



**HAL**  
open science

# Diagnostic robuste des systèmes incertains. Application à un système mécatronique pour l'automobile.

Clément Letellier

► **To cite this version:**

Clément Letellier. Diagnostic robuste des systèmes incertains. Application à un système mécatronique pour l'automobile.. Automatique. Université de Rouen, 2012. Français. NNT: . tel-00747981

**HAL Id: tel-00747981**

**<https://theses.hal.science/tel-00747981>**

Submitted on 3 Nov 2012

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

THÈSE

En vue de l'obtention du grade de

Docteur de l'université de Rouen

Spécialité : Automatique

Présentée et soutenue publiquement le 19/10/2012

par

Clément LETELLIER

**Diagnostic robuste des systèmes incertains.  
Application à un système mécatronique pour  
l'automobile**

Directeur de thèse : M. Houcine CHAFOUK

Co-directeur : M. Ghaleb HOBLOS

**Composition du jury :**

**Président du jury : Pascal VASSEUR, Professeur à l'université de Rouen**

---

**Rapporteur :** Tarek RAÏSSI      Maître de conférences, HDR, au CNAM, Paris

---

**Rapporteur :** Abdel AÏTOUCHE      Maître de conférences, HDR, au LAGIS, Lille

---

**Examineur :** Dimitri LEFEBVRE      Professeur à l'université du Havre

---

**Examineur :** Houcine CHAFOUK      Enseignant-Chercheur, HDR, à l'ESIGELEC, Rouen

---

**Examineur :** Ghaleb HOBLOS      Enseignant-Chercheur, HDR, à l'ESIGELEC, Rouen



# DIAGNOSTIC ROBUSTE DES SYSTÈMES INCERTAINS

## Application à l'Automobile

### RÉSUMÉ

La détection de défaut est un champ de recherche très large. Les approches à base de modèle ont reçu une attention particulière. Parfois les incertitudes du modèle créent des déviations impactant la détection de défaut. Plusieurs méthodes sont apparues pour surmonter ce problème. L'approche active essaie de découpler les incertitudes afin de créer des résidus sensibles aux défauts alors que l'approche passive propage les incertitudes afin de créer des enveloppes contenant toutes les trajectoires. Dans ce mémoire, l'approche passive a été privilégiée et l'estimateur d'état par prédiction/correction appelé également « Set-Valued Observer » a été investigué. Cet observateur est particulièrement intéressant pour gérer l'effet d'enveloppement causé par les incertitudes du modèle.

L'application étudiée dans ce mémoire est un papillon motorisé dont le modèle est non-linéaire. Pour éviter le conservatisme dû aux non-linéarités, l'approche multimodèle est utilisée pour modéliser – par plusieurs modèles linéaires qui commutent – le papillon motorisé. L'avantage de cette approche est de pouvoir utiliser directement l'analyse par intervalles sans dégrader la robustesse du diagnostic.

Par ailleurs, certains capteurs du papillon motorisé ne sont pas disponibles ; la reconstruction de l'état, basée sur les redondances analytiques du modèle est nécessaire. Un Observateur de Luenberger Ensembliste est proposé, permettant d'allier la robustesse des méthodes ensemblistes et la puissance de l'exploitation des redondances analytiques du modèle à des fins de reconstruction de capteurs manquants. Cet observateur robuste allié à l'approche multimodèle nous a permis de concevoir une méthode de détection robuste des défauts dédiée au papillon motorisé et à de nombreux autres systèmes.

# ROBUST DIAGNOSIS OF UNCERTAIN SYSTEMS

## Application to the Automotive Industry

### ABSTRACT

Fault detection is a very wide field of research. Model-based approaches have received particular attention. Sometimes model uncertainties create deviations affecting the fault detection. Several methods have emerged to overcome this problem. The active approach tries to decouple the uncertainties to create residuals sensitive to faults while the passive approach propagates the uncertainties to create enclosures containing all trajectories. In this dissertation, the passive approach has been favored and we have investigated the guaranteed state observer also known as "Set-Valued Observer". This observer is of particular interest to manage the wrapping effect caused by model uncertainties.

The studied application in this dissertation is a throttle valve whose model is nonlinear. We have used the multiple model approach allowing us to model the throttle valve by several linear models that switch, and this to avoid the conservatism due to nonlinearities. The advantage of this approach is to use directly the interval analysis without degrading the robustness of the diagnosis method.

Furthermore, some sensors are not available on the throttle valve; consequently, the state reconstruction, based on analytical redundancies of the model, is necessary. We have proposed a Set-Valued Luenberger Observer to combine the robustness of set-membership methods and the power of the analytical redundancies for reconstruction of missing sensors. This robust observer combined with multiple model approach allowed us to design a robust fault detection method dedicated to the throttle valve and to many other systems.

## AVANT-PROPOS

La thèse est pour moi l'achèvement d'un long chemin, parfois difficile mais comme le dit Sören Kierkegaard, le père de l'existentialisme « ce n'est pas le chemin qui est difficile mais le difficile qui est le chemin ». Faire une thèse est un accomplissement de soi, une chose qui fait appel à notre inconscience, qui nous pousse à aller toujours plus loin, à ne jamais se contenter de l'acquis.

Une thèse c'est se confronter à ses propres faiblesses, c'est se remettre en question, sans cesse s'améliorer pour atteindre toujours plus de connaissances.

La réussite d'une telle entreprise n'est possible à mes yeux qu'en développant des qualités essentielles, que chacun possède en nous, la sagesse, la bonté, la simplicité, etc. En guise de préface, je vous propose, un texte inspirant d'André Comte Sponville, sur la simplicité, vertu des sages :

*« Le simple vit comme il respire, sans plus d'efforts ni de gloire, sans plus d'effets ni de honte. La simplicité n'est pas une vertu qui s'ajouterait à l'existence. C'est l'existence même, en tant que rien ne s'y ajoute [...]. Sans autre richesse que tout. Sans autre trésor que rien. Simplicité est liberté, légèreté, transparence. Simple comme l'air, libre comme l'air [...]. Le simple ne se prend ni au sérieux ni au tragique. Il suit son bonhomme de chemin, le cœur léger, l'âme en paix, sans but, sans nostalgie, sans impatience. Le monde est son royaume qui lui suffit. Le présent est son éternité, qui le comble. Il n'a rien à prouver, puisqu'il ne veut rien paraître. Ni rien à chercher, puisque tout est là. Quoi de plus simple que la simplicité ? Quoi de plus léger ? C'est la vertu des sages, et la sagesse des saints. »*

*André Comte-Sponville*

Je dédie ce travail à mes parents,  
mes sœurs et amis, pour leur  
soutien incommensurable...

*« On ne peut pas aller au-delà de nos limites, mais au sein même de ces limites on peut construire sa liberté. »*

*Alexandre Jollien*

## REMERCIEMENTS

Les travaux présentés dans ce mémoire ont été menés à l'Institut de Recherche en Systèmes Électroniques EMbarqués (IRSEEM) au sein de l'équipe Automatique & Systèmes. Je remercie le ministère de l'enseignement supérieur et de la recherche qui, en m'ayant accordé une allocation de recherche ministérielle, m'a permis de réaliser ces travaux.

Tout d'abord, je tiens à remercier chaleureusement mon directeur de thèse, le professeur Houcine Chafouk grâce à qui j'ai pu réaliser cette thèse et qui m'a transmis sa passion pour la recherche. Son énergie et son dynamisme ont développé en moi le sens du travail approfondi et de la rigueur scientifique.

Je tiens également à remercier sincèrement mon co-directeur, le professeur Ghaleb Hoblos, pour les discussions fructueuses que nous avons eues et qui outre de m'avoir prodigué des conseils forts utiles, m'a accordé sa confiance durant ces trois années de thèse.

J'exprime ma gratitude à Monsieur Tarek Raïssi, maître de conférences, HDR, au CNAM de Paris et Monsieur Abdel Aïtouche, maître de conférences, HDR, au LAGIS à Lille, d'avoir accepté d'être mes rapporteurs et pour l'intérêt qu'ils ont voulu porter à ce travail. Leur lecture approfondie, leurs remarques et interrogations judicieuses m'ont été très précieuses.

J'adresse un grand merci à Monsieur Dimitri Lebeuvre, professeur à l'université du Havre, de m'avoir fait honneur de participer au jury en tant qu'examineur ainsi qu'à Monsieur Pascal Vasseur, professeur à l'université de Rouen.

Mes remerciements s'adressent également aux membres de l'équipe, tout particulièrement à M. Nicolas Langlois qui m'a accueilli au sein de son pôle. Je remercie les différents enseignants avec qui j'ai pu entretenir des relations amicales : Ouadie Bennouna, Vincent Sircoulomb, Kambiz Tehrani, Lala

Rajaoarisoa et spécialement Sofiane Ahmed Ali qui m'a fourni des conseils avisés et qui m'a soutenu dans mes travaux de recherche.

Il m'est impossible de ne pas citer mes camarades ayant été, tout ou parties de ces trois années, à mes côtés. Je remercie ma chère Xia Meng pour sa bienveillance à mon égard, Jerry Mamboundou pour les bons moments passés en sa présence, et mon grand ami Amine Belaïdi pour sa générosité. Je n'oublie pas également, Firas Rouissi, Bada N'Doye, Hakim Ouyessaad, Tahar Bouarar, Mourad Benkaci et Nicolas Stoffels. Par leur enthousiasme, toutes ces personnes ont su rendre mes journées de travail agréables et joyeuses.

Avant de finir, je voudrai remercier Romain Hegon et Redouane Derbal, deux amis avec lesquels j'ai passé de bons moments et à qui je dois beaucoup.

Enfin, mes remerciements vont plus généralement à tous ceux qui m'ont soutenu ou qui, d'une manière ou d'une autre, ont contribué à l'élaboration de ce travail.

Je dédie cette thèse à toute ma famille.

## LISTE DES FIGURES

FIGURE 1.2.1 – REPRÉSENTATION D’UN INTERVALLE ET DE SES CARACTÉRISTIQUES.....	22
FIGURE 1.2.2 – PAVÉ DE DIMENSION 3 .....	24
FIGURE 1.3.1 – ESTIMATION D’ÉTAT AVEC EFFET D’ENVELOPPEMENT .....	26
FIGURE 1.3.2 – ENCADREMENT SOUS FORME DE PAVÉS .....	27
FIGURE 1.4.1 – TAILLE DES INTERVALLES SELON L’ÉCRITURE DE LA FONCTION .....	28
FIGURE 1.4.2 – ÉVALUATION D’UNE FONCTION D’INCLUSION NON MINIMALE ET D’UNE FONCTION D’INCLUSION MINIMALE.....	29
FIGURE 1.5.1 – PARTITIONNEMENT EN SOUS-PAVÉS RÉGULIERS .....	31
FIGURE 1.5.2 – ÉVALUATION DE LA FONCTION $F(x)$ PAR L’ALGORITHME IMAGE $\mathcal{S}p$ .....	32
FIGURE 1.5.3 – INVERSION DE LA FONCTION $F$ PAR L’ALGORITHME SIVIA .....	34
FIGURE 1.6.1 – RÉDUCTION D’UN PAVÉ INITIAL $X_0$ SOUS UNE CONTRAINTE $C_j$ .....	36
FIGURE 1.6.2 – CONSISTANCE GLOBALE ET LOCALE D’UNE VALEUR DE $X_l$ .....	37
FIGURE 2.2.1 – DIAGNOSTIC À BASE DE MODÈLE .....	47
FIGURE 2.2.2 – ÉVOLUTION TEMPORELLE DES DIFFÉRENTS TYPES DE DÉFAUTS .....	50
FIGURE 2.2.3 – TYPES DE DÉFAUTS .....	51
FIGURE 2.3.1 – PRINCIPE DE L’ESTIMATION PARAMÉTRIQUE ENSEMBLISTE .....	56
FIGURE 2.3.2 – PRINCIPE DE L’OBSERVATEUR PAR INTERVALLES.....	61
FIGURE 2.3.3 – SYSTÈME À DEUX CUVES .....	66
FIGURE 2.3.4 – DOMAINE DES ÉTATS CALCULÉS PAR L’ESTIMATEUR D’ÉTAT PAR PRÉDICTION/CORRECTION À L’INSTANT $k=3$ .....	68
FIGURE 2.3.5 – ESTIMATION D’ÉTAT PAR L’ESTIMATEUR D’ÉTAT PAR PRÉDICTION/CORRECTION ET DÉTECTION DE DÉFAUTS .....	69
FIGURE 2.3.6 – FILTRE DE DÉTECTION DE DÉFAUTS $H^\infty$ , OÙ $\Delta$ REPRÉSENTE LE BLOC DES INCERTITUDES .....	70
FIGURE 2.3.7 – SCHÉMA D’UNE ÉOLIENNE ET DE SON GÉNÉRATEUR ÉLECTRIQUE.....	77
FIGURE 2.3.8 – DÉFAUT BIAIS DE 30 A SUR $I_{As}$ ET INCERTITUDE DE 5% SUR $R_r$ .....	79
FIGURE 2.3.9 – RÉSIDUS DU VECTEUR DE PARITÉ POUR UN DÉFAUT DE TYPE BIAIS DE 30 A SUR $I_{As}$ ET UNE INCERTITUDE DE 5% SUR $R_r$ .....	80
FIGURE 2.3.10 – DÉFAUT MULTIPLICATIF DE 5% SUR $I_{As}$ ET INCERTITUDE DE 5% SUR $R_r$ .....	81
FIGURE 2.3.11 – RÉSIDUS DU VECTEUR DE PARITÉ POUR UN DÉFAUT DE TYPE MULTIPLICATIF DE 5% SUR $I_{As}$ ET UNE INCERTITUDE DE 5% SUR $R_r$ .....	82
FIGURE 2.3.12 – TESTS DE COHÉRENCE SUR LES VARIABLES INTERNES .....	84
FIGURE 2.3.13 – TESTS DE COHÉRENCE SUR LES VARIABLES EXTERNES.....	85
FIGURE 2.3.14 – PRINCIPE DE DÉTECTION DE DÉFAUT BASÉ SUR L’ESPACE DE PARITÉ INCERTAIN .....	86
FIGURE 2.4.1 – STRUCTURE D’INFLUENCE PERMETTANT L’ISOLATION DES DÉFAUTS .....	88
FIGURE 2.4.2 – RÉSIDUS STRUCTURÉS .....	88
FIGURE 2.4.3 – STRUCTURE DÉDIÉE D’OBSERVATEURS.....	90
FIGURE 2.4.4 – STRUCTURE GÉNÉRALISÉE D’OBSERVATEURS .....	91
FIGURE 3.1.1 – ESTIMATION D’ÉTAT PAR INTERVALLES.....	100
FIGURE 3.1.2 – ESTIMATION D’ÉTAT ENSEMBLISTE .....	103
FIGURE 3.2.1 – OBSERVATEUR DE LUENBERGER ENSEMBLISTE.....	107
FIGURE 3.2.2 – ESTIMATION DE LA POSITION PAR L’OBSERVATEUR DE LUENBERGER ENSEMBLISTE.....	109
FIGURE 3.3.1 – SYSTÈME DE SUSPENSION ACTIVE D’UNE AUTOMOBILE.....	115

FIGURE 3.3.2 – RÉSULTATS DE L'ESTIMATION ET DE LA DÉTECTION DE DÉFAUTS POUR UN SYSTÈME DE SUSPENSION ACTIVE .....	117
FIGURE 4.2.1 – MULTIMODÈLE À MODÈLES LOCAUX COUPLÉS .....	123
FIGURE 4.2.2 – MULTIMODÈLE À MODÈLES LOCAUX DÉCOUPLÉS .....	124
FIGURE 4.2.3 – MULTIMODÈLE À STRUCTURE HIÉRARCHISÉE .....	125
FIGURE 4.3.1 – COUPLE RÉSIDIF DU RESSORT ET COUPLE DE FROTTEMENT .....	131
FIGURE 4.3.2 – DIAGRAMME DE PHASE DE SORTIE, STRUCTURÉ COMME UN AUTOMATE .....	132
FIGURE 4.3.3 – PROCESSUS DE SÉLECTION DE MODÈLES .....	133
FIGURE 4.3.4 – RÉSIDUS DE L'OBSERVATEUR THAU POUR RESPECTIVEMENT UN DÉFAUT DE CAPTEUR 1, D'ACTIONNEUR ET FONCTIONNEL [LEBBAL 2006] .....	135
FIGURE 4.3.5 – RÉSIDUS DE L'ESPACE DE PARITÉ BASÉE SUR L'APPROCHE MULTIMODÈLE POUR UN DÉFAUT RESPECTIVEMENT DE CAPTEUR 1, D'ACTIONNEUR ET FONCTIONNEL [LEBBAL 2006] .....	137
FIGURE 4.3.6 – RÉSULTAT DE L'IDENTIFICATION [LEBBAL 2006] .....	138
FIGURE 4.3.7 – ERREUR ENTRE LA SORTIE RÉELLE ET CELLE DU MULTIMODÈLE [LEBBAL 2006] .....	139
FIGURE 4.3.8 – ZONES DE DÉFAUT ÉTUDIÉES .....	141
FIGURE 4.3.9 – ESTIMATION ET DÉTECTION DE DÉFAUT DU PAPILLON MOTORISÉ .....	142
FIGURE 5.2.1 – ARCHITECTURE D'UN MOTEUR ÉQUIPÉ D'UN SYSTÈME DE CONTRÔLE MOTEUR .....	147
FIGURE 5.3.1 – MOTEUR À ESSENCE .....	148
FIGURE 5.3.2 – PAPILLON MOTORISÉ .....	148
FIGURE 5.3.3 – STRUCTURE PHYSIQUE DU PAPILLON MOTORISÉ .....	150
FIGURE 5.3.4 – NON-LINÉARITÉS DU PAPILLON MOTORISÉ .....	150
FIGURE 5.3.5 – POSITION DU PAPILLON DE LA VANNE MOTORISÉE .....	151
FIGURE 5.4.1 – CHAÎNE D'ACQUISITION ET D'INSTRUMENTATION .....	152
FIGURE 5.4.2 – ALLURE DU COURANT AVEC UNE COMMANDE MLI .....	153
FIGURE 5.4.3 – COMMANDE PAR LE BIAIS D'UN PONT EN H .....	154
FIGURE 5.4.4 – CONTRÔLE EN BOUCLE FERMÉE AVEC UN PID .....	155
FIGURE 5.4.5 – BANC D'ESSAI DU PAPILLON MOTORISÉ .....	156
FIGURE 5.5.1 – COMMUTATION DE MODÈLES ET ZONES DE DÉFAUTS .....	160
FIGURE 5.5.2 – DÉTECTION DE DÉFAUTS ACTIONNEURS .....	161
FIGURE 5.5.3 – DÉTECTION DE DÉFAUTS SYSTÈMES .....	163
FIGURE 5.5.4 – DÉTECTION DE DÉFAUTS CAPTEURS .....	164
FIGURE B.1.1 – UNION DE DEUX ENSEMBLES $\mathbb{A}$ ET $\mathbb{B}$ .....	172
FIGURE B.1.2 – INTERSECTION DE DEUX ENSEMBLES $\mathbb{A}$ ET $\mathbb{B}$ .....	173
FIGURE B.1.3 – DIFFÉRENCE DE DEUX ENSEMBLES $\mathbb{A}$ ET $\mathbb{B}$ .....	173
FIGURE B.1.4 – COMPLÉMENTAIRE DE $\mathbb{A}$ DANS $\mathbb{E}$ .....	173

## LISTE DES TABLEAUX

TABLEAU 1.2.1 – RÉCAPITULATIF DES OPÉRATIONS ARITHMÉTIQUES ENTRE INTERVALLES .....	23
TABLEAU 3.1.1 – COMPARAISON DES OBSERVATEURS INTERVALLES ET À ÉTATS GARANTIS.....	105
TABLEAU 3.1.2 – AVANTAGES/INCONVÉNIENTS DE CHAQUE APPROCHE PAR INTERVALLES.....	106
TABLEAU 3.2.1 – AVANTAGES/INCONVÉNIENTS DE L’OBSERVATEUR DE LUENBERGER ENSEMBLISTE .....	114
TABLEAU 5.3.1 – ÉQUIVALENCE ENTRE TENSION, ANGLE ET POURCENTAGE D’OUVERTURE .....	152

## TABLE DES MATIÈRES

<b>INTRODUCTION GÉNÉRALE .....</b>	<b>13</b>
<b>CHAPITRE 1 .....</b>	<b>18</b>
<b>1. ANALYSE PAR INTERVALLES .....</b>	<b>19</b>
1.1 INTRODUCTION .....	19
1.2 ARITHMÉTIQUE DES INTERVALLES .....	20
1.2.1 Intervalles – Définition, caractérisation et opérations .....	21
1.2.1.1 Caractérisation d'un intervalle .....	22
1.2.1.2 Arithmétique des intervalles .....	23
1.2.2 Intervalles vectoriels .....	23
1.3 PESSIMISME .....	25
1.3.1 Effet de dépendance .....	25
1.3.2 Effet d'enveloppement .....	25
1.4 FONCTIONS D'INCLUSION .....	27
1.5 PAVAGE ET SOUS-PAVAGE .....	30
1.5.1 Image ensembliste .....	31
1.5.2 Inversion ensembliste .....	33
1.6 SATISFACTION DE CONTRAINTES .....	34
1.6.1 Problèmes de satisfaction de contraintes .....	35
1.6.2 Consistance locale et globale .....	36
1.6.3 Contracteurs .....	37
1.6.3.1 Contracteurs dans le cas linéaire .....	38
1.6.3.2 Contracteurs dans le cas non-linéaire .....	41
1.7 CONCLUSION .....	42
<b>CHAPITRE 2 .....</b>	<b>43</b>
<b>2. DIAGNOSTIC DES SYSTÈMES INCERTAINS .....</b>	<b>44</b>
2.1 INTRODUCTION .....	44
2.2 CONCEPTS GÉNÉRAUX DU DIAGNOSTIC .....	45
2.2.1 La redondance d'informations .....	45
2.2.1.1 Redondance matérielle .....	45
2.2.1.2 Redondance analytique .....	46
2.2.2 Procédure de diagnostic .....	47
2.2.2.1 Détection de défaut(s) .....	47
2.2.2.2 Isolation de défaut(s) .....	48
2.2.2.3 Identification de défaut(s) .....	48
2.2.3 Structure des défauts .....	48
2.2.4 Évolution des défauts .....	49
2.2.5 Natures des défauts .....	50
2.2.5.1 Défauts additifs .....	50
2.2.5.2 Défauts multiplicatifs .....	50
2.2.6 Types de défauts .....	51
2.2.6.1 Les défauts d'actionneurs .....	51

2.2.6.2	Les défauts systèmes.....	53
2.2.6.3	Les défauts de capteurs .....	53
2.3	DÉTECTION ROBUSTE DE DÉFAUTS.....	54
2.3.1	<i>Méthodes de génération des résidus</i> .....	54
2.3.1.1	Estimation paramétrique ensembliste .....	54
2.3.1.2	Simulation par intervalles .....	57
2.3.1.3	Estimation d'état par retour de sortie .....	61
2.3.1.4	Estimation d'état par prédiction/correction .....	63
2.3.1.5	Synthèse robuste de filtres .....	70
2.3.1.6	Espace de parité des systèmes incertains .....	73
2.3.2	<i>Tests de cohérence</i> .....	83
2.3.2.1	Tests de cohérences sur les variables internes .....	83
2.3.2.2	Tests de cohérences sur les variables externes.....	84
2.3.2.3	Tests de cohérence sur les résidus de parité .....	85
2.4	LOCALISATION DES DÉFAUTS DES SYSTÈMES INCERTAINS .....	86
2.4.1	<i>Analyse des résidus de parité</i> .....	87
2.4.1.1	Principe de la structuration des résidus .....	87
2.4.1.2	Résidus de parité des systèmes incertains .....	89
2.4.2	<i>Les bancs de filtres</i> .....	90
2.4.2.1	Structure dédiée d'observateurs (DOS) .....	90
2.4.2.2	Structure généralisée d'observateurs (GOS).....	91
2.5	ÉVALUATION D'UNE APPROCHE DE DIAGNOSTIC .....	91
2.5.1	<i>Notion de diagnostic robuste</i> .....	91
2.5.2	<i>Compromis « Robustesse/Coût »</i> .....	93
2.6	CONCLUSION.....	94
<b>CHAPITRE 3.....</b>		<b>96</b>
<b>3. STRATÉGIE DE DÉTECTION ROBUSTE DES DÉFAUTS .....</b>		<b>97</b>
3.1	INTRODUCTION.....	97
3.1.1	<i>Observateur d'état par retour de sortie</i> .....	97
3.1.1.1	Présentation de la méthode.....	98
3.1.1.2	Détection de défaut .....	100
3.1.2	<i>Estimateur d'état par prédiction/correction</i> .....	101
3.1.2.1	Présentation de la méthode.....	101
3.1.2.2	Détection de défauts.....	103
3.1.3	<i>Sensibilité des observateurs d'état par retour de sortie et par prédiction/correction</i> .....	104
3.1.4	<i>Avantages et inconvénients des observateurs d'état par retour de sortie et par prédiction/correction</i> .....	105
3.2	OBSERVATEUR DE LUENBERGER ENSEMBLISTE.....	106
3.2.1	<i>Problématique</i> .....	106
3.2.2	<i>Présentation de l'observateur</i> .....	107
3.2.2.1	Introduction .....	107
3.2.2.2	Détection de défauts.....	111
3.2.2.3	Convergence de l'observateur .....	113
3.2.3	<i>Avantages et inconvénients</i> .....	114
3.3	APPLICATION À UN SYSTÈME DE SUSPENSION ACTIVE .....	115
3.3.1	<i>Présentation du système</i> .....	115
3.3.2	<i>Modélisation de la suspension active</i> .....	115
3.3.3	<i>Résultats de simulations</i> .....	116

3.4	CONCLUSION .....	118
<b>CHAPITRE 4.....</b>		<b>119</b>
<b>4.</b>	<b>APPROCHE MULTIMODÈLE DES SYSTÈMES INCERTAINS .....</b>	<b>120</b>
4.1	INTRODUCTION .....	120
4.2	APPROCHE MULTIMODÈLE .....	120
4.2.1	<i>Structures multimodèle .....</i>	<i>122</i>
4.2.1.1	Structure couplée.....	122
4.2.1.2	Structure découplée.....	123
4.2.1.3	Structure hiérarchisée.....	124
4.2.2	<i>Obtention d'une structure multimodèle .....</i>	<i>125</i>
4.2.2.1	Multimodèle par linéarisation.....	125
4.2.2.2	Multimodèle par identification paramétrique .....	126
4.2.2.3	Multimodèle basé sur les secteurs de non-linéarités.....	128
4.3	APPROCHE MULTIMODÈLE BASÉE SUR DES SOUS-MODÈLES INCERTAINS .....	129
4.3.1	<i>Introduction .....</i>	<i>129</i>
4.3.2	<i>Modèle non-linéaire.....</i>	<i>130</i>
4.3.3	<i>Décomposition en un multimodèle linéaire .....</i>	<i>131</i>
4.3.4	<i>Pourquoi les multimodèles incertains ? .....</i>	<i>133</i>
4.3.4.1	Modèle physique non-linéaire certain .....	134
4.3.4.2	Approche multimodèle basée sur le modèle physique certain .....	135
4.3.4.3	Approche multimodèle basée sur un modèle paramétrique .....	137
4.3.4.4	Vers le multimodèle incertain .....	139
4.3.5	<i>Simulations basées sur l'approche multimodèle des systèmes incertains .....</i>	<i>140</i>
4.3.5.1	Présentation du multimodèle incertain .....	140
4.3.5.2	Résultats de simulations .....	140
4.4	CONCLUSION .....	143
<b>CHAPITRE 5.....</b>		<b>144</b>
<b>5.</b>	<b>APPLICATION À UN SYSTÈME MÉCATRONIQUE POUR L'AUTOMOBILE .....</b>	<b>145</b>
5.1	INTRODUCTION .....	145
5.2	CIRCUIT D'ADMISSION D'AIR .....	146
5.3	PAPILLON MOTORISÉ .....	147
5.3.1	<i>Présentation .....</i>	<i>147</i>
5.3.2	<i>Structure physique .....</i>	<i>149</i>
5.3.3	<i>Non-linéarités .....</i>	<i>150</i>
5.3.4	<i>Position du papillon .....</i>	<i>151</i>
5.4	CHAÎNE D'INSTRUMENTATION ET D'ACQUISITION .....	152
5.4.1	<i>Signal de commande MLI.....</i>	<i>153</i>
5.4.2	<i>Interface de puissance .....</i>	<i>153</i>
5.4.3	<i>Contrôle en boucle fermée.....</i>	<i>155</i>
5.4.4	<i>Système d'acquisition des données .....</i>	<i>156</i>
5.5	SIMULATIONS TEMPS-RÉEL .....	156
5.5.1	<i>Présentation .....</i>	<i>156</i>
5.5.2	<i>Choix des incertitudes et des défauts .....</i>	<i>157</i>
5.5.2.1	Incertitudes paramétriques et de mesure.....	158
5.5.2.2	Scénarios de défauts .....	159
5.5.2.3	Zones de défauts .....	160
5.5.3	<i>Résultats de simulation du multimodèle temps-réel .....</i>	<i>160</i>

5.5.3.1	Défauts d'actionneurs .....	161
5.5.3.2	Défauts de systèmes .....	162
5.5.3.3	Défauts de capteurs .....	163
5.6	CONCLUSION.....	164
<b>CONCLUSION GÉNÉRALE &amp; PERSPECTIVES .....</b>		<b>166</b>

## Introduction générale

Afin d'améliorer la compétitivité et la performance des systèmes industriels, des méthodes de surveillance ont vu le jour il y a une quarantaine d'années. Ces méthodes permettent de sécuriser les systèmes et surtout les personnes. Pour ce faire, nous nous sommes intéressés au diagnostic à base de modèle. Celui-ci repose sur la redondance analytique existante au sein même des équations mathématiques. Lorsque les paramètres du modèle, les perturbations externes et les bruits sont bien modélisés, on peut aboutir à un diagnostic d'un haut niveau de robustesse. On adopte généralement une procédure dite de bon fonctionnement s'appuyant sur la génération de résidus que l'on structure par la suite. Les défauts sont détectés en réalisant des tests de cohérence vérifiant l'adéquation des informations fournies par le modèle et par les capteurs. Une incohérence apparaît lorsque le résidu sort du voisinage de zéro – pour les méthodes à base d'observateurs (Luenberger 1964a), de filtres (Kalman 1960) ou d'espace de parité (E. Chow et A. Willsky 1984a) – ou lorsque les paramètres dérivent anormalement, pour les méthodes d'estimations paramétriques (Isermann 1984). Toute la problématique consiste à définir la plage (ou seuil) dans laquelle le défaut est considéré inexistant. Nous verrons par la suite comment les méthodes par intervalles (ou ensemblistes) gèrent ces seuils ou domaines de bon fonctionnement.

Dans ce mémoire, nous allons aborder la problématique du diagnostic robuste des systèmes incertains, c'est-à-dire un diagnostic qui prend en compte les incertitudes afin d'établir une détection de défaut garantie. En effet, dans des domaines industrielles de pointe tels que l'aéronautique et l'aérospatial, les

défauts doivent absolument être détectés ; la redondance matérielle est souvent la solution envisagée ; on ne peut se permettre de fonctionner avec des parties opératives défaillantes (Desai et al. 1976; Potter et Suman 1977). Il est alors primordial, pour ce type de systèmes industriels, que la détection de défaut soit garantie ; tous les composants ne devant pas être jugés défaillants au même moment à causes de fausses alarmes.

Pour réaliser un diagnostic robuste, il est nécessaire de caractériser les incertitudes. Des approches telles que le filtre de Kalman ont été introduites dans le passé afin de caractériser le bruit d'état (méconnaissances du modèle) et le bruit de mesure. Le filtre de Kalman permet de représenter de manière stochastique les bruits de mesure en ajoutant un terme additif ayant une certaine densité de probabilité. Cependant celui-ci possède ses propres limites car il prend seulement en compte les incertitudes additives et non les incertitudes multiplicatives. De plus, même si les bruits de mesures peuvent être relativement bien gérés par des méthodes stochastiques, les incertitudes paramétriques quant à elles, sont difficiles à décrire sous forme probabiliste car elles ne possèdent généralement pas une densité de probabilité stable. Il est alors préférable pour cela d'utiliser les méthodes déterministes telles que l'approche ensembliste qui considère les erreurs inconnues de manière bornées.

Pour atteindre cet objectif de robustesse, plusieurs approches ont été mises en œuvre. On peut les séparer en deux classes : l'approche active et l'approche passive (V. Puig et al. 2000).

L'approche active s'attache à rendre les résidus insensibles aux incertitudes par des méthodes de découplage (observateurs à entrées inconnues (JIE Chen et Zhang 1991), méthode d'assignation de structure propre (J. Chen et R. J. Patton 1999) et les équations de parité structurées (J. Gertler 1998)). L'inconvénient d'une telle approche est de ne pas prendre en compte l'information des paramètres incertains ; l'approche active en écartant les incertitudes, écarte par la même, l'information tel que leurs plages de variation (ou bornes).

L'approche passive, au contraire, conserve les incertitudes et toute l'information qu'elles contiennent et les propage sur les sorties du système. Cette

approche permet de générer de manière élégante les seuils de détection de défaut – traditionnellement définis par des lois statistiques – en générant une enveloppe dans laquelle une déviation est considérée comme normale et non comme un défaut. L'approche de l'espace de parité par intervalles a été explorée dans (Adrot et al. 2000, 2002) puis a été délaissée au profit des observateurs d'états garantis (Adrot et Ploix 2006). En effet, les observateurs d'états garantis offrent des perspectives intéressantes ayant suscitées l'intérêt de nombreux chercheurs de la communauté scientifique. Les observateurs d'états garantis ont été introduits dans (J.S. Shamma et E. Tu 1995; J.S. Shamma et K. Y. Tu 1997) et ont été utilisés plus tard à des fins de diagnostic par dans (P. Puig et al. 2002; V. Puig et al. 2005, 2008). D'autres chercheurs ont également utilisé les observateurs d'états garantis ; on peut citer parmi eux (Haimovich et al. 2004; Ragot et al. 2006; Raïssi et al. 2004; Wolff et al. 2008).

Le travail effectué dans ce mémoire s'appuie sur les approches passives de diagnostic et plus particulièrement sur les observateurs de types intervalles ou ensemblistes. La stratégie adoptée permet de prendre en compte les incertitudes multiplicatives résidant sur les paramètres du modèle ainsi que les incertitudes additives sur les bruits de mesure. Cette stratégie – appelée approche ensembliste, approche par intervalles ou encore approche bornante – utilise l'information contenue dans les bornes des incertitudes permettant ainsi une conception plus réaliste que les méthodes découlant du découplage des résidus.

Le mémoire est composé de cinq chapitres structurés de la manière suivante :

Le **premier chapitre** introduit la notion d'analyse par intervalles permettant la prise en compte des incertitudes dans des espaces bornés. L'analyse par intervalles est un outil de l'approche ensembliste ; elle permet de gérer efficacement les ensembles de manière approchée mais garantie. Elle fut d'abord introduite pour résoudre des problèmes d'imprécisions inhérentes au calcul informatique. Depuis, cette dernière a un champ d'application beaucoup plus large et est utilisée dans ce mémoire à des fins de diagnostic. Ce chapitre mérite toute son attention car il est nécessaire à la compréhension de la suite de ce

mémoire. Les opérateurs mathématiques ainsi que les fonctions usuelles sont redéfinies afin qu'elles s'adaptent à cette arithmétique particulière et les avantages ainsi que les inconvénients de l'analyse par intervalles sont présentés en détails.

Le **deuxième chapitre** de ce mémoire est consacré au diagnostic des systèmes incertains. Une introduction générale sur le principe du diagnostic est réalisée et quelques concepts généraux sont présentés. La littérature sur le diagnostic des systèmes certains étant suffisamment riche, nous nous focaliserons sur les méthodes de diagnostic permettant de prendre en considération les incertitudes paramétriques et de mesure. Les approches de diagnostic traditionnellement utilisées sont présentées dans un contexte incertain ; les méthodes d'estimation d'état par intervalles, d'estimation d'état garantis, de filtres robustes de diagnostic et d'espace de parité des systèmes incertains sont détaillées. Les tests de cohérence réalisés pour chacune des méthodes sont également présentés. Une application de l'espace de parité dans un cadre incertain viendra illustrer les tenants et aboutissants de telles méthodes de diagnostic.

Le **troisième chapitre** introduit la conception d'une nouvelle architecture d'observateurs combinant les avantages de deux méthodes de diagnostic développées dans des contextes différents, à savoir : l'observateur de Luenberger et l'estimateur d'état par prédiction/correction plus connu sous l'anglicisme "Set-Valued Observer, SVO". L'architecture d'observateurs développée et présentée dans ce mémoire est définie en détails. Les avantages et inconvénients des deux types d'observateurs qui composent cette nouvelle architecture sont discutés puis nos motivations qui ont permis l'émergence de cette architecture couplée d'observateurs sont argumentées. Cette nouvelle architecture est validée par une application industrielle de suspension active de véhicule.

Le **quatrième chapitre** introduit l'approche multimodèle des systèmes incertains. Cette approche permet de remplacer un modèle non-linéaire difficile à gérer par plusieurs modèles linéaires qui commutent. Cette approche est

détaillée d'une manière générale telle qu'elle est utilisée dans un contexte certain puis est présentée dans un contexte incertain. Des simulations sont présentées afin de montrer la pertinence d'une telle approche dans le cadre incertain, notamment dans la diminution du temps de calcul.

Enfin, le **cinquième chapitre** présente le banc d'essai utilisé pour valider nos résultats finaux. L'application est un système mécatronique d'automobile s'appelant « papillon motorisé » ; il permet de faire varier la quantité d'air entrant dans le circuit d'admission d'un moteur à essence. Ce système est représenté par un modèle non-linéaire qui est décomposé, grâce à l'approche multimodèle, en plusieurs sous-modèles linéaires. La validation des algorithmes de diagnostic développés dans cette thèse est réalisée en temps-réel sur un simulateur dSPACE®. Les résultats de simulations temps-réel sont présentés puis argumentés.

Ce mémoire s'achèvera par une conclusion générale permettant de résumer l'ensemble des travaux réalisés et des contributions apportées par ces travaux à l'ensemble de la communauté scientifique.

---

# Chapitre 1

*« Quel bonheur d'avoir un haut idéal moral et une forte passion scientifique vous évitant bien des tentations ou, plutôt, vous aidant à leur résister ! »*

*Théodore Monod*

## Sommaire

---

<b>1. ANALYSE PAR INTERVALLES .....</b>	<b>19</b>
1.1 INTRODUCTION .....	19
1.2 ARITHMÉTIQUE DES INTERVALLES .....	20
1.2.1 Intervalles – Définition, caractérisation et opérations .....	21
1.2.1.1 Caractérisation d'un intervalle .....	22
1.2.1.2 Arithmétique des intervalles .....	23
1.2.2 Intervalles vectoriels .....	23
1.3 PESSIMISME .....	25
1.3.1 Effet de dépendance .....	25
1.3.2 Effet d'enveloppement.....	25
1.4 FONCTIONS D'INCLUSION .....	27
1.5 PAVAGE ET SOUS-PAVAGE .....	30
1.5.1 Image ensembliste.....	31
1.5.2 Inversion ensembliste .....	33
1.6 SATISFACTION DE CONTRAINTES .....	34
1.6.1 Problèmes de satisfaction de contraintes.....	35
1.6.2 Consistance locale et globale.....	36
1.6.3 Contracteurs .....	37
1.6.3.1 Contracteurs dans le cas linéaire .....	38
1.6.3.2 Contracteurs dans le cas non-linéaire .....	41
1.7 CONCLUSION.....	42

---

# 1. ANALYSE PAR INTERVALLES

## 1.1 INTRODUCTION

L'analyse par intervalles fut initialement élaborée afin de représenter les erreurs numériques. En effet, avec l'essor de l'informatique dans les années 50, il a fallu palier au problème d'imprécisions des ordinateurs ; ces derniers utilisant des nombres réels finis. Par exemple, la division  $2/3 = 0,666 \dots$  ne peut être définie de manière exacte par un ordinateur ; les opérations réalisées sont alors imprécises. Une manière plus juste est de considérer les incertitudes dans des intervalles. La division précédente peut alors être représentée par un encadrement de sa valeur exacte sous forme de bornes, tel que  $2/3 \in [0,66666, 0,66667]$ .

Depuis l'apparition de l'analyse par intervalles, de nombreuses applications ont pu tirer profit de cette arithmétique. On la retrouve dans la résolution numérique de problèmes d'optimisation globale, de satisfactions de contraintes, d'estimation de paramètres, etc. Dans ces applications, l'analyse par intervalles permet de fournir de manière rigoureuse les enveloppes des solutions. En effet, les paramètres des modèles mathématiques varient sous l'influence de perturbations extérieures. La plage de variation de ces paramètres est dans la majorité des cas connue. Par exemple, les constructeurs sont en mesure de fournir la tolérance de leurs résistances ce qui permet, grâce à l'analyse par intervalles, de modéliser leurs variations de manière naturelle par des bornes. On obtient donc un modèle plus proche de la réalité car aucune variable stochastique n'est introduite ; la répartition des valeurs est supposée uniforme.

L'implémentation de l'analyse par intervalles est possible sous l'environnement Matlab<sup>®</sup> en utilisant la boîte à outils dénommée INTLAB (INTerval LABoratory) développée dans (Rump 2006). L'analyse par intervalles est un outil du calcul ensembliste dont les propriétés sont définies en annexes.

## 1.2 ARITHMÉTIQUE DES INTERVALLES

Dans ce mémoire, l'arithmétique par intervalles détiendra une place de choix puisqu'elle est utilisée dans l'implémentation des algorithmes de diagnostic. En effet, dans le cas du diagnostic avec modèle, les signaux d'entrées délivrés par les actionneurs, les signaux de sortie relevés par les capteurs ainsi que les variables du système sont entachés d'incertitudes. Un actionneur peut par exemple délivrer un signal biaisé. De même le capteur peut délivrer une mesure biaisée ou fortement bruitée. Enfin, les composants du système sont soumis aux influences extérieures ce qui rend parfois le modèle caduc lorsqu'il est utilisé à des fins de diagnostic.

Ces différents problèmes soulevés ont permis l'émergence d'une variété de méthodes permettant de contrer ces effets néfastes. Parmi elles, nous pouvons citer : les distributions probabilistes, les nuages de points, etc. Mais ces méthodes ne tirent pas profit de certaines informations connues – telles que la précision des capteurs – qui pourraient être modélisées par des bornes.

Ainsi, c'est de manière naturelle que l'arithmétique par intervalles a trouvé sa place au sein de la communauté scientifique s'intéressant aux méthodes de diagnostic.

L'arithmétique par intervalles fut introduite dans (R. Moore et CT Yang 1959) et (Sunaga 1958). Cette arithmétique a pour but de garantir les résultats d'un calcul en recherchant l'intervalle contenant le résultat réel ; un encadrement de la solution est recherché avec une précision suffisante.

Parfois les erreurs d'arrondi, lorsqu'un grand nombre de calcul est réalisé, viennent fausser le résultat final. C'est pourquoi l'arithmétique par intervalles a été introduite. En effet, seule cette dernière est capable de répondre à des critères de fiabilité et de robustesse.

De nombreuses applications liées à l'automatique ont tiré profit de l'analyse par intervalles :

- commande : (Vinas et al. 2006), (Lydoire et Poignet 2005), (Moreno et Osorio 2008), (Efimov et al. 2013);

- estimation d'état : (Bernard et J. L. Gouzé 2002) , (Raïssi 2004), (Videau 2009),(Efimov et al. 2012);
- estimation paramétrique : (Chandrasekaran et al. 1998), (Ben-Haim 2007),(Efimov et al. 2011) ;
- détection de défauts : (Adrot et Ploix 2006),(Adrot et Flaus 2008), (Quevedo et al. 2009), (Blesa et al. 2009), (Seydou et al. 2012);
- localisation de défauts : (W. Chen et Saif 2005), (W. Chen et Saif 2007), (Ferrari et al. 2008), (Alcaraz-González et al. 2012).

Bien que possédant des propriétés intéressantes, l'arithmétique par intervalles possède son lot d'inconvénients. Parmi eux, on peut citer la lenteur de calcul et le conservatisme des bornes engendrant une imprécision sur le résultat exact. Ce dernier point doit donc mener à une grande vigilance lors de la conception d'algorithmes basés sur l'arithmétique par intervalles ; les calculs doivent être réalisés de telle sorte que le résultat final se situe dans un encadrement minimal.

Le lecteur pourra trouver de plus amples détails dans les ouvrages de références de Moore ainsi que celui de Neumaier (R. E. Moore 1966; Neumaier 1990). Plus récemment, Jaulin *et al.* ont publié un ouvrage dédié à l'analyse par intervalles et ses applications (Luc Jaulin et al. 2001). De plus, le lecteur pourra s'intéresser aux articles de références de Warmus ainsi que celui de Moore *et al.* (R. E. Moore et Bierbaum 1979; Warmus 1956). Enfin, un historique de l'arithmétique par intervalles a été réalisé dans (Hayes 2003).

Soulignons que l'arithmétique par intervalles n'est pas la seule alternative aux systèmes probabilistes. Il existe de nombreuses autres méthodes bien que moins communes telles que : les ellipsoïdes (Becis-Aubry et al. 2011), les zonotopes (Blesa et al. 2010), (Alamo et al. 2005a), etc.

### 1.2.1 Intervalles – Définition, caractérisation et opérations

Un intervalle réel est un sous-ensemble connexe, borné et fermé de  $\mathbb{R}$ . L'ensemble des intervalles réels de  $\mathbb{R}$  est noté  $\mathbb{I}\mathbb{R}$ . Un intervalle d'une variable  $x$  est noté  $[x]$  tel que :

$$[x] = [\underline{x}, \bar{x}] = \{x \in \mathbb{R} \mid \underline{x} \leq x \leq \bar{x}\} \quad (1.2.1)$$

où  $\underline{x}$  et  $\bar{x}$  sont respectivement les bornes inférieure et supérieure.

Par exemple,  $[a, b]$  est un intervalle fermé. En revanche,  $]a, b[$ ,  $]a, +\infty[$ ,  $]-\infty, b[$  et  $]-\infty, +\infty[$  sont des intervalles dits ouverts. Un intervalle dont les bornes inférieure et supérieure sont égales  $\underline{x} = \bar{x}$  est dit dégénéré dans ce cas  $[x] \in \mathbb{R}$ .

### 1.2.1.1 Caractérisation d'un intervalle

Un intervalle peut être caractérisé de différentes manières : par ses bornes comme présenté dans l'équation (1.2.1) ou par son centre et son rayon. Les notations anglaises étant d'usage courant dans la communauté scientifique, nous utiliserons les fonctions  $\text{mid}$ ,  $\text{rad}$ , et  $\text{diam}$  pour spécifier respectivement le centre, le rayon et la largeur.

Soit  $[a] \in \mathbb{IR}$ , les bornes inférieure et supérieure, le centre, le rayon et la largeur d'un intervalle sont définis comme tels :

- **borne inférieure** :  $\inf([a]) = \underline{a}$  ;
- **borne supérieure** :  $\sup([a]) = \bar{a}$  ;
- **centre** (ou point milieu) :  $\text{mid}([a]) = \frac{1}{2}(\bar{a} + \underline{a})$  ;
- **rayon** :  $\text{rad}([a]) = \frac{1}{2}(\bar{a} - \underline{a})$  ;
- **largeur** (ou diamètre) :  $\text{diam}([a]) = \bar{a} - \underline{a} = 2 \times \text{rad}([a])$ .

La Figure 1.2.1 représente les différentes caractéristiques d'un intervalle citées ci-dessus :

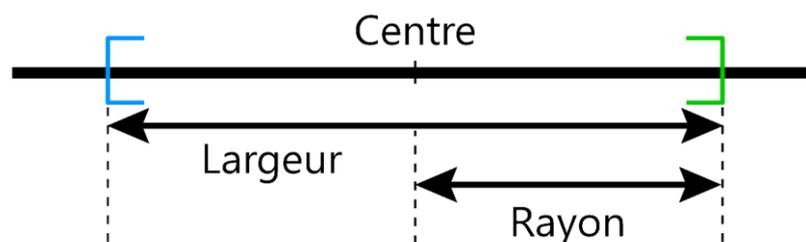


Figure 1.2.1 – Représentation d'un intervalle et de ses caractéristiques

### 1.2.1.2 Arithmétique des intervalles

L'arithmétique classique des nombres réels est transposée naturellement aux intervalles. Puisqu'un intervalle est défini par sa borne supérieure et inférieure alors, les opérations arithmétiques entre intervalles sont réalisées en travaillant sur leurs bornes. Soient un opérateur élémentaire  $\circ \in \{+; -; *; /\}$  et deux intervalles  $[a], [b] \in \mathbb{IR}$ . L'opération arithmétique entre ces deux intervalles est définie tel que :

$$[a] \circ [b] = \{a \circ b \mid a \in [a], b \in [b]\} \quad (1.2.2)$$

Il faut noter cependant un cas particulier : celui de la division lorsque  $0 \in [b]$ . Dans ce cas, le résultat est défini par la réunion de deux intervalles.

Le Tableau 1.2.1 représente les différents résultats de l'opération définie par la relation (1.2.2) :

$[a] + [b] =$	$[\underline{a} + \underline{b}, \bar{a} + \bar{b}]$	
$[a] - [b] =$	$[\underline{a} - \bar{b}, \bar{a} - \underline{b}]$	
$[a] \times [b] =$	$[\min(\underline{a}\underline{b}, \underline{a}\bar{b}, \bar{a}\underline{b}, \bar{a}\bar{b}), \max(\underline{a}\underline{b}, \underline{a}\bar{b}, \bar{a}\underline{b}, \bar{a}\bar{b})]$	
$[a]/[b] =$	$[a] \times \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ \bar{b} & \underline{b} \end{bmatrix}$	si $0 \notin [b]$
$=$	$[a] \times \begin{bmatrix} 1 & +\infty \\ \bar{b} & \end{bmatrix}$	si $\underline{b} = 0$ et $\bar{b} > 0$
$=$	$[a] \times \begin{bmatrix} -\infty & 1 \\ \end{bmatrix}$	si $\underline{b} < 0$ et $\bar{b} = 0$
$=$	$] -\infty, +\infty [$	si $\underline{b} < 0$ et $\bar{b} > 0$
$=$	$\emptyset$	si $[b] = [0, 0]$

Tableau 1.2.1 – Récapitulatif des opérations arithmétiques entre intervalles

### 1.2.2 Intervalles vectoriels

Les intervalles, tout comme les nombres réels, peuvent être contenus dans un vecteur. Appelé vecteur d'intervalles (ou encore pavé ou boîte) de dimension  $n$ ,

ce vecteur est défini sur un ensemble noté  $\mathbb{I}\mathbb{R}^n$ . Les fonctions élémentaires définies pour les intervalles sont également définies pour les vecteurs d'intervalles.

$$[a] = [\underline{a}_1, \overline{a}_1] \times \dots \times [\underline{a}_n, \overline{a}_n] = [a_1] \times \dots \times [a_n] = ([a_1], \dots, [a_n])^T \quad (1.2.3)$$

Un pavé peut être représenté par un rectangle dans un espace à trois dimensions lorsque  $n = 3$ , comme représenté Figure 1.2.2 :

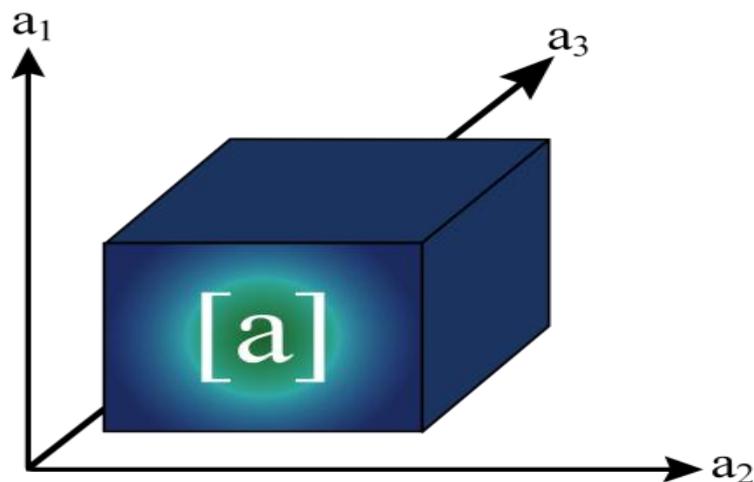


Figure 1.2.2 – Pavé de dimension 3

La définition du centre, de la largeur et du rayon d'un vecteur ou d'une matrice se fait composante par composante.

