

Modélisation numérique multiphysiques couplés - Application à un projectile supersonique

van Thuan Luu

▶ **To cite this version:**

van Thuan Luu. Modélisation numérique multiphysiques couplés - Application à un projectile supersonique. Autre. ISAE-ENSMA Ecole Nationale Supérieure de Mécanique et d'Aérotechique - Poitiers, 2012. Français. NNT : 2012ESMA0015 . tel-00766003

HAL Id: tel-00766003

https://theses.hal.science/tel-00766003

Submitted on 17 Dec 2012

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

THÈSE

Pour l'obtention du Grade de

DOCTEUR DE L'ÉCOLE NATIONALE SUPÉRIEURE DE MÉCANIQUE ET D'AÉRONAUTIQUE

(Diplôme national – Arrêté du 7 août 2006)

École Doctorale : SIMMEA

Secteur de Recherche : ENERGETIQUE, THERMIQUE, COMBUSTION

Présentée par :

VAN THUAN LUU

MODÉLISATIONS NUMÉRIQUES MULTIPHYSIQUES COUPLÉES – APPLICATION À UN PROJECTILE EN ÉCOULEMENT SUPERSONIQUE

Directeur de thèse : Frédéric PLOURDE

Soutenue le 26 Octobre 2012

devant la Commission d'Examen

-Jury-

Rapporteurs

Jean Paul CALTAGIRONE, Professeur, TREFLE, Institut Polytechnique de Bordeaux

Roxan CAYZAC, HDR, Professeur Associé à l'ENSI de Bourges, Nexter Munitions

Examinateurs

Eric LAMBALLAIS, Professeur, Université de Poitiers, Institut PPrime

Chi Cong NGUYEN, Enseignant Chercheur, Institut Polytechnique de HoChiMinh Ville

Christophe GRIGNON, Docteur Ingénieur – Expert en balistique, DGA

Dominique COUTON, Maître de Conférences, Université de Poitiers, Institut PPrime

Frédéric PLOURDE, Directeur de Recherche CNRS, ENSMA, Institut PPrime

SOMMAIRE

NOMENCLATURE.....7

CHAPITRE 1

INTRODUCTION / POSITIONNEMENT DU PROBLEME

CHAPITRE 2

PRESENTATION DE L'APPROCHE NUMERIQUE

2.1 MODELISATION DE LA MECANIQUE DES FLUIDES.....23

2.1.1 Simulation directe.....23

2.1.2 Simulation des grandes échelles.....24

2.1.2.1 Notion de séparation d'échelles.....25

2.1.2.2 Equations de conservation filtrées.....25

2.1.2.3 Fermeture de sous-maille.....27

2.2 SCHEMAS NUMERIQUE.....28

2.2.1 Méthode « flux-spitting » upwind TVD-order 2.....28

2.2.1.1 Formulation.....28

2.2.1.2 Splitting flux.....30

2.2.2 Discrétisation des flux diffusifs.....32

2.2.3 Résolution temporelle.....33

2.3 TRAITEMENT DES CONDITIONS AUX LIMITES.....33

2.3.1 Conditions d'entrée.....34

2.3.2 Sortie fluide.....35

2.3.3 Autres conditions aux limites.....36

2.3.3.1 Condition de symétrie.....36

2.3.3.2 Paroi.....37

2.4 MAILLAGE ADAPTATIF.....38

2.4.1 Maillage Octree.....40

2.4.2 Maillage 2^ntree.....42

2.5 METHODE DES FRONTIERES IMMERGEES.....47

CHAPITRE 3

SIMULATION DES ECOULEMENTS COMPRESSIBLES ET FRONTIERES IMMERGEES : POTENTIALITES ET LIMITATIONS

3.1 ECOULEMENT DE SILLAGE AUTOUR D'UN CYLINDRE 53

3.1.1 Cas de référence à $M_\infty = 1.7$ 53

3.1.1.1 Mise en oeuvre du calcul 55

3.1.1.2 Analyse instantanée 60

3.1.1.3 Caractérisation globale 63

3.1.2 Influence de nombre de Mach 66

3.1.2.1 Régime transonique $M_\infty = 0.75$ 66

3.1.2.2 Ecoulement supersonique 68

3.2 ECOULEMENT SUPERSONIQUE AUTOUR D'UNE OGIVE 69

3.2.1 Géométrie SOCBT 70

3.2.2 Couche limite et loi de paroi 72

3.2.2.1 Modèle de paroi 72

3.2.2.2 Mise en place du modèle de paroi 75

3.2.2.3 Validation du modèle de paroi 76

3.2.3 Identification de l'écoulement sans rotation 79

3.2.4 Influence de l'incidence de l'ogive 86

3.2.5 Effet Magnus 90

CHAPITRE 4

COUPLAGE CFD / 6 DOF

4.1 INTRODUCTION 99

4.2 MODELE MECANIQUE DU VOL 100

4.2.1 Bases du modèle 100

4.2.1.1 Les repères balistiques 100

4.2.1.2 Forces en présent 105

4.2.1.3 Les moment aérodynamiques 108

4.2.2 Algorithme 6 DOF 110

4.2.2.1 Principe fondamental de la dynamique 110

4.2.2.2 Théorème du moment dynamique 111

4.2.2.3 Position du centre de gravité 112
4.2.2.4 Bilan de la mise en équations 113
4.2.3 Méthodologie du couplage 6 DOF /CFD 114
4.3 APPLICATION SUR LE PROJECTILE FLECHE 117
4.3.1 Présentation de la configuration 117
4.3.2 Analyse mécanique du vol de projectile 118
4.3.3 Analyse de l'aérodynamique externe 122
4.3.3.1 Phase initiale 125
4.3.3.2 Phases 1 – 2 – 3 128

CHAPITRE 5
VERS UNE PRISE EN COMPTE DES MECANISMES D'ABLATION

5.1 INTRODUCTION DE L'ABLATION 135
5.1.1 Mécanismes d'ablation et leur modélisation 135
5.1.2 Méthodologie mise en avant 137
5.2 TESTS DE VALIDATION 139
5.2.1 Milieu semi-infini 139
5.2.1.1 Milieu semi-infini avec flux constant 139
5.2.1.2 Milieu semi-infini avec distribution spatiale 143
5.3 ABLATION D'UN EMPENNAGE SOUS L'ACTION DE FLUX CONSTANTS 148
5.4 MODELISATION COUPLEE 153

CONCLUSION 161
BIBLIOGRAPHIE 167

NOMENCLATURE

a	vitesse du son	(m/s)
AZ	angle d'azimuth	(°)
$\vec{C}$	vecteur des coefficients aérodynamiques	
C_p	chaleur spécifique massique à pression constante	(J/kgK)
C_v	chaleur spécifique massique à volume constant	
C_d	coefficient du modèle Smagorinsky	
C_I, C_S	coefficient du modèle Smagorinsky, $C_S = \sqrt{C_d}$	
C_p	coefficient de la pression	
$\overrightarrow{Cor}$	force de Coriolis	(N)
C_x	coefficient de traînée	
C_z	coefficient de portance	
$C_{z\delta}$	dérivée du coefficient de portance	
C_{yp}	coefficient de la force de Magnus	
$C_{yp\delta}$	dérivée du coefficient de la force de Magnus	
C_A	coefficient de la force axiale	
C_N	coefficient de la force normale	
C_{l0}	coefficient d'entraînement de roulis	
C_{lp}	coefficient d'amortissement de roulis	
C_m	coefficient de tangage	
$C_{m\delta}$	dérivée du coefficient de tangage	
C_{mq}	coefficient d'amortissement de tangage	
C_{np}	coefficient de moment de Magnus	
$C_{np\delta}$	dérivée du coefficient du moment de Magnus	
d_{ref}	distance référence de raffinement	
ds	surface unitaire	
D	diamètre du projectile ou cylindre	(m)
$\vec{D}$	force de traînée	(N)
E	énergie totale par unité de masse	(J/kg)
$\vec{f}$	vecteur des fonctions de la mécanique du vol	
F	centre de poussée aérodynamique	
$\vec{g}$	accélération de la pesanteur	(m/s^2)
g_0	accélération de la pesanteur locale	(m/s^2)

G	fonction de filtrage	
G	centre de gravité du projectile	
$\overrightarrow{H}$	moment cinétique du projectile	
H	terme source	
$\boldsymbol{H}_{vj}$	Matrice des flux convectifs	
I_1	inertie longitudinale du projectile	(kgm^2)
I_2, I_3	Inerties transversales du projectile	(kgm^2)
J	matrice d'inertie du projectile	
k	énergie cinétique de turbulence par unité de masse	(m^2/s^2)
K	point d'application de la force de Magnus	
$\overrightarrow{K}$	force de Magnus	(N)
l	échelle intégrale	
L	chaleur latente	(J/kg)
$\vec{\mathrm{L}}$	force de portance	(N)
Lat	angle de latitude	(°)
L_i	longueur suivant la direction i	(m)
m	masse du projectile	(kg)
M	nombre de Mach	
M_R	moment d'entraînement en roulis	(Nm)
M_E	moment d'amortissement en roulis	(Nm)
M_A	moment de tangage	(Nm)
M_D	moment d'amortissement en tangage	(Nm)
M_M	moment de Magnus	(Nm)
$\boldsymbol{M}^{\Gamma}$	matrice de passage	
$M_{(\ )\to(\ )}$	matrice de passage entre deux repères	
$\vec{n}$	vecteur normal à la surface	
p_t	pression statique moyenne	(Pa)
P	matrice du Jacobien $P = \partial\widetilde{Q} / \partial\widetilde{Q}_v$	
Pr	nombre de Prandtl	
Pr_t	nombre de Prandtl turbulent	
q	flux de chaleur	(W/m^2)
q_j	tenseur de sous-maille d'énergie	

Q	variables conservatives (c.f. chapitre 2)	
Q_v	variables primitives (c.f. chapitre 2)	
Q	critère de tourbillons (c.f. chapitre 3)	
Q	quaternion (c.f. chapitre 4)	
R	constante universelle des gaz parfait	
$\boldsymbol{R}_{ij}$	matrices des coefficients visqueux	
Re	nombre de Reynolds	
Re_l	nombre de Reynolds locale	
R_T	rayon de la terre	(m)
S_{ij}	tenseur de déformation	
Su	température de référence	(K)
t	temps	(s)
T	température	(K)
T_m	température de fusion	(K)
TVD	limiteur du schéma TVD (Total Variation Diminishing)	
u_i	composante de vitesse	(m/s)
u,v	composante longitudinale et transversale de vitesse	(m/s)
u_τ	vitesse de frottement	(m/s)
u^+	vitesse adimensionnée $u^+ = U / u_\tau$	
$\vec{U}$	vecteur des paramètres d'état	
$\vec{V_r}$	vecteur de vitesse relative du projectile	(m/s)
$\overrightarrow{v_{abs}}$	vecteur de vitesse absolue du projectile	(m/s)
v_r	vitesse de régression	(m/s)
x,y,z	Coordonnées cartésiennes ou position du projectile	
y	distance normale	(m)
y^+	distance normale adimensionnée $y^+ = \frac{u_\tau y}{\nu}$	

Lettres grecques

α	coefficient de critère de raffinement	
α	angle d'incidence	(°)
β	angle de dérapage	(°)

β	coefficient d'amortissement transversal (c.f. chapitre 2)	
δ	angle d'incidence totale	(°)
δ_0	epaisseur de la couche limite	(m)
ε_r	coefficient de raffinement	
ε_c	coefficient de deraffinement	
η	angle d'azimut	(°)
η	échelle Komogorov	
η_i	paramètres de relaxation	
κ	conductivité thermique	(W/m.K)
κ	constante de von Karman	
λ_i	composantes du quaternion	
λ_i'	vitesses de propagation des ondes caractéristiques	
$\mathcal{L}_i$	amplitudes des ondes caractéristiques	
μ	viscosité dynamique	(kg.m/s)
μ_0	viscosité dynamique de référence	(kg.m/s)
μ_T	viscosité turbulente	(kg.m/s)
ρ	Masse volumique	(kg/m^3)
σ_{ij}	tenseur visqueux	(kg.m/s)
φ	angle de roulis	(°)
ψ	angle de précession	(°)
τ	contraintes de cisaillement	
τ_{ij}	tenseur des contraintes de sous-maille	
$\mathcal{T}_{yz}$	termes transversaux	
θ	angle de hausse	(°)
ν	viscosité cinématique moléculaire	(m^2/s)
ν_t	viscosité cinématique turbulente	(m^2/s)
ω_i	composantes de vitesse de rotation du projectile	(rad/s)
Ω_T	vitesse de rotation de la terre	(rad/s)
Ω	vitesse de rotation axiale du projectile	(tr/min)
Ω^*	vitesse de rotation axiale adimensionnée $\Omega^* = \frac{\Omega D}{U_\infty}$	
Λ	vecteurs propres de matrice $\boldsymbol{H}_{vj}$	

Δd	distance entre l'onde choc et paroi	
Δt	pas de temps	(s)
Δt_{CFL}	pas de temps déterminé par condition CFL	(s)

Exposant et indice

$\bar{(\,)}$	quantité filtrée
$\tilde{(\,)}$	quantité par le filtre de Favre
$\hat{(\,)}$	quantité par le filtre test
$\vec{(\,)}$	vecteur
$\dot{(\,)}$	dérivée temporelle ordre 1
$(\,)^D$	valeur à droite
$(\,)^G$	valeur à gauche
$(\,)^{ROE}$	variable au sens de ROE
$\langle . \rangle$	moyenne sur le plan parallèle à la paroi
$(\,)_\infty$	valeur à infini.

CHAPITRE 1

INTRODUCTION / POSITIONEMENT DU PROBLEME

La modélisation numérique des écoulements fluides, qu'ils soient compressibles ou incompressibles, laminaires ou pleinement turbulents, isothermes ou anisothermes, a connu un essor considérable au cours de ces dernières décennies. Un tel mouvement a bien évidemment été largement soutenu par la formidable course à la puissance des moyens de calculs associés. Utiliser un modèle numérique d'un système et caractériser l'écoulement ainsi induit ou subi devient aujourd'hui une action quotidienne. On remarque cependant que la grande majorité des études ne traite que d'une seule physique : la physique des fluides en affinant des modèles de turbulence de plus en plus prédictifs par exemple ou alors la physique dans les solides (thermique, mécanique) en introduisant une variété conséquente de lois de comportement des matériaux. Lorsque l'on s'intéresse au transfert thermique entre un fluide et un objet, ces derniers sont estimés en modélisant la phase fluide, la détermination du champ thermique dans l'objet pouvant être estimée ultérieurement. Une telle approche séquentielle, quelle que soit la physique mise en jeu, est pleinement justifiée dans la majeure partie des cas à cause des différences des échelles de temps et d'espace mises en jeu. Cependant, il existe également des systèmes dont la caractérisation passe irrémédiablement par l'intermédiaire de multi-couplages forts et nécessite des modélisations adaptées. Simuler le battement d'un cœur humain, par exemple, constitue un challenge de la modélisation en mécanique des fluides, le cœur offrant des variations volumiques de 1 à 3 ! Sans l'introduction de méthodes aux frontières immergées, il est probable que Peskin [1] n'aurait pas réussi à décrire de tels mouvements. De nombreuses applications dans le domaine biomédical ont, par la suite, été réalisées comme par exemple l'étude acoustique de la voix humaine [2]. Alors que les méthodes aux frontières immergées ont connu leur premier développement dans les années 70, un regain d'intérêt manifeste à partir des années 2000 a mis à nouveau en lumière cette technique. Par exemple, Kim et al. [3] ont étudié l'interaction fluide/structure au cours de l'ouverture d'un parachute et des interactions avec l'écoulement autour. La voilure du parachute est évidemment soumise à de très fortes variations de l'écoulement environnant alors que les forces aérodynamiques exercées dépendent de la forme de la voilure du parachute. En fait, les intérêts grandissants sur la prise en compte des différents couplages ont mis en lumière les techniques de frontières immergées. Son succès s'explique sans doute par le fait qu'elle donne une possibilité de traiter, de manière relativement aisée, des problèmes multiphysiques complexes. Cette perspective a également motivé l'ensemble de notre démarche.

Dans le domaine de la balistique, la caractérisation du vol d'un projectile à très grande vitesse a fait l'objet d'une multitude de travaux, l'amélioration des performances aérodynamiques à travers l'accroissement de la portée et la manoeuvrabilité constituant

l'objectif principal. Les engins considérés, avec ou sans empennage, sont soumis à de très fortes contraintes et offrent des comportements plus ou moins stables. Par exemple, la forme d'obus constituée d'une tête ogivale, d'un corps cylindrique et d'un rétreint ne répond pas aux critères de stabilité statique et un mouvement rotationnel est alors induit au lancement pour assurer une certaine stabilité du projectile. La présence d'un empennage participe également à favoriser la stabilité en vol mais l'échauffement thermique reçu par les ailettes au cours d'un vol en régime supersonique est considérable ($\geq MW/m^2$) et des mécanismes de dégradation thermique peuvent altérer l'intégrité physique des ailettes et, par voie de conséquence, modifier la stabilité du vol voire même son intégrité. De nombreux auteurs qu'ils soient universitaires, industriels ou militaires travaillent avec la volonté d'améliorer les performances de ces engins balistiques.

Les premières études numériques et expérimentales ont concentré leurs objectifs à mettre en évidence les caractéristiques de l'écoulement autour des engins balistiques. Dans les années 1970, Jenke [4] a réalisé des expériences pour des nombres de Mach $M_\infty = 1.5 - 2.5$ afin d'estimer la force de Magnus – l'amplitude d'une telle force est beaucoup plus faible que celle de la force normale mise en jeu mais offre une influence directe sur la performance du projectile. Pour diminuer l'influence de cette force, les auteurs ont introduit des girouettes anti-Magnus et la force Magnus a été largement réduite. La mise en évidence de l'origine de la force de Magnus a été réalisée par Kayser et al. [5], qui à partir d'essais dédiés à $M_\infty = 3$ d'un projectile gyrostabilisé, a établi une base de données décrivant l'organisation des couches limites et de leur distorsion en présence de rotation. En travaillant avec un nombre de nombre de Mach moins élevé, Sahu [6] a trouvé une valeur critique du nombre de Mach pour laquelle le projectile Secant Ogive Cylinder Boattail (SOCBT) offre un gradient de moment de tangage maximum. L'influence de la géométrie du projectile sur ses performances est décrite par Nietubicz et al. [7] soulignant que le nez en ogive tangente produit une légère augmentation du coefficient de moment de Magnus par rapport aux configurations similaires sécants en ogive. Le rétreint, par rapport aux formes cylindriques, favorise le moment de Magnus mais cet effet s'estompe avec l'augmentation du nombre de Mach. Pour l'influence de forme de la géométrie du corps arrière du projectile SOCBT, plusieurs auteurs [8, 9, 10, 11] ont trouvé une même gamme d'angle optimal du rétreint (entre $7 - 8°$) optimisant alors la force de traînée.

Pour les projectiles avec empennage, à côté des caractéristiques de l'écoulement statique, le mouvement du projectile au cours du vol et les coefficients aérodynamiques instationnaires ont retenu de plus en plus l'attention des auteurs. L'accès à une modélisation

numérique de l'aérodynamique n'est pas une chose aisée et nécessite l'introduction de techniques numériques des plus précises. Récemment, une modélisation instationnaire a été utilisée pour obtenir une estimation du moment de Magnus et le moment de roulis d'un projectile en rotation à des vitesses transsoniques et subsoniques [12]. Les récents progrès réalisés en CFD permettent maintenant de calculer les deux dérivées statiques et dynamiques qui, à leur tour, rendent possible de prédire le mouvement en vol des projectiles en utilisant les données numériques provenant de la CFD avec les données empiriques et semi-empiriques existantes. Une telle approche a récemment été démontrée pour les projectiles gyrostabilité et à ailettes [13]. Bien que prometteuse, cette approche est traditionnelle et nécessite un modèle aérodynamique précis et la stratégie pour générer les meilleurs modèles aérodynamiques possibles pour n'importe quelle configuration généralisée n'est pas facile à réaliser. Les progrès récents réalisés en calcul de haute performance permettent maintenant d'accéder au calcul de la somme des forces et des moments aérodynamiques nécessaires à la prévision des trajectoires directement.

Comme nous pouvons le constater, la prise en compte numérique d'un projectile en vol constitue en soit un nouveau domaine intégrant le couplage instationnaire entre la trajectoire du projectile à une analyse de résolution des équations de Navier-Stokes. Les hypothèses retenues concernent principalement la prise en compte d'un projectile rigide, indéformable avec un maillage établi et non amovible. La résolution simultanée entre un modèle de vol (6 DOF) et les calculs numériques, s'effectue par l'intermédiaire d'un asservissement des conditions aux limites, assurant alors la prise en compte des différentes modifications et orientations du projectile au cours de son vol. Les résultats numériques obtenues ont été trouvés en accord avec les résultats de mesure disponibles et force de constater que le travail de Sahu [14] peut être considéré comme pionnier dans ce domaine. Murman et al. [15] ont plus récemment effectué de tels couplages – modèle de vol à 6 DOF avec calculs Navier-Stokes – afin de prédire le largage d'objets en vol. Dans un tel cas, l'asservissement des conditions aux limites ne peut être appliqué à cause des très fortes modifications d'orientation de la géométrie et l'interaction CFD/6 DOF est alors prise en compte par une méthode cartésienne non visqueuse. Là encore, une telle méthode permet de décrire leur application bien que les forces visqueuses et la simplification de la résolution des équations de Navier-Stokes engendrent irrémédiablement des biais dans la caractérisation des écoulements. La méthode proposée par Sahu est, bien entendu, beaucoup plus précise en terme de résolution mais reste limitée dans les différentes variations du vol et de plus, est adaptée sur un projectile dont aucune altération géométrie n'est possible.

A partir de cet état de l'art rapidement dressé, l'objectif de notre travail a principalement visé à développer un nouveau modèle, s'inscrivant dans le domaine multidisciplinaire que constituent les écoulements aéro-balistiques de projectiles en vol supersonique et à en évaluer son potentiel. Ce programme ambitieux a été entièrement développé au cours de ce travail et avant de statuer si oui ou non un tel modèle est potentiellement intéressant, une multitude d'étapes a été conduite. Le chapitre 2 concerne ainsi la présentation du solveur fluide compressible et son développement sur un maillage 2^ntree. Une attention particulière est portée sur la technique aux frontières immergées. Dans le chapitre suivant, des cas tests allant des plus académiques aux géométries caractéristiques de la balistique sont étudiées et servent de support au modèle fluide retenu. A notre connaissance, seul Tullio et al. [16] ont utilisé ce type de modélisation pour des écoulements à grande vitesse. Le 4ème chapitre concerne la présentation du modèle 6 DOF et son couplage avec le solveur fluide. La géométrie test concerne la géométrie perforant cinétique avec empennage, cette dernière ayant reçu une certaine attention avec des analyses numériques plus classiques. Le dernier chapitre traite de la prise en compte possible des phénomènes d'ablation qui sont, comme nous le verrons par la suite, traités de manière extrêmement simplifiée. L'intérêt d'une telle modélisation réside dans la capacité du modèle à suivre l'interface mobile au cours du processus de dégradation et les premiers cas tests, confirmeront, ou non tout le potentiel de notre méthode. Finalement, une conclusion ponctuera ce travail, notre volonté étant de statuer, sans complaisance, sur l'intérêt et le potentiel de cette technique.

CHAPITRE 2

PRESENTATION DE L'APPROCHE NUMERIQUE

2.1 MODELISATION DE LA MECANIQUE DES FLUIDES

La dynamique de l'écoulement compressible visqueux est décrite par les équations de Navier-Stokes, qui imposent la conservation de masse, de la quantité de mouvement et de l'énergie au sein du domaine de calcul. Les équations de conservation s'écrivent:

$$\begin{cases} \dfrac{\partial \rho}{\partial t} + \dfrac{\partial \rho u_j}{\partial x_j} = 0 \\ \dfrac{\partial \rho u_i}{\partial t} + \dfrac{\partial}{\partial x_j}\left(\rho u_i u_j\right) = -\dfrac{\partial p}{\partial x_j} + \rho g_i + \dfrac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x_j} \\ \dfrac{\partial \rho E}{\partial t} + \dfrac{\partial}{\partial x_j}\left[\left(\rho E + p\right)u_j\right] = \rho g_i u_j + \dfrac{\partial}{\partial x_l}\left(\sigma_{lj} u_j\right) + \dfrac{\partial}{\partial x_j}\left(\kappa \dfrac{\partial T}{\partial x_j}\right) \end{cases} \tag{2.1}$$

avec : $$\sigma_{ij} = \mu\left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i}\right) - \frac{2}{3}\mu \frac{\partial u_k}{\partial x_k}\delta_{ij} \tag{2.2}$$

$$\rho E = \rho H - p = \rho h - p + \frac{1}{2}\rho u_k u_k \tag{2.3}$$

où ρ est la masse volumique du fluide, p est la pression thermodynamique, ρu_i est la quantité de mouvement suivant la direction x_i et ρE l'énergie totale (cinétique et thermique) avec l'hypothèse que l'écoulement soit Newtonien et que le gaz suive un comportement de type gaz parfait non réactif :

$$p = \rho R T \tag{2.4}$$

La viscosité dynamique est calculée par la loi de Sutherland:

$$\mu(T) = \mu_{ref}\left(\frac{T}{T_{ref}}\right)^{3/2}\frac{T_{ref} + Su}{T + Su} \tag{2.5}$$

avec Su la température de référence, appelée constante de Sutherland. Finalement, κ est la conductivité thermique

$$\kappa = \frac{c_p \mu}{\mathrm{Pr}} \tag{2.6}$$

2.1.1 Simulation directe

La caractérisation d'un écoulement turbulent peut s'effectuer à partir d'une simulation directe (DNS), c'est-à-dire à partir de la résolution directe des équations de Navier-Stokes sans aucun modèle de turbulence. Cette technique, des plus intéressantes d'un point de vue

fondamental, n'en reste pas moins difficile d'accès pour traiter des écoulements d'intérêt pratique. En effet, un calcul DNS doit prendre en compte l'ensemble des échelles caractéristiques de l'écoulement, des échelles les plus significatives l aux plus petites échelles de dissipation, les échelles de Kolmogorov η. Le maillage nécessaire doit alors être de l'ordre de grandeur de η alors que le domaine de calcul doit être significativement plus grand que l. Piomeli [17] estime qu'un calcul direct nécessite un nombre de nœuds proportionnel à $l/\eta \sim \mathrm{Re}^{3/4}$, Re étant le nombre de Reynolds défini à partir des échelles intégrales de l'écoulement ; le nombre total de points est donc proportionnel à $\mathrm{Re}^{9/4}$ pour un calcul tridimensionnel. Parallèlement, le choix du pas de temps est également soumis à un critère de sélection. En effet, le rapport entre le temps caractéristique des grandes structures par rapport à celui des petites échelles est estimé également proportionnel à $\mathrm{Re}^{3/4}$ L'estimation globale du temps CPU indique une dépendance en Re^3.

Devant un coût de calcul prohibitif, une simulation DNS est difficilement accessible dans des cas pratiques et il lui est préféré l'introduction du modèle instationnaire de la turbulence, i.e. la simulation des grandes échelles de turbulence.

2.1.2 Simulation des grandes échelles

En considérant les écoulements ciblés (écoulements supersoniques autour de projectiles en vol), la simulation DNS est inaccessible et la modélisation LES (Large-Eddies Simulation) offre une alternative des plus intéressantes. En effet, cette méthode ne permet de résoudre que les grosses structures représentatives des échelles inertielles caractéristiques de l'écoulement tandis que les plus petites structures sont modélisées. Une séparation entre les grandes et petites échelles est obtenue à partir de l'opérateur de filtrage. Dans le domaine de la balistique, Simon [8] a montré que le coût d'une méthode LES reste très élevée pour résoudre la dynamique pariétale au sein d'une couche limite et il est nécessaire de se tourner vers des méthodes moins coûteuses telles que les méthodes RANS/LES. Plusieurs types d'approche existent : les méthodes zonales qui utilisent des systèmes d'équations spécifiques aux différentes méthodologies, respectivement RANS et LES, et des méthodes globales qui utilisent un unique système d'équations pour passer d'un mode RANS à une solution de type LES, par exemple DES, ZDES, DDES. Une limitation caractéristique du RANS/LES est la transition de RANS à LES qui est contrôlée par le maillage. Dans notre étude, un maillage adaptatif est déployé pour améliorer la description de la géométrie et ceci pourrait considérablement nuire à la transition du modèle. En conséquence, et bien que l'approche RANS/LES reste un modèle séduisant, une modélisation de

type LES a été retenue en introduisant une loi de paroi afin d'améliorer la prédiction des transferts.

2.1.2.1 Notion de séparation d'échelles

Soit une variable $f(\mathbf{x})$ dans l'espace physique Ω ; le filtrage des échelles se présente mathématiquement sous la forme du produit de convolution suivant :

$$\overline{f}(\mathbf{x}) = \int_{\Omega} f(\mathbf{x}')G(\mathbf{x}-\mathbf{x}')d\mathbf{x}' \tag{2.7}$$

où le noyau de convolution $G(\mathbf{x}-\mathbf{x}')$ correspond aux caractéristiques du filtre utilisé, associé à l'échelle de coupure en espace $\overline{\Delta}$. Cette opération permet de séparer une quantité en deux parties, une partie $\overline{f}(\mathbf{x})$ correspondant à l'échelle la plus grande et l'autre $f'(\mathbf{x})$ correspondant aux petites échelles :

$$f(\mathbf{x}) = \overline{f}(\mathbf{x}) + f'(\mathbf{x}) \tag{2.8}$$

En général, il existe plusieurs types de filtrage dans la littérature et la forme des équations modélisant les grosses structures est dépendante du choix du filtre, ce qui est parallèlement lié à la méthode de résolution numérique utilisée. Dans un cas concret, la méthode des volumes finis basée sur un maillage discret utilisée dans le cadre de ce travail définit directement une valeur moyenne dans chaque volume de contrôle considéré :

$$\overline{f}_i = \frac{1}{\overline{\Delta}^3}\int_{\Omega_i} f(\mathbf{x}')d\mathbf{x}' \tag{2.9}$$

Cette méthode de résolution se comporte alors comme un filtre « boîte » :

$$G(\mathbf{x}_i-\mathbf{x}') = \begin{cases} \dfrac{1}{\overline{\Delta}^3} & \text{si } |\mathbf{x}_i-\mathbf{x}'| \in \Omega_i \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \tag{2.10}$$

En plus, en considérant un maillage régulier, ce type de filtre « boîte » est directement commutatif avec l'opérateur de dérivation spatiale. Donc, la forme des équations filtrées est similaire à celles décrites précédemment.

2.1.2.2 Equations de conservation filtrées

Afin de prendre en compte la variation de la densité aux quantités de conservation, la décomposition de Favre a été également intégrée :

$$\tilde{f} = \overline{\rho f}/\overline{\rho} \tag{2.11}$$

Les équations caractéristiques du mouvement s'écrivent alors :

$$\frac{\partial \overline{\rho}}{\partial t}+\frac{\partial}{\partial x_j}\left(\overline{\rho}\tilde{u}_j\right)=0 \tag{2.12}$$

$$\frac{\partial \overline{\rho}\tilde{u}_i}{\partial t}+\frac{\partial}{\partial x_j}\left(\overline{\rho}\tilde{u}_i\tilde{u}_j\right)+\frac{\partial \overline{p}}{\partial x_i}-\frac{\partial \tilde{\sigma}_{ij}}{\partial x_j}=\underbrace{-\frac{\partial}{\partial x_j}\left[\overline{\rho}\left(\widetilde{u_iu_j}-\tilde{u}_i\tilde{u}_j\right)\right]}_{I}\underbrace{-\frac{\partial}{\partial x_j}\left(\overline{\sigma}_{ij}-\tilde{\sigma}_{ij}\right)}_{II} \tag{2.13}$$

$$\begin{aligned}&\frac{\partial \overline{\rho}\tilde{E}}{\partial t}+\frac{\partial}{\partial x_j}\left(\overline{\rho}\tilde{E}+\overline{p}\right)\tilde{u}_j-\frac{\partial \tilde{u}_i\tilde{\sigma}_{ij}}{\partial x_j}-\frac{\partial}{\partial x_j}\left(\overline{\kappa}\frac{\partial \tilde{T}}{\partial x_j}\right)=\\&\underbrace{-\frac{\partial}{\partial x_j}\left[\overline{\left(\rho E+p\right)u_j}-\left(\overline{\rho}\tilde{E}+\overline{p}\right)\tilde{u}_j\right]}_{III}+\underbrace{\frac{\partial}{\partial x_j}\left(\overline{u_i\sigma_{ij}}-\tilde{u}_i\tilde{\sigma}_{ij}\right)}_{IV}+\underbrace{\frac{\partial}{\partial x_j}\left(\overline{\kappa\frac{\partial T}{\partial x_j}}-\overline{\kappa}\frac{\partial \tilde{T}}{\partial x_j}\right)}_{V}\end{aligned} \tag{2.14}$$

$$\overline{p}=\overline{\rho}R\tilde{T} \tag{2.15}$$

avec $\tilde{\sigma}_{ij}=\overline{\mu}\left(2\tilde{S}_{ij}-\frac{2}{3}\delta_{ij}\tilde{S}_{kk}\right)$ le tenseur visqueux filtré, $\overline{\mu}$ la viscosité filtrée suivant également la loi de Sutherland à la température filtrée $\tilde{T}$. Le tenseur visqueux de sous-maille s'écrit :

$$\tau_{ij}=\overline{\rho}\left(\widetilde{u_iu_j}-\tilde{u}_i\tilde{u}_j\right) \tag{2.16}$$

tandis que l'énergie totale filtrée se compose de plusieurs termes :

$$\overline{\rho}\tilde{E}=\overline{\rho}C_v\tilde{T}+\frac{1}{2}\overline{\rho}\widetilde{u_iu_i}=\overline{\rho}C_v\tilde{T}+\frac{1}{2}\overline{\rho}\tilde{u}_i\tilde{u}_i+\overline{\rho}k \tag{2.17}$$

où $\overline{\rho}k$ désigne l'énergie cinétique de sous-maille et s'écrit :

$$\overline{\rho}k=\frac{1}{2}\tau_{ii} \tag{2.18}$$

Dans ces équations filtrées, des termes supplémentaires apparaissent impliquant ainsi des difficultés supplémentaires pour les résoudre. Des hypothèses simplificatrices sont donc indispensables. Tout d'abord, les termes non-linéaires de diffusion dans l'équation de mouvement et dans l'équation d'énergie sont considérés comme négligeables. De plus, à faible nombre de Mach, le terme non-linéaire de dissipation peut être également négligé. Pour des valeurs de Mach plus élevées, comme dans les applications visées, une modélisation de ce terme a été proposée par Vreman et al. [18]. A partir de l'équation d'enthalpie, de l'expression de l'énergie totale filtrée et de l'équation de l'état filtrée, le terme s'écrit :

$$\overline{\left(\rho E+p\right)u_j}-\left(\overline{\rho}\tilde{E}+\overline{p}\right)\tilde{u}_j=\overline{\rho}C_p\left(\widetilde{Tu}_j-\tilde{T}\tilde{u}_j\right)+\frac{1}{2}\overline{\rho}\left(\widetilde{u_iu_iu_j}-\widetilde{u_iu_i}\tilde{u}_j\right) \tag{2.19}$$

où

$$q_j = \bar{\rho} C_p \left(\widetilde{T u_j} - \tilde{T} \tilde{u}_j \right) \tag{2.20}$$

$$d_j = \frac{1}{2} \bar{\rho} \left(\widetilde{u_i u_i u_j} - \widetilde{u_i u_i} \tilde{u}_j \right) \simeq \tilde{u}_i \tau_{ij}$$

q_j et d_j étant dénommés respectivement flux d'énergie de sous-maille et flux de diffusion de turbulence. Finalement, le système d'équations à résoudre s'écrit :

$$\frac{\partial \bar{\rho}}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\bar{\rho} \tilde{u}_j \right) = 0 \tag{2.21}$$

$$\frac{\partial \bar{\rho} \tilde{u}_i}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\bar{\rho} \tilde{u}_i \tilde{u}_j \right) = -\frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} + \frac{\partial \tilde{\sigma}_{ij}}{\partial x_j} - \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j} \tag{2.22}$$

$$\frac{\partial \bar{\rho} \tilde{E}}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\bar{\rho} \tilde{E} + \bar{p} \right) \tilde{u}_j = \frac{\partial \tilde{u}_i \tilde{\sigma}_{ij}}{\partial x_j} - \frac{\partial \tilde{u}_i \tau_{ij}}{\partial x_j} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\bar{\kappa} \frac{\partial \tilde{T}}{\partial x_j} \right) + \frac{\partial q_j}{\partial x_j} \tag{2.23}$$

Ces équations sont similaires à celles de Navier-Stokes de base. Pour les résoudre, des modèles de fermeture permettent de modéliser les tenseurs de sous-maille de quantité de mouvement et d'énergie.

2.1.2.3 Fermeture de sous-maille

Les différentes évolutions de la modélisation LES s'accompagnent bien évidemment du développement de modèles de sous-maille. Il existe plusieurs « catégories » de modèle. L'initiateur de ces modèles est Smagorinsky [19] dont le modèle est sans aucun doute le plus célèbre et certainement le plus utilisé. Il suppose une dépendance directe entre les tenseurs de sous-maille et les valeurs filtrées. Une multitude de simulations numériques a été menée validant ainsi cette méthode. Cependant, il est nécessaire de fixer des variables, supposées constantes, de proportionnalité entre les différents termes. Ainsi, et notamment sous l'impulsion de Germano [20] ou encore de Meneveau [21] pour n'en citer que deux, des procédures dites « dynamiques » ont été développées. Ces dernières offrent l'avantage d'estimer en espace et en temps ces variables.

Comme la plupart des modèles LES, les modèles développés dans ce mémoire sont basés sur l'hypothèse de Boussinesq, un comportement analogue au mouvement brownien étant supposé au mouvement des échelles non résolues. Les tenseurs de sous-maille de quantité de mouvement et d'énergie s'écrivent alors :

$$\tau_{ij}^d = \tau_{ij} - \frac{1}{3} \tau_{kk} \delta_{ij} = -2 \mu_T \left(\tilde{S}_{ij} - \frac{1}{3} \tilde{S}_{kk} \delta_{ij} \right) \tag{2.24}$$

$$q_j = -C_p \frac{\mu_T}{\mathrm{Pr}_t} \frac{\partial \tilde{T}}{\partial x_j} \tag{2.25}$$

et sont dénommés modèle de viscosité de sous-maille et modèle de diffusion visqueuse. μ_T et Pr_t correspondent respectivement à la viscosité turbulente et au nombre de Prandtl turbulent.

a) Modèle de Smagorinsky

Comme nous l'avons au préalable indiqué, ce modèle [19] est caractérisé par une modélisation de la partie déviatrice du tenseur de sous-maille et à partir d'une analyse dimensionnelle, la viscosité turbulente peut être déduite comme :

$$\mu_T = \overline{\rho} C_d \overline{\Delta}^2 \left| \tilde{S} \right| \tag{2.26}$$

avec $\left| \tilde{S} \right| = \left(2\tilde{S}_{ij}\tilde{S}_{ij} \right)^{1/2}$ et $C_d = C_S^2$ (C_S est appelé coefficient de Smagorinsky). Dans le cas d'un écoulement incompressible homogène et isotrope, la valeur de C_S est estimée proche de 0.18.

b) Modèle de Yoshizawa

Dans le cas d'un écoulement incompressible, la partie isotropique du tenseur de sous-maille est comprise dans le terme de la pression modifiée. Souhaitant, dans le cadre de ce travail, s'intéresser plus particulièrement à des écoulements compressibles, la partie isotropique ne peut alors plus être simplifiée. Yoshizawa [22] propose une formulation où la partie isotropique s'écrit :

$$\tau_{kk} = 2\overline{\rho} C_I \overline{\Delta}^2 \left| \tilde{S} \right|^2 \tag{2.27}$$

avec C_I coefficient à déterminer similairement à C_d et Pr_t. Mis à part ce terme supplémentaire, la modélisation LES pour un écoulement compressible reste similaire à celle développée dans le cas incompressible.

2.2 SCHEMA NUMERIQUE

2.2.1 Méthode « flux-spitting » upwind TVD-order 2

2.2.1.1 Formulation

La prise en compte d'écoulements compressibles, avec existence possible d'ondes de choc ou bien de fortes discontinuités au sein du fluide, impose un traitement spécifique des termes non linéaires convectifs. En effet, il est nécessaire de contrôler les très fortes dissipations numériques

pour assurer l'intégrité du calcul. Ecrivons tout d'abord le système d'équations sous sa forme vectorielle:

$$\frac{\partial \widetilde{\mathbf{Q}}}{\partial t}+\frac{\partial \widetilde{\mathbf{E}}}{\partial x}+\frac{\partial \widetilde{\mathbf{F}}}{\partial y}+\frac{\partial \widetilde{\mathbf{G}}}{\partial z}=L\left(\widetilde{\mathbf{Q}}_{\mathrm{v}}\right)+\widetilde{\mathbf{H}} \tag{2.28}$$

avec :

$$\begin{aligned}
&\widetilde{\mathbf{Q}}=\left(\overline{\rho},\overline{\rho}\tilde{u},\overline{\rho}\tilde{v},\overline{\rho}\tilde{w},\overline{\rho}\tilde{E}\right)^{T} \quad et \quad \widetilde{\mathbf{Q}}_{v}=\left(p_{t},\tilde{u},\tilde{v},\tilde{w},\tilde{T}\right)^{T}\\
&\widetilde{\mathbf{E}}=\left(\overline{\rho}\tilde{u},\overline{\rho}\tilde{u}^{2}+p_{t},\overline{\rho}\tilde{u}\tilde{v},\overline{\rho}\tilde{u}\tilde{w},\left(\overline{\rho}\tilde{E}+p_{t}\right)\tilde{u}\right)^{T}\\
&\widetilde{\mathbf{F}}=\left(\overline{\rho}\tilde{v},\overline{\rho}\tilde{u}\tilde{v},\overline{\rho}\tilde{v}^{2}+p_{t},\overline{\rho}\tilde{v}\tilde{w},\left(\overline{\rho}\tilde{E}+p_{t}\right)\tilde{v}\right)^{T}\\
&\widetilde{\mathbf{G}}=\left(\overline{\rho}\tilde{w},\overline{\rho}\tilde{u}\tilde{w},\overline{\rho}\tilde{v}\tilde{w},\overline{\rho}\tilde{w}^{2}+p_{t},\left(\overline{\rho}E+p_{t}\right)\tilde{w}\right)^{T}\\
&\widetilde{\mathbf{H}}=\left(0,\overline{\rho}g_{x},\overline{\rho}g_{y},\overline{\rho}g_{z},\overline{\rho}g_{x}\tilde{u}+\overline{\rho}g_{y}\tilde{v}+\overline{\rho}g_{z}\tilde{w}\right)^{T}
\end{aligned} \tag{2.29}$$

l'opérateur s'écrivant :

$$\begin{aligned}
L\left(\widetilde{\mathbf{Q}}_{v}\right)=\Bigg\{&\frac{\partial}{\partial x}\widetilde{\mathbf{R}}_{xx}\frac{\partial}{\partial x}+\frac{\partial}{\partial x}\widetilde{\mathbf{R}}_{xy}\frac{\partial}{\partial y}+\frac{\partial}{\partial x}\widetilde{\mathbf{R}}_{xz}\frac{\partial}{\partial z}\quad+\frac{\partial}{\partial y}\widetilde{\mathbf{R}}_{yx}\frac{\partial}{\partial x}+\frac{\partial}{\partial y}\widetilde{\mathbf{R}}_{yy}+\frac{\partial}{\partial y}\widetilde{\mathbf{R}}_{yz}\frac{\partial}{\partial z}\\
&+\frac{\partial}{\partial z}\widetilde{\mathbf{R}}_{zx}\frac{\partial}{\partial x}+\frac{\partial}{\partial z}\widetilde{\mathbf{R}}_{zy}\frac{\partial}{\partial y}+\frac{\partial}{\partial z}\widetilde{\mathbf{R}}_{zz}\frac{\partial}{\partial z}\Bigg\}\widetilde{\mathbf{Q}}_{v}
\end{aligned} \tag{2.30}$$

Il est important de souligner que l'équation (2.29) est une équation sur les termes conservatifs et non sur les variables caractéristiques de l'écoulement (pression, composante de vitesse, température). On définit alors la matrice de passage entre les variables $\widetilde{\mathbf{Q}}$ et $\widetilde{\mathbf{Q}}_{v}$, en écrivant:

$$\mathbf{P}=\frac{\partial \widetilde{\mathbf{Q}}}{\partial \widetilde{\mathbf{Q}}_{v}} \tag{2.31}$$

Un développement rapide donne l'écriture de cette matrice suivant:

$$\mathbf{P}=\begin{bmatrix}
\dfrac{\partial\overline{\rho}}{\partial p_{t}} & 0 & 0 & 0 & \dfrac{\partial\overline{\rho}}{\partial\tilde{T}}\\
\tilde{u}\dfrac{\partial\overline{\rho}}{\partial p_{t}} & \overline{\rho} & 0 & 0 & \tilde{u}\dfrac{\partial\overline{\rho}}{\partial\tilde{T}}\\
\tilde{v}\dfrac{\partial\overline{\rho}}{\partial p_{t}} & 0 & \overline{\rho} & 0 & \tilde{v}\dfrac{\partial\overline{\rho}}{\partial\tilde{T}}\\
\tilde{w}\dfrac{\partial\overline{\rho}}{\partial p_{t}} & 0 & 0 & \overline{\rho} & \tilde{w}\dfrac{\partial\overline{\rho}}{\partial\tilde{T}}\\
\tilde{H}\dfrac{\partial\overline{\rho}}{\partial p_{t}}+\overline{\rho}\dfrac{\partial\tilde{h}_{t}}{\partial p_{t}}-1 & \overline{\rho}\tilde{u} & \overline{\rho}\tilde{v} & \overline{\rho}\tilde{w} & \tilde{H}\dfrac{\partial\overline{\rho}}{\partial\tilde{T}}+\overline{\rho}\dfrac{\partial\tilde{h}_{t}}{\partial\tilde{T}}
\end{bmatrix} \tag{2.32}$$

Ensuite, il est également nécessaire d'introduire l'écriture des flux suivants les trois directions principales et leur variation en fonction de leur dépendance suivant $\widetilde{\mathbf{Q}}_v$:

$$\widetilde{\mathbf{A}}_v = \frac{\partial \widetilde{\mathbf{E}}}{\partial \widetilde{\mathbf{Q}}_v} \quad ; \quad \widetilde{\mathbf{B}}_v = \frac{\partial \widetilde{\mathbf{F}}}{\partial \widetilde{\mathbf{Q}}_v} \quad ; \quad \widetilde{\mathbf{C}}_v = \frac{\partial \widetilde{\mathbf{G}}}{\partial \widetilde{\mathbf{Q}}_v} \tag{2.33}$$

et

$$\widetilde{\mathbf{E}} = \begin{pmatrix} \overline{\rho}\tilde{u} \\ \overline{\rho}\tilde{u}\tilde{u} + p_t \\ \overline{\rho}\tilde{u}\tilde{v} \\ \overline{\rho}\tilde{u}\tilde{w} \\ \left(\overline{\rho}\tilde{E} + p_t\right)\tilde{u} \end{pmatrix} \quad ; \quad \widetilde{\mathbf{F}} = \begin{pmatrix} \overline{\rho}\tilde{v} \\ \overline{\rho}\tilde{u}\tilde{v} \\ \overline{\rho}\tilde{v}\tilde{v} + p_t \\ \overline{\rho}\tilde{w}\tilde{v} \\ \left(\overline{\rho}\tilde{E} + p_t\right)\tilde{v} \end{pmatrix} \quad ; \quad \widetilde{\mathbf{G}} = \begin{pmatrix} \overline{\rho}\tilde{w} \\ \overline{\rho}\tilde{u}\tilde{w} \\ \overline{\rho}\tilde{v}\tilde{w} \\ \overline{\rho}\tilde{w}\tilde{w} + p_t \\ \left(\overline{\rho}\tilde{E} + p_t\right)\tilde{w} \end{pmatrix} \tag{2.34}$$

On peut généraliser l'écriture par :

$$\widetilde{\mathbf{H}}_{vj} = \begin{bmatrix} \tilde{u}_j \dfrac{\partial \overline{\rho}}{\partial p_t} & \overline{\rho}\delta_{j1} & \overline{\rho}\delta_{j2} & \overline{\rho}\delta_{j3} & \tilde{u}_j \dfrac{\partial \overline{\rho}}{\partial \tilde{T}} \\ \delta_{j1} + \tilde{u}_j\tilde{u}_1 \dfrac{\partial \overline{\rho}}{\partial p_t} & \overline{\rho}\left(\tilde{u}_j + \tilde{u}_1\delta_{j1}\right) & \overline{\rho}\tilde{u}_1\delta_{j2} & \overline{\rho}\tilde{u}_1\delta_{j3} & \tilde{u}_j\tilde{u}_1 \dfrac{\partial \overline{\rho}}{\partial \tilde{T}} \\ \delta_{j2} + \tilde{u}_j\tilde{u}_2 \dfrac{\partial \overline{\rho}}{\partial p_t} & \overline{\rho}\tilde{u}_2\delta_{j1} & \overline{\rho}\left(\tilde{u}_j + \tilde{u}_2\delta_{j2}\right) & \overline{\rho}\tilde{u}_2\delta_{j3} & \tilde{u}_j\tilde{u}_2 \dfrac{\partial \overline{\rho}}{\partial \tilde{T}} \\ \delta_{j3} + \tilde{u}_j\tilde{u}_3 \dfrac{\partial \overline{\rho}}{\partial p_t} & \overline{\rho}\tilde{u}_3\delta_{j1} & \overline{\rho}\tilde{u}_3\delta_{j2} & \overline{\rho}\left(\tilde{u}_j + \tilde{u}_3\delta_{j3}\right) & \tilde{u}_j\tilde{u}_3 \dfrac{\partial \overline{\rho}}{\partial \tilde{T}} \\ \tilde{u}_j\left(\tilde{H}\dfrac{\partial \overline{\rho}}{\partial p_t} + \overline{\rho}\dfrac{\partial \tilde{h}_t}{\partial p_t}\right) & \overline{\rho}\left(\tilde{H}\delta_{j1} + \tilde{u}_1\tilde{u}_j\right) & \overline{\rho}\left(\tilde{H}\delta_{j2} + \tilde{u}_2\tilde{u}_j\right) & \overline{\rho}\left(\tilde{H}\delta_{j3} + \tilde{u}_3\tilde{u}_j\right) & \tilde{u}_j\left(\tilde{H}\dfrac{\partial \overline{\rho}}{\partial \tilde{T}} + \overline{\rho}\dfrac{\partial \tilde{h}_t}{\partial \tilde{T}}\right) \end{bmatrix} \tag{2.35}$$

avec $\widetilde{\mathbf{H}}_{vj}$ correspondant à la matrice des flux suivant la direction *j*.

2.2.1.2 Splitting flux

Décrivons le schéma de discrétisation. Par exemple, appliquons le schéma de « splitting flux » avec amortissement TVD dans la direction *x*, le flux convectif sur la surface *i*+1/2 s'écrit :

$$\widetilde{\mathbf{E}}^*_{i+1/2} = \frac{1}{2}\left(\widetilde{\mathbf{E}}^D_{i+1/2} + \widetilde{\mathbf{E}}^G_{i+1/2}\right) - \frac{1}{2}\left(\mathbf{\Gamma}\mathbf{M}^{\Gamma}_x \left|\mathbf{\Lambda}^{\Gamma}_x\right| \mathbf{M}^{\Gamma-1}_x\right)^{ROE}_{i+1/2}\left(\widetilde{\mathbf{Q}}^D_{v(i+1/2)} - \widetilde{\mathbf{Q}}^G_{v(i+1/2)}\right) \tag{2.36}$$

$$\widetilde{\mathbf{Q}}^D_{v(i+1/2)} = \widetilde{\mathbf{Q}}_{v(i+1)} - \mathbf{TVD}_{i+1}\left.\frac{\partial \widetilde{\mathbf{Q}}_v}{\partial x}\right|_{i+1}\frac{\Delta X_{i+1}}{2} \tag{2.37}$$

$$\widetilde{\mathbf{Q}}^G_{v(i+1/2)} = \widetilde{\mathbf{Q}}_{v(i)} + \mathbf{TVD}_i\left.\frac{\partial \widetilde{\mathbf{Q}}_v}{\partial x}\right|_{i}\frac{\Delta X_i}{2} \tag{2.38}$$

La matrice $\mathbf{M}_x^{\Gamma}$ correspond à la matrice de passage et $\mathbf{\Lambda}_x^{\Gamma}$ aux vecteurs propres associés de la matrice $\widetilde{\mathbf{H}}_{vj}$ adaptée à la direction *x*. Il est maintenant nécessaire d'expliciter plus en détail l'apport d'un schéma tel que celui de ROE [23] et surtout sa formulation. L'approximation de Riemman développé par ROE est basée sur la décomposition de la différence des flux tout en assurant la conservation des propriétés et l'approche de ROE est une extension de la décomposition linéaire aux équations non linéaires. La partie *TVD* est le limiteur consistant à modifier les incréments de l'équation précédente afin obtenir un schéma TVD :

$$TVD_i = f\left(\tilde{Q}_{v(i-1)}, \tilde{Q}_{v(i)}, \tilde{Q}_{v(i+1)}\right) \text{ et } TVD_{i+1} = f\left(\tilde{Q}_{v(i)}, \tilde{Q}_{v(i+1)}, \tilde{Q}_{v(i+2)}\right) \tag{2.39}$$

Dans notre travail, nous utilisons la fonction de type « minmod ».

$$\text{minmod}(a,b) = \begin{cases} a \text{ si } |a| \le |b| \text{ et } ab \ge 0 \\ \text{b si } |a| \ge |b| \text{ et } ab \ge 0 \\ 0 \text{ si } \qquad\qquad ab \le 0 \end{cases} \tag{2.40}$$

La conservation des propriétés de la décomposition d'une onde impose qu'elle s'écrit toujours sous la forme d'une différence d'un flux et une idée simple est donc de définir une matrice jacobienne A au point milieu (i+1/2) telle que:

$$f_{i+1} - f_i = A\left(\frac{U_i + U_{i+1}}{2}\right)\left(U_{i+1} - U_i\right) \equiv A_{i+1/2}\left(U_{i+1} - U_i\right) \tag{2.41}$$

Cependant, si les valeurs propres et les vecteurs propres de la matrice sont estimées comme une simple décomposition, l'égalité ne sera pas respectée. Les propriétés de la matrice A doivent donc suivre :

- soient les valeurs U_i et U_{i+1}, l'égalité doit être respectée:

  $$f_{i+1} - f_i = \overline{\overline{A}}\left(U_i, U_{i+1}\right)\left(U_{i+1} - U_i\right),$$

- pour $U_i = U_{i+1} = U$ alors $\overline{\overline{A}}\left(U,U\right) = A\left(U\right) \equiv \dfrac{\partial f}{\partial U}$,

- la matrice $\overline{\overline{A}}$ possède des valeurs propres réelles avec des vecteurs propres linéaires.

Le respect de l'ensemble de ces critères donne une définition des variables **au sens de ROE**. Dans notre cas, et après calculs, il vient que:

$$\overline{Z}_1 = \frac{\sqrt{\overline{\rho}^G_{i+1/2}} + \sqrt{\overline{\rho}^D_{i+1/2}}}{2}$$

$$\overline{Z}_2 = \frac{\sqrt{\overline{\rho}^G_{i+1/2}}\tilde{u}^G_{i+1/2} + \sqrt{\overline{\rho}^D_{i+1/2}}\tilde{u}^D_{i+1/2}}{2}$$

$$\overline{Z}_3 = \frac{\sqrt{\overline{\rho}^G_{i+1/2}}\tilde{v}^G_{i+1/2} + \sqrt{\overline{\rho}^D_{i+1/2}}\tilde{v}^D_{i+1/2}}{2} \qquad (2.42)$$

$$\overline{Z}_4 = \frac{\sqrt{\overline{\rho}^G_{i+1/2}}\tilde{w}^G_{i+1/2} + \sqrt{\overline{\rho}^D_{i+1/2}}\tilde{w}^D_{i+1/2}}{2}$$

$$\overline{Z}_5 = \frac{\sqrt{\overline{\rho}^G_{i+1/2}}\tilde{H}^G_{i+1/2} + \sqrt{\overline{\rho}^D_{i+1/2}}\tilde{H}^D_{i+1/2}}{2}$$

Donc, on peut déduire les variables au sens de ROE :

$$\overline{\rho}^{ROE}_{i+1/2} = \overline{Z}_1^2 = \left(\frac{\sqrt{\overline{\rho}^G_{i+1/2}} + \sqrt{\overline{\rho}^D_{i+1/2}}}{2} \right)^2$$

$$\tilde{u}^{ROE}_{i+1/2} = \frac{\overline{Z}_2}{\overline{Z}_1} = \frac{\sqrt{\overline{\rho}^G_{i+1/2}}\tilde{u}^G_{i+1/2} + \sqrt{\overline{\rho}^D_{i+1/2}}\tilde{u}^D_{i+1/2}}{\sqrt{\overline{\rho}^G_{i+1/2}} + \sqrt{\overline{\rho}^D_{i+1/2}}}$$

$$\tilde{v}^{ROE}_{i+1/2} = \frac{\overline{Z}_3}{\overline{Z}_1} = \frac{\sqrt{\overline{\rho}^G_{i+1/2}}\tilde{v}^G_{i+1/2} + \sqrt{\overline{\rho}^D_{i+1/2}}\tilde{v}^D_{i+1/2}}{\sqrt{\overline{\rho}^G_{i+1/2}} + \sqrt{\overline{\rho}^D_{i+1/2}}} \qquad (2.43)$$

$$\tilde{w}^{ROE}_{i+1/2} = \frac{\overline{Z}_4}{\overline{Z}_1} = \frac{\sqrt{\overline{\rho}^G_{i+1/2}}\tilde{w}^G_{i+1/2} + \sqrt{\overline{\rho}^D_{i+1/2}}\tilde{w}^D_{i+1/2}}{\sqrt{\overline{\rho}^G_{i+1/2}} + \sqrt{\overline{\rho}^D_{i+1/2}}}$$

$$\tilde{H}^{ROE}_{i+1/2} = \frac{\overline{Z}_5}{\overline{Z}_1} = \frac{\sqrt{\overline{\rho}^G_{i+1/2}}\tilde{H}^G_{i+1/2} + \sqrt{\overline{\rho}^D_{i+1/2}}\tilde{H}^D_{i+1/2}}{\sqrt{\overline{\rho}^G_{i+1/2}} + \sqrt{\overline{\rho}^D_{i+1/2}}}$$

2.2.2 Discrétisation des flux diffusifs

Afin d'évaluer les flux visqueux à travers une face, il est nécessaire de déterminer le gradient des variables primaires sur la face considérée. Ces gradients pour une variable Q sont évalués par:

$$\frac{\partial \widetilde{Q}}{\partial x}_{i+1/2} \simeq \frac{1}{\Omega_{ijk}} \iiint_{\Omega} \frac{Q}{x} d\Omega = \frac{1}{\Omega_{ijk}} \iint_{S} Q n dS = \frac{Q_{i+1} - Q_i}{\Delta x} \qquad (2.44)$$

2.2.3 Résolution temporelle

Tous les développements sont disponibles pour des schémas temporels d'Euler d'ordre 1. Le pas de temps pour chaque itération est la valeur minimale du pas de temps pour tous les éléments, déterminé à partir de la condition de CFL appliquée à chaque élément *i* suivant :

$$\Delta t = \min \frac{CFL}{\left[\sum_{i=1}^{3} \frac{|u_i + c|}{\Delta x_i} + 2 \frac{\mu + \mu_T}{\rho} \sum_{i=1}^{3} \frac{1}{\Delta x_i^2} \right]} \tag{2.45}$$

Ce schéma doit satisfaire une condition de $CFL \leq 1$.

2.3 TRAITEMENT DES CONDITIONS AUX LIMITES

Le traitement des conditions limites est un des points les plus sensibles des simulations numériques, surtout lors de l'utilisation de solveurs compressibles. En effet, ces dernieres sont sensibles et les résultats peuvent être fortement altérés par des réflexions intempestives intervenant au niveau des conditions aux frontières ouvertes. Les valeurs aux limites sont bien entendu directement dépendantes des valeurs présentes au sein du domaine de calcul ainsi que des propriétés imposées par la condition elle-même. Les conditions aux frontières doivent donc prendre en compte les modifications physiques correctes sans injecter des ondes ou du bruit pouvant fortement altérer le comportement du solveur et des résultats ainsi obtenus.

Plusieurs approches de traitement des conditions aux limites ont été proposées dans la littérature et nous avons plus particulièrement retenu les travaux réalisés par Lobato et al. [24]. Les traitements les plus connus sont ceux appliqués aux équations de Navier-Stokes introduits par Poinsot et Lele [25] qui ont proposé une approche systématique pour prendre en compte les termes visqueux. Ce traitement est connu sous le nom générique de NSCBC pour « Navier-Stokes Characteristic Boundary Conditions » et il a été utilisé et étendu aux trois dimensions ; en effet, la technique NSCBC s'appliquait initialement aux traitements des termes normaux à la condition de sortie.

Par la suite, nous allons évoquer le traitement des différentes conditions aux limites en fonction de sa nature, i.e. que ce soit les conditions d'entrée et de sortie, subsoniques ou non, ou encore le traitement des parois et des conditions de symétrie.

