



**HAL**  
open science

# Couplage thermomécanique dans les Alliages à Mémoire de Forme : mesure de champs cinématiques et thermiques et modélisation multiéchelle

Anne Maynadier

► **To cite this version:**

Anne Maynadier. Couplage thermomécanique dans les Alliages à Mémoire de Forme : mesure de champs cinématiques et thermiques et modélisation multiéchelle. Matériaux et structures en mécanique [physics.class-ph]. École normale supérieure de Cachan - ENS Cachan, 2012. Français. NNT : ENSC-2012-411 . tel-00798800

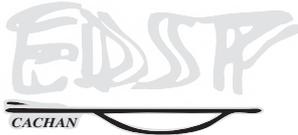
**HAL Id: tel-00798800**

**<https://theses.hal.science/tel-00798800>**

Submitted on 10 Mar 2013

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



ENSC-2012/411



**THÈSE DE DOCTORAT  
DE L'ÉCOLE NORMALE SUPÉRIEURE DE CACHAN**

Présentée par

**Anne Maynadier**

pour obtenir le grade de

**DOCTEUR DE L'ÉCOLE NORMALE SUPÉRIEURE DE CACHAN**

Domaine

**MÉCANIQUE - GÉNIE MÉCANIQUE - GÉNIE CIVIL**

Sujet de la thèse

**Couplage thermomécanique dans les Alliages à Mémoire  
de Forme : mesure de champs cinématiques et thermiques  
et modélisation multiéchelle**

Soutenue à Cachan le 30 novembre 2012 devant le jury composé de :

Bertrand Wattrisse	Professeur, Université Montpellier 2	Rapporteur
Shabnam Arbab Chirani	Professeure, École Nationale d'Ingénieurs de Brest	Rapporteur
Denis Favier	Professeur, Université Joseph Fourier	Président
Étienne Patoor	Professeur, ENSAM de Metz	Examineur
Christian LExcellent	Professeur Émérite, Université de Franche Comté	Invité
Karine Lavernhe-Taillard	Professeure Agrégée, ENS de Cachan	Directrice de thèse
Olivier Hubert	Professeur, ENS de Cachan	Co-directeur de thèse

**LMT-Cachan**

ENS Cachan / CNRS / UPMC / PRES UniverSud Paris  
61 avenue du Président Wilson, F-94235 Cachan cedex, France







# Remerciements

Je tiens tout d'abord à remercier M. Denis Favier qui a eu la gentillesse d'accepter de présider le jury de thèse. Merci également à Mme Shabnam Arbab Chirani et M. Bertrand Wattrisse pour avoir accepté le rôle de rapporteurs et pour les discussions qui ont suivi. Je remercie M. Christian Lexcellent et M. Etienne Patoor pour avoir participé au jury et pour l'attention qu'ils ont porté à mon travail.

Un grand merci à Olivier Hubert et Karine Lavernhe-Taillard qui ont encadré ce travail. Ils ont su me laisser une large part d'initiative et m'ont permis d'aborder sous une multitude d'angles (pas tous aboutis) ce vaste sujet. Merci tout particulièrement à Olivier pour sa disponibilité durant la rédaction du manuscrit et notamment pour les longues heures d'échange au téléphone.

Je tiens à remercier également Martin Poncelet et Stéphane Roux avec qui j'ai eu la chance de travailler sur la corrélation d'images infrarouges. Le mélange de rigueur et de créativité lors des mises aux points expérimentales ou lors de nos réunions a été un véritable moteur.

Je souhaite remercier toutes les personnes qui composent l'UTR Eikologie et le secteur Mécanique et Matériaux du LMT Cachan. Il s'agit d'un cadre de formation formidable notamment grâce à François Hild et Catherine Génin. Je remercie également tous les personnels et doctorants du LMT qui contribuent à la convivialité si nécessaire à notre épanouissement scientifique. Un grand merci aux thésards ou stagiaires qui ont partagé mon quotidien au LMT : Manue, Florent P, Benoit, Dorian, Geoffrey, Andrea et bien sûr Florent M.

Le doctorat est aussi l'occasion de faire ses premières armes d'enseignant. Je remercie tous ceux qui m'ont fait profiter de leur expérience et tous ceux qui rendent les choses plus faciles, aussi bien d'un point de vue technique qu'administratif, et tellement plus agréables. Merci à Laurent Champaney, Christine Verrecchia, Christine Biache et Danielle Tournier ainsi qu'à Yann Qunisat, Christophe Tournier, Stéphane Pattofatto, Emmanuel Herrmann, Francis Ventura, Karine Laverhne, Lætitia Gentot et Olivier Hubert. Merci aussi à ceux qui font du DGM une grande et agréable famille : Éric Florentin, David Néron, Jean-Luc Neau et tant d'autres.

Enfin je remercie Andrea, Florent, Anthony, Mathieu, Laurence, Ouardane, Florence, Mickaël, Pierre-Yves, Théodora et Juliette pour m’ avoir permis de penser à des choses plus “constructives” quand la thèse n’avançait pas. Rien de tel qu’ une centaine de mètres carrés de laine de verre pour conjurer la frustration d’ un code qui ne converge pas. Un merci particulier à Laurence et Florence pour leur aide et leur soutien sans faille.

Au delà de ça, merci à Anthony d’ avoir les pieds si bien ancrés sur terre, merci de me rasséréner si souvent.

Cette longue énumération se termine par l’ expression de ma gratitude envers Messieurs B.Durrieu et A.Vola pour m’ avoir guidée vers les Sciences Industrielles.

# Table des matières

<b>Remerciements</b>	<b>5</b>
<b>Table des matières</b>	<b>i</b>
<b>Introduction</b>	<b>1</b>
<b>1 Alliages à Mémoire de Forme et transformation martensitique</b>	<b>7</b>
1 Transformation martensitique dans les AMF . . . . .	7
1.1 Transformation du réseau cristallin . . . . .	8
1.2 Transformation dans un grain . . . . .	9
1.3 Transformation dans un polycristal . . . . .	10
2 Comportements thermomécaniques . . . . .	11
2.1 Mémoire de Forme . . . . .	12
2.2 La pseudo-élasticité . . . . .	14
2.3 Phénomène de localisation . . . . .	19
3 Les AMF de type Nickel-Titane . . . . .	25
3.1 Quelques applications industrielles des AMF de type NiTi . . . . .	26
3.2 Le <i>NiTi</i> support de ces travaux : . . . . .	28
4 Problématique . . . . .	35
<b>2 Mesure couplée de champs cinématiques et thermiques : IRIC</b>	<b>39</b>
1 Problématique . . . . .	40
2 Méthodes de mesure usuelles . . . . .	40
2.1 Mesurer des déplacements . . . . .	40
2.2 Mesurer des températures . . . . .	41
3 Techniques d'observation de phénomènes locaux : mesure de champs . . . . .	42
3.1 Mesure de champs cinématiques . . . . .	42
3.2 Mesure de champs thermiques . . . . .	48
4 Simultanéité des mesures DIC et IRT . . . . .	52
4.1 Avantages et intérêts . . . . .	52
4.2 Écueils potentiels . . . . .	52
4.3 Palliatifs proposés dans la littérature . . . . .	53
5 Principe de L'IRIC . . . . .	55

5.1	Revêtement spécifique et dispositif expérimental . . . . .	55
5.2	Évolution locale du niveau de gris avec la température . . . . .	57
6	Étalonnages pour l'obtention du champ de température . . . . .	62
6.1	Correction de l'émissivité non uniforme . . . . .	62
6.2	Correction de l'émissivité non maximale . . . . .	64
6.3	Conversion des Digital Levels en °C . . . . .	64
7	Formulation mathématique et algorithme . . . . .	65
8	Estimations des erreurs de calcul de l'algorithme . . . . .	67
8.1	Indicateurs d'erreurs . . . . .	67
8.2	Déplacements . . . . .	67
8.3	Température . . . . .	69
8.4	Déformations . . . . .	70
8.5	Comparaison au code originel Correli-Q4 . . . . .	71
9	Application à un essai de traction sur un AMF de type NiTi polycristallin	72
9.1	Dispositif expérimental . . . . .	72
9.2	Procédure . . . . .	73
9.3	Observations . . . . .	74
10	Bilan . . . . .	81
<b>3</b>	<b>Modélisation du comportement d'un Volume Élémentaire Représentatif</b>	<b>85</b>
1	État de l'art et motivation de l'étude . . . . .	86
1.1	Modélisations existantes . . . . .	86
1.2	Stratégie de modélisation : formulation multiéchelle . . . . .	92
2	Transformation à la plus petite échelle : La phase $\Phi$ . . . . .	94
2.1	Description de la transformation cristalline . . . . .	94
2.2	Déformation par phase . . . . .	96
3	De la variante au monocristal : passage à l'échelle du grain . . . . .	97
3.1	Énergie libre par phase . . . . .	97
3.2	Stratégies de changements d'échelles . . . . .	98
3.3	Calcul de la contrainte par phase $\sigma_{\Phi}$ . . . . .	101
3.4	Homogénéisation . . . . .	106
3.5	Simulation du comportement d'un monocristal . . . . .	107
3.6	Modéliser l'hystérésis . . . . .	115
4	Modèle Polycristalin : échelle du Volume Élémentaire Représentatif . . .	116
4.1	Le VER : un agrégat de monocristaux désorientés (FDO) . . . . .	117
4.2	Expression de la contrainte par grain . . . . .	118
4.3	Homogénéisation . . . . .	118
4.4	Simulation du comportement d'un Polycristal isotrope . . . . .	119
4.5	Simulation du comportement d'un Polycristal texturé . . . . .	123
4.6	Simulations multiaxiales : détermination de surface seuil de trans- formation . . . . .	125
5	Bilan de la modélisation multiéchelle . . . . .	128

---

<b>4</b>	<b>Modélisation thermo-mécanique d'une structure unidimensionnelle</b>	<b>133</b>
1	Analyse et objectifs de modélisation . . . . .	134
1.1	Bibliographie sur la modélisation de structures en AMF . . . . .	134
1.2	Comportements à restituer . . . . .	136
1.3	Problème à traiter . . . . .	136
1.4	Équations de conservation et conditions limites . . . . .	137
2	Modèle de comportement local : estimer $f(x,t)$ . . . . .	141
2.1	Modèle monocristallin multiaxial . . . . .	141
2.2	Modèle phénoménologique . . . . .	142
3	Mise en place numérique . . . . .	148
3.1	Algorithme du modèle thermique . . . . .	148
3.2	Résultats de simulations multiéchelles . . . . .	149
3.3	Résultats de simulations phénoménologiques . . . . .	154
4	Bilan : Modélisation d'un essai de traction uniaxiale . . . . .	159
	<b>Conclusion générale et perspectives</b>	<b>163</b>
	<b>Bibliographie</b>	<b>167</b>



# Introduction

Les Alliages à Mémoire de Forme (AMF) sont connus depuis les années 30, bien que leur première application commerciale date de la fin des années 60. Longtemps confinés aux applications militaires, leur utilisation industrielle connaît un essor récent dans les domaines bio-médicaux. En effet certains AMF comme les alliages de Nickel-Titane sont bio-compatibles. Ils sont donc utilisés pour fabriquer des implants ou des outils médicaux qui exploitent leurs comportements thermomécaniques atypiques. Ces nouvelles applications nécessitent la compréhension des phénomènes régissant leurs comportements. Le dimensionnement de produits tels que les implants aortiques requiert de simuler la structure entière sous chargement réel (multiaxial, thermo-mécanique...).

Les AMF sont réputés pour l'effet mémoire de forme qui est la capacité à recouvrer leur configuration initiale par simple chauffage après avoir été déformé de manière apparemment stable. Ils présentent aussi un comportement pseudo-élastique c'est à dire qu'ils sont capables de se déformer en de très grandes proportions (typiquement jusqu'à 8%) et de recouvrer leur configuration initiale à la décharge.

Ces comportements sont le fait d'une transformation de phase solide-solide, isochore et displacive, appelée par analogie avec les aciers « transformation martensitique ». Ce changement de phase peut être indifféremment provoqué par la température ou par la contrainte. Il provoque à l'échelle cristalline des déformations du réseau de l'ordre de 5% à 10% selon les alliages. Ces déformations sont des sortes de maclages qui peuvent se faire dans différentes directions, définissant chacune une variante. La phase stable à haute température, appelée austénite, a une structure cristalline de grande symétrie. Elle se transforme en un nombre fini de variantes de martensite, stable à basse température, qui présentent un degré de symétrie inférieur (structure cubique vers monoclinique par exemple). Comme tout changement de phase, ceci s'accompagne d'une génération ou absorption de chaleur. On a donc affaire à un fort couplage thermomécanique puisque la transformation martensitique peut être induite thermiquement ou mécaniquement et provoque des déformations et des élévations de température.

Le comportement est de plus multiéchelle. En effet à l'échelle du monocristal, les variantes apparaissent sous forme de lamelles. Sous chargement mécanique, quelques variantes dont la distorsion cristalline est maximale dans la direction du chargement se développent au détriment des autres. Les lamelles croissent et se combinent afin de minimiser l'énergie d'incompatibilité. Dans un grain, les lamelles naissent aux joints de grains ou autour de défauts engendrant localement des concentrations de contraintes. Des

groupes de variantes compatibles se développent donc et croissent jusqu'à se partager tout l'espace du grain. Parfois, les domaines de groupes compatibles se chevauchent, donnant des structures entrecroisées. À l'échelle du polycristal, lorsque la contrainte macroscopique appliquée est suffisamment élevée et la température suffisamment faible, les lamelles semblent s'affranchir des joints de grains : il n'existe plus que quelques directions de lamelles symétriques qui se développent sur plusieurs grains. Le comportement est donc multiéchelle et anisotrope, car l'intensité de la déformation dépend de l'orientation et du nombre de variantes qui se développent.

Une manifestation du couplage à l'échelle de la structure est le phénomène de localisation de la transformation en bande, lorsque l'on sollicite des structures élancées (plaques, tôles, films, fils, tubes...) en traction-compression. Les bandes s'initient au lieu de plus faible température et de plus forte concentration de contrainte (souvent dans les mors, autour de défauts géométriques ou de précipités, ou tout simplement au point le plus froid). Dans ces bandes se concentrent alors les déformations et les émissions/absorptions de chaleur alors que dans le reste de la structure la transformation a cessé. Elles s'élargissent ensuite (la transformation a lieu aux fronts de bande) jusqu'à transformation complète de la structure. Le nombre et la vitesse de propagation de ces bandes sont reliés à la vitesse de sollicitation et aux conditions d'échange thermique.

L'utilisation croissante des AMF dans des structures de plus en plus complexes, notamment dans le cas des alliages de Nickel-Titane, pour des applications médicales, rend nécessaire la compréhension des phénomènes régissant leur comportement. Cela passe par une observation du comportement via des outils adaptés au couplage thermomécanique et par la simulation de structures entières sous chargements multiaxiaux. Ce n'est possible qu'à travers la modélisation du comportement de Volumes Élémentaires Représentatifs (VER), et l'établissement de lois de comportement fiables et rapides d'une part, ainsi que la modélisation de la structure et de ses échanges thermiques d'autre part.

Le travail qui est présenté dans ce manuscrit est dirigé dans ces trois directions :

- le développement d'outils expérimentaux adaptés à l'observation de phénomènes thermodynamiquement couplés et capables de mesurer des grandeurs cinématiques et thermiques associées
- la modélisation du comportement des AMF sous sollicitation thermo-mécanique multiaxiale à l'échelle du VER ensuite,
- et enfin l'utilisation de ces modèles de comportement pour la simulation de structures.

**Le premier chapitre** (« Alliage à Mémoire de Forme et transformation martensitique », page 7) traite du comportement des AMF en général. Dans un premier temps la transformation martensitique, à l'origine de leur comportement si spécifique, est présentée succinctement. Ses conséquences aux plus petites échelles sont décrites : celle du réseau cristallin puis du grain. On décrit ensuite les comportements macroscopiques qui en résultent à savoir la mémoire de forme simple et double sens ainsi que la pseudo-élasticité. Il sera aussi question du phénomène de localisation de la transformation, provenant du couplage thermodynamique. Enfin l'alliage *NiTi* qui sert de support à ces travaux et

qui constitue les éprouvettes utilisées lors de nos essais est présenté. Le document est d'ailleurs parsemé d'illustrations issues d'essais ou de micrographies réalisées sur ce matériau.

**Le deuxième chapitre** (« Mesure couplée de champs cinématiques et thermique : IRIC », page 39) fait écho à la première problématique : le besoin d'outils adaptés à l'observation des phénomènes thermomécaniquement couplés localisés et à la mesure des grandeurs d'intérêt (Température, Déplacements voire Déformations) simultanément.

Les mesures de champs, en essor depuis 15 ans, sont des outils privilégiés pour l'étude de tels comportements hétérogènes. De nombreux travaux ont porté sur la confrontation de mesures thermiques et cinématiques [Shaw et Kiriakides, 1997; Gadaj *et al.*, 2002; Favier *et al.*, 2007; Orteu *et al.*, 2008; Bodelot *et al.*, 2009; Kim et Daly, 2011], voire leur exploitation pour la résolution de l'équation de la chaleur et l'identification des sources de chaleur [Chrysochoos et Louche, 2000; Chrysochoos, 2002; Schlosser *et al.*, 2007; Pottier *et al.*, 2009; Badulescu *et al.*, 2011; Louche *et al.*, 2012; Delpueyo *et al.*, 2012].

Cependant la corrélation d'images numériques (mesure de champs cinématiques) et la thermographie (mesure de champs thermiques) ne se mettent pas aisément en œuvre simultanément. L'appariement des images, l'exploitation conjointe des champs requièrent des post-traitements fastidieux et sont sources de pertes d'information.

Aussi ce chapitre présente les travaux qui ont été consacrés au développement de la Corrélation d'Images InfraRouge, qui permet à partir d'un unique film IR de mesurer conjointement, en une seule analyse, à la fois les champs cinématiques et thermiques discrétisés sur un même maillage éléments finis. Une application à l'analyse d'un essai de traction sur AMF de type NiTi a été réalisée. Cet outil est pertinent pour l'étude de toutes sortes de phénomènes thermomécaniquement couplés [Maynadier *et al.*, 2012b].

**Le troisième chapitre** (« Modélisation du comportement d'un Volume Élémentaire Représentatif », page 85) est consacré à l'élaboration d'une loi de comportement, répondant au deuxième axe de la problématique.

Il existe de nombreux travaux consacrés à la modélisation du comportement des AMF. La plupart sont phénoménologiques, décrivant le comportement par l'intermédiaire de nombreux seuils (en 1D) [Achenbach et Müller, 1982; Seelecke et Müller, 2004; Heintze et Seelecke, 2008] ou surfaces seuils (en 2 ou 3D) qui demandent de longues et délicates campagnes d'identification [Bouvet *et al.*, 2002, 2004; LExcellent et Blanc, 2004; Peultier *et al.*, 2006; Saint-Sulpice *et al.*, 2009]. D'autres modèles sont fondés sur des approches multiéchelles, beaucoup plus proches de la physique, mais très coûteux en temps de calcul du fait notamment de la prise en compte du rôle des interfaces dans le comportement [Entemeyer *et al.*, 1995; Patoor *et al.*, 1996; Gao *et al.*, 2000; Huang *et al.*, 2000; Blanc et LExcellent, 2004]. Des travaux sont d'ailleurs consacrés à la détermination de ces énergies d'interfaces [Siredey *et al.*, 1999; Niclaeys *et al.*, 2002].

Le travail présenté dans ce chapitre est donc consacré à l'élaboration d'un modèle multiéchelle et multiaxial, décrivant le comportement d'un VER à partir de la physique de la transformation martensitique à l'échelle de la maille cristalline. L'approche est inspirée de modèles multiéchelles développés pour la modélisation d'autres couplages multiphy-

siques et notamment le couplage magnéto-mécanique [Daniel *et al.*, 2008], bien que la physique mise en jeu soit très différente et engendre des déformations libres d'intensité beaucoup plus importante. Il est fondé sur la comparaison des énergies libres de chaque constituant. Une différence importante avec les modèles existants est qu'il ne s'attache pas à une description topologique des variantes et des grains en présence. Une comparaison probabiliste est faite, à l'aide d'une distribution de Boltzmann, pour déterminer les variables internes que sont les fractions volumiques. Sans description topologique, les interfaces ne sont pas prises en compte, ni à l'échelle de la variante ni à celle du grain ou du polycristal.

**Le quatrième chapitre** (« Modélisation d'une structure unidimensionnelle », page 85) donne un début de réponse au troisième axe de notre problématique. En effet pour permettre le dimensionnement de structures complexes (tels que les stents), il faut pouvoir restituer le comportement thermo-mécanique à l'échelle de la structure, y compris le phénomène de localisation de la transformation. On trouve deux types de travaux à ce sujet. Certains utilisent des codes éléments finis de type ABAQUS dans lequel sont implémentés différentes relations de comportement [Shaw, 2000; Hu *et al.*, 2006; Badulescu *et al.*, 2011; Peultier *et al.*, 2006]. Ces modèles sont pour l'instant contraints à une description topologique du matériau avant maillage ou à forcer la localisation en un point précis. D'autres se focalisent plus sur les bandes et le front de bande en lui même, étudiant leur initiation ou leur propagation [Chrysochoos *et al.*, 2003; Sun et Zhong, 2000; Feng et Sun, 2006; Hu *et al.*, 2006].

La modélisation de structure simple est un premier pas. Nous nous sommes limités au cas d'une éprouvette unidimensionnelle sous sollicitation uniaxiale. Une telle modélisation repose sur deux points : un modèle de gestion de la thermique et notamment des échanges entre l'éprouvette et son environnement d'une part et une loi de comportement locale d'autre part. Cette dernière doit déterminer en fonction du chargement thermomécanique en chaque point la fraction volumique de martensite transformée et la déformation locale qui en résulte.

Le modèle de VER développé au chapitre 3, multiéchelle et multiaxial, est le modèle de comportement local idéal. Cependant les temps de calcul sont rédhibitoires. Aussi nous avons utilisé dans une première approche le modèle monocristallin, en conférant à chaque élément de l'éprouvette une orientation cristalline différente. Les simulations produisent des courbes de traction macroscopiques proches des relevés expérimentaux. Sans encore reproduire la localisation de la transformation en bande, les simulations de traction montrent une hystérésis, issue des pertes thermiques dans l'air ambiant, bien que le modèle de comportement élémentaire soit écrit dans un cadre réversible : l'irréversibilité et la localisation sont avant tout des effets de structure.

Pour appréhender le phénomène de localisation en bandes de transformation, un modèle de comportement local phénoménologique a été développé. Il s'appuie sur le diagramme de Clausius-Clapeyron dans lequel des seuils délimitent les régimes de nucléation et propagation des bandes de transformation. Les simulations rendent compte des phénomènes de transformation diffuse accompagnant l'élasticité puis de la transformation localisée. L'algorithme est notamment capable de gérer les deux sens de transfor-

mation. Ce modèle met en compétition les deux phénomènes transitoires de génération et évacuation de la chaleur par la transformation de phase et les échanges thermiques avec l'environnement. Ainsi, il est capable de reproduire la relation liant le nombre de bandes de transformation générées à la vitesse de sollicitation et aux conditions aux limites thermiques.



# Chapitre 1

## Alliages à Mémoire de Forme et transformation martensitique

Dans ce premier chapitre, nous allons aborder le comportement des Alliages à Mémoire de Forme (AMF) en général. Nous ferons dans un premier temps le point sur la transformation martensitique qui est à l'origine de leur comportement si particulier. La partie suivante est consacrée aux comportements typiques résultant de la transformation de phase à savoir l'effet mémoire simple et double sens, ainsi que la pseudo-élasticité qui est au cœur du travail de cette thèse. Il sera aussi question du phénomène de localisation de la transformation.

Les travaux présentés dans ce manuscrit concernent le développement d'outils expérimentaux et de modèles pour les AMF en général (ou plus largement pour les matériaux à couplage thermomécanique). Dans un souci de cohérence, tous les travaux sont appliqués à un alliage de Nickel Titane en proportion quasi-équiatomique, qui est largement étudié dans la littérature et dont nous disposons physiquement pour réaliser des essais d'identification ou de validation. La troisième partie de ce chapitre est consacrée à présenter plus particulièrement les Alliages de NiTi, leurs applications industrielles et surtout la caractérisation de l'alliage  $Ni_{49,75at\%}Ti$  que nous utilisons (abusivement désigné  $NiTi$  dans la suite).

Enfin, la problématique explorée dans ce manuscrit est énoncée.

### 1 Transformation martensitique dans les AMF

Le terme transformation martensitique désigne à l'origine le changement de phase brutal qui se produit lors de la trempe des aciers stabilisés à haute température, générant de la martensite. Le terme a été depuis généralisé à tout mécanisme de transformation de ce type, indépendamment du matériau. La phase stable à basse température est ainsi appelée martensite (M), alors que la phase stable à haute température est appelée austénite (A).

La transformation martensitique est un changement de phase solide-solide displacif,

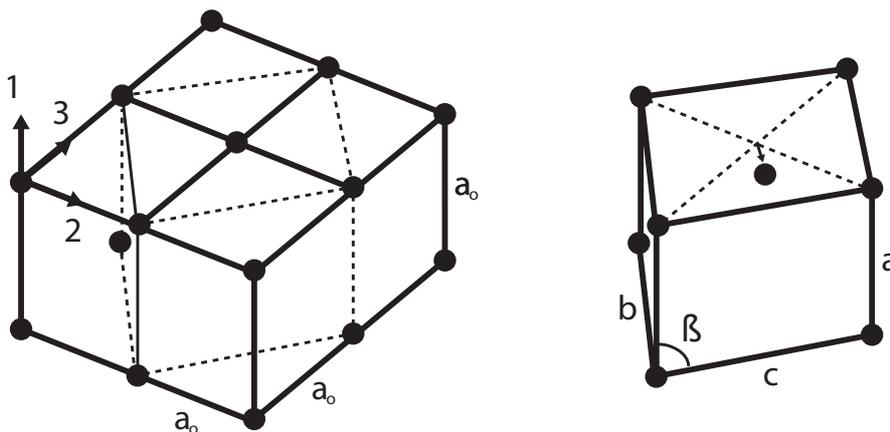
donc sans diffusion, qui peut être provoqué par un changement de température ou l'application d'une contrainte. Le changement de phase s'accompagne d'une modification de la morphologie de la maille qui induit une déformation localement homogène sur le réseau cristallin. À l'échelle cristalline, les atomes se déplacent de manière coopérative sur de courtes distances (dix fois inférieures à la distance interatomique). La transformation martensitique se produit quasiment à la vitesse du son. L'absence de diffusion rend la transformation insensible à la vitesse de chauffage ou de refroidissement.

La déformation homogène du réseau cristallin peut se décomposer dans le cas général en une dilatation et un cisaillement tridimensionnel (homothétie et déformation). Les AMF présentent une transformation réputée isochore, sans changement de volume. C'est la principale différence entre les AMF et les autres métaux présentant une transformation martensitique. Cette propriété lui confère ses comportements atypiques.

Enfin cette transformation est dite du premier ordre, c'est-à-dire que le changement de phase d'austénite à martensite produit de la chaleur (exothermique), et absorbe de la chaleur lors de la transformation inverse (endothermique).

## 1.1 Transformation du réseau cristallin

La modification du réseau cristallin consiste en une transformation de la structure cristalline de l'austénite de forte symétrie en une ou plusieurs structures de plus faible symétrie appelées des variantes. Selon l'alliage, les variantes sont plus ou moins nombreuses. Dans l'alliage  $Ni_{49,75\%at}Ti$  par exemple, la phase austénitique de structure cubique centrée se transforme en 24 variantes de martensite de structure monoclinique (figure 1.1– la transformation est décrite en détail partie 3.2). Certains autres AMF présentent moins de variantes comme par exemple le  $Fe_7Pd_3$  dont l'Austénite cubique engendre trois variantes tétraogonales.



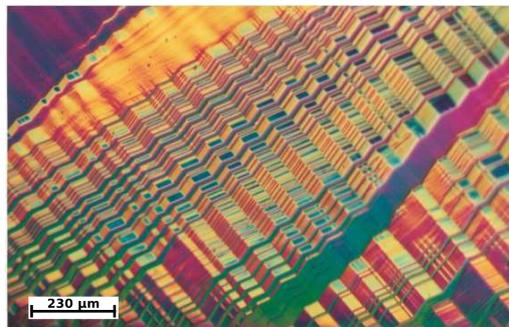
**FIGURE 1.1:** Maille cubique d'Austénite et maille monoclinique de Martensite présentes dans le  $Ni_{49,75\%at}Ti$

Ces variantes se développent sur des domaines disjoints en forme de lamelles séparées par des interfaces. Selon leur structure cristalline, des variantes voisines vont être compatibles ou non. Soit leur accollement va se faire de manière cohérente directement (elles sont dites compatibles), soit une distorsion du réseau cristallin va être nécessaire, engendrant une déformation élastique locale et donc un champ de contrainte local associé. Les variantes se combinent afin de minimiser l'énergie mise en jeu par ces incompatibilités, ceci est appelé l'accommodation.

Un AMF soumis à un cycle thermique, sans chargement mécanique macroscopique, subit une transformation dite thermo-induite (T-induite). La formation de chaque variante consomme la même énergie, elles se développent toutes dans les mêmes proportions, de manière auto-accommodée. La transformation étant isochore, leurs déformations propres se combinent alors pour qu'aucune déformation ne soit visible à l'échelle supérieure.

Lors d'un chargement mécanique (transformation  $\sigma$ -induite), certaines variantes se développent au détriment des autres. En traction par exemple, les variantes dont la maille cristalline est orientée de telle façon que la plus grande dimension est alignée avec la direction de sollicitation, sont plus favorables. Leur formation va engendrer la déformation dans la direction de traction en minimisant les déformations dans les autres directions et donc en minimisant l'énergie élastique d'accommodation mise en jeu.

Les variantes compatibles avec la sollicitation et compatibles entre elles se développent en alternance ou de manière croisée (figure 1.2). Lorsqu'elles sont par deux on les appelle des « twins » (variantes jumelles ou twinnées), les méso-domaines de variantes compatibles sont séparés du reste du matériau non transformé par des interfaces appelées plans d'habitat.

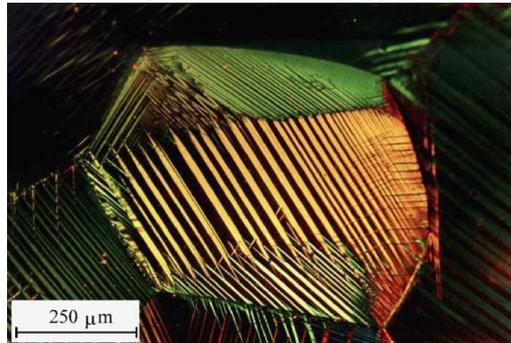


**FIGURE 1.2:** Micrographie d'un arrangement de six variantes orthorhombiques de martensite dans un monocristal de CuAlNi (images par C.Chu et R.D.James dans [Bhattacharya, 2003])

## 1.2 Transformation dans un grain

Dans un grain, soumis à un chargement thermique ou mécanique modéré, les variantes se développent d'abord aux joints de grains, où des concentrations de contrainte

sont présentes. À partir de chaque joint se développe un ensemble de variantes compatibles entre elles et minimisant l'énergie vis-à-vis du champ de contrainte local. Elles sont d'orientation différentes de celles du joint adjacent. La micrographie 1.3 montre comment les méso-domaines, où cohabitent les variantes compatibles, se partagent tout un grain.



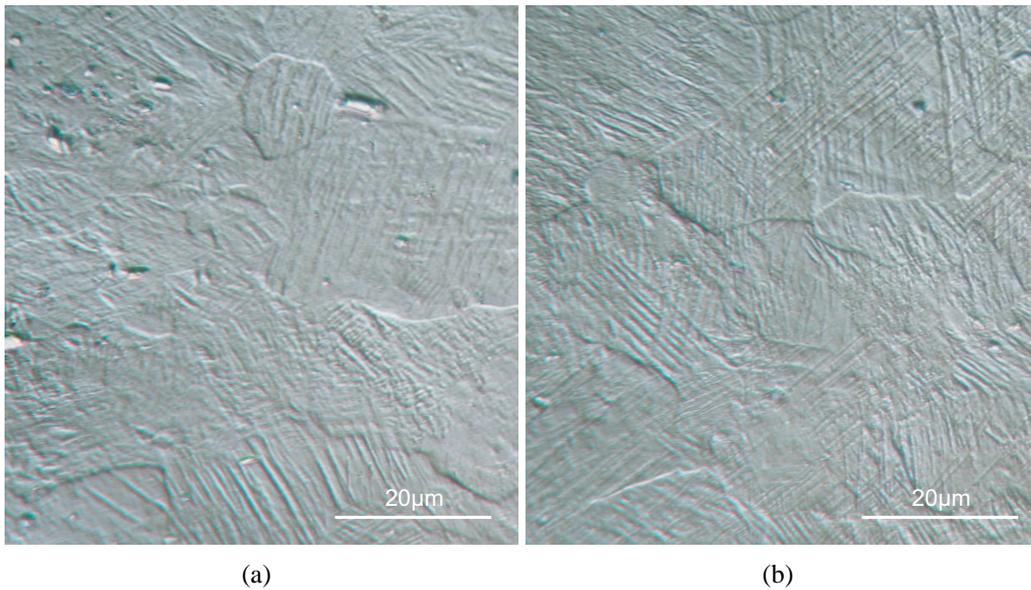
**FIGURE 1.3:** Microscopie avec polarisation de variantes de martensites dans un grain de CuAlBe (présentant 24 variantes) sous sollicitation uniaxiale [Patoor *et al.*, 1996, 2006]

À cette échelle, on observe deux types d'interfaces qui séparent soit chacune des variantes, soit chacun des méso-domaines (plan d'habitat notamment). Ces interfaces sont mobiles et se meuvent au gré des réorganisations de variantes (réorientation). Ainsi, si la sollicitation mécanique macroscopique s'intensifie par exemple, les hétérogénéités de contrainte aux joints de grains seront négligeables en rapport, et seules les variantes minimisant l'énergie vis-à-vis du chargement macroscopique se développeront, jusqu'à occuper tout le grain, au détriment des autres variantes.

### 1.3 Transformation dans un polycristal

La plupart des AMF sont polycristallins. La taille de grain varie très fortement avec la nature de l'alliage et le procédé de mise en forme. Par exemple, notre *NiTi*, corroyé, présente des grains d'environ 30 µm de diamètre, alors que les AMF cupro-aluminium comme le CuAlBe ont des grains beaucoup plus gros (entre quelques mm et plusieurs cm) [Nicaeys *et al.*, 2002; Berveiller *et al.*, 2011]. Il est aussi possible de travailler sur des éprouvettes monocristallines (en CuAlBe par Delpueyo *et al.* [2012], en CuZnAl par Chrysochoos *et al.* [2003], en CuAlNi par Sittner *et al.* [2003] ou Fang *et al.* [1998], ou encore en NiTi par Gall *et al.* [2001]).

Chaque grain possède sa propre orientation cristalline, c'est une deuxième source d'hétérogénéité. Tant que les hétérogénéités mécaniques entre grains sont prépondérantes par rapport au chargement macroscopique, chaque grain se transforme indépendamment. Lorsque le niveau de contrainte moyen devient prépondérant par rapport aux hétérogénéités, alors les lamelles des variantes favorables, jusqu'à présent arrêtées aux joints, s'en affranchissent et se développent à cheval sur plusieurs grains (figure 1.4).



**FIGURE 1.4:** Micrographies d'un polycristal de NiTi à grains fins, hors (a) et dans (b) les bandes résiduelles de transformation d'un essai de traction.

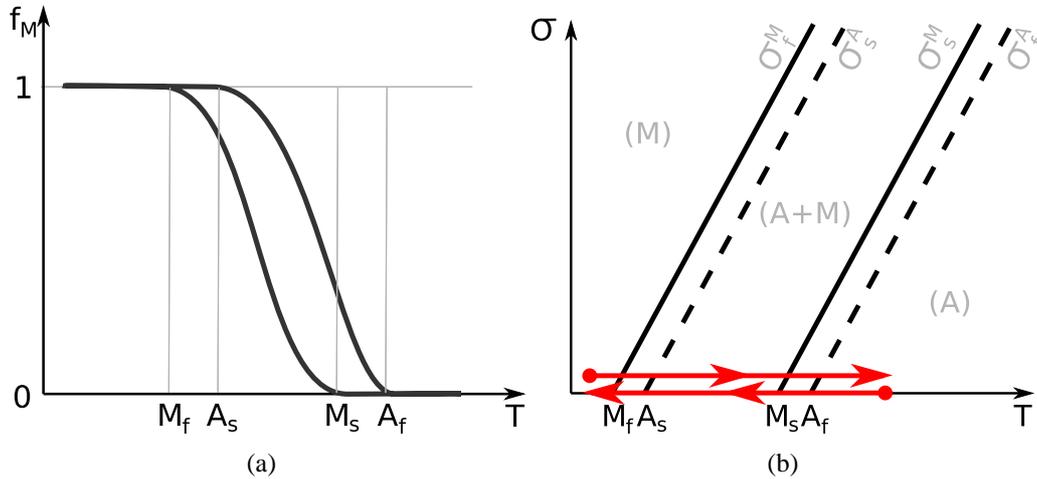
Après traction d'une structure élançée, on observe par exemple ce type de variantes transversantes dans la bande de localisation. Le phénomène de localisation est présenté au paragraphe 2.3.

## 2 Comportements thermomécaniques

La transformation martensitique est à l'origine des particularités du comportement thermomécanique des Alliages à Mémoire de Forme. Pour les décrire, dans un souci de simplification, nous nous placerons dans le cadre uniaxial et nous utiliserons le diagramme d'état de Clausius Clapeyron, où sont délimités les domaines d'existence des phases. On peut y tracer des chemins de chargement thermomécanique ( $\sigma, T$ ).

Lorsque l'on refroidit un volume, libre de contrainte, totalement austénitique, l'austénite ( $A$ ) commence à se transformer en martensite ( $M$ ) à une température  $M_s$  (*martensite start*) par nucléation et croissance de variantes. La transformation se termine à  $M_f$  (*martensite finish*). Entre ces deux températures, les phases  $A$  et  $M$  coexistent. Lorsque l'on chauffe, à l'inverse, un volume totalement martensitique, la transformation débute à  $A_s$  (*austenite start*) et finit à  $A_f$  (*austenite finish*), avec  $A_s > M_f$  et  $A_f > M_s$ . Le décalage entre les seuils de transformation selon la direction de la réaction s'explique en partie par le retard induit par la nucléation d'une phase dans l'autre. On observe donc une hystérésis en température entre transformation directe et inverse comme illustré figure 1.5-a). Le chargement associé dans le diagramme de Clausius Clapeyron est tracé figure 1.5-b), on a donc deux jeux de frontières. Dans ce cas précis de chargement, lorsque le matériau est

libre de contrainte, il se forme de la martensite auto-accomodante, c'est-à-dire que toutes les variantes sont présentes en même proportion de manière à minimiser les déformations engendrées.



**FIGURE 1.5:** a) Évolution de la fraction de phase de ( $M$ ) en fonction de la température. b) Diagramme de Clausius Clapeyron : cycle thermique à contrainte nulle.

Les températures de transformation peuvent être identifiées par DSC (Differential Scanning Calorimetry). Un échantillon subit un cycle thermique, régulier et très lent, et on détecte les changements de phase grâce aux émissions ou absorptions d'énergie engendrées, le tout se faisant à contrainte macroscopique nulle. La figure 1.26, paragraphe 3.2 de ce chapitre, présente une courbe issue de cette analyse appliquée à l'alliage support des travaux de cette thèse.

## 2.1 Mémoire de Forme

### 2.1.1 Effet mémoire simple sens

L'effet mémoire simple sens se produit lorsqu'un volume d'AMF à basse température (sous forme de martensite auto-accomodante,  $T < M_f$ ) est soumis à un chargement mécanique. Les variantes se réorientent : celles dont la structure cristalline « favorise » la déformation dans la direction de sollicitation se développent au détriment des autres. Une déformation macroscopique se crée alors, et subsiste après décharge. Le volume est maintenant chauffé, ce qui induit la transformation ( $M \rightarrow A$ ). La martensite réorientée se transforme en austénite et le volume retrouve sa forme initiale. Le refroidissement du volume d'AMF (transformation ( $A \rightarrow M$ )) se produit à volume constant, donc sans déformation macroscopique. La figure 1.6 montre, dans le diagramme de Clausius Clapeyron, le chemin de chargement nécessaire pour produire l'effet mémoire simple sens. La figure 1.7-a schématise les différentes organisations de la matière, pour un AMF à deux variantes, soumis à un cisaillement. Ces états sont aussi repérés sur le graphe 1.7-b. Entre l'état ① et le

②, la variante dont la structure cristalline est la plus adéquate par rapport à la déformation provoquée par le chargement croît jusqu'à occuper tout le volume. Étant toujours à faible température, cette structure est stable, et la déformation persiste même après avoir relâché la contrainte (état ③). Il faut chauffer et retransformer le volume en austénite pour que la déformation disparaisse (état ④).

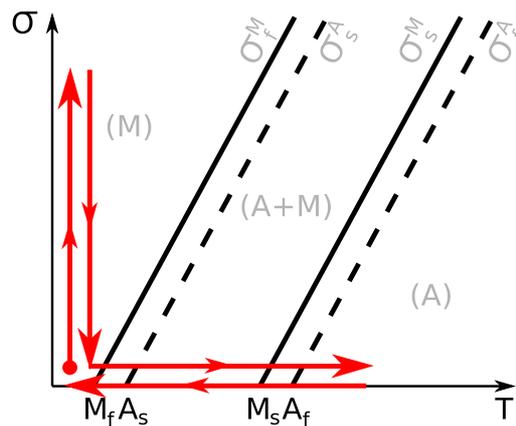


FIGURE 1.6: Diagramme de Clausius Clapeyron : chargement produisant l'effet mémoire simple sens.

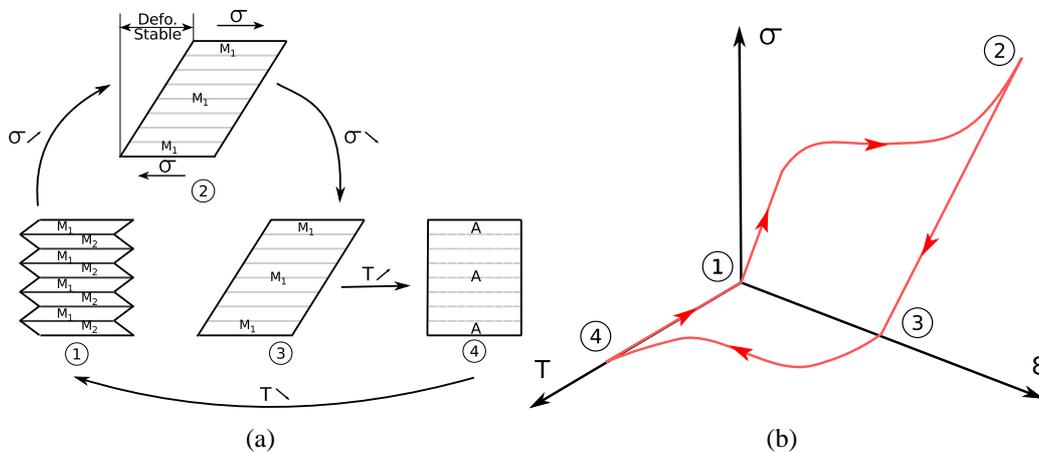


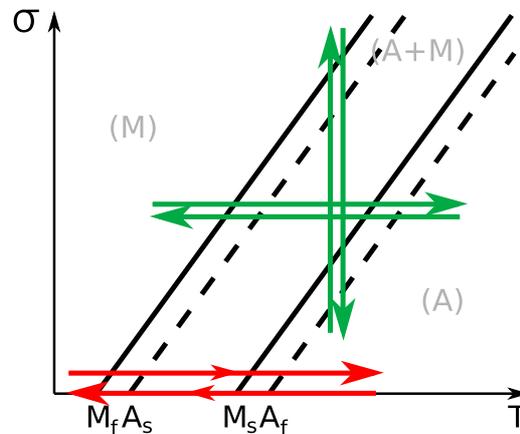
FIGURE 1.7: a) Schéma des différentes organisations de la matière lors de l'effet mémoire simple sens pour un AMF à deux variantes sous cisaillement. b) Représentation du chemin suivi dans un graphe  $(\sigma, \epsilon, T)$  lors de l'effet mémoire simple sens.

### 2.1.2 Effet mémoire double sens

L'effet mémoire double sens se produit lorsqu'on effectue des cycles thermiques sous un chargement mécanique constant. Si le chargement mécanique est appliqué macro-

scopiquement sur l'échantillon, on parle d'effet mémoire double sens assisté (voir diagramme 1.8). La phase mère austénitique se transforme au refroidissement directement en martensite orientée, en accord avec la sollicitation appliquée. Au chauffage, l'échantillon retrouve sa forme initiale en redevenant totalement austénitique.

Le chargement mécanique constant peut aussi provenir de contraintes résiduelles issues d'une « éducation » de la matière. C'est-à-dire que l'on a fait subir au matériau un certain nombre de cycles thermiques sous charge ou de cycles mécaniques à température constante, créant des défauts dans la structure. Ces défauts, notamment les dislocations, engendrent des champs de contraintes locaux additionnels, qui orientent la création de la martensite lors de futures transformations thermo-induites, même à chargement macroscopique nul. Cependant l'éducation disparaît au bout de quelques cycles.



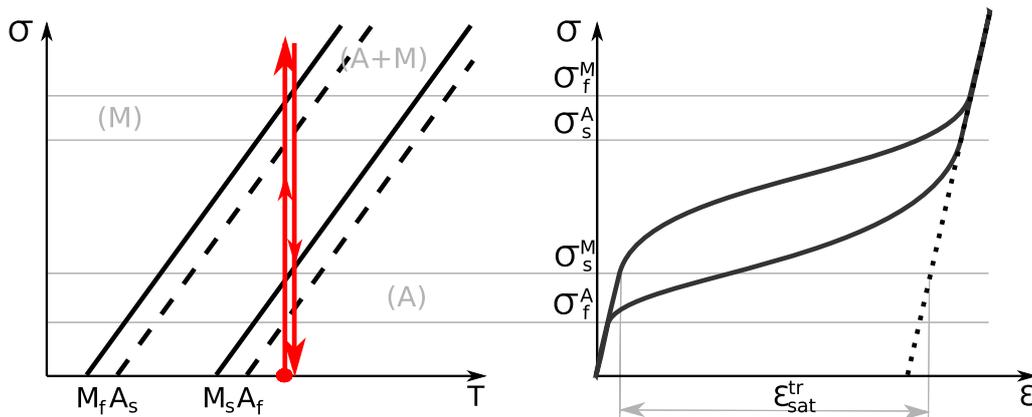
**FIGURE 1.8:** Diagramme de Clausius Clapeyron : les cycles d'éducation sont tracés en vert, en rouge le chargement produisant l'effet mémoire double sens.

## 2.2 La pseudo-élasticité

La pseudo-élasticité, ou super-élasticité, est la capacité des AMF à se déformer en grande proportion (jusqu'à une dizaine de % en traction) et de recouvrer leur configuration initiale à la décharge. Nous étudierons de manière approfondie ce comportement dans ces travaux de thèse. Ce comportement est observable lorsqu'on applique à un volume d'AMF une contrainte croissante, dans des conditions quasi-isothermes, à partir d'un état totalement austénitique (par exemple  $\sigma$  nul et  $T > A_f$ ). Le trajet de chargement doit en effet traverser le domaine biphasé (A + M) dans le diagramme de Clausius Clapeyron.

La figure 1.9 représente le trajet de chargement produisant la pseudo-élasticité dans l'espace de Clausius Clapeyron, ainsi que la courbe  $(\sigma, \epsilon)$  correspondante :

- La structure de départ est de l'austénite pure, aussi jusqu'à ce que  $\sigma = \sigma_s^M$ , le comportement  $\sigma(\epsilon)$  est semblable à l'élasticité de l'austénite.
- Entre  $\sigma_s^M$  et  $\sigma_f^M$  la transformation se produit et le comportement  $\sigma(\epsilon)$  s'assouplit : le module tangent est plus faible.



**FIGURE 1.9:** Diagramme de Clausius Clapeyron : chargement produisant la pseudo-élasticité et Courbe contrainte *versus* déformation correspondante.

- Au-delà de  $\sigma_f^M$ , le matériau est complètement martensitique et le module tangent augmente à nouveau en accord avec le comportement élastique de la martensite pure.

On observe le mécanisme inverse à la décharge : les limites de transformation sont simplement décalées. Cela induit une hystérésis, révélatrice d'une dissipation d'énergie (pour une part due à un retard de germination). Par ailleurs, la transformation dans le sens  $A \rightarrow M$  est exothermique et endothermique dans le sens  $M \rightarrow A$ . La transformation induite thermiquement ou mécaniquement engendre des déformations et des émissions ou absorptions de chaleur, qui influencent elles-mêmes la transformation.

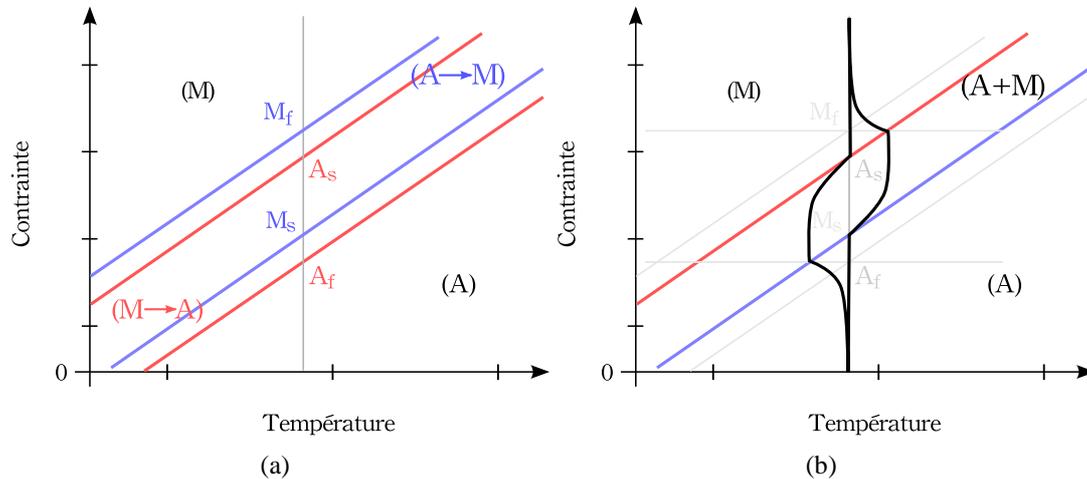
**Remarque :**

Dans le diagramme de Clausius Clapeyron des AMF (comme sur la figure 1.10 (a)) on représente les frontières des deux domaines de transformation décalés de quelques degrés. Ce décalage représente le retard dû à la germination d'une phase dans l'autre et correspond à l'hystérésis obtenue dans les essais isothermes.

Cependant, un essai réellement isotherme est pratiquement impossible à réaliser expérimentalement, car même avec tous les dispositifs de régulation thermique, de la chaleur est générée par le matériau, qui influence le comportement, quelle que soit la vitesse d'échange de cette énergie thermique avec le milieu ambiant. Même si la convection est forcée par une circulation d'air ou de fluide caloporteur, il n'en demeure pas moins que de la chaleur est générée ou absorbée très localement. Ainsi si l'on suit le chemin de chargement d'un point qui se transforme dans le diagramme de Clausius Clapeyron on obtient une courbe proche de la figure 1.10 (b). Ce qui, lorsque l'on oublie de considérer la température, conduit à surestimer le décalage entre les deux jeux de seuils de transformation en contrainte.

Il en va de même pour les analyses de DSC (Differential Scanning Calorimetry) qui délimitent des températures de transformation différentes pour une transformation directe ou inverse. Les analyses sont supposées être faites sans chargement mécanique, et ma-

croscopiquement, c'est le cas. Cependant, les variantes de martensite se créant au milieu de la matrice d'austénite présentent des incompatibilités, qui induisent des chargements mécaniques locaux, sources de l'accommodation.



**FIGURE 1.10:** Diagramme de Clausius-Clapeyron (a) Représentation pour un essai théorique isotherme. (b) Représentation d'un essai non isotherme.

Sur la courbe  $(\sigma, \epsilon)$ , quelques grandeurs caractéristiques peuvent être identifiées :

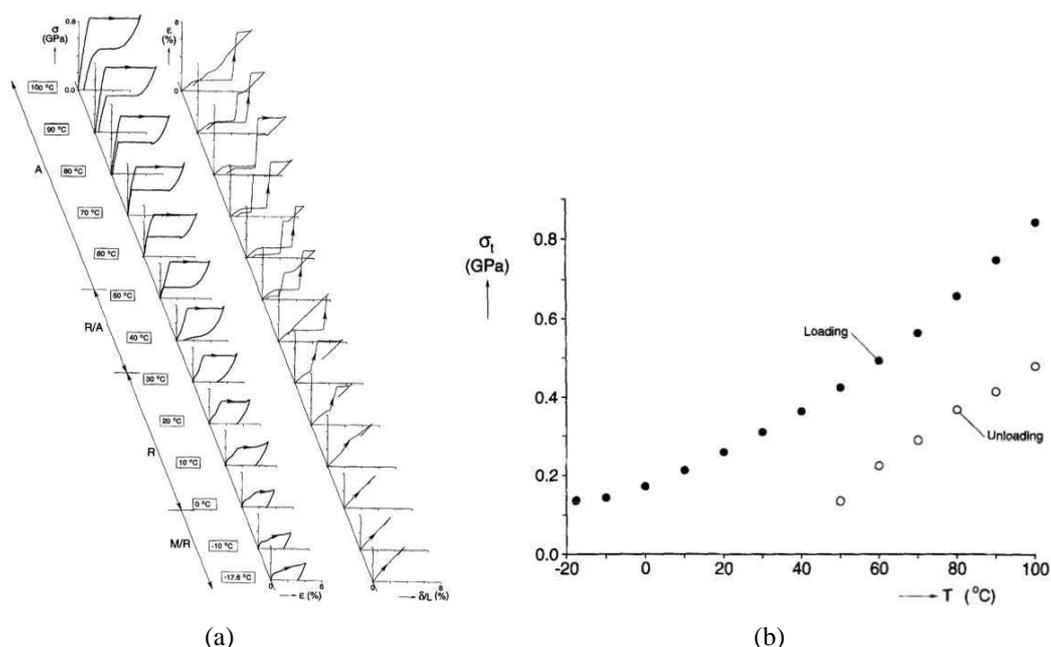
- Le premier seuil  $\sigma_s^M$  de perte de linéarité
- La taille du « plateau » : la largeur de l'hystérésis en déformation  $\epsilon_{sat}^{tr}$ . Cette valeur correspond à la déformation de transformation maximale que l'on puisse atteindre lorsque tout est transformé.
- L'aire du cycle qui est représentative de l'intensité des échanges énergétiques (même si on n'est pas ici en présence d'un cycle thermodynamique au sens propre du terme).

Dans les paragraphes suivants nous verrons comment certains paramètres (type de sollicitation, nature du matériau...) influencent le comportement pseudo-élastique.

### 2.2.1 Effet de la température

Les AMF présentent un fort couplage thermomécanique. De fait, la température de travail a une grande influence sur le comportement pseudo-élastique. De nombreux travaux expérimentaux ont montré sur différents alliages (Shaw et Kyriakides [1995] sur des NiTi, ou Bouvet *et al.* [2004] sur des CuAlBe par exemple) que l'augmentation de la température ambiante augmente considérablement la contrainte seuil de perte de linéarité (ou de début de transformation)  $\sigma_s^M$ , décalant la boucle d'hystérésis vers des contraintes plus élevées. On peut signaler à ce propos les travaux de Shaw et Kyriakides [1995] : les figures 1.11-a et 1.11-b reportent une campagne d'essais de traction sur un NiTi quasi-équiatomique à différentes températures et différentes vitesses de traction. Le diagramme

de Clausius Clapeyron expérimental (figure 1.11-b) a été construit. On observe notamment que si les seuils de transformation en contrainte dépendent effectivement de la température, cette dépendance n'est pas tout à fait linéaire.



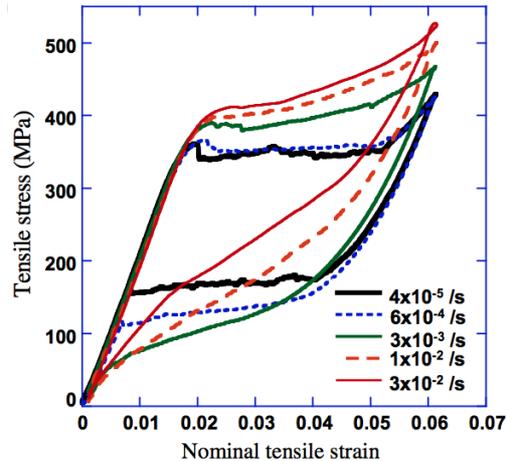
**FIGURE 1.11:** a) Réponse en traction de fils de NiTi quasi équiatomique à différentes températures ambiantes et à une vitesse de traction de  $\dot{\epsilon} \simeq 4 \times 10^{-4} \text{ s}^{-1}$ . b) Diagramme de Clausius Clapeyron situant les contraintes de début de transformation à la charge et à la décharge, issues de ces essais [Shaw et Kyriakides, 1995].

## 2.2.2 Couplage thermomécanique

La température a une influence certaine sur la réponse macroscopique d'un échantillon d'AMF. Le couplage thermomécanique a d'autres conséquences. Ainsi le module tangent du plateau de transformation augmente lorsque la vitesse de sollicitation augmente (voir figure 1.12). La transformation directe est en effet exothermique : lors d'une sollicitation rapide la chaleur produite n'a pas le temps de se dissiper dans le milieu ambiant. La température du matériau augmente et la contrainte nécessaire pour continuer à transformer augmente également.

## 2.2.3 Dissymétrie entre traction et compression

Sous sollicitation uniaxiale les AMF présentent une dissymétrie entre la traction et la compression : la contrainte seuil de perte de linéarité  $\sigma_s^M$  est plus élevée en compression qu'en traction. La longueur du plateau de transformation  $\epsilon_{sat}^{tr}$  est également plus faible en



**FIGURE 1.12:** Essais de traction à différentes vitesses sur un NiTi superélastique : premier cycle de traction [He et Sun, 2011].

compression. La figure 1.13 l'illustre sur des courbes de traction-compression obtenues pour deux alliages différents : le CuAlBe [Bouvet *et al.*, 2002] [Taillard *et al.*, 2006] et le NiTi. Dans le NiTi quasi-équiatomique, ce comportement s'explique par la présence de précipités de  $Ti_3Ni_4$ , qui agissent comme des sites de nucléation pour la martensite car ils génèrent à leur voisinage des champs de contraintes locaux ou directionnels [Gall *et al.*, 1999, 2001].

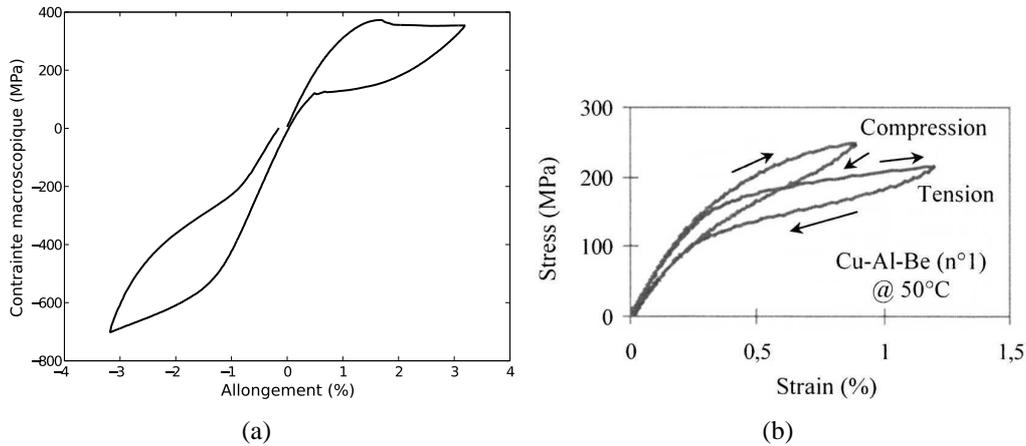
#### 2.2.4 Effet du cyclage

Lorsqu'un échantillon est éprouvé de manière cyclique, on observe une modification de la réponse macroscopique au fur et à mesure des cycles. La contrainte seuil  $\sigma_s^M$  s'abaisse, le module tangent du « plateau » de transformation augmente et la taille de la boucle d'hystérésis s'amenuise. Les figures 1.14-a, -b et -c montrent ces différents effets sur un monocristal [Gall *et al.*, 2001] et un polycristal [Kim et Daly, 2011] de NiTi.

En effet, un cycle après l'autre, la sollicitation génère des défauts (dislocations, macles...) qui provoquent des contraintes internes. Ces champs additionnels influencent le comportement : autour des défauts, la transformation inverse n'est pas totale mais de la martensite résiduelle s'accumule au cours des cycles [Saint-Sulpice *et al.*, 2009]. Certains auteurs évoquent également de la plasticité locale qui serait accommodée par la transformation.

#### 2.2.5 Différence de comportement entre mono- et poly- cristal

Quel que soit l'alliage étudié, une grande différence de comportement existe entre le monocristal et le polycristal. La plupart des monocristaux d'AMF ont des comportements anisotropes. Suivant la direction la plus favorable, les déformations de saturation possibles



**FIGURE 1.13:** Dissymétrie en traction–compression : a) Traction–compression sur une éprouvette tubulaire de *NiTi* polycristalline, à température ambiante  $T_{amb} = 28^{\circ}\text{C}$ , à  $0,006\text{mm}\cdot\text{min}^{-1}$  [Maynadier *et al.*, 2011a], b) Traction et compression sur un CuAlBe polycristallin à  $50^{\circ}\text{C}$  [Bouvet *et al.*, 2002].

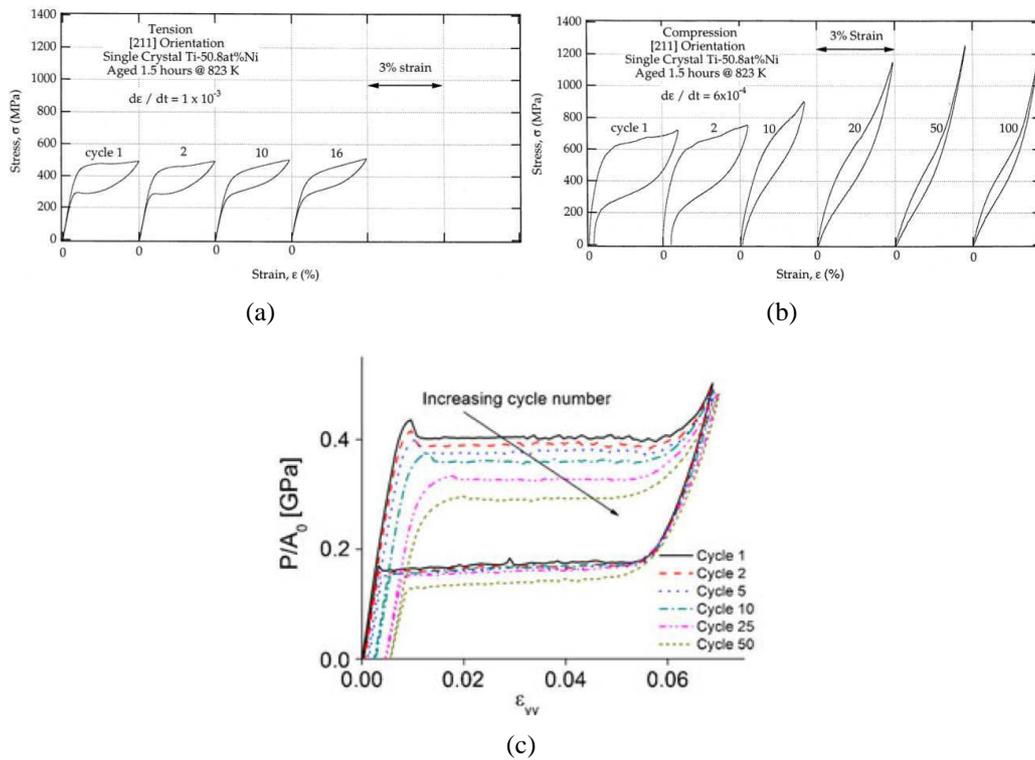
sont bien plus grandes que pour les polycristaux [Patoor et Berveiller, 1994]. Par exemple pour un Cu-Al-Be,  $\varepsilon_{sat} \simeq 10\%$  pour le monocristal alors que  $\varepsilon_{sat} \simeq 6\%$  pour le polycristal [Vivet, 1999] [Entemeyer, 1996].

De plus, le module tangent après  $\sigma_s^M$  est très faible pour les monocristaux, quasi horizontal, d'où le fait que l'on parle de « plateau » de transformation. Lorsqu'on sollicite mécaniquement un monocristal, seules quelques variantes apparaissent, celles qui satisfont au mieux la sollicitation imposée [Delpueyo *et al.*, 2012] alors que dans les polycristaux, selon l'orientation des grains, leurs défauts, les contraintes intragranulaires, une multitude de variantes se créent [Gall *et al.*, 2001] donnant un comportement moyen, moins abrupt que le comportement des monocristaux.

### 2.3 Phénomène de localisation

Lors d'essais de traction–compression sur éprouvettes élancées, un phénomène de localisation est observé. La transformation se concentre dans des bandes (sur éprouvettes plates ou films) ou en hélices (sur éprouvettes tubulaires). Au sein d'une bande, la déformation augmente rapidement, alors qu'ailleurs, elle a cessé de croître, jusqu'à atteindre une déformation de saturation (de l'ordre de 6 à 8% selon les alliages). Une fois la saturation atteinte, les bandes ou hélices s'élargissent jusqu'à se rejoindre. Toute la matière est alors transformée en martensite.

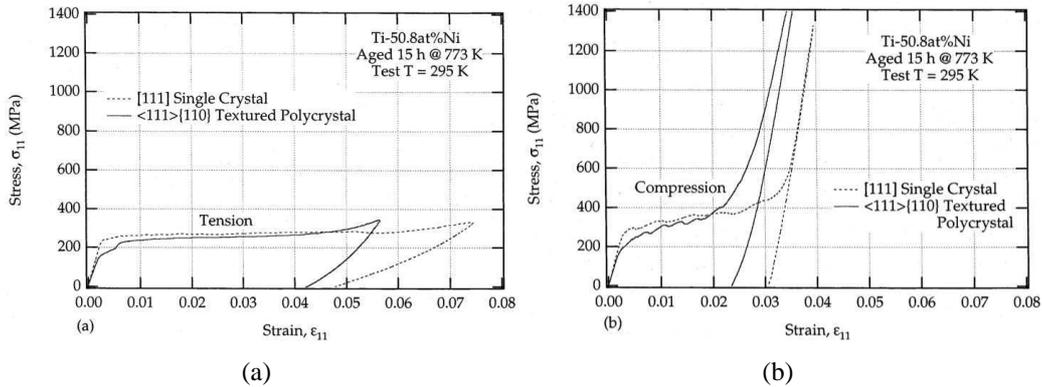
Comme la transformation est exothermique, de la chaleur est produite au front de bande. La température augmente fortement localement d'une dizaine de degrés [Pieczyńska *et al.*, 2006]. Cette chaleur est défavorable à la transformation et tend à l'arrêter. Cependant un champ de contrainte anisotrope local dû aux incompatibilités de déformation



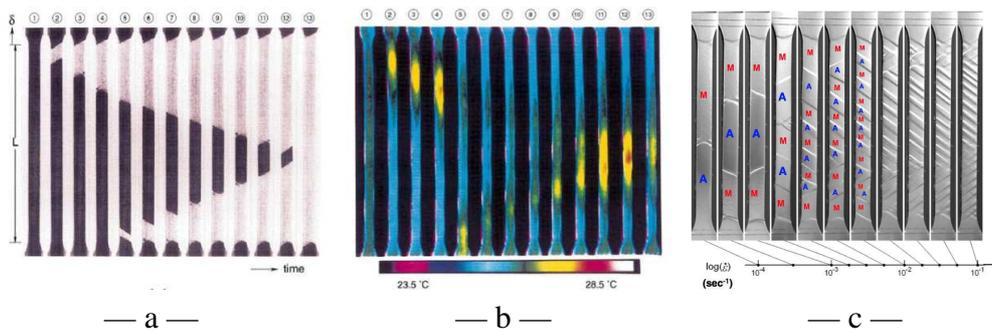
**FIGURE 1.14:** Effet du cyclage sur la réponse macroscopique d'un échantillon de NiTi : a) Cyclage en traction d'un monocristal [Gall *et al.*, 2001]. b) Cyclage en compression sur un monocristal [Gall *et al.*, 2001]. c) Cyclage en traction sur un polycristal [Kim et Daly, 2011].

apparaît également au front, qui lui favorise le changement de phase. Il y a donc compétition entre ces deux phénomènes : le nombre de bandes varie en fonction des conditions thermiques et de la vitesse de sollicitation (compétition entre génération et dissipation de la chaleur) et les bandes et les hélices apparaissent, à cause de l'anisotropie, avec une inclinaison fixe sur l'axe de traction ( $\pm 54$  degrés sur l'axe de traction [Shaw et Kiriakides, 1998; Maynadier *et al.*, 2010a]).

Le phénomène de localisation se retrouve aussi bien lorsque l'on sollicite des structures mono- ou poly-cristallines. Cependant de par la présence de joints de grains le front de bande est de nature totalement différente. Dans un monocristal, il s'agit soit d'une interface limitant le domaine d'existence d'une variante, soit d'un plan d'habitat définissant l'interface entre un domaine d'existence de variantes compatibles et l'austénite (voir figure 1.17, à gauche). Dans un polycristal le front est plus chahuté car il s'étend sur plusieurs grains. À l'intérieur d'une même bande (comme le montrent les micrographies au Microscope Électronique à Balayage 1.31 et les micrographies optiques 1.4) les lamelles de variantes ont tendance à toutes s'aligner et à s'affranchir des joints de grains.



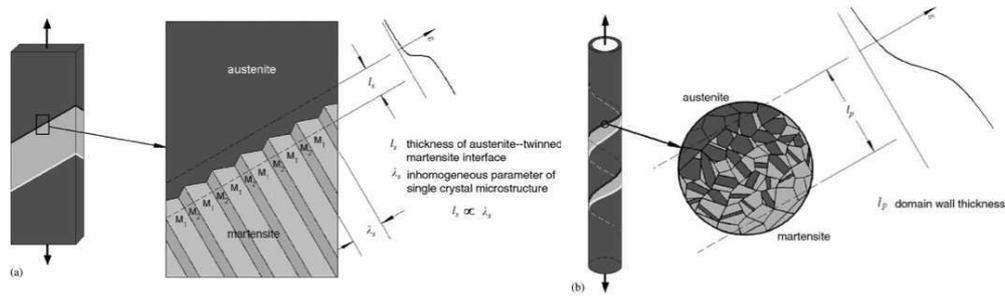
**FIGURE 1.15:** Différence de comportement entre un monocristal de Ni-Ti et un polycristal de même composition texturé [Gall *et al.*, 2001]. a) Réponse en traction. b) Réponse en compression.



**FIGURE 1.16:** a) et b) Localisation de la transformation observée par Shaw [2000] lors d'un essai de traction sur éprouvette plate en NiTi, à  $\dot{\epsilon} = 10^{-4} s^{-1}$  de taux d'allongement à température ambiante. Observations réalisées en imagerie visible (a) et infrarouge (b). c) Éprouvettes plates à 3% d'allongement, sollicitées à différentes vitesses de traction, observées par imagerie visible sous lumière rasante [He et Sun, 2010].

