de ϕ calculée en se déplaçant à la vitesse \overline{u}^L des positions

moyennes. Cette propriété fournit donc que toute relation de conservation Eulérienne de la forme $D\phi/Dt = Q$ se traduit en moyenne GLM par une équation de conservation de $\bar{\phi}^L$ de la forme $\bar{D}^L(\bar{\phi}^L) = \bar{Q}^L$. Cette conséquence est remarquable relativement au cas de la moyenne Eulérienne, car le passage à la moyenne GLM n'aboutit à aucun terme supplémentaire de type tensions de *Reynolds* dans l'équation de conservation de la quantité moyenne $\bar{\phi}^L$. L'obtention de cette propriété, présentée ici comme une conséquence des caractéristiques de l'opérateur GLM, est en réalité l'une des motivations principales à l'origine de la démarche GLM.

II.5.3.2 Equation de conservation de la masse GLM

La non-divergence de l'écoulement Eulérien (II.4) est valable en tout point du fluide, on a donc : $(\partial u_i / \partial x_i)^\xi = 0$. L'expression (II.68) de la dérivée spatiale d'une variable déplacée fournit alors :

$$\frac{K_{ij}}{J} \frac{\partial u_i^\xi}{\partial x_j} = 0.$$

En remplaçant la vitesse au point déplacé u_i^ξ par son expression $\bar{D}^L \Xi_i$, on obtient alors :

$$K_{ij} \bar{D}^L \left(\frac{\partial \Xi_i}{\partial x_j} \right) = - \frac{\partial \bar{u}_k^L}{\partial x_j} K_{ij} \frac{\partial \Xi_i}{\partial x_k} = -J \frac{\partial \bar{u}_k^L}{\partial x_j} \delta_{kj},$$

où on a utilisé la relation (II.66) pour reformuler le membre de droite. La relation (II.69) permet alors de reformuler le membre de gauche pour fournir l'égalité :

$$\bar{D}^L J = -J \frac{\partial \bar{u}_k^L}{\partial x_k}. \quad (\text{II.72})$$

Cette relation correspond à l'expression de la conservation de la masse GLM pour un fluide incompressible. Elle est équivalente à l'équation (3.7) dans *Groeneweg* [1999] et est également équivalente aux équations (4.2) et (4.3) de *Andrews and McIntyre* [1978] si on suppose que ρ est constante. En explicitant la dérivée Lagrangienne de J , on retrouve également l'expression (44) de *Ardhuin et al.* [2008b] :

$$\frac{\partial J}{\partial t} + \frac{\partial (J \bar{u}_k^L)}{\partial x_k} = 0. \quad (\text{II.73})$$

L'expression (II.72) met en évidence que l'écoulement GLM est divergent en présence de vagues, la divergence du champ de vitesse GLM étant donnée par $-J^{-1} \bar{D}^L J$.

II.5.3.3 Equation de conservation de la qdm GLM

Afin d'exprimer l'équation de conservation de la qdm Lagrangienne moyenne, les équations (II.5)-(II.6) sont tout d'abord reformulées pour les champs déplacés en (Ξ, t) , avant d'être moyennées par l'opérateur $\bar{(\cdot)}$.

En utilisant les relations (II.70) et (II.64), on obtient l'équation de conservation suivante pour la qdm déplacée :

$$\overline{D}^L \left(\rho u_j^\xi \right) = \frac{\partial p^\xi}{\partial x_j} - \rho g \delta_{j3} + X_j^\xi. \quad (\text{II.74})$$

Suivant *Groeneweg* [1999], on multiplie l'équation (II.74) par $\partial \Xi_j / \partial x_i$ et en utilisant (II.58), on reformule le membre de gauche par

$$\begin{aligned} \frac{\partial \Xi_j}{\partial x_i} \times \overline{D}^L \left(\rho u_j^\xi \right) &= \overline{D}^L \left(\rho \frac{\partial \Xi_j}{\partial x_i} u_j^\xi \right) - \rho u_j^\xi \overline{D}^L \left(\frac{\partial \Xi_j}{\partial x_i} \right) \\ &= \overline{D}^L \left(\rho u_i^\xi \right) + \overline{D}^L \left(\rho \frac{\partial \Xi_j}{\partial x_i} u_i^\xi \right) - \rho u_j^\xi \frac{\partial u_j^\xi}{\partial x_i} + \rho u_j^\xi \frac{\partial \overline{u}_j^L}{\partial x_i} + \rho u_j^\xi \frac{\partial \Xi_j}{\partial x_k} \frac{\partial \overline{u}_k^L}{\partial x_i}. \end{aligned}$$

En réinjectant cette relation dans (II.74) et en appliquant l'opérateur de moyenne Eulérienne $\overline{(\cdot)}$, on obtient finalement

$$\overline{D}^L \left(\rho \overline{u}_j^L - \rho P_j \right) = - \frac{\partial \overline{p}^L}{\partial x_j} - \rho g \delta_{j3} + \hat{X}_j + \frac{1}{2} \frac{\partial \left(\overline{\rho u_i^L u_i^L} \right)}{\partial x_j} + \rho P_i \frac{\partial \overline{u}_i^L}{\partial x_j}, \quad (\text{II.75})$$

où le vecteur \mathbf{P} désigne la pseudo-quantité de mouvement (pqdm) des vagues par unité de masse, définie par [*Andrews and McIntyre, 1978*]

$$P_j = - \overline{u_i^L \frac{\partial \xi_i}{\partial x_j}}, \quad (\text{II.76})$$

et où $\hat{\mathbf{X}}$ regroupe les termes de mélange, donnés par

$$\hat{X}_j = \overline{X_j^L} + \frac{\partial \overline{\xi_i}}{\partial x_j} X_i^L. \quad (\text{II.77})$$

L'équation (II.75) représente l'évolution de la qdm GLM totale $\overline{\mathbf{u}}^L$ en présence de vagues. Il est important de noter que cette équation est exacte puisqu'elle n'a nécessité pour l'instant aucun développement asymptotique pour être établie.

II.5.3.4 Conditions limites pour l'écoulement GLM

Conditions limites cinématiques

La position de la surface libre est donnée par $z - \eta(x_\alpha, t) = 0$. En appliquant la transformation $(\mathbf{x}, t) \mapsto \Xi(\mathbf{x}, t)$ à cette équation, on obtient la position déplacée de la surface libre :

$$z + \xi_3(\mathbf{x}, t) - \eta(\Xi_\alpha, t) = 0. \quad (\text{II.78})$$

L'application de l'opérateur de moyenne $\overline{(\cdot)}$ à cette équation fournit la position GLM de la surface libre, donnée par

$$z - \overline{\eta}^L(x_\alpha, t) = 0, \quad (\text{II.79})$$

où on a utilisé la nullité de la moyenne GLM du déplacement ξ . En utilisant les propriétés (II.71) et (II.79), la condition limite cinématique (II.8) devient en GLM :

$$\overline{D}^L(\overline{\eta}^L) = \overline{w}^L \text{ sur } z = \overline{\eta}^L(x_\alpha, t). \quad (\text{II.80})$$

On obtient de la même manière la condition limite cinématique GLM au fond, donnée par

$$\overline{u}_\alpha^L \frac{\partial(-\overline{h}^L)}{\partial x_\alpha} = \overline{w}^L \text{ sur } z = -\overline{h}^L. \quad (\text{II.81})$$

Il est à noter que la condition limite de surface (II.80) met en jeu les vitesses moyennes \overline{u}^L et \overline{w}^L au niveau de l'interface eau/air. Comme mentionné précédemment, l'opérateur $\overline{(\cdot)}^L$ permet la définition de ces quantités, alors qu'elle est plus problématique dans le cas d'un opérateur de moyenne Eulérien.

Conditions limites dynamiques

On considère tout d'abord la condition limite à la surface libre. En reprenant le raisonnement proposé par *Groeneweg* [1999], la moyenne GLM d'une fonction ϕ évaluée à la position GLM de la surface libre peut s'exprimer par

$$\overline{\phi}^L(x_\alpha, \overline{\eta}^L, t) = \overline{\phi(x_\alpha + \xi_\alpha, \overline{\eta}^L + \xi_3, t)} = \overline{\phi(x_\alpha + \xi_\alpha, \eta^\xi, t)}.$$

Ainsi, la valeur GLM de ϕ sur $z = \overline{\eta}^L$ correspond à la moyenne des valeurs prises par ϕ aux positions instantanées de la surface libre η^ξ . Par conséquent, la tension de surface GLM en $z = \overline{\eta}^L$ est donnée par la moyenne GLM la tension de surface en $z = \eta$. La continuité de la pression en surface (II.10) devient donc

$$\overline{p}^L = \overline{(p^a)}^L. \quad (\text{II.82})$$

De plus, l'analogue en GLM de la tension de surface τ^a introduite précédemment (Section II.4) est

$$\overline{\tau}_\beta^a{}^L = \tau_\beta^{aw} - \epsilon_{\beta\alpha} \frac{\partial \eta}{\partial x_\alpha} + \epsilon_{\beta 3}{}^L \text{ en } z = \overline{\eta}^L. \quad (\text{II.83})$$

Le premier terme du membre de gauche représente la tension de surface GLM supportée par les vagues due à la corrélation entre la pression et la pente de la surface libre [*Ardhuin*, 2006; *Ardhuin et al.*, 2008b], donnée par

$$\tau_\beta^{aw} = p \frac{\partial \eta}{\partial x_\beta}. \quad (\text{II.84})$$

De la même manière, l'analogue en GLM de la tension de fond τ^b introduite précédemment est

$$\overline{\tau}_\beta^b{}^L = -\epsilon_{\beta\alpha} \frac{\partial(-\overline{h}^L)}{\partial x_\alpha} + \epsilon_{\beta 3}{}^L \text{ en } z = -\overline{h}^L. \quad (\text{II.85})$$

II.5.4 Equations asymptotiques du mouvement quasi-Eulérien : approche de *Ardhuin et al.* [2008b]

II.5.4.1 La qdm du mouvement quasi-Eulérien

Le courant quasi-Eulérien [*Jenkins*, 1989], noté \hat{u} , est défini par :

$$\hat{u} = \bar{u}^L - \mathbf{P}. \quad (\text{II.86})$$

A partir des équations du mouvement GLM (II.73) et (II.75), *Ardhuin et al.* [2008b] formulent dans un premier temps un système d'équations asymptotiques avec pour inconnues le niveau d'eau $\hat{\eta}$ et la qdm $\rho\hat{u}$. Ces équations sont exprimées à l'ordre 2 des non-linéarités des vagues. Les expressions requises pour les termes liés aux vagues sont obtenues à partir des fluctuations Eulériennes de position et de vitesse calculées à l'ordre 1. Dans un second temps, ces équations asymptotiques sont transformées dans un nouveau système de coordonnées, où les champs de vitesses \bar{u}^L et \hat{u} sont non-divergents à l'ordre d'approximation considéré.

II.5.4.2 Hypothèses effectuées

On considère dans un premier temps des vagues monochromatiques. Comme précédemment, on note a leur amplitude, Θ leur phase, $\mathbf{k} = \nabla\Theta$ le vecteur d'onde, $\omega = \sigma + \mathbf{k}\cdot\mathbf{U}_A$ la pulsation absolue. σ est la pulsation intrinsèque des vagues, qu'on suppose vérifier la relation de dispersion linéaire $\sigma^2 = gk \tanh(kD)$, et \mathbf{U}_A est la vitesse d'advection des phases.

La première hypothèse effectuée est que l'ordre de grandeur ϵ_1 de la cambrure des vagues est faible :

$$ka \sim \|\nabla\eta\| \sim \epsilon_1 \ll 1. \quad (\text{H1})$$

La deuxième hypothèse effectuée est que le milieu de propagation, et donc également l'amplitude des vagues, varient lentement dans l'espace et dans le temps relativement aux échelles caractéristiques du mouvement oscillant :

$$\max \left(\left| \frac{1}{ka} \frac{\partial a}{\partial x_\alpha} \right|, \left| \frac{1}{\sigma} \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_\alpha} \right|, \left| \frac{\partial D}{\partial x_\alpha} \right| \right) \sim \epsilon_2 \ll 1, \quad (\text{H2a})$$

$$\max \left(\left| \frac{1}{\sigma a} \frac{\partial a}{\partial t} \right|, \left| \frac{k}{\sigma^2} \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial t} \right|, \left| \frac{k}{\sigma} \frac{\partial D}{\partial t} \right| \right) \sim \epsilon_2 \ll 1. \quad (\text{H2b})$$

Ardhuin et al. [2008b] font ensuite l'hypothèse que l'écoulement moyen est hydrostatique. La composante verticale de la vitesse moyenne est donc supposée faible relativement aux

composantes horizontales, ce qui implique que les termes faisant intervenir la vitesse verticale sont négligés dans l'équation de conservation de la qdm GLM sur la verticale. Cette hypothèse justifie également de supposer que la vitesse \bar{w} et ses dérivées spatiales sont faibles relativement aux échelles caractéristiques des vagues. Ceci est finalement exprimé par

$$\max \left(\frac{|\bar{w}|}{|\bar{u}_\alpha|}, \left| \frac{1}{\sigma a} \bar{w} \right|, \left| \frac{1}{\sigma} \frac{\partial \bar{w}}{\partial x_i} \right| \right) \sim \epsilon_3 \ll 1. \quad (\text{H3})$$

Dans un dernier temps, on envisagera une hypothèse supplémentaire de faible variation verticale des composantes horizontales du courant moyen. L'hypothèse d'un cisaillement vertical nul du courant moyen est effectuée en 2DH dans les approches de *Phillips* [1977] et *Smith* [2006], présentées plus haut en Section II.4. En 3D, cette hypothèse est également effectuée dans le cadre de l'approche GLM proposée par *Groeneweg* [1999]. On ne suppose pas ici que le cisaillement vertical de \bar{u} est nul mais qu'il est faible relativement à l'échelle du mouvement oscillant. Cette hypothèse est exprimée par

$$\left| \frac{1}{\sigma} \frac{\partial \bar{u}_\alpha}{\partial z} \right| \sim \epsilon_4 \ll 1. \quad (\text{H4})$$

Cette approximation n'est pas effectuée par *Ardhuin et al.* [2008b]. Elle est en revanche adoptée par *Bennis et al.* [2011] (et suggérée par *Smith* [2006] en 2DH), qui étudient une configuration entrant dans le cadre de cette hypothèse. La propriété (H4) ne sera pas adoptée ici dans un premier temps, afin de retrouver une partie des résultats obtenus par *Ardhuin et al.* [2008b]. Dans un second temps, la suite du raisonnement exposé dans le corps du présent manuscrit fera l'hypothèse (H4), ce qui conduira aux équations utilisées par *Bennis et al.* [2011]. Le traitement des équations pour un cisaillement vertical quelconque est fourni en Annexe A.1.

On note dans ce qui suit $\epsilon = \max(\epsilon_i)$ et on suppose donc $\epsilon \ll 1$. On considère enfin que les fluctuations Eulériennes de pression et vitesse peuvent être fournies par la théorie linéaire, dont on redonne ci-dessous les expressions à l'ordre ϵ^1 :

$$p' = \rho g a F_{CC} \cos \Theta + O(\rho g k^{-1} \epsilon^2), \quad (\text{II.87})$$

$$u'_\alpha = a \sigma \frac{k_\alpha}{k} F_{CS} \cos \Theta + O(\sigma k^{-1} \epsilon^2), \quad (\text{II.88})$$

$$w' = a \sigma F_{SS} \sin \Theta + O(\sigma k^{-1} \epsilon^2), \quad (\text{II.89})$$

avec les notations précédemment introduites pour F_{CC} , F_{CS} et F_{SS} .

II.5.4.3 Expressions des fluctuations Lagrangiennes à l'ordre 1

On souhaite dans cette approche formuler les équations du mouvement GLM à l'ordre ϵ^2 , ce qui nécessite d'exprimer les fluctuations engendrées par les vagues à l'ordre ϵ^1 .

CHAPITRE II. APPROCHES THÉORIQUES POUR LA REPRÉSENTATION DE LA CIRCULATION INDUITE PAR LES VAGUES

Expression de w^l :

En soustrayant le développement asymptotique (II.62) à sa moyenne, on obtient à l'ordre ϵ la relation suivante entre les fluctuations de vitesse Lagrangienne et Eulérienne :

$$u_j^l = u_j' + \xi_i \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} + O(\sigma k^{-1} \epsilon^2) \quad (\text{II.90})$$

En appliquant cette expression à la composante verticale de la vitesse w , on obtient en premier lieu :

$$w^l = w' + \xi_\alpha \frac{\partial \bar{w}}{\partial x_\alpha} + \xi_3 \frac{\partial \bar{w}}{\partial z} + O(\sigma k^{-1} \epsilon^2)$$

L'utilisation de $\xi_i = O(a)$, des hypothèses (H2a) puis (H1) fournit alors

$$\xi_\alpha \frac{\partial \bar{w}}{\partial x_\alpha} = O(a \times \sigma \epsilon_2) = O(\sigma k^{-1} \epsilon^2).$$

L'hypothèse (H3) fournit de manière analogue :

$$\xi_3 \frac{\partial \bar{w}}{\partial z} = O(a \times \sigma \epsilon_3) = O(\sigma k^{-1} \epsilon^2).$$

Ainsi, on obtient à l'ordre ϵ^1 l'égalité :

$$w^l = w' + O(\sigma k^{-1} \epsilon^2). \quad (\text{II.91})$$

Expression de ξ_3 :

Les relations (II.91) et (II.60) induisent que la composante verticale ξ_3 du déplacement vérifie l'équation

$$\frac{\partial \xi_3}{\partial t} + \bar{u}_\alpha^L \frac{\partial \xi_3}{\partial x_\alpha} = w' = a\sigma F_{SS} \sin \Theta + O(\sigma k^{-1} \epsilon^2). \quad (\text{II.92})$$

L'hypothèse (H2b) induit que les variations spatiotemporelles de \bar{u}^L sont plus faibles d'un ordre de grandeur par rapport aux variations spatiotemporelles du mouvement oscillant. Cela permet de considérer l'équation (II.92) comme une équation d'onde, dont on peut obtenir une solution par transformée de Fourier en supposant ξ_3 de la forme

$$\xi_3 = \Re (\Phi(\mathbf{x}, t) e^{i\Theta}),$$

où \Re désigne la partie réelle, de sorte que $\Phi(\mathbf{x}, t)$ vérifie

$$\bar{D}^L \Phi + \Phi(i\omega - ik_\alpha \bar{u}_\alpha^L) = ia\sigma F_{SS} + O(\sigma k^{-1} \epsilon^2) e^{-i\Theta}.$$

La partie imaginaire de cette équation fournit l'expression de $\Phi(\mathbf{x}, t)$ suivante :

$$\Phi(\mathbf{x}, t) = \frac{a\sigma F_{SS}}{\omega - k_\alpha \bar{u}_\alpha^L} + O(k^{-1} \epsilon^2).$$

On obtient donc finalement l'expression de ξ_3 à l'ordre 1 suivante¹ :

$$\left\{ \begin{array}{l} \xi_3 = am(\mathbf{x}, t)F_{SS} \cos \Theta + O(k^{-1}\epsilon^2) \\ \text{avec} \\ m(\mathbf{x}, t) = \frac{\sigma}{\omega - k_\alpha \bar{u}_\alpha^L} \end{array} \right. \quad (\text{II.93})$$

La fonction $m(\mathbf{x}, t)$ est désignée par paramètre de correction du cisaillement. Elle diffère de 1 par une quantité d'ordre ϵ_4 [Ardhuin et al., 2008b]. Dans le cas d'un courant moyen peu cisailé sur la verticale ($\epsilon_4 \ll 1$), la fonction $m(\mathbf{x}, t)$ tend donc vers 1.

Expression de u_α^l :

L'application du développement asymptotique (II.62) à la fluctuation Lagrangienne de vitesse horizontale fournit :

$$u_\alpha^l = u'_\alpha + \xi_\beta \frac{\partial \bar{u}_\alpha}{\partial x_\beta} + \xi_3 \frac{\partial \bar{u}_\alpha}{\partial z} + O(\sigma k^{-1}\epsilon^2)$$

Dans le cadre de l'hypothèse (H2a), le deuxième terme du membre de droite est d'ordre $a\sigma\epsilon_2$, ce qui fournit donc :

$$u_\alpha^l = u'_\alpha + \xi_3 \frac{\partial \bar{u}_\alpha}{\partial z} + O(\sigma k^{-1}\epsilon^2)$$

En injectant dans cette relation les expressions (II.88) et (II.93), on obtient

$$u_\alpha^l = a\sigma \left(\frac{k_\alpha}{k} F_{CS} \cos \Theta + \frac{m(\mathbf{x}, t)}{\sigma} F_{SS} \frac{\partial \bar{u}_\alpha}{\partial z} \cos \Theta \right) + O(\sigma k^{-1}\epsilon^2). \quad (\text{II.94})$$

Expression de ξ_α :

Par analogie aux manipulations effectuées pour obtenir l'expression de ξ_3 à l'ordre ϵ^1 , la combinaison de (II.94) et de (II.60) aboutit à une équation pour ξ_α , qui peut être considérée à l'ordre 1 comme une équation d'onde. Cette équation fournit finalement l'expression de ξ_α à l'ordre ϵ^1 suivante :

$$\xi_\alpha = -am(\mathbf{x}, t) \left(\frac{k_\alpha}{k} F_{CS} \sin \Theta + \frac{m(\mathbf{x}, t)}{\sigma} \frac{\partial \bar{u}_\alpha}{\partial z} F_{SS} \sin \Theta \right) + O(k^{-1}\epsilon^2) \quad (\text{II.95})$$

1. En réinjectant l'expression de Φ dans la partie réelle de l'équation, on obtient

$$\frac{\partial \bar{u}_\alpha^L}{\partial t} + \bar{u}_\beta^L \frac{\partial \bar{u}_\alpha^L}{\partial x_\beta} = \frac{(\omega - k_\alpha \bar{u}_\alpha^L)^2}{ak_\alpha \sigma} O(\sigma k^{-1}\epsilon^2) = O(\sigma^2 k^{-1}\epsilon).$$

Le premier terme du membre de gauche est bien d'ordre $\sigma^2 k^{-1}\epsilon_2$ d'après l'hypothèse (H2b). Le second terme du membre de gauche est d'ordre $\frac{\bar{u}_\beta^L}{C} \sigma^2 k^{-1}\epsilon_2$ d'après l'hypothèse (H2a), où $C = \sigma/k$ est la vitesse de phase des vagues. On peut raisonnablement supposer que $\bar{u}_\beta^L/C = O(1)$, ce qui fournit que le second terme est bien également d'ordre $\sigma^2 k^{-1}\epsilon_2$.

II.5.4.4 Expressions à l'ordre 2 des termes de forçage des vagues

Les expressions établies au paragraphe précédent permettent d'exprimer à l'ordre ϵ^2 les termes liés aux vagues dans les équations du mouvement Lagrangien (II.73) et (II.75). Il s'agit concrètement des composantes du vecteur \mathbf{P} et du terme $\frac{1}{2}\overline{u_j^l u_j^l}$.

Expression de P_α :

Les composantes horizontales du vecteur \mathbf{P} défini en (II.77) sont données par

$$P_\alpha = -\overline{u_\beta^l \frac{\partial \xi_\beta}{\partial x_\alpha}} - \overline{w^l \frac{\partial \xi_3}{\partial x_\alpha}}. \quad (\text{II.96})$$

En notant que $\overline{\cos \Theta \sin \Theta} = 0$ et $\overline{\cos^2 \Theta} = 1/2$, les relations (II.91) et (II.93) fournissent

$$-\overline{w^l \frac{\partial \xi_3}{\partial x_\alpha}} = \frac{1}{2} m a^2 k_\alpha \sigma F_{SS}^2 + O(\sigma k^{-1} \epsilon^3),$$

et les relations (II.94) et (II.95) fournissent

$$-\overline{u_\beta^l \frac{\partial \xi_\beta}{\partial x_\alpha}} = \frac{1}{2} a^2 k_\alpha m \sigma \left(\frac{k_\beta}{k} F_{CS} + \frac{m}{\sigma} \frac{\partial \bar{u}_\beta}{\partial z} F_{SS} \right)^2 + O(\sigma k^{-1} \epsilon^3),$$

où on a utilisé $|\partial m / \partial x_\alpha| \sim \epsilon_2$, en accord avec l'hypothèse (H2a). On obtient donc l'expression de P_α à l'ordre ϵ^2 suivante :

$$P_\alpha = \frac{m a^2}{4 \sinh^2(kD)} \left(2\sigma k_\alpha \cosh(2kz + 2kh) + 2 \frac{k_\alpha}{k} m \sinh(2kz + 2kh) k_\beta \frac{\partial \bar{u}_\beta}{\partial z} + 2m^2 \frac{k_\alpha}{\sigma} \sinh^2(kz + kh) \left(\frac{\partial \bar{\mathbf{u}}}{\partial z} \right)^2 \right) + O(\sigma k^{-1} \epsilon^3). \quad (\text{II.97})$$

Expression de P_3 :

Dans l'hypothèse $m = 1$ et pour de faibles pentes de la surface (vagues linéaires), la définition (II.77) de \mathbf{P} induit que sa divergence est nulle et qu'il vérifie $\mathbf{P} \cdot \mathbf{n}_F = 0$, où \mathbf{n}_F est le vecteur normal au fond. Dans ce cas, la composante verticale de \mathbf{P} peut être obtenue à partir de ses composantes horizontales par

$$P_3 = -P_\alpha(-h) \frac{\partial h}{\partial x_\alpha} - \int_{-h}^z \frac{\partial P_\alpha}{\partial x_\alpha}(z') dz'. \quad (\text{II.98})$$

Si ce résultat ne peut être obtenu dans le cas général, *Ardhuin et al.* [2008b] estiment néanmoins que les corrections à apporter à (II.98) sont d'ordre supérieur à celui considéré dans le présent développement.

Expression de $\frac{1}{2}\overline{u_j^l u_j^l}$:

A partir des expressions (II.91) et (II.94), le terme $u_j^l u_j^l$ est donné par

$$\frac{1}{2}\overline{u_\alpha^l u_\alpha^l} + \overline{u_z^l u_z^l} = \frac{a^2 \sigma^2}{4} \left(\frac{k_\alpha}{k} F_{CS} + \frac{m}{\sigma} \frac{\partial \bar{u}_\alpha}{\partial z} F_{SS} \right)^2 + \frac{a^2 \sigma^2}{4} F_{SS}^2 + O(\sigma k^{-1} \epsilon^3)$$

En utilisant la relation de dispersion pour exprimer σ^2 et l'énergie des vagues considérées $E = a^2/2$, on obtient

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} \overline{u_j^l u_j^l} &= \frac{gkE}{2} (F_{CC}F_{CS} + F_{SC}F_{SS}) \\ &+ \frac{E\sigma k_\alpha}{k} \frac{\partial \bar{u}_\alpha}{\partial z} m F_{CS} F_{SS} + \frac{Em^2}{2} \left(\frac{\partial \bar{\mathbf{u}}}{\partial z} \right)^2 F_{SS}^2 + O(\sigma k^{-1} \epsilon^3) \end{aligned} \quad (\text{II.99})$$

Expression de $\bar{\eta}^L$:

Comme il sera exposé plus loin, l'expression de $\bar{\eta}^L$ à l'ordre ϵ^2 est également requise pour le présent développement. $\bar{\eta}^L$ est donnée à partir de sa correction de Stokes par

$$\bar{\eta}^L = \bar{\eta} + \bar{\eta}^S = \bar{\eta} + \overline{\frac{\partial \eta}{\partial x_\alpha} \xi_\alpha |_{z=\bar{\eta}}} + O(k^{-1} \epsilon^3).$$

Avec $\eta = a \cos \Theta$ et l'expression (II.94), on obtient

$$\bar{\eta}^L = \bar{\eta} + \frac{ma^2}{2} \left(\frac{k}{\tanh kD} + \frac{mk_\alpha}{\sigma} \frac{\partial \bar{u}_\alpha}{\partial z} \Big|_{z=\bar{\eta}} \right) + O(k^{-1} \epsilon^3). \quad (\text{II.100})$$

II.5.4.5 Hypothèse de cisaillement vertical limité du courant moyen

L'hypothèse (H4) n'a jusqu'ici pas été utilisée, de sorte que les expressions (II.97)-(II.100) à l'ordre ϵ^2 correspondent aux résultats obtenus par *Ardhuin et al.* [2008b]. On observe dans ces résultats plusieurs termes faisant intervenir le gradient vertical de vitesse moyenne. Si l'hypothèse de faible cisaillement vertical (H4) est effectuée, il peut être démontré que ces termes sont d'ordre $\geq \epsilon^3$.

Considérons tout d'abord les expressions de u_α^l et ξ_α . Le premier terme du membre de droite de (II.94) est d'ordre $\sigma k^{-1} \epsilon$. En revanche, dans le cadre de l'hypothèse (H4), le second terme est d'ordre $a\sigma\epsilon_4 = \sigma k^{-1} \epsilon^2$. Par conséquent, l'expression de u_α^l à l'ordre ϵ^1 se réduit à

$$u_\alpha^l = a\sigma \frac{k_\alpha}{k} F_{CS} \cos \Theta + O(\sigma k^{-1} \epsilon^2). \quad (\text{II.101})$$

On obtient de la même manière que dans le cadre de l'hypothèse (H4), le second terme du membre de droite dans l'expression (II.95) de ξ_α est d'ordre ϵ^2 . Par ailleurs, comme mentionné précédemment, un faible cisaillement vertical du courant moyen permet de considérer $m(\mathbf{x}, t) \simeq 1$. On obtient ainsi sous l'hypothèse (H4) que l'expression de ξ_α à l'ordre ϵ^1 se réduit à

$$\xi_\alpha = -a \frac{k_\alpha}{k} F_{CS} \sin \Theta + O(k^{-1} \epsilon^2). \quad (\text{II.102})$$

De la même manière, on obtient sous l'hypothèse (H4) que les relations (II.97) et (II.99) se réduisent à

$$P_\alpha = \sigma k_\alpha E \frac{\cosh(2kz + 2kh)}{\sinh^2(kD)} + O(\sigma k^{-1} \epsilon^3), \quad (\text{II.103})$$

et

$$\frac{1}{2}\overline{u_j^l u_j^l} = \frac{gkE}{2} (F_{CC}F_{CS} + F_{SC}F_{SS}) + O(\sigma k^{-1}\epsilon^3). \quad (\text{II.104})$$

Enfin, l'ajout de (H4) aux hypothèses (H1)-(H3) a pour conséquence que la différence entre P_α et $\overline{u_\alpha^S}$ est d'ordre ϵ^3 . En effet, dans le cadre de (H1)-(H3), (II.63) devient

$$\overline{u_\alpha^S} = \overline{\xi_\beta \frac{\partial u'_\alpha}{\partial x_\beta}} + \overline{\xi_3 \frac{\partial u'_\alpha}{\partial z}} + \frac{1}{2} \frac{\overline{\xi_3^2}}{\xi_3^2} \frac{\partial^2 \overline{u_\alpha}}{\partial z \partial z} + O(\sigma k^{-1}\epsilon^3)$$

Sous l'hypothèse (H4), les relations (II.91), (II.93), (II.101) et (II.102) fournissent alors

$$\overline{u_\alpha^S} = \sigma k_\alpha E \frac{\cosh(2kz + 2kh)}{\sinh^2(kD)} + O(\sigma k^{-1}\epsilon^3), \quad (\text{II.105})$$

et donc $P_\alpha = \overline{u_\alpha^S} + O(\sigma k^{-1}\epsilon^3)$. Ceci a également pour conséquence que dans le cadre des hypothèses (H1)-(H3)+(H4), on a

$$\hat{u}_\alpha = \overline{u_\alpha} + O(\sigma k^{-1}\epsilon^3). \quad (\text{II.106})$$

Il est important de noter ici que cette dernière égalité n'est valide à l'ordre 2 que dans le cadre de l'hypothèse (H4). Hors de ce cadre, la p qdm \mathbf{P} diffère de $\overline{\mathbf{u}}^S$ du fait du cisaillement vertical de $\overline{\mathbf{u}}$, et donc le courant quasi-Eulérien $\hat{\mathbf{u}}$ diffère également du courant moyen Eulérien $\overline{\mathbf{u}}$.

II.5.4.6 Formulation asymptotique des équations GLM à l'ordre 2

Les expressions (II.103) et (II.104), obtenues dans le cadre des hypothèses (H1)-(H4), sont à présent réinjectées dans les équations du mouvement GLM afin d'en obtenir une formulation à l'ordre ϵ^2 . On reprend dans ce paragraphe le cheminement proposé par *Ardhuin et al.* [2008b], à la différence qu'on se place ici dans l'hypothèse (H4) de cisaillement vertical limité du courant moyen. Le lecteur est invité à se reporter à l'Annexe A.1 pour un exposé du traitement dans le cas d'un cisaillement vertical quelconque de $\overline{\mathbf{u}}$. Dans ce qui suit, on omettra l'écriture des termes d'ordre $\geq \epsilon^3$ afin d'alléger les notations.

Conservation de la qdm verticale GLM

Ardhuin et al. [2008b] considèrent tout d'abord l'équation de conservation de la qdm GLM (II.75) pour la composante verticale. En utilisant l'expression (II.104) obtenue pour $\frac{1}{2}\overline{u_j^l u_j^l}$ et l'hypothèse hydrostatique pour l'écoulement moyen (qui amène à négliger les termes en \hat{w} dans la conservation de la qdm verticale), l'équation (II.75) devient :

$$-\frac{\partial}{\partial z} \left(\overline{p}^L + \rho g z - \frac{\rho g k E}{2} (F_{CC}F_{CS} + F_{SC}F_{SS}) \right) + \rho P_\beta \frac{\partial}{\partial z} (\hat{u}_\beta + P_\beta) + \rho P_3 \frac{\partial P_3}{\partial z} = 0.$$

Dans cette équation, les deux derniers termes du membre de gauche sont d'ordre $\geq \epsilon^3$. En effet, les termes $P_j \frac{\partial P_j}{\partial z}$ sont d'ordre $\sigma k a^2 \times \sigma k^2 a^2 = O(\sigma^2 k^{-1} \epsilon^4)$ d'après l'expression (II.103) et l'hypothèse (H1). Le terme $P_\beta \frac{\partial \hat{u}_\beta}{\partial z}$ est d'ordre $\sigma k a^2 \times \sigma \epsilon_4 = O(\sigma^2 k^{-1} \epsilon^3)$ d'après les hypothèses (H1) et (H4). Parallèlement, le terme $\frac{\partial}{\partial z}(gkE(F_{CC}F_{CS} + F_{SC}F_{SS}))$ est par exemple d'ordre $k \times \sigma^2 a^2 = O(\sigma^2 k^{-1} \epsilon^2)$. Les deux derniers termes du membre de gauche peuvent donc être négligés à l'ordre ϵ^2 dans le cadre des hypothèses (H1)-(H4). On obtient alors par intégration verticale :

$$\bar{p}^L = -\rho g z + \rho g k E F_{CC} F_{CS} + c,$$

où on a utilisé que $F_{CC}F_{CS} - F_{SC}F_{SS} = 2/\sinh 2kD$ et où c est une constante d'intégration. La constante c est donnée par la condition limite dynamique en surface :

$$\overline{p(\eta)}^L = -\rho g \bar{\eta}^L + \rho g \frac{kE}{\tanh kD} + c = \bar{p}_a.$$

En utilisant l'expression (II.100) de $\bar{\eta}^L$, dans laquelle le terme de cisaillement vertical du courant moyen est négligé sous l'hypothèse (H4), on obtient $c = \rho g \bar{\eta} + \bar{p}_a$. A l'ordre ϵ^2 , l'équation de conservation de la qdm verticale GLM est donc finalement équivalente à l'expression de \bar{p}^L suivante :

$$\bar{p}^L = \bar{p}^H + \rho g k E F_{CC} F_{CS}, \quad (\text{II.107})$$

avec \bar{p}^H la pression hydrostatique moyenne donnée par $\bar{p}^H = \rho g(\bar{\eta} - z) + \bar{p}_a$.

Conservation de la qdm horizontale quasi-Eulérienne

On considère à présent l'équation de conservation de la qdm GLM pour les composantes horizontales. En utilisant l'expression (II.107) obtenue pour \bar{p}^L et l'expression (II.104) obtenue pour $\frac{1}{2}\overline{u_j^l u_j^l}$, le terme $\bar{p}^L - \frac{1}{2}\overline{\rho u_j^l u_j^l}$ intervenant dans l'équation de conservation de la qdm horizontale peut être formulé par

$$\bar{p}^L - \frac{1}{2}\overline{\rho u_j^l u_j^l} = \bar{p}^H + \rho S^J, \quad (\text{II.108})$$

où S^J est donné par

$$S^J = \frac{gkE}{\sinh 2kD}. \quad (\text{II.109})$$

Le terme S^J est analogue à une pression induite par les vagues. Ce terme barotrope est également obtenu dans l'approche 2DH de *Smith* [2006] (voir Section II.4.4, équation (II.44)). En réinjectant l'expression (II.108) dans l'équation de conservation de la qdm GLM horizontale (II.75), on obtient

$$\frac{\partial \rho \hat{u}_\alpha}{\partial t} + (\hat{u}_\beta + P_\beta) \frac{\partial \rho \hat{u}_\alpha}{\partial x_\beta} + (\hat{w} + P_3) \frac{\partial \rho \hat{u}_\alpha}{\partial z} = -\frac{\partial \bar{p}^H}{\partial x_\alpha} - \rho \frac{\partial S^J}{\partial x_\alpha} + \hat{X}_\alpha + \rho P_\beta \frac{\partial \bar{u}_\beta^L}{\partial x_\alpha} + \rho P_3 \frac{\partial \bar{w}^L}{\partial x_\alpha}.$$

CHAPITRE II. APPROCHES THÉORIQUES POUR LA REPRÉSENTATION DE LA CIRCULATION INDUITE PAR LES VAGUES

Dans cette équation, le terme principal d'accélération $\frac{\partial \hat{u}_\alpha}{\partial t}$ est d'ordre ϵ^1 d'après l'hypothèse (H2b). Les termes liés aux vagues, exprimés plus haut à l'ordre ϵ^2 , interviennent ici au sein de gradients horizontaux (terme S^J) ou en facteur de gradients spatiaux de la vitesse moyenne (termes en P_i), ce qui aboutit à des termes d'ordre ϵ^3 par les hypothèses (H2a) ou (H4). L'expression des termes liés aux vagues à l'ordre ϵ^2 amène donc à conserver les termes jusqu'à l'ordre ϵ^3 dans l'équation de la qdm horizontale.

Dans le dernier terme du membre de droite, les hypothèses (H3) puis (H2a) fournissent $P_3 \frac{\partial \hat{w}}{\partial x_\alpha} \sim \sigma k a^2 \times \epsilon_3 \frac{\partial \hat{u}_\alpha}{\partial x_\alpha} = O(\sigma^2 k^{-1} \epsilon_1^2 \epsilon_2 \epsilon_3)$. De plus, $P_j \frac{\partial P_j}{\partial x_\alpha}$ est d'ordre $\sigma k a^2 \times \sigma k a \frac{\partial a}{\partial x_\alpha} = \sigma^2 k^{-1} \epsilon_1^4 \epsilon_2$. En revanche, $P_\beta \frac{\partial \hat{u}_\beta}{\partial x_\alpha}$ est d'ordre $\sigma k a^2 \times \sigma \epsilon_2 = \sigma^2 k^{-1} \epsilon_1^2 \epsilon_2$. A l'ordre d'approximation considéré, on a donc :

$$P_\beta \frac{\partial \bar{u}_\beta^L}{\partial x_\alpha} + P_3 \frac{\partial \bar{w}^L}{\partial x_\alpha} \simeq P_\beta \frac{\partial \hat{u}_\beta}{\partial x_\alpha}.$$

Compte tenu de ces considérations et en ré-ajustant les termes d'advection par \mathbf{P} , on obtient l'équation de conservation de la qdm quasi-Eulérienne horizontale à l'ordre d'approximation considéré :

$$\frac{\partial \rho \hat{u}_\alpha}{\partial t} + \hat{u}_\beta \frac{\partial \rho \hat{u}_\alpha}{\partial x_\beta} + \hat{w} \frac{\partial \rho \hat{u}_\alpha}{\partial z} = -\frac{\partial \bar{p}^H}{\partial x_\alpha} + \hat{X}_\alpha - \rho \frac{\partial S^J}{\partial x_\alpha} + \rho \epsilon_{\alpha 3 \beta} P_\beta \Omega_3 - \rho P_3 \frac{\partial \hat{u}_\alpha}{\partial z}, \quad (\text{II.110})$$

où Ω_3 est la composante verticale de la vorticité de l'écoulement moyen ; $\epsilon_{\alpha 3 \beta} P_\beta \Omega_3$ est la composante selon x_α de la force vortex [Garrett, 1976], donnée par le produit vectoriel

$$\mathbf{P} \times (0, 0, \Omega_3) = \left(P_2 \left(\frac{\partial \hat{u}_2}{\partial x_1} - \frac{\partial \hat{u}_1}{\partial x_2} \right), -P_1 \left(\frac{\partial \hat{u}_2}{\partial x_1} - \frac{\partial \hat{u}_1}{\partial x_2} \right), 0 \right); \quad (\text{II.111})$$

et où on a enfin noté $\hat{X}_\alpha = \bar{X}_\alpha^L + \overline{\frac{\partial \xi_\beta}{\partial x_\alpha} X_\beta^l}$. L' quation (II.110) exprime la conservation de la qdm de l'écoulement quasi-Eulérien à l'ordre ϵ^2 , dans laquelle l'effet des vagues se traduit par différents termes de forçage : la pression induite par les vagues, la force vortex et un terme d'advection verticale de $\rho \hat{u}_\alpha$ par la dérive de Stokes. Il est à noter que ce dernier terme fait intervenir le cisaillement vertical de \hat{u}_α et qu'il est conservé même sous l'hypothèse (H4), car c'est un $O(\sigma^2 k^{-1} \epsilon_1^2 \epsilon_4)$. Les termes de forçage des vagues sont obtenus à partir de \mathbf{P} et S^J , qui peuvent eux-mêmes être calculés à l'ordre ϵ^2 à partir des caractéristiques de l'état de mer par (II.103) et (II.44) respectivement.

Conservation de la masse quasi-Eulérienne

L'équation de conservation de la masse pour l'écoulement quasi-Eulérien est directement donnée par (II.73), qu'on peut exprimer sous la forme

$$\frac{\partial J}{\partial t} + \frac{\partial (J \hat{u}_\beta)}{\partial x_\beta} + \frac{\partial (J \hat{w})}{\partial z} = -\frac{\partial (J P_\beta)}{\partial x_\beta} - \frac{\partial (J P_3)}{\partial z}. \quad (\text{II.112})$$

A l'issue de ce traitement, le système d'équations (II.110)-(II.112) fournit une représentation asymptotique de l'évolution de l'écoulement quasi-Eulérien à l'ordre ϵ^2 , valide dans le cadre des hypothèses (H1)-(H4).

II.5.4.7 Changement de coordonnée verticale

Comme illustré à nouveau par la relation (II.112), le champ de vitesse quasi-Eulérien est divergent dans le système d'équations obtenu ($J \neq 1$). Cette propriété peut être problématique vis-à-vis de l'hypothèse de non-divergence généralement effectuée dans les modèles numériques résolvant un système d'équations primitives. *Ardhuin et al.* [2008b] proposent donc d'effectuer un changement de coordonnée afin d'annuler la divergence de l'écoulement GLM, et donc également de l'écoulement quasi-Eulérien.

Position GLM d'une surface matérielle $z = \text{cste}$

Le déplacement des champs aux positions $\Xi = \mathbf{x} + \xi(\mathbf{x}, t)$, effectué dans l'approche GLM, induit une dilatation verticale de la colonne d'eau à l'origine de la divergence de l'écoulement GLM. De manière générale, la position moyenne Eulérienne d'une surface matérielle $z - \Gamma(x_\alpha, t) = 0$ est donnée par

$$z - \bar{\Gamma} = 0,$$

tandis que sa position GLM est donnée par

$$z - \bar{\Gamma}^L = z - (\bar{\Gamma} + \bar{\Gamma}^S) = 0.$$

Ceci s'applique en particulier au cas de la surface libre $\Gamma = \eta$, dont la position GLM $\bar{\eta}^L = \bar{\eta} + \bar{\eta}^S$ se situe généralement au-dessus de la moyenne Eulérienne $\bar{\eta}$ [McIntyre, 1988].

Dans le cas d'une surface matérielle horizontale $\Gamma = z_c$, où z_c est une constante, on a : $\bar{\Gamma}^L = \overline{z_c + \xi_3|_{z=z_c}} = z_c + \overline{(\xi_3|_{z=z_c})^S}$. Dans ce qui suit, on note ζ_c le déplacement vertical de la surface matérielle $z - z_c = 0$, défini par

$$\zeta_c(x_\alpha, t) = \xi_3|_{z=z_c}. \quad (\text{II.113})$$

D'après ce qui précède, la position GLM de la surface considérée est donnée par

$$z - (z_c + \bar{\zeta}_c^S) = 0. \quad (\text{II.114})$$

D'après sa définition, le déplacement vertical additionnel $\bar{\zeta}_c^S$ peut être calculé par

$$\bar{\zeta}_c^S = \overline{\frac{\partial \zeta_c}{\partial x_\alpha} \xi_\alpha|_{z=z_c}} + O(k^{-1}\epsilon^3) = \overline{\frac{\partial (\xi_3|_{z=z_c})}{\partial x_\alpha} \xi_\alpha|_{z=z_c}} + O(k^{-1}\epsilon^3). \quad (\text{II.115})$$

CHAPITRE II. APPROCHES THÉORIQUES POUR LA REPRÉSENTATION DE LA CIRCULATION INDUITE PAR LES VAGUES

En injectant les expressions (II.93) et (II.102) dans cette relation, on obtient

$$\begin{aligned}\bar{\zeta}_c^S &= \overline{(-ak_\alpha F_{SS} \sin \theta) \times (-a \frac{k_\alpha}{k} F_{CS} \sin \theta)} + O(k^{-1}\epsilon^3) \\ &= \frac{1}{2}a^2 k (F_{CS} F_{SS})_{z=z_c} + O(k^{-1}\epsilon^3).\end{aligned}\quad (\text{II.116})$$

Le déplacement additionnel $\bar{\zeta}_c^S$ est *a priori* non nul, donc la position GLM (II.114) diffère de la position moyenne Eulérienne, donnée par $z - z_c = 0$.

A partir de ces considérations, on définit un déplacement correctif généralisé $\bar{\zeta}^S(x_\alpha, z, t)$ par

$$\bar{\zeta}^S(x_\alpha, z_c, t) = \bar{\zeta}_c^S. \quad (\text{II.117})$$

Par construction (relation (II.114)), la correction de la coordonnée verticale par le déplacement $\bar{\zeta}^S$ permet de replacer la position GLM des surfaces $z = cste$ à leur position verticale Eulérienne moyenne. La correction $\bar{\zeta}^S$ peut être considérée comme la généralisation à une profondeur quelconque de la correction de Stokes de la position de la surface libre $\bar{\eta}^S$. En surface, on retrouve bien $\bar{\zeta}^S(x_\alpha, \bar{\eta}, t) = \bar{\eta}^S$.

Le déplacement $\bar{\zeta}^S$ représente la dilatation verticale de la colonne d'eau induite par l'opérateur GLM. Cette dilatation est générée par la "distorsion horizontale" de l'opérateur GLM le long des surfaces $z = cste$ (terme $\partial(\xi_3|_{z=z_c})/\partial x_\alpha$ dans (II.115)). *Ardhuin et al.* [2008b] relie cet effet au nombre plus grand de particules d'eau se situant sous les crêtes des vagues que sous les creux. Il est à noter que le déplacement $\bar{\zeta}^S$ n'inclut pas la "distorsion verticale" de l'opérateur GLM. En conséquence, $\bar{\zeta}^S$ diffère de $\bar{\xi}_3^S$ à l'ordre ϵ^2 par le terme $\overline{\frac{\partial \xi_3}{\partial z} \xi_3}$. Il s'agit ici d'une légère correction apportée aux relations (46) et (48) de *Ardhuin et al.* [2008b].

On se propose à présent de vérifier que la correction de la coordonnée verticale par $\bar{\zeta}^S$ permet bien d'annuler la divergence de l'écoulement GLM. Pour cela, il est au préalable nécessaire d'explicitier l'expression du jacobien J à l'ordre d'approximation considéré.

Expression du jacobien J à l'ordre ϵ^2

Andrews and McIntyre [1978] introduisent une densité moyenne $\tilde{\rho}$, définie de sorte à assurer la conservation de la masse GLM :

$$\overline{D}^L \tilde{\rho} + \tilde{\rho} \frac{\partial \bar{u}_i^L}{\partial x_i} = 0. \quad (\text{II.118})$$

La densité $\tilde{\rho}$ est liée à la densité déplacée ρ^ξ par

$$\tilde{\rho} = J \rho^\xi. \quad (\text{II.119})$$

Andrews and McIntyre [1978] démontrent que $\bar{\rho}$ est une quantité moyenne, i.e. $\bar{\rho} = \overline{\bar{\rho}}$. De plus, dans l'hypothèse de densité constante effectuée ici, on a $\rho^\xi = \overline{\rho^\xi}$. Par conséquent, la relation (II.119) implique

$$J = \bar{J}. \quad (\text{II.120})$$

Par ailleurs, le jacobien J est donné par $J = \det[\delta_{ij} + \partial\xi_i/\partial x_j]$. Les expressions (II.93) et (II.102) mettent en évidence que les dérivées spatiales de ξ sont d'ordre ϵ_1 sous les hypothèses (H1)-(H4). Une expression de J à l'ordre ϵ^2 peut alors être obtenue à partir des expressions (II.93) et (II.102) des déplacements ξ_3 et ξ_α à l'ordre ϵ^1 , et en utilisant la propriété (II.120). Le calcul correspondant est détaillé en Annexe A.2. Le résultat obtenu montre que, dans le cadre des hypothèses effectuées, J peut être exprimé sous la forme

$$J = 1 + J_2 + O(\epsilon^3), \quad (\text{II.121})$$

où J_2 est donné par :

$$J_2 = -\frac{1}{2}a^2k^2 (F_{CS}^2 + F_{SS}^2). \quad (\text{II.122})$$

Changement de coordonnées

On définit un changement de la coordonnée verticale transformant une fonction ϕ de l'écoulement en ϕ^* de sorte à ce que

$$\phi(x_\alpha, z, t) = \phi^*(x_\alpha^*, z^*, t^*), \quad (\text{II.123})$$

avec les nouvelles variables indépendantes (x_α^*, z^*, t^*) telles que

$$x_\alpha = x_\alpha^*, \quad (\text{II.124})$$

$$t = t^*, \quad (\text{II.125})$$

$$z = s(x_\alpha^*, z^*, t^*) = z^* + \bar{\zeta}^S. \quad (\text{II.126})$$

Afin d'alléger les notations, on désignera par s_z et s_μ les dérivées de s par rapport à z^* et μ^* respectivement, où μ désigne t ou x_α .

A partir de l'expression (II.116), la dérivée verticale de $\bar{\zeta}^S$ est donnée par

$$\frac{\partial(\bar{\zeta}^S)}{\partial z} = \frac{1}{2}a^2k^2 (F_{CS}^2 + F_{SS}^2) + O(\epsilon^3). \quad (\text{II.127})$$

D'après l'expression (II.122) de J_2 , on obtient donc l'égalité suivante à l'ordre ϵ^2 :

$$J_2 = -\frac{\partial(\bar{\zeta}^S)}{\partial z} + O(\epsilon^3). \quad (\text{II.128})$$

Ce résultat confère la propriété désirée au changement de coordonnée s . En effet on a :

$$s_z J = (1 - J_2)(1 + J_2 + O(\epsilon^3)) = 1 + O(\epsilon^3). \quad (\text{II.129})$$

CHAPITRE II. APPROCHES THÉORIQUES POUR LA REPRÉSENTATION DE LA CIRCULATION INDUITE PAR LES VAGUES

Le déplacement vertical correctif $\bar{\zeta}^S$ permet d'obtenir la propriété $s_z J = 1$ à l'ordre d'approximation considéré. Dans le nouveau système de coordonnées, le jacobien de la transformation GLM donc égal à 1, ce qui implique que l'écoulement GLM est non-divergent.

Le changement de coordonnées s est à présent appliqué au système d'équations (II.112)-(II.110).