2.3.1 Conditions d'entrée

Comme nous l'avons indiqué, la forme vectorielle du système d'équations à prendre en compte s'écrit suivant :

$$\frac{\partial \widetilde{\mathbf{Q}}}{\partial t}+\frac{\partial \widetilde{\mathbf{E}}}{\partial x}+\frac{\partial \widetilde{\mathbf{F}}}{\partial y}+\frac{\partial \widetilde{\mathbf{G}}}{\partial z}=L\left(\widetilde{\mathbf{Q}}_{\mathrm{v}}\right)+\widetilde{\mathbf{H}} \tag{2.46}$$

avec le vecteur $\widetilde{\mathbf{Q}}$ des grandeurs conservatives et les variables $\widetilde{\mathbf{Q}}_v$ principales. En écrivant la matrice de transformation entre les deux vecteurs, on peut aisément écrire le système sous la forme :

$$\begin{aligned}
&\frac{\partial \widetilde{\mathbf{Q}}_v}{\partial t}+\mathbf{\Gamma}^{-1}\frac{\partial \widetilde{\mathbf{E}}}{\partial x}+\mathbf{\Gamma}^{-1}\frac{\partial \widetilde{\mathbf{F}}}{\partial y}+\mathbf{\Gamma}^{-1}\frac{\partial \widetilde{\mathbf{G}}}{\partial z}=\mathbf{\Gamma}^{-1}L\left(\widetilde{\mathbf{Q}}_v\right)+\mathbf{\Gamma}^{-1}\widetilde{\mathbf{H}}\\
&\frac{\partial \widetilde{\mathbf{Q}}_v}{\partial t}+\mathbf{\Gamma}^{-1}\widetilde{\mathbf{A}}_v\frac{\partial \widetilde{\mathbf{Q}}_v}{\partial x}+\mathbf{\Gamma}^{-1}\widetilde{\mathbf{B}}_v\frac{\partial \widetilde{\mathbf{Q}}_v}{\partial y}+\mathbf{\Gamma}^{-1}\widetilde{\mathbf{C}}_v\frac{\partial \widetilde{\mathbf{Q}}_v}{\partial z}=\mathbf{\Gamma}^{-1}L\left(\widetilde{\mathbf{Q}}_v\right)+\mathbf{\Gamma}^{-1}\widetilde{\mathbf{H}}\\
&\frac{\partial \widetilde{\mathbf{Q}}_v}{\partial t}+\mathbf{M}_x^{\Gamma}\mathbf{\Lambda}_x^{\Gamma}\mathbf{M}_x^{\Gamma-1}\frac{\partial \widetilde{\mathbf{Q}}_v}{\partial x}+\mathbf{M}_y^{\Gamma}\mathbf{\Lambda}_y^{\Gamma}\mathbf{M}_y^{\Gamma-1}\frac{\partial \widetilde{\mathbf{Q}}_v}{\partial y}+\mathbf{M}_z^{\Gamma}\mathbf{\Lambda}_z^{\Gamma}\mathbf{M}_z^{\Gamma-1}\frac{\partial \widetilde{\mathbf{Q}}_v}{\partial z}=\mathbf{\Gamma}^{-1}L\left(\widetilde{\mathbf{Q}}_v\right)+\mathbf{\Gamma}^{-1}\widetilde{\mathbf{H}}
\end{aligned} \tag{2.47}$$

En déterminant les valeurs propres des différentes matrices suivant la direction du repère, on a :

$$\lambda'_{1,2,3}=\tilde{u}\ ,\ \lambda'_4=u_1-c\ ,\ \lambda'_5=u_1+c \tag{2.48}$$

L'idée principale du traitement des conditions aux limites est d'écrire des équations pour les inconnues à la frontière en séparant les informations se propageant dans la direction normale de la frontière considérée et dans les directions transversales. On introduit les amplitudes des ondes caractéristiques, l'opérateur $\mathcal{L}_i$ correspondant :

$$\mathcal{L}_x=\mathbf{\Lambda}_x^{\Gamma}\mathbf{M}_x^{\Gamma-1}\frac{\partial \widetilde{\mathbf{Q}}_v}{\partial x} \tag{2.49}$$

En fonction des valeurs propres, les ondes de sortie (provenant du domaine de calcul) seront déterminées par voie décentrée en prenant en compte les valeurs dans le domaine, tandis que les ondes entrant dans le domaine doivent être déterminées par calcul. Cette méthode ne prend en compte, au niveau de la frontière, que les termes de convection et de gradient de pression sur les plans des frontières. Lors d'une entrée subsonique, on a alors:

$$\begin{aligned}
&\lambda'_{1,2,3,5}>0\\
&\lambda'_4<0
\end{aligned} \tag{2.50}$$

Ainsi, nous allons modéliser les ondes caractéristiques 1,2,3,5 tandis qu'une équation pour la 4ème va devoir être résolue. On a donc:

$$\mathcal{L}_{x1} = \lambda_{x1}^{\Gamma}\left(\frac{\partial p_t}{\partial x} - \overline{\rho} C_P \frac{\partial \tilde{T}}{\partial x}\right) = \eta_1 \rho c R \frac{T - T_0}{L_x}$$

$$\mathcal{L}_{x2} = \lambda_{x2}^{\Gamma}\overline{\rho}\frac{\partial \tilde{v}}{\partial x} = \eta_2 \rho c \frac{\tilde{v} - \tilde{v}_0}{L_x}$$

$$\mathcal{L}_{x3} = \lambda_{x3}^{\Gamma}\overline{\rho}\frac{\partial \tilde{w}}{\partial x} = \eta_3 \rho c \frac{\tilde{w} - \tilde{w}_0}{L_x} \tag{2.51}$$

$$\mathcal{L}_{x4} = \lambda_{x4}^{\Gamma}\left(\frac{\partial p_t}{\partial x} + \overline{\rho}\left(\lambda_4' - \varepsilon' \tilde{u}\right)\frac{\partial \tilde{u}}{\partial x}\right)$$

$$\mathcal{L}_{x5} = \lambda_{x5}^{\Gamma}\left(\frac{\partial p_t}{\partial x} + \overline{\rho}\left(\lambda_5' - \varepsilon' \tilde{u}\right)\frac{\partial \tilde{u}}{\partial x}\right) = \eta_5 \rho c^2 \left(1 - M^2\right)\frac{\tilde{u} - \tilde{u}_0}{L_x}\frac{V_r^2}{\tilde{u}\left(1 + \varepsilon'\right)}$$

avec $\eta_1, ..., \eta_5$ les paramètres de relaxation (η_1 et η_4 sont négatif). Lors d'une entrée supersonique, toutes les valeurs propres sont positives i.e. les 5 ondes caractéristiques $\mathcal{L}_x$ sont à modéliser:

$$\mathcal{L}_{x1} = \lambda_{x1}^{\Gamma}\left(\frac{\partial p_t}{\partial x} - \overline{\rho} C_P \frac{\partial \tilde{T}}{\partial x}\right) = \eta_1 \rho c R \frac{T - T_0}{L_x}$$

$$\mathcal{L}_{x2} = \lambda_{x2}^{\Gamma}\overline{\rho}\frac{\partial \tilde{v}}{\partial x} = \eta_2 \rho c \frac{\tilde{v} - \tilde{v}_0}{L_x}$$

$$\mathcal{L}_{x3} = \lambda_{x3}^{\Gamma}\overline{\rho}\frac{\partial \tilde{w}}{\partial x} = \eta_3 \rho c \frac{\tilde{w} - \tilde{w}_0}{L_x} \tag{2.52}$$

$$\mathcal{L}_{x4} = \lambda_{x4}^{\Gamma}\left(\frac{\partial p_t}{\partial x} + \overline{\rho}\left(\lambda_4' - \varepsilon' \tilde{u}\right)\frac{\partial \tilde{u}}{\partial x}\right) = \eta_4 \rho c^2 \left(1 - M^2\right)\frac{\tilde{u} - \tilde{u}_0}{L_x}\frac{V_r^2}{\tilde{u}\left(1 + \varepsilon'\right)}$$

$$\mathcal{L}_{x5} = \lambda_{x5}^{\Gamma}\left(\frac{\partial p_t}{\partial x} + \overline{\rho}\left(\lambda_5' - \varepsilon' \tilde{u}\right)\frac{\partial \tilde{u}}{\partial x}\right) = \eta_5 \rho c^2 \left(1 - M^2\right)\frac{\tilde{u} - \tilde{u}_0}{L_x}\frac{V_r^2}{\tilde{u}\left(1 + \varepsilon'\right)}$$

Après l'obtention des différents $\boldsymbol{\mathcal{L}}_i$, on résout les équations pour obtenir les résolutions en temps :

$$\frac{\partial \widetilde{\mathbf{Q}}_v}{\partial t} + \mathbf{M}_x^{\Gamma}\boldsymbol{\mathcal{L}}_x + \boldsymbol{\mathcal{T}}_{yz} = \boldsymbol{\Gamma}^{-1} L\left(\widetilde{\mathbf{Q}}_v\right) + \boldsymbol{\Gamma}^{-1}\widetilde{\mathbf{H}} \tag{2.53}$$

2.3.2 Sortie fluide

Qu'il s'agisse d'une entrée fluide ou d'une sortie, le concept est similaire et dépend du signe des valeurs propres. Donc, on peut écrire:

a) sortie subsonique:

$$\begin{matrix}\lambda'_{1,2,3,5} > 0 \\ \lambda'_4 < 0\end{matrix} \Longrightarrow \text{on doit modéliser } \mathcal{L}_{x4} \tag{2.54}$$

$$\mathcal{L}_{x1} = \lambda_{x1}^{\Gamma}\left(\frac{\partial p_t}{\partial x} - \overline{\rho} C_P \frac{\partial \tilde{T}}{\partial x}\right)$$

$$\mathcal{L}_{x2} = \lambda_{x2}^{\Gamma}\overline{\rho}\frac{\partial \tilde{v}}{\partial x}$$

$$\mathcal{L}_{x3} = \lambda_{x3}^{\Gamma}\overline{\rho}\frac{\partial \tilde{w}}{\partial x} \tag{2.55}$$

$$\mathcal{L}_{x4} = \sigma\frac{c\left(1-M^2\right)}{L_x}\left(\overline{p} - p_\infty\right)\frac{V_r^2}{\tilde{u}\left(1+\varepsilon'\right)} + \left(\beta - 1\right)\mathbf{M}_x^{\Gamma-1}\boldsymbol{\mathcal{T}}_{yz}^{(4)}$$

$$\mathcal{L}_{x5} = \lambda_{x5}^{\Gamma}\left(\frac{\partial p_t}{\partial x} + \overline{\rho}\left(\lambda'_5 - \varepsilon'\tilde{u}\right)\frac{\partial \tilde{u}}{\partial x}\right)$$

b) sortie supersonique:

Toutes les valeurs propres $\lambda'_i > 0$ donc chaque $\mathcal{L}_{xi}$ est calculé suivant la forme générale:

$$\mathcal{L}_{x1} = \lambda_{x1}^{\Gamma}\left(\frac{\partial p_t}{\partial x} - \overline{\rho} C_P \frac{\partial \tilde{T}}{\partial x}\right)$$

$$\mathcal{L}_{x2} = \lambda_{x2}^{\Gamma}\overline{\rho}\frac{\partial \tilde{v}}{\partial x}$$

$$\mathcal{L}_{x3} = \lambda_{x3}^{\Gamma}\overline{\rho}\frac{\partial \tilde{w}}{\partial x} \tag{2.56}$$

$$\mathcal{L}_{x4} = \lambda_{x4}^{\Gamma}\left(\frac{\partial p_t}{\partial x} + \overline{\rho}\left(\lambda'_4 - \varepsilon'\tilde{u}\right)\frac{\partial \tilde{u}}{\partial x}\right)$$

$$\mathcal{L}_{x5} = \lambda_{x5}^{\Gamma}\left(\frac{\partial p_t}{\partial x} + \overline{\rho}\left(\lambda'_5 - \varepsilon'\tilde{u}\right)\frac{\partial \tilde{u}}{\partial x}\right)$$

2.3.3 Autres conditions aux limites

2.3.3.1 Condition de symétrie

La prise en compte de conditions de symétrie est relativement simple et aisée à mettre en place. Le principe est en effet direct. Supposons qu'un plan de symétrie *xy* soit imposé (Cf. figure ci-après), alors la composante de la vitesse normale à la paroi (composante *z* dans l'exemple) est nulle, c'est à dire que le fluide n'a aucune possibilité de « franchir » le plan de symétrie, un gradient nul étant imposé sur l'ensemble des autres composantes.

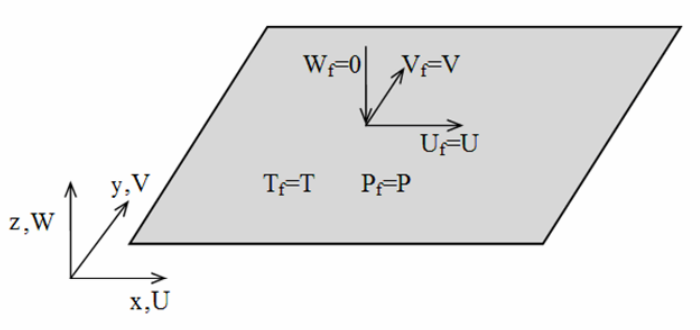


Figure 2.1 : Condition de symétrie

2.3.3.2 Paroi

Les conditions de type « paroi » imposent des conditions d'adhérence et sont bien entendu usuellement utilisées en simulation numérique. Il existe cependant plusieurs types de condition de paroi - à température constante ou à flux constant. Dans tous les cas, les composantes de vitesse sont imposées à une valeur nulle tandis que le gradient de pression est également imposé à zéro. Concernant les termes de la température, on a :

- *température constante*

  Sur toute la paroi, la valeur de la température est fixée à une consigne.

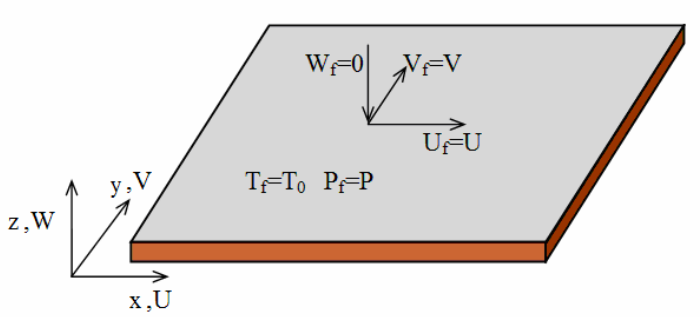


Figure 2.2 : Conditions aux limites dans le cas « paroi à température constante »

- *flux constant*

  Dans ce cas, ce n'est plus la valeur de la température mais son gradient qui est imposé :

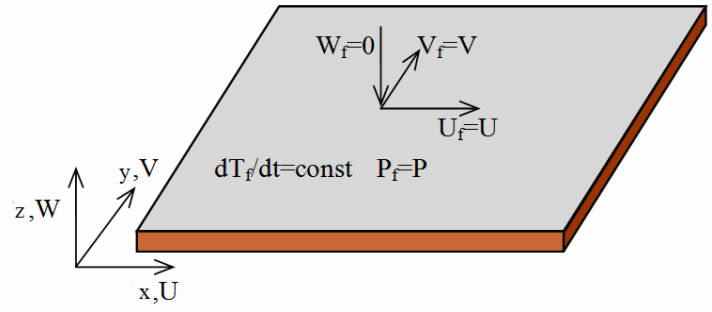


Figure 2.3 : Conditions aux limites dans le cas « paroi à flux constant »

- *adiabatique*

La condition paroi adiabatique est une « vue de l'esprit » de la part des numériciens, cette dernière étant irréalisable en pratique. Cependant, elle est une condition régulièrement utilisée et peut être fixée à partir de la condition de flux, en imposant simplement un flux nul, i.e. aucun échange de chaleur entre le domaine fluide et la paroi n'est considérée.

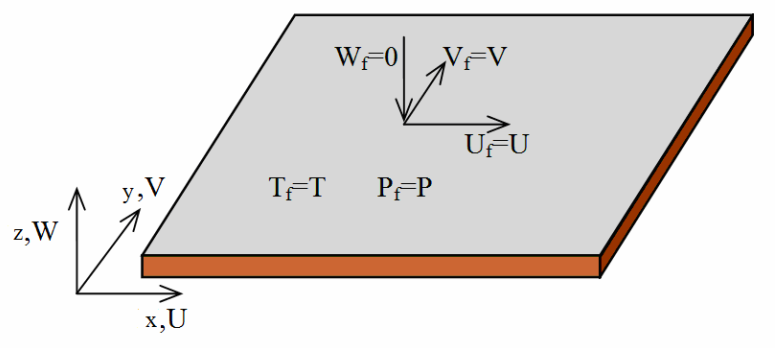


Figure 2.4 : Conditions aux limites dans le cas « paroi adiabatique »

2.4 MAILLAGE ADAPTATIF

Le but de notre étude est de résoudre des problèmes de couplage complexe entre l'écoulement, la mécanique du vol et/ou des mécanismes d'ablation. La caractéristique principale de tels couplages est le changement de l'interface fluide/solide en raison du mouvement de l'objet et/ou de la déformation de la surface du solide. En conséquence, nous recherchons un type de maillage offrant les critères suivants :

1) génération d'un maillage automatique,
2) adaptation automatique à un changement de la surface ou des caractéristiques de l'écoulement,
3) structure des données simple.

L'utilisation d'un maillage localement raffiné, parfois appelé raffinement adaptatif de maillage (RAM) a été examiné [26, 27, 28, 29] et une arborescence hiérarchique est utilisée pour enregistrer la connectivité des éléments du maillage à différents niveaux de raffinement [26, 30]. Par exemple, la structure octree a été utilisée efficacement avec un raffinement isotrope. Plusieurs études antérieures [27, 31] ont utilisé l'approche totalement non structurées qui gère les éléments avec des noeuds accrochés comme des polyèdres. Bien que l'approche

non structurée utilise plus de mémoire que la structure en arborescence, elle offre l'avantage de permettre l'anisotropie directionnelle du raffinement. Une autre approche appelée semi-structurée a été présentée par Iaccarino et al. [29], qui utilise un maillage sous-jacent structuré pour construire des informations de connectivité pour des raffinements non-isotropes. Cette approche a été utilisée efficacement en association avec la méthode des frontières immergées par Tullio et al. [16] pour résoudre l'écoulement compressible autour d'un cylindre et d'un profil d'aile NACA. Un inconvénient majeur de cette approche est que la taille du maillage sous-jacent devient énorme dans les cas où la différence de la taille du domaine de calcul et la taille de la cellule la plus petite est conséquente.

L'approche maillage « body-fitted » non structurée semble avoir pris de l'ampleur au sein de la communauté pour la capture des chocs car elle permet d'accéder de manière très efficace à la simulation d'écoulements autour de corps géométriquement complexes. Toutefois, comme indiqué dans [27], la tendance à utiliser des maillages non structurés devrait être contrebalancée par des considérations diverses. L'inconvénient majeur de ce type de maillage est que le processus de génération de maillage n'est pas complètement automatique et peut nécessiter une intervention humaine pour générer des maillages à des degrés acceptables de résolution locale, tout en ayant en même temps un minimum de distorsions d'éléments.

Les méthodes cartésiennes fournissent une alternative à l'approche non structurée. Sur le plan conceptuel, l'approche des frontières immergées est assez simple: le corps solide occupe une zone et les mailles intersectées reçoivent une attention particulière lors de l'intégration numérique. Il est généralement admis que l'obstacle majeur rencontré par ces méthodes réside dans la formulation d'une stratégie générale pour le traitement des cellules coupées qui peuvent faire face à de véritables géométries complexes. Les petites cellules coupées conduisent souvent à des pertes de précision et/ou de strictes restrictions du pas de temps [32], mais ces résultats obtenus sont acceptables.

Dans notre étude, le maillage cartésien est utilisé en association avec la structure d'arborescence hiérarchisée. Cette association est facile à implanter et offre un méthode plus dynamique que les autres structures lors du changement de maillage pour suivre le mouvement de l'objet ou capter les différentes contraintes par exemple. D'un point de vue pratique, il peut s'adapter à tous nos besoins pour traiter des couplages complexes.

2.4.1 Maillage Octree

La structure de données hiérarchisée, couplée à l'algorithme récursif, est une méthode générale largement utilisée dans l'informatique moderne, par exemple l'infographie, la conception assistée par ordinateur, la robotique, la vision assistée par ordinateur, la cartographie... La structure de données hiérarchiques permet une description élégante d'un modèle compliqué. L'algorithme récursif offre effectivement une technique puissante pour suivre la résolution d'un élément lorsque ce dernier est divisé ou au contraire assemblé à un autre élément. L'algorithme récursif s'adapte donc bien à l'architecture informatique et à la technologie des compilateurs modernes où le stockage de la mémoire basée sur une pile est utilisé pour la mise en œuvre des appels fonction/procédure.

Nous considérons donc un type traditionnel de structure arborescente hiérarchisée pour les simulations tri-dimensionnelles denommé **octree**. Un octree est une structure de données de type arbre le plus souvent utilisé pour partitionner un espace tridimensionnel en le subdivisant récursivement en huit octants (Figure 2.5). L'octant top, aussi appelé racine, ferme la région. Chaque octant correspond à un nœud de l'octree et peut être divisé à huit sous-octants qui sont dénommés *Bottom-South-West* (BSW), *Bottom-South-Est* (BSE) , *Bottom-North-West* (BNW), *Bottom-North-Est* (BNE), *Top-South-West* (TSW), *Top-South-Est* (TSE) , *Top-North-West* (TNW), *Top-North-Est* (TNE) (Figure 2.6). Grâce à la structure de type arbre hiérarchisé, chaque octant peut être indiqué de manière relative. Par exemple, comme indiqué Figure 2.7, le chemin d'accès complet pour l'octant $\{p_1, p_2, p_3, p_4, p_5, p_6, p_7, p_8\}$ est *TSE/TSW*.

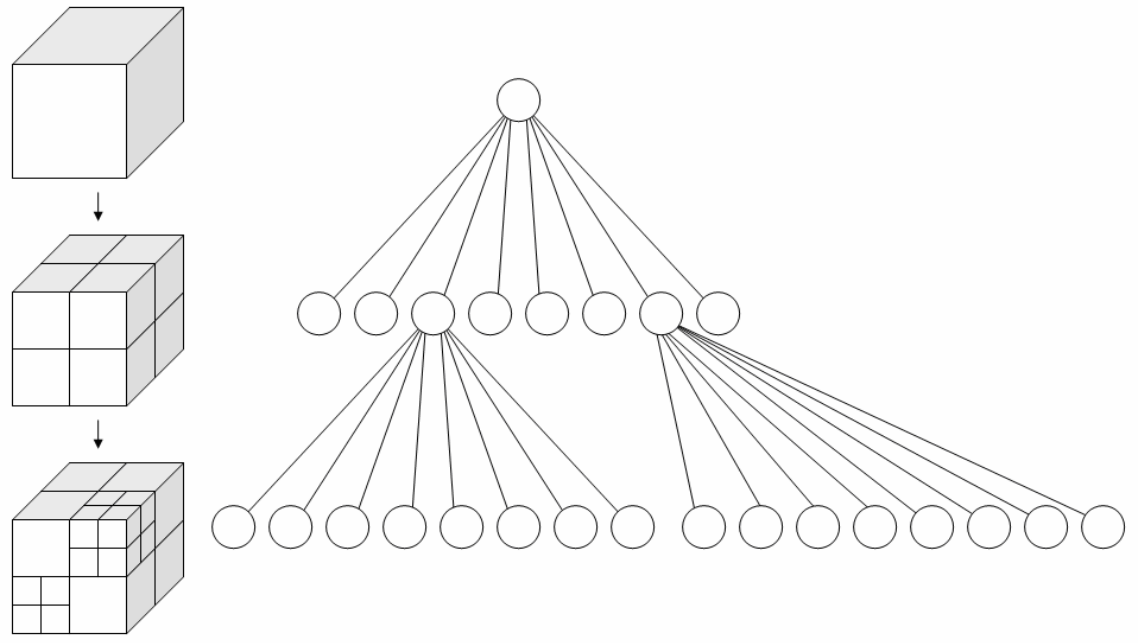


Figure 2.5 : Structure octree

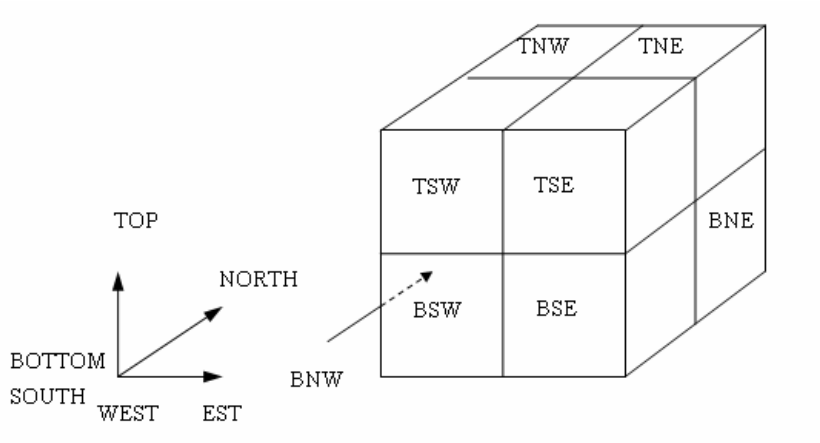


Figure 2.6 : Adresses locales pour les sous-octants

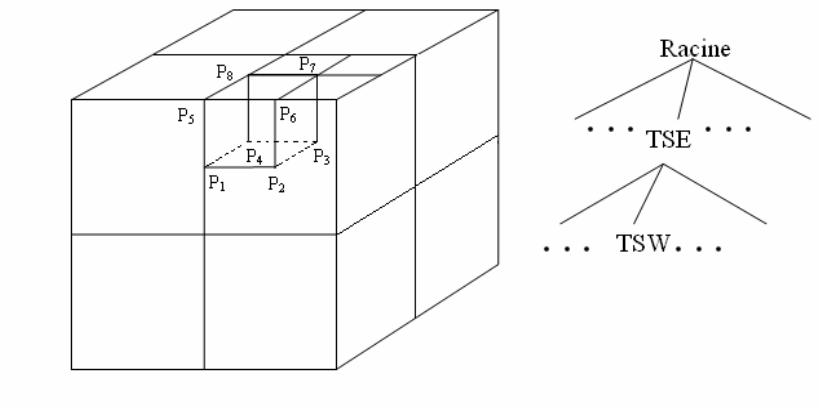


Figure 2.7 : Illustration du chemin d'accès d'un octant

Un octant correspond à une feuille s'il n'a pas de sous-octants ; sinon, il correspond à un nœud intermédiaire. Le niveau d'octant est défini par la longueur du chemin entre lui et la racine de l'octree. Usuellement, la racine correspond au niveau 0. Dans notre code, chaque octant est représenté par un pointeur contenant toutes les informations d'octant : coordonnées, variables dynamiques, octant mère, sous-octants, voisins, niveau actuel, niveau seuil visé…

En commençant par un maillage initial composé de mailles de taille égale couvrant l'ensemble du domaine de calcul, l'adaptation est réalisée par la division des mailles jusqu'à un niveau seuil respectant les critères de raffinement (Figure 2.8). Chaque cellule de ce maillage initial est une racine d'un arbre indépendant, donc ce maillage est désigné « une forêt ». Le maillage initial est stocké dans un tableau indexé pour faciliter l'accès à cette forêt.

Il est facile de réaliser le raffinement du maillage local à tout moment pendant un calcul. Dans les régions exigeant l'augmentation de la résolution spatiale, par exemple autour d'objet où au voisinage d'une onde de choc, un bloc parent est divisé en huit enfants. Inversement, dans les régions qui nécessitent moins de résolution, le processus de raffinement

est inversé et huit enfants s'unissent dans un bloc parent. De cette façon, la résolution de la cellule est réduite par un facteur deux.

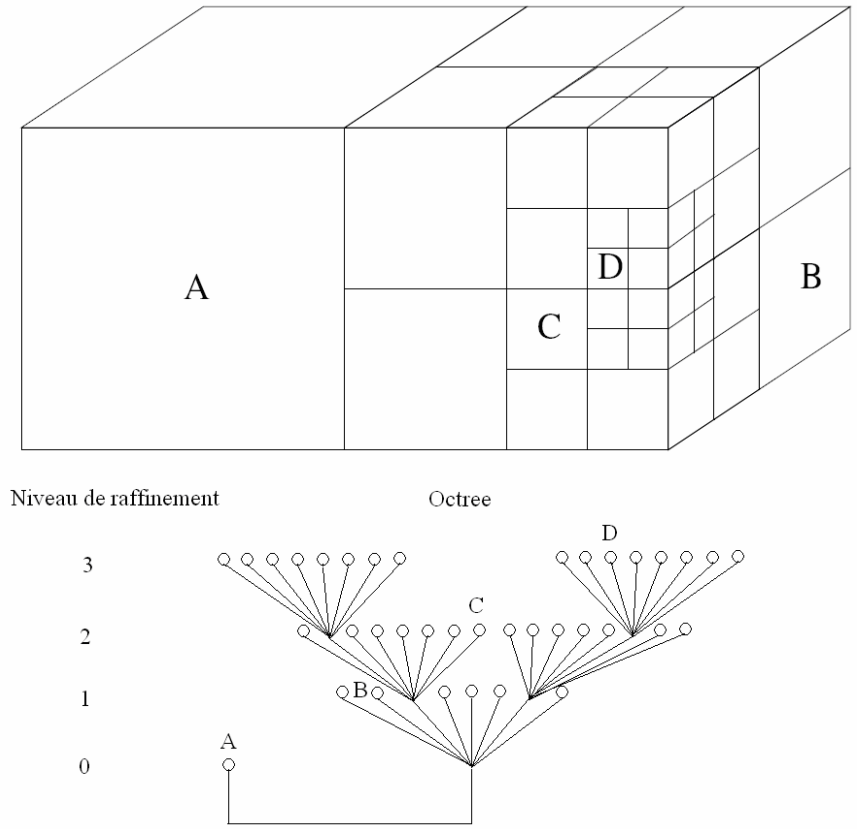


Figure 2.8 : Solution bloc d'un maillage offrant trois niveaux de raffinement provenant de deux blocs initiaux et octree multi-racine hiérarchique associé

Un inconvénient évident de la méthode adaptative octree est son incapacité à soutenir l'adaptation maillage directionnelle nécessaire pour résoudre la couche limite le long des parois. L'adaptation du maillage isotrope dans une couche limite n'est pas seulement inefficace mais elle est également inaccessible.

2.4.2 Maillage 2^ntree

Alors que la structure en octree est souvent appliquée, son principal inconvénient réside dans le fait qu'elle ne peut pas offrir une quelconque non-isotropie de maillage. Pour éviter cet inconvénient majeur, Wang et al. [33] ont amélioré l'octree en proposant la génération de maillages non-isotropes, dénommé 2^ntree. L'utilisation de la structure de données 2^ntree permet aux cellules d'offrir des variations de taille de maillage. Cette propriété peut se traduire par des gains d'efficacité considérables lorsque des adaptations du maillage anisotrope sont utilisées

pour résoudre les caractéristiques de l'écoulement. Par exemple, Wang et al. [33] ont fait une comparaison entre un maillage 2^ntree et un maillage octree sur une géométrie représentative de l'avion F-16 avec un critère de raffinement maximum fixé à 5 pour le cas 2^ntree. L'économie du nombre de cellules avec le 2^ntree par rapport l'octree est supérieure à un facteur 6. À noter que là où la surface de la géométrie est approximativement alignée avec l'un des axes des coordonnées, les cellules non-isotropes avec un rapport d'aspect plus élevé sont générées automatiquement par le 2^ntree. Même si la surface de la géométrie n'est pas exactement alignée avec une direction de coordonnées, des structures non-isotropes des cellules peuvent encore être utilisées pour réduire le nombre total de cellules. Sur une géométrie d'aile M6 développée par l'ONERA, Wang et al. [34] ont obtenu un maillage 2^ntree 3 fois plus petit que le maillage octree ; le maillage 2^ntree est donc beaucoup plus efficace dans la capture des caractéristiques de l'écoulement que la structure de données en octree.

La structure en 2^ntree assure un developpement binaire, quatree et octree et permet donc un maillage adaptatif cartésien pour un raffinement du maillage non-isotrope. Le 2^ntree est une structure hiérarchisée dans laquelle chaque nœud de l'arbre peut générer des nœuds de 2, 4 ou 8. Toutes les subdivisions possibles des cellules cartésiennes prises en charge par l'arbre 2^ntree sont illustrées Figure 2.9. Notons que la cellule cartésienne peut être sous-divisée de manière arbitraire. Pour permettre d'assurer le cheminement inverse i.e le deraffinement, chaque nœud maintient également l'adresse de son nœud parent. Par conséquent, les deux sens de traversée de l'arborescence peuvent être effectués de manière très efficace.

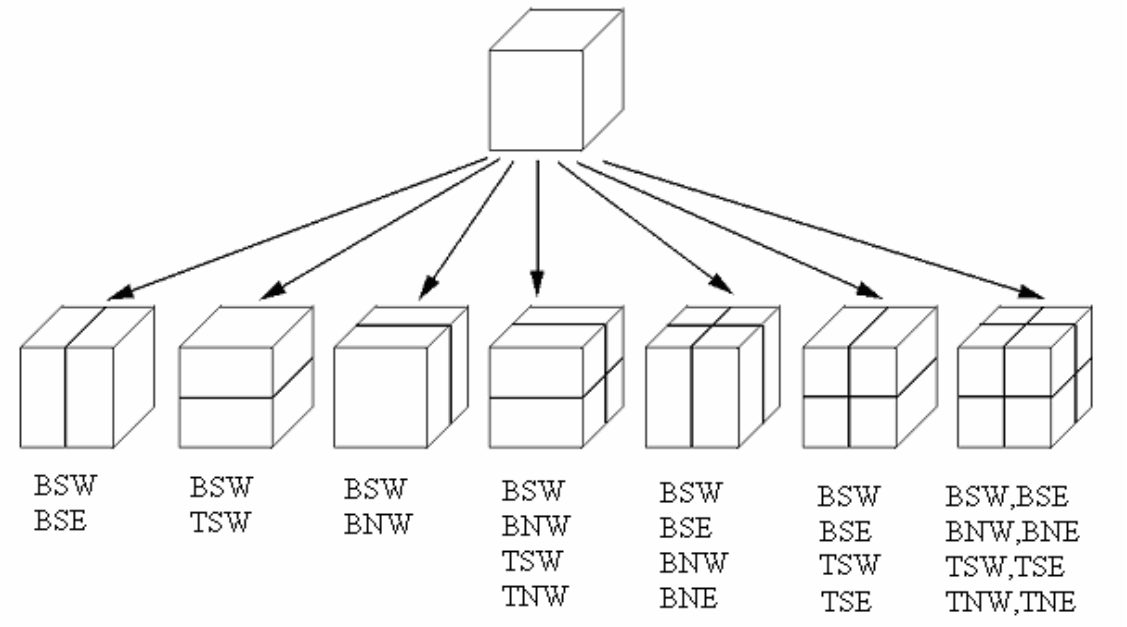


Figure 2.9 : Subdivisions cartésienne pris en charge par la structure de données 2ntree

Habituellement, un maillage adaptatif cartésien est généré en récursivement subdivisant une cellule racine unique. Dans cette étude, le maillage cartésien est lancé à partir d'une forêt de cellules racines, afin d'ajouter plus de flexibilité dans le contrôle de la taille du domaine de calcul et des rapports d'aspect des cellules cartésiennes. L'ensemble des racines de la forêt doit ainsi couvrir le domaine de calcul, la géométrie de surface étant contenue dans les cellules des racines cartésiennes.

Par souci de précision de la solution, il est très important de s'assurer que le maillage cartésien soit lisse. Dans la présente étude, la taille de deux cellules voisines dans toutes les directions ne peut pas varier d'un facteur supérieur à 2. L'utilisation de la structure de données de 2^ntree rend possible l'introduction de facteur d'aspect plus élevé. Cette propriété peut se traduire en gain d'efficacité considérable lorsque des adaptations de maillage anisotrope sont utilisées pour résoudre des caractéristiques d'un écoulement.

Un parcours de la structure multi-arbre pour récursivement visiter les parents et les enfants des différents éléments du maillage peut être utilisé pour déterminer la connectivité entre les mailles. Toutefois, afin de réduire les coûts associés à l'accès aux informations à partir de mailles adjacentes, les voisins de chaque bloc sont calculés et stockés directement en fournissant des interconnexions entre les cellules dans la structure hiérarchisée voisins dans l'espace physique. En raison de la limite du rapport de taille entre 2 voisins, nous avons également une limite de 4 voisins sur chaque face de cellule.

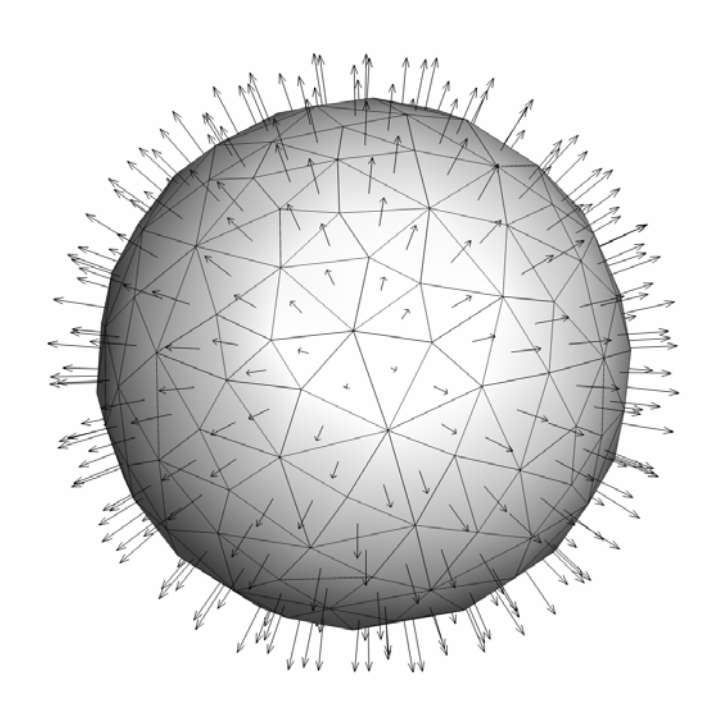


Figure 2.10 : Maillage triangle de la surface de l'objet

En particulier, les décisions quand au moment d'affiner ou assembler les cellules sont effectuées à partir de deux types de critère. Le premier critère est basé sur l'aspect géométrique de l'objet. Dans notre méthode, la surface de l'objet est composée par les éléments triangles (Figure 2.10). Chaque élément est défini par trois sommets et le vecteur normal orienté positivement vers le fluide.

Le niveau maximum et la distance référence d_{ref} sont donnés par l'utilisateur. Le choix de raffiner une maille suivant les trois directions du système de cordonnées dépend de la relation relative de la surface avec les axes. Cette relation s'écrit :

$$\begin{aligned} \frac{d}{n_x} < d_{ref} &\rightarrow \text{ raffiner suivant } X \\ \frac{d}{n_y} < d_{ref} &\rightarrow \text{ raffiner suivant } Y \\ \frac{d}{n_z} < d_{ref} &\rightarrow \text{ raffiner suivant } Z \end{aligned} \qquad (2.57)$$

avec $\vec{n}\left(n_x, n_y, n_z\right)$ le vecteur normal à la surface, d la distance normale d'une cellule à la surface . Le critère (2.57) assure si la surface est alignée avec un des axes, les cellules à cette position étant raffinées suivant la direction perpendiculaire au plan ainsi défini.

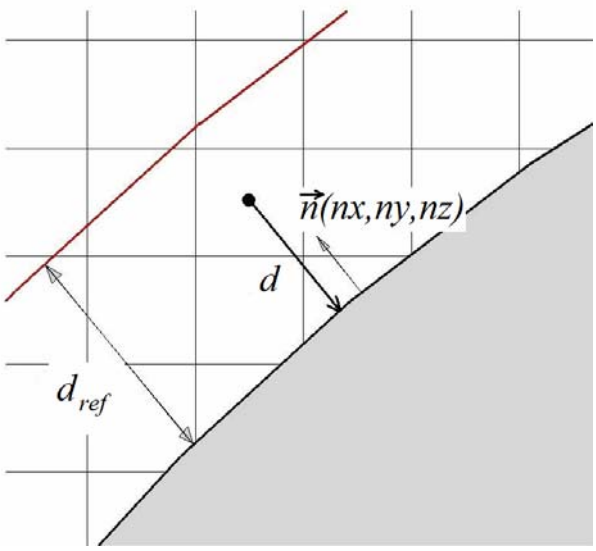


Figure 2.11 : Identification des niveaux seuils d'une cellule

En pratique, le critère de raffinement géométrique est appliqué après une phase d'initialisation de la simulation pour gagner du temps dans l'établissement de l'écoulement.

Une fois l'écoulement convergé, le raffinement pariétal est activé pour capter ses caractéristiques de manière plus précise.

Dans un second temps, une procédure de raffinement pilotée par un critère d'adaptation locale est activée. Il y a une variété de critères d'adaptation dans la littérature, la plupart de ces adaptations sont basées sur la compressibilité et la permutabilité. Dans cette étude, un critère basé sur le développement en série de Taylor de la densité a été sélectionné en s'inspirant de l'approche proposée par Sun et al. [35]:

$$\begin{aligned} &\phi_i > \varepsilon_r \rightarrow \text{raffiner} \\ &\phi_i < \varepsilon_c \rightarrow \text{deraffiner} \end{aligned} \qquad \text{avec } i=\{X,Y,Z\} \tag{2.58}$$

Les indicateurs d'erreur ϕ_i sont estimés par le rapport de la dérivée spatiale de la densité estimée à l'ordre 2 au numérateur et à l'ordre 1 au dénominateur.

$$\phi_X = \frac{\left|\tilde{\rho}_{VW} + \tilde{\rho}_{VE} - 2\tilde{\rho}\right|}{\alpha\tilde{\rho} + \left|\tilde{\rho}_{VE} - \tilde{\rho}_{VW}\right|},\ \phi_Y = \frac{\left|\tilde{\rho}_{VN} + \tilde{\rho}_{VS} - 2\tilde{\rho}\right|}{\alpha\tilde{\rho} + \left|\tilde{\rho}_{VN} - \tilde{\rho}_{VS}\right|},\ \phi_Z = \frac{\left|\tilde{\rho}_{VT} + \tilde{\rho}_{VB} - 2\tilde{\rho}\right|}{\alpha\tilde{\rho} + \left|\tilde{\rho}_{VT} - \tilde{\rho}_{VB}\right|} \tag{2.59}$$

ε_r et ε_c sont des valeurs seuils du raffinement et du déraffinement, α empêche au dénominateur de devenir nul et filtre ainsi les faibles variations. En fonction des valeurs de ϕ_i, une adaptation potentielle du maillage est effectuée. Les valeurs des paramètres dans l'équation (2.58) dépendent du régime étudié i.e. principalement du nombre de Mach de l'écoulement. Des valeurs typiques pour α et $\varepsilon_r, \varepsilon_c$ égales à 0.4, 0.05 et 0.03 sont appliquées respectivement.

Notons que les équations (2.36), (2.37), (2.38) assurant le calcul des flux convectifs entre deux mailles (2.2.1.2) sont appliquées pour un maillage régulier. Pour un maillage adaptatif, la conservation des flux sur une face de la cellule est effectuée par la somme des flux sur toutes les faces communes avec tous ses voisins. Par exemple, le flux pour la cellule G_1 sur la face F_1 tient compte de la somme des flux sur les deux faces F_{11} et F_{12}.

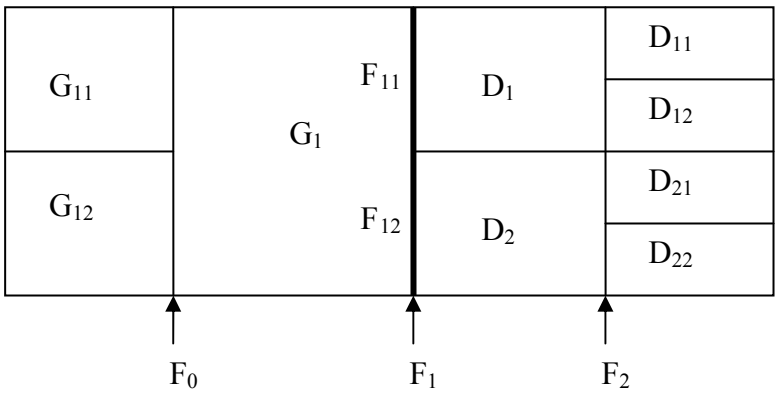


Figure 2.12 : Schéma de "flux-splitting" pour le maillage adaptatif

De cette façon, l'équation (2.36), (2.37), (2.38) devient :

$$\widetilde{\mathbf{E}}_{F1}^{*}=\frac{1}{N_{G1}^{D}}\sum_{j=1}^{N_{G1}^{D}}\left[\frac{1}{2}\left(\widetilde{\mathbf{E}}_{j}^{D}+\widetilde{\mathbf{E}}_{j}^{G}\right)-\frac{1}{2}\left(\boldsymbol{\Gamma}\mathbf{M}_{x}^{\Gamma}\left|\boldsymbol{\Lambda}_{x}^{\Gamma}\right|\mathbf{M}_{x}^{\Gamma-1}\right)_{F1j}^{ROE}\left(\widetilde{\mathbf{Q}}_{v(j)}^{D}-\widetilde{\mathbf{Q}}_{v(j)}^{G}\right)\right] \tag{2.60}$$

$$\widetilde{\mathbf{Q}}_{v(j)}^{D}=\widetilde{\mathbf{Q}}_{v(j)}-\frac{1}{N_{Dj}^{D}}\sum_{i=1}^{N_{Dj}^{D}}\mathbf{TVD}_{ji}\left.\frac{\partial\widetilde{\mathbf{Q}}_{v}}{\partial x}\right|_{F2ji}\frac{\Delta X_{Dji}}{2} \tag{2.61}$$

$$\widetilde{\mathbf{Q}}_{v(j)}^{G}=\widetilde{\mathbf{Q}}_{v(L1)}+\frac{1}{N_{G1}^{G}}\sum_{i=1}^{N_{G1}^{G}}\mathbf{TVD}_{i}\left.\frac{\partial\widetilde{\mathbf{Q}}_{v}}{\partial x}\right|_{F0i}\frac{\Delta X_{G1i}}{2} \tag{2.62}$$

Dans l'équation ci-dessus, *D* et *G* indiquent les centres de cellules sur les côtés droit et gauche de la face respectivement, les indices un et deux étant employé pour la première et la deuxième rangées de cellules (Figure 2.12). De plus, N_A^B est le nombre de voisins de la cellule *A* suivant la direction *B* (gauche ou droite). Le nombre de voisins pour chaque face varie de deux à quatre pour les calculs 3D. Une approche similaire est utilisée pour construire l'opérateur centré de diffusion. Le schéma de « splitting flux » avec schéma de Roe et TVD ordre 2 est utilisé en conjonction avec la fonction de limiteur type « minmod » [16].

2.5 METHODE DES FRONTIERES IMMERGEES

L'utilisation d'un maillage cartésien limite par nature même la complexité des géométries étudiées et de simples interpolations au niveau des conditions aux limites réalisées entre les points frontières et ceux internes au domaines peuvent générer des erreurs substantielles au voisinage de rayons de courbe importants et des fortes discontinuités de la forme géométrique des frontières.

Afin de prendre en compte les parois complexes sans augmenter significativement le coût de calcul, une nouvelle technique dite « Immersed Boundary Method » a été développée et une version s'adaptant au maillage adaptatif 2^ntree proposée. La méthode des frontières immergées repose sur l'introduction de termes sources dans les équations pour tenir compte de la présence d'une paroi, cette dernière n'étant plus nécessairement et explicitement maillée. Afin de représenter la frontière rigide, une force directe F_i est implicitement ajoutée aux équations des fluides [36]. De cette façon, un domaine complexe avec la présence des projectiles peut être simulé par cette technique à partir d'un maillage 2^ntree adaptatif. L'équipe a développé depuis plusieurs années des approches aux frontières immergées [37] à partir

mailles cartésiens réguliers et quelque adaptations techniques ont été nécessaires pour assurer son bon fonctionnement sur un maillage 2^ntree.

Il existe plusieurs familles de modèles aux frontières immergées et l'une des toutes premières utilise les « forcing-points » (les points de fluide avec au moins un voisin dans le solide) pour définir les forces au voisinage de la frontière immergée. Cette technique a été largement utilisée dans le domaine biomédical et est considérée comme robuste. La technique de reconstruction doit s'appliquer afin d'être la plus flexible possible [43, 44] en assurant un ordre de précision le plus élevé. Plusieurs variantes existent [40] alors que la très populaire méthode de reconstruction par cellule fictive « ghost-cells » (points à l'intérieur du solide avec au moins un voisin dans le fluide) a été appliquée sur des écoulements à géométries complexes. Lorsque le corps se déplace dans le domaine de calcul, les natures mêmes des cellules sont modifiées (des cellules solides deviennent des cellules fictives, des cellules fictives deviennent fluide…). Par exemple, lorsqu'une cellule solide devient fluide, il n'existe pas d'antécédents dans la phase fluide et aucune valeur de vitesse et pression au pas de temps précédent. Le choix de ces valeurs peut introduire des parasites en vorticité près de la frontière, pouvant conduire à des erreurs importantes. Yang et al. [41] ont proposé une méthode de reconstruction locale similaire en utilisant « forcing-points » et « ghost-cells » afin de traiter les obstacles mobiles. Pour les problèmes des frontières immobiles, ils n'utilisent que la reconstruction de type « forcing-point ». Dans notre champ application (vol d'un projectile avec modification de position et/ou de géométrie), nous utilisons l'approche couplé ghost-cell points et forcing-point.

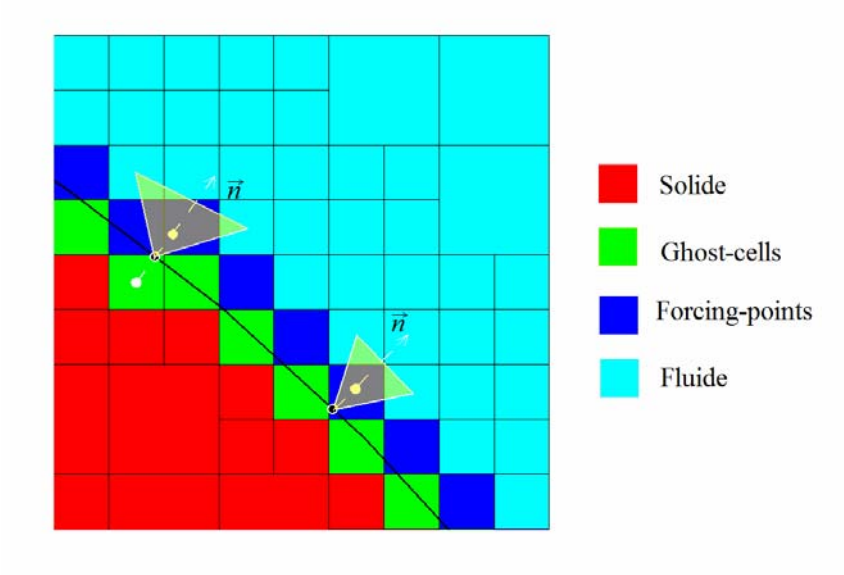


Figure 2.13 : Présentation de la méthode IBM avec quatre catégories de points et les stencils d'interpolation ordre 1 de forcing-point et ghost-cell point

Tout d'abord, le maillage cartésien adaptatif est divisé en quatre catégories de points différents : nœuds fluides, forcing-points, ghost-cells points et nœuds solides. Détaillons l'application de ces forcing points F_i^k :

$$F_i^k = \frac{u_s - \tilde{u}_i^k}{\Delta t} - RHS_i^k \tag{2.63}$$

où RHS_i^k contient les termes de convection, de viscosité et du gradient de pression. En raison du fait que la plupart des forcing-points ne coïncident pas avec les frontières solides, les vitesses, température et pression sont alors reconstruites par une procédure d'interpolation quadrique. En 2D, la fonction d'interpolation s'écrit :

$$\phi = a_0 + a_1 x + a_2 y + a_3 xy + a_4 x^2 + a_5 y^2 \tag{2.64}$$

Les six constantes du polynôme sont évaluées à partir de cinq nœuds fluides voisins et du point sur la paroi. Pour les conditions aux limites de type Dirichlet, a_i est calculé par :

$$a = B^{-1}\phi \tag{2.65}$$

avec

$$B = \begin{pmatrix} 1 & x_0 & y_0 & x_0^2 & x_0 y_0 & y_0^2 \\ 1 & x_1 & y_1 & x_1^2 & x_1 y_1 & y_1^2 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 1 & x_5 & y_5 & x_5^2 & x_5 y_5 & y_5^2 \end{pmatrix} \tag{2.66}$$

Pour les conditions aux limites de Neumann (gradient de la pression imposé ou gradient de la température imposé), la forme de la matrice *B* change légèrement :

$$B = \begin{pmatrix} 1 & -\sin(\theta_0) & \cos(\theta_0) & -2\sin(\theta_0)x_0 & \cos(\theta_0)x_0 & 2\cos(\theta_0)y_0 \\ 1 & x_1 & y_1 & x_1^2 & x_1 y_1 & y_1^2 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 1 & x_5 & y_5 & x_5^2 & x_5 y_5 & y_5^2 \end{pmatrix} \tag{2.67}$$

avec θ_0 la pente locale au niveau du noeud frontière. Finalement, les coefficients peuvent être obtenus systématiquement pour la reconstruction :

$$\begin{pmatrix} a_0 \\ a_1 \\ \dots \\ a_5 \end{pmatrix} = B^{-1} \begin{pmatrix} \frac{\partial \phi_0}{\partial n} \\ \phi_1 \\ \dots \\ \phi_5 \end{pmatrix} \tag{2.68}$$

avec $\partial\phi_0 / \partial n$ la condition Neumann pour la pression ou la température.

CHAPITRE 3

SIMULATION DES ECOULEMENTS COMPRESSIBLES ET FRONTIERES IMMERGEES : POTENTIALITES ET LIMITATIONS

Ce chapitre a pour principal objectif d'utiliser le solveur fluide développé dans le cadre de ce travail de thèse et de l'appliquer sur des écoulements à très grandes vitesses autour de projectiles, l'idée étant d'estimer le potentiel de la méthode numérique et de valider son utilisation sur la prise en compte de géométries réelles d'objets en vol. Dans cette première étape de validation, les géométries étudiées vont de formes les plus académiques possibles vers des projectiles de type SOCBT.

3.1 ECOULEMENT DE SILLAGE AUTOUR D'UN CYLINDRE

La technique des frontières immergées connaît actuellement un intérêt croissant car, comme la revue bibliographique effectuée en introduction le révèle, les approches multi-physiques et la communication entre plusieurs modèles (fluide, mécanique, thermique,…) deviennent accessibles de manière assez faciles. Par contre, il existe peu de travaux à ce jour dans les domaines des fortes compressibilités utilisant la technique des frontières immergées (IBM) ; à notre connaissance, Tullio et al.[6] sont les premiers à avoir testé avec succès le développement d'un outil numérique compressible en introduisant la méthode IBM. Dans leurs travaux, des écoulements instationnaires académiques ont été reportés : écoulements autour d'un cylindre de section circulaire et écoulements autour d'un profil d'aile NACA. Les régimes étudiés s'étendent des écoulements subsoniques instationnaires aux écoulements supersoniques. Comme nous l'avons indiqué dans la définition du cadre de ce travail, la cible des écoulements visés correspond à des écoulements à grande (très grande même) vitesse et contrairement à Tullio et al. [16], le solveur ainsi développé ne contient aucun pré-conditionnement.

Dans une volonté de validation de l'outil développé, le premier cas de référence concerne l'écoulement autour d'un cylindre pour un nombre de Mach égal à 1.7.

3.1.1 Cas de référence à $M_\infty = 1.7$

La simulation d'un écoulement autour d'un cylindre pour un écoulement supersonique $M_\infty = 1.7$, offrant un nombre de Reynolds Re_∞ basé sur le diamètre du cylindre de $\mathrm{Re}_\infty = 2\times10^5$, a donc été entreprise. Le cas de référence est identique au choix de Tullio et al. [16] et ce choix s'explique par l'existence de résultats expérimentaux. En effet, Bashkin et al.

[42] ont conduit des essais expérimentaux et les mesures disponibles concernent la distribution du coefficient de pression autour du cylindre, la position de la séparation de l'écoulement où encore le coefficient de traînée.

La Figure 3.1 détaille le domaine de calcul ainsi que les conditions aux limites considérées. Le domaine de calcul a été tout d'abord dimensionné afin d'éviter toute influence des conditions aux limites sur les résultats. Pour cela, un domaine de $14D \times 1D \times 16D$ (cf. Figure 3.1) a été retenu et choisi de manière similaire à celui utilisé par Palma et al. [43].

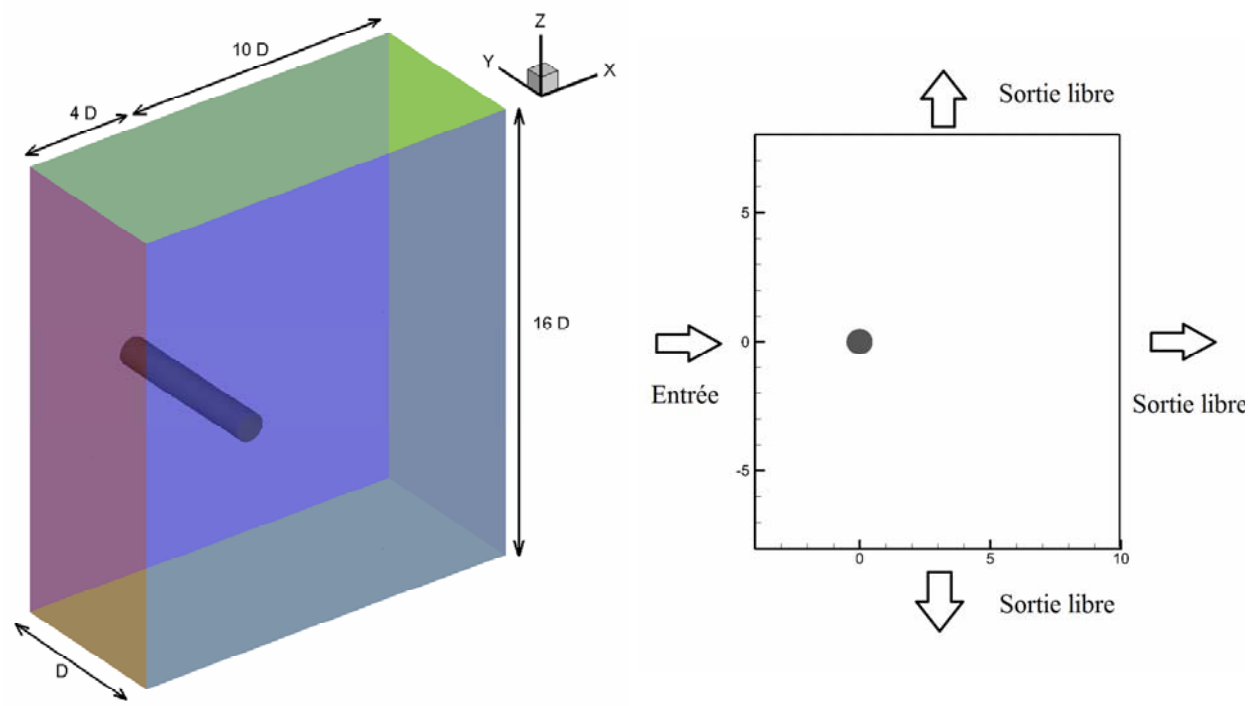


Figure 3.1 : Géométrie étudiée et son domaine de calcul avec conditions aux limites considérées

Les conditions d'entrée et de sortie sont traitées à partir des conditions aux limites de type 3D-NSCBC introduites par Lodato et al. [24]. Plusieurs approches de traitement des conditions aux limites ont été proposées dans la littérature. Les traitements les plus connus sont ceux appliqués aux équations de Navier-Stokes introduits par Poinsot et al. [25] qui ont proposé une approche systématique pour prendre en compte les termes visqueux. Ce traitement est connu sous le nom générique de NSCBC pour « Navier-Stokes Characteristic Boundary Conditions » étendu aux trois dimensions. Le Tableau 3.1 détaille les différentes grandeurs utiles du calcul.

Caractéristiques du domaine de calcul			
L_x	14D	Δx en m	6.25×10^{-6}
L_y	D	Δy en m	5.40×10^{-5}
L_z	16D	Δz en m	6.25×10^{-6}
Caractéristiques des simulations			
CFL	0.8	U_∞ en m/s	581.3
Δt en s	2×10^{-9}	P_∞ en bar	1
Nombre de cellules	5074330	T_∞ en K	291

Tableau 3.1 : Caractéristiques de la simulation

3.1.1.1 Mise en oeuvre du calcul

Le domaine de calcul utilisé dans ce premier cas test est construit à partir d'un maillage cartésien avec un maillage racine de $360\times24\times400$ cellules. Chaque cellule correspond à une cellule source d'un raffinement 2^ntree. En effet, afin de capter la couche limite le long du cylindre, nous avons arbitrairement appliqué un raffinement de niveau 5 i.e la dimension des cellules est réduite d'un facteur 2^5 (soit 32 fois) par rapport à la taille des cellules sources. La Figure 3.2 présente quelques vues du maillage initial.

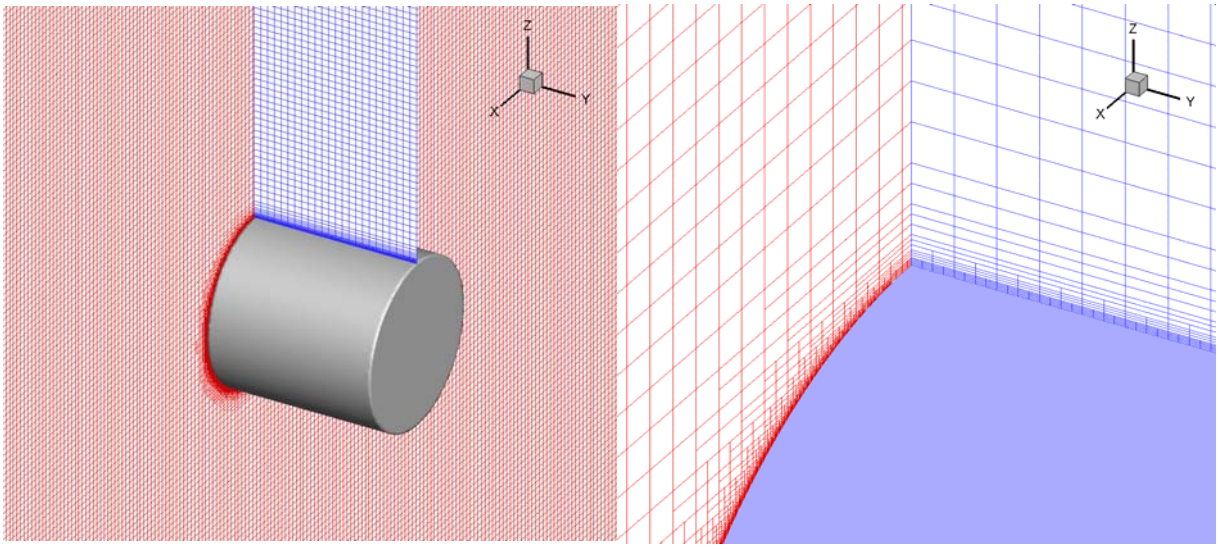


Figure 3.2 : Maillage initial autour du cylindre

Le calcul numérique est donc initié sur ce maillage initial relativement grossier. Dans cette phase d'établissement, les critères d'auto-raffinement, soit pariétal basé sur la valeur de y^+ soit

fonction des gradients de densité pour capter les ondes de choc, sont dans un premier temps désactivés. Il s'agit d'un calcul initial réalisé sur un maillage relativement grossier. La Figure 3.3 présente une coupe de ce maillage dans le plan *XZ* à l'instant $t = t_1 \sim 1.958 \times 10^{-4} s$, c'est-à-dire après environ 50000 itérations de calcul.