Soit  $[a] \in \mathbb{I}\mathbb{R}^n$ , les propriétés caractérisant les pavés de dimension  $n$ , sont définies comme tels :

- **borne inférieure** :  $\inf([a]) = (\underline{a}_1, \underline{a}_2, \dots, \underline{a}_n)^T$  ;
- **borne supérieure** :  $\sup([a]) = (\overline{a}_1, \overline{a}_2, \dots, \overline{a}_n)^T$  ;
- **centre** (ou point milieu) :  $\text{mid}([a]) = (\text{mid}([a_1]), \text{mid}([a_2]), \dots, \text{mid}([a_n]))^T$  ;
- **rayon** :  $\text{rad}([a]) = (\text{rad}([a_1]), \text{rad}([a_2]), \dots, \text{rad}([a_n]))^T$  ;
- **largeur** (diamètre) :  $\text{diam}([a]) = (\text{diam}([a_1]), \text{diam}([a_2]), \dots, \text{diam}([a_n]))^T$  .

## 1.3 PESSIMISME

### 1.3.1 Effet de dépendance

L'effet de dépendance est un phénomène particulier de l'analyse par intervalles. Les opérations réalisées sur un même intervalle peuvent donner des effets inattendus. Pour expliquer ce phénomène, reprenons la définition des opérations arithmétiques ensemblistes.

Soit un intervalle non dégénéré  $[a] = [\underline{a}, \bar{a}]$  et une opération  $\circ \in \{+; -; \times; \div\}$ . Une opération arithmétique ensembliste faisant intervenir le même intervalle  $[a]$  plusieurs fois dans la même opération, conduit à une surestimation du domaine de solutions, ce qui peut se traduire par la relation suivante :

$$[a] \circ [a] = \{a \circ b \mid a \in [a], b \in [a]\} \quad (1.3.1)$$

On remarque que la relation (1.3.1), considère que les variables  $a$  et  $b$  sont indépendantes ce qui n'est pas le cas ici. Cette singularité est due au phénomène dit de dépendance (R. E. Moore 1966).

#### Exemple 1.3.1

Soit  $[a] = [-1, 5]$ , nous obtenons selon l'équation (1.3.1) :

$$[a] - [a] = [-1, 5] - [-1, 5] = [-6, 6] \neq \{0\}$$

On observe donc que la simple opération de soustraction est pessimiste si le nombre d'occurrence d'une même variable est multiple. Il en va de même pour les différentes opérations  $\circ \in \{+; -; \times; \div\}$ . Le nombre d'occurrence d'une variable est primordial ; moins la variable apparaît dans une opération plus l'encadrement est proche de l'encadrement exact. Il est par exemple préférable d'évaluer la fonction  $[a^2] = \{a^2 \mid a \in [a]\}$  plutôt que la fonction  $\{a * a \mid a \in [a]\}$ .

### 1.3.2 Effet d'enveloppement

L'effet d'enveloppement caractérise le phénomène qui entraîne une surestimation des bornes de l'espace étudié. Ce phénomène est d'autant plus

problématique qu'il est cumulatif. Dans le cas des systèmes récurrents, on obtient par exemple, itération après itération, un encadrement toujours grandissant des bornes. Si l'on considère l'estimation des états d'un système, ce phénomène conduit à l'explosion des bornes représentant les états. La Figure 1.3.1 représente parfaitement la divergence des états caractérisant l'effet d'enveloppement.

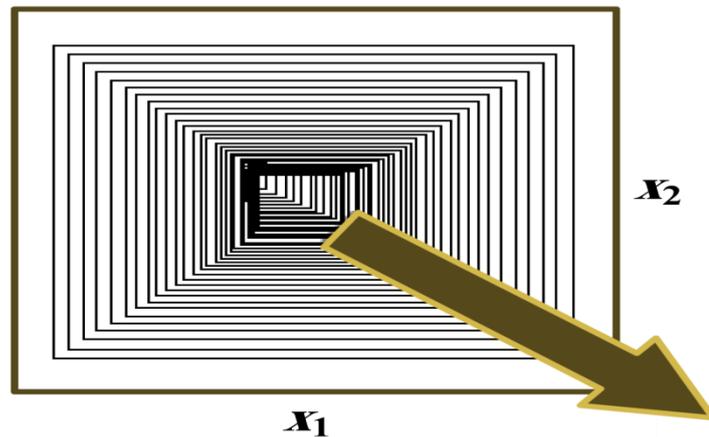


Figure 1.3.1 – Estimation d'état avec effet d'enveloppement

La raison de ce phénomène est la représentation des ensembles par un pavé (ou vecteur d'intervalles). L'exemple qui va suivre montre cet effet délétère que comporte un encadrement sous forme de pavés.

### Exemple 1.3.2

Soient une matrice  $[A]$  et un vecteur  $[x]$  définis par :

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}, [x] = \begin{pmatrix} [-1, 2] \\ [1, 3] \end{pmatrix}$$

Lorsque l'on évalue le pavé  $[y] = A[x]$  on obtient :

$$A[x] = \begin{pmatrix} [-1, 7] \\ [3, 9] \end{pmatrix}$$

Le pavé obtenu est une surestimation de la fonction  $y$ . En effet, l'ensemble exact  $\mathbb{B} = \{Ax \mid x \in [x]\}$  est inscrit dans un parallélogramme avec  $\mathbb{B} \subset [y]$ . Le pavé  $[y]$  introduit donc bien un pessimisme comme représenté Figure 1.3.2.

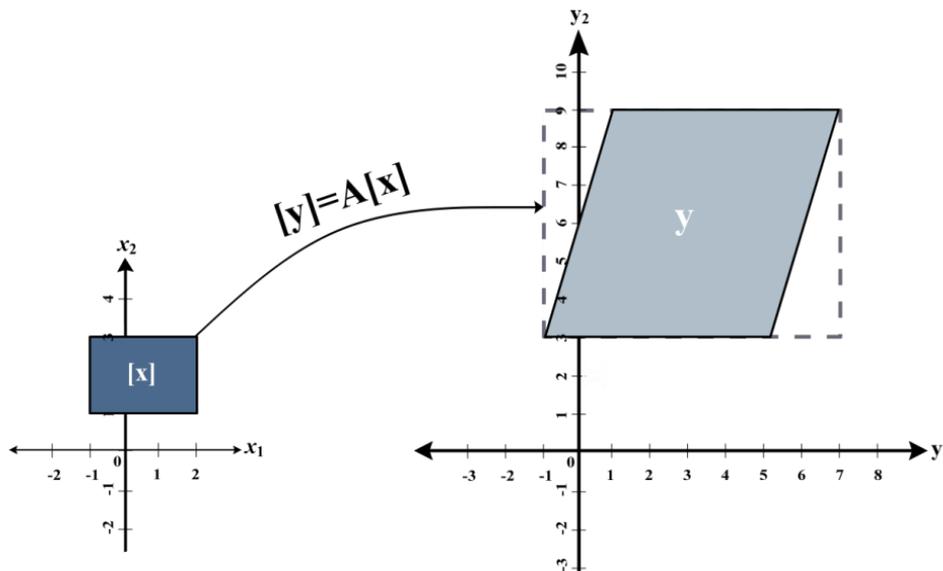


Figure 1.3.2 – Encadrement sous forme de pavés

## 1.4 FONCTIONS D'INCLUSION

Soit une fonction  $f$  d'un vecteur  $x$  définie sur un domaine  $\mathbb{D} \subset \mathbb{R}^{n_x} \rightarrow \mathbb{R}^{n_y}$ . Cette définition est étendue à une fonction  $f$  d'un pavé réel  $[x]$  :

$$f([x]) = \{f(x) \mid x \in [x]\} \quad (1.4.1)$$

Le résultat de cette fonction donne un ensemble où toutes les valeurs prises par  $f$  sur le pavé  $[x]$  sont contenues. Le résultat n'est pas toujours un pavé mais forme un ensemble. En revanche, le pavé encadrant cet ensemble est obtenu en calculant la fonction d'inclusion de  $f$  que l'on note  $[f]$ . Cette dernière est définie comme une fonction de  $\mathbb{I}\mathbb{R}^{n_x}$  dans  $\mathbb{I}\mathbb{R}^{n_y}$  :

$$f([x]) \subset [f]([x]), \forall [x] \subset \mathbb{D} \quad (1.4.2)$$

L'encadrement réalisé par la fonction d'inclusion n'est généralement pas minimal et dépend fortement de la manière dont  $f$  est écrite.

### Exemple 1.4.1

Soit  $f$  une fonction de  $x \in [x]$  écrite de quatre manières différentes :

$$f_1(x) = x(1 - x)$$

$$f_2(x) = x - x^2$$

$$f_3(x) = x - x \times x$$

$$f_4(x) = \frac{1}{4} - \left(x - \frac{1}{2}\right)^2$$

Pour  $x = [-2, 2]$ , on obtient :

$$[f_1]([x]) = [x](1 - [x]) = [-6, 6]$$

$$[f_2]([x]) = [x] - [x]^2 = [-6, 2]$$

$$[f_3]([x]) = [x] - [x] \times [x] = [-6, 6]$$

$$[f_4]([x]) = \frac{1}{4} - \left([x] - \frac{1}{2}\right)^2 = \left[-6, \frac{1}{4}\right]$$

On remarque que la manière dont on écrit les fonctions a une influence sur la taille des bornes. La Figure 1.4.1 reflète les résultats obtenus. On note une grande variation entre l'intervalle  $[-6, 6]$  et l'intervalle  $\left[-6, \frac{1}{4}\right]$ .

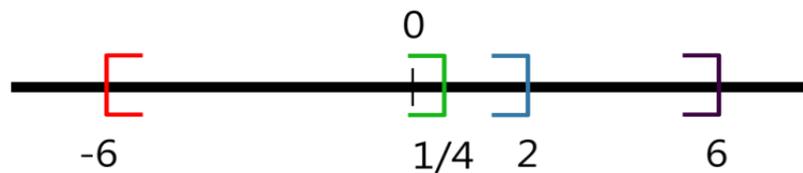


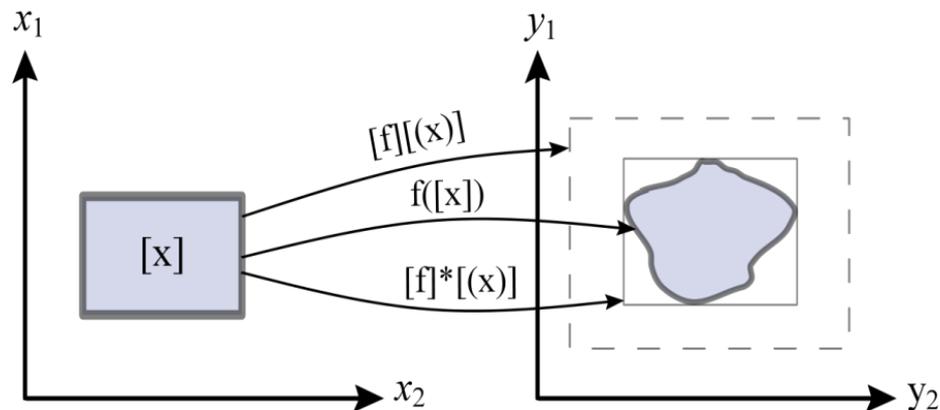
Figure 1.4.1 – Taille des intervalles selon l'écriture de la fonction

L'exemple précédent permet de voir que contrairement aux fonctions basées sur des nombres réels, les fonctions basées sur les intervalles nécessitent une précaution particulière lors de leur mise en œuvre afin de ne pas surestimer les bornes. Pour cela, il faut trouver la fonction d'inclusion la moins pessimiste, c'est-à-dire celle qui donne l'encadrement le plus proche de celui de la fonction réelle, ce qui se traduit par  $([f]([x]) - f([x]))$  le plus petit possible. Lorsque la fonction d'inclusion  $[f]([x])$  représente l'encadrement minimal de la fonction  $f([x])$ , on dit que celle-ci est minimale et on la note par  $[f]^*([x])$ . Si la fonction ne comporte qu'un seul intervalle alors la fonction d'inclusion minimale est directement obtenue.

La Figure 1.4.2 présente la fonction  $f([x])$  ainsi que sa fonction d'inclusion et sa fonction d'inclusion minimale.

Plusieurs types de fonctions d'inclusion existent, elles permettent de déterminer au mieux l'encadrement de la fonction même si elles sont bien souvent pessimistes. Parmi elles, on peut citer :

- la **fonction d'inclusion naturelle** : Elle s'obtient en remplaçant chaque variable réelle  $x_i$  par son intervalle  $[x_i]$  et en remplaçant les opérateurs arithmétiques classiques par les opérateurs redéfinis pour les intervalles ;



**Figure 1.4.2 – Évaluation d'une fonction d'inclusion non minimale et d'une fonction d'inclusion minimale**

- la **fonction d'inclusion moyenne** : Soient une fonction  $f : \mathbb{D} \subset \mathbb{R}^{n_x} \rightarrow \mathbb{R}^{n_y}$ , un pavé  $[x_0] \subset \mathbb{D}$  et un point  $x \in [x]$ . D'après le théorème de Taylor, il existe un scalaire  $\xi \in [0, 1]$  tel que :

$$[f_m]([x]) \triangleq f(x_0) + [J_f]([x])([x] - x_0) \quad (1.4.3)$$

où  $[J_f]$  est une fonction d'inclusion de  $J_f$  ;

- la **fonction d'inclusion pente** : Les fonctions pentes sont généralement considérées meilleures que les fonctions moyennes. Leur forme générale est définie dans la littérature (Hansen et Walster 1992) telles que :

$$f([x]) \triangleq f(x_0) + [g]([x] - x_0) \quad (1.4.4)$$

où  $[g]$  représente la fonction d'inclusion de la fonction "pente" mais qui contrairement à la fonction d'inclusion moyenne n'est pas forcément équivalente à la jacobienne de  $f$  ;

- la **fonction d'inclusion de Taylor** : Un type de fonction plus général existe : les fonctions d'inclusion de Taylor (Neumaier 2003). Elles constituent une généralisation de la fonction d'inclusion moyenne mais à un ordre plus élevé. L'expression (1.4.5) représente une fonction d'inclusion de Taylor d'ordre 2 :

$$[f_T]([x]) \triangleq f(x_0) + J_f(x_0)([x] - x_0) + \frac{1}{2}([x] - x_0)^T [H_f]([x])([x] - x_0) \quad (1.4.5)$$

avec  $J_f$  la jacobienne de la fonction  $f$  et  $H_f$  son Hessian.

Les fonctions d'inclusion engendrent du pessimisme, c'est-à-dire une surestimation de l'ensemble recherché, ce qui est un problème récurrent des méthodes par intervalles. Il convient donc d'étudier la convergence des fonctions d'inclusion. Pour cela, la notion d'ordre de convergence d'une fonction d'inclusion a été introduite dans (R. E. Moore et Bierbaum 1979).

#### Définition 1.4.1

**Ordre de convergence** : Soient  $f : \mathbb{R}^{n_x} \rightarrow \mathbb{R}^{n_y}$  et  $[f]$  sa fonction d'inclusion. L'ordre de convergence de  $[f]$  est défini par le plus grand entier  $\alpha$ , tel que :

$$\exists \beta > 0 \mid \text{diam}([f]([x])) - \text{diam}(f([x])) \leq \beta \text{diam}([x])^\alpha \quad (1.4.6)$$

#### Remarque :

L'ordre de convergence d'une fonction d'inclusion minimale est infini, celui d'une fonction d'inclusion naturelle est au minimum linéaire  $\alpha \geq 1$  et enfin l'ordre de convergence d'une fonction d'inclusion moyenne, à pente, ou de Taylor est au minimum quadratique  $\alpha \geq 2$ .

## 1.5 PAVAGE ET SOUS-PAVAGE

Comme nous l'avons vu, l'inconvénient de l'analyse par intervalles est le pessimisme qu'elle entraîne ; le phénomène de dépendance et d'enveloppement engendrent de fortes surestimations du domaine exact recherché. Une méthode parmi d'autres est d'utiliser des sous-pavés, c'est-à-dire de découper un pavé initial en plusieurs pavés et de calculer le domaine recherché en fonction de

chacun des pavés pris indépendamment. De cette manière, l'ensemble calculé est d'autant plus proche du domaine exact que le nombre de pavés est grand.

L'inconvénient du sous-pavage est son coût de calcul. Un dilemme apparaît donc ; celui de la précision/coût. Plus on veut être proche du domaine exact, plus on doit couper le pavé en un grand nombre de sous-pavés et par conséquent plus le temps de calcul augmente. Des algorithmes ont été développés pour réduire ce coût de calcul dans (Luc Jaulin et al. 2001). Une représentation de cette méthode de pavage et sous-pavage régulier est donnée par la Figure 1.5.1.

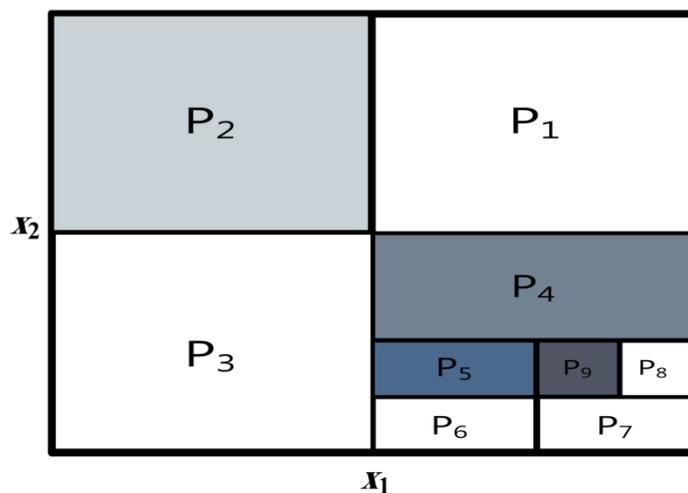


Figure 1.5.1 – Partitionnement en sous-pavés réguliers

Ce partitionnement en sous pavé a été développé dans deux algorithmes distincts permettant de calculer l'image ensembliste (M. Kieffer et al. 1998) et l'inversion ensembliste d'une fonction (L. Jaulin et E. Walter 1993).

### 1.5.1 Image ensembliste

L'image ensembliste, également appelée « image directe » permet comme son nom l'indique d'obtenir l'image d'une fonction sous forme d'un ensemble de sous-pavés réunis. L'algorithme développé dans (M. Kieffer et al. 1998) porte le nom de « ImageSp (Image Subpaving). » Une boîte à outils a été développée à cet effet (Tornil-Sin et al. 2010).

**Définition 1.5.1**

Soient une fonction  $f$  et un pavé  $[x]$ . On définit par  $[x_i]$  les sous-pavés de  $[x]$  tel que :

$$[x] = \bigcup_{i=1}^n [x_i] \quad (1.5.1)$$

De même, évaluer la fonction  $f([x])$  revient à évaluer  $f$  sur chacun des sous-pavés  $[x_i]$  :

$$f([x]) = \bigcup_{i=1}^n f([x_i]) \quad (1.5.2)$$

On définit alors l'ensemble  $\mathbb{S}$  solution de l'image directe par :

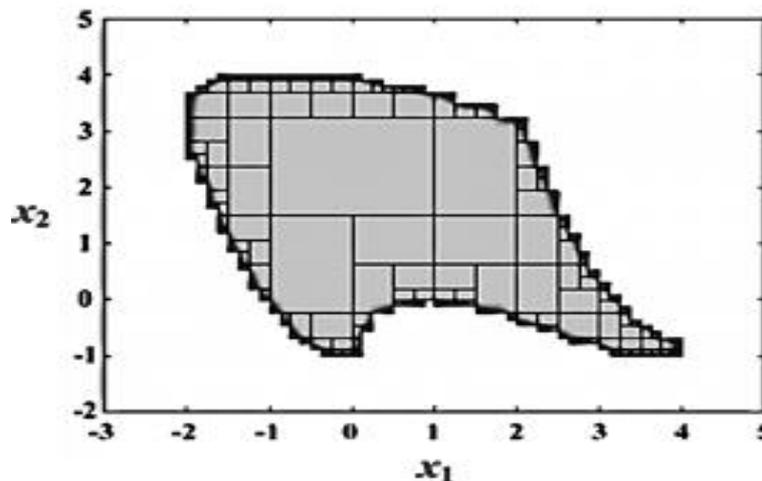
$$\mathbb{S} = \{f([x]) \mid x \in \mathbb{X}\} \quad (1.5.3)$$

**Exemple 1.5.1**

Soit la fonction  $f$  définie telle que :

$$f(x) = [(x_1 - 1)^2 + x_2 - 1, -(x_1)^2 + (x_2 - 1)^2]$$

où  $x = \{x_1, x_2 \mid x_1 \in [-1, 1], x_2 \in [-1, 1]\}$  et  $y = f(x) = \{y_1, y_2\}$ .



**Figure 1.5.2 – Évaluation de la fonction  $f(x)$  par l'algorithme ImageSp**

L'évaluation de cette fonction par l'algorithme ImageSp donne la Figure 1.5.2. On note que l'algorithme définit de manière relativement précise les contours de la fonction  $f$ . On remarque que l'algorithme de par sa conception sélectionne les

pavés à découper de manière à être plus précis sur les contours de la fonction. L'évaluation de cette fonction a demandé 28 secondes, à un ordinateur double-cœur de 2.2 GHz, pour déterminer tous les sous-pavés.

## 1.5.2 Inversion ensembliste

L'inversion ensembliste également appelée « image indirecte » permet, contrairement à l'image ensembliste, la recherche du domaine d'appartenance d'une variable avec pour contrainte la fonction dans laquelle elle se trouve. L'algorithme développé dans (L. Jaulin et E. Walter 1993) porte le nom de « SIVIA (Set Inversion Via Interval Analysis). » Là encore l'algorithme SIVIA a été développé à cet effet dans une boîte à outils (Tornil-Sin et al. 2010).

### Définition 1.5.2

Soit l'équation  $f(x) \in [y]$ , l'ensemble de solutions  $\mathbb{S}$  est donné par :

$$\mathbb{S} = \{x \in \mathbb{X} \mid f(x) \in [y]\} \quad (1.5.4)$$

Cet ensemble est généralement présenté sous la forme suivante :

$$\mathbb{S} = f^{-1}([y]) \cap \mathbb{X} \quad (1.5.5)$$

La relation (1.5.5) est un problème d'inversion ensembliste. L'algorithme SIVIA, permet de résoudre les systèmes non-linéaires, en recherchant une approximation de l'ensemble de solutions  $\mathbb{S}$ .

### Exemple 1.5.2

Soit une fonction  $f$  définie par :

$$f(x, y) = x^2 + y^2$$

où  $x = \{x_1, x_2\}$  et  $y \in [1, 2]$ .

L'inversion de cette fonction par l'algorithme SIVIA donne la Figure 1.5.3.

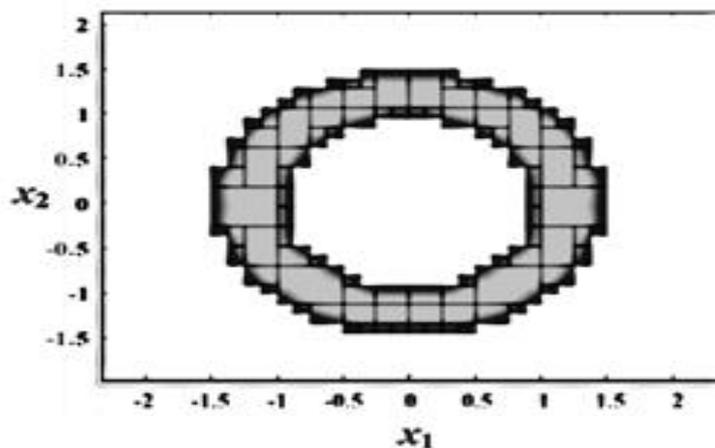


Figure 1.5.3 – Inversion de la fonction  $f$  par l'algorithme SIVIA

On note que l'algorithme SIVIA arrive à donner une très bonne approximation de ce qui devrait être un anneau contenant toutes les valeurs de la variable  $x$ . L'inversion de cette fonction a demandé 1,7 secondes d'exécution sur un ordinateur double-cœur de 2.2 GHz.

## 1.6 SATISFACTION DE CONTRAINTES

La résolution de l'inversion ensembliste  $S = f^{-1}([y]) \cap \mathbb{X}$  est un problème NP-Difficile (NP, Nondeterministic Polynomial time). Le nombre d'éléments à explorer dans l'espace de recherche d'un problème NP-Difficile est de l'ordre de  $2^n$ , où  $n$  est le niveau de décomposition des sous-pavés. On constate que même si  $n$  est petit, le nombre de sous-pavés  $2^n$  est très grand. Par exemple, pour un niveau de décomposition de trois, on obtient  $2^3 = 8$  sous-pavés. En effet, le pavé est d'abord coupé en deux sous-pavés, qui ensuite sont à leur tour coupés en deux ce qui donne quatre sous-pavés, qui à leur tour sont à nouveau coupés en deux ce qui donne au final les huit sous-pavés.

L'algorithme SIVIA, auquel est ajouté la méthode de partitionnement de pavé, ne permet pas de résoudre les systèmes de plus de deux ou trois variables ; le temps de calcul augmentant de manière exponentielle. Pour dépasser cette limite, l'idée a été de réduire les domaines des variables à l'aide d'outils appelé contracteurs. Ces derniers se basent sur le principe de consistance (Waltz 1972),

(Cleary 1987). Les contracteurs les plus utilisés dans le cas linéaire et non-linéaire sont présentés dans les sections qui suivent.

### 1.6.1 Problèmes de satisfaction de contraintes

Une contrainte est définie par une équation linéaire ou non linéaire, par une inéquation, par une équation différentielle ou encore par une équation aux dérivées partielles. Dans la suite, seules les contraintes statiques linéaires sont étudiées.

#### Définition 1.6.1

**Contrainte :** Une contrainte est une expression de la forme  $f_j(x) = 0$  :

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} f_1(x_1, x_2, \dots, x_n) = 0 \\ \vdots \\ f_j(x_1, x_2, \dots, x_n) = 0, n \leq m \\ \vdots \\ f_m(x_1, x_2, \dots, x_n) = 0 \end{cases} \quad (1.6.1)$$

où  $f : \mathbb{X}_0 \subset \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^m$ , le vecteur des variables  $x_j$ , est  $x = (x_1, x_2, \dots, x_n)^T$  et le domaine initial de recherche des variables est  $\mathbb{X}_0$ .

Cette contrainte  $\mathbb{C}_j$  définit un sous-ensemble  $\mathbb{C}_j$  de  $\mathbb{R}^n$ :

$$\mathbb{C}_j = \{x \in \mathbb{R}^n \mid f_j(x) = 0\} \quad (1.6.2)$$

La recherche de l'ensemble de toutes les solutions du système d'équations (1.6.1) contenues dans l'espace de recherche initial  $\mathbb{X}_0$  est un problème de satisfaction de contraintes ou CSP (Constraint Satisfaction Problem) que l'on note  $\mathcal{H}$  :

$$\mathcal{H}: (f(x) = 0, x \in \mathbb{X}_0) \quad (1.6.3)$$

On définit l'ensemble solution du CSP  $\mathcal{H}_j : (f_j(x) = 0, x \in \mathbb{X}_0)$  par :

$$\mathbb{S}_j \triangleq \mathbb{C}_j \cap \mathbb{X}_0 \quad (1.6.4)$$

Le problème de satisfaction de contraintes de l'équation (1.6.3) revient à analyser l'ensemble des contraintes  $f_j(x_1, x_2, \dots, x_n) = 0$ . Sa solution générale, notée  $\mathbb{S}$ , est constituée de l'intersection des ensembles solutions  $\mathbb{S}_j$  de chaque contrainte.

$$\mathbb{S} = \bigcap_{j=1}^{n_y} \mathbb{S}_j \quad (1.6.5)$$

La Figure 1.6.1 représente le principe de réduction du domaine initial de recherche  $\mathbb{X}_0$  à l'aide d'une contrainte  $\mathbb{C}_j$ . Le plus petit pavé contenant  $\mathbb{S}_j$  est nommé  $[\mathbb{S}_j]$  ; il correspond à la réduction minimale de  $\mathbb{X}_0$ .

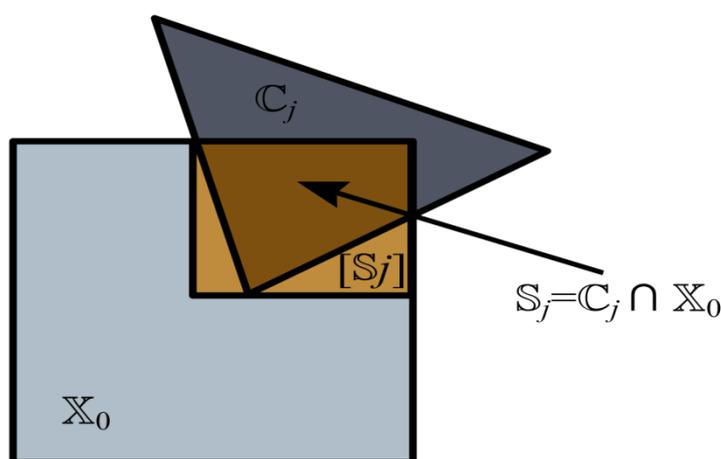


Figure 1.6.1 – Réduction d'un pavé initial  $\mathbb{X}_0$  sous une contrainte  $\mathbb{C}_j$

## 1.6.2 Consistance locale et globale

On suppose qu'on a une seule contrainte  $f_j(x_1, x_2, \dots, x_n) = 0$  et que les domaines initiaux des variables  $x_1, x_2, \dots, x_n$  sont respectivement  $[x_1], [x_2], \dots, [x_n]$ .

Une valeur  $\hat{x}_i \in [x_i]$  est dite consistante avec  $\mathcal{H}_i$  s'il existe des valeurs  $\hat{x}_j \in [x_j], j \in \{1, 2, \dots, i-1, i+1, \dots, n\}$ , telles que la contrainte  $f_j(\hat{x}_1, \hat{x}_2, \dots, \hat{x}_n) = 0$  soit satisfaites. La valeur  $\hat{x}_i$  appartient donc à la projection sur  $x_i$  de  $\mathbb{S}_j \cap [x]$  notée par  $\pi_i(\mathbb{S}_j \cap [x])$  (Braems et al. 2003), (Luc Jaulin et al. 2001). L'intervalle  $[x_i]$  est consistant avec  $\mathcal{H}_j$  si toute valeur  $x_i \in [x_i]$  est consistante avec  $\mathcal{H}_j$ , donc :

$$[x_i] = \pi_i(\mathbb{S}_j \cap [x]) \quad (1.6.6)$$

Soit l'ensemble des contraintes du problème de satisfaction de contraintes 1.6.3. L'intervalle  $[x_i]$  est dit globalement consistant avec le CSP 1.6.3 si et seulement si toutes les valeurs de  $[x_i]$  sont consistantes avec toutes les contraintes :

$$[x_i] = \pi_i(\mathbb{S} \cap [x]) = \pi_i\left(\bigcap_{j \in \{1, \dots, n\}} \mathbb{S}_j \cap [x]\right) \quad (1.6.7)$$

Généralement, il est bien plus facile d'étudier la consistance locale que la consistance globale ; l'intervalle  $[x_i]$  est localement consistant avec le problème de satisfaction de contraintes 1.6.3 si :

$$[x_i] = \bigcap_{j \in \{1, \dots, n\}} \pi_i(\mathbb{S}_j \cap [x]) \quad (1.6.8)$$

Sur la Figure 1.6.2, nous illustrons le principe de consistance sur un exemple comprenant deux contraintes dont les solutions sont respectivement  $\mathbb{S}_1$  et  $\mathbb{S}_2$ , et deux variables  $x_1$  et  $x_2$ .

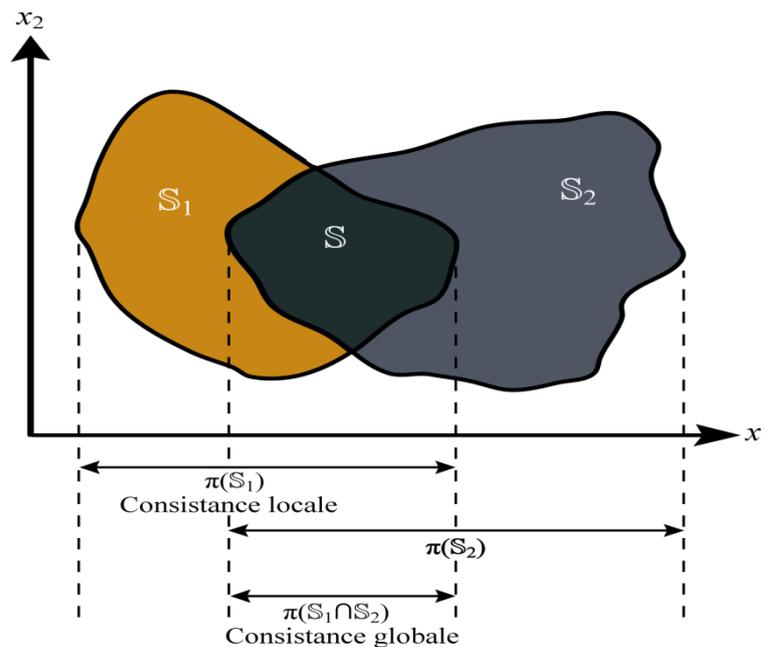


Figure 1.6.2 – Consistance globale et locale d'une valeur de  $x_1$

### 1.6.3 Contracteurs

Le domaine de recherche initial  $[x]$  peut être contracté, sans faire de bisections, à l'aide d'un opérateur  $\mathcal{C}$  que l'on nomme contracteur.

Soit le problème de satisfaction de contraintes 1.6.3, nous avons la relation suivante :

$$\mathbb{S} \subseteq \mathcal{C}(x) \subseteq \mathbb{X}_0 \quad (1.6.9)$$

où  $\mathbb{X}_0$  est le domaine initial de  $x$  (le vecteur des variables) et  $\mathbb{S}$  est l'ensemble des solutions.

Utiliser un contracteur permet d'éliminer les parties inconsistantes du domaine initial  $\mathbb{X}_0$ . Si toutes les parties inconsistantes sont éliminées, le contracteur est dit optimal (Braems et al. 2003) et le pavé obtenu est alors minimal.

Un contracteur est défini par les propriétés suivantes (Benhamou et Granvilliers 1997) :

**Contractance :**  $\forall [x] \subseteq \mathbb{X}_0, \mathcal{C}([x]) \subseteq [x]$  (1.6.10)

**Complétude :**  $\forall [x] \subseteq \mathbb{X}_0, [x] \cap \mathbb{S} \subseteq \mathcal{C}([x])$  (1.6.11)

**Monotonie :**  $[x] \subseteq [y] \Rightarrow \mathcal{C}([x]) \subseteq \mathcal{C}([y])$  (1.6.12)

**Minimalité si :**  $\mathcal{C}([x]) = [[x] \cap \mathbb{S}]$  (1.6.13)

**Idempotence si :**  $\mathcal{C}(\mathcal{C}([x])) = \mathcal{C}([x])$  (1.6.14)

où  $\mathbb{S}$  est l'ensemble de solution de  $\mathcal{H}$  et  $[[x] \cap \mathbb{S}]$  représente le plus petit pavé contenant  $[x] \cap \mathbb{S}$ .

Il existe de nombreux contracteurs permettant de résoudre un problème de satisfaction de contrainte  $\mathcal{H}$ . Parmi les méthodes de résolution employées, on peut citer celle dites linéaires telle que la méthode de Gauss ou de Gauss-Seidel et les méthodes dites non-linéaire telles que celles de Krawczyk (Neumaier 1990) et de Newton (Hansen et Walster 1992). Dans la prochaine section, seul les contracteurs dédiés au cas linéaire sont détaillés ; le cas non-linéaire est juste évoqué succinctement.

### 1.6.3.1 Contracteurs dans le cas linéaire

Soit le système d'équations statiques linéaires suivant :

$$[A]x = [b] \quad (1.6.15)$$

où  $[A] \in \mathbb{I}\mathbb{R}^{n \times n}$  est une matrice carrée contenant des intervalles et  $[b] \in \mathbb{I}\mathbb{R}^n$  est un vecteur dont les éléments sont des intervalles également. L'ensemble de solution  $\mathbb{S}$  de la relation (1.6.15) est défini par :

$$\mathbb{S} = \{x \in \mathbb{R}^n \mid \exists A \in [A], \exists b \in [b], Ax = b\} \quad (1.6.16)$$

### 1.6.3.1.1 Matrice A ponctuelle

Soit le système d'équations (1.6.15) où la matrice A est considérée ponctuelle :

$$Ax = [b] \quad (1.6.17)$$

La contraction maximale est atteinte si A est inversible, ce qui donne :

$$[x] = A^{-1}[b] \quad (1.6.18)$$

Cela nous permet de définir le contracteur optimal suivant :

$$\mathcal{C}_d: [x] \mapsto (A^{-1}[b]) \cap [x] \quad (1.6.19)$$

La non-singularité de la matrice ponctuelle A est une condition nécessaire mais non suffisante. Le conditionnement de la matrice A a son importance sur la taille du pavé solution ; une matrice mal conditionnée entraîne une surestimation du pavé  $[x]$ .

### 1.6.3.1.2 Méthode d'élimination de Gauss

La méthode d'élimination de Gauss est une amélioration de la méthode classique qui se base sur une décomposition LU. Cette méthode – très utilisée en analyse numérique pour résoudre les systèmes d'équations linéaires – permet de décomposer la matrice A par un produit d'une matrice triangulaire inférieure L (Low) et d'une matrice triangulaire supérieure U (Up).

Ainsi, l'équation linéaire  $Ax = b$  s'écrit :

$$LUx = b \quad (1.6.20)$$

et se résout en traitant successivement les systèmes triangulaires :

$$\begin{cases} b = Ly \\ y = Ux \end{cases} \quad (1.6.21)$$

En utilisant la méthode d'élimination de Gauss à laquelle on remplace les variables ponctuelles par des variables intervalles, on obtient le contracteur de Gauss  $\mathcal{C}_{EG}$ .

Ce dernier est défini par les expressions (1.6.22) et (1.6.23) (Luc Jaulin et al. 2001) :

$$[y_i] = [b_i] - \sum_{j=0}^{i-1} [l_{ij}][y_j], \text{ pour } i = 1, \dots, n-1 \quad (1.6.22)$$

et en considérant que  $[x_n] = ([y_n]/[u_{nn}] \cap [x_n])$  :

$$[x_i] = \left( ([y_i] - \sum_{j=i+1}^n [u_{ij}][x_j]) / [u_{ii}] \right) \cap [x_i], \text{ pour } i = n-1, \dots, 1 \quad (1.6.23)$$

Les équations (1.6.22) et (1.6.23) étant récurrentes, la contraction du domaine du vecteur  $x$  est souvent pessimiste. Le contracteur  $\mathcal{C}_{EG}$  n'est efficace que si la taille de la matrice  $[A]$  est petite et que les éléments de la diagonale de la matrice  $[U]$  sont non nuls.

#### Remarque :

Il est possible de pré-conditionner le système d'équation (1.6.15) afin d'obtenir de meilleurs résultats. Il suffit pour cela de multiplier les deux membres de l'équation  $[A]x = [b]$  par la matrice ponctuelle  $\hat{A} = \text{mid}([A])^{-1}$ , ce qui donne :

$$\hat{A}[A]x = \hat{A}[b] \Leftrightarrow [\hat{A}]x = [\hat{b}] \quad (1.6.24)$$

#### 1.6.3.1.3 Méthode de Gauss-Seidel

La méthode d'élimination de Gauss a donné pour extension une méthode itérative appelée la méthode de Gauss-Seidel (Hansen et Walster 1992).

Soit le système pré-conditionné de l'équation (1.6.24). La méthode de Gauss-Seidel étendue aux variables intervalles est définie comme suit (Kearfott et al. 1991), (Neumaier 1990) :

$$[x_i^{(k)}] = \left( \left( [\hat{b}_i] - \sum_{j=1}^{i-1} [\hat{a}_{ij}] [x_j^{(k-1)}] - \sum_{j=i+1}^n [\hat{a}_{ij}] [x_j^{(k-1)}] \right) / [\hat{a}_{ii}] \right) \cap [x_i^{(k-1)}] \quad (1.6.25)$$

Ce qui donne le contracteur de Gauss-Seidel défini par :

$$C_{GS}: [x_i] \mapsto \left( \left( [\hat{b}_i] - \sum_{j=1}^{i-1} [\hat{a}_{ij}] [x_j] - \sum_{j=i+1}^n [\hat{a}_{ij}] [x_j] \right) / [\hat{a}_{ii}] \right) \cap [x_i] \quad (1.6.26)$$

### 1.6.3.2 Contracteurs dans le cas non-linéaire

Plusieurs approches existent pour traiter les problèmes de satisfaction de contraintes dans le cas non-linéaire. On peut citer les méthodes basées sur une linéarisation garantie telles que le contracteur de Krawczyk (Krawczyk 1969) et le contracteur de Newton (R. E. Moore et Bierbaum 1979).

Le contracteur de Krawczyk a pu être approfondi dans (Neumaier 1990) et (R. E. Moore et Bierbaum 1979). Quant au contracteur de Newton, on peut se référer à (Hansen et Walster 1992). Ces deux contracteurs restent efficaces tant que les domaines de recherche et le nombre de contraintes restent faibles.

Il existe également des contracteurs dits de projection de contraintes. Ils se basent sur des sous-résolveurs (Braems et al. 2003), c'est-à-dire des algorithmes permettant de calculer les composantes  $x_i$  d'un vecteur  $x$  en fonction d'autres composantes connues. Le contracteur par projection de contraintes est optimal lorsque les fonctions d'inclusion des sous-résolveurs utilisés sont minimales.

Néanmoins, le calcul de ces sous-résolveurs n'est pas toujours facile ou possible. En effet, dans ce cas, un autre contracteur que l'on appelle « Propagation/Rétropropagation » peut être utilisé (Luc Jaulin et al. 2001). Ce contracteur, inspiré de (Waltz 1972), décompose les contraintes en un ensemble de contraintes élémentaires contenant chacune une seule opération arithmétique  $\{+, -, \times, \div\}$  ou une fonction élémentaire  $\{\exp, \log \dots\}$  entre deux variables ; un ensemble de variables intermédiaires est alors introduit.

## 1.7 CONCLUSION

Dans ce chapitre, les concepts généraux de l'analyse par intervalles ont été présentés. L'approche ensembliste, dont découle l'analyse par intervalles, a quant à elle été introduite en annexes. Des notions propres à l'analyse par intervalles ont été énoncées, telles que les fonctions d'inclusion, les contracteurs, les méthodes de pavage, etc.

Nous avons présenté des outils permettant de caractériser, de façon approchée mais garantie, l'ensemble de solution du CSP. Pour cela, les algorithmes de sous-pavage, tels que SIVIA et ImageSp, ont été introduits ; ils permettent le calcul direct et le calcul indirect de l'ensemble de solutions.

Nous avons exploré les bénéfices apportés par l'arithmétique par intervalles, dont les propriétés ont été redéfinies. De même, les inconvénients de cette approche ont été soulignés. L'effet de dépendance ainsi que l'effet d'enveloppement sont les principales contraintes de l'analyse par intervalles. Les dépendances entre les variables engendrent généralement le conservatisme des bornes, c.-à-d., une surestimation de l'ensemble de solutions. L'effet d'enveloppement est assez contraignant pour les systèmes récurrents, c'est pourquoi les méthodes d'estimation d'états cherchent à le minimiser voire le supprimer. Pour cela, plusieurs méthodes existent ; elles agissent avec plus ou moins d'efficacité sur ce phénomène. Un observateur en particulier, que l'on présentera dans le chapitre suivant, permet de se soustraire de cet effet délétère. Sur la même voie, nous présenterons une nouvelle architecture d'observateurs dans le chapitre 3 permettant de se soustraire de l'effet d'enveloppement tout en conservant le principe de redondance analytique des observateurs traditionnels permettant la reconstruction de capteurs manquants.

---

# Chapitre 2

*« Si la suffisance est l'apanage du sot, l'humilité est la vertu féconde de celui qui mesure tout ce qui lui reste à apprendre et l'étendue du chemin qu'il doit encore parcourir. »*

*Matthieu Ricard*

## Sommaire

---

<b>2. DIAGNOSTIC DES SYSTÈMES INCERTAINS.....</b>	<b>44</b>
2.1 INTRODUCTION.....	44
2.2 CONCEPTS GÉNÉRAUX DU DIAGNOSTIC.....	45
2.2.1 <i>La redondance d'informations</i> .....	45
2.2.2 <i>Procédure de diagnostic</i> .....	47
2.2.3 <i>Structure des défauts</i> .....	48
2.2.4 <i>Évolution des défauts</i> .....	49
2.2.5 <i>Natures des défauts</i> .....	50
2.2.6 <i>Types de défauts</i> .....	51
2.3 DÉTECTION ROBUSTE DE DÉFAUTS.....	54
2.3.1 <i>Méthodes de génération des résidus</i> .....	54
2.3.2 <i>Tests de cohérence</i> .....	83
2.4 LOCALISATION DES DÉFAUTS DES SYSTÈMES INCERTAINS.....	86
2.4.1 <i>Analyse des résidus de parité</i> .....	87
2.4.2 <i>Les bancs de filtres</i> .....	90
2.5 ÉVALUATION D'UNE APPROCHE DE DIAGNOSTIC.....	91
2.5.1 <i>Notion de diagnostic robuste</i> .....	91
2.5.2 <i>Compromis « Robustesse/Coût »</i> .....	93
2.6 CONCLUSION.....	94

---

## 2. DIAGNOSTIC DES SYSTÈMES INCERTAINS

### 2.1 INTRODUCTION

La détection et le diagnostic de défauts des systèmes complexes est une des plus importantes tâches de la supervision. La détection précoce des défauts naissants évite bien souvent des dégâts considérables et permet une productivité accrue dans les industries de production. De nombreux domaines industriels de très haute performance, tels que l'aviation, l'aérospatiale, la marine, l'automobile, le ferroviaire..., en bref, tous les domaines où la sécurité, les performances, la productivité, le respect du matériel sont importants se trouvent concernés par le diagnostic. Les opérateurs autrefois, seuls à pouvoir juger du bon fonctionnement d'un procédé, ont pu se faire assister par des algorithmes de surveillance définissant la nature et l'étendue de la défaillance. Ces tâches de diagnostic automatiques ont significativement contribué à la réactivité des opérateurs face aux décisions à prendre en cas de défaillance.

Le diagnostic est un domaine de recherche qui a donné lieu à beaucoup de méthodes différentes afin de pouvoir répondre à la diversité des applications. Les méthodes qui sont présentées dans ce mémoire reposent sur l'élaboration d'un modèle mathématique. Le diagnostic est réalisé en deux étapes : la génération des résidus et la prise de décision.

Le diagnostic robuste fait l'objet de cette thèse ; toutes les méthodes de diagnostic présentées dans ce mémoire sont destinées aux systèmes incertains, c.-à-d., à la prise en compte des incertitudes paramétriques du modèle et les incertitudes des mesures. Dans ce chapitre, nous étudierons en détails les concepts généraux du diagnostic puis les différentes méthodes de détection robuste de défauts. De même, les méthodes d'isolation de défauts, bien que moins nombreuses dans un cadre incertain, sont détaillées. Enfin, les méthodes d'évaluation des procédures de diagnostic sont introduites.

## 2.2 CONCEPTS GÉNÉRAUX DU DIAGNOSTIC

Le diagnostic des défauts se base sur la redondance d'informations, matérielle ou analytiques, permettant à divers algorithmes de pouvoir détecter, isoler et identifier le(s) défaut(s).

Il existe diverses définitions du diagnostic ; nous avons retenu celle donnée par l'Association Française de NORmalisation (AFNOR) et la Commission Électrotechnique Internationale (CEI). Ces institutions nationales et internationales définissent le diagnostic de la manière suivante :

« Le diagnostic est l'identification de la cause probable de la (ou des) défaillance(s) à l'aide d'un raisonnement logique fondé sur un ensemble d'informations provenant d'une inspection, d'un contrôle ou d'un test. »

### 2.2.1 La redondance d'informations

Le diagnostic des défauts repose sur une notion de base, la notion de redondance. Cette dernière permet d'obtenir plusieurs informations à partir d'une seule et même variable d'un modèle mathématique. Le principe de redondance peut s'établir de deux manières différentes : la redondance matérielle et la redondance analytique.

#### 2.2.1.1 Redondance matérielle

La redondance matérielle apparût très tôt sur les systèmes à surveiller. Elle consiste à installer plusieurs capteurs pour mesurer une seule et même information. On retrouve cette approche dans les systèmes industriels à hauts risques, tels que les centrales nucléaires, le domaine aéronautique et aérospatial, etc. On dispose généralement de trois capteurs différents pour relever une même mesure afin de pouvoir procéder à un vote. En effet, avec trois capteurs, il est possible d'obtenir une majorité de capteurs indiquant soit la présence d'un défaut ou au contraire une majorité indiquant le bon fonctionnement du système.

La redondance matérielle, peut également avoir lieu au niveau des actionneurs afin de s'assurer que l'endommagement d'un actionneur n'engendre pas une dégradation trop forte du système voire son arrêt total.

Enfin, la redondance matérielle peut être établie au niveau des unités de calcul et des logiciels de traitement permettant de mesurer et/ou de contrôler une variable bien précise.

Il faut cependant noter l'inconvénient majeur de cette approche qui est le coût que représente l'implantation de plusieurs capteurs ; il faut aussi garder à l'esprit que certaines applications demandent un encombrement et une charge totale limités comme c'est le cas, par exemple, pour les satellites de télécommunication.

### 2.2.1.2 Redondance analytique

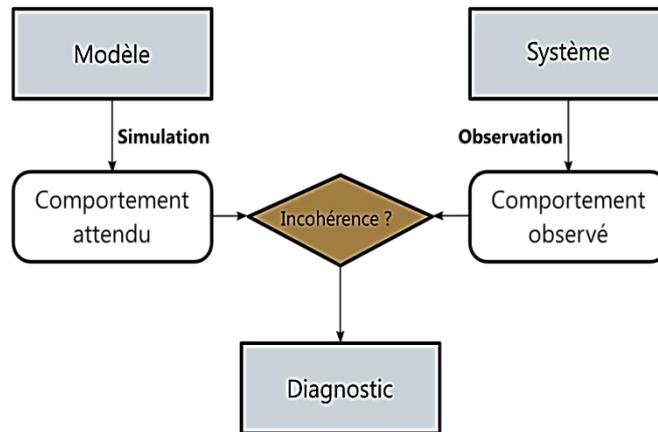
La redondance analytique permet de développer des algorithmes de détection et de localisation des défauts ; elle fait l'objet de toutes les méthodes de diagnostic qui sont présentées dans les sections suivantes.

La redondance analytique repose sur l'utilisation de modèles mathématiques dans lesquels toutes les variables sont connues ; elle exploite les contraintes liant ces différentes variables du modèle. Ces contraintes se retrouvent sous la forme de relations analytiques – relations d'entrées/sorties ou de sortie/sortie.

La redondance analytique a l'avantage d'être simple, flexible, peu encombrante et moins coûteuse que la redondance matérielle. Cependant, afin d'égaliser l'efficacité de la redondance matérielle, il faut que le modèle mathématique ainsi que les incertitudes utilisées dans la redondance analytique soient modélisés de manière correcte.

Le principe du diagnostic basé sur la redondance analytique consiste à utiliser les redondances des équations du modèle et à utiliser les mesures recueillies par les capteurs. Afin d'éviter les fausses alarmes et les non-détections, les algorithmes de diagnostic doivent prendre en compte plusieurs paramètres, dont les bruits sur les mesures, les perturbations externes et les erreurs de modélisation. Nous verrons dans la suite de ce mémoire comment les algorithmes

de diagnostic dédiés aux systèmes incertains permettent de prendre en compte ces paramètres incertains. La Figure 2.2.1 illustre le principe du diagnostic basé sur un modèle mathématique.



**Figure 2.2.1 – Diagnostic à base de modèle**

## 2.2.2 Procédure de diagnostic

Le diagnostic est composé de trois axes majeurs : la détection, l'isolation et l'identification des défauts. La dernière étape étant plus rarement rencontrée dans les procédures de diagnostic, c'est pourquoi, on parle généralement de techniques dites de FDI (Fault Detection and Isolation) en anglais ou DLD (Détection et Localisation de Défauts) en français.

