

N° d'ordre 2010-ISAL-071
Année 2010

Thèse

Optimisation de la vérification de l'équation vibroacoustique des plaques sur un échantillonnage spatial

Application au bruit intérieur des avions

Présentée devant
L'institut National des Sciences Appliquées de Lyon

Pour obtenir
Le grade de docteur

École doctorale
MEGA (Mécanique, Energétique, Génie civil, Acoustique)

Spécialité
Acoustique

Par
Olivier Collery
Ingénieur diplômé de l'UTC (France) & TU Braunschweig (Allemagne)

Soutenue le 5 octobre 2010 devant la Commission d'examen

Jury MM.

W. Desmet	Rapporteur	KU Leuven (Belgique)
J.-L. Guyader	Directeur de thèse	INSA Lyon (France)
S. A. Hambric	Rapporteur	Penn State University (USA)
F. Marrot	Examineur	Eurocopter (France)
C. Maury	Président du jury	Centrale Marseille (France)
P. Neple	Co-encadrant	Airbus Operations S.A.S (France)

Laboratoire de recherche : Laboratoire Vibrations Acoustique de l'INSA Lyon

**INSA Direction de la Recherche - Ecoles Doctorales - Quadriennal
2007-2010**

SIGLE	ECOLE DOCTORALE	NOM ET COORDONNEES DU RESPONSABLE
CHIMIE	<u>CHIMIE DE LYON</u> http://sakura.cpe.fr/ED206 M. Jean Marc LANCELIN Insa : R. GOURDON	M. Jean Marc LANCELIN Université Claude Bernard Lyon 1 Bât CPE 43 bd du 11 novembre 1918 69622 VILLEURBANNE Cedex Tél : 04.72.43 13 95 Fax : lancelin@hikari.cpe.fr
E.E.A.	<u>ELECTRONIQUE, ELECTROTECHNIQUE, AUTOMATIQUE</u> http://www.insa-lyon.fr/eea M. Alain NICOLAS Insa : D. BARBIER ede2a@insa-lyon.fr Secrétariat : M. LABOUNE AM. 64.43 – Fax : 64.54	M. Alain NICOLAS Ecole Centrale de Lyon Bâtiment H9 36 avenue Guy de Collongue 69134 ECULLY Tél : 04.72.18 60 97 Fax : 04 78 43 37 17 eea@ec-lyon.fr Secrétariat : M.C. HAVGOUDOUKIAN
E2M2	<u>EVOLUTION, ECOSYSTEME, MICROBIOLOGIE, MODELISATION</u> http://biomserv.univ-lyon1.fr/E2M2 M. Jean-Pierre FLANDROIS Insa : H. CHARLES	M. Jean-Pierre FLANDROIS CNRS UMR 5558 Université Claude Bernard Lyon 1 Bât G. Mendel 43 bd du 11 novembre 1918 69622 VILLEURBANNE Cédex Tél : 04.26 23 59 50 Fax 04 26 23 59 49 06 07 53 89 13 e2m2@biomserv.univ-lyon1.fr
EDIIS	<u>INFORMATIQUE ET INFORMATION POUR LA SOCIETE</u> http://ediis.univ-lyon1.fr M. Alain MILLE Secrétariat : I. BUISSON	M. Alain MILLE Université Claude Bernard Lyon 1 LIRIS - EDIIS Bâtiment Nautibus 43 bd du 11 novembre 1918 69622 VILLEURBANNE Cedex Tél : 04.72. 44 82 94 Fax 04 72 44 80 53 ediis@liris.cnrs.fr - alain.mille@liris.cnrs.fr
EDISS	<u>INTERDISCIPLINAIRE SCIENCES-SANTE</u> Sec : Safia Boudjema M. Didier REVEL Insa : M. LAGARDE	M. Didier REVEL Hôpital Cardiologique de Lyon Bâtiment Central 28 Avenue Doyen Lépine 69500 BRON Tél : 04.72.68 49 09 Fax :04 72 35 49 16 Didier.revel@creatis.uni-lyon1.fr
Matériaux	<u>MATERIAUX DE LYON</u> M. Jean Marc PELLETIER Secrétariat : C. BERNAVON 83.85	M. Jean Marc PELLETIER INSA de Lyon MATEIS Bâtiment Blaise Pascal 7 avenue Jean Capelle 69621 VILLEURBANNE Cédex Tél : 04.72.43 83 18 Fax 04 72 43 85 28 Jean-marc.Pelletier@insa-lyon.fr
Math IF	<u>MATHEMATIQUES ET INFORMATIQUE FONDAMENTALE</u> M. Pascal KOIRAN Insa : G. BAYADA	M.Pascal KOIRAN Ecole Normale Supérieure de Lyon 46 allée d'Italie 69364 LYON Cédex 07 Tél : 04.72.72 84 81 Fax : 04 72 72 89 69 Pascal.koiran@ens-lyon.fr Secrétariat : Fatine Latif - latif@math.univ-lyon1.fr
MEGA	<u>MECANIQUE, ENERGETIQUE, GENIE CIVIL, ACOUSTIQUE</u> M. Jean Louis GUYADER Secrétariat : M. LABOUNE PM : 71.70 –Fax : 87.12	M. Jean Louis GUYADER INSA de Lyon Laboratoire de Vibrations et Acoustique Bâtiment Antoine de Saint Exupéry 25 bis avenue Jean Capelle 69621 VILLEURBANNE Cedex Tél :04.72.18.71.70 Fax : 04 72 18 87 12 mega@lva.insa-lyon.fr
ScSo	<u>ScSo*</u> M. BRAVARD Jean Paul Insa : J.Y. TOUSSAINT	M. BRAVARD Jean Paul Université Lyon 2 86 rue Pasteur 69365 LYON Cedex 07 Tél : 04.78.69.72.76 Fax : 04.37.28.04.48 Jean-paul.bravard@univ-lyon2.fr

*ScSo : Histoire, Géographie, Aménagement, Urbanisme, Archéologie, Science politique, Sociologie, Anthropologie

Remerciements

J'adresse tout d'abord mes remerciements à M. Michel Pacull, ex-Responsable du Département Acoustique et Environnement d'Airbus Operations S.A.S, pour m'avoir permis d'intégrer le service Bruit Intérieur & Champ Proche afin de mener à bien ce travail de thèse sous contrat CIFRE, en collaboration avec le Laboratoire Vibrations Acoustique de l'INSA Lyon et l'Association Nationale de la Recherche et de la Technologie (ANRT).

Je tiens ensuite à exprimer mes remerciements à mes deux encadrants, qui m'ont accompagné pendant ces trois années de thèse.

Merci à M. Jean-Louis Guyader, Professeur de l'INSA Lyon, pour ses qualités pédagogiques et pour m'avoir fait bénéficier de son expertise. J'ai pu apprécier sa disponibilité et nos nombreux échanges qui ont largement contribué à la réussite de mon doctorat.

Merci à Mme Pascale Neple, Coordinatrice recherche du Bruit Intérieur & Champ Proche chez Airbus, pour son accompagnement technique dans l'application industrielle de ma thèse.

Merci également aux membres du jury, qui ont accepté d'évaluer mon travail : M. Cédric Maury, Professeur de Centrale Marseille, pour avoir présidé mon jury, MM. les Professeurs Wim Desmet de KU Leuven et Stephen A. Hambric de Penn State University, pour avoir accepté d'être les rapporteurs de ce manuscrit. Merci à eux pour leurs remarques constructives. Merci enfin à M. Franck Marrot, Responsable du service Acoustique et Vibrations d'Eurocopter, pour avoir examiné mon mémoire et avoir participé à mon jury de thèse.

Je remercie aussi tous les membres du LVA pour leur accueil et les bons moments passés ensemble : Bernard, Charles (ex LVA), Corinne, Etienne, Fabien (ex LVA), Goran, Laurent, Meriem, Nathalie, Nicolas et Quentin. Je remercie tout particulièrement Céline, ma cobureau, pour m'avoir enseigné la science expérimentale à force de rigueur et de patience, et pour sa grande sympathie. Un grand merci aussi à Daniel, travailleur de l'ombre, pour son aide précieuse dans mes expérimentations.

Je n'oublie pas ceux qui ont partagé ces instants lyonnais au LVA, thésards ou non : Mathieu, François, Ludovic, Cédric, Erald, Laurent, Husnain, Jean-Daniel et Song. Merci pour cette bonne ambiance propice à la prise de recul et ravi de vous avoir fait découvrir la Crêpes-Party.

Merci à l'ensemble du Département Acoustique et Environnement d'Airbus Operations S.A.S pour son accueil. Un merci tout particulier à mes collègues du service EDEA5 : Aurélie, François, Manuel, Nathalie et Sophie, à la fois pour le temps consacré aux conseils techniques, mais aussi pour leur bonne humeur.

Merci aussi à mes chefs successifs pour leur confiance : Michel Pacull, Armand Malagoli, Rüdiger Thomas, Klaus Debatin, Sylvain Miklaszewski, Klaus Renger et Christophe Ligu.

Merci grandement à ma famille et plus particulièrement à mes parents, ma soeur et mon frère pour m'avoir accompagné pendant ces années entre Lyon et Toulouse, et pour toutes les autres aussi.

Une pensée toute particulière à ma femme Delphine qui m'a accompagné pendant ces trois années. Merci pour ton soutien inconditionnel !

Résumé

Ce travail de thèse s'inscrit dans la problématique du bruit intérieur des avions et propose d'étudier l'intérêt acoustique de l'utilisation de patchs viscoélastiques sur la peau de l'avion. La masse de ces traitements est aujourd'hui considérée comme pénalisante. Une optimisation en terme de taille et de placement est donc envisagée. Plusieurs excitations sont considérées chez Airbus pour évaluer une technologie amortissante : les excitations mécanique et acoustique en laboratoire ou lors d'essais au sol et l'excitation réelle aérodynamique en conditions de vol. La stratégie adoptée est choisie analytique pour couvrir la large gamme de fréquences de cette problématique avec des temps de calcul performants.

Ce mémoire de thèse propose une approche originale calculant le rayonnement acoustique de plaques amorties localement. Cette approche présente les intérêts suivants : s'absoudre des difficultés de calcul des impédances de rayonnement mises en avant dans la littérature et être particulièrement adaptée aux structures complexes de l'avion. L'apport scientifique de cette thèse en terme de modélisation réside dans les deux points suivants. En premier lieu, une approche de calcul vibroacoustique basée sur la minimisation de l'erreur de vérification de l'équation de mouvement sur un échantillonnage spatial est développée. En second lieu, un formalisme par fonctions Dirac est mis en oeuvre pour simuler les hétérogénéités aux limites d'un patch amortissant localisé.

Ce modèle analytique est appliqué à des plaques planes finies non raidies où un traitement amortissant localisé, une plaque multicouche ou une plaque à épaisseur variable peuvent être considérés. Pour des structures plus complexes comme courbes ou raidies, le principe de résolution reste valide mais l'équation de mouvement devra être enrichie. Les études présentées dans ce mémoire sont toutes menées à température ambiante. Une validation numérique pour les excitation mécanique, acoustique et aérodynamique ainsi qu'une validation expérimentale sous excitation champ diffus sont menées. Les différents résultats démontrent une très bonne précision du modèle développé : le couplage fluide-structure et l'amortissement localisé sont correctement modélisés. Une attention toute particulière est aussi portée sur le choix du modèle d'excitation aérodynamique. Le choix du modèle influe nettement sur les niveaux absolus mais peu sur les niveaux relatifs, il en ressort le besoin de validation expérimentale en conditions de vol même si la difficulté de telles mesures se pose.

Une étude expérimentale a été menée dégagant des premières tendances d'optimisation de la taille des traitements. En utilisant le modèle développé, une étude numérique a ensuite approfondi cette analyse et l'a étendu à l'influence de l'excitation et du placement. Les excitations acoustique et aérodynamique influent de manière clairement différente. Les effets de taille et de placement du patch sont finalement étudiés sur un cas particulier sous excitation aérodynamique en conditions réalistes. Le comportement non linéaire observé de l'effet de taille par rapport à la masse ajoutée

permet de définir un optimum. L'importance de la position du patch apparaît comme minime sauf en basses fréquences où les phénomènes modaux sont marqués.

Les réalisations présentées dans ce travail de thèse offrent un outil prédictif performant et adapté à la problématique industrielle du bruit intérieur des avions. Des extensions sont certes nécessaires pour considérer des structures encore plus réalistes mais l'approche développée appréhende d'ores et déjà l'optimisation de traitements amortissants en considérant la masse induite.

Abstract

This PhD thesis deals with the use of damping patches on aircraft skins to reduce interior noise. Induced mass penalties are considered high today, hence the interest of damping size and placement optimizations. Three excitations are used by Airbus to assess a damping technology : mechanical (laboratory or ground tests), acoustic (laboratory or ground tests) and aerodynamic (flight tests) excitations. The strategy adopted to study the acoustic benefit of such treatments is chosen analytical so as to cover the large frequency band associated with low computation time.

An original approach is first of all proposed to compute sound radiation from locally damped plates. The advantages of this method are twofold : first avoid difficulties of radiation impedances calculation and then handle complex aircraft structures. The scientific outcome in term of modelisation lies in the two following points. First an approach based on the minimization of error on a sample of observation points has been developed to solve vibroacoustic equations. A method handling Dirac delta functions to model heterogeneities at localized damping patch boundaries is then proposed.

The analytical model developed is applied to unstiffened finite flat plates where a localized damping treatment, a multilayer plate or a varying thickness can be considered. The principle of the method remains valid for curved or stiffened plates, only the equation of motion must be adapted. All studies presented in this manuscript are led at ambient temperature. Numerical validations for mechanical, acoustic and aerodynamic excitations and an experimental validation for acoustic excitation are led. Results prove a very good accuracy of the method developed : fluid-structure interaction so as localized damping are well modeled. The focus is also put on the choice of the aerodynamic excitation model. It is pointed out a strong influence of the model for absolute levels and a low influence for relative levels, in-flight validation appear to be necessary even if such flight tests are challenging.

An experimental study led on localized damping patches under acoustic excitation have pointed out some tendencies for damping patch size optimization. Using the method developed, a numerical study has then detailed this analysis and extended it to excitation and damping patch placement influences. Acoustic and aerodynamic excitation play clearly different roles in damping impact assessment. Damping patch size and placement effects are finally analyzed under aerodynamic excitation in realistic conditions. A non-linear behavior of the size versus the added mass is observed allowing definition of an optimum. The placement of the damping treatment is presented to be critical only at low frequencies where modal phenomena dominate.

This PhD work gives an accurate prediction tool adapted to the industrial needs of aircraft interior noise control. Extensions are of course necessary to consider more realistic structures but the present method allows already the optimization of damping treatments with regard to mass constraints.

Publications

Ce travail de thèse a fait l'objet de plusieurs publications dans des revues ou congrès, celles-ci sont listées ci-dessous.

JOURNAUX AVEC COMITÉ DE LECTURE

O. Collery and J.-L. Guyader, "Solving the vibroacoustic equations of plates by Minimization of Error on a Sample of Observation Points", *J. Acous. Soc. Am.* **127(3)**, 1347-1357 (2010)

O. Collery, J.-L. Guyader and P. Neple, "Add-on damping patch efficiency on sound transmission of a thin plate under aerodynamic or acoustic excitation", *Noise Control Eng. J.* **58(3)**, May-June (2010)

O. Collery, J.-L. Guyader and P. Neple, "Sound radiation from plates with discontinuous properties : application to plates partially covered with damping patch", *Submitted to the J. Acous. Soc. Am.* (2010)

CONGRÈS

O. Collery and J.-L. Guyader, "A formulation based on modal optimization for predicting sound radiation from fluid-loaded aircraft structures", Proc. *2nd ASA-EAA joint conference, Acoustics'08*, Paris, France (2008)

O. Collery and J.-L. Guyader, "A method based on sample of observation points for predicting sound radiation from fluid-loaded aircraft structures : the aliasing treatment", Proc. *NOVEM 2009*, Oxford, UK (2009)

O. Collery, J.-L. Guyader and P. Neple, "Add-on damping patches efficiency on sound transmission of a thin plate under aerodynamic or acoustic excitation", Proc. *Inter-Noise09*, Ottawa, Canada (2009)

Nomenclature

Les notations principales sont regroupées ici, celles apparaissant localement ont été volontairement omises. Les notations utilisées dans les publications ne sont pas mentionnées ici.

INDICATEURS VIBROACOUSTIQUES

W_{rad}	Puissance acoustique rayonnée (dB)
V^2	Vitesse quadratique moyenne (dB)
σ	Facteur de rayonnement (dB)
TL	Transmission Loss - Indice d'affaiblissement acoustique (dB)
IL	Insertion Loss - Perte par insertion (dB)
L_{acc}	Niveau d'accélération (dB)
ΔL_{acc}	Impact sur le niveau d'accélération (dB)
ε	Efficacité acoustique d'un traitement amortissant (dB.kg ⁻¹)

CARACTÈRES GRECS

α_x, α_y	Taux de décroissance de la cohérence spatiale suivant x et y
γ	Accélération (m.s ⁻²)
$\Delta(= \nabla^2)$	Opérateur Laplacien
δ	Épaisseur de couche limite (m) ou Fonction Dirac
δ^*	Longueur de déplacement de couche limite (m)
ζ_x, ζ_y	Décalages spatiaux suivant x et y (m)
η	Facteur de perte structural (%)
η_r	Facteur de perte acoustique de la chambre réverbérante (%)
Λ_x, Λ_y	Longueurs de corrélation suivant x et y (m)
ρ	Densité du matériau (kg.m ⁻³)
ρ_0	Densité du fluide (kg.m ⁻³)
ν	Coefficient de Poisson
$\Phi_p(\omega)$	Autospectre de pression pariétale à la pulsation ω (Pa ² .Hz ⁻¹)
$\Phi_p(k_x, k_y, \omega)$	Interspectre de pression pariétale à la pulsation ω (Pa ² .Hz ⁻¹)
Ψ_{pqr}	Déformée propre de la salle vibroacoustique
ω	Pulsation (rad.s ⁻¹)

CARACTÈRES LATINS

a	Longueur de la plaque suivant x (m)
b	Largeur de la plaque suivant y (m)
c	Célérité du son (m.s^{-1})
c_f	Célérité de l'onde de flexion (m.s^{-1})
D	Rigidité de flexion (N.m)
E	Module d'Young (N.m^{-2})
F	Force (N)
f	Fréquence (Hz)
f_c	Fréquence critique (Hz)
f_{ca} ou f_a	Fréquence de coïncidence aérodynamique (Hz)
f_{lim}	Fréquence de coupure (Hz)
h	Épaisseur de la plaque suivant z (m)
j	Nombre complexe
k_x, k_y	Nombres d'onde suivant x et y (m^{-1})
k_0	Nombre d'onde acoustique (m^{-1})
L	Longueur de développement de la couche limite turbulente (m)
L_x, L_y, L_z	Dimensions de la salle réverbérante suivant x, y et z (m)
m_a	Masse ajoutée (kg)
M_c	Nombre de Mach
N_x, N_y	Nombre d'échantillons suivant x et y
p	Pression acoustique (Pa)
p_0	Pression du chargement fluide (Pa)
P_r^2	Pression quadratique moyenne de la salle réverbérante (Pa^2)
p_{rad}	Pression acoustique rayonnée (Pa)
Re	Nombre de Reynolds
S	Surface de la plaque (m^2)
S_h	Nombre de Strouhal
T	Température (K)
T_g	Température de transition vitreuse (K)
T_r	Temps de réverbération (s)
U_c	Vitesse de convection (m.s^{-1})
U_∞	Vitesse d'écoulement - True air speed (m.s^{-1})
V	Volume de la salle réverbérante (m^3)
W	Déplacement en flexion (m)
W_{inc}	Puissance incidente (W)
Z	Impédance de rayonnement (Pa.s.m^{-1})

SIGLES

ASA	Acoustical Society of America
CFRP	Carbon Fiber Reinforced Plastics
DMTA	Dynamic Mechanical Thermal Analysis
EAA	European Acoustics Association
ECS	Environmental Control System
FL	Flight Level
GAUS	Groupe d'Acoustique de l'Université de Sherbrooke
INSA	Institut National des Sciences Appliquées
JASA	Journal of the Acoustical Society of America
LES	Large Eddy Simulation
LVA	Laboratoire Vibrations Acoustique
MESOP	Minimization of Error on a Sample of Observation Points
NCEJ	Noise Control Engineering Journal
NOVEM	NOise and Vibration : Emerging Methods
PCLD	Passive Constrained Layer Damping
SIL	Speech Interference Level
WLF	Williams Landel Ferry

Table des matières

Remerciements	iii
Résumé	v
Abstract	vii
Publications	ix
Nomenclature	xi
Introduction générale	1
1 Problématique et synthèse bibliographique	3
1.1 Contexte aéronautique	4
1.1.1 Le cockpit et la cabine : des structures hétérogènes	4
1.1.2 Sources de bruit intérieur	4
1.1.3 Bruit intérieur des avions : les enjeux	5
1.1.4 Réduction du bruit intérieur des avions	6
1.2 Objectifs	7
1.3 État de l'art	8
1.3.1 Rayonnement acoustique des plaques	8
1.3.2 La couche limite turbulente : un enjeu majeur	13
1.3.3 Contrôle par traitement amortissant passif	24
1.3.4 Matériaux viscoélastiques	26
1.3.5 Amortissement localisé	31
1.4 Synthèse et méthodologie	32
2 Calcul du rayonnement acoustique de plaques par minimisation de l'erreur sur un échantillonnage de points d'observation	33
2.1 Introduction	33
2.2 Principe de la méthode MESOP	34
2.2.1 Article publié au JASA	34
2.2.2 Résumé	45
2.3 Généralisation de la méthode MESOP	45
2.3.1 Acte du congrès NOVEM 2009	45
2.3.2 Résumé	55
2.4 Modélisation des excitations acoustique et aérodynamique	55

2.4.1	Un champ diffus à partir des propriétés physiques de la salle réverbérante . . .	55
2.4.2	La couche limite turbulente à partir d'interspectres semi-empiriques	58
2.5	Conclusion	66
3	Calcul du rayonnement acoustique de plaques amorties localement par un patch viscoélastique	69
3.1	Introduction	69
3.2	Modélisation de l'amortissement localisé par des fonctions dirac	69
3.2.1	Article soumis au JASA	69
3.2.2	Résumé	94
3.3	Conclusion	95
4	Caractérisation expérimentale du rayonnement acoustique de plaques amorties localement par un patch viscoélastique	97
4.1	Introduction	97
4.2	Dispositif expérimental	98
4.2.1	Propriétés des matériaux testés	98
4.2.2	Configurations testées	99
4.2.3	Excitation par champ diffus	100
4.3	Transparence acoustique sous excitation champ diffus	102
4.3.1	Résultats expérimentaux	102
4.3.2	Validation croisée du modèle analytique avec l'expérience et les éléments finis	103
4.4	Accélération sous excitation champ diffus	104
4.4.1	Résultats expérimentaux	104
4.4.2	Comparaison avec le modèle analytique	106
4.5	Conclusion	107
5	Caractérisation numérique du rayonnement acoustique de plaques amorties localement : application à l'excitation aérodynamique	109
5.1	Introduction	109
5.2	Influence du modèle de couche limite turbulente et des conditions d'écoulement sur la caractérisation d'un traitement amortissant	110
5.2.1	Définition de la structure et du traitement amortissant	110
5.2.2	Comparaison des six modèles de couche limite turbulente	111
5.2.3	Comparaison entre des conditions de vol et de soufflerie	112
5.3	Influence du champ exciteur et de la taille du patch sur l'impact du traitement amortissant	113
5.3.1	Article publié au N.C.E.J.	113
5.3.2	Résumé	122
5.4	Influence de la position du patch sur l'impact du traitement amortissant	123
5.4.1	Description des positions	123

5.4.2	Comparaison du rayonnement acoustique des différentes positions	123
5.5	Conclusion	126
Conclusion générale		127
A Acte du congrès Acoustics'08, 2nd ASA-EAA joint conference		131
B Validation expérimentale de la formulation multicouche		137
B.1	Introduction	137
B.2	Descriptif des essais	137
B.2.1	Montage expérimental	137
B.2.2	Configurations testées	139
B.3	Indicateurs vibroacoustiques	139
B.4	Comparaison des résultats expérimentaux et analytiques	140
B.5	Conclusion	143
Bibliographie		145

Introduction générale

Dans l'industrie du transport de passagers, l'amélioration du confort des véhicules reste un domaine par lequel les industriels peuvent différencier leurs produits des concurrents. Le confort d'un véhicule se caractérise par son équipement, son comportement vibratoire, son comportement acoustique et ses caractéristiques thermiques. Comme les autres, la composante acoustique est prise au sérieux par l'avionneur Airbus. Le bruit interne des avions concerne non seulement les passagers mais aussi le personnel navigant comme les pilotes. Un faible niveau de bruit réduit en effet la fatigue de l'équipage et augmente le confort ainsi que l'intelligibilité des communications.

Plusieurs sources causent ce bruit interne mais la couche limite turbulente due à l'écoulement de l'air sur la peau de l'avion en est la principale sur la majeure partie de l'avion. Plusieurs technologies existent pour réduire les niveaux acoustiques internes des avions. Parmi elles, ce mémoire de thèse se focalise en particulier sur la technologie des traitements amortissants passifs qui permettent de réduire le rayonnement acoustique de la peau de l'avion. En particulier, ces solutions peuvent représenter un intérêt dans le poste de pilotage où les espaces exigus limitent la place disponible pour les traitements passifs. L'utilisation de ces traitements amortissants passifs est soumise à des contraintes de masse puisqu'elle induit naturellement une consommation énergétique supplémentaire de l'avion. Les contraintes de masse sont en effet des facteurs dimensionnant dès la phase de conception d'un avion.

Afin de maîtriser cette pollution sonore, des outils numériques prédictifs sont utilisés chez Airbus. Ces outils ont pour objectif d'estimer le rayonnement acoustique de structures représentatives. La gamme de fréquences étant très large et la structure visée fortement hétérogène, l'approche analytique est adoptée pour limiter les temps de calcul.

Le premier chapitre dresse la problématique et les objectifs de ce mémoire de thèse en présentant tout d'abord le contexte industriel d'Airbus, ses enjeux et les objectifs de la thèse. Ce chapitre expose ensuite l'état de l'art dans les thématiques de rayonnement acoustique, couche limite turbulente et traitements passifs amortissants. La synthèse de ce chapitre définit enfin la stratégie adoptée pour atteindre les objectifs visés. Le problème est alors simplifié et est ramené au rayonnement acoustique de plaques finies hétérogènes non raidies.

Les moyens pour répondre à la problématique sont développés dans le deuxième et le troisième chapitre. Ils se consacrent respectivement au développement d'une formulation analytique innovante pour résoudre un problème vibroacoustique et d'une technique originale simulant les hétérogénéités locales liées à la pose d'un patch amortissant localisé. La formulation développée se base sur la minimisation de l'erreur de vérification de l'équation vibroacoustique sur un échantillonnage spatial de la plaque. Cette formulation est appliquée dans le deuxième chapitre aux excitations mécanique, acoustique et aérodynamique. L'approche par amortissement localisé est décrite dans le troisième

chapitre avec une application à l'excitation mécanique.

Le quatrième chapitre détaille une caractérisation expérimentale d'un traitement amortissant sous excitation champ diffus. Ce chapitre propose une analyse des mesures de transparences et vibrations réalisées sur des plaques localement amorties identiques à la validation numérique sous excitation mécanique. Ce chapitre traite de la validation croisée du modèle avec l'expérience et des calculs éléments finis. L'influence du champ exciteur sur la caractérisation acoustique d'un traitement amortissant est finalement soulignée.

Ce travail de thèse se clôt dans le cinquième chapitre par une étude numérique traitant de rayonnement acoustique de plaques amorties localement sous excitation aérodynamique. Il s'agit ici d'analyser l'influence du modèle d'excitation et des conditions d'excitation sur l'impact d'un traitement passif. Une comparaison des résultats d'impact du traitement amortissant sous les excitations couche limite turbulente et champ diffus est menée. Enfin, une analyse approfondie de l'influence de la taille et du placement d'un patch sur son efficacité est menée. Elle répond à des contraintes de développement gouvernées par la recherche de l'optimum (masse ajoutée, puissance acoustique dissipée).

Problématique et synthèse bibliographique

Sommaire

1.1	Contexte aéronautique	4
1.1.1	Le cockpit et la cabine : des structures hétérogènes	4
1.1.2	Sources de bruit intérieur	4
1.1.3	Bruit intérieur des avions : les enjeux	5
1.1.4	Réduction du bruit intérieur des avions	6
1.2	Objectifs	7
1.3	État de l'art	8
1.3.1	Rayonnement acoustique des plaques	8
1.3.1.1	Théorie des plaques	8
1.3.1.2	Couplage vibroacoustique : l'impédance de rayonnement	9
1.3.1.3	Modèles de rayonnement acoustique	12
1.3.2	La couche limite turbulente : un enjeu majeur	13
1.3.2.1	Paramètres de la couche limite	14
1.3.2.2	Modèles d'autospectre	16
1.3.2.3	Modèles d'interspectre	18
1.3.3	Contrôle par traitement amortissant passif	24
1.3.3.1	Applications et principe	24
1.3.3.2	Modélisation d'une structure multicouche	25
1.3.4	Matériaux viscoélastiques	26
1.3.4.1	Propriétés des matériaux viscoélastiques	26
1.3.4.2	Modélisation de la double dépendance température-fréquence	27
1.3.4.3	Moyens de mesures	29
1.3.5	Amortissement localisé	31
1.4	Synthèse et méthodologie	32

1.1 Contexte aéronautique

1.1.1 Le cockpit et la cabine : des structures hétérogènes

La structure du poste de pilotage et celle de la cabine sont relativement semblables et fortement hétérogènes (cf. figure 1.1). Elles se composent en effet tout d'abord d'une peau métallique ou composite dont l'épaisseur varie entre 1 et 5 mm environ. L'ensemble est ensuite raidi longitudinalement par des lisses et circonférentiellement par des cadres. Afin d'assurer une isolation thermophonique, de la laine de verre est finalement apposée sur la peau avant qu'un habillage commercial vienne recouvrir le tout. En ajout de ceci, citons la présence des portes cabine et des différents vitrages (structures multicouches) qui participent à rendre la structure davantage hétérogène.

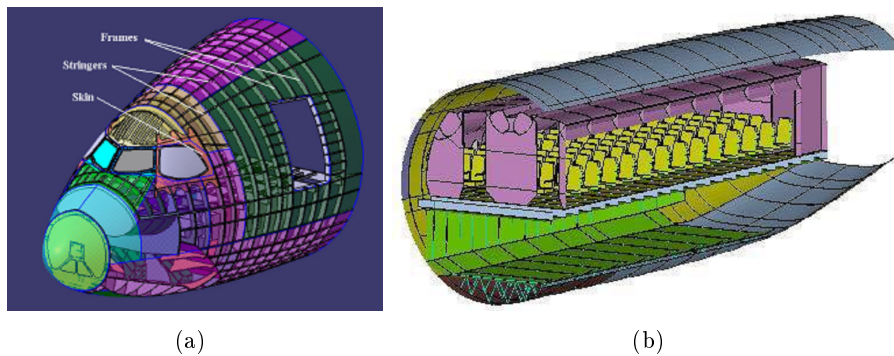


FIGURE 1.1 – Les structures hétérogènes du poste de pilotage (a) et de la cabine (b) (Source : Airbus)

1.1.2 Sources de bruit intérieur

En vol, différentes sources sont à l'origine du niveau de bruit intérieur des avions. Ces sources de bruit se décomposent en deux catégories, les sources internes et externes.

Sources externes :

- Couche limite turbulente : écoulement de l'air turbulent sur la paroi de la structure à vitesse élevée ;
- Bruit moteur (principalement source de bruit cabine) : rayonnement acoustique (turboréacteurs : bruit de soufflante, jet ; turbopropulseurs : hélice) et vibrations transmises (harmonique) provoquant un rayonnement acoustique de la structure.

Sources internes :

- Systèmes de conditionnement d'air, de contrôle de la température et de la pressurisation ;
- Equipements (avioniques, hydrauliques, électriques) et leur ventilation.

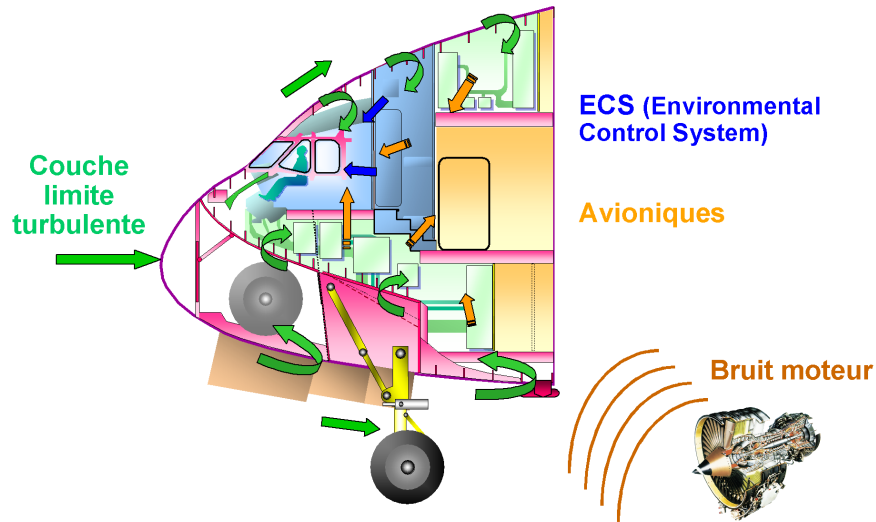


FIGURE 1.2 – Sources de bruit dans le poste de pilotage (Source : Airbus)

Ces sources de bruit sont illustrées par la figure 1.2 pour le cas particulier du poste de pilotage.

En prenant l'exemple du poste de pilotage Airbus, il est identifié que le niveau de bruit interne est piloté à partir de 300 Hz environ par la contribution aérodynamique, c'est-à-dire par l'excitation couche limite turbulente.

Le bruit intérieur avion d'origine aérodynamique a reçu une attention toute particulière dans la littérature [1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12]. En effet, la couche limite turbulente est certes une source prépondérante de bruit à l'intérieur des avions mais elle est amenée à émerger encore davantage avec le bruit des moteurs qui diminue. Par exemple, des mesures sur avions menées par Boeing [1, 2] ont montré que la couche limite turbulente et le bruit moteur étaient du même ordre de grandeur en terme de contribution au bruit intérieur en deçà de 800 Hz mais que la couche limite turbulente était prépondérante entre 1 et 2 kHz. Wilby et Gloyne [4, 5] ont présenté des résultats semblables, à savoir que le bruit de jet dominait pour la cabine en basses fréquences alors que la couche limite turbulente prenait le relais au-delà de 500 Hz.

1.1.3 Bruit intérieur des avions : les enjeux

Le bruit à l'intérieur des avions est un argument commercial majeur, c'est en effet un critère important pour les compagnies aériennes dans l'acquisition d'un appareil car le bruit intérieur impacte directement le confort. Plus particulièrement, le bruit intérieur est d'autant plus important que les pilotes des compagnies aériennes sont impliqués directement dans le processus d'achat d'un avion. En effet, un faible niveau de bruit dans un avion réduit la fatigue du personnel navigant mais aussi améliore l'intelligibilité des communications. Citons à ce sujet l'étude menée sur différents appareils où des mesures en vol de niveau de bruit avec et sans casques ont été réalisées [13].

Les bruits cabine et cockpit sont spécifiés par Airbus sous forme de garanties aux compagnies aériennes. Airbus se devant de proposer des niveaux de bruit inférieurs ou égaux à ceux des autres constructeurs aéronautiques, les aspects acoustiques sont donc considérés dès la phase avant-projet. Les niveaux de bruit intérieur sont exprimés à l'aide de deux indicateurs :

- le niveau d'intelligibilité de la parole ("Speech Interference Level" ou SIL) calculé en faisant la moyenne arithmétique des niveaux acoustiques des octaves 1, 2 et 4 kHz, il est exprimé en dB SIL3 ;
- le niveau global sommé sur les fréquences entre 44 Hz et 11.3 kHz puis filtré pour mieux respecter les spécificités de l'oreille humaine, il est exprimé en dB(A).

La problématique du bruit intérieur avion est donc large bande.

La source de bruit d'origine aérodynamique est primordiale. Elle contribue par exemple à hauteur environ de 95% du niveau acoustique global en dB(A) du poste de pilotage d'un turboréacteur.

Différents auteurs ont proposé des méthodes pour évaluer le bruit intérieur des avions (Pope *et al.* [14], Goransson [15], Montgomery [16], Landmann *et al.* [17] et Blakemore *et al.* [18]). Le lecteur est invité à lire tout particulièrement la synthèse faite par Wilby [19] en 1996 sur les activités liées à cette thématique depuis 1950.

L'enjeu majeur est donc de dimensionner et d'évaluer au plus juste l'acoustique interne d'un avion ce qui conduit à l'utilisation d'outils prédictifs performants.

1.1.4 Réduction du bruit intérieur des avions

Différents moyens sont mis en oeuvre pour réduire le bruit à l'intérieur des avions qui vont de la recherche de concepts en phase de pré-design aux traitements curratifs en passant par la réduction du bruit à la source. La synthèse de Wilby [19] donne une vision étendue des moyens mis en place. Parmi eux, **ce travail de thèse se focalise sur les traitements acoustiques passifs sous forme de patchs amortissants localisés** (cf. figure 1.3). Le choix des traitements passifs s'explique par leurs efficacités sur une large gamme de fréquences tandis que les applications "actives" sont limitées principalement aux basses fréquences et aux raies. Les patchs amortissants ont été souvent utilisés [6, 20] dans un contexte de contrôle des vibrations et/ou du bruit rayonné. D'autres traitements passifs existent comme la laine de verre mais pour la suite du mémoire, on prend comme convention de dénommer traitement passif uniquement la technologie de patch amortissant.

Les patchs amortissants sont particulièrement efficaces pour réduire les vibrations de turbopropulseurs. Dans le cas de turboréacteurs, leurs masses ajoutées sont souvent trop pénalisantes, d'où l'intérêt d'optimiser leur taille et leur placement. Il y a par conséquent un réel besoin de modélisation de ces traitements dans des buts de prédiction du gain acoustique mais aussi d'optimisation. L'objectif de cette optimisation est double : évaluer les influences de la taille et de l'emplacement du traitement, cela dans un contexte évident d'économie de masse ajoutée sur l'avion. Réduire la masse limite évidemment la consommation énergétique et rend donc plus économique l'exploitation de l'avion.



FIGURE 1.3 – Exemple d'utilisation de patches amortissants sur la peau de l'avion (Source : Airbus)

Une approche expérimentale est complémentaire à l'évaluation d'une technologie, elle permet de comprendre les phénomènes physiques à plusieurs échelles et enfin de valider des moyens numériques. La stratégie expérimentale se fait chez Airbus par complexité croissante :

- Mesures au sol sur éprouvette - Excitation : champ diffus ou pot vibrant ;
- Mesures au sol sur avion - Excitation : champ diffus ou pot vibrant ;
- Mesures en vol sur avion - Excitation : réelle (couche limite turbulente).

Ces trois types d'essais sont liés à des excitations différentes. Outre l'excitation réaliste aérodynamique, il y a donc aussi un besoin de modéliser les excitations acoustique de type champ diffus et mécanique de type pot vibrant.

1.2 Objectifs

Ce travail de thèse s'inscrit dans une problématique de bruit intérieur avion. Le contexte aéronautique d'Airbus nous spécifie un besoin de prédiction et d'évaluation de structures aéronautiques (ex : structures multicouches, vitrages) et de technologies (ex : le patch amortissant) sur une large gamme de fréquences. Pour cela, le développement d'un modèle est nécessaire, un modèle adapté à la structure hétérogène de l'avion, aux différentes excitations considérées chez Airbus (mécanique, acoustique et aérodynamique) et enfin à une large gamme de fréquences. Ce mémoire de thèse s'inscrit plus précisément dans une phase de première approche du problème avion. Les besoins d'Airbus d'évaluer l'impact acoustique de patches viscoélastiques et la dépendance de cet impact au type d'excitation, à la taille et au placement du patch sont visées. La structure de la cabine ou du cockpit peut être considérée comme un assemblage de plaques raidies courbes. Pour une première approche, les raidisseurs, la laine de verre ainsi que l'habillage commercial sont négligés dans ce travail de thèse. Le modèle qui sera développé devra donc pouvoir être adapté dans un second temps à ces structures particulières. La modélisation proposée dans ce mémoire de thèse donnera notamment la possibilité de considérer des structures complexes telles que des panneaux à épaisseur variable, des panneaux amortis localement ou des vitrages avion. Cette modélisation répond au besoin d'Airbus d'appréhender l'impact de l'excitation dans l'évaluation d'une technologie amortissante ainsi que son optimisation.

L'objectif principal de ce travail de thèse sera donc de développer un modèle capable de calculer sur une large gamme de fréquences le rayonnement acoustique de plaques hétérogènes amorties localement sous diverses excitations (mécanique, acoustique et aérodynamique). Les approches énergétiques et par éléments finis ne seront pas considérées car respectivement peu adaptées aux études en basses et hautes fréquences. Les hypothèses de base pour l'une et les temps de calcul pour l'autre sont les raisons respectives. Une approche analytique sera par conséquent préférée. Il s'agira ensuite de valider cette approche numériquement et expérimentalement. Ce travail de thèse se conclura en étudiant d'une part l'influence de l'excitation sur l'efficacité acoustique d'un traitement amortissant - l'influence du type d'essai sur l'évaluation d'une telle technologie sera ainsi étudiée - et d'autre part les effets de taille et de placement du patch amortissant sur le rayonnement acoustique.

1.3 État de l'art

1.3.1 Rayonnement acoustique des plaques

1.3.1.1 Théorie des plaques

La problématique du rayonnement de plaques n'est pas récente, elle a en effet été largement étudiée dans la littérature car c'est un problème simple qui permet de comprendre comment et pourquoi certaines structures rayonnent du bruit. Tout d'abord, le modèle de plaque infinie a été développé mettant en évidence la fréquence critique des plaques. Cette dernière correspond à une double coïncidence spatiale et fréquentielle : à cette fréquence les ondes de flexions de la plaque et celles acoustiques se propagent à la même vitesse. Cette fréquence est définie par la relation suivante :

$$f_c = \frac{c^2}{2\pi} \sqrt{\frac{\rho h}{D}}, \quad (1.1)$$

où c est la célérité du son, ρ est la densité du matériau, h l'épaisseur de la plaque et D la rigidité de flexion définie par $D = \frac{Eh^3}{12(1-\nu^2)}$ avec E le module d'Young du matériau et ν son coefficient de Poisson. Cette fréquence caractéristique délimite aussi le rayonnement de la plaque : en dessous de cette fréquence, elle ne rayonne pas et au-delà elle rayonne.

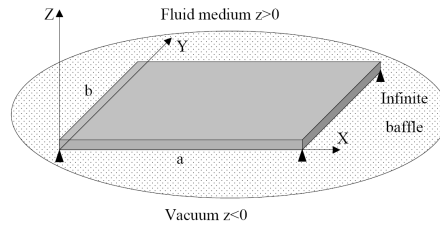


FIGURE 1.4 – Géométrie de la plaque finie bafflée

Le rayonnement des plaques finies (cf. figure 1.4) diffère de celui des plaques infinies. Wallace [21] a défini notamment le facteur de rayonnement modal pour une plaque rectangulaire appuyée :

$$\sigma_{mn} = \frac{W_{mn}}{\rho_0 c S < V_{mn}^2 >}, \quad (1.2)$$

où W_{mn} est la puissance acoustique rayonnée modale, ρ_0 la densité du fluide, S la surface de la plaque et $< V_{mn}^2 >$ la vitesse quadratique modale. Ce facteur représente le rapport entre la puissance rayonnée par le mode (m, n) et la puissance rayonnée par un piston plan de même surface. De même, une fréquence critique existe pour chaque mode de sorte que le mode est peu rayonnant en dessous de cette fréquence ($\sigma_{mn} < 1$) et devient rayonnant au-delà ($\sigma_{mn} = 1$). Cette fréquence critique correspond à une coïncidence spatiale entre l'onde de flexion du mode (m, n) et l'onde acoustique, c'est-à-dire $\lambda_{mn} = \lambda$. La fréquence critique du mode (m, n) s'écrit donc comme suit :

$$f_{c,mn} = \frac{c^2}{2\pi} \sqrt{\left(\frac{m\pi}{a}\right)^2 + \left(\frac{n\pi}{b}\right)^2}, \quad (1.3)$$

où a et b sont la longueur et la largeur de plaque, respectivement dans la direction x et y . Wallace montre ainsi que le rayonnement acoustique des modes impairs-impairs est bien plus important que celui des modes pairs-pairs. Wallace s'intéresse aussi, pour différents modes de plaque, au calcul des impédances de rayonnement traduisant le couplage fluide-structure. L'impédance de rayonnement Z est en effet définie comme le rapport entre la pression pariétale $P(z = 0)$ et la vitesse vibratoire V normale à la surface vibrante :

$$Z = \frac{P(z = 0)}{V}. \quad (1.4)$$

Wallace met en évidence que les valeurs approchées définies par Maidanik [22] en 1962 sont en bonne concordance avec ses impédances exactes. Ces premiers articles correspondent aux prémices du calcul des impédances de rayonnement dans le cas général.

1.3.1.2 Couplage vibroacoustique : l'impédance de rayonnement

Même si la structure de plaque reste simple, le calcul de la pression rayonnée n'en demeure pas moins complexe. La difficulté du couplage vibroacoustique se résume principalement au calcul de ces impédances de rayonnement. Le lecteur est invité à lire la revue bibliographique sur le sujet faite par Atalla et Nicolas [23] en 1994.

La plupart des ondes acoustiques est induite par la mise en vibration de surfaces mécaniques. Les interactions entre un corps vibrant et le milieu de propagation obéissent à des lois d'une grande complexité reposant sur l'existence de deux formes d'énergie :

- une énergie propagée qui s'éloigne de la source tant que l'onde ne rencontre pas d'obstacle ou de changement d'impédance ;
- une énergie échangée entre la source et le milieu de propagation.

La première forme d'énergie correspond à la partie réelle de l'impédance de rayonnement ; la seconde correspond à la partie imaginaire. En d'autres termes la partie réelle de l'impédance de rayonnement correspond à l'amortissement par rayonnement, c'est la résistance de rayonnement ; alors que sa partie imaginaire exprime l'effet de masse ajoutée du fluide, c'est la réactance de rayonnement. L'impédance de rayonnement est donc la grandeur qui caractérise les quantités d'énergie mises en jeu.

L'évaluation de ces impédances de rayonnement a tout d'abord été approchée de manière simple par Ver et Holmer [24] aux États-Unis et par Müller [25] en Europe. Leurs méthodes sont non-modales et très similaires, à savoir définir des expressions pour quatre zones fréquentielles caractéristiques : bien en deçà de la fréquence critique (modes piston), légèrement en deçà de la fréquence critique (zone multimodale), autour de la fréquence critique et enfin au-delà.

Le premier auteur à proposer une formule exacte des impédances de rayonnement est Davies [26] en 1971. Son expression obtenue pour une plaque simplement appuyée est définie par :

$$Z_{mnpq} = \frac{\rho_0 \omega}{(2\pi)^2} \int \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{S_{mn}(k_x, k_y) S_{pq}^*(k_x, k_y)}{(k_0^2 - k_x^2 - k_y^2)^{1/2}} dk_x dk_y, \quad (1.5)$$

où $S_{mn}(k_x, k_y)$ est la transformée de Fourier en 2 dimensions de la déformée modale du mode (m, n) , k_x et k_y les nombres d'onde suivant x et y , et k_0 le nombre d'onde acoustique. Davies précise néanmoins que cette expression n'est valide que pour $k_0 a < \pi$ où a est la longueur caractéristique de la plaque. Cette expression souligne la difficulté d'évaluer analytiquement les impédances de rayonnement car pas moins de quatre intégrations sont nécessaires, comme l'illustrent Chang et Leehey [27] qui pointent les difficultés liées à la singularité de la racine carrée au dénominateur ainsi que les bornes infinies des intégrales. Par la suite, Pope et Leibowitz [28] raffinèrent l'expression proposée par Davies tandis que Lomas et Hayek [29] étendirent son expression au cas de l'encastrement et de l'appui simple pour des plaques rectangulaires immergées dans l'eau et excitées ponctuellement.

Sandman [30] proposa aussi une méthode approximative de calcul de ces impédances dans le cas d'une plaque bafflée, il utilisa alors l'intégrale de Rayleigh en espace semi-infini et les coordonnées de plaque adimensionnées suivantes :

$$\alpha = \frac{2x}{a}, \quad \beta = \frac{2y}{b} \quad \text{et} \quad r = \frac{a}{b}. \quad (1.6)$$

La formule de Sandman s'exprime alors ainsi :

$$Z_{mnpq} = \frac{\rho_0 \omega k_0 a^4}{32\pi r^2} \int \int \int \int_{-1}^{+1} \phi_m(\alpha) \psi_n(\beta) g(\alpha, \beta, 0; \alpha', \beta', 0) \phi_p(\alpha') \psi_q(\beta') d\alpha d\beta d\alpha' d\beta', \quad (1.7)$$

avec

$$g(\alpha, \beta, 0; \alpha', \beta', 0) = \frac{e^{-jk_0(a/2)\rho}}{-jk_0(a/2)\rho} \quad \text{et} \quad \rho = \left[\frac{(\alpha - \alpha')^2 + (\beta - \beta')^2}{r^2} \right]^{1/2}. \quad (1.8)$$

Sandman montre notamment dans son article que l'évaluation numérique de ces intégrales est particulièrement coûteuse en temps de calcul en hautes fréquences. Pour évaluer cette équation, la

stratégie employée par Berry [31] et reprise par Atalla et Nicolas [23] consiste à développer la fonction de Green g en série de Taylor. On obtient alors l'expression suivante :

$$Z_{mnpq} = \frac{\rho_0 \omega k_0 a^4}{32\pi r^2} \sum_{k=0}^{+\infty} \left[(-1)^k \frac{(k_0(a/2))^{2k}}{(2k+1)!} J_{mnpq}^{(k)} + j(-1)^k \frac{(k_0(a/2))^{2k-1}}{(2k)!} I_{mnpq}^{(k)} \right], \quad (1.9)$$

avec

$$\begin{aligned} J_{mnpq}^{(k)} &= \int \int \int \int_{-1}^{+1} \phi_m(\alpha) \psi_n(\beta) \left((\alpha - \alpha')^2 + \frac{(\beta - \beta')^2}{r^2} \right)^k \phi_p(\alpha') \psi_q(\beta') d\alpha d\beta d\alpha' d\beta', \\ I_{mnpq}^{(k)} &= \int \int \int \int_{-1}^{+1} \phi_m(\alpha) \psi_n(\beta) \left((\alpha - \alpha')^2 + \frac{(\beta - \beta')^2}{r^2} \right)^{k-1/2} \phi_p(\alpha') \psi_q(\beta') d\alpha d\beta d\alpha' d\beta'. \end{aligned} \quad (1.10)$$

L'évaluation de $J_{mnpq}^{(k)}$ se fait assez simplement en utilisant la méthode du binôme de Newton et les relations de symétrie suivantes : $J_{mnpq}^{(k)} = J_{pnmq}^{(k)} = J_{mqpn}^{(k)} = J_{pqmn}^{(k)}$. L'évaluation de $I_{mnpq}^{(k)}$ est plus délicate du fait de l'exposant $k - 1/2$, un procédé de récurrence sur des intégrales simplifiées est alors adopté. Ces deux expressions sont indépendantes de la fréquence, elles ne sont fonctions que du facteur de taille r , cette formulation rend donc possible la création d'une base de données offrant un gain de temps de calcul évident.

Z_{mnpq} représente donc la matrice d'impédance de rayonnement où les parties réelle et imaginaire de la diagonale représentent respectivement la résistance modale et la réactance modale de rayonnement. Les termes non diagonaux de Z_{mnpq} représentent quant à eux le couplage intermodal. Ce dernier est souvent négligé dans le cas d'un fluide léger, le calcul en devient alors très simplifié car ainsi chaque mode est découplé. Néanmoins Keltie et Peng [32] ainsi que Berry [33] ont prouvé que cette hypothèse n'est pas valable pour certains problèmes même en fluide léger. Pour les cas suivants, les termes non diagonaux peuvent être du même ordre de grandeur que les termes diagonaux de la matrice d'impédance Z_{mnpq} et donc contribuer autant au rayonnement acoustique de la structure :

- conditions aux limites non-homogènes ;
- structures raidies ;
- localisation particulière de l'excitation ;
- anti-résonances.

Les deux premiers cas sont caractéristiques des structures avions, les termes de couplage intermodaux sont donc non-négligeables dans notre problématique aéronautique. Il sera donc essentiel de ne faire aucune hypothèse simplificatrice les concernant puisqu'elles représentent des perspectives d'évolution du modèle à court terme.

Plus récemment, Li et Gibeling [34] ainsi que Sha *et al.* [35] ont présenté des méthodes simplifiées pour le calcul de ces termes intermodaux. En particulier, Li et Gibeling ont démontré eux aussi que les termes non diagonaux n'étaient pas du second ordre.

1.3.1.3 Modèles de rayonnement acoustique

Le besoin de spécifier le niveau de bruit sur une large gamme de fréquences nous conduit à éliminer une approche par éléments finis puisque trop coûteuse en temps de calcul. L'approche analytique est donc privilégiée pour sa capacité à traiter les hautes fréquences et car cette approche est particulièrement adaptée pour l'étude des phénomènes physiques.

De nombreux modèles analytiques de rayonnement acoustique de plaques ont été proposés dans la littérature (Davies [26], Keltie et Peng [32], Berry [31], Atalla et Nicolas [23], Laulagnet [36], Nelisse *et al.* [37] et Foin *et al.* [38]). Il est conseillé de lire l'ouvrage de Lesueur [39] pour sa revue des méthodes classiques évaluant le rayonnement acoustique de structures ainsi que les fondements théoriques associés. Plus récemment, l'article d'Atalla et Nicolas [23] dresse un état de l'art des méthodes existantes en 1994.

Une méthode analytique classique de résolution est celle dite de Rayleigh-Ritz. Une présentation de la méthode ainsi que son application sur les poutres et plaques est fournie par Guyader [40]. Cette méthode basée sur une formulation variationnelle consiste à déterminer un extrémum de la fonctionnelle d'Hamilton. La fonctionnelle d'Hamilton H est l'intégrale entre deux instants t_1 et t_2 des énergies suivantes :

$$H = \int_{t_1}^{t_2} (T - V + W) dt, \quad (1.11)$$

où T représente l'énergie cinétique, V l'énergie de déformation et W l'énergie potentielle. Le principe de la méthode consiste à exprimer le champ de déplacement en fonction de fonctions test $\phi_m(x)$ et $\psi_n(y)$ qui satisfont les conditions aux limites :

$$W(x, y, t) = \sum_{m,n} q_{mn}(t) \phi_m(x) \psi_n(y). \quad (1.12)$$

Pour une solution harmonique, la stationnarité de la fonctionnelle d'Hamilton est ensuite assurée par les équations de Lagrange définies en (1.13).

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_{mn}} \right) - \frac{\partial V}{\partial q_{mn}} = \frac{\partial W}{\partial q_{mn}}. \quad (1.13)$$

On obtient l'équation de mouvement suivante exprimée sous forme de matrices :

$$(-\omega^2 [M_{mnpq}] + [K_{mnpq}]) \{q_{mn}\} = \{F_{mn}\}, \quad (1.14)$$

avec $[M_{mnpq}]$ la matrice de masse, $[K_{mnpq}]$ la matrice de raideur et $\{F_{mn}\}$ le vecteur des forces extérieures. Les matrices étant toutes deux carrées, la résolution du système linéaire est assurée par des algorithmes classiques et on obtient alors le vecteur $\{q_{mn}\}$ regroupant les inconnues du problème.

Plusieurs approches de calcul vibroacoustique et notamment celle de Rayleigh-Ritz existent donc dans la littérature mais la détermination des impédances de rayonnement reste un problème complexe où les formulations existantes riment souvent avec des temps de calculs importants pour des applications hautes fréquences ou bien des simplifications non acceptables dans une problématique

aéronautique. L'approche qui sera développée dans ce mémoire devra donc à la fois considérer rigoureusement les impédances de rayonnement sans faire d'hypothèses simplificatrices mais aussi être efficace dans leurs évaluations.

1.3.2 La couche limite turbulente : un enjeu majeur

Une attention toute particulière est portée sur la couche limite turbulente depuis 50 ans. Pour modéliser et prédire le bruit d'origine aérodynamique, de nombreux modèles ont été proposés. Citons de manière non-exhaustive et par ordre chronologique les contributions de Corcos [41], Maestrello [42], Efimtsov [43], Hwang et Geib [44], Chase [45], Smol'yakov et Tkachenko [46], Howe [47] et Goody [48]. Pour avoir une vision globale de ces nombreux modèles, le lecteur est invité à consulter les différentes revues bibliographiques présentes dans la littérature (Bull [49], Howe [50], Graham [51] et Hwang *et al.* [52]). L'écoulement turbulent au voisinage d'une paroi est le siège de fluctuations dynamiques qui se traduisent sur la paroi par un champ de forces aléatoires convecté à une vitesse voisine de celle de l'écoulement. L'excitation couche limite turbulente est une excitation intrinsèquement aléatoire, par conséquent il n'est a priori pas possible de modéliser ce champ exciteur de manière déterministe. L'excitation est alors caractérisée par une fonction d'intercorrélation ou par un interspectre si on se place respectivement dans l'espace physique ou celui des nombres d'onde. Cette caractérisation est basée sur l'hypothèse d'un champ de pression pariétale stationnaire et homogène. De manière générale cette excitation aérodynamique est décrite dans l'espace des nombres d'onde et est caractérisée par l'interspectre de pression pariétale suivant :

$$\Phi_p(k_x, k_y, \omega) = \Phi_p(\omega) \left(\frac{U_c}{\omega} \right)^2 f(\tilde{k}_x, \tilde{k}_y), \quad (1.15)$$

où $\Phi_p(\omega)$ est l'autospectre de pression pariétale, U_c la vitesse de convection du fluide, $\tilde{k}_x (= k_x U_c / \omega)$ et $\tilde{k}_y (= k_y U_c / \omega)$ les nombres d'onde adimensionnés respectivement dans la direction longitudinale et transversale. $\Phi_p(k_x, k_y, \omega)$ représente la transformée de Fourier de la fonction d'intercorrélation spatio-temporelle, on a donc ces deux égalités :

$$\Phi_p(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \Phi_p(k_x, k_y, \omega) dk_x dk_y \quad (1.16)$$

et

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} f(\tilde{k}_x, \tilde{k}_y) d\tilde{k}_x d\tilde{k}_y = 1 \quad (1.17)$$

Comme énoncé précédemment, il existe de nombreux modèles et aucun ne se révèle adapté à toutes les applications. Dans la suite du chapitre, il est choisi de séparer l'étude des autospectres de celle des interspectres. L'autospectre ne constitue qu'un facteur d'amplification dépendant de la fréquence. Il n'a par exemple aucune influence sur un indicateur de transparence acoustique, l'autospectre est alors usuellement pris constant égal à 1 Pa²/Hz. L'interspectre traduit quant à lui le comportement physique de l'excitation, la précision de son expression est par conséquent du

premier ordre. Par la suite, les modèles d'interspectre de pression pariétale seront exprimés sous la forme de la fonction $f(\tilde{k}_x, \tilde{k}_y)$ afin de s'absoudre de l'autospectre $\Phi_p(\omega)$ dans l'expression (1.15). Le choix des modèles d'autospectre et d'interspectre considérés dans ce travail de thèse a été conditionné par leur large diffusion dans la littérature.

