HAL
open science

Simulation dynamique des systèmes Bateau-Avirons-Rameur(s)

François Rongère

To cite this version:

François Rongère. Simulation dynamique des systèmes Bateau-Avirons-Rameur(s). Automatique / Robotique. Ecole Centrale de Nantes (ECN), 2011. Français. NNT : . tel-00679491

HAL Id: tel-00679491

https://theses.hal.science/tel-00679491

Submitted on 15 Mar 2012

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Ecole Centrale de Nantes

ÉCOLE DOCTORALE

SCIENCES ET TECHNOLOGIES DE L'INFORMATION ET MATHEMATIQUES

Année 2011. N° B.U. :

Thèse de DOCTORAT

Spécialité : AUTOMATIQUE, ROBOTIQUE, HYDRODYNAMIQUE

Présentée et soutenue publiquement par :

FRANÇOIS RONGERE

le 16 Décembre 2011
à l'Ecole Centrale de Nantes

TITRE

SIMULATION DYNAMIQUE DES SYSTEMES BATEAU-AVIRONS-RAMEUR(S)

JURY

Président :	Frédéric BOYER, Professeur, Mines de Nantes
Rapporteurs :	Luca FORMAGGIA, Professeur, Politecnico di Milano, Milan Patrick LACOUTURE, Professeur, Institut P', Université de Poitiers Philippe PUDLO, Professeur, LAMIH, Université de Valenciennes
Examinateurs :	Wisama KHALIL, Professeur, IRCCyN, Ecole Centrale de Nantes Jean-Michel KOBUS, Maître de Conférences, LMF, Ecole Centrale de Nantes Sophie BARRE, Ingénieur de Recherche, Ecole Nationale de Voile et des Sports Nautiques
Membre invité :	Bruno BOUCHER, Adjoint au directeur des équipes de France, Fédération Française des Sociétés d'Aviron

---

Directeur de thèse : Wisama KHALIL
Laboratoire : Institut de Recherche en Communications et Cybernétique de Nantes (IRCCyN) – UMR CNRS 6597
Co-encadrant : Jean-Michel KOBUS
Laboratoire : Laboratoire de Mécanique de Fluides (LMF) – UMR CNRS 6598

N° ED 503-153

Remerciements

Je tiens tout d'abord à remercier Jean-Michel Kobus pour la confiance qu'il a pu m'accorder depuis 2006 jusqu'à maintenant. Il a su croire en moi et m'a permis d'accéder à cette perspective présente chez moi depuis longtemps : devenir un *docteur*. C'est chose faite et je le remercie également pour son encadrement, sa compétence, sa disponibilité, pour les nombreuses discussions scientifiques ou non que nous avons pu avoir durant ces années, ainsi que son suivi dans mes différents projets.

Je remercie également Wisama Khalil pour avoir accepté d'être mon directeur de thèse. Les orientations données dès le début en termes de robotique se sont révélées les bonnes pour aborder le sujet qui m'était donné de traiter. D'autre part, nos rendez-vous ont toujours été très efficaces en terme d'avancée dans mon travail. Je vais maintenant essayer de conserver les compétences acquises en robotique afin de les intégrer dans mes nouvelles problématiques de travail.

Je remercie les membres de mon jury de thèse et exprime ma profonde gratitude à Luca Formaggia (Politecnico di Milano), Patrick Lacouture (Institut P' de l'Université de Poitiers) et Philippe Pudlo (Laboratoire d'Automatique, de Mécanique et d'Informatique Industrielle et Humaine de l'Université de Valenciennes - LAMIH) d'avoir accepté de relire mon manuscrit. De la même manière je remercie les membres de mon comité de suivi de thèse composé de Jean-Michel Kobus (Laboratoire de Mécanique des Fluides de l'École Centrale de Nantes - LMF), Wisama Khalil (Institut de Recherche en Communications et Cybernétique de Nantes - IRCCyN), Yannick Aoustin (IRCCyN), Patrick Lacouture et Jean-Pierre Mariot (Laboratoire Motricité Interactions de l'Université du Maine - MIP). Une

pensée pour Jean-Pierre Mariot, aujourd'hui décédé.

Je remercie la région Pays de la Loire qui a financé mes recherches, ainsi que les partenaires du projet : le réseau Recherche et Sport en Pays de la Loire et la Fédération Française des Sociétés d'Aviron. Un remerciement spécial au réseau RSPDL ainsi qu'à l'Ecole Doctorale en Sciences et Technologies de l'Information et Mathématiques, ainsi qu'à mon laboratoire, le LMF, pour m'avoir permis financièrement de participer à la «CSC Summer School in Scientific and High-Performance Computing 2010» en Finlande. Ceci a été un bon complément de formation, et me sera certainement grandement utile dans un futur très proche.

Un remerciement spécial à Alain Clément, nouvellement ancien directeur du LMF, qui me fait maintenant confiance pour les trois années à venir. D'une part, ceci m'a permis d'aborder la fin de thèse sereinement par rapport à mon avenir proche. D'autre part, ceci me donne la chance de travailler sur des problématiques nouvelle pour moi d'énergie renouvelable, ce qui est très motivant.

Je remercie l'ensemble du personnel du Laboratoire de Mécanique des Fluides. Ma thèse aura été la dernière thèse soutenue au sein du laboratoire sous ce nom. En effet, à l'heure où j'écris ces lignes, ce dernier est devenu le Laboratoire de recherche en Hydrodynamique, Énergétique et Environnement Atmosphérique (LHEEA).

Je remercie Gérard Delhommeau pour ses calculs AQUAPLUS et les discussions que nous avons pu avoir.

Merci également à Jérémie Raymond pour ce temps passé dans le même bureau et les longues discussions du soir que nous avons pu avoir.

Une pensée pour la tempête Joachim qui sera tombée pile le jour de la soutenance de thèse, permettant d'en faire un jour encore un peu plus différent des autres.

Merci au «Black Pearl», qui me permet de faire quelque chose de mes mains autre que de l'informatique. «Je ponçe donc je suis».

J'exprime toute ma gratitude à ma famille, parents et grands-parents, qui m'ont toujours soutenu dans mes projets et ont largement contribué à mon devenir actuel. J'en profite pour présenter tous mes vœux de réussite à Lucie, ma sœur, pour ses concours et ce qui en découlera.

Enfin, je tiens à remercier Marie, la femme de ma vie. Nous avons déjà passé un bout de chemin ensemble et tu as su supporter mon obnubilation de thésard, et m'accompagner dans cette aventure. Merci pour ta patience, d'accepter tous ces ordinateurs, le désordre grandissant de mon bureau ainsi que mes retours tardifs. De nouvelles aventures nous attendent bientôt avec l'arrivée d'un petit, qui je suis sûr, nous comblera de bonheur. Petit être de $63mm$ [1], j'ai hâte de te rencontrer, et je te dédie d'ores et déjà ce travail.

François Rongère,
Nantes, le jeudi 15 mars 2012.

1. Ta taille au lundi 12 mars 2012, première fois que je te voie

Résumé

L'aviron, sport nautique mécanique, consiste à propulser un bateau par la force humaine. Du point de vue mécanique, l'ensemble complexe *bateau-avirons--rameur(s)* peut être considéré comme un système poly-articulé sur base flottante. Son étude relève de la mécanique multi-corps et, pour l'interaction fluides-structure, de la tenue à la mer, de la manœuvrabilité et de l'aérodynamique. Le mouvement périodique de grande amplitude du rameur et le caractère intermittent de la propulsion, excite le bateau sur ses six degrés de liberté. Hormis par la pratique, les couplages forts entre les rameurs, la propulsion et le bateau ne peuvent être compris et décrit précisément que par la simulation numérique.

Un cadre de simulation de la dynamique prenant en compte la base flottante a donc été développé en unifiant préalablement les approches mécanique et hydrodynamique. Il a été nommé GMRS (Global Mechanical Rowing Simulator). Des techniques de robotique ont été mises en œuvre pour décrire la mécanique du système poly-articulé. La systématisation du paramétrage permet la modélisation de tous les bateaux d'aviron comprenant de un à huit rameurs utilisant un ou deux avirons. Cela se fait par assemblage de trois types de rameurs dont des modèles 3D sont proposés. La résolution de la dynamique repose sur la formulation récursive des équations de Newton-Euler. Les caractéristiques inertielles des rameurs sont issues de modèles anthropométriques. Le système est piloté en dynamique inverse. La cinématique est générée à l'aide de B-spline, dont les propriétés sont exploitées pour permettre une description paramétrique du mouvement, ouvrant ainsi la possibilité d'une optimisation de la technique.

Abstract

Rowing, a mechanical water sport, consists in propelling a boat by human power. From a mechanical point of view, the complex system Boat-Oars-Rower(s) can be considered as a multibody structure on a floating base. Its study relates to multibody mechanics and, concerning the fluid-structure interaction, to seakeeping, maneuverability and aerodynamics. The large amplitude periodic motion of the rower and the intermittent nature of propulsion, both excite the boat along its six degrees of freedom. Aside from practice, the strong coupling between the rowers, the boat and propulsion can be understood, and accurately described by numerical simulation.

A framework for dynamics simulation taking into account the floating base has been developed by unifying mechanical and hydrodynamic approaches. It has been called GMRS (Global Mechanical Rowing Simulator). Robotics techniques have been used to describe the mechanics of the multibody system. The systematic parametrization allows to model every kind of rowing system, taking on board one to eight rowers with one or two oars. Dynamics solver is based on the recursive formulation of the Newton-Euler equations. The inertial characteristics of the rowers are set from anthropometric models. The system is driven by inverse dynamics. The motions are generated using B-spline models, whose properties are exploited to allow a parametric description of the motion, offering the possibility to optimize the rowing technique.

Table des matières

Table des figures xv

Liste des tableaux xix

Introduction Générale xxi

I Sport et état de l'art en aviron 1

I.1 L'Aviron 1

I.1.1 Le matériel 3

I.1.1.1 Différentes déclinaisons des bateaux d'aviron . . . 5

I.1.1.2 Les avirons 7

I.1.1.3 Accastillage du bateau d'aviron : les réglages . . . 8

I.1.2 Le geste 13

I.1.2.1 La phase de propulsion 15

I.1.2.2 La phase de retour 16

I.1.2.3 La cadence 16

I.1.2.4 Le départ d'une course 17

I.1.3 Les compétitions 17

I.1.4 Aviron et innovation 19

I.2 Étude Bibliographique 23

I.2.1 Mécanique du système *bateau-avirons-rameur(s)* 26

I.2.1.1 Modélisation des rameurs par une masse ponctuelle 26

I.2.1.2 Modélisation des rameurs à plusieurs corps 27

I.2.1.3 Modèles anthropométrique 29

I.2.1.4 Degrés de liberté du bateau 30

I.2.2 Modélisation des interactions fluide-structure 31

I.2.2.1 Hydrodynamique de la rame 32

I.2.2.2 Hydrodynamique du bateau d'aviron 35

I.2.2.3 Modèles aérodynamiques 37

I.2.3 Pilotage du système 37

I.2.4 Rendements, Puissances et Indices de Performance 38

II Objectifs de l'étude 41

II.1 Cahier des charges 41
II.2 Structure du simulateur GMRS 44
II.3 Fonctionnement général 47
II.3.1 Intégration temporelle 47
II.3.2 Convergence de cycle 48
II.3.3 Mise en équilibre du système 52
II.3.4 Post-traitement 53
II.3.5 Degrés de liberté du bateau 53
II.4 Modèle de données 55
II.5 Amélioration des modèles 58

III Modélisation du système par un formalisme robotique 61

III.1 Notations de la robotique 62
III.1.1 Positions et transformations entre vecteurs 62
III.1.1.1 Transformations homogènes 63
III.1.1.2 Propriétés des transformations homogènes 66
III.1.2 Notations torsorielles 67
III.1.2.1 Torseur cinématique d'un corps 67
III.1.2.2 Transformations entre torseurs 68
III.2 Paramétrage de systèmes polyarticulés complexes 70
III.2.1 Liaisons cinématiques et variable articulaires 70
III.2.2 Paramétrage de Denavit-Hartenberg modifié 71
III.2.2.1 Paramétrage d'une structure ouverte arborescente 71
III.2.2.2 Paramétrage en présence de boucles cinématiques . 75
III.3 Modèle géométrique 78
III.4 Paramètres inertiels standards 80
III.5 Description géométrique des rameurs 82
III.5.1 Modèle simplifié 2D de rameur 82
III.5.1.1 Description géométrique 83
III.5.1.2 Anthropométrie 86
III.5.1.3 Réglages 87
III.5.2 Modèles 3D de rameurs 88
III.5.3 Anthropométrie : le programme GEBOD 93
III.5.3.1 Description 93
III.5.3.2 Population 94

III.5.3.3 Le modèle interne de GEBOD 95
III.5.3.4 Intégration des données GEBOD 96
III.5.4 Bateaux de plus d'un rameurs 98
III.6 Cinématique 100
III.6.1 Modèles cinématiques 100
III.6.2 Relations de récurrence des quantités cinématiques 101
III.7 Contraintes de boucles 102
III.8 Conclusion 103

IV Modélisation dynamique **105**
IV.1 Modèle dynamique inverse en base flottante 107
IV.1.1 Forme générale du modèle dynamique inverse à base fixe . . 108
IV.1.1.1 Formalisme Lagrangien et contraintes de boucle . . 108
IV.1.1.2 Actionnement redondant 111
IV.1.2 Base flottante 115
IV.1.3 Formulation récursive des équations dynamiques 116
IV.1.3.1 Récurrence avant 118
IV.1.3.2 Récurrence arrière 119
IV.1.3.3 Récurrence avant 121
IV.2 Vers un modèle dynamique hybride 122
IV.2.1 Intégration de la flexibilité des avirons 122
IV.2.2 Algorithme dynamique modifié 124
IV.2.2.1 Récurrence avant 125
IV.2.2.2 Récurrence arrière 125
IV.2.2.3 Récurrence avant 128
IV.2.2.4 Note d'implémentation 129
IV.3 Conclusion 130

V Modèles d'efforts extérieurs **133**
V.1 Introduction 133
V.2 Hydrodynamique du bateau d'aviron 138
V.2.1 Systèmes de coordonnées 138
V.2.1.1 Repères d'étude 138
V.2.1.2 Relations de composition 144
V.2.1.3 Cas de petits mouvements 144
V.2.2 Équation de mouvement de manœuvrabilité 146
V.2.3 Équation de mouvement de la tenue à la mer 147
V.2.4 Approche unifiée des équations de mouvement 149

V.2.5 Forces hydrostatiques 151
V.2.6 Modèles de manœuvrabilité et efforts complémentaires . . . 154
V.2.6.1 Modèle de résistance à l'avancement en cavalement 155
V.2.6.2 Modèles non linéaires d'amortissement visqueux . 157
V.3 Calcul des forces de radiation 159
V.3.1 Équations dynamiques dans le domaine temporel et fréquentiel 159
V.3.1.1 Problème d'une approche fréquentielle 162
V.3.2 Modèles de remplacement du terme mémoire 163
V.3.2.1 Identification dans le domaine temporel 163
V.3.2.2 Identification dans le domaine fréquentiel 164
V.3.3 Mise en œuvre des deux méthodes 166
V.3.3.1 Choix des données 166
V.3.3.2 Méthode dans le domaine temporel 168
V.3.3.3 Méthode dans le domaine fréquentiel 169
V.3.4 Comparaison et discussion 171
V.3.5 Conclusion sur les deux méthodes d'identification 174
V.4 Hydrodynamique de la rame 175
V.4.1 Modèles 175
V.4.1.1 Modèle de Wellicome 175
V.4.1.2 Modèle à deux coefficients 177
V.4.2 Modèle de prise d'eau 181
V.4.3 Rendement de l'aviron en phase propulsive 184
V.5 Efforts aérodynamiques 185
V.6 Conclusion 187

VI Génération de mouvement 191
VI.1 Introduction 191
VI.2 Modifications en-ligne des modèles 195
VI.2.1 Normalisation du temps 195
VI.2.2 Modulation d'amplitude 198
VI.2.3 Accélération de convergence 201
VI.2.3.1 Modulation d'amplitude 202
VI.2.3.2 Modulation de période 203
VI.3 Modèles de mouvement par B-spline 205
VI.3.1 Définition des B-splines 205
VI.3.1.1 Fonctions de base 205

VI.3.1.2 Propriétés des B-splines 207
VI.3.1.3 Calcul des dérivées des B-spline 209
VI.3.2 Résolution des contraintes de périodicité 211
VI.3.3 Réduction paramétrique 213
VI.4 Algorithmes de fermeture de boucle 215
VI.4.1 Calcul de la matrice jacobienne cinématique 216
VI.4.2 Fermeture géométrique 219
VI.4.2.1 Modèle différentiel 219
VI.4.2.2 Algorithme 220
VI.4.2.3 Remarques 222
VI.4.3 Fermeture en vitesses articulaires 223
VI.4.4 Fermeture en accélérations articulaires 223
VI.4.4.1 Calcul du terme quadratique 224
VI.4.4.2 Calcul des accélérations articulaires 225
VI.5 Conclusion 225

VII Exploitations **229**
VII.1 Introduction 229
VII.2 Réflexion sur l'utilisation du simulateur GMRS 229
VII.3 Exemples de simulation 234
VII.3.1 Exemple de modification de cinématique 234
VII.3.2 Exemple d'étude de sensibilité avec un modèle de rameur 3D 240
VII.4 Inconvénients de la modélisation dynamique inverse 247

Conclusion générale **249**

A Modèles de rameur 3D **255**
A.1 Rameur de couple 255
A.1.1 Schémas cinématiques 255
A.1.2 Paramétrage 263
A.1.3 Définition des paramètres 264
A.2 Rameurs de pointe 265
A.2.1 Schémas cinématiques 265
A.2.2 Paramétrage 275
A.2.3 Définition des paramètres 277

B Structure hiérarchique de données GMRS_datas **279**
B.1 GMRS_datas 279

B.2 GMRS_datas.params 280
B.2.1 GMRS_datas.params.handles 281
B.2.2 GMRS_datas.params.geo_model 282
B.2.2.1 GMRS_datas.params.geo_model.loop(i) 282
B.2.2.2 GMRS_datas.params.geo_model.body(i) 283
B.2.2.3 GMRS_datas.params.geo_model.rowers(i) 284
B.2.3 GMRS_datas.params.hydro_hull 285
B.2.4 GMRS_datas.params.hydro_oar 286
B.2.5 GMRS_datas.params.env 286
B.2.6 GMRS_datas.params.simulation 287
B.2.6.1 GMRS_datas.params.simulation.options 287
B.2.7 GMRS_datas.params.motions 288
B.2.8 GMRS_datas.params.motions.q(i) 288
B.3 GMRS_datas.info 289
B.4 GMRS_datas.temp 290
B.5 GMRS_datas.output 291
B.5.1 GMRS_datas.output.simulation 291
B.5.2 GMRS_datas.output.boat 292
B.5.3 GMRS_datas.output.rower 294
B.5.3.1 GMRS_datas.output.rower.joint 294
B.5.3.2 GMRS_datas.output.rower.body(i) 295
B.5.3.3 GMRS_datas.output.rower.global 295

C Modeleur de style **297**

D Méthode de Prony **301**

E Valeurs numériques **305**

F Modèles complémentaires **313**
F.1 Modèle de courbure de dos 313
F.2 Modèle de posture de la tête 316

Références bibliographiques **319**

Table des figures

I.1 Barque funéraire de Kheops 1
I.2 Levier du second ordre 3
I.3 Des ergomètres 3
I.4 Section d'un bateau d'aviron 4
I.5 Nomenclature des bateaux d'aviron Olympiques 6
I.6 Différents armements possibles pour un quatre 7
I.7 Différents armements possibles pour un huit 8
I.8 Nomenclature d'un aviron 8
I.9 Nomenclature des différents types de rames 9
I.10 Rameurs de couple et de pointe 10
I.11 Le réglage du collier et son influence sur le rapport de transmission 10
I.12 Vue de dessus d'un skiff 11
I.13 Planche de pied et coulisse avec ses rails de guidage 11
I.14 Dérive et safran d'une bateau d'aviron 12
I.15 Positionnement de l'accastillage, réglages 13
I.16 Dame de nage 14
I.17 Les différentes phases du coup d'aviron 14
I.18 Analyse biomécanique des mouvements d'un bateau d'aviron . . . 24
I.19 Les six degrés de liberté d'un bateau 32
I.20 Essais de palettes d'aviron en bassin 35

II.1 Structure modulaire du simulateur GMRS 44
II.2 Évolution du critère de convergence 51

III.1 Transformation d'un repère $\mathcal{R}_i$ en un repère $\mathcal{R}_j$ 64
III.2 Représentation symbolique d'une structure ouverte arborescente . 72
III.3 Paramétrage d'une chaîne simple 74
III.4 Paramétrage d'une chaîne arborescente 74
III.5 Repères de coupure de boucle 77
III.6 Système bielle-manivelle 80

III.7 Schéma cinématique du modèle de rameur 2D 83
III.8 Vue de détail d'une dame de nage dans laquelle est enfilée une rame 84
III.9 Modèle GEBOD à 17 segments corporels 96

V.1 Angles de Cardan d'attitude du bateau 139
V.2 Repère hydrodynamique 141
V.3 Repère hydrodynamique et repère lié 143
V.4 Résistance de vague d'un skiff 157
V.5 Essais expérimentaux sur une carène de skiff en bassin des carènes 159
V.6 Coefficients hydrodynamiques de radiation d'un skiff 162
V.7 Prolongement asymptotique et lissage de l'amortissement potentiel 167
V.8 Approximation de réponses impulsionnelles 169
V.9 Identification des réponses fréquentielles par fonctions de transfert 170
V.10 Écarts maximum suivant la l'ordre du modèle EE 170
V.11 Excitation en vitesse utilisée en entrée des modèles de radiation . 171
V.12 Comparaison des modèles de calcul des forces de radiation 172
V.13 Écarts relatifs entre les modèles de calcul du terme mémoire . . . 172
V.14 Convention d'orientation de la normale intérieure à la palette . . 176
V.15 Trajectoire absolue d'une palette d'aviron 178
V.16 Définition du repère tangentiel du plan horizontal 180
V.17 Phénomène de back-splash 182
V.18 Loi d'immersion de la palette, modèle de prise d'eau 183

VI.1 Graphe de flux du module de génération de mouvement 196
VI.2 Fonction de modulation 200
VI.3 Fonctions de base de degré 3 206
VI.4 Polygone de contrôle 208
VI.5 Modification du polygone de contrôle 209
VI.6 Dérivées d'une B-spline d'ordre 4 210
VI.7 Placement optimal de nœuds d'une B-spline 215
VI.8 Chaîne directe dans un système polyarticulé 216
VI.9 Les deux branches d'une boucle fermée 218

VII.1 Visualisation d'une cinématique du modèle de rameur 2D 235
VII.2 Chronogramme du rameur 2D 235
VII.3 Angles articulaires actifs du modèle 2D 236
VII.4 Vitesse instantanée du bateau pour les deux cinématiques 237
VII.5 Pilonnement du skiff 238

VII.6 Tangage du skiff 238
VII.7 Effort normal sur l'aviron 239
VII.8 Visualisation d'une cinématique du modèle de rameur 3D 241
VII.9 Chronogramme du rameur 3D 241
VII.10 Angles actifs du rameur 3D 242
VII.11 Angle de débattement des avirons 242
VII.12 Variables articulaires passives du modèle 3D 243
VII.13 Itérations sur les 15 cas de couple (S_p, L_e) 244
VII.14 Cadences et puissances moyennes en fonction de L_e 245
VII.15 Efforts normaux sur les palettes 247

A.1 Schéma cinématique global du rameur de couple 256
A.2 Schéma cinématique des jambes du rameur de couple 257
A.3 Schéma cinématique de la dame de nage et rame bâbord 258
A.4 Schéma cinématique de la dame de nage et rame tribord 259
A.5 Schéma cinématique du dos du rameur de couple 260
A.6 Schéma cinématique du bras droit du rameur de couple 261
A.7 Schéma cinématique du bras gauche du rameur de couple 262
A.8 Schéma cinématique global du rameur de pointe bâbord 266
A.9 Schéma cinématique global du rameur de pointe tribord 267
A.10 Schéma cinématique des jambes des rameurs de pointe 268
A.11 Schéma cinématique de la dame de nage bâbord en pointe 269
A.12 Schéma cinématique de la dame de nage tribord en pointe 270
A.13 Schéma cinématique du dos du rameur de pointe bâbord 271
A.14 Schéma cinématique du dos du rameur de pointe tribord 272
A.15 Schéma cinématique des bras du rameur de pointe bâbord 273
A.16 Schéma cinématique des bras du rameur de pointe tribord 274

B.1 Structure de données GMRS_datas 279
B.2 Bloc GMRS_datas.params 280
B.3 Bloc GMRS_datas.params.handles 281
B.4 Bloc GMRS_datas.params.geo_model 282
B.5 Bloc GMRS_datas.params.geo_model.loop(i) 282
B.6 Bloc GMRS_datas.params.geo_model.body(i) 283
B.7 Bloc GMRS_datas.params.geo_model.rowers(i) 284
B.8 Bloc GMRS_datas.params.geo_model.rowers(i).riggings 284
B.9 Bloc GMRS_datas.params.hydro_hull 285
B.10 Bloc GMRS_datas.params.hydro_oar 286

B.11 Bloc GMRS_datas.params.env 286
B.12 Bloc GMRS_datas.params.simulation 287
B.13 Bloc GMRS_datas.params.simulation.options 287
B.14 Bloc GMRS_datas.params.motions 288
B.15 Bloc GMRS_datas.params.motions.q(i) 288
B.16 Bloc GMRS_datas.info 289
B.17 Bloc GMRS_datas.temp 290
B.18 Bloc GMRS_datas.output 291
B.19 Bloc GMRS_datas.output.simulation 292
B.20 Bloc GMRS_datas.output.boat 292
B.21 Bloc GMRS_datas.output.rower 294
B.22 Bloc GMRS_datas.output.rower.joint 294
B.23 Bloc GMRS_datas.output.rower.body(i) 295
B.24 Bloc GMRS_datas.output.rower.global 295

C.1 Fenêtre principale du modeleur de style GMRS 297
C.2 Visualisation du rameur 298
C.3 Interface du visualisation des résultats de simulation 299

E.1 Coefficients A_{ij} pour $i,j \in \{1,2,3\}$ 306
E.2 Coefficients A_{ij} pour $i,j \in \{4,5,6\}$ 306
E.3 Coefficients A_{ij} pour $i,j \in \{1,\ldots,6\}, i \neq j$ 307
E.4 Coefficients B_{ij} pour $i,j \in \{1,2,3\}$ 307
E.5 Coefficients B_{ij} pour $i,j \in \{4,5,6\}$ 308
E.6 Coefficients B_{ij} pour $i,j \in \{1,\ldots,6\}, i \neq j$ 308
E.7 Réponses impulsionnelles du skiff 309

F.1 Modèle de dos parabolique 314
F.2 Métamodèle de courbure de dos parabolique 316

Liste des tableaux

I.1 Classes de bateaux reconnus par la FISA 5
I.2 Masse minimum des bateaux 6

III.1 Paramètres DH du rameur 2D 86
III.2 Identification des segments corporels du modèle GEBOD 97
III.3 Mots clés des corps 100

A.1 Paramétrage d'un rameur de couple 263
A.2 Paramétrage d'un rameur bâbord 275
A.3 Paramétrage d'un rameur tribord 276

E.1 32 mesures anthropométriques GEBOD 311

Introduction Générale

L'aviron est une discipline olympique depuis la création des Jeux Olympiques. C'est un sport éminemment physique que l'on peut classer parmi les sports mécaniques et plus précisément parmi les sports nautiques mécaniques. Il s'agit en effet de propulser une embarcation par un système propulsif actionné par la seule force humaine. Depuis l'origine, les sportifs ont cherché à optimiser leur performance globale en améliorant leur potentiel physique, leur matériel et la technique pour exploiter au mieux ce potentiel et ce matériel.

Comme pour tous les sports mécaniques, le matériel a évolué en profitant des innovations technologiques, et cela principalement par l'utilisation des matériaux nouveaux (les matériaux composites, les matières plastiques, les alliages légers, *etc.*) dont le sport de haut niveau a été un des utilisateurs les plus précoces et dont il reste un grand consommateur.

En ce qui concerne les formes des embarcations et des rames, l'expertise des fabricants, les contraintes de conception et les règlements sportifs font que le matériel de compétition évolue moins rapidement, et plutôt avec des innovations de détails, sur l'accastillage en particulier. Comme souvent dans le domaine technologique, il faudra des efforts importants du point de vue scientifique et technique pour gagner en performance. Les progrès viendront probablement d'une adaptation personnalisée du matériel aux sportifs.

La conséquence est que les écarts entre équipages constatés en compétition sont très faibles. Cela donne de l'importance aux techniques d'entraînement physique et aux préoccupations d'ordre physiologique.

On peut définir la technique, ou également gestuelle ou mouvement d'aviron, comme la manière d'exploiter le plus efficacement possible le potentiel physique dans l'interaction avec le bateau et la propulsion. A notre connaissance, il n'existe pas actuellement de critère objectif permettant de dire qu'une technique sera

meilleure qu'une autre pour un rameur donné ; seules quelques études mettent en évidence l'avantage apporté par certaines caractéristiques morphologiques.

Du point de vue pratique, la technique fait l'objet de toute l'attention des sportifs et de leur encadrement car elle conditionne la performance. La technique d'un rameur de haut niveau est le résultat d'une longue mise au point. On peut supposer que grâce à leur expertise, et avec toute la finesse de leur perception du fonctionnement du système, les rameurs de haut niveau parviennent à un optimum relatif. Ce résultat est l'aboutissement d'une multitude d'heures d'entraînement. Dans ces conditions, il est compréhensible que le comportement des rameurs de haut niveau soit conservatif par rapport à tout changement dans leur technique et leurs réglages. Chercher à améliorer encore la performance revient à se demander si en modifiant certains paramètres considérés comme acquis, on ne pourrait pas trouver un autre optimum relatif plus favorable sinon un optimum absolu. Il faut des arguments solides pour qu'ils explorent d'autres solutions s'écartant les paramètres acquis.

Le challenge est ambitieux et la question est de savoir si une approche scientifique peut aider à le relever, et par quels moyens.

La première condition est que l'approche scientifique améliore la compréhension fine de tous les phénomènes mis en jeu, sans en négliger un seul à terme. Cette finesse doit être en rapport avec les gains minimes recherchés. La deuxième condition est de prendre en compte les couplages et interactions fortes entre tous ces phénomènes. C'est le seul moyen de dégager un critère de performance global pour le système.

La solution qui s'impose et d'avoir recours à la simulation numérique. Il faut remarquer que cette solution est adoptée dans de nombreux domaines techniques et scientifiques pour aborder l'étude des systèmes complexes. L'aviron n'échappe pas à cette tendance.

En aviron, on peut définir l'efficacité globale optimale comme l'énergie minimale dépensée pour parcourir $2000m$ dans un temps donné. Ce temps est mesurable facilement mais ce n'est pas le cas de l'énergie, même si on se limite à l'énergie mécanique. L'avantage de la simulation est qu'elle permet d'évaluer cette quantité, ou tout du moins sa sensibilité aux variations des paramètres de fonctionnement.

Dès lors que le système est piloté par un humain le problème devient difficile, d'autant que les phénomènes de couplage fluide-structure mis en jeu sont encore du domaine de la recherche. Il faut donc aborder l'approche par la simulation

de l'aviron avec modestie, et en particulier ne pas espérer obtenir une sensibilité équivalente à celle des rameurs de haut niveau. L'objectif doit simplement être de se doter des moyens permettant de proposer aux sportifs des pistes crédibles et validées d'amélioration de la performance. C'est aux experts sportifs que reviendra en définitive la décision de les agréer et de les tester. C'est dans cet état d'esprit que la réalisation du simulateur présenté dans ce mémoire a été entreprise.

Ce travail a commencé par un examen de l'existant dans ce domaine (chapitre I). On trouve dans la littérature de nombreux simulateurs utilisant des modèles plus ou moins sophistiqués pour la description des rameurs, et pour l'évaluation des efforts appliqués aux éléments du système. Concernant les descriptions du système mécanique, la première conclusion de l'analyse bibliographique est que chaque résolution dynamique est très liée au mode de description du système. Par ailleurs toutes les caractéristiques inertielles des corps en mouvement ne sont pas prises en compte. Sauf exceptions [49], les modélisations ne concernent que le type de bateau le plus simple, à savoir le skiff, et prennent en compte uniquement un degré de liberté suivant l'axe d'avance, en négligeant l'influence des autres mouvements.

Le choix s'est porté sur la mise en œuvre de techniques issues de la robotique et reposant sur les travaux de Khalil [75] [76]. Ce choix permet de systématiser la construction et le paramétrage de la structure polyarticulée, et d'automatiser la génération des équations dynamiques du système. Celles-ci sont basées sur les équations de Newton-Euler récursives. L'approche utilisée est un modèle dynamique inverse dans lequel de le rameur est piloté par ses variables articulaires. Cette approche générale permet en outre de faciliter l'assemblage de sous structures multi-corps afin de traiter tous les types de bateau ainsi que de prendre en compte l'ensemble des degrés de liberté du support flottant. Ce choix implique d'unifier l'approche de la mécanique et de l'hydrodynamique pour traiter la dynamique des corps articulés, la manœuvrabilité, la tenue à la mer avec les mêmes variables, et dans le repère du bateau. On utilisera la formulation proposée par Fossen et Perez [52],[108] qui est bien adaptée au cas de l'aviron et qui permet de relier l'approche robotique avec l'hydrodynamique.

