



HAL
open science

Concepts et outils fractals pour l'analyse et la synthèse en imagerie couleur

Julien Chauveau

► **To cite this version:**

Julien Chauveau. Concepts et outils fractals pour l'analyse et la synthèse en imagerie couleur. Traitement du signal et de l'image [eess.SP]. Université d'Angers, 2011. Français. NNT: . tel-00797902

HAL Id: tel-00797902

<https://theses.hal.science/tel-00797902>

Submitted on 7 Mar 2013

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Concepts et outils fractals pour l'analyse et la synthèse en imagerie couleur

THÈSE DE DOCTORAT

Spécialité : Traitement du Signal et des Images

ÉCOLE DOCTORALE STIM

SCIENCES ET TECHNOLOGIES
DE L'INFORMATION ET DE MATHÉMATIQUES

Présentée et soutenue publiquement

le : 10 février 2011
  : Angers
par : Julien CHAUXEAU

Devant le jury ci-dessous :

Pierre BONTON (rapporteur), Professeur, Université Blaise Pascal de Clermont-Ferrand II
Nicole VINCENT (rapporteur), Professeur, Université Paris Descartes
Rachid HARBA (examinateur), Professeur,  cole polytechnique de l'Université d'Orléans
François CHAPEAU-BLONDEAU, Professeur, Université d'Angers
David ROUSSEAU, Maître de Conférences HDR, Université d'Angers

Directeur de thèse : François CHAPEAU-BLONDEAU, Professeur
Co-encadrant : David ROUSSEAU, Maître de Conférences HDR

Laboratoire d'Ingénierie des Systèmes Automatisés (LISA), EA 4094,
Université d'Angers, 62 Avenue Notre Dame du Lac, 49000 Angers, France

Concepts et outils fractals pour l'analyse et la synthèse en imagerie couleur.

Résumé : Les images naturelles sont des structures complexes. Leur modélisation est essentielle à de nombreuses tâches en traitement d'images, et des progrès restent encore à réaliser dans ce sens. Des propriétés d'autosimilarité en échelle ont été observées dans l'organisation spatiale des images naturelles. Au-delà de leur organisation spatiale, nous abordons ici leur organisation colorimétrique. Différents outils de caractérisation fractale sont identifiés et mis en œuvre. L'application de ces outils sur les histogrammes tridimensionnels des images couleur nous permet de mettre en évidence, et de caractériser, des propriétés fractales dans leur organisation colorimétrique. Par ailleurs, nous abordons aussi, en synthèse d'images, de nouvelles applications des concepts fractals pour les images couleur, le contrôle de leurs propriétés et la génération automatique de motifs décoratifs. Des collaborations applicatives ont été développées durant la thèse en vue de valoriser ces travaux, notamment dans le cadre du dispositif de doctorant-conseil, et en direction de l'industrie du textile-habillement.

Mots clés : Images couleur, Analyse d'image, Histogramme couleur, Analyse multiéchelle, Autosimilarité, Fractal, Multifractal, Modélisation d'image, Synthèse d'image.

Concepts and tools from fractal geometry for analysis and synthesis in color imaging.

Abstract : Natural images are complex structures. Their modeling is essential for many tasks in image processing, and progress remains to be done in this direction. Properties of self-similarity in scale were observed in the spatial organization of natural images. Beyond their spatial organization, we address here their colorimetric organization. Several tools for fractal characterization are identified and implemented. Application of these tools on the three-dimensional histograms from color images allow us to reveal and characterize fractal properties in their colorimetric organization. Furthermore, we also consider, in image synthesis, new applications of fractal concepts for color images, the control of their properties and the automatic generation of decorative patterns. Applicative collaborations have been developed during the doctoral thesis in order to valorize this work, especially in the context of the "doctorant-conseil" program, and towards the industry of textile and clothing.

Keywords : Color images, Image analysis, Color histogram, Multiscale analysis, Self-similarity, Fractal, Multifractal, Image modeling, Image synthesis.

Remerciements

Je remercie Monsieur Jean-Louis Boimond, directeur du Laboratoire d'Ingénierie des Systèmes Automatisés (LISA), ainsi que son prédécesseur Monsieur Jean-Louis Ferrier, de m'avoir accueilli au sein de leur laboratoire. L'ambiance du laboratoire LISA est une agréable incitation à s'intéresser à tous les aspects des sciences et techniques.

Je remercie sincèrement la Communauté d'Agglomération du Choletais (CAC), l'Institut des Sciences et Techniques de l'Ingénieur d'Angers (ISTIA) et l'Université d'Angers via le contrat de doctorant-conseil, pour m'avoir fourni les moyens financiers de mener à bien cette thèse.

Je remercie Monsieur François Chapeau-Blondeau, Professeur de l'Université d'Angers, pour avoir dirigé mon doctorat et guidé mes recherches. Je remercie aussi Monsieur David Rousseau, Maître de Conférences de l'Université d'Angers, pour m'avoir encadré et avoir su me faire confiance. Je remercie également Monsieur Paul Richard, Maître de Conférences de l'Université d'Angers, pour son encadrement dans mes missions de doctorant-conseil. Je leur suis très reconnaissant pour les nombreuses remarques et suggestions qu'ils ont apportées. Que ces trois personnes, qui se sont investies pour la réussite de ma thèse, voient ici l'expression de toute ma reconnaissance.

Je tiens à remercier Monsieur Pierre Bonton, Professeur de l'Université de Clermont-Ferrand, et Madame Nicole Vincent, Professeur de l'Université Paris Descartes, d'avoir accepté d'être rapporteurs de cette thèse. Je leur adresse mes remerciements les plus sincères. Je remercie également Monsieur Rachid Harba, Professeur de l'Université d'Orléans, d'avoir accepté d'être examinateur de ma thèse.

Pour leur enthousiasme constant, leur bonne humeur quotidienne et leur disponibilité de chaque instant, je remercie tous les membres du laboratoire LISA et mes collègues doctorants.

Enfin ces remerciements ne seraient pas complets si je ne les associais à ma famille et mes amis qui m'ont soutenu et supporté pendant ces années de thèse.

Table des matières

Chapitre 1 : Introduction	11
Chapitre 2 : Analyse multiéchelle d’histogrammes couleur	19
2.1 Introduction à l’analyse multiéchelle	19
2.2 Histogrammes couleur tridimensionnels	19
2.3 Méthodes de caractérisation fractale	23
2.3.1 Méthode par comptage de boîtes	23
2.3.2 Méthode par intégrale de corrélation de paires	31
2.3.3 Méthode par intégrale de corrélation	35
2.4 Discussions	45
2.4.1 Complémentarité des mesures fractales	45
2.4.2 Perspectives applicatives	46
2.4.3 Choix des estimateurs	47
2.4.4 Particularités de certaines images couleur naturelles	48
2.4.5 Cas des images en niveaux de gris	50
2.4.6 Comportement des histogrammes après traitement d’image	51
2.5 Conclusion et perspectives	54
Chapitre 3 : Analyse multifractale	55
3.1 Méthode de caractérisation multifractale	55
3.2 Cascade multiplicative	57
3.3 Analyse des images	57
3.4 Petites et grandes échelles	62
3.5 Spectre multifractal	63
3.6 Discussion et perspectives	70
Chapitre 4 : Images de synthèse pour l’analyse multiéchelle	71
4.1 Introduction	71
4.2 Images de synthèse de sophistication croissante	71
4.3 Images avec des signatures fractales plus prononcées	74
4.4 Images de synthèse par procédé de réalité augmentée	74
4.5 Discussion et perspectives	79
Chapitre 5 : Logiciels et applications	81
5.1 Cadre applicatif du doctorat conseil	81

5.2	Outils d'analyse d'images couleur naturelles	82
5.2.1	Visualisation des histogrammes couleur en temps réel	82
5.2.2	Outils d'analyse en échelle colorimétrique	82
5.3	Outils pour la synthèse d'images couleur fractales	83
5.3.1	Modèles de génération d'images	84
5.3.2	Caractérisations fractales des images de synthèse	90
5.4	Application à la confection d'imprimés textiles	95
Chapitre 6 : Conclusion et perspectives		99
Publications et réalisations dans le cadre de la thèse		103
Annexe A : Analyse multiéchelle appliquée sur la base d'images Kodak PCD0992		105
Annexe B : Support de communication pour la promotion du lo- giciel Createx		119
Annexe C : Code source (visualisation d'histogrammes 3D en temps réel)		127
Bibliographie		131

Table des figures

1.1	Exemple d'images naturelles en niveaux de gris.	15
1.2	Spectre de puissance de la transformée de Fourier d'images naturelles.	16
2.1	Exemple d'images couleur RVB naturelles.	21
2.2	Histogramme couleur RVB tridimensionnel d'images naturelles.	22
2.3	Image de référence \mathbf{I}_3 (variété aléatoire uniforme de dimension 3).	24
2.4	Image de référence \mathbf{I}_2 (variété aléatoire uniforme de dimension 2).	26
2.5	Image de référence \mathbf{I}_1 (variété aléatoire uniforme de dimension 1).	26
2.6	Nombre de boîtes $N(r)$ pour les images de référence \mathbf{I}_1 et \mathbf{I}_2	27
2.7	Nombre de boîtes $N(r)$ pour les images de référence \mathbf{I}_3 et \mathbf{I}_g	28
2.8	Image de référence \mathbf{I}_g (distribution gaussienne).	29
2.9	Nombre de boîtes $N(r)$ pour les images couleur naturelles de la Fig. 2.1.	30
2.10	Nombre de paires $C(r)$ pour les images de référence \mathbf{I}_3 , \mathbf{I}_2 et \mathbf{I}_1	34
2.11	Nombre de paires $C(r)$ pour les images couleur naturelles de la Fig. 2.1.	36
2.12	Nombre moyen de voisins $M(r)$ pour les images de référence \mathbf{I}_3 , \mathbf{I}_2 , \mathbf{I}_1	37
2.13	Nombre moyen de voisins $M(r)$ pour les images de référence \mathbf{I}_g et \mathbf{I}_f	39
2.14	Image de référence \mathbf{I}_f (gaussienne avec filtrage passe-bas).	40
2.15	Image obtenue par tirage aléatoire gaussien puis filtrage passe-bas.	41
2.16	Image de référence \mathbf{J}_2 (surface non plane).	42
2.17	Image de référence \mathbf{J}_1 (ligne courbe).	42
2.18	Nombre moyen de voisins $M(r)$ pour les images de référence \mathbf{J}_2 et \mathbf{J}_1	43
2.19	Nombre moyen de voisins $M(r)$ pour les images naturelles de la Fig. 2.1.	44
2.20	Exemple d'images naturelles comportant peu de couleurs dominantes.	49
2.21	Nombre moyen de voisins $M(r)$ pour les images naturelles de la Fig. 2.20.	49
2.22	Exemple d'images naturelles en niveaux de gris.	50
2.23	Nombre moyen de voisins $M(r)$ pour des images en niveaux de gris.	50
2.24	Nombre moyen de voisins $M(r)$ après sous-quantification des couleurs.	52
2.25	Nombre moyen de voisins $M(r)$ après réduction du nombre de couleurs.	53
3.1	Fonction de partition $Z(q, a)$ pour des images de référence.	58
3.2	Fonction de partition $Z(q, a)$ pour les images "Flowers" et "Lena".	58
3.3	Exposant de masse $\tau(q)$	59
3.4	Dimension fractale généralisée $D(q)$	60
3.5	Analyse multifractale aux petites et grandes échelles.	63

3.6	Spectre multifractal $f(\alpha)$ pour des images de référence et les images “Flowers” et “Lena”.	66
3.7	Fonction de partition $Z(q, a)$ pour les images couleur naturelles “Sailboat” et “Zelda”.	67
3.8	Exposant de masse $\tau(q)$ et dimension fractale généralisée pour les images “Sailboat” et “Zelda”.	68
4.1	Images de synthèse de sophistication croissante.	72
4.2	Analyse multiéchelle des histogrammes colorimétriques de la Fig. 4.1.	73
4.3	Images de synthèse hautement sophistiquées.	75
4.4	Analyse multiéchelle des histogrammes colorimétriques de la Fig. 4.3.	76
4.5	Images de synthèse créées par un procédé de réalité augmentée.	77
4.6	Analyse multiéchelle des histogrammes colorimétriques de la Fig. 4.5.	78
5.1	Visualisation en temps réel des histogrammes couleur tridimensionnels.	83
5.2	Motif de synthèse généré selon un processus fractal de type IFS.	85
5.3	Motif de type IFS utilisant différentes palettes de couleurs.	86
5.4	Motifs fractals de type IFS générés selon différents jeux de paramètres.	86
5.5	Motifs fractals générés par un IFS pour chaque composante RVB.	87
5.6	Construction d’une image avec continuité horizontale et verticale.	88
5.7	Motifs fractals générés suivant un processus de type “feuilles mortes”.	89
5.8	Analyse multiéchelle pour deux images couleur de type IFS.	91
5.9	Comme sur la Fig. 5.8, pour deux autres images couleur de type IFS.	92
5.10	Analyse multiéchelle pour deux images couleur de type “feuilles mortes”.	93
5.11	Comme sur la Fig. 5.10, pour deux autres images couleur de type “feuilles mortes”.	94
5.12	Interface homme–machine pour l’application de motifs décoratifs.	96
5.13	Atelier logiciel Createx 3D développé au laboratoire LISA.	97
5.14	Statistiques de fréquentation du site web www.signal-image.net [17] entre le 25 avril 2010 et le 3 novembre 2010.	98

Introduction

Ce chapitre d'introduction vise à situer les contributions originales [21, 16, 20, 23, 24, 22, 17] de ce travail de thèse et donner l'organisation globale du document.

Les images naturelles sont des signaux multidimensionnels complexes porteurs d'information. Leur compréhension et leur modélisation sont essentielles à de nombreuses tâches en codage et traitement d'image, vision et reconnaissance de formes, et des progrès restent encore à réaliser dans ce sens. Par extension, une caractérisation et une modélisation efficaces des images peuvent contribuer à la compréhension du système visuel et permettre de progresser dans la vision par ordinateur. Une tâche importante en traitement d'images est l'identification de propriétés de régularité pour certaines classes d'images données. Il s'agit d'une étape utile pour caractériser les images et pour élaborer des modèles pour elles. Parmi les propriétés spécifiques qui ont été jugées constitutives de la structure complexe des images naturelles, on trouve des propriétés fractales. Principalement, des propriétés d'autosimilarité en échelles qui ont été observées dans l'organisation spatiale d'images naturelles [36, 102, 101, 49]. Cela se traduit par exemple par une fonction d'autocorrélation ou un spectre de fréquences présentant une évolution en loi de puissance du type $1/f^\alpha$ avec f la fréquence spatiale [12, 35, 102, 101]. Une façon classique [101] d'observer ce comportement dans le domaine des fréquences spatiales pour une image I consiste à calculer \hat{I} sa transformée de Fourier puis son spectre de puissance $P = |\hat{I}|^2$, que l'on moyenne par intégration selon toutes les directions angulaires dans un diagramme polaire pour donner, en fonction de la fréquence f , le spectre de puissance moyen

$$DSP(f) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} P(f e^{i\theta}) d\theta . \quad (1.1)$$

De nombreuses études [12, 35, 102, 101] enregistrent des comportements en loi de puissance pour $DSP(f) \propto 1/f^\alpha$ avec des paramètres α typiques situés autour de 2.2 à 2.4. À titre d'illustration, nous présentons sur la Fig. 1.1 un panel d'images naturelles en niveaux de gris pour lesquelles nous observons à partir de leur spectre P (voir Fig. 1.2) ce comportement en loi de puissance dans les fréquences spatiales sur la Fig. 1.3. Des évolutions en loi de puissance de tels spectres fréquentiels, ou encore de fonctions d'autocorrélation spatiales, sont prises comme la marque d'un caractère invariant en échelle ou fractal [104] dans les images. De telles propriétés spatiales fractales peuvent être liées aux nombreux éléments et détails qui existent habituellement à travers plusieurs échelles spatiales, de manière autosimilaire, dans les scènes

naturelles. Des structures fractales autosimilaires ont également été trouvées dans l'organisation temporelle de séquences d'images naturelles variables dans le temps, telles que perçues par le système visuel [30]. Des modèles autosimilaires spécifiques, comme le mouvement brownien fractionnaire, justement doué d'une autocorrélation et spectre en loi de puissance [72, 88, 38, 89, 90, 55, 8], se sont révélés capables de fournir des descriptions pertinentes des variations d'intensité sur des images naturelles [73, 88, 60, 94, 59, 91]. Dans de telles situations, l'origine du comportement d'autosimilarité fractal se rapporte à l'organisation spatiale des caractéristiques et des détails sur l'image. Les résultats de ces propriétés d'échelle spatiales ou temporelles fractales sont utiles pour construire des modèles plus réalistes pour les images naturelles, et présentent de la pertinence pour le codage et traitement d'images [91, 106, 70, 14, 25] et les systèmes de vision [61, 82, 100, 36, 40]. L'application des concepts fractals à la compression d'image [54, 37, 124, 117, 34] a également émergé dans ce contexte de fractalité spatiale des images naturelles. Sans prétendre à l'exhaustivité, ce rapide tour d'horizon montre la richesse des concepts fractals et la diversité des applications des outils fractals pour le domaine des images. Ces concepts et outils fractals restent d'introduction récente (nous sommes contemporains du père des fractals [72, 73] qui s'est éteint en cette année 2010) et recèlent des potentialités fondamentales et applicatives pour le domaine des images encore à dévoiler. À ce titre, on observe en consultant la littérature que la caractérisation des propriétés fractales des images naturelles a jusqu'ici essentiellement été appliquée aux images en niveaux de gris ou à une composante, et qui plus est donc, à leur structure spatiale.

Nous abordons dans cette thèse un autre aspect, complémentaire, des propriétés fractales des images naturelles. Au-delà des aspects spatiaux et temporels des images naturelles, nous allons examiner un autre aspect, à savoir leur organisation colorimétrique. Pour les images couleur naturelles, l'histogramme des intensités R , V , B , est une structure tridimensionnelle qui énumère les couleurs présentes et leur fréquence en comptabilisant les occurrences des triplets (R, V, B) [116]. Cette structure peut également s'apparenter à une densité de probabilité conjointe pour les trois composantes couleur de l'image. À ce titre, l'histogramme tridimensionnel traduit aussi des corrélations ou de la dépendance statistique pouvant exister entre les composantes colorimétriques R , V , B . De telles corrélations entre composantes sont importantes pour caractériser la structure d'une image couleur, son contenu informationnel, et les modèles envisageables pour elle. Ces corrélations dans le domaine colorimétrique, sont toutefois de nature distincte des corrélations existant dans l'image dans le domaine spatial. Il s'agit de deux types de corrélation, distincts, qui l'un comme l'autre sont importants pour la caractérisation et la modélisation des images. En se concentrant sur l'histogramme couleur tridimensionnel, il apparaît que cette structure de données, spécialement pour les images naturelles, peut présenter des organisations complexes, élaborées. En tant que structure définie sur un espace tridimensionnel, sa représentation graphique et sa perception intuitive n'est pas forcément aisée. Ce type de structure, pour les images naturelles couleur, revêt l'apparence d'un nuage de points d'organisation souvent sophistiquée, tendant

à apparaître comme une variété de petite dimension (inférieure à trois), se concentrant dans une portion limitée du cube colorimétrique accessible. Ceci traduit des corrélations non triviales entre les composantes des images couleur naturelles. Afin de contribuer à la caractérisation de ces corrélations non triviales, et à la caractérisation de la structure colorimétrique des images, nous allons dans cette thèse, de façon spécifique, exploiter des concepts et outils issus de la géométrie fractale. Leur application aux histogrammes tridimensionnels d'images naturelles couleur permettra une caractérisation à travers les échelles, faisant émerger des comportements non triviaux qui seront rapportés et analysés, offrant ainsi une caractérisation fractale de la structure colorimétrique des images. Cela nous permettra d'établir que, dans le domaine colorimétrique, des images couleur naturelles ont également tendance à présenter une organisation autosimilaire non triviale, ou invariante en échelle, ou fractale, qui est distincte, mais peut-être liée, à ses organisations fractales spatiale et temporelle. D'autres études ont fait leur apparition pour caractériser les statistiques colorimétriques des images naturelles [123], en particulier pour confirmer l'organisation spatiale invariante en échelle de ces images dans des conditions chromatiques différentes [12, 86, 120]. Toutefois, une caractérisation statistique établissant une organisation colorimétrique fractale des images naturelles telle que pratiquée ici est nouvelle à notre connaissance. Cette approche peut être spécialement pertinente pour contribuer à la modélisation des images couleur et aux développements d'applications connexes [41, 112, 5, 26, 87, 121, 74, 64, 107, 106, 44, 15].

Les concepts fractals, s'ils s'avèrent pertinents pour la caractérisation des images naturelles, peuvent aussi être exploités pour la synthèse d'images couleur. En particulier, les figures fractales peuvent être reconnues pour présenter des qualités esthétiques assez frappantes et spécifiques. Ces qualités esthétiques sont liées au type spécifique de régularité ou de symétrie que possèdent les figures fractales. Au delà des régularités ou symétries classiques, comme les symétries de translation, de rotation, de réflexion par rapport à un point ou une droite, les figures fractales offrent une symétrie à travers les échelles. Dans ce contexte, il s'agit d'un type nouveau de régularité, la régularité en échelle, et qui présente, comme les symétries classiques, des qualités esthétiques certaines, et spécifiques. Ces qualités esthétiques qu'il est possible d'attribuer aux structures fractales, n'ont peut-être pas été très largement exploitées dans le contexte de l'image numérique pour la décoration, en particulier la décoration appliquée au domaine du textile et de l'habillement. Nous avons été amené à étendre nos travaux dans cette direction au cours de la thèse.

Cette thèse de doctorat s'est déroulée en association avec le dispositif (nouveau) de doctorant-conseil. Le dispositif de doctorant-conseil élargit le périmètre de la thèse en offrant au doctorant la possibilité de compléter sa démarche académique de recherche par une action en direction du monde des entreprises et de la valorisation applicative, à partir de ses compétences de doctorant exercées et développées durant la thèse. Cette thèse a ainsi été l'occasion de nouer des contacts avec le domaine applicatif du textile et de l'habillement. La thèse dans son ensemble a été financée par une bourse sur trois ans attribuée par la Communauté d'Agglomération du Choletais (Maine-et-Loire). Le domaine du textile et de l'habillement

est un domaine d'activité fort de la région du Choletais, pour lequel en particulier les innovations pouvant provenir de la recherche sont spécialement recherchées. La thèse a été accompagnée par un contrat de doctorant-conseil afin de pousser plus loin les avancées en direction du monde industriel. Ce cadre a notamment permis d'entretenir des interactions avec la plateforme technologique Emode du Choletais, qui s'intéresse au prototypage rapide pour la confection, le textile et l'habillement, et qui est engagée dans une collaboration suivie avec le laboratoire LISA pour le transfert technologique depuis la recherche universitaire. C'est donc dans cette dynamique que la thèse a abordé l'application des concepts fractals pour contribuer à la conception et à la synthèse d'images et de motifs décoratifs utiles pour le textile et l'habillement. Nous serons ainsi amené dans ce mémoire à décrire les réalisations effectuées en lien avec l'imagerie fractale et la synthèse d'images, qui offrent, dans la continuité, un prolongement en direction des applications, aux résultats exploitant les fractals pour l'analyse des images naturelles.

Le document s'organise de la façon suivante. Dans le chapitre 2, nous présentons puis appliquons des outils de l'analyse fractale aux images couleur naturelles. Nous discutons les résultats obtenus en abordant en particulier la question de l'origine des signatures fractales obtenues. Nous étendons notre approche à l'analyse multifractale dans le chapitre 3. Nous interrogeons la question des origines des signatures fractales en testant nos analyses en échelle colorimétrique sur des images de synthèse dans le chapitre 4. Nous considérons enfin dans le chapitre 5 les applications et prolongements possibles de nos analyses avec un regard porté sur le domaine du textile et de l'habillement. Le document s'achève par une conclusion discutant des grandes lignes de perspective pour nos travaux.



FIGURE 1.1 – Douze images naturelles en niveaux de gris de taille 512×512 pixels et $Q = 256$ niveaux, obtenues à partir des images couleur naturelles de la Fig. 2.1 par conversion en niveaux de gris Y des trois composantes couleur (R, V, B) selon la formule $Y = R \times 0.299 + G \times 0.587 + B \times 0.114$.

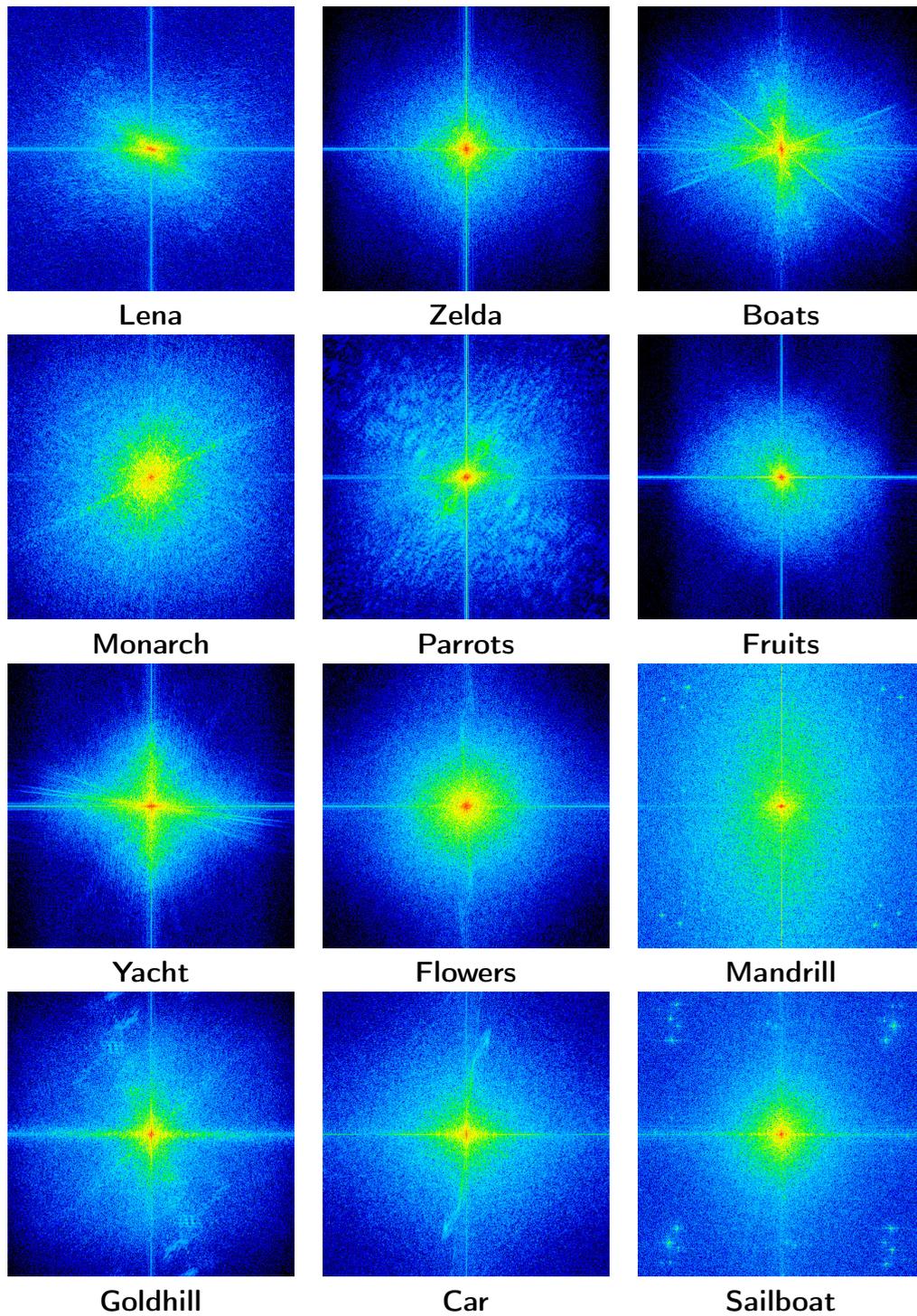


FIGURE 1.2 – Spectre de puissance $P = |\hat{I}|^2$ de la transformée de Fourier des images naturelles en niveaux de gris de la Fig. 1.1.

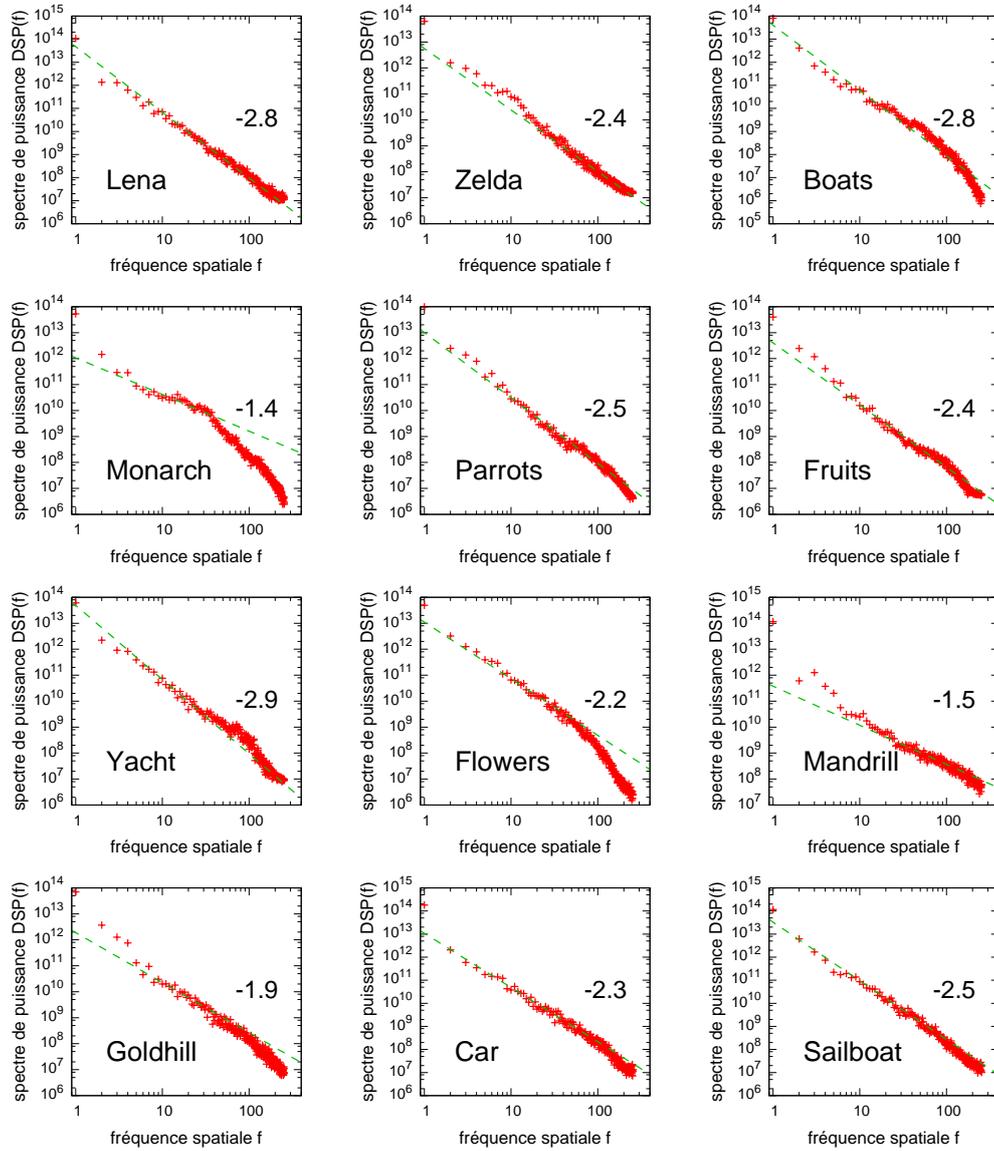


FIGURE 1.3 – Spectre de puissance moyen $DSP(f)$ de l'Éq. (1.1) moyenné par intégration selon toutes les directions angulaires en fonction des fréquences spatiales f pour les images naturelles en niveaux de gris de la Fig. 1.1.

Analyse multiéchelle d’histogrammes couleur

Sommaire

2.1	Introduction à l’analyse multiéchelle	19
2.2	Histogrammes couleur tridimensionnels	19
2.3	Méthodes de caractérisation fractale	23
2.3.1	Méthode par comptage de boîtes	23
2.3.2	Méthode par intégrale de corrélation de paires	31
2.3.3	Méthode par intégrale de corrélation	35
2.4	Discussions	45
2.4.1	Complémentarité des mesures fractales	45
2.4.2	Perspectives applicatives	46
2.4.3	Choix des estimateurs	47
2.4.4	Particularités de certaines images couleur naturelles	48
2.4.5	Cas des images en niveaux de gris	50
2.4.6	Comportement des histogrammes après traitement d’image	51
2.5	Conclusion et perspectives	54

2.1 Introduction à l’analyse multiéchelle

Dans ce chapitre, nous allons commencer par décrire les outils qui vont nous permettre d’analyser l’organisation colorimétrique à travers les échelles des histogrammes des images couleur naturelles. Nous procédons ensuite à une étape méthodologique de calibrage de méthodes de caractérisation fractale au moyen d’images couleur de synthèse de référence. Nous appliquons ensuite ces outils d’analyse fractale aux histogrammes tridimensionnels d’images couleur de scènes naturelles et nous discutons les résultats obtenus [21, 16, 20].

2.2 Histogrammes couleur tridimensionnels

Les histogrammes sont largement exploités dans de nombreuses tâches d’analyse et de traitement d’images comme la modélisation, la segmentation, la classification, le clustering, la reconnaissance de formes, le codage, la réduction de dimensionnalité

ou l’indexation. Pour les images multicomposantes, comme les images couleur RVB ou les images radar multispectrales, les histogrammes constituent des structures de données multidimensionnelles pouvant présenter des organisations complexes [57, 63], avec par exemple des concentrations de pixels dans certaines zones, et des zones lacunaires dépourvues de pixels, des regroupements d’étendues et de concentrations variées. Pour une série d’images couleur naturelles comme celles de la Fig. 2.1, on montre un exemple de telles organisations complexes que peuvent présenter les histogrammes tridimensionnels sur la Fig. 2.2.

Nous considérons ici des images couleur RVB [116, 105], dont chaque composante varie parmi Q valeurs possibles pour chaque pixel de coordonnées spatiales (x_1, x_2) . La composante rouge est notée $R(x_1, x_2)$, la composante verte est $V(x_1, x_2)$ et la composante bleue est $B(x_1, x_2)$; ces composantes prennent toutes trois des valeurs entières comprises dans $[0, Q - 1]$. L’histogramme de telles images couleur est une structure tridimensionnelle comprenant au maximum Q^3 cellules colorimétriques, chacune contenant les pixels de la couleur correspondante dans l’image. Chaque pixel, numéroté par l’indice n , de l’image couleur correspond à un point P_n du domaine RVB tombant dans une cellule colorimétrique précise du cube $[0, Q - 1]^3$. Le nombre de points tombant dans chaque cellule colorimétrique correspond au nombre de pixels ayant cette couleur dans l’image. Pour les images couleur RVB, la structure de données des points P_n répartis entre les différentes cellules colorimétriques forme l’histogramme tridimensionnel que nous allons examiner ici. Il est à noter que cette façon de décrire un histogramme comme un ensemble de points diffère du comptage par population tel qu’on l’opère classiquement lorsque l’on traite des images monocomposantes. Nous verrons par la suite en quoi cette description est utile pour les analyses fractales.

Pour le choix très fréquent $Q = 2^8 = 256$, l’histogramme avec ses $Q^3 = 2^{24} \approx 16.8 \times 10^6$ cellules est une grande structure de données qui peut montrer une organisation complexe. À la place de l’histogramme tridimensionnel complet, trois histogrammes monodimensionnels marginaux, pris séparément pour chaque composante R , V et B , sont souvent considérés pour réaliser un traitement plus simple des données. Par ailleurs, l’histogramme tridimensionnel au complet peut être fortement non uniforme. Pour une image couleur typique RVB de taille 512×512 et $Q = 256$, un total de $N_{\text{pix}} = 512^2 = 2^{18}$ pixels sont répartis parmi les $Q^3 = 2^{24}$ cellules colorimétriques. Cela signifie que dans l’histogramme couleur tridimensionnel, la plupart des cellules sont susceptibles d’être vides, alors que les cellules correspondant aux couleurs dominantes de l’image peuvent être très peuplées. Typiquement, un histogramme couleur tridimensionnel est donc une large structure de données, fortement non uniforme, avec éventuellement de grands vides, certaines concentrations locales élevées de pixels, un caractère globalement diffus, et qui n’est pas très souvent considéré (à la place des trois histogrammes marginaux). Ces caractéristiques peuvent être perçues sur les histogrammes tridimensionnels montrés sur la Fig. 2.2. Par la suite, nous allons mettre en œuvre une caractérisation de l’histogramme couleur tridimensionnel, manifestant la prévalence d’une organisation fractale, avec des structures et des détails couvrant plusieurs échelles dans le cube colorimétrique.

2.2. Histogrammes couleur tridimensionnels



Lena



Zelda



Boats



Monarch



Parrots



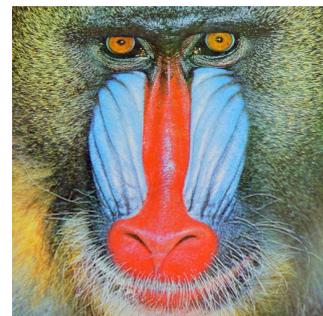
Fruits



Yacht



Flowers



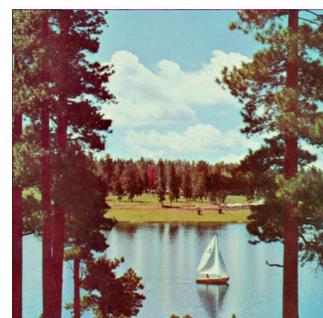
Mandrill



Goldhill



Car



Sailboat

FIGURE 2.1 – Douze images couleur RVB naturelles de taille 512×512 pixels et $Q = 256$ niveaux.

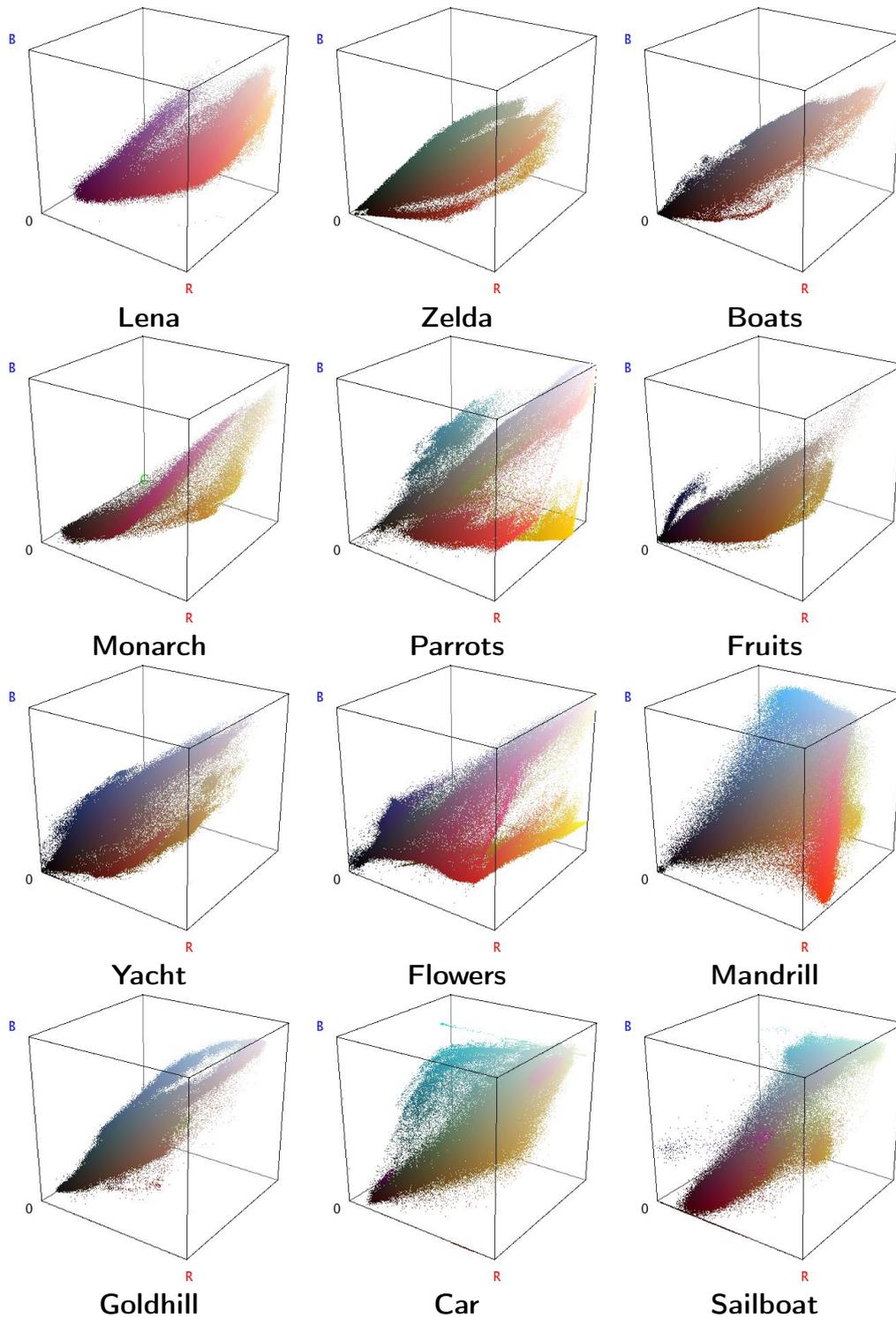


FIGURE 2.2 – Histogramme couleur RVB tridimensionnel dans le cube colorimétrique $[0, Q - 1 = 255]^3$ présenté sous un angle de vue identique pour les douze images couleur naturelles de la Fig. 2.1.

2.3 Méthodes de caractérisation fractale

Dans cette section, nous présentons successivement trois méthodes de caractérisation en échelles que nous allons appliquer aux histogrammes tridimensionnels d’images couleur RVB. Chaque méthode est systématiquement étalonnée sur des images synthétiques de référence, avec des propriétés statistiques connues, avant d’être appliquée à des images couleur naturelles.

2.3.1 Méthode par comptage de boîtes

Description de la méthode

Des images couleur RVB ont été testées pour leur organisation fractale en appliquant une procédure de comptage de boîtes comme suit. Le cube colorimétrique $[0, Q - 1]^3$ est successivement recouvert de boîtes de côté r et volume r^3 , en variant r . Pour chaque longueur de boîte r , on calcule le nombre $N(r)$ de boîtes qui sont nécessaires pour couvrir le support de l’histogramme tridimensionnel, c’est-à-dire pour couvrir toutes les cellules du cube colorimétrique qui sont occupées par des pixels de l’image.

Algorithme et complexité

Nous proposons respectivement, dans les algorithmes 1 et 2, une implémentation simple et une implémentation “avancée” de la méthode de comptage de boîtes pour des images avec $Q = 2^8$ niveaux. Le premier algorithme ne prend en compte que des boîtes cubiques de côté r , avec r une puissance de 2. Le deuxième algorithme, plus compliqué, prend lui en compte des boîtes de la forme $r \times r \times r/2$ ou $r \times r/2 \times r/2$ avec r une puissance de 2. Il ressort ainsi 25 mesures avec l’algorithme 2, contre 9 mesures seulement avec l’algorithme 1. On remarque que les algorithmes 1 et 2 sont tous deux de complexité linéaire en $O(N_{\text{pix}})$, avec N_{pix} le nombre de pixels de l’image.

Validation sur des images de référence

À des fins d’étalonnage, nous appliquons d’abord ce processus de mesure sur des images de référence RVB avec des propriétés connues concernant leur histogramme tridimensionnel. Nous considérons une image de référence $\mathbf{I}_3(x_1, x_2)$ pour laquelle chaque composante colorimétrique R , V ou B est uniformément tirée au hasard dans $[0, 255]$ indépendamment pour chaque pixel (x_1, x_2) . Une telle image couleur $\mathbf{I}_3(x_1, x_2)$ est dotée d’un histogramme tridimensionnel dont les pixels sont répartis uniformément parmi les Q^3 cellules du cube colorimétrique, comme le montre la Fig. 2.3.

De manière similaire, nous considérons également une image de référence $\mathbf{I}_2(x_1, x_2)$ pour laquelle les deux composantes R et V sont uniformément tirées au hasard dans $[0, 255]$ indépendamment pour chaque pixel (x_1, x_2) . En outre, la composante B est fixée partout à la valeur constante de 128. Une telle image couleur

Algorithme 1 Calcul de la mesure de “comptage de boîtes”

```

1: procedure COMPTAGEDOBOÎTES(results, pixels)
2:   for  $i \leftarrow 0 \dots 8$  do
3:      $cube[0 \dots 255][0 \dots 255][0 \dots 255] \leftarrow 0$ 
4:      $n \leftarrow 0$ 
5:     for all  $p \in pixels$  do
6:        $r \leftarrow p.getRed() \ggg i$ 
            $\triangleright$  décalage de  $i$  bits vers la droite (sans conservation du signe)
7:        $g \leftarrow p.getGreen() \ggg i$ 
8:        $b \leftarrow p.getBlue() \ggg i$ 
9:       if  $cube[r][g][b] = 0$  then
10:         $cube[r][g][b] \leftarrow cube[r][g][b] + 1$ 
11:         $n \leftarrow n + 1$ 
12:       end if
13:     end for
14:      $results.add(2^i, n)$ 
15:   end for
16: end procedure

```

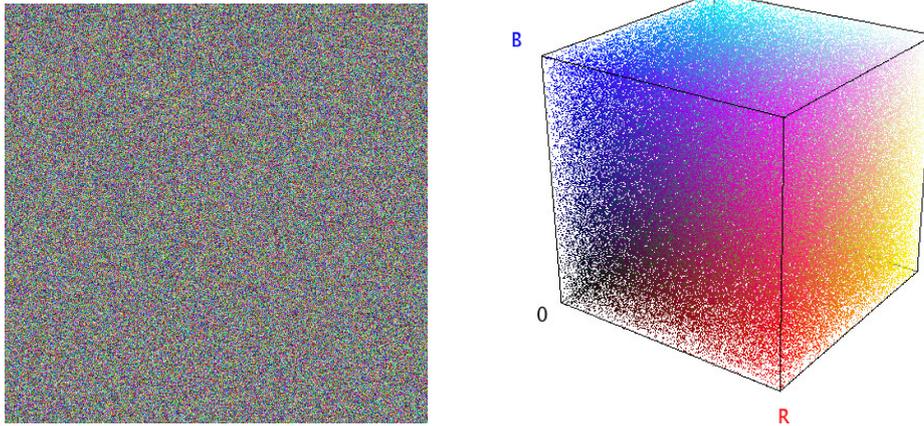


FIGURE 2.3 – Image couleur RVB de référence $\mathbf{I}_3(x_1, x_2)$ de taille 512×512 pixels et $Q = 256$ niveaux (à gauche); et son histogramme tridimensionnel dans le cube colorimétrique $[0, Q - 1 = 255]^3$ en tant que variété à trois dimensions (à droite).

Algorithme 2 Calcul avancé de la mesure de “comptage de boîtes”

```

1: procedure COMPTAGEDEBOÎTESAVANCÉ(results, pixels)
2:   for  $i \leftarrow 0 \dots 8$  do
3:      $n \leftarrow N(i, i, i)$ 
4:     results.add( $2^i$ ,  $n$ )
5:     if  $i = 8$  then
6:       return
7:     end if
8:      $n \leftarrow [N(i, i, i + 1) + N(i, i + 1, i) + N(i + 1, i, i)]/3$ 
9:     results.add( $2^{i+1/3}$ ,  $n$ )
10:     $n \leftarrow [N(i, i + 1, i + 1) + N(i + 1, i + 1, i) + N(i + 1, i, i + 1)]/3$ 
11:    results.add( $2^{i+2/3}$ ,  $n$ )
12:  end for
13: end procedure
14: function  $N(i_R, i_G, i_B) \triangleright$  nombre de boîtes couvrantes de taille  $2^{i_R} \times 2^{i_G} \times 2^{i_B}$ 
15:   cube[ $0 \dots 255$ ][ $0 \dots 255$ ][ $0 \dots 255$ ]  $\leftarrow 0$ 
16:    $n \leftarrow 0$ 
17:   for all  $p \in \text{pixels}$  do
18:      $r \leftarrow p.getRed() \ggg i_R$ 
19:      $g \leftarrow p.getGreen() \ggg i_G$ 
20:      $b \leftarrow p.getBlue() \ggg i_B$ 
21:     if cube[ $r$ ][ $g$ ][ $b$ ] = 0 then
22:       cube[ $r$ ][ $g$ ][ $b$ ]  $\leftarrow$  cube[ $r$ ][ $g$ ][ $b$ ] + 1
23:        $n \leftarrow n + 1$ 
24:     end if
25:   end for
26:   return  $n$ 
27: end function

```

$\mathbf{I}_2(x_1, x_2)$ est doté d'un histogramme tridimensionnel qui se réduit à une variété bidimensionnelle : les pixels se distribuent uniformément sur le plan d'équation $B = 128$ dans le cube colorimétrique $[0, Q - 1 = 255]^3$, comme le montre la Fig. 2.4.