- Modèles d'autospectre : Efimtsov (1982), Chase (1987), Chase-Howe (1991), Smol'yakov & Tkachenko (1991) et Goody (2004).
- Modèles d'interspectre : Corcos (1963), Efimtsov (1982), Hwang & Geib (1984), Chase (1987), Chase-Howe (1991) et Smol'yakov & Tkachenko (1991).

Leurs hypothèses propres sont énoncées dans les sections suivantes. L'objectif sera de comparer ces différents modèles entre eux dans deux conditions d'excitation (soufflerie et vol) et d'évaluer leurs impacts sur la caractérisation d'un patch amortissant sous excitation aérodynamique.

1.3.2.1 Paramètres de la couche limite

Les modèles de couche limite turbulente sont pour la plupart des modèles semi-empiriques qui dépendent des paramètres de l'écoulement. Considérons pour la suite que l'écoulement se fait dans la direction x du plan (x, y) comme l'illustre la figure 1.5. On définit l'épaisseur de couche limite

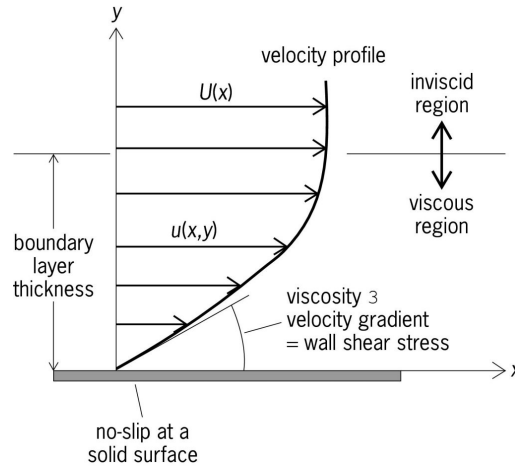


FIGURE 1.5 – Profil de vitesse d'une couche limite

δ comme étant la distance de la paroi qui satisfait une vitesse du fluide égale à 99% de la vitesse d'écoulement U_∞ où $U_\infty = c \times M_c$ avec c la célérité du son dans le fluide considéré et M_c étant le nombre de Mach. On définit aussi l'épaisseur de déplacement de la couche limite δ^* , cette dernière décrit le déplacement effectif de l'écoulement à l'extérieur de la couche limite du fait de la réduction du débit-masse près de la paroi, on a empiriquement $\delta^* = \frac{\delta}{8}$.

Au niveau de la paroi, on a la contrainte de cisaillement τ_w et la vitesse de frottement u_τ liées

par la relation suivante :

$$u_\tau = \sqrt{\frac{\tau_w}{\rho_0}}, \quad (1.18)$$

où u_τ est définie par l'équation :

$$u_\tau = U_\infty \sqrt{\frac{c_f}{2}} \quad (1.19)$$

avec c_f le coefficient de frottement défini empiriquement en fonction du nombre de Reynolds Re par : $c_f = 0.0583 Re^{-0.2}$. Le nombre de Reynolds représente quant à lui le rapport des forces d'inertie sur les forces visqueuses et est défini par l'expression suivante :

$$Re = \frac{\rho_0 U_\infty L}{\eta}, \quad (1.20)$$

où L est la longueur de référence de la couche limite et η la viscosité dynamique du fluide.

À partir de mesures expérimentales effectuées en air, la vitesse de convection U_c est estimée en fonction de la vitesse d'écoulement U_∞ comme suit : $U_c \approx 0.7 U_\infty$.

Pour une application avion où l'on spécifie uniquement l'altitude considérée (ex : FL350 = 35000ft), le nombre de Mach M_c (ex : M0.85 correspond à $M_c = 0.85$) et la longueur de référence L , les paramètres suivants restent donc à déterminer :

- la célérité du son dans le fluide c ;
- la densité du fluide ρ_0 ;
- l'épaisseur de couche limite δ ;
- la viscosité dynamique du fluide η .

Pour estimer ces paramètres, les lois empiriques et les abaques du modèle ESDU [53] sont utilisées.

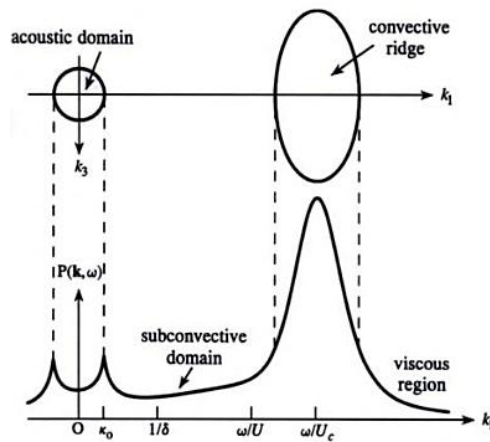


FIGURE 1.6 – Interspectre de pression pariétale dans la direction longitudinale pour un faible nombre de Mach et $\omega\delta/U_\infty \gg 1$ (Source : Howe [50])

La couche limite turbulente est caractérisée par trois domaines comme l'illustre Howe [50] dans la figure 1.6 : le domaine acoustique des bas nombres d'onde, le domaine des nombres d'ondes intermédiaires et le domaine convectif. Le domaine des bas nombres d'onde est caractérisé par l'effet de la compressibilité du fluide qui prédomine alors que le domaine convectif est marqué par des fluctuations de pression très importantes. Ajoutons enfin que les modèles qui seront présentés dans ce mémoire ne considère pas la contribution acoustique car supposée négligeable. Dans ce cas, l'interspectre de pression pariétale $\Phi_p(k_x, k_y, \omega)$ doit respecter le théorème de Kraichnan-Phillips qui impose que $\Phi_p(k_x, k_y, \omega)$ tende vers zéro lorsque (k_x, k_y) tend vers zéro et cela indépendamment de la fréquence.

Enfin, il est à noter que la couche limite turbulente induit un autre phénomène de coïncidence illustré par la figure 1.7. Il s'agit de la coïncidence aérodynamique qui intervient lorsque la célérité de l'onde de flexion égale la vitesse de convection ($c_f = U_c$), elle est alors définie par l'équation 1.21.

$$f_{ca} = \frac{U_c^2}{2\pi} \sqrt{\frac{\rho h}{D}}. \quad (1.21)$$

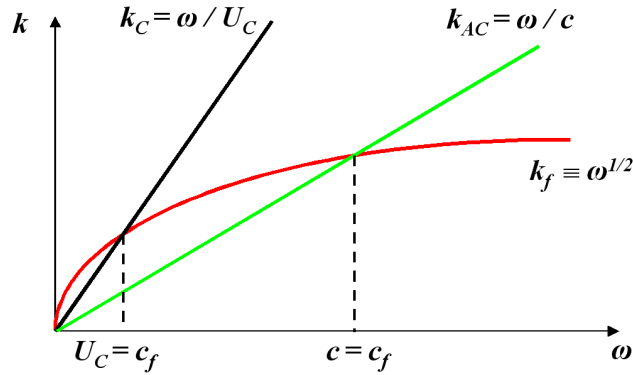


FIGURE 1.7 – Principe de coïncidence aérodynamique et acoustique

1.3.2.2 Modèles d'autospectre

Le modèle d'Efimtsov a été développé en 1982 et est basé sur une série d'essais en vol sur avion ($M_c \leq 0.9$) ainsi que des essais en souffleries. Il s'exprime en fonction de la vitesse de frottement u_τ , de la contrainte de cisaillement τ_w et de l'épaisseur de couche limite δ :

$$\Phi_p(\omega) = \frac{0.01\pi\tau_w^2\delta}{u_\tau(1 + 0.02S_h^{2/3})}, \quad (1.22)$$

où S_h est le nombre de Strouhal défini par $S_h = \frac{\omega\delta}{u_\tau}$. Ce modèle est valable pour $S_h < 1.3Re^{7/8}$, condition vérifiée pour une application avion (ex : à M0.85, FL350 et L=5, on a $f_{max}=200$ kHz).

Le modèle de Chase datant de 1987 est le deuxième du nom et dépend de la masse volumique du fluide ρ_0 , la vitesse de frottement u_τ , la vitesse de convection U_c ainsi que l'épaisseur de couche limite δ . Il s'exprime de la manière suivante :

$$\Phi_p(\omega) = \frac{\tau_w^2}{\omega} [2\pi C_M \alpha^{-3} (1 + \mu^2 \alpha^2) + 3\pi C_T \alpha^{-1} (1 + \alpha^{-2})], \quad (1.23)$$

où μ et α s'expriment comme suit :

$$\mu = \frac{hu_\tau}{U_c} \quad \text{et} \quad \alpha^2 = 1 + \left(\frac{b\omega\delta}{U_c} \right)^{-2}. \quad (1.24)$$

Chase recommande d'utiliser les valeurs suivantes pour décrire son modèle : $h = 3$, $C_M = 0.466/h$, $C_T = 0.014/h$ et $b = 0.75$.

Howe propose une version simplifiée du modèle de Chase avec une dépendance en ω^2 en basses fréquences. Son modèle s'exprime alors de cette manière :

$$\Phi_p(\omega) = \frac{\tau_w^2}{\omega} \frac{\left(\frac{\omega\delta^*}{U_\infty} \right)^3}{\left[\alpha_p^2 + \left(\frac{\omega\delta^*}{U_\infty} \right)^2 \right]^{3/2}}, \quad (1.25)$$

avec la valeur recommandée par Howe : $\alpha_p = 0.12$. Ce modèle est identifié par la suite comme celui de Chase-Howe.

Le modèle de Smol'yakov & Tkachenko proposé en 1991 est fonction de l'épaisseur de déplacement δ^* , la contrainte de cisaillement τ_w et la vitesse d'écoulement U_∞ :

$$\Phi_p(\omega) = \frac{5.1\tau_w^2}{\omega} \frac{\left(\frac{\omega\delta^*}{U_\infty} \right)}{\left[1 + 0.44 \left(\frac{\omega\delta^*}{U_\infty} \right)^{7/3} \right]}. \quad (1.26)$$

Le modèle de Goody formulé en 2004 est une extension de celui de Chase-Howe basée sur les résultats expérimentaux de Schewe [54], Farabee et Casarella [55] et Gravante *et al.* [56]. Il s'exprime à partir de la contrainte de cisaillement τ_w , l'épaisseur de couche limite δ , la vitesse d'écoulement U_∞ , la vitesse de frottement u_τ et la viscosité cinématique ν :

$$\Phi_p(\omega) = \frac{3\tau_w^2}{\omega} \frac{\left(\frac{\omega\delta}{U_\infty} \right)^3}{\left[\left(\frac{\omega\delta}{U_\infty} \right)^{0.75} + 0.5 \right]^{3.7} + \left[1.1R_T^{-0.57} \left(\frac{\omega\delta}{U_\infty} \right) \right]^7}, \quad (1.27)$$

où $R_T = \frac{u_\tau^2 \delta}{\nu U_\infty}$ et $\nu = \frac{\eta}{\rho_0}$. Le modèle de Goody couvre une large plage de nombres de Reynolds : $1400 < Re < 23400$. Cette plage ne couvre pourtant pas le domaine avion où $Re \approx 2.10^6$ pour une application en conditions de vol. Une comparaison présentée par Hwang *et al.* [52] avec des essais

dans l'eau où $Re \approx 7.10^7$ montre tout de même une bonne corrélation du modèle (basses fréquences exclues).

Les différents modèles d'autospectre énoncés ci-dessus sont comparés sur la figure 1.8 correspondant aux conditions de couche limite turbulente d'une soufflerie et d'un avion en vol, respectivement (Sol 1 m, M0.3, et $L = 5$ m) et (FL350, M0.85 et $L = 5$ m). On remarque que les différents modèles se corrélaient relativement bien en hautes fréquences et que les principales divergences se situent en basses fréquences où plusieurs comportements sont observés. Hwang *et al.* comparent le modèle de Goody avec celui de Chase et celui de Smol'yakov & Tkachenko, les auteurs montrent que Goody propose le modèle qui se recale le mieux aux résultats expérimentaux basses vitesses ($U_c < 17$ m.s⁻¹) présents dans la littérature.

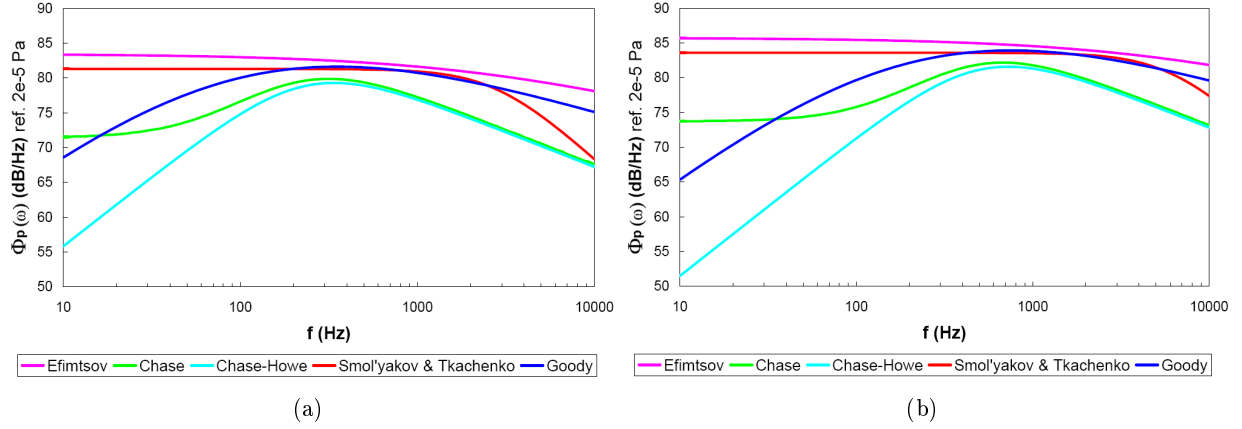


FIGURE 1.8 – Comparaison des autospectres de pression pariétale : (a) en conditions de soufflerie (Sol 1 m, M0.3, $L = 5$ m), (b) en conditions de vol (FL350, M0.85, $L = 5$ m)

1.3.2.3 Modèles d'interspectre

Les modèles d'interspectre présentés ici sont formulés sous certaines hypothèses. En effet, ils ont été établis pour des structures planes, rigides et lisses. Ils sont par voie de conséquence destinés à des structures de type plaque plane ou à grand rayon de courbure.

Parmi les modèles d'interspectre de pression pariétale de la littérature, celui de Corcos est sans nul doute celui le plus connu. Il a été développé sur la base de résultats expérimentaux et propose d'exprimer l'interspectre en supposant la séparation entre directions longitudinale et transversale. Le modèle de Corcos a été formulé dans l'espace physique comme suit :

$$\Phi_p(\xi_x, \xi_y, \omega) = \Phi_p(\omega) e^{-\alpha_x \left| \frac{\omega \xi_x}{U_c} \right|} e^{-\alpha_y \left| \frac{\omega \xi_y}{U_c} \right|} e^{-j \frac{\omega \xi_x}{U_c}}, \quad (1.28)$$

où (ξ_x, ξ_y) représente les décalages spatiaux et $k_c (= \omega/U_c)$ est le nombre d'onde de convection. Dans l'espace des nombres d'onde, la transformée de Fourier de l'expression (1.28) s'exprime de la manière

suivante en respectant la forme générale présentée en (1.15) :

$$\Phi_p(k_x, k_y, \omega) = \Phi_p(\omega) \left(\frac{U_c}{\omega} \right)^2 \frac{4\alpha_x \alpha_y}{\left[\alpha_x^2 + \left(1 - \frac{k_x}{k_c} \right)^2 \right] \left[\alpha_y^2 + \left(\frac{k_y}{k_c} \right)^2 \right]}. \quad (1.29)$$

Par conséquent, on obtient

$$f(\tilde{k}_x, \tilde{k}_y) = \frac{4\alpha_x \alpha_y}{\left[\alpha_x^2 + (1 - \tilde{k}_x)^2 \right] \left[\alpha_y^2 + \tilde{k}_y^2 \right]}. \quad (1.30)$$

Dans ces deux équations, α_x et α_y représentent les taux de décroissance de la cohérence spatiale dans les deux directions. Les valeurs recommandées par Corcos pour une application dans l'air sont : $\alpha_x = 0.11$ et $\alpha_y = 0.7$.

L'intérêt du modèle de Corcos réside dans sa simplicité à prédire correctement la valeur du pic convectif. Néanmoins sa simplicité limite aussi son domaine de validité. Blake [57] a montré notamment que le modèle de Corcos surestime la valeur de spectres mesurés expérimentalement dans les bas nombres d'ondes. En effet, ce modèle ne respecte pas le théorème de Kraichnan-Phillips. De plus, le modèle de Corcos suppose que les taux de décroissance de la cohérence spatiale α_x et α_y sont indépendants de l'épaisseur de couche limite, cette hypothèse implique que la largeur du pic convectif est sous-estimée lorsque les décalages spatiaux deviennent importants. Notons enfin l'hypothèse forte de séparation entre les deux directions longitudinales et transversales.

Pour toutes ces raisons, certains auteurs ont modifié le modèle Corcos afin de lever ces limitations. Le modèle d'Efimtsov conserve le formalisme de Corcos en ajoutant aux taux de décroissance α_x et α_y une dépendance à l'épaisseur de couche limite δ . Cette dépendance a été estimée à partir d'essais en vol et en soufflerie sur avion pour une large gamme de nombres de Mach de 0.41 à 2.1. Elle est appliquée sur les longueurs de corrélation $\Lambda_x (= \frac{U_c}{\omega \alpha_x})$ et $\Lambda_y (= \frac{U_c}{\omega \alpha_y})$. Le modèle d'Efimtsov est donc défini par les équations (1.31) et (1.32) :

$$f(\tilde{k}_x, \tilde{k}_y) = \frac{4\alpha_x(\delta)\alpha_y(\delta)}{\left[\alpha_x^2(\delta) + (1 - \tilde{k}_x)^2 \right] \left[\alpha_y^2(\delta) + \tilde{k}_y^2 \right]}, \quad (1.31)$$

avec les longueurs de corrélation Λ_x et Λ_y définies par :

$$\begin{aligned} \Lambda_x &= \delta \left[\left(\frac{a_1 S_h}{U_c / u_\tau} \right)^2 + \frac{a_2^2}{S_h^2 + (a_2 / a_3)^2} \right]^{-1/2}, \\ \Lambda_y &= \delta \left[\left(\frac{a_4 S_h}{U_c / u_\tau} \right)^2 + \frac{a_5^2}{S_h^2 + (a_5 / a_6)^2} \right]^{-1/2} \quad \text{si } M_c < 0.75, \\ \Lambda_y &= \delta \left[\left(\frac{a_4 S_h}{U_c / u_\tau} \right)^2 + a_7^2 \right]^{-1/2} \quad \text{si } M_c > 0.9. \end{aligned} \quad (1.32)$$

Les paramètres recommandés par Efimtsov sont : $a_1 = 0.1$, $a_2 = 72.8$, $a_3 = 1.54$, $a_4 = 0.77$, $a_5 = 548$, $a_6 = 13.5$ et $a_7 = 5.66$. Ce modèle lève donc l'hypothèse de taux de décroissance de la cohérence spatiale indépendants de l'épaisseur de couche limite. Il est à noter que les valeurs $\alpha_x(\delta)$ et $\alpha_y(\delta)$ tendent vers celles de Corcos en hautes fréquences comme l'illustre la figure 1.9.

Hwang et Geib proposent en 1984 une modification du modèle de Corcos qui vérifie le théorème de Kraichnan-Phillips. Ce modèle constitue une simplification du modèle de Ffowcs Williams [58]. Le modèle de Hwang et Geib est défini par :

$$f(\tilde{k}_x, \tilde{k}_y) = \left| \tilde{k}_x^2 + \tilde{k}_y^2 \right| \frac{4\alpha_x\alpha_y}{\left[\alpha_x^2 + (1 - \tilde{k}_x)^2 \right] \left[\alpha_y^2 + \tilde{k}_y^2 \right]}. \quad (1.33)$$

Chase proposa quant à lui deux modèles pour des faibles nombres de Mach [59, 45], le premier en 1980 levant l'hypothèse de découplage spatial et respectant le théorème de Kraichnan-Phillips, le second en 1987 raffinant le comportement dans les bas nombres d'onde à partir de résultats expérimentaux. Le second modèle de Chase sera le seul considéré dans ce travail de thèse, il est formulé de la manière suivante :

$$f(\tilde{k}_x, \tilde{k}_y) = \frac{(2\pi u_\tau)^3 (\rho_0 k_c)^2}{\Phi_p(\omega) [K^2 + (b\delta)^{-2}]^{5/2}} \left[C_M k_c^2 \tilde{k}_x^2 + C_T \bar{k}^2 \frac{K^2 + (b\delta)^{-2}}{\bar{k}^2 + (b\delta)^{-2}} \right], \quad (1.34)$$

où les valeurs de C_M , C_T et b sont identiques à celles utilisées pour le modèle d'autospectre $\Phi_p(\omega)$. Les valeurs de K et $\bar{k}$ sont définies par :

$$K^2 = \left(\frac{\omega(1 - \tilde{k}_x^2)}{hu_\tau} \right)^2 + \bar{k}^2 \quad \text{et} \quad \bar{k}^2 = k_c^2 (\tilde{k}_x^2 + \tilde{k}_y^2). \quad (1.35)$$

Parallèlement au modèle d'autospectre, Howe réécrit le modèle de Chase pour $|k| \geq \frac{\omega}{c}$, avec toujours cette limitation aux faibles nombres de Mach. L'expression normalisée est alors donnée par :

$$f(\tilde{k}_x, \tilde{k}_y) = \frac{U_c/u_\tau}{\Phi_p(\omega) \left[\beta^2(1 - \tilde{k}_x)^2 + \bar{k}^2 + (b\omega\delta/U_c)^{-2} \right]^{5/2}} \times \left[C_M \tilde{k}_x^2 + C_T \bar{k}^2 \frac{\beta^2(1 - \tilde{k}_x)^2 + \bar{k}^2 + (b\omega\delta/U_c)^{-2}}{\bar{k}^2 + (b\omega\delta/U_c)^{-2}} \right], \quad (1.36)$$

où $\beta = \frac{U_c}{3u_\tau}$.

Smol'yakov et Tkachenko proposent quant à eux de lever la limitation du modèle de Corcos dans les bas nombres d'ondes mais aussi l'hypothèse de découplage entre les directions longitudinales et transversales. Basé aussi sur des résultats expérimentaux, Smol'yakov & Tkachenko propose un modèle visant une application sous-marine. Par conséquent, ce modèle est développé pour un nombre de Reynolds Re élevé tel celui d'une application avion. Ce modèle s'exprime par les équations (1.37) et (1.38), respectivement dans l'espace physique et l'espace des nombres d'ondes :

$$\Phi_p(\xi_x, \xi_y, \omega) = \Phi_p(\omega) e^{-\bar{\alpha}(\omega) \sqrt{\left(\frac{\omega \xi_x}{U_c} \right)^2 + m_0 \left(\frac{\omega \xi_y}{U_c} \right)^2}} e^{-j \frac{\omega \xi_x}{U_c}}, \quad (1.37)$$

et

$$f(\tilde{k}_x, \tilde{k}_y) = 0.974 A(\omega) h(\omega) \left(F(\tilde{k}_x, \tilde{k}_y) - \Delta F(\tilde{k}_x, \tilde{k}_y) \right), \quad (1.38)$$

avec

$$\bar{\alpha} = \alpha_x \sqrt{1 - \left(\frac{4\omega\delta^*}{U_c} \right)^{-1} + \left(\frac{4\omega\delta^*}{U_c} \right)^{-2}}, \quad m_0 = \frac{\alpha_y}{\alpha_x}, \quad (1.39)$$

$$A(\omega) = 0.124 \left[1 - \frac{U_c}{4\omega\delta^*} + \left(\frac{U_c}{4\omega\delta^*} \right)^2 \right]^{1/2}, \quad h(\omega) = \left[1 - \frac{m_1 A}{6.515\sqrt{G}} \right], \quad (1.40)$$

$$m_1 = \frac{1 + A^2}{1.025 + A^2}, \quad G = 1 + A^2 - 1.005m_1, \quad (1.41)$$

$$F(\tilde{k}_x, \tilde{k}_y) = \left[A^2 + (1 - \tilde{k}_x)^2 + \left(\frac{\tilde{k}_y}{6.45} \right)^2 \right]^{-3/2}, \quad (1.42)$$

$$\Delta F(\tilde{k}_x, \tilde{k}_y) = 0.995 \left[1 + A^2 + \frac{1.005}{m_1} \left\{ (m_1 - \tilde{k}_x)^2 + \tilde{k}_y^2 - m_1^2 \right\} \right]^{-3/2}. \quad (1.43)$$

Il est à noter de la même manière la récente contribution de Finnverden *et al.* [60] à améliorer les modèles de Corcos et de Chase à partir de résultats expérimentaux afin de mieux décrire l'interspectre de pression pariétale dans les hautes fréquences.

Ces six modèles d'interspectre sont finalement comparés dans la direction longitudinale pour le cas d'une plaque d'aluminium de dimensions 700 mm × 700 mm × 3 mm, celle qui sera utilisée dans le chapitre 2 pour comparer ces modèles en terme de réponse vibroacoustique. Les interspectres sont tracés pour 3 fréquences (200 Hz, 1100 Hz et 3900 Hz) en conditions de vol (FL350, M0.85, $L = 5$ m) et en conditions de soufflerie (Sol 1 m, M0.3, $L = 5$ m), ces fréquences correspondent respectivement aux fréquences de coïncidence aérodynamique de la plaque pour M0.3 et M0.85, et enfin à la fréquence critique. Les résultats de ces comparaisons sont présentés dans la figure (1.9). À partir de cette figure plusieurs conclusions sont tirées. D'un côté, de fortes différences de comportement sont observées entre les modèles avec un niveau du pic convectif qui varie beaucoup selon le modèle, cela est évidemment source de différences de niveaux dans les indicateurs vibroacoustiques pouvant atteindre 10 dB environ. D'un autre côté, on observe que les différences entre les conditions de vol et celles de soufflerie se réduisent en hautes fréquences. De même, on remarque que les différents modèles varient de moins en moins quand la fréquence augmente.

La figure (1.10) permet quant à elle d'illustrer en deux dimensions les différents modèles d'interspectre en représentant la fonction interspectrale $f(\tilde{k}_x, \tilde{k}_y)$ suivant le nombre d'onde k_x et la fréquence f . Les particularités de chaque modèle sont donc clairement identifiables : La vérification ou non du théorème de Kraichnan-Philips, la convergence du modèle d'Efimtsov vers celui de Corcos en hautes fréquences, la surestimation du pic convectif dans les basses fréquences des modèles de Corcos et *a fortiori* de Hwang & Geib.

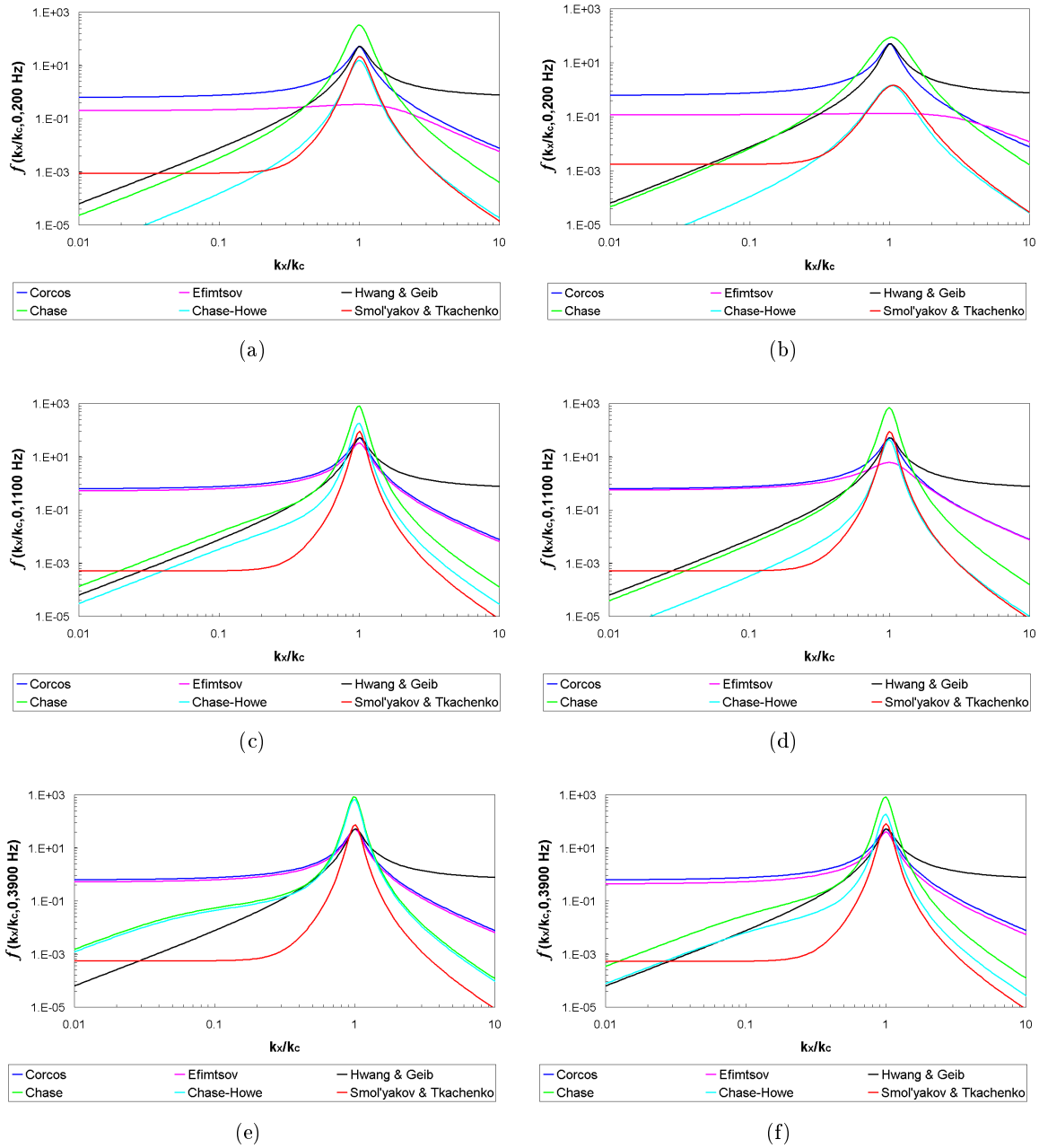


FIGURE 1.9 – Comparaison des interspectres de pression pariétale dans la direction longitudinale en conditions de soufflerie (Sol 1 m, $M_0.3$, $L = 5$ m) : (a) 200 Hz, (c) 1100 Hz, (e) 3900 Hz ; et en conditions de vol (FL350, $M_0.85$, $L = 5$ m) : (b) 200 Hz, (d) 1100 Hz, (f) 3900 Hz

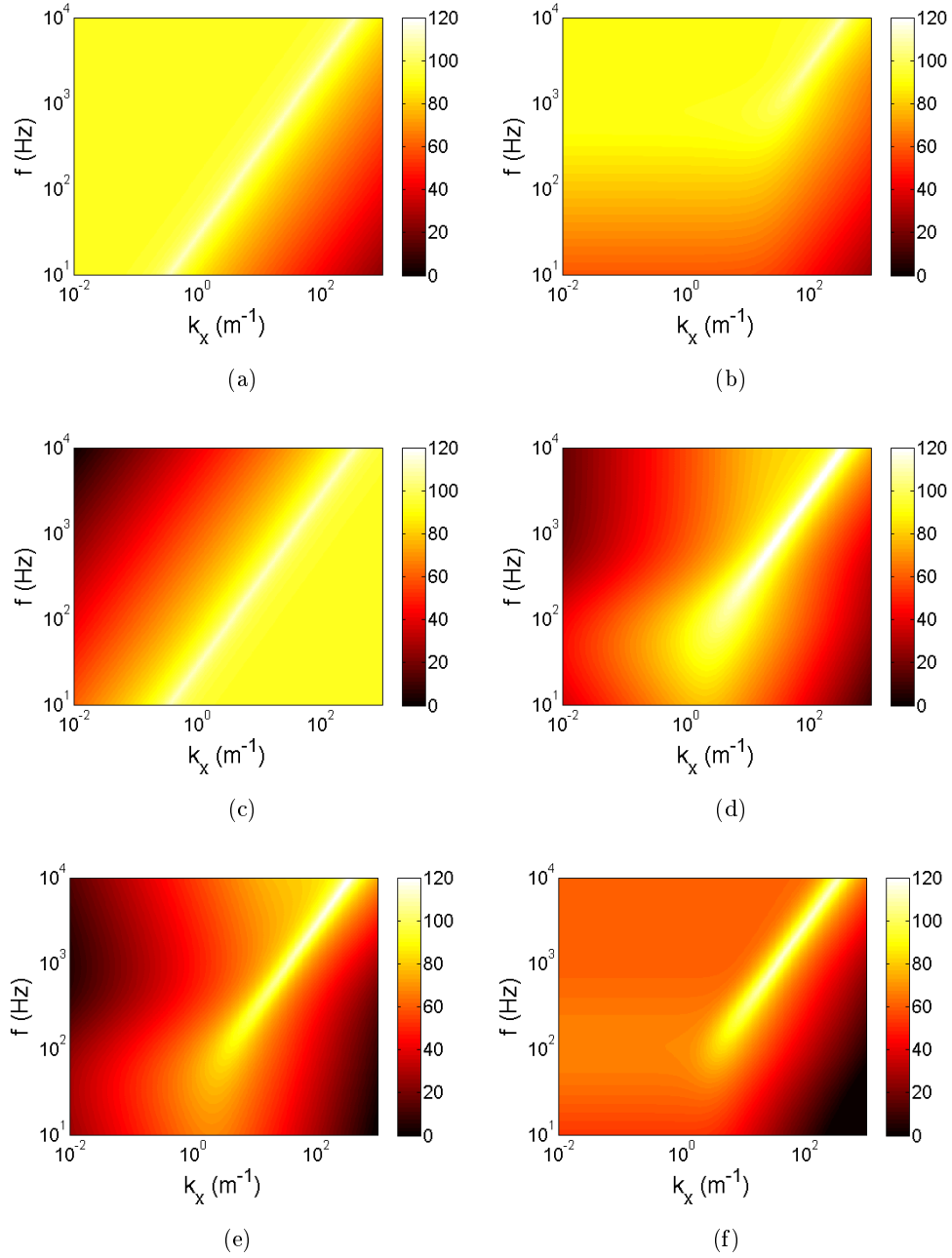


FIGURE 1.10 – Comparaison des modèles d'interspectre de pression pariétale $f(k_x, 0, \omega)$ exprimé en dB dans la direction longitudinale en conditions de vol (FL350, $M0.85$, $L = 5$ m) : (a) Corcos, (b) Efimtsov, (c) Hwang & Geib, (d) Chase, (e) Chase-Howe, (f) Smol'yakov & Tkachenko

Les hypothèses de ces six modèles d'interspectre sont résumées dans le tableau 1.1. La non considération de la dépendance à l'épaisseur de couche limite est difficilement envisageable. Par conséquent, les modèles de Corcos et Hwang et Geib seraient à proscrire pour une application aéronautique, du moins en basses fréquences car c'est dans cette zone que sont observées d'importantes différences avec le modèle d'Efimtsov par exemple. L'influence de ces modèles sur le calcul vibroacoustique d'une plaque fera l'objet d'une étude particulière dans le chapitre suivant.

TABLE 1.1 – Hypothèses des modèles d'interspectre de pression pariétale

Modèles d'interspectre	Corcos	Efimtsov	Hwang & Geib	Chase	Chase-Howe	Smol'yakov & Tkachenko
Dépendance à δ	NON	OUI	NON	OUI	OUI	OUI
Kraichnan-Phillips	NON	NON	OUI	OUI	OUI	NON
Découplage spatial	NON	NON	NON	OUI	OUI	OUI
Nombre de Mach élevé	OUI	OUI	OUI	NON	NON	OUI

Très récemment, Gloerfelt et Berland [61, 62] ont étudié la résolution directe des équations de Navier-Stokes compressibles par une approche LES (Large Eddy Simulation). Leurs travaux ont montré qu'une modélisation de la couche limite turbulente par cette approche donnait des résultats en accord avec des résultats expérimentaux et numériques utilisant les modèles de Corcos, Chase-Howe et Goody.

Parallèlement au développement de modèles, des méthodes récentes de calcul vibroacoustique basées sur les modèles précédents ont été proposées : Graham [7, 8], Allen et Vlahopoulos [63], Han *et al.* [64, 65], Maury *et al.* [66, 9], Hambric *et al.* [67], Birgersson *et al.* [68], David [69], Liu *et al.* [10, 11, 12] et Bonness *et al.* [70]. Leurs travaux se sont concentrés sur la prise en compte de structures multicouches, l'étude de plaques raidies et courbes et non sur la modélisation de l'excitation. Ils se sont en effet basés sur les modèles existants pour considérer la couche limite turbulente. On peut aussi citer les contributions récentes de Daley et Hambric [71, 72] dans le calcul de l'intensité structurale de structures complexes soumises à une excitation aléatoire spatialement et temporellement de type champ diffus ou couche limite turbulente. La méthode énergétique présentée par Totaro et Guyader [73, 74] propose quant à elle une modélisation de l'excitation aérodynamique sous forme de puissance injectée définie à partir du modèle de Corcos. L'intérêt de cette modélisation réside dans la simplicité des expressions analytiques de la réponse vibroacoustique. Il est enfin à noter que le rayonnement de structures amorties localement sous excitation aérodynamique n'a pas été traité par tous ces auteurs et qu'aucun cas de ce type n'a pu être trouvé dans la littérature.

1.3.3 Contrôle par traitement amortissant passif

1.3.3.1 Applications et principe

Parmi les traitements amortissants, ceux passifs sont les plus largement utilisés. Le lecteur est encore invité à consulter la revue de Wilby [19] sur les activités liées au bruit intérieur des avions qui

traite de l'utilisation de ces traitements. Plus récemment, Rao [20] a recensé les applications de ces traitements dans les avions commerciaux. De manière plus générale, les articles de Nakra [75, 76, 77] présentent l'utilisation de matériaux viscoélastiques dans le contrôle des vibrations. Enfin, on note aussi l'existence de mesures sur avion en vol menées en 1971 par Boeing [6], elles ont permis d'évaluer des traitements passifs sur une section de fuselage en terme de réduction de bruit intérieur. Ces essais en vol montrent notamment que l'effet du traitement est plus marqué à M0.85 qu'à M0.55. Ce type de solution n'est donc pas nouveau comme en témoigne la littérature sur le sujet, mais son aspect pratique, sa large diffusion et surtout sa perfectibilité expliquent le fait que nombreux industriels et chercheurs continuent d'explorer ce domaine afin d'optimiser son efficacité et de développer d'autres applications. Les traitements amortissants passifs existent principalement sous deux formes comme

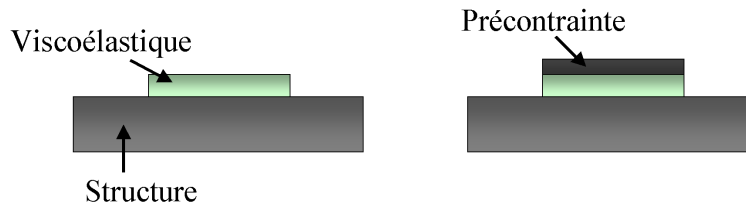


FIGURE 1.11 – Les deux types de traitement amortissant passif

l'illustre la figure 1.11. La première est caractérisée par une seule couche de matériau. Elle est en général viscoélastique et se déforme principalement en traction-compression lorsque la structure vibre en flexion. La deuxième, souvent désignée par PCLD (Passive Constrained Layer Damping), est faite de deux couches : une couche viscoélastique et une couche de contrainte métallique. Cette dernière solution est nettement plus employée car plus efficace. En effet, apposée sur la structure, le système forme alors un matériau tri-couche dont le coeur est sollicité en cisaillement lorsque la structure subit des déformations de flexion.

1.3.3.2 Modélisation d'une structure multicouche

La modélisation d'un traitement passif externe revient à considérer une plaque multicouche. Les contributions marquantes sur le sujet sont tout d'abord dues à Kerwin [78] qui a donné la rigidité complexe de la poutre, puis à DiTaranto [79, 80] qui a formulé l'expression des vibrations libres ainsi que l'amortissement d'une poutre tricouche et enfin Mead et Markus [81, 82, 83] qui ont résolu l'équation de mouvement libre formulée par DiTaranto pour diverses conditions aux limites. Ces formulations ont pour hypothèse la continuité des déplacements aux interfaces avec les inerties rotationnelles et longitudinales négligées. D'autres formulations ont par la suite été proposées comme celle de Grootenhuis [84], elles sont pour la plupart basées sur une approche variationnelle dont la résolution se fait par la méthode de Rayleigh-Ritz ou par éléments finis.

Notre attention s'est focalisée sur deux méthodes en particulier. Premièrement, celle par matrices de transfert (Transfer Matrix Method [85, 86]) qui considère les différents plis constitutifs de la plaque multicouche comme étant de tailles infinies. La loi de Snell-Descartes s'applique alors pour une onde

plane progressive à travers la structure avec ses réflexions et transmissions à travers les différentes couches. Ce procédé exprime toutes les couches en fonction de la première par continuité aux surfaces. En second lieu, notre intérêt s'est porté sur la méthode d'équivalence à une simple couche développée par Guyader *et al.* [87, 88]. Cette méthode consiste quant à elle à faire l'analogie entre l'équation de mouvement d'un multicouche avec l'équation de Love-Kirchhoff pour une plaque simple couche en considérant une onde plane progressive à travers les deux systèmes : les propriétés équivalentes doivent ainsi décrire la même onde plane progressive. L'équation de mouvement du multicouche tient compte de $2N+1$ degrés de liberté (N étant le nombre de plis) et est obtenue par la formulation variationnelle développée par Guyader et Lesueur [89, 90, 91]. Ce principe d'équivalence néglige les effets d'inerties et fait l'hypothèse de faible épaisseur. Ainsi sont pris en compte les effets de cisaillement dans l'épaisseur même avec une équation de type Love-Kirchhoff qui ne considère que le mouvement transverse. Ces effets de cisaillement sont en effet introduits par des valeurs équivalentes de la rigidité de flexion D et du facteur de perte η qui dépendent de la fréquence et de la température. Les bons résultats issus de validation croisée avec une méthode type éléments finis 3D nous amène à utiliser cette approche dans ce travail de thèse pour des raisons d'efficacité et de simplicité. Cette approche est implémentée dans le code dédié Movisand, code développé par le LVA de l'INSA Lyon.

1.3.4 Matériaux viscoélastiques

1.3.4.1 Propriétés des matériaux viscoélastiques

Les matériaux viscoélastiques sont considérés à mi-chemin entre un matériau élastique et un matériau visqueux. Le matériau visqueux dissipe l'énergie de déformation en chaleur contrairement au matériau élastique qui restitue toute l'énergie stockée. Le mode prépondérant de dissipation d'énergie d'un matériau visqueux intervient lorsqu'il est sollicité en cisaillement [78], c'est pourquoi la solution PCLD décrite précédemment est préférée car le travail en cisaillement de la couche viscoélastique y est favorisé.

La loi de comportement d'un matériau viscoélastique linéaire se ramène à celle d'un matériau élastique linéaire à condition de considérer le module élastique comme une quantité complexe dépendant de la fréquence. On définit donc le module d'Young E par l'équation 1.44 :

$$E(\omega) = E'(\omega) + jE''(\omega) = E'(\omega)(1 + j\eta(\omega)) \quad (1.44)$$

où E' représente le module de stockage et η le facteur de perte (représenté aussi par $\tan \delta$ où δ correspond au retard de phase entre la force appliquée et le déplacement mesuré en vibrations forcées). De plus amples détails sur la modélisation de structures viscoélastiques sont donnés dans les thèses de doctorat de Zoghaib [92] et Kergoulay [93] et de manière plus générale sur l'amortissement viscoélastique dans l'ouvrage de Jones [94].

Par ailleurs, il faut préciser que le comportement des matériaux viscoélastiques dépend à la fois de la fréquence et de la température. La figure 1.12 présente l'évolution en fonction de la température du module d'Young et du facteur de perte à deux fréquences données. Cette figure illustre donc cette double dépendance mais aussi met en avant les 3 zones de comportement d'un matériau visqueux :

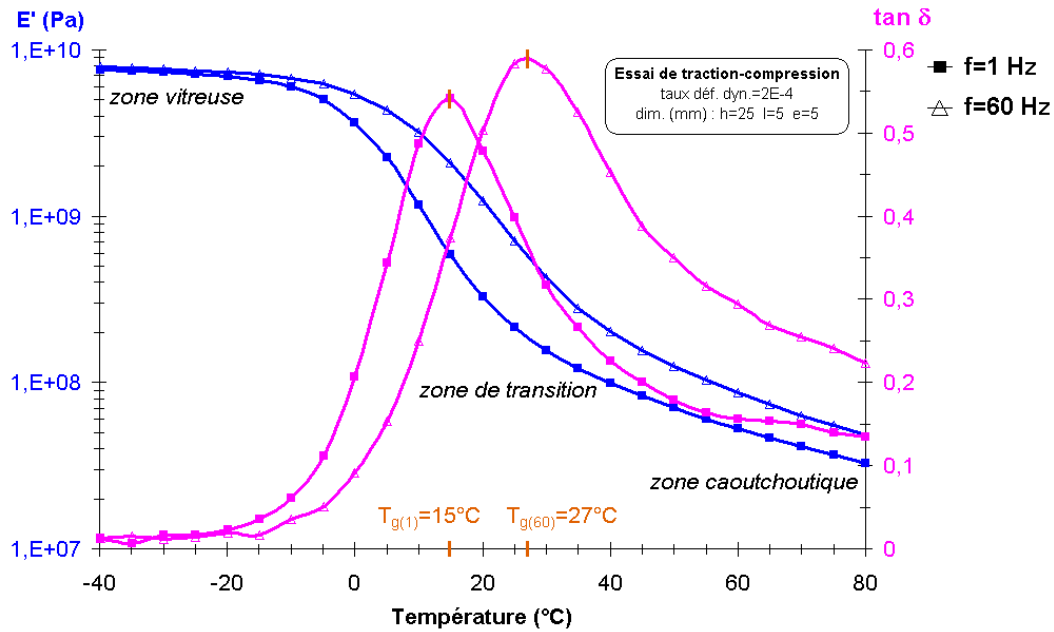


FIGURE 1.12 – Les trois zones de comportement d'un matériau viscoélastique (Source : Wikipedia)

- la zone vitreuse (rigidité maximale et amortissement minimal) ;
- la zone de transition (rigidité moyenne et amortissement maximal) ;
- la zone caoutchoutique (rigidité minimale et amortissement moyen) ;

La zone de transition est marquée par une température caractéristique : la température de transition vitreuse T_g définie comme étant la température à laquelle se produit le maximum d'amortissement à une fréquence donnée.

1.3.4.2 Modélisation de la double dépendance température-fréquence

Pour représenter cette double dépendance des matériaux viscoélastiques, l'utilisation d'un nomogramme température-fréquence est souvent adoptée, un exemple est donné par la figure (1.13). Ce graphique décrit le comportement du module de cisaillement G et du facteur de perte η en fonction de la fréquence réduite $\alpha(T)f$, tous deux en échelles logarithmiques. Le coefficient $\alpha(T)$ représente le facteur de décalage en température, c'est-à-dire pour une température de référence donnée T_{ref} le facteur de décalage par rapport à la température T_k est égale à $\alpha(T_k) = \frac{G(f, T_k)}{G(f, T_{ref})}$. Il s'agit de l'hypothèse de superposition température-fréquence décrite par Nashif *et al.* [95] qui s'applique à beaucoup de matériaux viscoélastiques linéaires. Sur cette courbe sont aussi tracées les isothermes exprimées en degrés Kelvin ainsi que les fréquences en échelle logarithmique. On obtient ainsi un graphique où la double dépendance température-fréquence est prise en compte. La lecture se fait de

la manière suivante pour repérer la valeur de la grandeur souhaitée (G , η) à la fréquence f_k et la température T_l :

- repérage de l'intersection entre l'horizontale $f = f_k$ et l'isotherme $T = T_l$;
- lecture de l'abscisse du point d'intersection correspondant à la fréquence réduite $\alpha(T_l)$;
- lecture des valeurs de $G(f_k, T_l)$ et $\eta(f_k, T_l)$ pour $\alpha(T) = \alpha(T_l)$.

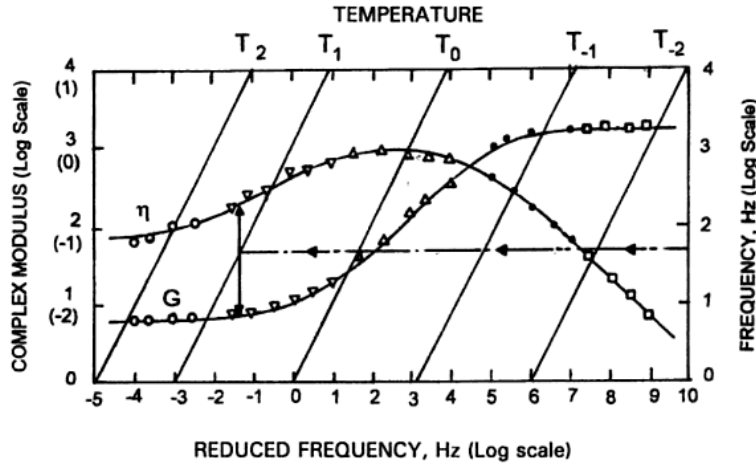


FIGURE 1.13 – Nomogramme température-fréquence (Source : Jones [94])

Le nomogramme illustre donc le comportement des propriétés matériau viscoélastique en fonction de la fréquence et de la température. Cette double dépendance rend sa modélisation délicate. Pour palier à cette difficulté, l'approche développée par Williams, Landel et Ferry [96] sera utilisée dans ce travail de thèse. De cette approche découlent les lois WLF qui simulent simplement la double dépendance température-fréquence. D'autres modèles existent dans la littérature mais comme le montre Pellinen *et al.* [97] qui compare 5 fonctions (WLF, Arrhenius, log-linéaire, expérimental et VTS - Viscosity Temperature Susceptibility) décrivant le facteur de décalage en température, les différences se situent uniquement en basses températures. Les lois WLF sont donc adoptées pour ce travail de thèse car pertinentes mais aussi largement utilisée par les fournisseurs de matériaux viscoélastiques. Ces lois décrivant la double dépendance température-fréquence sont établies à partir de données expérimentales. Les moyens de mesures sont décrits dans la section suivante. En effet, à partir des mesures de G et η en fonction de f pour différentes températures, il suffit tout d'abord de définir une température de référence T_{ref} et de tracer le facteur $\alpha(T)$ en fonction de T , puis de déterminer à partir de deux points de cette courbe les constantes C_1 et C_2 présentes dans l'équation suivante qui caractérisent l'évolution du facteur $\alpha(T)$ en fonction de la température :

$$\alpha(T) = 10^{\frac{-C_1(T-T_{ref})}{C_2+T-T_{ref}}} . \quad (1.45)$$

L'étape suivante consiste à représenter le logarithme des valeurs mesurées de G et η en fonction du logarithme de la fréquence réduite $\alpha(T)f$ par un polynôme d'ordre n qui approche au mieux le comportement des deux grandeurs d'intérêt ici. On obtient les deux relations suivantes :

$$\begin{aligned} \log_{10}(Re(G)) &= \sum_{i=0}^n a_i \log_{10}(\alpha(T)f), \\ \log_{10}(Im(G)) &= \sum_{i=0}^n b_i \log_{10}(\alpha(T)f) \end{aligned} \quad (1.46)$$

où $Im(G) = \eta Re(G)$. On en déduit le module d'Young du matériau en utilisant la relation $E = 2G(1 + \nu)$.

1.3.4.3 Moyens de mesures

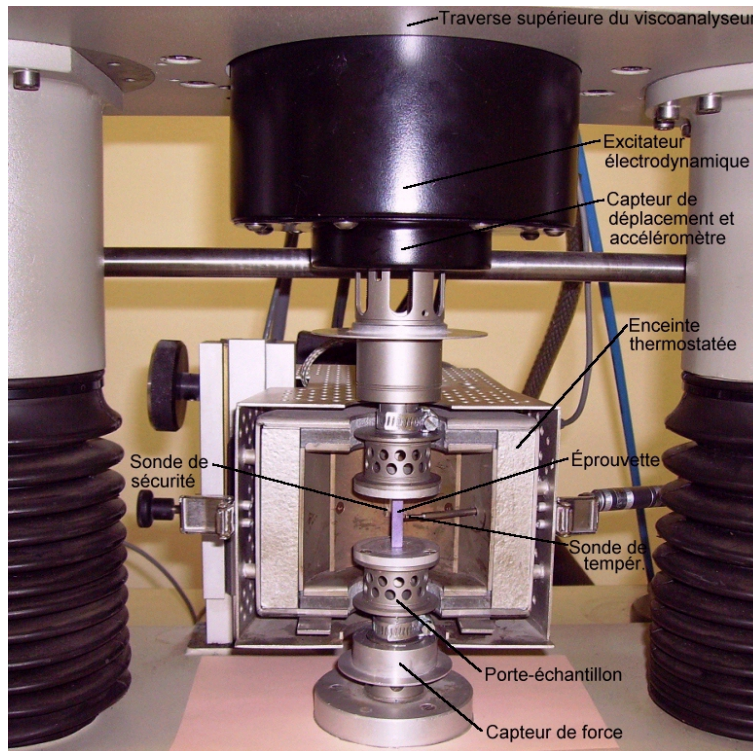


FIGURE 1.14 – Viscoanalyseur (Source : 01dB-Metravib)

Les paramètres mécaniques de la couche viscoélastique nécessaires à la construction des lois WLF sont préalablement mesurés à l'aide d'un outil nommé viscoanalyseur. Un viscoanalyseur (cf. figure 1.14) ou analyseur mécanique dynamique fait partie de la famille des appareils de DMA ou DMTA (Dynamic Mechanical Thermal Analysis). Cette mesure consiste à appliquer une déformation

sinusoïdale à un échantillon de matériau et à mesurer la force résultante transmise par l'échantillon. La figure 1.15 illustre les trois types d'essai qui sont menés : l'essai de traction-compression, celui de flexion et celui de cisaillement. Ils offrent la possibilité notamment de mesurer finement les trois grandeurs caractéristiques suivantes :

- le module complexe d'Young (E) ou de cisaillement (G) en fonction de la fréquence et de la température ;
- le facteur de perte (η) en fonction de la fréquence et de la température ;
- la température de transition vitreuse (T_g) qui dépend de la fréquence.

La précision de ces mesures joue par conséquent un rôle majeur dans le calcul du rayonnement acoustique de plaques amorties par une technologie viscoélastique.

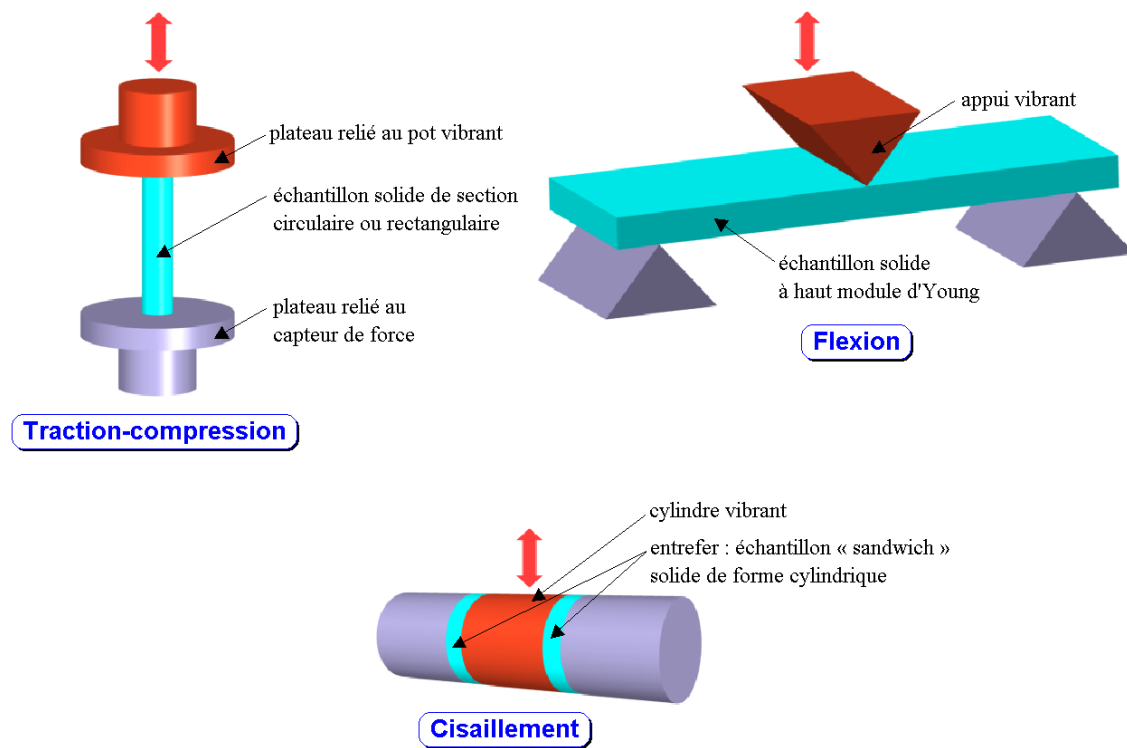


FIGURE 1.15 – Les moyens de mesures des propriétés mécaniques d'un viscoélastique (Source : Wikipedia)

Enfin, notons l'article de Hambric *et al.* [98] qui étudie la déduction des propriétés matériaux viscoélastiques à partir de calculs éléments finis associés à des mesures sur poutres.