### 2.3.1 Observation par mesure de champs

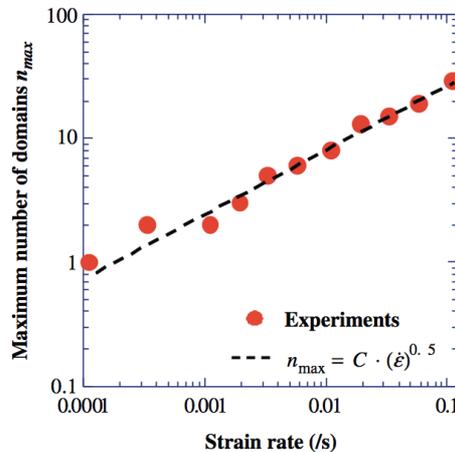
La localisation de la transformation en bandes a été beaucoup étudiée expérimentalement, à l'aide de toutes sortes de structures élancées (fils, tôles, tubes, plaques, barreaux...). Pour observer les bandes, leur nombre et leur morphologie, de nombreuses techniques ont été utilisées. On peut notamment citer l'utilisation d'un revêtement fragile dont la réflectivité change au passage du front de bande utilisé par Shaw et Kiria-kides [1997, 1998]. Comme la transformation est isochore, il est aussi possible de les observer en imagerie visible sous lumière rasante (comme sur la figure 1.16-c) [Zhang *et al.*, 2010; He et Sun, 2010]). Il a été ainsi possible d'établir expérimentalement la relation liant le nombre de bandes au taux d'allongement :



**FIGURE 1.17:** Nature du front de bande lors de la localisation de la transformation dans une éprouvette monocristalline (à gauche) ou polycristalline (à droite). (d'après Feng et Sun [2006])

$$n_{max} = C \cdot \dot{\epsilon}^m \quad (1.1)$$

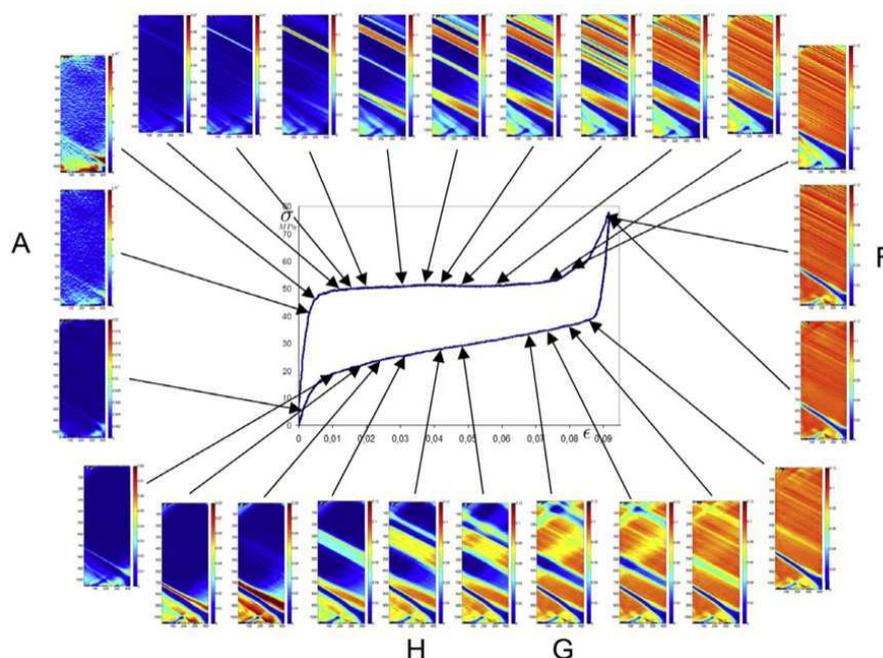
où  $n_{max}$  est le nombre de bandes maximal apparaissant au cours de l'essai,  $\dot{\epsilon}$  est le taux d'allongement,  $C$  est une constante qui peut s'écrire  $1/(c \cdot \Delta \epsilon^{tr})$  avec  $c$  la vitesse de propagation des bandes et  $\Delta \epsilon^{tr}$  est la déformation de transformation au cœur des bandes. Il a été établi que  $C$  et  $m$  dépendent fortement des conditions thermiques de l'essai [Zhang *et al.*, 2010; He et Sun, 2011].



**FIGURE 1.18:** Nombre maximal de bandes apparaissant au cours d'essais de traction à différents taux d'allongement sur éprouvettes NiTi ( $0,5 \times 2,6 \times 30$  mm) [Zhang *et al.*, 2010]. Pour ces conditions d'échange thermique (éprouvette très fine plongée dans l'air ambiant non ventilé), on identifie expérimentalement  $m = 1/2$ .

Cependant l'imagerie optique dont on vient de parler ne permet pas de réaliser des mesures quantitatives. Pour connaître la déformation au cours de l'essai en plusieurs

points, de nombreuses jauges de déformation sont alors nécessaires [Shaw et Kiriakides, 1997]. Les techniques de mesure de champs cinématiques amènent donc une information supplémentaire, et ont l'avantage de ne pas influencer sur le phénomène. On peut ainsi mesurer les déplacements en chaque point de la surface de la structure étudiée et en déduire les déformations. La technique est utilisée par de nombreuses équipes de recherche, qu'il s'agisse de corrélation d'images locale ou globale ou encore de mesure de champs par la méthode des grilles [Favier *et al.*, 2007; Delpueyo *et al.*, 2012; Kim et Daly, 2011; Vigneron, 2009].

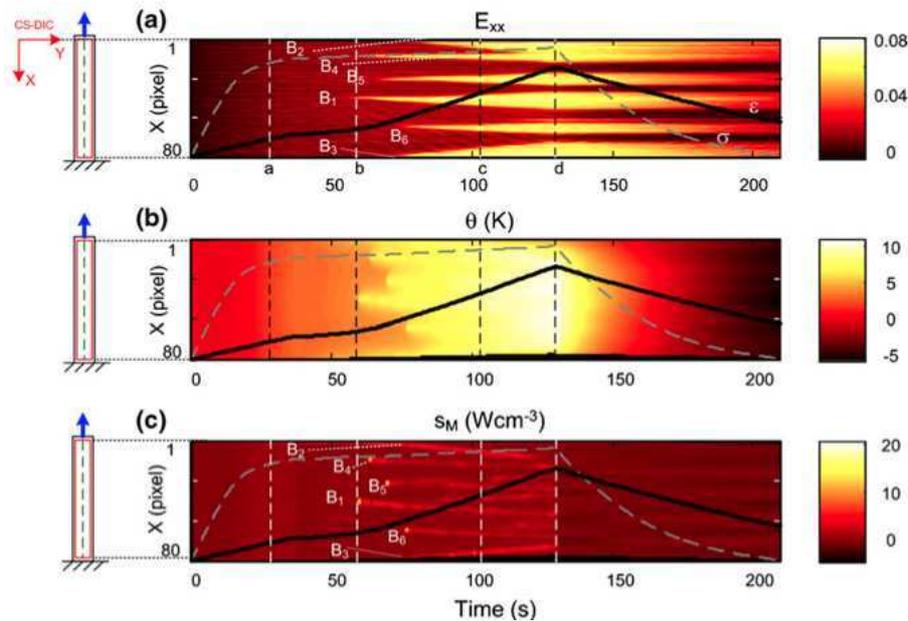


**FIGURE 1.19:** Courbe de traction et mesure de champs par la méthode des grilles sur une éprouvette monocristalline de CuAlBe [Delpueyo *et al.*, 2012].

L'apparition de bandes de transformation est liée au couplage thermo-mécanique. La mesure de champs cinématiques est souvent complétée par de la mesure de champs thermiques grâce à de l'imagerie infrarouge [Shaw et Kiriakides, 1997; Gadaj *et al.*, 2002; Pieczyska *et al.*, 2005; Schlosser *et al.*, 2007; Zhang *et al.*, 2010; Kim et Daly, 2011; Delpueyo *et al.*, 2012]. La confrontation des deux types de champs est pertinente et permet de mieux appréhender le couplage. Lorsque déplacements et températures sont connus en tout point, il est alors envisageable de résoudre l'équation de la chaleur et d'identifier les sources de chaleur de la transformation, leur position et leur intensité. Sur cet axe on remarquera les travaux de Schlosser *et al.* [2007]; Louche *et al.* [2012], dans la continuité de Chrysochoos et Louche [2000]; Chrysochoos [2002]; Chrysochoos *et al.* [2008], mais aussi Pottier *et al.* [2009]; Badulescu *et al.* [2011]; Delpueyo *et al.* [2012]. Ces travaux menés aussi bien sur des monocristaux que des polycristaux ont entre autres choses per-

mis d'affirmer la simultanéité de l'émission de chaleur et de la déformation, et de montrer que la transformation ne se produit plus qu'au front de bande une fois la localisation initiée (cf. les cartes spatiotemporelles de la figure 1.20). Ces travaux ouvrent la voie à de la calorimétrie quantitative fiable, prenant en compte les changements de conductivité dus au changement de phase [Louche *et al.*, 2012].

Ces mesures cinématiques, thermiques et calorimétriques délivrent des informations pertinentes qui sont nécessaires à une meilleure compréhension du couplage thermodynamique et du phénomène de localisation. Ces travaux reposent en grande partie sur le traitement des images numériques (visible ou infrarouge) et sur leur confrontation. Les procédures d'appariement des images sont critiques. Nous reviendrons sur les mesures de champs cinématiques et thermiques, leur mise en œuvre simultanée et leur confrontation dans le chapitre 2.



**FIGURE 1.20:** Cartes spatiotemporelles le long de l'éprouvette lors d'un essai de traction sur plaques minces de NiTi : a) Déformation longitudinale, b) Élévation de température par rapport à l'état initial, c) Sources de chaleur. Les courbes superposées sont la contrainte en pointillés gris et l'allongement en trait continu noir [Louche *et al.*, 2012].

### 2.3.2 Modélisation des bandes de transformation

Les bandes ont tendance à se propager à cause des sur-contraintes aux fronts de bandes dues aux incompatibilités. Simultanément, la chaleur générée par la transformation la freine. La localisation est liée à la structure car elle provient de la compétition entre deux phénomènes transitoires à savoir la vitesse de génération de la chaleur (liée à la vitesse de

sollicitation) d'une part et la vitesse de dissipation de cette chaleur par diffusion dans le matériau ou par convection dans l'environnement d'autre part. Si on sollicite très rapidement une structure, une première bande apparaît. La chaleur créée au point de nucléation n'a pas le temps de se dissiper. La température en ce point est alors trop élevée pour continuer à transformer, malgré la concentration de contrainte. À une certaine distance cependant, le matériau n'est pas impacté par la chaleur générée plus avant, en fonction de l'état de contrainte, une autre bande peut y apparaître.

La nucléation–propagation des bandes peut être retrouvée analytiquement : He et Sun [2010] retrouvent la relation 1.1 qui a d'abord été établi expérimentalement [Shaw et Kiriakides, 1997; Zhang *et al.*, 2010]. Les constantes  $m$  et  $C$  de l'équation 1.1 sont exprimables en fonction notamment des conditions thermiques de l'essai. He et Sun [2010] montrent que le coefficient d'échange thermique avec l'environnement, représentant les pertes par convection dans le milieu ambiant, a une grande influence sur l'exposant  $m$ . Ce dernier varie entre 0,5 (conditions quasi-adiabatiques) et 1 (conditions quasi-isothermes).

D'autres travaux de recherche ont été menés pour modéliser grâce à la méthode des éléments finis la localisation dans les structures [Peyroux *et al.*, 1998; Hu *et al.*, 2006; Vigneron, 2009]. Ces modélisations utilisent des lois de comportements issues de modèles phénoménologiques ou multiéchelles.

Nous discuterons modèles de comportement et modélisation des structures respectivement dans les chapitres 3 et 4.

### 3 Les AMF de type Nickel-Titane

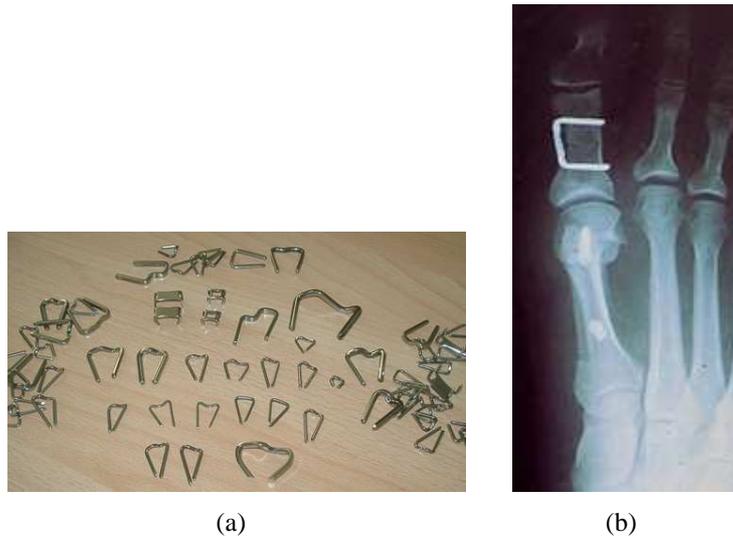
Parmi tous les AMF existants, nous avons choisi comme support de ces travaux de thèse un alliage de Nickel-Titane quasi-équiatomique :  $Ni_{49,95at\%}Ti$ . En effet, les alliages de Ni-Ti, ainsi que ceux légèrement alliés (additifs de Cu ou Fe) en proportions proches de 50-50at%, sont très étudiés. La transformation de phase se produit dans une gamme de température proche de l'ambiante, donc plus aisée à observer en laboratoire. En effet l'Austénite est stable jusqu'à basse température. La température de début de transformation ( $M_s$ ) dépend très fortement de la composition et du processus de mise en forme des échantillons. Pour ces alliages, l'austénite est une structure cubique centrée (ordonnée B2 :  $8 \times 1/8$  d'atome de Titane et 1 atome de Nickel au centre de la maille) qui se transforme en 24 variantes de martensite de structure monoclinique.

Ces AMF furent découverts au début des années 50 (d'autres AMF étaient connus depuis les années 30) et leurs premières utilisations datent du début des années 60. Au début cantonnés aux applications militaires (pour la US-Navy), ils connaissent aujourd'hui de nombreuses applications commerciales. La mise en forme des NiTi est complexe et coûteuse, leur usinage est notamment problématique. Ceci le confine aux applications à forte valeur ajoutée. Le NiTi a par ailleurs le très grand avantage d'être bio-compatible, et le « plateau » de déformation réversible est d'une amplitude comparable à celle de certains tissus humain (tendons...) [Morgan, 2004], [Duerig *et al.*, 1999]. On le retrouve ainsi dans de nombreuses applications médicales.

### 3.1 Quelques applications industrielles des AMF de type NiTi

#### Applications utilisant la mémoire de forme

L'effet mémoire simple sens est par exemple exploité dans les agrafes d'ostéosynthèse. Il s'agit d'implants de diamètre variable en forme de « U ». Pour consolider une fracture osseuse, les deux parties de l'os sont solidarisiées à l'aide de cette pièce (voir figure 1.21 (a) et (b)). Les bras du « U » se referment au contact du corps grâce à une variation de température de l'ordre de 10°C, consolidant la fracture, et permettant aux os de se ressouder plus rapidement.



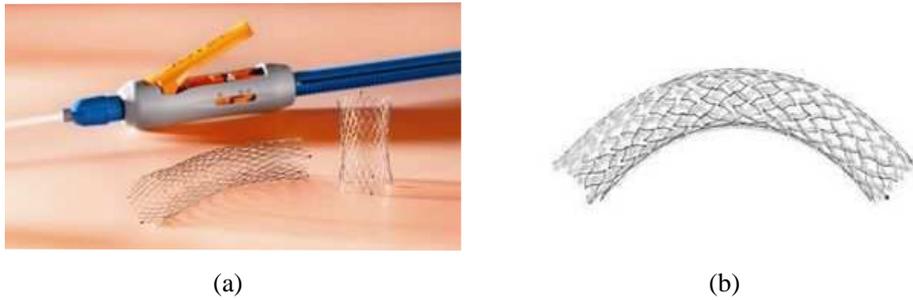
**FIGURE 1.21:** a) Différentes agrafes d'ostéosynthèse en NiTi b) Radiographie d'un implant d'ostéosynthèse (source : <http://nitifrance.com>)

De nombreux stents utilisent le même principe physique (voir figure 1.22). Le stent est inséré déformé dans le corps (dans une veine, une artère...) et se déploie sous l'effet de la chaleur du corps humain. Son déploiement déforme la veine ou l'artère où il est placé, facilitant l'écoulement du sang. Une fois en place, l'effet pseudo-élastique autorise l'implant à se déformer selon les mouvements du patient tout en maintenant l'artère ouverte.

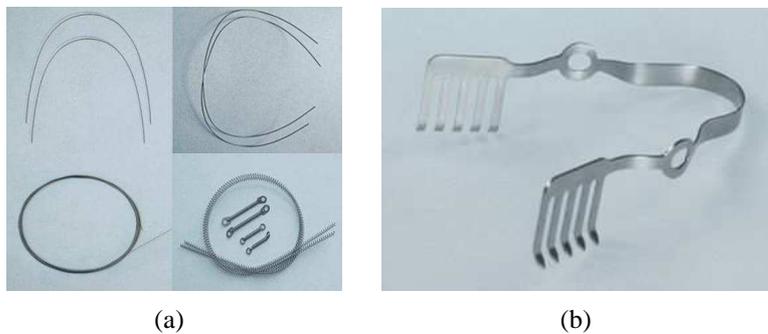
#### Applications utilisant la pseudo-élasticité

La pseudo-élasticité est exploitée soit pour des applications où les déformations sont répétées et doivent rester réversibles, soit parce qu'on cherche à obtenir un effort constant, à déformation variable. Ce dernier point est possible lorsque le point de fonctionnement se situe dans « plateau » de transformation.

Ainsi les NiTi super élastiques sont utilisés pour la confection de fils d'orthodontie, ou d'écarteurs thoraciques pour la chirurgie coronarienne (voir figures 1.23). En effet, les structures déformées, fixées (pour les fils d'orthodontie dans les bagues, pour l'écarteur thoracique dans l'incision), maintiennent un effort constant sur leurs points d'ancrage.



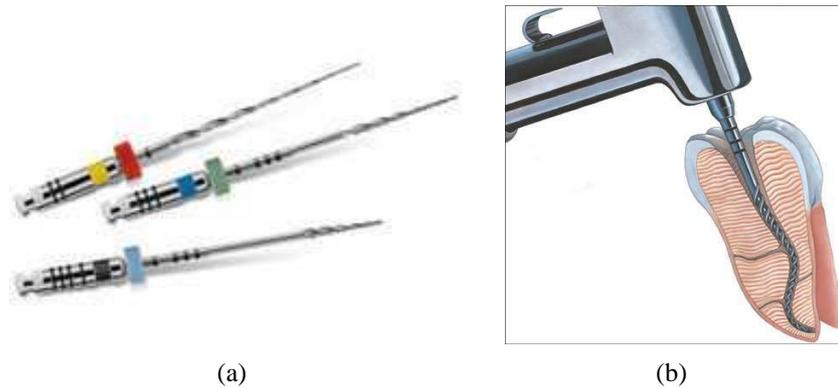
**FIGURE 1.22:** a- Stent pour aorte, avec système d'application b- Implant en NiTi (source <http://www.medicaexpo.com> – produits *Optimed globalcare*)



**FIGURE 1.23:** a) Divers fils et ressorts pour implants d'orthodontie (source [www.memry.com](http://www.memry.com)) b) Écarteur thoracique pour chirurgie coronarienne (source <http://www.medicaexpo.com> – produits *Endosmart*)

La pseudo-élasticité est également exploitée pour la conception d'outils endodontiques (voir figure 1.24). Ils permettent de « percer courbe ». En effet lors de la dévitalisation d'une dent, guidé par le canal de la dent, l'outil excave en flexion. Les outils NiTi sont jusqu'à six fois plus élastiques en flexion que les outils traditionnels [Chevalier *et al.*, 2010].

Concevoir et dimensionner ces systèmes nécessite une bonne connaissance du matériau et l'élaboration de modèles fiables capables de représenter le comportement complexe des AMF. De plus toutes ces applications mettent en œuvre des structures de géométrie complexe, dans lesquelles le matériau subit des chargements thermomécaniques multiaxiaux, souvent cycliques. Les outils développés devront tout particulièrement s'attacher à décrire les aspects multiaxiaux et ceux du couplage thermomécanique.



**FIGURE 1.24:** a) Outils d'endodontie (source <http://www.medicaexpo.com>)  
b) Dévitalisation d'une dent.

### 3.2 Le *NiTi* support de ces travaux :

Les outils expérimentaux et les modèles développés dans ces travaux de thèse sont pertinents pour toutes sortes d'AMF. Ils seront, dans ce manuscrit, appliqué à un alliage de Nickel-Titane ( $Ni_{49,75at\%}Ti$ ). Les éprouvettes dont nous disposons ont été mises en forme par la société Nitifrance (Lury sur Arnon, France) et ont subi une déformation à froid suivie d'un recuit de 2 minutes à  $480^{\circ}C$  en bain de sel. Selon les lots et les géométries d'éprouvettes de petites différences de comportement ont été observées, associées aux variabilités du processus de mise en forme. Les éprouvettes plates ( $2 \times 20 \times 120 \text{ mm}^3$ ) utilisées dans ces travaux sont toutes issues d'un même lot et leur matériau a été analysé.

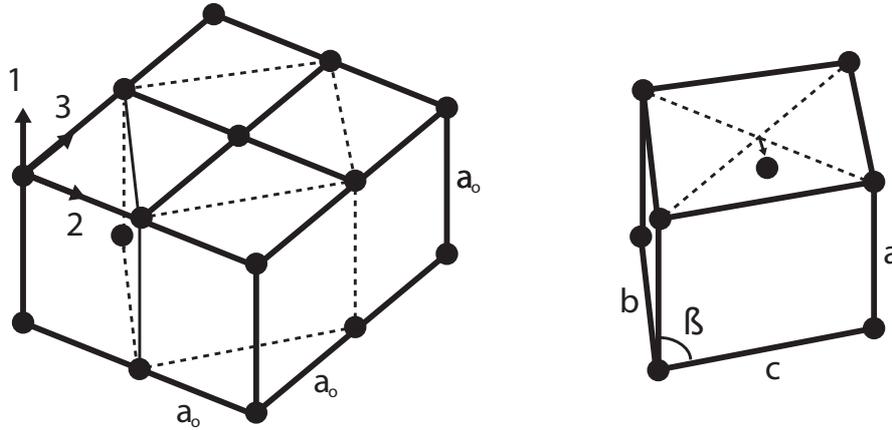
#### Cristallographie et transformation :

La figure 1.25 présente la structure des deux phases de l'alliage *NiTi* (seuls les atomes de Titane sont représentés). Dans ce matériau, l'austénite (à gauche) a une structure cubique centrée (composée de huit huitièmes d'atomes de Ti au sommets du cube et d'un atome de Ni au centre de la maille). Lors de la transformation le motif quadratique à faces centrées, mis en évidence par des pointillés sur le schéma 1.25, se transforme en une structure monoclinique à faces latérales centrées dessinée à droite. La maille de martensite partage dix atomes de Ti (huit huitièmes aux sommets de la maille monoclinique et deux demis presque au centre de deux faces opposées) et quatre demis atomes de Ni (aux centres des quatre faces restantes). Les paramètres de maille des deux phases stables sont donnés dans le tableau 3.2. La maille cristalline de martensite est de plus faible symétrie que la maille quadratique dont elle est issue : à partir de l'austénite 24 variantes de martensite peuvent se former, selon la direction de la distorsion du réseau.

#### Température de changement de phase : identification par DSC

Un échantillon extrait d'une éprouvette vierge a été analysé par DSC (Differential Scanning Calorimetry)<sup>1</sup>. Le principe est de lui faire subir un cycle thermique lent qui

1. Les analyses DSC ont été réalisées à l'ENSTA où M.Patrice Riberty et M.Ziad Moumni m'ont ac-



**FIGURE 1.25:** Maille cubique d'austénite (à gauche) et maille monoclinique de martensite (à droite) présentes dans le  $Ni_{49,75at}Ti$ , seuls les atomes de Titane sont représentés.

$a_0$ Å	$a$ Å	$b$ Å	$c$ Å	$\beta$ deg
3,015	2,889	4,12	4,622	96,8

**TABLE 1.1:** Paramètres de maille de l'austénite et de la martensite du  $Ni_{49,75at}Ti$

début à  $-30^\circ\text{C}$  puis augmente jusqu'à  $80^\circ\text{C}$  avant un retour à  $-30^\circ\text{C}$ . L'énergie échangée avec l'échantillon est relevée au cours du temps. On détecte ainsi les transformations correspondant à une génération ou absorption de chaleur. La figure 1.26 représente le cycle de DSC obtenu. On y distingue très clairement deux pics révélateurs de changements de phase :  $M \rightarrow A$  en bas, puis  $A \rightarrow M$  en haut du graphe. On en déduit les températures de changement de phase (tableau 3.2).

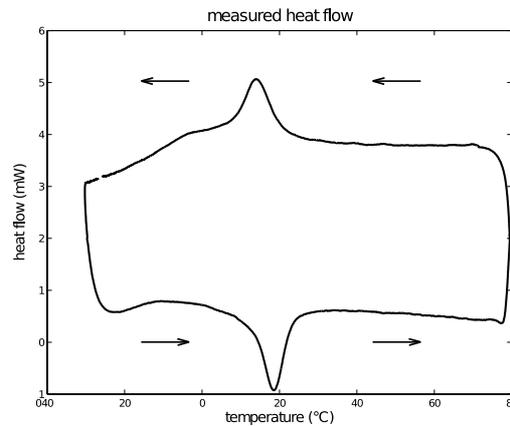
$M_s$	$M_f$	$A_s$	$A_f$
$20,5^\circ\text{C}$	$7,7^\circ\text{C}$	$12,7^\circ\text{C}$	$23^\circ\text{C}$

**TABLE 1.2:** Températures de changement de phase à contrainte nulle

Les AMF de type NiTi sont réputés présenter une troisième phase stable rhomboédrique dite « phase R ». Celle-ci est observée généralement lors de la transformation  $A \rightarrow R \rightarrow M$  (jamais dans l'autre sens de transformation).  $A \rightarrow R$  se produit aux alentours de l'ambiante alors que  $R \rightarrow M$  se produit à de très basses températures (entre  $-30^\circ\text{C}$  et  $-80^\circ\text{C}$  [Shaw, 2000, 2002]). La « phase R » est très peu observée lorsque la transformation est mécaniquement induite. On peut remarquer que la gamme de température

---

cueillie.



**FIGURE 1.26:** Analyse DSC d'un échantillon de *NiTi* issu d'une éprouvette corroyée.

explorée ici ne permet pas de faire apparaître d'autre phase, et donc de déterminer la nature de la phase apparaissant au refroidissement. Dans toute la suite nous considérerons que nous avons un matériau qui ne présente pas de « phase R », d'une part car nous nous intéressons surtout à la pseudo-élasticité, mais aussi car des mesures DRX réalisées dans et hors de bandes résiduelles n'ont pas révélé la présence de structure rhomboédrique.

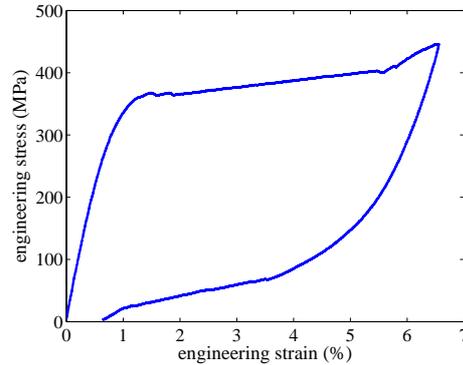
### Comportement mécanique

L'alliage de *NiTi*, sous forme d'éprouvettes plates ( $2 \times 20 \times 120 \text{ mm}^3$ ), a été soumis à des essais de traction uniaxiale à différentes vitesses de sollicitation. Tous ont été réalisés à température ambiante (autour de  $27^\circ\text{C}$ ) dans un environnement non-ventilé.

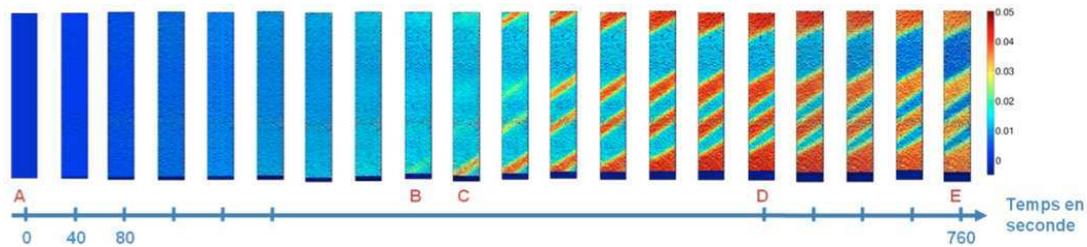
La courbe 1.27 est le résultat d'une traction à  $\dot{\delta} = 0,01 \text{ mm.s}^{-1}$  jusqu'à 6 % d'allongement. À cette température, le matériau est pseudo-élastique : il présente une déformation quasiment nulle après décharge. La contrainte seuil de perte de linéarité est de l'ordre de 370 MPa, avant ce point le module tangent, généralement confondu avec le module d'Young vaut 33,6 GPa. Dans le plateau, pour ces conditions thermiques et cette vitesse de sollicitation, le module tangent ne vaut plus que 10,7 GPa.

Des observations par mesure de champs cinématiques (corrélation d'image numériques globale via le code de corrélation *Correli\_Q4*, dont il sera question au chapitre 2), ont été réalisées. Les champs de déformation longitudinale mesurés lors d'un essai de traction à  $\dot{\delta} = 0,05 \text{ mm.s}^{-1}$  ( $\dot{\delta}/L = 4,2 \cdot 10^{-4} \text{ s}^{-1}$ ) sont présentés sur la figure 1.28 sur un axe temporel. Pour les obtenir, un appareil Canon EOS 400D a photographié toutes les 5 secondes la surface mouchetée de l'éprouvette. La zone analysée représente  $300 \times 1950$  pixels soit  $12 \times 80 \text{ mm}^2$ , les éléments du maillage de corrélation mesurent  $8 \times 8$  pixels soit  $0,3 \times 0,3 \text{ mm}^2$ .

Dans un premier temps (de A à B), la déformation est homogène sur la surface. Puis, une première bande apparaît (C). En son sein, la déformation est constante de l'ordre de 5%. La bande s'élargit ensuite sans se déplacer. D'autres bandes apparaissent et s'élargissent jusqu'à ce que toute l'austénite soit transformée. Ces observations sont



**FIGURE 1.27:** Courbe de traction à  $\dot{\delta} = 0,01 \text{ mm.s}^{-1}$  sur une éprouvette plate de *NiTi* ( $\dot{\delta}/L = 8,3 \cdot 10^{-5} \text{ s}^{-1}$ )



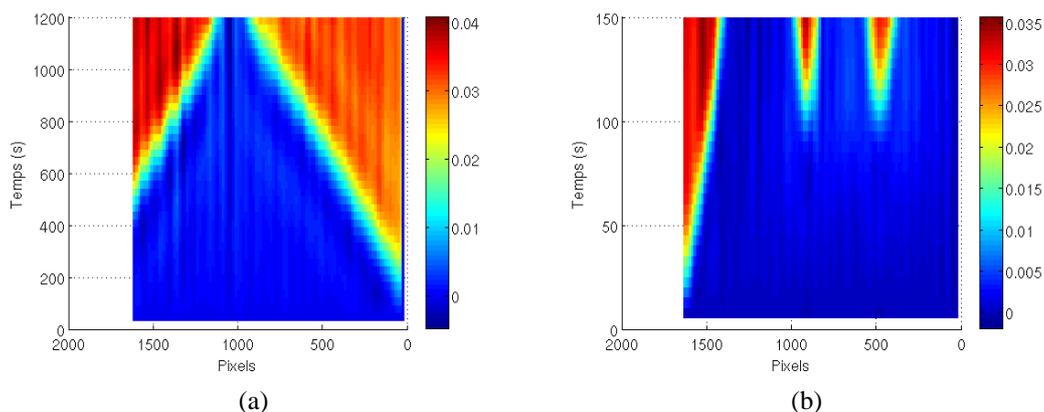
**FIGURE 1.28:** Champs de déformation lors d'un essai de traction à  $0,5 \text{ mm.s}^{-1}$  ( $\dot{\delta}/L = 4,2 \cdot 10^{-4} \text{ s}^{-1}$ ) sur une éprouvette plate de *NiTi*

conformes aux données de la littérature (voir 2.3). De même, comme le montrent les cartes spatiotemporelles de la déformation longitudinale issues d'essais à différentes vitesses de traction (figures 1.29), on retrouve aussi que le nombre de bandes maximal varie avec la vitesse de sollicitation.

Lors de l'essai réalisé à  $0,2 \text{ mm.min}^{-1}$ , la localisation s'initie dans les mors où la température est plus froide et où l'état de contrainte est plus complexe du fait du serrage.

Certains essais ont fait l'objet d'une observation par mesure de champs thermiques. Une caméra Infrarouge Cedip Jade III filme une face de l'éprouvette au préalable recouverte de peinture noire mate de haute émissivité ( $\approx 0,97$ ).

La figure 1.30-a) est un thermogramme d'un essai de traction à  $2 \text{ mm.min}^{-1}$  : on y voit l'évolution des températures maximale, moyenne et minimale au cours de l'essai. Les premières secondes de sollicitation sont accompagnées d'un faible refroidissement causé par la déformation élastique de la phase austénitique (thermo-élasticité classique). Puis une élévation uniforme de la température signale une transformation diffuse d'austénite en martensite. À un instant donné, les courbes  $T_{min}$  et  $T_{max}$  divergent : la température augmente fortement localement (il y a un écart de plus de  $4^\circ\text{C}$  par rapport au reste de l'éprouvette, et de plus de  $12^\circ\text{C}$  par rapport à la température initiale). En



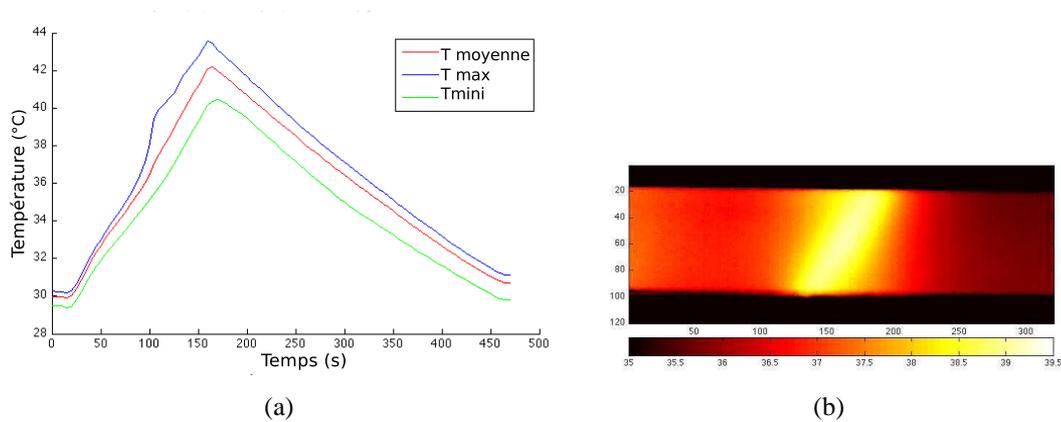
**FIGURE 1.29:** Cartes spatiotemporelles de l'évolution de la déformation longitudinale le long de la ligne médiane de l'éprouvette au cours du temps : a) à  $0,2 \text{ mm}\cdot\text{min}^{-1}$ , et b) à  $1 \text{ mm}\cdot\text{min}^{-1}$

effet une bande de transformation apparaît en dégageant de la chaleur. Cet instant correspond à la figure 1.30-b) qui est une image infrarouge acquise à la 110<sup>ème</sup> seconde. Une première bande apparaît dans le champ d'observation. En accord avec les observations par corrélation d'images, la bande est inclinée. Si l'élongation de l'éprouvette augmente, les dégagements de chaleur se poursuivent de part et d'autre de la bande créée précédemment alors que la température reste quasi stable au cœur de la bande.

### Microstructure : observation au MEB

Des éprouvettes présentant des bandes résiduelles de transformation (persistantes après décharge et démontage) ont été observées par microscopie optique et électronique à balayage. Les échantillons ont été électro-polis puis attaqués à l'acide fluorhydrique (HF), afin de révéler les lamelles de martensite. Les micrographies montrent que la taille des grains est faible, de l'ordre de 20 à 30  $\mu\text{m}$ . On observe aussi la présence de précipités dont l'analyse chimique révèle une forte concentration en Titane.

Les micrographies au MEB sont présentées sur la figure 1.31 (des microscopies optiques sont présentées figure 1.4). La première (fig.1.31-a) est réalisée hors de la bande, dans de la matière normalement non transformée. Cependant, l'électropolissage se fait en solution perchlorique à une température de  $-10^\circ\text{C}$ . Nous observons donc la trace de la martensite thermo-induite qui a été polie, bien que nous observions un échantillon austénitique (à  $T \geq 25^\circ\text{C}$  dans le MEB après traitement thermique de 5 min à  $T \simeq 60^\circ\text{C}$ ). Chaque grain présente des "traces" de lamelles orientées différemment voire plusieurs sous-domaines occupés par des "traces" de lamelles d'orientations différentes. Parfois les domaines se superposent donnant des structures entrecroisées comme au centre de l'image. La deuxième micrographie (fig.1.31-b) est prise au cœur de la bande de transformation. On observe là des lamelles toutes orientées dans deux même directions, quel que soit le grain. Certaines variantes s'étendent sur plusieurs grains, s'affranchissant des joints



**FIGURE 1.30:** a) Évolution de la température maximale (en bleu), moyenne (en rouge) et minimale (en vert) d'un essai de traction à  $2 \text{ mm}\cdot\text{min}^{-1}$ . b) Apparition d'une bande de localisation à la 110<sup>ème</sup> seconde lors de ce même essai. Les températures sont exprimés en degrés Celsius

de grains. De nombreux précipités ont également été observés sur ces micrographies. Une analyse EDS (Energy Dispersive Spectroscopy) a révélé qu'il s'agissait de précipités de Titane.

#### Analyse de la texture par EBSD

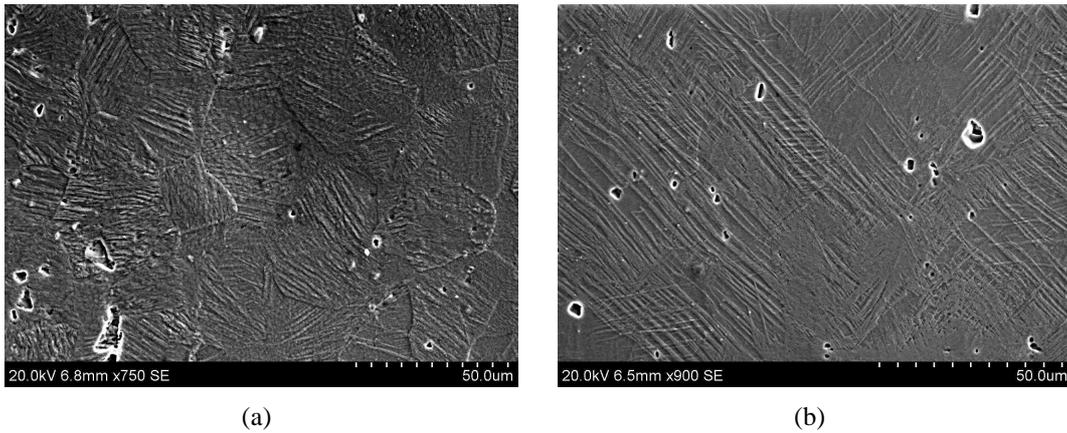
Pour connaître la texture de notre matériau une analyse EBSD a été menée. L'échantillon analysé a été découpé au fil dans une éprouvette vierge puis électro-poli et porté à  $T \simeq 60^\circ\text{C}$  pendant 5 min. La mesure de texture a été réalisée sur une fenêtre de  $600 \times 800 \mu\text{m}$ . Les figures de pôles obtenues sont données figure 1.32. On peut remarquer que ce polycristal à grains fins présente une texture clairement isotrope transverse : les directions du plan sont du type  $\langle 110 \rangle$  équiréparties. Le plan est clairement un plan de type  $\{111\}$ . Ce résultat est tout à fait en accord avec le type de procédé de mise en forme annoncé. En effet les pièces mises en forme par forgeage à froid, « frappées » par exemple, présentent généralement des textures dans la direction de compression.

*Remarque :* Une mesure de texture plus grossière en 500 points sur la même fenêtre d'analyse a été réalisée afin de générer une Fonction de Distribution d'Orientation (FDO), qui nous servira à décrire notre polycristal dans le travail de modélisation présenté au chapitre 3.

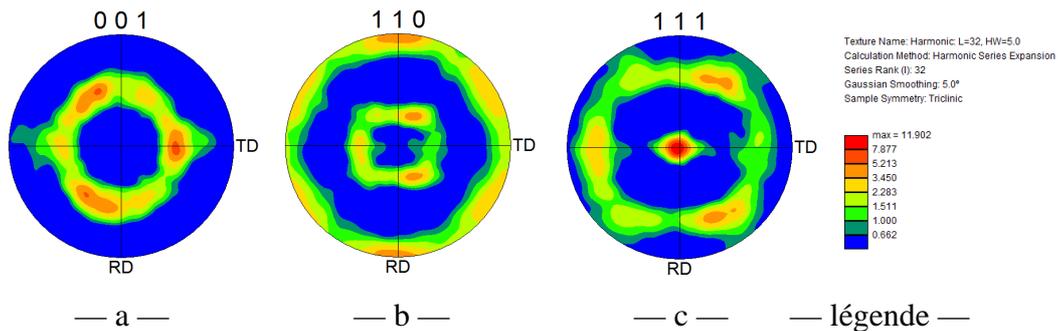
#### Bilan concernant l'alliage de Nickel Titane support des travaux :

L'alliage à mémoire de forme qui servira de support tant pour le développement des outils de mesure de champs que pour l'élaboration des modèles de comportement de VER ou de structure est un alliage de  $NiTi$ . Les éprouvettes que l'on utilise lors des essais sont constituées d'un polycristal à grains fins contenant des précipités à forte concentration de Titane. La taille de grain est de l'ordre de  $30 \mu\text{m}$ .

L'analyse DSC indique qu'il est austénitique à température ambiante (entre  $27^\circ\text{C}$  et



**FIGURE 1.31:** Micrographie réalisée au Microscope Électronique à Balayage (MEB) : a) En dehors de bandes de transformation b) Dans une bande de transformation résiduelle.



**FIGURE 1.32:** Figures de pôle du *NiTi* mis en forme à froid en éprouvettes plates de 20 mm : a-direction  $\langle 001 \rangle$ , b-direction  $\langle 110 \rangle$ , c-direction  $\langle 111 \rangle$

30°C lors des essais mécaniques) cependant la présence de martensite  $\sigma$ -induite est possible aux joints de grains selon les champs de contraintes internes. Les essais de traction confirment que le matériau est pseudo-élastique à température ambiante. Lors d'essais de traction à une vitesse de l'ordre de  $1\text{mm}\cdot\text{min}^{-1}$ , dans un environnement non-ventilé, la transformation provoque des échauffements d'une dizaine de degrés par rapport à la température initiale, les hétérogénéités de température peuvent atteindre  $5^\circ\text{C}$  sur l'éprouvette au moment de la première localisation.

Le matériau présente une texture marquée  $\langle uvw \rangle \{111\}$  qui peut conduire à un comportement mécanique et des seuils de transformation anisotrope. Il serait intéressant d'analyser les contraintes résiduelles présentes dans le matériau car plus que la texture, les contraintes résiduelles, potentiellement générées lors de la mise en forme, peuvent contribuer au comportement anisotrope du matériau [Wu *et al.*, 2001].

## 4 Problématique

Le comportement des AMF dans leur ensemble est présenté dans la littérature comme très complexe. Il est la conséquence du changement de phase solide-solide, la transformation martensitique, qui nous l'avons vu dans la partie 1.1 de ce chapitre, consiste à la plus petite échelle du matériau, sous l'effet de la température ou de la contrainte, en une distorsion locale du réseau cristallin, semblable à un maclage, accompagnée d'une émission ou absorption de chaleur (réaction exo- ou endo-thermique). On observe donc dès la plus fine échelle l'importance du couplage des quantités thermomécaniques, tant dans les causes que dans les conséquences de la transformation martensitique.

À toutes les échelles supérieures, le couplage se retrouve. Dans le grain, où le monocristal d'austénite se transforme en un nombre fini de variantes se partageant l'espace, induisant les unes sur les autres, au gré des incompatibilités géométriques, des champs de contraintes permettant leur accommodation (partie 1.2). Ou encore à l'échelle du polycristal où chaque grain est un monocristal de phase mère orienté différemment dont les joints de grains ou les précipités provoquent eux aussi des incompatibilités, ou induisent des champs de contraintes internes supplémentaires (partie 1.3). Tout cela confère aux AMF un comportement atypique à l'échelle macroscopique, c'est-à-dire la mémoire de forme et la pseudo-élasticité (partie 2).

C'est à l'échelle encore supérieure, celle de la structure, que l'on observe l'expression la plus flagrante du couplage thermomécanique : la localisation de la transformation sous forme de bandes (partie 2.3).

Le comportement général des AMF est ainsi anisotrope et multiéchelle. Le couplage thermomécanique y a une importance prépondérante. Ces points constituent le cœur de nos travaux. Nous avons tout d'abord porté nos efforts sur le développement d'un outil adapté à l'observation et à la mesure des quantités macroscopiques mises en jeu lors de couplages thermomécaniques locaux.

De plus, comme le montrent les nombreuses applications industrielles des AMF (dont quelques unes sont présentées partie 3.1), des modèles multiphysiques sont nécessaires pour la simulation du comportement de structures entières sous chargements mécaniques multiaxiaux ainsi que sous chargement thermiques transitoires. Envisager de tels modèles pousse à se poser en premier lieu la question de l'échelle de travail : quel niveau de description de la physique du matériau doit on avoir ? Nous avons fait le choix d'explorer une modélisation multiéchelle, mais sans introduire le concept d'interface (ni entre variante, ni entre phase). À travers une description de la transformation de phase à la plus petite échelle et le choix de stratégies de changement d'échelles adaptées, les fractions volumiques de chaque phase sont estimées permettant de calculer la déformation du volume considéré. Notre modèle se fonde notamment sur la comparaison des énergies libres de chaque variante à l'échelle du monocristal suivant une vision probabiliste.

Tout au long de l'élaboration de ce modèle s'est posée la question de l'échelle à partir de laquelle les variations thermiques sont considérées. En effet, on peut supposer qu'elles ont un rôle dès la plus fine échelle, mais seules des mesures thermiques à l'échelle cristalline pourraient le confirmer. On trouve dans la littérature des travaux sur

des éprouvettes monocristallines, ou polycristallines à gros grains. Ils mettent en évidence l'hétérogénéité du champ de température et son influence sur le comportement. Pour notre part, nous avons choisi de raisonner dans un cadre réversible (sans échange énergétique avec l'extérieur) et isotherme jusqu'à l'échelle du VER polycristallin, qui reste, dans notre description, de faible dimension devant celle de la structure.

C'est à l'échelle de la structure que nous nous sommes confrontés au troisième aspect du couplage thermomécanique, celui de la modélisation des échanges thermiques avec l'environnement de la structure afin de rendre compte de la localisation de la transformation. Par souci de simplicité, nous nous sommes limités au cas de structures unidirectionnelles sous traction. Ceci constitue un premier pas dans la direction des simulations de structures complexes.

L'alliage polycristallin *NiTi* (partie 3.2) qui a été choisi pour servir de support aux travaux détaillés dans la suite présente tous ces aspects (anisotropie, comportement multiéchelle, couplage thermomécanique) et notamment connaît sa transformation à des niveaux de températures et de contraintes suffisamment raisonnables pour permettre une expérimentation aisée.

Ces travaux ont pour ambition de contribuer à une meilleure compréhension du couplage thermomécanique dans les Alliages à Mémoire de Forme.

# Notation

## Mesure couplée de champs cinématiques et thermiques : IRIC

### DIC usuelle :

$\boldsymbol{x}$	Vecteur des coordonnées spatiales
$\boldsymbol{u}(\boldsymbol{x})$	Vecteur du champ de déplacement au point $\boldsymbol{x}$
$f(\boldsymbol{x})$	Niveau de gris de l'image de référence au pixel $\boldsymbol{x}$
$g(\boldsymbol{x})$	Niveau de gris de l'image déformée par le déplacement $\boldsymbol{u}(\boldsymbol{x})$
$\Omega_i$	Imagette de corrélation locale
$\Omega_e$	Élément fini du maillage de corrélation
$l$	Taille des éléments du maillage de corrélation
$\mathcal{D}$	Zone d'intérêt analysée, maillage éléments finis en corrélation globale
$\mathfrak{R}[\boldsymbol{u}]$	Fonctionnelle à minimiser

### Thermographie usuelle

$R_p$	Rayonnement infrarouge reçu par la camera
$\varepsilon$	Émissivité d'une surface
$\Phi_{\text{émission}}$	Flux de rayonnements infrarouges émis par la surface imagée
$\Phi_{\text{réflexion}}$	Flux de rayonnements infrarouges reflétés par la surface imagée
$\sigma_{SB}$	Constante de Stefan-Boltzmann
$T_{\text{épreuve}}$	Température de la surface de l'éprouvette

### Corrélation d'images infrarouges

$\boldsymbol{x}$	Vecteur des coordonnées d'un point physique
$\boldsymbol{u}(\boldsymbol{x}, t)$	Vecteur du champs de déplacement au point $\boldsymbol{x}$ à l'instant $t$
$T(\boldsymbol{x}, t)$	Champ de température réelle à l'instant $t$ , exprimé en DL ou °C
$f(\boldsymbol{x}, t)$	Niveaux de gris d'une image analysée à l'instant $t$
$\Omega$	Petite surface de l'éprouvette où la température est uniforme
$\Theta_{\Omega}(t)$	Température apparente de la surface $\Omega$ à l'instant $t$
$\Theta(\boldsymbol{x}, t)$	Champ de température apparente sur toute la zone d'intérêt à l'instant $t$
$f_0(\boldsymbol{x})$	Niveaux de gris de l'image de référence
$\Theta_0$	Température apparente de référence

$T_0$	Température réelle de référence
$\Theta_{\times}$	Température apparente d'uniformité (le contraste de gris s'anule)
$T_{\times}$	Température réelle d'uniformité
$g_{corr}(\mathbf{x}, t)$	Image corrigée par les déplacements et température mesurés
$\mathfrak{R}[\mathbf{u}, \Theta]$	Fonctionnelle à minimiser
$\eta(\mathbf{x}, t)$	Résidu de corrélation au point $\mathbf{x}$ à l'instant $t$

#### Application : traction sur Ni-Ti

$\Sigma(t)$	Contrainte macroscopique mesurée par la cellule d'effort
$E_{macro}(t)$	Déformation longitudinale macroscopique,
$T(\mathbf{x}, t)$	Champ de température mesuré
$U_y(\mathbf{x}, t)$ et $U_x(\mathbf{x}, t)$	Champs de déplacement longitudinal et transverse
$E_{yy}(\mathbf{x}, t)$ et $E_{xx}(\mathbf{x}, t)$	Champs de déformation déduits des déplacements mesurés
$\varepsilon_{uni}$	Déformation uniforme maximale avant localisation
$\varepsilon_{sat}$	Déformation maximale en un point
$t_{loc}$	Instant d'apparition de la première bande
$\Delta H$	Chaleur latente de transformation
$q(\mathbf{x}, t)$	Flux de chaleur
$\tau$	Constante de temps de transformation
$f^M$	Fraction volumique de martensite

## Chapitre 2

# Mesure couplée de champs cinématiques et thermiques : IRIC

### Sommaire

---

<b>1</b>	<b>Transformation martensitique dans les AMF</b> . . . . .	<b>7</b>
1.1	Transformation du réseau cristallin . . . . .	8
1.2	Transformation dans un grain . . . . .	9
1.3	Transformation dans un polycristal . . . . .	10
<b>2</b>	<b>Comportements thermomécaniques</b> . . . . .	<b>11</b>
2.1	Mémoire de Forme . . . . .	12
2.2	La pseudo-élasticité . . . . .	14
2.3	Phénomène de localisation . . . . .	19
<b>3</b>	<b>Les AMF de type Nickel-Titane</b> . . . . .	<b>25</b>
3.1	Quelques applications industrielles des AMF de type NiTi . . . . .	26
3.2	Le <i>NiTi</i> support de ces travaux : . . . . .	28
<b>4</b>	<b>Problématique</b> . . . . .	<b>35</b>

---

La transformation martensitique dans les AMF occasionne, notamment en traction uniaxiale, l'apparition de bandes de transformation. La phénomène a été présenté au chapitre 1 précédent (partie 2.3, pages 19). Pour étudier ce phénomène, s'est posée la question du choix d'outils pour mesurer des quantités cinématiques et thermiques dans le but de les relier. Les méthodes de mesure de champs cinématiques et thermique sont pertinentes, mais leur mise en œuvre et leur exploitation conjointe est mal-aisée. C'est pourquoi nous avons développé un outil de mesure couplée cinématique et thermique par corrélation d'images infrarouges (IRIC : InfraRed Image Correlation).

Cette question n'est pas spécifique aux AMF. Elle se pose dès que l'expérimentateur est face à un phénomène thermomécaniquement couplé, localisé ou non. Dans toute la suite du chapitre nous garderons un cadre général afin de montrer la flexibilité de l'outil développé. Nous ne reviendrons au cas des AMF de type NiTi que pour présenter une application du moyen de mesure.

Dans un premier temps, les techniques usuelles de mesures cinématiques et thermiques sont évoquées. L'accent est mis sur les mesures de champs, leur pertinence et les difficultés

de mise en œuvre simultanée pour l'étude des couplages thermomécaniques. Certains palliatifs de la littérature sont présentés. Dans un deuxième temps la Corrélation d'Image InfraRouge est présentée : son principe général, les procédures d'étalonnage nécessaires, la formulation mathématique et l'algorithme associé et enfin les incertitudes de mesures numériques. Enfin, une application de cette méthode à un essai de traction uniaxiale sur le matériau qui nous intéresse : le NiTi. Un bilan concernant aussi bien la méthode que les résultats obtenus conclut ce chapitre.

## 1 Problématique

De nombreux sujets d'études aujourd'hui mettent en jeux des phénomènes couplés thermomécaniquement :

- Les lois de comportement (bandes de cisaillement, changement de phase, ...)
- La rupture (fissuration, auto-échauffement en fatigue...)
- L'étude des procédés (modélisation/mise au point du soudage, étude de la coupe lors d'usages...)

L'analyse de ces phénomènes suppose la prise en compte de la cinématique et de la thermique que l'expérimentateur peut atteindre sous forme de déplacements et de température. Il se pose ici une première série de questions qui concernent la fiabilité des mesures, les dimensions des zones d'intérêt et la non perturbation du phénomène par la mesure en elle même.

L'exploitation conjointe de ces deux grandeurs d'intérêt permet de mieux comprendre, modéliser, identifier le couplage. Il faut donc que les deux grandeurs soient mesurées sur la même surface ou le même volume d'intérêt et au même instant.

## 2 Méthodes de mesure usuelles

### 2.1 Mesurer des déplacements

Lors d'un essai de traction sur machine conventionnelle, il existe de multiples moyens pour mesurer les déplacements dans l'éprouvette, liés au type de capteur utilisé, dont voici les plus répandus :

- **Capteurs machine.** Il est tout à fait répandu d'utiliser les données des capteurs de la machine, mesurant les déplacements des axes. Ces mesures indirectes sont effectuées sur l'actionneur, au niveau du vérin grâce à un L.V.D.T. (Linear Variable Differential Transformer) pour les machines hydrauliques ou en sortie du moteur électrique par une roue codeuse sur les machines électromécaniques par exemple. Ces capteurs, nécessaires pour la commande et l'asservissement des machines, ne sont cependant pas les plus appropriés pour étudier le comportement d'un matériau. En effet, supposer que le déplacement vu par l'éprouvette est identique à celui en sortie d'actionneur induit de fortes hypothèses sur la rigidité de la machine, le rendement de la chaîne de transmission, les jeux dans les liaisons, le système d'amarrage de l'éprouvette, etc. La mesure obtenue est influencée par le comportement de tous les organes présents dans la chaîne cinématique. Pour éviter cela des solutions existent pour prendre la mesure au plus près de l'éprouvette.
- **Extensomètre.** Les extensomètres répondent en partie au problème. Ces capteurs possèdent deux bras mobiles, dont la position initiale est connue. Les bras mobiles sont fixés sur

l'éprouvette (par un système de couteaux et de ressort ou par collage) délimitant ainsi la zone d'intérêt. L'écartement des bras avec le déplacement de la matière permet la mesure de l'élongation entre les deux points d'ancrage. On est ainsi plus proche de la matière et le déplacement relatif mesuré est réellement celui d'un point d'ancrage par rapport à l'autre. Cependant, cette solution technique présente de forts inconvénients. Tout d'abord, les systèmes d'ancrage des deux bras sont intrinsèquement intrusifs. Le simple fait de serrer localement la matière, de l'entailler ou d'y accoler une résine de rigidité différente, constitue une modification de la structure qui peut influencer sur le comportement ou la mesure. Il n'est pas rare par exemple que la striction apparaisse précisément sous la lame d'un des bras de l'extensomètre. Notons que des extensomètres optiques ou laser ont été conçus pour utiliser le même principe mais sans contact. Toutefois cette technologie ne permet pas de pallier les autres désavantages. En effet, l'information obtenue est une information intégrale sur toute la zone d'intérêt située entre les couteaux, ce qui peut être peu pertinent pour l'étude de phénomènes localisés, ne serait-ce que la striction. Elle est le plus souvent unidirectionnelle, fixée par la direction d'ouverture des bras. Enfin, le choix de cette zone d'intérêt et donc de la position du capteur sur l'éprouvette est fait *a priori*. Il n'est pas rare que l'événement attendu se produise hors de la zone d'intérêt.

- **Jauges de déformation.** Une mesure plus locale peut être obtenue en positionnant sur un point particulier une jauge de déformation. Ce capteur consiste en un ou plusieurs fils métalliques de faible section, disposés en serpent, dont la résistance varie en fonction de l'élongation, supposée identique à celle de la surface sur laquelle il est fixé. Une calibration est alors nécessaire pour convertir la variation électrique mesurée en une élongation locale. En superposant plusieurs jauges en rosette, on peut notamment mesurer la déformation dans plusieurs directions, accédant ainsi à plusieurs termes du tenseur des déformations. Les jauges, revêtues ou non, sont collées à l'aide de résines plus ou moins souples. On a donc une information locale dans le sens où la zone d'intérêt est maintenant restreinte à l'aire sous la jauge (pour les jauges à une grille de la marque Vishay par exemple, les dimensions vont de plusieurs centaines de  $\text{mm}^2$  –  $57,1 \times 4,8 \text{ mm}$  pour la 20CBW – à  $0,25 \text{ mm}^2$  –  $0,5 \times 0,5 \text{ mm}$  pour la 015DJ). Au-delà des difficultés de mise en œuvre, ce système présente les mêmes inconvénients majeurs que le précédent. Il est lui aussi intrusif : il n'est pas rare que la rigidité de la colle fausse les mesures notamment sur les composites par exemple. De plus, la position de la jauge est déterminée avant l'essai et donc sans savoir si un événement va apparaître en ce lieu précis.

## 2.2 Mesurer des températures

Mesurer une température n'est pas une chose aisée, notamment car on ne mesure que des températures relatives et qu'il est complexe de trouver des étalons pour calibrer les moyens de mesure. Deux capteurs sont présentés ici : le thermocouple, largement répandu, et les cellules InfraRouges (IR), plus rares.

- **Les thermocouples.** Ce sont des capteurs constitués de deux fils de matériaux différents présentant un effet Seebeck lorsqu'ils sont soudés ensemble. Il en existe plusieurs types, selon le couple de matériaux utilisé, qui couvrent des gammes de température différentes. En pratique les thermocouples se présentent soit sous forme de fils à souder directement sur l'éprouvette au point de mesure, soit sous forme de fils déjà soudés et gainés ensembles

à coller au point de mesure, soit sous la forme d'une sonde contenant les fils soudés en son extrémité. Le capteur délivre un potentiel proportionnel à la différence de température entre la soudure au point de mesure et une soudure secondaire à température ambiante. On a donc une mesure différentielle et indirecte. Ces capteurs sont peu coûteux, mais aussi peu précis en raison notamment de la difficulté d'étalonnage. L'incertitude est rarement inférieure à  $0,1^{\circ}\text{C}$ . Comme les jauges, ils présentent le grand désavantage d'être un moyen de mesure à contact, donc intrusif. Il faut de plus déterminer à l'avance son emplacement le plus pertinent.

- **Les cellules IR** La température d'un corps peut être atteinte sans contact par l'exploitation de l'intensité de son rayonnement. C'est ce principe physique qu'utilisent les cellules infrarouges, sorte de compteurs de photons. Ces cellules sont peu répandues car coûteuses et nécessitent une électronique adéquate. Les fréquences d'acquisition disponibles rendent l'outil intéressant notamment pour les applications dynamiques (barres de Hopkinson, détonique...) ou pour l'instrumentation de procédés (usinage, UGV, soudage...). Ce capteur réalise une mesure sans contact et quasi locale au vu de ses dimensions (de  $\emptyset 0,6\text{ mm}$  à  $\emptyset 3\text{ mm}$  pour les détecteurs InSb sensibles aux rayonnements infrarouges à moyenne longueur d'onde  $-3$  à  $5\text{ }\mu\text{m}$  de la série P5968 de Hamamatsu – [http://jp.hamamatsu.com/products/sensor-ssd/pd128/index\\_en.html](http://jp.hamamatsu.com/products/sensor-ssd/pd128/index_en.html)). Le fait qu'il soit quasi ponctuel suppose une fois de plus d'anticiper l'endroit où l'évènement va se produire, avec le risque de passer à côté.

### 3 Techniques d'observation de phénomènes locaux : mesure de champs

Les mesures de champs cinématiques et thermiques résolvent la plupart des problèmes énoncés plus haut. Elles permettent si on le désire, d'estimer les quantités sur la totalité de la structure, tout en délivrant une information locale en chaque point de la structure (à la discrétisation près). On a donc à la fois une mesure globale, représentative du comportement moyen, et une information locale.

On dispose de tout un champ d'observation, particulièrement utile dans l'observation de phénomènes localisés, dont on ne connaît pas *a priori* le lieu d'apparition. On peut également *a posteriori* analyser plus finement une zone ou un point du champ.

Fondées sur des techniques d'imageries optiques (qu'elles soient visibles ou infrarouges), ces mesures de champs sont sans contact et donc non-intrusives. Elles ne perturbent donc pas le comportement du matériau ou de la structure.

#### 3.1 Mesure de champs cinématiques

Il existe de nombreuses méthodes de mesures de champs cinématiques parmi lesquelles :

- La photoélasticimétrie 2D : Elle se fonde sur la propriété de biréfringence de certains matériaux transparents comme le PMMA. On observe à travers un verre polarisé des lignes isochromes révélatrices de la répartition des déformations. Cette technique est limitée à un nombre restreint de matériaux ou impose l'utilisation de bandes photosensibles collées en surface.

- L'interférométrie laser : L'objet est éclairé par deux faisceaux de lumière cohérente à incidence différente, issus d'un même laser et occasionnant des franges d'interférences. Le mouvement de l'objet crée un déplacement de ces franges sur sa surface, qui peut être facilement imagé. La mise en œuvre de cette méthode est très délicate. Elle permet cependant la détection de mouvements très fins.
- La méthode de moiré : La surface d'intérêt est recouverte d'une grille qui subit la déformation. Une seconde grille, dite de référence est projetée sur la surface, faisant apparaître des interférences. Un interféromètre de moiré permet de mesurer les déplacements par l'analyse des franges.
- La Corrélation d'Images Numériques (ou DIC : Digital Image Correlation) : cette technique est détaillée plus loin.

Nous nous focaliserons sur la Corrélation d'Images Numériques en général et plus particulièrement sur *Correli-Q4*, un code de corrélation globale, développé au LMT et sur lequel nous sommes appuyés pour le développement de l'IRIC. Les paragraphes suivants présentent le principe de ce moyen de mesure de champs, les spécificités de *Correli-Q4*, son intérêt en terme de possibilités et ses performances. Pour une description détaillée, le lecteur se rapportera à Besnard *et al.* [2006].

### 3.1.1 Principe de la Corrélation d'Images Numériques

La corrélation d'images repose sur la comparaison de deux images : une image de référence correspondant à la configuration initiale et une image déformée correspondant à la configuration courante. Une image monochrome est une fonction discrète de l'espace 2D, donnant le niveau de gris en chaque pixel, repéré par son vecteur de coordonnées  $\mathbf{x}$ . Dans la suite on désignera par  $f(\mathbf{x})$  l'image de référence et par  $g(\mathbf{x})$  l'image déformée. On fait alors l'hypothèse de conservation du flux optique ou conservation de la luminance. C'est-à-dire que l'on suppose que l'on peut décrire une image déformée à partir de l'image de référence et de  $\mathbf{u}(\mathbf{x})$ , le champ de déplacement :

$$g(\mathbf{x} + \mathbf{u}(\mathbf{x})) = f(\mathbf{x}) \quad (2.1)$$

En supposant que l'image de référence est différentiable, on peut faire le développement limité de Taylor au premier ordre de  $g(\mathbf{x})$ .

$$f(\mathbf{x}) = g(\mathbf{x}) + \mathbf{u}(\mathbf{x}) \cdot \nabla f(\mathbf{x}) \quad (2.2)$$

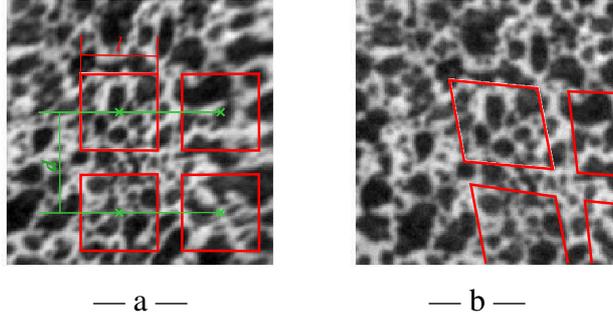
Cette seconde hypothèse n'est pas anodine. Les fonctions  $f$  et  $g$  délivrent des niveaux de gris constants par pixel, et la dérivation pixel à pixel est donc un réel problème. La stratégie d'interpolation des niveaux de gris d'un pixel à l'autre a donc une importance certaine. Nous en verrons les conséquences dans la partie 3.1.4.

L'équation 2.2 montre que le déplacement ne s'exprime que dans la direction du gradient de niveau de gris. Si l'on veut une mesure fiable du déplacement, il faut donc un niveau de gris qui présente de forts gradients sur de courtes distances, dans toutes les directions. En effet, il serait impossible de déterminer le déplacement le long d'une iso-courbe de gris. C'est pourquoi il est recommandé de réaliser des mouchetis sur la surface des éprouvettes et d'utiliser un éclairage puissant qui renforce les contrastes. Certaines textures naturelles sont toutefois suffisantes [Rupil *et al.*, 2011].

La mesure consiste à chercher le déplacement  $\mathbf{u}(\mathbf{x})$  qui minimise la différence entre les deux membres de l'équation non linéarisée 2.1. Deux stratégies se profilent : l'une va déterminer

le déplacement localement, au centre d'une série de petites imagettes, les résultats juxtaposés formant le champ  $\mathbf{u}(\mathbf{x})$ , l'autre va déterminer le champ de déplacement globalement, en le considérant dans son intégralité.

### 3.1.2 Corrélation locale



**FIGURE 2.1:** Principe de la corrélation d'image locale : (a) image de référence avec les imagettes non déformées en rouge, (b) image déformée avec les imagettes déformées indépendamment les unes des autres.

L'image analysée est découpée en petites imagettes  $\Omega_i$ , dont on va suivre les déplacements. Pour cela on suppose le déplacement localement constant, ou linéaire, sur une certaine surface :  $\mathbf{u}(\mathbf{x})$  peut être estimé en intégrant, sur un domaine d'intérêt  $\Omega_i$ , l'écart au carré des deux membres de l'équation précédente 2.1.

$$\mathfrak{R}[\mathbf{u}] = \int \int_{\Omega_i} \left( f(\mathbf{x}) - g(\mathbf{x} + \mathbf{u}(\mathbf{x})) \right)^2 d\mathbf{x} \quad (2.3)$$

Chacune des composantes du déplacement est décomposée sur un certain nombre de fonctions scalaires  $\Psi_n(\mathbf{x})$  :

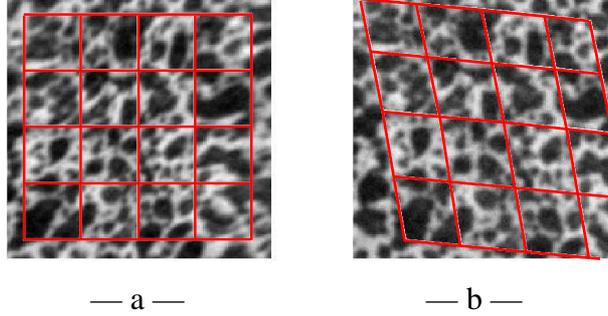
$$\mathbf{u}(\mathbf{x}) = \sum_{\alpha,n} a_{\alpha n} \Psi_n(\mathbf{x}) \mathbf{e}_\alpha \quad (2.4)$$

avec  $\Psi_1 = 1$  sur l'imagette, et  $\int \Psi_i \cdot \Psi_1 = 0$  pour  $i > 1$ .  $\mathbf{e}_\alpha$  les vecteurs définissant les directions du plan et  $a_{\alpha n}$  les inconnues à déterminer.

Pour chaque imagette, le système obtenu peut être de taille réduite selon le nombre de fonctions  $\Psi_n$  que l'on choisit. Dans cette formulation locale, chaque composante du champ de déplacement  $\mathbf{u}(\mathbf{x})$  correspond au déplacement d'un domaine d'intérêt  $\Omega_i$ , défini par la position de son centre  $\mathbf{x}$ . La résolution et l'incertitude de la mesure dépendent de la taille et de l'espacement entre les imagettes (qui peuvent être différents : les imagettes peuvent être disjointes ou superposées, [Sutton *et al.*, 2009]). Le déplacement de chaque imagette est indépendant du reste de l'image.

Ce procédé peut induire de fortes fluctuations d'une imagette à l'autre. Aussi, la plupart des codes commerciaux locaux réalisent ensuite un filtrage sur les déplacements calculés. Celui-ci n'est pas toujours maîtrisé par l'utilisateur et a rarement un sens mécanique.

### 3.1.3 Corrélation globale



**FIGURE 2.2:** Principe de la corrélation d'image globale : (a) image de référence avec le maillage élément fini de mesure, (b) image déformée avec le maillage déformé

Un code de corrélation globale, comme Correli-Q4 développé au LMT [Besnard *et al.*, 2006], ne considère plus le champ de déplacement comme la juxtaposition d'informations locales, mais comme un champ continu, qui a une existence globale. Il a été conçu dans le souci d'être facilement, voire directement, interfaçable avec les codes de simulations éléments finis. Pour cela, l'identification de  $\mathbf{u}(\mathbf{x})$  se fait en chaque nœud d'un maillage de type éléments finis. Les images étant naturellement discrétisées en pixels carrés, les éléments sont des quadrilatères (Q4).

L'algorithme consiste en une descente de gradient de type Newton Raphson. À chaque itération ( $it$ ), le champs de déplacement  $\mathbf{u}^{(it)}$  permet de calculer une image déformée corrigée

$$g^{it}(\mathbf{x}) = g(\mathbf{x} + \mathbf{u}^{it}(\mathbf{x})). \quad (2.5)$$

La fonctionnelle à minimiser est donc

$$\begin{aligned} \mathfrak{R}[\mathbf{u}] &= \int \left( g(\mathbf{x} + \mathbf{u}(\mathbf{x}) + \mathbf{u}^{it}(\mathbf{x}) - \mathbf{u}^{it}(\mathbf{x})) - f(\mathbf{x}) \right)^2 d\mathbf{x} \\ &= \int \left( g^{it}(\mathbf{x} + \mathbf{u}(\mathbf{x}) - \mathbf{u}^{it}(\mathbf{x})) - f(\mathbf{x}) \right)^2 d\mathbf{x} \end{aligned} \quad (2.6)$$

La correction du changement de déplacement estimé  $\mathbf{u}(\mathbf{x}) - \mathbf{u}^{it}(\mathbf{x})$  est supposée faible. Elle est obtenue par développement de Taylor.

$$\mathfrak{R}[\mathbf{u}] = \int \left( g^{it}(\mathbf{x}) - f(\mathbf{x}) + (\mathbf{u}(\mathbf{x}) - \mathbf{u}^{it}(\mathbf{x})) \cdot \nabla g^{it}(\mathbf{x}) \right)^2 d\mathbf{x}. \quad (2.7)$$

Comme nous avons corrigé  $g^{it}$  de manière à ce qu'il soit proche de  $f$ , on assimile  $\nabla g^{it}$  (variable à chaque itération) à  $\nabla f$  (calculé une fois pour toutes). La fonctionnelle minimisée s'écrit donc

$$\mathfrak{R}[\mathbf{u}] = \int \left( g^{it}(\mathbf{x}) - f(\mathbf{x}) + (\mathbf{u}(\mathbf{x}) - \mathbf{u}^{it}(\mathbf{x})) \cdot \nabla f(\mathbf{x}) \right)^2 d\mathbf{x}. \quad (2.8)$$

Elle peut se mettre sous la forme d'un système matriciel  $[M] \cdot \Delta \mathbf{u} = \mathbf{b}$  avec  $\mathbf{u}^{(it+1)} = \mathbf{u}^{(it)} + \Delta \mathbf{u}$ . Ceci constitue une itération.