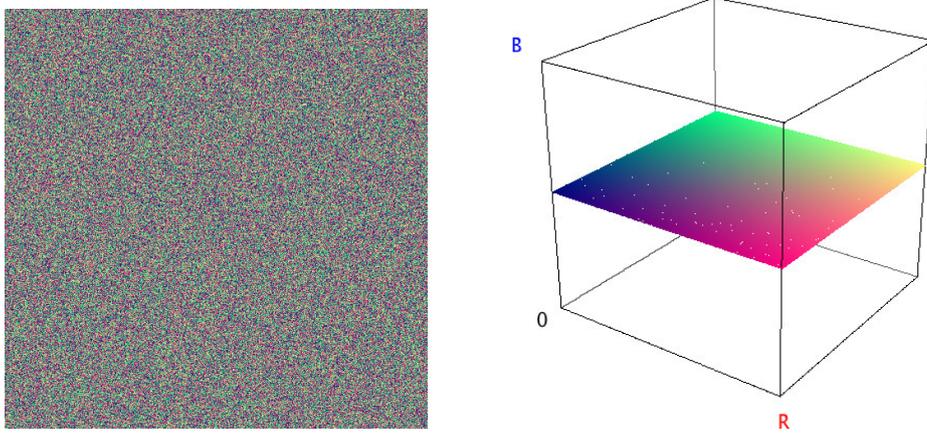


FIGURE 2.4 – Image couleur RVB de référence $\mathbf{I}_2(x_1, x_2)$ de taille 512×512 pixels et $Q = 256$ niveaux (à gauche); et son histogramme tridimensionnel dans le cube colorimétrique $[0, Q - 1 = 255]^3$ en tant que variété à deux dimensions (à droite).

Enfin, nous introduisons une image de référence $\mathbf{I}_1(x_1, x_2)$ pour laquelle la composante R est uniformément tirée au hasard dans $[0, 255]$ de manière indépendante pour chaque pixel (x_1, x_2) . Les autres composantes sont déterminées suivant une valeur constante telles que $V = 128$ et $B = 128$. Une telle image couleur $\mathbf{I}_1(x_1, x_2)$ est doté d'un histogramme tridimensionnel qui se réduit à une variété à une dimension : les pixels se répartissent uniformément sur une ligne droite dans le cube colorimétrique $[0, Q - 1 = 255]^3$, comme le montre la Fig. 2.5.

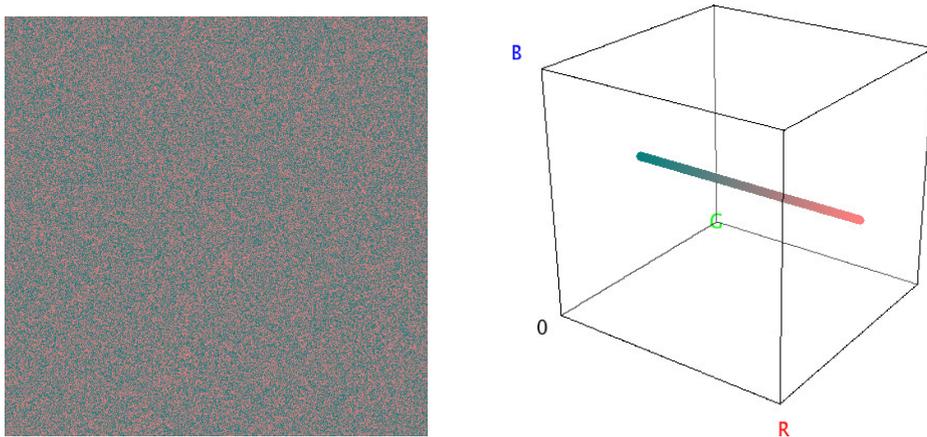


FIGURE 2.5 – Image couleur de référence RVB $\mathbf{I}_1(x_1, x_2)$ de taille 512×512 pixels et $Q = 256$ niveaux (à gauche); et son histogramme tridimensionnel dans le cube colorimétrique $[0, Q - 1 = 255]^3$ en tant que variété à une dimension (à droite).

Pour chaque histogramme tridimensionnel de référence montré sur les Figs. 2.3–

2.5, on compte le nombre $N(r)$ de boîtes couvrant à l'échelle r . Dans les tracés comme la Fig. 2.6, les valeurs non entières de la taille de boîte r correspondent à la racine cubique du volume des boîtes de la forme $b \times b \times b/2$ ou $b \times b/2 \times b/2$ avec b une puissance de 2. Le compte correspondant $N(r)$ résulte d'une moyenne au cours des trois configurations possibles de telles boîtes relativement aux trois axes (R, V, B) . Pour l'histogramme qui est une variété à une dimension sur la Fig. 2.5, le compte $N(r)$ devrait suivre une loi de puissance simple $N(r) \propto r^{-D}$ avec un exposant $D = 1$. Ceci est vérifié sur la Fig. 2.6. Pour l'histogramme qui est une variété à deux dimensions sur la Fig. 2.4, le compte $N(r)$ devrait suivre une loi de puissance $N(r) \propto r^{-D}$ avec $D = 2$. Ceci est également vérifié sur la Fig. 2.6.

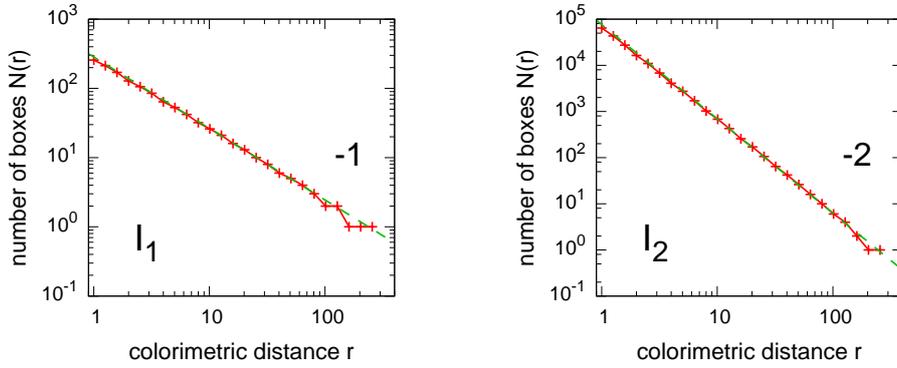


FIGURE 2.6 – Nombre $N(r)$ de boîtes couvrantes de taille r pour couvrir l'histogramme tridimensionnel des images $\mathbf{I}_1(x_1, x_2)$ et $\mathbf{I}_2(x_1, x_2)$ de la Fig. 2.4. Les lignes droites en pointillés représentent les pentes -1 (gauche) et -2 (droite) correspondant aux prédictions théoriques de la mesure de “comptage de boîtes”.

Pour l'histogramme de la Fig. 2.3 où les pixels sont uniformément distribués sur l'ensemble du cube colorimétrique $[0, Q - 1 = 255]^3$, le compte $N(r)$ est censé suivre une loi de puissance $N(r) \propto r^{-D}$ avec $D = 3$. Ceci n'est vérifié sur la Fig. 2.7 qu'aux grandes échelles r . À l'échelle la plus petite $r = 1$, la ligne droite avec une pente -3 en log-log où figure la loi de puissance $N(r) \propto r^{-3}$ sur la Fig. 2.7, pointe sur un compte $N(r = 1) = 2^{24}$ qui correspond précisément au nombre total de cellules colorimétriques dans le cube colorimétrique $[0, Q - 1 = 255]^3$. Cependant, l'image originale $\mathbf{I}_3(x_1, x_2)$ de la Fig. 2.3 ne compte au total que $N_{\text{pix}} = 512 \times 512 = 2^{18}$ pixels. Par conséquent, à l'échelle $r = 1$, un nombre total de 2^{18} boîtes de taille r est suffisant pour couvrir toutes les cellules occupées de l'histogramme tridimensionnel de la Fig. 2.3. De toute évidence, si seulement $N_{\text{pix}} = 2^{18}$ pixels sont distribués uniformément parmi 2^{24} cellules colorimétriques, il n'y aura pas plus de 2^{18} cellules occupées, comme en témoigne la Fig. 2.7. De cette façon, à mesure que la taille de la boîte r est diminuée, si la loi de puissance $\propto r^{-D}$ prévoit un certain nombre de boîtes occupées plus grand que le nombre total N_{pix} pixels de l'image, le compte expérimental $N(r)$ de boîtes occupées va s'écarter de la loi de puissance pour saturer comme il ne peut pas dépasser N_{pix} . Il est important de prendre conscience de cette possibilité de saturation du nombre de boîtes couvrantes $N(r)$ aux petites échelles

r , qui sature dans la pratique, en fonction du nombre total de pixels N_{pix} de l’image, et peut donc s’écarter d’une loi de puissance sous-jacente $N(r) \propto r^{-D}$ aux petites échelles r en raison du nombre limité de pixels observés. Cette possibilité sera utile pour interpréter les observations sur des images naturelles à venir ensuite.

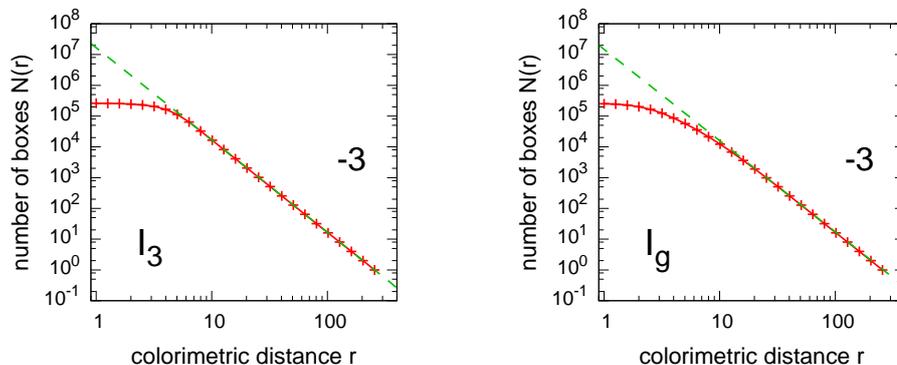


FIGURE 2.7 – Nombre $N(r)$ de boîtes couvrantes de taille r nécessaire pour recouvrir l’histogramme tridimensionnel de l’image de référence uniforme $\mathbf{I}_3(x_1, x_2)$ de la Fig. 2.3 et l’image de référence gaussienne $\mathbf{I}_g(x_1, x_2)$ de la Fig. 2.8. La ligne droite en pointillés représente la pente -3 correspondant à la prédiction théorique de la mesure de “comptage de boîtes”.

Une dernière image de référence $\mathbf{I}_g(x_1, x_2)$ a été générée avec, pour chaque pixel (x_1, x_2) , la valeur de chaque composante R , V et B sélectionnée de manière indépendante avec une probabilité gaussienne de moyenne 128 et d’écart-type 256/6, puis limitée à $[0, 255]$. Cette image de référence gaussienne $\mathbf{I}_g(x_1, x_2)$ est aussi caractérisée par une distribution compacte des couleurs dans le cube colorimétrique $[0, 255]^3$ comme le montre la Fig. 2.8. On associe ceci sur la Fig. 2.7 pour $\mathbf{I}_g(x_1, x_2)$ avec un nombre de boîtes couvrantes $N(r) \propto r^{-D}$ avec $D = 3$, comme le montre le tracé log-log correspondant à une droite de pente -3 , au moins à de grandes échelles r , et avec une saturation similaires à ceux de $\mathbf{I}_3(x_1, x_2)$, aux petites échelles r , en raison du nombre limité de pixels.

Application sur images couleur naturelles

Nous appliquons maintenant la procédure de comptage de boîtes décrite précédemment pour caractériser les histogrammes tridimensionnels des images couleur naturelles. Nous avons examiné différentes images couleur RVB courantes, de taille $N = 512 \times 512$ pixels et $Q = 256$ niveaux. Nous montrons les résultats de l’analyse en échelles par la méthode de comptage de boîtes pour les images couleur naturelles de la Fig. 2.1.

Pour les images de la Fig. 2.1, les tracés en log-log du nombre $N(r)$ de boîtes couvrantes sont présentés sur la Fig. 2.9. L’observation remarquable sur la Fig. 2.9 est que les tracés de $\log[N(r)]$ par rapport à $\log(r)$ sont bien approximés par des lignes droites avec une pente $-D$, sur une gamme importante d’échelles r . Ceci

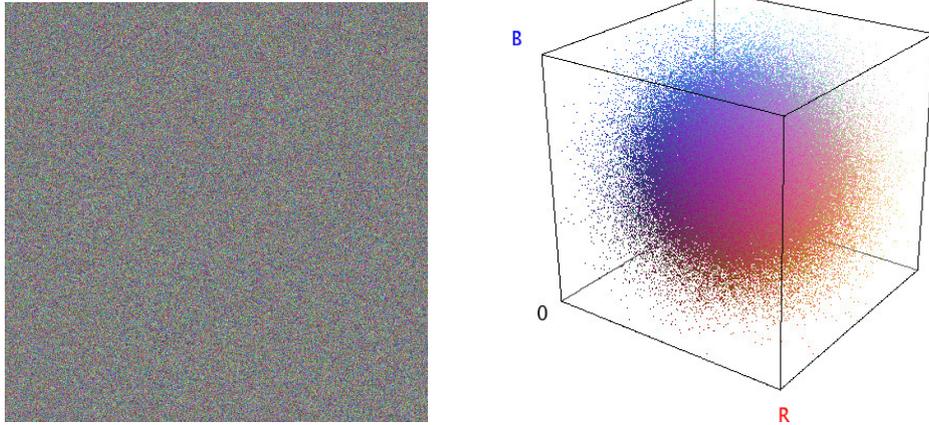


FIGURE 2.8 – Image couleur RVB de référence gaussienne $\mathbf{I}_g(x_1, x_2)$, de taille 512×512 pixels et $Q = 256$ niveaux, dont les valeurs de chaque composante R , V et B ont été sélectionnées de manière indépendante avec une probabilité gaussienne de moyenne 128 et d'écart-type $256/6$.

est équivalent à un nombre $N(r)$ de boîtes couvrantes suivant une loi de puissance $N(r) \propto r^{-D}$, et avec l'exposant D de la Fig. 2.9 qui tend à prendre des valeurs non entières nettement inférieure à 3. Aux petites échelles r , il y a généralement une dérogation à la loi de puissance $N(r) \propto r^{-D}$ qui peut être liée au nombre fini de pixels présents dans les images, ce qui limite le nombre total de boîtes $N(r)$. Cette saturation de $N(r)$ dépend de l'échelle puisqu'à la plus petite échelle $r = 1$, le nombre de boîtes couvrantes $N(r = 1)$ sature exactement au nombre de couleurs distinctes présentes dans l'image.

Les résultats de la Fig. 2.9 manifestant une loi de puissance $N(r) \propto r^{-D}$ sont typiques du comportement qui a été observé, tout en testant de nombreuses images couleur naturelles, avec un exposant D qui a été trouvé à varier entre 2.2 et 2.5 typiquement pour des images naturelles. Ce type de comportement, avec exposant non entier D , identifie ce qui peut être considéré comme une organisation fractale des couleurs présentes dans les images naturelles. La procédure de recouvrement par des boîtes utilisée ici, caractérise la structure du support de l'histogramme tridimensionnel des images couleur. Elle montre comment les couleurs qui sont présentes dans les images sont distribuées sur le cube colorimétrique, selon l'échelle colorimétrique, pour des couleurs voisines proches ou pour des couleurs distantes très éloignées. Une organisation fractale, telle qu'identifiée par des lignes droites avec des pentes non entières sur la Fig. 2.9, représente des images contenant des regroupements de couleurs voisines proches ainsi que des couleurs qui sont très éloignées. En même temps, une structure fractale avec exposant D inférieur à 3, indique des vides de toutes tailles sans couleurs pour les histogrammes tridimensionnels dans le cube colorimétrique. De cette façon, les images naturelles semblent associer des couleurs qui sont choisies de manière fractale autosimilaire non triviale sur le cube colorimétrique, avec des couleurs sélectionnées uniformément à travers plusieurs échelles. Des petites échelles

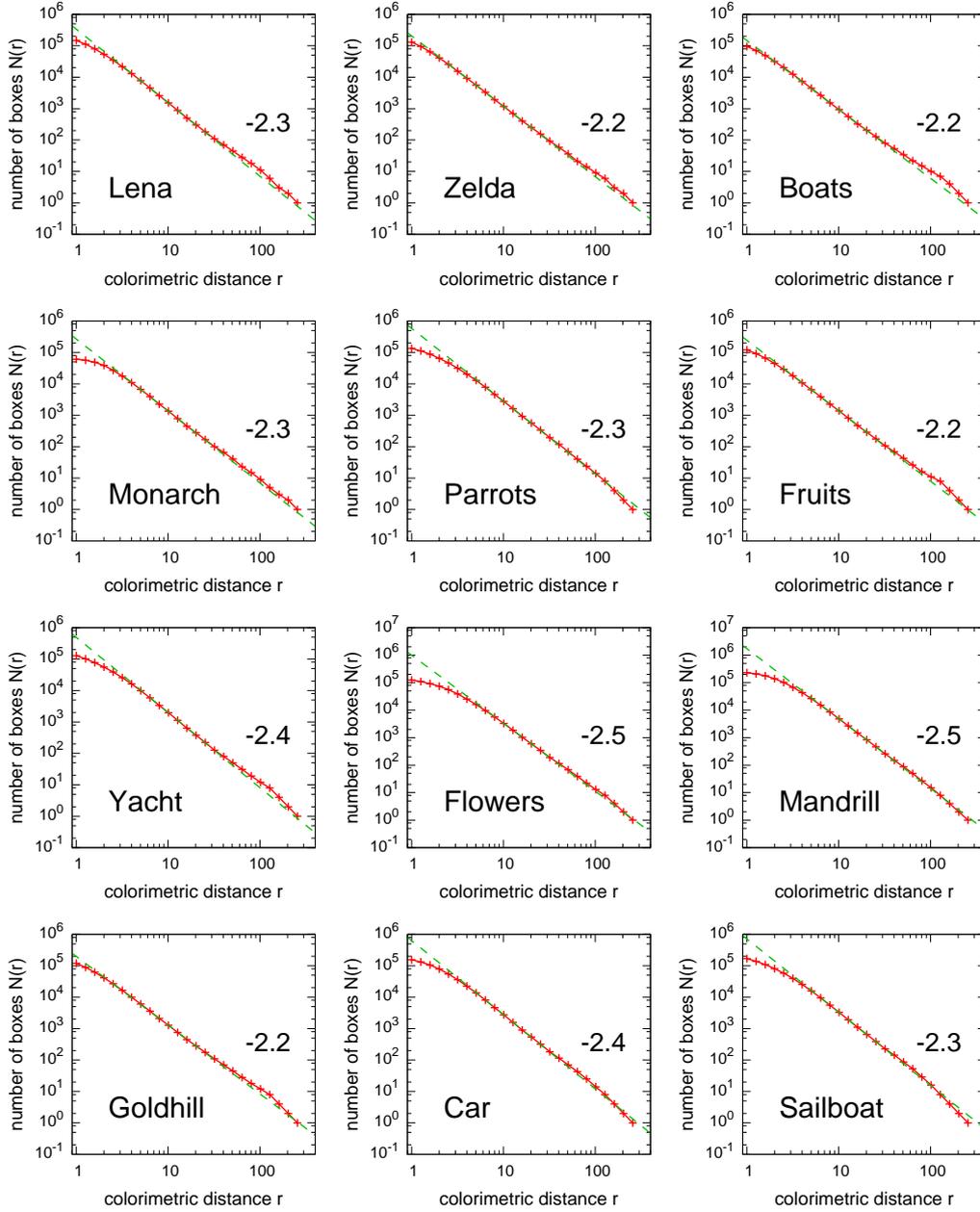


FIGURE 2.9 – Nombre $N(r)$ de boîtes couvrantes de taille r pour couvrir l'histogramme tridimensionnel, pour les douze images couleur RVB naturelles de la Fig. 2.1. Pour chaque image, la ligne pointillée montre la pente $-D$ ajustée aux données mesurées sur la plus grande gamme d'échelles possible.

sont liées aux nombreuses nuances et variations de quelques couleurs de référence génériques, des grandes échelles sont liées aux nombreuses couleurs en grande partie distinctes qui composent souvent des images naturelles. Et ces couleurs différentes sont généralement choisies de manière autosimilaire à travers les échelles, comme cela se manifeste sur la Fig. 2.9.

2.3.2 Méthode par intégrale de corrélation de paires

Pour corroborer les résultats obtenus avec la méthode de comptage de boîtes, et pour compléter et étendre la caractérisation des propriétés fractales qui peuvent exister dans l'organisation colorimétrique des images couleur naturelles, nous allons appliquer une autre méthode de caractérisation en échelles des histogrammes tridimensionnels : l'intégrale de corrélation de paires basée sur la distance qui sépare les paires de points de l'histogramme couleur tridimensionnel.

Description de la méthode

Pour caractériser l'organisation de l'histogramme dans le domaine RVB à travers les échelles colorimétriques r , nous évaluons pour toutes les échelles r possibles le nombre de paires de points $(P_n, P_{n'})$ séparés par une distance $\leq r$. Ce dernier est défini par

$$C(r) = \sum_{n=1}^{N_{\text{pix}}} \sum_{n'>n}^{N_{\text{pix}}} \Gamma(r - \|P_n - P_{n'}\|), \quad (2.1)$$

avec la fonction de Heaviside $\Gamma(u) = 1$ si $u \geq 0$ et $\Gamma(u) = 0$ sinon. Nous pouvons considérer $C_1(r) = C(r)/N_{\text{pix}}$ qui est le nombre moyen de paires par pixel de l'image. Cette mesure $C_1(r)$ reflète, pour un pixel quelconque dans le domaine RVB, le nombre moyen de voisins à la distance $\leq r$ dans l'histogramme tridimensionnel RVB. La plus grande séparation possible entre deux pixels du cube colorimétrique $[0, Q - 1]^3$ est $r_{\text{max}} = \sqrt{3}(Q - 1)$ et pour $r = r_{\text{max}}$ la valeur de $C(r)$ sature à $N_{\text{pix}}(N_{\text{pix}} - 1)/2$ qui est le nombre total de paires. Une normalisation par ce nombre total de paires donne $C_0(r) = C(r)/(N_{\text{pix}}(N_{\text{pix}} - 1)/2)$. Cette mesure $C_0(r)$ est une fonction non décroissante qui commence proche de zéro à $r = 0$ et sature à 1 aux grands r approchant r_{max} . Pour les points de l'espace, une telle fonction $C_0(r)$ est connue sous le nom d'intégrale de corrélation de paires [46, 13]. C'est une mesure qui est utilisée pour caractériser l'organisation des ensembles de points dans l'espace. Pour des points uniformément distribués dans l'espace tridimensionnel, l'intégrale de corrélation de paires $C_0(r)$, ou l'une de ses versions non normalisées $C_1(r)$ ou $C(r)$, doit varier en r^3 . Pour des ensembles de points plus complexes, une caractéristique remarquable est qu'elle coïncide avec une variation en r^D avec un exposant D possiblement non entier différent de 3. Un tel comportement caractérise une organisation autosimilaire non triviale des points. L'autosimilarité apparaît par l'invariance de la loi de puissance à un changement d'échelle : si l'échelle en r change par $r \rightarrow \alpha r$, un changement d'échelle correspondant dans C_0 comme $C_0 \rightarrow \alpha^D C_0$ fait paraître à l'identique la structure toute entière. L'organisation des points dans

l'espace, telle qu'elle est caractérisée par les corrélations $C_0(r)$ par rapport à r , n'a pas d'échelle caractéristique et est autosimilaire à travers les échelles. Cela lui confère un caractère fractal [73, 45, 13].

Les mesures de corrélation de paires similaires à $C(r)$, $C_1(r)$ ou $C_0(r)$, ont été utilisées pour caractériser des structures fractales dans différents contextes, par exemple dans les attracteurs chaotiques, ou dans les milieux poreux, ou dans les agrégats de diffusion limitée, ou dans les amas de percolation, ou dans la distribution des étoiles et des galaxies [46, 73, 45]. Ici, nous utiliserons la mesure $C(r)$ pour montrer qu'il existe une organisation fractale dans les histogrammes tridimensionnels des images couleur.

Algorithme et complexité

Pour réaliser la mesure de corrélation de paires, nous avons implémenté les algorithmes 3 et 4 optimisés pour des images avec $Q = 2^8$ niveaux. L'algorithme 3 calcule l'histogramme tridimensionnel pour un tableau de pixels donné en paramètre et relève ainsi le nombre de pixels utilisés pour chaque couleur distincte de l'image (de composantes R, V, B identiques). L'algorithme 4 calcule la mesure de corrélation de paires en fonction de cet histogramme tridimensionnel. La complexité de l'algorithme 3 est en $O(N_{\text{pix}})$, avec N_{pix} le nombre de pixels de l'image. L'algorithme 4 est de complexité quadratique en $O(c^2)$, avec c le nombre de couleurs distinctes de l'histogramme tridimensionnel.

Algorithme 3 Calcul de l'histogramme tridimensionnel RVB d'une image

```

1: function HISTOGRAMME3D(pixels)
2:   cube[0...255][0...255][0...255] ← 0
3:   for all  $p \in \textit{pixels}$  do
4:      $r \leftarrow p.\textit{getRed}()$ 
5:      $g \leftarrow p.\textit{getGreen}()$ 
6:      $b \leftarrow p.\textit{getBlue}()$ 
7:     cube[ $r$ ][ $g$ ][ $b$ ] ← cube[ $r$ ][ $g$ ][ $b$ ] + 1
8:   end for
9:   for  $r \leftarrow 0 \dots 255$  do
10:    for  $g \leftarrow 0 \dots 255$  do
11:     for  $b \leftarrow 0 \dots 255$  do
12:      if cube[ $r$ ][ $g$ ][ $b$ ] ≠ 0 then
13:         $\textit{freq} \leftarrow \textit{cube}[\textit{r}][\textit{g}][\textit{b}]$ 
14:        colors.add( $r, g, b, \textit{freq}$ )
15:      end if
16:    end for
17:  end for
18: end for
19: return colors
20: end function

```

Algorithme 4 Mesure de corrélation de paires

```

1: procédure CORRÉLATIONDEPAIRES(results, colors)
2:   pairs[0...255 × 255 × 3] ← 0           ▷ tableau de comptage des paires
3:   colors' ← colors.clone()
4:   for all c ∈ colors do
5:     pairs[0] ← pairs[0] + c.frequency × (c.frequency − 1)/2
6:     colors'.remove(0)
7:     for all c' ∈ colors' do
8:        $d_R \leftarrow c.getRed() - c'.getRed()$ 
9:        $d_G \leftarrow c.getGreen() - c'.getGreen()$ 
10:       $d_B \leftarrow c.getBlue() - c'.getBlue()$ 
11:       $d \leftarrow d_R \times d_R + d_G \times d_G + d_B \times d_B$ 
12:      pairs[d] ← pairs[d] + c.frequency × c'.frequency
13:     end for
14:   end for
15:   sum ← 0
16:   for d ← 0...255 × 255 × 3 do
17:     n ← pairs[d]
18:     if n ≠ 0 then
19:       sum ← sum + n
20:       results.add( $\sqrt{d}$ , sum)
21:     end if
22:   end for
23: end procédure

```

Validation de la méthode sur des images de référence

Suivant la même méthodologie que celle adoptée pour la méthode de comptage de boîtes, nous testons l'évolution de la mesure de corrélation $C(r)$ sur des images de référence avec des propriétés statistiques connues, comme les images des Fig. 2.3–2.5. Pour calibrer la mesure de corrélation $C(r)$ de l'Éq. (2.1), nous commençons avec l'image de référence \mathbf{I}_3 de la Fig. 2.3 pour laquelle les trois composantes R , V et B de chaque pixel sont choisies au hasard dans $[0, Q - 1 = 255]$ avec une probabilité uniforme. Le tracé en log-log de la Fig. 2.10 montre une évolution en $C(r) \propto r^3$ sauf pour de grandes ou petites distances r . À grande distance r approchant $r_{max} = \sqrt{3}(Q - 1)$, il y a une saturation du compte $C(r)$ qui tend à croître plus lentement que r^3 à cause des effets de bord. Pour de petite distance r proche de $r = 1$, le compte $C(r)$ qui s'opère sur la grille discrète des couleurs dans l'histogramme, dévie du modèle $C(r) \propto r^3$ qui suppose une distribution continue des points. À petite distance r , le nombre moyen de voisins sur la grille discrète diffère légèrement du volume de la sphère de rayon r , et produit des fluctuations du compte autour du comportement en ligne droite en coordonnées log-log. Ces fluctuations deviennent rapidement négligeables quand r croît au-dessus de 1, comme visible sur la Fig. 2.10.

Aussi pour de petits r , l’estimation statistique est moins précise, à cause de la faible densité de voisins pour de petits r , avec le modèle aléatoire uniforme de la Fig. 2.10. Il y a un total de $N_{\text{pix}} = 2^{16}$ pixels dans l’image, pour 2^{24} cellules colorimétriques dans l’histogramme; ceci mène à une (faible) densité uniforme de 2^{-8} point par cellule colorimétrique de côté 1, correspondant à un ordre de grandeur de 10^{-2} pour le nombre moyen de points voisins à $r = 1$ sur la Fig. 2.10. Cependant, à l’intérieur des limites aux grand et petit r , l’évolution comme $C(r) \propto r^3$ est bien identifiée dans les résultats de la Fig. 2.10, et fournit une caractérisation cohérente de l’histogramme couleur uniforme de variété à trois dimensions.

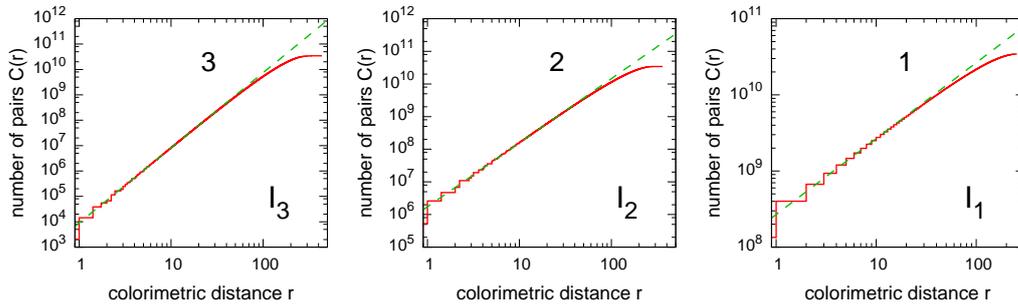


FIGURE 2.10 – Nombre de paires $C(r)$ pour les histogrammes tridimensionnels des images de référence I_3 , I_2 et I_1 , des Figs. 2.3–2.5, en fonction de la distance colorimétrique r . Le nombre indiqué correspond à la pente de la ligne droite en pointillés ajustée aux données mesurées sur la plus grande gamme d’échelles possible.

Nous avons également testé la mesure de corrélation $C(r)$ sur l’image de référence I_2 à deux dimensions de la Fig. 2.4 pour laquelle les composantes R et V sont choisies aléatoirement dans $[0, Q - 1 = 255]$ avec une probabilité uniforme, la composante B restante étant déterminée par une constante $B = 128$. La mesure de corrélation de paires correspondante $C(r)$ est présentée sur la Fig. 2.10. Le tracé en log-log de la Fig. 2.10 pour I_2 montre une évolution de la mesure de corrélation de paires comme $C(r) \propto r^2$, à l’intérieur des limites à petit r et grand r . Ceci fournit encore une caractérisation cohérente de l’histogramme couleur uniforme pour une variété à deux dimensions comme ici.

Ensuite, nous avons testé $C(r)$ sur l’image de référence I_1 à une dimension de la Fig. 2.5 de taille 512×512 pour laquelle les pixels sont distribués aléatoirement avec une densité uniforme sur une ligne droite du cube colorimétrique $[0, Q - 1 = 255]^3$. Le tracé en log-log de la Fig. 2.10 pour I_1 montre une évolution de la mesure de corrélation de paires comme $C_1(r) \propto r^1$, fournissant, comme avant, une caractérisation cohérente de l’histogramme couleur uniforme pour une variété à une dimension comme dans ce cas-là. Les résultats de la Fig. 2.10 démontrent la capacité de la mesure de corrélation $C_1(r)$ à fournir une identification cohérente de la dimension de la variété formée par l’histogramme couleur dans le cube colorimétrique.

Ces résultats nous serviront de référence afin d’interpréter le comportement de $C(r)$ mesuré sur des images couleur naturelles.

Application sur des images naturelles

Nous avons considéré les mêmes images couleur naturelles que celles utilisées pour la méthode de comptage de boîtes représentées sur la Fig. 2.1. Pour chaque image couleur de la Fig. 2.1, nous avons calculé le nombre de paires $C(r)$ de l'Éq. (2.1), afin de caractériser la distribution de points de l'histogramme dans le cube colorimétrique $[0, Q - 1]^3$. Les évolutions résultant de $C(r)$ sont rapportées sur la Fig. 2.11.

Pour chaque tracé en log-log de la Fig. 2.11, une ligne droite en pointillés de pente D est indiquée, ce qui fournit un ajustement aux données. Ceci correspond pour la mesure de corrélation de paires à un modèle en loi de puissance comme $C(r) \propto r^D$. Les ajustements linéaires de la Fig. 2.11 s'applique mieux sur une gamme intermédiaire de r où l'implémentation pratique de l'intégrale de corrélation est connue pour être mieux adaptée pour l'estimation de dimensionnalité [13]. Sur la Fig. 2.11, des valeurs non entières sont observées pour les exposants en loi de puissance D . Un tel comportement en loi de puissance pour l'intégrale de corrélation de paires, avec un exposant D non entier, identifie une organisation autosimilaire non triviale caractérisant une structure fractale.

2.3.3 Méthode par intégrale de corrélation

Nous élargissons encore nos analyses avec une troisième méthode de caractérisation en échelles : la méthode par intégrale de corrélation.

Description de la méthode

Dans le domaine colorimétrique RVB, pour un rayon r donné, chaque point P_n de l'histogramme tridimensionnel est successivement pris comme centre de la sphère $S_n(r)$ de rayon r . Ensuite, on compte le nombre $M_n(r)$ de points de l'histogramme tridimensionnel contenus à l'intérieur de la sphère $S_n(r)$: ce sont les points de l'espace colorimétrique RVB dont la distance euclidienne à P_n est $\leq r$ (sans auto-comptage, c'est-à-dire que P_n lui-même n'est pas inclus dans le nombre M_n). Les nombres $M_n(r)$ sont ensuite moyennés sur tous les centres P_n possibles pour arriver à un compte moyen $M(r)$. Dans ce processus, afin d'éviter des effets de bord, seuls les centres P_n pour lesquels la sphère $S_n(r)$ est complètement à l'intérieur du cube $[0, Q - 1]^3$ sont considérées comme des centres valides pouvant être pris en compte dans le calcul de la moyenne. $M(r)$ représente donc le nombre moyen de voisins se trouvant à une distance $\leq r$ d'un point de l'histogramme tridimensionnel dans le cube colorimétrique RVB. L'ensemble du processus est répété en faisant varier r .

Algorithme et complexité

L'algorithme 5, optimisé pour des images couleur RVB avec $Q = 256$ niveaux, calcule la mesure d'intégrale de corrélation $M(r)$ en fonction de l'histogramme tridimensionnel obtenu par l'algorithme 3. La complexité de cet algorithme 5 est qua-

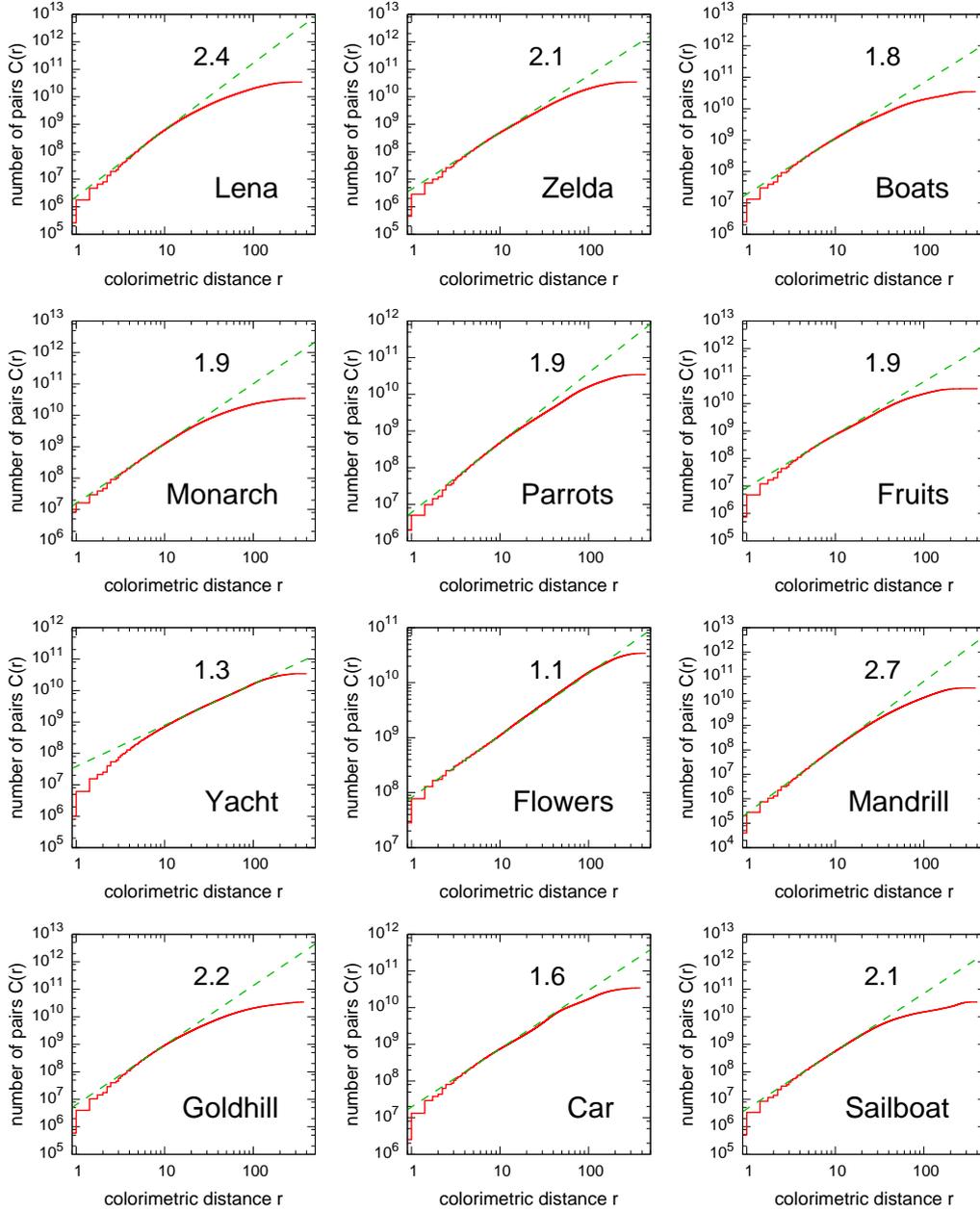


FIGURE 2.11 – Nombre de paires $C(r)$ dans l’histogramme couleur, en fonction de la distance colorimétrique r , pour les douze images couleur RVB de la Fig. 2.1. Le nombre indiqué correspond à la pente de la ligne droite en pointillés ajustée aux données mesurées sur la plus grande gamme d’échelles possible.

dratique en $O(c^2)$, avec c le nombre de couleurs distinctes de l'histogramme tridimensionnel.

Validation sur des images de référence

Les images couleur RVB de taille 512×512 pixels des Figs. 2.3–2.5 ont été testées à travers le calcul de leur intégrale de corrélation $M(r)$. Nous considérons tout d'abord l'image de référence \mathbf{I}_3 de la Fig. 2.3 où la valeur de chaque composante couleur R , V et B , pour chaque pixel (x_1, x_2) , est tirée au sort dans $[0, 255 = Q - 1]$ avec une probabilité uniforme. Le tracé en log-log de la Fig. 2.12, correspondant à une droite de pente 3, révèle clairement l'évolution en loi de puissance attendue $M(r) \propto r^3$. Seulement, à très courte distance $r \approx 1$, un faible écart existe sur la Fig. 2.12, ce qui s'explique comme suit. Dans un espace continu, le volume de la sphère de rayon $r = 1$ est $4\pi/3 \approx 4.2$, tandis que sur la grille discrète des couleurs le nombre de points discrets dans cette sphère est de 7. Il y a une bien meilleure correspondance dès lors que $r = 2$, avec un volume de la sphère de $4\pi 2^3/3 \approx 33.5$ qui vient très près du nombre 33 de points discrets dans la sphère. Sur la Fig. 2.12, le petit écart à $r = 1$ entre le compte expérimental de $M(r)$ et les prédictions théoriques $M(r) = \rho 4\pi r^3/3$ est précisément dû à cette différence entre le volume de la sphère et le nombre de points de la grille discrète qu'elle contient. Cet écart devient rapidement négligeable lorsque r s'accroît après 1, comme visible sur la Fig. 2.12.

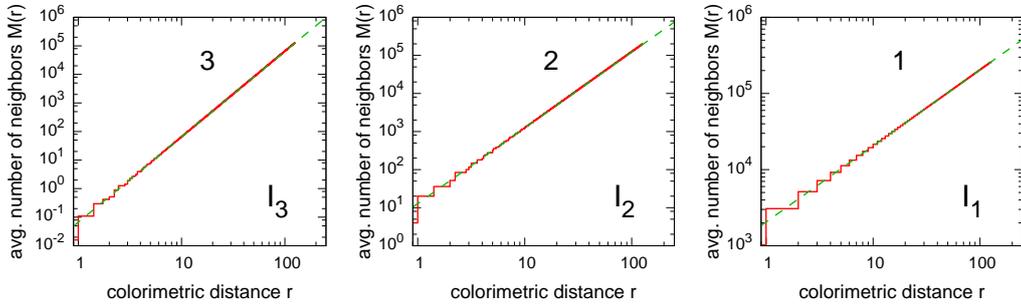


FIGURE 2.12 – Pour les images de référence $\mathbf{I}_3(x_1, x_2)$, $\mathbf{I}_2(x_1, x_2)$ et $\mathbf{I}_1(x_1, x_2)$, en fonction de la distance colorimétrique r , le nombre moyen de voisins $M(r)$ à l'intérieur de la sphère de rayon r . Pour \mathbf{I}_3 , la ligne droite en pointillés de pente 3 est la prédiction théorique $M(r) = \rho 4\pi r^3/3$ avec $\rho = 1/64$.

Nous avons ensuite considéré l'image de référence $\mathbf{I}_g(x_1, x_2)$ de la Fig. 2.8 générée avec des valeurs sélectionnées de façon indépendante selon une distribution de probabilité gaussienne de moyenne 128 et d'écart-type $256/6$, puis réduite dans $[0, 255]$, pour chaque pixel (x_1, x_2) de chaque composante R , V et B . L'image de référence $\mathbf{I}_g(x_1, x_2)$ se caractérise par une distribution de couleurs dans le cube colorimétrique $[0, 255]^3$ associée à une intégrale de corrélation $M(r) \propto r^D$ avec $D = 3$, comme le montre le tracé log-log de la Fig. 2.13 correspondant de près à une ligne droite de pente 3. Sur la Fig. 2.13, une petite déviation de $M(r)$ de la ligne droite est

Algorithme 5 Mesure de l'intégrale de corrélation

```

1: procedure INTÉGRALEDECORRÉLATION(results, colors)
2:   centers[0...255 × 255 × 3] ← 0   ▷ tableau de comptage des centres valides
3:   neighbors[0...255 × 255 × 3] ← 0   ▷ tableau de comptage des voisins
4:   rep[0...255 × 255 × 3] ← false   ▷ tableau des distances2 représentatives
5:   rep[0] ← true
6:   for all c ∈ colors do
7:     neighbors'[0...255 × 255 × 3] ← 0
8:     c.min ← MINDISTANCE2(c)   ▷ distance2 minimale aux parois du cube
9:     rep[c.min] ← true
10:    for d ← 0...c.min do   ▷ c est un centre valide ∀ distance2 d ≤ c.min
11:      centers[d] ← centers[d] + c.frequency
12:    end for
13:    neighbors'[0] ← (c.frequency - 1) × c.frequency
14:    colors' ← colors.clone()
15:    colors'.remove(c)
16:    for all c' ∈ colors' do
17:      dR ← c.getRed() - c'.getRed()
18:      dG ← c.getGreen() - c'.getGreen()
19:      dB ← c.getBlue() - c'.getBlue()
20:      d ← dR × dR + dG × dG + dB × dB
21:      if d ≤ c.min then   ▷ c' est dans une sphère valide de centre c
22:        rep[d] ← true
23:        neighbors'[d] ← neighbors'[d] + c.frequency × c'.frequency
24:      end if
25:    end for
26:    n ← 0
27:    for d ← 0...c.min do   ▷ calcul du nombre de voisins ∀ d ≤ c.min
28:      n ← n + neighbors'[d]
29:      neighbors[d] ← neighbors[d] + n
30:    end for
31:  end for
32:  for d ← 0...255 × 255 × 3 do
33:    if rep[d] then
34:      results.add(√d, neighbors[d]/centers[d])
35:    end if
36:  end for
37: end procedure
38: function MINDISTANCE2(c)
39:   dR ← if c.getRed() < 128 then c.getRed() else 255 - c.getRed()
40:   dG ← if c.getGreen() < 128 then c.getGreen() else 255 - c.getGreen()
41:   dB ← if c.getBlue() < 128 then c.getBlue() else 255 - c.getBlue()
42:   return min(dR, min(dG, dB))2
43: end function

```

observée à courte distance $r \approx 1$ lorsque le compte des points sur la grille discrète peut avoir une influence. Et aussi sur la Fig. 2.13, une petite déviation de $M(r)$ de la ligne droite est observée à grande distance $r \approx 127$ parce que, en raison de leur distribution gaussienne, les couleurs deviennent très rares à grande distance, et le nombre moyen de voisins $M(r)$ tend à cesser de croître au grand r dans une réalisation finie. Le comportement similaire $M(r) \propto r^3$ pour les images de référence $\mathbf{I}_3(x_1, x_2)$ et $\mathbf{I}_g(x_1, x_2)$ des Figs. 2.3 et 2.8, caractérise les couleurs qui sont densément et uniformément réparties dans le cube colorimétrique.

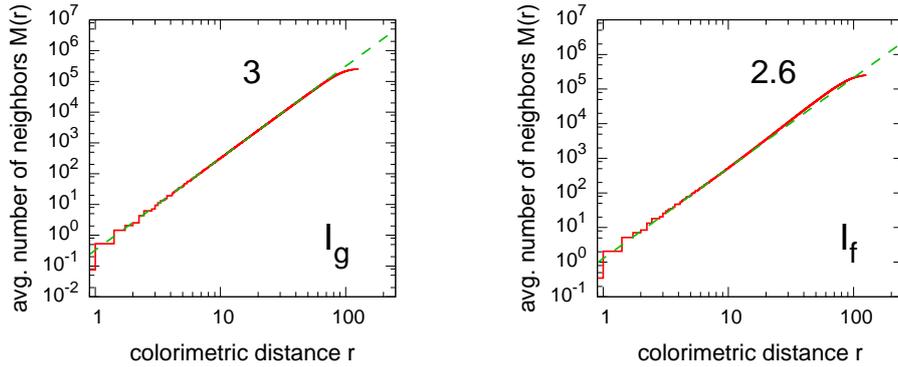


FIGURE 2.13 – En fonction de la distance colorimétrique r , le nombre moyen de voisins $M(r)$ à l’intérieur de la sphère de rayon r , pour les images de référence $\mathbf{I}_g(x_1, x_2)$ et $\mathbf{I}_f(x_1, x_2)$ des Figs. 2.8 et 2.14. Les lignes droites en pointillés ont des pentes 3 et 2.6.