Transformation de l'équation de conservation de la masse GLM

A partir de l'équation (II.123), on obtient [e.g., Mellor, 2003] :

$$\frac{\partial \phi}{\partial \mu} = \frac{\partial \phi^*}{\partial \mu^*} + \frac{\partial \phi^*}{\partial z^*} \frac{\partial z^*}{\partial \mu} = \frac{\partial \phi^*}{\partial \mu^*} - \frac{s_\mu}{s_z} \frac{\partial \phi^*}{\partial z^*}, \quad (\text{II.130})$$

$$\frac{\partial \phi}{\partial z} = \frac{\partial \phi^*}{\partial z^*} \frac{\partial z^*}{\partial z} = \frac{1}{s_z} \frac{\partial \phi^*}{\partial z^*}. \quad (\text{II.131})$$

En réinjectant les expressions (II.130)-(II.131) dans l'équation de conservation de la masse (II.112), on obtient

$$\frac{\partial J^*}{\partial t^*} - \frac{s_t}{s_z} \frac{\partial J^*}{\partial z^*} + \frac{\partial(J^* \bar{u}_\beta^{L*})}{\partial x_\beta^*} - \frac{s_\alpha}{s_z} \frac{\partial(J^* \bar{u}_\beta^{L*})}{\partial z^*} + \frac{1}{s_z} \frac{\partial(J^* \bar{w}^{L*})}{\partial z^*} = 0.$$

L'expression (II.116) de $\bar{\zeta}^S$ et l'hypothèse de lente variabilité de l'amplitude (H2a)-(H2b) fournissent que $\partial^2 s / \partial t^* \partial z^* = O(\sigma \epsilon_1^2 \epsilon_2)$ et $\partial^2 s / \partial x_\alpha^* \partial z^* = O(k \epsilon_1^2 \epsilon_2)$. Par conséquent, à l'ordre ϵ^2 on obtient :

$$\frac{\partial(s_z J^*)}{\partial t^*} - \frac{\partial(s_t J^*)}{\partial z^*} + \frac{\partial(s_z J^* \bar{u}_\beta^{L*})}{\partial x_\beta^*} - \frac{\partial(s_\alpha J^* \bar{u}_\beta^{L*})}{\partial z^*} + \frac{\partial(J^* \bar{w}^{L*})}{\partial z^*} = 0.$$

On note $W = J^* (\bar{w}^{L*} - \bar{D}^L(s))$ la vitesse verticale GLM relatives aux surfaces iso- s (c'est-à-dire la vitesse verticale dans le nouveau système de coordonnées). En utilisant la propriété (II.129), on obtient finalement

$$\frac{\partial \bar{u}_\alpha^L}{\partial x_\alpha} + \frac{\partial W}{\partial z} = 0, \quad (\text{II.132})$$

où les exposants $*$ ont été omis pour alléger les notations. L'écoulement GLM est donc bien non-divergent dans le nouveau système de coordonnées. En utilisant la non-divergence de \mathbf{P} (à l'ordre ϵ^2 dans l'hypothèse $m = 1$), on obtient que le champ de vitesse quasi-Eulérien est également non-divergent :

$$\frac{\partial \hat{u}_\alpha}{\partial x_\alpha} + \frac{\partial \hat{w}}{\partial z} = 0, \quad (\text{II.133})$$

où \hat{w} est donnée par $\hat{w} \equiv W - P_3$.

Transformation de l'équation de conservation de la qdm GLM

De la même manière, on applique à présent le changement de coordonnées à l'équation de conservation de la qdm horizontale GLM (II.110). Seuls les termes d'ordre $\leq \epsilon^2$ sont conservés, en notant que s_α et s_t sont des $O(\epsilon_1^2 \epsilon_2)$ et $s_z = O(\epsilon_1^2)$ (à partir de l'expression de $\bar{\zeta}^S$ donnée en (II.116)). Le seul terme du membre de droite de (II.110) modifié par le changement de coordonnées à l'ordre ϵ^2 est :

$$\left(-\rho P_3 \frac{\partial \hat{u}_\alpha}{\partial z} \right) = -\rho \frac{P_3^*}{s_z} \frac{\partial \hat{u}_\alpha^*}{\partial z^*}.$$

Les relations (II.130)-(II.131) sont appliquées au membre de gauche de (II.110), et l'ensemble de l'équation est multipliée par $s_z J$. Ceci permet finalement d'obtenir

$$\frac{\partial \rho \hat{u}_\alpha}{\partial t} + \hat{u}_\beta \frac{\partial \rho \hat{u}_\alpha}{\partial x_\beta} + \hat{w} \frac{\partial \rho \hat{u}_\alpha}{\partial z} = -\frac{\partial \bar{p}^H}{\partial x_\alpha} + \hat{X}_\alpha - \rho \frac{\partial S^J}{\partial x_\alpha} + \rho \epsilon_{\alpha 3 \beta} P_\beta \Omega_3 - \rho P_3 \frac{\partial \hat{u}_\alpha}{\partial z}, \quad (\text{II.134})$$

où les exposants * ont à nouveau été omis et où on retrouve bien pour \hat{w} la vitesse quasi-Eulérienne d'advection à travers les surfaces iso- s à l'ordre d'approximation considéré :

$$\hat{w} \equiv J(\bar{w}^L - \hat{u} s_\alpha - s_t) - P_3 = W - P_3 + J P_\alpha s_\alpha = W - P_3 + O(\sigma k^{-1} \epsilon_1^4 \epsilon_2). \quad (\text{II.135})$$

Le changement de coordonnées s permet ainsi d'obtenir un système d'équations non-divergent à l'ordre d'approximation considéré. La coordonnée verticale est corrigée du déplacement $\bar{\zeta}^S$, qui permet de replacer verticalement la position GLM des surfaces matérielles sur leur position moyenne Eulérienne. Il est à noter que les équations glm2 (II.112) et (II.110) sont exprimées dans le système de coordonnées Eulérien-cartésien, tout comme les équations GLM. En revanche, les équations glm2z (II.133) et (II.134) sont exprimées en fonction d'une coordonnée verticale qui n'est plus cartésienne (le "z" dans "glm2z" est donc quelque peu trompeur). Il faut notamment prendre garde au fait que les opérateurs de gradient doivent être compris comme des gradients dans les nouvelles coordonnées, et plus dans les coordonnées cartésiennes.

II.5.4.8 Conditions limites

Conditions limites cinématiques

Les conditions limites cinématiques pour les équations (II.132) et (II.134) sont obtenues par applications du changement de coordonnées s aux conditions limites GLM (II.80) et (II.81). La position GLM de la surface libre (II.79) s'exprime en fonction de z^* par

$$z^* + \bar{\zeta}^S \Big|_{z=\eta} - \bar{\eta}^L = z^* - \bar{\eta} = 0, \quad (\text{II.136})$$

ce qui illustre à nouveau le retour de la position GLM de la surface libre vers sa position moyenne Eulérienne sous l'effet du changement de coordonnées. Ceci fournit la condition cinématique en surface transformée par s :

$$\frac{\partial \bar{\eta}}{\partial t} + \bar{u}_\alpha^L \frac{\partial \bar{\eta}}{\partial x_\alpha} = W \text{ sur } z = \bar{\eta}. \quad (\text{II.137})$$

Ainsi, on retrouve ici un mécanisme mis en évidence en 2DH dans le cadre de l'approche de *Smith* [2006] (voir Section II.4.4), à savoir que l'effet de la convergence (ou divergence) de la dérive de Stokes en surface est analogue à une source (ou un puits) de masse pour l'écoulement moyen.

De la même manière, la position du fond est transformée par s en $z + h = 0$. Cela fournit la condition limite cinématique au fond

$$-\hat{u}_\alpha \frac{\partial h}{\partial x_\alpha} = \hat{w} \text{ sur } z = -h, \quad (\text{II.138})$$

où on a également utilisé $\mathbf{P} \cdot \mathbf{n}_F = \mathbf{0}$ sur $z = -h$.

Conditions limites dynamiques

La tension de surface requise portant sur le courant quasi-Eulérien uniquement, le flux de qdm de l'atmosphère vers les vagues doit être soustrait au flux de qdm total. De plus, le flux de qdm des vagues vers le courant moyen doit également apparaître dans la tension de surface. Il s'agit du flux de qdm engendré par le déferlement τ^{oc} , introduit précédemment. Avec une fermeture turbulente basée sur une viscosité turbulente verticale K_V , la tension de surface vérifie finalement [*Ardhuin et al.*, 2008b; *Bennis et al.*, 2011] :

$$\bar{\tau}_\alpha^a - \tau_\alpha^{aw} + \tau_\alpha^{oc} = \rho K_V \frac{\partial \hat{u}_\alpha}{\partial z} \text{ sur } z = \bar{\eta}. \quad (\text{II.139})$$

Au fond, la qdm des vagues perdue par friction n'est pas transférée vers le courant moyen au-dessus de la couche limite de fond [*Bennis et al.*, 2011]. Ainsi, si cette dernière n'est pas résolue, la tension de fond devient

$$\bar{\tau}_\alpha^b = \rho K_V \frac{\partial \hat{u}_\alpha}{\partial z} \text{ sur } z = -h. \quad (\text{II.140})$$

II.5.5 Conclusions

L'approche glm2z-RANS proposée par *Ardhuin et al.* [2008b] fournit une expression des équations du mouvement quasi-Eulérien à l'ordre 2 de la non-linéarité des vagues. Les équations obtenues sont rendues non-divergentes par une transformation de la coordonnée verticale, assurant notamment le retour de la position GLM de la surface libre vers sa position moyenne Eulérienne. Le développement asymptotique glm2z-RANS

s'appuie sur l'hypothèse (H1) de faible pente de la surface libre, l'hypothèse (H2a)-(H2b) de lentes variations spatiotemporelles du milieu de propagation et l'hypothèse (H3) d'un écoulement moyen hydrostatique, associées à l'utilisation de résultats de la théorie linéaire pour les fluctuations Eulériennes de vitesse et de pression. Le présent développement considère l'hypothèse supplémentaire (H4) de cisaillement vertical limité du courant moyen, effectuée par *Bennis et al.* [2011]. Dans le système d'équations obtenu, l'effet des vagues sur l'écoulement se traduit par un ensemble de termes de forçage dans l'équation de conservation de la qdm $\rho\hat{u}$, ainsi que par une source de masse en surface pour l'écoulement quasi-Eulérien.

L'intégration verticale des équations glm2z-RANS aboutit à une formulation proche de celle de *Smith* [2006], avec des termes supplémentaires liés au cisaillement vertical de \bar{u} . Dans l'hypothèse d'un courant moyen homogène verticalement, les deux formulations sont équivalentes. *Ardhuin et al.* [2008b] analysent également la cohérence des équations glm2z-RANS avec la formulation Eulérienne proposée par *Mc Williams et al.* [2004]. Dans le cas d'un fort cisaillement vertical de \bar{u} , le traitement des équations GLM fait apparaître des contributions supplémentaires au bilan de qdm quasi-Eulérienne (voir Annexe A.1). En particulier, une contribution significative du cisaillement vertical à la pqdm \mathbf{P} peut induire une différence entre \mathbf{P} et \bar{u}^S . Ces deux quantités diffèrent alors de la dérive de Stokes considérées par *Mc Williams et al.* [2004]. L'hypothèse d'un cisaillement vertical faible de \bar{u} par rapport à la pulsation σ (*i.e.* l'hypothèse (H4)) induit que la différence entre \mathbf{P} et \bar{u}^S est d'ordre $\sigma k^{-1}\epsilon^3$. Ceci est illustré dans le présent développement par les relations (II.97) et (II.105). En conséquence, la différence entre \hat{u} et \bar{u} est également d'ordre $\sigma k^{-1}\epsilon^3$. Dans ce cadre, les équations glm2z-RANS sont équivalentes à celles de *Mc Williams et al.* [2004] à l'ordre 2 de la non-linéarité des vagues. L'approche glm2z-RANS étend les résultats présentés par *Mc Williams et al.* [2004] au cas d'un fort courant moyen, puisque l'intensité de \hat{u} peut être quelconque.

Deux limitations de la présente formulation des équations glm2z-RANS peuvent être soulignées. La première limitation, discutée par *Ardhuin et al.* [2008b], est relative à l'hypothèse de faible non-linéarité des vagues. En particulier, le développement à l'ordre 2 des non-linéarités est susceptible d'être limitant dans la zone de déferlement, où les effets non-linéaires peuvent devenir importants. En utilisant la théorie de *Miche* [1944] pour des vagues déferlantes de cambrure significative, *Ardhuin et al.* [2008b] mettent en évidence que la cinématique non-linéaire des vagues dans la zone de déferlement se traduit par un cisaillement vertical accru de la pqdm \mathbf{P} près de la surface, fortement sous-estimé par la théorie linéaire. Cet effet peut introduire un biais dans la représentation glm2z du forçage 3D des vagues sur le courant moyen en zone de

CHAPITRE II. APPROCHES THÉORIQUES POUR LA REPRÉSENTATION DE LA CIRCULATION INDUITE PAR LES VAGUES

déferlement. La seconde limitation de la présente formulation glm2z-RANS est liée à l'hypothèse de cisaillement vertical limité du courant moyen (H4). La légitimité de cette hypothèse reste en effet à évaluer selon les configurations étudiées, notamment à l'intérieur ou à proximité de la zone de déferlement.

Dans le domaine de validité des hypothèses (H1) à (H4), le système d'équations glm2z-RANS (II.132)-(II.134) avec les conditions limites (II.137)-(II.140) fournit une représentation 3D des interactions vagues-courant, incluant la structure verticale de la qdm et du forçage des vagues sur le courant moyen. La proche formulation de *McWilliams et al.* [2004] a été implémentée au sein du modèle ROMS [*Shchepetkin and McWilliams, 2005*]. Associé à un modèle d'état de mer, le modèle de courant a été appliqué avec succès à plusieurs configurations littorales [*Uchiyama et al., 2009, 2010*]. Les équations glm2z-RANS ont été implémentées au sein de différents codes de calcul, appliqués à l'étude de la couche de mélange océanique et à la zone de déferlement [*Rascle et al., 2006; Rascle and Ardhuin, 2009*], au cas du levage adiabatique de vagues au-dessus d'un haut-fond [*Bennis et al., 2011*] ou encore à la représentation de circulations littorales sur la côte méditerranéenne française [*Michaud, 2011; Michaud et al., 2012*]. Dans la lignée de ces travaux, la présente étude s'appuie sur l'approche glm2z-RANS pour analyser l'effet des vagues sur la circulation et sur les processus de dispersion associés dans des configurations littorales réalistes.

Chapitre III

Modèles numériques : caractéristiques, extensions apportées et validation

III.1 Introduction

Les modèles numériques océaniques ont été abondamment développés durant les 50 dernières années, et font toujours l'objet d'une recherche très active [e.g., *Semtner, 1995; Haidvogel and Beckmann, 1999*]. Accompagnée par l'augmentation de la puissance des unités de calcul, la résolution spatiotemporelle des modèles a été progressivement accrue. A la suite des modèles régionaux hauturiers aux résolutions horizontales de l'ordre de 10 à 100 km, des modèles côtiers ont été développés afin de résoudre la dynamique de sous-bassins océaniques, aux variations caractéristiques de l'ordre de 1 à 10 km [e.g., *Shchepetkin and McWilliams, 2005; Walters et al., 2007; Lazure and Dumas, 2008; Marsaleix et al., 2008, 2009*]. Ces modèles ont intégré des spécificités nouvelles pour la représentation des processus côtiers. Ils prennent en compte la surface libre (par opposition à l'hypothèse du "toit rigide", qui ne permet notamment pas de représenter l'onde de marée), ainsi que la couche limite de fond (effet du frottement). Ils font généralement l'hypothèse d'un écoulement quasi-horizontale (qui conduit à l'équilibre hydrostatique) et utilisent souvent une discrétisation verticale de type sigma (*terrain-following*), adaptée aux importantes variations de profondeur rencontrées sur le plateau continental. L'échelle côtière permet par exemple la représentation des courants induits par la marée, l'étude des échanges entre le plateau continental et le large, ou encore la modélisation des grands panaches estuariens.

Parallèlement, le besoin d'outils d'analyse à très haute résolution, à l'échelle d'une plage ou d'un ensemble de plages, a été de plus en plus ressenti par les gestionnaires des espaces littoraux. Ceux-ci sont par exemple confrontés aux problématiques de l'évolution du trait de côte et de la protection des constructions littorales, de la sécurité des activités de plaisance ou encore de la qualité des eaux côtières, susceptibles de mettre en jeu des échelles inférieures au kilomètre, de 10 à 100 m. Face à cette demande croissante, un important effort de développement est entrepris afin de porter la modélisation numérique à l'échelle littorale. Outre les contraintes d'ordre numérique (stabilité, temps de calcul, précision de la résolution numérique, etc.), l'échelle locale met en jeu de nouveaux phénomènes physiques, qui ont dû être intégrés à la modélisation. Les effets des vagues sur la circulation littorale et sur la dispersion associée, qui constituent l'objet du présent travail, comptent parmi les phénomènes majeurs à proximité des plages. L'un des objectifs de la présente thèse est le développement d'un outil de modélisation numérique à l'échelle de la plage, permettant de représenter la dynamique littorale tridimensionnelle forcée par les vagues. Plusieurs modèles de ce type sont en cours de développement : COAWST (couplage de ROMS, SWAN et WRF) par l'équipe du USGS [Warner *et al.*, 2010; Kumar *et al.*, 2012], ROMS [Uchiyama *et al.*, 2010], MARS-WW3 [Bennis *et al.*, 2011], SYMPHONIE-WW3 [Michaud, 2011; Michaud *et al.*, 2012], SELFE [Roland *et al.*, sous presse, 2012], GETM [Moghimini *et al.*, 2012]. Tous ces modèles diffèrent par leurs choix de schémas numériques, de type de maillage et de coordonnées, généralement guidés par les spécificités des modèles associés dans un système forcé ou couplé.

Le travail exposé ici se base sur le code de calcul hydrodynamique MOHID Water [Martins *et al.*, 2001; Braunschweig *et al.*, 2004] et le code de calcul de l'état de mer WAVEWATCH III[®], désigné ci-après par W3 [Tolman, 2002a, 2009; Ardhuin *et al.*, 2010]. Une part importante de cette thèse a été consacrée à l'extension du code MOHID Water, de sorte à lui permettre de résoudre les équations tridimensionnelles glm2z-RANS proposées par Ardhuin *et al.* [2008b]. La Figure III.1 schématise l'articulation des deux codes au sein de l'outil de modélisation développé. Ce chapitre décrit les caractéristiques de cet outil et sa validation sur des configurations académiques. En Section 1, une description des deux codes utilisés est proposée. Les spécificités de MOHID Water sont présentées plus en détail, afin d'apporter les éléments nécessaires à l'exposé des modifications implémentées. Ces modifications sont détaillées en Section 2. Enfin, la Section 3 présente une analyse des résultats obtenus avec l'outil de modélisation mis en place sur deux cas-tests académiques de référence : la configuration adiabatique étudiée par Bennis *et al.* [2011] et le cas de vagues incidentes obliques sur une plage plane étudié par Haas and Warner [2009] et Uchiyama *et al.* [2010].

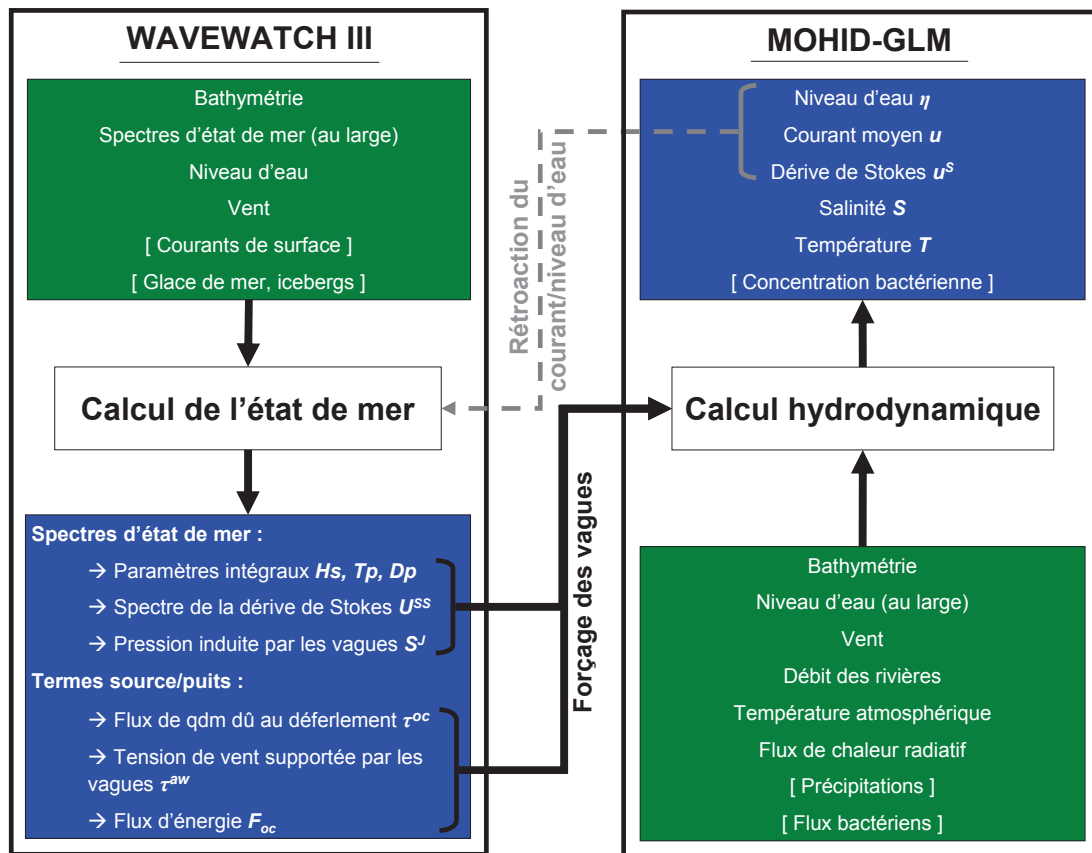


FIGURE III.1 – Schéma de l’articulation entre W3 et MOHID-GLM au sein de l’outil de modélisation développé.

III.2 Présentation du modèle spectral de vagues : W3

III.2.1 Caractéristiques générales

W3 est un modèle spectral d’état de mer à phase moyennée. Ce type de modèle a d’abord été développé pour des échelles de variation du champ de vagues très grandes devant la longueur d’onde [Gelci *et al.*, 1957]. Toutefois, cette modélisation s’avère également pertinente à plus petite échelle [e.g., Magne *et al.*, 2007; Michaud *et al.*, 2012; Ardhuin *et al.*, sous presse, 2012], tant que les phases des différentes composantes du champ de vagues peuvent être considérées comme aléatoires. Les variables d’état du modèle sont les densités spectro-angulaires de l’énergie des vagues $E(\mathbf{x}, t; f, \theta)$, ou de manière équivalente le spectre d’action $A(\mathbf{x}, t; k, \theta) = E(\mathbf{x}, t; f, \theta) \times df/dk/\sigma$. L’écriture du bilan radiatif des vagues sous forme d’action permet de supprimer le terme d’échange d’énergie entre les vagues et le courant, qui entre en jeu lorsque la propagation s’effectue dans un courant variable, car cet échange d’énergie a lieu avec une action constante.

La particularité de W3 par rapport au code SWAN, beaucoup plus employé en zone côtière (essentiellement pour des raisons pratiques), est la résolution du bilan radiatif par morceaux : l'advection spatiale, l'advection spectrale et l'intégration du terme source sont calculées avec des pas de temps différents et adaptés. Cette méthode est proche de celle déjà employée dans WAM [WAMDIGroup, 1988] et TOMAWAC [Benoit et al., 1996]. Cette solution offre la possibilité d'utiliser des schémas d'advection non-linéaires d'ordre élevé, qui restent monotones, alors que SWAN opère une "renormalisation" des valeurs négatives causées par ses schémas non-monotones. Ainsi, dans SWAN, l'énergie est redistribuée dans l'espace des directions pour supprimer ces valeurs négatives, ce qui a tendance à élargir les spectres directionnels.

W3 est actuellement développé par un consortium autour de la branche marine du service météorologique des Etats-Unis (NOAA/NCEP/MMAB), avec une forte implication de l'Ifremer, du *Naval Research Laboratory*, et de l'Université de Darmstadt. W3 a été validé à plusieurs reprises aussi bien dans le domaine hauturier [e.g., Tolman, 2002b; Ardhuin et al., 2008a, 2010] que côtier et littoral [e.g., Michaud, 2011; Michaud et al., 2012; Filipot and Ardhuin, 2012]. On se propose dans cette section d'exposer succinctement les caractéristiques du modèle W3 et le paramétrage utilisé dans le présent travail¹. Une description complète est fournie par Tolman [2009].

III.2.2 Equations du modèle

Le code W3 est utilisé ici dans sa version 4.04 [Tolman, 2008, 2009; Ardhuin et al., 2010]. Le bilan radiatif de l'action des vagues est exprimé sous la forme

$$\frac{DA}{Dt} = \frac{S}{\sigma}, \quad (\text{III.1})$$

où S regroupe les termes source/puits d'énergie des vagues. La dérivée Lagrangienne constituant le membre de gauche de (III.1) est le taux de variation de A en suivant les groupes de vagues dans l'espace physique et dans l'espace spectral. Ce terme peut être décomposé en

$$\frac{DA}{Dt} = \frac{\partial A}{\partial t} + \frac{\partial [(C_{g,\alpha} + U_{A,\alpha})A]}{\partial x_\alpha} + \frac{\partial (C_k A)}{\partial k} + \frac{\partial (C_\theta A)}{\partial \theta}, \quad (\text{III.2})$$

où C_g et U_A sont les vitesses de groupe et d'advection des phases respectivement, introduites au chapitre précédent; C_k et C_θ sont les vitesses de propagation de A dans l'espace spectral. Le deuxième terme du membre de droite représente donc l'advection de A dans l'espace physique et les deux derniers termes représentent l'advection de A dans l'espace spectral. Cette advection spectrale permet notamment de représenter

1. Aucune modification n'a été apportée au code W3 dans le cadre de la présente thèse.

les modifications de la direction (réfraction), de la longueur d'onde et de la période que peuvent subir des vagues se propageant au-dessus de variations du fond et/ou du courant.

Le terme source/puits S est décomposé en différentes contributions selon

$$S = S_{\text{atm}} + S_{\text{nl}} + S_{\text{oc}} + S_{\text{bot}}. \quad (\text{III.3})$$

Dans cette décomposition :

- S_{atm} est un terme d'interaction avec l'atmosphère, intégrant notamment la génération par le vent ;
- S_{nl} représente l'effet des interactions non-linéaires entre vagues. Dans le cas du code W3, il s'agit des interactions entre quadruplets résonnants. Les interactions entre triplets résonnants en eau peu profonde (*triad*) ne sont pas prises en compte ;
- S_{oc} est un terme de dissipation, qui peut être décomposé en une contribution de la dissipation en eau profonde S_{ds} (moutonnement, viscosité) et une contribution du déferlement bathymétrique en eau très peu profonde S_{db} ;
- S_{bot} est un terme de dissipation par interaction avec le fond (frottement).

W3 offre le choix de différents paramétrages pour chacun de ces termes, dont une description détaillée est fournie par *Tolman* [2009]. Dans le présent travail, W3 est utilisé avec le paramétrage proposé par *Bidlot et al.* [2005]. Le terme S_{atm} est ainsi issu du paramétrage de *Janssen* [1991] et le terme de dissipation S_{ds} a été adapté à partir de *Komen et al.* [1994]. Les interactions entre quadruplets S_{nl} sont modélisées par l'approximation des interactions discrétisées [*Hasselmann et al.*, 1985]. Cette combinaison des trois termes dominants en eau profonde donne des résultats satisfaisants dans notre zone d'étude. Il convient de noter que d'autres paramétrages peuvent donner des résultats sensiblement meilleurs, en particulier à l'échelle globale [*Ardhuin et al.*, 2010].

En eau peu profonde, les termes S_{bot} et S_{db} deviennent très importants. Le frottement au fond S_{bot} est prescrit selon la formulation linéaire JONSWAP [*Hasselmann et al.*, 1973], paramétrée par un coefficient de frottement Γ constant. La contribution de la diffusion des vagues par le fond est ici négligée. Le terme de déferlement bathymétrique est celui proposé par *Battjes and Janssen* [1978] : S_{db} est paramétré par une probabilité de déferlement Q_B et une hauteur maximum des vagues déferlantes H_{max} . Cette dernière est liée à la hauteur d'eau D par

$$H_{\text{max}} = \gamma D, \quad (\text{III.4})$$

où γ est un paramètre de déferlement. Le choix de γ contrôle donc fortement la détermination de S_{db} . Les paramètres de frottement et de déferlement bathymétrique

ont fait l'objet d'une calibration spécifique à notre zone d'étude.

III.2.3 Aspects numériques

L'équation (III.1) est résolue par W3 pour chaque composante spectrale (k, θ) . L'énergie totale de l'état de mer est ensuite obtenue par sommation de l'énergie de chacune des composantes spectrales. L'état de mer est ainsi considéré comme une superposition quasi-linéaire de trains de vagues, qui peuvent toutefois interagir entre eux à travers le terme source S_{nl} . W3 utilise une discrétisation régulière des directions et une discrétisation fréquentielle exponentielle de la forme $f_{i+1} = \Delta f_i$, où Δ est la résolution fixée par l'utilisateur ($\Delta = 1.1$ est le plus souvent utilisé). La discrétisation fréquentielle étant fixe dans le temps et dans l'espace, la discrétisation en nombre d'onde, elle, varie avec la profondeur puisque f et k sont reliés par la relation de dispersion linéaire [Laplace, 1776]. Ce procédé permet d'éviter la réduction de la résolution spectrale en eau peu profonde [Tolman, 2009]. Pour des raisons d'optimisation du temps de calcul, l'intégration de (III.1) n'est réalisée que jusqu'à une fréquence maximum f_{max} (*cut-off frequency*), au-delà de laquelle la forme du spectre est supposée connue et régulière (généralement en f^{-5}).

Comme mentionné précédemment, la résolution numérique effectuée par W3 est basée sur le principe de séparation des modes, c'est-à-dire que tous les processus intervenant dans (III.1) ne sont pas résolus simultanément. Le pas de temps est subdivisé en une série d'étapes traitées de manière séquentielle : une étape d'advection dans l'espace physique, une étape d'advection dans l'espace spectral et une étape d'intégration des termes sources. Un pas de temps de calcul spécifique est attribué à chacune de ces étapes. Ce procédé diffère par exemple de la résolution globale itérative effectuée par le code SWAN [Booij et al., 1999]. La séparation des modes offre la possibilité d'utiliser des schémas numériques faiblement diffusifs, comme le schéma *Ultimate Quicktest* [Tolman, 2009] employé dans le présent travail. La contrepartie est une plus forte contrainte sur le pas de temps, notamment pour l'advection dans l'espace physique, ainsi que la nécessité de corriger l'effet "arroseur de jardin" [Tolman, 2002c; SWAMP Group, 1984], engendré par la discrétisation spectrale des équations.

III.3 Présentation du modèle numérique de l'hydrodynamique : MOHID Water

Dans le présent travail de thèse, le code MOHID Water [Martins et al., 2001; Braunschweig et al., 2004] est utilisé pour modéliser la circulation moyenne et les transports associés. Ce code est développé par le centre de recherche MARETEC (MARine and Environmental TEChnology) à l'Instituto Superior Técnico (IST) de l'Université de Lisbonne (Portugal), en collaboration avec l'entreprise HIDROMOD (Lisbonne, Portugal). MOHID Water est un modèle numérique hydrodynamique destiné aux applications côtières et littorales. Il résout un système d'équations primitives tridimensionnelles en utilisant une méthode par volumes finis sur un maillage structuré. L'algorithme implémenté permet l'utilisation de différentes discrétisations verticales de la colonne d'eau (e.g., cartésienne, sigma, isopycnale). Les forçages de la marée, de l'atmosphère ainsi que les apports fluviaux peuvent être pris en compte dans le calcul. Une représentation du forçage des vagues par l'approche de Phillips [1977] est également proposée pour les applications 2DH. MOHID Water offre la possibilité d'emboîter plusieurs domaines de calcul pour faciliter la prise en compte de la circulation grande échelle. Le système inclut un module de transport de propriétés de l'eau telles que la salinité, la température mais aussi un ensemble de variables biochimiques (e.g., transport bactérien). MOHID Water a été utilisé avec succès dans différentes applications régionales et côtières [e.g., Martins et al., 2001; Coelho et al., 2002; Leitão et al., 2005; Malhadas et al., 2009]. La cohérence des résultats fournis par MOHID Water avec plusieurs modèles océaniques de référence a été mise en évidence dans le Golfe de Gascogne par Riflet et al. [2010]. Cette section fournit une description d'un ensemble de caractéristiques du code MOHID Water, désigné simplement par MOHID dans ce qui suit. On tâchera d'apporter les éléments nécessaires à l'exposé des extensions implémentées dans le cadre du présent travail de thèse, qui seront présentées en section suivante.

III.3.1 Equations du modèle MOHID

III.3.1.1 Conditions limites

Surface libre

Les conditions limites en surface sont données par

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} + u_{\alpha} \frac{\partial \eta}{\partial x_{\alpha}} = w, \quad (\text{III.5})$$

$$(K_V + \nu) \frac{\partial u_{\alpha}}{\partial z} = \tau_{\alpha}^a, \quad (\text{III.6})$$

où ν est la viscosité moléculaire de l'eau ; K_V est la viscosité turbulente verticale de l'écoulement ; et la tension de vent τ^a est paramétrée par la relation quadratique

$$\tau_\alpha^a = \rho_a C_D \|\mathbf{U}_V\| U_{V\alpha}, \quad (\text{III.7})$$

avec \mathbf{U}_V la vitesse du vent au-dessus de la couche limite atmosphérique, ρ_a la masse volumique de l'air et C_D un coefficient de traînée. Ce dernier est évalué par une formulation adaptée de *Large and Pond* [1981], donnée par

$$\begin{cases} C_D = 1.2 \times 10^{-3} & \text{si } \|\mathbf{U}_V\| < 10 \text{m.s}^{-1}, \\ C_D = 4.9 \times 10^{-4} + 6.5 \times 10^{-5} \|\mathbf{U}_V\| & \text{si } 10 \text{m.s}^{-1} \leq \|\mathbf{U}_V\| < 26 \text{m.s}^{-1}, \\ C_D = 2.18 \times 10^{-3} & \text{si } \|\mathbf{U}_V\| \geq 26 \text{m.s}^{-1}. \end{cases} \quad (\text{III.8})$$

Au fond

Les conditions limites au fond sont données par

$$u_\alpha \frac{\partial(-h)}{\partial x_\alpha} = w, \quad (\text{III.9})$$

$$(K_V + \nu) \frac{\partial u_\alpha}{\partial z} = \tau_\alpha^b, \quad (\text{III.10})$$

La tension de fond τ^b est décomposée en une contribution du courant moyen seul τ_c^b et une contribution résultant des interactions vagues-courant τ_{wc}^b , soit

$$\tau_\alpha^b = \tau_{c,\alpha}^b + \tau_{wc,\alpha}^b. \quad (\text{III.11})$$

La tension τ_c^b est paramétrée par la relation quadratique

$$\tau_{c,\alpha}^b = \rho C'_D \|\mathbf{u}_b\| u_{b,\alpha}, \quad (\text{III.12})$$

avec \mathbf{u}_b la vitesse de l'écoulement moyen dans la couche la plus profonde du modèle et C'_D un coefficient de traînée au fond de type *Chézy*, paramétré par une rugosité hydraulique $z_{0,b}$ selon

$$C'_D = \left(\frac{\kappa}{\ln \left(\frac{z' + z_{0,b}}{z_{0,b}} \right)} \right)^2,$$

où κ est la constante de von Karman et z' est la distance au fond. La formulation de la tension de fond τ_{wc}^b utilisée dans le présent travail est décrite en section suivante (Section III.4).

Frontières ouvertes

La prescription des conditions limites aux frontières ouvertes (OBC) d'un modèle numérique est une problématique complexe, qui a suscité de nombreux travaux [e.g.,

Orlanski, 1976; Martinsen and Engedahl, 1987; Marchesiello et al., 2001; Blayo and Debreu, 2005; Marsaleix et al., 2006]. Pour être adéquates, les OBC doivent d'une part permettre à la dynamique extérieure d'être transmise à l'intérieur du domaine *via* ses frontières ouvertes. D'autre part, les OBC doivent permettre aux ondes se propageant vers l'extérieur de quitter le domaine. Le niveau d'eau η et la vitesse barotrope \mathbf{U} aux frontières ouvertes sont ici reliés par la condition de radiation de Flather [1976]. Celle-ci correspond à la solution des équations du mouvement barotrope linéarisées pour une perturbation du niveau d'eau se propageant à la vitesse \sqrt{gD} , soit

$$\eta = \eta_{ext} \pm \sqrt{\frac{D}{g}} (\mathbf{U} - \mathbf{U}_{ext}) \cdot \mathbf{n}, \quad (\text{III.13})$$

où \mathbf{n} désigne le vecteur normal à la frontière ; \mathbf{U}_{ext} et η_{ext} désignent respectivement les valeurs forçant \mathbf{U} et η à la frontière (*e.g.*, issues d'un modèle d'échelle supérieure). Cette condition permet d'assurer la conservation de la masse entre deux domaines emboîtés, tout en autorisant aux différences de niveau d'eau de se propager vers l'extérieur ou vers l'intérieur du domaine de plus faible emprise [Marsaleix et al., 2006]. Pour la composante tangentielle du transport barotrope, la nullité du gradient orthogonalement à la frontière ouverte est imposée.

Pour la vitesse barocline, MOHID propose l'utilisation d'une condition de radiation, à laquelle peut également être associé un terme de relaxation. Si ϕ désigne les composantes horizontales de la vitesse barocline, la forme générale de la condition limite pour ϕ à la frontière ouverte est donnée par

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} + c_1 \frac{\partial \phi}{\partial x_1} + c_2 \frac{\partial \phi}{\partial x_2} = -\frac{1}{\tau_{relax}} (\phi - \phi_{ext}), \quad (\text{III.14})$$

où c désigne la vitesse de radiation des modes baroclines ; et l'échelle de temps fixée par le coefficient τ_{relax} contrôle l'importance du rappel imposé à ϕ vers le forçage extérieur ϕ_{ext} (relaxation). Dans les applications présentées ici, on considère $c = 0$, *i.e.* les modes baroclines ne sont pas propagés aux frontières ouvertes. Ce paramétrage suit l'argumentaire présenté par Blayo and Debreu [2005], également repris par Leitão et al. [2008]. Ces derniers soulignent la difficulté d'estimation de c dans des conditions réalistes complexes, et suggèrent que l'utilisation de $c = 0$ et de coefficients τ_{relax} judicieusement choisis peut constituer un paramétrage satisfaisant. La matrice des coefficients τ_{relax} sur le domaine d'étude suit le principe de *nudging layer* : une valeur de τ_{relax} faible est imposée dans les cellules les plus proches de la frontière, puis augmente progressivement jusqu'à l'infini vers l'intérieur du domaine. Une condition de relaxation similaire est appliquée pour la salinité et la température. Ce paramétrage des OBC a été mis en œuvre pour articuler les modèles littoraux utilisés dans cette étude avec un modèle côtier de plus grande échelle. Ce travail est présenté succinctement en Annexe C.

Frontières fermées

Aux frontières fermées, la composante normale de la vitesse est contrainte par la nullité du flux de masse barotrope normal à la frontière. La composante tangentielle de la vitesse suit une condition de glissement libre. Dans la méthode par volumes finis mise en œuvre par MOHID, cette condition se traduit par l'annulation du flux de qdm dû à la diffusion dans la direction tangente à la frontière fermée.

III.3.1.2 Conservation de la masse

Les écoulements étudiés étant supposés incompressibles, l'équation de conservation de la masse prend la forme

$$\frac{\partial u_\alpha}{\partial x_\alpha} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0. \quad (\text{III.15})$$

Cette équation est utilisée par MOHID dans sa forme verticalement intégrée, qui fournit l'équation pour la surface libre

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} = -\frac{\partial}{\partial x_\alpha} \left(\int_{-h}^{\eta} u_\alpha dz \right), \quad (\text{III.16})$$

où on a utilisé l'égalité de Leibniz (II.11) et les conditions limites cinématiques (III.5) et (III.9) (même manipulation que pour la relation (II.12) au chapitre précédent). La composante verticale de la vitesse w à la profondeur z est également obtenue par intégration verticale de (III.15) de $-h$ à z :

$$w = -\frac{\partial}{\partial x_\alpha} \left(\int_{-h}^z u_\alpha dz \right). \quad (\text{III.17})$$

III.3.1.3 Conservation de la quantité de mouvement

La conservation de la qdm peut s'exprimer par les équations de *Navier-Stokes* :

$$\frac{\partial(\rho u_i)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u u_\alpha)}{\partial x_\alpha} + \frac{\partial(\rho u w)}{\partial z} = \rho \mathcal{F}_i + \frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x_j}, \quad (\text{III.18})$$

où \mathcal{F}_i désigne la composante selon x_i des forces volumiques s'exerçant sur le système et σ désigne le tenseur des contraintes surfaciques. Ce système d'équations est reformulé à l'aide des considérations suivantes :

- **Rotation de la Terre** : les équations sont exprimées dans un référentiel tournant avec la Terre à une vitesse angulaire constante Ω . Ceci se traduit dans (III.18) par l'apparition du terme de force de Coriolis. Le paramètre de Coriolis $f = 2\Omega \sin(\psi)$, avec ψ la latitude, est supposé constant à l'échelle des phénomènes étudiés ici.

- **Fluide Newtonien** : le tenseur des contraintes σ est modélisé par $\sigma_{ij} = -p\delta_{ij} + \mu(\partial u_i/\partial x_j + \partial u_j/\partial x_i)$, avec $\mu = \rho\nu$ la viscosité cinématique de l'eau. L'utilisation

de cette expression, combinée avec l'hypothèse d'incompressibilité (III.15), permet de reformuler le dernier terme de l'équation (III.18) par

$$\frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x_j} = -\frac{\partial p}{\partial x_j} \delta_{ij} + \rho \nu \frac{\partial^2 u_j}{\partial x_j \partial x_j}.$$

■ **Approximation hydrostatique** : la composante verticale w de la vitesse est supposée très inférieure à ses composantes horizontales (écoulement quasi-horizantal). En conséquence, les termes d'accélération verticale sont négligés dans l'équation de conservation de la qdm verticale, ce qui aboutit finalement à l'équation de la pression hydrostatique

$$\frac{\partial p}{\partial z} = -\rho g.$$

■ **Approximation de Boussinesq** : elle consiste à décomposer ρ en

$$\rho = \rho_0 + \rho' \text{ avec } \rho'/\rho_0 \ll 1,$$

où ρ_0 désigne la masse volumique moyenne de l'eau et ρ' la variation de ρ autour de ρ_0 . Dans l'équation (III.18), les termes en ρ' sont alors négligés sauf pour l'équation de conservation de la qdm verticale, où ρ' est en facteur de g .

■ **Tensions de Reynolds** : l'équation (III.18) est considérée en moyenne de Reynolds (équations RANS). La qdm $\rho \mathbf{u}$ est celle du mouvement moyen, où la moyenne appliquée permet de filtrer les fluctuations turbulentes. Le flux de qdm entre les mouvements moyen et turbulent est représenté par le tenseur de Reynolds \mathbf{R} . Ses composantes sont données par $R_{ij} = -\overline{\rho u'_i u'_j}$, où $\overline{(\cdot)}$ est l'opérateur de moyenne et \mathbf{u}' est la fluctuation turbulente de la vitesse. Le tenseur \mathbf{R} est paramétré à partir du mouvement moyen en utilisant le concept de viscosité turbulente. On notera K_H et K_V les viscosités turbulentes horizontales et verticales respectivement. Le schéma de fermeture utilisé pour ces deux quantités est décrit en section suivante.

Ces approximations permettent de reformuler (III.18) pour obtenir l'équation de conservation de la qdm résolue par MOHID. Elle s'exprime de la manière suivante pour les deux composantes horizontales

$$\begin{aligned} \frac{\partial u_\alpha}{\partial t} + \frac{\partial(u_\alpha u_\beta)}{\partial x_\beta} + \frac{\partial(u_\alpha w)}{\partial z} + \epsilon_{\alpha 3\beta} f u_\beta \\ = -\frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p}{\partial x_\alpha} + \frac{\partial}{\partial x_\beta} \left((K_H + \nu) \frac{\partial u_\alpha}{\partial x_\beta} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left((K_V + \nu) \frac{\partial u_\alpha}{\partial z} \right). \end{aligned} \quad (\text{III.19})$$

Le bilan de qdm horizontale est ainsi exprimé sous forme conservative, comme souvent dans le cas d'une résolution numérique par volume finis (voir plus loin). Il est également à noter qu'un terme d'advection verticale de la qdm horizontale est présent dans (III.19). Bien que la vitesse w soit supposée très inférieure à la vitesse horizontale u_α (dans le cadre

de l'hypothèse hydrostatique), w n'est pas nulle pour autant. Dans le présent système d'équations, une vitesse verticale peut être générée par la divergence de l'écoulement horizontal à une profondeur donnée, ce qui est exprimé par les relations (III.15) et (III.17). Par ailleurs, en introduisant la flottabilité $b = -g\rho'/\rho_0$, la conservation de la qdm verticale est quant à elle reformulée par

$$-\frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p}{\partial z} = g - b. \quad (\text{III.20})$$

L'intégration verticale de l'équation (III.20) sur la colonne d'eau fournit la pression

$$p = p^a + \rho_0 g(\eta - z) - \rho_0 \int_z^\eta b dz.$$

Les gradients horizontaux de pression dans (III.19) peuvent alors être décomposés en

$$-\frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p}{\partial x_\alpha} = -\frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p^a}{\partial x_\alpha} + (-g + b|_{z=\eta}) \frac{\partial \eta}{\partial x_\alpha} + \int_z^\eta \frac{\partial b}{\partial x_\alpha} dz, \quad (\text{III.21})$$

où on a utilisé la relation de Leibniz et la condition limite de surface cinématique (III.5) pour reformuler l'intégrale. Les deux premiers termes du membre de droite de (III.21) représentent le gradient de pression barotrope, induit par les variations de pression atmosphérique et par le gradient de hauteur de la surface libre. Le dernier terme du membre de droite représente le gradient horizontal de pression barocline, induit par les gradients horizontaux de densité.

III.3.1.4 Flottabilité et conservation des traceurs

La flottabilité b est déterminée par l'intermédiaire de ρ , elle-même évaluée à partir de la salinité S et de la température T par la relation algébrique [UNESCO, 1981]

$$\rho = (5890 + 38T - 0.375T^2 + 3S) / [1779.5 + 11.15T - 0.0745T^2 - (3.8 + 0.01T)S + 0.698(5890 + 38T - 0.375T^2 + 3S)]. \quad (\text{III.22})$$

Si C désigne S , T ou un autre traceur passif quelconque, la conservation de C est représentée par

$$\frac{\partial C}{\partial t} + \frac{\partial(u_\alpha C)}{\partial x_\alpha} + \frac{\partial(wC)}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial x_\alpha} \left(\frac{K_H}{\sigma_C} \frac{\partial C}{\partial x_\alpha} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(K_T \frac{\partial C}{\partial z} \right) + S_C, \quad (\text{III.23})$$

où σ_C , K_T et S_C désignent respectivement le nombre de Schmidt, la diffusivité verticale et le terme source/puits de C . Les flux verticaux de sel et de chaleur sont supposés nuls au fond

$$K_T \frac{\partial}{\partial z}(S, T) = (0, 0) \text{ sur } z = -h. \quad (\text{III.24})$$

En surface, le flux de sel Q_S et le flux de chaleur Q_T peuvent être imposés à partir des variables atmosphériques :

$$K_T \frac{\partial}{\partial z}(S, T) = (Q_S, Q_T) \text{ sur } z = \eta. \quad (\text{III.25})$$

Q_S correspond au bilan entre évaporation et précipitation. Q_T peut intégrer les contributions des radiations solaire et infra-rouge, les flux de chaleur latente et sensible.

III.3.2 Paramétrage du mélange turbulent

III.3.2.1 Mélange horizontal

Le mélange horizontal est représenté à l'aide de la viscosité turbulente K_H introduite plus haut. MOHID propose d'utiliser une valeur constante pour K_H ou de paramétrer K_H par la formulation de *Smagorinsky* [1963]. Dans cette formulation, K_H est calculée à partir du pas spatial de la grille de calcul et du gradient horizontal de vitesse selon

$$K_H = K_{H,0} + C_S \Delta_1 \Delta_2 \left[\left(\frac{\partial u_\alpha}{\partial x_\alpha} \right)^2 + \left(\frac{\partial u_1}{\partial x_2} + \frac{\partial u_2}{\partial x_1} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}}, \quad (\text{III.26})$$

où $K_{H,0}$ est une viscosité de fond constante ; C_S est un coefficient constant sans dimension (à calibrer) ; et Δ_1, Δ_2 sont les pas spatiaux de la grille de calcul dans les directions x_1 et x_2 respectivement.

III.3.2.2 Mélange vertical

Le code MOHID est couplé au modèle *General Ocean Turbulent Model* (GOTM) [Burchard and Bolding, 2001], un modèle unidimensionnel (1DV) dédié à la représentation du mélange vertical au sein de la colonne d'eau. Le modèle GOTM est traduit sous la forme d'un module à part entière de MOHID [Villarreal, 2000; Braunschweig et al., 2004]. Plusieurs schémas de fermeture sont proposés, d'ordre 1 et 2, à une ou deux équations. On s'attachera dans ce qui suit à décrire la fermeture turbulente utilisée dans le présent travail : le modèle $k-\epsilon$ [Rodi, 1980], un schéma d'ordre 1 à deux équations. Les coefficients de viscosité et diffusion turbulentes K_V et K_T sont ainsi paramétrés à partir de la TKE $k = q^2/2$ et de son taux de dissipation ϵ . Ce dernier est défini à partir de k et de la longueur de mélange l par

$$\epsilon = C_0^3 \frac{k^{\frac{3}{2}}}{l}, \quad (\text{III.27})$$

où C_0 est une constante (empirique). Les coefficients K_V et K_T sont obtenus par

$$(K_V, K_T) = (S_V, S_T) \frac{k^2}{\epsilon}, \quad (\text{III.28})$$

où S_V et S_T sont des fonctions de stabilité de l'écoulement (décrites plus loin). Deux équations d'évolution couplées régissent l'évolution de k et ϵ .

Equations du modèle $k-\epsilon$

L'évolution de la TKE et de son taux de dissipation est représentée par le système d'équations suivant :

$$\frac{\partial k}{\partial t} = D_k + P_s + P_b - \epsilon, \quad (\text{III.29})$$

$$\frac{\partial \epsilon}{\partial t} = D_\epsilon + \frac{\epsilon}{k} (c_1 P_s + c_3 P_b - c_2 \epsilon). \quad (\text{III.30})$$

Dans ces équations, le terme D_k représente la diffusion verticale de k , donnée par

$$D_k = \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{K_V}{\sigma_k} \frac{\partial k}{\partial z} \right), \quad (\text{III.31})$$

avec σ_k le nombre de Schmidt pour k . Les termes P_s et P_b représentent respectivement la production de TKE par cisaillement et le puits de TKE lié à la flottabilité, donnés par

$$P_s = K_V M^2, \quad (\text{III.32})$$

$$P_b = -K_T N^2, \quad (\text{III.33})$$

avec M^2 la fréquence de cisaillement et N^2 la fréquence de Brunt-Väisälä, données par

$$M^2 = \frac{\partial u_\alpha}{\partial z} \frac{\partial u_\alpha}{\partial z} \quad \text{et} \quad N^2 = -\frac{g}{\rho_0} \frac{\partial \rho}{\partial z} = \frac{\partial b}{\partial z}.$$

Le terme D_ϵ représente la diffusion verticale de ϵ , donnée par

$$D_\epsilon = \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{K_V}{\sigma_\epsilon} \frac{\partial \epsilon}{\partial z} \right), \quad (\text{III.34})$$

où σ_ϵ est le nombre de Schmidt pour ϵ . Les paramètres c_1, c_2, c_3 sont des constantes empiriques. Les valeurs des différentes constantes du modèle utilisées ici sont celles prescrites par *Canuto et al.* [2001], rappelées dans le tableau III.1. La prescription de σ_ϵ fait l'objet d'un traitement particulier, décrit ci-après.

σ_k	C_0	c_1	c_2	c_3
1.0	0.5270	1.44	1.92	-0.629

TABLE III.1 – Constantes utilisées pour le modèle k- ϵ

Il est à noter que le transport horizontal (advection + diffusion) de k et ϵ par le courant moyen n'est pas pris en compte dans les équations (III.29)-(III.30) (modèle turbulent 1DV). L'effet de ce transport sur la turbulence est en effet souvent limité, car l'échelle des variations horizontales du mouvement moyen est généralement très supérieure à celle du mélange vertical, hormis dans le cas de très forts gradients horizontaux de l'écoulement [*Villarreal, 2000*]. Une telle implémentation 1DV est par exemple également effectuée dans le code MARS3D.