### 2.2.2.1 Détection de défaut(s)

La conception d'algorithmes de détection de défauts implique de prendre en compte plusieurs aspects. En effet, lors de la conception, on est tenté de vouloir qu'un système réponde rapidement à l'apparition d'un défaut ; cela implique que le système soit sensible aux hautes fréquences. Or, une forte sensibilité aux hautes fréquences engendre une sensibilité accrue du système au bruit, entraînant l'apparition de fausses alarmes. Il réside alors un dilemme à prendre en compte lors de la conception d'une procédure de détection de défauts. En effet, il faut tenir compte du système auquel on applique une procédure de diagnostic. Par exemple, on tolérera plus facilement des fausses alarmes dans un

ystème hautement redondant. Au contraire, on est moins exigeant sur la sensibilité de détection des défauts en présence d'un système faiblement redondant.

### 2.2.2.2 Isolation de défaut(s)

L'isolation des défauts fait suite à leurs détections. Elle permet de déterminer quelle partie du système est affectée. Alors que la détection peut se contenter d'un seul résidu pour discriminer les défauts, l'isolation demande généralement plusieurs résidus – regroupés au sein d'un vecteur, appelé vecteur des résidus – pour les isoler.

### 2.2.2.3 Identification de défaut(s)

La dernière étape, l'identification de défauts, bien qu'utile, est plus rarement mise en œuvre que la détection et l'isolation des défauts. Ces dernières peuvent être réalisées par une logique booléenne alors que l'identification demande, quant à elle, une estimation numérique demandant des efforts souvent considérés inutiles ; les seules informations indiquant la présence et la localisation d'un défaut sont considérées généralement suffisantes.

## 2.2.3 Structure des défauts

Un défaut est défini d'une manière générale par une déviation du système de son fonctionnement normal, que cela soit induit par les signaux de commande ou les signaux de mesure.

Les défauts affectant un système sont de natures, de types et d'évolutions différentes. En effet, les défauts peuvent affecter soit le système en lui-même et/ou ses actionneurs et ses capteurs. L'action du défaut affectant ces parties peut être de nature additive ou multiplicative et l'évolution temporelle des défauts peut être brusque ou au contraire lente et peuvent survenir de manière aléatoire.

Les différents états de fonctionnement liés aux défauts sont définis dans la littérature sous la terminologie de « détérioration », de « défaillance » et de

« panne ». Ces termes sont utilisés de manière progressive pour caractériser les différents états de fonctionnement du système.

Le terme « détérioration » est utilisé pour définir une perte de performance altérant que partiellement le fonctionnement du système

Le terme « défaillance » quant à lui est utilisé lorsqu'un dispositif devient inopérant ou accomplit difficilement sa fonction. Une défaillance correspond donc à un défaut ayant un effet néfaste sur le fonctionnement du système.

Enfin, le terme « panne » est au-delà de la défaillance car elle implique l'arrêt total du système.

## 2.2.4 Évolution des défauts

Les défauts sont définis comme étant une déviation, de son point nominal, d'une ou plusieurs caractéristiques du système. La façon dont ces défauts vont affecter le système et vont apparaître va permettre de définir plusieurs types de défauts. En effet, les défauts peuvent apparaître ou déjà être présent sur le système ; ils peuvent être de faible ou forte amplitude, être brusque ou plutôt arriver graduellement sous forme de dérives lentes. Puisque le phénomène qui les caractérise est connu, ils sont dits déterministes. Par opposition, les défauts apparaissant par intermittence sont dits stochastiques car ils ne peuvent être caractérisés que par des processus aléatoires.

Les différentes catégories de défauts sont définies par leur évolution temporelle ; on les retrouve dans la littérature sous la terminologie suivante :

- défaut brusque (ou biais) ;
- défaut naissant (ou dérive) ;
- défaut intermittent (avec interruptions) ;

La Figure 2.2.2 représente l'évolution dans le temps des différents défauts énoncés précédemment.

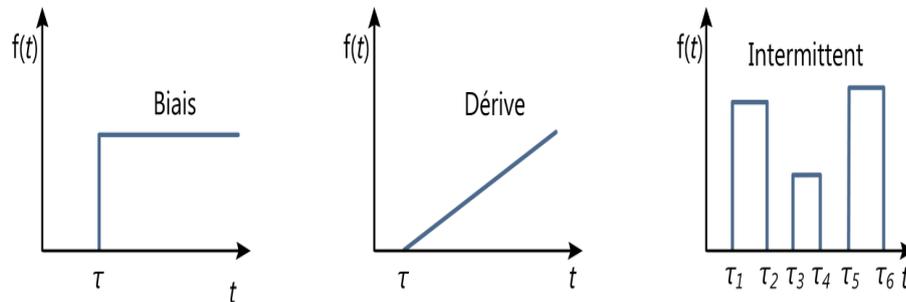


Figure 2.2.2 – Évolution temporelle des différents types de défauts

## 2.2.5 Natures des défauts

Afin de prendre en compte l'effet des défauts sur le système, on les modélise de différentes manières. On distingue les défauts de nature additive des défauts de nature multiplicative. Les défauts additifs sont souvent modélisés par des entrées inconnues du système alors que les défauts multiplicatifs sont, quant à eux, plutôt considérés comme des changements dans les paramètres du modèle.

### 2.2.5.1 Défauts additifs

Les défauts additifs correspondent à des entrées inconnues venant agir sur le système. Ils peuvent agir soit sur l'état du système ou bien sur sa sortie. On les représente de la manière suivante :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) + Lf_u(t) \\ y(t) = Cx(t) + Mf_y(t) \end{cases} \quad (2.2.1)$$

où  $f_u(t)$  représente les défauts additifs affectants le vecteur d'état  $x(t)$  du système et  $f_y(t)$  représente les défauts additifs affectants le vecteur de sortie  $y(t)$ .

### 2.2.5.2 Défauts multiplicatifs

Les défauts multiplicatifs correspondent aux modifications paramétriques du modèle représentant le système. Puisque les défauts multiplicatifs affectent les paramètres du modèle, les variations des sorties dépendent de l'amplitude des défauts et des entrées inconnues. Ce type de défauts est généralement

caractéristique des installations vieillissantes, où les paramètres définis initialement ne sont plus valables pour le système en fonctionnement. Les défauts multiplicatifs affectant un système linéaire continu sont représentés de la manière suivante :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = (A + \Delta A)x(t) + (B + \Delta B)u(t) \\ y(t) = (C + \Delta C)x(t) \end{cases} \quad (2.2.2)$$

où  $\Delta A, \Delta B, \Delta C$  représentent les défauts multiplicatifs affectants respectivement le système, les actionneurs et les capteurs.

## 2.2.6 Types de défauts

Dans le domaine du diagnostic, on utilise généralement un modèle pour caractériser le système. On essaye de définir un modèle représentant au mieux le système. Cependant, lorsque celui-ci est soumis à des défauts, le meilleur moyen de les prendre en compte est de les modéliser également. L'intérêt est de pouvoir différencier les défauts selon qu'ils affectent les actionneurs, le procédé ou les capteurs. De plus, leur intégration au modèle permet d'augmenter la sensibilité des résidus vis-à-vis des perturbations. Comme le montre la Figure 2.2.3, les défauts peuvent être répartis en trois types différents.

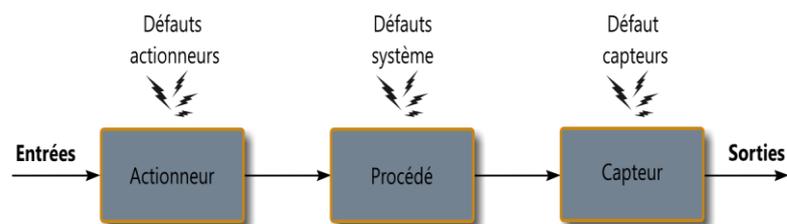


Figure 2.2.3 – Types de défauts

### 2.2.6.1 Les défauts d'actionneurs

Les défauts d'actionneurs se traduisent par une incohérence entre la commande des actionneurs et la réponse obtenue en sortie. Un actionneur est la partie opérative qui agit sur le système. Or, cet actionneur peut être en perte totale (défaillance) ou en perte partielle. Dans ce cas, le signal d'entrée (ou signal de commande) du système est totalement ou partiellement détérioré.

La perte totale se caractérise par une incapacité fonctionnelle de l'actionneur à commander le système : par exemple une vanne qui reste bloquée dans sa position initiale.

La perte partielle se caractérise par un fonctionnement dégradé de l'actionneur ; autrement dit, l'actionneur fonctionne d'une manière similaire au régime nominal mais son action est seulement partielle. On rencontre ce phénomène lorsque le système comporte des pertes d'énergie : perte de puissance moteur, fuite d'un vérin, etc.

Les défauts d'actionneurs peuvent être vus et donc représentés de deux manières différentes. La première manière de représenter le défaut d'actionneur est la suivante :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = Ax(t) + (B + \Delta B)u(t) \\ y(t) = Cx(t) \end{cases} \quad (2.2.3)$$

où le défaut est considéré de nature multiplicative.

La seconde manière de représenter le défaut d'actionneur est de considérer le défaut comme un vecteur d'entrée inconnue. Pour cela, on considère l'entrée de commande globale de la manière suivante :

$$U_f(t) = \Gamma U(t) + U_{f0}(t) \quad (2.2.4)$$

où  $U$  et  $U_{f0}$  sont respectivement l'entrée de commande globale appliquée au système et l'entrée de commande nominale pour le système défaillant.

En considérant  $u_f(t) = U_f(t) - U_0(t)$ , l'équation d'état est affectée par un défaut d'actionneur de la manière suivante :

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= Ax(t) + Bu_f(t) \\ &= Ax(t) + B(U_f(t) - U_0(t)) \\ &= Ax(t) + B(\Gamma U(t) + U_{f0}(t) - U_0(t)) \\ &= Ax(t) + Bu(t) + B(\Gamma U(t) + U_{f0}(t) - U_0(t) - u(t)) \\ &= Ax(t) + Bu(t) + B[(\Gamma - I)U(t) + U_{f0}(t)] \end{aligned} \quad (2.2.5)$$

En considérant l'équation (2.2.5), le défaut d'actionneur est représenté par un vecteur d'entrées inconnues  $f_a$ , ce qui donne le système suivant :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) + E_a f_a(t) \\ y(t) = Cx(t) \end{cases} \quad (2.2.6)$$

### 2.2.6.2 Les défauts systèmes

Les défauts systèmes caractérisent de manière arbitraire tous les défauts qui n'appartiennent pas aux défauts actionneurs et aux défauts capteurs ; ce type de défaut est donc lié au système en lui-même. Il revient à considérer une modification des caractéristiques du système dues à l'altération ou à la casse d'un ou de plusieurs composant(s) de celui-ci : par exemple un ressort de suspension qui est altéré ou bien cassé.

### 2.2.6.3 Les défauts de capteurs

Les défauts de capteurs se traduisent par un écart entre la valeur vraie de la grandeur et sa mesure. Tout comme le défaut actionneur, le défaut de capteur peut être total ou partiel.

Un défaut de capteur partiel peut se traduire de diverses manières : un biais, une saturation, un défaut de calibrage, un bruit ou une dérive sur la mesure. Pour autant, le signal du capteur reste plus ou moins en adéquation avec le signal réel du système.

Un défaut de capteur total, au contraire, ne reflète nullement la grandeur à mesurer ; le signal du capteur ne peut donc être exploité.

Tout comme les défauts actionneurs, on peut représenter les défauts de capteurs par un vecteur d'entrées inconnues, mais cette fois-ci, affectant les sorties :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) \\ y(t) = Cx(t) + E_c f_c(t) \end{cases} \quad (2.2.7)$$

Un défaut de capteur peut également être de nature multiplicative, ce qui se traduit par :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) \\ y(t) = (C + \Delta C)x(t) \end{cases} \quad (2.2.8)$$

La caractérisation d'un défaut de capteur sous la forme additive ou multiplicative dépend avant tout de la nature physique du défaut et du modèle. La plupart des défauts de capteurs peuvent être modélisés sous forme de défauts additifs.

## 2.3 DÉTECTION ROBUSTE DE DÉFAUTS

Dans cette section, nous allons présenter les différentes méthodes d'estimation et de génération de résidus dédiées aux systèmes incertains. Selon la méthode utilisée, la prise en compte des incertitudes paramétriques et de mesures est souvent traduite par les mots : ensembliste, intervalle, borné, garanti, robuste, etc. Ces mots peuvent être considérés comme semblables bien qu'ils comportent quelques nuances.

Les méthodes par *intervalles*, par exemple, sont un cas particulier des méthodes *ensemblistes*. La *robustesse* aux incertitudes paramétriques d'un estimateur permet d'obtenir une estimation d'état *garantie*.

Dans la suite du mémoire, le vocable le plus couramment usité pour chacune des méthodes est utilisé.

Afin de rendre les méthodes de détection robuste de défauts plus claires, celles-ci seront appliquées, à des fins pédagogiques, à un système à deux cuves et une génératrice d'éolienne.

### 2.3.1 Méthodes de génération des résidus

#### 2.3.1.1 Estimation paramétrique ensembliste

##### 2.3.1.1.1 Introduction

L'identification paramétrique classiquement utilisée dans le cadre statistique, repose sur la modélisation des incertitudes du modèle par un vecteur aléatoire de densité de probabilité connue ; la qualité d'estimation est donc étroitement liée à cette loi de probabilité.

Ces méthodes décrites par ces lois stochastiques donnent de bons résultats dans la majorité des cas. Cependant, les méthodes statistiques sont limitées lorsqu'il s'agit d'erreurs structurelles déterministes ou d'erreurs bornées (E. Walter et Pronzato 1997). De plus, l'estimée obtenue par minimisation de critère, dans le cas des systèmes non-linéaires, n'est généralement pas unique. Il est, par conséquent, intéressant de calculer l'ensemble des arguments minimisant ce critère.

À partir de ce constat, les méthodes ensemblistes appliquées à l'identification ont vu le jour. Elles permettent de caractériser de manière garantie l'ensemble des valeurs des paramètres. Le problème peut être vu comme un problème d'optimisation globale (Hansen et Walster 1992) ou comme une étude de consistance entre les données mesurées et celles calculées (Ramdani et al. 2006). Parmi les travaux liés à l'identification paramétrique, on peut citer les travaux de Raïssi et Kiffer (Raïssi et al. 2003), (M. Kieffer et al. 2006) basés sur une représentation à temps continu et les travaux de Braems basés sur une représentation fréquentielle (Braems et al. 2003).

### 2.3.1.1.2 Présentation de la méthode

Soit le système représenté par les équations différentielles suivantes :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = f(x, \theta, t) \\ y(t) = h(x, \theta, t) \\ x(t_0) \in \mathbb{X} \\ \theta \in \mathbb{P} \end{cases} \quad (2.3.1)$$

où  $t \in [t_0, T]$ ,  $f : \mathbb{D} \times \mathbb{P} \rightarrow \mathbb{R}^n$  et  $h : \mathbb{D} \times \mathbb{P} \rightarrow \mathbb{R}^m$ .  $\mathbb{D} \times \mathbb{P} \subseteq \mathbb{R}^{n+n_p}$  est un ensemble ouvert où  $n$ ,  $m$  et  $n_p$  représentent respectivement les dimensions du vecteur d'état  $x$ , du vecteur de sorties  $y$  et du vecteur de paramètres  $\theta$ .

Soit  $E_j$  le domaine admissible des erreurs, on définit alors le domaine admissible des sorties comme suit :

$$\mathbb{Y}_j = y_j + E_j \quad (2.3.2)$$

L'ensemble solution  $\mathbb{S}$  résultant de l'identification ensembliste des paramètres  $\theta$  acceptables est caractérisé ainsi :

$$\mathbb{S} = \left\{ \theta \in \mathbb{P} \left| \begin{array}{l} (\forall t \in [t_0, T], \dot{x}(\theta, t) = f(x, \theta, t)) \\ \wedge (\forall t_j \in \{t_1, t_2, \dots, t_N\}, h(x, \theta, t_j) \in \mathbb{Y}_j) \end{array} \right. \right\} \quad (2.3.3)$$

où  $\mathbb{P}$  est l'espace initial de recherche des paramètres  $\theta$ .

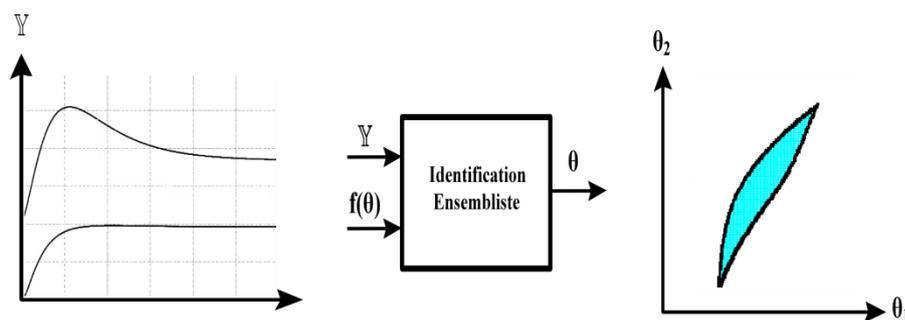
L'estimation des paramètres  $\theta$  est réalisée en cherchant les solutions de :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = f(x, \theta, t) \\ x(t_0) \in \mathbb{X} \\ \theta \in \mathbb{P} \end{cases} \quad (2.3.4)$$

avec  $x(t_0) \in [x_0]$ . Les erreurs de modèle sont considérées bornées et connues.

On remarque que définir l'ensemble  $\mathbb{S}$  est un problème d'inversion ensembliste. En effet, on souhaite à partir de l'ensemble d'arrivé  $\mathbb{Y}$  reconstruire l'ensemble de solutions  $\mathbb{S}$ .

Pour cela, l'algorithme largement utilisé dans un contexte ensembliste est l'algorithme SIVIA (Luc Jaulin et al. 2001). L'utilisation de cet algorithme ne requiert pas l'utilisation de critère d'optimisation. La Figure 2.3.1 illustre le principe fondamental de cette méthode d'identification ensembliste.



**Figure 2.3.1 – Principe de l'estimation paramétrique ensembliste**

La méthode consiste, dans un contexte à erreurs bornées appartenant à un intervalle, à recueillir les données d'entrée et de sortie – représentées par des bornes – sur le système physique. Une fois les données collectées, l'étape d'estimation peut commencer. Elle consiste à comparer à chaque instant les

données simulées et les données mesurées et d'éliminer des valeurs inconsistantes. Enfin, suite à l'étape d'identification, une approximation de l'ensemble de solution est obtenue sous forme de pavés. Cet ensemble représente pour chaque paramètre identifié, un ensemble d'incertitudes garanti.

### 2.3.1.2 Simulation par intervalles

#### 2.3.1.2.1 Introduction

La simulation par intervalles est une approche en boucle ouverte, c'est-à-dire qu'aucune information de retour n'est disponible pour corriger les états du système.

Le simulateur par intervalles (ou estimateur du pire cas, « Worst-Case Simulator » en anglais) permet, pour les systèmes stables, de déterminer l'encadrement des domaines des états pour chaque itération grâce à des méthodes d'optimisation. En effet, il a été démontré dans (Cuguero et al. 2001) qu'il résidait des problèmes d'instabilité lorsque les systèmes à temps-variant étaient simulés comme des systèmes à temps-invariant. Dans (V. Puig et al. 2003) une approche à base d'optimisation est présentée afin de garantir l'obtention de l'encadrement minimum. Cette approche a l'avantage de maintenir les incertitudes paramétriques invariantes dans le temps tout au long de la simulation. L'utilisation d'un algorithme de séparation et d'évaluation – plus connu sous le terme anglo-saxon « Branch and Bound » – est nécessaire.

#### 2.3.1.2.2 Présentation de la méthode

Soit la représentation d'état d'un système LTI à temps discret suivante :

$$\begin{cases} x(k+1) = A(\theta)x(k) + B(\theta)u(k) + v(k) \\ y(k) = C(\theta)x(k) + w(k) \end{cases} \quad (2.3.5)$$

où  $x \in \mathbb{R}^n$  et  $u \in \mathbb{R}^m$  sont respectivement les vecteurs d'état et d'entrée,  $A(\theta)$ ,  $B(\theta)$  et  $C(\theta)$  sont respectivement les matrices d'état, de commande et d'observation et enfin  $\theta$  est le vecteur des paramètres incertains.

**Définition 2.3.1**

Le domaine de solutions d'un système dynamique linéaire par intervalles, sur un intervalle de temps  $[0, n]$  est :

$$X(0, n) = \{x(k, \theta, u) : k \in [0, n], \theta \in \Theta\} \quad (2.3.6)$$

où  $x(k, \theta, u)$  représente la solution du système représenté par l'équation (2.3.5) à l'instant  $k$  pour un vecteur des paramètres  $\theta \in \Theta$  incertain.

Le domaine de solutions pour un intervalle de temps fixé  $[0, k]$  est dénommé l'ensemble atteignable à l'instant  $k$  :

$$X(k) = \{x(k, \theta, u) : \theta \in \Theta\} \quad (2.3.7)$$

Pour cela, nous supposons que le système soit stable, à savoir  $|\lambda_i(A(\theta))| < 1$ . Cette hypothèse est nécessaire afin de pouvoir borner  $X(k)$  à chaque instant  $k$ .

**Définition 2.3.2**

La simulation par intervalles du système linéaire (2.3.5) sur un intervalle de temps  $[0, n]$  consiste à calculer l'encadrement de l'ensemble atteignable :

$$\square X(k) = [\underline{x}(k), \bar{x}(k)] \quad (2.3.8)$$

À partir de l'expression (2.3.8), l'encadrement de l'ensemble atteignable  $\square X(k)$  peut être déterminé en résolvant les problèmes d'estimation suivants :

$$\begin{cases} \bar{x}(k) = \max x(k, \theta, u) \\ \underline{x}(k) = \min x(k, \theta, u) \end{cases} \quad (2.3.9)$$

Afin d'éviter des problèmes d'instabilité, (V. Puig et al. 2003) ont présenté deux approches permettant de préserver l'invariance dans le temps des paramètres : l'approche à temps-invariant et l'approche à temps presque invariant.

### 2.3.1.2.2.1 Approche à temps-invariant

Lorsqu'un algorithme récursif utilise l'approche à temps variant, les relations entre les paramètres incertains  $\Theta$  et les états du système se combinent. L'invariance dans le temps peut seulement être garantie si la relation entre les paramètres et les états du système sont préservé à chaque itération. Pour parvenir à ce résultat, Puig *et al.* ont présenté une méthode permettant d'obtenir les états, de l'état initial jusqu'à l'état à l'instant  $k$  :

$$x(k) = A^k x(0) + \sum_{j=0}^{k-1} A^{k-1-j} B u(j) \quad (2.3.10)$$

En employant la relation (2.3.10), on suppose que les paramètres sont invariants, c.-à-d. que  $A(k+1) = A(k)$  et que  $B(k+1) = B(k)$ . Puisque les paramètres sont invariants dans le temps, on réduit l'effet d'enveloppement ; les incertitudes ne sont pas propagées d'itérations en itérations mais seulement à partir de l'état initial. On peut noter, comme suggéré dans (Nickel 1986), que cette approche peut être utilisée de manière similaire lorsque les incertitudes reposent sur les conditions initiales de l'état. En considérant l'invariance dans le temps des paramètres, la simulation par intervalles peut être réalisée grâce à l'algorithme suivant :

---

#### Algorithme 2.3.1 Approche à temps-invariant

---

1.  $x(0) \in \square X(0)$

**Pour  $k = 1$  à  $N$  faire**

2. Calculer  $\bar{x}(k) = \max [A(\theta)^k x(0) + \sum_{j=0}^{k-1} A(\theta)^{k-1-j} B(\theta) u(j)]$

3. Calculer  $\underline{x}(k) = \min [A(\theta)^k x(0) + \sum_{j=0}^{k-1} A(\theta)^{k-1-j} B(\theta) u(j)]$

4.  $\square X(k) \leftarrow [\underline{x}(k), \bar{x}(k)]$

**Fin pour**

---

Le problème d'une telle approche apparaît clairement ; il est impossible de résoudre le problème d'optimisation sur un intervalle de temps important. En

effet, cet algorithme est de complexité polynomiale grandissant à chaque itération. À partir de ce constat, Puig *et al.* ont proposé une méthode d'approximation de l'approche précédente s'intitulant l'approche à temps presque invariant.

### 2.3.1.2.2 Approche à temps presque invariant

En considérant que le système de l'équation (2.3.5) soit asymptotiquement stable, il est possible de considérer l'invariance dans le temps sur une fenêtre glissante, commençant à l'instant  $k - L$  et finissant à l'instant  $k$ , où  $L$  est la taille de la fenêtre. On aboutit, par conséquent, à une approximation de la méthode précédente dont la précision dépend de la taille de la fenêtre. C'est la raison pour laquelle, cette approche est appelée « approche à temps presque invariant. »

En considérant cette approximation, l'algorithme 2.3.1 peut être remplacé par l'algorithme suivant :

---

#### Algorithme 2.3.2 Approche à temps presque invariant

---

1.  $x(0) \in \square X(0)$

**Pour  $k = L$  à  $N$  faire**

1. Calculer  $\bar{x}(k) = \max [A(\theta)L x(k - L) + \sum_{j=k-L}^{k-1} A(\theta)^{k-1-j} B(\theta)u(j)]$

2. Calculer  $\underline{x}(k) = \min [A(\theta)L x(k - L) + \sum_{j=k-L}^{k-1} A(\theta)^{k-1-j} B(\theta)u(j)]$

3.  $\square X(k) \leftarrow [\underline{x}(k), \bar{x}(k)]$

**Fin pour**

---

La taille de la fenêtre glissante doit être suffisamment grande afin de préserver l'invariance dans le temps des paramètres et de réduire l'effet d'enveloppement ; cela n'est possible que pour les systèmes stables.

### 2.3.1.3 Estimation d'état par retour de sortie

#### 2.3.1.3.1 Introduction

Dans cette section, une méthode basée sur l'approche de Luenberger utilisée dans un cadre incertain est présentée. La méthode a pour but d'encadrer la trajectoire du vecteur d'état. Mais afin d'éviter les problèmes d'effet d'enveloppement et de dépendance, liés à l'analyse par intervalles, l'idée de l'estimation d'état par retour de sortie est de rendre déterministe le problème incertain grâce aux théorèmes de comparaisons (H. L. Smith 2008) – le problème de dépendance reste cependant posé lorsque le système n'est pas monotone.

Dans l'estimation d'état par retour de sortie, les bornes inférieure et supérieure sont étudiées de manières individuelles (Rapaport et J. Gouzé 1999), les incertitudes ne sont pas représentées par des intervalles.

Pour cela, deux observateurs sont utilisés : le premier calculant la borne supérieure de l'état et le deuxième calculant la borne inférieure. L'avantage de cette méthode est que la convergence de l'observateur peut être contrôlée par le gain ; il faut pour autant préserver les propriétés de monotonie afin d'éviter la divergence des bornes.

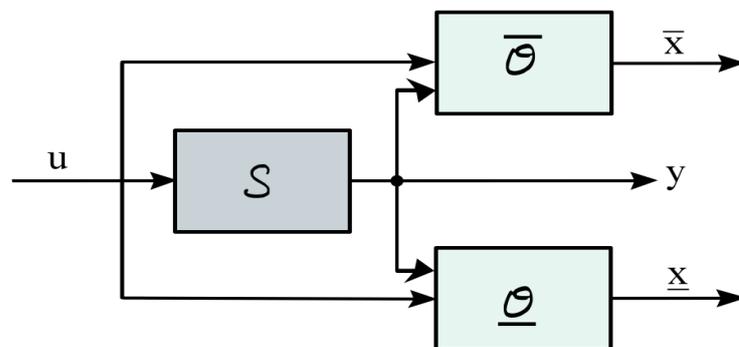


Figure 2.3.2 – Principe de l'observateur par intervalles

Dans cette section, seuls les systèmes linéaires sont présentés. Des méthodes permettant de traiter le cas non-linéaire ont été proposées par (Raïssi et al. 2010). L'idée est de trouver une approximation garantie du modèle non-linéaire en utilisant des modèles qLPV. Ainsi, cette approximation permet de construire un

observateur par intervalles linéaire, encadrant toutes les trajectoires d'état d'un système non-linéaire, de manière garantie.

### 2.3.1.3.2 Présentation de la méthode

Soit le système linéaire à temps continu décrit par :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) + v(t) \\ y(t) = Cx(t) + w(t) \end{cases} \quad (2.3.11)$$

où les matrices  $A, B, C$  sont respectivement la matrice d'état de commande et d'observation.

Ces incertitudes sont bornées par des quantités telles que :

$$\underline{w}(t) \leq w(t) \leq \overline{w}(t), \underline{v}(t) \leq v(t) \leq \overline{v}(t) \text{ et } \underline{x}(t_0) \leq x(t_0) \leq \overline{x}(t_0) \quad (2.3.12)$$

La structure de l'observateur permettant l'encadrement de l'état est définie par le système d'équations dynamiques permettant la détermination de la borne supérieure et de la borne inférieure :

$$\begin{cases} \dot{\overline{x}}(t) = A\overline{x}(t) + Bu(t) + L(y(t) - C\overline{x}(t)) \\ \dot{\underline{x}}(t) = A\underline{x}(t) + Bu(t) + L(y(t) - C\underline{x}(t)) \end{cases} \quad (2.3.13)$$

L'erreur entre la vraie valeur et la borne supérieure est définie par  $\overline{e}(t) = \overline{x} - x$  et l'erreur entre la vraie valeur et la borne inférieure est définie par  $\underline{e}(t) = x - \underline{x}$ . L'équation dynamique de l'erreur de la borne supérieure est représentée par l'équation suivante :

$$\dot{\overline{e}}(t) = (A - LC)\overline{e}(t) \quad (2.3.14)$$

L'erreur totale, c'est-à-dire l'erreur entre les deux bornes, est définie par :

$$e(t) = \overline{x}(t) - \underline{x}(t) \quad (2.3.15)$$

**Remarque :**

L'erreur de la borne inférieure suit le même principe que l'équation (2.3.14). Si la matrice  $(A - LC)$  est coopérative alors  $\underline{e}(0) \geq 0$  implique que  $\underline{e}(t) \geq 0, \forall t \geq 0$ . Une matrice est dite coopérative si et seulement si toutes les valeurs – sauf celles contenues par la diagonale – sont non-négatives.

**Définition 2.3.3**

Le système décrit par l'équation (2.3.13) est un observateur d'état par retour de sortie si les conditions d'existence suivantes sont respectées :

- il existe un gain  $L$  tel que la matrice  $(A - LC)$  soit coopérative ;
- l'état initial  $x(0) \in [\underline{x}(0), \bar{x}(0)]$ .

Afin d'assurer la convergence, la matrice  $(A - LC)$  doit être inversible et stable. Ainsi, l'erreur totale  $e(t) = \bar{e}(t) - \underline{e}(t)$  converge asymptotiquement vers une valeur inférieure à  $e_{\max}$  (J. Gouzé et al. 2000):

$$e_{\max} = -(A - LC)^{-1} B \quad (2.3.16)$$

### 2.3.1.4 Estimation d'état par prédiction/correction

#### 2.3.1.4.1 Introduction

L'estimateur d'état par prédiction/correction, aussi connu sous le vocable "Set-Valued Observer, SVO" aborde d'une manière séduisante le problème des incertitudes en supposant que les perturbations exogènes, les bruits, ainsi que les incertitudes des paramètres sont bornés. En effet, puisque à chaque instant  $t$  les perturbations et les bruits sont inconnus, il est impossible de connaître de manière exacte l'état du système. Grâce aux informations fournies par les bornes, l'estimateur d'état par prédiction/correction peut construire les ensembles des états consistants avec les bornes et les mesures courantes.

Plusieurs travaux tels que (Calafiore 2001; M. Kieffer et al. 2002; J.S. Shamma et K. Y. Tu 1997) ont investigué cette approche. On peut citer également (Haimovich et al. 2004; Letellier et al. 2011b; Lin et al. 2003; Rosa et al. 2009).

### 2.3.1.4.2 Présentation de la méthode

Soit le système d'équations du système à temps discret suivant :

$$\begin{cases} x_{k+1} = g(x_k, u_k, \theta_k) + w_k \\ y_k = h(x_k, u_k, \theta_k) + v_k \end{cases} \quad (2.3.17)$$

où  $x \in \mathbb{R}^n$  est l'état,  $u \in \mathbb{R}^m$  est l'entrée et  $y \in \mathbb{R}^p$  est la mesure ;  $v(k)$  et  $w(k)$  sont les perturbations ou bruits bornées.

Soit le système d'équations (2.3.17), un ensemble initial  $\mathbb{X}_0$ , l'entrée  $u_k$  et la sortie mesurée  $y_k$ , l'ensemble des états estimés à l'instant  $k$  est donné par :

$$\mathbb{X}_k = \left\{ x_k \mid \exists w, v, \theta_k, x_0, \left( x_j = g(x_{j-1}, u_{j-1}, \theta_{j-1}) + w_{j-1} \right)_{j=1 \dots k}, \right. \\ \left. \left( y_j = h(x_j, u_j, \theta_j) + v_j \right)_{j=0 \dots k} \right\} \quad (2.3.18)$$

L'estimation de l'état se fait en trois étapes distinctes : la prédiction, l'observation et la correction. La prédiction utilise d'une manière classique l'équation d'état, au détail près que l'on considère l'état corrigé à l'instant  $k - 1$ . La seconde étape consiste à observer l'état du système en utilisant l'équation de mesure, c'est-à-dire que l'on déduit l'état courant à partir de l'information fournie par la sortie mesurée. Enfin, l'étape de correction permet de tirer profit de l'information fournie par l'étape de prédiction et par l'étape d'observation. L'intersection des deux ensembles, prédits et observés, donne l'état estimé par l'estimateur d'état par prédiction/correction. De cette manière, l'étape de correction a le grand avantage de limiter le conservatisme inhérent aux méthodes ensemblistes. Les trois étapes sont définies de la manière suivante dans (Ocampo-Martínez et al. 2006) :

**Prédiction (Ensemble des états prédits) :** Considérons le système donné par la relation (2.3.17), l'entrée  $u_{k-1}$  et l'ensemble des états estimés  $\mathbb{X}_{k-1}^e$ , l'ensemble des états prédits à l'instant  $k$  est donné par :

$$\mathbb{X}_k^p = \left\{ x_k = g(x_{k-1}, u_{k-1}, \theta_{k-1}) + w_{k-1} \mid \right. \\ \left. x_{k-1} \in \mathbb{X}_{k-1}^e, \theta_{k-1} \in \Theta, w_{k-1} \in W \right\} \quad (2.3.19)$$

**Observation (Ensemble des états consistants) :** Considérons le système donné par la relation (2.3.17), l'entrée  $u_k$  et une sortie mesurée  $y_k$ , l'ensemble des états consistants à l'instant  $k$  est donné par :

$$\begin{aligned} \mathbb{X}_k^y &= \{x_k | \exists \theta_k \in \Theta, v_k \in V, \\ & y_k = h(x_k, u_k, \theta_k) + v_k\} \end{aligned} \quad (2.3.20)$$

**Correction (Ensemble des états estimés) :** Soit l'ensemble des états prédits  $\mathbb{X}_k^p$  et l'ensemble des états consistants  $\mathbb{X}_k^y$  à l'instant  $k$ , l'ensemble des états estimés est défini par :

$$\mathbb{X}_k^c = \mathbb{X}_k^p \cap \mathbb{X}_k^y \quad (2.3.21)$$

Il a été montré dans (M. Kieffer et al. 2002) que l'état exact  $\mathbb{X}_k$ , comme introduit dans la relation (2.3.18), est inclut dans l'état estimé  $\mathbb{X}_k^e$  par l'estimateur d'état par prédiction/correction :

$$\mathbb{X}_k \subseteq \mathbb{X}_k^c \quad (2.3.22)$$

Les ensembles de l'état prédit, observé et corrigé étant définis, l'estimation de l'état par l'estimateur d'état par prédiction/correction est donnée ci-dessous :

---

**Algorithme 2.3.3 Estimation via l'estimateur d'état par prédiction/correction**

---

1.  $\mathbb{X}_k^e \leftarrow \mathbb{X}_0$

**Pour  $k = 1$  à  $N$  faire**

2. Calculer  $\mathbb{X}_k^p$

3. Calculer  $\mathbb{X}_k^y$

4. Calculer  $\mathbb{X}_k^c = \mathbb{X}_k^p \cap \mathbb{X}_k^y$

**Fin pour**

---

### 2.3.1.4.3 Application à un système à deux cuves

#### 2.3.1.4.3.1 Introduction

Pour montrer la validité de l'estimateur d'état par prédiction/correction défini précédemment, nous présenterons en exemple un système de deux cuves (Letellier et al. 2011a).

Ce système est composé de deux réservoirs cylindriques  $T_1$  et  $T_2$  pouvant être remplis respectivement par les pompes  $P_1$  et  $P_2$  et vidés par les vannes  $V_1$  et  $V_2$ . Les réservoirs  $T_1$  et  $T_2$  peuvent aussi être remplis aléatoirement à travers les conduites qui se situent entre les deux réservoirs. Ces conduites, incluant chacune une vanne on-off  $V_3$  et  $V_4$ , sont sujettes à l'encrassement et engendrent certains défauts fonctionnels.

Les niveaux des deux réservoirs doivent être ajustés pour être compris entre 0 et 1 mètre ; une fois cette limite dépassée, les réservoirs débordent. Les deux réservoirs sont reliés par deux conduites. La première étant au fond des réservoirs et la seconde se situant à 50 centimètres permettant ainsi le déplacement du liquide d'un réservoir à l'autre.

Le système à deux cuves (représenté en Figure 2.3.3.) est donc constitué de six entrées composées par les pompes et les vannes, et dispose de deux capteurs de niveau  $L_1$  et  $L_2$ . Ces derniers pouvant être affectés par des défauts de type biais et/ou des bruits de mesures venant s'ajouter à l'observation théorique.

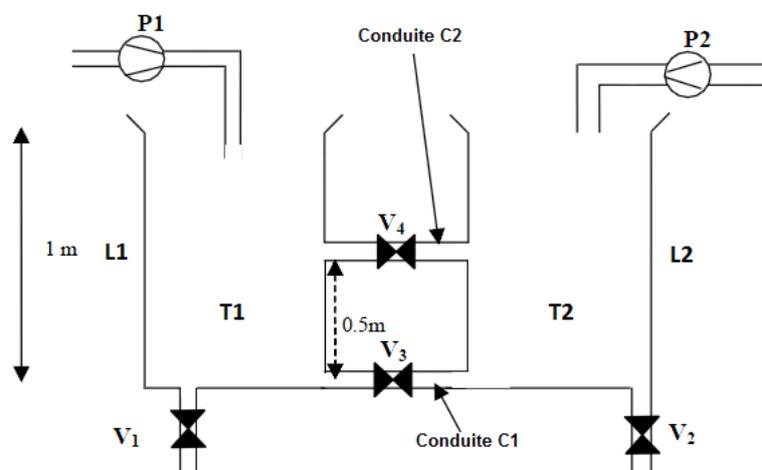


Figure 2.3.3 – Système à deux cuves

### 2.3.1.4.3.2 Modèle du système à deux cuves

Soit le système à deux cuves représenté par le modèle continu non-linéaire suivant :

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = \frac{1}{S}(D.P_1 - \alpha_1.V_1\sqrt{x_1} - \alpha_3.V_3.\text{sign}(x_1 - x_2)\sqrt{|x_1 - x_2|} \\ \quad - \alpha_4.V_4.\text{sign}(\max(x_1, 0.5) - \max(x_2, 0.5)). \\ \quad \sqrt{\max(x_1, 0.5) - \max(x_2, 0.5)}) \\ \dot{x}_2 = \frac{1}{S}(D.P_2 - \alpha_2.V_2\sqrt{x_2} + \alpha_3.V_3.\text{sign}(x_1 - x_2)\sqrt{|x_1 - x_2|} \\ \quad + \alpha_4.V_4.\text{sign}(\max(x_1, 0.5) - \max(x_2, 0.5)). \\ \quad \sqrt{\max(x_1, 0.5) - \max(x_2, 0.5)}) \end{cases} \quad (2.3.23)$$

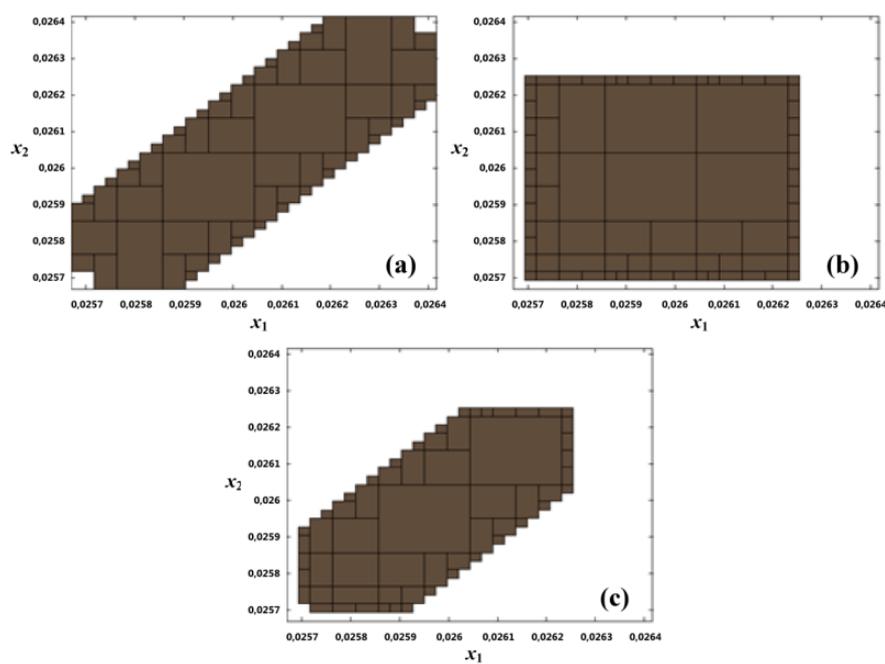
où  $S$  est la section des réservoirs,  $D$  est le débit des pompes et  $g$  l'accélération gravitationnelle. Les paramètres  $\alpha_i$  sont définis tel que  $\alpha_i = A\sqrt{2g}$ , avec  $i \in \{1,2,3,4\}$ , où  $A$  est la section des conduites.

### 2.3.1.4.3.3 Résultats

Comme précisé dans l'introduction les conduites  $C_1$  et  $C_2$  (voir Figure 2.3.3) sont sujettes à l'encrassement. Il est alors supposé que les incertitudes paramétriques portent sur les sections des conduites représentées par le paramètre  $A$ . Une incertitude de  $\pm 10\%$  a été ajoutée à ce dernier. Puisque l'analyse par intervalles est utilisée, le bruit n'est pas défini de manière stochastique mais en utilisant l'analyse par intervalles. Les capteurs sont supposés faiblement bruités, par conséquent, une incertitude de  $\pm 1\%$  a été retenue. Un défaut de type biais de  $+12\%$  a été ajouté sur le premier capteur, c'est-à-dire le capteur mesurant le niveau  $L_1$ . Le défaut apparaît à la septième seconde et disparaît à la huitième.

Dans la suite, les résultats obtenus pour le système discrétisé sont présentés. Puisque le système est non-linéaire, l'estimateur d'état par prédiction/correction utilise des méthodes de partitionnement en sous-pavés présentées en section 1.5 ; cela évitera une majoration excessive des bornes de l'état. Pour calculer l'état prédit, l'algorithme ImageSp (Luc Jaulin et al. 2001) est utilisé. De même, pour réaliser le calcul de l'état observé, nous avons besoin d'un algorithme

d'inversion ensembliste ; l'algorithme SIVIA (Luc Jaulin et al. 2001) est utilisé à cet effet. La Figure 2.3.4 montre par exemple les trois états résultants du calcul, à savoir le domaine de l'état prédit (a), le domaine de l'état observé (b) et le domaine de l'état corrigé (c) correspondant à l'état estimé.



**Figure 2.3.4 – Domaine des états calculés par l'estimateur d'état par prédiction/correction à l'instant  $k=3$**

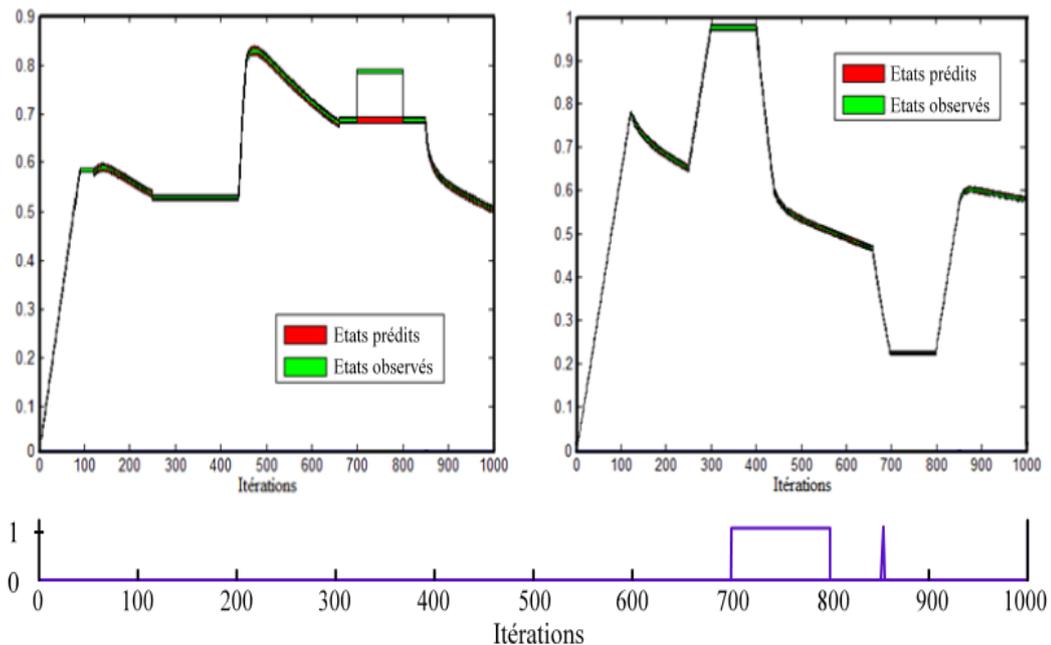
Il peut être remarqué sur la Figure 2.3.4 (a) que l'utilisation de l'algorithme ImageSp présente un intérêt majeur lorsqu'il est utilisé pour traiter les systèmes non-linéaires. Si l'analyse par intervalles aurait été utilisée seule, à la place du domaine délimité par les sous-pavés, on aurait l'approximation extérieure de cet ensemble, c'est-à-dire un pavé de forme rectangulaire. On trouve ainsi l'ensemble de l'état prédit approximativement proche de l'ensemble réel.

Sur la Figure 2.3.4 (b) est représenté le résultat de l'algorithme SIVIA. Il peut être remarqué que l'ensemble de l'état consistant avec les sorties mesurées est de forme rectangulaire. L'ensemble de l'état consistant étant l'image des mesures, elles-mêmes représentées par des intervalles, il est tout à fait normal d'aboutir à ce pavé rectangulaire.

Enfin, l'intersection des deux ensembles fournit l'ensemble de l'état estimé, représenté sur la Figure 2.3.4 (c).

Dans la suite sont étudiés les états pris indépendamment afin d'étudier leur trajectoire respective.

Les courbes obtenues (Figure 2.3.5) montrent les enveloppes composées par les bornes inférieure et supérieure de l'ensemble de l'état prédit et observé.



**Figure 2.3.5 – Estimation d'état par l'estimateur d'état par prédiction/correction et détection de défauts**

Les résultats de la détection de défauts vont être présentés. Pour obtenir des précisions sur les tests de cohérences, utilisés dans le cadre de la détection de défauts des systèmes incertains, se référer à la section 2.3.2.

Les résultats de simulations sont francs ; on voit très clairement la détection parfaite du défaut de l'itération 700 à l'itération 800, c'est-à-dire de la septième à la huitième seconde. En effet, l'intersection des deux enveloppes est vide, ce qui indique la présence d'un défaut.

On note une fausse alarme à l'entour de l'itération 850. Cela provient du fait que toutes les incertitudes du système n'ont pas été modélisées. En effet, dans notre exemple, nous avons seulement considéré une incertitude sur l'encrassement des canalisations.

## 2.3.1.5 Synthèse robuste de filtres

### 2.3.1.5.1 Introduction

Une autre approche employée dans le domaine de la détection et de la localisation robuste des défauts (DLRD) est l'utilisation de filtres de diagnostic robustes de type  $H_\infty$  investigué dans (Henry et Zolghadri 2005). Ce filtre vise deux aspects : la robustesse aux perturbations et la sensibilité aux défauts.

L'index  $H_\infty$  optimise les performances de sensibilité aux défauts alors que l'index  $H_-$  minimise simultanément l'influence des entrées inconnues sur une large classe de perturbations du modèle.

La synthèse directe de filtre de détection de défauts comme générateur de résidus utilise une formulation LMI de la minimisation de la norme de  $H_\infty$  et de la maximisation de la norme de  $H_-$  afin d'obtenir la matrice optimale du gain de l'observateur  $H$  et la matrice de pondération  $V$ . En d'autres termes, le but est de concevoir le filtre qui a la meilleure robustesse aux perturbations et la meilleure sensibilité au défaut.

Le modèle du système (représenté Figure 2.3.6) consiste en un modèle LTI nominal  $P_r(p)$  et un bloc de perturbation  $\Delta(p)$ . Il est supposé que toutes les perturbations (incertitudes paramétriques, dynamiques négligées,...) sont représentées par  $\Delta$ . Les perturbations exogènes sont représentées par l'entrée  $d$ , et l'entrée  $f$  est utilisée pour représenter les défauts. Enfin, les signaux  $\eta$  et  $\varepsilon$  sont internes au modèle. Le principe de base du filtre de détection de défaut est illustré sur la figure suivante :

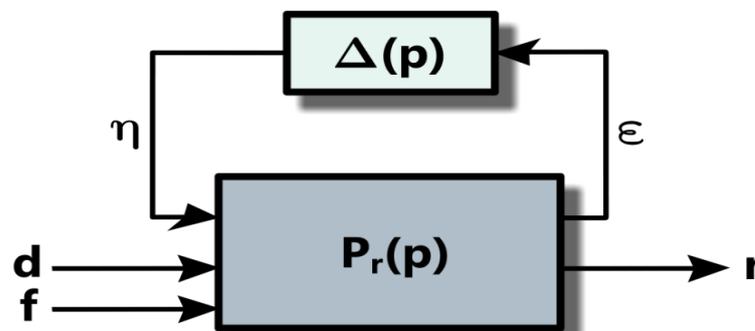


Figure 2.3.6 – Filtre de détection de défauts  $H_\infty$ , où  $\Delta$  représente le bloc des incertitudes

### 2.3.1.5.2 Présentation de la méthode

#### 2.3.1.5.2.1 Conception d'un filtre de détection de défaut optimal

Soit le système dynamique linéaire invariant dans le temps suivant :

$$\begin{cases} \dot{x} = Ax + Bu + B_d d + B_f f \\ y = Cx + Du + D_d d + D_f f \end{cases} \quad (2.3.24)$$

où  $x \in \mathbb{R}^n$  est le vecteur d'état,  $u \in \mathbb{R}^m$  est le vecteur des entrées,  $y \in \mathbb{R}^p$  est le vecteur des sorties mesurées,  $d \in \mathbb{R}^q$  est le vecteur des entrées inconnues (incluant les perturbations, les bruits et les incertitudes du modèle) et enfin  $f \in \mathbb{R}^l$  est le défaut à détecter.

Un filtre de détection de défaut est constitué de deux parties : un générateur de résidus et une méthode d'évaluation de résidus basée sur des seuils et une logique de décision. À des fins de génération de résidus, le filtre de détection de défaut suivant est utilisé (Bai et al. 2006) :

$$\begin{cases} \dot{\hat{x}} = A\hat{x} + Bu + H(y - \hat{y}) \\ \hat{y} = C\hat{x} + Du \\ r = V(y - \hat{y}) \end{cases} \quad (2.3.25)$$

Les paramètres du filtre robuste de détection de défauts sont le gain  $H$  de l'observateur et la matrice de pondération  $V$  des résidus. La dynamique du filtre peut être décrite en considérant l'erreur définie par la relation  $e = x - \hat{x}$  sous la forme :

$$\begin{cases} \dot{e} = (A - HC)e + (B_d - HD_d)d + (B_f - HD_f)f \\ r = V(Ce + D_d d + D_f f) \end{cases} \quad (2.3.26)$$

On peut remarquer que la dynamique des résidus dépend non seulement de  $f$  mais aussi de  $d$ . Par conséquent, la conception d'un observateur revient à concevoir une matrice  $H$  telle que  $A - HC$  soit asymptotiquement stable.

La dynamique d'un générateur de résidus peut être formulée comme suit :

$$r(s) = r_d(s) + r_f(s) = VT_{rd}(s)d(s) + VT_{rf}(s)f(s) \quad (2.3.27)$$

où

$$T_{rd}(s) = C(sI - \hat{A})^{-1} \hat{B}_d + D_d \quad (2.3.28)$$

$$T_{rf}(s) = C(sI - \hat{A})^{-1} \hat{B}_f + D_f \quad (2.3.29)$$

avec  $\hat{A} = A - HC$ ,  $\hat{B}_d = B_d - HD_d$  et  $\hat{B}_f = B_f - HD_f$ .