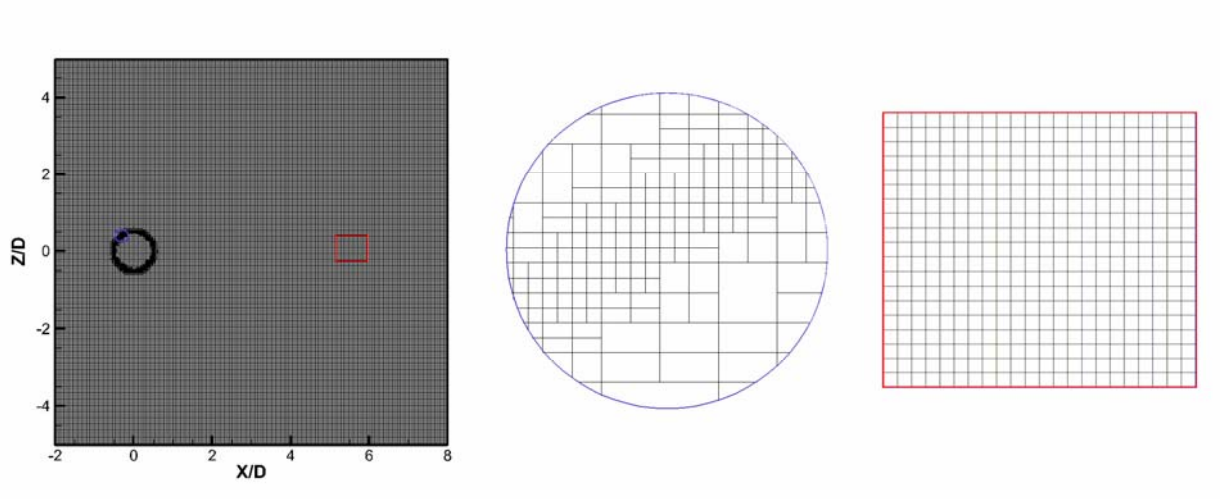


Figure 3.3 : Maillage du domaine de calcul à $t = 1.9580.10^{-4}$ s

Au-delà de cet instant, les critères d'auto-raffinement sont considérés. La proximité immédiate des parois est le siège d'un raffinement pariétal, l'ensemble du domaine restant maillé de manière régulière. La visualisation de type Schlieren [44], qui repose en fait sur la trace des gradients de densité, définie par :

$$|\Delta\rho| = \sqrt{\left(\frac{\partial\rho}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial\rho}{\partial y}\right)^2}$$

décrit l'organisation de l'écoulement ainsi obtenu. L'écoulement libre rencontre une onde de choc en amont du cylindre et accélère le long du cylindre pour former en aval deux ondes de choc obliques, formant un cône divergeant en partie arrière. Ce cône entoure le sillage du cylindre au sein duquel des instationnarités semblent être captées. Ces instationnarités demeurent à priori relativement faibles, le maillage grossier n'étant sans doute pas assez fin pour capter le développement éventuel de structures tourbillonnaires. De plus, la taille grossière de l'onde de choc en amont est caractéristique d'un maillage non adapté. A partir de $t = t_1$, le calcul est donc poursuivi en activant cette fois-ci les critères de raffinement.

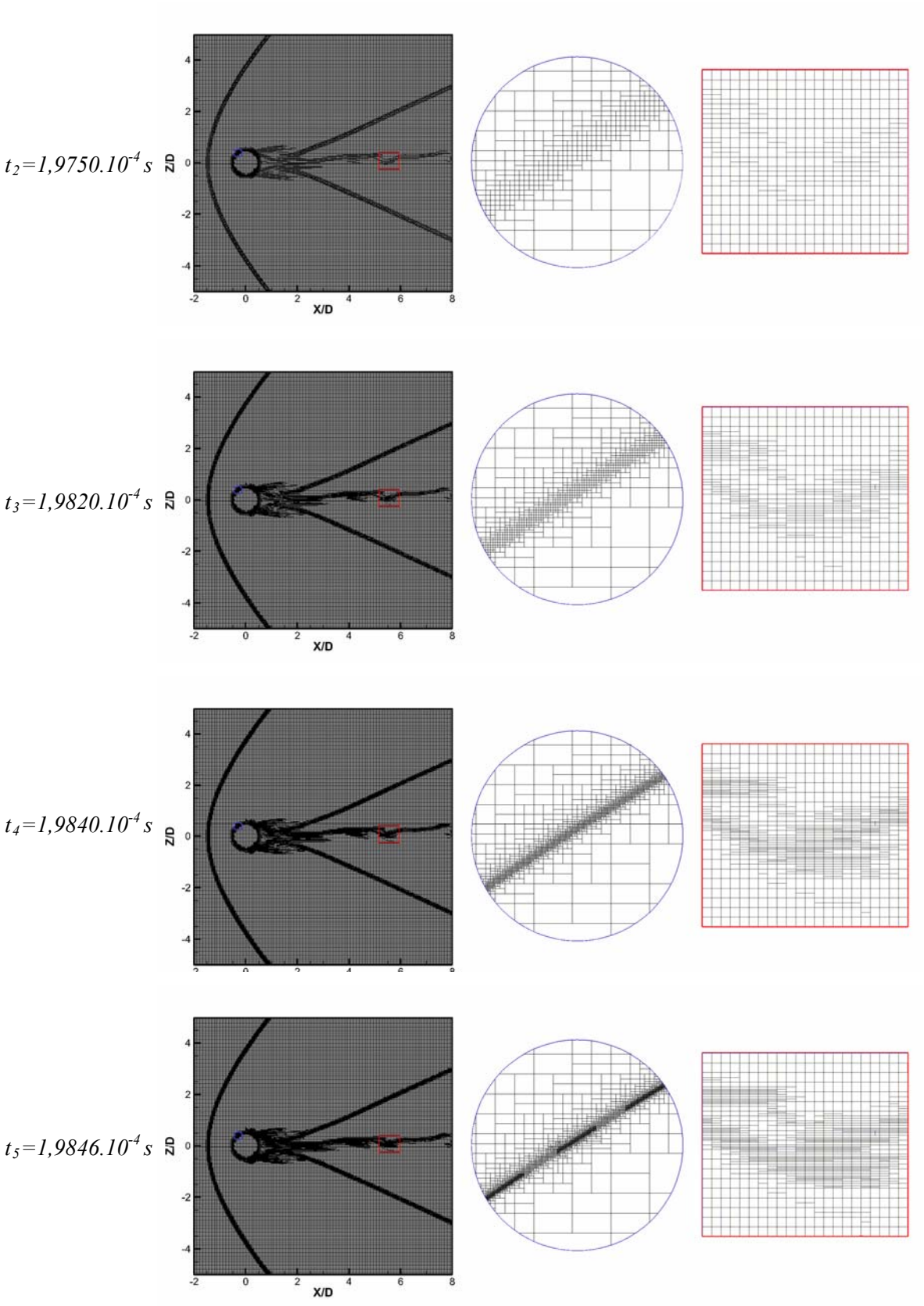


Figure 3.4 : a) Convergence de maillage en fonction de temps
b) Zoom à proximité de la paroi et c) Zoom dans le sillage

Dans ces conditions, la résolution du maillage va constamment évoluer afin de répondre aux critères imposés. La Figure 3.4 présente 4 instants différents avec 4 résolutions différentes. Dans un premier temps, le critère de raffinement à la paroi vise à obtenir une valeur de y^+ égale à 1 ; par contre, dans un souci de limitation des ressources informatiques, le niveau de raffinement maximum est limité à 9 soit un raffinement maximum possible de 2^9 par rapport au maillage source initial. Le critère de raffinement en y^+ est bien sur primordial car il permet d'optimiser automatiquement la résolution assurant une analyse de la couche limite.

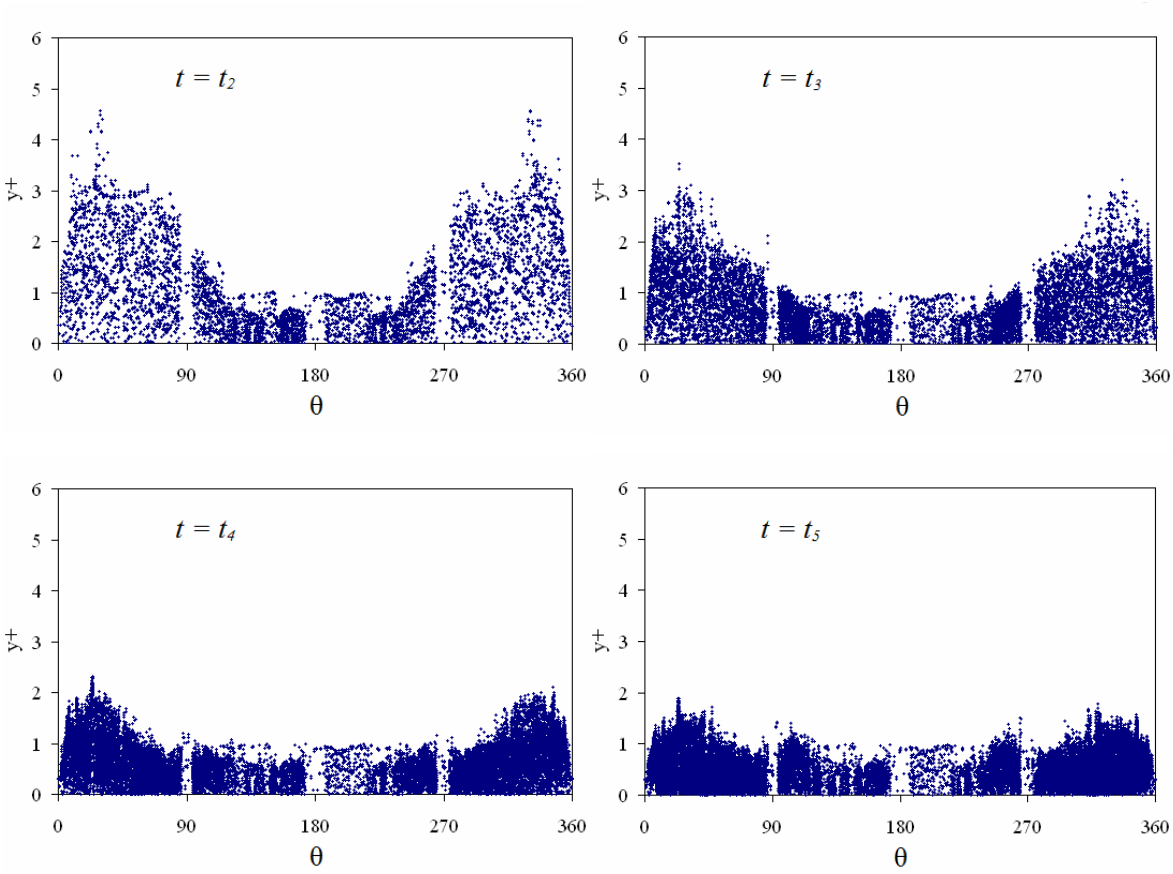


Figure 3.5 : Distribution de y^+ en fonction de temps

L'estimation des valeurs de y^+ le long du périmètre du cylindre dans le plan médian est présentée pour les instants $t = t_2, t_3, t_4$ et t_5 respectivement correspondant au raffinement des niveaux 6 à 9 (cf. Figure 3.5). La distribution en y^+ laisse apparaître des variations sensibles en fonction de l'angle θ, mesurée dans le sens horaire à partir du bord d'attaque. Les surfaces faisant face à l'écoulement amont sont évidemment le siège de gradients plus importants et les valeurs de y^+ obtenues sont globalement plus importantes. Par exemple, à $t = t_2$ (niveau 6), y^+_{max} est de l'ordre 4.5 pour des angles de 30° et 330° (i.e -30°) alors que dans la partie arrière

($90° \leq \theta \leq 270°$), la valeur de y^+ est voisine de $y^+ \sim 1$. Raffiner d'un niveau supplémentaire améliore la distribution de y^+ en fonction de θ, offrant sensiblement le même profil mais avec un maximum de $y^+ \sim 3$. Le niveau de raffinement 9 (niveau maximum toléré dans cet exemple) permet de réduire le y^+_{max} à des valeurs toutes inférieures à $y^+ = 2$ quelque soit la valeur de θ.

En parallèle d'un raffinement pariétal, le critère défini afin d'augmenter la résolution de maillage en cas de développement d'ondes de choc est appliqué (2.4.2):

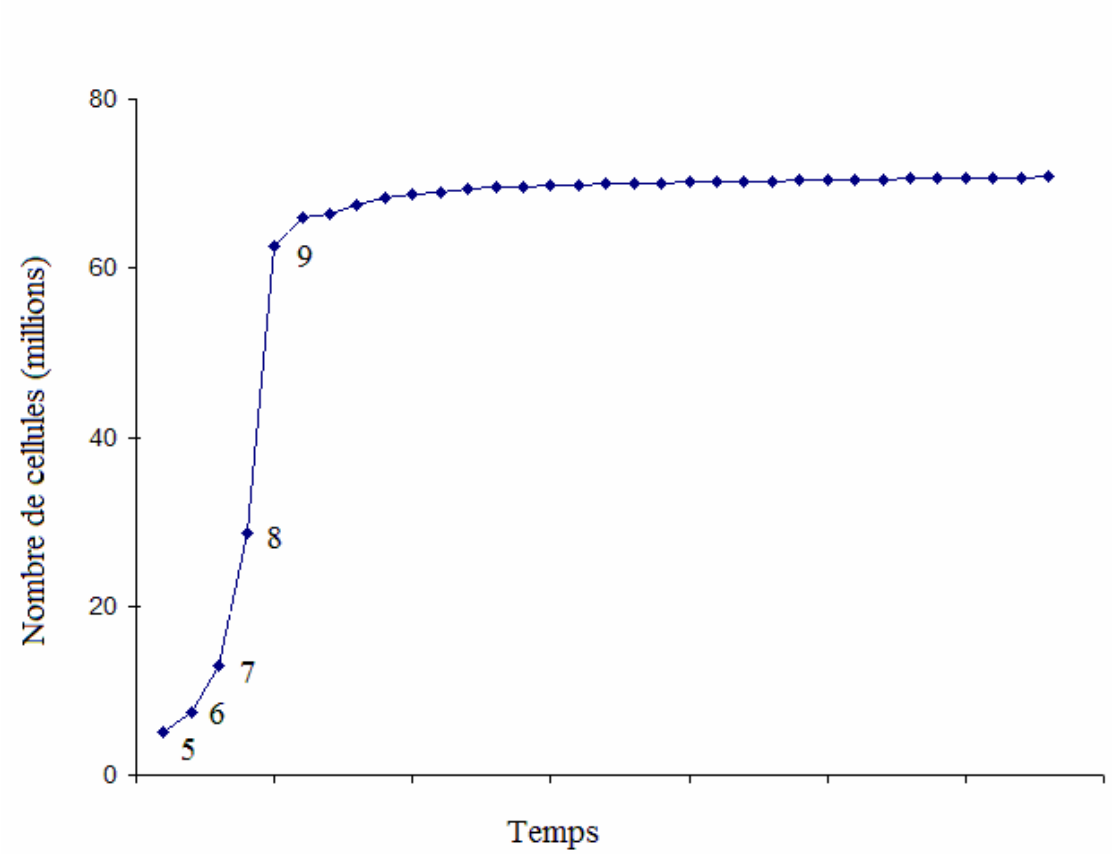


Figure 3.6 : Nombre d'éléments en fonction du temps

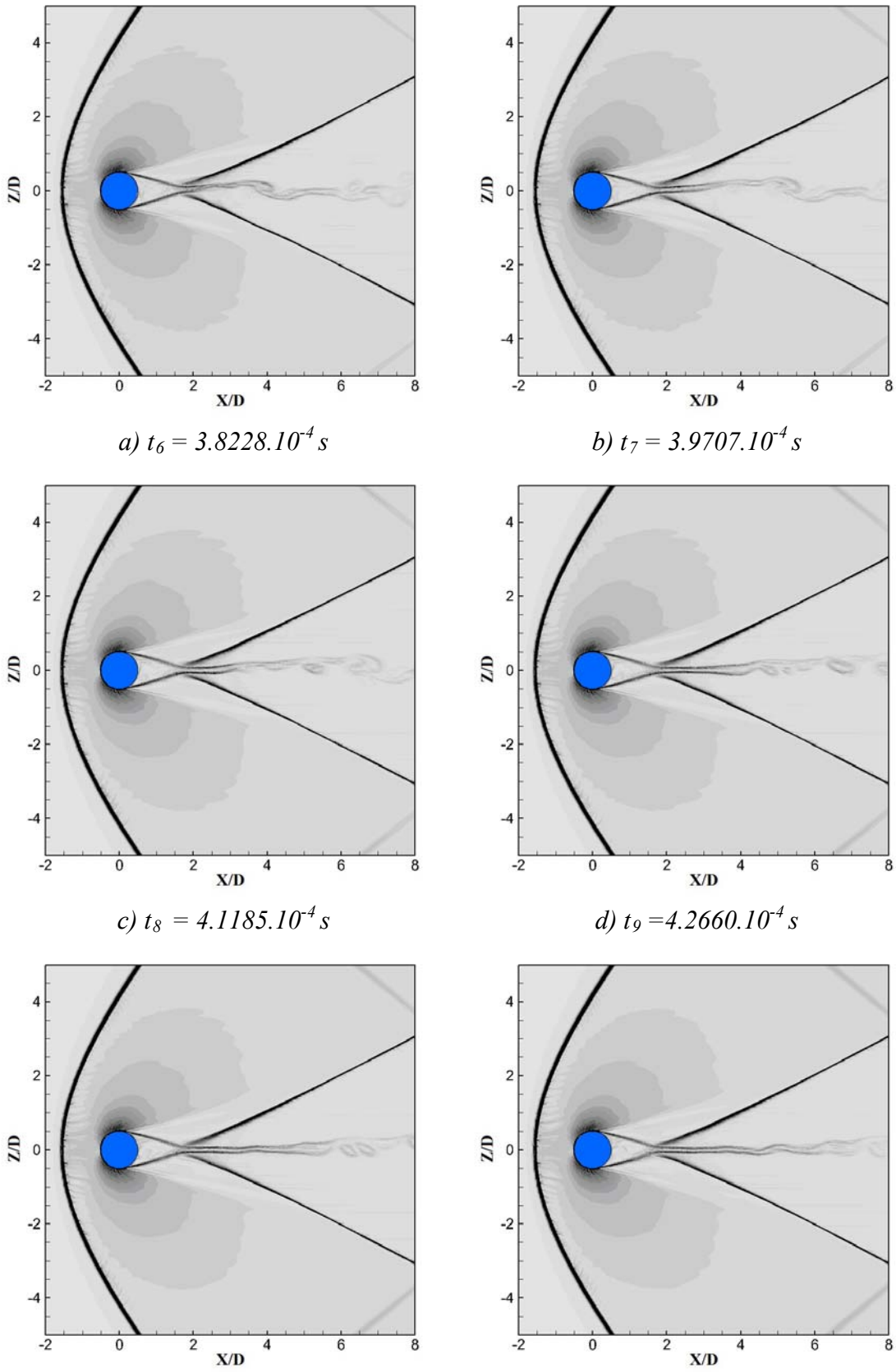
Le choix des différents critères, critère pariétal et critère volumique, n'est pas sans conséquence sur les tailles caractéristiques des maillages impliqués. Pour le souligner, l'évolution du nombre de cellules en fonction du temps de simulation est tracée Figure 3.6. En raison de la géométrie cylindrique circulaire du problème, les cellules sont raffinées suivant les directions X et Z afin de suivre la courbure et suivant la direction Y pour assurer le rapport de forme maximum de 32. Alors que le maillage initial est composé de 5×10^6 points environ, les processus de raffinement aux niveaux 6 et 7 impliquent une augmentation relativement mesurée (6 et 12 millions respectivement) alors que le passage aux niveaux 8 et 9 génère un

nombre de mailles allant à 28 à 63×10^6 de points. Ce coût de raffinement est bien entendu considérable.

Au delà du niveau 9 (à partir de t_5), le critère de résolution au voisinage de la paroi est désactivé alors que le critère de discontinuité, basé sur les gradients de champs de densité, engendre toujours une légère augmentation du nombre d'éléments impliqués. Cette dernière n'est pas liée à un quelconque raffinement proche des ondes de choc, mais plutôt aux instationnarités spatiales se développant dans la zone cisaillée à l'arrière du cylindre. La Figure 3.4 témoigne du raffinement qui s'exerce dans cette zone. Les maillages n'évoluent plus de manière considérable, les principales variations étant liées aux différentes adaptations du maillage pour bien capter les instationnarités de l'écoulement dans son sillage.

3.1.1.2 Analyse instantanée

Le niveau 9 du maillage ($t = t_5$) permet une résolution fine au voisinage des parois avec également un raffinement au sein du domaine de calcul permettant de décrire les instationnarités au sein du sillage. De plus, comme signalé auparavant, les variations s'effectuent afin de principalement mieux capter le développement instationnaire et le nombre d'éléments varie sans toutefois être modifié de manière importante. Etudions alors le développement de l'écoulement pour $t \geq t_6$. La Figure 3.7 présente une organisation de l'écoulement à différents instants en se basant sur les contours de Schlieren. Comme les résultats présentés Figure 3.3 le détaillaient, l'onde de choc amont est évidemment captée et l'amélioration de la résolution du maillage souligne le développement d'ondes de choc assez fines. A l'arrière du cylindre, les ondes de détentes organisées en cône sont également fines et un comportement instationnaire, au sein duquel des enroulements tourbillonnaires se développent, est identifié. Par exemple, à $t = t_6$, un enroulement dans le sens trigonométrique se développe et se convecte. A $t = t_9$, la zone instationnaire semble se stabiliser – les deux lignes parallèles des contraintes s'agrandissant – pour se déstabiliser en s'ondulant pour $2 \leq x/D \leq 4$.



a) $t_6 = 3.8228.10^{-4}\ s$ *b)* $t_7 = 3.9707.10^{-4}\ s$

c) $t_8 = 4.1185.10^{-4}\ s$ *d)* $t_9 = 4.2660.10^{-4}\ s$

e) $t_{10} = 4.135010^{-4}\ s$ *f)* $t_{11} = 4.5609.10^{-4}\ s$

Figure 3.7 : Visualisation instantanée de type Schlieren

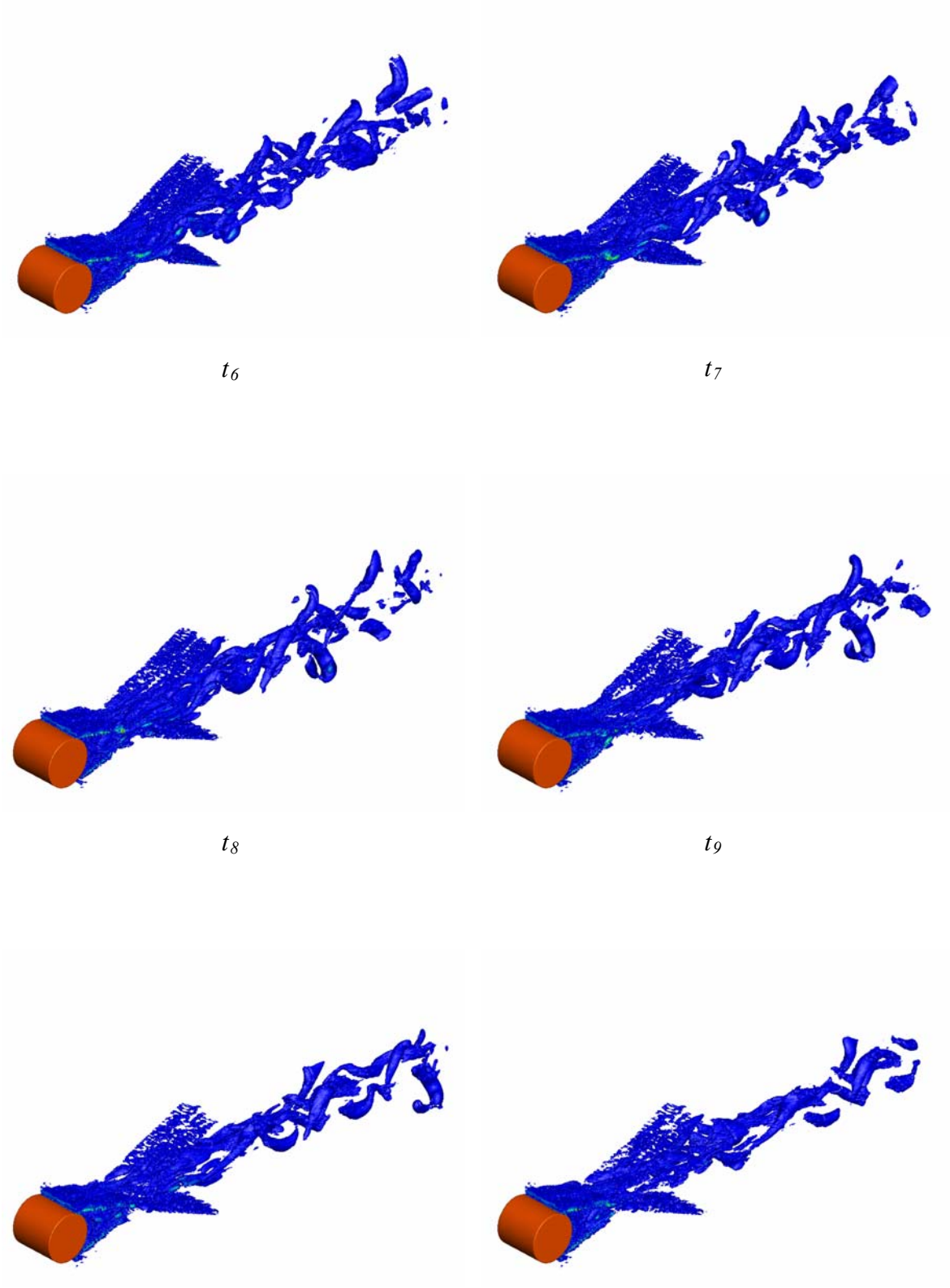


Figure 3.8 : Iso-surface du critère Q en fonction de temps

Afin de mieux se rendre compte des structures émises au sein de la couche de cisaillement, l'identification des structures cohérentes à l'aide du critère Q [45] a été effectuée (Figure 3.8). En fait, ce critère Q permet d'isoler les zones de fort taux de cisaillement par rapport au développement des zones cisaillées. En fait, le critère est un scalaire qui s'écrit :

$$Q = -\frac{1}{2}\left(\|S\| - \|\Omega\|\right)$$

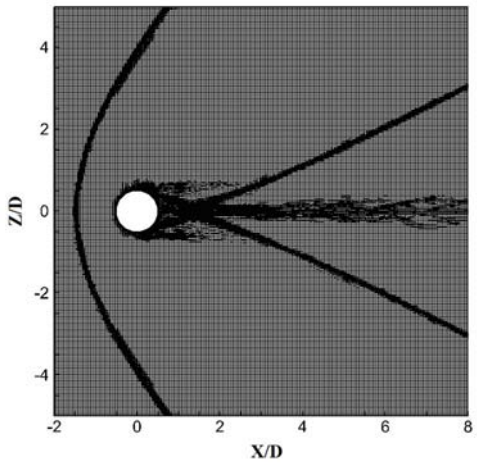
avec $S = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial u_j}{\partial x_i} + \frac{\partial u_i}{\partial x_j}\right)$ le tenseur de cisaillement et $\Omega = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial u_j}{\partial x_i} - \frac{\partial u_i}{\partial x_j}\right)$ le taux de rotation, et $\|.\|$ est la norme euclidienne. A partir des contours à iso-valeur Q, une multitude de petites structures est ainsi visualisée à l'arrière directe du cylindre. On constate également une forte présence de structures au sommet du cône, i.e dans la zone des ondes de détente. Si ces zones sont le siège de contraintes significatives, la zone subsonique au sein du cône est fortement marquée par des enroulements tourbillonnaires conséquents. Ce cisaillement donne naissance à des enroulements complexes typiques d'écoulements turbulents. La modélisation LES permet de capter le développement turbulent des zones cisaillées.

Notons que dans les coins inférieur et supérieur, il existe une ligne de discontinuité, de faible importance, mais qui témoigne de quelques réflexions parasites liées au traitement des conditions aux limites. Pour éviter, ou au moins limiter, ces zones de réflexion, un deraffinement grossier pourrait être appliqué. La réflexion des ondes acoustiques en serait d'autant mieux amortie. Cependant, les perturbations spatiales sont de très faibles amplitudes et n'altèrent pas les analyses quantitatives.

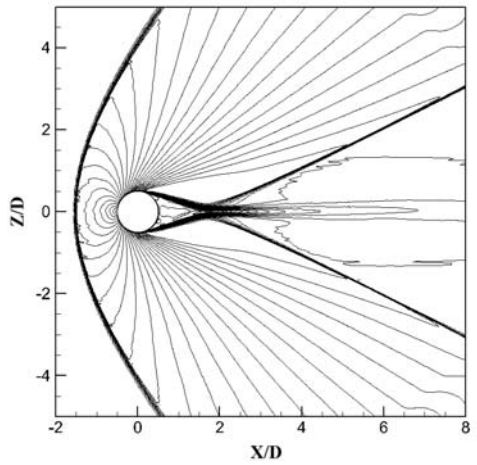
3.1.1.3 Caractérisation globale

A partir de l'analyse instationnaire, une procédure de moyenne est enclenchée. La détermination de l'écoulement moyen a été réalisée en figeant le maillage, i.e en interdisant par la suite toute procédure de raffinement ou de déraffinement local, et le champ moyen a été estimé sur un temps de simulation de 1.78×10^{-4} secondes. De plus, le pas de temps est fixé à $\Delta t = 2.95\times10^{-9}\,s$ sur un maillage de 70.7×10^{6} éléments.

a) Maillage raffiné fixe



b) iso-contour de nombre de Mach avec $\Delta M = 0.08$



c) iso-contour de la pression avec $\Delta P = 10000$

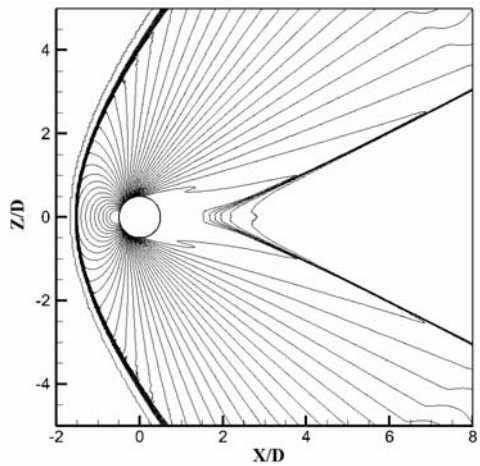


Figure 3.9 : Coupe médiane (*Y/D* = 0) des champs moyens de nombre de Mach (b) et de pression (c) obtenus après une procédure de moyenn sur un maillage fixe (a) pour un écoulement amont $M_\infty = 1.7$

Ce cas référence ($M_\infty = 1.7$) a été retenu car il est relativement bien détaillé expérimentalement [42] et numériquement [16] mais également théoriquement. Par exemple, Billig [46] a proposé une modélisation de l'onde de choc amont par une hyperbole ; la distance

Δ entre l'onde de choc ainsi établie et le point de stagnation est approximée par la relation suivante :

$$\frac{\Delta}{r} = 0.386 \exp\left(\frac{4.67}{M^2}\right)$$

Une telle corrélation empirique est issue de la caractérisation des résultats expérimentaux et se base sur des approches numériques simplifiées. La valeur de Δ obtenue à partir de la Figure 3.9 est voisine de 2.008 alors que la valeur théorique attendue proche de 1.942 ! Parallèlement, l'angle de décollement est égale à 111°, illustré sur la Figure 3.10, alors que les résultats expérimentaux présentés par Bashkin [42] donne une valeur de 112°. Tullio et al. [16] rapportaient une valeur proche égale à 113°.

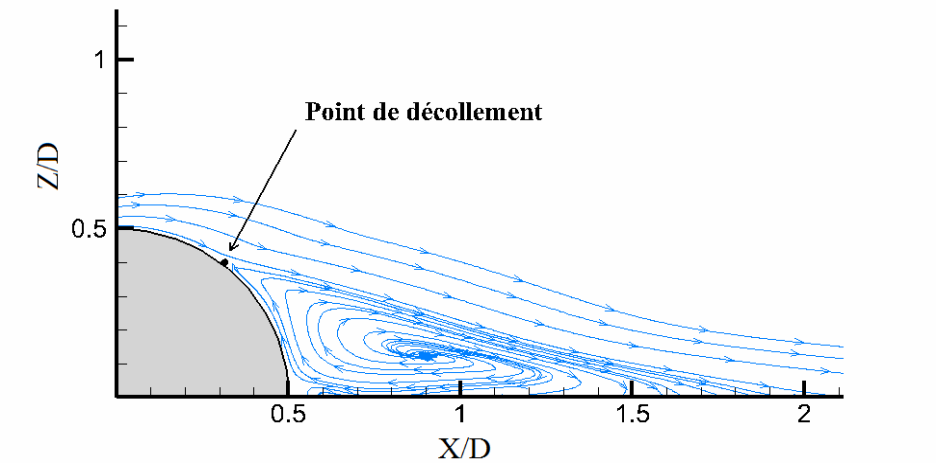


Figure 3.10 : Vue à *Y/D* = 0 des lignes de courant à l'arrière du cylindre et observation du point de décollement

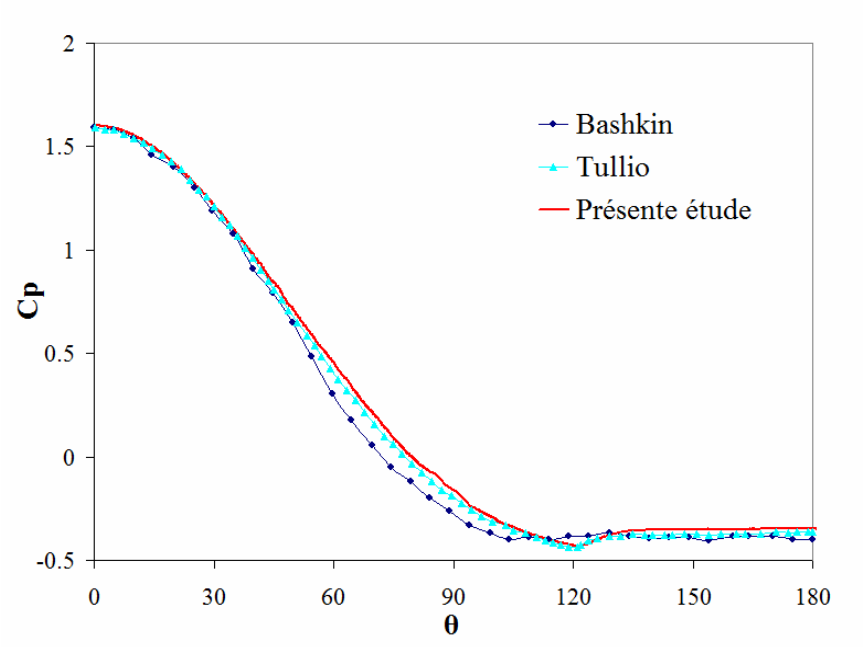


Figure 3.11 : Distribution du coefficient de pression autour du cylindre - $M_\infty = 1.7$

La Figure 3.11 offre la possibilité de suivre le profil du coefficient de pression le long de la corde du cylindre ($0 \le \theta \le 180°$). Les résultats numériques obtenus avec notre modèle pour le niveau de raffinement le plus fin (niveau 9) sont confrontés aux résultats numériques de Tullio et al. [16] et aux résultats expérimentaux [42]. Force est de constater que les prédictions de C_p sont excellentes. Les prédictions numériques sur-estiment légèrement les valeurs expérimentales pour $50 \le \theta \le 100°$ alors que pour $0 \le \theta \le 50°$ et $100° \le \theta$, les valeurs de C_p sont quasiment confondues. Rappelons que nos choix de la configuration numérique ont épousé ceux proposés par Tullio et al. [16] et que des effets 3D intervenant dans les essais pourraient être amorties par la faiblesse de la largeur du domaine retenue ($L_Y = D$).

3.1.2 Influence de nombre de Mach

L'analyse de l'écoulement autour du cylindre dans le cas de référence ($M_\infty = 1.7$) indique clairement que le modèle numérique proposé permet de décrire, à la fois de manière qualitative et quantitative, les principales caractéristiques des écoulements supersoniques. Attardons–nous désormais à son comportement pour différentes valeurs de la vitesse amont.

3.1.2.1 Régime transonique $M_\infty = 0.75$

Le traitement d'écoulement faiblement compressible est bien sûr un cas d'étude délicat qu'il convient de tester. Néanmoins, notre démarche réside plutôt dans une observation du comportement de notre outil numérique que dans une validation exhaustive. Pour le traitement d'un régime transonique, le test a été réalisé à partir de $M_\infty = 0.75$. Tableau 3.2 reprend les principales caractéristiques du cas traité.

Le nombre d'éléments constitutifs du maillage a été porté à 14×10^6 environ, les critères de raffinement étant appliqués que pour la détection des ondes de choc. Ce choix engendre ainsi un nombre d'éléments relativement modeste tout en offrant un raffinement relativement fin autour des ondes de choc. Le niveau de raffinement est égal à 6 avec une valeur y^+ caractéristique voisine de $y^+ = 5$.

Alors qu'un consensus s'était dégagé sur le fait que les perturbations dans le sillage arrière d'un cylindre étaient considérées comme un champ de perturbation superposé à une distribution continue, de nombreuses études récentes ont prouvé l'existence d'un couplage entre l'écoulement sur le corps du cylindre et les structures cohérentes se développant en aval

de cette dernièr. A partir de visualisation [47] pour des régimes subsoniques, l'augmentation de M_∞ favorise un tel couplage. Rodriguez [48] a mis en évidence expérimentalement son existence. Le couplage s'apparente sous la forme d'oscillations régulières au niveau du point de séparation, dont la fréquence s'accorde à la fréquence caractéristique du lâcher tourbillonnaire en aval du corps.

Caractéristiques du domaine de calcul			
L_x	14D	Δx en m	1.2×10^{-5}
L_y	D	Δy en m	1.0×10^{-4}
L_z	16D	Δz en m	1.2×10^{-5}
Caractéristiques des simulations			
CFL	0.8	U_∞ en m/s	256.58
Δt en s	8.0×10^{-9}	P_∞ en bar	1
Nombre de cellules	14×10^{6}	T_∞ en K	291

Tableau 3.2 : Caractéristiques de la simulation

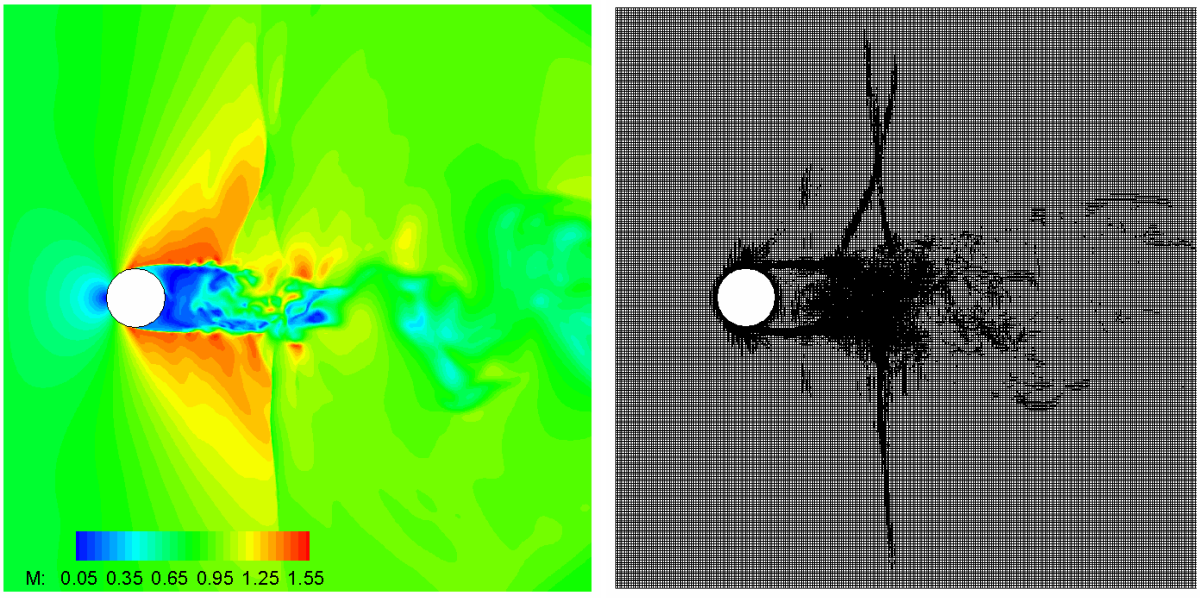


Figure 3.12 : Champ de Mach instantané et maillage associé pour $M_\infty = 0.75$

La distribution instantanée du nombre de Mach est proposée sur la Figure 3.12. L'écoulement étant subsonique en amont de la position du cylindre, aucun choc n'intervient. Dans le sillage, en raison de l'augmentation de vitesse lors du passage du cylindre, deux chocs en forme de « λ » qui séparent la zone quasi-stationnaire proche du cylindre et la zone de perturbation derrière du sillage se développent. Le maillage adaptatif nous aide à bien observer ces deux chocs de faible amplitude.

En fait, en transsonique, pour une valeur de Mach inférieure à un nombre critique, deux poches supersoniques se créent à l'arrière de l'objet et les influences de l'écoulement en amont peuvent intervenir au delà de ces poches supersoniques ou bien via la zone arrière de recirculation. Pour un nombre de Mach plus important, comme cela est le cas dans notre calcul, deux chocs en forme de « λ » se développent et les perturbations entre la zone subsonique directement à l'arrière du cylindre et la zone plus en aval sont séparées.

3.1.2.2 Ecoulement supersonique

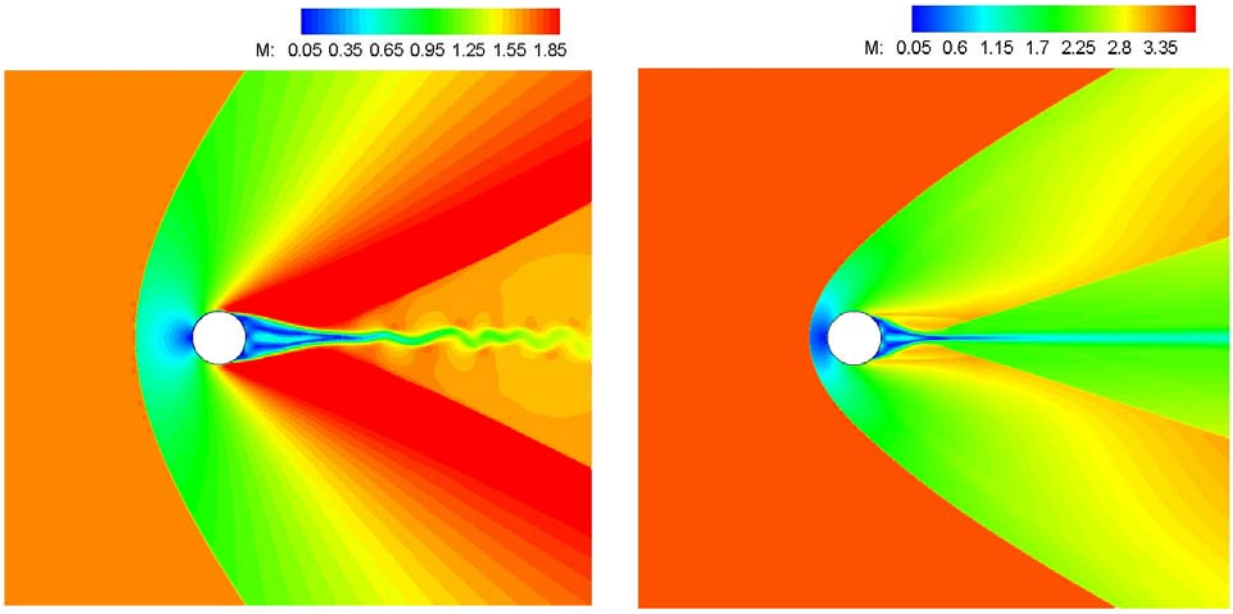
L'influence du nombre de Mach au sein du régime supersonique a été réalisée Tableau 3.3 rappelle les principales données utilisées pour $M_\infty = 3.5$.

Caractéristiques du domaine de calcul			
L_x	14D	Δx en *m*	6.25×10^{-6}
L_y	D	Δy en *m*	5.40×10^{-5}
L_z	16D	Δz en *m*	6.25×10^{-6}
Caractéristiques des simulations			
CFL	0.8	u_∞ en *m/s*	1196.8
Δt en *s*	1.0×10^{-9}	P_∞ en *bar*	1
Nombre de cellules	5074330	T_∞ en *K*	291

Tableau 3.3 : Caractéristiques du calcul $M_\infty = 3.5$

En comparant les distributions instantanées du nombre de Mach (Figure 3.13), on constate que l'onde de choc est évidement plus proche du cylindre ($\Delta = 0.622$) et que la zone

subsonique à l'arrière du cylindre est plus confinée pour la plus grande valeur de M_∞. De même, les ondes de détente interviennent plus en amont et l'expansion spatiale du cône est moins forte. En son sein, aucune instabilité ne semble se développer, les fortes contraintes stabilisant le développement de l'écoulement subsonique.



a) $M_\infty = 1.7$ *b)* $M_\infty = 3.5$

Figure 3.13 : Champ instantané des simulations de $M_\infty = 1.7$ et $M_\infty = 3.5$

3.2 ECOULEMENT SUPERSONIQUE AUTOUR D'UNE OGIVE

Au delà des géométries académiques précédemment étudiées, l'intérêt d'une telle méthode réside principalement sur ses aptitudes à décrire des écoulements caractéristiques d'un projectile en vol, le régime supersonique faisant évidemment l'objet d'une attention toute particulière. L'étude s'intéresse ainsi à la géométrie caractéristique « Secant Ogive Cylinder with Boat Tailed » dénommé par la suite SOCBT, devenue une configuration de référence [49, 10, 8, 50]. En régime supersonique, la vitesse de l'écoulement extérieur ayant une vitesse supérieure à celle du son, la perturbation engendrée par la présence du projectile ne peut être anticipée par le fluide conduisant au développement d'un choc conique. A un tel régime, la formation d'ondes de détente est initiée par les variations géométriques de l'arrière corps ; le sillage de ce dernier est le siège de développements de turbulence accompagnés d'onde de

compression. Ces écoulements sont également influencés par le mouvement du projectile généralement induit, l'effet de rotation du projectile contribuant à dissymétriser le développement des couches limites et donc directement altérer l'écoulement.

Avant d'étudier de tels effets, la structure de l'écoulement autour d'un SOCBT est tout d'abord caractérisée. Par exemple, il est primordial d'évaluer les capacités de l'outil numérique en cours de développement de décrire l'influence des principaux paramètres physiques (M_∞, α, Ω) et géométriques (forme du culot). Afin de valider l'approche proposée, les essais numériques se focaliseront sur une gamme de $2 \le M \le 4$ pour laquelle des données expérimentales sont disponibles : mesure de pression pariétale [51], mesure des coefficients aérodynamiques statique et dynamique [7] ainsi que des sondages de profils de couches limites [5].

3.2.1 Géométrie SOCBT

Un exemple de forme caractéristique d'un SOCBT est indiqué Figure 3.14. Le diamètre *D* est de 57.15 *mm* et correspond au calibre en balistique. L'ogive a une longueur de 3 calibres tandis que la partie cylindrique s'étend sur deux diamètres.

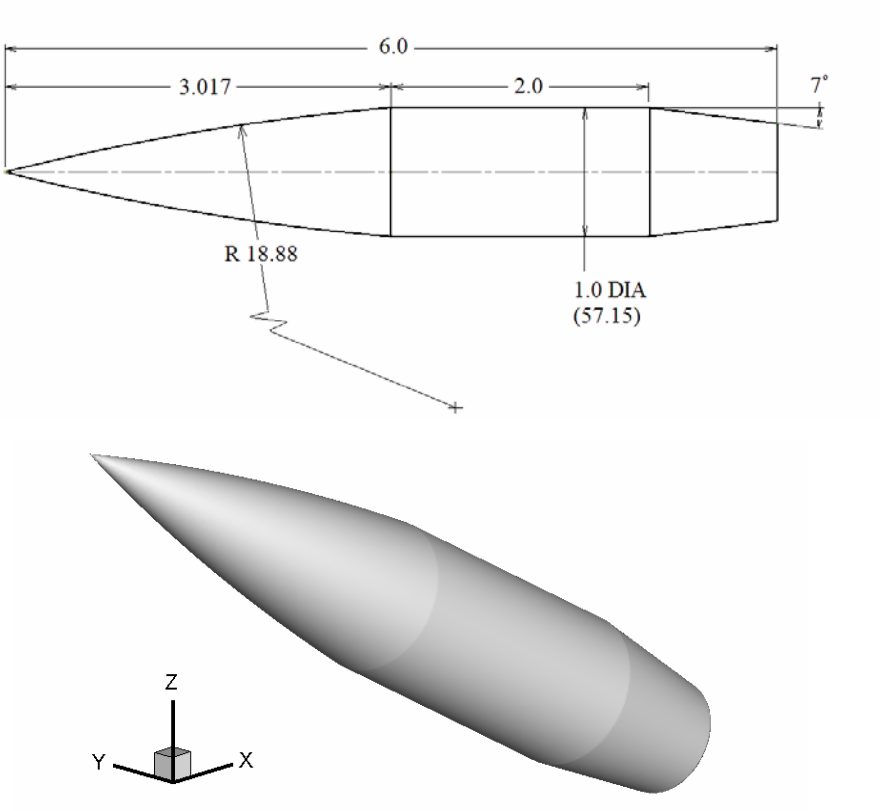


Figure 3.14 : Géométrie du projectile de type SOCBT

Dans cette configuration, le projectile se termine par un rétreint d'angle de 7° sur un diamètre ; l'amplitude de cet angle arrière est évidemment un paramètre essentiel faisant l'objet d'une attention toute particulière. Cummings et al. [10] ont démontré à partir d'une méthode RANS l'existence d'un angle pour lequel le coefficient de traînée est minimisé. L'objectif pour nous consiste donc à appréhender les aptitudes de notre modèle sur un cas géométrique aussi détaillé dans la littérature [49, 8, 52]. La géométrie ainsi présentée est centrée dans un domaine de $14D \times 8.4D \times 8.4D$. La longueur du domaine de calcul est quasiment similaire à celle utilisée dans l'étude de Cummings et al. [10].

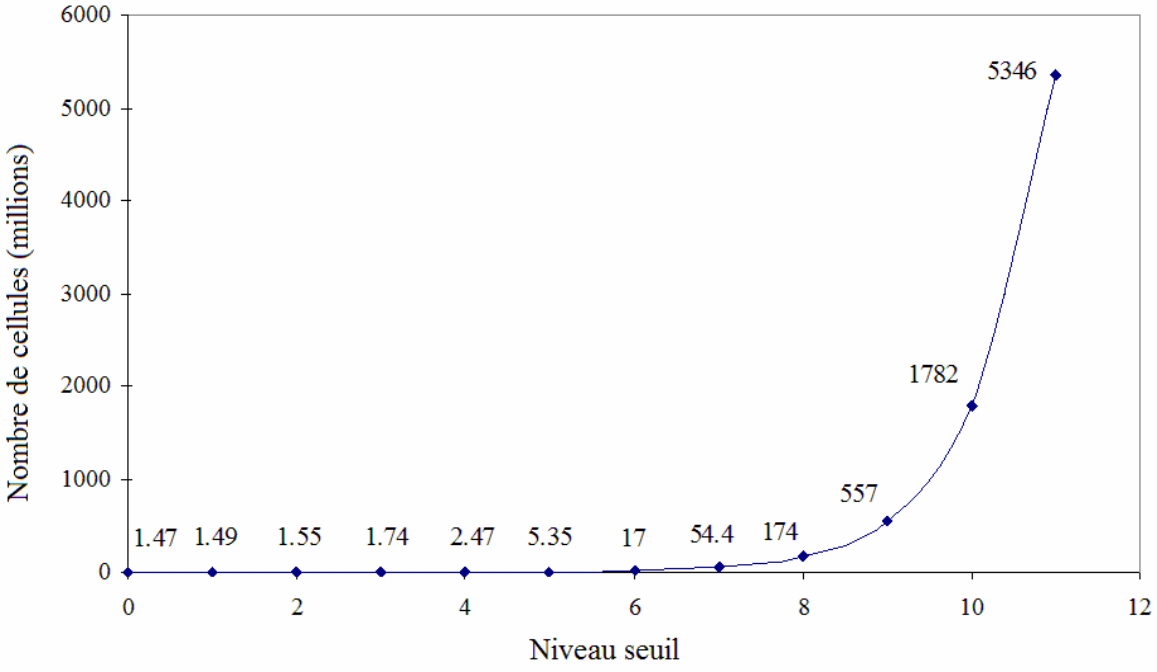


Figure 3.15 : Estimation de nombre des cellules en fonction de niveau seuil

Le choix d'un modèle de turbulence conditionne les caractéristiques du maillage et la modélisation des grandes échelles de la turbulence requiert évidemment une attention toute particulière. La résolution offerte par le maillage est bien évidemment un paramètre déterminant. Dans un premier temps, la simulation des grandes échelles requiert une résolution beaucoup plus importante qu'une méthodologie RANS. Il en est évidemment de même au voisinage des parois où l'échelle essentielle est la distance normée y^+ à la paroi pour un modèle RANS, les deux autres directions tangentielles pouvant alors être beaucoup plus importantes. Par exemple, Simon [8] souligne l'existence de rapports de forme de 750 à 1400 pour la méthode RANS alors que ces rapports sont significativement plus petits en LES (jusqu'à 50).

Pour bien capter le développement de la couche limite, la caractérisation de la sous-couche visqueuse est nécessaire, i.e $y^+ \sim O(1)$. En prenant en compte les contraintes du maillage automatique 2^ntree, atteindre $y^+ \sim 1$ correspond dans le cas étudié à une distance physique de $2.5\mu m$, les dimensions du maillage source (niveau 0) étant de l'ordre de 5 mm. Avec un tel niveau de raffinement et malgré le caractère non-isotrope du maillage ainsi généré en 2^ntree, une estimation des tailles de maillage a été réalisée et reportée sur la Figure 3.15.

En fait, pour un maillage du SOCBT dans le domaine de calcul proposé, le nombre des cellules nécessaire est indiqué en fonction du seuil maximum de résolution. Pour des niveaux inférieurs à 7, l'augmentation du nombre d'éléments est exponentielle et l'objectif d'un y^+ de 1 est tout simplement inenvisageable. En fait, le nombre de mailles estimé atteint 5.3×10^9 éléments, 99% de ces éléments étant dans la zone de couche limite et la mémoire vive pour un tel calcul serait de l'ordre 2.5To. En parallèle, en imaginant disposer d'une telle puissance de calcul, le temps CPU serait également considérable. Le pas de temps de telles simulations, satisfaisant la condition Courant-Friedrichs-Lewy [53], est estimé par :

$$CFL = \Delta t\left[\sum_{i=1}^{3}\frac{|u_i + c|}{\Delta x_i} + 2\frac{\mu+\mu_T}{\rho}\sum_{i=1}^{3}\frac{1}{\Delta x_i^2}\right] \le CFL_{\max} \qquad (3.1)$$

Pour notre schéma explicite, le $CFL_{\max}$ est typiquement égale à 1.5. En conséquence, le pas de temps $\Delta t_{\max}$ serait de l'ordre $2\times10^{-9}s$. Connaissant la distance L_x et la vitesse amont U_∞, il est facile de calculer le temps de traversée du domaine de calcul Δt_{trav} nécessaire à un élément de fluide pour parcourir le domaine au moyen de la relation $\Delta t_{trav} = L_x / U_\infty$. On peut alors estimer le nombre d'itérations nécessaire pour simuler une traversée de ce domaine, à savoir $N_{iter} / traversée = \Delta t_{trav} / \Delta t_{\max}$. En disposant d'un processeur offrant $11\mu s / élément / itération$ (valeur moyenne constatée dans les calculs réalisés) et un calcul lancé sur 64 processeurs, on obtient un temps CPU de 8.2 ans! Dans ces conditions, une telle résolution n'est tout simplement pas accessible et une résolution à la paroi plus grossière est à envisager.

3.2.2 Couche limite et loi de paroi

3.2.2.1 Modèle de paroi

L'ensemble des modèles de loi de paroi assimile le développement de la couche limite au sens moyenné. En effet, si la résolution pariétale est grossière, seule la contribution

moyenne est prise en compte. A partir d'un modèle de type LES, la résolution instationnaire des écoulements de proche paroi doit être basée sur l'échelle intégrale [54, 55, 56, 57] estimée à *1/10* de l'épaisseur de la couche limite δ. D'après Piomelli [57], le coût de la résolution de la sous-couche visqueuse et de la couche externe est de $Re^{1.8}$ et $Re^{0.6}$ respectivement, i.e le coût global de la prise en compte de la couche limite à l'échelle intégrale est de $Re^{2.4}$. Dans de telles conditions, la résolution de la couche limite de paroi en LES est souvent limitée à des nombres de Reynolds modérés [58]. Dans les conditions d'écoulement qui sont les nôtres, il n'est pas pensable de la résoudre complètement.

Une des solutions consiste donc à ne calculer que la partie externe et à modéliser, par l'introduction d'une loi de paroi, la partie de sous-couche visqueuse. En fait, le transport de quantité de mouvement par la couche visqueuse est modélisée en reliant la vitesse de la couche externe au tenseur des contraintes de la paroi par l'intermédiaire d'un profil de vitesse, en paramétrant leur effet au sens de la moyenne de Reynolds. A proximité des parois, les cellules contiennent une multitude d'échelles et le pas de temps utilisé va être beaucoup plus important que leur propre échelle de temps ; l'opération de filtrage par la méthode LES s'assimile donc à une procédure de moyenne au sens RANS.

Les premiers modèles de Schumann [59] et Deardorff [60] se réfèrent à une approximation des conditions aux limites similaire à celles appliquées dans les simulations RANS et s'appuient sur l'existence d'une condition d'équilibre entre production et dissipation d'énergie de turbulence. La loi logarithmique peut être utilisée pour relier la vitesse dans la couche externe aux contraintes à la paroi.

Il existe des modèles basés sur l'équilibre des contraintes pariétales en supposant que le premier point du maillage à proximité de la paroi correspond à un profil logarithmique:

$$u^+ = \frac{u}{u_\tau} = \frac{1}{\kappa}\log y^+ + 5.0 \qquad (3.2)$$

avec κ constante de von Karman. Par exemple, Deardoff [60] a imposé que le profil de vitesse suivant l'équation soit satisfait au sens de la moyenne et que les dérivées secondes des composantes $\overline{u}$ et $\overline{w}$ soient localement isotropes vis-à-vis des dérivées suivant *y* et *x*. Mais les résultats obtenus n'étaient pas en accord avec les données expérimentales en raison d'un défaut de résolution au sein de la partie externe de couche limite.

De son côte, Schumann [59] relie directement les contraintes de cisaillement à la paroi, $\tau_{xy,\omega}$ et $\tau_{yz,\omega}$ à la vitesse de la couche interne par :

$$\tau_{xy,\omega}(x,z) = \left[\frac{\langle \tau_\omega \rangle}{\langle \overline{u}(x,Y,z) \rangle} \right] \overline{u}(x,Y,z) \tag{3.3}$$

$$\tau_{yz,\omega}(x,z) = \left[\frac{\langle \tau_\omega \rangle}{\langle \overline{u}(x,Y,z) \rangle} \right] \overline{w}(x,Y,z) \tag{3.4}$$

avec $\langle . \rangle$ correspondant à une moyenne sur le plan parallèle à la paroi. La contrainte moyenne $\langle \tau_\omega \rangle$ est attribuée à une valeur égale au gradient de la pression imposé ou calculé itérativement par l'intermédiaire d'itérations de Newton de la loi logarithmique. Piomelli et al. [61] ont appliqué les conditions similaires aux relations (3.3) et (3.4). Pour rendre compte de l'inclinaison des structures dans la région de proche paroi, une modification de l'estimation des contraintes pariétales est effectuée en utilisant la vitesse instantanée à une distance Δ_s en aval du point où les contraintes sont évaluées. Marusic et al. [62] ont proposé de séparer la contrainte moyenne de sa partie fluctuante. Le modèle ainsi proposé et dénommé MKP et al. remplacent les équations (3.3) et (3.4) par :

$$\tau_{xy,\omega}(x,z) = \langle \tau_\omega \rangle - \alpha_\tau u_\tau \left[\overline{u}(x+\Delta_s,Y,z) - \langle \overline{u}(x,Y,z) \rangle \right] \tag{3.5}$$

$$\tau_{yz,\omega}(x,z) = \alpha_\tau u_\tau \overline{w}(x+\Delta_s,Y,z) \tag{3.6}$$

avec α_τ une constante caractéristique ($\alpha_\tau = 0.1$ dans [62]).