Fonctions de stabilité

En absence de stratification, S_V et S_T sont considérées comme des constantes. Cependant, cette hypothèse ne peut plus être réalisée en présence d'une stratification en densité au sein de la colonne d'eau. La représentation de l'effet de la stratification sur les viscosité et diffusivité verticales a fait l'objet de plusieurs travaux. Les premiers d'entre eux

consistent en un paramétrage de K_V et K_T par le nombre de Richardson $R_i = (N/M)^2$, comme celui proposé par *Munk and Anderson* [1948]. Le schéma de fermeture obtenu, basé sur des expressions algébriques de K_V et K_T , s'avère cependant moins adapté à la représentation de l'ensemble de la dynamique turbulente que les schémas plus complexes à une ou deux équations. Le célèbre modèle à deux équations $q^2 - q^2 l$, proposé par *Mellor and Yamada* [1982], utilise des fonctions de stabilité définies par une relation algébrique avec la fréquence de cisaillement vertical adimensionnée G_M et la fréquence de Brunt-Väisälä adimensionnée G_N , données par

$$G_M = \frac{k^2}{\epsilon^2} M^2, \quad (\text{III.35})$$

$$G_N = -\frac{k^2}{\epsilon^2} N^2. \quad (\text{III.36})$$

Le paramétrage de *Mellor and Yamada* [1982], fréquemment utilisé par la suite, s'est révélé atteindre certaines limitations en termes de stabilité, reportées par exemple par *Burchard and Deleersnijder* [2001]. Une solution à ce problème a été proposée par *Galperin et al.* [1988], basée sur l'approximation dite de "quasi-équilibre". Ce dernier consiste à obtenir des expressions de S_V, S_T en supposant un équilibre local entre P_b, P_s et ϵ , puis d'utiliser les expressions obtenues dans le modèle total (III.29)-(III.30) (*i.e.* en dehors de cet équilibre). Le paramétrage de *Galperin et al.* [1988], permettant de réduire significativement l'instabilité du schéma de fermeture, s'est donc par la suite souvent substitué au schéma original de *Mellor and Yamada* [1982] [*e.g.*, *Kantha and Clayson*, 1994]. Cependant, l'approximation de quasi-équilibre constitue une hypothèse forte et sa cohérence peut être discutée dans des configurations où l'équilibre dominant la TKE s'éloigne de $P_b + P_s = \epsilon$, comme par exemple dans le cas d'une couche de surface en présence de vagues déferlantes.

Canuto et al. [2001] fournissent une alternative à l'approximation de quasi-équilibre en proposant un nouveau paramétrage pour S_V et S_T . Bien que structurellement comparable au paramétrage de *Mellor and Yamada* [1982], le modèle de *Canuto et al.* [2001] s'avère plus stable [*Burchard and Bolding*, 2001; *Burchard and Deleersnijder*, 2001], tout en évitant d'effectuer l'hypothèse de quasi-équilibre. C'est cette approche qui est utilisée dans le présent travail. S_V et S_T sont ainsi paramétrées par

$$S_V = \frac{s_0 + s_1 \tilde{G}_N + s_2 \tilde{G}_M}{1 + t_1 \tilde{G}_N + t_2 \tilde{G}_M + t_3 \tilde{G}_N^2 + t_4 \tilde{G}_N \tilde{G}_M + t_5 \tilde{G}_M^2} \quad (\text{III.37})$$

$$S_T = \frac{s_4 + s_5 \tilde{G}_N + s_6 \tilde{G}_M}{1 + t_1 \tilde{G}_N + t_2 \tilde{G}_M + t_3 \tilde{G}_N^2 + t_4 \tilde{G}_N \tilde{G}_M + t_5 \tilde{G}_M^2} \quad (\text{III.38})$$

avec

$$\tilde{G}_M = \begin{cases} G_M & \text{si } G_M \leq G_M^{lim}, \\ G_M^{lim} & \text{si } G_M > G_M^{lim}, \end{cases}$$

$$\tilde{G}_H = \begin{cases} G_N & \text{si } G_N \leq G_N^{lim}, \\ G_N^{lim} & \text{si } G_N > G_N^{lim}. \end{cases}$$

Burchard and Deleersnijder [2001] conseillent la valeur $G_N^{lim} = 0.0673$ et $G_M^{lim} = \frac{1+t_1G_N+t_3G_N^2}{t_2+t_4G_N}$. Les valeurs des coefficients empiriques s_i et t_i utilisés ici correspondent au "Model A" de Canuto et al. [2001]. Elles sont fournies par le Tableau III.2.

s_0	s_1	s_2	s_4	s_5	s_6
0.1070	0.01741	-0.00012	0.1120	0.004519	0.00088
t_1	t_2	t_3	t_4	t_5	
0.2555	0.02872	0.008677	0.005222	-0.0000337	

TABLE III.2 – Constantes utilisées pour le modèle de Canuto et al. [2001]

Conditions limites pour k

Au fond, le flux de k est supposé nul, de sorte que

$$\frac{K_V}{\sigma_k} \frac{\partial k}{\partial z} = 0 \text{ sur } z = -h. \quad (\text{III.39})$$

En surface, le flux de TKE vers l'océan est noté F_{oc} . La condition limite sur k peut être exprimée par

$$\frac{K_V}{\sigma_k} \frac{\partial k}{\partial z} = F_{oc} \text{ sur } z = \eta. \quad (\text{III.40})$$

Le flux F_{oc} permet de représenter l'augmentation de la TKE en surface générée par le déferlement des vagues, phénomène introduit au chapitre précédent. Dans leur étude pionnière, Craig and Banner [1994] utilisent un modèle à une équation pour k et une relation algébrique de type *law-of-the-wall* pour la longueur de mélange l , soit

$$l = \kappa(z' + z_{0,s}), \quad (\text{III.41})$$

où z' est la distance à la surface et $z_{0,s}$ est la rugosité de surface (pour la colonne d'eau). En plus du flux F_{oc} , l'effet du déferlement des vagues se traduit dans cette approche par une augmentation de $z_{0,s}$. Craig and Banner [1994] proposent un paramétrage de F_{oc} à partir de la vitesse de frottement en surface $u_{*,s} = \sqrt{\tau^a / \rho_0}$, donné par

$$F_{oc} = c_w u_{*,s}^3, \quad (\text{III.42})$$

où c_w est une constante. De manière surprenante, ce paramétrage F_{oc} ne dépend donc pas directement de l'état de mer mais seulement de la tension du vent. De plus, l'expression (III.42) ne permet pas de prendre en compte l'effet du déferlement bathymétrique sur

le mélange vertical en eau très peu profonde. Pour $c_w = 0$, la condition limite se réduit à la traditionnelle *law-of-the-wall*, i.e. un profil de vitesse logarithmique dans la couche de surface. Pour $c_w > 0$, la solution obtenue est différente : elle permet de représenter une couche de surface bien mélangée par les vagues (*wave enhanced layer*), où la TKE est supérieure aux prévisions du cas d'une couche log. La couche mélangée par les vagues est caractérisée par la dominance de F_{oc} , D_k et ϵ dans l'équilibre de la TKE, très supérieurs aux termes de production P_s et P_b [Craig and Banner, 1994; Terray et al., 1996; Raschle and Ardhuin, 2009]. Ceci contraste avec le cas d'une couche log, où D_k est généralement faible face aux termes dominants P_s , P_b et ϵ .

L'épaisseur de la couche mélangée par les vagues est contrôlée par la rugosité de surface $z_{0,s}$. En présence de vagues, sa valeur est largement supérieure au cas de la couche log, de l'ordre de la hauteur significative des vagues H_S [Craig and Banner, 1994]. Terray et al. [1996, 2000] proposent de relier $z_{0,s}$ à H_S par une relation de proportionnalité :

$$z_{0,s} = \alpha_0 H_S, \quad (\text{III.43})$$

avec α_0 une constante. Plus récemment, Raschle et al. [2008] suggèrent de remplacer H_S par la hauteur significative de la mer de vent lorsque la configuration étudiée est en eau profonde, parce que dans ce cas, seule la mer de vent est affectée par le déferlement (moutonnement). Selon les configurations, il conviendra donc de déterminer une hauteur de vagues caractéristique de la portion du spectre affectée par le déferlement.

Le code MOHID propose la prise en compte de F_{oc} par la formulation (III.42) de Craig and Banner [1994]. La rugosité de surface $z_{0,s}$ peut être choisie constante ou proportionnelle au H_S total selon (III.43).

Conditions limites et nombre de Schmidt pour ϵ

Le paramétrage de Craig and Banner [1994]; Craig [1996] utilise une longueur de mélange l prescrite par (III.41) dans un schéma à une équation sur k . Ces résultats ont été étendus au cas d'un schéma de fermeture à deux équations de type $k - \epsilon$ par Burchard [2001]. Deux modifications du schéma $k - \epsilon$ sont effectuées : la première porte sur la condition limite pour ϵ , la seconde porte sur le paramétrage du nombre de Schmidt pour ϵ .

Burchard [2001] met en évidence la nécessité de modifier l'expression de σ_ϵ afin que le schéma $k - \epsilon$ puisse fournir une solution cohérente avec Craig [1996] dans la couche de surface. En réinjectant la solution de Craig [1996] dans l'équation d'évolution (III.30), Burchard [2001] aboutit à un paramétrage de σ_ϵ par le ratio $\frac{P_s + P_b}{\epsilon}$, qui prend la forme d'une relation linéaire entre $\frac{P_s + P_b}{\epsilon} = 0$ (ratio de type couche mélangée par les vagues)

et $\frac{P_s+P_b}{\epsilon} = 1$ (ratio de type couche log). L'utilisation de ce paramétrage permet de reproduire un comportement de l proche de (III.41) dans la couche de surface. A l'aide du même procédé, une nouvelle condition limite est obtenue pour ϵ en surface, qui prend alors la forme suivante :

$$\frac{K_V}{\sigma_\epsilon} \frac{\partial \epsilon}{\partial z} = \frac{K_V}{\sigma_\epsilon} C_0^3 \left(\frac{3}{2} \frac{\sigma_k C_0^3}{S_V} F_{oc} + \kappa k^{\frac{3}{2}} \right) \frac{1}{\kappa^2 (z' + z_{0,s})^2} \text{ sur } z = \eta. \quad (\text{III.44})$$

Ce paramétrage du schéma $k - \epsilon$ permet d'obtenir une solution comparable à la solution analytique de *Craig* [1996], avec la présence d'une couche de surface mélangée par les vagues au-dessus d'une couche log. Ce paramétrage est également validé par *Burchard* [2001] dans des conditions réalistes observées en Mer du Nord.

Au fond, l'hypothèse d'une couche logarithmique est effectuée, ce qui correspond à une longueur de mélange de la forme $l = \kappa(z' + z_{0,b})$, où $z_{0,b}$ est la rugosité de fond et z' la distance au fond. En réinjectant cette expression dans la définition de ϵ (III.27) et en utilisant la condition limite sur k au fond (III.39), la condition limite au fond pour ϵ est obtenue :

$$\frac{K_V}{\sigma_\epsilon} \frac{\partial \epsilon}{\partial z} = -\frac{C_0^4}{\sigma_\epsilon} \frac{k^2}{z + z_{0,b}} \text{ sur } z = -h. \quad (\text{III.45})$$

Les conditions limites (III.44)-(III.45), proposées par *Burchard* [2001], peuvent être utilisées au sein du code MOHID.

III.3.2.3 Récapitulatif du système d'équations résolu par MOHID

Finalement, le système d'équations résolu par MOHID est le suivant :

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial \eta}{\partial t} = -\frac{\partial}{\partial x_\alpha} \left(\int_{-h}^{\eta} u_\alpha dz \right), \end{array} \right. \quad (\text{III.46})$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial u_\alpha}{\partial t} + \frac{\partial(u_\alpha u_\beta)}{\partial x_\beta} + \frac{\partial(u_\alpha w)}{\partial z} + \epsilon_{\alpha\beta\gamma} f u_\beta = -\frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p^a}{\partial x_\alpha} + (-g + b(\eta)) \frac{\partial \eta}{\partial x_\alpha} \\ \quad + \int_z^\eta \frac{\partial b}{\partial x_\alpha} dz + \frac{\partial}{\partial x_\beta} \left(K_H \frac{\partial u_\alpha}{\partial x_\beta} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(K_V \frac{\partial u_\alpha}{\partial z} \right), \end{array} \right. \quad (\text{III.47})$$

$$\left\{ \begin{array}{l} w = -\frac{\partial}{\partial x_\alpha} \left(\int_{-h}^z u_\alpha dz \right), \end{array} \right. \quad (\text{III.48})$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial C}{\partial t} + \frac{\partial(u_\alpha C)}{\partial x_\alpha} + \frac{\partial(wC)}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial x_\alpha} \left(\frac{K_H}{\sigma_C} \frac{\partial C}{\partial x_\alpha} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(K_T \frac{\partial C}{\partial z} \right) + S_C, \end{array} \right. \quad (\text{III.49})$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial k}{\partial t} = D_k + P_s + P_b - \epsilon, \end{array} \right. \quad (\text{III.50})$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial \epsilon}{\partial t} = D_\epsilon + \frac{\epsilon}{k} (c_1 P_s + c_3 P_b - c_2 \epsilon). \end{array} \right. \quad (\text{III.51})$$

où C représente T ou S . Par simplification, la viscosité moléculaire est ici négligée par rapport à la viscosité turbulente. Il s'agit d'un système de 8 équations à 8 inconnues $\eta, u_1,$

u_2, w, S, T, k et ϵ . Les conditions limites pour ce système sont fournies par (III.5), (III.6), (III.9), (III.10), (III.24), (III.25), (III.40), (III.39), (III.44) et (III.45).

III.3.3 Résolution numérique

On se propose dans cette section de présenter certains éléments de l'algorithme utilisé par MOHID pour résoudre le système d'équations ci-dessus. Une description complète peut être trouvée dans *Montero* [1999]; *Martins* [2000]; *Leitão* [2003].

III.3.3.1 Discrétisation spatiale

MOHID utilise une approche par volumes finis pour discrétiser les équations (III.46)-(III.51). L'équation de conservation d'un scalaire ϕ (par exemple $\phi = \rho_0 u_\alpha$ ou $\phi = S$) est intégrée sur le volume de chaque cellule (i, j, k) du maillage, sous la forme générique

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\phi^{(ijk)} V^{(ijk)} \right) + \sum_{faces} \mathbf{T}^{(ijk)} \cdot \mathbf{n}^{(ijk)} A^{(ijk)} = \mathcal{F}^{(ijk)} V^{(ijk)}, \quad (III.52)$$

où $V^{(ijk)}$ représente le volume de la cellule; $\mathbf{T}^{(ijk)}$ désigne le flux de ϕ à travers la face de la cellule de normale $\mathbf{n}^{(ijk)}$ et d'aire $A^{(ijk)}$; et $\mathcal{F}^{(ijk)}$ est la valeur du forçage volumique \mathcal{F} au sein de la cellule. Par exemple, dans le cas de la qdm horizontale $\phi = \rho_0 u_\alpha$, on retrouve l'intégrale de (III.18) sur le volume $V^{(ijk)}$ avec

$$T_m^{(ijk)} = \rho_0 u_\alpha^{(ijk)} u_m^{(ijk)} - \sigma_{\alpha m}.$$

La forme conservative des équations du mouvement est ainsi généralement utilisée dans le cadre des méthodes par volumes finis, car elle permet de reformuler le terme d'advection comme une somme de flux de qdm à travers l'enveloppe de la cellule de contrôle.

La discrétisation spatiale sur le plan horizontal est effectuée sur une grille structurée à mailles carrées ou rectangulaires¹ (Figure III.2). Une résolution horizontale variable spatialement peut éventuellement être utilisée, ce qui offre par exemple la possibilité de raffiner le maillage dans certaines zones d'intérêt. Les variations de résolution horizontale autorisées par MOHID affectent nécessairement toute la longueur ou largeur de la grille de calcul, comme illustré en Figure III.2-(b) : une modification de la taille de la cellule $(i_0 j_0)$ dans la direction x_i (respectivement x_j) s'applique obligatoirement à toutes les cellules $(i_0 j)$ (respectivement $(i j_0)$).

1. Il est à noter que MOHID permet également d'utiliser un maillage horizontal curvilinéaire, mais ce type de maillage n'a pas été adopté pour le présent travail (en raison notamment de temps de calcul plus importants lors des tests effectués).

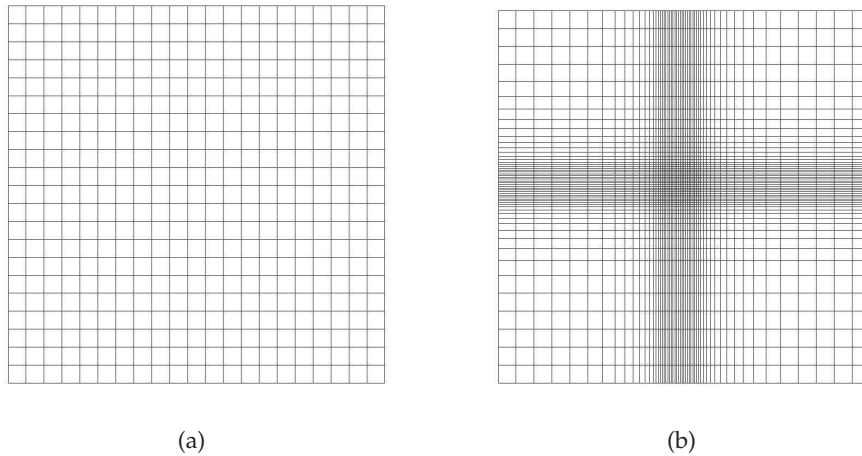


FIGURE III.2 – Types de maillages horizontaux utilisés dans cette étude pour le calcul de MOHID : maillage structuré à résolution (a) homogène et (b) variable spatialement.

Les variables de l'écoulement sont discrétisées sur le maillage selon un schéma de type Arakawa-C [Arakawa and Lamb, 1977]. La localisation des différentes variables est représentée en Figure III.3. Les quantités η , p^a , b , ρ' , S et T sont localisées aux centres des mailles (désignés par points-Z dans ce qui suit) ; la composante u_1 du vecteur vitesse selon x_1 est localisée aux milieux des faces parallèles à l'axe x_2 (points-U) ; la composante u_2 est localisée aux milieux des faces parallèles à l'axe x_1 (points-V) ; la composante verticale w est localisée aux milieux des faces supérieures et inférieures de la cellule (points-W). Les cellules du maillage peuvent se déformer au cours du temps selon un degré de liberté vertical. Les faces supérieures/inférieures de la cellule peuvent ainsi être inclinées par rapport à l'horizontale, tandis que les faces latérales restent verticales.

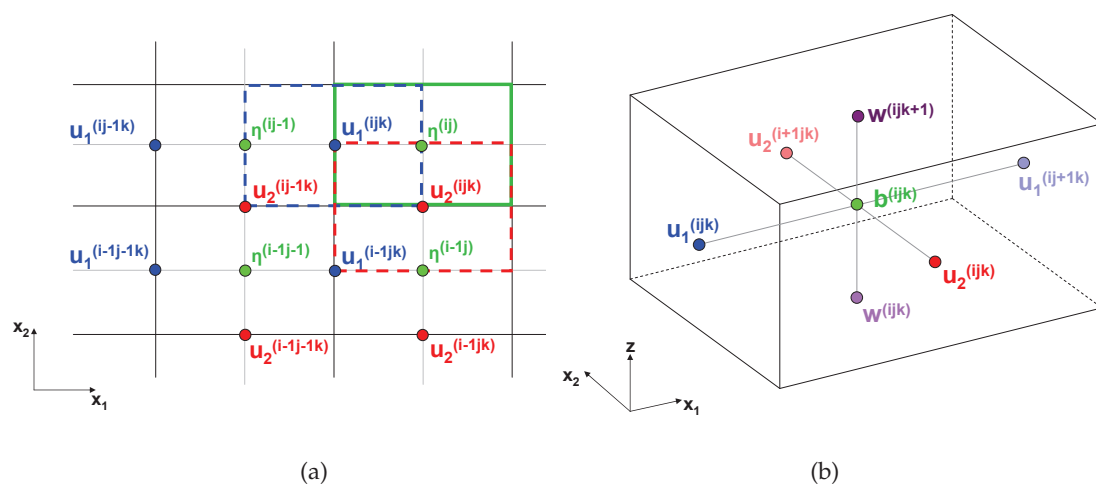


FIGURE III.3 – Localisation des différentes variables dans le schéma Arakawa-C utilisé par MOHID. (a) Schéma 2D d'un ensemble de cellules. Trait vert/bleu pointillé/rouge pointillé : cellule d'indice $(i \ j \ k)$ centrée au point-Z/point-U/point-V. (b) Schéma 3D d'une cellule parallélépipédique centrée au point-Z.

La discrétisation verticale peut s'appuyer sur différents types de coordonnées, dont la coordonnée σ , qui sera utilisée dans cette étude. Néanmoins, la résolution numérique du système (III.46)-(III.51) est effectuée par MOHID dans l'espace cartésien, sans appliquer de changement de coordonnées [Martins *et al.*, 2001]. De manière générale, lorsqu'un système d'équations est exprimé à l'aide d'une nouvelle coordonnée verticale (différente de la coordonnée cartésienne z), ce changement de coordonnée se traduit par l'apparition de termes supplémentaires dans les équations, impliquant notamment le jacobien de la transformation. Ces nouveaux termes représentent en fait l'effet des variations de la géométrie de la cellule sur les flux (de qdm, de masse, de sel, etc.) traversant ses faces. Par exemple, il s'agit de flux horizontaux supplémentaires à travers les faces supérieure et inférieure de la cellule de calcul, devenus non-nuls du fait de l'inclinaison de ces faces par rapport à l'horizontale (voir illustration en Figure III.4). Dans le code MOHID, la géométrie de la cellule est évaluée à chaque pas de temps, *i.e.* son volume, l'aire de ses faces et la longueur de ses arêtes. A partir de ces informations, l'ensemble des flux à travers les différentes faces de la cellule peut être évalué dans l'espace cartésien, y compris les flux supplémentaires engendrés par la déformation de la cellule. Ces flux sont ensuite comptabilisés dans l'équation (III.52), exprimée en coordonnées cartésiennes (voir par exemple les équations (8) et (10) dans Martins *et al.* [2001]). Différentes géométries peuvent ainsi être choisies pour les cellules (une "géométrie σ " par exemple), mais le système de coordonnées dans lequel s'effectue la résolution numérique reste toujours cartésien. L'effort nécessaire pour calculer et stocker les caractéristiques géométriques de chaque cellule est comparable à l'effort qui serait requis pour calculer le jacobien du changement de coordonnée verticale [Martins *et al.*, 2001]. Par ailleurs, l'algorithme utilisé ici est indépendant du type de discrétisation verticale employé, si bien que le code permet d'utiliser simultanément différentes discrétisations de la colonne d'eau au sein d'un même domaine. Cette résolution numérique est équivalente à l'utilisation d'une coordonnée verticale généralisée [Martins *et al.*, 2001].

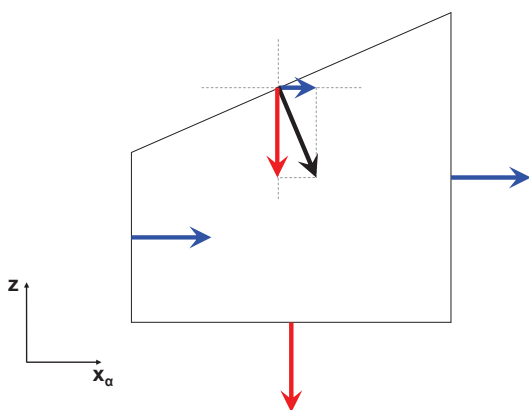


FIGURE III.4 – Schéma simplifié représentant les flux horizontaux (bleu) et verticaux (rouge) à travers l'enveloppe d'une cellule. La face supérieure de la cellule est inclinée par rapport à l'horizontale. Le flux à travers la face supérieure de la cellule (flèche noire) possède une composante horizontale non-nulle du fait de son inclinaison.

Les termes d'advection horizontale et verticale sont discrétisés selon un schéma de type TVD-Superbee [Roe, 1985] (somme pondérée entre une composante centrée et une composante décentrée amont). De plus, pour limiter l'erreur de calcul du gradient de pression en coordonnées sigma par forte pente du fond, la méthodologie de *Kliem and Pietrzak* [1999] est employée. Enfin, il est également à noter que MOHID inclut une procédure permettant de représenter le recouvrement/découvrement consécutif à la marée dans les zones intertidales (bancs découvrants) [Martins et al., 2001].

III.3.3.2 Discrétisation temporelle et algorithme de résolution

La discrétisation temporelle est effectuée selon un schéma semi-implicite ADI avec 2 niveaux de temps par itération. Dans le présent travail, l'approche à 6 équations proposée par *Leendertse* [1967] est utilisée¹. Contrairement à une pratique souvent rencontrée (e.g., dans les codes MARS3D et SYMPHONIE), la résolution numérique de MOHID n'effectue pas de séparation des modes barotrope et baroclines (*mode splitting*). Le schéma ADI consiste à diviser le pas de temps en deux sous-pas de temps. Au cours du premier sous-pas de temps, la composante de la vitesse selon x_1 est implicite et la composante selon x_2 est explicite. Au cours du deuxième sous-pas de temps, c'est l'inverse. L'algorithme implémenté dans MOHID évalue la vitesse verticale en deux étapes *via* un procédé de *remapping*, de manière analogue aux méthodes Arbitrairement Lagrangiennes-Eulériennes (ALE) [e.g., *Bleck, 2002; Griffies and Adcroft, 2008*] associées à la coordonnée verticale généralisée. La décomposition de l'algorithme de calcul est présentée ci-dessous (on omettra les variables turbulentes pour simplifier). Au pas de temps t , les variables connues sont $(\eta^{(t)}, u^{(t)}, v^{(t)}, w^{(t)}, b^{(t)})$ pour toutes les valeurs de (i, j, k) .

À $t + 1/2$:

- $u_2^{(t+1/2)}$ est tout d'abord actualisée à partir de l'équation (III.47) selon x_2 , où toutes les quantités autres que u_2 sont prises à t .

- $\eta^{(t+1/2)}$ est calculée à partir de (III.46) et (III.47) : par l'équation (III.46), $\eta^{(t+1/2)}$ est exprimée sous la forme $\eta^{(t+1/2)}(\eta^{(t)}, u_1^{(t+1/2)}, u_2^{(t)})$. u_1 est donc ici pris en compte implicitement, alors que u_2 est explicite. La variable $u_1^{(t+1/2)}$ étant encore inconnue à cette étape, on lui substitue une expression fonction de $(\eta^{(t+1/2)}, u_1^{(t)}, u_2^{(t)}, w^{(t)}, b^{(t)})$, obtenue par intégration verticale de l'équation de la qdm (III.47) selon x_1 . En réinjectant cette expression dans (III.46), on aboutit à un système d'équations pour

1. MOHID propose également l'approche à 4 équations de *Abbott et al.* [1973]. L'approche de *Leendertse* [1967] est cependant recommandée en eau peu profonde, en particulier dans la zone intertidale [Martins et al., 2001]

$\eta^{(t+1/2)}$ de la forme :

$$A\eta^{(ij-1,t+1/2)} + B\eta^{(ij,t+1/2)} + C\eta^{(ij+1,t+1/2)} = D,$$

où A , B , C et D sont des fonctions des différentes variables exprimées à t (donc connues). Ce système tri-diagonal est alors inversé en utilisant l'algorithme de Thomas. Cela fournit $\eta^{(t+1/2)}$.

■ Ce résultat est alors réinjecté dans l'équation de la qdm (III.47) selon x_1 , ce qui permet à nouveau d'aboutir à un système d'équations tri-diagonal sur $u_1^{(t+1/2)}$, de la forme

$$A'u_1^{(ijk-1,t+1/2)} + B'u_1^{(ijk,t+1/2)} + C'u_1^{(ijk+1,t+1/2)} = D',$$

où A' , B' , C' et D' sont des fonctions des différentes variables exprimées à t et de $\eta^{(t+1/2)}$. Dans l'équation de la qdm (III.47) selon x_1 , les termes d'advection, de diffusion horizontale et le gradient de pression barocline sont exprimés de manière explicite. Les termes de diffusion verticale, le gradient de pression barotrope, la tension de fond et la force de Coriolis sont pris en compte de manière implicite.

■ Une première vitesse verticale $w_*^{t+1/2}$ est alors calculée par (III.48) à partir de $u_1^{(t+1/2)}$ et $u_2^{(t)}$ en considérant la géométrie de la cellule constante, *i.e.* en utilisant la géométrie de la cellule à t .

■ La géométrie des cellules est alors actualisée à $t + 1/2$. Dans le cas d'une discrétisation verticale Lagrangienne, la nouvelle position des niveaux verticaux peut être calculée à partir de $w_*^{(t+1/2)}$. Dans le cas d'une discrétisation sigma, la nouvelle position des niveaux verticaux est obtenue à partir de la hauteur de la colonne d'eau à $t + 1/2$, donnée par $\eta^{(t+1/2)}$. Les aires et volumes de chaque cellule sont ensuite recalculés.

■ La vitesse verticale $w^{(t+1/2)}$ est alors ré-évaluée à partir de l'équation de continuité dans laquelle, cette fois, la variation du volume de la cellule est prise en compte.

■ $T^{(t+1/2)}$ et $S^{(t+1/2)}$ sont ensuite calculées par (III.49) à partir de $u_1^{(t+1/2)}$, $u_2^{(t)}$ et $w^{(t+1/2)}$. Dans cette équation, les termes de diffusion et d'advection verticales sont implicites. Les termes d'advection et diffusion horizontales sont explicites. $T^{(t+1/2)}$ et $S^{(t+1/2)}$ sont également obtenus par inversion d'un système tri-diagonal, et ils fournissent alors $b^{(t+1/2)}$.

À $t + 1$:

- Cette étape est analogue au premier demi-pas de temps, à la différence que cette fois u_2 est implicite et u_1 est explicite. $u_1^{(t+1)}$ est d'abord actualisée à partir de (III.47) selon x_1 , où les autres variables sont prises à $t + 1/2$.

- Les quantités $\eta^{(t+1)}$ puis $u_2^{(t+1)}$ sont calculées à partir de (III.46) et (III.47) selon x_2 . Cette fois, $\eta^{(t+1)}$ prend la forme $\eta^{(t+1)} \left(\eta^{(t+1/2)}, u_1^{(t+1/2)}, u_2^{(t+1)} \right)$. C'est donc bien la vitesse u_2 qui est prise en compte implicitement. A nouveau, $\eta^{(t+1)}$ et $u_2^{(t+1)}$ sont calculés par l'inversion de deux systèmes tri-diagonaux.

- La vitesse verticale $w^{(t+1)}$ et la géométrie des cellules à $t + 1$ sont alors calculées de la même manière qu'à $t + 1/2$.

- $T^{(t+1)}$ et $S^{(t+1)}$ puis $b^{(t+1)}$ sont alors calculées par (III.49), à partir de $u_1^{(t+1/2)}$ et $u_2^{(t+1)}$.

Ainsi, au terme de cette séquence d'opérations, toutes les variables sont actualisées à $t + 1$.

III.4 Extension de MOHID aux équations glm2z-RANS de *Ardhuin et al.* [2008b].

Une part conséquente du présent travail de thèse a consisté à implémenter l'approche glm2z de *Ardhuin et al.* [2008b] au sein du code MOHID et à valider la représentation 3D vagues-courant obtenue. Dans cette section sont décrites les modifications apportées pour construire la nouvelle version du code, désignée par MOHID-GLM. L'insertion des nouveaux termes est sous-tendue par la recherche du plus de cohérence possible avec la résolution par volumes finis de MOHID (résumée en section précédente). Le nouveau système d'équations implémenté et ses conditions limites sont tout d'abord présentés. Puis la discrétisation adoptée est détaillée pour les nouveaux termes insérés dans les équations de conservation de la masse, de la qdm et de la concentration des traceurs. Enfin, l'articulation avec le modèle de vagues est discutée et les expressions des différents termes de forçage des vagues sont fournies.

Avec une légère modification des notations du chapitre précédent, la vitesse quasi-Eulérienne est à présent notée

$$(u_1, u_2, w) = (\bar{u}_1^L, \bar{u}_2^L, \bar{w}^L) - (\bar{u}_1^S, \bar{u}_2^S, \bar{w}^S). \quad (\text{III.53})$$

De même, le symbole $\widehat{\cdot}$ sera omis pour désigner les autres champs quasi-Eulériens. Ceci est cohérent avec les notations de la section précédente, où \mathbf{u} , η , S et T désignaient bien les variables quasi-Eulériennes en l'absence de vagues. Les modifications décrites dans ce qui suit vont permettre à MOHID-GLM de prendre en compte la présence de vagues dans l'évolution tridimensionnelle de ces variables.

III.4.1 Système d'équations implémenté

III.4.1.1 Conditions limites en présence de vagues

Conditions limites en surface

La condition limite cinématique en surface est donnée par

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} + (u_\alpha + \bar{u}_\alpha^S) \frac{\partial \eta}{\partial x_\alpha} = w + \bar{w}^S \text{ sur } z = \eta. \quad (\text{III.54})$$

De plus, dans la présente implémentation, le flux de qdm des vagues vers le courant moyen engendré par le déferlement τ^{oc} est pris en compte dans la condition limite dynamique de surface. Autrement dit, la qdm correspondante est injectée dans le niveau le moins profond du modèle. Le fort mélange vertical de surface, qui accompagne le déferlement, permet ensuite la diffusion de la qdm injectée vers les niveaux inférieurs.

Un tel paramétrage fournit un comportement comparable à une répartition du flux de qdm sur plusieurs niveaux utilisant un profil vertical empirique [Raschle et al., 2006; Benniss et al., 2011]. La tension de vent supportée par les vagues τ^{aw} est également soustraite au flux de qdm total de l'atmosphère vers l'océan τ^a , ce qui fournit finalement la condition limite

$$\rho K_V \frac{\partial u_\alpha}{\partial z} = \tau_\alpha^a - \tau_\alpha^{aw} + \tau_\alpha^{oc} \text{ sur } z = \eta, \quad (\text{III.55})$$

La tension de vent τ^a est toujours calculée par les relations (III.7) et (III.8).

La formulation des conditions limites de surface pour k et ϵ est inchangée (donnée par (III.40) et (III.44)). Deux extensions sont néanmoins apportées dans MOHID-GLM :

1. comme alternative au paramétrage de *Craig and Banner* [1994], le flux de TKE en surface F_{oc} peut être prescrit à partir d'un champ calculé en dehors de MOHID (fourni par exemple par un modèle de vagues).
2. une hauteur de vagues calculée en dehors de MOHID peut être utilisée pour le paramétrage de la rugosité de surface $z_{0,s}$ (comme le H_S de la mer de vent par exemple, au lieu du H_S total).

Conditions limites au fond

La condition limite cinématique au fond est inchangée :

$$-u_\alpha \frac{\partial h}{\partial x_\alpha} = w \text{ sur } z = -h. \quad (\text{III.56})$$

Pour le calcul de la tension de fond en présence de vagues et de courant moyen, le paramétrage proposé par *Soulsby et al.* [1995] est implémenté. La tension de fond totale τ^b est calculée par

$$\tau_\alpha^b = \tau_{c,\alpha}^b \left[1 + 1.2 \left(\frac{\|\tau_w^b\|}{\|\tau_c^b\| + \|\tau_w^b\|} \right)^{3.2} \right]. \quad (\text{III.57})$$

Dans cette relation, τ_w^b est la tension de fond exercée par les vagues (seules) et sa norme est donnée par

$$\|\tau_w^b\| = \frac{1}{2} \rho_0 f_w (u')^2,$$

avec u' le module de la vitesse orbitale au fond, calculé à partir de la période T_p et du nombre d'onde k_p du pic par $u' = \pi H_S / [T_p \sinh(k_p D)]$. Le coefficient de friction f_w est calculé à partir de la rugosité hydraulique du fond $z_{0,b}$ par

$$f_w = 1.39 \left(\frac{u'}{\sigma z_{0,b}} \right)^{-0.52}.$$

Considérant la décomposition de la tension de fond totale $\tau^b = \tau_c^b + \tau_{wc}^b$, le paramétrage (III.57) revient à prélever dans le niveau du modèle le plus profond un flux de qdm

supplémentaire

$$\tau_{wc,\alpha}^b = 1.2\tau_{c,\alpha}^b \left(\frac{\|\tau_{\mathbf{w}}^b\|}{\|\tau_{\mathbf{c}}^b\| + \|\tau_{\mathbf{w}}^b\|} \right)^{3.2}. \quad (\text{III.58})$$

Finalement, la condition limite dynamique au fond est donnée par

$$K_V \frac{\partial u_\alpha}{\partial z} = \tau_{c,\alpha}^b + \tau_{wc,\alpha}^b, \quad (\text{III.59})$$

où $\tau_{\mathbf{c}}^b$ est calculée par (III.12) et $\tau_{\mathbf{w}\mathbf{c}}^b$ par (III.58).

Conditions limites aux frontières ouvertes

Le schéma de radiation du mode barotrope [Flather, 1976] est adapté au nouveau jeu d'équations. On considère le cas simplifié d'une frontière située en $x_1 = 0$ avec $u_2 = 0$ et sans mélange turbulent. Les équations linéarisées vérifiées par la vitesse quasi-Eulérienne barotrope U_1 sont

$$\frac{\partial U_1}{\partial t} = -g \frac{\partial \eta}{\partial x_1} - \frac{\partial S^J}{\partial x_1}, \quad (\text{III.60})$$

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} = -\frac{\partial}{\partial x_1} \left(D \left[U_1 + \bar{U}_1^S \right] \right), \quad (\text{III.61})$$

où \bar{U}_1^S désigne la vitesse de Stokes barotrope. On suppose de plus que la hauteur de la surface libre η vérifie la condition de Sommerfeld à la frontière ouverte :

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} \pm \sqrt{gD} \frac{\partial \eta}{\partial x_1} = 0. \quad (\text{III.62})$$

En soustrayant les équations (III.61) et (III.62), on obtient la relation

$$\pm \sqrt{gD} (\eta - \eta_{ext}) = \left(U_1 + \bar{U}_1^S \right) - \left(U_{1,ext} + \bar{U}_{1,ext}^S \right).$$

La généralisation de cette relation fournit la nouvelle condition de radiation :

$$\eta = \eta_{ext} \pm \sqrt{\frac{D}{g}} \left[\left(\mathbf{U} + \bar{\mathbf{U}}^S \right) \cdot \mathbf{n} - \left(\mathbf{U}_{ext} + \bar{\mathbf{U}}_{ext}^S \right) \cdot \mathbf{n} \right]. \quad (\text{III.63})$$

Les valeurs de η_{ext} , \mathbf{U}_{ext} et $\bar{\mathbf{U}}_{ext}^S$ peuvent être prescrites d'après un modèle d'emprise supérieure. Dans le cas où un seul domaine est utilisé, on pourra prescrire les champs "extérieurs" en supposant que 1) le niveau d'eau et la vitesse barotrope sont en équilibre stationnaire à l'extérieur du domaine et 2) que les gradients de S^J et $\bar{\mathbf{U}}_S$ ne varient pas au franchissement de la frontière. Sous ces hypothèses, une expression des champs extérieurs vérifiant (III.60) et (III.61) est donnée par

$$\eta_{ext} = -\frac{S^J}{g} \quad \text{et} \quad \mathbf{U}_{ext} \cdot \mathbf{n} = -\bar{\mathbf{U}}^S \cdot \mathbf{n}. \quad (\text{III.64})$$

Conditions limites aux frontières fermées

Aux frontières fermées, le flux de masse total barotrope est supposé nul dans la direction orthogonale à la frontière. Ceci fournit la nouvelle condition limite pour la vitesse normale :

$$\int_{-h}^{\eta} [(\mathbf{u} + \bar{\mathbf{u}}^S) \cdot \mathbf{n}] dz = 0. \quad (\text{III.65})$$

La condition limite sur la composante tangentielle du transport n'est pas modifiée : le glissement est libre aux frontières fermées, ce qui se traduit par l'annulation du flux de qdm par diffusion pour la vitesse tangentielle.

III.4.1.2 Formulation des équations du mouvement en présence de vagues : forme conservative des équations glm2z

L'approche implémentée correspond aux équations glm2z, simplifiées dans le cadre de l'hypothèse d'un cisaillement vertical du courant moyen très inférieur à la pulsation des vagues (hypothèse (H4) au chapitre précédent). Ces équations sont équivalentes à celles utilisées par *Bennis et al.* [2011], à la différence qu'une formulation conservative en coordonnées cartésiennes est employée ici, en cohérence avec l'algorithme de résolution numérique implémenté dans MOHID.

La vitesse quasi-Eulérienne comme la vitesse de Stokes sont non-divergentes dans la formulation glm2z, ce qui est exprimé par

$$\frac{\partial u_\alpha}{\partial x_\alpha} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0, \quad (\text{III.66})$$

$$\frac{\partial \bar{u}_\alpha^S}{\partial x_\alpha} + \frac{\partial \bar{w}^S}{\partial z} = 0. \quad (\text{III.67})$$

L'intégration verticale de la somme de ces deux équations fournit la nouvelle équation pour le niveau d'eau quasi-Eulérien η , donnée par

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} = -\frac{\partial}{\partial x_\alpha} \overbrace{\left(\int_{-h}^{\eta} (u_\alpha + \bar{u}_\alpha^S) dz \right)}^{A_1}. \quad (\text{III.68})$$

De manière analogue aux manipulations effectuées précédemment (*e.g.*, pour obtenir (III.16)), la relation de Leibniz et les conditions limites cinématiques (III.54)-(III.56) ont été utilisées.

L'équation de conservation de la qdm horizontale est implémentée sous forme conservative selon

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial u_\alpha}{\partial t} + \overbrace{\frac{\partial [u_\alpha(u_\beta + \bar{u}_\beta^S)]}{\partial x_\beta}}^{A_2} + \frac{\partial [u_\alpha(w + \bar{w}^S)]}{\partial z} \\
 = -\frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p^a}{\partial x_\alpha} + (-g + b(\eta)) \frac{\partial \eta}{\partial x_\alpha} + \int_z^\eta \frac{\partial b}{\partial x_\alpha} dz - \overbrace{\frac{\partial S^J}{\partial x_\alpha}}^B + \overbrace{\bar{u}_\beta^S \frac{\partial u_\beta}{\partial x_\alpha}}^C \\
 + \frac{\partial}{\partial x_\beta} \left(K_H \frac{\partial u_\alpha}{\partial x_\beta} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(K_V \frac{\partial u_\alpha}{\partial z} \right). \tag{III.69}
 \end{aligned}$$

Cette formulation de la conservation de la qdm quasi-Eulérienne est équivalente à l'équation (II.134) obtenue au chapitre précédent, du fait de la non-divergence de \mathbf{u} et de $\bar{\mathbf{u}}^S$. Par simplification, la force de Coriolis est omise dans le présent chapitre, celle-ci n'intervenant pas dans les configurations académiques étudiées ci-après (Section III.5). Il conviendra d'intégrer cette force au calcul pour l'étude de configurations réalistes à des échelles spatiotemporelles influencées par la rotation de la Terre, en tenant compte de la contribution de la dérive Stokes (force de Stokes-Coriolis).

L'équation de la qdm verticale n'est pas modifiée, elle traduit l'hypothèse d'un écoulement moyen en équilibre hydrostatique.

En intégrant verticalement (III.66)+(III.67) de $-h$ à z , on obtient l'expression de la vitesse verticale GLM :

$$\bar{w}^L = w + \bar{w}^S = -\frac{\partial}{\partial x_\alpha} \overbrace{\left(\int_{-h}^z (u_\alpha + \bar{u}_\alpha^S) dz \right)}^{A_3}. \tag{III.70}$$

Il est à noter que dans sa forme conservative, l'équation de conservation de la qdm horizontale ne nécessite pas la connaissance de la composante verticale de la vitesse de Stokes \bar{w}^S (contrairement au cas de la forme non conservative). Seule la vitesse verticale GLM est requise et elle est obtenue à partir des composantes horizontales du transport par (III.70).

L'équation de conservation des traceurs est donnée par

$$\frac{\partial C}{\partial t} + \overbrace{\frac{\partial [(u_\alpha + \bar{u}_\alpha^S)C]}{\partial x_\alpha}}^{A_4} + \frac{\partial [(w + \bar{w}^S)C]}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial x_\alpha} \left(\frac{K_H}{\sigma_C} \frac{\partial C}{\partial x_\alpha} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(K_T \frac{\partial C}{\partial z} \right) + S_C. \tag{III.71}$$

Enfin, les équations d'évolution de k et ϵ sont inchangées et sont donc toujours données par (III.50) et (III.51) (si le transport horizontal de la turbulence était pris en compte, il conviendrait d'ajouter la dérive de Stokes dans les termes d'advection de k et ϵ , mais ce n'est pas le cas ici).

Les modifications apportées aux équations peuvent être regroupées en 3 ensembles :

- $\mathcal{A}_1, \mathcal{A}_2, \mathcal{A}_3, \mathcal{A}_4$: contribution de la divergence des transports de masse, de qdm et des traceurs par la dérive de Stokes,
- \mathcal{B} : flux de qdm de la pression induite par les vagues S^J ,
- \mathcal{C} : dans la formulation conservative, le terme \mathcal{C} contient une partie de la force vortex et un terme d'advection de la qdm moyenne par la dérive de Stokes. L'autre partie de la force vortex est contenue dans la divergence du flux de \mathbf{u} (terme \mathcal{A}_2).

III.4.2 Discrétisation des termes liés aux vagues

III.4.2.1 Notations

Dans cette section, on notera $u_1 = u$ et $u_2 = v$ pour les composantes horizontales de la vitesse. Par ailleurs, les notations utilisées pour caractériser la géométrie des cellules sont illustrées en Figure III.5.

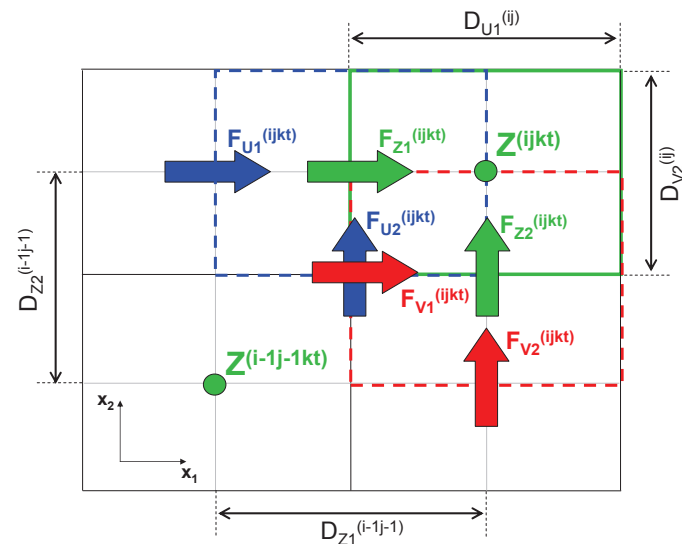
On notera $D_{\mu m}^{(i j k, t)}$ la taille de la cellule mesurée depuis le point- μ d'indices $(i j k)$ dans la direction x_m , avec $\mu \in \{U, V, W, Z\}$ et $m \in \{1, 2, 3\}$. Lorsque cette distance ne dépend pas de l'un des indices $(i j k, t)$, celui-ci sera omis. Par exemple, $D_{U1}^{(i j)}$ est la distance reliant les points-U d'indices $(i j k)$ et $(i j + 1 k)$. C'est donc également la longueur dans la direction x_1 de la cellule $(i j k)$ centrée au point-Z. Comme le seul degré de liberté de la discrétisation est vertical dans MOHID, $D_{U1}^{(i j)}$ ne dépend ni de k ni de t (voir Figure III.5-(a)).

On notera ensuite $A_U^{(i j k, t)}$ et $A_V^{(i j k, t)}$ l'aire des faces de la cellule $(i j k)$ centrée au point-Z et contenant respectivement le point-U et le point-V d'indices $(i j k)$ (voir Figure III.5-(b)).

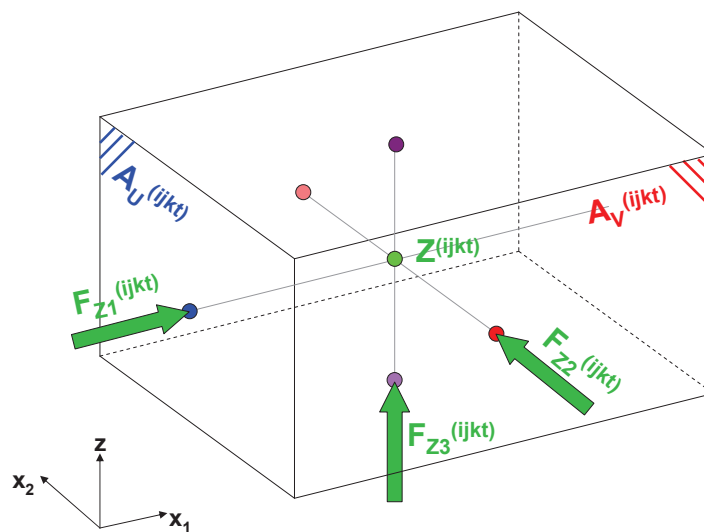
Enfin, on désignera par $F_{\mu \alpha}^{(i j k, t)}$, avec $\alpha \in \{1, 2\}$, le flux volumique total à travers la face latérale de la cellule centrée au point- μ , de vecteur normal sortant de la cellule $\mathbf{n} = (-\delta_{1\alpha}, -\delta_{2\alpha}, 0)$. Par exemple, $F_{Z1}^{(i j k, t)}$ est le flux volumique total à travers la face latérale de la cellule centrée au point-Z, de normale sortante $(-1, 0, 0)$. C'est donc la face contenant le point-U d'indices $(i j k)$ et on a

$$F_{Z1}^{(i j k, t)} = u^{(i j k, t)} A_U^{(i j k, t)}.$$

De la même manière, on notera $F_{\mu 3}^{(i j k, t)}$ le flux volumique total à travers la face inférieure de la cellule centrée au point- μ .



(a)



(b)

FIGURE III.5 – Schéma illustrant les notations utilisées pour la géométrie des cellules et les flux à travers leurs faces. (a) Schéma 2D pour les cellules centrées aux points-Z, -U et -V d'indices $(i j k)$. (b) Schéma 3D pour la cellule d'indices $(i j k)$ centrée au point-Z.

III.4.2.2 Divergence du transport par la dérive de Stokes : termes \mathcal{A}_i

Les composantes horizontales de la vitesse de Stokes aux centres des mailles $(\bar{u}^S)^{(i,j+1/2,k,t)}$ et $(\bar{v}^S)^{(i+1/2,j,k,t)}$ sont obtenues à partir des sorties du modèle de vagues (voir section suivante). Leurs valeurs sont tout d'abord re-localisées aux points-U et points-V par

$$\begin{aligned} (\bar{u}^S)^{(i,j,k,t)} &= \left[D_{U1}^{(i,j-1)} (\bar{u}^S)^{(i,j+1/2,k,t)} + D_{U1}^{(i,j)} (\bar{u}^S)^{(i,j-1/2,k,t)} \right] \\ &\times \frac{1}{D_{U1}^{(i,j)} + D_{U1}^{(i,j-1)}}, \end{aligned} \quad (\text{III.72})$$

$$\begin{aligned} (\bar{v}^S)^{(i,j,k,t)} &= \left[D_{V2}^{(i-1,j)} (\bar{v}^S)^{(i+1/2,j,k,t)} + D_{V2}^{(i,j)} (\bar{v}^S)^{(i-1/2,j,k,t)} \right] \\ &\times \frac{1}{D_{V2}^{(i,j,t)} + D_{V2}^{(i-1,j,t)}}. \end{aligned} \quad (\text{III.73})$$

Terme \mathcal{A}_1

Considérant la cellule centrée au point-Z, le flux volumique (horizontal) total à travers la face latérale de normale sortante $-x_1$ est calculé par

$$F_{Z1}^{(i,j,k,t)} = \left[u^{(i,j,k,t)} + (\bar{u}^S)^{(i,j,k,t)} \right] A_U^{(i,j,k,t)}. \quad (\text{III.74})$$

Le flux volumique (horizontal) total à travers la face latérale de normale sortante $-x_2$ est calculé par

$$F_{Z2}^{(i,j,k,t)} = \left[v^{(i,j,k,t)} + (\bar{v}^S)^{(i,j,k,t)} \right] A_V^{(i,j,k,t)}. \quad (\text{III.75})$$

Ces expressions sont notamment utilisées dans l'équation (III.68) discrétisée qui, pour le premier demi-pas de temps, est donnée par

$$\frac{\eta^{(i,j,t+1/2)} - \eta^{(i,j,t)}}{dt/2} = \sum_{k=1}^{k_{\max}} \left(F_{Z1}^{(i,j,k,t+1/2)} - F_{Z1}^{(i,j+1,k,t+1/2)} \right) + \sum_{k=1}^{k_{\max}} \left(F_{Z2}^{(i,j,k,t)} - F_{Z2}^{(i+1,j,k,t)} \right), \quad (\text{III.76})$$

où k_{\max} est le nombre de niveaux verticaux. L'expression utilisée durant le deuxième demi-pas de temps peut être obtenue par analogie.