C'est sur cette base qu'a été développé le simulateur présenté dans ce mémoire. Il a été nommé GMRS pour Global Mechanical Rowing Simulator. GMRS permet une approche système du fonctionnement de l'aviron en se limitant aux aspects mécaniques et hydrodynamiques. GMRS est structuré autour d'un noyau de résolution généraliste alimenté par des modules contenant les différents modèles et

utilitaires techniques : modèles géométrique, cinématique, dynamique, modèles de forces extérieures, *etc.* Cette réalisation respecte un cahier des charges que l'on peut résumer en quatre points : modularité, lisibilité des paramètres d'entrée et des résultats pour les experts sportifs, maintenabilité et évolutivité vers le traitement de tous les types de bateaux d'aviron.

Ces dispositions sont nécessaires pour permettre une évolution continue du simulateur, par amélioration ou incorporation de nouveaux modèles, au fur et à mesure de leur disponibilité. Elles devraient faciliter la validation et l'exploitation coopérative avec les experts sportifs.

L'organisation de ce manuscrit est la suivante. Le chapitre I s'attache dans sa première partie à présenter le sport aviron. L'objectif n'est pas d'entrer dans les détails, mais de définir le vocabulaire et les spécificités techniques nécessaires à la compréhension de ce sport et de l'ensemble du manuscrit. La seconde partie du premier chapitre présente une étude bibliographique permettant d'une part, de positionner l'étude par rapport aux développements existants dans la littérature sur l'aviron, et d'autre part d'appréhender les difficultés de la simulation temporelle du système *bateau-avirons-rameur(s)* ainsi que les différents modèles adoptés par les auteurs. Le chapitre II s'appuie sur cette bibliographie afin d'établir le cahier des charges à suivre dans l'élaboration de la structure du simulateur GMRS. Cette dernière est ensuite présentée, ainsi que le fonctionnement général du simulateur, en lien avec les différents modèles proposés dans la suite du manuscrit.

La structure du simulateur GMRS est alors ensuite présentée, ainsi que son fonctionnement général, en lien avec les différents modèles proposés par la suite.

Les chapitres III et IV présentent les notations, les modèles et les algorithmes qui permettent de décrire la topologie du système ainsi que sa dynamique, en lien avec les caractéristiques inertielles des différents corps. Celles concernant les rameurs sont importées à l'aide du logiciel anthropométrique GEBOD (GEnerator of BOdy Datas) [23]. Plusieurs modèles individuels de rameurs (couple, pointe bâbord et tribord) ont été développés en tirant avantage de la systématisation des notations et des algorithmes. Cette disposition facilite la construction par assemblage de tous les types d'embarcations avec des équipages variant de un à huit membres. Le chapitre IV propose également des variantes des algorithmes dynamiques qui à terme permettront par exemple d'intégrer la flexibilité des avirons ou encore de prendre en compte les cas d'actionnement musculaire redondants dans les boucles cinématiques. La simulation dynamique proposée dans ces deux chapitres et mettant en œuvre la robotique a fait l'objet d'une publication [114].

Le chapitre V présente différents modèles d'efforts extérieurs qui peuvent être intégrés dans les simulations. C'est dans ce chapitre qu'est présentée l'unification des approches «tenue à la mer» et «manœuvrabilité» utilisée pour établir les équations du mouvement du bateau. Deux méthodes de calcul des efforts de radiation de vague sont également proposées, permettant la prise en compte des mouvements secondaires du bateau d'aviron. Ce point a fait l'objet d'un article [115]. Les deux modèles utilisés actuellement pour le calcul des efforts hydrodynamiques sur les palettes sont également succinctement présentés dans ce chapitre.

Le chapitre VI présente la technique de génération de mouvements utilisées dans le simulateur GMRS. Le pilotage des variables actives des modèles de rameurs est réalisés à l'aide de courbes B-Spline périodiques. Les contraintes géométriques et cinématiques induites par la présence de boucles cinématiques fermées dans le système sont résolues par des algorithmes issus de développements exposés aux chapitre II et III. Cet ensemble d'outils permet de générer, en cours de simulation, les valeurs des variables articulaires nécessaires aux modèles dynamiques. Un outil interactif, appelé «modeleur de style» a été réalisé pour construire les cinématiques des rameurs par déformation manuelle des profils des variables articulaires. Les propriétés des B-Spline sont pleinement mises à profit dans ces manipulations ce qui conforte le choix de leur utilisation.

Enfin le chapitre VII présente quelques exemples d'applications du simulateur GMRS. Ces exemples seront l'occasion d'une discussion sur l'apport de la simulation pour la recherche d'amélioration de la performance.

La conclusion pointera les limites actuelles du simulateur et les travaux en cours et à entreprendre pour le rendre plus précis et plus pratique à utiliser.

Chapitre I

Sport et état de l'art en aviron

I.1 L'Aviron

L'aviron est une activité physique consistant à se déplacer à la surface de l'eau sur un bateau à l'aide de rames. C'est un mode de propulsion nautique qui consiste donc à transmettre le puissance physique humaine par l'intermédiaire de rames. Une inscription funéraire datant de 1400 avant J.-C. vantait déjà la qualité des rameurs du pharaon Amenhotep II (Fig. I.1). Longtemps les avirons, souvent associés à des gréements à voile, a constitué le moyen de propulsion principal pour les navires de commerce, de guerre et d'apparat.

Figure I.1 – *La barque funéraire de Kheops découverte en 1954 au pied de la pyramide de Kheops*

Les premières courses modernes connues, appelées régates comme dans tout

sport nautique, eurent lieu dans la seconde moitié du XVIIIe siècle entre les taxis Londoniens qui opéraient alors sur la Tamise. C'est au XIXe siecle que l'aviron est véritablement devenu un sport populaire tant en Angleterre qu'aux États-Unis. L'aviron est devenu sport Olympique pour les hommes dès le début des Jeux Olympiques à Paris en 1900 sous l'impulsion du baron Pierre de Coubertin lui-même. Il a fallu attendre les Jeux de Montréal en 1976 pour que les rameuses aient aussi leurs Jeux Olympiques. Le sport aviron tel qu'on le connaît aujourd'hui est régi par la Fédération Internationale des Sociétés d'Aviron (FISA), fondée à Turin en 1892 par les sociétés nationales d'aviron de France, de Suisse et de Belgique, ce qui en fait la plus ancienne fédération au sein du mouvement olympique. Ainsi la FISA donne la définition actuelle de l'aviron dans le premier article de son «rule book» citeFISA2011 :

Rule 1 - Rowing, Boats, Regattas. *Rowing is the propulsion of a displacement boat, with or without coxswain, by the muscular force of one or more rowers, using oars as simple levers of the second order and sitting with their backs to the direction of movement of the boat. Rowing on a machine or in a tank which simulates the action of rowing is also considered as rowing.*

In a rowing boat, all load bearing parts including the axes of moving parts, must be firmly fixed to the body of the boat, but the rowers's seat may move along the axis of the boat.

A rowing regatta is a sporting competition consisting of one or more events divided, if necessary, into a number of races, in one or more classes of boats for rowers divided, as a general rule, into different categories of sex, age or weight.

Le premier alinéa de cette règle établit clairement la différence entre l'aviron et d'autres sports nautiques mettant en jeu la propulsion par rames comme le kayak. En effet il est indiqué que les rames doivent être utilisées comme des leviers du second ordre ce qui est explicité figure I.2. La force résistante s'exerce alors entre le point d'appui et le point d'application de la force motrice.

D'autre part les rameurs doivent évoluer de dos par rapport à l'avance de l'embarcation. Ces spécificités en font l'essence même de l'aviron. L'alinéa 2 nous indique que l'accastillage du navire servant à retransmettre les efforts propulsifs doit être solidaire du bateau. Seul le siège (la coulisse) peut être mobile. Ceci exclut par exemple la possibilité de portant mobiles, dont le concept est apparu en 1981, mais qui a rapidement été interdit par la FISA lors des compétitions de par son gain de performance trop substantiel susceptible de dénaturer le sport aviron.

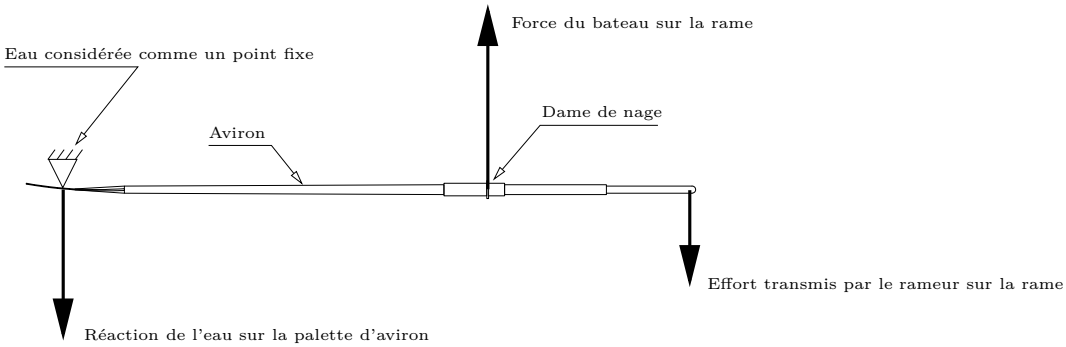


Figure I.2 – *L'aviron doit être un levier du second ordre. Représentation simplifiée des efforts appliqués sur la rame*

Actuellement l'aviron peut se pratiquer dans les clubs en loisir ou en compétition, en mer, en rivière ou sur lacs. Suivant le type de pratique, le matériel utilisé diffère. D'autre part, comme le mentionne la règle 1 du rule book de la FISA énoncée ci-dessus, les activités reproduisant le mouvement d'aviron sur une machine comme l'ergomètre (figure I.3) ou le bassin à ramer aussi appelé le tank à ramer dans le jargon de l'aviron, sont considérées comme de relevant de l'aviron.

Figure I.3 – *L'ergomètre est la machine la plus utilisée par les fédérations pour reproduire le mouvement d'aviron à terre*

I.1.1 Le matériel

L'aviron est avant tout un sport mécanique mettant en jeu la machine humaine, un bateau et des rames. Les bateaux et les avirons diffèrent par leurs caractéristiques et leurs performances intrinsèques suivant la pratique considérée.

Les bateaux de loisir sont généralement assez larges et lourds, permettant ainsi de procurer aux pratiquants une bonne stabilité de l'embarcation. Ces mêmes caractéristiques se retrouvent sur les bateaux d'initiation où l'on désire que le débutant n'ait pas en première approche à se soucier de l'équilibre de l'embarcation mais se concentre sur la technique gestuelle. On retrouvera des caractéristiques similaires pour les bateaux d'aviron de mer pour lesquels les conditions de navigation nécessitent des embarcations stables. Ces bateaux peuvent être en bois, fibre de verre ou plastique rotomoulé ce qui en fait des bateaux relativement bons marché et solides.

Figure I.4 – *Coupe d'un bateau d'aviron endommagé montrant sa structure composite fibre de verre/nid d'abeille*

Les bateaux d'aviron destinés à la compétition ont évolué de façon considérable au cours du temps. Le recours aux matériaux composites s'est généralisé comme dans la plupart des sports ayant recours à du matériel et à la technologie. Les coques les plus performantes sont construites en sandwich composite carbone/kevlar dont l'âme est en nid d'abeille (figure I.4). Les avirons sont quasiment tous en composite carbone.

L'expertise empirique et le savoir faire des constructeurs, fondés sur des analyses comparatives et la collaboration avec les sportifs, ont aboutit à une certaine uniformisation des formes, tant pour les coques que pour les avirons.

La complexité des écoulements le long d'une carène d'aviron et autour d'une palette d'aviron fait que leur optimisation reste actuellement un sujet ouvert. Les techniques modernes de simulation numérique devraient permettre de générer encore quelques progrès en terme de performances hydrodynamiques.

I.1.1.1 Différentes déclinaisons des bateaux d'aviron

L'aviron peut ainsi se pratiquer seul ou à plusieurs, sur des bateaux regroupant deux, quatre ou huit rameurs avec parfois l'adjonction d'un barreur chargé de diriger le bateau à l'aide d'une gouvernail, également appelée barre. D'autre part, il est possible de ramer en pointe ou en couple. L'aviron de pointe met en jeu une rame par rameur qui peut être disposée à tribord ou à bâbord tandis que l'aviron de couple met en jeu deux rames par rameur. Ainsi on peut rencontrer nombre de configurations possibles en terme de nombre de rameurs, de présence d'un barreur, de rame de pointe ou de couple. On regroupe table I.1 les catégories de bateau reconnues par la FISA ainsi que les abréviations officielles de course.

Classe du bateau	Boat class	Abréviation	Armement	Barreur
Skiff	Single Sculls	1×	Couple	non
Double	Double Sculls	2×	Couple	non
Deux sans barreur	Pair	2−	Pointe	non
Deux barré	Coxed Pair	2+	Pointe	oui
Quatre de couple	Quadruple Sculls	4×	Couple	non
Quatre sans	Four	4−	Pointe	non
Quatre barré	Coxed Four	4+	Pointe	oui
Huit	Eight	8+	Pointe	oui

Tableau I.1 – *Classes de bateaux reconnus par la FISA*

Les bateaux d'aviron se distinguent par un rapport longueur sur largeur très grand par rapport aux bateaux conventionnels. On trouvera figure I.5 les dimensions caractéristiques des bateaux d'aviron Olympiques. On remarquera ainsi qu'un skiff, bateau armé pour une seule personne mesure déjà huit mètres de long pour une largeur de seulement 36 centimètres et une hauteur de franc bord de 22 centimètres tandis que le plus grand bateau d'aviron, le huit, mesure 18 mètres de long pour une largeur de 60 centimètres. On trouvera dans le tableau I.2 les masses minimum des bateaux fixées par la FISA.

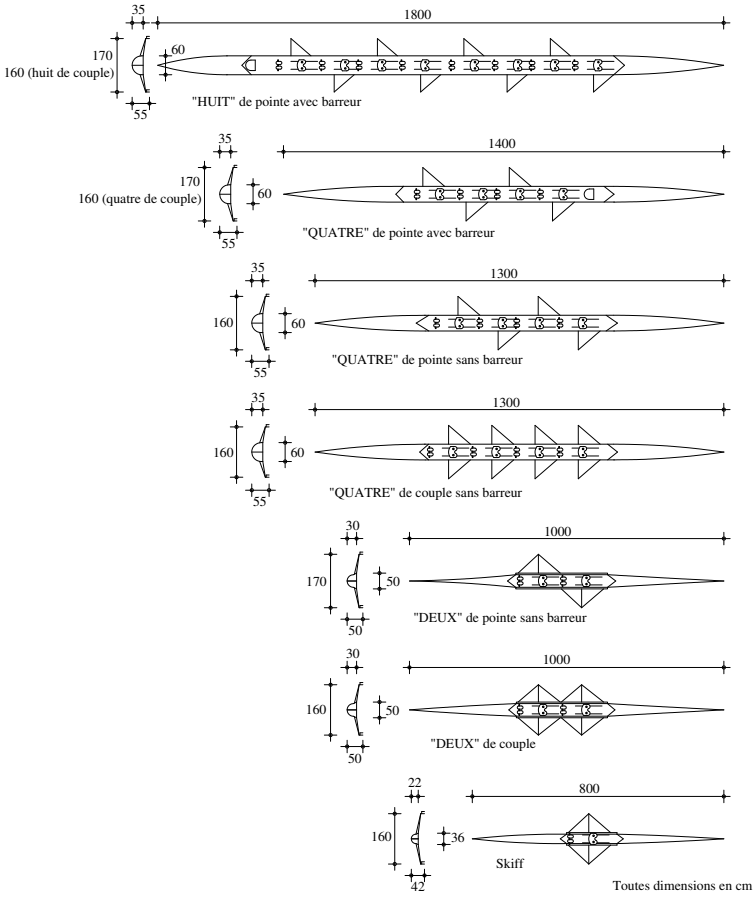


Figure I.5 – *Nomenclature des bateaux d'aviron Olympiques et leurs dimensions caractéristiques - (source : site web FFSA)*

Classe du bateau	Masse minimum (kg)
1×	14
2×	27
2−	27
2+	32
4×	52
4−	50
4+	51
8+	96

Tableau I.2 – *Masse minimum des bateaux (réglementation FISA)*

Aux classes de bateaux exposées table I.1 se rajoutent également différentes variantes dans la disposition des rameurs dans le cas d'un armement du bateau en pointe. On trouvera figures I.6 et I.7 différentes possibilités de dispositions pour un quatre ou un huit, le choix de la variante étant généralement du ressort de l'entraîneur et se base sur une analyse des caractéristiques individuelles des rameurs et l'harmonisation globale de l'équipage.

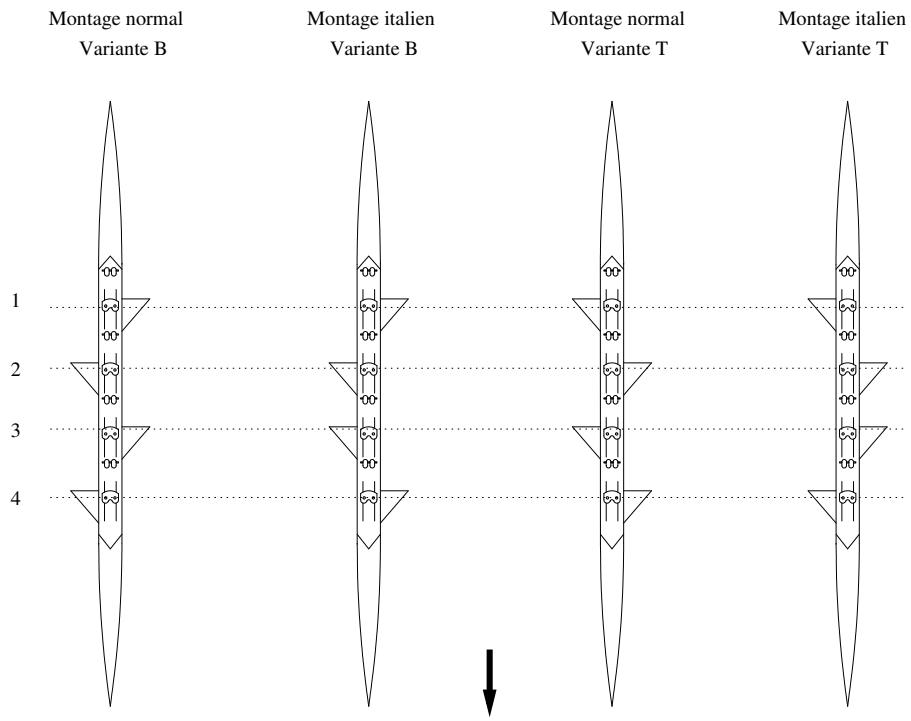


Figure I.6 – *Différents armements possibles pour un quatre*

I.1.1.2 Les avirons

Un aviron possède une poignée que le rameur tient dans sa main et un manche au bout duquel se trouve la palette, la partie active de l'aviron qui génère la force propulsive lorsque cette dernière est mise dans l'eau, et qu'une traction est effectuée par le rameur sur la poignée. On trouvera figure I.8 une nomenclature de l'aviron. Les avirons, ou rames, sont également appelés pelles dans le vocabulaire sportif. Deux grands types existent aujourd'hui. On distinguera en effet les pelles Macon et les pelles Hachoir (aussi pelle «H» dans le jargon sportif). Les pelles Macon sont les plus classiques et leur palette ont un profil symétrique, légèrement bombé. Les palettes des pelles Hachoir possèdent une surface plus importante que celles des pelles Macon, avec un profil asymétrique. Elles ont été introduites en 1991 avant les jeux Olympiques de Barcelone de 1992 où la plupart des podiums ont été pourvus à des rameurs utilisant ces nouvelles rames. Ainsi on ne voit plus aujourd'hui plus que des pelles Hachoir en compétition, les pelles Macon étant maintenant utilisées à des fins d'initiation ou de pratique loisir dans les clubs. Les dimensions caractéristiques des avirons sont présentées figure I.9.

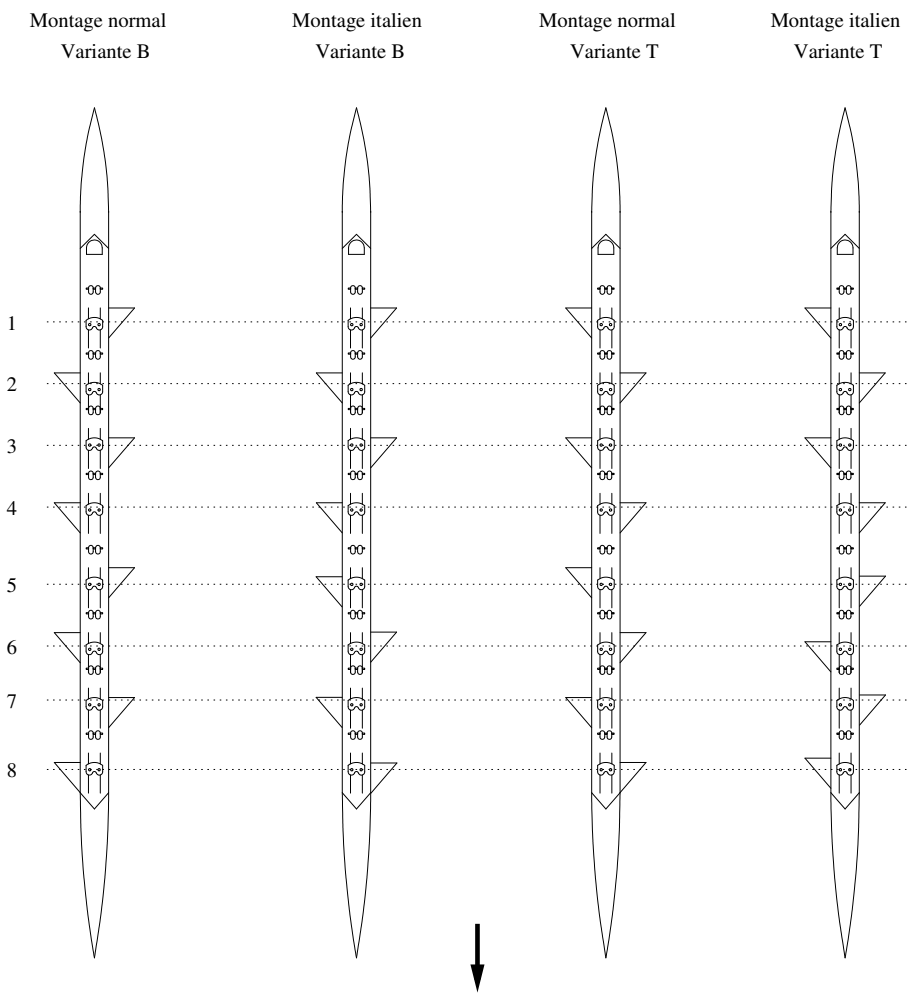


Figure I.7 – *Différents armements possibles pour un huit*

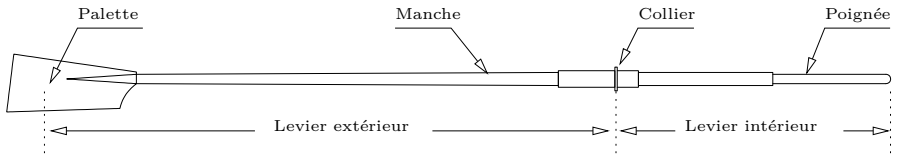


Figure I.8 – *Nomenclature d'un aviron*

Anciennement, les avirons étaient en bois. Aujourd'hui, et à l'image des carènes des bateaux d'aviron, les rames utilisées en compétition sont en composite fibre de carbone. Cela leur confère la légèreté et la raideur nécessaires à une bonne performance.

I.1.1.3 Accastillage du bateau d'aviron : les réglages

L'accastillage du bateau d'aviron représente principalement les interfaces entre le rameur et le bateau et entre les rames et le bateau. La figure I.10 montre un

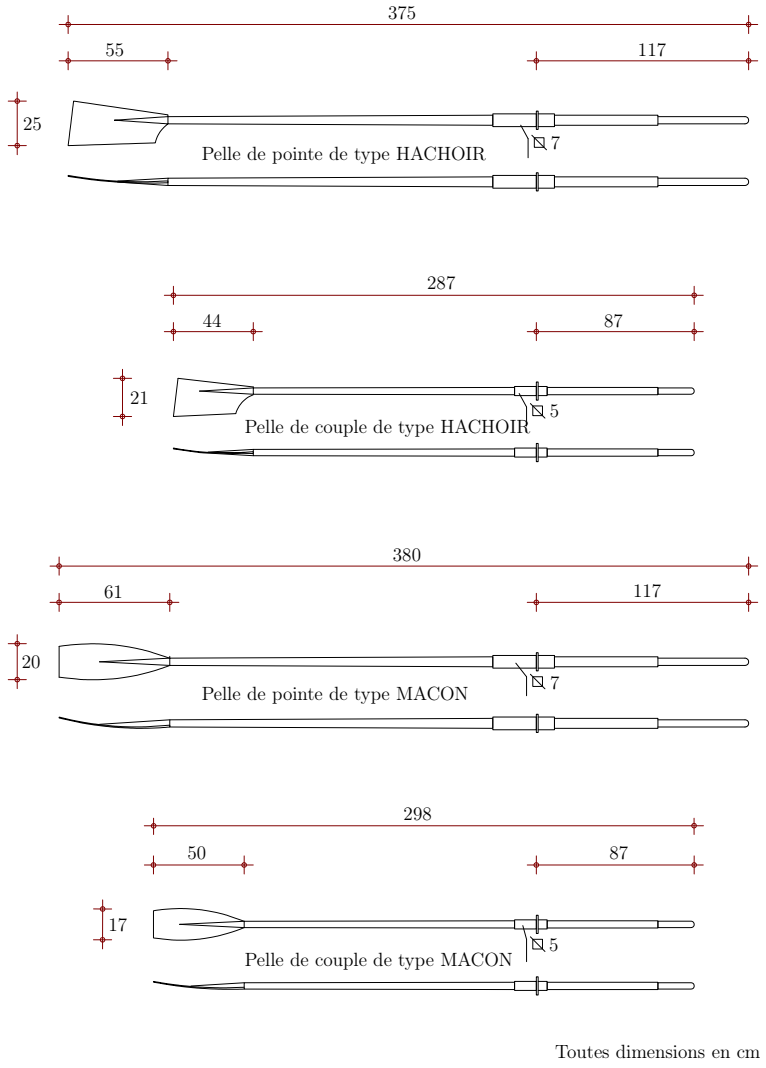


Figure I.9 – *Nomenclature des différents types de rames - (source : site web FFSA)*

rameur de couple vu de face. On remarquera à l'occasion qu'en aviron, dans la mesure où le rameur évolue dos à la trajectoire, le côté tribord du bateau sera à sa gauche tandis que le côté bâbord est à sa droite. Ramer bâbord, par exemple pour tourner le bateau dans le sens horaire, se fera donc à l'aide de la main droite.

Dans des sports comme l'aviron ou le cyclisme, le terme de rapport de transmission est utilisé comme le rapport entre la vitesse de locomotion et la vitesse de l'action de l'athlète. Dans les deux sports, celui-ci est relié à des paramètres mécaniques de la machine. Pour le cyclisme, on définit le rapport de transmission (également braquet) grâce au nombre de dents des pignons et plateaux, ainsi que le diamètre des roues. En aviron, le rapport de transmission est défini à partir de la longueur de la pelle et du levier intérieur. La longueur de la pelle est définie entre le bout de la poignée et l'extrémité de la palette dans l'alignement du tube.

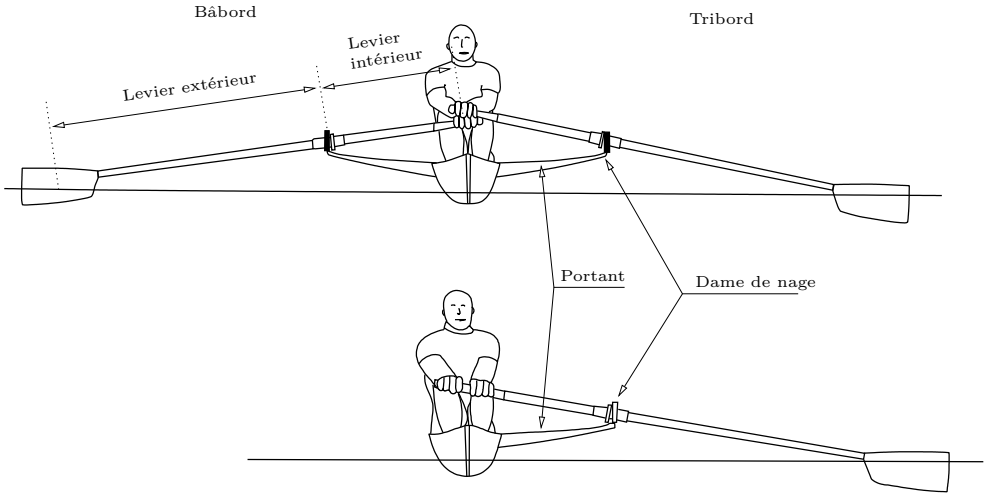


Figure I.10 – *Vue de face d'un rameur de couple (haut) et d'un rameur de pointe (bas)*

Le levier intérieur est lui mesuré entre le bout de la poignée et la face extérieure du collier (*cf.* figure I.8). A vitesse de poignée égale, un grand rapport de transmission donnera une vitesse plus grande de la palette par rapport au bateau se traduisant par un effort plus important pour le rameur. Le réglage du rapport de transmission s'effectue grâce au positionnement du collier ce qui est explicité figure I.11.

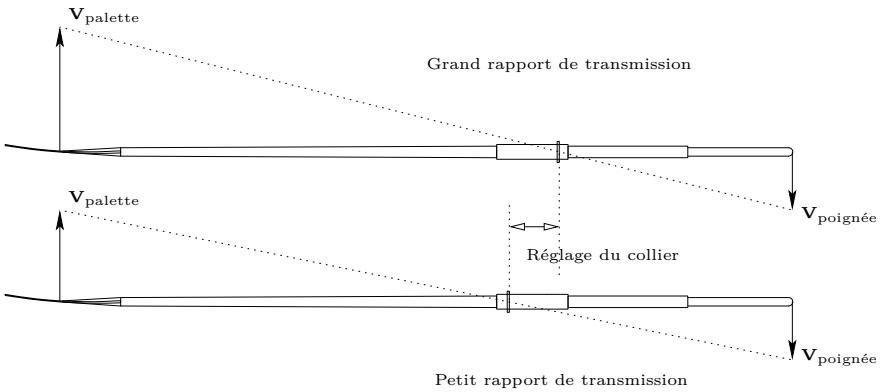


Figure I.11 – *Le réglage du collier et son influence sur le rapport de transmission*

La figure I.12 montre un skiff avec des vues de détail du principal accastillage. La planche de pied est l'interface entre les pieds du rameur et le bateau. C'est le seul point fixe du rameur. Elle est composée d'une partie rigidement fixée au bateau (la planche) et de chaussures dont le talon est laissé libre pour une plus grande amplitude de mouvement du rameur. La pointe de la chaussure est fixée à la planche de pieds. La coulisse est le siège sur lequel est assis le rameur et est mobile par rapport au bateau. Son guidage est assuré par deux rails fixés à l'embarcation (figure I.13).

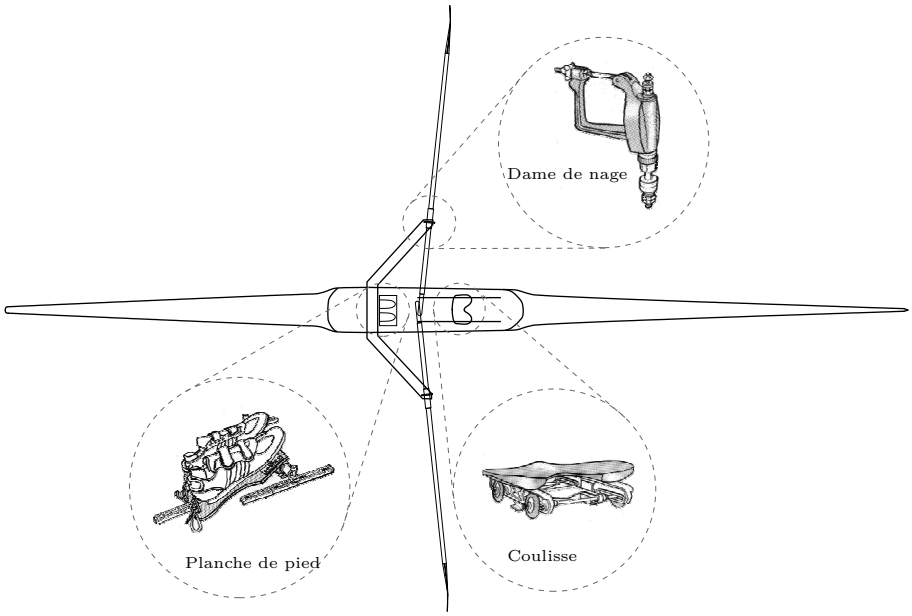


Figure I.12 – *Vue de dessus d'un skiff. Vue de détail du principal accastillage*

Figure I.13 – *Planche de pied et coulisse avec ses rails de guidage*

Les dames de nage permettent le maintien des avirons sur le bateau et possèdent un degré de liberté en rotation. Leur axe est solidaire des portants, structure souvent tubulaire que l'on peut trouver en alliage d'aluminium ou plus récemment en profilés carbone d'un seul tenant ayant l'allure d'une aile. A cela il faut également noter la présence d'une dérive et, pour les bateaux en étant pourvus, d'un safran permettant de diriger le bateau (figure I.14). Dans le cas d'un bateau avec

barreur, c'est lui qui assure la direction. Dans certains cas, le bateau peut être non barré mais tout de même posséder un dispositif de direction qui est alors actionné par l'un des rameurs à l'aide du pied grâce à un dispositif spécial sur la planche de pied. C'est le cas du deux sans barreur (pair oar) ou encore du quatre sans barreur. A noter que la dérive et la barre se situent à l'arrière du bateau pour des raisons de stabilité de route du navire.