Les indexes de performance  $H_\infty$  et  $H_-$  sont utilisés. La performance  $H_\infty$  est utilisée pour spécifier l'effet du générateur de résidus sur les perturbations ainsi que sur les entrées inconnues :

$$H_\infty = \|VT_{rd}\|_\infty = \sup_w \bar{\sigma}(VT_{rd}(j\omega)) \quad (2.3.30)$$

L'index  $H_-$  est utilisé comme la mesure de la pire valeur de la sensibilité au défaut d'un générateur de résidus :

$$H_- = \inf_w \underline{\sigma}(VT_{rf}(j\omega)) \quad (2.3.31)$$

où  $\bar{\sigma}$  et  $\underline{\sigma}$  sont respectivement la valeur singulière maximum et minimum de la matrice  $VT_{rd}$  et  $VT_{rf}$ .

La matrice de gain  $H$  et la matrice de pondération des résidus  $V$  peuvent être trouvées, telles que le système soit asymptotiquement stable, en respectant les conditions suivantes :

$$\begin{aligned} H_\infty &\leq \gamma \\ H_- &\geq \beta \end{aligned} \quad (2.3.32)$$

où  $\gamma$  représente le critère du pire cas de l'effet des perturbations sur les résidus. Plus  $\gamma$  est petit, plus le générateur de résidus est robuste. Quant à  $\beta$ , il représente la mesure de la sensibilité du défaut dans le pire cas. Plus  $\beta$  est grand, plus le générateur de résidu est sensible et plus les défauts sont faciles à détecter.

### 2.3.1.5.2.2 Problème de conception du filtre robuste

Dans cette section, via le lemme des réels bornés, le problème de conception du filtre robuste est abordé. Ce problème est résolu via une approche LMI (S. X. Ding 2008; Henry et Zolghadri 2005).

#### Lemme 2.3.1 (Guo et al. 2009)

Considérons le système LTI (2.3.25) et l'observateur (2.3.26) alors le système (2.3.26) est asymptotiquement stable et satisfait  $H_\infty \leq \gamma$  s'il existe une matrice  $P > 0$  et  $\bar{H}, V$  tel que :

$$\begin{pmatrix} A^T P + PA - \bar{H}C - C^T \bar{H}^T & PB_d - \bar{H}D_d & C^T V^T \\ * & -\gamma^2 I & D_d^T V^T \\ * & * & -I \end{pmatrix} \leq 0 \quad (2.3.33)$$

avec  $\bar{H} = PH$  et les astérisques représentant la partie correspondante de la matrice symétrique.

#### Lemme 2.3.2 (Guo et al. 2009)

Considérons le système LTI (2.3.25) et l'observateur (2.3.26) alors le système (2.3.26) est asymptotiquement stable et satisfait  $H_- \geq \beta$  s'il existe une matrice  $P > 0$  et  $\bar{H}, V$  tel que :

$$\begin{pmatrix} A^T P + PA - \bar{H}C - C^T \bar{H}^T - C^T V^T V C & C^T V^T V D_f + \bar{H}D_f - P B_f \\ * & \beta^2 I - D_f^T V^T V D_f \end{pmatrix} \leq 0 \quad (2.3.34)$$

avec  $\bar{H} = PH$  et les astérisques représentant la partie correspondante de la matrice symétrique.

## 2.3.1.6 Espace de parité des systèmes incertains

### 2.3.1.6.1 Introduction

L'approche de l'espace de parité se base sur la reformulation des équations dynamiques du modèle en équations purement algébriques. Cette approche permet, lorsque les mesures sont empilées sur un horizon  $s$ , d'obtenir une

représentation statique dans laquelle les équations du modèle ne sont plus nécessaires pour la génération des résidus (voir par exemple (E. Chow et A. Willsky 1984b)). Comme dans le cas certain, la matrice de projection, appelé aussi matrice de parité, est calculée de manière à annuler l'influence de l'état  $x(k)$ . En revanche, le vecteur de parité est calculé de deux manières : la forme de calcul et la forme d'évaluation. Cela permet d'avoir un vecteur de parité qui tire profit des informations des sorties mesurées et des paramètres certains et un autre vecteur de parité dans lequel les incertitudes du modèle sont prises en compte. Ainsi, il est possible de définir des tests de cohérence permettant de détecter facilement les défauts.

### 2.3.1.6.2 Présentation de la méthode

Soit le modèle discret linéaire suivant :

$$\begin{cases} x(k+1) = Ax(k) + Bu(k) \\ y(k) = Cx(k) \end{cases} \quad (2.3.35)$$

où  $x \in \mathbb{R}^n$ ,  $u \in \mathbb{R}^m$ ,  $y \in \mathbb{R}^p$  sont respectivement les vecteurs d'état, de commande et de mesure.  $A \in \mathbb{I}\mathbb{R}^{n \times n}$ ,  $B \in \mathbb{I}\mathbb{R}^{n \times m}$  et  $C \in \mathbb{I}\mathbb{R}^{p \times n}$  sont respectivement les matrices incertaines d'état, de commande et de mesure.

Sur un horizon d'observation  $s$ , les équations d'état peuvent être mises sous la forme :

$$\begin{pmatrix} y(k-s) \\ y(k-s+1) \\ \vdots \\ y(k) \end{pmatrix} = C_s x(k) + H_s \begin{pmatrix} u(k-s) \\ u(k-s+1) \\ \vdots \\ u(k) \end{pmatrix} \quad (2.3.36)$$

où  $C_s \in \mathbb{I}\mathbb{R}^{(s+1)p \times n}$  est la matrice d'observabilité d'ordre  $s$  définie par :

$$C_s = \begin{pmatrix} C \\ CA \\ CA^2 \\ \vdots \\ CA^s \end{pmatrix} \quad (2.3.37)$$

et  $H_s \in \mathbb{R}^{(s+1)m \times s.q}$  est la matrice de Hankel des quadruplés  $(A, B, C, D)$ , telle que :

$$H_s = \begin{pmatrix} 0 & 0 & \dots & 0 \\ CB & 0 & \dots & 0 \\ CAB & CB & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & 0 \\ CA^{s-1}B & CA^{s-2}B & \dots & CB \end{pmatrix} \quad (2.3.38)$$

Une matrice de projection, appelée matrice de parité  $W$ , peut être obtenue à condition que la taille de la fenêtre  $s$  soit suffisamment grande ; la matrice de parité doit être de rang plein et satisfaire la condition suivante :

$$W \times C_s \cong 0 \quad (2.3.39)$$

Notons que la matrice  $C_s$  est incertaine puisque les matrices  $C$  et  $A$  qui la compose, le sont également.

Pour calculer la matrice  $W$  il faut résoudre le problème suivant :  $XD = E$ , avec  $X$  inconnu. La solution de ce problème est donnée par la relation  $X = ED^+ + K(I - DD^+)$ , où  $K$ ,  $I$  et  $D^+$  sont respectivement une matrice arbitraire, la matrice identité et la pseudo-inverse de la matrice  $D$ .

En considérant que  $E = 0$  et que  $D = C_s$ , avec  $C_s$  étant une matrice de plein rang colonne, l'expression suivante est déduite :

$$W = K \left( I - C_s \overbrace{(C_s^T C_s)^{-1} C_s^T}^{C_s^+} \right) \quad (2.3.40)$$

Le vecteur de parité calculé  $P_{\text{cal}}$  est nécessairement calculé sur la partie certaine, c'est-à-dire nominale, du système. La partie certaine de la matrice de Hankel est alors uniquement conservée. La fonction  $\text{mid}$  présentée dans la section 1.2 est utilisée à cet effet. La forme de calcul du vecteur de parité est définie par :

$$P_{\text{cal}}(k-s, k) = W^T (y(k-s, k) - \text{mid}(H_s)u(k-s, k)) \quad (2.3.41)$$

Le vecteur de parité évalué  $P_{\text{éval}}$  est composé de deux parties : la partie résiduelle et la partie incertaine. Le terme résiduel est composé de l'état  $x(k)$  qu'il faut éliminer par l'intermédiaire de la matrice de parité  $C_s$ . Notons toutefois que cela n'est pas toujours possible d'obtenir un découplage total. Le terme incertain est quant à lui composé de la matrice de Hankel qui est incertaine, car composée des matrices incertaines  $A, B,$  et  $C$ . Le vecteur de parité évalué, même en l'absence de défaut, n'est pas nul contrairement au vecteur de parité calculé car les incertitudes des matrices incertaines  $A, B,$  et  $C$  engendreront la formation d'une enveloppe incluant toutes ces incertitudes. L'expression de la forme d'évaluation est représentée par :

$$P_{\text{éval}}(k-s, k) = \underbrace{W^T C_s x_k}_{\cong 0} + \underbrace{W^T H_s u_{k-s+1, k}}_{\text{terme incertain}} \quad (2.3.42)$$

### 2.3.1.6.3 Application à un générateur électrique d'éolienne

#### 2.3.1.6.3.1 Introduction

Dans cette section, l'approche de l'espace de parité par intervalles est traitée sur un exemple concret de générateur électrique d'éolienne (Letellier et al. 2010). En effet, le modèle utilisé pour réaliser les simulations est celui d'un **G**énérateur **A**synchrone **D**oublement **A**imentée (GADA) d'éolienne. Il est connu que ces générateurs sont soumis à de nombreuses perturbations extérieures telles que les variations de température, l'humidité, les vibrations, etc. Établir un diagnostic sur ce type de système n'est pas chose aisée, les modèles utilisés ne prenant généralement pas en compte ces variations. Dans cet exemple, le modèle utilisé est considéré incertain, c'est-à-dire que les paramètres sont modélisés par des intervalles afin de prendre en compte les éventuelles perturbations. Un défaut pourra donc être différencié d'une incertitude non prise en compte, que cela soit sur les paramètres ou les bruits de mesure, ce qui permettra de réduire le nombre de fausses alarmes – à condition que les incertitudes retenues correspondent à la réalité. La Figure 2.3.7 représente une éolienne munie de son générateur électrique.

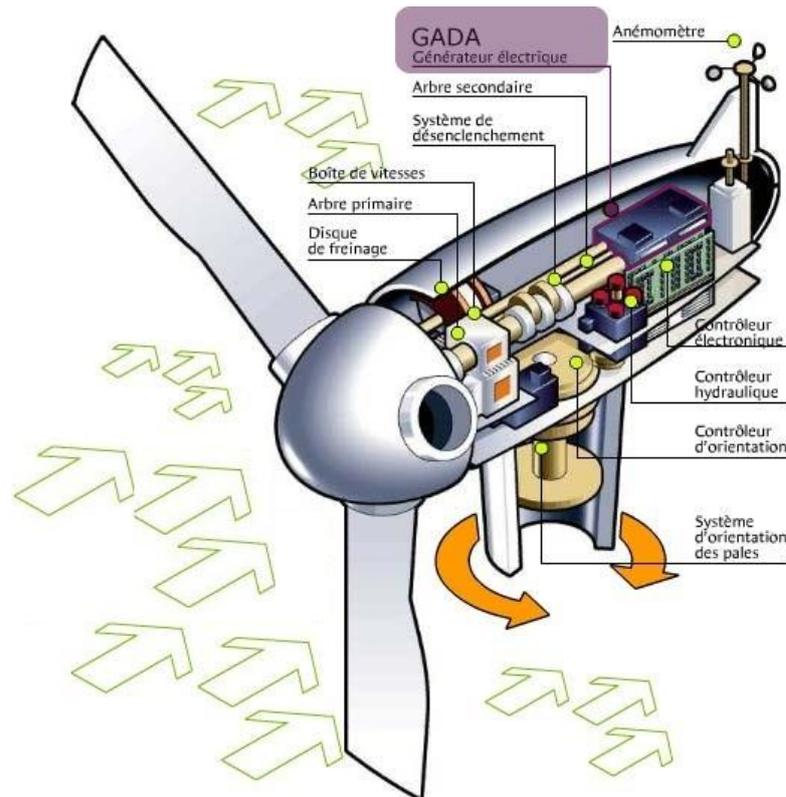


Figure 2.3.7 – Schéma d'une éolienne et de son générateur électrique

### 2.3.1.6.3.2 Modèle du générateur électrique d'éolienne

Considérons un modèle dynamique linéaire et incertain défini par les relations discrètes suivantes :

$$\begin{cases} x(k+1) = Ax(k) + Bu(k) \\ y(k) = Cx(k) \end{cases} \quad (2.3.43)$$

où  $x \in \mathbb{R}^n$ ,  $u \in \mathbb{R}^m$ ,  $y \in \mathbb{R}^p$  sont respectivement les vecteurs d'état, de commande et de mesure.  $A \in \mathbb{I}\mathbb{R}^{n \times n}$ ,  $B \in \mathbb{I}\mathbb{R}^{n \times m}$  et  $C \in \mathbb{I}\mathbb{R}^{p \times n}$  sont respectivement les matrices d'état, de commande et de mesure.

Le modèle du générateur électrique est décrit dans la base  $(\alpha, \beta)$  (Bennouna et al. 2005). Les vecteurs d'état et de sortie ainsi que le vecteur d'entrée sont définis par :

$$Y = X = \begin{pmatrix} i_{as} \\ i_{\beta s} \\ i_{ar} \\ i_{\beta r} \end{pmatrix}, U = \begin{pmatrix} u_{as} \\ u_{\beta s} \\ u_{ar} \\ u_{\beta r} \end{pmatrix} \quad (2.3.44)$$

Les matrices d'état et de commande du générateur électrique d'éolienne sont définies comme suit :

$$A = \frac{1}{S} \begin{pmatrix} -R_s L_r & \omega_m L_h^2 & L_h R_r & \omega_m L_r L_h \\ -\omega_m L_h^2 & -R_s L_r & -\omega_m L_r L_h & L_h R_r \\ L_h R_s & -\omega_m L_s L_h & -R_s L_r & -\omega_m L_s L_r \\ \omega_m L_s L_h & L_h R_s & \omega_m L_s L_r & -R_s L_r \end{pmatrix} \quad (2.3.45)$$

$$B = \frac{1}{S} \begin{pmatrix} L_r & 0 & -L_h & 0 \\ 0 & L_r & 0 & -L_h \\ -L_h & 0 & L_s & 0 \\ 0 & -L_h & 0 & L_s \end{pmatrix} \quad (2.3.46)$$

avec  $S = (L_s L_r - L_h^2)$  ;  $i_{\alpha s, \beta s}, i_{\alpha r, \beta r}$  les courants du stator et du rotor des phases  $\alpha$  et  $\beta$  ;  $u_{\alpha s, \beta s}, u_{\alpha r, \beta r}$  les tensions stator et rotor sur les phases  $\alpha$  et  $\beta$  ;  $L_s, L_r, L_h$  les inductances statoriques, rotoriques et mutuelles ;  $R_r, R_s$  les résistances statoriques et rotoriques et enfin  $\omega_m$  est la vitesse de rotation du générateur électrique.

### 2.3.1.6.3.3 Résultats de simulation

L'approche de l'espace de parité a été appliquée à cet exemple en considérant deux types de défauts : les biais et les défauts multiplicatifs. Les défauts ont été ajoutés sur le capteur de sortie mesurant  $I_{\alpha s}$ . L'incertitude est considérée unique et porte sur la résistance du rotor  $R_r$ .

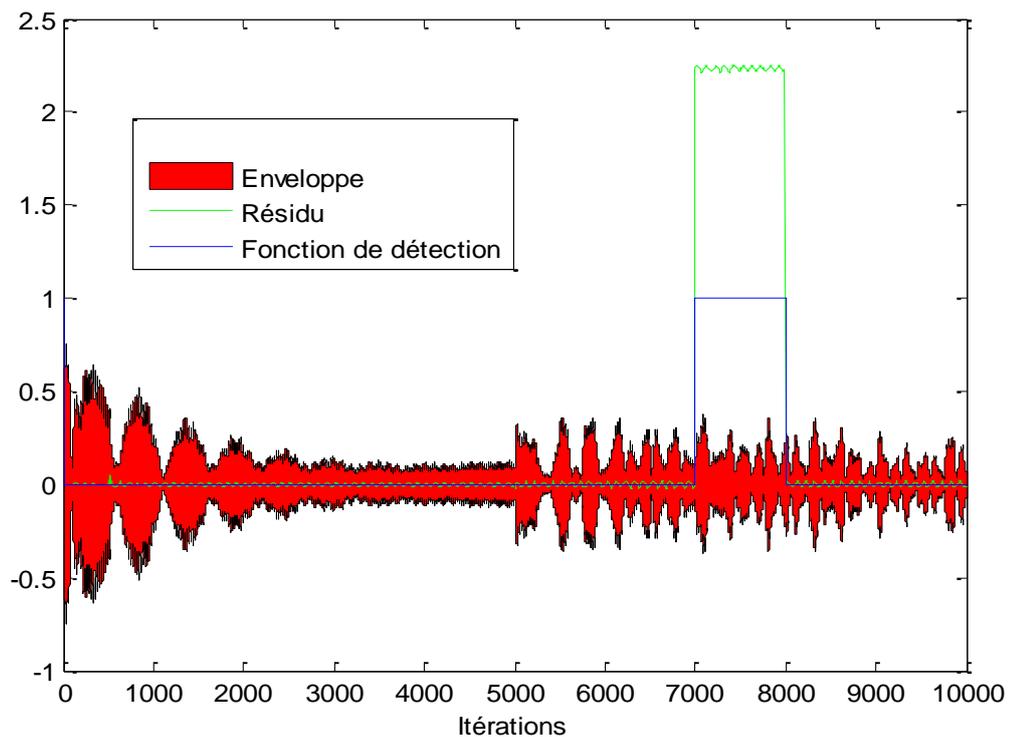
Voir la section 2.3.2 pour obtenir des précisions sur les tests de cohérences utilisés dans le cadre de la détection de défauts des systèmes incertains.

#### 2.3.1.6.3.3.1 Défaut de type biais

Un des défauts classiquement étudié sur les capteurs est le défaut de type biais. Dans les simulations, un défaut biais de +5% a été ajouté de la septième à la huitième seconde (soit de l'itération 7000 à 8000) ; l'incertitude du paramètre  $R_r$  est de  $\pm 5\%$ . Les matrices ont été calculées sur un horizon  $s = 1$ . Sachant que  $S_m = (s + 1)m$ , nous obtenons un vecteur de parité constitué de 8 résidus.

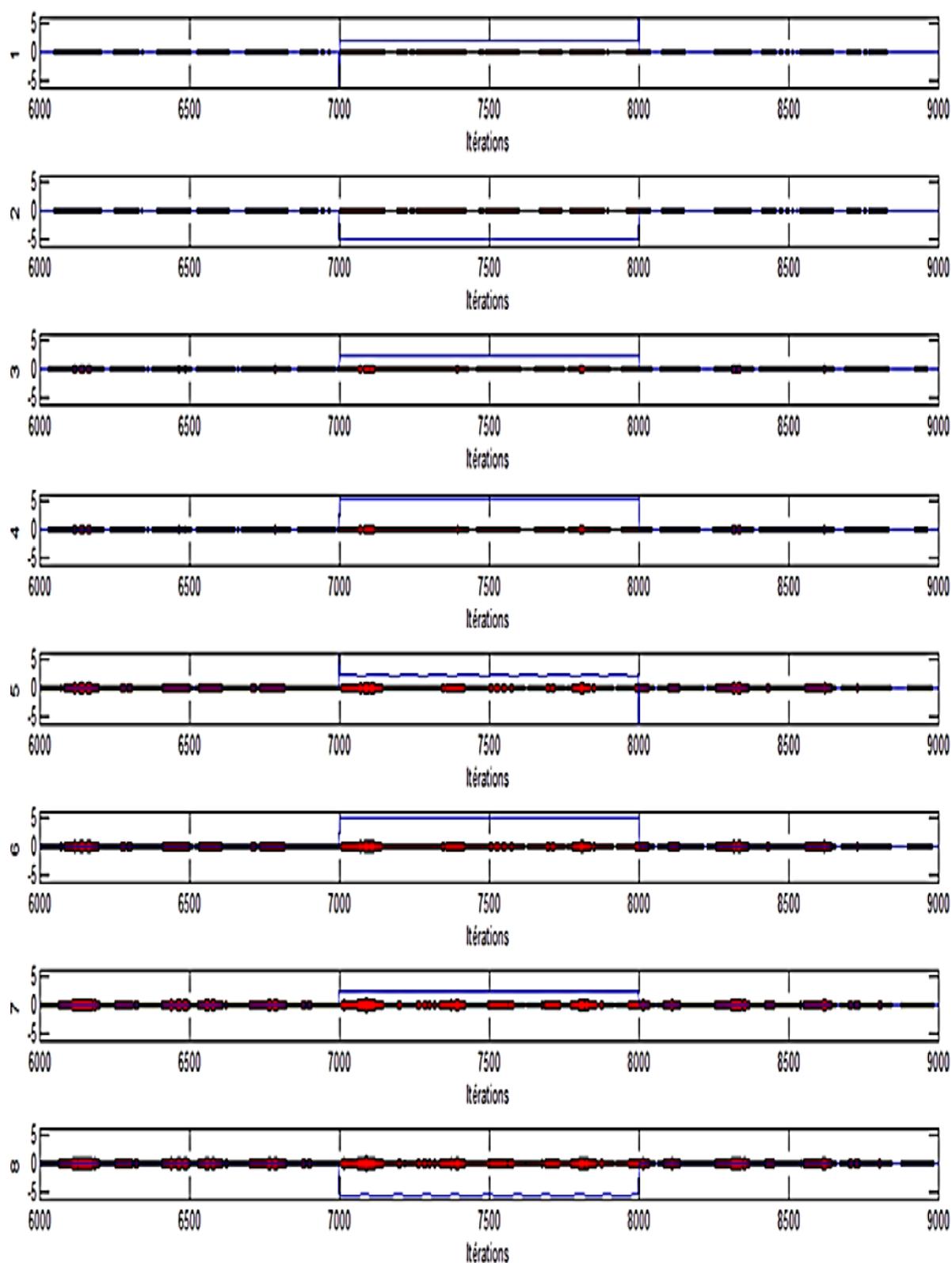
La Figure 2.3.8 illustre les résultats obtenus pour le troisième résidu en présence d'un défaut de type biais. On peut remarquer que le vecteur de parité

calculé sort complètement de l'enveloppe du vecteur de parité évalué de la septième à la huitième seconde. La valeur du vecteur de parité calculé est approximativement de 2,25 alors que la borne supérieure de l'enveloppe, du vecteur de parité évalué, est comprise entre 0,1 et 0,3. Il en résulte alors une parfaite détection du défaut.



**Figure 2.3.8 – Défaut biais de 30 A sur  $I_{as}$  et incertitude de 5% sur  $R_r$**

Puisque 8 résidus ont été générés, ils contiennent chacun à des degrés différents la marque du défaut comme l'illustre la Figure 2.3.9. Pour des raisons de lisibilité les graphes ont été affichés de l'itération 6000 à 9000. La Figure 2.3.9 montre que, pour chacun des résidus, le vecteur de parité calculé sort de l'enveloppe ce qui permet de détecter aisément le défaut.

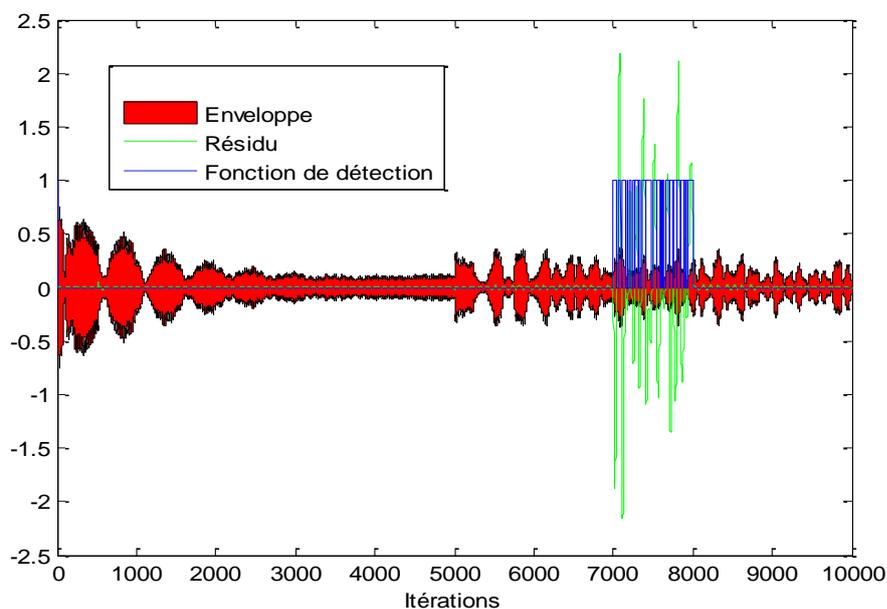


**Figure 2.3.9 – Résidus du vecteur de parité pour un défaut de type biais de 30 A sur  $I_{os}$  et une incertitude de 5% sur  $R_t$**

### 2.3.1.6.3.2 Défaut de type multiplicatif

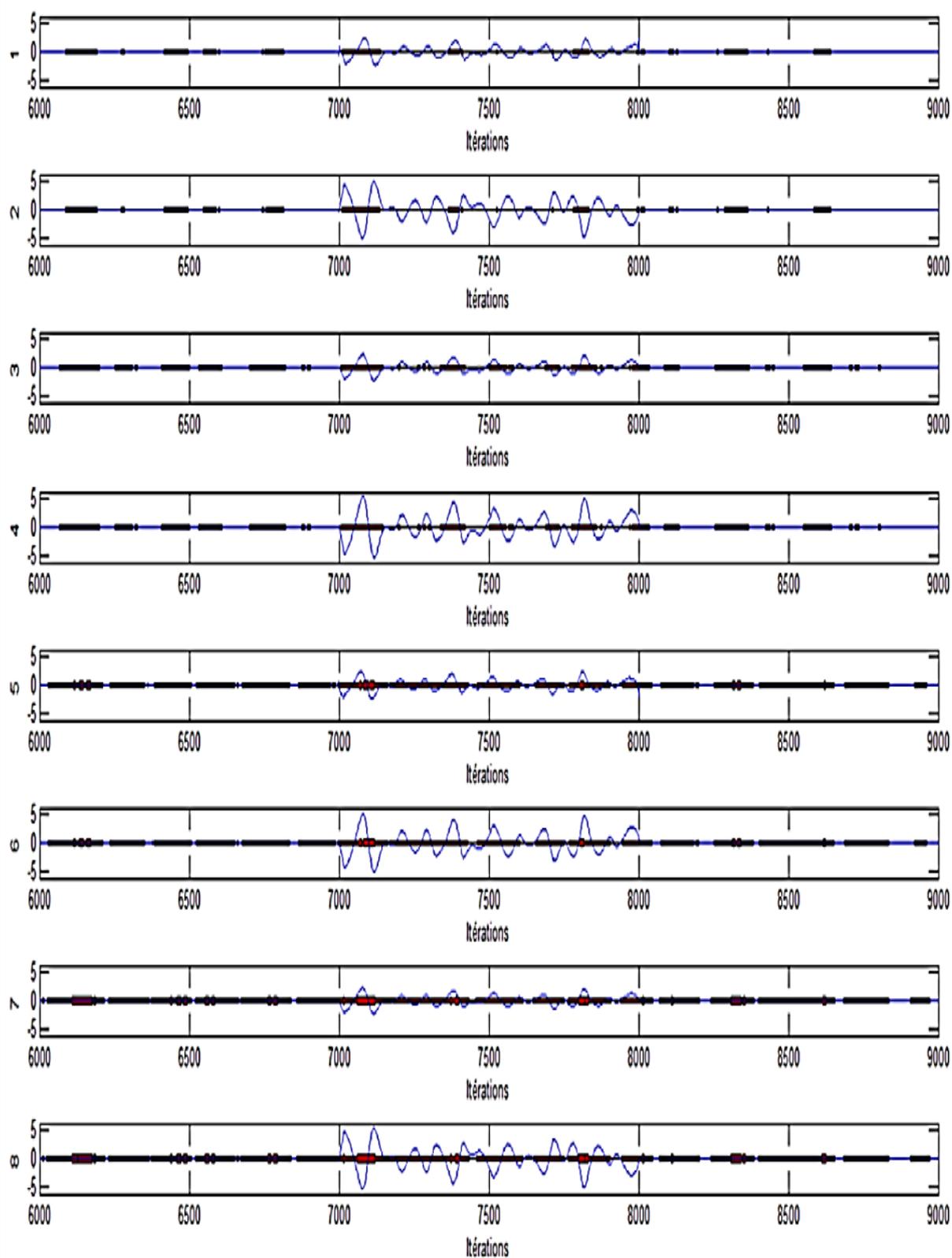
Après avoir étudié le défaut de type biais, nous allons nous intéresser au défaut de type multiplicatif pour évaluer la pertinence de l'approche de l'espace de parité pour la détection de défauts. L'incertitude du paramètre  $R_r$  est de nouveau considérée et a pour valeur  $\pm 5\%$ . Un défaut multiplicatif de  $+5\%$  a été ajouté de la septième à la huitième seconde (soit de l'itération 7000 à 8000). La même démarche a été appliquée comme précédemment ; l'horizon  $s = 1$  reste inchangé ce qui donne 8 résidus.

La Figure 2.3.10 représente les résultats obtenus pour le troisième résidu. On remarque qu'avec un défaut de type multiplicatif d'une valeur de  $+5\%$ , de la septième à la huitième seconde, et une incertitude de  $\pm 5\%$  sur le paramètre  $R_r$ , le défaut est aisément détecté. On note également que la structure même du défaut engendre des oscillations sur le vecteur de parité calculé provoquant une détection discontinue, mais pour autant non moins performante.



**Figure 2.3.10 – Défaut multiplicatif de 5% sur  $I_{us}$  et incertitude de 5% sur  $R_r$**

La Figure 2.3.11 représente les huit résidus obtenus. On remarque que les oscillations du vecteur de parité sont présentes sur les huit résidus et que le défaut impacte chacun de ces résidus. Les défauts peuvent également être facilement détectés avec l'approche de l'espace de parité par intervalles.



**Figure 2.3.11 – Résidus du vecteur de parité pour un défaut de type multiplicatif de 5% sur  $I_{us}$  et une incertitude de 5% sur  $R_r$**

## 2.3.2 Tests de cohérence

Soit le système linéaire à temps discret défini par le système d'équations suivant :

$$\begin{cases} x(k+1) = A(\theta)x(k) + B(\theta)u(k) \\ y(k) = C(\theta)x(k) + D(\theta)u(k) \\ x(0) \in \mathbb{X}_0 \\ \theta \in \mathbb{P}_0 \end{cases} \quad (2.3.47)$$

où  $x \in \mathbb{R}^n$ ,  $u \in \mathbb{R}^m$ ,  $y \in \mathbb{R}^y$ , et  $\theta \in \mathbb{R}^p$  représentent respectivement les vecteurs d'état, de commande, de sortie et des paramètres incertains.

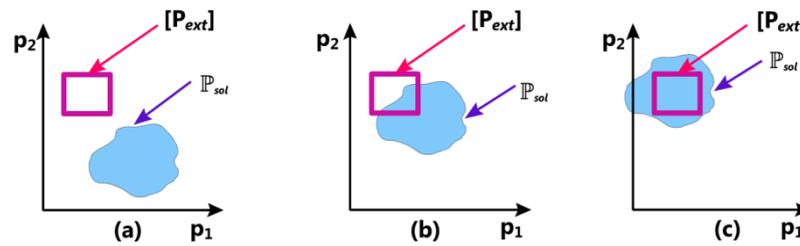
### 2.3.2.1 Tests de cohérences sur les variables internes

La détection de défauts basée sur des tests de cohérence sur les variables internes (Vicenç Puig 2010) se fait en deux étapes : la validation du modèle et la détection réelle d'anomalies.

La première étape consiste à déterminer l'ensemble de solutions des paramètres  $\mathbb{P}$  lors d'un fonctionnement normal sans défauts. Cette étape de validation du modèle est nécessaire afin de pouvoir discriminer, par la suite, un comportement sain d'un comportement avec défaut(s). Des algorithmes de sous-pavage tel que SIVIA sont généralement utilisés pour définir, avec une précision plus ou moins grande, cet ensemble. On définit généralement un encadrement extérieur de la solution sous forme de pavé  $[P_{ext}]$ , bien que ce dernier engendre du pessimisme ; cela permet de gagner énormément en temps de calcul. Des méthodes plus abouties permettent de prendre en compte les incertitudes numériques (Videau et al. 2006). En effet, l'espace contenu entre le pavé intérieur et le pavé extérieur représente l'incertitude numérique liée à l'utilisation d'un algorithme de sous-pavage et de la précision choisie de ce dernier.

La seconde étape consiste à définir en ligne, à partir des informations des sorties mesurées, les paramètres réels du système à l'instant  $t$  ou bien sur un horizon  $H$ . On utilise à nouveau un algorithme de sous-pavage tel que SIVIA pour réaliser l'inversion ensembliste que requiert la recherche de l'ensemble solution des paramètres  $\mathbb{P}_{sol}$ .

La Figure 2.3.12 illustre le principe de la détection de défauts basée sur les variables internes :



**Figure 2.3.12 – Tests de cohérence sur les variables internes**

La détection de défaut consiste à rechercher l'intersection  $\mathbb{P}_k$  entre l'ensemble  $\mathbb{P}_{sol}$  et le pavé  $[P_{ext}]$  :

$$\mathbb{P}_k = \mathbb{P}_{sol} \cap [P_{ext}] \quad (2.3.48)$$

Ainsi, on peut conclure que si le modèle et les hypothèses du départ ne vérifient pas les données expérimentales – c.-à-d. si l'ensemble  $\mathbb{P}_{sol}$  et le pavé  $[P_{ext}]$  sont inconsistants – alors un défaut est détecté (voir Figure 2.3.12 (a)). Cela se traduit par une intersection vide des deux ensembles :

$$\mathbb{P}_k = \mathbb{P}_{sol} \cap [P_{ext}] = \emptyset \quad (2.3.49)$$

En revanche si  $\mathbb{P}_k \neq \emptyset$ , c.-à-d. si  $\mathbb{P}_{sol}$  se superpose globalement ou partiellement avec  $[P_{ext}]$  alors aucun défaut n'est détecté (voir Figure 2.3.12 (b) et (c)). De plus, une prise de décision plus élaborée peut être réalisée en prenant comme indicateurs le nombre de sous-pavés de  $\mathbb{P}_k$  ainsi que leur volume (Videau et al. 2006).

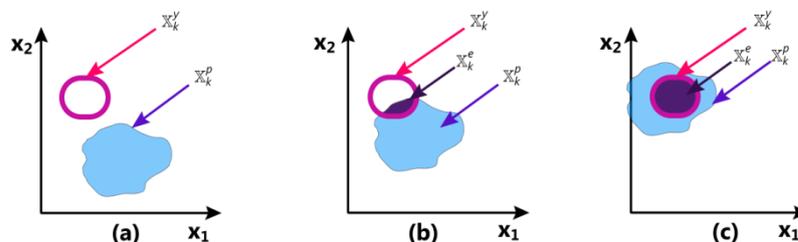
### 2.3.2.2 Tests de cohérences sur les variables externes

La détection de défaut basée sur les variables externes consiste à étudier la cohérence des informations prédites par l'intermédiaire du modèle et les informations observées grâce aux mesures.

Avant de réaliser le test de cohérence, il faut procéder à la réalisation de deux étapes : le calcul de l'ensemble de l'état prédit et le calcul de l'ensemble de l'état observé. La première étape consiste à prédire, à partir de l'équation d'état, le

domaine  $\mathbb{X}_k^p$ . La seconde étape consiste, quant à elle, à observer l'état  $\mathbb{X}_k^y$  en s'appuyant sur les mesures fournies par les capteurs.

La Figure 2.3.13 illustre le principe de la détection de défauts basée sur les variables externes :



**Figure 2.3.13 – Tests de cohérence sur les variables externes**

La détection de défaut peut être réalisée très simplement en analysant l'intersection entre les deux ensembles :

$$\mathbb{X}_k^e = \mathbb{X}_k^p \cap \mathbb{X}_k^y \quad (2.3.50)$$

Ainsi, un défaut est détecté si les ensembles des états prédits et observés sont inconsistants, ce qui se traduit par une intersection vide des deux ensembles (voir Figure 2.3.13 (a)) :

$$\mathbb{X}_k^e = \mathbb{X}_k^p \cap \mathbb{X}_k^y = \emptyset \quad (2.3.51)$$

Dans le cas contraire, si  $\mathbb{X}_k^p \cap \mathbb{X}_k^y \neq \emptyset$ , alors aucun défaut n'est révélé (voir Figure 2.3.13 (b) et (c)).

### 2.3.2.3 Tests de cohérence sur les résidus de parité

On remarque que la méthode utilisée dans le cas des systèmes incertains est différente de celle employée dans le cas des systèmes certains. En effet, dans la méthode classique, la détection de défauts se base sur des tests statistiques. Le seuil est donc simplement défini par des lois de probabilité. Dans le cadre incertain, la génération du seuil de détection se fait d'une manière déterministe. Effectivement, les bornes des incertitudes sur les paramètres apportent une information substantielle qui permet de générer une enveloppe faisant office de

seuil de détection de défauts. Ainsi, il est possible de calculer le vecteur de parité  $P_{\text{éval}}$  qui est constitué de résidus ayant la forme d'une enveloppe remplaçant les seuils statistiques. L'enveloppe étant directement corrélée aux incertitudes des paramètres, il est possible d'obtenir une détection de défaut non dépendante des erreurs de modélisation. Il est important de noter que pour des défauts de faible ampleur et/ou dans le cas où les incertitudes sur les paramètres sont fortes, les défauts peuvent passer inaperçus. Il convient bien sûr de rester cohérent entre les incertitudes qu'on applique au système et les défauts à détecter.

La procédure de détection de défaut réside sur des tests de cohérence. En repartant des vecteurs de parité calculés  $P_{\text{cal}}$  et évalués  $P_{\text{éval}}$ , un défaut est détecté si la condition suivante est respectée :

$$P_{\text{cal}}(k - s, k) \notin P_{\text{éval}}(k - s, k) \quad (2.3.52)$$

La Figure 2.3.14 explicite le principe de détection de défaut présenté ci-dessus. On remarque que si le vecteur de parité calculé  $P_{\text{cal}}$  sort de l'enveloppe définie par le vecteur de parité évalué  $P_{\text{éval}}$  alors un défaut est détecté.

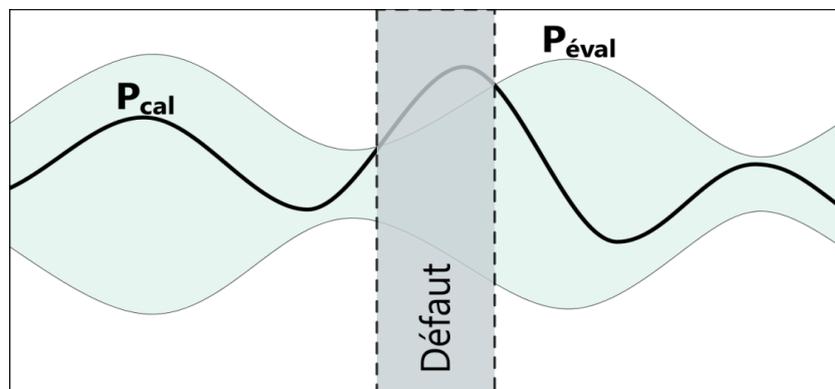


Figure 2.3.14 – Principe de détection de défaut basé sur l'espace de parité incertain

## 2.4 LOCALISATION DES DÉFAUTS DES SYSTÈMES INCERTAINS

Suite à la détection, on peut procéder à la localisation du défaut. Cette étape a pour but d'isoler le défaut afin de pouvoir définir quel composant est affecté par le défaut, et dans le cas de défauts multiples, de pouvoir attribuer les défauts à chacun de leur composants respectifs (Frank 1987; R. J. Patton et Kangethe 1989). L'isolation de défaut requiert non pas un seul résidu comme pour la détection de

défauts mais un ensemble de résidus que l'on appelle généralement « vecteur de résidus ». L'obtention de ces résidus peut se faire de différentes manières : soit par la méthode de l'espace de parité soit par des bancs de filtres. En réalité, ces deux approches sont assez liées. En effet, les résidus issus des observateurs peuvent être obtenus en filtrant les résidus de parité, à l'aide d'un filtre linéaire dont les caractéristiques dépendent de la matrice de gain de l'observateur (Nuninger et al. 1997).

Dans une procédure de localisation de défauts, la génération de résidus est une étape primordiale permettant ensuite l'évaluation des résidus. Parmi les différents générateurs de résidus, on présentera l'espace de parité et deux structures de bancs de filtres : la structure dédiée et la structure généralisée d'observateurs.

### **2.4.1 Analyse des résidus de parité**

Les redondances analytiques contenues dans un modèle permettent de générer des résidus ; ces derniers pouvant ensuite servir à l'isolation des défauts.

Il existe plusieurs façons d'aborder l'analyse de ces résidus. La première façon consiste à structurer les résidus afin de pouvoir ensuite étudier la signature des défauts. La seconde façon consiste à étudier directement la direction prise par le vecteur des résidus afin de pouvoir la comparer aux directions caractérisant un défaut en particulier.

#### **2.4.1.1 Principe de la structuration des résidus**

La méthode permettant de construire un ensemble de résidus structurés est présentée dans ce mémoire. Cette approche, largement utilisée pour localiser les défauts, est très simple et s'applique à une très grande variété de systèmes qu'ils soient linéaires ou non-linéaires.

Le principe de la structuration des résidus est de concevoir des résidus sensibles à un sous-ensemble de défauts tout en étant insensibles au reste des défauts (J. Chen 1995; E. Chow et A. Willsky 1984b; J. J. Gertler 1993). Pour cela, un ensemble de générateurs de résidus est conçu selon les relations souhaitées

de sensibilité et d'insensibilité. Les résidus sont structurés sous forme de matrice que l'on nomme matrice d'incidence, matrice des signatures, ou encore structure d'influence, car décrivant l'influence des défauts sur chaque résidu. L'isolation de défaut consiste tout simplement à déterminer quel résidu est non nul.

Afin de pouvoir localiser les défauts, il est important que les résidus soient découplés. La Figure 2.4.1 illustre en exemple différentes structures d'influence :

<b>1</b>	$f_1$	$f_2$	$f_3$	<b>2</b>	$f_1$	$f_2$	$f_3$
$r_1$	1	1	1	$r_1$	1	0	1
$r_2$	1	1	0	$r_2$	1	1	0
$r_3$	1	1	1	$r_3$	1	1	1

Figure 2.4.1 – Structure d'influence permettant l'isolation des défauts

Soient  $i$  l'indice des lignes et  $j$  l'indice des colonnes des matrices d'influences de la Figure 2.4.1. Un résidu  $r_i$  est dit sensible au défaut  $f_j$  si la valeur correspondante dans la matrice d'influence est égale à « 1 ». Inversement, une valeur égale à « 0 » signifie que le résidu  $r_i$  est insensible au défaut  $f_j$ .

En analysant la structure d'influence N°1, on remarque que les défauts  $f_1$  et  $f_2$  ne peuvent pas être distingués car leur signature est identique ; on ne peut donc pas isoler les défauts  $f_1$  et  $f_2$ .

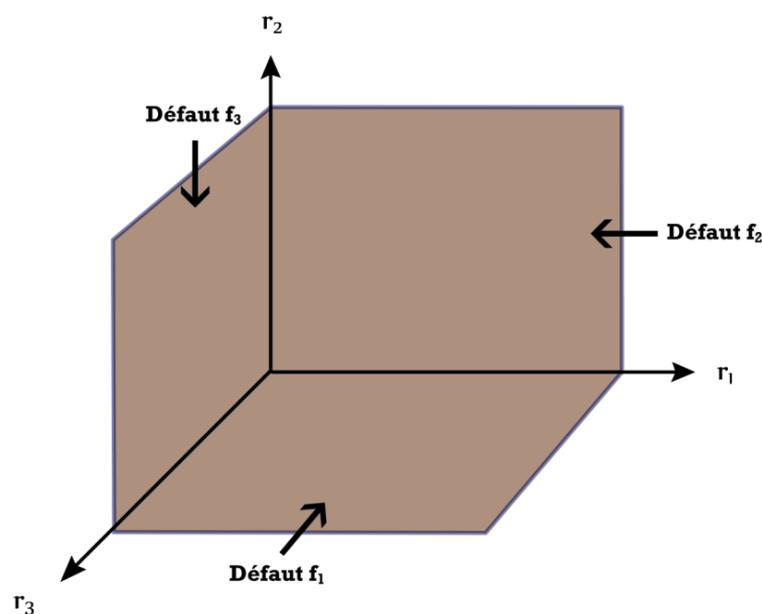


Figure 2.4.2 – Résidus structurés

En revanche, la structure d'influence N°2 est totalement découplée (les colonnes de cette structure sont complètement distinctes). On remarque, par exemple, que seuls les résidus  $r_2$  et  $r_3$  ont réagi au défaut  $f_2$ . Il est alors possible d'isoler le défaut  $f_2$  des défauts  $f_1$  et  $f_3$  car ces deux derniers réagissent au résidu  $r_1$  contrairement à  $f_2$ .

La méthode des résidus structurés dans le cadre des systèmes incertains a été utilisée dans (Jordi 2009) à des fins d'isolation de défaut des systèmes d'égouts de Barcelone. La Figure 2.4.2 illustre le principe des résidus structurés.

### 2.4.1.2 Résidus de parité des systèmes incertains

La localisation de défauts des systèmes incertains basée sur des relations de parités a été traitée dans (Adrot et Ragot 2000; Adrot et al. 2000). La structuration des résidus n'est pas aisée dans le cadre des systèmes incertains. L'étude se limitera au cas particulier où un seul défaut peut apparaître à la fois. La localisation repose sur les contraintes d'inégalités de l'espace  $\mathbb{S}_{r_i}$ . La table des signatures théorique  $\mathcal{S}_t$  ne repose donc plus sur les simples résidus  $r_i$  mais sur des bandes de contraintes  $\mathcal{S}_i$ . La table des signatures théorique  $\mathcal{S}_t$  représente par un « 1 » les contraintes sensibles à chaque défaut prédéfini.

La détection d'un défaut est réalisée si l'origine se situe en dehors de l'ensemble  $\mathbb{S}_{r_i}$ , c.-à-d. lorsqu'au moins une contrainte d'inégalité n'est pas vérifiée.

La localisation d'un défaut consiste alors à déterminer les bandes de contraintes qui ne sont pas satisfaites. Le codage par un « 1 » ou un « 0 » selon que les contraintes sont satisfaites ou non, permet d'établir la signature expérimentale  $\mathcal{S}_d$  du défaut détecté qui est ensuite comparée à la table des signatures théoriques  $\mathcal{S}_t$ .

Le problème majeur de cette approche réside dans l'établissement de la table des signatures théoriques  $\mathcal{S}_t$  qui est difficile à réaliser dû à la nature non-linéaire des relations de parités  $r_i$  vis-à-vis des mesures.

## 2.4.2 Les bancs de filtres

Les structures ci-dessous sont présentées à des fins de localisation de défauts capteurs ; l'approche étant transposable aux défauts actionneurs en distribuant les entrées à la place des sorties. Les bancs de filtres ont été utilisés dans (V. Puig et al. 2005) où un banc d'observateurs par intervalles a été mis en œuvre afin d'isoler les défauts. Les bancs de filtres utilisés dans un cadre incertain reposent sur le même principe que les bancs de filtres utilisés dans un cadre certain ; leur principe est rappelé ci-dessous.

### 2.4.2.1 Structure dédiée d'observateurs (DOS)

Le principe du banc dédié d'observateurs, plus connue sous son appellation anglophone « Dedicated Observer Scheme (DOS), » est de distribuer seulement la variable de sortie correspondant au défaut que l'on souhaite détecter. Lorsqu'un défaut apparaît sur un capteur, celui-ci fournit une mesure erronée à l'observateur auquel il est dédié. Il en résulte une déviation des variables estimées contrairement aux autres observateurs du banc qui possèdent des estimations convergeant vers les mesures.

La structure dédiée d'observateurs (voir Figure 2.4.3) donne de bons résultats mais ne permet pas de s'affranchir des entrées inconnues et des bruits.

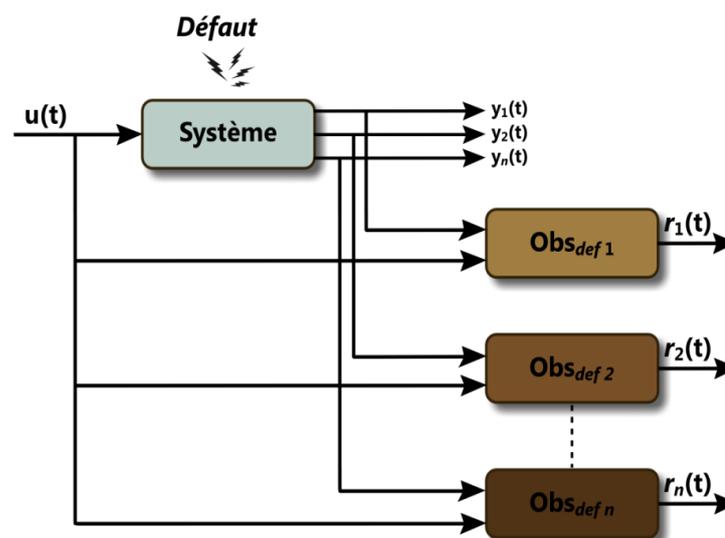


Figure 2.4.3 – Structure dédiée d'observateurs

### 2.4.2.2 Structure généralisée d'observateurs (GOS)

Le principe du banc généralisé d'observateurs, plus connu sous l'anglicisme « Generalised Observer Scheme (GOS), » est de synthétiser un certain nombre d'observateurs de manière à ce qu'ils soient insensibles à un seul défaut. La structure d'observateur GOS est en quelque sorte l'opposée de la structure DOS.

Le principe est très simple, lorsqu'un défaut apparaît, toutes les variables estimées s'écartent de la mesure tandis que l'observateur insensible au défaut a des variables qui convergent vers la mesure ; de cette manière on peut facilement déduire où le défaut est localisé.

La structure généralisée d'observateurs permet contrairement à la structure dédiée d'augmenter la robustesse et offre de plus grands degrés de liberté. La Figure 2.4.4 représente la structure généralisée d'observateurs pour la détection de défauts capteurs :

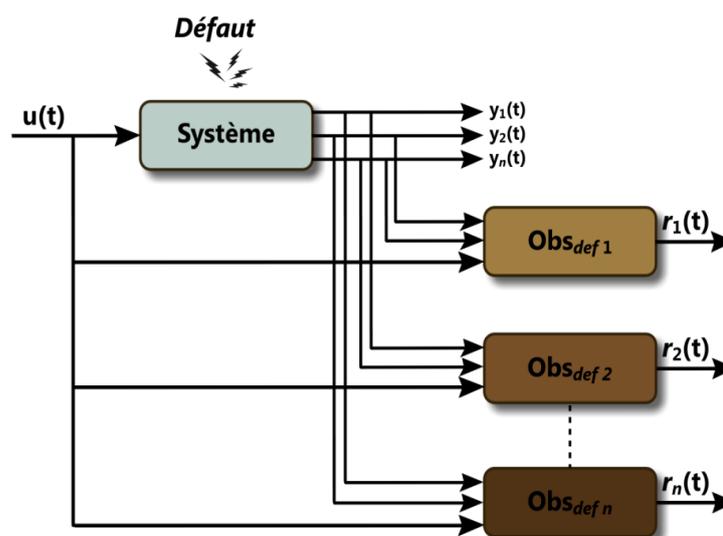


Figure 2.4.4 – Structure généralisée d'observateurs

## 2.5 ÉVALUATION D'UNE APPROCHE DE DIAGNOSTIC

### 2.5.1 Notion de diagnostic robuste

La notion de robustesse dans le domaine du diagnostic ne doit pas être confondue avec la robustesse du domaine de la commande des systèmes. Le

diagnostic robuste fait état de la faculté d'une procédure de diagnostic à discriminer les défauts ou défaillances, des déviations normales dues aux diverses incertitudes.

La robustesse a fait l'objet de nombreux travaux et reste aujourd'hui un objectif à atteindre dans le domaine du diagnostic ; l'étude des systèmes incertains, faisant l'objet de ces travaux, est une réponse possible au problème de la robustesse.