Termes \mathcal{A}_2 et \mathcal{A}_4

Pour le calcul de $u^{(i,j,k,t+1/2)}$ (premier demi-pas de temps), le terme d'advection \mathcal{A}_2 dans l'équation de la qdm selon x_1 est discrétisé par

$$\begin{aligned} \mathcal{A}_2 &= [(\tilde{u}F_{U1})^{(i,j+1,k,t)} - (\tilde{u}F_{U1})^{(i,j,k,t)}] + [(\tilde{u}F_{U2})^{(i+1,j,k,t)} - (\tilde{u}F_{U2})^{(i,j,k,t)}] \\ &+ [(\tilde{u}F_{U3})^{(i,j,k+1,t)} - (\tilde{u}F_{U3})^{(i,j,k,t)}] \end{aligned} \quad (\text{III.77})$$

Dans cette expression, $\tilde{u}^{(i j k, t)}$ désigne la valeur de u évaluée aux points $(i \pm 1/2 j \pm 1/2 k)$ par la méthode TVD-Superbee. Les flux volumiques F_{U1} , F_{U2} et F_{U3} à travers les faces de la cellule centrée au point-U sont donnés par

$$\begin{aligned} F_{U1}^{(i j k, t)} &= \left(F_{Z1}^{(i j k, t)} + F_{Z1}^{(i j-1 k, t)} \right) / 2, \\ F_{U2}^{(i j k, t)} &= \left(F_{Z2}^{(i j k, t)} + F_{Z2}^{(i j-1 k, t)} \right) / 2, \\ F_{U3}^{(i j k, t)} &= \left(F_{Z3}^{(i j k, t)} + F_{Z3}^{(i j-1 k, t)} \right) / 2, \end{aligned}$$

Les quantités F_{Z1} et F_{Z2} sont calculées par (III.74) et (III.75). Le calcul de F_{Z3} est présenté ci-après. Par analogie, on obtient le terme utilisé pour le calcul de $v^{(i j k, t+1)}$ durant le deuxième demi-pas de temps.

La modification du terme \mathcal{A}_4 (divergence du transport des traceurs par la dérive de Stokes) suit le même principe que la modification du terme \mathcal{A}_2 .

Terme \mathcal{A}_3

Pour le calcul de la vitesse verticale, la non-divergence de l'écoulement aboutissant à (III.70) est en fait discrétisée dans une forme intégrée sur la cellule uniquement (plutôt que sur la portion de colonne d'eau comprise entre la cellule et le fond). La reformulation de l'intégrale volumique de la divergence de la vitesse en somme de flux fournit le flux volumique vertical F_{Z3} (intervenant dans la détermination de F_{U3}) :

$$F_{Z3}^{(i j k+1, t)} = F_{Z3}^{(i j k, t)} + \Delta V_{cellZ} + \left(F_{Z1}^{(i j k, t)} - F_{Z1}^{(i j+1 k, t)} \right) + \left(F_{Z2}^{(i j k, t)} - F_{Z2}^{(i+1 j k, t)} \right),$$

où ΔV_{cellZ} est la variation de volume de la cellule centrée au point-Z (qui peut être non nulle lorsque la discrétisation verticale n'est pas cartésienne). À partir de F_{Z3} , la vitesse verticale totale relative à la face inférieure de la cellule peut être calculée. En notant $\omega + \bar{\omega}^S$ cette vitesse, on a

$$(\omega + \bar{\omega}^S)^{(i j k, t)} = \frac{F_{Z3}^{(i j k, t)}}{D_{U1}^{(i j)} \times D_{V2}^{(i j)}}. \quad (III.78)$$

Dans le cas où la coordonnée verticale n'est pas cartésienne, $\omega + \bar{\omega}^S$ diffère de $(\omega + \bar{\omega}^S)^{(i j k, t)}$ du fait du mouvement de la face inférieure de la cellule de contrôle. Une opération supplémentaire est nécessaire pour obtenir la vitesse verticale cartésienne (relation (A.5) de *Bennis et al.* [2011]).

III.4.2.3 Gradient de pression induite par les vagues : terme \mathcal{B}

Le gradient de pression barotrope induit par les vagues est implémenté de manière analogue au terme de pression hydrostatique de MOHID, à la différence que S^J est pris

en compte de manière explicite. Sa contribution dans l'équation de qdm discrète intégrée sur la cellule centrée au point-U,V est donnée par :

$$\left[(S^J)^{(i,j,k,t)} - (S^J)^{(i-d_i, j-d_j, k, t)} \right] \left(dj \times A_U^{(i,j,k,t)} + di \times A_V^{(i,j,k,t)} \right), \quad (\text{III.79})$$

avec $(di, dj) = (0, 1)$ pour la cellule centrée au point-U et $(di, dj) = (1, 0)$ pour la cellule centrée au point-V. Comme pour le terme de pression hydrostatique, lorsque la discrétisation verticale n'est pas cartésienne, la contribution du gradient de S^J dans l'équation de la qdm se traduit normalement par 4 flux de qdm dans la direction x_α : 1,2) flux à travers les deux faces latérales de normale x_α ; 3) une contribution selon x_α du flux à travers la face supérieure (si inclinée par rapport à l'horizontale) ; 4) une contribution selon x_α du flux à travers la face inférieure (si inclinée). Ceci a été illustré précédemment par la Figure III.4. On remarque dans la relation (III.79) que l'aire qui intervient est par exemple $A_U^{(i,j)}$ pour la direction x_1 . Cette aire ne correspond pas à l'une des faces latérales de la cellule centrée au point-U. C'est l'aire de la surface verticale coupant la cellule en deux dans la direction x_2 en passant par son centre (le point-U). Or on peut montrer, par des considérations géométriques, que la quantité (III.79) est en fait égale à la somme des 4 flux mentionnés dans la direction x_α [Martins, 2000]. La discrétisation (III.79) permet donc de tenir compte de la déformation verticale des cellules dans l'espace cartésien, de manière cohérente avec la résolution numérique effectuée par MOHID (présentée en section précédente).

III.4.2.4 Terme \mathcal{C}

On considère ici la discrétisation du terme \mathcal{C} dans l'équation de la qdm selon x_1 , où son expression est

$$\bar{u}^S \frac{\partial u}{\partial x_1} + \bar{v}^S \frac{\partial v}{\partial x_1}.$$

L'implémentation du terme \mathcal{C} pourra être facilement transposée à l'équation de la qdm selon x_2 par analogie. A la différence du terme de pression \mathcal{B} , l'intégrale de \mathcal{C} sur la cellule centrée au point-U ne peut pas être reformulée comme une somme de flux. Dans le cadre de la résolution par volumes finis, \mathcal{C} est donc calculé comme une intégrale volumique. L'expression implémentée est donnée par

$$\begin{aligned} & V_{\text{cellU}}^{(i,j,k,t)} \left\{ (\bar{u}^S)^{(i,j,k,t)} \times \left[u^{(i,j+1/2,k,t)} - u^{(i,j-1/2,k,t)} \right] / D_{Z1}^{(i,j,k,t)} \right\} \\ + & V_{\text{cellU}}^{(i,j,k,t)} \left\{ (\bar{v}^S)^{(i+1/2,j-1/2,k,t)} \times \left[v^{(i+1/2,j,k,t)} - v^{(i+1/2,j-1,k,t)} \right] / D_{Z1}^{(i,j,k,t)} \right\}, \end{aligned} \quad (\text{III.80})$$

où V_{cellU} désigne le volume de la cellule centrée au point-U. Ce volume englobe la déformation de la cellule en cas d'utilisation d'une discrétisation verticale non cartésienne. Dans (III.80), les expressions des vitesses aux points $i \pm 1/2$ et $j \pm 1/2$ sont

obtenues par interpolation barycentrique, de manière analogue à (III.72)-(III.73).

Il convient de noter ici que la cohérence de la discrétisation du terme \mathcal{C} avec celle des termes \mathcal{A}_i et \mathcal{B} n'est pas évidente. En effet, \mathcal{C} est implémenté comme une intégrale volumique sur la cellule de contrôle, alors que les termes \mathcal{A}_i et \mathcal{B} sont implémentés comme des flux à travers les faces de la cellule. Comme mentionné précédemment, \mathcal{C} contient une partie de la force vortex et un terme d'advection de \mathbf{u} par $\bar{\mathbf{u}}^S$. Par exemple, dans la direction x_1 , la contribution de la force vortex est $\bar{v}^S \partial v / \partial x_1$ et le terme d'advection est $\bar{u}^S \partial u / \partial x_1$. Or, dans le terme \mathcal{A}_2 , la divergence du flux de u contient le même terme d'advection :

$$\frac{\partial [u(u + \bar{u}^S)]}{\partial x_1} = \frac{\partial(uu)}{\partial x_1} + u \frac{\partial \bar{u}^S}{\partial x_1} + \bar{u}^S \frac{\partial u}{\partial x_1}.$$

Pour que la formulation conservative discrétisée de l'équation de qdm soit cohérente avec sa forme non conservative, la valeur de la quantité $\bar{u}^S \partial u / \partial x_1$ calculée dans l'expression discrétisée de \mathcal{C} doit être égale à la valeur calculée dans l'expression discrétisée de \mathcal{A}_2 . Dans ce but, différentes implémentations ont ici été testées pour \mathcal{C} . Parmi elles, l'expression (III.80) a fourni les résultats les plus satisfaisants (voir le cas-test de *Bennis et al.* [2011] traité en Section III.5).

III.4.3 Termes de forçage et articulation entre les codes

Dans le système d'équations résolu par MOHID-GLM, les quantités H_S , T_p , S^J , $\bar{\mathbf{u}}^S$, τ^{aw} , τ^{oc} et F_{oc} sont calculées par W3 (dans sa version 4.04), puis transmises à MOHID-GLM. On fournit ici leurs expressions en fonction des caractéristiques spectrales de l'état de mer.

Les paramètres intégraux du spectre H_S et T_p , intervenant principalement dans le calcul de la tension de fond et de la rugosité de surface, sont donnés par

$$H_S = 4 \left(\sum_k \sum_\theta E(k, \theta) dk d\theta \right)^{\frac{1}{2}} \quad \text{et} \quad T_p = 2\pi (gk_p \tanh(k_p D))^{-\frac{1}{2}},$$

où k_p vérifie $E_k(k_p) = \max(E_k)$, avec E_k le spectre en nombre d'onde. Le terme de pression induite par les vagues S^J (en $\text{m}^2 \cdot \text{s}^{-2}$) est calculé par

$$S^J = \sum_k \sum_\theta gk \frac{E(k, \theta)}{\sinh 2kD} dk d\theta. \quad (\text{III.81})$$

Les composantes horizontales de la dérive de Stokes $\bar{\mathbf{u}}^S$ sont calculées à partir du spectre en nombre d'onde de la dérive de Stokes de surface, noté $\mathbf{U}^{SS}(k)$ et donné par

$$U_\alpha^{SS}(k) = \sum_\theta \sigma k_\alpha E(k, \theta) d\theta dk. \quad (\text{III.82})$$

W3 fournit en sortie de son calcul le spectre U^{SS} , qui est transmis au code de circulation. A chaque pas de temps, MOHID-GLM calcule ensuite la valeur de \bar{u}^S au centre des niveaux verticaux par

$$\begin{cases} u_{\alpha}^S = \sum_k U_{\alpha}^{SS}(k) \frac{\cosh(2kz + 2kh)}{\sinh^2(kD)} \text{ si } kD < 6, \\ u_{\alpha}^S = \sum_k U_{\alpha}^{SS}(k) \exp[2k(z - \eta)] \text{ si } kD \geq 6. \end{cases} \quad (\text{III.83})$$

La tension de vent supportée par les vagues τ^{aw} est calculée à partir du terme source spectral S_{atm} [e.g., Ardhuin et al., 2009], introduit en (III.3). W3 fournit en sortie la quantité τ^{aw}/ρ_a (en $\text{m}^2 \cdot \text{s}^{-2}$), donnée par

$$\frac{\tau_{\alpha}^{aw}}{\rho_a} = \sum_k \sum_{\theta} g \frac{k_{\alpha}}{\sigma} S_{atm}(k, \theta) dk d\theta, \quad (\text{III.84})$$

où les composantes du vecteur nombre d'onde sont données par $\mathbf{k} = (k \cos \theta, k \sin \theta)$ et ρ_a est la masse volumique de l'air. Le flux de qdm des vagues τ^{oc} est calculé à partir du terme source spectral S_{oc} [e.g., Ardhuin et al., 2010]. W3 fournit en sortie la quantité τ^{oc}/ρ_0 (en $\text{m}^2 \cdot \text{s}^{-2}$), donnée par

$$\frac{\tau_{\alpha}^{oc}}{\rho_0} = \sum_k \sum_{\theta} g \frac{k_{\alpha}}{\sigma} S_{oc}(k, \theta) dk d\theta. \quad (\text{III.85})$$

Enfin, le flux de TKE en surface F_{oc} (en $\text{W} \cdot \text{m}^{-2}$) est également calculé à partir de S_{oc} [Rasle et al., 2008; Bennis et al., 2011] par

$$F_{oc} = \sum_k \sum_{\theta} \rho_0 g S_{oc}(k, \theta) dk d\theta. \quad (\text{III.86})$$

Ce paramétrage permet la prise en compte de l'effet du déferlement par moutonnement et du déferlement bathymétrique sur le mélange vertical. Comme mentionné précédemment, ce n'est pas le cas du paramétrage de *Craig and Banner* [1994], donné en (III.42), dans lequel seul l'effet du moutonnement en eau profonde est considéré.

Le forçage du code de circulation par le code de vagues est externe dans le présent travail. Le calcul du champ de vagues est d'abord effectué par W3 et les termes de forçage mentionnés ci-dessus sont régulièrement stockés (avec un pas de temps de sortie généralement supérieur au pas de temps de calcul, pour des raisons de taille du fichier de sortie). Puis, les fichiers de sortie de W3 sont traités pour adopter le format requis par MOHID-GLM (via un ensemble de routines développées sous MATLAB dans le cadre du présent travail), avant d'être fournis en entrée de MOHID-GLM pour forcer le calcul hydrodynamique. L'articulation des deux codes au sein de l'outil de modélisation est schématisée en Figure III.1, fournie au début de ce chapitre.

III.5 Validation de MOHID-GLM

L'implémentation du code MOHID-GLM est à présent validée sur deux cas-tests académiques de référence :

1. la configuration adiabatique étudiée par *Bennis et al.* [2011],
2. la configuration avec déferlement étudiée par *Haas and Warner* [2009] et *Uchiyama et al.* [2010].

Le premier cas permet, dans une situation adiabatique idéalisée, d'analyser l'effet de la pression induite par les vagues et de la dérive de Stokes sur l'écoulement quasi-Eulérien, pour des vagues monochromatiques se propageant au-dessus d'un haut-fond. Une solution analytique a été établie par *Longuet-Higgins* [1967] dans cette configuration, fournissant ainsi une référence pour l'évaluation des résultats numériques obtenus. Le second cas-test permet d'analyser l'effet des termes de dissipation et de mélange vertical en zone de déferlement, qui pilotent la génération d'une dérive littorale longshore et d'un courant cross-shore cisailé verticalement (*undertow*). La cohérence des résultats de MOHID-GLM forcé par W3 est ici évaluée par comparaison avec les résultats obtenus par les auteurs cités ci-dessus.

III.5.1 Cas-test adiabatique de *Bennis et al.* [2011]

III.5.1.1 Configuration

La configuration étudiée par *Bennis et al.* [2011] (ci-après BAD11) est celle de vagues se propageant au-dessus d'un haut-fond sans déferler. La bathymétrie considérée, représentée en Figure III.6, a été gracieusement transmise par A.C. Bennis. La taille du domaine est 800 m par 200 m. Le haut-fond correspond à une élévation du fond de 6 m à 4 m en dessous de la surface de l'eau. Cette élévation est homogène dans la direction $x_2 = y$ et symétrique par rapport au milieu du domaine dans la direction $x_1 = x$. Les frontières $y = 20$ m et $y = 180$ m sont fermées, les frontières $x = 0$ m et $x = 800$ m sont ouvertes. La bathymétrie est discrétisée sur une grille horizontale constituée de mailles rectangulaires de 10 m de côté dans la direction x et 20 m dans la direction y (Figure III.6). Cette même grille est utilisée pour le calcul de W3 et de MOHID-GLM.

Aucun terme de dissipation n'est pris en compte dans ce cas d'étude adiabatique : les vagues ne déferlent pas, le frottement au fond est supposé nul pour les vagues comme pour le courant, les mélanges turbulent horizontal et vertical sont désactivés. La tension de vent en surface est également supposée nulle. Cette configuration offre la possibilité d'évaluer l'effet des variations de la dérive de Stokes \bar{u}^S et du gradient de pression induite par les vagues S^J sur le bilan de masse et de qdm. L'analyse peut ici

être réalisée indépendamment des autres termes de forçage (puisque'ils sont nuls), dont certains peuvent largement dominer le bilan de qdm en zone de déferlement (le terme τ^{oc} notamment).

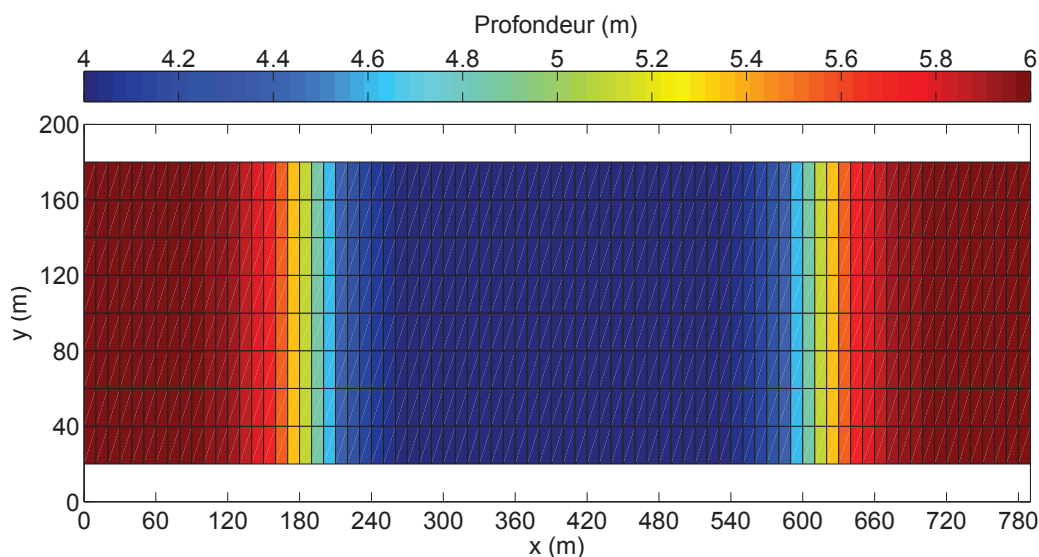


FIGURE III.6 – Bathymétrie et grille de calcul pour le cas test de BAD11.

Configuration de W3

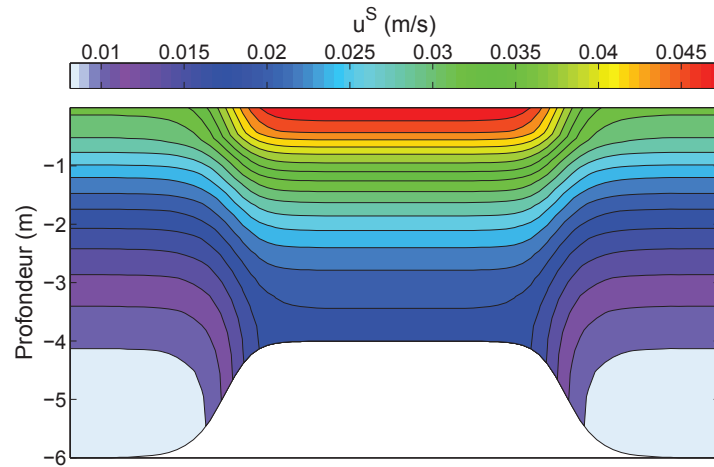
Le spectre d'état de mer est imposé le long de la frontière $x = 0$. Il est stationnaire et correspond à des vagues monochromatiques de hauteur $H = 1.02$ m ou $H = 0.34$ m, période $T = 5.24$ s, direction $\theta = -90^\circ$ (propagation selon l'axe des x , vers les x croissants). Ces conditions sont invariantes dans la direction y le long de la frontière $x = 0$. L'ensemble de la configuration étudiée est donc finalement homogène dans la direction y et l'écoulement est 2DV. Tous les termes de génération/dissipation des vagues sont désactivés.

Configuration de MOHID-GLM

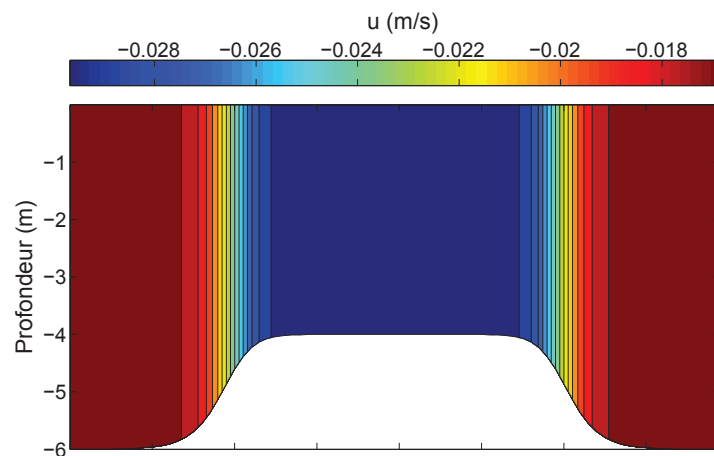
Le modèle hydrodynamique utilise 10 niveaux sigma de même épaisseur. Les viscosités turbulentes horizontale et verticale sont supposées nulles. La rugosité de fond est également fixée à 0. Pour ce cas-test, le niveau d'eau à l'extérieur du domaine est supposé nul, ainsi que le transport barotrope total. La condition limite imposée en $x = 0$ et $x = 800$ m correspond ainsi à (III.63) avec $\eta_{ext} = 0$ et $U_{ext} = -\bar{U}^S$. Le calcul est effectué jusqu'à ce que l'état stationnaire soit atteint. C'est cet état qui est examiné.

III.5.1.2 Dynamique modélisée

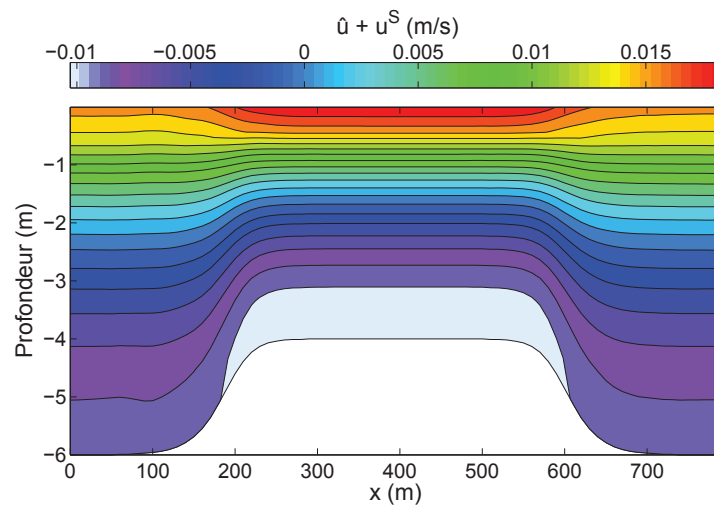
La Figure III.7 représente les champs de la dérive de Stokes, de la vitesse quasi-Eulérienne et de la vitesse GLM calculés par MOHID-GLM dans le cas $H = 1.02$ m.



(a) Dérive de Stokes.



(b) Courant quasi-Eulérien.



(c) Vitesse GLM.

FIGURE III.7 – Coupe xz des champs de courant calculés par MOHID-GLM forcé par W3 dans la configuration de BAD11 pour $H = 1.02$ m, $T = 5.24$ s. Les échelles de couleurs ont été choisies de sorte à se rapprocher de celles utilisées par BAD11.

La comparaison de la Figure III.7-(c) avec la figure 4 de BAD11 montre que MOHID-GLM reproduit un champ de vitesse GLM très proche de la solution de référence. De plus, la comparaison des résultats obtenus ici avec ceux présentés par BAD11 en figures 6, 7, 8 met en évidence la capacité de MOHID-GLM à reproduire la solution numérique de MARS3D dans la configuration étudiée. La diminution de la profondeur autour de $x = 200$ m provoque le levage des vagues au-dessus du haut-fond, qui s'accompagne d'une augmentation de la dérive de Stokes entre $x = 300$ m et $x = 500$ m (Figure III.7-(a)). Le phénomène inverse se produit lorsque la profondeur ré-augmente jusqu'à 6 m autour de $x = 600$ m. La conséquence de cet accélération/ralentissement est la divergence du transport de Stokes autour de $x = 200$ m et sa convergence autour de $x = 600$ m. Comme mentionné au chapitre précédent, la convergence/divergence de \bar{u}^S est analogue à une source/un puits de masse pour l'écoulement quasi-Eulérien. Dans la présente application, un courant quasi-Eulérien doit nécessairement apparaître (Figure III.7-(b)) pour compenser les variations de \bar{u}^S , de sorte à assurer la conservation de la masse totale. Ceci est traduit par l'équilibre barotrope (III.68), qui devient ici :

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\int_{-h}^{\eta} u dz \right) = - \frac{\partial}{\partial x} \left(\int_{-h}^{\eta} \bar{u}^S dz \right). \quad (\text{III.87})$$

Ainsi la convergence/divergence de \bar{u}^S induit la divergence/convergence de u observée en Figure III.7-(b). Il en résulte une accélération du courant quasi-Eulérien dans la direction opposée à \bar{u}^S autour de $x = 200$ m, et une décélération autour de $x = 600$ m.

La structure verticale de l'écoulement obtenue met en évidence le cisaillement vertical significatif de la vitesse GLM, notamment au-dessus du haut-fond (Figure III.7-(c)). Ce cisaillement traduit celui de \bar{w}^S , qui se trouve être la seule source de cisaillement vertical dans la configuration étudiée ici, puisque le courant u apparaît quasiment barotrope en Figure III.7-(b). L'équilibre de la qdm quasi-Eulérienne est ici donné par

$$\frac{\partial [u(u + \bar{u}^S)]}{\partial x} + \frac{\partial [u(w + \bar{w}^S)]}{\partial z} = -g \frac{\partial \eta}{\partial x} - \frac{\partial S^J}{\partial x} + \bar{u}^S \frac{\partial u}{\partial x}, \quad (\text{III.88})$$

qui s'exprime également sous forme non conservative (en utilisant la non-divergence de l'écoulement quasi-Eulérien et de la dérive de Stokes) par

$$u \frac{\partial u}{\partial x} + w \frac{\partial u}{\partial z} = -g \frac{\partial \eta}{\partial x} - \frac{\partial S^J}{\partial x} - \bar{w}^S \frac{\partial u}{\partial z}.$$

En l'absence de source de cisaillement vertical supplémentaire dans ce bilan de qdm (pas de frottement, pas de tension de surface), l'écoulement moyen initialement barotrope reste barotrope. La conservation de la qdm peut donc se réduire à

$$u \frac{\partial u}{\partial x} = -g \frac{\partial \eta}{\partial x} - \frac{\partial S^J}{\partial x}. \quad (\text{III.89})$$

On peut rappeler ici que l'équation implémentée dans MOHID-GLM correspond à la forme conservative (III.88). Comme souligné en section précédente, pour que cette équation soit équivalente à (III.89), il est nécessaire que la discrétisation du terme $\bar{u}^S \partial u / \partial x$ dans le membre de droite de (III.88) soit cohérente avec la discrétisation du terme de divergence $\partial [u(u + \bar{u}^S)] / \partial x$ dans le membre de gauche de (III.88). Le présent cas-test permet de valider cet aspect : le courant quasi-Eulérien calculé par MOHID-GLM est très proche du courant barotrope attendu, avec un écart inférieur à 10^{-4} m.s^{-1} par rapport à la solution exactement barotrope. Ceci suggère que l'erreur liée à la discrétisation, bien que présente, reste négligeable. Par ailleurs, on constate également que l'ajout de mélange horizontal dans la simulation permet de lisser la quasi-totalité des petites variations du profil vertical de courant.

La Figure III.8 illustre l'équilibre (III.89) en fournissant une représentation de ses différents termes.

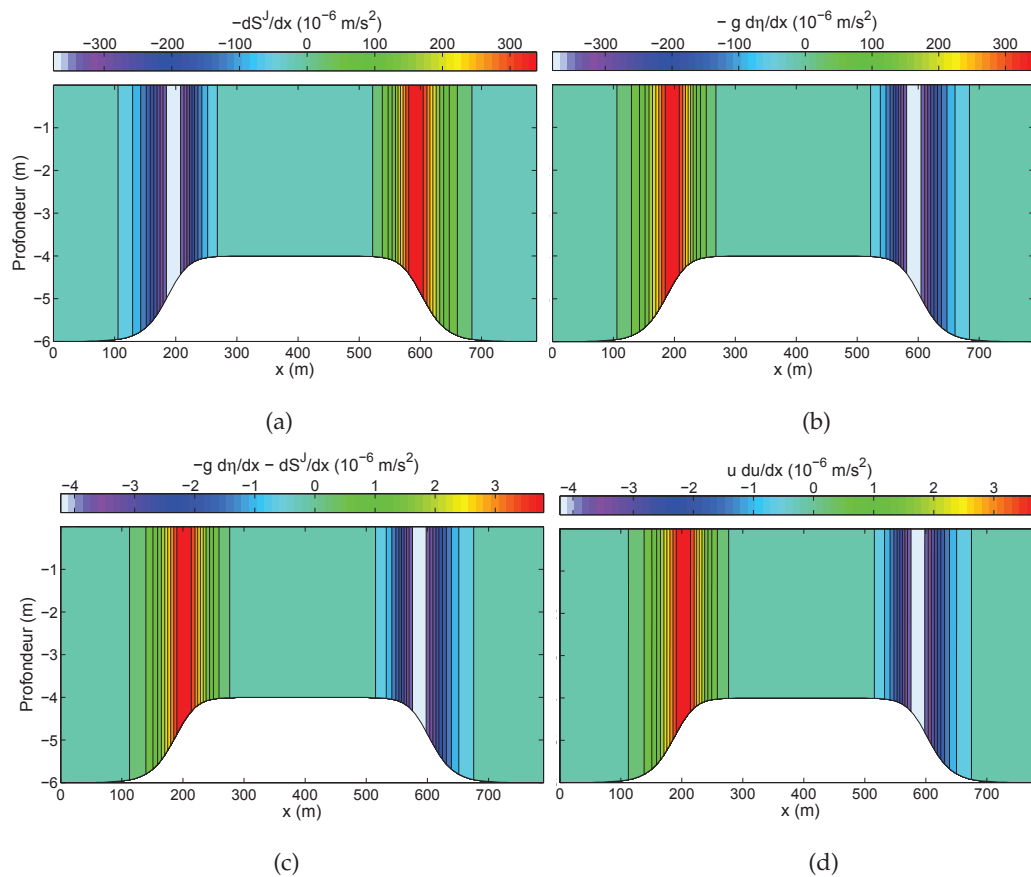


FIGURE III.8 – Coupe xz des termes dominant l'équilibre de la qdm quasi-Eulérienne dans la configuration de BAD11 pour $H = 1.02 \text{ m}$, $T = 5.24 \text{ s}$. (a) Terme $-\partial S^J / \partial x$. (b) Terme $-g \partial \eta / \partial x$. (c) Somme des termes en (a) et (b). (d) Terme $u \partial u / \partial x$.

Le gradient de S^J est représenté en Figure III.8-(a) et le terme de pression hydrostatique en III.8-(b). Le graphe III.8-(c) représente la somme de ces deux termes et le graphe III.8-(d) représente le terme d'advection de u par lui-même, constituant le membre de gauche de (III.89). La concordance des champs en Figure III.8-(c) et -(d) traduit l'équilibre (III.89). Par ailleurs, la comparaison des graphes III.8-(a) et -(b) montre que le flux de qdm correspondant au terme S^J est compensé en quasi totalité par le gradient du niveau moyen de la surface libre. Le faible flux de qdm résiduel est équilibré par la divergence du courant quasi-Eulérien (Figure III.8-(d)).

La dénivellation de la surface libre, de quelques mm entre $x = 300$ m et $x = 500$ m, n'est pas visible à l'échelle des Figures III.7 et III.8. Le niveau d'eau moyen η est représenté en Figure III.9, conjointement à la hauteur des vagues H . On visualise sur cette figure le levage des vagues au-dessus du haut-fond, à l'origine de l'accélération de la dérive de Stokes et du gradient de la pression S^J induite par les vagues. Le gradient compensatoire du niveau d'eau η est négatif autour de $x = 200$ m et positif autour de $x = 600$ m. Au-dessus du haut-fond, la profondeur est constante et les vagues ne sont pas modifiées. La dérive de Stokes est donc également constante (Figure III.7-(a)) et le gradient de S^J s'annule (Figure III.8-(a)). Le flux de qdm des vagues vers le courant moyen devient donc nul, tout comme le gradient compensatoire de η . On représente enfin en Figure III.10 le niveau d'eau moyen et la hauteur des vagues calculés pour les conditions incidentes $H = 0.34$ m et $T = 5.24$ s, conditions également examinées par *Longuet-Higgins* [1967]. Ce dernier montre que la dénivellation du niveau d'eau au-dessus du haut-fond doit être de 0.32 mm. La Figure III.10 met en évidence que ce résultat est ici retrouvé par le calcul de MOHID-GLM.

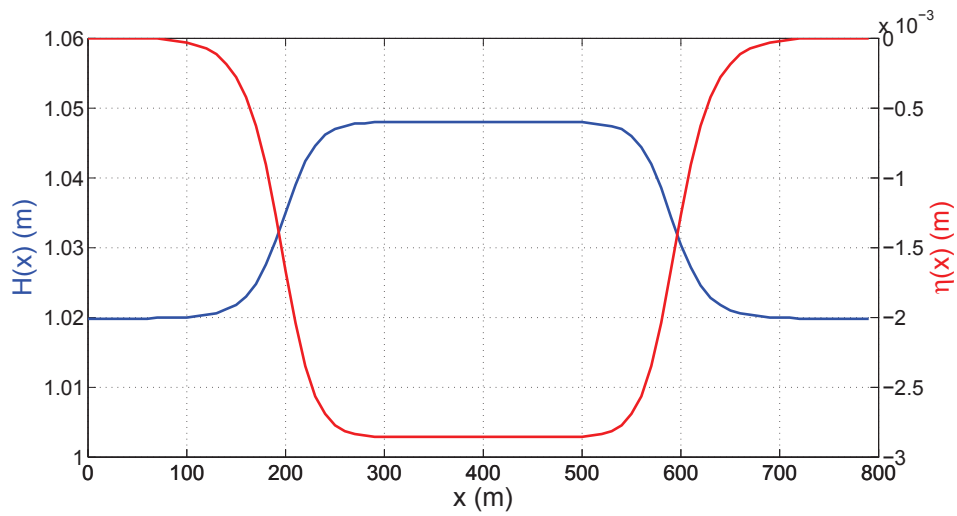


FIGURE III.9 – Hauteur des vagues H (bleu) et niveau de la surface libre η (rouge) dans la configuration de BAD11 pour $H = 1.02$ m, $T = 5.24$ s.

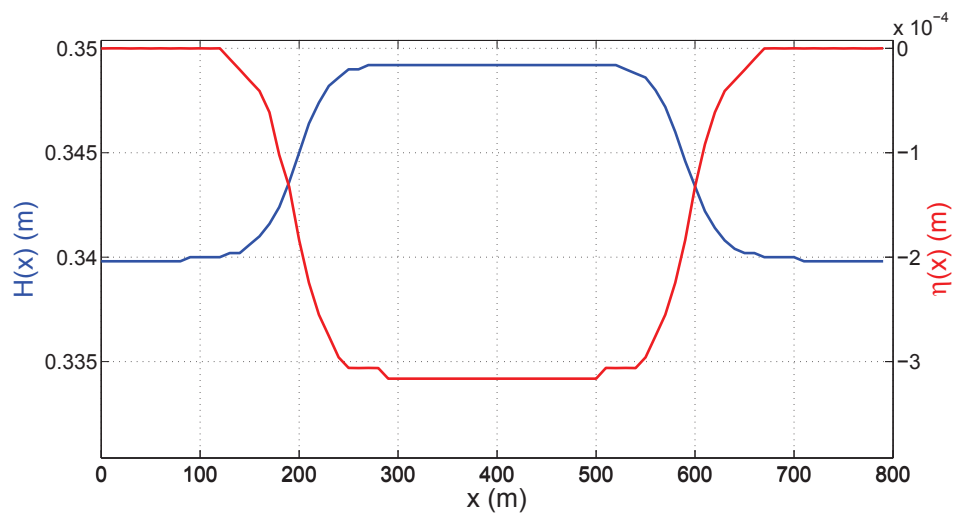


FIGURE III.10 – Hauteur des vagues H (bleu) et niveau de la surface libre η (rouge) dans la configuration de BAD11 pour $H = 0.34$ m, $T = 5.24$ s.

III.5.2 Cas-test de *Haas and Warner* [2009]

III.5.2.1 Configuration

La configuration étudiée ici est celle de vagues d'incidence oblique déferlant sur une plage de pente régulière. *Haas and Warner* [2009] (ci-après HW09) présentent une comparaison des modélisations obtenues sur ce cas-test avec les codes SHORECIRC d'une part, et ROMS avec l'approche de *Mellor* [2003] pour les interactions vagues-courant d'autre part (*test case 1* dans HW09). Des résultats de modélisation sur la même configuration sont également présentés par *Uchiyama et al.* [2010] (ci-après UMS10), qui utilisent eux-aussi le code ROMS, mais cette fois avec l'approche de *Mc Williams et al.* [2004] pour la prise en compte du forçage des vagues. Par ailleurs, UMS10 proposent également une solution analytique pour l'écoulement moyen barotrope dans cette configuration (niveau d'eau moyen et courant moyen barotrope). Enfin, le code SYMPHONIE avec l'approche glm2z-RANS a récemment été appliqué à ce cas d'étude par *Michaud* [2011]; *Michaud et al.* [2012]. Dans ce paragraphe, les résultats obtenus avec MOHID-GLM sont analysés et leur cohérence avec les études antérieures de cette configuration est discutée. La bathymétrie considérée est homogène dans la direction $x_2 = y$ et présente une pente constante de $1/80$ dans la direction $x_1 = x$ (configuration 2DV). Le terrain correspondant est représenté en Figure III.11. La taille du domaine est 1000 m dans la direction x et 200 m dans la direction y . La profondeur maximale est 12 m en $x = 0$, tandis qu'elle atteint 0 m en $x = 960$ m. Entre $x = 960$ m et $x = 1000$ m, le fond garde la même pente, donc il se trouve au-dessus du niveau $z = 0$. Néanmoins, cette zone peut être submergée si le niveau d'eau η est supérieur à 0. Les frontières $x = 0$, $y = 0$ et $y = 200$ m sont ouvertes. La frontière située en $x = 1000$ m représente la côte, elle est donc fermée. La grille de calcul est constituée de mailles carrées de 20 m de côté (Figure III.11).

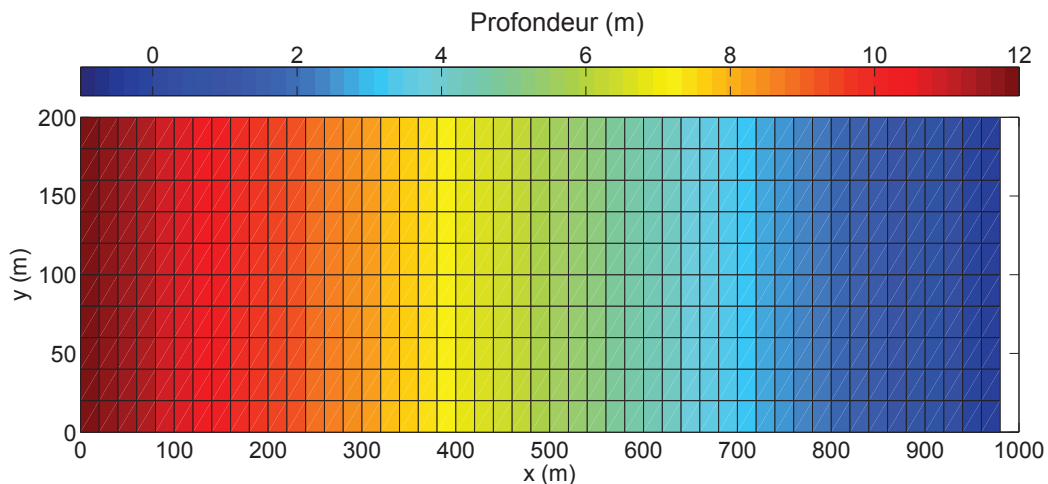


FIGURE III.11 – Cas-test de HW09 : bathymétrie et grille du calcul hydrodynamique.

Configuration de W3

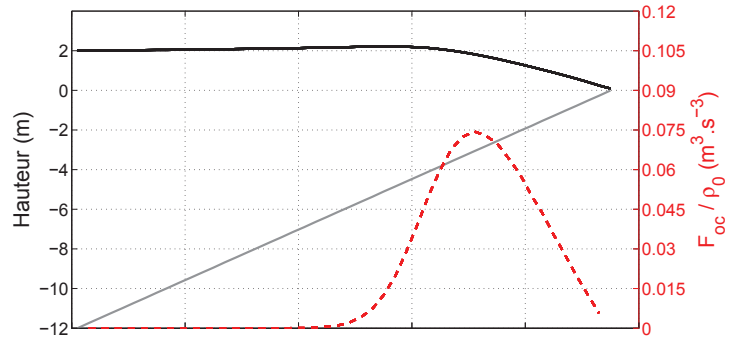
Le spectre d'état de mer est imposé le long de la frontière $x = 0$. Il est unidirectionnel, de forme JONSWAP. Ses caractéristiques sont stationnaires, correspondant à une hauteur $H_S = 2$ m, une période de pic $T_p = 10$ s et une direction $\theta = -80^\circ$ (propagation vers les x croissants et les y décroissants, avec un angle d'incidence de 10° par rapport aux isobathes). Le spectre est discrétisé sur 90 directions et 30 fréquences entre 0.04 Hz et 0.5 Hz, avec une résolution fréquentielle exponentielle. Le déferlement bathymétrique des vagues est pris en compte par la formulation de *Battjes and Janssen* [1978], avec le paramètre de déferlement $\gamma = 0.55$. Afin d'éviter la présence d'une zone d'ombre dans le champ de vagues près de la frontière $y = 200$ m, le domaine de calcul de W3 est étendu dans la direction y jusqu'aux dimensions 1000 m \times 1000 m, avec la même résolution horizontale de 20 m \times 20 m. Le domaine utilisé pour le calcul du champ de vagues est donc quelque peu différent de celui considéré pour le calcul hydrodynamique (donné en Figure III.11). Le forçage de MOHID-GLM est obtenu à partir des résultats de W3 dans la portion du domaine $y \leq 200$ m.

Configuration de MOHID-GLM

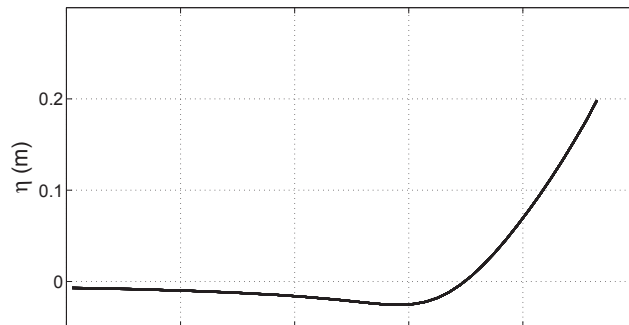
Les vagues sont le seul forçage du courant dans ce cas d'étude. Le flux de qdm des vagues engendré par leur déferlement est pris en compte par l'intermédiaire du terme τ^{oc} . Le frottement au fond et le mélange turbulent vertical sont également pris en compte. Le mélange horizontal est nul. La formulation utilisée ici pour la tension de fond, proposée par *Soulsby et al.* [1995], diffère de celle utilisée par HW09 et UMS10. La rugosité de fond $z_{0,b}$ a fait l'objet d'une rapide calibration, qui a fourni la valeur $z_{0,b} = 1.10^{-5}$ m. Le mélange vertical est représenté par le schéma de fermeture $k-\epsilon$ décrit au paragraphe III.3.2, avec les modifications introduites dans MOHID-GLM. Le flux de TKE en surface F_{oc} induit par le déferlement est ainsi celui calculé par W3 selon *Ardhuin et al.* [2010]. De plus, la rugosité de surface $z_{0,s}$ est considérée proportionnelle au H_S total pour ce cas-test. En effet, le déferlement étudié ici étant bathymétrique, il affecte la totalité du spectre d'état de mer. La hauteur H_S totale est donc représentative de la hauteur des vagues déferlantes déterminant $z_{0,s}$. La discrétisation verticale utilise 20 niveaux sigma de même épaisseur. La configuration étudiée étant homogène selon y , des conditions limites périodiques sont appliquées en $y = 0$ et $y = 200$ m. En $x = 0$, les conditions limites correspondent à (III.64). Le calcul est effectué jusqu'à atteinte de l'état stationnaire.

III.5.2.2 Transformation des vagues et dynamique barotrope

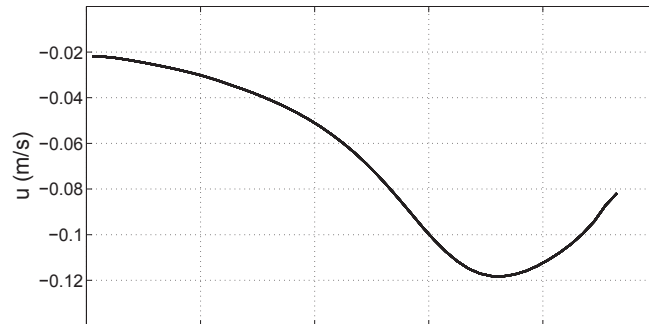
La Figure III.12 fournit une représentation des variables barotropes de l'écoulement en fonction de la distance cross-shore x (à comparer par exemple à la figure 16 de UMS10).



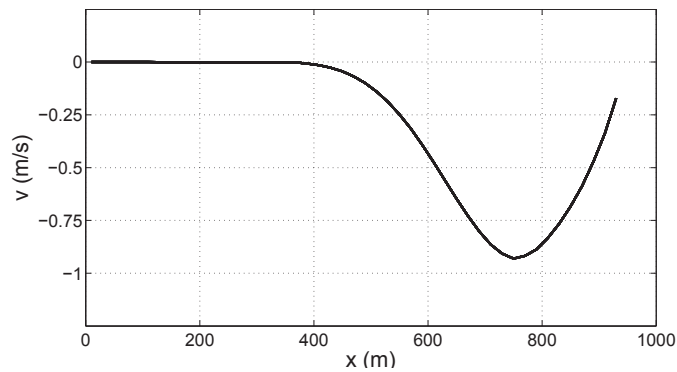
(a) Hauteur des vagues H_S (noir), profondeur $-h$ (gris) et taux de dissipation F_{oc} / ρ_0 (rouge).



(b) Niveau d'eau moyen.



(c) Vitesse barotrope quasi-Eulérienne cross-shore.



(d) Vitesse barotrope quasi-Eulérienne longshore.

FIGURE III.12 – Dynamique barotrope calculée par W3 et MOHID-GLM dans la configuration de HW09.

L'évolution de la hauteur des vagues (Figure III.12-(a)) met en évidence une phase de levage pour $x < 600$ m, puis une forte décroissance du H_S du fait du déferlement. Les vagues commencent à déferler autour de $x = 500$ m, comme le montre le tracé des variations du taux de dissipation F_{oc}/ρ_0 (ce dernier correspond à la quantité notée ϵ^b/ρ_0 par UMS10, en $\text{m}^3 \cdot \text{s}^{-3}$). La dissipation est maximale autour de $x = 700$ m. Le champ de vagues modélisé par W3 apparaît ainsi cohérent avec les résultats du calcul de SWAN présentés par HW09 et UMS10. Le niveau moyen de la surface libre (Figure III.12-(b)) exhibe un gradient négatif au large de la zone de déferlement, en réponse au flux de qdm engendré par le levage des vagues. A l'inverse, dans la zone de déferlement, le flux de qdm dû à la dissipation des vagues se traduit par une surcote. Le niveau d'eau obtenu ici est en très bon accord avec les résultats analytiques comme numériques présentés par UMS10 en figure 16b.

La vitesse quasi-Eulérienne cross-shore barotrope (Figure III.12-(c)) est négative dans tout le domaine, *i.e.* orientée vers le large, avec une intensité maximale de $0.12 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ autour de $x = 700$ m. Ce transport Eulérien compense le transport Lagrangien de Stokes vers la côte, de sorte à assurer la conservation de la masse barotrope, toujours donnée par (III.87) dans cette configuration stationnaire 2DV. L'intensité du courant longshore barotrope est supérieure d'un ordre de grandeur à la composante cross-shore. Cette intense dérive littorale est générée par le déferlement des vagues d'incidence oblique par rapport aux isobathes, selon un mécanisme relativement bien connu en 2DH [*e.g.*, Longuet-Higgins, 1970a,b; Thornton and Guza, 1986]. La comparaison de l'évolution de F_{oc}/ρ_0 et de v avec x montre clairement la concordance entre la limite de la zone de déferlement et l'apparition du courant longshore. Avec le paramétrage utilisé, le maximum de v ($\sim 0.9 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$) est atteint autour de $x = 750$ m, légèrement plus près de la côte que le maximum du taux de dissipation. Le courant barotrope calculé par MOHID-GLM apparaît cohérent avec les résultats présentés par UMS10 en figures 16c et 16d. En particulier, le profil cross-shore du courant longshore est proche de la solution analytique proposée, ainsi que des résultats du *Run a* tracés en figure 16d. Il est à noter que le frottement au fond joue un rôle majeur dans l'équilibre de la qdm longshore (voir plus loin). La formulation utilisée ici diffère de celles de HW09 et UMS10, ce qui peut expliquer les légères différences obtenues dans l'intensité de u et de v . Néanmoins, avec la valeur choisie ici pour la rugosité de fond $z_{0,b}$, ces différences restent très limitées et le courant barotrope calculé par MOHID-GLM est en bon accord avec les résultats des études précédentes de cette configuration.

III.5.2.3 Structure verticale du courant

On présente tout d'abord en Figure III.13 les résultats du calcul avec une rugosité de surface relativement faible, fixée à $z_{0,s} = 0.2H_S$. Cette rugosité de surface se rapproche de

l'échelle verticale utilisée par UMS10 dans leur *Run b* pour la décroissance du flux de qdm τ^{oc} (ce flux est noté \mathbf{B}^b dans UMS10). La différence avec la présente implémentation est que UMS10 imposent un profil vertical de τ^{oc} , ainsi qu'un profil vertical de F_{oc} , contrôlé par deux échelles verticales distinctes (notées k_b et k_{kV}). Ici, τ^{oc} est imposé comme une tension de surface. Par conséquent, sa répartition sur la colonne d'eau est déterminée par le mélange vertical et l'ensemble de ce phénomène est caractérisé par une même échelle verticale $z_{0,s}$. La palette de couleur de la Figure III.13 est choisie de sorte à ce que les coupes du courant quasi-Eulérien en (c) et (d) puissent être comparées aux résultats présentés par UMS10 en figure 18 (planches (a) pour le *Run b*).

Dynamique cross-shore

Dans la direction cross-shore, la Figure III.13-(a) met en évidence que la dérive de Stokes, orientée vers la côte dans tout le domaine, subit une nette accélération lorsque la profondeur diminue. La dérive est plus importante dans la zone de déferlement entre $x = 700$ m et $x = 900$ m, atteignant une valeur maximale d'environ 0.2 m.s^{-1} . Le profil vertical de \bar{u}^S est significativement cisailé, en particulier dans la zone de déferlement, en cohérence avec le comportement mis par *Miche* [1944]. Un courant quasi-Eulérien cross-shore (Figure III.13-(c)), du même ordre de grandeur que \bar{u}^S , est accéléré dans la zone $x > 500$ m. Le courant u est positif en surface (vers la côte) et négatif au fond (vers le large). Le courant de fond, orienté vers le large, correspond au courant de retour compensant l'apport de masse de la dérive de Stokes dans la direction cross-shore (*undertow*). Il est maximal dans la zone de déferlement et décroît progressivement lorsque la profondeur augmente, en occupant une plus grande portion de la colonne d'eau. La composante positive de u en surface résulte du flux de qdm τ_x^{oc} induit par le déferlement. Comme cela sera confirmé plus loin, ce flux reste concentré près de la surface du fait de la limitation du mélange vertical par la faible valeur de $z_{0,s}$. Dans la zone où $\tau_x^{oc} = 0$, *i.e.* au large du déferlement, le courant quasi-Eulérien de surface disparaît. Ainsi, les contributions de u et \bar{u}^S s'ajoutent en surface pour fournir un courant GLM vers la côte sur tout le domaine, alors que le courant de retour Eulérien vers le large domine la partie inférieure de la colonne d'eau (Figure III.13-(e)).