En plus des modèles d'équilibre des contraintes, une approche de type zone est également possible. Cette dernière est basée sur la solution explicite d'un ensemble d'équations dans la couche interne. Deux variantes existent : le modèle à deux couches proposé par Balaras et al. [63] avec deux maillages. L'autre modélisation est basée sur la méthode de simulations d'échelles détachées proposée par Spalart et al. [64] pour laquelle un maillage unique est utilisé et un changement du modèle de turbulence est opéré. Avec ce type de modélisation, le première point du maillage doit être de l'ordre de $y^+ \simeq 1$. Dans le modèle de Balaras, l'équation des conditions aux limites turbulentes est résolue directement :

$$\frac{\partial \overline{u}_i}{\partial t} = -\frac{\partial}{\partial x_j}\overline{u}_i\overline{u}_j - \frac{\partial P_e}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_n}\left((\nu + \nu_\tau)\frac{\partial \overline{u}_i}{\partial x_n} \right) \text{ avec } i = 1,3 \tag{3.7}$$

Les composantes des contraintes à la paroi obtenues par l'équation (3.7) dans la couche interne sont utilisées comme conditions aux limites pour le calcul de la couche externe. Balaras et al. [63] ont appliqué un modèle algébrique d'échelle de viscosité pour paramétrer toutes les échelles dans la couche limite :

$$v_\tau = (\kappa y)^2 D(y)\left|\overline{S}\right| \tag{3.8}$$

avec y la distance de la paroi, $\left|\overline{S}\right|$ est l'amplitude du tenseur des déformations, et $D(y)$ la fonction d'amortissement :

$$D(y) = 1 - \exp\left[-\left(y^+ / A^+\right)^3\right] \tag{3.9}$$

où $A^+ = 25$. Avec le second type de modélisation, un unique maillage est utilisé. Le modèle de turbulence utilisé sépare une région RANS avec celle de la LES. Il n'existe pas donc d'interface zonale, donc le champ de vitesse obtenu est lissé. Nikitin et al. [65] estiment le prix de ce modèle à environ $Re^{0.9}$.

3.2.2.2 Mise en place du modèle de paroi

Dans notre étude, le modèle d'équilibre utilisé est similaire à celui utilisé par Kalitzin et al.[66]. En effet, ce choix se justifie par une facilité de sa prise en compte. La contrainte de cisaillement τ_ω dans les cellules adjacentes à la paroi est obtenue à partir d'un processus itératif de Newton :

$$\tau_\omega = \rho u_\tau^2$$
$$u^+ = \frac{u}{u_\tau} = f\left(\frac{y u_\tau}{\nu}\right) = f\left(y^+\right) = \begin{cases} y^+ & \text{si } y^+ \le 11.13 \\ \frac{1}{\kappa}\log y^+ + 5.0 & \text{si } y^+ > 11.13 \end{cases} \tag{3.10}$$

Au premier point du maillage, le nombre de Reynolds local est calculé par:

$$\mathrm{Re}_1 \equiv y_1 U_1 / \nu = y_1^+ U^+\left(y_1^+\right) = F\left(y^+\right) \tag{3.11}$$

$$\mathrm{Re}_1 = \begin{cases} y_1^{+2} & \text{pour } y^+ \le 11.13 \\ y_1^+\left[\frac{1}{\kappa}\log y_1^+ + 5.0\right] & \text{pour } y^+ > 11.13 \end{cases} \tag{3.12}$$

En inversant cette fonction, on obtient :

$$y^+ = y_1 u_T / \nu = F^{-1}\left(\mathrm{Re}_1\right) = \begin{cases} \sqrt{\mathrm{Re}_1} \\ F^{-1}\left[y^+\left(\frac{1}{\kappa}\ln y^+ + B\right)\right] \end{cases} \tag{3.13}$$

Pour résoudre l'équation (3.13), nous utilisons la méthode itérative de Newton :

$$y_1^+ = y_0^+ - \frac{f\left(y_0^+\right)}{f'\left(y_0^+\right)} \tag{3.14}$$

Par conséquent, u_τ peut être estimée. La viscosité d'échelle est explicitement liée au profil de vitesse.

3.2.2.3 Validation du modèle de paroi

Pour valider la loi de paroi retenue et intégrée dans le code, des calculs ont été entrepris sur la géométrie SOCBT simplifiée dans le but de réduire les temps de calcul. En effet, une tranche 2D du projectile SOCBT est ainsi considérée et la géométrie est extrudée sur un diamètre suivant la direction *Y* afin d'assurer le développement d'un écoulement turbulent 3D (Figure 3.16). Le domaine de calcul devient dont $14D \times D \times 8.4D$ réduisant ainsi le temps de calcul sur ce cas de validation.

Notre stratégie est la suivante : utiliser deux résolutions de maillage, l'une imposant l'introduction d'une loi de paroi et l'autre, suffisamment bien résolue pour assurer une résolution directe. La confrontation des résultats doit permettre une analyse quantitative sur la loi de paroi mise en oeuvre.

	M_1	M_2
Niveau seuil	3	9
$\Delta x_{\min}$ en m	1.25×10^{-4}	1.95×10^{-6}
$\Delta y_{\min}$ en m	$1.00.\ 10^{-3}$	6.25×10^{-5}
$\Delta z_{\min}$ en m	1.25×10^{-4}	1.95×10^{-6}
Nombre de cellules	0.25×10^{6}	86×10^{6}

Tableau 3.4 : Caractéristiques des deux maillages
Maillage M_1 non résolu à la paroi – Maillage M_2 résolu à la paroi

On constate Figure 3.17 la très fine résolution du maillage M_2 avec des valeurs de y^+ sur le corps principal de l'objet proche de l'unité.

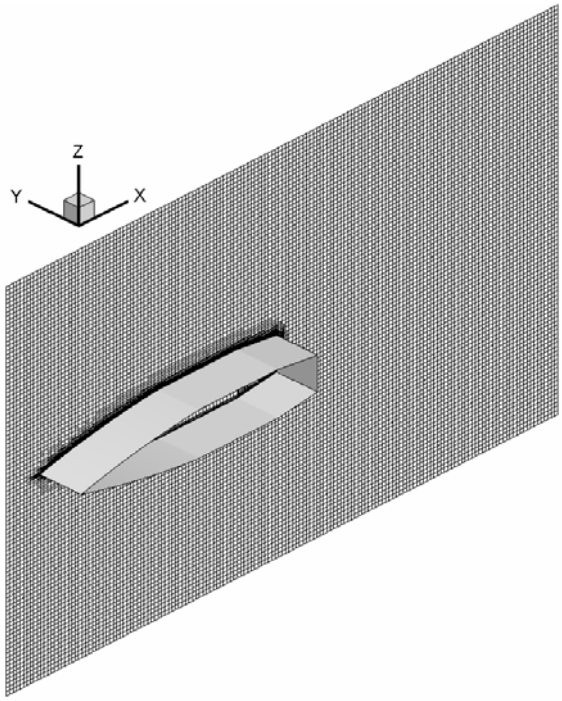
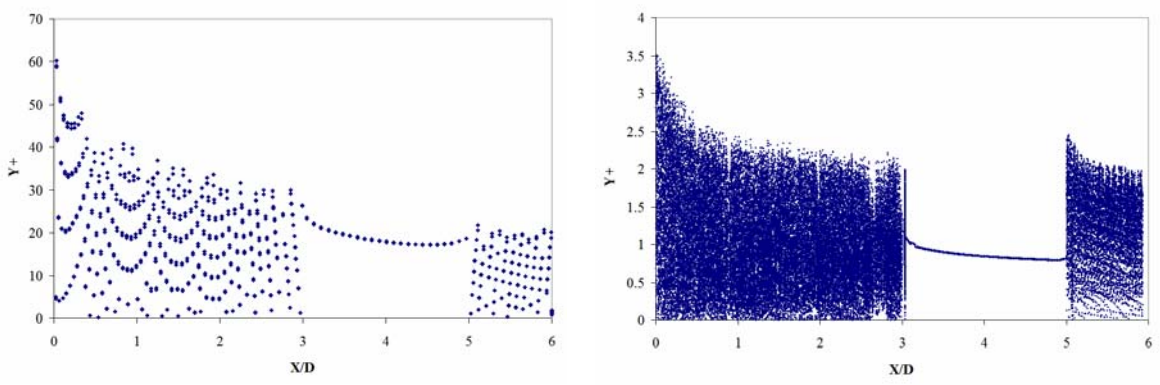


Figure 3.16 : SOCBT simplifiée et maillage associé



a) Distribution de y+ de maillage 1 *b) Distribution de y+ de maillage 2*

Figure 3.17 : Distribution de *y*+ des maillage M_1 et M_2

La Figure 3.18 présente les profils au sein de la couche limite pour 3 positions différentes : la partie ogive, la partie cylindrique et le rétreint. Sur la partie ogive, les épaisseurs de couche limite obtenues avec les deux résolutions sont quasiment identiques. Sur les deux autres positions, le modèle de paroi surestime légèrement les vitesses dans la partie de sous-couche visqueuse et la zone intermédiaire mais force est de constater que la forme et les profils sont très proches. L'introduction d'une loi de paroi ne détériore pas les résultats et permet de significativement modifier la résolution du maillage en proche paroi tout en assurant une simulation quantitative. Dans cette exemple simplifié, le nombre total d'éléments est réduit d'un facteur 344 !

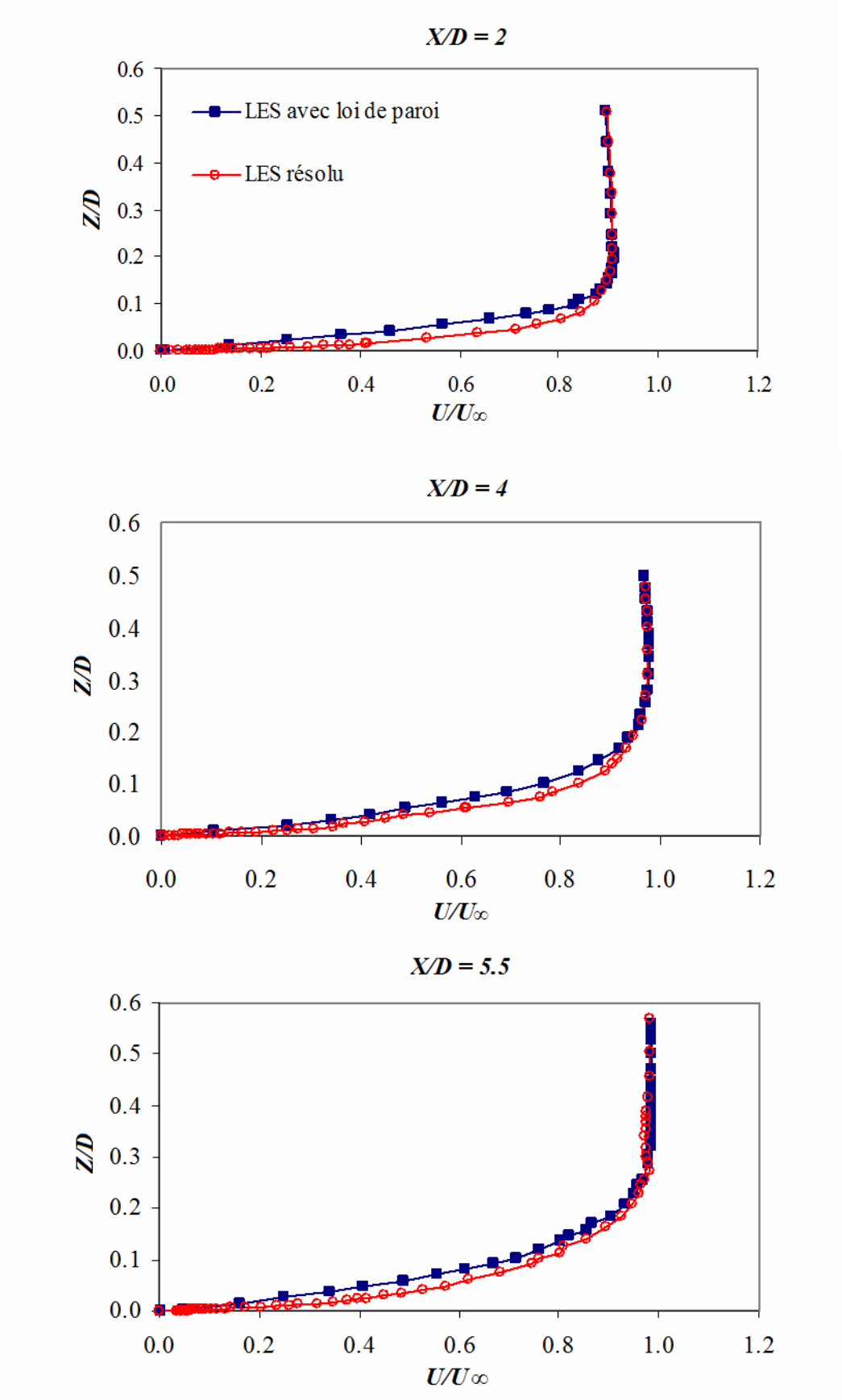


Figure 3.18 : Profils de couche limite pour 3 positions caractéristiques du SOCBT

3.2.3 Identification de l'écoulement sans rotation

A partir du modèle précédemment décrit, intéressons-nous à l'organisation de l'écoulement autour d'un projectile. Le projectile SOCBT est, cette fois-ci, pris dans son intégralité (Figure 3.19) et le maillage offre un raffinement de niveau 5 avec 5.3×10^6 cellules environ.

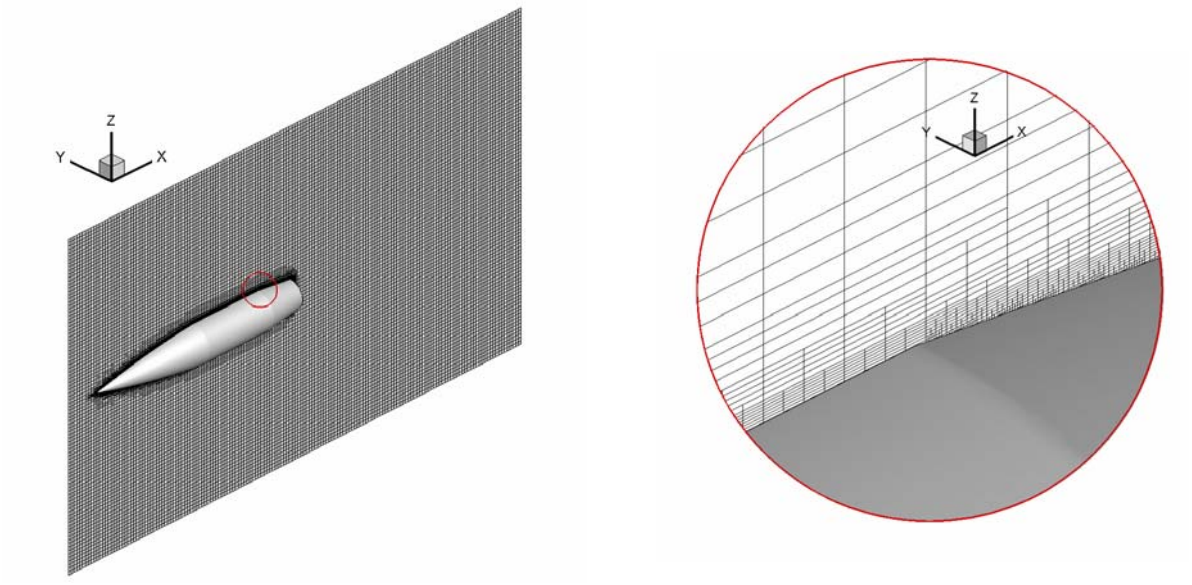


Figure 3.19 : Maillage initial du calcul de SOCBT

En partant d'une vitesse initiale nulle, le calcul requiert une simulation temporelle de $0.009s$ avant d'être établi, la vitesse du projectile étant fixée égale à 1025.3 *m/s* i.e $M_\infty = 3$. Une fois établi, l'écoulement autour du SOCBT est le siège de phénomènes caractéristiques de vitesses supersoniques avec notamment l'apparition d'ondes de choc.

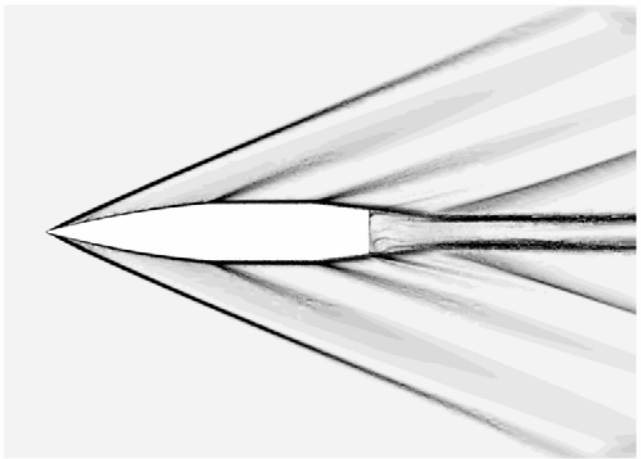
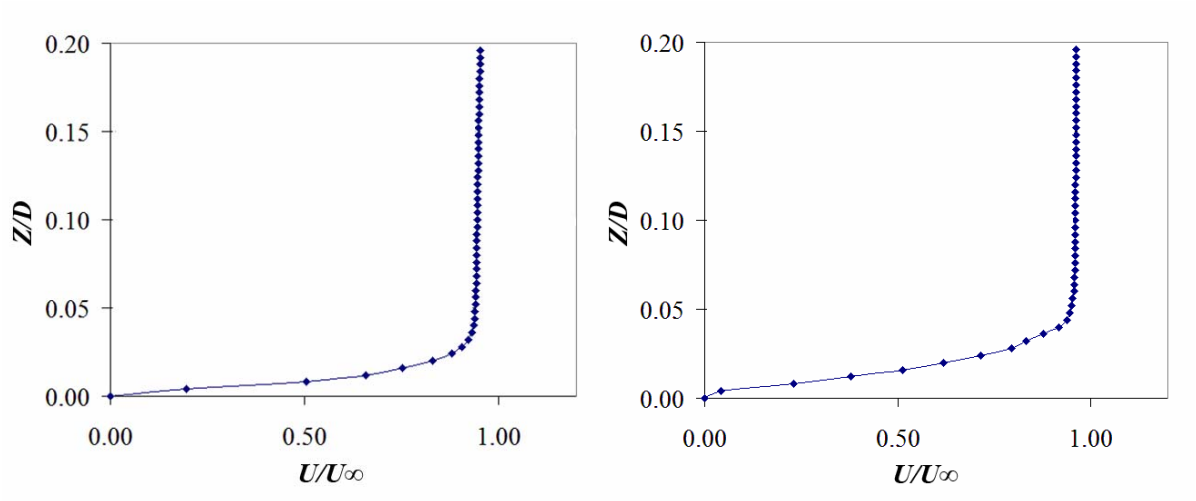


Figure 3.20 : Visualisation de type Schlieren de l'écoulement autour du projectile

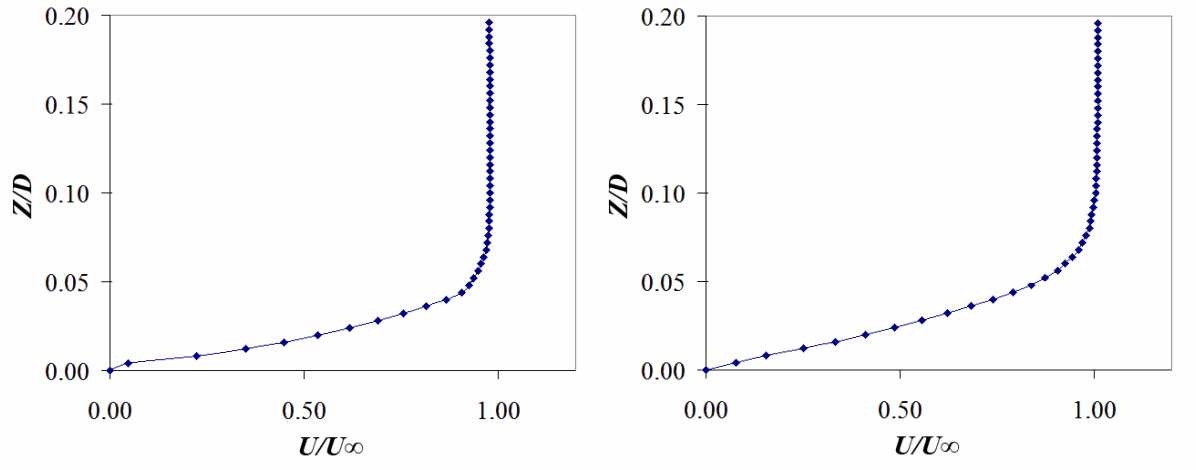
La Figure 3.20 propose une visualisation de type Schlieren dans le plan médian. L'écoulement extérieur ayant une vitesse supérieure à la vitesse du son, le fluide ne peut « anticiper » le vol du projectile et ainsi favorise l'apparition de choc sonique à sa pointe. Liées à la surface de l'ogive, des ondes de chocs sont observées dans la partie conique mais également à l'endroit de la partie cylindrique. De même, la partie arrière du projectile favorise le développement d'un choc dès le changement géométrique lié à la partie biseautée. En fait, toute rupture géométrique donne lieu à l'apparition de chocs. L'arrière corps est visiblement le siège d'une physique intense avec un sillage turbulent soumis à des ondes de compression. En plus des différents chocs, le développement des couches limites turbulentes est un élément prépondérant. Pour caractériser les couches limites, la Figure 3.21 présente plusieurs profils de vitesse le long du SOCBT. Comme nous l'avons indiqué dans le paragraphe 3.2.2, un tel niveau de raffinement du maillage ne permet pas d'obtenir une couche limite résolue $y^+ \sim O(1)$ et bien au contraire, son analyse est accessible grâce au modèle de paroi. La valeur de y^+ varie entre 20 et 80.

Pour x < 3 (i.e dans la partie conique), les gradients à la paroi sont initialement très importants ; la couche limite est bien entendu turbulente et on constate une cassure assez nette au voisinage de la paroi. En effet, le cône étant divergeant, le profil de vitesse s'appuie sur la paroi et l'épaisseur de la couche limite n'évolue que très peu. Par exemple, cette dernière est estimée à 0.03 et 0.045 (δ / D) pour *X/D = 1* et 2 respectivement. Dans la partie cylindrique, au contraire, l'épaisseur de la couche limite évolue de manière plus sensible, passant de 0.05 à 0.09 entre *X/D = 3* et *X/D = 5*. L'arrière corps avec sa géométrie biseautée donne à la forme du profil de vitesse un aspect beaucoup plus « parabolique » (c.f. profil à *X/D = 6*). A l'arrière corps du SOCBT, l'angle droit provoque la séparation brutale de l'écoulement et induit ainsi la formation d'une zone de retour. La Figure 3.22 détaille le champ de vitesse dans cette partie tout en indiquant schématiquement les principaux mécanismes. Cette région est capitale pour l'organisation du vol ; en effet, la taille de la zone de recirculation conditionne l'angle de braquage de l'écoulement. Une zone de recirculation de faible envergure induit un rattachement plus rapide spatialement de l'écoulement et favorisera des ondes de détente. Ainsi, la traînée du projectile dépend directement de la taille de la circulation de retour. Sur l'axe de symétrie, le point de rattachement (auquel la vitesse longitudinale est nulle) est également un point critique ; en effet, le rattachement de la couche de cisaillement force l'écoulement à s'aligner vis-à-vis de l'axe de symétrie induisant par la même la formation de chocs de rattachement et accompagné plus en aval par des ondes de recompression.



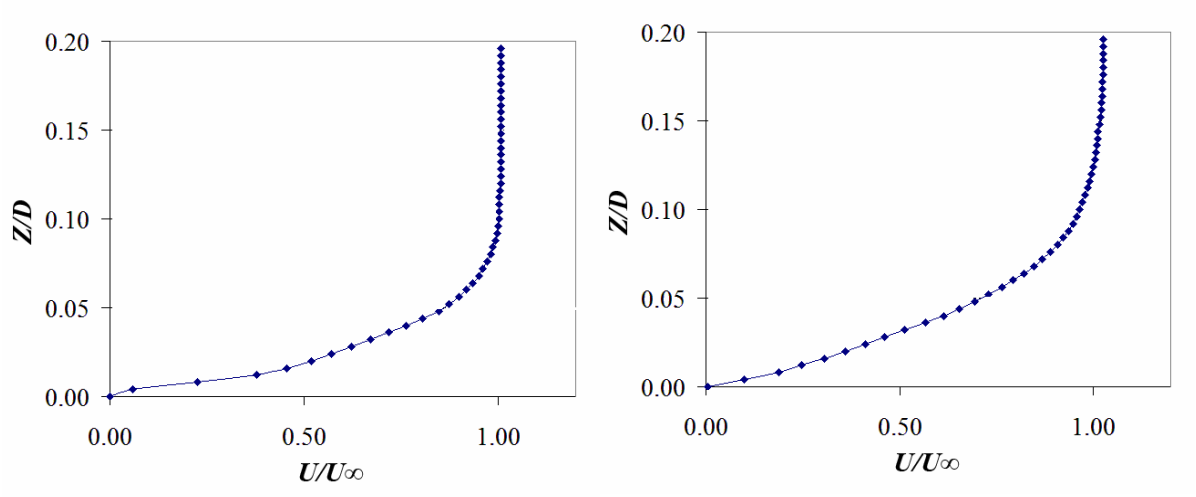
a) X/D = 1

b) X/D = 2



c) X/D = 3

d) X/D = 4



e*) X/D = 5*

f) X/D = 6

Figure 3.21 : Développement de la couche limite le long du projectile

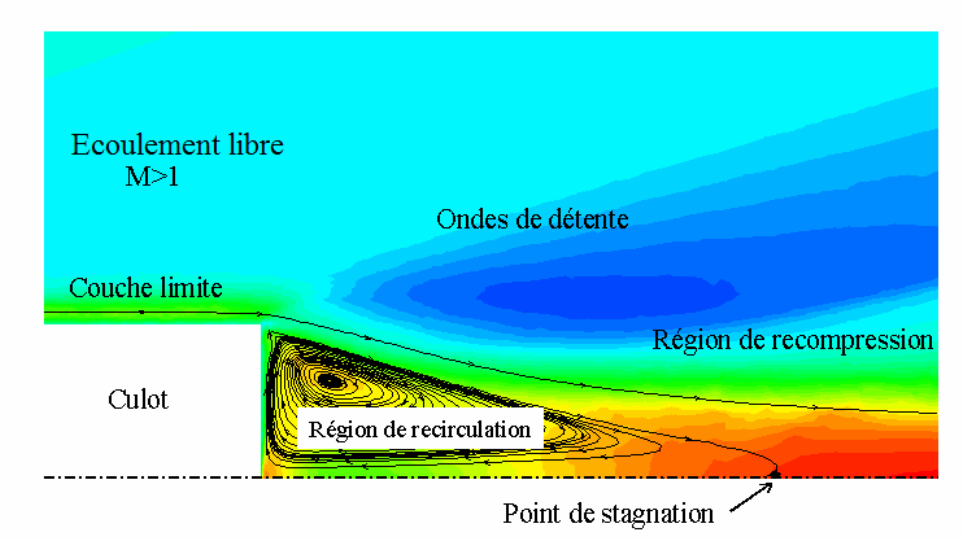


Figure 3.22 : Structure de l'écoulement à l'arrière corps du projectile

D'un point de vue encore plus qualitatif et en s'intéressant cette fois-ci aux valeurs instantanées, la Figure 3.23 propose le contour des iso-surfaces du critère *Q*, déjà utilisé dans le paragraphe 3.1.1.2, et qui permet de témoigner de la production de structures turbulentes dans cette région de sillage du SOCBT.

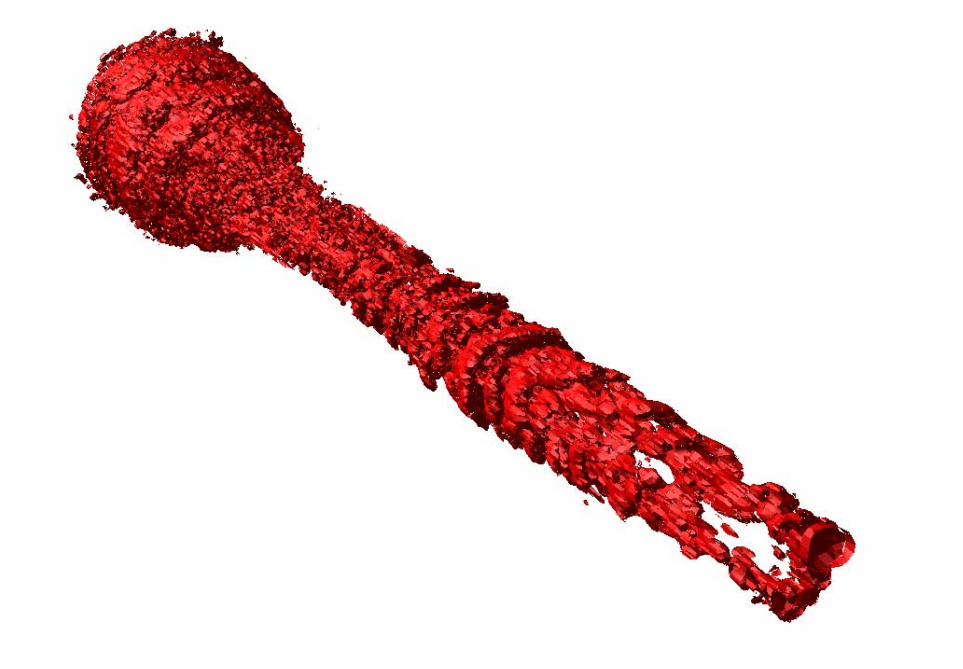


Figure 3.23 : Iso-contour du critère *Q* dans la partie arrière-corps

La complexité des écoulements supersoniques n'est pas en soit une découverte et la littérature, qu'elle s'appuie sur des travaux expérimentaux [51, 5] ou bien sur des travaux numériques [10, 50] , est relativement riche sur cette thématique. Il constitue donc un cas test

idéal pour qualifier notre modèle LES 2^ntree et il serait néanmoins nécessaire de comparer d'une manière plus quantitative nos résultats. L'aspect qualitatif sur l'organisation générale de l'écoulement est jusque le positif.

La géométrie du SOCBT ainsi que les conditions numériques correspondent en fait à des conditions expérimentales étudiées par Cummings et al. [10]. L'évolution des distributions pariétales a donc été confrontée aux estimations numériques et force est de constater que les calculs numériques sont très prédictifs. La pression diminue le long de l'ogive et cette diminution est due à la forte accélération du fluide (cf. Figure 3.26). On constate également que les ruptures géométriques créent de fortes discontinuités de la pression pariétale.

Comme nous l'avons précédemment souligné, la géométrie de l'arrière corps est prépondérante sur les performances aérodynamiques de l'engin. Certains auteurs ont considéré la géométrie arrière comme variable pour chercher à optimiser l'angle du culot. Par exemple, Kneubuehl [9] a suivi expérimentalement le coefficient de traînée d'un SOCBT en fonction de l'angle du culot. Expérimentalement, le minimum de coefficient de traînée a été identifié entre 7 et 8° alors que Cummings et al. [10] ont, de manière numérique, amélioré cette prédiction en identifiant la valeur $\theta = 7.9°$ comme valeur critique. Dans l'étude de Simon [8], la valeur optimale 7° pour un écoulement à $M_\infty \sim 2.5$. Notre modèle est-il capable de confirmer de tels résultats ?

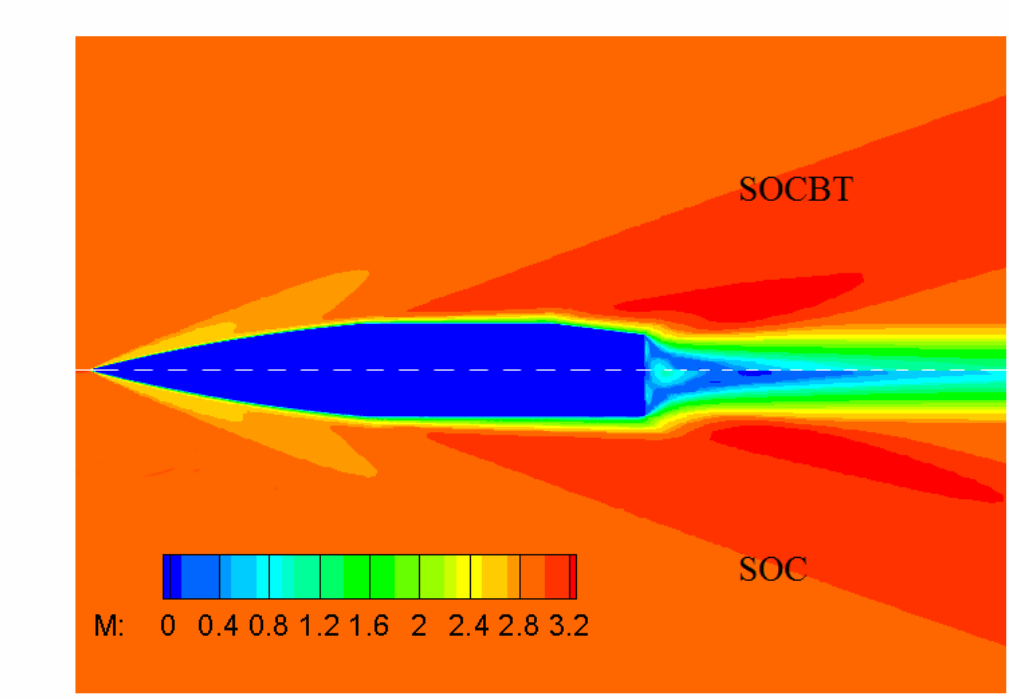


Figure 3.24 : Influence de la géométrie du culot sur le champ de nombre de Mach

Tout d'abord, afin d'appréhender l'influence de cette géométrie arrière, détaillons la structure de l'écoulement pour deux géométries, i.e deux angles arrières complètement différents (Figure 3.24). En fait, les modifications ne portent qu'exclusivement sur le corps arrière avec un culot franc (dénommé en général SOC pour Secant Ogive Cylinder et dessiné basse de la Figure 3.24) et un angle arrière de culot de 7° .

La Figure 3.25 permet également une comparaison directe du champ de pression et les lignes de courant à l'arrière de l'ogive pour les deux géométries. On constate que le point de stagnation est à $\Delta X / D \sim 1.8$ et 1.33 pour les géométries SOC et SOCBT respectivement et ces valeurs sont en accord avec des résultats de 1.71 et 1.39 de Hutton et al. [67] et ceux de Sahu et al. [68, 69].

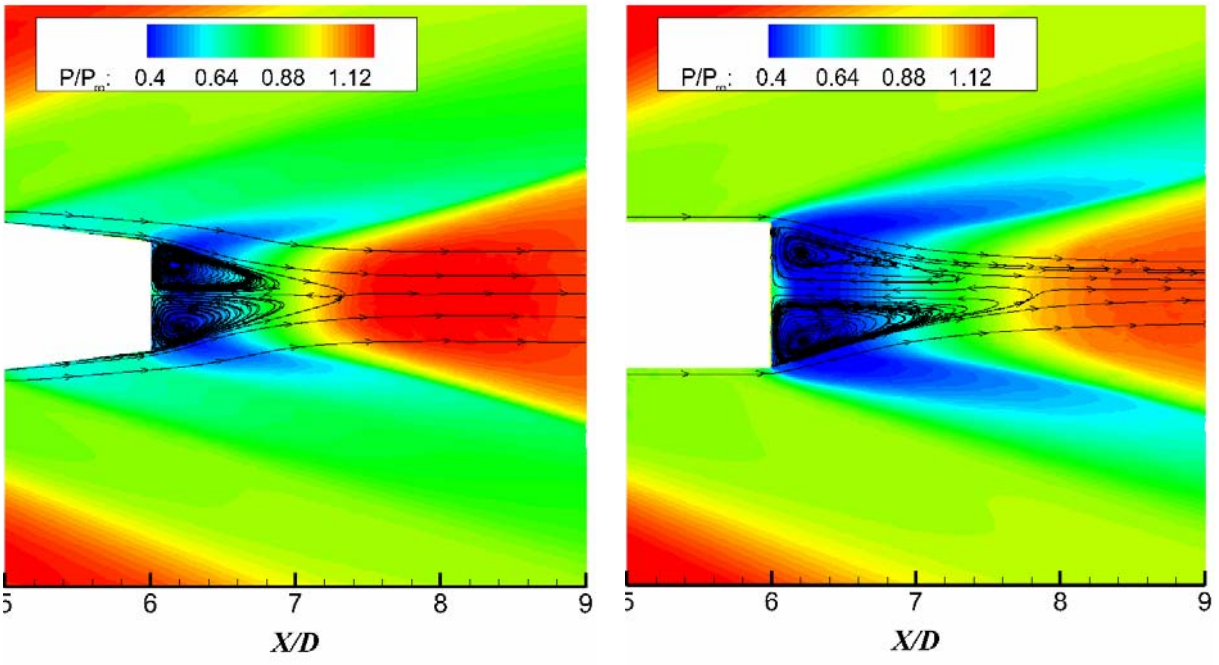


Figure 3.25 : Champ P/P_∞ et lignes de courant pour la géométrie SOCBT (à gauche) et la géométrie SOC (à droite)

Le champ de pression, et par conséquent le développement des ondes d'expansion et de recompression, est très fortement altéré par la géométrie étudiée. En effet, alors que les niveaux demeurent comparables, le culot franc n'offre qu'une discontinuité géométrique à l'extrémité de l'ogive ce qui localise à cet endroit la discontinuité du champ de pression. En suivant la pression pariétale le long de l'ogive (Figure 3.26) pour les deux géométries, la présence de ces discontinuités (ou leur absence) est flagrante. Notons que dans le cas « culot franc », les prédictions de notre modèle s'accordent parfaitement avec les résultats numériques proposés

par Cummings et al. [10] mais également aux résultats expérimentaux disponibles dans la littérature [70].

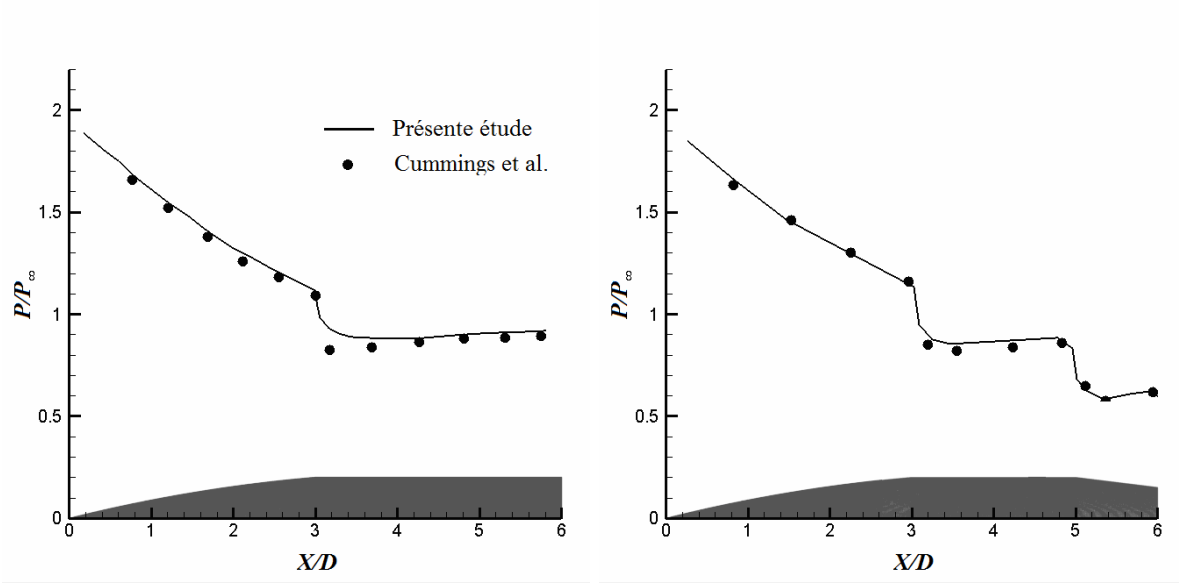


Figure 3.26 : Distribution de pression le long du projectile

Finalement, une démarche similaire à celle de Cummings et al. [10] et de Simon [8] a été testée : rechercher l'angle optimal pour minimiser le coefficient de traînée. Il s'agit ici plutôt d'une vérification sommaire des aptitudes de notre modèle et seulement quelques angles supplémentaires ont été réalisés : $\theta = 4, 7.5, 8$ et 9.

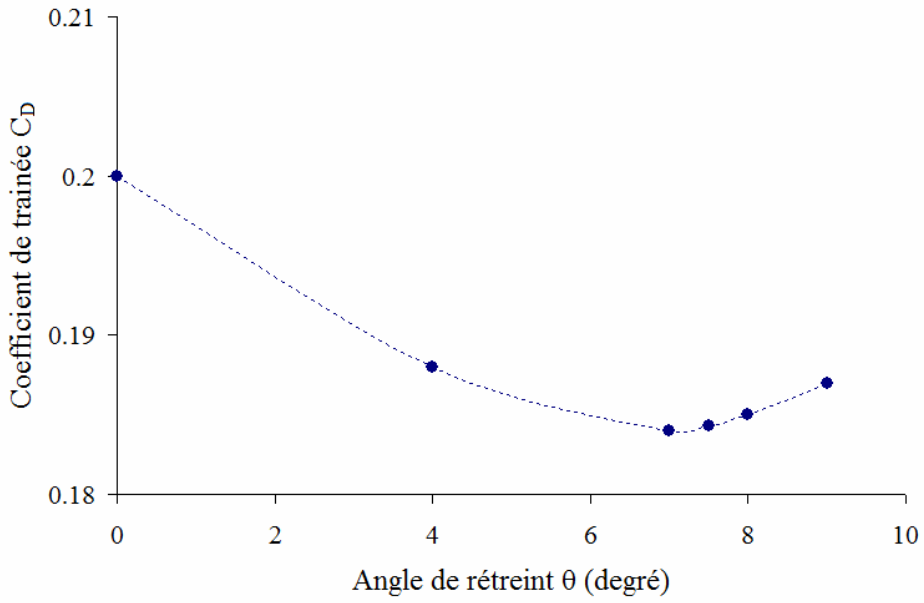


Figure 3.27 : Influence de la géométrie du culot sur le coefficient de traînée

La Figure 3.27 compare directement les valeurs du coefficient de traînée en fonction de l'angle du culot arrière et force est de constater que les valeurs obtenues de notre modèle sont en accord avec ceux de la littérature, la localisation de l'angle optimal étant comprise entre 7 et 7.5°, en accord avec Simon [8].

3.2.4 Influence de l'incidence de l'ogive

La poursuite de la validation de notre outil numérique passe par une prise en compte de l'incidence de l'ogive, toujours sans prendre en compte une possible rotation de l'engin autour de son axe. Le domaine de calcul ainsi que les critères de raffinement restent similaires au cas précédent et seule l'incidence $\alpha = 0°$ a été modifiée. En effet, plusieurs angles ont été testés : 2, 6.34, 10.4, 15, 20 et 30°. Ces angles ont été retenus car ils correspondent à des valeurs ayant fait l'objet d'études numériques [8] et surtout en fonction de l'existence de résultats expérimentaux, conduit par le Laboratoire de Recherches en Balistique de l'armée américaine ARBRL [5, 52].

La succession de nos calculs s'avère donc excessivement simpliste. Après avoir retenu un angle d'incidence α, une rotation correspondante est appliquée à l'ensemble des points du maillage solide surfacique et le maillage fluide est automatiquement construit en prenant en compte les critères de raffinement : raffinement jusqu'au niveau 5 en ce qui concerne le maillage pariétal et l'ensemble des coefficients pour capter les contraintes liées au choc sont ε_r=0.05 , ε_c=0.04 et α=0.4 .

La Figure 3.28 présente les différents angles d'incidence étudiés et une coupe médiane des maillages associés. Le nombre total d'éléments est également reporté. En effet, l'incidence a un impact direct sur le nombre d'éléments ; en fonction de l'incidence, le corps cylindrique de l'ogive n'est plus aligné suivant l'axe et ainsi le raffinement, pour conserver une distance normale cible (et ainsi assurer une valeur de y^+), doit se réaliser dans deux directions. La conséquence directe est une augmentation du nombre d'éléments pour assurer un raffinement similaire. Alors que pour l'incidence nulle le maillage est de plus de 5×10^6 éléments, il est doublé pour $\alpha = 15°$ et excède les 12×10^6 élément pour $\alpha = 30°$. Une telle augmentation interviendrait jusqu'à $\alpha = 45°$.

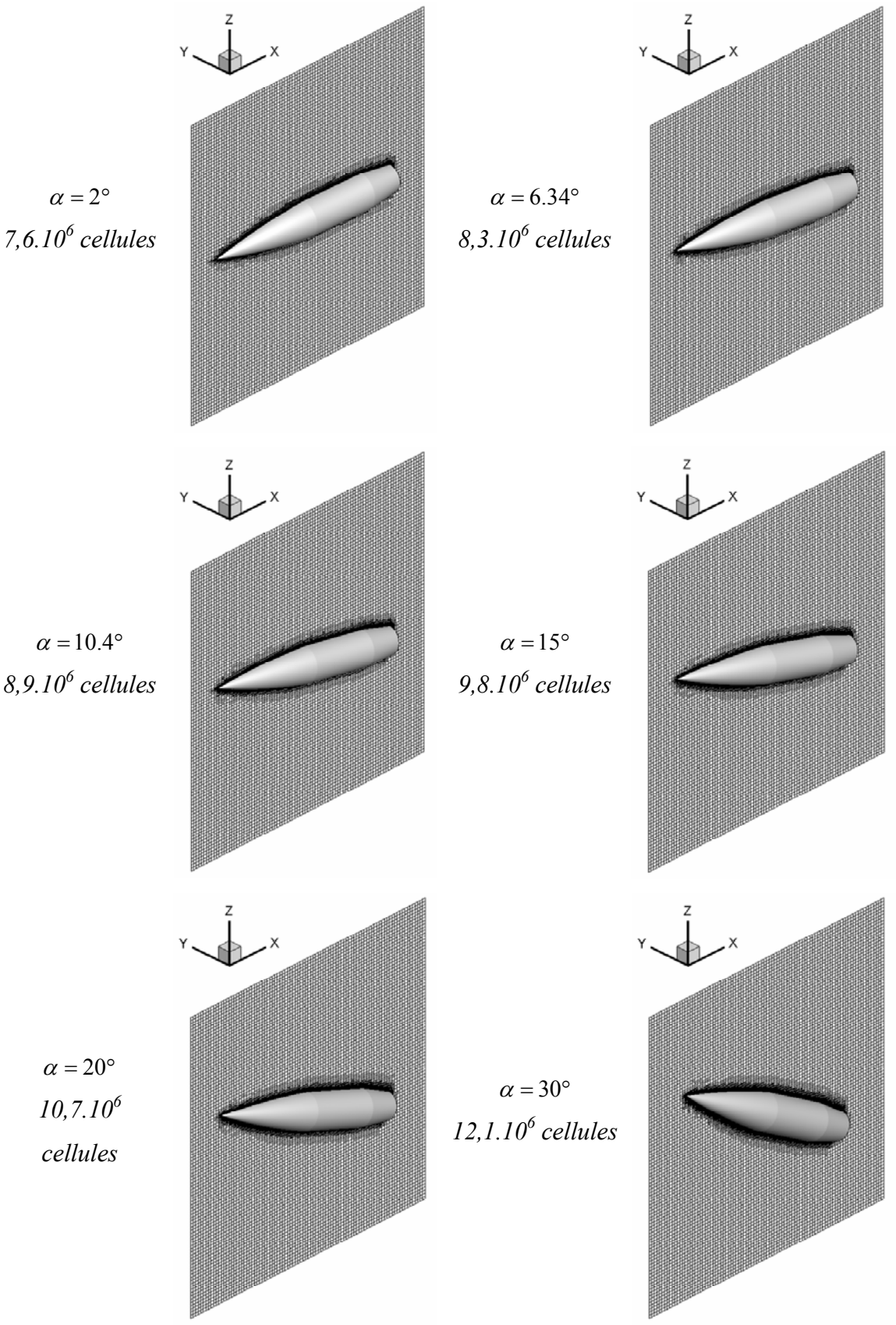


Figure 3.28 : Vue des maillages en fonction de α

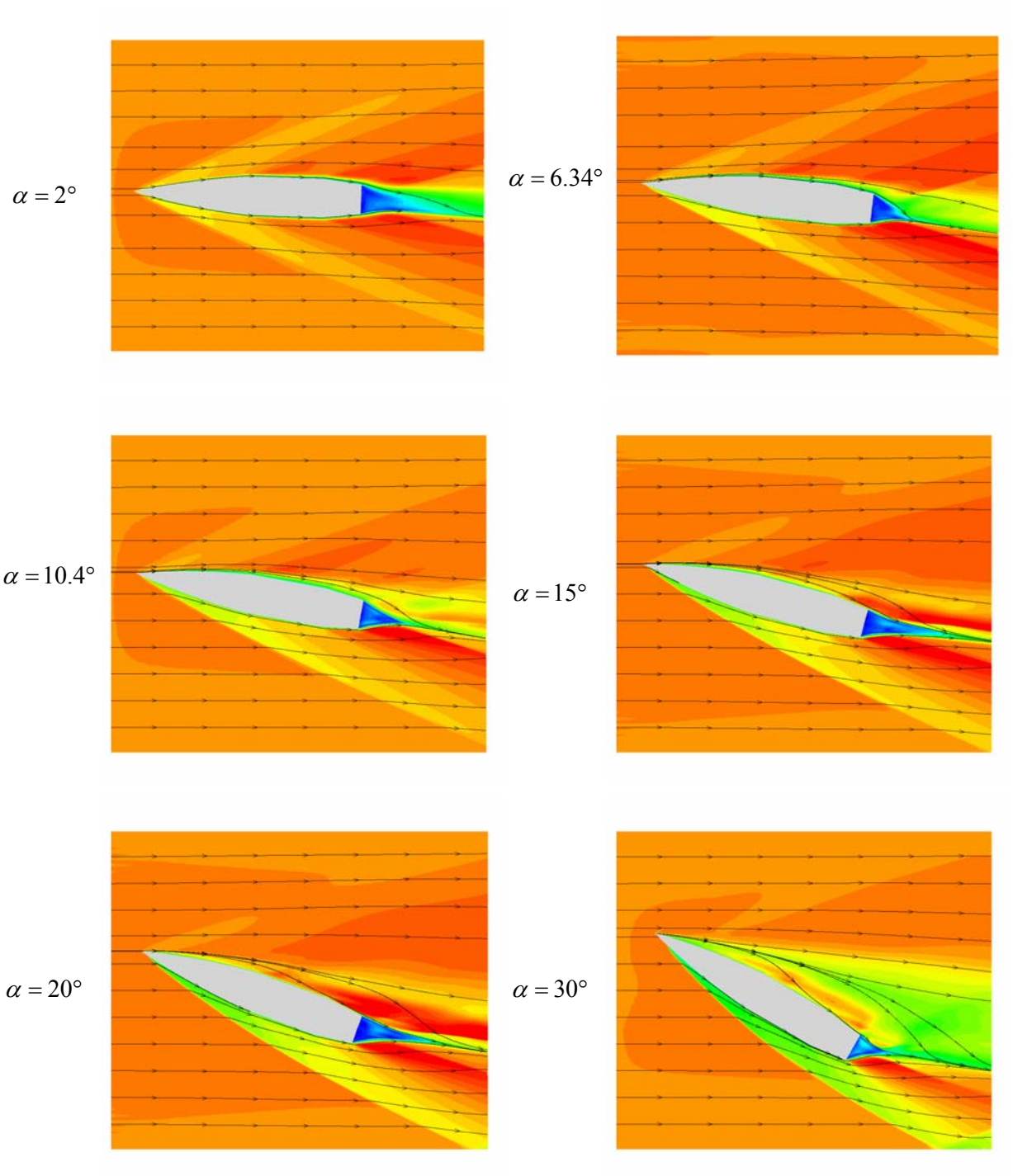
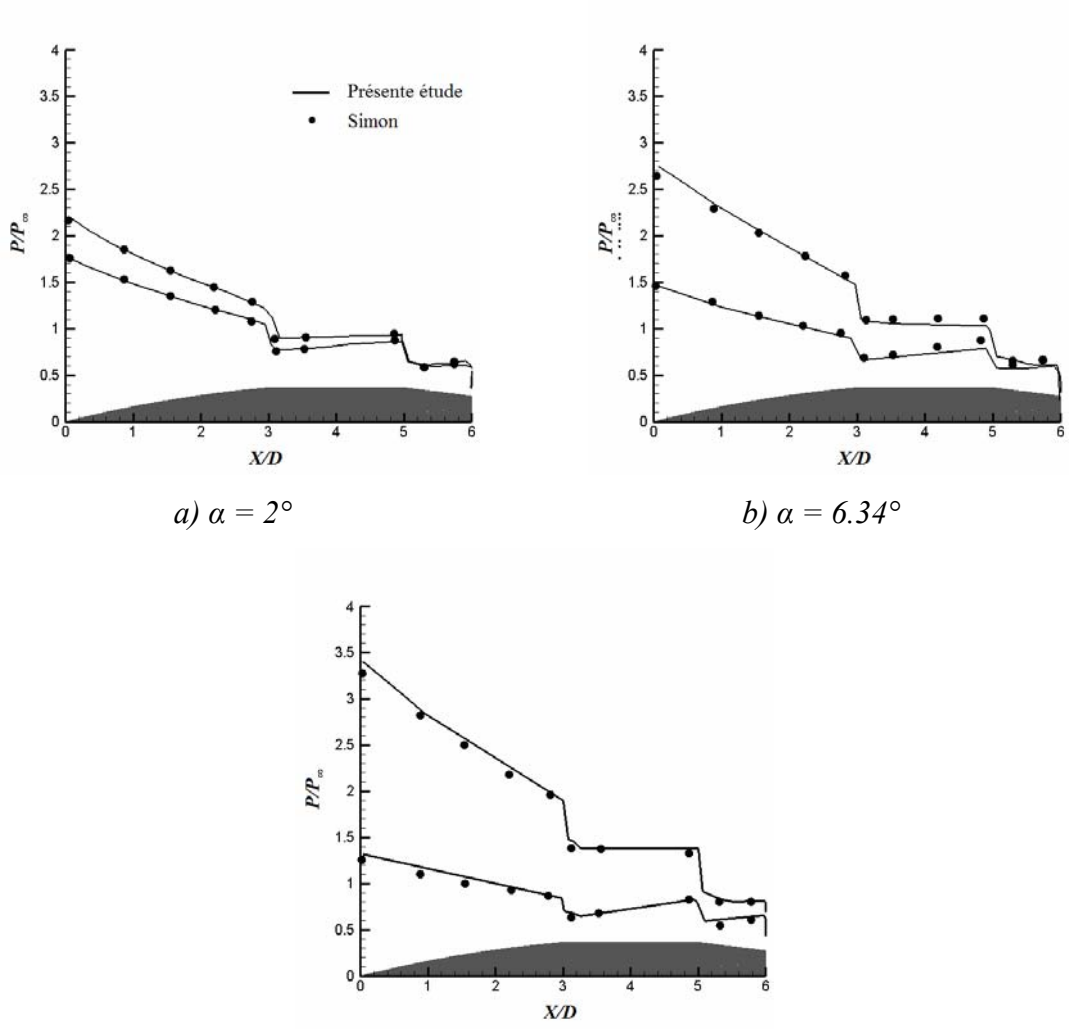


Figure 3.29 : Distribution du champ de Mach et lignes de courant pour les différents angles d'incidence étudiés à $M_\infty = 3$

L'évolution de la pression pariétale obtenue pour les valeurs $\alpha = 2,\ 6.34$ et $10.4°$ est comparée avec les résultats numériques et expérimentaux obtenus par Simon [8] (Figure 3.30). Les résultats, quelque soit l'angle étudié, sont en parfait accord alors que l'on distingue de fortes variations entre intrados et extrados. En effet, comme attendu, la dissymétrie de

l'écoulement liée à l'existence d'un angle d'incidence α engendre une dissymétrie entre intrados/extrados, cette différence se réduisant de manière significative le long de l'ogive.

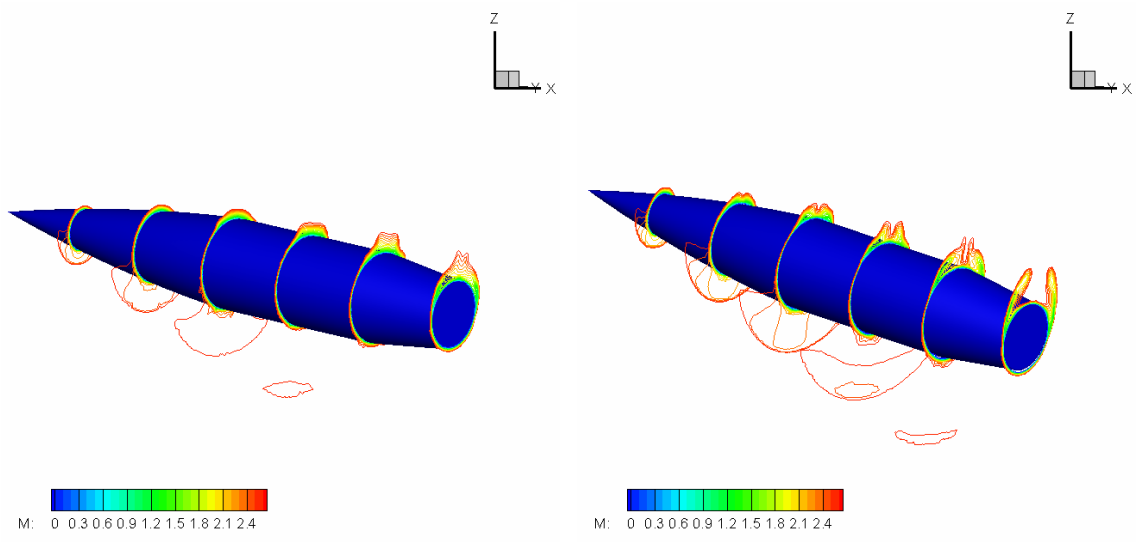


a) α = 2° *b) α = 6.34°*

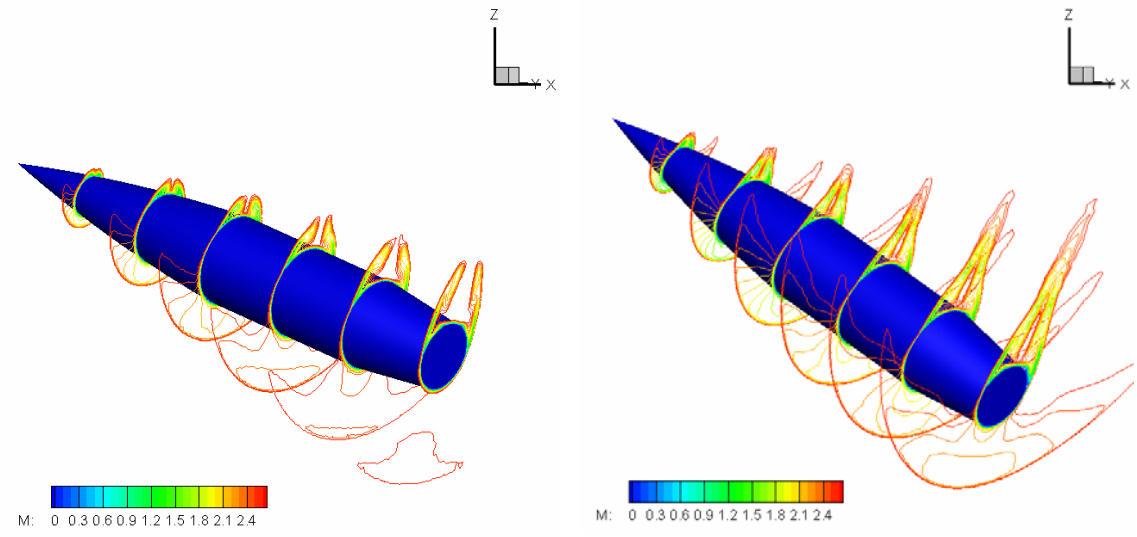
c) α = 10.4°

Figure 3.30 : Distribution de la pression pariétale

En suivant les iso-contours du nombre de Mach quelle que soit la position longitudinale le long de l'ogive, on constate l'apparition d'enroulements tourbillonnaires favorisés par l'angle d'incidence. En effet, pour $\alpha = 10.4°$, le champ de Mach présente quelques perturbations spatiales, surtout dans la zone d'arrière corps. Pour $\alpha = 15°$, ces perturbations se sont transformées en un développement d'enroulements distinctement établis alors que le champ du nombre de Mach offre des perturbations plus en amont que dans le cas $\alpha = 10.4°$. Pour $\alpha = 20°$ et $30°$, le développement de tourbillons contra-rotatifs établis intervient dès la partie cône oblique. L'existence de ces tourbillons va contribuer à l'augmentation des efforts normaux et à l'ensemble des efforts s'exerçant sur l'ogive.



a) $\alpha = 10.4°$ *b)* $\alpha = 15°$



c) $\alpha = 20°$ *d)* $\alpha = 30°$

Figure 3.31 : Développement des tourbillons d'extrados en fonction de l'incidence

3.2.5 Effet Magnus

L'effet Magnus a été étudié pour la première fois par Robins dès 1842 mais il faudra attendre Magnus [71] pour obtenir une théorie complète à partir d'un fluide parfait. Lorsqu'une balle subit une rotation au cours d'un lancé, la dissymétrie de vitesse des deux côtés de la balle entraîne une différence de pression à l'origine d'une force latérale. Pour compléter l'analyse de l'effet Magnus, Krahn [72] le relie aux phénomènes visqueux de la couche limite et la dissymétrie du sillage engendre une force latérale exercée par le flux d'air sur le projectile. Cet effet, dit force de Magnus, est relativement faible en comparaison aux amplitudes des forces

normale et axiale mais la force de Magnus a des conséquences directes sur la stabilité du projectile en vol [73, 74]. D'un point de vue analyse numérique, des travaux sur la stabilité du projectile M910 ont été entrepris dans les régimes subsonique et transsonique et la modélisation employée (RANS ou RANS/LES) a un impact direct sur l'organisation du sillage à l'arrière du corps [12]. Despirito [75] a également montré l'influence importante de la forme du culot sur les forces de Magnus. Cayzac et al. [76] ont montré que la majeure partie de la force Magnus est créée par l'arrière corps du SOCBT alors que Simon [77] a souligné que la vitesse de rotation du rétreint n'avait qu'une faible influence environ 3%, sur l'amplitude de la force de Magnus. Par contre, l'absence de rotation possède une influence très sensible sur la force [78] et la force de Magnus dépend de l'histoire du développement de la couche de cisaillement le long de l'ensemble du projectile, et plus particulièrement sur la géométrie du rétreint.

Prendre en compte les phénomènes de rotation devient accessible de manière aisée avec le modèle IBM-2^{n}tree et nous avons effectué des premiers cas de validation. Dans le cas de la géométrie du SOCBT, la rotation s'applique sur un objet symétrique, i.e. la rotation du projectile n'induit donc pas de modification au sein même du domaine de calcul. En utilisant les termes sources de la méthode IBM, la rotation a été simulée par le jeu des conditions aux limites sur l'interface. Cette méthode est dénommé « rotation virtuelle » par la suite (4.2.3). Comme indiqué dans le Tableau 3.5, dans les cas avec rotation, nous appliquons une vitesse de rotation égale 20000 $tr.min^{-1}$.