Une procédure de détection et d'isolation de défaut robuste doit selon (J. Chen et R. J. Patton 1999; R. Patton et J. Chen 1991; R. J. Patton 1997) et (Frank et X. Ding 1994), être uniquement sensible aux défauts, tout en étant insensible aux incertitudes.

La robustesse est en quelque sorte un critère à optimiser. Le critère doit maximiser la sensibilité aux défauts d'une procédure de diagnostic et minimiser sa sensibilité aux incertitudes.

Dans le cadre des méthodes à base de modèle, comme c'est le cas dans ce mémoire, on peut citer diverses incertitudes de natures différentes qui entravent la robustesse d'un système (Nuninger et Ragot 1997) :

- les incertitudes paramétriques du modèle ;
- les incertitudes (bruits) des mesures ;
- les perturbations externes ;
- les modifications structurelles du système ;
- la linéarisation des systèmes non-linéaires ;
- la discrétisation des systèmes continus.

Un système parfaitement modélisé est idéalement robuste. Cependant prendre en compte toutes les incertitudes d'un système n'est pas chose aisée. On est souvent obligé de faire quelques compromis en acceptant une certaine tolérance par rapport aux variations de paramètres, notamment au niveau de la prise de décision, ce qui va bien évidemment à l'encontre de la robustesse. Cette façon de faire engendre la non-détection de certains défauts du système, d'où la nécessité de concevoir des méthodes de diagnostic qui prennent en compte ces variations directement dans le modèle.

Une manière de modéliser les différentes incertitudes citées ci-dessus est de considérer leurs bornes en les représentant par des intervalles. Ces dernières permettent d'inclure directement divers types d'incertitudes dans la modélisation, ce qui permet d'obtenir un diagnostic robuste. Cependant, l'analyse par intervalles a tendance à être conservatrice ce qui aboutit à une surestimation des espaces dans lesquels le système est considéré comme sain et ce qui se traduit par des possibles non-détections.

### 2.5.2 Compromis « Robustesse/Coût »

Les méthodes de diagnostic robuste ont l'avantage de prendre en compte les diverses incertitudes affectant un système. La méthode utilisée dans ce mémoire pour modéliser les incertitudes est l'analyse par intervalles ; d'autres méthodes peuvent être utilisées. Indépendamment de la méthode choisie, la prise en compte des incertitudes entraîne une complexité accrue des calculs, ce qui coûte énormément en temps de calcul. Il réside alors le compromis suivant lorsqu'on conçoit une procédure de diagnostic robuste : le compromis « Robustesse/Coût ».

On a vu dans la section précédente que la robustesse est un objectif à atteindre, mais que la procédure de diagnostic *parfaitement* robuste n'existe pas. On a en effet les moyens de modéliser les incertitudes mais cela a un prix.

Prendre en compte les incertitudes par une simple utilisation de l'analyse par intervalles entraîne, comme nous l'avons vu, du conservatisme. L'avantage de cette approche est de couvrir toutes les trajectoires possibles en obtenant des ensembles complets. Une incohérence entre les sorties du système et celles du modèle signifie donc qu'un défaut est présent. La propriété de complétude telle que définie dans (Hansen et Walster 1992) permet d'écarter l'apparition de fausses alarmes ce qui est un avantage pour les systèmes critiques où l'apparition de fausses alarmes est une préoccupation. Cette approche est donc intéressante pour éviter les fausses alarmes, prendre en compte les incertitudes, mais le conservatisme qu'elle engendre ne donne pas une robustesse maximum ; cependant, le coût de calcul reste aisément gérable sur les systèmes actuels.

Une manière de rendre la méthode plus robuste, c.-à-d. de mieux détecter les défauts de faibles amplitudes tout en conservant un taux de fausses alarmes limité, est d'utiliser des algorithmes tels que les sous-pavages. En effet, le pessimisme provenant des dépendances entre les variables du modèle, du phénomène d'enveloppement ou bien encore de l'encadrement de l'ensemble des solutions (dans le cas des systèmes non-linéaires) s'oppose à la robustesse de la procédure de diagnostic. Les algorithmes permettant une meilleure évaluation des fonctions d'inclusion, c.-à-d. permettant une meilleure définition de l'ensemble des solutions, augmentent la robustesse de la procédure de détection et de localisation de défauts au détriment du coût de calcul ; ce dernier augmentant exponentiellement en fonction de la précision, donc de la robustesse, souhaitée.

## 2.6 CONCLUSION

Ce chapitre a rappelé les principes de base du diagnostic, avec diverses notions autour des types de défauts. Puis l'accent a été mis sur les différentes méthodes de détection de défauts utilisées dans le cadre des systèmes incertains. De nombreuses approches permettent d'aborder le problème des incertitudes dans le modèle et des perturbations, etc. Elles possèdent chacune des propriétés particulières permettant de traiter un grand nombre de systèmes. Outre la détection de défaut, le diagnostic est composé d'une étape d'isolation de défauts permettant de localiser quel est l'organe d'un système en défaut. Les méthodes d'isolation de défauts sont nettement moins nombreuses que les méthodes de détection des défauts. On a pu remarquer que l'implémentation d'une méthode de localisation des défauts n'est pas aisée en utilisant l'espace de parité ; les bancs de filtres étant plus simples à mettre en œuvre et s'utilisant de la même manière que pour les systèmes certains, sont plus généralement utilisés. Enfin, l'objet de ces méthodes prenant en compte diverses incertitudes et d'obtenir un diagnostic robuste des défauts. La notion de robustesse a alors été introduite et le compromis « Robustesse/Coût » a été discuté.

Le prochain chapitre présentera les diverses approches envisagées pour répondre au problème des non-linéarités dans un contexte incertain. Puis un Observateur de Luenberger Ensembliste est proposé permettant d'allier la robustesse des méthodes ensemblistes et la puissance de l'exploitation des redondances analytiques du modèle à des fins de reconstruction de capteurs manquants. La méthode de diagnostic robuste est appliquée à un système de suspension active afin d'illustrer l'approche proposée.

---

# Chapitre 3

*« L'histoire de la science est riche en exemples de rapprochements fructueux entre deux ensembles de techniques, deux ensembles d'idées, développés dans des contextes distincts pour la recherche de vérités nouvelles. »*

*J. Robert Oppenheimer*

## Sommaire

---

<b>3. STRATÉGIE DE DÉTECTION ROBUSTE DES DÉFAUTS .....</b>	<b>97</b>
3.1 INTRODUCTION .....	97
3.1.1 Observateur d'état par retour de sortie .....	97
3.1.1.1 Présentation de la méthode .....	98
3.1.1.2 Détection de défaut .....	100
3.1.2 Estimateur d'état par prédiction/correction .....	101
3.1.2.1 Présentation de la méthode .....	101
3.1.2.2 Détection de défauts .....	103
3.1.3 Sensibilité des observateurs d'état par retour de sortie et par prédiction/correction .....	104
3.1.4 Avantages et inconvénients des observateurs d'état par retour de sortie et par prédiction/correction .....	105
3.2 OBSERVATEUR DE LUENBERGER ENSEMBLISTE .....	106
3.2.1 Problématique .....	106
3.2.2 Présentation de l'observateur .....	107
3.2.2.1 Introduction .....	107
3.2.2.2 Détection de défauts .....	111
3.2.2.3 Convergence de l'observateur .....	113
3.2.3 Avantages et inconvénients .....	114
3.3 APPLICATION À UN SYSTÈME DE SUSPENSION ACTIVE .....	115
3.3.1 Présentation du système .....	115
3.3.2 Modélisation de la suspension active .....	115
3.3.3 Résultats de simulations .....	116
3.4 CONCLUSION .....	118

---

## 3. STRATÉGIE DE DÉTECTION ROBUSTE DES DÉFAUTS

### 3.1 INTRODUCTION

Concevoir un observateur prenant en compte les incertitudes n'est pas chose triviale. De nombreuses approches existent, avec leurs avantages et inconvénients. Cependant, les approches de détection de défauts basées sur les observateurs ensemblistes présentent de nombreux avantages et sont relativement bien adaptés au problème des incertitudes paramétriques et de mesures.

Parmi les méthodes à base d'observateurs prenant en compte les incertitudes, on peut noter l'estimateur d'état par prédiction/correction et l'observateur d'état par retour de sortie. Ces méthodes sont détaillées puis comparées dans la suite de ce mémoire.

L'estimateur d'état par prédiction/correction a un inconvénient majeur. En effet, la reconstruction d'état dans la théorie est possible avec des capteurs manquants. Mais dans la réalité, compte tenu de l'effet d'enveloppement qui engendre l'explosion des bornes, s'il manque un capteur, l'estimation d'état diverge. En conclusion, l'estimateur d'état par prédiction/correction a besoin de tous ces capteurs pour corriger correctement l'estimée de l'état.

À partir de ce constat, nous avons cherché le moyen de reconstruire les variables non-mesurées en utilisant l'approche développée dans (Luenberger 1964b). Cela nous a conduit à l'élaboration d'une structure combinant les deux types d'observateurs, à savoir, l'estimateur d'état par prédiction/correction et l'observateur d'état par retour de sortie (se basant sur l'approche de Luenberger). Cette structure est présentée dans les détails puis est appliquée, à titre d'exemple, à un système de suspension active de véhicule.

#### 3.1.1 Observateur d'état par retour de sortie

Soit un système décrit par le modèle dynamique linéaire incertain à temps discret suivant :

$$\begin{cases} x(k+1) = A(\theta)x(k) + B(\theta)u(k) + v(k) \\ y(k) = C(\theta)x(k) + D(\theta)u(k) + w(k) \end{cases} \quad (3.1.1)$$

où  $y(k) \in \mathbb{R}^{n_y}$ ,  $u(k) \in \mathbb{R}^{n_u}$ ,  $x(k) \in \mathbb{R}^{n_x}$  sont respectivement les vecteurs de sorties, d'entrées et d'état du système.  $A(\theta) \in \mathbb{R}^{n_x \times n_x}$ ,  $B(\theta) \in \mathbb{R}^{n_x \times n_u}$ ,  $C(\theta) \in \mathbb{R}^{n_y \times n_x}$  et  $D(\theta) \in \mathbb{R}^{n_y \times n_u}$  sont respectivement les matrices d'état, de commande, de sortie et d'action directe.  $w(k) \in \mathbb{R}^{n_x}$  et  $v(k) \in \mathbb{R}^{n_y}$  sont respectivement les perturbations et le bruit, supposés inconnus et bornés, c'est-à-dire, et  $v_i \in [\underline{v}_i, \overline{v}_i]$  et  $w_i \in [\underline{\omega}_i, \overline{\omega}_i]$ . Enfin,  $\theta \in \Theta \subset \mathbb{R}^{n_\theta}$  est le vecteur des paramètres incertains tel que  $\theta_i \in [\underline{\theta}_i, \overline{\theta}_i]$ ,  $i = 1, \dots, n_\theta$ .

L'ensemble  $\Theta$  contient toutes les valeurs possible de  $\theta$  quand le système fonctionne normalement. Notons que lorsque les paramètres  $\theta$  du modèle sont recherchés autour d'un point de fonctionnement, en utilisant certaines fonctions et variables connues, alors le système 3.1.1 est considéré comme un système linéaire à paramètres variant (Linear Parameter Varying, LPV) (Rugh et Jeff S. Shamma 2000). Une procédure basée sur l'approche par intervalles est proposée dans (Raïssi et al. 2010) afin d'établir une approximation qLPV (quasi Linear Parameter Varying) garantie d'un système non-linéaire.

### 3.1.1.1 Présentation de la méthode

#### Définition 3.1.1

Soient le système donné dans l'équation (3.1.1), un ensemble compact initial  $\mathbb{X}_0$  et une séquence d'entrées mesurées  $(u_j)_0^{k-1}$  et de sorties  $(y_j)_0^k$ . L'ensemble des états estimés à l'instant  $k$  est défini par :

$$\mathbb{X}_k = \left\{ \hat{x}_k : \left( \hat{x}_j = A(\theta)\hat{x}_{j-1} + B(\theta)u_{j-1} + L(y_{j-1} - \hat{y}_{j-1}) + w_{j-1} \right)_{j=1}^k, \left( \hat{y}_{j-1} = C(\theta)\hat{x}_{j-1} + v_{j-1} \right)_{j=1}^k \mid x_0, \hat{x}_0 \in \mathbb{X}_0, (\theta \in \Theta, w_{j-1} \in \mathbb{W}_{j-1}, v_{j-1} \in \mathbb{V}_{j-1})_{j=1}^k \right\} \quad (3.1.2)$$

où  $\hat{x}_k$  et  $\hat{y}_k$  sont respectivement le vecteur d'état et le vecteur de sortie estimé pour une valeur donnée.

L'ensemble des états estimés incertains défini par 3.1.2 à l'instant  $k$ , peut être calculé approximativement en négligeant l'effet de dépendance entre les variables, c.-à-d. dans le cas où, par exemple, l'état  $x_1$  dépend de l'état  $x_2$ . Cependant, un problème peut apparaître lorsque cet ensemble est approché de cette manière. En effet, l'effet d'enveloppement, en raison de l'accumulation des surestimations à chaque itération, induit une explosion des bornes de l'état.

Il est alors possible de calculer une approximation de cet ensemble des états à partir de l'ensemble approximé des états incertains à l'instant  $k - 1$  (Guerra et al. 2008).

L'implémentation d'un tel algorithme exige de prendre en compte une certaine approximation des états incertains puisque l'ensemble exact est difficile à calculer. Pour cela, plusieurs formes géométriques ont été proposées dans la littérature telles que les parallélotopes (Chisci et al. 1996) ou bien les ellipsoïdes (Maksarov et Norton 1996) ; des formes telles que les zonotopes ont également été proposées (Alamo et al. 2005b). Enfin, il est possible d'utiliser un algorithme de partitionnement tel que ImageSp (voir (Luc Jaulin et al. 2001)) présenté section 1.5.

### Définition 3.1.2

Soient le système donné dans l'équation (3.1.1), l'ensemble des états incertains à l'instant  $k - 1$ ,  $\mathbb{X}_{k-1}$  et les valeurs d'entrées et de sorties  $u_{k-1}, y_{k-1}, y_k$ . Alors, l'ensemble approximé des états estimés à l'instant  $k$ , basé sur les mesures jusqu'à l'instant  $k - 1$  est défini par :

$$\mathbb{X}_k^e = \{\hat{x}_k : \hat{x}_k = A(\theta)\hat{x}_{k-1} + B(\theta)u_{k-1} + L(y_{k-1} - \hat{y}_{k-1}) + w_{k-1}, \hat{y}_{k-1} = C(\theta)\hat{x}_{k-1} + v_{k-1} \mid \hat{x}_{k-1} \in \mathbb{X}_{k-1}, \theta \in \Theta, w_{k-1} \in \mathbb{W}_{k-1}, v_{k-1} \in \mathbb{V}_{k-1}\} \quad (3.1.3)$$

De manière analogue, en considérant l'équation (3.1.3), l'ensemble approximé  $\mathbb{Y}_k^e$  des sorties estimées peut être déterminé.

L'algorithme 3.1.1, présente l'estimation de l'ensemble des états incertains en accord avec la définition 3.1.2.

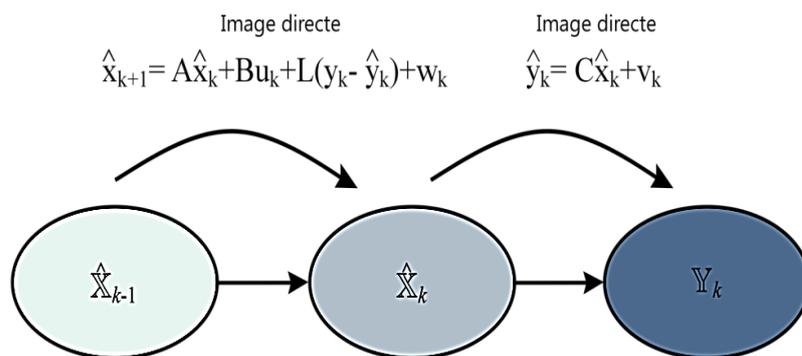
---

**Algorithme 3.1.1 Observateur intervalle par retour de sortie**


---

1.  $\mathbb{X}_k^e \leftarrow \mathbb{X}_0$
  - Pour**  $k = 1$  à  $N$  **faire**
  2. Calculer  $\mathbb{X}_k^e$
  3. Calculer  $\mathbb{Y}_k^e$
  - Fin pour**
- 

La Figure 3.1.1 représente le principe de l'estimation d'état basé sur l'observateur d'état par retour de sortie.



**Figure 3.1.1 – Estimation d'état par intervalles**

### 3.1.1.2 Détection de défaut

L'application des observateurs à la détection de défauts consiste à tester si la sortie mesurée est consistante avec celle du modèle. Si une inconsistance est détectée, l'existence d'un défaut est avérée. En présence de bruit, la mesure appartient à un intervalle  $[y_k]$  ; le test de cohérence de la détection de défaut est alors formulé par :

$$[y_k] \cap \mathbb{Y}_k^e = \emptyset \quad (3.1.4)$$

où  $\mathbb{Y}_k^e$  est l'ensemble des sorties prédites obtenues par l'algorithme 3.1.1.

L'algorithme 3.1.2 représente l'implémentation de la détection de défauts basée sur l'observateur d'état par retour de sortie.

---

#### Algorithme 3.1.2 Détection de défaut basée sur l'observateur intervalle

---

1.  $\mathbb{X}_k^e \leftarrow \mathbb{X}_0$

**Pour  $k = 1$  à  $N$  faire**

2. *Calculer*  $\mathbb{X}_k^e$

3. *Calculer*  $\mathbb{Y}_k^e$

**Si  $[\mathbf{y}_k] \cap \mathbb{Y}_k^e = \emptyset$  alors**

4. *Défaut*  $\leftarrow$  *Vrai*

**Fin si**

**Fin pour**

---

## 3.1.2 Estimateur d'état par prédiction/correction

### 3.1.2.1 Présentation de la méthode

Un estimateur d'état par prédiction/correction considère les paramètres du modèle incertains et un bruit borné. Il construit l'ensemble des états estimés consistant avec les bornes et les sorties mesurées. Plusieurs chercheurs ont utilisé cette méthode (Calafiore 2001; Chisci et al. 1996; M. Kieffer et al. 2002; Maksarov et Norton 1996; J.S. Shamma et K. Y. Tu 1997).

Considérons le système donné par l'équation (3.1.1), un ensemble compact initial  $\mathbb{X}_0$  et une séquence des entrées et sorties mesurées. L'ensemble des états incertains à l'instant  $k$  avec l'estimateur d'état par prédiction/correction peut être calculé en utilisant l'algorithme présenté en Figure 3.1.2.

L'estimation d'état se fait en trois étapes distinctes : la prédiction, l'observation et la correction. La prédiction utilise d'une manière classique l'équation d'état, au détail près que l'état est prédit à partir de l'état corrigé à l'instant  $k - 1$ . La seconde étape consiste à observer l'état du système en utilisant l'équation de

mesure, c'est-à-dire que l'on déduit l'état courant à partir de l'information fournie par la sortie mesurée. Enfin, l'étape de correction permet de tirer profit de l'information fournie par l'étape de prédiction et par l'étape d'observation. L'intersection des deux ensembles, prédits et observés, donne l'état estimé par l'estimateur d'état par prédiction/correction. De cette manière, l'étape de correction à l'avantage de limiter l'effet d'enveloppement inhérent aux méthodes ensemblistes. Les trois étapes sont définies de la manière suivante dans (Ocampo-Martínez et al. 2006) :

### Définition 3.1.3

**Prédiction (Ensemble des états prédits) :** Considérons le système décrit par 3.1.1, l'entrée  $u_{k-1}$  et l'ensemble des états  $\mathbb{X}_{k-1}$  ; l'ensemble des états prédits à l'instant  $k$  est donné par :

$$\begin{aligned} \mathbb{X}_k^p = \{x_k : x_k = A(\theta)x_{k-1} + B(\theta)u_{k-1} + w_{k-1} | \\ x_{k-1} \in \mathbb{X}_{k-1}, \theta_{k-1} \in \Theta, w_{k-1} \in W\} \end{aligned} \quad (3.1.5)$$

### Définition 3.1.4

**Observation (Ensemble des états consistants) :** Considérons le système décrit par 3.1.1 et la sortie mesurée  $y_k$  ; l'ensemble des états consistants à l'instant  $k$  est donné par :

$$\begin{aligned} \mathbb{X}_k^y = \{x_k | \exists \theta_k \in \Theta, v_k \in V, \\ y_k = C(\theta)x_k + v_k\} \end{aligned} \quad (3.1.6)$$

### Définition 3.1.5

**Correction (Ensemble des états corrigés) :** Soit l'ensemble des états prédits  $\mathbb{X}_k^p$  et l'ensemble des états consistants  $\mathbb{X}_k^y$  à l'instant  $k$  ; l'ensemble des états corrigés est défini par :

$$\mathbb{X}_k = \mathbb{X}_k^p \cap \mathbb{X}_k^y \quad (3.1.7)$$

Les ensembles de l'état prédit, observé et corrigé étant définis, l'estimation d'état par l'estimateur d'état par prédiction/correction est donnée 3.1.3.

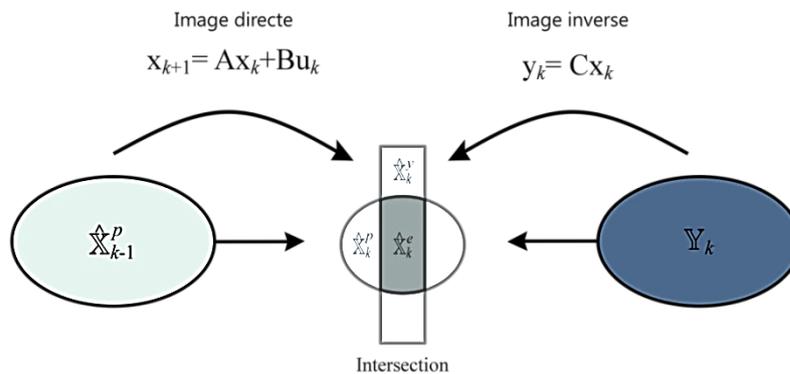
---

**Algorithme 3.1.3 Estimation via l'observateur par prédiction/correction**


---

1.  $\mathbb{X}_k \leftarrow \mathbb{X}_0$
  - Pour  $k = 1$  à  $N$  faire**
  2. Calculer  $\mathbb{X}_k^p$
  3. Calculer  $\mathbb{X}_k^y$
  4. Calculer  $\mathbb{X}_k = \mathbb{X}_k^p \cap \mathbb{X}_k^y$
  - Fin pour**
- 

La Figure 3.1.2 représente le principe de l'estimation d'état basé sur l'observateur d'état par retour de sortie.



**Figure 3.1.2 – Estimation d'état ensembliste**

### 3.1.2.2 Détection de défauts

La détection de défauts basée sur l'estimateur d'état par prédiction/correction consiste à vérifier la consistance entre l'ensemble des états prédits et l'ensemble des états consistants avec la mesure. Pour cela, l'intersection des deux ensembles est réalisée et un défaut est détecté si l'intersection est vide.

Un défaut est détecté si la condition suivante est respectée :

$$\mathbb{Y}_k^p \cap \mathbb{Y}_k^m = \emptyset \quad (3.1.8)$$

où  $\mathbb{Y}_k^p$  est l'ensemble des sorties prédites et  $\mathbb{Y}_k^m$  est l'ensemble des sorties mesurées.

L'algorithme 3.1.4 représente l'implémentation de la détection de défaut basée sur l'estimateur d'état par prédiction/correction.

---

**Algorithme 3.1.4** Détection de défaut via l'observateur d'état par prédiction/correction

---

1.  $\mathbb{X}_k^e \leftarrow \mathbb{X}_0$

**Pour**  $k = 1$  à  $N$  **faire**

2. *Calculer*  $\mathbb{X}_k^p$

3. *Calculer*  $\mathbb{X}_k^y$

**Si**  $\mathbb{X}_k^p \cap \mathbb{X}_k^y = \emptyset$  **alors**

4. *Défaut*  $\leftarrow$  *Vrai*

**Fin si**

**Fin pour**

---

### 3.1.3 Sensibilité des observateurs d'état par retour de sortie et par prédiction/correction

Dans (V. Puig et al. 2008), le comportement des différentes approches de détection de défauts par intervalles est étudié ; les méthodes à base d'observateurs et d'espace de parité par intervalles sont comparées.

L'estimateur d'état par prédiction/correction, grâce à l'intersection des ensembles prédits et consistants avec la mesure, souffre peu de l'effet d'enveloppement et a un coût de calcul faible. De plus, il est peu sensible aux variations de paramètres mais en revanche il a l'inconvénient d'avoir tendance à suivre le défaut.

L'observateur d'état par retour de sortie quant à lui est une approche opposée à l'estimateur d'état par prédiction/correction en termes de caractéristiques. Il permet de reconstruire les états même lorsque les mesures ne sont pas toutes

disponibles – sous condition d’observabilité. Par ailleurs, il possède de bonnes performances dans le cadre de la détection de défauts en présence de bruit.

Le Tableau 3.1.1 présente en partie les résultats de comparaison liés aux observateurs par intervalles. Je présente en complément les résultats liés à l’estimateur d’état par prédiction/correction. Ce tableau peut être utilisé comme ligne directrice afin de décider quelle approche convient le mieux selon l’application choisie.

Sensibilités		Observateur d’état par retour de sortie	Observateur d’état par prédiction/correction
Sensibilité aux dynamiques non-modélisées		Moyenne	Moyenne
Sensibilité aux conditions initiales		Moyenne	Faible
Sensibilité aux défauts	Actionneur	Forte	Moyenne
	Capteur	Forte	Moyenne
Sensibilité aux bruits	Processus	Moyenne	Faible
	Capteur	Moyenne	Faible

**Tableau 3.1.1 – Comparaison des observateurs intervalles et à états garantis**

### 3.1.4 Avantages et inconvénients des observateurs d’état par retour de sortie et par prédiction/correction

Outre les points énoncés dans la section précédente, des facteurs limitant de l’estimateur d’état par prédiction/correction et de l’observateur d’état par retour de sortie sont présentés. Ces points s’intéressent plutôt à l’implémentation de chaque méthode dans un contexte de détection et d’isolation de défauts. Le Tableau 3.1.2 présente des facteurs limitant tels que la possibilité d’utiliser des capteurs virtuels, de construire un banc d’observateurs pour isoler le défaut. De plus, l’effet d’enveloppement et l’inversion matricielle inhérents respectivement à l’estimateur d’état par prédiction/correction et l’observateur d’état par retour de sortie est énoncé.

		Observateur d'état par retour de sortie	Observateur d'état par prédiction/correction
Avantages	Reconstruction d'état	Oui	Non
	Banc d'observateurs	Oui	Non
Inconvénients	Effet d'enveloppement	Oui	Non
	Inversion ensembliste	Non	Oui
	Complexité de mise en œuvre	Oui	Non

**Tableau 3.1.2 – Avantages/inconvénients de chaque approche par intervalles**

Comme présenté dans le Tableau 3.1.2, l'estimateur d'état par prédiction/correction possède de nombreux avantages tels que l'absence d'effet d'enveloppement et une facilité de mise en œuvre, ce qui n'est pas indéniable dans le cadre des approches par intervalles. En revanche, il est difficile de reconstruire les états à partir des mesures à cause de l'effet d'enveloppement et par conséquent il est difficile d'implémenter un banc d'observateurs basé sur cette architecture. Pour ces raisons, une approche maximisant les avantages et minimisant les inconvénients des deux observateurs étudiés dans le Tableau 3.1.2 est présentée dans la section suivante. Elle permet une plus grande polyvalence de l'observateur tout en restant simple et efficace dans la détection de défauts.

## 3.2 OBSERVATEUR DE LUENBERGER ENSEMBLISTE

### 3.2.1 Problématique

Dans les systèmes industriels le coût de fabrication est d'une importance majeure. Par conséquent, l'utilisation des capteurs est généralement limitée. En outre, il arrive que certaines mesures ne soient pas réalisables en raison de la configuration du système ou des variables à mesurer.

L'estimateur d'état par prédiction/correction a de nombreux avantages pour l'estimation de l'état au sein des systèmes incertains ; l'étape de correction évite l'effet d'enveloppement. La principale limite de cet observateur est l'étape d'estimation, où l'état est déduit de la sortie mesurée. En effet, l'inversion

ensembliste est coûteuse en temps de calcul, ne permettant pas une utilisation en temps-réel de l'algorithme. En outre, lorsque les mesures ne sont pas disponibles, les états ne peuvent pas être déduits de la sortie mesurée. Partant de ce constat, nous proposons une amélioration de l'estimateur d'état par prédiction/correction, s'appuyant sur les relations de redondance analytique. Cet observateur se base sur une double structure. Il utilise de manière couplée l'estimateur d'état par prédiction/correction et l'observateur de Luenberger. Dans la suite de ce mémoire, nous appellerons cet observateur : « Observateur de Luenberger Ensembliste, OLE ».

## 3.2.2 Présentation de l'observateur

### 3.2.2.1 Introduction

Nous allons maintenant proposer notre méthode d'estimation par intervalles qui combine deux observateurs, à savoir : l'observateur d'état par retour de sortie et l'estimateur d'état par prédiction/correction. L'architecture de l'observateur est étroitement la même que celle de l'estimateur d'état par prédiction/correction hormis pour l'étape d'estimation. La Figure 3.2.1 représente l'architecture de cet observateur.

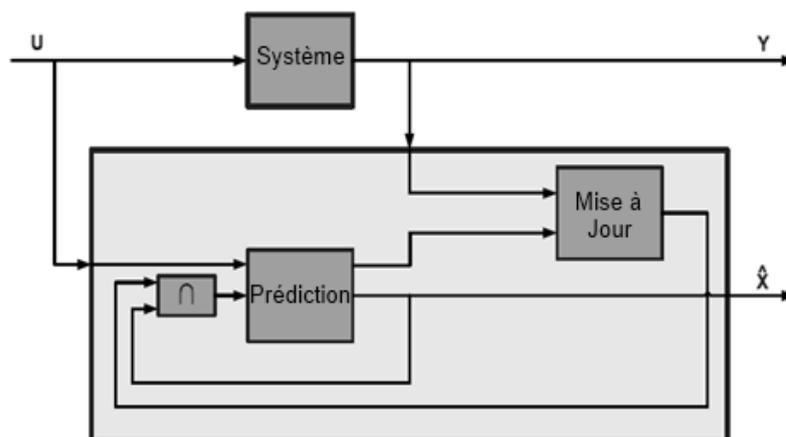


Figure 3.2.1 – Observateur de Luenberger ensembliste

L'architecture proposée se base sur trois étapes : la prédiction, l'observation et la correction des états.

**Prédiction (Ensemble des états prédits) :** La prédiction s'effectue comme pour l'observateur d'état par prédiction/correction (Voir Définition 3.1.3).

### Définition 3.2.1

**Observation (Ensemble des états observés) :** Considérons le système donné par la relation (3.1.1), l'entrée  $u_k$  et une sortie mesurée  $y_k$ . Plutôt que de déduire l'état à partir de la sortie mesurée comme dans l'estimateur d'état par prédiction/correction classique, nous allons estimer l'ensemble de l'état à partir de l'information du capteur d'une part et de la prédiction de l'état. L'ensemble des états observés à l'instant  $k$  est alors donné par :

$$\begin{aligned} \mathbb{X}_k^e = \{ \hat{x}_k : \hat{x}_k(\theta) = x_k^p + L(y_k - C(\theta)x_k^p) + w_{k-1} \\ | x_k^p = \text{mid}(\mathbb{X}_k^p), \theta \in \Theta, w_{k-1} \in \mathbb{W}_{k-1} \} \end{aligned} \quad (3.2.9)$$

### Définition 3.2.2

**Correction (Ensemble des états estimés) :** Soit l'ensemble des états prédits  $\mathbb{X}_k^p$  et l'ensemble des états observés  $\mathbb{X}_k^e$  à l'instant  $k$ , l'ensemble des états est défini par :

$$\mathbb{X}_k = \mathbb{X}_k^p \cap \mathbb{X}_k^e \quad (3.2.10)$$

Les ensembles de l'état prédit, observé et corrigé étant définis, l'estimation de l'état par l'Observateur de Luenberger Ensembliste est donnée ci-dessous :

---

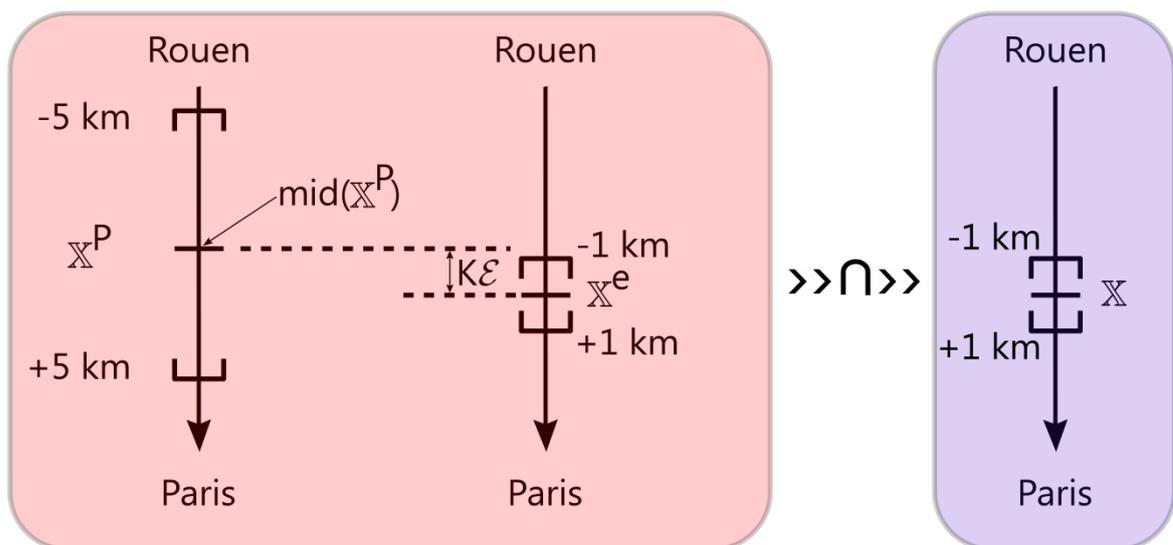
#### Algorithme 3.2.5 Estimation d'état basée sur l'OLE

---

1.  $\mathbb{X}_k \leftarrow \mathbb{X}_0$
  - Pour  $k = 1$  à  $N$  faire**
  2. Calculer  $\mathbb{X}_k^p$
  3. Calculer  $\mathbb{X}_k^e$
  4. Calculer  $\mathbb{X}_k = \mathbb{X}_k^p \cap \mathbb{X}_k^e$
  - Fin pour**
-

Le point clé de cet observateur est la séparation des incertitudes du modèle, de celles des mesures comme dans l'observateur d'état par prédiction/correction ; la différence majeure est la reconstruction de type Luenberger de l'état à partir du capteur.

Pour expliquer le fonctionnement de l'OLE, nous allons prendre un exemple pédagogique. Supposons que l'on souhaite estimer la position d'un véhicule comme le montre la Figure 3.2.2.



**Figure 3.2.2 – Estimation de la position par l'observateur de Luenberger Ensembliste**

Premièrement, on va déterminer la valeur de la position à l'aide de l'équation de prédiction. Comme notre modèle contient des paramètres incertains, nous obtenons une position bornée d'incertitudes, ici une position à mi-chemin entre Rouen et Paris avec une incertitude de  $\pm 5$  km. On note que cette estimation n'est pas suffisamment précise pour pouvoir prédire la position du véhicule par la suite car on va obtenir une explosion des bornes de l'estimée de l'état. Il faut alors travailler en boucle fermée afin de pouvoir corriger l'état grâce à l'information fournie par la mesure.

La deuxième étape consiste alors à utiliser l'information du capteur de position. On dispose déjà d'une approximation de la position grâce au modèle et à ses incertitudes ; on souhaite maintenant obtenir une approximation de la position en fonction de la mesure et de l'incertitude du capteur, comme le fait

l'estimateur d'état par prédiction/correction. Cependant, on a vu les inconvénients de l'inversion ensembliste permettant d'obtenir l'état d'un système par rapport à la mesure du capteur. Nous avons donc opté pour une autre approche afin de restituer une estimation de la position. Pour cela, nous avons utilisé l'approche de Luenberger, utilisant un gain  $K$  et une erreur d'innovation  $\varepsilon$ . Notons, que l'estimateur de Luenberger repose sur un modèle mathématique. Puisque les incertitudes paramétriques ont été prise en compte dans l'étape de prédiction, si l'on souhaite corriger l'estimée de l'état, il est nécessaire de ne pas reprendre ces incertitudes en compte dans l'estimation de Luenberger. En effet, il est inconcevable de corriger une estimée par une autre estimée encore plus incertaine. C'est pourquoi, l'estimation par l'approche de Luenberger telle que nous l'utilisons estime la position à partir de la valeur centrale  $\text{mid}(\mathbb{X}^p)$  car on ne souhaite pas dans cette étape prendre en compte les incertitudes paramétriques du modèle. Cela ne veut pas dire que la valeur centrale est la valeur exacte, mais elle figure comme valeur de référence nécessaire à l'estimation de Luenberger. Notons toutefois, qu'une autre valeur aurait pu être envisagée sans que cela nuise à l'estimation. En effet, si par exemple on avait choisi la borne inférieure comme valeur de référence, alors dans ce cas l'erreur d'innovation, dans notre exemple, aurait été d'autant plus grande, mais l'estimateur de Luenberger l'aurait corrigé davantage. De plus, il semble naturel de choisir la valeur centrale car c'est la moins susceptible de venir gêner la capacité d'estimation de l'OLE en termes de vitesse de convergence. La condition nécessaire pour utiliser l'observateur de Luenberger Ensembliste est de choisir un gain suffisamment important pour compenser l'incertitude des paramètres afin que l'estimation d'état puisse converger (voir section 3.2.2.3).

Enfin la troisième étape vise à calculer l'intersection des deux ensembles obtenus précédemment afin de corriger l'estimée de l'état d'une part et par l'intermédiaire de tests de cohérence de détecter la présence d'un défaut d'autre part.

### 3.2.2.2 Détection de défauts

La détection de défaut basée sur l'estimateur d'état par prédiction/correction proposé, consiste à vérifier la consistance entre l'ensemble des sorties prédites et l'ensemble des sorties mesurées. Pour cela, l'intersection des deux ensembles est réalisée et un défaut est détecté si l'intersection est vide, ce qui se traduit par la relation suivante :

$$\mathbb{Y}_k^p \cap \mathbb{Y}_k^m = \emptyset \quad (3.2.11)$$

où  $\mathbb{Y}_k^p$  est l'ensemble des sorties prédites et  $\mathbb{Y}_k^m$  est l'ensemble des sorties mesurées.

L'algorithme 3.2.6 représente l'implémentation de la détection de défauts basée sur l'OLE.

Premièrement, l'algorithme commence par initialiser l'ensemble de l'état  $\mathbb{X}_k$  pour permettre le début de l'algorithme récursif. Une fois l'initialisation effectuée, une boucle est générée pour calculer chaque ensemble de l'état et pour détecter la présence de défauts tout au long du temps de simulation.

Pour chaque boucle, les étapes suivantes sont répétées :

En étape 2, le domaine des mesures est calculé en fonction de la mesure elle-même et l'incertitude de mesure  $v$ .

En étape 3, l'ensemble de l'état prédit est calculé en fonction des incertitudes du modèle et de l'ensemble de l'état corrigé précédent.

En étape 4, l'ensemble de l'état estimé est calculé en fonction de l'incertitude de mesure.

En étape 5, si l'intersection entre l'ensemble de l'état prédit et l'ensemble de l'état estimé n'est pas vide, l'ensemble est considéré comme valide. L'ensemble est affecté à l'ensemble de l'état corrigé afin d'être utilisé à l'itération suivante.

---

**Algorithme 3.2.6 Détection de défaut basé sur l'OLE**


---

1.  $\mathbb{X}_k \leftarrow \mathbb{X}_0$
  - Pour  $k = 1$  à  $N$  faire**
  2. *Calculer  $\mathbb{Y}_k^m$*
  3. *Calculer  $\mathbb{X}_k^p$*
  4. *Calculer  $\mathbb{X}_k^e$*
  - Si  $\mathbb{X}_k^p \cap \mathbb{X}_k^e \neq \emptyset$  alors**
  5.  $\mathbb{X}_k \leftarrow \mathbb{X}_k^p \cap \mathbb{X}_k^e$
  - Sinon**
  6.  $\mathbb{X}_k \leftarrow \text{mid}(\mathbb{X}_k^p)$
  - Fin si**
  7. *Calculer  $\mathbb{Y}_k^p = C\mathbb{X}_k^p$*
  - Si  $\mathbb{Y}_k^p \cap \mathbb{Y}_k^m = \emptyset$  alors**
  8. *Défaut  $\leftarrow$  VRAI*
  - Fin si**
  - Fin pour**
- 

Sinon, en étape 6, il faut trouver un moyen pour que l'algorithme continue. Puisque l'intersection est vide, il faut réaffecter dans  $\mathbb{X}_k$ , soit l'ensemble des états prédits  $\mathbb{X}_k^p$ , soit l'ensemble des états estimés  $\mathbb{X}_k^e$ . Ici, on va considérer que les défauts affectent les capteurs, et par conséquent, que c'est l'ensemble des états estimés qui est incorrect. Alors, on affecte à  $\mathbb{X}_k$  l'ensemble des états prédits  $\mathbb{X}_k^p$ . En revanche, en effectuant cette opération, on revient à un fonctionnement en boucle ouverte car on ne considère plus la mesure ; on s'expose donc à l'effet d'enveloppement. Par conséquent, en attente d'une meilleure solution, la valeur médiane de l'ensemble de l'état prédit  $\text{mid}(\mathbb{X}_k^p)$  est affectée à l'ensemble de l'état  $\mathbb{X}_k$ .

En étape 7, l'ensemble de la sortie prédite est calculé ; il représente l'image de l'ensemble de l'état prédit selon la matrice d'observation.

En étape 8, si l'intersection entre l'ensemble de la sortie prédite et l'ensemble de la mesure est vide, un défaut est détecté. Enfin, la boucle est terminée et la boucle suivante peut être effectuée.

### 3.2.2.3 Convergence de l'observateur

Même si l'étape de correction permet à l'observateur de diminuer l'effet d'enveloppement, le gain de Luenberger a besoin de remplir des exigences afin d'assurer la convergence de l'état. Comme le système est incertain, la convergence est étudiée autour d'une boîte et non autour d'un point.

La convergence de l'Observateur de Luenberger Ensembliste est étudiée en considérant l'erreur totale (Raïssi et al. 2010), c'est-à-dire, l'erreur entre la borne inférieure et la borne supérieure de l'état :

$$We(k) = [e(k)] = \bar{x}(k) - \underline{x}(k) \quad (3.2.12)$$

Si  $We(k)$  converge exponentiellement vers zéro, alors les trajectoires inférieure et supérieure convergent vers l'état actuel du système. L'équation dynamique de l'erreur totale  $We(k)$  est décrite par :

$$\begin{aligned} We(k+1) = & (\bar{A} - L\bar{C})\bar{x}(k) + (\bar{B} - L\bar{D})u(k) + L(y(k) + \bar{e}) \\ & - (\underline{A} - L\underline{C})\underline{x}(k) - (\underline{B} - L\underline{D})u(k) - L(y(k) + \underline{e}) \end{aligned} \quad (3.2.13)$$

En considérant  $\hat{x}(t)$  le centre de l'ensemble  $[x(k)]$  :

$$\hat{x}(k) = \text{mid}[x(k)] = (\bar{x}(k) + \underline{x}(k))/2 \quad (3.2.14)$$

L'équation dynamique (3.2.13) peut être exprimée par :

$$We(k+1) = (\text{mid}[A] - L\text{mid}[C])We(k) + \lambda_e(k) \quad (3.2.15)$$

avec

$$\lambda_e(k) = (\text{diam}[A] - L \text{diam}[C])\hat{x}(k) + \text{diam}[B]u(k) \quad (3.2.16)$$

Si le gain  $L$  est choisi de telle sorte que  $(\text{mid}[A] - L\text{mid}[C])$  soit asymptotiquement stable et que  $\lambda_e(k)$  soit un vecteur positif  $\Lambda_e$ , alors l'erreur totale converge asymptotiquement vers :

$$W_{e_{\max}} = -(\text{mid}[A] - L\text{mid}[C])^{-1}\Lambda_e \quad (3.2.17)$$

Par conséquent, l'enveloppe converge vers une boîte  $W_{e_{\max}}$ . Mais pour remplir cette condition,  $(\text{mid}[A] - L\text{mid}[C])$  doit être stable. Par conséquent, le gain de Luenberger  $L$  est déterminé comme suit :

$$L = \left\{ L \in \mathbb{R}^{n_x \times n_y} \mid \begin{array}{l} (\text{mid}[A] - L\text{mid}[C]) \text{ stable} \\ (\lambda_e(k))_i \geq 0 \end{array} \right\} \quad (3.2.18)$$

### 3.2.3 Avantages et inconvénients

Afin de voir l'amélioration apportée par l'approche proposée, reprenons le Tableau 3.2.1 et faisons un bilan des avantages et inconvénients de l'Observateur de Luenberger Ensembliste.

		Observateur de Luenberger Ensembliste
Avantages	Reconstruction d'état	Oui
	Banc d'observateurs	Oui
Inconvénients	Effet d'enveloppement	Non
	Inversion ensembliste	Non
	Complexité de mise en oeuvre	Non

**Tableau 3.2.1 – Avantages/inconvénients de l'Observateur de Luenberger Ensembliste**

Comme présenté dans le Tableau 3.2.1, l'Observateur de Luenberger Ensembliste maximise les avantages et minimise les inconvénients. En effet, le principe de correction de l'état basé sur l'intersection des ensembles empêche l'effet d'enveloppement et la reconstruction des états est possible grâce à la structure de Luenberger basée sur un gain et l'erreur d'innovation. Puisque l'état est estimé et non déduit dans l'étape d'observation alors le problème d'inversion

ensembliste ne se pose plus. Enfin, l'algorithme reste de complexité de calcul faible.

### 3.3 APPLICATION À UN SYSTÈME DE SUSPENSION ACTIVE

#### 3.3.1 Présentation du système

Le système de suspension de véhicule automobile est un élément primordial pour le confort des usagers. Les constructeurs automobiles utilisent de plus en plus les systèmes de suspension active : il s'agit d'obtenir un confort optimal pour le passager du véhicule en diminuant les vibrations dans la voiture due à la déformation de la route.

Afin de valider la méthode de détection de défauts proposée, nous allons étudier un système de suspension active de véhicule comme illustré par la Figure 3.3.1 (Letellier et al. 2012).

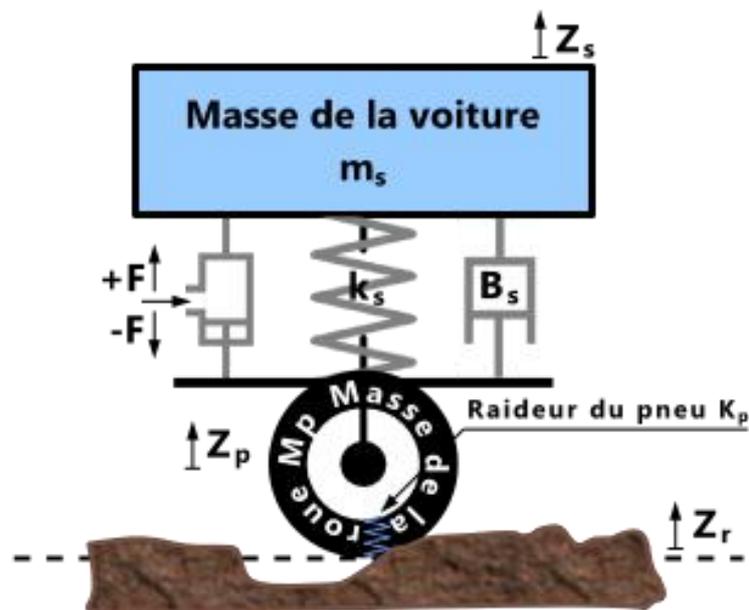


Figure 3.3.1 – Système de suspension active d'une automobile

#### 3.3.2 Modélisation de la suspension active

Le système est modélisé en utilisant le principe fondamental de la dynamique de translation énoncé dans la deuxième loi de Newton. Les états du système sont

la position  $p$  et la vitesse  $v$ . La dynamique du système de suspension est alors définie par la relation suivante :

$$m_s \cdot \dot{v} = -K_s \cdot p - B_s \cdot v + F \Rightarrow \dot{v} = -\frac{K_s}{m_s} \cdot p - \frac{B_s}{m_s} \cdot v + \frac{1}{m_s} \cdot F \quad (3.3.1)$$

où  $m_s$  est la masse du véhicule,  $B_s$  est l'amortisseur et  $K_s$  est la raideur du ressort.

En négligeant la masse  $m_p$  et la raideur  $K_p$  de la roue, la suspension d'un véhicule peut être décrite par le système d'équations d'état suivant :

$$\begin{cases} \dot{x}_1(t) = x_2(t) \\ \dot{x}_2(t) = -\frac{K_s}{m_s} x_1(t) - \frac{B_s}{m_s} x_2(t) + \frac{1}{m_s} u(t) \\ y(t) = x_1(t) + w(t) \end{cases} \quad (3.3.2)$$

où  $x = (x_1 \ x_2)^T = (p \ v)^T$  est le vecteur d'état représentant respectivement la position et la vitesse de l'amortisseur ;  $u = F$  est la valeur d'entrée représentant la force appliquée à l'amortisseur ;  $w = \{w(t) \mid |w| \leq 0,05\}$  est le bruit de mesure.

Dans la suite, on considérera une force  $F$  de 10000 N pour un véhicule de masse  $m_s = 100$  kg. La raideur du ressort  $K_s$  est de  $200 \text{ N} \cdot \text{m}^{-1}$  et le coefficient d'amortissement  $B_s$  de l'amortisseur est de  $300 \text{ N} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{s}^{-1}$ . Ces paramètres sont considérés comme incertains dans la suite des simulations.

Le modèle étant défini, l'Observateur de Luenberger Ensembliste peut être mis en œuvre ainsi que la détection de défauts.

### 3.3.3 Résultats de simulations

Soit l'exemple industriel d'une suspension de véhicule présenté dans la section 3.3.1. On ajoute une incertitude de modèle de  $\pm 2\%$  à tous les paramètres de la matrice d'état et une incertitude de mesure de  $\pm 5\%$ .

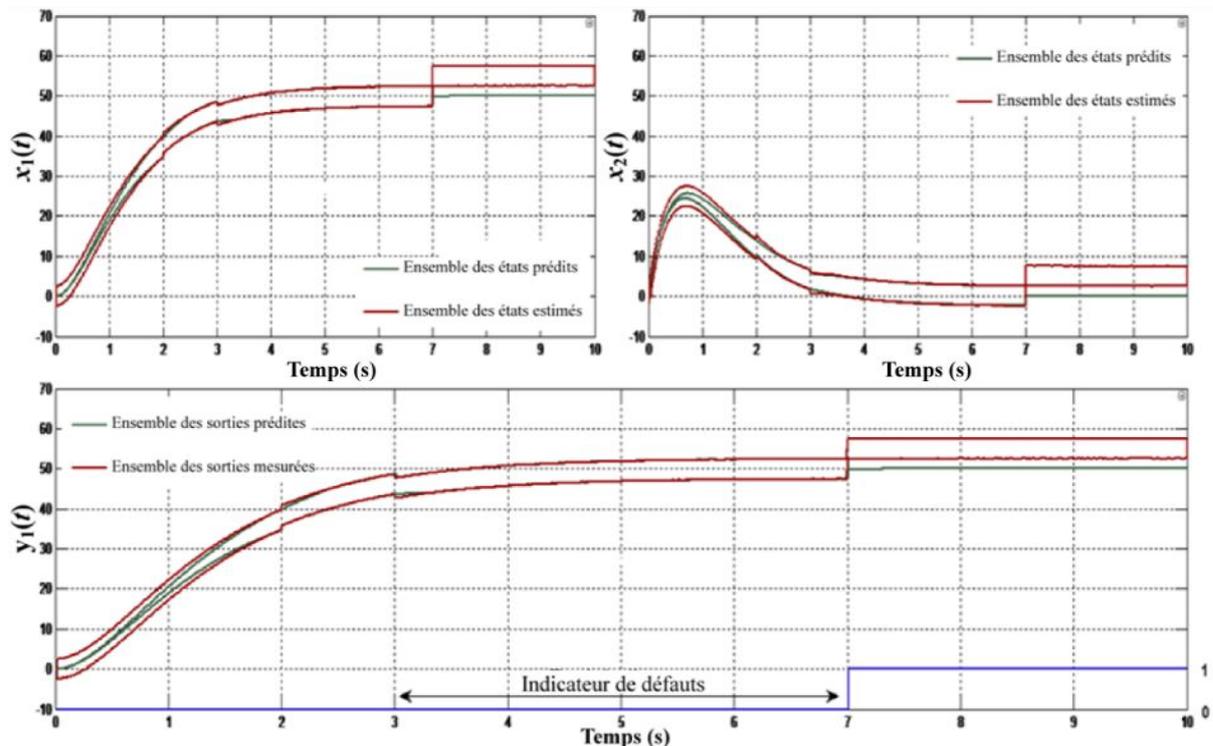
Afin de tester l'efficacité de la méthode de détection de défauts proposée, deux biais sont ajoutés sur la mesure pour simuler des défauts. Comme présenté

dans l'équation (3.3.2), seule la position est mesurée par un capteur. Par conséquent, les défauts sont introduits sur la mesure de la position.