Dans cette configuration, le bilan de qdm cross-shore est donné par

$$\frac{\partial [u(u + \bar{u}^S)]}{\partial x} + \frac{\partial [u(w + \bar{w}^S)]}{\partial z} = -g \frac{\partial \eta}{\partial x} - \frac{\partial S^J}{\partial x} + \bar{u}^S \frac{\partial u}{\partial x} + \bar{v}^S \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial z} \left(K_V \frac{\partial u}{\partial z} \right), \quad (\text{III.90})$$

auquel il faut également associer le flux de qdm en surface τ_x^{oc} , engendré par le déferlement des vagues, ainsi que le flux de qdm $-\tau_x^b$ résultant du frottement sur le fond. La Figure III.14 représente les différents termes de forçage de la qdm cross-shore calculés par le modèle. Afin d'évaluer l'effet de τ^{oc} sur la colonne d'eau en comparaison

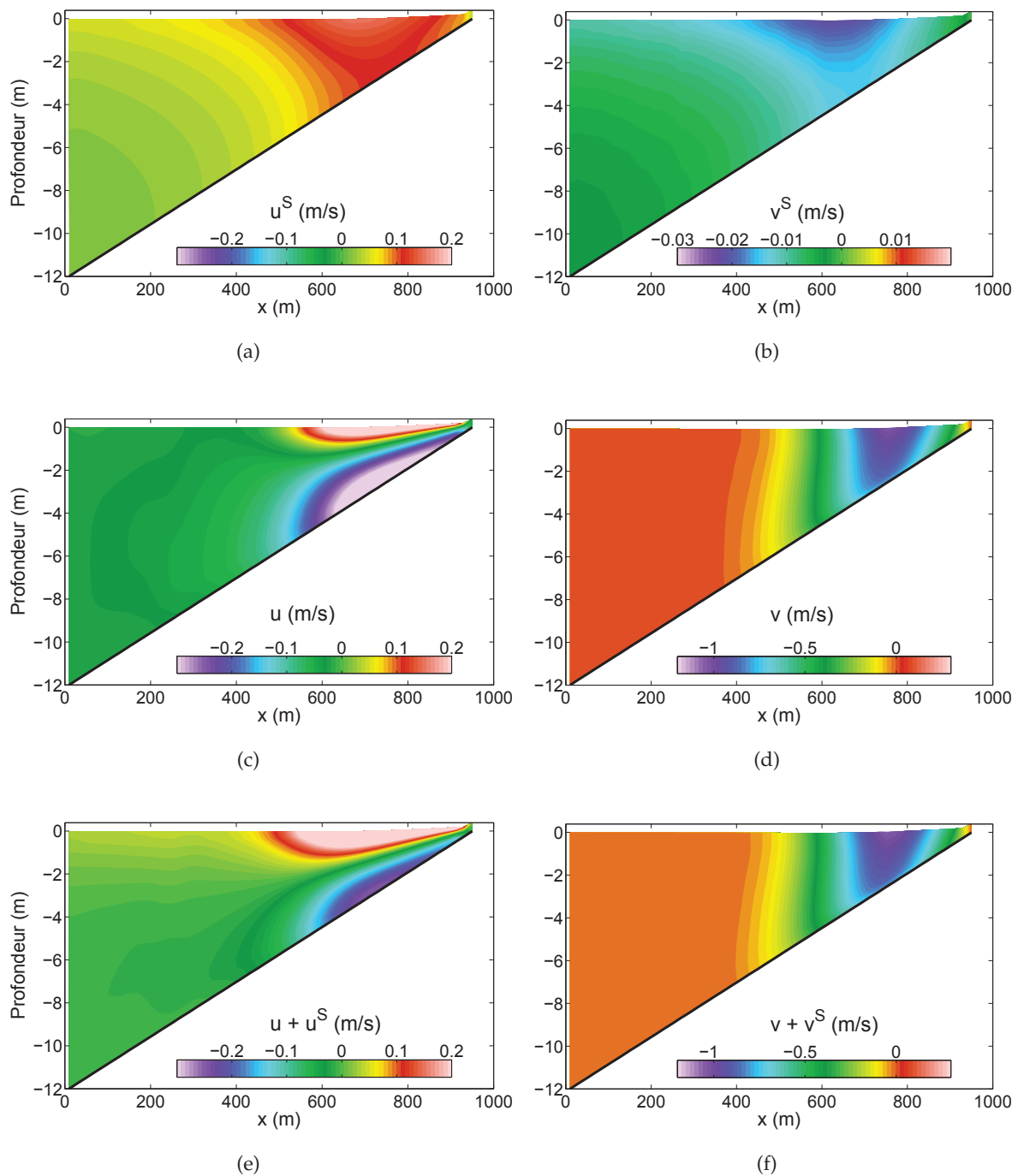


FIGURE III.13 – Coupe xz des vitesses calculées par MOHID-GLM dans la configuration de HW09, avec $z_{0,s} = 0.2H_S$. Vitesse cross-shore (a) de Stokes, (c) quasi-Eulérienne et (e) totale GLM. Vitesse longshore (b) de Stokes, (d) quasi-Eulérienne et (f) totale GLM.

des termes de (III.90), la quantité $\tau_x^{oc}/(\rho_0 D)$ est représentée. Il en est de même pour la tension de fond $\tau_x^b/(\rho_0 D)$. La Figure III.14 suggère que, près de la plage pour $x > 700$ m, la somme de la tension τ_x^{oc} (Figure III.14-(b)) et du gradient cross-shore de S^J (Figure III.14-(c)) est principalement équilibrée par le gradient de pression hydrostatique (Figure III.14-(a)). Plus au large autour de $x = 600$ m, le terme noté précédemment \mathcal{C} (Figure III.14-(d)) devient significatif par rapport aux autres forçages. Il est maximal en surface, orienté vers la côte, et doit donc contribuer à l'accélération de u , conjointement à τ_x^{oc} . Dans cette même zone, le gradient de S^J , engendré par le levage des vagues, est équilibré par le gradient de pression hydrostatique.

Finalement, le courant quasi-Eulérien cross-shore présenté en Figure III.13-(c) montre une cohérence très satisfaisante avec les résultats du *Run b* de UMS10. Bien que le présent paramétrage comporte un certain nombre de différences notables avec UMS10

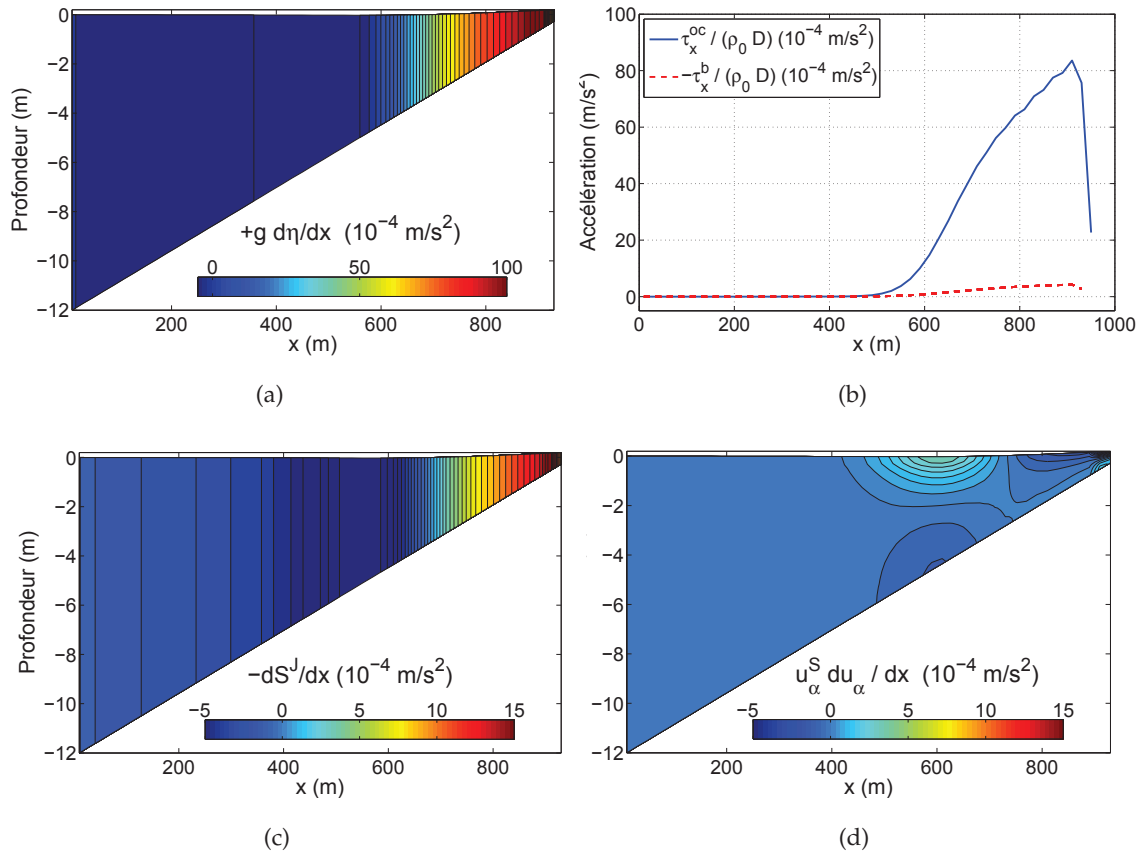


FIGURE III.14 – (a) Gradient cross-shore de la pression hydrostatique, (b) termes $\tau_x^{oc}/(\rho_0 D)$ et $-\tau_x^b/(\rho_0 D)$, (c) terme $-\partial S^J/\partial x$ et (d) terme $\bar{u}^S \partial u_\alpha / \partial x + \bar{v}^S \partial v / \partial x$ dans la configuration de HW09, avec $z_{0,s} = 0.2H_S$. Dans un souci de lisibilité, une échelle différente a été utilisée pour les termes en (a),(b) d'une part, et les termes en (c),(d) d'autre part.

(pour le mélange vertical notamment), cette similitude des résultats est en accord avec l'équivalence démontrée par *Ardhuin et al.* [2008b] entre l'approche de *Mc Williams et al.* [2004] et les équations glm2z-RANS. Il convient cependant de noter que, avec le paramétrage $z_{0,s} = 0.2H_S$ utilisé ici, le courant moyen cross-shore présente un cisaillement vertical significatif. La configuration obtenue atteint donc certainement les limites de l'approximation de faible cisaillement vertical sous-jacente à la présente implémentation. Il conviendrait, dans de futurs travaux, d'évaluer l'impact des termes de cisaillement négligés dans la configuration de HW09. Cependant, comme cela est exposé ci-après, cette difficulté est nettement atténuée par la prescription d'une rugosité de surface $z_{0,s}$ plus importante, qui réduit très fortement le cisaillement vertical de u .

Dynamique longshore

La dérive de Stokes longshore (Figure III.13-(b)) est environ 10 fois plus faible que la composante cross-shore, du fait du faible angle d'incidence des vagues par rapport aux isobathes. En revanche, cet angle d'incidence aboutit à un intense courant quasi-Eulérien longshore dans la zone de déferlement, orienté dans le sens des y décroissants (Figure III.13-(d)). Les valeurs de v sont significativement supérieures à celles des autres composantes du mouvement pour $x > 500$ m. Le courant longshore atteint plus de 1 m/s en surface dans la zone de déferlement. Avec le paramétrage utilisé pour $z_{0,s}$, le profil vertical de v présente un léger cisaillement dans la zone où il est le plus intense, avec la plus forte intensité en surface. Le courant GLM longshore en Figure III.13-(f) est logiquement très proche du courant quasi-Eulérien.

Dans la configuration 2DV stationnaire étudiée ici, le bilan de qdm longshore est donné par

$$\frac{\partial [v(u + \bar{u}^S)]}{\partial x} + \frac{\partial [v(w + \bar{w}^S)]}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial z} \left(K_V \frac{\partial v}{\partial z} \right),$$

ou sous forme non conservative

$$u \frac{\partial v}{\partial x} + w \frac{\partial v}{\partial z} = -\bar{v}^S \frac{\partial v}{\partial x} - \bar{w}^S \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial}{\partial z} \left(K_V \frac{\partial v}{\partial z} \right),$$

où les deux premiers termes du membre de droite représentent la force vortex longshore $F_{vortex,y}$. Il faut également associer à cet équilibre le flux de qdm en surface τ_y^{oc} , engendré par le déferlement des vagues, ainsi que le flux de qdm $-\tau_y^b$ dû au frottement sur le fond. L'équilibre du courant longshore est bien connu dans l'approche 2DH sur la qdm totale (tensions de radiation). *Longuet-Higgins* [1970a,b] met ainsi en évidence que la dynamique longshore résulte de la balance entre le gradient longshore des tensions de radiation et le frottement au fond. Dans la présente approche formulée pour la qdm du courant moyen, le flux de qdm équilibré par la tension de fond correspond principalement au terme τ_y^{oc} , avec une modulation supplémentaire exercée par $F_{vortex,y}$. La Figure III.15 illustre cette

dynamique. Le maximum de courant longshore, atteint autour de $x = 750$ m (Figure III.13-(d)), correspond au maximum de τ_y^{oc} . Dans cette zone, $F_{vortex,y}$ est relativement faible, et le flux de qdm τ_y^{oc} est essentiellement équilibré par la tension de fond. La force vortex $F_{vortex,y}$ est positive (*i.e.* opposée au courant longshore) pour $x < 750$ m et négative (*i.e.* dans le sens du courant longshore) pour $x > 750$ m. Cette force doit donc contribuer à déplacer vers la côte le maximum d'intensité de v .

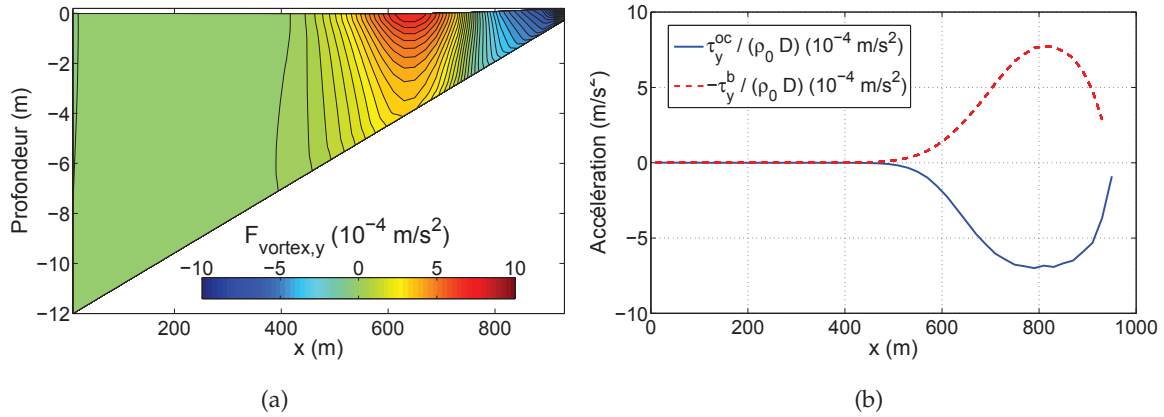


FIGURE III.15 – (a) Coupe xz du champ de force vortex longshore $F_{vortex,y}$ et (b) profil cross-shore des flux de qdm longshore $\tau_y^{oc}/(\rho_0 D)$ et $-\tau_y^b/(\rho_0 D)$ dans la configuration de HW09, avec $z_{0,s} = 0.2H_S$.

Comme dans la direction cross-shore, la structure verticale obtenue pour le courant longshore apparaît en très bon accord avec les résultats du *Run b* de UMS10, malgré les différences de paramétrage mentionnées (formulation de la tension de fond notamment).

Impact du mélange vertical

On examine à présent les résultats du calcul pour les rugosités de surface plus importantes $z_{0,s} = 0.5H_S$ et $z_{0,s} = H_S$. Les champs des deux composantes du courant quasi-Eulérien sont représentés en Figure III.16. Les deux simulations fournissent un résultat remarquablement différent du cas $z_{0,s} = 0.2H_S$ pour le courant cross-shore u (Figure III.16-(a) et -(c)). La composante positive en surface n'est plus présente. Au fond, le courant de retour est bien sûr toujours présent puisque l'apport de masse de la dérive de Stokes, lui, n'est pas affecté par la modification du mélange (il correspond toujours au champ en Figure III.13-(a)). Néanmoins, avec l'augmentation de la rugosité de surface, le courant de retour est moins intense au fond tout en se répartissant sur une plus grande portion de la colonne d'eau (Figure III.16-(a)), voire sur toute la colonne d'eau (Figure III.16-(c)). Le cisaillement vertical de u est considérablement atténué par rapport à la Figure III.13-(c). Comme mentionné plus haut, cette solution paraît plus cohérente avec l'hypothèse d'un courant moyen faiblement cisailé verticalement.

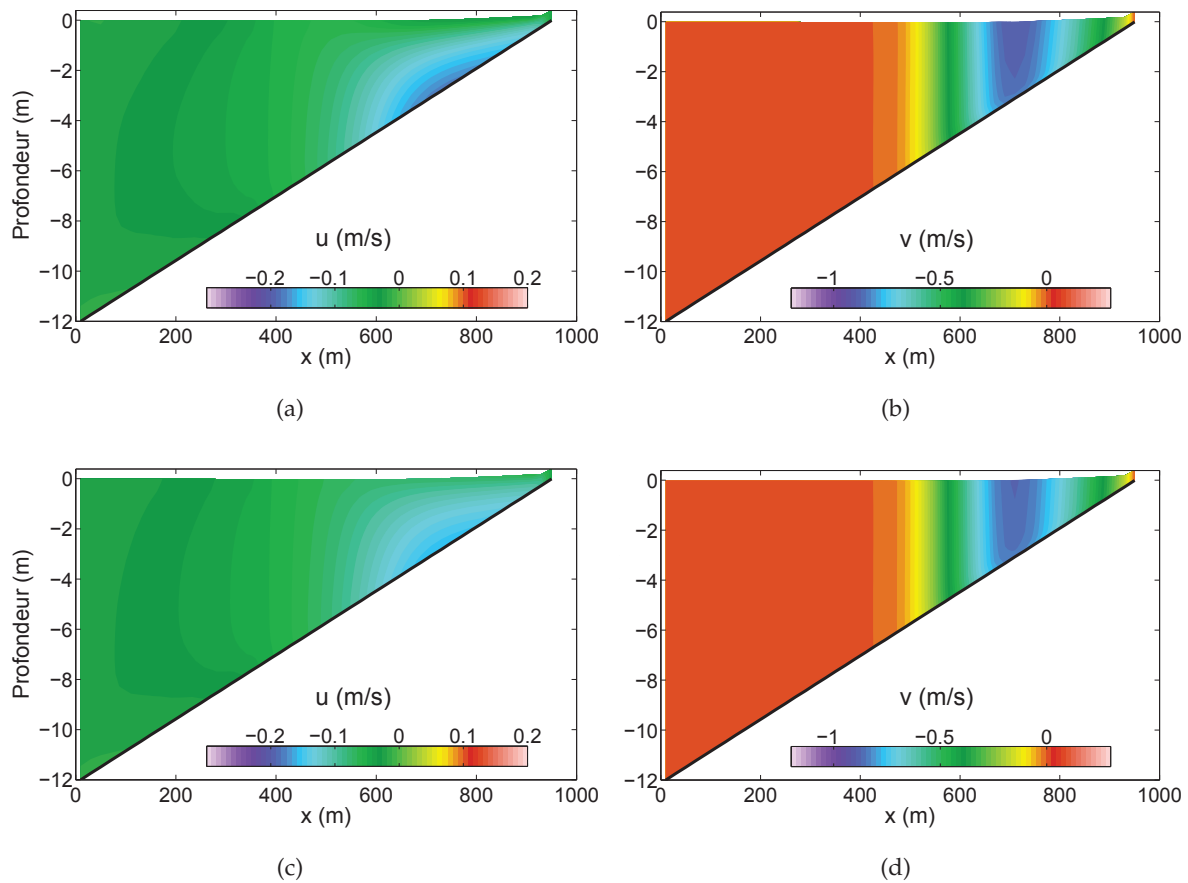


FIGURE III.16 – Coupe xz des vitesses calculées par MOHID-GLM dans la configuration de HW09, avec (a,b) $z_{0,s} = 0.5H_S$ et (c,d) $z_{0,s} = H_S$.

Le courant longshore présente lui aussi un cisaillement vertical réduit lorsque la rugosité de surface est plus grande. La qdm étant plus fortement diffusée de la surface vers la partie inférieure de la colonne d'eau, l'intensité de v en surface diminue lorsque $z_{0,s}$ augmente. La valeur maximale calculée pour v est par exemple de $0.87 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ avec le paramétrage $z_{0,s} = H_S$, alors qu'elle était de $1.02 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ pour $z_{0,s} = 0.2H_S$.

Enfin, le courant quasi-Eulérien obtenu avec les plus fortes valeurs de $z_{0,s}$ se rapproche des résultats du *Run d* de UMS10 (planches (b) sur leur figure 18). Ceux-ci sont obtenus par UMS10 avec une distribution de τ^{oc} quasi homogène verticalement, à la différence de leur *Run b*, où τ^{oc} est concentré en surface. Ces résultats sont bien cohérents avec les tendances obtenues ici, puisque l'augmentation de $z_{0,s}$ dans MOHID-GLM engendre également une uniformisation de la répartition verticale de la qdm apportée par τ^{oc} .

III.6 Conclusions

Les extensions apportées au code de circulation MOHID Water lui permettent de résoudre le système d'équations glm2z-RANS proposées par *Ardhuin et al.* [2008b], simplifié par l'hypothèse d'un cisaillement vertical limité du courant moyen. La nouvelle version du code MOHID-GLM est articulée avec le code de vagues W3 pour la prescription des termes de forçage des vagues. En cohérence avec la résolution par volumes finis effectuée par MOHID, les nouvelles équations sont implémentées en coordonnées cartésiennes dans leur forme conservative. Les modifications apportées aux équations de conservation de la masse, de la qdm et des traceurs portent sur le transport des quantités quasi-Eulériennes par la dérive de Stokes (termes A_i), le flux de qdm associé au gradient de pression induit par les vagues S^J (terme B) et un terme mixte force vortex/advection (terme C). Par ailleurs, la modification des conditions limites de surface permet la prise en compte de l'effet du vent et du déferlement sur l'écoulement quasi-Eulérien. Un paramétrage de la tension de fond exercée sur l'écoulement moyen en présence de vagues a également été implémenté. Enfin, le code permet de représenter l'effet des vagues dans le schéma de fermeture k- ϵ par l'intermédiaire d'un flux superficiel de TKE induit par le déferlement F_{oc} et d'un paramétrage de la rugosité de surface $z_{0,s}$ par la hauteur des vagues (déferlantes).

Les résultats de MOHID-GLM forcé par W3 ont été analysés sur deux cas-tests académiques de référence. Dans la configuration adiabatique de vagues se propageant au-dessus d'un haut-fond sans déferler, MOHID-GLM produit une solution en bon accord avec la solution analytique de référence. Les présents résultats numériques sont comparables à ceux présentés par *Bennis et al.* [2011], obtenus avec le code MARS3D (utilisant également les équations glm2z-RANS). Ce cas d'étude permet de valider la prise en compte par le modèle des effets du transport de Stokes et du gradient de S^J sur l'écoulement quasi-Eulérien. Le second cas-test est celui de vagues d'incidence oblique déferlant sur une plage cylindrique de pente constante. Cette configuration permet d'évaluer la capacité du code à représenter la génération d'un *undertow* et d'une dérive longshore. La représentation obtenue avec MOHID-GLM et W3 est cohérente avec les résultats numériques de modèles de référence, présentés par *Haas and Warner* [2009] et *Uchiyama et al.* [2010]. Les simulations réalisées suggèrent une bonne aptitude de MOHID-GLM à représenter les différents équilibres régissant le niveau d'eau et la vitesse moyenne, qui mettent en jeu le transport de Stokes, le gradient de la pression induite par les vagues, la force vortex et les flux de qdm engendrés par le déferlement et par le frottement au fond.

L'analyse du comportement de MOHID-GLM sur ces deux cas-tests de référence permet donc de valider l'implémentation des équations glm2z-RANS au sein du code. Il est à noter que, dans le deuxième cas-test plus proche d'une configuration littorale réaliste, la cohérence de la solution de MOHID-GLM est évaluée par comparaison aux résultats d'autres modèles numériques. Ces modèles, pris ici comme référence, ont été eux-même utilisés avec succès pour la reproduction de circulations littorales observées [e.g., *Uchiyama et al.*, 2010]. Toutefois, on ne dispose pas d'observations à confronter aux différents résultats numériques dans cette configuration de plage plane (surcote, profil vertical de courant, etc.). Ainsi, une perspective intéressante du travail ici exposé sera de poursuivre l'analyse des solutions produites par MOHID-GLM, en les comparant à des observations dans des configurations contrôlées, étudiées en laboratoire (e.g., l'expérience de *Haas and Svendsen* [2002]) ou sur des sites réels (e.g., l'expérience DUCK94 examinée notamment par *Uchiyama et al.* [2010]).

La suite de ce travail de thèse a consisté à utiliser l'outil de modélisation développé pour l'étude de deux sites de la côte sud Atlantique française : une baie estuarienne semi-fermée et une plage ouverte sur l'océan comportant un système barre/chenal. La modélisation 3D vagues-courant est associée à un ensemble d'observations *in situ* pour apporter des éléments de compréhension des mécanismes de dispersion dans ces deux environnements littoraux complexes. Ces travaux font l'objet des deux prochains chapitres du présent mémoire.

Chapitre IV

Analyse de la dynamique d'une baie estuarienne semi-fermée sous l'effet du forçage des vagues

Le présent chapitre est consacré à l'étude de la dynamique de la baie de Saint Jean de Luz - Ciboure (SJDLC), une zone estuarienne partiellement protégée, située sur la côte Sud Aquitaine. Cette région est exposée à des états de mer très énergétiques, qui confèrent aux vagues un rôle majeur dans la dynamique côtière. Néanmoins, la configuration de la baie en fait un environnement mixte, où la marée et le vent peuvent générer des courants significatifs. De plus, la zone reçoit les apports d'eau douce de deux rivières, qui engendrent une stratification haline notable de la colonne d'eau. En conséquence, la dynamique des panaches estuariens est fortement tridimensionnelle. Du fait de sa séparation partielle avec l'océan, la baie est le lieu de processus de dispersion relativement lents, ce qui la rend vulnérable aux contaminations occasionnelles apportées par les rivières en cas de précipitations intenses. Dans ce contexte, le présent travail combine un ensemble d'observations *in situ* et une modélisation numérique pour analyser le rôle des différents forçages littoraux sur la circulation et le mélange au sein de la baie de SJDLC. L'étude se concentre en particulier sur l'effet des vagues sur la dispersion des eaux douces dans la zone littorale, ainsi que sur les échanges avec le plateau continental intérieur.

Ce travail fait l'objet d'un article soumis pour publication à *Journal of Geophysical Research* (fourni en Annexe D). Cet article a été traduit et adapté pour le présent mémoire, et certains compléments sont ici ajoutés. La deuxième section de ce chapitre présente les déploiements effectués dans le cadre de la campagne d'observations *in situ* LOREA2010. Celle-ci fournit un jeu de données de vagues et de courant acquis durant le mois de

septembre 2010, complété par des observations de salinité (S), température (T) et charge bactérienne réalisées à la suite d'un épisode de précipitations. En Section 3, la mise en place de la modélisation numérique sur le site de SJDLC est décrite. L'état de mer calculé par W3 est utilisé pour forcer le calcul 3D de MOHID-GLM. La transformation des vagues au sein de la baie est examinée en Section 4. En Sections 5 et 6, les observations *in situ* et les résultats du calcul numérique sont conjointement analysés afin d'apporter des éléments de compréhension de la circulation et de la dispersion au sein de la baie. En Section 7, le modèle est utilisé afin de caractériser l'effet du forçage de la marée, du vent et des vagues sur la vidange globale de la baie, suite à un épisode de crue des rivières. Enfin, la dernière section rassemble les conclusions de l'étude.

Ce chapitre est soumis à une clause de confidentialité, demandée par la société Lyonnaise des Eaux.

Chapitre V

Analyse de la dynamique forcée par les vagues au-dessus d'un système barre/chenal estuarien

Le présent chapitre est consacré à l'étude de la circulation littorale à proximité de la plage de l'Uhabia à Bidart (Pyrénées Atlantiques, France), un environnement énergétique présentant une bathymétrie fortement hétérogène dans la direction longshore. Contrairement à la configuration analysée au chapitre précédent, le forçage des vagues est dominant pour la dynamique du site considéré maintenant. La marée n'y génère que de faibles courants et son influence s'exprime principalement dans la modulation qu'elle exerce sur le champ de vagues *via* le niveau d'eau. Le site reçoit les apports d'une petite rivière qui se jette dans la mer au milieu de la plage. La meilleure connaissance de la dispersion de ces apports par la circulation littorale fait partie des motivations de la présente application. L'étude combine un ensemble d'observations *in situ* à la modélisation numérique afin d'appréhender la dynamique de la zone.

En deuxième section de ce chapitre, les observations *in situ* acquises lors de la campagne LOREA2011 sont présentées. Le déploiement regroupe différents types de mesures de vagues, de courant et de salinité, qui sont ici analysées afin d'appréhender la réponse du système au forçage des vagues et du vent. En troisième section est décrite la modélisation numérique mise en place sur le site de l'Uhabia. L'état de mer calculé par W3 est utilisé pour forcer le calcul hydrodynamique 3D de MOHID-GLM. Les résultats de la modélisation sont confrontés aux mesures afin d'évaluer la capacité du modèle à reproduire la circulation observée. Le transport des eaux douces par cette circulation est également examiné. L'association de la modélisation et des données *in situ* permet finalement d'apporter plusieurs éléments de compréhension de la circulation et de la

dispersion des apports terrestres à proximité de la plage de l'Uhabia. La dernière section rassemble les principales conclusions de l'étude.

Ce chapitre est soumis à une clause de confidentialité, demandée par la société Lyonnaise des Eaux.

Chapitre VI

Conclusion

VI.1 Rappel des objectifs

Du fait de l'intensification des activités littorales, notamment touristiques, la pression anthropique sur le milieu naturel côtier est aujourd'hui très importante. Dans ce contexte, le présent travail de recherche s'est attaché à apporter les éléments d'une meilleure compréhension de la circulation et de la dispersion induites par les vagues en zone littorale. Cette étude vise notamment la problématique de la dispersion des apports terrestres à proximité des plages, en raison de leur impact sur la qualité de l'eau. Plusieurs axes scientifiques étaient ici ciblés :

- Analyser le rôle des vagues dans les processus de dispersion au sein de l'ensemble des forçages littoraux ;
- Etudier l'importance du caractère 3D de la circulation induite par les vagues dans la zone littorale, et son effet sur la dispersion ;
- Evaluer l'apport d'une modélisation numérique 3D vagues-courant dans une configuration littorale réaliste.

La méthodologie déployée est fondée sur l'association d'observations *in situ* et de la modélisation numérique. Dans le cadre de cette méthodologie, trois objectifs principaux étaient visés :

- **Objectif 1** : développer un outil de modélisation numérique 3D vagues-courant à l'échelle de la plage,
- **Objectif 2** : réaliser et analyser un ensemble d'observations *in situ* afin de caractériser la dynamique sur deux sites d'application de la côte Sud Aquitaine,
- **Objectif 3** : mettre en œuvre la modélisation sur les deux sites d'application, confronter les résultats du calcul aux observations et utiliser le modèle pour améliorer la compréhension de la dynamique de dispersion à proximité des plages.

VI.2 Approche 3D vagues-courant : théorie et mise en œuvre au sein d'un outil de modélisation numérique

Le travail ici exposé adopte l'approche 3D vagues-courant glm2z-RANS proposée par *Ardhuin et al.* [2008b]. Cette approche est fondée sur la théorie de la Moyenne Lagrangienne Généralisée (GLM), introduite par *Andrews and McIntyre* [1978]. Les équations glm2z correspondent à une formulation asymptotique des équations GLM pour l'écoulement quasi-Eulérien. Le développement est porté à l'ordre 2 de la non-linéarité des vagues. Cette approche réunit les avantages d'un traitement Lagrangien de l'interface eau/air d'une part, et d'autre part de la séparation des qdm du courant moyen et des vagues pour l'expression des termes de forçages et de mélange turbulent. Toutefois, ces avantages sont obtenus au prix d'un traitement relativement complexe des équations du mouvement. Un effort particulier a été mené dans le cadre du présent travail, afin de regrouper et de détailler l'ensemble des hypothèses et développements permettant d'aboutir à la formulation glm2z à partir des équations RANS.

Un outil de modélisation numérique s'appuyant sur l'approche de *Ardhuin et al.* [2008b] a ensuite été construit. Cet outil utilise le modèle spectral WAVEWATCH III[®] [*Tolman, 2002a, 2009; Ardhuin et al., 2010*] pour la représentation des vagues, et le modèle hydrodynamique 3D MOHID Water [*Martins et al., 2001; Braunschweig et al., 2004*] pour la représentation du courant et du transport. Le code MOHID a été étendu à la résolution des équations glm2z, où les termes de forçage et de mélange sont prescrits par W3. Les équations implémentées correspondent à la formulation glm2z dans le cadre de l'hypothèse d'un cisaillement vertical limité du courant moyen : $\partial u / \partial z \ll \sigma$ (notée H4 au Chapitre 2). Cette hypothèse est souvent effectuée dans les applications 2DH comme 3D [*e.g., Smith, 2006; Bennis et al., 2011; Michaud et al., 2012*]. L'hypothèse (H4) permet d'assimiler la p qdm \mathbf{P} à la dérive de Stokes $\bar{\mathbf{u}}^S$ à l'ordre d'approximation considéré, donc également d'assimiler la vitesse quasi-Eulérienne $\hat{\mathbf{u}}$ à la vitesse Eulérienne $\bar{\mathbf{u}}$. En outre, cette hypothèse aboutit à une simplification importante des termes de forçage des vagues dans les équations glm2z, dont l'implémentation numérique serait grandement complexifiée dans le cas général.

L'hypothèse (H4) constitue une limitation théorique qu'il convient de garder à l'esprit, en particulier dans les configurations étudiées ici, où le profil de courant moyen peut parfois présenter un certain degré de cisaillement vertical. Il serait intéressant, dans le cadre de futures investigations, d'évaluer quantitativement la grandeur adimensionnelle

$\frac{1}{\sigma} \frac{\partial u}{\partial z}$ dans des configurations littorales réalistes, par exemple à partir des observations *in situ* acquises sur les deux sites d'application de cette thèse. La deuxième limitation principale de la formulation glm2z réside dans l'hypothèse de faible non-linéarité des vagues. Le développement à l'ordre 2 des non-linéarités peut notamment être limitant dans la zone de déferlement, où les non-linéarités sont importantes. Une des conséquences de l'approximation linéaire, exposée par *Ardhuin et al.* [2008b], est la sous-estimation du cisaillement vertical de la dérive de Stokes près de la surface dans la zone de déferlement. Une perspective envisagée concernant cet aspect pourrait consister à introduire un paramétrage des effets non-linéaires dans le calcul du profil vertical de la dérive de Stokes, afin d'améliorer la prise en compte de cette dernière par le modèle hydrodynamique en zone de déferlement.

Toutefois, si les présents résultats pourront plus tard être améliorés par un travail sur les approximations effectuées, le système d'équations implémenté permet déjà d'expliquer une part très significative de la structure verticale de l'écoulement en présence de vagues. Ceci est mis en évidence par l'application de l'outil de modélisation aux configurations académiques étudiées par *Bennis et al.* [2011] et *Haas and Warner* [2009]. Le modèle produit une solution cohérente avec celle présentée par ces auteurs. Le cas-test adiabatique de *Bennis et al.* [2011] a permis d'analyser la réponse de l'écoulement moyen au levage des vagues et à une divergence/convergence de la dérive de Stokes. La configuration de *Haas and Warner* [2009], mettant en jeu des vagues d'incidence oblique déferlant sur une plage plane, a permis de mettre en évidence la capacité de MOHID-GLM à représenter un courant de retour dans la direction cross-shore et une dérive littorale dans la direction longshore. La structure verticale de l'écoulement obtenu ici est en bon accord avec celle décrite par *Uchiyama et al.* [2010], ce qui confirme à nouveau la cohérence des approches de *Mc Williams et al.* [2004] et *Ardhuin et al.* [2008b]. Ce deuxième cas d'étude souligne également l'importance du flux de qdm τ^{oc} dû au déferlement des vagues, qui est le moteur principal de la circulation à proximité de la plage. Or, il est à noter que le paramétrage utilisé pour τ^{oc} , étroitement lié à celui du terme source S_{oc} dans l'équation d'évolution du spectre d'état de mer (*i.e.* ici la formulation de *Battjes and Janssen* [1978] pour le déferlement bathymétrique), reste largement empirique et pourrait ainsi constituer une source d'incertitude pour le modèle. De plus, les résultats présentés mettent aussi en évidence la dépendance de la solution au mélange vertical (notamment la rugosité de surface), dont le paramétrage représente une autre source potentielle d'incertitude. Une perspective de cette étude sera d'appliquer le modèle à de nouveaux cas-tests, contrôlés par des observations notamment (*e.g.*, l'expérience de *Haas and Svendsen* [2002]), afin de poursuivre l'investigation de ces aspects.

A l'issue du présent travail, l'outil de modélisation propose une représentation 3D de la circulation et du transport sous l'effet des différents forçages littoraux, en incluant la structure verticale de la qdm, du forçage et du mélange associés aux vagues (**Objectif 1**). Dans la suite de cette thèse, l'outil de modélisation a été appliqué à l'étude de configurations réalistes.

VI.3 Applications réalistes : circulation et dispersion des apports terrestres dans la zone littorale

VI.3.1 Sites étudiés et méthodologie

Deux sites ont été étudiés dans le cadre de ces travaux de recherche. Tous deux localisés dans l'environnement énergétique de la côte Sud Atlantique française, ils reçoivent également d'importants apports terrestres en cas de fortes précipitations. La qualité de l'eau dans ces zones est en grande partie liée à la dispersion de ces apports à proximité des plages. Les deux sites correspondent cependant à des configurations bien distinctes :

- la baie de SJDLC est une zone semi-protégée, où les courants induits par la marée, le vent et les vagues peuvent être significatifs ;
- la plage de l'Uhabia à Bidart est une zone dominée par l'action des vagues et du vent, complexifiée par une bathymétrie significativement hétérogène dans la direction longshore.

Dans ces deux zones, les apports des rivières sont susceptibles d'engendrer une stratification notable de la colonne d'eau. Celle-ci confère à la dispersion des eaux douces un caractère fortement 3D, qui justifie l'intérêt porté ici à la structure verticale de l'écoulement. Durant cette thèse, les campagnes de mesures LOREA2010 dans la baie de SJDLC et LOREA2011 sur la plage de l'Uhabia, ont été réalisées et analysées. Ces déploiements ont permis de collecter un jeu de données conséquent, regroupant des observations de vagues, de courant et de salinité dans des conditions environnementales variées. L'étude de ces observations a fourni une première caractérisation de la dynamique sur chacun des deux sites (**Objectif 2**). L'outil de modélisation numérique développé a ensuite été mis en œuvre. Les résultats du calcul ont été confrontés aux données *in situ* pour évaluer la capacité du modèle à reproduire les dynamiques observées. Les informations fournies par le modèle ont ensuite été utilisées pour apporter des éléments de compréhension supplémentaires des processus intervenant dans les configurations étudiées (**Objectif 3**).

VI.3.2 Site de la baie de Saint Jean de Luz - Ciboure

Soumis à confidentialité.

VI.3.3 Site de la plage de l'Uhabia

Soumis à confidentialité.

VI.4 Bilan

Les deux sites ciblés mettent en évidence l'existence de configurations littorales combinant un rôle significatif des vagues dans le transport et la présence d'une stratification en densité de la colonne d'eau. L'étude de ces configurations nécessite une représentation 3D vagues-courant, incluant la structure verticale de la circulation et du mélange induits par les vagues. L'outil de modélisation numérique développé dans cette thèse propose une telle représentation. La capacité du modèle à produire une solution cohérente dans des cas académiques a été démontrée. Dans les applications réalistes, la confrontation des résultats du calcul aux observations est encourageante. Le modèle apporte une contribution significative dans l'analyse des processus intervenant au sein des configurations complexes étudiées.

Cette étude fait néanmoins apparaître les limitations actuelles de l'outil de modélisation. L'interaction des différents forçages et la variabilité de l'écoulement à de faibles échelles spatiotemporelles ne sont encore que partiellement reproduites par le modèle. Le paramétrage de l'effet des vagues sur le mélange turbulent, qui influence fortement la solution du calcul, comporte notamment plusieurs sources d'incertitude. Néanmoins, certains résultats prometteurs ont ici été présentés. En particulier, la modélisation s'avère apte à produire un certain niveau de cisaillement vertical des courants induits par les vagues et le vent à l'extérieur de la zone de déferlement. La représentation de ce cisaillement dans une configuration réaliste constitue un résultat encourageant, dont l'apport est significatif pour l'étude du transport de traceurs stratifiés. Ainsi, on espère que le présent travail sera poursuivi afin d'améliorer et de valider les profils verticaux calculés, et tendre à une représentation plus quantitative. Enfin, la modélisation 3D mise en place apporte des éléments d'analyse des interactions entre la circulation, le mélange vertical et la stratification en présence de vagues. Ces processus sont déterminants pour la dynamique de dispersion au sein d'environnements littoraux énergétiques, comme celui de la côte Sud Aquitaine. Cependant, leur représentation à l'échelle de la plage reste largement dépendante de certains paramètres encore méconnus. Dans les configurations réalistes étudiées, le nombre de degrés de liberté pour la calibration du modèle est

important (rugosité de surface, rugosité de fond, viscosité turbulente, etc.), et le choix des différents paramètres du modèle est complexifié par l'interaction de nombreux phénomènes (marée, vent, stratification, etc.). Le présent effort de modélisation devra donc être poursuivi, dans le but de restreindre ces degrés de liberté dans le choix du paramétrage. Sur les sites d'application visés ici, ce travail pourrait s'appuyer sur l'acquisition de données *in situ* à plus long terme (pour les mesures de salinité en particulier), qui permettrait notamment l'étude d'épisodes durant lesquels la complexité de la dynamique est quelque peu réduite (*e.g.*, un épisode où l'influence d'un ou de plusieurs forçage(s) est quasi nulle, ou bien où leur variabilité est réduite, etc.). Le paragraphe suivant présente plusieurs perspectives envisagées pour la poursuite de ces investigations.

VI.5 Perspectives

VI.5.1 Poursuite du développement de la modélisation

Malgré ses limitations, la modélisation construite dans ce travail constitue un outil utile face à la complexité et à la variabilité de la dynamique littorale. De nombreux axes de recherche peuvent être envisagés pour poursuivre le développement des représentations mises en place. Plusieurs de ces axes sont ici proposés.

Mélange vertical en présence de vagues

Le présent travail a mis en évidence l'importance du mélange vertical dans la détermination du profil du courant induit par les vagues. En particulier, le cisaillement vertical produit par le modèle dépend de la rugosité de surface $z_{0,s}$. Or, le paramétrage de $z_{0,s}$ par la hauteur H_S totale surestime l'épaisseur de la couche de mélange hors de la zone de déferlement. Dans le cas de la baie de SJDLC, ce phénomène est limité. En effet, à l'exception du platier rocheux, l'intérieur de la baie est abrité des houles incidentes. Le spectre d'état de mer doit donc être principalement constitué par une mer de vent générée localement. Dès lors, le H_S total est bien représentatif de la portion du spectre affectée par le moutonnement à l'intérieur de la baie. En revanche, ce n'est pas le cas sur le site de Bidart, largement exposé à la houle. La surestimation du mélange au large pourrait contribuer à la sous-estimation du cisaillement vertical du courant et de la stratification calculés. La re-définition d'une "hauteur des vagues déferlantes", qui représenterait l'énergie dissipée par moutonnement aussi bien que par le déferlement bathymétrique, peut désormais être envisagée à partir des nouveaux paramétrages du déferlement des vagues proposés par *Filipot and Ardhuin [2012]*. Outre l'effet de $z_{0,s}$ sur la diffusion verticale, cet aspect pourrait également influencer la dispersion horizontale,

à travers l'effet de dispersion du cisaillement vertical du courant [*Svendsen and Putrevu, 1994*]. De manière plus générale, le caractère déterminant du mélange vertical en présence de vagues invite fortement à approfondir la représentation des interactions entre le courant moyen, les vagues et la turbulence.

Interactions vague-vague non-linéaires par faible profondeur

L'une des limitations des modélisations de l'état de mer mises en place dans cette étude est l'absence d'une représentation des interactions non-linéaires en faible profondeur (interactions quasi-résonnantes entre triplets de vagues). Ce phénomène engendre une modification de l'état de mer, correspondant à une redistribution de l'énergie à travers le spectre. En négligeant ce phénomène, la forme des spectres calculés ici par W3 dans les zones très peu profondes est susceptible de présenter des écarts significatifs par rapport à la réalité (comme suggéré au Chapitre V par l'analyse des spectres fréquentiels observés sur l'estran de la plage de l'Uhabia). Ces écarts pourraient ensuite impacter la modélisation des courants induits par les vagues, bien qu'il semble qu'un tel impact n'ait pas été précisément quantifié pour le moment. Une perspective du présent travail pourrait consister à améliorer cet aspect de la représentation de l'état de mer, afin d'évaluer son apport pour la modélisation de la circulation. Des approches spectrales permettant de prendre en compte les interactions non-linéaires entre triplets de vagues ont été proposées, comme par exemple l'approche de *Herbers and Burton [1997]*. Une autre possibilité pourrait consister à représenter l'état de mer par un modèle de type différent, basé par exemple sur une approche non-hydrostatique résolvant la phases des vagues. Cependant, les temps de calcul associés à ces approches paraissent aujourd'hui difficilement compatibles avec les échelles spatiotemporelles des applications visées dans cette thèse.

Effets de la non-stationnarité des vagues

Sur le site de l'Uhabia, les profils de salinité observés à proximité de la zone de déferlement suggèrent une variabilité temporelle significative de l'intensité du mélange vertical. On peut se demander dans quelle mesure la modulation du déferlement par les groupes de vagues peut influencer la dispersion. En effet, ce phénomène doit engendrer des réductions momentanées du mélange vertical dans la zone de déferlement, où sont introduites les eaux douces. L'échelle de temps de cette modulation est celle des groupes de vagues, typiquement de l'ordre de 1 à 10 min. Or, la durée de transit du panache estuarien vers le large peut être du même ordre de grandeur sur le site de l'Uhabia. La modulation du déferlement et du mélange associé à l'échelle de groupes de vagues pourrait potentiellement faciliter la mise en place de la stratification. Dans la présente modélisation, la variabilité temporelle de l'état de mer au large n'est considérée qu'à

une échelle de l'ordre de l'heure, largement supérieure à la période des groupes. A niveau d'eau constant, le champ de vagues modélisé ne varie donc également qu'à l'échelle de l'heure, tout comme la circulation et le mélange induits par les vagues. Une perspective de ce travail pourrait consister à évaluer l'effet des groupes de vagues sur la dispersion. Des modélisations résolvant l'échelle des groupes ont été proposées par différents auteurs [e.g., Reniers *et al.*, 2004]. Par ailleurs, le pas de temps de calcul de W3 restant très inférieur à la période des groupes, on pourrait également imaginer inclure un effet des non-stationnarités dans son calcul. Une solution possible consisterait à imposer beaucoup plus fréquemment les conditions de vagues au large (e.g., toutes les 1 min), à l'aide du spectre horaire, auquel on applique une perturbation cohérente avec les groupes.

Frottement au fond

Comme cela a été souligné dans ce mémoire, le frottement sur le fond influence très fortement les courants induits par les vagues dans la zone de déferlement. Sur les deux sites étudiés, le choix de la rugosité $z_{0,b}$ est d'autant plus complexe que la nature du fond est mixte, alternant des zones rocheuses très rugueuses avec des fonds sableux plus lisses. La spatialisation effectuée de $z_{0,b}$ reste largement approximative, du fait de la méconnaissance des variations de la nature du fond. De plus, la dissipation des vagues et du courant au-dessus de fonds rocheux est relativement méconnue. Au-delà de la difficulté du choix de $z_{0,b}$, le paramétrage de Soulsby *et al.* [1995] utilisé ici est empirique et, initialement, il n'a pas été établi pour la zone de déferlement. En particulier, il ne permet pas de prendre en compte l'effet du déferlement sur le mélange turbulent près du fond. Un paramétrage de cet effet sous la forme d'un terme source de TKE au fond a été proposé par Mellor [2002]. Il a récemment été implémenté dans le modèle 3D vagues-courant MARS-WW3 et appliqué à la zone de déferlement par Bennis *et al.* [soumis pour publication, 2012]. Etant donné l'importance du frottement au fond pour la circulation induite par les vagues, ces aspects pourraient être intéressants pour les applications étudiées ici.

Plusieurs axes sont ainsi envisagés pour poursuivre l'effort de recherche auquel participe le présent travail. Ces futurs développements pourront être nourris par les données *in situ* acquises au cours de cette thèse, ainsi que par de nouvelles campagnes de mesures, comme celle menée récemment par Rivages Pro Tech sur la Grande Plage de Biarritz. La modélisation vagues-courant moyennée pourrait également bénéficier de l'apport de modélisations numériques à plus haute résolution spatiotemporelle, de type Navier-Stokes par exemple, notamment pour l'amélioration de la représentation des effets turbulents en présence de vagues.

VI.5.2 Futures applications

Dans le contexte de gestion de la qualité des eaux littorales, une perspective d'application du modèle 3D vagues-courant est le transport d'indicateurs de contamination bactérienne à proximité des plages. Le modèle est déjà couplé à un module de survie des bactéries fécales dans le milieu marin. Une version simplifiée de l'outil utilisé dans cette étude est actuellement mise en œuvre sur les deux sites d'application, au sein d'un système de gestion en temps réel de la qualité des eaux littorales. Les développements réalisés dans le présent travail pourraient contribuer à améliorer la prévision de la dispersion des contaminations à proximité des plages.

A une échelle quelque peu supérieure, plusieurs applications sont envisagées pour l'étude de transports à proximité de la surface, comme le transport d'hydrocarbures, la dérive de déchets flottants ou encore l'advection de panaches issus d'émissaires en mer. Le modèle 3D inclut notamment la structure verticale de la dérive de Stokes, qui peut fortement influencer ces transports. Plus généralement, il permet une représentation 3D du large jusqu'à la côte incluant les différents forçages littoraux, et pourrait donc apporter une contribution utile à ces problématiques.

Bibliographie

- Abbott, M. B., A. Damsgaard, and G. S. Rodenhuis (1973), System s21, Jupiter a design system for two-dimensional nearly-horizontal flows, *Journal of Hydrographic Research*, pp. 1–28.
- Aiki, H., and R. J. Greatbatch (2012), Thickness-Weighted Mean Theory for the Effect of Surface Gravity Waves on Mean Flows in the Upper Ocean, *Journal of Physical Oceanography*, 42(5), 725–747.
- Andrews, D. G., and M. E. McIntyre (1978), An exact theory of nonlinear waves on a Lagrangian-mean flow, *Journal of Fluid Mechanics*, 89, 609–646.
- Arakawa, A., and V. R. Lamb (1977), Computational design of the basic dynamical processes of the UCLA general circulation model, *Methods in Computational Physics*, 17, 173–265.
- Ardhuin, F. (2005), Etat de la mer et dynamique de l’océan superficiel, Mémoire d’Habilitation à Diriger des Recherches (en français, sauf annexes), Université de Bretagne Occidentale, Brest, France.
- Ardhuin, F. (2006), Comment on ‘ Shoaling Surface Gravity Waves Cause, *Journal of Oceanography*, 62, 917 – 922.
- Ardhuin, F., A. D. Jenkins, and K. A. Belibassakis (2008a), Comments on “The Three-Dimensional Current and Surface Wave Equations”, *Journal of Physical Oceanography*, 38(6), 1340–1350.
- Ardhuin, F., N. Raschle, and K. Belibassakis (2008b), Explicit wave-averaged primitive equations using a generalized Lagrangian mean, *Ocean Modelling*, 20(1), 35–60, doi : 10.1016/j.ocemod.2007.07.001.
- Ardhuin, F., L. Marié, N. Raschle, P. Forget, and A. Roland (2009), Observation and Estimation of Lagrangian, Stokes, and Eulerian Currents Induced by Wind and Waves at the Sea Surface, *Journal of Physical Oceanography*, 39(11), 2820–2838, doi :10.1175/2009JPO4169.1.