Figure I.14 – *Dérive (blanche) et safran (noir) d'un bateau d'aviron*

Tous les éléments d'accastillage du bateau d'aviron sont réglables à l'image du réglage du collier de la pelle permettant de modifier le rapport de transmission vu plus haut. Ainsi la position de la planche de pied peut être modifiée longitudinalement et également en hauteur à l'aide de cales. De même son inclinaison peut être réglée. La coulisse possède également des réglages, notamment l'inclinaison des rails par rapport au bateau. La figure I.15 montre l'espace d'évolution du rameur et les différentes positions relatives de l'accastillage.

Parmi les nombreux réglages du bateau d'aviron, ce sont les réglages des portants et des dames de nage qui font l'objet d'une grande attention de la part des sportifs. Ce sont aussi les plus délicats à effectuer de par leur sensibilité et leur interdépendance. Le réglage le plus grossier concerne le réglage en hauteur des portants au montage du bateau via des trous de positionnement. Ceci fixe grossièrement la hauteur de la dame de nage qui peut être réglée plus finement à l'aide de rondelles positionnées sur son axe. Les axes des dames de nage peuvent ensuite être déplacés latéralement sur le portant, permettant ainsi de définir l'entraxe soit l'écartement des dames de nage. Ces mêmes axes peuvent être inclinés d'avant en arrière longitudinalement par rapport à l'axe principal du bateau de manière à obtenir un angle de coiffe-coule variable pendant le coup d'aviron. Cet angle est défini figure I.15. Cet angle est également réglé à l'aide de paliers excentriques placés entre l'axe des dames de nage et le corps des dames de nage (voir figure I.16). L'angle de coiffe-coule est défini comme étant l'angle entre le bord extrême de la palette et la verticale lorsque la poignée est maintenue dans

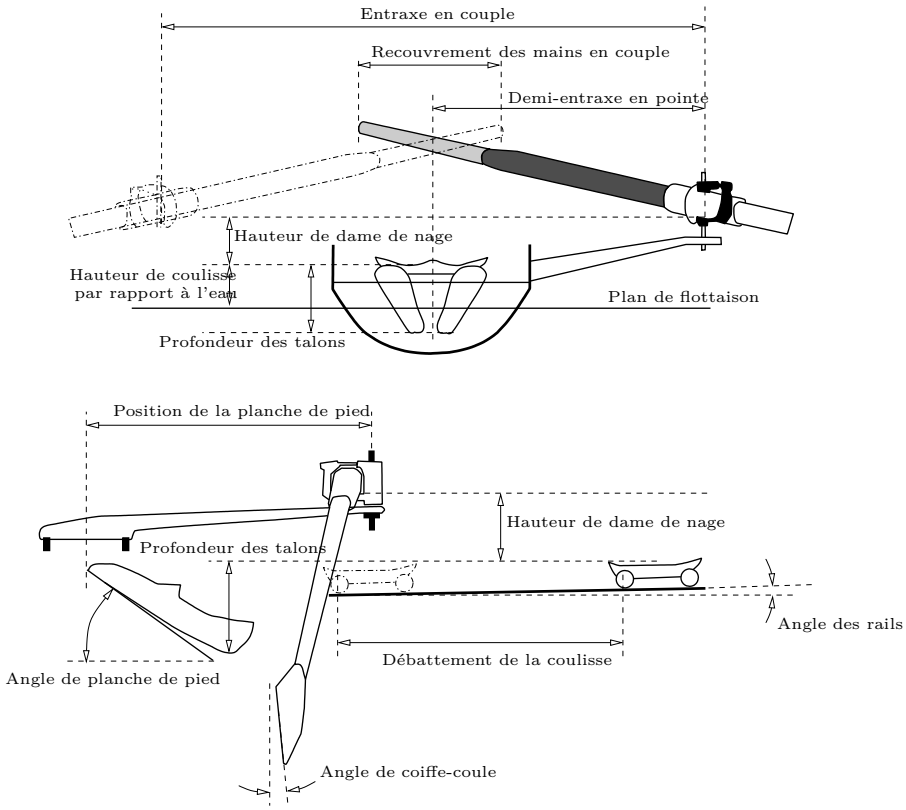


Figure I.15 – *Les positionnements relatifs de l'accastillage. Toutes les dimensions sont modifiables par réglages mécaniques*

sa position nominale lors de la propulsion. La palette est alors dans l'eau mais pas le tube. Cet angle modifie la direction de la poussée des rames, créant une composante verticale permettant de compenser les éventuelles composantes verticales de l'effort transmis par le rameur sur les poignées. Ces efforts verticaux sur les poignées sont principalement générés lors du début du coup d'aviron où les bras sont tendus et transmettent l'effort des jambes dans les avirons. A ce moment, c'est la différence de hauteur entre les poignées et les épaules du rameur qui génèrent les efforts verticaux qui doivent alors être compensés afin de conserver globalement une poussée dans le plan horizontal. En revanche, lorsque les bras sont pliés, ces efforts verticaux sont moins importants ce qui explique le réglage d'inclinaison des axes des dames de nage qui rendent alors l'angle de coiffe-coule variable, permettant ainsi d'adapter la compensation pendant le coup d'aviron.

I.1.2 Le geste

Par essence, le geste de l'aviron est cyclique et répétitif. C'est justement cette répétitivité qui nécessite un nombre d'heures d'entraînement très élevé de la part

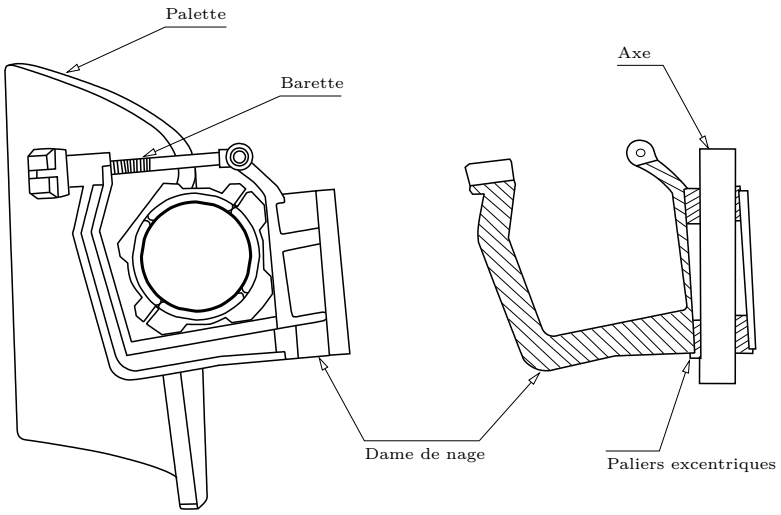


Figure I.16 – *Dame de nage avec ses paliers permettant le réglage des angles de coiffe-coule de la rame*

des sportifs de haut niveau. En effet, il ne suffit pas d'avoir trouvé un geste très efficace, encore faut-il pouvoir le conserver sur chaque coup d'aviron pendant toute une régate. Le geste d'aviron comporte deux phases essentielles : la phase de propulsion et la phase de retour aussi appelée phase de glisse, l'aviron étant aussi qualifié de sport de glisse au même titre que la voile, la natation, le ski ou encore le surf.

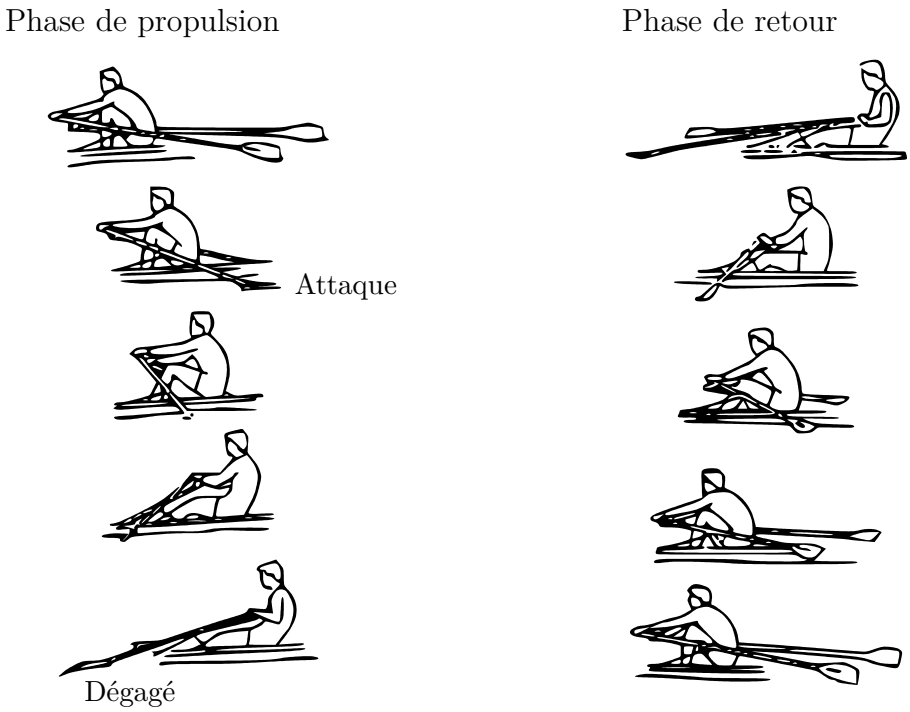


Figure I.17 – *Les différentes phases du coup d'aviron*

I.1.2.1 La phase de propulsion

La phase propulsive commence à l'instant où la palette entre dans l'eau, même si cette phase doit être préparée par le rameur pour se dérouler dans de bonnes conditions. On peut la décomposer en trois parties : l'attaque, la transmission et le dégagé.

L'attaque est le moment où le rameur inverse son mouvement tout en plongeant les palettes dans l'eau. La position du rameur est ramassée avec les jambes pliées et les tibias à la verticale du bateau. Le dos est en avant et les bras sont tendus. Cette position est qualifiée de position «sur l'avant» dans le vocabulaire sportif. Les avirons ont été préparés à l'avance et les palettes sont à l'aplomb de la surface de l'eau. Immédiatement à l'immersion des palettes, les jambes commencent à pousser en prenant appui sur la planche de pied de manière à créer le plus tôt possible un effort propulsif utile au niveau des rames. L'enjeu de cette phase est d'éviter au maximum que la vitesse absolue de la palette par rapport à l'eau soit dirigée vers l'avant, ce qui produit momentanément une force résistive.

L'étape de transmission consiste à transmettre un effort propulsif sur les rames via la chaîne corporelle avec un rendement énergétique le plus élevé possible au niveau de la poussée des rames et de manière à maximiser la vitesse du bateau. Ceci est acquis via un enchaînement optimisé de l'action des jambes, du tronc, de sa courbure et des bras. L'enchaînement met en jeu progressivement tous ces groupes musculaires du plus fort au plus faible. Ainsi nous aurons, globalement, en premier l'action des jambes suivie par le dos et enfin les bras qui termineront le coup. Le profil d'activation des différents groupes musculaires définira en grande partie le style adopté par le rameur. La coulisse est entraînée par le mouvement d'extension du rameur.

La troisième étape mise en jeu dans la phase propulsive est la phase de dégagé. Cette phase de transition consiste à sortir la palette de l'eau une fois toute l'amplitude du mouvement achevée. Les jambes sont tendues et le dos est incliné sur l'arrière. L'amplitude de l'inclinaison du dos fait également partie du style. Les bras quant à eux sont repliés, positionnant les poignées des avirons au niveau des côtes du rameur. Ce positionnement constitue un repère «précieux» lors du réglage notamment de la position longitudinale de la planche de pied et de la hauteur des portants. La position est appelée position «sur l'arrière» dans le vocabulaire sportif. Une fois arrivé dans cette position, le rameur doit dégager les

palettes de l'eau pour éviter que la force sur la palette ne s'inverse. Le dégagé est exécuté rapidement avec les bras qui sont immédiatement dépliés (ou aussi «renvoyés» dans le vocabulaire de l'aviron) pour commencer la phase de retour.

I.1.2.2 La phase de retour

C'est la seconde phase du coup d'aviron. Elle ne met pas en jeu d'efforts de propulsion par l'intermédiaire des rames mais reste néanmoins très importante en terme de transmission des efforts inertiels ce qui fait de l'aviron un sport de glisse. A la suite du dégagé, le rameur prend soin de tourner ses avirons de manière à ce que la surface des palettes soient face à la surface de l'eau (pelles «à plat»), réduisant ainsi la traînée aérodynamique des rames que provoquerait une palette conservée «au carré» de la surface de l'eau. Le schéma d'activation musculaire classique de la phase de retour est le trio bras-corps-jambes. Ainsi à la suite immédiate du dégagé, les bras sont renvoyés rapidement vers l'avant puis suit le dos qui s'incline vers l'avant tout en prenant de la courbure et les jambes qui se replient, entraînant alors la coulisse. Cette phase s'achève sur une position exactement similaire à celle décrite au début de la phase de propulsion lors de l'attaque, assurant la périodicité du coup d'aviron.

I.1.2.3 La cadence

L'ensemble des deux phases précédemment décrites forme le coup d'aviron. Suivant le contexte, que ce soit en entraînement, en régate ou encore suivant la phase d'une course, le mouvement ne sera pas exécuté aux mêmes vitesses. Ainsi on définit la cadence comme étant le nombre de coups d'aviron par minutes. Une cadence d'entraînement de fond pourra se situer entre 18 et 20 coups par minutes (cpm) tandis qu'une cadence de course moyenne se situera autour de $35\,cpm$. Lors d'un départ de course ou une arrivée, on trouvera des cadences encore plus élevées pouvant avoisiner les $45\,cpm$. D'autre part, suivant la cadence le ratio entre le temps propulseur de la phase de propulsion et le temps glisseur de la phase de retour ne sera pas le même. En effet, ce dernier a tendance à augmenter avec la cadence, tout en conservant toujours un temps propulseur inférieur au temps glisseur. Ainsi le temps propulseur aura tendance à se rapprocher des 50% du coup d'aviron total lorsque la cadence augmente, cette dernière étant alors obtenue par un raccourcissement du temps glisseur plus important que celui du temps

propulseur.

La phase de propulsion est la phase la plus coûteuse en énergie pour le rameur tandis que pendant le temps glisseur, le rameur en profite pour récupérer et préparer sa chaîne musculaire à la phase propulsive suivante.

I.1.2.4 Le départ d'une course

Au départ d'une course il s'agit d'amener le bateau d'aviron le plus rapidement possible à sa vitesse de course en partant de l'arrêt. D'autres intérêts stratégiques peuvent également entrer en jeu. Le mouvement doit donc être adapté à cet impératif. Ainsi les rameurs ont généralement un schéma de mouvement clairement établi pour tous se déclenchant immédiatement au top du départ. Ce schéma de mouvement joue principalement sur une cadence élevée dopée par une modulation de l'amplitude des coups d'aviron. En effet juste avant le départ les rameurs adoptent une position dites «trois quart coulisse» où leur position générale est sur l'avant mais avec les jambes seulement pliées de telle manière que la coulisse se trouve au trois quart de son débattement total. Les palettes sont immergées et au carré. Au top départ, le premier coup raccourci est donné pour donner la première impulsion au bateau. Généralement les deux coups à suivre sont encore de moindre amplitude et sont des «demi coulisse». Puis suit une progression de l'amplitude sur deux ou trois coups permettant d'atteindre l'amplitude maximum du mouvement.

I.1.3 Les compétitions

Plusieurs formats de courses d'aviron existent sur plan d'eau intérieur. La plus répandue est la course en ligne mettant en jeu plusieurs bateaux en même temps, partant au même moment et dont le vainqueur est le premier passant la ligne d'arrivée. D'autres formats peuvent être trouvés comme la tête de rivière. Les têtes de rivière font démarrer les équipages un par un à intervalle fixe sur de longues distances allant de 2000 m à 12 km. La hiérarchie s'établit sur le chronométrage de la course, celle-ci étant un contre la montre. En France la sélection des rameurs en équipes s'effectue partiellement sur ce type de régates.

Nous nous intéressons plus ici aux courses en ligne qui sont le format unique des régates internationales comme les championnats du monde ou les Jeux Olympiques. Ces courses s'effectuent sur une distance de 2000 mètres. Le rule book de la

FISA [47] précise que les courses d'aviron doivent être courues sur un minimum de six lignes d'eau pouvant monter jusqu'à huit préconisées pour les championnats du monde, à raison d'un bateau en course par ligne d'eau. Les lignes d'eau sont délimitées par des bouées mouillées en ligne droite et parallèles.

La ligne de départ est équipée d'une structure rigide où un dispositif humain ou mécanique est mis en place au niveau de chaque ligne d'eau pour tenir l'arrière du bateau et aider à aligner les étraves précisément sur la ligne de départ. Une installation permet aux jury situés sur la berge de vérifier l'alignement des étraves des bateaux au moment du départ. Un dispositif similaire permet également aux jury de fin de course de classer les bateaux dans leur ordre d'arrivée.

Aux différentes classes de bateaux énumérées précédemment dans le tableau I.1, s'ajoute également les classements poids léger et open. Les équipages de rameurs et rameuses dont le poids moyen sur un équipage est respectivement inférieur à 70 kg et 57 kg et dont les poids individuels ne dépassent pas respectivement 72,5 kg et 59 kg courent en catégorie poids léger. Tous les autres sont en catégorie dite open, sans restriction de poids. Concernant les barreurs, des limitations inférieures de poids s'appliquent également. Les barreurs d'équipages masculins doivent peser au minimum 55 kg et au minimum 50 kg pour les équipages féminin. Un barreur dont le poids est en dessous de ces limites doit alors embarquer proche de lui des poids morts permettant de l'amener au bon poids dans la limite de 10 kg. Enfin les poids des bateaux ne doivent pas passer en dessous de ceux présentés table I.2, les bateaux étant pesés avant et pendant chaque régate internationale de manière aléatoire.

En matière de gestion de la course sur une course en ligne, on peut dissocier trois phases principales. La première est la phase de départ déjà décrite précédemment en I.1.2.4. La cadence y est très élevée et l'énergie dépensée est importante. Cette phase a généralement lieu pendant les 250 premiers mètres de course. Suit ensuite la phase dite de train. La cadence y est régulière et moins élevée que pendant la phase de départ mais en restant tout de même autour de 35 coups par minutes soit un cycle d'aviron toutes les 1,7 secondes. Cette phase peut être ponctuées de séries de dix coups d'aviron de relance où la cadence et les efforts fournis augmentent. Ces séries ont un objectif tactique de placement par rapport à la flotte en course. Enfin la dernière phase de course a généralement lieu à partir des 250 derniers mètres de course jusqu'à l'arrivée et est appelée «l'enlevage». C'est le

sprint final où les rameurs augmentent substantiellement la cadence et consument leurs dernières réserves énergétiques.

I.1.4 Aviron et innovation

L'aviron comme tout sport mécanique est propice à l'innovation technologique. Les matériaux utilisés suivent ceux utilisés dans les autres sports de compétition. Après le bois on trouve actuellement les matériaux composites. La fibre de carbone et les fibres aramides (kevlar) à matrice epoxy de même que les structures sandwich à âme à structure en nid d'abeille (nomex) sont utilisés. Les techniques de construction telles que l'infusion sous vide et l'utilisation de tissus préimprégnés ont été introduites. Les carènes des bateaux et les avirons s'allègent tout en gagnant en rigidité. Bridés cependant par les règlements de la FISA en terme de poids minimal d'un bateau (*cf.* table I.2), les constructeurs se concentrent alors sur le design des profils.

Des progrès ont été effectués dans cette optique mais les avancées sont aujourd'hui lentes tant les essais expérimentaux sont coûteux et surtout les écoulements compliqués à appréhender. En effet du point de vue hydrodynamique navale, le bateau d'aviron est l'un des seuls à présenter un comportement dynamique aussi instationnaire. Ses mouvements secondaires comme le tangage ou le pilonnement de même que ses variations de vitesse instantanée brutales donnent des écoulements d'une complexité inédite où l'on rencontre des phénomènes hydrodynamiques peu étudiés tels que des cisaillements de couche limite. De même pour les rames, la dernière innovation de rupture a été l'introduction de la pelle Hachoir en 1992. Depuis lors quelques légères variations de forme ont eu lieu mais guère plus.

Concernant l'accastillage, de nouvelles planches de pieds permettant une meilleure transmission des efforts ainsi qu'une meilleure ergonomie sont proposées. Des portants plus légers et aérodynamiques moulés en matériaux composite sont disponibles. En revanche, ces innovations ne sont pas dans les faits des innovations de rupture dans la mesure où la réglementation de la FISA est conçue pour conserver la plus grande équité sportive possible et un certain esprit du sport. Ainsi la règle numéro 60 du rule book de la FISA [47] s'énonce comme suit :

Rule 60 - Fairness - Innovations. *1. Significant innovations in equipment including, but not limited to, boats, oars, related equipment and clothing,*

must meet the following requirements before being for use in the sport of rowing :

(a) be commercially available to all competitors (patents may not exclude the use by a team or a competitor) ;

(b) not significantly add to the cost of the sport ;

(c) not provide an advantage to some competitors over others or change the nature of the sport ;

(d) be safe and environmentally sound ; and

(e) be a positive development for the sport of rowing and maintain the Principles of the sport.

2. *The innovation must be submitted to the FISA Executive Comitee for evaluation. If it is judged to meet the above conditions and is approved for use, it must be readily available for all competitors by January 1st in order to be authorised for use in International regattas that year. Crews with unapproved innovations shall not be allowed to compete.*

3. *The Executive Comitee has the sole authority to decide all matters under this Rule including whether an innovation is significant, whether it is readily available, whether the costs are reasonable and whether it is safe and environmentally sound.*

Cette règle est clairement modératrice en terme d'innovation et a pour objectif principal la conservation de l'équité entre les sportifs ainsi que d'éviter une course à l'armement entre les équipes. En effet, elle impose que toute innovation, avant d'être autorisée sur une compétition, soit d'une part validée par un comité spécial de la FISA, et d'autre part soit rendue accessible commercialement à tous les concurrents. Ceci suppose de disposer d'un support commercial et d'une capacité de production. On comprends donc que les innovations en terme de matériel ne peuvent émaner d'une politique recherche et développement menée au sein des fédérations sportives nationales, dans la mesure où leur vocation ne peut pas être commerciale mais sportive. Ainsi seuls les constructeurs et les partenariats avec des laboratoires de recherche peuvent produire de l'innovation technologique dans le matériel mis en jeu par le sport aviron.

En revanche, la règle 60 impose également que les innovations, en plus d'être accessibles à tous, ne doivent pas conférer un avantage décisif à une équipe en particulier, et ne doivent pas dénaturer ni l'essence ni les principes du sport. Ceci limite encore la nature des innovations et l'apport d'innovations de rupture.

En témoigne l'étude des tendances de la performance en aviron menée par Kleshnev [83], établissant qu'avant les années 1900, la vitesse des bateaux d'aviron augmentait de 1 à 1,5% par an en accord avec l'apparition des bateaux sans quille, des portants, de la coulisse ainsi que de la technique et des méthodes d'entraînement. Entre 1900 et 1950 l'accroissement fut plus faible à raison de 0,5% d'accroissement de vitesse par an ce qui peut s'expliquer par les deux guerres mondiales, le statut amateur des compétiteurs, et le peu de régates organisées. Entre 1950 et 1980 les performances des bateaux ont reprises à raison de 1 à 2% d'accroissement par an. Cela coïncide avec l'entrée du bloc de l'est dans le circuit des jeux Olympiques, la professionnalisation du sport et l'importance politique des résultats sportifs nationaux, sans oublier le développement des techniques de dopage. Dans le période des années 1980 jusqu'à 1996 l'accroissement de performance fut de nouveau moindre autour de 0.5 à 0.8% par an ce qui peut s'expliquer par une amélioration des contrôles anti-dopage, et des volumes d'entraînements mal gérés, approchant les limites physiologiques des sportifs. En revanche, les gains de performance obtenus peuvent être expliqués par l'abandon du bois dans la conception des avirons, l'apparition des pelles Hachoir ou encore l'utilisation de composite dans la construction des carènes des bateaux. Depuis 1996 les performances n'ont plus trop évolué. L'auteur spécule sur une corrélation avec l'apparition de nouvelles méthodes de dépistage anti-dopage.

On observe ainsi que depuis une quinzaine d'années il n'y a pas eu d'innovation technologique de rupture en terme de matériel. Les équipes travaillent actuellement plus sur d'autres aspects du sport tels que l'optimisation des programmes d'entraînement, la nutrition, la psychologie du sportif, sa physiologie, le recrutement d'espoirs mais également la technique gestuelle. Leroyer *et al.* [91] déclarent que le seul moyen d'analyser et de comprendre l'aviron est de faire de la simulation dynamique.

Ainsi l'étude de la technique du coup d'aviron passe par la compréhension de son couplage avec le comportement du bateau et le développement d'outils permettant de fournir des données pertinentes sur les performances individuelles et d'équipage. Ces outils sont de l'ordre de l'électronique embarquée permettant d'enregistrer ou de transmettre aux rameurs ou entraîneurs les données de navigation et ceci via des interfaces en temps réel ou bien à fins de débriefing. Des logiciels d'aide à l'analyse de la performance sportive en aviron sont développés. D'autre part les mesures sont également utilisées à des fins de validation des développements issus de la recherche. Malgré tout la recherche sur le matériel continue

et l'augmentation exponentielle de la puissance de calcul et le développement des techniques numériques en terme de calcul de structure et de simulation des écoulements laisse supposer que des améliorations dans les profils de carène et de rames sont encore à espérer.

I.2 Étude Bibliographique

Les sports comme le ski, le surf, le cyclisme, la voile ou l'aviron sont des exemples de sports mécaniques, où l'interaction de l'homme avec sa machine a une influence déterminante sur la performance. Parmi eux l'aviron occupe une place particulière dans la mesure où le mouvement du rameur est caractérisé par sa grande amplitude et sa périodicité. L'étude et la simulation de l'aviron est rendue d'autant plus complexe que le système *bateau-avirons-rameur(s)*, comme pour tout système naval de surface, se trouve à l'interface entre deux fluides. Le système est entièrement couplé entre les mouvements du rameur relativement au bateau, le mouvement du bateau lui-même et la propulsion alternative des avirons. La masse du rameur est grande devant celle du bateau (de 5 à 8 pour un skiff) et ses mouvements de grande amplitude induisent d'importantes forces d'inertie qui excitent le bateau suivant ses six degrés de liberté. Les mouvements du bateau déforment la surface libre de l'eau, générant un champs de vague qui en retour modifie le comportement dynamique de l'embarcation. D'autre part, la nature alternative de la propulsion induit également des fluctuations de vitesse et une perturbation du comportement du bateau. Ce type de propulsion induit clairement plus de complexité qu'une propulsion par hélice où l'effort propulsif est beaucoup plus stationnaire.

Si l'on regarde d'un peu plus près l'action du rameur sur ses rames pour la propulsion, on s'aperçoit que le mouvement de l'aviron est le résultat de l'action combinée de toute la chaîne cinématique du rameur. Le rameur appuie sur la planche de pied, seul point fixe qu'il ait sur le bateau, pour pouvoir transmettre des efforts dans les poignées des avirons tout en reposant sur la coulisse qui roule dans le bateau. L'effort transmis dans les poignées est retransmis au bateau via les dames de nage et les portants grâce à l'appui créé dans l'eau (approximativement un levier du second ordre tel qu'indiqué dans la définition de l'aviron par la FISA). Suivant la manière de tirer sur les avirons (le profil d'effort sur les poignées) ou la position du corps à chaque instant du coup d'aviron (la technique), le comportement du bateau ne sera pas le même et en particulier la vitesse, le rendement propulsif ou l'efficacité musculaire pour ne citer que ceux-là, ne seront pas identiques.

Ainsi on trouve une littérature très fournie relative au système *bateau-avirons--rameur(s)* s'intéressant au système dans sa globalité ou à un aspect particulier

de son fonctionnement. Dal-Monte et Komor [30] estiment en 1989 à près de 150 le nombre d'articles connexes au sujet. Un grand nombre d'entre eux reposent sur la mesure des paramètres cinématiques et dynamiques de l'aviron. D'autres s'intéressent à la détermination des facteurs limitant de la performance en aviron et à l'analyse objective et l'évaluation de la technique des rameurs. Quelques uns s'interrogent sur la sélection optimale des équipes à des fins de détection de talents. Un très grand nombre explorent le fonctionnement et l'optimisation des caractéristiques hydrodynamiques des bateaux et des rames. D'autre part le développement de l'informatique dans le années 80 a provoqué le développement de modèles mathématiques destinés à la simulation en aviron et à son optimisation.

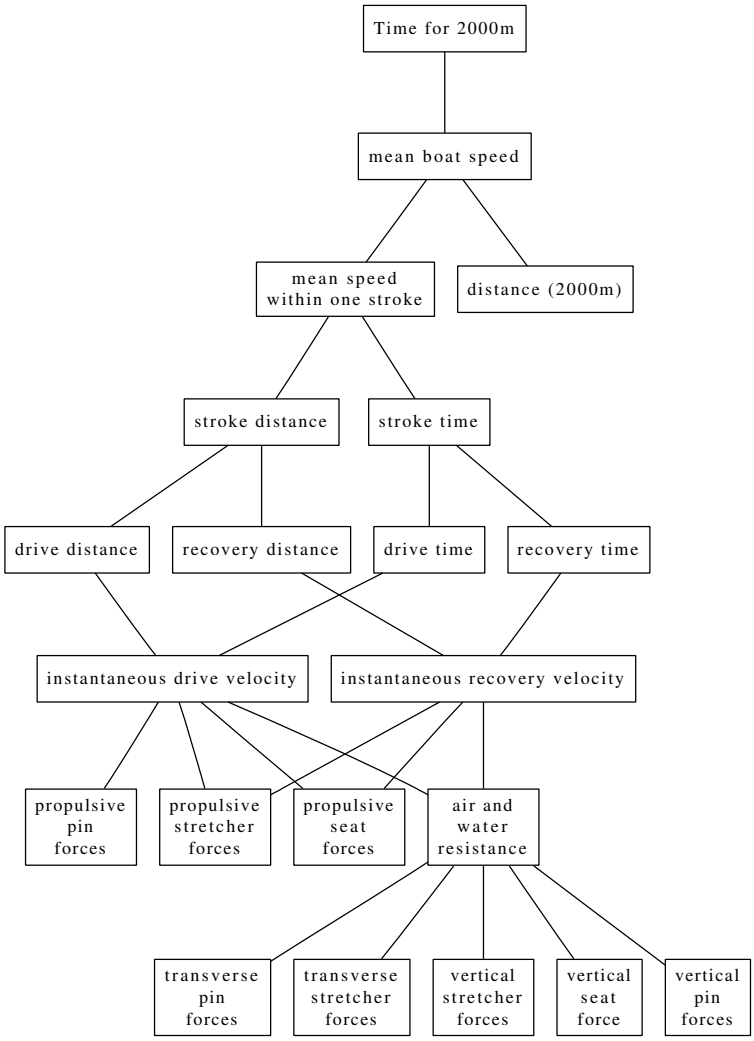


Figure I.18 – *Analyse biomécanique des mouvements d'un bateau d'aviron montrant la dépendance du temps sur 2000 mètres aux paramètres mesurables - Smith et Loschner [122]*

Vu la grande quantité de publications existant sur le sujet aviron au sens large, nous nous concentrons ici principalement sur ceux concernant la modélisation et la simulation du système. L'idée n'est pas ici d'être exhaustif sur les conclusions que les auteurs ont pu tirer de leurs modèles mais plus de mettre en évidence les différentes approches de modélisation ayant pu être mises en œuvre comme par exemple la modélisation dynamique du système, les modèles biomécaniques adoptés, les modèles d'efforts extérieurs au système.

Pour conclure cette introduction sur l'étude bibliographique, voyons comment les auteurs définissent la performance en aviron. Secher et Vaage [118] la définissent comme étant le résultat d'une interaction complexe entre facteurs psychologiques, variations de technique, tactique, matériel et capacité à adapter ce matériel au rameur. Pour Smith et Spinks [123], le critère ultime de performance en aviron est la victoire de l'événement. Smith et Loshner [122] proposent une analyse biomécanique du mouvement d'aviron montrant la dépendance du temps mis à parcourir 2000m aux paramètres mesurables à l'échelle d'un coup d'aviron et des différentes forces mises en jeu. En revanche, un critère plus reproductible et facile à envisager est le temps mis pour effectuer les 2000 mètres de course. D'autre part, pour Leroyer *et al.* [91], le seul moyen d'analyser et de comprendre l'aviron est de faire de la simulation dynamique. En revanche si l'on se reporte à Pope, citons :

> *«We seriously doubt that any oarsman anywhere will pull a bit harder during a "big 10"*[1] *simply because he is aware that the solution of a differential equation somewhere suggests that he ought to be able to.»*

Ainsi, il apparaît que la simulation du système *bateau-avirons-rameur(s)* est un problème complexe et que bien que la performance puisse s'exprimer en termes simples tels que ceux énoncés par Smith et Spinks ou de manière beaucoup plus complexe et couplée tel que le suggèrent Secher et Vaage ou implicitement par Leroyer *et al.* , il faut être conscient que le rameur, bien que considéré comme une machine mécanique dans les études scientifiques, est un être humain dont le fonctionnement et la performance sont issu d'un processus complexes et que sa mise en équation repose sur des hypothèses réductrices. Les modélisations ne peuvent et ne pourront jamais à elles seules expliquer le centième de secondes séparant le vainqueur d'une course du second.