Le premier défaut apparaît de la deuxième à la troisième seconde, tandis que, le second défaut apparaît de la septième à la dixième seconde. L'amplitude du défaut est d'environ +2% de la valeur maximale pour le premier défaut et autour de +10% pour le second défaut.

La Figure 3.3.2 illustre les résultats obtenus à partir des simulations. En haut de la figure sont représentés les ensembles des états prédits et estimés à la fois pour la position et pour la vitesse. On peut noter que la vitesse est bien estimée – comme prévu dans la théorie de Luenberger – même avec des capteurs manquants et des incertitudes du modèle.

La détection de défaut est représentée en bas de la Figure 3.3.2. Les ensembles des sorties prédites et des sorties mesurées sont calculées. Comme nous l'avons montré dans la section 3.2, si l'intersection des deux ensembles est vide, alors une erreur est détectée.



**Figure 3.3.2 – Résultats de l'estimation et de la détection de défauts pour un système de suspension active**

Si nous regardons de près aux résultats de la détection de défauts, nous pouvons remarquer que le deuxième défaut est parfaitement détecté de la septième à la dixième seconde. Mais, le premier défaut n'est pas détecté de la deuxième à la troisième seconde. En effet, le défaut de type biais de +2% est trop faible par rapport à l'incertitude de  $\pm 5\%$  admise sur la mesure du capteur. Par conséquent, le comportement de la détection de défaut est totalement en conformité avec ce qui était attendu. En effet, un défaut de type biais faible est inclus dans les enveloppes des incertitudes et n'est donc pas considéré comme un défaut. C'est pourquoi il est important à l'étape de conception considérer des incertitudes représentant la réalité pour que la détection de défaut soit cohérente.

### 3.4 CONCLUSION

Dans ce chapitre, une architecture d'observateurs combinant l'estimateur d'état par prédiction/correction et l'approche de Luenberger a été présentée. En effet, l'estimateur d'état par prédiction/correction retenu pour les simulations a fait l'objet de modifications afin de répondre à un besoin de reconstruction des états ; l'estimateur d'état par prédiction/correction a besoin de toutes les valeurs mesurées pour pouvoir reconstruire les états.

Le principe, faisant appel à l'inversion ensembliste permet, en calculant l'intersection du domaine basé sur le modèle incertain et du domaine basé sur une mesure incertaine, d'éviter l'effet d'enveloppement. Cet avantage indéniable nous a conduits à retenir cette architecture pour l'estimation d'état. Cependant, le banc d'essai qui nous a été proposé imposait la reconstruction des états, ce qui n'est pas possible avec l'estimateur d'état par prédiction/correction tel qu'il est défini. Il m'est alors apparu la nécessité de trouver un moyen d'utiliser le principe du calcul de l'intersection, propre à l'estimateur d'état par prédiction/correction, tout en utilisant le principe de reconstruction, propre à l'observateur de Luenberger et des structures qui en découlent.

---

# Chapitre 4

*« Le secret de la vie est d'avoir une mission, une chose à laquelle vous donnez tout. Et le plus important, c'est que ce soit une chose totalement hors de portée. »*

*Henri Moore*

## Sommaire

---

<b>4. APPROCHE MULTIMODÈLE DES SYSTÈMES INCERTAINS .....</b>	<b>120</b>
4.1 INTRODUCTION .....	120
4.2 APPROCHE MULTIMODÈLE .....	120
4.2.1 Structures multimodèle .....	122
4.2.1.1 Structure couplée .....	122
4.2.1.2 Structure découplée .....	123
4.2.1.3 Structure hiérarchisée .....	124
4.2.2 Obtention d'une structure multimodèle .....	125
4.2.2.1 Multimodèle par linéarisation .....	125
4.2.2.2 Multimodèle par identification paramétrique .....	126
4.2.2.3 Multimodèle basé sur les secteurs de non-linéarités .....	128
4.3 APPROCHE MULTIMODÈLE BASÉE SUR DES SOUS-MODÈLES INCERTAINS .....	129
4.3.1 Introduction .....	129
4.3.2 Modèle non-linéaire .....	130
4.3.3 Décomposition en un multimodèle linéaire .....	131
4.3.4 Pourquoi les multimodèles incertains ? .....	133
4.3.4.1 Modèle physique non-linéaire certain .....	134
4.3.4.2 Approche multimodèle basée sur le modèle physique certain .....	135
4.3.4.3 Approche multimodèle basée sur un modèle paramétrique .....	137
4.3.4.4 Vers le multimodèle incertain .....	139
4.3.5 Simulations basées sur l'approche multimodèle des systèmes incertains .....	140
4.3.5.1 Présentation du multimodèle incertain .....	140
4.3.5.2 Résultats de simulations .....	140
4.4 CONCLUSION .....	143

---

## 4. APPROCHE MULTIMODÈLE DES SYSTÈMES INCERTAINS

### 4.1 INTRODUCTION

Ce chapitre a pour but de présenter l'approche multimodèle et son utilisation dans le cadre des systèmes incertains. Nous verrons comment l'approche multimodèle permet de diminuer le coût de calcul lorsqu'on est en présence d'un modèle non-linéaire incertain.

L'estimation des modèles non-linéaires tels que le papillon motorisé, présenté dans le chapitre 5, n'est généralement pas une tâche aisée. Lorsque l'on prend en compte les incertitudes du modèle et de mesure, l'estimation devient un problème difficile à traiter. En effet, trouver la solution exacte du domaine de solutions demande beaucoup de ressources aux calculateurs, ce qui est difficilement envisageable en temps réel.

Plutôt que de considérer le modèle non-linéaire, il est souvent plus judicieux d'utiliser l'approche multimodèle. Cette façon de représenter les modèles non-linéaires, lorsqu'elle est utilisée avec les systèmes incertains, est d'autant plus attractive que le coût de calcul de ceux-ci est grand. Le modèle non-linéaire est, grâce à cette approche, décomposé en plusieurs modèles linéaires faciles à gérer.

### 4.2 APPROCHE MULTIMODÈLE

L'approche multimodèle tente de représenter les modèles non-linéaires par un ensemble de modèles linéaires invariants dans le temps (LTI) valides autour de leur point de fonctionnement. L'obtention de ces multimodèles se fait généralement par linéarisation dans le cas des systèmes physiques où la forme analytique est connue (Smets et al. 2006) ou par identification linéaire pour l'obtention de sous-modèles paramétriques (Orjuela et al. 2006a; b; Thiaw et al. 2007).

De même, il existe plusieurs structures de multimodèles : la structure couplée et la structure découplée. La première structure est un multimodèle à états

communs (Johansen et Bjarne 1993) alors que la seconde structure est un multimodèle à états locaux (Orjuela et al. 2008, 2009).

#### Définition 4.2.1

Soit un système statique non-linéaire décrit par l'équation (4.2.1) :

$$y(t) = f(x(t)) \quad (4.2.1)$$

En considérant que l'on dispose de  $n$  modèles locaux  $f_i(x(t))$  représentant le comportement du système dans différentes zones de fonctionnement  $i \in \{1, \dots, n\}$ , il est possible de construire un multimodèle à partir de la connaissance du système physique dans chacune de ces zones. La fonction de validité  $\omega_i(x(t))$  indique pour chaque zone de fonctionnement lequel des modèles local  $f_i$  est valide. Ainsi, le système global est défini par la relation suivante :

$$y_m(t) = \frac{\sum_{i=1}^n \omega_i(x(t)) f_i(x(t))}{\sum_{j=1}^n \omega_j(x(t))} \quad (4.2.2)$$

Afin de simplifier l'écriture de 4.2.2, on définit la fonction d'activation tel que :

$$\mu_i(x(t)) = \frac{\omega_i(x(t))}{\sum_{j=1}^n \omega_j(x(t))} \quad (4.2.3)$$

L'expression générale d'une structure multimodèle est alors obtenue en combinant les équations (4.2.2) et (4.2.3) :

$$y_m(t) = \sum_{i=1}^n \mu_i(x(t)) f_i(x(t)) \quad (4.2.4)$$

La fonction d'activation  $\mu_i(x(t))$  permet d'assurer la transition en douceur entre les différents sous-modèles du multimodèle. Ces fonctions de forme triangulaire, sigmoïdale ou Gaussienne, doivent satisfaire la propriété de convexité suivante :

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^n \mu_i(x(t)) = 1 \\ 0 \leq \mu_i(x(t)) \leq 1 \end{cases} \quad (4.2.5)$$

Selon la zone de fonctionnement du système, la fonction d'activation indique le degré d'activation de chaque modèle local associé.

## 4.2.1 Structures multimodèle

### 4.2.1.1 Structure couplée

La structure couplée est la plus connue et la plus utilisée des structures multimodèles. On la trouve sous différents vocables : multimodèle à état unique, multimodèle à modèles locaux couplés, réseaux de modèles locaux à mélange de paramètres, etc.

D'abord utilisée dans la modélisation floue (Takagi et Sugeno 1985) – ce qui lui vaut le nom de structure de Takagi-Sugeno – cette structure a connu son essor dans les années 90, notamment à travers les travaux de (Johansen et Bjarne 1993).

Soit un multimodèle  $M$ , l'équation d'état d'un sous-modèle  $M_i$  avec  $i \in \{1 \dots n\}$  est représentée par :

$$\dot{x}_i(t) = A_i x_i(t) + B_i u(t) \quad (4.2.6)$$

En réécrivant l'équation (4.2.6), on peut définir l'état global du multimodèle :

$$\dot{x}_m(t) = \sum_{i=1}^n \mu_i(\xi(t)) \dot{x}_i(t) \quad (4.2.7)$$

Le multimodèle couplé se représente par le système d'équations suivant :

$$\begin{cases} \dot{x}_m(t) = \sum_{i=1}^n \mu_i(\xi(t)) (A_i x_m(t) + B_i u(t)) \\ y_m(t) = \sum_{i=1}^n \mu_i(\xi(t)) (C_i x_m(t)) \end{cases} \quad (4.2.8)$$

où  $x \in \mathbb{R}^n$  est le vecteur d'état des sous-modèles,  $u \in \mathbb{R}^m$  est le vecteur de commande,  $y \in \mathbb{R}^p$  est le vecteur de sortie et  $\xi(t)$  est le vecteur des variables de décision des fonctions d'activation  $\mu_i(\cdot)$ .

La structure couplée est représentée par la Figure 4.2.1 par une connexion de  $n$  états couplés pondérés chacun par leurs poids respectifs :

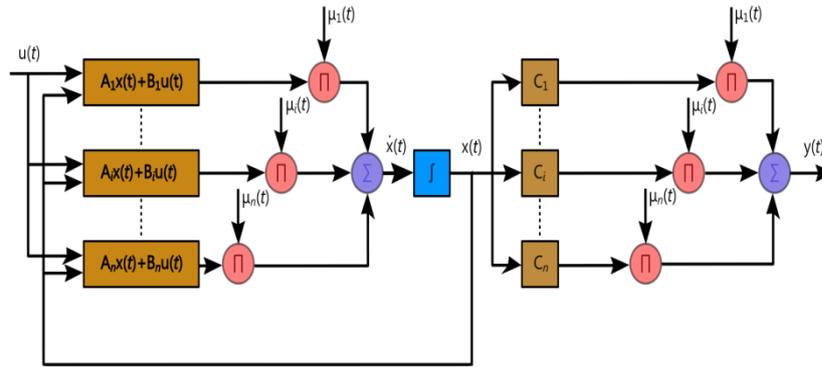


Figure 4.2.1 – Multimodèle à modèles locaux couplés

### 4.2.1.2 Structure découplée

La structure couplée, bien qu'étant la plus utilisée, n'est pas la seule à avoir été proposée. La structure découplée a également vu le jour. On la trouve sous différents vocables : multimodèle sans état commun, réseaux de modèles locaux par mélange des sorties, réseaux de modèles locaux à états locaux, etc.

Proposée dans les années 90 par (Filev 1991), cette structure découplée résulte de l'agrégation de sous-modèles locaux indépendants les uns des autres ; ce qui n'est pas le cas de la structure couplée.

Considérons les modèles locaux d'un multimodèle  $M$  définis par le système d'équations suivant :

$$\begin{cases} \dot{x}_i(t) = A_i x_i(t) + B_i u(t) \\ y_i(t) = C_i x_i(t) \end{cases} \quad (4.2.9)$$

La sortie globale du multimodèle est définie de la manière suivante :

$$y_m(t) = \sum_{i=1}^n \mu_i(\xi(t)) y_i(t) \quad (4.2.10)$$

Dans la structure découplée, la notion d'état local est explicite ; le multimodèle (ou modèle global) est donné par :

$$\begin{cases} \dot{x}_i(t) = A_i x_i(t) + B_i u(t) \\ y_m(t) = \sum_{i=1}^M \mu_i(\xi(t)) (C_i x_i(t)) \end{cases} \quad (4.2.11)$$

où  $x_i \in \mathbb{R}^{n_i}$  est le vecteur d'état et  $y_i \in \mathbb{R}^{p_i}$  est le vecteur de sortie du  $i$ ème sous-modèle.  $u \in \mathbb{R}^m$  est le vecteur de commande et  $y \in \mathbb{R}^p$  est le vecteur de sortie du multimodèle. Enfin,  $\xi(t)$  est le vecteur des variables de décision des fonctions d'activation  $\mu_i(\cdot)$ .

À noter que les variables  $x_i(t)$  n'ont pas forcément un sens physique dans le cas d'une structure découplée. En revanche, les fonctions d'activation  $\mu_i(\xi(t))$  restent calculées de la même manière.

La structure découplée est représentée par la Figure 4.2.2 par une connexion de  $n$  modèles affines pondérés chacun par leurs poids respectifs :

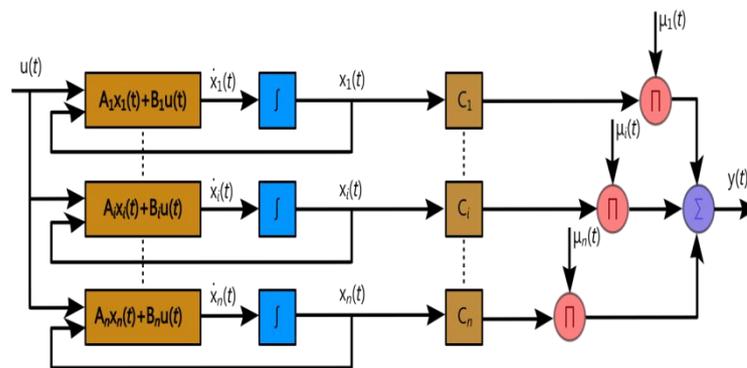


Figure 4.2.2 – Multimodèle à modèles locaux découplés

### 4.2.1.3 Structure hiérarchisée

L'approche multimodèle est une méthode intéressante tant que le nombre de variables est faible. En effet, lorsqu'on est en présence d'un grand nombre de variables, le nombre de modèles locaux augmente de manière exponentielle rendant l'approche multimodèle caduque ; un multimodèle avec  $n$  variables et  $m$  fonctions d'activation est composé de  $m^n$  modèles locaux.

Face à ce problème, certains ont proposé des alternatives (Breiman 1984; Friedman et Stuetzle 1981). Plus tard, Raju *et al.* ont proposé un multimodèle à structure hiérarchisée (Raju et al. 1991). Cette structure que l'on appelle aussi hypermultimodèle peut être vue comme un multimodèle de multimodèle ; elle vise à rendre le multimodèle global moins compliqué. Ainsi, grâce à la structure hiérarchisée, les systèmes de grandes dimensions peuvent être modélisés par des sous-ensembles, eux-mêmes représentés par un multimodèle. Le lecteur

pourra se référer aux travaux suivants (Sindelar 2005; L. X. Wang 1998) et également consulter (Y. Chen et Abraham 2010).

La Figure 4.2.3 représente un multimodèle à structure hiérarchisée à  $n$  modèles locaux :

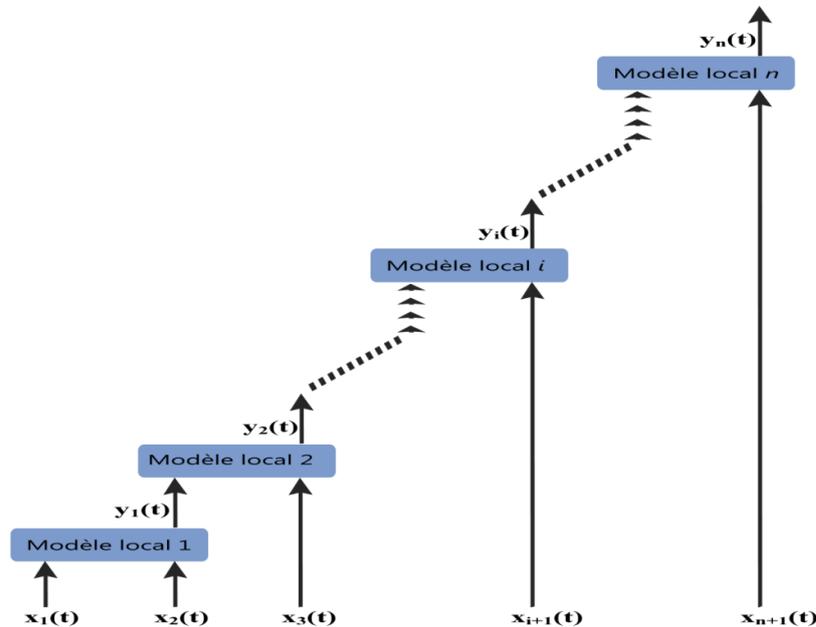


Figure 4.2.3 – Multimodèle à structure hiérarchisée

## 4.2.2 Obtention d'une structure multimodèle

### 4.2.2.1 Multimodèle par linéarisation

Lorsqu'on utilise l'approche multimodèle, on souhaite transformer un modèle non-linéaire global en plusieurs modèles linéaires locaux ; pour ce faire, il faut linéariser le système. Dans le cas où l'on dispose de la forme analytique du système physique, on peut directement le linéariser autour de points de fonctionnement choisis avec soin (Abonyi et al. 2001; Teixeira et Zak 1999).

Afin d'illustrer le principe, considérons le système non linéaire suivant :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = F(x(t), u(t)) \\ y(t) = G(x(t), u(t)) \end{cases} \quad (4.2.12)$$

où  $F \in \mathbb{R}^{n+m}$  et  $G \in \mathbb{R}^{n+m}$  sont des fonctions non linéaires continues,  $x(t) \in \mathbb{R}^n$  est le vecteur d'état et  $u(t) \in \mathbb{R}^m$  est le vecteur d'entrée.

Le modèle non-linéaire représenté par le système d'équations (4.2.12) est défini tel que :

$$\begin{cases} \dot{x}_m(t) = \sum_{i=1}^n \mu_i(\xi(t))(A_i x_m(t) + B_i u(t) + D_i) \\ y_m(t) = \sum_{i=1}^n \mu_i(\xi(t))(C_i x_m(t) + E_i u(t) + N_i) \end{cases} \quad (4.2.13)$$

avec :

$$\begin{aligned} A_i &= \left. \frac{\partial F(x,u)}{\partial x} \right|_{\substack{x = x_i \\ u = u_i}}, & B_i &= \left. \frac{\partial F(x,u)}{\partial u} \right|_{\substack{x = x_i \\ u = u_i}}, & D_i &= F(x_i, u_i) - A_i x_i - B_i u_i \\ C_i &= \left. \frac{\partial G(x,u)}{\partial x} \right|_{\substack{x = x_i \\ u = u_i}}, & E_i &= \left. \frac{\partial G(x,u)}{\partial u} \right|_{\substack{x = x_i \\ u = u_i}}, & N_i &= G(x_i, u_i) - C_i x_i - E_i u_i \end{aligned}$$

On remarque que le multimodèle est composé de plusieurs modèles locaux linéaires ou affines obtenus par linéarisation des fonctions  $F(x, u)$  et  $G(x, u)$  autour des points de fonctionnement  $p_i(x_i, u_i) \in \mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^m$  (Gasso et al. 2000; M. R. Smith et Johansen 1997). Les termes non-linéaires résiduels  $D_i$  et  $N_i$  sont ajoutés de manière additive pour chaque multimodèle.

**Remarque :**

La précision de la modélisation est dépendante du nombre de points de fonctionnement retenus et donc du nombre de sous-modèles locaux  $M$ .

#### 4.2.2.2 Multimodèle par identification paramétrique

Lorsqu'on ne dispose pas de la forme analytique du modèle physique et de la valeur de ses paramètres, on doit identifier les paramètres du système par l'intermédiaire de méthodes d'identification paramétrique. Les techniques d'identification linéaires existent depuis de nombreuses années (Björck 1996; Ljung 1999; Rao et Toutenburg 1999; Sarkar et al. 1984; Schoukens et Pintelon 1991) mais ne s'appliquent, pas à tous les systèmes. En effet, ceux-ci sont parfois constitués d'éléments variants et/ou non-linéaires. Il est alors possible dans ce cas d'utiliser des méthodes d'identification non-linéaire (Liu 2001; Nelles 2002; Pearson et Ogunnaike 1997).

Une autre approche émerge de la théorie des multimodèles. En effet, il peut être avantageux, en présence d'un système non-linéaire, de réduire le problème d'identification non-linéaire à un problème d'identification de sous-systèmes définis par des modèles locaux linéaires. Il est alors possible d'utiliser les méthodes conventionnelles d'identification linéaire telles que les méthodes basées sur les moindres carrés (Bretscher 2008). Cependant, cette méthode exige d'étudier le système non-linéaire autour de différents points de fonctionnement et donc de recueillir les données entrées-sorties pour chaque sous-modèle à linéariser.

### Définition 4.2.2

Soit la forme générale d'un multimodèle d'un système dynamique à temps continu :

$$x(t) = \sum_{i=1}^n \mu_i(\xi(t))(A_i x(t) + B_i u(t)) \quad (4.2.14)$$

où  $\xi(t) \in \mathbb{R}^q$  est le vecteur des variables de décision des fonctions d'activation  $\mu_i(\cdot)$ .

La construction d'un multimodèle basé sur un processus d'identification paramétrique repose sur quatre étapes :

- le choix de la structure du multimodèle ;
- la définition des fonctions d'appartenance ;
- l'identification paramétrique des modèles locaux et des fonctions d'activation ;
- l'intégrité du multimodèle.

L'estimation paramétrique se base sur la minimisation d'un critère  $J(\theta)$ . Ce critère est défini par l'écart entre la sortie estimée du multimodèle  $y_m(t)$  et la sortie mesurée du système  $y(t)$ . L'écart quadratique reste le critère le plus utilisé, il est défini par :

$$J(\theta) = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N \varepsilon(t, \theta)^2 = \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N (y_m(t) - y(t))^2 \quad (4.2.15)$$

où  $N$  est l'horizon d'observation et  $\theta$  est le vecteur des paramètres des modèles linéaires locaux ainsi que celui des fonctions d'activation.

La minimisation du critère  $J(\theta)$  se réalise par un développement limité autour d'une valeur particulière du vecteur des paramètres  $\theta$ . La méthode de recherche de  $\theta$  se fait par itération. La solution de  $\theta(k)$  est mise à jour progressivement à chaque itération en respectant la relation suivante :

$$\theta(k+1) = \theta(k) - \eta D(k) \quad (4.2.16)$$

où la vitesse de convergence vers la solution est réglée par le facteur d'ajustement  $\eta$ . Le paramètre  $D(k)$  quant à lui permet de déterminer la direction de recherche dans l'espace paramétrique. Plusieurs algorithmes d'optimisation peuvent être utilisés pour estimer ce vecteur de paramètres. On distingue parmi eux l'algorithme du gradient, de Newton et de Gauss-Newton ou encore l'algorithme de Levenberg-Marquardt.

#### 4.2.2.3 Multimodèle basé sur les secteurs de non-linéarités

Soit un système continu non-linéaire représenté par :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = f(x(t), u(t)) \\ y(t) = g(x(t), u(t)) \end{cases} \quad (4.2.17)$$

où  $x \in \mathbb{R}^n$  est le vecteur d'état,  $u \in \mathbb{R}^m$  est le vecteur de commande, et  $B \in \mathbb{R}^{n \times m}$  est la matrice de commande.

Le principe des multimodèles basés sur les secteurs de non-linéarité est de transformer les fonctions scalaires engendrant les non-linéarités. Cette méthode fut initiée par (Tanaka et H. O. Wang 2001; H. O. Wang et al. 1996). Des travaux plus récents ont été réalisés par (El Hajjaji et al. 2009).

Puisque la non-linéarité est découpée en secteurs linéaires, cette méthode n'engendre pas d'erreur d'approximation ; il n'y a pas d'étape de linéarisation ou d'identification des paramètres.

**Définition 4.2.3**

Soit  $h$  une fonction bornée dépendant de  $x \in [a, b]$ . Il existe alors deux fonctions  $F^1(x(t))$  et  $F^2(x(t))$  ainsi que deux scalaires  $\alpha$  et  $\beta$  tels que :

$$h(x(t)) = \alpha F^1(x(t)) + \beta F^2(x(t)) \quad (4.2.18)$$

En décomposant  $h(x(t))$  sur l'intervalle  $[a, b]$ , on obtient :

$$\alpha = \max_{x \in [a, b]}(h(x)) \quad (4.2.19)$$

$$\beta = \min_{x \in [a, b]}(h(x))$$

$$F^1(x(t)) = \frac{h(x(t)) - \beta}{\alpha - \beta}, F^2(x(t)) = \frac{\alpha - h(x(t))}{\alpha - \beta} \quad (4.2.20)$$

Sous condition de continuité et de bornitude des fonctions non-linéaires  $f$  et  $g$  du système d'équation (4.2.17), il est possible de réécrire ces fonctions sous la forme suivante :

$$\begin{aligned} F(x(t)) &= \sum_{i=1}^2 F^i(x(t)) A_i x(t) \\ G(x(t)) &= \sum_{i=1}^2 F^i(x(t)) C_i x(t) \end{aligned} \quad (4.2.21)$$

Nous obtenons alors le multimodèle suivant :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = \sum_{i=1}^2 F^i(x(t)) (A_i x(t) + B_i u(t)) \\ y(t) = \sum_{i=1}^2 F^i(x(t)) (C_i x(t) + D_i u(t)) \end{cases} \quad (4.2.22)$$

**Remarque :**

Le multimodèle obtenu équation (4.2.22) représente de manière exacte le modèle non-linéaire présenté équation (4.2.17) sur l'intervalle considéré.

## 4.3 APPROCHE MULTIMODÈLE BASÉE SUR DES SOUS-MODÈLES INCERTAINS

### 4.3.1 Introduction

Dans cette section, nous allons présenter quelles ont été nos motivations quant à l'utilisation de l'approche multimodèle avec les systèmes incertains. Pour cela,

nous allons revenir sur des travaux réalisés par Lebbal (LEBBAL 2006). En effet, celui-ci a pointé du doigt les limites d'une procédure de diagnostic basée sur un modèle certain.

S'orientant d'abord vers les observateurs non-linéaires (Observateur Thau, Filtre de Kalman étendu...), Lebbal a démontré qu'il était plus avantageux de remplacer un modèle non-linéaire difficile à gérer par un multimodèle composé de sous-modèles linéaires. Cette approche permet d'utiliser les méthodes classiques d'observateurs linéaires. Néanmoins, la confrontation du modèle physique utilisé aux systèmes réels l'a amené à conclure que le modèle, tel que défini par ses paramètres certains, ne permettait pas d'obtenir un bon diagnostic des défauts ; une étape d'identification paramétrique avait alors été envisagée.

À partir de ce constat, l'idée dans ce mémoire est de prendre en compte les incertitudes du modèle, jusqu'ici ignorées, en ajoutant une certaine tolérance sur les paramètres du modèle. Ainsi, on pourra différencier ce qui est de l'ordre d'un défaut et ce qui est de l'ordre de la méconnaissance des paramètres exacts du modèle. Afin de présenter l'intérêt d'une telle approche, reprenons le modèle non-linéaire du papillon motorisé utilisé dans (LEBBAL 2006).

### 4.3.2 Modèle non-linéaire

Le modèle non-linéaire est une représentation d'état du troisième ordre. Le premier et le second état correspondent respectivement à la position et la vitesse du papillon. Le troisième état est le courant moteur. Le modèle non-linéaire du papillon motorisé est décrit comme suit (LEBBAL 2006) :

$$\begin{cases} \dot{\theta} = nw \\ \dot{w} = -\frac{k_r}{nJ}\theta - \frac{f_v}{J}w + \frac{K}{nJ}i + \alpha \cdot \text{sign}(\theta) + \mu \cdot \text{sign}(w) \\ \dot{i} = -\frac{k}{L}w - \frac{R}{L}i + \frac{1}{L}u \\ y = \theta \end{cases} \quad (4.3.1)$$

avec  $\alpha = -\frac{D}{nJ}$  et  $\mu = -\frac{f_c}{nJ}$

et :

- $n$  : rapport de vitesse entre le moteur et le papillon ;

- $k_r$  : raideur du ressort ;
- $J$  : inertie ;
- $f_v$  et  $f_c$  : coefficients de frottements constants ;
- $K$  : constante ;
- $D$  : constante ;
- $L$  : inductance de l'induit ;
- $R$  : résistance de l'induit ;
- $k$  : force électromotrice *f.é.m.*

En posant  $v = -(\alpha \cdot \text{sign}(x_1) + \mu \cdot \text{sign}(x_2))$  et en considérant cela comme une entrée inconnue, l'équation (4.3.1) peut être réécrite sous forme d'espace d'état :

$$\begin{bmatrix} \dot{\theta} \\ \dot{w} \\ \dot{i} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & n & 0 \\ -\frac{k_r}{nJ} & -\frac{f_v}{J} & \frac{K}{nJ} \\ 0 & -\frac{k}{L} & -\frac{R}{L} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta \\ w \\ i \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & -1 \\ \frac{1}{L} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u \\ v \end{bmatrix} \quad (4.3.2)$$

### 4.3.3 Décomposition en un multimodèle linéaire

Soit le système non-linéaire à temps continu présenté dans l'équation (4.3.1). Les non-linéarités sont causées par des entrées inconnues bornées telles que les couples de frottement. Ces entrées induisent des non-linéarités comme les hystérésis et les zones mortes. La Figure 4.3.1 représente le couple résistif du ressort et le couple résistif de frottement induisant les non-linéarités sur le papillon motorisé.

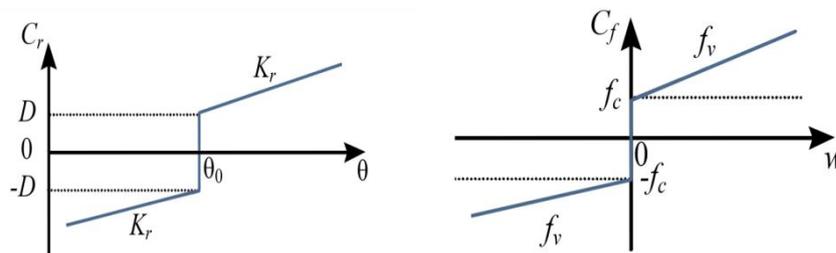


Figure 4.3.1 – Couple résistif du ressort et couple de frottement

Les zones de fonctionnement peuvent être représentées par un domaine multidimensionnel en ce qui concerne les sorties, les entrées et leurs dérivées comme par exemple dans un diagramme de phase de sortie. Les zones de

fonctionnement peuvent être divisées en  $n$  modèles qui mènent à la partition de domaine multidimensionnel.

Les zones de fonctionnement sont déterminées de la manière suivante :

- **Étape 1** : Définir un plan pour séparer la zone de fonctionnement non-linéaire en  $m$  zones de fonctionnement linéaires en utilisant les entrées, les sorties et leurs dérivées.
- **Étape 2** : Considérer les non-linéarités comme des entrées inconnues bornées et construire les  $m$  modèles linéaires tels que  $M_i(\dot{x}(t), x(t), u(t), v(t), y(t)) = 0 \mid i \in \{1, \dots, m\}$  et discrétiser le modèle afin d'obtenir  $M_i(x_{k+1}, x_k, u_k, v_k, y_k) = 0 \mid i \in \{1, \dots, m\}$ .
- **Étape 3** : Trouver les conditions de commutation en fonction des propriétés du processus et de chaque zone de fonctionnement. Définir les entrées inconnues  $v$  à estimer de manière à les comparer plus tard avec les seuils.
- **Étape 4** : Représenter le multimodèle avec un diagramme d'automate contenant les transitions et les conditions de commutation.

Le modèle du papillon motorisé peut être séparé en sept morceaux selon la position et la vitesse. La Figure 4.3.2 représente le partitionnement du modèle non-linéaire en sept modèles linéaires sous forme de diagramme de phase de sortie structuré comme un automate.

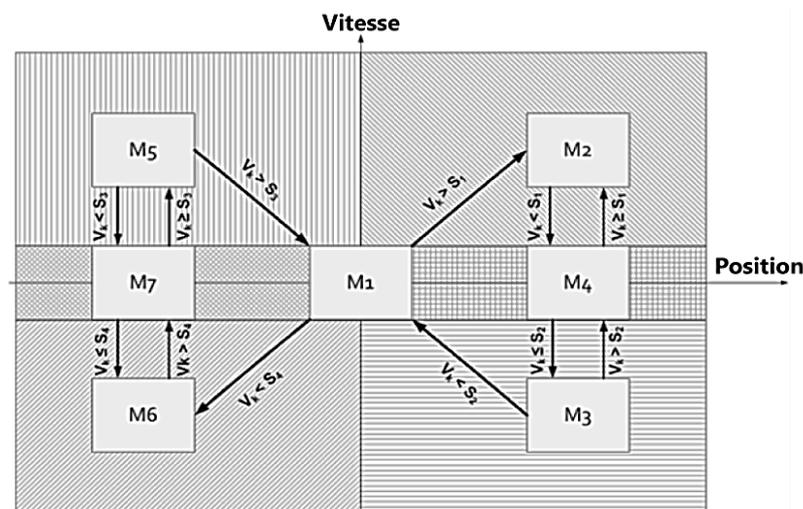


Figure 4.3.2 – Diagramme de phase de sortie, structuré comme un automate

Le problème est d'obtenir un multimodèle qui représente parfaitement le modèle non-linéaire. Les conditions de commutation doivent être choisies avec

précaution afin d'éviter une perte d'information. Dans la Figure 4.3.2, les seuils sont représentés ainsi que leur condition associée. Les seuils sont définis par les variables  $S_1, S_2, S_3, S_4$  comme suit :

$$S_1 = -\alpha - \mu; S_2 = -\alpha + \mu; S_3 = \alpha - \mu; S_4 = \alpha + \mu \quad (4.3.3)$$

La condition testée est basée sur les paramètres discrétisés  $ad_{21}, ad_{22}, ad_{23}, bd_{21}, bd_{22}$  de la matrice d'état du modèle non-linéaire. Ainsi, le test est effectué sur la variable  $v_k$  définie par :

$$v(k) = \frac{ad_{21}x_1(k) + ad_{22}x_2(k) + ad_{23}x_3(k) + bd_{21}u(k)}{-bd_{22}} \quad (4.3.4)$$

Le modèle proposé est basé sur la représentation du système discrétisée  $M_i(x_{k+1}, x_k, u_k, v_k, y_k) = 0 \mid i \in \{1, \dots, m\}$  composé de plusieurs modèles linéaires qui permutent selon des conditions de commutation.

L'approche multimodèle est un processus s'établissant en deux étapes : la sélection du modèle et son utilisation. En effet, selon les conditions de commutation – s'appuyant sur la valeur de l'entrée  $u$  et des paramètres définis précédemment – le modèle  $M_i$  est choisi. À partir de là, le système est représenté par un modèle linéaire unique jusqu'à ce que la condition ne soit plus valide. Ce principe est illustré par le schéma de la Figure 4.3.3 :

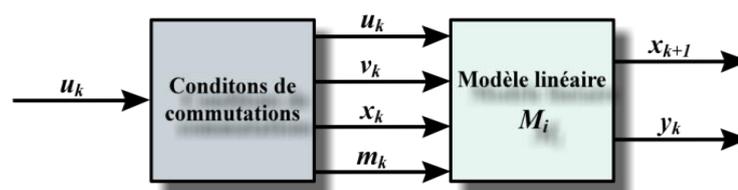


Figure 4.3.3 – Processus de sélection de modèles

#### 4.3.4 Pourquoi les multimodèles incertains ?

Afin d'étayer le bien-fondé d'une telle approche, nous allons reprendre les problématiques rencontrées par Lebbal. Celui-ci avait pour objectif d'établir une méthode de diagnostic pour un système non-linéaire. Après avoir montré la faiblesse des résultats obtenus en utilisant les observateurs non-linéaires –

Observateur Thau et Filtre de Kalman étendu – il a décidé d'employer l'approche multimodèle afin de se soustraire du problème des non-linéarités en remplaçant le modèle non-linéaire par plusieurs sous-modèles linéaires.

Dans un premier temps, nous allons reprendre succinctement sa démarche et ses résultats obtenus. Puis, dans un deuxième temps, nous allons montrer comment l'approche multimodèle basée sur un modèle incertain a permis de résoudre les difficultés rencontrées par Lebbal.

#### 4.3.4.1 Modèle physique non-linéaire certain

La première idée de Lebbal a d'abord été d'utiliser les observateurs non-linéaires, tels que l'observateur Thau présenté ci-dessous.

##### 4.3.4.1.1 Présentation de l'Observateur Thau

L'observateur de Thau est un observateur non-linéaire (Thau 1973) de la forme suivante :

$$\begin{cases} \dot{\hat{x}}(t) = A\hat{x}(t) + Bu(t) + f(\hat{x}(t)) + K(y(t) - \hat{y}(t)) \\ \hat{y}(t) = C\hat{x}(t) \end{cases} \quad (4.3.5)$$

où  $K$  représente le gain de l'observateur et  $f(\hat{x}(t))$  est une fonction non-linéaire.

L'observateur de Thau doit satisfaire deux conditions afin d'être utilisé :

- La paire  $(C, A)$  doit être observable ;
- La fonction non-linéaire doit être localement Lipschitzienne.

Soit  $\mathbb{I}$  un intervalle de  $\mathbb{R}$ ,  $f$  une fonction de  $\mathbb{I}$  dans  $\mathbb{R}$ , la deuxième condition peut se traduire ainsi :

$$\forall (x, x') \in \mathbb{I}, \forall u \in U, \exists \rho \in \mathbb{R}, \|f(x, u) - f(x', u)\| \leq \rho \|x - x'\| \quad (4.3.6)$$

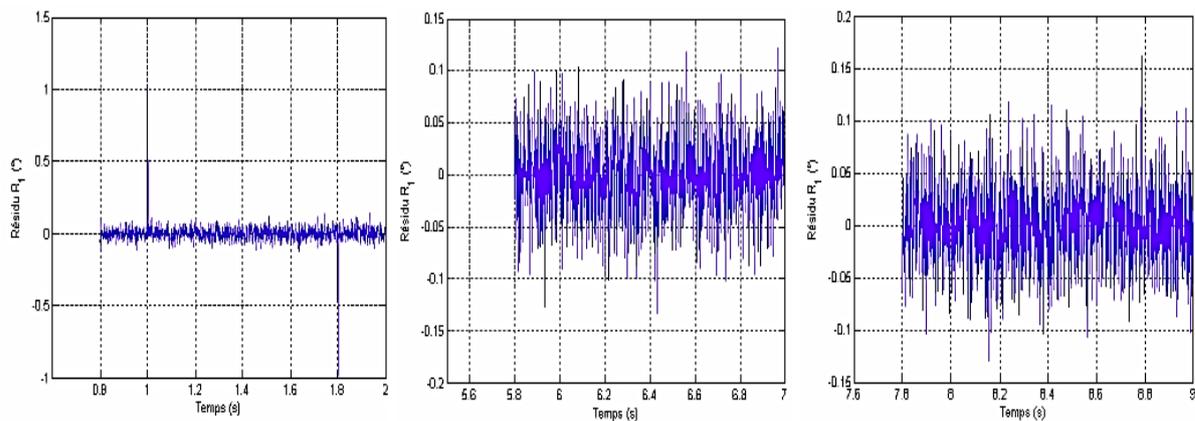
avec  $K = S^{-1}(\lambda)C^T$ , et  $S(\lambda)$  la solution de l'équation de Lyapunov :

$$A^T S(\lambda) + S(\lambda)A - C^T C + \lambda S(\lambda) = 0 \quad (4.3.7)$$

#### 4.3.4.1.2 Résultats de simulations

Le système est simulé en le commandant via un actionneur affecté par un défaut additif  $f_a = 0.1V$  dans l'intervalle de temps  $[6s \ 6.8s]$ . La sortie est mesurée par deux capteurs de position  $\theta_{c_1}$  et  $\theta_{c_2}$ , dont le capteur 1 affecté par le défaut  $f_{c_1} = 1^\circ$  dans l'intervalle de temps  $[1s \ 1.8s]$ . Le système quant à lui peut être affecté par un défaut fonctionnel  $f_s$  de 10% sur la résistance du moteur électrique dans l'intervalle  $[8s \ 8.8s]$ .

Les résidus obtenus par l'observateur de Thau avec un gain  $K = [646.1; -94.7; -1055.7]$  pour le défaut du capteur 1, de l'actionneur et fonctionnel sont représentés par la Figure 4.3.4 :



**Figure 4.3.4 – Résidus de l'observateur Thau pour respectivement un défaut de capteur 1, d'actionneur et fonctionnel (LEBBAL 2006)**

On remarque que l'observateur de Thau est incapable de discerner les défauts présents sur le système, que cela soit pour le défaut capteur, actionneur, ou fonctionnel. Face à ces résultats mitigés, Lebbal a décidé de se baser sur l'approche multimodèle afin de rendre le système linéaire par secteur.

#### 4.3.4.2 Approche multimodèle basée sur le modèle physique certain

L'utilisation de l'approche multimodèle a permis de rendre le modèle linéaire par secteur. Ainsi, la méthode de l'espace de parité a pu être utilisée. Tout

d'abord, présentons le découpage réalisé par Lebbal en quatre sous-modèles linéaire.

#### 4.3.4.2.1 Présentation du multimodèle certain

Le multimodèle du papillon motorisé s'écrit de la façon suivante :

$$\begin{cases} x_1(k+1) = x_1(k) = 0 & \text{(Modèle 1)} \\ x(k+1) = Ax(k) + BU(k) \text{ avec } U(k) = [u(k) - \alpha - \mu]^T & \text{(Modèle 2)} \\ x(k+1) = Ax(k) + BU(k) \text{ avec } U(k) = [u(k) - \alpha + \mu]^T & \text{(Modèle 3)} \\ x_1(k+1) = x_1(k) \neq 0 & \text{(Modèle 4)} \\ y(k) = Cx(k) = x_1(k) \end{cases} \quad (4.3.8)$$

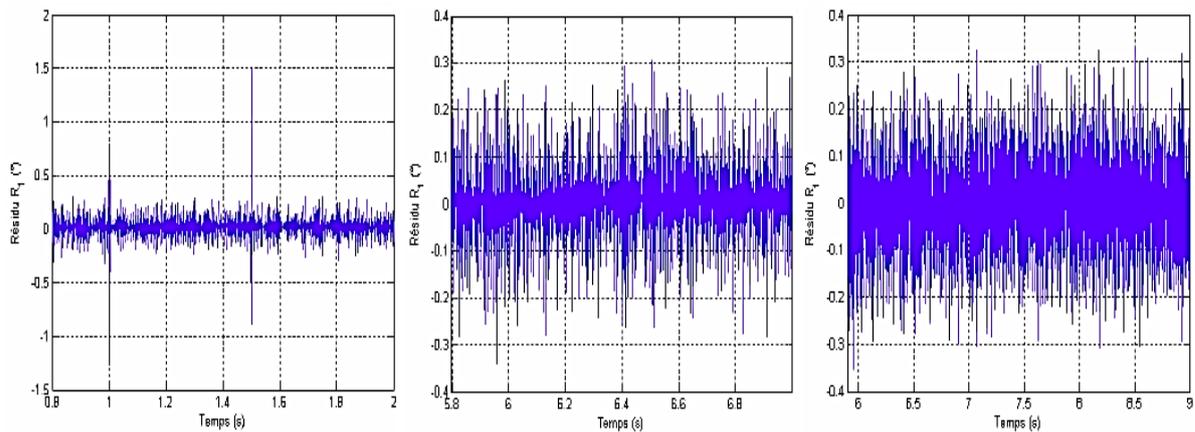
Le multimodèle est composé de quatre sous-modèles : le premier modèle correspond à la position de repos, le second modèle correspond au cas où la vitesse du papillon est positive, le troisième modèle correspond au cas où la vitesse est négative et enfin le quatrième modèle représente le cas où la vanne est à l'arrêt dans une position bien définie.

#### Remarque :

Cette représentation en quatre sous-modèles est une simplification du multimodèle présenté Figure 4.3.2 où la vanne est commandée en position négative également.

#### 4.3.4.2.2 Résultats de simulations

Les résultats obtenus par Lebbal par la méthode de l'espace de parité basée sur l'approche multimodèle respectivement pour le défaut du premier capteur, le défaut d'actionneur et le défaut fonctionnel sont représenté par la Figure 4.3.5 :



**Figure 4.3.5 – Résidus de l'espace de parité basée sur l'approche multimodèle pour un défaut respectivement de capteur 1, d'actionneur et fonctionnel (LEBBAL 2006)**

On remarque que, comme pour le cas avec l'observateur Thau, il est difficile de détecter un défaut sur le système, que cela soit pour le défaut capteur, actionneur, ou fonctionnel.

Face à ce nouvel écueil, il en a été déduit que la mauvaise caractérisation des paramètres du modèle, ne permettait pas d'établir un diagnostic efficace. Pour remédier à ce problème, Lebbal a alors décidé de ré-estimer totalement les paramètres du modèle en utilisant une approche d'estimation paramétrique.

### 4.3.4.3 Approche multimodèle basée sur un modèle paramétrique

#### 4.3.4.3.1 Présentation du multimodèle paramétrique

L'approche multimodèle basée sur un modèle paramétrique nécessite d'exploiter les données d'entrées/sorties pour chacun des modes à définir ainsi que leurs modèles dédiés. Pour cela, il faut que le système puisse être représenté par un ensemble de modèles de type ARX (Auto Regressive eXogenous). L'ensemble constitue un modèle appelé PWARX (PieceWise Auto Regressive eXogenous), où  $n_a$  et  $n_b$  représentent respectivement l'ordre maximum pour la sortie et pour l'entrée. L'équation (4.3.9) donne la représentation du multimodèle utilisé pour les simulations. On remarque que seuls quatre sous-modèles sont

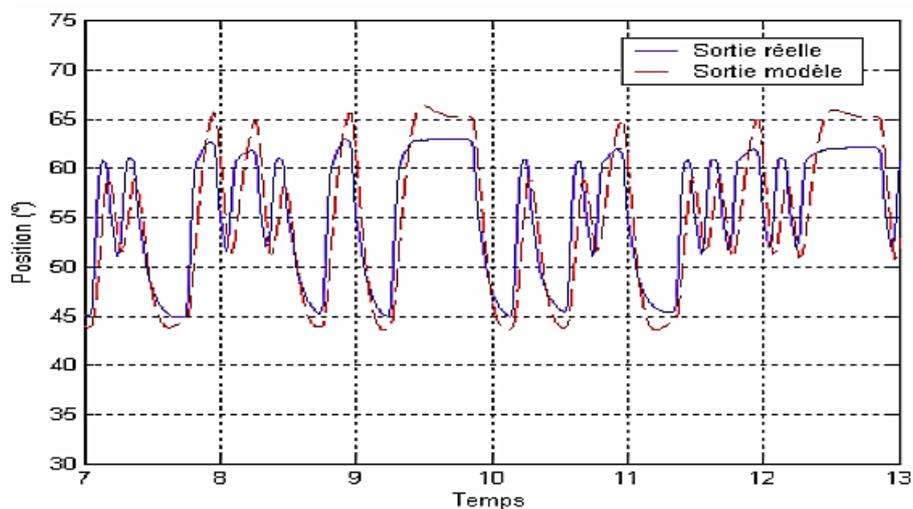
utilisés sur les sept initialement proposés ; on étudie ici le fonctionnement de la vanne avec une position positive uniquement.

$$y(k) = \begin{cases} a_{1,1}y(k-1) + a_{2,1}y(k-2) + a_{na,1}y(k-na) + b_{1,1}u(k-1) & (\text{Modèle 1}) \\ +a_{2,1}u(k-2) + \dots + b_{nb,1}u(k-nb) + d_1 + e & \vdots \\ \vdots & \vdots \\ a_{1,4}y(k-1) + a_{2,4}y(k-2) + a_{na,4}y(k-na) + b_{1,4}u(k-1) & \vdots \\ +a_{2,4}u(k-2) + \dots + b_{nb,4}u(k-nb) + d_4 + e & (\text{Modèle 4}) \end{cases} \quad (4.3.9)$$

où  $a_{j,i}$ ,  $b_{j,i}$  et  $d_i$  représentent les paramètres du système réel à identifier et où  $u$  et  $y$  sont respectivement l'entrée et la sortie,  $d_i$  l'offset et  $e$  un bruit gaussien avec une valeur moyenne nulle et une variance  $\sigma$ .

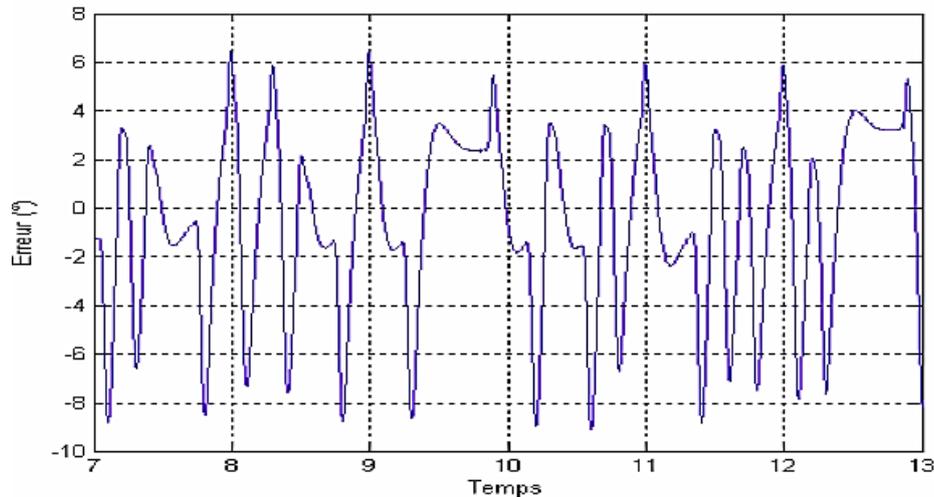
#### 4.3.4.3.2 Résultats de simulations

Les résultats obtenus par l'approche multimodèle basée sur un modèle paramétrique sont représentés par la Figure 4.3.6 :



**Figure 4.3.6 – Résultat de l'identification (LEBBAL 2006)**

On remarque, sur la Figure 4.3.6, que les résultats de simulations de la sortie ne donnent pas les résultats escomptés. L'écart entre la sortie simulée et celle mesurée est trop importante ; de plus, on note un léger déphasage entre les signaux ce qui est préjudiciable à toute procédure de diagnostic.



**Figure 4.3.7 – Erreur entre la sortie réelle et celle du multimodèle (LEBBAL 2006)**

Nous pouvons remarquer sur la Figure 4.3.7 que l'erreur entre la sortie du système réel et celle du résultat de l'identification PWARX est relativement grande. En effet, cette erreur relative peut parfois atteindre 15%, ce qui rend cette approche caduque.

Tout comme les approches précédentes, l'approche multimodèle basée sur des modèles paramétriques n'a pas donné de résultats probants.

#### 4.3.4.4 Vers le multimodèle incertain

Nous avons fait un rappel des difficultés rencontrées par Lebbal pour établir un diagnostic. En effet, les paramètres du modèle n'étant pas définis exactement pour le type de papillon utilisé, il est primordial d'intégrer cette imprécision des paramètres dans le modèle.