1.3.5 Amortissement localisé

Le traitement acoustique de structures par un système dissipatif passif localisé n'est pas nouveau. La revue bibliographique faite ici traite uniquement du cas des structures de type plaque. Dans le contexte de cette thèse, peu de communications existent sur le sujet du rayonnement acoustique de plaques amorties localement. Citons à ce propos les travaux de Plunkett et Lee [99], Lall [100], Spalding et al. [101], Kruger et al. [102], Foin *et al.* [103], Kung et Singh [104, 105], et ceux de Rongong *et al.* [106], mais aucun d'entre eux traite du problème de rayonnement acoustique sous excitation aérodynamique. L'étude la plus récente, celle de Rongong *et al.*, traite de l'optimisation de ces traitements acoustiques mais se limite aux très basses fréquences, en effet seulement les 4 premiers modes sont considérés. L'étude de Kung et Singh, menée dans un contexte automobile, présente une approche analytique basée sur la méthode de Rayleigh-Ritz qui évalue les caractéristiques vibratoires d'une plaque amortie localement par de multiples patches viscoélastiques (voir figure 1.16). Après une validation numérique croisée avec les résultats de Mead [107], Lall [100], puis He et Ma [108] pour le cas de la plaque entièrement recouverte d'un traitement, une comparaison est faite pour différentes tailles de patch avec l'étude menée par Lall. Cette comparaison montre de fortes divergences qui sont confirmées par une étude expérimentale validant l'approche développée par Kung et Singh. De plus, la majorité des études publiées couvre seulement les basses fréquences. Néanmoins, il est à noter les travaux de Foin *et al.* qui traitent de rayonnement acoustique de plaques amorties localement sous excitation pot vibrant sur la plage de fréquences [50 - 3000 Hz]. Les auteurs valident leur modélisation analytique basée sur la méthode Rayleigh-Ritz avec des essais et montrent notamment qu'il est difficile de généraliser l'optimisation d'un traitement amortissant. En effet, celle-ci doit être multicritères, à savoir concilier les effets de taille, d'emplacement, des épaisseurs constitutives et des propriétés matériau du traitement amortissant en fonction de la fréquence, de la densité modale et de la température.

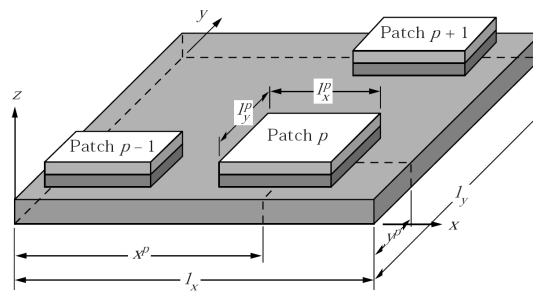


FIGURE 1.16 – Plaque mince amortie par des patches viscoélastiques (Source : Kung et Singh [104])

Plus récemment, les thèses de doctorat de Zoghaib [92] et Plessy [109] ainsi que le mémoire de master de Nennig [110] se sont focalisés sur cette thématique d'amortissement localisé. Zoghaib résout le problème aux valeurs propres en étudiant différentes méthodes matricielles et propose des techniques d'optimisation du placement de patches viscoélastiques précontraints. Ses travaux

concernent uniquement les basses fréquences. Néanmoins, l'influence du patch amortissant n'est pas étudiée pour des excitations de types couche limite turbulente et champ diffus. Plessy développe quant à lui un formalisme basé sur la méthode de Rayleigh-Ritz pour considérer des patchs précontraints. Il démontre alors la précision de son approche numériquement et expérimentalement. Enfin, Nennig propose d'optimiser le placement de patchs précontraints selon les flux d'énergie mesurés par intensimétrie et antennerie. Cette étude considère uniquement les basses fréquences (inférieures à 300 Hz) où il montre en outre l'efficacité de ces patchs en terme de réduction des vibrations.

1.4 Synthèse et méthodologie

Ce premier chapitre spécifie donc les besoins en terme de modélisation vibroacoustique dans un contexte aéronautique et un état de l'art est fait afin de placer ce mémoire de thèse dans son contexte scientifique.

La première partie de ce chapitre souligne le besoin lié à la problématique avion de modéliser sur une large gamme de fréquences une structure fortement hétérogène qui peut être amortie localement. Les effets des raidisseurs, de la laine de verre ainsi que de l'habillage commercial sont négligés dans ce mémoire de thèse. La considération de l'excitation aérodynamique est primordiale puisque source principale de bruit intérieur sur une grande partie de l'avion. Les excitations mécanique et acoustique sont elles aussi de grand intérêt car représentatives d'essais au sol menés par Airbus.

La revue bibliographique faite ensuite a dressé un état de l'art du sujet et a pointé les difficultés associées comme celle liée au calcul du rayonnement acoustique de structures. Ce calcul passe par l'évaluation des impédances de rayonnement qui sont des intégrales quadruples oscillantes et par conséquent très coûteuse en temps de calcul. La méthode proposée dans ce mémoire de thèse aura pour principal objectif de considérer des structures complexes en levant cette difficulté de calcul des impédances de rayonnement. La stratégie adoptée sera analytique car particulièrement adaptée pour traiter les problèmes en hautes fréquences et réduire les temps de calcul. L'état de l'art sur l'excitation aérodynamique par couche limite turbulente témoigne de la volonté du monde scientifique à développer un modèle universel. Sans y parvenir, de nombreux auteurs ont proposé des modèles avec différentes hypothèses et donc adaptés plus ou moins à notre problématique aéronautique. La comparaison de ces modèles dans le calcul de rayonnement acoustique d'une structure aéronautique sera donc aussi étudiée. Enfin, l'étude bibliographique a permis de souligner l'intérêt de deux modèles qui seront utilisées dans ce travail de thèse pour décrire un patch amortissant. Ces deux modèles correspondent d'une part à celui développé par Guyader *et al.* [87, 88] et basé sur l'équivalence d'un matériau multicouche à celui d'un simple couche de même épaisseur, et d'autre part aux lois WLF [96] qui prennent en compte la double dépendance température-fréquence des matériaux viscoélastiques.

Calcul du rayonnement acoustique de plaques par minimisation de l'erreur sur un échantillonnage de points d'observation

Sommaire

2.1	Introduction	33
2.2	Principe de la méthode MESOP	34
2.2.1	Article publié au JASA	34
2.2.2	Résumé	45
2.3	Généralisation de la méthode MESOP	45
2.3.1	Acte du congrès NOVEM 2009	45
2.3.2	Résumé	55
2.4	Modélisation des excitations acoustique et aérodynamique	55
2.4.1	Un champ diffus à partir des propriétés physiques de la salle réverbérante	55
2.4.1.1	Principe de modélisation	55
2.4.1.2	Validation croisée avec l'expérience et le calcul éléments finis	57
2.4.2	La couche limite turbulente à partir d'interspectres semi-empiriques	58
2.4.2.1	Principe de modélisation	58
2.4.2.2	Validation avec des résultats analytiques, numériques et expérimentaux	61
2.4.2.3	Comparaison des conditions de soufflerie et de vol	63
2.4.2.4	Choix du modèle d'interspectre	66
2.5	Conclusion	66

2.1 Introduction

Ce chapitre est principalement dédié au développement d'une méthode innovante prenant en compte le couplage fluide-structure en s'affranchissant des difficultés de calcul des impédances de rayonnement et traitant des structures fortement hétérogènes. La stratégie adoptée est basée sur

la représentation du comportement de la plaque finie bafflée par un échantillonnage spatial. La résolution du problème vibroacoustique se fait alors par l'optimisation de la vérification de l'équation de mouvement de la plaque sur cet échantillonnage spatial de points d'observation. Cette approche, baptisée MESOP (Minimization of the Error on a Sample of Observation Points), est tout d'abord introduite, validée pour des cas académiques sous excitation mécanique et étendue aux structures hétérogènes à travers l'exemple d'une plaque à épaisseur variable validée avec un résultat analytique de la littérature.

En second lieu, la méthode est généralisée à différentes conditions aux limites et le traitement de l'aliasing engendré par la méthode est expliqué et traité.

Enfin, les modélisations des excitations acoustique et aérodynamique sont décrites. Les deux modélisations sont validées numériquement et expérimentalement. La seconde fait l'objet d'une étude particulière en comparant les différents modèles de couche limite turbulente présentés au chapitre précédent. Une étude sur l'influence des conditions d'écoulement, à savoir les conditions particulières de soufflerie et de vol, sera aussi menée avec ces modèles dans l'objectif de déterminer le modèle le plus pertinent.

2.2 Principe de la méthode MESOP

Le développement de la méthode MESOP est décrit par un article [111] publié dans le Journal of the Acoustical Society of America (JASA). Cet article correspond à un approfondissement d'un papier [112] accepté et présenté au congrès d'Acoustics'08 à Paris (France). L'acte de congrès figure en Annexe A.

2.2.1 Article publié au JASA

Solving the vibroacoustic equations of plates by minimization of error on a sample of observation points

Olivier Collery^{a)}

AIRBUS Operations SAS, Department of Acoustics and Environment, 316 route de Bayonne, F-31060
Toulouse Cedex 09, France

Jean-Louis Guyader

Laboratoire Vibrations Acoustique, INSA Lyon, Bâtiment St Exupéry, 25 bis avenue Jean Capelle, F-69621
Villeurbanne Cedex, France

(Received 12 February 2009; revised 16 October 2009; accepted 13 December 2009)

In the context of better understanding and predicting sound transmission through heterogeneous fluid-loaded aircraft structures, this paper presents a method of solving the vibroacoustic problem of plates. The present work considers fluid-structure coupling and is applied to simply supported rectangular plates excited mechanically. The proposed method is based on the minimization of the error of verification of the plate vibroacoustic equation of motion on a sample of points. From sampling comes an aliasing effect; this phenomenon is described and solved using a wavelet-based filter. The proposed approach is validated in presenting very accurate results of sound radiation immersed in heavy and light fluids. The fluid-structure interaction appears to be very well described avoiding time-consuming classical calculations of the modal radiation impedances. The focus is also put on different samplings to observe the aliasing effect. As perspectives sound radiation from a non-homogeneous plate is solved and compared with reference results proving all the power of this method. © 2010 Acoustical Society of America. [DOI: 10.1121/1.3290982]

PACS number(s): 43.40.Rj, 43.40.Dx [DF]

Pages: 1347–1356

I. INTRODUCTION

An aircraft structure is strongly heterogeneous: It can be considered as an assembly of stiffened curved panels with non-uniform skin thickness. It includes beams to support the floor as well as large size windows in the flight deck. The turbulent boundary layer excitation is one of the main sources of aircraft interior noise over a large frequency range. In the industrial context of better understanding and predicting sound transmission through heterogeneous fluid-loaded aircraft structures, a formulation is proposed with purpose of assessing quickly sound radiation from these complex aircraft structures. In particular, the present paper aims at presenting a method applied to radiation from simply supported baffled plates exposed to a half-space of fluid and excited mechanically.

Sound radiation from plates has been widely studied for many years since this simple problem can explain how and why structures radiate noise. The calculation of radiated pressure leads to complexity and is time consuming even if the structure is a plate, e.g., the aircraft applications proposed by Graham^{1,2} and Maury *et al.*^{3,4} The need of computationally simpler method is obvious. Nevertheless, the drastic simplification of neglecting fluid loading is not considered because it is not appropriate in lot of practical situations.

In this paper, modal decomposition of plate vibrations into *in vacuo* modes, also called dry modes, is considered. This approach is widely used in literature. Fluid-structure

interaction is characterized through the modal radiation impedances, which are the time-consuming terms of the calculation. A large number of papers have put its focus on their evaluations.^{5–11} Conclusions drawn from these studies have emphasized difficulties to calculate these impedances and their necessity in heavy fluid. Some models predicting sound radiation from plates with fluid loading have been proposed in literature.^{12–17} A state of the art on the prediction of radiation from plates is presented by Atalla and Nicolas.¹⁸ Mutual-radiation resistances are often considered as having negligible impact on radiated sound power, but more practically this simplification leads to a strong reduction in computation time since each mode remains uncoupled. More recently, Li and Gibeling¹⁹ and Sha *et al.*²⁰ presented simple calculation methods for the mutual radiation resistances. In particular, Li and Gibeling¹⁹ showed that they may not be meaningless as compared with the self-terms in a quite wide frequency range.

A choice has to be made between approximate models, easy to use and quick to compute but giving only tendencies, or accurate models limited by the calculation times and consequently not adapted to large parametric studies, hence the constant need of new tools for predicting accurately and rapidly vibrations and sound radiation from plates. The formulation presented by Atalla and Nicolas¹⁸ has this objective. Their approach is based on a Taylor's expansion of Green's function, which brings some real improvement.

The present work is led within this context. It still uses displacement expansion into series of *in vacuo* plate eigenfunctions but instead of improving modal radiation imped-

^{a)} Author to whom correspondence should be addressed. Electronic mail: olivier.collery@airbus.com

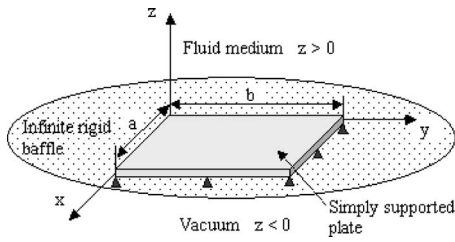


FIG. 1. Geometry of the problem.

ances it solves directly the plate equation of motion coupled to the acoustic media.

The formulation proposed is based on sampling and modal optimization. Indeed, modal amplitudes are optimized so as to satisfy the governing equation for a sampling of observation points of the plate under fluid loading. For the sake of brevity the method is called MESOP (minimization of error on a sample of observation points) in the following. This approach has been adopted due to the existence of numerous advanced algorithms treating efficiently of optimization problems.

It is shown in this paper that MESOP offers an efficient tool for assessment of sound radiation from simply supported baffled plates immersed in light or heavy fluid and a special focus is also put on presenting possibilities of extension given by the method. In Sec. II, homogeneous plates are considered and corresponding theoretical analysis associated is derived from plate sampling and modal decomposition. Then aliasing phenomenon and its solving through a wavelet-based filter are described. Finally the resolution principle is presented.

Section III is devoted to numerical validations. The model is first validated in heavy fluid. The fluid-structure coupling appears to be very well described. Different plate samplings are considered to observe the aliasing effect. Next a numerical validation is made in light fluid and a comparison in term of computation time is led on different algorithms. The present approach shows here all its interest.

Finally the model is generalized in Sec. IV to non-homogeneous plates. The particular case of a plate with varying thickness is highlighted and used to give credit to the generalized formulation.

II. MESOP PRINCIPLE AND THEORY ASSOCIATED

A. Statement of the problem

The structure of interest is a simply supported thin rectangular plate inserted in a baffle (Fig. 1). The baffle is assumed to be infinite, plane, and rigid. The plate-baffle system separates vacuum ($z < 0$) from an acoustic medium ($z > 0$). As a result, the plate radiates into the fluid in the semi-infinite space. The plate produces flexural vibrations in response to a harmonic mechanical force per unit area of angular frequency ω and applied normally to the plate surface. Transverse shear and rotary inertia effects are neglected. A harmonic motion is considered but for sake of simplicity time dependence $e^{j\omega t}$ is applied. Transverse motion $W(x, y)$ of the homogeneous plate is derived using Love–Kirchhoff assumptions as follows:

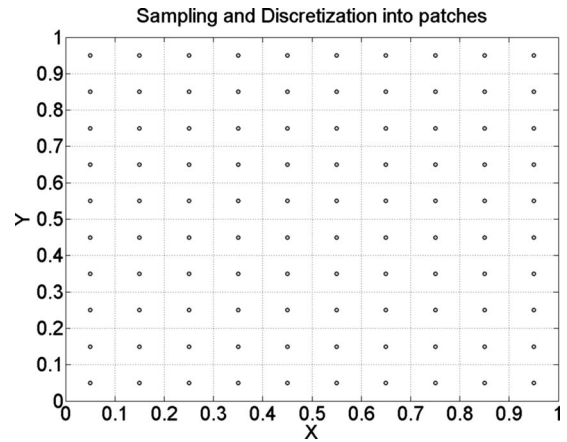


FIG. 2. Two linked approximations: discretization into patches (—) and observation on samples (○).

$$D\Delta^2 W(x, y) - \omega^2 \rho h W(x, y) = F(x, y) - p_0(x, y), \quad (1)$$

where D is the flexural rigidity, ρ is the mass density, h is the thickness, $F(x, y)$ is the driving force per unit area, and $p_0(x, y)$ is the fluid loading pressure. $p_0(x, y)$ is defined by the well-known Rayleigh integral

$$p_0(x, y) = \int_{S_p} j \rho_0 \omega V(x', y') \frac{e^{-jk_0 R}}{2\pi R} dx' dy', \quad (2)$$

where S_p is the surface of the plate, $k_0 = \omega/c_0$ is the acoustic wave number, ρ_0 and c_0 are the density and the sound speed in the fluid, and $R^2 = (x - x')^2 + (y - y')^2$.

The vibroacoustic response of the plate is assessed in terms of three vibroacoustic indicators, namely, the mean square velocity, the radiated sound power, and the radiation factor (see definitions in Appendix B).

B. Sampling approach

To model the vibroacoustic behavior of the plate, a sampling approach is used. This method consists in observing the verification of the equation of motion on a sample of points of the plate. Equation (1) is valid for any point (x, y) . Therefore, combining Eq. (1) and the sampling approach results in the following equation:

$$D\Delta^2 W(x_i, y_i) - \omega^2 \rho h W(x_i, y_i) = F(x_i, y_i) - p_0(x_i, y_i), \quad \forall i \in [1, N_x \times N_y], \quad (3)$$

where (x_i, y_i) are the coordinates of sample point i , and N_x and N_y are the numbers of samples in the x and y directions, respectively.

The limitation to a sample of points verifying the equation of motion will naturally produce only an approximation of the solution. To go further it is necessary to express the boundary pressure with the plate displacement.

C. Fluid loading

The fluid loading pressure $p_0(x, y)$ is calculated using the collocation method (see Appendix A). Thus, a discretization of the plate into rectangular patches is made (Fig. 2). These patches are chosen so as to let patch centers corre-

spond to sample points. Thus, same approximation level is used in the plate modeling and the fluid loading calculation.

The pressure on the plate is as a result defined by

$$p_0(x_i, y_i) = \sum_{j=1}^{N_x \times N_y} Z_{ij} V(x_j, y_j) = j\omega \sum_{j=1}^{N_x \times N_y} Z_{ij} W(x_j, y_j). \quad (4)$$

The impedance terms Z_{ij} are given by

$$Z_{ij} = \frac{p_0(x_i, y_i)}{V(x_j, y_j)} = \frac{1}{2\pi} \rho_0 j\omega \frac{e^{-jk_0 d_{ij}}}{d_{ij}} S_j, \quad (5)$$

$$Z_{ii} = \frac{p_0(x_i, y_i)}{V(x_i, y_i)} = \rho_0 c (1 - e^{-jk_0 r_i}), \quad (6)$$

where r_i is the radius of the circular patch of surface S_i .

The equation of the plate coupled with the acoustic medium is thus given by

$$D\Delta^2 W(x_i, y_i) - \omega^2 \rho h W(x_i, y_i) + j\omega \sum_{j=1}^{N_x \times N_y} Z_{ij} W(x_j, y_j) = F(x_i, y_i), \quad \forall i \in [1, N_x \times N_y]. \quad (7)$$

As seen before, a second approximation appears here due to the finite size of pistons used in the collocation technique. It is implicitly related to the sample points located at the pistons midpoints.

D. Modal decomposition

To solve the problem, thanks to modal optimization, modal decomposition of plate displacement is introduced. Let the flexural motion of the plate be expanded into series of *in vacuo* modes

$$W(x, y) = \sum_{m,n} a_{mn} \Phi_{mn}(x, y), \quad (8)$$

where a_{mn} and Φ_{mn} are the modal amplitude and the modal shape, respectively, of the (m, n) mode. For the case of a simply supported plate, Φ_{mn} is given by

$$\Phi_{mn}(x, y) = \sin \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{n\pi y}{b}, \quad (9)$$

where a and b represent the plate dimensions in the x and y directions. Note that expansion (8) does not necessitate that functions Φ_{mn} are modal shapes but only basis functions. Nevertheless the physical nature of mode shapes helps the convergence and when mode shapes are known, like in this case, their use is very convenient compared to other basis. In addition, it can be pointed out the perspective to treat other boundary conditions in just switching the functional basis, e.g., clamped plates. An approach coupled to a finite element method (FEM) can also be envisaged for complex boundary conditions representative of aircraft applications.

Using modal decomposition in the equation of motion given by Eq. (7) leads to a set of equation written at each sample point that depends on the modal amplitudes

$$\begin{aligned} D \sum_{m=1}^{m_{\max}} \sum_{n=1}^{n_{\max}} a_{mn} \Delta^2 \Phi_{mn}(x_i, y_i) \\ - \omega^2 \rho h \sum_{m=1}^{m_{\max}} \sum_{n=1}^{n_{\max}} a_{mn} \Phi_{mn}(x_i, y_i) \\ + j\omega \sum_{j=1}^{N_x \times N_y} Z_{ij} \sum_{m=1}^{m_{\max}} \sum_{n=1}^{n_{\max}} a_{mn} \Phi_{mn}(x_j, y_j) \\ = F(x_i, y_i), \quad \forall i \in [1, N_x \times N_y], \end{aligned} \quad (10)$$

where $m_{\max}$ and $n_{\max}$ are the maximal orders of the modes in the x and y directions, respectively. For the sight of simplicity, the equation of motion can be rewritten as

$$\begin{aligned} \sum_{q=1}^{q_{\max}} \left[D\Delta^2 \Phi_q(x_i, y_i) - \omega^2 \rho h \Phi_q(x_i, y_i) \right. \\ \left. + j\omega \sum_{j=1}^{N_x \times N_y} Z_{ij} \Phi_q(x_j, y_j) \right] a_q = F(x_i, y_i), \\ \forall i \in [1, N_x \times N_y], \end{aligned} \quad (11)$$

$$[\mathbf{S}]\{\mathbf{A}\} = \{\mathbf{F}\}, \quad (12)$$

where q is the mode index, $[\mathbf{S}]$ is the sampling matrix of size equal to the number of samples times the number of modes, $\{\mathbf{A}\}$ is the modal amplitude vector of size equal to the number of modes, and $\{\mathbf{F}\}$ is the driving force per unit area vector of size equal to the number of samples. After plate sampling the modal truncation represents the second type of approximation of the method described here. Therefore, the maximal orders of the modes will be considered as a parameter of investigation.

E. The aliasing phenomenon

In the present method, the plate displacement is expressed from mode responses. Let us consider that $M \times M$ modes are used. In the wave number domain each plate mode is defined by a couple of wave numbers of the form $(m\pi/a, n\pi/b)$ where $m=1, M$ and $n=1, M$. Thus, all wave numbers used to describe the plate response are located in a rectangular domain (Fig. 3).

Let us consider a same number N of sample points in both directions. The sample of observation points is regularly distributed over the plate at points of coordinates $(pa/N, qb/N)$ where a/N and b/N are the spacings between samples in x and y directions and $N \times N$ is the number of sample points considered. In the wave number domain this sampling corresponds to a couple of wave numbers of the form $(p\pi/a, q\pi/b)$ where $p=1, N$ and $q=1, N$. Plate displacements observed in the method contain all wave numbers located in a rectangular domain (Fig. 3).

Three configurations are possible depending on the number of modes $M \times M$ and the number of sample points $N \times N$.

- $M > N$. In this case (Fig. 3) modes' wave number components remain uncontrolled by observation points and the method failed to predict vibroacoustic plate response. This

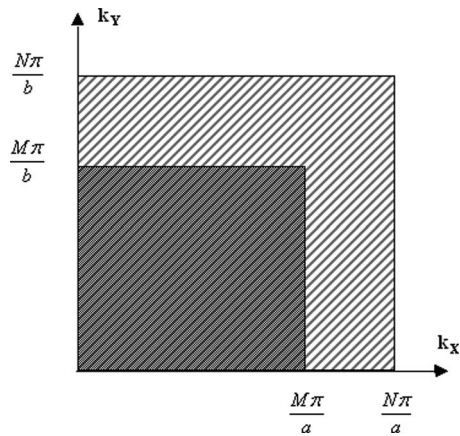


FIG. 3. Wave number domains of the modes $M \times M$ and sample points $N \times N$. Case of $M < N$.

case corresponds to an underdetermined problem: less equations (sample points) than unknowns (modal amplitudes).

- $M=N$. All modes' wave numbers are here exactly controlled by sample points and the vibroacoustic response is well described.
- $M < N$. In this case the aliasing problem is observed, the problem is also called overdetermined. As explained in signal processing textbooks, the signal observed by sampling has wave number components not taken into account by modal decomposition. The aliasing effect can be negligible in some cases (see Sec. III B 2) but leads to wrong modal amplitudes in most cases and as a result to wrong vibroacoustic response.

F. Solving the aliasing problem by using a wavelet-based filter

To avoid aliasing, all wave number contributions that cannot be taken into account by modal decomposition must be suppressed. This is achieved by filtering high wave number components not controlled by modal decomposition. In this paper, a two-dimensional (2D) filtering at level 1 based on Daubechies wavelets of order 10 is applied to Eq. (12) before resolution.

More precisely, vector $\{\mathbf{F}\}$ and each column of matrix $[\mathbf{S}]$ are filtered in order to retain only low wave number components corresponding to wave numbers of modes used in the calculation. Concerning vector $\{\mathbf{F}\}$ the filtering distributes more equally the force on the plate, the force level is therefore lowered at its primary location as illustrated in Fig. 4 where f_c is the critical frequency of the plate considered.

Matrix $[\mathbf{S}]$ is made of N rows and M columns, where N is the number of observation points and M is the number of modes considered. This matrix has to be filtered consequently for each column, that is, for the spatial distribution of observation points of the plate at one given order (m, n) of the functional basis. In that purpose, each column is first reshaped in a 2D-matrix and the matrices obtained are then filtered.

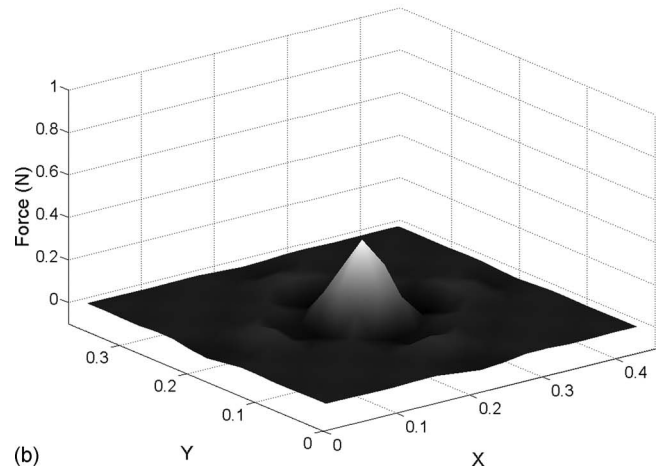
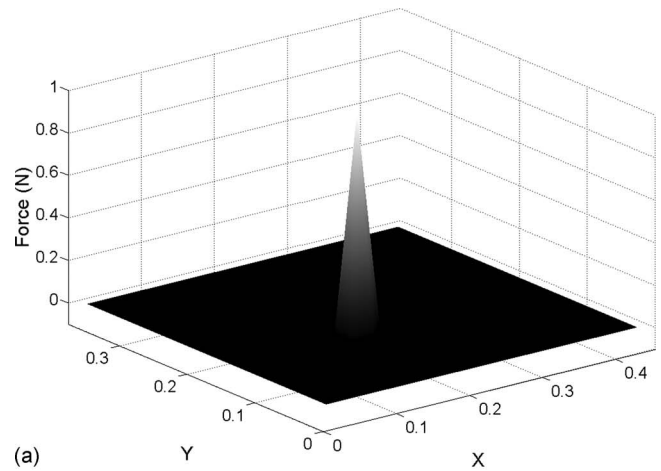


FIG. 4. Filter impact on force distribution. Case of sound radiation into water from a simply supported plate ($a/b=1.2$, $a/h=455$, $f_c > 20$ kHz) driven by a point force at its center: (a) without filtering and (b) with filtering.

G. Resolution

To solve the problem the modal amplitudes must satisfy Eq. (12). However, in general, it is impossible and one has to find optimum modal amplitudes satisfying Eq. (12) as much as possible.

Several possibilities to find optimum modal amplitude values exist, generally through the minimization of residual function. Many algorithms performing this computation are available in the market. The present work will use the basic inverse function for square sampling matrix $[\mathbf{S}]$, i.e., number of modes equal to number of sample points. Nevertheless, in most cases, the sampling matrix is rectangular and Eq. (12) is solved in the least squares sense using LAPACK routines implemented in MATLAB; one gets the following minimization:

$$\min_{\{\mathbf{A}\}} \|[\mathbf{S}]\{\mathbf{A}\} - \{\mathbf{F}\}\|_2. \quad (13)$$

This algorithm will be compared in terms of computation time to other algorithms implemented in MATLAB such as the pseudoinverse function, the derivative-free method, or genetic algorithms.

Minimization yields optimum modal amplitude values, which are finally used to assess the three vibroacoustic indi-

cators. Note that a larger number of sample points than modes corresponds to most practical cases, then the filtering allows decreasing the size of matrix system (12) and therefore the associated resolution process of Eq. (13).

III. NUMERICAL VALIDATION FOR HOMOGENEOUS PLATES IN HEAVY AND LIGHT FLUIDS

To validate the proposed theory, the following vibroacoustic indicator is assessed: the radiated sound power W . Its definition is given in Appendix B. The radiated sound power is expressed in decibel with a reference level equal to 1. The validation of the present model is divided into two parts: sound radiation first into heavy fluid and then into light fluid.

Two input data need to be defined before computation: the number of samples and the number of modes considered. They are strongly responsible of accurate results. Convergence criteria will be consequently defined too. To illustrate aliasing effect and for the sake of simplicity, the same number of modes (M) is used in both directions. The same assumption is made with the number of samples (N).

A. Vibroacoustic response of plates under heavy fluid loading

The heavy fluid yields here a strong fluid-structure interaction. As a consequence, the method is really tested in a difficult case.

Experimental results under heavy fluid loading are not common in literature. Such experiments are difficult to set up; in fact, only few reference results exist but none was found allowing comparison with. However, some numerical results of sound radiation of simply supported baffled plates into water exist.^{14,15,17} Berry and Foin *et al.* dealt with this problem using a variational formulation solved by the Rayleigh–Ritz method, whereas Laulagnet solved analytically this problem in calculating directly the radiation impedances. Note that the state-space approximation^{21,22} permits to determine the fluid-loaded resonances through classical analyses (e.g., eigenvalue decomposition).

A numerical validation is led in heavy fluid comparing the optimized results with Berry's work in the case of a simply supported plate $455 \times 375 \times 1$ mm³ immersed in water ($\rho_0 = 1000$ kg m⁻³ and $c_0 = 1500$ m s⁻¹) and driven by a point force F_p at its center [$F_p = \|F_p\| \delta(x-a/2) \delta(y-b/2)$ and $\|F_p\| = 1$]. Using sampling approach, one gets the following expression of the driving force per unit area:

$$F(x_i, y_i) = \begin{cases} \frac{\|F_p\|}{S_i} & \text{if sample } i \text{ is sample excited} \\ 0 & \text{else.} \end{cases} \quad (14)$$

The frequency range of study is 10–4000 Hz. A large number of *in vacuo* plate modes are considered to be sure that no modal contribution is missing.

To investigate the influence of sampling, comparison is made in the three following configurations: $M=N$, $M>N$, and $M<N$.

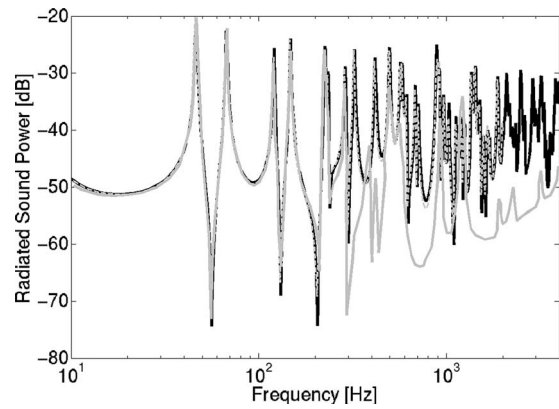


FIG. 5. Radiation into water by the proposed method with $M=N$ (black solid line) compared to Berry's results (gray solid line) and FEM results (gray dashed line). Case of a simply supported plate ($a/b=1.2$, $a/h=455$, $f_c > 20$ kHz) driven by a point force at its center.

1. Calculation using as many modes as samples ($M=N$)

The resolution is quite simple since the sampling matrix is square in this case and therefore a basic inverse function leads to the solution. Figure 5 presents comparative results with those from Berry. Comparison shows a good accuracy until 300 Hz between optimized results and results from Berry. Beyond 300 Hz, a different behavior is observed. A cross validation with a commercial FEM software is consequently led proving the validity of our results. The FEM model size limits results to 2 kHz. Note that the MESOP computation runs around 70 times faster than the FEM one. As a consequence a poor convergence of Berry's results is assumed; indeed only 169 functions were used in its Rayleigh–Ritz expansion of the plate displacement whereas the present method uses 1369 functions ($M=37$). Note also that Berry uses a strong truncation to compute radiation impedance coefficients. This reference case treats only of subsonic modes because of the high value of the sound speed in water ($c_0 = 1500$ m s⁻¹) yielding a very high critical frequency ($f_c > 20$ kHz). A case handling supersonic modes will be investigated in Sec. IV.

2. Calculation using more modes than samples ($M>N$)

With $M>N$, the sampling matrix becomes rectangular and Eq. (12) is solved in the least squares sense in optimizing Eq. (13). Results are compared to those of the previous case $M=N$ (Fig. 6). A poor agreement is observed proving the incapacity of the method to solve underdetermined problem, i.e., more unknowns (modal amplitudes) than samples.

3. Calculation using less modes than samples ($M<N$)

In this case, the sampling matrix is also rectangular and Eq. (12) is solved in the least squares sense in optimizing Eq. (13). Results are also compared to those of the case $M=N$ (Fig. 6). Moreover this case must lead to the aliasing phenomenon. The wavelet-based filter is consequently needed.

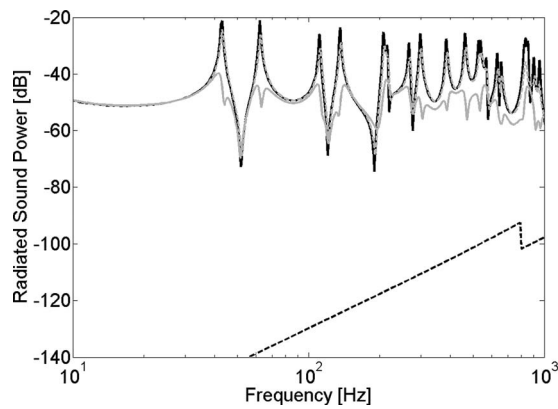


FIG. 6. Radiation into water by the proposed method with $M=N$ (black solid line), $M>N$ (black dashed line), $M<N$ without filtering (solid gray line), and with filtering (dashed gray line). Case of a simply supported plate ($a/b=1.2$, $a/h=455$, $f_c>20$ kHz) driven by a point force at its center.

To observe the influence of this filter, two calculations have been done: without and with filtering both sampling matrix $\{S\}$ and vector $\{F\}$.

On the one hand results without filtering show clearly problems of convergence due to aliasing. The global behavior is relatively well described while resonances are strongly underestimated.

On the other hand results with filtering show all the power of filtering. In fact, resonances are well described and aliasing effect is totally suppressed.

Finally, the validation into heavy fluid has proved the very good convergence of the method in a difficult case. The fluid-structure interaction is very well described. In addition to this, the mutual influence of both parameters has been illustrated: modes considered and plate sampling. The aliasing effect has been underlined when the sampling matrix is overdetermined ($M<N$) and the filter chosen has demonstrated its capacity to suppress this undesirable effect.

4. Evaluation of the radiation impedances and aliasing filter impacts on computation time

The impact on resolution time of these two MESOP steps is illustrated in Table I through the Berry's case described above. Two configurations are treated: $M=N=37$ and $M=37$ with $N=15$. Results show first of all the interest to consider the configuration $M<N$ even if it presents an aliasing effect. In fact, this effect is easily treated with the filter proposed and allows a faster computation with a gain of 85% here on the resolution time. The evaluation of the radiation impedances is naturally decorrelated of the configuration since it only depends on the number of samples considered.

TABLE I. Computation time of different MESOP steps for one frequency point depending on the choice of M and N . Simulation time obtained on a 700-Mflops computer

	$M=N=37$	$M=37/N=15$
Radiation impedances	0.63s	0.63s
Aliasing filter	0.00s	0.30s
Resolution	1.41s	0.19s
Total	2.04s	1.12s

The evaluation time of these impedances becomes therefore non-negligible when the more efficient configuration $M<N$ is treated; e.g., the radiation impedances represent here 30% of the total computation time when $M=N$ and 56% when $M<N$.

5. Criteria defining the number of modes and samples needed

The choice of the modes considered is made in applying the following criterion (15) based on *in vacuo* modes. One gets all modes placed in a quadrant depending on the maximal frequency of study and a constant γ . The constant γ is taken to be equal to 2 in heavy fluid in order to take into account added mass effect compared to vacuum. In the present paper, modes are of the form $M \times M$, and therefore $M=\max(m,n)$ must be considered.

$$\left\{ (m,n) \text{ such as } \left(\frac{m}{a} \right)^2 + \left(\frac{n}{b} \right)^2 \leq \gamma \sqrt{\frac{4\rho h}{\pi^2 D}} f_{\max} \right\}. \quad (15)$$

Concerning the influence of sampling, it is obvious that the more sample points taken, the greater accuracy. A sampling criterion of $\lambda_{fl}/4$ is enough to assess accurately the vibroacoustic response below the critical frequency f_c , where the flexural wavelength λ_{fl} is given by

$$\lambda_{fl} = \frac{\sqrt{\omega}}{f} \sqrt[4]{\frac{D}{\rho h}}. \quad (16)$$

Beyond the critical frequency, the acoustic wavelength is more restrictive and has to be considered.

B. Vibroacoustic response of plates under light fluid loading

In this case several results are available in literature for comparison. The method is applied to a steel plate $1000 \times 1000 \times 1$ mm³, driven by a point force at (0.7, 0.2) of 1 N. The following properties of air are chosen to simulate the light fluid loading: $\rho_0=1.2$ kg m⁻³ and $c_0=340$ m s⁻¹. The structural loss factor is taken to be $\eta=0.01$. This factor is introduced in the complex Young modulus E^* such as

$$E^* = E(1 + j\eta). \quad (17)$$

The three vibroacoustic indicators of interest are plotted between 10 Hz and 1 kHz (note that the corresponding critical frequency is 12 kHz). Simulation results are compared to reference results from C-Valor-test cases collection.²³

1. Validation

To validate the present approach into light fluid, 20×20 modes and 41×41 samples are used ($M<N$) and the filter is applied. Results presented in Fig. 7 show an excellent agreement between optimized and reference results over the complete frequency range of interest. The present method allows an accurate assessment of the response and the radiation of the plate studied. The number of modes to be consid-

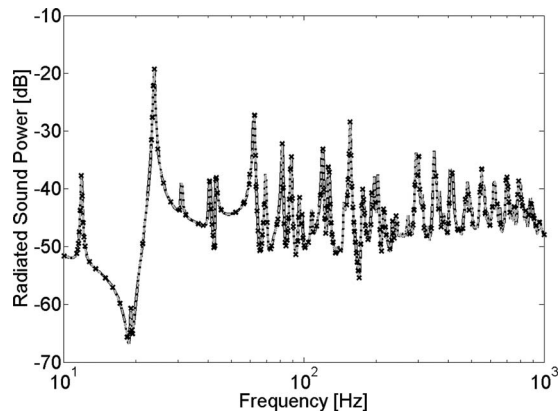


FIG. 7. Radiation into air by the proposed method with $M < N$ without filtering ($\times$) and with filtering (dashed line) compared to reference results from C-Valor (solid line). Case of a simply supported thin plate ($a/b = 1$, $a/h = 1000$, $f_c = 12$ kHz) driven by a point force at $(7a/10, b/5)$.

ered in light fluid is defined using a constant γ equal to 1 in Eq. (15) when the added mass effect is negligible compared to vacuum.

2. Aliasing effect into light fluid

The aliasing effect is then investigated into light fluid. In that purpose, the vibroacoustic response of the previous plate is calculated using same configuration ($M < N$) without filtering the sampling matrix nor the driving force per unit area vector. Results are compared to the case $M = N (=41)$ presenting no aliasing (Fig. 7). It can be shown that aliasing effect is negligible into light fluid. Indeed a very good agreement is observed between both results. The reason is that *in vacuo* modes taken to model the plate behavior are very lowly modified by the light fluid loading and, as a consequence, aliasing effect becomes negligible in that particular case. In fact, Φ_{mn} can be considered as modal shapes for this case and not only basis functions.

C. Choice of the optimization algorithm

Several algorithms are available to solve the problem defined by Eq. (13) with $M < N$. This problem corresponds to the case where the sampling matrix $[S]$ is rectangular, i.e., the most common case. The following algorithms implemented in MATLAB have been tested: least squares algorithm using LAPACK routines, the pseudoinverse function, the derivative-free method, and the genetic algorithms. To help us choose the best optimization algorithm, a comparison in terms of accuracy and computation time has been performed.

A preliminary computation has permitted to eliminate the derivative-free method and the genetic algorithms; both are not adapted because the function to optimize needs too much computation time. Indeed both methods are based on iterations and each iteration corresponds to an evaluation of the function to optimize.

Comparison between the least squares algorithm and the pseudoinverse technique has been led on the previous plate in light fluid between 10 and 100 Hz with 450 frequency points. 12×12 sample points and 6×6 modes are considered. The computation of vibroacoustic indicators using least

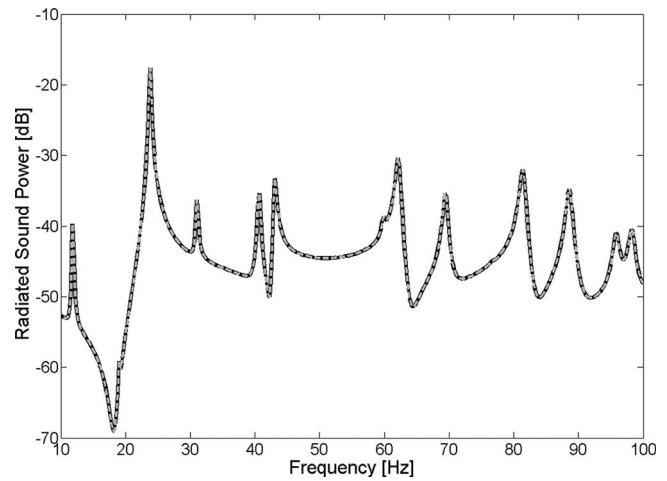


FIG. 8. Comparison in terms of radiated sound power between the least squares algorithm (dashed line) and the pseudoinverse function (solid line). Case of a simply supported thin plate ($a/b = 1$, $a/h = 1000$, $f_c = 12$ kHz) driven by a point force at $(7a/10, b/5)$.

squares algorithm represents the reference in terms of accuracy since it was used to validate the method. Results are illustrated in Fig. 8. Comparison has demonstrated the better efficiency of the first algorithm. In fact, both algorithms have an excellent agreement but the second one takes around four times longer than the first one to compute (Table II).

IV. EXTENSION TO NON-HOMOGENEOUS PLATES IN LIGHT FLUID

A. Generalization

This section aims at solving vibroacoustic problems using MESOP method for non-homogeneous plates. The present approach can be easily generalized to this case, since just the governing equation has to be changed. Non-homogeneous plate equation for bending motion according to Love–Kirchhoff assumptions is given by

$$D\Delta^2 W - \omega^2 \rho h W + 2 \frac{\partial D}{\partial x} \frac{\partial (\nabla^2 W)}{\partial x} + 2 \frac{\partial D}{\partial y} \frac{\partial (\nabla^2 W)}{\partial y} + (\nabla^2 D) \times (\nabla^2 W) - (1 - \nu) \left(\frac{\partial^2 D}{\partial y^2} \frac{\partial^2 W}{\partial x^2} - 2 \frac{\partial^2 D}{\partial y \partial x} \frac{\partial^2 W}{\partial y \partial x} + \frac{\partial^2 D}{\partial x^2} \frac{\partial^2 W}{\partial y^2} \right) = F - p_0, \quad (18)$$

where ν is the Poisson ratio. Compared to the homogeneous plate case, the difference comes from additional stiffness terms. Note that this equation is only valid for a spatial variation of the Young modulus E , the thickness h , and the Poisson ratio ν , which are very common in aircraft structures.

TABLE II. Comparison of two optimization algorithms. Computation time of 450 frequency points over 10–100 Hz. Simulation time obtained on a 700-Mflops computer.

	Least squares algorithm	Pseudoinverse technique
Computation time (s)	6.7	26.1

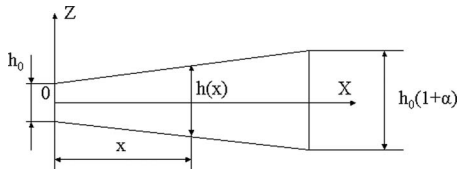


FIG. 9. Plate with linearly varying thickness.

Next the MESOP approach is applied in a straightforward manner, Eq. (7) of the homogeneous plate case being modified by introducing the new plate equation with additional terms. An example is proposed below.

B. Example of varying thickness

To validate MESOP approach for non-homogeneous plate, prior work of Miloudi *et al.*²⁴ is used for comparison. Miloudi *et al.* put their focus on the influence of varying thickness on sound radiation from a simply supported baffled plate into air. The studied thickness is only varying in the x direction (Fig. 9) as follows:

$$h(x) = h_0 \left(1 + \frac{\alpha}{a} x \right), \quad (19)$$

where h_0 is the thickness at $x=0$ and α is a given constant. As a consequence, Eq. (18) becomes

$$\begin{aligned} D \Delta^2 W(x, y) - \omega^2 \rho h(x) W(x, y) + 2 \frac{\partial D(x, y)}{\partial x} \frac{\partial (\nabla^2 W(x, y))}{\partial x} \\ + \frac{\partial D^2(x, y)}{\partial x^2} \left(\frac{\partial W^2(x, y)}{\partial x^2} + \nu \frac{\partial W^2(x, y)}{\partial y^2} \right) \\ = F(x, y) - p_0(x, y). \end{aligned} \quad (20)$$

The varying thickness is assumed to have no influence on the radiation impedances estimated by the collocation method. Using the MESOP approach leads to Eqs. (21) and (22) to be solved where $[S_{NH}]$ is the sampling matrix for this non-homogeneous case. Note that $\{\Phi_{mn}(x, y)\}$ still form a functional basis but are of course not modal shapes of the heterogeneous plate.

$$\begin{aligned} D \sum_{m=1}^{m_{\max}} \sum_{n=1}^{n_{\max}} a_{mn} \Delta^2 \Phi_{mn}(x_i, y_i) \\ - \omega^2 \rho h(x_i) \sum_{m=1}^{m_{\max}} \sum_{n=1}^{n_{\max}} a_{mn} \Phi_{mn}(x_i, y_i) \\ + 2 \frac{\partial D}{\partial x} \sum_{m=1}^{m_{\max}} \sum_{n=1}^{n_{\max}} a_{mn} \frac{\partial (\nabla^2 \Phi_{mn}(x_i, y_i))}{\partial x} \\ + \frac{\partial D^2}{\partial x^2} \sum_{m=1}^{m_{\max}} \sum_{n=1}^{n_{\max}} a_{mn} \left(\frac{\partial^2 \Phi_{mn}(x_i, y_i)}{\partial x^2} + \nu \frac{\partial^2 \Phi_{mn}(x_i, y_i)}{\partial y^2} \right) \\ + j\omega \sum_{j=1}^{N_x \times N_y} Z_{ij} \sum_{m=1}^{m_{\max}} \sum_{n=1}^{n_{\max}} a_{mn} \Phi_{mn}(x_j, y_j) \\ = F(x_i, y_i), \quad \forall i \in [1, N_x \times N_y], \end{aligned} \quad (21)$$

$$[S_{NH}]\{\mathbf{A}\} = \{\mathbf{F}\}. \quad (22)$$

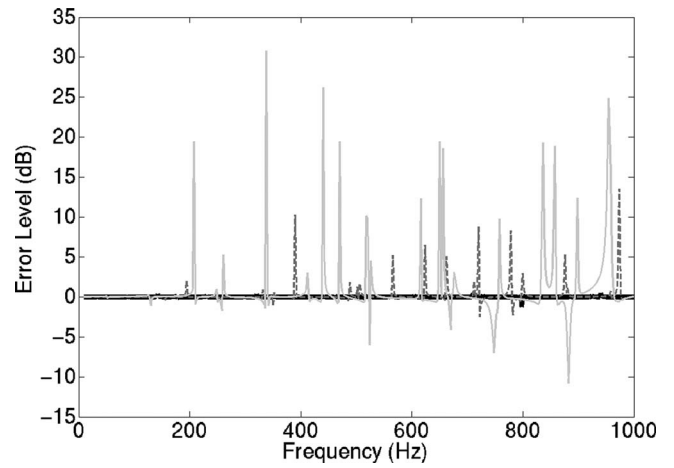


FIG. 10. Error level of the radiated sound power when $M < N$ with and without filtering. Case of a simply supported thick plate ($a/b=1$, $a/h=125$, $f_c=1.6$ kHz) with varying thickness driven by a point force at (0.33,0.38): $\alpha=0$ (black solid line), $\alpha=0.2$ (gray dashed line), and $\alpha=1$ (gray solid line).

The radiation factor (see Appendix B) of three steel plates 1×1 m² with $h_0=8$ mm and $\alpha=0, 0.2$, and 1 , all driven by a point force at (0.33,0.38) of 1 N, is here investigated. The following results are calculated using $N=35$ and $M=12$ after filtering system (22). It can be observed that the greater alpha factor, the stronger aliasing influence, as illustrates Fig. 10 plotting the error level of mean square velocity with and without filtering. In fact, *in vacuo* modes used for homogeneous plates into light fluid become less and less valid when the plate becomes heterogeneous.

The present method allows an excellent agreement with results from Miloudi *et al.*'s work over 10 Hz–3 kHz, as illustrated in Fig. 11 where the case of higher structural heterogeneity, that is, $\alpha=1$, is treated. This observation gives credit to the generalized model, which seems to be also powerful with non-homogeneous plates.

In addition, this case shows the very good accuracy of the method proposed and the aliasing filter for supersonic modes, that is, for frequencies beyond the critical frequency; i.e., $f > 1.6$ kHz here. All previous cases were validated for

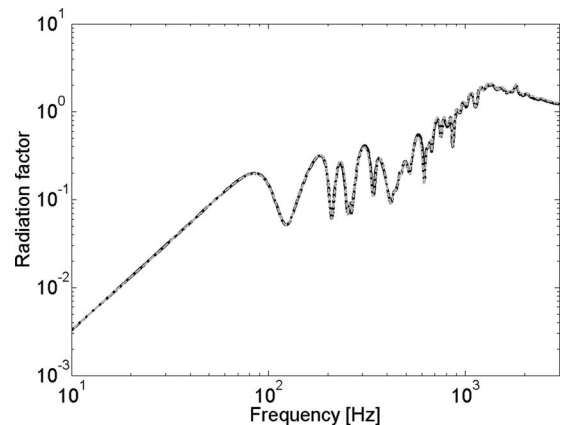


FIG. 11. Radiation factor into air by the proposed method (dashed line) compared to results from Miloudi *et al.* (solid line). Case of a simply supported thick plate ($a/b=1$, $a/h=125$, $f_c=1.6$ kHz) with varying thickness ($\alpha=1$) driven by a point force at (0.33,0.38).

cases handling only subsonic modes. The reasons were the following: On the one hand the critical frequency is too high in water because of the sound speed ($c_0=1500 \text{ m s}^{-1}$) around 4.5 times higher than in air; i.e., $f_C^{\text{water}} \approx 20 \times f_C^{\text{air}}$. On the other hand the homogeneous cases immersed in air do not permit to conclude since the aliasing effect is then negligible.

Finally, one can also notice here a real advantage of this approach compared to classical ones, that is, the simplicity of changing of plate structures in just modifying the differential equation of motion.

V. CONCLUSION

An innovative formulation based on sampling and optimization has been presented. Its simplicity through the use of powerful existing algorithms was attractive, and comparison with reference results and literature in heavy and light fluids has demonstrated the power of this approach in terms of simplicity and computation time. After a plate sampling into observation points, modal optimization permits to predict accurately and above all very quickly sound radiation from simply supported baffled plates excited mechanically. The fluid-structure coupling is precisely included without neglecting mutual radiation resistances whereas the difficulties, both theoretical and numerical, of calculating the modal radiation impedances are avoided. Hence all the interest of this method.

Furthermore, the generalization to non-homogeneous plates investigated here allows one to think about new applications as sandwich plates or more generally heterogeneous structures. Extension to different boundary conditions has been emphasized and different excitations can also be envisaged. In fact, the sampling approach gives the possibility to implement deterministic excitations such as the plane wave.

Finally, the MESOP approach represents not only a powerful tool to get accurate and quick results of sound radiation from fluid-loaded structures but also a method adapted to aircraft specificities.

APPENDIX A: COLLOCATION METHOD

The collocation method used to define the radiation impedances necessary to calculate the fluid loading pressure is here described. The Rayleigh integral formulated in Eq. (2) is first split up as two integrals depending on the observation point. And then, using the discretization of the surface S_p into patches, one gets at Q_0 (point inside the patch i)

$$p_0(Q_0) = \sum_{j=1, j \neq i}^N \int_{S_j} j\omega\rho_0 V(Q_j) \frac{e^{-jk_0\|Q_j Q_0\|}}{2\pi\|Q_j Q_0\|} dQ_j + \oint_{S_i} j\omega\rho_0 V(Q_i) \frac{e^{-jk_0\|Q_i Q_0\|}}{2\pi\|Q_i Q_0\|} dQ_i, \quad (\text{A1})$$

where Q_i and Q_j are points of patches i and j , respectively. The patches are assumed to be small enough so that the behavior of any point inside a patch can be approximated by its center value, that is to say the corresponding sample point. The velocity V is thus considered to be uniform inside

each patch and the distance between two points from different patches is assumed to be equal to the distance between the two centers. The first integral of Eq. (A1) is consequently rewritten as

$$\int_{S_j} j\omega\rho_0 V(Q_j) \frac{e^{-jk_0\|Q_j Q_0\|}}{2\pi\|Q_j Q_0\|} dQ_j = \frac{1}{2\pi} j\omega\rho_0 V(x_j, y_j) \frac{e^{-jk_0 d_{ij}}}{d_{ij}} S_j, \quad (\text{A2})$$

where d_{ij} is the distance between patches i and j , and S_i is the surface of the patch i .

Next, the singularity of the Rayleigh integral in case of patch's radiation on itself (i.e. emitting patch=receiving patch) can be avoided using polar coordinates in order to integrate the singularity. In that purpose, a circular patch of the same surface as the rectangular one of interest is considered; it yields

$$\oint_{S_i} j\omega\rho_0 V(Q_i) \frac{e^{-jk_0\|Q_i Q_0\|}}{2\pi\|Q_i Q_0\|} dQ_i = \rho_0 c V(x_i, y_i) (1 - e^{-jk_0 r_i}), \quad (\text{A3})$$

where r_i is the radius of the circular patch of surface S_i .