1. Série de 10 coups à plus forte dynamique pratiquée couramment pendant une course d'aviron

I.2.1 Mécanique du système *bateau-avirons-rameur(s)* : modèles dynamiques

Comme on l'a évoqué précédemment, il existe une forte interaction entre le comportement du bateau, la cinématique de l'organe propulsif, la rame, et le mouvement du rameur est forte. L'étude de la littérature montre que la plupart des auteurs prennent en compte ce couplage, et qu'ils l'intègrent dans leur analyse ; et cela que leurs études portent spécifiquement sur l'hydrodynamique des rames, sur la dépendance entre certains paramètres du coup d'aviron ou encore sur les bilans d'énergie dans le système.

I.2.1.1 Modélisation des rameurs par une masse ponctuelle

Quelques auteurs tels que Millward [100] font néanmoins l'hypothèse dans leur modèle que le mouvement du rameur n'a pas d'incidence sur la dynamique du bateau. Son étude porte principalement sur l'effet du profil d'effort appliqué par le rameur sur la vitesse du bateau ainsi que l'importance du rapport cyclique (rapport de temps entre la phase propulsive et le temps d'un cycle de coup d'aviron). Sa modélisation met en jeu les efforts globaux sur le bateau, ne considérant une interaction entre le rameur et le bateau que par l'intermédiaire d'un modèle de force appliquée sur le avirons, et ne prennent en compte qu'un degré de liberté suivant l'axe d'avance. L'approche est donc de mettre en place des modèles physiques pour les différentes forces appliquées au bateau et de les introduire dans une équation de mouvement globale du système à l'aide de la seconde loi de Newton. De la même manière que Millward, Zatsiorsky et Yakunin [135], Baudouin et Hawkins [8] ont une approche globale du système en ne considérant pas le mouvement du rameur sur le bateau mais seulement les efforts extérieurs appliqués au système bateau-rames, le seul effort d'interaction entre le rameur et ce système étant l'effort appliqué par ce dernier sur la poignée de ses avirons.

Brearley *et al.* [14], réalisant les limites d'une telle hypothèse, augmentèrent la granularité de la description de l'interaction entre le rameur et le bateau. Il considèrent en effet que l'interaction a lieu également via les efforts transmis via la planche de pied. Il s'agit alors pour lui d'établir une équation de mouvement pour le rameur, une seconde pour le bateau et de combiner les deux pour obtenir l'équation de mouvement générale du système. Les rameurs sont ici considérés comme des masses ponctuelles. C'est l'approche la plus représentée dans la littérature.

On la trouve également dans Pope [112], Sanderson et Martindale [117], Affeld *et al.* [2], Cabrera *et al.* [16] ou encore Caplan et Gardner [18]. Les principales différences entre les modèles dynamiques proposés dans ces papiers sont les modèles d'effort utilisés dans la modélisation ainsi que les modèles de mouvement de la masse des rameurs sur le bateau. Ces modèles de mouvement, suivant leur construction, permettent dans une certaine mesure de refléter certains aspects de la technique tel que la cadence ou les rapports cycliques.

I.2.1.2 Modélisation des rameurs à plusieurs corps

D'autres auteurs ont voulu apporter une description plus précise du fonctionnement cinématique du rameur afin d'affiner la simulation du comportement dynamique du système. Ils considèrent alors le rameur comme un système mécanique constitué de plusieurs corps principaux. Parmi ces auteurs on trouve par exemple Kaya *et al.* [73] qui effectuent une analyse cinématique des mouvements des rameurs sur ergomètre à l'aide d'un système de trajectographie optique combinée à la mesure de l'activité musculaire par électromyographie. C'est à notre connaissance le premier papier introduisant le concept de modèle biomécanique dans l'aviron. Un modèle constitué de 8 segments rigides et 31 muscles est évoqué mais non détaillé. L'article n'introduit cependant pas ce modèles dans des lois de mouvement et se restreint à une analyse des mesures. On trouve en revanche dans Dal-Monte *et al.* [31] une première tentative de simulation d'un système multicorps mettant en jeu un rameur à trois segments. Les auteurs considèrent en effet que les principaux corps intervenant dans l'interaction homme-machine sont les jambes, le tronc et les bras et proposent un modèle cinématique du rameur. En revanche l'étude porte sur l'ergomètre, ne mettant donc pas en jeu une réelle interaction entre le comportement dynamique du support flottant et celui du rameur. En outre, la périodicité des mouvements n'est pas considérée. Les auteurs sont cependant à même de modifier la posture initiale du rameur et d'effectuer une étude paramétrique du mouvement.

Il faut véritablement attendre les années 2000 pour qu'apparaissent des articles prenant en compte la nature dynamique multicorps du système et son interaction avec le bateau. On trouve ainsi dans Kinoshita et Kobayashi [79] une description du rameur à plusieurs segments interagissant effectivement avec la dynamique du bateau. Leur rameur est un modèle à trois segments dont la configuration est paramétré par 3 paramètres de mouvement : la position de la coulisse, l'inclinaison du tronc et la longueur des bras. La donnée de ces trois paramètres dans le

temps permet la fermeture des équations de mouvement du système et de calculer la vitesse du bateau. La périodicité du mouvement est considérée et les auteurs font converger leur simulation de manière à atteindre un cycle stationnaire du comportement du bateau, pour lequel un seul degré de liberté est considéré. Cette convergence de cycle est atteinte par optimisation sur les conditions initiales en vitesse du bateau qui doivent alors donner une vitesse initiale et finale de cycle identique en régime permanent établi. Une telle approche de convergence de cycle est également adoptée par Cabrera *et al.* [16]. Les auteurs considèrent que la convergence de cycle serait trop longue à obtenir en avance de temps à partir des conditions initiales et accélèrent la convergence par la méthode des sécantes sur la différence entre la vitesse initiale et la vitesse finale de cycle.

Les modèles les plus récents mettant en jeu plusieurs corps pour le rameur sont ceux de Caplan et Gardner [19] et Formaggia *et al.* [50, 49]. L'objectif des premiers est précisément d'améliorer la description cinématique du rameur en introduisant un modèle à 5 segments pour affiner la vitesse instantanée de leurs simulations par rapport à leur article [18] considérant le mouvement d'une masse ponctuelle. A ce modèle à 5 segments est associé un modèle anthropométrique permettant de fournir les masses et longueurs individuels de chacun des segments de leur modèle. Le modèle anthropométrique utilisé est le modèle de Winter [129]. Ceci permet de calibrer la configuration géométrique du modèle cinématique. En revanche chacun des segments corporels est considéré comme une masse ponctuelle et les inerties en rotation, de toute manière non envisagées par le modèle de Winter, sont négligées. Les données anthropométriques servent au final à calculer la position du centre de gravité global du rameur afin de l'introduire dans l'équation de mouvement du système bateau-rameur ce qui revient au final à considérer le rameur comme une masse ponctuelle dans les équations mais dont la loi de déplacement est issue de mouvements plus complexes générés par leur modèle cinématique. Le système multicorps n'est donc pas à proprement parler une chaîne cinématique où les corps sont véritablement reliés par des articulations. Les auteurs statuent néanmoins sur une amélioration dans le calcul de la vitesse instantanée en comparaison de leur précédent modèle et par rapport aux mesures sur l'eau. Formaggia adopte pour sa part une approche similaire. Son modèle est composé de 12 segments massiques considérés comme des masses ponctuelles et les données anthropométriques sont issues des tables anthropométriques de la NASA [105]. Les inerties angulaires sont également négligées.

Enfin on trouve l'article de Serveto *et al.* [119] dans lequel le système *bateau-avirons-rameur(s)* est modélisé à l'aide du logiciel commercial ADAMS. Le rameur y est modélisé à l'aide d'un modèle musculosquelettique issu du logiciel additionnel LifeMOD. Ce modèle comprends 19 corps segmentaires et les données anthropométriques associées sont issues du programme GEBOD [22, 23] embarqué dans le logiciel. Le programme GEBOD permet à partir de 32 mesures anthropométriques réalisées sur un sujet, de générer, à partir d'une modélisation géométrique et proportionnelle, les données anthropométriques nécessaires à la simulation dynamique d'un modèle biomécanique alors personnalisé par rapport à l'anthropométrie du sujet considéré. Le modèle LifeMOD permet en outre la modélisation des muscles du modèle biomécanique. C'est à notre connaissance l'étude la plus complète concernant la modélisation mécanique du rameur en tant que système polyarticulé de par le nombre de segments corporels envisagé et semble être la seule actuellement à prendre en compte les inerties angulaires de ces corps.

I.2.1.3 Modèles anthropométrique

On trouve finalement dans Begon et Lacouture [9, 10] une étude portant sur l'intégration de modèles anthropométriques dans les analyses du geste sportif. Les auteurs y présentent les principaux modèles anthropométriques utilisés actuellement dans la modélisation dynamique et l'adaptation des paramètres inertiels segmentaires à un sportif donné. Ils discernent deux grands types de modèles anthropométriques : les modèles proportionnels et géométriques. Les modèles de Winter [129], de Zatsiorsky et Seluyanov [134], ou sa modification ultérieure par De-Leva [34] font parti des modèles anthropométriques dits proportionnels. De même les tables anthropométriques de la NASA [105] utilisées par exemple par Formaggia [50, 49] font également parti de cette famille. Les paramètres d'entrée de ces modèles sont la masse du sujet ainsi que sa taille. Des formules de régression dérivant de l'étude d'une population sont alors utilisées et permettent de fournir les paramètres inertiels segmentaires du sujet. En revanche la personnalisation de ces paramètres est attachée à la nature de la population de base du modèle. Ainsi on pourra avoir des différences notables suivant qu'une population asiatique ou qu'une population caucasienne a été utilisée dans l'établissement des modèles de régression. Les auteurs s'interrogent ainsi sur l'adéquation d'une population de base à une étude biomécanique concernant les sportifs : quelle population de base correspond le mieux à une étude de ce type ? Le second groupe de modèles, les modèles géométriques, modélisent chacun des segments corporels du sujet par

des volumes géométriques, avec généralement des hypothèses de répartition homogènes de la masse dans ces volumes. Dans ce groupe on trouve les modèles anthropométriques de Hanavan [63], Jensen [70] ou Hatze [64]. Ces modèles qui peuvent soulever un certain nombre d'interrogations quant à la validité de leur hypothèse d'homogénéité des densités massiques des corps sont cependant plus personnalisables que les modèles proportionnels. Mais cette personnalisation est au prix d'un nombre de mesures anthropométriques d'entrée des modèles nécessaires souvent élevé. Par exemple, le modèle de Hatze requiert 246 relevés anthropométriques ce qui implique une procédure expérimentale de mesure des rameurs longue et fastidieuse.

Le modèle GEBOD [23] pour sa part permet les deux modes de fonctionnement dans la mesure où il repose d'une part sur l'étude d'une population de base, mettant donc en œuvre des équations de régression, mais assimile également une représentation géométrique des corps segmentaires à l'aide d'ellipsoïdes de révolution. L'option du modèle GEBOD basée sur une modélisation géométrique des corps segmentaires du sujet est relativement peu gourmande en terme de mesures anthropométriques par rapport au modèle de Hatze par exemple (32 mesures par rapport aux 246 relevés du modèle de Hatze) tandis que le second mode offre la possibilité d'une génération de paramètres plus légère où seuls la masse corporelle, la taille et le sexe du sujet sont à fournir.

Begon et Lacouture appuient en outre sur le fait que les modèles biomécaniques utilisés pour l'analyse du geste sportif doivent être adaptés au geste à étudier en soulignant le fait que la complexité du modèle doit refléter la nature du mouvement à étudier. Les auteurs présentent également les différentes techniques actuellement utilisées pour la détermination des paramètres inertiels segmentaires de vrais sujets à des fins de mise au point des modèles anthropométriques ainsi que la problématique de la détermination des centres articulaires.

I.2.1.4 Degrés de liberté du bateau

Concernant le comportement dynamique du bateau, la plupart des auteurs considèrent uniquement un mouvement à un degré de liberté suivant l'axe d'avance de l'embarcation. Kinoshita et Kobayashi [79] estiment par exemple que les autres mouvements dits secondaires sont négligeables dans la mesure où ils sont faibles devant le mouvement principal d'avance. En revanche, Formaggia *et al.* [50, 49]

sont à notre connaissance les seuls à libérer les degrés de liberté du bateau en tangage et pilonnement. La figure I.19 définit les six degrés de liberté de mouvement du bateau. Dans un autre article [51], ces mêmes auteurs auteurs libèrent également le roulis et le lacet, ce qui les oblige à introduire une régulation de ces degrés de liberté. En effet un bateau d'aviron est par nature instable en roulis et lacet. En pratique la stabilité en roulis n'est assurée que de manière dynamique par le rameur en mouvement durant un coup d'aviron, essentiellement dans la phase de retour où les palettes sont hors de l'eau. Ceci est dû au fait que les bateaux d'aviron sont très étroits et présentent une carène [2] arrondie ainsi qu'une masse faible. Ces propriétés font que le centre de gravité du système se situe nettement au-dessus de leur centre de poussée hydrostatique, entraînant une instabilité en roulis, surtout une fois le bateau chargé de son équipage. En revanche les bateaux d'aviron sont très raides en tangage du fait de leur longueur. Les auteurs mettent donc en place un asservissement du mouvement de roulis à l'aide d'efforts appliqués sur les portants. Cet asservissement est destiné à reproduire la régulation effectuée par les rameurs par une modification de la hauteur de leurs mains. Par ailleurs, le contrôle de la trajectoire (lacet et embardée) est assuré par les rameurs qui appliquent un effort différentiel sur leurs rames de manière à assurer une trajectoire du bateau en moyenne rectiligne. En effet les bateaux ne sont pas stables suivant ces degrés de liberté. Dans le cas où le bateau possède un système de direction, celui-ci est actionné de manière à compenser les dérives de cap dues notamment aux moments résiduels résultant d'une asymétrie des efforts propulsifs inévitables. Ceci est d'autant plus vrai en aviron de pointe où l'asymétrie est géométrique et non de l'ordre de la commande. A notre connaissance, seuls Formaggia *et al.* [51] ont libéré les degrés de liberté en lacet (mais pas d'embardée). Ils ont à cet effet mis en place une modélisation d'un profil portant, le safran [3], faisant intervenir des efforts de portance et de traînée, agissant comme un amortisseur non linéaire du mouvement de lacet. Les auteurs se sont appuyés sur [72] pour mettre en place le calcul de ces forces valides pour les ailes d'envergure finie.

I.2.2 Modélisation des interactions fluide-structure

Pour comprendre et modéliser le comportement du système, les auteurs intègrent des modèles d'effort extérieurs au système. La modélisation de ces efforts s'appuie généralement sur des mesures expérimentales et des modèles physiques développés à partir de ces mesures ou plus récemment de résultats de simulation

2. Partie immergée de la coque du bateau
3. Partie active immergée du gouvernail d'un bateau consistant en un profil portant

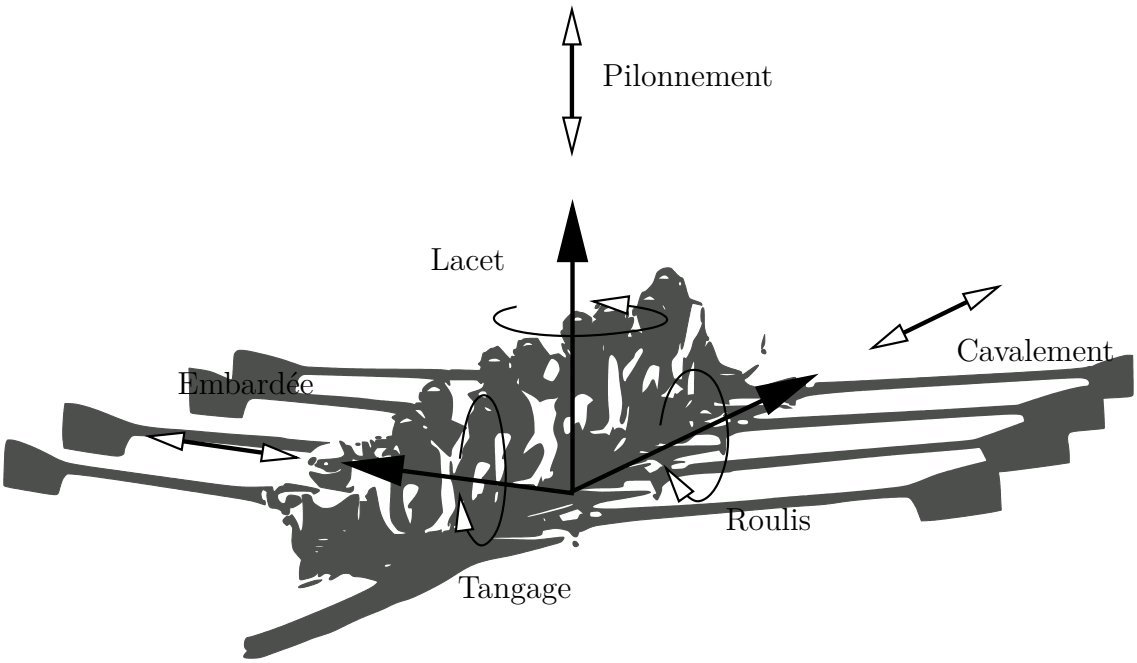


Figure I.19 – *Définition des six degrés de liberté d'un navire de surface*

CFD (Computational Fluid Dynamics) résolvant numériquement les équations de la mécanique des fluides. Ainsi en isolant le système complet *bateau-avirons-rameur(s)*, en plus de la force de gravité, les auteurs considèrent en général trois interactions fluide-structure : l'interaction propulsive de la rame dans l'eau, l'interaction résistive de la carène du bateau et la traînée aérodynamique des partie émergées.

I.2.2.1 Modélisations des efforts hydrodynamiques sur la rame

Un certain nombre d'articles portent donc sur l'évaluation de la force propulsive appliquée sur la palette d'aviron pendant son mouvement aquatique durant la phase de propulsion. La première approche a donc été de mesurer les efforts expérimentalement sur des bateaux d'aviron grâce par exemple à des jauges de contraintes collées sur le manche des avirons ou des dispositifs de dame de nage spécialement conçus pour la mesure de ces efforts. Wellicome [128] utilise ainsi des mesures par jauges de contraintes effectuées en 1961 sur une équipe d'Oxford à l'entraînement. Il compare alors ces résultats aux études expérimentales de mécanique des fluides fondamentale d'une plaque plane oscillante présentant un système tourbillonnaire similaire à celui observable derrière une palette d'aviron. Il propose alors en référence à ces études une modélisation simple de l'effort propulsif en considérant que celui-ci ne possède qu'une composante normale à la palette d'aviron, l'effort étant assimilé à une traînée hydrodynamique. Le modèle

d'effort s'exprime par $C_n = \frac{F_{oar}}{\frac{1}{2}\rho A V^2}$ où C_n est le coefficient de force normal, F_{oar} la force sur la palette appliquée en son centre géométrique, ρ la densité de l'eau, A l'aire projetée de la palette et V la composante normale à la corde de la palette de la vitesse de l'eau. Le coefficient adimensionnel C_n est alors à calibrer suivant la rame et dépend de la nature du système perturbé présent à l'arrière de la palette. L'auteur indique qu'il est approximativement de 1 si le système perturbé correspond plutôt à une ventilation (cavité d'air) et de 2 si c'est plutôt un flux tourbillonnaire. Les différences de modèles pour les auteurs portent généralement sur la valeur du coefficient de force normal qui est choisi soit par rapport à la littérature antérieure soit à l'aide d'essais et de mesures. Il n'est en revanche jamais précisément défini.

Le modèle de Wellicome bien que simpliste dans sa formulation a été utilisé de manière extensive par un grand nombre d'auteurs de par la simplicité de sa formulation, sa facilité d'implémentation et les résultats obtenus relativement satisfaisant, toutes approximations effectuées par ailleurs. On trouve cependant chez d'autres auteurs tels que Affeld *et al.* [2] , Baudouin et Hawkins [8], Caplan et Gardner [18] ou Barré et Kobus [4, 6] une approche du fonctionnement de la palette en portance et traînée. L'effort n'est donc plus considéré comme uniquement normal à la palette. Les modèles de ce type considèrent alors en plus du coefficient de traînée C_d assimilable au coefficient de force normal C_n de Wellicome et dont l'expression est identique, un coefficient de portance C_l d'expression également identique mais dont la vitesse prise en compte est alors la vitesse tangentielle du fluide par rapport à la corde. Les coefficients C_d et C_l sont également calibrés à l'aide de mesures. Barré et Kobus [4] montrent que ces coefficients dépendent de l'angle de la palette avec le bateau et donnent une expression permettant de calculer leur valeur pendant le coup d'aviron dans [6]. Ils effectuent en outre une comparaison entre les deux modèles par rapport à des essais expérimentaux effectués en bassin des carènes [4]. Les deux coefficients dépendent de relations mettant en jeu les maxima des coefficients et les angles des pelles. De la même manière, Cabrera et Ruina proposent un modèle à deux coefficients différent du précédent mais dépendant également des mêmes données.
A noter que Macrossan [96] consacre une étude sur les phénomènes transitoires d'immersion dans l'eau et de sortie d'eau des palettes appelés back-splash. Ce back-splash est le résultat d'une palette rentrée dans l'eau avec une vitesse différente de celle de l'eau donnant alors une gerbe d'eau considérée par l'auteur et

généralement par les sportifs comme étant un frein momentané au bateau.

Parmi les auteurs ayant effectué des mesures expérimentales sur des palettes d'aviron à l'aide d'installations spécifiques tels qu'un bassin d'essai des carènes ou un canal de circulation on peut citer Barre et Kobus [4], Kinoshita et Kobayashi [79] ou Caplan et Gardner [17]. Les premiers ont simulé en bassin des coups d'aviron dans l'eau d'un bassin des carènes. Des modèles réduits de palette d'aviron ainsi que des palettes à pleine échelle ont été placées sur un système de génération de mouvement muni d'une balance à six composantes, le tout fixé au-dessous du chariot du bassin des carènes de l'Ecole Centrale de Nantes, en translation rectiligne uniforme à la vitesse moyenne d'un bateau d'aviron. La génération de mouvement était circulaire et permettait de reproduire, combiné avec l'avance du chariot, le mouvement de roto-translation du coup d'aviron. La balance six axes permettait de mesurer les six composantes du torseur des efforts appliqué par l'eau sur la rame dans son mouvement tandis que le servo-moteur utilisé pour générer le mouvement fournissait l'angle de la pelle. Caplan et Gardner ont quant à eux utilisé un canal à circulation en hypothèse quasi-statique pour la palette réelle. Celle-ci disposée sur un bras muni de jauges d'effort était soumise à un flux d'eau avec un angle maintenu constant. Kinoshita et Kobayashi ont également effectué leurs mesures dans un bassin de circulation mais leur palette d'essai, plate, était animé d'un mouvement de rotation continue dans un flux d'eau constant. En revanche, contrairement aux deux autres, le modèle à identifier était celui de Wellicome (C_n) et non un modèle en portance et traînée introduisant cependant une dépendance du coefficient C_n à une fréquence réduite de rotation de la rame assimilable à un nombre de Strouhal qui en mécanique des fluides caractérise les instationnarités des écoulements.

Les investigations sur l'évaluation des efforts sur une palette d'aviron ont été également menées par voies de simulation numérique. Il nous semble que la première communication CFD sur la palette d'aviron fut celle de Videv et Doi [127]. Leur solveur numérique résolvait une équation de Navier-Stokes en 2D. Comme dans les études expérimentales précédentes, l'exploitation des résultats de simulation concernait l'évaluation du coefficient de force normal de Wellicome, mettant en outre en évidence une grande instationnarité des écoulements autour de la palette. Plus tard on trouve les études de Kinoshita *et al.* [80] qui utilisent un solveur des équations de Navier Stokes 3D sans effets de surface libre. Les résultats sont ensuite comparés en terme de coefficient C_n aux résultats expérimentaux obtenus

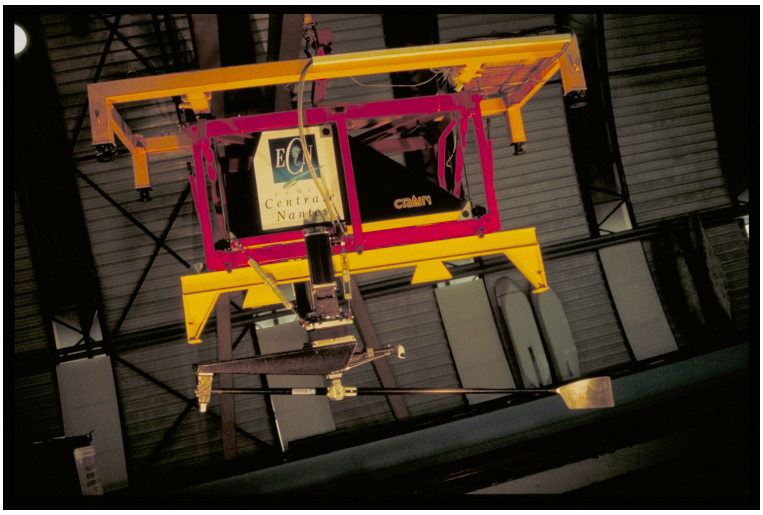


Figure I.20 – *Dispositif expérimental permettant l'étude expérimentale des efforts sur des modèles réduits de palette d'aviron en bassin des carènes - Barré et Kobus [4]*

dans [79]. Coppel [26, 28, 27] met en œuvre le solveur ANSYS Fluent intégrant des modèles de turbulence pour des configurations stationnaires. Enfin Leroyer *et al.* [92] ont utilisé le solveur ISIS CFD qui est un solveur 3D des équations de Navier Stokes en moyenne de Reynolds prenant en compte les effets de surface libre par capture d'interface. Ils montrent l'importance primordiale de l'instationnarité du mouvement et de l'immersion, ainsi que la faible influence de la viscosité et de la turbulence.

Outre les investigations précédentes portant sur la détermination des efforts hydrodynamiques appliqués sur la palette, certains auteurs considèrent une modélisation plus simple des efforts de propulsion s'appliquant non pas sur les avirons mais directement sur les portants du bateau. Quelques auteurs appliquent directement des profils d'efforts mesurés au réel. C'est le cas de Affeld *et al.* [2]. D'autres auteurs tels que Brearley *et al.* [14], modélisent les efforts appliqués sur les dames de nage à l'aide de fonctions périodiques ajustées sur des courbes expérimentales. Les derniers utilisent une loi harmonique tandis que Millward [100] et Mola *et al.* [101] ajustent des profils en $\sin^2$.

I.2.2.2 Modélisations des efforts hydrodynamiques sur la carène du bateau d'aviron

L'autre mobile du système soumis aux interactions fluide-structure est le bateau. Sa dynamique est complexe de par son interaction avec les rameurs. La plupart des

auteurs intègrent des modèles de résistance du type traînée visqueuse proportionnels au carré de la vitesse du bateau. Pope [112] propose une relation identique à celle de Wellicome pour les avirons faisant intervenir un coefficient C_d de traînée, fonction du nombre de Reynolds, et l'aire de la surface mouillée de la carène. Pope majore de plus le coefficient C_d, estimé à l'aide des mesures de Wellicome sur des huit, de 7% pour prendre en compte la résistance de vague. Baudouin et Hawkins [8] pour leur part considèrent de même une résistance de vague par majoration du coefficient C_d mais le majorent une seconde fois pour prendre en compte cette fois une résistance de forme supplémentaire, portant à 25% la majoration ainsi effectuée mais sur un coefficient C_d de valeur bien différente de Pope issue elle des travaux de Lazauskas [88]. Il considère alors que 80% des résistances hydrodynamiques est du à la résistance visqueuse. Brearley *et al.* établissent pour leur part une relation polynomiale du second degré du type $F_{drag} = a + bV + cV^2$ à l'aide des données de résistance extraites de Wellicome.
Formaggia *et al.* [49] introduit pour sa part la relation ITTC'57 préconisée par l'International Towing Tank Conference [62] pour calculer le coefficient de résistance visqueuse tout en intégrant aussi les résistances de vague et de forme. Formaggia introduit en outre d'autres types d'efforts hydrodynamiques très rarement représentées dans la littérature : les force de radiation.

Les forces de radiation apparaissent lors de la résolution d'un problème potentiel linéarisé du mouvement du bateau en oscillation forcée à la surface de l'eau. Elles sont issues des effets de surface libre dans l'interaction fluide structure, et ont pour effet la génération d'un champ de vague se propageant à l'infini. La résolution numérique du problème permet à Formaggia de déterminer des matrices des masses d'eau ajoutées et d'amortissement potentiel qui, lorsque multipliées respectivement par l'accélération et la vitesse du bateau, donnent les forces de radiation. Ceci lui permet, en plus de l'introduction des efforts hydrostatiques, de libérer les degrés de liberté du bateau en tangage et en pilonnement. Les valeurs des deux matrices sont reprises par Serveto *et al.* [119] dans leurs simulations sous ADAMS/LifeMOD. Les efforts hydrostatiques dépendent du volume de carène immergé qui est variable du fait des mouvements de tangage et pilonnement du bateau. Les auteurs recalculent donc ce volume d'eau déplacé numériquement à chaque pas de temps suivant l'attitude et la position instantanée du bateau par intégration sur la carène.

I.2.2.3 Modèles aérodynamiques

La dernière interaction fluide structure mise en jeu dans le système *bateau-avirons-rameur(s)* sont les efforts aérodynamiques générés sur les parties émergées du système par la combinaison de la vitesse absolue des éléments du système et le vent présent sur le plan d'eau. Aucune étude publiée ne porte spécifiquement sur cet aspect bien que quelques auteurs intègrent ces efforts dans leur modélisation. Baudouin et Hawkins [8] feront intervenir un coefficient de traînée du même type que les modèles de Wellicome pour les efforts de propulsion des rames ou les résistances visqueuses sur le bateau. Caplan et Gardner [18] pour leur part introduisent une relation binomiale dont les coefficients sont extraits des travaux de Wellicome [128] et de Hoerner [65] et ajoutent une résistance additionnelle pour chaque rameur tel que suggéré par Lazauskas [88].

I.2.3 Pilotage du système

La modélisation de l'interaction entre les mouvements du rameur et le comportement du bateau est nécessairement accompagnée d'un pilotage des mouvements du rameur, quelque soit la complexité de sa modélisation. Deux approches sont admises. La première est un pilotage en dynamique directe où le système est piloté via des forces et des couples. La seconde est un pilotage en dynamique inverse où ce sont des lois cinématiques de mouvements qui sont fournies.

Les auteurs considérant le rameur comme étant réduit à son seul centre de gravité font pour certains des hypothèses a priori sur son déplacement. Brearley *et al.* [14], Caplan et Gardner [18] considèrent par exemple que le mouvement de la masse ponctuelle est un mouvement harmonique. D'autres auteurs exploitent des grandeurs de déplacement mesurées directement sur des bateaux sur l'eau telles que le déplacement de la coulisse, la position du haut du tronc, l'angle des avirons et établissent des relations cinématiques entre ces variables en s'appuyant sur un modèle cinématique du rameur à quelques segments corporels. Ceci leur permet ainsi de calculer une position du centre de gravité global de leur modèle et ainsi obtenir des lois de mouvement associées moins académiques tout en reliant ce déplacement au mouvement des rames. C'est le cas par exemple de Kinoshita et Kobayashi [79], Cabrera *et al.* [16], Découfour et Pudlo [36], Caplan et Gardner [19], Formaggia *et al.* [50, 49]. Ces derniers ont recours au système de trajectographie optique Vicon pour récupérer la cinématique des rameurs sur

ergomètre. A notre connaissance, toutes les études publiées de mesure de la cinématique du mouvement d'aviron ont été menées sur ergomètre dans la mesure où il est technologiquement compliqué d'effectuer ces mesures sur un vrai bateau d'aviron. En effet les technologies de capture de mouvement optiques nécessitent actuellement que les objets à suivre demeurent dans un volume de contrôle, défini par la disposition des caméras autour de cet objet. On comprends alors que cela est beaucoup plus difficile à réaliser pour le suivi d'un bateau en mouvement que pour un ergomètre restant au sol. En effet la technique de mesure repose sur le suivi de marqueurs sur le sujet à l'aide de caméras. Un post-traitement mettant en jeu une triangulation des mesures permet de récupérer les positions dans l'espace de ces marqueurs, donnant ainsi les lois de mouvement des corps du modèle. L'approche de Formaggia *et al.* , utilisant également le système Vicon, consiste elle à modéliser dans l'espace à l'aide de fonctions mathématiques les trajectoires de certains points de référence tel que la position du poignet du sujet (donc de la poignée de la rame) dont la trajectoire est modélisée par une ellipse alors paramétrable. Cabrera *et al.* approximent leurs mesures de déplacement (coulisse, haut du dos...) à l'aide de courbes spline cubiques, se donnant ainsi plus de degrés de liberté dans le paramétrage de leurs mouvements. Les paramètres des splines cubiques sont ensuite ajustés de manière à mieux coller aux résultats de mesures disponibles. L'ajustement est traduit en une procédure d'optimisation résolue à l'aide d'une méthode quasi-Newton. On pourra en outre trouver dans Begon et Lacouture [10] une étude des diverses imprécisions des méthodes de mesures cinématiques par caméras et marqueurs anthropométriques. Certains auteurs utilisent également des simples vidéos pour estimer les mouvements du rameur. C'est le cas de Martin et Bernfield [98] ou Kaya *et al.* [73].