L'incrément de déplacement  $\Delta \mathbf{u}(\mathbf{x})$  est décomposé, cette fois, sur une base de fonctions de forme scalaires  $N_n(\mathbf{x})$ . Ainsi, dans un élément  $\Omega_e$ , le déplacement se calcule à partir de l'information aux nœuds  $a_{\alpha n}^e$

$$\mathbf{u}^e(\mathbf{x}) = \sum_{n=1}^{n_e} \sum_{\alpha} a_{\alpha n}^e N_n(\mathbf{x}) \mathbf{e}_{\alpha} \quad (2.9)$$

où  $n_e$  est le nombre de nœuds, ici quatre par élément.  $N_n(\mathbf{x})$  sont les fonctions de forme scalaires, au nombre de quatre, identiques pour tous les éléments,  $\mathbf{e}_{\alpha}$  les vecteurs définissant les directions du plan et  $a_{\alpha n}^e$  les inconnues nodales à déterminer.

La matrice  $[M]$  est obtenue par l'assemblage des matrices élémentaires  $[M^e]$  correspondants à chaque élément. Pour  $\alpha$  et  $\beta$  les directions du plan, chaque composante d'un bloc s'écrit :

$$M_{\alpha n \beta m}^e = \int \int_{\Omega_e} \left( N_m(\mathbf{x}) N_n(\mathbf{x}) \partial_{\alpha} f(\mathbf{x}) \partial_{\beta} f(\mathbf{x}) \right) \quad (2.10)$$

Le vecteur  $\mathbf{b}$  est l'assemblage de  $n^e$  vecteurs élémentaires  $\mathbf{b}^e$

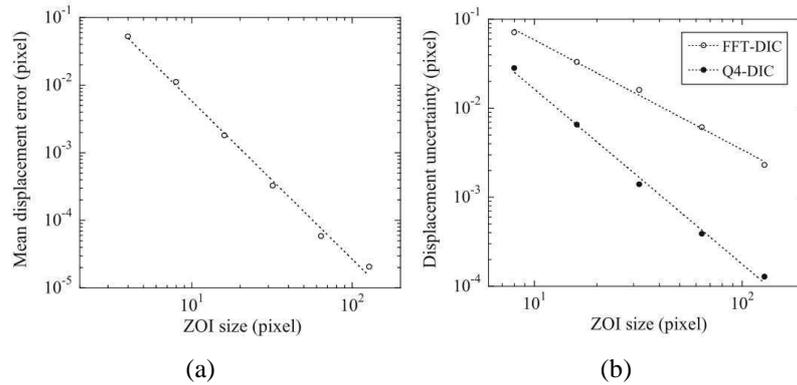
$$\mathbf{b}_{\alpha n}^e = \int \int_{\Omega_e} (g(\mathbf{x}) - f(\mathbf{x})) N_n(\mathbf{x}) \partial_{\alpha} f(\mathbf{x}) d\mathbf{x}. \quad (2.11)$$

### 3.1.4 Avantages

Cette formulation mène donc à la résolution d'un unique système matriciel, correspondant à la minimisation d'une unique fonctionnelle linéarisée. Selon la taille de la surface analysée et la taille des éléments du maillage, ce système peut être de plus ou moins grande dimension. Il faut remarquer que toutes les inconnues nodales sont déterminées conjointement. Les fluctuations du champ s'en trouvent réduites puisque celui-ci est directement régularisé par la continuité imposée par le formalisme Éléments Finis. (le lecteur se rapportera à Hild et Roux [2012] où une comparaison des incertitudes des méthodes globales et locales est proposée)

Les performances de la corrélation d'images dépendent autant de la mise en place expérimentale (réglage du système de prise de vue, de l'éclairage, réalisation des revêtements...) que de l'algorithme. Aussi, avant tout essai, l'expérimentateur doit estimer son incertitude de mesure en corrélant par exemple deux images réputées fixes. Il est cependant possible d'estimer l'erreur systématique  $\delta_u$  et l'incertitude de mesure  $\sigma_u$  commises uniquement par l'algorithme pour une image donnée. Cet exercice, publié dans l'article de [Besnard *et al.*, 2006], consiste à analyser des images auxquelles des déplacements subpixels connus ont été artificiellement appliqués. Il en ressort que les deux quantités sont sensibles à la taille  $l$  d'élément utilisé. En effet il faut faire un compromis entre résolution spatiale et incertitude de mesure : plus les éléments sont grands, plus le déplacement est estimé fidèlement (typiquement,  $\sigma_u \simeq 10^{-2}$  pour  $l = 16$  pixels) et plus l'estimation est juste ( $\delta_u \simeq 10^{-3}$  pour  $l = 16$  pixels), mais cela au dépens de la résolution spatiale. On obtient ce résultat que l'on soit en corrélation locale ou globale. En corrélation locale cependant, on gère séparément la taille de l'imagette  $l$  et l'espacement entre les centres des imagettes  $d$ . Cela peut être source de confusion car l'utilisateur peut très bien avoir des imagettes disjointes ( $l < d$ ) où se recouvrant ( $l > d$ ). La vraie résolution spatiale est fixée par  $l$  et non par  $d$ .

On remarque aussi que les indicateurs  $\sigma_u$  et  $\delta_u$  sont sensibles à la valeur du déplacement à déterminer. Ils sont tous deux plus faibles pour les déplacements nuls ou entiers de pixels. Cela provient du fait que nos images sont discrètes alors que nous les avons supposées différentiables. Les valeurs de déplacement entières n'impliquent en effet pas d'interpolation de niveaux de gris,



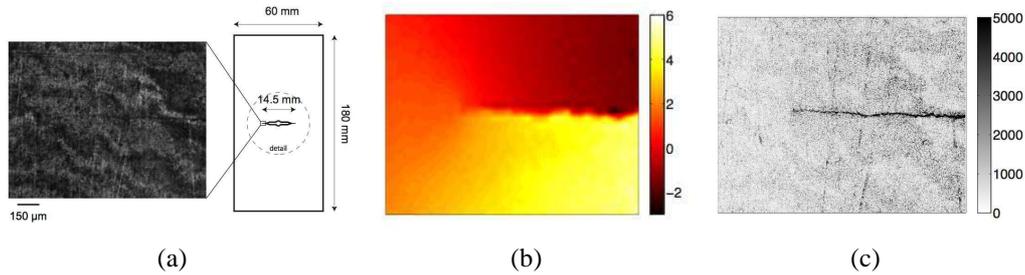
**FIGURE 2.3:** (a) Erreur moyenne  $\langle \delta_u \rangle$  et (b) Incertitude de mesure  $\langle \sigma_u \rangle$  en fonction de la taille d'élément  $l$ , ici appelée "ZOI" (Zone Of Interest). [Besnard *et al.*, 2006]

elles sont exactement restituées, et pour cela l'erreur est moindre. Cela montre bien qu'une partie de l'erreur de mesure est due à la stratégie d'interpolation subpixel. Cela provoque un phénomène d'"integer locking" [Besnard *et al.*, 2006], facilitant la convergence vers les déplacements d'un nombre entier de pixels. Cela crée, lors de la mesure d'un champ de déplacement quasi uniforme et de faible amplitude, un effet de moiré, encore plus notable sur les champs de déformations dérivés des champs de déplacements.

Cette méthode repose donc sur l'hypothèse fondamentale de conservation de la luminance (équation : 2.1), qui semble raisonnable pour l'imagerie visible. Elle demande toutefois quelques précautions expérimentales car de nombreux phénomènes peuvent l'invalider : une défocalisation du système de prise de vue, une modification de l'éclairage (particulièrement en lumière naturelle), des mouvements hors plan, du flambage, un changement de phase, un endommagement de la surface (faïençage), une modification de la perméabilité de l'atmosphère (volutes d'air chaud par exemple), etc. Certains codes de corrélation permettent tout de même de compenser certains défauts expérimentaux par une correction *a priori* des niveaux de gris. Correli-Q4 réalise une correction élément par élément afin de leur garantir la même moyenne et la même dynamique de niveaux de gris. Cela facilite la convergence et diminue les erreurs.

Pour juger du bon déroulement de la corrélation entre deux images, on peut se fier à l'analyse du champ des résidus. On appelle résidu la différence entre les deux termes de l'égalité 2.2, calculée avec le  $u(x)$  mesuré. C'est donc un champ résolu pixel à pixel, exprimé en niveau de gris. Si le calcul était parfait, les résidus devraient être uniformément nuls. Ce n'est jamais le cas, ne serait-ce que de par la nécessaire interpolation des niveaux de gris.

Les résidus peuvent nous informer sur les causes d'une erreur de corrélation. Par exemple, si une fissure s'ouvre sur la surface analysée, le champ de déplacement étant continu, elle ne peut être captée totalement (figure 2.4). La fissure apparaît très clairement sur le champ de résidu. Les résidus peuvent être exploités pour diagnostiquer d'autres sources d'erreur. Par exemple, avec un système de prise de vue à faible profondeur de champ, si la surface analysée flambe localement les déplacements hors plan créeront du flou, diminuant le gradient de gris  $\nabla f(x)$ . Les résidus de corrélation seront donc plus élevés dans ces zones, où le déplacement sera moins bien estimé. Les résidus nous permettent donc de localiser et de diagnostiquer les erreurs de mesures.



**FIGURE 2.4:** (a) Région d'intérêt d'une éprouvette CCT soumise à de la traction. (b) Champ de déplacement mesuré par corrélation sur des éléments  $Q4$  de  $32 \times 32$  pixels ( $2.08 \mu\text{m}/\text{pixel}$ ). (c) Champ des résidus de corrélation [Réthoré *et al.*, 2008]. Les résidus sont clairement plus forts le long de la fissure, en effet la discontinuité en déplacement qu'elle provoque est en contradiction avec l'hypothèse de continuité imposée par le formalisme éléments finis  $Q4$  usuel.

### 3.1.5 Ouvertures

Les résidus peuvent être interprétés non pas *a posteriori*, mais dans la corrélation. Pour cela plusieurs solutions :

- Soit on joue sur les fonctions de forme (on parle alors de corrélation intégrée – *I-DIC*), en les adaptant au phénomène que l'on veut capter. Par exemple, pour la description de l'ouverture d'une fissure, on peut choisir des fonctions de forme qui représentent les déplacements de solide rigide ainsi que les premiers termes de la décomposition en série de Williams correspondant à l'état élastique. Les résidus restants correspondront essentiellement aux déplacements plastiques, non pris en compte [Mathieu *et al.*, 2012; Hild et Roux, 2006; Roux et Hild, 2006].
- Soit il est possible de rajouter de la mécanique dans la fonctionnelle (on parle alors de corrélation régularisée). Un terme supplémentaire est ajouté dans la fonctionnelle, avec un multiplicateur de pénalisation, homogène à une longueur d'influence, qui impose que la solution mesurée réponde à une ou plusieurs exigences mécaniques supplémentaires [Tomicevic *et al.*, 2012].
- Soit on modifie en fonction des images les maillages de mesure (on parle de corrélation étendue – *X-DIC*). À la manière des calculs X-FEM, le maillage est adapté au phénomène mesuré, on peut par exemple lever localement la continuité du champ en enrichissant certains éléments de fonctions de forme supplémentaires, figurant une discontinuité. Ailleurs, la continuité sera préservée. La X-DIC a été appliquée à la fissuration [Réthoré *et al.*, 2008], mais aussi à l'analyse d'interface de pièces assemblées par boulonnage ou à la détection de bandes de cisaillement [Réthoré *et al.*, 2007].

## 3.2 Mesure de champs thermiques

Les mesures de champs de température sont essentiellement réalisées par thermographie infrarouge (InfraRed Thermography IRT). Nous présentons succinctement ici le principe physique exploité et les différentes étapes nécessaires à l'obtention d'une mesure de qualité. Nous discute-

rons des performances attendues.

### 3.2.1 Principe de la thermographie infrarouge

Tous les corps, en fonction de leur température et de leur émissivité, émettent un rayonnement d'ondes électromagnétiques. Entre 0°C et 100°C, la majorité du rayonnement est compris entre les longueurs d'ondes 3  $\mu\text{m}$  et 5  $\mu\text{m}$ , c'est le domaine de l'infrarouge « middle waves » (moyennes longueurs d'ondes : IR MW).

Les caméras infrarouges actuelles sont, pour la plupart, dotées d'une matrice CMOS (Complementary Metal Oxide Semiconductor) de pixels sensibles aux rayonnements dans ces fréquences. Sur une certaine durée (temps d'intégration de l'ordre de 1 ms), les rayonnements reçus sont donc quantifiés par chaque pixel et codés numériquement en Digital Level (DL) (sur 14 bits soit codés de 0 à  $\simeq 16000$ ). La valeur en DL est donc représentative du rayonnement reçu depuis la surface. Celui-ci est fonction à la fois de la température et de l'émissivité de la surface, comme le montre l'équation 2.12. L'intensité des radiations perçues,  $R_p$  provenant d'un corps opaque, en chaque point, peut s'écrire [Gaussorgues et Chomet, 1994] :

$$R_p = \varepsilon_{ep} \Phi_{\text{émission}} + (1 - \varepsilon_{ep}) \Phi_{\text{réflexion}} \quad (2.12)$$

où  $\varepsilon_{ep}$  est l'émissivité de la surface de l'éprouvette observée.  $\Phi_{\text{émission}}$  est l'excitance spectrale c'est-à-dire la puissance rayonnée par unité d'aire, sur les longueurs d'ondes de la bande passante de la caméra, pour une surface à la température  $T_{ep}$ .  $\Phi_{\text{réflexion}}$  représente la contribution des radiations de l'environnement se reflétant dans cette même surface.

La relation de Stefan-Boltzmann établit que :

$$\begin{aligned} \Phi_{\text{émission}} &= \sigma_{SB} \cdot T_{ep}^4 \\ \Phi_{\text{réflexion}} &\simeq \sum \sigma_{SB} \varepsilon_{ext} T_{ext}^4 \end{aligned} \quad (2.13)$$

avec  $\sigma_{SB} = 5.67 \times 10^{-8} \text{ Wm}^{-2}\text{K}^{-4}$  et en négligeant les aspects de perméabilité de l'atmosphère.  $T_{ep}$  et  $T_{ext}$  sont respectivement les températures de l'éprouvette et de son environnement extérieur.

Le premier terme de l'équation 2.12 représente les émissions de l'échantillon, alors que le second terme représente les rayonnements de tout ce qui entoure l'objet imagé, qui se reflètent partiellement dans la surface observée. Quand l'émissivité est proche de l'unité,  $\varepsilon_{ep} \simeq 1$ , les rayonnements de l'environnement peuvent être négligés et  $R_p$  est un signal fiable pour la mesure de la température.

La conversion entre les degrés numériques (Digital Levels DL) délivrés par la caméra et la température réelle en degrés Celsius est une fonction non-linéaire qui capture les non linéarités dues à la fois à la relation de Stefan-Boltzmann, à l'équation 2.12, au spectre d'émission du corps noir et à la bande passante spectrale du capteur de la caméra. La conversion est réalisée en imageant un corps noir étendu, régulé en température, utilisé comme étalon de rayonnement. Afin d'obtenir une mesure fiable, l'émissivité de l'objet doit donc être, à l'instar du corps noir, aussi haute et uniforme que possible. C'est pourquoi généralement on recouvre la surface d'intérêt de peinture noire à haute émissivité ou de noir de fumée (typiquement  $\varepsilon_{ep} \simeq 0.96$ ). Il est alors possible de négliger le deuxième terme de l'équation 2.12, c'est-à-dire les contributions de l'environnement.

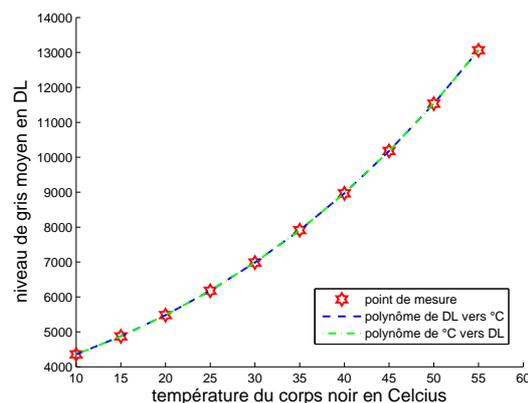
### 3.2.2 Étalonnage de la Caméra

Comme pour toute mesure, le capteur doit être étalonné avant l'essai. Nous disposons ici d'une matrice de pixels, chacun étant un capteur en soi. Il y a donc trois étapes : la détermination de la gamme de mesure, le réglage de l'uniformité de la matrice et la conversion  $DL \rightarrow ^\circ C$ .

**Gamme de mesure.** Comme la plupart des capteurs, chaque pixel a une gamme de fonctionnement en intensité de rayonnement au-delà de laquelle il sature. On peut régler la gamme de température sur laquelle on veut travailler, en modifiant le temps d'intégration, c'est-à-dire le temps durant lequel chaque pixel va compter les photons ( $IT \simeq 1ms$ ). Ainsi, on s'arrange pour saturer juste au dessus de la température maximale de la gamme de travail, elle correspondra à  $\simeq 16000DL$ .

**Réglage de l'uniformité de la matrice.** La caméra dispose d'une matrice CMOS, dont chaque pixel possède sa propre électronique. Aussi, sans correction, elle donnerait une mesure différente pour une même température. Pour pallier cela, la procédure consiste à imager deux scènes uniformes (le corps noir régulé), pertinemment choisies à environ un tiers et deux tiers de la gamme de température, pour réaliser sur chaque pixel une correction linéaire, en fonction de la valeur moyenne de la matrice totale. Cette procédure peut être réalisée automatiquement, grâce au logiciel de la caméra. C'est la Non-Uniformity Correction (NUC) dite « deux points ».

**Conversion  $DL \rightarrow ^\circ C$ .** Maintenant que tous les pixels ont une réponse identique en DL pour une même température, il est possible de déterminer la loi de conversion. Nous avons vu qu'il s'agit d'une relation non-linéaire à cause des lois physiques (décrites par les équations 2.12 et 2.13), mais aussi de la nature des capteurs. Pour déterminer la loi de conversion, on image un certain nombre de scènes, uniformes et à des températures connues (le corps noir régulé est notre étalon en rayonnement). On obtient les points représentés sur le graphe 2.5, que l'on peut interpoler par une fonction polynomiale, convertissant DL en  $^\circ C$ .

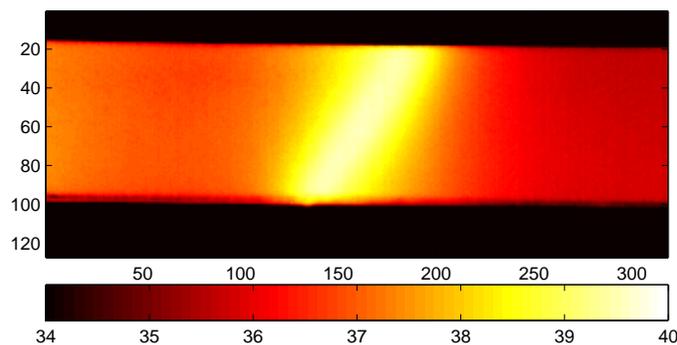


**FIGURE 2.5:** Courbe d'étalonnage de la caméra infrarouge, donnant la correspondance entre Digital Levels et  $^\circ C$ , interpolée ici par un polynôme d'ordre 7.

Cette procédure est conseillée par le constructeur de la caméra. Dans le cas où l'on voudrait encore améliorer la justesse et l'uniformité de la mesure, l'étalonnage peut être réalisé en post-

traitement. On réalisera alors une NUC-  $n$  points ( $n$  étant le nombre de scènes uniformes imagées) et l'on identifiera un polynôme de conversion par pixel.

### 3.2.3 Intérêt et limitations



**FIGURE 2.6:** Image infrarouge convertie en température en  $^{\circ}\text{C}$  enregistrée lors d'un essai de traction sur un Alliage à Mémoire de Forme de type Ni-Ti à  $2 \text{ mm min}^{-1}$ . Une bande de localisation est visible au centre de l'éprouvette.

Ce moyen de mesure délivre donc des champs dont la discrétisation correspond à la taille du pixel. Pour chaque image on obtient la température en chaque point de la surface d'intérêt, sur la configuration courante. Cela permet à la fois une observation globale du comportement et une mesure précise, pouvant être approfondie en certains points particulièrement pertinents.

Les performances atteintes sont sans comparaison avec celles que l'on peut obtenir avec des thermocouples. Bien sûr, l'incertitude de mesure dépend grandement de la gamme de mesure (IT) de la caméra (l'étalonnage corrige l'erreur systématique), mais à titre indicatif le constructeur de la caméra (pour nous Flir Cedip) annonce un NEDT (Noise Equivalent Temperature Difference) de  $\simeq 20 \text{ mK}$  à  $20^{\circ}\text{C}$ . C'est-à-dire que l'incertitude de mesure est de l'ordre de  $0,02^{\circ}\text{C}$ .

De plus, la caméra se situe à une distance respectable de l'objet à imager, ne perturbant pas son comportement. Il faut cependant savoir que les matrices IR sont généralement de taille limitée. Pour notre caméra, une Cedip Jade III MW, la matrice possède  $320 \times 240$  pixels ( $76\,800$  pixels), espacés de  $30 \mu\text{m}$ , soit un détecteur de dimension  $9,6 \times 7,2 \text{ mm}$ . La résolution est bien plus faible que celles auxquelles nous sommes accoutumés dans le visible. Une piste pour pallier ce manque d'information spatiale est la richesse temporelle [Besnard *et al.*, 2011]. En effet la plupart des caméras IR propose des fréquences d'acquisition très élevées, pertinentes pour l'étude de phénomènes transitoires ou dynamiques. Notre caméra propose par exemple des fréquences de 25 à 190 Hz, en pleine résolution et pouvant aller jusqu'à 10 kHz en sous-fenêtrant (acquisition de quelques pixels seulement).

## 4 Simultanéité des mesures DIC et IRT

### 4.1 Avantages et intérêts

Dans de nombreuses applications, la mesure des champs thermiques et cinématiques délivre de précieuses informations pour valider ou assister des simulations numériques (en fournissant des conditions limites par exemple). La confrontation de ces grandeurs est cruciale pour la résolution de l'équation d'équilibre énergétique (équation de la chaleur), l'identification de sources de chaleur ou le calcul de puissances mécaniques, ouvrant la voie à de la calorimétrie quantitative *in situ* [Chrysochoos *et al.*, 2008]. Pour ces applications, il est de la plus grande importance de connaître les déplacements locaux de chaque point physique [Pottier *et al.*, 2009] ou de prendre en compte les variations de conductivité dues à la déformation [Louche *et al.*, 2012]. Enfin, la mesure de champs cinématiques et thermiques couplés peut mener à une identification sans précédent de paramètres de modèles thermomécaniques ou thermodynamiques

### 4.2 Écueils potentiels

Toutes ces applications nécessitent que les mesures soient enregistrées en un seul et même point et au même instant. Malheureusement, les techniques de mesures cinématiques et thermiques requièrent généralement des instruments de mesures différents ayant leurs propres optiques, résolutions spatiales et fréquences d'acquisition. Les principaux écueils du couplage des deux techniques sont détaillés dans la suite. Ils peuvent se séparer en deux types de difficultés : les difficultés expérimentales et les difficultés de post-traitement.

#### 4.2.1 Dispositif expérimental

D'un point de vue purement expérimental, les deux techniques sont difficiles à mettre en œuvre simultanément. Elles requièrent en effet des environnements différents voire contradictoires.

- **Synchronisation matérielle.** Pour simplifier l'association temporelle des champs en post-traitement, on peut envisager la synchronisation matérielle des moyens de mesure. Par exemple il est possible de déclencher la prise de vue d'un appareil photo visible sur une sortie logique de l'ordinateur de commande de la machine d'essai. Cependant les fréquences d'acquisition resteront différentes. Lorsque l'on utilise deux caméras (visible et IR), il est envisageable de déclencher le début de l'enregistrement simultanément. Ces techniques demandent le développement d'une électronique dédiée et souvent un encombrement supplémentaire de l'espace de travail (générateur BF, connectique...).
- **Revêtement.** Usuellement, l'IRT nécessite que la surface d'intérêt soit revêtue de manière à uniformiser et maximiser son émissivité. Au contraire, les techniques de mesures de champs cinématiques (telles que la DIC ou la méthode des grilles) nécessitent une texture hétérogène et contrastée, avec une variation de gris aussi franche que possible sur de faibles distances. Un mouchetis usuel de DIC a une émissivité moyenne plutôt basse (autour de 70% pour un mouchetis noir sur blanc, autour de 90% pour un mouchetis blanc sur noir) dans l'infrarouge à moyenne longueur d'onde, avec une hétérogénéité d'émissivité (autour de 5% contre 0,5% pour un revêtement uniformément noir) non admissible pour des mesures thermiques de précision.

- **Éclairage.** La caméra infrarouge acquiert une combinaison des rayonnements émis par l'éprouvette et de ceux, émis par l'environnement, reflétés par la surface d'intérêt. Une isolation des sources de chaleurs environnantes est donc nécessaire pour la mesure IR. Au contraire, les techniques comme la DIC nécessitent un éclairage uniforme et intense pour augmenter la dynamique des niveaux de gris et minimiser les temps d'exposition et l'ouverture des appareils. Des spots à incandescence puissants sont souvent employés en dépit des perturbations qu'ils induisent dans le proche et moyen infrarouge. L'utilisation de « lumières froide » (comme des plan de led ventilés, des fibres optiques...) permettent de contourner le problème la plus part du temps.
- **Encombrement.** D'un point de vue pratique, les deux systèmes d'imagerie et leurs équipements dédiés (éclairage, alimentation, ordinateur, connectique...) s'accumulent autour de la machine. L'accès à l'éprouvette est malaisé. Les déplacements de l'opérateur sont limités et l'ajout d'un autre moyen de mesure peu envisageable.

#### 4.2.2 Post-Traitement des champs.

Malgré une grande application dans la prise de mesure, des difficultés persistent qui devront être traitées lors du post-traitement. Elles sont pour la plupart liées à la nature discrète des images ou des champs.

- **Synchronisation et recalage.** Pour comparer les grandeurs d'intérêt en un seul et même point physique, les images doivent, au préalable, être recalées temporellement et spatialement. Même si les appareils de mesures ont été synchronisés, les images obtenues ont des résolutions différentes. Les champs mesurés ont aussi leur propre discrétisation. L'association spatiale et temporelle des deux champs obtenus, lors du post-traitement, représente alors une réelle difficulté. Cela donne lieu à des interpolations qui dégradent l'information, modifiant substantiellement les phénomènes à forts gradients temporels ou spatiaux.
- **Lagrangien versus Eulérien :** Le champ cinématique est généralement délivré sur le maillage de référence, c'est-à-dire dans la configuration initiale, non déformée. Dans ce cas, le point de mesure "suit" le point physique. Le champ de température lui est délivré sur la configuration courante. Un même point physique se déplace dans l'image et "change" de pixel. Le passage d'une vision Lagrangienne à Eulérienne ou l'inverse, sans perte d'information, demande donc un post-traitement rigoureux.
- **Dérivation des champs.** Pour le calcul de travaux thermomécaniques, ou la résolution de l'équation de la chaleur, les champs mesurés doivent être dérivés. Les champs de déplacements, s'ils sont issus d'une méthode de corrélation globale, sont exprimés sur des bases de fonctions de forme, qui si elles sont d'un degré suffisamment élevé, peuvent faciliter la dérivation. Les champs de température sont eux constants par pixel. Leur dérivation suppose donc des hypothèses de régularisation de ce champ. Des méthodes numériques ont été proposées en ce sens notamment par Chrysochoos et Louche [2000].

### 4.3 Palliatifs proposés dans la littérature

Des méthodes astucieuses ont néanmoins été développées par différentes équipes de recherche visant à réaliser les deux mesures conjointement. Ils proposent des palliatifs à certains problèmes expérimentaux sans toutefois circonvier à l'ensemble des difficultés mentionnées.

- **Hypothèses géométriques.** Premièrement, il est possible de supposer que la température et les déplacements sont constants à travers l'épaisseur de l'éprouvette. Cette hypothèse reste valide tant que l'épaisseur est suffisamment faible. Ainsi, IRT et DIC peuvent être appliqués indifféremment de part et d'autre de géométries plates (plaques, films, fils...) [Chrysochoos *et al.*, 2008; Pieczyska *et al.*, 2006]. Sur chaque face, les revêtements adéquats auront été déposés. Cependant, on se limite à un seul type de géométrie. De plus, les problèmes de recalage spatio-temporel des deux champs persistent puisque deux systèmes d'imageries sont utilisés. On pourra se reporter à ce sujet aux références suivantes [Favier *et al.*, 2007; Louche *et al.*, 2012; Gadaj *et al.*, 2002; Delpueyo *et al.*, 2012; Pieczyska *et al.*, 2006; Badulescu *et al.*, 2011]
- **Une seule nature de caméra.** Orteu *et al.* [2008] proposent de mesurer des champs de natures différentes avec une paire de caméras CCD (visible) haute-résolution, imageant une même surface d'un objet 3D. Afin de mesurer à la fois la forme, les déplacements et la température apparente, une partie de la surface est recouverte d'un mouchetis noir et blanc, alors qu'une autre partie est laissée neutre sur laquelle une texture est projetée durant la phase de mesure de forme par stéréo-corrélation. Ainsi, sur ces deux surfaces disjointes, il est possible d'obtenir, à partir d'un seul jeu d'images, les champs cinématiques d'une part et la forme 3D de l'autre. De plus, de telles caméras sont aussi sensibles aux radiations dans le spectre du proche infrarouge (Near Infra Red : NIR). Donc elles délivrent une information relative à la température de la scène imagée, si celle-ci se situe dans la gamme 400-700°C. Cependant, comme l'émissivité des revêtements n'est pas constante ni maximale, cette information ne peut pas être interprétée en terme de température réelle, mais seulement comme une température apparente (c'est-à-dire une intensité de rayonnement). En conséquence, les champs cinématiques et thermiques ne sont pas *stricto sensu* mesurés sur la même surface, seules la forme et l'intensité de radiation le sont. Ce travail démontre tout de même la possibilité de travailler avec des appareils d'imagerie d'une seule nature.
- **Champ thermique interpolé.** Il est possible d'utiliser les deux systèmes d'imagerie pour mesurer les deux champs sur une seule surface. Un mouchetis usuel en DIC est utilisé (gouttes blanches sur fond noir), mais il est réalisé suffisamment grossièrement, pour pouvoir procéder à des mesures thermiques "dans" les zones de haute émissivité [Favier *et al.*, 2007]. La résolution du champ thermique est donc moindre. Il est interpolé sur les zones initialement blanches. Les problèmes de synchronisation et de recalage spatial persistent, bien que facilités par la présence de marqueurs. On obtient ainsi deux champs mesurés sur l'exacte même surface.
- **Conception d'un revêtement compatible.** Enfin, il est possible d'acquérir les deux champs sur la même surface, en utilisant deux systèmes d'imageries. La clé de cette méthode est alors d'arriver à réaliser un revêtement dont l'émissivité soit aussi uniforme et élevée que possible tout en restant hétérogène dans le spectre visible. Un premier exemple d'une telle réalisation, à une échelle microscopique est proposée par Bodelot *et al.* [2009]. Ils utilisent un "revêtement pertinent" pour imager une même surface avec une caméra IR et une caméra visible, à l'aide d'un cube séparateur. Malheureusement, les hétérogénéités d'émissivité, même faibles, semblent réapparaître peu à peu lorsque l'on s'éloigne de l'équilibre thermique entre l'éprouvette et son environnement. En effet les points de grande émissivité renvoient une information relative à la température de l'éprouvette alors que les points de faible émissivité délivrent une information qui dépend de la température de l'éprouvette *et*

de celle de l'environnement. Même si un revêtement parfaitement compatible était conçu, les problèmes d'association des champs persisteraient.

## 5 Principe de L'IRIC

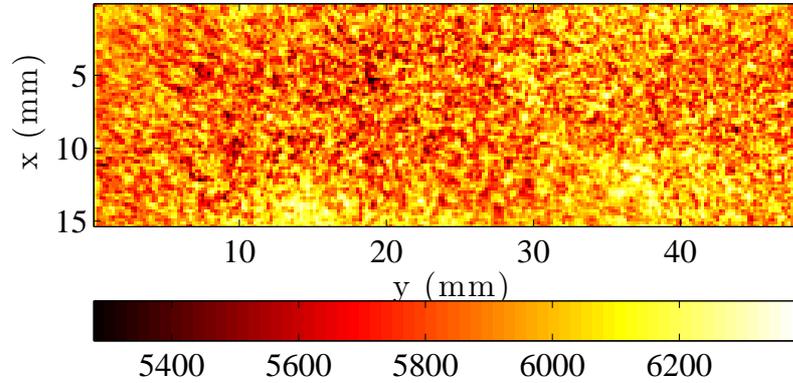
Pour résoudre cette double difficulté (association due à deux systèmes d'imagerie et exigences contradictoires en terme de revêtement), nous proposons une nouvelle méthode expérimentale pour mesurer les champs cinématiques et thermiques de manière couplée, sur une seule et même surface, avec l'exacte même discrétisation temporelle et spatiale, en n'utilisant qu'une seule caméra IR. Puisque les hétérogénéités d'émissivité sont inévitables, plutôt que d'essayer de les minimiser, le parti pris, ici, est de les exploiter. En effet, notre revêtement a été spécialement conçu pour constituer un mouchetis d'émissivité hétérogène. Ainsi, les images IR enregistrées sont assez contrastées pour réaliser une analyse DIC usuelle et obtenir des champs cinématiques fiables. De plus, puisque les images sont enregistrées dans le spectre du MWIR (Middle Wave Infra Red), en chaque point matériel le niveau de gris évolue en fonction de la température de l'éprouvette et de celle de l'environnement. Le niveau de gris ne dépendrait que de la température de l'éprouvette si l'émissivité était strictement égale à 1, ce qui est impossible en pratique, même en utilisant du noir de carbone. Néanmoins, il est possible de déduire du niveau de gris la température de la surface si la contribution de l'environnement (c'est-à-dire sa température) est constante et connue.

La méthode proposée repose sur le fait que l'hypothèse de conservation du flux optique (ou conservation de la luminance), fondamentale à la DIC, n'est plus valide ici : le niveau de gris perçu évolue aussi avec la température. Conséquemment, cette hypothèse doit être modifiée pour prendre en compte la variation due à la température locale. Un étalonnage doit être mis en place, à effectuer avant chaque essai, pour identifier les paramètres qui décrivent la variation locale du niveau de gris avec la température de l'éprouvette. Ces paramètres dépendent du dispositif dans son intégralité (réglages optiques, revêtement, radiations de l'environnement, température et perméabilité de l'air ambiant...). Enfin, nous sommes capables de déterminer conjointement, avec un seul système d'imagerie infrarouge, sur une unique surface, les champs couplés cinématiques et thermiques.

### 5.1 Revêtement spécifique et dispositif expérimental

Nous avons vu que les deux techniques, IRT et DIC, requièrent des revêtements contradictoires. En effet en thermographie infrarouge, le rayonnement perçu par le capteur est exprimé par la relation 2.12. On dépose généralement sur les éprouvettes un revêtement (peinture, noir de fumée...) afin que son émissivité soit maximale  $\epsilon_{ep} \simeq 1$ . Ceci permet de négliger les contributions de l'environnement  $\Phi_{réflexion}$ . Ce revêtement doit aussi assurer une émissivité uniforme, de manière à ce que l'interprétation du rayonnement  $R_p$  en terme de température soit univoque.

Cependant, si l'on veut réaliser de la DIC sur la même surface, la texture doit présenter un fort gradient dans l'infrarouge. Pour cela il faut réaliser un mouchetis d'émissivité hétérogène sur la surface. Dans le cas particulier des échantillons de NiTi auxquels nous appliquerons la méthode, la surface d'intérêt a subi un polissage électrochimique, lui conférant une très faible émissivité ( $\epsilon_{métal} \simeq 0.25$ ). On dépose ensuite un nuage de fines gouttes de peinture noire à haute émissivité ( $\epsilon_{noir} \simeq 0.96$ ), sans toutefois la recouvrir totalement (voir figure 2.7).

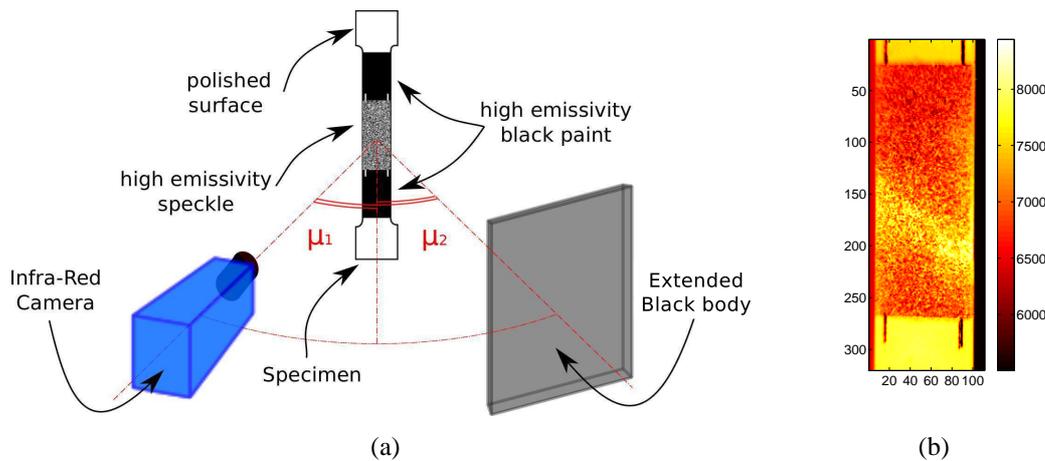


**FIGURE 2.7:** Image IR brute de l'éprouvette (horizontale) mouchetée, à l'état d'équilibre et à température ambiante ( $T_{\text{ambiante}}$  proche de  $26^{\circ}\text{C}$ ,  $T_{\text{ext}} \simeq 5^{\circ}\text{C}$ ). Le niveau de gris est exprimé en Digital Level DL sur une dynamique totale de  $2^{14} \simeq 16000$  DL ce qui correspond à la gamme de température  $[5; 60]^{\circ}\text{C}$  pour un  $\text{IT} = 930\mu\text{s}$ .

Ainsi, dans les parties recouvertes, l'intensité de rayonnement mesurée est directement reliable à la température du point (second terme de l'équation 2.12 négligeable). Alors que dans les parties nues de l'éprouvette, l'intensité du rayonnement mesurée est très fortement influencée par les rayonnements de tout l'environnement (second terme de l'équation 2.12 non négligeable, voire prépondérant). Pour être capable d'interpréter le  $R_p$  local de manière fiable, le flux se reflétant  $\Phi_{\text{réflexion}}$  doit être contrôlé. La nature métallique de notre matériau et son très bon état de surface fait que ce flux provient majoritairement de réflexions spéculaires sur la surface. Cette observation a dicté la géométrie choisie pour notre dispositif expérimental, visible sur la figure 2.8(a). Un corps noir étendu à température constante et uniforme  $T_{\text{ext}}$  est positionné dans le chemin optique, c'est-à-dire de manière à être imagé par la caméra si l'échantillon était un miroir. La température du corps noir est régulée autour de  $T_{\text{ext}} \approx 5^{\circ}\text{C}$ . Au vu des performances de régulation et d'uniformité de cet appareil (Stabilité  $\pm 3\text{mK}$ , Uniformité  $\pm 10\text{mK}$  à  $\pm 5^{\circ}\text{C}$  de l'ambiante), nous ferons l'hypothèse raisonnable que le flux des radiations de l'environnement est une quantité uniforme (équation 2.13).

Étant donné que la température de régulation,  $T_{\text{ext}}$ , est bien plus faible que celle de l'éprouvette, la surface mouchetée va apparaître de plus en plus hétérogène sur les images IR lorsque  $T_{\text{épreuve}}$  augmentera. (figures 2.7 et 2.8(b))

La figure 2.8(b) a été enregistrée lors d'un essai de traction sur Ni-Ti (détaillé section 9). On observe clairement une bande où le niveau de gris est plus élevé, indiquant un dégagement de chaleur dû à une transformation de phase localisée. Il est donc évident que l'information de champs de température est contenue dans les images IR. Cependant sa déduction est moins directe qu'avec la IRT traditionnelle. En effet, l'émissivité n'est ni uniforme, ni maximale. Toutefois, en connaissant l'évolution du niveau de gris en chaque point en fonction de son émissivité, un étalonnage *in situ* nous donnera la conversion des DL en  $^{\circ}\text{C}$ .



**FIGURE 2.8:** (a) Dispositif expérimental montrant la position relative de la caméra IR, de la surface de l'éprouvette et du corps noir. (b) Image brute infrarouge observée durant l'essai de traction sur un AMF de type Ni-Ti. La surface mouchetée de l'échantillon subit une déformation et un échauffement localisés.

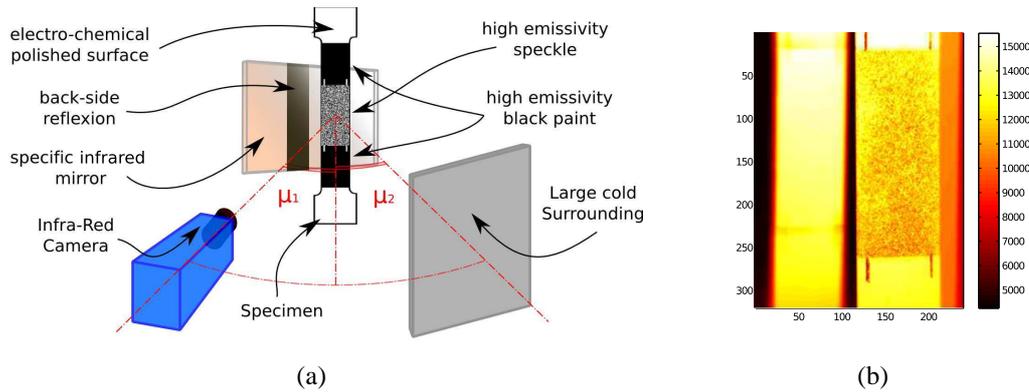
## 5.2 Évolution locale du niveau de gris avec la température

### 5.2.1 Procédure expérimentale pour l'étalonnage

Pour étudier l'évolution du niveau de gris de chaque pixel, un premier film d'un refroidissement naturel de l'éprouvette a été enregistré. À cette fin, l'éprouvette est montée dans la machine d'essai, la caméra est réglée optiquement et géométriquement comme sur l'image 2.8(a). En pratique, la caméra et le corps noir sont positionnés de part et d'autre de la normale à la surface observée, inclinés tous deux d'un angle  $\mu$  faible et égal ( $\mu_1 = \mu_2 \simeq 14^\circ$ ). L'éprouvette est maintenue par des mors hydrauliques dans une machine de traction uniaxiale MTS de 100 kN. Afin d'obtenir un refroidissement aussi uniforme que possible (dans l'idéal tous les points de la surface devraient voir la même température au même instant), seul le mors du bas est fermé, système hydraulique éteint. Ainsi, aucune chaleur d'origine hydraulique n'est transmise au matériau. De plus, des feuilles isolantes en plastiques ont été insérées, sur les surfaces de glissements, entre les mors et les mâchoires.

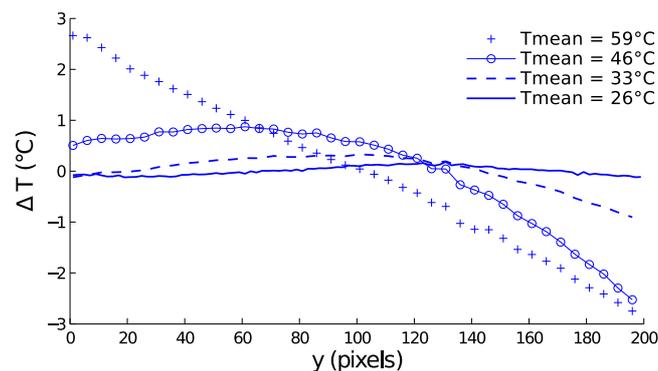
L'échantillon est chauffé jusqu'à  $\simeq 65^\circ\text{C}$  à l'aide d'un chauffage à air pulsé. On obtient ainsi une température relativement homogène. Afin de vérifier la distribution de la température, le dos de l'éprouvette a été recouvert de peinture noire à haute émissivité. Un miroir de première surface enrichi à l'or (Techspec de Edmunds Optics) est placé juste derrière l'éprouvette. Ce type de miroir a une unique surface réfléchissante (la première) évitant ainsi les réflexions multiples parasites. De plus, grâce à son enrichissement en or, son taux de réflexion est très grand dans les moyennes longueurs d'ondes infrarouges. Ainsi nous imageons à la fois la face et le dos de l'éprouvette de la même manière, si ce n'est que le dos est légèrement flou. Ce dispositif de vérification n'a été utilisé que lors du développement puis de la validation du protocole, il n'est plus nécessaire maintenant.

Il a été vérifié expérimentalement que les températures estimées au dos par réflexion et sur la face avant de l'éprouvette sont équivalentes. L'enregistrement du refroidissement commence



**FIGURE 2.9:** (a) Dispositif expérimental d'étalonnage : un miroir spécifique IR est placé juste derrière l'éprouvette. (b) Image IR brute de l'éprouvette et du reflet de son dos à la température  $T_{mean} \simeq 58.5^{\circ}\text{C}$ .

environ à  $61^{\circ}\text{C}$  et finit à la température ambiante de  $26^{\circ}\text{C}$ . Cette gamme de température est pertinente car elle coïncide avec les températures observées lors d'un essai de traction. Afin que cet étalonnage soit valide, le film IR doit être enregistré avec des réglages exactement identiques à ceux qui vont être utilisés lors de l'essai. L'éprouvette ne devra pas bouger entre les deux étapes. La température semble homogène sur toute l'éprouvette sur les images IR. À haute température, un faible gradient longitudinal est cependant visible (le refroidissement est majoritairement dû au flux de chaleur à travers les mors) mais il s'évanouit lorsque l'on se rapproche de l'ambiante, comme l'indique la figure 2.10. Nous supposons donc la température uniforme à la fin du refroidissement. Cette hypothèse nous confère un point de référence pour la description de l'évolution du niveau de gris.



**FIGURE 2.10:** Profil longitudinal de l'écart à la moyenne de la température de l'éprouvette, mesuré sur la face arrière.

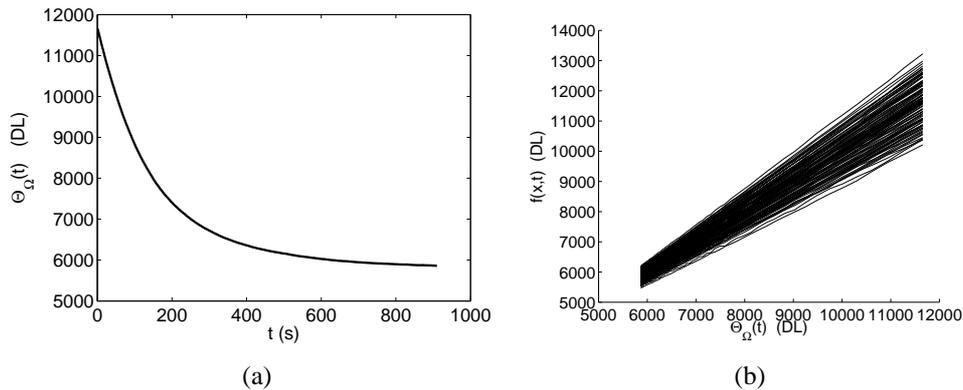
### 5.2.2 Analyse et identification de la relation du niveau de gris à la température

Le processus d'étalonnage consiste à extraire les paramètres pertinents décrivant au mieux la variation du niveau de gris de chaque pixel durant le refroidissement, c'est-à-dire en fonction de la température. Cette section s'intéresse à cette variation sur une aire suffisamment petite pour que l'hypothèse de température uniforme soit valide. Une fois la relation établie, on la généralisera à l'ensemble de la surface. Enfin, le passage de la température apparente à la température réelle est décrit section 6.

Le niveau de gris lié à chaque point matériel,  $f(\mathbf{x}, T)$  exprimé en DL, évolue lorsque la température varie. Pour étudier la relation entre niveau de gris et température locale, nous avons choisi une petite surface  $\Omega$  ( $10 \times 10$  pixels, soit  $2.1 \times 2.1 \text{ mm}^2$ ) de l'éprouvette sur laquelle le gradient est négligeable. Considérant que le niveau de gris donne une idée, grossière, de la température, on *définit* la température apparente comme la valeur moyenne du niveau de gris sur la surface  $\Omega$

$$\Theta_{\Omega}(t) = \langle f(\mathbf{x}, T) \rangle_{\mathbf{x} \in \Omega} . \quad (2.14)$$

La figure 2.11(a) montre la décroissance exponentielle typique de la température apparente au cours d'un refroidissement naturel. On remarque que la température initiale apparente est inférieure aux  $65^{\circ}\text{C}$  annoncés car l'émissivité moyenne sur  $\Omega$  est bien plus basse que 1 .



**FIGURE 2.11:** (a) Évolution de la température apparente  $\Theta_{\Omega}(t)$  de la surface  $\Omega$  en fonction du temps  $t$  et (b) évolution du niveau de gris des pixels qui composent  $\Omega$  en fonction de la température apparente  $\Theta_{\Omega}$ .

Nous faisons l'hypothèse simplificatrice que l'éprouvette est immobile au cours du refroidissement, de telle sorte que chaque pixel représente toujours les mêmes points physiques de la surface. Évidemment, cela revient à négliger la dilatation thermique. On a pu constater en effet que son influence n'est notable que sur les toutes premières images [Maynadier *et al.*, 2012b].

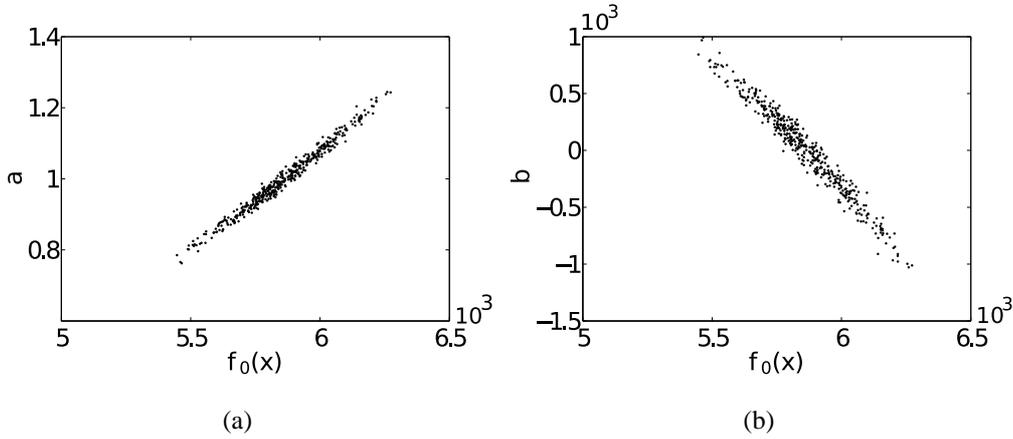
Si l'on trace le niveau de gris de chaque pixel de  $\Omega$  en fonction de la température apparente (comme sur la figure 2.11(b)), une évolution linéaire semble évidente même si la pente et l'ordonnée à l'origine de chaque ligne dépendent du pixel. La relation affine entre  $f(\mathbf{x}, t)$  et  $\Theta_{\Omega}(t)$  s'écrit

$$f(\mathbf{x}, t) = a(\mathbf{x})\Theta_{\Omega}(t) + b(\mathbf{x}) \quad (2.15)$$

où  $a(\mathbf{x})$  et  $b(\mathbf{x})$  sont respectivement les pentes et ordonnées à l'origine qui caractérisent chaque pixel de coordonnées  $\mathbf{x}$ .

On peut raisonnablement supposer que l'émissivité locale a une influence sur cette relation. Aussi définit-on la dernière image du refroidissement (la plus uniforme en température) comme l'image de référence. Elle correspond à la température de référence  $T_0$ , que nous estimons à travers la température apparente de référence :  $\Theta_0 = \langle f(\mathbf{x}, T_0) \rangle_{\mathbf{x} \in \Omega}$ . L'image de référence représente indirectement l'hétérogénéité d'émissivité. Ainsi chaque pixel est caractérisé par son niveau de gris de référence  $f_0(\mathbf{x}) = f(\mathbf{x}, T_0)$ . Les paramètres  $a(\mathbf{x})$  et  $b(\mathbf{x})$ , comme le montre la figure 2.12, varient linéairement encore avec le niveau de gris de référence  $f_0(\mathbf{x})$ . Notons que, comme attendu,  $a$  croît avec  $f_0$ , puisque de hautes valeurs de  $f_0$  correspondent à de fortes émissivités. La variation de  $f(\mathbf{x}, t)$  est donc bilinéaire en fonction de  $f_0(\mathbf{x})$  et  $\Theta_\Omega(t)$ , elle s'écrit

$$f(\mathbf{x}, t) = (\alpha_1 f_0(\mathbf{x}) + \alpha_2) \Theta_\Omega(t) + (\beta_1 f_0(\mathbf{x}) + \beta_2) \quad (2.16)$$



**FIGURE 2.12:** Pentes (a) et ordonnées (b) à l'origine de la relation affine reliant le niveau de gris à la température apparente, et ce en fonction du niveau de gris de référence  $f_0(\mathbf{x})$ .

Nous obtenons donc une relation entre le niveau de gris et la température avec quatre paramètres. Fort heureusement, les définitions de l'image et de la température de référence nous offrent quelques simplifications. En effet, quand la température apparente atteint la température de référence  $\Theta_\Omega(t) = \Theta_0$ , on a  $f(\mathbf{x}, t) = f_0(\mathbf{x})$ , et donc

$$\begin{aligned} \alpha_1 \Theta_0 + \beta_1 &= 1 \\ \alpha_2 \Theta_0 + \beta_2 &= 0 \end{aligned} \quad (2.17)$$

Ainsi  $f$  peut se simplifier en

$$f(\mathbf{x}, t) = f_0(\mathbf{x}) + (\alpha_1 f_0 + \alpha_2)(\Theta_\Omega(t) - \Theta_0). \quad (2.18)$$

De plus, la définition choisie pour la température apparente  $\Theta_\Omega(t) = \langle f(\mathbf{x}, t) \rangle_{\mathbf{x} \in \Omega}$ , donne

$$\Theta_\Omega(t) = \Theta_0 + (\alpha_1 \Theta_0 + \alpha_2)(\Theta_\Omega(t) - \Theta_0), \quad (2.19)$$

et donc  $\alpha_2 = 1 - \alpha_1 \Theta_0$ .

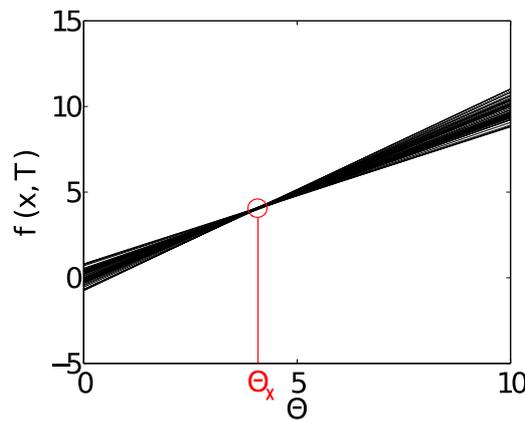
Il ne nous reste donc qu'un seul paramètre à déterminer, auquel on peut donner un sens physique. On peut remarquer qu'il existe une température apparente particulière, que nous noterons  $\Theta_x$ , associée à une température vraie  $T_x$ , pour laquelle le contraste observé à la caméra s'évanouit : l'image apparaît uniforme

$$f(\mathbf{x}, T_x) = \langle f(\mathbf{x}, T_x) \rangle_{\mathbf{x}} = \Theta_x \quad (2.20)$$

On peut calculer que

$$\Theta_x = \Theta_0 - \frac{1}{\alpha_1} \quad (2.21)$$

Pour mieux comprendre ce que signifie physiquement  $\Theta_x$ , regardons à nouveau le dispositif expérimental. La caméra imagera une surface uniforme si l'environnement *et* l'éprouvette sont à l'exacte même température :  $\Theta_{\text{éprouvette}} = \Theta_x = \Theta_{\text{environnement}}$ . En effet, comme le montre l'équation 2.12, quand l'éprouvette et l'environnement sont à la même température, l'émissivité ne crée plus de contraste. De manière encore plus imagée, c'est comme si, dans le visible, l'éprouvette était un miroir reflétant un mur de couleur donné. Si l'on peint des points de la même couleur sur le miroir, il est impossible de les distinguer du reflet.



**FIGURE 2.13:** Variation du niveau de gris avec la température apparente pour chaque pixel d'une petite surface  $\Omega$ , tracée selon la relation établie 2.22. En rouge, la température d'uniformité  $\Theta_x$ .

Finalement, l'expression d'une image à une température quelconque s'écrit

$$f(\mathbf{x}, t) = f_0(\mathbf{x}) + \frac{(\Theta_\Omega(t) - \Theta_0(\mathbf{x}))}{(\Theta_x - \Theta_0(\mathbf{x}))} (\Theta_x - f_0(\mathbf{x})). \quad (2.22)$$

Au final, nous n'avons donc qu'un seul paramètre scalaire à déterminer  $\Theta_x$ , qui dépend du mouchetis et du dispositif expérimental.

Une analyse de l'erreur commise avec cette formulation (différence entre les deux côtés de l'équation 2.22), détaillée dans l'article Maynadier *et al.* [2012b], montre qu'elle ne dépasse pas 12%. L'erreur n'atteint cette valeur que pour les toutes premières images du refroidissement puis chute pour rester inférieure à 6%. L'erreur sur les premières images provient du déplacement dû à la dilatation thermique, que nous supposons négligeable. Elle n'est en effet perturbante qu'au tout début, lorsque la température de l'éprouvette est très différente de la température de référence.

Cela valide donc la formulation choisie pour l'évolution du niveau de gris de chaque pixel en fonction de son niveau de gris initial  $f_0$  (porteur de l'information d'émissivité) et de la température apparente  $\Theta_\Omega$ . Elle a cependant été établie uniquement sur une zone suffisamment petite pour négliger le gradient de température.  $\Theta_\Omega(t)$  est pour l'instant considéré uniforme. La prochaine section présente les diverses étapes nécessaires à l'obtention d'un champ de température fiable, et notamment comment cette formulation pourra être étendue à la totalité de la surface d'intérêt, présentant un gradient, lors de la détermination de  $\Theta_\times$ .

## 6 Étallonages pour l'obtention du champ de température

Trois procédures distinctes sont nécessaires à l'obtention d'un champ de température fiable (voir schémas 2.14, page 63).

- (a)→(b) Tout d'abord, nous avons une surface avec une texture d'émissivité, bien loin de l'uniformité requise par la IRT traditionnelle (figure 2.14-a). Nous prendrons en compte ce fait en utilisant la relation 2.22 entre le niveau de gris en un point, son niveau de gris de référence et la température apparente. Pour cela il nous faut identifier  $\Theta_\times$ . Nous obtenons alors un champ de température apparente, en DL, qui correspondrait à une température mesurée sur une surface d'émissivité uniforme mais non maximale  $\varepsilon_{\text{équivalente}}$  (figure 2.14-b).
- (b)→(c) Ensuite, il faut se ramener à une émissivité maximale. Pour cela, une deuxième procédure permet de connaître et de compenser l'émissivité moyenne de la zone d'intérêt. On se ramène ainsi à la configuration de thermographie traditionnelle (figure 2.14-c).
- (c)→(d) Enfin, les degrés numériques DL délivrés par la caméra peuvent être convertis en °C. On obtient enfin le champ de température en °C et en tout point de la surface analysée. (figure 2.14-d)

**Remarque :** Dans la suite et afin d'alléger les écritures, les notations seront simplifiées. Ainsi  $f(\mathbf{x}, t) = f$  et  $f_0(\mathbf{x}) = f_0$ . Les grandeurs  $\Theta_\times$  et  $\Theta_0$  sont constantes et uniformes (elles ne dépendent ni de  $\mathbf{x}$ , ni de  $t$ ). La température apparente en un point  $\Theta(\mathbf{x}, t)$ , notre inconnue sera parfois désignée simplement comme  $\Theta$ , il convient de garder à l'esprit qu'à partir de maintenant la température peut varier dans l'espace et le temps.

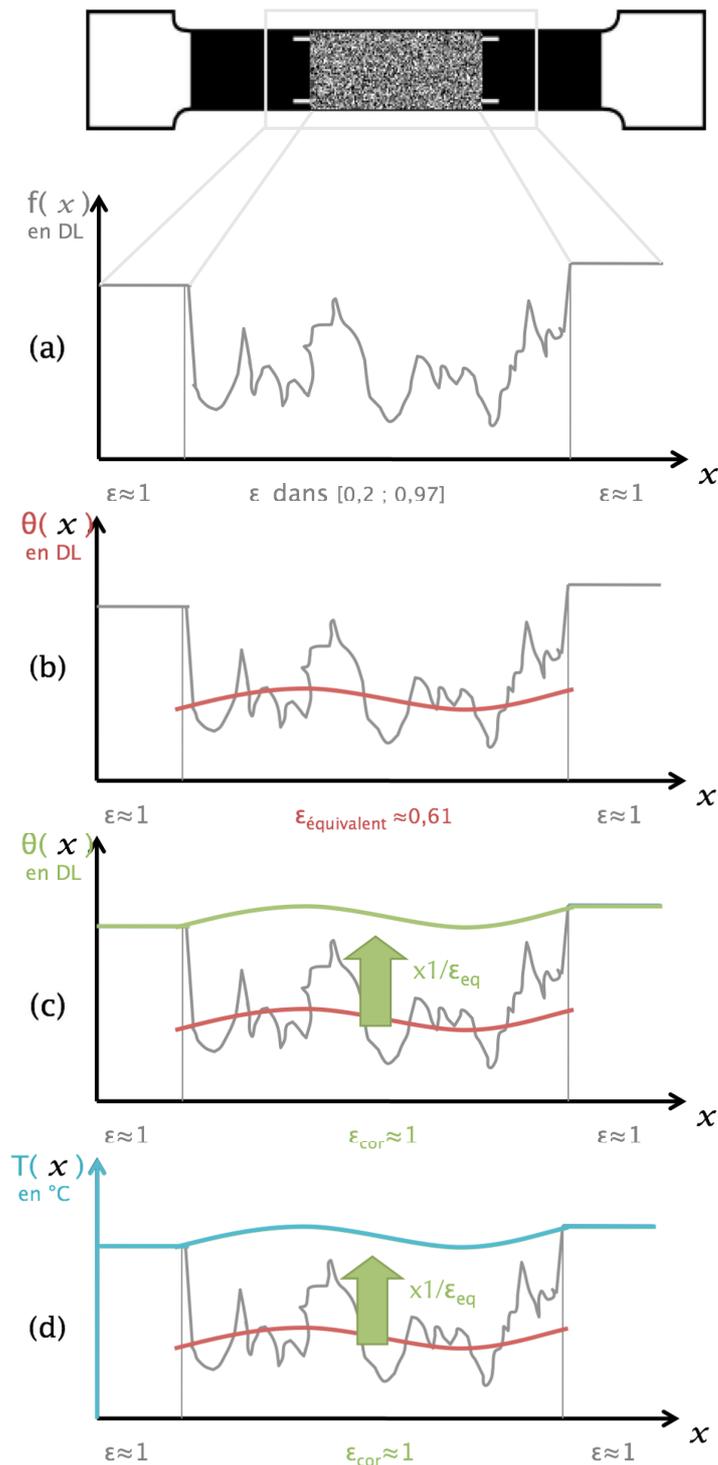
### 6.1 Correction de l'émissivité non uniforme

Pour établir la relation 2.22, nous avons observé une surface suffisamment petite pour y considérer négligeable le gradient de température. Pour l'appliquer maintenant à l'intégralité de la surface d'intérêt, il faut prendre en compte un champ de température, pendant le refroidissement et donc l'identification de  $\Theta_\times$ , qui varie spatialement.

On suppose que le champ de température présente un gradient faible, qui peut être représenté par un polynôme d'ordre 3 des coordonnées spatiales à l'échelle de l'éprouvette. Des ordres supérieurs ont été explorés mais n'apportent pas d'amélioration sensible des résidus finaux.

L'identification de  $\Theta_\times$ , se fait donc en trois étapes :

- D'abord, on estime une température apparente  $\Theta_{\text{guess}}$  à partir des niveaux de gris, par la relation 2.22 avec un  $\Theta_\times$  arbitraire.



**FIGURE 2.14:** Étapes de calibration : (a) Initialement : niveau de gris  $f(x)$  le long de l'éprouvette. (b) Première étape : Identification de  $\Theta_x$  pour la compensation de la non-uniformité du niveau de gris. (c) Deuxième étape : compensation du fait que l'émissivité équivalente  $\epsilon_{\text{équivalente}}$  est différente de 1. (d) Troisième étape : conversion des DL en  $^{\circ}\text{C}$ .

$$\Theta_{guess}(\mathbf{x}) = \frac{\Theta_0 \cdot (f(\mathbf{x}) - \Theta_{\times}) - \Theta_{\times} (f(\mathbf{x}) - f_0(\mathbf{x}))}{(f_0(\mathbf{x}) - \Theta_{\times})} \quad (2.23)$$

- Sur ce champ  $\Theta_{guess}$  est identifié le polynôme d'ordre 3 donnant  $\Theta(\mathbf{x})$ , la version régularisé de la température apparente.
- Enfin, le  $\Theta_{\times}$  initial est corrigée, remplacé par celui issu du calcul :

$$\Theta_{\times} = \frac{\langle (\Theta(\mathbf{x}) \cdot f_0(\mathbf{x}) - \Theta_0 \cdot f(\mathbf{x})) (\Theta(\mathbf{x}) - \Theta_0 + f_0(\mathbf{x}) - f(\mathbf{x})) \rangle_{\mathbf{x},t}}{\langle (\Theta(\mathbf{x}) - \Theta_0 + f_0(\mathbf{x}) - f(\mathbf{x}))^2 \rangle_{\mathbf{x},t}} \quad (2.24)$$

Les trois étapes sont répétées jusqu'à convergence, c'est-à-dire jusqu'à ce que la différence entre l'ancienne et la nouvelle valeur de  $\Theta_{\times}$  soit inférieure à  $10^{-8} DL$ . Ce critère plutôt restrictif est atteint en quelques itérations seulement ( $\simeq 8$ ) car toutes les images du refroidissement sont traitées simultanément.

## 6.2 Correction de l'émissivité non maximale

Nous sommes maintenant ramenés à un champ de température apparente  $\Theta(\mathbf{x}, t)$ , mesurée sur une surface où l'émissivité est uniforme mais inférieure à 1 (figure 2.14-b). Pour se ramener à une émissivité maximale égale à 1, nous allons calculer l'émissivité moyenne de la zone d'intérêt  $\epsilon_{équivalente}$ .

Dans ce but, nous avons ménagé deux surfaces peintes uniformément avec de la peinture noire haute émissivité. Sur ces deux zones, on estime la température de l'éprouvette  $\Theta_{S1}$  et  $\Theta_{S2}$  auxquelles va être comparée la température apparente  $\Theta(\mathbf{x})$  estimée sur la surface d'intérêt, pour toutes les images du refroidissement.

Comme précédemment la température apparente est supposée présenter un gradient suffisamment faible pour être représentée par un polynôme d'ordre 3. La température étant supposée continue dans l'éprouvette, on peut extrapoler le polynôme dans les deux zones  $\Omega_{S1}$  et  $\Omega_{S2}$ . En tout point  $\mathbf{x}$  de ces surfaces et pour toutes les images du refroidissement on doit avoir

$$\Theta_{S_i}(\mathbf{x}) = \Theta(\mathbf{x}) \times \frac{\epsilon_{S_i}}{\epsilon_{équivalent}} \quad (2.25)$$

Par minimisation des moindres carrés, on détermine ainsi  $\epsilon_{équivalent}$ . Si l'on suppose que  $\epsilon_{S_i} \simeq 1$ , la situation usuelle de thermographie infrarouge où l'émissivité est uniforme et maximale ( $\epsilon_{corr} = 1$ , (figure 2.14-c)) se retrouve en multipliant l'ensemble du champ de température apparente par  $1/\epsilon_{équivalent}$ .

À titre indicatif, pour nos éprouvettes en Ni-Ti, électro-chimiquement polies, recouvertes d'un mouchetis de peinture thermique noire mate,  $\epsilon_{équivalent}$  varie dans  $[0,6; 0,77]$  selon le mouchetis. Ceci montre que ce paramètre dépend de la préparation et de la nature de l'éprouvette. Cette procédure doit donc être réalisée avant chaque essai, dans la phase d'étalonnage.

## 6.3 Conversion des Digital Levels en °C

Le champ de température en DL peut alors être converti en °C. Pour cela, nous réalisons la calibration usuelle de la caméra IR à l'aide du corps noir plan. Cette procédure est détaillée dans la section 3.2 présentant la thermographie traditionnelle. Notons que chaque calibration correspond

à un temps d'intégration, un réglage optique et un état thermique de la caméra donnés. La caméra doit donc être calibrée dès que l'un de ces réglages change, après un temps de stabilisation thermique long ( $\geq 1h$ ) mais aussi régulièrement au cours de sa vie car la réponse des pixels évolue avec le temps. Dans notre cas une calibration est systématiquement faite à chaque mise en place du set up expérimental.

## 7 Formulation mathématique et algorithme

Le revêtement conçu, la relation d'évolution de niveau de gris en fonction de la température ainsi que les étalonnages proposés pourraient être utilisés pour obtenir, pixel à pixel un champ de température d'une part, alors que d'autre part on appliquerait un code de corrélation d'images numériques traditionnel afin d'obtenir les déplacements. Cependant, même à partir d'un unique jeu d'images, on obtiendrait deux champs, de discrétisations spatiales différentes. En outre, la variation de la luminance nuit à la convergence du code de DIC adapté au visible. La formulation mathématique et l'algorithme présentés dans la suite vont plus loin. Adaptée du code `Correli-Q4`, l'IRIC permet de déterminer en chaque point d'un unique maillage éléments finis, par la minimisation d'une unique fonctionnelle, à la fois la température et les déplacements.

Nous avons vu dans la partie 3.1 que la corrélation d'images numériques en général, et `Correli-Q4` en particulier, procède à la "comparaison" de deux images :  $g(\mathbf{x})$  l'image déformée par rapport à  $f(\mathbf{x})$  l'image de référence. La méthode repose sur l'hypothèse de la conservation du flux optique (ou de la luminance). Autrement dit, rien d'autre ne vient perturber les niveaux de gris que les déplacements, et si la surface d'intérêt reste immobile, les deux images seront égales. Cette hypothèse est raisonnable dans le domaine visible. Il arrive néanmoins que la conservation de la luminance ne soit plus vérifiée (modification de l'éclairage, flambage...), ce qui se traduit sur la carte des résidus par des motifs particuliers. Certains codes comme `Correli-Q4` possèdent une correction *a priori* de l'image pour réguler sur chaque maille le niveau moyen et la dynamique de niveau de gris. L'hypothèse de conservation de la luminance est ainsi toujours valide.

Dans notre cas, nous ne pouvons ni ne voulons supposer la conservation de la luminance. Nous ne voulons pas non plus la corriger. Au contraire, nous voulons l'exploiter. Pour cela nous faisons l'hypothèse que la variation du niveau de gris provient d'un changement de température locale que nous voulons identifier.

La variation du niveau de gris dû à un changement de température (et seulement de température), est décrite par l'équation 2.22. Plus généralement, on peut décrire une image déformée  $g(\mathbf{x})$  grâce à cette relation et au déplacement au point  $\mathbf{x}$ .  $f_0$  est choisie comme la dernière image du refroidissement lors de la calibration, c'est la même surface en configuration initiale : l'état isotherme avant chargement mécanique.

On peut écrire

$$g(\mathbf{x} + \mathbf{u}(\mathbf{x})) = f_0(\mathbf{x}) + \frac{(\Theta(\mathbf{x}) - \Theta_0(t))}{(\Theta_x - \Theta_0)} (\Theta_x - f_0(\mathbf{x})); \quad (2.26)$$

Le but est de déterminer à la fois le champ de déplacement  $\mathbf{u}(\mathbf{x})$  et celui de température  $\Theta(\mathbf{x})$ . Ils sont calculés conjointement à partir de la formulation faible de l'équation 2.26 par minimisation, sur l'ensemble du domaine d'intérêt  $\mathcal{D}$ , de la fonctionnelle suivante :

$$\mathfrak{R}[\mathbf{u}, \Theta] = \int_{\mathcal{D}} \left( g(\mathbf{x}') - f_0(\mathbf{x}) - \frac{\Theta(\mathbf{x}) - \Theta_0}{\Theta_x - \Theta_0} (\Theta_x - f_0(\mathbf{x})) \right)^2 d\mathbf{x} \quad (2.27)$$

avec  $\mathbf{x}' = \mathbf{x} + \mathbf{u}(\mathbf{x})$ .