From these results, the radiation impedance Z_{ij} corresponding to the ratio of the fluid loading pressure at patch i and the velocity at patch j is introduced and can be derived as follows:

$$Z_{ij} = \frac{p_0(x_i, y_i)}{V(x_j, y_j)} = \frac{1}{2\pi} j\omega\rho_0 \frac{e^{-jk_0 d_{ij}}}{d_{ij}} S_j, \quad (\text{A4})$$

$$Z_{ii} = \frac{\rho_0(x_i, y_i)}{V(x_i, y_i)} = \rho_0 c (1 - e^{-jk_0 r_i}). \quad (\text{A5})$$

APPENDIX B: VIBROACOUSTIC INDICATORS

The radiated sound power W is defined by

$$W = \frac{1}{2} \int_x \int_y \text{Re}(p_0(x, y) V^*(x, y)) dx dy, \quad (\text{B1})$$

where Re and $*$ denote the real part and the conjugation, respectively. Using the sampling approach, which assumes a uniform behavior around each observation point, one gets a discrete formulation of the radiated sound power

$$W = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{N_x \times N_y} \text{Re}(p_0(x_i, y_i) V^*(x_i, y_i)) S_i. \quad (\text{B2})$$

In the same way, the following definition of the mean square velocity $\langle V^2 \rangle$ can be formulated using plate sampling:

$$\langle V^2 \rangle = \frac{1}{2S_p} \int_x \int_y |V(x, y)|^2 dx dy \quad (\text{B3})$$

and

$$\langle V^2 \rangle = \frac{1}{2S_p} \sum_{i=1}^{N_x \times N_y} |V(x_i, y_i)|^2 S_i. \quad (\text{B4})$$

Finally, the radiation factor σ is defined by

$$\sigma = \frac{W}{\rho_0 c \langle V^2 \rangle S_p}. \quad (\text{B5})$$

- ¹W. R. Graham, "High frequency vibration and acoustic radiation of fluid-loaded plates," *Philos. Trans. R. Soc. London, Ser. A* **352**, 1–43 (1995).
- ²W. R. Graham, "Boundary layer induced noise in aircraft, part i: The flat plate model," *J. Sound Vib.* **192**, 101–120 (1996).
- ³C. Maury, P. Gardonio, and S. J. Elliott, "A wavenumber approach to modelling the response of a randomly excited panel, part i: General theory," *J. Sound Vib.* **252**, 83–113 (2002).
- ⁴C. Maury, P. Gardonio, and S. J. Elliott, "A wavenumber approach to modelling the response of a randomly excited panel, part ii: Application to aircraft panels excited by a turbulent boundary layer," *J. Sound Vib.* **252**, 115–139 (2002).
- ⁵G. Maidanik, "Response of ribbed panels to reverberant acoustic fields," *J. Acoust. Soc. Am.* **34**, 809–826 (1962).
- ⁶A. J. Price and M. J. Crocker, "Sound transmission through double panels using statistical energy analysis," *J. Acoust. Soc. Am.* **47**, 683–693 (1970).
- ⁷L. L. Ver and C. I. Holmer, *Noise and Vibration Control*, edited by L. L. Beranek (McGraw-Hill, New York, 1971), pp. 287–296.
- ⁸C. E. Wallace, "Radiation resistance of rectangular panel," *J. Acoust. Soc. Am.* **51**, 946–952 (1972).
- ⁹L. D. Pope and R. C. Leibowitz, "Intermodal coupling coefficients for a fluid-loaded rectangular plate," *J. Acoust. Soc. Am.* **56**, 408–415 (1974).
- ¹⁰B. E. Sandman, "Fluid-loaded vibration of an elastic plate carrying a concentrated mass," *J. Acoust. Soc. Am.* **61**, 1503–1510 (1977).
- ¹¹J. P. Coyette, G. Lielens, M. Robbé, and P. Neple, "An efficient method for evaluation diffuse field joint acceptance functions for cylindrical and truncated conical geometries," *J. Acoust. Soc. Am.* **117**, 1009–1019 (2005).
- ¹²H. G. Davies, "Low frequency random excitation of water-loaded rectangular plates," *J. Sound Vib.* **15**, 107–126 (1971).
- ¹³R. F. Keltie and H. Peng, "The effects of modal coupling on the acoustic power radiation from panels," *Trans. ASME* **109**, 48–54 (1987).
- ¹⁴A. Berry, "A new formulation for the vibrations and sound radiation of fluid-loaded plate with elastic boundary conditions," *J. Acoust. Soc. Am.* **96**, 889–901 (1994).
- ¹⁵B. Laulagnet, "Sound radiation by a simply supported unbaffled plate," *J. Acoust. Soc. Am.* **103**, 2451–2462 (1998).
- ¹⁶H. Nelisse, O. Beslin, and J. Nicolas, "A generalized approach for the acoustic radiation from a baffled or unbaffled plate with arbitrary boundary conditions, immersed in a light or heavy fluid," *J. Sound Vib.* **211**, 207–225 (1998).
- ¹⁷O. Foin, J. Nicolas, and N. Atalla, "An efficient tool for predicting the structural acoustic and vibration response of sandwich plates in light or heavy fluid," *Appl. Acoust.* **57**, 213–242 (1999).
- ¹⁸N. Atalla and J. Nicolas, "A new tool for predicting rapidly and rigorously the radiation efficiency of plate-like structures," *J. Acoust. Soc. Am.* **95**, 3369–3376 (1994).
- ¹⁹W. L. Li and H. J. Gabeling, "Determination of the mutual radiation resistances of a rectangular plate and their impact on the radiated sound," *J. Sound Vib.* **229**, 1213–1233 (2000).
- ²⁰K. Sha, J. Yang, and W.-S. Gan, "A simple calculation method for the self- and mutual-radiation impedance of flexible rectangular patches in a rigid infinite baffle," *J. Sound Vib.* **282**, 179–195 (2005).
- ²¹J. A. Giordano and G. H. Koopman, "State space boundary element-finite element coupling for fluid-structure interaction analysis," *J. Acoust. Soc. Am.* **98**, 363–372 (1995).
- ²²K. A. Cunefare and S. D. Rosa, "An improved state-space method for coupled fluid-structure interaction analysis," *J. Acoust. Soc. Am.* **105**, 206–210 (1999).
- ²³C-Valor, "Benchmark for vibroacoustic software validation," SFM-SFA (French societies for mechanics and acoustics), 1996.
- ²⁴A. Miloudi, N. Hamzaoui, and J.-L. Guyader, "Influence of thickness defects on the acoustical radiation of plates," *Acta Acust. Acust.* **85**, 213–220 (1999).

2.2.2 Résumé

Cet article présente donc la théorie de l'approche MESOP et la validation associée pour des cas de la littérature. La structure étudiée est une plaque plane finie, bafflée, simplement appuyée. La méthode MESOP considère l'équation de mouvement de la plaque étudiée (cf. équation 2.1) en un certain nombre de points d'observation.

$$D\Delta^2 W(x, y) - \omega^2 \rho h W(x, y) = F(x, y) - p_0(x, y). \quad (2.1)$$

Les impédances de rayonnement caractérisant les interactions fluide-structure sont déduites grâce à cette représentation par un procédé classique de collocation. L'hypothèse de plaque plane bafflée rend cette collocation possible en utilisant l'intégrale de Rayleigh. La dernière étape avant la résolution est également simple : il s'agit d'effectuer une décomposition modale du déplacement transverse W de la plaque sur la base connue des fonctions propres, ici le produit de sinus dans le cas de conditions aux limites simplement appuyées. Ces trois étapes permettent d'écrire l'équation de mouvement sous la forme matricielle suivante en fonction des amplitudes modales $\{\mathbf{A}\}$:

$$[\mathbf{S}] \{\mathbf{A}\} = \{\mathbf{F}\}. \quad (2.2)$$

La matrice $[\mathbf{S}]$ à inverser de taille [nombres d'échantillons $\times$ nombres de modes] n'étant pas carrée, le système est résolu par minimisation de l'erreur à l'aide d'un algorithme d'optimisation des moindres carrés. Le cas le plus commun où le nombre d'échantillons est supérieur au nombre de modes présente un effet d'aliasing sur les résultats. Pour traiter ce phénomène, un filtre basé sur les ondelettes est proposé et validé. Le cas particulier où le nombre d'échantillons est inférieur au nombre de modes est souligné car il correspond au cas où sont présentes plus d'inconnues que d'équations, une résolution précise est alors impossible.

L'article étudie ensuite l'interaction fluide-structure en validant l'approche avec un résultat de la littérature traitant du cas difficile de la plaque immergée dans l'eau. Le cas dans l'air pour différentes configurations de taille de matrice $[\mathbf{S}]$ est ensuite traité. Enfin, la méthode est étendue au cas d'une plaque à épaisseur variable dans l'air dont la validation avec un cas de la littérature prouve l'adaptation facile de la méthode pour traiter des structures hétérogènes.

Cet article présente donc une méthode innovante qui s'inscrit pleinement dans la problématique puisqu'elle résout le problème des impédances de rayonnement et est particulièrement adaptée au rayonnement acoustique de structures hétérogènes.

2.3 Généralisation de la méthode MESOP

La généralisation de la méthode MESOP est décrite par un papier [113] accepté et présenté au congrès de NOVEM 2009 à Oxford (UK).

2.3.1 Acte du congrès NOVEM 2009

A METHOD BASED ON SAMPLE OF OBSERVATION POINTS FOR PREDICTING SOUND RADIATION FROM FLUID-LOADED AIRCRAFT STRUCTURES: THE ALIASING TREATMENT

O. Collery¹, J.-L. Guyader²

¹AIRBUS France - Acoustics and Environment Department
316 route de Bayonne, 31060 TOULOUSE Cedex 09, FRANCE
Email: olivier.collery@airbus.com

²Laboratoire Vibrations Acoustique de l'INSA de Lyon,
25 bis, avenue Jean Capelle, 69621 VILLEURBANNE Cedex, FRANCE
Email: jean-louis.guyader@insa-lyon.fr

ABSTRACT

This study is led in the context of predicting sound transmission through fluid-loaded aircraft structures. An original methodology based on plate sampling has been developed to avoid one of the major issues of fluid-structure coupling calculation: time-consuming computation of modal radiation impedances. This approach allows computing sound radiation from fluid-loaded, simply supported baffled plates with Love-Kirchhoff assumptions and has been previously validated with literature results. In the present paper the emphasis is put on the methodology description and in particular on the aliasing effect coming from plate sampling.

The equation of motion of a plate coupled to an acoustic fluid is observed on a sample of points, then, plate vibro-acoustic response is obtained by optimization of plate modes responses in order to verify as much as possible the equation of motion at sample points. This method takes into account relatively easily fluid-structure coupling avoiding complexity of time-consuming classic approaches. Nevertheless plate sampling induces aliasing effect. This phenomenon is explained and a basis functions based filter suppressing this undesirable effect is described. Finally, aliasing influence on plate response is investigated for homogeneous and non-homogeneous plates excited mechanically in light and heavy fluid. As perspectives, the formulation is extended to clamped plates.

1 INTRODUCTION

The turbulent boundary layer excitation is one of the main sources of aircraft interior noise over a large frequency range. An aircraft structure is strongly heterogeneous: it can be considered as an assembly of stiffened curved panels with non-uniform skin thickness. It includes beams to support the floor as well as large size windows in the flight deck. In the context of better understanding and predicting sound radiation from these complex aircraft structures, a formulation has been developed with purpose of quick assessment.

The formulation has been previously validated with existing results proving its accuracy and that fluid-structure interaction is well modeled [1]. This paper focuses on presenting more particularly the method based on plate sampling in pointing out a well-known phenomenon called aliasing. In a first step, only the mechanical force excitation is considered. Aliasing phenomenon is first described and then a filtering mechanism using the basis functions is proposed. Finally aliasing effect is investigated in different configurations to underline its influence depending on fluid and material parameters and the validation of the new way to suppress this undesirable effect is made. As perspectives the case of clamped plates is treated.

2 METHODOLOGY AND MODELING

The basics of the method developed in [1] are rapidly expanded in this section. The structure of interest is a simply supported thin rectangular plate inserted in a baffle (Fig. 1). The baffle is assumed to be infinite, plane and rigid. The plate-baffle system separates vacuum ($z < 0$) from an acoustic medium ($z > 0$). As a result, the plate radiates into the fluid in the semi-infinite space.

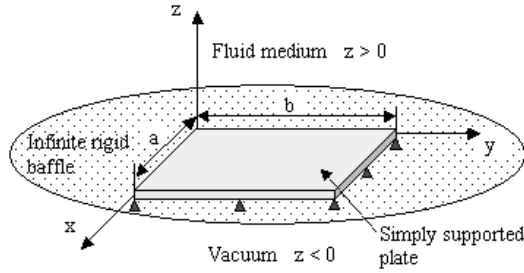


Figure 1. Geometry of the problem

The plate produces flexural vibrations in response to a harmonic mechanical force per unit area of angular frequency ω and applied normally to the plate surface. Transverse shear and rotary inertia effects are neglected. A harmonic motion is considered but for sake of simplicity time dependence $e^{j\omega t}$ is applied. Transverse motion $W(x, y)$ of the homogeneous plate is derived thanks to the Love-Kirchhoff equation as follows

$$D\Delta^2 W(x, y) - \omega^2 \rho h W(x, y) = F(x, y) - p_0(x, y), \quad (1)$$

where D is the flexural rigidity, ρ is the mass density, h is the thickness, $F(x, y)$ is the driving force per unit area and $p_0(x, y)$ is the fluid loading pressure. $p_0(x, y)$ is defined by the well-known Rayleigh integral:

$$p_0(x, y) = \int_{S_p} j \rho_0 \omega V(x', y') \frac{e^{-jk_0 R}}{2\pi R} dx' dy', \quad (2)$$

where S_p is the surface of the plate, $k_0 = \frac{\omega}{c_0}$ is the acoustic wave number, ρ_0 and c_0 are the density and the sound speed in the fluid, and $R^2 = (x - x')^2 + (y - y')^2$.

To model the plate behavior, a sampling approach is used. This method consists in observing the verification of the equation of motion on a sample of points of the plate. Eq.(1) is valid for any point (x, y) . Therefore, combining Eq.(1) and the sampling approach results in the following equation, one gets

$$D\Delta^2 W(x_i, y_i) - \omega^2 \rho h W(x_i, y_i) = F(x_i, y_i) - p_0(x_i, y_i), \forall i \in [1, N_x \times N_y], \quad (3)$$

where i denotes the sample point index, N_x and N_y are the number of samples in the x and y directions, respectively, and (x_i, y_i) are the coordinates of sample point i . The limitation to a sample of points to verify the equation of motion will naturally produce only an approximation of the solution.

To compute the fluid loading pressure, the collocation method is used, which allows a relative easy calculation of radiation impedances Z_{ij} . The detailed procedure is expanded in [1]. A new formulation of the fluid loading pressure is derived from these radiation impedances:

$$p_0(x_i, y_i) = \sum_{j=1}^{N_x \times N_y} Z_{ij} V(x_j, y_j) = j\omega \sum_{j=1}^{N_x \times N_y} Z_{ij} W(x_j, y_j). \quad (4)$$

To solve the radiation problem, a modal decomposition is finally introduced. The flexural motion of the plate is expanded into series of *in vacuo* modes as follows

$$W(x, y) = \sum_{m,n} a_{mn} \Phi_{mn}(x, y), \quad (5)$$

where a_{mn} and Φ_{mn} are the modal amplitude and the modal shape, respectively, of the (m, n) mode. For the case of a simply supported plate, Φ_{mn} is given by

$$\Phi_{mn}(x, y) = \sin \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{n\pi y}{b}, \quad (6)$$

where a and b represent the plate dimension in the x and y directions. Note that the expansion (5) does not necessitate that functions Φ_{mn} are modal shapes but only basis functions. Nevertheless the physical nature of mode shapes helps the convergence and when mode shapes are known, like in this case, their use is very convenient compared to other basis.

Using modal decomposition in the equation of motion given by Eq.(3) leads to a set of equation written at each sample point that depends on the modal amplitudes:

$$D \sum_{m=1}^{m_{max}} \sum_{n=1}^{n_{max}} a_{mn} \Delta^2 \Phi_{mn}(x_i, y_i) - \omega^2 \rho h \sum_{m=1}^{m_{max}} \sum_{n=1}^{n_{max}} a_{mn} \Phi_{mn}(x_i, y_i) + j\omega \sum_{j=1}^{N_x \times N_y} Z_{ij} \sum_{m=1}^{m_{max}} \sum_{n=1}^{n_{max}} a_{mn} \Phi_{mn}(x_j, y_j) = F(x_i, y_i), \forall i \in [1, N_x \times N_y], \quad (7)$$

where m_{max} and n_{max} are the maximal orders of the modes in the x and y directions, respectively. For the sight of simplicity, the equation of motion can be rewritten as

$$\sum_{q=1}^{q_{max}} \left[D \Delta^2 \Phi_q(x_i, y_i) - \omega^2 \rho h \Phi_q(x_i, y_i) + j\omega \sum_{j=1}^{N_x \times N_y} Z_{ij} \Phi_q(x_j, y_j) \right] a_q = F(x_i, y_i), \forall i \in [1, N_x \times N_y], \quad (8)$$

and in the matrix form as

$$[\mathbf{S}] \{\mathbf{A}\} = \{\mathbf{F}\}, \quad (9)$$

where q is the mode index, $[\mathbf{S}]$ is the sampling matrix of size equal to the number of samples times the number of modes, $\{\mathbf{A}\}$ is the modal amplitudes vector of size equal to the number of modes

and $\{\mathbf{F}\}$ is the driving force per unit area vector of size equal to the number of samples. After plate sampling the modal truncation represents the second type of approximation of the method described here.

To solve Eq. (9) the basic inverse function is used for square sampling matrix $[\mathbf{S}]$, *i.e.* number of modes equal to number of sample points. Nevertheless, in most cases the sampling matrix is rectangular and Eq.(9) is solved in the least square sense using LAPACK routines implemented in MATLAB, one gets the following minimization:

$$\min_{\{\mathbf{A}\}} \|[\mathbf{S}] \{\mathbf{A}\} - \{\mathbf{F}\}\|_2. \quad (10)$$

Finally, this minimization allows us assessing vibroacoustic indicators such as the radiated sound power, the mean square velocity and the radiation efficiency.

3 ALIASING TREATMENT

3.1 Description of the phenomenon

To describe aliasing phenomenon, let us consider for the sake of simplicity and for the following sections the same number of sample points and modes in each direction, *i.e.* $N \times N$ sample points and $M \times M$ modes. In fact, resolution of Eq. (10) depends on two approximations: plate sampling and modal decomposition. Three configurations are consequently met depending on these two parameters (Figure 2):

- $M > N$

In this case modal components remain uncontrolled by observation points and the method failed to predict vibroacoustic plate response. This case corresponds to an under determined problem, that is less equations (sample points) than unknowns (modal amplitudes).

- $M = N$

All modes are here exactly described by sample points and the vibroacoustic response is well described.

- $M < N$

In this case the aliasing problem is observed, the problem is also called over determined. The aliasing effect can be negligible but leads in most cases to wrong modal amplitudes and as a result to wrong vibroacoustic response. Aliasing effect is detailed in section 4.

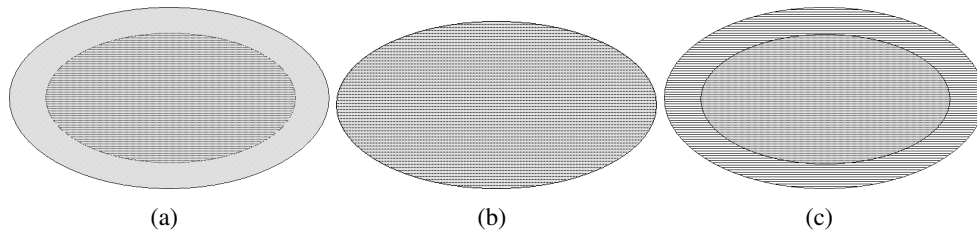


Figure 2: Description of the modes domain (grey circle) and the sampling domain (dashed circle) in three cases: (a) more modes than samples - $M > N$, (b) as many modes as samples - $M = N$, (c) less modes than samples - $M < N$

3.2 Filtering mechanism

3.2.1 Wavelet-based filter

The present approach has been developed using a wavelet-based filter defined in [1] to suppress the aliasing effect. Wavelets allows treating aliasing but wavelets parameters such as the wavelet family, its order and the level of decomposition must be changed as soon as the plate is heterogeneous. The method developed is led with the sight of sound radiation assessment from complex structures, *i.e.* heterogeneous structures, that is why an universal filtering mechanism has been sought regardless the structure of the plate investigated.

3.2.2 Basis functions based filter

A filtering mechanism based on the functional basis $\{\Phi_{mn}(x, y)\}$ is here proposed. This way to filter is adapted to any configuration, it requires no change. In addition, it allows computing in the spatial domain instead of the wavenumber domain with the wavelet-based filter. To do so the functional basis is used to filter Eq. (9) and more particularly vector $\{\mathbf{F}\}$ and matrix $[\mathbf{S}]$. It works as a projection and it requires only that the functional basis $\{\Phi_{mn}(x, y)\}$ is orthogonal in the geometrical sense. The following filtering procedure is applied. Firstly vector $\{\mathbf{F}\}$ is filtered as follows

$$F^f(x_i, y_i) = \sum_{m=1}^{m_{max}} \sum_{n=1}^{n_{max}} F_{mn} \Phi_{mn}(x_i, y_i), \forall i \in [1, N^2], \quad (11)$$

with

$$F_{mn} = \frac{\sum_{i=1}^{N^2} F(x_i, y_i) \Phi_{mn}(x_i, y_i)}{\sum_{i=1}^{N^2} \Phi_{mn}(x_i, y_i) \Phi_{mn}(x_i, y_i)}, \quad (12)$$

where f denotes a filtered data. Figure 3 illustrates filtering effect on vector $\{\mathbf{F}\}$. It can be observed that filtering distributes more equally the force on the plate, the force level is therefore lowered at its primary location.

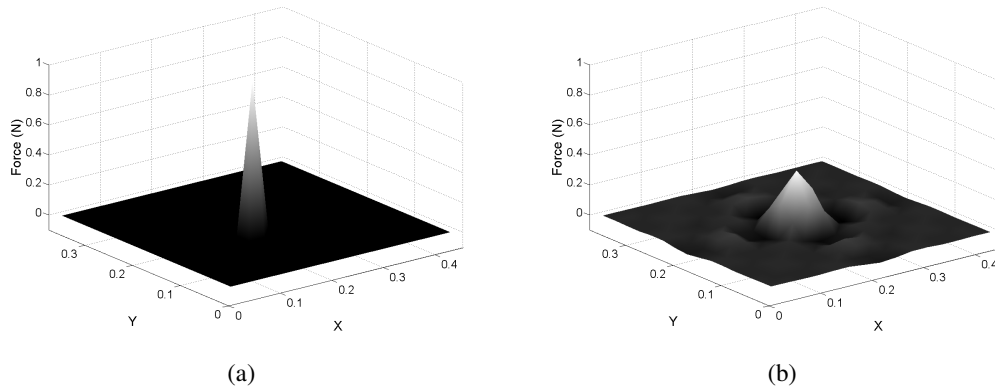


Figure 3. Filter impact on force distribution: (a) without filtering, (b) with filtering

Secondly matrix $[\mathbf{S}]$ is filtered using same principle for each basis function, that is for each column. One gets the same minimization process as Eq. (10)

$$\min_{\{\mathbf{A}\}} \| [\mathbf{S}^f] \{\mathbf{A}\} - \{\mathbf{F}^f\} \|_2. \quad (13)$$

This filtering uses the functional basis to suppress the undesirable aliasing effect.

4 ALIASING EFFECT WITH SIMPLY SUPPORTED PLATES

The aliasing influence is investigated in this section through the parametric study on fluid and material parameters. This investigation is led with $N < M$, *i.e.* when aliasing occurs. Note that M is taken to be equal to N when the case $M = N$ is computed. Aliasing effect depending on the fluid loading is firstly studied. Computations are led in heavy and light fluids for the case of a simply supported aluminium plate 600 mm x 400 mm x 1 mm and driven by a point force F_p at its center. In particular results of radiated sound power W are computed, W being defined by

$$W = \frac{1}{2} \int_x \int_y \text{Re} (p_0(x, y) V^*(x, y)) dx dy, \quad (14)$$

where Re and $*$ denote the real part and the conjugation, respectively. Using the sampling approach, which assumes a uniform behavior around each observation point, one gets a discrete formulation of the radiated sound power:

$$W = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{N^2} \text{Re} (p_0(x_i, y_i) V^*(x_i, y_i)) S_i. \quad (15)$$

First of all aliasing effect and filtering influence in heavy fluid are illustrated by Figure 4. It can be observed that results when $M < N$ without filtering are strongly lowered at resonances compared to those obtained with $M = N$ where no aliasing occurs. The new filtering mechanism is also validated, filtering yields accurate results. In fact a very well agreement exists over the whole frequency band.

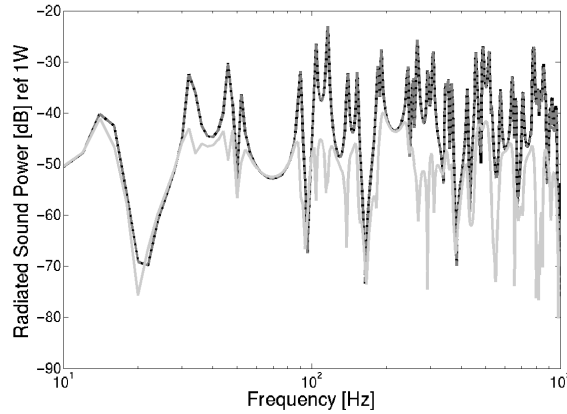


Figure 4: Radiated Sound Power into water by the proposed method when $M = N$ (black solid line) and when $M < N$ without filtering (grey solid line) and with filtering (grey dash line). Case of a simply supported plate ($\frac{a}{b}=1.5$, $\frac{a}{h}=600$, $f_C > 20$ kHz) driven by a point force at its center

The aliasing effect is then observed in light fluid. The same system of study is considered. Numerical results when $M < N$ without filtering are compared to results when $M = N$, one can observe a perfect matching showing no aliasing influence on the vibroacoustic response (Figure 5). One possible reason is that *in vacuo* modes taken to model the plate behavior are very lowly modified by light fluid loading and, as a consequence, aliasing effect is negligible in that particular case.

Finally aliasing is studied in the case of non-homogeneous plates. In the previous paper [1] the authors have demonstrated the simplicity of switching the equation of motion to consider non-homogeneous plates. The case of a varying thickness has been validated. This paper presents aliasing effect depending on thickness variation that is to say plate heterogeneity. The plate considered

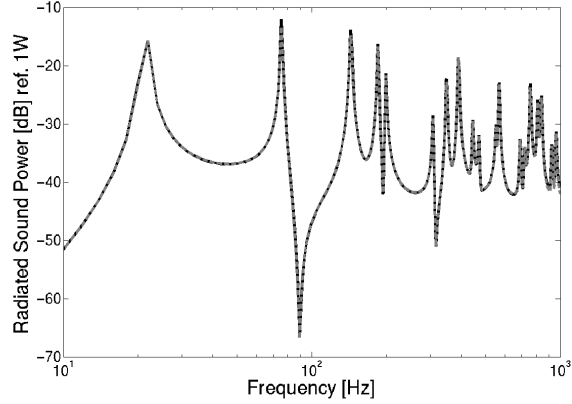


Figure 5: Radiated sound power into air by the proposed method when $M = N$ (black solid line) and when $M < N$ without filtering (grey dash line). Case of a simply supported plate ($\frac{a}{b}=1.5$, $\frac{a}{h}=600$, $f_C=11.7$ kHz) driven by a point force at its center

is the one defined by Miloudi *et al.* [2], that is a simply supported baffled plate $1m \times 1m \times 0.008m$ immersed in air and driven by a point force at $(0.33, 0.38)$. The thickness varies linearly as follows:

$$h(x) = h_0 \left(1 + \frac{\alpha}{a} x \right), \quad (16)$$

where h_0 is the thickness at $x = 0$ and α is a given constant. Three alpha constants are considered: 0, 0.2 and 1.

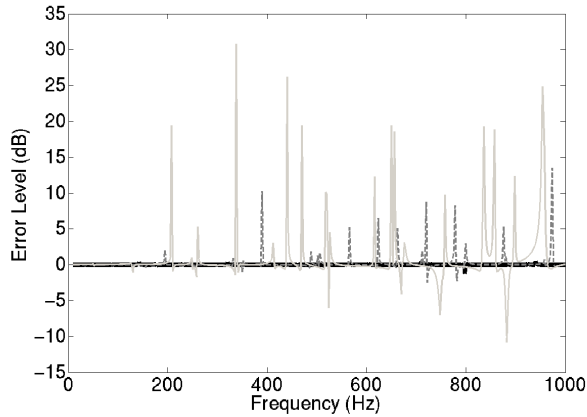


Figure 6: Error level of the radiated sound power when $M < N$ with and without filtering. Case of a simply supported thick plate ($\frac{a}{b}=1$, $\frac{a}{h}=125$, $f_C=1.6$ kHz) with varying thickness driven by a point force at $(0.33, 0.38)$: $\alpha=0$ (black solid line), $\alpha=0.2$ (grey dash line), $\alpha=1$ (grey solid line)

Figure 6 presents results of aliasing effect for the three alpha constants. In that purpose the error level of radiated sound power W with and without filtering has been computed. $N = 35$ and $M = 12$ are considered. The presence of heterogeneity influences clearly the vibroacoustic response: the bigger thickness variation, the stronger aliasing influence.

5 EXTENSION TO CLAMPED PLATES

The present formulation has been developed for simply supported plates. The boundary conditions are defined by functional basis $\{\Phi_{mn}(x, y)\}$. As a consequence it is relatively easy to consider

other boundary conditions in switching Φ_{mn} terms. To model "clamped" boundary conditions, let us consider a convolution of the beam functions defined by Guyader [3] to describe modal shapes. Φ_{mn} is thus given by

$$\Phi_{mn}(x, y) = B_m(x)B_n(y), \quad (17)$$

with

$$B_m(x) = \frac{\cosh k_m x - \cos k_m x}{\cosh k_m L_x - \cos k_m L_x} - \frac{\sinh k_m x - \sin k_m x}{\sinh k_m L_x - \sin k_m L_x}, \quad (18)$$

where $L_x = a$ ($L_y = b$). The k_m terms are defined such as

$$(k_m L_x)^2 = 22.4, 61.7, 121, \dots, \left(\frac{2m+1}{2} \pi \right)^2. \quad (19)$$

Note that the beam functions are normalized before filtering.

A numerical validation is then made for the plate defined by Nelisse *et al.* [4]: a clamped plate immersed in water. The cases with and without filtering are also treated.

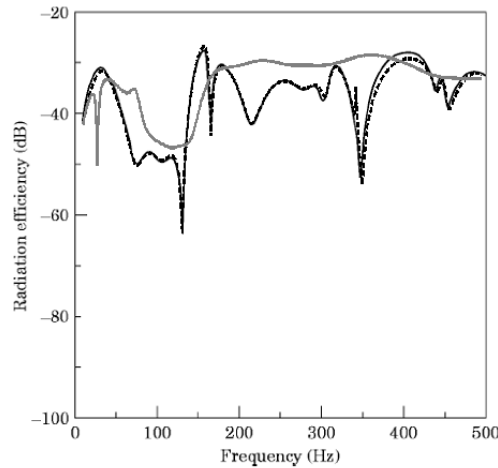


Figure 7: Comparison of the radiation efficiency assessment for a clamped plate in water. Case of a simply supported thick plate ($\frac{a}{b}=1$, $\frac{a}{h}=100$, $f_C=1.2$ kHz) driven by a point force at $(\frac{7a}{10}, \frac{b}{5})$: Nelisse's method (black solid line), proposed method with filtering (black dash line) and without filtering (grey solid line)

Comparison is made in term of radiation efficiency σ defined by

$$\sigma = \frac{W}{\rho_0 c \langle V^2 \rangle S_p}. \quad (20)$$

where W is the radiated sound power defined previously and $\langle V^2 \rangle$ is the mean square velocity defined by

$$\langle V^2 \rangle = \frac{1}{2S_p} \int_x \int_y |V(x, y)|^2 dx dy. \quad (21)$$

In the same way, the previous definition of the mean square velocity $\langle V^2 \rangle$ can be rewritten using plate sampling as follows

$$\langle V^2 \rangle = \frac{1}{2S_p} \sum_{i=1}^{N^2} |V(x_i, y_i)|^2 S_i. \quad (22)$$

Figure 7 presents results from comparison. $N = 14$ and $M = 5$ are considered. A good agreement is found between computed results using the present approach with filtering and reference results from Nelisse *et al.*. The new way to filter Eq. (9) is thus validated, it does not require any adaptation contrary to the wavelet-based filtering developed in [1]. As perspectives, a generalization to arbitrary boundary conditions may be envisaged. In addition to this, a strong aliasing effect is observed validating again the filtering developed.

6 CONCLUSION

A method based on sample of observation points for predicting sound radiation from fluid-loaded aircraft structures has been presented and more particular the well-known phenomenon called aliasing caused by plate sampling. The phenomenon has been first described and a basis functions based filter suppressing this undesirable effect has been developed. Numerical computations have then permitted to observe aliasing effect in heavy and light fluid for homogeneous and non-homogeneous plates excited mechanically. Two main conclusions can be drawn: when modal shapes are known a negligible aliasing effect is observed and when the plate becomes heterogeneous aliasing effect increases. As perspectives the case of clamped plates has been treated showing the simplicity and the validity to consider other boundary conditions.

Copyright(C) (April 2009) by AIRBUS France SAS published by NOVEM 2009 with permission

REFERENCES

- [1] O. Collery and J.-L. Guyader. A formulation based on modal optimization for predicting sound radiation from fluid-loaded aircraft structures. *Proceedings of Acoustics'08, Paris, France*, 2008.
- [2] A. Miloudi, N. Hamzaoui, and J.-L. Guyader. Influence de la variation d'épaisseur sur le rayonnement acoustique des plaques. *Acta Acustica*, 85, 1999.
- [3] J.-L. Guyader. *Vibration in continuous media*. ISTE, London, 2006.
- [4] H. Nelisse, O. Beslin, and J. Nicolas. A generalized approach for the acoustic radiation from a baffled or unbaffled plate with arbitrary boundary conditions, immersed in a light or heavy fluid. *J. Sound Vib.*, 211(2):207–225, 1998.

2.3.2 Résumé

Cet acte de congrès reprend brièvement la théorie de la méthode MESOP et généralise son utilisation à différentes conditions aux limites. Seule l'excitation mécanique est encore traitée. Le papier montre qu'une base de fonctions quelconques mais qui satisfont les conditions aux limites de la plaque étudiée suffit à décrire précisément la réponse vibroacoustique résultante. Par ailleurs, un nouveau filtre dépendant de cette base de fonctions est proposé et appliqué à la matrice d'échantillonnage $\{\mathbf{S}\}$ et au vecteur d'excitation $\{\mathbf{F}\}$ pour traiter l'effet d'aliasing, on obtient le système filtré suivant à optimiser :

$$\left[\mathbf{S}^f\right] \{\mathbf{A}\} = \left\{\mathbf{F}^f\right\}. \quad (2.3)$$

Ces deux apports scientifiques sont étudiés et validés pour des cas de plaques appuyées et encastrées, dans l'eau et dans l'air, démontrant la robustesse de ces développements. Enfin, il est à noter que la papier met aussi en évidence un effet d'aliasing négligeable uniquement pour le cas particulier où la décomposition modale du mouvement transversal est faite sur ses fonctions propres.

2.4 Modélisation des excitations acoustique et aérodynamique

2.4.1 Un champ diffus à partir des propriétés physiques de la salle réverbérante

L'approche utilisée pour modéliser le champ acoustique diffus est celle formulée par Chazot et Guyader [114] qui tient compte des spécificités de la chambre réverbérante utilisée pour une caractérisation expérimentale. Cette approche appréhende alors le champ acoustique diffus comme une excitation déterministe. Le choix de cette approche s'explique par les divergences observées dans une campagne inter-laboratoires de mesures de transparence acoustique [115]. Cette approche est tout d'abord décrite puis ensuite validée avec des résultats expérimentaux et numériques issus d'une méthode éléments finis.

2.4.1.1 Principe de modélisation

Le champ acoustique diffus est modélisé à partir du comportement modal de la salle réverbérante approchée par un volume parallélépipédique $V = L_x \times L_y \times L_z$ comme illustré par la figure 2.1. Pour considérer cette excitation, deux quantités sont introduites. La première est la pression quadratique moyenne du volume considéré P_r^2 , utilisée pour le calcul du Transmission Loss (transparence acoustique) :

$$TL = 10 \log_{10} \frac{W_{inc}}{W_{rad}} \quad \text{avec} \quad W_{inc} = \frac{P_r^2}{4\rho_0 c} S, \quad (2.4)$$

où W_{inc} et W_{rad} sont les puissances incidente et transmise, cette dernière étant aussi appelée puissance acoustique rayonnée.

La seconde quantité est la pression bloquée $\langle P_i \rangle$ en chaque point i de l'échantillonnage de la plaque. Cette quantité caractérise le chargement sur la paroi de la plaque et décrit donc le vecteur

excitation $\{F\}$ du système à optimiser :

$$[\mathbf{S}] \{\mathbf{A}\} = \{\mathbf{F}\}. \quad (2.5)$$

Pour estimer ces deux quantités, une décomposition modale de la réponse de la salle réverbérante est menée, la distribution de pression dans la chambre réverbérante s'exprime alors ainsi :

$$P(x, y, z) = \sum_{p,q,r} A_{pqr} \Psi_{pqr}(x, y, z), \quad (2.6)$$

où l'amplitude modale s'exprime par $A_{pqr} = \frac{\int_{\Omega} \Psi_{pqr}(x, y, z) S_c(x, y, z) d\Omega}{(k^{*2} - k_{pqr}^2) N_{pqr}}$ avec la norme modale défini par $N_{pqr} = \int_{\Omega} \Psi_{pqr}^2(x, y, z) d\Omega$. Une source ponctuelle S_c est utilisée pour décrire la source acoustique de la salle comme par exemple un haut-parleur, on a alors $S_c(x, y, z) = S_{c0} \delta(x - x_0) \delta(y - y_0) \delta(z - z_0)$. L'amplitude modale dépend aussi du nombre d'onde acoustique k^* qui considère l'amortissement du fluide grâce à une célérité complexe : $k^* = \frac{\omega}{c^*} = \frac{\omega}{c\sqrt{1+j\eta_r}}$ où $\eta_r = \frac{2.2}{fT_r(f)}$ avec T_r le temps de réverbération de la salle.

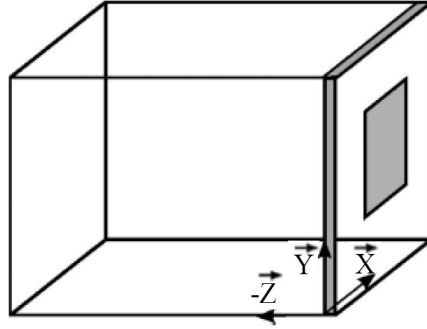


FIGURE 2.1 – Modélisation parallélépipédique de la salle réverbérante

À partir de la géométrie parallélépipédique de la salle associée à l'hypothèse de murs rigides, l'expression des déformées propres est donnée par l'équation suivante :

$$\Psi_{pqr}(x, y, z) = \cos\left(\frac{p\pi}{L_x}x\right) \cos\left(\frac{q\pi}{L_y}y\right) \cos\left(\frac{r\pi}{L_z}z\right). \quad (2.7)$$

Cette décomposition modale classique permet alors de calculer les deux quantités souhaitées. Le calcul de la pression quadratique moyenne s'exprime donc comme suit :

$$P_r^2 = \frac{1}{2} \frac{\sum_{p,q,r} \int_V |A_{pqr}|^2 \Psi_{pqr}^2(x, y, z) dV}{V}. \quad (2.8)$$

Enfin, la pression bloquée est aussi calculée à l'aide de la décomposition modale, elle s'établit en intégrant la pression sur la surface, supposée rigide, autour du point d'échantillon considéré. L'échantillonnage étant pris régulier dans ce travail de thèse, la surface autour d'un point d'échantillon i est

donc égale à $S_i = \frac{S}{N_x \times N_y}$ avec S la surface totale de la plaque, N_x et N_y les nombres d'échantillons respectivement suivant x et y . On écrit finalement :

$$\langle P_i \rangle = \int_{S_i} \sum_{p,q,r} A_{pqr} \Psi_{pqr}(x, y, z_0) dx dy. \quad (2.9)$$

Ainsi est obtenu un champ déterministe qui a pour principal intérêt d'être évalué qu'une seule fois. En effet, quelle que soit la chambre réverbérante, il suffit de faire un calcul avec ses propriétés propres (dimensions, temps de réverbération) et le champ acoustique évalué peut alors alimenter une base de données. Pour conclure, cette approche est certes coûteuse en temps de calcul car manipulant des millions de modes, notamment en hautes fréquences, mais une fois le calcul fait, tout calcul supplémentaire avec la même chambre réverbérante devient transparent.

2.4.1.2 Validation croisée avec l'expérience et le calcul éléments finis

Pour valider l'approche de modélisation de l'excitation acoustique par champ diffus choisie, une comparaison est menée avec des mesures réalisées au laboratoire d'acoustique d'Airbus et avec des calculs éléments finis. La salle réverbérante considérée dans la modélisation du champ diffus correspond de manière approchée à la chambre réverbérante du laboratoire d'essai de sorte à être le plus proche de la mesure possible. La structure étudiée est une plaque d'aluminium de dimensions $840 \text{ mm} \times 840 \text{ mm} \times 2 \text{ mm}$. Les conditions aux limites sont supposées encastées. Cette comparaison est illustrée par la figure 2.2 qui présente les résultats en terme de Transmission Loss sur la bande de fréquences $[100 \text{ Hz} - 10 \text{ kHz}]$.

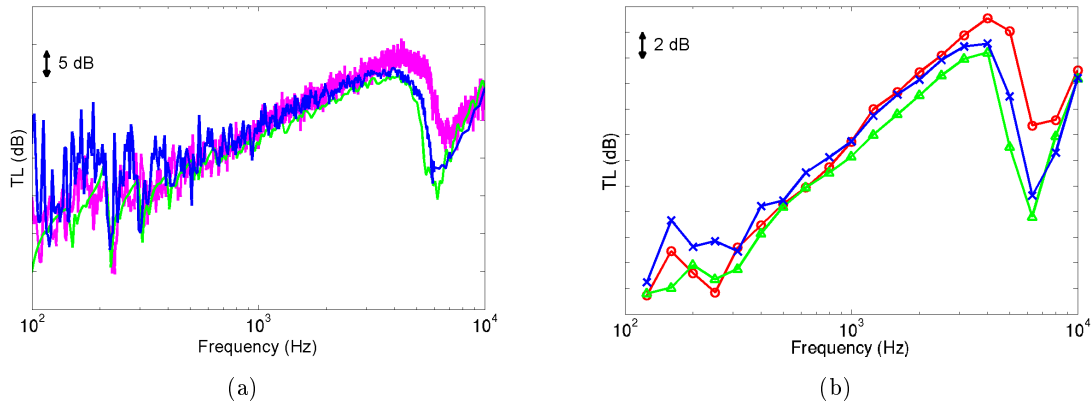


FIGURE 2.2 – Comparaison en terme de TL de résultats en champ diffus issus de la méthode MESOP (—), de mesures (—) et de calculs éléments finis (—) : (a) en bandes fines, (b) en tiers d'octave

Une bonne corrélation générale entre les trois résultats est observée. La loi de masse est notamment très bien décrite puisque les différents résultats sont très proches, par exemple des écarts inférieurs à 1 dB sur cette zone entre le calcul analytique et la mesure. En basses fréquences, la

méthode MESOP associée à la modélisation du champ diffus donne des résultats présentant un comportement modal marqué qui se retrouve dans l'expérience. Ceci s'explique directement par la modélisation du champ exciteur basée sur une décomposition modale, cette modélisation est ainsi plus proche de la réalité de l'expérience. La fréquence de coupure f_{lim} de la salle réverbérante décrite par Schröder (cf. équation (2.10)) apparaît donc clairement dans les résultats. Cette dernière délimite le champ diffus : au-delà le champ est considéré comme diffus alors qu'en deçà il conserve un comportement modal lié aux modes de cavité de la salle. On a ici $f_{lim} \approx 200$ Hz.

$$f_{lim} = \left(\frac{c^3 T_r}{4 \ln 10 V} \right)^{1/2} \quad (2.10)$$

Enfin, la zone de fréquence critique est bien décrite en terme de fréquence, mais une différence de niveau est clairement observée entre la mesure et les deux calculs dont les niveaux sont très semblables. L'amortissement de la structure semble donc sous-estimé par le calcul.

2.4.2 La couche limite turbulente à partir d'interspectres semi-empiriques

L'excitation aérodynamique par couche limite turbulente est simulée à l'aide d'interspectres et d'autospectres semi-empiriques présentés dans le chapitre 1. Le modèle d'excitation est exprimé dans l'espace des nombres d'onde puisque la majorité des modèles présentés dans la littérature est exprimée dans cet espace. Le principe de modélisation est détaillé ci-après. Ensuite, une validation avec une étude numérique (éléments finis) est effectuée. Enfin, afin de choisir le modèle le plus adapté à notre problématique, les différents modèles seront comparés à un résultat expérimental de la littérature et une étude d'influence des conditions de couche limite turbulente (soufflerie, vol) sera menée.

2.4.2.1 Principe de modélisation

L'excitation par couche limite turbulente étant aléatoire, la réponse vibroacoustique ne peut être qu'en valeur quadratique, comme l'interspectre de vitesse de la plaque qui permet de calculer la vitesse quadratique moyenne. Mais dans une problématique de bruit intérieur, la transparence acoustique et le rayonnement acoustique sont des indicateurs importants ; ceci conditionne le calcul supplémentaire de l'interspectre entre la pression rayonnée et la vitesse de la plaque. Cette quantité participe en effet à estimer le Transmission Loss TL ainsi que la puissance acoustique rayonnée W_{rad} .

Le formalisme dans l'espace des nombres d'onde utilisé par Maury *et al.* [66] ou bien Birgersson *et al.* [116] est repris ici pour estimer ces interspectres de réponse vibroacoustique. On obtient ainsi la formule suivante pour l'interspectre de vitesse de la plaque :

$$\Phi_v(M, M', \omega) = \frac{1}{(2\pi)^2} \int \int_{-\infty}^{+\infty} H_v^*(M, k_x, k_y, \omega) \Phi_p(k_x, k_y, \omega) H_v(M', k_x, k_y, \omega) dk_x dk_y, \quad (2.11)$$

où H_v est la transformée de Fourier de la fonction de transfert en vitesse de la plaque. Cette fonction de transfert s'interprète comme la vitesse de la plaque au point $M = (x, y)$ soumise à une

force unitaire en $M' = (x', y')$. De manière similaire, en considérant aussi la fonction de transfert en pression rayonnée, on obtient l'interspectre entre la pression rayonnée et la vitesse définie par l'équation suivante :

$$\Phi_{p_{rad}v}(M, M', \omega) = \frac{1}{(2\pi)^2} \int \int_{-\infty}^{+\infty} H_{p_{rad}}^*(M, k_x, k_y, \omega) \Phi_p(k_x, k_y, \omega) H_v(M', k_x, k_y, \omega) dk_x dk_y. \quad (2.12)$$

Les expressions (2.11) et (2.12) se simplifient si l'on considère la réponse en un point, ici en un point d'échantillon de la plaque :

$$\Phi_v(M, \omega) = \frac{1}{(2\pi)^2} \int \int_{-\infty}^{+\infty} |H_v(M, k_x, k_y, \omega)|^2 \Phi_p(k_x, k_y, \omega) dk_x dk_y, \quad (2.13)$$

$$\Phi_{p_{rad}v}(M, \omega) = \frac{1}{(2\pi)^2} \int \int_{-\infty}^{+\infty} H_{p_{rad}}^*(M, k_x, k_y, \omega) \Phi_p(k_x, k_y, \omega) H_v(M, k_x, k_y, \omega) dk_x dk_y. \quad (2.14)$$

Ce formalisme exprimé dans l'espace des nombres d'onde présente intérêt et inconvénient. L'inconvénient tient aux calculs des fonctions de transfert en chaque point d'observation de la plaque d'étude, ce qui a pour conséquence d'accroître fortement le temps de calcul global sous excitation aérodynamique. Néanmoins, pour pallier cette difficulté, les symétries de la plaque sont utilisées. En effet, pour le cas d'une plaque homogène, les symétries divisent par 4 ou par 8 le nombre de fonctions de transfert à calculer selon que les nombres d'échantillons dans chaque direction (N_x et N_y) soient respectivement différents ou égaux (voir figure 2.3).

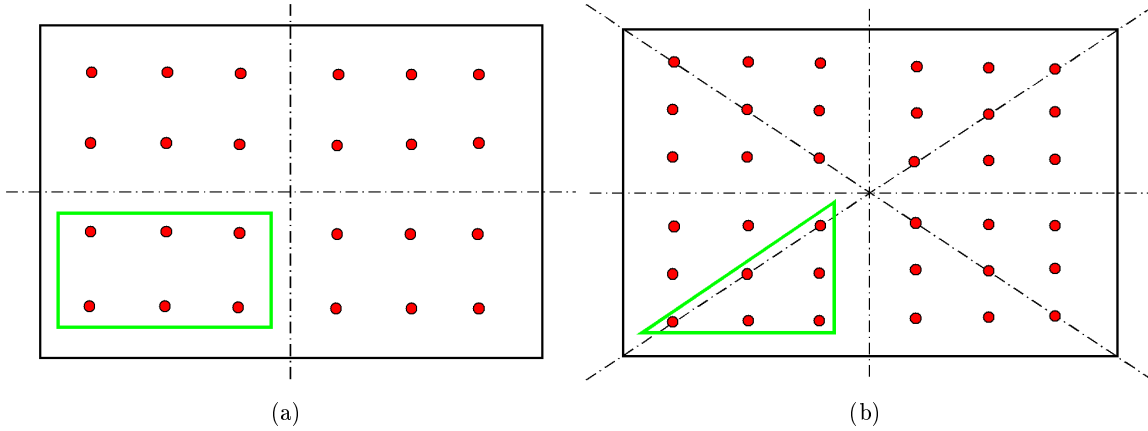


FIGURE 2.3 – Utilisation des symétries de la plaque homogène pour réduire le calcul des fonctions de transfert (• : point d'observation, -.- : symétries, □ : fonctions de transfert suffisantes) : (a) cas où $N_x \neq N_y$, (b) cas où $N_x = N_y$

L'avantage d'exprimer ces grandeurs dans l'espace des nombres d'onde réside dans le passage d'une intégrale quadruple à une intégrale double. Cette dernière converge rapidement car les bas

nombre d'onde sont les principaux acteurs de la réponse de la plaque. Par contre, le nombre de points de discrétisation dans la transformée de Fourier est un facteur de précision sur le résultat. Un exemple est donné en figure 2.4 sur le TL d'une plaque. Cet exemple souligne que peu de nombres d'onde sont utiles pour avoir une réponse précise en hautes fréquences tandis que la précision en basses fréquences nécessite une importante quantité. Le choix de cette quantité est conditionné par les temps de calcul associés. Les imprécisions n'affectant que les basses fréquences, une faible quantité de nombre d'onde sera par la suite privilégiée.

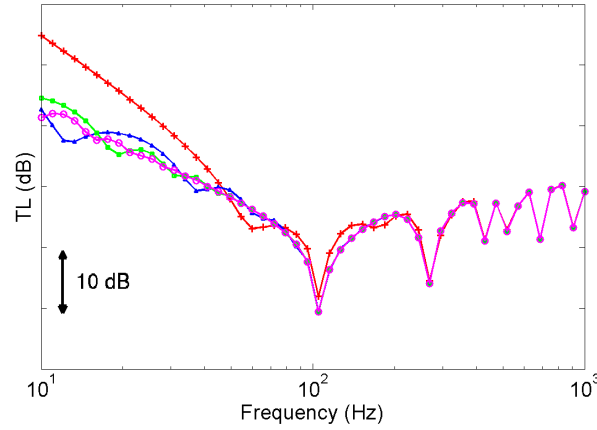


FIGURE 2.4 – Influence de la quantité K de nombres d'onde considérés dans la discrétisation de la transformée de Fourier : $K = 15$ ($- + -$), $K = 70$ ($- \triangle -$), $K = 140$ ($- \square -$), $K = 280$ ($- \circ -$)

Par ailleurs, ces deux interspectres interviennent directement dans le calcul de deux indicateurs vibroacoustiques : la vitesse quadratique moyenne $\langle V^2 \rangle$ (cf. équation (2.15)) et la puissance acoustique rayonnée W_{rad} (cf. équation (2.16)) formulées en utilisant l'approche par échantillonnage spatial de la plaque.

$$\langle V^2 \rangle = \frac{1}{2N} \sum_{i=1}^N \Phi_v(M_i, \omega) \quad (2.15)$$

$$W_{rad} = \frac{S}{2N} \sum_{i=1}^N Re(\Phi_{p_{rad}v}(M_i, \omega)) \quad (2.16)$$

À partir de ces grandeurs, on en déduit les indicateurs de facteur de rayonnement σ et de Transmission Loss TL . Concernant l'indicateur de transparence acoustique TL , la définition de la puissance incidente W_{inc} est établie en faisant l'analogie avec un champ acoustique diffus. En effet, n'existant pas d'onde incidente dans la modélisation de la couche limite turbulente, la pression quadratique de la salle d'émission est considérée comme étant la moitié de l'autospectre de pression pariétale. Cette hypothèse est formulée suivant la théorie de Sabine. On obtient alors :

$$P_r^2 = \frac{1}{2} \Phi_p(\omega) \quad \text{et} \quad W_{inc} = \frac{\Phi_p(\omega)}{8\rho_0 c} S. \quad (2.17)$$

2.4.2.2 Validation avec des résultats analytiques, numériques et expérimentaux

La modélisation proposée de l'excitation par couche limite turbulente associée à la méthode MESOP est ici validée. La validation est réalisée en premier lieu avec un résultat analytique de la littérature, puis avec un calcul par éléments finis et enfin avec un résultat expérimental de la littérature en comparant les différents modèles introduits au premier chapitre.

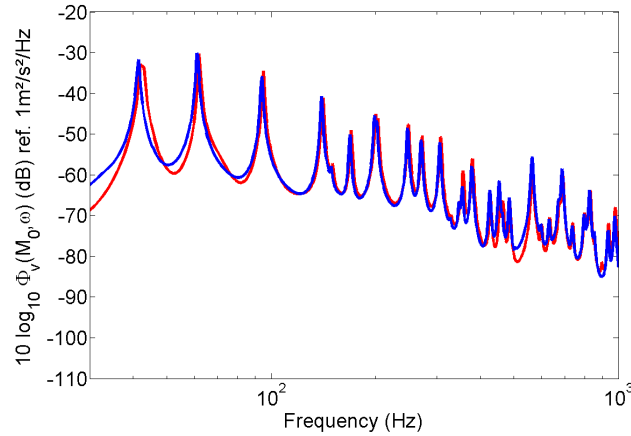


FIGURE 2.5 – Comparaison de l'autospectre de vitesse entre le calcul analytique de Birgersson [116] (—) et la modélisation proposée associée à la méthode MESOP (—)

La première validation concerne un résultat de calcul analytique publié par Birgersson [116]. Il s'agit du calcul de l'autospectre de vitesse en un point M_0 d'une plaque d'aluminium, bafflée, simplement appuyée de dimensions $768 \text{ mm} \times 328 \text{ mm} \times 1.6 \text{ mm}$ en utilisant le modèle d'interspectre de Corcos pour une vitesse de convection $U_c = 92 \text{ m.s}^{-1}$ avec un autospectre fixe tel que $\Phi_p(\omega) = 1 \text{ Pa}^2.\text{Hz}^{-1}$. La comparaison est illustrée par la figure 2.5. Cette figure montre une très bonne corrélation entre les deux approches, la méthode MESOP associée à la modélisation de l'excitation aérodynamique utilisée offre une prédiction précise des résonnances ainsi que des niveaux de la réponse en vitesse de la plaque.

La deuxième validation (cf. figure 2.6) est faite avec un calcul éléments finis du Transmission Loss TL d'une plaque d'acier, bafflée, simplement appuyée de dimensions $470 \text{ mm} \times 370 \text{ mm} \times 10 \text{ mm}$ en utilisant le modèle de Corcos pour une vitesse de convection $U_c = 171 \text{ m.s}^{-1}$. Cette comparaison avec une méthode numérique montre encore de très bons résultats en terme de corrélation.

La troisième validation est cette fois expérimentale. Pour cela, la référence présentée par Hambric *et al.* [67], basée sur les résultats de mesures en soufflerie publiés par Han *et al.* [64], est utilisée pour comparaison. La structure mesurée est une plaque d'acier encastrée de dimensions $470 \text{ mm} \times 370 \text{ mm} \times 1.59 \text{ mm}$ avec un écoulement à la vitesse $U_c = 31.3 \text{ m.s}^{-1}$ et une épaisseur de déplacement $\delta^* = 0.0024 \text{ m}$. La comparaison présentée en figure 2.7 porte sur l'autospectre de vitesse en un point M_0 de la plaque. Cette comparaison est menée avec la méthode MESOP associée aux six modèles

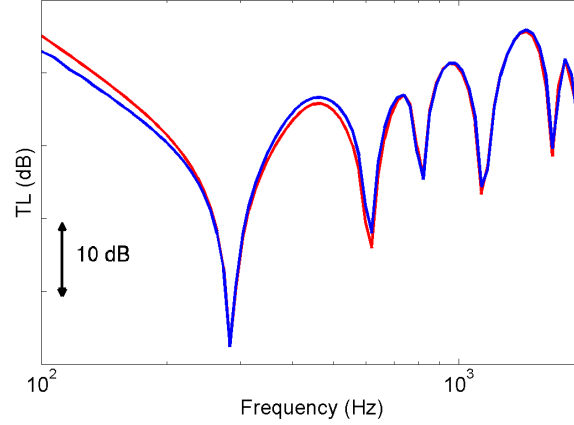


FIGURE 2.6 – Comparaison du TL entre le calcul éléments finis (—) et la modélisation proposée associée à la méthode MESOP (—)

de couche limite turbulente suivants (modèle d'autospectre / modèle d'interspectre) :

- (1) Goody / Corcos ;
- (2) Efimtsov / Efimtsov ;
- (3) Goody / Hwang & Geib ;
- (4) Chase / Chase ;
- (5) Chase-Howe / Chase-Howe ;
- (6) Smol'yakov & Tkachenko / Smol'yakov & Tkachenko.

Les paramètres nécessaires à ces différents modèles sont fournis par la feuille de calculs ESDU [53] pour une altitude de 1 m.

La comparaison illustrée par la figure 2.7 montre tout d'abord en (a) une très bonne corrélation avec l'expérience pour les modèles (3), (4) et (5), et plus particulièrement pour le modèle (5) qui recolle mieux en basses fréquences. En effet, le comportement général est très bien modélisé par ces trois modèles malgré deux légers glissements en fréquences pour certains modes qui s'expliquent par des conditions aux limites non rigoureusement encadrées dans l'expérience. Ensuite sont comparés sur la figure (b) les modèles (1), (2) et (6) par rapport au modèle (5) le plus proche de l'expérience. La comparaison montre clairement d'importantes différences atteignant un facteur 10 dès 450 Hz. Par contre, les modèles (2) et (6) recollent mieux en basses fréquences avec le modèle (4). Une remarque supplémentaire est la convergence du modèle (2) vers le modèle (1) lorsque la fréquence augmente, ceci s'explique directement par les longueurs de corrélation du modèle d'Efimtssov qui tendent vers celle de Corcos.

Ces trois comparaisons valident la modélisation de la couche limite turbulente mais ne concluent pas sur un modèle de couche limite adapté à notre problématique. Le cas expérimental est en effet

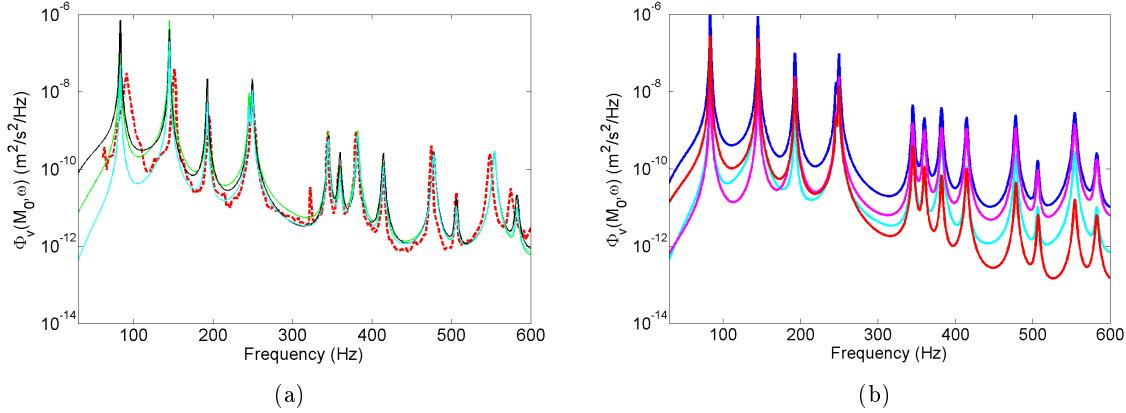


FIGURE 2.7 – Comparaison de l'autospectre de vitesse entre la mesure de Han *et al.* [64] (---) et la modélisation proposée associée à la méthode MESOP pour les six modèles de couche limite turbulente : (1) (—), (2) (—), (3) (—), (4) (—), (5) (—), (6) (—),

un cas particulier pour des basses fréquences avec un faible nombre de Mach ($M_c \approx 0.13$). Il y a donc un besoin d'évaluer ces modèles sur un cas large bande avec un nombre de Mach représentatif de l'avion en vol.