Les auteurs ne considérant pas de forme fermée entre les mouvements du rameur et celui des rames font pour leur part une synchronisation a priori entre les deux. C'est le cas du modèle de Pope [112] qui fait l'hypothèse d'une relation de proportionnalité entre le déplacement du centre de gravité du rameur et l'angle des rames, corrélant ainsi les deux mouvements.

I.2.4 Rendements, Puissances et Indices de Performance

Le calcul du rendement et de la puissance, qu'ils soient hydrodynamiques pour les rames et la carène ou mécaniques pour le rameur sont de première importance pour les auteurs car leur calcul permet d'établir des critères de qualification de la

performance.

Différentes manières de calculer les puissances et les rendements des rames peuvent être trouvées dans Pope [112], Zatsiorsky et Yakunin [135], Videv et Doi [127], Kleshnev [81], Cabrera et Ruina [15], Hofmijster *et al.* [66], Macrossan [95] et [97], Leroyer *et al.* [91].
Pour des définitions des rendements et puissances hydrodynamiques des carènes d'aviron, on pourra se reporter à Affeld *et al.* [2], Loschner *et al.* [93].
Enfin, des propositions de calcul du rendement biomécanique peuvent être trouvées dans Fukunaga *et al.* [54], Affeld *et al.* [2].
En ce qui concerne le rendement global du système, on se reportera à Celentano *et al.* [20], Kleshnev [81], Smith & Loshner [121], Kobayashi *et al.* [84].
Dal-Monte et Komor [30], proposent également un recensement de méthodes de calcul des puissances et rendements de plusieurs autres auteurs.

Pour pouvoir quantifier la performance, il est pratique de disposer d'indices de performance. Ainsi, on trouve par exemple Baudouin et Hawkins [7] qui proposent un critère macroscopique temps/distance, ou encore Dal-Monte *et al.* [31] et [30] qui proposent d'étudier la maximisation de la force totale appliquée sur la rame durant le coup d'aviron. La fluctuation de vitesse est également un critère de performance communément admis (Baudouin *et al.* [8], Brearley *et al.* [14], Celentano *et al.* [20], Kleshnev [81], Martin et Bernfield [98], Smith [121]), car une forte fluctuation de vitesse semble synonyme de mauvaise performance de la technique du rameur de par la relation quadratique reliant la traînée de la carène à la vitesse du bateau.

Tous ces travaux conduisent à des valeurs du rendement variant considérablement. Il semble qu'il faille distinguer entre le rendement durant la phase propulsive et durant un cycle d'aviron complet, comprenant également la phase de retour. La conclusion est que le rendement entre durant la phase propulsive est important pour juger de la performance de l'aviron, mais que finalement, l'indice d'efficacité le plus réaliste est l'énergie mécanique dépensée pour parcourir une distance donnée pour une vitesse moyenne du bateau fixée.

Chapitre II

Objectifs de l'étude

Afin de simuler le fonctionnement global du système *bateau-avirons-rameur(s)* un simulateur nommé Global Mechanical Rowing Simulator (GMRS) a été développé. Nous présentons ici sa structure, son fonctionnement et les objectifs de l'étude qui ont guidé son développement. Dans une première partie, nous abordons le cahier des charges du simulateur qui a débouché sur la structure du simulateur présentée en seconde partie. Les deux parties suivantes traitent du fonctionnement général de GMRS ainsi que du modèle de données adopté pour gérer les simulations. Enfin en dernière partie de ce chapitre, nous abordons les motivations de l'étude quant à l'amélioration de certains modèles relatifs à la simulation du système *bateau-avirons-rameur(s)*.

II.1 Cahier des charges

L'objectif du travail présenté est de concevoir un outil de simulation du système *bateau-avirons-rameur(s)* ayant une granularité suffisante dans son paramétrage pour permettre des études de sensibilité, et la recherche de pistes pour l'amélioration de la performance.

Nous avons dégagé quatre impératifs principaux destinés à guider les développements et à assurer leur pérennité.

1. **La modularité**

   Il est clair que la pertinence des résultats de simulations dépendra de la qualité et de la précision des modélisations incorporées dans le simulateur, et cela pour tous les phénomènes physiques mis en jeu dans le fonctionnement. De l'étude de la littérature du chapitre I, il ressort que les modélisations disponibles ne sont pas toutes abouties et qu'elles reposent sur des

hypothèses plus ou moins simplificatrices. On constate également que les travaux concernant l'aviron sont en constante évolution. La première disposition à prendre est donc de doter le simulateur d'une structure modulaire, facilitant la modification des modèles utilisés, ou l'incorporation de nouveaux modèles. L'avantage de la modularité est de permettre la comparaison des modèles, et de profiter rapidement des avancées et des résultats novateurs publiés ou développés en interne.

2. **Contraintes liées à l'utilisation au bénéfice des experts sportifs**

   L'étude s'effectue en partenariat avec la Fédération Française des Sociétés d'Aviron (FFSA). Il parait donc important que les outils développés soient autant que possible utilisables pour les sportifs, dans une démarche de compréhension et d'amélioration des performances. La volonté n'est cependant pas ici de produire des outils utilisables par les sportifs eux-même, ni leurs encadrants. Ils doivent en revanche pouvoir dans un temps raisonnable, fournir des informations, des visualisations exploitables et compréhensibles par les experts sportifs, l'utilisation fine des outils restant le domaine des experts scientifiques. Cette remarque amène donc à la nécessité de doter un tel simulateur d'interfaces. D'une part ces interfaces doivent permettre la visualisation des données de sortie des simulations sous une forme «parlante» pour les experts sportifs. D'autre part l'environnement de simulation doit également être muni d'interfaces permettant de modifier les paramètres de base des simulations ; ceci afin de pouvoir effectuer de petites études rapides de sensibilité sans avoir à modifier des données obscures nécessitant une connaissance intime du fonctionnement du simulateur. Ceci va en outre dans le sens de l'incitation à l'utilisation de l'outil, qui doit être l'une des priorités du livrable. Ainsi le simulateur doit être tout simplement utile et utilisable.

3. **Généralisation à l'étude de tous les types de bateaux d'aviron**

   A de rares exceptions près, les études existantes se limitent à la prise en compte d'un seul rameur sur un skiff, ou à des équipages composés de rameur identiques. La structure du simulateur, la méthode de construction des modèles et la structure de données qui en découle doivent permettre l'étude de toutes les embarcations existantes avec individualisation des rameurs. En revanche nous pouvons nous attendre à ce que les temps de calcul évoluent fortement à la hausse lors du passage à des bateaux à plusieurs rameurs. La première étape est donc d'assurer le fonctionnement de ce passage. L'étape

venant immédiatement à suivre est l'optimisation de la rapidité du code afin de rester en accord avec le point précédent, à savoir une utilisation rapide de terrain.

4. **Maintenabilité**

   Dans l'optique d'une utilisation dans la durée et d'un futur développement continu par différents intervenants, le simulateur doit être maintenable. Un objectif par exemple est d'éviter une multiplication de clones du programme, inévitablement incompatibles et ingérables à terme. La modularité va dans le sens de cet objectif mais n'est pas suffisante. Le simulateur doit donc offrir une compatibilité descendante, c'est à dire que les données de simulation doivent être compatibles pour toute version ultérieure du simulateur. On aura donc à mettre en œuvre une gestion de version rigoureuse.

Ce travail a pour objectif de fournir un outil déterministe de simulation d'un bateau d'aviron ayant une granularité suffisante dans son paramétrage pour permettre de mettre en place des études de sensibilité et des optimisations du fonctionnement du système *bateau-avirons-rameur(s)*. A l'étude de la bibliographie, il apparaît que pour chaque partie principale du système il est possible de trouver plusieurs manières d'aborder la modélisation. Le simulateur doit donc posséder une structure modulaire permettant une modification aisée d'un modèle. Ceci permet d'une part d'effectuer des comparaisons de modèles existants mais également de pouvoir rapidement faire évoluer les modèles à mesure que ceux-ci évoluent. Enfin afin de ne pas limiter le type d'étude portant sur le comportement dynamique du bateau, la dynamique de ce dernier doit être considérée en six degrés de liberté.

II.2 Structure du simulateur GMRS

Le travail sur le cahier des charges présenté précédemment a donné lieu à la structure modulaire présentée dans cette partie. Figure II.1 on peut recenser les différents modules composant le simulateur GMRS :

- Paramètres
- Modèles
- Noyau
- Post-traitement
- Génération de mouvements
- Données

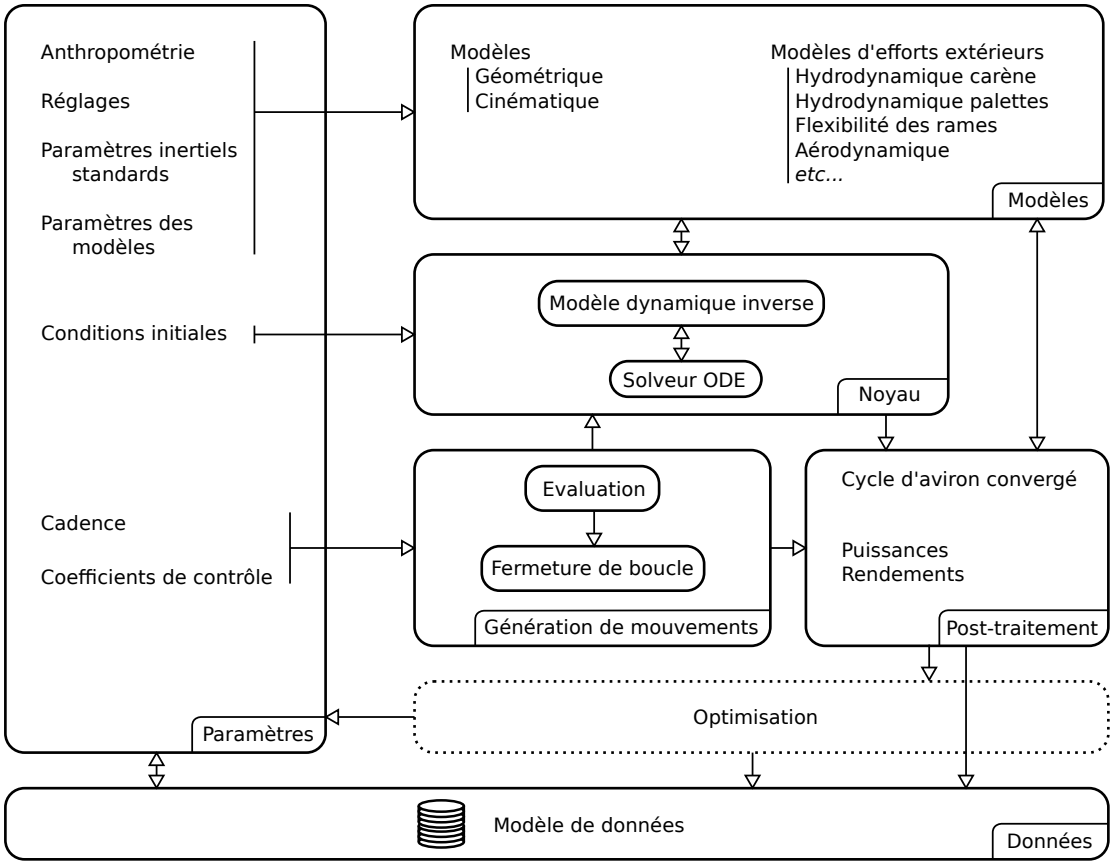


Figure II.1 – *Structure modulaire du simulateur GMRS*

Module «paramètres» Le module «paramètres» regroupe l'ensemble des données d'entrée de la simulation à savoir les données relatives au bateau, aux rames, aux rameurs, aux mouvements, à la cadence *etc.* En définitive toutes les données

potentiellement paramétrables d'une simulation GMRS sont représentées dans ce module qui est intimement lié au module de données sur lequel nous reviendrons plus tard. Sans donner un détail exhaustif des paramètres de simulation, on peut néanmoins dire que les données relatives au rameur concernent principalement son anthropométrie. Les paramètres correspondant au bateau ou aux rames correspondent par exemple aux coefficients des modèles hydrodynamiques, aux matrices de masses ajoutées au amortissement potentiel (voir V.2), on encore les données purement géométriques telles que les longueurs de levier de rames, les surfaces de palette, sans oublier tous les réglages du bateau en terme de positionnement et d'orientation de l'accastillage décrit au chapitre I.1.1.

Le problème de la simulation de l'aviron est un problème aux conditions initiales. Nous verrons en V.2.4 que le problème revient à la résolution d'équations différentielles ordinaires (EDO) demandant ainsi l'utilisation d'un solveur ODE [1]. Le choix de ce solveur, les paramètres de sa configuration ainsi que les conditions initiales de la simulation sont ainsi également des paramètres de la simulation.

Module «modèles» Le module «modèles» permet de regrouper l'ensemble des modèles du simulateur. Ces modèles peuvent être ceux de la littérature tel qu'ils ont été présentés dans la revue bibliographique I.2 ou d'autres développés spécifiquement pour le simulateur. On y trouve les modèles biomécaniques adoptés pour la description géométrique des rameurs et l'ensemble des modèles de forces extérieures hydrodynamiques ou aérodynamiques.

Le changement d'un modèle par un autre, prenons par exemple un modèle d'effort hydrodynamique sur la palette d'aviron, s'effectue au niveau du module «paramètres» et non par une modification du code source du simulateur. Nous considérons en effet que les modèles utilisés sont des paramètres de simulation. Le fait de ne pas devoir modifier le code source pour changer de modèle va dans le sens de la maintenabilité du simulateur. En effet ceci limite la multiplication des versions car les modifications ne se jouent qu'au niveau des données. Ce mécanisme est rendu possible par le fait qu'un modèle d'effort extérieur met en jeu globalement les mêmes entrées/sorties de données quel que soit le modèle considéré. D'autre part, la conservation de tous les paramètres de simulation permet de la traçabilité et la reproductibilité des résultats de simulation, informant des conditions de simulation. Ainsi, les données d'entrée de ce module sont la nature des

1. Ordinary Differential Equation

modèles à implémenter dans la simulation et les données relatives à ces modèles.

Module «noyau» Le module «noyau» du simulateur appelle l'ensemble des modèles de la simulation. Il est en charge de l'établissement et de la résolution des équations de mouvement. Les équations de mouvement sont données par le modèle dynamique et la résolution est assurée par un solveur ODE dont le choix du type est effectué au niveau des données de simulation dans le module «paramètres». Ses données d'entrée sont donc l'adressage des modèles utilisés dans la simulation, le type et les paramètres du solveur, les mouvements du rameur et les conditions initiales de la simulation.

Module «génération de mouvement» Le module «génération de mouvement» est responsable du pilotage du rameur. A chaque pas de temps de la simulation, le module «noyau» interroge le module «génération de mouvement» sur la posture du rameur. On peut observer figure II.1 que ce module comporte une partie appelée fermeture de boucles. Celle-ci est relative au fait que le rameur est un système présentant des boucles cinématiques. En effet, le rameur assis dans son bateau sur la coulisse, a les pieds fixés à la planche de pied et tient ses rames qui sont elles-mêmes reliées au bateau par l'intermédiaire des dames de nage. Ceci crée des contraintes géométriques qui résultent en des dépendances entre les angles des articulations du système. Seule une partie des variables articulaires du système doit donc être imposée, les autres résultant des relations de contrainte de fermeture de boucle. Ces contraintes de boucle font donc partie intégrante de la génération de mouvement. Des modèles additionnels tels que la courbure du dos du rameur ou l'orientation de sa tête sont également rattachés à ce module. Ce sont des contraintes cinématiques supplémentaires à prendre en compte lors de la génération de mouvements. Les données d'entrée de ce module sont les paramètres décrivant le mouvement, la cadence du coup d'aviron ainsi que les modèles additionnels.

Module «post-traitement» Le module «post-traitement» permet à partir des sorties du module noyau, de calculer l'ensemble des grandeurs destiné à l'analyse des simulations. Ces grandeurs sont, pour ne citer qu'elles, les couples articulaires,

les torseurs d'effort des liaisons rameur/bateau ou rameur/rames, les profils d'effort sur les palettes pour les données temporelles, les puissances instantanées sur le cycle d'aviron. Des grandeurs intégrées peuvent également être calculées telles que les puissances moyennes et les différents rendements par exemple.

Module «données» Le module «données» est un module un peu particulier dans lequel il n'y a pas de calculs ni d'analyses à proprement parler. Il constitue la «mémoire» d'une simulation avec toutes les données nécessaires aux exploitations immédiates ou futures. Ce module est donc directement en lien avec les modules «paramètres» et «post-traitement» dans la mesure où toutes les données contenues dans ces derniers sont stockées dans le module «données». On y ajoute ensuite des informations plus générales sur la simulation avec notamment la date de la simulation, la version du simulateur, le temps CPU *etc.*

II.3 Fonctionnement général

Nous abordons ici le fonctionnement général du simulateur GMRS. Ce dernier est implémenté en langage MATLAB™. Nous avons vu dans la section précédente que son implémentation est organisée sous forme de modules. Nous nous intéressons ici au fonctionnement général du module «noyau» du simulateur et du module «post-traitement» dans la mesure où c'est par l'intermédiaire de ces derniers que tous les modèles du simulateur sont appelés et que la plupart des calculs sont effectués.

II.3.1 Intégration temporelle

Muni du modèle dynamique du système *bateau-avirons-rameur(s)*, le module «noyau» effectue la résolution des équations de mouvement par intégration à l'aide d'un solveur ODE en résolvant un système d'équations différentielles ordinaires tel que le suivant :

$$\dot{\mathbf{Y}} = \mathbf{f}(\mathbf{Y}, t) \tag{II.1}$$

avec $\mathbf{Y}$ le vecteur des états du système.

Un vecteur d'états partiels $\boldsymbol{\eta}$ du système d'équations différentielles à résoudre est le vecteur position et orientation du bateau tel que :

$$\boldsymbol{\eta} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{\eta}_1^T & \boldsymbol{\eta}_2^T \end{bmatrix}^T = \begin{bmatrix} x & y & z & \phi & \theta & \psi \end{bmatrix}^T \tag{II.2}$$

où $\boldsymbol{\eta}_1 = \begin{bmatrix} x & y & z \end{bmatrix}^T$ est le vecteur position du bateau dans le repère terrestre $\mathcal{R}_e$ considéré comme inertiel et où $\boldsymbol{\eta}_2 = \begin{bmatrix} \phi & \theta & \psi \end{bmatrix}^T$ est le vecteur d'attitude du bateau par rapport au repère inertiel. Les angles du vecteur $\boldsymbol{\nu}_2$ sont les angles de cardan de roulis, tangage et lacet tel que défini au chapitre I.2.1.4 figure I.19. Le modèle dynamique nous fournit à chaque pas de temps l'accélération du bateau exprimée dans son repère local. On définit le vecteur $\boldsymbol{\nu}$, vecteur vitesse généralisé ou torseur cinématique du bateau exprimé dans son repère lié par :

$$\boldsymbol{\nu} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{\nu}_1^T & \boldsymbol{\nu}_2^T \end{bmatrix}^T = \begin{bmatrix} u & v & w & p & q & r \end{bmatrix}^T \tag{II.3}$$

$\boldsymbol{\nu}_1 = \begin{bmatrix} u & v & w \end{bmatrix}^T$ est la vitesse linéaire et $\boldsymbol{\nu}_2 = \begin{bmatrix} p & q & r \end{bmatrix}^T$ est la vitesse de rotation du bateau exprimée dans le repère lié au bateau. L'accélération du bateau dans son repère est le vecteur $\dot{\boldsymbol{\nu}}$ qui est un résultat du modèle dynamique. Nous verrons en V.2 que le vecteur $\boldsymbol{\nu}$ peut également s'écrire $\boldsymbol{\nu} = {}^0\mathbf{V}_0$ avec les notations de la robotique présentées au chapitre III. Un autre résultat est le vecteur $\dot{\boldsymbol{\eta}}$ qui est la vitesse du bateau dans le repère inertiel. Cette vitesse est différente de la vitesse $\boldsymbol{\nu}$ dans la mesure où les axes de référence des orientations données par les angles de Cardan ne sont pas fixes dans $\mathcal{R}_e$. La relation non linéaire entre $\dot{\boldsymbol{\eta}}$ et $\boldsymbol{\nu}$ sera explicitée plus tard en V.2.1.1 équation (V.8).

Le solveur ODE effectue donc deux intégrations. La première donne la vitesse $\boldsymbol{\nu}$ par intégration de $\dot{\boldsymbol{\nu}}$. La seconde calcule le vecteur d'état $\boldsymbol{\eta}$ par intégration sur le vecteur $\dot{\boldsymbol{\eta}}$. Ainsi le vecteur d'état du système est le vecteur $\mathbf{Y} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{\eta}^T & \boldsymbol{\nu}^T \end{bmatrix}^T$. Le modèle dynamique calcule le vecteur $\dot{\mathbf{Y}}$ et le solveur ODE intègre le vecteur $\dot{\mathbf{Y}}$.

II.3.2 Convergence de cycle

Le mouvement d'aviron est un mouvement cyclique. Lors d'une simulation GMRS, les paramètres de la simulation sont figés. C'est notamment le cas des mouvements des rameurs et des rames qui sont définis comme périodiques et qui sont fournis par le module «génération de mouvement» dont le fonctionnement est décrit au chapitre VI. Le bateau est donc soumis à un excitation forcée périodique induite d'une part par l'interaction entre le bateau et les rameurs et d'autre part par l'interaction entre le bateau et les rames. Nous nous attendons donc à ce que

l'état du système en régime forcé permanent soit également périodique de même période principale que l'excitation, à savoir la période T du coup d'aviron.

Cependant notre problème est un problème aux conditions initiales de Cauchy pour lequel l'état initial du système doit être fourni en début de simulation. Les conditions initiales fournies pouvant être éloignées des états caractéristiques du régime permanent, la plus grande partie des calculs dynamiques de la simulation portent sur le calcul du régime transitoire menant au régime permanent qui est le seul à nous intéresser dans notre cas [2]. Le système converge ainsi vers un cycle d'aviron limite. Il est par conséquent dans notre intérêt de limiter le temps de calcul passé en régime transitoire afin d'accélérer la convergence des calculs. Une solution sera proposée en chapitre VI, portant sur la génération de mouvement, où une procédure d'adaptation continue de cinématique sera présentée et permettra de réduire la phase transitoire entre deux simulations. Dans le cas de l'expérimentation d'une nouvelle cinématique de rameurs, nous considérons par défaut que le bateau part de l'arrêt ($\mathbf{Y} = \mathbf{0}$), avec une attitude et une altitude du bateau résultant d'une mise en équilibre initiale tel que décrite dans la sous-section suivante.

Pratiquement, au début d'une simulation GMRS, le solveur ODE est lancé sur deux premiers cycles d'aviron puis stoppé afin de vérifier la convergence de cycle. Si le cycle n'est pas considéré comme convergé, la simulation d'une nouvelle période est lancée à partir de conditions initiales égales aux conditions finales de la période précédente puis ainsi de suite jusqu'à la détection de la convergence de cycle.

Une telle convergence de cycle suppose que chacun des r états du système correspondent à chaque instant du cycle à ceux du cycle précédent. Dans ce qui a été présenté précédemment nous avons $r = 12$. En effet le vecteur d'état $\mathbf{Y}$ était composé alors des vecteurs généralisés de position $\boldsymbol{\eta}$ et de vitesse $\boldsymbol{\nu}$ à six degrés de liberté. Mais nous verrons en V.3.2 que le vecteur $\mathbf{Y}$ sera complété par d'autres états relatifs à la prise en compte des mouvements secondaires du bateau d'un point de vue hydrodynamique. De même, le modèle de prise en compte de la flexibilité des avirons présenté au chapitre IV augmente la taille du vecteur d'états du système.

Mathématiquement, la convergence correspond à une convergence uniforme des états du système, ou en d'autres termes à la convergence uniforme de r suites

2. L'étude du régime transitoire lors de départs de course pourrait cependant être étudié pour peu qu'une cinématique de départ soit mise au point.

de fonctions d'état $(Y_{(k)_n})_{k\in\{1,\dots,r\}}$, n étant le numéro d'itération de cycle. L'état convergé $\tilde{\mathbf{Y}}$ est donc la limite uniforme des états du système. Formellement la convergence uniforme des états vers leur limite uniforme équivaut à la convergence du maximum des écarts sur le cycle de durée T soit

$$\forall k \in \{1,\dots,r\},\ \lim_{n\to\infty} \max_{t\in[0,T]} |Y_{(k)_n}(t) - \tilde{Y}_{(k)_n}(t)| = 0 \tag{II.4}$$

On s'attend donc que le système converge vers un cycle limite au bout d'un nombre d'itérations N, lorsque l'ensemble des écarts maximum des r fonctions d'état ont convergé au-dessous d'un seuil.

En pratique, nous avons considéré seulement la vitesse d'avance du bateau $\boldsymbol{\nu}_1(1)$ suivant son axe x dans la mesure où ce degré de liberté représente les plus grandes variations parmi les états du vecteur $\mathbf{Y}$. Cependant il est apparu que la convergence des écarts maximum pouvait ne pas être le critère le plus simple à régler en terme de seuil. En effet des essais numériques sur des simulations portant sur un grand nombre de cycles ont montré que la stabilisation de ce critère n'était pas probante, rendant le réglage du seuil assez compliqué. Ceci est attribuable au solveur qui n'a alors pas la même adaptation de son pas d'un cycle convergé sur l'autre ainsi qu'aux troncatures numériques.

L'idée est donc ici d'utiliser un critère de convergence intégré sur le cycle portant sur la vitesse moyenne. Ainsi le critère adopté donne une convergence au bout de N cycles simulés avec

$$|\bar{\boldsymbol{\nu}}_{1_{(1)_{N-1}}} - \bar{\boldsymbol{\nu}}_{1_{(1)_N}}| < \epsilon \tag{II.5}$$

où $\bar{\boldsymbol{\nu}}_{1_{(1)_n}}$ est la vitesse moyenne du bateau suivant son axe x sur le cycle de la n^{e} itération.

La figure II.2 montre l'évolution du critère de convergence de cycle pour la simulation d'un skiff avec un modèle de rameur 3D (voir chapitre III.5.2). On observe une convergence de cycle exponentielle avec le critère adopté. Le critère se stabilise autour de 10^{-5} au bout de six itérations ce qui représente $10^{-5}\,m/s$ d'incertitude absolue sur la vitesse moyenne. A l'échelle d'une course de $2000m$ à une vitesse moyenne approximative de $5\,m/s$, cela représente une incertitude absolue de distance de $4mm$ au bout de $2000m$ ce qui parait tout à fait admissible dans le cadre de nos simulations. La tolérance choisie de manière générale est donc

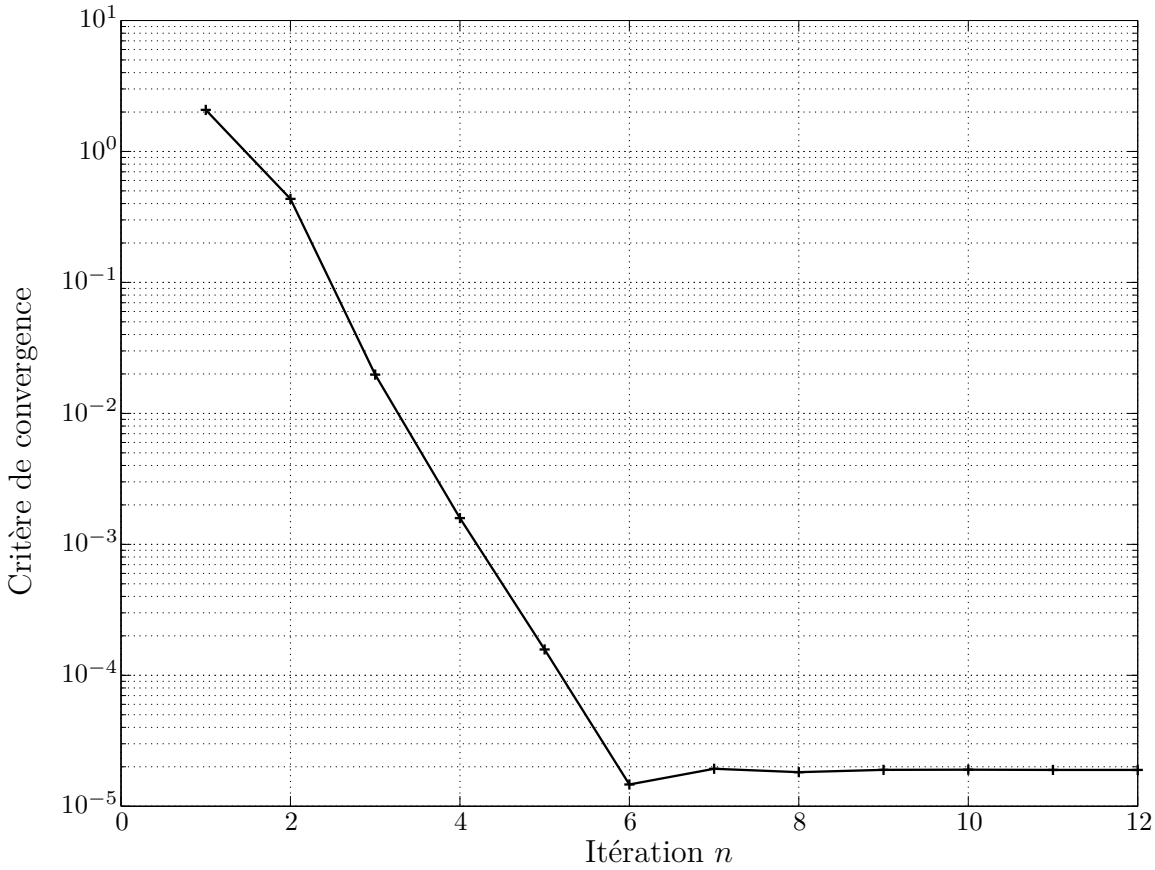


Figure II.2 – *Évolution du critère de convergence de cycle intégré pour une simulation GMRS de skiff avec rameur 3D*

$\epsilon = 10^{-4}$. Mais cette tolérance reste paramétrable dans le simulateur, et son niveau peut tout à fait être relevée de manière à accélérer la convergence, lors de la mise au point de modèles ou le développement, diminuant ainsi les temps de calculs.

Kinoshita et Kobayashi [79] ainsi que Cabrera *et al.* [16] exposent également leur manière de faire converger le coup d'aviron. Leur approche est un peu différente dans la mesure où ils ne laissent pas le solveur suivre une avance en temps naturelle mais ajustent eux même l'état initial du système de manière à récupérer un état final identique de façon à obtenir un mouvement de bateau périodique sur le coup d'aviron. Cette approche se traduit par un problème d'optimisation ou l'objectif est de minimiser l'écart entre les états initial et final du cycle. Elle est basée sur le fait que la périodicité est atteinte au régime permanent, et que la solution de cycle limite est unique. Cette affirmation se conçoit bien physiquement car nous observons bien en pratique qu'un bateau d'aviron converge vers un régime permanent unique. Nous l'avons également bien observé dans toutes les simulations GMRS réalisées. En revanche ceci pourrait être l'objet d'une investi-

gation permettant de qualifier numériquement l'existence et l'unicité d'un cycle limite et du régime permanent.

Cabrera définit la convergence non pas comme une convergence uniforme des états mais comme l'obtention de la périodicité du mouvement du bateau. L'auteur indique qu'il préfère cette approche à l'approche d'avance en temps utilisée ici car selon lui celle-ci prendrait trop de temps à converger. Il utilise également la vitesse d'avance du bateau dans la mesure ou c'est le seul degré de liberté laissé au bateau dans son modèle. Il indique une convergence de sa méthode en 5 à 6 itérations de cycle ce qui correspond finalement à ce que donne notre méthode.

Dans notre cas cette méthode pourrait parfaitement être utilisée. Elle assure en effet la périodicité aux limites du domaine mais ne s'intéresse pas au comportement à l'intérieur du domaine. D'un autre côté nous ne prenons pour notre part en compte qu'un seul des états du bateau dans notre critère de convergence. Cependant les vérifications a posteriori sur les autres degrés de liberté ont montré que cela était suffisant et que l'ensemble des états convergeait bien lorsque la vitesse d'avance convergeait.

II.3.3 Mise en équilibre du système

Les conditions initiales du bateau incluent la position initiale de celui-ci. Plus les conditions initiales fournies au simulateur sont différentes des états rencontrés à l'état convergé, plus le régime transitoire de la simulation est long et la convergence vers le cycle limite est lente. Ainsi lors d'une simulation prenant comme conditions initiales un bateau à l'arrêt, une mise en équilibre préalable permet d'accélérer la convergence de cycle. En effet l'équilibre hydrostatique du système est alors déjà résolu. L'équilibre initial recherché est alors un équilibre statique du système *bateau-avirons-rameur(s)* dans sa configuration initiale du coup d'aviron. Cet équilibre statique dépend uniquement de la posture initiale du rameur qui est déterminée par les paramètres de mouvement. Afin de connaître cette configuration initiale, le module «génération de mouvement» est interrogé pour une posture à $t = 0$ qui correspond au début du cycle de coup d'aviron. Cette posture est maintenue constante et une simulation dynamique est lancée. L'équilibre est atteint lorsque le bateau se stabilise à sa position d'équilibre.