La particularité dans ce mémoire est d'avoir utilisé l'approche multimodèle avec les systèmes incertains. Nous verrons que les multimodèles sont d'autant plus importants dans le cadre des systèmes incertains que dans le cadre certain. En effet, la gestion des incertitudes d'un système incertain est difficile à gérer lorsqu'on est en présence d'un système non-linéaire. Une des méthodes, parmi d'autres, est d'utiliser le sous-pavage pour trouver l'ensemble de solution des sorties comme présenté dans la section 1.5 ; le problème majeur de cette approche est qu'elle demande un temps de calcul trop important pour des

applications temps-réel. L'approche multimodèle est donc une solution très intéressante pour gérer les modèles non-linéaires incertains pour des applications temps-réel telles que le papillon motorisé.

### 4.3.5 Simulations basées sur l'approche multimodèle des systèmes incertains

Dans cette section, nous allons présenter le multimodèle incertain mis en œuvre ainsi que les résultats de simulation obtenus (Letellier et al. 2011b). Pour cela, la méthode de diagnostic a été implémentée en utilisant le modèle de papillon motorisé.

#### 4.3.5.1 Présentation du multimodèle incertain

Soit le multimodèle dont les modes sont représentés par la Figure 4.3.2 auquel on ajoute des incertitudes sur les paramètres des matrices A, B et C :

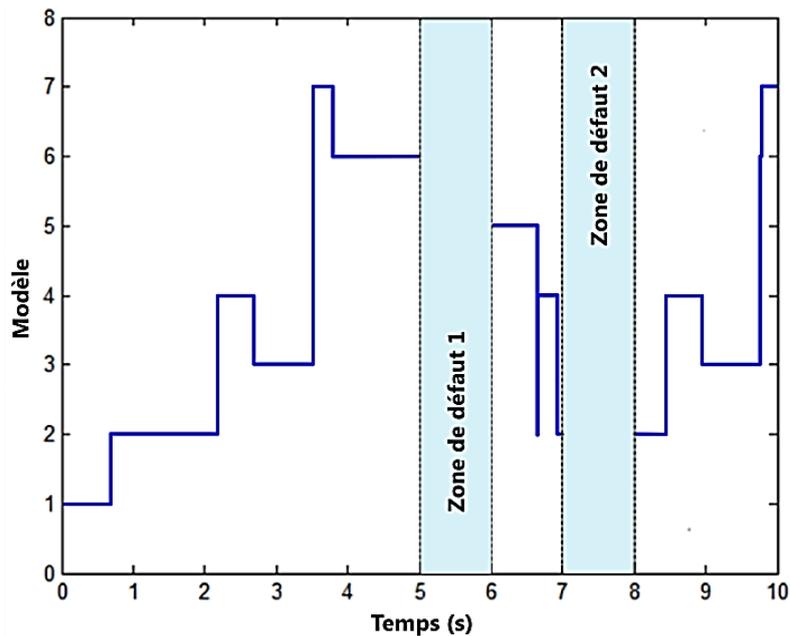
$$\left\{ \begin{array}{ll} x_1(k+1) = x_1(k) = x_2(k) = 0 & \text{(Modèle 1)} \\ x(k+1) = A(\theta)x(k) + B(\theta)U(k) \text{ avec } U(k) = [u(k) - \alpha - \mu]^T & \text{(Modèle 2)} \\ x(k+1) = A(\theta)x(k) + B(\theta)U(k) \text{ avec } U(k) = [u(k) - \alpha + \mu]^T & \text{(Modèle 3)} \\ x_1(k+1) = x_1(k) > 0 & \text{(Modèle 4)} \\ x(k+1) = A(\theta)x(k) + B(\theta)U(k) \text{ avec } U(k) = [u(k) + \alpha - \mu]^T & \text{(Modèle 5)} \\ x(k+1) = A(\theta)x(k) + B(\theta)U(k) \text{ avec } U(k) = [u(k) + \alpha + \mu]^T & \text{(Modèle 6)} \\ x_1(k+1) = x_1(k) < 0 & \text{(Modèle 7)} \\ y(k) = C(\theta)x(k) = x_1(k) & \end{array} \right. \quad (4.3.10)$$

où  $A(\theta)$ ,  $B(\theta)$  et  $C(\theta)$  sont respectivement les matrices incertaines des états, des commandes et des observations.

#### 4.3.5.2 Résultats de simulations

Afin de vérifier la faisabilité de mise en œuvre de l'approche multimodèle dans un cadre incertain, nous avons réalisé des simulations sur plateforme Matlab<sup>®</sup>/Simulink<sup>®</sup>. Ces dernières portent sur le modèle du papillon motorisé présenté dans l'équation (4.3.1). Une incertitude de modèle de  $\pm 5\%$  est ajoutée à tous les paramètres de la matrice d'état. L'incertitude de mesure est de  $\pm 2\%$ . Afin

de tester l'efficacité de l'algorithme, deux défauts de type biais ont été ajoutés sur la mesure de la position. Pour voir l'effet des commutations sur la détection de défauts, deux zones de défaut ont été étudiées comme le montre la Figure 4.3.8.

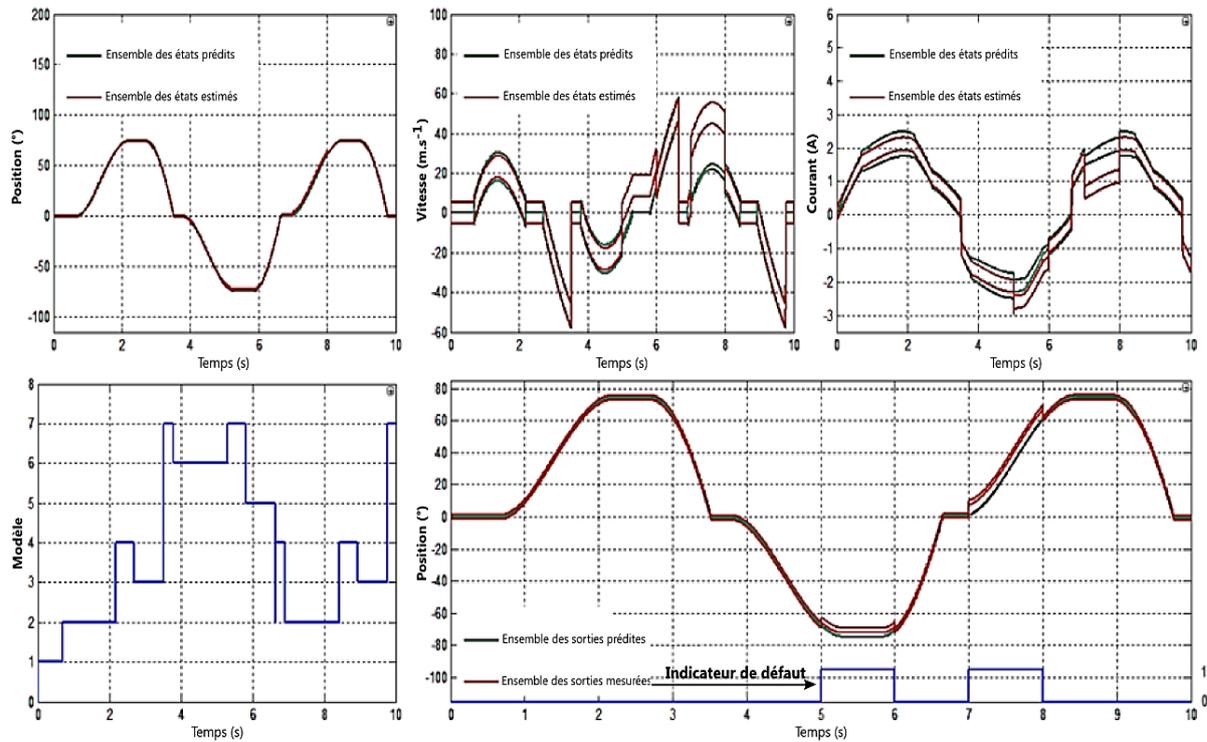


**Figure 4.3.8 – Zones de défaut étudiées**

Le premier défaut apparaît de la cinquième à la sixième seconde. Dans cette zone, les modèles commutent du modèle 6 au modèle 7 et du modèle 7 au modèle 5. Le deuxième défaut apparaît de la septième à la huitième seconde dans une zone sans commutations. La valeur du premier défaut est de +5% de la valeur maximale alors que la valeur du second défaut est de +10%.

La Figure 4.3.9 montre les résultats de simulation obtenus avec l'approche multimodèle incertains et l'algorithme de l'Observateur de Luenberger Ensembliste. En haut de la Figure 4.3.9 sont représentés les trois états, à savoir : la position, la vitesse et le courant. On peut noter que les trois états sont bien estimés même avec des capteurs manquants et des incertitudes du modèle. En bas à gauche sont représentés les commutations du multimodèle. Enfin, l'ensemble de sortie prédit et la courbe de la mesure sont représentés à l'angle inférieur droit. Ces courbes représentent le cœur de la détection de défauts. Les enveloppes sont comparées, et si l'ensemble de sortie prédit et l'ensemble de mesure ne se chevauchent pas, c.-à-d. que l'intersection des deux ensembles est

vide, alors un défaut est détecté. Comme présenté dans la Figure 4.3.9, les résultats du multimodèle incertain sont encourageants puisque les deux défauts sont parfaitement détectés.



**Figure 4.3.9 – Estimation et détection de défaut du papillon motorisé**

Cette étude a analysé l'influence des commutations du multimodèle sur la détection de défaut et permet de conclure que les commutations n'ont pas d'impact sur la détection de défauts. Cependant, on peut noter qu'un défaut de +5% est en limite de détection.

Le deuxième défaut apparaît dans une zone sans commutations de modèles et la valeur du défaut est de 10%. Par conséquent, le défaut est facilement détecté par le système comme les enveloppes de l'ensemble de la sortie prédite et de l'ensemble des sorties mesurées ne sont pas consistantes.

En conclusion, l'approche multimodèle basée sur un système incertain a donné des résultats satisfaisants. L'ajout d'incertitudes sur le multimodèle a permis de prendre en compte les incertitudes des paramètres.

## 4.4 CONCLUSION

Dans ce chapitre, l'approche multimodèle a été présentée. Celle-ci a de nombreux avantages car elle permet de représenter un modèle non-linéaire complexe en plusieurs sous-modèles linéaires faciles à manier. Il est alors tout à fait envisageable de représenter un système avec une précision choisie, en adaptant le nombre de sous-modèles et en optimisant les fonctions de pondérations.

Afin de montrer la pertinence de l'approche proposée, à savoir l'approche multimodèle au service des systèmes incertains, nous sommes revenus sur ce qui nous a amené à considérer cette approche. Nous nous sommes intéressés pour cela aux travaux de Lebbal dans lesquels de nombreux problèmes avaient été évoqués quant à la mise en œuvre d'une procédure de diagnostic pour un système non-linéaire de type papillon motorisé.

Grâce à l'analyse de Lebbal, nous avons pu voir que les paramètres du modèle non-linéaire n'étant pas suffisamment bien connus, le diagnostic des défauts n'était pas envisageable. Pour résoudre ce problème, nous avons admis un certain degré d'incertitudes sur les paramètres du modèle.

Pour valider cette approche dans un cadre incertain, l'approche multimodèle a été appliquée à un papillon motorisé, qui est un système mécatronique permettant de réguler l'admission d'air en amont d'un moteur à allumage commandé. Le multimodèle utilisé est à structure découplée et est obtenu en se basant sur la méthode de découpage en secteurs de non-linéarité.

Les résultats de simulation obtenus montrent que la méthode proposée permet de détecter aisément les défauts de capteurs.

Le chapitre suivant présentera en détails le banc d'essai utilisé pour les simulations en temps-réel. Le modèle non-linéaire est décomposé en sous-modèles linéaires et l'Observateur de Luenberger Ensembliste est utilisé.

---

# Chapitre 5

*« La difficulté n'est pas de comprendre les idées nouvelles, mais d'échapper aux idées anciennes. »*

*John Maynard Keynes*

## Sommaire

---

<b>5.</b>	<b>APPLICATION À UN SYSTÈME MÉCATRONIQUE POUR L'AUTOMOBILE .....</b>	<b>145</b>
5.1	INTRODUCTION .....	145
5.2	CIRCUIT D'ADMISSION D'AIR .....	146
5.3	PAPILLON MOTORISÉ .....	147
5.3.1	Présentation .....	147
5.3.2	Structure physique .....	149
5.3.3	Non-linéarités .....	150
5.3.4	Position du papillon .....	151
5.4	CHAÎNE D'INSTRUMENTATION ET D'ACQUISITION .....	152
5.4.1	Signal de commande MLI .....	153
5.4.2	Interface de puissance .....	153
5.4.3	Contrôle en boucle fermée .....	155
5.4.4	Système d'acquisition des données .....	156
5.5	SIMULATIONS TEMPS-RÉEL .....	156
5.5.1	Présentation .....	156
5.5.2	Choix des incertitudes et des défauts .....	157
5.5.3	Résultats de simulation du multimodèle temps-réel .....	160
5.6	CONCLUSION .....	164

---

## 5. APPLICATION À UN SYSTÈME MÉCATRONIQUE POUR L'AUTOMOBILE

### 5.1 INTRODUCTION

Avant de présenter les simulations en temps réel, nous allons revenir sur les motivations de ce travail. Les deux axes centraux sont l'utilisation de l'approche multimodèle des systèmes incertains pour éviter le problème des non-linéarités et prendre en compte les incertitudes du système et le développement d'une architecture d'observateur combinant l'estimateur d'état par prédiction/correction et l'observateur de Luenberger. Cela permet ainsi d'utiliser l'estimateur d'état par prédiction/correction même lorsqu'une seule mesure est disponible comme c'est le cas dans notre application où seule la mesure de la position est mesurée.

Dans ce mémoire, la détection de défaut est abordée sur un système mécatronique appelé papillon motorisé. Une étude antérieure a démontré qu'il était difficile d'obtenir un modèle valide (Lebbal et al. 2007). En effet, il est difficile de trouver un modèle qui corresponde au système physique. Par conséquent, les auteurs ont essayé de mettre en œuvre un modèle paramétrique, mais les résultats n'étaient pas ceux attendus ; l'implémentation d'une stratégie de détection de défauts basée sur ce modèle était inenvisageable. Pour surmonter ce problème, l'idée a été de considérer le modèle physique en tenant compte des incertitudes du modèle. En effet, prendre en compte les incertitudes du modèle est primordial pour certaines applications ; les valeurs qui déterminent les paramètres réels ne sont pas toujours simples à obtenir. De plus, les paramètres sont généralement sous l'influence de perturbations extérieures et donc incertains.

Le modèle du papillon motorisé n'est pas linéaire. Deux solutions sont alors possibles : utiliser directement l'approche par intervalles, ce qui entraînera une surestimation de l'ensemble des états, ou utiliser un algorithme de sous-pavage ou certaines techniques comme les zonotopes afin de trouver une solution plus

proche de l'ensemble des états réel. Le problème de cette dernière méthode est le temps de calcul rendant l'estimation impossible ou sinon très coûteuse en temps de calcul. Nous avons donc opté pour une autre solution qui est l'approche multimodèle. Elle permet de représenter des modèles non linéaires par plusieurs modèles LTI. Ainsi, l'estimateur d'état par prédiction/correction, bien adapté à la détection de défauts, peut estimer avec précision les bornes des états. Cependant, l'estimateur d'état par prédiction/correction a besoin de toutes les mesures s'il veut contrôler efficacement l'effet d'enveloppement. Il a donc fallu revoir l'architecture classique de cet observateur, ce qui nous a amené à proposer une amélioration de l'estimateur d'état par prédiction/correction (cf. chapitre 3) permettant ainsi de reconstruire les états à partir d'une seule mesure disponible.

## 5.2 CIRCUIT D'ADMISSION D'AIR

Avant de présenter le papillon motorisé, il convient de replacer celui-ci dans son contexte, c'est pourquoi, nous étudierons d'abord le système d'admission d'air. Le papillon motorisé fait partie intégrante du circuit d'admission d'air comme le montre la Figure 5.2.1.

Le système d'admission d'air est composé de différentes parties. Il commence par le conduit d'entrée qui amène l'air extérieur à un filtre puis à un débitmètre afin de mesurer la proportion d'air entrant. L'air arrive ensuite à la partie qui fait l'objet de notre application : le papillon motorisé. Ce dernier est constitué d'un actionneur électrique, généralement un moteur à courant continu, ainsi que du papillon en lui-même et de deux capteurs de position pour des raisons de sécurité (redondance matérielle). L'air est ensuite envoyé vers le moteur, en passant préliminairement dans un répartiteur afin de mettre l'air en surpression relative par rapport à l'air extérieur (plénum).

Le circuit d'admission d'air inclut également le circuit de ré-aspiration des vapeurs de carburant émanant du réservoir ainsi que le circuit de recirculation des gaz d'échappement. Outre les capteurs de débit et de position de la vanne

cités précédemment, le circuit est instrumenté avec un capteur de température et de pression du collecteur.

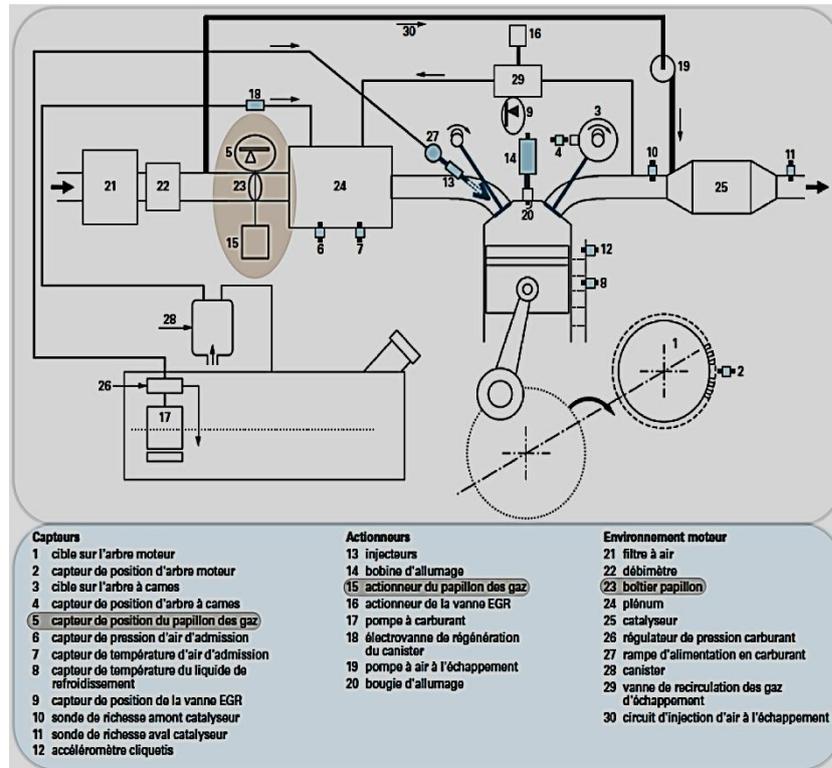
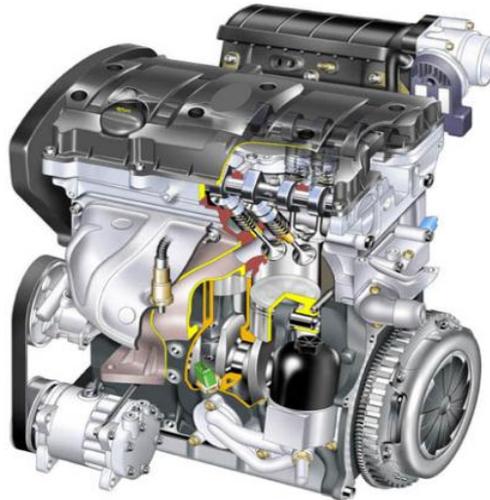


Figure 5.2.1 – Architecture d'un moteur équipé d'un système de contrôle moteur

## 5.3 PAPILLON MOTORISÉ

### 5.3.1 Présentation

Un papillon motorisé est une partie essentielle des moteurs à essence (voir Figure 5.3.1). Il permet de contrôler la quantité d'air dans le moteur. En effet, quand le conducteur actionne la pédale d'accélérateur, le papillon bouge par l'intermédiaire d'un câble, ou bien, dans les voitures électroniques, grâce à un moteur électrique. Dans ce mémoire, le papillon motorisé est utilisé. Lorsque le conducteur accélère, un capteur envoie la position de la pédale à l'ECU (Engine Control Unit). En réponse, l'ECU contrôle l'ouverture du papillon selon la position de la pédale et les lois de commande. Dans la plupart des cas, un capteur de position peut être trouvé sur l'arbre du papillon motorisé. De cette manière, grâce à un retour d'information du capteur de position, l'ECU peut déterminer la vraie position du papillon.



**Figure 5.3.1 – Moteur à essence**

Le papillon motorisé étudié dans ce mémoire est constitué d'un papillon fixé sur un axe, de deux capteurs potentiométriques  $P_1$  et  $P_2$  (Baotic et al. 2003; C. Yang 2004) mesurant la position angulaire. Ces capteurs, placés dans l'axe du moteur à courant continu, sont alimentés par une tension de +5V. L'alimentation est fournie par une source externe, soit par une batterie dans un véhicule, soit par un panneau de contrôle dSPACE® dans le cas de nos simulations temps réel. Les tensions  $V_1$  et  $V_2$  aux bornes des deux capteurs sont complémentaires telles que  $V_1 + V_2 = \text{constante}$ . La Figure 5.3.2 représente le bloc constituant le papillon motorisé :



**Figure 5.3.2 –Papillon motorisé**

Le papillon motorisé, comme précisé dans la section 5.2, fait partie du circuit d'admission d'air. Le débit étant fonction de l'angle du papillon, celui-ci pivote

sur son axe afin de réguler la quantité d'air entrant dans le moteur et par voie de conséquence de réguler la charge de celui-ci. Le débit d'air consommé au ralenti est obtenu en régime sonique, c'est-à-dire que le rapport entre les pressions qui règnent à l'amont et à l'aval du papillon est de 1.

En cas de panne du papillon motorisé, il faut pouvoir s'assurer que le véhicule dispose d'un ralenti suffisant pour pouvoir déplacer le véhicule, autrement dit il faut éviter que le papillon motorisé se ferme totalement, ce qui empêcherait le moteur de fonctionner. Une fonction de secours est alors obligatoire pour éviter ce problème ; elle est connue sous l'anglicisme *limp-home*, comprenez « rentrer doucement à la maison ». La méthode employée par les constructeurs est de régler l'action du ressort de rappel de manière à ce que le papillon reste entrouvert sur une valeur supérieure à celle du ralenti en cas de panne. Dans la prochaine section sont présentées les différentes positions que prend le papillon motorisé. Le lecteur peut se référer aux références suivantes pour plus de détails sur le papillon motorisé (Grepl et Lee 2008, 2010; Schiller 2003).

### 5.3.2 Structure physique

Le papillon motorisé est constitué d'un moteur à courant continu contrôlé par une tension d'excitation de type *PWM* (Pulse Width Modulated). Le couple moteur induit par cette tension est transmis vers une partie mécanique grâce à des réducteurs. Cela met la plaque, régulant le flux de l'air traversant le papillon, dans une position  $\theta_c$  désirée. Le mouvement de cette plaque est influencé par deux autres couples. Le premier est dû au ressort de retour alors que le second est dû aux frottements. La modélisation du papillon motorisé est représentée par une partie mécanique et une partie électrique. La Figure 5.3.3 montre la structure du papillon motorisé.

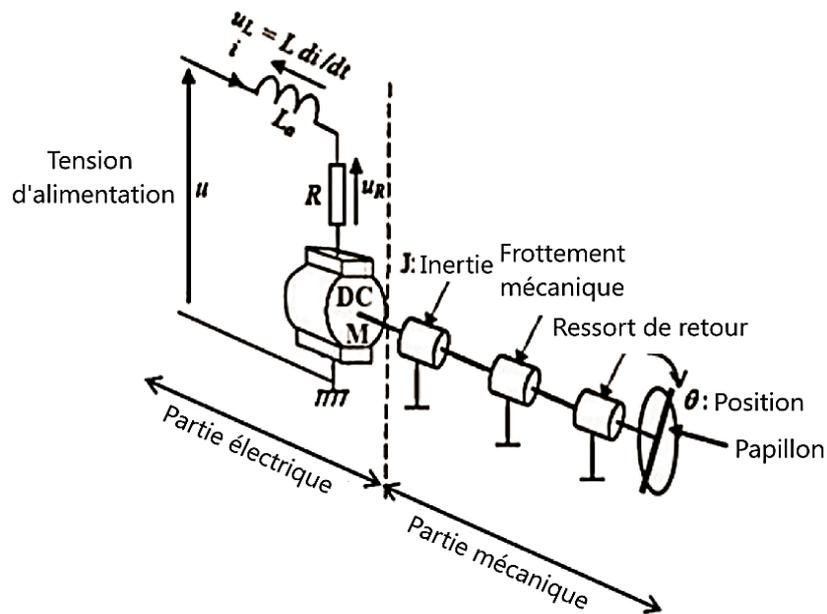


Figure 5.3.3 – Structure physique du papillon motorisé

### 5.3.3 Non-linéarités

Le papillon motorisé possède trois non-linéarités ; elles sont dues aux couples résistants liés au frottement et au ressort de rappel.

La première non-linéarité, la zone morte, apparaît lorsque le papillon reste immobile dans sa position de repos  $\theta_0$  même si un signal de commande est envoyé. La seconde non-linéarité, l'hystérésis, apparaît à cause du retard que met le papillon à changer de sens par rapport à la commande qui lui est envoyée. La troisième non-linéarité est constituée des deux zones de saturation liées à des contraintes systémiques ; le papillon ne pouvant pas avoir un angle inférieur à  $0^\circ$  et supérieur à  $90^\circ$ . La Figure 5.3.4 illustre ces trois non-linéarités.

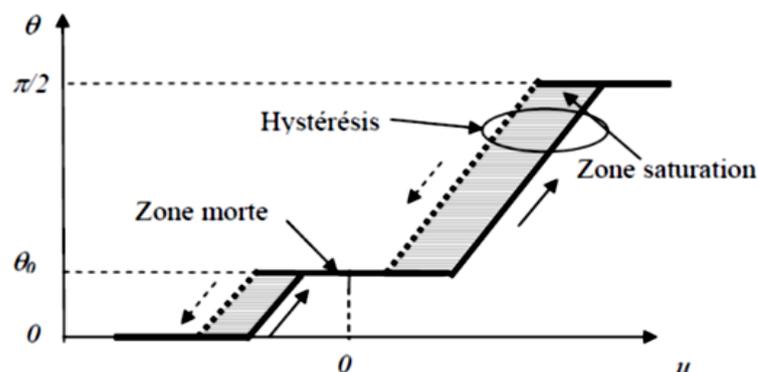


Figure 5.3.4 – Non-linéarités du papillon motorisé

### 5.3.4 Position du papillon

La fonction de secours oblige les constructeurs à respecter un angle minimum au repos, de manière à ce que la vanne reste entrouverte. Outre les positions intermédiaires, nous allons étudier trois positions distinctes (Figure 5.3.5), à savoir : la position fermée, la position repos et la position ouverte. Le papillon peut atteindre ces trois positions et se déplace sur une plage allant de 0 à 90°.

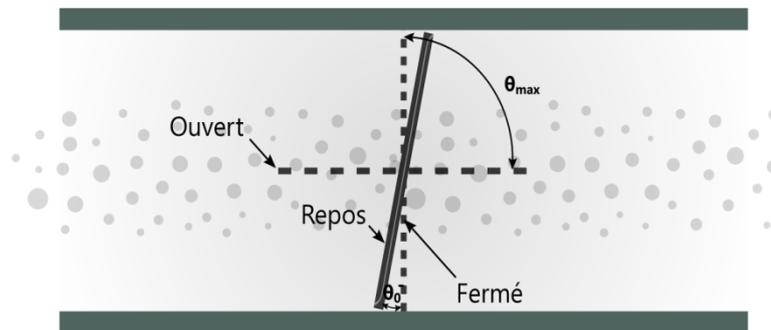


Figure 5.3.5 – Position du papillon de la vanne motorisée

Puisque la position angulaire du papillon et la tension  $V_1$  du capteur  $P_1$  sont liées linéairement, il est alors possible de calculer la position angulaire du papillon par les relations (5.3.1) et (5.3.2) définies dans (Baotic et al. 2003) :

$$R_{V/\theta} = \frac{(4,44-0,46)}{90} = 0,044 \quad (5.3.1)$$

$$\theta = \frac{(P_1-0,46)}{R_{V/\theta}} \quad (5.3.2)$$

Le Tableau 5.3.1 résume pour chaque capteur  $P_1$  et  $P_2$ , les différentes valeurs de tension obtenues pour chacune des positions ainsi que leurs valeurs angulaires respectives exprimées en degrés et en pourcents.

	Position	$\theta$	Tension (V)	Angle (°)	%
$P_1$	Fermé	$\theta_{min}$	0,46	0	0
	Repos	$\theta_0$	0,96	11,6	12,6
	Ouvert	$\theta_{max}$	4,44	90	100

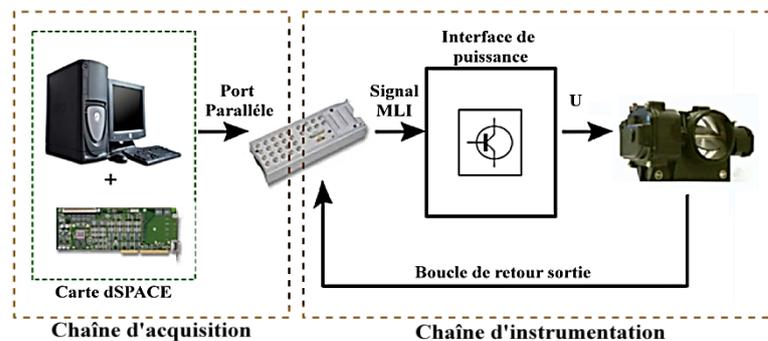
P <sub>2</sub>	Fermé	$\theta_{min}$	4,44	0	0
	Repos	$\theta_0$	3,94	11,6	12,6
	Ouvert	$\theta_{max}$	0,46	90	100

**Tableau 5.3.1 – Équivalence entre tension, angle et pourcentage d'ouverture**

## 5.4 CHAÎNE D'INSTRUMENTATION ET D'ACQUISITION

Afin de réaliser les simulations temps-réel, un banc d'essai a été réalisé. Il est constitué, d'une part, d'une chaîne d'instrumentation composée d'une interface de puissance, du papillon motorisé et de ses capteurs de position. Le banc d'essai intègre, d'autre part, une chaîne d'acquisition des données composée d'un ordinateur muni de cartes dSPACE® et du logiciel Control Desk®. La liaison entre les deux chaînes est assurée par le panneau de contrôle d'entrées/sorties dSPACE®, permettant les conversions analogiques/numériques et numériques/analogiques du signal ainsi que la génération du signal MLI.

Le banc d'essai, constitué des différentes parties énoncées, est représenté par le schéma de la Figure 5.4.1.



**Figure 5.4.1 – Chaîne d'acquisition et d'instrumentation**

Le simulateur dSPACE® assure, par l'intermédiaire de ses cartes et panneaux de contrôle, l'envoi de signaux numériques tels que le signal MLI ainsi que sa conversion en analogique pour l'adapter aux exigences de l'actionneur ; il assure également la mise en condition des tensions d'entrée issues des capteurs. Le simulateur dSPACE® a une fonction surtout principale, et

non des moindres, c'est le support matériel de la logique d'exécution des algorithmes de contrôle et de diagnostic.

### 5.4.1 Signal de commande MLI

La commande du papillon motorisé est réalisée via un signal MLI (Modulation de largeur d'impulsions). L'anglicisme PWM (Pulse Width Modulation) est également très utilisé.

Un signal MLI est un signal continu commandé en tout ou rien. Le principe est de fournir un signal continu uniquement pendant un temps  $\alpha T$  ; le reste de la période  $T$  du signal étant à zéro. Pendant la phase de conduction, le courant croît selon une loi exponentielle puis il décroît pendant la phase de non-conduction. Une diode dite de « roue libre » ou de « recirculation » permet la décroissance lente du courant dû à l'auto-induction dans la self.

Si la fréquence du signal MLI est élevée par rapport à la constante de temps de l'actionneur, l'allure du courant ne présente pas beaucoup de variation, il est presque lisse (Figure 5.4.2).

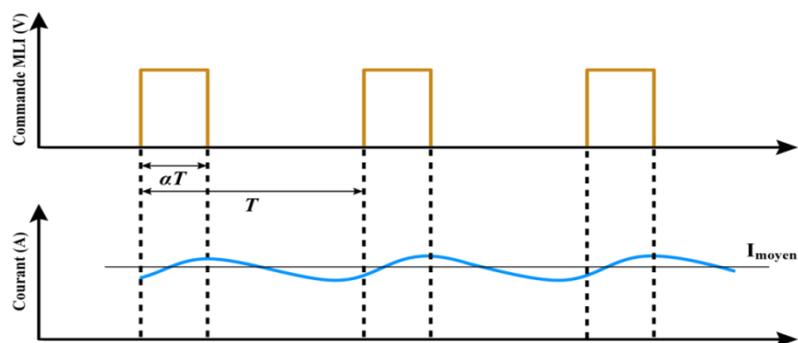


Figure 5.4.2 – Allure du courant avec une commande MLI

### 5.4.2 Interface de puissance

La carte dSPACE® ne pouvant que fournir un courant de sortie de 15 mA, il est nécessaire d'amplifier ce signal en puissance afin d'obtenir la valeur nominale requise pour le bon fonctionnement du papillon motorisé. De plus, de manière à ne pas détériorer le simulateur dSPACE®, il est nécessaire d'isoler les panneaux de contrôle et tout le matériel d'acquisition du papillon motorisé. En effet, les pics

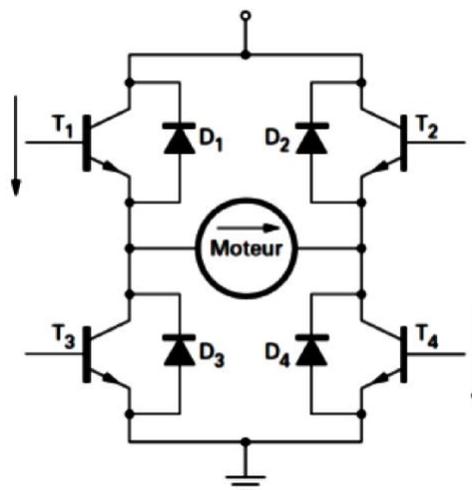
de courant dans le moteur à courant continu peuvent endommager le simulateur. C'est pourquoi, il est impératif d'installer une interface de puissance en amont du papillon motorisé.

Cette interface est constituée de deux circuits. Le premier est composé d'optocoupleurs TIL111 nécessitant un courant de 10 mA minimum fourni par la carte dSPACE®. Le second est un circuit électronique de puissance appelé « pont en H ». Ce type de circuit est utilisé chaque fois que l'actionneur nécessite la gestion du sens du courant comme c'est le cas pour le moteur du papillon motorisé qui doit être en mesure d'ouvrir et de fermer celui-ci.

Le pont en H est représenté par la Figure 5.4.3. Lorsque le transistor  $T_1$  est saturé et que le transistor  $T_4$  est commandé par un signal MLI à haute fréquence, le courant est positif ce qui permet d'ouvrir la vanne. En revanche, lorsque le transistor  $T_2$  est saturé et que le transistor  $T_3$  est commandé alors le courant est négatif ce qui permet de fermer la vanne.

**Remarque :**

Lorsque le transistor  $T_4$  n'est plus conducteur, la diode de roue libre  $D_2$  permet au courant de continuer de circuler dans la boucle supérieure.



**Figure 5.4.3 – Commande par le biais d'un pont en H**

### 5.4.3 Contrôle en boucle fermée

Afin d'établir un contrôle en position du papillon, il est nécessaire de contrôler le système en boucle fermée. Un régulateur doit donc être implémenté afin de faire tendre la position angulaire du papillon vers la valeur de consigne désirée.

La plupart des processus à contrôler peuvent être décrits de manière satisfaisante par une équation différentielle linéaire d'ordre deux. Cette équation est généralement exprimée dans le domaine de Laplace ; la fonction de transfert d'un processus  $P$  est donc exprimée par  $P(s)$ .

Pour réguler ce processus, un contrôleur de type PID « Proportionnel, Intégral, Dérivé » est généralement utilisé pour sa simplicité de mise en œuvre.

Le terme proportionnel a un effet instantané sur la correction. Le terme dérivé a un effet d'anticipation c.-à-d. d'avance de phase alors qu'au contraire le terme intégral provoque un retard de réaction, mais permet néanmoins l'annulation de l'erreur statique résiduelle.

La fonction de transfert du régulateur PID est décrite par  $C(s)$ . Le contrôle en boucle fermée du processus – le papillon motorisé dans notre cas – est illustré par la Figure 5.4.4 :

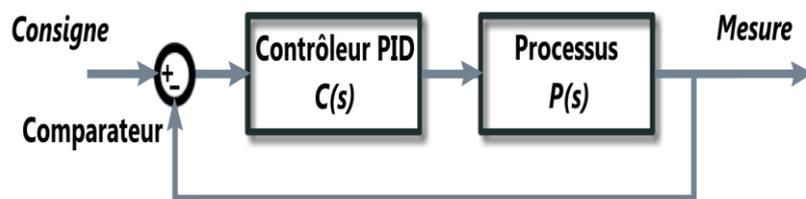


Figure 5.4.4 – Contrôle en boucle fermée avec un PID

Le processus  $P(s)$ , associé au contrôleur  $C(s)$  en boucle fermée permet de réguler le papillon motorisé en position. La fonction de transfert (ou transmittance opérationnelle) d'une telle boucle de contrôle est donnée par la relation suivante :

$$\frac{S(s)}{E(s)} = \frac{P(s)C(s)}{1+P(s)C(s)} \quad (5.4.3)$$

Pour contrôler la stabilité et la dynamique du processus en boucle fermée, il faut déterminer certains paramètres du contrôleur PID de manière à compenser les pôles et les zéros de la fonction de transfert.

#### 5.4.4 Système d'acquisition des données

Le ordinateur dédié à la mise en œuvre de l'application en temps réel, dispose d'une carte RTI dSPACE® 1006 en mesure d'envoyer et de recevoir des données d'entrées/sorties analogiques ou numériques via un panneau de contrôle. La programmation des algorithmes temps-réel est réalisée sur Matlab®/Simulink® et la visualisation des signaux est obtenue en utilisant le logiciel Control Desk® de dSPACE®. La Figure 5.4.5 représente le banc d'essai du papillon motorisé.



Figure 5.4.5 – Banc d'essai du papillon motorisé

### 5.5 SIMULATIONS TEMPS-RÉEL

#### 5.5.1 Présentation

Le papillon motorisé est un élément essentiel du système d'admission d'air des moteurs thermiques. Or, les contraintes économiques et environnementales demandent un fonctionnement des moteurs thermiques toujours plus optimal. Une vanne fonctionnant incorrectement engendrerait une consommation accrue de carburant et une augmentation substantielle de la pollution. Pour toutes ces

raisons, il est intéressant de continuer à perfectionner les méthodes de diagnostic appliquées à cet organe clé des moteurs thermiques. La prise en compte des méconnaissances du modèle et des diverses perturbations permet d'obtenir un diagnostic plus réaliste et robuste.

Afin d'étudier la pertinence des algorithmes étudiés et proposés dans les chapitres 3 et 4, nous allons mettre en œuvre un banc d'essai composé d'une chaîne d'instrumentation et d'acquisition basée sur le papillon motorisé. Le simulateur temps-réel dSPACE<sup>®</sup> est utilisé pour implémenter le multimodèle incertain du papillon motorisé, l'Observateur de Luenberger Ensembliste et la stratégie de détection de défaut. Le logiciel Matlab<sup>®</sup>/Simulink<sup>®</sup> fera office d'environnement de développement intégré des divers algorithmes. Le logiciel ControlDesk<sup>®</sup> permettra quant à lui de visualiser et récupérer les signaux obtenus à partir du simulateur dSPACE<sup>®</sup>.

### 5.5.2 Choix des incertitudes et des défauts

Dans cette section, nous allons détailler les simulations temps-réel. Elles auront pour but de vérifier deux points : l'impact de l'approche multimodèle des systèmes incertains sur la détection de défauts et la qualité de détection de l'algorithme proposé à base de l'Observateur de Luenberger Ensembliste.

Trois types de défauts sont analysés : le défaut actionneur, le défaut système et le défaut capteur. Puisque l'approche multimodèle est utilisée pour modéliser le système, une attention particulière est apportée aux commutations. Deux zones de défauts sont étudiées à cet effet : la première zone de défaut inclut différentes commutations de modèle, contrairement à la deuxième zone de défaut qui n'en contient aucunes.

Un signal de type rampe est injecté en entrée de la vanne et un capteur de position mesure la sortie. La position du papillon motorisé est réglée par un régulateur PID.

## 5.5.2.1 Incertitudes paramétriques et de mesure

### 5.5.2.1.1 Incertitudes sur les paramètres du modèle

Dans la détection de défaut d'actionneurs, de système et de capteurs, les mêmes incertitudes ont été choisies sur les paramètres. Nous avons vu que les paramètres du papillon motorisé étaient mal définis ce qui a engendré des écarts importants entre l'état du système réel et l'état simulé. De plus, les paramètres d'un système ne restent pas fixes, ils sont soumis aux influences extérieures, au vieillissement, aux encrassements dans le cas d'une vanne, etc. Il n'y a donc pas de modèle universel pour chaque système étudié. D'où l'idée d'accepter une faible incertitude sur chacun des paramètres du modèle du papillon motorisé. Pour réaliser les simulations temps-réel, une incertitude de  $\pm 5\%$  est ajoutée arbitrairement à tous les paramètres de la matrice d'état et tous les paramètres de la matrice de commande. Ainsi la zone d'incertitude créée représentera un ensemble de déviations tolérées des paramètres du système, ce qui permettra d'exclure l'attribution d'une déviation des trajectoires de l'état à un défaut présent sur le système.

### 5.5.2.1.2 Incertitude sur la sortie mesurée

Généralement le bruit de mesure est considéré comme un bruit blanc gaussien suivant une loi normale de moyenne et de variance données. Un bruit blanc est donc un processus stochastique possédant, à toutes les fréquences, la même densité spectrale de puissance.

Lorsque l'on utilise les systèmes incertains avec l'approche par intervalles pour les modéliser, il est inutile de considérer le bruit comme un processus stochastique ; l'utilisation de bornes d'incertitudes est beaucoup plus aisée pour traiter ce genre de problème. Dans cette application temps-réel, l'incertitude du bruit de mesure est décrite par des bornes de  $\pm 5\%$  d'incertitudes choisies arbitrairement comme c'est le cas pour les matrices d'état et de commande.

### 5.5.2.2 Scénarios de défauts

Parmi les différents défauts, trois types distincts sont étudiés sur cette application temps réel : le défaut d'actionneur, le défaut de système et le défaut de capteur.

#### 5.5.2.2.1 Défauts d'actionneurs

Le défaut de type actionneur est le premier défaut à être étudié puisqu'il intervient directement en amont du système. Ce type de défaut va se propager sur toute la chaîne d'estimation ce qui va induire une estimation biaisée.

Dans ces simulations temps-réel, le signal d'entrée retenu est une rampe simulant l'appui du conducteur sur la pédale d'accélération puis le relâchement de celle-ci. Ce signal d'entrée provoque donc l'ouverture du papillon ainsi que sa fermeture. Afin de tester la méthode de détection de défaut sur les actionneurs, un défaut de type biais de +10% est ajouté sur le signal d'entrée.

#### 5.5.2.2.2 Défauts de systèmes

Le défaut système est le second défaut que nous étudierons. Le défaut simulé est le blocage du papillon durant une période de 200 ms. Ce défaut pourrait correspondre à un défaut dû à l'encrassement de la vanne par exemple. Ce défaut peut être considéré comme un couple résistif ajouté au système.

#### 5.5.2.2.3 Défauts de capteurs

Enfin, pour finir nous étudierons les défauts capteurs. Ce type de défaut arrive fréquemment, se sont donc les plus étudiés. L'application du papillon motorisé est constituée de deux capteurs de position. Un défaut est considéré sur le premier capteur. Pour cela, un défaut de type biais est ajouté à la sortie mesurée. L'amplitude du défaut est d'environ +10% de la valeur maximale de la position.

### 5.5.2.3 Zones de défauts

Afin de réaliser les simulations, nous avons défini deux zones de défauts : une zone avec commutations du multimodèle et une zone sans commutations.

La première zone de défaut se situe de la troisième à la quatrième seconde dans un espace où les modèles commutent alternativement. En effet, ces derniers passent du modèle 3 au modèle 4 et du modèle 4 au modèle 3. Cette première zone de défaut nous permettra d'étudier l'influence des commutations entre les modèles sur la détection des défauts. La seconde zone de défaut se situe de la cinquième à la sixième seconde dans un espace sans commutations.

Les commutations de modèles et les deux zones de défaut étudiées sont représentées sur la Figure 5.5.1.

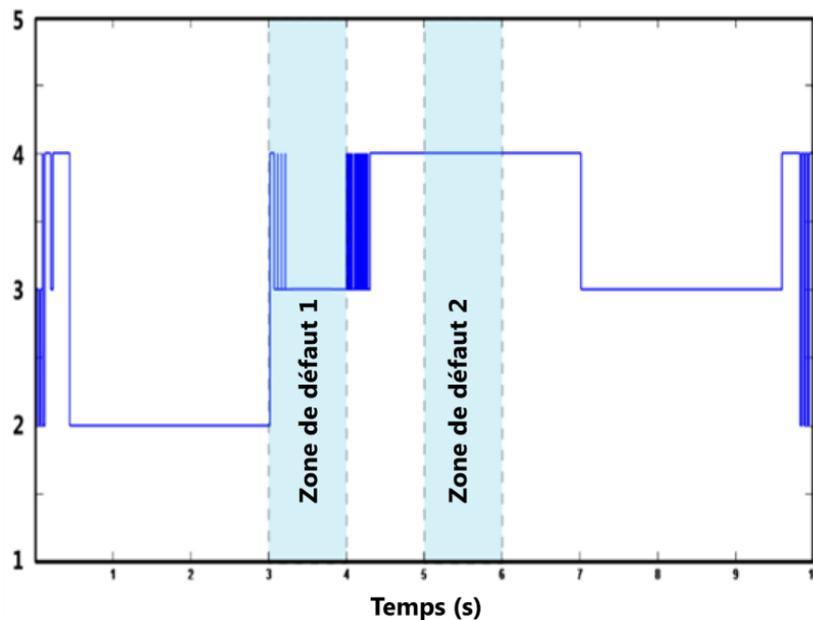


Figure 5.5.1 – Commutation de modèles et zones de défauts

### 5.5.3 Résultats de simulation du multimodèle temps-réel

Les simulations sont réalisées avec un gain d'observateur obtenu par placement de pôle. La valeur du gain pour cette application est de  $K = [0.36, 209.2, -7.35]$ .

### 5.5.3.1 Défauts d'actionneurs

La Figure 5.5.2 montre les résultats de la simulation de l'application temps-réel du papillon motorisé pour un défaut actionneur. On peut remarquer que l'ensemble des sorties mesurées est relativement grand par rapport à l'ensemble des sorties prédites. Par conséquent, en l'absence de défaut l'ensemble des sorties mesurées inclut l'ensemble des sorties prédites. La détection de défaut est basée sur cette relation d'appartenance. Il peut être remarqué au début de la simulation que le système prend un peu de temps pour être contrôlé. Pendant ce temps, l'ensemble des sorties prédites et l'ensemble des sorties mesurées ne sont pas consistants ce qui provoque certaines fausses alarmes. Comme cela est dû à l'effet du régulateur, ces défauts ne sont pas considérés.

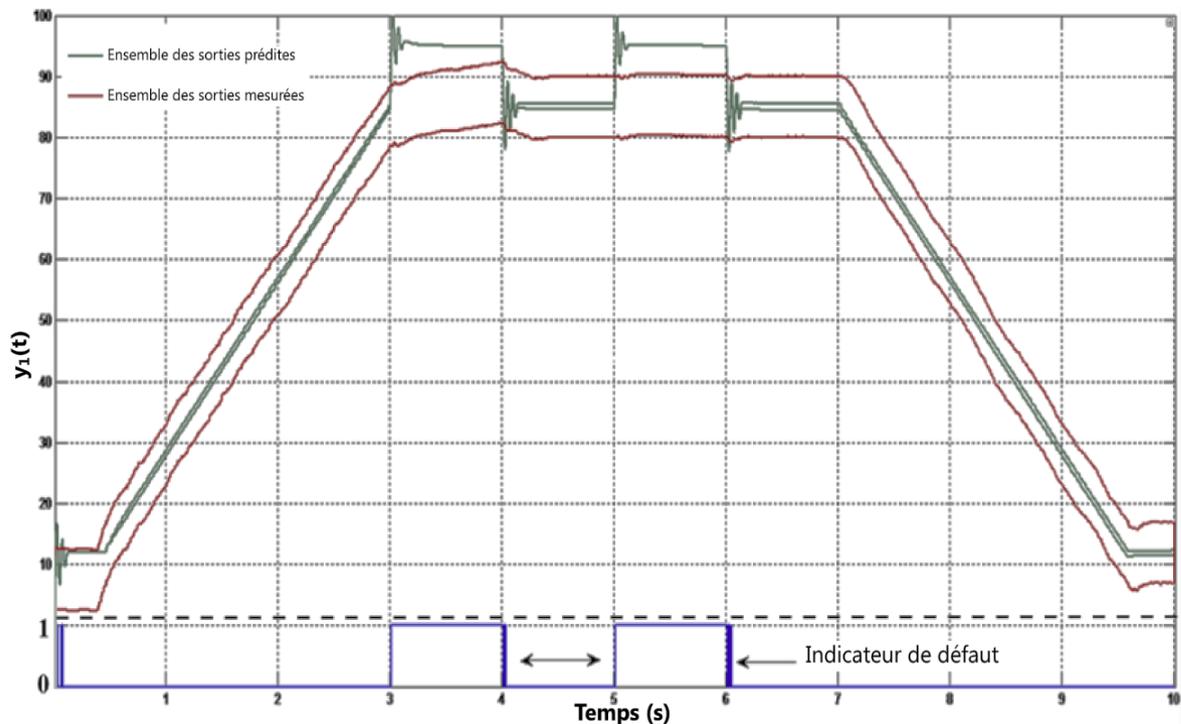


Figure 5.5.2 – Détection de défauts actionneurs

En ce qui concerne la zone de défaut 1, où les modèles commutent alternativement, on peut remarquer que l'ensemble des sorties prédites sort de l'ensemble des sorties mesurées. Le défaut est bien détecté jusqu'à ce qu'il disparaisse. Il n'y a pas de délai pour l'indication de défaut au début, mais il y a un rebond peu après la disparition de celui-ci. Le défaut apparaissant dans la zone 1

est globalement bien détecté donc il peut être conclu que la commutation n'a pas d'incidence sur la qualité de la détection.

En ce qui concerne la zone 2, le modèle reste inchangé lors de l'apparition du défaut, conduisant à une parfaite détection. Si l'on compare la détection de défauts dans les deux zones, nous pouvons affirmer que la qualité de la détection est égale dans celles-ci. Pour finir, il peut être remarqué que, lorsque l'actionneur est défectueux, c'est la prédiction qui s'écarte de la consigne et non l'ensemble des sorties mesurées.