Une troisième image de référence $\mathbf{I}_f(x_1, x_2)$ est obtenue par filtrage passe-bas de l’image $\mathbf{I}_g(x_1, x_2)$ de la Fig. 2.8 de la manière suivante : sur $\mathbf{I}_g(x_1, x_2)$, la transformée en cosinus discrète est prise pour chaque plan R , V et B de l’image. Dans chaque transformée en cosinus discrète, avec son contenu fréquentiel défini sur $[0, 255] \times [0, 255]$, seul le contenu de basse fréquence dans le domaine de $[0, 10] \times [0, 10]$ est conservé, tandis que le contenu de haute fréquence est mis à zéro. La transformée en cosinus inverse de chaque plan R , V et B obtenue par filtrage passe-bas mène à l’image $\mathbf{I}_f(x_1, x_2)$. Ce filtrage linéaire préserve pour l’essentiel la distribution gaussienne de chacune des composantes indépendantes R , V et B pour l’image $\mathbf{I}_f(x_1, x_2)$. Cependant, la corrélation spatiale est induite dans chaque plan spatial indépendant R , V et B de $\mathbf{I}_f(x_1, x_2)$, sur environ 25 pixels de longueur, à la place des valeurs indépendantes des pixels dans l’image initiale $\mathbf{I}_g(x_1, x_2)$. Un tel filtre passe-bas linéaire est un moyen simple de générer des structures spatialement corrélées de taille contrôlée dans l’image de référence $\mathbf{I}_f(x_1, x_2)$, tout en gardant presque inchangée la distribution gaussienne de chaque composante indépendante R , V et B . L’image résultante $\mathbf{I}_f(x_1, x_2)$ est visible sur la Fig. 2.14.

Pour une image de référence $\mathbf{I}_f(x_1, x_2)$ avec corrélation spatiale sur chaque plan de couleur R , V et B , l’intégrale de corrélation $M(r)$ est présentée sur la Fig. 2.13. Comme visible sur la Fig. 2.13, le tracé log-log de $M(r)$ est étroitement aligné par une ligne droite de pente 2.6. Cela est vrai sauf à court $r \approx 1$ et à large $r \approx 127$

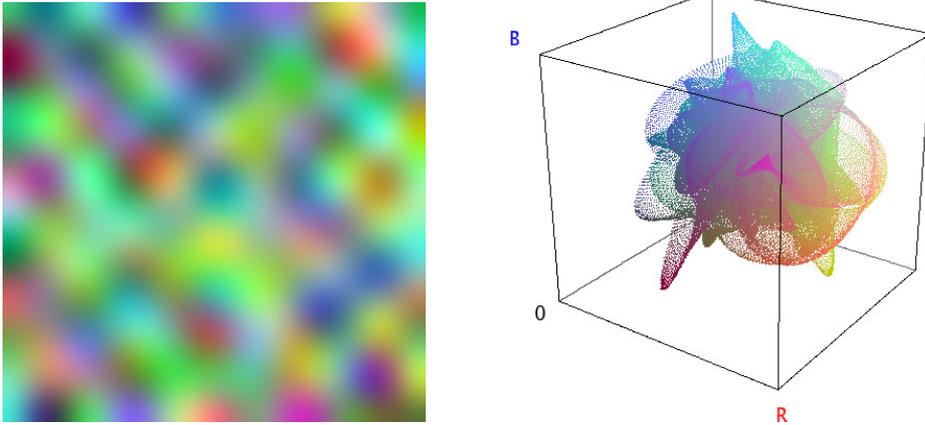


FIGURE 2.14 – Image couleur RVB de référence $\mathbf{I}_f(x_1, x_2)$, de taille 512×512 pixels et $Q = 256$ niveaux, dont les valeurs de chaque composante R , V et B ont été sélectionnées de manière similaire à celles de la Fig. 2.8 puis obtenues par filtrage passe-bas, ce qui induit une corrélation spatiale sur environ 25 pixels de longueur.

dans son ensemble où des effets de bord similaires à ceux déjà signalés pour la Fig. 2.13 peuvent jouer un rôle important. La Fig. 2.13 suggère une évolution en loi de puissance $M(r) \propto r^D$ avec $D = 2.6$. Cette loi de puissance est la marque d'une distribution invariante en échelles des couleurs dans le domaine colorimétrique, mais ici avec un exposant non trivial $D = 2.6$, ce qui se distingue clairement des exposants plus triviaux $D = 3$ obtenus sur les mesures des Figs. 2.12 et 2.13. Il s'agit d'un comportement plutôt remarquable, car pour les images de référence simples, l'induction de corrélations spatiales préserve l'invariance d'échelle de l'organisation de la couleur mesurée par $M(r) \propto r^D$, mais avec un changement dans l'exposant caractéristique D . Ce type de comportement de la distribution des couleurs est encore plus remarquable quand nous nous tournons vers les images couleur naturelles, comme nous le verrons dans la prochaine section.

Il est intéressant de noter que l'histogramme tridimensionnel de la Fig. 2.14 révèle déjà une forme de richesse de constitution ou de complexité pouvant exister dans ces structures de données. L'image couleur de la Fig. 2.14 est constituée à partir d'un filtrage linéaire sur trois plans R , V , B , statistiquement indépendants. Il s'agit de trois fois le même filtre fréquentiel, appliqué marginalement sur les trois plans R , V , B indépendants. Ce filtrage spatial induit des corrélations linéaires simples dans le domaine spatial, sur chacun des trois plans R , V , B séparément. Il est alors frappant de constater que des structures sont également induites entre les composantes R , V , B . Ceci se manifeste par les régularités en forme de volutes visibles dans l'histogramme tridimensionnel de la Fig. 2.14. Ce type de régularité s'observe de façon systématique après le filtrage spatial linéaire employé sur la Fig. 2.14. La Fig. 2.15 donne un autre exemple d'une telle image ainsi construite.

Le filtrage spatial marginal qui induit des corrélations spatiales induit également des structures ou corrélations non triviales entre les composantes R , V , B traitées

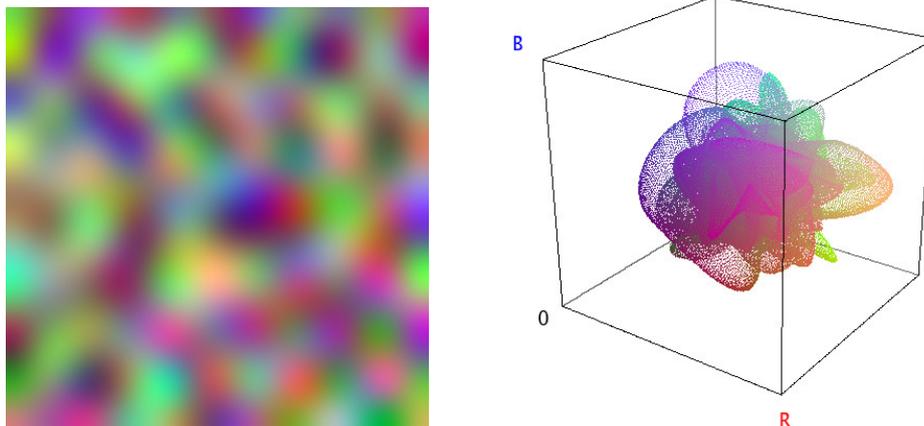


FIGURE 2.15 – Comme la Fig. 2.14 pour un autre tirage aléatoire.

marginalement avec des filtres identiques. Ce type d'observation traduit un couplage entre les corrélations spatiales et les corrélations intercomposantes pouvant exister dans une image couleur R , V , B , ou une image multicomposante. S'il est facile de prédire, au moyen de la théorie des systèmes linéaires, les corrélations spatiales induites par le filtrage fréquentiel linéaire, il semble a priori moins aisée de prédire les corrélations intercomposantes résultantes (les volutes). On peut penser ici à des relations avec la théorie mathématique des copules [81, 10], où des lois statistiques conjointes sont modifiées ou contrôlées via des actions sur leurs lois marginales séparément. Pour notre propos ici, ces observations traduisent la complexité des signatures qui peuvent exister dans les histogrammes tridimensionnels des images couleur lorsqu'ils sont interprétés comme des estimateurs de lois statistiques conjointes. Elles sont le reflet des contenus informationnels pouvant être attachés aux images couleur, à leurs structures de corrélation dans le domaine spatial et dans le domaine intercomposante, la nature distincte de ces corrélations pour traduire les propriétés des images, et leurs liens. Les caractérisations à travers les échelles au moyen de mesures fractales qui sont développées dans ce mémoire au sujet des histogrammes tridimensionnels, sont précisément une proposition pour contribuer à l'analyse de ces structures complexes dans le domaine colorimétriques. Elles viennent en complément des caractérisations fractales des structures spatiales dans les images, et utiles à mettre en rapport.

Nous proposons un dernier jeu d'images de référence. Nous avons construit une image de référence $\mathbf{J}_2(x_1, x_2)$ dont les couleurs sont réparties sur une variété bidimensionnelle (une surface) dans le cube colorimétrique $[0, 255]^3$. Pour cette image, la composante rouge $R(x_1, x_2)$ et la composante verte $V(x_1, x_2)$ sont des composantes aléatoires indépendantes uniformément distribuées sur $[0, 255]$; une variable auxiliaire est $Z = 0.1 + 0.9(R/255)(V/255)$, et la composante bleue est définie par $B(x_1, x_2) = 255 \times 3(1 - Z)Z$, résultant en une image couleur RVB représentée sur la Fig. 2.16. L'intégrale de corrélation correspondante $M(r)$ est présentée sur la Fig. 2.18 (à droite). Le tracé log-log de $M(r)$ correspond étroitement à une droite

de pente 2, associé à $M(r) \propto r^D$ avec $D = 2$, conformément à l'histogramme observé sur la variété à deux dimensions.

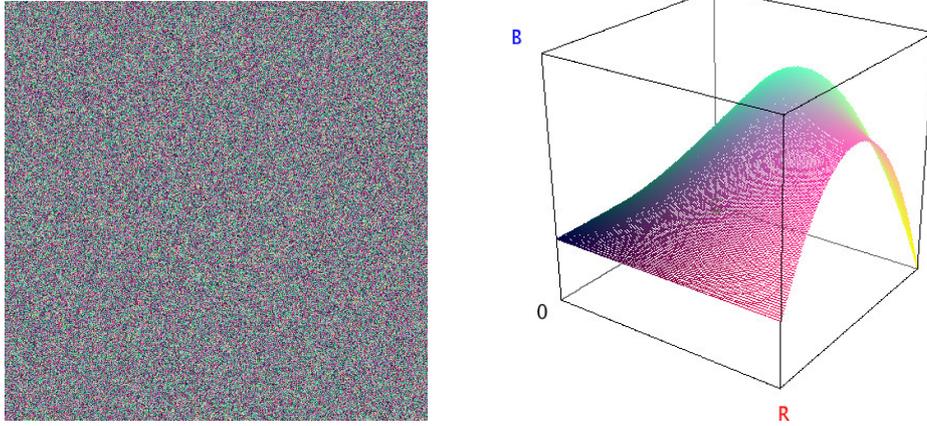


FIGURE 2.16 – Image couleur RVB de référence \mathbf{J}_2 de taille 512×512 pixels et $Q = 256$ niveaux, et son histogramme tridimensionnel dans le cube colorimétrique $[0, 255]^3$, conformément à une variété de dimension 2 (surface non plane).

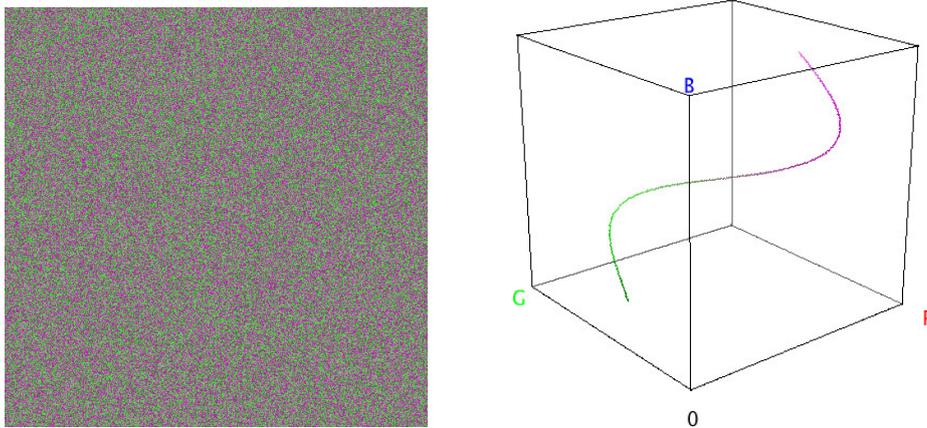


FIGURE 2.17 – Image couleur RVB de référence \mathbf{J}_1 de taille 512×512 pixels et $Q = 256$ niveaux, et son histogramme tridimensionnel dans le cube colorimétrique $[0, 255]^3$, conformément à une variété de dimension 1 (ligne courbe).

De manière similaire, nous avons construit une autre image de référence $\mathbf{J}_1(x_1, x_2)$ dont les couleurs sont distribuées à raison d'une variété de dimension 1 dans le cube colorimétrique $[0, 255]^3$. Pour cette image, nous construisons $Z(x_1, x_2)$ comme une composante auxiliaire aléatoire uniformément répartie sur $[0, 1]$; puis la composante rouge est $R(x_1, x_2) = 255(0.1 + 0.8Z^{0.9})$, la composante verte est $V(x_1, x_2) = 255[0.1 + 0.4(1 + \sin(2\pi Z))]$, et la composante bleue est $B(x_1, x_2) = 255(0.1 + 0.8Z^{1.1})$, résultant en une image RVB avec un histogramme des couleurs selon une courbe non plane de dimension 1 dans le cube colorimétrique $[0, 255]^3$, représentée sur la Fig. 2.17. L'intégrale de corrélation $M(r)$ est également

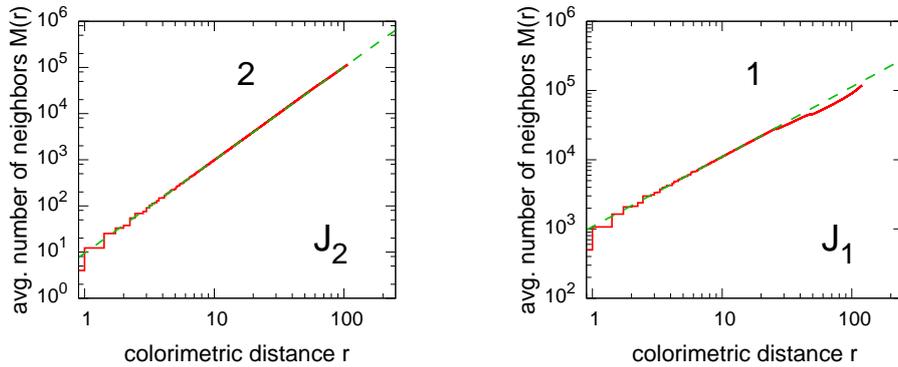


FIGURE 2.18 – En fonction de la distance colorimétrique r , nombre moyen de voisins $M(r)$ à l’intérieur de la sphère de rayon r , pour l’image \mathbf{J}_2 de la Fig. 2.16 autour de la pente 2 conformément à une variété à 2 dimensions et pour l’image \mathbf{J}_1 de la Fig. 2.17 autour de la pente 1 conformément à une variété de dimension 1.

présentée sur la Fig. 2.18 (à droite). Le tracé log-log de $M(r)$ est étroitement proche d’une droite de pente 1, associée à $M(r) \propto r^D$ avec $D = 1$, conformément à l’histogramme observé sur cette variété à une dimension.

Les résultats de cette section valident la capacité de la mesure de $M(r)$ à identifier une dimension intrinsèque D pertinente pour les différentes images de référence. Nous appliquons maintenant cette mesure à des images naturelles.

Application sur des images naturelles

Pour chaque image couleur de la Fig. 2.1, nous avons calculé la mesure d’intégrale de corrélation $M(r)$ présentée dans cette section. L’observation remarquable sur la Fig. 2.19, est qu’en général, le tracé log-log de $M(r)$ est bien approximé par une ligne droite, exprimant un comportement en loi de puissance $M(r) \propto r^D$ comme un trait commun vérifié par les images couleur naturelles. Ceci caractérise une invariance d’échelle, ou organisation fractale, partagée par les distributions de couleurs dans le domaine colorimétrique des images naturelles. Sur la Fig. 2.19, l’exposant fractal D prend des valeurs différentes non triviales (non entières) parmi les images couleur, de $D = 1.3$ à $D = 2.6$ sur la Fig. 2.19.

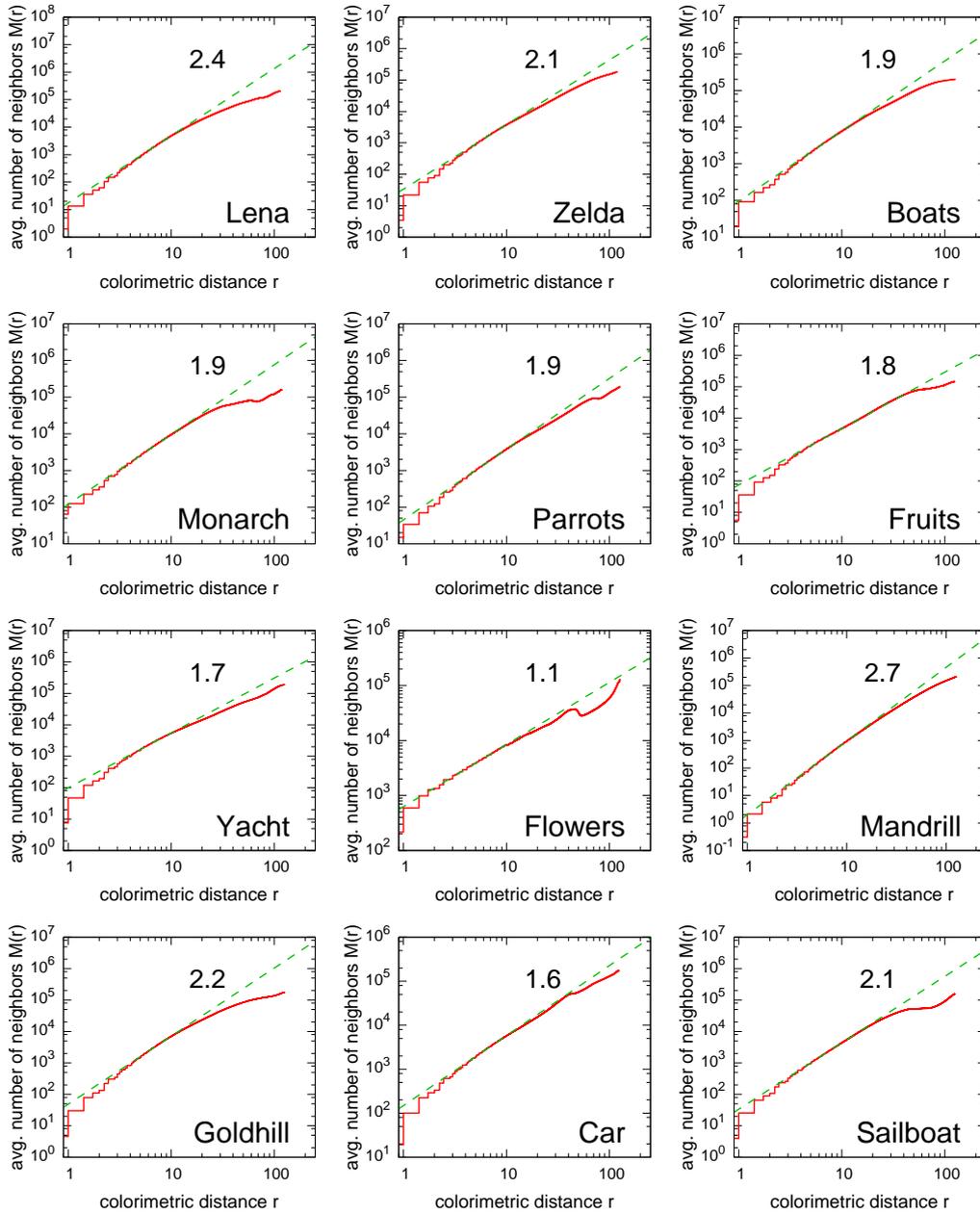


FIGURE 2.19 – En fonction de la distance colorimétrique r , nombre moyen de voisins $M(r)$ à l'intérieur de la sphère de rayon r , pour les douze images couleur naturelles de la Fig. 2.1.

2.4 Discussions

Nous avons mis en œuvre plusieurs approches pour l'analyse en échelles des histogrammes tridimensionnels des images couleur naturelles. Nos analyses indiquent que les histogrammes tridimensionnels des images couleur naturelles ont tendance à manifester une organisation à travers les échelles suivant une structure fractale. Les trois mesures (comptage des boîtes, corrélation de paires et intégrale de corrélation) testées sur un grand nombre d'images ont tendance à suivre un comportement en loi de puissance de type r^D à travers les échelles colorimétriques r . Le tableau 2.1 rassemble pour synthèse les dimensions fractales D qui ont été trouvées sur le jeu d'images couleur naturelles de la Fig. 2.1.

Image	Dimension de capacité D_0	Dimension de corrélation D_2	Dimension de corrélation D'_2
Lena	2.3	2.4	2.4
Zelda	2.2	2.1	2.1
Boats	2.2	1.8	1.9
Monarch	2.3	1.9	1.9
Parrots	2.3	1.9	1.9
Fruits	2.2	1.9	1.8
Yacht	2.4	1.3	1.7
Flowers	2.5	1.1	1.1
Mandrill	2.5	2.7	2.7
Goldhill	2.2	2.2	2.2
Car	2.4	1.6	1.6
Sailboat	2.3	2.1	2.1

TABLE 2.1 – La dimension de capacité D_0 évaluée par la mesure $N(r)$ de comptage de boîtes de la Fig. 2.9, la dimension de corrélation D_2 évaluée par la mesure $C(r)$ de corrélation de paires de la Fig. 2.11 et la deuxième dimension de corrélation D'_2 évaluée par la mesure $M(r)$ d'intégrale de corrélation de la Fig. 2.19.

2.4.1 Complémentarité des mesures fractales

Bien que nous enregistrons de façon similaire pour les trois mesures une signature fractale, il est important de noter que ces évaluations reposent sur des estimateurs distincts qui constituent des points de vue complémentaires sur les propriétés fractales. Les résultats associés avec la méthode de comptage de boîtes expliquée dans la Section 2.3.1 caractérisent le support de l'histogramme tridimensionnel. Autrement dit, ceci mesure quelles couleurs du cube colorimétrique sont utilisées et lesquelles ne sont pas utilisées dans l'image. Ce support, d'après la Fig. 2.9, a tendance à afficher une structure fractale, avec des regroupements et des vides couvrant plusieurs échelles d'une façon autosimilaire. Cela se manifeste sur la Fig. 2.9 par évolution linéaire dans des coordonnées log-log, avec des pentes non entières définissant

la dimension fractale D_0 représentant la dimension de capacité ou dimension du support de la distribution. En d’autres termes, la dimension de capacité caractérise la structure de la palette de couleurs employée par la nature pour composer une image naturelle donnée. Et la Fig. 2.9 exprime qu’une telle palette de couleur a tendance à afficher une organisation fractale, identifiée par une dimension de capacité non entière.

En revanche, les dimensions de corrélation D_2 reproduites dans le Tableau 2.1, offrent une vision plus composite. Grâce à leurs modes de calcul, expliqués dans les Sections 2.3.2 et 2.3.3, les dimensions de corrélation D_2 sont affectées par la palette de couleurs et par les populations de pixels réparties entre ces couleurs existantes. Ceci permet d’effectuer une caractérisation commune à la fois du support de l’histogramme *et* des populations dans l’histogramme. D’une manière équivalente, ceci mesure simultanément quelles couleurs sont utilisées dans les histogrammes, et quelles populations de pixels sont distribuées entre ces couleurs. À cet égard, il peut être noté dans le Tableau 2.1 que, parmi les différentes images, il y a une plus grande variabilité des valeurs trouvées pour les dimensions de corrélation D_2 et D'_2 qui évoluent dans l’intervalle [1.1, 2.7], comparées aux valeurs trouvées pour la dimension de capacité D_0 évoluant dans [2.2, 2.5]. Cette plus large variabilité de D_2 est cohérente avec le fait que D_2 est affectée par deux propriétés de l’histogramme — la structure de son support (la palette de couleur) et les populations de pixels remplissant ces couleurs distinctes. Cependant, la dimension de capacité D_0 n’est affectée que par le support, et présente toujours moins de variabilité comme illustré dans le Tableau 2.1.

Ainsi, la caractérisation par les dimensions de capacité et de corrélation se présente comme deux approches distinctes et complémentaires, pour contribuer à l’analyse de l’organisation colorimétrique des images. Ce sont deux propriétés fractales distinctes, qui sont toutes les deux utiles pour caractériser l’organisation colorimétrique complexe d’images naturelles.

2.4.2 Perspectives applicatives

Les résultats présentés jusqu’ici dans ce chapitre représentent une première étape dans la caractérisation de la structure complexe des images dans le domaine colorimétrique. Ils devront ensuite être complétés par l’examen d’une série étendue d’images naturelles, éventuellement avec un contrôle de leur typologie. Il est clair toutefois que la dimension fractale est un indice scalaire utile pour résumer les propriétés fractales dans l’histogramme tridimensionnel des images. Pour des images couleur comme on considère ici, les dimensions fractales résultant de ces analyses de leurs histogrammes tridimensionnels, se présentent comme des paramètres simples caractéristiques, qui peuvent être utiles à des fins diverses telles que le classement ou l’indexation d’images, ou pour contribuer à des métriques pour la synthèse réaliste d’images [41, 5, 29, 67, 105]. Aussi, une organisation fractale indique des amas de cellules colorimétriques occupées présentant de nombreuses tailles, sur plusieurs échelles, dans les histogrammes tridimensionnels. Cela est à opposer à des struc-

tures plus simples composées de quelques groupes, avec quelques tailles précises, pour les cellules colorimétriques occupées des histogrammes. Ceci peut porter un intérêt pour la segmentation d'images couleur basée sur le regroupement de pixels dans l'histogramme des couleurs. La présence d'une organisation fractale suggère qu'il n'existe pas de telle chose comme un petit nombre de groupes bien définis qui pourraient émerger dans les histogrammes tridimensionnels, mais au contraire, de nombreux groupes et sous-groupes coexistants sur de nombreuses échelles d'une façon autosimilaire.

La mise en évidence de structures fractales fournit aussi des indices utiles à l'élaboration de modèles pour des images naturelles [106, 44]. Il s'agit d'une tâche importante pour de nombreux domaines de traitement d'image et de vision par ordinateur. L'organisation fractale observable dans les histogrammes couleur tridimensionnels d'images naturelles peut avoir son origine dans les structures spatiales des scènes naturelles, contenant généralement des caractéristiques et des détails couvrant plusieurs échelles. En ce sens, l'organisation colorimétrique fractale présentée ici pour des images naturelles, pourrait partager une origine commune avec l'organisation spatiale fractale distincte signalée précédemment pour des images naturelles [115, 102, 101, 49]. En outre, la trichromatie pour la représentation de la couleur est une modalité de codage inhérente au système visuel. Une organisation fractale dans la structure colorimétriques des images naturelles pourrait révéler des principes de codage mis en œuvre par le système visuel lui-même [35, 36, 82]. Une organisation autosimilaire fractale des couleurs perçues dans des images naturelles, pourrait représenter une certaine façon optimale de distribuer des capacités de discrimination du contraste du système visuel à travers le domaine colorimétrique. De cette façon, le système visuel serait également capable de distinguer de petits contrastes colorimétriques de couleurs proches ainsi que de grands contrastes de couleurs très différentes.

2.4.3 Choix des estimateurs

Les résultats du Tableau 2.1 estiment les dimensions fractales au moyen d'un ajustement linéaire simple. Il s'agit d'une approche simple qui nécessite des hypothèses minimales concernant les données observées et, comme telle, cette approche est très utile pour servir directement comme référence simple. D'autres procédures d'estimation plus sophistiquées existent qui demandent des hypothèses plus poussées sur les données, par exemple, les estimateurs fondés sur le formalisme du maximum de vraisemblance qui requièrent la spécification d'un cadre probabiliste pour évaluer les probabilités d'observer les données [114, 39]. Les estimateurs de Takens, ou les modèles binômiaux, ou les estimateurs de Judd sont de cette nature, tels qu'appliqués à la dimension de corrélation dans [39, 114]. Ici, l'approche dans le Tableau 2.1 est directement fondée sur des comptages sur les données réelles observées, avec aucune hypothèse probabiliste requise. Elle constitue une référence naturelle si, au-delà, on veut comparer les méthodes d'extraction d'une dimension fractale à partir des graphes des Figs. 2.9, 2.11 et 2.19. Cependant, nous tenons à souligner

que les graphiques des Figs. 2.9, 2.11 et 2.19 permettent d’apprécier également le comportement général de mise à l’échelle de l’histogramme dans le domaine colorimétrique, à travers toute une gamme significative d’échelles disponibles pour les images. L’importance ici va au-delà de la simple extraction d’une dimension fractale, qui peut éventuellement différer légèrement avec une méthode ou une autre. Définir une dimension fractale implique généralement un comportement d’échelle linéaire régulier à petite échelle seulement, en théorie, par l’intermédiaire d’une limite à des échelles allant vers zéro. Ici, les graphiques des Figs. 2.9, 2.11 et 2.19 révèlent un comportement d’échelle linéaire régulier sur presque toute une gamme significative d’échelles (petites et grandes) accessibles pour les histogrammes. C’est ce comportement d’échelle général, comme le montre les Figs. 2.9, 2.11 et 2.19, qui est avant tout important concernant la structure de l’organisation colorimétrique des images.

2.4.4 Particularités de certaines images couleur naturelles

Quelques images couleur naturelles présentent des mesures en échelles s’écartant de manière significative d’un comportement en loi de puissance $\propto r^D$. Cela a par exemple été observé pour l’intégrale de corrélation avec des images naturelles comme celles de la Fig. 2.20 contenant essentiellement peu de couleurs dominantes. Pour ces images, il apparaît sur la Fig. 2.21 que le nombre moyen de couleurs voisines, mesuré par $M(r)$ dans le domaine colorimétrique, a tendance à suivre une courbe concave (\cap) au lieu d’une ligne droite en coordonnées log-log. Ceci peut être expliqué comme suit pour des images naturelles avec peu de couleurs dominantes. Comme l’image est naturelle, une couleur donnée est modulée dans de nombreuses nuances. En conséquence, à courte distance dans le cube colorimétrique, il y a de nombreuses couleurs voisines proches, et le nombre moyen de couleurs voisines $M(r)$ a toujours tendance à augmenter rapidement à courte distance r . En outre, puisque l’image ne contient que quelques couleurs nettement distinctes, à grande distance dans le cube colorimétrique, il existe un nombre relativement restreint de couleurs voisines. Le nombre moyen de voisins $M(r)$ a donc tendance à augmenter lentement pour de grandes distances r . Il s’agit de la caractérisation véhiculée par la forme concave (\cap) de la Fig. 2.21, pour des images naturelles avec seulement quelques couleurs dominantes. Ce départ concave (\cap) est déjà un peu apparent pour l’image “Lena” de la Fig. 2.1, qui tend à être dominé par un ton rouge-brun. En revanche, les images naturelles avec une variété suffisante de couleurs affichent généralement une évolution linéaire pour $M(r)$ en coordonnées log-log, permettant de définir l’exposant fractal D .

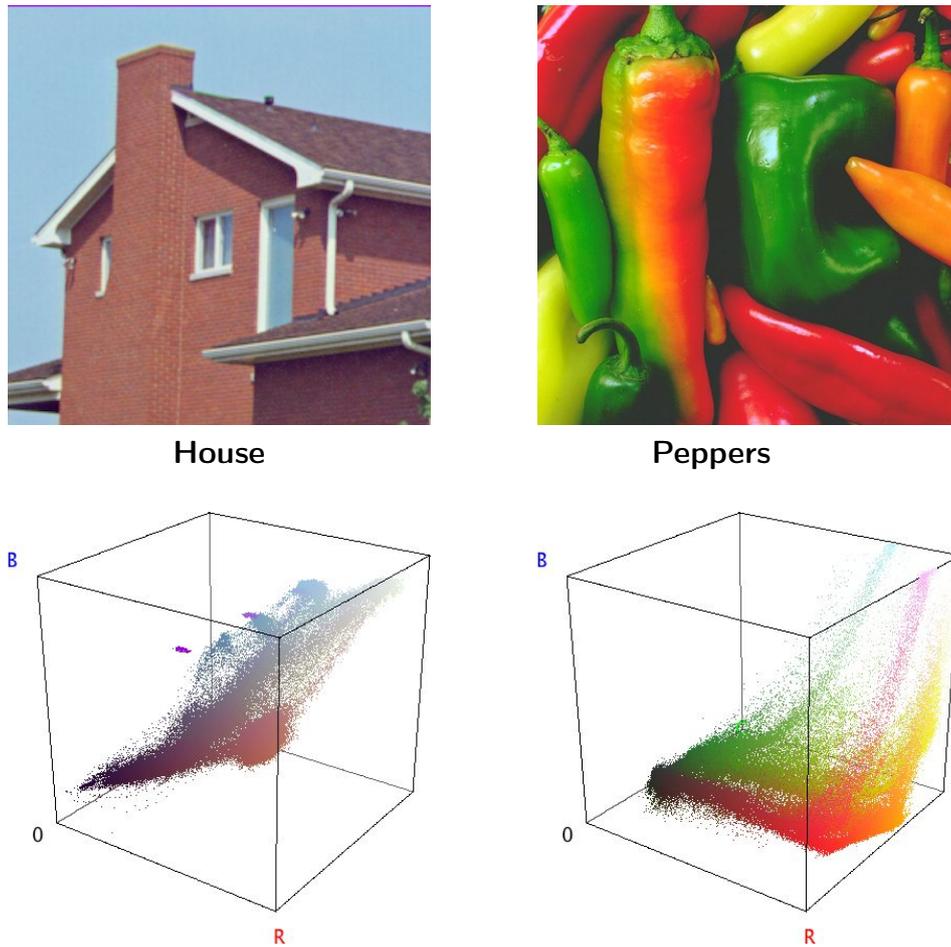


FIGURE 2.20 – Images naturelles “House” (gauche) et “Peppers” (droite) de taille 512×512 pixels et $Q = 256$ niveaux comportant peu de couleurs dominantes, et leur histogramme couleur tridimensionnel correspondant.

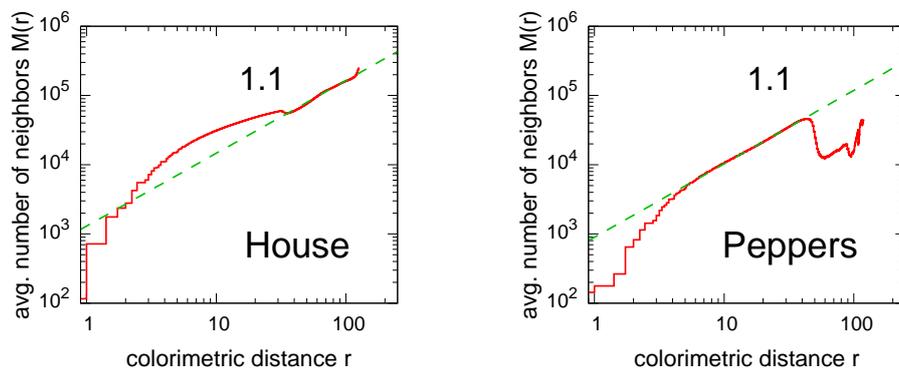


FIGURE 2.21 – En fonction de la distance colorimétrique r , nombre moyen de voisins $M(r)$ à l’intérieur de la sphère de rayon r pour les images naturelles “House” et “Peppers” de la Fig. 2.20 comportant peu de couleurs dominantes.

2.4.5 Cas des images en niveaux de gris

La caractérisation fractale dans le domaine RVB peut aussi être appliquée aux images en niveaux de gris comme les images de la Fig. 2.22. Des images en niveaux de gris avec une seule composante $X(x_1, x_2)$ peuvent être représentés par des images RVB à trois composantes ayant pour contrainte d’avoir trois composantes identiques $R = V = B = X(x_1, x_2)$. Pour ces images, il est constaté que la caractérisation dans le domaine RVB donne généralement des signatures en échelles de type r^D avec $D = 1$, comme visible pour illustration sur la Fig. 2.23 pour l’intégrale de corrélation. La distribution fractale des couleurs qui peut exister dans des images couleur naturelles, s’effondre en une distribution à une dimension pour les images en niveaux de gris. Bien que les couleurs peuvent remplir le cube colorimétrique tridimensionnel par une organisation très irrégulière et fractale caractérisée par un D non entier, les niveaux de gris remplissent l’espace à une dimension à leur disposition de manière plus régulière et uniforme caractérisée par $D = 1$.

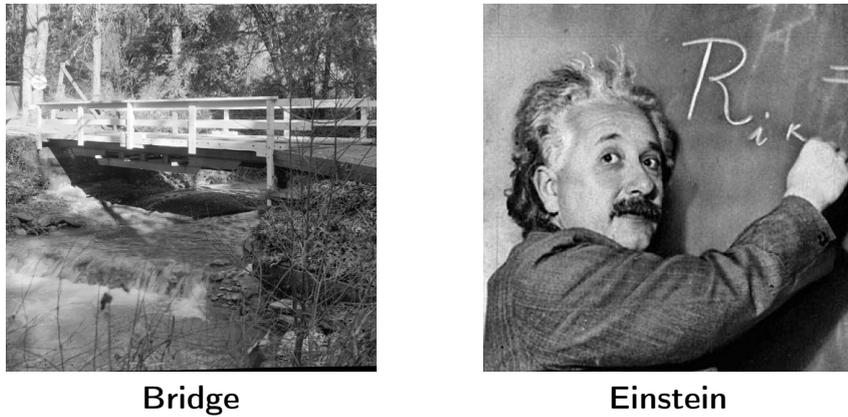


FIGURE 2.22 – Deux images en niveaux de gris de taille 512×512 pixels et $Q = 256$ niveaux, codées comme des images couleur RVB contraintes par $R = V = B$.

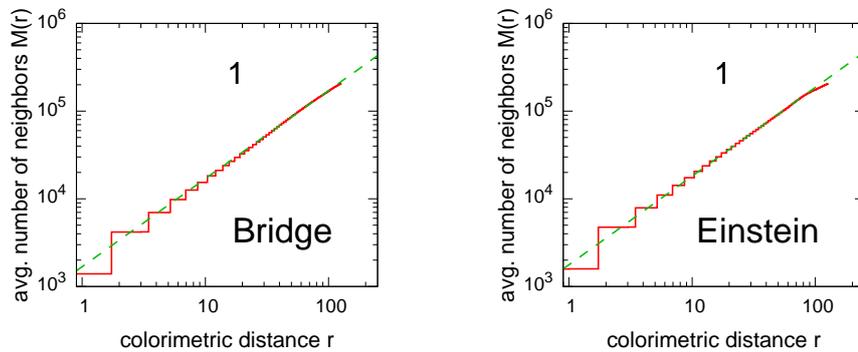


FIGURE 2.23 – En fonction de la distance colorimétrique r , nombre moyen de voisins $M(r)$ à l’intérieur de la sphère de rayon r , pour les deux images en niveaux de gris “Bridge” (gauche) et “Einstein” (droite) de la Fig. 2.22.

2.4.6 Comportement des histogrammes après traitement d'image

On peut également s'interroger sur le devenir des signatures fractales après traitement d'image. En particulier, les traitements spécifiquement intéressants sont ceux qui influent directement sur le nombre de couleurs utilisés pour coder l'image. Nous avons choisi de nous concentrer sur la question de la réduction du nombre de couleurs par sous-quantification ou par regroupement de type K-means. Les illustrations se limiteront ici à des mesures d'intégrale de corrélation.

Réduction du nombre de couleurs par sous-quantification

La réduction du nombre de couleurs des images RVB par redimensionnement et sous-quantification de leurs composantes, est une étape souvent réalisée en traitement d'images afin de diminuer la complexité des opérations ultérieures. Comme conséquence d'une autosimilarité dans l'organisation des couleurs, une invariance d'échelle devraient être observées dans un tel processus de réduction des couleurs. Nous vérifions que le comportement de l'intégrale de corrélation montre en effet cette invariance d'échelle attendue. Pour une image couleur initiale RVB, le nombre de couleurs est réduit en rééchelonnant chaque composante couleur initiale $X_i \in [0, 255]$ par la fonction $X_i \leftarrow X_i \in [0, 255\alpha]$, avec $0 < \alpha < 1$ et $i \in 1, 2, 3$. Les composantes redimensionnées sont ensuite ramenées à des valeurs entières entre 0 et 255α , et l'intégrale de corrélation $M(r)$ est ensuite calculée dans le cube colorimétrique réduit $[0, 255\alpha]^3$. Ensuite, le M redimensionné obtenu par la fonction $M \leftarrow \alpha^D M$ devrait précisément correspondre à l'intégrale de corrélation initiale d'avant le redimensionnement, par conséquence de l'autosimilarité. Ceci est vérifié sur la Fig. 2.24.

Pour illustration sur la Fig. 2.24, nous prenons $\alpha = (1/2)^{1/3}$, pour réduire d'un facteur de $\alpha^3 = 2$ le nombre total de couleurs possibles dans l'image. Nous avons testé sur la Fig. 2.24 également $\alpha = (1/4)^{1/3}$, $(1/8)^{1/3}$ et $(1/16)^{1/3}$ réduisant le nombre de couleurs possibles, respectivement par 4, 8 et 16. Dans tous les cas, l'intégrale de corrélation redimensionnée se superpose comme on le voit sur la Fig. 2.24. Cette superposition est meilleure à courte distance dans le domaine colorimétrique, et se désorganise progressivement à grande distance en raison des effets de bord. Par exemple lorsque $\alpha = (1/4)^{1/3}$, lorsque le nombre global de couleur possible est divisé par 4, chaque composante X_i est redimensionnée de $[0, 255]$ dans $[0, 161]$. Par conséquent, les effets de bords limitant le nombre de couleurs voisines à grande distance dans le cube colorimétrique surviennent plus tôt après le redimensionnement et la réduction des couleurs. Cependant, à courte distance l'évolution en loi de puissance est bien conservée par le redimensionnement, comme cela est prévisible par l'autosimilarité en échelle de l'organisation des couleurs.

Réduction du nombre de couleurs par regroupement K-means

Pour avoir un codage et une transmission de l'image rentable, les images en couleur sont souvent représentées avec un nombre réduit de couleurs sous la forme d'images indexées associée à une palette, ou table de couleurs. La palette de cou-

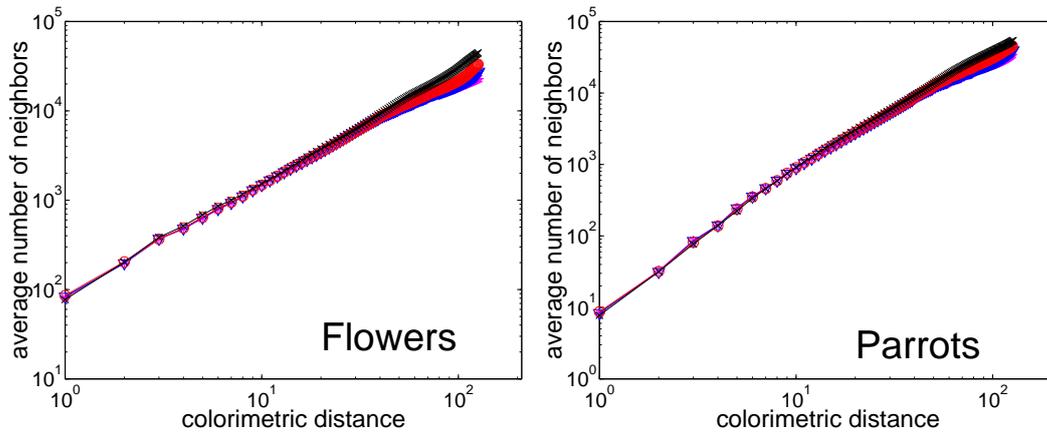


FIGURE 2.24 – Nombre moyen de voisins redimensionné $\alpha^D M$, en fonction de la distance colorimétrique redimensionnée αr , quand les composantes R , V et B de l’image sont redimensionnées par la fonction $X_i \leftarrow \alpha X_i$ pour les images “Flowers” (gauche) et “Parrots” (droite) de la Fig. 2.1. La condition $\alpha = 1$ (\times) correspond à l’image originale des Figs. 2.1 et 2.2, les trois autres conditions sont $\alpha^3 = 1/2$ (\circ), $\alpha^3 = 1/3$ (∇), $\alpha^3 = 1/4$ ($*$). Les quatre courbes se superposent en raison de l’autosimilarité de la répartition des couleurs.

leurs ne conserve que quelques couleurs qui sont bien représentatives de l’image, et élimine un très grand nombre de couleurs à l’origine possible dans le domaine colorimétrique RVB. Nous voulons examiner comment l’organisation des couleurs autosimilaire observée pour les images RVB est affectée par la représentation avec table de couleurs. Différentes méthodes peuvent être employées pour construire une palette de couleurs adaptée à une image à l’origine en couleur RVB [105, 84, 9]. Une approche commune utilise la quantification de variance minimale, par lequel le nombre de couleurs dans la palette de couleur est d’abord décidé, puis chaque couleur de la palette de couleurs est sélectionné en tant que centre de gravité de la partition de Voronoï de l’histogramme tridimensionnel de l’image couleur RVB d’origine, les centres de gravité et la partition étant itérativement stabilisés grâce à un processus de regroupement comme K-means ou similaire [105]. Nous avons étudié l’impact d’une telle réduction du nombre de couleurs à une palette de couleurs sur l’intégrale de corrélation $M(r)$. La Fig. 2.25 présente l’évolution de $M(r)$ quand les images couleur RVB de la Fig. 2.1 sont codées avec des palettes de couleurs de différentes tailles.

La Fig. 2.25 montre que le fait de coder les couleurs d’origine au moyen d’une palette de couleurs réduite, a un effet drastique sur l’évolution en loi de puissance de $M(r)$. En coordonnées log-log sur la Fig. 2.25, l’évolution linéaire de $M(r)$ caractérisant l’organisation autosimilaire des couleurs originales, est remplacé avec les palettes de couleurs par une évolution convexe (\cup) de $M(r)$ avec un plateau horizontal à courte distance r . La raison en est que les couleurs originales qui forment un groupe de couleurs voisines proches sont remplacées par une couleur représentative

commune dans la palette de couleurs. En conséquence, dans les images avec une palette de couleurs, le nombre moyen de couleurs voisines n’augmente pas à courte distance, conduisant à un plateau horizontal à court r . Invariablement, l’extension de ce plateau horizontal augmente quand le nombre de couleurs dans la palette de couleurs diminue, comme visible sur la Fig. 2.25. Maintenant, à grande distance, l’évolution de $M(r)$ est régie par des couleurs qui sont nettement séparées dans le cube colorimétrique. Ces couleurs bien séparées sont reproduites de manière adéquate dans la palette de couleurs. En conséquence, l’évolution de $M(r)$ aux grands r , est essentiellement le même dans l’image avec la palette de couleurs que dans l’image RVB d’origine. Surtout, l’évolution linéaire avec une pente D est récupérée aux grands r , comme visible sur la Fig. 2.25. Des images naturelles couleur RVB comme celles de la Fig. 2.1 ont une organisation colorimétrique riche, avec une distribution autosimilaire uniforme des couleurs dans le domaine colorimétrique à toutes les échelles existantes. La réduction de couleur par table de couleurs casse cet autosimilarité uniforme, car il réalise une représentation beaucoup plus pauvre de la variété colorimétrique aux petites échelles dans le cube colorimétrique.

Les différentes évolutions possibles de $M(r)$ fournissent une caractérisation souple de la distribution des couleurs dans le domaine colorimétrique. Des évolutions concaves (\cap) de $M(r)$ comme sur la Fig. 2.21 caractérisent des distributions de couleurs qui sont riches aux petites échelles et relativement pauvres aux grandes échelles. Au contraire, des évolutions convexes (\cup) de $M(r)$ comme sur la Fig. 2.25 caractérisent des distributions de couleurs qui sont pauvres aux petites échelles et plus riches aux grandes échelles. Entre-deux, les images couleur naturelles avec suffisamment de variété de couleurs ont tendance à afficher des distributions colorimétriques autosimilaires, uniformément organisées sur toutes les échelles existantes.