Une méthode alternative de mise en équilibre pourrait être une optimisation des paramètres de position du bateau donnant une compensation entre les efforts hydrostatiques et les forces de gravité appliquées sur le système.

II.3.4 Post-traitement

Les solveurs ODE de MATLAB™ demandent obligatoirement qu'une durée de simulation $\left[0,\, t_f\right]$ soit fournie en argument. Pendant toute la durée d'une simulation, il n'est pas possible de sortir des données du solveur. En effet, les solveurs, à pas adaptatif, effectue plusieurs calculs du membre de droite de l'équation différentielle de manière à adapter son pas d'intégration. Il n'est donc pas possible de prévoir la valeur de l'argument de temps passée lors des différentes évaluations du modèle dynamique et il n'est donc pas pratiquement utile de stocker ces résultats pendant l'intégration temporelle. En revanche il est possible de spécifier un vecteur temps échantillonné pour lequel nous désirons que le solveur renvoie les états du système. Ces états sont alors interpolés en interne par le solveur tel que précisé par l'article de Shampine et Reichelt [120] décrivant la suite de solveurs ODE de MATLAB™.

La solution trouvée ici est donc de laisser converger le simulateur vers le cycle limite du système et de récupérer les états du système sur ce cycle convergé à un pas d'échantillonnage Δt que nous prenons par défaut à $\Delta t = 0.01s$. L'étape suivante est alors l'étape de post-traitement qui consiste alors à réévaluer le membre de droite du système d'équations différentielles ordinaires ainsi qu'à calculer des différentes quantités additionnelles telles que les rendements, puissances*etc.* dont la connaissance n'était pas nécessaire pour le traitement de la dynamique du système et qui correspondent à une exploitation des résultats.

II.3.5 Degrés de liberté du bateau

Les bateaux d'aviron sont instables par nature en roulis et en lacet. Le roulis est contrôlé par le rameur par une légère modification de la hauteur de mains donc des avirons complétée par un léger basculement latéral de son tronc pour déplacer son centre de gravité, et contrer l'instabilité dans le cas d'une excitation soudaine en roulis, pouvant être par exemple être générée par une vague. Bien que les courses soient préférablement courues sur eau calme, la programmation des régates réserve toutefois certaines tolérances quant à l'état d'agitation du plan d'eau. Le lacet, soit la direction du bateau, peut être assurée par deux mécanismes. Les rameurs en premier lieu ont une action correctrice différentielle sur l'effort de propulsion. Plus de force sur l'une des deux rames fait virer le bateau. Pour les bateaux possédants un barreur l'action de ce dernier sur sa barre est l'action correctrice principale de la direction. L'action sur la barre a alors lieu entre l'instant

de sortie de l'eau des palettes et la fin du replacement des bras des rameurs, de manière à ne pas perturber l'équilibre du système[3].

La stabilité de ces modes de mouvement est assurée dynamiquement par le rameur durant le coup d'aviron. Formaggia *et al.* [51] propose à cet effet la mise en place d'un contrôle de ces degrés de liberté permettant de libérer les modes instables.

Concernant le contrôle du roulis, les auteurs proposent de rajouter une force agissant comme un effort hydrostatique sous la forme d'une raideur en roulis du type

$$^{e}\Gamma_{roll\,control} = -k_{roll}\Phi \tag{II.6}$$

Ce couple correctif peut de fait être pris en compte directement dans la matrice des raideurs hydrostatiques du bateau (voir V.2.3) dans la mesure où son expression est tout à fait similaire. Cela revient à rendre le bateau stable en roulis sachant qu'intrinsèquement il ne l'est pas. Formellement le contrôle proposé est un correcteur proportionnel. Un contrôle plus proche de la réalité mais a priori très compliqué à mettre en place dans le cadre du simulateur GMRS et de son module de génération de mouvement serait d'asservir les mouvements du rameur sur le comportement en roulis du bateau (voir le chapitre VI concernant la génération de mouvement).

Concernant le lacet, Formaggia *et al.* proposent de prendre en compte l'action d'un gouvernail dont l'angle de braquage est asservi aux modifications de trajectoires Ψ du bateau.

Bien que les équations de mouvement du simulateur GMRS soient établies pour un mouvement du bateau à 6 degrés de liberté, le blocage de certains degrés de liberté peut néanmoins être utile dans le cas où un type de contrôle tel que proposé par Formaggia *et al.* n'est pas désiré lors par exemple de la mise au point du simulateur. La libération du mouvement de roulis, par exemple, peut ne pas être considéré pertinente dans les simulations dans la mesure où son contrôle par le rameur semble en apparence être peu consommateur en énergie. En revanche cette remarque n'est qu'un a priori et demande à être confirmée. C'est notamment

3. Source : équipe de France

pourquoi le simulateur conserve la possibilité de simuler la dynamique du bateau suivant ses 6 degrés de liberté.

La méthode pour contraindre les degrés de liberté non souhaités est de donner explicitement une valeur constante à ces degrés de liberté en fin de calcul du membre de droite de l'équation de mouvement du système. En revanche avec cette méthode il n'est pas possible de bloquer de manière arbitraire n'importe quel degrés de liberté indépendamment des autres. En effet, le blocage d'un degré de liberté doit s'accompagner du blocage de tous les degrés de liberté qui lui sont couplés d'un point de vue hydrodynamique sous peine d'une surévaluation des modes couplés laissés libres, entraînant un comportement anormalement violent du système dans ces modes. C'est le cas par exemple du couplage pilonnement-tangage pour lequel la remarque est d'autant plus vraie que le couplage est important.

Dans la version du simulateur GMRS contemporaine à la rédaction de ce document, les degrés de liberté laissés libres sont le cavalement, le pilonnement et le tangage. Le déblocage des autres degrés de liberté nécessite obligatoirement l'ajout de modèles de contrôle non implémentés dans le cadre de cette étude.

II.4 Modèle de données

Les données d'entrée de la simulation ajoutées aux données de sortie ainsi que les informations périphériques à la simulation forment un ensemble très hétérogène de données. On y trouve des représentations matricielles de données, des valeurs scalaires, des chaînes de caractères, des pointeurs de fonctions (handler dans le langage MATLAB™) *etc.* Ainsi il devient vite très difficile de gérer l'ensemble de ces données à l'aide de simples fichiers textes comme cela peut être fait dans de nombreux codes. De par le nombre de modèles implémentés, ceci aboutirait inévitablement à une multiplicité de fichiers d'entrée/sortie très difficiles à gérer. D'autre part cela demande l'implémentation d'une interface de lecture et d'écriture par fichier rendant le code alors peu maintenable. Enfin il est clair que les données de la simulation peuvent être classées de manière hiérarchiques pour plus de lisibilité. Ainsi il est possible de regrouper les données relatives aux modèles hydrodynamiques, les données concernant le modèle géométrique de rameur, celles concernant directement la simulation *etc.*

MATLAB™, depuis sa version 7.3, gère le stockage des données sur le disque à l'aide du format de données HDF5 (Hierarchical Data Format v5). Ce format libre a spécialement été développé pour le stockage de grands jeux de données hétérogènes. C'est un format de données hiérarchique permettant de classer les données. En effet, l'accès aux données se fait de la même manière que dans un système de fichier à l'aide de chemins (path) absolus ou relatifs. Dans le format de données HDF5 natif, des métadonnées peuvent également être associées à chaque objet du fichier. Il est ainsi possible d'obtenir un fichier dont les données sont autodescriptives. Pour peu que ces métadonnées soient renseignées, il peut par exemple être possible d'interroger chaque jeu de donnée sur son utilité, sa provenance*etc.*

En plus du format de stockage de données de MATLAB™ (fichiers .mat), le logiciel fournit également des routines d'accès haut-niveau et bas-niveau à quelques 300 fonctions de l'API[4] HDF5. Malheureusement celles-ci sont peu documentée (tout du moins avant la révision R2010a de MATLAB™) et complexes à implémenter. Malgré quelques tentatives d'implémentation pour le simulateur GMRS, le choix a été fait de reposer directement sur le format de fichier offert par MATLAB™. L'utilisation de ces fichiers permet de bénéficier des avantages de HDF5 mais de manière transparente ce qui simplifie l'utilisation du format de fichier. En revanche, nous perdons le système de métadonnées du format HDF5 initial dans la mesure où MATLAB™ ne donne pas accès à cet aspect du format de fichier.

L'avantage de travailler directement avec le format de fichier de MATLAB™ est qu'il est possible d'enregistrer tel quel tout type de données supporté par MATLAB™. Ainsi, l'enregistrement de données quelles qu'elles soient au format .mat permet de recharger directement ces données en mémoire dans MATLAB™ sans traitement fastidieux de conversion des données. D'autre part, il est également possible de faire correspondre ainsi directement le modèle de données mis en mémoire dans le simulateur et celui stocké sur le disque. En effet, il a été défini une structure (au sens de type de données MATLAB™) de données du simulateur centrale permettant un accès facilité aux données de simulation ainsi qu'aux résultats. La structure suit un modèle hiérarchique permettant de regrouper les données connexes ensemble. Cette structure dont la place est centrale dans le simulateur est décrite en annexe B.

4. Application Programming Interface

Le modèle de données de GMRS a été pensé de manière à n'utiliser toujours qu'un seul fichier de données quelque soit l'objectif, que ce soit le lancement d'une simulation, une optimisation avec un grand nombre de simulations, l'analyse des résultats d'une simulation, sa visualisation, la mise au point de la cinématique des rameurs *etc.* Ceci est permis par la nature hiérarchique du type structure et des formats de fichier MATLAB™. Ainsi tout résultat de simulation est toujours accompagné de l'ensemble des paramètres de la simulation dans un même fichier. Ceci permet de ne jamais perdre les conditions de simulation. D'autre part des informations plus générales sur la simulation telles que la date, la version du simulateur ainsi qu'une valeur de hachage associée aux paramètres de simulation sont également renseignés au lancement de chaque simulation. La valeur de hachage dont il est question est une valeur hexadécimale basée sur l'ensemble des paramètres de simulation. Cette valeur est unique et permet de différentier un jeu de paramètres d'un autre. En effet, toute modification d'un des paramètres de simulation (modification faible de la valeur d'une variable de type double par exemple) donnera une valeur de hachage différente. La routine permettant de calculer cette valeur, basée sur de la cryptographie, a été empruntée sur le site communautaire de The Mathworks (Fileexchange) et développée par Jan Simon [5], et est basée sur l'algorithme MD5 [6] souvent utilisé pour la vérification de l'intégrité des fichiers image téléchargés sur Internet.

Les informations de version du simulateur sont primordiales pour être pleinement en capacité de reproduire les conditions numériques d'une simulation. A cet effet le développement du simulateur GMRS a reposé sur l'utilisation d'un système de contrôle de version. Le choix s'est tourné vers le logiciel Subversion [7] (svn). Les modifications de code du simulateur durant son développement ont été très régulièrement mises à jour et l'accès à toute version antérieure au projet est à tout moment possible. Ainsi à chaque lancement d'une simulation, la version du simulateur est extraite à l'aide d'un appel système à Subversion depuis MATLAB™ et est enregistrée dans les métadonnées de la simulation.

Enfin l'adoption d'un système de gestion de version permettra par le futur, un développement collaboratif du simulateur GMRS.

La mise au point d'un jeu de paramètres pour le lancement d'une simulation résulte d'un choix sur chacun des modules GMRS présentés en II.2. Il faut définir les modèles d'efforts extérieurs, leurs données associées, le modèle géométrique des

5. http://www.mathworks.com/matlabcentral/fileexchange/31272-datahash
6. http://fr.wikipedia.org/wiki/MD5
7. http://subversion.tigris.org

rameurs et leur anthropométrie respective, le mouvement du rameur pendant un coup d'aviron à savoir les paramètres de mouvement, les conditions initiales, les paramètres de réglage du solveur ODE *etc.* La pratique montre qu'il est fastidieux de construire un tel jeu de paramètres à partir de rien. Ceci suppose de connaître en profondeur le modèle de données adopté, c'est à dire la hiérarchie de la structure de données GMRS. Dans la mesure où celle-ci possède beaucoup de champs dont les noms et la hiérarchie ont une importance capitale pour le fonctionnement du simulateur, il s'agit de posséder une documentation exhaustive du modèle de données (et de se l'approprier). Pour pallier à cette difficulté, une approche de type base de données de paramètres a été mise en place. L'objectif est de disposer d'une base fragmentaire de données à partir de laquelle il est possible par simple assemblage de construire un jeu de données complet prêt pour une simulation. Ainsi il s'agit de choisir des jeux de données correspondant le plus aux caractéristiques générales du système *bateau-avirons-rameur(s)* que l'on veut simuler, de les assembler puis de faire les modifications spécifiques à la simulation désirée. Ainsi il n'est nul besoin de recréer manuellement la structure de données entière. Les blocs de données de base proposés concernent les modèles de rameur (rameur de couple, rameur de pointe tribord, rameur de pointe bâbord), un jeu de modèles de forces extérieures par défaut, des mouvements de rameur par défaut, des paramètres de simulation par défaut*etc.*

En revanche l'arborescence de la structure de données est conçue de telle manière que la navigation reste relativement intuitive grâce au regroupements par classes des données et leur nommage explicite, suivant les standards de notation des différentes disciplines concernées et utilisées dans ce mémoire.

II.5 Amélioration des modèles

Un des objectifs principaux de cette étude est la modélisation du système *bateau-avirons-rameur(s)* et la mise en place d'un simulateur global de son fonctionnement. L'étude bibliographique montre que la littérature relative à l'aviron recèle une modélisation de chacune des parties du système. Si l'on synthétise les centres d'intérêt des auteurs on peut établir les groupes suivants :

- L'hydrodynamique du bateau d'aviron ;
- L'hydrodynamique des palettes d'aviron ;
- L'aérodynamique ;
- La biomécanique du rameur ;

- L'anthropométrie du rameur ;
- Les réglages du bateau ;
- La mise en place des équations de mouvement du système ;
- L'évaluation des mouvements et/ou l'évaluation des profils d'effort du rameur.

Parmi ces différents centres d'intérêt il apparaît qu'un des domaines les moins exploré est la modélisation du rameur en terme de système polyarticulé. Des auteurs comme Caplan et Gardner [19] ou Formaggia *et al.* [50] ont certes recours pour les premiers à des modèles à 5 segments et pour les seconds à des modèles à 12 segments mais ces modélisations ne consistent pas réellement en une description d'un système dont les segments corporels sont liés entre eux par des liaisons. L'objectif de ces descriptions est principalement de recalculer la position du centre de gravité global du rameur pour ensuite l'introduire, ainsi que sa masse totale, dans l'équation de mouvement globale du système. L'avantage certain de telles approches est la simplicité des équations différentielles à résoudre mais nous doutons sur la possibilité de ces approches à fidèlement transmettre les efforts inertiels d'interaction entre le rameur et son bateau. D'autres part, la notion de couple articulaire est absente de ces modélisations, ceux-ci pouvant être importants dans le cas d'études de fatigue du rameur, de prévention des blessures ou encore en terme de contraintes physiologiques pour une éventuelle optimisation de la technique d'aviron.

Dans la description de systèmes polyarticulés, la robotique est un domaine de choix où les développements de ces dernières décennies ont permis de mettre en place des algorithmes de paramétrage des modèles géométriques et d'écriture des équations de la dynamique très performants. D'autre part, outre l'étude de robots industriels, les roboticiens s'intéressent depuis un certain temps aux robots humanoïdes et à la reproduction robotique de la locomotion humaine à des fins notamment médicales telles que la rééducation ou l'étude des blessures. Certains sports bénéficient déjà d'un intérêt des chercheurs en robotique. Parmi eux le plongeon [103, 42] ou la course à pied [102]. Ceci est d'autant plus vrai pour la course à pied vu le nombre d'études existant actuellement sur la marche humanoïde.
Ce n'est pas à notre connaissance le cas pour l'aviron et nous nous proposons donc d'apporter dans le cadre de ce travail de recherche une représentation plus détaillée des modèles humanoïdes de rameurs en s'appuyant sur le formalisme robotique. De la même manière il apparaît que la prise en compte de la dynamique du bateau

d'aviron suivant ses degrés de liberté non principaux est peu étudiée. Bien qu'apparemment faibles devant le mouvement d'avance principal du bateau, les mouvements de tangage et de pilonnement pour ne citer qu'eux sont, en proportion de la taille du bateau, très importants. En terme de pilonnement un skiff présente une amplitude de mouvement de l'ordre de $2cm$ alors que la hauteur de son franc-bord n'est que de $22cm$. Le mouvement représente donc environ 9% de la hauteur du bateau, ce qui se rencontre peu sur des bateaux classiques. En comparaison un bateau de marchandise fictif dont la hauteur serait de $10m$ devrait pilonner avec une amplitude de $0.9m$ ce qui générerait clairement de très gros champs de vague autour du bateau par radiation. Ce champ de vague nécessitant de l'énergie pour être créé et dans la mesure où pour le bateau d'aviron, la source d'énergie primaire est le rameur, l'énergie dépensée en radiation dans les mouvements secondaires est de l'énergie non utilisée pour l'avance du bateau. Seul Formaggia [50] effectue une étude détaillée de ces efforts et libère réellement plus de degrés de liberté pour le bateau. Nous nous proposons donc dans cette étude d'apporter un modèle dynamique donnant la possibilité de libérer tous les degrés de liberté du bateau.

Chapitre III

Modélisation du système par un formalisme robotique

Ce chapitre porte sur la modélisation multicorps des rameurs avec un formalisme robotique. En première partie nous présentons les notations de la robotique utilisées ainsi que les différents opérateurs permettant d'effectuer des transformations sur les quantités torsorielles des corps de la structure. Le paramétrage des structures poly-articulées complexes est présenté afin de pouvoir décrire de manière systématique tout modèle de rameur, aussi complexe soit-il. Ce paramétrage, basé sur les travaux de Khalil [75], est connu sous le nom de paramétrage de Denavit-Hartenberg modifié. Il permet dans notre cas de décrire des équipages composés de plusieurs rameurs. Le modèle géométrique permettant de mettre en correspondance les variables articulaires et les positions et orientations des corps est établi. Nous présentons également les paramètres inertiels standards permettant de qualifier les propriétés dynamiques des différents corps des rameurs.

Muni de ces outils théoriques, nous présentons ensuite le développement de modèles de rameurs. Leur mise au point est guidée par les aspects techniques du matériel mis en œuvre par l'aviron tels que les réglages de l'accastillage, des rames, ainsi que par le mouvement d'aviron à reproduire. Un modèle 2D de rameur ayant servi au développement du simulateur GMRS est détaillé, ainsi que d'autres modèle de rameurs 3D qui sont fournis en annexe A. Les caractéristiques inertielles de ces derniers sont extraites du logiciel anthropométrique GEBOD dont le fonctionnement est présenté dans ce chapitre.

Les modèles cinématiques ainsi que les relations de récurrences entre les quantités cinématiques des corps sont ensuite présentées. Enfin, nous introduisons les équations de contrainte de boucle, nécessaire à la prise en compte des boucles cinématiques des rameurs et exploitées dans les chapitres suivants.

III.1 Notations de la robotique

L'approche robotique que nous présentons ici pour la modélisation et la simulation du système *bateau-avirons-rameur(s)* utilise une notation unifiée concernant la description géométrique et le repérage des différents corps du système. Ces notations sont principalement issues de Khalil et Dombre [75]. Nous nous attachons ici à en reproduire l'essentiel de manière à pouvoir adopter cette notation tout au long des développements à suivre.

Les notations présentées ici concernent la description des repères utilisés en robotique pour décrire le mouvement des corps les uns par rapport aux autres mais aussi l'écriture des torseurs permettant de travailler sur les aspects cinématiques et dynamiques des systèmes mécaniques. Le paramétrage géométrique des corps permettant de placer les repères locaux les uns par rapport aux autres suit les notations de Denavit-Hartenberg [40] dans leur version modifiée par Khalil [78]. La modification en question permet, contrairement à la version initiale, de décrire de manière systématique les systèmes présentant des arborescences et des boucles cinématiques fermées.
Les repères sont construits de manière à privilégier certaines positions et directions ayant un rôle fonctionnel dans le fonctionnement du système poly-articulé : axes de rotation, centre d'une rotule, axe principal d'un corps rigide *etc.*
Pour décrire une position, une direction ou encore la transformation entre deux repères, nous utiliserons les transformations homogènes, très utilisée en informatique graphique et aujourd'hui largement adoptée en robotique [75].

III.1.1 Positions et transformations entre vecteurs

Un point P de coordonnées cartésiennes $\left({}^{\mathrm{i}}\mathrm{P_x}, {}^{\mathrm{i}}\mathrm{P_y}, {}^{\mathrm{i}}\mathrm{P_z}\right)$ exprimées dans un repère $\mathcal{R}_i$ a pour coordonnées homogènes le vecteur

$$ {}^{i}\mathbf{P} = \begin{bmatrix} {}^{i}P_x \\ {}^{i}P_y \\ {}^{i}P_z \\ 1 \end{bmatrix} \tag{III.1} $$

Une direction de vecteur unitaire **u** dont les coordonnées cartésiennes dans le

repère $\mathcal{R}_i$ sont $\left({}^{\mathrm{i}}\mathrm{u_x}, {}^{\mathrm{i}}\mathrm{u_y}, {}^{\mathrm{i}}\mathrm{u_z}\right)$ a comme coordonnées homogènes

$$ {}^{i}\mathbf{u} = \begin{bmatrix} {}^{i}u_x \\ {}^{i}u_y \\ {}^{i}u_z \\ 0 \end{bmatrix} \tag{III.2} $$

III.1.1.1 Transformations homogènes

La matrice ${}^{i}\mathbf{h}_j$ de transformation homogène permettant de transformer un repère $\mathcal{R}_i$ en un repère $\mathcal{R}_j$ s'écrit :

$$ {}^{i}\mathbf{h}_j = \begin{bmatrix} {}^{i}\mathbf{s}_j & {}^{i}\mathbf{n}_j & {}^{i}\mathbf{a}_j & {}^{i}\mathbf{P}_j \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \tag{III.3} $$

$$ = \begin{bmatrix} s_x & n_x & a_x & P_x \\ s_y & n_y & a_y & P_y \\ s_z & n_z & a_z & P_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \tag{III.4} $$

$$ = \begin{bmatrix} & {}^{i}\mathbf{R}_j & & {}^{i}\mathbf{P}_j \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \tag{III.5} $$

avec ${}^{i}\mathbf{s}_j$, ${}^{i}\mathbf{n}_j$ et ${}^{i}\mathbf{a}_j$ les vecteurs unitaires du repère $\mathcal{R}_j$ exprimés dans le repère $\mathcal{R}_i$, la matrice ${}^{i}\mathbf{R}_j$ étant alors la matrice de rotation de la transformation, et enfin ${}^{i}\mathbf{P}_j$ donnant la position de l'origine $\mathbf{O}_j$ du repère $\mathcal{R}_j$ dans le repère $\mathcal{R}_i$ (soit ${}^{i}\mathbf{P}_j = \mathbf{O}_i\mathbf{O}_j$).

De manière générale dans ce mémoire, la double notation indicielle utilisée sur les vecteurs ou matrices permet d'indiquer le repère sur lequel porte la relation (indice en bas à droite) et le repère dans lequel on exprime la quantité vectorielle (indice en haut à gauche).

Il existe ici un abus de notation concernant le terme de translation ${}^{i}\mathbf{P}_j$ dans l'équation (III.5) car on mélange ici les coordonnées homogènes à quatre composantes présentées dans l'équation (III.1) et la représentation cartésienne à trois composantes. Ce mélange de notations ayant un aspect pratique dans la manipulation des matrices par blocs et ayant l'avantage d'éviter d'avoir recours à trop de notations différentes. Nous emploierons donc les deux notations à bon escient en

s'assurant que le contexte le permette.

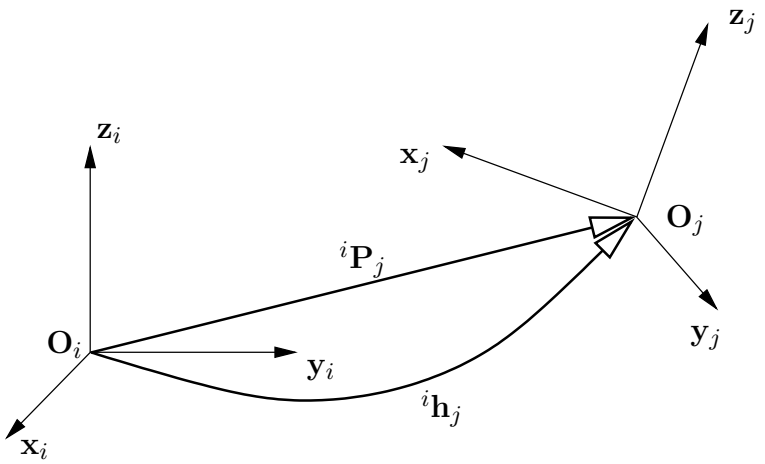


Figure III.1 – *Transformation d'un repère $\mathcal{R}_i$ en un repère $\mathcal{R}_j$*

Une transformation quelconque permettant de passer d'un repère $\mathcal{R}_i$ à un repère $\mathcal{R}_j$ peut se décomposer de manière unique en une rotation et une translation. La matrice de transformation homogène peut donc se décomposer en une matrice de rotation pure et une matrice de translation pure sous la forme :

$$
\begin{aligned}
{}^i\mathbf{h}_j &= \begin{bmatrix} \mathbf{I}_3 & {}^i\mathbf{P}_j \\ 0 \quad 0 \quad 0 & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} {}^i\mathbf{R}_j & 0 \\ 0 \quad 0 \quad 0 & 1 \end{bmatrix} && \text{(III.6)} \\
&= \mathbf{Trans}(\mathbf{u}, d) \times \mathbf{Rot}(\mathbf{v}, \alpha) && \text{(III.7)}
\end{aligned}
$$

La translation $\mathbf{Trans}(\mathbf{u}, d)$ dans ce cas peut également se noter $\mathbf{Trans}(P_x, P_y, P_z)$ en coordonnées cartésiennes avec :

$$
\begin{aligned}
\mathbf{u} &= \frac{1}{d} \times \begin{bmatrix} P_x \\ P_y \\ P_z \end{bmatrix} && \text{(III.8)} \\
d &= \|{}^i\mathbf{P}_j\| && \text{(III.9)}
\end{aligned}
$$

La rotation $\mathbf{Rot}(\mathbf{v}, \alpha)$ permet de tourner le repère $\mathcal{R}_i$ d'un angle α autour d'un axe $\mathbf{v}$ de manière à lui donner la même orientation que le repère $\mathcal{R}_j$.

On montre [75] que la matrice de rotation $\mathbf{Rot}(\mathbf{v},\alpha)$ peut s'exprimer en fonction des paramètres α et $\mathbf{v}$ tel que

$$\mathbf{Rot}(\mathbf{v},\alpha) = \begin{bmatrix} & & & 0 \\ & \mathbf{rot}(\mathbf{v},\alpha) & & 0 \\ & & & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$
$$= \begin{bmatrix} v_x^2(1-\mathrm{C}_\alpha)+\mathrm{C}_\alpha & v_xv_y(1-\mathrm{C}_\alpha)-v_z\mathrm{S}_\alpha & v_xv_z(1-\mathrm{C}_\alpha)+v_y\mathrm{S}_\alpha & 0 \\ v_xv_y(1-\mathrm{C}_\alpha)+u_z\mathrm{S}_\alpha & v_y^2(1-\mathrm{C}_\alpha)+\mathrm{C}_\alpha & v_yv_z(1-\mathrm{C}_\alpha)-v_x\mathrm{S}_\alpha & 0 \\ v_xv_z(1-\mathrm{C}_\alpha)-v_y\mathrm{S}_\alpha & v_yv_z(1-\mathrm{C}_\alpha)+v_x\mathrm{S}_\alpha & v_z^2(1-\mathrm{S}_\alpha)+\mathrm{C}_\alpha & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \tag{III.10}$$

où on a

$$\mathbf{rot}(\mathbf{v},\alpha) = \begin{bmatrix} s_x & n_x & a_x \\ s_y & n_y & a_y \\ s_z & n_z & a_z \end{bmatrix} \tag{III.11}$$

Il peut parfois être utile de pouvoir revenir aux paramètres de rotation $\mathbf{v}$ et α à partir de la représentation matricielle d'une rotation. L'identification des termes dans (III.10) permet de montrer que

$$\mathbf{v}\mathrm{S}_\alpha = \frac{1}{2}\begin{bmatrix} n_z - a_y \\ a_x - s_z \\ s_y - n_x \end{bmatrix} \tag{III.12}$$

ainsi que

$$\alpha = \mathrm{atan2}\,(\mathrm{S}_\alpha, \mathrm{C}_\alpha) \tag{III.13}$$

avec

$$\begin{cases} \mathrm{S}_\alpha = \sin\alpha = \frac{1}{2}\sqrt{(n_z-a_y)^2+(a_x-s_z)^2+(s_y-n_x)^2} \\ \mathrm{C}_\alpha = \cos\alpha = \frac{1}{2}(s_x+n_y+a_z-1) = \frac{1}{2}(\mathrm{Trace}(\mathbf{Rot}(\mathbf{v},\alpha))-1) \end{cases} \tag{III.14}$$

et

$$\mathbf{v} = \begin{bmatrix} v_x \\ v_y \\ v_z \end{bmatrix} \tag{III.15}$$

avec

$$\begin{cases} v_x = sign(n_z - a_y)\sqrt{\dfrac{s_x - C_\alpha}{1 - C_\alpha}} \\ v_y = sign(a_x - s_z)\sqrt{\dfrac{n_y - C_\alpha}{1 - C_\alpha}} \\ v_z = sign(s_y - n_x)\sqrt{\dfrac{a_z - C_\alpha}{1 - C_\alpha}} \end{cases} \tag{III.16}$$

Les relations (III.13), (III.14) et (III.16) permettent ainsi de calculer l'angle ainsi que la direction de la rotation à l'aide des coefficients de la matrice de rotation. En revanche il faut prendre garde que (III.16) n'est pas définie pour des angles de rotation nuls car dans ce cas toute direction de rotation convient.

La matrice de rotation ${}^i\mathbf{R}_j$ est orthogonale. Son inverse est donc égale à sa transposée soit

$${}^i\mathbf{R}_j{}^{-1} = {}^i\mathbf{R}_j^T = {}^j\mathbf{R}_i \tag{III.17}$$

Une rotation dans l'espace à trois dimensions peut également être exprimée à l'aide de paramétrages tels que les angles d'Euler, les angles de Cardan ou tout autre combinaison de rotations élémentaires dont une revue est disponible dans [41]. Les rotations peuvent également être décrites à l'aide des quaternions dont nous n'avons pas l'utilisation dans cette étude. On pourra également se rapporter à [41] pour une introduction à l'algèbre des quaternions ainsi que les relations croisées entre les différentes combinaisons d'angle de l'espace et les représentations matricielles des rotations associées.

III.1.1.2 Propriétés des transformations homogènes

(i) Inverse

L'inverse d'une transformation homogène ${}^i\mathbf{h}_j$ est la matrice ${}^j\mathbf{h}_i$ tel que

$${}^i\mathbf{h}_j{}^{-1} = {}^j\mathbf{h}_i \tag{III.18}$$

avec

$$ {}^{j}\mathbf{h}_i = \begin{bmatrix} {}^{i}\mathbf{R}_j^T & -{}^{i}\mathbf{R}_j^T\,{}^{i}\mathbf{P}_j \\ 0 \quad 0 \quad 0 & 1 \end{bmatrix} \tag{III.19} $$

(ii) Projection d'un vecteur

Soit un vecteur ${}^{j}\mathbf{u} = \begin{bmatrix} {}^{j}u_x & {}^{j}u_u & {}^{j}u_z & w \end{bmatrix}^T$ ($w = 0$ ou 1) dont les composantes sont exprimées dans le repère $\mathcal{R}_j$. Le même vecteur ${}^{i}\mathbf{u}$ projeté dans le repère $\mathcal{R}_i$ se calcule à partir de ${}^{j}\mathbf{u}$ par

$$ {}^{i}\mathbf{u} = {}^{i}\mathbf{h}_j\,{}^{j}\mathbf{u} \tag{III.20} $$

(iii) Composition

Soient les repères $\mathcal{R}_i$, $\mathcal{R}_j$ et $\mathcal{R}_k$. La transformation homogène ${}^{i}\mathbf{h}_k$ permettant de passer du repère $\mathcal{R}_i$ au repère $\mathcal{R}_k$ peut s'exprimer à l'aide des transformations homogènes ${}^{i}\mathbf{h}_j$ et ${}^{j}\mathbf{h}_k$ à l'aide de la relation de composition

$$ {}^{i}\mathbf{h}_k = {}^{i}\mathbf{h}_j\,{}^{j}\mathbf{h}_k \tag{III.21} $$

III.1.2 Notations torsorielles

III.1.2.1 Torseur cinématique d'un corps

Soit $\mathbf{M}_i$ un point d'un corps $\mathcal{C}_i$. La vitesse absolue du point $\mathbf{M}_i$ par rapport au repère inertiel $\mathcal{R}_e$ d'origine $\mathbf{O}_e$ s'écrit formellement

$$ \mathbf{v}_i = \frac{d}{dt}(\mathbf{O}_e\mathbf{M}_i) \tag{III.22} $$

On note en outre $\boldsymbol{\omega}_i$ le vecteur rotation instantané du corps $\mathcal{C}_i$ par rapport au repère inertiel $\mathcal{R}_e$.