2.4.2.3 Comparaison des conditions de soufflerie et de vol

Les différents modèles sont ici comparés pour des conditions de soufflerie (Sol 1 m, M0.3, $L = 5$ m) et de vol (FL350, M0.85, $L = 5$ m) dans le cas simple d'une plaque d'aluminium de dimensions 700 mm × 700 mm × 3 mm. Le rayonnement acoustique est considéré dans de l'air pris à 20°C et l'altitude 1 m. L'objectif de cette étude est d'observer le comportement de chaque modèle suivant les conditions d'excitation afin d'évaluer un modèle adapté à notre problématique. Il est nécessaire de rappeler que les modèles de Chase (4) et Chase-Howe (5) ne sont valables que pour des faibles nombres de Mach. Néanmoins, ils seront tout de même considérés pour observation.

Tout d'abord, le facteur de rayonnement est étudié pour les six modèles de couche limite turbulente dans ces conditions de soufflerie et vol. Les résultats présentés en figures 2.8 et 2.9 montrent d'une part la même propension à rayonner dans la zone de la fréquence critique quelles que soient les conditions et quel que soit le modèle utilisé. D'autre part, trois zones de comportements sont observés. Un plateau est tout d'abord observé jusqu'à la fréquence de coïncidence aérodynamique f_{ca} avec un niveau plus important pour les conditions de vol où l'écoulement est plus rapide. Une augmentation constante du facteur de rayonnement intervient ensuite jusqu'au début de la zone de fréquence critique, environ 3 kHz ici. Un très rapide accroissement du facteur de rayonnement est enfin remarqué jusqu'à culminer pour $f = f_c$ et cela quelles que soient les conditions de couche limite turbulente. Ces trois zones sont illustrés sur la figure 2.9

Les différents modèles montrent dans les deux premières zones des différences de niveaux non

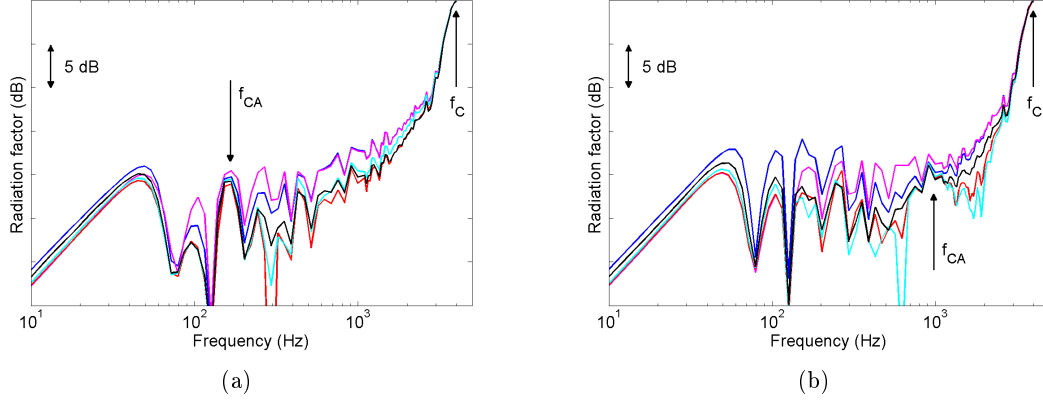


FIGURE 2.8 – Influence sur le facteur de rayonnement des conditions de soufflerie (a) et de vol (b) avec six modèles de couche limite turbulente : (1) (—), (2) (—), (3) (—), (4) (—), (5) (—), (6) (—)

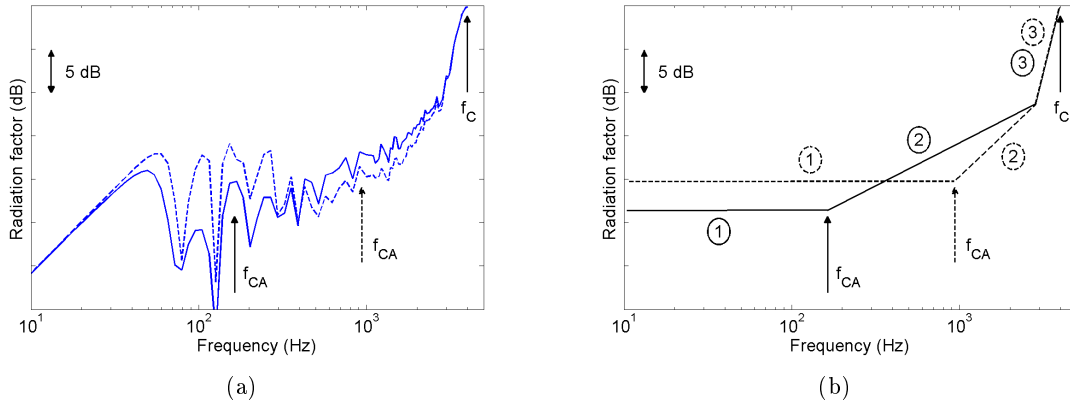


FIGURE 2.9 – Comparaison du facteur de rayonnement en conditions de couche limite turbulente en soufflerie (—) et en vol (- - -) : (a) modèle de Corcos, (b) schématisation des 3 zones de comportement

négligeables pouvant atteindre 5-10 dB. Notons enfin que les résultats des modèles de Chase et Chase-Howe sont rigoureusement identiques.

Les résultats présentés en figures 2.10 et 2.11 montrent quant à eux les Transmission Loss (TL) correspondant aux précédents facteurs de rayonnement. La première remarque à faire concerne certainement la grande dispersion des résultats suivant le modèle de couche limite utilisé. En effet, des écarts pouvant atteindre 20 dB sont observés quelles que soient les conditions aérodynamiques. Ces écarts s'expliquent par les interspectres de pression pariétale présentés au chapitre 1 qui présentaient eux aussi d'importantes différences de niveaux.

Malgré ces dispersions, la notion de coïncidence aérodynamique est clairement observée par tous

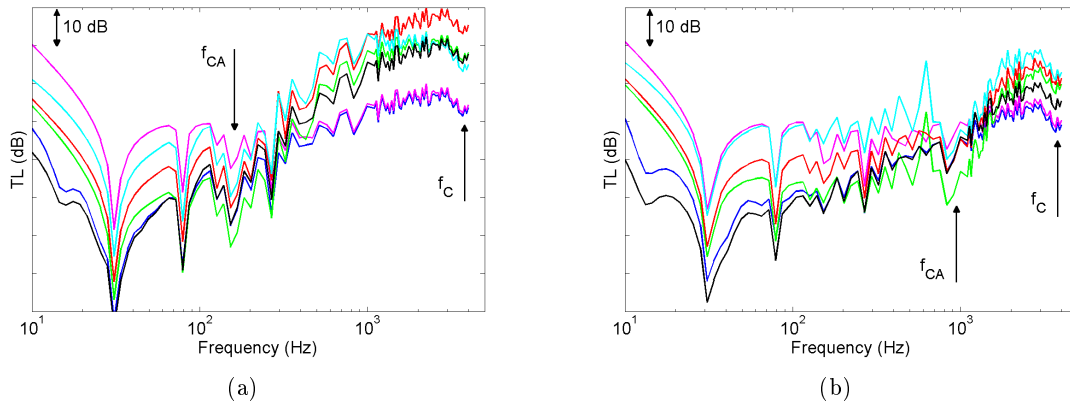


FIGURE 2.10 – Influence sur le Transmission Loss (TL) des conditions de soufflerie (a) et de vol (b) avec six modèles de couche limite turbulente : (1) (—), (2) (—), (3) (—), (4) (—), (5) (—), (6) (—)

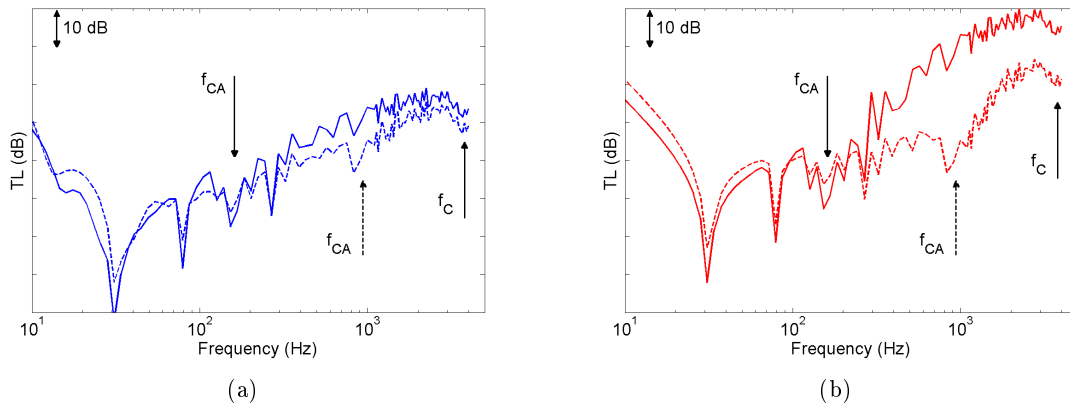


FIGURE 2.11 – Comparaison du Transmission Loss (TL) en conditions de couche limite turbulente en soufflerie (—) et en vol (---) avec : (a) le modèle de Corcos, (b) le modèle de Smol'yakov & Tkachenko

ces modèles. De plus, le fait que cette coïncidence qui provoque une augmentation du TL intervienne plus vite en conditions de soufflerie provoque un TL plus élevé à partir de cette fréquence. L'influence des conditions de couche limite turbulente est illustrée par la figure 2.12 en évaluant la différence entre le TL en soufflerie et celui en vol. Les résultats présentés expriment des dépendances aux conditions aérodynamiques différentes selon les modèles. Ceci était attendu sachant que ces modèles ne dépendent pas des mêmes propriétés de la couche limite turbulente, par exemple le modèle de Corcos ne dépend que de la vitesse d'écoulement.

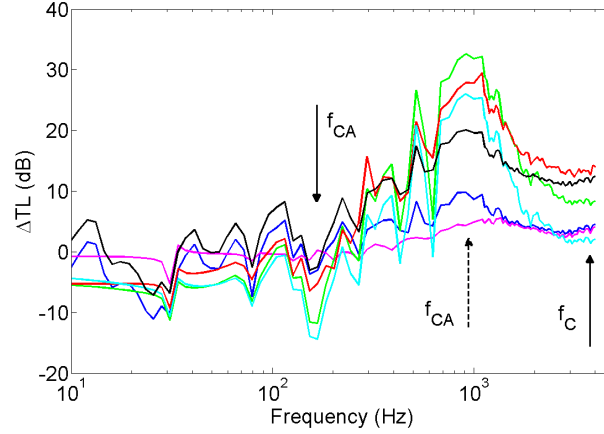


FIGURE 2.12 – Comparaison du ΔTL entre les conditions de soufflerie et de vol pour six modèles de couche limite turbulente : (1) (—), (2) (—), (3) (—), (4) (—), (5) (—), (6) (—)

2.4.2.4 Choix du modèle d'interspectre

À partir de l'étude précédente, il est très difficile de juger de la précision de tel ou tel modèle. Les écarts observés dans une configuration de vol montrent toute l'importance du choix de modèle d'interspectre de pression pariétale. De plus, le comportement différent avec la configuration soufflerie contribue à rendre le choix d'un modèle référence très difficile. Une référence type avion en vol est donc indispensable. De telles mesures sont complexes à mener, plusieurs difficultés sont en effet rencontrées telles que la précision des microphones affleurants, la représentativité du champ mesuré, la contribution d'autres sources comme le bruit moteur. Pour ces raisons, la stratégie usuellement adoptée est de mesurer le bruit interne sur un avion en vol puis de caractériser toute nouvelle configuration en relatif par rapport à cette référence.

Dans la suite de ce travail de thèse, les six modèles d'interspectre seront encore considérés. Ils seront notamment confrontés dans la caractérisation d'un matériau amortissant au chapitre 5.

2.5 Conclusion

La méthode de minimisation de l'erreur sur un échantillonnage de points d'observation (ME-SOP) garantit une résolution précise du problème vibroacoustique des plaques rectangulaires bafflées. Cette résolution a pour avantage de s'affranchir des difficultés liées au calcul complexe des impédances de rayonnement présentées au chapitre 1. Cette approche est particulièrement adaptée à la problématique avion, c'est-à-dire à des structures complexes non homogènes sur une large gamme de fréquences. Les temps de calcul sont particulièrement réduits comparés aux calculs par éléments finis. Les conditions d'appuis simple et d'encastrement sont ici exprimées, un couplage avec les éléments finis représente une perspective pour considérer des conditions aux limites plus complexes et

plus représentatives de l'avion. La méthode MESOP a tout d'abord été validée pour une excitation mécanique puis pour les excitations acoustique (champ diffus) et aérodynamique (couche limite turbulente). Le formalisme développé tient compte notamment de plusieurs modèles de couche limite turbulente. Ce dernier point a contribué à souligner la difficulté de déterminer un modèle adapté à une simulation représentative de l'avion.

L'extension de la méthode à des structures amorties localement est désormais nécessaire pour caractériser des patchs viscoélastiques réduisant les vibrations et/ou le bruit intérieur des avions.

Calcul du rayonnement acoustique de plaques amorties localement par un patch viscoélastique

Sommaire

3.1	Introduction	69
3.2	Modélisation de l'amortissement localisé par des fonctions dirac	69
3.2.1	Article soumis au JASA	69
3.2.2	Résumé	94
3.3	Conclusion	95

3.1 Introduction

Ce chapitre a pour principal objectif d'étendre la méthode MESOP afin de pouvoir répondre à la problématique de la thèse, à savoir évaluer l'impact de traitements amortissants tels que des patches viscoélastiques sur la réponse vibroacoustique de structures aéronautiques. La modélisation des hétérogénéités locales liées à la pose de ces traitements sur une plaque est ici présentée. En effet, ce chapitre présente puis valide numériquement un formalisme basé sur l'utilisation de fonctions dirac pour décrire ces hétérogénéités. Cette validation se fait tout d'abord avec la littérature en terme de vibrations puis avec des résultats issus de calculs éléments finis en terme de rayonnement acoustique pour deux configurations de patch. L'influence de ces fonctions Dirac est finalement analysée et des perspectives d'utilisation sont données.

3.2 Modélisation de l'amortissement localisé par des fonctions dirac

3.2.1 Article soumis au JASA

Le développement de l'approche par fonctions Dirac est décrit par un article soumis au Journal of the Acoustical Society of America (JASA).

**Sound radiation from plates with discontinuous properties: application to
plates partially covered with damping patch**

Olivier Collery^{a)} and Pascale Neple

AIRBUS Operations SAS - Acoustics and Environment Department -

316 route de Bayonne,

F-31060 Toulouse Cedex 09,

France

Jean-Louis Guyader

Laboratoire Vibrations Acoustique - INSA Lyon -

Bâtiment St Exupéry,

25 bis avenue Jean Capelle,

F-69621 Villeurbanne Cedex,

France

(Dated: September 23, 2010)

Abstract

The method of minimisation of error on a sample of observation points (MESOP) for solving plate vibroacoustic problems is extended to the case of plates with discontinuous properties. The method is applied to the damping of plates by means of patches of constrained viscoelastic layer. After a brief review of the MESOP method, the local damping modeling is derived and validated with reference from the literature in terms of vibrations. The discontinuous functions are then derived using Dirac delta functions, which is validated with a finite element analysis in terms of sound radiation. The structure studied here is a simply supported baffled plate excited by a point load and two patch localizations of same surface are considered. The influence of damping patch localization is also investigated for this particular case. Finally, the influence of the Dirac delta functions on accuracy is analyzed and several perspectives are proposed as conclusion. This analytical approach dealing with local heterogeneities coupled to the MESOP method represents therefore a powerful tool to assess damping treatments efficiency on aeronautical structures.

PACS numbers: 43.40.Tm,43.40.Dx,43.40.Rj

I. INTRODUCTION

In aeronautical industry the treatment of structures with constrained viscoelastic material is widely used to reduce sound radiation or control vibrations. This field of study has been focused by several authors, let us cite two reviews: one made by Wilby¹ about the passive treatments used to reduce the aircraft interior noise and another more general made by Nakra²⁻⁴ about viscoelastic materials. Recent applications of these materials are finally described by Rao⁵.

To save weight, passive treatment applications must be optimized and therefore localized damping is often considered. Indeed, it can be desirable to investigate the optimal placement of damping patches. To investigate such issues, the case of plates with discontinuous properties must be taken and resolution of equation in the weak sense must be performed. This formulation is coupled to prior work led by Collery and Guyader⁶ that developed the method MESOP (Minimization of Error on a Sample of Observation Points) to solve vibroacoustic equations of plates. This method is based on the minimization of the error of verification of the plate vibroacoustic equation of motion on a sample of points. Thus, the new material of the present paper is the extension of the MESOP approach to the case of plate with discontinuous properties.

Passive treatments are widely studied in the literature⁷⁻¹⁵. Some authors have put their focus on local damping treatments in terms of sound radiation. Among them, Kruger *et al.*¹⁰ and Spalding *et al.*⁹ investigated experimentally the placement of constrained-layer damping patches using reactive shearing structural intensity measurements. Both authors do not propose any formulation to compute analytically the sound radiation from plates with damping patches. Analytical models treating this issue are rare in the literature. One can cite those developed by Lall *et al.*⁸, Foin *et al.*¹¹ and Kung and Singh^{12,13}. They are all based on the Rayleigh-Ritz method. The two first ones concern simply supported rectangular plates while the third one is applied to beams and plates with arbitrary boundary conditions.

^{a)}Electronic address: olivier.collery@airbus.com

Results from Lall *et al.* are contested by Kung and Singh and appear to be potentially wrong in the largely studied case of a fully covered plate. Foin *et al.* do not give any information on the placement of the damping patches but showed that only 25% of the plate surface covered by a damping patch can have the same advantages as a full coverage. Kung and Singh proposed a detailed description of the formulation and a validation by experiments. Nevertheless this method does not allow for the computation of sound radiation but only for the determination of complex eigensolutions. Moreover investigations of these three authors are limited to the first modes. Note that Plessy *et al.*¹⁵ proposed recently an analytical method for computing sound radiation from plates with damping patches over a wide frequency band. Their formulation is also based on the Rayleigh-Ritz method where damping patches are handled using an energy formulation. The interest of the present approach lies in its simplicity, first the damping patch treatment is modelled by the method proposed by Guyader and Cacciolati^{16,17} allowing to replace a multilayer plate by a single layer equivalent plate and then the MESOP resolution is used. Numerically the approach is very efficient compared to previously published approach.

The present paper deals with simply supported baffled plates covered by a damping patch. The MESOP formulation is firstly extended to the case of plate with discontinuous properties then application to add-on damping patches is studied. A comparison with results from literature is made and numerical experiments for different patch configuration are performed demonstrating the accuracy of the proposed approach.

II. LOCAL DAMPING MODELING

A. Statement of the problem

The structure of interest is a simply supported thin rectangular baffled plate with a localized damping patch (Fig. 1). The damping patch is composed of two layers and its localization is determined by its origin (x_p, y_p) , its length L_x and its width L_y .

A harmonic motion is considered but for sake of simplicity time dependence $e^{j\omega t}$ is

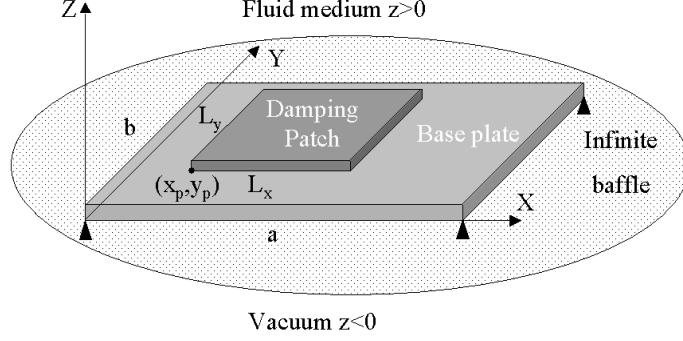


FIG. 1. Geometry of the problem

omitted. Transverse displacement $W(x, y)$ of the non-homogeneous plate satisfies the Love-Kirchhoff equation as follows

$$\begin{aligned}
 D\Delta^2 W - \omega^2 \rho h W + 2 \frac{\partial D}{\partial x} \frac{\partial(\nabla^2 W)}{\partial x} + 2 \frac{\partial D}{\partial y} \frac{\partial(\nabla^2 W)}{\partial y} + (\nabla^2 D) (\nabla^2 W) \\
 - (1 - \nu) \left(\frac{\partial^2 D}{\partial y^2} \frac{\partial^2 W}{\partial x^2} - 2 \frac{\partial^2 D}{\partial x \partial y} \frac{\partial^2 W}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 D}{\partial x^2} \frac{\partial^2 W}{\partial y^2} \right) \\
 = F - p_0,
 \end{aligned} \tag{1}$$

where D is the flexural rigidity, ν is the Poisson ratio, ρ is the density, h is the thickness, F is the driving force per unit area and $p_0(x, y)$ is the fluid loading pressure defined by the well-known Rayleigh integral:

$$p_0(x, y) = \int_{S_p} j \rho_0 \omega V(x', y') \frac{e^{-jk_0 R}}{2\pi R} dx' dy', \tag{2}$$

where S_p is the surface of the plate, $V(x', y')$ is the velocity, $k_0 = \omega/c_0$ is the acoustic wave number, ρ_0 and c_0 are the density and the sound speed in the fluid, and $R^2 = (x - x')^2 + (y - y')^2$.

B. Single-layer equivalence

To model the damping patch, the prior work led by Guyader and Cacciolati^{16,17} is used. They developed the equivalent single plate complex Young's modulus to represent multilayer plate behaviour. The method described in these papers use the multilayer plate modeling developed in previous references^{18,19}. This modeling considers the effects of bending, shear



FIG. 2. Single-layer equivalence process applied to a plate with damping patch

and membrane in each layer. The equivalent Young's modulus is then derived by fitting the travelling wave solutions of simple plates and multilayer plates in order to have same vibration amplitudes. Validation of this approach is presented by comparison with three dimensional finite element calculations showing good agreement^{16,17}.

This process is thus performed and one gets therefore a single-layer plate with non-homogeneous material properties as depicted in Fig. 2.

C. The MESOP approach

The approach developed by Collery and Guyader⁶ is used to solve the present vibroacoustic problem. This approach is based on the Minimization of Error on a Sample of Observation Points, also called MESOP. The error corresponds here to the one induced by the verification of the plate vibroacoustic equation of motion on a sample of points. To do so, a plate sampling is first done. This operation yields the following statement:

$$\begin{aligned}
& D(x_i, y_i) \Delta^2 W(x_i, y_i) - \omega^2 \rho(x_i, y_i) h(x_i, y_i) W(x_i, y_i) \\
& + 2 \frac{\partial D(x_i, y_i)}{\partial x} \frac{\partial (\nabla^2 W(x_i, y_i))}{\partial x} + 2 \frac{\partial D(x_i, y_i)}{\partial y} \frac{\partial (\nabla^2 W(x_i, y_i))}{\partial y} \\
& + (\nabla^2 D(x_i, y_i)) (\nabla^2 W(x_i, y_i)) - (1 - \nu(x_i, y_i)) \left(\frac{\partial^2 D(x_i, y_i)}{\partial y^2} \frac{\partial^2 W(x_i, y_i)}{\partial x^2} \right. \\
& \left. - 2 \frac{\partial^2 D(x_i, y_i)}{\partial x \partial y} \frac{\partial^2 W(x_i, y_i)}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 D(x_i, y_i)}{\partial x^2} \frac{\partial^2 W(x_i, y_i)}{\partial y^2} \right) \\
& = F(x_i, y_i) - p_0(x_i, y_i), \forall i \in [1, N],
\end{aligned} \tag{3}$$

where i is the patch index and N is the number of sample points. The transverse displacement is then expanded on a functional basis satisfying boundary conditions as follows

$$W(x_i, y_i) = \sum_{m,n} a_{mn} \Phi_{mn}(x_i, y_i), \quad (4)$$

where a_{mn} and Φ_{mn} are the amplitude and the functional shape, respectively, of the (m, n) order of the functional basis.

The following expression (5) of p_0 is derived from the Rayleigh integral using the collocation method. More precisions such as radiation impedances definition are given in previous article⁶.

$$p_0(x_i, y_i) = \sum_{j=1}^N Z_{ij} V(x_j, y_j) = j\omega \sum_{j=1}^N Z_{ij} W(x_j, y_j). \quad (5)$$

The impedance terms Z_{ij} are given by

$$Z_{ij(i \neq j)} = \frac{p_0(x_i, y_i)}{V(x_j, y_j)} = \frac{1}{2\pi} \rho_0 j\omega \frac{e^{-jk_0 d_{ij}}}{d_{ij}} S_j, \quad (6)$$

$$Z_{ii} = \frac{p_0(x_i, y_i)}{V(x_i, y_i)} = \rho_0 c_0 (1 - e^{-jk_0 a}), \quad (7)$$

where d_{ij} is the distance between centers of patches i and j , a is the radius of the circular patch of surface S_i .

Using truncature of order (m_{max}, n_{max}) , system (3) can be easily rewritten in a matrix form in two steps as follows

$$\begin{aligned} & \sum_{m=1}^{m_{max}} \sum_{n=1}^{n_{max}} \left[D(x_i, y_i) \Delta^2 \Phi_{mn}(x_i, y_i) - \omega^2 \rho(x_i, y_i) h(x_i, y_i) \Phi_{mn}(x_i, y_i) \right. \\ & + 2 \frac{\partial D(x_i, y_i)}{\partial x} \frac{\partial (\nabla^2 \Phi_{mn}(x_i, y_i))}{\partial x} + 2 \frac{\partial D(x_i, y_i)}{\partial y} \frac{\partial (\nabla^2 \Phi_{mn}(x_i, y_i))}{\partial y} \\ & + (\nabla^2 D(x_i, y_i)) (\nabla^2 \Phi_{mn}(x_i, y_i)) - (1 - \nu(x_i, y_i)) \left(\frac{\partial^2 D(x_i, y_i)}{\partial y^2} \frac{\partial^2 \Phi_{mn}(x_i, y_i)}{\partial x^2} \right. \\ & \left. - 2 \frac{\partial^2 D(x_i, y_i)}{\partial x \partial y} \frac{\partial^2 \Phi_{mn}(x_i, y_i)}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 D(x_i, y_i)}{\partial x^2} \frac{\partial^2 \Phi_{mn}(x_i, y_i)}{\partial y^2} \right) \\ & \left. + j\omega \sum_{j=1}^N Z_{ij} \sum_{m=1}^{m_{max}} \sum_{n=1}^{n_{max}} \Phi_{mn}(x_j, y_j) \right] a_{mn} \\ & = F(x_i, y_i), \forall i \in [1, N], \end{aligned} \quad (8)$$

$$[\mathbf{S}] \{\mathbf{A}\} = \{\mathbf{F}\}, \quad (9)$$

where $[\mathbf{S}]$ is the sampling matrix for a vibroacoustic equation of non-homogeneous plate, $\{\mathbf{F}\}$ is the driving force per unit area vector and $\{\mathbf{A}\}$ is the modal amplitudes vector corresponding to the unknown of the problem. The dimension of matrix $[\mathbf{S}]$ is equal to the number of samples times the number of modes and the dimensions of vectors $\{\mathbf{F}\}$ and $\{\mathbf{A}\}$ are equal to the number of samples and the number of modes, respectively. To solve the system, a minimization of the error is made in the least-square sense using powerful algorithms implemented in MATLAB:

$$\min_{\{\mathbf{A}\}} \|[\mathbf{S}] \{\mathbf{A}\} - \{\mathbf{F}\}\|_2. \quad (10)$$

D. Derivation of discontinuous functions with Dirac delta functions

Damping patches represent local damping on the plate and are therefore responsible of discontinuities. The present section focuses on taking into account discontinuities in the MESOP approach.

To develop the approach, let us consider a one-layer simply supported baffled plate with partially covered constrained-layer damping. Performing the single-layer equivalence process the material properties of the system $\{base\ plate + damping\ patch\}$ are given representing an equivalent layer, one gets a one-layer heterogeneous plate with discontinuities. Let us divide the plate into patches where sample points derived from MESOP approach represent centres of gravity of patches. One can split patches into two categories: regular patches where the structure can be considered as homogeneous and singular patches where discontinuities occur, *i.e.* at constrained-layer damping borders corresponding to sample points P_1 to P_{max} .

For all sample points inside regular patches, the equation of motion for homogeneous plates can be used. It yields

$$\sum_{m=1}^{m_{max}} \sum_{n=1}^{n_{max}} \left[D(x_i, y_i) \Delta^2 \Phi_{mn}(x_i, y_i) - \omega^2 \rho h \Phi_{mn}(x_i, y_i) + j\omega \sum_{j=1}^N Z_{ij} \Phi_{mn}(x_j, y_j) \right] a_{mn} \quad (11)$$

$$= F(x_i, y_i), \forall i \in [1, N] - [P_1, P_{max}].$$

For the sake of simplicity, these sample points are denoted in the following regular points.

For other sample points located into singular patches, the equation of motion for non-homogeneous plates is used. This equation is satisfied in the weak sense because of derivatives of discontinuous functions. It yields the following statement:

$$\begin{aligned}
& \int_{S_i} D(x, y) \Delta^2 W(x, y) - \omega^2 \rho(x, y) h(x, y) W(x, y) \\
& + 2 \frac{\partial D(x, y)}{\partial x} \frac{\partial (\nabla^2 W(x, y))}{\partial x} + 2 \frac{\partial D(x, y)}{\partial y} \frac{\partial (\nabla^2 W(x, y))}{\partial y} \\
& + (\nabla^2 D(x, y)) (\nabla^2 W(x, y)) - (1 - \nu(x, y)) \left(\frac{\partial^2 D(x, y)}{\partial y^2} \frac{\partial^2 W(x, y)}{\partial x^2} \right. \\
& \left. - 2 \frac{\partial^2 D(x, y)}{\partial x \partial y} \frac{\partial^2 W(x, y)}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 D(x, y)}{\partial x^2} \frac{\partial^2 W(x, y)}{\partial y^2} \right) dS_i \\
& = \int_{S_i} F(x, y) - p_0(x, y) dS_i, \forall i \in [P_1, P_{max}],
\end{aligned} \tag{12}$$

where S_i represents the square surface $\Delta x \Delta y$ around sample point i . The sample points concerned by discontinuities are denoted in the following singular points.

One can extract three different cases of singular points (Fig. 3), *i.e.* (a) at vertical border, (b) at horizontal border and (c) at patch corner.

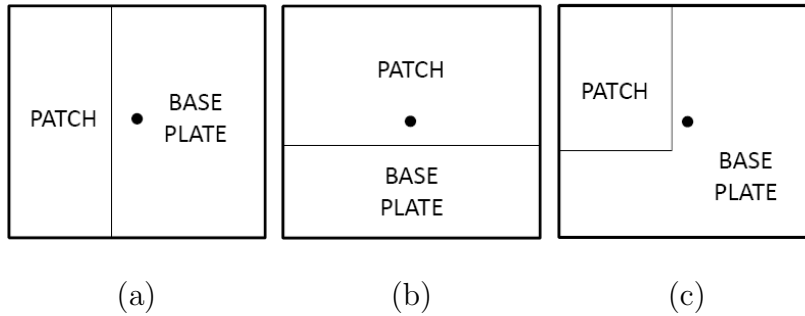


FIG. 3. Description of the three types of singular patches with samples (•) : (a) vertical border, (b) horizontal border, (c) corner border

To derive discontinuities, Dirac delta functions are introduced. The derivatives of the

flexural rigidity at patch boundaries in the x - and y -directions are thus expressed as follows

$$\begin{aligned}\frac{\partial D}{\partial x} &= \Delta D \delta(x - x_{step}), \\ \frac{\partial D}{\partial y} &= \Delta D \delta(y - y_{step}), \\ \frac{\partial D}{\partial x \partial y} &= \Delta(\Delta D) \delta(x - x_{step}) \delta(y - y_{step}),\end{aligned}\tag{13}$$

where ΔD is the flexural rigidity step, x_{step} and y_{step} denote the abscisse and the ordinate, respectively, of the step inside a given singular patch. The plate sampling is assumed to be uniform, Δx and Δy represent thus the distances between two consecutive samples in the x - and y -direction, respectively, and therefore $\Delta x \Delta y = S_p/N$. $\Delta(\Delta D)$ represents the variation of the flexural rigidity step and takes a non-zero value only inside the four singular patches of type (c), as follows

$$\Delta(\Delta D) = \begin{cases} |\Delta D| & \text{at coordinates } (x_p, y_p) \text{ and } (x_p + L_x, y_p + L_y), \\ -|\Delta D| & \text{at coordinates } (x_p + L_x, y_p) \text{ and } (x_p, y_p + L_y), \\ 0 & \text{else.} \end{cases}\tag{14}$$

The second derivatives are calculated using the following property of Dirac delta functions:

$$\int_{S_i} \frac{\partial \delta(x - x_{step})}{\partial x} f(x, y) dS_i = - \int_{S_i} \delta(x - x_{step}) \frac{\partial f(x, y)}{\partial x} dS_i.\tag{15}$$

One gets the following second derivatives of D at discontinuity points:

$$\begin{aligned}\frac{\partial^2 D}{\partial x^2} f(x, y) &= -\Delta D \delta(x - x_{step}) \frac{\partial f(x, y)}{\partial x}, \\ \frac{\partial^2 D}{\partial y^2} f(x, y) &= -\Delta D \delta(y - y_{step}) \frac{\partial f(x, y)}{\partial y}.\end{aligned}\tag{16}$$

Thanks to these Dirac delta functions definitions, the non-homogeneous equation of motion for sample points at patch boundaries can be defined. For case (a), $x_i = x_{step}$ and the corresponding equation of motion is derived from Eq. (12) using expressions (13) and

(16) as follows

$$\begin{aligned}
& \int_{S_i} D(x, y) \Delta^2 W(x, y) - \omega^2 \rho(x, y) h(x, y) W(x, y) + \Delta D \delta(x - x_i) \frac{\partial(\nabla^2 W(x, y))}{\partial x} \\
& + (1 - \nu(x, y)) \Delta D \delta(x - x_i) \frac{\partial^3 W(x, y)}{\partial x \partial y^2} dS_i \\
& = \int_{S_i} F(x, y) - p_0(x, y) dS_i, \forall i \in (a),
\end{aligned} \tag{17}$$

and assuming slight variations of the transverse motion and its derivatives and of the excitation as well inside each patch around a given sample point i , one gets $W(x, y) \approx W(x_i, y_i)$, $\Delta^2 W(x, y) \approx \Delta^2 W(x_i, y_i)$, $F(x, y) \approx F(x_i, y_i)$ and $p_0(x, y) \approx p_0(x_i, y_i)$. Naturally, the finer sampling the better accuracy of these equalities. It yields

$$\begin{aligned}
& \Delta^2 W(x_i, y_i) \int_{S_i} D(x, y) dS_i - W(x_i, y_i) \int_{S_i} \omega^2 \rho(x, y) h(x, y) dS_i \\
& + \frac{\partial(\nabla^2 W(x_i, y_i))}{\partial x} \int_{S_i} \Delta D \delta(x - x_i) dS_i \\
& + \frac{\partial^3 W(x_i, y_i)}{\partial x \partial y^2} \int_{S_i} (1 - \nu(x, y)) \Delta D \delta(x - x_i) dS_i \\
& = F(x_i, y_i) \Delta x \Delta y - p_0(x_i, y_i) \Delta x \Delta y, \forall i \in (a),
\end{aligned} \tag{18}$$

and

$$\begin{aligned}
& \overline{D} \Delta^2 W(x_i, y_i) \Delta x \Delta y - \omega^2 \overline{\rho} \overline{h} W(x_i, y_i) \Delta x \Delta y + \Delta D \frac{\partial(\nabla^2 W(x_i, y_i))}{\partial x} \Delta y \\
& + (1 - \overline{\nu}) \Delta D \frac{\partial^3 W(x_i, y_i)}{\partial x \partial y^2} \Delta y \\
& = F(x_i, y_i) \Delta x \Delta y - p_0(x_i, y_i) \Delta x \Delta y, \forall i \in (a),
\end{aligned} \tag{19}$$

where $\overline{f}$ denotes the mean value of function f inside a given patch. Finally, one gets

$$\begin{aligned}
& \overline{D} \Delta^2 W(x_i, y_i) - \omega^2 \overline{\rho} \overline{h} W(x_i, y_i) + \frac{\Delta D}{\Delta x} \frac{\partial(\nabla^2 W(x_i, y_i))}{\partial x} \\
& + (1 - \overline{\nu}) \frac{\Delta D}{\Delta x} \frac{\partial^3 W(x_i, y_i)}{\partial x \partial y^2} \\
& = F(x_i, y_i) - p_0(x_i, y_i), \forall i \in (a).
\end{aligned} \tag{20}$$

The derived expressions of this motion equation for cases (b) and (c) are given in Appendix A.

It yields finally the following system where $[\mathbf{S}_R]$ (resp. $[\mathbf{S}_S]$) is the sampling matrix for

regular (resp. singular) points:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{S}_R \\ \mathbf{S}_S \end{bmatrix} \{\mathbf{A}\} = \{\mathbf{F}\}. \quad (21)$$

This system is solved in the same way defined by formula (10).

E. Comparison with literature

A comparison with existing results from the literature is made. The modal response of the simply supported square plate with damping patch described by Kung and Singh¹² is here investigated. The equivalent material properties of the system made of the multilayer damping patch and the base plate are obtained using the single-layer equivalence process. The proposed method using Dirac delta functions is then applied.

Plate and damping patch considered by Kung and Singh are square and the damping patch is located in one plate corner. Let us denote l^p as patch length. Results from a parametric study led on patch size variation $\frac{l^p}{a}$ are compared to the prior work of Kung and Singh. Good agreement is observed between predictions of the first natural frequency ω_{11} (Fig. 4). The presence of damping patch is consequently well modeled.

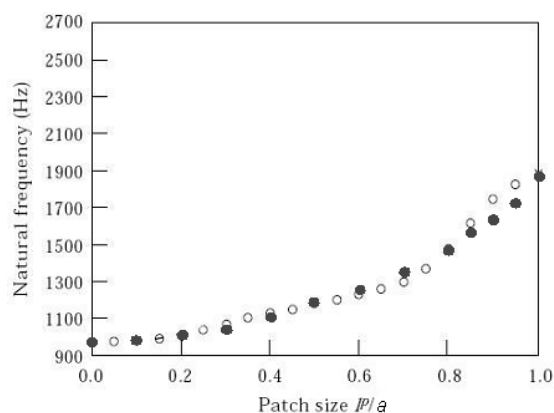


FIG. 4. Calculation of the first natural frequency ω_{11} into air by the proposed method (●) compared to results from Kung and Singh (○)

III. NUMERICAL VALIDATION

Only few results of vibroacoustic modeling with local damping exist in literature. The proposed method has been validated with reference results from the literature but only in terms of vibrations and more particularly in terms of natural frequencies. Therefore a more extensive numerical validation of complete sound radiation results is needed. This validation is led in comparison with a commercial finite element method (FEM) software. Numerical tests objectives are twofold: to validate the proposed formulation and to investigate damping material localization.

A. Numerical test cases

To investigate the influence of damping material localization, 3 configurations have been tested . First the base plate alone, then the same plate with a damping strip at one boundary (Fig. 5) and finally the base plate with a square damping patch at its center (Fig. 5). Damping surfaces are equal to 0.25 m^2 for both corresponding cases representing 17.4 % of the base plate surface, yielding the same added mass for configurations 2 and 3 equal to 6 % of base plate mass.

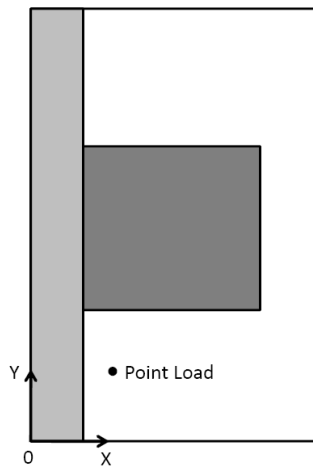


FIG. 5. Description of the two damping patch locations

Material properties are described in Table I. The damping patch is composed of two

layers: aluminium as constraining layer and a viscoelastic layer. The frequency range of interest is [10 - 2000 Hz].

B. Excitation

The excitation considered here is the point force F_p of 1 N at $(x_F, y_F) = (300 \text{ mm}, 300 \text{ mm})$:

$$F_p(x, y) = \|F_p\| \delta(x - x_F) \delta(y - y_F) \quad (22)$$

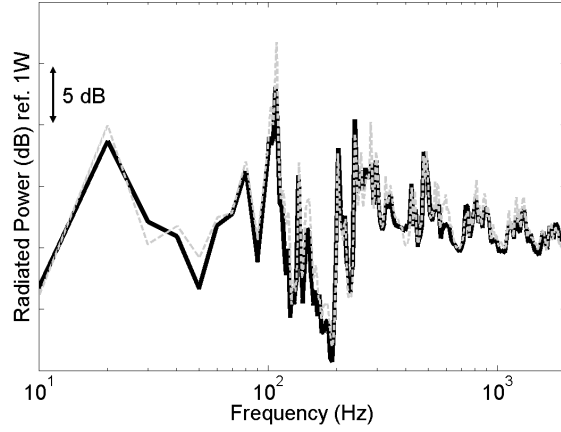
Using sampling approach, the point force excitation is localized on the nearest sample point. Then assuming a uniform value of the force around the sample, one gets the following expression of the driving force per unit area

$$F(x_i, y_i) = \begin{cases} \frac{\|F_p\|}{S_i} & \text{if excitation is applied on sample } i \\ 0 & \text{else} \end{cases} \quad (23)$$

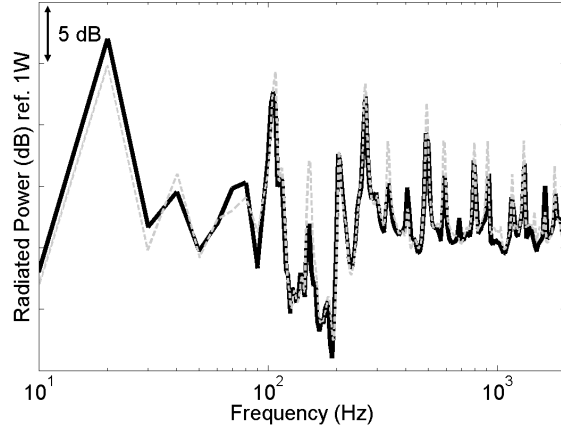
C. Comparison with FEM results

Sound radiation from the three configurations are here computed using the present approach and are then compared to FEM results. The vibroacoustic indicator used for comparison is the radiated power with a reference of 1 W. Results for both damped configurations gathered in Fig. 6 show a very good accuracy of the present method to consider local constrained-layer damping. Discrepancies observed at modes amplitudes is due to a finer frequency step of the computation with the developed approach. This comparison gives therefore credit to the present approach.

In addition to accuracy, the present approach presents computation times strongly lower than FEM ones. Table II illustrates this trend for different model sizes corresponding to the frequencies 1 and 2 kHz of the previous validation case. Computation time assessment is extended to model sizes at frequencies 3 and 4 kHz. The analytical approach is therefore more than 10 times faster than the FEM computation.



(a)



(b)

FIG. 6. Comparison in terms of radiated power of results from the proposed approach (grey dashed line) and FEM results (black solid line) in the two following damped configurations : (a) plate with strip patch, (b) plate with square patch

The damping patch localization is then investigated. To do so, the acoustic gain is illustrated by Fig. 7, that is the difference of the radiated power level with and without damping treatment for both localizations of the patch presented in Fig. 5. This figure presents a slight stronger damping impact (1-2 dB) on the radiated power for the strip patch configuration. Nevertheless, no general conclusion can be drawn since damping impact is naturally strongly correlated to point load placement. It will be therefore interesting to

investigate as perspectives this point with distributed excitation like the diffuse sound field or turbulent boundary layer ones.

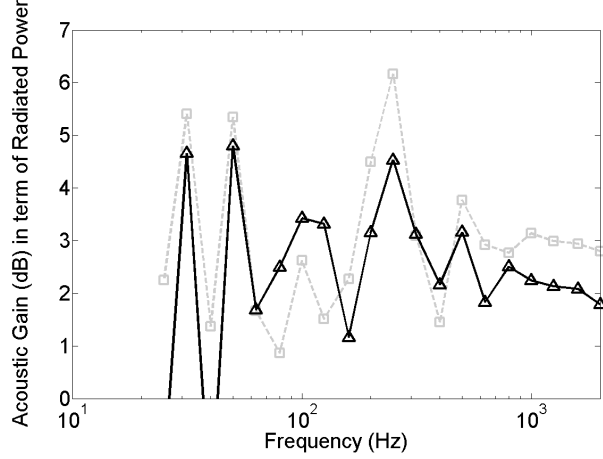


FIG. 7. Acoustic gain in third-octave bands corresponding to the difference of the radiated power with and without damping patch : the strip patch (grey dashed line) and the square patch (black solid line)

IV. DIRAC DELTA FUNCTIONS INFLUENCE

This section aims at investigating the influence of each category of Dirac delta functions on the damping patch modeling and as a consequence on the vibroacoustic response. The different Dirac delta functions derived in section II are here splitted in the following categories depending of the order of derivatisation of the rigidity modulus D : first derivatives ($\frac{\partial D}{\partial x}$ and $\frac{\partial D}{\partial y}$), mixed derivative ($\frac{\partial^2 D}{\partial x \partial y}$) and the second derivatives ($\frac{\partial^2 D}{\partial x^2}$ and $\frac{\partial^2 D}{\partial y^2}$).

The case of sound radiation from the plate with damping patch at the center is firstly compared with and without Dirac delta functions at patch boundaries. Results illustrated by Fig. 8 prove the importance of discontinuities. In fact, Fig. 8 shows clearly that neglecting Dirac delta functions exaggerates the damping patch impact, *i.e.* overestimation of the overall stiffness and damping. This observation is particularly noticeable when frequency increases.

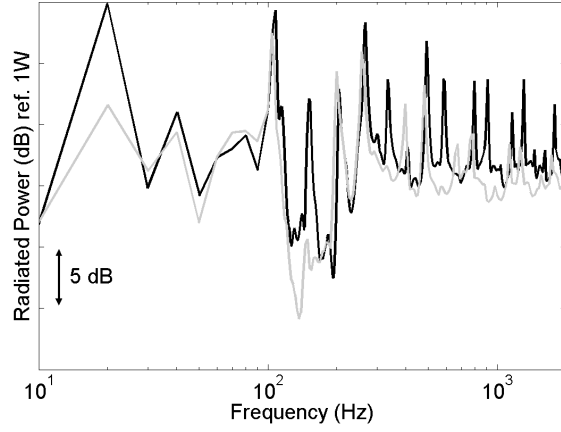


FIG. 8. Radiated Power of the plate with damping patch at the center using Dirac delta functions (black solid line) or not (grey solid line)

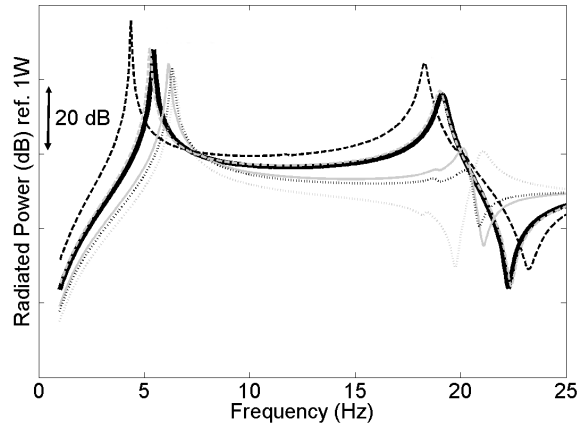


FIG. 9. Radiated power of the plate with damping patch with different configurations of Dirac delta functions : all (black solid line), none (grey solid line), only first derivatives (black dashed line), only mixed derivative (black dotted line), only second derivatives (grey dotted line) and finally first and second derivatives (grey dashed line)

The influence of each category of derivative in the Dirac delta functions approach is then analyzed. In that purpose the previous case of validation is used. Nevertheless, the point load is here applied at the center to limit the number of modes and, as a consequence, to ease results readability. The frequency band of interest is here limited to the first two

modes. Dirac delta functions influences are illustrated by Fig. 9. It is shown that first derivatives soften and undamp the vibroacoustic response contrary to second derivatives while their combination is very close to the real physical behavior. In fact, even if the mixed derivatives strengthen and damp strongly the vibroacoustic response, they are only applied at four points and consequently their effect is very low.

V. CONCLUSION

In the context of sound radiation assessment from aeronautical structures with damping patches, a method based on modified MESOP approach for plates with discontinuous properties has been presented. A single-layer equivalence process is first performed on the system made of the base plate and the damping patch. The region inside damping patch surface can therefore be assumed as locally homogeneous. To model heterogeneities at patch boundaries, the non-homogeneous equation of plate motion is written and derivatives of the rigidity modulus are handled through the use of Dirac delta functions. The method MESOP is then applied, the equation of system motion is thus observed on a given number of regular and singular observation points. One gets a system of one homogeneous equation of motion for regular observation points and one non-homogeneous equation of motion for singular observation points concerned by discontinuities. This global system is solved in minimizing the error of verification.

This approach proves all its interest through validating results of vibrations and radiation applied to a simply supported baffled plate with damping patch. In fact a very good accuracy is observed between analytical results and results from the literature or the commercial FEM software. Note that the present approach allows very quick results compared to finite element analysis. Finally, the influence of the Dirac delta functions handling discontinuities has been focused to better understand their roles in the vibroacoustic response.

This analytical approach dealing with local heterogeneities coupled to the MESOP method represents therefore a powerful tool to assess damping treatments efficiency on

aeronautical structures. It proves furthermore that the MESOP method is well adapted to be extended and *in fine* to handle complex structures. As perspectives, one can envisage to investigate the influence of the patch sizes and localizations on the vibroacoustic response and, in addition, the excitation influence on damping impact would be an important field of study, especially in the aeronautical industry.

APPENDIX A: DERIVATION OF THE NON-HOMOGENEOUS EQUATION OF MOTION FOR SINGULAR POINTS

The derivation of discontinuous plate properties using Dirac delta functions is here applied to the non-homogeneous equation of motion for singular points. The following equations are thus derived for cases (a), (b) and (c), respectively:

$$\begin{aligned}
& \sum_{m=1}^{m_{max}} \sum_{n=1}^{n_{max}} \left[\bar{D} \Delta^2 \Phi_{mn}(x_i, y_i) - \omega^2 \bar{\rho} \bar{h} \Phi_{mn}(x_i, y_i) \right. \\
& \quad + \frac{\Delta D}{\Delta x} \frac{\partial(\nabla^2 \Phi_{mn}(x_i, y_i))}{\partial x} + (1 - \bar{\nu}(x_i, y_i)) \frac{\Delta D}{\Delta x} \frac{\partial^3 \Phi_{mn}(x_i, y_i)}{\partial x \partial y^2} \\
& \quad \left. + j\omega \sum_{j=1}^N Z_{ij} \sum_{m=1}^{m_{max}} \sum_{n=1}^{n_{max}} \Phi_{mn}(x_j, y_j) \right] a_{mn} \\
& = F(x_i, y_i) \quad \forall i \in (a).
\end{aligned} \tag{A1}$$

$$\begin{aligned}
& \sum_{m=1}^{m_{max}} \sum_{n=1}^{n_{max}} \left[\bar{D} \Delta^2 \Phi_{mn}(x_i, y_i) - \omega^2 \bar{\rho} \bar{h} \Phi_{mn}(x_i, y_i) \right. \\
& \quad + \frac{\Delta D}{\Delta y} \frac{\partial(\nabla^2 \Phi_{mn}(x_i, y_i))}{\partial y} + (1 - \bar{\nu}) \frac{\Delta D}{\Delta y} \frac{\partial^3 \Phi_{mn}(x_i, y_i)}{\partial x^2 \partial y} \\
& \quad \left. + j\omega \sum_{j=1}^N Z_{ij} \sum_{m=1}^{m_{max}} \sum_{n=1}^{n_{max}} \Phi_{mn}(x_j, y_j) \right] a_{mn} \\
& = F(x_i, y_i) \quad \forall i \in (b).
\end{aligned} \tag{A2}$$

$$\begin{aligned}
& \sum_{m=1}^{m_{max}} \sum_{n=1}^{n_{max}} \left[\bar{D} \Delta^2 \Phi_{mn}(x_i, y_i) - \omega^2 \bar{\rho} \bar{h} \Phi_{mn}(x_i, y_i) \right. \\
& \quad + \frac{\Delta D}{\Delta x'} \frac{\partial(\nabla^2 \Phi_{mn}(x_i, y_i))}{\partial x} + \frac{\Delta D}{\Delta y'} \frac{\partial(\nabla^2 \Phi_{mn}(x_i, y_i))}{\partial y} \\
& \quad + (1 - \bar{\nu}) \left(\frac{\Delta D}{\Delta y'} \frac{\partial^3 \Phi_{mn}(x_i, y_i)}{\partial x^2 \partial y} + 2 \frac{\Delta (\Delta D)}{\Delta x' \Delta y'} \frac{\partial^2 \Phi_{mn}(x_i, y_i)}{\partial x \partial y} \right. \\
& \quad \left. \left. + \frac{\Delta D}{\Delta x'} \frac{\partial^3 \Phi_{mn}(x_i, y_i)}{\partial x \partial y^2} \right) + j\omega \sum_{j=1}^N Z_{ij} \sum_{m=1}^{m_{max}} \sum_{n=1}^{n_{max}} \Phi_{mn}(x_j, y_j) \right] a_{mn} \\
& = F(x_i, y_i) \quad \forall i \in (c),
\end{aligned} \tag{A3}$$

where $\Delta x'$ and $\Delta y'$ are related to real dimensions of the discontinuities in the four particular singular patches of type (c).

REFERENCES

- ¹ J. F. Wilby, “Aircraft interior noise”, J. Sound Vib. **190**(3), 545–564 (1996).
- ² B. C. Nakra, “Vibration control with viscoelastic materials - i”, Shock and Vibration Digest **8**, 3–12 (1976).
- ³ B. C. Nakra, “Vibration control with viscoelastic materials - ii”, Shock and Vibration Digest **13**, 17–20 (1981).
- ⁴ B. C. Nakra, “Vibration control with viscoelastic materials - iii”, Shock and Vibration Digest **16**, 17–22 (1984).
- ⁵ M. D. Rao, “Recent applications of viscoelastic damping for noise control in automobiles and commercial airplanes”, J. Sound Vib. **262**, 457–474 (2003).
- ⁶ O. Collery and J.-L. Guyader, “Solving the vibroacoustic equations of plates by minimization of error on a sample of observation points”, J. Acoust. Soc. Am. **127**(3), 1347–1356 (2010).
- ⁷ R. Plunkett and C. T. Lee, “Length optimization for constrained viscoelastic layer damping”, J. Acoust. Soc. Am. **48**(1), 150–161 (1970).
- ⁸ A. K. Lall, N. T. Asnani, and B. Nakra, “Vibration and damping analysis of rectangular plate with partially covered constrained viscoelastic layer”, Journal of Vibration,

- Acoustics, Stress, and Reliability in Design **109**, 241–247 (1987).
- ⁹ J. S. Sastry and M. L. Munjal, “A transfer matrix approach for evaluation of the response of a multi-layer infinite plate to a two-dimensional pressure excitation”, *J. Sound Vib.* **182(1)**, 109–128 (1995).
 - ¹⁰ D. H. Kruger, J. A. Mann, and T. Wiegandt, “Placing constrained layer damping patches using reactive shearing structural intensity measurements”, *J. Acoust. Soc. Am.* **101**, 2075–2082 (1997).
 - ¹¹ O. Foin, J. Nicolas, B. Mercier, and J.-F. Bilodeau, “Comportement vibro-acoustique de plaques partiellement recouvertes d’un traitement viscoélastique (vibroacoustic behavior of plates partially covered by a viscoelastic layer)”, in *4th French Congress on Acoustics (CFA), Marseille, France*, 261–265 (1997).
 - ¹² S.-W. Kung and R. Singh, “Complex eigensolutions of rectangular plates with damping patches”, *J. Sound Vib.* **216**, 1–28 (1998).
 - ¹³ S.-W. Kung and R. Singh, “Development of approximate methods for the analysis of patch damping design concepts”, *J. Sound Vib.* **219**, 785–812 (1999).
 - ¹⁴ J. A. Rongong, C. M. Chia, T. L. Lew, and K. Worden, “Optimisation of passive and active constrained layer damper for panel vibrations over broad band frequency and temperature ranges”, in *48th AIAA/ASME/ASCE/AHS/ASC Structures, Structural Dynamics and Materials Conference, Honolulu, USA* (2007).
 - ¹⁵ A. Plessy, A. Loredó, A. E. Hafidi, and N. Hamzaoui, “Vibroacoustic behaviour of plates with constrained layer damping patches”, in *Euronoise09, Edinburgh, UK* (2009).
 - ¹⁶ J.-L. Guyader and C. Cacciolati, “Viscoelastic properties of single layer plate material equivalent to multi-layer composites plate”, in *Inter-Noise07, Istanbul, Turkey* (2007).
 - ¹⁷ J.-L. Guyader, C. Cacciolati, and E. Guyader, “Prediction of vibroacoustic behaviour of multilayered structures using equivalent bi-materials”, in *Inter-Noise08, Shanghai, China* (2008).
 - ¹⁸ J.-L. Guyader and C. Lesueur, “Acoustic transmission through orthotropic multilayered plates. part i: plate vibration modes”, *J. Sound Vib.* **58**, 51–68 (1978).

- ¹⁹ J.-L. Guyader and C. Lesueur, “Acoustic transmission through orthotropic multilayered plates. part ii: transmission loss”, *J. Sound Vib.* **58**, 69–86 (1978).
- ²⁰ M. L. Williams, R. F. Landel, and J. D. Ferry, “The temperature dependence of relaxation mechanisms in amorphous polymers and other glass-forming liquids”, *J. Am. Chem. Soc.* **77**, 3701–3707 (1955).