Caractéristiques des simulations	
U_∞ en *m/s*	1025.8
P_∞ en *bar*	1
T_∞ en *K*	291
$\Omega^* = \dfrac{\Omega D}{U_\infty}$ (20000 $tr.min^{-1}$)	~ 0.19

Tableau 3.5 : Caractéristiques de la simulation avec rotation

Comme dans les simulations sans rotation avec les incidences identiques, les simulations sont effectuées avec les maillages 2^{n}tree raffinés jusqu'à niveau 5 et le nombre total de cellules de 8.3×10^6 et 9.8×10^6 respectivement. La loi de paroi est appliquée pour améliorer la prédiction de la couche limite en raison de la valeur de y^+ à l'ordre 20.

L'effet de rotation influence directement le développement de la couche limite et une dissymétrie apparaît. Bien entendu, cette dernière augmente le long du corps du projectile et devient maximale dans le plan du culot arrière. La Figure 3.32 témoigne d'une telle dissymétrie mais force est de constater qu'avec une incidence faible ($\alpha = 6.34°$), la dissymétrie reste relativement faible et demeure confinée sur la partie de l'extrados. La Figure 3.33 présente les profils de vitesse normée de la composante longitudinale suivant deux angles et l'épaississement de la couche limite.

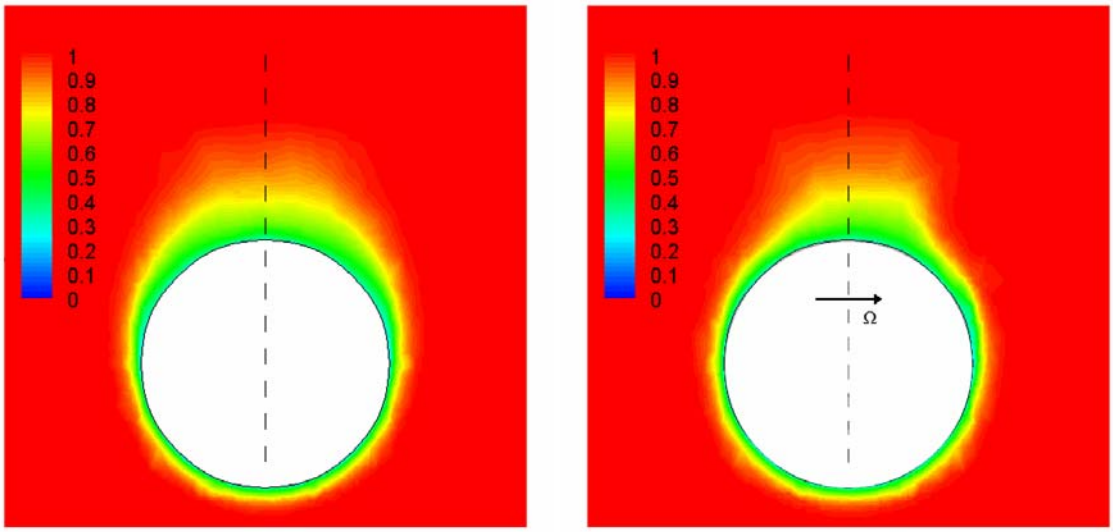
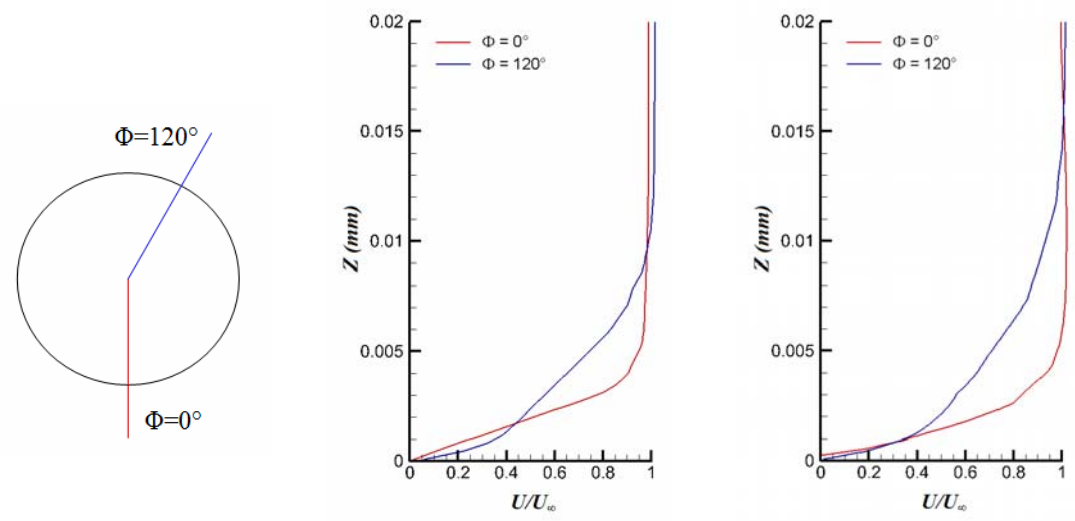


Figure 3.32 : Influence de la rotation sur la couche limite présenté par U/U_∞

$M_\infty = 3$ – $\alpha = 6.34°$ – $X/D = 6$



a) Positions des profils *b) X/D = 4.44* *c) X/D = 5.67*

Figure 3.33 : Profils de couche limite avec rotation – $M_\infty = 3$ – $\alpha = 6.34°$ – $\Omega^* = 0.19$

A *X/D* = 4.44, l'épaisseur de la couche limite est très fortement modifiée à $\Phi = 120°$, cette dernière étant quasiment doublée par rapport à l'épaisseur obtenue à $\Phi = 0°$. Ce rapport s'amplifie largement à l'arrière corps en raison du développement de la couche limite. La différence d'épaisseur entre $\Phi = 120°$ et $\Phi = 0°$ est alors amplifié d'un facteur trois.

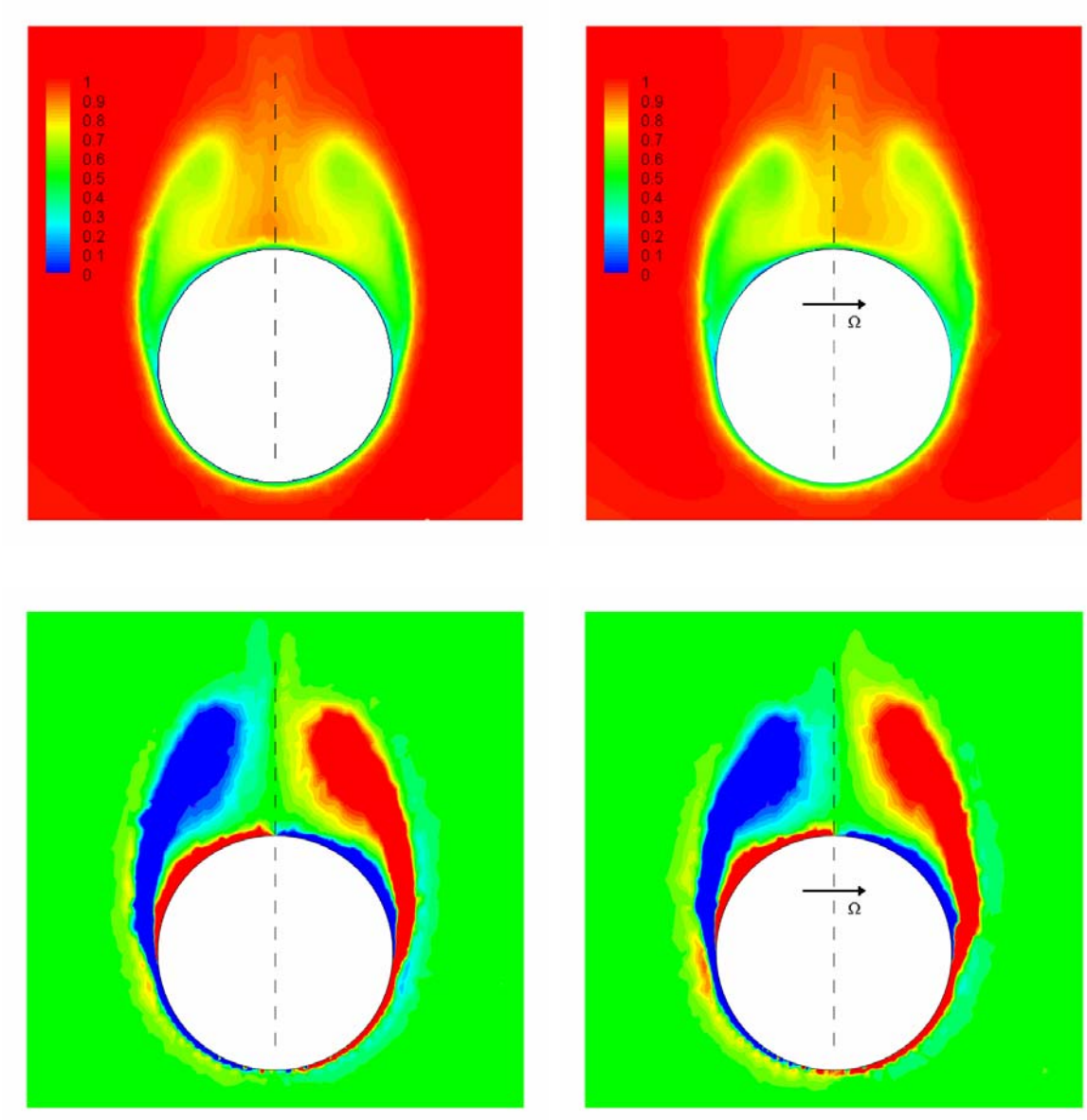


Figure 3.34 : Influence de la vitesse de rotation sur la couche limite et sur les tourbillons d'extrados $M_\infty = 3$ – $\alpha = 15°$ – $\Omega^* = 0.19$ – $X/D = 6$

Avec une incidence plus marquée ($\alpha = 15°$), la distribution de la couche limite et de l'amplitude du vecteur tourbillon sont présentées Figure 3.34 pour *X/D* = 6, i.e. à l'arrière corps. L'effet de la vitesse de rotation $\Omega^* \sim 0.19$ est désormais beaucoup plus marqué avec l'angle d'incidence plus important ($\alpha = 15°$). La distribution de la vitesse normée devient

fortement non-symétrique avec un enroulement majeur marquée par la vitesse de rotation. Le champ tourbillonnaire est également très fortement modifié. Il est important, pour mieux quantifier l'influence de la rotation, de considérer les effets aérodynamiques sur le projectile. La distribution des efforts est présentée suivant les différentes parties du projectile (ogive, cylindre, rétreint) et ceci pour les deux incidences étudiées ($\alpha = 6.34°$ et $15°$) pour les efforts normaux et tangentiel.

Pour $\alpha = 6.34°$, la force normale (CN) est entièrement liée aux deux parties d'ogive et du corps cylindrique (Tableau 3.6). La valeur négative au niveau de rétreint témoigne d'un besoin d'amélioration en résolution au niveau de la couche limite. Concernant les efforts latéraux, la distribution de la partie ogive devient plus faible, et ne correspond plus qu'à 10% de l'effort total. Les deux autres parties (cylindre, rétreint) contribuent de manière similaire aux efforts latéraux ainsi créés. Cette répartition s'explique par l'épaississement progressif de la couche limite le long du corps du projectile favorisant dans le même temps cette dissymétrie.

	Ogive	Cylindre	Rétreint
CN	73.5%	29.5%	-3%
CY	10%	45.5%	44.5%

Tableau 3.6 : Contributions des différentes sections du projectile aux coefficients aérodynamique – $M_\infty = 3 - \alpha = 6.34° - \Omega^* = 0.19$

	Ogive	Cylindre	Rétreint
CN	57%	35%	8%
CY	20%	51%	29%

Tableau 3.7 : Contributions des différentes sections du projectile aux coefficients aérodynamique – $M_\infty = 3 - \alpha = 15° - \Omega^* = 0.19$

L'augmentation de l'incidence joue, bien évidemment, un très grand rôle sur la contribution des différentes parties. Dans le cas $\alpha = 15°$, la contribution de la partie ogive dans la force

normale est réduite. Au contraire, celle de la partie cylindrique et du rétreint est augmentée. Les contributions à la force latérale sont également modifiées. La partie cylindrique est responsable de la moitié de la force totale. La contribution de la partie ogive est doublée et la contribution du rétreint chute de manière importante en raison de la couche limite décollée sur ce dernier.

CHAPITRE 4

COUPLAGE CFD / 6 DOF

A partir des différentes configurations précédemment étudiées, le potentiel du modèle proposé a ainsi été confirmé à la fois à partir de cas académiques et de géométries de projectiles existantes. La possibilité de prendre en compte les différentes variations angulaires du projectile, tout en réalisant les calculs de caractérisation de l'écoulement, constitue donc la prochaine étape de notre travail et est l'objectif de ce nouveau chapitre. En fait, il s'agit d'une approche couplée entre la mécanique du vol et la prédiction des écoulements externes (CFD). A partir de la technique des frontières immergées et le mailleur automatique 2^ntree, un tel couplage semble accessible.

4.1 INTRODUCTION

La connaissance du comportement d'un engin en vol est bien entendu une étape très importante dans la maîtrise de sa trajectoire et le modèle de mécanique du vol doit permettre de caractériser les différents comportements de l'engin en vol. Il existe une multitude de travaux sur ce sujet et par la suite, nous détaillerons le modèle dit à 6 degrés de liberté (6 DOF). Bien entendu, les modèles de la mécanique du vol sont basés sur le principe fondamental de la mécanique, i.e définissant le principe d'une relation entre le mouvement d'un projectile et l'ensemble des actions mécaniques agissant dessus. Comme nous le verrons par la suite, la caractérisation des efforts extérieurs nécessite de connaître l'aérodynamique externe, notamment en vue d'évaluer les efforts agissant sur le projectile.

Un véritable couplage entre l'aspect mécanique du vol et l'aérodynamique externe doit ainsi être pris en compte. Un des premiers à tester un tel couplage, à notre connaissance, est Dietrich [79]. A partir d'une architecture distribuée et d'une technologie Corba [80, 81], plusieurs sources de code ont pu être mis en contact et à titre exemple, Dietrich [13] a réalisé des calculs couplés de corps de type flèche d'obus d'aérodynamique basés sur un code empirique pour l'évolution de la traînée du culot arrière et de la CFD pour la détermination des autres coefficients aérodynamiques. Les résultats obtenus sont, de manière générale, en bon accord avec les expérimentations. D'une manière similaire, Sahu [14] a plus récemment développé un couplage CFD/mécanique du vol de manière instationnaire et, à chaque pas de temps de fluide, l'estimation des différents efforts aérodynamiques est réalisée et, en les intégrants dans le modèle 6 DOF, permet de déterminer une nouvelle position du projectile. Pour effectuer un calcul CFD à cette nouvelle position, un maillage mobile est appliqué. Les résultats obtenus à partir d'une munition flèche semblent également fortement corréler les

trajectoires attendues. Il n'existe cependant pas d'analyses critiques de l'influence de la déformation du maillage sur les résultats et on peut également s'interroger sur la capacité du maillage mobile à décrire l'ensemble des trajectoires possibles.

Par contre, l'hypothèse de l'intégrité du projectile en cours de vol est effectuée. Si, par exemple, un mécanisme d'ablation intervient au niveau de l'empennage, c'est toute la stabilité de l'engin qui peut être mise en péril. L'ensemble des modèles de couplage développés à ce jour est basé sur une hypothèse de projectile rigide sans perte de masse au cours du temps. Dans notre cas, la variation possible de la géométrie peut être prise en compte à partir de la technique des frontières immergées et ceci constitue l'originalité de notre étude. Avant d'aborder le couplage proprement dit, un modèle de mécanique du vol a été développé dans le cadre de ce travail et est présenté dans les paragraphes suivants.

4.2 MODELE MECANIQUE DU VOL

4.2.1 Bases du modèle

4.2.1.1 Les repères balistiques

Pour résoudre le problème de mécanique du vol, nous avons été amené à utiliser quatre repères :

- Repère « Terrestre » $(\vec{I},\vec{J},\vec{K})$ lié à la Terre.
- Repère « Canon » $(\vec{i},\vec{j},\vec{k})$, lié au canon ($\vec{j}$ est le vecteur vertical dirigé vers le haut reliant le centre de la Terre et le canon), est défini par rapport au repère « Terrestre » (Figure 4.1). La trajectoire du projectile ainsi que les calculs des angles caractérisant l'altitude du projectile sont exprimés dans ce repère.
- Repère « Aérodynamique » $(\vec{t},\vec{s},\vec{h})$ lié à la trajectoire ($\vec{t}$ est le vecteur vitesse unitaire du projectile). Le repère « Aérodynamique » est défini à partir du repère « Terrestre » par des angles (θ,η) (Figure 4.2).
- Repère « Balistique » $(\vec{c},\vec{a},\vec{b})$ lié au projectile ($\vec{c}$ est le vecteur unitaire directeur de l'axe longitudinal du projectile). Le repère « Balistique » est défini à partir du repère « Aérodynamique » à l'aide des angles (δ,ϕ,ψ) (Figure 4.3).

– Repère « Avion » $(\vec{c},\vec{m},\vec{n})$ lié au projectile ($\vec{c}$ est le même du repère « Balistique »). A partir du repère « Aérodynamique », nous pouvons définir le repère « Avion » par des angles (α,β) (Figure 4.4).

Au cours de la simulation du vol de l'engin, il est nécessaire de passer d'un repère à un autre et la définition des matrices de passage est donc des plus utiles :

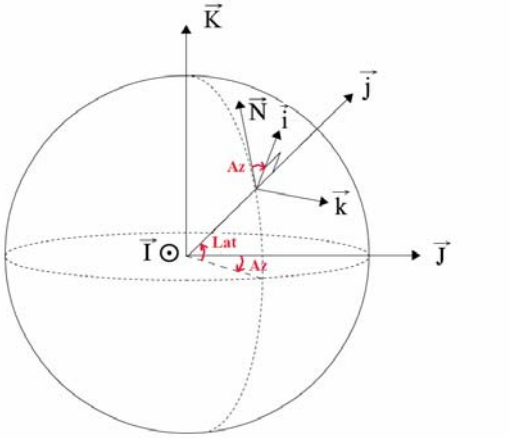


Figure 4.1 : Définition du repère "Canon" par rapport au repère "Terrestre"

- Du repère « Canon » au repère « Aérodynamique »

La matrice de passage s'écrit :

$$M_{(\vec{i},\vec{j},\vec{k})\to(\vec{t},\vec{s},\vec{h})}=\begin{pmatrix}\cos\theta\cos\eta & \sin\theta & -\cos\theta\sin\eta\\ -\sin\theta\cos\eta & \cos\theta & \sin\theta\sin\eta\\ \sin\eta & 0 & \cos\eta\end{pmatrix} \qquad (4.1)$$

où θ l'angle de hausse (l'angle entre le vecteur vitesse et le plan horizontal) et η l'angle d'azimut (l'angle entre le vecteur vitesse et le plan vertical) .

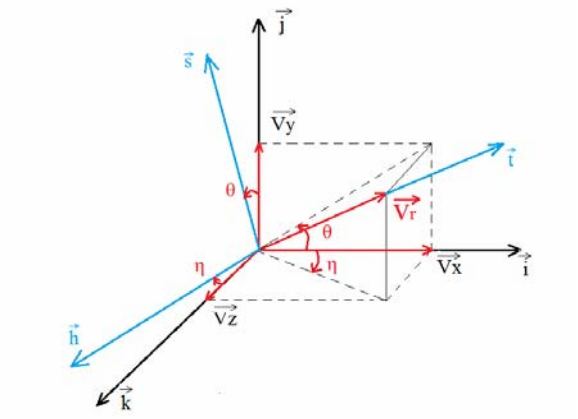


Figure 4.2 : Définition de repère « Aérodynamique » par rapport au repère « Canon »

- Du repère « Aérodynamique » au repère « Balistique »

La matrice de passage égale à :

$$M_{(\vec{t},\vec{s},\vec{h})\to(\vec{c},\vec{a},\vec{b})}=\begin{pmatrix}\cos\delta & \sin\delta\cos\psi & \sin\delta\sin\psi\\ -\sin\delta\cos\phi & \cos\delta\cos\phi\cos\psi-\sin\phi\sin\psi & \cos\delta\cos\phi\sin\psi+\sin\phi\cos\psi\\ \sin\delta\sin\psi & -\cos\delta\sin\phi\cos\psi-\cos\phi\sin\psi & -\cos\delta\sin\phi\sin\psi+\cos\phi\cos\psi\end{pmatrix} \quad (4.2)$$

où δ l'angle d'obliquité (incidence totale), ψ l'angle de précession et φ l'angle de roulis.

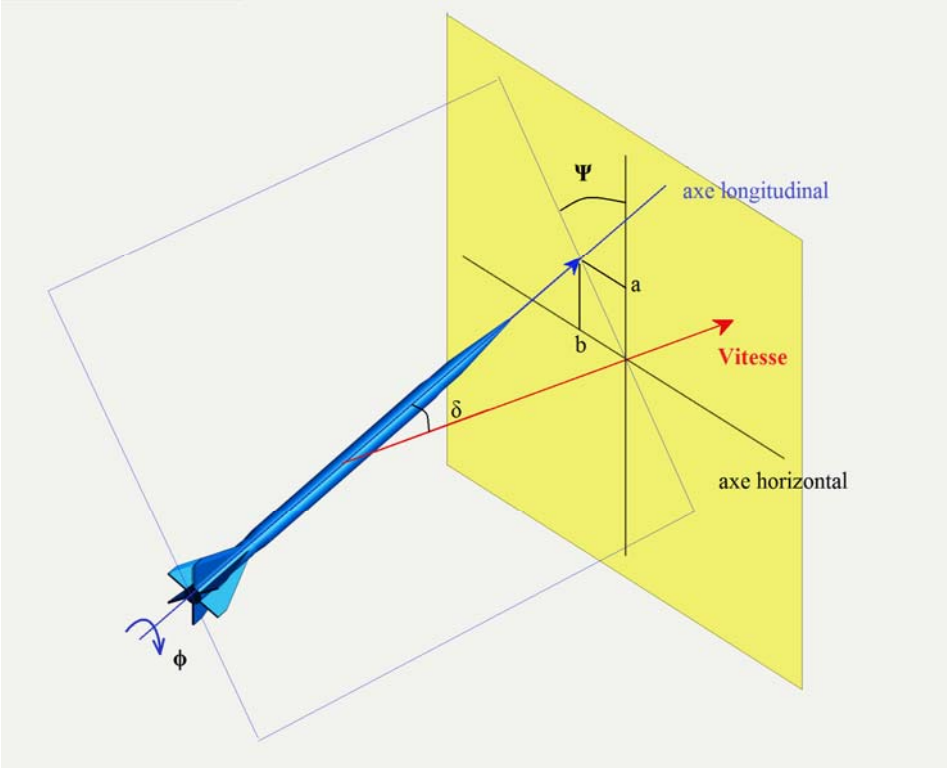


Figure 4.3 : Présentation des angles δ,ϕ et ψ par rapport au repère « Aérodynamique »

- **Du repère « Aérodynamique » au repère « Avion »**

$$M_{(\vec{t},\vec{s},\vec{h})\to(\vec{c},\vec{n},\vec{m})}=\begin{pmatrix}\cos\alpha\cos\beta & \sin\alpha & -\cos\alpha\sin\beta\\ -\sin\alpha\cos\beta & \cos\alpha & \sin\alpha\sin\beta\\ \sin\beta & 0 & \cos\beta\end{pmatrix} \quad (4.3)$$

où l'angle de dérapage β, qui est entre le vecteur vitesse et sa projection sur le plan de symétrie du projectile, et angle d'incidence α correspondant à l'angle entre la projection du vecteur vitesse sur le plan de symétrie du projectile et la position du projectile.

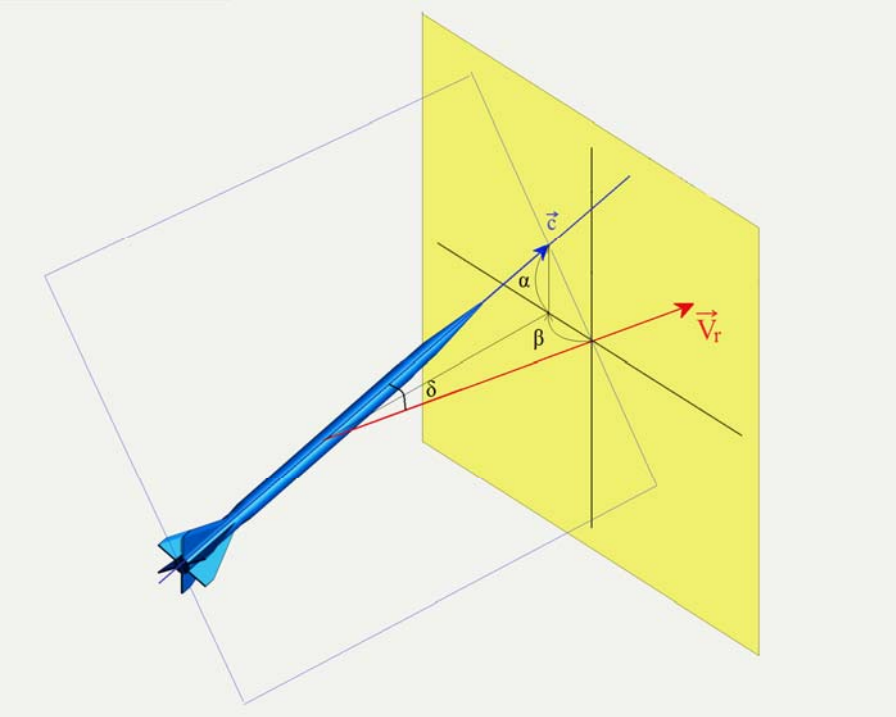


Figure 4.4 : Définition du repère « avion » par rapport au repère « aérodynamique » à l'aide des angles (α, β)

Les deux matrices de passage sont orthogonales et leur produit permet d'obtenir une troisième matrice de passage du repère $(\vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ vers le repère $(\vec{c}, \vec{a}, \vec{b})$:

	$\vec{i}$	$\vec{j}$	$\vec{k}$
$\vec{c}$	$+\cos\delta\cos\eta\cos\theta$ $-\cos\psi\sin\delta\cos\eta\sin\theta$ $+\sin\psi\sin\delta\sin\mu$	$+\cos\delta\sin\theta$ $+\cos\psi\sin\delta\cos\theta$	$-\cos\delta\sin\eta\cos\theta$ $+\cos\psi\sin\delta\sin\eta\sin\theta$ $+\sin\psi\sin\delta\cos\eta$
$\vec{a}$	$-\cos\phi\sin\delta\cos\eta\cos\theta$ $-\cos\phi\cos\psi\cos\delta\cos\eta\sin\theta$ $+\sin\phi\sin\psi\cos\eta\sin\theta$ $+\cos\phi\sin\psi\cos\delta\sin\eta$ $+\sin\phi\cos\psi\sin\eta$	$-\cos\phi\sin\delta\sin\theta$ $+\cos\phi\cos\psi\cos\delta\cos\theta$ $-\sin\phi\sin\psi\cos\theta$	$+\cos\phi\sin\delta\sin\eta\cos\theta$ $+\cos\phi\cos\psi\cos\delta\sin\eta\sin\theta$ $-\sin\phi\sin\psi\sin\eta\sin\theta$ $+\cos\phi\sin\psi\cos\delta\cos\eta$ $+\sin\phi\cos\psi\cos\eta$
$\vec{b}$	$+\sin\phi\sin\delta\cos\eta\cos\theta$ $+\sin\phi\cos\psi\cos\delta\cos\eta\sin\theta$ $+\cos\phi\sin\psi\cos\eta\sin\theta$ $-\sin\phi\sin\psi\cos\delta\sin\eta$ $+\cos\phi\cos\psi\sin\eta$	$+\sin\phi\sin\delta\sin\theta$ $-\sin\phi\cos\psi\cos\delta\cos\theta$ $-\cos\phi\sin\psi\cos\theta$	$-\sin\phi\sin\delta\sin\eta\cos\theta$ $-\sin\phi\cos\psi\cos\delta\sin\eta\sin\theta$ $-\cos\phi\sin\psi\sin\eta\sin\theta$ $-\sin\phi\sin\psi\cos\delta\cos\eta$ $+\cos\phi\cos\psi\cos\eta$

Comme nous venons de le voir, le passage du repère « Canon » au repère « Balistique » engendre l'introduction de plusieurs angles et, dans un but de simplification, la notion de quaternions d'Hamilton [82] peut s'avérer des plus utiles. Soit Q un quaternion qui s'écrit sous la forme :

$$\mathrm{Q} = \lambda_0 + \lambda_1\vec{i} + \lambda_2\vec{j} + \lambda_3\vec{k} \tag{4.4}$$

Ses éléments λ_i (i = 0, ..., 3) appartiennent à l'ensemble des réels. Un quaternion Q est composé d'une partie scalaire λ_0 et d'une partie vectorielle $\lambda_1\vec{i} + \lambda_2\vec{j} + \lambda_3\vec{k}$. Il peut également s'écrire sous forme trigonométrique:

$$Q = |Q|\left(\cos\theta + \underline{x}\sin\theta\right) \text{ avec } |Q| = \sqrt{\lambda_0^2 + \lambda_1^2 + \lambda_2^2 + \lambda_3^2} \tag{4.5}$$

Le quaternion d'Hamilton permet de regrouper trois rotations en une opération autour d'un axe adéquat. Soit un vecteur exprimé dans le repère $(\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ par r_1 et dans le repère $(\vec{c},\vec{a},\vec{b})$ par r_2.

$$\forall r_1 = \begin{pmatrix} i \\ j \\ k \end{pmatrix} \in (\vec{i},\vec{j},\vec{k}), \forall r_2 = \begin{pmatrix} c \\ a \\ b \end{pmatrix} \in (\vec{c},\vec{a},\vec{b}) \ , \forall \lambda_i \in R, i = 0,...,3 \tag{4.6}$$

Nous avons la relation suivante :

$$\begin{aligned} r_2 &= Q r_1 \overline{Q} = c\vec{c} + a\vec{a} + b\vec{b} \\ &= \left(\lambda_0 + \lambda_1\vec{i} + \lambda_2\vec{j} + \lambda_3\vec{k}\right)\left(i\vec{i} + j\vec{j} + k\vec{k}\right)\left(\lambda_0 - \lambda_1\vec{i} - \lambda_2\vec{j} - \lambda_3\vec{k}\right) \end{aligned} \tag{4.7}$$

La multiplication de deux quaternions suit les règles indiquées dans le Tableau 4.1 :

	1	$\vec{i}$	$\vec{j}$	$\vec{k}$
1	1	$\vec{i}$	$\vec{j}$	$\vec{k}$
$\vec{i}$	$\vec{i}$	-1	$\vec{k}$	$-\vec{j}$
$\vec{j}$	$\vec{j}$	$-\vec{k}$	-1	$\underline{i}$
$\vec{k}$	$\vec{k}$	$\vec{j}$	$-\vec{i}$	-1

Tableau 4.1 Lois régissant la multiplication de deux quaternions

Après calcul, nous obtenons la matrice de passage précédente reformulée avec les composants du quaternion :

$$M_{(\vec{i},\vec{j},\vec{k})\to(\vec{c},\vec{a},\vec{b})}=\begin{pmatrix}\lambda_0^2-\lambda_1^2-\lambda_2^2-\lambda_3^2 & 2(\lambda_1\lambda_2+\lambda_0\lambda_3) & 2(\lambda_1\lambda_3-\lambda_0\lambda_2)\\ 2(\lambda_1\lambda_2-\lambda_0\lambda_3) & \lambda_0^2-\lambda_1^2+\lambda_2^2-\lambda_3^2 & 2(\lambda_0\lambda_1-\lambda_2\lambda_3)\\ 2(\lambda_1\lambda_3+\lambda_0\lambda_2) & 2(\lambda_0\lambda_1+\lambda_2\lambda_3) & \lambda_0^2-\lambda_1^2-\lambda_2^2+\lambda_3^2\end{pmatrix} \quad (4.8)$$

Le quaternion constitue donc une alternative judicieuse aux angles balistiques car il permet d'alléger fortement l'écriture du modèle balistique, de passer facilement d'un repère à un autre et de lever certaines indéterminations des angles.

4.2.1.2 Forces en présent

Les forces exercées sur le projectile au cours du vol ont des origines diverses. Dans ce manuscrit, nous distinguons les forces *aérodynamiques*, des forces de *pesanteur* et de *Coriolis*.

a) Forces aérodynamiques

Le projectile se déplace dans un fluide au repos qui exerce des efforts sur sa paroi. Ces forces peuvent être divisées en un certain nombre de contributions (traînée, portance, force de Magnus, …). A chaque force aérodynamique s'exerçant sur le projectile est associé un coefficient aérodynamique (Figure 4.5), avec G le centre de gravité du projectile, F le centre de poussée aérodynamique et K le point d'application de la force de Magnus.

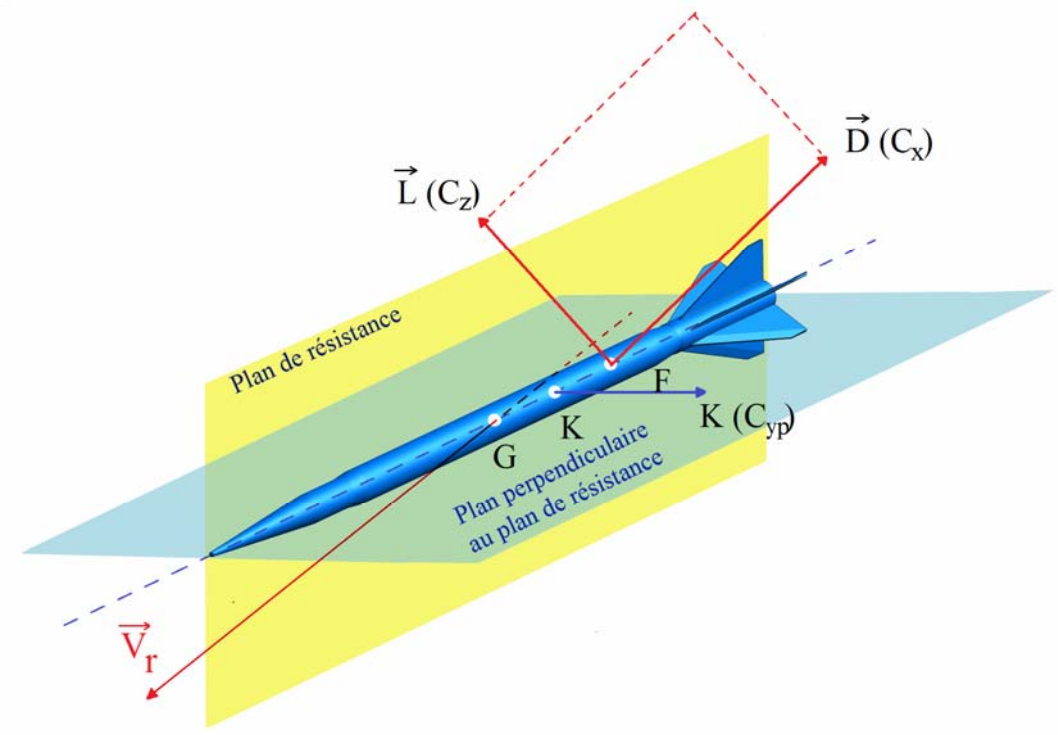


Figure 4.5 : Forces aérodynamiques s'appliquant au projectile

Définissons plus précisément ces forces :

- *La force de traînée* est la force qui s'oppose au mouvement d'un corps dans un liquide ou un gaz. Mathématiquement c'est la composante des efforts exercés sur le corps dans le sens opposé à la vitesse relative du corps par rapport au fluide. Sur la Figure 4.5, la force de traînée est située dans le plan de résistance, direction opposée au vecteur vitesse $\vec{v}_r$ et s'applique au centre de poussée aérodynamique (F).

$$\overrightarrow{D} = -qSC_x\vec{t} = -\frac{\rho S}{2}C_x\begin{pmatrix} t_i \\ t_j \\ t_k \end{pmatrix} = -\frac{\rho S}{2}v_r C_x\begin{pmatrix} v_{ri} \\ v_{rj} \\ v_{rk} \end{pmatrix}_{(\vec{i},\vec{j},\vec{k})} \tag{4.9}$$

- *La force de portance* correspond à la partie de l'effort aérodynamique global qui tend à déplacer en translation le projectile dans le plan de résistance, suivant la direction perpendiculaire au vecteur vitesse vers l'extrados du projectile et qui s'applique au centre (F).

$$\begin{aligned}\overrightarrow{L} &= qSC_z\vec{t}\wedge\frac{\vec{c}}{\sin\delta}\wedge\vec{t} = qS\frac{C_z}{\sin\delta}\begin{pmatrix} t_i \\ t_j \\ t_k \end{pmatrix}\wedge\begin{pmatrix} c_i \\ c_j \\ c_k \end{pmatrix}\wedge\begin{pmatrix} t_i \\ t_j \\ t_k \end{pmatrix} \\ &= \frac{\rho S}{2}\frac{C_z}{\sin\delta}\begin{pmatrix} l_{11}\left(v_{rj}^2+v_{rk}^2\right)-l_{12}v_{ri}v_{rj}-l_{13}v_{ri}v_{rk} \\ l_{12}\left(v_{ri}^2+v_{rk}^2\right)-l_{11}v_{ri}v_{rj}-l_{13}v_{rj}v_{rk} \\ l_{13}\left(v_{ri}^2+v_{rj}^2\right)-l_{11}v_{ri}v_{rk}-l_{12}v_{rj}v_{rk} \end{pmatrix}_{(\vec{i},\vec{j},\vec{k})}\end{aligned} \tag{4.10}$$

- *La force de Magnus* se situe dans le plan perpendiculaire au plan de résistance et s'applique au point K.

$$\overrightarrow{K} = qSC_{yp}\frac{\omega_c D}{v_r}\frac{\vec{c}}{\sin\delta}\wedge\vec{t} = \frac{\delta S}{2}\omega_c D\frac{C_{yp}}{\sin\delta}\begin{pmatrix} l_{12}v_{rk}-l_{13}v_{rj} \\ l_{13}v_{ri}-l_{11}v_{rk} \\ l_{11}v_{rj}-l_{12}v_{ri} \end{pmatrix}_{(\vec{i},\vec{j},\vec{k})} \tag{4.11}$$

b) Force de pesanteur

La force de pesanteur est égale au produit de la masse du projectile *m* par l'accélération de la pesanteur. Le point d'application de cette force se situe au centre de gravité du projectile. Sa direction est colinéaire à l'axe reliant le centre gravité de la terre à celui du projectile et son sens est orienté du projectile vers le centre de la terre.

$$\vec{g} = -g_0 \begin{pmatrix} \dfrac{x}{R_T} \\ 1 - \dfrac{2y}{R_T} \\ \dfrac{z}{R_T} \end{pmatrix}_{(\vec{i},\vec{j},\vec{k})} \tag{4.12}$$

où g_0 est l'accélération de la pesanteur et dépend de la position du projectile. R_T est le rayon de la terre égale à $6{,}37 \times 10^6\ m$.

c) Force de Coriolis

La force de Coriolis agit sur un corps mobile dans un système tournant indépendamment. Dans notre cas, la terre tourne suivant son axe. La direction de l'action de la force de Coriolis est perpendiculaire à la direction de déplacement et à l'axe de rotation de la terre. Cette force agit au centre de gravité et reste négligeable dans la plupart des cas.

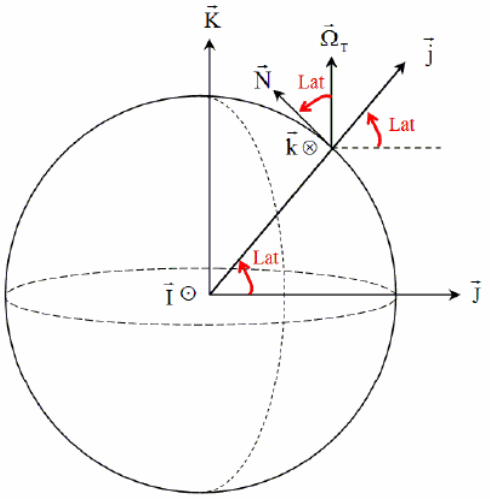


Figure 4.6 : Présentation du vecteur rotation de la terre

$$\begin{aligned} \overrightarrow{Cor} = 2v_{abs} \wedge \vec{\Omega}_T &= 2\begin{pmatrix} v_{absi} \\ v_{absj} \\ v_{absk} \end{pmatrix} \wedge \begin{pmatrix} \Omega_i \\ \Omega_j \\ \Omega_k \end{pmatrix} = 2\begin{pmatrix} v_{absj}\Omega_k - v_{absk}\Omega_j \\ -v_{absi}\Omega_k + v_{absk}\Omega_i \\ v_{absi}\Omega_j - v_{absj}\Omega_i \end{pmatrix}_{(\vec{i},\vec{j},\vec{k})} \\ &= 2\begin{pmatrix} v_{absj}\Omega_T \cos(Lat)\sin(AZ) - v_{absk}\Omega_T \sin(Lat) \\ -v_{absi}\Omega_T \cos(Lat)\sin(AZ) + v_{absk}\Omega_T \cos(Lat)\cos(AZ) \\ v_{absi}\Omega_T \sin(Lat) - v_{absj}\Omega_T \cos(Lat)\cos(AZ) \end{pmatrix}_{(\vec{i},\vec{j},\vec{k})} \end{aligned} \tag{4.13}$$

où $\vec{\Omega}_T$ est la vitesse de rotation de la terre égale à $\left\|\vec{\Omega}_T\right\| = \frac{2\pi}{86164} s^{-1}$.

4.2.1.3 Les moment aérodynamiques

Dans le cadre du bilan mécanique, l'introduction des moments, projetés dans le repère $\left(\vec{c},\vec{a},\vec{b}\right)$, est réalisée. Définissons alors les moments associés aux forces aérodynamiques.

- *Le moment de tangage* induit un moment de pendulation du projectile et influence directement la stabilité statique. Le moment est stabilisateur si le centre de poussée aérodynamique F est situé derrière le centre de gravité du projectile, (cas des projectiles empennés) et déstabilisateur si le centre de poussée aérodynamique F se situe devant le centre de gravité (cas des projectiles gyrostabilisés).

$$\begin{aligned}\overrightarrow{M_A} &= qSDC_{ma}\left(\frac{\vec{V}}{V_R}\wedge\frac{\vec{c}}{\sin\delta}\right) = qSD\frac{C_{ma}}{\sin\delta}\left(\vec{t}\wedge\vec{c}\right)\\ &= \frac{1}{2}\rho SDV_R\frac{C_{ma}}{\sin\delta}\begin{pmatrix}0\\ l_{31}V_{R_X}+l_{32}V_{R_Y}+l_{33}V_{R_Z}\\ -l_{21}V_{R_X}-l_{22}V_{R_Y}-l_{23}V_{R_Z}\end{pmatrix}\end{aligned} \tag{4.14}$$

- *Le moment d'amortissement en tangage* atténue peu à peu l'amplitude de pendulation du projectile, effet sensible sur la stabilité dynamique du projectile. Favoriser un coefficient de moment d'amortissement C_{mq} assez grand permet d'obtenir un amortissement de la pendulation efficace et d'atteindre la stabilité dynamique rapidement.

$$\begin{aligned}\overrightarrow{M_D} &= -qSDC_{mq}\left(\vec{c}\wedge\frac{d\underline{c}}{dt}\frac{D}{V_R}\right) = -qSDC_{mq}\frac{D}{V_R}\left(\vec{c}\wedge\left(\vec{\omega}\wedge\vec{c}\right)\right)\\ &= -\frac{1}{2}\rho SD^2C_{mq}V_R\begin{pmatrix}0\\ \omega_a\\ \omega_b\end{pmatrix}\end{aligned} \tag{4.15}$$

- *Le moment d'entraînement en roulis* est responsable de la rotation du projectile autour de son axe longitudinal. La présence d'un empennage provoque une stabilité en vol prévenant toute rotation au lancement contrairement aux projectiles gyrostabilisés (i.e SOC, SOCBT) mais une rotation se développe néanmoins en raison des ailes biseautées et/ou des imperfections géométriques.

$$\overrightarrow{M_E} = qSDC_{lo}\vec{c} = \frac{1}{2}\rho SDV^2 C_{lo}\begin{pmatrix}1\\0\\0\end{pmatrix} \tag{4.16}$$

- *Le moment d'amortissement en roulis* stabilise la vitesse de roulis

$$\overrightarrow{M_R} = -qSDC_{lp}\frac{\omega_c}{V_R}D\vec{c} = -\frac{1}{2}\rho SD^2 V C_{lp}\omega_c\begin{pmatrix}1\\0\\0\end{pmatrix} \tag{4.17}$$

- *Le moment Magnus* est provoqué par la force transversale de Magnus et engendre un moment qui induit un mouvement dans une direction perpendiculaire au plan de résistance du projectile. Ses effets sur le comportement stable ou instable du projectile sont directs.

$$\begin{aligned}\overrightarrow{M_M} &= -qSDC_{np}\frac{\omega_c D}{V_R}\left(\vec{c}\wedge\left(\frac{\vec{c}}{\sin\delta}\wedge\frac{\vec{V}}{V_R}\right)\right) = -qSD\frac{C_{np}}{\sin\delta}\frac{\omega_c D}{V_R}\frac{V_R}{V_R}\vec{c}\wedge\left(\vec{c}\wedge\vec{t}\right)\\ &= \frac{1}{2}\rho SD^2\omega_c\frac{C_{np}}{\sin\delta}\begin{pmatrix}0\\ l_{21}V_{R_X}+l_{22}V_{R_Y}+l_{23}V_{R_Z}\\ l_{31}V_{R_X}+l_{32}V_{R_Y}+l_{33}V_{R_Z}\end{pmatrix}\end{aligned} \tag{4.18}$$

L'ensemble des moments est présenté sur la Figure 4.7.

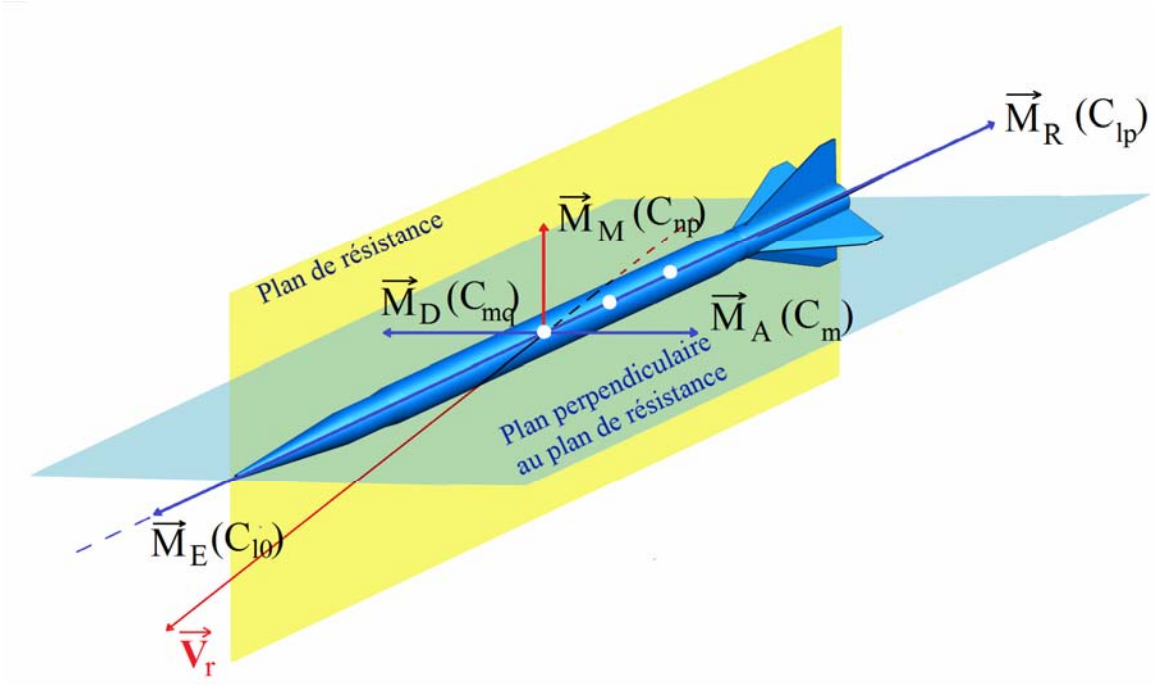


Figure 4.7 : Moments aérodynamiques s'appliquant au projectile

4.2.2 Algorithme 6 DOF

La caractérisation du comportement en vol d'un projectile est basée sur le bilan des efforts et moments définis auparavant et, dans la suite, le modèle dit aux 6 degrés de liberté est plus particulièrement détaillé : il est basé sur les principes fondamentaux de la mécanique.

4.2.2.1 Principe fondamental de la dynamique

L'équation de la dynamique dans un repère Galiléen $(\vec{I},\vec{J},\vec{K})$ s'écrit :

$$m\frac{d\overrightarrow{v_G}}{dt}=\vec{F} \tag{4.19}$$

avec m est la masse du projectile, $\vec{F}$ est la somme des forces.

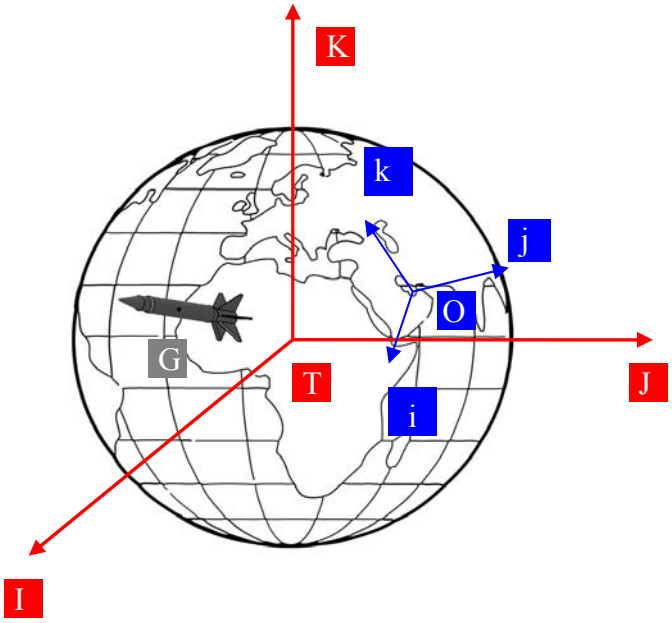


Figure 4.8 : Repère absolu et repère relative

Sa vitesse s'écrit alors :

$$\overrightarrow{v_{abs\ G}}=\frac{d\overrightarrow{TG}}{dt}=\underbrace{\frac{dx}{dt}\vec{i}+\frac{dy}{dt}\vec{j}+\frac{dz}{dt}\vec{k}}_{\text{vitesse relative}}+\underbrace{x\frac{d\vec{i}}{dt}+y\frac{d\vec{j}}{dt}+z\frac{d\vec{k}}{dt}+\frac{d\overrightarrow{TO}}{dt}}_{\text{vitesse d'entrainement}} \tag{4.20}$$

avec T, O et G représentant le centre de la terre, l'origine du repère « canon » et le centre de gravité du projectile respectivement. Les repères utilisés sont le repère galiléen $(\vec{I},\vec{J},\vec{K})$ et le repère lié au canon $(\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ représentés Figure 4.8. L'accélération du projectile exprimé dans le repère $(\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ lié au canon s'écrit :

$$\overrightarrow{\Gamma_{r\,G}} = \frac{\sum \vec{F}}{m} - \underbrace{2\overrightarrow{\Omega_T} \wedge \overrightarrow{v_{abs\,G}}}_{\overrightarrow{Cor}} + \underbrace{\vec{g} - \overrightarrow{\Omega_T} \wedge \left(\overrightarrow{\Omega_T} \wedge \overrightarrow{TG}\right)}_{\vec{g}} \tag{4.21}$$

ou encore :

$$\begin{pmatrix} \dot{v}_{r_i} \\ \dot{v}_{r_j} \\ \dot{v}_{r_k} \end{pmatrix} = \frac{1}{m}\left(\vec{D} + \vec{L} + \vec{K}\right) + \overrightarrow{Cor} + \vec{g} \tag{4.22}$$

avec Ω_T le vecteur rotation de la terre.

4.2.2.2 Théorème du moment dynamique

Le bilan des moments dans le repère Galiléen $(\vec{I},\vec{J},\vec{K})$ s'écrit:

$$\sum \overrightarrow{M} = \frac{d\overrightarrow{H}_{(\vec{I},\vec{J},\vec{K})}}{dt} \tag{4.23}$$

En négligeant les effets de la rotation de la terre, les moments cinétiques dans le repère Galiléen et le repère canon sont identiques :

$$\sum \overrightarrow{M} = \frac{d\overrightarrow{H}_{(\vec{I},\vec{J},\vec{K})}}{dt} \approx \frac{dH_{(\vec{i},\vec{j},\vec{k})}}{dt} \tag{4.24}$$

Pour exprimer la relation du moment du repère Galiléen au repère « Balistique » $\left(\vec{c},\vec{a},\vec{b}\right)$, il suffit d'appliquer la relation suivante avec le moment cinétique dans le repère $\left(\vec{c},\vec{a},\vec{b}\right)$

$$\overrightarrow{H}_{\left(\vec{c},\vec{a},\vec{b}\right)} = J.\overrightarrow{\omega}_{/\left(\vec{I},\vec{J},\vec{K}\right)} \tag{4.25}$$

avec J correspondant à la matrice d'inertie et I_1 l'inertie longitudinale, I_2 l'inertie transversale.

$$J = \begin{pmatrix} I_1 & 0 & 0 \\ 0 & I_2 & 0 \\ 0 & 0 & I_2 \end{pmatrix}_{\left(\vec{c},\vec{a},\vec{b}\right)} \tag{4.26}$$

Le théorème du moment cinétique, exprimé dans le repère « Balistique » s'écrit :

$$\frac{d\overrightarrow{H}_{(\vec{I},\vec{J},\vec{K})}}{dt} = \frac{d\overrightarrow{H}_{(\vec{c},\vec{a},\vec{b})}}{dt} + \overrightarrow{\omega}_{(\vec{c},\vec{a},\vec{b})} \wedge \overrightarrow{H}_{(\vec{I},\vec{J},\vec{K})}$$

$$\Leftrightarrow \sum \overrightarrow{M} = \begin{pmatrix} I_1\dot{\omega}_c \\ I_2\dot{\omega}_a + \omega_c\omega_b\left(I_1 - I_2\right) \\ I_2\dot{\omega}_b + \omega_c\omega_a\left(I_2 - I_1\right) \end{pmatrix} \tag{4.27}$$

Soit finalement :

$$\begin{pmatrix} I_1\dot{\omega}_c \\ I_2\dot{\omega}_a + \omega_c\omega_b\left(I_1 - I_2\right) \\ I_2\dot{\omega}_b + \omega_c\omega_a\left(I_2 - I_1\right) \end{pmatrix}_{(\vec{c},\vec{a},\vec{b})} = \overrightarrow{M}_{\text{tan}} + \overrightarrow{M}_{a\,\text{tan}} + \overrightarrow{M}_{er} + \overrightarrow{M}_{ar} + \overrightarrow{M}_{mag} \tag{4.28}$$

Il est nécessaire d'ajouter les équations cinématiques liant les éléments du quaternion et les vitesses de rotation. Nous avons :

$$\begin{pmatrix} \dot{\lambda}_0 \\ \dot{\lambda}_1 \\ \dot{\lambda}_2 \\ \dot{\lambda}_3 \end{pmatrix} = \Lambda \cdot \begin{pmatrix} \omega_c \\ \omega_a \\ \omega_b \end{pmatrix} \tag{4.29}$$

avec

$$\Lambda = \frac{1}{2}\begin{pmatrix} -\lambda_1 & -\lambda_2 & -\lambda_3 \\ \lambda_0 & -\lambda_3 & \lambda_2 \\ \lambda_3 & \lambda_0 & -\lambda_1 \\ -\lambda_2 & \lambda_1 & \lambda_0 \end{pmatrix} \tag{4.30}$$

4.2.2.3 Position du centre de gravité

Enfin, pour compléter la mise en équation, il faut ajouter les équations différentielles donnant les positions du centre de gravité du projectile (intégration des vitesses absolues du projectile) :

$$\begin{pmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{z} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} v_{abs\,\text{i}} \\ v_{abs\,\text{j}} \\ v_{abs\,\text{k}} \end{pmatrix} \tag{4.31}$$

4.2.2.4 Bilan de la mise en équations

Finalement, la mise en équations aboutit à un système de treize équations différentielles que l'on appellera par la suite modèle balistique à six degrés de liberté. Les six degrés de liberté sont les trois positions et les trois rotations. Ce système est composé de:

- 3 équations (relation (4.22)) provenant du principe fondamental de la dynamique avec v_{absi} , v_{absj} et v_{absk} les composantes de la vitesse absolue exprimée dans le repère canon,
- 3 équations (relation (4.28)) provenant du théorème du moment cinétique où ω_c , ω_a et ω_b sont les composantes de la vitesse de rotation exprimée dans le repère du projectile,
- 4 équations cinématiques (relation (4.30)) liant les éléments du quaternion et les vitesses de rotation où λ_0, λ_1, λ_2 et λ_3 sont les éléments du quaternion représentatif de la rotation du projectile,
- 3 équations différentielles (relation (4.31)) donnant l'évolution de la position du centre de gravité du projectile exprimée dans le repère canon.

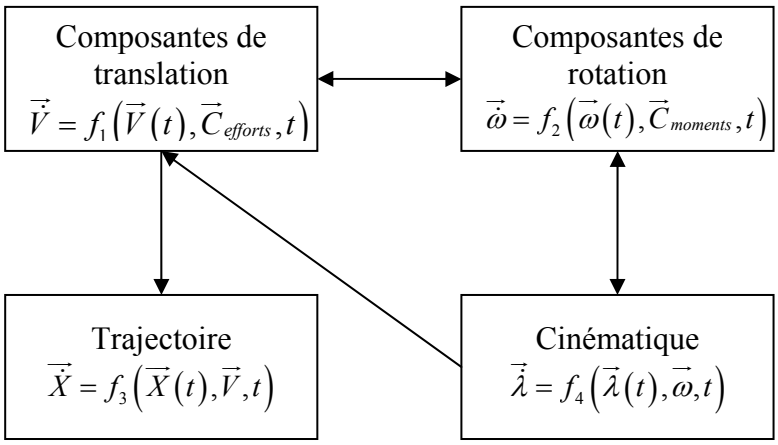


Figure 4.9 : Schéma général du modèle 6 DOF

D'une manière générale, la mise en équation du vol d'un projectile peut se mettre sous une forme simplifiée :

$$\dot{\vec{U}} = f\left(\vec{U}(t), \vec{C}, t\right) \tag{4.32}$$

où $U = [v_{absi}, v_{absj}, v_{absk}, \omega_c, \omega_a, \omega_b, \lambda_0, \lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, x, y, z]^T$ est le vecteur composé des paramètres d'état (dont certaines composantes sont éventuellement mesurables) et $C = [Cx, Cz, Cyp, Cl0, Clp, Cm, Cnp, Cmq]^t$ est le vecteur composé des coefficients aérodynamiques. A partir d'une géométrie de projectile et de ses principales caractéristiques de vol (vitesse de croisière, conditions initiales,…) et en supposant connu et constant les différents

coefficients aérodynamiques, le modèle de 6 DOF peut être résolu en temps et l'ensemble du comportement du projectile ainsi décrit.

La connaissance des coefficients aérodynamiques peut être obtenue par calculs numériques et la modification de la position relative du projectile va directement agir sur les niveaux des coefficients aérodynamiques qui, à leur tour, vont directement jouer sur la stabilité du projectile et donc sur son mouvement. Un véritable couplage est donc nécessaire.

4.2.3 Méthodologie du couplage 6 DOF /CFD

L'amélioration de la prédiction du vol d'un projectile consiste à caractériser en même temps les coefficients aérodynamiques et leur influence sur le comportement du vol. Pour estimer les caractéristiques aérodynamiques, la simulation de l'écoulement par méthode numérique est retenue (CFD) et la communication entre CFD et 6 DOF est schématisée Figure 4.10

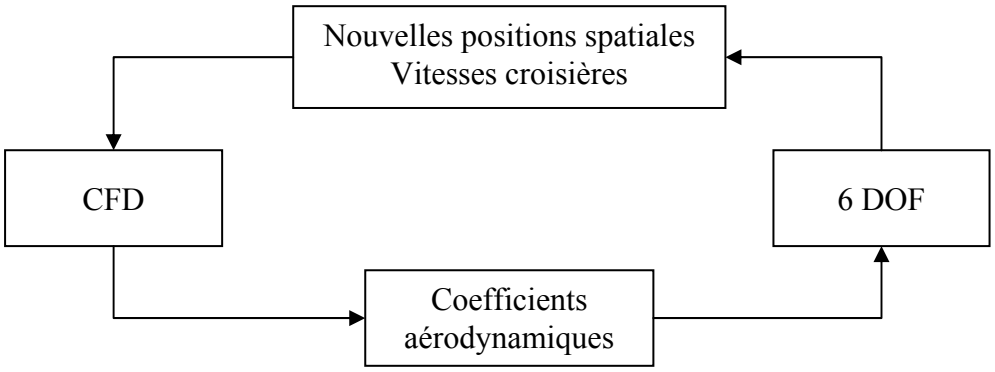


Figure 4.10 : Schéma du couplage CFD/6 DOF

La difficulté dans ce couplage réside souvent dans le fait que les différents solveurs couplés ont été développés sans réelle stratégie d'un éventuel couplage. De plus, et spécifiquement dans le cas de la simulation de l'aérodynamique externe, il est nécessaire d'avoir un outil de gestion automatique du mailleur associé au solveur fluide. Dans le modèle proposé, le solveur fluide et le mailleur automatique 2^ntree sont intégrés et l'intégration de la géométrie dans le domaine fluide s'effectue par l'intermédiaire de la méthode aux frontières immergées. Dans ces conditions, les modifications géométriques liées à des changements de position sont donc directes et grandement facilitées par le traitement des frontières. Les principales étapes du couplage sont donc au nombre de 2. Les calculs CFD instationnaires

fournissent une modélisation aérodynamique complète en restituant les coefficients statique et dynamique. L'ensemble des mouvements du projectile est pris en compte et les conditions de vol peuvent également évoluer en fonctions du temps. Entre deux instants t et $t+\Delta t$, l'orientation et l'amplitude des vitesses de rotation et de translation sont considérées constantes. La détermination de la nouvelle position du projectile est effectuée dans le repère relatif, plus précisément dans le repère « aérodynamique ». Dans ce repère, le mouvement de translation du projectile n'est évidemment pas à prendre en compte et il ne reste que la rotation et la position angulaire du projectile (incidence et dérapage) à intégrer au cours de temps. Le maillage racine reste inchangé mais le raffinement autour du projectile doit, en revanche, s'adapter aux mouvements dans le repère relatif.