- Ardhuin, F., et al. (2010), Semi-empirical dissipation source functions for wind-wave models : part I , definition , calibration and validation at global scales ., *Journal of Physical Oceanography*, doi :10.1175/2010JPO4324.1.
- Ardhuin, F., et al. (sous presse, 2012), Numerical wave modelling in conditions with strong currents : dissipation, refraction and relative wind.
- Battjes, J. A., and J. P. F. M. Janssen (1978), Energy loss and set-up due to breaking of random waves, in *Proceedings of the 16th International Conference on Coastal Engineering*, pp. 569–587, ASCE.
- Bennis, A. C., F. Ardhuin, and F. Dumas (2011), On the coupling of wave and three-dimensional circulation models : Choice of theoretical framework, practical implementation and adiabatic tests, *Ocean Modelling*, 40, 260–272, doi :10.1016/j.oceomod.2011.09.003.
- Bennis, A. C., F. Dumas, F. Ardhuin, and B. Blanke (soumis pour publication, 2012), Mixing and bottom friction : parameterization and application to the surf zone.
- Benoit, M., F. Marcos, and F. Becq (1996), Development of a third generation shallow-water wave model with unstructured spatial meshing, in *Proceedings of the 25th International Conference on Coastal Engineering, Orlando*, pp. 465–478, ASCE.
- Bidlot, J. R., S. Abdalla, and P. A. E. M. Janssen (2005), A revised formulation for ocean wave dissipation in cy25r1, *Tech. Rep. Memorandum R60.9/JB/0516*, Research Department, ECMWF, Reading, U. K.
- Blayo, E., and L. Debreu (2005), Revisiting open boundary conditions from the point of view of characteristic variables, *Ocean Modelling*, 9(3), 231–252.
- Bleck, R. (2002), An oceanic general circulation model framed in hybrid isopycnic-Cartesian coordinates, *Ocean Modelling*, 4(1), 55–88.
- Boehm, A. B., S. B. Grant, J. H. Kim, S. L. Mowbray, C. D. McGee, C. D. Clark, D. M. Foley, and D. E. Wellman (2002), Decadal and shorter period variability of surf zone water quality at Huntington Beach, California., *Environmental Science Technology*, 36(18), 3885–3892.
- Boehm, A. B., D. P. Keymer, and G. G. Shellenbarger (2005), An analytical model of enterococci inactivation, grazing, and transport in the surf zone of a marine beach., *Water research*, 39(15), 3565–78.
- Bonneton, P. (2003), Analyse physique et modélisation des processus hydrodynamiques en zone de surf, *Océanis*, 29, 157–179.

- Bonneton, P., N. Bruneau, B. Castelle, and F. Marche (2010), Large-scale vorticity generation due to dissipating waves in the surf zone, *Discrete and Continuous Dynamical Systems Series B*, 13(4), 729–738.
- Booij, N., R. C. Ris, and L. H. Holthuijsen (1999), A third-generation wave model for coastal regions 1. Model description and validation, *Journal of Geophysical Research*, 104(C4), 7649–7666.
- Boussinesq, J. (1872), Théorie des ondes et des remous qui se propagent le long d'un canal rectangulaire horizontal, en communiquant au liquide contenu dans ce canal des vitesses sensiblement pareilles de la surface au fond, *J Math Pures Appl*, 17, 55–108.
- Brander, R. W. (1999), Field observations on the morphodynamic evolution of a low-energy rip current system, *Marine Geology*, 157(3-4), 199–217.
- Braunschweig, F., P. C. Leitao, L. Fernandes, P. Pina, and R. J. J. Neves (2004), The object oriented design of the integrated Water Modelling System, in *Computational Methods in Water Resources International Conference*, pp. 1–12.
- Bruneau, N., B. Castelle, P. Bonneton, R. Pedreros, R. Almar, N. Bonneton, P. Bretel, J. P. Parisot, and N. Sénéchal (2009), Field observations of an evolving rip current on a meso-macrotidal well-developed inner bar and rip morphology, *Continental Shelf Research*, 29(14), 1650–1662.
- Bruneau, N., P. Bonneton, B. Castelle, and R. Pedreros (2011), Modeling rip current circulations and vorticity in a high-energy mesotidal-macrotidal environment, *Journal of Geophysical Research*, 116(C7), 1–17.
- Burchard, H. (2001), Simulating the Wave-Enhanced Layer under Breaking Surface Waves with Two-Equation Turbulence Models, *Journal of Physical Oceanography*, 31(11), 3133–3145.
- Burchard, H., and K. Bolding (2001), Comparative Analysis of Four Second-Moment Turbulence Closure Models for the Oceanic Mixed Layer, *Journal of Physical Oceanography*, 31(8), 1943–1968.
- Burchard, H., and E. Deleersnijder (2001), Stability of algebraic non-equilibrium second-order closure models, *Ocean Modelling*, 3(1-2), 33–50.
- Canuto, V. M., A. Howard, Y. Cheng, and M. S. Dubovikov (2001), Ocean Turbulence. Part I: One-Point Closure Model—Momentum and Heat Vertical Diffusivities, *Journal of Physical Oceanography*, 31(6), 1413–1426.

- Chen, Q., J. T. Kirby, R. A. Dalrymple, F. Shi, and E. B. Thornton (2003), Boussinesq modeling of longshore currents, *Journal of Geophysical Research*, 108, 1–18.
- Coelho, H., R. Neves, M. White, P. C. Leitão, and A. J. Santos (2002), A model for ocean circulation on the Iberian coast ~, *Journal of Marine Systems*, 32, 153–179.
- Craig, P. D. (1996), Velocity profiles and surface roughness under breaking waves, *Journal of Geophysical Research*, 101(C1), 1265–1277.
- Craig, P. D., and M. L. Banner (1994), Modeling wave-enhanced turbulence in the ocean surface layer, *Journal of physical oceanography*, 24(12), 2546–2559.
- Csanady, G. T. (1984), *Circulation in the Coastal Ocean*, Environmental Fluid Mechanics, 197–198 pp., D. Reidel Publishing Company.
- Ferrer, L., and A. Caballero (2011), Eddies in the Bay of Biscay : A numerical approximation, *Journal of Marine Research*, pp. 133–144.
- Ferrer, L., A. Fontán, J. Mader, G. Chust, M. González, V. Valencia, A. Uriarte, and M. B. Collins (2009a), Low-salinity plumes in the oceanic region of the Basque Country, *Continental Shelf Research*, 29, 970–984.
- Ferrer, L., et al. (2009b), Towards a future strategy in oceanography and meteorology for the Basque Country, *GLOBEC International Newsletter*, 15, 54–55.
- Filipot, J. F., and F. Ardhuin (2012), A unified spectral parameterization for wave breaking : from the deep ocean to the surf zone, *Journal of Geophysical Research*, 117.
- Flather, R. A. (1976), A tidal model of the northwest European continental shelf, *Mémoires Société Royale des Sciences de Liège*, 10(6), 141–164.
- Galperin, B., L. H. Kantha, S. Hassid, and A. Rosati (1988), A Quasi-equilibrium Turbulent Energy Model for Geophysical Flows, *Journal of Atmospheric Sciences*, 45, 55–62.
- Garrett, C. (1976), Generation of Langmuir circulations by surface waves - a feedback mechanism, *Journal of Marine Research*, 34, 117–130.
- Gelci, R., H. Cazalé, and J. Vassal (1957), Prévision de la houle. La méthode des densités spectroangulaires, *Bulletin du Comité central d'océanographie et d'étude des côtes*, 9, 416–435.
- Given, S., L. H. Pendleton, and A. B. Boehm (2006), Regional public health cost estimates of contaminated coastal waters : a case study of gastroenteritis at southern california beaches, *Environmental Science Technology*, 40(16), 4851–4858.

- Grant, S. B., J. H. Kim, B. H. Jones, S. A. Jenkins, J. Wasyl, and C. Cudaback (2005), Surf zone entrainment, along-shore transport, and human health implications of pollution from tidal outlets, *Journal of Geophysical Research*, 110(C10), 1–20.
- Griffies, S. M., and A. J. Adcroft (2008), Formulating the Equations of Ocean Models, *Ocean Modelling in an Eddying Regime, Geophysical Monograph Series 177*, 281–318.
- Groeneweg, J. (1999), Wave–Current Interactions in a Generalized Lagrangian Mean Formulation, Ph.D. thesis, Delft University of Technology, The Netherlands.
- Haas, K., and J. Warner (2009), Comparing a quasi-3D to a full 3D nearshore circulation model : SHORECIRC and ROMS, *Ocean Modelling*, 26(1-2), 91–103.
- Haas, K. A., and I. A. Svendsen (2002), Laboratory measurements of the vertical structure of rip currents, *Journal of Geophysical Research*, 107, 1–19.
- Haas, K. A., I. A. Svendsen, M. C. Haller, and Q. Zhao (2003), Quasi-three-dimensional modeling of rip current systems, *Journal of Geophysical Research*, 108(C7), 1–21.
- Haidvogel, D. B., and A. Beckmann (1999), *Numerical Ocean Circulation Modeling*, 300 pp., Series on Environmental Science and Management.
- Hasselmann, K. (1971), On the mass and momentum transfer between short gravity waves and larger-scale motions, *Journal of Fluid Mechanics*, 50, 189–205.
- Hasselmann, K., et al. (1973), Measurements of wind-wave growth and swell decay during the joint north sea wave project (jonswap), *Ergänzungsheft zur Deutschen Hydrographischen Zeitschrift Reihe*, 8(12), 95.
- Hasselmann, S., K. Hasselmann, J. H. Allender, and T. P. Barnett (1985), Computation and parameterizations of the nonlinear energy transfer in a gravity-wave spectrum. Part II : Parameterizations of the nonlinear energy transfer for application in wave models, *Journal of Physical Oceanography*, 15, 1378–1391.
- Herbers, T. H. C., and M. C. Burton (1997), Nonlinear shoaling of directionally spread waves on a beach, *Journal of Geophysical Research*, 102(C9), 101–114, doi :10.1029/97JC01581.
- Janssen, P. A. E. M. (1991), Quasi-linear theory of wind-wave generation applied to wave forecasting, *Journal of Physical Oceanography*, 21(11), 1631–1642.
- Jenkins, A. (1989), The use of a wave prediction model for driving a near-surface current model, *Deutsche Hydrographische Zeitschrift*, 42(3), 133–149.

- Jenkins, A. D. (1992), A quasi-linear eddy-viscosity model for the flux of energy and momentum to wind waves using conservation-law equations in a curvilinear coordinate system, *Journal of physical oceanography*, 22, 843–858.
- Kantha, L. H., and C. A. Clayson (1994), An improved mixed layer model for geophysical applications, *Journal of Geophysical Research*, 99(C12), 25,235–25,266.
- Kliem, N., and J. D. Pietrzak (1999), On the pressure gradient error in sigma coordinate ocean models : A comparison with a laboratory experiment, *Journal of Geophysical Research*, 104, 29,781–29,799.
- Komen, G. J., L. Cavalieri, M. Donelan, S. Hasselmann, K. Hasselmann, and J. P. A. E. M. (1994), *Dynamics and modelling of ocean waves*, 532 pp., Cambridge University Press.
- Kumar, N., G. Voulgaris, J. C. Warner, and M. Olabarrieta (2012), Implementation of the vortex force formalism in the coupled ocean-atmosphere-wave-sediment transport (COAWST) modeling system for inner shelf and surf zone applications, *Ocean Modelling*, 47, 65–95.
- Laplace, P. S. (1776), Suite des recherches sur plusieurs points du système du monde (XXV–XXVII), *Mém. Présentés Acad. R. Sci. Inst. France*, pp. 542–552.
- Large, W. G., and S. Pond (1981), Open ocean momentum flux measurements in moderate to strong winds, *Journal of Physical Oceanography*, 11(3), 324–336.
- Lazure, P., and F. Dumas (2008), An external–internal mode coupling for a 3D hydrodynamical model for applications at regional scale (MARS), *Advances in Water Resources*, 31(2), 233–250.
- Leendertse, J. J. (1967), Aspects Of A Computational Model For Long-Period Water-Wave Propagation, *Rand Corporation, Memorandum*, (RM-5294-PR).
- Leitão, P., H. Coelho, A. Santos, and R. Neves (2005), Modelling the main features of the Algarve coastal circulation during July 2004 : A downscaling approach, *Journal of Atmospheric and Ocean Science*, 10, 421–462.
- Leitão, P. C. (2003), Integration of Scales and Processes in the marine Environment Modelling, Ph.D. thesis, Technical Superior Institute, Lisbon, Portugal.
- Leitão, P. C., G. Riflet, L. Fernandes, R. Fernandes, and A. Canas (2008), Towards an hydrodynamic and biogeochemical operational model of the Portuguese coast, in *XI International Symposium on Oceanography of the Bay of Biscay*.

- Lentz, S. J., M. Fewings, P. Howd, J. Fredericks, and K. Hathaway (2008), Observations and a Model of Undertow over the Inner Continental Shelf, *Journal of Physical Oceanography*, 38, 2341, doi :10.1175/2008JPO3986.1.
- Longuet-Higgins, M. S. (1953), Mass Transport in Water Waves, *Philosophical Transactions of The Royal Society of London. Series A, Mathematical and Physical Sciences*, 245, 535–581.
- Longuet-Higgins, M. S. (1967), On the wave-induced difference in mean sea level between the two sides of a submerged breakwater, *Journal of Marine Research*, 25, 148 – 153.
- Longuet-Higgins, M. S. (1970a), Longshore Currents Generated by Obliquely Incident Sea Waves, 1, *Journal of Geophysical Research*, 75(33), 6778–6789.
- Longuet-Higgins, M. S. (1970b), Longshore Currents Generated by Obliquely Incident Sea Waves, 2, *Journal of Geophysical Research*, 75(33).
- Longuet-Higgins, M. S., and R. W. Stewart (1962), Radiation stress and mass transport in gravity waves, with application to ‘surf beats, *Journal of Fluid Mechanics*, 13(04), 481–504.
- Longuet-Higgins, M. S., and R. W. Stewart (1964), Radiation stresses in water waves : a physical discussion with applications, *Deep Sea Research*, 11, 529–562.
- MacMahan, J. H., E. B. Thornton, and A. J. H. M. Reniers (2006), Rip current review, *Coastal Engineering*, 53(2-3), 191–208.
- Magne, R., K. Belibassakis, T. H. C. Herbers, F. Ardhuin, W. C. O’Reilly, and V. Rey (2007), Evolution of surface gravity waves over a submarine canyon, *J. Geophys. Res.*, 112, C01,002.
- Malhadas, M. S., P. C. Leitão, A. Silva, and R. Neves (2009), Effect of coastal waves on sea level in Óbidos Lagoon, Portugal, *Continental Shelf Research*, 29(9), 1240–1250, doi : 10.1016/j.csr.2009.02.007.
- Marchesiello, P., J. C. McWilliams, and A. Shchepetkin (2001), Open boundary conditions for long-term integration of regional oceanic models, *Ocean Modelling*, 3, 1–20.
- Marsaleix, P., F. Auclair, and C. Estournel (2006), Considerations on Open Boundary Conditions for Regional and Coastal Ocean Models, *Journal of Atmospheric and Oceanic Technology*, 23(11), 1604–1613.
- Marsaleix, P., F. Auclair, J. W. Floor, M. J. Herrmann, C. Estournel, I. Pairaud, and C. Ulses (2008), Energy conservation issues in sigma-coordinate free-surface ocean models, *Ocean Modelling*, 20, 61–89.

- Marsaleix, P., F. Auclair, and C. Estournel (2009), Low-order pressure gradient schemes in sigma coordinate models : The seamount test revisited, *Ocean Modelling*, 30, 169–177.
- Martins, F. (2000), Modelação matemática tridimensional de escoamentos costeiros e estuarinos usando uma abordagem de coordenada vertical genérica, Ph.D. thesis, Technical Superior Institute, Lisbon, Portugal.
- Martins, F., P. C. Leitão, A. Silva, and R. J. J. Neves (2001), 3D modelling in the Sado estuary using a new generic vertical discretization approach, *Oceanologica Acta*, 24(1).
- Martinsen, E. A., and H. Engedahl (1987), Implementation and testing of a lateral boundary scheme as an open boundary condition in a barotropic ocean model, *Coastal Engineering*, 11(5-6), 603–627.
- Mc Williams, J. C., J. M. Restrepo, and E. M. Lane (2004), An asymptotic theory for the interaction of waves and currents in coastal waters, *Journal of Fluid Mechanics*, 511, 135–178.
- McIntyre, M. E. (1988), A note on the divergence effect and the Lagrangian-mean surface elevation in periodic water waves, *Journal of Fluid Mechanics*, 189, 235–242.
- Mellor, G. (2002), Oscillatory Bottom Boundary Layers, *Journal of Physical Oceanography*, 32, 3075–3088.
- Mellor, G. (2003), The Three-Dimensional Current and Surface Wave Equations, *Journal of Physical Oceanography*, 33, 1978–1989.
- Mellor, G. L., and T. Yamada (1982), Development of a Turbulence Closure Model for Geophysical Fluid Problems, *Reviews of Geophysics and Space Physics*, 20, 851–875.
- Michaud, H. (2011), Impacts Des Vagues Sur Les Courants Marins : Modélisation Multi-Echelle De la Plage Au Plateau Continental, Ph.D. thesis, Université de Montpellier II.
- Michaud, H., P. Marsaleix, Y. Leredde, C. Estournel, F. Bourrin, F. Lyard, C. Mayet, and F. Ardhuin (2012), Three-dimensional modelling of wave-induced current from the surf zone to the inner shelf, *Ocean Science*, 8, 657–681, doi :10.5194/os-8-657-2012.
- Miche, A. (1944), Mouvements ondulatoires de la mer en profondeur croissante ou décroissante. forme limite de la houle lors de son déferlement. application aux digues maritimes. exposé préliminaire, *Annales des Ponts et Chaussées, Tome 114*, 25–42.
- Moghimi, S., K. Klingbeil, U. Gräwe, and H. Burchard (2012), On the effects of surface waves on three dimensional nearshore hydrodynamics, in *Joint Numerical Sea Modelling Group*, Brest.

- Montero, P. (1999), Estudio de la hidrodinamica de la ria de vigo mediante un modelo de volumenes finitos, Ph.D. thesis, Universidad de Santiago de Compostela, Spain.
- Munk, W., and E. Anderson (1948), Notes On A Theory Of The Thermocline, *Journal of Marine Research*, 7(3), 276–295.
- Noh, Y. (1996), Dynamic of Diurnal Thermocline Formation in the Oceanic Mixed Layer, *Journal of Physical Oceanography*, 26, 2183–2195.
- Orlanski, I. (1976), A Simple Boundary Condition for Unbounded Hyperbolic Flows, *Journal of Computational Physics*, 21, 251–269.
- Phillips, O. M. (1977), *The dynamics of the upper ocean*, Cambridge University Press, London, 336 p.
- Pierson, W. J. (1962), Perturbation Analysis of the Navier-Stokes Equations in Lagrangian Form with Selected Linear Solutions, *Journal of Geophysical Research*, 67(8), 3151–3160.
- Putrevu, U., and I. A. Svendsen (1999), Three-dimensional dispersion of momentum in wave-induced nearshore currents, *European Journal of Mechanics - B/Fluids*, 18(3), 409–427.
- Rasche, N., and F. Ardhuin (2009), Drift and mixing under the ocean surface revisited : Stratified conditions and model-data comparisons, *Journal of Geophysical Research*, 114(C2), 1–17, doi :10.1029/2007JC004466.
- Rasche, N., F. Ardhuin, and E. A. Terray (2006), Drift and mixing under the ocean surface : A coherent one-dimensional description with application to unstratified conditions, *Journal of Geophysical Research*, 111(C3), 1–16.
- Rasche, N., F. Ardhuin, P. Queffelec, and D. Croizefillon (2008), A global wave parameter database for geophysical applications. Part 1 : Wave-current–turbulence interaction parameters for the open ocean based on traditional parameterizations, *Ocean Modelling*, 25(3-4), 154–171, doi :10.1016/j.ocemod.2008.07.006.
- Reeves, R. L., S. B. Grant, R. D. Mrse, C. M. Copil Oancea, B. F. Sanders, and A. B. Boehm (2004), Scaling and management of fecal indicator bacteria in runoff from a coastal urban watershed in southern California., *Environmental Science Technology*, 38(9), 2637–2648.
- Reniers, A. J. H. M., J. A. Roelvink, and E. B. Thornton (2004), Morphodynamic modeling of an embayed beach under wave group forcing, *Journal of Geophysical Research*, 109(C1), 1–22.

- Reniers, A. J. H. M., J. H. MacMahan, E. B. Thornton, T. P. Stanton, M. Henriquez, J. W. Brown, J. A. Brown, and E. Gallagher (2009), Surf zone surface retention on a rip-channeled beach, *Journal of Geophysical Research*, 114(C10), 1–12, doi :10.1029/2008JC005153.
- Riflet, G., G. Reffray, R. Fernandes, P. Chambel, J. Nogueira, and R. Neves (2010), Downscaling A Large-Scale Ocean-Basin Model : An Intercomparison Exercise In The Bay Of Biscay, *V European Conference on Computational Fluid Dynamics*.
- Rodi, W. (1980), *Turbulence models and their application in hydraulics - A state of the art review*, 115 pp., International Association for Hydraulic Research.
- Roe, P. L. (1985), Some contributions to the modelling of discontinuous flows, *Lect Notes Appl Math*, 22, 163–193.
- Roland, A., Y. J. Zhang, H. V. Wang, Y. Meng, Y. C. Teng, V. Maderich, I. Brovchenkod, M. Dutour-Sikiric, and U. Zanke (sous presse, 2012), A fully coupled 3D wave-current interaction model on unstructured grids, *Journal of Geophysical Research*.
- Semtner, A. J. (1995), Modeling ocean circulation, *Science*, 269, 1379–1385.
- Shchepetkin, A. F., and J. C. McWilliams (2005), The regional oceanic modeling system (ROMS) : a split-explicit, free-surface, topography-following-coordinate oceanic model, *Ocean Modelling*, 9(4), 347–404.
- Smagorinsky, J. (1963), General circulation experiments with the primitive equations, *Monthly Weather Review*, 91(3), 99–164.
- Smith, J. A. (2001), Observations and Theories of Langmuir Circulation : A Story of Mixing, *Fluid Mechanics and the Environment Dynamical Approaches*, pp. 295–314.
- Smith, J. A. (2006), Wave–Current Interactions in Finite Depth, *Journal of Physical Oceanography*, 36(7), 1403.
- Soulsby, R. L., M. Stive, H. de Vriend, J. Fredsoe, L. Hamm, C. Teisson, and J. Winterwerp (1995), Bed shear stresses due to combined waves and currents, *Advances in Coastal Morphodynamics*, pp. 4–20 4–23.
- Spydell, M., F. Feddersen, R. T. Guza, and W. E. Schmidt (2007), Observing Surf-Zone Dispersion with Drifters, *Journal of Physical Oceanography*, 37(12), 2920.
- Stokes, G. G. (1847), On the theory of oscillatory waves, *Transactions of the Cambridge Philosophical Society*, 8(441), 441–455.

- Svendsen, I. A., and U. Putrevu (1994), Nearshore Mixing and Dispersion, *Proceedings of the Royal Society A : Mathematical, Physical and Engineering Sciences*, 445(1925), 561–576.
- Svendsen, I. A., K. Haas, and Q. Zhao (2004), Quasi-3d nearshore circulation model shorecirc : Version 2.0, *Tech. rep.*, Center for Applied Coastal Research, University of Delaware.
- SWAMP Group (1984), *Ocean wave modelling*, Plenum Press, New York.
- Takaya, Y., J. R. Bidlot, A. C. M. Beljaars, and P. A. E. M. Janssen (2010), Refinements to a prognostic scheme of skin sea surface temperature, *Journal of Geophysical Research*, 115(C6), 1–7.
- Terray, E. A., M. A. Donelan, Y. C. Agrawal, W. M. Drennan, K. K. Kahma, A. J. Williams, P. A. Hwang, and S. A. Kitaigorodskii (1996), Estimates of kinetic energy dissipation under breaking waves, *Journal of Physical Oceanography*, 26(5), 792–807.
- Terray, E. A., W. M. Drennan, and M. A. Donelan (2000), The vertical structure of shear and dissipation in the ocean surface layer, in *Proc. Symp. on Air-Sea Interaction, Sydney*, pp. 239–245, University of New South Wales.
- Thornton, E. B., and R. T. Guza (1986), Surf Zone Longshore Currents and Random Waves : Field Data and Models, *Journal of Physical Oceanography*, 16, 1165 – 1178.
- Tolman, H. (2008), A mosaic approach to wind wave modeling, *Ocean Modelling*, 25(1-2), 35–47.
- Tolman, H. L. (2002a), Distributed memory concepts in the wave model WAVEWATCH III, *Parallel Computing*, 28, 35–52.
- Tolman, H. L. (2002b), Validation of WAVEWATCH-III version 1.15, *Tech. Rep. 213*, NOAA/NWS/NCEP/MMAB.
- Tolman, H. L. (2002c), Alleviating the Garden Sprinkler Effect in wind wave models, 4(211), 269–289.
- Tolman, H. L. (2009), User manual and system documentation of WAVEWATCH III, *Analysis*, 166(276), 220.
- Torres-Freyermuth, A., J. L. Lara, and I. J. Losada (2010), Numerical modelling of short- and long-wave transformation on a barred beach, *Coastal Engineering*, 57(3), 317–330, doi :10.1016/j.coastaleng.2009.10.013.
- Uchiyama, Y., J. C. McWilliams, and J. M. Restrepo (2009), Wave-current interaction in nearshore shear instability analyzed with a vortex force formalism, *Journal of Geophysical Research*, 114(C6), 1–15, doi :10.1029/2008JC005135.

BIBLIOGRAPHIE

- Uchiyama, Y., J. C. McWilliams, and A. F. Shchepetkin (2010), Wave—current interaction in an oceanic circulation model with a vortex-force formalism : Application to the surf zone, *Ocean Modelling*, 34(1-2), 16–35, doi :10.1016/j.ocemod.2010.04.002.
- UNESCO (1981), Tenth Report on the joint panel on oceanographic tables and standards, *Technical Papers in Marine Science*, 36, 24.
- Villarreal, M. R. (2000), Parameterization Of Turbulence In The Ocean And Application Of A 3D Baroclinic Model To The Ria De Pontevedra, Ph.D. thesis, Facultad de Física, University of Santiago de Compostela.
- Walstra, D. J. R., J. A. Roelvink, and J. Groeneweg (2000), Calculation of wave driven currents in a 3D mean flow model, *Coastal Engineering*, pp. 1–4.
- Walters, R. A., E. M. Lane, and R. F. Henry (2007), Semi-Lagrangian methods for a finite element coastal ocean model, *Ocean Modelling*, 19(3-4), 112–124.
- WAMDI Group (1988), The WAM model - A third generation ocean wave prediction model, *Journal of Physical Oceanography*, 18, 1775–1810.
- Warner, J. C., B. Armstrong, R. He, and J. B. Zambon (2010), Development of a Coupled Ocean–Atmosphere–Wave–Sediment Transport (COAWST) Modeling System, *Ocean Modelling*, 35(3), 230–244.

Annexe A

Compléments des développements présentés dans le cadre de l'approche glm2z-RANS

En première section de cette annexe, le traitement permettant d'aboutir aux équations glm2z-RANS de *Ardhuin et al.* [2008b] est présenté pour un cisaillement vertical quelconque du courant moyen. La deuxième section détaille le calcul du jacobien J de la transformation GLM, utilisé au paragraphe II.5.4.7.

A.1 Equations glm2z-RANS en présence d'un cisaillement vertical quelconque de $\bar{\mathbf{u}}$

Dans cette section, le traitement aboutissant à l'équation glm2z-RANS de conservation de la qdm est repris en dehors de l'hypothèse de faible cisaillement vertical du courant moyen (H4). On considère à nouveau les expressions (II.97) et (II.99) des termes P_α et $\frac{1}{2}u_j^l u_j^l$, établies sans faire appel à l'hypothèse (H4). Reprenant les notations de *Ardhuin et al.* [2008b], on définit K_2 par

$$K_2 = \frac{E\sigma k_\alpha}{k} \frac{\partial \bar{u}_\alpha}{\partial z} m F_{CS} F_{SS} + \frac{Em^2}{2} \left(\frac{\partial \bar{\mathbf{u}}}{\partial z} \right)^2 F_{SS}^2,$$

de sorte que

$$\frac{1}{2} \overline{u_j^l u_j^l} = \frac{gkE}{2} (F_{CC} F_{CS} + F_{SC} F_{SS}) + K_2 + O(\sigma k^{-1} \epsilon^3). \quad (\text{A.1})$$

Conservation de la qdm verticale GLM

Suivant le même cheminement que précédemment, on utilise tout d'abord la conservation de la qdm verticale pour exprimer le terme de pression \bar{p}^L . Dans le cadre de

l'hypothèse hydrostatique, l'équation (II.75) sur la verticale se réduit à

$$-\frac{\partial}{\partial z} \left(\bar{p}^L + \rho g z - \frac{\rho g k E}{2} (F_{CC} F_{CS} + F_{SC} F_{SS}) - K_2 \right) + \rho P_\beta \frac{\partial}{\partial z} (\hat{u}_\beta + P_\beta) + \rho P_3 \frac{\partial P_3}{\partial z} = 0.$$

L'intégration verticale de cette équation fournit

$$\bar{p}^L = -\rho g z + \rho g k E F_{CC} F_{CS} + \rho K_2 + \rho K_1 + c,$$

où on a utilisé $F_{CC} F_{CS} - F_{SC} F_{SS} = 2 / \sinh(2kD)$; c est une constante d'intégration; et, en utilisant la non-divergence de \mathbf{P} , le terme K_1 est donné par

$$K_1 = \int_z^{\bar{\eta}^L} \left(-\rho P_\beta \frac{\partial}{\partial z'} (\hat{u}_\beta + P_\beta) + \rho P_3 \frac{\partial P_\alpha}{\partial x_\alpha} \right) dz'.$$

Le constant c est obtenue à l'aide de la condition limite de surface $\bar{p}^L|_{z=\bar{\eta}^L} = \bar{p}_a$, ce qui fournit l'expression de \bar{p}^L suivante :

$$\bar{p}^L = \bar{p}^H + \rho g k E F_{CC} F_{CS} + \rho K_1 + \rho K_2 - \rho K_2|_{z=\bar{\eta}^L}. \quad (\text{A.2})$$

Conservation de la qdm horizontale GLM

En combinant les expressions (A.1) et (A.2), on obtient

$$\bar{p}^L - \frac{1}{2} u_j^l u_j^l = \bar{p}^H + \rho S^J + \rho S^{\text{shear}}, \quad (\text{A.3})$$

où S^J est la pression induite par les vagues définie en (II.44) et S^{shear} est un terme de pression supplémentaire induit par le cisaillement vertical de $\bar{\mathbf{u}}$, donné par

$$S^{\text{shear}} = K_1 - K_2|_{z=\bar{\eta}^L} \quad (\text{A.4})$$

La relation (A.3) constitue une légère rectification de la définition (38) de \hat{p} fournie par *Ardhuin et al.* [2008b], dans laquelle le terme $-P_j \partial \bar{u}_i^L / \partial z$ ne doit pas apparaître.

En ré-injectant la relation (A.3) dans l'équation de conservation de la qdm horizontale (II.75) et en effectuant les mêmes manipulations que pour obtenir (II.110), on obtient finalement

$$\frac{\partial \rho \hat{u}_\alpha}{\partial t} + \hat{u}_\beta \frac{\partial \rho \hat{u}_\alpha}{\partial x_\beta} + \hat{w} \frac{\partial \rho \hat{u}_\alpha}{\partial z} = -\frac{\partial \bar{p}^H}{\partial x_\alpha} - \rho \frac{\partial (S^J + S^{\text{shear}})}{\partial x_\alpha} + \hat{X}_\alpha + \rho \epsilon_{\alpha 3 \beta} P_\beta \Omega_3 - \rho P_3 \frac{\partial \hat{u}_\alpha}{\partial z}. \quad (\text{A.5})$$

Le présent traitement fait donc apparaître le flux de qdm supplémentaire $-\rho \frac{\partial S^{\text{shear}}}{\partial x_\alpha}$, engendré par le cisaillement vertical du courant moyen $\bar{\mathbf{u}}$. De plus, rappelons que l'expression de la pqdm \mathbf{P} fait également intervenir une contribution significative du cisaillement, donnée par (II.97), qui la distingue de la dérive de Stokes.

A.2 Détails du calcul du jacobien J de la transformation GLM dans le cadre de l'approche glm2z-RANS

Cette section détaille le calcul permettant d'aboutir à aux expressions (II.121) et (II.122), utilisées au paragraphe II.5.4.7.

Par définition, le jacobien J est donné par

$$J = \begin{vmatrix} 1 + \frac{\partial \xi_1}{\partial x} & \frac{\partial \xi_1}{\partial y} & \frac{\partial \xi_1}{\partial z} \\ \frac{\partial \xi_2}{\partial x} & 1 + \frac{\partial \xi_2}{\partial y} & \frac{\partial \xi_2}{\partial z} \\ \frac{\partial \xi_3}{\partial x} & \frac{\partial \xi_3}{\partial y} & 1 + \frac{\partial \xi_3}{\partial z} \end{vmatrix}. \quad (\text{A.6})$$

En développant le déterminant par rapport à la dernière colonne, on obtient

$$\begin{aligned} J &= \frac{\partial \xi_1}{\partial z} \left[\frac{\partial \xi_2}{\partial x} \frac{\partial \xi_3}{\partial y} - \frac{\partial \xi_3}{\partial x} \left(1 + \frac{\partial \xi_2}{\partial y} \right) \right] \\ &\quad - \frac{\partial \xi_2}{\partial z} \left[\left(1 + \frac{\partial \xi_1}{\partial x} \right) \frac{\partial \xi_3}{\partial y} - \frac{\partial \xi_1}{\partial y} \frac{\partial \xi_3}{\partial x} \right] \\ &\quad + \left(1 + \frac{\partial \xi_3}{\partial z} \right) \left[\left(1 + \frac{\partial \xi_1}{\partial x} \right) \left(1 + \frac{\partial \xi_2}{\partial y} \right) - \frac{\partial \xi_2}{\partial x} \frac{\partial \xi_1}{\partial y} \right]. \end{aligned} \quad (\text{A.7})$$

A l'ordre ϵ^2 , cette expression devient

$$\begin{aligned} J &= -\frac{\partial \xi_1}{\partial z} \frac{\partial \xi_3}{\partial x} - \frac{\partial \xi_2}{\partial z} \frac{\partial \xi_3}{\partial y} \\ &\quad + 1 + \frac{\partial \xi_1}{\partial x} + \frac{\partial \xi_2}{\partial y} + \frac{\partial \xi_3}{\partial z} + \frac{\partial \xi_1}{\partial x} \frac{\partial \xi_2}{\partial y} + \frac{\partial \xi_3}{\partial z} \frac{\partial \xi_1}{\partial x} + \frac{\partial \xi_3}{\partial z} \frac{\partial \xi_2}{\partial y} - \frac{\partial \xi_2}{\partial x} \frac{\partial \xi_1}{\partial y} + O(\epsilon^3). \end{aligned} \quad (\text{A.8})$$

En appliquant l'opérateur $\overline{(\cdot)}$ à cette égalité, on obtient

$$J = \bar{J} = 1 + \overbrace{\left[-\frac{\partial \xi_1}{\partial z} \frac{\partial \xi_3}{\partial x} - \frac{\partial \xi_2}{\partial z} \frac{\partial \xi_3}{\partial y} + \frac{\partial \xi_1}{\partial x} \frac{\partial \xi_2}{\partial y} + \frac{\partial \xi_3}{\partial z} \frac{\partial \xi_1}{\partial x} + \frac{\partial \xi_3}{\partial z} \frac{\partial \xi_2}{\partial y} - \frac{\partial \xi_2}{\partial x} \frac{\partial \xi_1}{\partial y} \right]}^{J_2} + O(\epsilon^3). \quad (\text{A.9})$$

$\underbrace{\hspace{1.5cm}}_A \quad \underbrace{\hspace{1.5cm}}_B \quad \underbrace{\hspace{1.5cm}}_C \quad \underbrace{\hspace{1.5cm}}_D \quad \underbrace{\hspace{1.5cm}}_E \quad \underbrace{\hspace{1.5cm}}_F$

On explicite à présent les termes A à F à l'aide des expressions à l'ordre ϵ^1 des déplacements ξ_3 et ξ_α données en (II.93) et (II.102).

$$A + B = -\left(-a \frac{k_\alpha}{k} k F_{SS} \sin \theta\right) \times \left(-a k_\alpha F_{SS} \sin \theta\right) = -\frac{1}{2} a^2 k^2 F_{SS}^2, \quad (\text{A.10})$$

$$C = \left(-a \frac{k_1^2}{k} F_{CS} \cos \theta\right) \times \left(-a \frac{k_2^2}{k} F_{CS} \cos \theta\right) = \frac{1}{2} a^2 \frac{k_1^2 k_2^2}{k^2} F_{CS}^2, \quad (\text{A.11})$$

$$D = a k F_{CS} \cos \theta \times \left(-a \frac{k_1^2}{k} F_{CS} \cos \theta\right) = -\frac{1}{2} a^2 k_1^2 F_{CS}^2, \quad (\text{A.12})$$

$$E = akF_{CS} \cos \theta \times \left(-a \frac{k_2^2}{k} F_{CS} \cos \theta\right) = -\frac{1}{2} a^2 k_2^2 F_{CS}^2, \quad (\text{A.13})$$

$$F = -\left(-a \frac{k_1 k_2}{k} F_{CS} \cos \theta\right)^2 = -\frac{1}{2} a^2 \frac{k_1^2 k_2^2}{k^2} F_{CS}^2. \quad (\text{A.14})$$

On obtient l'expression suivante pour J_2 :

$$J_2 = A + B + C + D + E + F = -\frac{1}{2} a^2 k^2 (F_{CS}^2 + F_{SS}^2). \quad (\text{A.15})$$

Annexe B

Compléments de l'étude de la plage de l'Uhabia

Soumis à confidentialité.

Annexe C

Articulation des modèles littoraux avec un modèle côtier

Cette annexe décrit succinctement le travail mené pour articuler les modèles littoraux utilisés dans cette étude avec un modèle côtier couvrant la région du Sud du Golfe de Gascogne. Ces développements ont été réalisés dans le cadre du projet LOREA (*Littoral, Ocean, Rivers in Euskadi Aquitaine*). Le travail ici exposé a été effectué en collaboration avec un étudiant du master II Océan, Atmosphère, Climat et Observations Spatiales (Université Pierre et Marie Curie), Benjamin Prudhomme, que j'ai encadré durant son stage de master.

C.1 Modèles et stratégie d'articulation

Modèle côtier

Les modèles littoraux développés sur les sites de Saint Jean de Luz - Ciboure et de la plage de l'Uhabia sont articulés avec le modèle côtier mis en place par AZTI-Tecnalia sur le Sud du Golfe de Gascogne. Ce modèle côtier est construit avec le code ROMS [*Shep-
etkin and McWilliams, 2005*]. Sa grille de calcul est désignée par G-1. Son extension est de 350 km dans la direction O-E (de -5.30°E à -1.10°E) et de 200 km dans la direction S-N (de 43.2°N à 45°N). L'emprise du domaine G-1 est représentée en Figure C.1 (trait noir). La discrétisation horizontale utilise des mailles régulières carrées de 2.2 km de côté. La discrétisation verticale utilise 32 niveaux sigma. Une description des caractéristiques du modèle et de sa validation peut être trouvée dans *Ferrer et al. [2009a,b]*; *Ferrer and Cabalero [2011]*.



FIGURE C.1 – Emprises des différents domaines de calcul. Noir : domaine du modèle côtier ROMS (G-1). Rouge : première grille intermédiaire MOHID (G0a). Bleu : deuxième grille intermédiaire MOHID (G0b).

Stratégie par modèles emboîtés

L'objectif recherché ici est la transmission de la solution du modèle côtier ROMS aux limites des modèles littoraux à haute résolution construit avec MOHID sur les sites de la baie de SJDLC et de Bidart. Pour cela, une articulation par modèle emboîtés a été mise en place. Deux grilles de calculs intermédiaires MOHID sont utilisées, désignées par G0a et G0b, pour porter la solution à la résolution des grilles littorales G1 sur les deux sites d'application (voir Chapitres 4 et 5). Les emprises des différents domaines de calcul sont représentées en Figure C.1. Cette annexe se concentre sur l'articulation entre le domaine G-1 du modèle côtier ROMS et le domaine G0a du modèle littoral MOHID. La stratégie déployée pour cette articulation a ensuite été reproduite sur les domaines d'emprise inférieure. La grille de calcul G0a utilise des mailles régulières carrées de 730 m de côté. La discrétisation verticale utilisée est identique à celle du domaine G-1. Pour la validation de l'articulation, les forçages atmosphériques sur G0a sont les mêmes que ceux utilisés sur G-1 (vent, température et pression atmosphériques, radiation solaire). La bathymétrie du domaine G0a est représentée en Figure C.2.

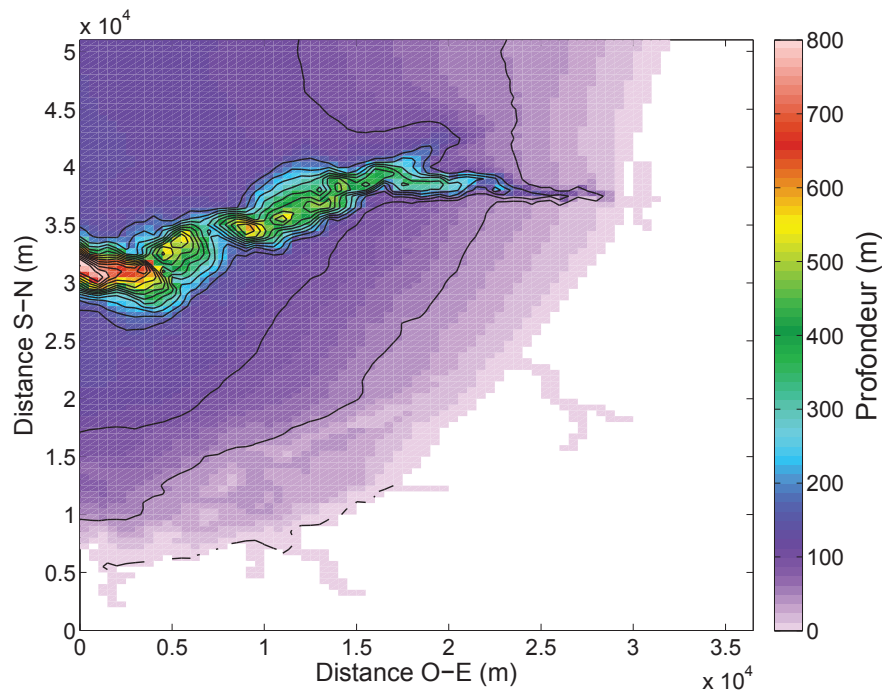


FIGURE C.2 – Bathymétrie du domaine G0a. Les isobathes sont indiquées en noir tous les 50 m.

L'une des difficultés majeures rencontrées dans la zone d'étude est liée à la présence du Gouf de Capbreton, dans la centrale du domaine G0a, un canyon sous-marin creusé dans le plateau continental. Cette zone présente de forts gradients bathymétriques. Au niveau de la frontière O du domaine G0a, la largeur du canyon est d'environ 8 km. La profondeur du plateau continental dans cette zone est de l'ordre de 150 m, tandis qu'elle atteint des valeurs de l'ordre de 800 m dans le Gouf. La présence de forts gradients bathymétriques au niveau de la frontière du domaine G0a est problématique pour la prescription des conditions limites. En effet, ces gradients peuvent aboutir à des écarts de profondeur significatifs entre les domaines G-1 et G0a, du fait de leur résolution horizontale différente. Dès lors, le forçage du calcul de G0a à sa frontière O par la solution du modèle côtier peut générer d'importantes perturbations.

Conditions limites aux frontières ouvertes

Pour être adéquates, les conditions limites aux frontières ouvertes (OBC) ont pour double objectif (1) de permettre la transmission de la solution du modèle côtier au domaine G0a et (2) de permettre aux ondes générées à l'intérieur de G0a de quitter le domaine lorsqu'elle se propage vers l'extérieur. La satisfaction de ces deux objectifs est généralement complexe et le problème de la détermination des OBC a fait l'objet de

nombreux travaux [e.g., *Orlanski, 1976; Martinsen and Engedahl, 1987; Marchesiello et al., 2001; Blayo and Debreu, 2005; Marsaleix et al., 2006*]. Les OBC utilisées dans cette étude ont été décrites au Chapitre 3 du présent mémoire. La condition de radiation de *Flather* [1976] est utilisée pour le mode barotrope :

$$\eta = \eta_{ext} \pm \sqrt{\frac{D}{g}} (\mathbf{U} - \mathbf{U}_{ext}) \cdot \mathbf{n}, \quad (\text{C.1})$$

où η est le niveau d'eau ; \mathbf{U} est la vitesse barotrope ; \mathbf{n} désigne le vecteur normal à la frontière ; \mathbf{U}_{ext} et η_{ext} désignent respectivement les valeurs de \mathbf{U} et η calculées par le modèle côtier à la frontière de G0a. Une solution proposée pour les ondes baroclines [e.g., *Marchesiello et al., 2001*] consiste à associer une condition de radiation à un schéma de relaxation. Comme mentionné au Chapitre 3, dans le présent travail, les modes baroclines ne sont pas propagés aux frontières ouvertes. Autrement dit, la condition limite pour les composantes horizontales ϕ de la vitesse barocline est donnée par

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} = -\frac{1}{\tau_{relax}} (\phi - \phi_{ext}), \quad (\text{C.2})$$

où l'échelle de temps fixée par le coefficient τ_{relax} contrôle l'importance du rappel imposé à ϕ vers la solution du modèle côtier ϕ_{ext} (relaxation). Ce paramétrage suit l'argumentaire présenté par *Blayo and Debreu* [2005], qui soulignent la difficulté d'estimation de la vitesse de radiation des modes baroclines dans une configuration réaliste, si bien que la condition de radiation peut induire d'importants effets non désirés. *Leitão et al.* [2008] parviennent à la même conclusion, et suggèrent que la majeure partie de l'énergie des ondes se propageant vers l'extérieur du domaine est amortie par le terme de relaxation au sein du *nudging layer*, si bien que la réflexion des ondes baroclines à la frontière est faible. Une condition de relaxation similaire à (C.2) est ici appliquée à la salinité et à la température.

Une valeur de τ_{relax} faible est imposée dans les cellules les plus proches de la frontière, puis augmente progressivement jusqu'à l'infini vers l'intérieur du domaine (principe du *nudging layer*). Cependant, à l'issue des différents tests effectués, cette relaxation s'est avérée insuffisante pour éviter l'apparition de perturbations non désirées au niveau du Gouf de Capbreton. Pour répondre à cette difficulté, les valeurs de τ_{relax} ont été diminuées sur une partie du Gouf à l'intérieur du domaine G0a. Bien que, dans cette région, le calcul de G0a soit alors trop fortement contraint, cette solution est pour le moment la seule ayant permis d'éviter la génération d'anomalies indésirables par les écarts bathymétriques entre G-1 et G0a. Des éléments de validation de l'articulation ainsi construite sont présentés en section suivante.

C.2 Validation du courant de surface

Afin de valider l'articulation mise en place, les vitesses de surface calculées par le modèle côtier et le modèle littoral sont comparées à des observations du courant par radar Haute Fréquence (HF), mises à disposition par AZTI-Tecnalia dans le cadre du projet LOREA. Les comparaisons présentées ci-après sont basées sur une simulation de l'hydrodynamique sur la période du mois d'août 2010. Les observations des radars HF sont re-localisées sur une grille régulière. La position des points de grille situés à l'intérieur du domaine G0a est fournie en Figure C.3.

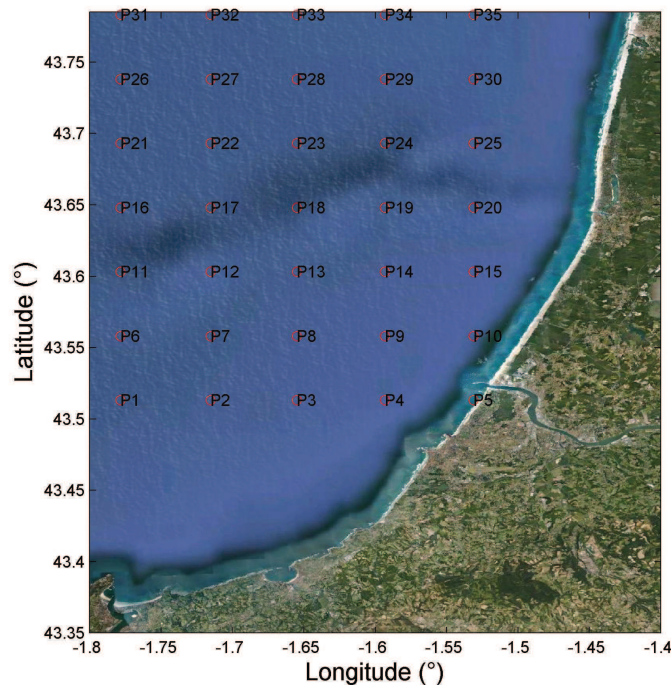


FIGURE C.3 – Localisation des points de mesures du courant de surface à l'intérieur du domaine G0a.

La Figure C.4 fournit les cartes de l'erreur RMS entre (a),(b) le modèle côtier et les observations; et (c),(d) entre le modèle littoral et les observations pour la période du 17-08-2010 au 22-08-2010. Pour la composante O-E, une diminution de l'erreur est obtenue dans la partie N du domaine. Bien que la solution du modèle littoral soit contrainte sur une partie du Gouf par le terme de relaxation, l'erreur dans cette zone est moins importante que celle du modèle côtier. Ceci est probablement lié à la résolution horizontale supérieure du domaine G0a, qui permet de mieux représenter le gradient bathymétrique associé au canyon sous-marin. En revanche, l'erreur du modèle littoral est plus importante pour les observations effectuées au S du canyon, dans la partie centrale

du domaine. La composante S-N présente une erreur globalement moins importante dans le modèle littoral que dans le modèle côtier. A nouveau, cette amélioration est apportée par l'augmentation de la résolution horizontale (on rappelle que, pour ces tests, les forçages sont identiques pour les deux modèles).

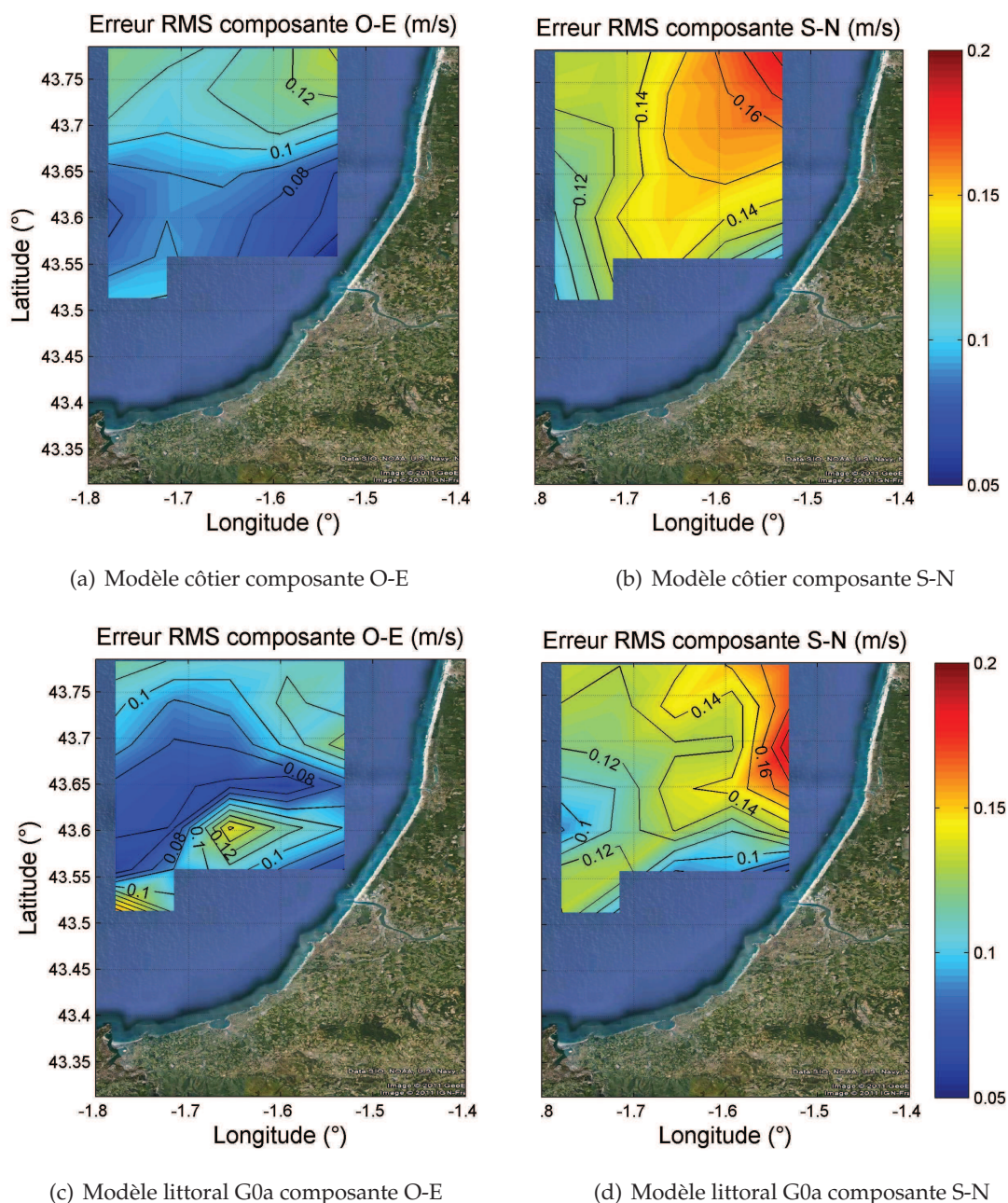


FIGURE C.4 – Cartes de l'erreur RMS sur le courant de surface pour la période du 17-08-2010 au 22-08-2010.