TABLE I. Material properties

	Base Plate	Viscoelastic layer	Constraining layer
Material	Aluminium	-	Aluminium
Young Modulus	$E = 7.1 \text{ e}10 \text{ N/m}^2$	$E = \text{Wlf law}^{20}$	$E = 7.1 \text{ e}10 \text{ N/m}^2$
Poisson Ratio	$\nu = 0.33$	$\nu = 0.49$	$\nu = 0.33$
Density	$\rho = 2700 \text{ kg/m}^3$	$\rho = 1200 \text{ kg/m}^3$	$\rho = 2700 \text{ kg/m}^3$
Thickness	1.5 mm	0.5 mm	0.3 mm
Surface	960x1500 mm^2	Strip: 167x1500 mm^2 Square: 500x500 mm^2	Strip: 167x1500 mm^2 Square: 500x500 mm^2

TABLE II. Computation time (s) of 1 frequency point for various model sizes

Frequency computed	FEM	Present approach
1 kHz	120	6
2 kHz	450	40
3 kHz	1200	120
4 kHz	3500	250

LIST OF FIGURES

FIG. 1	Geometry of the problem	5
FIG. 2	Single-layer equivalence process applied to a plate with damping patch . . .	6
FIG. 3	Description of the three types of singular patches with samples (●) : (a) vertical border, (b) horizontal border, (c) corner border	9
FIG. 4	Calculation of the first natural frequency ω_{11} into air by the proposed method (●) compared to results from Kung and Singh (○)	12
FIG. 5	Description of the two damping patch locations	13
FIG. 6	Comparison in terms of radiated power of results from the proposed approach (grey dashed line) and FEM results (black solid line) in the two following damped configurations : (a) plate with strip patch, (b) plate with square patch	15
FIG. 7	Acoustic gain in third-octave bands corresponding to the difference of the radiated power with and without damping patch : the strip patch (grey dashed line) and the square patch (black solid line)	16
FIG. 8	Radiated Power of the bare plate (black dashed line) and the plate with damping patch using Dirac delta functions (black solid line) or not (grey solid line)	17
FIG. 9	Radiated power of the plate with damping patch with different configura- tions of Dirac delta functions : all (black solid line), none (grey solid line), only first derivatives (black dashed line), only mixed derivative (black dotted line), only second derivatives (grey dotted line) and finally first and second derivatives (grey dashed line)	17

3.2.2 Résumé

Cet article présente l'extension de la méthode MESOP à des structures aux propriétés discontinues. Le formalisme développé est ensuite appliqué à des traitements amortissants locaux sur une plaque. Seule l'excitation par force ponctuelle est ici étudiée. La structure étant non homogène, l'équation de mouvement de la plaque se réécrit de la manière suivante :

$$\begin{aligned}
 D(x, y) \Delta^2 W(x, y) - \omega^2 \rho(x, y) h(x, y) W(x, y) &+ 2 \frac{\partial D(x, y)}{\partial x} \frac{\partial (\nabla^2 W(x, y))}{\partial x} \\
 &+ 2 \frac{\partial D(x, y)}{\partial y} \frac{\partial (\nabla^2 W(x, y))}{\partial y} + (\nabla^2 D(x, y)) (\nabla^2 W(x, y)) \\
 &- (1 - \nu(x, y)) \left(\frac{\partial^2 D(x, y)}{\partial y^2} \frac{\partial^2 W(x, y)}{\partial x^2} - 2 \frac{\partial^2 D(x, y)}{\partial y \partial x} \frac{\partial^2 W(x, y)}{\partial y \partial x} + \frac{\partial^2 D(x, y)}{\partial x^2} \frac{\partial^2 W(x, y)}{\partial y^2} \right) \\
 &= F(x, y) - p_0(x, y).
 \end{aligned} \tag{3.1}$$

Pour pallier les difficultés liées aux hétérogénéités de la plaque, une méthode en trois étapes est adoptée. La première consiste à traiter le patch amortissant comme étant homogène localement grâce à un processus basé sur la formulation développée par Guyader *et al.* [87, 88] qui établit l'équivalence avec une plaque monocouche. On obtient ainsi un comportement local de plaque homogène à la fois au niveau de la plaque nue mais aussi au niveau du patch. L'équation de mouvement pour les échantillons concernés se simplifie alors de la manière suivante :

$$D(x, y) \Delta^2 W(x, y) - \omega^2 \rho(x, y) h(x, y) W(x, y) = F(x, y) - p_0(x, y). \tag{3.2}$$

La deuxième étape consiste à satisfaire l'équation non-homogène au sens faible en raison des discontinuités locales. Pour cela, des fonctions Dirac sont introduites pour caractériser les hétérogénéités locales représentant les limites du patch amortissant, c'est-à-dire la frontière entre le système $\{Plaque + Patch\}$ et la plaque seule. Pour chaque degré de dérivée du module de rigidité dans l'équation Eq. (3.1), la dérivée est remplacée par un Dirac multiplié par un facteur quantifiant la variation locale de ce module. On obtient par exemple :

$$\frac{\partial D}{\partial x} = \Delta D \delta(x - x_{step}) \tag{3.3}$$

La dernière étape formalise le système d'équations, à savoir une équation de mouvement de plaque homogène pour les points d'observation réguliers (R) situés sur la plaque nue et sur le système $\{Plaque + Patch\}$ et une équation de mouvement de plaque non-homogène pour les points d'observation singuliers (S) situés à la frontière entre les deux régions. On obtient ainsi le système matriciel suivant :

$$\begin{bmatrix} \mathbf{S}_R \\ \mathbf{S}_S \end{bmatrix} \{\mathbf{A}\} = \{\mathbf{F}\}. \tag{3.4}$$

Le système d'équations est résolu en appliquant la méthode MESOP, à savoir la minimisation de l'erreur de vérification de l'équation de mouvement sur un échantillonnage spatial de la plaque.

Le formalisme développé est en second temps validé avec un cas de la littérature pour un exemple de vibrations et avec des résultats issus de calculs éléments finis pour un cas de rayonnement avec deux emplacements de patchs amortissants. Les résultats montrent tous une excellente adéquation avec les différentes références prouvant ainsi la validité de l'approche développée. Ceci démontre aussi par ailleurs que la méthode MESOP est particulièrement adaptée à traiter des structures complexes de part son formalisme par échantillonnage spatial.

L'article illustre en dernier lieu l'influence de chaque fonction Dirac sur la réponse vibroacoustique soulignant le rôle de chacune dans la réponse vibroacoustique.

3.3 Conclusion

La formulation analytique évaluant la réponse vibroacoustique de plaques amorties localement a été développée dans ce chapitre. La méthode MESOP a en effet été couplée à une approche par fonctions Dirac simulant les hétérogénéités locales liées à la pose de traitements amortissants. La méthode couplée a été validée numériquement démontrant sa précision et l'intérêt encore du formalisme par échantillonnage spatial de la méthode MESOP. Cette approche analytique répond désormais à la problématique de la thèse, à savoir l'étude de l'impact vibroacoustique de traitements amortissants dans un contexte aéronautique.

Caractérisation expérimentale du rayonnement acoustique de plaques amorties localement par un patch viscoélastique

Sommaire

4.1	Introduction	97
4.2	Dispositif expérimental	98
4.2.1	Propriétés des matériaux testés	98
4.2.2	Configurations testées	99
4.2.3	Excitation par champ diffus	100
4.3	Transparence acoustique sous excitation champ diffus	102
4.3.1	Résultats expérimentaux	102
4.3.2	Validation croisée du modèle analytique avec l'expérience et les éléments finis	103
4.4	Accélération sous excitation champ diffus	104
4.4.1	Résultats expérimentaux	104
4.4.2	Comparaison avec le modèle analytique	106
4.5	Conclusion	107

4.1 Introduction

Le modèle de rayonnement acoustique de plaques amorties localement et son approche par fonctions Dirac ont été validés numériquement pour l'excitation mécanique. Notons que le cas de la plaque recouverte à 100% de matériau amortissant a été validé avec des résultats d'essais sous excitation acoustique et partiellement sous excitation mécanique en Annexe B. Cette validation a légitimé les propriétés matériaux données par le fournisseur et l'analogie à une plaque monocouche développée par Guyader *et al.* [87, 88] (Code Movisand). Les objectifs de ce chapitre sont triples : valider expérimentalement l'approche analytique du traitement localisé pour l'excitation champ diffus, puis étudier l'influence de l'excitation acoustique comparée à l'excitation mécanique, et enfin analyser

expérimentalement en champ diffus l'influence de la taille du patch sur son impact acoustique. Pour cela, des mesures de transparence et d'accélération ont été menées dans le Laboratoire Vibrations Acoustique (LVA) de l'INSA Lyon. Les cas testés correspondent à ceux utilisés pour la validation numérique sous excitation mécanique. L'effet de l'excitation sur l'impact acoustique d'un traitement amortissant est ainsi analysé.

4.2 Dispositif expérimental

4.2.1 Propriétés des matériaux testés

La plaque d'étude est une plaque faite d'aluminium, d'épaisseur 1.5 mm ayant pour fréquence critique $f_C = 7800$ Hz. Pour analyser l'influence d'un traitement amortissant localisé sur le rayonnement acoustique de cette plaque, le choix du traitement se porte sur un patch amortissant formé d'une couche viscoélastique d'épaisseur 0.5 mm et d'une couche de précontrainte faite d'aluminium, d'épaisseur 0.3 mm et gaufrée. Ce gaufrage sera par la suite négligé dans l'approche analytique, hypothèse vérifiée en Annexe B. La fixation sur la plaque d'étude se fait à l'aide d'un film adhésif.

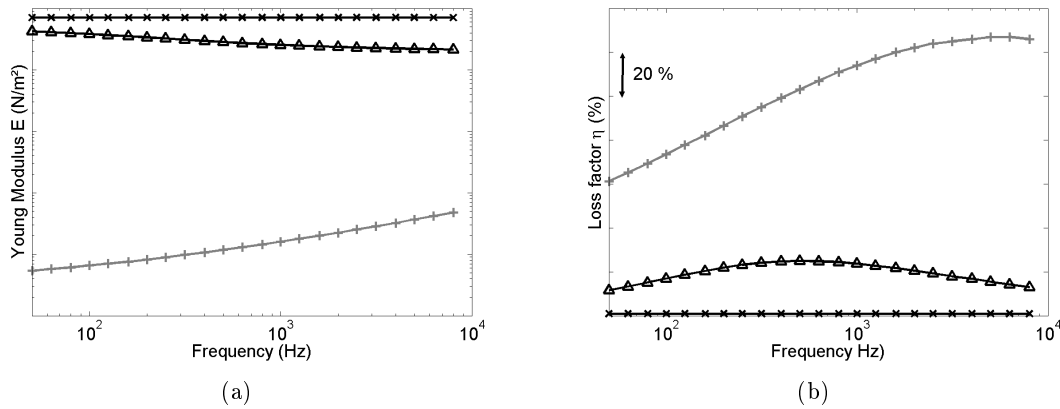


FIGURE 4.1 – Propriétés matériau à 20°C de la plaque d'aluminium ($- \times -$), de la couche viscoélastique ($- + -$) et du monocouche équivalent au tri-couches ($- \Delta -$) : (a) module d'Young, (b) facteur d'amortissement

Les propriétés matériau à 20°C de l'aluminium, de la couche viscoélastique et du tricouche sont illustrées par la figure 4.1. Le tricouche est formé de la plaque d'aluminium et du patch amortissant, ses propriétés matériau sont obtenues par le processus d'équivalence à un matériau simple couche développé par Guyader *et al.* [87, 88] (Code Movisand). Les résultats présentés en figure 4.1 montrent l'influence du patch amortissant sur les propriétés de la plaque d'aluminium avec notamment une forte augmentation du facteur de perte.

4.2.2 Configurations testées

Cette étude expérimentale sur l'influence du patch amortissant a été menée sur une plaque d'aluminium de dimensions $960 \text{ mm} \times 1500 \text{ mm} \times 1.5 \text{ mm}$. Pour étudier l'influence du matériau amortissant et de sa localisation, trois configurations ont été étudiées en transparence (Figure 4.2) et sept configurations en accélération (Figure 4.3). Pour tous ces cas, l'excitation considérée est le champ diffus.

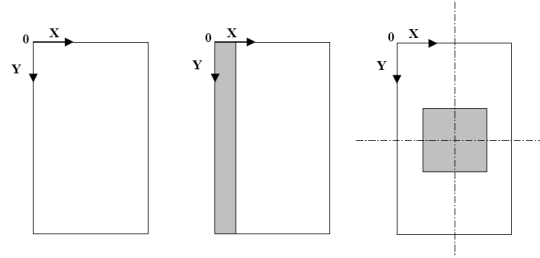


FIGURE 4.2 – 3 configurations de plaque testées en transparence acoustique

Les cas testés en transparence correspondent à la plaque d'aluminium nue, puis à cette même plaque recouverte d'une bande de patch amortissant sur l'un de ses bords ($167 \text{ mm} \times 1500 \text{ mm}$) et enfin à un patch amortissant carré ($500 \text{ mm} \times 500 \text{ mm}$) centré sur la plaque. La surface du matériau amortissant est de 0.25 m^2 dans les deux configurations amorties, soit 17.4% de la surface de la plaque d'étude et 6% de masse ajoutée. Ces configurations étudient en outre l'influence de la position du patch à travers ces deux exemples aux tailles identiques.

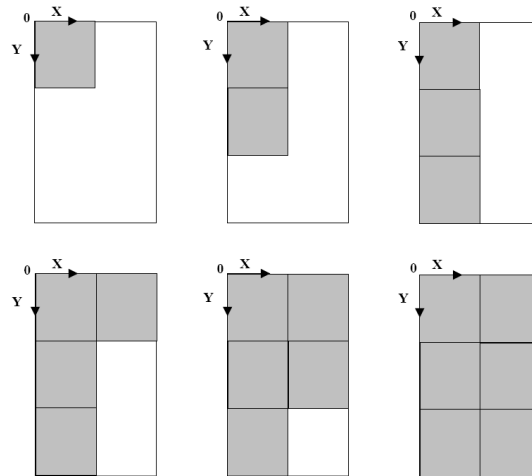


FIGURE 4.3 – 6 configurations de plaque amortie testées en accélération en ajout de la plaque nue

Les cas testés en accélération sont au nombre de sept, de la plaque nue à la plaque entièrement

recouverte. À chaque configuration, on incrémente d'un patch amortissant de dimensions 480 mm $\times$ 500 mm comme illustré par la figure 4.3. Ces mesures analysent l'influence de la taille du patch sur le rayonnement acoustique du système formé.

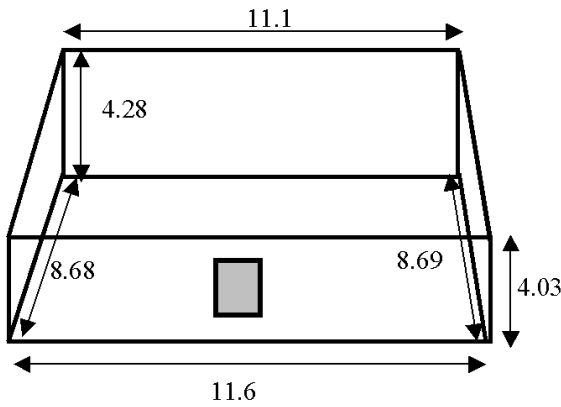
4.2.3 Excitation par champ diffus

Comme précisé en introduction, les essais sont réalisés au LVA (INSA Lyon) dans la salle réverbérante (Figure 4.4) couplée à une terminaison semi-anéchoïque (Figure 4.5). Les propriétés de la chambre réverbérante sont données en figure 4.4. À partir de ses dimensions et de la valeur de son temps de réverbération, on en déduit selon la formule de Sabine (2.10) la fréquence de coupure f_{lim} de la salle, c'est-à-dire la fréquence à laquelle le champ acoustique peut être considéré comme diffus. Pour la salle du LVA, $f_{lim} \approx 200\text{Hz}$.

L'excitation par champ diffus est réalisée à l'aide de haut-parleurs "Basses Fréquences" (BF), "Moyennes Fréquences" (MF) et "Hautes Fréquences" (HF). Pour mesurer le niveau de pression à l'intérieur de la salle réverbérante, cinq microphones sont placés à différents emplacements, hauteurs et orientations afin d'avoir une estimation du champ acoustique moyen. Ce champ acoustique moyen mesuré par les microphones participe enfin au calcul de l'intensité acoustique émise comme suit :

$$I_{\text{émise}} = \frac{\frac{1}{5} \sum_{i=1}^5 p_i^2}{4\rho_0 c}, \quad (4.1)$$

où p_i est la pression acoustique du microphone i , ρ_0 la densité de l'air et c la célérité du son dans la chambre réverbérante.



(a)



(b)

FIGURE 4.4 – Chambre réverbérante du LVA (INSA Lyon) : (a) dimensions de la salle pour un volume $V = 411 \text{ m}^3$ et un temps de réverbération $T_r = 10 \text{ s}$ à 125 Hz, (b) localisation des microphones et des haut-parleurs

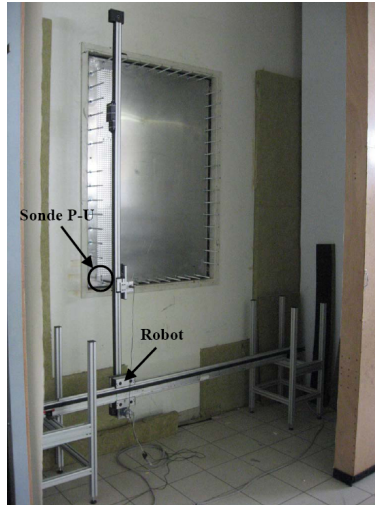


FIGURE 4.5 – Terminaison semi-anéchoïque du LVA (INSA Lyon) : mesure de l'intensité transmise par sonde "Pression-Vitesse" (P-U) fixée à un robot

Du côté de la terminaison semi-anéchoïque, les mesures d'intensité transmise sont réalisées à l'aide d'une sonde "Pression-Vitesse" ($P-U$) de la société Microflow Technologies. Cette sonde mesure directement la pression P et la vitesse acoustique U . Le capteur de vitesse est composé de deux fils chauffés par le flux de courant. La différence de température de ces deux fils causée par la vitesse acoustique, associée à une modification de la résistance électrique des fils, fournit le signal de la vitesse acoustique. La pression acoustique est mesurée par un microphone placé dans la sonde. Cette sonde est installée sur un robot afin d'automatiser la mesure. Afin de pallier des temps de mesures trop longs, le maillage utilisé pour les mesures est divisé en quatre. Pour chaque maillage, le nombre de points pris dans les directions x et y est respectivement 24 et 38. Ce maillage correspond à une distance entre chaque point de 20 mm. Le critère de $\frac{\lambda}{4}$ est ainsi vérifié jusqu'à 4250 Hz et $\frac{\lambda}{2}$ jusqu'à 8000 Hz. Enfin, notons que chaque sous-maillage représente une durée de deux heures.

Les mesures d'accélération sont faites à l'aide d'accéléromètres placés sur la structure côté réception. Pour chaque configuration, 3 accéléromètres sont placés aux coordonnées (100 ; 100), (300 ; 300) et (300 ; 600).

Le système d'acquisition est de marque OROS et les paramètres d'acquisition sont les suivants pour l'étude de transparence :

- bande de fréquences d'étude : [50 - 8000 Hz] ;
- pas fréquentiel : 4 Hz ;
- nombre de moyennes : 30 (après étude d'optimisation) ;
- temporisation du robot : 4 s (stabilisation du bras du robot).

La fenêtre de mesures a pour dimensions 960 mm $\times$ 1500 mm. La plaque d'étude a été serrée recréant des conditions aux limites entre l'encastrement et l'appui simple.

4.3 Transparence acoustique sous excitation champ diffus

4.3.1 Résultats expérimentaux

Les résultats de transparence sont donnés en figure 4.6, l'indicateur utilisé est le Transmission Loss (TL). Cette figure résume les mesures de TL de la plaque nue et des deux configurations amorties.

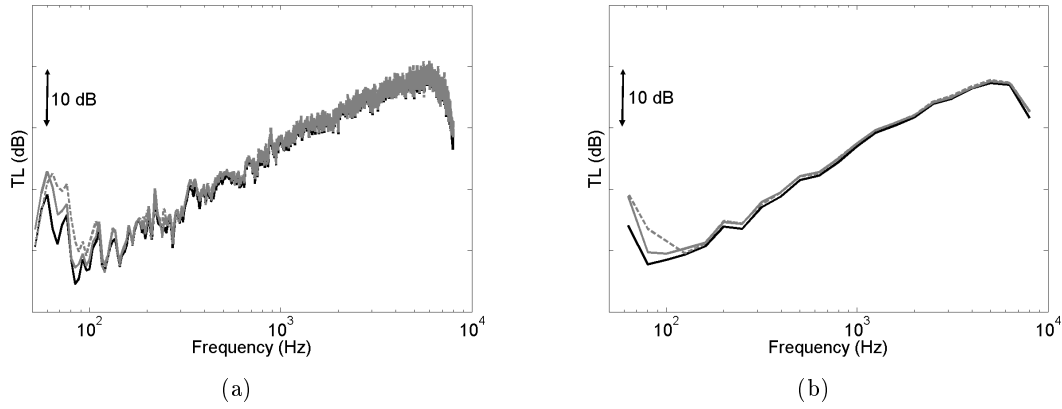


FIGURE 4.6 – Mesures du TL de la plaque nue (—), la plaque amortie par un patch bande (—) et la plaque amortie par un patch carré (- -) : (a) bandes fines, (b) tiers d'octave

Ces résultats témoignent de la non-influence de cette taille de patch sur la transparence acoustique de la plaque et *a fortiori* de son emplacement aussi. En effet, les résultats de TL avec amortissement ne sont que légèrement supérieurs à ceux de la plaque nue, l'ordre de grandeur étant de 0.5 dB, soit dans l'erreur de mesures. Néanmoins, ces 0.5 dB sont à mettre en parallèle avec l'effet de masse ajoutée qui contribue lui aussi à un gain de 0.5 dB sur la zone en loi de masse, à savoir [200 - 6000 Hz] ici.

Par conséquent, on en déduit que l'excitation joue un rôle majeur dans l'efficacité d'un traitement amortissant car les résultats sous excitation mécanique menés dans le précédent chapitre montraient des gains de l'ordre de 2-3 dB pour les mêmes configurations. L'excitation aérodynamique dans ce contexte fera l'objet d'une étude dédiée dans le chapitre 5.

Enfin, notons aussi que ces résultats de mesures soulignent la présence de deux paramètres, la fréquence limite $f_{lim} \approx 200$ Hz et la fréquence critique de la plaque nue $f_C = 7800$ Hz. La fréquence limite sépare nettement le comportement modal avec des oscillations d'amplitude importante du TL et le comportement diffus du champ acoustique généré.

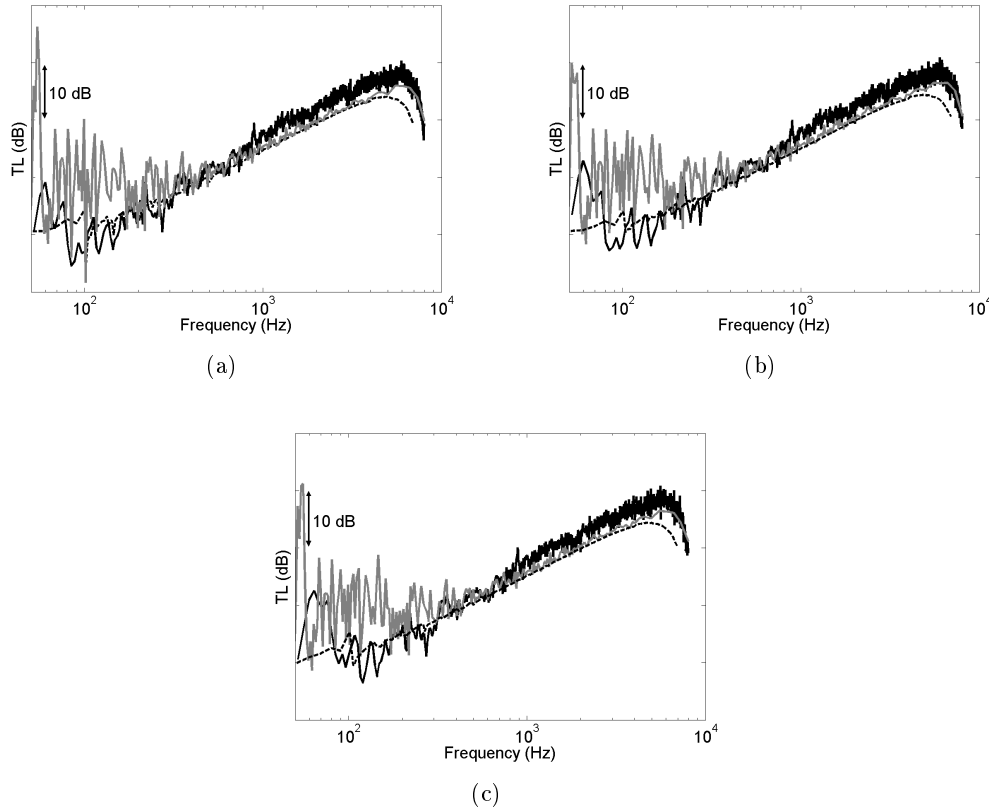


FIGURE 4.7 – Comparaison en terme de TL des résultats d’essais (—), de la méthode MESOP (—) et du calcul FEM (- -) : (a) la plaque nue, (b) la plaque amortie par le patch bande, (c) la plaque amortie par le patch carré

4.3.2 Validation croisée du modèle analytique avec l’expérience et les éléments finis

Les résultats issus du modèle analytique basé sur la méthode MESOP sont ici comparés avec ceux des essais ainsi que ceux issus de calculs par éléments finis. Les résultats pour chaque configuration sont présentés en figure 4.7. Ces résultats montrent une excellente corrélation entre les méthodes numérique et analytique sauf en basses fréquences où le comportement modal est présent dans les résultats analytiques. Ceci s’explique par le formalisme utilisé pour simuler le champ diffus, on retrouve en effet la notion de fréquence limite tout comme dans l’expérience. La différence de niveau en basses fréquences entre le comportement modal issu du modèle analytique et celui de l’expérience s’explique en partie par le pas fréquentiel, il est en effet de 2 Hz pour le modèle analytique et de 4 Hz pour la mesure.

Par ailleurs, une bonne corrélation est observée entre la prédiction analytique ou numérique et

la mesure avec néanmoins une différence de niveau à partir de 1 kHz. Une explication possible : les ondes rasantes considérées dans le calcul ne sont pas réalistes puisque la fenêtre de mesure peut induire un "effet de niche" en retirant les ondes rasantes de la pression excitatrice. Introduire un angle limite d'incidence provoquerait en effet une hausse du TL sans en changer son comportement.

4.4 Accélération sous excitation champ diffus

4.4.1 Résultats expérimentaux

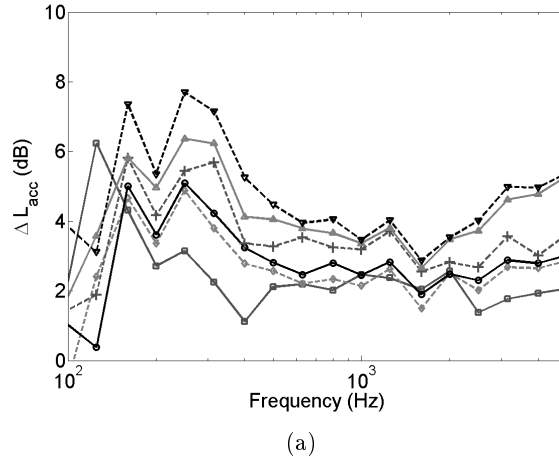


FIGURE 4.8 – Résultats en tiers d'octave des mesures d'impact sur le niveau d'accélération (ΔL_{acc}) des six configurations testées : 1 patch (□), 2 patches (◇), 3 patches (○), 4 patches (+), 5 patches (Δ), 6 patches (▽)

Pour illustrer l'influence de la taille du patch, les résultats d'impact sur les niveaux d'accélération mesurés en position (300 ; 600) sont présentés en tiers d'octave sur la gamme de fréquences [100 - 5000 Hz] à travers la figure 4.8. **L'indicateur choisi L_{acc} , dénommé "niveau d'accélération", correspond au niveau d'accélération de la plaque normalisé par rapport à la pression acoustique moyenne d'excitation. L'impact d'une configuration amortie sur cet indicateur, dénommé ΔL_{acc} , correspond à la différence de niveau d'accélération entre la plaque nue et celle amortie. Ces indicateurs exprimés en dB sont donc définis par les expressions suivantes :**

$$L_{acc} = 10 \log_{10} \frac{\gamma}{\langle p \rangle}, \quad (4.2)$$

et

$$\Delta L_{acc} = L_{acc,base} - L_{acc,patch}. \quad (4.3)$$

L'effet de chaque patch ajouté sur la plaque d'étude est ainsi analysé. Cette étude expérimentale n'est qu'un préambule à toute étude de l'influence de la taille d'un patch. En effet, les configurations étudiées sont limitées, les mesures d'accélération sont faites en trois points particuliers et seule l'excitation par champ diffus est utilisée. Néanmoins, ces essais ont pour but d'appréhender une dépendance particulière à la taille du traitement amortissant. Seuls les résultats pour la position (300 ; 600) sont présentés ici.

La principale observation concerne le caractère non-linéaire de l'impact acoustique des patches sur le rayonnement acoustique. Ceci était attendu du fait du caractère localisé de la mesure d'accélération. Il paraît en effet évident qu'un patch près de la mesure d'accélération aura plus d'impact sur la mesure qu'un autre plus éloigné.

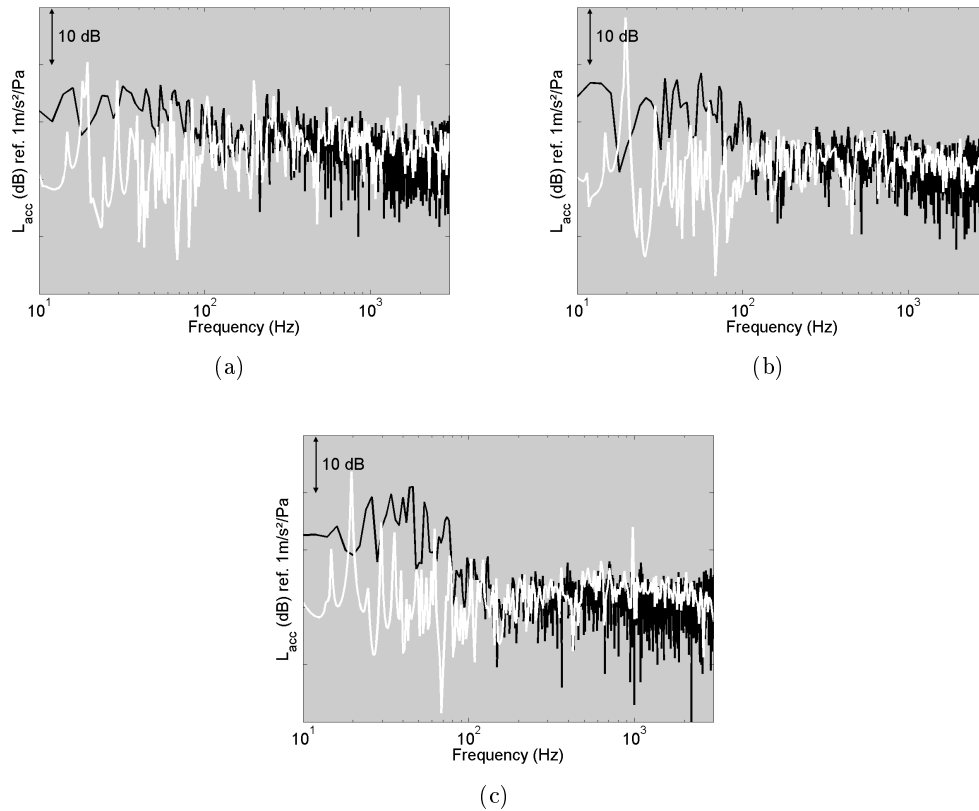


FIGURE 4.9 – Comparaison en terme de niveau d'accélération des résultats d'essais (noir) et de la méthode MESOP (blanc) : (a) plaque nue, (b) plaque 33% amortie (2 patches), (c) plaque 100% amortie

Ce constat explique l'impact des premières configurations de patch. En effet, le premier patch a un fort effet sur le niveau d'accélération au point proche de ce patch, le second aussi car situé au niveau du point de mesure. L'effet du second patch est néanmoins moindre car l'effet du premier

est toujours présent. Par contre, il est net que la troisième configuration n'a quasiment aucun effet comparée à la configuration 2. L'ajout des quatrième et cinquième patches amortit encore légèrement le niveau d'accélération tandis que l'intérêt du dernier reste limité sauf en basses fréquences.

Finalement, il est difficile de dissocier l'impact de chaque patch par ce processus d'incrémentation mais il est clair que l'impact de la taille du patch est un axe de recherche à considérer.

4.4.2 Comparaison avec le modèle analytique

Les mesures sont finalement comparées à la méthode MESOP. Pour cela, le niveau d'accélération défini précédemment est calculé sur la bande de fréquences [10 - 3000 Hz]. Dans un premier temps, les résultats de comparaison pour les configurations plaque nue, plaque 33% amortie (2 patches) et plaque 100% amortie sont présentés en figure 4.9. En omettant les résultats en basses fréquences où le champ acoustique simulé n'est pas considéré comme diffus, une bonne corrélation mesures/calculs transparaît de ces résultats absolus.

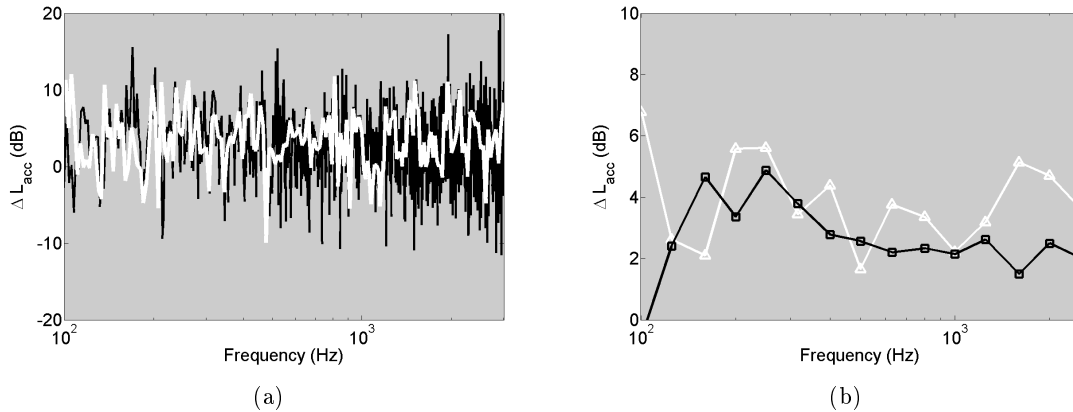


FIGURE 4.10 – Comparaison des résultats essais (noir) et analytiques (blanc) du delta entre les niveaux d'accélération pour la plaque nue et celle 33% amortie (2 patches) : (a) bandes fines, (b) tiers d'octave

En un second temps, l'effet du traitement est analysé en comparant les deltas de niveau d'accélération entre ces mêmes configurations. Ces résultats sont illustrés par les figures 4.10 et 4.11, ils démontrent la précision du calcul au regard de la mesure, notamment en terme de tendance. Néanmoins, des divergences sont tout de même observées à partir de 1.6 kHz. L'hypothèse de manque de précision concernant la localisation de l'accéléromètre constitue une explication possible. En effet, l'accélération locale autour d'un point donné varie de plus en plus lorsque la fréquence augmente. Ces résultats contribuent donc à valider l'approche développée pour modéliser un patch amortissant localisé.

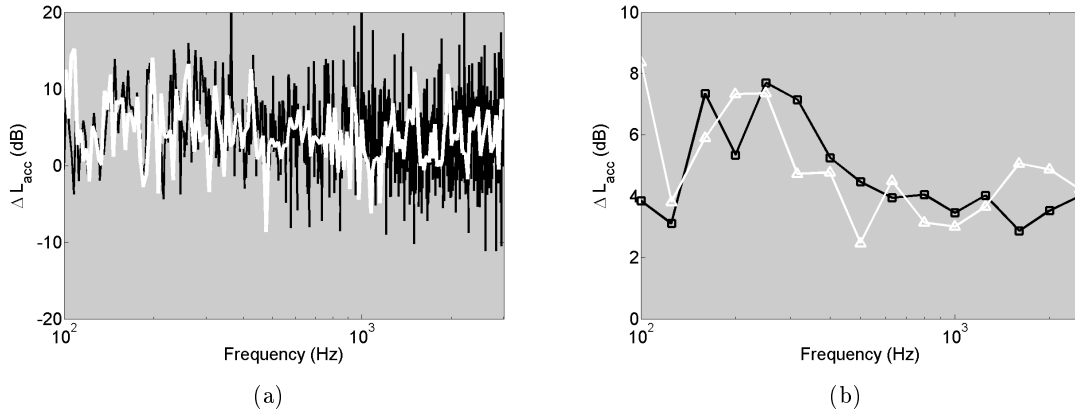


FIGURE 4.11 – Comparaison des résultats essais (noir) et analytiques (blanc) du delta entre les niveaux d'accélération pour la plaque nue et celle 100% amortie : (a) bandes fines, (b) tiers d'octave

4.5 Conclusion

Ce chapitre consacré à la caractérisation expérimentale du rayonnement acoustique de plaques amorties localement sous excitation champ diffus a contribué à valider le modèle analytique développé et à souligner certains phénomènes. Deux principales conclusions sont tirées de ces essais.

Tout d'abord, les résultats d'essais ont montré l'influence du champ exciteur dans la caractérisation d'un traitement amortissant en terme de rayonnement acoustique. En effet, alors que l'impact d'un patch donné est quasi nul sous excitation champ diffus, il est bien plus marqué sous excitation mécanique (voir résultats de calcul du chapitre précédent). Cette dépendance à l'excitation rend donc nécessaire une étude particulière afin d'analyser l'effet de l'excitation représentative des conditions de vol, celle aérodynamique.

Ensuite, les essais ont mis en avant la complexité de l'effet de la taille du patch sur le rayonnement acoustique d'une plaque. Même si le cas expérimental traité n'est qu'un embryon d'étude, il semble en effet difficile de dresser une loi sur l'interaction entre la taille du patch et son efficacité. Il paraît donc aussi important d'intégrer cet aspect lorsque sera étudié l'excitation aérodynamique.

Il faut rappeler enfin que la précision de l'approche analytique développée dépend fortement de la précision des propriétés matériaux utilisées pour modéliser le matériau viscoélastique. L'effet de la température, non étudié ici, représente par exemple une source possible d'imprécision et donc d'erreur dans le calcul vibroacoustique.

Caractérisation numérique du rayonnement acoustique de plaques amorties localement : application à l'excitation aérodynamique

Sommaire

5.1	Introduction	109
5.2	Influence du modèle de couche limite turbulente et des conditions d'écoulement sur la caractérisation d'un traitement amortissant	110
5.2.1	Définition de la structure et du traitement amortissant	110
5.2.2	Comparaison des six modèles de couche limite turbulente	111
5.2.3	Comparaison entre des conditions de vol et de soufflerie	112
5.3	Influence du champ exciteur et de la taille du patch sur l'impact du traitement amortissant	113
5.3.1	Article publié au N.C.E.J.	113
5.3.2	Résumé	122
5.4	Influence de la position du patch sur l'impact du traitement amortissant	123
5.4.1	Description des positions	123
5.4.2	Comparaison du rayonnement acoustique des différentes positions	123
5.5	Conclusion	126

5.1 Introduction

Le besoin de quantifier l'impact du champ exciteur sur l'effet d'un traitement amortissant constitue la problématique de ce chapitre. En effet, le chapitre précédent a souligné les différences entre une excitation mécanique et acoustique, il est donc primordial de considérer l'excitation la plus représentative des conditions de vol de l'avion, à savoir l'excitation aérodynamique. À ce propos, la première chose à vérifier est l'effet du modèle de couche limite turbulente sur l'impact d'un traitement amortissant. Pour cela, une comparaison sera menée en premier lieu afin d'évaluer l'influence des

différents modèles présentés au chapitre 1 et des conditions d'écoulement (soufflerie ou vol) sur la caractérisation d'un traitement.

Pour évaluer l'effet d'un traitement amortissant sur une structure avion, Airbus adopte une stratégie expérimentale hiérarchisée par complexité. Différentes excitations sont alors considérées : essais sur échantillon au sol (excitations mécanique ou acoustique), essais sur avion au sol (excitations mécanique ou acoustique) et essais sur avion en vol (excitation réaliste : aérodynamique).

Ce chapitre vise donc à caractériser l'impact du traitement amortissant sous couche limite turbulente et sous excitation acoustique afin d'étudier l'influence du champ exciteur et de statuer sur la validité d'essais au sol dans le cadre d'une caractérisation d'un traitement amortissant. En ajout de ceci, il sera aussi étudié l'effet de taille et de position du patch amortissant sur le rayonnement acoustique sous excitation aérodynamique.

5.2 Influence du modèle de couche limite turbulente et des conditions d'écoulement sur la caractérisation d'un traitement amortissant

5.2.1 Définition de la structure et du traitement amortissant

Cette section est dédiée à comparer les six modèles de couche limite turbulente présentés dans le premier chapitre sous forme d'Insertion Loss (IL) d'un traitement amortissant. L'objectif est de quantifier l'impact du choix du modèle dans la caractérisation d'un traitement. Dans ce but, une plaque plane, bafflée, simplement appuyée de dimensions 700 mm $\times$ 700 mm est considérée. Sa fréquence critique est égale à $f_c = 4400$ Hz.

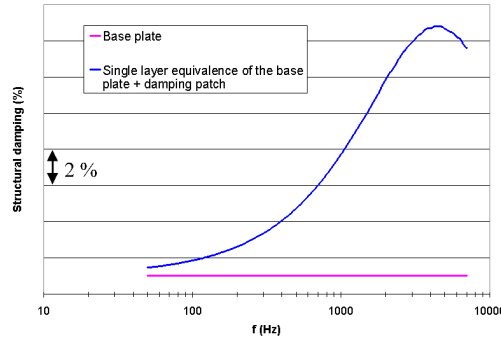


FIGURE 5.1 – Comparaison du facteur de perte pour la plaque nue et le système plaque + patch amortissant

Le traitement amortissant considéré mesure 400 mm $\times$ 400 mm (30% de surface de la plaque et 10% de masse ajoutée), il est composé de deux plis : un coeur viscoélastique dont l'amortissement est soixante fois plus grand que la plaque et un pli de précontrainte fait du même matériau que la plaque. La figure 5.1 compare l'amortissement de la plaque nue à celui du système tricouche obtenu par un

processus d'équivalence [87, 88]. On observe que le patch viscoélastique accroît l'amortissement de manière significative, surtout en hautes fréquences ($f > 1$ kHz).

Enfin, on fait l'hypothèse forte de garder la température du viscoélastique fixe à 20°C alors que, apposé à la peau de l'avion, le viscoélastique a ses propriétés qui varient avec la température. La température est en effet conditionnée par le nombre de Mach et l'altitude.

5.2.2 Comparaison des six modèles de couche limite turbulente

L'influence du modèle sur la caractérisation d'un traitement amortissant sous excitation aérodynamique est exprimée en terme d'Insertion Loss, c'est-à-dire la différence entre le Transmission Loss (TL) de la plaque nue avec et sans traitement. Cette comparaison est menée avec la méthode MESOP associée à différents modèles de couche limite turbulente. Dans ce cas particulier, seul l'interspectre de pression pariétale caractérise un Transmission Loss et *a fortiori* un Insertion Loss, c'est pourquoi les différents modèles sont dénommés selon leur interspectre : (1) Corcos, (2) Efimtsov, (3) Hwang & Geib, (4) Chase, (5) Chase-Howe et (6) Smol'yakov & Tkachenko. Il est nécessaire de rappeler que les modèles de Chase (4) et Chase-Howe (5) ne sont valables que pour des faibles nombres de Mach. Néanmoins, ces deux modèles seront tout de même étudiés pour des nombres de Mach élevés à titre d'observation.

Pour fournir les paramètres nécessaires à ces différents modèles, on utilise la feuille de calculs ESDU [53] pour les conditions extérieures d'un avion en vol : FL350 et M0.85. La fréquence de coïncidence aérodynamique de la plaque est égale à : $f_{ca} = 1600$ Hz. Le rayonnement acoustique est considéré dans de l'air pris à 20°C et l'altitude 1 m.

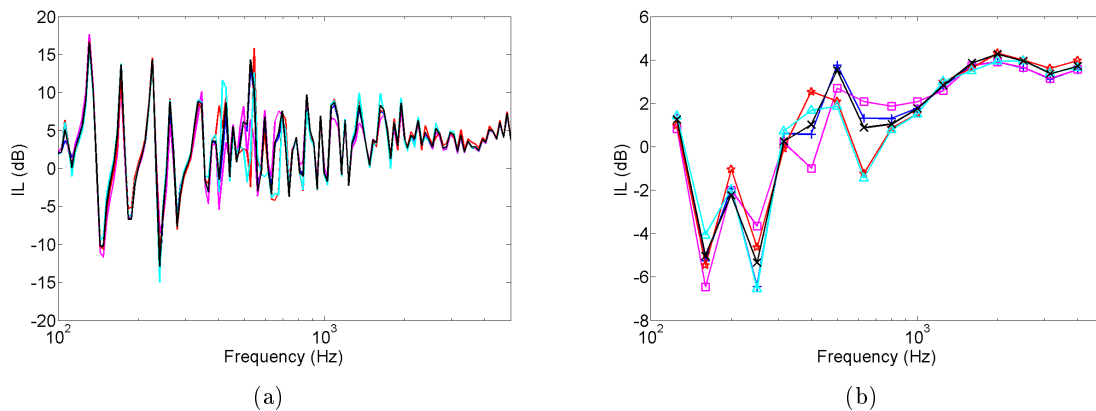


FIGURE 5.2 – Influence du modèle de couche limite turbulente sur l'Insertion Loss d'un patch viscoélastique : (a) en bandes fines, (b) en tiers d'octave. 6 modèles : (1) (—), (2) (—), (3) (—), (4) (—), (5) (—), (6) (—)

La figure 5.2 présente les résultats d'Insertion Loss pour ces six modèles en bandes fines et en tiers d'octave. Ces résultats témoignent de niveaux quasi identiques quel que soit le modèle, à l'ex-

ception des tiers d'octave 400 Hz à 800 Hz où une dispersion des résultats est observée. Le constat est donc simple : **l'effet d'un traitement amortissant sous excitation aérodynamique est considéré comme décorrélié du modèle de couche limite turbulente**. Il faut rappeler que ceci est fortement lié à l'hypothèse faite dans les différents modèles d'excitation, à savoir que la couche limite turbulente est considérée homogène sur la structure. **Pour la suite de ce chapitre, le modèle de Corcos sera donc le seul considéré de par sa simplicité.**

Notons la présence de valeurs négatives en basses fréquences indiquant que le traitement accroît la transparence du panneau. Cet effet s'explique par le décalage des modes lorsque le panneau devient amorti, on oscille alors localement entre des effets positifs et négatifs du patch amortissant. Enfin, rappelons que le calcul du tiers d'octave est alors piloté par les dégradations acoustiques du traitement, d'où les valeurs négatives en basses fréquences.

5.2.3 Comparaison entre des conditions de vol et de soufflerie

L'attention est enfin portée sur l'influence des conditions d'écoulement sur l'effet d'un traitement amortissant sous excitation aérodynamique. Cet intérêt s'explique par le constat fait par Boeing [6] qui constata lors de mesures en vol à FL310 une efficacité acoustique d'un traitement amortissant plus marqué à M0.85 qu'à M0.55. Les auteurs n'ont pu donner d'explication à ce phénomène. La comparaison menée ici confirme que l'observation faite en vol est contraire à la théorie des modèles d'excitation aérodynamique. Les conditions de vol (FL350, M0.85) et de soufflerie (1 m, M0.3) sont en effet comparées en terme d'Insertion Loss. Le rayonnement acoustique est considéré dans de l'air pris à 20°C et l'altitude 1 m. Seul le modèle de Corcos est considéré ici pour simuler la couche limite turbulente. Les résultats sont présentés dans la figure 5.3. Malgré des écarts en basses fréquences pour les résultats en tiers d'octave, peu d'écarts sont observés entre les deux résultats.

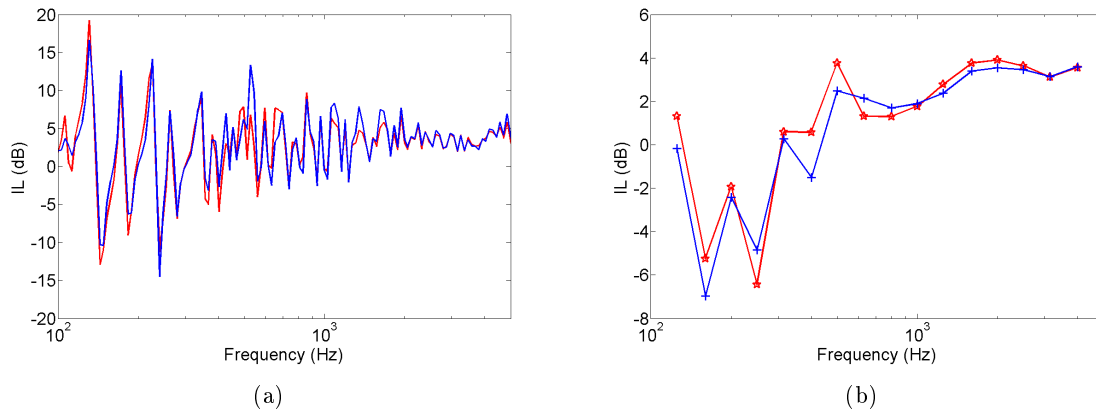


FIGURE 5.3 – Influence des conditions de couche limite turbulente (soufflerie – ; vol –) sur l'Insertion Loss d'un patch viscoélastique : (a) en bandes fines, (b) en tiers d'octave

Il est donc clairement observé **la décorrélation des conditions de couche limite turbulente sur l'évaluation de l'effet d'un traitement amortissant**. À partir de ce constat, on conclut que des essais en soufflerie suffisent à caractériser une technologie amortissante type patch viscoélastique. Il faut néanmoins restreindre cette conclusion au cas particulier traité ici où la dépendance des propriétés du viscoélastique à la température n'est pas considérée. Ces résultats ne sont certes pas tout à fait réalistes mais ils écartent l'influence des conditions d'écoulement. L'effet de la température peut expliquer en partie les efficacités différentes observées par Boeing, la variation de température de la peau de l'avion entre les deux vitesses considérées est de l'ordre de 17°C.

5.3 Influence du champ excitateur et de la taille du patch sur l'impact du traitement amortissant

Cette étude menée est décrite par un article [117] publié au Noise Control Engineering Journal (N.C.E.J.). Cet article est basé sur un papier [118] accepté et présenté au congrès d'Inter-Noise 2009 à Ottawa (Canada) puis sélectionné pour être publié dans ledit journal. La structure étudiée ainsi que le traitement amortissant sont les mêmes que précédemment avec une vitesse d'écoulement représentative d'un avion en vol.

5.3.1 Article publié au N.C.E.J.

Add-on damping patch efficiency on sound transmission of a thin plate under aerodynamic or acoustic excitation¹⁾

Olivier Collery^{a)}, Jean-Louis Guyader^{b)} and Pascale Neple^{c)}

(Received: 2 December 2009; Revised: 1 March 2010; Accepted: 3 March 2010)

The turbulent boundary layer excitation is one of the main sources of aircraft interior noise over a large frequency range while the diffuse sound field excitation is often considered as an approximation for noise analysis and noise control evaluation. This paper presents the study of add-on damping patches efficiency under both excitations. The structure of interest here is a simply supported thin plate partially covered with a damping treatment. Numerical results are carried out using an original methodology based on the Minimization of Error on a Sample of Observation Points (MESOP). The transmission loss index is assessed in the frequency range from 50 Hz to 7 kHz. This investigation points out different behaviors: a damping effect is observed only in the critical frequency region under diffuse sound field excitation whereas the transmission loss index is increased by damping over the whole frequency band under turbulent boundary layer excitation. The excitation field appears to be a key factor. The excitation effect on the damping treatment characterization is then observed for two patch sizes. The transmission loss under aerodynamic excitation with varying patch sizes is finally investigated in a context of damping treatments optimization. © 2010 Institute of Noise Control Engineering.

Primary subject classification: 13.1.6; Secondary subject classification: 47.2

1 INTRODUCTION

In aeronautical industry the treatment of structures with damping materials is widely used to reduce sound radiation and/or control vibrations. This field of study has been focused on by many authors, let us cite two reviews: one made by Wilby² about the passive treatments used to reduce the aircraft interior noise and another more general made by Nakra³⁻⁵ about viscoelastic materials. Recent applications of these materials are described by Rao⁶. To save weight, passive treatment applications must be optimized and therefore localized damping is often considered. Some authors have presented results of plate modeling with local passive damping⁷⁻¹⁴ but none have dealt with

sound radiation from plates damped locally over a wide frequency range. Some studies have been conducted experimentally such as Spalding and Mann⁹ and Kruger et al.¹⁰ who investigated the placement of constrained layer damping patches using reactive shearing structural intensity measurements. Both authors do not propose any formulation to compute analytically the sound radiation from plates with damping patches. Analytical models treating this issue are rare in the literature. One can cite those developed by Foin et al.¹¹, Kung and Singh¹² and very recently Plessy et al.¹³. They are all based on the Rayleigh-Ritz method. The first paper deals only with simply supported rectangular plates while the two other papers handle arbitrary boundary conditions. Foin et al. do not give any information on the placement of the damping patches but showed that only 25% of the plate surface covered by a damping patch can have the same advantages as a full coverage. Kung and Singh proposed a detailed description of their formulation and a validation by experiments. Nevertheless their method does not allow for the computation of sound radiation but only for the determination of complex eigensolutions. Finally investigations by these two authors are limited to low frequencies or only to some particular modes while the aeronautical context is broadband. Plessy et

¹⁾ This paper is a revised version of one presented at *InterNoise09*¹.

^{a)} AIRBUS Operations SAS, Acoustics and Environment Department, 316 route de Bayonne, 31060 Toulouse Cedex 09, FRANCE; email: olivier.collery@airbus.com.

^{b)} INSA Lyon, Laboratoire Vibrations Acoustique, 25 bis avenue Jean Capelle, 69621 Villeurbanne Cedex, FRANCE; email: jean-louis.guyader@insa-lyon.fr.

^{c)} AIRBUS Operations SAS, Acoustics and Environment Department, 316 route de Bayonne, 31060 Toulouse Cedex 09, FRANCE; email: pascale.neple@airbus.com.

al. seem to be the only ones proposing an analytical method for computing sound radiation from plates with damping patches over a wide frequency band but their work did not focus on the aerodynamic excitation.

Experimental tests with acoustic excitation are often performed to characterize new configurations whereas the turbulent boundary layer excitation is one of the main sources of aircraft interior noise. Both excitations must be therefore investigated. Different physical behaviors and structural damping influences under both excitations have been emphasized in previous results^{15–17}. The main objective here is to compare the efficiencies of add-on damping patches on sound transmission under aerodynamic and acoustic excitations in order to determine the validity of reverberant room experiments for acoustic aircraft design. The influence of patch size on the transmission loss under aerodynamic excitation is finally investigated in the context of damping treatment optimization.

2 THEORY

2.1 Model Description

The present paper considers rectangular baffled flat plates with simply supported boundary conditions. Numerical results performed here are based on the model formulated by Collery and Guyader^{18,19}. This approach deals with the Minimization of Error on a Sample of Observation Points (MESOP). The formulation is dedicated to sound radiation from fluid-loaded baffled plates and is well adapted to consider heterogeneous structures such as plates with a damping patch. The present section expands the methodology for homogeneous plates to heterogeneous plates with added damping layers.

The plate produces flexural vibrations in response to an excitation at an angular frequency ω . Transverse motion $W(x, y)$ of the homogeneous plate is first derived with Love-Kirchhoff assumptions as follows

$$D\Delta^2 W - \omega^2 \rho h W = p_{exc} - p_{fl}, \quad (1)$$

where D is the flexural rigidity, ρ is the mass density, h is the thickness, p_{exc} is the exciting pressure and p_{fl} is the fluid loading pressure defined by the well-known Rayleigh integral as follows

$$p_{fl} = \int_S j\rho_0 \omega V(x', y') \frac{e^{-jk_0 R}}{2\pi R} dx' dy', \quad (2)$$

where S is the plate surface, $k_0 = \omega/c_0$ is the wave number, ρ_0 and c_0 are the density and the sound speed in the fluid, and $R^2 = (x - x')^2 + (y - y')^2$.

To model the plate behavior, a sampling of the plate is then made. The method MESOP consists in optimizing the verification of the equation of motion on the

sample points. Equation (1) is thus applied to this plate sampling and one gets a system of N equations, where N is the number of observation points.

To compute the fluid loading pressure, the collocation method is applied, which allows a relative easy calculation of the radiation impedances Z_{ik} using the Rayleigh integral for N equivalent baffled pistons. The detailed procedure is expanded in a previous paper¹⁸. One gets the fluid loading pressure derived from the calculation of these radiation impedances as defined by

$$p_{fl}(x_i, y_i) = \sum_{k=1}^N Z_{ik} V(x_k, y_k) = j\omega \sum_{k=1}^N Z_{ik} W(x_k, y_k), \quad \forall i \in [1, N]. \quad (3)$$

To solve the radiation problem a decomposition of the flexural motion on a functional basis $\{\Phi_{mn}\}$ satisfying the geometric boundary conditions is finally introduced as follows

$$W(x, y) = \sum_{m,n} a_{mn} \phi_{mn}(x, y). \quad (4)$$

In the particular case of simply supported boundary conditions Φ_{mn} is defined by the classic product of sin functions, a_{mn} and Φ_{mn} become then the modal amplitude and the modal shape, respectively, of the (m, n) mode.