La Figure 4.11 présente plus en détail les différentes étapes à réaliser pour prendre en compte le couplage CFD/6 DOF :

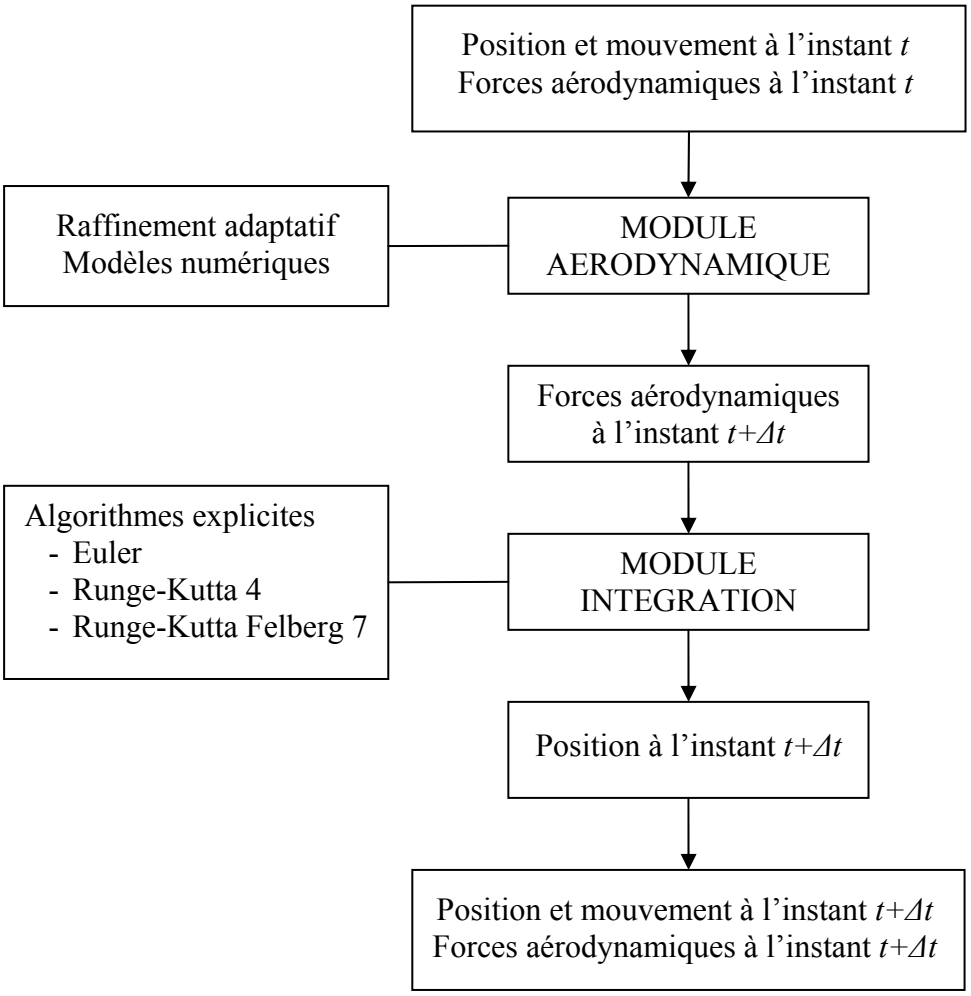


Figure 4.11 : Modularité du couplage réalisé

→ *Mise en place du projectile* : à l'instant *t,* une nouvelle position du projectile est à prendre en compte. Le processus de raffinement est donc relancé afin de garantir le suivi des principaux critères de raffinement. En raison du changement de géométrie, la phase de traitement et d'identification des forcing points et ghost-cell point est appelée. Il est important de souligner que cette procédure est lancée sans prendre en compte les positions précédentes des forcing points et ghost-cell points de l'instant $t - \Delta t$. Une optimisation d'un tel traitement sera indispensable dans un avenir proche.

→ *Prise en compte des conditions aux limites* : La vitesse de croisière du projectile est updatée mais les possibles modifications des conditions atmosphériques sont négligées en raison de la faible courbure des trajectoires traitées.

→ *Traitement de rotation* : La prise en compte des vitesses de rotation s'effectue de deux façons différentes dans le modèle fluide :

- Rotation spatiale temporelle : le modèle est programmé pour que l'ensemble des mouvements soit intégré dans le positionnement du projectile dans le domaine de calcul et par voie de conséquence, le projectile effectue spatialement une rotation.
- Rotation spatiale « virtuelle » : La prise en compte physique de la rotation n'est pas sans conséquence sur les temps de simulation, et anticipant des temps CPU conséquents, la vitesse de rotation est directement appliquée au niveau des conditions aux limites par le jeu des forcing points.

→ *Coefficients aérodynamiques* : Une fois le maillage ainsi mis à jour, l'écoulement dans les nouvelles conditions est calculé et les calculs des coefficients aérodynamiques sont donc effectués.

→ *Résolution du 6 DOF* : A partir de ces nouveaux coefficients, les bilans mécaniques sur le projectile sont à nouveau résolus.

En fait, l'introduction des frontières immergées et du mailleur 2^nTree intègrent automatiquement l'ensemble de ces étapes rendant ainsi la procédure de couplage d'autant plus aisée. Notons que l'avancement en temps, i.e le choix de Δt, est toujours calculé sur le pas de temps le plus faible ; les calculs en temps sont donc généralement ponctués par le temps Δt issu de la CFD.

Le couplage multiphysiques est relativement aisé et des calculs validant ce couplage sont donc nécessaires. Cependant, dans un premier temps, l'analyse de la mécanique du vol a été effectuée seule à partir du 6 DOF, l'objectif étant de valider cette première partie.

4.3 APPLICATION SUR LE PROJECTILE FLECHE

4.3.1 Présentation de la configuration

Une multitude de travaux a été consacré aux géométries de type munition flèche, ces dernières étant étudiées depuis les années 70 au sein des laboratoires de l'armée, comme par exemple le U.S Army Research Laboratory (ARL) ou bien encore la DGA. Guidos [83] a, par exemple, étudié l'écoulement autour du projectile M735 en régime $3 \le M_\infty \le 5$ par une combinaison de la méthode Navier-Stokes parabolisé (PNS) pour l'écoulement autour du projectile et les équations Navier-Stokes instationnaire pour l'écoulement arrière. En raison des simplifications des modèles et du maillage insuffisant fin, la traînée est sous-prédicte en comparaison avec les résultats expérimentaux. L'écoulement arrière du projectile est responsable de 19-33% de la traînée totale en fonction du nombre de Mach. Avec un nombre de Mach plus élevé, la traînée du corps arrière diminue. Weinacht et al. [84, 85] se sont intéressés aux caractéristiques de roulis sur les projectiles M735 et M829 et ont démontré que le moment de roulis est créé entièrement sur les empennages en raison des différences de la pression entre le plan biseauté et le plan plat des empennages. En continuant avec la méthode PNS, Guidos et al. [86] ont estimé la distribution des flux de chaleur sur l'ensemble du projectile M735 et M829. Cette étude a permis de mettre en évidence la très forte variation temporelle des coefficients de transferts thermiques sur le bord d'attaque de l'empennage, une diminution de 30% étant constatée au cours du temps de vol simulé.

En poursuivant leur investigation, Guidos et al. [87] ont utilisé le modèle instationnaire couplé au modèle de couche limite ASCC (ABRES Shape Change Code) pour prévoir l'évolution du flux de chaleur au nez du projectile M829 en régime hypersonique de $5 < M_\infty < 8.8$. La localisation du flux de chaleur maximal est estimée entre 25-30° de l'axe.

Plus récemment, Cayzac et al. [88, 89] ont utilisé la méthode RANS pour prédire l'écoulement autour du projectile perforant cinétique à partir du code FLU3M [88]. A partir de ces résultats en combinaison avec le code VULCAIN [89], pour la partie thermique solide, les flux de chaleur sur l'ensemble du projectile ont été estimés sur deux géométries offrant des angles de bord d'attaque de 49 et 73°. Les flux maximaux sur deux bords d'attaque sont différents d'environ 40%. L'analyse proposée repose sur un couplage non direct mais séquentiel entre la partie fluide et la partie solide, le solveur fluide était basé sur une approche d'Euler. Pour considérer le projectile dans le système de tir complet, Cayzac et al. [90] utilisent un couplage direct mais les études sont limitées par la résolution des équations de type Euler.

Les travaux antérieurs pilotés par la DGA [88, 91] ont considéré la géométrie de type projectile flèche dont les caractéristiques géométriques sont données Figure 4.12.

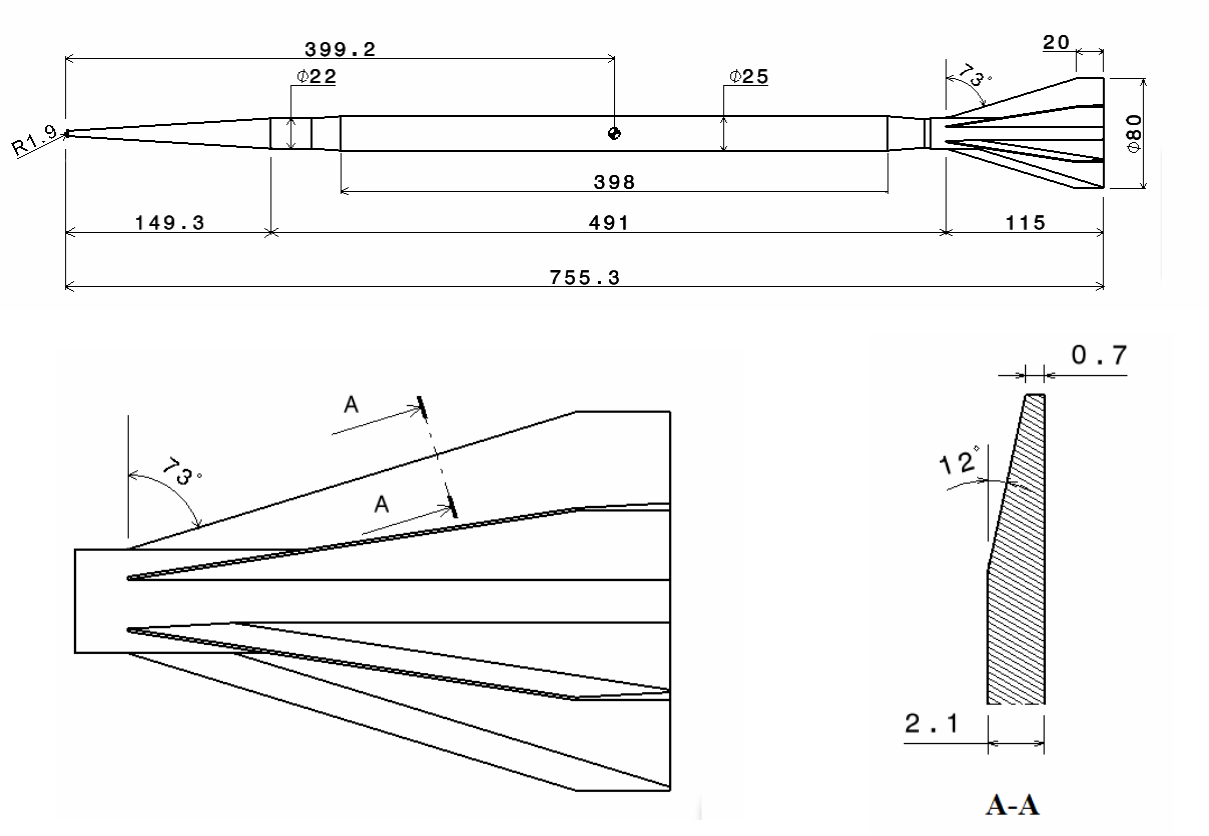


Figure 4.12 : Configuration d'un projectile en ordre de vol

Ce cas de référence a été très largement commenté dans la littérature et nous l'avons retenu comme cas test.

4.3.2 Analyse mécanique du vol de projectile

Dans un premier temps, il convient de réaliser une étude 6 DOF seule sur ce projectile flèche. Les caractéristiques de ce dernier et les conditions de vol sont les suivantes :

- Calibre : $D = 0.026m$
- Allongement du projectile : *30D*
- Vitesse de translation initiale : $V_x = 1744\ m/s$
- Vitesse de rotation initiale : $\omega_c = 0\ rad/s,\ \omega_a = 3\ rad/s,\ \omega_b = 0\ rad/s$
- Masse : *m=4.366 kg*
- L'angle de hausse initial : $\theta = 0.456°$

Comme nous l'avons indiqué, notre démarche vise à être progressive et l'analyse du vol à partir du modèle 6 DOF a été réalisée en supposant les coefficients aérodynamiques constants. Les vitesses de roulis attendues étant élevées, les évolutions rapides des angles et donc des quaternions sont mises en jeu et afin de contrôler au mieux les pas de temps, plusieurs schémas explicites ont été testés :

- la méthode d'Euler explicite,
- la méthode de Runge-Kutta explicite ordre 4,
- la méthode de Runge-Kutta Felberg explicite ordre 7 [92].

Les méthodes Runge-Kutta ordre 4 et Euler fournissent des résultats valides à condition d'utiliser un pas de temps petit respectivement égal à 10^{-6} et 10^{-7} secondes. Au contraire, la méthode Runge-Kutta Felberg ordre 7 donne des résultats précis avec un pas de temps plus élevé de l'ordre de 10^{-4} secondes.

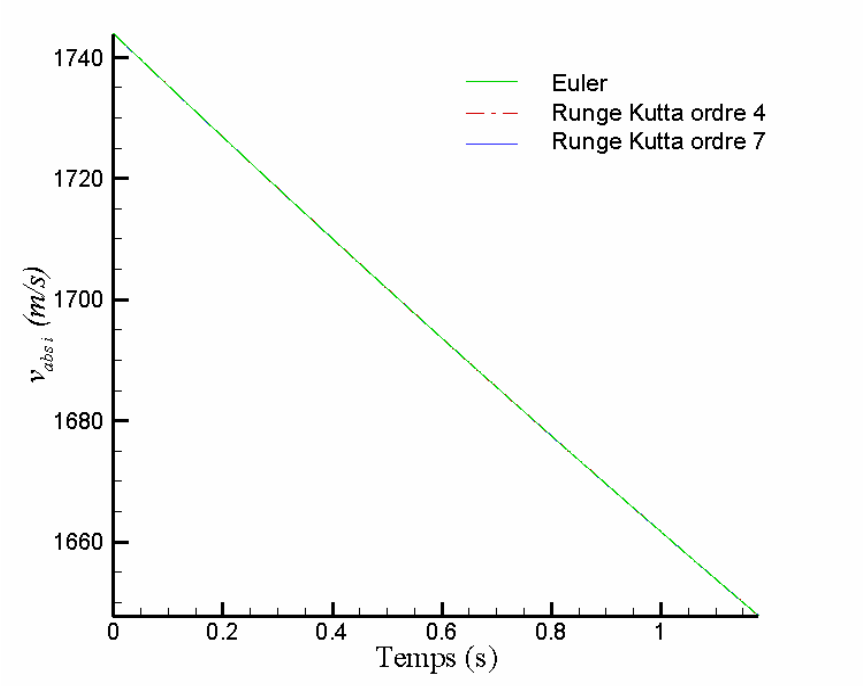


Figure 4.13 : Vitesse absolue $v_{abs_i}\left(m/s\right)$

L'évolution de la vitesse absolue, i.e. la vitesse de croisière du projectile, est présentée Figure 4.13. Alors que la vitesse initiale est supérieure à 1700 *m/s*, la vitesse absolue est réduite avec, sur la première seconde de tir, une variation de 3.78% de la vitesse absolue. L'angle d'incidence totale δ en fonction du temps est donné Figure 4.14 ; alors qu'une pendulation naturelle du fait de perturbation angulaire initiale en tangage-lacet, soulignée par des variations de δ de grandes amplitudes, intervient dès le lancement. Cette pendulation est très rapidement amorties et δ converge vers une valeur égale à 0.5. Que ce soit pour la vitesse absolue ou bien

l'angle δ, tous les calculs ont été effectués avec les trois méthodes de discrétisation (Euler, RK4, RKF7) et force est de constater que les résultats sont similaires aux résultats numériques donnés par le modèle 6 DOF développé par l'Institut Saint Louis [93] ; notre modèle numérique est donc validé.

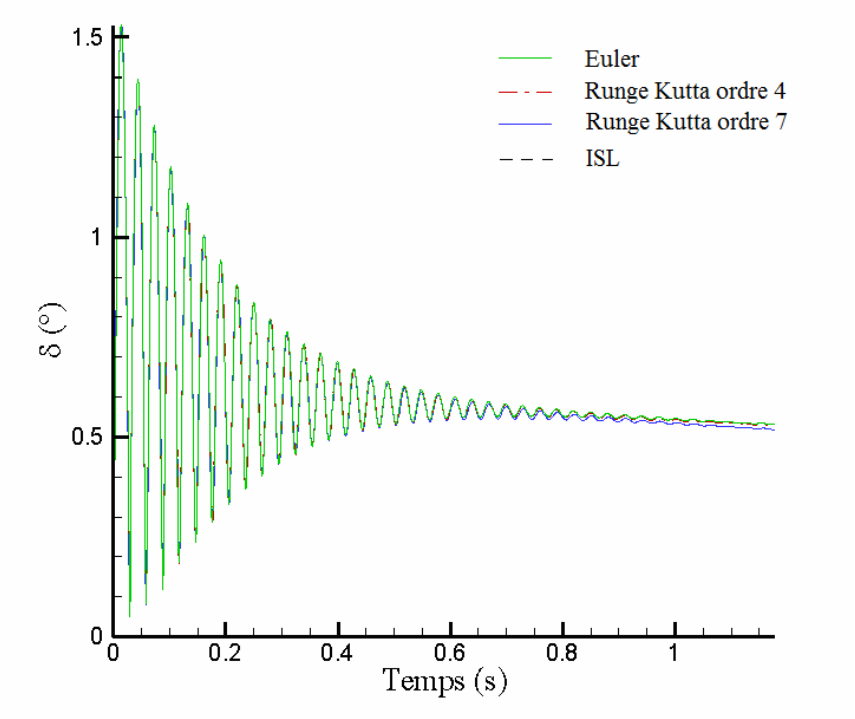


Figure 4.14 : Incidence totale $\delta(°)$

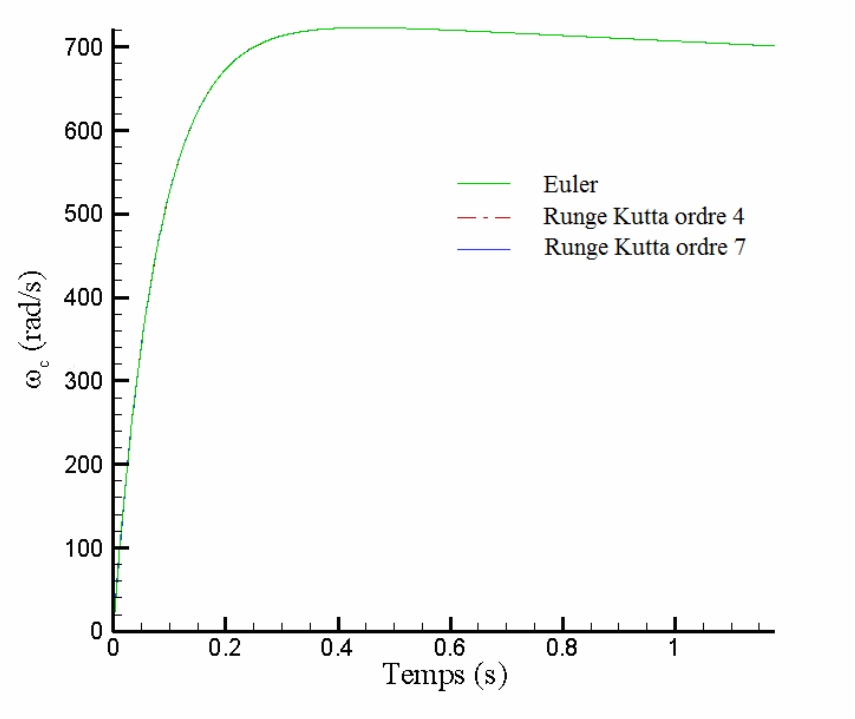


Figure 4.15 : Vitesse de roulis $\omega_c\,(rad/s)$

Des comparaisons similaires ont été également effectuées avec la vitesse de roulis ω_c (Figure 4.15) et le suivi des cordonnées polaires d'incidence et de dérapage (Figure 4.16). Un parfait accord avec les résultats issus de code d'ISL est là encore souligné.

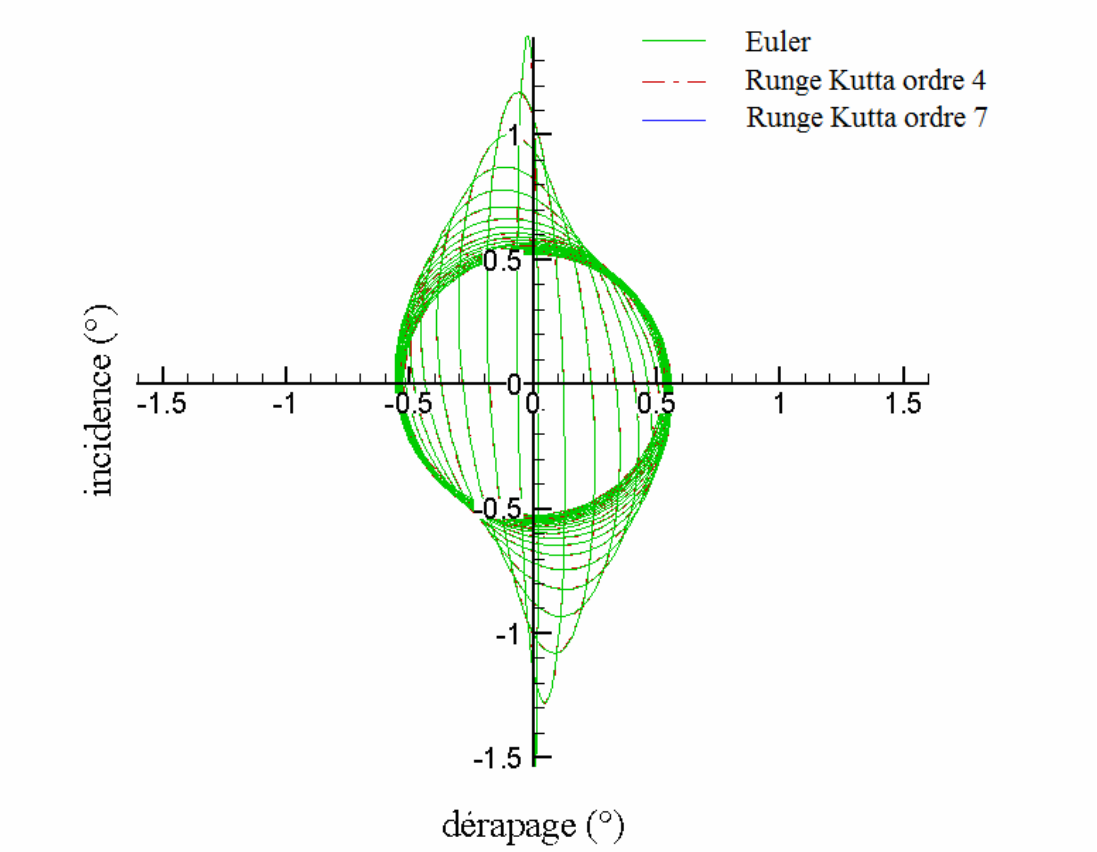


Figure 4.16 : Polaire d'incidence et dérapage

De plus, d'après la définition même des quaternions, sa norme reste égale à l'unité :

$$|Q| = \sqrt{\lambda_0^2 + \lambda_1^2 + \lambda_2^2 + \lambda_3^2} = 1 \tag{4.33}$$

Mais la résolution numérique produit des erreurs (arrondie, troncature…) affectant l'orthogonalité des quaternions. Donc, ce critère est important pour évaluer les schémas que nous utilisons. Bien que les résultats soient similaires quelque soit le schéma temporel utilisé (Euler, RK4 et 7), l'erreur sur l'orthogonalité du quaternion est présentée Figure 4.17. L'introduction du modèle RK7 donne des erreurs sur l'orthogonalité du quaternion beaucoup plus faibles avec une convergence beaucoup plus rapide. Ce schéma sera donc retenu.

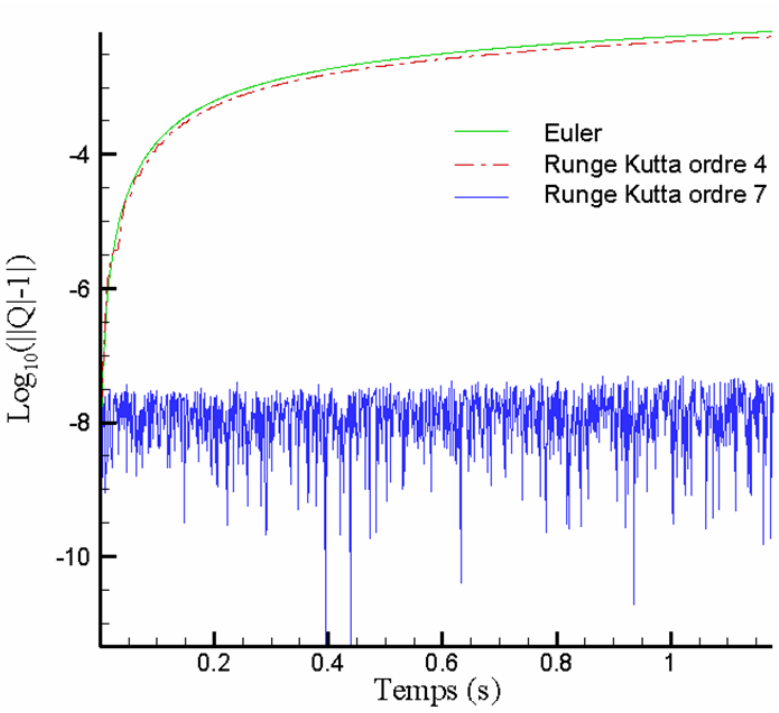


Figure 4.17 : Erreur d'orthogonalité sur le quaternion

4.3.3 Analyse de l'aérodynamique externe

A partir du modèle 6 DOF détaillé dans le paragraphe précédent, l'analyse du comportement en vol du projectile a témoigné d'une forte modification de l'orientation du projectile alors même que les coefficients aérodynamiques retenus dans cette analyse ne correspondent qu'au cas à incidence nulle. L'idée serait d'effectuer un calcul couplé comme présenté dans le paragraphe 4.2.3. Le pas de temps « limitant » est bien entendu celui prodigué par la CFD. En effet, le pas de temps fluide $\Delta t_{CFD} \sim 10^{-8} s$, alors que celui du modèle 6 DOF $\Delta t_{6\ DOF}$ est compris entre 10^{-4} à 10^{-7} s environ. La simulation de 1s de vol, temps nécessaire à la simulation de la munition de flèche d'après le modèle 6 DOF, correspond donc à réaliser 100 millions d'itérations temporelles. A partir des mêmes hypothèses que celles prises pour estimer un calcul CFD avec y^+ sans modèle de paroi au paragraphe 3.2.2, le temps d'une telle simulation est estimé à 100000 heures (~ 11 ans). Nous ne pouvons donc réaliser un tel couplage. Dans ces conditions, et malgré le fait que la procédure de couplage soit codée et ait été vérifiée informatiquement, les résultats présentés par la suite concernent que quelques cas traités de manière séquentielle. En effet, la Figure 4.18 témoigne pour 4 instants différents de l'orientation de la géométrie et de la vitesse absolue de croisière à la phase dite initiale

(incidence nulle et vitesse absolue égale à la consigne) et des phases 1 - 2 et 3 correspondantes aux instants t = 0.1, 0.4 et 1.0s . Le Tableau 4.2 détaille les principaux paramètres de la position du projectile aux instants considérés.

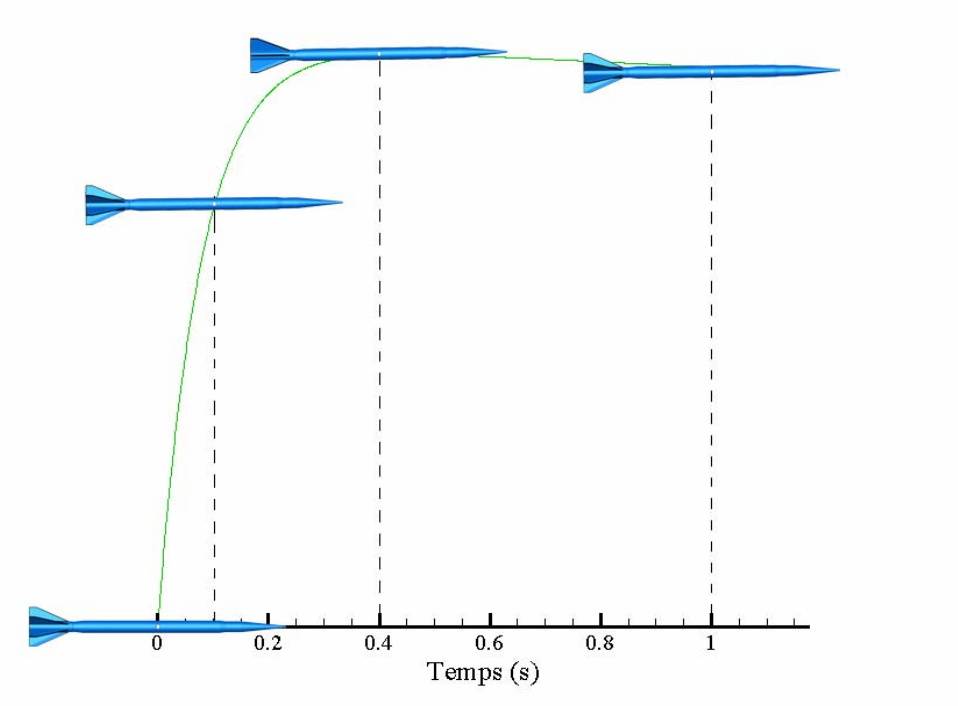


Figure 4.18 : Phases transitions

A partir de ces caractéristiques, les procédures appliquées se résument en un positionnement automatique dans le domaine de calcul (Tableau 4.3) par le jeu des frontières immergées et la réalisation des calculs CFD. Le calcul CFD permettra ainsi d'estimer les variations des coefficients aérodynamiques en fonction de la position relative du projectile.

	Phase initiale	Phase 1	Phase 2	Phase 3
t en s	0.0	0.1	0.4	1.0
u_∞ en m/s	1744.0	1735.5	1710.0	1661.6
δ en degré	0.0	1.1342	0.6806	0.5352
α en degré	0.0	-0.0236	-0.2849	-0.2624
β en degré	0.0	1.1342	0.6182	0.4665
ϕ en degré	0.0	282.2	16.0	158.4

Tableau 4.2 : Détails des caractéristiques des différentes phases étudiées

Caractéristiques du domaine de calcul			
L_x	44.0D	Δx en m	60×10^{-6}
L_y	12.8D	Δy en m	60×10^{-6}
L_z	12.8D	Δz en m	60×10^{-6}

Tableau 4.3 : Caractéristiques du domaine de calcul

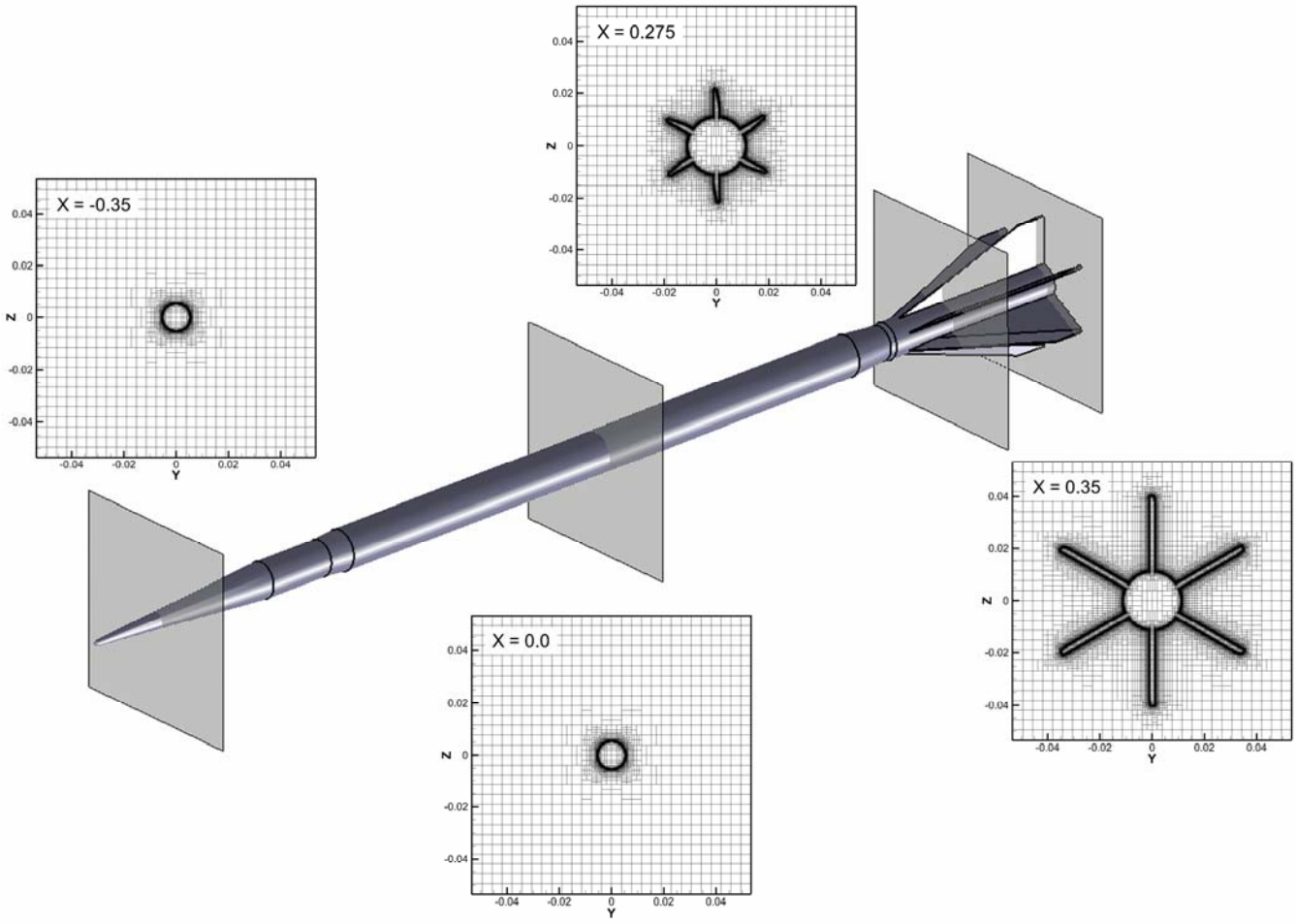


Figure 4.19 : Maillage 2^{n}tree complet

Pour conduire les calculs CFD, le maillage 2^{n}tree utilisé est composé de 1.8×10^6 cellules racines et le niveau de raffinement est égale à 6, offrant alors un nombre d'éléments proche de 41×10^6 (Figure 4.19). Cette résolution assure une valeur y^+ de l'ordre 30 et la loi de paroi sera donc appliquée. De plus, les critères de raffinement pour capter les ondes de choc sont également activés et les valeurs « classiques » sont $\varepsilon_r = 0.05$, $\varepsilon_c = 0.03$ et $\alpha = 0.4$.

4.3.3.1 Phase initiale

Les conditions dites initiales du calcul 6 DOF ont, dans le premier temps, rétenues notre intention avec une incidence et un dérapage nul. Le calcul CFD correspondant à ce cas a donc été entrepris et le Tableau 4.4 détaille les principales caractéristiques du calcul. A cet instant, aucune rotation n'intervient. La Figure 4.20 souligne, par l'intermédiaire de la distribution des iso-valeurs du nombre de Mach, l'existence des ondes de choc au niveau des discontinuités ainsi que le développement des ondes de choc obliques se développant sur les bords d'attaque des empennages.

Caractéristiques de simulation			
CFL	0.8	u_∞ en *m/s*	1744
Δt en s	8.0×10^{-9}	P_∞ en *bar*	1
Nombre de cellules	41×10^{6}	T_∞ en *K*	291

Tableau 4.4 : Caractéristiques de simulation

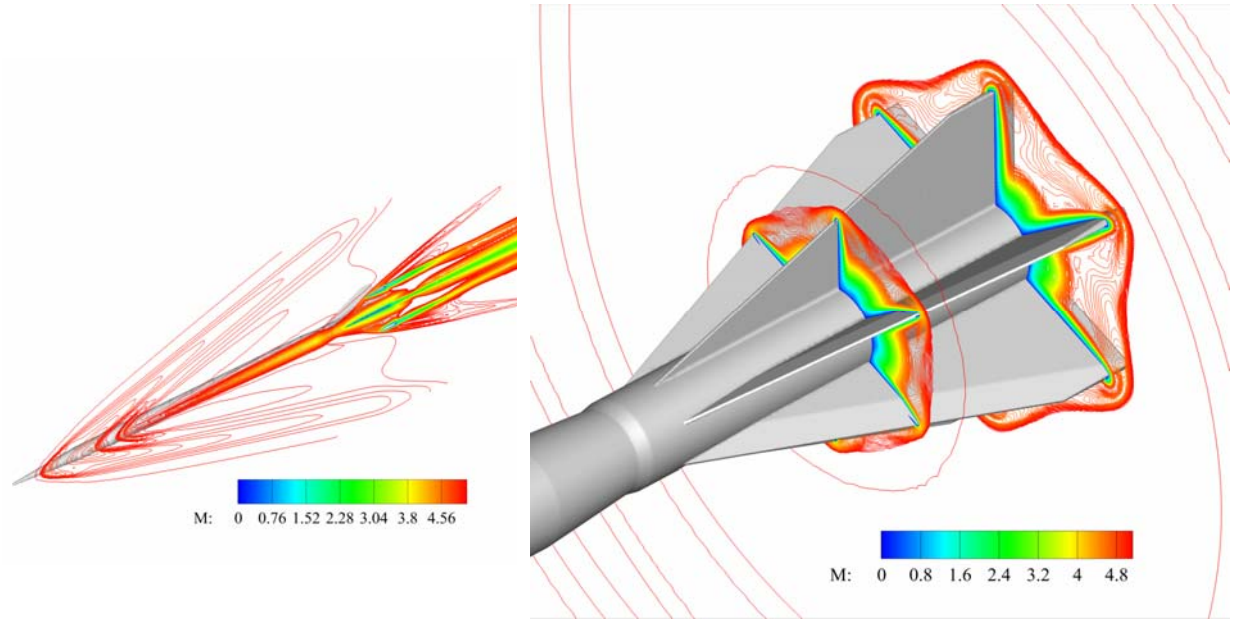


Figure 4.20 : Champ iso-nombre de Mach

En étudiant le champ de pression dans le plan A-A i.e. perpendiculairement à la longueur du projectile, force est de constater les différences notables de la distribution de pression entre les parties plates et la partie biseautée. La sur-pression sur ces parties biseautées

participe à la mise en rotation du projectile (Figure 4.21). Le projectile étudié est relativement long (0.755 *m*) et l'épaississement de la couche limite est conséquente pour atteindre, au niveau de la position des empennages, une épaisseur proche de $8.5\times10^{-3}m$. La couche limite thermique s'épaissit également et est égale à $15.2\times10^{-3}m$ et la température maximale atteinte est de $T/T_{\infty}=2.15$ au niveau de l'empennage (Figure 4.22).

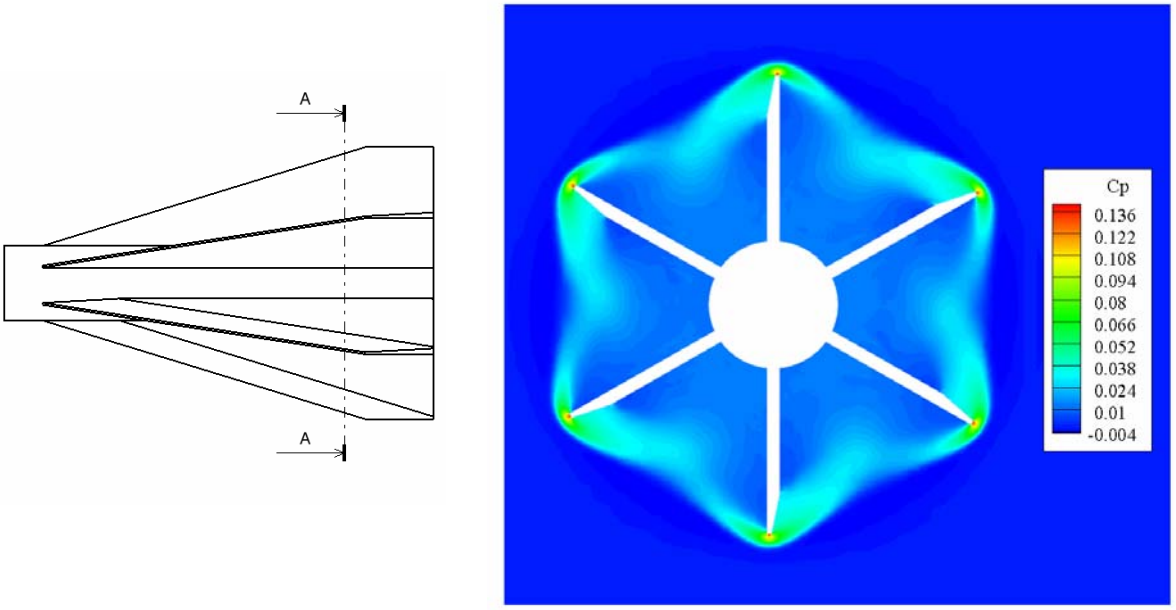


Figure 4.21 : Champ iso-coefficient de pression à *X/D = 29.4*

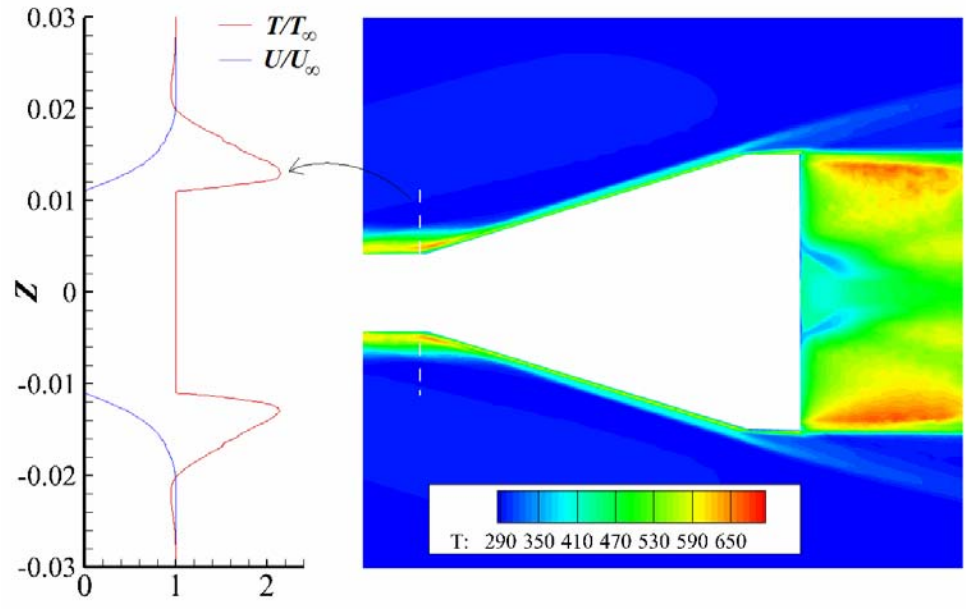
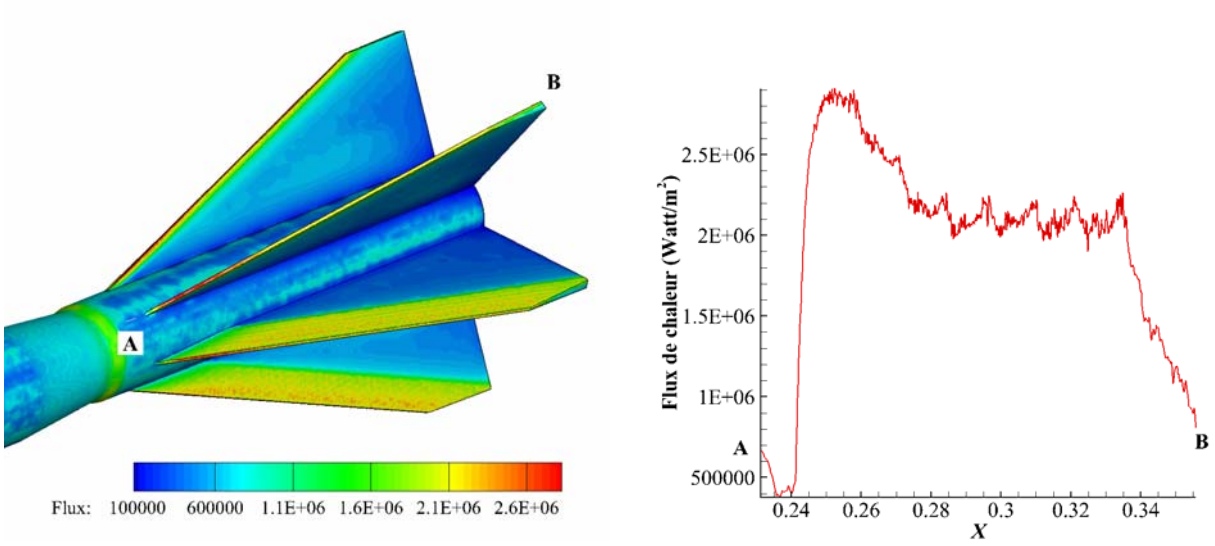


Figure 4.22 : Développement de la couche limite dans la région de l'arrière corps et profils de vitesse et de température à l'emplanture des empennages

Les conditions d'arrêt et de frottement le long de la paroi participent à l'échauffement du projectile et localement, le flux thermique entrant s'écrit :

$$\vec{q} = -k\left(\frac{\partial T}{\partial n}\right)\Big|_{paroi} \vec{n} \tag{4.34}$$

avec k la conductivité du fluide, $\vec{n}$ le vecteur normal à la paroi considérée. Le flux de chaleur maximum se localise au point d'arrêt, i.e. au nez du projectile et la valeur obtenue numériquement est égale à 25 MW/m^2 ; cette valeur corrèle parfaitement les résultats de Guidos et al. [87] alors que Cayzac et al. [89] ont reporté des valeurs plus importantes de l'ordre de 29.9 MW/m^2. Cette différente s'explique vraisemblablement par une résolution de maillage beaucoup plus fine, Cayzac et al. [88] ayant également reporté une influence directe entre résolution de maillage et intensité des flux thermique estimé. Au niveau du nez du projectile, la température au point d'arrêt est égale à 1809 K avec une épaisseur du choc proche de 0.35 mm. Ces deux paramètres sont en très bon accord avec ceux de Cayzac et al. [89].



a) champs iso-flux *b) profil du flux*

Figure 4.23 : Champs iso-flux de chaleur et profil du flux de chaleur sur le bord d'attaque d'une empennage

La Figure 4.23 présente la distribution des flux à la surface de l'empennage et force est de constater une grande disparité le long du bord d'attaque de l'empennage. Pour la partie basse, i.e. $0.245 < X < 0.275m$, l'échauffement s'effectue de manière plus importante car cette région est sous l'influence de la couche limite issue de l'ensemble du projectile ; les flux atteignent ainsi 2.9 MW/m^2 . Le long du bord d'attaque, ces derniers chutent très rapidement pour atteindre une valeur constante voisine de 2 MW/m^2 alors que pour la partie haute de

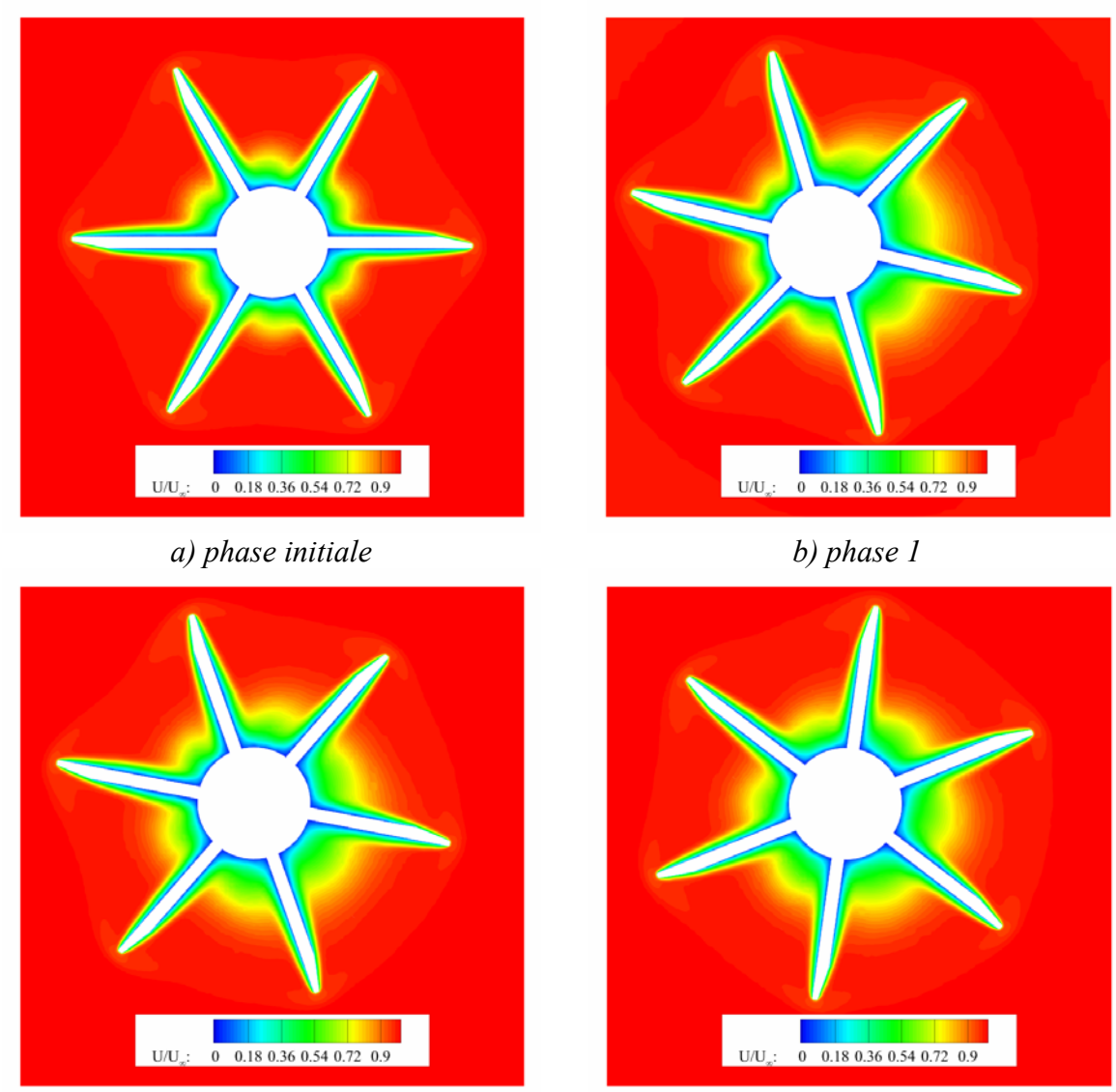
l'ailette, les flux thermiques chutent de manière drastique. La comparaison avec Cayzac permet de souligner un écart très important avec les flux thermiques et, comme le soulignent ces auteurs, la qualité de résolution sur les valeurs des flux est déterminante ; les maillages utilisés par Cayzac et al. [89] en offrent en effet une résolution à la paroi de $0.1\mu m$ alors que notre résolution est 600 fois plus grossière. Dans le chapitre 5, l'augmentation de la résolution du maillage, au voisinage des ailettes, sera réalisée et l'influence sur les flux de chaleur mesurée ! Malgré de tels écarts sur les champs thermiques, l'ensemble des caractéristiques dynamiques reste très intéressant et le modèle apparaît des plus séduisants.

4.3.3.2 Phases 1 – 2 – 3

D'après le Tableau 4.2, les principales caractéristiques ont été prises en compte et les 3 phases ont été simulées.

La phase 1, correspondant à l'instant t = 0.1 s, est une phase de vol critique et les calculs ont été conduits avec une résolution similaire. Cependant, l'inclinaison du projectile a quelque peu modifié le nombre d'éléments passant de 47 à 50 millions environ. De plus, sous l'effet de la distribution de la pression dans les premiers instants – ou du moins dans les premières phases de la simulation – le projectile est mis en rotation et la vitesse w_c est égale à 525 *rad/s.* A cette vitesse de rotation, les effets liés à la rotation seront faibles mais existent néanmoins. La prise en compte de w_c va donc être effectuée avec la méthode « virtuelle » de rotation, i.e. des vitesses sont appliquées sur les frontières du projectile par le jeu de la méthode aux frontières immergées.

La Figure 4.24 présente l'organisation de la couche limite et la compare par les phases initiales et les phases 1 – 2 – 3 à $X / D = 29.4$, i.e. au niveau de l' empennage. On constate que dans la phase initiale, la couche limite entre deux ailettes est similaire et qu'une symétrie existe au contraire pour la phase 1. Concernant les phases 2, la trajectoire du projectile devient plus stable avec une incidence plus faible et la vitesse de croisière a légèrement chuté (de 2% par rapport à la vitesse en phase initiale) ; l'augmentation de l'incident et l'augmentation de ω_c contribuent à accentuer la dissymétrie de l'écoulement. Pour la phase 3 (t = 1.0 s), bien que l'angle d'incidence soit convergé vers une valeur faible, le comportement du fluide (et de la couche limite) est similaire à celui obtenu phase 2, il faut dire que ω_c joue un rôle de dissymétrie de la couche limite très important.



a) phase initiale *b) phase 1*

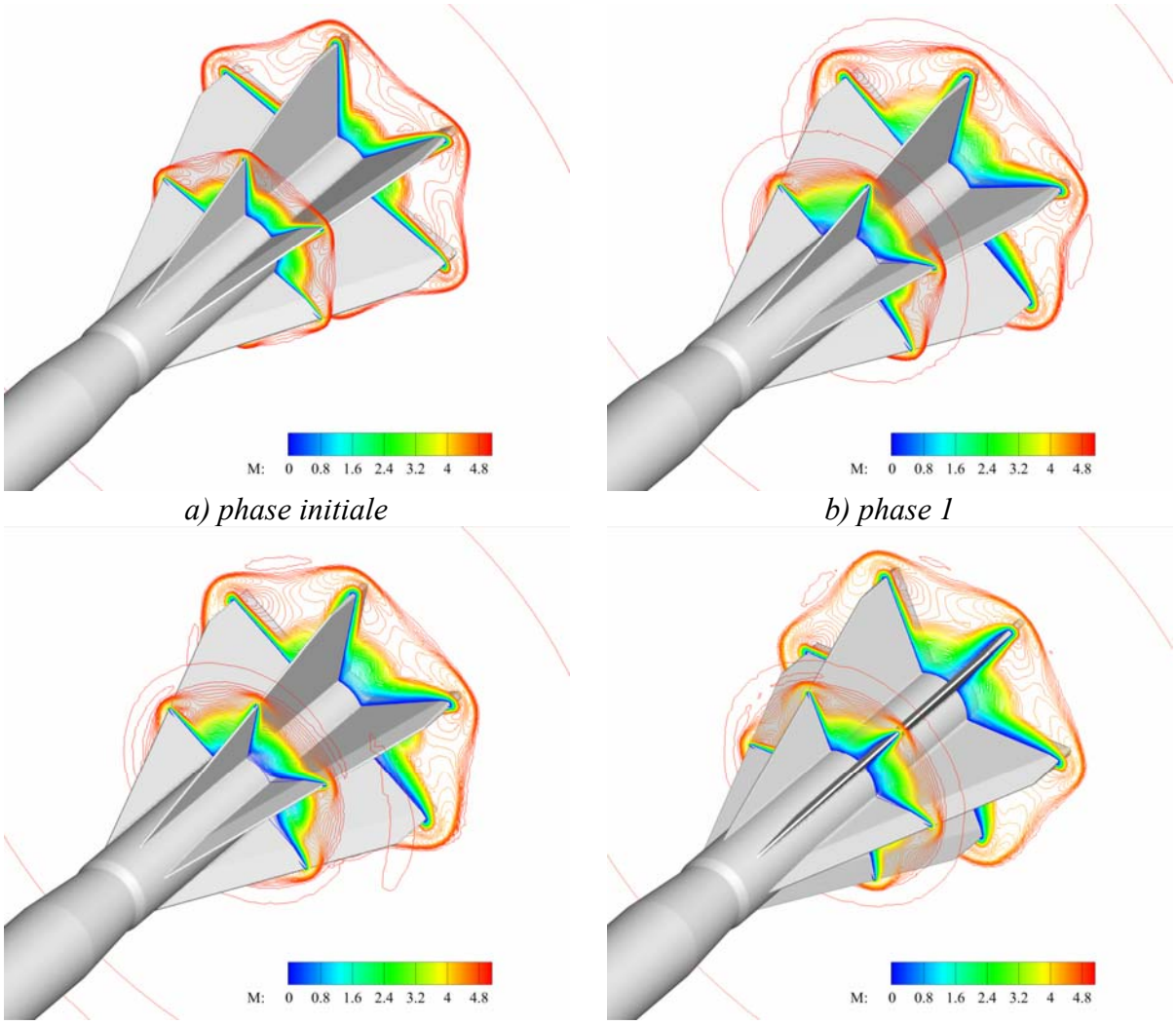
c) phase 2 *d) phase 3*

Figure 4.24 : Déformation des couches limites sous l'influence de l'incidence et du dérapage – sans rotation

La force agissant sur un corps immergé dans un fluide est le résultat de la pression de surface et la distribution des contraintes de cisaillement. L'application de la notion de conservation dynamique solidaire permet aux forces agissant sur le corps d'être calculées à partir de leur réaction sur le flux, sans qu'il soit nécessaire d'évaluer les quantités d'écoulement à la surface du modèle (Anderson [94]). La force résultant agissant sur le projectile est calculée par l'intégral la surfacique suivante :

$$\vec{F} = \oiint_S \left(-p\vec{n} + \tau_{ij}\vec{n} \right) ds \qquad (4.35)$$

avec p la pression, τ_{ij} les contraintes de cisaillement, ds la superficie, et $\vec{n}$ le vecteur normal de la surface s.



a) phase initiale *b) phase 1*

c) phase 2 *d) phase 3*

Figure 4.25 : Champs de Mach de 4 phases

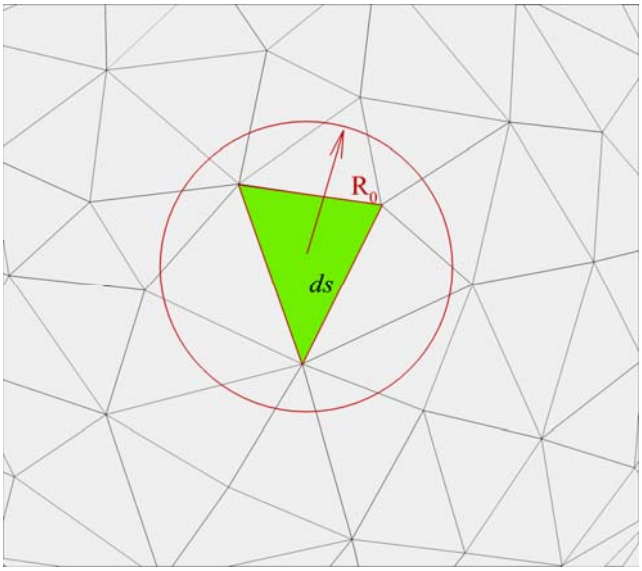


Figure 4.26 : Elément surfacique et la cercle d'interpolation

Dans notre modèle, la surface du corps est composée par les mailles triangles non-structurées, *ds* étant la surface élémentaire par élément triangle. La pression et les contraintes sur chaque élément surfacique sont estimées par l'interpolation de la distance inverse des points de projection des forcing-point sur la surface. Les interpolations sont effectuées en entreprenant l'ensemble des points distant dans un domaine circulaire donnée (cf. Figure 4.26).

En projetant l'équation (4.35) sur les trois axes, nous obtenons les forces dans le repère « aérodynamique » $\left(\vec{t},\vec{s},\vec{h}\right)$.

$$F_t = \sum_S \left[\left(\tau_{11} - p\right) n_t + \tau_{12} n_s + \tau_{13} n_h \right] ds \tag{4.36}$$

$$F_s = \sum_S \left[\tau_{21} n_t + \left(\tau_{22} - p\right) n_s + \tau_2 n_h \right] ds \tag{4.37}$$

$$F_h = \sum_S \left[\tau_{31} n_t + \tau_{32} n_s + \left(\tau_{33} - p\right) n_h \right] ds \tag{4.38}$$

Pour obtenir les efforts dans le repère « avion », nous effectuons une transformation de repère :

$$\begin{pmatrix} F_c \\ F_n \\ F_m \end{pmatrix} = M_{\left(\vec{t},\vec{s},\vec{h}\right)\to\left(\vec{c},\vec{n},\vec{m}\right)} \begin{pmatrix} F_t \\ F_s \\ F_h \end{pmatrix} \tag{4.39}$$

Les coefficients des efforts dans le repère « avion » sont calculés par :

$$CA = \frac{F_c}{qS} \tag{4.40}$$

$$CN = \frac{F_n}{qS} \tag{4.41}$$

$$C_{yp} = \frac{F_m}{qS} \tag{4.42}$$

où *CA* le coefficient de force axiale, *CN* le coefficient de force normale, *CY* le coefficient de force de Magnus, *S* étant la surface de référence prise égale à $S = \pi D^2 / 4$ avec *D,* le diamètre du projectile, $q = 1/2 \rho V_\infty^2$ la pression d'arrêt. De manière similaire, les moments aérodynamiques au centre de gravité G sont calculés :

$$\overrightarrow{M} = \oiint_S \left(\overrightarrow{GP} \wedge \overrightarrow{F} \right) ds \tag{4.43}$$

où *P* la position de la superficie *ds* dans le repère « aérodynamique ». Les coefficients de moments sont calculés par :

$$C_{l0} = \frac{M_c}{qSD} \tag{4.44}$$

$$C_m = \frac{M_m}{qSD} \tag{4.45}$$

$$C_{np} = \frac{M_n}{qSD} \tag{4.46}$$

En présence de la rotation des coefficients supplémentaires sont nécessaires :

Coefficient d'amortissement de roulis :

$$C_{lp} = \frac{\partial C_l}{\partial\left(\omega_c^*\right)} \text{ avec } \omega_c^* = \frac{\omega_c D}{V} \tag{4.47}$$

Coefficient d'amortissement de tangage :

$$C_{mq} = \frac{\partial C_m}{\partial \omega_a^*} \text{ avec } \omega^* = \frac{\omega_a D}{V} \tag{4.48}$$

A partir de la définition des différents coefficients aérodynamiques (coefficient de traînée, de portance et de Magnus) et à partir d'une procédure de moyenne sur 0.0001 *s*, les efforts aérodynamiques ont été évalués à partir des calculs CFD.