L'approche globale introduite par Besnard *et al.* [2006] et rappelée partie 3.1, est étendue à cette forme généralisée de la conservation de la luminance. On décompose donc les champs cinématiques et thermique sur une unique base de fonctions de forme

$$\begin{aligned}\mathbf{u}(\mathbf{x}) &= \alpha_{ij} \Phi_i(\mathbf{x}) e_j \\ \Theta(\mathbf{x}) &= \Theta_{\times} + \alpha_{i3} \Phi_i(\mathbf{x}),\end{aligned}\quad (2.28)$$

où  $i$  est le numéro du nœud ( $1 \leq i \leq N_k$ ),  $j$  désigne la nature de l'inconnue ( $1 \leq j \leq 2$  correspond aux déplacements dans les deux directions du plan et  $j = 3$  à la température). Toutes les inconnues sont donc regroupées en un seul et même vecteur  $\boldsymbol{\alpha} = \{\alpha_{ij}\}$ .

L'algorithme procède par linéarisations successives du terme entre parenthèses de l'équation 2.27 autour des valeurs courantes de  $(\mathbf{u}, \Theta)$  déterminées à l'itération précédente. La suite décrit les calculs réalisés lors d'une itération  $n$ .

D'abord, on calcule une image déformée corrigée des quantités déterminées au pas précédent

$$g_{corr}^{(n)}(\mathbf{x}) = g(\mathbf{x} + \mathbf{u}^{(n-1)}(\mathbf{x})) - \alpha_{i3}^{(n-1)} \Phi_i(\mathbf{x}). \quad (2.29)$$

Cette écriture permet en quelque sorte d'analyser une image de plus en plus proche de la référence, puisqu'on la corrige par les déplacements et températures déterminés à l'itération précédente. La correction additionnelle de  $\boldsymbol{\alpha}$ , notée  $\delta\boldsymbol{\alpha}^{(n)}$  est calculée à partir de l'expression linéarisée de la fonctionnelle 2.27 :

$$\begin{aligned}\mathfrak{R}_{lin}[\boldsymbol{\alpha}] = \int_{\mathcal{D}} &\left( g_{corr}^{(n)}(\mathbf{x}) - f_0(\mathbf{x}) - \delta\alpha_{ij}^{(n)} \Phi_i(\mathbf{x}) \partial_j f_0(\mathbf{x}) \right. \\ &\left. - \delta\alpha_{i3}^{(n)} \Phi_i(\mathbf{x}) \cdot \frac{f_0(\mathbf{x}) - \Theta_{\times}}{\Theta_0 - \Theta_{\times}} \right)^2 d\mathbf{x}.\end{aligned}\quad (2.30)$$

La minimisation de cette fonctionnelle se traduit par la résolution du système linéaire suivant :

$$[\mathbf{M}]\{\delta\boldsymbol{\alpha}^{(n)}\} = \{\delta\boldsymbol{\beta}^{(n)}\}. \quad (2.31)$$

On peut remarquer que les termes de cette expression peuvent s'écrire en fonction d'un vecteur  $\mathbf{G}$ , ne dépendant que de la température d'uniformité  $\Theta_{\times}$ , de l'image de référence  $f_0(\mathbf{x})$  et de la température de référence  $\Theta_0$ . Ce vecteur est donc le même pour toutes les itérations :

$$\mathbf{G} = \begin{pmatrix} \partial_1 f_0(\mathbf{x}) \\ \partial_2 f_0(\mathbf{x}) \\ \frac{f_0(\mathbf{x}) - \Theta_{\times}}{\Theta_0 - \Theta_{\times}} \end{pmatrix}. \quad (2.32)$$

Ainsi, la matrice  $[\mathbf{M}]$ , de dimension  $3N_k \times 3N_k$ , se compose de blocs de  $3 \times 3$

$$[\mathbf{M}]_{ij} = \int_{\mathcal{D}} (\mathbf{G} \cdot \Phi_i) \otimes (\mathbf{G} \cdot \Phi_j) d\mathbf{x} \quad (2.33)$$

Elle n'a donc pas besoin d'être remise à jour entre chaque itération.

Le second membre  $\{\delta\boldsymbol{\beta}^{(n)}\}$  quant à lui, est un vecteur de  $3N_k$  composantes, présentant  $N_k$  paquets de 3 composantes

$$\delta\boldsymbol{\beta}_i^{(n)} = \int_{\mathcal{D}} (\mathbf{G} \cdot \Phi_i) (g_{corr}^{(n)} - f_0) d\mathbf{x} \quad (2.34)$$

C'est donc seulement ce terme qui est mis à jour à chaque itération. Il dépend de l'image déformée corrigée  $g_{corr}^n$ .

Finalement, les quantités d'intérêt sont mises à jour suivant

$$\alpha^{(n+1)} = \alpha^{(n)} + \delta\alpha^{(n)}. \quad (2.35)$$

Cette étape conclut une itération.

Cette formulation se révèle performante car seule l'image déformée est corrigée et non l'image de référence. Cela permet de fixer l'expression de la matrice  $[M]$ , indépendante de l'itération. C'est très important pour l'efficacité de l'algorithme car souvent la construction de cette matrice est coûteuse. Elle suppose en effet de calculer les dérivées partielles pixel à pixel.

Il faut aussi insister sur le fait que la température  $\Theta(x)$  et les déplacements  $u(x)$  sont déterminés conjointement en un seul calcul du vecteur  $\alpha$ .

## 8 Estimations des erreurs de calcul de l'algorithme

### 8.1 Indicateurs d'erreurs

Comme pour la DIC visible, les performances de l'IRIC dépendent de tout le dispositif expérimental, depuis la qualité du mouchetis, la disposition des appareils jusqu'à la mise au point du système optique. Aussi, à chaque essai correspond une incertitude de mesure qui peut être déterminée *in situ*, par l'analyse d'images censées être identiques (sans sollicitation mécanique ni changement de température) ou dont le déplacement ou l'élévation de température est connu. Il n'est donc pas raisonnable d'annoncer des incertitudes de mesure générales, puisque chaque essai est particulier.

Dans cette partie, nous proposons toutefois l'estimation des incertitudes de mesures dues uniquement à l'algorithme. Pour cela, et pour chaque quantité d'intérêt, des images-test ont été générées, à partir de l'image de référence (dernière image du film de calibration), en lui appliquant différents champs de déplacements ou de température. Elles sont ensuite analysées par IRIC. L'écart entre le champ prescrit et celui mesuré nous renseigne sur la précision de notre mesure. Pour cela nous regarderons deux indicateurs :

- **l'erreur systématique** est l'écart moyen à la valeur imposée.
- **l'incertitude** est l'écart type du champ mesuré, alors qu'il devrait être uniforme.

On évalue ainsi les deux qualités qui font un moyen de mesure précis : justesse et fidélité.

Quatre tailles de maillage sont utilisées pendant l'analyse : de  $24 \times 24$  pixels à  $6 \times 6$  pixels. Entre chaque raffinement, la matrice  $[M]$  n'est pas complètement recalculée, mais seulement remise à jour à partir de l'analyse de taille de maille précédente. Cette approche descendante (dite "multiéchelle") réduit le temps et l'erreur de convergence.

### 8.2 Déplacements

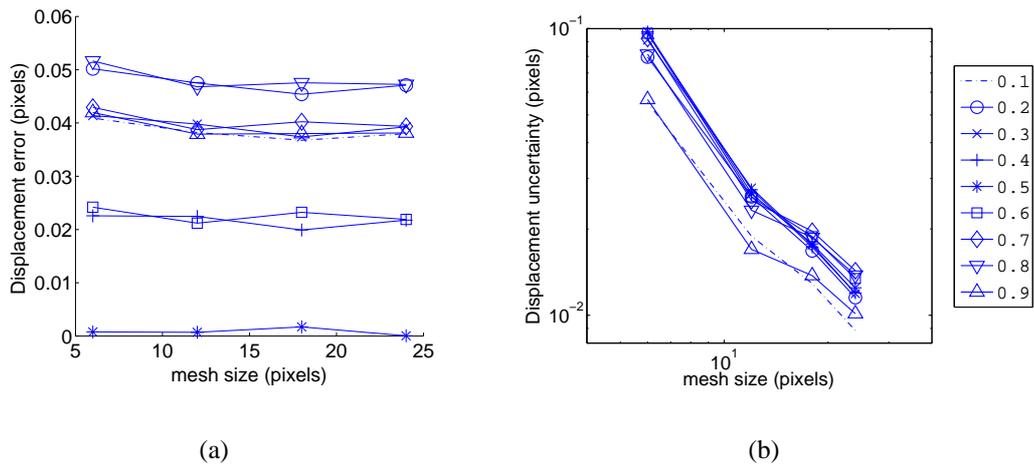
#### 8.2.1 Qualification

A partir de l'image de référence  $f_0$ , neuf images ont été générées, en lui appliquant, dans l'espace de Fourier, un déplacement entre 0,1 et 0,9 pixels. Les résultats sont représentés sur la figure 2.15. On observe notamment que l'erreur systématique varie peu avec la taille d'élément,

mais beaucoup plus avec la valeur imposée. Pour les déplacements prescrits, pourtant sub-pixels, l'erreur moyenne reste inférieure à 0,05 pixel pour des éléments de taille raisonnable (12 pixels).

L'incertitude de mesure décroît drastiquement lorsque la taille du maillage augmente. Elle est décorrélée de la valeur moyenne imposée. Pour des éléments de  $12 \times 12$  elle est inférieure à 0,05 pixels.

Le champ de température reste quant à lui uniforme et constant, sauf sur les éléments du bord qui présentent une très légère fluctuation.



**FIGURE 2.15:** Erreur systématique (a) et incertitude de mesure (b) sur le déplacement, pour chaque déplacement virtuel imposé, en fonction de la taille de maille utilisée ( $6 \times 6$ ,  $12 \times 12$ ,  $16 \times 16$  ou  $24 \times 24$ ).

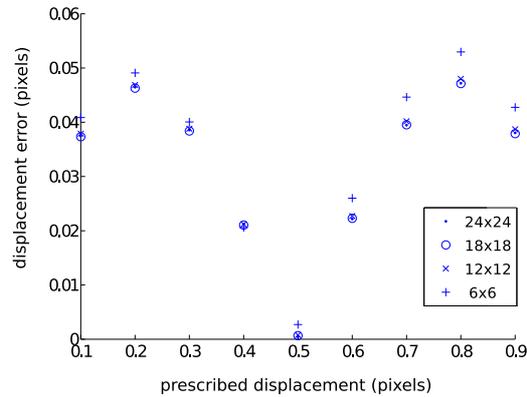
### 8.2.2 Causes et actions correctives

L'erreur systématique est quasiment indépendante de la taille de maillage grâce à l'analyse descendante. Elle varie en revanche avec la valeur imposée à cause d'un phénomène de "locking". En effet, l'algorithme converge plus aisément vers des valeurs de déplacement à nombre entier de pixels (figure 2.16).

Les modifications d'images dans l'espace de Fourier, les développements limités et les dérivations pixels à pixels supposent une interpolation des niveaux de gris sub-pixel. L'hypothèse est faite que le niveau de gris varie linéairement d'un pixel à l'autre. Cela induit forcément une erreur d'interpolation sauf dans le cas particulier d'un déplacement d'un nombre entier de pixels. L'erreur induite est maximale autour de  $\frac{1}{4}$  ou  $\frac{3}{4}$  de pixel de déplacement. L'erreur d'interpolation est minimale pour un déplacement d'un demi pixel, comme le montre la figure 2.16.

L'incertitude varie à l'inverse de la taille d'élément. C'est un résultat classique en corrélation d'images. Plus la taille d'élément est grande, plus on dispose d'informations pour identifier un même nombre d'inconnues. On est donc plus fidèle. Cependant la résolution spatiale du champ calculé s'en ressent. Il faut donc faire un compromis entre la résolution et l'incertitude de mesure.

Le champ de température n'est pas affecté par les déplacements imposés, ce qui démontre la robustesse de l'algorithme. Le champ des résidus, résolu au pixel, est garant du bon déroulement



**FIGURE 2.16:** Erreur systématique en fonction de la valeur du déplacement subpixel appliqué, révélatrice du “locking”.

de la corrélation.

## 8.3 Température

### 8.3.1 Quantité

À partir de l'image de référence  $f_0$ , neuf images ont été générées, auxquelles ont été appliqués des échauffements virtuels uniformes. Pour cela, le niveau de gris de chaque pixel a été modifié en accord avec la formule de l'évolution du niveau de gris eq. 2.22, avec le  $\Theta_{\times}$  déterminé lors de la calibration.

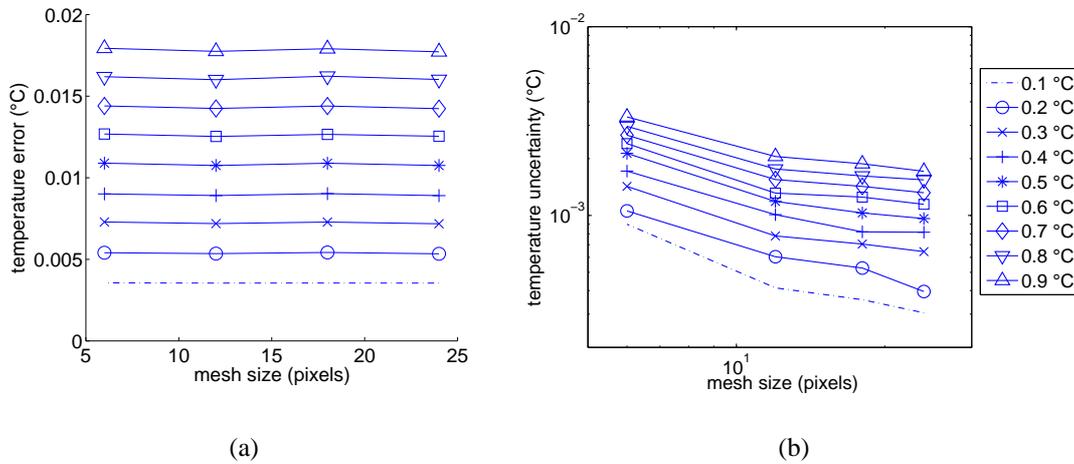
On observe sur la figure 2.17(a) que l'erreur systématique est là encore indépendante de la taille de maillage. Elle semble corrélée à la valeur imposée, augmentant de  $0,00125^{\circ}\text{C}$  pour  $0,1^{\circ}\text{C}$  imposé en plus.

L'incertitude de mesure varie, comme pour le déplacement, inversement par rapport à la taille de maille. Pour des éléments de  $12 \times 12$  pixels, l'erreur systématique est inférieure à  $0,02^{\circ}$  et l'incertitude reste comprise entre  $10^{-4}$  et  $10^{-3}^{\circ}\text{C}$ .

### 8.3.2 Causes et actions correctives

Le biais systématique, lié à la valeur du mesurande, est très probablement dû à l'incertitude lors de la calibration (détermination du  $\Theta_{\times}$ ). Pour notre analyse d'incertitude, elle est doublement influente car les images analysées ont été créées à partir de l'image de référence  $f_0$ , modifiée en accord avec la formulation 2.22. Or la qualité de cette formulation, validée par ailleurs (voir partie 5.2), n'est pas contrôlée ici. De même les paramètres issus de la calibration ( $f_0$ ,  $\Theta_0$  et  $\Theta_{\times}$ ), qui peuvent être influents, ne sont pas remis en cause. Une erreur sur l'identification de  $\Theta_{\times}$  contribuera donc deux fois, lors de la création des images et lors de la mesure de la température. Notons cependant que ce biais est de l'ordre de 1% de l'élévation de température appliqué.

L'erreur systématique et l'incertitude ont des valeurs notablement basses, cependant il faut garder à l'esprit que nous n'évaluons ici que l'algorithme. Il ne faut pas l'interpréter comme l'erreur globale du moyen de mesure. Celle-ci est fortement dépendante du NETD (Noise Equivalent



**FIGURE 2.17:** Erreur systématique (a) et incertitude de mesure (b) sur la température en °C, commises lors de la détermination de différents échauffements virtuels en fonction de la taille d'élément ( $6 \times 6$ ,  $12 \times 12$ ,  $16 \times 16$  ou  $24 \times 24$ ).

Thermal Difference) propre à la caméra, proche de  $2 \times 10^{-2}$  °C.

## 8.4 Déformations

### 8.4.1 Quantité

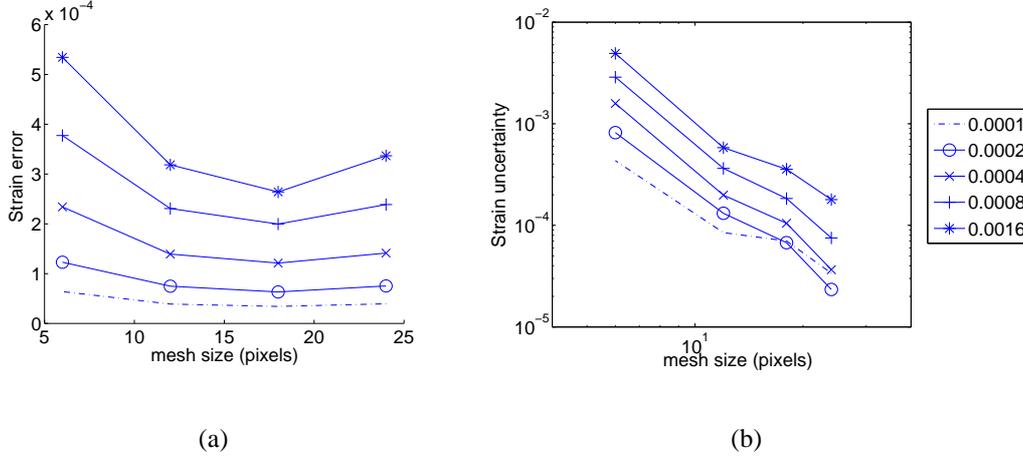
Nous appliquons maintenant à l'image de référence  $f_0$  des champs de déformation uniformes, dans une des directions (ici longitudinalement, mais il a été vérifié que cela n'a pas d'influence), de part et d'autre de la ligne médiane, de  $10^{-4}$  à  $16 \times 10^{-4}$ .

Les graphes 2.18 montrent que les déformations sont généralement surestimées, l'erreur systématique est de l'ordre de  $3 \times 10^{-4}$  pour le maillage optimal. Les deux indicateurs d'erreurs sont, pour cette quantité d'intérêt, dépendants du maillage. L'incertitude est comprise entre  $10^{-4}$  et  $10^{-3}$  pour une taille d'élément de  $12 \times 12$  pixels. Une fois de plus la température n'est pas affectée par la modification des quantités cinématiques.

### 8.4.2 Causes et actions correctives

Les deux indicateurs sont dépendants du maillage à cause de la méthode utilisée pour calculer les déformations. En effet, seuls les déplacements sont mesurés, les déformations en sont déduites, ici par différence finie. Les valeurs, tant de l'erreur que de l'incertitudes sont acceptables toutefois.

Le champ de résidus de corrélation reflète le champ de déplacement mais reste remarquablement faible, inférieur à 20 DL pour une dynamique originelle de 1000 DL.



**FIGURE 2.18:** Erreur systématique (a) et incertitude de mesure (b) commises lors de l'estimation de différents champs de déformation imposés en fonction de la taille d'élément ( $6 \times 6$ ,  $12 \times 12$ ,  $16 \times 16$  ou  $24 \times 24$ ).

## 8.5 Comparaison au code original Correli-Q4

Le code de DIC dont est issu l'IRIC, Correli-Q4 traite des images visibles, et repose donc sur l'hypothèse de conservation de la luminance, c'est-à-dire qu'il suppose que seul le déplacement peut induire des changements de niveaux de gris (voir 3.1). Afin d'être toujours dans ce cas là, il retouche élément par élément le niveau de gris moyen et la dynamique. Pour chaque élément Q4, on calcule sur l'image de référence :

$$\begin{aligned} a &= \langle f_0 \rangle \\ b^2 &= \langle f_0^2 \rangle - \langle f_0 \rangle^2 \end{aligned} \quad (2.36)$$

$a$  et  $b$  sont dépendant de l'élément. Sur les images à analyser  $g_{coor}^{(n)}$ , on restaure les même  $a$  et  $b$  d'autorité. Sur chaque élément on corrige selon

$$\frac{(g - \langle g \rangle)}{\sqrt{\langle g^2 \rangle - \langle g \rangle^2}} \cdot b + a \quad (2.37)$$

et on traite cette image comme  $g_{coor}^{(n)}$ .

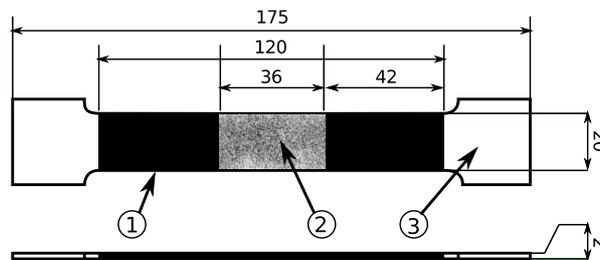
Afin de comparer les performances de l'IRIC et de Correli-Q4, nous avons donc analysé par DIC traditionnelle exactement le même jeu d'images que nous avons utilisé pour l'estimation de l'erreur de mesure. L'incertitude en déplacement de Correli-Q4 est seulement 2,5 fois plus faible. Pour la déformation, l'erreur systématique et l'incertitude sont du même ordre de grandeur qu'avec l'IRIC ( $10^{-4} \leq \sigma_\epsilon \leq 10^{-3}$  et  $10^{-5} \leq \delta_\epsilon \leq 5 \cdot 10^{-4}$ ). Ainsi la précision de mesure des quantités cinématiques n'est que très peu diminuée, alors que le nombre de degrés de liberté a substantiellement augmenté puisque nous déterminons à la fois les inconnues cinématiques et thermiques. Cette analyse d'incertitude tend aussi à montrer que l'analyse descendante, en terme de taille d'élément, confère une certaine robustesse à l'algorithme.

## 9 Application à un essai de traction sur un AMF de type NiTi polycristallin

Cette partie présente l'application du moyen de mesure développé, à l'observation d'un essai de traction sur un Alliage à Mémoire de Forme de composition  $Ni_{49,75\%at}Ti$ . Les principales caractéristiques de l'alliage sont détaillées partie 3.2 du chapitre 1 (page 28). Rappelons toutefois qu'il est complètement austénitique à la température ambiante (ici  $28^{\circ}C$ ). Cette manipulation est l'occasion de mettre en exergue les points essentiels du comportement que nous nous attacherons à modéliser dans le chapitre 3.

### 9.1 Dispositif expérimental

L'essai de traction est réalisé sur des éprouvettes plates dont les dimensions et le revêtement est visible sur l'image 2.19. On définit ainsi la zone d'intérêt, dont les images IR seront analysées par IRIC.



**FIGURE 2.19:** Dimensions en mm et revêtements : (1) Peinture noire uniforme ( $\epsilon \simeq 0.95$ ) (2) Mouchetis de peinture noire sur la surface métallique ( $\epsilon_{\text{équivalent}} \simeq 0.61$ ). Cela définit la zone d'intérêt. (3)  $Ni_{49,75\%at}Ti$  poli électro-chimiquement ( $\epsilon \simeq 0.2$ )

Une machine hydraulique MTS, de capacité 100kN, est utilisée. Elle possède des mors hydrauliques nécessaires pour pallier le fluage des têtes d'éprouvette lors de la traction (effort de serrage constant). Le dispositif expérimental, caméra comprise, est isolé de l'environnement par des tentures et des paravents. On stabilise ainsi les réflexions sur l'éprouvette ainsi que les conditions de ventilation au cours de l'essai. Pendant l'essai, la température de cet espace de travail fluctue autour de  $27,5 \pm 0,5^{\circ}C$ .

Les images infrarouges sont enregistrées par une caméra Cedip Jade III, à 100Hz. Le temps d'intégration (IT) est réglé à  $930 \mu s$ . Il a été choisi de manière à couvrir une gamme de mesure jusqu'à  $60^{\circ}C$ , car nous opérons à  $28^{\circ}C$  et que, pour la vitesse de chargement imposée, nous nous attendons à ce que la température de notre structure s'élève de  $30^{\circ}C$ . La caméra a préalablement subi une NUC 2 points (correction de l'uniformité du capteur) et un étalonnage 12 points (établissement de la loi de conversion  $DL-^{\circ}C$ ). Ces procédures sont détaillées dans la section 3.2.

Les appareils sont disposés comme sur l'image 2.8. Nous utilisons un corps noir étendu (DCN 1000N 3, de la marque HGH Systèmes Infrarouges), réglé à  $5^{\circ}$ , la plus basse température possible. Le plan réglé mesure  $100 \times 100mm$ . Il est positionné de manière à ce que toute la zone d'intérêt reflète uniquement le plan réglé.

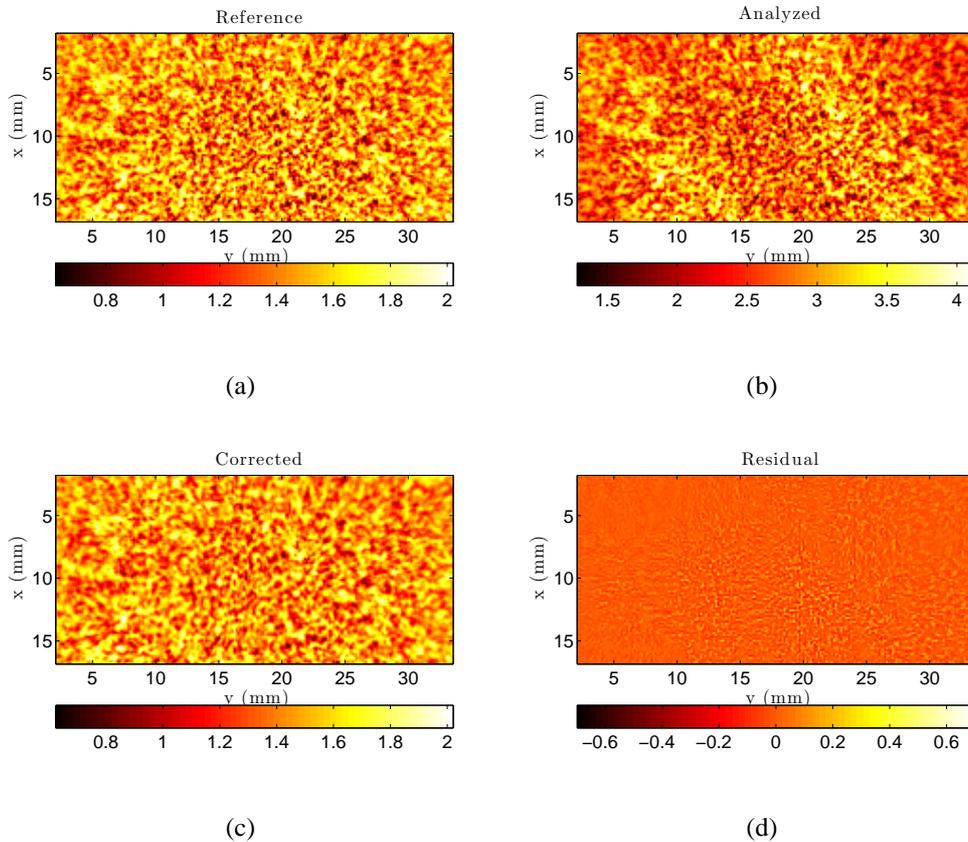
## 9.2 Procédure

**Calibration :** L'éprouvette est montée dans la machine et la mise au point de la caméra est réalisée. Hydraulique coupée, l'éprouvette est chauffée, aussi uniformément que possible, au-delà de  $65^{\circ}\text{C}$ . Un film du refroidissement naturel de la surface est alors enregistré. Ce film est nécessaire pour identifier  $\Theta_{\times}$  et  $\varepsilon_{\text{équivalent}}$ . Pour la série d'image analysée, on trouve  $\varepsilon_{\text{équivalent}} = 0,61$ , qui est bien inférieur à 1 car elle représente l'émissivité moyenne sur la zone d'analyse mouchetée. La température apparente d'uniformité est identifiée  $\Theta_{\times} = 4380 \text{ DL}$ , ce qui correspond à une température de  $T_{\times} = 9,7^{\circ}\text{C}$ . Cette température est légèrement supérieure à celle du "corps noir", car l'ensemble des corps entourant l'éprouvette rayonne et se reflète dans l'éprouvette. De plus, nous n'avons pas pris en compte la perméabilité de l'air. On définit aussi sur cet enregistrement la moyenne des 10 dernières images comme l'image de référence  $f_0$  (voir figure 2.20(a)).

**Analyse des images :** Le film infrarouge de la traction a été analysé par IRIC. La zone d'intérêt est de  $127 \times 240$  pixels, la taille physique du pixel étant de  $149 \mu\text{m}$ , cela représente une zone physique analysée de  $19 \times 36 \text{ mm}$ . Une première analyse des images prises lors de la traction a été réalisée pour situer dans le temps la première localisation. L'analyse d'une de ces images est détaillée dans cette partie puis, dans le paragraphe suivant, nous nous focaliserons plus particulièrement sur l'apparition des premières bandes de transformation.

L'image analysée (figure 2.20(b)) a été extraite à la  $55^{\text{ème}}$  seconde c'est-à-dire pour une déformation macroscopique de  $\varepsilon_{\text{macro}} \simeq 2,4\%$  et pour une contrainte de  $\Sigma_{\text{macro}} \simeq 400 \text{ MPa}$ . Elle correspond à l'apparition de la seconde bande de transformation. Le maillage utilisé possède  $11 \times 22$  éléments de  $10 \times 10$  pixels soit  $1,5 \times 1,5 \text{ mm}^2$ . En la comparant à l'image de référence ( $f_0$  : figure 2.20(b)), on devine très nettement deux bandes parallèles. L'image 2.20(c) représente l'image corrigée, obtenue à la fin de la procédure, c'est-à-dire une fois que l'on a modifié l'image déformée 2.20-b par les champs de déplacements et de température mesurés. Sa correspondance à l'image de référence nous assure que la corrélation a été un succès. Le champ de résidus (figure 2.20(d)), qui correspond à la différence des images de référence et corrigée, en atteste. Ce champ, résolu au pixel, délivre de précieuses informations pour valider l'évaluation des déplacements et températures. Il est ici tracé sur une gamme de niveau de gris de la même étendue que l'image de référence mais centrée sur zéro. On peut ainsi observer que les résidus, sur la totalité de la zone d'analyse, restent très uniformes et proches de zéro.

Les champs cinématiques et thermiques mesurés sont donnés figure 2.21, ainsi que les champs de déformation calculés à partir des déplacements. Là où l'on devinait des bandes apparaissent très clairement des discontinuités du champ de déplacement. À ce même endroit la température augmente localement de plus de  $5^{\circ}\text{C}$ . Les champs de déformation font très clairement apparaître ces deux bandes, parallèles et orientées de  $54$  degrés sur l'axe de traction. Hors des bandes, la déformation est uniforme et faible ( $\varepsilon_{yy} \simeq 1,5\%$ ), elle est en revanche plus élevée dans les bandes ( $\varepsilon_{yy} \simeq 5\%$ ). La bande la plus à droite sur les figures 2.21 est apparue après celle de gauche, la déformation en son sein est légèrement plus faible. Les champs de déformation peuvent sembler bruités. Il s'agit en fait d'un effet de moiré, dû au "locking" (voir partie 3.1.4 et 8.2) lors de la détermination des champs de déplacements. Les champs de déformations en étant directement dérivés, ils en subissent *de facto* les conséquences. Ceci se manifeste d'autant plus que nous avons choisi des éléments fins ( $10 \times 10$  pixels) afin d'être suffisamment résolu pour l'observation des bandes. L'impact de ces artefacts reste néanmoins négligeable, la transformation de phase induisant des déformations locales nettement plus grandes.

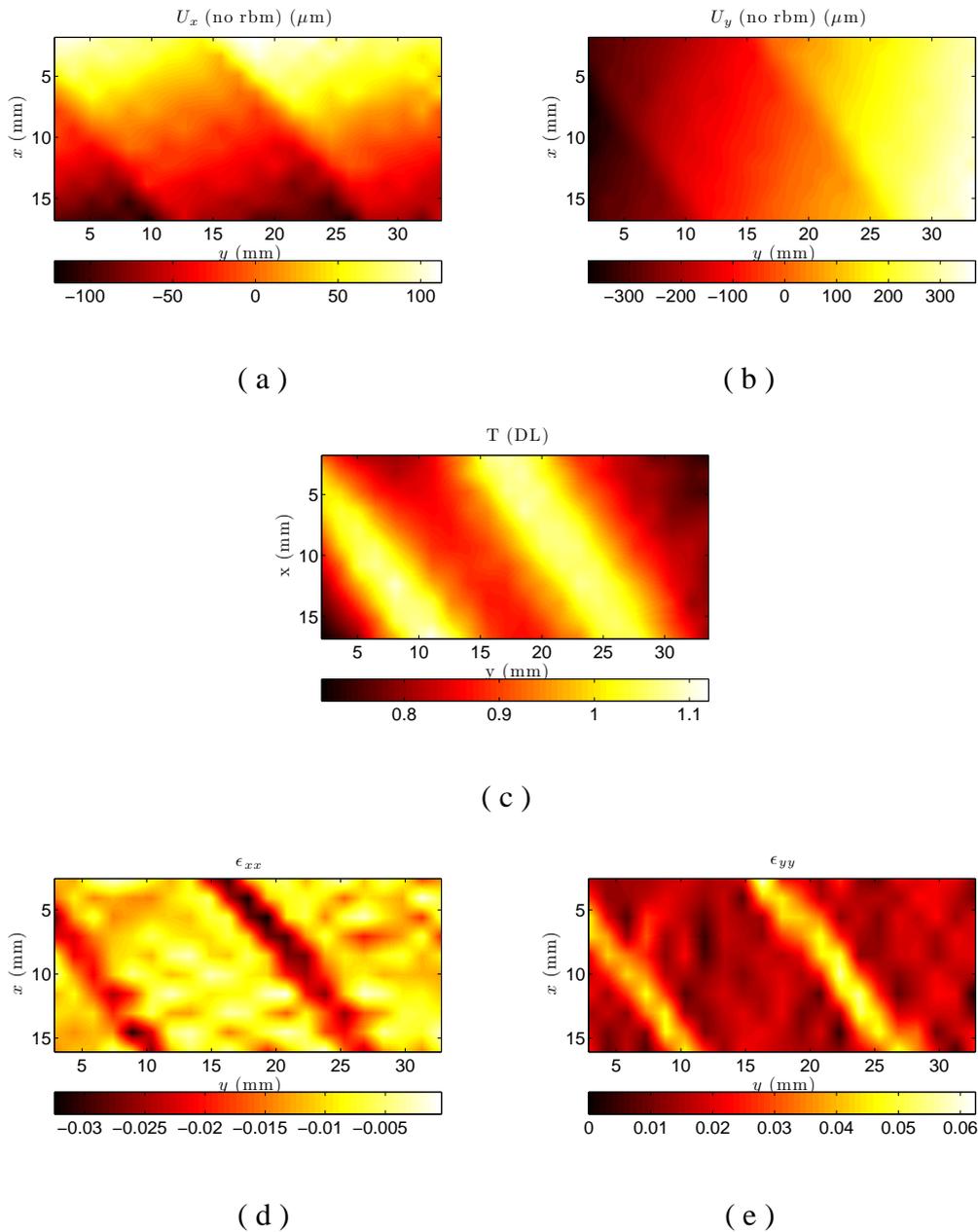


**FIGURE 2.20:** (a) Image de référence  $f_0(\mathbf{x})$ . (b) Image analysée  $g(\mathbf{x}')$ . (c) Image corrigée par les déplacements  $\mathbf{u}(\mathbf{x})$  et la température  $\Theta(\mathbf{x})$  mesurés. (d) Résidus de corrélation  $\eta(\mathbf{x})$ . Les images sont tracées en  $10^3$  DL. Les résidus sont tracés sur la même dynamique que l'image de référence mais centrés sur leur valeur moyenne (0DL).

## 9.3 Observations

### 9.3.1 Chargement et réponse macroscopique :

L'essai est commandé en déplacement à vitesse constante de  $0,01 \text{ mm.s}^{-1}$  et jusqu'à 8 mm ( $\simeq 6,5 \%$ ). La courbe de traction issue des capteurs machine est représentée figure 2.22. Sa forme est caractéristique du comportement pseudo-élastique des AMF. Cette courbe est souvent décomposée en trois parties distinctes, chacune associée à un phénomène physique. On associe généralement la première partie linéaire ("step I" jusqu'à 350 MPa et 1,1 %) à l'élasticité de l'austénite. On associe généralement la perte de linéarité au début de la transformation martensitique et donc à l'apparition de la première bande de transformation. La transformation est réputée se produire durant tout le plateau ("step II" de 1,1 % à 5,5 % ou de 350 MPa à 400 MPa). Le second changement de pente marquerait la fin de la transformation et le début de la sollicitation élastique de la martensite pure. Ce découpage en étapes distinctes offre une première approche simplifiée du phénomène. Dans les faits, la séparation n'est pas aussi franche. Les mesures de champs cinématiques et thermiques



**FIGURE 2.21:** Champs mesurés sur l'image présentée figure 2.20(b) : (a) et (b) champs de déplacement transversal et longitudinal en  $\mu\text{m}$ , (c) champ de température apparente en Digital Level (DL). (d) et (e) déformation transversale  $\epsilon_{xx}$  et longitudinale  $\epsilon_{yy}$

et notamment leur simultanéité nous permettent de mieux apprécier le phénomène.

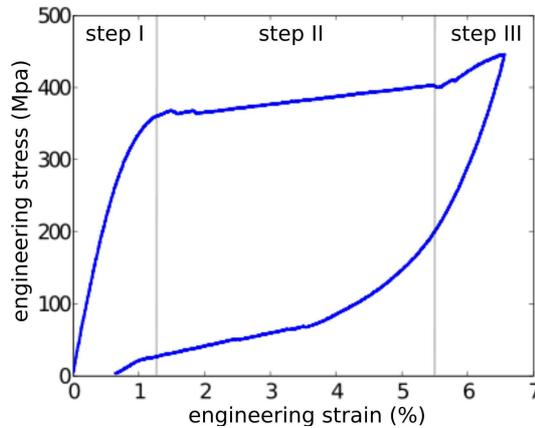


FIGURE 2.22: Essai de traction à  $0,01 \text{ mm.s}^{-1}$ . Mesures issues des capteurs machine.

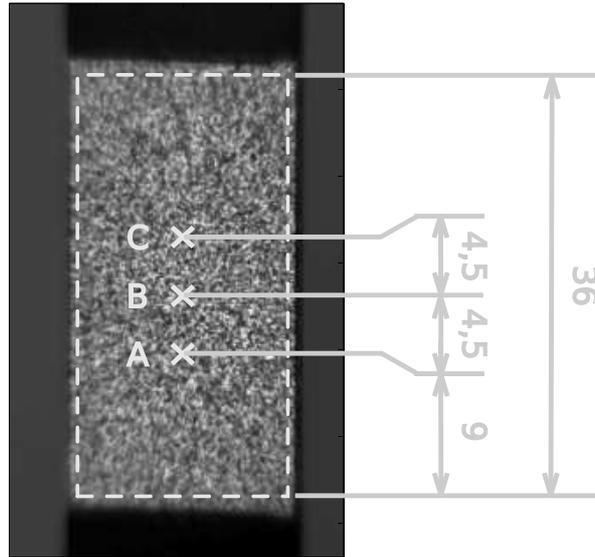
### 9.3.2 Mesure de champs par IRIC :

L'essai exploité dans la suite est réalisé à  $0,05 \text{ mm.s}^{-1}$ . Il a été analysé par IRIC sur une surface dessinée en trait pointillé sur la figure 2.23. L'évolution de la déformation et de la température de trois points particuliers (désignés *A*, *B* et *C* sur la figure 2.23) a été tracée car en ces points se produit soit l'initiation d'une bande, soit le passage d'un front.

Les figures 2.24 et 2.25, à elles seules, justifient l'utilisation des mesures de champs pour l'observation des phénomènes de localisation et de couplage. Elles montrent la simultanéité des élévations de déformation et de température, uniformément au commencement (step I) puis localement (step II) ce qui signifie la naissance d'une bande de transformation à la 44<sup>ème</sup> seconde. À cet instant, au cœur de la bande, la déformation se met à croître très rapidement jusqu'à saturer autour de 6 %. La température s'élève aussi à cet endroit précis de plusieurs degrés en quelques secondes (courbes A). Ailleurs, déformation et température ralentissent leur croissance, voire se stabilisent (courbes B et C). La coïncidence (en temps et position) de la déformation et des échauffements illustre bien le couplage thermo-mécanique.

Sur la figure 2.24, on peut noter que les évolutions temporelles des courbes ne correspondent pas à la description du comportement en trois étapes comme vu plus haut. Dans la suite nous proposons de nous appuyer sur les mesures de champs pour mieux identifier, étape par étape, quels sont les phénomènes physiques mis en jeu.

**Transformation uniforme : step I.** Jusqu'à l'instant  $t_1$  la température et la déformation augmentent toutes deux (figure 2.24). Ceci se fait de façon uniforme, comme le montrent les premiers champs de la figure 2.25. Cette élévation de température couplée à la déformation est le signe que la transformation de phase se produit dès le départ mais de façon diffuse, dans toute la matière. Si l'on observe bien les courbes de température 2.24, on remarque cependant que le taux d'échauffement est plus faible entre 0 s et 10 s qu'ensuite, tandis que la vitesse de déformation est constante sur cette même période (et au-delà). L'échauffement est associé à la transformation de phase diffuse. Le taux d'échauffement légèrement plus faible au début est dû à un effet de thermoélasticité. Lorsque les essais sont réalisés à plus haute température ambiante (au-delà de  $35^\circ \text{ C}$ ), on note même un rapide refroidissement au tout début du chargement, avant que la



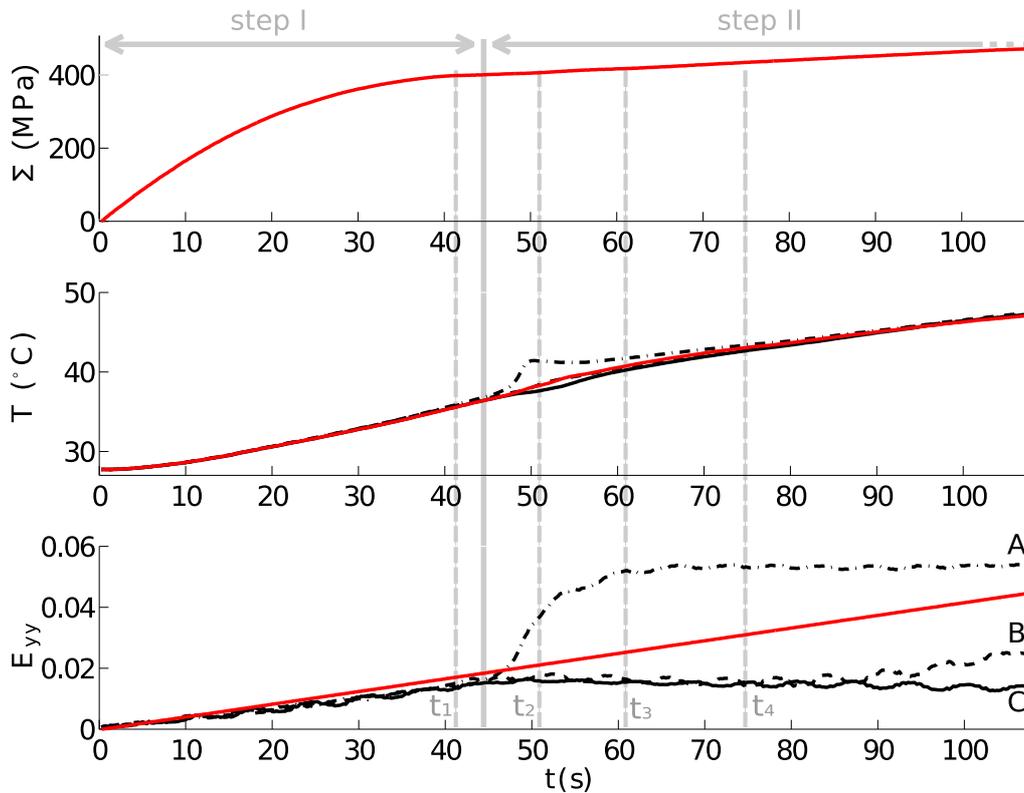
**FIGURE 2.23:** Analyse de l'essai de traction à  $0,05 \text{ mm.s}^{-1}$ . La zone d'intérêt est matérialisée par le trait pointillé ( $127 \times 240$  pixels, taille physique du pixel :  $149 \mu\text{m}$ ).  $A$ ,  $B$  et  $C$  sont trois points physiques dont l'évolution des quantités thermomécaniques sont tracées figures 2.24. On peut les repérer sur les champs 2.25. Les dimensions sont en mm.

transformation ne s'exprime.

Ces observations nous permettent de conclure que, dans la première étape (step I), une transformation de phase diffuse se produit, induisant une augmentation uniforme de la déformation et de la température. On s'est aussi convaincu qu'à nos températures de travail et pour ces vitesses de traction la thermoélasticité est négligeable. En s'appuyant sur les courbes et leur pente, on peut adopter une relation entre la vitesse de déformation d'une part et le taux de chaleur libéré d'autre part via  $\epsilon_{saturation}$ , la déformation longitudinale maximale atteignable en un point, et  $\Delta H$  la chaleur latente :

$$\dot{q}(\mathbf{x}) = \dot{f}(\mathbf{x}) \times \Delta H = \frac{\dot{\epsilon}(\mathbf{x})}{\epsilon_{saturation}} \times \Delta H \quad (2.38)$$

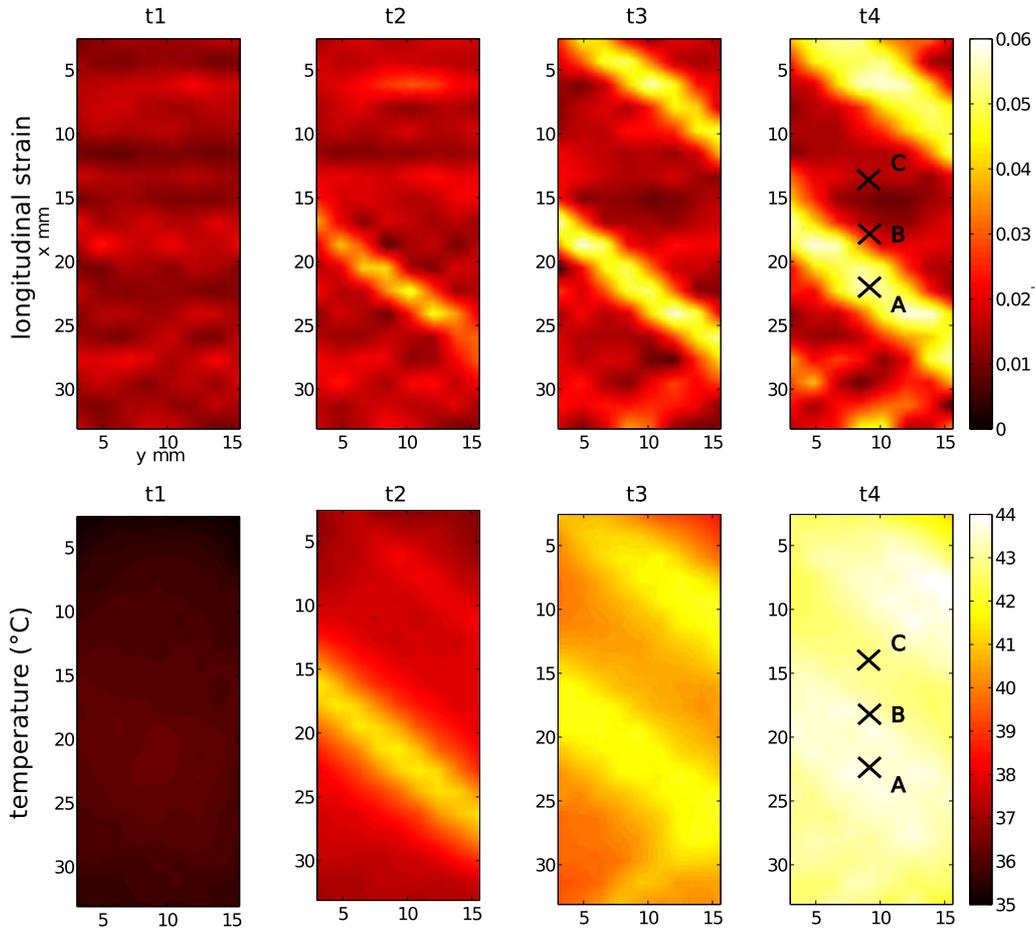
**Localisation de la transformation : step II.** Lors de l'étape précédente (step I), la transformation, et donc les champs de déformation sont parfaitement uniformes. Les champs de température présentent un très léger gradient longitudinal (moins de  $0,6^\circ\text{C}$  sur 36 mm) dû principalement aux pertes par conduction dans les mors. Très souvent, c'est dans les mors que se produit la première transformation localisée. La température y est en effet plus faible et le serrage induit un chargement multiaxial additionnel. Malheureusement, ces zones sont hors de notre champ de vision. Toutefois, les têtes d'éprouvette en se transformant dégagent de la chaleur, défavorisant la transformation, et créant un gradient inverse. C'est précisément à l'endroit de plus faible température, à  $t_{loc} = 44 \text{ s}$ , que la transformation se localise (dans notre champ de vision, c'est-à-dire dans la région d'intérêt), dans une bande, inclinée de 54 degrés par rapport à l'axe de traction. La déformation cesse alors d'augmenter uniformément, et seule cette bande connaît une hausse



**FIGURE 2.24:** Évolution de la contrainte ( $\Sigma$  en MPa), de la température ( $T$  en  $^{\circ}\text{C}$ ) et de la déformation longitudinale ( $\epsilon_{yy}$ ) en fonction du temps lors d'un essai de traction à  $0,05 \text{ mm}\cdot\text{s}^{-1}$ . Les grandeurs macroscopiques sont tracées en rouge, les lignes discontinues correspondent aux quantités vues par trois points physiques  $A$ ,  $B$  et  $C$  (les champs correspondants aux instant  $t_1$ ,  $t_2$ ,  $t_3$  et  $t_4$  sont reportés figure 2.25)

simultanée de la température et de la déformation (courbes A de la figure 2.24). La température peut être localement de  $10^{\circ}\text{C}$  supérieure à celle du reste de l'éprouvette. La déformation sature autour de 6 % en 15 s. La bande s'élargit alors de part et d'autre de son origine, de la chaleur continue d'être générée au front de bande mais cesse d'être produite au cœur, où la transformation est achevée, comme le montre le léger refroidissement ( $t_2$ , courbe A sur la figure 2.24). La chaleur produite est en effet évacuée par convection dans l'air ou par conduction le long de l'éprouvette. La chaleur produite est défavorable à la transformation, et si la diffusion ou la convection ne sont pas assez rapides comparées à la vitesse de déformation, la transformation de cette bande s'arrête. Une autre bande apparaît plus loin (voir figure 2.25, instant  $t_3$ ) où les conditions thermiques sont plus favorables. Le lien entre vitesse de sollicitation, conditions thermiques et nombre de bandes a été exploré par de nombreuses équipes de recherches dont He et Sun [2010]. S'il n'y a pas de lieu plus favorable, les bandes s'élargissent alors jusqu'à transformation complète de la matière (voir figure 2.25, instant  $t_4$ ). Ces aspects de la localisation sont discutés dans la partie 1.2, page 136 du chapitre 4.

Hors des bandes, la transformation est arrêtée, la déformation reste donc constante, égale à la



**FIGURE 2.25:** Champs de déformation longitudinale et de température mesurée à quatre instants  $t_1 = 42s$ ,  $t_2 = 51,25s$ ,  $t_3 = 61,25s$  et  $t_4 = 75s$  d'un essai de traction à  $0,05 \text{ mm}\cdot\text{s}^{-1}$  (Les évolutions temporelles des grandeurs d'intérêts des trois points (A,B,C) sont tracées figure 2.24)

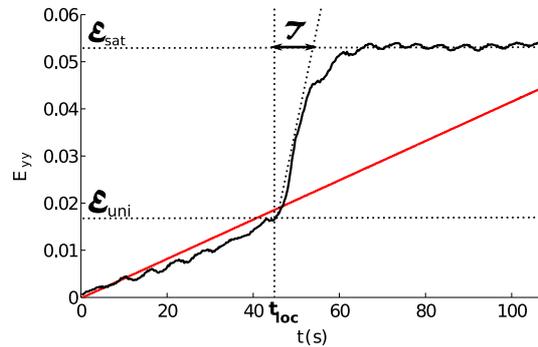
valeur atteinte à l'instant de la localisation :  $\epsilon_{uni} = \epsilon(t_{loc})$ . La température elle commence à baisser à cause de la convection et de la conduction (courbes C de la figure 2.24). Parfois la localisation crée une légère relaxation dans le reste de l'éprouvette visible sur la courbe de traction 2.22, ou sur les champs (la déformation hors des bandes, courbe C, figure 2.24 décroît).

Comme le montre la figure 2.26, la déformation au point exact  $x$  où naît la bande, pour  $t > t_{loc}$ , pourrait être modélisée par une fonction saturante du type :

$$\epsilon(x,t) = \epsilon_{uni} + (\epsilon_{sat} - \epsilon_{uni}) \left[ 1 - \exp\left(\frac{t_{loc}(x) - t}{\tau}\right) \right] \quad (2.39)$$

où  $\tau$  est le temps caractéristique de la transformation.

La variable interne représentant la transformation est la fraction volumique de martensite. Si on adopte l'hypothèse très répandue que  $f_m(x,t) = \epsilon(x,t)/\epsilon_{sat}$ , alors on peut postuler une cinétique de transformation de la forme :



**FIGURE 2.26:** Évolution de la déformation longitudinale en fonction du temps au point A d’initiation d’une bande. On identifie les paramètres de la fonction saturante 2.39 :  $t_{loc} \simeq 44\text{s}$ ,  $\epsilon_{uni} \simeq 1,6\%$ ,  $\epsilon_{sat} \simeq 5,3\%$  et  $\tau \simeq 11\text{s}$ . L’évolution de l’allongement global est tracé en rouge.

$$f(\mathbf{x}, t) = f_{uni} + (1 - f_{uni}) \left[ 1 - \exp\left(\frac{t_{loc}(\mathbf{x}) - t}{\tau}\right) \right] \quad (2.40)$$

avec  $f_{uni} = \epsilon_{uni}/\epsilon_{sat} = f(t_{loc}, (\mathbf{x}))$  : la fraction volumique de martensite formée durant l’étape de transformation uniforme. Cette description peut notamment servir de modèle local de transformation (“step I”) implantable dans un calcul de structure. Ceci fait l’objet d’un développement au chapitre 4.

## 10 Bilan

### Une nouvelle méthode de mesure de champs couplés : l'IRIC

La méthode de mesure de champs cinématiques et thermiques couplés par Corrélation d'Images Infrarouge a été conçue grâce à des observations rigoureuses des images : l'écriture de l'évolution du niveau de gris avec la température est basée sur des observations expérimentales. Ce code détermine conjointement, par la minimisation d'une seule fonctionnelle, les champs de déplacement et de température, en tout point d'un unique maillage éléments finis, à partir d'un jeu d'images enregistrées par une seule caméra thermique.

#### Performances.

Les incertitudes de mesure sont seulement 2,5 fois plus élevées que celles obtenues avec le code de DIC globale *Correli-Q4* dont l'IRIC est inspiré, alors que l'on détermine tout un champ de température supplémentaire. De plus, les temps de calculs restent raisonnables (une demi-heure pour le traitement de 300 images de  $127 \times 240$  pixels) à l'aide d'un ordinateur portable (processeur 2,53 GHz Intel Core 2 Duo, 4 Go 1067 MHz DDR3), dans une version non optimisée du code. Cette performance est attribuée à la qualité de l'algorithme mathématique et à la procédure multiéchelle.

#### Mise en œuvre

Cette méthode de mesure résout les problèmes pratiques rencontrés lorsque l'on veut réaliser simultanément des mesures thermiques et cinématiques. En effet, les problèmes de synchronisation des appareils de prise de vue, et d'appariement des images ne se posent plus puisque l'IRIC n'utilise qu'un seul jeu d'images enregistrées par une seule caméra infrarouge. Il s'agit d'une caméra IR usuelle et non d'une caméra bi-bande rare et onéreuse. De plus, les incompatibilités de revêtements ne sont pas contournées mais au contraire maîtrisées et exploitées.

Le post-traitement des champs se trouve de plus simplifié car ils sont tous délivrés en tout point d'un unique maillage éléments finis. Ce formalisme a l'avantage notable d'être très répandu et d'être commun aux codes de calcul pour le dimensionnement de structures par exemple.

#### Multiplés domaines d'application.

Les grandeurs étant obtenues aux exacts mêmes points, cette méthode expérimentale est toute indiquée pour l'observation de tous types de phénomènes locaux thermo-mécaniquement couplés : transformation de phase bien sûr, mais aussi bandes de cisaillement, endommagement et auto-échauffement, thermo-élasticité en pointe de fissure. Elle peut aussi être pertinente pour l'observation ou le contrôle de procédés de mise en forme ou d'assemblage (thermoformage, soudage, pliage...). Les considérations énergétiques, et notamment l'identification de sources de chaleur par la résolution de l'équation de la conservation de l'énergie, sont rendues possibles par la coïncidence des informations thermiques et cinématiques. Un certain nombre d'interpolations des champs, nécessaires jusqu'alors, sont évitées mais il subsiste des problèmes de dérivation.

Les champs sont facilement interfaçables avec les simulations numériques. La validation de calculs est donc plus aisée. L'utilisation d'un maillage éléments finis commun aux essais et aux calculs facilite aussi l'identification de paramètres physiques, voire de lois de comportement. Elle va aussi dans le sens du dialogue essai-calcul où simulations et mesures de champs dialoguent au cours même d'un essai.

#### Améliorations à apporter.

La méthode est efficace et opérationnelle, elle peut toutefois encore subir des améliorations. Notamment, les caméras infrarouges délivrent des images de faible résolution, induisant des

champs avec un nombre modeste d'éléments. Cela peut notamment poser problème pour la dérivation de ceux-ci, nécessaire par exemple pour la résolution de l'équation de la chaleur. Il existe deux voies pour traiter ce problème. D'une part, les fonctions de forme peuvent être modifiées et leur degré adapté. On peut aussi conférer aux fonctions une forme plus adaptée à la géométrie des sources que l'on recherche. La géométrie du maillage pourrait être, elle aussi, adaptée. D'autre part, les caméras infrarouges compensent leur faible résolution par des fréquences d'acquisition relativement importantes (jusqu'à 190 Hz pour le Cedip Jade III, jusqu'à 400 Hz pour les nouvelles générations, en pleine résolution). L'utilisation de ces informations supplémentaires est donc une piste supplémentaire, c'est le sens du développement de la corrélation spatio-temporelle dans les applications dynamiques notamment Besnard *et al.* [2011].

Plus largement, la démarche utilisée, qui consiste à adapter l'hypothèse fondamentale de conservation de la luminance au phénomène observé, peut être appliquée à d'autres domaines. Le flambage par exemple pourrait être traité de la sorte car si l'objet d'intérêt est éclairé de manière directionnelle, l'orientation de la surface (direction de sa normale) sera liée à l'ombre générée, et donc au niveau de gris perçu. De nombreux phénomènes couplés modifiant l'aspect de l'objet imagé peuvent ainsi être quantifiés (vascularisation de tissus biologiques, faïençage thermique, cristallisation de polymères...) tant qu'une procédure de calibration rigoureuse est mise en place.

## Comportement d'un AMF de type NiTi observé par IRIC

Cette méthode a été, en premier lieu, développée pour l'observation du couplage fort dans les AMF dû au changement de phase thermo- ou méca-induit. L'application détaillée dans la partie 9 met en exergue les points clés de ce couplage.

### Comportement multiaxial.

On a vu que le comportement est éminemment multiaxial. Même sous sollicitation uniaxiale, la transformation se localise en bandes inclinées à 54 degrés de l'axe de traction. Ceci nous conforte dans nos choix de modélisation (chapitre 3) car même pour représenter un comportement sous sollicitation uniaxiale, il faut prendre en compte la nature multiaxiale/anisotrope des phénomènes mis en jeu.

### Couplage thermomécanique et localisation.

Le couplage se présente de deux manières. La transformation est induite soit par la contrainte soit par la température. Nous avons pu apprécier cela en réalisant des essais dans différentes conditions thermiques et notamment à différentes températures ambiantes et vitesses de sollicitations : les modes de transformation et les formes des courbes macroscopiques obtenues sont différentes. Ensuite la transformation a des conséquences mécaniques - déformations - et des conséquences thermiques - dégagement de chaleur - proportionnelles entre elles. Lorsque les conditions sont quasi isothermes (sollicitation lente et forte convection), la transformation s'opère de manière diffuse, uniformément sur l'éprouvette. Au contraire, lorsque les conditions sont quasi adiabatiques (sollicitation rapide et faible convection), la localisation se produit, des bandes de transformation apparaissent où les déformations et les dégagements de chaleur sont coïncidents et simultanés.

### Exploitation des observations.

L'observation d'essais de traction sur AMF par IRIC nous a donc permis de mieux appréhender le couplage thermomécanique dû au changement de phase. Des observations tant globales que locales fournissent des informations pertinentes sur la cinétique de transformation, la morphologie des bandes et leur mode d'occurrence. Ces résultats servent de base de réflexion pour la modélisation multiaxiale du comportement des AMF développée dans les chapitres suivants.

# Notations

## Modélisation du comportement d'un VER

$a_0$	Paramètre de maille cubique de l'austénite
$a, b, c$ et $\theta$	Paramètres de maille monoclinique (II) de la martensite
$\Phi = 0 \dots n$	Phases en présence, $\Phi = 0$ est l'austénite
$\underline{\underline{U}}_\Phi$	Matrices de transformation de Bain de la phase $\Phi$
$T$	Température uniforme sur le VER
$\underline{\underline{\varepsilon}}_\Phi^{tr}$	Tenseur de déformation de transformation de la phase $\Phi$
$\underline{\underline{\varepsilon}}_g$	Tenseur de déformation du grain ou du monocristal
$\underline{\underline{\sigma}}_g$	Tenseur des contraintes appliquées au grain ou au monocristal
$\underline{\underline{\sigma}}_\Phi$	Tenseur des contraintes appliquées à la phase $\Phi$
$\mathbb{C}_\Phi$	Tenseur (ordre 4) d'élasticité de la phase $\Phi$
$\mathbb{C}^{ACC}$	Tenseur (ordre 4) d'accommodation
$\mathbb{C}^*$	Tenseur (ordre 4) d'influence de Hill
$\mathbb{C}_{eq}$	Tenseur (ordre 4) d'élasticité équivalente du milieu homogénéisé
$\mathbb{S}_E$	Tenseur d'Eshelby
$\Lambda$	Coefficient numérique d'homogénéisation
$W_\Phi$	Énergie libre de la phase $\Phi$
$W_\Phi^\sigma$	Énergie libre d'origine mécanique de la phase $\Phi$
$W_\Phi^T$	Énergie libre d'origine chimique de la phase $\Phi$
$H_\Phi$	Enthalpie de la phase $\Phi$
$S_\Phi$	Entropie de la phase $\Phi$
$L_{A \rightarrow M}$ et $L_{M \rightarrow A}$	Enthalpie de germination
$A_S$	Paramètre numérique de comparaison statistique
$f_\Phi$	Fraction volumique de la phase $\Phi$
$f_M, f_A$	Fractions volumiques moyennes de martensite et d'austénite



## Chapitre 3

# Modélisation du comportement d'un Volume Élémentaire Représentatif

### Sommaire

---

<b>1</b>	<b>Problématique</b>	<b>40</b>
<b>2</b>	<b>Méthodes de mesure usuelles</b>	<b>40</b>
2.1	Mesurer des déplacements	40
2.2	Mesurer des températures	41
<b>3</b>	<b>Techniques d'observation de phénomènes locaux : mesure de champs</b>	<b>42</b>
3.1	Mesure de champs cinématiques	42
3.2	Mesure de champs thermiques	48
<b>4</b>	<b>Simultanéité des mesures DIC et IRT</b>	<b>52</b>
4.1	Avantages et intérêts	52
4.2	Écueils potentiels	52
4.3	Palliatifs proposés dans la littérature	53
<b>5</b>	<b>Principe de L'IRIC</b>	<b>55</b>
5.1	Revêtement spécifique et dispositif expérimental	55
5.2	Évolution locale du niveau de gris avec la température	57
<b>6</b>	<b>Étalonnages pour l'obtention du champ de température</b>	<b>62</b>
6.1	Correction de l'émissivité non uniforme	62
6.2	Correction de l'émissivité non maximale	64
6.3	Conversion des Digital Levels en °C	64
<b>7</b>	<b>Formulation mathématique et algorithme</b>	<b>65</b>
<b>8</b>	<b>Estimations des erreurs de calcul de l'algorithme</b>	<b>67</b>
8.1	Indicateurs d'erreurs	67
8.2	Déplacements	67
8.3	Température	69
8.4	Déformations	70
8.5	Comparaison au code originel Correli-Q4	71

<b>9</b>	<b>Application à un essai de traction sur un AMF de type NiTi polycristallin</b>	<b>72</b>
9.1	Dispositif expérimental . . . . .	72
9.2	Procédure . . . . .	73
9.3	Observations . . . . .	74
<b>10</b>	<b>Bilan</b> . . . . .	<b>81</b>

Comme nous l'avons vu dans le chapitre 1, la transformation martensitique est à l'origine une distorsion locale de la maille cristalline, chaque direction de distorsion définissant une variante au sein d'un monocristal. Dans le cas des polycristaux, chaque grain est un monocristal d'orientation donnée, dans un agrégat de grains d'orientations différentes, induisant ainsi une texture. On peut définir un Volume Élémentaire Représentatif (VER) comme un ensemble de grains suffisamment nombreux pour être statistiquement représentatif de la texture de l'échantillon. Au-delà se trouve l'échelle de la structure qui ne sera pas abordée dans ce chapitre.

Le comportement des AMF est anisotrope et cela à toutes les échelles. En effet, les distorsions cristallines, pour chaque variante, sont tri-dimensionnelles, bien qu'elles puissent se combiner afin de favoriser une direction de transformation particulière. De même les contraintes induites par chaque variante ou chaque grain sur son voisinage, à cause des incompatibilités géométriques sont multiaxiales. Même lors d'un essai de traction uni-axiale la transformation martensitique se produit aux fronts de bandes de localisation où l'état de contrainte est plus complexe qu'une simple traction.

Enfin, la modélisation du comportement des AMF doit être réalisée en tenant compte du fort couplage thermo-mécanique. Parce que l'origine de ce comportement spécifique est une transformation de phase, qui peut-être provoquée indifféremment par la contrainte ou la température, l'état initial du matériau (contraintes résiduelles, texture...) ainsi que les conditions thermiques des essais (température ambiante, ventilation...) influencent le comportement macroscopique. De même cette transformation induit des déformations, des contraintes d'incompatibilités et des dégagements de chaleur, souvent localisés.

Ce chapitre présente comment ces différents aspects ont été pris en compte pour établir un modèle de comportement, fondé sur la description multiaxiale de la transformation aux plus basses échelles pour remonter à celle du VER, le polycristal en tant qu'agrégat de monocristaux.

Nous nous restreindrons, dans l'établissement des modèles de comportement, au cadre isotherme homogène, supposant que les champs thermiques sont suffisamment lisses pour considérer la température uniforme sur les VER de faible dimension ainsi qu'un échange thermique parfait avec l'extérieur.

## 1 État de l'art et motivation de l'étude

### 1.1 Modélisations existantes

Il existe divers modèles de comportement des Alliages à Mémoire de Forme. Le comportement pris dans son ensemble est complexe : anisotrope, multiéchelle, thermomécaniquement couplé et hétérogène. Prendre en compte tous ces aspects simultanément est un défi. Selon l'échelle de travail, les modèles ne traitent que quelques uns de ces aspects. Cette partie présente une revue des stratégies de modélisation, regroupées selon l'échelle de travail. Ce domaine étant très vaste, cette revue ne peut-être exhaustive, seuls quelques exemples par stratégie sont donnés. Les principales

particularités de ces modèles sont décrites, le détail des formulations mathématiques est disponible dans les publications correspondantes. Les approches utilisées sont communes à différentes physiques, faisant intervenir d'autres couplages, ou des compétitions entre phénomènes (élasticité, plasticité, endommagement, ferromagnétisme...)

Nous distinguerons quatre échelles de travail :

- L'échelle microscopique. Le matériau est vu comme un réseau cristallin unique infini.
- L'échelle du monocristal. Le grain, en tant que monocristal élémentaire, peut présenter plusieurs phases.
- L'échelle du polycristal en tant qu'agrégat de monocristaux désorientés.
- L'échelle macroscopique est celle de la structure qu'elle soit une éprouvette ou une pièce mécanique. À cette échelle, les chargements mécaniques et thermiques sont tous deux hétérogènes.

### 1.1.1 Modélisation à l'échelle du réseau cristallin

Les modèles micro-mécaniques se situent à l'échelle de la maille cristalline, celle de l'arrangement atomique. On considère le matériau comme un monocristal infini. Cette vision est applicable à tous les alliages dont on connaît les structures cristallines des phases mère et filles. Les modèles se fondent sur le fait que la transformation martensitique est un changement de phase du premier ordre, displacive, sans diffusion et donc quasi instantanée. Une variante de martensite est le résultat d'une distorsion du réseau cristallin de l'austénite, semblable à un maillage, dans une direction donnée pour former une structure de symétrie plus faible. A partir de là, deux approches se distinguent.

Il est possible de décrire les mouvements atomiques en soit. C'est le cas des modèles de **dynamique moléculaire**. Le matériau est modélisé par un système d'atomes en interactions. La description de ces atomes, les conditions initiales, le type d'interactions liant les atomes sont les points clés du modèle. Par exemple Vigneron [2009] propose dans sa thèse un modèle 2D d'un alliage équiatomique cubique centré correspondant au NiTi. On y trouve également une revue d'études par dynamique moléculaire de divers alliages à mémoire de forme. Ces modèles permettent notamment de calculer des énergies libres non convexes ou d'étudier l'influence d'un défaut (précipité, joint de grain, dislocation...) sur le comportement microscopique. Cependant, les temps de calcul des simulations sont très importants, et croissent exponentiellement avec le nombre d'atomes considérés. La simulation de grandes structures est peu envisageable.

Une autre approche consiste à décrire les structures cristallines de chaque phase. Lors de la transformation martensitique, chaque vecteur du réseau cristallin initial  $\mathbf{r}$  se transforme en  $\mathbf{r}'$  dans tout un domaine. Ces **modèles cristallographiques** représentent le passage d'une configuration à l'autre par un tenseur gradient de transformation  $\mathbb{F}$  tel que  $\mathbf{r}' = \mathbb{F} \cdot \mathbf{r}$ . À chaque domaine transformé correspond un tenseur  $\mathbb{F}$ . Le gradient de transformation peut se décomposer en le produit d'un tenseur  $\mathbb{U}$  représentant les déformations et une rotation  $\mathbb{R}$  permettant au domaine de s'accommoder au mieux de ses voisins.  $\mathbb{U}$  est calculable en fonction des paramètres de maille de chaque structure. Ainsi à chaque variante  $\Phi$  correspond un unique  $\mathbb{U}_\Phi$ . Ce sont les tenseurs de transformation de Bain. De nombreux auteurs ont déterminé les matrices de Bain de plusieurs AMF. Le livre de K.Bhattacharya [2003] regroupe par type de transformation les formes des matrices de Bain, et pour une multitude d'alliages les valeurs des composantes et les publications de provenance.

Les matrices de Bain pour le NiTi qui nous intéresse ainsi que la valeur de leurs composantes, et leur calcul à partir des paramètres de maille sont détaillés en partie 2.1 de ce chapitre.

### 1.1.2 Modélisation à l'échelle du monocristal

À cette échelle, les modèles visent à représenter le comportement d'un grain, en tant que monocristal de dimension finie. La taille de grain peut varier considérablement en fonction de l'alliage que l'on étudie et de sa mise en forme. En effet, certains AMF ont des grains centimétriques (les CuAlBe par exemple [Bouvet *et al.*, 2002]) alors que la taille de grain de certains nitinol est de l'ordre de  $30\ \mu\text{m}$  ( $\text{Ni}_{49,75\%}\text{at Ti}$ ). La modélisation à l'échelle du monocristal suppose qu'on se situe à l'intérieur d'un grain, en présence de plusieurs sous-domaines occupés soit par la phase Austénitique ( $A$ ) soit par une ou plusieurs variantes de Martensite ( $M$ ). Ces domaines apparaissent, croissent et disparaissent au gré de la transformation martensitique. Le plus souvent décrits comme des aiguilles, ou des lamelles, les domaines d'existence de chaque variante se combinent selon les compatibilités géométriques formant des méso-domaines de variantes compatibles (dites « twinnées » lorsqu'elles sont par deux, voir par exemple la micrographie 3.1-b).