Applying the sampling approach and this decomposition to Eqn. (1) leads to a set of equations that depend on the modal amplitudes:

$$\sum_{m=1}^{m_{\max}} \sum_{n=1}^{n_{\max}} \left[D\Delta^2 \phi_{mn}(x_i, y_i) - \omega^2 \rho h \phi_{mn}(x_i, y_i) + j\omega \sum_{k=1}^N Z_{ik} \phi_{mn}(x_k, y_k) \right] a_{mn} = p_{exc}(x_i, y_i), \quad \forall i \in [1, N], \quad (5)$$

where $m_{\max}$ and $n_{\max}$ are the maximal orders of the modes in the x and y directions, respectively. In the matrix form, one gets the simple system:

$$[\mathbf{S}_H] \{\mathbf{A}\} = \{\mathbf{P}_{exc}\}, \quad (6)$$

where $\mathbf{S}_H$ is the sampling matrix for homogeneous plates, $\mathbf{A}$ is the amplitudes vector and $\mathbf{P}_{exc}$ is the excitation vector. The size of $\mathbf{S}_H$ is equal to the number of observation points times the number of modes considered. In most cases, $\mathbf{S}_H$ is rectangular and consequently Eqn. (6) is solved in the least square sense using LAPACK routines implemented in Matlab to obtain the following minimization:

$$\min_{\{\mathbf{A}\}} \| [\mathbf{S}_{NH}] \{\mathbf{A}\} - \{\mathbf{P}_{exc}\} \|_2. \quad (7)$$

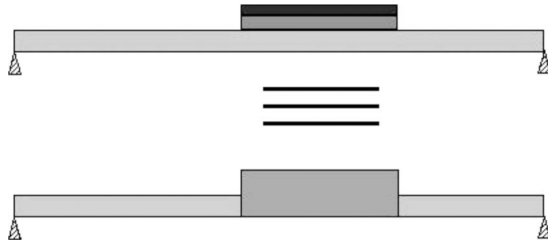


Fig. 1—Single-layer equivalence process applied to a simply supported plate with damping patch.

Finally, optimized amplitude vector $\mathbf{A}$ allows us to determine the vibrations of the plate considered and also its sound radiation.

2.2 Model Extension to Local Damping

To take into account the presence of a damping patch, a single-layer equivalence process is performed. The methodology described by Guyader and Cacciolati²⁰ is used. It is based on the equivalence of two plane waves travelling through the multi-layer structure and a single-layer structure. It yields material parameters such as Young modulus, structural loss factor and Poisson ratio of one layer equivalent to the three layers made up of the base plate, the damping patch and the constraining layer. One gets a non-homogeneous structure composed of one layer made of heterogeneities in terms of material properties and thickness as illustrated in Fig. 1.

To consider a plate fully covered by a damping patch, the process described in previous section is rigorously applied. In fact, the plate remains homogeneous thanks to the single-layer equivalence. Nevertheless, to consider a localized damping patch Eqn. (1) must be switched to the following equation generalized to non-homogeneous plates with Love-Kirchhoff assumptions

$$D\Delta^2 W - \omega^2 \rho h W + 2 \frac{\partial D}{\partial x} \frac{\partial (\nabla^2 W)}{\partial x} + 2 \frac{\partial D}{\partial y} \frac{\partial (\nabla^2 W)}{\partial y} + (\nabla^2 D)(\nabla^2 W) - (1 - \nu) \left(\frac{\partial^2 D}{\partial y^2} \frac{\partial^2 W}{\partial x^2} - 2 \frac{\partial^2 D}{\partial x \partial y} \frac{\partial^2 W}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 D}{\partial x^2} \frac{\partial^2 W}{\partial y^2} \right) = P_{exc} - P_{fl}, \quad (8)$$

where ν is the Poisson ratio. The methodology described below leads to a sampling matrix for non-homogeneous plates $\mathbf{S}_{NH}$. The problem of a plate with a local damping patch is solved by a combined optimization of Eqn. (1), for all sample points where the structure is considered as locally homogeneous, and Eqn. (8) for all samples at discontinuities in the struc-

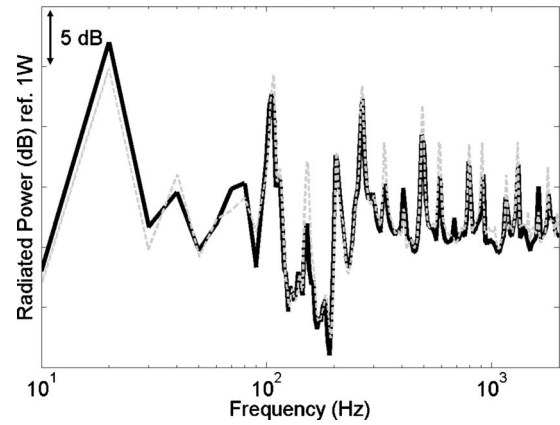


Fig. 2—Results of radiated power from a simply supported baffled plate partially covered with a damping patch: Finite Element Method (solid line) and the present approach (dashed line).

ture. All discontinuities described below are handled in the Eqn. (8) using Dirac delta functions. The combined sampling matrix size thus remains equal to the number of samples times the number of modes. The minimization process is finally applied to the system:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{S}_H \\ \mathbf{S}_{NH} \end{bmatrix} \{\mathbf{A}\} = \{\mathbf{P}_{exc}\}. \quad (9)$$

2.3 Model Validation

To validate the model extension to a local damping treatment, a comparison to results using finite element method (FEM) is made. The case treated is a simply supported baffled aluminum plate of dimensions $1500 \times 960 \times 1.5 \text{ mm}^3$ and excited by a point force of 1 N at (300, 300). A constrained layer damping made of a viscoelastic layer and an aluminum constraining layer is placed at the center of the base plate. Its dimensions are $500 \times 500 \times 0.8 \text{ mm}^3$. Comparison in term of radiated power between FEM results and results using the present formulation is presented in Fig. 2. A very good agreement is observed validating the model extension to local damping treatments.

2.4 Excitations

Acoustic and aerodynamic excitations considered are, respectively, a diffuse sound field (DSF) and a turbulent boundary layer (TBL). Both excitations are representative of ground tests and in-flight conditions, respectively. The DSF excitation is modeled to consider the real geometry of the reverberant room (see Fig. 3) using the modal approach developed by Chazot and Guyader²¹. This approach allows for the modeling of

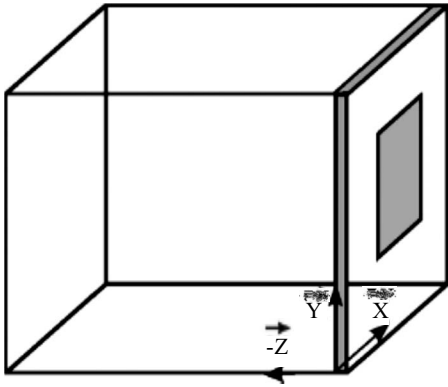


Fig. 3—Modeling of the diffuse sound field excitation using reverberant room geometry.

more representative experiments using reverberant room specificities, where the cut-off frequency can be clearly observed.

The TBL excitation is implemented using the classical Corcos model²². More specifically the Corcos model is expressed in the wave number domain just as Graham²³ and Maury et al.²⁴ did. It yields the following spectrum of the wall pressure fluctuations in the wave number domain where the flow is assumed to be in the x-direction:

$$S_{pp}(k_x, k_y, \omega) = S_{pp0}(\omega) \times \frac{4\alpha\beta}{k_c \left(\alpha^2 + \left(1 - \frac{k_x}{k_c} \right)^2 \right) \left(\beta^2 + \left(\frac{k_y}{k_c} \right)^2 \right)}, \quad (10)$$

where ω is the angular frequency, S_{pp0} is the point-power spectrum, α and β are the correlation lengths in the x- and y-directions, respectively, k_x is the longitudinal wave number, k_y is the transverse wave number and k_c is defined by

$$k_c = \frac{\omega}{U_c}, \quad (11)$$

where U_c is the convection speed.

2.5 Vibroacoustic Indicators

To assess sound transmission through plates under both excitations, the transmission loss index TL is calculated. This index is expressed in decibel (dB) and is defined by

$$TL = 10 \log_{10} \frac{W_{inc}}{W_{rad}}, \quad (12)$$

where W_{inc} is the incident power and W_{rad} is the radiated power. The incident power in case of DSF excitation is defined by

$$W_{inc} = \frac{\langle P_{rev}^2 \rangle}{4\rho_0 c} S, \quad (13)$$

where $\langle P_{rev}^2 \rangle$ is the mean square pressure inside the reverberant room for the DSF excitation modeled, ρ_0 is the mass density of the fluid, c is the sound speed and S the plate surface.

Concerning the TBL excitation, an analogy to the DSF excitation is made and an equivalent incident power is defined for the aerodynamic excitation. According to Sabine theory, the pressure on a structure subjected to an incident pressure field is two times the value of the incident pressure. The equivalent incident power is therefore derived as follows

$$W_{inc} = \frac{S_{ppExc}}{4\rho_0 c} S = \frac{S_{pp0}}{8\rho_0 c} S. \quad (14)$$

To assess damping patch impact the insertion loss index IL is calculated. This index is defined by the difference between the transmission loss index of the configuration with damping patch and without, as follows

$$IL = TL_{with} - TL_{without}. \quad (15)$$

Finally the radiation efficiency is also calculated as follows

$$\sigma = \frac{W_{rad}}{\rho_0 c \langle V^2 \rangle S}, \quad (16)$$

where $\langle V^2 \rangle$ is the mean quadratic velocity.

2.6 Characteristics Frequencies

Three characteristic frequencies are defined in order to better analyze the physical mechanisms induced in the sound transmission mechanisms:

- The critical frequency f_c corresponding to the maximum radiation efficiency where the structural and acoustic wavelengths are equal.

$$f_c = \frac{c^2}{2\pi} \sqrt{\frac{\rho h}{D}}. \quad (17)$$

- The aerodynamic coincidence frequency f_a corresponding to the equality of the velocity of the flexural waves and the convection speed U_c .

$$f_a = \frac{U_c^2}{2\pi} \sqrt{\frac{\rho h}{D}}. \quad (18)$$

- The cut-off frequency f_{c-o} separating the diffuse field and the modal behavior in the reverberant room. This frequency is also known as Schroeder frequency.

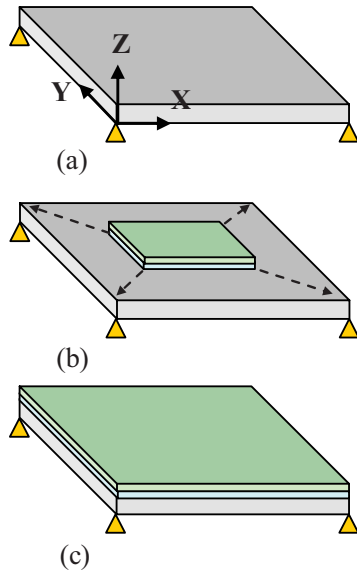


Fig. 4—Description of the three numerical cases: (a) bare plate, (b) partially covered plate, (c) fully covered plate.

$$f_{c-o} \approx 2000 \sqrt{\frac{T_R}{V_R}}, \quad (19)$$

where T_R is the reverberation time and V_R is the reverberation room volume.

3 NUMERICAL RESULTS

3.1 Numerical Cases Definition

In the present paper, the geometry of interest is a simply supported, baffled, aluminum plate immersed in air. Three configurations described by Fig. 4 are investigated: first the bare plate (a), then the base plate with a damping patch of variable size centered on the plate (b), and finally the base plate fully covered by a damping patch representing 27% of added mass (c).

The damping patch is made of two layers: one layer is the viscoelastic layer; the second layer is the constraining layer, which is chosen to be the same material as the base plate. Material parameters (Young modulus, structural loss factor, Poisson ratio) are assumed not to depend on frequency or temperature for the sake of simplicity. In fact, the present paper focuses on analyzing excitation effect and damping patch surface effect and temperature-frequency dependent data would represent an additional parameter of study. Note that the consideration of realistic temperature-frequency dependent data for the viscoelastic layer is possible in the single-layer equivalence process²⁰ using WLF²⁾ laws²⁵. Material dimensions L_x and L_y , material structural damping η and characteristic frequencies of the bare plate are presented in Table 1.

Table 1—Material parameters of the configurations tested.

		Damping patch		
		Base plate	Layer 1	Layer 2
L_x	(mm)	700	variable	
L_y	(mm)	700	variable	
f_c	(Hz)	4400	—	—
f_{ca}	(Hz)	1100	—	—
η	(%)	η_{base}	$60^* \eta_{base}$	η_{base}

Comparison of the structural damping of the base plate with and without a damping patch is presented in Fig. 5. The configuration with damping patch is calculated by single-layer equivalence²⁰. This figure illustrates the frequency dependence of the structural response for the base plate and the plate with add-on damping patch. A maximum value of the structural damping is observed around 4.7 kHz.

3.2 Excitation Effect on Sound Transmission through the Bare Plate

First of all the case of the bare plate is treated to point out the different zones in sound transmission and radiation efficiency curves and also the different behaviors depending on the excitation. Both curves in Fig. 6 show that the conclusions drawn by Cacciolati et al.¹⁵ are clearly observed, showing the same behavior beyond f_c with a constant shift of 20 dB while transmission mechanisms strongly differ below this frequency. In fact, DSF excites mainly non-resonant modes radiating much more than the modes excited by TBL, which are mainly resonant modes. Finally Fig. 6 also shows that the radiation efficiency does not depend on excitation in the

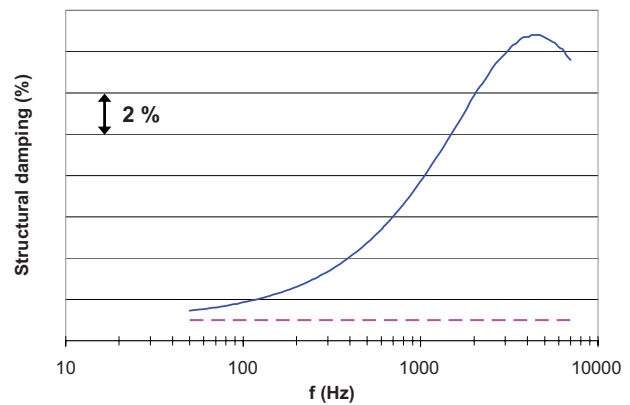


Fig. 5—Structural damping η of the base plate (dash line) and the single-layer equivalence of the plate with damping patch (solid line).

²⁾WLF: Williams-Landel-Ferry.

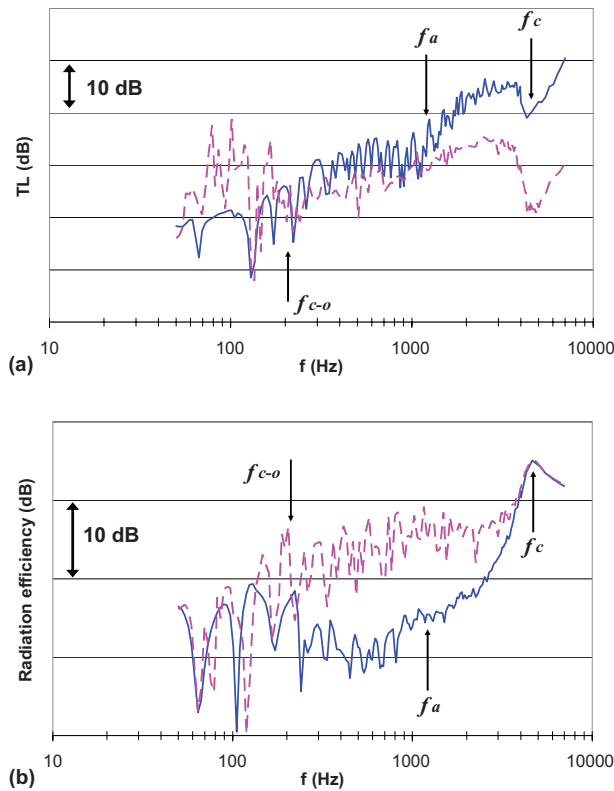


Fig. 6—Vibroacoustic indicators of the bare plate under DSF (dash line) and TBL (solid line): (a) sound transmission loss index, (b) radiation efficiency. Their behaviors are characterized by three frequencies: the critical frequency f_c , the aerodynamic coincidence frequency f_a and the cut-off frequency f_{c-o} .

critical frequency region and beyond whereas the radiation efficiency is much higher under DSF below f_c .

In addition, note that the cut-off frequency f_{c-o} is clearly visible in Fig. 6. From this frequency response the acoustic field can be considered as diffuse, in fact it can be observed that below this frequency the sound transmission is dominated by cavity modes.

3.3 Damping Patch Impact versus Excitation

The add-on damping patch impact is here investigated for different types of excitation. A damping patch size representing approximately 20% of the base plate surface and 5% of added mass is chosen as configuration (b). The IL indexes of configurations (b) and (c) are computed for both excitations: DSF and TBL. To better analyze the damping effect, the IL indices due only to respective added masses are also plotted. Results are gathered in Fig. 7.

Strong effects for different damping are observed depending on the excitation. In fact insertion losses under TBL excitation are much higher than those under

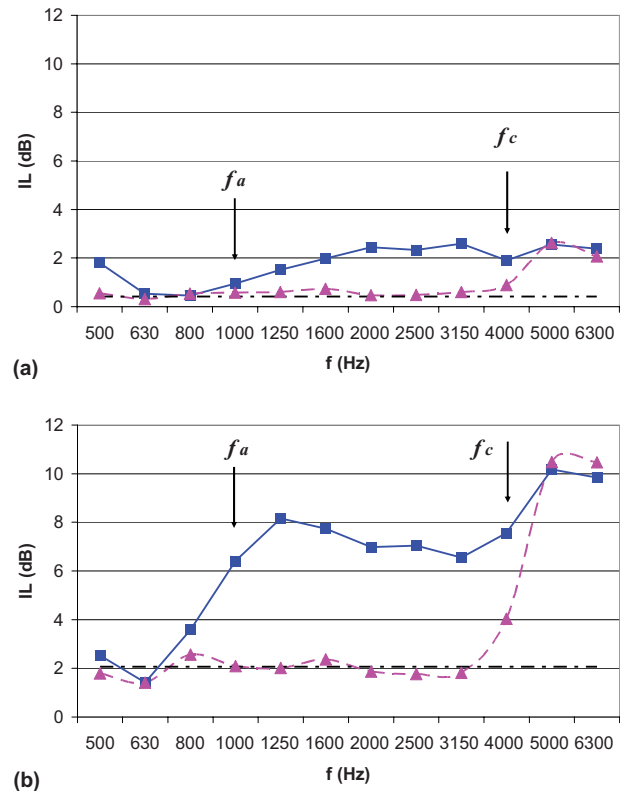


Fig. 7—Insertion loss in third-octave bands of the damping patch under DSF (dash line) and TBL (solid line) and its added mass effect (dash dotted line): (a) the 20% covered plate, (b) the fully covered plate.

DSF excitation. Moreover it can be observed that the insertion loss under DSF excitation is only due to the added mass. Conclusions drawn by Cacciolati et al.¹⁵ about the influence of artificially increasing the loss factor are consequently still valid with local damping patch application. In fact, below the critical frequency the DSF excites mainly non-resonant modes whereas TBL excites resonant modes. Beyond f_c the same damping impact can be observed, it is due to resonant modes controlling the sound transmission mechanisms under both excitations. Note that f_c can shift with add-on patches since material properties are modified. This effect is negligible in the present study.

To quantify the influence of the excitation on the damping efficiency, the ratio of the IL index under TBL and DSF excitations is computed for each third-octave bands from 500 to 6300 Hz corresponding to the mass law region and the critical frequency region. Figure 8 shows that the influence of the excitation has a similar global behavior for both configurations especially above the 2.5 kHz third-octave band. Deviations observed can be explained by structural modifications. In fact the structural response can be considered as a filter of the excitation, which is clearly observed in the wave-number

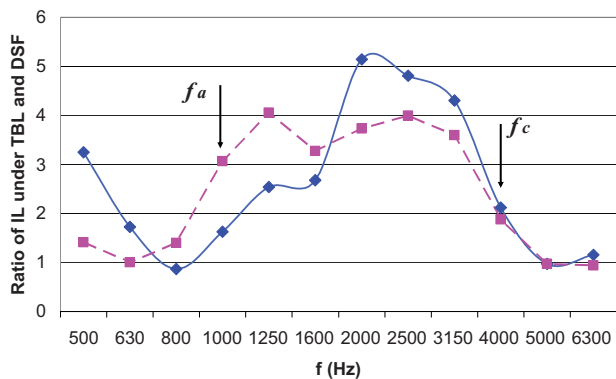


Fig. 8—Excitation impact on the insertion loss index in third-octave bands for the 20% covered plate (solid line) and the fully covered plate (dash line).

approach²³, and as a consequence the excitation effect depends strongly on the structural parameters. Therefore it seems difficult to predict precisely the sound transmission loss through a structure under TBL from results under DSF, except in the critical frequency region. Finally Fig. 8 also shows that the impact of the damping treatment is higher under TBL excitation than under DSF excitation.

3.4 Damping Patch Size Variation under Aerodynamic Excitation

The damping patch size variation under TBL excitation ($S_{pp0}=1 \text{ Pa}^2/\text{Hz}$, $\alpha=0.11$, $\beta=0.70$, $U_c=170 \text{ m/s}$) is here investigated over third-octave bands of 500 to 3150 Hz. To perform this study, additional numerical tests are performed on the configuration (b) with the sizes of the damping patch equal approximately to 8, 15, 30, 50 and 75% of the base plate surface, and representing 2, 3.5, 10, 15 and 20% of added mass, respectively.

Firstly, the insertion losses through the plate with varying patch sizes under TBL excitation are plotted in Fig. 9. The following can be observed as expected: the larger damping patch size the stronger damping impact. In addition, IL results point out strong frequency dependence and a non-linear damping impact versus patch size. Hence the following section is dedicated to defining an optimum damping patch size.

Secondly, the focus is put on the variation of the insertion loss versus patch size. To do so, the arithmetic mean value of IL is calculated and plotted versus patch size in the frequency range where transmission mechanisms differ from those under DSF, *i.e.* from 500 to 3150 Hz. Note that the frequency range must be adapted to each particular problem since the IL index depends strongly on the frequency (see Fig. 9).

Results presented in Fig. 10 show that the damping impact on IL is relative linear up to a given patch size

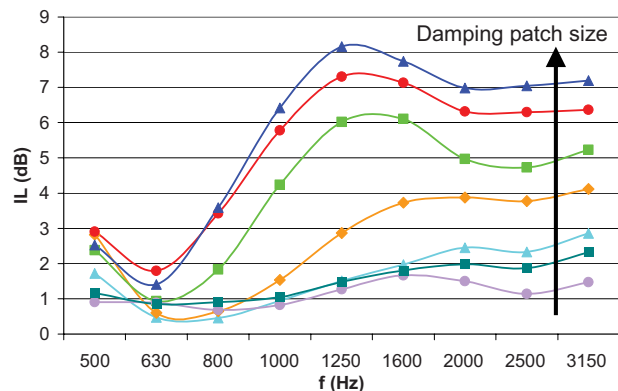


Fig. 9—Insertion loss under TBL in third-octave bands of the base plate with varying patch size: 8, 15, 20, 30, 50, 75 and 100% of the base plate surface.

and decreases slightly with larger sizes while the added mass effect is naturally linear. This particular trend yields a large interest in defining an optimum patch size. An indicator is therefore defined to assess the damping patch efficiency versus the size of the patch. Equal importance is placed on the mass minimization and the IL maximization. The damping patch efficiency ε is expressed in dB/kg and defined by the ratio of the IL index to the added mass, as follows

$$\varepsilon = \frac{IL}{\rho_{patch} h_{patch} S_{patch}}. \quad (20)$$

The influence of the patch size on this indicator and the corresponding damping impact and insertion loss are illustrated in Fig. 10. A “deckchair” behavior is observed for the damping patch efficiency, that is to say there are three zones: firstly the efficiency decreases strongly for small patch sizes, then reaches a plateau and finally decreases again for larger patch sizes. In fact Fig. 10 shows also that the damping impact is not

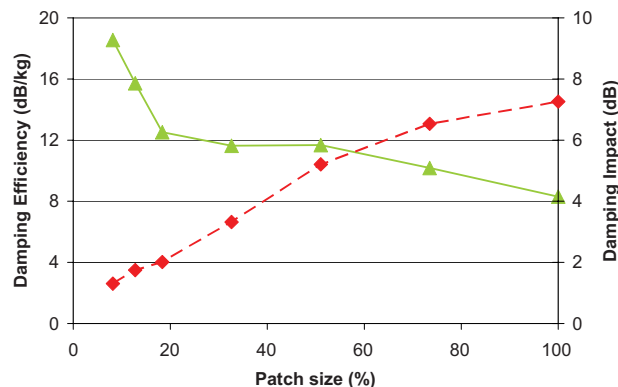


Fig. 10—Damping efficiency (solid line) and damping impact (dash line) versus patch size.

linear versus patch size. The knowledge of this particular behavior can therefore be helpful in determining an optimal damping patch size with regard to weight constraints.

4 CONCLUSION

This investigation focused on the influence of excitation on add-on damping efficiency and proved the need to consider in-flight conditions in order to characterize precisely the efficiency of a damping treatment on an unstiffened panel. In fact, not only does aerodynamic excitation yield higher TL levels, but also a greater damping patch efficiency. This observation can be explained by a sound transmission controlled by the non-resonant modes under DSF while only resonant modes control sound transmission under TBL. In the critical frequency region and beyond, the radiation efficiency is equivalent under both excitations, hence a similar damping efficiency. Ground tests to evaluate damping treatments efficiency are therefore representative of in-flight conditions only in this frequency range. The excitation field appears to be a key driver. As the next steps, it seems therefore significant to investigate more representative structures such as stiffened plates and other excitations (jet noise, propeller noise).

The evolution of the insertion loss index versus patch size has been investigated, showing that the trend obtained proves naturally that the larger patch size the greater damping efficiency and also that an optimum can be defined. In fact the damping patch efficiency is not linear versus the added mass. It can be envisaged to investigate the damping efficiency versus patch localization as perspectives in order to define an optimum not only in term of size but also in term of placement.

5 REFERENCES

1. O. Collery, J.-L. Guyader and P. Neple, "Add-on damping patches efficiency on sound transmission of a thin plate under aerodynamic or acoustic excitation", *InterNoise09*, (2009).
2. J. F. Wilby, "Aircraft interior noise", *J. Sound Vibr.*, **190**(3), 545–564, (1996).
3. B. C. Nakra, "Vibration control with viscoelastic materials—i", *Shock Vib. Dig.*, **8**, 3–12, (1976).
4. B. C. Nakra, "Vibration control with viscoelastic materials—ii", *Shock Vib. Dig.*, **13**, 17–20, (1981).
5. B. C. Nakra, "Vibration control with viscoelastic materials—iii", *Shock Vib. Dig.*, **16**, 17–22, (1984).
6. M. D. Rao, "Recent applications of viscoelastic damping for noise control in automobiles and commercial airplanes", *J. Sound Vibr.*, **262**(1), 457–474, (2003).
7. R. Plunkett and C. T. Lee, "Length optimization for constrained viscoelastic layer damping", *J. Acoust. Soc. Am.*, **48**(1), 150–161, (1970).
8. A. K. Lall, N. T. Asnani and B. C. Nakra, "Vibration and damping analysis of rectangular plate with partially covered constrained viscoelastic layer", *ASME J. Vib., Acoust., Stress, Reliab. Des.*, **109**, 241–247, (1987).
9. A. B. Spalding and J. A. Mann III, "Placing small constrained layer damping patches on a plate to attain global or local velocity changes", *J. Acoust. Soc. Am.*, **97**(6), 3617–3624, (1995).
10. D. H. Kruger, J. A. Mann III and T. Wiegandt, "Placing constrained layer damping patches using reactive shearing structural intensity measurements", *J. Acoust. Soc. Am.*, **101**(4), 2075–2082, (1997).
11. O. Foin, J. Nicolas, B. Mercier and J.-F. Bilodeau, "Comportement vibro-acoustique de plaques partiellement recouvertes d'un traitement viscoélastique (Vibroacoustic behavior of plates partially covered by a viscoelastic layer)", *4th French Congress on Acoustics (CFA)*, (1997).
12. S.-W. Kung and R. Singh, "Complex eigensolutions of rectangular plates with damping patches", *J. Sound Vibr.*, **216**(1), 1–28, (1998).
13. A. Plessy, A. Lored, A. El Hafidi and N. Hamzaoui, "Vibroacoustic behaviour of plates with constrained layer damping patches", *EureNoise09*, (2009).
14. J. A. Rongong, C. M. Chia, T. L. Lew and K. Worden, "Optimisation of passive and active constrained layer dampers for panel vibrations over broad frequency and temperature ranges", *48th AIAA/ASME/ASCE/AHS/ASC Structures, Structural Dynamics, and Materials Conference*, (2007).
15. C. Caccioliati, P. Neple, E. Guyader, J.-L. Guyader and N. Totaro, "Comparison of the vibroacoustic behavior of rectangular thin plate excited by a diffuse sound field and a turbulent boundary layer" *ICSV 13*, (2006).
16. B. Liu and A. Nilsson, "Noise radiation of aircraft panels subjected to boundary layer pressure fluctuations", *J. Sound Vibr.*, **314**(1), 693–671, (2008).
17. B. Liu and A. Nilsson, "Comments on the noise transmission of aircraft panels subjected to acoustic and TBL excitations", *InterNoise08*, (2008).
18. O. Collery and J.-L. Guyader, "Solving the vibroacoustic equations of plates by minimization of error on a sample of observation points", *J. Acoust. Soc. Am.*, **127**(3), 1347–1356, (2010).
19. O. Collery and J.-L. Guyader, "A method based on sample of observation points for predicting sound radiation from fluid-loaded aircraft structures: the aliasing treatment", *NOVEM 2009*, (2009).
20. J.-L. Guyader and C. Caccioliati, "Viscoelastic properties of single layer plate material equivalent to multi-layer composites plate", *InterNoise07*, (2007).
21. J.-D. Chazot and J.-L. Guyader, "Prediction of transmission loss of double panels with a patch-mobility method", *J. Acoust. Soc. Am.*, **121**(1), 267–278, (2007).
22. G. M. Corcos, "Resolution of pressure in turbulence", *J. Acoust. Soc. Am.*, **35**(2), 192–199, (1963).
23. W. R. Graham, "Boundary layer induced noise in aircraft, Part I", *J. Sound Vibr.*, **192**(1), 101–120, (1996).
24. C. Maury, P. Gardonio and S. J. Elliott, "A wavenumber approach to modeling the response of a randomly excited panel, part I: general theory", *J. Sound Vibr.*, **252**(1), 83–113, (2002).
25. M. L. Williams, R. F. Landel and J. D. Ferry, "The temperature dependence of relaxation mechanisms in amorphous polymers and other glass-forming liquids", *J. Am. Chem. Soc.*, **77**, 3701–3707, (1955).

5.3.2 Résumé

Ce papier a pour principal objectif d'étudier les influences respectives de l'excitation par champ diffus et par couche limite turbulente sur l'effet d'un patch amortissant. L'influence de la taille du patch sur son efficacité acoustique est également traitée. Avant d'aborder ces deux aspects, la théorie modélisant un patch viscoélastique localisé est tout d'abord décrite brièvement. La modélisation des deux excitations, respectivement par l'approche de Chazot et Guyader [114] et par le modèle de Corcos [41], est ensuite introduite. La structure considérée pour cette étude est une plaque plane, bafflée, simplement appuyée de dimensions 700 mm $\times$ 700 mm. Le patch est formé d'un bicouche avec une couche viscoélastique qui est posée sur la structure nue et une couche de précontrainte. La taille du patch est variable mais ce dernier est toujours centré sur la plaque.

La première partie de l'étude rappelle les résultats de transparence acoustique sous ces deux excitations illustrant la notion de fréquence de coïncidence aérodynamique pour le cas de la couche limite turbulente. De plus, il est montré que le facteur de rayonnement est identique pour ces deux excitations à partir de la fréquence critique, la plaque a alors la même propension à rayonner quelque soit l'excitation.

Ensuite, l'influence du patch sur le rayonnement acoustique est évaluée en terme d'Insertion Loss pour deux tailles de patch. On observe uniquement l'effet de masse ajoutée sous excitation acoustique en deçà de la fréquence critique alors que l'effet amortissant est clairement visible sur toute la bande de fréquences pour l'excitation aérodynamique. Le comportement post-fréquence critique est quant à lui identique. Cette double observation s'explique par les modes résonnants qui contribuent à la réponse vibroacoustique seulement au-delà de la fréquence critique pour l'excitation acoustique alors les modes résonnants contrôlent la transparence sous excitation aérodynamique sur toute la bande de fréquences. Ces résultats démontrent qu'un essai au sol sur une structure non raidie n'évalue pas le pouvoir amortissant réel d'un patch en conditions de vol où l'excitation par couche limite turbulente prédomine.

La dernière contribution de ce papier est l'étude de l'influence de la taille du patch sur le rayonnement acoustique sous excitation aérodynamique. Celle-ci souligne la non linéarité de l'impact acoustique du patch par rapport à la surface recouverte. La définition d'un indicateur spécifique ε (dB.kg⁻¹) évaluant le gain acoustique normalisé par rapport à la masse engendrée donne l'occasion d'observer un comportement non linéaire avec la taille du patch qui augmente. La dépendance de cet indicateur à la taille du patch a en effet l'allure d'un "transat", c'est-à-dire un comportement en 3 zones. Tout d'abord, une zone caractérisée par une efficacité maximale pour un patch de taille réduite. Néanmoins, cette efficacité décroît très rapidement lorsque la taille augmente jusqu'à atteindre une deuxième zone représentée par un plateau. Enfin, la troisième zone correspond à une légère décroissance de ε jusqu'à ce que le traitement recouvre totalement la plaque. Ce comportement particulier est fortement pertinent pour la définition de tailles de patch à apposer sur la peau de l'avion. Le comportement de cet indicateur rend en effet possible la définition d'une taille de patch optimale respectant les contraintes de masse et les besoins acoustiques.

5.4 Influence de la position du patch sur l'impact du traitement amortissant

L'impact de la position du patch viscoélastique sur la transmission acoustique sous excitation aérodynamique est enfin analysé en considérant quatre emplacements.

5.4.1 Description des positions

Pour cette étude, la même plaque et le même patch amortissant décrits précédemment dans ce chapitre sont considérés. La taille et la forme du patch sont choisies constantes, à savoir un patch carré de dimensions 300 mm $\times$ 300 mm représentant environ 20 % de la surface totale de la plaque et 5 % de masse ajoutée. Les différents emplacements du patch viscoélastique sont résumés sur la figure 5.4.

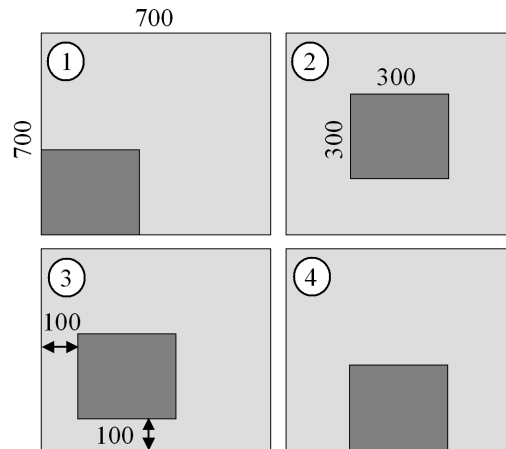


FIGURE 5.4 – Les 4 positions considérées pour le patch viscoélastique

5.4.2 Comparaison du rayonnement acoustique des différentes positions

Les résultats de transmission acoustique des cas traités sont exprimés en terme de Transmission Loss et d'Insertion Loss. L'idée est d'observer si selon la position du patch on a un impact différent du traitement amortissant à iso taille et forme. Les indicateurs résultant de calculs analytiques avec la méthode MESOP sont présentés par la figure 5.5.

Ces résultats témoignent en particulier du peu d'influence de la position du patch en hautes fréquences. Dans cette étude, les quatres positions étudiées présentent en effet un Insertion Loss quasi-identique à partir du tiers d'octave 2500 Hz. En deçà de ce tiers d'octave, on observe une influence de la position du patch plus marquée. La position du patch centré donne par exemple de meilleurs résultats sur la bande [315 - 500 Hz], l'Insertion Loss correspondant pouvant atteindre alors 3 dB de plus que les autres positions. Ceci doit être mis en regard du comportement modal de la

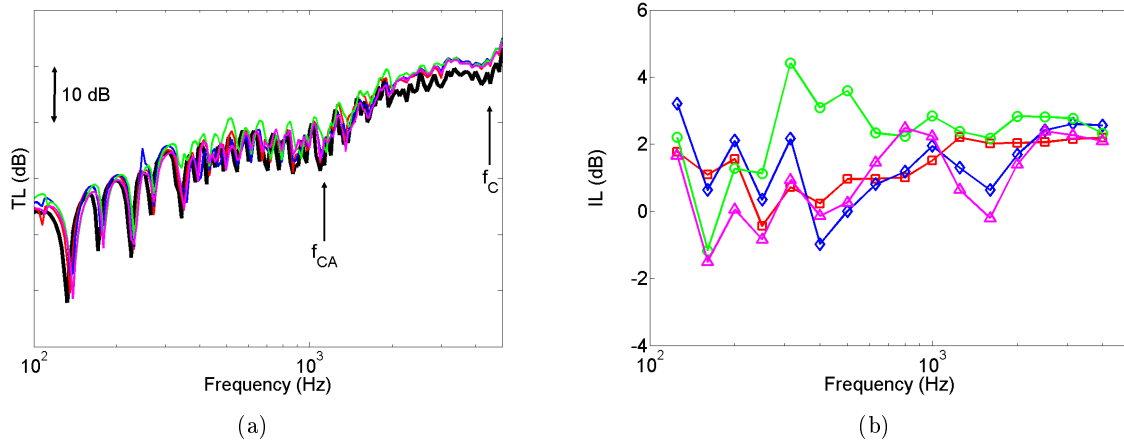


FIGURE 5.5 – Influence de la position du patch viscoélastique en termes de Transmission Loss et Insertion Loss : plaque nue (—), position 1 (—), position 2 (—), position 3 (—), position 4 (—)

plaque. Les mouvements locaux, importants en basses fréquences, s'estompent en hautes fréquences lorsque l'ordre des modes devient élevé. La figure 5.6 illustre cet état de fait avec le nombre de modes présents dans chaque tiers d'octave. Cette quantité, faible et relativement constante en basses fréquences, augmente fortement dès 2 kHz. Cette zone coïncide avec la fréquence à partir de laquelle les quatre positions donnent des Insertion Loss quasi-identiques. Il est par conséquent peu intéressant d'optimiser la position d'un patch pour une problématique située en hautes fréquences.

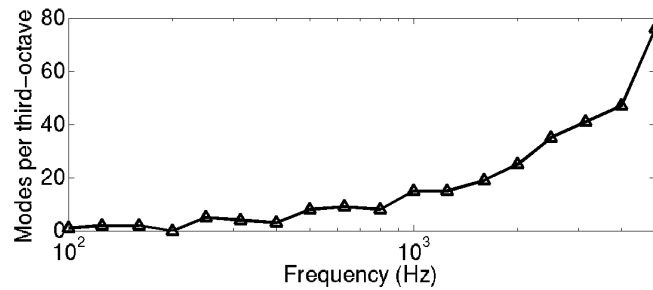


FIGURE 5.6 – Nombre de modes présents dans chaque tiers d'octave : cas de la plaque nue

Une étude particulière à la fréquence 500 Hz est menée pour illustrer ce phénomène. Dans ce but, les cartographies décrivant les niveaux de pression rayonnée de chaque position de patch sont présentées en figure 5.7. Les résultats montrent nettement des divergences dans l'impact du patch viscoélastique selon sa position. La position 2 apparaît ainsi la plus efficace. La représentation du niveau de pression rayonnée de la plaque nue présente une énergie concentrée principalement au centre. Ce constat explique donc la meilleure performance du patch viscoélastique centré.

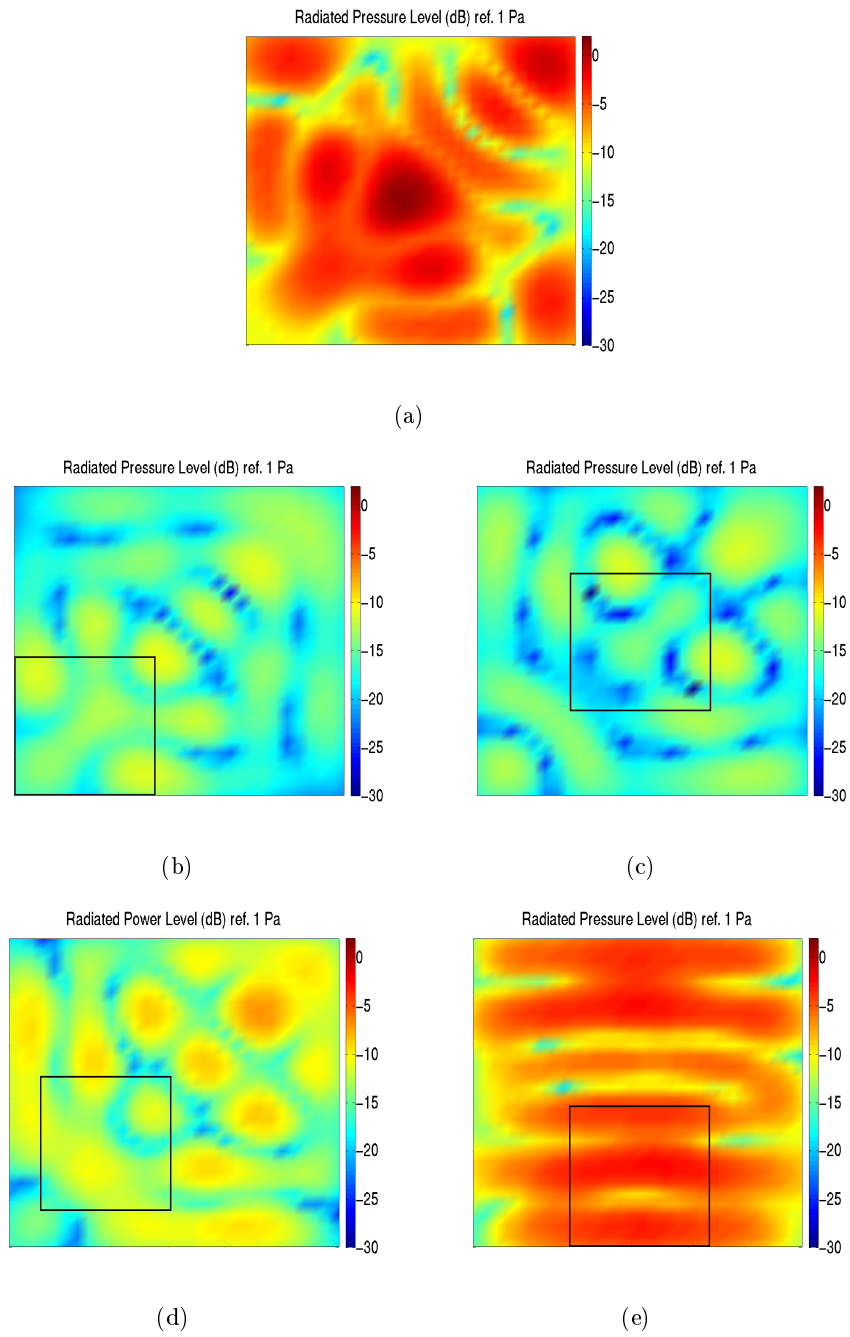


FIGURE 5.7 – Puissance acoustique rayonnée localement pour différentes positions de patch amortissant à $f = 500$ Hz

5.5 Conclusion

La contribution de ce dernier chapitre dans l'évaluation d'un patch amortissant amène trois conclusions. La première concerne l'excitation aérodynamique : la caractérisation du traitement amortissant passif est indépendante du choix de modèle de couche limite turbulente et des conditions d'écoulement (influence de la température négligée). La deuxième conclusion est tirée de la comparaison entre les excitations champ diffus et couche limite turbulente : l'effet du patch viscoélastique obtenu par calculs est sous-estimé sous excitation champ diffus par rapport à l'excitation représentative des conditions de vol. Il faut rappeler que ce résultat n'a été démontré que pour des plaques non raidies. Enfin, la troisième conclusion s'inscrit dans le contexte d'optimisation de la taille et de la position du traitement amortissant : d'une part, l'effet du patch est non-linéaire par rapport à la masse induite lorsque sa taille augmente et d'autre part, l'influence de la position du patch est réduite en hautes fréquences alors qu'elle peut être du premier ordre en basses fréquences lorsque la densité modale est faible. Il faut préciser que cette dernière conclusion est basée sur une étude particulière avec un patch viscoélastique donné, son universalité doit être vérifiée avec une étude multi-critère plus approfondie.

Conclusion générale

Principaux résultats

L'étude menée dans le cadre de cette thèse a été réalisée afin d'évaluer l'intérêt des patchs amortissants localisés pour réduire le bruit intérieur des avions. Cette technologie a souvent été utilisée dans l'industrie aéronautique en général mais la masse ajoutée pénalise aujourd'hui son utilisation, d'où l'intérêt d'optimiser sa taille et son placement. Dans ce but, un outil prédictif est nécessaire. Le contexte aéronautique impose que cet outil soit capable d'estimer le rayonnement acoustique de structures hétérogènes sur une large gamme de fréquences et sous diverses excitations (mécanique, acoustique et aérodynamique). La structure étudiée a été ici simplifiée, la plaque mince non raidie à température ambiante a été retenue .

Les premiers travaux de cette thèse ont consisté à développer un modèle analytique répondant aux spécificités aéronautiques : structures hétérogènes, excitations variées, matériaux multicouches. Le modèle proposé se base sur la minimisation de l'erreur de vérification de l'équation de mouvement de la plaque sur un échantillonnage spatial, ce principe est dénommé MESOP (Minimization of Error on a Sample of Observation Points). Cette formulation autorise le calcul simple et rigoureux des impédances de rayonnement (couplage fluide-structure) et est adaptée aux structures hétérogènes comme la plaque à épaisseur variable. Elle lève les principales difficultés relevées dans la littérature. Ce modèle est ensuite validé pour les excitations mécanique, acoustique et aérodynamique avec des résultats de la littérature, issus de calculs éléments finis ou de mesures.

L'excitation aérodynamique est modélisée à l'aide d'interspectres de pression pariétale semi-empiriques présents dans la littérature. Devant la multitude de ces interspectres, six d'entre eux parmi les plus référencés dans la littérature ont été comparés. L'étude comparative a défini une bonne corrélation prédiction/mesures de certains interspectres mais pour des applications éloignées des conditions de vol. Le manque de mesures sur des structures excitées à nombre de Mach élevé n'a pas permis de conclure sur un interspectre adapté à l'évaluation du bruit intérieur de l'avion.

Afin de caractériser l'efficacité acoustique de traitements amortissants localisés, une approche basée sur l'utilisation de fonctions Dirac a été formulée. Ces fonctions Dirac appréhendent les hétérogénéités locales aux frontières du patch amortissant qui est apposé sur la structure. Cette approche est validée numériquement pour les excitations mécanique et acoustique et expérimentalement pour l'excitation acoustique avec des mesures réalisées au LVA de l'INSA Lyon. Ce processus de validation a souligné l'influence de l'excitation dans la caractérisation acoustique d'un patch viscoélastique. Les résultats de calculs montrent en effet que l'impact acoustique est bien plus marqué sous excitation mécanique. Une étude expérimentale préliminaire a aussi illustré qu'il était difficile de corréler la taille du patch avec son impact acoustique.

La dernière contribution de ce mémoire de thèse a été menée avec l'outil développé et concerne l'application de traitements amortissants localisés sur une structure excitée par couche limite turbulente. Il a été montré que l'impact acoustique d'un traitement sous excitation aérodynamique est indépendant de l'interspectre de pression pariétale choisi et des conditions d'écoulement (altitude, Mach). La température de la peau de l'avion, supposée constante pour cette étude, est néanmoins du premier ordre car les propriétés matériaux du traitement en dépendent. La nécessité de considérer l'excitation aérodynamique dans la caractérisation d'un traitement amortissant a ensuite été démontrée, les mécanismes de transmission diffèrent en effet de ceux sous excitation acoustique qui sous-estiment l'impact. Dans le contexte d'optimisation de ces traitements, les influences de la taille et du placement ont été finalement étudiées. L'effet de taille est prouvé pour être non linéaire par rapport à la masse ajoutée rendant ainsi son optimisation intéressante. Le cas particulier traité avec quatre positions de patch a mis en avant que la position avait peu d'influence quand la densité modale devient importante. En basses fréquences où la densité modale est ici faible, la position centrée sur la plaque a présenté les meilleurs résultats.

Les réalisations présentées dans ce travail de thèse offrent un outil prédictif performant en temps de calcul et adapté à la problématique industrielle du bruit intérieur des avions. La formulation développée est par exemple adaptée aux hétérogénéités en termes de structures et d'excitations. Cet outil appréhende aussi l'optimisation de traitements amortissants en considérant la masse induite sur des structures simplifiées sous diverses excitations.

Perspectives

Ce travail de thèse a fait l'hypothèse de plaque non raidie pour une première étape. Les raidisseurs rendent la transmission acoustique en champ diffus résonnante, l'effet de l'amortissement structural est alors modifié. Il sera donc nécessaire d'aborder l'optimisation des traitements amortissants en considérant ces raidisseurs. De même, l'approche pourra être adaptée aux plaques courbes pour tendre vers des structures plus représentatives de l'avion. Une extension aux matériaux sandwich est aussi envisageable afin d'élargir les structures aéronautiques d'étude.

L'effet de température n'est pas étudié ici, il sera donc intéressant d'analyser l'impact acoustique de gradients de température importants représentatifs d'un avion en croisière. Pour cela, la connaissance des propriétés matériaux est primordiale. Certains matériaux dépendent en effet fortement de la température.

Concernant l'excitation aérodynamique, une modélisation comme celle de Gloerfelt et Berland [61, 62] basée sur des calculs LES (Large Eddy Simulation) est envisageable. Cette modélisation, ne couvrant pas les hauts nombres de Reynolds caractéristiques de l'avion, devra être étendue. Elle simule d'ores et déjà un champ exciteur non uniforme appliqué à une structure complexe et non plus plane comme pour les modèles semi-empiriques de la littérature. Une autre possibilité serait de mener des mesures en vol sur avion afin de déterminer le modèle d'excitation le plus adapté ou le cas échéant d'adapter les modèles pour mieux corrélés à la mesure. Cette dernière possibilité demeure néanmoins difficile à réaliser et à interpréter car d'autres sources perturbent la couche limite

turbulente qui, par ailleurs, évolue fortement entre le cockpit et l'arrière du fuselage. Un essai en soufflerie sur maquette est aussi une alternative envisageable même si elle néglige pour sa part les gradients de température et les conditions atmosphériques.

ANNEXE A

Acte du congrès Acoustics'08, 2nd ASA-EAA joint conference

Le principe de la méthode MESOP est décrite par un papier [113] accepté et présenté au congrès d'Acoustics'08, 2nd ASA-EAA joint conference à Paris (France).



A formulation based on modal optimization for predicting sound radiation from fluid-loaded aircraft structures

O. Collery^a and J.-L. Guyader^b

^aAirbus France - Acoustics and Environment Department, 316 route de Bayonne, F-31060 Toulouse Cedex 09, France

^bINSA de Lyon - LVA, Bâtiment St. Exupéry, 25 bis avenue Jean Capelle, F-69621 Villeurbanne Cedex, France
olivier.collery@insa-lyon.fr

This study is led in the context of understanding sound transmission through fluid-loaded aircraft structures with non-uniform damping. The fluid/structure coupling is here highlighted. Classic approaches using modal radiation impedances to formulate the fluid/structure coupling do lead to complexity and are computationally time-consuming. A method defining rigorously this coupling and avoiding the calculation of the modal radiation impedances is proposed. This method aims at developing a simple formulation taking advantage of current technical progress in optimization algorithms.

Sound radiation from a simply supported, baffled, fluid-loaded plate is here solved in optimizing the modal amplitudes so that they fit the governing equation with fluid loading. To perform this optimization, a sampling of the plate into observation points is first done, and then a modal decomposition into *in vacuo* modes is led. Comparison with results from the literature over [10–1000 Hz] for a reference case of plate immersed in air (critical frequencies equal to $f_c=1.2$ kHz) show excellent agreement within 1dB. The simplicity and computation time allow an extension to non-uniform damped aircraft structures and a prediction over a large frequency band. As perspectives, results from plates with local damping patch are presented.

1 Introduction

The turbulent boundary layer excitation is one of the main sources of aircraft interior noise over a large frequency range. An aircraft structure is strongly heterogeneous: it is made of an assembly of stiffened curved panels with non-uniform skin thickness. It includes beams to support the floor as well as large size windows in the flight deck. In the context of better understanding and predicting, a formulation has been developed with purpose of assessing quickly sound radiation from these complex aircraft structures.

This paper focuses on presenting the basics of an approach based on modal optimization and then its advantages in the case of fluid loaded plates. Only mechanical excitation is here considered. The calculation of radiated pressure leads to complexity and is time consuming even if the structure is a simple plate. Some models predicting sound radiation from plates with fluid loading have been proposed in the literature, for instance [1, 2, 3, 4, 5]. They all emphasize the difficulties to calculate the modal radiation impedances. This problematic has been also highlighted by ref. 6. The present method allows to avoid their calculations. Moreover the simplicity of the formulation offers the possibility to treat heterogeneous plates.

2 Methodology and modeling

The structure of interest is a simply supported thin rectangular plate inserted in a baffle (Fig. 1). The baffle is assumed to be infinite, plane and rigid. The plate-baffle system separates vacuum ($z<0$) from a fluid ($z>0$).

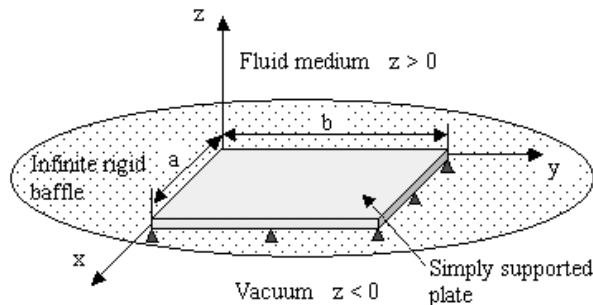


Fig. 1. Geometry of the problem.

Such indicators as Mean Square Velocity, Radiated Sound Power and Radiation factor are assessed.

The transverse motion $W(x,y)$ of the homogeneous plate is given by the following Love-Kirchhoff equation:

$$D\Delta^2 W(x,y) - \omega^2 \rho h W(x,y) = F(x,y) - p_0(x,y) \quad (1)$$

where D is the bending stiffness, ρ is the mass density, h is the thickness, $F(x,y)$ is the driving force per unit area and $p_0(x,y)$ is the fluid loading pressure. $p_0(x,y)$ is defined by the well-known Rayleigh integral using Eq. (2), where S_p is the surface of the plate, $k_0 = \omega/c_0$ is the wave number, ρ_0 and c_0 are the density and the sound speed in the fluid, and $R^2 = (x-x')^2 + (y-y')^2$.

$$p_0(x,y) = \int_{S_p} j \rho_0 \omega V(x',y') \frac{e^{-jk_0 R}}{2\pi R} dx' dy' \quad (2)$$

To compute the fluid loading pressure, the collocation method is used, which allows a relative easy calculation. To apply this approach, the plate is discretized into N patches. One gets the radiation impedances defined by

$$Z_{st} = \frac{p_0(x_s, y_s)}{V(x_t, y_t)} = \frac{1}{2\pi} \rho_0 j \omega \frac{\exp^{-jk_0 d_{st}}}{d_{st}} S_t \quad (3)$$

$$Z_{ss} = \frac{p_0(x_s, y_s)}{V(x_s, y_s)} = \rho_0 c \left(1 - \exp^{-jk_0 r}\right) \quad (4)$$

where s denotes the patch index, (x_s, y_s) are the coordinates of the center of the patch s , d_{st} is the distance between patches s and t , S_t is the surface of the patch t , and r is the radius of a circular patch of surface S_s .

Using these radiation impedances, a new formulation of the fluid loading pressure is derived:

$$p_0(x_s, y_s) = \sum_{t=1}^N Z_{st} V(x_t, y_t) = j \omega \sum_{t=1}^N Z_{st} W(x_t, y_t) \quad (5)$$

To model the plate behavior, a sample of observation points verifying Eq. (1) is used:

$$\begin{aligned} D\Delta^2 W(x_i, y_i) - \omega^2 \rho h W(x_i, y_i) \\ = F(x_i, y_i) - j \omega \sum_{t=1}^N Z_{it} W(x_t, y_t), \quad \forall i \in [1, N] \end{aligned} \quad (6)$$

where i denotes the observation point index, N is the number of samples equal to the number of patches used in radiation impedances calculation, and (x_i, y_i) are the coordinates of the observation point i corresponding here to the patches centers.

To solve this radiation problem thanks to modal optimization, modal decomposition of plate displacement is introduced. The flexural motion of the plate is expanded into series of *in vacuo* modes. The following expression is used:

$$W(x_i, y_i) = \sum_{m,n} a_{mn} \Phi_{mn}(x_i, y_i) \quad (7)$$

where a_{mn} and Φ_{mn} are the modal amplitude and the modal shape, respectively, of the (m,n) mode. In the case of a simply supported plate, Φ_{mn} is defined by

$$\Phi_{mn}(x_i, y_i) = \sin\left(\frac{m\pi x_i}{a}\right) \sin\left(\frac{n\pi y_i}{b}\right) \quad (8)$$

The set $\{a_{mn}\}$ are the unknown coefficients to be determined. Using truncation of the series, one gets the following plate transverse motion:

$$D \sum_{m=1}^{m_{\max}} \sum_{n=1}^{n_{\max}} a_{mn} \Delta^2 \Phi_{mn}(x_i, y_i) - \omega^2 \rho h \sum_{m=1}^{m_{\max}} \sum_{n=1}^{n_{\max}} a_{mn} \Phi_{mn}(x_i, y_i) + j\omega \sum_{i=1}^N Z_{it} \sum_{m=1}^{m_{\max}} \sum_{n=1}^{n_{\max}} a_{mn} \Phi_{mn}(x_i, y_i) = F(x_i, y_i), \forall i \in [1, N] \quad (9)$$

where $m_{\max}$ and $n_{\max}$ are the maximal orders of the modes in the x and y directions, respectively. For the sight of simplicity, the equation of motion can be rewritten as

$$\sum_{m=1}^{m_{\max}} \sum_{n=1}^{n_{\max}} \left(D \nabla^4 \Phi_{mn}(x_i, y_i) - \omega^2 \rho h \Phi_{mn}(x_i, y_i) + j\omega \sum_{j=1}^N Z_{ij} \Phi_{mn}(x_j, y_j) \right) a_{mn} = F(x_i, y_i), \forall i \in [1, N] \quad (10)$$

3 Optimization

The present approach is a modal method based on the optimization of the modal amplitudes, which are here the unknowns of the governing equation of the plate. The modal amplitudes are consequently the only variables of the problem, i.e. the variables to optimize, while the number of samples represents the number of equations. Solving this problem in optimizing the modal amplitudes so that they fit Eq. (9) represents an important simplification compared to classical methods computing direct and cross-modal radiation impedances, that is to say $(m_{\max} \times n_{\max})^2$ calculations of oscillating integrals.