	Phase initiale	Phase 1	Phase 2	Phase 3
CA	0.377	0.409	0.411	0.437
C_{yp}	0.001	0.042	0.040	0.046
C_N	0.000	0.211	0.248	0.191
C_{l0}	0.083	0.225	0.227	0.206
C_m	0.011	1.673	2.512	2.044
C_{np}	0.047	0.300	0.667	0.365

Tableau 4.5 : Coefficients aérodynamiques

En comparant avec les résultats de Cayzac et al. [88], les valeur des coefficients de la force axiale avec une différence de 10% environ du niveau de la phase initiale et les autres coefficients sont plus ou moins dans l'ordre grandeur. Bien entendu, les différences sur des coefficients très faibles ont tendances à offrir une variation relative plus importante mais qui restent non significative. Par exemple, un facteur 2 est obtenu entre nos prédictions et celles donnés par Cayzac et al. [88]. Bien entendu, nous ne pouvons pas valider directement toutes les phases 1 – 2 – 3 cas les conditions de calcul ne sont pas identiques. Les ordres de grandeur sont bien reproduits et malgré un besoin de validation exhaustive, force est de constater que le comportement est de plus séduisant.

CHAPITRE 5

VERS UNE PRISE EN COMPTE DES MECANISMES D'ABLATION

En se référant aux simulations numériques effectuées dans les chapitres précédents, les environnements thermiques sont tellement sévères que l'intégrité même des matériaux peut être mise en jeu. Les flux thermiques reçus dans les régimes étudiés sont considérables ($\geq MW / m^2$) et les températures sont voisines voire même excèdent les niveaux de température admissible des matériaux. La maîtrise de l'environnement thermique est indispensable, l'ablation de l'empennage ayant des conséquences directes sur la dynamique du vol.

5.1 INTRODUCTION DE L'ABLATION

5.1.1 Mécanismes d'ablation et leur modélisation

D'un point de vue global, les matériaux ablatables sont utilisés dans le cadre des protections thermiques dans l'industrie aérospatiale, notamment comme bouclier thermique pour les corps en phase d'entrée dans l'atmosphère mais également afin de protéger l'intégrité des tuyères soumises à des flux intenses. L'ablation laser est également une technique de plus en plus employée sur des domaines d'applications multiples [95, 96, 97]. Modéliser les mécanismes d'ablation est une tâche des plus complexes faisant intervenir une multitude de mécanismes couplés. La perte de masse est dans un premier temps pilotée par des mécanismes de pyrolyse alors que l'ablation concerne des réactions d'oxydation et de sublimation. Dans le premier cas, la masse ablatée est directement liée à la diffusion du dioxygène dans une matrice poreuse de la matière ablatée. En ce qui concerne la sublimation, les changements de phase solide-liquide sont décrits par une approche cinématique de Knudsen-Langmuir. Dans ces conditions, la modélisation des mécanismes d'ablation est délicate car au delà du bilan enthalpique à effectuer, de nombreuses réactions cinétiques et des bilans d'espèces sont à réaliser tout en prenant en compte les principales caractéristiques du matériau ablatable étudié. A notre connaissance, la majeure partie des travaux sur les matériaux ablatables ne prend pas en compte les possibles interactions avec les écoulements turbulents. Cependant, Velghe [98] a souligné le couplage fort entre agitation turbulente et état de surface d'un matériau ablatable. En effet, à partir de modélisation directe, une paroi en cours d'ablation va générer une rugosité de surface directement dépendante de la topologie de la turbulente. D'une manière plus globale, les études relatives à des mécanismes d'ablation, notamment par ablation laser, sont principalement basées sur des mécanismes de diffusion, le terme source volumique étant directement proportionnel à l'intensité locale du laser et de l'absorption énergétique du milieu. Finalement, pour des raisons de simplifications évidentes, la majeure partie des études liées aux

mécanismes d'ablation par sublimation sont modélisées par une température dite de fusion, au delà de laquelle le matériau solide est ablaté. Il s'agit évidemment d'une modélisation idéalisée assurant la caractérisation du comportement solide. Landau [99] a été le premier à résoudre un problème d'ablation d'un milieu semi-infini soumis, sur une de ses faces, à un flux thermique considérable. Les caractéristiques des matériaux et leur dépendance en fonction de la température ont été prises en compte par la suite [100] alors que l'ensemble des techniques numériques usuellement requises (différences finies [101]), élément finis [102], volumes finis [103]) a été appliquée avec succès.

Une difficulté supplémentaire, lorsque le domaine étudié varie de manière significative dans le temps, est que le problème devient un problème aux frontières mobiles. Dans les cas de l'ablation d'un milieu semi-infini, des interfaces sont facilement introduites comme, par exemple, par l'intermédiaire de la gestion de nœuds désactivés au fur et à mesure de la propagation du front d'ablation. Par exemple, Molavi et al. [104] considèrent un maillage régulier dans l'épaisseur du matériau et la maille directement voisine à l'interface offre une épaisseur variable évoluant au fur à mesure de la récession de la surface du matériau ; ce nœud n'est tout simplement plus pris en compte dès que l'épaisseur devient inférieure à une épaisseur seuil prédéfinie. De tels traitements sont malheureusement réservés à des géométries simples (plan semi-infini) et dès lors que l'ablation intervient sur des formes géométriques plus complexes, la gestion de la régression de surface doit être améliorée. Storti [102] a mis en œuvre une technique judicieuse en considérant un domaine numérique fixe ; la régression du matériau sous l'effet des contraintes thermiques est traitée en introduisant un matériau fictif occupant l'espace offrant une valeur de conductivité thermique quelconque. La régression de la surface du matériau est alors suivie en fonction de deux phases et permet une prise en compte d'objets relativement complexes. Cette modélisation est judicieuse tant que l'espace laissé libre par la régression de la surface du solide n'est pas à considérer comme un espace fluide supplémentaire.

Le traitement des frontières mobiles est effectivement une physique particulière nécessitant des schémas numériques dédiés et ces derniers ont particulièrement été développés dans le cadre des études multiphases. En effet, Sussman [105] a détaillé une modélisation de type « Volume Of Fluid » (méthode VOF) dans laquelle le suivi de l'interface est assuré par une fonction « distance » ; cette méthode dite « Level Set » est une fonction scalaire, dont la valeur 0 matérialise l'interface tandis que les valeurs positives ou négatives de cette fonction définissent la position dans l'espace vis-à-vis de l'interface. L'équation en temps et en espace

de cette fonction de niveau 0 est donnée par une équation de type Hamilton-Jacobi de la forme :

$$\begin{aligned} &\frac{\partial \phi}{\partial t} + \vec{v}\vec{\nabla}\phi = 0 \\ &\phi\left(0, \vec{x}\right) = \phi_0\left(\vec{x}\right) \end{aligned} \tag{5.1}$$

Cependant, certaines irrégularités dans les valeurs de ϕ compliquent la résolution du suivi de l'interface et les schémas à employer doivent s'adapter à la topologie de l'interface. A cette vision eulérienne s'opposent les méthodes de type Lagrangienne pour lesquelles le suivi de la déformation de l'interface est direct. Le front tracking développé par Tryggavon [106] est une méthode facile à mettre en œuvre et offrant l'avantage de positionner avec précision l'interface. Le principal défaut d'une telle technique est que, par de fortes déformations, des singularités peuvent apparaître nécessitant l'intervention de techniques de régularisation et de lissage.

Les méthodes à frontières immergées ont, comme nous l'avons souligné en introduction, facilité la prise en compte des couplages multiphysiques car en plus d'offrir un moyen de suivi de l'interface, le passage des traitements aux limites de part et d'autre de l'interface est également assuré. Couplée à une technique automatique de maillage (le choix a été porté sur la méthode dite de 2^ntree), la génération d'un maillage suffisamment fin assurant un suivi de l'interface est tout à fait possible et correspond ainsi à un développement original du suivi de l'interface au cours de l'ablation.

5.1.2 Méthodologie mise en avant

A partir de l'état de l'art sur les mécanismes d'ablation et de la complexité de leur modélisation, notre approche réside plutôt en une première phase exploratoire. La prise en compte des mécanismes d'ablation va être effectuée de manière relativement simple. En effet, les mécanismes d'ablation par sublimation seront uniquement considérés, i.e. un fluide pur étant uniquement pris en compte et le matériau sera considéré comme ayant une température seuil de fusion. Le matériau reste donc solide tant que la température n'excède pas cette température de fusion tandis qu'au delà, il s'agit de prendre en compte la modification géométrique de la paroi, la phase gaz étant toujours occupée par le fluide n'ayant subi aucune variation de sa composition chimique. D'un point de vue thermique, il est nécessaire d'effectuer un bilan au niveau de l'interface et ce dernier s'articule sous la forme :

$$q_r(t) = -k_s \left.\frac{\partial T}{\partial n}\right|_{s/\Gamma(t)} + \rho_s L v_r \tag{5.2}$$

avec $q_r(t)$ et L le flux de chaleur (de convection de fluide et/ou rayonnement) et la chaleur latente respectivement. $\Gamma(t)$ représente l'interface solide/fluide à l'instant t. $\left.\frac{\partial T}{\partial n}\right|_{s/\Gamma(t)}$ est le gradient de la température dans le solide à l'interface $\Gamma(t)$. Dans l'ensemble des simulations effectuées, seuls les mécanismes de frottement constituent les sources de chaleur, i.e. aucun modèle de rayonnement n'a été incorporé [107, 108, 109, 110]. Le flux de chaleur, à partir du fluide, se déduit par les flux suivants [111]:

$$q_r(t) = k_f \left.\frac{\partial T}{\partial n}\right|_{f/\Gamma(t)} = -k_s \left.\frac{\partial T}{\partial n}\right|_{s/\Gamma(t)} \tag{5.3}$$

avec $\left.\frac{\partial T}{\partial n}\right|_{f/\Gamma(t)}$ le gradient de la température dans le fluide à l'interface. Ce flux de chaleur se partage en un flux thermique transmis à l'objet par conduction et d'une partie liée à l'ablation du matériau (quand celle-ci intervient). D'un point de vue modélisation, dès lors que la température de fusion est atteinte, la vitesse de régression locale par ablation est estimée.

En fait, l'existence d'un mécanisme d'ablation initiant une vitesse de régression impose explicitement une modification de la géométrie au cours du temps au sein de laquelle l'équation thermique est pilotée par l'équation suivante :

$$\rho_s c_{ps} \frac{\partial T}{\partial t} = k_s \nabla^2 T \tag{5.4}$$

Cette équation pilote les transferts au sein du solide et nécessite l'application de conditions aux limites. Tant qu'aucun mécanisme d'ablation n'est initié, il existe un équilibre entre les flux reçus à l'interface et les flux conductifs. Dès lors que des mécanismes d'ablation interviennent, la vitesse de régression est définie par :

$$\begin{cases} -k_s \left.\frac{\partial T}{\partial n}\right|_{s/\Gamma(t)} = q_r(t) \text{ for } T_{\Gamma(t)} \le T_m & \text{(5.5 a)} \\ -k_s \left.\frac{\partial T}{\partial n}\right|_{s/\Gamma(t)} + \rho_s L v_r = q_r(t) \text{ for } T_{\Gamma(t)} > T_m & \text{(5.5 b)} \end{cases}$$

L'équation (5.5 a) correspond à la condition de Neumann appliquée à l'interface tant que le mécanisme de l'ablation n'a pas été initié Dès lors que la température de fusion est atteinte, l'estimation de v_r locale correspondante à la vitesse de régression de l'interface fluide/solide

est effectuée par l'intermédiaire du bilan énergétique ; le flux de chaleur est divisé en un flux de conduction pénétrant à l'intérieur de la matière solide et de l'énergie contenue dans la matière ainsi ablatée. Dès que le mécanisme d'ablation a eu lieu, l'interface $\Gamma(t)$ est en mouvement avec la vitesse v_r et l'interface du solide doit être estimée et située dans le temps. Le suivi de l'interface est assuré par la technique des frontières immergées et ceci permet donc de suivre l'interface et ses modifications sur l'ensemble de la simulation.

5.2 TESTS DE VALIDATION

Dans cette partie, nous souhaitons analyser le comportement de la partie solide et les éventuelles régressions au cours du temps, l'objectif étant de valider le modèle aux frontières immergées en présence d'une interface mobile. Ainsi, les calculs sont en 3D en imposant un flux à l'interface tout en désactivant la résolution fluide. La résolution spatiale utilisée est relativement grossière avec une taille de la cellule racine de 10^{-3} *m* et n'utilise que 5-6 niveaux de raffinement : les pas de temps retenus sont compatibles avec les phénomènes de diffusion.

5.2.1 Milieu semi-infini

5.2.1.1 Milieu semi-infini avec flux constant

Comme mentionné dans l'introduction, plusieurs études se concentrent sur la conduction thermique transitoire dans un corps solide subissant une ablation, la géométrie considérée étant des plus simples, i.e. en considérant un matériau semi-infini. Malgré sa simplicité, la solution analytique exacte pour le transfert de chaleur transitoire avec ablation est très difficile à établir et pratiquement inexistante. La solution ne peut être obtenue que par voie numérique et des solutions analytiques approximatives sont disponibles. Blackwell et al. [103] ont étudié, d'un point de vue numérique, l'ablation d'un bloc de téflon soumis à un flux thermique constant. Braga et al. [112] ont développé une approche analytique prenant en compte le changement de température de pré-ablation ainsi que la période transitoire. La simulation est conduite avec les caractéristiques données dans le Tableau 5.1 et les résultats obtenus sont comparés à la fois aux résultats analytiques et aux résultats numériques disponibles dans la littérature.

ρ	1922.2 kg/m^3
k	0.2243 W/mK
C_p	1256 J/kgK
T_m	833.33 K
T_o	297.8 K
L	2326000 J/kg
q_0	2.84 MW/m^2
$\Delta x_{\min}$	$1.5\times10^{-5}\,m$
Δt	0.001 s

Tableau 5.1 : Propriétés thermiques de teflon et le flux imposé

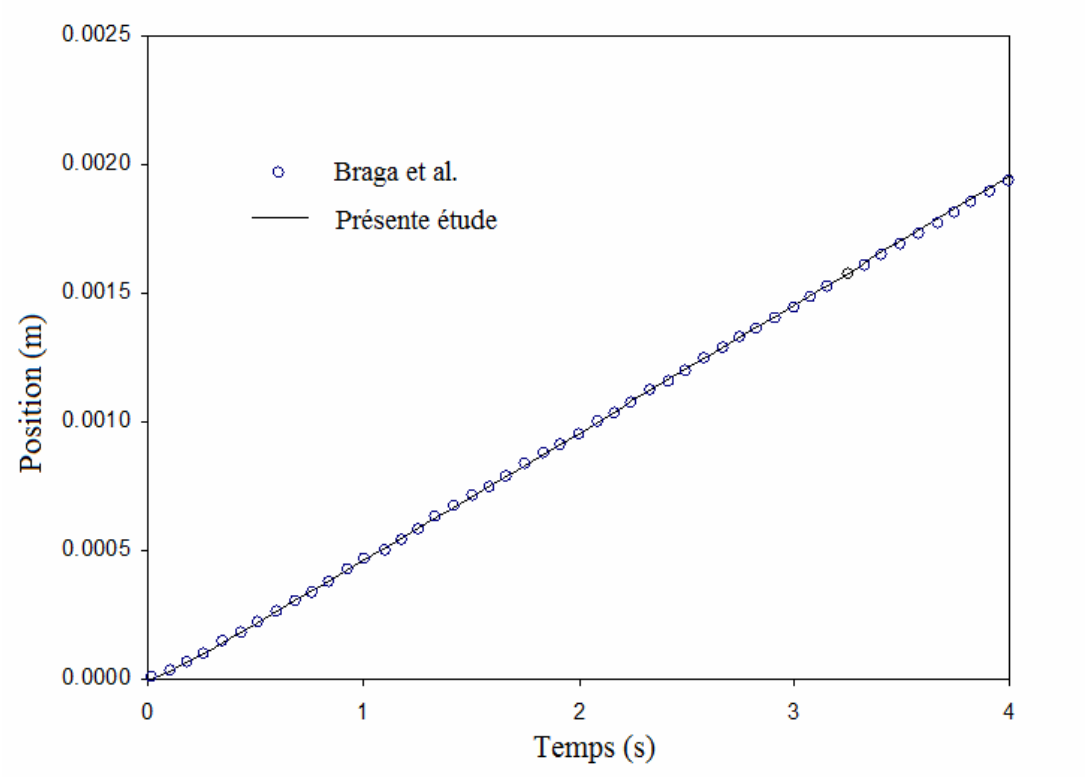


Figure 5.1 : Position de l'interface

Considérons donc un plan semi-infini ($x>0$) avec les caractéristiques des matériaux constantes et soumis un flux de chaleur q constant (Tableau 5.1). La température initiale dans le matériau est fixée à 297.8 K et pour $t>0$, un flux de chaleur constant égale à $2.84\,MW/m^2$

pénètre dans le matériau augmentant alors sa température et $0.011s$ environ sont nécessaires avant que l'interface atteigne la température de fusion T_m. Au cours de cette période de temps, la condition limite appliquée correspond à l'équation (5.5 a) à savoir l'interface semi-infinie n'est pas encore en mouvement. Au-delà de cet instant, notre méthode considère l'équation (5.5 b) et une vitesse de régression locale de surface est calculée à partir du bilan énergétique à l'interface. Le flux thermique $q_r(t)$ est alors partagé entre la conduction de la chaleur dans le plan semi-fini et la perte d'énergie due à la sublimation. A partir de ce bilan, les phénomènes de changement de phase consomment une partie de la matière vierge et la position de l'interface $x_{\Gamma(t)}$ progresse dans le temps (Figure 5.1). Les résultats sont directement comparés avec ceux proposés analytiquement par Braga et al. [112].

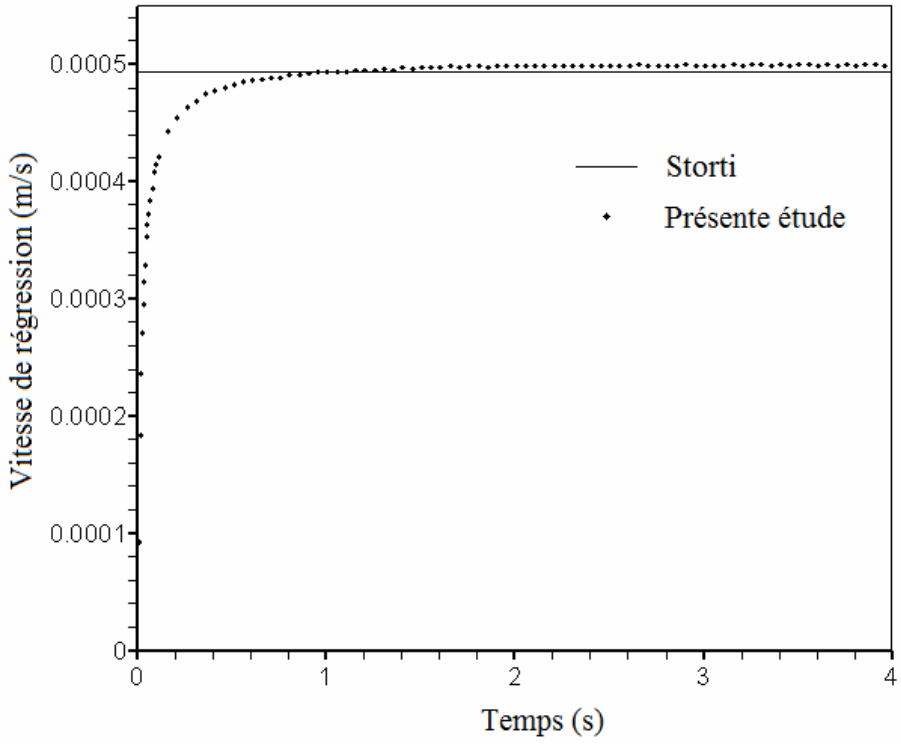


Figure 5.2 : Comparaison de vitesse de régression

Tout d'abord, force est de constater que nos prédictions numériques s'accordent aux prévisions expérimentales. Selon Storti [102], la limite de la vitesse de régression peut être estimée par :

$$v_\infty = \frac{q_0}{\rho L + \rho c_p (T_m - T_0)} \tag{5.6}$$

La Figure 5.2 présente l'évolution de la vitesse régression v_r de la surface en fonction du temps. Une fois le phénomène d'ablation initié, la vitesse de régression v_r augmente rapidement et atteint la vitesse de récession limite v_∞ avant de rester à un niveau constant. Pour compléter l'analyser temporelle quantitative, la Figure 5.3 présente les profils de la température pour plusieurs instants, i.e correspondant à plusieurs positions longitudinales de l'interface. Nos résultats numériques sont également comparés avec les résultats analytiques de Braga et al. [112] et la solution numérique de Blackwell [103].

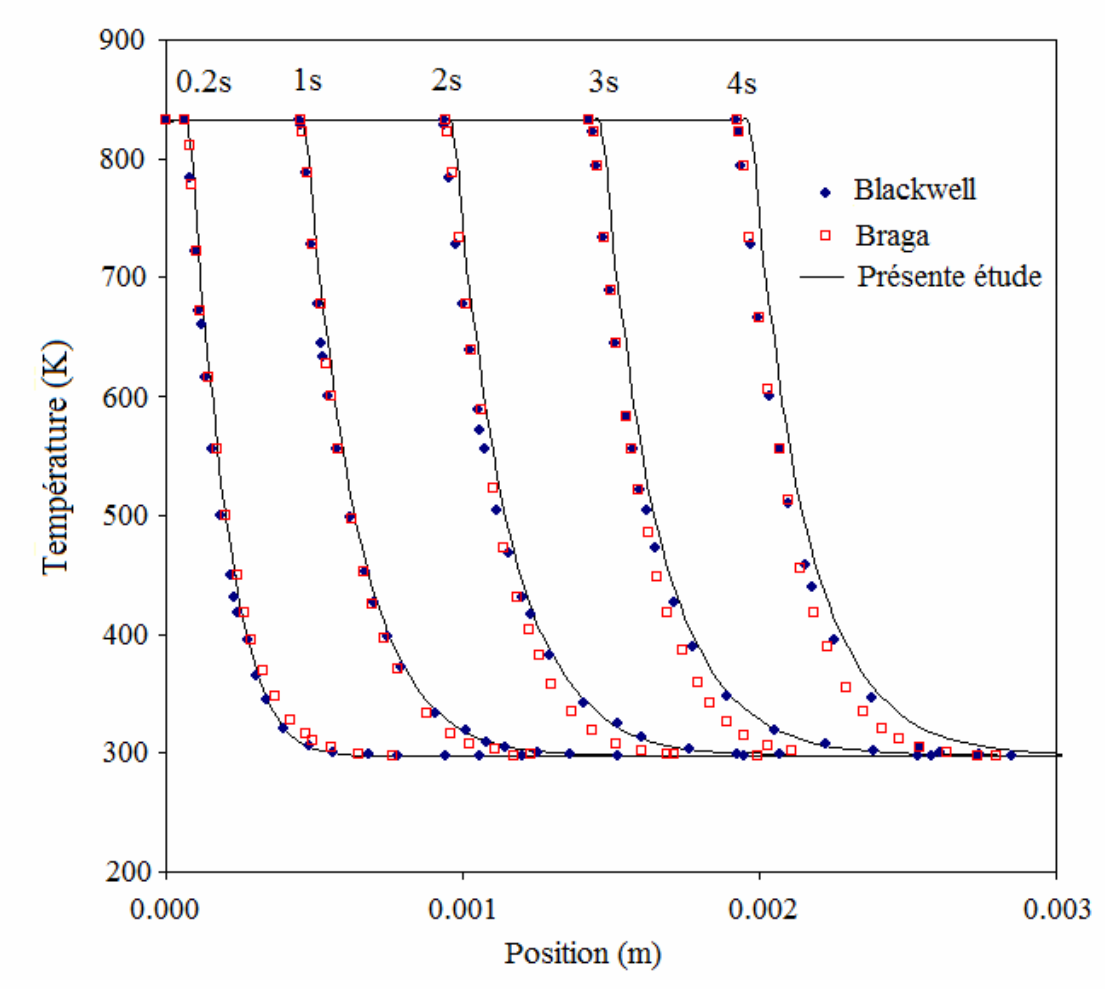


Figure 5.3 : Profils de la température en fonction du temps

Bien qu'il existe ici et là quelques petits désaccords entre les résultats en températures obtenus numériquement et analytiquement, les deux modèles numériques donnent exactement les mêmes profils de température et le même mouvement de l'interface, le modèle analytique ne correspondant en fait qu'à un modèle approché et expliquant alors les quelques différences.

Notre méthode avec frontières immergées est donc capable de suivre l'évolution de l'interface solide en temps. Il est également très important de souligner que notre calcul était

3D là ou les prévisions numériques de la littérature ont été conduites en 1D (Figure 5.4) ; le bilan énergétique est alors appliqué sur toute la surface et l'ensemble du plan se trouve en mouvement de régression. Les résultats présentés ci-avant ont été obtenus dans le point médian ($y = z = 0$), mais ils sont exactement similaires quelle que soit la localisation spatiale retenue. La stabilité de l'outil de notre modèle au cours de l'ablation est donc assurée.

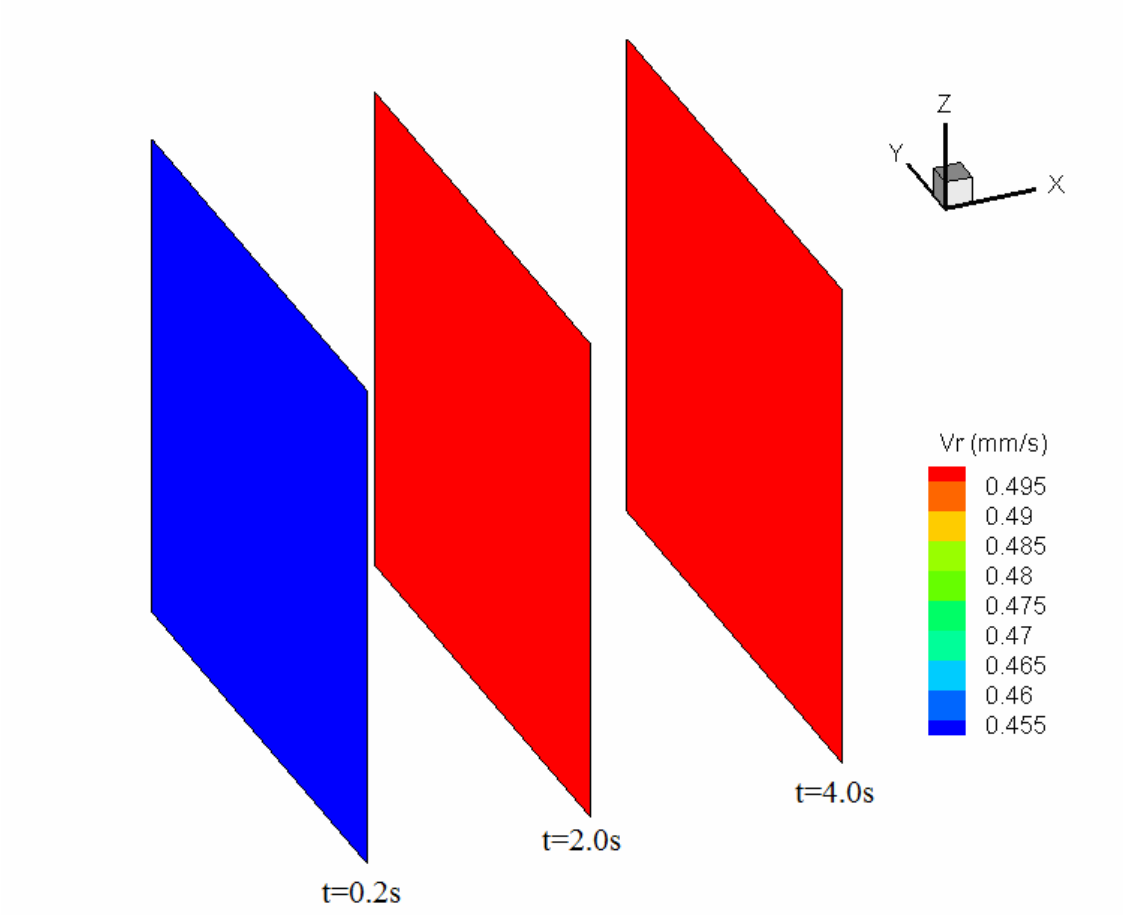


Figure 5.4 : Position de l'interface en fonction du temps

5.2.1.2 Milieu semi-infini avec distribution spatiale

La configuration étudiée précédemment demeure néanmoins un cas relativement simple. Considérons désormais un cas similaire mais le plan semi-infini est désormais soumis à un flux thermique offrant une forte disparité spatiale, comme pour simuler un échauffement plus local par exemple. Le matériau retenu est de l'acier et les principales caractéristiques du matériau sont données Tableau 5.2. Le flux thermique offre une distribution spatiale avec décroissance radiale exponentielle avec une valeur maximale de $16.04\ MW/m^2$ au centre (Figure 5.5). En dehors de la zone $y \le y_0$ et $z \le z_0$, les flux thermiques sont nuls.

ρ	7870 kg/m^3
k	80.2 W/mK
C_p	447 J/kgK
T_m	1810 K
T_o	291 K
L	247000 J/kg
q	$q_0 \times \left(3 - \frac{1}{2} e^{-(y/y_0)^2 \log(3)} - \frac{1}{2} e^{-(z/z_0)^2 \log(3)} \right)$ avec $q_0 = 8.02\ MW/m^2$; $\lvert y \rvert \le y_0 = 0.03$; $\lvert z \rvert \le z_0 = 0.03$
$\Delta x_{\min}$	0.0005 m
Δt	0.001 s

Tableau 5.2 : Propriétés thermiques de l'acier et paramètres de la simulation

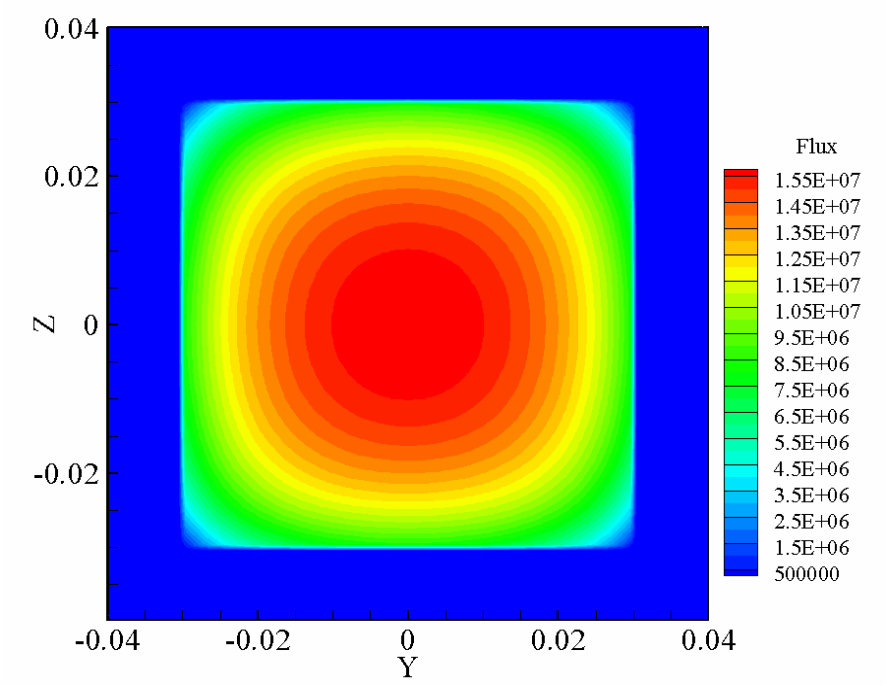


Figure 5.5 : Distribution du flux initial sur l'interface

Le temps pour atteindre la valeur critique de la température de fusion T_m est de 1.785 s. Au-delà de cet instant, les mécanismes d'ablation sont initiés. En raison de la distribution spatiale du flux de chaleur, la surface du solide au centre du domaine ($y = 0$ et $z = 0$) est ablatée en premier. La température de ce point est suivie et représentée en fonction du temps

Figure 5.6. Sur les profils de la température, la valeur maximale correspond à la température de fusion T_m et on constate une décroissance de la température au sein du matériau.

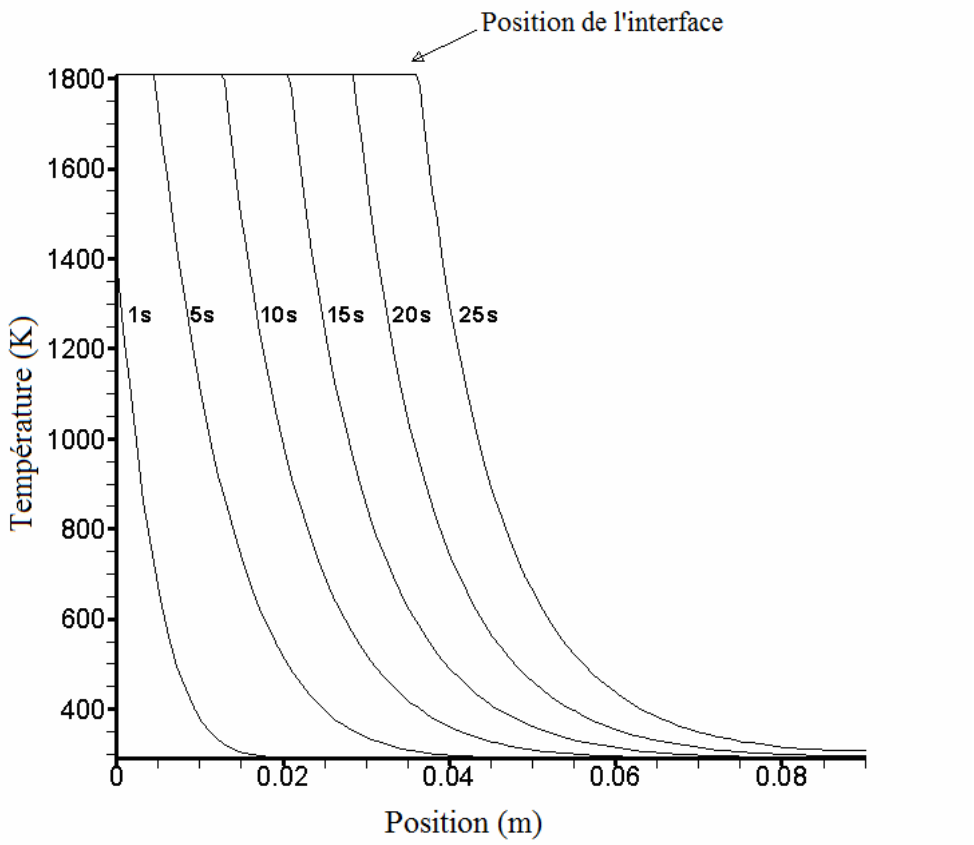
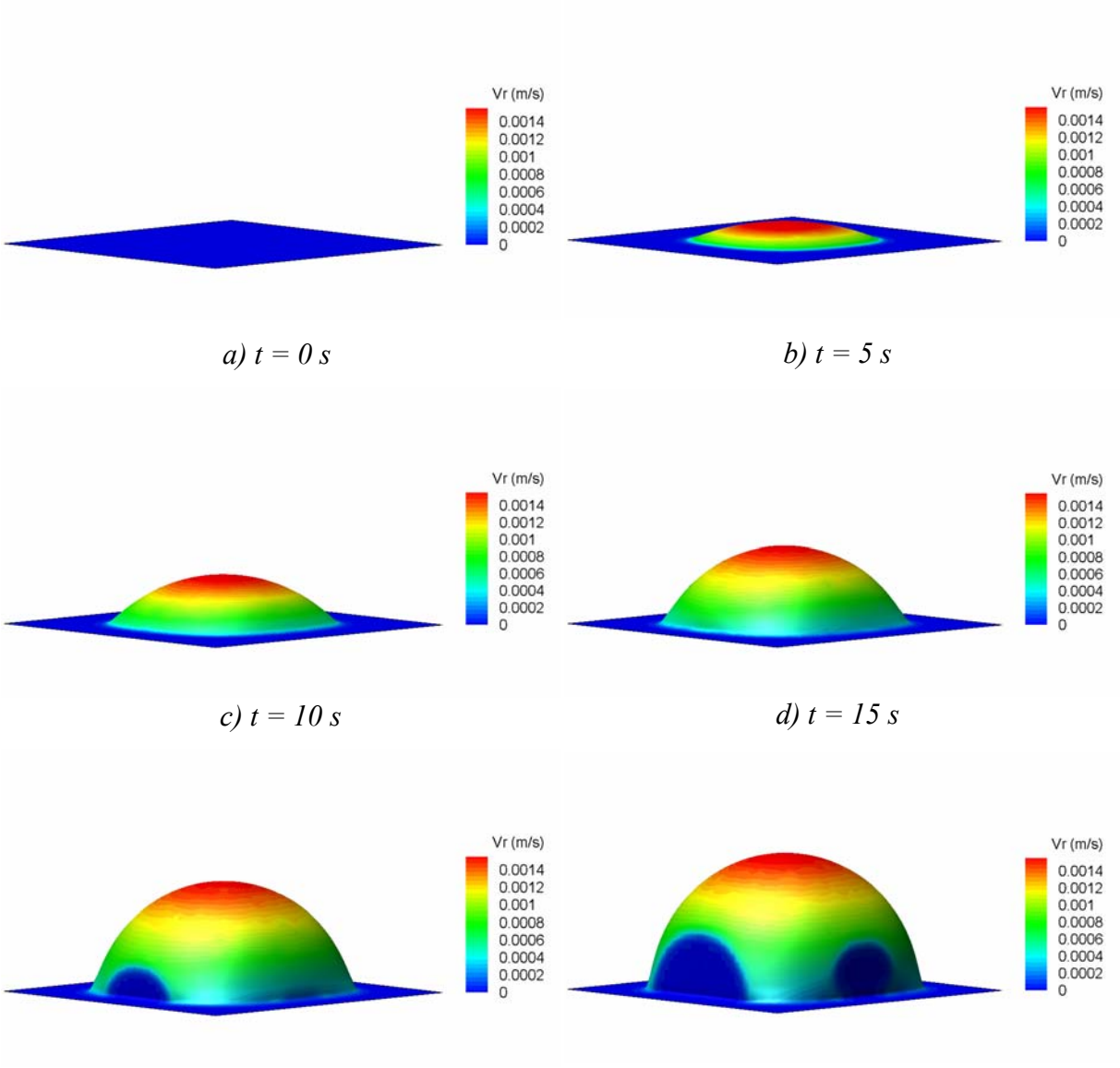


Figure 5.6 : Profils de la température au centre du domaine en fonction de temps

En raison de la distribution spatiale non-homogène sur la surface libre, la régression de l'interface subit également de très fortes disparités spatiales et la vitesse de régression de la surface est à l'image du flux thermique : une vitesse de régression maximale au centre et un mécanisme d'ablation qui n'intervient que de manière très localisée. Dès lors que le régime de régression est établi, la vitesse maximale au centre atteinte est de 1.6 *mm/s* à comparer à la valeur 2.2 *mm/s*, valeur de régression thermique atteinte dans le cas semi-fini et une distribution de flux constante. Une telle différence s'explique par la distribution spatiale du flux qui conditionne un développement 3D de l'interface. Comme on peut le constater Figure 5.7 et Figure 5.8, la zone de l'interface non irradiée directement ne régresse pas, i.e. les flux conductifs n'assurant pas un chauffage suffisamment important pour chauffer à une température supérieure à T_m. On constate de plus que la déformation de la surface est bien symétrique jusqu'à $t = 15s$, alors que pour $t = 20s$ et $t = 25s$, quelques dissymétries ici ou là sont décelables. Cependant, le comportement général de l'interface est celui attendu.



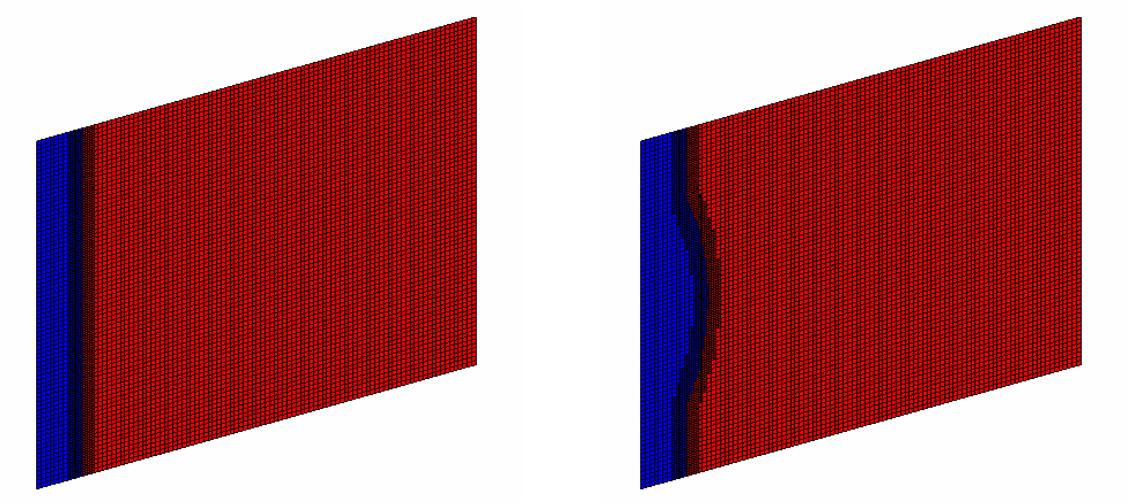
a) t = 0 s *b) t = 5 s*

c) t = 10 s *d) t = 15 s*

e) t = 20 s *f) t = 25 s*

Figure 5.7 : Evolution de la surface en fonction de temps

Le suivi de la déformation de l'interface, sous l'effet du mécanisme d'ablation, s'effectue à partir d'un maillage 2^ntree avec un raffinement de niveau 1 le long de l'interface. A chaque cellule surfacique, une vitesse de régression est estimée et l'interface physique est aussi repositionnée à chaque pas de temps.



a) t = 0 s

b) t = 5 s

c) t = 10 s

d) t = 15 s

e) t = 20 s

f) t = 25 s

Figure 5.8 : Maillage adaptatif suivant la déformation de la surface au cours du temps - Fluide (bleu) – Solide (rouge)

5.3 ABLATION D'UN EMPENNAGE SOUS L'ACTION DE FLUX CONSTANTS

Les premiers cas tests (plan semi-fini soumis à un flux thermique constant soit une distribution spatiale constante) réalisés auparavant nous ont permis de valider le modèle thermique dans la partie solide et de vérifier le bon comportement du suivi de l'interface. Cependant, les géométries restaient des géométries simples. Pour poursuivre la validation du modèle numérique proposé, nous allons étudier l'ablation sur une ailette d'un empennage. L'idée consiste à ne toujours considérer que la partie solide (résolution de l'équation de conservation de l'énergie dans le solide) tout en traitant la déformation de l'interface. Pour ce premier cas test « réaliste », les flux thermiques sont imposés et considérés constants et, de ne pas traiter la partie fluide allège considérablement les temps de calculs. La géométrie ainsi considérée est détaillée Figure 5.9. En général, les paramètres de l'empennage sont similaires à ceux des empennages du projectile considéré au chapitre 4, et seulement deux différences géométries sont appliquées : l'angle de 73° est de 49° et l'empennage est positionné sur un plan.

Le maillage 2^{n}tree raffiné au niveau 5 compose de 2 millions de maille avec les mailles plus fines ayant des dimensions de $5\times10^{-5}m$.

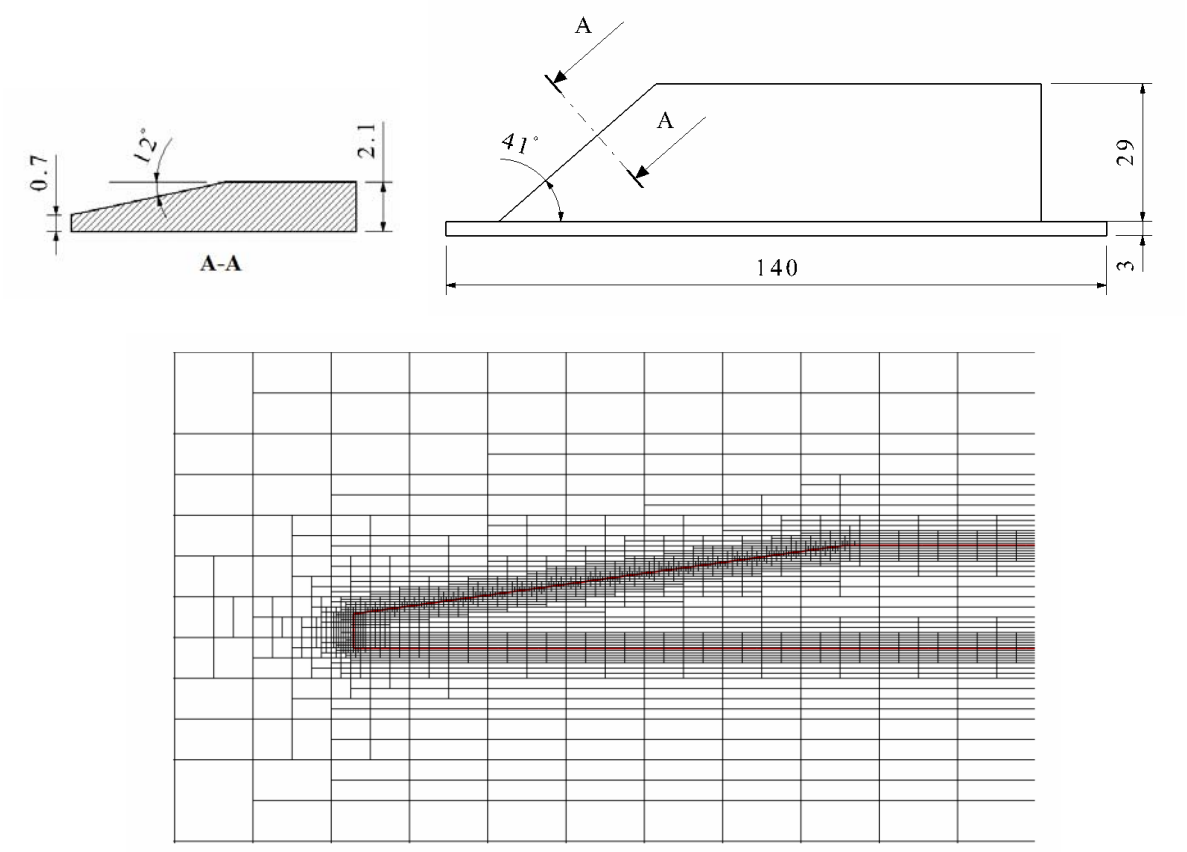


Figure 5.9 : Caractéristiques géométriques de l'empennage et maillage associé

ρ	2480 kg/m^3
k	130 W/mK
C_p	960 J/kgK
T_m	980 K
T_o	291 K
L	337000 J/kg
q_0	0.5 MW/m^2
$\Delta x_{\min}$	$5\times10^{-5} m$
Δt	$2\times10^{-5} s$

Tableau 5.3 : Propriétés thermiques du matériau

Les propriétés des matériaux (Tableau 5.3) sont similaires à ceux utilisés par Cayzac et al. [89] lorsque ces derniers ont étudié le comportement de matériaux ablatables. En se référant à leurs travaux, les flux considérés offrent de fortes différences spatiales, principalement entre le bord d'attaque et les parois latérales. En effet, un rapport de 1 à 5 est observé sur les flux. Toujours en tentant de réaliser des calculs thermiques dans le solide uniquement, nous avons appliqué ces flux (avec un rapport 1 à 5) sur les différentes parties de l'empennage (Figure 5.10).

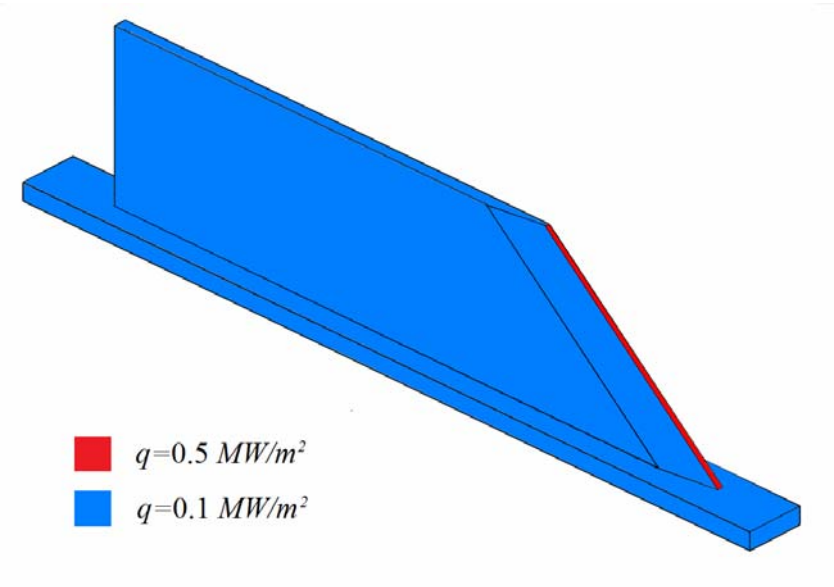


Figure 5.10 : Conditions aux limites

Avec une telle distribution spatiale des flux, il est évident que les températures au niveau du bord d'attaque sont beaucoup plus importantes que celles atteintes latéralement (Figure 5.11). En raison d'une conductivité élevée, la chaleur se propage rapidement dans l'ailette et assure ainsi des niveaux de température relativement homogènes dans l'ensemble de l'ailette. Des différences de 28, 64, 71 voire même 98 K seulement sont relevées à t = 0.05, 5, 10 et 14.2 s respectivement. La température maximale atteint la valeur de fusion T_m égale 980 K à partir de t = 14.2 s. Au delà de cet instant, le mécanisme d'ablation intervient.

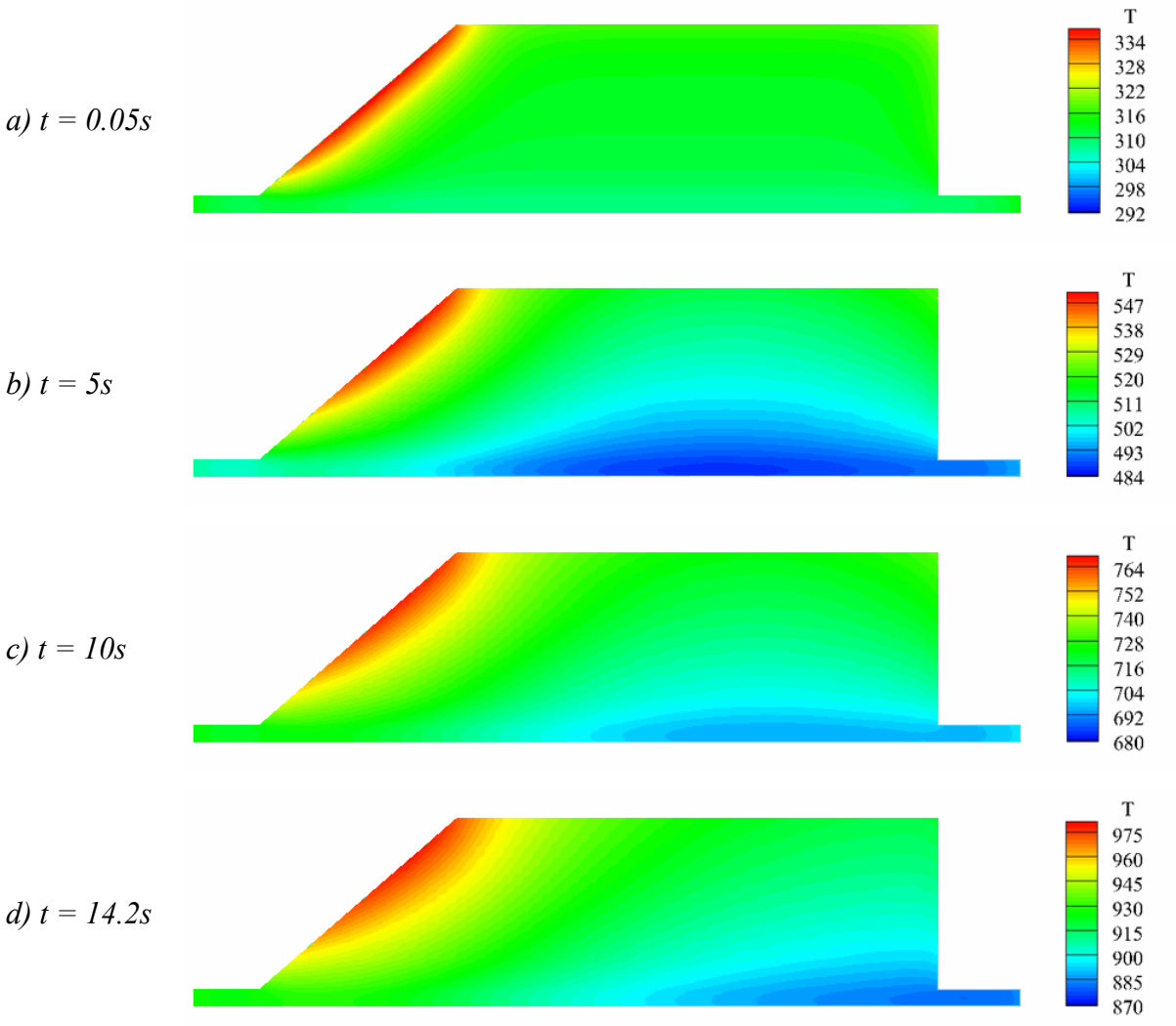


Figure 5.11 : Evolution de la température en fonction du temps au plan médian

La Figure 5.12 présente la distribution surfacique de la vitesse de régression à $t = 14.8\ s$, i.e. c'est-à-dire que le phénomène d'ablation a été initié depuis t = 0.6 s. Comme on peut le constater, le mécanisme d'ablation intervient sur le bord d'attaque et la vitesse maximale de régression atteinte est de $5.1\times10^{-4}\ m/s$. Si nous utilisons l'équation (5.6) pour estimer la vitesse limite, la valeur estimée serait égale à $2.0\times10^{-4}\ m/s$. En considérant la

géométrie de l'ailette, les différents plans chauffés ainsi que les caractéristiques thermiques dans le solide sont faibles et à la limite, la vitesse de régression pouvait être caractérisée comme simplement égale à $v_\infty = q_0 / \rho L$. En utilisant cette estimation, nous obtenons la valeur limite de la vitesse de régression égale $5.9 \times 10^{-4}\ m/s$ ce qui est proche des valeurs observées.

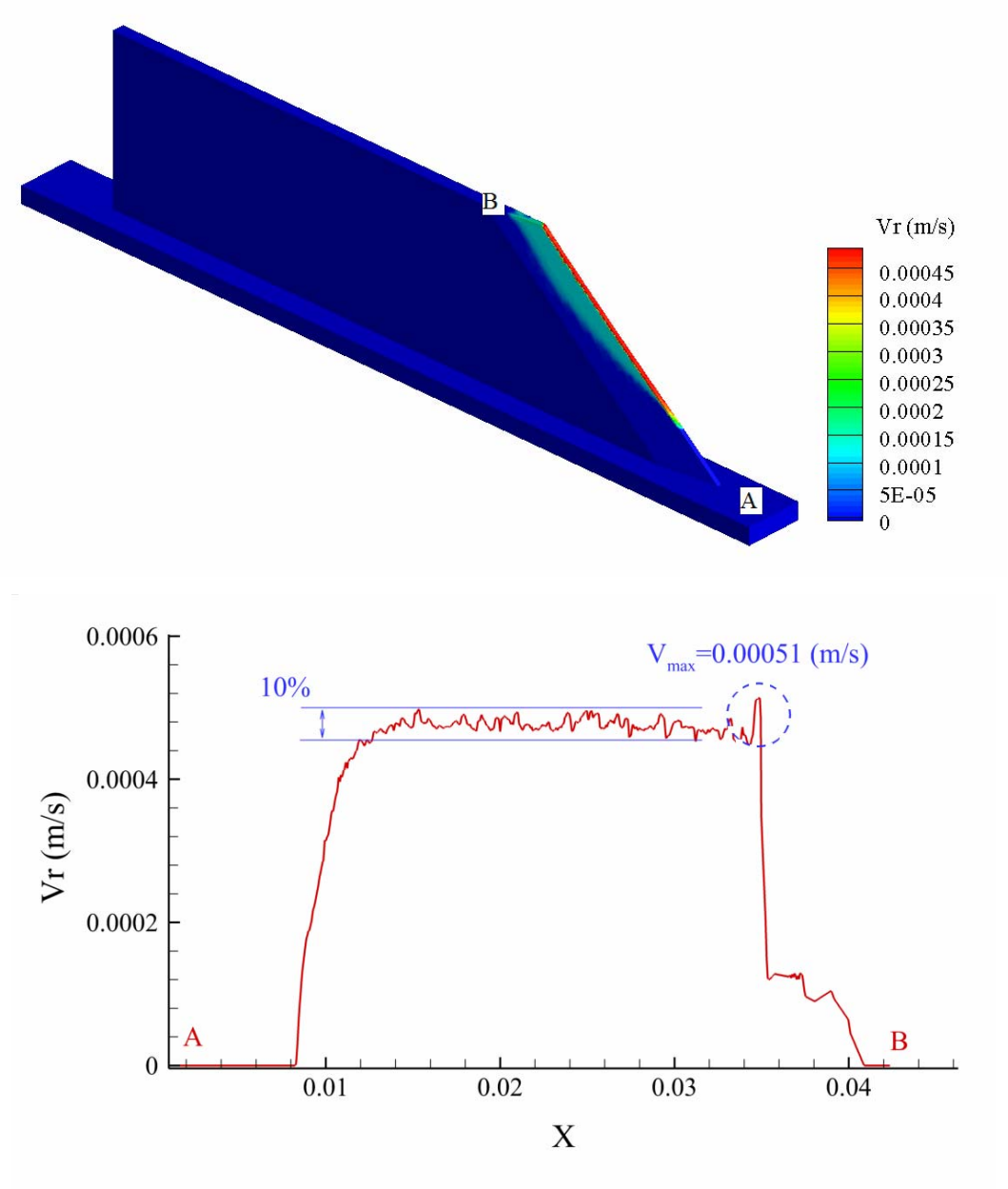


Figure 5.12 : Distribution de la vitesse de régression et profil de vitesse de récession au plan médian du bord d'attaque à t = 14.8 s

Bien entendu, il existe une forte disparité spatiale de la régression de surface et la Figure 5.12 présente le champ de vitesse instantanée de régression sur l'ailette. Les vitesses de

régression les plus importantes se situent naturellement le long de la corde comme le profil sur la Figure 5.12 le souligne. En fait, sur la corde, on constate quelques fluctuations le long autour d'une valeur constante, ces variations provenant directement de la variation du gradient de la température dans le solide au niveau de l'interface. Dans ce cas-ci, la résolution spatiale n'est pas conséquente ($\Delta x \sim 50\times10^{-6}\ m$) et les gradients sont estimés à l'ordre 1. Malgré ce bruit, le suivi de l'interface au cours du développement du mécanisme d'ablation est effectué. Par exemple, la Figure 5.13 suit les déformations de la géométrie. L'apparition de l'ablation est variable en espace et dépend de la position à laquelle la température de fusion est atteinte. Après 0.6 *s* d'ablation, les régressions sont de 1.24×10^{-4}, 2.56×10^{-4}, $2.22\times10^{-4}\ m$ au 1/3, 2/3 et au sommet de l'ailette, respectivement aux positions 1, 2 et 3.

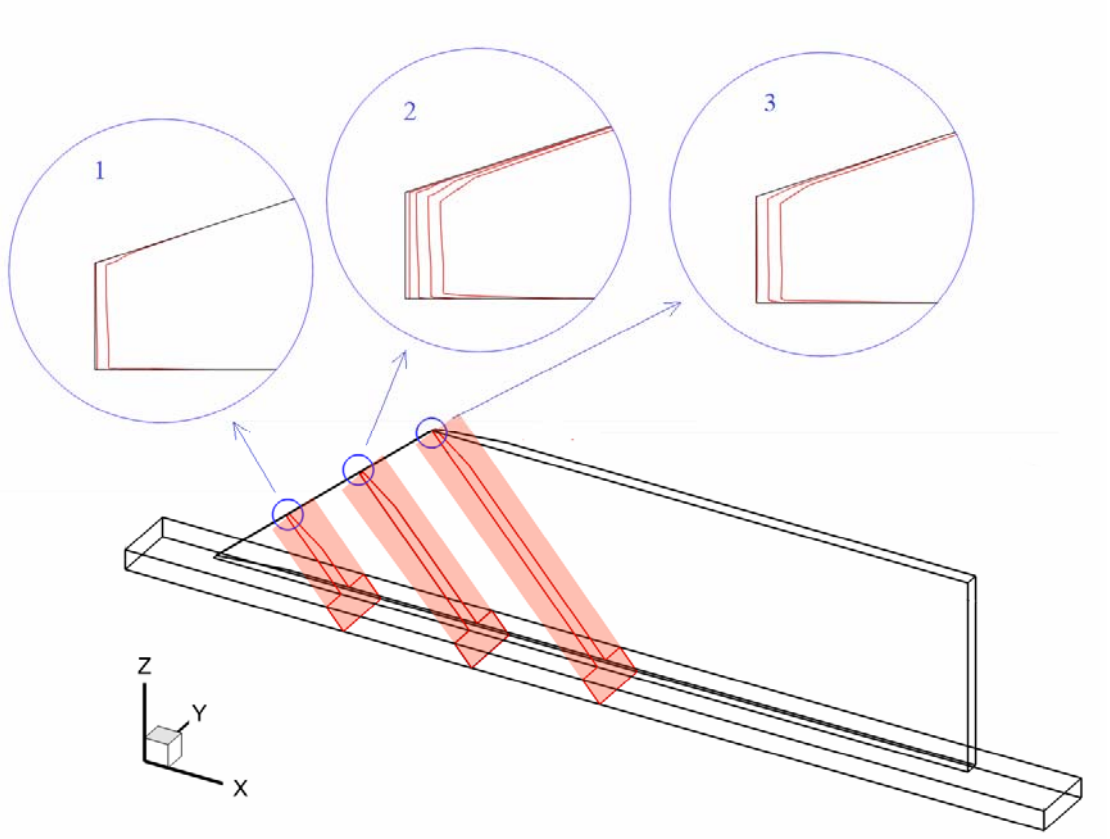


Figure 5.13 : Déformation du bord d'attaque à *t* = 14.45, 14.65, 14.85 *s* et 15.05 *s*
Surface initiale (ligne noire) – Surface ablatée (ligne rouge)

De plus, bien que du bruit a été identifié le long du bord d'attaque sur la vitesse de régression, la géométrie est altérée de manière lisse et progressive. En fait, les variations étant principalement liées à des ghost-cell points et de la position relative de l'interface. De plus, les variations en température sont également lissées en temps notamment en raison de à la conductivité au matériau.