Les vecteurs $\mathbf{v}_i$ et $\boldsymbol{\omega}_i$ sont les éléments de réduction au point $\mathbf{M}_i$ du torseur cinématique du corps $\mathcal{C}_i$. Le pseudo-vecteur $\boldsymbol{\omega}_i$ est la résultante du torseur cinématique indépendante du point de réduction tandis que $\mathbf{v}_i$, le moment résultant en $\mathbf{M}_i$, dépend intimement du point de réduction du torseur.

La donnée du torseur cinématique en un point de réduction $\mathbf{M}_i$ quelconque du corps $\mathcal{C}_i$ permet de calculer le même torseur cinématique en n'importe quel autre

point $\mathbf{M}_j$ du solide grâce à la relation de transport suivante

$$\mathbf{v}_j = \mathbf{v}_i + \boldsymbol{\omega}_i \times \mathbf{M}_i\mathbf{M}_j \tag{III.23}$$

On définit ici la matrice antisymétrique $\mathbf{S}(\boldsymbol{\omega_i})$ de préproduit vectoriel par

$$\boldsymbol{\omega_i} \times \mathbf{M}_i\mathbf{M}_j = \mathbf{S}(\boldsymbol{\omega_i})\,\mathbf{M}_i\mathbf{M}_j \tag{III.24}$$

avec

$$\mathbf{S}(\boldsymbol{\omega}_i) = \begin{bmatrix} 0 & -\omega_z & \omega_y \\ \omega_z & 0 & -\omega_x \\ -\omega_y & \omega_x & 0 \end{bmatrix} \tag{III.25}$$

Cette notation sera largement adoptée dans l'ensemble de ce manuscrit.

Cette représentation matricielle du produit vectoriel permet ainsi de mettre la relation (III.23) sous la forme suivante :

$$\mathbf{v}_j = \mathbf{v}_i + \mathbf{S}(\boldsymbol{\omega}_i)\,\mathbf{M}_i\mathbf{M}_j \tag{III.26}$$

On définit finalement le torseur cinématique du corps $\mathcal{C}_i$ en un point $\mathbf{O}_i$ et en projection dans le repère $\mathcal{R}_i$ par

$${}^i\mathbf{V}_i = \begin{bmatrix} {}^i\mathbf{v}_i \\ \boldsymbol{\omega}_i \end{bmatrix} \tag{III.27}$$

Dans la suite de ce document, le point de réduction des torseurs relatifs à un corps $\mathcal{C}_i$ sera sauf indication contraire l'origine $\mathbf{O}_i$ du repère $\mathcal{R}_i$. Le vecteur ${}^i\mathbf{V}_i$ peut également être vu comme le vecteur vitesse généralisé[1] du corps $\mathcal{C}_i$.

III.1.2.2 Transformations entre torseurs

Soit ${}^i\mathbf{V}_i = \begin{bmatrix} {}^i\mathbf{v}_i^T & {}^i\boldsymbol{\omega}_i^T \end{bmatrix}^T \in \mathbb{R}^{6\times 1}$, le vecteur du torseur cinématique du corps $\mathcal{C}_i$ réduit à l'origine $\mathbf{O}_i$ du repère $\mathcal{R}_i$ et exprimé dans le repère $\mathcal{R}_i$.

Soit ${}^j\mathbf{V}_j = \begin{bmatrix} {}^j\mathbf{v}_j^T & {}^j\boldsymbol{\omega}_j^T \end{bmatrix}^T \in \mathbb{R}^{6\times 1}$, le vecteur du torseur cinématique du corps $\mathcal{C}_j$ réduit à l'origine $\mathbf{O}_j$ du repère $\mathcal{R}_j$ et exprimé dans le repère $\mathcal{R}_j$.

1. 6 composantes dans un espaces à 3 dimensions, 3 dans un espace à 2 dimensions

On définit la matrice ${}^{j}\mathbf{T}_i$ de transformation entre torseurs telle que

$$ {}^{j}\mathbf{V}_j = {}^{j}\mathbf{T}_i \, {}^{i}\mathbf{V}_i \tag{III.28} $$

avec

$$ {}^{j}\mathbf{T}_i = \begin{bmatrix} {}^{j}\mathbf{R}_i & -{}^{j}\mathbf{R}_i \mathbf{S}\left({}^{i}\mathbf{P}_j\right) \\ \mathbf{0}_3 & {}^{j}\mathbf{R}_i \end{bmatrix} \tag{III.29} $$

où ${}^{j}\mathbf{R}_i$ et $\mathbf{S}\left({}^{i}\mathbf{P}_j\right)$ sont les matrices issues de la matrice de transformation homogène tel que défini en III.1.1.1.

Composition

De la même manière que pour la matrice de transformation homogène on a la relation de composition suivante :

$$ {}^{i}\mathbf{T}_k = {}^{i}\mathbf{T}_j \, {}^{j}\mathbf{T}_k \tag{III.30} $$

Inverse

L'inverse d'une matrice de transformation entre torseurs ${}^{i}\mathbf{T}_j$ s'écrit

$$ {}^{j}\mathbf{T}_i{}^{-1} = {}^{i}\mathbf{T}_j = \begin{bmatrix} {}^{i}\mathbf{R}_j & -{}^{i}\mathbf{R}_j \mathbf{S}\left({}^{j}\mathbf{P}_i\right) \\ \mathbf{0}_3 & {}^{i}\mathbf{R}_j \end{bmatrix} \tag{III.31} $$

III.2 Paramétrage de systèmes polyarticulés complexes

Le modèle géométrique d'un système polyarticulé permet de mettre en relation l'espace des configurations (angles articulaires) et l'espace opérationnel cartésien de la structure [2]. Le modèle géométrique dit direct calcule les coordonnées du robot dans l'espace articulaire à partir de ses coordonnées dans l'espace des configurations. Le modèle géométrique dit inverse permet naturellement le calcul inverse.

III.2.1 Liaisons cinématiques et variable articulaires

Dans l'approche adoptée ici, nous considérons uniquement des liaisons ne possédant qu'un seul degré de liberté entre les corps. Les liaisons rotoïdes laissent un degré de liberté en rotation et les liaisons prismatiques laissent un degré de liberté en translation.

La liaison rotoïde présente un axe principal qui est l'axe de la rotation laissée libre. Sa variable articulaire notée θ représente la valeur de la rotation autour de cet axe.

La liaison prismatique a pour variable articulaire le paramètre r suivant son axe principal.

A l'aide de ces deux liaisons il est possible de construire des liaisons plus complexes à plusieurs degrés de liberté pour peu que les axes soient correctement agencés. Par exemple une liaison rotule à trois degrés de liberté en rotation pourra être composée de trois liaisons rotoïdes à axes concourants linéairement indépendants. En revanche nous définissons une articulation comme étant une liaison entre deux et deux corps seulement. La liaison rotule fera donc intervenir deux corps virtuels sans masse à traiter dans les calculs comme n'importe quel corps physiques.

Pour généraliser les variables articulaires aux deux types de liaisons nous définissons la variable articulaire généralisée q_i du corps $\mathcal{C}_i$ associé à l'articulation i par

$$q_i = \bar{\sigma}_i \theta_i + \sigma_i r_i \tag{III.32}$$

2. Positions et orientations cartésiennes des corps du système

où

- $\sigma_i = 0$ si i est rotoïde ;
- $\sigma_i = 1$ si i est prismatique ;
- $\bar{\sigma}_i = 1 - \sigma_i$

III.2.2 Paramétrage de Denavit-Hartenberg modifié

Le paramétrage de Denavit-Hartenberg modifié [78] permet d'avoir un paramétrage relatif systématique des corps du système. Nous nous plaçons ici directement dans le cas général d'une structure ouverte présentant des arborescences tel que représenté figure III.2. Nous verrons comment une structure présentant des boucles cinématiques peut se ramener à l'étude d'une structure ouverte arborescente et présenterons les paramétrages supplémentaires nécessaires à la description des boucles.

III.2.2.1 Paramétrage d'une structure ouverte arborescente

Soit une structure arborescente constituée de $n+1$ corps, virtuels ou physiques composée de $L = n$ liaisons associées à ces corps notés $\mathcal{C}_i$ avec $i \in \{0, \ldots, n\}$ tel que présenté figure III.2. Nous numérotons chaque corps i de manière croissante depuis le corps de base $\mathcal{C}_0$. Pour un robot industriel fixé au sol, le corps $\mathcal{C}_0$ serait le corps en liaison encastrement avec le sol. Dans notre cas le corps de base est flottant et représente le bateau. Nous définissons une relation d'antécédence entre les corps. Si un corps i est l'antécédent d'un corps j, il se situe plus en amont de la chaîne cinématique et on note alors

$$i = a(j) \tag{III.33}$$

La règle de numérotation assure alors que $i < j$. Par définition, dans une chaîne cinématique arborescente, un corps ne peut avoir au plus qu'un antécédent [3] mais plusieurs successeurs. S'il n'y a aucun successeur c'est un corps terminal de chaîne. Un système dont tous les corps ne possèdent qu'un seul corps successeur est appelé une chaîne ouverte simple. La donnée des $a(j)$ définit entièrement la topologie de la structure qui peut être vue comme un graphe.

3. Aucun dans le cas de la base

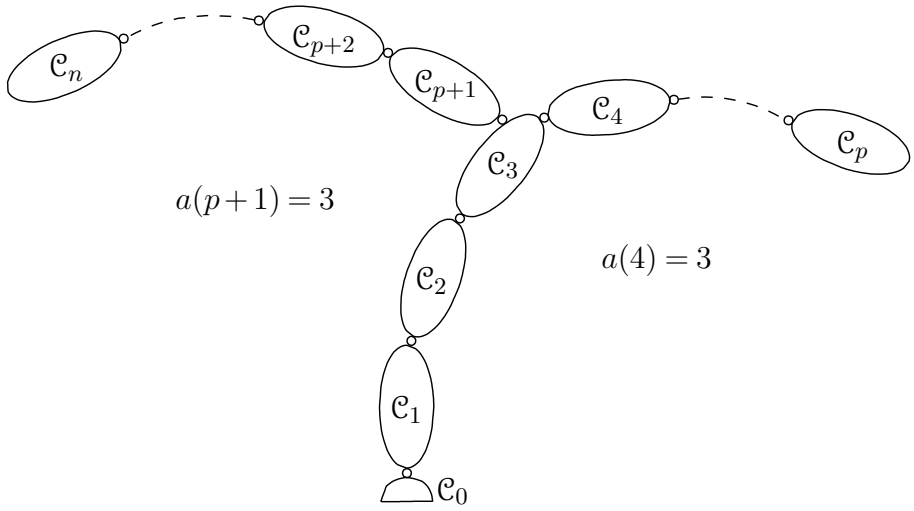


Figure III.2 – *Représentation symbolique d'une structure ouverte arborescente*

Chaque corps $\mathcal{C}_j$ possède un repère local associé $\mathcal{R}_i$ d'origine $\mathbf{O}_i$ qui lui est lié. Le paramétrage modifié de Denavit-Hartenberg permet de construire de proche en proche ces repères en partant du corps de base $\mathcal{C}_0$ en suivant les règles suivantes pour $i \in \{1, \ldots, n\}$:

- Le repère $\mathcal{R}_i = \mathbf{Span}(\mathbf{x}_i, \mathbf{y}_i, \mathbf{z}_i)$ est fixe par rapport au corps $\mathcal{C}_i$;
- L'axe $\mathbf{z}_i$ est porté par l'axe de la liaison i ;
- L'axe $\mathbf{x}_i$ est porté par la perpendiculaire commune à $\mathbf{z}_i$ et un des axes des articulations suivantes portées par le corps $\mathcal{C}_i$, trois cas sont alors possible :

  * le corps $\mathcal{C}_i$ est un corps terminal et n'a pas de corps successeur, $\mathbf{x}_i$ peut être placé de manière arbitraire ;

  * le corps $\mathcal{C}_i$, $i = a(j)$, n'a pas d'arborescence et ne possède donc qu'un seul corps successeur (portion à chaîne simple), $\mathbf{x}_i$ doit donc automatiquement être placé perpendiculaire à $\mathbf{z}_i$ et $\mathbf{z}_j$ avec $i = a(j)$;
  * le corps $\mathcal{C}_i$ possède plusieurs successeurs (arborescence). Il faut alors choisir un des corps successeur $\mathcal{C}_j$ pour construire le vecteur unitaire $\mathbf{x}_i$. En pratique le choix se fait de manière à obtenir une chaîne principale la plus longue possible. Le corps choisi peut aussi être celui menant au corps terminal principal (une chaine arborescente possède nécessairement plusieurs corps terminaux) ;

- L'axe $\mathbf{y}_i$ complète la base orthonormée $\{\mathbf{x}_i, \mathbf{y}_i, \mathbf{z}_i\}$.

Dans le cas où le corps successeur $\mathcal{C}_j$ du corps $\mathcal{C}_i$ n'a pas son axe $\mathbf{z}_j$ $(i = a(j))$ perpendiculaire à l'axe $\mathbf{x}_i$, on lui construit alors un axe supplémentaire $\mathbf{u}_j$ qui est lui perpendiculaire aux axes $\mathbf{z}_i$ et $\mathbf{z}_j$.

Pratiquement on place toujours les axes $\mathbf{z}_j$ de tous les corps en premier puis on place ensuite la direction des axes $\mathbf{x}_j$. Les orientations des axes suivant leur direction précédemment choisie est ensuite ajustée de telle manière à obtenir les variables articulaires q_j les plus pertinentes possibles en terme de signe ou de valeur. Cette pertinence dépend du paramétrage choisi que nous présentons maintenant. Avec la construction systématique des repères des corps, on peut définir un jeu de 6 paramètres paramètres par liaison j suivant de la notation de Denavit-Hartenberg modifiée où $i = a(j)$:

- γ_j : angle entre $\mathbf{x}_i$ et $\mathbf{u}_j$ autour de $\mathbf{z}_i$;
- b_j : distance entre $\mathbf{x}_i$ et $\mathbf{u}_j$ suivant $\mathbf{z}_i$;
- α_j : angle entre $\mathbf{z}_i$ et $\mathbf{z}_j$ autour de $\mathbf{u}_j$;
- d_j : distance entre $\mathbf{z}_i$ et $\mathbf{z}_j$ suivant $\mathbf{u}_j$;
- θ_j : angle entre $\mathbf{u}_j$ et $\mathbf{x}_j$ autour de $\mathbf{z}_j$;
- r_j : distance entre $\mathbf{u}_j$ et $\mathbf{x}_j$ suivant $\mathbf{z}_j$.

Ces six paramètres sont nécessaires lorsque le corps antécédent $\mathcal{C}_i$ ne possède pas son axe $\mathbf{x}_i$ perpendiculaire à l'axe $\mathbf{z}_j$ et qu'un axe $\mathbf{u}_j$ a été construit. Dans les autres cas, seuls les quatre paramètres α_j, d_j, θ_j et r_j sont nécessaires. Dans la définition précédente de ces paramètres, l'axe $\mathbf{u}_j$ n'existe alors pas et on doit le remplacer par l'axe $\mathbf{x}_i$ pour que la définition reste consistante. Les paramètres γ_j et b_j sont alors nuls. Nous sommes dans le cas régulier d'une portion de chaîne simple.

Les figures III.3 et III.4 illustrent ce paramétrage dans le cas d'un tronçon à chaîne simple[4] et d'un tronçon arborescent.

Il peut arriver dans une arborescence que nous ne voulions par forcément suivre à la lettre la règle de construction du vecteur unitaire $\mathbf{x}_i$ où il s'agit de choisir un des corps successeurs $\mathcal{C}_j$ pour rendre $\mathbf{x}_i$ perpendiculaire à l'axe $\mathbf{z}_j$. Dans la présente étude ceci s'est produit pour le bateau. En effet le bateau, corps de base du système *bateau-avirons-rameur(s)* possède plusieurs successeurs mais un seul repère $\mathcal{R}_0$. Nous avons choisi de conserver le repère $\mathcal{R}_0$ cohérent avec les notations

4. Un seul successeur du corps i ou axe $\mathbf{x}_i$ perpendiculaire à $\mathbf{z}_j$

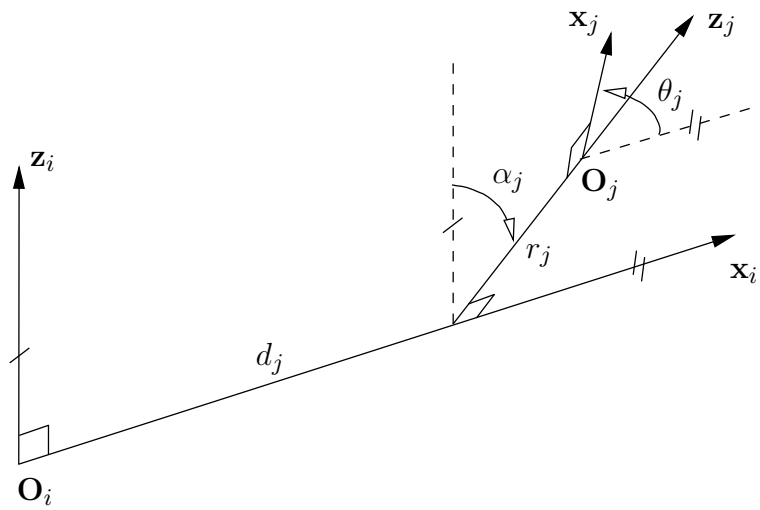


Figure III.3 – *Paramétrage de Denavit-Hartenberg modifié dans le cas d'une chaîne simple*

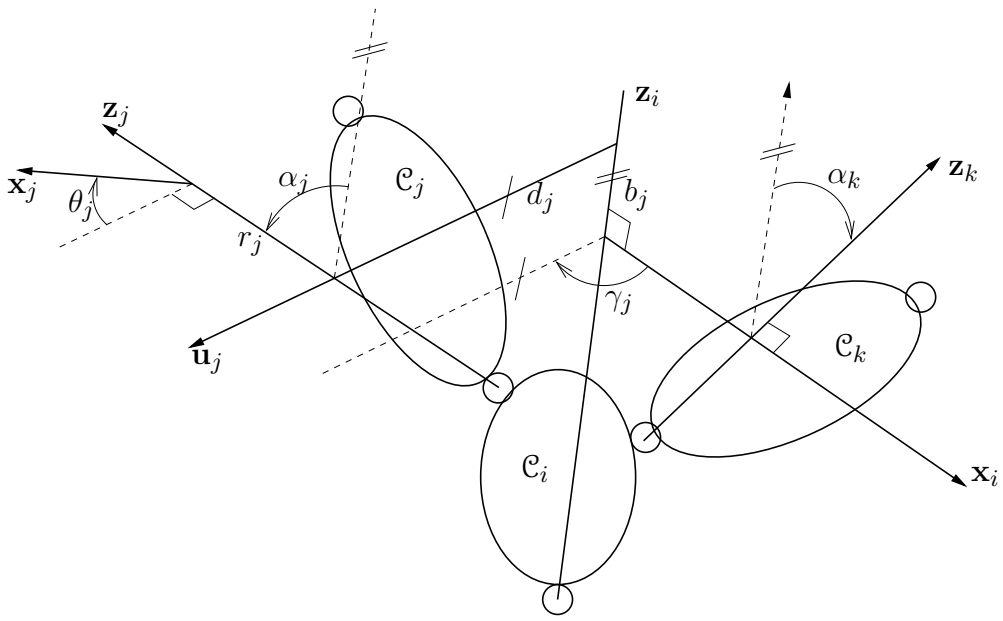


Figure III.4 – *Paramétrage de Denavit-Hartenberg modifié dans le cas d'une arborescence*

généralement acceptées de l'hydrodynamique où le vecteur $\mathbf{x}_0$ est dirigé vers l'avant du bateau.

Ceci rompt donc la règle de construction en imposant la direction $\mathbf{x}_0$ dans la mesure où il n'est plus alors possible de trouver un corps successeur de $\mathcal{C}_0$ permettant de rendre $\mathbf{x}_0$ perpendiculaire à l'axe $\mathbf{z}_1$ du corps $\mathcal{C}_1$ [5]. La construction

5. En effet le corps $\mathcal{C}_1$ est dans tous les modèles développés dans ce manuscrit le tibia (voir ce chapitre et l'annexe A), et l'articulation de la cheville avec le bateau est considérée perpendiculaire à l'axe du bateau

d'un vecteur $\mathbf{u}_j$ est donc nécessaire pour tous les corps successeurs j du bateau et les paramètres γ_j et b_j sont donc systématiquement utilisés.

On montre [75] que la matrice de transformation homogène permettant de passer du repère $\mathcal{R}_i$ du corps $\mathcal{C}_i$ au repère $\mathcal{R}_j$ du corps $\mathcal{C}_j$ $(i = a(j))$ s'écrit :

$$
\begin{aligned}
&{}^i\mathbf{h}_j = \\
&\mathbf{Rot}(\mathbf{z}_j,\gamma_j)\mathbf{Trans}(\mathbf{z}_j,b_j)\mathbf{Rot}(\mathbf{x}_j,\alpha_j)\mathbf{Trans}(\mathbf{x}_j,d_j)\mathbf{Rot}(\mathbf{z}_j,\theta_j)\mathbf{Trans}(\mathbf{z}_j,r_j) \\
&= \begin{bmatrix} \mathrm{C}_{\gamma_j}\mathrm{C}_{\theta_j} - \mathrm{S}_{\gamma_j}\mathrm{C}_{\alpha_j}\mathrm{S}_{\theta_j} & -\mathrm{C}_{\gamma_j}\mathrm{S}_{\theta_j} - \mathrm{S}_{\gamma_j}\mathrm{C}_{\alpha_j}\mathrm{C}_{\theta_j} & \mathrm{S}_{\gamma_j}\mathrm{S}_{\alpha_j} & d_j\mathrm{C}_{\gamma_j} + r_j\mathrm{S}_{\gamma_j}\mathrm{S}_{\alpha_j} \\ \mathrm{S}_{\gamma_j}\mathrm{C}_{\theta_j} + \mathrm{C}_{\gamma_j}\mathrm{C}_{\alpha_j}\mathrm{S}_{\theta_j} & -\mathrm{S}_{\gamma_j}\mathrm{S}_{\theta_j} + \mathrm{C}_{\gamma_j}\mathrm{C}_{\alpha_j}\mathrm{C}_{\theta_j} & -\mathrm{C}_{\gamma_j}\mathrm{S}_{\alpha_j} & d_j\mathrm{S}_{\gamma_j} - r_j\mathrm{C}_{\gamma_j}\mathrm{S}_{\alpha_j} \\ \mathrm{S}_{\alpha_j}\mathrm{S}_{\theta_j} & \mathrm{S}_{\alpha_j}\mathrm{C}_{\theta_j} & \mathrm{C}_{\alpha_j} & r_j\mathrm{C}_{\alpha_j} + b_j \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \\
&= \begin{bmatrix} & & & d_j\mathrm{C}_{\gamma_j} + r_j\mathrm{S}_{\gamma_j}\mathrm{S}_{\alpha_j} \\ & {}^i\mathbf{R}_j & & d_j\mathrm{S}_{\gamma_j} - r_j\mathrm{C}_{\gamma_j}\mathrm{S}_{\alpha_j} \\ & & & r_j\mathrm{C}_{\alpha_j} + b_j \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}
\end{aligned}
\tag{III.34}
$$

L'inverse de ${}^i\mathbf{h}_j$ s'écrit alors

$$
{}^j\mathbf{h}_i = \begin{bmatrix} & & & -b_j\mathrm{S}_{\alpha_j}\mathrm{S}_{\theta_j} - d_j\mathrm{C}_{\theta_j} \\ & {}^i\mathbf{R}_j^T & & -b_j\mathrm{S}_{\alpha_j}\mathrm{C}_{\theta_j} + d_j\mathrm{S}_{\theta_j} \\ & & & -b_j\mathrm{C}_{\alpha_j} - r_j \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}
\tag{III.35}
$$

III.2.2.2 Paramétrage en présence de boucles cinématiques

Comme précédemment le système est composé de $n+1$ corps et présente des arborescences. En revanche cette fois le nombre de liaisons L est supérieur à n. Ceci caractérise la présence de boucles cinématiques dans la structure avec le nombre de boucles fermées B étant égal à

$$
B = L - n \tag{III.36}
$$

En effet, une liaison ne pouvant relier que deux et seulement deux corps, l'égalité précédente indique que la chaîne cinématique reboucle nécessairement sur elle-même pour présenter plus de liaisons qu'il n'y a de corps. Le paramétrage des boucles fermées est de grande importance dans la modélisation du système *bateau-avirons-rameur(s)* dans la mesure où le rameur est lié à son bateau en deux points (planche de pied et coulisse) ainsi qu'à ses rames via ses mains qui sont elles-même

liées au bateau via les dames de nage[6]. Le système présente ainsi nécessairement des bouclages cinématiques.

La présence de boucles fermées a des conséquences fortes sur les variables articulaires du système. En effet les variables articulaires mises en jeu dans une boucle fermée sont dépendantes de par les contraintes géométriques induites par le bouclage. En d'autres termes la dimension de l'espace des configurations est diminuée dans une boucle cinématique par rapport à un même système non bouclé. Il est en revanche possible de construire un base de cet espace en choisissant un nombre N_a de variables articulaires indépendantes. Elles sont qualifiées de variables actives. Les $L - N_a$ variables restantes doivent alors être générées par résolution des contraintes de fermeture de boucle. Ce sont les variables passives. Nous verrons au chapitre VI portant sur le génération de mouvement la méthode de résolution de ces contraintes adoptée dans le simulateur GMRS.

En ce qui nous concerne ici nous définissons un paramètres additionnel noté μ_j pour chaque articulation du système tel que :

- $\mu_j = 1$ si l'articulation j est active ;
- $\mu_j = 0$ si l'articulation j est passive.

On ramène ici l'étude des systèmes bouclés à celle des système arborescents ouverts en coupant chacune des B boucles au niveau d'une variable passive. C'est alors la résolution des équations de contraintes de boucle qui permet d'effectuer la fermeture de boucle du système. Afin d'assurer cette fermeture il est nécessaire d'introduire des paramètres géométriques supplémentaires et d'adapter la procédure de paramétrage du système présentée précédemment.

1. On construit une structure arborescente ouverte en coupant chaque boucle en une articulation passive. Chaque boucle $k \in \{1, \ldots, B\}$ se décompose alors en deux branches b_{k_1} et b_{k_2} pour lesquels on définit le corps racine de boucle qui est le corps $\mathcal{C}_{r_k}$;
2. La numérotation des corps $j \in \{0, \ldots, n\}$, le placement des repères $\mathcal{R}_j$ ainsi que le paramétrage de Denavit-Hartenberg modifié est effectuée de la même manière que précédemment pour un système arborescent ouvert ;

6. On se rapportera au chapitre I pour le vocabulaire utilisé

3. On numérote chaque articulation coupée $n+k$ avec $k \in \{1,\ldots,B\}$ (sachant que $L = n+B$) ;
4. Pour chacune des ces articulations coupées correspondant à une boucle $k \in \{1,\ldots,B\}$ on définit des paramètres supplémentaires. Si l'on considère que l'articulation coupée relie les deux corps $\mathcal{C}_{k_1}$ et $\mathcal{C}_{k_2}$, on définit un premier repère $\mathcal{R}_{n+k}$ fixe par rapport à l'un de ces deux corps, prenons $\mathcal{C}_{k_1}$. Ce repère est construit tel que son axe $\mathbf{z}_{n+k}$ est porté par l'axe de l'articulation $n+k$, son axe $\mathbf{x}_{n+k}$ est porté par la perpendiculaire commune à $\mathbf{z}_{n+k}$ et $\mathbf{z}_{k_1}$ tel que représenté figure III.5. On note alors que k_2 est l'antécédent de $\mathcal{R}_{n+k}$ soit $k_2 = a(n+k)$. L'articulation coupée $n+k$ est donc paramétrée par la transformation entre les repères $\mathcal{R}_{k_2}$ et $\mathcal{R}_{n+k}$ et on la paramètre à l'aide des six paramètres usuels.
5. Le repère $\mathcal{R}_{n+k}$ étant par construction fixe par rapport au corps $\mathcal{C}_{k_1}$, il est également possible de paramétrer la transformation constante entre les repères $\mathcal{R}_{n+k}$ et $\mathcal{R}_{k_1}$. En revanche la règle de description des relations d'antécédence entre les corps ne permet pas de définir deux jeux de paramètres pour le repère $\mathcal{R}_{n+k}$. Nous introduisons donc un autre repère noté $\mathcal{R}_{n+k+B}$ coïncident avec le repère $\mathcal{R}_{n+k}$ mais dont l'antécédent est cette fois le corps $\mathcal{C}_{k_1}$ tel que $k_1 = a(n+k+B)$.

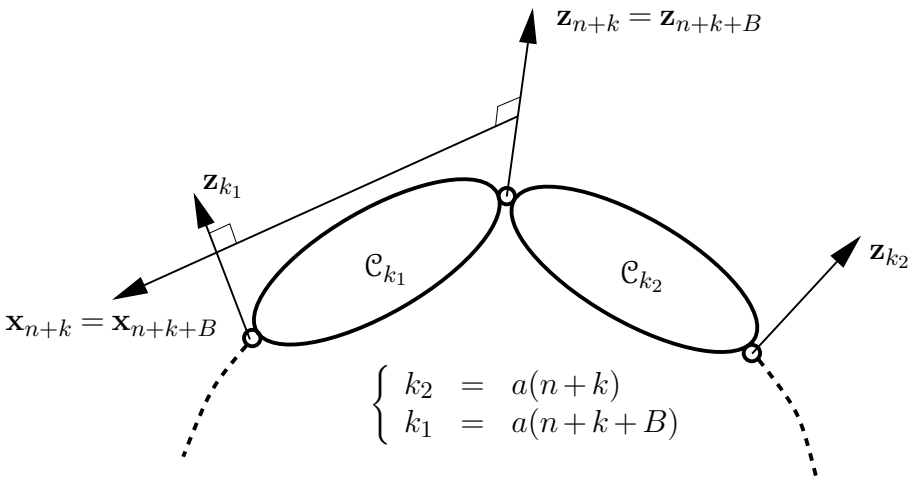


Figure III.5 – *Construction des repères associés à la coupure d'une boucle k*

On a donc défini pour chaque boucle k un repère $\mathcal{R}_{n+k+B}$ dont les paramètres de Denavit-Hartenberg sont constants. La variable articulaire q_{n+k+B}, que ce soit r_{n+k+B} ou θ_{n+k+B}, est constante. On peut même démontrer que par construction, $r_{n+k+B} = \theta_{n+k+B} = 0$. Ainsi il n'est plus pertinent de parler de liaison rotoïde ou prismatique et on notera alors systématiquement $\sigma_{n+k+B} = 2$. On effectuera de

même si l'on souhaite définir des repères fixes supplémentaires. Dans ce cas la variable $\bar{\sigma}$ n'est plus définie.

Ainsi le paramétrage d'un système comportant B boucles cinématiques fait intervenir en tout $n+2B$ repères soit le même nombre de jeux de paramètres de Denavit-Hartenberg modifié. Les $2B$ repères ajoutés pour la description des bouclage peuvent être vus comme associés à des corps virtuels au même titre que les corps virtuels ajoutés pour créer une liaison complexe à plusieurs degrés de liberté[7]. Pour chaque repère $\mathcal{R}_j$ du système, $j \in \{1,\ldots,n+2B\}$, la donnée des paramètres $a(j)$, μ_j, σ_j, γ_j, b_j, α_j, d_j, θ_j et r_j définit entièrement la structure, le paramétrage et la base de l'espace des configurations. Pour décrire pratiquement un système on présente l'ensemble de ces paramètres sous forme d'un tableau. Des représentations tabulaires de système de rameurs sont présentées dans la section suivante III.3 tableau III.1 et dans l'annexe A où des modèles 3D de rameurs sont détaillés.

III.3 Modèle géométrique

Le modèle géométrique est l'ensemble des relations permettant de lier l'espace des configurations (espace des variables articulaires) et l'espace des opérationnel cartésien décrivant la position et l'orientation des corps dans l'espace. Le modèle géométrique direct peut s'écrire formellement sous la forme suivante :

$$^{ref}\mathbf{X}_j = {}^{ref}\mathbf{f}(\mathbf{q}) \tag{III.37}$$

où $^{ref}\mathbf{X}_j = \begin{bmatrix} ^{ref}\mathbf{P}_j^T & ^{ref}\mathbf{\Theta}_j^T \end{bmatrix}^T$ est le vecteur position généralisé d'un repère $\mathcal{R}_j$, $j \in \{0,\ldots,n+2B\}$, par rapport à un autre repère $\mathcal{R}_{ref}$ du système. Le vecteur $^{ref}\mathbf{P}_j$ définit la position dans l'espace cartésien de l'origine $\mathbf{O}_j$ du repère $\mathcal{R}_j$ dans le repère de référence du modèle. Le vecteur $\mathbf{\Theta}_j$ donne l'orientation du repère $\mathcal{R}_j$ par rapport au repère $\mathcal{R}_{ref}$. La dimension de l'espace opérationnel est de 6 dans le cas d'un système en 3D et de 3 pour un système planaire.

L'application $\mathbf{f}$ est non linéaire et peut être obtenue à l'aide des transformations homogènes.