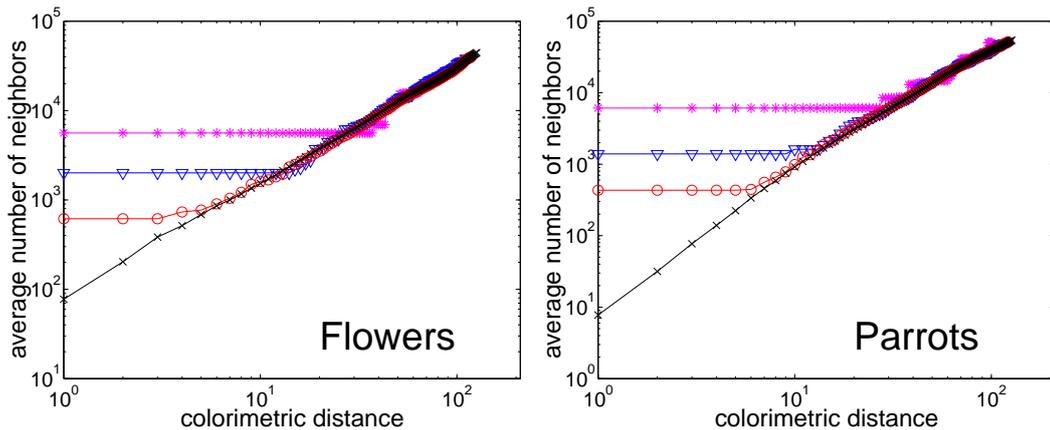


FIGURE 2.25 – En fonction de la distance colorimétrique r , nombre moyen de voisins $M(r)$ à l’intérieur de la sphère de rayon r . Image RVB originale (\times), image réduite à une palette de 256 couleurs (\circ), de 64 couleurs (∇), de 16 couleurs ($*$) : images “Flowers” (gauche) et “Parrots” (droite) de la Fig. 2.1.

2.5 Conclusion et perspectives

Nous avons mis en œuvre une caractérisation fractale de l’histogramme tridimensionnel à partir d’images couleur naturelles. Les résultats [21, 16, 20] les plus importants se trouvent dans le comportement d’échelle régulier qui est observé presque linéairement sur une gamme significative d’échelles accessibles, et avec une pente non entière. Ce type de comportement en échelle identifie une organisation fractale colorimétrique qui se caractérise par la dimension de capacité obtenue par la méthode de comptage des boîtes. Ce comportement linéaire en échelle remarquable est persistant parmi les images couleur standard qui ont été testées ici, et cela souligne une organisation très structurée des images naturelles dans le domaine colorimétrique. La dimension de capacité non entière a été observée variant d’une image à l’autre, mais dans une gamme assez étroite, généralement entre 2.2 et 2.5. La dimension de capacité a été confronté à des dimensions de corrélation qui offrent un point de vue différent sur les histogrammes couleur, et les deux types de dimensions confirment invariablement une organisation fractale.

Des approches fractales similaires comme indiquées ici pour l’histogramme tridimensionnel des images en couleur, peuvent être étendues à des images multispectrales, pour caractériser la structure complexe de leurs histogrammes multidimensionnels, contribuent à évaluer leur dimension intrinsèque, et proposent des représentations efficaces dans des systèmes de coordonnées réduits [63]. Tous ces aspects liés aux propriétés fractales dans les images, et probablement pertinents pour de nombreux domaines de traitement d’image et vision artificielle ou naturelle, offrent des directions prometteuses pour des examens approfondis qui ont été discutées dans la section 2.4 de ce chapitre.

Dans le cadre de ce travail de thèse, nous avons sélectionné certaines de ces directions que nous avons plus particulièrement cherché à développer. Ainsi, la suite de ce mémoire s’organise de cette façon :

- dans le chapitre 3, nous allons étendre nos analyses en échelles à une autre classe d’estimateur avec des mesures multifractales ;
- dans le chapitre 4, nous allons questionner l’origine des signatures fractales dans l’organisation colorimétrique des images en considérant des images de synthèse de sophistication croissante ;
- dans le chapitre 5, nous développerons un ensemble d’outils logiciels permettant notamment de réaliser des analyses fractales dans le domaine colorimétrique. Nous montrerons l’utilité de ces outils dans différents domaines applicatifs ;
- dans l’annexe A, nous avons appliqué nos mesures fractales à une banque de référence pour les images couleur naturelles.

Analyse multifractale

Sommaire

3.1	Méthode de caractérisation multifractale	55
3.2	Cascade multiplicative	57
3.3	Analyse des images	57
3.4	Petites et grandes échelles	62
3.5	Spectre multifractal	63
3.6	Discussion et perspectives	70

3.1 Méthode de caractérisation multifractale

L'analyse multifractale vise à une caractérisation plus riche, basée sur la définition de toute une gamme, un spectre, de dimensions fractales, qui étend le petit nombre de dimensions fractales comme celles considérées dans le chapitre précédent. Pour l'analyse multifractale des histogrammes couleur tridimensionnels, nous procédons comme suit [23]. Le cube colorimétrique $[0, Q - 1]^3$ est recouvert par des boîtes cubiques jointives de côté a . Chacune de ces boîtes, d'indice i , reçoit une mesure $P_i \in [0, 1]$ égale au nombre de pixels de l'histogramme contenus dans la boîte divisé par N_{pix} (qui est le nombre total de pixels de l'image). Avec un paramètre $q \in \mathbb{R}$, on définit une fonction de partition

$$Z(q, a) = \sum_i P_i^q, \quad (3.1)$$

la somme sur i s'étendant à l'ensemble des boîtes de côté a (non vides) nécessaires pour recouvrir l'histogramme tridimensionnel. Pour une valeur fixée de l'exposant q , on répète l'évaluation de $Z(q, a)$ en variant le côté a des boîtes. L'exposant q joue un rôle de zoom sur la mesure P_i à l'échelle a , en distribuant différemment l'influence sur $Z(q, a)$ des diverses valeurs de la mesure. Ainsi, les $q > 1$ renforcent, en relatif, l'influence dans $Z(q, a)$ des fortes valeurs de P_i , alors que les $q < 1$ renforcent les faibles P_i . Tant que $q > 0$, la relation d'ordre des P_i est préservée; les P_i forts contribuent davantage à $Z(q, a)$ que les P_i faibles, avec toutefois une pondération relative selon la valeur de $q > 0$. Si l'on passe aux $q < 0$, la relation d'ordre des P_i est renversée; les P_i faibles contribuent davantage à $Z(q, a)$ que les P_i forts, avec une pondération relative selon la valeur de $q < 0$. Ainsi, selon l'exposant q , la fonction de partition $Z(q, a)$ est différemment influencée par la mesure P_i , offrant un point

de vue multiple sur cette mesure. Des propriétés remarquables à travers les échelles sont alors identifiées lorsque la fonction de partition $Z(q, a)$ présente une évolution en loi de puissance [104, 66] de la forme

$$Z(q, a) \sim a^{\tau(q)}, \quad (3.2)$$

avec l'exposant $\tau(q)$, appelé exposant de masse, une fonction du paramètre q qui offre une caractérisation condensée des propriétés multiéchelles de la structure analysée. Un comportement de référence (trivial) est la situation où les pixels de l'histogramme tridimensionnel se répartissent de façon uniforme dans le cube colorimétrique $[0, Q-1]^3$. Dans ce cas, la mesure de chaque boîte cubique est proportionnelle à son volume, c'est-à-dire $P_i \sim a^3$, et le nombre $N(a)$ de boîtes de côté a nécessaires pour recouvrir l'histogramme donne $N(a) \sim a^{-3}$. La fonction de partition de l'Éq. (3.1) donne alors $Z(q, a) \sim a^{3q-3}$, conduisant dans l'Éq. (3.2) à

$$\tau(q) = 3(q - 1). \quad (3.3)$$

Un $\tau(q)$ linéaire à l'instar de l'Éq. (3.3) est un comportement monofractal. L'existence de la loi de puissance de l'Éq. (3.2) associée à un exposant $\tau(q)$ s'écartant d'une loi linéaire comme l'Éq. (3.3) caractérise des organisations multiéchelles élaborées présentant un caractère multifractal. Notons que, comme conséquence de la normalisation à 1 de la mesure P_i , on a dans l'Éq. (3.1) l'identité $Z(q = 1, a) = 1$ pour tout a ; la fonction $\tau(q)$ de l'Éq. (3.2) vérifie donc toujours $\tau(1) = 0$. On définit une dimension fractale généralisée par [48]

$$D(q) = \frac{\tau(q)}{q - 1}, \quad (3.4)$$

qui se réduit donc à la constante $D = 3$ dans le cas de l'histogramme tridimensionnel uniforme. La dimension généralisée $D(q)$ offre une autre caractérisation condensée des propriétés multiéchelles de la structure analysée. Un cas particulier intéressant survient pour $q = 0$, quand $Z(q = 0, a)$ de l'Éq. (3.1) se réduit à compter le nombre $N(a)$ de boîtes recouvrantes à l'échelle a . Alors l'Éq. (3.4) donne $D(0) = -\tau(0)$, et via l'Éq. (3.2) ce nombre de boîtes recouvrantes vérifie $N(a) \sim a^{-D(0)}$. La dimension $D(0)$ représente donc la dimension fractale de comptage de boîtes, ou dimension de Hausdorff, du support de l'histogramme tridimensionnel. Cette dimension vaut $D(0) = 3$ pour le support de l'histogramme tridimensionnel uniforme; elle pourra être inférieure à 3 pour des histogrammes lacunaires présentant des zones vides de pixels sur toute une gamme d'échelles. D'autres valeurs de q sont associées à des dimensions fractales particulières possédant une interprétation concrète simple [48]. Ainsi $D(q = 1)$ est reliée à la dimension informationnelle et $D(q = 2)$ à la dimension de corrélation de la structure analysée. Notons que la dimension de comptage de boîtes et la dimension de corrélation pour caractériser les histogrammes tridimensionnels d'images couleur ont été spécifiquement étudiées au chapitre 2. Ici, nous considérons l'ensemble du spectre de dimension fractale généralisée $D(q)$ qui représente une série en principe infinie de dimensions fractales [48], et qui constitue une caractérisation poussée de l'organisation à travers les échelles.

3.2 Cascade multiplicative

Pour comparaison, il est possible de distribuer les pixels de l’histogramme couleur tridimensionnel selon une mesure synthétique multifractale, au moyen du procédé suivant [33, 109]. Le cube colorimétrique $[0, Q-1]^3$ se voit assigné une mesure initiale uniforme de 1. En bissectant également selon chacun des trois axes de coordonnées, le cube colorimétrique est découpé en huit sous-cubes égaux. Chacun de ces huit sous-cubes voit sa mesure initiale $(1/8)$ multipliée par un facteur de pondération $m_i \in]0, 1[$ avec la normalisation de la pondération $\sum_{i=1}^8 m_i = 1$. On itère le processus, en découpant en huit chacun des sous-cubes, et en redistribuant la mesure initiale de chaque sous-cube via la pondération par les m_i fixés. Le processus ainsi itéré constitue une cascade multiplicative qui converge vers une mesure multifractale sur le cube colorimétrique $[0, Q-1]^3$, dont les caractéristiques sont déterminées par les facteurs de pondération m_i . On a en particulier, avec des notions similaires également évoquées dans [33, 6], l’exposant de masse $\tau(q)$ de l’Éq. (3.2) qui est

$$\tau(q) = -\log_2 \left(\sum_{i=1}^8 m_i^q \right), \quad (3.5)$$

et la dimension fractale généralisée $D(q)$ découle de l’Éq. (3.4). Notamment, on a toujours pour ce type de cascade multiplicative $D(q=0) = 3$, en cohérence avec le support de la mesure multifractale qui est le cube colorimétrique tout entier, donc un support de dimension 3.

3.3 Analyse des images

Nous présentons maintenant la fonction de partition $Z(q, a)$ de l’Éq. (3.1) évaluée numériquement sur les histogrammes associés à trois types d’images couleur de taille $N_{\text{pix}} = 512 \times 512 = 2^{18}$ pixels avec $Q = 256 = 2^8$ niveaux pour chacune des trois composantes R , V et B . Le premier type est constitué par des images aléatoires où, en chaque pixel, les trois composantes R , V et B sont tirées au hasard uniformément sur $[0, Q-1 = 255]$. Le deuxième type correspond à des images où les pixels se répartissent dans le cube colorimétrique $[0, 255]^3$ conformément à la mesure multifractale résultant de la cascade multiplicative de la Section 3.2. Le troisième type contient des images naturelles standard, typiquement comme montré sur la Fig. 2.1.

Sur les graphes log–log de la fonction de partition $Z(q, a)$ des Figs. 3.1–3.2, les comportements en loi de puissance selon l’Éq. (3.2) sont identifiés par des portions de droites. Des droites caractéristiques de lois de puissance apparaissent nettement sur les Figs. 3.1–3.2, avec toutefois de façon fréquente un comportement dit de “crossover”, c’est-à-dire, pour une échelle identifiée, un changement de pente dans la loi de puissance [2, 68, 77]. Ces observations sur les Figs. 3.1–3.2 peuvent s’interpréter comme suit, en se rappelant que les graphes de $Z(q, a)$ caractérisent la structure de l’histogramme couleur de l’image, c’est-à-dire la façon dont les pixels de l’image

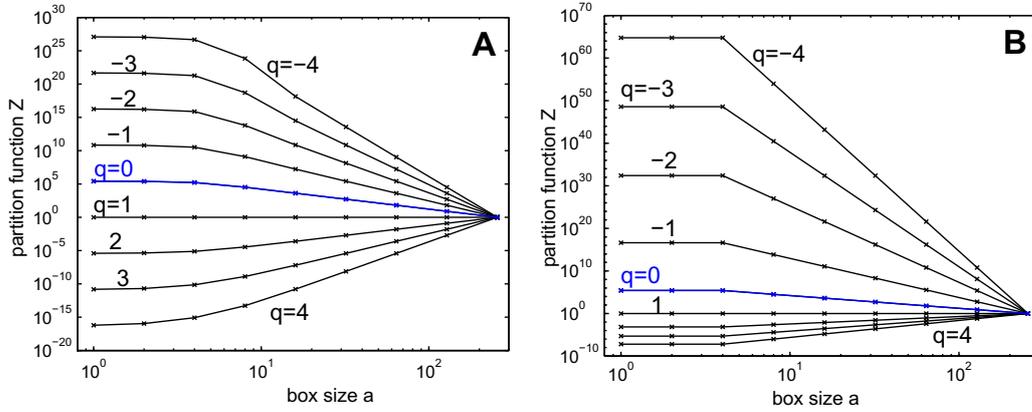


FIGURE 3.1 – Fonction de partition $Z(q, a)$ de l'Éq. (3.1) en fonction du côté a des boîtes cubiques, pour une image aléatoire uniforme (panneau A) et pour une image cascade multiplicative de poids $\{m_i\} = \{0.002, 0.039, 0.057, 0.058, 0.094, 0.102, 0.148, 0.500\}$ (panneau B).

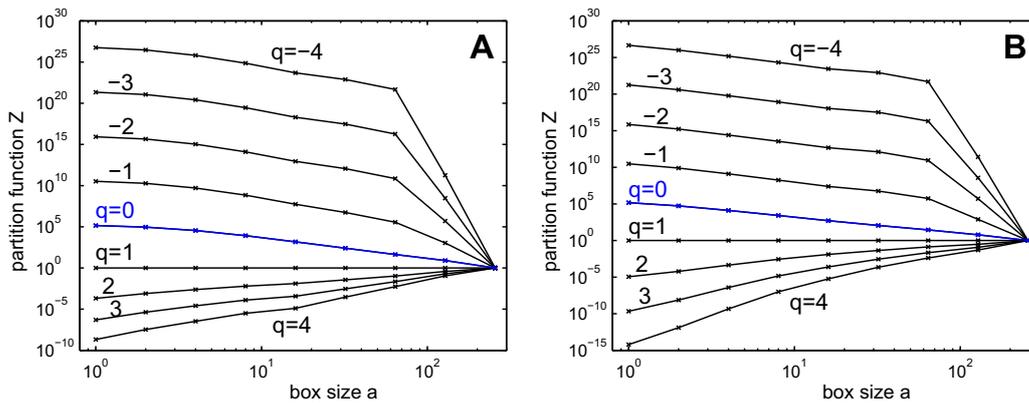


FIGURE 3.2 – Fonction de partition $Z(q, a)$ de l'Éq. (3.1) en fonction du côté a des boîtes cubiques, pour les images “Flowers” (panneau A) et “Lena” (panneau B) de la Fig. 2.1.

prennent leurs couleurs dans le cube colorimétrique, en fonction de l'échelle, selon les couleurs proches (petites échelles) jusqu'aux couleurs très distinctes (grandes échelles).

Pour l'image aléatoire de la Fig. 3.1, $N_{\text{pix}} = 2^{18}$ pixels prennent leurs couleurs uniformément au hasard dans le cube colorimétrique $[0, Q - 1]^3$. Avec $Q = 256 = 2^8$, le cube colorimétrique comporte 2^{24} couleurs distinctes ou cellules élémentaires d'étendue $1 \times 1 \times 1$. La répartition au hasard des $N_{\text{pix}} = 2^{18}$ pixels dans ces 2^{24} cellules colorimétriques donne une densité moyenne de $1/2^6$ pixel par cellule. Ainsi, dans le voisinage d'un pixel donné de l'histogramme couleur, en dessous d'une distance linéaire de 2^2 on ne trouve en moyenne aucun autre pixel. Le nombre de pixels ne commence à croître qu'au delà d'un voisinage d'extension linéaire 2^2 . Autrement dit, dans le proche voisinage d'une couleur présente dans l'image aléatoire, il n'y a pas d'autre couleur employée dans l'image, il faut accéder à des couleurs suffisamment distantes pour les trouver représentées dans l'image. C'est une caractérisation de la structure colorimétrique de l'image. Ces propriétés sont manifestées par le crossover dans $Z(q, a)$ autour de l'échelle $a = 2^2$ sur la Fig. 3.1. Il faut atteindre des échelles plus grandes que $a = 2^2$ pour que le compte des pixels augmente dans l'histogramme ; en deçà de cette échelle $a = 2^2$ le compte ne varie pas et $Z(q, a)$ reste constant. Au delà du crossover, la variation de $Z(q, a)$ sur la Fig. 3.1 se produit selon la pente $\tau(q) = 3(q - 1)$ de l'Éq. (3.3), comme montré sur la Fig. 3.3. Ceci caractérise une distribution uniforme de la répartition des couleurs dans l'histogramme au delà de l'échelle de crossover $a = 2^2$. Conformément, la dimension fractale généralisée $D(q)$ est la constante $D = 3$, comme montré sur la Fig. 3.4.

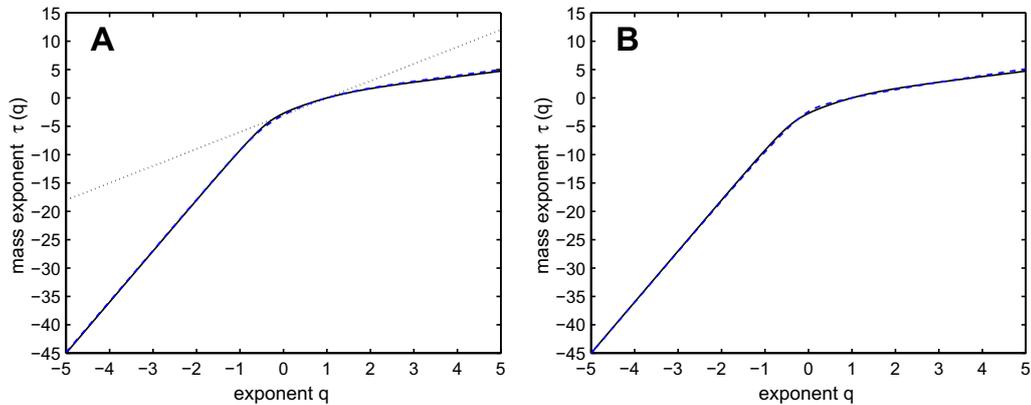


FIGURE 3.3 – Exposant de masse $\tau(q)$ de l'Éq. (3.2) en fonction de l'exposant q appliqué à la mesure de l'histogramme. Panneau A : trait pointillé : image uniforme coïncidant avec la prévision théorique de l'Éq. (3.3) ; tirets : image cascade multiplicative de la Fig. 3.1 coïncidant avec la prévision théorique de l'Éq. (3.5) ; trait plein : image “Flowers” de la Fig. 2.1. Panneau B : trait plein : image “Flowers” de la Fig. 2.1 comme dans (A) ; trait pointillé : image “Lena” de la Fig. 2.1.

Pour l'image de la Fig. 3.1 associée à la cascade multiplicative, un crossover com-

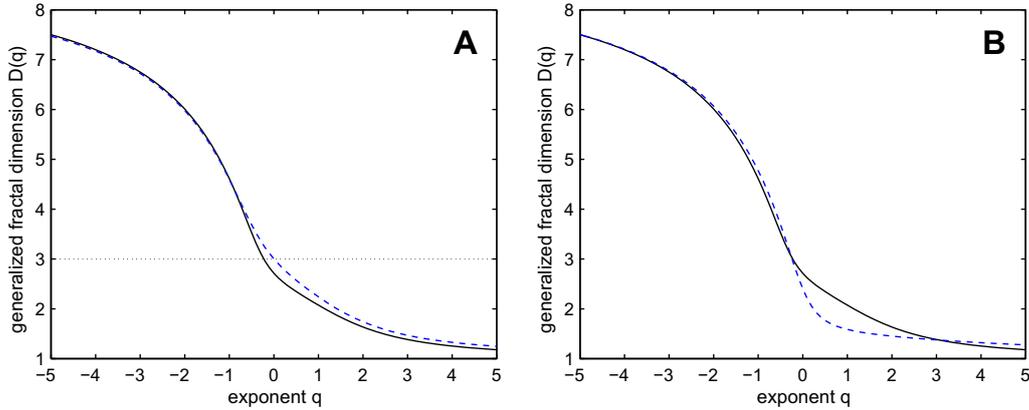


FIGURE 3.4 – Dimension fractale généralisée $D(q)$ de l'Éq. (3.4) en fonction de l'exposant q appliqué à la mesure de l'histogramme. Panneau A : trait pointillé : image uniforme coïncidant avec la prévision théorique de l'Éq. (3.3) ; tirets : image cascade multiplicative de la Fig. 3.1 coïncidant avec la prévision théorique de l'Éq. (3.5) ; trait plein : image “Flowers” de la Fig. 2.1. Panneau B : trait plein : image “Flowers” de la Fig. 2.1 comme dans (A) ; tirets : image “Lena” de la Fig. 2.1.

parable existe à l'échelle $a = 2^2$. La raison en est similaire. La cascade multiplicative est itérée jusqu'à garnir 2^{18} sous-cubes du cube colorimétrique initial $[0, 255]^3$, correspondant aux $N_{\text{pix}} = 2^{18}$ pixels des images considérées. L'échelle linéaire $a = 2^2$ est donc là aussi une échelle de transition. Sous cette échelle de crossover, il n'y a plus de variations des populations de pixels ni donc de $Z(q, a)$; au dessus du crossover $a = 2^2$, sur la Fig. 3.1, $Z(a, q)$ varie en loi de puissance selon la pente $\tau(q)$ montrée sur la Fig. 3.3. La dimension fractale généralisée $D(q)$ correspondante est présentée sur la Fig. 3.4. On observe avec la cascade multiplicative pour l'histogramme couleur, un comportement bien différent de l'histogramme uniforme de la Fig. 3.1. Sur la Fig. 3.1 pour la cascade, $Z(q, a)$ au dessus du crossover varie selon un pente $\tau(q)$ bien différente de celle de l'histogramme uniforme. La Fig. 3.3 montre ainsi un $\tau(q)$ non linéaire pour la cascade. C'est la marque de la nature multifractale de l'histogramme de la cascade de la Fig. 3.1. Pour cet histogramme, il n'existe pas d'échelle où la mesure s'uniformise. Au contraire, à toutes les échelles, la mesure ne cesse de varier de façon significative dans le cube colorimétrique, avec toutefois une forme d'autosimilarité en échelle des variations existantes. C'est ce que manifeste l'existence des lois de puissance pour $Z(q, a)$, avec des pentes $\tau(q)$ différant significativement des pentes issues de l'histogramme uniforme comme l'indique la Fig. 3.3.

Notons que sur les Figs. 3.3 et 3.4, les exposants de masse $\tau(q)$ et dimensions fractales généralisées $D(q)$ qui sont évalués numériquement sur des histogrammes tridimensionnels, coïncident exactement avec les prévisions théoriques attendues des Éqs. (3.3)–(3.5), pour l'image uniforme et pour l'image associée à la cascade multiplicative multifractale. Ceci constitue une validation, sur des situations de référence,

de la procédure d'évaluation numérique.

Pour les images couleur naturelles de la Fig. 3.2, une interprétation peut être proposée au moyen des comportements de référence précédents. Des lois de puissance apparaissent également sur la Fig. 3.2 pour les images naturelles. Et, pour les q négatifs, un crossover émerge graduellement pour les q régressant vers $-\infty$. Le crossover est observé cette fois à une échelle plus élevée $a = 2^6$. Ce crossover repère une transition dans la répartition des pixels de l'histogramme couleur. Aux grandes échelles $a \geq 2^6$, on caractérise les couleurs largement distinctes de l'image, leurs poids relatifs et la façon dont elles se distribuent dans le cube colorimétrique. Aux petites échelles $a < 2^6$, on caractérise les couleurs proches de l'image, c'est-à-dire des variations fines ou nuances de couleurs. On note que, contrairement à la Fig. 3.1, sous le crossover $a = 2^6$ de la Fig. 3.2 la fonction de partition $Z(q, a)$ continue de varier. Ceci révèle que dans les images naturelles, aux faibles distances d'une couleur peuplée dans l'histogramme, il existe en général toujours d'autres couleurs représentées dans l'image, ceci jusqu'aux échelles les plus fines du cube colorimétrique. C'est une caractéristique des images naturelles, une grande richesse de nuances de couleurs, manifestée par les graphes de $Z(q, a)$. D'une façon schématique, dans les graphes de la Fig. 3.2, au-delà du crossover on caractérise les couleurs largement distinctes, en-deçà on caractérise les nuances de couleurs. Les répartitions de ces couleurs présentent une forme d'autosimilarité à travers les échelles, traduite par les lois de puissance, mais avec des exposants (des pentes) distinctes de part et d'autre du crossover. Il apparaît donc que les couleurs basiques et les nuances se répartissent différemment dans le domaine colorimétrique, quoique toutes deux de façon auto-similaire. Par ailleurs, on peut vérifier que si l'on réduit les images couleur RGB comme celles de la Fig. 2.1 en images indexées vers une table de couleurs contenant uniquement les couleurs dominantes, il apparaît qu'aux petites échelles les graphes de $Z(q, a)$ cessent de varier, et deviennent constants comme sur la Fig. 3.1 : on a perdu les nuances en ne gardant que les couleurs dominantes. On accède ainsi, par les graphes de $Z(q, a)$ comme ceux de la Fig. 3.2, à une caractérisation quantitative de l'organisation colorimétrique, qui apparaît riche pour les images naturelles.

Pour les images couleur naturelles, la Fig. 3.3 présente les pentes $\tau(q)$, avec pour les $q < 0$ les $\tau(q)$ évaluées aux grandes échelles au delà du crossover, pour comparaison avec les conditions de la Fig. 3.1. La dimension fractale généralisée $D(q)$ correspondante est montrée sur la Fig. 3.4. Les caractérisations condensées offertes par les Figs. 8 et 9 révèlent pour l'organisation colorimétrique des images naturelles un caractère très différent de l'image aléatoire uniforme, voire même de l'image multifractale de la cascade multiplicative. Notamment, l'exposant de masse $\tau(q)$ de la Fig. 3.3 présente un aspect non linéaire plus prononcé que la cascade multifractale. Également, la dimension fractale généralisée $D(q)$ sur la Fig. 3.4, prend des valeurs dans un domaine plus large pour l'image naturelle que pour l'image de la cascade multiplicative et a fortiori que pour l'image uniforme. Ceci traduit une plus grande complexité colorimétrique des images naturelles au vu de l'analyse multifractale. De plus, on observe sur la Fig. 3.4 en $q = 0$ une dimension $D(q = 0) = 3$ à la fois pour l'image uniforme et pour l'image de la cascade multiplicative.

Ceci exprime que la dimension du support de l’histogramme couleur de ces deux types d’images est 3, ce qui est attendu de par leur constitution homogène sur l’ensemble du cube colorimétrique, même pour l’image multifractale. Par contre, l’image naturelle “Flowers” sur la Fig. 3.4 possède $D(q = 0) = 2.7$; et pour l’image “Lena” de la Fig. 2.1 on trouve $D(q = 0) = 2.4$. Ceci exprime que la dimension du support de l’histogramme des images naturelles est non entière, inférieure à 3. Il s’agit d’une dimension fractale traduisant le caractère lacunaire du support de l’histogramme tridimensionnel, avec des vides de toute une gamme de tailles ou d’échelles ne contenant aucune couleur employée dans l’image, comme illustré sur la Fig. 2.2. Le support de l’histogramme constitue la palette des couleurs employées dans l’image, indépendamment des populations de pixels occupant ces couleurs. Ce support présente un caractère fractal pour les images naturelles, au vu de la dimension généralisée $D(q = 0)$ qui est non entière. Les autres caractéristiques, à $q \neq 0$, elles, sont sensibles à l’influence des populations de pixels dans l’histogramme.

3.4 Petites et grandes échelles

Nous complétons sur la Fig. 3.5 avec les exposants de masse $\tau(q)$ et les dimensions fractales généralisées $D(q)$ évalués également aux petites échelles à partir des graphes de $Z(q, a)$ de la Fig. 3.2. Pour les exposants $q \geq 0$, les valeurs de $\tau(q)$ et $D(q)$ ne diffèrent pas significativement lorsqu’évaluées aux petites ou aux grandes échelles. On a un comportement homogène à travers les échelles, avec une loi de puissance régulière pour $Z(q, a)$ sans crossover. Par contre, pour les exposants $q < 0$, on voit sur la Fig. 3.5 les valeurs de $\tau(q)$ et $D(q)$ s’écarter et devenir distinctes lorsqu’évaluées aux petites ou aux grandes échelles. Il est encore difficile d’obtenir une interprétation complète assurée sur l’origine de ce comportement aux $q < 0$ donnant naissance au crossover. Une raison en est qu’aux $q < 0$ ce sont les plus petites valeurs de la mesure à travers l’histogramme qui tendent à dominer la fonction de partition $Z(q, a)$ de l’Éq. (3.1), et que donc l’influence d’un bruit de mesure peut ici devenir significative. Toutefois, les valeurs les plus communément interprétables des paramètres multifractals comme la dimension généralisée $D(q)$ sont habituellement associées aux $q \geq 0$. On a ainsi $D(0)$ qui donne la dimension fractale du support de l’histogramme, $D(1)$ qui constitue sa dimension d’information, et $D(2)$ est liée à sa dimension de corrélation. Les paramètres $\tau(q)$ et $D(q)$ issus de l’analyse multifractale contiennent donc des caractérisations riches de l’histogramme tridimensionnel et donc de l’organisation colorimétrique des images à travers les échelles.

Les observations rapportées ici au sujet des images de la Fig. 2.1 sont typiques des résultats observés lors de l’analyse multifractale que nous avons réalisée sur de nombreuses images couleur naturelles. En particulier, l’allure des graphes de $Z(q, a)$ comme sur la Fig. 3.2, avec un crossover apparaissant pour les $q < 0$ uniquement, est retrouvée de façon quasi systématique sur les nombreuses images couleur naturelles que nous avons testées. Les graphes de $Z(q, a)$ de la Fig. 3.2 sont en cela typiques, ainsi que les formes d’évolutions de $\tau(q)$ et $D(q)$ de la Fig. 3.5. Au delà des formes

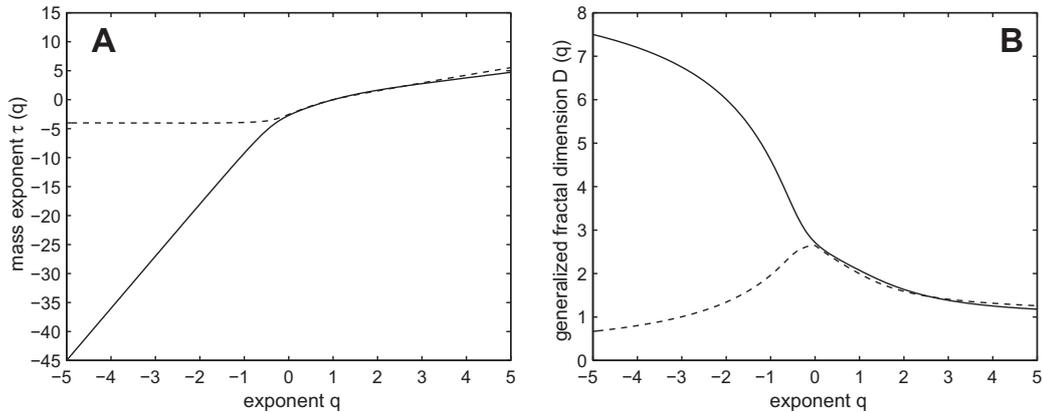


FIGURE 3.5 – Pour l’image “Flowers” des Figs. 2.1 et 3.2, en fonction de l’exposant q . Trait plein : aux grandes échelles $a \in [2^6, 2^8]$; tirets : aux petites échelles $a \in [1, 2^6]$. Panneau A : exposant de masse $\tau(q)$ de l’Éq. (3.2). Panneau B : dimension fractale généralisée $D(q)$ de l’Éq. (3.4).

similaires, ce sont les valeurs numériques précises de $\tau(q)$ et $D(q)$ qui vont différer d’une image à l’autre et être spécifiques. Ainsi par exemple pour l’image “Flowers” de la Fig. 2.1 on a la dimension fractale du support $D(q = 0) = 2.7$, la dimension d’information $D(q = 1) = 2.1$, et reliée à la dimension de corrélation $D(q = 2) = 1.6$; alors que pour l’image “Lena” il vient ici $D(q = 0) = 2.4$, $D(q = 1) = 1.8$ et $D(q = 2) = 1.5$.

3.5 Spectre multifractal

Les analyses multifractales développées ici ne nécessitent pas d’hypothèse a priori sur la structure des données auxquelles elles sont appliquées. En particulier, les fonctions de partition $Z(q, a)$ comme sur les Figs. 3.1 et 3.2 peuvent toujours être calculées. On est ensuite en mesure de juger de l’existence de comportements en loi de puissance selon l’Éq. (3.2), ainsi que les domaines d’échelle sur lesquels de telles lois peuvent exister. On obtient ainsi déjà un point de vue sur les propriétés en échelle des données analysées. Si l’on observe des lois de puissance dans $Z(q, a)$ sur des gammes d’échelle significatives, ceci permet d’extraire les pentes $\tau(q)$ dans l’Éq. (3.2), puis la dimension fractale généralisée $D(q)$ via l’Éq. (3.4). On a avec $\tau(q)$ et $D(q)$ une caractérisation condensée de propriétés en échelle de l’histogramme tridimensionnel (ou multidimensionnel). À eux seuls, les paramètres multifractals $\tau(q)$ et $D(q)$ apportent une contribution utile dans l’analyse et la caractérisation multiéchelle de nombreuses données empiriques complexes, comme cela a été illustré dans bien des contextes jusque par les études les plus récentes [53, 11]. Dans ce contexte, les graphes de $\tau(q)$ et $D(q)$ reflètent l’organisation colorimétrique des images à travers les échelles. Ils peuvent ainsi servir différentes finalités du traitement des images.

Il est possible de pousser plus loin une analyse multifractale, moyennant cette fois des hypothèses spécifiques à faire sur les données [33, 6, 47, 1]. On suppose que la mesure locale P_i à l'échelle a utilisée dans l'Éq. (3.1) peut s'exprimer comme $P_i \sim a^\alpha$, où α définit un exposant de singularité locale ou encore exposant de Hölder. On suppose de plus que le nombre de boîtes de taille a où l'exposant de Hölder possède une valeur α spécifiée, peut s'exprimer comme $N(\alpha, a) \sim a^{-f(\alpha)}$; et en faisant ainsi on met en jeu $f(\alpha)$ qui représente la dimension fractale de l'ensemble des points d'exposant de Hölder valant α , ou encore spectre multifractal. Fondé sur ces hypothèses, le formalisme mathématique multifractal [33, 6, 47, 66, 103, 1] permet alors d'établir que, dans des conditions bien spécifiques, l'exposant de masse $\tau(q)$ que nous avons évalué, peut donner accès au spectre multifractal $f(\alpha)$. Ceci est réalisé en évaluant la somme de l'Éq. (3.1) qui définit $Z(q, a)$, non plus comme une somme sur les boîtes i , mais comme une somme sur les valeurs α présentes dans les données avec leur poids respectif $N(\alpha, a)$. De cette façon, on peut écrire pour la fonction de partition de l'Éq. (3.1), une dépendance, en fonction de l'échelle a , de la forme

$$Z(q, a) \sim \sum_{\alpha} a^{q\alpha - f(\alpha)}. \quad (3.6)$$

Ensuite, par une approximation de point col, la somme de l'Éq. (3.6) est considérée comme dominée, pour chaque q , par la valeur α_q réalisant

$$\alpha_q = \arg \min_{\alpha} [q\alpha - f(\alpha)]. \quad (3.7)$$

On obtient $Z(q, a) \sim a^{q\alpha_q - f(\alpha_q)}$, et par identification avec l'Éq. (3.2), pour chaque q il vient $\tau(q) = q\alpha_q - f(\alpha_q)$ que l'on peut obtenir de manière équivalente [33, 6, 47, 1] par

$$\tau(q) = \min_{\alpha} [q\alpha - f(\alpha)]. \quad (3.8)$$

Cette relation de l'Éq. (3.8) indique que $\tau(q)$ provient de la transformation de Legendre de $f(\alpha)$, et l'inversion de cette transformation de Legendre donne [33, 6, 47, 1]

$$f(\alpha) = \min_q [q\alpha - \tau(q)]. \quad (3.9)$$

De cette façon, à travers la transformation de Legendre exprimée par l'Éq. (3.9), on peut déduire le spectre multifractal $f(\alpha)$ de l'exposant de masse $\tau(q)$. De plus, de l'Éq. (3.8), on peut déduire que $\tau(q=0)$ correspond au minimum de $-f(\alpha)$, ou par équivalence $-\tau(q=0)$ correspond au maximum de $f(\alpha)$. Et comme indiqué par l'Éq. (3.4), on a toujours $-\tau(q=0) = D(q=0)$, donc le maximum du spectre multifractal $f(\alpha)$ est toujours $D(0)$, la dimension par comptage de boîtes du support de la mesure.

Les relations des Éqs. (3.8) et (3.9) fournies par le formalisme multifractal et reliant le spectre multifractal $f(\alpha)$ à l'exposant de masse $\tau(q)$ par la transformation de Legendre, impliquent que les fonctions $f(\alpha)$ et $\tau(q)$ sont concaves (\cap). Ceci est nécessaire pour avoir la possibilité de déduire $f(\alpha)$ de $\tau(q)$ via l'Éq.(3.9). Cependant, l'opération d'évaluer $\tau(q)$ peut toujours être envisagée pour un jeu de

données, comme nous avons réalisé ici, mais cela ne mènera pas nécessairement à un $\tau(q)$ concave, pour des données empiriques montrant une organisation multi-échelle complexe. Ceci semble être le cas pour les histogrammes tridimensionnels des images couleur naturelles étudiées ici. Pour de tels histogrammes, la concavité de $\tau(q)$, comme illustrée sur la Fig. 3.5(A), est habituellement obtenue seulement sur une gamme spécifique d'échelles. Cela suggère que ces histogrammes couleur tridimensionnels présentent une organisation multi-échelle plus complexe, située au-delà des hypothèses élémentaires où le formalisme multifractal fournit un accès direct au spectre $f(\alpha)$ à partir de l'exposant $\tau(q)$. Si nous limitons l'analyse à une gamme d'échelles, comme sur la Fig. 3.3, où une forme concave (\cap) peut être attribuée à $\tau(q)$, il est cependant possible de cette façon de déduire, par une transformation de Legendre de l'Éq. (3.9), un spectre (de Legendre) multifractal $f(\alpha)$ associé à l'histogramme couleur tridimensionnel. On utilisera cela comme une caractérisation multi-échelle supplémentaire pour situer les histogrammes tridimensionnels par rapport à un indicateur de référence multifractal classique fourni par le spectre $f(\alpha)$.

Ainsi, des Éqs.(3.7) et (3.8) on peut écrire [71]

$$\tau(q) = q\alpha_q - f(\alpha_q), \quad (3.10)$$

et puisque $\tau(q)$ est à un minimum pour α_q ,

$$0 = \frac{d\tau}{d\alpha_q} = q - \frac{d}{d\alpha_q} f(\alpha_q), \quad (3.11)$$

d'où

$$q = \frac{d}{d\alpha_q} f(\alpha_q). \quad (3.12)$$

Également, par l'Éq. (3.10),

$$\frac{d\tau}{dq} = \alpha_q + q \frac{d\alpha_q}{dq} - \frac{df(\alpha_q)}{d\alpha_q} \frac{d\alpha_q}{dq}, \quad (3.13)$$

ce qui donne, grâce à l'Éq. (3.12),

$$\frac{d\tau}{dq} = \alpha_q. \quad (3.14)$$

Pour chaque q où $\tau(q)$ est mesuré, on a donc en pratique accès via les Éqs. (3.14) et (3.10), à un point $(\alpha_q, f(\alpha_q))$ définissant le spectre multifractal.

De cette façon, le spectre multifractal $f(\alpha)$ associé à la cascade multiplicative de la Section 3.2 peut être théoriquement calculé, à partir de l'Éq. (3.5), avec

$$\alpha_q = \frac{d}{dq} \tau(q) = \frac{-1}{\sum_{i=1}^8 m_i^q} \sum_{i=1}^8 m_i^q \log_2(m_i), \quad (3.15)$$

et

$$f(\alpha_q) = q\alpha_q - \tau(q). \quad (3.16)$$

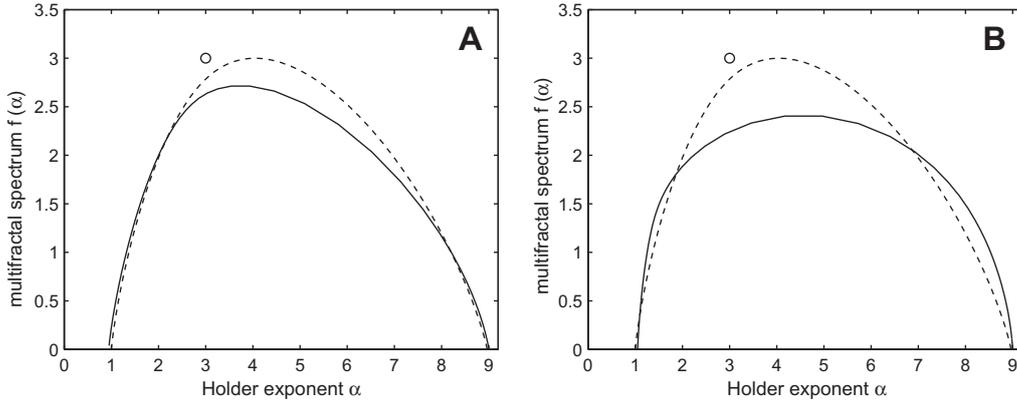


FIGURE 3.6 – Spectre multifractal $f(\alpha)$ en fonction de l’exposant de Hölder α pour la mesure de l’histogramme. *Cercle ouvert* : spectre dégénéré réduit à un point $(3, 3)$ pour l’image uniforme. *Tirets* : image d’une cascade multiplicative de la Fig. 3.1(B) coïncidant avec la prédiction théorique des Éqs. (3.15) et (3.16). *Trait plein* : image “Flowers” (panneau A) et “Lena” (panneau B) de la Fig. 2.1.

Comme conséquence, le spectre multifractal $f(\alpha)$ des Éqs. (3.15) et (3.16) existe sur une gamme d’exposants de Hölder $\alpha \in [\alpha_{\min}, \alpha_{\max}]$, avec $\alpha_{\min} = \alpha_{q \rightarrow \infty} = -\log_2[\max_i(m_i)]$ et $\alpha_{\max} = \alpha_{q \rightarrow -\infty} = -\log_2[\min_i(m_i)]$. De plus, à $q = 0$, le maximum $-\tau(0) = D(0) = 3$ est atteint par $f(\alpha)$, et d’après l’Éq. (3.15), se produit pour

$$\alpha_0 = \frac{-1}{8} \sum_{i=1}^8 \log_2(m_i). \quad (3.17)$$

La Fig. 3.6 compare le spectre multifractal $f(\alpha)$ calculé à partir de l’exposant de masse $\tau(q)$ de la Fig. 3.3 pour différents types d’images. En particulier sur la Fig. 3.6, les poids m_i de la cascade multiplicative sont choisies pour obtenir une gamme $[\alpha_{\min}, \alpha_{\max}]$ qui correspond à la gamme observée pour les spectres de l’image couleur naturelle de la Fig. 2.1. Le spectre multifractal $f(\alpha)$ de la Fig. 3.6 est calculé numériquement, par la transformation de Legendre de l’Éq. (3.9), implémentée via les Éqs. (3.14) et (3.10) en pratique, et appliqué à l’exposant de masse $\tau(q)$ mesuré sur la Fig. 3.3. En même temps, une expression théorique est disponible pour le spectre $f(\alpha)$ de la cascade multiplicative via les Éqs. (3.15) et (3.16), et nous avons vérifié qu’une correspondance exacte est obtenue entre la théorie et l’évaluation numérique de $f(\alpha)$ pour la cascade. Ceci fournit une validation, à l’endroit d’une référence théorique analytique, de la procédure numérique que nous avons implémenté pour l’évaluation du spectre multifractal.

Sur la Fig. 3.6, pour l’image uniforme, le spectre est dégénéré en un seul point ($\alpha = 3, f(\alpha = 3) = 3$) comme on s’attend pour une mesure remplissant uniformément le cube colorimétrique. Par contraste sur la Fig. 3.6, le spectre $f(\alpha)$ pour la cascade multiplicative et pour les images naturelles, montre en commun une très large gamme d’exposant de Hölder $\Delta\alpha = \alpha_{\max} - \alpha_{\min} \approx 8$, ce qui est la marque

d'un comportement multifractal important. De plus, comme nous l'avons indiqué, le maximum du spectre $f(\alpha)$ mène à la dimension de comptage de boîtes $D(0)$ du support de la mesure. Cette dimension est toujours $D(0) = 3$ pour la cascade multiplicative en accord avec son support qui est le cube colorimétrique complet ; et ce maximum se produit pour la cascade à $\alpha_0 \approx 4.04$ en accord avec l'Éq. (3.17), comme vérifié sur la Fig. 3.6. Par contraste, pour les images naturelles de la Fig. 3.6, le maximum du spectre est évalué à $D(0) = 2.7$ pour l'image "Flowers" de la Fig. 3.6(A) et à $D(0) = 2.4$ pour l'image "Lena" de la Fig. 3.6(B) ; ce sont des dimensions non entières inférieures à 3 manifestant un support non homogène fractal de l'histogramme couleur dans le cube colorimétrique. C'est une différence importante entre le spectre multifractal de la cascade et celui des images naturelles : on peut toujours faire coïncider la largeur $\Delta\alpha$ de ces deux spectres, en choisissant de manière appropriée les poids m_i de la cascade ; mais le maximum pour la cascade est toujours à $D(0) = 3$, tandis qu'il est souvent observé à une valeur non entière $D(0) < 3$ avec des images naturelles. Ceci représente une signature multifractale plus complexe pour les images naturelles, avec un large spectre $f(\alpha)$ et une dimension fractale non entière $D(0)$ pour une structure diffuse non homogène de l'histogramme.

Pour confirmer cette idée, nous présentons également la même caractérisation multifractale appliquée à deux autres images couleur naturelles de la Fig. 2.1.

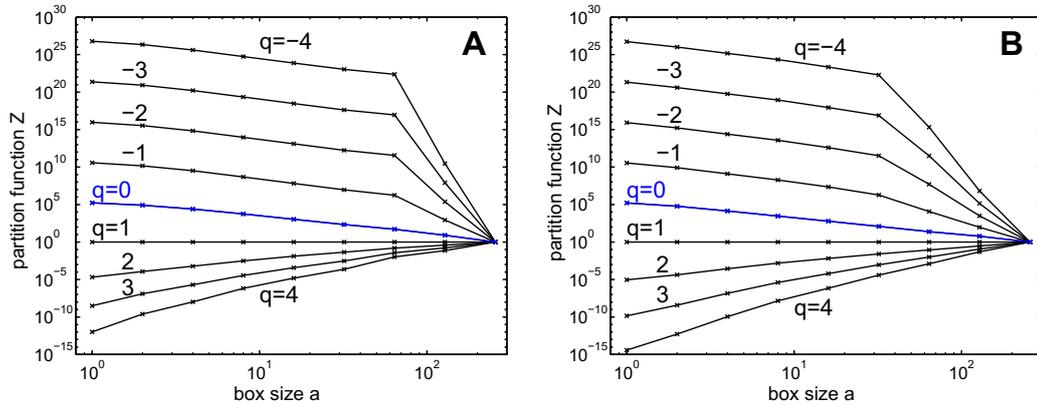


FIGURE 3.7 – Fonction de partition $Z(q, a)$ de l'Éq. (3.1) en fonction de la taille de boîte a , pour les images couleur naturelles "Sailboat" (panneau A) et "Zelda" (panneau B) de la Fig. 2.1.