La Figure C.5 présente les séries temporelles du courant de surface observé et calculé par les deux modèles pour l'exemple des points P2, P9, et P16.

ANNEXE C. ARTICULATION DES MODÈLES LITTORAUX AVEC UN MODÈLE CÔTIER

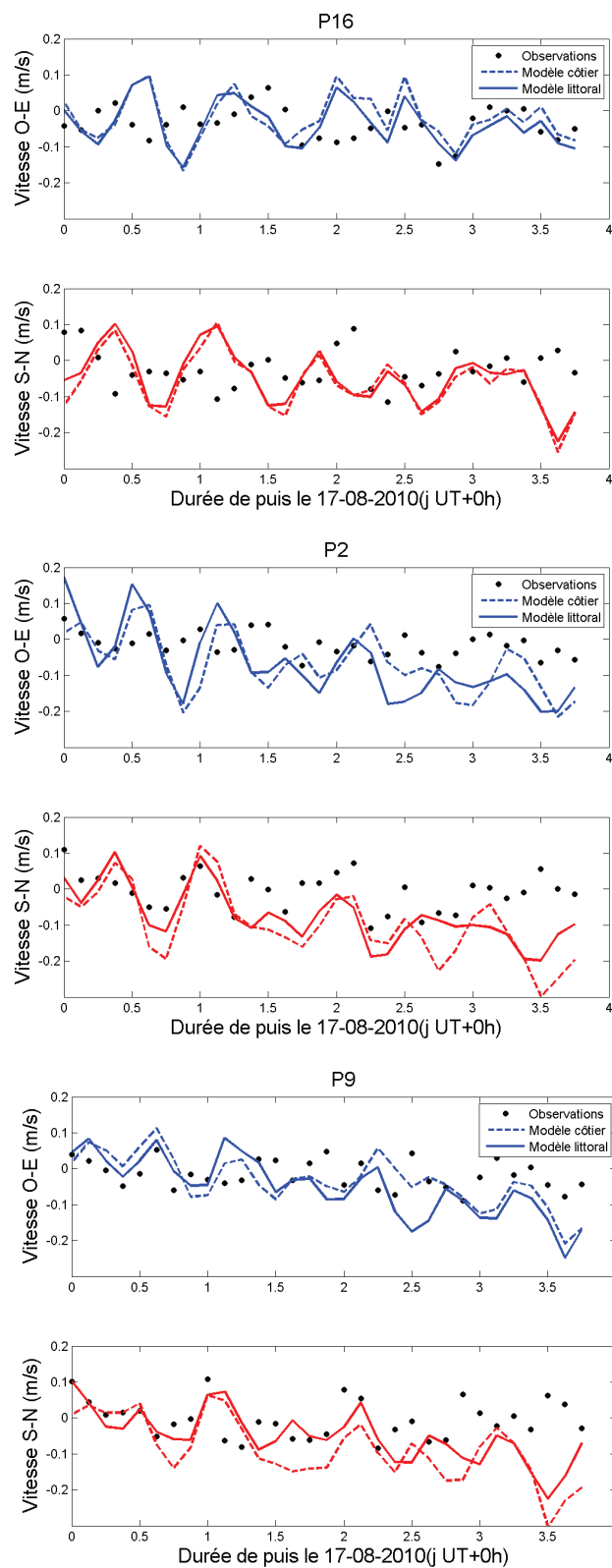


FIGURE C.5 – Séries temporelles du courant de surface observé (noir) et calculé par le modèle côtier (pointillés) et le modèle littoral (trait plein) sur la période du 17-08-2010 au 21-08-2010.

Sur le point P16, proche de la frontière O du domaine G0a, les solutions obtenues par les deux modèles sont très proches, du fait de l'importance du terme de rappel dans cette zone ($\tau_{relax} \sim 30$ min). A l'intérieur du domaine sur les points P2 et P9, le terme de rappel est nul ($\tau_{relax} \rightarrow +\infty$). La cohérence des deux solutions calculées suggère que la dynamique du modèle côtier est bien transmise au modèle littoral. Comme espéré, des différences sont également visibles entre les deux solutions. Néanmoins, celles-ci restent limitées dans la mesure où les forçages sont identiques sur les deux domaines. L'augmentation de la résolution horizontale dans le modèle littoral permet d'améliorer quelque peu l'accord avec les observations pour la composante S-N (point P9 notamment).

Ces premiers éléments de validation suggèrent un comportement satisfaisant de l'articulation mise en place entre les modèles côtiers et littoraux pour la représentation des courants de surface. En particulier, la stratégie déployée permet de limiter les perturbations indésirables liées aux écarts de profondeur entre les deux domaines dans la zone du Gouf de Capbreton. Ce travail est appelé à être poursuivi par des confrontations à de nouvelles observations, pour la validation de la structure verticale du courant et du transport de la salinité/température dans le modèle littoral.

Annexe D

Article soumis pour publication : Effects of waves on coastal water dispersion in a small estuarine bay

Cette annexe fournit un article soumis à *Journal of Geophysical Research* pour publication, concernant les travaux menés dans le cadre de cette thèse sur le site de la baie de Saint Jean de Luz - Ciboure.

Effects of waves on coastal water dispersion in a small estuarine bay

M. T. Delpy^{1,2}, F. Ardhuin¹, P. Otheguy², A. Jouon²

Abstract.

Measurements and a three-dimensional (3-D) wave-current model are used to investigate wave-induced circulations in a small estuarine bay and its impact on stratified river plumes dispersion. Field experiments combine waves and current observations, salinity profile measurements and Lagrangian drifter data. Both field data and modeling results reveal the presence of an intense longshore current, generated by obliquely incident waves breaking over a rocky platform inside the bay. The observed tidal modulation of the wave-induced current is reasonably reproduced by the model close to the surf zone. Salinity profiles exhibit a lower salinity surface layer due to river outflow, with typical depth of 1 m. The different salinity profile shapes are fairly reproduced by the 3-D model during the tide-cycle. The asymmetric wave forcing on the bay circulation significantly impacts the river plumes. It is found that waves contribute to reduce the freshwater outflow through one of the bay inlets. To evaluate the related impact on the global freshwater balance, the evolution of the total freshwater volume inside the bay is computed from modeled salinity fields. Examining a high river runoff event occurring during a high-energy wave episode, waves are found to delay significantly the evacuation of the freshwater input. At the end of the river event, the freshwater volume inside the bay is increased by 40% and the freshwater flux to the ocean is still reduced by a factor 5 due to waves. For this event the wave influence on the freshwater plume is larger than that of the wind, and associated with the exchange at the inlets.

1. Introduction

Coastal waters are the receptacle for pollutants from estuarine watersheds [Boehm et al., 2002; Reeves et al., 2004]. The related degradation of the water quality increases human health risks and leads to large economic impacts [Grant et al., 2005; Given et al., 2006]. Terrestrial stormwater runoff often drains first onto rivers and tidal channels, and is subsequently introduced into the coastal zone with freshwater inflows. In that case nearshore water quality is closely related to river plumes dispersion and freshwater exchanges with the inner shelf [e.g., Ahn et al., 2005]. Estuarine bays and lagoons are particularly impacted by such contaminations, as freshwater concentrates in these coastal systems due to their partial separation from the ocean [e.g., Fian-drino et al., 2003; Pereira et al., 2009]. Depending on the system morphology and the local wave climate, ocean waves may strongly impact dispersion processes. Surf zone transport and mixing affect the suspended matter alongshore distribution and nearshore retention [Boehm et al., 2005; Spydell et al., 2007; Reniers et al., 2009]. Waves also affect exchanges between the nearshore and the inner shelf [Lentz et al., 2008].

Ocean waves and mean-current interact according to several processes in the nearshore. The momentum carried by waves across the ocean is released in the surf zone and captured in intense currents and sea level changes. Waves affect vertical mixing in deep to shallow water as turbulent kinetic energy is enhanced at the surface by wave breaking [Craig and Banner, 1994; Terray et al., 1996; Raschle and Ardhuin, 2009]. The mean wave momentum, or Stokes drift [Stokes, 1847], contributes to the advection as a surface-intensified

current which adds to the mean-current. Following the pioneer work of Longuet-Higgins and Stewart [1962, 1964], modeling of surf zone circulations has long been based on phase- and depth-averaged equations, notably due to their computational efficiency. However, it appeared that the vertical shear of the mean flow might largely affect lateral mixing [Svendsen and Putrevu, 1994]. Moreover, in case of a vertically sheared flow, depth-integrated velocities are not representative of velocities advecting a tracer with non-uniform vertical distribution. In fact, the Stokes drift always exhibits a strong vertical shear near the surface [Ardhuin et al., 2008b; Raschle and Ardhuin, 2009]. In the nearshore, this leads to large vertical variations of the total cross-shore current. Also, field observations suggested that rip currents might vary from depth-uniform to depth-varying outside the breakers, with higher velocities near the surface [Haas and Svendsen, 2002]. To capture the transport of a tracer in the presence of waves, the vertical structure of the flow may thus be needed.

During the last decade, wave-current 3-D approaches have been proposed to account for the vertical shear of wave momentum and forcing [e.g., Groeneweg, 1999; Mc Williams et al., 2004; Ardhuin et al., 2008b]. Several approaches have been further adapted into existing ocean numerical models and applied to reproduce observed circulations [Uchiyama et al., 2009] and nearshore dispersion [Reniers et al., 2009]. The main distinctions between the different formulations are 1) if the framework is Eulerian or Lagrangian and 2) if the momentum conservation is expressed for the total momentum or for the mean-current momentum only [Bennis et al., 2011]. Eulerian approaches require an asymptotic development of the velocity profile above the sea surface in order to define the mean flow in the crest-to-trough region

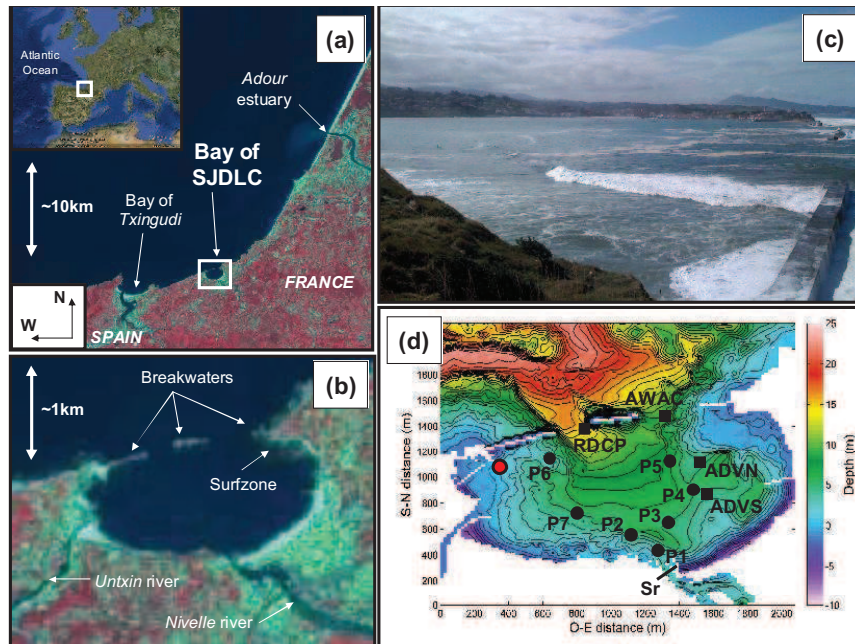


Figure 1. (a) SPOT image of the Atlantic coast on either side of the France-Spain border and (b) zoom on the study site. SPOT4 - 20 m color composite image, 22-Jul-2008. (c) Photograph of the bay taken at high tide from the eastern breakwater, with the inlets on the right and the rocky platform surf zone in the center. (d) Bathymetry of the studied bay and experimental set-up of LOREA 2010 field experiment. Depth are positive downward, relative to the Lowest Astronomical Tide (LAT) level of Saint Jean de Luz harbour. Mean water level is 2.48m above the LAT level. Black squares: bottom mounted sensors. Black circles: current and S/T profiles measurement locations. Black line: current measurement transect across the main river channel. Red circle: Socoa tide gauge location.

[*Mc Williams et al.*, 2004]. This can be avoided in the Lagrangian framework, as the particle-following average is well defined in the whole water column [*Andrews and McIntyre*, 1978]. The distinction of wave and current momentum, first introduced in depth-integrated equations by *Garrett* [1976], has the main benefit of avoiding a common turbulent parameterization for both waves and current, as the Stokes drift is not mixed by turbulence unlike the mean-current. Taking advantages of both Lagrangian framework and momentum separation, *Ardhuin et al.* [2008b] (hereinafter A08) proposed a 3-D wave-current approach based on the *Generalized Lagrangian Mean* (GLM) theory introduced by *Andrews and McIntyre* [1978]. An asymptotic formulation of the exact GLM-equations is provided to the second order in wave non-linearities. The obtained set of equations is non divergent, thanks to a transformation of the GLM vertical coordinate back into the cartesian vertical coordinate. The A08 formulation is consistent with *Mc Williams et al.* [2004] to the considered order of approximation in the limit of a weak mean-current vertical shear [*Ardhuin et al.*, 2008b]. *Bennis et al.* [2011] confirmed the ability of A08 formulation to provide the vertical structure of the flow by numerical modeling of an adiabatic configuration. *Michaud* [2011] further showed the consistency of the solution obtained from A08 formulation with results from *Haas and Warner* [2009] and *Uchiyama et al.* [2010] in the case of obliquely incident waves breaking on a plane beach. Model results were further applied to a realistic configuration on the French Mediter-

anean coast.

Following these works, the A08 formulation shall be used in the present study. The corresponding set of equations has been implemented in the 3-D primitive equations model MOHID [*Braunschweig et al.*, 2004]. Numerical wave-current modeling is combined with field experiments to investigate dispersion and mixing mechanisms in the bay of Saint Jean de Luz - Ciboure under the effects of the combined wind-, tide- and wave-induced circulation. The bay is a small semi-enclosed estuary, located in the high-energy wave environment of the southeastern Bay of Biscay. As a sheltered bay with generally low dispersion processes, it may be impacted by runoff pollution carried with river inflows. River plumes are characterized by a remarkable stratification in the bay, with freshwater concentrated in a thin surface layer. The present work focuses on the effect of waves on river plumes dynamics and on water exchanges between the bay and the open sea. An original description of dispersion processes under the effect of wave-current interactions is provided in a realistic configuration with strong 3-D features. The study site is described in section 2 and field experiment data are presented in section 3. A short account of wave and current models formulation is given in section 4. An analysis of waves transformation and induced circulation are then provided in section 5, and effects of waves on freshwater dispersion is investigated. Conclusions are summarized in section 6.

2. Study area

The bay of Saint Jean de Luz - Ciboure is located in the south of the French Atlantic Coast, 10 km northward from the Spanish border (Figure 1). This region is exposed to energetic swells coming mainly from North Atlantic with direction W-NW. The offshore mean significant wave height and peak period are 1.6 m and 9.6 s respectively [Abadie *et al.*, 2005]. The study site is a shallow mesotidal bay with tidal range about 4.5 m at spring tides. The bathymetry of the area is presented in Figure 1-(d). The bay is 2 km long for 1 km wide. The area is semi-enclosed by breakwaters which delimit two inlets connecting the bay with the open sea. These shallow inlets with mean depth 15 m and 10 m are approximately 250 m and 350 m wide. The small cross-section in the inlets causes the acceleration of tide-induced currents and related mass exchanges between the bay and the open ocean during the tide cycle. Ocean waves can penetrate in the bay, in particular through the wider eastern inlet. In the northeastern part of the bay, wave breaking is regularly observed over a shallow rocky platform. During energetic events, a high level of waves energy is dissipated in this area. The platform mean depth is about 1.5 m relative to the mean water level, so that a part of it is intertidal when the tidal range is important. The platform surface is rocky and irregular, with roughness elements often reaching more than 0.3 m high (Figure 2). A steep slope connects the platform to the deeper part of the bay, where the bottom is mixed sandy/rocky with gentler slopes.

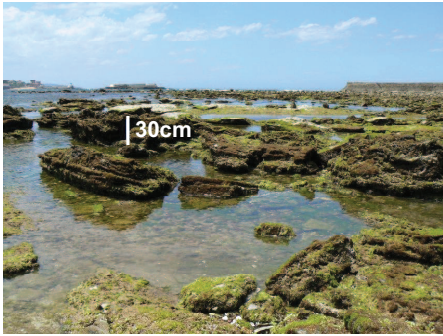


Figure 2. Photograph taken on the intertidal domain of the rocky platform (northeast of the bay).

This bay is also an estuary receiving freshwater inflows from two small rivers (Figure 1). The annual mean flow is $5 \text{ m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$ for the main river and of the order of $1 \text{ m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$ for the smaller river. During intense rain events, both rivers can receive significant pollutant inputs from their watersheds. These pollutants are then likely to be introduced into the bay with river inflows. The following dispersion processes and the related impact on water quality are an important issue in the touristic area of Saint Jean de Luz - Ciboure.

3. Field data: LOREA 2010

Field data used in the present study were collected during a main deployment, referred as to LOREA 2010¹, briefly completed by a short Lagrangian drifters experiment.

Waves and current were measured with four bottom mounted sensors during the month of September 2010. These observations were combined with point measurements of current, salinity and temperature during one tide cycle following a rain event. The sensor locations are indicated in Figure 1-(d).

Two current profilers were deployed in the inlets during 24 days from September 06 to 29 (Figure 1). A 1 MHz Nortek Acoustic Waves And Current profiler (AWAC) was settled in the eastern inlet at mean depth 11 m. A 606 kHz Aanderaa Recording Doppler Current Profiler (RDCP) was settled in the western inlet at mean depth 17 m. The AWAC recorded current every 20 min with a sampling frequency $f_s = 1 \text{ Hz}$ averaged over the burst duration $\Delta T_b = 240 \text{ s}$. The RDCP measured current every 20 min with $(f_s, \Delta T_b) = (0.5 \text{ Hz}, 240 \text{ s})$. Cell size was 1 m for both instruments. The AWAC also provided directional wave spectra every 60 min from acoustic surface tracking and orbital velocity measurements both at the sample frequency $f_s = 2 \text{ Hz}$ and an average interval $\Delta T_b = 1024 \text{ s}$.

Inside the bay, two 6 MHz point-velocimeters Nortek Vector (hereinafter ADVN and ADVS) were deployed during 6 days from September 22 to 28 (Figure 1-(d)). These sensors were deployed to measure waves and flow patterns in the east part of the bay, close to the surf zone. Due to the high energy level of the area, the rocky nature of the bottom and the fact that the platform was not in the intertidal domain during the deployment, it was very difficult to place a sensor on the platform. The ADVN was thus deployed on deeper sandy bottom southward from the platform, at 6 m mean depth. It was expected to provide informations about the amount of wave energy dissipated on the platform and to give an indirect measurement of surf zone currents. The ADVN recorded the current every 12 min with $(f_s, \Delta T_b) = (4 \text{ Hz}, 256 \text{ s})$ and waves every 60 min with $(f_s, \Delta T_b) = (4 \text{ Hz}, 1280 \text{ s})$. The ADVS was settled farther from the surf zone also at 6 m mean depth. It measured the current every 20 min with $(f_s, \Delta T_b) = (8 \text{ Hz}, 180 \text{ s})$ and waves every 60 min with $(f_s, \Delta T_b) = (8 \text{ Hz}, 540 \text{ s})$. Due to a dysfunction of the sensor, wave data are only available from September 25 to 27 at the ADVS location. In addition, a brief Lagrangian drifter experiment has been conducted with environmental conditions similar to September 23. Two GPS-equipped surface drifters BOSCO² were released in the vicinity of the surf zone. Drifter locations were sampled at 1 Hz with 1 m accuracy. These surf zone data provide a complement to the ADV deployment.

Finally, following a rain event on September 10, current, salinity (S) and temperature (T) measurements were performed from a boat at points P0 to P6 and along the river channel section Sr indicated on Figure 1-(d). Each sampling location was visited every 2 h. Current was recorded with a 600 kHz RD Instruments Acoustic Doppler Current Profiler (ADCP) using bottom tracking and $(f_s, \Delta T_b) = (1 \text{ Hz}, 300 \text{ s})$ with 0.5 m vertical resolution. S/T profiles were measured with a CTD probe. The chronology of the different sensors deployment is summarized in Table 1.

Table 1. Chronology of the sensors deployment during LOREA 2010 field experiment. (X) = sensor deployed. () = no deployment.

Day of Sep-2010	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
AWAC, RDCP		X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X
ADVN, ADVS																	X	X	X	X	X	X	X			
ADCP, CTD						X																				

Environmental conditions encountered during LOREA 2010 experiments are plotted in Figure 3. To investigate the bay hydrodynamics and in particular its response to incident wave conditions, we will focus on two different periods when measurements in the inlets were combined with deployments inside the bay : the first period of interest is the September 10 and the second is from September 22 to 28 (gray bands in Figure 3).

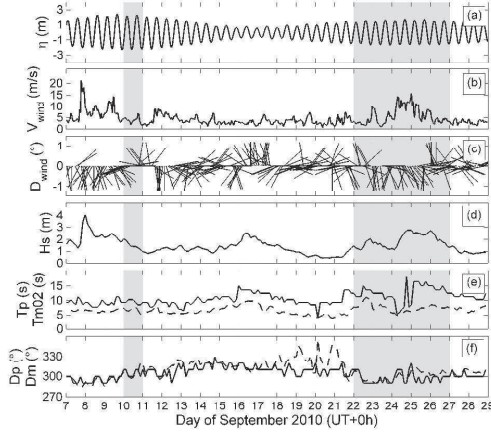


Figure 3. Environmental conditions during the LOREA 2010 field experiment. (a) Water elevation η measured by Socoa tide gauge inside the bay. (b) Wind velocity V_{wind} and (c) wind direction D_{wind} measured by the Socoa meteorological station (Météo France). (d) Offshore significant wave height H_s ; (e) offshore peak period T_p (full line) and mean period $T_{m,02}$ (dashed); (f) offshore peak direction D_p (full line) and mean direction D_m (dashed). Offshore wave data are measured by the Donostia directional buoy, located 30 km off the bay at (-2.0126°E, 43.56°N). Shaded areas: periods of interest.

4. Numerical modeling

4.1. Flow model

The site studied here is expected to combine significant effects of waves, due to the partial exposition of the area to the energetic wave climate, and remarkable vertical structures related to river plumes in neighboring sheltered areas. A 3-D wave-current model is thus required to study the bay dynamics, including a representation of the vertical shear of wave momentum and forcing as well as wave-induced vertical mixing. The present work is based on the code MOHID [Martins et al., 2001; Braunschweig et al., 2004], a 3-D baroclinic, incompressible (Boussinesq), hydrostatic, free-surface ocean model. It uses a finite volume approach to discretize governing equations in a structured C-grid and a semi-implicit (ADI) temporal algorithm. Equations are numerically solved by the model in the cartesian domain with a procedure equivalent to a generic vertical coordinate [Martins et al., 2001]. Detailed description of the code implementation can be found in Montero [1999] and Martins et al. [2001]. The MOHID model has been successfully used in complex ocean and coastal applications [Martins et al., 2001; Coelho et al., 2002; Leitão et al., 2005; Malhadas et al., 2009] and compared well with several state-of-the-art ocean models in the Bay of Biscay [Riflet et al., 2010]. The model used in the present study, further referred to as "MOHID-GLM", is a new MOHID version modified to allow a full 3-D modeling of the mean flow under the effects

of waves, with all other elements retained from the original MOHID code. The new code version solves the asymptotic formulation of the GLM wave-current equations for the quasi-Eulerian momentum, as proposed by Arduin et al. [2008b] and further adapted by Bennis et al. [2011]. A brief synopsis of the 3-D flow model is given below, with emphasis on some specificities of the present implementation. The reader is referred to Appendix A for a presentation of the complete set of equations, and to Delpey [2012] for a detailed description of MOHID-GLM implementation.

The quasi-Eulerian velocity field, noted $\hat{\mathbf{u}} = (\hat{u}_1, \hat{u}_2, \hat{w})$, is defined as [Jenkins, 1989]

$$(\hat{u}_1, \hat{u}_2, \hat{w}) = (\bar{u}_1^L, \bar{u}_2^L, \bar{w}^L) - (u_1^S, u_2^S, w^S), \quad (1)$$

where $\bar{\mathbf{u}}^L = (\bar{u}_1^L, \bar{u}_2^L, \bar{w}^L)$ is the Lagrangian mean velocity field and $\mathbf{u}^S = (u_1^S, u_2^S, w^S)$ is the Stokes drift velocity field. The vertical coordinate change used by Arduin et al. [2008b] corrects the vertical coordinate for the Lagrangian vertical displacement, so that $\hat{\mathbf{u}}$ and $\bar{\mathbf{u}}^L$ are non-divergent. Mass and momentum conservation equations implemented in MOHID-GLM are given in a flux-divergence form (equations (A1) and (A2) in Appendix A). This form is equivalent to equations (12)-(13) in Bennis et al. [2011] because \mathbf{u}^S is non-divergent [Arduin et al., 2008b]. Here the momentum equation is implemented using the cartesian z -coordinate, as numerical resolution is achieved by MOHID in the cartesian space [Martins et al., 2001]. However the model is not restricted to this vertical discretization, which can be for example terrain-following.

Density evolution is computed from S and T through a state relationship. If C denotes S or T , its evolution is given by

$$\begin{aligned} \frac{\partial C}{\partial t} + \frac{\partial [(u_\alpha + u_\alpha^S)C]}{\partial x_\alpha} + \frac{\partial [(\hat{w} + w^S)C]}{\partial z} \\ = \frac{\partial}{\partial x_\alpha} \left(K_H \frac{\partial C}{\partial x_\alpha} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(K_V \frac{\partial C}{\partial z} \right) + S_C, \end{aligned} \quad (2)$$

where t is the time; $\{x_\alpha, \alpha \in [1, 2]\}$ are the horizontal space coordinates and z is the vertical coordinate; K_H, K_V are the horizontal and vertical eddy diffusivities respectively; S_C is the source term associated with the tracer C ; and the summation convention for repeated indices is used.

Boundary conditions are also modified according to Bennis et al. [2011] to account for different effects of waves on the quasi-Eulerian flow. Here the flux of momentum from wave breaking [Arduin et al., 2009, 2010] is introduced in the equations through the dynamic surface boundary condition (equation (A9) in Appendix A). The total momentum flux from the atmosphere to the ocean (wind stress) is computed from the local wind speed using a quadratic friction law, as proposed by Large and Pond [1981]. Moreover, at the bottom, the combined wave and current stress τ_b is implemented according to Soulsby et al. [1995]:

$$\tau_{b,\alpha} = \tau_{c,\alpha} \left[1 + 1.2 \left(\frac{|\tau_w|}{|\tau_c| + |\tau_w|} \right)^{3.2} \right] \text{ at } z = -h(x_1, x_2), \quad (3)$$

where the mean-current bottom stress τ_c and the wave-induced bottom stress τ_w are given respectively by

$$\tau_c = \rho_0 C_D \|\hat{\mathbf{u}}\| \hat{\mathbf{u}} \quad \text{and} \quad \tau_w = \frac{1}{2} \rho_0 f_w \|\mathbf{u}'\| \mathbf{u}', \quad (4)$$

with C_D a Chezy-type bottom drag coefficient; f_w a wave bottom friction factor; and \mathbf{u}' the wave orbital velocity. In

(4) both $\hat{\mathbf{u}}$ and \mathbf{u}' are evaluated at the top of the bottom boundary layer (which is not resolved here). The coefficients C_D and f_w are parameterized from a bottom hydraulic roughness length $z_{0,b}$ (equations (A12) and (A13) in Appendix A). It appeared that the specification of $z_{0,b}$ is critical to the determination of wave-induced currents in the surf zone. This parameter is spatialized in order to account for the variable nature of the bottom in the studied site, from relatively smooth sandy areas to very rough rocky areas. This issue will be further discussed in section 5.2.

The horizontal eddy viscosity K_H is prescribed by the Smagorinsky [1963] model as a function of mesh steps and horizontal velocity gradients. The Smagorinsky coefficient C_S and the background viscosity $K_{H,0}$ were tuned to give the best agreement of model results with field data. For the specification of K_V , a $\mathcal{K} - \epsilon$ model [Rodi, 1980] is used, with parameterization from Canuto *et al.* [2001] (equations (A16) and (A17) in Appendix A). Moreover, to account for the wave-enhanced vertical mixing at the surface [Terray *et al.*, 1996; Raschle and Ardhuin, 2009], a wave-induced surface TKE flux F_{oc} is introduced in the surface boundary conditions for the TKE and for ϵ , as adapted from Craig and Banner [1994] by Burchard [2001]. Here the TKE flux F_{oc} is prescribed according to Ardhuin *et al.* [2010]. Wave breaking also involves an enhanced value of the surface roughness length $z_{0,s}$, which shall be of the order of the breaking wave height [Craig and Banner, 1994]. Terray *et al.* [1996, 2000] suggested that $z_{0,s}$ is proportionnal to the total significant wave height H_S :

$$z_{0,s} = \alpha_0 H_S, \quad (5)$$

with α_0 a constant. More recently Raschle *et al.* [2008] suggested that in deep water H_S should be replaced by the significant wave height of the wind sea only. Terray *et al.* [2000] proposed the value $\alpha_0 = 1.6$, also adopted by Raschle *et al.* [2008], whereas the smaller value $\alpha_0 = 0.6$ is used by Soloviev and Lukas [2003]. In the present application, the studied bay shows areas exposed to incident waves and areas sheltered by breakwaters. The main exposed area corresponds to the surf zone in the northeast of the bay, where the whole wave spectrum (including swell) can be affected by depth-induced breaking. The rest of the domain is mostly sheltered by the breakwaters, so that the sea state generally consists in a small wind sea which is generated locally. In this sheltered areas, the total H_S is thus also representative of the wave spectrum part which is affected by breaking (whitcapping). As a consequence, in the present application $z_{0,s}$ is considered proportionnal to the total H_S , because it generally provides the scale of breaking waves in the studied bay. The values of α_0 has been tuned in the interval [0.5, 2] to give the best fit between model and observations.

4.2. Spectral wave model

The code WAVEWATCHIII® (WWIII) version 4.04 [Tolman, 2008, 2009; Ardhuin *et al.*, 2010] is used to compute the wave field transformation from the offshore Donostia buoy up to the studied bay. The wave model WWIII solves the spectral balance equation for the wave action density N , with source terms S_{in} , S_{nl} and S_{ds} for wind input, nonlinear 4-waves interactions and whitcapping dissipation respectively, and additional source terms S_{bot} and S_{db} respectively for bottom friction in shallow water and depth-induced breaking in very shallow water. Triad interactions and bottom scattering effects are not taken into account. The wind-wave generation and dissipation are parameterized according to Bidlot *et al.* [2005]. Nonlinear 4-waves interactions are modeled using the Discrete Interaction Approximation (DIA) as proposed by Hasselmann *et al.* [1985]. In shallow water, wave energy dissipations by bottom friction and depth-induced breaking become very important.

Parameterization of the source term S_{bot} uses the linear JONSWAP formulation [Hasselmann *et al.*, 1973], given by

$$S_{bot}(\mathbf{k}) = -\Gamma \frac{(2\pi f)^2}{g^2 \sinh^2(kD)} N(\mathbf{k}), \quad (6)$$

where \mathbf{k} is the wave number vector, f is the frequency, g is the gravity acceleration, D is the water column height and Γ is a constant friction coefficient. Depth-induced breaking dissipation is parameterized according to Battjes and Janssen [1978]. Wave heights are limited by the threshold height $H_{max} = \gamma D$, with a constant breaker parameter γ . The source term S_{db} is given by

$$S_{db}(\mathbf{k}) = 0.25 Q_b f_m \frac{H_{max}^2}{E_{tot}} E(\mathbf{k}), \quad (7)$$

where Q_b is the breaking probability of the random sea state, f_m is the mean frequency, E is the wave energy density spectrum and $E_{tot} = \int_{\mathbf{k}} E(\mathbf{k}) d\mathbf{k}$. The choice of values for Γ and γ is of great importance when modeling the wave field evolution in very shallow water, like in the studied bay. These two parameters were tuned to give the best fit of the model with field data, as further discussed in paragraph 5.1.

Wave spectra are discretized over 25 frequencies exponentially spaced from 0.041 Hz to 0.41 Hz so that two successive frequencies f_i and f_{i+1} are related by $f_{i+1} = 1.1f_i$, and 36 directions with a constant 10° directional resolution. Wave related terms required by the flow model are computed by WWIII from the wave field. They are stored every 30 min and then transmitted to the flow code. The current retroaction on waves is not taken into account in this study.

4.3. Computational grids and model inputs

Offshore wave conditions are obtained from the hourly directional spectra measured by the Donostia buoy, located 30 km off the bay at (-2.0126°E, 43.56°N). Propagation of observed directional spectra is first computed on a regular grid (G1) with size 205 by 142 and mesh steps 200 m, from the buoy to the vicinity of the bay at approximately 20 m mean depth. Waves and current are then computed on two nested levels with refined grids (G2 and G3), from 20 m mean depth to the shoreline inside the bay.

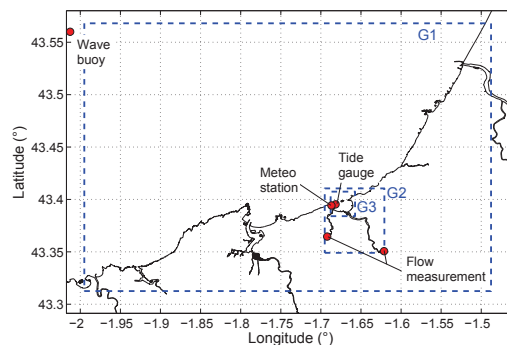


Figure 4. Computational domains (blue) and input data locations (red points).

The second level G2 aims at providing river inflows forcing for the level G3. The flow of each river is prescribed from *in situ* measurements at an upstream location, where the influence of tidal oscillations on the flow is negligible.

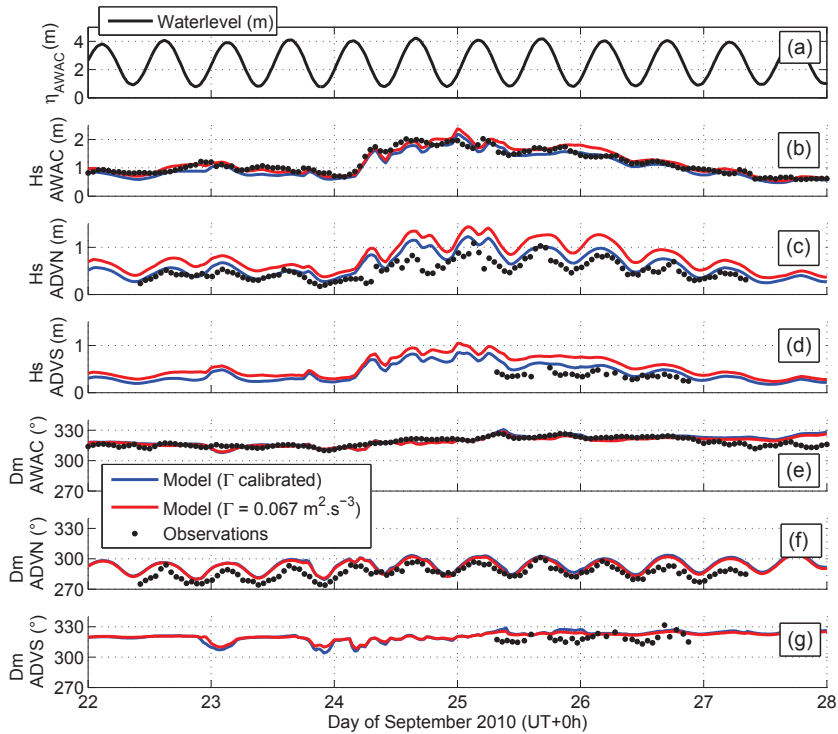


Figure 5. Timeseries of (a) water level measured by the AWAC. Observed and modeled wave heights H_s (b) at the AWAC location, (c) at the ADVN location and (d) at the ADVS location. Observed and modeled mean direction D_m (e) at the AWAC location, (f) at the ADVN location and (g) at the ADVS location. Modeled results are shown for two different bottom friction coefficients: the calibrated value (blue) and the default value $\Gamma = 0.067 m^2 \cdot s^{-3}$ (red).

The flow is then computed along the tidal river section up to the bay in level G2. Modeled section is approximately 6 km long for the main river and 3.5 km long for the other river. To allow a realistic modeling of these very narrow sections with a limited grid size, a variable mesh step is adopted in G2-grid, from 100 m steps offshore to 20 m steps over the rivers upstream section. The total number of grid points is 208 by 155. Surface elevations at the offshore boundary are prescribed from the 10 min measurements of the Socoa tide gauge (see Figure 4). The last level G3 covers the bay area with 20 m regular mesh steps. Grid size is 123 by 130 cells, with an offshore boundary located 1 km off the bay inlets. The solution of level G2 is transmitted at open boundaries of level G3, in particular flow properties at river outlets. The three grids are forced by a homogeneous wind field, given by the hourly measurement of the Socoa meteorological station (see Figure 4).

Bathymetry of level G1 was derived from data provided by the SHOM. For levels G2 and G3, a compilation of bathymetric and topographic surveys data was provided as part of the LOREA project. Horizontal resolution of these data ranges from 1 m (in the deeper parts of the domain) to approximately 20 m (in most of the shallow areas like the rocky platform, the intertidal domain, river sections). Mesh steps of G3-grid were not decreased under 20 m to be consistent with the available bathymetric data set as well as for computational time limitation. In levels G2 and G3, the flow

model vertical discretization uses 10 sigma levels, with finer resolution close from the surface and at the bottom.

5. Results

5.1. Wave transformation

Wave transformation inside the bay is examined during the time interval from September 22 to 28, when the four bottom mounted sensors were deployed (Table 1). Figure 5 shows observed and simulated timeseries of significant wave height H_s and mean direction D_m at the AWAC, ADVN and ADVS locations. Measurements from the AWAC allow to identify two different wave events, for which frequency spectra are plotted in Figure 6: (1) low energy waves from September 22 to 24 with $H_s \sim 1$ m, $T_p \sim 10$ s, $D_m \sim 315^\circ$ and (2) a more energetic sea state with maximum $H_s \sim 2$ m and mean direction $D_m \sim 325^\circ$ from September 24 to 28, which consisted in a very long swell with $T_p \sim 20$ s superimposed to a shorter wave system with $T_p \sim 7$ s.

Inside the bay, a strong decrease of wave energy is observed (ADVN,S), related to important modifications of waves when propagating in the shallow eastern part of the bay. Firstly waves are refracted over the S-N oriented isobaths of the rocky platform. It causes wave direction to shift

from incident values between 310° and 330° (AWAC) to directions ranging from 275° to 300° on the ADVN (Figure 5). Secondly wave energy is dissipated over the rocky platform, due to depth-induced breaking and bottom friction. The ADVN timeseries also suggests that wave transformation over the platform is strongly modulated by the water level. Measured H_s at the ADVN location are approximately two times higher at high tide than at low tide. The direction shift due to refraction appears larger at low tide by 10° to 20° .

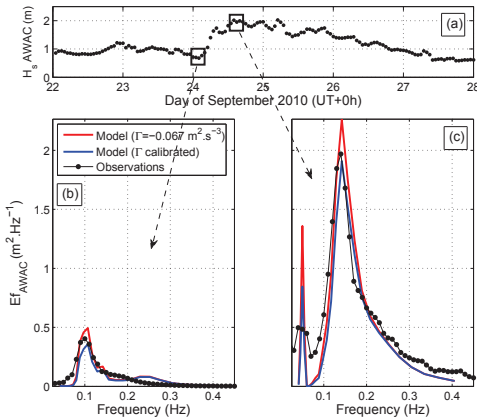


Figure 6. (a) Observed H_s timeserie on the AWAC. Black squares indicate the time intervals corresponding to the plotted frequency spectra. (b) and (c) 3 h-averaged frequency spectra on the AWAC based on observations (black), model with calibrated friction coefficients (blue) and model with the default friction coefficient (red).

Best agreement of modeled results with field data was obtained with a breaking parameter $\gamma = 0.55$ and friction coefficients $\Gamma = 0.3 \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-3}$ in the model domain G1 and $\Gamma = 0.5 \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-3}$ in the other domains. The selected friction coefficients are one order of magnitude greater than more common values prescribed over sand beds by *Hasselmann et al.* [1973] for swells ($\Gamma = 0.038 \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-3}$) or *Bouws and Komen* [1983] for wind seas ($\Gamma = 0.067 \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-3}$). In the present application, the modeled wave transformation from the offshore buoy to the bay inlets appeared to underestimate dissipation when using a low Γ value. This is illustrated in Figure 6-(c) during the second wave event. The increased bottom friction allows a 5% reduction of the RMS error between observed and modeled peak periods T_p at the AWAC location over the examined time interval. Inside the bay, in extremely shallow water, the lower frictional dissipation clearly results in a strong overestimation of wave energy at ADVN and ADVS locations (Figure 5). The higher Γ value allows a remarkable reduction of the RMS error on the wave height H_s by 31% for the ADVN over the examined time interval.

Because of the site complexity involving combined refraction, wave breaking and frictional dissipation, it is difficult to confirm the role of bottom friction in the present application. However, the suggested high friction level can be related to the very rough nature of the seabed in the studied area. Off the bay, it is rocky or mixed gravel/pebble [see *Augris et al.*, 1999] and thus related to a high roughness. Inside the bay, the rocky platform exhibits a very uneven and rough surface, with large roughness elements often reaching more than 0.3 m high, as illustrated by Figure 2. The

importance of frictional dissipation in wave transformation has been studied by several authors in the case of shallow areas with very rough bottoms, in particular coral reefs [e.g., *Lowe et al.*, 2005; *Filipot and Cheung*, 2012]. Values of Γ adopted in the present work also correspond to the order of magnitude used by *Cialone and Smith* [2007] to model wave transformation over an hawaiian reef area.

Results obtained with calibrated parameters compare well with field data during the 6 days interval examined here. Modeled propagation from the offshore buoy allows a good reproduction of wave heights measured at the bay entrance and a reasonable reproduction of observed spectra (AWAC), for both low- and high-energy conditions. Subsequent wave transformation in the east part of the bay gives a fair agreement with field data (ADVN,S). The RMS errors between observed and modeled H_s are 16 cm for the AWAC, 20 cm for the ADVN and 16 cm for the ADVS. The higher error level at the ADVN location could be related to the limited spatial resolution of input bathymetric data over the rocky platform. The use of constant parameters γ and Γ may also be a limitation of the present application. Eventually, modifications of the wave field by the current might be another contribution to waves transformation, which is not taken into account here. However the obtained wave model accuracy is expected to be sufficient to further investigate the effect of waves on the bay circulation.

5.2. Wave-induced circulation in the bay

The bay circulation is now examined during the time interval from September 22 to 28, 2010. Figures 7 and 8 show the timeseries of observed and modeled quasi-Eulerian current at the ADVN, the ADVS and the AWAC locations. For the ADVN and ADVS, model results are extracted at each time from the σ -layer corresponding to the sensor depth. For the AWAC (profiler), modeled velocities are plotted at depth $\sigma = 0.7$, $\sigma = 0.4$ and $\sigma = 0.1$, together with the observed velocities averaged within each of these σ -layers. The plotted AWAC-velocities correspond to the flow component orthogonal to the eastern inlet axis, i.e. along a direction tilted of -10° relative to the S-N direction. To investigate the role of waves in the circulation, another simulation is performed with wave forcing switched off and obtained velocities are also plotted on Figures 7 and 8.

5.2.1. Field data

We first examine current timeseries measured by the ADVN and ADVS. During the high-energy wave event, significant peaks of current intensity were observed close from the rocky platform at the ADVN location (Figure 7-(b)-(c)). Maximum velocity values measured by the ADVN (approximately 1 m above the bottom) are of the order of $0.15 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ from September 24 to 26, whereas it is much lower during the rest of the examined time interval, around $0.01 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$. The current peaks were southeast-oriented and were observed during short time intervals around low tides, typically less than 1 h-long. The current measured by the ADVS appears slightly stronger than at ADVN location during the low-energy wave event ($\sim 0.05 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$). The observed current modulation is related to tidal oscillations (Figure 7-(d)), with eastward current during flood tide and opposite orientation during ebb tide. However, if maximum flood/ebb velocities are comparable when waves energy is low, it is not the case during the high-energy wave event. An increase is observed in the westward current on September 24, reaching $0.2 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ whereas its eastward counterpart remained more than two times lower. Both westward current peaks measured by the ADVS on September 24 coincide remarkably with the southeastward peaks measured by the ADVN, at

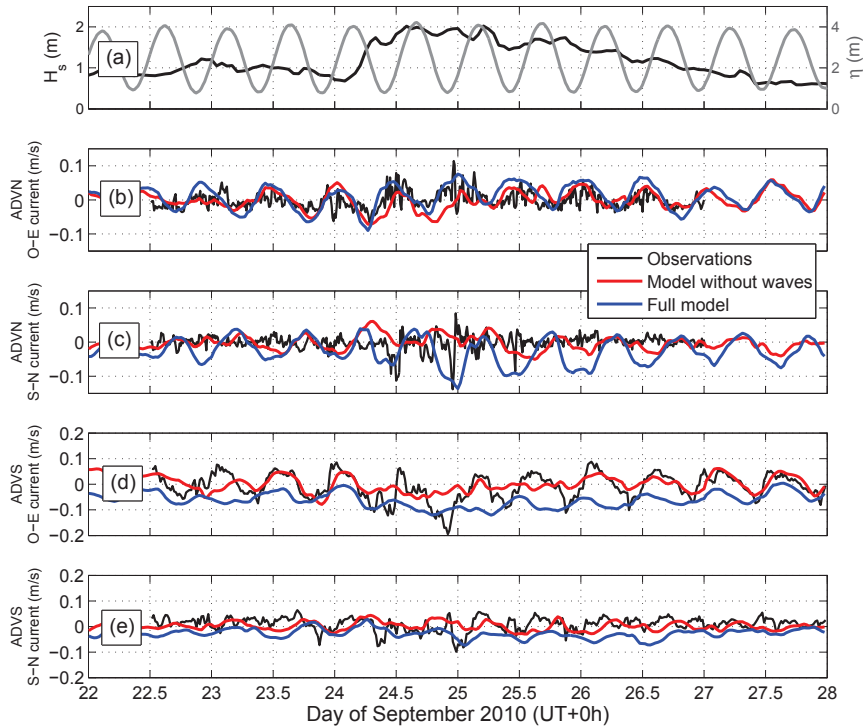


Figure 7. Timeseries of (a) wave height H_S (black) and water level $\bar{\eta}$ (gray) measured by the AWAC. Observed (black line) and modeled (colored lines) timeseries of the quasi-Eulerian current (b,c) at the ADVN location and (d,e) at the ADVS location. Modeled results are given with (blue) and without (red) taking wave forcing into account in the computation.

10:00 and 22:00 low tides.

The correlation between the occurrence of the mentioned currents on ADVN,S and the increase in incident wave heights suggests a significant role of waves in the observed patterns. Due to the angle between waves direction and the orientation of the rocky platform isobaths (Figures 1 and 5), wave breaking over the platform must generate a longshore current with south to southeastward direction. The current peaks observed at the ADVN location might be related to this wave-induced longshore current under energetic conditions. The existence of such a current is qualitatively confirmed by the drifters experiment performed in the bay in conditions very similar to September 23. Two drifters were released at low-tide slack water in the vicinity of the surf zone. Figure 9 shows the drifters trajectories and velocities estimated along each trajectory. One of the drifters penetrated the surf zone after approximately 30 min and recorded a clear southeastward acceleration, with a maximum velocity of $0.4 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$. In the encountered low-energy wave conditions, the drifter rapidly left the confined surf zone area and then its velocity decreased very fast before it reached the ADVN location. This is consistent with the insignificant velocities recorded by the ADVN in similar conditions. We can thus think that with higher-energy incident waves and for a specific water level, the wave-induced longshore current may affect the circulation outside the surf zone up to the ADVN location, resulting in the observed southeastward current. In the southeast part of the bay, the direction of

the wave-induced mass flux changes due to the shoreline. It results in a westward current on the ADVS, with intensity modulated by the water level.

Now examining field data in the bay eastern inlet (Figure 8), velocities measured by the AWAC look clearly tide-dominated. The velocity profile generally exhibits a small vertical shear, with higher velocities measured in the upper layer (Figure 8-(a)). From September 22 to 24, tidal currents are asymmetric, with maximum flood velocities about two times higher than during ebb tide in the upper layer. Such kind of tidal asymmetry are often reported in shallow areas like estuaries [e.g., *Hoitink, 2003; Brown and Davies, 2010*]. On September 24, a significant decrease in flood velocity is observed, so that ebb velocities became dominant during the two tide cycles on September 25, reversing the previous asymmetry. Afterwards, flood velocities became stronger again and at the end of the timeseries, the asymmetry is again flood-dominated.

5.2.2. Model to data comparison

The flow model parameters were adjusted to give the best fit with field data. For horizontal mixing, selected values are $C_S = 0.2$ and $K_{H,0} = 0.5 \text{ m}^2\cdot\text{s}^{-1}$. For the surface roughness length, best fit was obtained with $\alpha_0 = 0.6$. Finally it was found that the computed surf zone currents are extremely sensitive to the choice of the bottom hydraulic roughness length $z_{0,b}$. To account for the contrast between the rough rocky platform and smoother sandy areas, $z_{0,b}$ has been

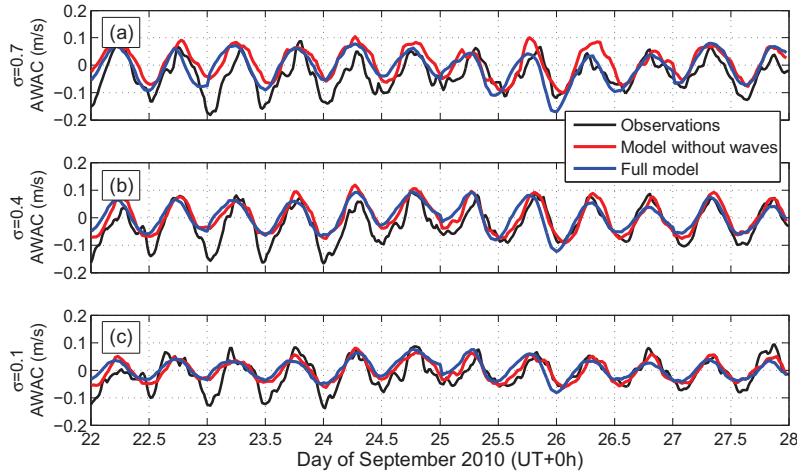


Figure 8. Timeseries of observed (black line) and modeled (colored lines) quasi-Eulerian current at the AWAC location at depth (a) $\sigma = 0.7$, (b) $\sigma = 0.4$ and (c) $\sigma = 0.1$. The plotted velocity component is orthogonal to the eastern inlet axis, counted positively when leaving the bay. Modeled results are given with (blue) and without (red) taking wave forcing into account in the computation.

spatialized. Best agreement with field data was obtained for minimum value $z_{0,b} = 0.01$ m in sandy areas and values ranging from $z_{0,b} = 0.25$ m to 0.5 m over the rocky platform. The selected maximum value of $z_{0,b}$ is very large compared to more often cited values for smooth sandy bottoms, which are usually of the order of 0.001 m to 0.01 m [e.g., *Weir et al.*, 2011]. Frictional dissipation over rocky seabeds has been less studied [*Nunes and Pawlak*, 2008]. In the present configuration, the high $z_{0,b}$ values obtained from the model calibration are thought to be qualitatively consistent with the unusually large roughness elements of the rocky platform. Results of the wave-current model plotted in Figure 7 (blue lines) show that the model can produce southeastward current peaks at the ADVN location with increasing wave heights. The peaks intensity and orientation are consistent with field data during the time interval with the highest-energy waves, although the computed peaks spread more in time. From September 26 to 28 with decreasing wave heights, the wave-induced current is overestimated by the model. This may be related to a less accurate representation of wave transformation in the shallower part of the platform, due to the limited bathymetric data in this area and the related limited horizontal resolution of the model. However, the southeastward current is clearly not obtained from the simulation with wave forcing switched off (red lines in Figure 7), what is consistent with the wave-induced nature of the current. On September 24, computation without wave forcing results in a opposite tidal current during ebb tide, with northward orientation at the ADVN location.