The first approach consists in taking the same number of equations and unknowns to get a square system, i.e. same number of observation points as modes considered. All algorithms studied deal with this case without any problem of convergence. Note that a simple Gauss elimination algorithm is sufficient for such a system. However, one can anticipate the case of more complex plates (heterogeneous, stiffened, ...) where a fine mesh is required and, as a result, a large number of samples must be considered in the simulation. For practical reasons, the square system described before is avoided because increasing the number of modes in the model is naturally too inconvenient. Therefore a rectangular system is used, i.e. more samples than modes.

Contrary to square system, problems of convergence are observed when the system to optimize is over-determined. This undesirable effect is due to the well known phenomenon in sampling called aliasing. To correct this phenomenon, a filtering based on Daubechies wavelets is applied to the system, which is then optimized in the least square sense. The filter effect is illustrated in Fig. 2.

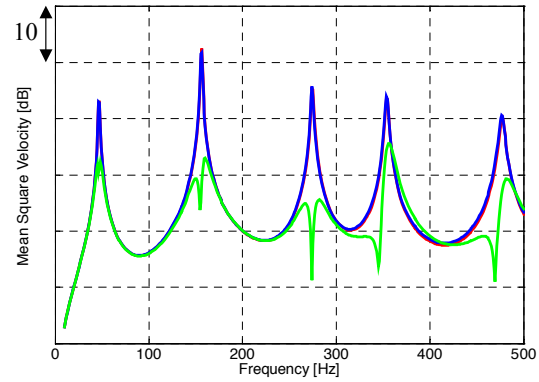


Fig. 2. Filter effect on Mean Square Velocity of a plate by the proposed method in case of square system (red), rectangular system without filtering (green) and with filtering (blue). Case of sound radiation into air from a simply supported thick plate ($a/b=1$, $f_c=22.7$ kHz) driven by a point force at $(a/3, b/4)$.

4 Validation

4.1 Homogeneous plates

The modal optimization is applied to a simply supported plate 1000 mm x 1000 mm, immersed in air and driven by a point force F_p at $(0.7, 0.2)$ of 1 N ($F_p = \|F_p\| \delta(x-0.7) \delta(y-0.2)$ and $\|F_p\| = 1$). To take into account this point force, the plate is again discretized into N patches. Assuming a uniform value of the force inside the patch excited, one gets for all samples:

$$F(x_i, y_i) = \begin{cases} \|F_p\| / S_i & \text{if sample } i \in \text{patch excited} \\ 0 & \text{else} \end{cases} \quad (11)$$

where S_i is the surface of the patch i .

The following properties of air are chosen to simulate the fluid loading: $\rho_0 = 1.2$ kg.m⁻³ and $c_0 = 340$ m.s⁻¹. In all cases, the value of the structural loss factor is taken to be $\eta = 0.01$. This factor is introduced in the complex Young modulus E^* such as

$$E^* = E(1 + j\eta) \quad (12)$$

Fig. 3 presents the simulation results compared to reference results from C-Valor, a commission for vibroacoustic software validation led by the French Acoustical Society (S.F.A.) and the French Mechanical Society (S.F.M.). An excellent agreement within 1dB is observed over [10-1000Hz]. This simulation was realized using a regular sampling of the plate with $N = 21 \times 21$ samples and 36 modes.

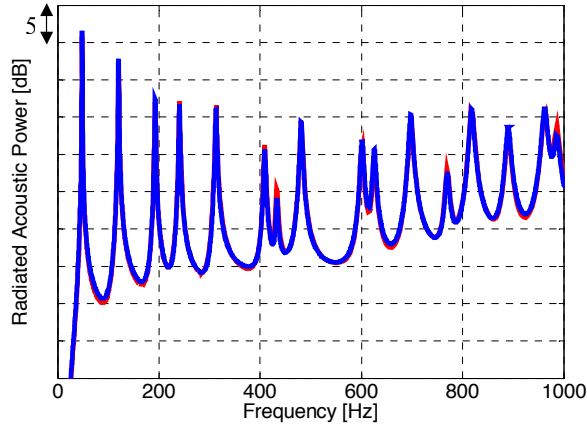


Fig. 3. Radiated Acoustic Power by the proposed method (blue) compared to reference results from C-Valor (red). Case of sound radiation into air from a simply supported thick plate ($a/b=1$, $f_c=1.2$ kHz) driven by a point force at $(0.7,0.2)$.

4.2 Non-homogeneous plates

Modal optimization is then applied to non-homogeneous plates. The present model can be easily generalized. The governing equation is rewritten in considering the non-homogeneity of the plate, it yields

$$\begin{aligned} D\Delta^2 W - \omega^2 \rho h W + 2 \frac{\partial D}{\partial x} \frac{\partial (\nabla^2 W)}{\partial x} + 2 \frac{\partial D}{\partial y} \frac{\partial (\nabla^2 W)}{\partial y} \\ + (\nabla^2 D)(\nabla^2 W) - (1-\nu) \left(\frac{\partial^2 D}{\partial y^2} \frac{\partial^2 W}{\partial x^2} \right. \\ \left. - 2 \frac{\partial^2 D}{\partial x \partial y} \frac{\partial^2 W}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 D}{\partial x^2} \frac{\partial^2 W}{\partial y^2} \right) = F - p_0 \end{aligned} \quad (13)$$

where ν is the Poisson ratio. Next, applying the sampling to Eq.(13), one gets the unique change in the present theory compared to the homogeneous case.

To validate modal optimization in the non-homogeneous case, the prior work of Miloudi *et al.* [7] is used as comparison. Miloudi *et al.* have put their focus on the influence of varying thickness on sound radiation from a baffled, simply supported plate into air. The studied thickness is only varying in the x direction (Fig. 4) as follows

$$h(x) = h_0 \left(1 + \frac{\alpha}{a} x \right) \quad (14)$$

where h_0 is the thickness at $x = 0$ and α is a given constant.

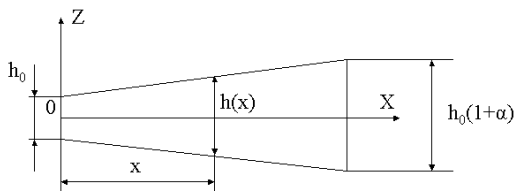


Fig. 4. Geometry of the non-homogeneous plate.

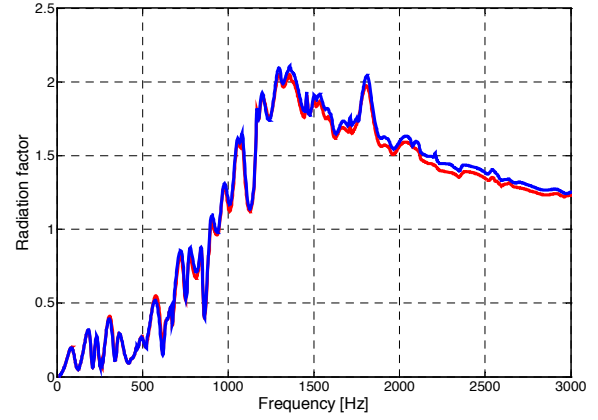


Fig. 5. Radiation factor (right side) into air by the proposed method (blue) compared to results from Miloudi *et al.* (red). Case of a simply supported thick plate ($a/b=1$, $a/h=100$, $f_c=1.2$ kHz) with varying thickness ($\alpha=1$) driven by a point force at $(0.33,0.38)$.

The radiation efficiency of a simply supported steel plate 1000 mm x 1000 mm with $h_0 = 8$ mm and $\alpha = 1$, immersed in air and driven by a point force at $(0.33,0.38)$ of 1 N, is here investigated. Fig. 5 shows an excellent agreement between optimized results and those ones from Miloudi's work. This observation gives credit to the generalized model, which seems to be also powerful with non-homogeneous plates. In addition, one can also notice here a real advantage of this approach compared to classical ones, that is the simplicity of changing plate structures in just modifying the differential equation of motion.

5 Perspectives

As perspectives, an extension of the proposed formulation to local damping is presented. The modal response of the simply supported square plate with damping patch described by Kung and Singh [9] is here investigated. The homogenized properties of the multilayer damping patch are computed using an approach developed by Guyader and Cacciolati [8].

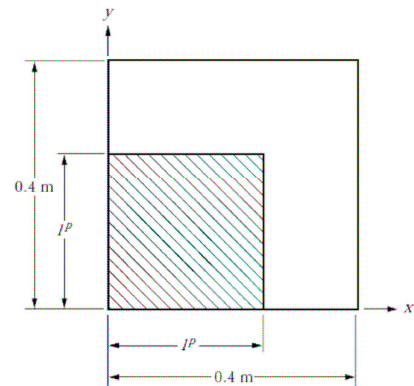


Fig. 6. Geometry of the non-homogeneous plate with varying square damping patch.

Results from a parametric study led on patch size variation, as described in Fig. 6, are compared to the prior work of Kung and Singh. Good agreement is observed (Fig. 7) between the predictions of the first natural frequency ω_{11} .

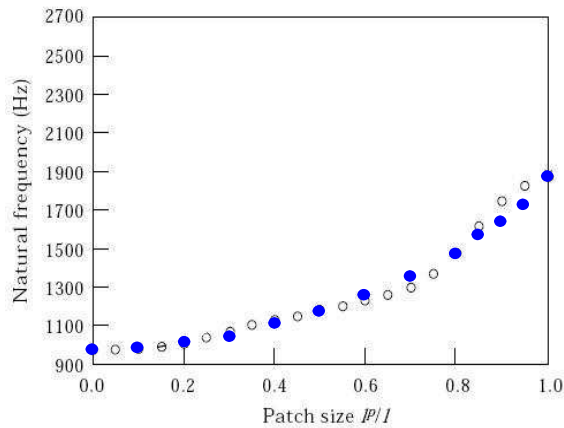


Fig. 7. Calculation of the first natural frequency ω_{11} into air by the proposed method, $\bullet$, compared to results from Kung and Singh, $\circ$.

The authors studied only the vibration characteristics with energy based approach whereas the proposed method permits to predict also sound radiation as shown in Fig. 7. In fact, Fig. 8 presents sound radiation results from the Kung and Singh' plate over [100–2000 Hz] with the present method. One can observe that radiated acoustic power decreases when damping patch size increases whereas radiation factor increases. As a result, damping patches influence on aircraft structures can be investigated thanks to this formulation.

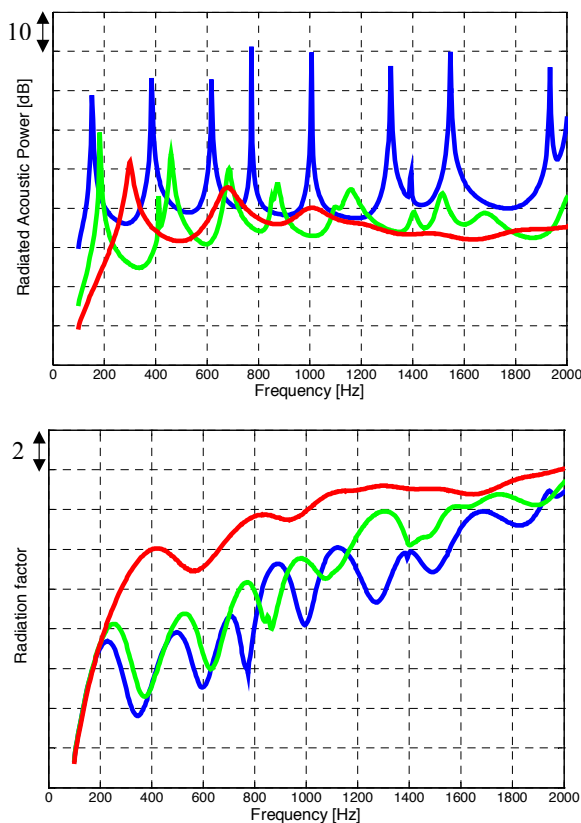


Fig. 8. Radiated Acoustic Power and Radiation factor into air by the proposed method. Case of a simply supported square plate 0.4×0.4 m driven by a point force at $(a/3, b/4)$ with varying damping patch: base plate (blue), $1/4$ -covered (green) and fully covered (red).

6 Conclusion

A formulation based on modal optimization has been presented. Its simplicity through the use of powerful existing algorithms was attractive, and comparison with reference results and literature has demonstrated the power of this approach. Modal optimization permits to predict accurately and above all very quickly sound radiation from baffled plates. The fluid/structure coupling is thus precisely included whereas the difficulties, both theoretical and numerical, of calculating the exact radiation impedances are avoided. Investigation of sound radiation over large frequency band becomes thus possible. The simplicity of this formulation offers also the possibility to treat different excitations and different boundary conditions.

Furthermore, the generalization to non-homogeneous plates allows us to investigate new applications as sandwich plates or damping patches. Finally, the present approach can be depicted as a powerful tool to assess sound radiation from complex aircraft structures.

References

- [1] A. Berry, "A new formulation for the vibrations and sound radiation of fluid-loaded plate with elastic boundary conditions", *J. Acoust. Soc. Am.* 96, 889-901 (1994).
- [2] N. Atalla, and J. Nicolas, "A new tool for predicting rapidly and rigorously the radiation efficiency of plate-like structures", *J. Acoust. Soc. Am.* 95, 3369-3376 (1994).
- [3] H. Nelisse, O. Beslin, and J. Nicolas, "A generalized approach for the acoustic radiation from a baffled or unbaffled plate with arbitrary boundary conditions, immersed in a light or heavy fluid", *J. Sound Vib.* 211(2), 207-225 (1998).
- [4] B. Laulagnet, "Sound radiation by a simply supported unbaffled plate", *J. Acoust. Soc. Am.* 103, 2451-2462 (1998).
- [5] O. Foin, J. Nicolas, and N. Atalla, "An efficient tool for predicting the structural acoustic and vibration response of sandwich plates in light or heavy fluid", *Applied Acoustics* 57, 213-242 (1999).
- [6] J.-P. Coyette, G. Lielens, M. Robbé, P. Neple, "An efficient method for evaluating diffuse field joint acceptance functions for cylindrical and truncated conical geometries", *J. Acoust. Soc. Am.* 117, 1009-1019 (2005).
- [7] A. Miloudi, N. Hamzaoui, J.-L. Guyader, "Influence de la variation d'épaisseur sur le rayonnement acoustique des plaques", *Acta Acustica*, Vol. 95, 213-220 (1999).
- [8] J.-L. Guyader, C. Caccioliati, "Viscoelastic properties of single layer plate material equivalent to multi-layer composites plate", *Proceedings of INTER-NOISE 2007*, Istanbul, Turkey, (2007).
- [9] S.-W. Kung, R. Singh, "Complex eigensolutions of rectangular plates with damping patches", *J. Sound Vib.* 216(1), 1-28 (1998).

Validation expérimentale de la formulation multicouche

Sommaire

B.1	Introduction	137
B.2	Descriptif des essais	137
B.2.1	Montage expérimental	137
B.2.2	Configurations testées	139
B.3	Indicateurs vibroacoustiques	139
B.4	Comparaison des résultats expérimentaux et analytiques	140
B.5	Conclusion	143

B.1 Introduction

Cette annexe est dédiée à la validation expérimentale du formalisme développé couplé au calcul Movisand. Pour cela, des résultats expérimentaux sous excitations mécanique et acoustique issus de mesures effectuées au GAUS (Groupe d'Acoustique de l'Université de Sherbrooke) sont à notre disposition [119]. Les mesures ont pour objectifs d'évaluer l'impact en terme de rayonnement acoustique de la pose d'un patch viscoélastique sur une plaque plane non raidie en CFRP (Carbon Fiber Reinforced Plastic). Des configurations avec et sans traitement ont été étudiées sous excitations mécanique et acoustique. Après un descriptif des moyens d'essais et des configurations testées, les résultats expérimentaux seront donc comparés en termes de *SBIL* et *ABIL* avec ceux de l'approche développée. Cette étude fait naturellement l'hypothèse que les propriétés matériaux du viscoélastique données par le fournisseur sont correctes. La précision associée à ces mesures n'est pas indiquée par le fournisseur.

B.2 Descriptif des essais

B.2.1 Montage expérimental

La caractérisation du pouvoir amortissant de patch viscoélastique sur le rayonnement acoustique s'est faite dans deux configurations. Tout d'abord des échantillons de $0.6 \text{ m} \times 0.6 \text{ m}$ sont testés

dans la chambre réverbérante ($7.5 \text{ m} \times 6.2 \text{ m} \times 3 \text{ m}$, fréquence de coupure à 200 Hz et temps de réverbération de 5.3 s à 1 kHz) couplée à la salle semi-anéchoïque ($6 \text{ m} \times 7 \text{ m} \times 3 \text{ m}$) du laboratoire du GAUS comme schématisée pour une plaque courbe sur la figure B.1. Les conditions aux limites sont supposées appuyées pour les calculs analytiques.

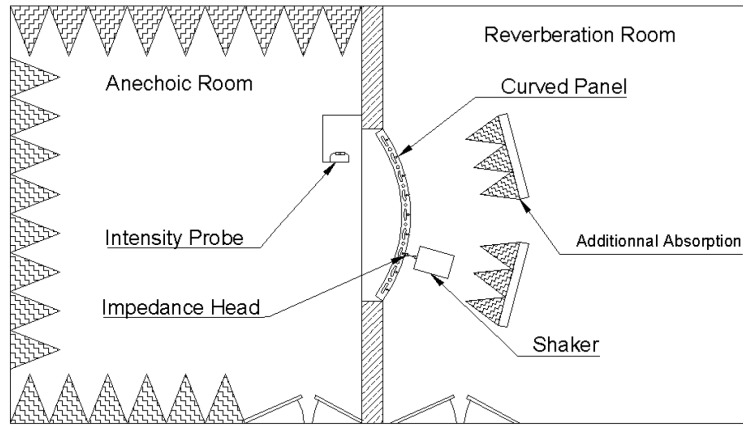


FIGURE B.1 – Schéma de la mesure de transmission (Source : [119])

Une sonde intensimétrique est utilisée pour calculer le TL . Dans le cas de l'excitation acoustique, la chambre réverbérante est excitée avec six haut-parleurs et la mesure de la pression moyenne dans la chambre réverbérante est effectuée grâce à un micro tournant (cf. figure B.2). L'excitation mécanique se fait quant à elle grâce à un pot vibrant qu'on colle sur la structure (cf. figure B.2). La mesure de force injectée est faite avec une tête d'impédance.



FIGURE B.2 – Micro tournant (a) et pot vibrant (b) (Source : [119])

Ensuite, ces échantillons sont également testés en chambre climatique pour mesurer l'influence de la température sur les propriétés matériau du patch amortissant qui comporte un pli viscoélastique

et donc une double dépendance fréquence-température. Seule l'excitation mécanique par pot vibrant est alors considérée. La force injectée est toujours mesurée à l'aide d'une tête d'impédance et les vibrations de la plaque par des accéléromètres dans cinq positions différentes. Dans le cadre de cette validation du formalisme multicouche, **seuls les résultats à température ambiante (20°C) sont ici étudiés**. En effet, la dépendance à la température n'est que le fait de la précision des données du fabricant du matériau utilisé.

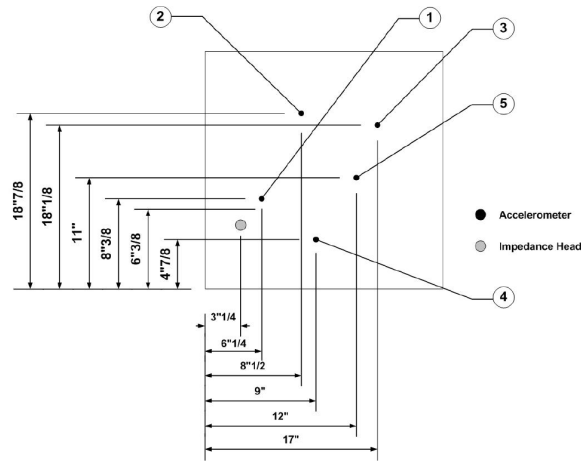


FIGURE B.3 – Position du pot vibrant et des 5 accéléromètres (Source : [119])

B.2.2 Configurations testées

Pour les deux types d'essai, à savoir celui de transparence sous excitations mécanique et acoustique et celui climatique uniquement sous excitation mécanique, deux configurations ont été testées : la plaque CFRP nue et cette même plaque recouverte entièrement d'un traitement amortissant. Ce dernier est un matériau gaufré mais il sera supposé comme non gaufré dans cette étude. **On a donc pour hypothèse que le gaufrage a peu d'influence sur le rayonnement acoustique**. La figure B.4 illustre ces deux cas. La structure CFRP est orthotrope mais est supposée isotrope dans les calculs car les modules d'Young dans les deux directions sont très semblables. La fréquence critique du matériau est égale à environ 7 kHz.

B.3 Indicateurs vibroacoustiques

Les mesures faites au GAUS sont interprétées à l'aide de plusieurs indicateurs. Pour caractériser la pose d'un traitement amortissant, deux indicateurs évaluant l'effet d'un traitement sur une structure nue sont calculés, un par type d'excitation (mécanique et acoustique), on obtient le *SBIL* (Structure Borne Insertion Loss) et l'*ABIL* (Air Borne Insertion Loss) définis par les équations (B.1) et (B.3).

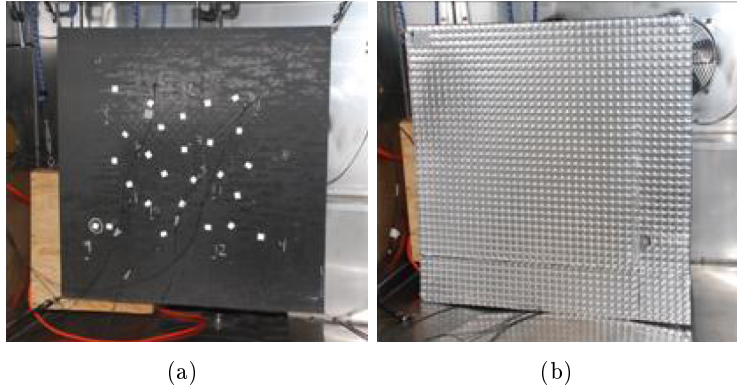


FIGURE B.4 – Structure CFRP nue (a) et recouverte d'un patch amortissant (b) (Source : [119])

$$SBIL = 10 \log_{10} \left(\frac{P_{inj}}{P_{rad}} \right)_{Structure \text{ amortie}} - 10 \log_{10} \left(\frac{P_{inj}}{P_{rad}} \right)_{Structure \text{ nue}}, \quad (\text{B.1})$$

où P_{inj} et P_{rad} sont les puissances mécanique injectée et acoustique rayonnée de la structure. La mesure de la puissance mécanique injectée est faite par le biais d'une tête d'impédance et celle de la puissance acoustique rayonnée avec une sonde intensimétrique. La puissance mécanique injectée est calculée en utilisant la relation suivante :

$$P_{inj} = \frac{1}{2} Re(\langle FV^* \rangle), \quad (\text{B.2})$$

où $\langle FV^* \rangle$ représente l'interspectre moyennée entre la force et la vitesse à l'emplacement du pot vibrant, c'est-à-dire au point d'impact de la force.

Le calcul de l'indicateur $ABIL$ est plus classique, sa définition est la suivante :

$$ABIL = TL_{Structure \text{ amortie}} - TL_{Structure \text{ nue}}. \quad (\text{B.3})$$

Le troisième indicateur n'est pas une caractérisation en relatif mais en absolu, il s'agit de la mobilité $H1$, à savoir le rapport entre la vitesse de la plaque en un point et la force injectée :

$$H1 = \frac{|V|}{F}. \quad (\text{B.4})$$

B.4 Comparaison des résultats expérimentaux et analytiques

Les résultats de transparence sous excitations acoustique et mécanique sont tout d'abord comparés aux résultats analytiques en termes de $ABIL$ et $SBIL$ sur les tiers d'octave [100 Hz - 6.3 kHz]. La figure B.5 illustre les résultats de cette comparaison. À cette figure s'ajoute l'effet de masse ajoutée m_a , à savoir la valeur $20 \log_{10}(m_a)$. Cette courbe supplémentaire relativise l'effet du traitement

amortissant. La figure B.5 illustre d'une part la bonne corrélation théorie-expérience pour l'excitation acoustique. Plus particulièrement, on observe un gain en dB uniquement lié à l'effet de masse ajoutée avant la fréquence critique, ceci était prévisible puisque cette zone correspond à loi de masse où les modes non-résonnants contribuent au rayonnement acoustique, l'amortissement structural du traitement apposé n'a donc aucune influence. En effet, alors que la mesure ne montre qu'un effet de masse, le calcul prédit un effet amortissant important produisant un gain d'environ 5 dB. D'autre part, la figure B.5 présente les résultats de l'excitation mécanique qui soulignent d'importantes divergences dans l'évaluation du *SBIL* entre la théorie et l'expérience. Cette fois-ci la transmission est résonante et donc l'effet de l'amortissement devrait contribuer à un gain en dB. Cette remarque se vérifie par les résultats théoriques mais pas par ceux expérimentaux qui ne traduisent qu'un effet de masse ajoutée. Une explication possible est que les conditions aux limites de la manipulation expérimentale sont tellement amorties que l'effet amortissant du traitement viscoélastique soit nul. L'absence de données expérimentales en absolues nous empêche de comparer les résultats en absolu, ce qui nous apporterait la réponse sur l'amortissement aux limites du montage.

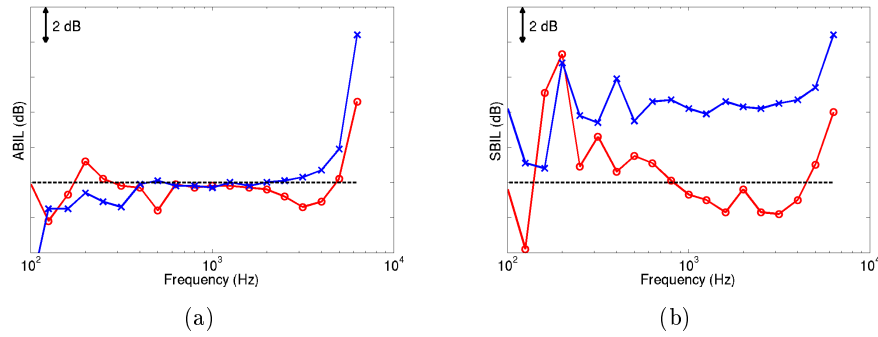


FIGURE B.5 – Comparaison théorie (— × —) /expérience (— ○ —) et effet de la masse ajoutée (—) en tiers d'octave sous deux excitations : (a) acoustique (ABIL), (b) mécanique (SBIL)

Ensuite l'essai en chambre climatique nous amène à comparer des mobilités sur la gamme de fréquences [10 Hz - 3.2 kHz]. Les figures B.6 et B.7 compilent les comparaisons théorie-expérience et montrent clairement une bonne corrélation entre les différents résultats issus de la formulation multicouche analytique et l'expérience. En effet, le calcul analytique estime de manière relativement précise le comportement général de la mobilité en deux points. Deux exceptions à cette bonne corrélation théorie-expérimentale existent : la première en basses fréquences où les conditions aux limites différentes expliquent les niveaux différents ; la seconde au delà de 1 kHz dans le cas de la plaque nue non amortie où on observe des divergences apparaître, le calcul surpédit alors la mesure.

L'impact du traitement amortissant est aussi comparé entre la théorie et l'expérience. Pour cela, le $\Delta H1$ est calculé, c'est-à-dire la différence entre la valeur de la mobilité avec traitement et celle sans traitement. Les résultats sont illustrés en tiers d'octave sur la figure B.8. Ici encore, de bons

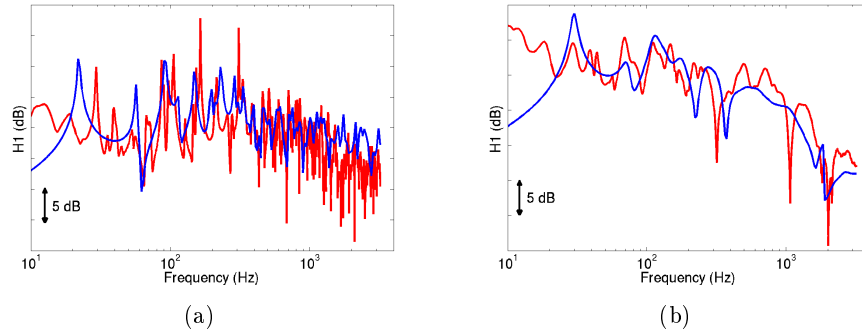


FIGURE B.6 – Comparaison théorie (—) /expérience (—) en bandes fines de la mobilité à 20°C en position de l'accéléromètre 2 : (a) sans traitement, (b) avec traitement

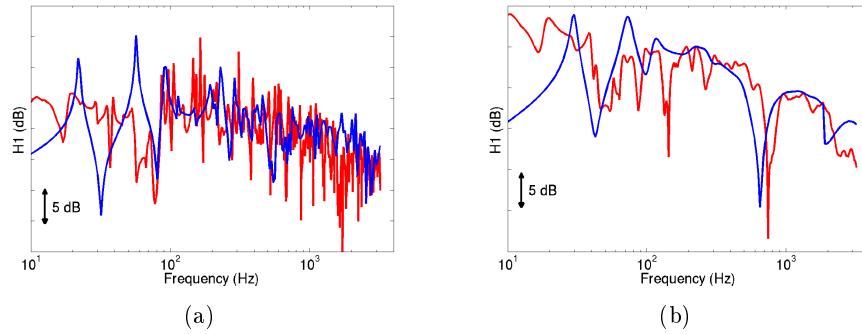


FIGURE B.7 – Comparaison théorie (—) /expérience (—) en bandes fines de la mobilité à 20°C en position de l'accéléromètre 4 : (a) sans traitement, (b) avec traitement

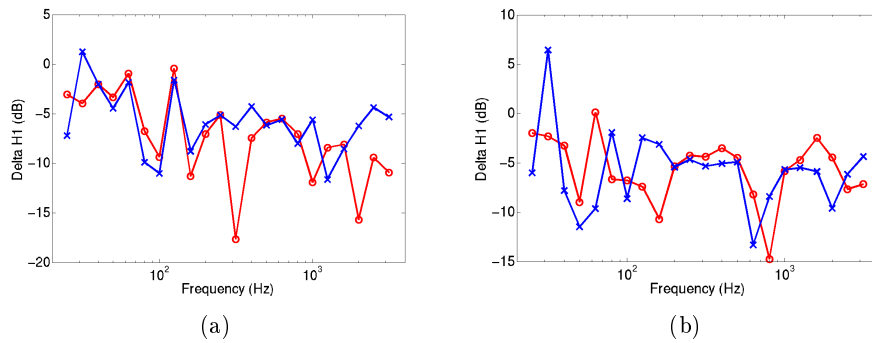


FIGURE B.8 – Comparaison théorie (—) /expérience (—) en tiers d'octave de l'impact du traitement sur la mobilité à 20°C : (a) accéléromètre 2, (b) accéléromètre 4

résultats de corrélation sont observés jusqu'à 1 kHz. Au delà, les divergences observées viennent des mêmes causes énoncées. On conclut donc que l'hypothèse de gaufrage peu influant est acceptable.

B.5 Conclusion

Les propriétés matériaux équivalentes issus du calcul de Movisand (approche par équivalence entre un matériau multicouche et un monocouche de Guyader *et al.* [87, 88]), appliquées en données d'entrée à la formulation développée, simulent de manière précise le comportement vibroacoustique de structures multicouches. La validation expérimentale avec des mesures effectuées au GAUS a montré une bonne corrélation théorie-expérience avec toutefois un bémol lié aux conditions aux limites de la mesure qui n'autorise pas de conclure dans le cas de la transparence acoustique sous excitation mécanique. Notons enfin que l'hypothèse de gaufrage peu influant s'avère validée.

Bibliographie

- [1] W. V. Bhat, “Flight test measurement of exterior turbulent boundary layer pressure fluctuations on boeing model 737 airplane”, J. Sound Vib. **14**(4), 439–457 (1971). 5
- [2] W. V. Bhat, “Use of correlation technique for estimating in-flight noise radiated by wing-mounted jet engines on a fuselage”, J. Sound Vib. **17**(3), 349–355 (1971). 5
- [3] H. G. Davies, “Sound from turbulent boundary layer excited panels”, J. Acoust. Soc. Am. **49**, 878–889 (1971). 5
- [4] J. F. Wilby and F. L. Gloyna, “Vibration measurements of an airplane fuselage structure, part i : turbulent boundary excitation”, J. Sound Vib. **23**(4), 443–466 (1972). 5
- [5] J. F. Wilby and F. L. Gloyna, “Vibration measurements of an airplane fuselage structure, part ii : jet noise excitation”, J. Sound Vib. **23**(4), 467–486 (1972). 5
- [6] W. V. Bhat and J. F. Wilby, “Interior noise radiated by an airplane fuselage subjected to turbulent boundary layer excitation and evaluation of noise reduction treatments”, J. Sound Vib. **18**(4), 449–464 (1971). 5, 6, 25, 112
- [7] W. R. Graham, “Boundary layer induced noise in aircraft, part i : the flat plate model”, J. Sound Vib. **192**(1), 101–120 (1996). 5, 24
- [8] W. R. Graham, “Boundary layer induced noise in aircraft, part ii : the trimmed flat plate model”, J. Sound Vib. **192**(1), 121–138 (1996). 5, 24
- [9] C. Maury, P. Gardonio, and S. J. Elliott, “A wavenumber approach to modelling the response of a randomly excited panel, part ii : application to aircraft panels excited by a turbulent boundary layer”, J. Sound Vib. **252**(1), 115–139 (2002). 5, 24
- [10] B. Liu, L. Feng, and A. Nilsson, “Sound transmission through curved aircraft panels with stringer and ring frame attachments”, J. Sound Vib. **300**, 949–973 (2007). 5, 24
- [11] B. Liu, L. Feng, and A. Nilsson, “Influence of overpressure on sound transmission through curved panels”, J. Sound Vib. **302**, 760–776 (2007). 5, 24
- [12] B. Liu, “Noise radiation of aircraft panels subjected to boundary layer pressure fluctuations”, J. Sound Vib. **314**, 693–711 (2008). 5, 24
- [13] M. C. Lower and M. Bagshaw, “Noise levels and communications on the flight decks of civil aircraft”, in *Inter-Noise96, Liverpool, UK* (1996). 5
- [14] L. D. Pope, E. G. Wilby, C. M. Willis, and W. H. Mayes, “Aircraft interior noise models : sidewall trim, stiffened structures, and cabin acoustics with floor partition”, J. Sound Vib. **89**(3), 371–417 (1983). 6
- [15] P. Goransson, “Finite element calculations of the interior noise of the saab 340 aircraft”, in *SAE paper 891081* (1989). 6

- [16] J. M. Montgomery, "Modeling of aircraft structural-acoustic response to complex sources using coupled fem-bem analyses", in *10th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference, Manchester, UK* (2004). 6
- [17] A. Landmann, R. Jones, and A. P. Malachowski, "Optimizing flight deck noise", in *43rd AIAA Aerospace Sciences Meeting and Exhibit, Reno, USA* (2005). 6
- [18] M. Blakemore, K. H. Heron, and E. B. Davis, "A new wavenumber-based approach for predicting aircraft cabin noise", in *14th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference, Vancouver, Canada* (2008). 6
- [19] J. F. Wilby, "Aircraft interior noise", *J. Sound Vib.* **190**(3), 545–564 (1996). 6, 24
- [20] M. D. Rao, "Recent applications of viscoelastic damping for noise control in automobiles and commercial airplanes", *J. Sound Vib.* **262**, 457–474 (2003). 6, 25
- [21] C. E. Wallace, "Radiation resistance of rectangular panel", *J. Acoust. Soc. Am.* **51**, 946–952 (1972). 9
- [22] G. Maidanik, "Response of ribbed panels to reverberant acoustic fields", *J. Acoust. Soc. Am.* **34**, 809–826 (1962). 9
- [23] N. Atalla and J. Nicolas, "A new tool for predicting rapidly and rigorously the radiation efficiency of plate-like structures", *J. Acoust. Soc. Am.* **95**, 3369–3376 (1994). 9, 11, 12
- [24] I. L. Ver and C. I. Holmer, *Noise and Vibration Control* (L. L. Beranek (McGraw-Hill, New-York)) (287-296, 1971). 10
- [25] H. W. Müller, W. Langer, H. P. Richter, and R. Storm, "Praxisreport maschinenakustik", Technical Report, Technische Hochschule Darmstadt (1982). 10
- [26] H. G. Davies, "Low frequency random excitation of water-loaded rectangular plates", *J. Sound Vib.* **15**, 107–126 (1971). 10, 12
- [27] Y. M. Chang and P. Leehey, "Acoustic impedance of rectangular panels", *J. Sound Vib.* **64**(2), 243–256 (1979). 10
- [28] L. D. Pope and R. C. Leibowitz, "Intermodal coupling coefficients for a fluid-loaded rectangular plate", *J. Acoust. Soc. Am.* **56**, 408–415 (1974). 10
- [29] N. S. Lomas and S. I. Hayek, "Vibration and acoustic radiation of elastically supported rectangular plates", *J. Sound Vib.* **52**(1), 1–25 (1977). 10
- [30] B. E. Sandman, "Fluid-loaded vibration of an elastic plate carrying a concentrated mass", *J. Acoust. Soc. Am.* **61**, 1503–1510 (1977). 10
- [31] A. Berry, "A new formulation for the vibrations and sound radiation of fluid-loaded plate with elastic boundary conditions", *J. Acoust. Soc. Am.* **96**, 889–901 (1994). 11, 12
- [32] R. F. Keltie and H. Peng, "The effects of modal coupling on the acoustic power radiation from panels", *Trans. ASME* **109**, 48–54 (1987). 11, 12

- [33] A. Berry, "Vibrations et rayonnement acoustique de structures planes, complexes immergées dans un fluide léger ou dans un fluide lourd", Ph.D. thesis, Université de Sherbrooke, Sherbrooke, Canada (1991). 11
- [34] W. L. Li and H. J. Gibeling, "Determination of the mutual radiation resistances of a rectangular plate and their impact on the radiated sound", J. Sound Vib. **229**, 1213–1233 (2000). 11
- [35] K. Sha, J. Yang, and W.-S. Gan, "A simple calculation method for the self- and mutual-radiation impedance of flexible rectangular patches in a rigid infinite baffle", J. Sound Vib. **282**, 179–195 (2005). 11
- [36] B. Laulagnet, "Sound radiation by a simply supported un baffled plate", J. Acoust. Soc. Am. **103**, 2451–2462 (1998). 12
- [37] H. Nelisse, O. Beslin, and J. Nicolas, "A generalized approach for the acoustic radiation from a baffled or un baffled plate with arbitrary boundary conditions, immersed in a light or heavy fluid", J. Sound Vib. **211**(2), 207–255 (1998). 12
- [38] O. Foin, J. Nicolas, and N. Atalla, "An efficient tool for predicting the structural acoustic and vibration response of sandwich plates in light or heavy fluid", Applied Acoustics **57**, 213–242 (1999). 12
- [39] C. Lesueur, *Rayonnement acoustique des structures - Vibroacoustique, Interactions fluide-structure* (Eyrolles) (1988). 12
- [40] J.-L. Guyader, *Vibrations des milieux continus* (Hermes Science) (2002). 12
- [41] G. M. Corcos, "Resolution of pressure in turbulence", J. Acoust. Soc. Am. **35**(2), 192–199 (1963). 13, 122
- [42] L. Maestrello, "Radiation from panel response to a supersonic turbulent boundary layer", J. Sound Vib. **10**(2), 261–295 (1969). 13
- [43] B. M. Efimtsov, "Characteristics of the field of turbulent boundary wall pressure fluctuations at large reynolds numbers", Soviet Physics - Acoustics **28**(4), 289–292 (1982). 13
- [44] Y. F. Hwang and F. E. Geib, "Estimation of the wavevector-frequency spectrum of turbulent boundary layer wall pressure by multiple linear regression", Transactions of the American Society of Mechanical Engineers, Journal of Vibration, Acoustics, Stress, and Reliability in Design **106**, 334–342 (1984). 13
- [45] D. M. Chase, "The character of the turbulent wall pressure spectrum at subconvective wavenumbers and a suggested comprehensive model", J. Sound Vib. **112**, 125–147 (1987). 13, 20
- [46] A. V. Smol'yakov and V. M. Tkachenko, "Model of a field of pseudosonic turbulent wall pressures and experimental data", Soviet Physics - Acoustics **37**(6), 627–631 (1991). 13
- [47] M. S. Howe, "Surface pressures and sound produced by turbulent flow over smooth and rough walls", J. Acoust. Soc. Am. **90**(2), 1041–1047 (1991). 13

- [48] M. C. Goody, “Empirical spectral model of surface pressure fluctuations”, *AIAA Journal* **42**(9), 1788–1794 (2004). 13
- [49] M. K. Bull, “Wall pressure fluctuations beneath turbulent boundary layers : some reflections on forty years of research”, *J. Sound Vib.* **190**(3), 299–315 (1996). 13
- [50] M. S. Howe, *Acoustics of Fluid-Structure Interactions* (Cambridge University Press, Cambridge) (1998). 13, 15, 16
- [51] W. R. Graham, “A comparison of models for the wavenumber-frequency spectrum of turbulent boundary layer pressures”, *J. Sound Vib.* **206**(4), 541–565 (1997). 13
- [52] Y. F. Hwang, W. K. Boness, and S. A. . Hambric, “Comparison of semi-empirical models for turbulent boundary layer wall pressure spectra”, *J. Sound Vib.* **319**, 199–217 (2009). 13, 17
- [53] ESDU 7521, *Estimation of the surface pressure fluctuation in the turbulent boundary layer of a flight vehicle* (1997). 15, 62, 111
- [54] G. Schewe, “On the structure and resolution of wall-pressure fluctuations associated with turbulent boundary-layer flow”, *J. Fluid Mech.* **134**, 311–328 (1983). 17
- [55] T. Farabee and M. Casarella, “Spectral features of wall pressure fluctuations beneath turbulent boundary layers”, *Phys. Fluids A* **3**, 2410–2420 (1991). 17
- [56] S. Gravante, A. Naguib, C. Wark, and H. Nagib, “Characterization of the pressure fluctuations under a fully developed turbulent boundary layer”, *AIAA Journal* **36**, 1808–1816 (1998). 17
- [57] W. K. Blake, *Mechanics of Flow-induced Sound and Vibration, Volume II : Complex Flow-Structure Interactions* (New-York : Academic Press) (1986). 19
- [58] J. E. Ffowcs-Williams, “Boundary-layer pressures and the corcos model : a development to incorporate low wavenumber constraints”, *J. Fluid Dynamics* **125**, 9–25 (1982). 20
- [59] D. M. Chase, “Modeling the wavevector-frequency spectrum of turbulent boundary layer wall pressure”, *J. Sound Vib.* **70**, 29–67 (1980). 20
- [60] S. Finnverden, F. Birgersson, U. Ross, and T. Kremer, “A model of wall pressure correlation for prediction of turbulence-induced vibration”, *J. Fluid Struct.* **20**, 1127–1143 (2005). 21
- [61] J. Berland and X. Gloerfelt, “Investigation of noise radiation from a turbulent boundary layer”, in *14th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference, Vancouver, British Columbia, Canada* (2008). 24, 128
- [62] X. Gloerfelt and J. Berland, “Direct computation of turbulent boundary layer noise”, in *15th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference, Miami, USA* (2009). 24, 128
- [63] M. Allen and N. Vlahopoulos, “Noise generated from a flexible and elastically supported structure subject to turbulent boundary layer flow excitation”, *Finite Elements in Analysis and Design* **37**, 687–712 (2001). 24
- [64] F. Han, R. J. Bernhard, and L. G. Mongeau, “Prediction of flow-induced structural vibration and sound radiation using energy flow analysis”, *J. Sound Vib.* **227**, 685–709 (1999). 24, 61, 63

- [65] F. Han, R. J. Bernhard, and L. G. Mongeau, "A model for the vibro-acoustic response of plates excited by complex flows", *J. Sound Vib.* **246** (5), 901–926 (2001). 24
- [66] C. Maury, P. Gardonio, and S. J. Elliott, "A wavenumber approach to modelling the response of a randomly excited panel, part i : general theory", *J. Sound Vib.* **252**(1), 83–113 (2002). 24, 58
- [67] S. A. Hambric, Y. F. Hwang, and W. K. Boness, "Vibrations of plates with clamped and free edges excited by low speed turbulent boundary layer flow", *J. Fluid Struct.* **19**, 93–110 (2004). 24, 61
- [68] F. Birgersson, "Prediction of random vibration using spectral methods", Ph.D. thesis, KTH Aeronautical and Vehicle Engineering, Stockholm, Sweden (2003). 24
- [69] J.-M. David, "Développement d'une méthode de réduction pour la vibroacoustique mf et comparaison avec une approche sea sur une plaque excitée par la couche limite turbulente", Ph.D. thesis, Institut National des Sciences Appliquées de Lyon, France (2005). 24
- [70] W. K. Bonness, D. E. Capone, and S. A. Hambric, "Low wavenumber turbulent boundary layer wall pressure measurements from vibration data on a cylinder in pipe flow", *J. Sound Vib.* **329**, 4166–4180 (2010). 24
- [71] M. J. Daley and S. A. Hambric, "Simulating and measuring structural intensity fields in plates induced spatially and temporally random excitation", *J. Vib. Acoust.* **127**, 451–457 (2005). 24
- [72] M. J. Daley and S. A. Hambric, "A method to simulate structural intensity fields in plates and general structures induced by a spatially and temporally random excitation fields", *J. Vib. Acoust.* **131**, 1–9 (2009). 24
- [73] N. Totaro and J.-L. Guyader, "Power injected into a rectangular plate excited by a turbulent boundary layer", *Acta Acustica United with Acustica* **89**, 647–657 (2003). 24
- [74] N. Totaro and J.-L. Guyader, "Frequency averaged injected power under boundary layer excitation : an experimental validation", *Acta Acustica United with Acustica* **94**, 534–547 (2008). 24
- [75] B. C. Nakra, "Vibration control with viscoelastic materials - i", *Shock and Vibration Digest* **8**, 3–12 (1976). 25
- [76] B. C. Nakra, "Vibration control with viscoelastic materials - ii", *Shock and Vibration Digest* **13**, 17–20 (1981). 25
- [77] B. C. Nakra, "Vibration control with viscoelastic materials - iii", *Shock and Vibration Digest* **16**, 17–22 (1984). 25
- [78] E. M. Kerwin, "Damping of flexural waves by a constrained visco-elastic layer", *J. Acoust. Soc. Am.* **31**(7), 952–962 (1959). 25, 26
- [79] R. A. DiTaranto, "Theory of vibratory bending for elastic and viscoelastic layered finite-length beams", *Journal of Applied Mechanics* **32**, 881–886 (1965). 25

- [80] R. A. DiTaranto and J. R. McGraw, "Vibratory bending of damped laminated plates", *Journal of Engineering for Industry* **November**, 1081–1090 (1969). 25
- [81] D. J. Mead and S. Markus, "The forced vibration of a three-layer, damped sandwich beam with arbitrary boundary conditions", *J. Sound Vib.* **10(2)**, 163–175 (1969). 25
- [82] D. J. Mead and S. Markus, "Loss factors and resonant frequencies of encastré damped sandwich beams", *J. Sound Vib.* **12(1)**, 99–112 (1970). 25
- [83] D. J. Mead, "The damping properties of elastically supported sandwich plates", *J. Sound Vib.* **24(3)**, 275–295 (1972). 25
- [84] P. Grootenhuis, "The control of vibrations with viscoelastic materials", *J. Sound Vib.* **11(4)**, 421–433 (1970). 25
- [85] J. S. Lowe, "Matrix techniques for modeling ultrasonic waves in multilayered media", *IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics, and Frequency control* **42(4)**, 525–542 (1995). 25
- [86] J. S. Sastry and M. L. Munjal, "A transfer matrix approach for evaluation of the response of a multi-layer infinite plate to a two-dimensional pressure excitation", *J. Sound Vib.* **182(1)**, 109–128 (1995). 25
- [87] J.-L. Guyader and C. Cacciolati, "Viscoelastic properties of single layer plate material equivalent to multi-layer composites plate", in *Inter-Noise07, Istanbul, Turkey* (2007). 26, 32, 94, 97, 98, 111, 143
- [88] J.-L. Guyader, C. Cacciolati, and E. Guyader, "Prediction of vibroacoustic behaviour of multilayered structures using equivalent bi-materials", in *Inter-Noise08, Shanghai, China* (2008). 26, 32, 94, 97, 98, 111, 143
- [89] J.-L. Guyader, "Transparence acoustique de plaques multicouches, orthotropes, viscoélastiques, finies", Ph.D. thesis, Institut National des Sciences Appliquées de Lyon, France (1977). 26
- [90] J.-L. Guyader and C. Lesueur, "Acoustic transmission through orthotropic multilayered plates. part i : plate vibration modes", *J. Sound Vib.* **58**, 51–68 (1978). 26
- [91] J.-L. Guyader and C. Lesueur, "Acoustic transmission through orthotropic multilayered plates. part ii : transmission loss", *J. Sound Vib.* **58**, 69–86 (1978). 26
- [92] L. Zoghaib, "Optimisation vibroacoustique de structures amorties par des traitements en élastomère", Ph.D. thesis, Université Aix-Marseille II, France (2006). 26, 31
- [93] G. Kergoulay, "Mesure et prédiction vibroacoustique de structures viscoélastiques - application à une enceinte acoustique", Ph.D. thesis, Ecole Centrale Paris, France (2004). 26
- [94] D. I. G. Jones, *Handbook of viscoelastic vibration damping* (John Wiley and Sons) (2001). 26, 28
- [95] A. D. Nashif, D. I. G. Jones, and J. P. Henderson, *Vibration Damping* (John Wiley and Sons) (1985). 27
- [96] M. L. Williams, R. F. Landel, and J. D. Ferry, "The temperature dependence of relaxation mechanisms in amorphous polymers and other glass-forming liquids", *J. Am. Chem. Soc.* **77**, 3701–3707 (1955). 28, 32

- [97] T. K. Pellinen, M. W. Witzak, and R. F. Bonaquist, "Asphalt mix master curve construction using sigmoidal fitting functions with non-linear least squares optimization technique", in *15th Engineering Mechanics Conference, New-York, USA* (2002). 28
- [98] S. A. Hambric, A. W. Jarett, G. F. Lee, and J. J. Fedderly, "Inferring viscoelastic dynamic material properties from finite element and experimental studies of beams with constrained layer damping", *J. Vib. Acoust.* **129**, 158–168 (2007). 30
- [99] R. Plunkett and C. T. Lee, "Length optimization for constrained viscoelastic layer damping", *J. Acoust. Soc. Am.* **48(1)**, 150–161 (1970). 31
- [100] A. K. Lall, N. T. Asnani, and B. Nakra, "Vibration and damping analysis of rectangular plate with partially covered constrained viscoelastic layer", *Journal of Vibration, Acoustics, Stress, and Reliability in Design* **109**, 241–247 (1987). 31
- [101] A. B. Spalding and J. A. Mann, "Placing small constrained layer damping patches on a plate to attain global or local velocity changes", *J. Acoust. Soc. Am.* **97**, 3617–3624 (1995). 31
- [102] D. H. Kruger, J. A. Mann, and T. Wiegandt, "Placing constrained layer damping patches using reactive shearing structural intensity measurements", *J. Acoust. Soc. Am.* **101**, 2075–2082 (1997). 31
- [103] O. Foin, J. Nicolas, B. Mercier, and J.-F. Bilodeau, "Comportement vibro-acoustique de plaques partiellement recouvertes d'un traitement viscoélastique", in *4th French Congress on Acoustics (CFA), Marseille, France*, 261–265 (1997). 31
- [104] S.-W. Kung and R. Singh, "Complex eigensolutions of rectangular plates with damping patches", *J. Sound Vib.* **216**, 1–28 (1998). 31
- [105] S.-W. Kung and R. Singh, "Development of approximate methods for the analysis of patch damping design concepts", *J. Sound Vib.* **219**, 785–812 (1999). 31
- [106] J. A. Rongong, C. M. Chia, T. L. Lew, and K. Worden, "Optimisation of passive and active constrained layer damper for panel vibrations over broad band frequency and temperature ranges", in *48th AIAA/ASME/ASCE/AHS/ASC Structures, Structural Dynamics and Materials Conference, Honolulu, USA* (2007). 31
- [107] D. J. Mead, "The double skin damping configuration", Technical Report, University of Southampton ASSU, Report No. 160 (1962). 31
- [108] J.-F. He and B.-A. Ma, "Analysis of flexural vibration of viscoelastically damped sandwich plates", *J. Sound Vib.* **126(1)**, 37–47 (1988). 31
- [109] A. Plessy, "Comportement vibroacoustique de plaques amorties par des patches multicouches viscoélastiques", Ph.D. thesis, Université de Bourgogne (2009). 31
- [110] B. Nennig, "Placement et étude de solutions amortissantes par intensimétrie de structure et antennerie", Master's thesis, Université de Technologie de Compiègne - ONERA (2006). 31
- [111] O. Collery and J.-L. Guyader, "Solving the vibroacoustic equations of plates by minimization of error on a sample of observation points", *J. Acoust. Soc. Am.* **127 (3)**, 1347–1356 (2010). 34

- [112] O. Collery and J.-L. Guyader, “A formulation based on modal optimization for predicting sound radiation from fluid-loaded aircraft structures”, in *2nd ASA-EAA joint conference, Acoustics08, Paris, France* (2008). 34
- [113] O. Collery and J.-L. Guyader, “A method based on sample of observation points for predicting sound radiation from fluid-loaded aircraft structures : the aliasing treatment”, in *NOVEM 2009, Oxford, UK* (2009). 45, 131
- [114] J.-D. Chazot and J.-L. Guyader, “Prediction of transmission loss of double panels with a patch-mobility method”, *J. Acoust. Soc. Am.* **121**, 267–278 (2007). 55, 122
- [115] P. Fausti, R. Pompoli, and R. S. Smith, “An intercomparison of laboratory measurements of airborne sound insulation of lightweight plasterboard walls”, *Build. Acoust.* **6**, 127–140 (1999). 55
- [116] F. Birgersson, N. S. Ferguson, and S. Finnveden, “Application of the spectral finite element method to turbulent boundary layer induced vibration of plates”, *J. Sound Vib.* **259**(4), 873–891 (2003). 58, 61
- [117] O. Collery, J.-L. Guyader, and P. Neple, “Add-on damping patch efficiency on sound transmission of a thin plate under aerodynamic or acoustic excitation”, *Noise Control Eng. J.* **58** (3), 302–309 (2010). 113
- [118] O. Collery, J.-L. Guyader, and P. Neple, “Add-on damping patches efficiency on sound transmission of a thin plate under aerodynamic or acoustic excitation”, in *Inter-Noise09, Ottawa, Canada* (2009). 113
- [119] M. Bolduc and N. Atalla, “Transmission loss, structure borne insertion loss and temperature damping tests on a cfrp panel”, Technical Report, MNS - GAUS (2008). 137, 138, 139, 140

FOLIO ADMINISTRATIF

THESE SOUTENUE DEVANT L'INSTITUT NATIONAL DES SCIENCES APPLIQUEES DE LYON

NOM : COLLERY

DATE de SOUTENANCE : 05/10/2010

Prénoms : Olivier

TITRE : OPTIMISATION DE LA VERIFICATION DE L'EQUATION VIBROACOUSTIQUE DES PLAQUES SUR UN ECHANTILLONNAGE SPATIAL : APPLICATION AU BRUIT INTERIEUR DES AVIONS

NATURE : Doctorat

Numéro d'ordre : 2010-ISAL-071

Ecole doctorale : MEGA

Spécialité : Acoustique

Cote B.I.U. - Lyon : T 50/210/19 / et bis CLASSE :

RESUME :

Dans le contexte du bruit intérieur des avions, ce travail de thèse étudie l'intérêt acoustique de l'utilisation de patches viscoélastiques. La masse de ces traitements est aujourd'hui considérée comme pénalisante. Une optimisation en terme de taille et de placement est donc envisagée. La stratégie adoptée est choisie analytique pour couvrir un large gamme de fréquences avec des temps de calcul performants.

Ce mémoire de thèse propose une approche originale calculant le rayonnement acoustique de plaques amorties localement. Cette approche présente les intérêts suivants : s'absoudre des difficultés de calcul des impédances de rayonnement et être particulièrement adaptée aux structures complexes de l'avion. L'apport scientifique de cette thèse en terme de modélisation réside d'une part dans une approche de calcul vibroacoustique basée sur la minimisation de l'erreur de vérification de l'équation de mouvement sur un échantillonnage spatial et, d'autre part, dans un formalisme par fonctions Dirac mis en œuvre pour simuler les hétérogénéités aux limites d'un patch amortissant localisé. Ce modèle analytique est appliqué à des plaques planes finies non raidies où un traitement amortissant localisé, une plaque multicouche ou une plaque à épaisseur variable peuvent être considérés. Une validation numérique pour les excitation mécanique, acoustique et aérodynamique ainsi qu'une validation expérimentale sous excitation champ diffus démontrent une très bonne précision du modèle développé : le couplage fluide-structure et l'amortissement localisé sont correctement modélisés. Les effets de taille et de placement du patch sont finalement étudiés sur un cas particulier sous excitation aérodynamique en conditions réalistes. Le comportement non linéaire observé de l'effet de taille par rapport à la masse ajoutée permet de définir un optimum. L'apport scientifique de cette thèse offre un outil prédictif performant et adapté à la problématique du bruit interne des avions.

MOTS-CLES : Vibroacoustique, Rayonnement acoustique des plaques, Optimisation, Patch viscoélastique, Impédances de rayonnement, Couche limite turbulente

Laboratoire (s) de recherche : Laboratoire Vibrations Acoustique de l'INSA de Lyon
Entreprise partenaire : Airbus

Directeurs de thèse: Jean-Louis Guyader et Pascale Neple

Président de jury : Cédric Maury

Composition du jury :

Wim Desmet	Rapporteur	KU Leuven
Jean-Louis Guyader	Directeur de thèse	INSA Lyon
Stephen A. Hambric	Rapporteur	Penn State University
Franck Marrot	Examinateur	Eurocopter
Cédric Maury	Président du jury	Centrale Marseille
Pascale Neple	Co-encadrant	Airbus Operations S.A.S