L'écriture des modèles à l'échelle du grain dépend en particulier de la manière dont on définit le grain. Certains auteurs considèrent qu'une variante constitue un grain, d'autres regroupent les variantes en groupes géométriquement compatibles et travaillent ensuite sur ces groupes supposés homogènes. D'autres encore préfèrent prendre en compte toutes les variantes, pourtant nombreuses, et ne prennent pas en compte les combinaisons d'accommodation [Patoor *et al.*, 2006]. De même la morphologie, le nombre et la taille des domaines de ( $M$ ) dans ( $A$ ) jouent un rôle fort. Elles sont décrites comme des lamelles, des disques [L'excellent *et al.*, 2002] ou des ellipsoïdes [Patoor *et al.*, 2006]. D'autres enfin refusent de leur attribuer une forme donnée puisque celle-ci évolue au cours du chargement.

Ces modèles se placent dans le cadre de la thermodynamique. Les phénomènes mis en jeu étant éminemment énergétiques (couplage thermo-mécanique), les modèles de comportement s'appuient sur la minimisation de l'énergie libre de Helmholtz ou de Gibbs. Généralement l'énergie libre est constituée de trois termes :

- **L'énergie mécanique.** Elle se résume souvent à l'énergie élastique. Pour l'étude de l'effet mémoire ou de la pseudo-élasticité, en effet, on ne va pas jusqu'à la plasticité. Celle-ci devrait toutefois être prise en compte si on étudie l'endommagement sous chargement cyclique [Saint-Sulpice *et al.*, 2009] ou l'effet mémoire double sens. Dans ces cas, la microplasticité générée aux joints de grains ou aux interfaces joue un rôle non négligeable. Il est répandu de négliger également la thermoélasticité aux vues des déformations de transformation mises en jeu [Patoor *et al.*, 2006].

L'énergie élastique est induite d'une part par le chargement macroscopique et d'autre part par les incompatibilités - incompatibilités entre phases mère et fille mais également incompatibilités entre variantes. La contribution de ces dernières est souvent comprise dans l'énergie d'interface.

- **L'énergie chimique.** Aussi appelée énergie cristallographique, elle est généralement représentée par l'enthalpie libre  $G = H - TS$  où  $H$  est l'enthalpie et  $S$  est l'entropie.
- **L'énergie d'interaction.** Son but est de rendre compte de l'énergie générée par le mouvement ou la création d'interfaces entre ( $A$ ) et ( $M$ ) ou entre deux variantes. Les modèles

se différencient principalement dans leur manière d'appréhender l'énergie d'interface et la manière de définir ce qu'est une interface.

En effet, la formulation et le résultat seront différents selon qu'on considère qu'une interface sépare un domaine martensitique d'un domaine austénitique, ou qu'une interface délimite un domaine où coexistent des variantes compatibles, ou bien encore si une interface entoure chaque domaine d'existence d'une unique variante.

Pour calculer cette énergie certains utilisent des procédures de localisation-homogénéisation faisant intervenir les solutions analytiques de Hill et d'Eshelby [Eshelby, 1956], [Hill, 1965, 1967]. Cependant le calcul des tenseurs d'influence de Hill  $\mathbb{C}^*$  et d'Eshelby  $\mathbb{S}^E$  pose de réelles difficultés. Cela suppose l'emploi d'hypothèses plus ou moins heureuses quant à la forme, l'orientation des inclusions, qui de plus, ne cessent d'évoluer au cours de la transformation. Il est également possible d'utiliser des matrices de compatibilité  $H^{mm}$  dont chaque composante lie une variante  $n$  à une variante  $m$ . Cette méthode permet d'éviter le lourd calcul de  $\mathbb{S}^E$ . Il faut cependant déterminer au préalable cette matrice pour chaque couple de variantes en fonction de la géométrie des structures cristallines [Nicaeys *et al.*, 2002; Siredey *et al.*, 1999]. Enfin, il est possible, dans un souci d'efficacité, de purement négliger ce terme.

Les modèles à l'échelle du grain restituent généralement bien le comportement moyen d'un monocristal, c'est-à-dire la relation entre le chargement mécanique  $\underline{\sigma}_g$ , thermique  $T$  et la déformation moyenne  $\underline{\varepsilon}_g$ , en passant par l'estimation des variables internes  $f_M$  ou  $f_\Phi$ , fractions volumiques de la phase ( $M$ ) ou de chaque variante  $\Phi$ . L'influence de la température sur le comportement, ainsi que de la vitesse de chargement est bien décrite. Cependant, l'autre volet du couplage thermo-mécanique que constitue l'émission ou l'absorption de chaleur à cause du changement de phase, est peu envisagé.

Des problèmes semblables de déformation libre couplant deux phénomènes (ici thermique et mécanique via la déformation de transformation) se retrouvent dans d'autres physiques. Des approches de modélisation similaires peuvent être rencontrées dans l'étude d'autres couplages. Par exemple le couplage de deux phénomènes mécaniques : élasticité/plasticité [Berveiller et Zaoui, 1978], ou le couplage mécanique/magnétique [Buiron *et al.*, 1999; Daniel, 2003; Vieille, 2007; Daniel *et al.*, 2008] qui correspond également à une problématique de croissance de phase (ici les domaines magnétiques). Ces approches permettent aussi l'étude du couplage des trois phénomènes comme c'est le cas pour les Alliages à Mémoire de Forme Magnétiques (AMFM) par exemple [Hirsinger et Lexcelent, 2003; Hirsinger *et al.*, 2004; He *et al.*, 2012]...

### 1.1.3 Modélisation à l'échelle du polycristal

On peut discerner deux grands types de modèles à cette échelle, dont la différence provient essentiellement de la manière dont on conçoit le polycristal

- a. Le polycristal peut être décrit comme un assemblage de monocristaux désorientés, c'est-à-dire de grains, séparés par des joints de grains, parfois en présence de précipités. Il se profile alors une vision multiéchelle du comportement des AMF, donnant lieu aux modélisations du même nom aussi appelés modèles micromécaniques. Le but est alors de représenter le comportement de l'échelle supérieure grâce à une description du comportement de chaque constituant des échelles inférieures et des lois de passage d'une échelle à l'autre.

- b. Le polycristal peut être envisagé comme un Volume Élémentaire Représentatif du matériau, sans souci de décrire les échelles inférieures. Considérant un volume de polycristal comme une brique élémentaire homogène, il est possible de modéliser son comportement en s'appuyant sur des observations faites à la même échelle par des modèles phénoménologiques. La notion de seuil séparant des types de comportements est souvent adoptée. Généralement, ils se placent dans le cadre de la thermodynamique des processus irréversibles et leur écriture est fondée sur la vérification du second principe. Le comportement macroscopique est donc restitué via un certain nombre de seuils et de paramètres macroscopiques à identifier lors d'une campagne d'essais.

Quelle que soit la stratégie choisie, il est important de bien connaître le matériau et d'identifier les grandeurs caractéristiques du VER considéré, ainsi que des échelles inférieures pour le modèle multiéchelle. Ces grandeurs varient considérablement d'un alliage à l'autre. Une revue assez complète des différentes stratégies de modélisation des AMF polycristallins est présentée par Lagoudas *et al.* [2006].

#### a. Modèles multiéchelles

Des modèles multiéchelles ont été développés pour l'étude de toutes sortes de comportements et de matériaux hétérogènes. Nous ne regardons ici que quelques uns de ceux qui ont été développés et appliqués aux AMF.

Les modèles multiéchelles, aussi appelés modèles micromécaniques, s'appuient sur une connaissance du comportement des constituants à l'échelle inférieure. La description minimale consiste à décrire le polycristal comme un ensemble de monocristaux d'orientations différentes. La taille et la forme des grains peut être déterminée par microscopie optique. L'orientation des grains voire une possible texture peut être déterminée par EBSD ou DRX. La structure granulaire induit des incompatibilités. Il existe donc un champ de contrainte intragranulaire supplémentaire. Certains modèles prennent en compte des joints de grains, en introduisant une topologie d'un volume représentatif, ou utilisent une densité de joints de grains. La présence de précipités peut être prise en compte de la même manière.

Les modèles multiéchelles des AMF se distinguent les uns des autres par :

- Le choix de la loi de comportement du grain élémentaire
- Les stratégies de changement d'échelles.

Les lois de comportement pour les monocristaux sont celles présentées plus haut ou inspirées des modèles de plasticité ou d'endommagement. À cause du grand nombre de grains et des multiples calculs, les plus simples sont privilégiés. Souvent, le nombre de variantes se limite à deux : une variante  $M^+$  et une  $M^-$  correspondant à celles qui se développent respectivement en traction ou en compression [Müller et Xu, 1991; Heintze et Seelecke, 2008].

La plupart des règles de changement d'échelle s'appuie sur les résultats de Hill [1967, 1965] et Eshelby [1956]. La formulation est liée à la description géométrique du VER. Les solutions analytiques de problèmes d'inclusion sont connues seulement pour des inclusions sphériques ou ellipsoïdales plongées dans des matrices infinies. On peut choisir des schémas d'arrangement granulaire simplistes, peu coûteux en calculs, mais au détriment de la représentativité du modèle. Par exemple si on considère des grains élastiques linéaires, superposés en série, on se trouve dans le cas simplifié des contraintes homogènes. Si au contraire on considère une association des grains en parallèle, on se trouve dans le cas des déformations homogènes. Les solutions obtenues à partir de ces descriptions sont souvent des solutions extrêmes entre lesquelles se trouve le comportement réel du matériau polycristallin. Une troisième possibilité est l'utilisation d'un schéma

auto-cohérent, bien plus coûteux en temps de calcul mais dont les résultats de simulation sont en bonne adéquation avec les expériences (voir par exemple [Berveiller *et al.*, 1991], inspiré d'un modèle multiéchelle d'élastoplasticité [Berveiller et Zaoui, 1978], ou encore [Lublinter et Auricchio, 1996]).

Ils restituent généralement bien le comportement moyen du VER polycristallin sous sollicitation uniaxiale. En effet, bien que la plupart des modèles soient écrits de manière multiaxiale, seuls des essais de traction–compression sont simulés par souci de réduire le temps de calculs. Les essais sont généralement isothermes (chargement macroscopique en contrainte) ou à contrainte nulle (chargement macroscopique thermique). Les allures des courbes de traction sont généralement bien restituées, de même que la dissymétrie traction–compression. En traction les points clés du comportement sont décrits. On retrouve des seuils de transformation identiques à ceux des courbes expérimentales. La déformation de transformation maximale (longueur de plateau) est en adéquation avec l'expérience, c'est-à-dire plus faible pour le polycristal que pour le monocristal correspondant. De même l'hystérésis obtenue est, comme dans la pratique, plus forte pour le polycristal que pour le monocristal. La pente de la courbe, pendant le plateau de transformation, est rarement restituée. Celle-ci dépend en effet des conditions thermiques expérimentales et de la vitesse de chargement. Des simulations en conditions purement isothermes ou isobares ne peuvent y accéder. Des modèles très complets [Gao *et al.*, 2000; Huang *et al.*, 2000; Patoor *et al.*, 1996] peuvent être utilisés comme « machines virtuelles » et par la simulation de plusieurs chemins de chargement, des surface seuils (2D ou 3D) peuvent être reconstruites et comparées aux résultats d'essais multiaxiaux [Taillard *et al.*, 2008; Lexcelent et Blanc, 2004].

Il existe donc une grande diversité de modèles micro-mécaniques qui, selon les lois de comportement et les règles de changement d'échelles, représentent fidèlement le comportement moyen d'un VER polycristallin, mais au prix de calculs très longs. De plus, les quantités d'intérêt estimées lors des simulations sont moyennes. On ne peut pas prendre en compte le couplage lié à la structure dans laquelle se situe le VER.

#### **b. Modèles phénoménologiques :**

Les modèles phénoménologiques adoptent une stratégie totalement différente. Ils ne sont pas directement dérivés d'observations faites de la microstructure, mais d'observations macroscopiques. Ils ont l'avantage d'être plus facilement interfacés, voire implémentés directement dans les codes de calculs de structures, par exemple en formulation Éléments Finis. Souvent comparés à des courbes paramétrées, ou courbes à seuils, les modèles phénoménologiques reposent sur des énergies libres postulées à l'échelle macroscopique. La modélisation d'un phénomène, ou de son symptôme à cette échelle, se fait par l'introduction d'un certain nombre de paramètres, souvent des seuils délimitant des comportements différents, qui devront être identifiés par des essais à cette même échelle. La plupart des modèles ne cherchent pas à être exhaustifs, mais visent à représenter fidèlement un certain aspect du comportement complexe des AMF polycristallins, en fonction de l'application.

Pour les modèles unidirectionnels utilisés pour simuler des tractions sur éprouvettes élancées plates, cylindriques ou tubulaires, on peut notamment citer Shaw [2002] (modèle associé à une structure tubulaire) ou Müller et Xu [1991] (celui-ci traite surtout de la modélisation de l'hystérésis).

Il se développe par ailleurs de plus en plus de modèles phénoménologiques tri-dimensionnels. En effet même une sollicitation unidirectionnelle de la structure induit des chargement locaux multiaxiaux. Aussi Bouvet *et al.* [2004], Arghavani *et al.* [2010], ou Chemisky *et al.* [2011] proposent

des modèles de comportement sous sollicitations multiaxiales non proportionnelles. Cependant ils demeurent sous l'hypothèse d'essais quasi-isothermes.

## 1.2 Stratégie de modélisation : formulation multiéchelle

### 1.2.1 Une description multiaxiale

Le comportement des AMF est intrinsèquement anisotrope. Aussi, même si nous utiliserons ce modèle de comportement de VER pour simuler des essais de traction uniaxiale (essais existants permettant la validation des dites simulations), nous avons choisi une description multiaxiale. Les quantités d'intérêt seront donc exprimées de manière tensorielle et le comportement du VER modélisé en 3 dimensions. Il pourrait donc être utilisé, à terme, pour la simulation d'autres structures, plus complexes.

### 1.2.2 Séparation naturelle des échelles : formulation multiéchelle

À la plus petite échelle (figure 3.1-a) des variantes de ( $M$ ) apparaissent dans le monocristal d'( $A$ ), sous l'effet d'un chargement mécanique ou thermique, jusqu'à se partager tout l'espace en s'organisant sous forme de lamelles entrecroisées (groupes partiellement compatibles). Dans les polycristaux, l'entité élémentaire monocristalline est le grain. La micrographie (figure 3.1-b) montre qu'on trouve dans les grains différents domaines où quelques variantes, compatibles entre elles (variantes jumelles ou "twins"), se sont développées au détriment des autres. La micrographie suivante illustre que l'échelle supérieure est l'agrégat de grains ou le polycristal. Il s'agit là de l'échelle que nous choisissons comme le Volume Élémentaire Représentatif *ie* un agrégat où les grains sont suffisamment nombreux pour être statistiquement représentatifs du comportement général du matériau. La quatrième échelle est celle de la structure, où sous l'action de chargements hétérogènes, il est courant d'observer des bandes de transformations.

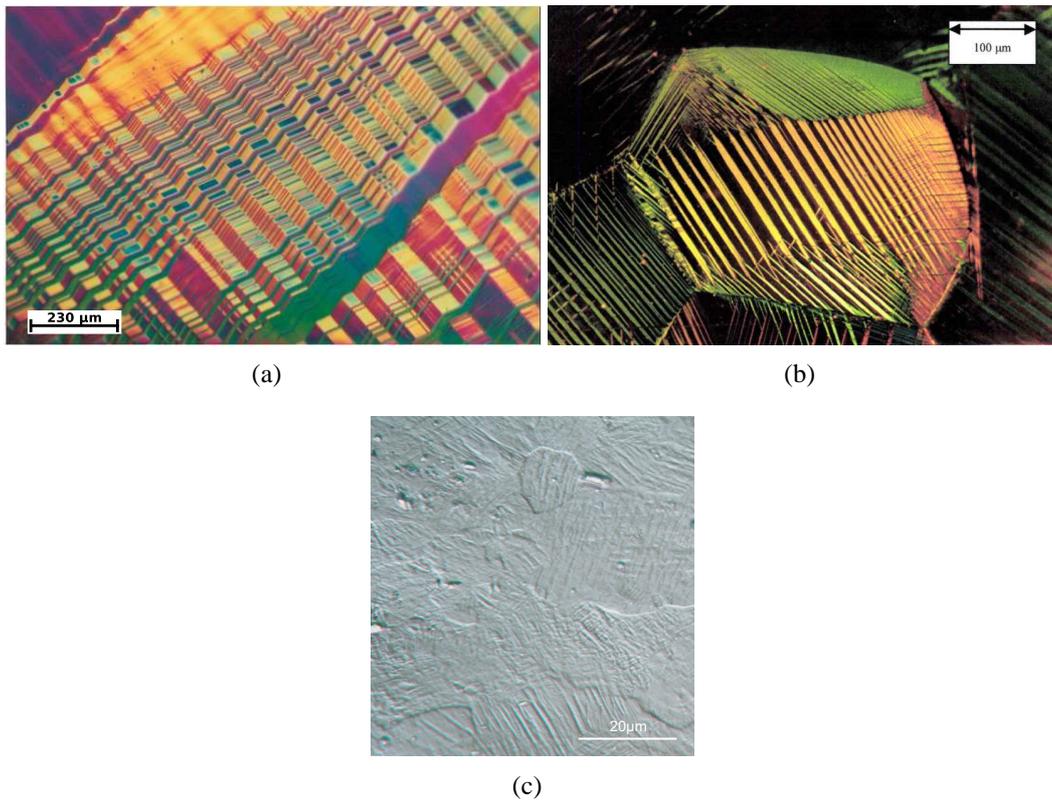
À partir de ces différentes observations, nous avons fait le choix d'une approche de modélisation du comportement de VER par changement d'échelle en partant d'une description fidèle de la transformation martensitique à l'échelle du réseau cristallin. La séparation des échelles semble en effet naturelle. Elle est schématisée sur la figure 3.2. Le modèle sera appliqué à la modélisation de l'alliage  $Ni_{49,75\%at}Ti$  à grains fins (entre 20 et 40 $\mu m$ ), les dimensions caractéristiques des échelles correspondantes dans ce cas sont :

- la variante :  $\simeq 1 \mu m$  de large
- le grain :  $\simeq 30 \mu m$  de diamètre
- le VER :  $\simeq 200 \times 200 \times 200 \mu m^3$
- la structure :  $\simeq 2 \times 20 mm^2$  de section, pour une longueur utile de 100mm

La faible dimension du VER nous permet de considérer que la température est uniforme à cette échelle et à toutes les échelles inférieures. En revanche, contraintes et déformations y sont hétérogènes et dépendent notamment de l'orientation de l'élasticité anisotrope de chaque grain et des déformations de transformation relatives.

À l'échelle du grain, les déformations et contraintes sont également hétérogènes car le grain se décompose en domaines d'existence de chaque variante, caractérisée par une maille cristalline différente et donc une déformation propre par rapport à la maille mère ( $A$ ).

Dans une même phase, une même variante, on peut cependant supposer que contraintes, déformations et température sont tous homogènes.



**FIGURE 3.1:** a) Micrographie d'un arrangement de six variantes orthorhombiques de martensite dans un monocristal de CuAlNi (images par C.Chu et R.D.James dans [Bhattacharya, 2003]). b) Microscopie avec polarisation de variantes de martensites dans un grain de CuAlBe sous sollicitation uniaxiale [Patoor *et al.*, 2006, 1996]. c) Micrographies d'un polycristal de NiTi à grains fins.

Dans tous les cas, quelle que soit l'échelle, la plasticité n'est pas prise en compte. Ne sont envisagées que l'élasticité et la transformation de phase.

### 1.2.3 Élément fondamental du modèle : l'énergie libre de Gibbs

Notre modèle repose sur l'hypothèse simple que la variante la plus prompte à se développer est celle dont l'énergie libre de Gibbs est minimale. Par comparaison statistique, il est possible ainsi de proposer une loi de comportement donnant la proportion de chacune des phases  $\Phi$  en présence, c'est-à-dire sa fraction volumique  $f_\phi$ , puis par homogénéisations successives de remonter au comportement global du VER.

Ce choix nous conduit à considérer le matériau dans une succession d'états d'équilibre.

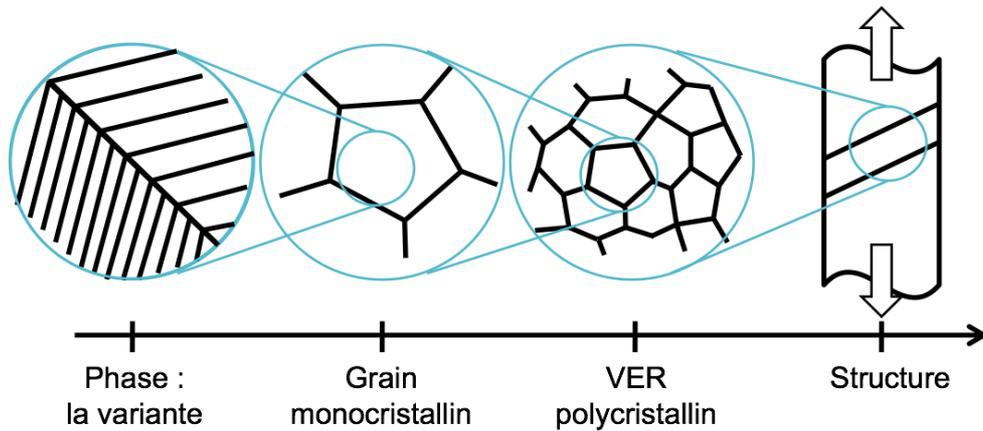


FIGURE 3.2: Séparation naturelle des échelles dans une éprouvette d'AMF polycristalline

## 2 Transformation à la plus petite échelle : La phase $\Phi$

### 2.1 Description de la transformation cristalline

La transformation martensitique peut être décrite par une transformation géométrique. Un opérateur gradient de transformation peut être utilisé pour ce faire. On considère  $n + 1$  phases  $\Phi$  ( $\Phi = 0$  désigne l'austénite,  $\Phi = 1 \dots n$  désigne les variantes de martensite). Les matrices  $U_{\Phi, \Phi=0 \dots n}$  sont des matrices de transformation, assurant le passage de la configuration initiale  $\vec{r}_0$  (austénitique) à la configuration déformée  $\vec{r}_{\Phi}$  :

$$\vec{r}_{\Phi} = U_{\Phi} \vec{r}_0 \quad (3.1)$$

Chaque  $U_{\Phi}$  est une unique matrice symétrique, définie positive, dite matrice de Bain. Les composantes des matrices de Bain se calculent en fonction des paramètres de maille de chaque phase. La démarche de détermination de telles matrices est clairement expliquée dans le livre de K. Bhattacharya [2003].

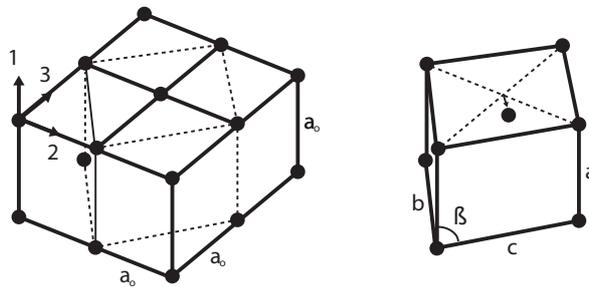


FIGURE 3.3: Distorsion du maillage cubique d'austénite en une maille monoclinique de martensite sous l'effet de la transformation martensitique (cas du  $Ni_{49,75\%at}Ti$ ). Seuls les atomes de titane sont représentés.

Les formes des matrices de Bain, dépendant de la géométrie des structures cristallines mère et filles, sont disponibles dans la littérature [Bhattacharya, 2003; Pitteri et Zanzotto, 1998; James et Hane, 2000; Otsuka *et al.*, 1971] pour une large gamme de matériaux subissant une transformation martensitique et notamment pour la plupart des AMF. Les valeurs des composantes se calculent à partir des paramètres de maille, mesurés par DRX, des phases austénite et martensite. Un remarquable travail de collecte et classifications des paramètres de maille des deux phases, pour de nombreux alliages, en fonction de la transformation géométrique opérée, a été réalisé par D. Delpueyo durant sa thèse [Delpueyo, 2011].

Dans le cas particulier du  $Ni_{49,75at\%}Ti$ , la maille cubique de la phase mère austénitique, présente à haute température, se transforme en une maille monoclinique (de type I) de martensite présente à basse température comme le montre la figure 3.3. Lors de la transformation (déjà commentée au paragraphe 3.2 du chapitre 1) chaque longueur d'arête du cube ( $a_0$ ) est modifiée différemment ( $a$ ,  $b$ ,  $c$ ), de même que l'angle de fermeture ( $\beta$ ) du parallélogramme issu de la transformation de chaque face du cube. Il en résulte 12 transformations différentes (4 possibilités par axe du cube). Les variantes pouvant se développer positivement ou négativement, elles sont au nombre de 24. Le tableau 3.1 donne les matrices de Bain  $U_\Phi$  correspondantes.

$$\begin{aligned}
 U_1 &= \begin{pmatrix} \gamma & \varepsilon & \varepsilon \\ \varepsilon & \alpha & \delta \\ \varepsilon & \delta & \alpha \end{pmatrix} & U_2 &= \begin{pmatrix} \gamma & -\varepsilon & -\varepsilon \\ -\varepsilon & \alpha & \delta \\ -\varepsilon & \delta & \alpha \end{pmatrix} & U_3 &= \begin{pmatrix} \gamma & -\varepsilon & \varepsilon \\ -\varepsilon & \alpha & -\delta \\ \varepsilon & -\delta & \alpha \end{pmatrix} \\
 U_4 &= \begin{pmatrix} \gamma & \varepsilon & -\varepsilon \\ \varepsilon & \alpha & -\delta \\ -\varepsilon & -\delta & \alpha \end{pmatrix} & U_5 &= \begin{pmatrix} \alpha & \varepsilon & \delta \\ \varepsilon & \gamma & \varepsilon \\ \delta & \varepsilon & \alpha \end{pmatrix} & U_6 &= \begin{pmatrix} \alpha & -\varepsilon & \delta \\ -\varepsilon & \gamma & -\varepsilon \\ \delta & -\varepsilon & \alpha \end{pmatrix} \\
 U_7 &= \begin{pmatrix} \alpha & -\varepsilon & -\delta \\ -\varepsilon & \gamma & \varepsilon \\ -\delta & \varepsilon & \alpha \end{pmatrix} & U_8 &= \begin{pmatrix} \alpha & \varepsilon & -\delta \\ \varepsilon & \gamma & -\varepsilon \\ -\delta & -\varepsilon & \alpha \end{pmatrix} & U_9 &= \begin{pmatrix} \alpha & \delta & \varepsilon \\ \delta & \alpha & \varepsilon \\ \varepsilon & \varepsilon & \gamma \end{pmatrix} \\
 U_{10} &= \begin{pmatrix} \alpha & \delta & -\varepsilon \\ \delta & \alpha & -\varepsilon \\ -\varepsilon & -\varepsilon & \gamma \end{pmatrix} & U_{11} &= \begin{pmatrix} \alpha & -\delta & \varepsilon \\ -\delta & \alpha & -\varepsilon \\ \varepsilon & -\varepsilon & \gamma \end{pmatrix} & U_{12} &= \begin{pmatrix} \alpha & -\delta & -\varepsilon \\ -\delta & \alpha & \varepsilon \\ -\varepsilon & \varepsilon & \gamma \end{pmatrix}
 \end{aligned}$$

**TABLE 3.1:** Matrices de Bain  $U_\Phi$ , passage de la structure de l'Austénite à celle de la variante de martensite  $\Phi$  (cas du  $Ni_{49,75at\%}Ti$ ) d'après Hane et Shield [1999].

Les valeurs des composantes se calculent à partir des paramètres de maille [Hane et Shield, 1999; James et Hanes, 2000] :

$$\begin{aligned}
 \gamma &= \frac{a(\sqrt{2}a + c \sin(\beta))}{a_0 \sqrt{2a^2 + c^2 + 2\sqrt{2}ac \sin(\beta)}} \\
 \varepsilon &= \frac{ac \cos(\beta)}{\sqrt{2}a_0 \sqrt{2a^2 + c^2 + 2\sqrt{2}ac \sin(\beta)}} \\
 \alpha &= \frac{1}{2\sqrt{2}a_0} \left( \frac{c(c + \sqrt{2}a \sin(\beta))}{\sqrt{2a^2 + c^2 + 2\sqrt{2}ac \sin(\beta)}} + b \right) \\
 \delta &= \frac{1}{2\sqrt{2}a_0} \left( \frac{c(c + \sqrt{2}a \sin(\beta))}{\sqrt{2a^2 + c^2 + 2\sqrt{2}ac \sin(\beta)}} - b \right)
 \end{aligned} \tag{3.2}$$

Pour des paramètres de maille, identifiés par diffraction aux rayons X [Pitteri et Zanzotto, 1998] :

$$\begin{aligned} a_0 &= 3,015 \text{ \AA}, \\ a &= 2,889 \pm 0,05 \text{ \AA}, \\ b &= 4,120 \pm 0,012 \text{ \AA}, \\ c &= 4,622 \pm 0,016 \text{ \AA}, \\ \beta &= 96,80 \pm 0,32 \text{ deg}, \end{aligned} \quad (3.3)$$

Les composantes des matrices de Bain valent :

$$\begin{aligned} \alpha &= 1,0243, \\ \gamma &= 0,9563, \\ \varepsilon &= -0,0427 \\ \delta &= 0,058. \end{aligned} \quad (3.4)$$

## 2.2 Déformation par phase

La déformation de transformation par phase  $\varepsilon_{\Phi}^{tr}$  est définie comme le tenseur de Green-Lagrange associé à la transformation. Pour l'austénite, phase de référence, ce tenseur de déformation est nul car  $\underline{U}_0 = \underline{I}$ .

$$\varepsilon_{\Phi}^{tr} \simeq \frac{1}{2} (\underline{U}_{\Phi}^T \underline{U}_{\Phi} - \underline{I}) \quad (3.5)$$

De manière à simplifier les expressions énergétiques, on fait ici une hypothèse forte qui consiste à se placer dans le cas des petites perturbations (HPP). On confond ainsi  $E^{tr}$  et  $\varepsilon^{tr}$ , ce qui n'est pas tout à fait juste, surtout lorsque l'on atteint 8% de déformation maximale.

Les défauts de cette approximation sont visibles notamment lorsque l'on s'intéresse aux variations de volume : la transformation martensitique est en effet réputée isochore, aussi l'HPP indique que les traces des tenseurs de déformations devraient être nulles. De même, dans le cas d'une transformation thermo-induite, libre de contrainte, la martensite auto-accommodante se développe : toutes les variantes sont présentes en proportions égales. La déformation globale associée devrait être nulle car les déformations de chaque variante se compensent.

Estimer le caractère isochore d'une transformation via la trace du tenseur des déformations ne peut être fait qu'en HPP, cadre dans lequel on estime que  $\text{trace}(\varepsilon_{\Phi}^{tr}) \simeq \det(U_{\Phi})$ . Hors de l'HPP, on peut vérifier le caractère isochore de la transformation par

$$\frac{V}{V_0} = \det(U) = J \quad (3.6)$$

où  $J$  est le jacobien de la transformation.

Dans le cas du  $Ni_{49,75\%at}Ti$  dont les matrices de Bains sont données plus haut (table 3.1) :

- La trace du tenseur des déformations, pour chacune des variantes vaut  $\text{trace}(\varepsilon_{\Phi}^{tr}) \simeq 0,01345$ . Le déterminant de chacune des matrices de Bain est  $\det(U) = 0,99660$  ce qui est proche de 1.
- Lors d'une transformation thermo-induite, sous chargement mécanique nul, toutes les variantes se forment simultanément :  $f_{\Phi} = 1/12 \forall \Phi$ . Ainsi

$$\bar{U} = \begin{pmatrix} 1,0012 & 0 & 0 \\ 0 & 1,0012 & 0 \\ 0 & 0 & 1,0012 \end{pmatrix} \quad (3.7)$$

et

$$\varepsilon^{tr} = \begin{pmatrix} 0,0045 & 0 & 0 \\ 0 & 0,0045 & 0 \\ 0 & 0 & 0,0045 \end{pmatrix} \quad (3.8)$$

Le tenseur de transformation moyen  $\bar{U} = \sum_{\Phi=1}^2 f_{\Phi} \underline{U}_{\Phi}$  est légèrement différent du tenseur identité, notamment à cause des erreurs de mesure commises sur les paramètres de mailles nécessaires à la construction des matrices de Bain. La variation de volume vaut  $\frac{V}{V_0} = \sum \frac{1}{12} \cdot \det(U_{\Phi}) = 0,9966$ .

- Lors d'un essai de traction selon la direction  $\langle 110 \rangle$  de la maille d'austénite par exemple, deux variantes sont activées ( $\underline{U}_9$  et  $\underline{U}_{10}$ ) et présentes en égales proportions  $f_9 = f_{10} = 1/2$ . Le tenseur des déformations en résultant est

$$\varepsilon^{tr} = \begin{pmatrix} 0,0272 & 0,0603 & 0 \\ 0,0603 & 0,0272 & 0 \\ 0 & 0 & -0,041 \end{pmatrix} \quad (3.9)$$

Or la variation de volume est toujours de 0,9966, très proche de 1.

Ainsi le calcul du déterminant confirme que les matrices de Bain correspondent à une transformation quasi isochore (aux erreurs de mesure des paramètres de maille près). Compte tenu de l'amplitude des déformations, les tenseurs de déformation de Green-Lagrange n'ont pas une trace nulle. Nous commettons donc une erreur en nous plaçant sous l'hypothèse des petites perturbations. Elle aura notamment pour conséquence l'apparition d'une énergie de couplage sous l'effet d'une pression hydrostatique qui n'a pas lieu d'être. Ce terme restera néanmoins négligeable devant les autres termes énergétiques.

**Remarque :** Le dernier résultat montre que les variantes de martensite ont tendance à se développer par groupes compatibles, en l'occurrence ici par paires que l'on appelle "twins" (variantes jumelles). Les déformations associées aux variantes se combinent alors afin de satisfaire au chargement et de favoriser une direction de déformation tout en minimisant les déformations sur les autres directions.

## 3 De la variante au monocristal : passage à l'échelle du grain

### 3.1 Énergie libre par phase

Notre modèle repose sur l'hypothèse que la phase la plus prompte à se développer sous un chargement  $(\sigma_g, T)$ , appliqué au grain, est celle dont l'énergie libre est la plus faible. À l'échelle de la phase, les chargements thermique et mécanique sont uniformes. On calcule l'énergie libre de chaque phase comme la somme d'une énergie chimique ( $W_{\Phi}^T$ ) et d'une énergie mécanique ( $W_{\Phi}^{\sigma}$ ) :

$$W_{\Phi} = W_{\Phi}^T + W_{\Phi}^{\sigma} \quad (3.10)$$

À chaque phase  $\Phi$  sont associées une enthalpie  $H_{\Phi}$  et une entropie  $S_{\Phi}$ . L'austénite possède une entropie et une enthalpie différentes de celles de la martensite. Ces grandeurs sont toutefois

considérées identiques pour toutes les variantes, qu'elles soient thermiquement ou mécaniquement induites. L'énergie chimique s'écrit donc comme l'enthalpie libre :

$$W_{\Phi}^T = H_{\Phi} - T.S_{\Phi} \quad (3.11)$$

L'énergie mécanique s'écrit pour la phase  $\Phi$ , en fonction du tenseur local des contraintes  $\sigma_{\Phi}$ , et du tenseur de rigidité  $C_{\Phi}$  :

$$W_{\Phi}^{\sigma} = \frac{1}{2}(\sigma_{\Phi} : C_{\Phi}^{-1} : \sigma_{\Phi}) \quad (3.12)$$

$\sigma_{\Phi}$  est une fonction complexe de la déformation de transformation  $\epsilon_{\Phi}^{tr}$ , mais également de la déformation élastique  $\epsilon_{\Phi}^{el}$ , et plastique  $\epsilon_{\Phi}^p$ , et du chargement appliqué au grain  $\sigma_g$ ... Pour calculer la contrainte locale dans la phase, il faut mettre en place un schéma de localisation des contraintes.

Comme nous l'avons vu,  $\epsilon_{\Phi}^{tr}$  dépend uniquement de la structure cristalline de la phase et ses composantes sont de l'ordre du pourcent. L'amplitude des déformations élastiques  $\epsilon_{\Phi}^{el}$  est généralement très inférieure compte tenu de l'élasticité et du niveau de contrainte. Dans nos cas de chargement, la plasticité n'est jamais atteinte. Il se peut toutefois qu'elle se développe aux joints de grains ou autour des inclusions mais sa contribution, très faible, sera négligée par la suite. Dans un souci de simplicité, on peut se placer sous l'hypothèse des petites perturbations élastiques. À l'échelle de la phase, cela nous permet d'écrire la partition des déformations :

$$\epsilon_{\Phi} = \epsilon_{\Phi}^{el} + \epsilon_{\Phi}^{tr} + \epsilon_{\Phi}^p \simeq \epsilon_{\Phi}^{el} + \epsilon_{\Phi}^{tr} \quad (3.13)$$

$\sigma_{\Phi}$  n'est pas connue, c'est une fonction complexe de la déformation de transformation  $\epsilon_{\Phi}^{tr}$  et du chargement macroscopique appliqué au grain  $\sigma_g$ , qui elle est connue. Il faut donc définir un changement d'échelle pour calculer les contraintes à l'échelle inférieure.

## 3.2 Stratégies de changements d'échelles

Dans cette section, nous présentons des stratégies de changements d'échelles dans un cadre général. Nous verrons ensuite comment nous pouvons utiliser certains de ces résultats pour calculer les contraintes appliquées aux grains à partir du chargement appliqué au VER puis la contrainte appliquée sur chacune des phases (partie 3.3-modèle monocristallin), (partie 4.2-modèle polycristallin).

Nous considérons un volume, soumis à une sollicitation ( $\Sigma$ ) dont nous souhaitons connaître la déformation macroscopique résultante  $\mathbf{E}$ . Or ce volume est un milieu hétérogène. On cherche à établir la relation de comportement effective

$$\Sigma = \mathbb{C}^{eff} : \mathbf{E} \quad (3.14)$$

où  $\mathbb{C}^{eff}$  est le module effectif (tenseur d'ordre 4).

Pour cela nous souhaitons nous appuyer sur les connaissances des lois de comportement des constituants (groupe d'inclusions  $I$  formant ensemble un milieu 0). On veut calculer les contraintes  $\sigma_I$  et déformations  $\epsilon_I$  à l'échelle de l'inclusion en fonction du chargement  $\Sigma$  et des déformations  $\mathbf{E}$  macroscopiques .

### 3.2.1 Hypothèses de Reuss et Voigt

**Hypothèse de Voigt :** Il s'agit de supposer que les déformations sont uniformes dans tout le volume considéré. Ainsi, on suppose que  $\langle \varepsilon_I \rangle = \varepsilon_I = \mathbf{E}$ . ( Dans toute la suite,  $\langle \cdot \rangle$  représente l'intégrale volumique sur tout le volume considéré :  $1/V \int_V \cdot dv$  ). Les contraintes macroscopiques s'écrivent alors :

$$\Sigma = \langle \sigma_I \rangle = \langle \mathbb{C}_I : \varepsilon_I \rangle = \langle \mathbb{C}_I : \mathbf{E} \rangle = \langle \mathbb{C}_I \rangle \cdot \mathbf{E} \quad (3.15)$$

Ce qui induit que, sous l'hypothèse de déformations homogènes,  $\mathbb{C}^{eff} = \langle \mathbb{C}_I \rangle$ .

**Hypothèse de Reuss :** Il s'agit de supposer que la contrainte est uniforme dans tout de volume considéré. Ainsi, on suppose que  $\langle \sigma_I \rangle = \sigma_I = \Sigma$ . Les déformations macroscopiques s'écrivent alors :

$$\mathbf{E} = \langle \varepsilon_I \rangle = \langle \mathbb{C}_I^{-1} : \sigma_I \rangle = \langle \mathbb{C}_I^{-1} : \Sigma \rangle = \langle \mathbb{C}_I^{-1} \rangle \cdot \Sigma \quad (3.16)$$

Ce qui induit que, sous l'hypothèse de contrainte homogène,  $\mathbb{C}^{eff-1} = \langle \mathbb{C}_I^{-1} \rangle$

Ces deux hypothèses sont très fortes. En ce qui nous concerne, les constituants connaissent tous une déformation différente et une contrainte différente. Nous exploiterons cependant ces hypothèses au gré de simplifications admissibles ou indispensables à la simulation. Ces calculs fournissent des bornes entre lesquelles se situe le véritable comportement de notre volume.

### 3.2.2 Problème d'inclusion

On peut voir chaque variante comme une inclusion dans le reste du grain qui serait pour lui une matrice infinie. Le problème est celui de l'inclusion d'Eshelby [Eshelby, 1956]. Le problème d'inclusion soumise à une déformation libre est représenté sur la figure 3.4.

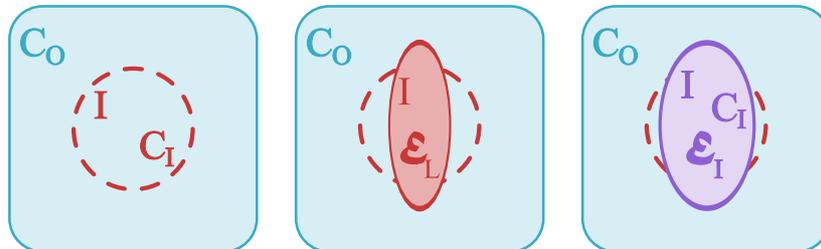


FIGURE 3.4: Problème d'inclusion d'Eshelby

Dans un milieu infini homogène de module  $\mathbb{C}_0$  (la matrice), on désigne une région, l'inclusion (dans notre cas une variante ( $\Phi$ ) dans le volume homogénéisé d'un grain ( $g$ ) –modèle monocristallin– ou un grain ( $g$ ) dans le volume homogénéisé du VER –modèle polycristallin). Si l'inclusion n'était pas contrainte par la matrice, alors celle-ci présenterait une déformation libre  $\varepsilon_L$ . Compte tenu du matériau environnant, l'inclusion présente une déformation réelle différente, notée  $\varepsilon_I$ . Celle-ci peut être reliée à la déformation libre par un tenseur d'ordre 4 : le tenseur d'Eshelby  $\mathbb{S}_E$ .

$$\varepsilon_I = \mathbb{S}_E : \varepsilon_L \quad (3.17)$$

La contrainte dans l'inclusion, en l'absence de contrainte appliquée, s'écrit alors

$$\boldsymbol{\sigma}_I = \mathbb{C}_I : \boldsymbol{\varepsilon}_I^e = \mathbb{C}_I : (\boldsymbol{\varepsilon}_I - \boldsymbol{\varepsilon}_L) = \mathbb{C}_I : (\mathbb{S}_E - \mathbb{I}) : \boldsymbol{\varepsilon}_L \quad (3.18)$$

$\boldsymbol{\varepsilon}_I$  se partitionne en une déformation élastique  $\boldsymbol{\varepsilon}_I^e$  et la déformation libre  $\boldsymbol{\varepsilon}_L$ .  $\mathbb{I}$  est le tenseur identité d'ordre 4. Le tenseur d'Eshelby ne dépend que des modules élastiques de la matrice et de la morphologie de l'inclusion.

Dans le cas d'une contrainte macroscopique  $\boldsymbol{\Sigma}$  appliquée à tout le volume, on écrit :

$$\boldsymbol{\sigma}_I = \boldsymbol{\Sigma} + \mathbb{C}^*(\mathbf{E} - \boldsymbol{\varepsilon}_I) \quad (3.19)$$

avec  $\mathbb{C}^*$  le tenseur d'influence de Hill qui vaut :

$$\mathbb{C}^* = \mathbb{C}_0 : (\mathbb{S}_E^{-1} - \mathbb{I}). \quad (3.20)$$

Le problème d'élasticité hétérogène signifie que l'inclusion possède son propre tenseur d'élasticité  $\mathbb{C}_I$ . Si on se place dans le cadre uniquement élastique on a  $\boldsymbol{\varepsilon}_I^e = \boldsymbol{\varepsilon}_I$  et  $\mathbf{E}^e = \mathbf{E}$ . Alors :

$$\boldsymbol{\sigma}_I = \mathbb{C}_I : \boldsymbol{\varepsilon}_I^e = \mathbb{C}_I : \boldsymbol{\varepsilon}_I \quad (3.21)$$

On peut alors déterminer le module d'élasticité effectif  $\mathbb{C}^{eff}$  traduisant le comportement élastique macroscopique :  $\boldsymbol{\Sigma} = \mathbb{C}^{eff} : \mathbf{E}$ . L'équation 3.19 nous permet d'écrire

$$\mathbb{C}_I : \boldsymbol{\varepsilon}_I^e = \mathbb{C}^{eff} \mathbf{E}^e + \mathbb{C}^*(\mathbf{E}^e - \boldsymbol{\varepsilon}_I^e) \quad (3.22)$$

La déformation dans l'inclusion se met sous la forme

$$\boldsymbol{\varepsilon}_I^e = (\mathbb{C}_I + \mathbb{C}^*)^{-1} : (\mathbb{C}^{eff} + \mathbb{C}^*) : \mathbf{E}^e \quad (3.23)$$

Si l'on insère cette expression dans la relation d'élasticité 3.21, on obtient

$$\boldsymbol{\sigma}_I = \mathbb{C}_I : [(\mathbb{C}_I + \mathbb{C}^*)^{-1} : (\mathbb{C}^{eff} + \mathbb{C}^*)] : \mathbf{E}^e \quad (3.24)$$

Or la déformation macroscopique  $\mathbf{E}^e$  est l'ensemble des déformations locales homogénéisées  $\mathbf{E}^e = \langle \boldsymbol{\varepsilon}_I^e \rangle$  de même que la contrainte macroscopique  $\boldsymbol{\Sigma}$  est l'ensemble des contraintes locales homogénéisées  $\boldsymbol{\Sigma} = \langle \boldsymbol{\sigma}_I \rangle$ . Cela induit donc

$$\langle (\mathbb{C}_I + \mathbb{C}^*)^{-1} : (\mathbb{C}^{eff} + \mathbb{C}^*) \rangle = \mathbb{I} \quad (3.25)$$

Grâce aux expressions 3.23 et 3.24 on définit deux opérateurs d'ordre 4 :

– l'opérateur de localisation des déformations  $\mathbb{A}$ , tel que  $\boldsymbol{\varepsilon}_g^e = \mathbb{A} \mathbf{E}^e$  :

$$\mathbb{A} = (\mathbb{C}_I + \mathbb{C}^*)^{-1} : (\mathbb{C}^{eff} + \mathbb{C}^*) \quad (3.26)$$

– l'opérateur de concentration des contraintes  $\mathbb{B}$ , tel que  $\boldsymbol{\sigma}_g = \mathbb{B} \boldsymbol{\Sigma}$ . On peut déduire de 3.24 que  $\mathbb{B}$  s'écrit

$$\mathbb{B} = \mathbb{C}_I \mathbb{A} \mathbb{C}^{eff-1} \quad (3.27)$$

**Remarque :** Nous avons pour l'instant considéré une inclusion dans la matrice homogène.  $\mathbb{A}$  et  $\mathbb{B}$  dépendent de chaque inclusion et de son module élastique. On peut remarquer que sous l'hypothèse des déformations homogènes (hypothèse de Voigt)  $\mathbb{A} = \mathbb{I}$ . De même sous l'hypothèse des contraintes homogènes (hypothèses de Reuss)  $\mathbb{B} = \mathbb{I}$ .

### 3.2.3 Méthode auto-cohérente

Le but de cette méthode d'homogénéisation est de chercher le Milieu Homogène Équivalent (MHE) au matériau hétérogène étudié, c'est-à-dire un milieu qui a le même comportement macroscopique. La méthode auto-cohérente est une méthode d'homogénéisation où le module d'élasticité du milieu de référence (matrice de module  $\mathbb{C}_0$ ) pour le calcul du tenseur de Hill, est le module d'élasticité du MHE lui-même. On pose alors  $\mathbb{C}_0 = \mathbb{C}^{eff}$ , le module effectif recherché. Ainsi on a, d'après l'équation 3.24

$$\begin{aligned}\Sigma &= \langle \boldsymbol{\sigma}_I \rangle \\ &= \langle \mathbb{C}_I : [(\mathbb{C}_I + \mathbb{C}^*)^{-1} : (\mathbb{C}^{eff} + \mathbb{C}^*)] : \mathbf{E} \rangle \\ &= \langle \mathbb{C}_I : [(\mathbb{C}_I + \mathbb{C}^*)^{-1} : (\mathbb{C}^{eff} + \mathbb{C}^*)] : \mathbf{E} \rangle \\ &= \underbrace{\langle \mathbb{C}_I : [(\mathbb{C}_I + \mathbb{C}^*)^{-1} : (\mathbb{C}^{eff} + \mathbb{C}^*)] : \mathbf{E} \rangle}_{\mathbb{C}^{eff} : \mathbf{E}}\end{aligned}\quad (3.28)$$

soit

$$\mathbb{C}^{eff} = \langle \mathbb{C}_I : [(\mathbb{C}_I + \mathbb{C}^*)^{-1} : (\mathbb{C}^{eff} + \mathbb{C}^*)] \rangle \quad (3.29)$$

L'équation 3.29 est une équation auto-cohérente. Le calcul du module effectif fait donc appel à un calcul d'optimisation, qui induit des temps de calcul importants.

## 3.3 Calcul de la contrainte par phase $\boldsymbol{\sigma}_\Phi$

Pour le changement d'échelle grain  $\rightarrow$  phase, le MHE est le monocristal noté  $g$ , l'inclusion est une variante  $\Phi$ . Nous souhaitons connaître  $\boldsymbol{\sigma}_\Phi$  en fonction de la contrainte macroscopique à l'échelle du grain  $\boldsymbol{\sigma}_g$  et de la contrainte interne associée à la déformation de transformation.

### 3.3.1 Formulation de Hill

Nous utiliserons la formulation de Hill 3.19 pour la contrainte localisée :

$$\boldsymbol{\sigma}_\Phi = \boldsymbol{\sigma}_g + \mathbb{C}^*(\boldsymbol{\varepsilon}_g - \boldsymbol{\varepsilon}_\Phi) \quad (3.30)$$

À l'échelle du grain comme à l'échelle de la variante, on a supposé la partition des déformations. Considérons  $\mathbb{C}_g$  et  $\mathbb{C}_\Phi$  les tenseurs d'élasticité du grain et de la variante, on écrit

$$\begin{aligned}\boldsymbol{\varepsilon}_\Phi &= \boldsymbol{\varepsilon}_\Phi^{el} + \boldsymbol{\varepsilon}_\Phi^{tr} = \mathbb{C}_\Phi^{-1} \boldsymbol{\sigma}_\Phi + \boldsymbol{\varepsilon}_\Phi^{tr} \\ \boldsymbol{\varepsilon}_g &= \boldsymbol{\varepsilon}_g^{el} + \boldsymbol{\varepsilon}_g^{tr} = \mathbb{C}_g^{-1} \boldsymbol{\sigma}_g + \boldsymbol{\varepsilon}_g^{tr}\end{aligned}\quad (3.31)$$

La contrainte localisée devient :

$$\boldsymbol{\sigma}_\Phi = \boldsymbol{\sigma}_g + \mathbb{C}^* \mathbb{C}_g^{-1} \boldsymbol{\sigma}_g + \mathbb{C}^* \mathbb{C}_\Phi^{-1} \boldsymbol{\sigma}_\Phi + \mathbb{C}^* : (\boldsymbol{\varepsilon}_g^{tr} - \boldsymbol{\varepsilon}_\Phi^{tr}) \quad (3.32)$$

soit

$$(\mathbb{I} + \mathbb{C}^* \mathbb{C}_\Phi^{-1}) \cdot \boldsymbol{\sigma}_\Phi = (\mathbb{I} + \mathbb{C}^* \mathbb{C}_g^{-1}) \boldsymbol{\sigma}_g + \mathbb{C}^* : (\boldsymbol{\varepsilon}_g^{tr} - \boldsymbol{\varepsilon}_\Phi^{tr}) \quad (3.33)$$

En prenant l'hypothèse forte mais répandue à cette échelle, que  $\mathbb{C}_\Phi \simeq \mathbb{C}_g$ , c'est-à-dire que le grain et la phase présentent des élasticités proches, on peut finalement écrire

$$\boldsymbol{\sigma}_\Phi = \boldsymbol{\sigma}_g + \mathbb{C}^{Acc} : (\boldsymbol{\varepsilon}_g^{tr} - \boldsymbol{\varepsilon}_\Phi^{tr}) \quad (3.34)$$

Le tenseur d'accommodation  $\mathbb{C}^{Acc}$  s'écrit en fonction du tenseur de Hill  $\mathbb{C}^*$  :

$$\mathbb{C}^{Acc} = \frac{\mathbb{C}^*}{(\mathbb{I} + \mathbb{C}^* \mathbb{C}_\Phi^{-1})} \quad (3.35)$$

on rappelle que  $\mathbb{C}^* = \mathbb{C}_0(\mathbb{S}_E^{-1} - \mathbb{I})$

$\mathbb{C}_0$  est le tenseur d'élasticité du milieu équivalent c'est-à-dire du grain homogénéisé et  $\mathbb{S}_E$  le tenseur d'Eshelby. Son calcul est un défi car la forme et l'orientation des variantes ne cesse d'évoluer au cours de la transformation. Nous aborderons au paragraphe 3.3.3 une manière de palier ce problème.

### 3.3.2 Expression de l'énergie élastique

Avec l'expression des contraintes par phase (eq : 3.34), on peut alors expliciter l'énergie élastique d'une phase :

$$W_\Phi^\sigma = \frac{1}{2} ((\sigma_g + \mathbb{C}^{Acc} : (\epsilon_g^{tr} - \epsilon_\Phi^{tr})) : \mathbb{C}_\Phi^{-1} : (\sigma_g + \mathbb{C}^{Acc} : (\epsilon_g^{tr} - \epsilon_\Phi^{tr}))) \quad (3.36)$$

soit

$$W_\Phi^\sigma = \frac{1}{2} \sigma_g \mathbb{C}_\Phi^{-1} \sigma_g + \sigma_g \mathbb{C}_\Phi^{-1} \mathbb{C}^{Acc} (\epsilon_g^{tr} - \epsilon_\Phi^{tr}) + \frac{1}{2} \mathbb{C}^{Acc} (\epsilon_g^{tr} - \epsilon_\Phi^{tr}) \mathbb{C}_\Phi^{-1} \mathbb{C}^{Acc} (\epsilon_g^{tr} - \epsilon_\Phi^{tr}) \quad (3.37)$$

Pour identifier le rôle de chaque terme, il faut encore développer cette expression :

$$\begin{aligned} W_\Phi^\sigma = & \frac{1}{2} \sigma_g \mathbb{C}_\Phi^{-1} \sigma_g + \sigma_g \mathbb{C}_\Phi^{-1} \mathbb{C}^{Acc} \epsilon_g^{tr} + \frac{1}{2} \mathbb{C}^{Acc} \epsilon_g^{tr} \mathbb{C}_\Phi^{-1} \mathbb{C}^{Acc} \epsilon_g^{tr} \\ & - \sigma_g \mathbb{C}_\Phi^{-1} \mathbb{C}^{Acc} \epsilon_\Phi^{tr} + \frac{1}{2} \mathbb{C}^{Acc} \epsilon_\Phi^{tr} \mathbb{C}_\Phi^{-1} \mathbb{C}^{Acc} \epsilon_\Phi^{tr} - \mathbb{C}^{Acc} \epsilon_g^{tr} \mathbb{C}_\Phi^{-1} \mathbb{C}^{Acc} \epsilon_\Phi^{tr} \end{aligned} \quad (3.38)$$

les trois premiers termes de l'équation 3.38 sont uniformes sur le grain, ils ne dépendent que des grandeurs macroscopiques. Les trois derniers termes créent du contraste d'énergie entre les phases. Ils influenceront donc sur la probabilité d'une variante à se développer ou non. Nous regroupons les termes uniformes en un seul terme noté  $W_g^\sigma$

L'énergie libre totale d'une phase s'écrit alors :

$$\begin{aligned} W_\Phi = & H_\Phi - T.S_\Phi + W_g^\sigma - \sigma_g \mathbb{C}_\Phi^{-1} \mathbb{C}^{Acc} \epsilon_\Phi^{tr} \\ & + \frac{1}{2} \mathbb{C}^{Acc} \epsilon_\Phi^{tr} \mathbb{C}_\Phi^{-1} \mathbb{C}^{Acc} \epsilon_\Phi^{tr} - \mathbb{C}^{Acc} \epsilon_g^{tr} \mathbb{C}_\Phi^{-1} \mathbb{C}^{Acc} \epsilon_\Phi^{tr} \end{aligned} \quad (3.39)$$

Il est important de bien identifier les paramètres qui varient avec le chargement, ceux qui dépendent de la nature de la phase (A ou M) et ceux qui dépendent de sa structure ( $\neq$  pour chaque variante  $\Phi$ ). Ainsi, pour une même direction de transformation :

- $H_\Phi - T.S_\Phi$  varie uniquement avec la température, il est identique pour toutes les variantes de martensite, mais différent pour l'austénite.
- $W_g^\sigma$  varie avec le chargement mécanique mais il est identique pour toutes les phases, il ne favorise donc la croissance d'aucune.
- $-\sigma_g \mathbb{C}_\Phi^{-1} \mathbb{C}^{Acc} \epsilon_\Phi^{tr}$  est différent pour chaque phase et varie avec le chargement mécanique. Il est constamment nul pour l'austénite.

- $+\frac{1}{2}\mathbb{C}^{Acc}\boldsymbol{\varepsilon}_{\Phi}^{tr}\mathbb{C}_{\Phi}^{-1}\mathbb{C}^{Acc}\boldsymbol{\varepsilon}_{\Phi}^{tr}$  est constant. Il est identique pour toutes les martensites mais nul pour l'austénite. C'est un décalage en énergie.
- $-\mathbb{C}^{Acc}\boldsymbol{\varepsilon}_g^{tr}\mathbb{C}_{\Phi}^{-1}\mathbb{C}^{Acc}\boldsymbol{\varepsilon}_{\Phi}^{tr}$  est différent pour chaque phase et nul pour l'austénite. Il dépend de la déformation macroscopique du grain (il couple directement les deux échelles).

La formulation choisie est inspirée du modèle de croissance et réorganisation de domaines magnétiques [Daniel *et al.*, 2008] où la déformation libre traitée est la déformation de magnétostriction, dont l'amplitude est de l'ordre de  $10^{-4}$ . L'amplitude de la déformation de transformation que nous souhaitons traiter est de l'ordre de 8%. L'Hypothèse des Petites Perturbations doit donc être appliquée avec attention. Les modèles magnéto-mécaniques négligent notamment les termes qui couplent les échelles. Dans notre cas les énergies dépendent de la déformation homogénéisée  $\boldsymbol{\varepsilon}_g^{tr}$ , alors qu'elle-même est estimée, via les fractions  $f_{\Phi}$ , par la comparaison des dites énergies. Le comportement dépend du chemin suivi.

### 3.3.3 Prise en compte des déformations inélastiques

Le calcul des contraintes localisées  $\mathbb{C}^{Acc}$  (équation 3.34 et 3.35) fait appel au tenseur d'élasticité du milieu homogénéisé  $\mathbb{C}_0$  et au tenseur d'Eshelby  $\mathbb{S}_E$ . Le calcul de ce dernier est une réelle difficulté car on ne connaît ni la forme ni l'orientation des inclusions (les variantes) qui d'ailleurs évoluent tout au long de la transformation.

Une solution proposée par Daniel *et al.* [2008] est de se placer en déformation homogène<sup>1</sup>. L'hypothèse des déformations homogènes est réputée surestimer les incompatibilités et donc conduire à des niveaux d'énergie élastique beaucoup trop élevés.

Partant de ce constat, pour éviter cette situation, il est possible de prendre en compte une contribution inélastique à la déformation (elle correspondrait par exemple à de la plasticité locale). Nous allons prendre en compte dans la partition des déformations une contribution inélastique. En effet, même si les chargements appliqués n'engendrent pas de déformation irréversible, il se peut que des déformations inélastiques se développent très localement dans le monocristal, aux joints de grains par exemple.

On se place dans le cadre des déformations homogènes dans le grain :  $\boldsymbol{\varepsilon}_g = \boldsymbol{\varepsilon}_{\Phi}$ . On peut écrire, en supposant en plus que  $\mathbb{C}_{\Phi} = \mathbb{C}_g$ , sans déformation inélastique :

$$\boldsymbol{\varepsilon}_g^{tr} + \underbrace{\boldsymbol{\varepsilon}_g^{el}}_{\mathbb{C}_{\Phi}^{-1}\boldsymbol{\sigma}_g} = \boldsymbol{\varepsilon}_{\Phi}^{tr} + \underbrace{\boldsymbol{\varepsilon}_{\Phi}^{el}}_{\mathbb{C}_{\Phi}^{-1}\boldsymbol{\sigma}_{\Phi}} \quad (3.40)$$

Cela nous permet d'exprimer le tenseur des contraintes locales en fonction de la contrainte appliquée au grain et du contraste en déformation de transformation :

$$\boldsymbol{\sigma}_{\Phi} = \boldsymbol{\sigma}_g + (\mathbb{C}_{\Phi}) : (\boldsymbol{\varepsilon}_g^{tr} - \boldsymbol{\varepsilon}_{\Phi}^{tr}) \quad (3.41)$$

En utilisant l'expression 3.47, on réécrit alors l'énergie élastique par phase.

$$W_{\Phi} = H_{\Phi} - T.S_{\Phi} + W_g^{\sigma} - \boldsymbol{\sigma}_g\boldsymbol{\varepsilon}_{\Phi}^{tr} - \mathbb{C}_{\Phi}\boldsymbol{\varepsilon}_{\Phi}^{tr}\boldsymbol{\varepsilon}_g^{tr} + \frac{1}{2}\mathbb{C}_{\Phi}\boldsymbol{\varepsilon}_{\Phi}^{tr}\boldsymbol{\varepsilon}_{\Phi}^{tr} \quad (3.42)$$

---

1. L'autre autre hypothèse limite consiste à considérer les contraintes homogènes, mais elle conduit à supprimer totalement le couplage. Elle ne peut donc pas être employée. Le choix de la déformation homogène est un choix admissible au vu du problème.

L'emploi de cette expression conduit à des contrastes tels que les transformations sont instantanées à partir du moment où l'on dépasse une contrainte seuil. La prise en compte d'une part de déformation inélastique supplémentaire permet de contourner cette difficulté.

Considérons une déformation inélastique telle que

$$\begin{cases} \varepsilon_g^{in} &= (\Lambda^{-1} - 1) \mathbb{C}_\Phi^{-1} \sigma_g \\ \varepsilon_\Phi^{in} &= (\Lambda^{-1} - 1) \mathbb{C}_\Phi^{-1} \sigma_\Phi \end{cases} \quad (3.43)$$

$\Lambda \mathbb{C}_\Phi$  représente le module sécant. Si  $\Lambda$  vaut 1 la déformation inélastique est nulle (on se retrouve dans le schéma précédent), si  $\Lambda$  tend vers 0 la déformation inélastique tend vers l'infini. Considérer un  $\Lambda$  intermédiaire nous permet de diminuer les contrastes et ainsi corriger les défauts de l'hypothèse de déformation homogène. Celle-ci devient :

$$\varepsilon_g^{tr} + \underbrace{\varepsilon_g^{in}}_{(\Lambda^{-1} - 1) \cdot \mathbb{C}_\Phi^{-1} \sigma_g} + \underbrace{\varepsilon_g^{el}}_{\mathbb{C}_\Phi^{-1} \sigma_g} = \varepsilon_\Phi^{tr} + \underbrace{\varepsilon_\Phi^{in}}_{(\Lambda^{-1} - 1) \cdot \mathbb{C}_\Phi^{-1} \sigma_\Phi} + \underbrace{\varepsilon_\Phi^{el}}_{\mathbb{C}_\Phi^{-1} \sigma_\Phi} \quad (3.44)$$

On peut donc écrire

$$\varepsilon_g^{tr} + \Lambda^{-1} \cdot \mathbb{C}_\Phi^{-1} \sigma_g = \varepsilon_\Phi^{tr} + \Lambda^{-1} \cdot \mathbb{C}_\Phi^{-1} \sigma_\Phi \quad (3.45)$$

Cela nous permet d'exprimer le tenseur des contraintes locales en fonction de la contrainte appliquée au grain et du contraste en déformation de transformation :

$$\sigma_\Phi = \sigma_g + \Lambda \cdot \mathbb{C}_\Phi \cdot (\varepsilon_g^{tr} - \varepsilon_\Phi^{tr}) \quad (3.46)$$

On peut alors identifier le tenseur d'accommodation qui s'écrit de manière simple :

$$\mathbb{C}^{Acc} = \Lambda \cdot \mathbb{C}_\Phi \quad (3.47)$$

En utilisant l'expression 3.47, on réécrit alors l'énergie élastique par phase.

$$W_\Phi = H_\Phi - T \cdot S_\Phi + W_g^\sigma - \Lambda \sigma_g \varepsilon_\Phi^{tr} - \Lambda^2 \mathbb{C}_\Phi \varepsilon_\Phi^{tr} \varepsilon_g^{tr} + \frac{1}{2} \Lambda^2 \mathbb{C}_\Phi \varepsilon_\Phi^{tr} \varepsilon_\Phi^{tr} \quad (3.48)$$

En utilisant cette expression, nous évitons de calculer à cette échelle le module homogénéisé et le tenseur d'Eshelby.  $\Lambda$  est compris entre 0 et 1 et permet de tempérer l'importance des termes de niveau  $((1/2) \cdot \Lambda^2 \mathbb{C}_\Phi \varepsilon_\Phi^{tr} \varepsilon_\Phi^{tr})$  et des termes de contraste  $(-\Lambda \sigma_g \varepsilon_\Phi^{tr} - \Lambda^2 \mathbb{C}_\Phi \varepsilon_\Phi^{tr} \varepsilon_g^{tr})$ .

Cette dernière formulation est plus générale que la précédente. Le choix d'une valeur pertinente de  $\Lambda$  se fait en partie en fonction du type de sollicitation et des amplitudes de déformation.

**remarques :** Puisque  $\Lambda$  permet de corriger l'hypothèse de déformation homogène cela revient en quelque sorte à prendre en compte un certain tenseur d'Eshelby. D'autre part au même titre que le tenseur d'Eshelby, il paraît évident que le tenseur d'accommodation  $\mathbb{C}_\Phi \cdot \Lambda$  devrait évoluer avec le chargement. Nous nous placerons dans le cas simplifié où  $\Lambda$  est constant, soit égale à 1, soit entre 0 et 1.

### 3.3.4 Remarque : température de transformation

À ce stade, avant même d'aborder l'homogénéisation, la comparaison des énergies de chacune des phases peut nous renseigner sur la température de transformation.

Si l'on envisage le cas particulier d'un chargement thermique sur un matériau libre de contrainte, seule la partie chimique va modifier les énergies de chaque phase car  $\varepsilon_g^{tr}$  reste nulle par auto-accommodation. On a  $\sigma_g = 0$  et  $\varepsilon_g^{tr} = 0$ . On peut par ailleurs considérer être dans la situation où les déformations inélastiques, telles que définies au paragraphe précédent, sont inexistantes. Cela revient à considérer  $\Lambda = 1$  dans l'énergie élastique.

La température de transformation de phase, peut être définie comme celle pour laquelle les énergies libres sont toutes égales :  $W_A = W_\Phi$  (pour  $\sigma_g = 0$ ). Pour une variante  $\Phi$  particulière on peut écrire :

$$H_A - T^{tr} . S_A + W_g^\sigma = H_\Phi - T^{tr} . S_\Phi + W_g^\sigma + \frac{1}{2} C^{Acc} \varepsilon_\Phi^{tr} C_\Phi^{-1} C^{Acc} \varepsilon_\Phi^{tr} \quad (3.49)$$

On peut donc exprimer la température de transformation selon :

$$T^{tr} = - \frac{\Delta H - \frac{1}{2} \varepsilon_\Phi^{tr} C_\Phi \varepsilon_\Phi^{tr}}{\Delta S} \quad (3.50)$$

Ce qui numériquement, avec les valeurs d'enthalpie et d'entropie signalées dans le tableau 3.2, correspond à une température de :

$$T^{tr} = 288,4^\circ \text{K} = 15,4^\circ \text{C} \quad (3.51)$$

On a ici une unique température de changement de phase car le modèle est écrit dans le cadre réversible.

### 3.3.5 Remarque : contrainte seuil de transformation

Si l'on envisage le cas particulier d'un chargement en contrainte à température constante, cette fois les énergies chimiques ne varient pas et seuls les termes mécaniques modifient les énergies libres par phase.

On se place au début de la transformation d'austénite vers martensite donc  $\sigma_g = \sigma_{A \rightarrow M}$  est la contrainte seuil et  $\varepsilon_g^{tr} = 0$ . On choisit  $\Lambda = 1$  car aucune déformation inélastique n'est encore apparue.

Le seuil peut être défini comme la contrainte pour laquelle les énergies libres de l'austénite et d'au moins une des phases sont égales :  $W_A = W_\Phi$ .

$$H_A - T^{tr} . S_A + W_g^\sigma = H_\Phi - T^{tr} . S_\Phi + W_g^\sigma - \sigma_{A \rightarrow M} \varepsilon_\Phi^{tr} + \frac{1}{2} \varepsilon_\Phi^{tr} C_\Phi \varepsilon_\Phi^{tr} \quad (3.52)$$

On peut donc exprimer la contrainte seuil de transformation

$$\sigma_{A \rightarrow M} = \left( -\Delta H + T^{tr} . \Delta S - \frac{1}{2} \varepsilon_\Phi^{tr} C_\Phi \varepsilon_\Phi^{tr} \right) . \varepsilon_\Phi^{tr-1} \quad (3.53)$$

Ici,  $\Delta H$  et  $\Delta S$  représentent la différence d'enthalpie et d'entropie de la martensite et de l'austénite ( $\Delta H = H_\Phi - H_A$  et  $\Delta S = S_\Phi - S_A$ ). Si l'on se place dans le cas unidirectionnel, on peut écrire

$$\sigma_{A \rightarrow M} = \frac{-\Delta H + T^{tr} \cdot \Delta S - \frac{1}{2} \varepsilon_{\Phi}^{tr} C_{\Phi} \varepsilon_{\Phi}^{tr}}{\varepsilon_{saturation}} \quad (3.54)$$

Ainsi la contrainte seuil de transformation évolue avec la température. Si l'on suppose qu'entropie et enthalpie ne varient pas avec la température, on retrouve l'équation des droites de Clausius Clapeyron dans l'espace  $(\sigma, T)$ . Leur pente vaut :

$$\frac{\partial \sigma_{A \rightarrow M}}{\partial T} = \frac{\Delta S}{\varepsilon_{saturation}} \quad (3.55)$$

Dans le cas de l'alliage de Nickel Titane étudié, la déformation de saturation en traction est de l'ordre de 8%. Cela induit dans le diagramme de Clausius Clapeyron une droite de pente  $7,1 \text{ MPa.K}^{-1}$ . Cette valeur est en accord avec les résultats de la littérature [Shaw et Kiriakides, 1997].

### 3.4 Homogénéisation

#### 3.4.1 Modèle de comportement : détermination des fractions volumiques $f_{\Phi}$

À chaque phase  $\Phi$ , il est maintenant possible d'associer une fraction volumique  $f_{\Phi}$ . Ces fractions volumiques sont les variables internes du modèle. Chacune est estimée par comparaison de son énergie libre par rapport à celle des autres phases. Pour cela on fait appel à une distribution de probabilité de Boltzmann. Elle a en particulier été utilisée pour traiter les statistiques de domaines magnétiques dans les modèles magnéto-mécaniques de Buiron [2003] et Daniel *et al.* [2008] :

$$f_{\Phi} = \frac{\exp(-A_S \cdot W_{\Phi})}{\sum_{\Phi=0}^n \exp(-A_S \cdot W_{\Phi})} \quad (3.56)$$

On s'assure ainsi que les fractions volumiques vérifient bien :

$$\begin{aligned} 0 &\leq f_{\Phi} \leq 1 \\ \sum_{\Phi=0}^n f_{\Phi} &= 1 \end{aligned} \quad (3.57)$$

À énergie égale  $f_{\Phi} = \frac{1}{13}, \forall \Phi$

$A_S$  est un paramètre numérique qui règle la sévérité de la transition de phase. Un développement limité au premier ordre de l'équation 3.56 permet de montrer que  $A_S \propto \frac{\partial \varepsilon^{tr}}{\partial \sigma}$  et  $A_S \propto \frac{\partial \varepsilon^{tr}}{\partial T}$ .