At the ADVS location, results of the wave-current model show an increase in the westward current. Maximum velocities during the high-energy wave event are slightly lower than in field data ($\sim 0.1 \text{ m.s}^{-1}$ on September 24, 23:00). This current is not obtained from the simulation without wave forcing, what suggests that it is wave-induced. From September 25 to 27 the computed current is consistent with the observed westward peaks, which decrease gradually in intensity. The light tidal modulation of the modeled current is underestimated as long as incident wave heights are greater than approximately 1 m. This bias might be re-

lated to the overestimation of the surf zone current mentioned above. Another contribution could also come from the vertical diffusion of momentum outside the surf zone, as measurements are performed close from the bottom at 6 m depth.

At the AWAC location, the tidal oscillation of the flow is reasonably reproduced, in particular during the second half of the timeseries. A vertical shear of the current profile is also obtained from the computation. On September 23 and

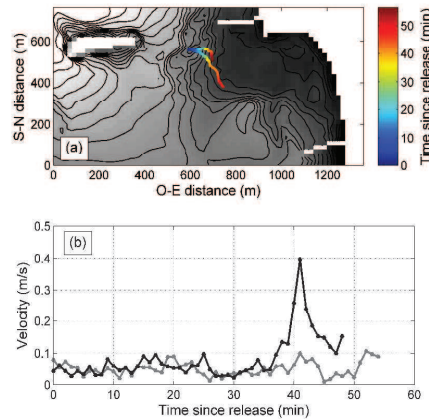


Figure 9. (a) Trajectories of the two surface drifters released in the vicinity of the surf zone at low tide, with the colorscale indicating the time after the release. Representation is centered on the northeastern part of the bay. Grayscale indicates the bathymetry, with isobaths plotted in black every 1 m. (b) Velocity estimated along the trajectories. Northern trajectory is in gray, southern trajectory is in black. Velocity computation is based on 60 s-averaged drifter locations.

24, flood velocities are underestimated by the model, resulting in a reduced tidal asymmetry. However, the decrease in flood velocities observed on September 24 is obtained in the simulation, as well as the following increase during the last part of the timeseries. Velocities computed with and without wave forcing show occasional differences, especially for the highest incident wave heights. This is due to the intense surf zone longshore current, which affects the circulation up

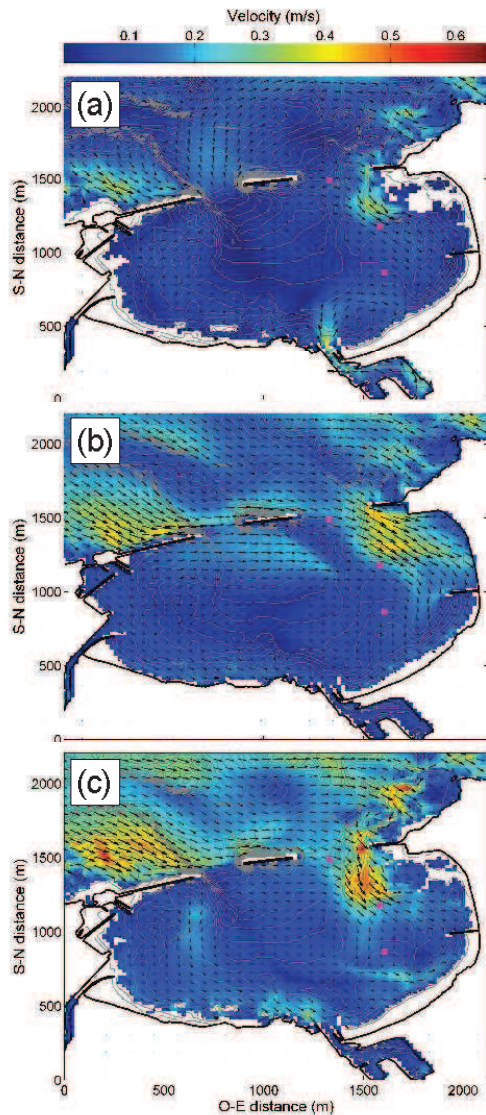


Figure 10. Vectors of modeled surface Lagrangian mean velocity on (a) 23-Sep-2010 at 09:00 (low tide) and on 24-Sep-2010 at (b) 16:00 (high tide) and (c) 23:00 (low tide). The colorscale indicates the velocity modulus. Isobaths are superimposed in gray every 1 m. Locations of the three examined bottom-mounted sensors are indicated by purple squares.

to the middle of the eastern inlet on September 25 and 26. Finally, Figure 10 shows the surface Lagrangian mean velocity field computed by the model at different time instants. Figure 10-(a) corresponds to the environmental conditions of the drifter experiment. In the surf zone, the computed location and intensity ($\approx 0.35 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$) of the total wave-induced current in the surface layer are quite consistent with the drifter data (Figure 9).

5.2.3. Modeled flow pattern

Surface velocity fields in Figure 10-(b) and -(c) illustrate the longshore current dependence on the mean water level. For a given incident wave height and direction, a decrease in the mean water level results in a displacement of the maximum wave dissipation by breaking toward the southwestern deeper part of the platform. As a consequence the location of the induced longshore current also moves southwestward. Conversely, an increase in the mean water level induces a displacement of the longshore current location toward the northeastern shallower part of the platform. It results in a strong tidal modulation of the current that can be measured by a fixed sensor deployed in the area, like ADVN. Similarly, for a given water level the location of the longshore current also moves southwestward when incident wave heights increase, as wave breaking occurs in the deeper western part of the platform. With low-energy incident waves (September 22 to 24), the longshore current is present in the model but it is not sufficiently west-located to modify the current at the ADVN location, even at low tide (Figure 10-(a)). With high-energy waves, Figure 10-(b) shows that maximum velocities are located in the northeastern part of the platform at high tide, so that it is still hardly measured by the ADVN. On the other hand at low tide in Figure 10-(c), the lower water level causes the current location to shift toward the southwest, so that it induces a remarkable modification of the current measured by the ADVN.

Due to the high level of vertical mixing induced by wave breaking, the computed longshore current is vertically homogeneous inside the surf zone, as often reported [Haas and Svendsen, 2002; Reniers et al., 2009]. At the ADVN location and more generally southward of the platform, the bottom deepens so that waves do not break anymore. A vertical shear of the current is produced by the model in this

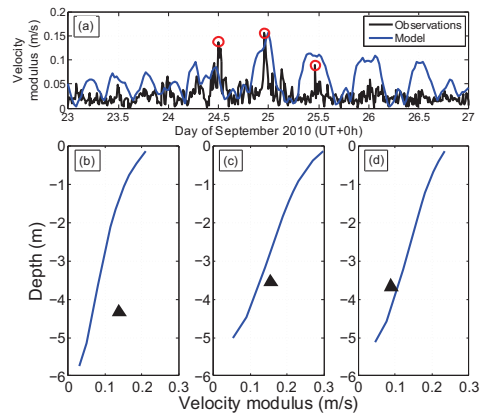


Figure 11. Vertical structure of the modeled wave-induced current at the ADVN location. (a) Timeseries of observed quasi-Eulerian velocity modulus (black) and indication of the 3 examined current peaks (red circles). (b), (c), (d) Modeled velocity modulus profiles for the 3 current peaks (blue) and ADVN measurement (black triangle). Depth are relative to the free surface.

area, as illustrated by the vertical current profiles shown in Figure 11 at the ADVN location. Observed velocities are also plotted at the sensor depth. The evolution of surf zone currents into surface currents outside the breakers has been previously shown for rip currents [Haas and Svendsen, 2002; Haas and Warner, 2009; Reniers et al., 2009]. Although no observation is available to validate this modeled profile shape in the present application, it might be an interesting issue for further investigations. This feature may be particularly relevant for river plume dispersion, as freshwater concentrates in the surface layer. However, it should be noted that the generation of a strong vertical shear of the quasi-Eulerian current goes against the theoretical limit under which the equations of motion have been derived, namely $\partial \bar{u} / \partial z \ll 2\pi f$, where f is the wave frequency. Effects of this approximation should be investigated in further work.

5.3. River plume dynamics

5.3.1. Field data and model results

Freshwater dynamics in the bay is now investigated. Model results are compared to field data on September 10, 2010, when S/T profile measurements are available in the bay (Table 1). The September 10 corresponds to calm conditions, with light wind (modulus around 3 m/s) and low-energy incident waves with day-averaged $(H_s, T_p, D_p) = (0.96 \text{ m}, 9.1 \text{ s}, 317^\circ)$ measured by the AWAC. Tidal range was very large, about 4.40 m with low tide at 10:20 (UT+0h). It can be noted that these environmental conditions are quite close from those encountered during the low-energy wave event from September 22 to 24 (Figures 3 and 5), except for the higher tidal range.

Observed and modeled salinity profiles are plotted in Figure 12 at locations P2 to P7 (Figure 1) for the 6 realized 2 h-long rotations R1 to R6. The first rotation R1 began at

07:00 (UT+0h), so that low tide occurred during R2. The presence of the river plumes results in a thin surface layer with lower salinity and typical depth between 1 m and 2 m. This surface layer is observed at all the examined points. The shape of the salinity profile exhibits a significant space-time variability, related to freshwater dispersion and mixing under the effect of the circulation. For example at point P2, the watercolumn is homogeneous at ebb tide (R1); a well-mixed surface layer is observed around low tide (R3), with a sharp gradient at the base of the mixed layer; and at the end of flood tide (R6), the surface layer is stratified with a smooth transition to higher salinities.

The wave-current model produces a lower salinity layer at the surface, with a reasonable profile fit at eastern locations (P2 to P5). Modeled profile shapes at these locations are consistent with observations, reproducing the transition from low (R1) to high (R2,R3) vertical salinity gradients at low tide, and then the following reduction of the stratification during flood tide. The model gives less accurate results at the western point P6 and P7. This may be partially related to the representation of the western river, which is very narrow and shallow with an intertidal section that is hardly reproduced by the model (see Figure 10-(a) and -(c)). Around low tide, the model tends to underestimate salinities in the lower layer and overestimate salinities in the surface layer, in particular at locations P2 to P4. This seems to be related to an overestimated vertical mixing in this area, which contributes to smooth the vertical salinity gradient. Another contribution could also come from the overestimated westward current mentioned at the ADVS location. Despite these remaining discrepancies, a significant part of the salinity variability is captured by the model. In particular, the 3-D wave-current approach allows a representation of the effects of waves on salinity profiles during the tide-cycle.

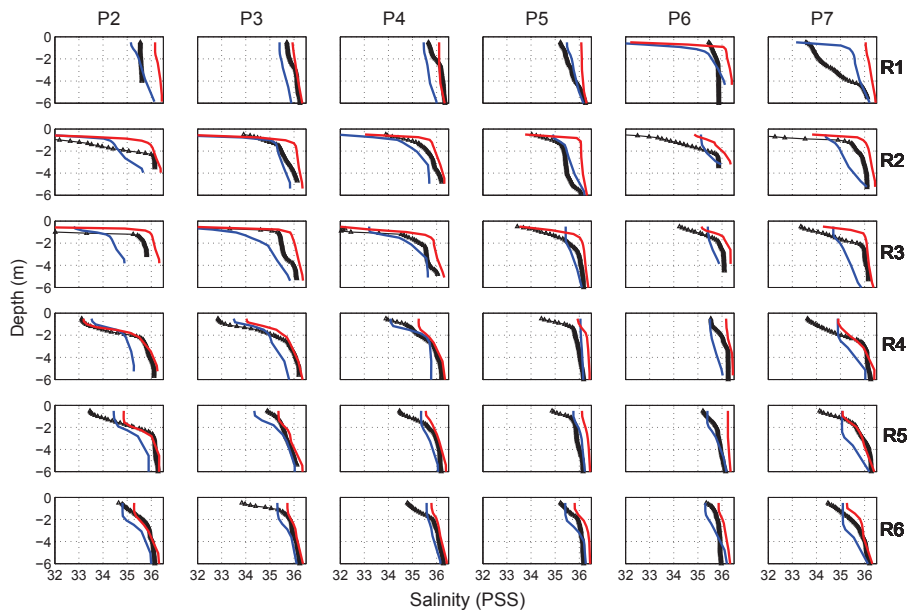


Figure 12. Observed (black) and modeled (colored) salinity profiles on 10-Sep-2010 at points P2 to P7 for rotations R1 to R6. Profiles are plotted from the free surface to 6 m-depth, with depth relative to the surface. Model results are plotted with (blue) and without (red) taking wave forcing into account.

5.3.2. Effects of waves on river plumes

Comparison of model results with and without wave forcing shows an important effect of waves on the salinity field even with the small incident wave heights encountered. The wave-current simulation gives overall lower salinity values (e.g., P2-R1 or P6-R5). Close from the main river mouth at P2 and P3, the vertical stratification is generally lower with waves (e.g., P2-R4). Nevertheless this tendency is not observed at all points. At other locations the opposite configuration can occur, with stronger stratification obtained from the wave-current simulation (e.g., P4-R4).

The wave forcing improves the fit with field data at several points and time instants (e.g., P2-R1, P5-R1, P6-R5), although best agreement can also be found without waves (e.g., P2-R4, P5-R3). It is probable that with higher-energy incident waves, clearer differences would be obtained. However, the wave-current simulation can already draw some interesting wave-induced features related to the river plumes. Figure 13 shows the modeled surface salinity fields with superimposed Lagrangian mean velocity vectors. Representation is given at low tide (a) without and (b) with wave forcing. The wave-induced longshore current in the northeast (Figure 13-(b)) tends to advect salt water into the eastern part of the bay and to push freshwaters westward. It results in an accumulation of freshwater in the central part of the area and in lower surface salinities in the western part. The longshore current is clearly not to be found when wave forcing is not taken into account (Figure 13-(a)). This allows a northward and eastward spreading of the main river plume. A significant modification of freshwater distribution is thus obtained due to the asymmetric forcing of the longshore current on the bay circulation. Also, the vertical mixing over the rocky platform is much higher with waves, due to the TKE surface flux induced by wave breaking. It contributes to increase the surface salinities in the northeastern area by mixing the surface freshwater with the underlying ocean water.

Without waves a remarkable freshwater outflow occurs through the eastern inlet, what is not the case when wave forcing is taken into account. This suggests that the wave-induced circulation could also affect freshwater exchanges between the bay and the inner shelf by impacting the inlet dynamics. This feature will now be investigated.

5.3.3. Freshwater balance under the effect of waves

In the context of contamination processes related to river outflows, it is interesting to investigate how different forcings, here tides, winds and waves, affect the ability of the bay to evacuate freshwaters. The salinity is used to establish the balance of river waters inside the bay during the time interval from September 22 to 28, based on the wave-current model. This interval corresponds to a river flood event occurring under high-energy wave conditions. The total salt quantity in the bay $Q_{s_{tot}}$ can be obtained by mixing a volume V_s of ocean water with salinity S_s and a volume V_f of freshwater, so that $Q_{s_{tot}} = V_s S_s$. Introducing the total water volume in the bay $V_{tot} = V_s + V_f$, an equivalent freshwater volume (EFV) can be estimated by

$$V_f = V_{tot} - \frac{Q_{s_{tot}}}{S_s}. \quad (8)$$

The EFV is computed from model results based on three simulations: 1) a wave-current simulation with all forcings, 2) a model simulation with wave forcing switched off, 3) a wave-current simulation with wind forcing switched off. The EFV timeseries for the 3 simulations are plotted in Figure 14, together with timeseries of the wind speed, the incident wave height H_S and the sum of the two river flows. In Figure 14-(b), the instantaneous EFV (dashed) are superimposed to a residual EFV (full lines) estimated by applying a 24 h25 min-average sliding window. The time derivative

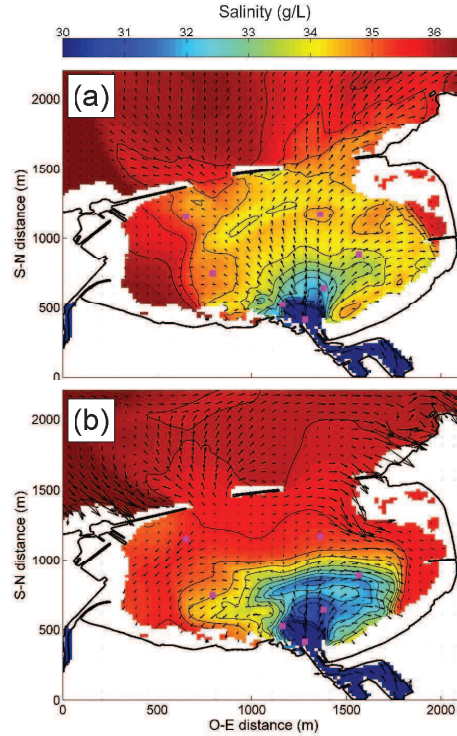


Figure 13. Fields of modeled surface salinity on September 10 at 10:00 (colorscale) and superimposed Lagrangian mean velocity vectors without (a) and with (b) wave forcing. Purple squares indicate the locations where salinity profiles were measured.

of this residual EFV is plotted in Figure 14-(c). The water flux $d(EFV)/dt$ gives the overall freshwater flow into the bay. The same flux should be obtained by summing freshwater fluxes through the two inlets and through the two river channels.

The comparison of simulations 1 and 3 shows that the wind has little effects on the freshwater balance in the bay during the examined time period, although the wind speed exceeds $10 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ on September 24. On the contrary, the comparison of simulations 1 and 2 reveals a significant effect of waves on the freshwater balance. The computed EFV is higher in simulation 1 than in simulation 2 at the end of the river flood event on September 28 (Figure 14-(b)). Following the increase in the river flow (on September 24), results of simulation 2 show a clearly correlated response of the bay to this freshwater input. An increase of the EFV is first obtained, followed by a compensating decrease starting less than 16 h after the peak of the river flood. In simulation 1, the increase in the EFV is slower but with a longer duration. The EFV decreasing phase only starts at the end of the examined time interval, i.e. more than 40 h after the peak of the river flood, when incident wave height H_S becomes lower than 1 m. Thus, compared to simulation 2, a delay of approximately 24 h is obtained for the EFV flux to become negative. At the end of the river flood event, the EFV in simulation 1 is about 40% higher than in simulation 2. The freshwater outflow on September 27 is of the order

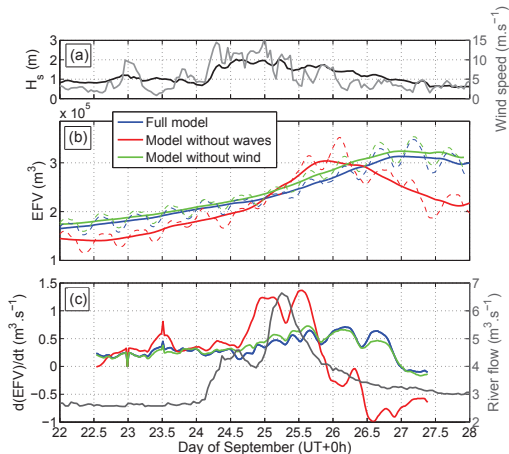


Figure 14. Timeseries of (a) the wave height H_s measured by the AWAC (black) and the wind speed (gray); (b) the instantaneous (dashed) and the residual (full line) EFV; (c) the time derivative of the residual EFV (colored) and the sum of the two river flows (gray).

of $0.1 \text{ m}^3\cdot\text{s}^{-1}$ with waves, what is still much lower than the $0.5 \text{ m}^3\cdot\text{s}^{-1}$ outflow obtained with wave forcing switched off. These results suggest that waves globally contribute to maintain freshwaters inside the bay. Although the EFV increases faster without waves at the peak of the river flood event, at the end of this event a higher volume of freshwater is retained inside the bay due to wave forcing. Waves delay the evacuation of this volume and limit the freshwater outflow until low-energy conditions are met. This feature may be partly related to the Stokes drift transport. The Stokes velocity \mathbf{u}^S is significant compared to the weak currents observed in the bay, especially for the energetic short wave system encountered ($T_p \sim 7 \text{ s}$ on Figure 6). It is a shoreward transport and it mainly affects the surface layer, where freshwater concentrates. It could thus reduce the freshwater outflow through the bay inlets. It should be noted that this consequence arises from the salinity stratification. Such an effect should not be obtained for a tracer with a uniform vertical distribution, because of the Stokes drift compensation by either the undertow or the Stokes-Coriolis transport [e.g., *Lentz and Fewings, 2012*]. Moreover, the wave-induced longshore current is also oriented toward the inner bay, in opposition with tidal-currents during ebb tide. As illustrated in Figure 13, this might reduce freshwater outflows through the eastern inlet. The combination of these two wave-induced transports could result in the obtained EFV increase and outflow reduction. Consequently the tidal flushing of the bay is reduced by waves during the examined time interval.

6. Conclusions

Field data were combined with wave-current numerical modeling to investigate the effect of tides, winds and waves on the dynamics of a small estuarine bay. A clear salinity stratification is observed in the bay, leading to a highly 3-D behaviour of river plumes. To account for this feature, the flow model resolves the vertical structure of wave momentum and forcing, as well as wave-induced vertical mixing. Both field data and numerical modeling suggest a remarkable impact of waves on the bay dynamics, larger than wind

effects during the examined time intervals. Obliquely incident waves refract and break over a rocky platform inside the bay, resulting in a longshore current. Modeled waves and current suggest a very high level of frictional dissipation over the rocky area, which seems consistent with qualitative observations of the physical roughness scale. The surf zone current is intense in comparison to the slow circulation observed in the rest of the bay. The flow model captures the longshore current in the vicinity of the surf zone in both low- and high-energy wave events. The modeled current orientation and intensity compares reasonably with field data from an ADV deployed close from the surf zone. It also gives a fair qualitative agreement with Lagrangian drifters data. A strong tidal modulation of the longshore current is obtained in both observations and model results. The modeled longshore current is depth-uniform inside the surf zone but outside the breakers, the model produces stronger velocities at the surface than near the bottom. Further investigation would be needed to validate this feature against observations. Farther from the surf zone in deeper water, an impact of the longshore current is still observed. This impact seems overestimated by the model, possibly indicating a less accurate representation of the surf zone current with higher water level. In the bay inlet, the observed tidal oscillations of the current are represented, with a consistent light vertical shear produced by the 3-D model.

Observed and modeled salinity profiles show that river plumes are associated to a thin surface layer with lower salinity. The surface layer depth and profile shape exhibit a large space-time variability, related to transport and mixing inside the bay. The 3-D model reproduces the lower salinity layer and captures a significant part of the salinity profiles evolution under the effect of waves. During the examined low-energy wave event, model results suggest that the wave-induced longshore current reduces freshwater outflow through the eastern inlet. The asymmetric wave forcing on the bay circulation results in a higher concentration of freshwater in the center and western parts of the bay. In the surf zone, the vertical mixing due to wave breaking significantly increases surface salinities. The model is further used to investigate the effect of waves on the global freshwater balance inside the bay. During a river flood event occurring with high-energy waves, it is found that waves contribute to concentrate freshwater inside the bay. At the end of the examined event, the estimated freshwater volume inside the bay is 40% higher and the freshwater outflow is still reduced by a factor 5 due to waves. This suggests a remarkable wave-induced reduction of the bay flushing, with potential consequences on the water quality inside the area.

Acknowledgements

M.T.D. acknowledges the support of a research grant from ANRT (CIFRE grant), and F.A. is supported by IOWAGA and Field_AC projects. The present study was supported in part by the LOREA project, led by the Conseil Général des Pyrénées Atlantiques (<http://www.lorea.eu/>). LOREA 2010 field experiment was performed in collaboration with AZTI-Tecnalia (Marine Research Division), G.E.O. Transfert and CASAGEC. Lagrangian drifter experiment were performed in collaboration with the French Navy Hydrographic and Oceanographic Service (SHOM). M.T.D. acknowledges P. Leitão for his useful explanations concerning the MOHID code implementation.

Appendix A: MOHID-GLM implementation

This appendix presents the 3-D wave-current set of equation implemented in MOHID-GLM. The formulation corresponds to *Ardhuin et al. [2008b]* as adapted by *Bennis et al.*

ANNEXE D. ARTICLE SOUMIS POUR PUBLICATION : EFFECTS OF WAVES ON COASTAL WATER DISPERSION IN A SMALL ESTUARINE BAY

[2011], with some specificities related to the MOHID model and to the studied area. A detailed description of MOHID-GLM implementation can be found in *Delpey* [2012].

A1. Governing equations

Non-divergence of the GLM-flow is used by the model in its vertically integrated form, from the bottom depth $-h$ and to the mean surface elevation $\hat{\eta}$, which results in the following equation for $\hat{\eta}$:

$$\frac{\partial \hat{\eta}}{\partial t} + \frac{\partial [D(\langle \hat{u}_\alpha \rangle + \langle u_\alpha^S \rangle)]}{\partial x_\alpha} = 0, \quad (\text{A1})$$

where $\langle (\cdot) \rangle$ denotes depth-integrated variables. It should be noted that the vertical coordinate change used by *Ardhuin et al.* [2008b] corrects the vertical coordinate for the Lagrangian vertical displacement, so that $\hat{\eta}$ is equal to the local phase-averaged free surface elevation $\hat{\eta}$. The conservation equation implemented in MOHID-GLM for the quasi-Eulerian momentum is given in a flux-divergence form by

$$\begin{aligned} \frac{\partial \hat{u}_\alpha}{\partial t} + \frac{\partial [(\hat{u}_\beta + u_\beta^S) \hat{u}_\alpha]}{\partial x_\beta} + \frac{\partial [(\hat{w} + w^S) \hat{u}_\alpha]}{\partial z} \\ = -\frac{1}{\rho_0} \frac{\partial \bar{p}^H}{\partial x_\beta} - \frac{\partial S^J}{\partial x_\beta} + u_\beta^S \frac{\partial \hat{u}_\beta}{\partial x_\alpha} \\ + \frac{\partial}{\partial x_\beta} \left(K_H \frac{\partial \hat{u}_\alpha}{\partial x_\beta} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(K_V \frac{\partial \hat{u}_\alpha}{\partial z} \right), \end{aligned} \quad (\text{A2})$$

where ρ_0 is the water mean density; \bar{p}^H denotes the mean pressure, which is assumed to be hydrostatic; S^J is the wave induced pressure term; K_H, K_V are the horizontal and vertical turbulent viscosities respectively. This equation is equivalent to equations (12)-(13) in *Bennis et al.* [2011] providing that \mathbf{u}^S is non-divergent [*Ardhuin et al.*, 2008b]. In equations (A1) and (A2), the wave related terms S^J and u_α^S are given respectively by

$$S^J = \int_{\mathbf{k}} gk \frac{E(\mathbf{k})}{\sinh 2kD} d\mathbf{k}, \quad (\text{A3})$$

and

$$u_\alpha^S = \int_{\mathbf{k}} U_\alpha^{SS}(\mathbf{k}) \frac{\cosh(2kz + 2kh)}{\sinh^2(kD)} d\mathbf{k} \quad \text{if } kD < 6, \quad (\text{A4})$$

$$u_\alpha^S = \int_{\mathbf{k}} U_\alpha^{SS}(\mathbf{k}) \exp[2k(z - \eta)] d\mathbf{k} \quad \text{if } kD \geq 6, \quad (\text{A5})$$

where $k = \|\mathbf{k}\|$; σ is the wave intrinsic pulsation; and $U_\alpha^{SS}(\mathbf{k}) = \sigma k_\alpha E(\mathbf{k})$ denotes the spectrum of the surface Stokes drift horizontal components. The vertical component w^S of the Stokes drift can be computed using the non-divergence of the Stokes drift velocity field by

$$w^S(z) = -u_\alpha^S(-h) \frac{\partial h}{\partial x_\alpha} - \int_{-h}^z \frac{\partial u_\alpha^S}{\partial x_\alpha}(z') dz'. \quad (\text{A6})$$

A2. Boundary conditions for the quasi-Eulerian flow

Boundary conditions are modified to account for different effects of waves on the quasi-Eulerian flow. Kinematic surface and bottom boundary conditions are respectively given by

$$\frac{\partial \hat{\eta}}{\partial t} + (\hat{u}_\beta + u_\beta^S) \frac{\partial \hat{\eta}}{\partial x_\beta} = \hat{w} + w^S \quad \text{at } z = \hat{\eta}(x_1, x_2, t), \quad (\text{A7})$$

$$(\hat{u}_\beta + u_\beta^S) \frac{\partial(-h)}{\partial x_\beta} = \hat{w} + w^S \quad \text{at } z = -h(x_1, x_2). \quad (\text{A8})$$

Fluxes of momentum from wind and from wave breaking are introduced in the equations through the dynamic surface boundary condition:

$$K_V \frac{\partial \hat{u}_\alpha}{\partial z} = \tau_{a,\alpha} - \tau_{aw,\alpha} + \tau_{wo,\alpha} \quad \text{at } z = \hat{\eta}(x_1, x_2, t), \quad (\text{A9})$$

where τ_a is the total momentum flux from the atmosphere to the ocean (wind stress), computed with a quadratic friction law using the local wind speed [*Large and Pond*, 1981]; τ_{aw} is the momentum flux from the atmosphere to waves (or wave-supported wind stress) and τ_{wo} is the momentum flux from waves to the mean-current due to wave breaking. τ_{aw} and τ_{wo} are computed from spectral wave energy source terms, according to *Ardhuin et al.* [2009, 2010] and *Bennis et al.* [2011].

At the bottom, the combined wave and current stress τ_b is implemented according to *Soulsby et al.* [1995]. It results in the following condition:

$$K_V \frac{\partial \hat{u}_\alpha}{\partial z} = \tau_{c,\alpha} \left[1 + 1.2 \left(\frac{|\tau_w|}{|\tau_c| + |\tau_w|} \right)^{3.2} \right] \quad \text{at } z = -h(x_1, x_2), \quad (\text{A10})$$

where the mean-current bottom stress τ_c and the wave-induced bottom stress τ_w are given respectively by

$$\tau_c = \rho_0 C_D \|\hat{\mathbf{u}}\| \hat{\mathbf{u}} \quad \text{and} \quad \tau_w = \frac{1}{2} \rho_0 f_w \|\mathbf{u}'\| \mathbf{u}', \quad (\text{A11})$$

with C_D a Chezy-type bottom drag coefficient; f_w a wave bottom friction factor; and \mathbf{u}' the wave orbital velocity. In (4) both $\hat{\mathbf{u}}$ and \mathbf{u}' are evaluated at the top of the bottom boundary layer (which is not resolved here). The bottom drag coefficient C_D is given from a bottom roughness length $z_{0,b}$ by

$$C_D = \left(\frac{\kappa}{\log \left(\frac{z' + z_{0,b}}{z_{0,b}} \right)} \right)^2, \quad (\text{A12})$$

where z' is the distance from the top of the bottom boundary layer. In accordance with *Soulsby et al.* [1995], the friction factor f_w is evaluated by

$$f_w = 1.39 \left(\frac{\|\mathbf{u}'\|}{\sigma z_{0,b}} \right)^{-0.52}. \quad (\text{A13})$$

At open boundaries a mixed radiation-relaxation condition is used, transferring the methodology proposed by *Marchesiello et al.* [2001] to the present smaller scale application. A Flather radiation condition is applied for the barotropic flow [*Flather*, 1976]. The original formulation is modified to account now for the linearized barotropic equilibrium of the quasi-Eulerian flow, instead of the total flow. It results in the following condition at open boundaries:

$$\hat{\eta} - \hat{\eta}_{ext} = \pm \sqrt{\frac{h}{g}} \left[(\hat{\mathbf{u}} + \mathbf{u}^S) \cdot \mathbf{n} - (\hat{\mathbf{u}}_{ext} + \mathbf{u}^S_{ext}) \cdot \mathbf{n} \right], \quad (\text{A14})$$

where $\hat{\eta}_{ext}$, $\hat{\mathbf{u}}_{ext}$, \mathbf{u}^S_{ext} are the values of $\hat{\eta}$, $\hat{\mathbf{u}}$, \mathbf{u}^S at the boundary just outside the domain; \mathbf{n} is the vector normal to the open boundary. In addition a relaxation scheme is used for the baroclinic flow and for salinity and temperature. If

ϕ is one of these variables, the lateral boundary condition is given by

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} = -\frac{1}{\tau_{relax}}(\phi - \phi_{ext}), \quad (A15)$$

where τ_{relax} is a relaxation coefficient, which is set to a low value in a nudging layer close from the boundary and to a very large value in the rest of the domain. Baroclinic modes are not radiated at open boundaries, following the arguments presented for example by ? and *Leitão et al.* [2008]. At land boundaries, a free slip condition is assumed with zero depth-integrated flux in direction normal to the boundary.

A3. Turbulent closure

In equation (A2), the horizontal eddy viscosity K_H is prescribed by the *Smagorinsky* [1963] model as a function of mesh steps and horizontal velocity gradients. For the vertical turbulent closure, the MOHID system is coupled to the General Ocean Turbulence Model (GOTM) [*Burchard and Bolding*, 2001], a 1-D water column model proposing several turbulent closure schemes. In the present study, a $\mathcal{K} - \epsilon$ model [*Rodi*, 1980] is used. The vertical turbulent viscosity K_V is parameterized as $K_V = S_V(q^2/2)^2 \epsilon^{-1}$, where $q^2/2$ is the TKE, ϵ is the TKE-dissipation rate and S_V is a stability function. Here the formulation proposed by *Canuto et al.* [2001] is used for S_V . Equations for $q^2/2$ and ϵ are given by

$$\frac{\partial (q^2/2)}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z} \left(K_V \frac{\partial (q^2/2)}{\partial z} \right) + P_s + P_b - \epsilon, \quad (A16)$$

$$\frac{\partial \epsilon}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{K_V}{\sigma_\epsilon} \frac{\partial \epsilon}{\partial z} \right) + \frac{2\epsilon}{q^2} (c_1 P_s + c_3 P_b - c_2 \epsilon), \quad (A17)$$

with P_s and P_b the TKE productions by vertical shear and buoyancy respectively, given by $P_s = \frac{\partial u_\alpha}{\partial z} \frac{\partial u_\alpha}{\partial z}$ and $P_b = -\frac{g}{\rho_0} \frac{\partial \rho}{\partial z}$, σ_ϵ is the Schmidt number for ϵ ; and c_1, c_2, c_3 are empirical constants, which are prescribed according to *Canuto et al.* [2001] for this study.

Wave breaking can greatly affect vertical mixing as it provides an important source of TKE near the surface compared to P_s or P_b [*Terray et al.*, 1996; *Raschle and Arduin*, 2009]. Effects of wave breaking on vertical turbulence are taken into account through the surface boundary conditions for (A16)-(A17), which were adapted from *Craig and Banner* [1994], *Craig* [1996] by *Burchard* [2001]. The surface boundary conditions for $q^2/2$ and ϵ are respectively given by

$$K_V \frac{\partial (q^2/2)}{\partial z} = F_{oc}, \quad (A18)$$

$$\frac{K_V}{\sigma_\epsilon} \frac{\partial \epsilon}{\partial z} = \frac{K_V}{\sigma_\epsilon} C_0^3 \left(\frac{3}{2} \frac{C_0^3}{S_V} F_{oc} + \kappa (q^2/2)^{\frac{3}{2}} \right) \frac{1}{\kappa^2 (z' + z_{0,s})^2}, \quad (A19)$$

with F_{oc} the surface TKE flux due to wave breaking; C_0^3 a constant; z' the vertical distance from the surface; and $z_{0,s}$ a surface roughness length. In addition to these boundary conditions, *Burchard* [2001] established a parameterization of the Schmidt number σ_ϵ as a linear function of $(P_s + P_b)/\epsilon$ in order to obtain a behaviour of the mixing length $l = C_0^3 (q^2/2)^{\frac{3}{2}} \epsilon^{-1}$ close from $l = \kappa (z' + z_{0,s})$ near the surface, as prescribed by *Craig and Banner* [1994]. In the present work, F_{oc} is specified from the wave breaking dissipation term computed by the wave model according to *Ardhuin et al.* [2010]. Wave breaking also involves an enhanced value of $z_{0,s}$ [*Craig and Banner*, 1994], which is proportional to the total significant wave height H_S in the present

application [*Terray et al.*, 1996, 2000]:

$$z_{0,s} = \alpha_0 H_S, \quad (A20)$$

with α_0 a constant.

In the presented set of equations, wave related terms U^{SS} , S^J , τ_{aw} , τ_{wo} and F_{oc} are computed by the wave model (WWIII) from the wave field.

Notes

1. Littoral, Ocean, Rivers in Euskadi Aquitaine (<http://www.loreau.eu/>).
2. *Bouées d'Observation Satellitaire des Courants COTiers*. Sensors designed and built at the French Navy Hydrographic and Oceanographic Service (SHOM). Their design is inspired from instruments used by *Schmidt et al.* [2003] or *MacMahan et al.* [2010] for a surf zone deployment with moderate effects related to breaking wave rollers.

References

- Abadie, S., R. Butel, H. Dupuis, and C. Briere (2005), Paramètres statistiques de la houle au large de la côte sud-aquitaine, *Comptes Rendus Geosciences*, 337(8), 769–776.
- Ahn, J. H., S. B. Grant, C. Q. Surbeck, P. M. DiGiacomo, N. P. Nezlin, and S. Jiang (2005), Coastal water quality impact of stormwater runoff from an urban watershed in southern California., *Environmental science technology*, 39(16), 5940–5953.
- Andrews, D. G., and M. E. McIntyre (1978), An exact theory of nonlinear waves on a Lagrangian-mean flow, *Journal of Fluid Mechanics*, 89, 609–646.
- Ardhuin, F., N. Raschle, and K. Belibassakis (2008b), Explicit wave-averaged primitive equations using a generalized Lagrangian mean, *Ocean Modelling*, 20(1), 35–60.
- Ardhuin, F., L. Marié, N. Raschle, P. Forget, and A. Roland (2009), Observation and Estimation of Lagrangian, Stokes, and Eulerian Currents Induced by Wind and Waves at the Sea Surface, *Journal of Physical Oceanography*, 39(11), 2820–2838.
- Ardhuin, F., et al. (2010), Semi-empirical dissipation source functions for wind-wave models : part I , definition , calibration and validation at global scales ., *Journal of Physical Oceanography*.
- Augris, C., P. Cirac, C. Satra, and J.-P. Mazé (1999), *Le domaine marin côtier du Pays Basque. Carte des formations superficielles et carte morpho-bathymétrique. Echelle 1/20 000.*, IFREMER ed., Conseil Général des Pyrénées Atlantiques - Communauté Européenne.
- Battjes, J. A., and J. P. F. M. Janssen (1978), Energy loss and set-up due to breaking of random waves, in *Proceedings of the 16th International Conference on Coastal Engineering*, pp. 569–587, ASCE.
- Bennis, A.-C., F. Arduin, and F. Dumas (2011), On the coupling of wave and three-dimensional circulation models : Choice of theoretical framework, practical implementation and adiabatic tests, *Ocean Modelling*, 40, 260–272.
- Bidlot, J. R., S. Abdalla, and P. A. E. M. Janssen (2005), A revised formulation for ocean wave dissipation in cy25r1, *Tech. Rep. Memorandum R60.9/JB/0516*, Research Department, ECMWF, Reading, U. K.
- Boehm, A. B., S. B. Grant, J. H. Kim, S. L. Mowbray, C. D. McGee, C. D. Clark, D. M. Foley, and D. E. Wellman (2002), Decadal and shorter period variability of surf zone water quality at Huntington Beach, California., *Environmental science technology*, 36(18), 3885–3892.
- Boehm, A. B., D. P. Keymer, and G. G. Shellenbarger (2005), An analytical model of enterococci inactivation, grazing, and transport in the surf zone of a marine beach., *Water research*, 39(15), 3565–78.
- Bouws, E., and G. J. Komen (1983), On the balance between growth and dissipation in an extreme depth-limited wind-sea in the southern North Sea, *Journal of Physical Oceanography*, 13, 1653–1658.

ANNEXE D. ARTICLE SOUMIS POUR PUBLICATION : EFFECTS OF WAVES ON COASTAL WATER DISPERSION IN A SMALL ESTUARINE BAY

- Braunschweig, F., P. C. Leitao, L. Fernandes, P. Pina, R. J. J. Neves, and N. Central (2004), The object oriented design of the integrated Water Modelling System, in *Computational Methods in Water Resources International Conference*, pp. 1–12.
- Brown, J. M., and A. G. Davies (2010), Flood/ebb tidal asymmetry in a shallow sandy estuary and the impact on net sand transport, *Geomorphology*, *114*(3), 431–439.
- Burchard, H. (2001), Simulating the Wave-Enhanced Layer under Breaking Surface Waves with Two-Equation Turbulence Models, *Journal of Physical Oceanography*, *31*(11), 3133–3145.
- Burchard, H., and K. Bolding (2001), Comparative Analysis of Four Second-Moment Turbulence Closure Models for the Oceanic Mixed Layer, *Journal of Physical Oceanography*, *31*(8), 1943–1968.
- Canuto, V. M., A. Howard, Y. Cheng, and M. S. Dubovikov (2001), Ocean Turbulence. Part I: One-Point Closure Model-Momentum and Heat Vertical Diffusivities, *Journal of Physical Oceanography*, *31*(6), 1413–1426.
- Cialone, M. A., and J. M. Smith (2007), Wave transformation modeling with bottom friction applied to southern oahu reefs, in *10th International Workshop on Wave Hindcasting and Forecasting & Coastal Hazard Assessment*, pp. 1–12.
- Coelho, H., R. Neves, M. White, P. C. Leitão, and A. J. Santos (2002), A model for ocean circulation on the Iberian coast, *Journal of Marine Systems*, *32*, 153–179.
- Craig, P. D. (1996), Velocity profiles and surface roughness under breaking waves, *Journal of Geophysical Research*, *101*(C1), 1265–1277.
- Craig, P. D., and M. L. Banner (1994), Modeling wave-enhanced turbulence in the ocean surface layer, *Journal of physical oceanography*, *24*(12), 2546–2559.
- Delpey, M. T. (2012), Étude de la dispersion en zone littorale sous l'effet de la circulation tridimensionnelle forcée par les vagues. application à la baie de saint jean de luz - ciboure et au littoral de guéthary-bidart., Ph.D. thesis, Université de Bretagne Occidentale, France.
- Fiandrino, A., Y. Martin, P. Got, J. L. Bonnefont, and M. Troussellier (2003), Bacterial contamination of Mediterranean coastal seawater as affected by riverine inputs: simulation approach applied to a shellfish breeding area (Thau lagoon, France), *Water Research*, *37*(8), 1711–1722.
- Filipot, J.-F., and K. F. Cheung (2012), Spectral wave modeling in fringing reef environments, *Coastal Engineering*, pp. 67–79.
- Flather, R. A. (1976), A tidal model of the northwest European continental shelf, *Mémoires Société Royale des Sciences de Liège*, *10*(6), 141–164.
- Garrett, C. (1976), Generation of Langmuir circulations by surface waves - a feedback mechanism, *J. Mar. Res.*, *34*, 117 – 130.
- Given, S., L. H. Pendleton, and A. B. Boehm (2006), Regional public health cost estimates of contaminated coastal waters: a case study of gastroenteritis at southern california beaches, *Environmental science technology*, *40*(16), 4851–4858.
- Grant, S. B., J. H. Kim, B. H. Jones, S. A. Jenkins, J. Wasyl, and C. Cudaback (2005), Surf zone entrainment, along-shore transport, and human health implications of pollution from tidal outlets, *Journal of Geophysical Research*, *110*(C10), 1–20.
- Groeneweg, J. (1999), WaveCurrent Interactions in a Generalized Lagrangian Mean Formulation, Ph.D. thesis, Delft University of Technology, The Netherlands.
- Haas, K., and J. Warner (2009), Comparing a quasi-3D to a full 3D nearshore circulation model: SHORECIRC and ROMS, *Ocean Modelling*, *26*(1-2), 91–103.
- Haas, K. A., and I. A. Svendsen (2002), Laboratory measurements of the vertical structure of rip currents, *Journal of Geophysical Research*, *107*, 1–19.
- Hasselmann, K., et al. (1973), Measurements of wind-wave growth and swell decay during the joint north sea wave project (jonswap), *Ergänzungsheft zur Deutschen Hydrographischen Zeitschrift Reihe*, *8*(12), 95.
- Hasselmann, S., K. Hasselmann, J. Allender, and T. Barnett (1985), Computation and parameterizations of the nonlinear energy transfer in a gravity-wave spectrum. Part II: Parameterizations of the nonlinear energy transfer for application in wave models, *Journal of Physical Oceanography*, *15*, 1378–1391.
- Hoitink, A. J. F. (2003), Flow asymmetry associated with astronomical tides: Implications for the residual transport of sediment, *Journal of Geophysical Research*, *108*(C10), 1–8.
- Jenkins, A. (1989), The use of a wave prediction model for driving a near-surface current model, *Deutsche Hydrographische Zeitschrift*, *42*(3), 133–149.
- Large, W. G., and S. Pond (1981), Open ocean momentum flux measurements in moderate to strong winds, *Journal of Physical Oceanography*, *11*(3), 324–336.
- Leitão, P., H. Coelho, A. Santos, and R. Neves (2005), Modelling the main features of the Algarve coastal circulation during July 2004: A downscaling approach, *Journal of Atmospheric & Oceanic Science*, *10*, 421–462.
- Leitão, P., G. Riflet, L. Fernandes, R. Fernandes, and A. Canas (2008), Towards a hydrodynamic and biogeochemical operational model of the Portuguese coast, in *XI International Symposium on Oceanography of the Bay of Biscay*.
- Lentz, S. J., and M. R. Fewings (2012), The wind- and wave-driven inner-shelf circulation., *Annual review of marine science*, *4*, 317–43.
- Lentz, S. J., M. Fewings, P. Howd, J. Fredericks, and K. Hathaway (2008), Observations and a Model of Undertow over the Inner Continental Shelf, *Journal of Physical Oceanography*, *38*, 2341.
- Longuet-Higgins, M. S., and R. W. Stewart (1962), Radiation stress and mass transport in gravity waves, with application to surf beats, *Journal of Fluid Mechanics*, *13*(04), 481–504.
- Longuet-Higgins, M. S., and R. W. Stewart (1964), Radiation stresses in water waves : a physical discussion with applications, *Deep Sea Research*, *11*, 529–562.
- Lowe, R. J., J. L. Falter, M. D. Bandet, G. Pawlak, M. J. Atkinson, S. G. Monismith, and J. R. Koseff (2005), Spectral wave dissipation over a barrier reef, *Journal of Geophysical Research*, *110*, 1–16.
- MacMahan, J., et al. (2010), Mean Lagrangian flow behavior on an open coast rip-channeled beach: A new perspective, *Marine Geology*, *268*(1-4), 1–15, doi:10.1016/j.margeo.2009.09.011.
- Malhadas, M. S., P. C. Leitão, A. Silva, and R. Neves (2009), Effect of coastal waves on sea level in Óbidos Lagoon, Portugal, *Continental Shelf Research*, *29*(9), 1240–1250.
- Marchesiello, P., J. C. McWilliams, and A. Shchepetkin (2001), Open boundary conditions for long-term integration of regional oceanic models, *Ocean Modelling*, *3*, 1–20.
- Martins, F., P. Leitão, A. Silva, and R. Neves (2001), 3D modelling in the Sado estuary using a new generic vertical discretization approach, *Oceanologica Acta*, *24*(1).
- Mc Williams, J. C., J. M. Restrepo, and E. M. Lane (2004), An asymptotic theory for the interaction of waves and currents in coastal waters, *Journal of Fluid Mechanics*, *511*, 135–178.
- Michaud, H. (2011), Impacts Des Vagues Sur Les Courants Marins: Modélisation Multi-Echelle De la Plage Au Plateau Continental, Ph.D. thesis, Université de Montpellier II.
- Montero, P. (1999), Estudio de la hidrodinámica de la ría de vigo mediante un modelo de volúmenes finitos, Ph.D. thesis, Universidad de Santiago de Compostela, Spain.
- Nunes, V., and G. Pawlak (2008), Observations of bed roughness of a coral reef, *Journal of Coastal Research*, *24*(Figure 1), 39–50, doi:10.2112/05-0616.1.
- Pereira, P., H. De Pablo, C. Vale, V. Franco, and M. Nogueira (2009), Spatial and seasonal variation of water quality in an impacted coastal lagoon (Obidos Lagoon, Portugal), *Environmental Monitoring and Assessment*, *153*(1-4), 281–292.
- Raschle, N., and F. Ardhuin (2009), Drift and mixing under the ocean surface revisited: Stratified conditions and model-data comparisons, *Journal of Geophysical Research*, *114*(C2), 1–17.
- Raschle, N., F. Ardhuin, P. Queffelecoulou, and D. Croizefillon (2008), A global wave parameter database for geophysical applications. Part I: Wave-current-turbulence interaction parameters for the open ocean based on traditional parameterizations, *Ocean Modelling*, *25*(3-4), 154–171.
- Reeves, R. L., S. B. Grant, R. D. Mrse, C. M. Copil Oancea, B. F. Sanders, and A. B. Boehm (2004), Scaling and management of fecal indicator bacteria in runoff from a coastal urban watershed in southern California., *Environmental science technology*, *38*(9), 2637–2648.
- Reniers, a. J. H. M., J. H. MacMahan, E. B. Thornton, T. P. Stanton, M. Henriquez, J. W. Brown, J. a. Brown, and E. Gallagher (2009), Surf zone surface retention on a rip-channeled beach, *Journal of Geophysical Research*, *114*(C10), 1–12.

-
- Riffet, G., G. Refray, R. Fernandes, P. Chambel, J. a. Nogueira, and R. Neves (2010), Downscaling A Large-Scale Ocean-Basin Model: An Intercomparison Exercise In The Bay Of Biscay, *V European Conference on Computational Fluid Dynamics*.
- Rodi, W. (1980), *Turbulence models and their application in hydraulics - A state of the art review*, International Association for Hydraulic Research, Delft, The Netherlands ed., 115 pp., Delft.
- Schmidt, W. E., B. T. Woodward, K. S. Millikan, R. T. Guza, B. Raubenheimer, and S. Elgar (2003), A GPS-Tracked Surf Zone Drifter, *Journal of Atmospheric and Oceanic Technology*, 20, 1069 – 1075.
- Smagorinsky, J. (1963), General circulation experiments with the primitive equations, *Monthly Weather Review*, 91(3), 99–164.
- Soloviev, A., and R. Lukas (2003), Observation of wave-enhanced turbulence in the near-surface layer of the ocean during TOGA COARE, *Deep Sea Research Part I: Oceanographic Research Papers*, 50(3), 371–395.
- Soulsby, R. L., M. Stive, H. de Vriend, J. Fredsoe, L. Hamm, C. Teisson, and J. Winterwerp (1995), Bed shear stresses due to combined waves and currents, *Advances in Coastal Morphodynamics*, pp. 4–20 4–23.
- Spydell, M., F. Feddersen, R. T. Guza, and W. E. Schmidt (2007), Observing Surf-Zone Dispersion with Drifters, *Journal of Physical Oceanography*, 37(12), 2920.
- Stokes, G. G. (1847), On the theory of oscillatory waves, *Trans Camb Phil Soc*, 8(441), 441–455.
- Svendsen, I. a., and U. Putrevu (1994), Nearshore Mixing and Dispersion, *Proceedings of the Royal Society A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences*, 445(1925), 561–576.
- Terray, E. A., M. A. Donelan, Y. C. Agrawal, W. M. Drennan, K. K. Kahma, A. J. Williams, P. A. Hwang, and S. A. Kitaigorodskii (1996), Estimates of kinetic energy dissipation under breaking waves, *Journal of Physical Oceanography*, 26(5), 792–807.
- Terray, E. A., W. M. Drennan, and M. A. Donelan (2000), The vertical structure of shear and dissipation in the ocean surface layer, in *Proc. Symp. on Air-Sea Interaction, Sydney*, pp. 239–245, University of New South Wales.
- Tolman, H. (2008), A mosaic approach to wind wave modeling, *Ocean Modelling*, 25(1-2), 35–47.
- Tolman, H. L. (2009), User manual and system documentation of WAVEWATCH III, *Analysis*, 166(276), 220.
- Uchiyama, Y., J. C. McWilliams, and J. M. Restrepo (2009), Wave-current interaction in nearshore shear instability analyzed with a vortex force formalism, *Journal of Geophysical Research*, 114(C6), 1–15.
- Uchiyama, Y., J. C. McWilliams, and A. F. Shchepetkin (2010), Wave-current interaction in an oceanic circulation model with a vortex-force formalism: Application to the surf zone, *Ocean Modelling*, 34(1-2), 16–35.
- Weir, B., Y. Uchiyama, E. M. Lane, J. M. Restrepo, and J. C. McWilliams (2011), A vortex force analysis of the interaction of rip currents and surface gravity waves, *Journal of Geophysical Research*, 116(C5), 1–16.
-
- M. T. Delpy, Rivages Pro Tech, Lyonnaise des Eaux, Lot 4, rue Théodore Monod, 64210 Bidart, France. (m.delpy@gmail.com)
- F. Ardhuin, Laboratoire d’Océanographie Spatiale, IFREMER, B.P. 70, 29280 Plouzané, France. (fabrice.ardhuin@ifremer.fr)
- P. Otheguy, Rivages Pro Tech, Lyonnaise des Eaux, Lot 4, rue Théodore Monod, 64210 Bidart, France. (m.delpy@gmail.com)
- A. Jouon, Rivages Pro Tech, Lyonnaise des Eaux, Lot 4, rue Théodore Monod, 64210 Bidart, France. (m.delpy@gmail.com)