5.4 MODELISATION COUPLEE

La modélisation des différents cas de validation du suivi de l'interface en présence d'ablation a été conduite sans couplage fluide/solide mais en imposant à l'objet solide un flux thermique donné. Dans le cadre de nos travaux, nous nous sommes intéressés à la conduite d'un véritable couplage fluide/solide dans lequel l'échauffement, puis les mécanismes d'ablation, interviendraient par l'impact direct du fluide. Nous nous limitons dans le cadre de cette thèse au cas simplifié d'une unique ailette, positionné dans le domaine de calcul comme dans le cas précédent § 5.3 mais en traitant le fluide en parallèle du solide. Le cas du projectile complet serait bien évidemment le cas le plus intéressant mais les temps de calcul ne nous ont pas permis de les obtenir et de les présenter dans ce mémoire.

ρ	2480 kg/m^3
k	130 W/mK
C_p	960 J/kgK
T_m	650 K
T_o	291 K
L	337000 J/kg

Tableau 5.4 : Caractéristiques de la modélisation couplée

La configuration traitée est détaillée Figure 5.14. Pour réduire les temps de calcul, le domaine de calcul a été réduit et nous avons arbitrairement abaissé la température de fusion du matériau (Tableau 5.4) en supposant que le phénomène d'ablation intervient dès que la température atteint 650 K. De plus, les conditions d'entrée prennent en compte la forme du profil type couche limite comme on peut le voir Figure 5.14 ; l'écoulement amont offre une vitesse de $M_\infty = 5.1$. Ainsi, les profils de vitesse, pression et température ont été extraits à partir de la simulation effectuée sur la géométrie complète (§ 4.3). Malgré le fait que toutes les précautions aient été prises pour que les conditions à l'entrée nous permettent de réduire la taille du domaine cette configuration ne peut pas être considérée similaire au cas de l'empennage complet moins doute être vu plutôt comme un cas de validation. Rappelons que la forme de l'ailette correspond à celle du projectile flèche perforant cinétique précédemment

étudié. Le nombre total d'éléments du maillage est de l'ordre de 5.4×10^{6} éléments et le maillage initial est autorisé à être potentiellement raffiné jusqu'au niveau 5.

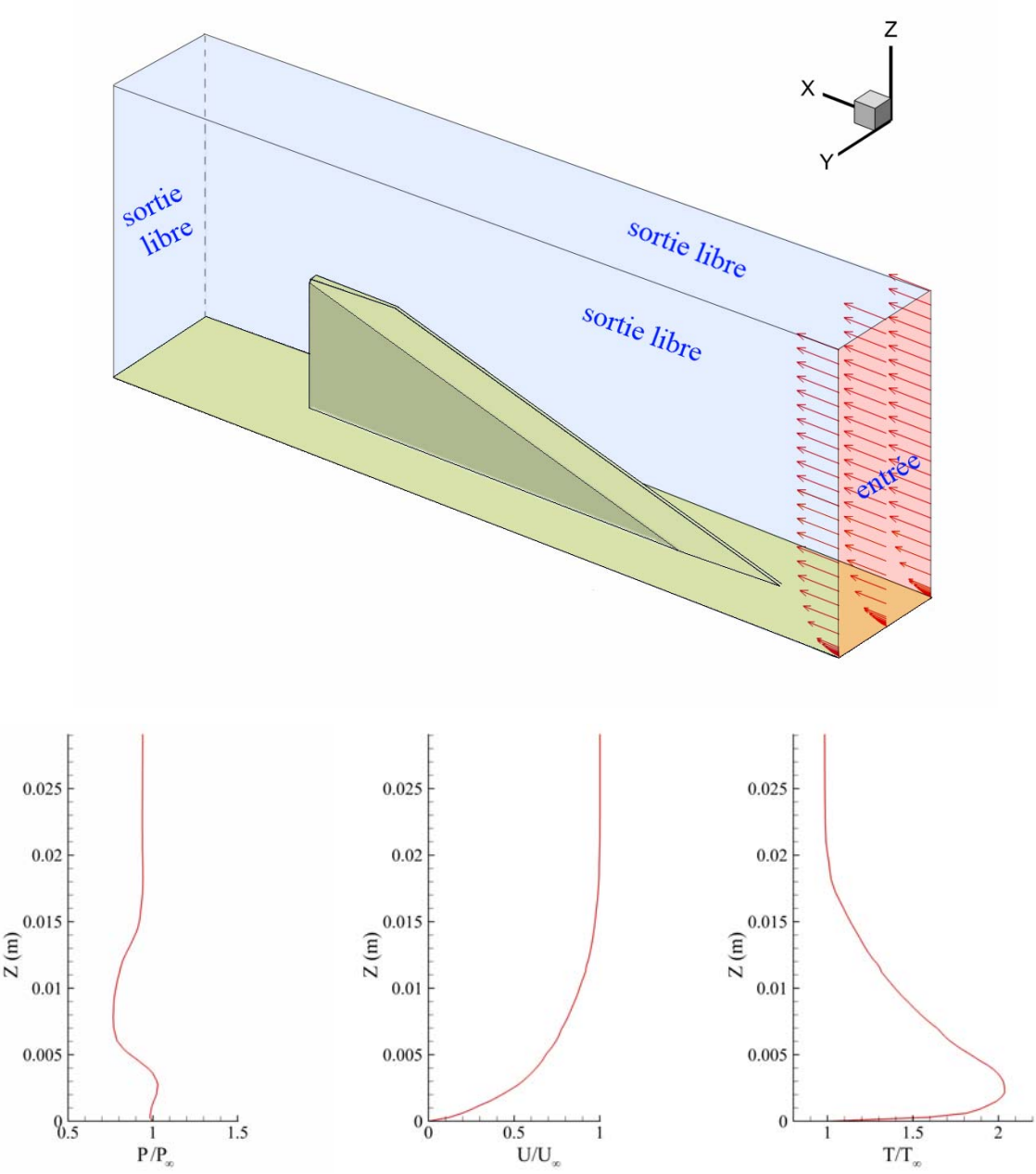


Figure 5.14 : Vue 3D d'ailette et conditions aux limites

Plus de 80000 itérations ont été nécessaires à l'écoulement pour s'établir et le pas de temps utilisé à la fois dans la partie fluide et solide correspond au temps fluide, avec une valeur égale à $\Delta t_f = 5\times10^{-9} s$.

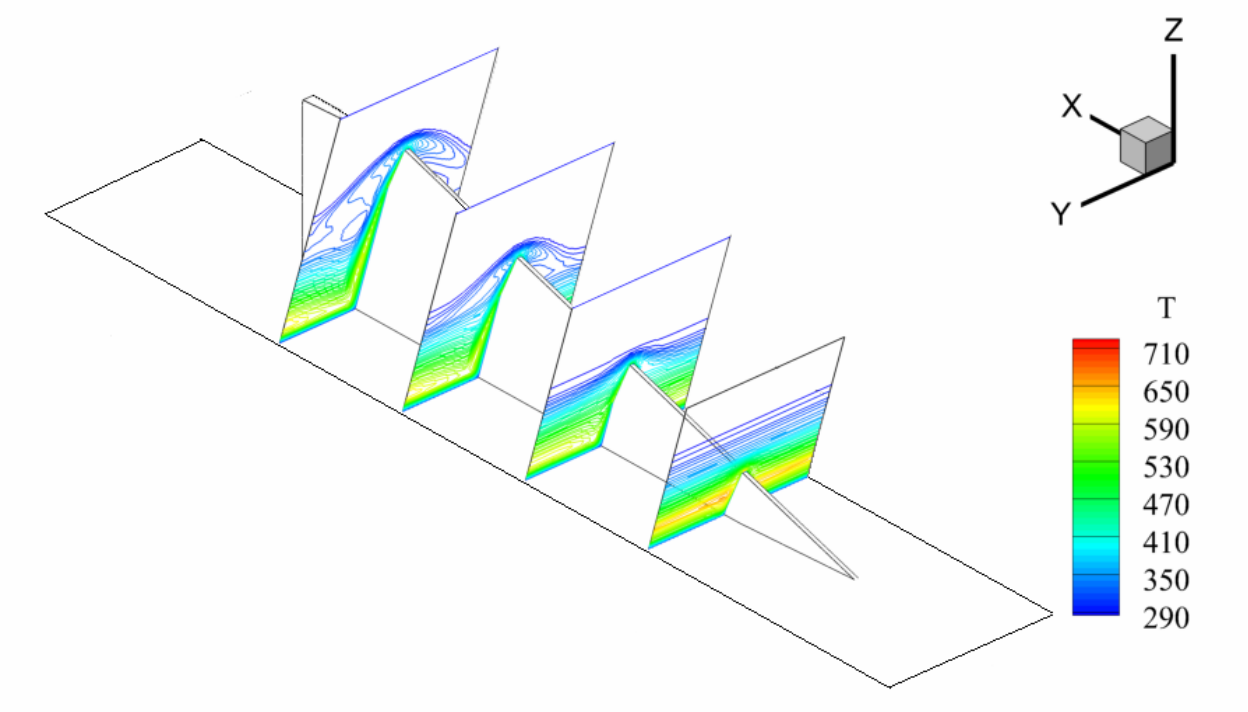


Figure 5.15 : Iso-contour de la température du fluide

La Figure 5.15 présente la distribution de la température dans quatre plans transversaux (à X constant) et force est de constater que la température atteint dans le fluide les 720 K environ. S'agissant plus d'une démonstration que d'une réelle étude caractérisant un écoulement donné, les caractéristiques matériaux ont également été modifiées pour assurer un « déclenchement » rapide des phénomènes d'ablation, notamment en abaissant rapidement la température de fusion à 650 K. La Figure 5.16 présente les flux de chaleur dès que l'écoulement fluide est établi. En ayant amélioré la résolution à la paroi du côté fluide, en passant d'une taille caractéristique de $60\,\mu m$ dans l'étude réalisée (§ 4.3.3) à $25\,\mu m$ dans ce cas ci, le flux maximal au niveau du bord d'attaque atteint la valeur $5.5\times10^{6} W/m^{2}$ et on constate toujours de petites oscillations de l'ordre de 10% autour de cette valeur le long de la corde du profil. Soulignons à nouveau que la méthode aux frontières immergées utilise la méthode de reconstruction standard ordre 1 et dans cette méthode, il ne s'agit que d'une interpolation. De plus, le pas de temps est extrêmement faible et il semble logique que des oscillations temporelles et spatiales interviennent de manière instantanée. A l'extrémité du profil, les flux diminuent de manière drastique et ceci est la conséquence du développement des ondes de détente engendrant de fortes variations de température dans le domaine fluide. Sur la partie biseautée, les flux reçus augmentent en fonction de la hauteur.

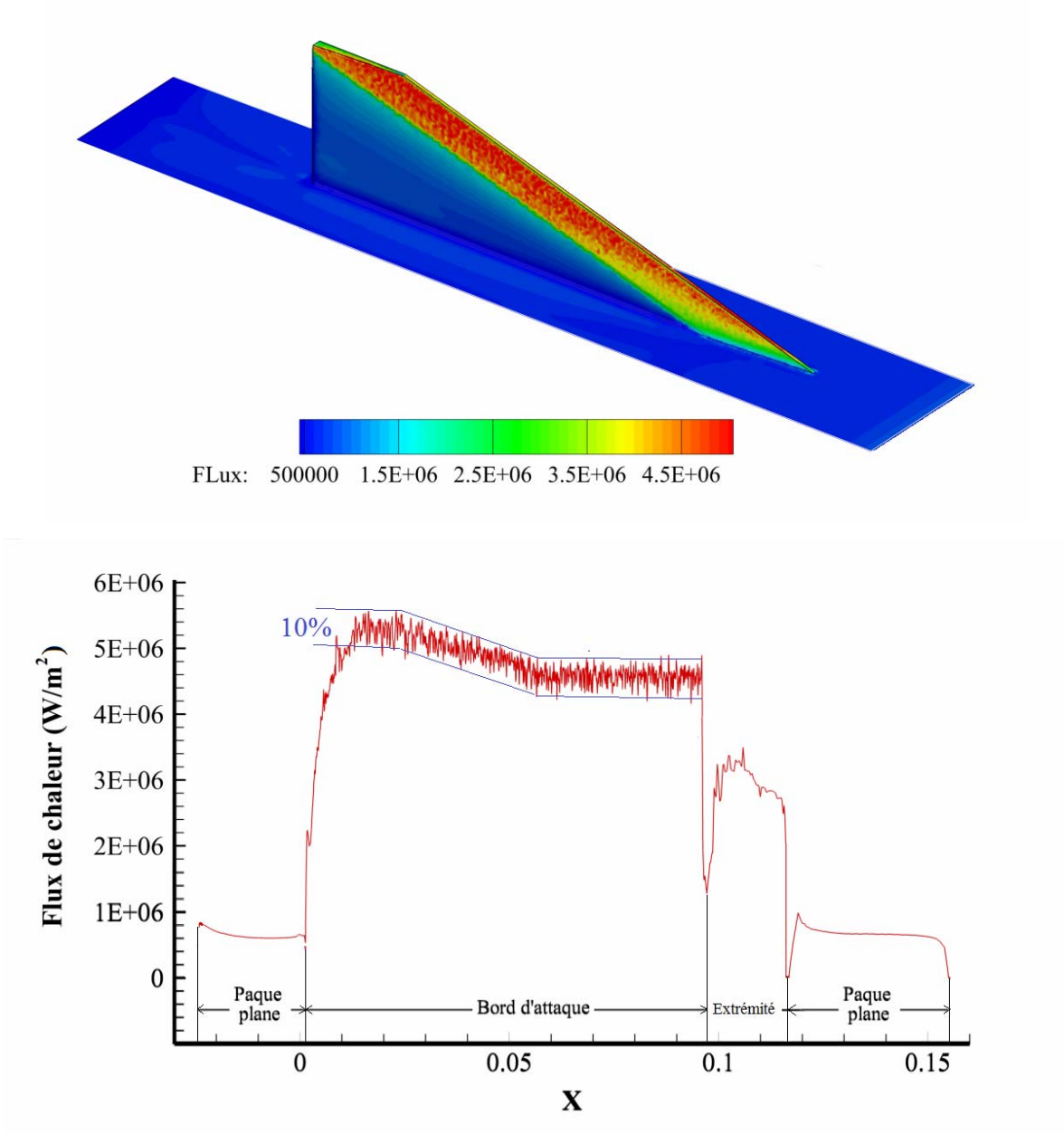


Figure 5.16 : Iso-contour de flux de chaleur sur la surface et profil de flux de chaleur au plan médian du bord d'attaque

En fonction de temps, sous l'échauffement des flux de chaleur, la température dans l'ensemble de l'ailette augmente (Figure 5.17). Aux premiers instants, la température du bord d'attaque dans la zone sous l'influence de la couche thermique augmente plus vite que les parties plus hautes en raison des flux de chaleur plus élevés (Figure 5.16). Sur les profils de température, nous observons de grandes différences de la vitesse d'échauffement sur le bord d'attaque et la paroi plane. De manière plus précise, la température sur la paroi plane augmente d'environ 10 K, beaucoup plus faible que 359 K sur les positions les plus chaudes.

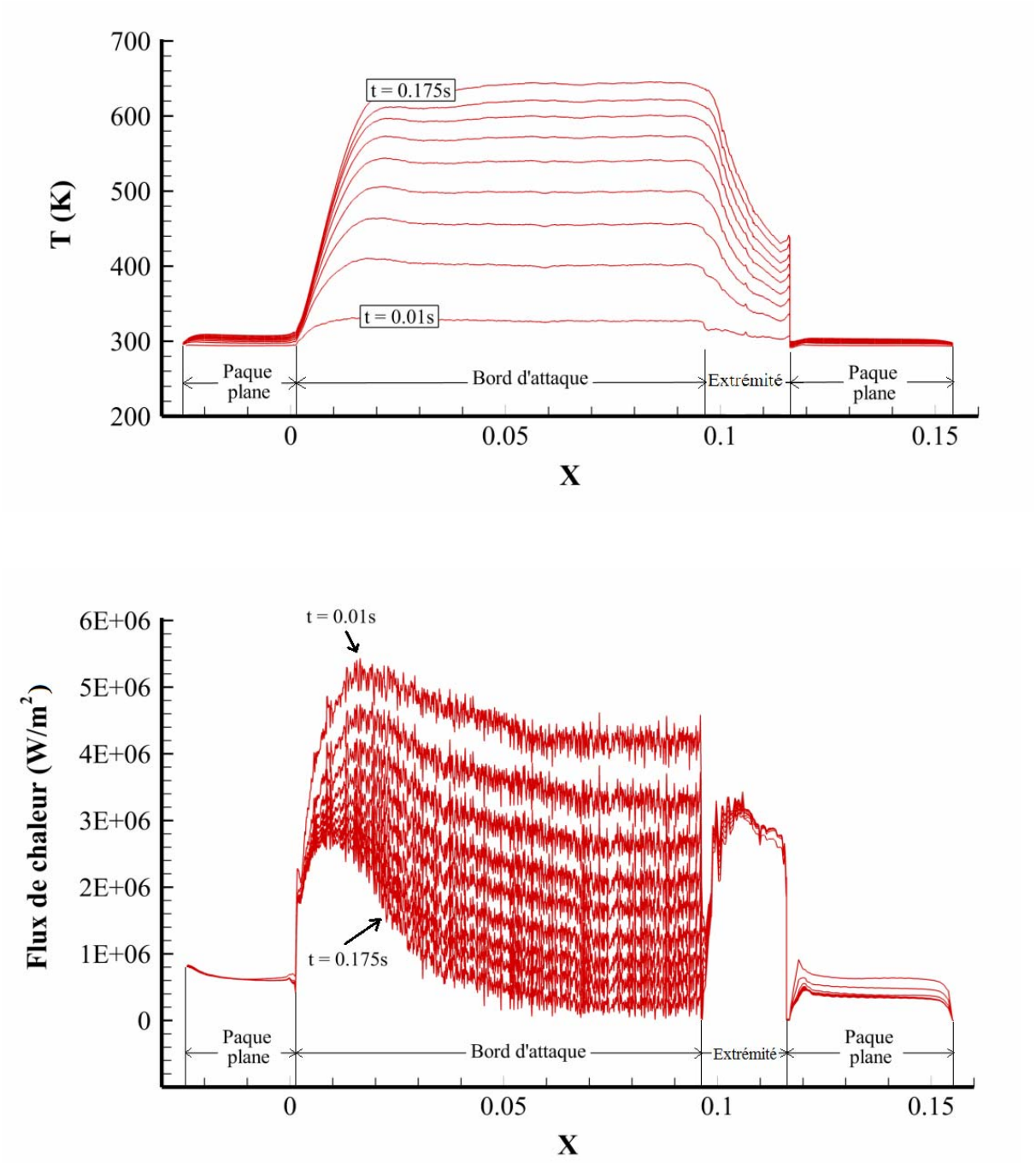


Figure 5.17 : Evolution de la température et des flux de chaleur au plan médian en fonction du temps $\Delta t_{suivi} \simeq 0.02$s

En raison de la faible épaisseur de l'ailette et des flux imposés, l'ailette est chauffée de manière très rapide. La distribution de la température dans le solide dépend directement de la distribution des flux de chaleur. Sur le bord d'attaque et le plan biseauté, les flux sont plus élevés, donc à ces positions, la température du solide est plus élevée (Figure 5.18).

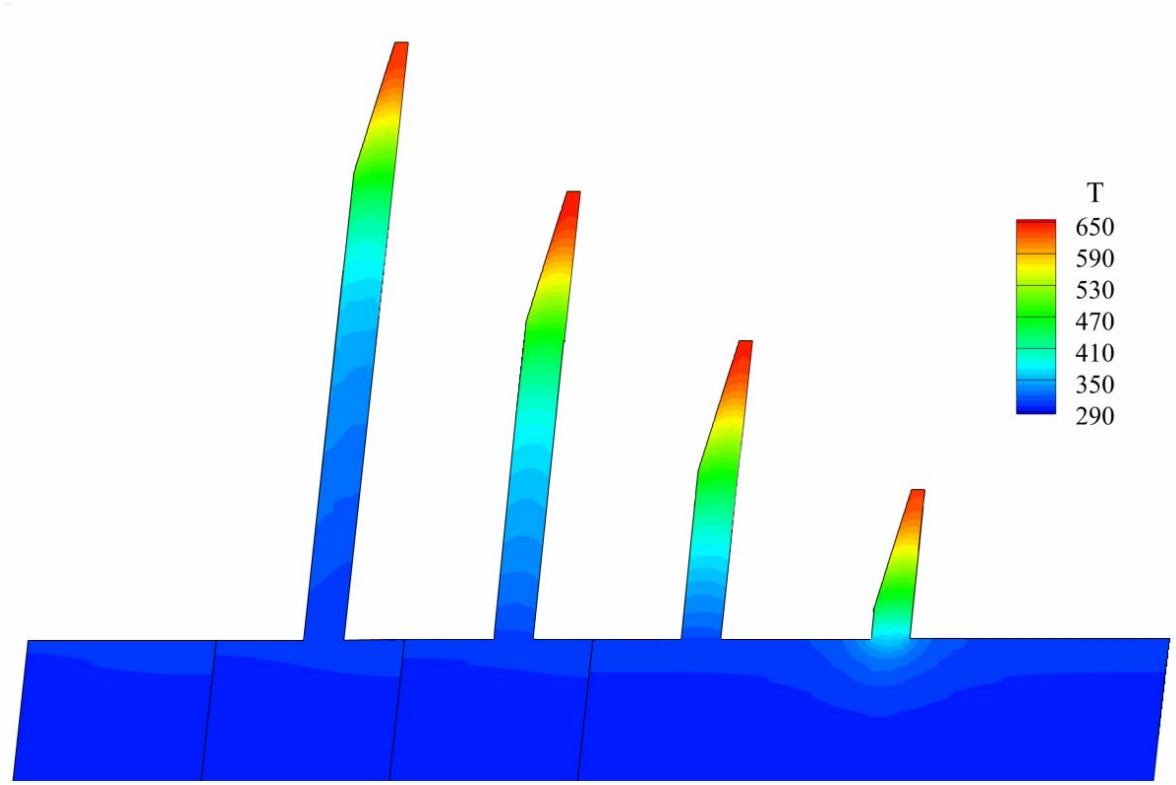


Figure 5.18 : Iso-contour de la température du solide à t= 0.175 *s*

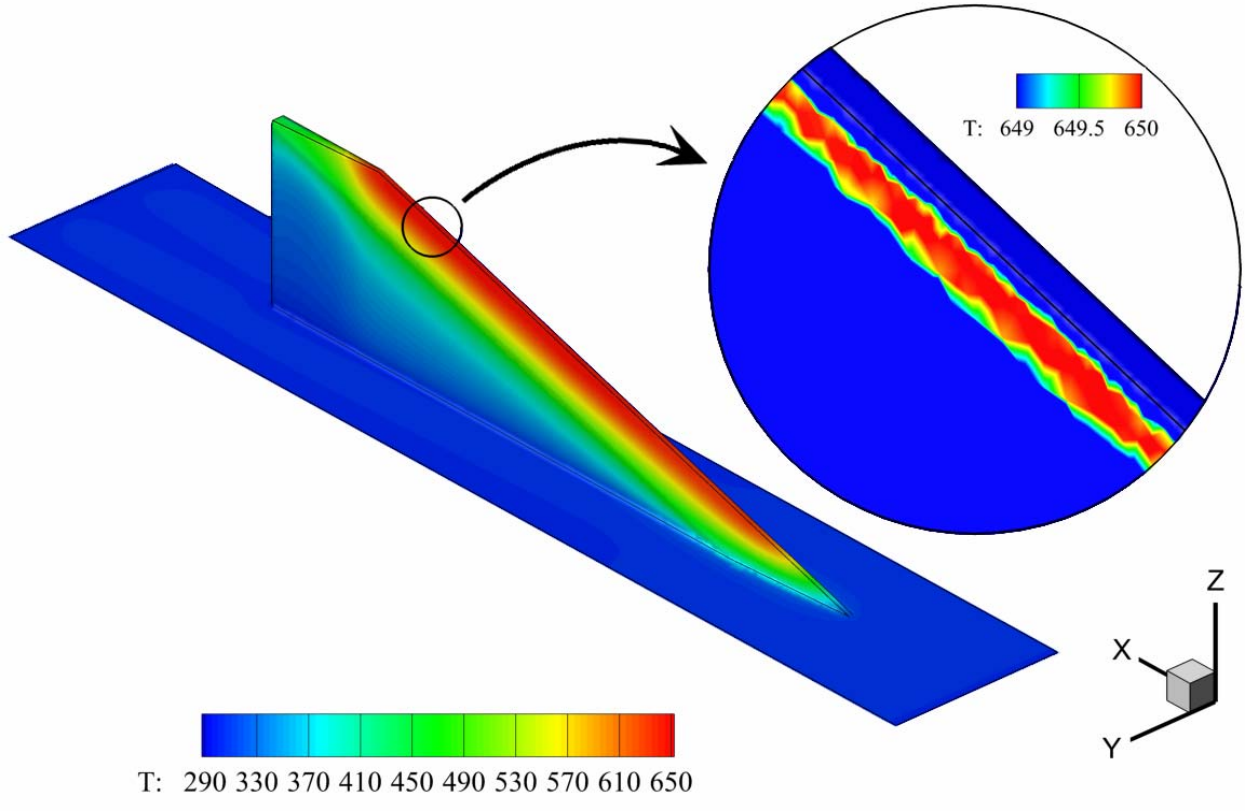


Figure 5.19 : Température de la surface et zoom de la zone ablatée

A t = 0.175 s, la température de la surface est présentée suivant 4 profils (Figure 5.19). En raison de l'augmentation de la température de surface, les flux de chaleur baissent significativement. A cet instant, les flux de chaleur sur le bord d'attaque dans la zone de la couche limite baissent de 50% en comparaison avec les flux initiaux. Sur la partie supérieure du bord d'attaque, les flux de chaleur perdent environ 90-95% de leur valeur. L'estimation de vitesse de régression par $q/\rho L$ nous donne alors une valeur proche de $2.4\times10^{-4} m/s$. Avec le pas de temps de l'ordre 10^{-9} s, la déformation de l'interface est donc difficile à observer.

Le modèle couplé d'ablation permet de caractériser à la fois le calcul mécanique et les transferts thermiques associés (dans le fluide et le solide) tout en assurant le suivi de l'interface fluide/solide au cours de sa régression liée aux mécanismes d'ablation.

CONCLUSION

Le développement d'une nouveau modèle numérique capable de traiter les phénomènes couplés intervenant au cours du vol d'un projectile à très grande vitesse a été entrepris au cours de ce travail de thèse et la question essentielle qui a piloté les différentes investigations a été la suivante : un tel modèle est-il accessible ? Quel en serait son potentiel ?

Pour répondre à ces questions, une stratégie de prise en compte d'un fort couplage entre mécanique du vol, mécanique des fluides et transferts de chaleur a été tout d'abord définie et les différents phénomènes physiques ont été modélisés dans une perspective de couplage. Les travaux engagés, en partant de ce constat, ont donc été conduits en trois étapes principales :

- analyse des mécanismes d'ablation et leur modélisation,
- modélisation de la dynamique du vol,
- solveur CFD capable de prendre en compte les variations géométriques et les déplacements de l'objet dans le domaine de calcul.

Le solveur fluide est bien entendu la partie essentielle car l'évolution au sein du domaine de calcul est le challenge à relever. Nous avons choisi d'utiliser une méthode aux frontières immergées pour prendre en compte les différentes géométries. Cette méthode a connu de multiples développements pour les écoulements incompressibles mais peu d'auteurs ont mis en œuvre une telle méthode en balistique externe.

Le mailleur s'appuie sur une structure en 2^ntree assurant alors une modification locale du maillage (deraffinement, raffinement) en fonction de deux critères, la continuité de la masse volumique et la localisation vis-à-vis de la paroi. Dans ce dernier cas, il s'agit évidemment d'assurer une discrétisation spatiale suffisamment fine pour décrire les formidables contraintes du fluide à la paroi. Bien sûr, la résolution au voisinage de la paroi doit être effectuée en relation avec le modèle retenu. Souhaitant à terme caractériser des écoulements instationnaires, le modèle de turbulence retenu est le modèle LES (Large Eddy Simulation). La modélisation LES requiert plus de ressources en terme de résolution en maillage dans les 3 directions de l'espace mais d'un autre côte, la génération automatique du maillage 2^ntree, quoique non-isotrope dans les trois directions, ne peut également supporter des rapports de forme comme ceux usuellement reportés pour les calculs RANS (rapport de forme de 500 à 1000 !) et le traitement non stationnaire est en accord également avec notre idée de traiter dans le temps les différentes évolutions des projectiles. L'ensemble des calculs a été réalisé avec des rapports de longueur maxima limités à 2^3 ou 2^4. Les conséquences sur la taille des maillages employée sont évidemment substantielles. Par exemple, le maillage SOCBT utilisé avec un modèle RANS a été traité dans la littérature avec un maillage de 2 millions de points alors que le simple fait

d'utiliser nos critères de maillage 2^ntree, le maillage contient 2 fois de plus d'éléments avec une résolution pariétale 150 fois plus grossière ; dans cette exemple, y^+ est proche de 1 et 20 pour le modèle RANS et LES respectivement.

Le second critère de raffinement, au sein même du domaine fluide, permet de raffiner là où des chocs se produisent et ceci constitue donc un outil des plus aisés pour la caractérisation de la balistique externe. Comme nous l'avons souligné, le choix du modèle de turbulence a des conséquences directes sur la complexité des calculs à réaliser et des moyens à associer pour les conduire. Néanmoins, à part une volonté de consistance dans les modèles utilisés, le modèle multi-couplage ne dépend pas du choix du modèle de turbulence.

Nos premiers développements se sont alors plus particulièrement focalisés sur la mise en place et la validation de notre modèle, dans en premier temps à partir de géométries académiques (cylindre), et puis en considérant davantage des géométries de projectiles existantes (SOC, SOCBT, munition flèche…). Les résultats obtenus qu'ils soient qualitatifs ou plus quantitatifs, témoignent tous du très bon comportement du solveur numérique. L'introduction l'une loi de paroi n'a pas altéré les excellentes prédictions des coefficients aérodynamiques qui corrèlent les résultats expérimentaux disponibles. De plus, une rapide analyse sur l'influence de la forme du culot arrière a souligné qu'un angle compris entre 7 et 8° minimisait les efforts de traînée. Un tel résultat a effectivement été confirmé lors d'une rapide étude paramétrique, soulignant le bon comportement de notre outil de CFD.

Le couplage CFD/6 DOF ainsi que la validation de la prise en compte des mécanismes d'ablation a été effectuée et partiellement validée. Le principal défaut de notre travail est lié au fait qu'un calcul complet CFD/6 DOF/ABLATION n'a pas pu être conduit.

A partir des calculs numériques effectués sur 128 processeurs, l'obtention des résultats en instationnnaire très long. A titre d'exemple, simuler 1 seconde en vol avec un maillage de 40 millions de points nécessite 13 ans, environ 11 ans pour le calcul CFD et 2 ans pour les différents transferts (modification de géométrie, mises à jour, …). Cependant, nous avons explicité plusieurs pistes d'amélioration. La première et de très lois la plus « rentable » est d'améliorer le solveur et de proposer un solveur implicite. Malgré un besoin de convergence à chaque pas de temps, des premiers tests ont été réalisés et le gain d'un facteur de 40 à 50 pourrait être atteint. En parallèle, les conditions de mise à jour de la position de l'objet s'appuient sur la nouvelle géométrie sans prendre en compte les positions les forcing et ghost-cell points du pas de temps précédent. Là encore un gain substantiel pourrait être réalisé et l'idée serait de ramener à 40/50 jours le temps de calcul sur 128 processeurs. A puissance de

calcul constante et sachant que la scalabilité du code est relativement bonne, réduire ce temps en utilisant un plus grand nombre de processeurs est tout à fait envisageable.

Comme les calculs thermiques l'ont souligné, force est également de constater que les traitements des flux à la paroi nécessitent des maillages très fins (jusqu'à $0.1\mu m$) et introduire une loi de paroi en température pourrait s'avérer des plus judicieux. De plus, la méthode IBM donne la possibilité d'effectuer des couplages et constitue donc une réelle alternative. D'un point de vue fondamental, l'amélioration du traitement à la paroi du traitement des méthodes IBM (par exemple des tentatives ont été couronnées de succès lors de l'application de loi de conservation de masse) semble être une voie des plus intéressantes. Finalement, nous sommes convaincus du potentiel des méthodes mises en place au cours de ce travail notamment dans le domaine de la balistique et que la multidisciplinarité de tels écoulements peut être étudiés par de telles méthodes numériques.

BIBLIOGRAPHIE

[1] C. S. Peskin, “Flow patterns around heart valves,” in *Proceedings of the Third International Conference on Numerical Methods in Fluid Mechanics*, vol. 19, H. Cabannes and R. Temam, Eds. Berlin, Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg, 1972, pp. 214–221.

[2] H. Luo, R. Mittal, X. Zheng, S. A. Bielamowicz, R. J. Walsh, and J. K. Hahn, “An immersed-boundary method for flow–structure interaction in biological systems with application to phonation,” *Journal of Computational Physics*, vol. 227, no. 22, pp. 9303–9332, Nov. 2008.

[3] Y. Kim and C. S. Peskin, “3-D Parachute simulation by the immersed boundary method,” *Computers & Fluids*, vol. 38, no. 6, pp. 1080–1090, Jun. 2009.

[4] L. M. Jenke, “Experimental Magnus characteristics of ballistic projectiles with and without anti-Magnus vanes at Mach numbers 1.5 through 2.5.,” Arnold Engineering Developement Centre, AEDC-TR-73-162, Dec. 1973.

[5] L. D. Kayser and W. B. Sturek, “Experimental measurements in the turbulent boundary layer of a yawed, dpinning ogive-cylinder body of revolution at Mach 3.0. Part 2. Data tabulation,” U.S Army Ballistic Research Laboratory, Aberdeen Proving Ground, MD ARBRL-MR-02813, Mar. 1978.

[6] J. Sahu, “Numerical computations of transonic critical aerodynamic behavior,” *AIAA Journal*, vol. 28, no. 5, pp. 807–816, May 1990.

[7] C. J. Nietubicz and K. O. Opalka, “Supersonic wind tunnel measurements of static and Magnus aerodynamic coefficients for projectile shapes with tangent and secant ogive noses.,” U.S Army Ballistic Research Laboratory, Aberdeen Proving Ground, MD ARBRL-MR-02991, Feb. 1980.

[8] F. Simon, “Simulations numériques hybrides RANS/LES de l’aérodynamique des projectiles et application au contrôle des écoulements,” Thèse de doctorat, Université Lille 1 - Sciences et technologies, 2007.

[9] B. Kneubuehl, “Optimization of boattails for small arms bullets.,” Report PB85-143758, 1983.

[10] R. M. Cummings, H. T. Yang, and Y. H. Oh, “Supersonic, turbulent flow computation and drag optimization for axisymmetric afterbodies,” *Computers & Fluids*, vol. 24, no. 4, pp. 487 – 507, 1995.

[11] M. A. Suliman, O. K. Mahmoud, M. A. Al-Sanabawy, and O. E. Abdel-Hamid, "Computational investigation of base drag reduction for a projectile at different flight regimes," in *13 th International Conference on AerospaceE Sciences & Aviation Technology, ASAT 13*, 2009.

[12] J. DeSpirito and K. R. Heavey, "CFD computation of Magnus moment and roll damping moment of a spinning projectile," presented at the AIAA Atmospheric Flight Mechanics Conference and Exhibit, Province, Rhode Island, 2004.

[13] F. Dietrich, P. Guillen, and R. Cayzac, "A flight mechanics/aerodynamics coupling methodology for projectiles," *41st AIAA aerospace sciences meeting & exhibit*, vol. AIAA Paper 0029.

[14] J. Sahu, "Time-accurate numerical prediction of free-flight aerodynamics of a finned projectile," *Journal of Spacecraft and Rockets*, vol. 45, no. 5, pp. 946–954, Sep. 2008.

[15] S. M. Murman, M. J. Aftosmis, and M. J. Berger, "Simulations of 6-DOF motion with a Cartesian method," in *41st AIAA Aerospace Sciences Meeting*, 2003.

[16] M. D. de Tullio, P. De Palma, G. Iaccarino, G. Pascazio, and M. Napolitano, "An immersed boundary method for compressible flows using local grid refinement," *Journal of Computational Physics*, vol. 225, no. 2, pp. 2098–2117, Aug. 2007.

[17] U. Piomelli, "High Reynolds number calculations using the dynamic subgrid-scale stress model," *Physics of Fluids A: Fluid Dynamics*, vol. 5, no. 6, p. 1484, 1993.

[18] B. Vreman, B. Geurts, and H. Kuerten, "On the formulation of the dynamic mixed subgrid-scale model," *Physics of Fluids*, vol. 6, no. 12, p. 4057, 1994.

[19] J. Smagorinsky, "General circulation experiments with the primitive equaitons," *Monthly Weather Review*, vol. 91, no. 3, pp. 99–164, Mar. 1963.

[20] M. Germano, U. Piomelli, P. Moin, and W. H. Cabot, "A dynamic subgrid-scale eddy viscosity model," *Physics of Fluids A: Fluid Dynamics*, vol. 3, no. 7, p. 1760, 1991.

[21] C. Meneveau, T. S. Lund, and W. H. Cabot, "A Lagrangian dynamic subgrid-scale model of turbulence," *Journal of Fluid Mechanics*, vol. 319, no. -1, p. 353, Apr. 2006.

[22] A. Yoshizawa, “Statistical theory for compressible turbulent shear flows, with the application to subgrid modeling,” *Physics of Fluids*, vol. 29, no. 7, p. 2152, 1986.

[23] P. L. Roe, “Approximate Riemann solvers, parameter vectors, and difference schemes,” *Journal of Computational Physics*, vol. 43, no. 2, pp. 357–372, Oct. 1981.

[24] G. Lodato, P. Domingo, and L. Vervisch, “Three-dimensional boundary conditions for direct and large-eddy simulation of compressible viscous flows,” *Journal of Computational Physics*, vol. 227, no. 10, pp. 5105–5143, May 2008.

[25] T. J. Poinsot and S. K. Lele, “Boundary conditions for direct simulations of compressible viscous flows,” *Journal of Computational Physics*, vol. 101, no. 1, pp. 104–129, Jul. 1992.

[26] M. J. Berger and J. Oliger, “Adaptive mesh refinement for hyperbolic partial differential equations,” *Journal of Computational Physics*, vol. 53, no. 3, pp. 484–512, Mar. 1984.

[27] M. J. Aftosmis, M. J. Berger, and J. E. Melton, “Robust and efficient cartesian mesh generation for component-based geometry,” *AIAA Journal*, vol. 36, no. 6, pp. 952–960, Jun. 1998.

[28] D. S. Balsara and C. D. Norton, “Highly parallel structured adaptive mesh refinement using parallel language-based approaches,” *Parallel Computing*, vol. 27, no. 1–2, pp. 37–70, Jan. 2001.

[29] G. Iaccarino, G. Kalitzin, P. Moin, and B. Khalighi, “Local grid refinement for an immersed boundary rans solver,” *AIAA Paper*, 2004-0586, 2004.

[30] W. J. Coirier and K. G. Powell, “An accuracy assessment of cartesian-mesh approaches for the Euler equations,” *Journal of Computational Physics*, vol. 117, no. 1, pp. 121–131, Mar. 1995.

[31] F. E. Ham, F. S. Lien, and A. B. Strong, “A cartesian grid method with transient anisotropic adaptation,” *Journal of Computational Physics*, vol. 179, no. 2, pp. 469–494, Jul. 2002.

[32] J. J. Quirk, “An alternative to unstructured grids for computing gas dynamic flows around arbitrarily complex two-dimensional bodies,” *Computers & Fluids*, vol. 23, no. 1, pp. 125–142, Jan. 1994.

[33] Z. J. Wang, R. F. CPhen, N. Hariharan, and A. J. Przekwas, “A 2ntree based automated viscous cartesian grid methodology for feature capturing.” AIAA 99-3300, 1999.

[34] Z. J. Wang and R. F. Chen, “Anisotropic solution-adaptive viscous cartesian grid method for turbulent flow simulation,” *AIAA Journal*, vol. 40, no. 10, pp. 1969–1978, Oct. 2002.

[35] M. Sun and K. Takayama, “Conservative smoothing on an adaptive quadrilateral grid,” *Journal of Computational Physics*, vol. 150, no. 1, pp. 143 – 180, 1999.

[36] E. Balaras, “Modeling complex boundaries using an external force field on fixed Cartesian grids in large-eddy simulations,” *Computers & Fluids*, vol. 33, no. 3, pp. 375–404, Mar. 2004.

[37] M. V. Pham, F. Plourde, and S. K. Doan, “Turbulent heat and mass transfer in sinusoidal wavy channels,” *International Journal of Heat and Fluid Flow*, vol. 29, no. 5, pp. 1240–1257, Oct. 2008.

[38] E. A. Fadlun, R. Verzicco, P. Orlandi, and J. Mohd-Yusof, “Combined Immersed-Boundary Finite-Difference Methods for Three-Dimensional Complex Flow Simulations,” *Journal of Computational Physics*, vol. 161, no. 1, pp. 35–60, juin 2000.

[39] H. S. Udaykumar, R. Mittal, P. Rampunggoon, and A. Khanna, “A sharp interface cartesian grid method for simulating flows with complex moving boundaries,” *Journal of Computational Physics*, vol. 174, no. 1, pp. 345–380, Nov. 2001.

[40] Y.-H. Tseng and J. H. Ferziger, “A ghost-cell immersed boundary method for flow in complex geometry,” *Journal of Computational Physics*, vol. 192, no. 2, pp. 593–623, Dec. 2003.

[41] J. Yang and E. Balaras, “An embedded-boundary formulation for large-eddy simulation of turbulent flows interacting with moving boundaries,” *Journal of Computational Physics*, vol. 215, no. 1, pp. 12–40, Jun. 2006.

[42] V. A. Bashkin, A. V. Vaganov, I. V. Egorov, D. V. Ivanov, and G. A. Ignatova, “Comparison of calculated and experimental data on supersonic flow past a circular cylinder,” *Fluid Dynamics*, vol. 37, no. 3, pp. 473–483, 2002.

[43] P. D. Palma, M. D. de Tullio, G. Pascazio, and M. Napolitano, “An immersed-boundary method for compressible viscous flows,” *Computers & Fluids*, vol. 35, no. 7, pp. 693 – 702, 2006.

[44] C.-K. Kim, S.-T. Yu, and Z.-C. Zhang, “Cavity flows in a scramjet engine by the space-time conservation and solution element method,” *AIAA Journal*, vol. 42, no. 5, pp. 912–919, May 2004.

[45] J. Jeong and F. Hussain, “On the identification of a vortex,” *Journal of Fluid Mechanics*, vol. 285, no. -1, p. 69, Apr. 2006.

[46] F. S. Billig, “Shock-wave shapes around spherical-and cylindrical-nosed bodies.,” *Journal of Spacecraft and Rockets*, vol. 4, no. 6, pp. 822–823, Jun. 1967.

[47] A. Dyment, “Vortices following two dimensional separation,” in *Proceedings of the Colloquium, Goettingen*, West Germany; Germany, 1982.

[48] O. Rodriguez, “The circular cylinder in subsonic and transonic flow,” *AIAA Journal*, vol. 22, no. 12, pp. 1713–1718, Dec. 1984.

[49] J. Sahu, “Numerical computations of transonic critical aerodynamic behavior,” *U.S Army Ballistic Research Laboratory, Aberdeen Proving Ground*, vol. BRL-TR-2962, 1988.

[50] S.-C. Onn, A. Su, C.-K. Wei, and C.-C. Sun, “Computational drag and magnus force reduction for a transonic spinning projectile using passive porosity,” *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, vol. 190, no. 46–47, pp. 6125 – 6139, 2001.

[51] R. P. Reklis and W. B. Sturek, “Surface pressure measurements on slender bodies at angle of attack in supersonic flow,” U.S Army Ballistic Research Laboratory, Aberdeen Proving Ground, MD ARBRL-MR-02876, Nov. 1978.

[52] L. D. Kayser and W. B. Sturek, “Turbulent boundary layer measurements on the boattail section of a yawed, spinning projectile shape at mach 3.0.,” U.S Army Ballistic Research Laboratory, Aberdeen Proving Ground, MD ARBRL-MR-02880, Nov. 1978.

[53] R. Courant, K. Friedrichs, and H. Lewy, “On the partial difference equations of mathematical physics,” *IBM Journal*, pp. 215–234, Mar. 1967.

[54] D. Chapman, “Computational aerodynamics development and outlook,” *AIAA journal*, vol. 17, pp. 1293–1313, 1979.

[55] P. R. Spalart, “Strategies for turbulence modelling and simulations,” *International Journal of Heat and Fluid Flow*, vol. 21, no. 3, pp. 252 – 263, 2000.

[56] U. Piomelli and E. Balaras, “Wall-layer models for large-eddy simulations,” *Annual Review of Fluid Mechanics*, vol. 34, no. 1, pp. 349–374, Jan. 2002.

[57] U. Piomelli, “Wall-layer models for large-eddy simulations,” *Progress in Aerospace Sciences*, vol. 44, no. 6, pp. 437–446, Aug. 2008.

[58] P. Moin and J. Kim, “Numerical investigation of turbulent channel flow,” *Journal of Fluid Mechanics*, vol. 118, pp. 341–377, 1982.

[59] U. Schumann, “Subgrid scale model for finite difference simulations of turbulent flows in plane channels and annuli,” *Journal of Computational Physics*, vol. 18, no. 4, pp. 376 – 404, 1975.

[60] J. W. Deardorff, “A numerical study of three-dimensional turbulent channel flow at large Reynolds numbers,” *Journal of Fluid Mechanics*, vol. 41, pp. 353–480, 1970.

[61] U. Piomelli, J. Ferziger, P. Moin, and J. Kim, “New approximate boundary conditions for large eddy simulations of wall-bounded flows,” *Physics of Fluids A: Fluid Dynamics*, vol. 1, no. 6, pp. 1061–1068, 1989.

[62] I. Marusic, G. J. Kunkell, and F. Porté-Angel, “Experimental study of wall boundary conditions for large-eddy simulation,” *Journal of Fluids Mechanics*, vol. 446, pp. 309–320, 2001.

[63] E. Balaras and C. Benocci, “Subgrid scale models in finite difference simulations of complex wall bounded flows,” in *In AGARD, Application of Direct and Large Eddy Simulation to Transition and Turbulence 6 p (SEE N95-21061 06-34)*, 1994, vol. -1.

[64] P. Spalart, W. Jou, M. Strelets, and S. Allmaras, “Comments of feasibility of LES for wings, and on a hybrid RANS/LES approach,” in *International Conference on DNS/LES*, Ruston, Louisiana, 1997.

[65] N. V. Nikitin, F. Nicoud, B. Wasistho, K. D. Squires, and P. R. Spalart, “An approach to wall modeling in large-eddy simulations,” *Physics of Fluids*, vol. 12, no. 7, p. 1629, 2000.

[66] G. Kalitzin, G. Medic, G. Iaccarino, and P. Durbin, “Near-wall behavior of RANS turbulence models and implications for wall functions,” *Journal of Computational Physics*, vol. 204, no. 1, pp. 265–291, Mar. 2005.

[67] A. G. Hutton and R. M. Smith, “A study of two-equation turbulence models for axi-symmetric recirculating flow,” *Numerical methods in laminar and turbulent flow; Proceedings of the Third International Conference, Seattle*, no. Swansea, Wales, Pineridge Press, pp. 233–247, 1983.

[68] J. Sahu, C. J. Nietubicz, and J. L. Steger, “Navier-stokes computations of projectile base flow with and without mass injection,” *AIAA Journal*, vol. 23, no. 9, pp. 1348–1355, 1985.

[69] J. Sahu, C. J. Nietubicz, and J. L. Steger, “Numerical computation of base flow for a projectile at transonic speeds.,” *AIAA paper*, pp. 82–1358, 1982.

[70] L. B. Schiff and W. B. Sturek, “Numerical simulation of steady supersonic flow over an ogive cylinder boattail body.,” U.S Army Ballistic Research Laboratory, Aberdeen Proving Ground, MD ARBRL-TR-02363, Sep. 1981.

[71] E. Magnus, “Über die Abweichung der Geschosse,” *Annalen der Physik*, vol. 164, no. 1, pp. 1–29.

[72] E. Krahn, *The laminar boundary layer on a rotating cylinder in crossflow*. Defense Technical Information Center, 1955.

[73] W. B. Sturek and L. B. Schiff, “Computations of the Magnus effect for slender bodies in supersonic flow.,” U.S Army Ballistic Research Laboratory, Aberdeen Proving Ground, MD ARBRL-TR-02384, Dec. 1981.

[74] R. Cayzac, E. Carette, R. Thépot, and O. Donneaud, “Analysis of static and dynamic stability of spinning projectiles,” presented at the 21st International Symposium on Ballistics, Adelaide, Australie, 2004.

[75] J. DeSpirito, “CFD prediction of Magnus effect in subsonic to supersonic flight,” U.S Army Ballistic Research Laboratory, Aberdeen Proving Ground, MD ARL-TR-4929, Sep. 2009.

[76] R. Cayzac, E. Carette, P. Denis, and P. Guillen, “Magnus effect: Physical origins and numerical prediction,” *Journal of Applied Mechanics*, vol. 78, no. 5, p. 051005, 2011.

[77] F. Simon, S. Deck, P. Guillen, A. Merlen, and R. Cayzac, “Numerical simulation of magnus force control for projectiles configurations,” *Computers & Fluids*, vol. 38, no. 4, pp. 965 – 968, 2009.

[78] M. Péchier, “Prévivions numériques de l’effet Magnus pour des configurations de munitions,” Université de Poitiers, France, 1999.

[79] F. Dietrich, “Simulation numérique du couplage entre la mécanique du vol et l’aérodynamique des projectiles,” Thèse de doctorat, Université de Poitiers, 2002.

[80] J.-M. Geib, C. Gransart, and P. Merle, *Corba des concepts à la pratique*. Paris: Dunod, 1999.

[81] R. Otte, P. Patrick, and M. Roy, *Understanding CORBA : common object request broker architecture*. Upper Saddle River, N.J.: Prentice Hall PTR, 1996.

[82] T. Markel, “Quaternions d’Hamilton pour le calcul des mouvements d’un projetile,” Institut Saint-Louis, Saint-Louis, France, Technical Report Notice 611/82, Dec. 1982.

[83] B. J. Guidos, “Navier-Stokes computations of finned kinetic energy projectile base flow.,” U.S Army Ballistic Research Laboratory, Aberdeen Proving Ground, MD ARL-TR-870, Sep. 1995.

[84] P. Weinacht and W. B. Sturek, “Computation of the roll characteristics of the M829 kinetic energy projectile and comparison with range data,” U.S Army Ballistic Research Laboratory, Aberdeen Proving Ground, MD BRL-TR-3172, Nov. 1990.

[85] P. Weinacht and W. B. Sturek, “Computation of the roll characteristics of finned projectiles,” U.S Army Ballistic Research Laboratory, Aberdeen Proving Ground, MD BRL-TR-2931, Jun. 1988.

[86] B. J. Guidos and P. Weinacht, “Parabolized Navier-Stokes computation of surface heat transfer characteristics for supersonic and hypersonic KE projectiles,” U.S Army Ballistic Research Laboratory, Aberdeen Proving Ground, MD ARL-TR-191, Aug. 1993.

[87] B. J. Guidos and W. B. Sturek, “Computation of hypersonic nosetip feat transfer rates for an M829-like projectile,” U.S Army Ballistic Research Laboratory, Aberdeen Proving Ground, MD ARL-MR-52, Apr. 1993.

[88] R. Cayzac and E. Carette, “Etudes d’empennages en matériaux composites à matrice métallique,” Giat Industries, Technical Report DSAM/DT/BIA/AE, 2001.

[89] R. Cayzac, C. Grignon, and E. Carette, “Navier–Stokes computation of heat transfer and aero-heating modeling for supersonic projectiles,” *Aerospace Science and Technology*, vol. 10, no. 5, pp. 374–384, 2006.

[90] R. Cayzac, E. Carette, T. Alziary de Roquefort, F.-X. Renard, D. Roux, J.-N. Patry, and P. Balbo, “Computational Fluid Dynamics and Experimental Validations of the Direct Coupling Between Interior, Intermediate and Exterior Ballistics,” *Journal of Applied Mechanics*, 2012.

[91] H. Demailly, F. Delvare, S. HeddadJ, C. Grignon, and P. Bailly, “Identification inverse des coefficients aérodynamiques d’un engin hypersonique à partir de données issues de vol,” in *20ème Congrès Français de Mécanique*, 2011.

[92] D. Verfasser, “Méthodes explicites de Runge-Kutta pour l’intégration d’équations différenctielles ordinaries,” Institut Saint-Louis, Saint-Louis, France, Technical Report Notice N601/79, Jan. 1979.

[93] C. GRIGNON, “Communication personelle de modèle de six dégré de liberté.” 2011.

[94] J. D. Anderson, *Fundamentals of aerodynamics*. Boston: McGraw-Hill, 2001.

[95] R. Greendyke, C. Scott, and J. Swain, “CFD simulation of laser ablation carbon nanotube production,” in *8th AIAA/ASME Joint Thermophysics and Heat Transfer Conference*, Missouri, 2002.

[96] S. Arepalli, “Laser ablation process for single-walled carbon nanotube production,” *J Nanosci Nanotechnol*, vol. 4, no. 4, pp. 317–325, Apr. 2004.

[97] C. D. Scott, S. Arepalli, P. Nikolaev, and R. E. Smalley, “Growth mechanisms for single-wall carbon nanotubes in a laser-ablation process,” *Applied Physics A Materials Science & Processing*, vol. 72, no. 5, pp. 573–580, May 2001.

[98] A. Velghe, “Modélisation de l’interaction entre un écoulement turbulent et une paroi ablatable,” Thèse de doctorat, Institue Polytechnique de Toulouse, 2007.

[99] H. G. Landau, “Heat conduction in a melting solid,” *Quarterfly of applied mathematics*, vol. 8, no. 1, pp. 81–94, 1950.

[100] M. A. Biot and H. C. Agrawal, “Variational analysis of ablation for variable properties,” *Journal of Heat Transfer*, vol. 86, no. 3, p. 437, 1964.

[101] J. E. Sunderland and R. J. Grosh, “Transient temperature in a melting solid,” *Journal of Heat Transfer*, vol. 83, no. 4, p. 409, 1961.

[102] M. Storti, “Numerical modeling of ablation phenomena as two-phase Stefan problems,” *International Journal of Heat and Mass Transfer*, vol. 38, no. 15, pp. 2843–2854, Oct. 1995.

[103] B. F. Blackwell and R. E. Hogan, “One-dimensional ablation using Landau transformation and finite control volume procedure,” *Journal of Thermophysics and Heat Transfer*, vol. 8, pp. 282–287, Apr. 1994.

[104] H. Molavi, A. Hakkaki-Fard, M. Molavi, R. K. Rahmani, A. Ayasoufi, and S. Noori, “Estimation of boundary conditions in the presence of unknown moving boundary caused by ablation,” *International Journal of Heat and Mass Transfer*, vol. 54, no. 5–6, pp. 1030–1038, février 2011.

[105] M. Sussman, “A second order coupled level set and volume-of-fluid method for computing growth and collapse of vapor bubbles,” *Journal of Computational Physics*, vol. 187, no. 1, pp. 110–136, May 2003.

[106] G. Tryggvason, B. Bunner, A. Esmaeeli, D. Juric, N. Al-Rawahi, W. Tauber, J. Han, S. Nas, and Y.-J. Jan, “A front-tracking method for the vomputations of multiphase flow,” *Journal of Computational Physics*, vol. 169, no. 2, pp. 708 – 759, 2001.

[107] V. M. Borisov, M. M. Golomazov, A. A. Ivankov, and V. S. Finchenko, “Calculation of radiation heat transfer in problems of flow past bodies with account for heat-shield coating mass loss,” *Fluid Dynamics*, vol. 39, no. 4, pp. 633–641, Jul. 2004.

[108] F. A. A. Gomes, J. B. C. Silva, and A. J. Diniz, “Radiation heat transfer with ablation in a finite plate,” *Revista de Engenharia Térmica*, vol. 4, no. 2, Jun. 2006.

[109] E. J. van Eekelen and J. Lachaud, “Radiation heat-transfer model for the ablation zone of low-density carbon-resin composites,” in *10th AIAA/ASME Joint Thermophysics and Heat Transfer Conference*, Chicago, Illinois, 2010.

[110] L. O. Schunk, W. Lipiński, and A. Steinfeld, “Ablative heat transfer in a shrinking packed-bed of ZnO undergoing solar thermal dissociation,” *AIChE Journal*, vol. 55, no. 7, pp. 1659–1666, Jul. 2009.

[111] M. D. de Tullio, S. S. Latorre, P. D. Palma, M. Napolitano, and G. Pascazio, “An immersed-boundary method for solving conjungate heat transfer problems in turbomachinery,” in *European Conference on Computational Fluid Dynamics ECCOMAS CFD*, Lisbon, Portugal, 2010.

[112] W. B. Braga, M. B. H. Mantelli, and J. L. F. Azevedo, “Approximate analytical solution for one-dimensional ablation problem with time-variable heat flux,” in *36th AIAA Thermophysics Conference*, Orlando, Florida, 2003.

Modélisation numérique multiphysiques couplés – Application à un projectile supersonique

RESUME

La recherche constante de l'amélioration des modélisations complexes multi-physiques est aujourd'hui un enjeu primordial et être capable de proposer de telles approches devient une nécessité à la fois dans un besoin d'analyse fine et d'amélioration des performances des systèmes ainsi étudiés. Par exemple, proposer des systèmes balistiques de nouvelle génération nous force à maîtriser à la fois l'aérodynamique externe et ses transferts thermiques associés tout en y intégrant la dynamique du vol et les possibles modifications de la géométrie liés aux agressions thermiques. S'attaquer à un tel système couplé constitue la motivation première de ce travail. Cependant, résoudre des systèmes si fortement couplés impose de proposer une véritable stratégie dans la modélisation retenue. La technique des frontières immergées a été retenue et intégrée à un solveur compressible s'appuyant sur un générateur de maillage automatique structure en 2^nTree. Avant même de s'attaquer aux mécanismes d'ablation, le travail s'est plus particulièrement focalisé sur la caractérisation d'écoulements externes autour de projectiles, académique dans un premier temps pour très vite converger vers des projectiles SOCBT et des munitions flèches volant à très grandes vitesses. La qualité des résultats obtenus et les excellentes corrélations avec les résultats de la littérature nous ont encouragé à poursuivre le développement par un couplage avec un modèle de dynamique du vol à 6° de liberté et la prise en compte de l'échauffement du projectile pour tenir compte des conditions en vol (notamment la stabilité du projectile). Les flux thermiques peuvent également engendrer des dégradations thermiques et le modèle proposé permet la prise en compte des phénomènes d'ablation. Bien que sa modélisation soit simpliste dans un premier temps, le modèle proposé a permis de décrire de manière assez facile un problème à frontière mobile comme l'est un mécanisme d'ablation. Les calculs ont soulignés le comportement intéressant du modèle numérique sur des cas académiques et sur des ailettes caractéristiques d'une munition flèche. Un calcul couplé mécanique des fluides/thermique du projectile/ ablation témoigne du fort potentiel du modèle ainsi proposé.

Mot clés : Aérothermodynamique – Ablation (aérothermodynamique) – Compressibilité – Simulation par ordinateur

---

Numerical modelling of coupled multiphysics – Application to a projectile in supersonic flow

ABSTRACT

The constant search for improved modeling complex multi-physics is now a key issue and be able to propose such an approach is a necessity in both a need for detailed analysis and performance improvement systems and studied. For example, suggest new generation missile systems force us to control both external aerodynamics and heat transfer associated while incorporating flight dynamics and possible changes in geometry associated with heat stress. Tackle such a coupled system is the primary motivation of this work. However, solving systems strongly coupled if necessary to propose a strategy in the modeling approach. The technique has been immersed boundaries retained and integrated into a compressible solver based on an automatic mesh generator structure 2^nTree. Before even addressing the ablation mechanisms, work is particularly focused on the characterization of external flows around projectiles, academic initially to quickly converge SOCBT projectiles and ammunition arrows flying very high speeds. Quality results and excellent correlation with literature results have encouraged us to continue the development by coupling with a flight dynamics model of 6 ° of freedom and taking into account the heating of the projectile to take account in flight conditions (in particular the stability of the projectile). Heat flow may also cause thermal degradation and the proposed model allows taking into account phenomena ablation. Although the modeling is simplistic at first, the proposed model was able to describe fairly easy problem to moving boundary as a mechanism of ablation. Calculations have highlighted the interesting behavior of the numerical model on academic cases and fins features a round arrow. Calculation coupled fluid mechanics / heat projectile / ablation demonstrates the potential of the proposed model as well.

Keywords : Aerothermodynamics – Ablation (Aerothermodynamics) – Compressibility – Computer simulation