Pour les images "Sailboat" et "Zelda" de la Fig. 2.1, la fonction de partition $Z(q, a)$ est présentée sur la Fig. 3.7. Avec la même approche utilisée pour les Figs. 3.3 et 3.4(B), l'exposant de masse correspondant $\tau(q)$ et la dimension généralisée $D(q)$ sont montrés sur la Fig. 3.8. La transformation de Legendre de $\tau(q)$ sur la Fig. 3.8(A) en accord avec l'Éq. (3.9) donne le spectre multifractal $f(\alpha)$ de la Fig. 3.9.

Les évolutions non linéaires de $\tau(q)$ et $D(q)$ observées sur la Fig. 3.8, et les spectres larges $f(\alpha)$ sur la Fig. 3.9, représentent des signatures multifractales marquées extraites des histogrammes couleur tridimensionnels. La dimension $D(0)$ du

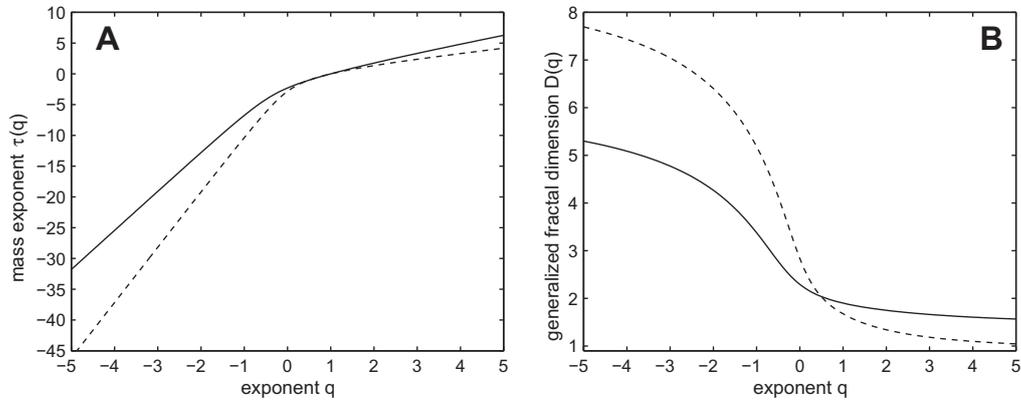


FIGURE 3.8 – En fonction de l’exposant q appliqué à la mesure de l’histogramme, exposant de masse $\tau(q)$ de l’Éq. (3.2) (panneau A), et la dimension fractale généralisée $D(q)$ de l’Éq. (3.4) (panneau B), pour les images “Sailboat” (tirets) et “Zelda” (trait plein) de la Fig. 2.1.

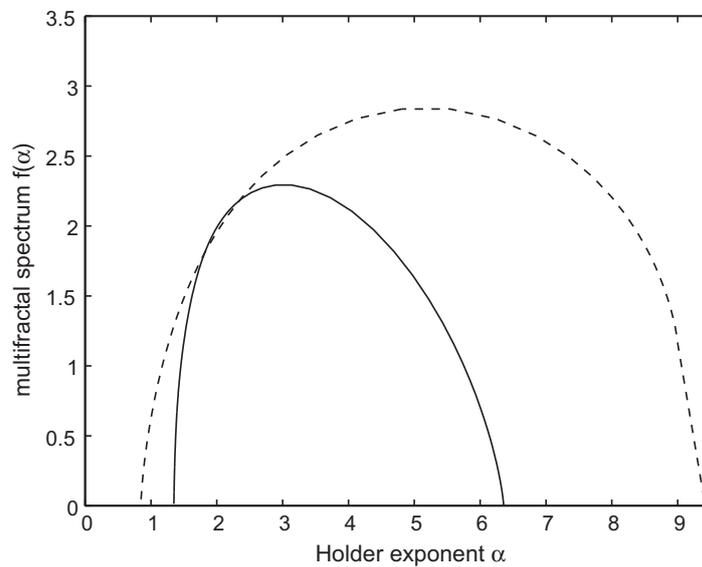


FIGURE 3.9 – Spectre multifractal $f(\alpha)$ en fonction de l’exposant de Hölder α de l’histogramme de deux images couleur naturelles. *Tirets* : image “Sailboat”, *trait plein* : image “Zelda” de la Fig. 2.1.

support de l’histogramme, lue par exemple au maximum du spectre sur la Fig. 3.9, arrive à $D(0) = 2.8$ pour l’image “Sailboat” et $D(0) = 2.3$ pour l’image “Zelda”. Ce sont des dimensions non entières qui identifient un support fractal de l’histogramme. La largeur des spectres $\Delta\alpha = \alpha_{\max} - \alpha_{\min}$ est observée sur la Fig. 3.9 comme $\Delta\alpha = 8.7$ pour l’image “Sailboat” et $\Delta\alpha = 5.1$ pour l’image “Zelda”. Les caractéristiques multifractales mesurées pour différentes images peuvent ainsi différer de manière significative, bien que le caractère multifractal marqué reste une caractéristique commune.

Les mêmes analyses multifractales ont été réalisées pour l’ensemble des images couleur naturelles de la Fig. 2.1. Les caractéristiques multifractales mesurées de cette façon sont résumées dans la Table 3.1. Ces analyses, conduisant dans la Table 3.1 à de grandes largeurs de spectre $\Delta\alpha$ et des dimensions de support $D(0)$ non entières, montrent la tendance générale aux comportements multifractals observés sur les histogrammes tridimensionnels d’images couleur naturelles. Les paramètres quantitatifs extraits de la présente analyse multifractale offrent des mesures pour caractériser les structures à travers les échelles dans les histogrammes couleur reflétant les organisations colorimétriques des images. À partir d’analyses multifractales précédentes appliquées aux organisations spatiales des images, une signification spéciale peut être attachée à des valeurs spécifiques de l’exposant de Hölder α , comme α_0 dans la Table 3.1, et ils ont été utilisés à différentes fins comme la segmentation d’image ou la reconstruction [65, 120, 119, 118].

Image	α_{\min}	α_{\max}	$\Delta\alpha$	α_0	$D(0)$
Lena	1.1	9.0	7.9	4.3	2.4
Zelda	1.3	6.4	5.1	2.9	2.3
Boats	0.6	9.1	8.5	4.5	2.4
Monarch	1.1	9.0	7.9	3.6	2.4
Parrots	1.2	8.2	7.0	3.7	2.6
Fruits	1.0	9.5	7.5	4.5	2.5
Yacht	1.3	8.2	6.9	3.9	2.6
Flowers	0.9	9.0	8.1	3.6	2.7
Mandrill	1.4	9.1	7.7	4.0	2.8
Goldhill	1.1	8.5	7.4	4.1	2.5
Car	1.3	9.0	7.7	4.1	2.7
Sailboat	0.8	9.5	8.7	5.0	2.8

TABLE 3.1 – Pour la série d’images couleur naturelles de la Fig. 2.1, les paramètres extraits de leur spectre multifractal $f(\alpha)$ comme sur les Figs. 3.6 et 3.9 : exposant de Hölder minimal α_{\min} et maximal α_{\max} , largeur spectrale $\Delta\alpha = \alpha_{\max} - \alpha_{\min}$, exposant $\alpha_0 = \alpha(q = 0)$ réalisant le maximum $f(\alpha_0) = D(q = 0)$ du spectre donnant la dimension de comptage de boîtes du support de l’histogramme couleur.

3.6 Discussion et perspectives

Les approches multiéchelles offrent des moyens pouvant contribuer à la caractérisation de structures complexes comme les images naturelles. Dans cette direction, nous avons réalisé ici une analyse multifractale des histogrammes tridimensionnels issus d'images numériques couleur, suivant une approche qui peut également être étendue aux images multicomposantes présentant plus de trois composantes. Le cadre théorique et les équations que nous avons utilisés comme base pour l'analyse multifractale sont des outils standard que nous avons trouvés dans la littérature ; et nous les avons appliqués, pour la première fois à notre connaissance, à une caractérisation multifractale des histogrammes couleur. Ces résultats récents [23] montrent des signatures multiéchelles complexes émergeant de l'analyse des histogrammes tridimensionnels d'images couleur naturelles, avec des comportements similaires voire plus élaborés que ceux attachés aux modèles multifractals de référence fournis par des cascades multiplicatives tridimensionnelles.

Les comportements observés dans l'analyse multifractale sont utiles pour la caractérisation et la modélisation des images. Ils peuvent être liés à la présence d'arrangements multiéchelles des pixels dans les histogrammes couleur, en regroupements sans échelle caractéristique. Ceci peut être pertinent pour les méthodes de segmentation ou d'indexation d'images multicomposantes, cherchant à identifier des pics dans l'histogramme, puisque l'on peut s'attendre à des organisations avec des pics, sous-pics, sous-sous-pics, etc. sur des échelles variées. De plus, une organisation colorimétrique fractale voire multifractale dans les images naturelles, pourrait être révélatrice de stratégies de codage dans le système visuel [82] et la répartition de ses capacités à travers les échelles spectrales, la trichromatie étant essentiellement une modalité de codage du système visuel.

La caractérisation fractale ou multifractale des images pourrait aussi servir à d'autres applications pratiques. Par exemple, il pourrait être envisagé de construire des métriques pour l'évaluation quantitative de la perception (colorimétrique) ou le réalisme des images naturelles par opposition aux images de synthèse ou illustrations de dessins animés [74], ce qui sera abordé dans le chapitre 4 suivant. La caractérisation multifractale de structures colorimétriques pourrait aussi être utilisée de façon pertinente dans des applications innovantes pour l'évaluation et l'authentification de peintures artistiques [78, 113]. Des propriétés multifractales significatives ont été rapportées dans différents domaines de la physiologie [108, 52, 50, 110] et en particulier celui de la dynamique neuronale [7, 125, 111], ce qui nous incite à soulever la question intéressante de savoir s'il existerait des correspondances entre la qualité esthétique et la dynamique du cerveau.

Les analyses multifractales des histogrammes couleur tridimensionnels ont été présentées ici et dans [23] pour la première fois, autant que nous savons. Il serait bénéfique de les étendre à de plus grandes séries d'images, afin d'interpréter parfaitement leur signification et ce qu'elle révèlent sur l'organisation colorimétrique des images naturelles. Cela renforcerait la contribution des concepts fractals et multifractals à la compréhension des structures complexes des images.

Images de synthèse pour l'analyse multiéchelle

Sommaire

4.1	Introduction	71
4.2	Images de synthèse de sophistication croissante	71
4.3	Images avec des signatures fractales plus prononcées	74
4.4	Images de synthèse par procédé de réalité augmentée	74
4.5	Discussion et perspectives	79

4.1 Introduction

Nous avons montré dans les deux chapitres précédents que l'analyse multiéchelle offrait de nombreux outils pour étudier les propriétés fractales et régularités à travers les échelles dans les images couleur. Nous nous sommes également intéressés [22] plus particulièrement à ce qui pourrait être à l'origine de cette organisation fractale des couleurs dans les images naturelles. Une hypothèse possible serait que ce comportement fractal dans le domaine colorimétrique soit lié aux propriétés spatiales des scènes naturelles qui peuvent contenir plusieurs structures différentes et objets de différentes tailles et couleurs apparaissant à différentes profondeurs, sous divers angles, sous des éclairages et conditions d'ombrage différents. Tous ces ingrédients combinés pourraient conduire à l'existence de beaucoup de couleurs, dans les scènes naturelles typiques, chaque couleur étant affectée par de nombreux facteurs de modulation, aboutissant à la constitution d'une organisation fractale dans les couleurs. Nous proposons ici de tester cette hypothèse en appliquant une analyse fractale à des images de synthèse en couleur produites par des algorithmes au rendu de plus en plus sophistiqué [58, 42, 122, 43, 27, 92, 56]. Nous analysons l'organisation colorimétrique à travers les échelles colorimétriques obtenue par ces images de synthèse, et nous les comparons avec le comportement typique fractale des images naturelles.

4.2 Images de synthèse de sophistication croissante

Nous effectuons donc un procédé de synthèse d'images avec plusieurs techniques de rendu de plus en plus sophistiquées, mises en œuvre successivement, afin d'insérer

un réalisme de plus en plus important dans les images de synthèse en couleur. Nous choisissons d'abord de travailler sur des images de synthèse autour de variations d'un objet virtuel simple comme la classique théière de l'Utah [28]. La Fig. 4.1 présente une série de quatre images de synthèse (de l'image A à D) avec leur histogramme tridimensionnel réalisée avec un tel procédé de synthèse. L'image A est composée de treize théières de divers couleurs unies sur un fond blanc. Dans l'image B, deux lumières spéculaires ont été ajoutées. Dans l'image C, une texture grise a été appliquée aux théières. Et dans l'image D, un fond texturé gris a été ajouté derrière les théières. Les tracés en log-log des trois mesures de comptage de boîtes $N(r)$, de corrélation de paires $C(r)$ et d'intégrale de corrélation $M(r)$ expliquées dans le chapitre 2 sont présentés sur la Fig. 4.2. Par comparaison avec le comportement observé sur les Figs. 2.9, 2.11 et 2.19 pour les images naturelles, nous remarquons généralement pour les images de synthèse de la Fig. 4.1 des lignes droites sur un plus petit intervalle d'échelle r .

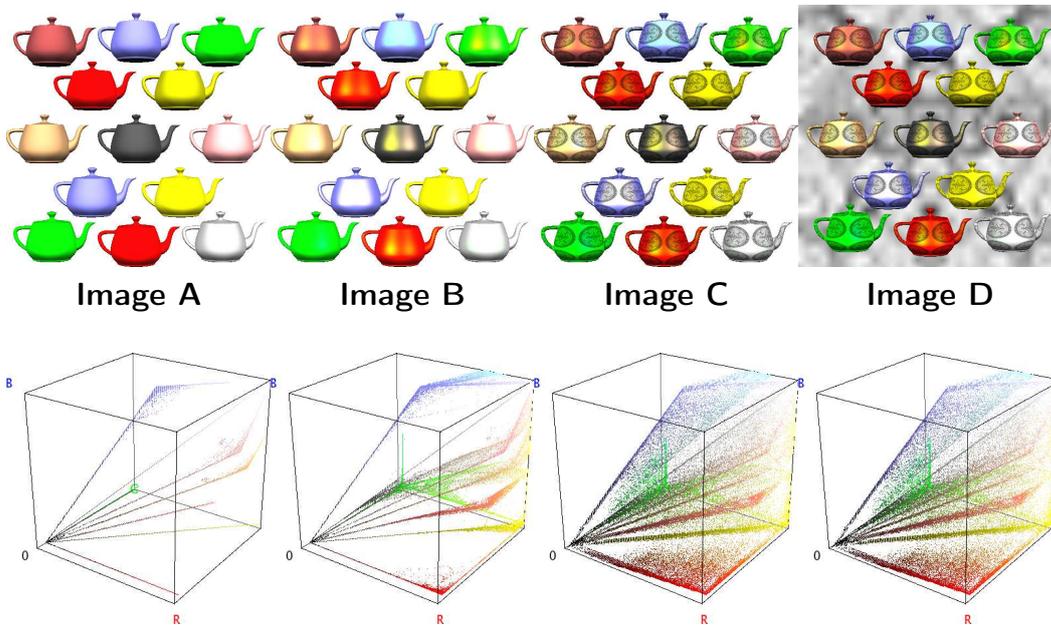


FIGURE 4.1 – Quatre images couleur RVB de synthèse, de taille 512×512 pixels et $Q = 256$ niveaux, construites d'une façon de plus en plus sophistiquée en utilisant diverses couleurs unies, lumières spéculaires et textures ; et leur histogramme couleur tridimensionnel dans le cube colorimétrique RVB $[0, Q - 1]^3$.

Avec la mesure de “comptage de boîtes”, nous observons sur la Fig. 4.2 que la pente de la droite augmente avec la sophistication des images générées. Ceci est dû à l'augmentation du nombre de couleurs utilisées dans les images et la diffusion des couleurs dans le cube colorimétrique RVB. Avec la mesure de “corrélations de paires”, nous observons dans les images A à C une pente inférieure à 1. Ceci est dû à la présence du fond uni blanc qui crée une très grande population de pixels blancs avec les mêmes composants (R, V, B) . Dans l'image D, le fond blanc a été

4.2. Images de synthèse de sophistication croissante

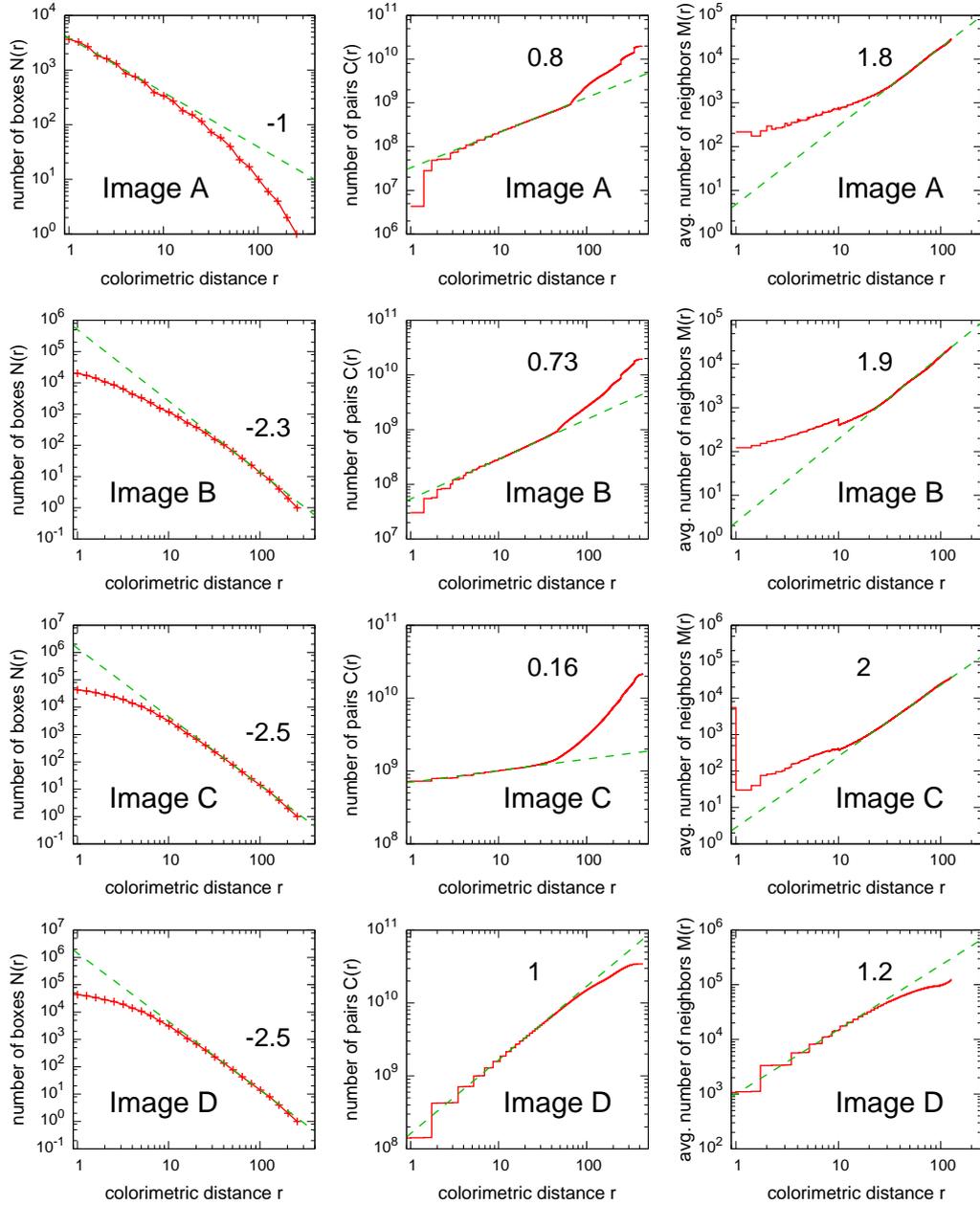


FIGURE 4.2 – Analyse multiéchelle des histogrammes colorimétriques des images de sophistication croissante la Fig. 4.1. *De haut en bas* : nombre $N(r)$ de boîtes couvrantes de taille r pour recouvrir l’histogramme colorimétrique, nombre de paires de couleur $C(r)$ à la distance $\leq r$, et nombre moyen de voisins $M(r)$ à l’intérieur de la sphère de rayon r . Le nombre affiché correspond à la pente de la droite en pointillés ajustée manuellement pour correspondre aux mesures (ligne continue) sur l’intervalle le plus large possible.

remplacé par une texture grise qui ajoute un grand nombre de pixels dans les tons gris, localisés sur une ligne droite dans le cube colorimétrique RVB. Cette grande population de tons gris permet d’expliquer pourquoi l’histogramme de cette image est caractérisé par une pente proche de 1, mais juste légèrement supérieur à 1, dû à la présence d’autres teintes de couleurs dans cette image. Avec la mesure par “intégrale de corrélation”, nous observons une plus forte signature fractale sur de plus grandes échelles en résultat de la sophistication des images générées.

4.3 Images avec des signatures fractales plus prononcées

Quand les lumières spéculaires et les textures sont successivement ajoutées, nous observons sur la Fig. 4.2 que les histogrammes couleur tridimensionnels deviennent plus diffus et contiennent davantage de couleurs différentes. Par conséquent, les lumières et les textures utilisées dans les images de synthèse jouent au rôle important dans la complexité des histogrammes couleur RVB tridimensionnels. Nous proposons d’améliorer ce réalisme des images de synthèse en utilisant des techniques de rendu avancées comme les ombres, réflexions, et cartes de relief, comme nous avons réalisé dans les images de la Fig. 4.3. En utilisant de telles techniques, les histogrammes couleur tridimensionnels gagnent une plus forte signature fractale, ce qui se manifeste sur la Fig. 4.4 par le tracé en log-log de $N(r)$, $C(r)$ et $M(r)$ avec des droites de pentes non entières. De telles organisations fractales sont proches de celles que l’on trouve dans les images naturelles (voir les Figs. 2.9, 2.11 et 2.19).

4.4 Images de synthèse par procédé de réalité augmentée

Nous étudions maintenant les effets sur les couleurs d’un changement dans la taille d’un objet virtuel placé par dessus un fond avec une image naturelle. Ce procédé de mélange entre images naturelles et images de synthèse est une technique classique de génération d’images en réalité augmentée. Pour cette étude, nous choisissons en arrière-plan une image naturelle avec une signature fractale forte comme visible sur l’image “Forest” de la Fig. 4.5. Nous choisissons comme objet virtuel un objet colorimétriquement pauvre : une simple théière de couleur dominante rouge avec un histogramme tridimensionnel relativement simple comme le montre l’image “Teapot” de la Fig. 4.5. La théière est présentée sous trois tailles différentes dans les images X, Y et Z de la Fig. 4.5 recouvrant respectivement 2.5%, 10% et 25% des pixels. Nous observons globalement que la signature fractale peut être préservée dans $N(r)$, $C(r)$ et $M(r)$ même quand l’objet couvre une part importante de l’image de fond en arrière plan. Avec la mesure de “comptage de boîtes”, la taille de la théière semble avoir moins d’importance au regard de la signature fractale. La pente de la droite est la même pour les trois histogrammes parce que cette mesure ne considère pas la population des pixels distribuée parmi toutes les couleurs existantes. Au contraire, avec les mesures de “corrélation de paires” et par “intégrale de corrélation”, quand le rapport entre la taille de l’objet et la taille du fond augmente,

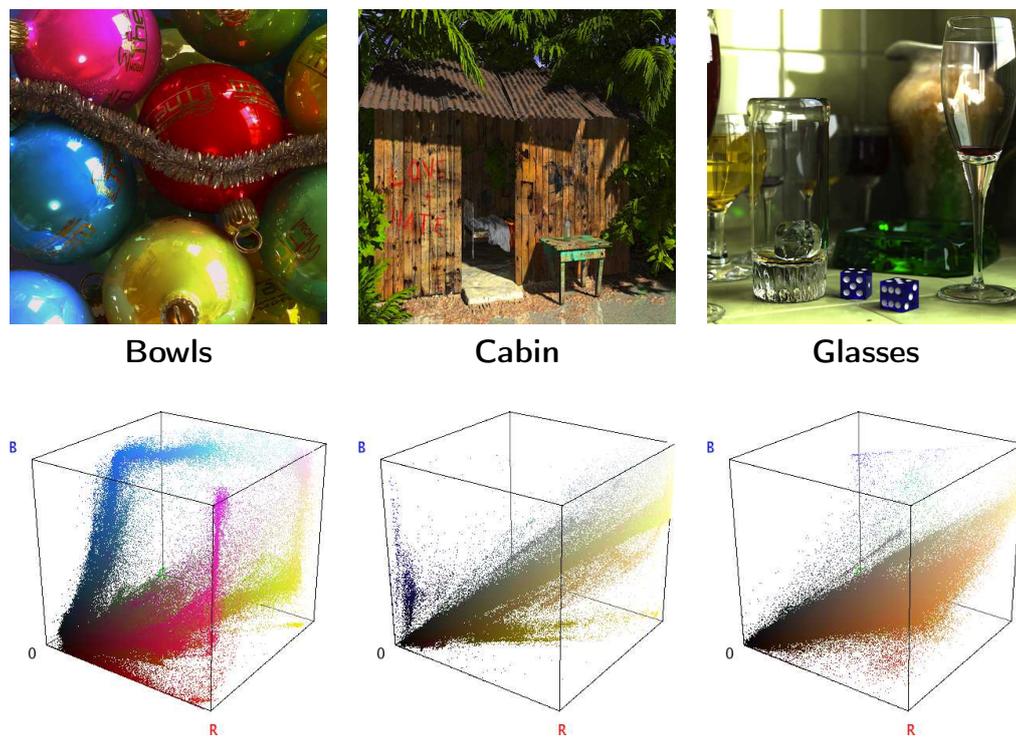


FIGURE 4.3 – Images couleur RVB de synthèse construites avec différents procédés hautement sophistiqués, de taille 512×512 pixels et $Q = 256$ niveaux; et leur histogramme couleur tridimensionnel dans le cube colorimétrique RVB $[0, Q - 1]^3$.

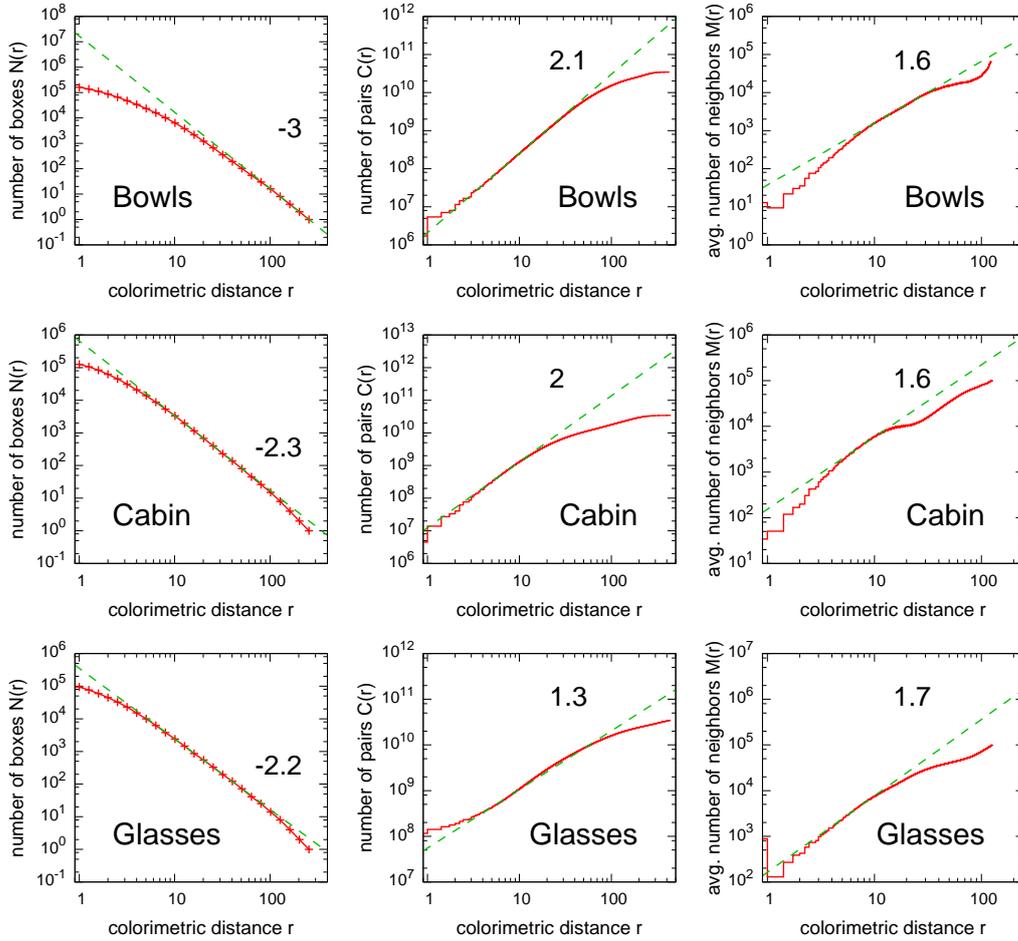


FIGURE 4.4 – Analyse multiéchelle des histogrammes colorimétriques des images hautement sophistiquées de la Fig. 4.3. *De gauche à droite* : nombre $N(r)$ de boîtes couvrantes de taille r pour recouvrir l’histogramme colorimétrique, nombre de paires de couleur $C(r)$ à la distance $\leq r$, et nombre moyen de voisins $M(r)$ à l’intérieur de la sphère de rayon r . Le nombre affiché correspond à la pente de la droite en pointillés ajustée manuellement pour correspondre aux mesures (ligne continue) sur l’intervalle le plus large possible.

4.4. Images de synthèse par procédé de réalité augmentée

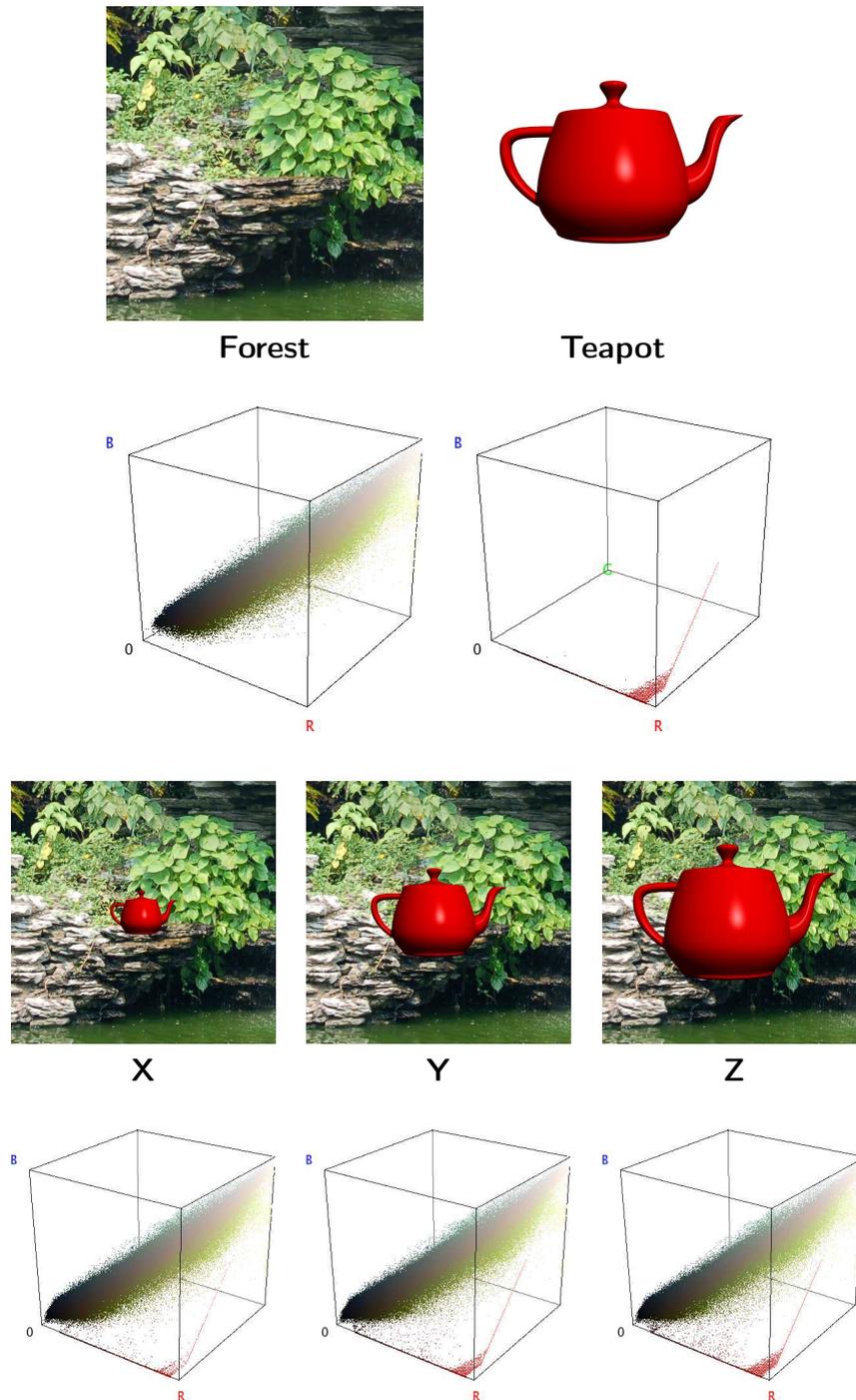


FIGURE 4.5 – *En haut* : Image couleur naturelle “Forest” utilisée comme image de fond et image de synthèse “Teapot” utilisée comme objet virtuel simple et colorimétriquement pauvre construite avec le logiciel Persistence of Vision Raytracer (POV-Ray) [95]. *En bas* : Trois images de synthèse, de taille 512×512 pixels et $Q = 256$ niveaux, obtenues par mélange entre l’image “Forest” et l’image “Teapot” (procédé de réalité augmentée).

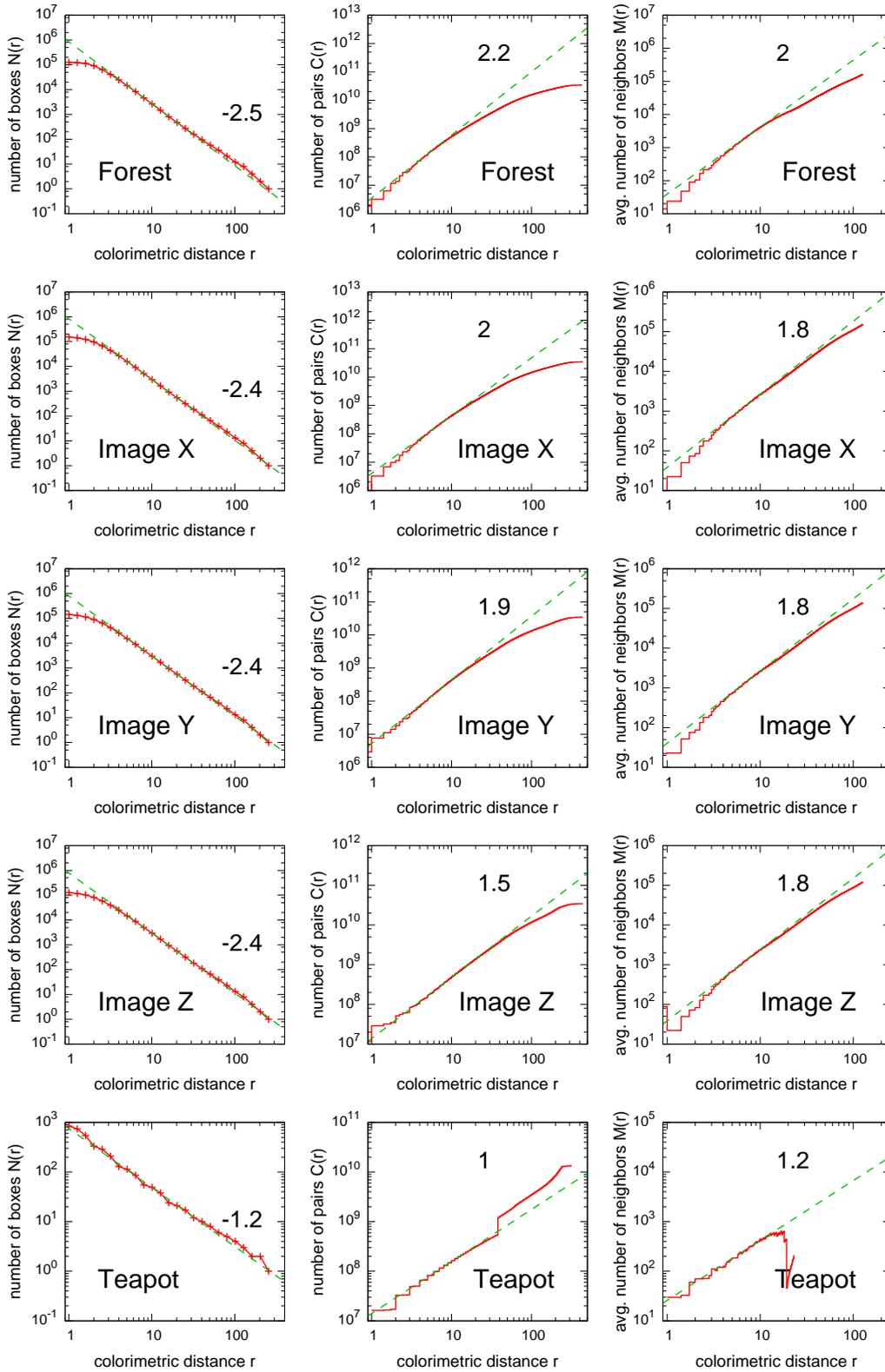


FIGURE 4.6 – Comme la Fig. 4.4 pour les images de synthèse créées par un procédé de réalité augmentée de la Fig. 4.5.

la population de pixels dans les nuances de rouge devient de plus en plus importante, et nous observons que les pentes des droites ont généralement tendance à décroître, tendant vers les pentes mesurés sur la thèse prise séparément.

4.5 Discussion et perspectives

Nous avons montré aux chapitres 2 et 3 que les images naturelles ont tendance à avoir une signature fractale dans leur organisation colorimétrique. Pour mieux comprendre les origines possibles de ce comportement d'invariance en échelles, nous avons analysé l'organisation colorimétrique d'images de synthèse avec les mêmes outils utilisés pour des images naturelles [22]. À partir d'une image de synthèse très pauvre relativement à son domaine colorimétrique, nous avons appliqué des techniques classiques de rendu pour accroître la richesse de l'histogramme couleur tridimensionnel correspondant. En observant les Figs. 4.2 et 4.6, il est apparu que de simples techniques de rendu sont capables d'accroître la complexité de l'histogramme couleur jusqu'au point où les trois estimateurs fractals testés ont montré une signature fractale plus prononcée lorsque la sophistication des techniques de rendu augmente. Il faut noter que ce résultat est obtenu avec une scène très simple ne présentant aucune propriétés fractales dans le domaine spatial. De plus, nous avons étudié l'influence de la présence d'un objet de synthèse très pauvre colorimétriquement devant une image de fond riche présentant une signature fractale dans le domaine colorimétrique. Il apparaît que la signature fractale de cette scène avec un objet sur une image de fond peut être préservée même quand la taille de l'objet couvre une grande surface de l'image de fond. Cette technique est utilisée en animation lorsqu'une image d'arrière plan figée présente généralement une plus grande richesse colorimétrique que l'objet ou personnage animé. En plus d'être une façon économique pour créer des dessins animés, ceci pourrait aussi être une façon de d'accroître le réalisme colorimétrique perçu des objets animés.

En perspective, il serait intéressant de considérer à l'avenir des techniques de rendu plus complexes telles que le proposent des logiciels comme 3dx Max ou Maya [3] en incluant davantage de paramètres physiques au regard des textures ou des modalités d'éclairage. De nos observations sur de nombreuses images de synthèse, il semble que des images de synthèse générées pour produire un haut réalisme dans le domaine spatial peuvent aussi afficher des signatures fractales dans leur organisation colorimétrique comme des images de couleur naturelles. Il serait aussi intéressant de rechercher en réalisant des tests psychophysiques si une modification directe des palettes de couleurs des images de synthèse, de façon à atteindre une structure fractale dans le domaine colorimétrique, peut se traduire par un plus haut réalisme perçu.

Logiciels et applications

Sommaire

5.1	Cadre applicatif du doctorat conseil	81
5.2	Outils d'analyse d'images couleur naturelles	82
5.2.1	Visualisation des histogrammes couleur en temps réel	82
5.2.2	Outils d'analyse en échelle colorimétrique	82
5.3	Outils pour la synthèse d'images couleur fractales	83
5.3.1	Modèles de génération d'images	84
5.3.2	Caractérisations fractales des images de synthèse	90
5.4	Application à la confection d'imprimés textiles	95

Dans les chapitres précédents, nous avons présenté nos études sur l'analyse en échelles dans les images couleur. Ces travaux constituent un volet relativement académique indispensable pour un travail de thèse. Avec l'évolution du financement de thèse sous forme de contrat, d'autres volets viennent désormais naturellement s'incorporer à la formation doctorale, comme l'enseignement ou de façon moins classique le dispositif de doctorant conseil. Ce nouveau dispositif, créé par le Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche en 2007–2008, s'adresse aux entreprises, associations, administrations ou collectivités territoriales qui souhaitent recourir aux services d'un doctorant, qu'elles aient ou non développé une activité de recherche. Le doctorant-conseil qui prépare sa thèse dans un laboratoire de recherche peut alors réaliser une ou plusieurs missions en parallèle de son travail de recherche. Au cours de la préparation de mon doctorat, j'ai eu la chance de pouvoir obtenir un poste de doctorant-conseil pendant un an, de février 2009 à janvier 2010. Je présente dans ce chapitre les applications réalisées dans le cadre de ce contrat, en m'efforçant de montrer les liens avec les études plus fondamentales des chapitres précédents.

5.1 Cadre applicatif du doctorat conseil

Un domaine d'application de l'imagerie couleur que nous avons spécialement cherché à considérer est celui du textile et de l'habillement. Ce secteur industriel est en pleine évolution, avec d'une part l'ouverture à la mondialisation et d'autre part l'essor des nouvelles technologies pour la synthèse, la visualisation et l'impression de motifs décoratifs. Ce secteur économique est particulièrement représenté dans le

Choletais qui investit dans la recherche et le développement pour le textile notamment en développant des partenariats avec des laboratoires de recherche comme le laboratoire LISA. Dans le cadre de ce partenariat, le LISA a développé des outils logiciels pour le textile et l'habillement, qui sont utilisés par la plateforme technologique de prototypage rapide emode de Cholet [31].

Dans le cadre de mon doctorat-conseil, en interaction avec la plateforme emode, mes missions ont été les suivantes :

1. exploiter ces outils logiciels de conception de motifs décoratifs et les enrichir de nouvelles fonctionnalités ;
2. identifier des entreprises potentiellement intéressées par les possibilités innovantes de ces logiciels ;
3. élaborer un support et un protocole de présentation vers les entreprises ;
4. démarcher et faire une démonstration de l'atelier logiciel auprès d'entreprises ainsi identifiées.

À titre d'illustration des missions 2 à 4, on trouve en annexe B un exemple de support de communication réalisé pour la société Oxygen de Beaupréau (49) [85]. La suite de ce chapitre est consacrée à la présentation [24] des logiciels originaux réalisés dans le cadre de la mission 1, tous librement téléchargeables sur le site web spécialement dédié à la valorisation de ce travail de thèse [17].

5.2 Outils d'analyse d'images couleur naturelles

5.2.1 Visualisation des histogrammes couleur en temps réel

Afin de rendre accessible la visualisation et la manipulation d'histogrammes multidimensionnels, nous avons développé un logiciel qui permet de visualiser dans le cube colorimétrique l'histogramme tridimensionnel d'images couleur acquises par une simple webcam. Ce logiciel, dont le code source est disponible en annexe C, et dont des captures d'écran sont visibles sur la Fig. 5.1, fonctionne en temps réel et permet donc d'observer l'évolution au cours du temps de l'histogramme colorimétrique de la scène dans le champ de la caméra. Sur la Fig. 5.1, la caméra pointe sur une étoffe colorée. La couleur des imprimés textiles ne dépend pas uniquement des pigments présents dans les fibres mais aussi de l'éclairage ou encore des effets de reflets liés à la façon dont les fibres sont tissées. L'ensemble de ces phénomènes est traduit dans l'histogramme couleur. La visualisation de l'histogramme couleur en temps réel peut donc être utile pour le domaine du textile et de l'habillement.

5.2.2 Outils d'analyse en échelle colorimétrique

Le logiciel de la sous-section précédente, permet librement d'examiner l'organisation colorimétrique de nombreuses images naturelles. L'existence de possibles structures fractales présentée dans le chapitre 2 dans la distribution des couleurs au sein des images naturelles est un fait nouveau que les résultats préliminaires

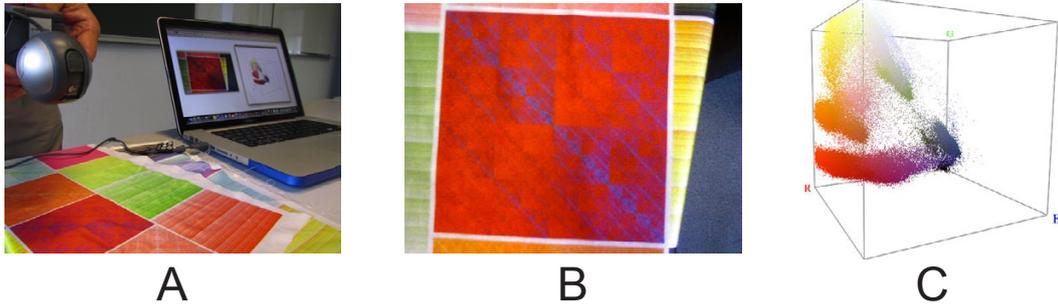


FIGURE 5.1 – Frise illustrant la visualisation en temps réel de l’histogramme (C) d’une image (B) acquise par une webcam (A). Le langage de développement utilisé est “Processing” [96] qui est libre de droit, adapté à la création graphique car simple de syntaxe tout en permettant l’accès à des bibliothèques spécialement élaborées pour le traitement d’images comme la bibliothèque graphique libre OpenCV [83]. L’application est librement téléchargeable sur [17].

[21, 16, 20, 23] ont contribué à identifier. D’autres analyses et observations sur de larges banques d’images naturelles seraient nécessaires pour confirmer l’existence de propriétés colorimétriques fractales et pour apprécier leurs conditions d’existence et leurs possibles origines. Pour rendre largement accessibles ces explorations, nous avons développé une application réalisant l’implantation des différentes mesures en échelles citées dans le chapitre 2 : la “méthode des boîtes”, la “mesure de corrélation de paires” et l’“intégrale de corrélation”. L’identification et la caractérisation de signatures fractales est un moyen de quantifier la plus ou moins grande complexité colorimétrique d’une scène. Il serait possible d’enregistrer parallèlement, en vue de les corréler, les résultats d’une analyse en échelle avec l’appréciation esthétique psychovisuelle recueillie auprès d’un jury. Cette perspective serait intéressante pour étudier comment l’analyse en échelle colorimétrique pourrait s’appliquer dans des domaines liés à l’esthétique comme celui des imprimés textiles couleur pour des objets de mode.

5.3 Outils pour la synthèse d’images couleur fractales

Dans le domaine des fractales, il convient de distinguer les outils d’analyse en échelle et les processus fractals. Les outils d’analyse en échelle (comme ceux de la section précédente) servent à identifier des signatures non triviales d’organisation à travers les échelles et peuvent être appliqués à des signaux synthétiques ou naturels. Les processus fractals constituent quant à eux des algorithmes de génération de signaux synthétiques aux propriétés fractales théoriques connues et au moins partiellement contrôlables par le choix des paramètres de ces algorithmes. Par leur propriété d’invariance en échelle, les processus fractals recèlent un potentiel esthétique non encore pleinement exploité pour la génération de motifs décoratifs. Nous avons implanté de nombreux processus de génération de fractales dans ce contexte

(voir atelier Createx dans la prochaine section). Nous détaillons ici deux d'entre eux pour lesquels nous discutons les potentialités pour la génération de motifs couleur appliqués aux domaines du textile et de l'habillement.