#### 3.4.2 Déformation homogénéisée du grain : $\varepsilon_g^{tr}$

Via les fractions volumiques  $f_{\Phi}$ , on peut remonter à la déformation homogénéisée de l'échelle supérieure, celle du grain  $\varepsilon_g^{tr}$ . Sous l'hypothèse d'élasticité homogène, le passage d'échelle se simplifie en une loi des mélanges.

$$\varepsilon_g^{tr} = \langle \varepsilon_{\Phi}^{tr} \rangle = \sum_{\Phi=0}^n f_{\Phi} \cdot \varepsilon_{\Phi}^{tr} \quad (3.58)$$

$\Delta H = H_A - H_M$ (J/m <sup>3</sup> )	$\Delta S = S_A - S_M$ (J/m <sup>3</sup> /K)
$159,5 \times 10^6$	$0,57 \times 10^6$

**TABLE 3.2:** Paramètres thermodynamiques pour la simulation du comportement d'un monocristal

pas thermique (°K)	pas mécanique (MPa)	$\Lambda$	$A_S$ (m <sup>3</sup> /J)
$5,6 \times 10^{-2}$	2,3	0.19	$5.1 \times 10^{-7}$

**TABLE 3.3:** Paramètres numériques pour la simulation du comportement d'un monocristal

de la même manière on pourrait calculer sa variable duale qu'est l'entropie de transformation par grain :

$$S_g^{tr} = \langle S_\Phi^{tr} \rangle = \sum_{\Phi=0}^n f_\Phi \cdot S_\Phi^{tr} \quad (3.59)$$

### 3.5 Simulation du comportement d'un monocristal

Sont proposés ici des résultats de simulations réalisées pour un monocristal de  $Ni_{49,75\%at}Ti$  dont le repère est confondu avec le repère macroscopique. Les matrices de Bain utilisées sont données table 3.1. Les 12 matrices de Bain permettent de décrire 24 variantes de martensite formées à partir de l'austénite, phase de référence.

Les paramètres thermodynamiques utilisés sont donnés dans le tableau 3.2.

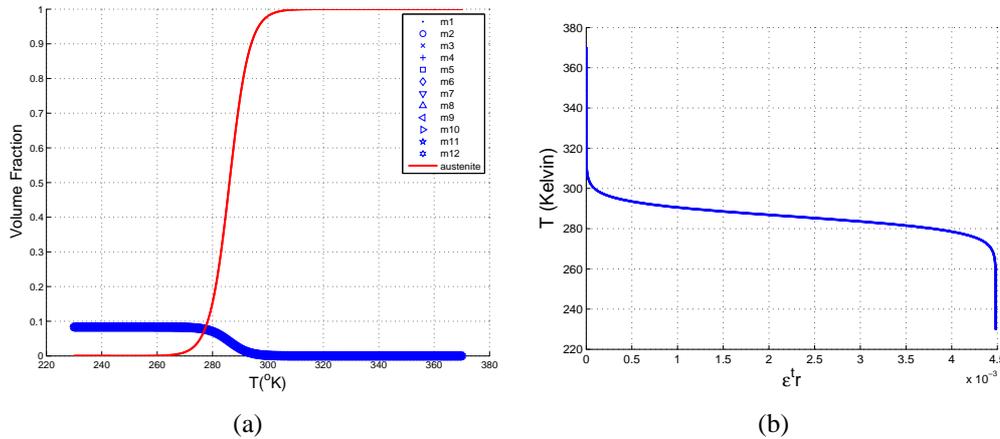
Les paramètres numériques utilisés sont donnés dans le tableau 3.3.

Pour chaque couple  $(\sigma_g, T)$ , en fonction du chemin suivi, on évalue la fraction volumique de chaque variante  $f_\Phi(\sigma_g, T)$ , on en déduit  $\varepsilon_g^{tr}(\sigma_g, T)$ .

#### 3.5.1 Simulation d'un chargement thermique

Cette section présente la simulation du comportement d'un monocristal libre de contrainte sous chargement thermique. Le chargement mécanique macroscopique est imposé nul :  $\sigma_g = 0$ . La température  $T$  varie avec un pas de  $5,6 \times 10^{-2}$  K. Elle débute à  $T_{ambiante} = 300^\circ\text{K}$ , augmente jusqu'à  $T_{max} = 370^\circ\text{K}$  puis diminue jusqu'à  $T_{min} = 230^\circ\text{K}$ , avant de revenir à  $T_{ambiante}$ . La simulation commence donc dans l'état de référence, c'est-à-dire totalement en austénite.

Sur la figure 3.5 on constate que le modèle restitue bien le fait que lorsque l'on abaisse la température d'un monocristal en le laissant libre de contrainte, toutes les variantes ont des énergies libres égales et donc sont équiprobables. En effet, comme le montre la figure 3.5(a), les 12 variantes sont présentes à  $8,3\% = \frac{1}{12}$ . La figure 3.5(b) montre que la transformation modélisée n'est pas tout à fait isochore. La déformation volumique est de l'ordre de 0,5%. Notons que la transformation ne se fait pas instantanément. Le domaine de transformation est centré sur la température



**FIGURE 3.5:** (a) Fraction volumique de chaque variante en bleu et de l'austénite en rouge lors du chargement thermique, à contrainte nulle. (b) Déformation de transformation associée.

$T^{tr}$  déterminée précédemment, l'étendue en température du domaine est réglée notamment par le paramètre  $A_S$ .

Si l'on considère que la transformation est débutée lorsque 1% de fraction volumique de la nouvelle phase est formée et finie lorsque 99% est transformé, on détermine :

$$\begin{aligned} T_s^{tr} &= 264^\circ K \quad \text{soit} \quad M_f = -9^\circ C \\ T_f^{tr} &= 296^\circ K \quad \text{soit} \quad M_s = 23^\circ C \end{aligned} \quad (3.60)$$

### 3.5.2 Simulation d'un essai mécanique isotherme

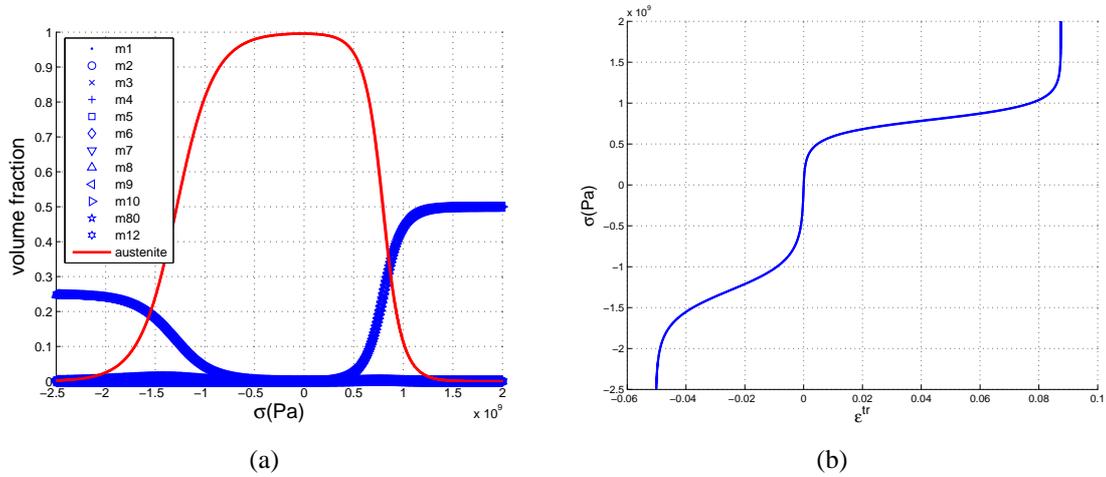
La simulation suivante est réalisée pour une température constante de  $T_{ambiante} = 300^\circ K = 27^\circ C$ . La contrainte est appliquée selon la direction  $\langle 110 \rangle$ . Le tenseur des contraintes appliquées s'écrit dans le repère cristallin :

$$\sigma_g = \sigma_{chargement} \times \begin{pmatrix} 1/2 & 1/2 & 0 \\ 1/2 & 1/2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}. \quad (3.61)$$

Où  $\sigma_{chargement}$  est la norme de la contrainte appliquée. Elle débute à  $\sigma_{ini} = 0$  MPa et croît jusqu'à  $\sigma_{max} = 150$  MPa, puis elle décroît jusqu'à  $\sigma_{min} = -200$  MPa avant de revenir à  $\sigma_{end} = 0$  MPa. Ainsi, on simule le chargement d'un essai de traction-compression cyclique.

La courbe de traction présente une nette dissymétrie traction-compression semblable à celle observée expérimentalement par Gall *et al.* [1999] (lors d'un essai de traction suivant la direction  $\langle 110 \rangle$  sur un monocristal de  $Ti_{50,8\%at}Ni$ ). Les valeurs par exemple des limites de perte de linéarité sont plus fortes en compression qu'en traction, de même la pente du « plateau » est plus raide en compression qu'en traction. Les déformations de transformation de saturation sont clairement différentes en traction et compression.

La simulation montre que ce ne sont pas les mêmes variantes qui s'activent en traction et en compression, leur nombre n'est pas non plus le même. En traction suivant  $\langle 110 \rangle$ , les variantes



**FIGURE 3.6:** (a) Fractions volumiques de chaque variante et de l'austénite lors du chargement mécanique à  $T_{ambiante} = 300^\circ\text{K}$ . (b) Déformation de transformation associée.

9 et 10 sont activées car leur déformation de transformation est maximale dans la direction de traction. Elles ont la même énergie libre et sont donc présentes toutes deux à 50%. Le tenseur des déformations de transformation final vaut :

$$\begin{pmatrix} 0,0272 & 0,0603 & 0 \\ 0,0603 & 0,0272 & 0 \\ 0 & 0 & -0,041 \end{pmatrix} \quad (3.62)$$

soit  $\epsilon_{saturation}^{traction} = 0,087$  dans la direction de traction.

En compression, des variantes différentes s'activent : toutes celles dont la déformation de transformation est maximale dans le plan perpendiculaire à la direction de compression. C'est pourquoi elles sont plus nombreuses. En compression dans la direction  $\langle 110 \rangle$ , les variantes 1, 4, 5 et 8 s'activent. Elles sont présentes chacune à 25%, et induisent un tenseur des déformations de transformation qui vaut :

$$\begin{pmatrix} -0,0068 & -0,0435 & 0 \\ -0,0435 & -0,0068 & 0 \\ 0 & 0 & 0,027 \end{pmatrix} \quad (3.63)$$

Aussi la déformation de transformation sur l'axe de compression vaut  $\epsilon_{saturation}^{compression} = -0,05$ .

Pour mieux se représenter le phénomène on peut considérer une transformation martensitique quadratique qui transforme une maille cubique en trois variantes parallélépipédiques. Chacune des variantes a sa plus longue dimension alignée avec une des arêtes du cube (voir schéma 3.8). Si l'on sollicite la maille cubique en traction suivant la direction d'une arête du cube, la variante dont la plus grande dimension est alignée avec cette direction se développe (par exemple selon la direction  $[100]$ , la variante n°3). Si l'on sollicite la maille cubique selon la même direction, mais en compression, toutes les variantes dont la plus grande dimension est perpendiculaire à la direction de sollicitation vont se développer (par exemple selon la direction  $[100]$ , les variantes n°1 et n°2).

Bien sûr, le nombre et la nature des variantes dépendent de l'orientation de la sollicitation appliquée.

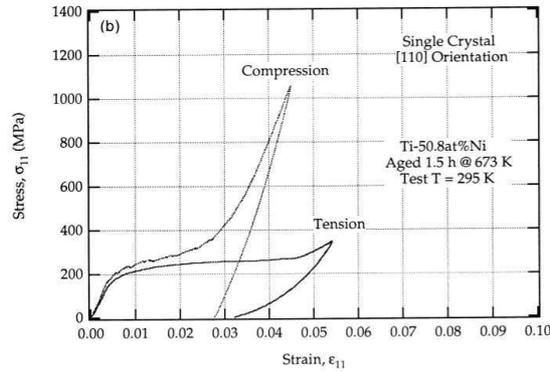


FIGURE 3.7: Réponse en traction et compression d'un échantillon monocristallin de  $Ti_{50,8\%at}Ni$  [Gall *et al.*, 1999]

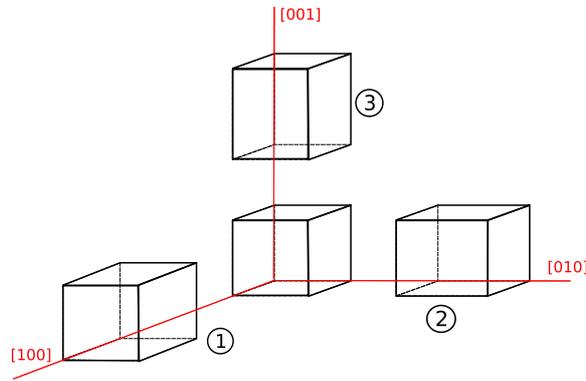


FIGURE 3.8: Transformation martensitique d'une maille cubique en trois variantes quadratiques

### 3.5.3 Influence des paramètres de modélisation :

Dans cette partie nous proposons d'observer l'influence des paramètres thermodynamiques ou numériques sur le comportement mécanique.

On peut se fixer quelques grandeurs de comparaison :

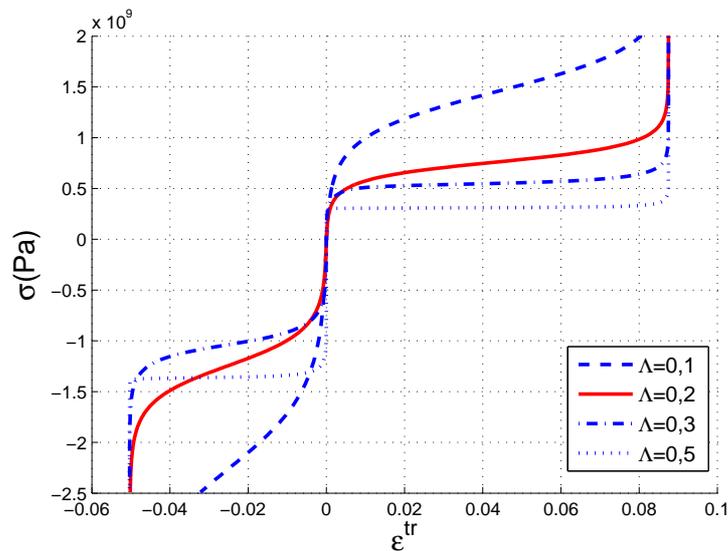
- $\sigma_s^{traction}$  et  $\sigma_f^{traction}$ , ainsi que  $\sigma_s^{comp}$  et  $\sigma_f^{comp}$  sont les seuils de transformation en contrainte.
- $\epsilon_{sat}^{traction}$  et  $\epsilon_{sat}^{comp}$  sont les longueurs des plateaux estimés à travers les déformations macroscopiques de saturation.
- $P^{traction}$  et  $P^{comp}$  sont les pentes des plateaux
- $\Delta\sigma^{traction}$  et  $\Delta\sigma^{comp}$  mesurent l'étendue du domaine de transformation en contrainte, avec  $\Delta\sigma^{traction} = \sigma_f^{traction} - \sigma_s^{traction}$ .

**Enthalpie de transformation :**  $\Delta H = H_A - H_M$ . Comme nous l'avons vu plus avant,  $\Delta H$  intervient directement dans le calcul de la température de transformation. De la même manière, la valeur de  $\Delta H$  modifie les seuils de transformation en contrainte. Une augmentation de  $2 \times 10^2 J/m^3$  provoque une diminution de plus de 100MPa sur  $\sigma_s^{traction}$ . Le domaine de transformation tout

entier est déplacé dans le diagramme de Clapeyron.

**Entropie de transformation :**  $\Delta S = S_A - S_M$ . Ce paramètre modifie aussi les bornes du domaine de transformation. Une augmentation de  $\Delta S$  de  $2 \times 10^5 \text{ J/m}^3 \cdot \text{K}^{-1}$  induit une augmentation franche des seuils en contrainte de plus de 300MPa mais une diminution de  $10^\circ\text{C}$  des températures de transformation. Les tailles et les pentes des domaines restent inchangées.

**Coefficient d'homogénéisation :**  $\Lambda$ . Le coefficient  $\Lambda$  a pour but de régler l'homogénéisation, en modifiant le module de la matrice environnant une variante.  $\Lambda$  est positif, inférieur à 1. En toute logique, comme  $S_E$ ,  $\Lambda$  évolue avec la morphologie des variantes, il devrait changer avec la direction de chargement et la fraction volumique de ( $M$ ) produite. Pour des raisons de simplicité d'implémentation, nous avons fixé  $\Lambda$ . En faisant varier ce paramètre, on donne plus ou moins de poids au terme de couplage des échelles, prenant plus ou moins en compte l'histoire de chargement (voir courbes en traction 3.9). Cependant un  $\Lambda$  supérieur à 0,3 donne en traction une transformation quasi instantanée, et donc un plateau horizontal. Pour les simulations suivantes, nous fixons  $\Lambda = 0,2$ .

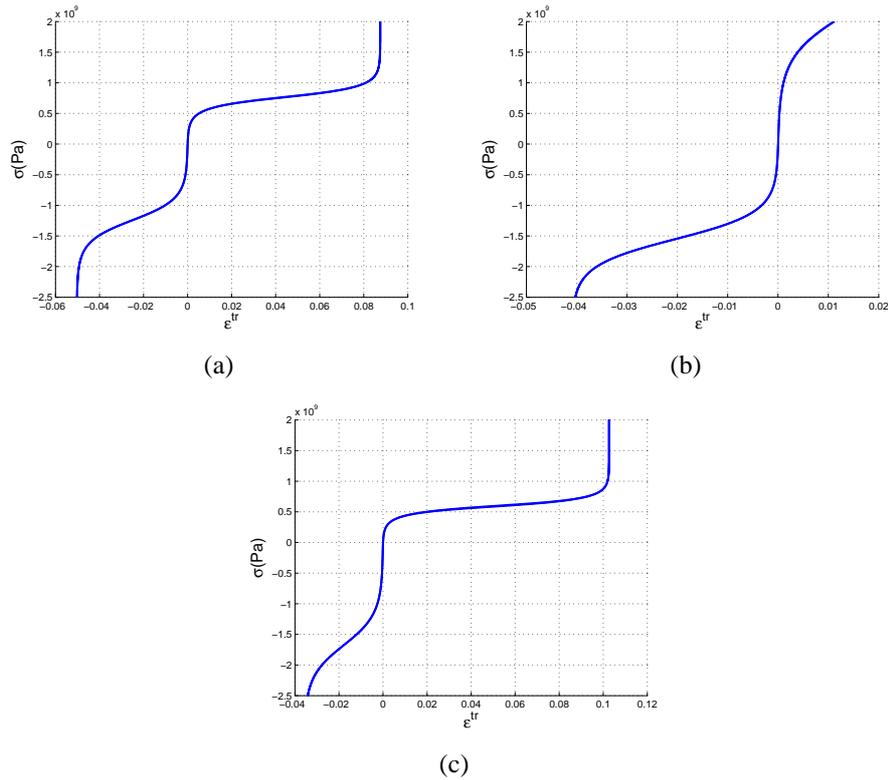


**FIGURE 3.9:** Influence du coefficient  $\Lambda$  sur l'allure de la courbe de traction dans la direction  $\langle 110 \rangle$ .

**Pas du chargement :** Un pas de chargement trop grand peut, dans certaines circonstances, mettre en défaut la stabilité du modèle. Au-delà d'un incrément de  $2,8^\circ\text{K}$  ou 80 MPa, le calcul reste stable. La dépendance à la discrétisation est d'autant plus forte que  $\Lambda$  est fort. En effet un  $\Lambda$  grand donne une vraie importance à l'histoire de chargement et des pas trop grands créent des oscillations entre les deux solutions stables : transformation directe  $A \rightarrow M$  ou inverse  $M \rightarrow A$ . En effet, la génération de chaleur due à la transformation, qui a un effet stabilisant, n'est pas prise en compte à cette échelle, on est toujours dans le cadre isotherme réversible.

### 3.5.4 Anisotropie du cristal

Des essais de traction–compression selon différents axes du cristal ont été réalisés. La figure 3.10 représente les résultats obtenus pour trois d'entre eux. Les comportements diffèrent car selon la direction de sollicitation, le nombre et la nature des variantes sollicitées ne sont pas les mêmes comme l'illustre la figure 3.5.4. En traction, deux variantes co-existent si l'on sollicite la direction  $\langle 110 \rangle$ , alors que trois apparaissent si l'on sollicite la direction  $\langle 111 \rangle$ .

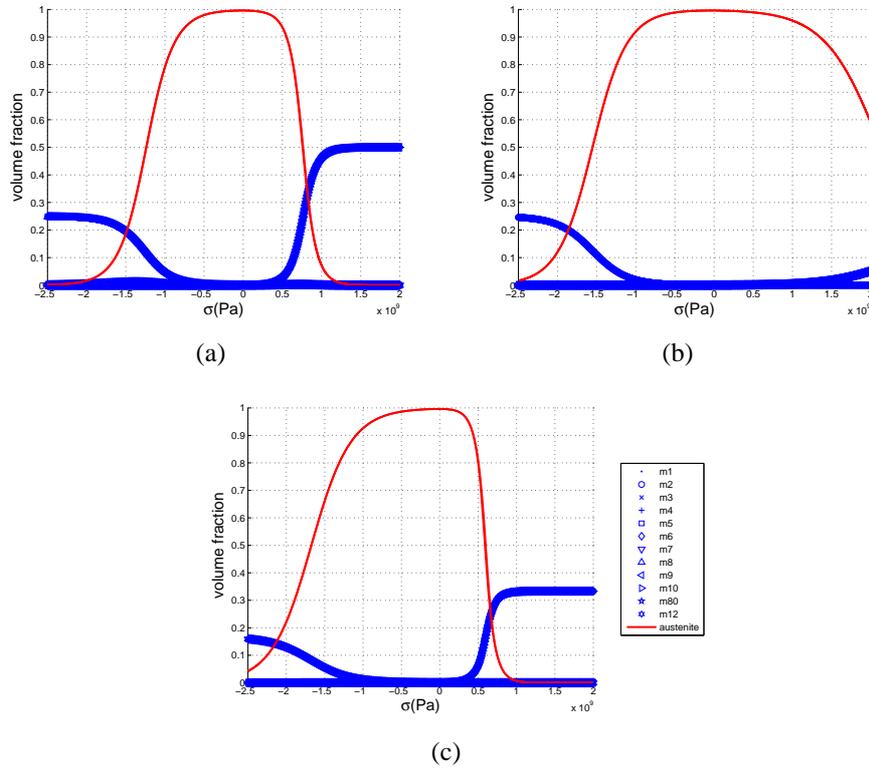


**FIGURE 3.10:** Courbes contrainte appliquée au grain en fonction de la déformation de transformation, issues de la simulation d'essais isothermes de traction compression sur monocristal de NiTi. Le chargement est appliqué selon (a) la direction  $\langle 110 \rangle$ , (b) la direction  $\langle 100 \rangle$  (c) la direction  $\langle 111 \rangle$

#### Établissement de surfaces seuil de transformation

Le modèle mono-cristallin est formulé de manière tensorielle et permet de simuler des chargements multiaxiaux. Aussi, il est possible de l'utiliser pour simuler une multitude de chargements et déterminer, pour un AMF donné dont on connaît la composition et les structures cristallines, une surface seuil de transformation.

Un travail a été initié pour montrer cette possible application. On se limite ici à présenter des seuils en traction-compression et dans un état biaxial des contraintes. Rappelons aussi que nous sommes toujours placés sous l'hypothèse d'une transformation induite par la contrainte, isotherme réversible.

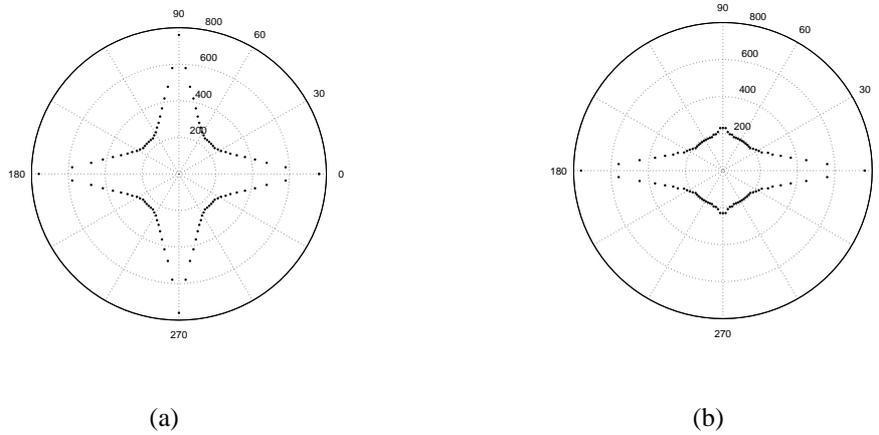


**FIGURE 3.11:** Fraction volumique de chaque variante en fonction de la contrainte appliquée. Les courbes sont issues de la simulation d'essais isothermes de traction-compression sur monocristal de NiTi. Le chargement est appliqué selon (a) la direction  $\langle 110 \rangle$ , (b) la direction  $\langle 100 \rangle$  (c) la direction  $\langle 111 \rangle$

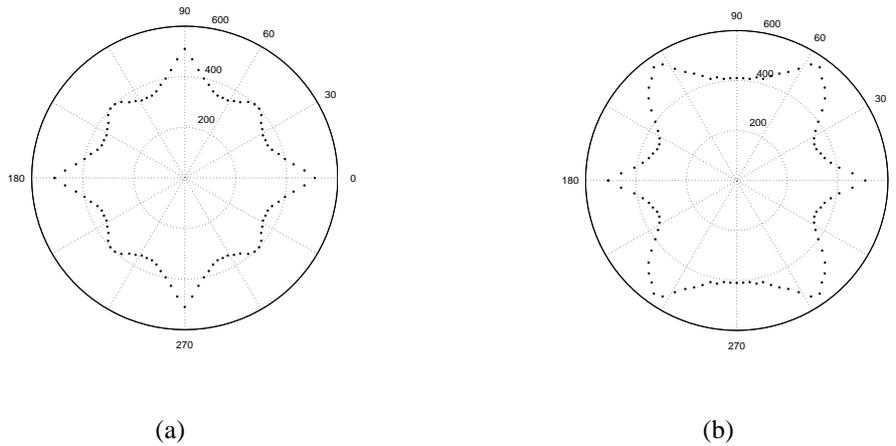
Intéressons nous dans un premier temps aux **surfaces seuils en traction-compression**. Le cristal cubique de phase mère (A) est soumis à une contrainte uniaxiale dans la direction  $\vec{n} = [\cos \theta \sin \varphi, \sin \theta \sin \varphi, \cos \varphi]$ , dans le repère défini par les axes de la maille d'austénite ( $\vec{x}$  étant la direction  $[100]$ ,  $\vec{y}$  la direction  $[010]$  et  $\vec{z}$  la direction  $[001]$ )

On simule donc différents chargements proportionnels avec des  $\vec{n}$  différents. On définit un critère de début de transformation : la transformation sera réputée débutée lorsque  $\varepsilon_{eq}^{tr} = 0,002$ ,  $\varepsilon_{eq}^{tr}$  étant la déformation équivalente de Von Mises ( $\varepsilon_{eq}^{tr} = \sqrt{\frac{2}{3} \varepsilon_g^{tr} : \varepsilon_g^{tr}}$ ). Cela revient à détecter le fait de s'écarter de la linéarité de l'élasticité. On reporte alors dans les figures 3.12 et 3.14 en coordonnées polaires la norme de la contrainte  $\sigma_n$ , seuil de transformation, en fonction de l'angle de la direction du chargement dans les plans considérés.

On remarque que les figures 3.12 et 3.14 présentent un axe de symétrie conséquence de la symétrie du cristal cubique. On voit aussi très nettement que certaines directions ( $\langle 100 \rangle$  par exemple) requièrent des contraintes plus élevées que d'autres directions (comme  $\langle 110 \rangle$ ) pour déclencher la transformation. Cela démontre la très importante anisotropie du comportement monocristallin. En compression l'anisotropie s'exprime moins car plus de variantes sont sollicitées en même temps, ce qui confère un comportement global plus moyen.



**FIGURE 3.12:** Contrainte seuil de transformation en traction en MPa : (a) dans le plan( $\langle\langle 100 \rangle, \langle 010 \rangle$ ) en fonction de l'angle  $\theta$ , avec  $\varphi = \frac{\pi}{2}$ , (b) dans le plan( $\langle\langle 001 \rangle, \langle 110 \rangle$ ) en fonction de l'angle  $\varphi$ , avec  $\theta = \frac{\pi}{4}$



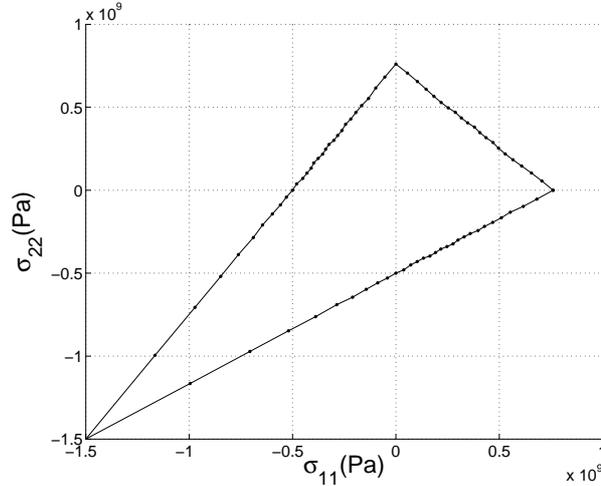
**FIGURE 3.13:** Contrainte seuil de transformation en compression en MPa : (a) dans le plan( $\langle\langle 100 \rangle, \langle 010 \rangle$ ) en fonction de l'angle  $\theta$ , avec  $\varphi = \frac{\pi}{2}$ , (b) dans le plan( $\langle\langle 001 \rangle, \langle 110 \rangle$ ) en fonction de l'angle  $\varphi$ , avec  $\theta = \frac{\pi}{4}$

On peut aussi regarder les **seuils de transformation sous sollicitation bi-axiale** par exemple. Le tenseur des contraintes appliqué est maintenant de la forme :

$$\sigma_g = \begin{pmatrix} \sigma_{11} & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_{22} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (3.64)$$

En appliquant le même critère de début de transformation on obtient une surface seuil dans l'es-

pace des contraintes principales.



**FIGURE 3.14:** Surface seuil de transformation en MPa dans le plan  $(\sigma_{11}, \sigma_{22})$ . Le repère cristallin est confondu avec le repère des contraintes.

Il faut remarquer que le critère choisi pour définir le début de transformation est un critère de déformation de Von Mises, comme celui qui est utilisé pour détecter expérimentalement ces surfaces seuils. Ici, on pourrait également utiliser un critère plus direct car le modèle nous donne directement accès aux fractions volumiques des phases. La comparaison avec des essais serait possible alors, en réalisant des analyses DRX in-situ.

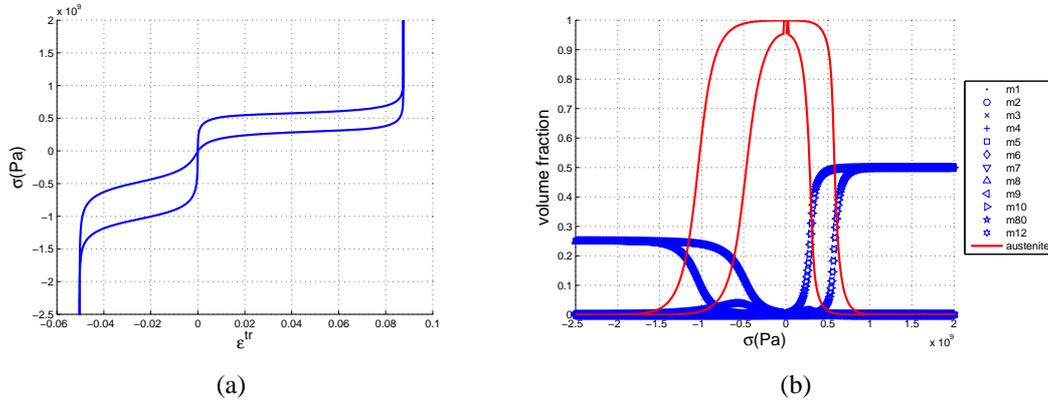
### 3.6 Modéliser l'hystérésis

Dans tout ce qui précède, nous nous sommes placés dans le cadre d'une transformation réversible et quasi-isotherme. En effet, à aucun moment nous ne nous sommes intéressés au dégagement ou à l'absorption de chaleur générés par la transformation de phase.

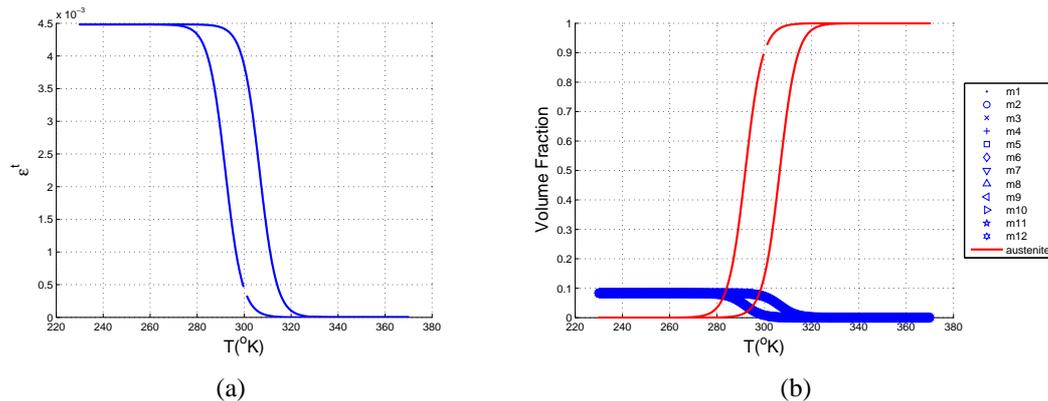
Ce phénomène additionné au retard inhérent au mécanisme de germination croissance, induit l'hystérésis visible sur les courbes expérimentales (voir les courbes 4.7 de la partie 3, chapitre 4).

Dans l'état actuel de la modélisation, nous ne sommes pas en mesure de rendre compte des échanges thermiques, et donc l'irréversibilité de la transformation. Cependant, il est possible reproduire une partie de la différence entre transformation directe et inverse, en introduisant, dans le calcul des énergies, un terme additionnel :  $L_{A \rightarrow M}$  ou  $L_{M \rightarrow A}$ . Ces termes sont homogènes à des enthalpies, des chaleurs latentes du point de vue de l'algorithme et peuvent être vues comme l'énergie nécessaire à la germination d'une phase dans une autre. L'accroissement de la variable interne  $f_M$  est testé, et si l'on crée de la martensite ( $\dot{f}_M > 0$ ) alors  $L_{A \rightarrow M}$  est ajouté au calcul de l'énergie des phases de martensites, si l'on crée de l'austénite ( $\dot{f}_M < 0$ ) alors  $L_{M \rightarrow A}$  est ajouté.

La différence entre ces deux termes induit un décalage en énergie, ayant pour conséquence un déplacement de la limite de transformation aussi bien en température qu'en contrainte. Une chaleur latente de  $L_{A \rightarrow M} - L_{M \rightarrow A}$  de  $3 \times 10^6 \text{ J m}^{-3}$  induit un retard à la transformation de  $\Delta \sigma^{traction} = 180 \text{ MPa}$  et  $\Delta T^{tr} = 5,3^\circ \text{C}$ .



**FIGURE 3.15:** Simulation d'un cycle de chargement mécanique sur un monocristal d'austénite isotherme avec prise en compte d'une chaleur latente de germination : (a) évolution de la déformation de transformation, (b) évolution des fractions volumiques de chaque phase.



**FIGURE 3.16:** Simulation d'un cycle de chargement thermique sur un monocristal d'austénite libre de contrainte avec prise en compte d'une chaleur latente de germination : (a) évolution de la déformation de transformation, (b) évolution des fractions volumiques de chaque phase.

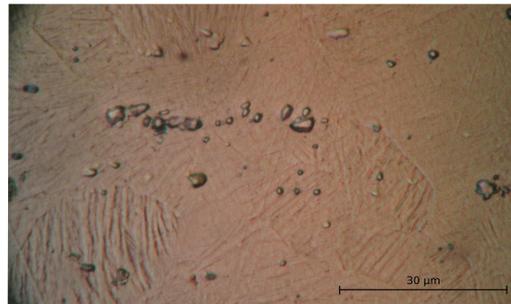
## 4 Modèle Polycristalin : échelle du Volume Élémentaire Représentatif

Considérons maintenant un VER d'AMF polycristallin. À partir de l'orientation des grains et du comportement élémentaire du monocristal, ainsi que de certaines hypothèses sur la microstructure, nous proposons maintenant de déterminer la relation entre la réponse macroscopique (déformation du volume  $\mathbf{E}$  et fraction volumique moyenne de martensite  $f_M$ ) et la sollicitation macroscopique appliquée (mécanique  $\Sigma$  et thermique  $T$ ). La détermination de cette relation de

comportement passe, comme précédemment, par des procédures de localisation du chargement au sein de chacun des grains et des procédures d'homogénéisation des comportements en résultant.

#### 4.1 Le VER : un agrégat de monocristaux désorientés (FDO)

Les stratégies de localisation et homogénéisation mises en œuvre sont très dépendantes de la description que l'on fait de la microstructure. Dans toute la suite, nous considérerons qu'un VER est un ensemble de monocristaux d'orientations différentes, chacun figurant un grain. Comme vu dans la partie 1.2.2, pour notre alliage  $Ni_{49,75\%at}Ti$ , la taille des grains est de  $30\mu m$ , ce qui donne une taille caractéristique de VER de  $200\mu m$ , dans une structure, ici l'éprouvette, de  $120 \times 20 \times 2mm$ . Ainsi la taille de VER est suffisamment grande par rapport à la taille des grains tout en restant suffisamment petite par rapport aux dimensions de l'éprouvette. Nous pouvons négliger les effets de structure.



**FIGURE 3.17:** Micrographie à  $25^{\circ}C$  d'un échantillon de  $Ni_{49,75\%at}Ti$  électropoli.

Nous considérons donc qu'un VER est uniquement constitué de monocristaux désorientés. Sur les micrographies (voir figure 3.17, selon le lot d'éprouvettes étudiés, nous avons parfois observé la présence de précipités à forte teneur en  $Ti$ . La présence de ces précipités est réputée avoir un lien avec l'asymétrie du comportement en traction-compression [Gall *et al.*, 2001]. Ces précipités ne sont pas pris en compte dans notre modèle. Leur présence peut néanmoins générer des incompatibilités supplémentaires, s'ajoutant au champ local de contrainte.

Pour décrire la désorientation des grains, nous utilisons une fonction de distribution d'orientation (FDO). Celle-ci peut être simulée ou mesurée. Dans la suite les résultats de deux calculs seront présentés. Pour les premiers nous utiliserons une FDO isotrope artificielle. Elle est constituée de 546 grains dont les orientations ont été choisies afin de posséder les mêmes caractéristiques qu'un tirage aléatoire de 5000 orientations [Daniel, 2003] (voir section 4.4). La deuxième FDO représente un polycristal texturé et a été identifiée sur notre alliage. Cependant pour mesurer l'orientation cristalline de 500 grains constituant un volume de  $200 \times 200 \times 200\mu m^3$ , il faudrait mettre en œuvre de la tomographie [Ludwig *et al.*, 2009]. Ne disposant pas de cet outil, nous mesurons les orientations d'environ 500 grains en surface d'un échantillon électropoli (voir paragraphe 4.5).

## 4.2 Expression de la contrainte par grain

Le VER est un ensemble de  $N$  grains de différentes orientations cristallines. Nous connaissons le comportement d'un grain soumis à un chargement  $\sigma_g$  dans son repère propre, le repère du cristal. Il nous faut maintenant déterminer l'opérateur de concentration des contraintes  $\mathbb{B}_g$  de chaque grain (voir équation 3.27), qui nous permet de calculer cette contrainte locale  $\sigma_g$  en fonction de la contrainte macro  $\Sigma$ . La formule de Hill donne

$$\sigma_g = \mathbb{B}_g : \Sigma + \mathbb{C}_{eff} : (\mathbb{I} - \mathbb{S}_E) : (\mathbf{E}^{tr} - \boldsymbol{\varepsilon}_g^{tr}) \quad (3.65)$$

La contrainte locale se décompose en deux, d'une part le problème élastique macroscopique ( $\mathbb{B}_g : \Sigma$ ) et d'autre part le contraste de déformation entre le grain et la matrice. Elle se calcule en fonction du tenseur d'Eshelby et du tenseur d'élasticité du milieu homogénéisé  $\mathbb{C}_{eff}$ .

Si l'on connaît la contrainte locale  $\sigma_g$ , on peut calculer pour le grain le comportement à l'aide du modèle mono-cristallin, ce qui délivre la fraction totale volumique transformée du grain  $f_M$  et surtout la déformation de transformation du grain  $\boldsymbol{\varepsilon}_g^{tr}$ .

Toutefois, on a une expression récursive de  $\sigma_g$  via l'expression de  $\mathbf{E}^{tr}$ . Le comportement dépend du chemin suivi. Nous mettons donc en place un schéma itératif.

### 4.2.1 Construction du tenseur de localisation et du tenseur d'Eshelby

**Construction du tenseur de localisation  $\mathbb{B}_g$  :** Nous nous plaçons dans le cadre d'un schéma de calcul auto-cohérent. On se donne un tenseur d'élasticité initial macroscopique isotrope :  $\mathbb{C}_{eff} = \langle \mathbb{C}_g : [(\mathbb{C}_g + \mathbb{C}^*)^{-1} : (\mathbb{C}_{eff} + \mathbb{C}^*)] \rangle$ . Avec  $\mathbb{C}^*$  le tenseur de Hill, lui aussi fonction du tenseur d'élasticité macroscopique, mais aussi du tenseur d'Eshelby. Pour réaliser ce calcul, sur l'ensemble du volume, donc l'ensemble des grains, on utilise la FDO en supposant que tous les grains ont le même volume.

On calcule pour chaque grain le tenseur de localisation des déformations :

$$\mathbb{A}_g = (\mathbb{C}_g + \mathbb{C}^*)^{-1} \cdot (\mathbb{C}_{eff} + \mathbb{C}^*) \quad (3.66)$$

et à partir de celui-ci, on calcule le tenseur de concentration des contraintes :

$$\mathbb{B}_g = \mathbb{C}_g \cdot \mathbb{A}_g \cdot \mathbb{C}_{eff}^{-1} \quad (3.67)$$

Remarquons que dans un milieu isotrope  $\mathbb{B} = \mathbb{I}$  car  $\mathbb{C}_g = \mathbb{C}_{eff}$

**Construction du tenseur d'Eshelby  $\mathbb{S}_E$  :**

Le calcul du tenseur d'Eshelby est réalisé grâce à la procédure détaillée en Annexe A de la Thèse de Daniel [2003], fondée sur le travail de Mura [1982]. On fait l'hypothèse que notre grain dans le VER est une inclusion sphérique dans un domaine infini orthotrope. Pour ce problème, T. Mura propose une expression analytique de la fonction de Green associée au calcul de  $\mathbb{S}_E$ . Une intégration numérique est ensuite nécessaire pour calculer le tenseur d'Eshelby.

## 4.3 Homogénéisation

Nous avons vu comment passer du chargement macro imposé  $(\Sigma, T)$ , aux chargements locaux  $(\sigma_g, T)$ . Pour chaque grain nous appliquons ensuite notre modèle monocristallin qui nous délivre les partitions de phases  $f_g^M$  et  $f_g^A$  ainsi que la déformation de transformation du grain  $\boldsymbol{\varepsilon}_g^{tr}$ . La phase

d'homogénéisation consiste à utiliser ces données pour remonter à la réponse macroscopique, c'est-à-dire la proportion de phase transformée dans le VER  $f_{VER}^M$  et  $f_{VER}^A$  et à la déformation macroscopique  $\mathbf{E}$ .

#### Fractions volumiques $f_{VER}^M$ :

Les fractions volumiques de martensite dans le VER  $f_{VER}^M$  se calculent

$$f_{VER}^M = \frac{1}{V_{VER}} \int_{VER} f_g^M dv = \langle f_g^M \rangle \quad (3.68)$$

Notre volume est en fait discrétisé en  $n_g$  sous-volumes  $V_g$  : les grains. On peut donc passer sous la forme d'une somme discrète :

$$f_{VER}^M = \frac{1}{V_{VER}} \sum_{g=1}^{n_g} V_g \cdot f_g^M \quad (3.69)$$

En supposant que tous les grains ont le même volume, c'est-à-dire que  $V_{VER} = n_g \cdot V_g$ ,

$$f_{VER}^M = \frac{1}{n_g} \sum_{g=1}^{n_g} f_g^M \quad (3.70)$$

#### Déformation macroscopique $\mathbf{E}$ :

La déformation à l'échelle macroscopique se décompose en une partie élastique et une partie due à la transformation.

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}^e + \mathbf{E}^{tr} \quad (3.71)$$

$$\mathbf{E}^e = \mathbb{C}^{eff-1} \cdot \Sigma \quad \text{et} \quad \mathbf{E}^{tr} = \int_{VER} \frac{1}{V} \cdot T \mathbb{B}_g \cdot \mathbf{E}_g^{tr} dv \quad (3.72)$$

Si comme précédemment on considère que notre volume est discrétisé en  $n_g$  grains de volume  $V_g$  tous identiques alors

$$\mathbf{E}^{tr} = \frac{1}{n_g} \sum_{g=1}^{n_g} T \mathbb{B}_g \cdot \mathbf{E}_g^{tr} \quad (3.73)$$

#### Entropie dans le VER : $S_{VER}$ :

La variable duale de la déformation de transformation qu'est l'entropie se calcule aisément. C'est une variable scalaire, donc, comme pour la fraction volumique, en supposant que tous les grains ont le même volume :

$$S_{VER} = \frac{1}{V_{VER}} \int_{VER} S_g dv = \langle S_g \rangle = \frac{1}{n_g} \sum_{g=1}^{n_g} S_g \quad (3.74)$$

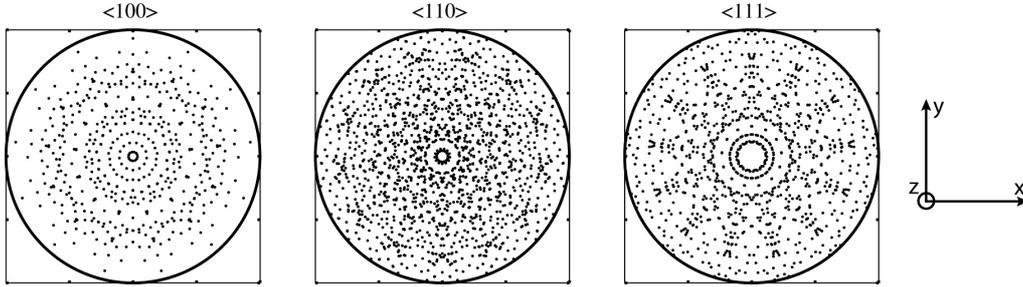
## 4.4 Simulation du comportement d'un Polycristal isotrope

Les simulations présentées dans la suite ont été réalisées pour un polycristal isotrope présenté dans le paragraphe 4.4.1. Deux cas de chargement sont envisagés :

- Cycle thermique libre de contrainte (voir paragraphe 4.4.2)
- Cycle mécanique en traction-compression isotherme (voir paragraphe 4.4.3).

#### 4.4.1 Mise en données

Le polycristal simulé est constitué de 546 grains de volumes égaux et d'orientations différentes. La Fonction de Distribution d'Orientations utilisée pour déterminer ces orientations est présentée sous forme de figures de pôles sur la figure 3.18. Elle a été construite lors de travaux sur les polycristaux ferromagnétiques pour figurer avec un minimum de grains un polycristal au comportement magnéto-élastique isotrope [Hubert *et al.*, 2002; Daniel, 2003] (546 grains d'orientations bien choisies reproduisent le même comportement qu'un tirage aléatoire de 5000 orientations).



**FIGURE 3.18:** Figures de pôles pour un polycristal isotrope obtenues par analyse régulière de l'espace des orientations cristallographique (projections stéréographiques) [Daniel *et al.*, 2008]

Cette texture a été utilisée pour générer les tenseurs de localisation et de concentration de chaque grain et ainsi construire le tenseur d'élasticité effectif  $\mathbb{C}^{eff}$  et le tenseur d'Eshelby  $\mathbb{S}_E$ . On obtient :

$$\mathbb{C}^{eff} = \begin{pmatrix} 47,41 & 23,35 & 23,35 & 0 & 0 & 0 \\ 23,35 & 47,41 & 23,35 & 0 & 0 & 0 \\ 23,35 & 23,35 & 47,41 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 24,06 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 24,06 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 24,06 \end{pmatrix} \text{ GPa} \quad (3.75)$$

et

$$\mathbb{S}_E = \begin{pmatrix} 0,5323 & 0,0647 & 0,0647 & 0 & 0 & 0 \\ 0,0647 & 0,5323 & 0,0647 & 0 & 0 & 0 \\ 0,0647 & 0,0647 & 0,5323 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0,468 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0,468 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0,468 \end{pmatrix} \quad (3.76)$$

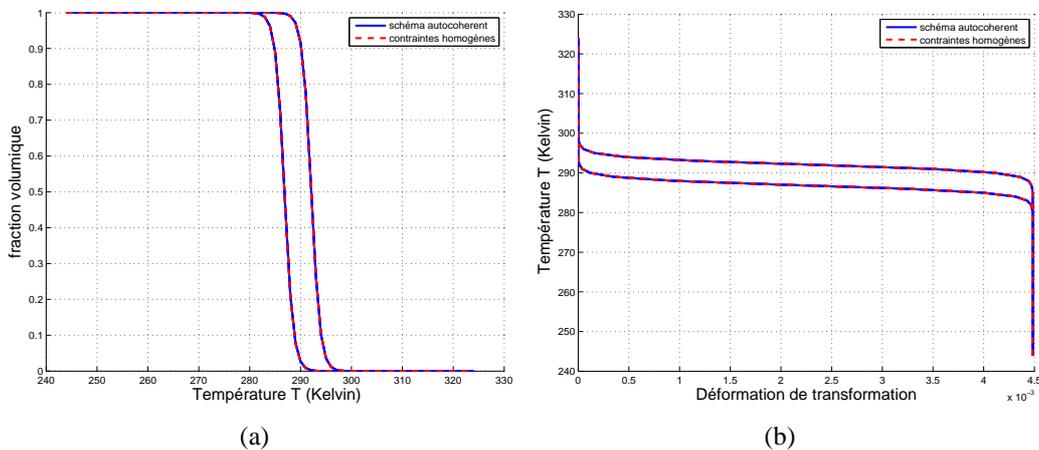
On rappelle que dans le cas isotrope  $\mathbb{C}_{eff} = \mathbb{C}_g$  La loi de comportement utilisée pour le calcul de  $\boldsymbol{\varepsilon}_g^{tr}$  dans chaque grain est le modèle monocristallin présenté plus haut. Les paramètres thermodynamiques et numériques utilisés sont rassemblés dans les tableaux 3.4 et 3.5 respectivement.

**TABLE 3.4:** Paramètres thermodynamiques pour la simulation du comportement d'un polycristal

$\Delta H = H_A - H_M$ ( $J/m^3$ )	$\Delta S = S_A - S_M$ ( $J/m^3/K$ )	$\Delta L_{M \rightarrow A}$ ( $J/m^3$ )
$171 \times 10^6$	$0,57 \times 10^6$	$3 \times 10^6$

**TABLE 3.5:** Paramètres numériques pour la simulation du comportement du polycristal

pas thermique ( $^{\circ}C$ )	pas mécanique (MPa)	$\Lambda$	$A_S$ ( $m^3/J$ )
1	3	0,2	$2 \times 10^{-6}$



**FIGURE 3.19:** Chargement thermique à contrainte nulle sur un polycristal isotrope de NiTi : (a) Fraction volumique de martensite dans le VER, (b) Déformation de transformation *versus* contrainte macroscopique appliquée. La courbe en trait interrompu rouge est le résultat d'un calcul en contrainte homogène alors que la courbe en trait continu bleu est le résultat d'un calcul auto-cohérent.

#### 4.4.2 Simulation d'un cycle thermique libre de charge

Le chargement simulé est un cycle thermique. On initie à  $T_{\text{ambiante}} = 350^\circ\text{K}$  de manière à être totalement en martensite. La température imposée décroît ensuite régulièrement jusqu'à  $200^\circ\text{K}$  puis croît jusqu'à  $350^\circ\text{K}$ . L'hystérésis est simulée par l'utilisation de l'énergie de germination  $L_{M \rightarrow A}$ , prise en compte seulement lorsque  $f_M$  diminue. La contribution des échanges thermiques à l'hystérésis n'est pas prise en compte ici.

Quelle que soit la méthode de changement d'échelle (auto-cohérente ou sous hypothèse de contraintes homogènes), l'évolution de la fraction volumique de martensite (figure 3.19-a)), et celle de la déformation macroscopique déterminées (figure 3.19-b)) sont identiques. Les temps de calcul sont également équivalents (de l'ordre de 17min). L'évolution de la fraction volumique de martensite (figure 3.19-a)) montre que la transformation se fait progressivement et que l'énergie de germination restitue bien le décalage des températures de transformation selon le sens de transformation ( $M \rightarrow A$  au chauffage et  $A \rightarrow M$  au refroidissement). On remarquera sur la figure 3.19-b) que le cycle thermique induit, comme pour les simulations du comportement du monocristal, une légère déformation. Elle correspond à une expansion de 0,45%. Ceci a déjà été commenté partie 2.2 de ce chapitre.

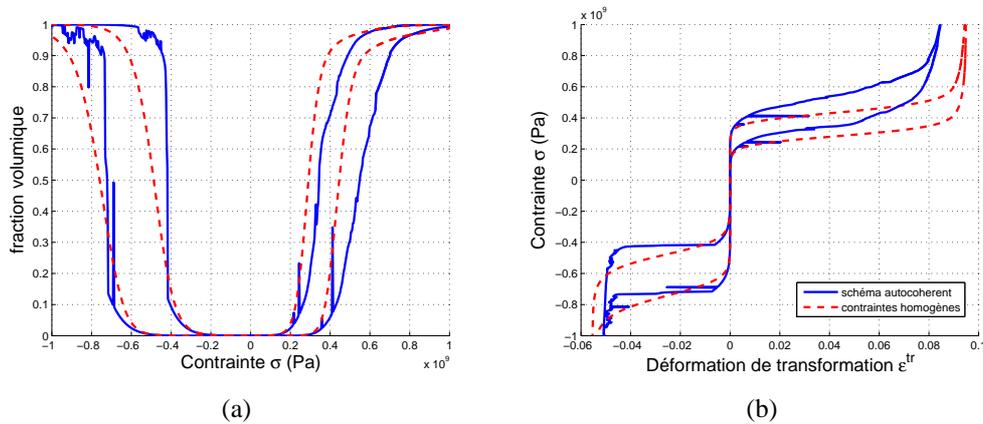
#### 4.4.3 Essai mécanique isotherme

Le VER est soumis à un cycle de traction-compression. Le chargement se fait à température constante  $T = 300^\circ\text{K}$  soit  $T = 27^\circ\text{C}$ . La norme de la contrainte maximale en traction comme en compression est de 1000 MPa. Comme pour la simulation du chargement thermique, l'énergie de germination  $L_{M \rightarrow A}$  est utilisée pour simuler l'hystérésis.

Deux calculs ont été réalisés, l'un en contraintes homogènes à l'échelle du grain ( $\Sigma = \langle \sigma_g \rangle = \sigma_g$ ), l'autre utilisant un schéma auto-cohérent. Les résultats des simulations sont tracés figure 3.21. La courbe en trait interrompu rouge est le résultat d'un calcul en contrainte homogène alors que la courbe en trait continu bleu est le résultat d'un calcul auto-cohérent.

La figure 3.21-b, montre l'évolution de la déformation de transformation en fonction de la contrainte macroscopique appliquée. Tout d'abord, on peut observer que les déformations de saturation tant en traction qu'en compression sont légèrement plus faibles lorsque le calcul est fait en auto-cohérent. Ces grandeurs sont plus proches de celles observées expérimentalement mais restent encore supérieures ( $\epsilon_{\text{sat}}^{\text{traction}} \simeq 8\%$ ). En effet, les essais de traction sur éprouvette polycristalline présentés au chapitre 1, partie 3.2, montrent plutôt des déformations de saturation de l'ordre de 5% pour notre  $Ni_{49,75\%at}Ti$ . La différence est du même ordre que celle constatée entre polycristaux et monocristaux [Gall *et al.*, 2001]. Il est possible que la surestimation des déformations provienne du fait que nous ne considérons pas les joints de grains ou les incompatibilités aux interfaces entre variantes. Nos micrographies (voir par exemple la figure 3.17) ont montré la présence de précipités, non pris en compte dans le modèle, qui peuvent perturber la transformation.

On observe également que la dissymétrie entre traction et compression est bien restituée. La déformation de saturation en traction est de 8% contre 5% en compression. De même les contraintes seuil de pertes de linéarité sont plus élevées en compression qu'en traction. Bien que l'énergie de germination introduite pour simuler l'hystérésis soit unique (pas de différence entre traction et compression) on remarquera que l'étendue des boucles d'hystérésis est différente, conformément aux observations expérimentales. La dissymétrie est donc modélisée, sans prendre



**FIGURE 3.20:** Chargement mécanique isotherme à  $T = 27^\circ\text{C}$  sur un polycristal isotrope de NiTi : (a) Fraction volumique de martensite dans le VER, (b) Déformation de transformation *versus* contrainte macroscopique appliquée. La courbe en trait interrompu rouge est le résultat d'un calcul en contrainte homogène, la courbe en trait continu bleu est le résultat d'un calcul auto-cohérent.

en compte la présence des précipitées. Elle résulte dans notre cas uniquement du fait que le nombre des variantes activées lors de la transformation diffère.

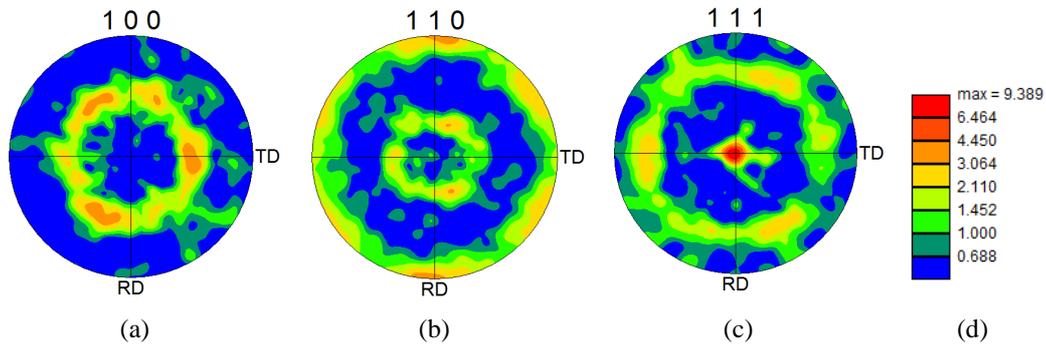
On remarquera cependant que le calcul auto-cohérent donne pour la compression un module tangent dans le « plateau » quasi nul, et en tout cas bien inférieur au module tangent du « plateau » en traction alors que l'on s'attendait à une situation contraire. Le calcul en contrainte homogène donne lui la bonne tendance. Le choix du paramètre  $\Lambda$  est à reconsidérer ici, car il ne joue pas son rôle régulateur.

Si l'on compare en terme de temps de calcul les résultats issus des deux schémas de changement d'échelle, on note tout de suite que les résultats du calcul auto-cohérent sont plus irréguliers, du fait des difficultés de convergence (parfois plus de 100 itérations sont nécessaires au calcul d'un pas de chargement). Au contraire les calculs en contrainte homogène sont très réguliers et d'ailleurs chaque pas de calcul ne demande que quelques itérations avant d'atteindre le critère de convergence. Cela s'en ressent sur les temps de calcul : Le calcul en contraintes homogènes nécessite 1h 10min pour 2001 pas de chargement, alors que le calcul auto-cohérent prend 8h 26min (processeur : 2.53GHz Intel Core 2 Duo, mémoire : 4Go 1067MHz DDR3).

#### 4.5 Simulation du comportement d'un Polycristal texturé

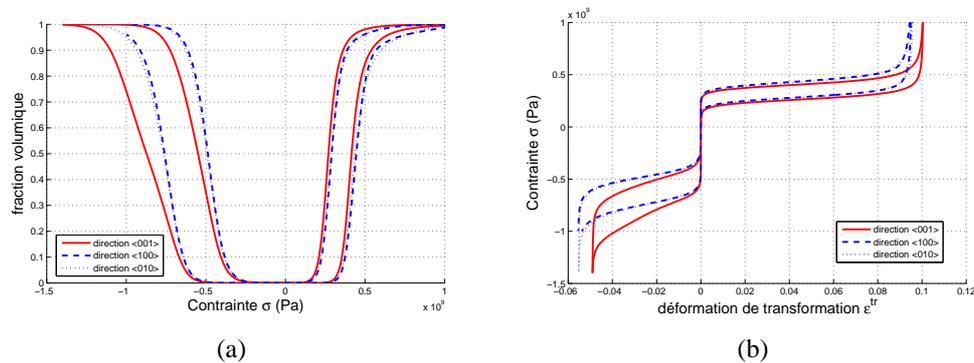
Des observations au Microscope Électronique à Balayage (MEB) et des analyses EBSD ont été réalisées sur des éprouvettes électropolies de notre alliage. La texture de nos éprouvettes est détaillée dans la partie présentation du matériau du chapitre 1.

Une mesure grossière a été réalisée afin de générer une FDO plus réduite : 500 mesures d'orientation ont été faites avec un pas de  $30 \mu\text{m}$  sur une fenêtre de  $600 \times 800 \mu\text{m}^2$ . Cette fenêtre est plus grande que la taille caractéristique attribuée à notre VER pour compenser le fait qu'il nous est impossible de réaliser des mesures dans l'épaisseur avec cette méthode.



**FIGURE 3.21:** Figure de pôle réalisée en 500 mesures sur des éprouvettes plates de  $Ni_{49,75\%at}Ti$  par EBSD.

On retrouve la texture isotrope transverse de type  $\langle uvw \rangle \{111\}$ . La FDO générée avec ces mesures a été utilisée pour réaliser une simulation du comportement de notre VER sous chargement mécanique isotherme, appliqué selon deux directions différentes : l'une dans le plan de la tôle l'autre dans la direction orthogonale au plan. Les résultats des simulations sont donnés sur les figures 3.22. Les calculs ont été réalisés en utilisant une hypothèse des contraintes homogènes.



**FIGURE 3.22:** Chargement mécanique isotherme à  $T = 27^\circ C$  sur le polycristal de NiTi corroyé (calculs réalisés sous l'hypothèse de contrainte homogène) : (a) Fractions volumiques de martensite dans le VER en fonction de la norme de la contrainte appliquée, (b) Déformation de transformation *versus* contrainte macroscopique appliquée. Les courbes bleues représentent les simulations de traction selon une direction du plan d'isotropie ( $\{100\}$  et  $\{010\}$ ), la courbe rouge représente une simulation d'essai selon la direction d'anisotropie ( $\{001\}$ ).

La variation de fraction volumique de martensite (figure 3.22 (a)), ainsi que le variation de déformation de transformation (figure 3.22 (b)) sont quasiment identiques pour les deux directions du plan. En revanche le comportement est, comme attendu, nettement différent dans la direction hors plan, la direction d'anisotropie (en rouge). Le modèle multiéchelle multiaxial rend donc bien compte de l'anisotropie de transformation du matériau à l'échelle du VER.

## 4.6 Simulations multiaxiales : détermination de surface seuil de transformation

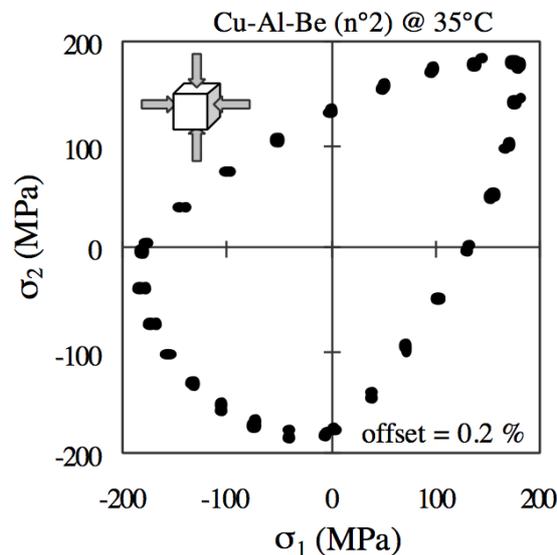
### 4.6.1 Construction de surfaces seuils par essais virtuels.

Le modèle de comportement multiéchelle multiaxial peut être utilisé comme une machine d'essais virtuels. Par simulations successives de différents essais multiaxiaux, on peut déterminer des surfaces seuil de début de transformation, sans en fixer *a priori* les caractéristiques (convexité, dissymétrie...). Il faut se munir comme expérimentalement d'un critère de début de transformation.

Expérimentalement les surfaces seuil de début de transformation sont généralement déterminées en définissant le début de transformation comme le moment où la relation macroscopique liant la contrainte équivalente et la déformation équivalente n'est plus linéaire. Bouvet [2001] s'est par exemple fixé comme critère :

$$\varepsilon_{VonMises}^{tr} = \sqrt{\frac{2}{3} \varepsilon^{tr} : \varepsilon^{tr}} = 0,2\% \quad (3.77)$$

où  $\varepsilon^{tr} = \varepsilon - \varepsilon^e = \varepsilon - \mathbb{C}_{eff}^{-1} : \sigma$ , avec  $\varepsilon$  et  $\sigma$  les tenseurs de déformation et de contrainte macroscopiques et  $\mathbb{C}_{eff}$  le tenseur de Hooke. La figure 3.23 représente une des surfaces seuils obtenues sur un AMF de CuAlBe, polycristallin isotrope, à 35°C. On observe nettement la dissymétrie entre traction et compression et la forme caractéristique en « poire inclinée ». C. Bouvet attire lui-même l'attention sur le fait que le critère choisi est très macroscopique et qu'il est fort possible que des lamelles de martensite soient présentes bien avant que le seuil ne soit détecté et donc que la transformation ait débuté elle aussi bien avant.



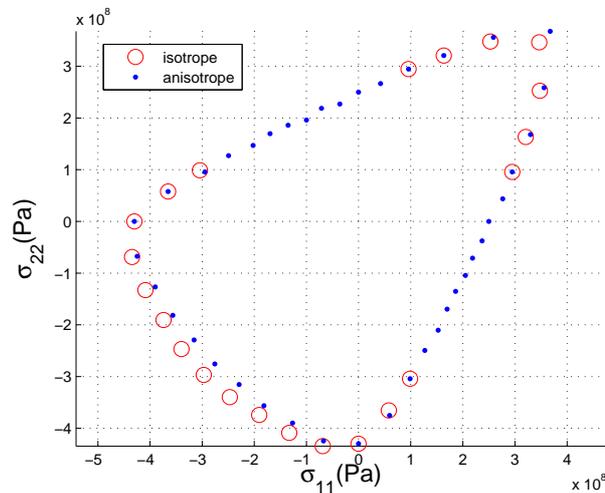
**FIGURE 3.23:** Surface seuil de début de transformation d'un polycristal isotrope de CuAlBe bâtie sur un critère en déformation équivalente [Bouvet, 2001]

Le modèle multiéchelle multiaxial nous donne directement accès aux fractions volumiques

dans le VER. Aussi deux cas peuvent être comparés selon la manière de définir le début de la transformation. Il s'agit

- soit du niveau de chargement pour lequel 0,1% de fraction volumique de martensite est formé en partant d'un état austénitique pur (voir figure 3.24),
- soit du niveau de chargement pour lequel la déformation de transformation équivalente atteint un seuil, ici  $\epsilon_{VonMises}^{tr} > 0,2\%$  ( $\epsilon_{VonMises}^{tr}$  définie par l'équation 3.77. La surface obtenue est visible sur la figure 3.25).

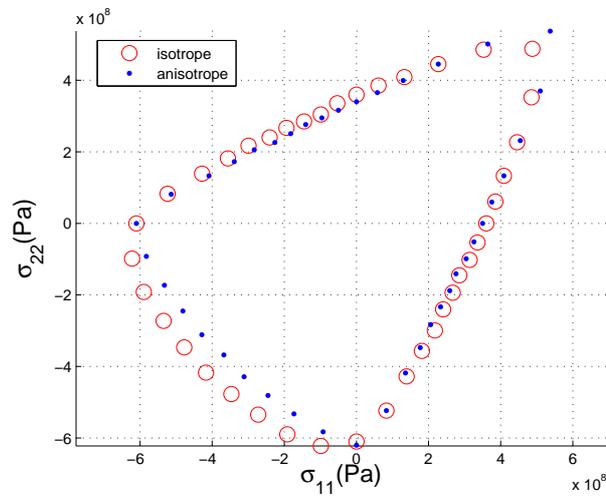
Pour déterminer la surface seuil de début de transformation du polycristal, 40 types de chargements multiaxiaux différents ont été considérés de la bi-compression à la bi-traction. Le seuil est détecté pour chaque cas de chargement à 10 MPa près. La figure 3.24 représente les surfaces seuils obtenues, dans le plan des contraintes principales ( $\sigma_{11}, \sigma_{22}$ ), pour le polycristal isotrope (en rouge) et pour le polycristal texturé présentés précédemment (en bleu).



**FIGURE 3.24:** Surface seuil de début de transformation d'un polycristal de NiTi bâtie sur un critère de début de transformation fixé à 0,1% de martensite formée. (cercles rouges : polycristal isotrope, points bleus : polycristal de texture isotrope transverse). Calculs réalisés sous l'hypothèse de contrainte homogène.

Les surfaces seuils issues de notre modèle correspondent bien, au moins d'un point de vue qualitatif aux surfaces de début de transformation présentes dans la littérature. On observe notamment la forme de poire, allongée vers les conditions de bi-traction, que l'on retrouve dans les travaux de Bouvet [2001] (Notons cependant que C. Bouvet travaille sur des AMF cupro-aluminium). La dissymétrie traction/compression est naturellement simulée. Concernant les simulations de cisaillement, les seuils obtenus sont proches des points expérimentaux en cisaillement publiés par Rejzner [2000] sur un alliage de NiTi. Une validation rigoureuse de nos résultats ne serait possible qu'à l'aide d'une vaste campagne d'essais multiaxiaux lents (pour garantir au mieux les conditions isothermes) sur l'alliage de NiTi quasi-équiatomique. Notons que dans cet esprit, les premiers essais pourraient nous permettre d'identifier les paramètres matériaux du modèle multiéchelle que nous avons pour l'instant extrait de la littérature.

L'influence de la texture sur la surface seuil est peu visible quel que soit le critère utilisé pour



**FIGURE 3.25:** Surface seuil de début de transformation d'un polycristal de NiTi bâtie sur un critère de début de transformation correspondant à 0,2% de déformation de transformation équivalente. (cercles rouges : polycristal isotrope, points bleus : polycristal de texture isotrope transverse). Calculs réalisés sous l'hypothèse de contrainte homogène.

définir le début de la transformation. Cette influence est plus notable pour le critère en déformation (fig. 3.25) car une même déformation peut être associée une fraction volumique de martensite très différente selon les variantes (part d'accommodation).

## 5 Bilan de la modélisation multiéchelle

### Modélisation proposée :

Dans ce chapitre, un modèle multiéchelle du comportement d'un Volume Élémentaire d'AMF de type Ni-Ti quasi-équiatomique a été présenté. Il se place dans le cadre réversible isotherme. À partir de la connaissance des structures cristallines des phases mère (austénite) et filles (variantes de martensite), un modèle monocristallin, représentant le comportement à l'échelle du grain, puis un modèle polycristalin, représentant le comportement à l'échelle du VER ont été construits. Ce modèle repose notamment sur l'écriture d'une énergie libre par phase, et leur comparaison d'un point de vue statistique, afin de prévoir la probabilité de présence d'une phase dans le volume considéré. Grâce à cette vision probabiliste, nous ne considérons pas la topologie du grain, ni ne considérons les interfaces entre domaines. Les stratégies adoptées pour passer d'une échelle à l'autre constituent le deuxième point clé du modèle, et notamment la description du polycristal à l'aide d'une Fonction de Distribution d'Orientation.