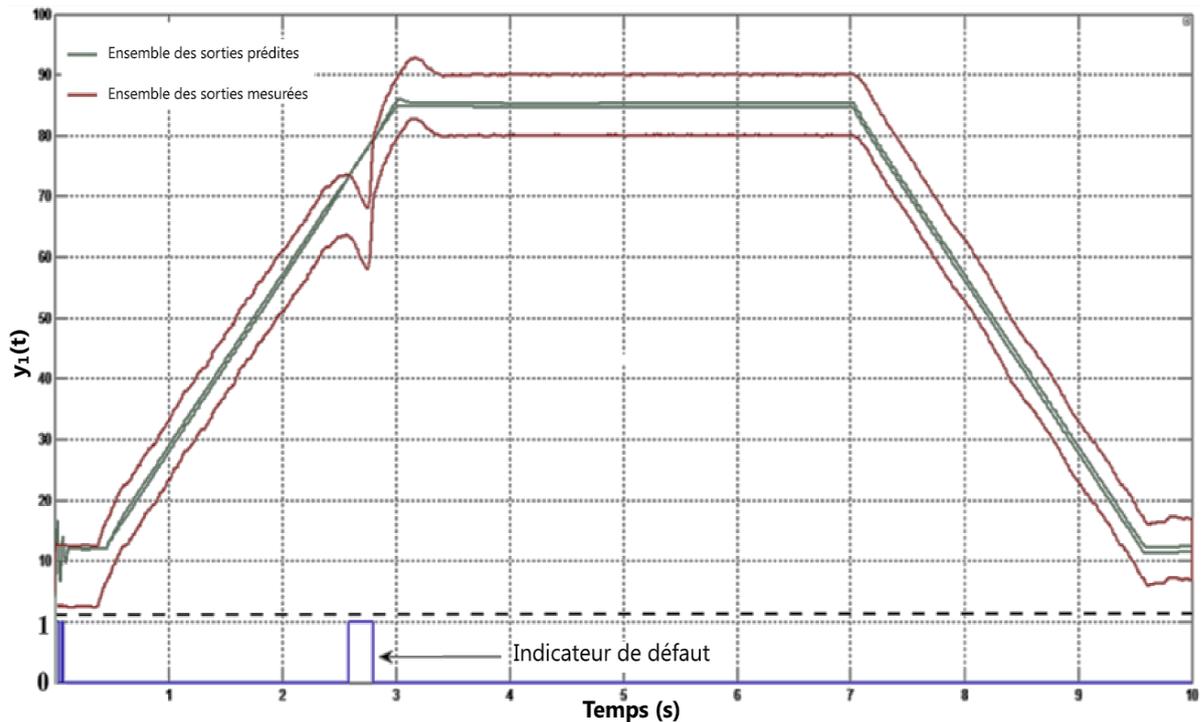
### 5.5.3.2 Défauts de systèmes

Les zones de défauts citées précédemment dans l'introduction des simulations ne sont pas étudiées. La raison principale est que le défaut n'est pas facile à réaliser sur une période précise. La seconde raison est que la zone de défaut 2 n'est pas intéressante pour ce type de défaut ; le blocage de la vanne lorsque celle-ci est déjà bloquée n'a aucun intérêt.

La Figure 5.5.3 montre les résultats de la simulation en temps-réel. Comme précédemment, il peut être remarqué au début de la simulation que le système prend un peu de temps pour être contrôlé et que certaines fausses alarmes apparaissent.

La période où la vanne a été bloquée est clairement évidente dans la Figure 5.5.3. Comme suggéré par l'ensemble des sorties mesurées, le couple additif arrête la vanne pendant un moment, puis, après la libération, la vanne tente de remonter à la valeur de consigne le plus rapidement possible.

Pendant cette période, il peut être vu que les deux ensembles ne sont plus consistants. En conséquence, comme l'indicateur de défaut le fait remarquer, le défaut est parfaitement détecté au cours de la période de 200ms, à partir de la seconde 2,6 à la seconde 2,8.



**Figure 5.5.3 – Détection de défauts systèmes**

### 5.5.3.3 Défauts de capteurs

Étant donné que les défauts apparaissent sur les capteurs, l'ensemble des sorties mesurées est influencé. Les résultats de simulation sont présentés sur la Figure 5.5.4.

Tout d'abord, on peut noter que dans la première zone, le défaut est parfaitement détecté. En effet, l'ensemble des sorties prédites et l'ensemble des sorties mesurées ne sont plus consistants de la troisième à la quatrième seconde.

Deuxièmement, dans la zone de défaut 2, il peut être remarqué que le défaut est également parfaitement détecté. Comme dans le cas de la détection de défaut actionneur, les commutations du modèle de la zone de défaut 2 n'affectent pas la détection de défaut.

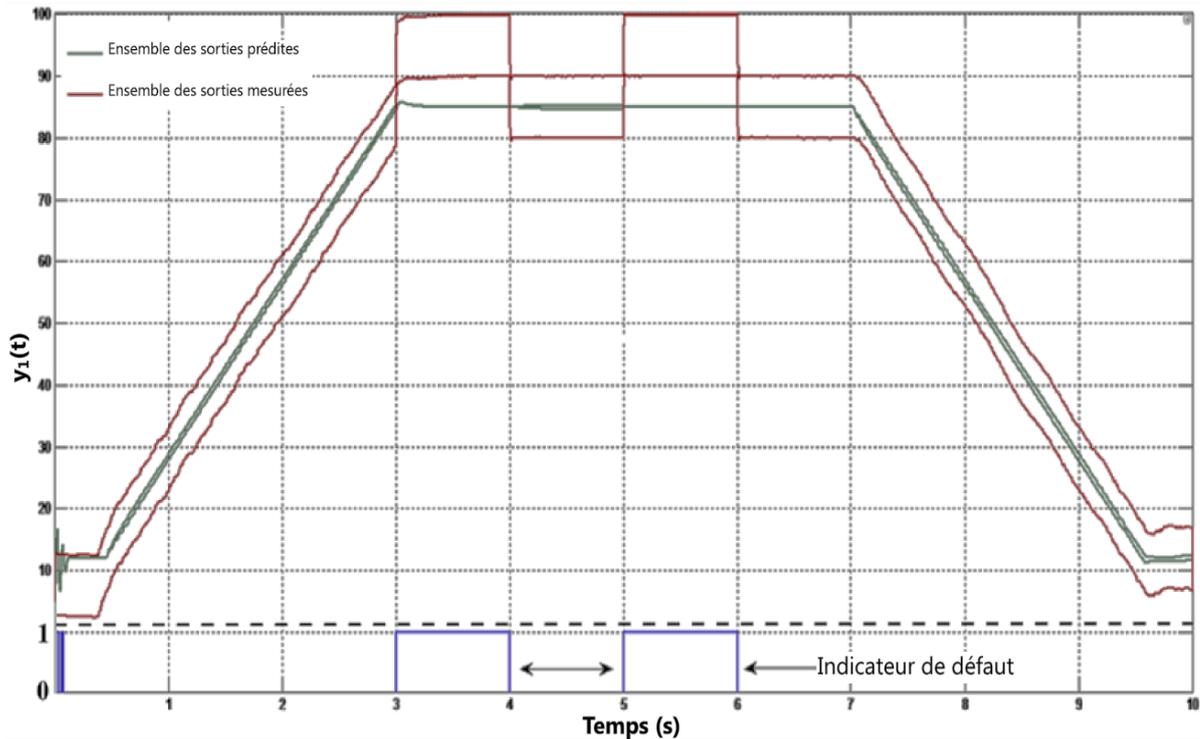


Figure 5.5.4 – Détection de défauts capteurs

## 5.6 CONCLUSION

Un rapprochement entre l'estimateur d'état par prédiction/correction et l'approche de Luenberger a été proposé afin de reconstruire l'état lorsque les capteurs sont manquants tout en bénéficiant des avantages indéniables de l'estimateur d'état par prédiction/correction classique, à savoir l'absence d'effet d'enveloppement et une complexité de calcul faible. L'idée a donc été de faire coopérer deux méthodes développées dans des contextes différents afin de les faire travailler en synergie. En effet, avec les systèmes incertains, la mise en œuvre de l'observateur est difficile en raison de l'effet d'enveloppement. D'où l'utilisation de l'estimateur d'état par prédiction/correction afin d'éviter ce phénomène. Mais celui-ci n'est pas sans inconvénients ; le principe de la déduction de l'état implique que toutes les mesures soient disponibles si l'on veut éviter le phénomène d'enveloppement. Partant de ce constat, l'utilisation d'une reconstruction de l'état telle que l'approche de Luenberger couplée à l'estimateur d'état par prédiction/correction semble être une solution avantageuse. Le calcul de l'état prédit prenant en compte les incertitudes du modèle permet à

l'algorithme de déterminer l'ensemble des trajectoires possibles. Puis, le calcul de l'état estimé prenant en compte l'incertitude des mesures permet à l'algorithme de déterminer les trajectoires compatibles avec la mesure. L'intersection des deux ensembles corrige l'ensemble de l'état durant toute la simulation.

Le papillon motorisé a été étudié dans un contexte de détection de défaut. L'approche multimodèle a été utilisée pour simplifier le calcul et par conséquent obtenir un temps de calcul plus faible. Les résultats fournis par l'algorithme de détection de défaut proposé sont vraiment encourageants. Il a été démontré que la synergie des deux observateurs donne des résultats positifs. En outre, les commutations de modèle n'affectent pas la qualité de détection de défauts.

La structure proposée à l'avantage de pouvoir reconstruire l'état, même lorsque la mesure n'est pas disponible. Cette propriété permet de pouvoir utiliser cette structure à des fins d'isolation de défauts avec un banc d'observateur par exemple.

## Conclusion générale & Perspectives

Dans ce mémoire, nous avons présenté les travaux réalisés dans le cadre de ma thèse en Automatique dédiée à l'étude des méthodes robustes de diagnostic.

La robustesse est un enjeu permanent dans le domaine du diagnostic. Les méthodes présentées dans ce mémoire permettent de prendre en compte les diverses incertitudes du système et de ses entrées/sorties.

La gestion des incertitudes peut se faire par l'intermédiaire de différents outils mathématiques. L'approche ensembliste et plus particulièrement l'analyse par intervalles fait figure de choix. Les différentes contraintes du modèle, telles que les dépendances entre les variables, les non-linéarités,... nécessitent l'utilisation d'outils d'évaluations des ensembles de solutions, permettant de gérer des formes plus ou moins complexes, tels que les polytopes, les ellipsoïdes, les zonotopes, les sous-pavés, etc.

Deux approches ont été présentées pour gérer les incertitudes du modèle : l'approche active et l'approche passive. La première approche consiste à rendre les résidus insensibles aux incertitudes par des méthodes de découplage. Cette approche fut supplantée par l'approche passive, largement utilisée de nos jours, qui conserve les incertitudes et toute l'information qu'elles contiennent afin de les propager sur les sorties du système. L'approche passive a été investiguée et implémentée sous une nouvelle forme dans ce mémoire.

La manipulation des modèles linéaires incertains bien que soumise aux contraintes du calcul par intervalles reste relativement aisée. En revanche, les systèmes non-linéaires incertains sont beaucoup plus difficiles à gérer. Les non-

linéarités engendrent des formes complexes au niveau des ensembles de solutions, et nécessitent des algorithmes au coût de calcul exponentiel.

La première originalité de ces travaux, est d'avoir utilisé l'approche multimodèle pour gérer les systèmes non-linéaires. Cette approche, bien connue dans le domaine des systèmes certains, n'a guère été investiguée dans le cadre des systèmes incertains. Or, il s'avère que les systèmes incertains peuvent tirer un réel bénéfice de cette approche ; elle est un moyen efficace de modéliser un système non-linéaire par plusieurs sous-modèles linéaires ayant un coût de calcul faible.

La deuxième originalité de ces travaux, est d'avoir proposée une nouvelle architecture d'observateurs alliant efficacement la puissance des méthodes ensemblistes pour gérer les incertitudes et l'avantage indéniable de la redondance analytique permettant la reconstruction des variables. L'observateur présenté s'appuie sur l'estimateur d'état par prédiction/correction (observateur ensembliste) et l'observateur de Luenberger. La réunion de ces deux types d'observateurs permet de maximiser les avantages de chacun d'eux et de minimiser leurs inconvénients. Cet observateur est particulièrement bien adapté pour prendre en compte les incertitudes paramétriques et de mesures de manière simple et efficace.

Outre les diverses applications étudiées dans ce mémoire, permettant d'étayer certaines méthodes de détection de défauts, ces travaux ont été appliqués sur un système industriel concret : un papillon motorisé mécatronique pour l'automobile. Ce système a d'abord été étudié en réalisant de simples simulations logicielles sous un environnement de calcul scientifique. Nous avons pu étudier, tester et valider nos algorithmes de détection robuste des défauts ; l'approche multimodèle et l'observateur proposé que l'on a appelé « Observateur de Luenberger Ensembliste, OLE » ont été implémentés à cet effet.

Les travaux ont débouché sur la mise en place d'un banc d'essais composé du papillon motorisé et d'un simulateur temps-réel ainsi que les divers éléments d'interfaçage. Nous avons montré la validité des méthodes proposées sous un environnement de calcul temps-réel. L'algorithme proposé, par sa simplicité de

calcul et sa robustesse, a permis d'implémenté aisément une méthode de détection robuste des défauts en présence d'incertitudes paramétriques et de mesures, sur le papillon motorisé.

Les travaux de ce mémoire se sont concentré sur la partie « détection des défauts » du diagnostic robuste. L'étape suivante qui consiste à la localisation des défauts est, en revanche, beaucoup moins investiguée dans la littérature scientifique ; nous avons vu que l'isolation des défauts peut poser des problèmes dans certaines méthodes de diagnostic. L'observateur proposé dans ce mémoire, grâce à la redondance analytique héritée de l'approche de Luenberger permet non seulement de reconstruire les capteurs manquants mais également de pouvoir l'implémenter sous-forme de bancs d'observateurs. Son implémentation sous forme de bancs, n'ayant pas été réalisée dans ce mémoire, figure parmi les perspectives de ces travaux.

# A

## A Notions sur les ensembles

Dans cette section, le calcul par intervalles est présenté. Afin d'introduire le calcul par intervalles, il est nécessaire, dans un premier temps, de présenter le calcul ensembliste. En effet, le calcul par intervalles fait partie intégrante du calcul ensembliste.

### Définition A.1

**Les ensembles** : Un ensemble est généralement défini comme la réunion de plusieurs objets au sein d'une même entité ; ces objets sont les éléments de l'ensemble. Les ensembles mathématiques possèdent leur propre écriture. Ainsi, un élément  $x$  d'un ensemble  $\mathbb{E}$  s'écrit  $x \in \mathbb{E}$ , ce qui se lit «  $x$  appartient à  $\mathbb{E}$  ». En revanche, si  $x$  n'est pas un élément de  $\mathbb{E}$  on écrit  $x \notin \mathbb{E}$ , ce qui se lit «  $x$  n'appartient pas à  $\mathbb{E}$  ».

### Propriété A.2

Soient  $a$  et  $b$  deux éléments de  $\mathbb{E}$ . On notera  $a = b$  si ces éléments sont égaux. Au contraire, on notera  $a \neq b$  s'ils sont différents.

**Propriété A.3**

Un ensemble  $\mathbb{E}$  est soit fini soit infini. Il est dit fini si le nombre d'éléments qui le compose est un entier naturel sinon celui-ci est dit infini. Si l'ensemble  $\mathbb{E}$  est fini alors le cardinal de  $\mathbb{E}$ , que l'on note  $\text{card}(\mathbb{E})$ , représente le nombre d'éléments de l'ensemble. Si l'ensemble  $\mathbb{E}$  contient qu'un seul élément, on l'appelle « singleton » ; le cardinal d'un singleton vaut 1.

**Propriété A.4**

Si l'ensemble  $\mathbb{E}$  est vide, autrement dit s'il contient aucun élément alors on le note  $\emptyset$  ; le cardinal d'un ensemble vide est nul :  $\text{card}(\emptyset) = 0$ .

Quelques exemples d'ensembles numériques :

- $\mathbb{N}$  : Ensemble des entiers naturels  $\mathbb{N} = \{0, 1, 2, 3, \dots\}$  ;
- $\mathbb{Z}$  : Ensemble des entiers relatifs  $\mathbb{Z} = \{\dots, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots\}$  ;
- $\mathbb{Q}$  : Ensemble des nombres rationnels de la forme  $\frac{p}{q}$  avec  $p \in \mathbb{Z}$  et  $q \in \mathbb{N}^*$ ,  
 $\sqrt{2} \notin \mathbb{Q}$  ;
- $\mathbb{R}$  : Ensemble des nombres réels ( $\sqrt{2} \in \mathbb{R}, \pi \in \mathbb{R}$ ) ;
- $\mathbb{C}$  : Ensemble des nombres complexes ( $1 + 2i \in \mathbb{C}, e^{i\theta} \in \mathbb{C}$  avec  $\theta \in \mathbb{R}$ ).

**Définition A.5**

Il y a deux façons distinctes pour définir un ensemble. La première méthode est dite **en extension** : on dresse la liste de tous les éléments. Les éléments de l'ensemble peuvent éventuellement être répétés et leur ordre a peu d'importance.

$$\{a, b, c\} = \{b, a, c, b\}$$

La seconde méthode est dite **en compréhension** : on énonce la propriété caractéristique des éléments de l'ensemble.

$$\{x \in \mathbb{R} \mid x^2 - 2x + 1 = 0\}$$

# B

## B Opérations sur des ensembles réels

### B.1 Propriétés et opérations booléennes

Cette partie définit quelques propriétés spécifiques à la théorie des ensembles, telles que l'inclusion, l'inclusion stricte et l'égalité. De même, quelques opérations possédant une structure de l'algèbre de Boole sont détaillées, à savoir : l'union, l'intersection, la différence et le complémentaire.

#### Définition B.1.1

**Inclusion** : Soient  $\mathbb{A}$  et  $\mathbb{B}$  deux ensembles. On dit que  $\mathbb{A}$  est inclus dans  $\mathbb{B}$  (ou que «  $\mathbb{A}$  est contenu dans  $\mathbb{B}$  » ou encore que «  $\mathbb{B}$  contient  $\mathbb{A}$  ») si et seulement si tout élément de  $\mathbb{A}$  est un élément de  $\mathbb{B}$ . L'ensemble  $\mathbb{A}$  est alors qualifié de partie ou de sous-ensemble de  $\mathbb{B}$ . On définit alors l'inclusion d'un ensemble par :

$$\mathbb{A} \subset \mathbb{B} \text{ ou } (\mathbb{B} \supset \mathbb{A}) \Leftrightarrow \forall a \in \mathbb{A}, b \in \mathbb{B}$$

Par opposition, s'il existe au moins un élément de  $\mathbb{A}$  qui n'est pas un élément de  $\mathbb{B}$ , l'ensemble  $\mathbb{A}$  n'est pas inclus dans  $\mathbb{B}$ . On définit alors la non-inclusion d'ensemble par :

$$\mathbb{A} \not\subset \mathbb{B} \Leftrightarrow \exists a \in \mathbb{A}, b \notin \mathbb{B}$$

**Définition B.1.2**

**Inclusion stricte** : on dit que  $\mathbb{B}$  est strictement inclus dans  $\mathbb{A}$  si et seulement si  $\mathbb{B}$  est inclus dans  $\mathbb{A}$  sans lui être égal :

$$\mathbb{B} \subsetneq \mathbb{A} \Leftrightarrow \mathbb{B} \subset \mathbb{A} \text{ et } \mathbb{B} \neq \mathbb{A}$$

**Définition B.1.3**

**Égalité** : Soient  $\mathbb{A}$  et  $\mathbb{B}$  deux ensembles. On dit que  $\mathbb{B}$  est égal à  $\mathbb{A}$  si et seulement si tout élément de  $\mathbb{B}$  est un élément de  $\mathbb{A}$  et réciproquement. On définit alors l'égalité de deux ensembles par :

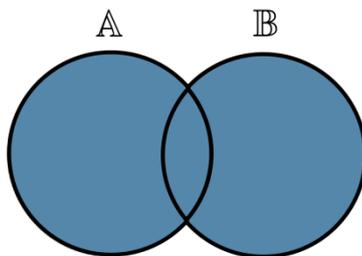
$$\mathbb{B} = \mathbb{A} \Leftrightarrow \mathbb{B} \subset \mathbb{A} \text{ et } \mathbb{A} \subset \mathbb{B}$$

Au contraire, on dit que  $\mathbb{B}$  n'est pas égal à  $\mathbb{A}$  si :

$$\exists b \in \mathbb{B} \wedge b \notin \mathbb{A} \text{ ou } \exists a \in \mathbb{A} \wedge a \notin \mathbb{B}$$

**Définition B.1.4**

**Union** : Soient  $\mathbb{A}$  et  $\mathbb{B}$  deux parties d'un ensemble  $\mathbb{E}$ . L'union de  $\mathbb{A}$  et  $\mathbb{B}$  (ou réunion), notée  $\mathbb{A} \cup \mathbb{B}$ , est l'ensemble constitué par les éléments de  $\mathbb{E}$  appartenant à  $\mathbb{A}$  ou  $\mathbb{B}$  :



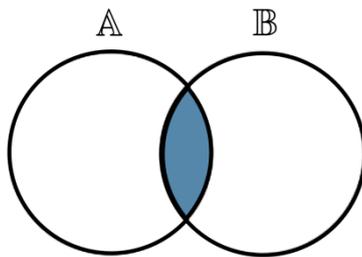
$$\mathbb{A} \cup \mathbb{B} = \{x \in \mathbb{E} \mid x \in \mathbb{A} \text{ ou } x \in \mathbb{B}\}$$

$$\mathbb{A} \cup \mathbb{B} = \mathbb{B} \cup \mathbb{A}$$

**Figure B.1.1 – Union de deux ensembles  $\mathbb{A}$  et  $\mathbb{B}$**

**Définition B.1.5**

**Intersection** : Soient  $\mathbb{A}$  et  $\mathbb{B}$  deux parties d'un ensemble  $\mathbb{E}$ . L'intersection de  $\mathbb{A}$  et  $\mathbb{B}$ , notée  $\mathbb{A} \cap \mathbb{B}$ , est l'ensemble constitué par les éléments de  $\mathbb{E}$  appartenant à  $\mathbb{A}$  et  $\mathbb{B}$  :



$$A \cap B = \{x \in E \mid x \in A \text{ et } x \in B\}$$

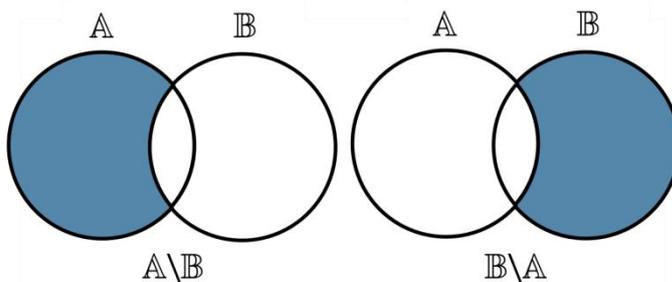
$$A \cap B = B \cap A$$

**Figure B.1.2 – Intersection de deux ensembles A et B**

Si  $A \cap B = \emptyset$  alors les deux ensembles A et B sont dits disjoints.

### Définition B.1.6

**Différence :** Soient A et B deux parties d'un ensemble E. La différence de A et B, notée  $A \setminus B$ , est l'ensemble constitué par les éléments de A qui n'appartiennent pas à B :



$$A \setminus B = \{x \in E \mid x \in A \text{ et } x \notin B\}$$

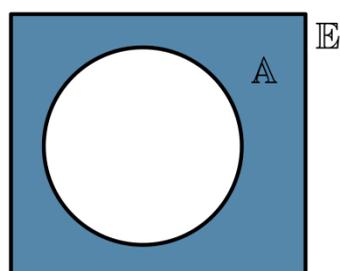
$$A \setminus B \subset A \text{ et } B \setminus A \subset B$$

**Figure B.1.3 – Différence de deux ensembles A et B**

La différence n'est ni commutative, ni associative :  $A \setminus B \neq B \setminus A$ .

### Définition B.1.7

**Complémentaire :** Soit A une partie d'un ensemble E. On appelle complémentaire de A dans E le sous-ensemble de E, noté  $C_E(A)$ , constitué des



$$C_E(A) = \{x \in E \mid x \notin A\}$$

$$C_E(C_E(A)) = A$$

$$A \cap C_E(A) = \emptyset$$

$$A \cup C_E(A) = E$$

**Figure B.1.4 – Complémentaire de A dans E**

éléments de  $\mathbb{E}$  qui n'appartiennent pas à  $\mathbb{A}$ .

## B.2 Opérations ensemblistes

Contrairement aux opérations booléennes, les opérations ensemblistes ne se préoccupent pas de la nature des éléments qui composent les ensembles. Cette partie présente différentes opérations ensemblistes telles que : l'addition, le produit cartésien, le calcul de l'image directe et indirecte ainsi que l'ensemble des parties d'un ensemble.

### Définition B.2.1

**Addition** : Soient  $\mathbb{A}$  et  $\mathbb{B}$  deux ensembles. L'addition des ensembles  $\mathbb{A}$  et  $\mathbb{B}$  est définie par :

$$\mathbb{A} + \mathbb{B} \triangleq \{a + b \mid a \in \mathbb{A}, b \in \mathbb{B}\}$$

De même la **soustraction** est définie par :

$$\mathbb{A} - \mathbb{B} \triangleq \{a - b \mid a \in \mathbb{A}, b \in \mathbb{B}\}$$

### Définition B.2.2

**Produit cartésien** : Soient  $\mathbb{E}$  et  $\mathbb{F}$  deux ensembles. On note l'ensemble  $\mathbb{E} \times \mathbb{F}$  le produit cartésien de  $\mathbb{E}$  et de  $\mathbb{F}$  constitué des couples  $(x, y)$  avec  $x \in \mathbb{E}$  et  $y \in \mathbb{F}$  :

$$\mathbb{E} \times \mathbb{F} = \{(x, y) \mid x \in \mathbb{E}, y \in \mathbb{F}\}$$

Deux couples  $(x, y)$  et  $(x', y')$  de  $\mathbb{E} \times \mathbb{F}$  sont égaux (ou identiques) si on a à la fois  $x = x'$  et  $y = y'$ . On écrit alors  $(x, y) = (x', y')$ . D'une manière plus générale, on convient de la notation suivante :  $\underbrace{\mathbb{E} \times \mathbb{E} \times \dots \times \mathbb{E}}_{n \text{ fois}} = \mathbb{E}^n$ .

### Définition B.2.3

**Image directe et inverse** : Soient deux ensembles  $\mathbb{X} \subset \mathbb{R}^{n_x}$  et  $\mathbb{Y} \subset \mathbb{R}^{n_y}$  et une fonction  $f : \mathbb{R}^{n_x} \rightarrow \mathbb{R}^{n_y}$ . L'image directe de  $\mathbb{X}$  par  $f$  est définie par :

$$f(\mathbb{X}) \triangleq \{y \in \mathbb{R}^{n_y} \mid \exists x \in \mathbb{X}, f(x) = y\}$$

Son opposée, l'image inverse de  $\mathbb{Y}$  par  $f$  est définie par :

$$f^{-1}(Y) \triangleq \{x \in \mathbb{R}^{n_x} \mid \exists y \in Y, f(x) = y\}$$

**Définition B.2.4**

**Ensemble des parties :** Soit  $\mathbb{E}$  un ensemble. Les sous-ensembles de  $\mathbb{E}$  forment un ensemble appelé « ensemble des parties » de  $\mathbb{E}$  et est noté  $P(\mathbb{E})$ . Ainsi,  $A \in P(\mathbb{E})$  signifie que  $A \subset \mathbb{E}$ .

## BIBLIOGRAPHIE

- Abonyi, J., Babuska, R., et Szeifert, F. (2001). « Fuzzy modeling with multivariate membership functions: Gray-box identification and control design ». *Systems, Man, and Cybernetics, Part B: Cybernetics, IEEE Transactions on*, 31(5), 755–767.
- Adrot, O., et Flaus, J. (2008). « Fault detection based on uncertain models with bounded parameters and bounded parameter variations ». *ifac\_safeprocess*, 1, 1.
- Adrot, O., Janati-Idrissi, H., Maquin, D., et others. (2002). « Fault detection based on interval analysis ». *15th Triennial IFAC World Congress*, Barcelona, Spain.
- Adrot, O., Maquin, D., et Ragot, J. (2000). « Diagnosis of an uncertain static system ». *Decision and Control, 2000. Proceedings of the 39th IEEE Conference on*, 4150–4154.
- Adrot, O., et Ploix, S. (2006). « Fault detection based on set-membership inversion ». *Fault Detection, Supervision and Safety of Technical Processes*, 575–580.
- Adrot, O., et Ragot, J. (2000). « Diagnostic à base de modèles incertains utilisant l'analyse par intervalles: l'approche bornante ». Thèse de doctorat, INPL Nancy, Nancy, France.
- Alamo, T., Bravo, J., et Camacho, E. (2005a). « Guaranteed state estimation by zonotopes ». *Automatica*, 41(6), 1035–1043.
- Alamo, T., Bravo, J., et Camacho, E. (2005b). « Guaranteed state estimation by zonotopes ». *Automatica*, 41(6), 1035–1043.
- Alcaraz-González, V., López-Bañuelos, R. H., Steyer, J.-P., Méndez-Acosta, H. O., González-Álvarez, V., et Pelayo-Ortiz, C. (2012). « Interval-Based Diagnosis of Biological Systems – a Powerful Tool for Highly Uncertain Anaerobic Digestion Processes ». *CLEAN – Soil, Air, Water*, 40(9), 941–949.
- Bai, L., Tian, Z., et Shi, S. (2006). « Design of H [infinity] robust fault detection filter for linear uncertain time-delay systems ». *ISA transactions*, 45(4), 491–502.
- Baotic, M., Vasak, M., Morari, M., et Peric, N. (2003). « Hybrid system theory based optimal control of an electronic throttle ». *American Control Conference, 2003. Proceedings of the 2003*, 5209–5214.
- Becis-Aubry, Y., Aubry, D., et Ramdani, N. (2011). « Multisensor set-membership state estimation of nonlinear models with potentially failing measurements ». *IFAC World Congress*, 12030–12035.
- Ben-Haim, Y. (2007). « Parameter Estimation and Model-Based Decisions under Uncertainty: An Info-Gap Perspective ».
- Benhamou, F., et Granvilliers, L. (1997). « Automatic generation of numerical redundancies for non-linear constraint solving ». *Reliable Computing*, 3(3), 335–344.

- Bennouna, O., Héraud, N., Camblong, H., et Rodriguez, M. (2005). « Diagnosis of the doubly-fed induction generator of a wind turbine ». *Wind Engineering*, 29(5), 431–447.
- Bernard, O., et Gouzé, J. L. (2002). « State estimation for bioprocesses ». *Bioprocess Control*, 79–114.
- Björck, A. (1996). *Numerical methods for least squares problems*. Society for Industrial Mathematics.
- Blesa, J., Puig, V., et Saludes, J. (2009). « Identification for Passive Robust Fault Detection of LPV Systems Using Zonotopes ». *Fault Detection, Supervision and Safety of Technical Processes*, 1198–1203.
- Blesa, J., Puig, V., Saludes, J., et Vento, J. (2010). « Leak detection, isolation and estimation in pressurized water pipe networks using LPV models and zonotopes ». *Nonlinear Control Systems*, 36–41.
- Braems, I., Jaulin, L., Kieffer, M., Ramdani, N., et Kieffer, M. (2003). « Reliable parameter estimation in presence of uncertain variables that are not estimated ». *Proceedings of SysId2003*, 1856–1861.
- Breiman, L. (1984). *Classification and regression trees*. Chapman & Hall/CRC.
- Bretscher, O. (2008). *Linear Algebra With Applications*. Prentice Hall.
- Calafiore, G. (2001). « A set-valued non-linear filter for robust localization ». *Proceedings of European Control Conference*.
- Chandrasekaran, S., Golub, G., Gu, M., et Sayed, A. (1998). « Parameter estimation in the presence of bounded data uncertainties ». *SIAM Journal on Matrix Analysis and Applications*, 19(1), 235–252.
- Chen, J. (1995). *Robust residual generation for model-based fault diagnosis of dynamic systems*. Kluwer Academy Publishers.
- Chen, J., et Patton, R. J. (1999). *Robust model-based fault diagnosis for dynamic systems*. Kluwer Academy Publishers.
- Chen, JIE, et Zhang, H. (1991). « Robust detection of faulty actuators via unknown input observers ». *International journal of systems science*, 22(10), 1829–1839.
- Chen, W., et Saif, M. (2005). « Actuator fault isolation and estimation for uncertain nonlinear systems ». *Systems, Man and Cybernetics, 2005 IEEE International Conference on*, 2560–2565.
- Chen, W., et Saif, M. (2007). « Observer-based strategies for actuator fault detection, isolation and estimation for certain class of uncertain nonlinear systems ». *Control Theory & Applications, IET*, 1(6), 1672–1680.
- Chen, Y., et Abraham, A. (2010). « Hierarchical Fuzzy Systems ». *Tree-Structure based Hybrid Computational Intelligence*, 129–147.
- Chisci, L., Garulli, A., et Zappa, G. (1996). « Recursive state bounding by parallelotopes ». *Automatica*, 32(7), 1049–1055.
- Chow, E., et Willsky, A. (1984a). « Analytical redundancy and the design of robust failure detection systems ». *Automatic Control, IEEE Transactions on*, 29(7), 603–614.
- Chow, E., et Willsky, A. (1984b). « Analytical redundancy and the design of robust failure detection systems ». *Automatic Control, IEEE Transactions on*, 29(7), 603–614.
- Cleary, J. (1987). « Logical arithmetic ». *Future Computing Systems*, 2(2), 125–149.

- Cuguero, P., Puig, V., Saludes, J., et Escobet, T. (2001). « Avoiding possible instability in robust simulation of stable parametric uncertain time-invariant systems ». *Decision and Control, 2001. Proceedings of the 40th IEEE Conference on*, 1993–1994.
- Desai, M., Deckert, J., Deyst, J., Willsky, AS, et Chow, EY. (1976). « Dual Redundant Sensor FDI Techniques Applied to the NASA F-8C DFBW Aircraft ». *AIAA guidance and control conference, San Diego, California, USA*.
- Ding, S. X. (2008). *Model-based fault diagnosis techniques: design schemes, algorithms, and tools*. Springer Verlag.
- Efimov, D., Fridman, L., Raïssi, T., Zolghadri, A., Seydou, R., et others. (2012). « Application of Interval Observers and HOSM Dierentiators for Fault Detection ». *8th International Federation of Automatic Control (IFAC) Symposium SAFEPROCESS-2012*.
- Efimov, D., Raïssi, T., et Zolghadri, A. (2011). « Robust State and Parameter Estimation for Nonlinear Continuous-Time Systems in a Set-Membership Context ». *Modeling, Design, and Simulation of Systems with Uncertainties*, 249–273.
- Efimov, D., Raïssi, T., et Zolghadri, A. (2013). « Control of nonlinear and LPV systems: interval observer-based framework ». *IEEE Transactions on Automatic Control*, 58(3).
- El Hajjaji, A., Chadli, M., et Lopez Reyes, G. (2009). « Commande basée sur la modélisation floue de type Takagi-Sugeno d'un procédé expérimental à quatre cuves ». *e-STA*.
- Ferrari, R. M. G., Parisini, T., et Polycarpou, M. M. (2008). « A robust fault detection and isolation scheme for a class of uncertain input-output discrete-time nonlinear systems ». *American Control Conference, 2008*, 2804–2809.
- Filev, D. (1991). « Fuzzy modeling of complex systems ». *International Journal of Approximate Reasoning*, 5(3), 281–290.
- Frank, P. M. (1987). « Fault diagnosis in dynamic system via state estimation—A survey ». *IFAC Safeprocess*.
- Frank, P. M., et Ding, X. (1994). « Frequency domain approach to optimally robust residual generation and evaluation for model-based fault diagnosis ». *Automatica*, 30(5), 789–804.
- Friedman, J. H., et Stuetzle, W. (1981). « Projection pursuit regression ». *Journal of the American statistical Association*, 817–823.
- Gasso, K., Mourot, G., et Ragot, J. (2000). « Identification of an output error Takagi-Sugeno model ». *Systems, Man, and Cybernetics, 2000 IEEE International Conference on*, 14–19.
- Gertler, J. (1998). *Fault Detection and Diagnosis in Engineering Systems*. CRC Press.
- Gertler, J. J. (1993). « Residual Generation in Model Based Fault Diagnosis ». *Control- Theory and Advanced Technology*, Vol. 9(pp. 259-285).
- Gouzé, J., Rapaport, A., et Hadj-Sadok, M. (2000). « Interval observers for uncertain biological systems ». *Ecological modelling*, 133(1-2), 45–56.
- Grepl, R., et Lee, B. (2008). « Modelling, identification and control of electronic throttle using dSpace tools ». *dynamics*, 10, 1.

- Grepl, R., et Lee, B. (2010). « Modeling, parameter estimation and nonlinear control of automotive electronic throttle using a Rapid-Control Prototyping technique ». *International Journal of Automotive Technology*, 11(4), 601–610.
- Guerra, P., Puig, V., et Witczak, M. (2008). « Robust fault detection with unknown-input interval observers using zonotopes ». *Proceedings of the 17th World Congress The International Federation of Automatic Control*, 5557–5562.
- Guo, J., Huang, X., et Cui, Y. (2009). « Design and analysis of robust fault detection filter using LMI tools ». *Computers & Mathematics with Applications*, 57(11-12), 1743–1747.
- Haimovich, H., Goodwin, G. C., et Welsh, J. S. (2004). « Set-valued observers for constrained state estimation of discrete-time systems with quantized measurements ». *Control Conference, 2004. 5th Asian*, 1937–1945.
- Hansen, E. R., et Walster, G. W. (1992). *Global optimization using interval analysis*. CRC Press.
- Hayes, B. (2003). « Computing Science: A Lucid Interval ». *American Scientist*, 91(6), 484–488.
- Henry, D., et Zolghadri, A. (2005). « Design and analysis of robust residual generators for systems under feedback control ». *Automatica*, 41(2), 251–264.
- Isermann, R. (1984). « Process fault detection based on modeling and estimation methods—A survey ». *Automatica*, 20(4), 387–404.
- Jaulin, L., et Walter, E. (1993). « Set inversion via interval analysis for nonlinear bounded-error estimation ». *Automatica*, 29(4), 1053–1064.
- Jaulin, Luc, Kieffer, Michel, Didrit, O., et Walter, Eric. (2001). *Applied Interval Analysis*. Springer.
- Johansen, T. A., et Bjarne, A. (1993). « Constructing NARMAX models using ARMAX models ». *International Journal of Control*, 58(5), 1125–1153.
- Jordi, M. (2009). « Fault Isolation Module Implementation Using a Timed Discrete-Event Approach ». E. Teresa, éd., 1563-1568.
- Kalman, R. E. (1960). « A new approach to linear filtering and prediction problems ». *Journal of basic Engineering*, 82(Series D), 35–45.
- Kearfott, R. B., Hu, C., et Novoa III, M. (1991). « A review of preconditioners for the interval Gauss-Seidel method ».
- Kieffer, M., Jaulin, L., et Walter, E. (1998). « Guaranteed recursive nonlinear state estimation using interval analysis ». *Decision and Control, 1998. Proceedings of the 37th IEEE Conference on*, 3966–3971.
- Kieffer, M., Jaulin, L., et Walter, E. (2002). « Guaranteed recursive non-linear state bounding using interval analysis ». *International Journal of Adaptive Control and Signal Processing*, 16(3), 193–218.
- Kieffer, M., Walter, E., et Simeonov, I. (2006). « Guaranteed nonlinear parameter estimation for continuous-time dynamical models ». *Proceedings 14th IFAC Symposium on System Identification*, 843–848.
- Krawczyk, R. (1969). « Newton-Algorithmen zur Bestimmung von Nullstellen mit Fehlershranken ». *Computing*, 4, 187-201.
- Lebbal, M., Chafouk, H., Hoblos, G., et Lefebvre, D. (2007). « Modeling and Identification of non-Linear Systems by a Multimodel Approach: Application to a Throttle Valve ». *Int. J. of Info. and Sys. Sci*, 3(1), 67–87.

- LEBBAL, M. E. H. (2006). « Contributions à la modélisation et au diagnostic des systèmes à commutations ». Thèse de doctorat, Université de Rouen.
- Letellier, C., Chafouk, H., et Hoblos, G. (2012). « Reconstruction-Based Set-Valued Observer. A New Perspective For Fault Detection Within Uncertain Systems ». *9th International Conference on Informatics in Control, Automation and Robotics*, Rome, Italy.
- Letellier, C., Hoblos, et Chafouk. (2011a). « Robust Fault Detection Using Set Computation. Application to a two-tank system ». *9th International Conference QUALITA*, Angers, France.
- Letellier, C., Hoblos, G., et Chafouk, H. (2010). « Analyse par intervalles pour la détection de défauts de capteurs. Application à l'énergie éolienne. » *Conférence Internationale Francophone d'Automatique*, Nancy, France, 1.
- Letellier, C., Hoblos, G., et Chafouk, H. (2011b). « Robust Fault Detection based on Multimodel and Interval Approach. Application to a Throttle Valve ». *19th IEEE Mediterranean Conference on Control & Automation*, Corfu, Greece, 2.
- Lin, H., Zhai, G., et Antsaklis, P. J. (2003). « Set-valued observer design for a class of uncertain linear systems with persistent disturbance and measurement noise ». *International Journal of Control*, 76(16), 1644–1653.
- Liu, G. P. (2001). *Nonlinear identification and control: a neural network approach*. Springer Verlag.
- Ljung, L. (1999). *System Identification—Theory for the User*. Prentice-Hall PTR, Upper Saddle River, NJ, USA.
- Luenberger, D. G. (1964a). « Observing the state of a linear system ». *Military Electronics, IEEE Transactions on*, 8(2), 74–80.
- Luenberger, D. G. (1964b). « Observing the state of a linear system ». *Military Electronics, IEEE Transactions on*, 8(2), 74–80.
- Lydoire, F., et Poignet, P. (2005). « Nonlinear predictive control using constraints satisfaction ». *Global Optimization and Constraint Satisfaction*, 345–345.
- Maksarov, D., et Norton, J. (1996). « State bounding with ellipsoidal set description of the uncertainty ». *International Journal of Control*, 65(5), 847–866.
- Moore, R. E. (1966). *Interval Analysis. Series in Automatic Computation*. Prentice-Hall, Englewood Cliffs, NJ.
- Moore, R. E., et Bierbaum, F. (1979). *Methods and applications of interval analysis*. Society for Industrial Mathematics.
- Moore, R., et Yang, C.T. (1959). « Interval analysis, applied mathematics ». *Technical Document. Sunnyvale, California: Lockheed Aircraft Corporation, Missiles and Space Division*.
- Moreno, J. A., et Osorio, M. (2008). « A Lyapunov approach to second-order sliding mode controllers and observers ». *47th IEEE Conference on Decision and Control, 2008. CDC 2008*, 2856–2861.
- Nelles, O. (2002). « Nonlinear system identification ». *Measurement Science and Technology*, 13, 646.
- Neumaier, A. (1990). *Interval methods for systems of equations*. Cambridge Univ Pr.

- Neumaier, A. (2003). « Taylor forms—use and limits ». *Reliable Computing*, 9(1), 43–79.
- Nickel, K. (1986). « How to fight the wrapping effect ». *Interval Mathematics 1985*, 121–132.
- Nuninger, W., Kratz, F., et Ragot, J. (1997). « Structural Equivalence Between Direct Residuals Based on Parity Space and Indirect Residuals Based on Unknown Inputs Observers ». *SAFEPROCESS*, 462–467.
- Nuninger, W., et Ragot, J. (1997). « stratégie de diagnostic robuste a l'aide de la redondance analytique ».
- Ocampo-Martínez, C., Tornil, S., et Puig, V. (2006). « Robust fault detection using interval constraints satisfaction and set computations ». *Fault Detection, Supervision and Safety of Technical Processes*, 1216–1221.
- Orjuela, R., Maquin, D., Ragot, J., et others. (2006a). « Identification des systèmes non linéaires par une approche multi-modèle à états découplés ».
- Orjuela, R., Maquin, D., Ragot, J., et others. (2006b). « Nonlinear system identification using uncoupled state multiple-model approach ».
- Orjuela, R., Marx, B., Ragot, J., et Maquin, D. (2008). « State estimation for nonlinear systems using a decoupled multiple model ». *International Journal of Modelling, Identification and Control*, 4(1), 59–67.
- Orjuela, R., Marx, B., Ragot, J., Maquin, D., et others. (2009). « Une approche multimodèle pour le diagnostic des systèmes non linéaires ».
- Patton, R., et Chen, J. (1991). « A robust parity space approach to fault diagnosis based on optimal eigenstructure assignment ». *Control 1991. Control'91., International Conference on*, 1056–1061.
- Patton, R. J. (1997). « Fault-tolerant control systems: The 1997 situation ». *IFAC symposium on fault detection supervision and safety for technical processes*, 1033–1054.
- Patton, R. J., et Kangethe, S. M. (1989). « Robust fault diagnosis using eigenstructure assignment of observers ». *Conference on Decision and Control, Proceedings of the 30th IEEE*.
- Pearson, R. K., et Ogunnaike, B. A. (1997). « Nonlinear process identification ». *Nonlinear process control*, 11–109.
- Potter, J., et Suman, M. (1977). « Thresholdless redundancy management with arrays of skewed instruments ». *IFAC SAFEPROCESS*.
- Puig, P., Cugueró, V., Saludes, J., et Escobet, T. (2002). « A class of uncertain linear interval models for which a set based robust simulation can be reduced to few pointwise simulations ». *Decision and Control, 2002, Proceedings of the 41st IEEE Conference on*, 1862–1863.
- Puig, V., Quevedo, J., Escobet, T., Nejjari, F., et de las Heras, S. (2008). « Passive robust fault detection of dynamic processes using interval models ». *Control Systems Technology, IEEE Transactions on*, 16(5), 1083–1089.
- Puig, V., Quevedo, J., et Tornil, S. (2000). « Robust fault detection: Active versus passive approaches ». *Proceedings of the SAFEPROCESS'00, Budapest, Hungary*.
- Puig, V., Saludes, J., et Quevedo, J. (2003). « Worst-case simulation of discrete linear time-invariant interval dynamic systems ». *Reliable Computing*, 9(4), 251–290.

- Puig, V., Stancu, A., et Quevedo, J. (2005). « Robust fault isolation using nonlinear interval observers: the DAMADICS benchmark case study ». *16th IFAC world congress, Prague, République Tchèque*.
- Puig, Vicenç. (2010). « Fault diagnosis and fault tolerant control using set-membership approaches: Application to real case studies ». *International Journal of Applied Mathematics and Computer Science*, 20(4), 619-635.
- Quevedo, J., Puig, V., Escobet, T., Nejjari, F., Sarrate, R., et Trave-Massuyes, L. (2009). « The Contribution of Interval-Based Models to Complex Systems Fault Detection Problems ». *Fault Detection, Supervision and Safety of Technical Processes*, 1126–1131.
- Ragot, J., Maquin, D., Benothman, K., Benrejeb, M., et others. (2006). « Estimation d'état et diagnostic de systèmes à paramètres incertains—Approche intervalle ». *STA, Hammamet, Tunisia*.
- Raïssi, T. (2004). « Méthodes ensemblistes pour l'estimation d'état et de paramètres ». Thèse de doctorat, Université Paris XII.
- Raïssi, T., Ramdani, N., et Candau, Y. (2003). « Parameter estimation for non-linear continuous-time systems in a bounded error context ». *Decision and Control, 2003. Proceedings. 42nd IEEE Conference on*, 2240–2245.
- Raïssi, T., Ramdani, N., et Candau, Y. (2004). « Set membership state and parameter estimation for systems described by nonlinear differential equations ». *Automatica*, 40(10), 1771–1777.
- Raïssi, T., Videau, G., et Zolghadri, A. (2010). « Interval observer design for consistency checks of nonlinear continuous-time systems ». *Automatica*, 46(3), 518–527.
- Raju, G., Zhou, J., et ROGER, A. K. (1991). « Hierarchical fuzzy control ». *International journal of control*, 54(5), 1201–1216.
- Ramdani, N., Meslem, N., Raïssi, T., et Candau, Y. (2006). « Set-membership identification of continuous-time systems ». *Proceedings 14th IFAC Symposium on System Identification*, 446–451.
- Rao, C. R., et Toutenburg, H. (1999). *Linear models: least squares and alternatives*. Springer Verlag.
- Rapaport, A., et Gouzé, J. (1999). « Practical observers for uncertain affine output injection systems ». *Proceedings of the European Control Conference*.
- Rosa, P., Silvestre, C., Shamma, J.S., et Athans, M. (2009). « Multiple-model adaptive control with set-valued observers ». *Decision and Control, 2009 held jointly with the 2009 28th Chinese Control Conference. CDC/CCC 2009. Proceedings of the 48th IEEE Conference on*, 2441–2447.
- Rugh, W. J., et Shamma, Jeff S. (2000). « Research on gain scheduling ». *Automatica*, 36(10), 1401-1425.
- Rump, S. M. (2006). *INTLAB-INTerval LABoratory, a Matlab toolbox for verified computations*. Version.
- Sarkar, T., Dianat, S., et Weiner, D. (1984). « A discussion of various approaches to the linear system identification problem ». *Acoustics, Speech and Signal Processing, IEEE Transactions on*, 32(3), 654–656.
- Schiller, N. H. (2003). « Design and validation of a proportional throttle valve system for liquid-fuel active combustion control ». Virginia Polytechnic Institute and State University.

- Schoukens, J., et Pintelon, R. (1991). « Identification of linear systems: a practical guideline to accurate modeling ». *Recherche*, 67, 02.
- Seydou, R., Raïssi, T., Zolghadri, A., et Efimov, D. (2012). « Robust Fault Diagnosis with Interval Continuous-time Parity Equations ». *The 8th IFAC International Symposium on Fault Detection, Supervision and Safety of Technical Processes*, Mexico City, Mexico.
- Shamma, J.S., et Tu, E. (1995). « Optimality of set-valued observers for linear systems ». *Decision and Control, 1995., Proceedings of the 34th IEEE Conference on*, 2081–2086.
- Shamma, J.S., et Tu, K. Y. (1997). « Approximate set-valued observers for nonlinear systems ». *Automatic Control, IEEE Transactions on*, 42(5), 648–658.
- Sindelar, R. (2005). « Hierarchical fuzzy systems ». *World Congress*, 1118–1118.
- Smets, I., Verdickt, L., et Van Impe, J. (2006). « A linear ASM1 based multi-model for activated sludge systems ». *Mathematical and Computer Modelling of Dynamical Systems*, 12(5), 489–503.
- Smith, H. L. (2008). *Monotone dynamical systems: An introduction to the theory of competitive and cooperative systems*. American Mathematical Soc.
- Smith, M. R., et Johansen, T. A. (1997). « Multiple model approaches to modelling and control ». *Taylor & Francis Ltd*.
- Sunaga, T. (1958). « Theory of an interval algebra and its application to numerical analysis ». *Japan Journal of Industrial and Applied Mathematics*, 26(2), 125–143.
- Takagi, T., et Sugeno, M. (1985). « Fuzzy identification of system and its applications to modelling and control ». *IEEE Trans. Syst., Man, and Cyber*, 1, 5.
- Tanaka, K., et Wang, H. O. (2001). *Fuzzy control systems design and analysis: a linear matrix inequality approach*. Wiley-Interscience.
- Teixeira, M. C. M., et Zak, S. H. (1999). « Stabilizing controller design for uncertain nonlinear systems using fuzzy models ». *Fuzzy Systems, IEEE Transactions on*, 7(2), 133–142.
- Thau, F. (1973). « Observing the state of a non-linear dynamic system ». *International Journal of Control*, 17, pp. 471–479.
- Thiaw, L., Madani, K., Malti, R., Sow, G., et others. (2007). « Implementation of recurrent multi-models for system identification ». *Fourth International Conference on Informatics in Control, Automation and Robotics*, Angers, France.
- Tornil-Sin, S., Puig, V., et Escobet, T. (2010). « Set computations with subpavings in MATLAB: The SCS Toolbox ». *Computer-Aided Control System Design (CACSD), 2010 IEEE International Symposium on*, 1403–1408.
- Videau, G. (2009). « Méthodes garanties pour l'estimation d'état et le contrôle de cohérence des systèmes non linéaires à temps continu. » UNIVERSITÉ BORDEAUX I.
- Videau, G., Raïssi, T., et Zolghadri, A. (2006). « Détection de défauts par analyse par intervalles ». *JIME*.
- Vinas, P. H., Sainz, M. A., Vehi, J., et Jaulin, L. (2006). « Quantified set inversion algorithm with applications to control ». *Reliable computing*, 11(5), 369–382.

- Walter, E., et Pronzato, L. (1997). *Identification of parametric models from experimental data. Communications and Control Engineering Series.* Springer, London.
- Waltz, D. L. (1972). « Generating semantic description from drawings of scenes with shadows ». *Massachusetts Institute of Technology Cambridge.*
- Wang, H. O., Tanaka, K., et Griffin, M. F. (1996). « An approach to fuzzy control of nonlinear systems: Stability and design issues ». *Fuzzy Systems, IEEE Transactions on*, 4(1), 14–23.
- Wang, L. X. (1998). « Universal approximation by hierarchical fuzzy systems ». *Fuzzy sets and systems*, 93(2), 223–230.
- Warmus, M. (1956). « Calculus of approximations ». *Bulletin de l'Academie Polonaise de Sciences*, 4(5), 253–257.
- Wolff, F., Krutina, P., et Krebs, V. (2008). « Robust consistency-based diagnosis of nonlinear systems by set observation ». *Seoul, Korea. 17th IFAC World Congress*, 10124–10129.
- Yang, C. (2004). « Model-based analysis and tuning of electronic throttle controllers ».