5.3.1 Modèles de génération d'images

Nous considérons tout d'abord un processus fractal généré de façon déterministe à base de systèmes de fonction itérée (IFS pour Iterated Function Systems en anglais). Initialement introduits par Barnsley [4], ces modèles d'IFS ont montré leurs potentialités pour de nombreuses applications en signal-image [69, 121]. Ces modèles d'IFS ont été récemment repris pour aborder certaines questions spécifiques en imagerie couleur [93, 80] de la façon suivante. L'ensemble \mathcal{I} des signaux bidimensionnels ou images $s(x, y) \in \mathbb{R}$ avec les coordonnées spatiales (x, y) est défini sur un support $[0, 1[\times [0, 1[= \mathcal{S}$. Une transformation T transforme une image initiale de \mathcal{I} dans une autre image (finale) de \mathcal{I} . Cette image finale est obtenue comme l'union de 4 sous-images définies sur 4 quadrants du support \mathcal{S} , i.e. $[0, 1/2[\times [0, 1/2[= \mathcal{S}_1$, $[1/2, 1[\times [0, 1/2[= \mathcal{S}_2$, $[0, 1/2[\times [1/2, 1[= \mathcal{S}_3$, et $[1/2, 1[\times [1/2, 1[= \mathcal{S}_4$, sur lesquels chaque sous-image est une version contractée de l'image initiale ayant subi une transformation affine d'intensités. Explicitement, la transformation T est définie par l'union de 4 sous-transformations :

$$\left| \begin{array}{l} \mathcal{S} \times \mathbb{R} \longrightarrow \mathcal{S}_1 \times \mathbb{R} \\ ((x, y), s(x, y)) \longmapsto \left(\left(\frac{x}{2}, \frac{y}{2} \right), a_1 s(x, y) + b_1 \right), \end{array} \right. \quad (5.1)$$

$$\left| \begin{array}{l} \mathcal{S} \times \mathbb{R} \longrightarrow \mathcal{S}_2 \times \mathbb{R} \\ ((x, y), s(x, y)) \longmapsto \left(\left(\frac{1}{2} + \frac{x}{2}, \frac{y}{2} \right), a_2 s(x, y) + b_2 \right), \end{array} \right. \quad (5.2)$$

$$\left| \begin{array}{l} \mathcal{S} \times \mathbb{R} \longrightarrow \mathcal{S}_3 \times \mathbb{R} \\ ((x, y), s(x, y)) \longmapsto \left(\left(\frac{x}{2}, \frac{1}{2} + \frac{y}{2} \right), a_3 s(x, y) + b_3 \right) \end{array} \right. \quad (5.3)$$

et

$$\left| \begin{array}{l} \mathcal{S} \times \mathbb{R} \longrightarrow \mathcal{S}_4 \times \mathbb{R} \\ ((x, y), s(x, y)) \longmapsto \left(\left(\frac{1}{2} + \frac{x}{2}, \frac{1}{2} + \frac{y}{2} \right), a_4 s(x, y) + b_4 \right), \end{array} \right. \quad (5.4)$$

avec les coefficients a_j et b_j des réels vérifiant $0 < |a_j| < 1$, pour $j = 1$ à 4 , de façon à avoir des transformations contractantes. Le processus d'IFS converge vers un attracteur unique $\sigma(x, y)$ qui est complètement déterminé par le jeu de 8 paramètres $\{(a_j, b_j), j = 1 \dots 4\}$. L'attracteur $\sigma(x, y)$ est un point fixe, $\sigma(x, y) = T(\sigma(x, y))$, de la transformation T des Éqs. (5.1)–(5.4), solution de l'équation fonctionnelle

$$\left\{ \begin{array}{l} \sigma(x, y) = a_1 \sigma(2x, 2y) + b_1 \quad , \forall (x, y) \in \mathcal{S}_1 \\ \sigma(x, y) = a_2 \sigma(2x - 1, 2y) + b_2 \quad , \forall (x, y) \in \mathcal{S}_2 \\ \sigma(x, y) = a_3 \sigma(2x, 2y - 1) + b_3 \quad , \forall (x, y) \in \mathcal{S}_3 \\ \sigma(x, y) = a_4 \sigma(2x - 1, 2y - 1) + b_4 \quad , \forall (x, y) \in \mathcal{S}_4. \end{array} \right. \quad (5.5)$$

5.3. Outils pour la synthèse d'images couleur fractales

Une telle équation fonctionnelle traduit la propriété d'autosimilarité de l'attracteur $\sigma(x, y)$ à travers les échelles spatiales, i.e. un caractère fractal. Les propriétés fractales de l'attracteur de l'Éq. (5.5) ont été discutées dans [93] et les potentialités esthétiques de cet IFS pour la synthèse d'images ont été soulevées dans [80]. Nous proposons d'approfondir la question de la génération d'images couleur à partir de l'attracteur de l'Éq. (5.5). Une première façon consiste à produire, à partir d'un même attracteur $\sigma(x, y)$, une variété d'images en couleurs indexées à partir d'une variété de palettes distinctes de couleurs.

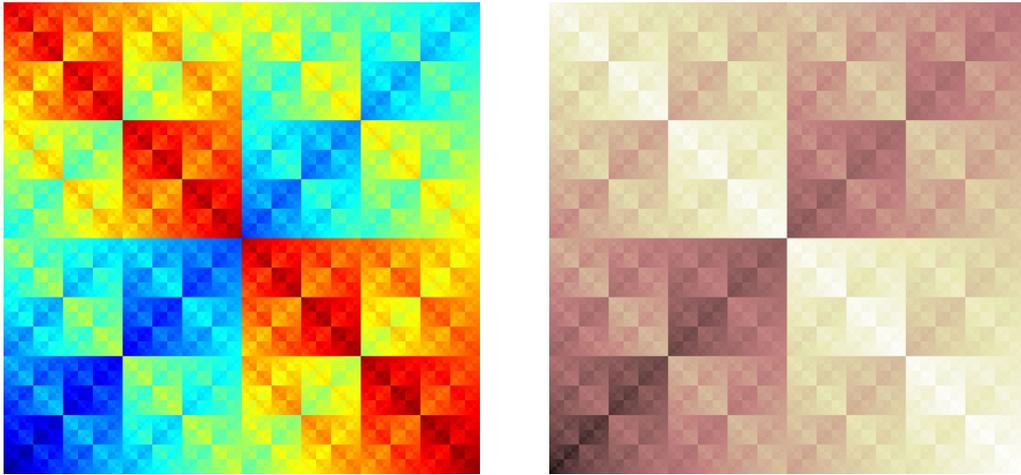


FIGURE 5.2 – Motif fractal synthétisé selon le processus fractal de type IFS des Éqs. (5.1)–(5.4) avec les paramètres $a_1 = 0.62415$; $b_1 = 0.036077$; $a_2 = 0.59282$; $b_2 = -1.47260$; $a_3 = 0.52838$; $b_3 = -1.09506$; $a_4 = 0.55689$; $b_4 = 0.152290$; et en utilisant deux palettes de couleurs différentes.

Comme le montre les Figs. 5.2 et 5.3, le même motif fractal de base peut ainsi être coloré différemment en gardant le même paramétrage de l'attracteur. Sur la Fig. 5.2, le même motif fractal est coloré avec deux palettes de couleurs distinctes, une première palette que l'on peut qualifier de “criard” avec un grand nombre de couleurs de teintes distinctes, couleurs très lumineuses et saturées; et une deuxième palette avec une ou deux teintes seulement, moins saturées, mais avec une grande variété de luminosité. Le même motif fractal de base peut ainsi être coloré avec toute palette de couleurs choisie dans l'atelier logiciel, et généré dans une résolution quelconque (ici 512×512 pixels) avec le même paramétrage de l'IFS. Une grande variété de motifs fractals peut être explorée en variant le paramétrage de l'IFS, comme l'atteste la Fig. 5.4.

Une autre façon de générer des images fractales en couleur à partir de l'attracteur $\sigma(x, y)$ consiste à générer 3 plans rouge, vert, bleu à partir de trois attracteurs ayant un jeu de paramètres $\{(a_j, b_j), j = 1 \dots 4\}$ différents. Le procédé est moins économique que l'usage de palettes prédéfinies de couleurs puisque le nombre de paramètres à régler au niveau de l'attracteur est alors de $3 \times 8 = 24$ mais il permet d'obtenir une plus grande richesse colorimétrique et spatiale comme le montre la

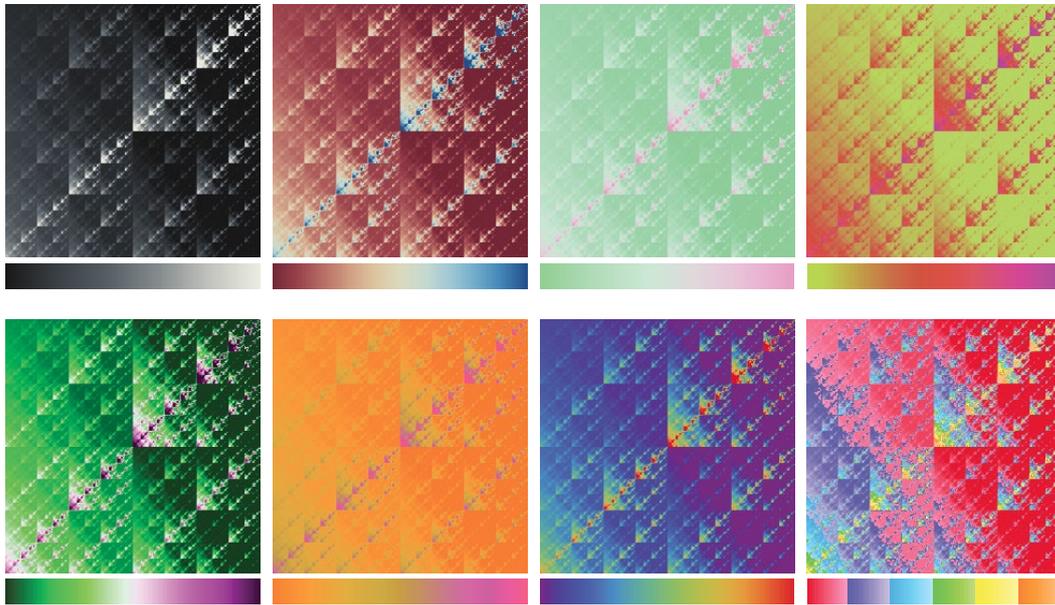


FIGURE 5.3 – Motif fractal de synthèse généré selon le processus fractal de type IFS des Éqs. (5.1)–(5.4) représenté avec différentes palettes de couleurs. La palette de couleurs utilisée est située sous chaque image générée.

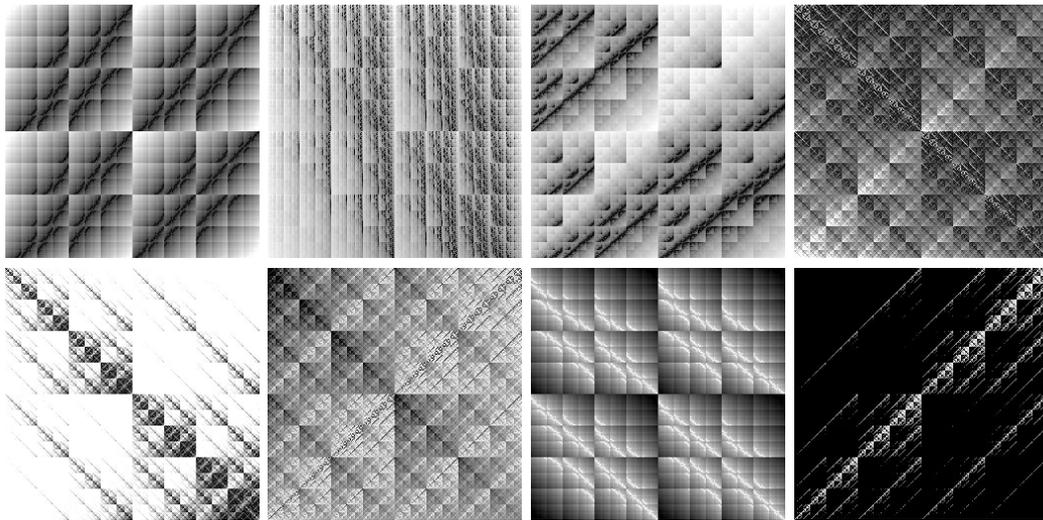


FIGURE 5.4 – Motifs fractals synthétisés selon le processus fractal de type IFS des Éqs. (5.1)–(5.4) en utilisant différents jeux de paramètres $\{(a_j, b_j), j = 1 \dots 4\}$.

Fig. 5.5. Un intérêt de cet IFS pour l'imprimé de motifs pour le textile est que la génération du motif peut se faire avec une résolution quelconque en conservant les propriétés d'invariance en échelle spatiales à toutes les résolutions. Ceci évite d'avoir recours à une interpolation si on souhaite augmenter la taille du motif. Il est possible de contrôler la discontinuité entre les différents quadrants [93] d'un image fractale produite avec les IFS. En revanche, si cette image fractale est prise comme un motif que l'on reproduit de façon à générer un pavage, des discontinuités apparaîtront aux frontières des motifs. Dans cette perspective, utile pour le domaine applicatif du textile-habillement, il est intéressant de considérer d'autres processus fractals complétant le panel d'outils.

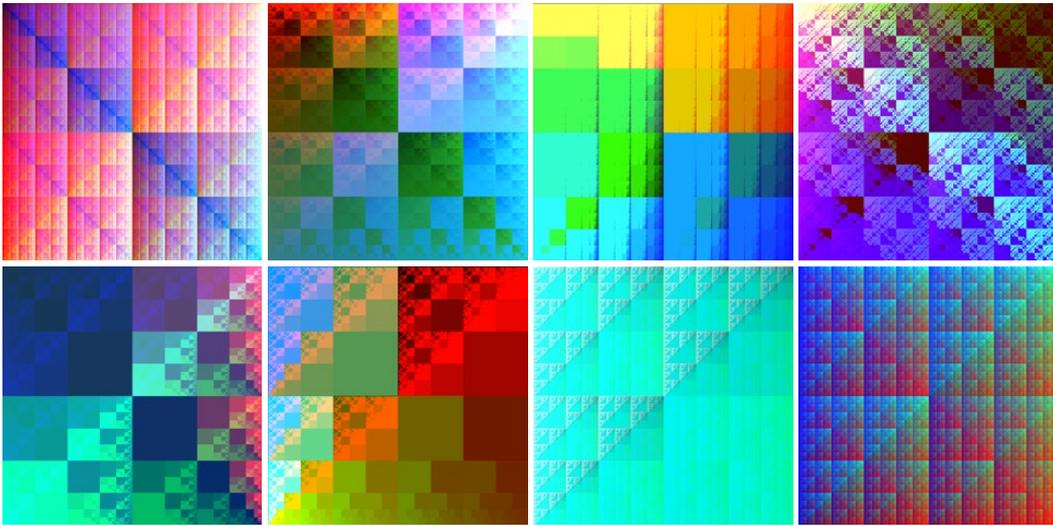


FIGURE 5.5 – Motifs fractals de synthèse générés selon le processus fractal de type IFS de l'Éq. (5.5) qui est utilisé 3 fois de façon à réaliser les 3 composantes R , V , B de l'image.

Nous nous sommes ainsi également appliqués à rendre accessible l'utilisation de processus fractals stochastiques dits de "feuilles mortes" [75, 76, 64, 44] pour le contexte applicatif du textile et de l'habillement. Comme implicitement contenu dans le terme "feuilles mortes", il s'agit de produire une image résultant de la superposition de motifs de tailles et de teintes différentes placés pêle-mêle sur l'écran et se recouvrant partiellement les uns les autres. Les occlusions partielles des motifs produisent une grande diversité de fréquences spatiales qui s'organisent en loi de puissance dans le domaine des fréquences spatiales. Des modèles théoriques de ces lois de puissance ont donné lieu à de nombreuses études (voir [44] pour une synthèse récente). Nous proposons ici un module offrant la possibilité d'explorer les différents paramètres de processus fractals de type "feuilles mortes" pour la génération de motifs décoratifs. Le panneau de contrôle de notre logiciel permet de choisir la forme (figures géométriques diverses), le nombre et la taille des objets, leur rotation, de régler les paramètres de couleur en choisissant une teinte de référence, la dispersion des couleurs autour de cette teinte de référence, la saturation et la lumi-

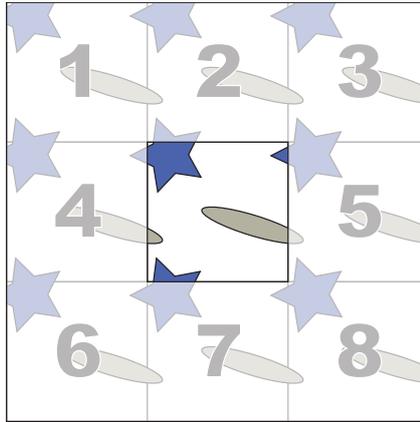


FIGURE 5.6 – Illustration de la construction d’une image par processus de “feuilles mortes” avec option “seamless” permettant d’obtenir une continuité horizontale et verticale.

nosité des couleurs, la transparence, etc. L’ensemble de ces paramètres permet de produire un large éventail de motifs comme l’atteste la Fig. 5.7. Les processus de “feuilles mortes” autorisent aisément la génération des motifs sans raccord, c’est-à-dire dont on ne distingue pas la jonction lorsqu’ils sont répétés de manière à former un pavage. Le principe de cette option, mis en œuvre dans l’algorithme 6, que nous appelons “seamless” est le suivant. Nous affichons huit exemplaires supplémentaires de chaque forme, comme illustré sur la Fig. 5.6, pour former une continuité horizontale et verticale sur les quatre bords de l’image. Pour chaque forme f , nous positionnons cette forme aux coordonnées (x, y) , plus 8 autres copies aux coordonnées $(x-w, y-h)$, $(x, y-h)$, $(x+w, y-h)$, $(x-w, y)$, $(x+w, y)$, $(x-w, y+h)$, $(x, y+h)$ et $(x+w, y+h)$, avec w la largeur et h la hauteur de l’image générée. Cette option est très utile dans le cadre de la génération de motifs décoratifs destinés au textile et à l’habillement. Des illustrations d’images générées avec le module “feuilles mortes” sont présentées sur la Fig. 5.7.

Algorithme 6 Construction d'un motif décoratif "seamless"

```
1: procedure CONSTRUCTIONSEAMLESS(image, shapes)
2:    $w \leftarrow image.getWidth()$ 
3:    $h \leftarrow image.getHeight()$ 
4:   for all  $f \in shapes$  do
5:      $x \leftarrow f.getX()$ 
6:      $y \leftarrow f.getY()$ 
7:      $f.draw(x - w, y - h)$ 
8:      $f.draw(x, y - h)$ 
9:      $f.draw(x + w, y - h)$ 
10:     $f.draw(x - w, y)$ 
11:     $f.draw(x, y)$ 
12:     $f.draw(x + w, y)$ 
13:     $f.draw(x - w, y + h)$ 
14:     $f.draw(x, y + h)$ 
15:     $f.draw(x + w, y + h)$ 
16:   end for
17: end procedure
```



FIGURE 5.7 – Motifs fractals de synthèse générés suivant un processus fractal de type "feuilles mortes".

5.3.2 Caractérisations fractales des images de synthèse

Les modèles de type IFS et de “feuilles mortes” ont été introduits comme des outils de synthèse pour générer des motifs aux propriétés fractales dans le domaine spatial. Il est intéressant de tester comment se traduisent, dans le domaine colorimétrique, ces propriétés fractales spatiales lorsqu’on adopte les stratégies de colorisation proposées dans la section précédente. Sur les Figs. 5.8–5.11, on montre une caractérisation fractale dans le domaine spatial fournie par le spectre de puissance moyen $DSP(f)$ et également les caractérisations fractales dans le domaine colorimétrique fournies par les indicateurs $N(r)$, $C(r)$ et $M(r)$ tels que présentés dans le chapitre 2. Sur ces figures, les comportements par rapport aux lois de puissance, spécialement d’exposant non entier, permettent de juger des propriétés fractales.

Il apparaît pour les modèles fractals de type IFS des Figs. 5.8 et 5.9 que des comportements riches possiblement fractals peuvent être enregistrés dans le domaine spatial et sur l’ensemble de nos analyses en échelle colorimétriques. Pour ce qui est des modèles de “feuilles mortes” sur les Figs. 5.10 et 5.11, les signatures dans le domaine colorimétrique sont plus pauvres aux faibles distances r malgré la présence d’une signature fractale marquée dans le domaine spatial. Des études plus systématiques seraient nécessaires pour confirmer ces premières observations et rechercher la possibilité de relations théoriques entre les signatures fractales dans le domaine colorimétrique et les paramètres spatiaux des modèles fractals d’IFS et de “feuilles mortes” colorisés.

5.3. Outils pour la synthèse d'images couleur fractales

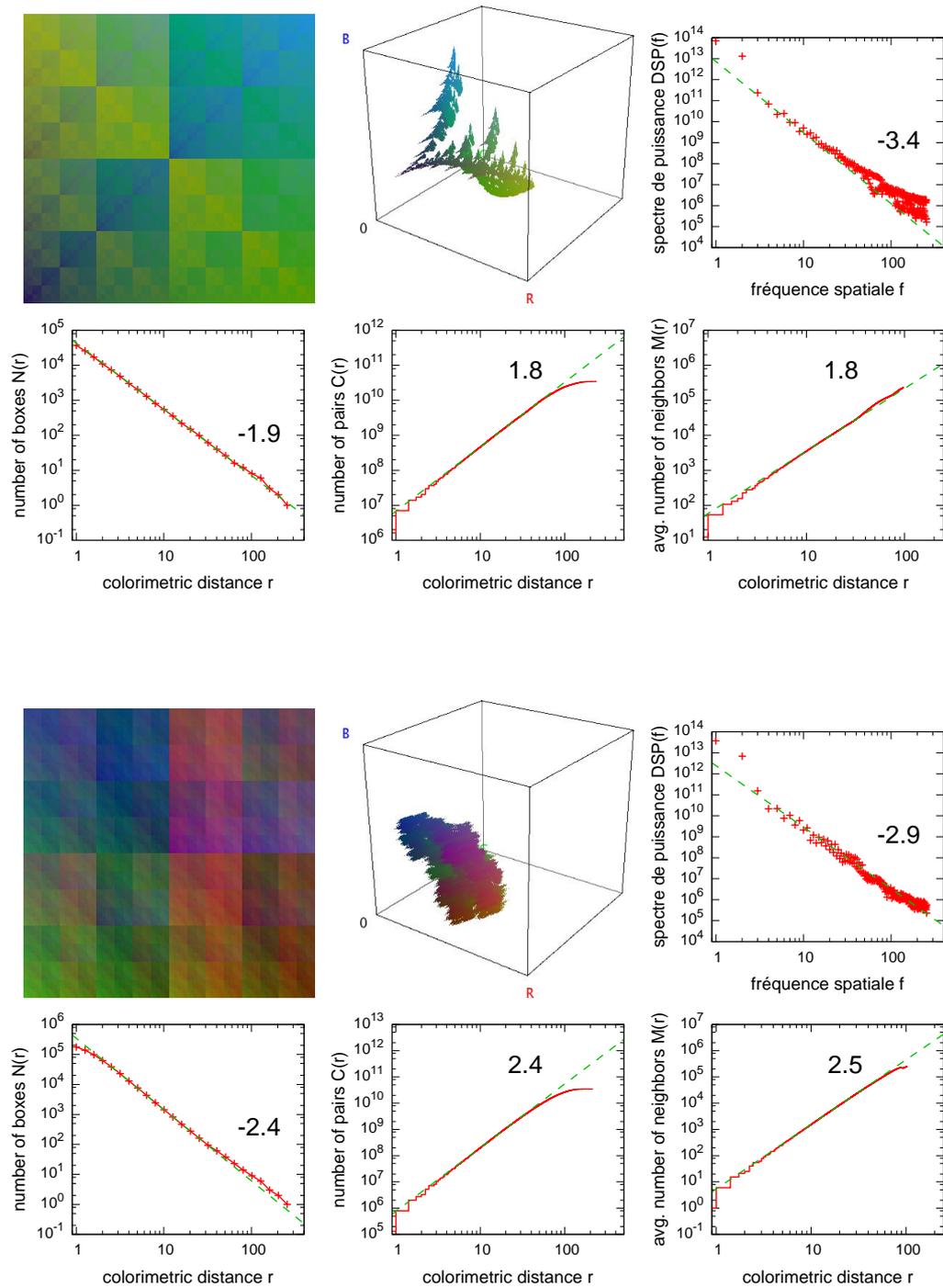


FIGURE 5.8 – Pour deux images couleur de type IFS : l’histogramme tridimensionnel et les caractérisations fractales dans le domaine spatial via $DSP(f)$ et dans le domaine colorimétrique via les mesures $N(r)$, $C(r)$ et $M(r)$.

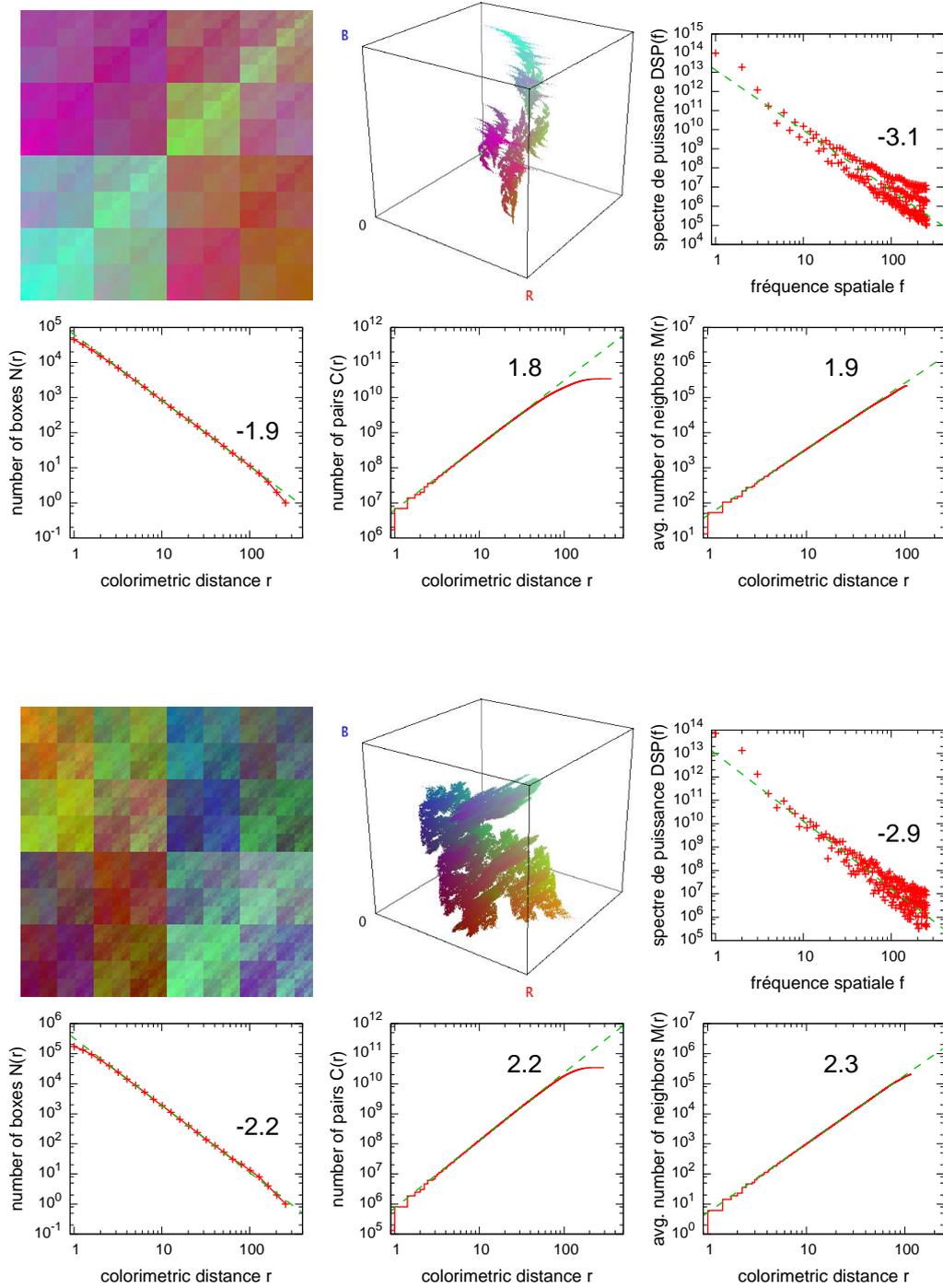


FIGURE 5.9 – Comme sur la Fig. 5.8, pour deux autres images couleur de type IFS.

5.3. Outils pour la synthèse d'images couleur fractales

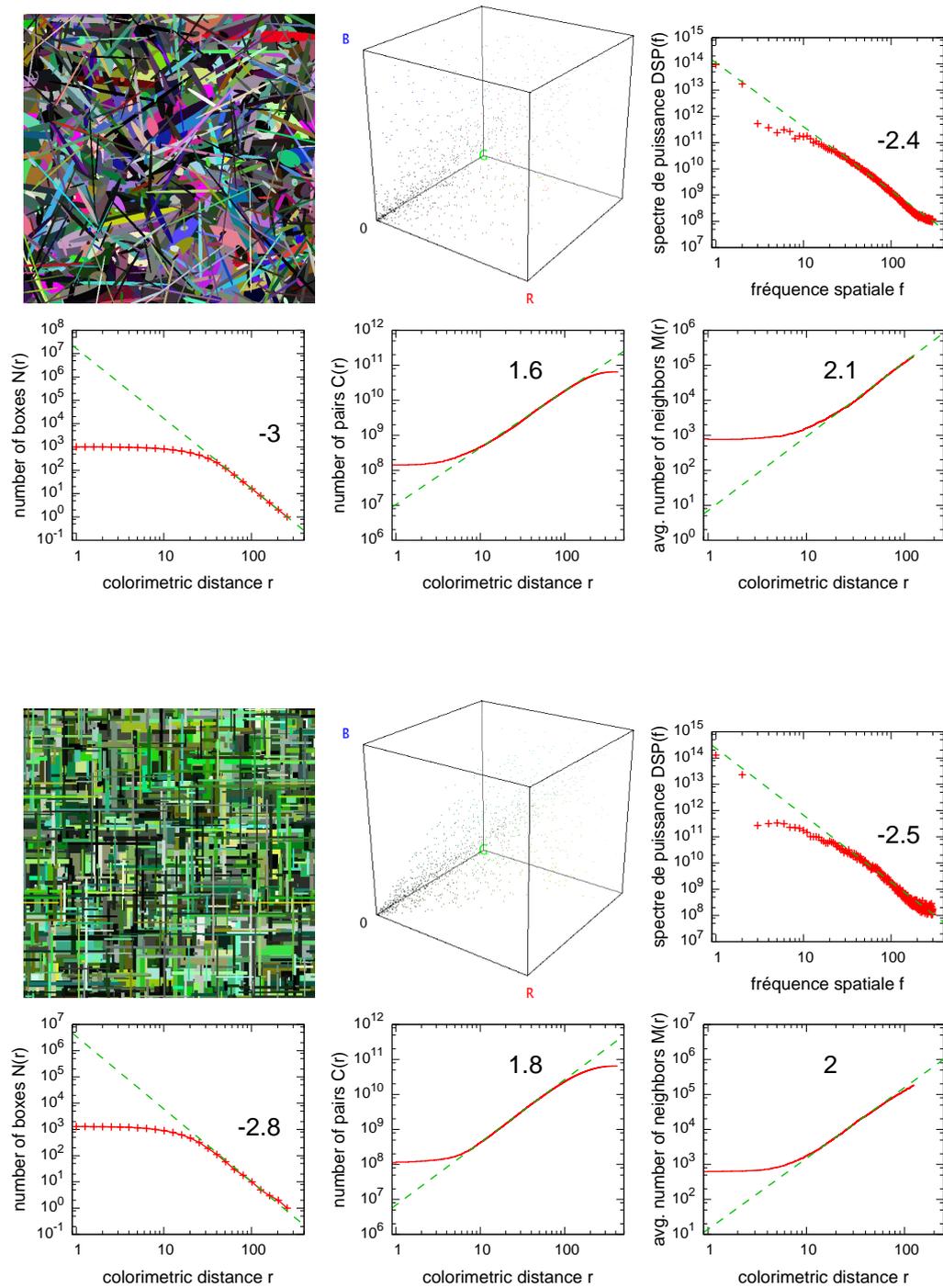


FIGURE 5.10 – Pour deux images couleur de type “feuilles mortes” : l’histogramme tridimensionnel et les caractérisations fractales dans le domaine spatial via $DSP(f)$ et dans le domaine colorimétrique via les mesures $N(r)$, $C(r)$ et $M(r)$.

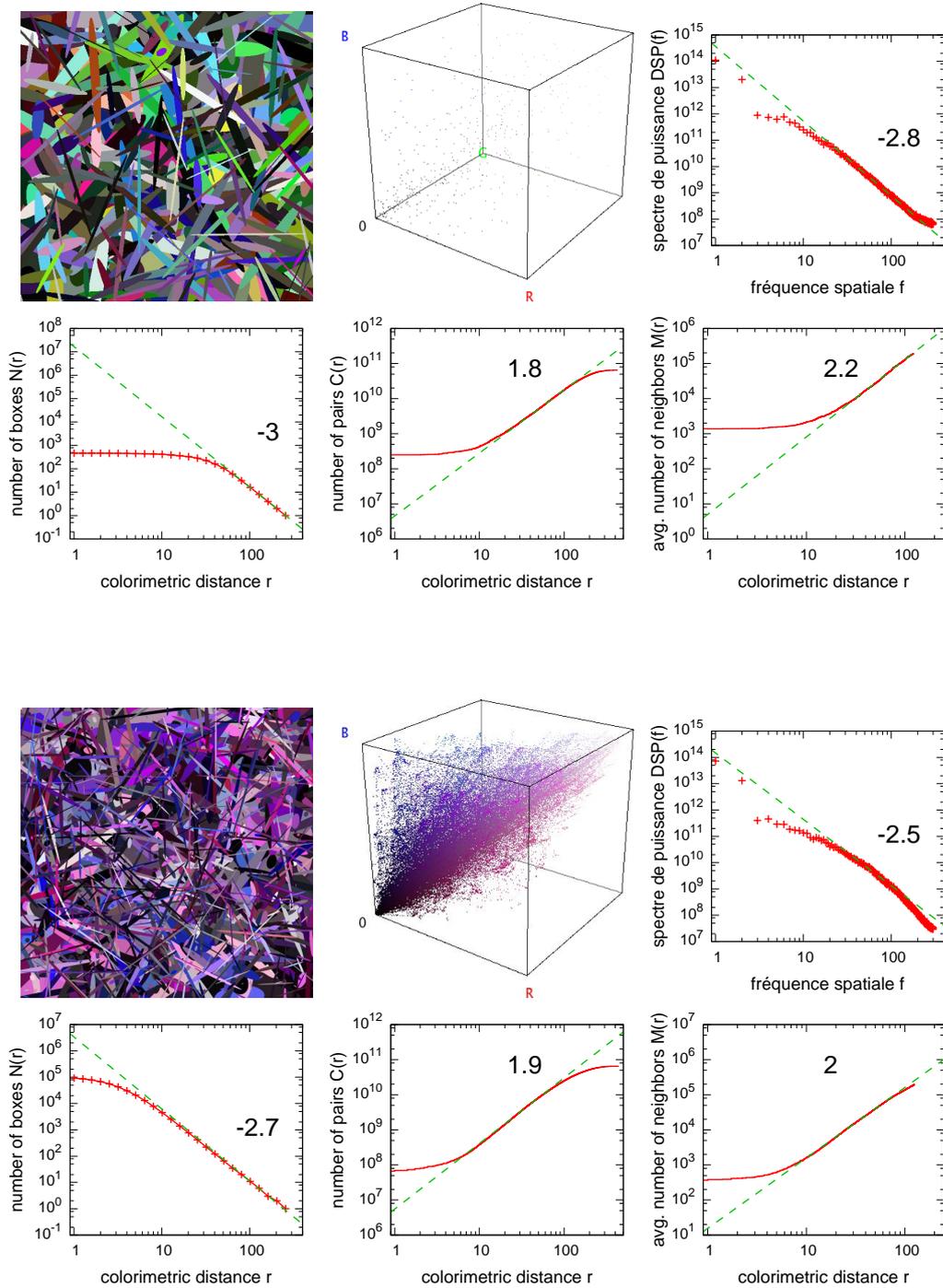


FIGURE 5.11 – Comme sur la Fig. 5.10, pour deux autres images couleur de type “feuilles mortes”.

5.4 Application à la confection d'imprimés textiles

Un domaine d'application des propriétés fractales des images de synthèse considéré dans la section précédente est celui de l'esthétique. Les imprimés textiles font souvent appel à des propriétés d'invariance par des symétries de types miroir, translation ou rotation. L'utilisation d'images aux propriétés fractales pour la réalisation d'imprimés textiles étendrait, d'une certaine façon, ces régularités géométriques à une symétrie d'un autre type : une invariance à travers les échelles. Pour rendre accessible l'appréciation visuelle de nouvelles formes d'esthétique comme les propriétés fractales dans le domaine de la mode, le laboratoire LISA a développé, en amont de ma thèse, un atelier logiciel Createx 3D [79] qui offre la possibilité de générer automatiquement des motifs décoratifs, de les modifier et de les appliquer sur le vêtement d'un mannequin ou objet virtuel via des interfaces homme-machine ergonomiques utilisant de façon innovante une caméra infrarouge comme illustré sur la Fig. 5.12. Cet atelier intègre de nombreux modèles mathématiques permettant la génération de motifs : modèle IFS, modèle Mira-Gumowski, modèle Lacey, diagramme de phase de Hénon, modèle Star Julia, modèle Twon Dragon, attracteur de Hénon, modèle de De Jong. . . Par souci d'évolutivité, l'atelier logiciel Createx 3D a été conçu de manière modulaire, pour permettre d'y apporter des améliorations sous la forme d'ajouts de nouveaux modules de génération d'images. Afin de contribuer au développement des outils de synthèse d'images fractales et multiéchelles, j'ai dans le cadre du doctorat conseil, implanté dans cet atelier les modèles fractals de type "feuilles mortes" comme le montre la Fig. 5.13. L'application de ces outils logiciels peut aller jusqu'à l'impression effective des motifs sur des tissus (comme visible sur la Fig. 5.1/A) via un partenariat avec une plateforme technologique de prototypage rapide, la plateforme Emode de Cholet [31] avec laquelle le laboratoire LISA est couplé. Les logiciels développés dans le cadre du doctorat-conseil sont librement téléchargeables sur le site internet dédié www.signal-image.net [17] qui reçoit une certaine fréquentation depuis sa mise en ligne en avril 2010 (voir Fig. 5.14).



FIGURE 5.12 – Interface homme-machine permettant l'application de motifs décoratifs sur un mannequin virtuel. Les actions se font par la détection automatique des mouvements des doigts de l'utilisateur capturés via la caméra infrarouge fixée en haut de l'écran.

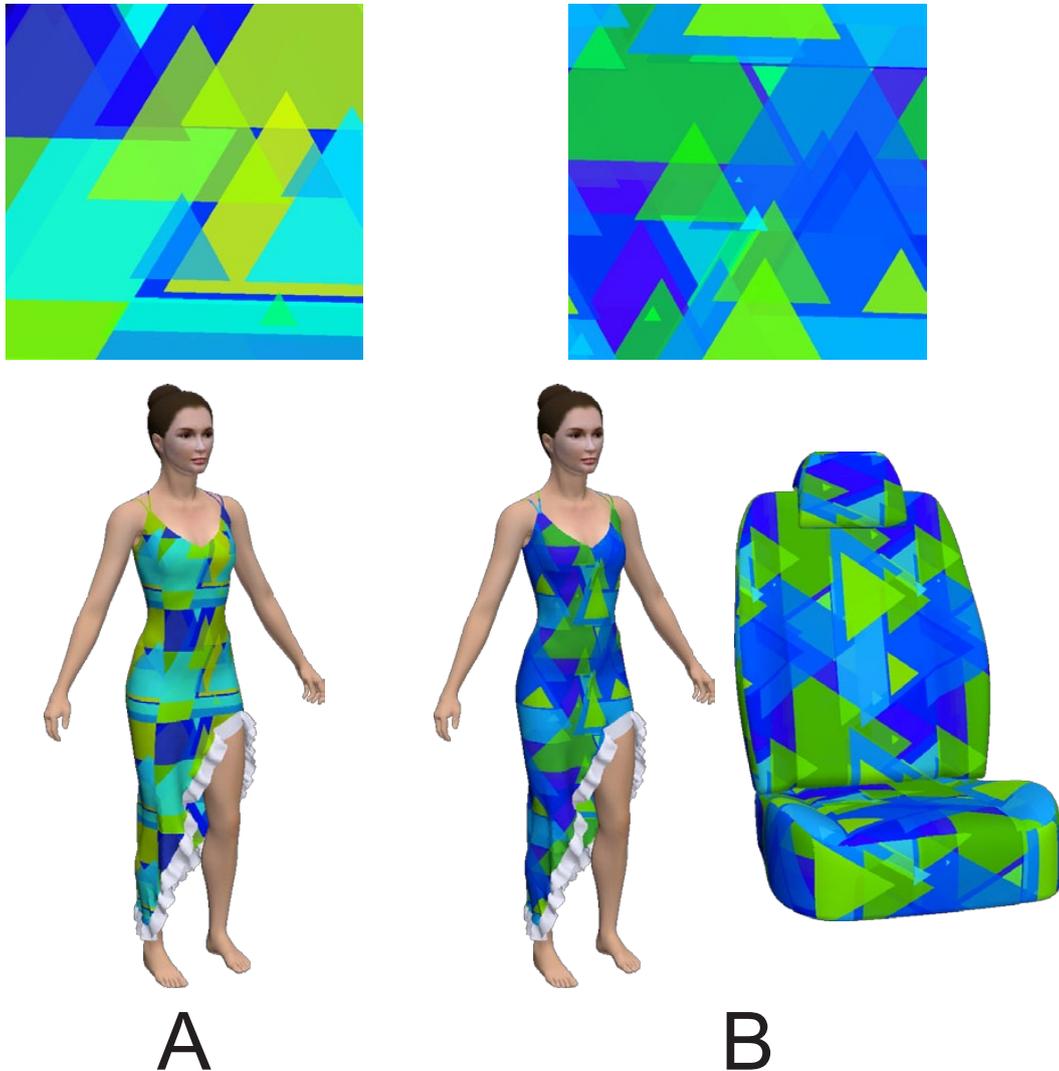


FIGURE 5.13 – Copie d’écran de l’atelier Createx 3D du laboratoire LISA montrant l’application de motifs fractals de type “feuilles mortes” sur des objets virtuels 3D sans l’option “seamless” en (A) où les formes triangulaires qui constituent le motif peuvent être tronquées et avec l’option “seamless” en (B) où l’on ne voit pas de discontinuités liées à la répétition du motif.

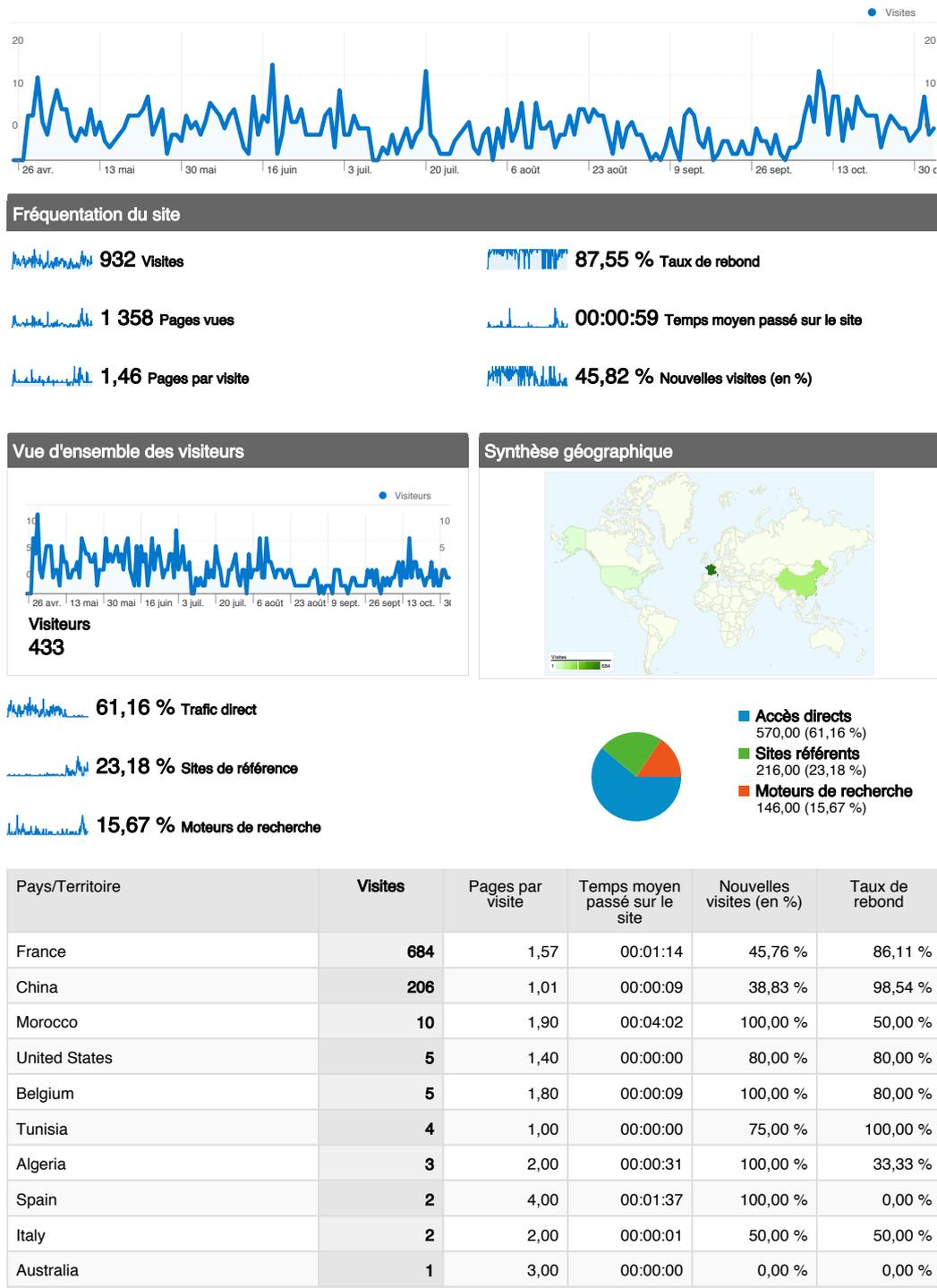


FIGURE 5.14 – Statistiques de fréquentation du site web www.signal-image.net [17] entre le 25 avril 2010 et le 3 novembre 2010.

Conclusion et perspectives

Dans ce mémoire, nous avons présenté notre travail sur l'analyse des propriétés colorimétriques des images couleur. Ces travaux s'inscrivent dans le contexte des analyses des propriétés statistiques des images naturelles. Notre contribution originale [21, 16, 20, 23, 24, 18, 19, 22, 17] porte sur l'identification de signatures non triviales de l'organisation des couleurs à travers les échelles possiblement fractales voire multifractales. Dans le prolongement de ces apports méthodologiques, nous avons développé des applications de nos outils d'analyse fractale et en synthèse d'images pour le domaine du textile et l'habillement via des partenariats industriels. Ces résultats ouvrent de nombreuses voies complémentaires d'exploration dont certaines ont d'ores et déjà été abordées dans le détail du corps du document.