Tant au niveau monocristallin (grain) que polycristallin (VER), les comportements macroscopiques sont bien restitués. On retrouve notamment :

- l'anisotropie de transformation à l'échelle du grain : on constate que selon la direction de sollicitation par rapport à la maille d'austénite, différentes variantes de martensites se développent, en différentes proportions, engendrant un comportement mésoscopique différent.
- la dissymétrie traction-compression : en effet, en compression un plus grand nombre de variantes sont activées qui se combinent pour favoriser la direction de déformation imposée tout en minimisant les déformations dans les autres directions.
- la longueur des plateaux de transformation (déformation de saturation) : ils sont en effet en relativement bonne adéquation par rapport aux observations expérimentales. On voit notamment que les déformations de saturation pour le monocristal dépendent de la direction de sollicitation, alors qu'elle est constante pour un polycristal isotrope. La déformation de saturation est plus élevée en traction qu'en compression (de l'ordre de 8% en traction contre 5% en compression). Ces déformations sont légèrement surestimées par rapport aux expériences, peut être du fait que nous ne considérons pas la plasticité, qui peut pourtant se développer aux joints de grains, aux interfaces, ou autour de possibles précipités. Le fait aussi que l'on ne considère pas la topologie du grain peut également intervenir, car à l'interface de deux domaines, pour s'accommoder l'un de l'autre, un champ local de contraintes d'accommodation est induit, qui "consomme" de la transformation, ne favorisant pas forcément la direction de sollicitation.

Ce modèle multiéchelle de VER est écrit dans le cadre réversible isotherme. En effet, nous ne prenons pas en compte à cette échelle le caractère exo-(ou endo-)thermique de la réaction de transformation. Le VER est supposé uniforme en température, même si un chargement thermique peut être appliqué. Ainsi, on ne rend pas compte de l'hystérésis caractéristique des courbes de traction-compression des AMF, qui émane de l'échange d'énergie avec le milieu ambiant sous forme de chaleur. Pour ce faire, il faut considérer l'échelle supérieure qui est celle de la structure. Une piste a tout de même été envisagée pour représenter l'hystérésis à l'échelle monocristalline par l'introduction d'une chaleur latente de germination, générant un retard dans un sens de transformation. Ceci est toutefois en partie contradictoire avec le cadre de travail réversible isotherme choisi.

Pour la même raison, et parce que nous avons fait le choix d'une vision statistique de la composition du VER, nous ne rendons pas compte par ce modèle de la localisation de la transformation en domaines dans le grain, ou en bande dans le VER. Nous avons pris le parti de reléguer ce problème à l'échelle de la structure, la localisation en bande ayant avant tout des origines structurales, notamment la compétition entre phénomènes thermiques transitoires (génération de chaleur par la transformation, pertes thermiques par convection et conduction).

Les résultats de simulations de cycles de chargements thermiques à contrainte nulle et mécaniques isothermes, nous ont permis de valider qualitativement notre modèle. Une identification rigoureuse notamment des paramètres thermodynamiques (enthalpie et entropie de transformation), permettrait de gagner encore en fidélité. On peut toutefois convenir de la bonne adéquation des résultats avec les essais uniaxiaux de la littérature. Notons que tout le modèle est écrit de manière multiaxiale, il est donc possible de réaliser des simulations multiaxiales, proportionnelles ou non proportionnelles, et d'extraire les surfaces seuil de transformation pour les introduire par la suite dans des calculs de structure de type éléments finis. Il faut garder à l'esprit que le couplage à proprement dit n'est pas pris en compte, la chaleur générée ou absorbée n'étant pas considérée.

## Extension possible

Tout d'abord, un axe de travail est de se rapprocher de la simulation d'un matériau réel. La prise en compte de contraintes résiduelles, par exemple dues à la mise en forme des éprouvettes peut être réalisée. Considéré comme un chargement additionnel, si les contraintes résiduelles sont connues (identifiées par DRX par exemple), elles peuvent être ajoutées au chargement prescrit. Nul doute qu'elles jouent un rôle dans le comportement macroscopique.

La texture du matériau, nous l'avons vu, est également prise en compte. Cependant, si la transformation de phase est anisotrope à l'échelle du grain, l'élasticité est pour le moment considérée comme isotrope. Il faudrait reconsidérer certains aspects du passage d'échelle du grain au polycristal pour vraiment rendre compte de l'anisotropie globale du VER.

Le modèle proposé, et surtout sa démarche, ont l'avantage d'être suffisamment généraux pour être étendus à d'autres AMF et même à des couplages différents. Par exemple le couplage magnéto-mécanique (déformation de magnétostriction, champ magnétique et contraintes mécaniques) peut être considéré dès l'écriture de l'énergie libre. Ce type de modèle peut en effet être pertinent pour l'étude des Alliages à Mémoire de Forme Magnétiques. La déformation libre considérée aura alors trois origines possibles, la thermique, la mécanique et le magnétisme.

La variable interne décrivant la transformation est ici la fraction volumique de phase transformée (austénite ou martensite). Si l'on valide pour l'instant notre modèle vis-à-vis du comportement macroscopique résultant, il pourrait toutefois être fort intéressant de vérifier que les fractions volumiques prévues sont effectivement bien générées expérimentalement. Le Laboratoire de Mécanique et Technologie (LMT-Cachan) vient de se doter d'un appareil de Diffraction aux Rayons X in-situ, qu'il est possible d'utiliser lors d'essais uniaxiaux ou biaxiaux. Ces analyses DRX de dosage de phase demandent cependant, outre une préparation rigoureuse de la surface à analyser, un temps d'analyse (temps de comptage) assez long. Des essais interrompus pourront être toutefois menés, nous plaçant dans le cadre d'essais lents donc quasi-isothermes. Quelques écueils expérimentaux demeurent. La confection d'éprouvettes biaxiales, dans la même nuance de

matériau, semble aussi poser problème au fournisseur. Il sera alors peut être judicieux de lancer ce projet sur un AMF d'autre composition. Un monocristal avec peu de variantes, serait le candidat idéal, car il laisse envisager la simulation et l'observation de la réorientation de variantes sous chargements non-proportionnels.

# Notations

## Modélisation thermo-mécanique d'une structure unidimensionnelle

$L_0$	Longueur initiale de la structure
$S_0$	Section initiale
$\ell$	Périmètre de la section initiale
$U(t), F(t)$	Déplacement et Force imposés via le mors mobile
$e(t), s(t)$	Déformation et Contrainte conventionnelles
$n_e$	Nombre d'éléments
$x$	Distance au mors du bas à l'instant initial
$\Delta x, dx$	Hauteur d'un élément (courante, et initiale)
$f(x, t)$	Fraction volumique de martensite
$T(x, t)$	Température
$\sigma(x, t)$	Contrainte locale
$du, du^{el}, du^{in}$	Incrément de déplacement, partie élastique et partie inélastique.
$\varepsilon(x, t), \varepsilon^{el}(x, t), \varepsilon^{tr}(x, t)$	Déformation longitudinale locale, partie élastique et partie inélastique due à la transformation
$\varepsilon_{sat}$	Déformation de saturation, atteinte pour $f = 1$
$T_{mors}, T_{air}, T_{initial}$	Température des mors, de l'air ambiant et initiale
$\lambda(x, t), \lambda_A, \lambda_M$	Conductivité au point $x$ à l'instant $t$ , celle de l'Austénite et de la Martensite
$\rho(x, t), \rho_A, \rho_M$	Densité au point $x$ à l'instant $t$ , celle de l'Austénite et de la Martensite
$C_p$	Capacité thermique
$E(x, t), E_A, E_M$	Module d'Young au point $x$ à l'instant $t$ , celui de l'Austénite et de la Martensite
$E_{macro}(t)$	Module d'Young macroscopique au temps $t$
$\Delta H^{tr}$	Chaleur latente : enthalpie de transformation
$\dot{Q}$	Puissance totale échangée
$\dot{q}^{tr}$	Puissance générée par la transformation de phase
$\dot{q}^{conv}$	Puissance dissipée par convection
$h$ , et $hc$	Coefficient d'échange thermique (par convection dans l'air, par conduction dans les mors)
$\sigma_s^M(T)$ et $\sigma_f^M(T)$	Contraintes seuils de début et fin de transformation pour la Martensite

$\sigma_s^A(T)$ et $\sigma_f^A(T)$	Contraintes seuils de début et fin de transformation pour l'Austénite
$\sigma_n^M(T)$ et $\sigma_p^M(T)$	Contraintes seuils de nucléation et propagation pour la Martensite
$\sigma_n^A(T)$ et $\sigma_p^A(T)$	Contraintes seuils de nucléation et propagation pour l'Austénite
$K_T$	Pente des seuils de transformation dans le diagramme de Clausius-Clapeyron
$N^M(x,t)$ et $P^M(x,t)$	Indicateur de régime de comportement : nucléation et propagation pour la Martensite
$N^A(x,t)$ et $P^A(x,t)$	Indicateur de régime de comportement : nucléation et propagation pour l'Austénite

## Chapitre 4

# Modélisation thermo-mécanique d'une structure unidimensionnelle

### Sommaire

---

<b>1</b>	<b>État de l'art et motivation de l'étude . . . . .</b>	<b>86</b>
1.1	Modélisations existantes . . . . .	86
1.2	Stratégie de modélisation : formulation multiéchelle . . . . .	92
<b>2</b>	<b>Transformation à la plus petite échelle : La phase <math>\Phi</math> . . . . .</b>	<b>94</b>
2.1	Description de la transformation cristalline . . . . .	94
2.2	Déformation par phase . . . . .	96
<b>3</b>	<b>De la variante au monocristal : passage à l'échelle du grain . . . . .</b>	<b>97</b>
3.1	Énergie libre par phase . . . . .	97
3.2	Stratégies de changements d'échelles . . . . .	98
3.3	Calcul de la contrainte par phase $\sigma_\Phi$ . . . . .	101
3.4	Homogénéisation . . . . .	106
3.5	Simulation du comportement d'un monocristal . . . . .	107
3.6	Modéliser l'hystérésis . . . . .	115
<b>4</b>	<b>Modèle Polycristalin : échelle du Volume Élémentaire Représentatif . .</b>	<b>116</b>
4.1	Le VER : un agrégat de monocristaux désorientés (FDO) . . . . .	117
4.2	Expression de la contrainte par grain . . . . .	118
4.3	Homogénéisation . . . . .	118
4.4	Simulation du comportement d'un Polycristal isotrope . . . . .	119
4.5	Simulation du comportement d'un Polycristal texturé . . . . .	123
4.6	Simulations multiaxiales : détermination de surface seuil de transformation . . . . .	125
<b>5</b>	<b>Bilan de la modélisation multiéchelle . . . . .</b>	<b>128</b>

---

Dans le chapitre précédent, nous avons développé un modèle de comportement d'un VER, sous sollicitations thermique et mécanique. Pour différents chargements multiaxiaux, ainsi que pour différentes températures de travail, ce modèle détermine la fraction volumique de martensite

et le tenseur de déformation qui en résulte. Cependant, il ne rend pas compte du couplage thermodynamique dû au changement de phase, c'est-à-dire que l'on ne rend pas compte de l'influence de l'échauffement du VER, causé par l'émission de la chaleur latente, sur son propre comportement. De plus, on ne peut restituer la localisation en bande qui est avant tout un phénomène de structure non local, et nécessite un modèle de thermique (échauffement et dissipation).

Pour ce faire, il est nécessaire de considérer la structure dans son ensemble afin d'avoir accès aux échanges thermiques au sein du matériau et avec son environnement. De plus, la localisation de la transformation en bandes (présentée partie 2.3 du chapitre 1, page 19) qui joue un rôle important dans la réponse d'une structure d'AMF, ne peut être étudiée qu'en passant par la modélisation de la structure entière.

C'est pourquoi nous proposons dans ce chapitre une modélisation à l'échelle supérieure, celle de l'éprouvette.

Le première partie de ce chapitre présente une analyse et les objectifs de modélisation. Nous délimitons ici le domaine d'étude en spécifiant les comportements que nous souhaitons modéliser et le problème à traiter (à savoir la modélisation d'une éprouvette élançée sous chargement-déchargement de traction uniaxiale dans un environnement non-ventilé). Dans cette partie sont aussi présentées les équations de conservation que l'on doit satisfaire ainsi que les conditions limites que nous nous fixons. La structure globale de l'algorithme est donnée. Elle comporte deux éléments clés :

- Un modèle de gestion de la thermique qui détermine la température  $T(x,t)$  en fonction des variables d'état et de la température à l'instant précédent.
- Un modèle de comportement mécanique local qui détermine la variable d'état  $f(x,t)$  (la fraction volumique de martensite) en fonction du chargement thermomécanique ( $\sigma(x,t), T(x,t)$ ) appliqué à chaque élément.

La deuxième partie de ce chapitre présente les deux modèles de comportement local qui ont été utilisés : d'abord le modèle monocristallin présenté au chapitre précédent, puis un modèle phénoménologique qui s'appuie sur le diagramme de Clausius Clapeyron où il délimite des plages de comportement par des seuils en contrainte. [Depriester *et al.*, 2012]<sup>1</sup>.

Enfin la troisième partie présente la mise en place numérique et les résultats de simulations utilisant les deux modèles de comportement local.

Un bilan ainsi qu'une discussion sur les perspectives à donner à ces travaux concluent le chapitre.

## 1 Analyse et objectifs de modélisation

### 1.1 Bibliographie sur la modélisation de structures en AMF

L'utilisation croissante des AMF dans des structures de plus en plus complexes motive le développement de modèles efficaces, restituant le comportement d'une structure dans son ensemble, et surtout rendant compte du fort couplage thermomécanique et de ses effets (localisation des déformations, émission de chaleur, transferts thermiques....)

---

1. Le développement de ce modèle a fait l'objet d'un stage de Master 2 réalisé par Dorian Depriester et encadré par moi-même. Dorian Depriester est actuellement affilié aux MINES ParisTech - Centre de Mise en Forme des Matériaux, BP 207, F-06904 Sophia-Antipolis, France

De nombreux travaux existent visant la modélisation de structures en AMF. Cependant, la plupart des modèles ne restituent que partiellement le comportement, souvent en se restreignant aux seuls effets macroscopiques ou au contraire seulement à la cinématique des bandes, générées artificiellement.

Parmi ces nombreux travaux on peut citer Hu *et al.* [2006] qui utilisent un critère cinématique, occultant l'étape de transformation diffuse, pour calculer la largeur des bandes de localisation. Une seule bande est supposée exister et son initiation est forcée au centre de l'éprouvette.

D'autres modèles [De la Flor *et al.*, 2006; Auricchio *et al.*, 1997], permettent de mieux rendre compte des effets thermiques. Ils sont basés sur le diagramme de Clausius Clapeyron et prennent en compte les déformations élastiques et les effets de la température sur la mécanique. Cependant, la localisation n'est pas décrite car le modèle se limite à la détermination d'un comportement moyen, ou au cadre de la déformation diffuse.

Pour la modélisation de structures de géométrie plus complexe, l'interfaçage des relations de comportement avec des codes éléments finis (EF) peut être une bonne solution. Des approches énergétiques peuvent être utilisées. [Thamburaja et Nikabdullah, 2009; Christ et Reese, 2009; Levitas et Stein, 1997] rendent compte de la transformation en s'appuyant sur la minimisation de l'énergie libre. Ces approches modélisent le comportement uniforme du VER et sont ensuite associées à un code EF pour simuler le comportement de structures à géométries complexes, et atteindre la localisation. Ces méthodes nécessitent non seulement le développement d'une loi de comportement de VER efficace, mais également l'adaptation du code de calcul EF au cas des AMF, en particulier l'établissement de relations de voisinage et la gestion des compatibilités. Les calculs pouvant s'avérer longs, les relations de comportement local, inspirées des travaux sur la plasticité, sont souvent simplifiées.

Une autre stratégie a été explorée par Shaw [2000] qui utilise un code EF pour la simulation de structure. Toute une campagne d'essais de traction isothermes à différentes températures ambiantes a permis de déterminer la réponse macroscopique en fonction de la température. Le comportement a été interpolé entre les températures testées, puis implémenté dans un code Éléments Finis. Le logiciel est alors capable de rendre compte de la déformation de transformation (traitée comme un écoulement plastique) et de calculer les émissions de chaleur en résultant. En effet, en connaissant la température en chaque point du maillage, la courbe adéquate est utilisée pour calculer la réponse mécanique. La réponse macroscopique est correcte mais le modèle ne peut rendre compte du comportement local, il ne différencie pas la transformation diffuse et localisée, ni ne traite le cas de la transformation inverse.

Par ailleurs des travaux ont été menés sur la modélisation de la localisation et notamment sur la cinématique d'apparition et de propagation des bandes de transformation lors de tractions sur tout type de structures élancées (fils, tubes, tôles et plaques...). He et Sun [2010] ou Shaw et Kyriakides [1995] ont notamment étudié l'influence de la vitesse de chargement sur le phénomène de localisation. Le comportement est en effet hautement dépendant de la compétition de deux phénomènes transitoires que sont la génération de la chaleur (lié à la vitesse de chargement) et son évacuation (lié aux conditions de conduction et convection). La relation ci-dessous a été identifiée expérimentalement par Shaw et Kyriakides [1997] et plus récemment confirmé par Zhang *et al.* [2010]. Elle fait le lien entre le taux de déformation macroscopique  $\dot{\epsilon}$  et le nombre maximal de bandes  $n_{max}$

$$n_{max} = C.\dot{\epsilon}^m \quad (4.1)$$

Où  $C$  et  $m$  sont des constantes. On peut montrer analytiquement que  $m$  varie de 0,5 à 1 selon que l'on se place dans des conditions isothermes ou adiabatiques.

## 1.2 Comportements à restituer

Le comportement des AMF est complexe, anisotrope, multiéchelle et fortement couplé. Il est important de délimiter clairement le domaine de travail.

### Comportement macroscopique :

La modélisation proposée devra rendre compte du comportement général d'une éprouvette sous sollicitation de traction-compression présenté dans le chapitre 1 et observé en partie 9 du chapitre 2. Elle devra notamment restituer les trois étapes caractéristiques du matériau sous traction : une étape linéaire (dans laquelle se produisent quasi-simultanément élasticité et transformation uniforme), une étape dite « plateau » dont le module tangent est plus faible (celui-ci dépendant notamment des conditions thermiques et de la vitesse de chargement) et une dernière étape linéaire qui commence à la saturation en transformation et correspond à la sollicitation élastique de la martensite. La modélisation devra rendre compte du comportement lors de la décharge, présentant une boucle d'hystérésis, ramenant à la configuration initiale (déformation nulle).

### Localisation :

Le modèle doit pouvoir restituer la localisation de la transformation en termes de déformation et de température. Il doit pouvoir décrire la transformation uniforme, la nucléation d'une bande, la saturation de la déformation en son sein et sa propagation.

### Couplage thermomécanique :

Le modèle doit rendre compte de la dépendance du comportement macroscopique aux conditions thermiques, notamment l'évolution des seuils de transformation locale et du module tangent du plateau en fonction de la température ambiante. Pour cela il faut rendre compte de la cinétique de réaction et des dégagements ou absorptions de chaleur générés par le changement de phase. Le nombre de bandes de localisation, dépendant de la compétition entre la vitesse de sollicitation et celle d'évacuation de la chaleur (par conduction dans la matière ou par convection dans l'air ambiant) est un bon indicateur pour savoir si le couplage est bien restitué.

## 1.3 Problème à traiter

Nous nous limiterons aux éprouvettes élancées qui favorisent la localisation et aux éprouvettes plates qui permettent la mesure de champs et possèdent une grande surface d'échange avec l'air environnant.

**Géométrie.** La structure considérée est une éprouvette à section rectangulaire (celle de la partie 9 du chapitre 2) de longueur  $L_0 = 120\text{mm}$  avec une section de  $S_0 = 20 \times 2\text{mm}^2$ , de périmètre  $\ell = 44\text{mm}$ . Toutes les dimensions sont données figure 4.1. L'éprouvette est maintenue dans des mors métalliques et plongée dans l'air à température ambiante. Comme nous le verrons plus tard, cette géométrie nous permet de négliger le gradient thermique dans les sections droites, et donc de se limiter à un problème thermique unidirectionnel.

**Sollicitation.** L'éprouvette est en liaison complète dans deux mors dont on commande le déplacement relatif  $U(t)$ . La déformation globale est confondue avec la déformation conventionnelle  $e(t) = (L_0 + U(t))/L_0$ . On peut aussi commander la simulation en effort  $F(t)$  directement.

La contrainte macroscopique conventionnelle est estimée via le module Young global  $E_{macro}$  pour une commande en déformation, directement via  $F(t)$  sinon.

Les sollicitations mécaniques imposées seront uniquement des tractions (charges et décharges) dans l'axe de l'éprouvette.

**Matériau.** Le matériau étudié est l'alliage de Ni-Ti présenté dans le chapitre 1 (partie 3.2, page 28 et utilisé partie 9 du chapitre 2). Rappelons que le matériau est totalement austénitique à température ambiante. Il possède des grains fins (dont le diamètre varie de 20 à 50 $\mu$ m).

**Discrétisation.** L'éprouvette est décomposée en  $n_e$  éléments superposés, comme autant de tronçons de section  $2 \times 20\text{mm}^2$  et de hauteur initiale  $dx$ .  $x$  désigne leur abscisse relativement au mors du bas à l'instant initial.

Les variables du modèle sont définies en fonction de  $x$  et de  $t$ , les coordonnées spatiale et temporelle. On notera  $f(x,t)$ , compris entre 0 et 1, la fraction volumique de martensite dans le tronçon situé à la position  $x$  et à l'instant  $t$ .  $T(x,t)$  désigne la température de ce tronçon, supposée uniforme sur la section et  $\sigma(x,t)$  la contrainte axiale locale.

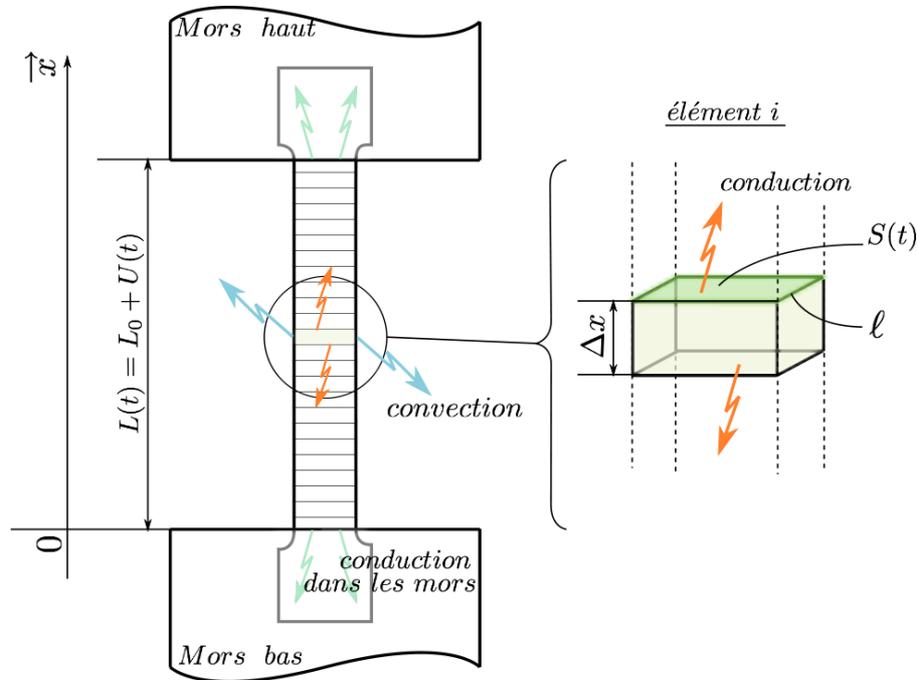


FIGURE 4.1: Éprouvette modélisée et détail d'un élément. Les flèches représentent les échanges thermiques

## 1.4 Équations de conservation et conditions limites

### 1.4.1 Conservation de l'énergie – équation de la chaleur

L'éprouvette est serrée, à chaque extrémité, dans les mors qui sont considérés comme des massifs de grande inertie thermique, de température constante  $T_{mors}$ . La partie utile de l'éprouvette est entourée d'air non-ventilé, supposé à température constante  $T_{air}$ . Ainsi les échanges thermiques

dans la structure se font par convection dans l'air, par conduction au sein du matériau et par conduction dans les mors à chaque extrémité.

Sous l'hypothèse d'une structure élancée de section constante, on peut supposer que la température est uniforme par élément (le gradient thermique est négligeable sur la section au vu de la faible épaisseur). On se rapporte donc à un problème à une seule dimension. Le champ de température satisfait l'équation :

$$\lambda \Delta T + \dot{Q} = \rho C_p \frac{\partial T}{\partial t} \quad (4.2)$$

avec  $\lambda(x, t)$  la conductivité moyenne thermique de l'élément,  $\Delta \cdot$  le Laplacien (en unidimensionnel il équivaut à la dérivée partielle  $= \frac{\partial^2}{\partial x^2}$ ),  $\dot{Q}$  la puissance totale échangée,  $\rho(x, t)$  la masse volumique de l'élément,  $C_p(x, t)$  sa capacité thermique.

$\dot{Q}$  est composé de la puissance générée par la transformation de phase  $\dot{q}_{tr}$  et de la puissance dissipée dans l'air par convection  $\dot{q}_{conv}$ . La thermoélasticité est négligée conformément aux observations expérimentales. La puissance générée par la transformation, en une section de position  $x$  au temps  $t$  s'écrit :

$$\dot{q}_{tr}(x, t) = \rho \cdot \dot{f}(x, t) \cdot \Delta H^{tr} \quad (4.3)$$

$\Delta H^{tr}$  est la chaleur latente de transformation ou l'enthalpie de changement de phase. Elle ne dépend que du matériau et de sa mise en forme.

La puissance dissipée par convection, sous l'hypothèse d'un problème unidimensionnel, peut s'écrire sous la forme d'une perte volumique :

$$\dot{q}_{conv} = \frac{dP_{conv}}{dV} = \frac{h \cdot \ell}{S_0} (T(x, t) - T_{air}) \quad (4.4)$$

avec  $h$  le facteur de convection ( $\text{Wm}^{-2}\text{K}^{-1}$ ),  $\ell$  le périmètre d'une section d'aire  $S_0$  et  $T_{air}$  la température de l'air ambiant.

L'équation de la chaleur 4.2 s'écrit alors

$$\lambda \Delta T + \rho \cdot \dot{f}(x, t) \cdot \Delta H_{tr} + \frac{h \cdot \ell}{S_0} (T(x, t) - T_{air}) = \rho C_p \frac{\partial T}{\partial t} \quad (4.5)$$

Les conditions aux limites sont des pertes de chaleur par conduction dans les mors. Ceux-ci étant considérés comme des massifs infinis, leur température reste constante tout au long de l'essai  $T_{mors} = T_{initiale} = T_{air}$ . Le contact imparfait entre les mors et l'éprouvette peut se décrire à l'aide d'un coefficient de conductance  $h_c$  ( $\text{Wm}^{-2}\text{K}^{-1}$ ). On peut écrire :

$$\begin{aligned} -\lambda(0, t) \left. \frac{\partial T}{\partial x} \right|_0 &= h_c \cdot (T_{mors} - T(0, t)) \\ &\text{et} \\ -\lambda(L_0, t) \left. \frac{\partial T}{\partial x} \right|_{L_0} &= h_c \cdot (T(L_0, t) - T_{mors}) \end{aligned} \quad (4.6)$$

Initialement, on considère que l'éprouvette est en équilibre thermique, à température ambiante soit

$$\forall x \in [0, L_0], T(x, 0) = T_{air} \quad (4.7)$$

Ainsi ce modèle permet de gérer la thermique de l'éprouvette à partir du moment où on connaît l'état thermique courant et l'évolution en tout point de la fraction volumique de martensite. Il faut donc l'associer à un modèle de comportement local qui en fonction d'une distribution de contrainte et de température nous permettra de déterminer la fraction volumique.

### 1.4.2 Conservation de la quantité de mouvement – calcul des contraintes

Les simulations, tout comme les essais, peuvent être commandés en déplacement  $U(t)$  ou en effort  $F(t)$ . À partir de la sollicitation appliquée à la structure, il faut déterminer le chargement local qui s'applique sur chacun des éléments  $(\sigma(x,t), T(x,t))$ , comme le montrent les schémas des algorithmes (figures 4.3 et 4.4). À partir du chargement local et de l'état courant du matériau, en appliquant le modèle de comportement local, on détermine les variables internes  $f(x,t)$  et la déformation macroscopique en résultant  $\varepsilon(x,t)$ . Une fois les nouvelles variables internes déterminées pour chaque élément, on peut mettre à jour les paramètres thermomécaniques  $(\lambda(x,t), \rho(x,t), E(x,t))$ , qui dépendent de la composition. Le modèle thermique permet ensuite de calculer les échauffements et les échanges thermiques générés par l'évolution des variables internes. On obtient alors  $T(x,t+1)$  et toutes les variables nécessaires à décrire le nouvel état de la structure.

#### Simulation commandée en effort :

Lorsque la simulation est commandée en effort, l'estimation du chargement local et notamment la localisation de la contrainte est quasiment directe.

La structure est un empilement d'éléments dont les interfaces sont les sections  $S(x,t)$  (avec  $S(t=0) = S_0$ ) perpendiculaires à l'axe de traction  $\vec{x}$ . Leur hauteur  $\Delta x(x,t)$  est initialement fixée par le pas de discrétisation spatiale  $dx$ . Chaque élément est en équilibre, soumis de chaque côté à  $\pm F(t)\vec{x}$ .

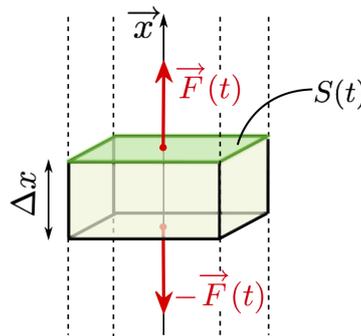


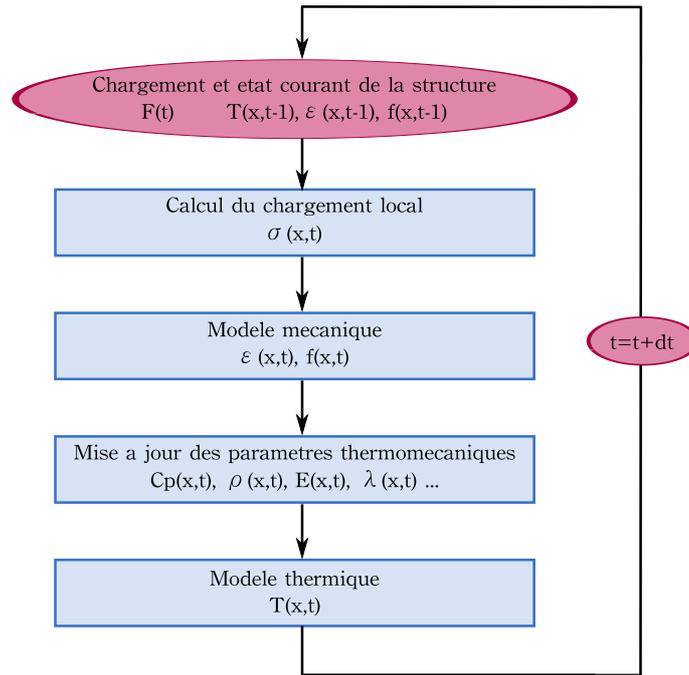
FIGURE 4.2: Description d'un élément de la structure unidirectionnelle modélisée.

La contrainte dans un élément vaut  $\sigma(x,t) = F(t)/S(x,t)$ . La transformation est isochore, aussi le volume de chaque élément reste constant. On a  $V = S(x,t) \cdot \Delta x(x,t)$  avec  $\Delta x(x,t) = dx \cdot (1 + \varepsilon(x,t))$ . Ainsi on peut calculer la contrainte macroscopique imposée à chaque élément :

$$\sigma(x,t) = \frac{F(t)}{S_0} \cdot (1 + \varepsilon(x,t)) \quad (4.8)$$

Pour simplifier les calculs on peut aussi supposer que les sections varient peu. Alors la contrainte macroscopique est uniforme sur la longueur de l'éprouvette et se calcule tout à fait directement :  $\sigma(x,t) = F(t)/S_0, \forall x$ .

Cependant la plupart des essais de traction sont commandés en déplacement, de surcroît lorsque il y a risque de localisation. Un chargement en effort, alors que les effets de structure



**FIGURE 4.3:** Algorithme de calcul pour une simulation commandée en effort.

se produisent lors d'un plateau en contrainte, induit un chargement trop rapide au moment précis où l'on voudrait observer le phénomène. On préfère donc commander essais et simulations en déplacement.

#### Commande en déplacement :

Le déplacement relatif des mors  $U(t)$  est maintenant imposé. Le modèle de comportement mécanique étant écrit en contrainte, il est nécessaire de traduire cette sollicitation en terme de contrainte dans chaque élément  $\sigma(x,t)$ . Pour ce faire, la connaissance de la déformation élastique intégrale de la structure  $e^{el}(t)$ , ainsi que son module d'Young  $E_{macro}$  est nécessaire.

À chaque pas de temps, le module d'Young de la structure est calculé à partir de celui de chacun des éléments. Le module d'Young d'un élément  $i$  dépend de sa composition, donc des variables internes  $f_i$  et des paramètres mécaniques de chaque phase  $E_A$  et  $E_M$ . Dans un élément on est donc sous l'hypothèse de Voigt : les déformations sont supposées homogènes. Alors que l'on se place sous l'hypothèse de Reuss à l'échelle de la structure, y supposant les contraintes homogènes.

$$E_{macro} = \frac{1}{\sum_i \frac{1}{E_i}} \quad (4.9)$$

$$E_i = f_i \cdot E_M + (1 - f_i) \cdot E_A$$

Chaque incrément de déplacement  $du = U(t) - U(t-1)$  peut se décomposer en une partie d'origine élastique et une partie inélastique, on supposera que cette dernière ne provient que de la transformation de phase

$$du = du^e(t) + du^{in}(t). \quad (4.10)$$

La déformation élastique globale sur la structure  $e^{el}(t)$ , se calcule comme suit :

$$e^{el}(t) = \frac{du^e(t)}{L(t)} = \frac{du - du^{in}(t)}{L_0 + U(t)}. \quad (4.11)$$

La contrainte conventionnelle globale appliquée à la structure  $s(t)$  vaut :

$$s(t) = E_{macro} \cdot e^{el}(t). \quad (4.12)$$

C'est une contrainte uniforme dans la longueur de l'éprouvette, ce qui revient à supposer que la section de chacun des éléments est identique même si le champ de déformation longitudinale n'est pas uniforme. Comme précédemment, il est possible d'adapter la contrainte à chaque élément en fonction de sa déformation longitudinale, et donc de sa section courante :

$$\sigma(x, t) = s(t) \cdot (1 + \varepsilon(x, t)). \quad (4.13)$$

Dans les cas de faible déformation et dans un souci de simplification des algorithmes, on peut aussi supposer la contrainte uniforme ainsi  $\sigma(x, t) = s(t), \forall x$ .

## 2 Modèle de comportement local : estimer $f(x, t)$

Nous devons maintenant nous doter d'un modèle de comportement capable en fonction du chargement ( $\sigma(x, t), T(x, t)$ ) d'estimer la fraction volumique de martensite dans l'élément  $f(x, t)$ . Nous utiliserons deux modèles mécaniques différents : le modèle multiéchelle monocristallin développé au chapitre 3 (résultats présentés partie 4.4) et un modèle phénoménologique (présenté partie 2.2).

### 2.1 Modèle monocristallin multiaxial

Le modèle multiéchelle de VER polycristallin est tout indiqué pour simuler le comportement d'une éprouvette de  $Ni_{49,75\%at}Ti$  à grains fins. Cependant les temps de calculs pour la simulation du comportement d'un seul VER sous traction sont déjà d'une dizaine heures. Aussi son utilisation dans la modélisation d'une éprouvette discrétisée en plus de 500 éléments est inenvisageable en l'état. Il faut au préalable travailler sur l'efficacité du code de calcul, particulièrement des procédures de changement d'échelle.

Nous utiliserons donc le modèle monocristallin comme modèle de comportement local. On décrit certes moins bien le matériau de nos éprouvettes mais les temps de calculs sont plus raisonnables. La nature polycristalline du matériau est décrite grossièrement en attribuant à chaque élément une orientation cristalline différente. L'éprouvette est ainsi vue comme un empilement de gros grains (d'une hauteur de 180  $\mu m$ ) d'orientations différentes. Ainsi, chaque élément figure un grain, avec son orientation propre.

À partir des angles d'Euler de la FDO, des matrices de passage du repère de l'éprouvette au repère de l'élément sont construites. Elles sont utilisées pour localiser les contraintes. Le modèle monocristallin est ensuite appliqué dans le repère de chacun des éléments. De même, une fois les déformations locales obtenues, elles sont projetées dans le repère de l'éprouvette, puis sur la direction de traction.

La thermique, elle, est toujours gérée de manière 1D, l'anisotropie n'est donc pas prise en compte dans la gestion des échanges thermiques, ni d'ailleurs dans la raideur. Ceci amoindrit l'effet d'anisotropie sur la localisation.

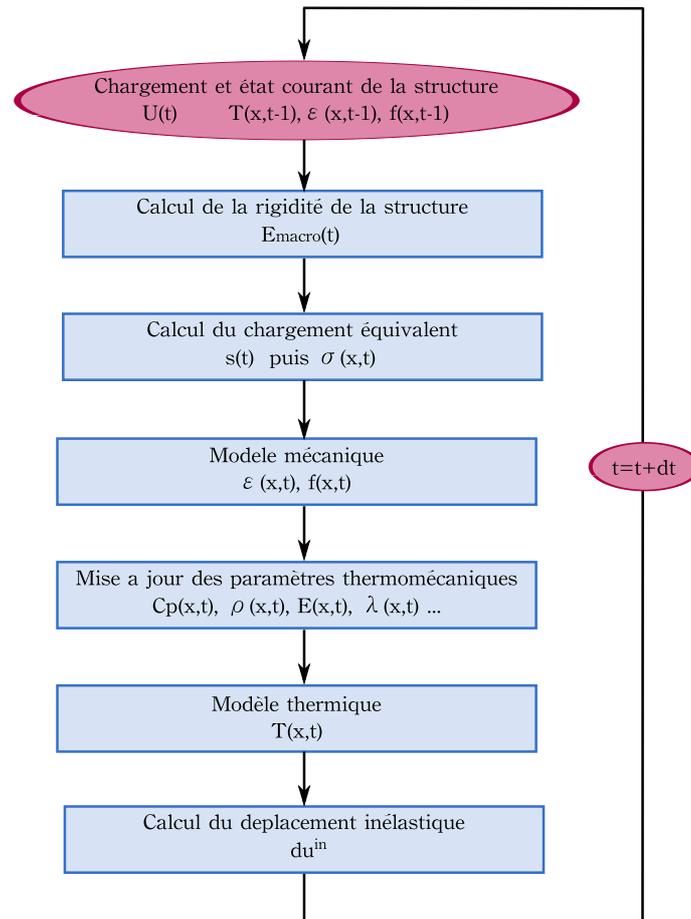


FIGURE 4.4: Algorithme de la simulation d'un essai de traction commandé en déplacement.

## 2.2 Modèle phénoménologique

L'approche présentée ci-dessous, a pour objectif de déterminer la fraction volumique de martensite dans un élément d'un point de vue phénoménologique. Le comportement, en accord avec des observations réalisées à cette même échelle, est modélisé à l'aide de seuils délimitant des plages de comportement. Un modèle de cette sorte présente l'avantage d'être rapide en terme de temps de calcul. Cependant, il induit un grand nombre de variables qui doivent être identifiées sur autant d'essais mécaniques.

La fraction volumique  $f(x,t)$  d'un élément est la variable interne qui permet de relier la modèle mécanique au modèle thermique. Elle permet aussi de calculer la déformation dans un élément ainsi que la valeur des paramètres thermo-physique qui dépendent de la composition du matériau :

**Déformation par élément :** La déformation de chaque élément  $\varepsilon(x,t)$  est constituée d'une partie élastique  $\varepsilon^{el}(x,t)$  et d'une partie inélastique, que nous considérerons uniquement due à la transformation  $\varepsilon^{tr}(x,t)$ . La partie élastique obéit à la loi de Hooke :  $\varepsilon^{el}(x,t) = \sigma(x,t)/E(x,t)$ , avec  $E(x,t)$  le module d'Young de l'élément. La déformation de transformation dépend linéairement

de la fraction volumique de martensite créée  $\varepsilon^{tr}(x, t) = f(x, t) \cdot \varepsilon_{sat}$ . Ce premier paramètre  $\varepsilon_{sat}$  est la déformation longitudinale maximale, dite de saturation, atteinte pour  $f(x, t) = 1$ . La déformation longitudinale en un point se calcule donc selon :

$$\varepsilon(x, t) = \frac{\sigma(x, t)}{E(x, t)} + f(x, t) \cdot \varepsilon_{sat} \quad (4.14)$$

**Mise à jour des paramètres thermo-mécaniques :** Comme le signale l'algorithme 4.4, les constantes thermo-mécaniques du matériau doivent être mises à jour, pour chaque élément, en fonction des variables internes déterminées, avant d'appliquer le modèle thermique. Une simple loi des mélanges est appliquée ici, supposant donc une déformation et une température homogène à l'échelle de l'élément.

$$\begin{aligned} \lambda(x, t) &= f(x, t) \cdot \lambda_M + (1 - f(x, t)) \cdot \lambda_A \\ \rho(x, t) &= f(x, t) \cdot \rho_M + (1 - f(x, t)) \cdot \rho_A \end{aligned} \quad (4.15)$$

Dans la suite, on présente comment vont être déterminées les fractions volumiques à proprement parler. Les étapes du comportement modélisé vont être introduites une par une afin que le lecteur associe facilement un rôle à chaque paramètre du modèle. On verra tout d'abord, dans le cadre de la transformation directe l'étape de transformation uniforme le long de l'éprouvette, puis comment peut être introduite la localisation. Enfin, nous verrons comment peut être simulée la transformation inverse.

### 2.2.1 Transformation uniforme : loi de comportement

Comme le montre l'organigramme de l'algorithme 4.4, le modèle de comportement local doit permettre de déterminer les variables internes  $f(x, t)$  et la déformation qui en découle  $\varepsilon(x, t)$ , à partir du chargement thermo-mécanique  $(\sigma(x, t), T(x, t))$ . On ne s'intéressera dans un premier temps qu'au cas de la transformation directe, c'est-à-dire que la fraction de martensite ne fait que croître. La transformation inverse est discutée plus loin (partie 2.2.3).

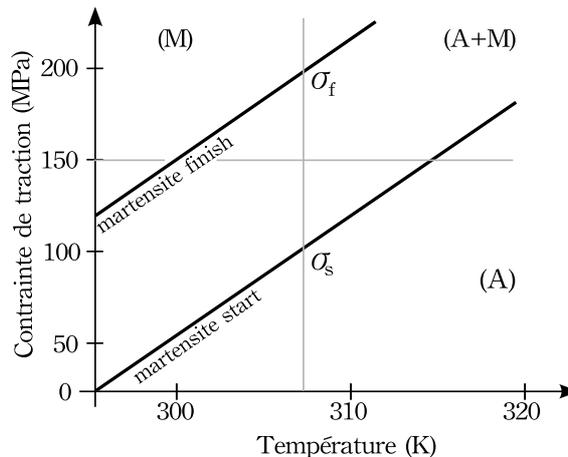


FIGURE 4.5: Diagramme de Clausius Clapeyron

Le modèle de transformation uniforme (sans localisation), est basé sur le diagramme de Clausius Clapeyron (figure 4.5). Dans la plage de température qui nous intéresse, on y trouve trois domaines, séparés par deux frontières qui correspondent au début (*martensite start*  $\sigma_s^M$ ) et à la fin (*martensite finish*  $\sigma_f^M$ ) de la transformation. À forte contrainte et faible température se trouve le domaine d'existence de la Martensite ( $M$ ). À haute température et faible contrainte se trouve le domaine d'existence de l'Austénite ( $A$ ). Entre les deux, le matériau est bi-phasé ( $A + M$ ). Les limites de ces domaines,  $\sigma_s^M(T)$  et  $\sigma_f^M(T)$ , sont supposées varier linéairement avec la température, avec une pente  $K_T$ .

La fraction volumique objectif  $f_t$ , utilisée pour calculer la fraction volumique de ( $M$ ) (équation (4.17)), est déterminée à partir de la position du point  $(\sigma(x,t), T(x,t))$  dans l'espace de Clapeyron en utilisant la règle du bras de levier :

$$\left\{ \begin{array}{ll} f_t(x,t) = 0 & \text{si } \sigma(x,t) < \sigma_s^M(T) \\ f_t(x,t) = \frac{\sigma(x,t) - \sigma_s^M(T)}{\sigma_f^M(T) - \sigma_s^M(T)} & \text{si } \sigma_s^M(T) \leq \sigma(x,t) \leq \sigma_f^M(T) \\ f_t(x,t) = 1 & \text{si } \sigma_f^M(T) < \sigma(x,t) \end{array} \right. \quad (4.16)$$

Le modèle mécanique de comportement raisonne sur une succession d'états d'équilibre, alors que la thermique est éminemment transitoire. Aussi, afin de gérer le temps de réaction, la cinétique de transformation, on va supposer que  $f(x,t)$  obéit à une loi d'évolution du type :

$$\dot{f}(x,t) = \frac{\partial f}{\partial t} = V_t \cdot (f_t(x,t) - f(x,t)). \quad (4.17)$$

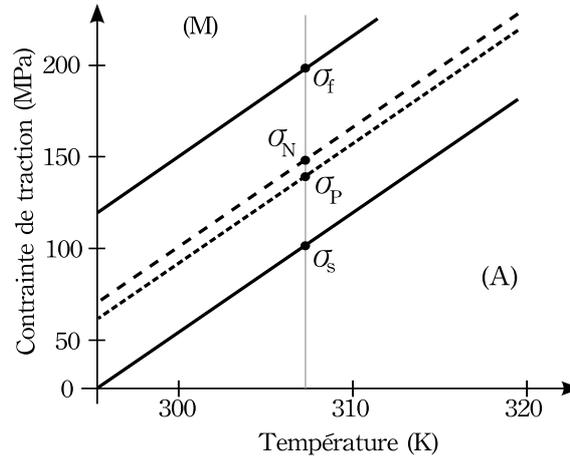
Ici,  $f_t(x,t)$  est la fraction volumique objectif, qui correspondrait une réaction infiniment rapide, elle joue le rôle de force motrice.  $V_t$  est la vitesse maximale de transformation. Ainsi, la transformation n'est pas instantanée, en accord avec les observations réalisées par mesure de champs au point précis où une bande de transformation apparaît (voir chapitre 2, partie 9 notamment l'équation (2.40)).

En introduisant ceci comme modèle de comportement local dans l'algorithme 4.4, on restitue bien la première partie du comportement d'une éprouvette d'AMF en traction, c'est-à-dire la partie où la transformation se fait de manière diffuse dans la matière. La fraction volumique de martensite en chaque point évolue indépendamment à cause notamment du champ de température qui n'est plus uniforme (à cause des pertes par conduction dans les mors). Cependant, en l'état nous ne sommes pas capables de décrire la localisation en bande. En effet, un incrément de transformation locale induit une hausse locale de la température et donc une hausse des limites  $\sigma_s^M(T)$  et  $\sigma_f^M(T)$ , ce qui aurait tendance à freiner la transformation à proximité.

## 2.2.2 Localisation : Nucléation et Propagation des bandes

On introduit les contraintes de nucléation  $\sigma_n^M(T)$  et de propagation  $\sigma_p^M(T)$ , précédemment proposées par Shaw et Kiriakides [1997]. La contrainte de nucléation est supérieure à la contrainte de transformation diffuse :  $\sigma_s^M(T) < \sigma_n^M(T)$ . Aussi, la nucléation ne se produit qu'après une étape de transformation diffuse, conformément aux observations (voir les observations partie 9 du chapitre

2, page 72). Lorsque la contrainte atteint la contrainte de nucléation, une bande de pure martensite apparaît en ce point. La contrainte de propagation est plus faible que celle de nucléation  $\sigma_p^M(T) < \sigma_n^M(T)$ , de sorte qu'il soit plus facile de propager une bande, que de nucléer à côté. On suppose que ces limites en contraintes évoluent également linéairement avec la température, selon une même pente  $K_T$  que  $\sigma_s^M(T)$  et  $\sigma_f^M(T)$ . La figure 4.6 représente ces limites en contraintes.



**FIGURE 4.6:** Contraintes de nucléation, propagation et de début et fin de transformation diffuse pour une transformation de phase de A vers M .

La nucléation et propagation d'une bande sont gérées par les règles suivantes :

- Tout point où la contrainte est supérieure à la contrainte de nucléation, est dit nucléé. C'est-à-dire :

$$\text{si } \sigma(x, t) > \sigma_n^M(T) \text{ alors } N(x, t) = 1 .$$

- Si un point est nucléé, ou que l'un de ses voisins est nucléé, et que la contrainte en ce point est supérieure à la contrainte de propagation, alors ce point est soumis à la propagation. C'est-à-dire

$$\text{si } (N(x, t) = 1 \text{ ou } N(x \pm dx, t) = 1) \text{ et } (\sigma(x, t) > \sigma_p^M(T)) \text{ alors } P(x, t) = 1 .$$

- Si à un pas de temps donné un point ou un de ses voisins est soumis à la propagation, alors ce point sera soumis à la propagation au pas de temps suivant. c'est-à-dire

$$\text{si } P(x, t - 1) = 1 \text{ ou } P(x \pm dx, t - 1) = 1 \text{ alors } P(x, t) = 1 .$$

où  $N(x, t)$  et  $P(x, t)$  sont des booléens qui signifient respectivement « nucléé » et « soumis à la propagation ».

La fraction volumique objectif est calculée de façon différente selon que le point est soumis à la propagation ou non :

$$\begin{cases} \text{Si } P(x, t) = 1 \text{ alors } & f_t = 1 \\ \text{Si } P(x, t) = 0 \text{ alors } & f_t \text{ est calculée par l'équation (4.16)} \end{cases} \quad (4.18)$$

Ainsi est déterminée la variable d'état pour le pas suivant  $f(x, t + dt)$  (équation (4.17)) :

$$f(x, t + dt) = f(x, t) + dt \cdot V_t (f_t(x, t) - f(x, t)) \quad (4.19)$$

Le modèle mécanique phénoménologique ayant déterminé la fraction volumique de martensite en chaque élément, le reste de l'algorithme peut être exécuté. On va ainsi actualiser les paramètres thermomécaniques, puis appliquer le modèle thermique qui délivre le profil de température de la structure induite par la transformation et les échanges thermiques.

Avant de passer au pas de temps suivant, et donc au pas de chargement suivant, il faut calculer la part élastique des déplacements. La déformation longitudinale de transformation dans chaque élément est

$$\varepsilon^{tr}(x, t) = f(x, t) \cdot \varepsilon_{sat} \quad (4.20)$$

Le déplacement inélastique qui en découle est l'intégrale des déformations le long de l'éprouvette, ce qui numériquement est calculé via une somme discrète sur tous les éléments. La part élastique du déplacement au pas de temps  $n$  est

$$u_{el}^n = u^n - \sum_{i=1}^{n_e} f_i^n \cdot \varepsilon_{sat} \cdot dx \quad (4.21)$$

Ceci conclut un pas de calcul.

**Remarque :** Physiquement la localisation trouve son origine dans la compétition de deux phénomènes. D'une part la chaleur émise lors du changement de phase a un effet stabilisateur, c'est à dire qu'elle va à l'encontre de la transformation, qu'elle a tendance à la freiner (décalage vers la gauche dans le diagramme de Clapeyron, jusqu'à sortir du domaine de transformation). D'autre part, la transformation génère des déformations anisotropes, qui localement ne sont pas toujours adaptées à leur voisinage. Il apparaît alors un champ local de contrainte d'incompatibilité qui, lui, tend à précipiter la réaction (décalage vers le haut dans le diagramme de Clapeyron). Mais ces phénomènes se produisent sur des distances caractéristiques différentes. La distance d'occultation par la chaleur générée d'une bande dépendant notamment des conditions de conduction et convection, ainsi que de la vitesse de chargement (liée à la vitesse de transformation). Ces notions de voisinage et de distance d'influence de la transformation sont ici remplacées par les règles qui gèrent la nucléation et la propagation. Le voisinage étant défini comme le plus proche élément. Le modèle n'est cependant pas dépendant de la discrétisation grâce à l'introduction du paramètre  $V_l$ , dans l'équation 4.19.

### 2.2.3 Transformation directe et inverse

Pour simuler un cycle complet de charge et décharge et notamment pour rendre compte de l'hystérésis, il faut traiter la transformation inverse  $M \rightarrow A$ . Pour ce faire, on utilise exactement le même raisonnement, introduisant autant de seuils supplémentaires. Il faut également déterminer dans quelle direction est la transformation en chaque point (même si le chargement est inversé, la température continue de diffuser et peut localement induire une transformation  $A \rightarrow M$ ). Enfin, les critères de nucléation et propagation doivent être adaptés pour permettre à chacune des deux phases d'apparaître à partir de l'autre.

#### Nouveaux seuils de comportements :

On définit donc de nouvelles frontières pour la formation d'austénite dans le diagramme de Clausius-Clapeyron. Toutes les limites en contrainte varient linéairement avec la température, présentant une même pente  $K_T$ . On a :

- $\sigma_s^M$  et  $\sigma_f^M$  : les contraintes de début et de fin de transformation  $A \rightarrow M$ .

- $\sigma_s^A$  et  $\sigma_f^A$  : les contraintes de début et de fin de transformation  $M \rightarrow A$ .
- $\sigma_n^M$  et  $\sigma_p^M$  : les contraintes de début et de nucléation et de propagation pour la transformation  $A \rightarrow M$ .
- $\sigma_n^A$  et  $\sigma_p^A$  : les contraintes de début et de nucléation et de propagation pour la transformation  $M \rightarrow A$ .

#### Critère de direction de transformation :

Il faut de plus se doter d'un critère afin de connaître la direction de transformation, c'est-à-dire savoir si l'on doit se placer dans la relation de comportement correspondant à la transformation directe  $A \rightarrow M$  ou inverse  $M \rightarrow A$ . La contrainte réduite  $\sigma_R$  est définie dans ce but :

$$\sigma_R(x, t) = \sigma(x, t) - K_T \cdot T(x, t) \quad (4.22)$$

Ainsi, lorsque  $\sigma_R$  croît, on forme de la martensite dans le cadre de la transformation directe  $A \rightarrow M$ . Si le point considéré est soumis à la propagation d'une bande de martensite alors  $f_t = 1$ , sinon on utilisera les frontières  $\sigma_s^M$  et  $\sigma_f^M$  pour calculer la fraction objectif  $f_t$ .

De même, lorsque  $\sigma_R$  décroît, on forme de l'austénite dans le cadre de la transformation inverse  $M \rightarrow A$ . Si le point considéré est soumis à la propagation d'une bande d'austénite alors  $f_t = 0$ , sinon on utilisera les frontières  $\sigma_s^A$  et  $\sigma_f^A$  pour calculer la fraction objectif  $f_t$ .

#### Conditions de nucléation et propagation

Les règles de nucléation et propagation qui s'appliquaient dans le cas d'une unique transformation directe (sous-partie 2.2.2) doivent être adaptées afin que des points dits nucléés cessent de l'être dès lors que la direction de transformation change. Les règles complètes qui régissent la nucléation et la propagation de bandes d'austénite et de bandes de martensite sont :

- Tout point en lequel la fraction volumique de martensite augmente et dont la contrainte est supérieure à la contrainte de nucléation martensitique est dit nucléé.

$$\text{Si } f(x, t - dt) > f(x, t - 2dt) \text{ et } \sigma(x, t) > \sigma_n^M(T) \text{ alors } N^M(x, t) = 1 .$$

- Tout point dont la fraction volumique de martensite baisse et dont la contrainte est inférieure à la contrainte de nucléation austénitique est dit nucléé.

$$\text{Si } f(x, t - dt) < f(x, t - 2dt) \text{ et } \sigma(x, t) < \sigma_n^A(T) \text{ alors } N^A(x, t) = 1 .$$

- Tout point dont la fraction volumique de martensite augmente, dont la contrainte est supérieure à la contrainte de propagation de martensite et dont un voisin est soit nucléé soit soumis à la propagation au pas de temps précédent, est lui même soumis à la propagation de martensite.

$$\begin{aligned} & \text{Si } [f(x, t - dt) > f(x, t - 2dt)] \text{ et } [\sigma(x, t) > \sigma_p^M(T)] \\ & \text{Et } [N^M(x \pm \Delta x, t) = 1 \text{ ou } P^M(x \pm \Delta x, t - dt) = 1] \text{ alors } P^M(x, t) = 1 . \end{aligned}$$

- Tout point dont la fraction volumique de martensite baisse, dont la contrainte est inférieure à la contrainte de propagation de l'austénite et dont un voisin est soit nucléé, soit soumis à la propagation au pas de temps précédent, est lui même soumis à la propagation d'austénite.

$$\begin{aligned} & \text{Si } [f(x, t - dt) < f(x, t - 2dt)] \text{ et } [\sigma(x, t) < \sigma_p^A(T)] \\ & \text{Et } [N^A(x \pm \Delta x, t) = 1 \text{ ou } P^A(x \pm \Delta x, t - dt) = 1] \text{ alors } P^A(x, t) = 1 . \end{aligned}$$

### 3 Mise en place numérique

L'algorithme présenté figure 4.4 a été implémenté sous Matlab. Les paramètres utilisés pour les simulations sont regroupés dans les tableaux 4.1 et 4.2. Les valeurs attribuées aux paramètres thermomécaniques ( $C_p$ ,  $\rho$ ,  $\lambda$ ,  $\Delta H$ ...) proviennent de divers fournisseurs de matériau. Elles sont raisonnablement en accord avec les valeurs de la littérature, qui varient cependant notablement d'un auteur, et donc d'un fournisseur, à l'autre.

Les paramètres géométriques correspondent à ceux des éprouvettes dont nous disposons pour les essais réels. Les paramètres d'échange thermique ( $h$  et  $h_c$ ) ont été choisis arbitrairement. Ils pourraient être identifiés à partir de l'analyse du refroidissement d'une éprouvette montée dans la machine de traction, libre de contrainte mais dans les exactes mêmes conditions que celles de l'essai.

**TABLE 4.1:** Géométrie de la structure et paramètres thermiques de l'environnement

Long. init.	Section	Périmètre	Coeff. conv	Coeff. cond
$L_0$	$S_0$	$\ell$	$h$	$h_c$
100	120	46	20	500
mm	mm <sup>2</sup>	mm	Wm <sup>-2</sup> K <sup>-1</sup>	Wm <sup>-2</sup> K <sup>-1</sup>

**TABLE 4.2:** Paramètres thermo-mécaniques du matériau modélisé

Capa. therm	Conductivités		Module d'Young		Chaleur latente	Densité
$C_p$	$\lambda_A$	$\lambda_M$	$E_A$	$E_M$	$\Delta H$	$\rho$
322	18	8.6	32.5	31.5	20000	6500
J kg <sup>-1</sup> K <sup>-1</sup>	Wm <sup>-1</sup> K <sup>-1</sup>	Wm <sup>-1</sup> K <sup>-1</sup>	GPa	GPa	J kg <sup>-1</sup>	kg m <sup>-3</sup>

Les sous-parties suivantes présentent tout d'abord l'algorithme qui permet de gérer la thermique de la structure. Puis les résultats de simulations obtenus avec les deux types de loi de comportements qui ont été implémentées sont présentés.

#### 3.1 Algorithme du modèle thermique

Le problème thermique est non-linéaire. Nous utiliserons donc des méthodes numériques et une décomposition Euler arrière en temps, centrée en espace, pour le résoudre. On désigne par  $j$  l'élément considéré ( $j \in [1, n_e]$ ;  $n_e$  étant le nombre d'éléments dans l'éprouvette) et par  $n$  le pas de temps. Ainsi  $T_j^n$  représente la température de l'élément  $j$  au pas de temps  $n$ . On retrouve aisément  $x = dx \cdot j$  et  $t = dt \cdot n$ . Le vecteur  $F^n$  correspond aux échauffements locaux. L'équation (4.5) peut se mettre sous la forme d'un système matriciel :

$$\{T\}^n + \{F\}^n = [C]^n \cdot \{T\}^{n+1} \quad (4.23)$$

On peut y insérer les conditions limites (4.6), ce qui donne ce système matriciel implicite :

$$\begin{bmatrix} \begin{pmatrix} C^n \\ BC^n \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} {}^tBC^n \\ 0 \ 0 \\ 0 \ 0 \end{pmatrix} \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} T_1^{n+1} \\ T_2^{n+1} \\ \vdots \\ T_{n_e}^{n+1} \\ \alpha^n \\ \beta^n \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} T_1^n \\ T_2^n \\ \vdots \\ T_{n_e}^n \\ T_{air} \\ T_{air} \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} F_1^n \\ F_2^n \\ \vdots \\ F_{n_e}^n \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (4.24)$$

Ici,  $[C]^n$  est la matrice d'inertie thermique de taille  $n_e \times n_e$ .  $[BC]^n$  est une matrice additionnelle, correspondant aux multiplicateurs de Lagrange nécessaires à la prise en compte des conditions limites (4.6) (taille  $2 \times n_e$ ).

$$[C]^n = \begin{bmatrix} A_1 & -B_1 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ -B_2 & A_2 & -B_2 & \ddots & & 0 \\ 0 & -B_3 & A_3 & \ddots & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & -B_{n_e-2} & 0 \\ 0 & & \ddots & -B_{n_e-1} & A_{n_e-1} & -B_{n_e-1} \\ 0 & 0 & \dots & 0 & -B_{n_e} & A_{n_e} \end{bmatrix}$$

Dont les termes  $A_j$  et  $B_j$  s'écrivent :

$$A_1^n = A_{n_e}^n = 1 + \frac{h \cdot \ell \cdot dt}{S_0 \cdot \rho \cdot C_p} \quad \text{et} \quad A_i^n = 1 + \frac{h \cdot \ell \cdot dt}{S_0 \cdot \rho \cdot C_p} + \frac{2 \cdot \lambda_i^n \cdot dt}{\rho \cdot C_p \cdot dx^2} \quad (4.25a)$$

$$B_1^n = B_{n_e}^n = 0 \quad \text{et} \quad B_i^n = \frac{\lambda_i^n \cdot dt}{\rho \cdot C_p \cdot dx^2} \quad (4.25b)$$

$$F_i^n = \Delta_r H \frac{f_i^n - f_i^{n-1}}{C_p} + \frac{h \cdot \ell \cdot dt \cdot T_{air}}{S_0 \cdot \rho \cdot C_p} \quad (4.25c)$$

$$[BC]^n = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & \frac{-\lambda_m^n}{dx \cdot h_c} & 1 + \frac{\lambda_m^n}{dx \cdot h_c} \\ 1 + \frac{\lambda_1^n}{dx \cdot h_c} & \frac{-\lambda_1^n}{dx \cdot h_c} & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (4.25d)$$

La résolution de ce système permet de déterminer la température de chacun des éléments  $\{T\}^{n+1}$  en fonction de la température au pas précédent  $\{T\}^n$ , des caractéristiques thermo-physiques du matériau ( $\lambda$ ,  $\rho$ ,  $C_p$ ,  $\Delta H$ ), des dimensions de la structure simulée ( $S_0$ ,  $\ell$ ,  $dx$ ), des coefficients d'échange ( $h_c$  et  $h$ ) et de l'évolution de la variable interne  $f_i^n$  (la transformation la fraction volumique de martensite).

Ainsi ce modèle permet de gérer la thermique de l'éprouvette à partir du moment où on connaît l'état thermique courant et l'évolution en tout point de la fraction volumique de martensite. Il est associé à l'un des modèles de comportement mécanique local qui en fonction d'une distribution de contrainte et de température détermine la fraction volumique.

## 3.2 Résultats de simulations multiéchelles

### 3.2.1 Mise en données

Les paramètres matériau utilisés sont ceux spécifiés au chapitre 3, partie 3.3.3. Les paramètres d'échange thermique et les paramètres géométriques sont donnés dans le tableau 4.1. Les

constantes thermomécaniques ( $\rho$ ,  $C_p$ ,  $\lambda$ ...) sont les mêmes que précédemment (voir tableau 4.2). Seule la chaleur latente a été modifiée pour être en accord avec les enthalpies introduites dans le modèle multiéchelle : ici  $\Delta H = 16.000 J.m^3$ . Les résultats présentés dans la suite sont issus de simulation d'essais mécaniques à température ambiante constante  $T_{air} = T_{mors} = T_{init} = 310^\circ K$ . Cette température est légèrement plus élevée que les valeurs habituelles de sorte que nous puissions simuler un cycle complet de charge décharge. Le chargement mécanique est une traction à  $1 mm.min^{-1}$  jusqu'à 10mm suivi d'une décharge à la même vitesse.

### 3.2.2 Simulations

Les cartes spatiotemporelles 4.7 présentent l'évolution de la fraction volumique au cours de l'essai le long de l'éprouvette, ainsi que l'évolution de la température et de la déformation longitudinale qui en découlent. On observe notamment qu'en fonction de leur orientation les grains ne se transforment pas tous en même temps. Certains demeurent austénitiques tout au long du chargement (carte 4.7 (a)). On remarque que les éléments se transformant à la traction sont distribués le long de l'éprouvette. Sans qu'aucune localisation n'apparaisse. La chaleur qui est générée par la transformation n'est pas concentrée en un point et le profil de température obtenu est raisonnablement régulier (carte 4.7 (b)).

D'un point de vue thermique on peut remarquer que bien que la traction cesse à 600s, la température ne baisse que très peu (échange par convection et conduction) avant que la transformation inverse n'ait lieu. C'est seulement à  $t \simeq 700$  s que la température chute. La température reste plus proche de l'ambiante près des extrémités, là où la chaleur est plus rapidement évacuée ou fournie à cause de la proximité des mors massifs. On voit l'importance du profil de température pour le comportement notamment à la décharge. Alors que la transformation inverse se produit, absorbant de la chaleur un peu partout, les extrémités restent plus chaudes, c'est donc là que l'Austénite reparait en premier.

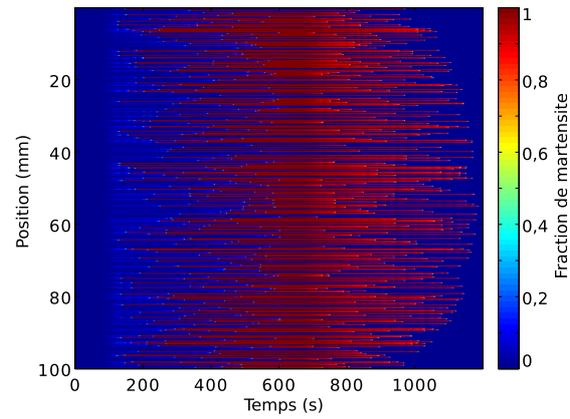
La carte spatiotemporelle des déformations longitudinales, figure 4.7 (c), montre que l'on a bien une hétérogénéité des déformations. Les déformations élastiques uniformes se superposent aux déformations de transformation.

La figure 4.8 (a) représente en rose la courbe de traction conventionnelle issue de la simulation. Grâce au choix d'une température ambiante élevée (310K), nous arrivons à simuler un cycle complet et à revenir à déplacement nul et contrainte nulle.

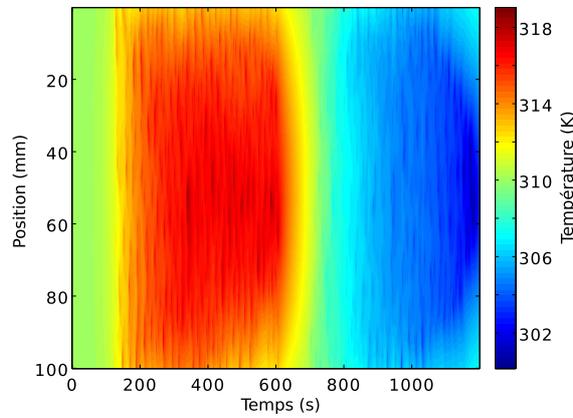
La courbe de traction conventionnelle est d'allure très semblable à celles obtenues expérimentalement. Les contraintes sont supérieures à celles obtenues expérimentalement du fait de la haute température ambiante. La contrainte de changement de pente en traction est près de 200MPa plus élevée par exemple. Les déformations aussi sont surestimées : la déformation de saturation est ici de  $\simeq 10\%$  au lieu de  $\simeq 8\%$  expérimentalement. Toutefois de manière générale, le comportement macroscopique est bien restitué. L'hystérésis est notamment rendue, sans avoir introduit de seuil particulier, ni d'énergie de germination. Elle est juste une conséquence des échanges thermiques de la structure avec son environnement.

On peut aussi remarquer, comme pour le modèle phénoménologique, que le changement de pente au début du plateau est plus brusque à la charge qu'à la décharge. En effet au début de la décharge, la profil de température est plus chahuté le long de l'éprouvette. La transformation se produit donc à différents instants en tous les points.

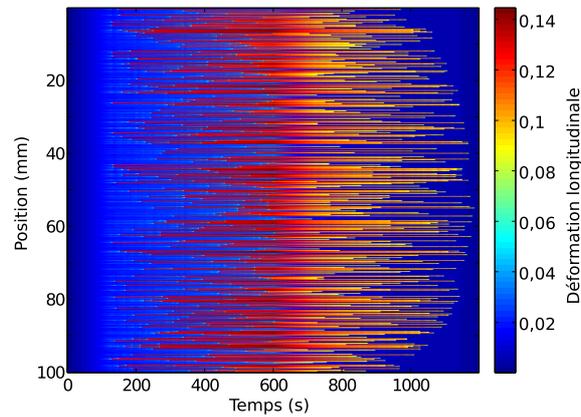
Sur le même graphe, sont tracées en noir et bleu la déformation élastique et la déformation de transformation en fonction de la contrainte conventionnelle. On remarquera que la courbe de la



(a)

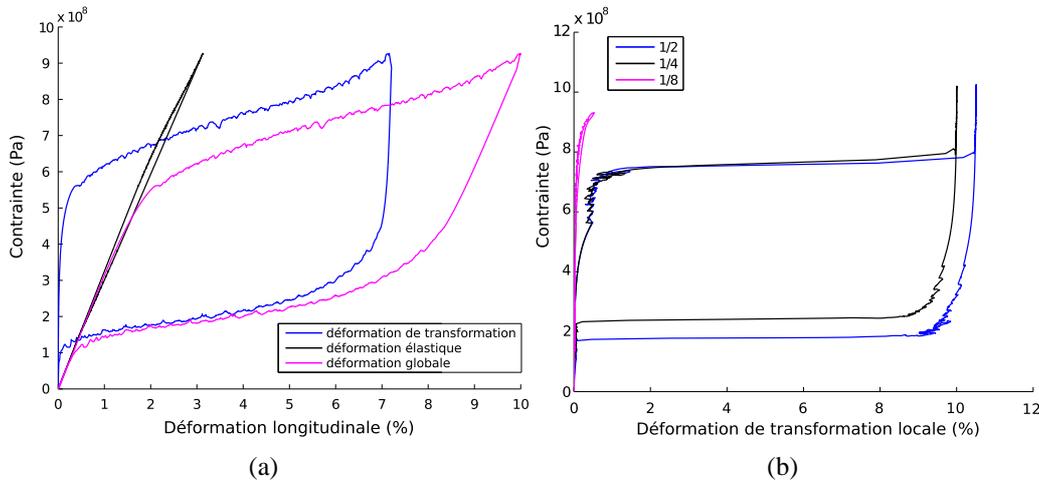


(b)



(c)

**FIGURE 4.7:** Simulation d'un essai de traction à  $1\text{mm}\cdot\text{min}^{-1}$  sur éprouvette polycristalline à gros grains : (a) évolution de la fraction volumique de martensite  $f(x,t)$  (b) Évolution de la température  $T(x,t)$ , (c) évolution de la déformation  $\epsilon(x,t)$



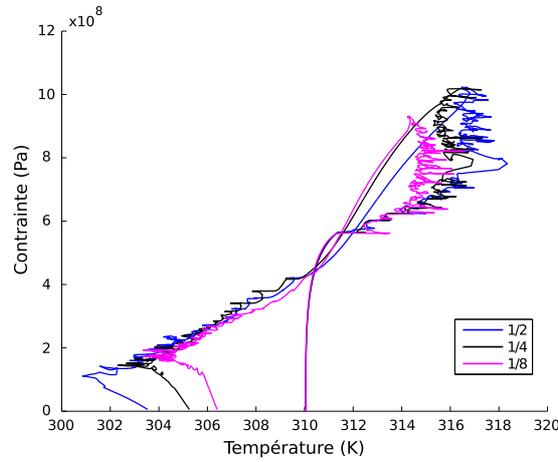
**FIGURE 4.8:** Simulation d'un essai de traction compression à  $1\text{mm}\cdot\text{min}^{-1}$  sur un éprouvette polycristalline à gros grains : (a) Courbes de traction globales (b) Courbe de traction locales en trois éléments (milieu, quart et huitième de l'éprouvette).

déformation longitudinale élastique crée elle aussi une boucle. Cela est simplement dû au fait que le module d'Young de l'éprouvette évolue avec la fraction volumique de phase transformée. La courbe bleue des déformations de transformation présente des irrégularités, qui se retrouvent sur la courbe conventionnelle. Elles sont la conséquence d'une transformation rapide d'un ou plusieurs éléments, qui s'accompagne d'une chute de la contrainte.