Sur le volet académique, il serait ainsi intéressant de chercher la possible origine des signatures fractales à travers les échelles colorimétriques des images naturelles. Une idée d'expérimentation pourrait par exemple consister à appliquer les analyses en échelles que nous avons présentées sur des images naturelles de classes distinctes d'un point de vue de leur contenu. On peut penser à des scènes du monde minéral ou du monde organique. Les objets minéraux par leur composition chimique même (privés de carbone) présentent des spectres d'absorption plus étroits donc plus pauvres d'un point de vue colorimétrique que les objets du monde organique (plus riche en double liaison de covalence). On s'attendrait donc pour de mêmes géométries éclairées sous de mêmes illuminants à observer des organisations colorimétriques des scènes minérales avec moins d'échelles que celles du monde organique. Une autre expérience consiste à comparer des images de synthèse avec des images naturelles. Nous avons présenté des premiers résultats dans ce mémoire en montrant comment des effets optiques virtuels de sophistication croissante permettaient d'enrichir l'organisation des échelles colorimétriques dans des images de synthèses. Pour aller plus avant, la recherche d'invariants dans l'organisation des échelles colorimétriques des images couleur parmi des grandes classes de contenus nécessiterait de travailler sur de grandes bases d'images. Il importerait alors de développer des méthodes d'estimations automatiques des signatures fractales en réfléchissant aux variances et biais possibles de ces estimateurs. Une autre direction de recherche pourrait porter sur le choix de l'espace colorimétrique de représentation des couleurs. Dans ce mémoire, nous avons travaillé dans l'espace RVB exclusivement. L'espace RVB est bien approprié pour représenter la réalité au niveau des capteurs qu'il s'agisse des capteurs technologiques (pixels) des caméras ou des capteurs biologiques (cônes rétiens) du système de vision humaine où la trichromatie RVB est implantée. Quand d'autres

tâches informationnelles que l'acquisition sont en jeu comme la transmission des données ou la représentation des couleurs telles que perçues par notre cerveau, d'autres espaces colorimétriques peuvent s'avérer utiles. Une perspective d'exploration dans la suite de nos travaux pourrait ainsi consister à analyser les histogrammes couleur des images naturelles dans des espaces comme Lab qui opèrent une transformation non linéaire de l'espace RVB et sont proches de la perception des couleurs par notre cerveau.

Sur un volet plus applicatif, nos travaux ouvrent des perspectives d'utilisation des signatures fractales pour de nombreux domaines de l'imagerie et du traitement des images comme la segmentation, l'indexation ou la compression qui pourraient utiliser les paramètres quantitatifs de la signature fractale comme une caractéristique de la complexité du contenu colorimétrique des images. Dans cette thèse, nous avons spécifiquement considéré les applications de nos travaux pour le domaine de l'esthétique pour le textile et l'habillement. La géométrie fractale encore peu diffusée dans ce domaine recèle des potentiels esthétiques nouveaux par ces propriétés de symétrie en échelle. Ces propriétés de symétrie en échelle sont intéressantes pour l'analyse mais également pour la synthèse de motifs couleur fractals. Une étape clé pour la diffusion de l'esthétique fractale consiste en la possibilité de rendre directement accessibles ces règles esthétiques aux professionnels du textile et de l'habillement. Profitant du nouveau dispositif de doctorat-conseil, nous avons en parallèle du travail académique de thèse activé des partenariats avec des professionnels du textile et de la mode des environs de Cholet pour lesquels nous avons rendu directement accessibles nos travaux par un jeu de logiciels libres d'analyse et de synthèse de propriétés fractales d'images couleur permettant l'analyse de la richesse colorimétrique d'imprimés par visualisation en temps réel de l'histogramme 3D, l'analyse en échelle de cet histogramme, la synthèse de motifs fractals couleur basés sur des processus de type IFS ou feuilles mortes, l'application et la modification de ces motifs sur des objets virtuels en temps réel. L'ensemble constitue un jeu opérationnel d'outils utile pour le prototypage rapide d'objets de mode en couleur avec des motifs décoratifs nouveaux et reconfigurables à loisir. D'autres procédés basés sur des propriétés mathématiques pourraient bénéficier d'une telle opération de transfert vers l'application. On pense en particulier aux motifs "à la Escher" [32] permettant de réaliser des pavages réguliers à partir de motifs de bases imbriqués. En retour, les contraintes spécifiques du domaine du textile pourrait faire émerger des questions plus académiques. Dans notre implantation des modèles de type feuilles mortes, nous avons en particulier réalisé une option de condition périodique aux limites utile pour permettre de répliquer le motif de base sur l'ensemble du tissu sans faire apparaître de discontinuité. Il serait intéressant de considérer comment cette modification des algorithmes originaux de feuilles mortes influe sur les propriétés fractales des images ainsi synthétisées.

Avec une vue d'ensemble, les résultats (académiques et applicatifs) de ce travail de thèse constituent un essai d'approche intégrative pour le transfert de

nouvelles connaissances vers le milieu économique. Nous avons appliqués de façon innovante (dans le domaine colorimétriques des images) des concepts théoriques d'introduction récente (fractals). Nous avons rendu accessibles les résultats de nos travaux par la création de logiciels libres et nous nous sommes efforcés de les diffuser auprès de partenaires industriels.

Publications et réalisations dans le cadre de la thèse

Articles de revue

- [16] F. Chapeau-Blondeau, J. Chauveau, D. Rousseau & P. Richard, “Fractal structure in the color distribution of natural images,” *Chaos, Solitons & Fractals*, vol. 42, pp. 472–482, 2009.
- [20] J. Chauveau, D. Rousseau & F. Chapeau-Blondeau, “Fractal capacity dimension of three-dimensional histogram from color images,” *Multidimensional Systems and Signal Processing*, vol. 21, pp. 197–211, 2010.
- [23] J. Chauveau, D. Rousseau, P. Richard & F. Chapeau-Blondeau, “Multifractal analysis of three-dimensional histogram from color images,” *Chaos, Solitons & Fractals*, vol. 43, pp. 57–67, 2010.

Congrès internationaux avec actes et comité de lecture

- [21] J. Chauveau, D. Rousseau & F. Chapeau-Blondeau, “Pair correlation integral for fractal characterization of three-dimensional histograms from color images,” in *Proceedings ICISP International Conference on Image and Signal Processing*, ser. Lecture Notes in Computer Science, vol. 5099. Berlin: Springer, Cherbourg-Octeville, 1–3 juillet 2008, pp. 200–208.
- [22] J. Chauveau, D. Rousseau, P. Richard & F. Chapeau-Blondeau, “Fractal analysis tools for characterizing the colorimetric organization of digital image: Case study using natural and synthetic images,” in *Proceedings VISAPP International Conference on Computer Vision Theory and Applications*, vol. 2, Angers, France, 17-21 mai 2010, pp. 245–248.

Congrès national avec actes

- [24] J. Chauveau, D. Rousseau, P. Richard & F. Chapeau-Blondeau, “Outils de caractérisation et de génération de propriétés fractales pour l’analyse d’images couleur naturelles et la création d’images de synthèse ; applications en réalité virtuelle pour la confection d’imprimés textiles,” in *3èmes Journées Démonstrateurs de la Section Automatique*. Club EEA (Club des Enseignants et des Chercheurs en Électronique, Électrotechnique et Automatique), ISTIA, Université d’Angers, 30 novembre–1er décembre 2010.

Séminaires

- [19] J. Chauveau, “Méthodes fractales en analyse et en synthèse d’images : Application à l’imagerie couleur,” in *9ème Journée des Doctorants*. École Doctorale STIM (Sciences et Technologies de l’Information et de Mathématiques), École des Mines de Nantes, 28 mai 2009, participation au concours de poster.
- [18] J. Chauveau, “Méthodes fractales en analyse et en synthèse d’images : Application à l’imagerie couleur,” in *9ème Forum des Doctorants*. Collège Doctoral d’Angers, Agrocampus Ouest–INHP Angers, 12 juin 2009, 1er prix du concours de présentation multimédia.

Site internet

- [17] J. Chauveau. (2010) Signal-Image.net : Traitement du signal et des images. [En ligne] <http://www.signal-image.net/>.

Logiciels applicatifs

- Color Inspector 3D by LISA (Special Edition)** Plugin pour le logiciel ImageJ [51] pour la visualisation des histogrammes colorimétriques et l’application des mesures classiques de l’analyse fractale (“méthodes des boîtes”, “corrélation de paires”, “intégrale de corrélation”).
- IFS Generator RVB** Générateur d’images couleur RVB selon un processus fractal de type IFS avec visualisation en temps réel de l’histogramme couleur 3D. Programme écrit avec le logiciel libre Processing [96] et les bibliothèques PeasyCam [99] et ControlP5 [97].
- Dead Leaves Generator** Générateur d’images basé sur des modèles de feuilles mortes avec visualisation en temps réel de l’histogramme couleur 3D. Programme écrit avec le logiciel libre Processing [96] et les bibliothèques PeasyCam [99] et ControlP5 [97].
- Real-time Color Histogram 3D** Visualisation et manipulation d’histogrammes couleur RGB tridimensionnels par acquisition en temps réel d’une image issue d’une webcam. Programme écrit avec le logiciel libre Processing [96] et les bibliothèques PeasyCam [99] et OpenCV [83]. Ce logiciel nécessite l’installation de la bibliothèque OpenCV for Processing [98].

Partenariats industriels

- [31] Emode, plateforme technologique de prototypage rapide, 20 rue Carteron, 49300 Cholet. [En ligne] <http://www.emode.fr/>.
- [85] Oxygen|be only, la mode en caoutchouc, 275 rue des Forges, Zone industrielle Èvre et Loire, 49600 Beaupréau. [En ligne] <http://www.be-only.com/>.

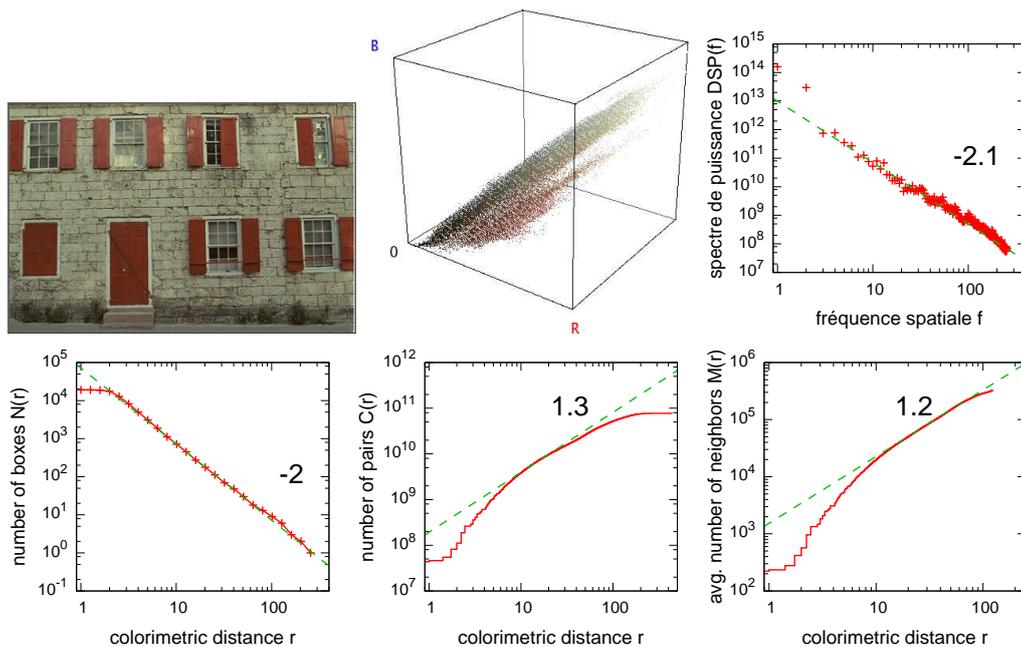
Analyse multiéchelle appliquée sur la base d'images couleur naturelles de référence Kodak PCD0992

Dans cette annexe, nous présentons les résultats obtenus par les outils d'analyse multiéchelle présentés dans cette thèse, et appliqués sur une base de 24 images couleur naturelles de référence Kodak PhotoCD PCD0992 [62]. Toutes les images issues de cette base sont de taille 768×512 pixels avec $Q = 256$ niveaux.

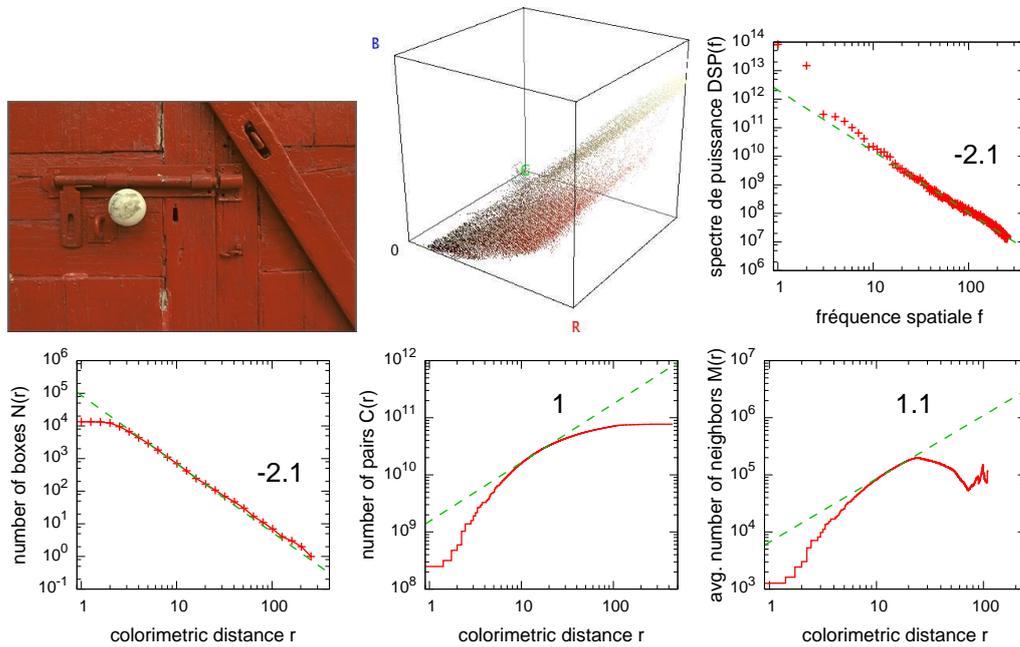
Pour chaque image, nous montrons :

- son histogramme tridimensionnel couleur RVB ;
- la mesure spatiale du spectre de puissance $DSP(f)$ (voir Chapitre 1) ;
- la mesure colorimétrique de comptage de boîtes $N(r)$ (voir Section 2.3.1) ;
- la mesure colorimétrique de corrélation de paires $C(r)$ (voir Section 2.3.2) ;
- la mesure colorimétrique d'intégrale de corrélation $M(r)$ (voir Section 2.3.3).

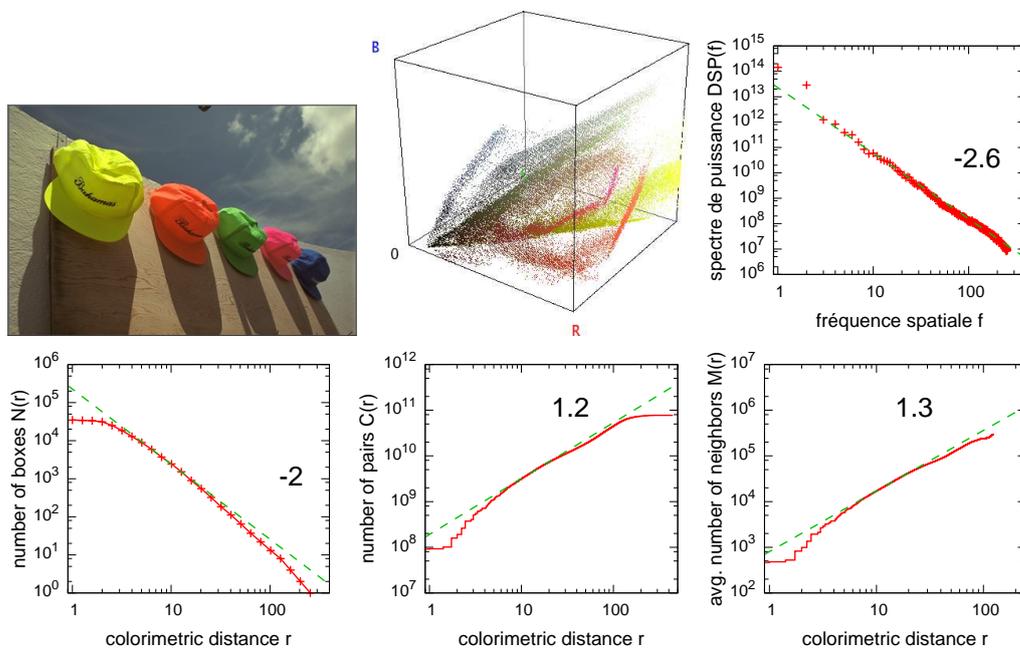
kodim01.png



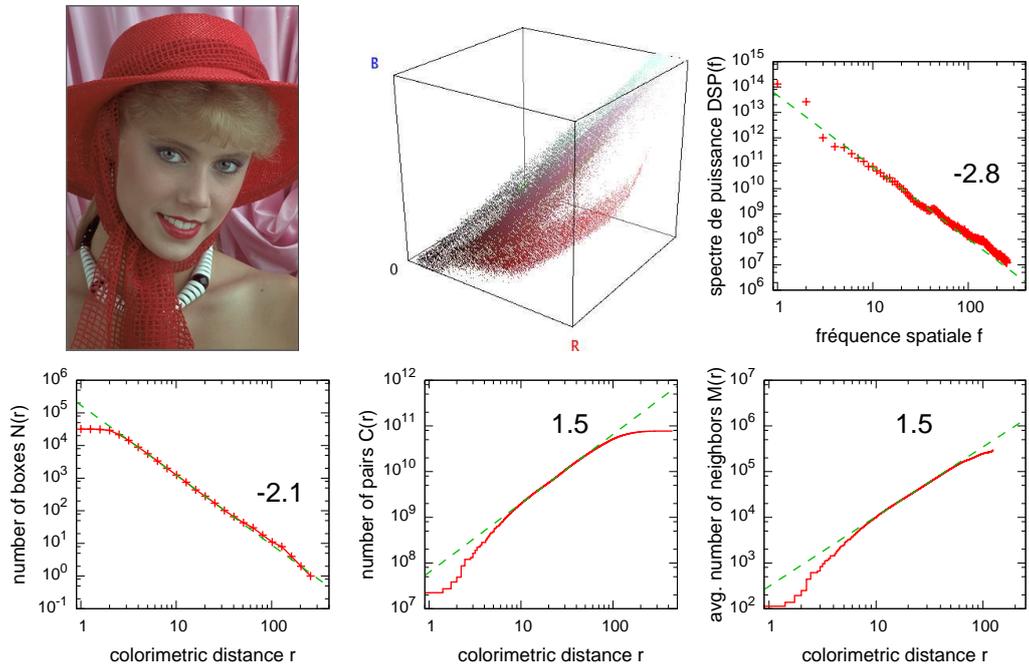
kodim02.png



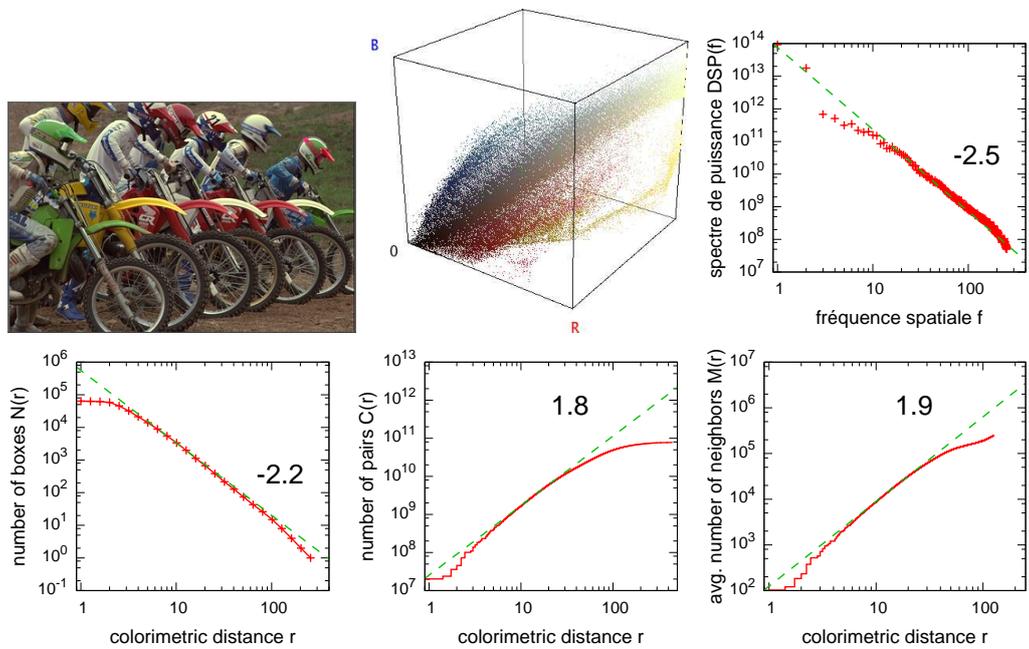
kodim03.png



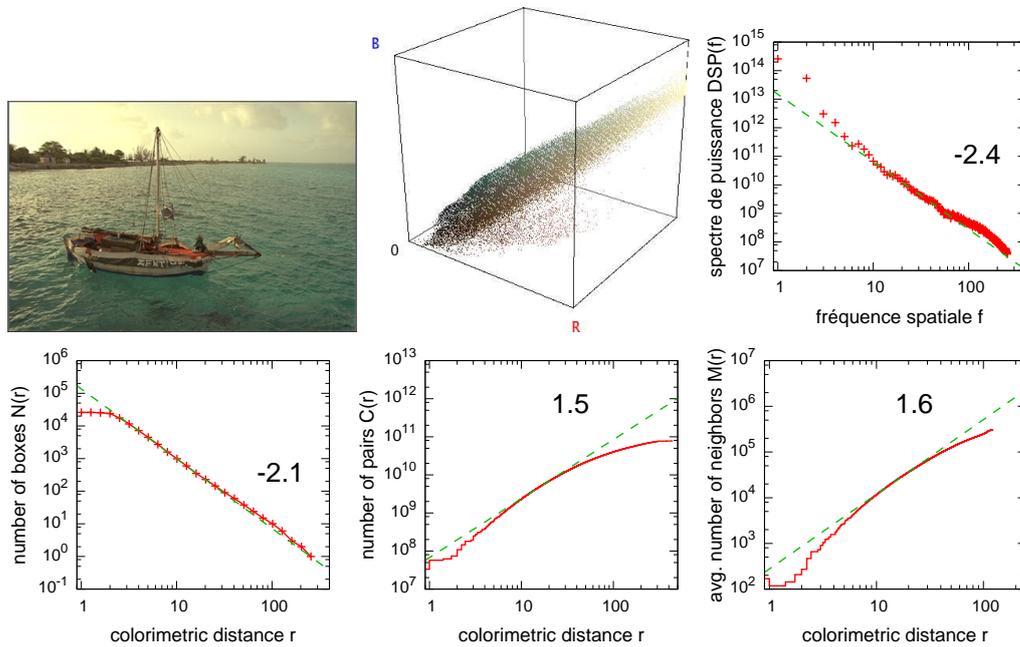
kodim04.png



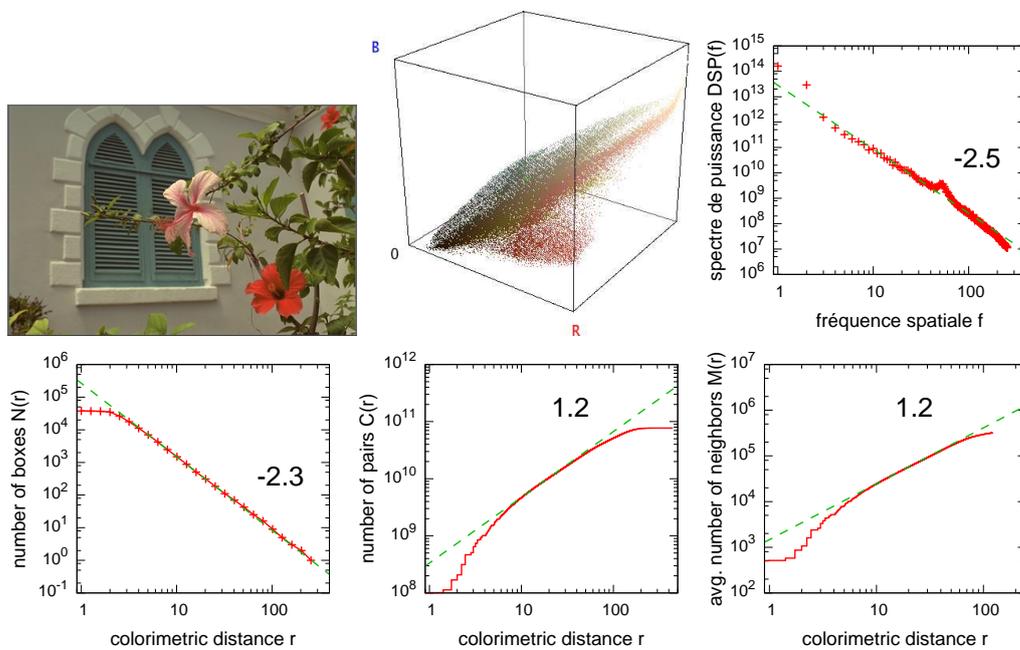
kodim05.png



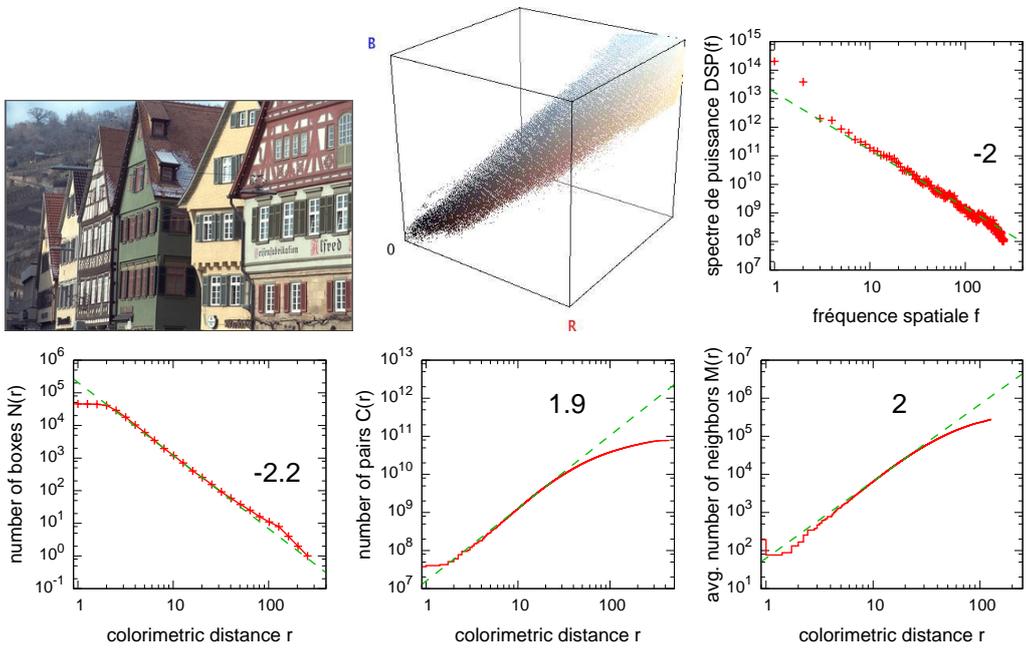
kodim06.png



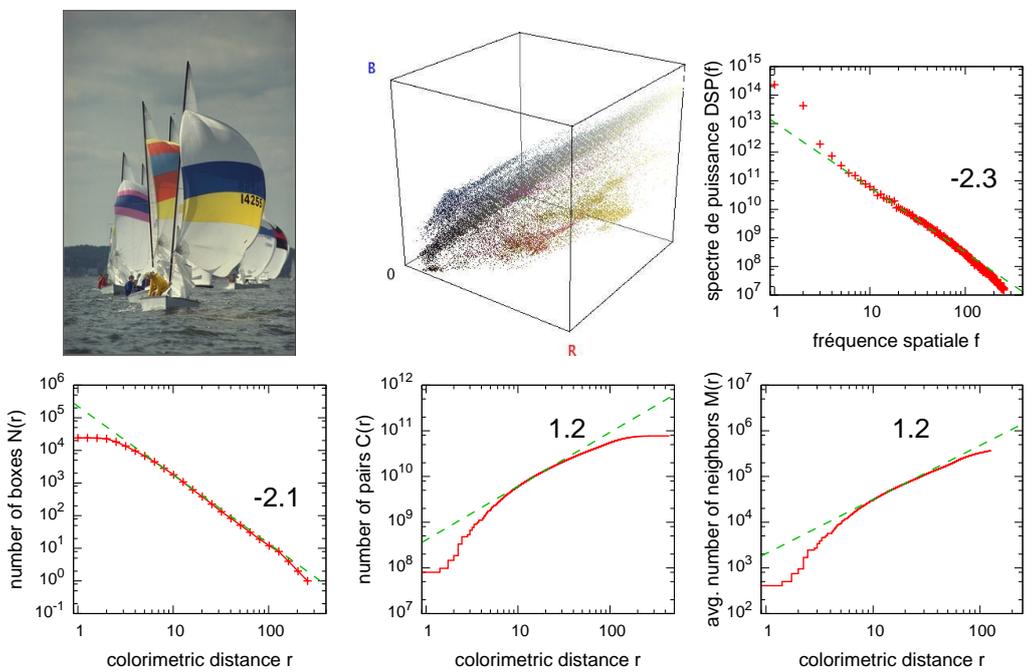
kodim07.png



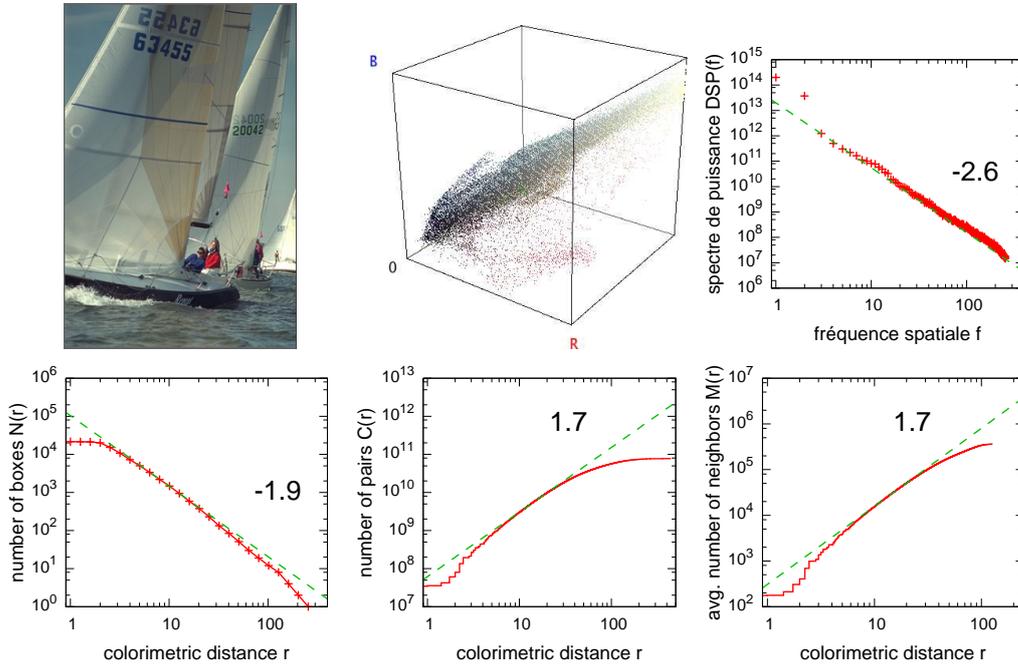
kodim08.png



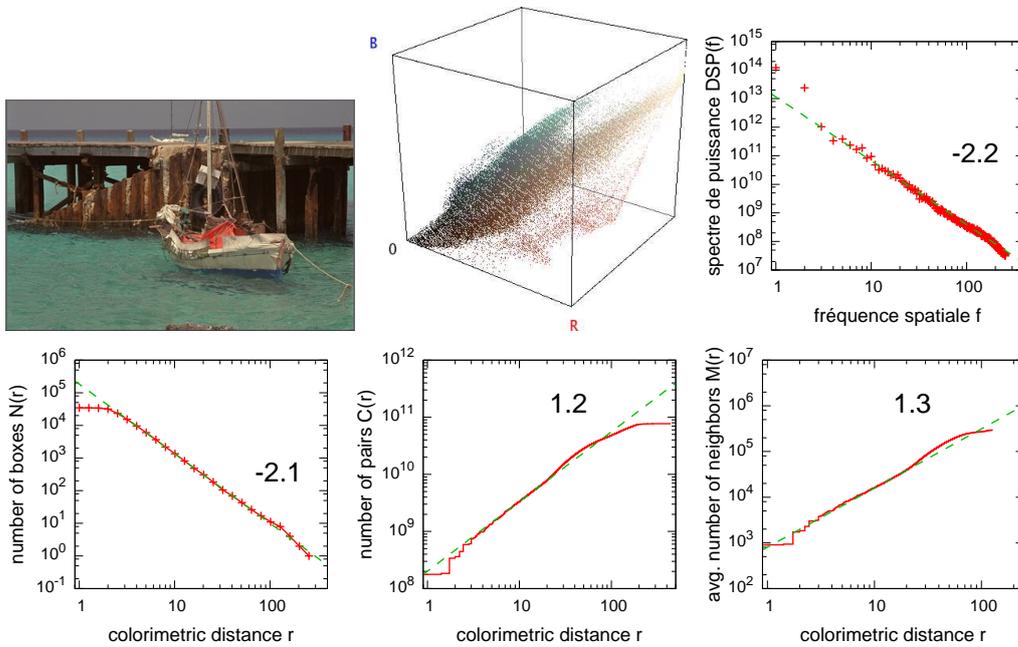
kodim09.png



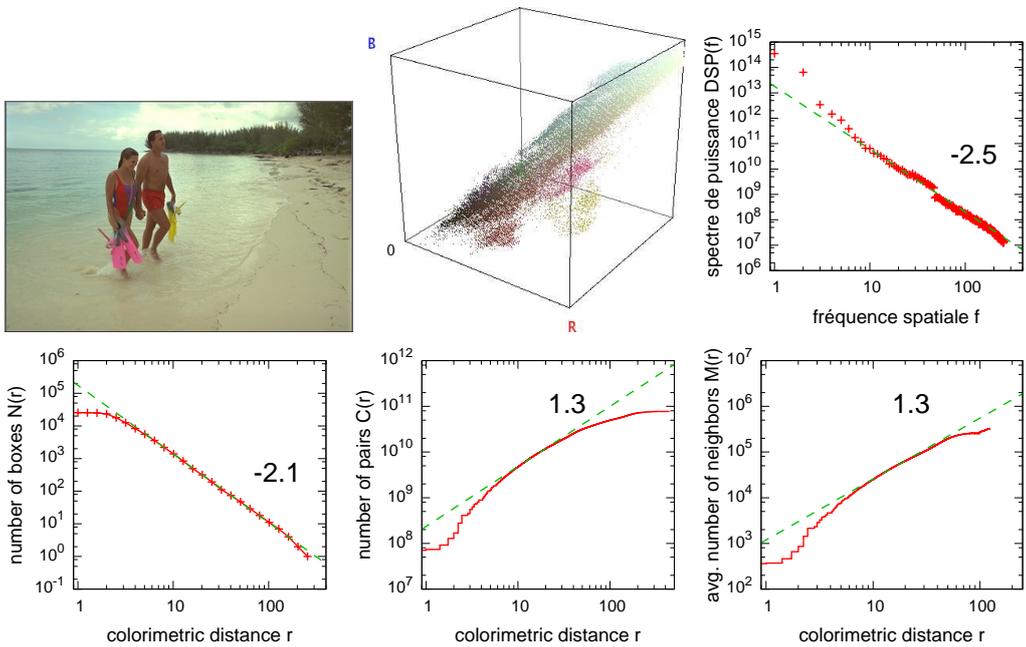
kodim10.png



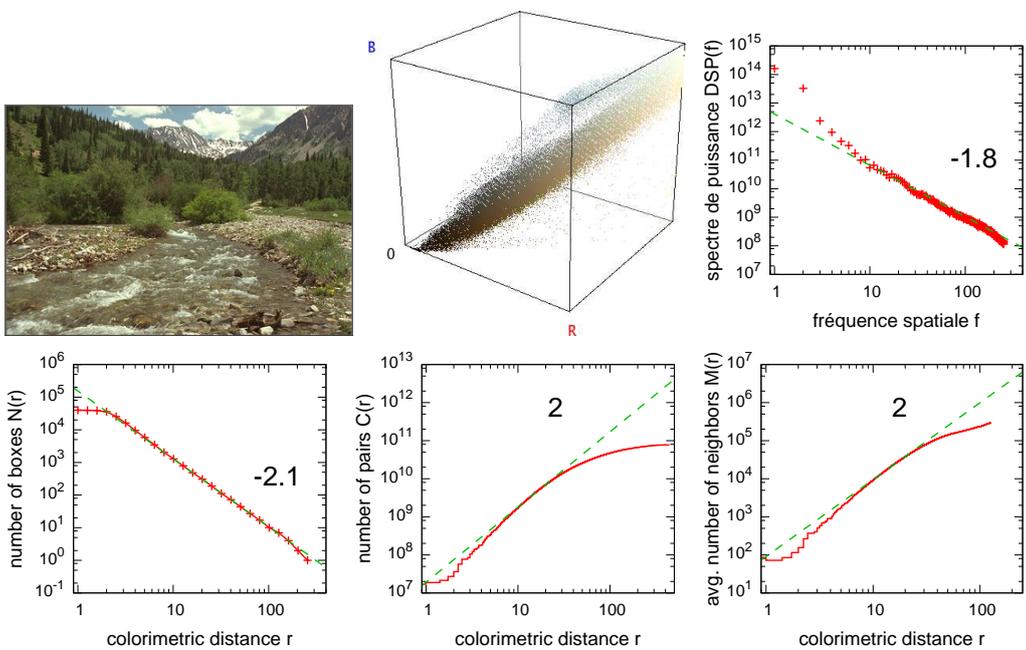
kodim11.png



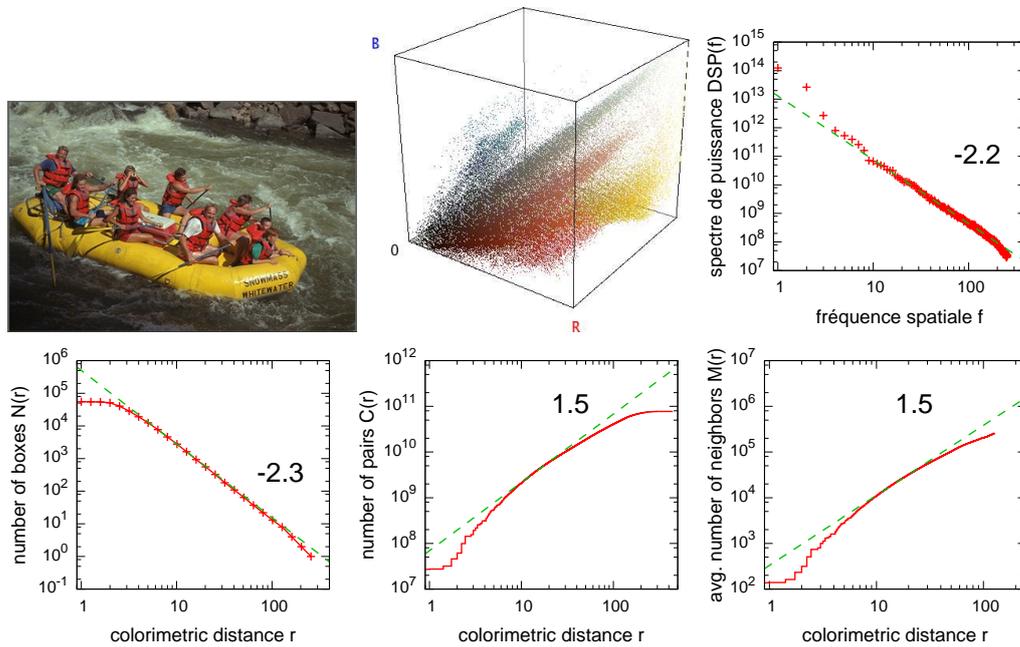
kodim12.png



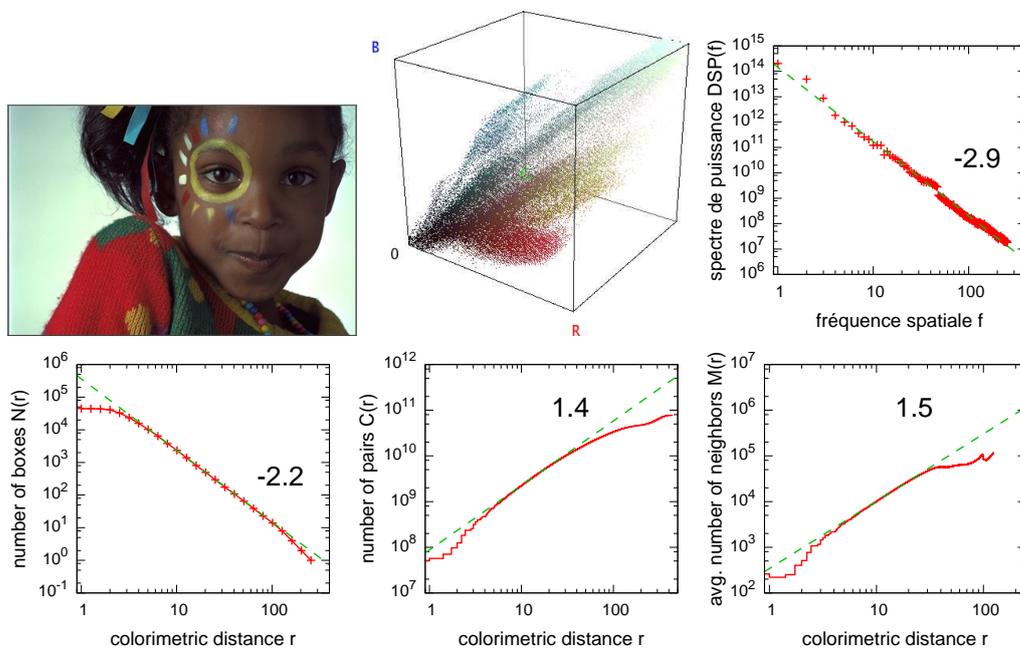
kodim13.png



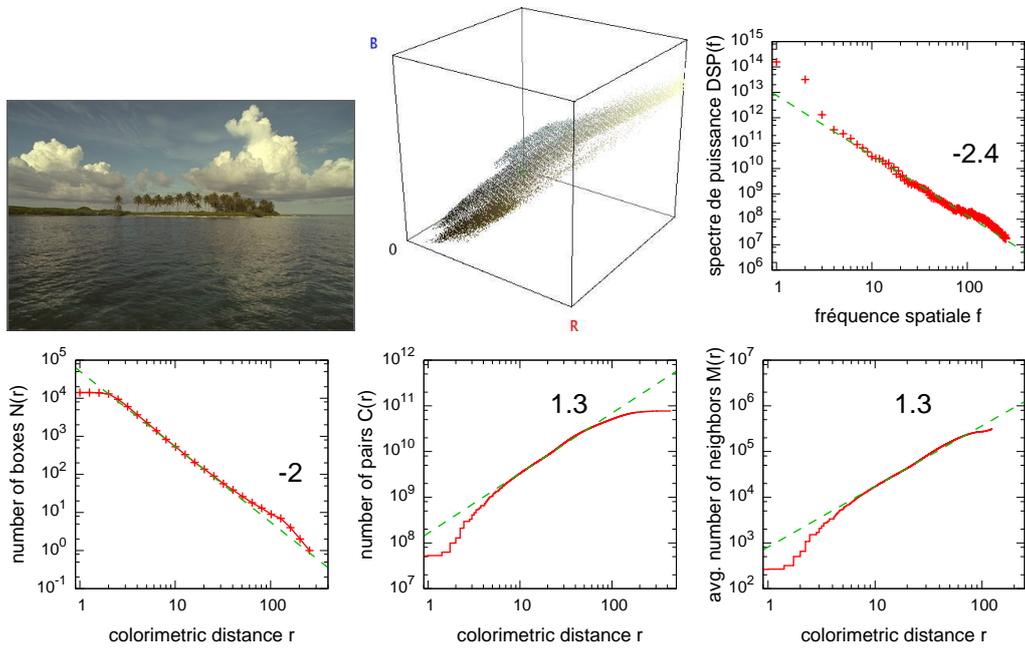
kodim14.png



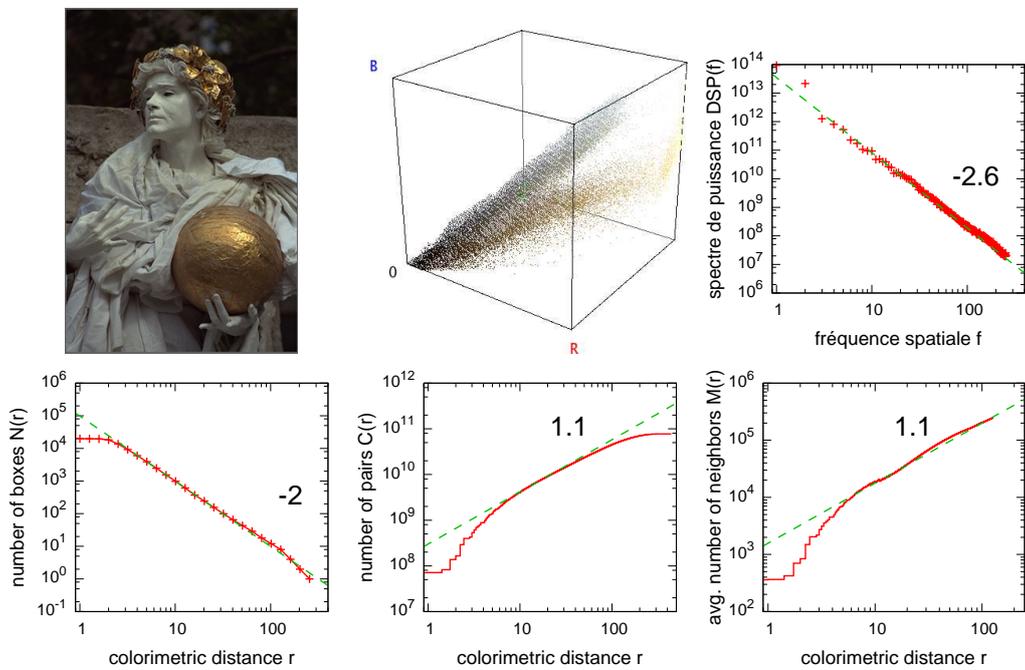
kodim15.png



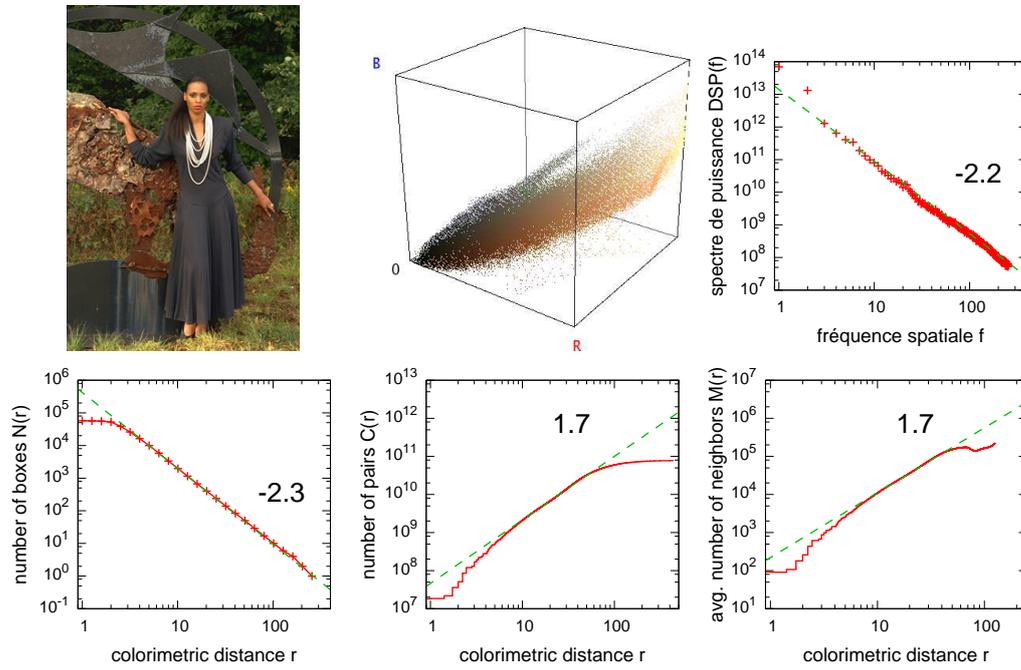
kodim16.png



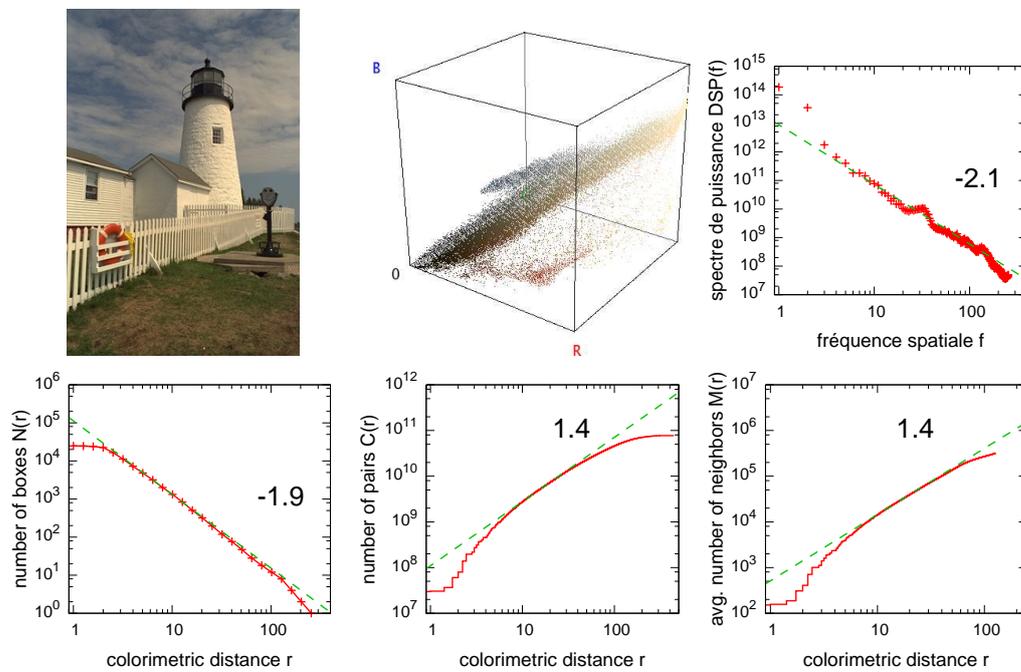
kodim17.png



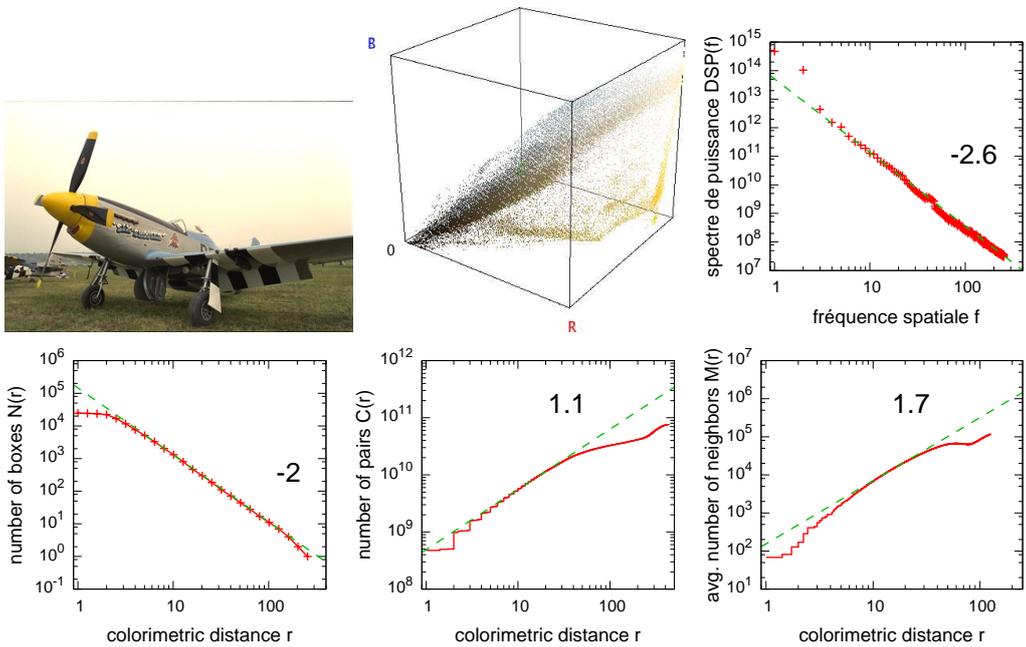
kodim18.png



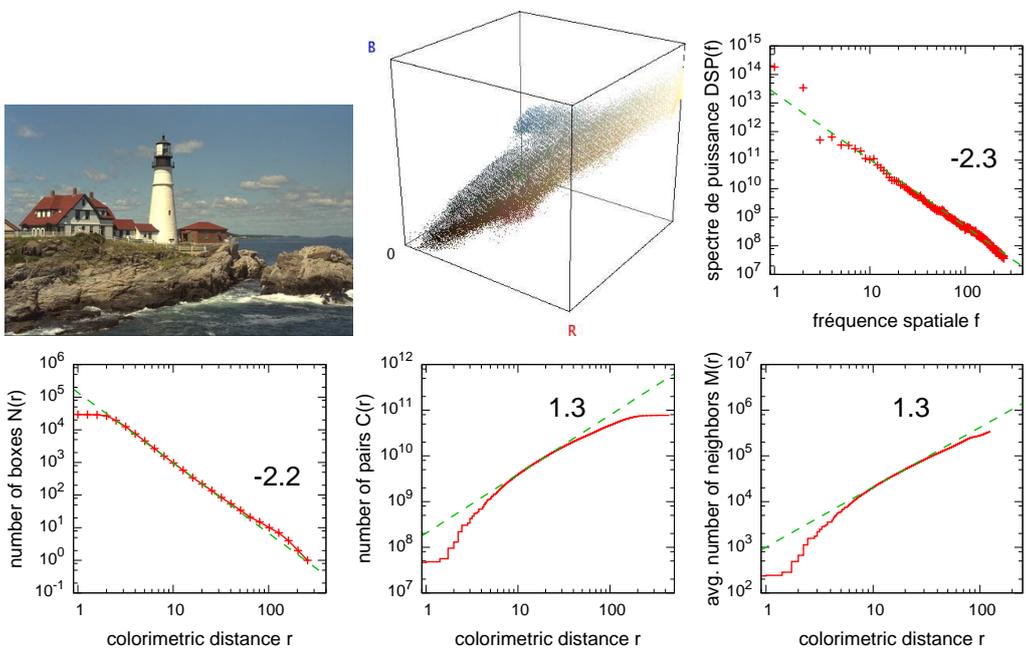
kodim19.png



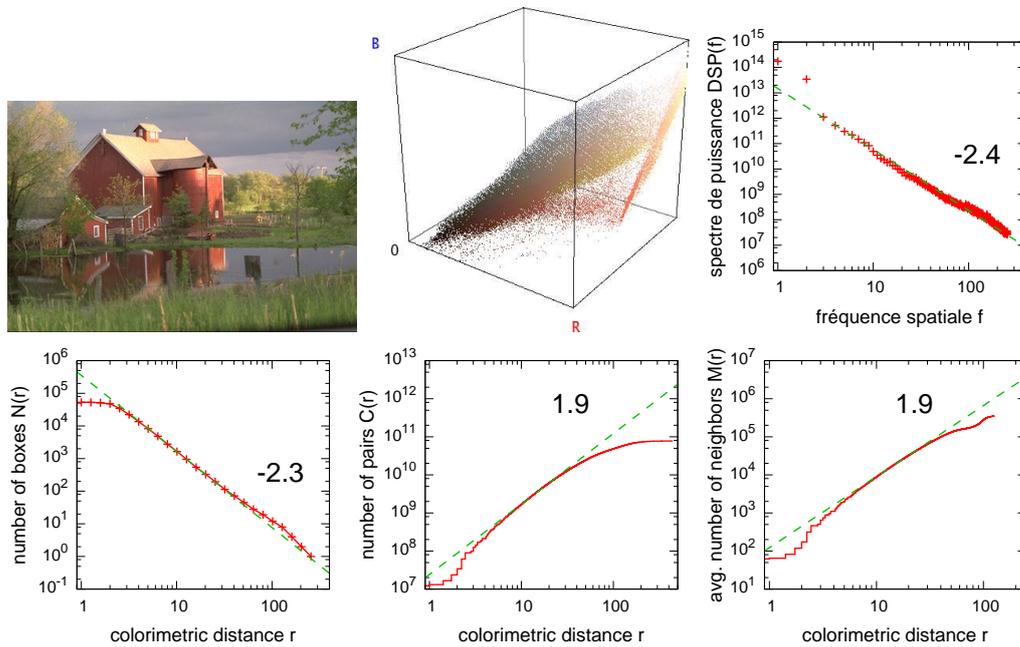
kodim20.png



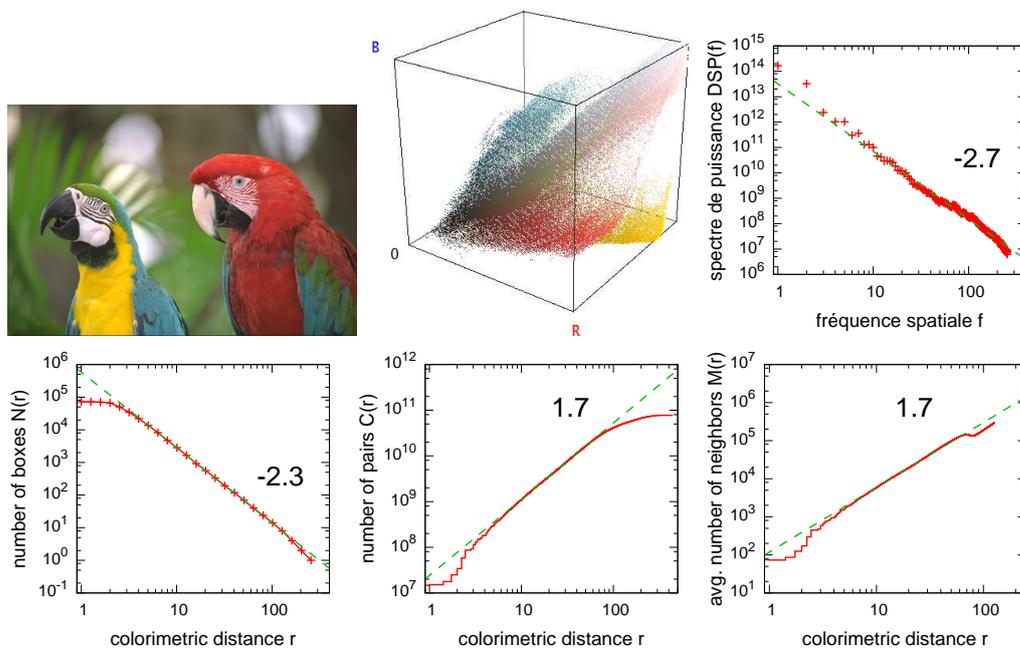
kodim21.png



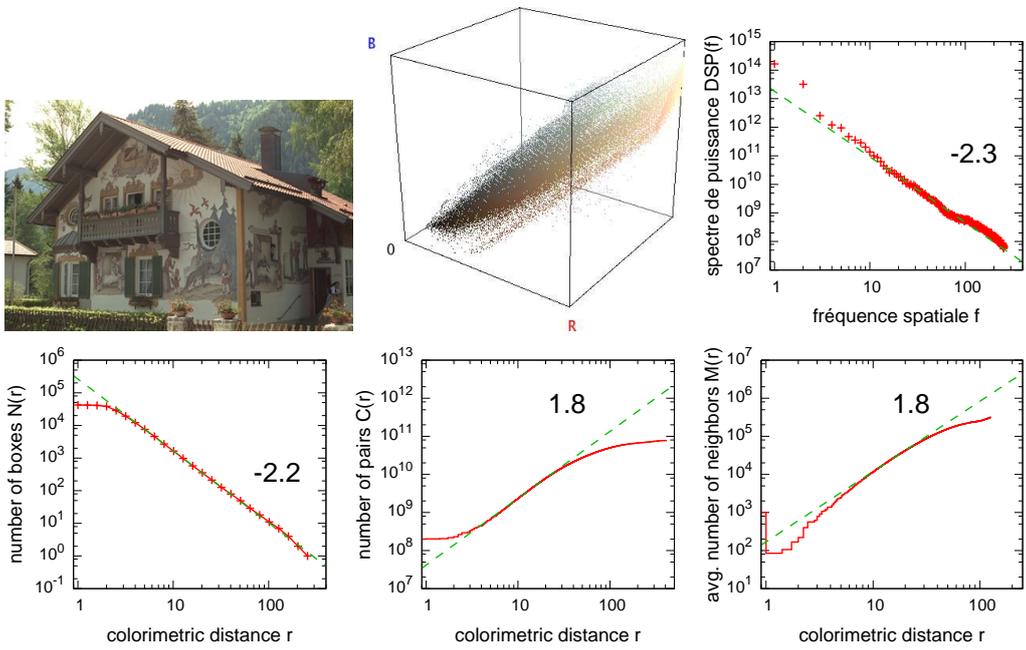
kodim22.png



kodim23.png



kodim24.png



Support de communication pour la promotion du logiciel Createx

Dans cette annexe, nous montrons un exemple de support de communication réalisé dans le cadre du doctorat-conseil pour la promotion du logiciel Createx 3D. L'exemplaire suivant a été spécifiquement édité pour répondre aux besoins de la société Oxygen de Beaupréau (49) [85].



Logiciel de Réalité Virtuelle / Proposition technique

Préparé pour : Julien Humeau, SARL Oxygen, Z.I. Evre et Loire – 49600 BEAUPREAU

Préparé par : Julien Chauveau, Doctorant-conseil, LISA – Université d'Angers

27 mars 2009

Numéro de la proposition : 0903-2

Planification

Date	Tâche	Durée
Avril	Réalisation (numérisation / modélisation) de prototypes virtuels de produits de l'entreprise (bottes)	10 jours
Mai	Constitution d'une base de données d'images à partir des logiciels de création développés au laboratoire LISA que l'entreprise pourra appliquer sur des prototypes virtuels, échantillons ou grandes séries de ces produits	8 jours
Juin	Adaptation des logiciels de création d'images et de visualisation du LISA aux besoins de l'entreprise : intégration des modèles de bottes en 3D, sélection des modules de création, modèles mathématiques et paramètres les plus pertinents du point de vue esthétique (<i>l'utilisation des capacités créatives du logiciel reste à valider par l'entreprise</i>). N.B. Ces travaux seront effectués en collaboration avec la plate-forme de prototypage rapide E-mode et le Lycée de la mode de Cholet	12 jours
Juillet	Formation du personnel de l'entreprise à l'utilisation du logiciel	2 jours

Prototypage virtuel

À partir de produits de l'entreprise, nous réalisons un catalogue de prototypes virtuels à l'aide d'un appareil de numérisation et du logiciel de modélisation 3D Studio Max.

Format d'objet 3D : .3DS



Base de données d'images

À partir des logiciels de création développés au laboratoire LISA, nous constituons une base de données comprenant un millier d'images selon différentes gammes (e.g. étoilé, symbolique, symétrique, centré, uni, pastel, marine, avec photo, etc.) qui pourront être utilisées comme motifs décoratifs sur les prototypes virtuels et produits réels de l'entreprise.

Formats d'image : .JPG .GIF ou .PNG



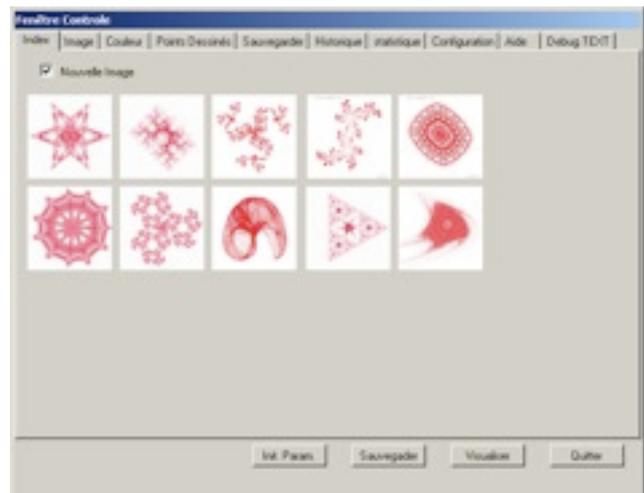
Atelier logiciel CREATEX 3D

L'atelier logiciel CREATEX 3D développé au laboratoire LISA offre la possibilité de générer automatiquement des images fractales, de les modifier et de les appliquer sur différents prototypes virtuels.

Les interactions possibles avec l'objet virtuel sont :

- l'application, la mise à l'échelle et le positionnement des motifs décoratifs ;
- la rotation de la caméra autour de l'objet et la possibilité d'effectuer un zoom ;
- l'ajout ou la suppression d'accessoires prédéfinis.

Ce logiciel sera adapté aux besoins spécifiques de l'entreprise.



Annexe : le doctorant-conseil

Qu'est-ce qu'un doctorant-conseil ?

Le doctorant-conseil est un doctorant qui prépare sa thèse dans un laboratoire de recherche et qui en parallèle de son travail de recherche vous propose de réaliser une mission au sein même de votre structure. Il vous apporte ses compétences ou son expertise pour analyser ou résoudre une problématique de votre champ d'activité. Le thème de la mission ne présente pas nécessairement un lien direct avec son sujet de thèse.

A qui s'adresse le dispositif ?

Toutes les entreprises, associations, administrations ou collectivités territoriales peuvent recourir aux services d'un doctorant-conseil qu'elles aient ou non développé une activité de Recherche.

Quels sont les domaines de compétences des doctorants ?

Les doctorants réalisent leur thèse dans les laboratoires de recherche et sont formés au sein des 8 écoles doctorales régionales, lieu de l'excellence de la formation des futurs docteurs de l'Université.

Vous pourrez confier une mission à un doctorant travaillant dans l'un des domaines de recherche suivants :

- Droit, sciences juridiques ;
- Végétal, environnement, nutrition, agroalimentaire, mer ;
- Histoire, lettres, sciences humaines ;
- Physique, chimie ;
- Economie, gestion, sociétés et territoires ;
- Biologie, santé ;
- Sciences et technologies de l'information, mathématiques ;
- Education, psychologie.

Les modalités

La mission du doctorant-conseil est une prestation de 32 jours maximum par an répartis selon les besoins. La mission est facturée à un prix négocié incluant, éventuellement, les frais d'accès aux équipements, de documentation, de transports.

Une convention tripartite entre votre structure, le doctorant et l'Université sera proposée.

Partageons nos intérêts

Pour votre structure :

- répondre à un besoin non satisfait en interne ;
- profiter des compétences des jeunes chercheurs ;
- repérer de futurs collaborateurs ;
- renforcer les liens entre l'innovation et la recherche.

Pour l'Université :

- renforcer nos liens avec le tissu socio-économique ;
- valoriser la formation doctorale ;
- favoriser la diffusion des résultats issus de la recherche.

Pour le doctorant :

- bénéficier d'une ouverture sur le monde professionnel ;
- mieux comprendre les enjeux des entreprises ;
- découvrir des opportunités de carrières ;
- valoriser ses compétences.

Nous vous informons que sous conditions d'éligibilité, certaines entreprises peuvent bénéficier de subvention (Crédit d'Impôt Recherche, Prestation Technologique Réseau, OSEO, Région) pour la prise en charge d'un doctorant-conseil.

Code source d'un logiciel de visualisation d'histogrammes 3D par acquisition en temps réel

Nous présentons ici le code source d'un logiciel de visualisation d'histogrammes couleur tridimensionnels par acquisition en temps réel d'une image issue d'une webcam. Ce logiciel, librement téléchargeable sur [17], a été réalisé dans l'environnement de développement intégré Processing [96] avec les bibliothèques OpenCV [98] et PeasyCam [99].

```
import hypermedia.video.*;
import peasy.*;

OpenCV opencv;
PeasyCam cam;
imageApplet s;

boolean autoRotate = true; // Autorotation
boolean invert = false;    // Color inversion
boolean blur = false;     // Blur effect
boolean contrast = false; // Contrast adjustment
boolean bright = false;   // Brightness adjustment

// Initialisation
void setup() {

    // Set display size and use 3D rendering
    size(600,600,P3D);

    // Font settings
    PFont myFont = createFont(PFont.list()[0], 64);
    textFont(myFont);
    textSize(18);

    // OpenCV configuration
    opencv = new OpenCV();
    opencv.capture(400,300);
    new imageFrame(opencv);
```

```
// PeasyCam configuration
cam = new PeasyCam(this, 500);
cam.setMinimumDistance(200);
cam.setMaximumDistance(700);
cam.rotateX(PI);
cam.rotateY(.5);
cam.setState(cam.getState());

// Request window focus
requestFocus();
}

// Keyboard control
void keyPressed() {
  if(key==' ') // Press space to enable/disable auto-rotation
    autoRotate = !autoRotate;
  else if(key=='i') // Press 'i' to use color inversion
    invert = !invert;
  else if(key=='b') // Press 'b' to use blur effect
    blur = !blur;
  else if(key=='c') // Press 'c' to use contrast adjustment
    contrast = !contrast;
  else if(key=='v') // Press 'v' to use brightness adjustment
    bright = !bright;
}

// Rendering loop
void draw() {

  // Read video frame
  opencv.read();

  // Apply OpenCV effects
  if(invert)
    opencv.invert();
  if(blur)
    opencv.blur(OpenCV.BLUR, 10);
  if(contrast)
    opencv.contrast(32);
  if(bright)
    opencv.brightness(32);

  // Draw video frame
  s.image(opencv.image(),0,0);
  s.redraw();

  // 3D Histogram
  if(autoRotate)
    cam.rotateY(.01);
}
```

```

// Apply white background
background(255);

// Draw gray box
smooth(); noFill();
stroke(128); box(256);

// Draw RGB axes
translate(-128,-128,-128);
noSmooth();
drawAxes();

// Draw color points
drawPoints(opencv.image());
}

// draw 3D RGB histogram with Points
void drawPoints(PImage img) {
  for(color c : img.pixels) {
    stroke(c);
    point(red(c), green(c), blue(c));
  }
}

// draw 3D RGB histogram color axes
void drawAxes() {
  float[] rot = cam.getRotations();

  pushMatrix();
  translate(-10,-10,-10);
  rotateX(rot[0]);
  rotateY(rot[1]);
  rotateZ(rot[2]);
  fill(0);
  textAlign(CENTER);
  text("O",0,0,0); // black 'O'
  popMatrix();

  pushMatrix();
  translate(265,-10,-10);
  rotateX(rot[0]);
  rotateY(rot[1]);
  rotateZ(rot[2]);
  fill(255,0,0);
  textAlign(CENTER);
  text("R",0,0,0); // red 'R'
  popMatrix();
}

```

```

pushMatrix();
translate(-10,265,-10);
rotateX(rot[0]);
rotateY(rot[1]);
rotateZ(rot[2]);
fill(0,255,0);
textAlign(CENTER);
text("G",0,0,0);          // green 'G'
popMatrix();

pushMatrix();
translate(-10,-10,265);
rotateX(rot[0]);
rotateY(rot[1]);
rotateZ(rot[2]);
fill(0,0,255);
textAlign(CENTER);
text("B",0,0,0);          // blue 'B'
popMatrix();
}

// Window frame for visualizing video acquisition
public class imageFrame extends Frame {
    public imageFrame(OpenCV opencv) {
        PImage img = opencv.image();
        setBounds(screen.width/2,100,img.width,img.height);
        s = new imageApplet(opencv);
        add(s);
        s.init();
        show();
        setResizable(false);
    }
}

public class imageApplet extends PApplet {

    PImage img;

    public imageApplet(OpenCV opencv) {
        img = opencv.image();
    }

    public void setup() {
        size(img.width, img.height);
        noLoop();
    }

    public void draw() {}
}

```

Bibliographie

- [1] P. Abry, P. Gonçalves & J. L. Véhel, *Scaling, Fractals and Wavelets*. New York : Wiley, 2009.
- [2] A. Adrover, W. Schwalm, M. Giona & D. Bachand, “Scaling and scaling crossover for transport on anisotropic fractal structures,” *Physical Review E*, vol. 55, pp. 7304–7312, 1997.
- [3] Autodesk 3ds max, autodesk maya. [En ligne] <http://www.autodesk.fr/>
- [4] M. F. Barnsley, *Fractals Everywhere*. New York : Academic Press, 1993.
- [5] J. Batlle, A. Casals, J. Freixenet & J. Marti, “A review on strategies for recognizing natural objects in colour images of outdoor scenes,” *Image and Vision Computing*, vol. 18, pp. 515–530, 2000.
- [6] C. Beck & F. Schlögl, *Thermodynamics of Chaotic Systems*. New York : Cambridge University Press, 1993.
- [7] A. Bershadskii, E. Dremencov, D. Fukayma & G. Yadid, “Multifractal properties of brain neuron signals,” *Europhysics Letters*, vol. 58, pp. 306–311, 2002.
- [8] F. Biagini, Y. Hu & B. Øksendal, *Stochastic Calculus for Fractional Brownian Motion and Applications*. Berlin : Springer, 2008.
- [9] J.-P. Braquelaire & L. Brun, “Comparison and optimization of methods of color image quantization,” *IEEE Transactions on Image Processing*, vol. 6, pp. 1048–1052, 1997.
- [10] N. Brunel & W. Pieczynski, “Unsupervised signal restoration using hidden markov chains with copulas,” *Signal Processing*, vol. 85, pp. 2304–2315, 2005.
- [11] B. Buard, G. Mahe, F. Chapeau-Blondeau, D. Rousseau, P. Abraham & A. Humeau, “Generalized fractal dimensions of laser Doppler flowmetry signals recorded from glabrous and non glabrous skin,” *Medical Physics*, vol. 37, pp. 2827–2836, 2010.
- [12] G. Burton & I. R. Moorhead, “Color and spatial structure in natural scenes,” *Applied Optics*, vol. 26, pp. 157–170, 1987.
- [13] F. Camastra, “Data dimensionality estimation methods : a survey,” *Pattern recognition*, vol. 36, pp. 2945–2954, 2003.
- [14] Y. Caron, P. Makris & N. Vincent, “Use of power law models in detecting region of interest,” *Pattern recognition*, vol. 40, pp. 2521–2529, 2007.
- [15] P. Chainais, “Infinitely divisible cascades to model the statistics of natural images,” *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, vol. 29, pp. 2105–2119, 2007.
- [16] F. Chapeau-Blondeau, J. Chauveau, D. Rousseau & P. Richard, “Fractal structure in the color distribution of natural images,” *Chaos, Solitons & Fractals*, vol. 42, pp. 472–482, 2009.

-
- [17] J. Chauveau. (2010) Signal-Image.net : Traitement du signal et des images. [En ligne] <http://www.signal-image.net/>
- [18] J. Chauveau, “Méthodes fractales en analyse et en synthèse d’images : Application à l’imagerie couleur,” in *9ème Forum des Doctorants*. Collège Doctoral d’Angers, Agrocampus Ouest–INHP Angers, 12 juin 2009, 1er prix du concours de présentation multimédia.
- [19] J. Chauveau, “Méthodes fractales en analyse et en synthèse d’images : Application à l’imagerie couleur,” in *9ème Journée des Doctorants*. École Doctorale STIM (Sciences et Technologies de l’Information et de Mathématiques), École des Mines de Nantes, 28 mai 2009, participation au concours de poster.
- [20] J. Chauveau, D. Rousseau & F. Chapeau-Blondeau, “Fractal capacity dimension of three-dimensional histogram from color images,” *Multidimensional Systems and Signal Processing*, vol. 21, pp. 197–211, 2010.
- [21] J. Chauveau, D. Rousseau & F. Chapeau-Blondeau, “Pair correlation integral for fractal characterization of three-dimensional histograms from color images,” in *Proceedings ICISP International Conference on Image and Signal Processing*, ser. Lecture Notes in Computer Science, vol. 5099. Berlin : Springer, Cherbourg-Octeville, 1–3 juillet 2008, pp. 200–208.
- [22] J. Chauveau, D. Rousseau, P. Richard & F. Chapeau-Blondeau, “Fractal analysis tools for characterizing the colorimetric organization of digital image : Case study using natural and synthetic images,” in *Proceedings VISAPP International Conference on Computer Vision Theory and Applications*, vol. 2, Angers, France, 17-21 mai 2010, pp. 245–248.
- [23] J. Chauveau, D. Rousseau, P. Richard & F. Chapeau-Blondeau, “Multifractal analysis of three-dimensional histogram from color images,” *Chaos, Solitons & Fractals*, vol. 43, pp. 57–67, 2010.
- [24] J. Chauveau, D. Rousseau, P. Richard & F. Chapeau-Blondeau, “Outils de caractérisation et de génération de propriétés fractales pour l’analyse d’images couleur naturelles et la création d’images de synthèse ; applications en réalité virtuelle pour la confection d’imprimés textiles,” in *3èmes Journées Démonstrateurs de la Section Automatique*. Club EEA (Club des Enseignants et des Chercheurs en Électronique, Électrotechnique et Automatique), ISTIA, Université d’Angers, 30 novembre–1er décembre 2010.
- [25] Y. Chen, Z. Ji & C. Hua, “Spatial adaptive bayesian wavelet threshold exploiting scale and space consistency,” *Multidimensional Systems and Signal Processing*, vol. 19, pp. 157–170, 2008.
- [26] Y.-C. Cheng & S.-Y. Chen, “Image classification using color, texture and regions,” *Image and Vision Computing*, vol. 21, pp. 759–776, 2003.
- [27] M. Cohen & J. Wallace, *Radiosity and Realistic Image Synthesis*. New York : Academic Press Professional, 1993.
- [28] F. C. Crow, “The origins of the teapot,” *Computer Graphics*, vol. 7, pp. 8–19, 1987.

- [29] R. Distasi, M. Nappi & M. Tucci, "Fire : fractal indexing with robust extensions for image databases," *IEEE Transactions on Image Processing*, vol. 12, pp. 373–384, 2003.
- [30] D. W. Dong & J. J. Atick, "Statistics of natural time-varying images," *Network : Computation in Neural Systems*, vol. 6, pp. 345–358, 1995.
- [31] Emode, plateforme technologique de prototypage rapide, 20 rue Carteron, 49300 Cholet. [En ligne] <http://www.emode.fr/>
- [32] M. C. Escher & J. W. Vermeulen, *Escher on Escher : Exploring the Infinite*. H.N. Abrams, 1989.
- [33] C. J. G. Evertsz & B. B. Mandelbrot, "Multifractal measures," in *Chaos and Fractals - New Frontiers of Science*, H. O. Peitgen, H. Jürgens & D. Saupe, Eds. Berlin : Springer, 1992, pp. 921–953.
- [34] K. M. Faraoun & A. Boukelif, "Speeding up fractal image compression by genetic algorithms," *Multidimensional Systems and Signal Processing*, vol. 16, pp. 217–236, 2005.
- [35] D. J. Field, "Relations between the statistics of natural images and the response properties of cortical cells," *Journal of the Optical Society of America A*, vol. 4, pp. 2379–2394, 1987.
- [36] D. J. Field, "What is the goal of sensory coding?" *Neural Computation*, vol. 6, pp. 559–601, 1994.
- [37] Y. Fisher, *Fractal Image Compression : Theory and Application*. Berlin : Springer, 1995.
- [38] P. Flandrin, "On the spectrum of fractional brownian motions," *IEEE Transactions on Information Theory*, vol. 35, pp. 197–199, 1989.
- [39] A. Galka, *Topics in Nonlinear Time Series Analysis : With Implications for EEG Analysis*. Singapore : World Scientific, 2000.
- [40] W. S. Geisler, "Visual perception and the statistical properties of natural scenes," *Annual Review of Psychology*, vol. 59, pp. 167–192, 2008.
- [41] T. Gevers & A. W. Smeulders, "Color-based object recognition," *Pattern Recognition*, vol. 32, pp. 453–464, 1999.
- [42] A. Glassner, *An Introduction to Ray Tracing*. New York : Academic Press, 1989.
- [43] A. Glassner, *Principles of Digital Image Synthesis*. San Francisco : Morgan Kaufmann, 1995.
- [44] Y. Gousseau & F. Roueff, "Modeling occlusion and scaling in natural images," *SIAM Journal of Multiscale Modeling and Simulation*, vol. 6, pp. 105–134, 2007.
- [45] J.-F. Gouyet, *Physics and Fractal Structures*. Berlin : Springer, 1996.
- [46] P. Grassberger & I. Procaccia, "Characterization of strange attractors," *Physical Review Letters*, vol. 50, pp. 346–349, 1983.

-
- [47] D. Harte, *Multifractals : Theory and Applications*. London : Chapman and Hall, 2001.
- [48] H. G. E. Hentschel & I. Procaccia, “The infinite number of generalized dimensions of fractals and strange attractors,” *Physica. D*, vol. 8, pp. 435–444, 1983.
- [49] W. H. Hsiao & R. P. Millane, “Effects of occlusion, edges, and scaling on the power spectra of natural images,” *Journal of the Optical Society of America A*, vol. 22, pp. 1789–1797, 2005.
- [50] A. Humeau, B. Buard, F. Chapeau-Blondeau, D. Rousseau, G. Mahe & P. Abraham, “Multifractal analysis of central (electrocardiography) and peripheral (laser doppler flowmetry) cardiovascular time series from healthy human subjects,” *Physiological Measurement*, vol. 30, pp. 617–629, 2009.
- [51] ImageJ : Image Processing and Analysis in Java. National Center for Biotechnology Information. [En ligne] <http://rsbweb.nih.gov/ij/>
- [52] P. C. Ivanov, L. A. N. Amaral, A. L. Goldberger, S. Havlin, M. G. Rosenblum, Z. R. Struzik & H. E. Stanley, “Multifractality in human heartbeat dynamics,” *Nature*, vol. 399, pp. 461–465, 1999.
- [53] P. C. Ivanov, Q. D. Y. Ma, R. P. Bartsch, J. M. Hausdorff, L. A. N. Amaral, V. Schulte-Frohlinde, H. E. Stanley & M. Yoneyama, “Levels of complexity in scale-invariant neural signals,” *Physical Review E*, vol. 79, pp. 041 920,1–12, 2009.
- [54] A. E. Jacquin, “Image coding based on a fractal theory of iterated contractive image transformations,” *IEEE Transactions on Image Processing*, vol. 1, pp. 18–30, 1992.
- [55] R. Jennane, R. Harba & G. Jacquet, “Méthodes d’analyse du mouvement brownien fractionnaire : théorie et résultats comparatifs,” *Traitement du signal*, vol. 18, pp. 419–436, 2001.
- [56] H. W. Jensen, *Realistic Image Synthesis Using Photon Mapping*. Natick, MA, USA : A. K. Peters, Ltd., 2009.
- [57] L. O. Jimenez & D. A. Landgrebe, “Supervised classification in high-dimensional space : geometrical, statistical, and asymptotical properties of multivariate data,” *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics, Part C : Applications and Reviews*, vol. 28, pp. 39 – 54, 1998.
- [58] K. Joy, *Tutorial, Computer Graphics : Image Synthesis*. Computer Society Press, 1988.
- [59] L. M. Kaplan, “Extended fractal analysis for texture classification and segmentation,” *IEEE Transactions on Image Processing*, vol. 8, pp. 1572–1585, 1999.
- [60] J. M. Keller, R. M. Crownover & R. Y. Chen, “Characteristics of natural scenes related to the fractal dimension,” *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, vol. 9, pp. 621–627, 1987.

- [61] D. C. Knill, D. Field & D. Kersten, "Human discrimination of fractal images," *Journal of the Optical Society of America A*, vol. 7, pp. 1113–1123, 1990.
- [62] Base d'images couleur naturelles de référence Kodak PhotoCD PCD0992. [En ligne] <http://r0k.us/graphics/kodak/>
- [63] D. Landgrebe, "Hyperspectral image data analysis," *IEEE Signal Processing Magazine*, vol. 19, pp. 17–28, 2002.
- [64] A. B. Lee, D. Mumford & J. Huang, "Occlusion models for natural images : A statistical study of a scale-invariant dead leaves model," *International Journal of Computer Vision*, vol. 41, pp. 35–59, 2001.
- [65] J. Lévy Véhel & P. Mignot, "Multifractal segmentation of images," *Fractals*, vol. 2, pp. 371–377, 1994.
- [66] J. Lévy Véhel & C. Tricot, "Analyse fractale et multifractale en traitement des signaux," *Lois d'Échelle, Fractales et Ondelettes*, vol. 1, pp. 19–69, 2002.
- [67] S. Lian, "Image authentication based on fractal features," *Fractals*, vol. 16, pp. 287–297, 2008.
- [68] M. Liljenstam & A. T. Ogielski, "Crossover scaling effects in aggregated tcp traffic with congestion losses," *ACM SIGCOMM Computer Communication Review*, vol. 32, pp. 89–100, 2002.
- [69] N. Lu, *Fractal Imaging*. New York : Academic Press, 1997.
- [70] P. Makris, E. Riout & N. Vincent, "Méthode globale d'indexation d'images par statistiques de motifs," in *Actes du 19ème colloque GRETSI sur le Traitement du Signal et des Images*, vol. 3, Paris, France, 8–11 sept. 2003, pp. 38–41.
- [71] S. G. Mallat, *A Wavelet Tour of Signal Processing*. New York : Academic Press, 1999.
- [72] B. B. Mandelbrot & J. W. V. Ness, "Fractional brownian motion, fractional noises and applications," *SIAM Review*, vol. 10, pp. 422–438, 1968.
- [73] B. B. Mandelbrot, *The Fractal Geometry of Nature*. San Francisco : Freeman, 1983.
- [74] X. Mao, B. Chen & I. Muta, "Affective property of image and fractal dimension," *Chaos, Solitons & Fractals*, vol. 15, pp. 905–910, 2003.
- [75] G. Matheron, "Schéma booléen séquentiel de partition aléatoire," Centre de Morphologie Mathématique, École des Mines de Paris, rapport technique 83, 1968.
- [76] G. Matheron, *Random Sets and Integral Geometry*. New York : Wiley, 1975.
- [77] A. Muñoz-Diosdado, L. Guzmán-Vargas, A. Remírez-Rojas, J. L. D. Río-Correa & F. Angulo-Brown, "Some cases of crossover behavior in heart interbeat and electroseismic time series," *Fractals*, vol. 13, pp. 253–263, 2005.
- [78] J. R. Mureika, C. C. Dyer & G. C. Cupchik, "Multifractal structure in nonrepresentational art," *Physical Review E*, vol. 72, pp. 046 101,1–15, 2005.

- [79] M. Naud, “Contribution au développement d’outils d’aide à la conception assistée par la réalité virtuelle et augmentée : application au domaine du textile/habillement,” thèse de doctorat, École Doctorale d’Angers, 2008.
- [80] M. Naud, P. Richard, F. Chapeau-Blondeau & J.-L. Ferrier, “Automatic generation of aesthetic images for computer-assisted virtual fashion design,” in *Proceedings 10th Generative Art Conference*, Milan, Italie, December 2007.
- [81] R. B. Nelsen, *An Introduction to Copulas*. Berlin : Springer, 1999.
- [82] B. A. Olshausen & D. J. Field, “Vision and the coding of natural images,” *American Scientist*, vol. 88, pp. 238–245, 2000.
- [83] OpenCV (Open Source Computer Vision). [En ligne] <http://opencvlibrary.sourceforge.net/>
- [84] M. T. Orchard & C. A. Bouman, “Color quantization of images,” *IEEE Transactions on Signal Processing*, vol. 39, pp. 2677–2690, 1991.
- [85] Oxygen|be only, la mode en caoutchouc, 275 rue des Forges, Zone industrielle Èvre et Loire, 49600 Beaupréau. [En ligne] <http://www.be-only.com/>
- [86] C. Párraga, G. Brelstaff & T. Troscianko, “Color and luminance information in natural scenes,” *Journal of the Optical Society of America A*, vol. 15, pp. 563–569, 1998.
- [87] H.-O. Peitgen, D. Saupe & M. F. Barnsley, *The Science of Fractal Images*. Berlin : Springer, 1988.
- [88] A. P. Pentland, “Fractal-based description of natural scenes,” *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, vol. 6, pp. 661–674, 1984.
- [89] E. Perrin, R. Harba, C. Berzin-Joseph, I. Iribarren & A. Bonami, “ n th-order fractional brownian motion and fractional gaussian noises,” *IEEE Transactions on Signal Processing*, vol. 49, pp. 1049 – 1059, 2001.
- [90] E. Perrin, R. Harba, R. Jennane & I. Iribarren, “Fast and exact synthesis for 1-d fractional brownian motion and fractional gaussian noises,” *IEEE Signal Processing Letters*, vol. 9, pp. 382 – 384, 2002.
- [91] B. Pesquet-Popescu & J. L. Vehel, “Stochastic fractal models for image processing,” *IEEE Signal Processing Magazine*, vol. 19, pp. 48–62, 2002.
- [92] M. Pharr, G. Humphreys & G. Humphreys, *Physically Based Rendering : from Theory to Implementation*. Elsevier/Morgan Kaufmann, 2004.
- [93] C. Portefaix, C. Cavaro-Ménard & F. Chapeau-Blondeau, “Modelling of fractal images with iterated function systems : moment matching, continuity of attractors,” *3rd International Symposium on Physics in Signal & Image Processing*, pp. 113–116, 2003.
- [94] H. Potlapalli & R. C. Luo, “Fractal-based classification of natural textures,” *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, vol. 45, pp. 142–150, 1998.
- [95] Persistence of vision raytracer. [En ligne] <http://www.povray.org/>

- [96] Processing, an open source programming language and environment for images, animation, and interactions. [En ligne] <http://www.processing.org/>
- [97] ControlP5, a GUI (graphical user interface) library for Processing. [En ligne] <http://www.sojamo.de/libraries/controlP5/>
- [98] Processing : OpenCV Library. [En ligne] <http://ubaa.net/shared/processing/opencv/>
- [99] PeasyCam, a dead-simple mouse-driven camera for Processing. [En ligne] <http://mrfeinberg.com/peasycam/>
- [100] D. L. Ruderman, "The statistics of natural images," *Network : Computation in Neural Systems*, vol. 5, pp. 517–548, 1994.
- [101] D. L. Ruderman, "Origins of scaling in natural images," *Vision Research*, vol. 37, pp. 3385–3398, 1997.
- [102] D. L. Ruderman & W. Bialek, "Statistics of natural images : Scaling in the woods," *Physical Review Letters*, vol. 73, pp. 814–817, 1994.
- [103] A. Saucier, "Méthodes multifractales pour l'analyse d'images et de signaux," in *Lois d'Échelle, Fractales et Ondelettes*, P. Abry, P. Gonçalves & J. L. Véhel, Eds. Paris : Hermes, 2002, vol. 2, pp. 165–206.
- [104] M. R. Schroeder, *Fractals, Chaos, Power Laws : Minutes from an Infinite Paradise*. New York : Freeman, 1991.
- [105] G. Sharma, *Digital Color Imaging Handbook*. Boca Raton : CRC Press, 2003.
- [106] A. Srivastava, A. B. Lee, E. P. Simoncelli & S. C. Zhu, "On advances in statistical modeling of natural images," *Journal of Mathematical Imaging and Vision*, vol. 18, pp. 17–33, 2003.
- [107] A. Srivastava, X. Liu & U. Grenander, "Universal analytical forms for modeling image probabilities," *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, vol. 24, pp. 1200–1214, 2002.
- [108] H. E. Stanley, L. A. N. Amaral, A. L. Goldberger, S. Havlin, P. C. Ivanov & C. K. Peng, "Statistical physics and physiology : monofractal and multifractal approaches," *Physica A*, vol. 270, pp. 309–324, 1999.
- [109] H. E. Stanley & P. Meakin, "Multifractal phenomena in physics and chemistry," *Nature*, vol. 335, pp. 405–409, 1988.
- [110] Z.-Y. Su, T. Wu & S.-Y. Wang, "Local scaling and multifractal spectrum analyses of DNA sequences — GenBank data analysis," *Chaos, Solitons & Fractals*, vol. 40, pp. 1750–1765, 2009.
- [111] J. Suckling, A. M. Wink, F. A. Bernard, A. Barnes & E. Bullmore, "Endogenous multifractal brain dynamics are modulated by age, cholinergic blockade and cognitive performance," *Journal of Neuroscience Methods*, vol. 174, pp. 292–300, 2008.
- [112] T. Syeda-Mahmood & D. Petkovic, "On describing color and shape information in images," *Signal Processing : Image Communication*, vol. 16, pp. 15–31, 2000.

- [113] R. P. Taylor, R. Guzman, T. P. Martin, G. D. R. Hall, A. P. Micolich, D. Jonas, B. C. Scannell, M. S. Fairbanks & C. A. Marlow, “Authenticating Pollock paintings using fractal geometry,” *Pattern Recognition Letters*, vol. 28, pp. 695–702, 2007.
- [114] J. Theiler, “Estimating fractal dimension,” *Journal of the Optical Society of America A*, vol. 7, pp. 1055–1073, 1990.
- [115] D. J. Tolhurst, Y. Tadmor & T. Chao, “Amplitude spectra of natural images,” *Ophthalmic and Physiological Optics*, vol. 12, pp. 229–232, 1992.
- [116] A. Trémeau, C. Fernandez-Maloigne & P. Bonton, *Image Numérique Couleur*. Paris : Dunod, 2004.
- [117] T. K. Truong, C. M. Kung, J.-H. Jeng & M. L. Hsieh, “Fast fractal image compression using spatial correlation,” *Chaos, Solitons & Fractals*, vol. 22, pp. 1071–1076, 2004.
- [118] A. Turiel, “Relevance of multifractal textures in static images,” *Electronic Letters on Computer Vision and Image Analysis*, vol. 1, pp. 35–49, 2003.
- [119] A. Turiel & A. del Pozo, “Reconstructing images from their most singular fractal manifold,” *IEEE Transactions on Image Processing*, vol. 11, pp. 345–350, 2002.
- [120] A. Turiel, N. Parga, D. L. Ruderman & T. W. Cronin, “Multiscaling and information content of natural color images,” *Physical Review E*, vol. 62, pp. 1138–1148, 2000.
- [121] M. J. Turner, J. M. Blackledge & P. R. Andrews, *Fractal Geometry in Digital Imaging*. New York : Academic Press, 1998.
- [122] A. Watt & M. Watt, *Advanced Animation and Rendering Techniques : Theory and Practice*. ACM Press, 1992.
- [123] M. A. Webster & J. Mollon, “Adaptation and the color statistics of natural images,” *Vision Research*, vol. 37, pp. 3283–3298, 1997.
- [124] B. Wohlberg & G. D. Jager, “A review of the fractal image coding literature,” *IEEE Transactions on Image Processing*, vol. 8, pp. 1716–1729, 1999.
- [125] Y. Zheng, J. Gao, J. C. Sanchez, J. C. Principe & M. S. Okun, “Multiplicative multifractal modeling and discrimination of human neuronal activity,” *Physics Letters A*, vol. 344, pp. 253–264, 2005.

**Concepts et outils fractals
pour l'analyse et la synthèse en imagerie couleur.**

Résumé : Les images naturelles sont des structures complexes. Leur modélisation est essentielle à de nombreuses tâches en traitement d'images, et des progrès restent encore à réaliser dans ce sens. Des propriétés d'autosimilarité en échelle ont été observées dans l'organisation spatiale des images naturelles. Au-delà de leur organisation spatiale, nous abordons ici leur organisation colorimétrique. Différents outils de caractérisation fractale sont identifiés et mis en œuvre. L'application de ces outils sur les histogrammes tridimensionnels des images couleur nous permet de mettre en évidence, et de caractériser, des propriétés fractales dans leur organisation colorimétrique. Par ailleurs, nous abordons aussi, en synthèse d'images, de nouvelles applications des concepts fractals pour les images couleur, le contrôle de leurs propriétés et la génération automatique de motifs décoratifs. Des collaborations applicatives ont été développées durant la thèse en vue de valoriser ces travaux, notamment dans le cadre du dispositif de doctorant-conseil, et en direction de l'industrie du textile-habillement.

Mots clés : Images couleur, Analyse d'image, Histogramme couleur, Analyse multiéchelle, Autosimilarité, Fractal, Multifractal, Modélisation d'image, Synthèse d'image.

**Concepts and tools from fractal geometry
for analysis and synthesis in color imaging.**

Abstract : Natural images are complex structures. Their modeling is essential for many tasks in image processing, and progress remains to be done in this direction. Properties of self-similarity in scale were observed in the spatial organization of natural images. Beyond their spatial organization, we address here their colorimetric organization. Several tools for fractal characterization are identified and implemented. Application of these tools on the three-dimensional histograms from color images allow us to reveal and characterize fractal properties in their colorimetric organization. Furthermore, we also consider, in image synthesis, new applications of fractal concepts for color images, the control of their properties and the automatic generation of decorative patterns. Applicative collaborations have been developed during the doctoral thesis in order to valorize this work, especially in the context of the "doctorant-conseil" program, and towards the industry of textile and clothing.

Keywords : Color images, Image analysis, Color histogram, Multiscale analysis, Self-similarity, Fractal, Multifractal, Image modeling, Image synthesis.