Sur le graphe 4.8 (b) sont tracées les déformations de transformation longitudinale en fonction de la contrainte en trois points de l'éprouvette : la courbe bleue correspond à un point situé à mi-hauteur, la noire à un point situé au quart de la longueur et la rose au huitième. On peut ainsi observer que chaque élément, en fonction du chargement thermomécanique auquel il est soumis délivre une réponse différente. L'élément situé au huitième de l'éprouvette par exemple, ne se transforme pas ici, il ne répond qu'élastiquement à la sollicitation jusqu'à  $800\text{MPa}$ , puis se transforme partiellement. On peut remarquer que, comme le veut le modèle multi-échelle mono-cristallin les plateaux sont quasiment plats pour chacun des monocristaux.

Connaissant la contrainte et la température en chaque élément, on peut suivre le chemin de chargement de certains points dans le diagramme de Clapeyron (figure 4.9). Les histoires de chargement des trois points situés à la moitié, au quart et au huitième de la hauteur de l'éprouvette sont tracées. On voit nettement sur cette représentation que chaque élément subit un chargement différent.

En utilisant le modèle multi-échelle, on n'impose pas de limite dans le diagramme de Clausius Clapeyron. On peut en revanche observer la réelle présence d'une limite  $\sigma_L(T)$  autour de laquelle le chargement oscille. On peut en identifier la pente :  $\partial\sigma_L/\partial T \simeq 0.5\text{MPa}\cdot\text{K}^{-1}$ . Cette valeur est différente de celle utilisée dans le modèle phénoménologique ou par Shaw et Kiriakides [1997]. Comme nous l'avons vu lors de la présentation du modèle multi-échelle (chapitre 3, partie 3.3.5) cette valeur dépend essentiellement des choix de l'entropie de chacune des phases que nous pourrions ainsi identifier.



**FIGURE 4.9:** Simulation d'un essai de traction à  $1\text{mm}\cdot\text{min}^{-1}$  sur une éprouvette polycristalline à gros grains : diagramme de Clapeyron

### 3.2.3 Vers la simulation de la localisation :

Les résultats de simulation montrés précédemment et notamment les cartes spatiotemporelles ne présentent pas de localisation. En effet la localisation en bande de transformation est avant tout un effet de structure. La chaleur produite localement freine la transformation à proximité d'un point transformé, mais l'incompatibilité de déformation engendrée localement crée simultanément un chargement local supplémentaire qui lui facilite la transformation.

Ici, nous ne prenons pas en compte les incompatibilités, ni dans le modèle élémentaire monocristallin, ni au niveau de la structure entre chaque élément. Il est donc logique que nous n'obtenions pas de bandes de transformation.

À court terme et pour rester dans l'esprit du modèle unidirectionnel, deux stratégies peuvent être envisagées pour prendre en compte ces chargements additionnels.

Une voie serait l'exploitation des gradients de déformation longitudinale. Cette grandeur est en effet calculée à chaque pas de l'algorithme et il est aisé, de calculer, élément à élément les hétérogénéités en déformation. Un saut de déformation génère sur les deux éléments mitoyens un chargement en contrainte additionnel :

$$\sigma_{incomp}(x,t) = C_C \cdot (|\varepsilon(x,t) - \varepsilon(x+1,t)| + |\varepsilon(x,t) - \varepsilon(x-1,t)|) \quad (4.26)$$

où  $C_C$  est un coefficient de concentration de contrainte à identifier. Ainsi la norme de la contrainte appliquée en un élément au pas de chargement  $t$  vaut :

$$\sigma(x,t) = s(t) \cdot (1 + \varepsilon(x,t)) + \sigma_{incomp}(x,t-1). \quad (4.27)$$

Cependant, cette méthode raisonne sur la déformation longitudinale uniquement alors que la déformation générée par la transformation en chaque élément est anisotrope. Ainsi les incompatibilités de déformation sont aussi présentes dans les deux directions perpendiculaires à la direction de traction.

Si l'on souhaite travailler sur les tenseurs complets, et conserver l'avantage d'un modèle multiaxial, représentant l'anisotropie, il faut définir et utiliser une déformation équivalente pertinente.

### 3.3 Résultats de simulations phénoménologiques

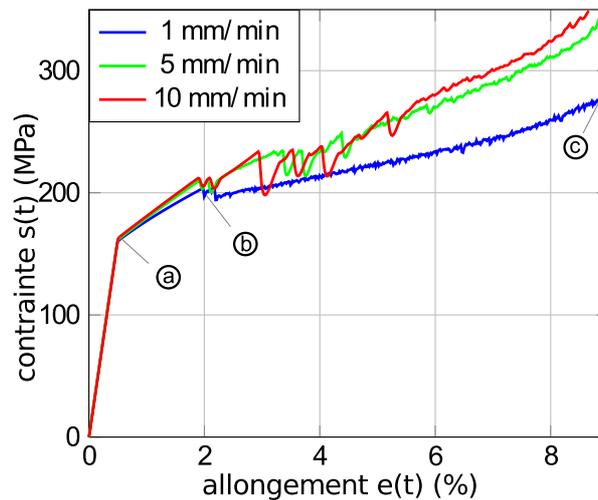
Les limites de domaines d'existence des phases, et de domaine de comportement ( $\sigma_s^M(T)$ ,  $\sigma_f^M(T)$ ,  $\sigma_n^M(T)$  et  $\sigma_p^M(T)$ ) dans le diagramme de Clausius-Clapeyron sont réglées par deux paramètres : les températures de changement de phase à contrainte nulle et leur sensibilité à la température. Nous avons utilisé les températures de changement de phase identifiées par DSC sur le  $Ni_{49,75\%at}Ti$  (voir partie 3.2 du chapitre 1, page 28) et nous supposons que les contraintes seuils varient linéairement avec la température, la pente vaut  $K_T = 8 \text{ MPa K}^{-1}$ , en accord avec les travaux de Shaw et Kiriakides [1997].

La première bande de transformation se forme au point qui satisfait en premier les conditions de nucléation. Lorsque la contrainte dans la structure est considérée comme uniforme, c'est le point de plus faible température, c'est-à-dire généralement les extrémités de l'éprouvettes (refroidies par les mors). Cependant la première bande se forme parfois autour d'un défaut géométrique occasionnant une concentration de contraintes.

Pour simuler numériquement la présence de tels défauts, une distribution aléatoire de concentration de contrainte a été introduite (similaire à une fluctuation aléatoire de section) le long de l'éprouvette. Si on note  $s(t)$  la contrainte globale appliquée théoriquement, selon la méthode décrite jusqu'alors, la contrainte locale  $\sigma(x,t)$  se calcule selon :

$$\sigma(x,t) = (1 + \delta\Omega(x)) \cdot s(t) \quad (4.28)$$

où  $\delta$  est l'intensité du défaut (ici  $\delta = 0,5\%$ ) et  $\Omega(x)$  est une valeur aléatoire de la distribution homogène centrée sur 0 :  $\Omega \in ]-1; 1[$ . Il faut bien noter que cette distribution aléatoire de défaut n'est pas absolument nécessaire à l'apparition de la localisation, les hétérogénéités en température seules suffisent.



**FIGURE 4.10:** Simulations de traction à différentes vitesses de chargement : allongement *versus* contrainte conventionnelle.

### 3.3.1 Simulation d'un essai de traction :

Le chargement simulé correspond à une traction commandée en déplacement. Différentes vitesses de chargement ont été simulées de  $0,1 \text{ mm min}^{-1}$  à  $10 \text{ mm min}^{-1}$ , tout le reste de la mise en données restant identique.

La température du milieu environnant est fixée à  $T_{\text{mit}} = 290^\circ \text{K}$ , de même que la température des mors. À l'état initial, le matériau est libre de contrainte et sa température est celle du milieu.

Les courbes de traction conventionnelles de trois de ces simulations sont données figure 4.10. Des cartes spatio-temporelles figure 4.11 montrent l'évolution de la fraction de martensite et de la température qui correspondent.

La première partie de la courbe (0- ①) est identique pour toutes les vitesses de chargement. Elle correspond au comportement élastique de l'austénite, avant qu'aucune des limites en contrainte ne soit atteinte.

En ①, la limite de début de transformation est atteinte :  $\sigma(x, t) \geq \sigma_s^M(T)$ . Elle est atteinte quasiment partout en même temps car la thermoélasticité est négligée. L'éprouvette se trouve donc encore uniformément à température ambiante en ①. Entre ① et ②, la transformation uniforme se produit. Comme le montrent les cartes spatiotemporelles de la figure 4.11-a, le profil de température commence à évoluer en ① ( $t = 34 \text{ s}$  à  $1 \text{ mm/min}$ ). On observe qu'à partir de ce point les courbes figure 4.10 se distinguent.

En ②, un point a atteint la contrainte de nucléation :  $\sigma(x, t) \geq \sigma_n^M(T)$ . Alors une bande apparaît, dans laquelle la déformation est à saturation car  $f(x, t) = 1$ . Il se produit donc une chute de contrainte. Sur la courbe 4.10, selon la vitesse de chargement, la première bande apparaît à des niveaux de déformation et de contrainte différents. En effet, plus l'essai est rapide, plus l'éprouvette chauffe, et plus la contrainte de nucléation  $\sigma_n^M(T)$  est élevée, il est plus facile de transformer en un point froid : la contrainte de nucléation y sera moins élevée. C'est pourquoi la transformation localise d'abord dans les mors comme l'indiquent les cartes spatiotemporelles 4.11.

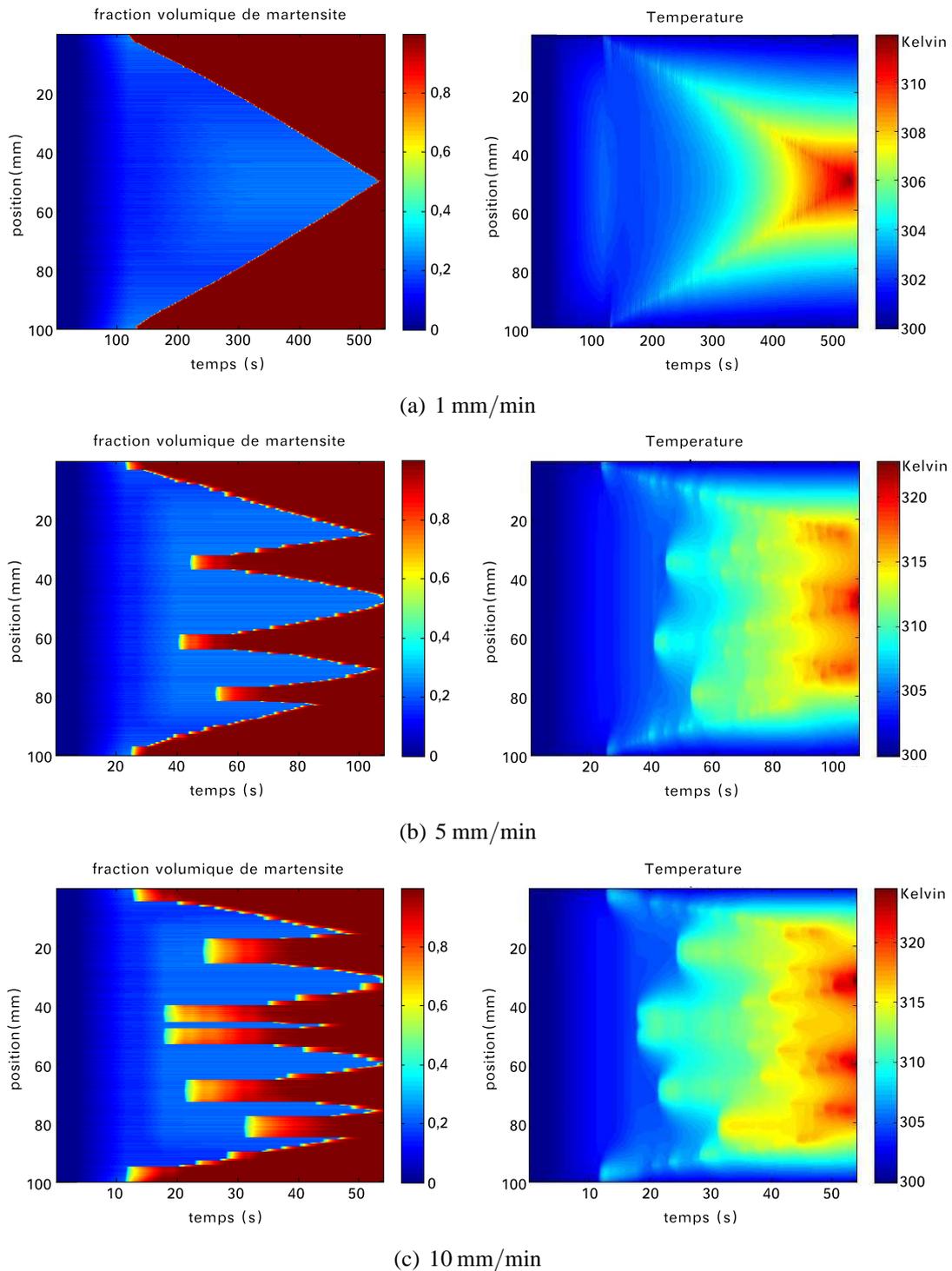
Au-delà de ②, et jusqu'à transformation de la totalité de l'éprouvette, on est alors dans le régime de la localisation, délimitable sur les courbes de traction parce qu'elle engendre un plateau, résultant de chutes de contrainte successives à chaque nucléation de bande.

Ces simulations peuvent être directement comparées aux essais réels de traction réalisés sur éprouvettes plates. La figure 4.12 représente une traction à  $0,01 \text{ mm/s}$ . On retrouve bien la première partie linéaire. Cependant il est malaisé d'identifier le point ① car, comme nous l'avons montré les mesures de champs, sollicitation élastique et transformation diffuse ont lieu simultanément (voir la partie 9 du chapitre 2). On observe cependant un changement de pente progressif puis un plateau sur lequel se trouvent deux sauts en contrainte, signalant la naissance de deux bandes aux extrémités de l'éprouvette. Puis, comme pour les simulations à faible vitesse de chargement (figure 4.10-courbe bleu), le plateau devient monotone, les bandes s'élargissant.

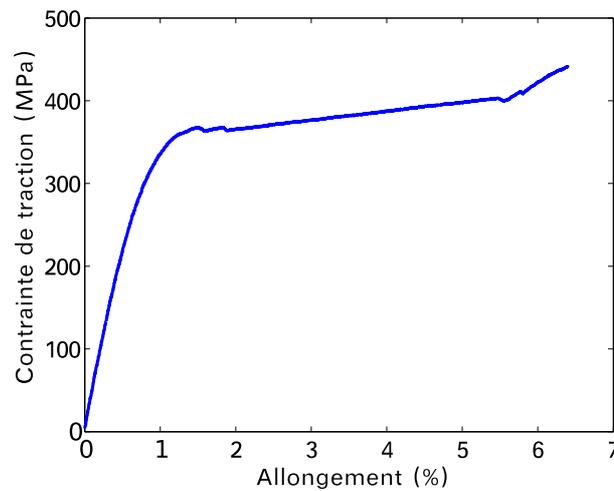
### 3.3.2 Simulation d'un cycle de charge et décharge : hystérésis

La figure 4.13, représente la simulation d'un cycle de chargement-déchargement, commandé en déplacement à  $1 \text{ mm/min}$ . La position initiale du mors correspond ainsi à sa position finale. Sur cette courbe, on peut repérer les mêmes points clés que sur la courbe de traction 4.10 (① – ③), ainsi que les points clés correspondant à la décharge (④ – fin) :

- De 0 à ①, on observe l'élasticité pure de l'austénite.
- En ①, le critère de transformation  $A \rightarrow M$  est atteint et la transformation diffuse commence.



**FIGURE 4.11:** Évolution spatiotemporelle de la fraction volumique de martensite  $f(x,t)$  et de la température  $T(x,t)$  pour différentes vitesses de traction



**FIGURE 4.12:** Essai de traction sur éprouvette plate réalisé à 0,01mm/s.

- La première localisation apparaît en ⑥, dans l'un des mors de l'éprouvette
- ⑥ correspond à l'apparition d'une nouvelle localisation,
- Un peu avant ③, la pente augmente car la transformation est quasi complète dans la totalité de l'éprouvette dont le comportement général se rapproche maintenant de l'élasticité de la martensite.
- En ③, la décharge débute sur l'état courant de l'éprouvette (température et fraction volumique hétérogène).
- De ③ à ④ l'éprouvette quasi totalement martensitique est sollicitée élastiquement.
- À partir de ④ se produit la transformation inverse  $M \rightarrow A$ .
- ⑤ et ⑥ signalent l'apparition de deux localisations.
- La simulation s'arrête après décharge complète ( $u = 0$ ).

La courbe n'est pas exactement symétrique, notamment la transition entre le comportement élastique pur et la transformation diffuse, est beaucoup moins abrupte à la décharge. Ceci est dû au fait que tous les points ne sont pas à la même température au moment où commence la décharge. Ainsi la contrainte de début de transformation  $\sigma_s^A(T)$  est différente en chaque point. Ce critère de début de transformation n'est pas atteint en même temps, ce qui donne une courbure plus régulière sur la courbe de traction macroscopique. Cette caractéristique se retrouve également sur les courbes expérimentales (fig. 4.14) où le changement de pente est beaucoup moins franc à la décharge que lors de la traction.

On peut remarquer que la déformation ne revient pas à zéro à contrainte nulle, il faut explorer des contraintes négatives pour revenir à déplacement nul. Expérimentalement cela n'est pas possible sur notre géométrie, on rentrerait en compression en faisant flamber l'éprouvette élançée. Cependant lorsque la température ambiante est faible (autour de 20° C), nous observons aussi ce phénomène et l'essai est interrompu à contrainte nulle. On observe alors des bandes résiduelles sur l'éprouvette, même après démontage. La courbe de traction figure 4.14 a été réalisée à une température ambiante proche de 30°C.

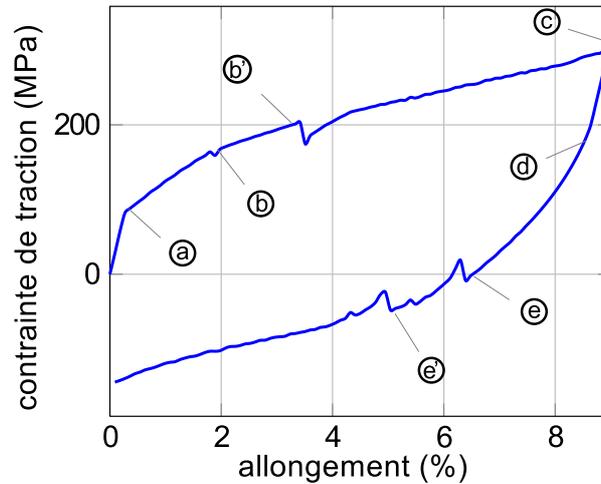


FIGURE 4.13: Simulation d'un cycle de traction réalisé à 1mm/min.

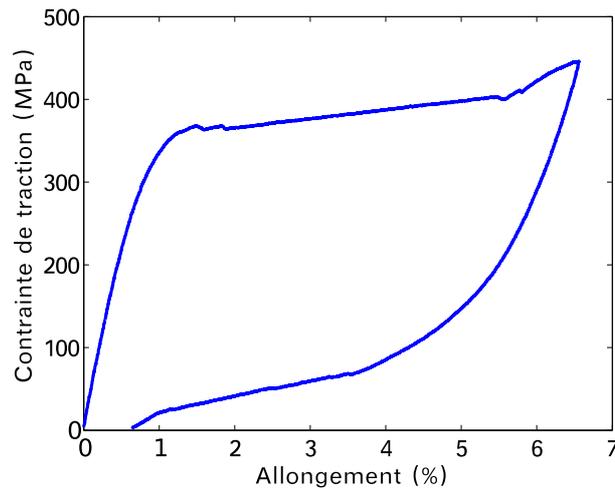


FIGURE 4.14: Essai de traction sur éprouvette plate réalisé à 0,6mm/min dont la charge et la décharge se sont suivies sans stabilisation thermique de l'éprouvette.

### 3.3.3 Dépendance du nombre de bandes au chargement

#### Constats expérimentaux :

Expérimentalement on voit que la transformation de phase est associée à une forte émission ou absorption de chaleur. Or le début de transformation, ainsi que la localisation dépendent eux-mêmes de la température (la transformation peut être induite indifféremment par la température ou la contrainte). Ainsi, les fluctuations thermiques ont une forte influence sur l'apparition, le nombre et la propagation des bandes.

He et Sun [2010] ou Shaw et Kyriakides [1995], parmi d'autres, ont étudié ce point et notamment la dépendance du phénomène de localisation à la vitesse de chargement. Le phénomène est en effet hautement dépendant de la compétition entre les deux phénomènes thermiques transitoires : l'émission de chaleur de transformation (liée à la vitesse de chargement) et l'évacuation de cette chaleur par échanges thermiques (liée à la convection et conduction). En effet si les échanges thermiques ne compensent pas les émissions de chaleur aux fronts de bandes, la transformation est freinée, voire empêchée. Une nouvelle bande nucléée alors là où les conditions sont plus favorables (au point le plus froid si la contrainte est homogène [Shaw et Kyriakides, 1997]). Une loi a pu être établie par Shaw et Kyriakides [1995], et récemment confirmée par Zhang *et al.* [2010], liant le taux de déformation macroscopique  $\dot{\epsilon}$  au nombre maximal de bande de localisation  $n_{max}$

$$n_{max} = C \cdot \dot{\epsilon}^m \quad (4.29)$$

où  $C$  et  $m$  sont des constantes liées au dispositif expérimental et en particulier aux conditions thermiques. Deux cas peuvent être établis. Dans le cas d'essais sans convection donc quasi-adiabatique, on trouve une relation en  $m = 0,5$ . Dans le cas d'essais à très forte convection donc quasi-isothermes, le nombre de bandes est directement proportionnel à  $\dot{\epsilon}$  et  $m = 1$ . Notons que  $C$  dépend également des conditions d'échanges thermiques.  $m$  a été identifié expérimentalement autour de 0,5 pour des essais non ventilés [Zhang *et al.*, 2010]. La relation peut être retrouvée analytiquement, on trouve alors, pour un coefficient d'échange  $h = 0,6 \text{ W m}^{-2} \text{ K}^{-1}$  (air stagnant), un exposant  $m = 0,58$  [He et Sun, 2010].

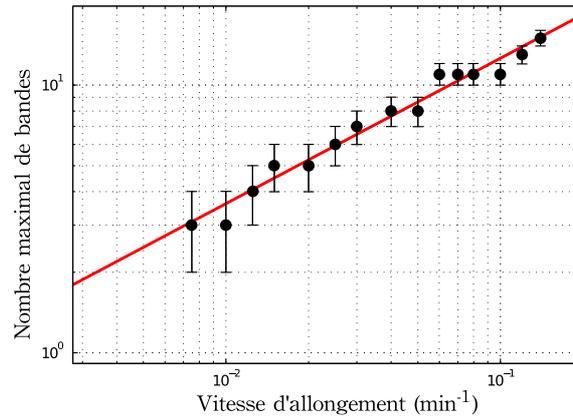
#### Validation du modèle de localisation :

De nombreuses simulations à différentes vitesses de chargement ont été exécutées, utilisant un coefficient d'échange par convection  $h = 20 \text{ W m}^{-2} \text{ K}^{-1}$ . Ce coefficient nous assure des conditions proches de celles d'essais en laboratoire (peu ventilé). La figure 4.11 présente trois simulations sous forme de cartes spatiotemporelles de la fraction volumique de martensite et de la température au cours du temps. Sur ces trois exemples, on peut observer que le nombre de bandes augmente significativement avec la vitesse de traction. Le graphe 4.15 (tracé en échelle logarithmique) donne l'évolution du nombre de bandes en fonction de la vitesse de chargement sur une échelle logarithmique. Une régression logarithmique, avec un coefficient de corrélation de 0,975 nous permet d'identifier  $m = 0,54$ . Cette valeur est proche de celle identifiée expérimentalement dans les travaux de Shaw et Kyriakides [1995] et Zhang *et al.* [2010].

Notons que différents coefficients d'échange thermique  $h$  ont été utilisés dans les simulations. Faible ( $h = 0 \text{ W m}^{-2} \text{ K}^{-1}$ ) et forte ( $h = 1000 \text{ W m}^{-2} \text{ K}^{-1}$ ) convections permettent de retrouver les bornes du coefficient  $m$  déterminés analytiquement par He et Sun [2010].  $C$  représente le nombre de bandes maximum à  $\dot{\epsilon} = 1 \text{ s}^{-1}$ . La régression logarithmique nous donne  $C = 44$  bandes. Ce grand nombre de bandes doit être comparé au nombre d'éléments, ici 500. Il faut toujours s'assurer que le nombre d'éléments est supérieur au nombre potentiel de bandes générées. Ainsi l'identification de  $C$  nous donne une exigence sur le nombre d'éléments minimal pour que notre modèle reste représentatif.

## 4 Bilan : Modélisation d'un essai de traction uniaxiale

Dans ce chapitre nous avons proposé une modélisation d'un essai de traction sur éprouvette d'AMF, et notamment de la propagation de bandes de localisation. Ce modèle nécessite



**FIGURE 4.15:** Influence de la vitesse de traction sur le nombre de localisations maximal. Les points noirs représentent le nombre de bandes apparu à la simulation. La barre d'erreur contient l'entier directement supérieur et inférieur. En rouge est tracée la régression logarithmique :  $n_{max} = 43,9 \cdot \dot{\epsilon}^{0,54}$ .

outre l'implémentation de l'équation de la chaleur et l'identification des différents coefficients d'échange, l'introduction d'une loi de comportement définissant la fraction de phase de martensite. Deux solutions ont été explorées : l'utilisation du modèle multiéchelle présenté au chapitre précédent puis un modèle phénoménologique. En effet, c'est seulement à cette échelle que l'on peut appréhender les effets de structure, jouant sur les échanges thermiques et donc sur le comportement général. C'est aussi seulement à cette échelle que peut être étudiée la localisation de la transformation en bandes.

**Modèle thermique :** Le modèle thermique mis en place ici est des plus classiques. En supposant l'uniformité de la température en chaque section du fait des faibles épaisseurs et largeurs des éprouvettes, on se place dans le cadre unidirectionnel. Les échanges thermiques sont alors vus comme des pertes ou des gains volumiques. On prend en compte la conduction dans le matériau bien sûr, mais aussi les pertes de chaleur par conduction dans les mors et par convection dans l'air ambiant. Ces termes sont ajustés à l'aide de deux coefficients ( $h$  : convection dans l'air ambiant et  $h_C$  : échanges thermiques par conduction dans les mors). Il est envisageable de les identifier en exploitant le film IR d'un refroidissement naturel d'une éprouvette montée dans les mors de la machine de traction, en situation d'essai, mais libre de contrainte.

Un seul terme source est mis en place. Il s'agit des sources dues au changement de phase, qui peut être positif ou négatif, selon que l'on crée ou consomme de la martensite. Les paramètres thermomécaniques du matériau ( $E$ ,  $\lambda$ ,  $\rho$ ...) sont calculés en chaque point et à chaque instant en fonction de la part de matériau transformé.

**Modèle thermomécanique multiéchelle :** Nous avons proposé un début de réflexion pour l'utilisation du modèle multiéchelle comme loi de comportement mécanique dans l'algorithme. Pour l'instant seul le modèle monocristallin a été utilisé et une FDO de polycristal isotrope a permis de conférer à chaque élément une orientation différente. Les résultats de simulation obtenus

sont proches l'expérience. En changeant de FDO, on pourrait regarder l'effet d'une texture sur la réponse macroscopique.

Nous avons montré qu'il n'est pas nécessaire d'introduire artificiellement l'hystérésis dans le modèle de comportement multiéchelle car elle apparaît d'elle-même lors du couplage avec le modèle thermique. Ce sont les pertes de chaleur puis l'absorption de chaleur lors de la charge et de la décharge qui induisent d'elles mêmes l'hystérésis visible sur les courbes de traction conventionnelles.

Dans son état actuel, le modèle ne permet pas encore de décrire la localisation. Ceci semble dû au fait qu'aucune notion de voisinage, de concentration de contrainte n'ait été mise en place (tout du moins les différences d'orientation ne sont pas suffisantes pour créer la concentration de contrainte nécessaire). C'est sur ce point qu'il faut porter l'effort si l'on souhaite décrire le comportement de la structure avec un modèle élémentaire basé sur une description physique du matériau.

D'autre part, l'emploi du modèle multiéchelle polycristallin semble plus vraisemblable pour simuler un élément du modèle de structure. Le problème de la localisation demeurera. La question de la description des interfaces et possibles incompatibilités reste posée. Les temps de calculs du modèle polycristallin sont cependant trop longs actuellement pour envisager une telle utilisation. Une étape d'optimisation des codes pour gagner en efficacité est nécessaire.

**Modèle thermomécanique phénoménologique :** Le modèle phénoménologique 1D demande peu de temps de calcul (une simulation  $\simeq 3$  min). Il est fondé sur le diagramme de Clausius-Clapeyron dans lequel une série de seuils délimitent des comportements différents et permettent de calculer la fraction volumique de martensite formée. Il permet de décrire les étapes de transformation diffuse puis localisée que se soit dans le sens direct ( $A \rightarrow M$ ), ou inverse ( $M \rightarrow A$ ). Les résultats de simulations (courbes de traction conventionnelles et cartes spatiotemporelles de température et de déformation) ont été validés qualitativement par rapport à nos essais.

De nombreuses simulations, à différentes vitesses de traction ou en simulant différentes conditions de convection ont été réalisées. Elle ont permis de valider l'association des modèles thermique et mécanique vis à vis de la relation liant le nombre de bandes à la vitesse de sollicitation.

Si les paramètres géométriques décrivant le montage sont ceux de nos expériences, les paramètres matériau et coefficients d'échange thermique sont issus de la littérature. Les simulations pourraient donc encore gagner en fidélité par l'identification de certains d'entre eux. La position des seuils  $\sigma_s^M$ ,  $\sigma_f^M$ ,  $\sigma_s^A$  et  $\sigma_f^A$  est par exemple identifiable. En supposant que ces seuils évoluent bien linéairement avec la température, deux essais de traction très lents (donc quasi-isothermes) à température ambiante différente (dans une enceinte thermique) suffiraient. Il faut néanmoins vérifier que la position des seuils dans le diagramme de Clapeyron est stable quelles que soient les vitesses de chargement, les conditions d'échange thermique ou la géométrie de l'éprouvette. Des procédures devront être proposées pour identifier de manière fiable les constantes thermomécaniques de chacune des phases pures.

**Vers des structures plus complexes :** L'intérêt du modèle unidirectionnel est qu'il permet de développer ou de valider des modèles de comportement et de les confronter aux effets des structures tels que les échanges thermiques. Bien sûr, le but à moyen terme est de pouvoir utiliser ces modèles de comportement pour la simulation de structures de géométries beaucoup plus complexes 2D voire 3D.

Le modèle phénoménologique requiert de faibles temps de calcul, il sera donc possible de l'interfacer avec un code de calcul éléments finis. Il est pour l'instant écrit en unidirectionnel. Pour prendre en compte un chargement 2D par exemple, il faudrait introduire et identifier des surfaces seuils de transformation, dans un pseudo-espace de clapeyron en  $(\sigma_1, \sigma_2, T)$ . Ces surfaces seuils peuvent être identifiées expérimentalement à travers une campagne d'essais mutiaxiaux lents donc quasi-isothermes, ou générées via le modèle multiéchelle, en l'utilisant comme une machine virtuelle, en simulant une série de directions de chargements, on resterait ainsi dans le cadre réversible isotherme pour la loi de comportement locale.

Le modèle multiéchelle, mono- ou poly-cristallin, est multiaxial, puisque dès le départ nous avons tenu compte des anisotropies dues aux structures cristallines des phases mères et filles. Avec une bonne description des incompatibilités, elles aussi anisotropes, il pourrait à terme être utilisé en association avec un code éléments finis 3D pour simuler le comportement de structures réelles.

# Conclusion générale et perspectives

Les Alliages à Mémoire de Forme sont de plus en plus utilisés pour des applications industrielles à forte valeur ajoutée. On les retrouve surtout dans les domaines médicaux, notamment les alliages de Nickel et de Titane qui sont bio-compatibles, sous forme d'outils ou d'implants utilisant le plus souvent la super-élasticité. Pour que ces applications se développent, il est nécessaire d'améliorer notre compréhension des phénomènes physiques qui régissent le comportement des AMF sous chargement thermomécanique multiaxial. C'est pourquoi le travail de thèse présenté dans ce manuscrit porte sur l'étude du couplage thermomécanique, associé à la transformation de phase martensitique qui a lieu dans les AMF et qui leur confère leurs comportements si spécifiques (mémoire de forme et pseudo-élasticité). À cette fin, trois axes de travail ont été suivis.

Dans un premier temps, un nouveau **moyen de mesure couplée de champs cinématiques et thermique (l'IRIC)** a été développé. Il détermine conjointement le déplacement et la température en tout point d'un maillage éléments finis, à partir d'un unique jeu d'images infra-rouges. Cela résout les problèmes de mise en œuvre simultanée de mesure de champs cinématiques (par DIC par exemple) et de mesure de champs thermiques (par IRT), notamment la synchronisation des appareils et appariement des images. De plus les quantités sont mesurées exactement aux mêmes points, aux mêmes instants et exprimées relativement à la configuration initiale. Cela facilite beaucoup le post traitement des champs en vue par exemple de la résolution de l'équation de la chaleur et l'identification de sources. La résolution spatiale et l'incertitude des mesures de champ obtenus dépendent de la taille du maillage choisi. Pour des maillages similaires les performances de l'IRIC sont comparables à celles de la DIC (Correli\_Q4). Par ailleurs on détermine en plus l'information sur le champ de température. Ce moyen de mesure développé dans le cadre de l'étude de la localisation dans les AMF est bien sûr adapté à toutes sortes d'applications où a lieu un couplage thermo-mécanique (endommagement et auto-échauffement, bandes de Lüders, étude des procédés de mise en forme, d'assemblage par soudage....).

Dans cette direction, plusieurs suites peuvent être données à ce travail. Tout d'abord, on citera des perspectives liées à l'utilisation du moyen de mesure tel qu'il existe pour le moment. L'analyse par IRIC d'essais de traction-compression, ou d'essais de cyclage thermique, ou encore d'essais interrompus devrait être réalisée pour caractériser notre matériau au mieux et identifier les paramètres thermo-physiques de chaque phase (tels que la chaleur spécifique ou la conductivité). L'identification des sources de chaleur liées à la transformation devrait aussi être explorée.

L'IRIC peut encore être améliorée. En effet, une limitation provient de la résolution spatiale médiocre des caméras IR (320x240 pixels). La résolution des champs mesurés s'en ressent et leur différenciation en vue de l'écriture des gradients et laplaciens nécessaire à la résolution de l'équation de la chaleur en devient mal-aisée. Cependant, les caméras IR compensent en proposant des fréquences d'acquisition allant jusqu'à 400Hz. Une piste est donc d'explorer la corrélation d'images spatio-temporelle pour compenser la pauvreté spatiale par une plus grande richesse d'in-

formations temporelles.

Enfin, certains phénomènes thermo-mécaniques sont très locaux, et nécessiteraient une observation au plus près, comme par exemple l'observation de propagation de fissure lors d'un essai de fatigue. À ces échelles de travail, il faudrait utiliser un objectif spécifique dit "G1" qui impose que la caméra IR doit être disposée exactement perpendiculairement à la surface observée. Cela est contradictoire avec le dispositif IRIC actuel qui nécessite une légère inclinaison afin d'obtenir un reflet froid, constant et uniforme. Une piste serait l'amélioration de l'algorithme, afin de pouvoir étalonner et utiliser un reflet froid non uniforme (mais régulier). En effet les composants électroniques constituant la matrice de capteurs IR de la caméra sont régulés thermiquement à  $-40^{\circ}\text{C}$ . Lorsque l'on est parfaitement perpendiculaire, cela génère un reflet en forme de halo, appelé effet Narcisse. On pourrait exploiter ce reflet dans l'éprouvette lors d'une prise de vue normale à la surface observée.

Dans un deuxième temps, nous avons travaillé à l'élaboration d'un **modèle de comportement de VER capable de restituer la réponse anisotrope du matériau sous sollicitation multiaxiale thermo-mécanique**. Nous avons choisi de fonder notre modèle sur l'origine de la pseudo-élasticité : la transformation martensitique. En partant de l'échelle la plus fine, celle du réseau cristallin, nous avons tout d'abord établi un modèle de comportement de monocristal, puis de polycristal en tant qu'agrégat de monocristaux désorientés. Le modèle repose sur la détermination des fractions volumiques de chaque variante par la comparaison probabiliste (formule de Boltzmann) de l'énergie libre de chaque variante en fonction du chargement. Ainsi les variantes ayant les énergies les plus basses sont les plus probables. Le deuxième point clé du modèle est le choix de stratégie de changement d'échelle afin de passer de l'échelle de la variante à celle du grain monocristallin, puis de celle du grain à celle du VER polycristallin. Le recours à une Fonction Distribution d'Orientations est nécessaire pour le deuxième changement d'échelle. Par ces descriptions en champs moyens, on s'affranchit d'une description topologique du grain ou de l'agrégat polycristallin. Les interfaces ne sont donc pas considérées. Des simulations du comportement du monocristal et du polycristal ont été menées sur des cas de chargement thermique ou de chargement mécanique uniaxial, afin de pouvoir être comparées à nos essais bien que tout le modèle soit écrit de manière multiaxiale. L'anisotropie, la dissymétrie traction-compression, les allures des courbes macroscopiques sont bien restituées. L'hystérésis principalement due aux dissipations d'énergie par échange thermique de la structure n'est pas restituée puisque nous nous plaçons dans le cadre réversible. Cependant, une partie de l'hystérésis de transformation peut être représentée par l'ajout d'une énergie de germination d'une phase dans une autre. Se pose alors la question de la nature de cette énergie et de sa valeur en fonction de l'apparition de (A) dans (M) ou l'inverse, ou de la réorientation de variantes.

Le principal point faible de cette modélisation multiéchelle est le temps de calcul nécessaire au traitement d'un essai complet sur VER (de l'ordre de 8h pour sur un processeur 2,53 GHz). Il faudra donc se pencher sur l'optimisation de l'algorithme et notamment sur les procédures de changement d'échelles afin de rendre le calcul plus efficace.

Les variables internes de ce modèle sont les fractions volumiques de martensite et d'austénite, qui pourraient être déterminées expérimentalement par DRX d'autant plus facilement que nous disposons d'un matériau à grains très fins ( $< 30 \mu\text{m}$ ). Le Laboratoire (LMT) s'est récemment doté d'un dispositif de mesure aux Rayons X *in-situ* qui peut être utilisé dans la machine d'essai multiaxiale Astrée, tout en réalisant des essais bi-dimensionnels. Un essai multiaxial instrumenté en DRX pour mesurer les fractions volumiques et en IRIC pour mesurer les déformations

et la température permettrait une validation complète du modèle. Cependant, la mise en œuvre expérimentale n'est pas directe, la machine de mesure DRX est en phase de qualification en ce qui concerne la mesure de phase. De plus si l'utilisation de l'IRIC dans Astrée ne pose théoriquement pas de problème, la chaleur dégagée par les vérins hydrauliques pourrait en pratique poser quelques difficultés.

Dans un troisième temps, nous avons travaillé sur **la modélisation de la réponse thermo-mécanique d'une éprouvette sous sollicitation uniaxiale**, et notamment sur la possibilité de simuler la localisation. Un modèle unidimensionnel d'un essai de traction commandé en déplacement sur une éprouvette discrétisée a été réalisé. Il est constitué de deux grandes parties : l'une gère la thermique et les échanges de la structure avec son environnement, l'autre est la loi de comportement qui permet, en chaque élément, selon le chargement en température et contrainte, de déterminer les fractions volumiques des phases en présence.

Le modèle multiéchelle a été utilisé à cet effet. Pour simuler fidèlement une de nos éprouvettes, le modèle de VER aurait pu être utilisé mais les temps de calculs mis en jeu nous en ont dissuadé. Seul le modèle mono-cristallin a été employé, permettant une simulation grossière (contraintes homogènes) d'une éprouvette à gros grains. Les courbes de comportement macroscopique issues des simulations montrent une bonne adéquation avec les essais. L'hystérésis est directement induite par les échanges thermiques avec l'environnement. Cependant, il n'est pas encore possible de simuler la localisation. Pour cela il faudrait traiter les interfaces et les incompatibilités de déformation induisant des concentrations de contraintes. Une réflexion devra être entamée pour savoir à quelle échelle il est judicieux de les prendre en compte et de quelle manière.

Un autre modèle de comportement local a été développé afin d'étudier la localisation. Il s'agit d'un modèle phénoménologique unidimensionnel qui demande peu de temps de calcul (une simulation  $\simeq 3$  min). Il est fondé sur le diagramme de Clausius Clapeyron dans lequel une série de seuils détermine non seulement le début et la fin de la transformation mais aussi délimite les plages de comportement uniforme et localisé (seuils d'initiation et de propagation de bandes). Il permet de simuler des transformations directes ( $A \rightarrow M$ ) et inverses ( $M \rightarrow A$ ). Les courbes macroscopiques obtenues ont été validées relativement à nos essais et les profils de déformation et de température rendent bien compte de la localisation en bandes. En simulant différentes vitesses de traction et différentes conditions d'échanges thermiques nous avons retrouvé la relation liant le nombre maximal de bandes apparaissant dans un essai, les conditions thermiques et la vitesse de chargement.

Les principales perspectives de ces travaux sont d'aller vers la simulation de structures plus complexes, en 3D. Pour cela, nous envisageons l'utilisation d'un code de calcul Éléments Finis de type ABAQUS, couplé à l'un de nos modèles de comportement locaux. Pour ces applications l'utilisation du modèle de VER anisotrope écrit pour les chargements multiaxiaux est évidemment le plus pertinent. Cependant il faudra améliorer l'efficacité numérique de ces calculs. Dans un souci d'efficacité, on pourra également travailler à l'écriture d'un modèle phénoménologique tridimensionnel plus rapide. Cela est possible à travers une campagne d'essais multiaxiaux permettant de déterminer les surfaces seuil nécessaires. Il existe de telles bases d'essais [Bouvet *et al.*, 2002; Taillard, 2006] cependant seul le seuil de perte de linéarité (ou de début de transformation diffuse) a été détecté. Il faudrait réaliser des campagnes d'essais sur les structures que l'on veut simuler en détectant également les seuils de localisation (initiation et propagation) de la transformation. Des essais bi-axiaux devront pour cela être instrumentés à l'aide des outils proposés de mesure de champ.

L'ensemble des travaux présentés a été appliqué à l'étude de l'AMF  $Ni_{49,75\%at}Ti$  dont nous disposons sous forme d'éprouvettes pour l'observation de la localisation, l'identification de certains paramètres ou la validation des simulations. Il va de soi que les outils et modèles développés sont bien entendu applicables à d'autres AMF, d'autres matériaux et même d'autres couplages multiphysiques. On peut envisager de compléter le modèle multiéchelle en prenant en compte des énergies libres d'autre origine (magnétiques, diélectrique...) et les déformations associées, pour traiter des Alliages à Mémoire de Forme Magnétiques ou d'autres matériaux actifs.

# Bibliographie

- ACHENBACH, M. et MÜLLER, I. (1982). A model for shape memory. Journal de Physique, 43(12):C4–163 C4–167.
- ARGHAVANI, J., AURICCHIO, F., NAGHDABADI, R., REALI, A. et SOHRABPOUR, S. (2010). A 3-d phenomenological constitutive model for shape memory alloys under multiaxial loadings. International Journal of Plasticity, 26(7):976 – 991.
- AURICCHIO, F., TAYLOR, R. L. et LUBLINER, J. (1997). Shape-memory alloys : macromodelling and numerical simulations of the superelastic behavior. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 146(3-4):281 – 312.
- BADULESCU, C., GRÉDIAC, M., HADDADI, H., MATHIAS, J.-D., BALANDRAUD, X. et TRAN, H.-S. (2011). Applying the grid method and infrared thermography to investigate plastic deformation in aluminium multicrystal. Mechanics of Materials, 43(1):36 – 53.
- BERVEILLER, M., PATOOR, E. et BUISSON, M. (1991). Thermomechanical constitutive equations for shape memory alloys. Journal de Physique IV, 01(C4):387–396.
- BERVEILLER, M. et ZAOUÏ, A. (1978). An extension of the self-consistent scheme to plastically-flowing polycrystals. Journal of the Mechanics and Physics of Solids, 26(5–6):325 – 344.
- BERVEILLER, S., MALLAR, B., WRIGHT, J., PATOOR, E. et GEANDIER, G. (2011). In situ synchrotron analysis of lattice rotations in individual grains during stress-induced transformation in a polycrystalline CuAlNi shape memory alloy. Acta Materialia, 59(9):3636–3645.
- BESNARD, G., GUÉRARD, S., ROUX, S. et HILD, F. (2011). A space and time approach in digital image correlation : Movie-dic. Optics and Lasers in Engineering, 49(1):71 – 81.
- BESNARD, G., HILD, F. et ROUX, S. (2006). “Finite-Element” displacement fields analysis from digital images : application to Portevin–Le Châtelier Bands. Experimental Mechanics, 46:789–803.
- BHATTACHARYA, K. (2003). Microstructure of Martensite. materials modelling. Oxford materials, 2007 édition.
- BLANC, P. et LEXCELLENT, C. (2004). Micromechanical modelling of a CuAlNi shape memory alloy behaviour. Materials Science and Engineering : A, 378(1 et 2):465 – 469.

- BODELOT, L., SABATIER, L., CHARKALUK, E. et DUFRÉNOY, P. (2009). Experimental setup for fully coupled kinematic and thermal measurements at the microstructure scale of an aisi 316l steel. Materials Science and Engineering : A, 501:52 – 60.
- BOUVET, C. (2001). De l'uniaxial au multiaxial : comportement pseudoélastique des alliages à mémoire de forme. Thèse de doctorat, Université de Franche Comté.
- BOUVET, C., CALLOCH, S. et LEXCELLENT, C. (2002). Mechanical behavior of a Cu-Al-Be shape memory alloy under multiaxial proportional and nonproportional loadings. Journal of Engineering Materials and Technology, 124:112–124.
- BOUVET, C., CALLOCH, S. et LEXCELLENT, C. (2004). A phenomenological model for pseudoelasticity of shape memory alloys under multiaxial proportional and non proportional loadings. European Journal of Mechanics, 23:37–61.
- BUIRON, N. (2003). Modélisation multiéchelle du comportement magnéto-élastique couplé des matériaux ferromagnétiques doux. Thèse de doctorat, École Normale Supérieure de Cachan.
- BUIRON, N., HIRSINGER, L. et BILLARDON, R. (1999). A micro—macro model for magnetostriction and stress effect on magnetisation. Journal of Magnetism and Magnetic Materials, 196–197(0):868–870.
- CHEMISKY, Y., DUVAL, A., PATOOR, E. et BEN ZINEB, T. (2011). Constitutive model for shape memory alloys including phase transformation, martensitic reorientation and twins accommodation. Mechanics of Materials, 43(7):361 – 376.
- CHEVALIER, V., ARBAB CHIRANI, R., ARBAB CHIRANI, S. et CALLOCH, S. (2010). An improved model of 3-dimensional finite element analysis of mechanical behavior of endodontic instruments. Oral Surgery, Oral Medicine, Oral Pathology, Oral Radiology, and Endodontology, 109(3):e111 – e121.
- CHRIST, D. et REESE, S. (2009). A finite element model for shape memory alloys considering thermomechanical couplings at large strains. International Journal of Solids and Structures, 46(20):3694 – 3709.
- CHRYSOCHOOS, A. (2002). La thermographie infrarouge, un outil en puissance pour étudier le comportement des matériaux. Mécanique et Industries, 3:3–14.
- CHRYSOCHOOS, A., BERTHEL, B., LATOURTE, F., GALTIER, A., PAGANO, S. et WATTRISSE, B. (2008). Local energy analysis of high-cycle fatigue using digital image correlation and infrared thermography. The Journal of Strain Analysis for Engineering Design, 43(6):411 – 422.
- CHRYSOCHOOS, A., LICHT, C. et PEYROUX, R. (2003). Une modélisation thermomécanique unidimensionnelle de la propagation d'un front de changement de phase dans un monocristal d'amf. Comptes Rendus de l'Académie des Sciences - Mécanique, 331:25–32.
- CHRYSOCHOOS, A. et LOUCHE, H. (2000). An infrared image processing to analyse the calorific effects accompanying strain localisation. International Journal of Engineering Science, 38: 1759–1788.

- DANIEL, L. (2003). Modélisation multi-échelle du comportement magnéto-mécanique des matériaux ferromagnétiques texturés. Thèse de doctorat, École Normale Supérieure de Cachan.
- DANIEL, L., HUBERT, O., BUIRON, N. et BILLARDON, R. (2008). Reversible magneto-elastic behavior : a multiscale approach. Journal of the Mechanics and Physics of Solids, 56:1018–1042.
- DE LA FLOR, S., URBINA, C. et FERRANDO, F. (2006). Constitutive model of shape memory alloys : Theoretical formulation and experimental validation. Materials Science and Engineering : A, 427(1-2):112 – 122.
- DELPUEYO, D. (2011). Etude théorique et expérimentale des microstructures martensitiques dans les alliages à mémoire de forme. Thèse de doctorat, Université Blaise Pascal - Clermont II.
- DELPUEYO, D., GRÉDIAC, M., BALANDRAUD, X. et BADULESCU, C. (2012). Investigation of martensitic microstructures in a monocrystalline CuAlBe shape memory alloy with the grid method and infrared thermography. Mechanics of Materials, 45(0):34 – 51.
- DEPRIESTER, D., MAYNADIER, A., LAVERNHE-TAILLARD, K. et HUBERT, O. (2012). Thermomechanical modeling of a niti sma sample submitted to displacement-controlled tensile test. International Journal of Solids and Structures. submitted.
- DUERIG, T., PELTON, A. et STAECKEL, D. (1999). An overview of nitinol medical applications. Materials Science and Engineering : A, 273-275(0):149 – 160.
- ENTEMEYER, D. (1996). Étude micromécanique du comportement thermomécanique des Alliages à Mémoire de Forme. Thèse de doctorat, Université de Metz.
- ENTEMEYER, D., PATOOR, E., EBERHARDT, A. et BERVEILLER, M. (1995). Micromechanical modelling of the superthermoelastic behaviour of materials undergoing thermoelastic phase transformation. Journal de Physique IV - France, 5:C8–233–C8–238.
- ESHELBY, J. (1956). The continuum theory of lattice defects. 3:79 – 144.
- FANG, D.-N., LU, W., YAN, W.-Y., INOUE, T. et HWANG, K.-C. (1998). Stress and strain relation of CuAlNi sma single crystal under biaxial loading constitutive model and experiments. Acta Materialia, 47(1):269–280.
- FAVIER, D., LOUCHE, H., SCHLOSSER, P., ORGÉAS, L., VACHER, P. et DEBOVE, L. (2007). Homogeneous and heterogeneous deformation mechanism in an austenitic polycrystalline Ti-50.8Ni thin tube under tension. investigation via temperature and strain fields measurements. Acta Materialia, 55:5310–5322.
- FENG, P. et SUN, Q. P. (2006). Experimental investigation on macroscopic domain formation in polycrystalline niti microtubing under mechanical force. Journal of the Mechanics and Physics of Solids, 54:1568–1603.
- GADAJ, S., NOWACKI, W. et PIECZYSKA, E. (2002). Temperature evolution in deformed shape memory alloy. Infrared Physics and Technology, 43:151 – 155.

- GALL, K., SEHITOGLU, H., ANDERSON, R., KARAMAN, I., CHUMLYAKOV, Y. I. et KIREEVA, I. V. (2001). On the material behaviour of single crystal niti shape memory alloys and related polycrystalline phenomenon. Materials Science and Engineering, A317:85–92.
- GALL, K., SEHITOGLU, H., CHUMLYAKOV, Y. I. et KIREEVA, I. V. (1999). Tension-compression asymmetry of the stress strain response in aged single crystal and polycrystalline niti. Acta Materialia, 47(4):1203–1217.
- GAO, X., HUANG, M. et BRINSON, L. (2000). A multivariant micromechanical model for smas part 1. crystallographic issues for single crystal model. International Journal of Plasticity, 16(10 - 11):1345 – 1369.
- GAUSSORGUES, G. et CHOMET, S. (1994). Infrared Thermography. Microwave Technology Series 5. Chapman and Hall Ed. (London), 1994 édition.
- HANE, K. et SHIELD, T. (1999). Microstructure in the cubic to monoclinic transition in titanium - nickel shape memory alloys. Acta Materialia, 47(9):2603 – 2617.
- HE, Y. et SUN, Q. (2010). Rate-dependent domain spacing in a stretched niti strip. International Journal of Solids and Structures, 47(20):2775 – 2783.
- HE, Y. et SUN, Q. (2011). On non-monotonic rate dependence of stress hysteresis of superelastic shape memory alloy bars. International Journal of Solids and Structures, 48:1688–1695.
- HE, Y. J., CHEN, X. et MOUMNI, Z. (2012). Reversible-strain criteria of ferromagnetic shape memory alloys under cyclic 3d magneto-mechanical loadings. Journal of Applied Physics, 112(3):033902.
- HEINTZE, O. et SEELECKE, S. (2008). A coupled thermomechanical model for shape memory alloys - from single crystal to polycrystal. Materials Science and Engineering, A:389–394.
- HILD, F. et ROUX, S. (2006). Measuring stress intensity factors with a camera : Integrated digital image correlation (i-dic). Comptes Rendus Mécanique, 334(1):8 – 12.
- HILD, F. et ROUX, S. (2012). Comparison of local and global approaches to digital image correlation. Experimental Mechanics, pages 1–17. 10.1007/s11340-012-9603-7.
- HILL, R. (1965). Continuum micro-mechanics of elastoplastic polycrystals. Journal of the Mechanics and Physics of Solids, 13(2):89 – 101.
- HILL, R. (1967). The essential structure of constitutive laws for metal composites and polycrystals. Journal of the Mechanics and Physics of Solids, 15(2):79 – 95.
- HIRSINGER, L., CRETON, N. et LEXCELLENT, C. (2004). Stress-induced phase transformations in ni–mn–ga alloys : experiments and modelling. Materials Science and Engineering : A, 378(1–2):365 – 369. European Symposium on Martensitic Transformation and Shape-Memory.
- HIRSINGER, L. et LEXCELLENT, C. (2003). Modelling detwinning of martensite platelets under magnetic and (or) stress actions on ni–mn–ga alloys. Journal of Magnetism and Magnetic Materials, 254–255(0):275–277. Proceedings of the 15th International Conference on Soft Magnetic Materials (SMM15).

- HU, Z., SUN, Q. et ZHONG, Z. (2006). Numerical simulation for stress-induced phase transformation of SMAs tube under tension. In 8th Asia-Pacific Symposium on Engineering Plasticity and its Applications, numéro 340-341, pages 1181–1186. Ohno, N. and Uehara, T.
- HUANG, M., GAO, X. et BRINSON, L. (2000). A multivariant micromechanical model for smas part 2. polycrystal model. International Journal of Plasticity, 16(10 - 11):1371 – 1390.
- HUBERT, O., DANIEL, L., BUIRON, N. et BILLARDON, R. (2002). Modélisation et identification du comportement magnéto-élastique d'une tôle de fer-silicium. Actes du colloque Matériaux 2002.
- JAMES, R. et HANE, K. (2000). Martensitic transformations and shape-memory materials. Acta Materialia, 48(1):197 – 222.
- JAMES, R. et HANES, K. (2000). Martensitic transformation and shape memory alloys. Acta Materialia, 48:197–222.
- KIM, K. et DALY, S. (2011). Martensite strain memory in the shape memory alloy nickel-titanium under mechanical cycling. Experimental Mechanics, 51:641–652.
- LAGOUDAS, D., ENTCEV, P., POPOV, P., PATOOR, E., BRINSON, L. et GAO, X. (2006). Shape memory alloys, part ii : Modeling of polycrystals. Mechanics of Materials, 38:430–462.
- LAVERNHE-TAILLARD, K., MAYNADIER, A. et HUBERT, O. (2011). Surfaces seuil de début de transformation : modèle cristallin pour un alliage à mémoire de forme. Congrès Français de Mécanique. Besancon France.
- LAVERNHE-TAILLARD, K., MAYNADIER, A., PONCELET, M. et BENALLAL, A. (2009). Caractérisation thermo-mécanique et modélisation des bandes de transformation dans un alliage à mémoire de forme. Congrès Français de Mécanique. Marseille France.
- LEVITAS, V. I. et STEIN, E. (1997). Simple micromechanical model of thermoelastic martensitic transformations. Mechanics Research Communications, 24(3):309 – 318.
- LEXCELLENT, C. et BLANC, P. (2004). Phase transformation yield surface determination for some shape memory alloys. Acta Materialia, 52(8):2317 – 2324.
- LEXCELLENT, C., VIVET, A., BOUVET, C., CALLOCH, S. et BLANC, P. (2002). Experimental and numerical determinations of the initial surface of phase transformation under biaxial loading in some polycrystalline shape-memory alloys. Journal of the Mechanics and Physics of Solids, 50(12):2717–2735.
- LOUCHE, H., SCHLOSSER, P., FAVIER, D. et ORGÉAS, L. (2012). Heat source processing for localized deformation with non-constant thermal conductivity. application to superelastic tensile tests of niti shape memory alloys. Experimental Mechanics.
- LUBLINER, J. et AURICCHIO, F. (1996). Generalized plasticity and shape memory alloys. International Journal of Solids and Structures, 33(7):991–1003.

- LUDWIG, W., KING, A., REISCHIG, P., HERBIG, M., LAURIDSEN, E., SCHMIDT, S., PROUDHON, H., FOREST, S., CLOETENS, P., du ROSCOAT, S. R., BUFFIÈRE, J., MARROW, T. et POULSEN, H. (2009). New opportunities for 3d materials science of polycrystalline materials at the micro-metre lengthscale by combined use of x-ray diffraction and x-ray imaging. Materials Science and Engineering : A, 524:69 – 76. Special Topic Section : Probing strains and Dislocation Gradients with diffraction.
- MATHIEU, F., HILD, F. et ROUX, S. (2012). Identification of a crack propagation law by digital image correlation. International Journal of Fatigue, 36(1):146 – 154.
- MAYNADIER, A., DEPRIESTER, D., LAVERNHE-TAILLARD, K. et HUBERT, O. (2011a). Modélisation polycristalline du comportement d'un alliage à mémoire de forme (amf) de type ni-ti sous sollicitations multiaxiales. Congrès Français de Mécanique. Besancon France.
- MAYNADIER, A., DEPRIESTER, D., LAVERNHE-TAILLARD, K. et HUBERT, O. (2011b). Thermo-mechanical description of phase transformation in ni-ti shape memory alloy. ICM 11, 10:2208–2213.
- MAYNADIER, A., LAVERNHE-TAILLARD, K. et HUBERT, O. (2011c). Thermomechanical characterization of transformation bands in niti shape memory alloys. Photomechanics 2011.
- MAYNADIER, A., LAVERNHE-TAILLARD, K. et PONCELET, M. (2010a). Caractérisation des bandes de transformation dans un alliage à mémoire de forme de type niti par mesure de champs thermique et cinématique. Colloque national MECAMAT. Aussois France.
- MAYNADIER, A., LAVERNHE-TAILLARD, K., PONCELET, M. et HUBERT, O. (2011d). Heat sources détermination in niti shape memory alloys. International Symposium on Plasticity 2011.
- MAYNADIER, A., PONCELET, M., LAVERNHE-TAILLARD, K. et ROUX, S. (2010b). One shot measurement of thermal and kinematic fields : Infra-red image correlation. SEM 2010 Annual Conference.
- MAYNADIER, A., PONCELET, M., LAVERNHE-TAILLARD, K. et ROUX, S. (2010c). One shot measurement of thermal and kinematic fields from Infra-Red Image Correlation (IRIC). ICEM 14, 6.
- MAYNADIER, A., PONCELET, M., LAVERNHE-TAILLARD, K. et ROUX, S. (2012a). Infrared image correlation : a new method for characterizing thermal and displacement fields. QIRT conference 2012.
- MAYNADIER, A., PONCELET, M., LAVERNHE-TAILLARD, K. et ROUX, S. (2012b). One-shot measurement of thermal and kinematic fields : Infrared image correlation (iric). Experimental Mechanics, 52:241–255.
- MORGAN, N. (2004). Medical shape memory alloy applications : the market and its products. Materials Science and Engineering : A, 378:16–23.
- MÜLLER, I. et XU, H. (1991). On the pseudo-elastic hysteresis. Acta Materialia, 39(3):263–271.

- MURA, T. (1982). Micromechanics of defects in solids.
- NICLAEYS, C., BEN ZINEB, T., ARBAB CHIRANI, S. et PATOOR, E. (2002). Determination of the interaction energy in the martensitic state. International Journal of Plasticity, 18:1619–1647.
- ORTEU, J., ROTROU, Y., SENTENAC, T. et ROBERT, L. (2008). An innovative method for 3-d shape, strain and temperature full-field measurement using a single type of camera : principle and preliminary results. Experimental Mechanics, 48(2):163 – 179.
- OTSUKA, K., SAWAMURA, T. et SHIMIZU, K. (1971). Crystal structure and internal defects of equiatomic tni martensite. physica status solidi (a), 5(2):457 – 470.
- PATOOR, E. et BERVEILLER, M. (1994). Technologie des alliages à mémoire de forme. Matériaux. Hermes.
- PATOOR, E., EBERHARDT, A. et BERVEILLER, M. (1996). Micromechanical modelling of the superelasticity in shape memory alloys. Journal de Physique IV - France, 6:C1 277–C1 292.
- PATOOR, E., LAGOUDAS, D., ENTCHEV, P., BRINSON, L. et GAO, X. (2006). Shape memory alloys, part i : General properties and modeling of single crystals. Mechanics of Materials, 38:391–429.
- PEULTIER, B., BEN ZINEB, T. et PATOOR, E. (2006). Macroscopic constitutive law of shape memory alloy thermomechanical behaviour. application to structure computation by fem. Mechanics of Materials, 38:510–524.
- PEYROUX, R., CHRYSOCHOOS, A., LICHT, C. et LÖBEL, M. (1998). Thermomechanical coupling and pseudoelasticity of shape memory alloys. International Journal of Engineering Science, 36(4):489–509.
- PIECZYSKA, E., GADAJ, S., NOWACKI, W., HOSHIO, K., MAKINO, Y. et TOBUSHI, H. (2005). Characteristics of energy storage and dissipation in niti shape memory alloy. Scienc and Technology of Advanced Materials, 6:889–894.
- PIECZYSKA, E., GADAJ, S., NOWACKI, W. et TOBUSHI, H. (2006). Phase-transformation fronts evolution fror stress- and strain- controlled tension tests in niti shape memory alloy. Experimental Mechanics, 46:531–542.
- PITTERI, M. et ZANZOTTO, G. (1998). Generic and non-generic cubic-to-monoclinic transitions and their twins. Acta Materialia, 46(1):225 – 237.
- POTTIER, T., MOUTRILLE, M.-P., CAM, J.-B. L., BALANDRAUD, X. et GRÉDIAC, M. (2009). Study on the use of motion compensation techniques to determine heat sources. application to large deformations on cracked rubber specimens. Experimental Mechanics, 49:561 – 574.
- REJZNER, J. (2000). Modélisation des AMF soumis à des sollicitations multiaxiales ou à des gradients de contrainte. Thèse de doctorat, Université de Franche Comté.

- RÉTHORÉ, J., HILD, F. et ROUX, S. (2007). Shear-band capturing using a multiscale extended digital image correlation technique. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 196:5016 – 5030.
- RÉTHORÉ, J., HILD, F. et ROUX, S. (2008). Extended digital image correlation with crack shape optimization. International Journal for Numerical Methods in Engineering, 73(2):248–272.
- ROUX, S. et HILD, F. (2006). Stress intensity factor measurements from digital image correlation : post-processing and integrated approaches. International Journal of Fracture, 140:141–157. 10.1007/s10704-006-6631-2.
- RUPIL, J., ROUX, S., HILD, F. et VINCENT, L. (2011). Fatigue microcrack detection with digital image correlation. The Journal of Strain Analysis for Engineering Design, 46(6):492–509.
- SAINT-SULPICE, L., ARBAB CHIRANI, S. et CALLOCH, S. (2009). A 3d super-elastic model for shape memory alloys taking into account progressive strain under cyclic loadings. Mechanics of Materials, 41(1):12–26.
- SCHLOSSER, P., LOUCHE, H., FAVIER, D. et ORGÉAS, L. (2007). Image processing to estimate the heat sources related to phase transformation during tensile test of niti tubes. Strain, 43:260–271.
- SEELECKE, S. et MÜLLER, I. (2004). Shape memory alloy actuators in smart structures : modeling and simulation. Applied Mechanics Reviews, 57(1):23–46.
- SHAW, J. et KIRIAKIDES, S. (1997). On the nucleation and propagation of phase transformation fronts in a niti. Acta Materialia, 45(2):683–700.
- SHAW, J. et KIRIAKIDES, S. (1998). Initiation and propagation of localised deformation in elasto-plastic strips under uniaxial tension. International Journal of Plasticity, 13(10):837–871.
- SHAW, J. A. (2000). Simulations of localized thermo-mechanical behavior in a niti shape memory alloy. International Journal of Plasticity, 16(5):541–562.
- SHAW, J. A. (2002). A thermomechanical model for a 1-d shape memory alloy wire with propagating instabilities. International Journal of Solids and Structures, 39(5):1275 – 1305.
- SHAW, J. A. et KYRIAKIDES, S. (1995). Thermomechanical aspects of niti. Journal of the Mechanics and Physics of Solids, 43(8):1243 – 1281.
- SIREDEY, N., PATOOR, E., BERVEILLER, M. et EBERHARDT, A. (1999). Constitutive equations for polycrystalline thermoelastic shape memory alloys. : Part i. intragranular interactions and behavior of the grain. International Journal of Solids and Structures, 36(28):4289 – 4315.
- SITTNER, P., HASHIMOTO, K., KATO, M. et TOKUDA, M. (2003). Stress induced martensitic transformations in tension/torsion of cualni single crystal tube. Scripta Materialia, 48(8):1153 – 1159.

- SUN, Q.-P. et ZHONG, Z. (2000). An inclusion theory for the propagation of martensite band in niti shape memory alloy wires under tension. International Journal of Plasticity, 16(10 et 11):1169 – 1187.
- SUTTON, M., ORTEU, J.-J. et SCHREIER, H. (2009). Image Correlation for Shape, Motion and Deformation Measurements - Basic Concepts, Theory and Applications. Springer.
- TAILLARD, K. (2006). Étude du comportement thermomécanique des alliages à mémoire de forme sous sollicitations multiaxiales complexes. Thèse de doctorat, École Normale Supérieure de Cachan.
- TAILLARD, K., ARBAB CHIRANI, S., CALLOCH, S. et LEXCELLENT, C. (2008). Equivalent transformation strain and its relation with martensite volume fraction for isotropic and anisotropic shape memory alloys. Mechanics of Materials, 40(4 - 5):151 – 170.
- TAILLARD, K., BLANC, P., CALLOCH, S. et LEXCELLENT, C. (2006). Phase transformation yield surface of anisotropic shape memory alloys. Materials Science and Engineering A, (0):436–440.
- THAMBURAJA, P. et NIKABDULLAH, N. (2009). A macroscopic constitutive model for shape-memory alloys : Theory and finite-element simulations. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 198(9-12):1074 – 1086.
- TOMICEVIC, Z., ROUX, S. et HILD, F. (2012). Mechanics-aided digital image correlation. International Journal for Numerical Methods in Engineering.
- VIEILLE, B. (2007). Modélisation de l'effet des contraintes sur le comportement magnétique des ferrites. Thèse de doctorat, École Normale Supérieure de Cachan.
- VIGNERON, S. (2009). Analyse thermomécanique multiéchelle de la transformation de phase dans les alliages à mémoire de forme. Thèse de doctorat, Université de Montpellier 2.
- VIVET, A. (1999). Approche expérimentale du comportement pseudoélastique des alliages à mémoire de forme – Modélisation isotherme et anisotherme. Thèse de doctorat, Université de Franche Comté.
- WU, S., LIN, H. et CHEN, S. (2001). Phenomenological analysis of martensitic transformation in cold rolled tni-base shape memory alloys. Material Chemistry and Physics, 68:149–156.
- ZHANG, X., FENG, P., HE, Y., YU, T. et SUN, Q. (2010). Experimental study on rate dependence of macroscopic domain and stress hysteresis in niti shape memory alloy strips. International Journal of Mechanical Sciences, 52(12):1660–1670.





### **Couplage thermomécanique dans les Alliages à Mémoire de Forme : Mesure de champs cinématiques et thermiques et modélisation multiéchelle**

**Résumé :** L'utilisation croissante des AMF pour des applications complexes, rend nécessaire la compréhension des phénomènes régissant leur comportement. Le fort couplage thermomécanique, résultant de la transformation de phase martensitique, en est un point clé. Les travaux de thèse présentés sont consacrés à l'étude expérimentale et la modélisation de ce couplage. Les mesures de champs (DIC, TIR) sont des outils privilégiés pour l'étude de comportements thermomécaniques hétérogènes. Une partie de cette thèse est consacrée au développement de la Corrélation d'Images InfraRouge, qui permet à partir d'un film IR de mesurer en une seule analyse, les champs cinématiques et thermiques discrétisés sur un même maillage éléments finis. Elle est appliquée à l'analyse d'un essai de traction sur AMF NiTi. Cet outil est pertinent pour étude de toutes sortes de phénomènes thermomécaniquement couplés. D'autre part, un modèle multiéchelle et multiaxial est construit qui décrit le comportement d'un VER à partir de la physique de la transformation martensitique à échelle de la maille cristalline. Il est fondé sur la comparaison des énergies libres de chaque constituant, sans s'attacher à une description topologique. A cet effet, une comparaison probabiliste est réalisée (distribution de Boltzmann) pour déterminer les variables internes : les fractions volumiques. Les interactions aux interfaces ne sont pas prises en compte. Ce modèle permet la simulation de toutes sortes de chargement thermo-mécaniques. Il restitue super-élasticité et dissymétrie en traction/compression. Un modèle 1D de traction uniaxiale est finalement présenté. D'abord un modèle de thermique ainsi qu'un modèle mécanique phénoménologique ont été développés. Les simulations rendent compte des phénomènes de transformation diffuse puis de localisation. Il met en compétition les deux phénomènes transitoires de génération et évacuation de la chaleur, il reproduit la relation liant le nombre de bandes de transformation à la vitesse de sollicitation et aux conditions aux limites thermiques. Un travail été initié pour coupler ce modèle de structure et de gestion de la thermique au modèle monocristallin multiaxial.

**Mots clefs :** couplage thermomécanique, Alliage à Mémoire de Forme, NiTi, super-élasticité, corrélation d'images, thermographie infrarouge, modèle multiéchelle multiaxial, transformation martensitique.

### **Thermomechanical coupling in Shape Memory Alloys : Measurement of kinematic and thermal fields and multiscale modeling**

**Abstract :** The increasing use of SMA for complex applications, requires a deeper understanding of the phenomena governing their behavior. The strong thermomechanical coupling resulting from the martensitic phase transformation is a key point. The work presented herein is devoted to the experimental study and modeling of this coupling. Full field measurements (DIC or IRT) are key tools for studying heterogeneous thermomechanical behavior. The first part is devoted to the development of InfraRed Image Correlation, which measures in a single analysis kinematic and thermal fields discretized on the same finite element mesh, from a single IR record. It is applied to the analysis of a tensile test on NiTi SMA. This tool is relevant for the study of all kinds of phenomena thermomechanically coupled. In a second part, a multiscale and multiaxial model is built, that describes the behavior of a RVE from the physics of martensitic transformation on the scale of the crystal lattice. It is based on the comparison of the free energies of each component, without topological description. A probabilistic comparison is made (Boltzmann distribution) to determine the internal variables : the volume fractions. Interactions at the interfaces are not taken into account. This model simulates of all kinds of thermo-mechanical loading. It gives account of pseudo-elasticity and tension / compression asymmetry. A 1D model of uniaxial tension is finally presented. First, a thermal model and a phenomenological mechanical model has been developed. The simulations account for the diffuse transformation and the localization. It puts in competition the two transients generation and heat dissipation, it reproduces the relationship linking the number of transformation bands to the strain rate and thermal boundary conditions. Work was initiated to couple this thermal model and the monocrystalline multiaxial model.

**Key words :** thermomechanical coupling, Shape Memory Alloys, NiTi, super-elasticity, Digital Image Correlation, InfraRed Thermography, multiscale multiaxial constitutive model, martensitic transformation.