Le vecteur $\mathbf{q} = \begin{bmatrix} q_1 & q_2 & \cdots & q_L \end{bmatrix}^T$, coordonnées articulaires du système ou encore configuration du système, est composé des variables articulaires des corps. Dans le cas d'une structure bouclée les composantes de ce vecteur ne sont pas

7. C'est le cas des mains ou des épaules des rameurs. Voir l'annexe A

indépendantes. Il convient donc d'ajouter des relations de contrainte de boucle dans le modèle géométrique du système pour que le modèle soit complet.

La haute non-linéarité de l'application vectorielle $\mathbf{f}$ s'identifie facilement par la forme des transformations homogènes faisant intervenir un grand nombre de fonctions trigonométriques. Si l'on veut écrire le modèle géométrique direct d'un repère $\mathcal{R}_j$ du système il suffit d'utiliser les règles de composition des transformations homogènes tel que donné par (III.21) pour chaque corps en suivant la chaîne cinématique depuis le repère de référence jusqu'au repère $\mathcal{R}_j$. Ainsi le modèle géométrique direct peut s'écrire :

$$^{ref}\mathbf{X}_j = {}^{ref}\mathbf{h}_{i_1}\ {}^{i_1}\mathbf{h}_{i_2} \dots\ {}^{i_\alpha}\mathbf{h}_j \tag{III.38}$$

où la suite entière $(i_k)_k$ est strictement monotone, croissante ou décroissant selon que le repère de référence ait été choisi en amont ou en aval du repère $\mathcal{R}_j$. Son évolution suit les relations d'antécédence données par les paramètres a_j. En outre le repère $\mathcal{R}_{i_\alpha}$ est adjacent au repère $\mathcal{R}_j$.

Le modèle géométrique direct est donc immédiat dans la mesure ou il résulte d'une évaluation des matrices de transformation homogène dépendant des paramètres de Denavit-Hartenberg. Le modèle géométrique inverse est pour sa part plus compliqué à résoudre. Sa forme naturelle est

$$\mathbf{q} = \mathbf{g}(\mathbf{X}) \tag{III.39}$$

La résolution de ce problème nécessite de résoudre des équation hautement non linéaires et peut fréquemment posséder plusieurs solutions [8]. En effet la position généralisée d'un corps peut dans certain cas être réalisable à partir de plusieurs combinaisons d'angles articulaires comme en témoigne la figure III.6.

Il est possible [75] de résoudre ce problème de manière analytique dans un certain nombre de cas simples dans la mesure où il fait intervenir de manière récurrente un nombre fini de types d'équations non linéaires dont on connaît les méthodes de résolution. En revanche dans un cas général de système possédant un grand nombre de corps en trois dimensions, cette résolution peut s'avérer très fastidieuse et générer des solutions analytiques très longues. D'autre part la systématisation est rendue complexe à gérer pour travailler avec n'importe quel système mécanique. A cet effet une résolution numérique du modèle géométrique inverse est

8. Voire une infinité en présence de singularités

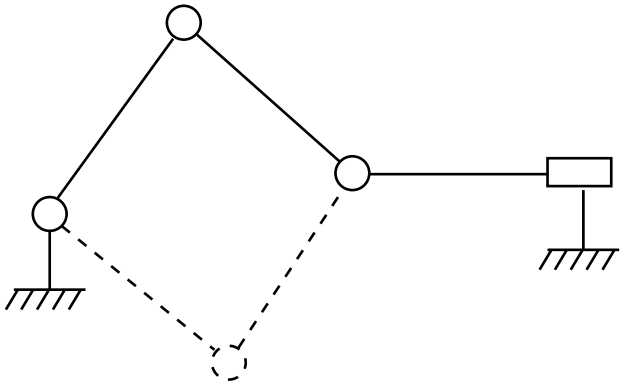


Figure III.6 – *Système bielle-manivelle pour lequel deux solutions au problème géométrique inverse sont possibles*

possible avec des algorithmes récursifs convergeant vers une solution. A cet effet nous avons choisi d'implémenter un tel algorithme pour résoudre les équations de contraintes de boucle car cela se ramène à un problème géométrique inverse. Dans la mesure où nous considérons que ce problème relève de la génération de mouvement pour la dynamique inverse[9], cet algorithme est présenté au chapitre VI.

III.4 Paramètres inertiels standards

Nous venons de présenter les notations de la robotique ainsi que les modèles géométriques utilisés afin de décrire la structure géométrique de noter système *bateau-avirons-rameur(s)*. Afin de préparer les calculs dynamiques présentés au chapitre IV, et de compléter le paramétrage des rameurs, il nous faut également définir les propriétés inertielles des corps de la structure.

Khalil [75] définit les paramètres inertiels de chaque corps $\mathcal{C}_j$ de la structure par :

- La masse M_j du corps ;
- La position ${}^j\mathbf{S}_j$ du centre d'inertie $\mathbf{G}_j$ par rapport à l'origine $\mathbf{O}_j$ du repère $\mathcal{R}_j$ exprimée dans ce même repère, soit ${}^j\mathbf{S}_j = \mathbf{O}_j\mathbf{G}_j$;
- Le terme ${}^j\mathbf{MS}_j = M_j\,{}^j\mathbf{S}_j$;
- La matrice d'inertie ${}^j\mathbf{I}_{o_{j_j}} \in \mathbb{R}^{3\times 3}$ du corps, réduite à l'origine $\mathbf{O}_j$ de $\mathcal{R}_j$ et exprimée dans ce même repère.

9. Voir la discussion en II.2

Ces paramètres permettent de définir la matrice d'inertie généralisée ${}^{j}\mathbf{M}_j$ du corps $\mathcal{C}_j$ telle que :

$$ {}^{j}\mathbf{M}_j = \begin{bmatrix} M_j\mathbf{I}_3 & \mathbf{S}\left({}^{j}\mathbf{M}\mathbf{S}_j\right)^T \\ \mathbf{S}\left({}^{j}\mathbf{M}\mathbf{S}_j\right) & {}^{j}\mathbf{I}_{o_{j_j}} \end{bmatrix} \tag{III.40} $$

Cette matrice sera largement utilisée dans les modèles dynamiques de la structure. D'autre part, à partir de la connaissance de la vitesse ${}^{j}\mathbf{V}_j$ du corps $\mathcal{C}_j$, le calcul de l'énergie cinétique E_j du corps s'écrit simplement :

$$ E_j = \frac{1}{2}\,{}^{j}\mathbf{V}_j^T\,{}^{j}\mathbf{M}_j\,{}^{j}\mathbf{V}_j \tag{III.41} $$

Ces paramètres doivent être définis pour chacun des corps de la structure. En revanche les corps virtuels tels que ceux correspondant à des repères de coupure de boucle auront tous leurs paramètres inertiels standard identiquement nuls, annulant leur contribution à la dynamique globale du système.

Pour le corps $\mathcal{C}_0$, *i.e.* le bateau, ces paramètres doivent être estimés. Une première méthode est de s'appuyer sur des plans CAO du bateau d'aviron. En revanche il n'est pas facile de se procurer ces plans auprès des constructeurs. Une seconde méthode est d'effectuer des essais expérimentaux sur un bateau au réel par exemple à l'aide d'un système bifilaire. La relative symétrie de révolution du bateau autour de son axe longitudinal fait que nous nous attendons à des valeurs de moments d'inertie proches autour des axes vertical et transversal. Considérer les couplages inertiels, terme extra-diagonaux de la matrice d'inertie, comme nuls semble également une bonne approximation.

Dans le cadre des simulations GMRS menées pour l'écriture de ce manuscrit, les paramètres inertiels standards du bateau ont été obtenus à l'aide d'une modélisation du bateau à l'aide d'une poutre demi-cylindrique de longueur et rayon égaux respectivement à la longueur du bateau et à sa section maximum, à répartition massique homogène, et de masse égale aux recommandations de masse minimale des bateaux tel que référencé en tableau I.2 du chapitre I page 6.

Pour ce qui concerne les corps physiques des rameurs, *i.e.* les corps possédant une masse non nulle, les paramètres inertiels standard correspondent à l'anthropométrie des sportifs. Ces paramètres sont alors des paramètres inertiels segmentaires. Nous verrons dans la partie suivante portant sur la description géométrique

des rameurs que nous pouvons extraire ces paramètres à l'aide de tables anthropométriques statistiques ou bien de logiciels anthropométriques. La première solution sera utilisée pour la génération de paramètres inertiels segmentaires du modèle de rameur 2D ayant servi au développement du simulateur GMRS. La seconde solution sera employée pour la génération des paramètres des modèles de rameur 3D pour lesquels nous désirons une personnalisation de l'anthropométrie.

III.5 Description géométrique des rameurs

Comme indiqué dans les objectifs de l'étude II, l'étude des développements de simulateurs existants dans la littérature nous a amené à vouloir affiner la description biomécanique du rameur en s'appuyant sur l'approche robotique présentée précédemment. Après avoir testé des simulations mettant en jeu le mouvement d'une masse ponctuelle sur un support flottant afin de tester la capacité des algorithmes de dynamique à prendre en compte nos modèle hydrodynamiques (voir chapitre V), nous avons voulu définir un modèle de rameur le plus simple possible composé d'un minimum de corps mais présentant tout de même l'ensemble des difficultés d'un modèle biomécanique complexe possédant des arborescences et des boucles. Ce modèle est présenté en premier dans cette partie dans la mesure où c'est lui qui a servi pour la plupart des développements du simulateur. Nous abordons ensuite les modélisations 3D anthropomorphes adoptées pour les différents types de rameurs.

III.5.1 Modèle simplifié 2D de rameur

Pour le développement du simulateur GMRS nous avons choisi de construire un modèle présentant un nombre de corps minimal, réduisant ainsi les temps de calcul, mais présentant les caractéristiques générales d'un système complexe, à savoir la présence d'arborescences et de boucles cinématiques. Ceci nous a amené à développer un modèle biomécanique simplifié ne mettant en jeu que deux segments pour les jambes, un segment pour le tronc et deux rames. Cette géométrie possède une boucle cinématique formée par les jambes et le bateau mettant en jeu les algorithmes de fermeture de boucle présentés en VI.4. En adoptant un tel modèle à minima de corps, la sélection des corps à modéliser a été guidé par une prise en compte des corps dont la masse et les inerties étaient les plus représentatives de la distribution des masses d'un humain, excitant alors le bateau de manière qualitativement satisfaisante.

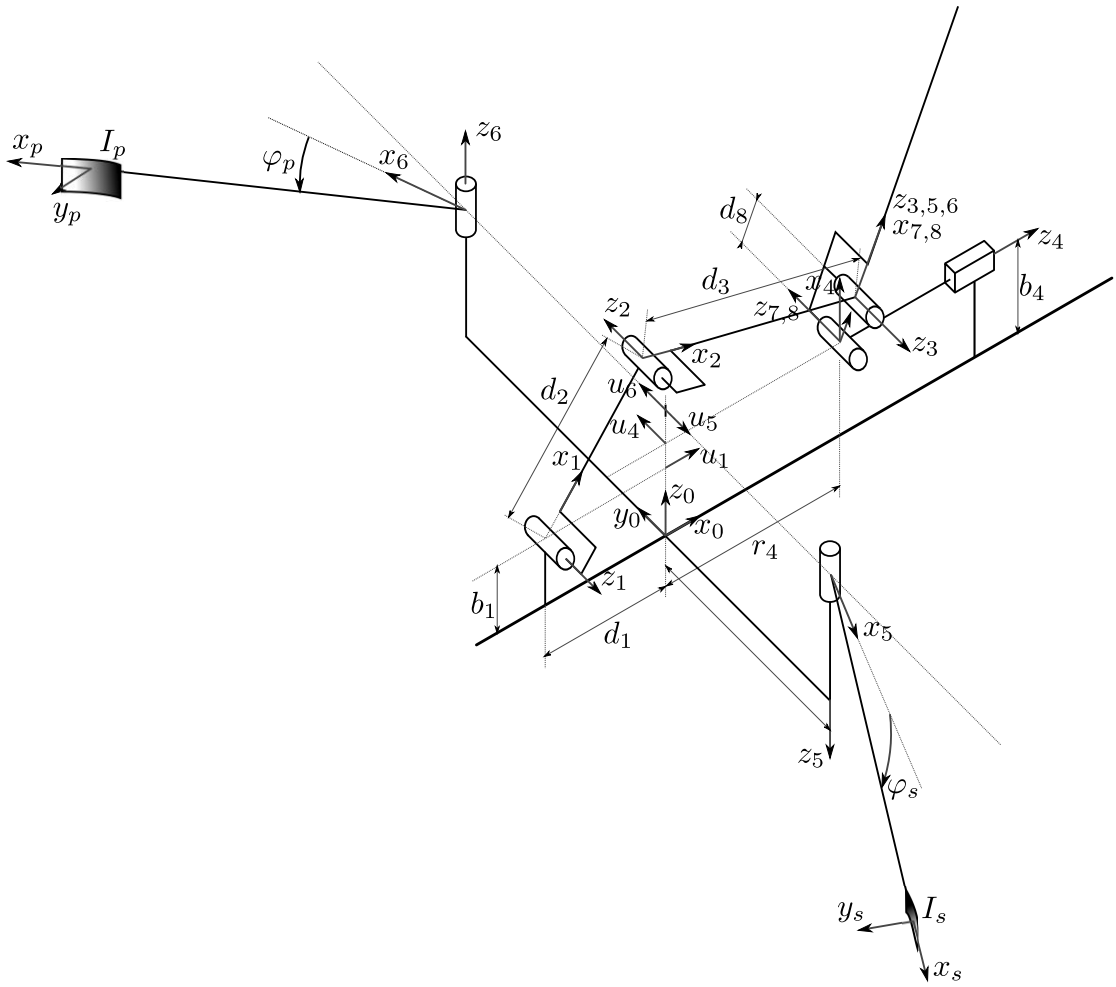


Figure III.7 – *Schéma cinématique du modèle de rameur 2D*

III.5.1.1 Description géométrique

Un schéma cinématique du modèle de rameur 2D est représenté figure III.7. Le rameur possède deux liaisons avec le bateau réalisant ainsi une boucle cinématique. Les jambes du rameur ont été fusionnées de manière à ne former que deux corps, un tibia et une cuisse pour lesquels il conviendra de fusionner les masses et les inerties. Elles sont reliée au bateau au niveau des chevilles à l'aide d'une liaison rotoïde. Les cuisses sont en liaison rotoïde avec le tronc qui n'est constitué que d'un seul corps (dont la masse et les inerties en rotation sont les plus importantes dans le système). Les cuisses dont reliées au tronc. Le tronc est également relié à la coulisse qui est liée au bateau à l'aide d'une liaison prismatique. On peut noter sur la figure III.7 que la liaison coulisse-tronc est rotoïde et que l'axe de cette liaison se situe en dessous de l'articulation entre la cuisse et le tronc. Cette modélisation a pour effet de provoquer un mouvement de la coulisse lors d'un basculement du tronc. Cet effet, voulu, représente le roulement sans glissement du fessier du

rameur sur la coulisse tel que l'on peut discerner dans des mesures de déplacement de coulisse (principalement au dégagé). Le réglage de cet effet s'effectue par un ajustement de la distance entre les liaison de contact (rotoïde) du fessier avec la coulisse et cuisse-tronc. C'est le paramètre d_8 de la figure III.7. Cette distance est assimilable à une épaisseur de fessier du rameur.

Les rames sont liées au bateau par une liaison complexe à trois degrés de liberté. Cette liaison composite permettant de générer les trois degrés de liberté de la pelle met en jeu des corps virtuels et reproduit la cinématique d'une rame placée dans une dame de nage. Tout d'abord la dame de nage est en rotation par rapport au repère du bateau suivant un axe dont l'angle et la direction d'inclinaison par rapport à la verticale est un réglage du bateau.

La pelle, enchâssée dans la dame de nage est libre suivant deux degrés de liberté. La pelle est en effet passée dans la dame de nage au niveau d'un manchon de section carrée (voir figure III.8), la dame de nage ayant également une section de profil carré mais de dimensions permettant la libre rotation du manchon autour de l'axe du manche de la pelle. Les méplats du carré permettent à la pelle de posséder des positions dynamiques indexées une fois que le méplat repose sur la partie horizontale de la dame de nage. Nous considérons que cette rotation propre peut se modéliser par une liaison rotoïde dont l'axe est perpendiculaire au plan de la dame de nage et situé suivant l'axe du manche de la rame.

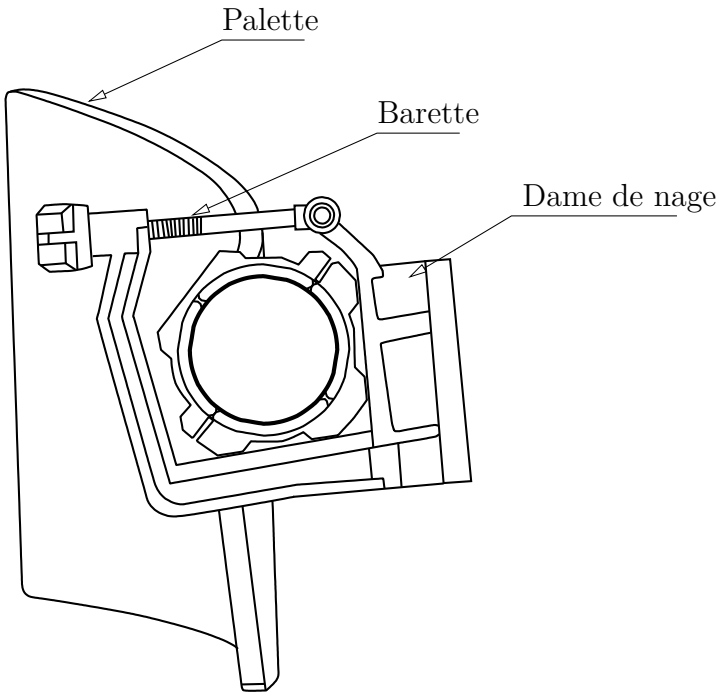


Figure III.8 – *Vue de détail d'une dame de nage dans laquelle est enfilée une rame*

Le dernier degré de liberté de la pelle consiste en sa capacité à basculer vers l'eau et à immerger la palette. A l'étude de la conception d'une dame de nage, le V formé par les bords des faces verticales (voir figure III.8) fait que l'on peut considérer que cette rotation a lieu autour d'un axe perpendiculaire au faces verticales de la dame de nage et coupant l'axe de révolution du manche de la rame. A proprement parler cette liaison est une liaison linéaire (2 degrés de liberté en rotation et 2 en translation) mais un des degrés de liberté en rotation est déjà réalisé par la liaison précédente (rotation propre de la rame). D'autre part les deux degrés de liberté en translation ne sont généralement pas exploités en aviron dans la mesure où le rameur effectue une pression naturelle dans la direction vers l'extérieur de l'axe de la rame, collant ainsi le collier de la rame contre la dame de nage tout du long du coup d'aviron, et que la translation transverse du manchon dans le plan de la dame de nage est contraint par les efforts sur la palette lors de la phase de propulsion, et contraint géométriquement par les dimensions de la dame de nage le reste du temps. Nous considérons donc que la liaison permettant à la rame de plonger dans l'eau est une liaison rotoïde.

Le bateau, corps de base $\mathcal{C}_0$ possède donc une arborescence avec 4 corps dont deux appartiennent au rameur (tibia et tronc) et les deux autres sont les rames articulées au niveau des dames de nage. Dans le modèle de rameur 2D dont il est question ici, le mouvement des rames est indépendant des mouvements du rameur et doivent être piloté séparément. D'autre part le système présente une boucle cinématique formée par ses jambes et le bateau. A ce sujet le système peut facilement dégénérer en système bielle-manivelle plan qui consiste en un système bouclé des plus simples. Le système bielle-manivelle a déjà été illustré en figure III.6. L'avantage est que nous sommes à même de dériver les équations de contraintes analytiques d'une telle boucle et de vérifier objectivement la validité des procédures numériques de fermeture de boucle présentées en VI.4. La dégénérescence a lieu lorsqu'on annule l'épaisseur d_8 du fessier décrite précédemment, rendant coïncidentes les liaisons rotoïdes entre la coulisse et le tronc et entre la cuisse et le tronc. L'angle de tronc est alors géométriquement sans conséquence sur les positions des corps dans la boucle et le système est un système bielle-manivelle. L'ensemble des paramètres de Denavit-Hartenberg correspondant au modèle 2D est compilé dans le tableau III.1.

Pour le pilotage du système nous devons définir un jeu de N_a variables articulaires de manière à complétement définir la cinématique du rameur. La boucle des

j	$a(j)$	μ_j	σ_j	γ_j	b_j	α_j	d_j	θ_j	r_j
1	0	0	0	0	b_1	$+\pi/2$	$-d_1$	θ_1	0
2	1	1	0	0	0	$+\pi$	$+d_2$	θ_2	0
3	2	1	0	0	0	$+\pi$	$+d_3$	θ_3	0
4	0	0	1	$+\pi/2$	$+b_4$	$+\pi/2-\epsilon$	0	$+\pi/2$	r_4
5	0	1	0	$-\pi/2$	b_5	$+\pi$	$+d_5$	θ_5	0
6	0	1	0	$+\pi/2$	b_6	0	$+d_6$	θ_6	0
7	4	0	0	0	0	$+\pi/2$	0	θ_7	0
8	3	0	2	0	0	$+\pi$	$-d_8$	0	0

Tableau III.1 – *Paramètres de Denavit-Hartenberg modifiés du modèle simplifié de rameur 2D*

jambes impose de ne choisir que deux articulations actives parmi les articulations 1, 2, 3 et 4, l'articulation 7 étant imposée passive vu que coupée. Dans la boucle plane des jambes nous avons $N_a = 2$. Le choix s'est porté sur l'activation de l'articulation du genou et de l'articulation entre la cuisse et le tronc soit les variables articulaires q_2 et q_3.

III.5.1.2 Anthropométrie

L'anthropométrie du rameur 2D est issue des tables anthropométriques de De-Leva [34] qui sont dérivées des tables de Zatsiorsky et Seluyanov [134] de manière à exprimer les données en des points de réduction plus appropriés à la description biomécanique de modèles humanoïdes. Ces points de réduction des paramètres inertiels segmentaires sont les centre des liaisons qui correspondent bien à notre description robotique. Ce modèle anthropométrique fournit des paramètres inertiels segmentaires des principaux corps du corps humain normalisés par rapport à une longueur de tronc moyenne. Une mise à l'échelle à l'aide de cette mesure permet de dériver les paramètres inertiels segmentaires pour différents types de sujets. Dans les simulations tests menées avec le modèle 2D, nous avons choisi de directement prendre les données de l'article de De-Leva dans la mesure où l'objectif n'était pas de tester plusieurs anthropométrie. Le sujet simulé est un homme mesurant $1.741\,m$ et de masse $73\,kg$. Les corps segmentaires du modèle de Zatsiorsky étant plus nombreux que ceux du modèle 2D, les regroupements appropriés ont été effectués et les fusions de paramètres inertiels standards ont été menées en terme de masses, inerties et positions de centre de gravité.

III.5.1.3 Réglages

Bien que simplifié, nous avons pris soin de représenter tous les réglages du bateau dans la description géométrique 2D du système. En effet, les modèles de rameur 3D utilisent la même description des réglages du bateau. Ceci n'engendrait pas de complexité algorithmique et la prise en compte de tous les réglages du bateau permettait d'être déjà prête pour les modèles 3D plus complets. Une liste des réglages pris en compte par le modèle peut être formulée dans ces termes :

- position, hauteur de la planche de pieds par rapport au bateau ;
- hauteur, angle des rails de la coulisse par rapport au bateau ;
- position latérale, longitudinale et hauteur des axes des dames de nage ;
- levier extérieur des rames.

La liaison entre les jambes du rameur et la planche de pieds est considérée dans le modèle comme une articulation rotoïde au niveau des chevilles. En réalité les pieds des rameurs sont placés dans des chaussures dont seule la pointe est rigidement fixée à la planche de pieds. Le talon lui est laissé libre et le pied plie pendant le coup d'aviron faisant varier la position de la cheville. La position de la planche de pied a été déterminée à l'aide de mesures sur des bateaux d'aviron réels. La position de la barre de pied est généralement mesurée par rapport au talon de la chaussure lorsque le talon est baissé. Cette mesure n'indique donc clairement pas la position par rapport au talon de la cheville dont il conviendrait d'obtenir une mesure à l'aide de données anthropométriques, ni la position du talon par rapport à la planche de pieds dans la mesure où cette position dépend de la posture du corps du rameur ainsi qu'à la souplesse de sa cheville. Nous n'avons pas désiré entrer dans un niveau de détail biomécanique si fin.

Bien qu'une description biomécanique très fine puisse être adoptée et résolue par le simulateur, il s'agit d'être cohérent dans la description et une description fine de la cheville demanderait alors aussi entre autre une description au moins aussi fine de l'épaule, ce qui constitue un domaine de recherche à part entière de par la complexité cinématique réelle du mouvement de l'épaule. L'option choisie a donc été de conserver les mesures brutes de la position de la coulisse et de réaliser un décalage fixe manuel de la position de l'articulation de la cheville, de manière à la positionner de manière satisfaisante par rapport à la coulisse. Finalement on positionne la cheville du rameur longitudinalement par rapport au repère du bateau à l'aide du paramètre d_1 et en hauteur à l'aide du paramètre b_1. Aucun paramètre de position suivant $\mathbf{y}_0$ n'est envisagé car nous considérons que les jambes sont

dans le plan longitudinal de symétrie du bateau.

La hauteur de la coulisse est donnée par le paramètre b_4 et l'angle de ses rails par le paramètre ϵ tel que $\alpha_4 = \frac{\pi}{2} - \epsilon$. Sa position longitudinale suivant la direction des rails est la variable articulaire r_4.

La dame de nage tribord (respectivement bâbord) est positionnée latéralement au bateau grâce au paramètres b_5 (respectivement b_6), et en hauteur à l'aide du paramètre d_5 (respectivement d_6). Le positionnement longitudinal est nul car nous avons considéré dans le modèle 2D que l'origine du bateau appartenait au plan formé par les deux axes des dames de nage.

III.5.2 Modèles 3D de rameurs

Nous présentons ici les modèles 3D de rameurs développés dans le cadre de ce travail. Comme le suggèrent Begon et Lacouture [9], nous nous sommes efforcés de détailler le modèle autant que possible tout en veillant à rester pertinent par rapport au mouvement à exécuter. Ainsi de la même manière que pour le modèle 2D, nous n'avons considéré que des rameurs unijambistes dans la mesure où le mouvement latéral des jambes est peu significatif et non prévisible et que les jambes restent globalement dans l'axe du bateau. Le mouvement d'aviron n'est vraisemblablement pas altéré par cette approximation.

Les autres découpages des corps ont été guidés par le modèle anthropométrique GEBOD utilisé alors tel que présenté ci-après en III.5.3. Ainsi l'adaptation du modèle anthropométrique à nos modèles 3D ne nécessite que peu de regroupements ou de décompositions de corps. Nous avons vu dans la présentation du sport aviron I.1 que nous pouvions rencontrer trois sortes de rameurs : le rameur de couple, le rameur de pointe tribord et le rameur de pointe bâbord. Une description géométrique 3D a donc été mise au point pour chacun des trois types de rameurs.

Le paramétrage du bateau est relativement identique à celui du rameur 2D dans le positionnement de l'accastillage, à savoir les dames de nage, la coulisse et la planche de pieds. En revanche les leviers des rames sont affinés. En effet les rames sont composées de plusieurs tronçons rigides, en vue de l'intégration de flexibilités du manche. Nous pouvons en outre avoir plusieurs rameurs sur le bateau, résultant en autant de réglages pour chacun des rameurs. L'affectation de réglages à un rameur en particulier est permise par la structure hiérarchique de données, décrite en II.4, permettant d'avoir une approche objet du système mécanique.

Nous n'effectuons ici qu'une brève description des modèles 3D en mentionnant les spécificités de chaque modèle. La description détaillée de la géométrie ainsi que les tableaux de paramétrage sont fournis en annexe A.

Modélisation des dames de nage La description géométrique des dames de nage est identique quel que soit le modèle 3D de rameur considéré. Les trois axes de rotation sont intégrés ainsi que les décalages d'axes et angles résultant des réglages mentionnés lors de la présentation de l'aviron en section I.1 du chapitre I. Ainsi on y trouve l'inclinaison des axes des dames de nage par rapport aux portants, l'inclinaison du corps de la dame de nage par rapport à l'axe ainsi que les offsets des axes de rotation propre (rayon du manchon de la rame plus épaisseur de la dame de nage perpendiculaire à l'axe de rotation des dames de nage).

Décomposition des rames Dans les deux modèles de rameur de pointe, les rames ont été scindées en plusieurs parties reliées par des liaisons rotoïdes dont les axes sont considérés comme orientés parallèlement au plan de la palette. Cette décomposition a pour objectif la mise en place de modèles de déformation des manches pendant la phase propulsive du coup d'aviron. Cette modélisation a son importance dans la modification qu'elle peut induire en terme de point d'application et d'orientation des efforts hydrodynamiques de l'eau sur la palette ainsi que la modification de vitesse d'écoulement vue par la palette.

Cette approche discrète de la flexibilité du corps est appelée élasticité localisée par Khalil [77]. Les corps déformables sont décomposés en plusieurs corps indéformables liés par des articulations. Des raideurs sont introduites dans les articulations et il est également possible d'ajouter un amortissement structurel. La mise au point d'algorithmes dynamiques permettant la prise en compte de ces déformations sera présentée en IV.2.1.

On remarquera que cette décomposition des rames n'est pas présente dans le modèle de couple. Ceci est lié à l'historique des développements du simulateur où le développement du modèle de couple a été effectué avant la réflexion sur la flexibilité des avirons. Il est néanmoins tout fait possible d'adapter une décomposition similaire pour les rames de couple.

Décomposition du dos Tout comme dans le modèle interne du programme GEBOD (voir III.5.3), le dos a été décomposé en trois parties liées par des liaisons

rotoïdes dont les axes se trouvent dans le plan frontal du rameur, ne permettant que l'inclinaison du tronc d'avant en arrière dans le plan sagittal. Ces parties sont donc de bas en haut le bassin, l'abdomen et le dos du rameur.

Pour le modèle de rameur de couple, le dos n'a a priori pas de torsion autour de la colonne vertébrale dans la mesure où le mouvement est symétrique. Ceci n'est pas le cas pour les rameurs de pointe où le mouvement est clairement asymétrique. Un degré de liberté supplémentaire est donc ajouté au dos permettant un basculement dans le plan horizontal des épaules du rameur, en accord avec l'observation du mouvement des rameurs de pointe. Ce degré de liberté supplémentaire fait intervenir un corps virtuel supplémentaire dans le modèles de pointe.

Degrés de liberté dans les mains et les épaules, position des coudes Pour les trois modèles 3D de rameurs, les mains sont assimilées à des liaisons rotules formées par trois liaisons rotoïdes à axes concourants. Ceci est rendu obligatoire par la présence des trois degrés de liberté des dames de nage décrits précédemment. Deux corps virtuels sont donc introduits au niveau des mains.

Concernant les épaules l'approche la plus simple est de considérer que celles-ci sont assimilables à des liaisons rotule. Bien que des modèles biomécaniques d'épaules puissent être trouvées dans la littérature nous n'avons pas désiré rentrer dans ce niveau de détail de la description du rameur bien que cela puisse se révéler important en terme d'amplitude du mouvement d'aviron. On pourra se rapporter par exemple à Chadwick et Van der Helm [21] pour une étude biomécanique de l'épaule.

En revanche une modélisation de l'épaule par une liaison rotule combinée à une même liaison pour les mains du rameur pose un problème de définition de la position du coude du rameur. En effet pour une position relative donnée de la main par rapport à l'épaule, il existe une infinité de position du coude par rotation du bras autour de l'axe main-épaule qu'il convient de piloter. En revanche un tel pilotage est complexe car il convient alors de définir un critère permettant d'obtenir une position acceptable du coude pendant le coup d'aviron et met en jeu des relations de contrainte entre des articulations actives de la chaîne cinématique. L'idée a alors été de supprimer un degré de liberté dans l'épaule, ne laissant que ceux des plans sagittal et frontal[10]. Une épaule à deux degrés de liberté définit

10. Voir figure III.9 pour la définition de ces plans

alors entièrement la position du coude. Les essais et les cinématiques ont montré que cette solution fournit une position visuellement satisfaisante de la position des coudes par rapport à l'observation des rameurs, assurant ainsi une répartition des inerties également consistante pendant tout le coup d'aviron.

Position des mains sur les rames Pour le modèle 2D nous avons considéré que les mains étaient positionnées au bout de chaque rame. Cette hypothèse peut néanmoins être réfutée par le fait que la main possède une certaine surface de contact et que le point d'application de la force de traction du rameur sur ses rames se situe plus à l'intérieur des poignées. Cet ajustement ne présente en pratique pas de difficulté de mise en place dans la description du rameur (modification sur la valeur du levier de rame intérieur) et l'utilisateur pourra à loisir le prendre en compte.

Pour les rameurs de pointe en revanche nous avons une asymétrie du mouvement. La main gauche (respectivement droite) d'un rameur bâbord (respectivement tribord) se situe à l'extrémité de la rame tandis que sa main droite (respectivement gauche) tient la rame quelque part sur la poignée de la rame qui est plus longue pour une rame de pointe que pour une rame de couple. Ainsi le rameur possède deux points de contact avec sa rame. Il convient donc de définir un paramètre géométrique d'espacement des mains sur la rame dont la valeur pourra varier suivant les rameurs.

Base de l'espace des configurations Une analyse des degrés de liberté des modèles 3D de rameurs permet de déterminer que le nombre de variables actives indépendantes sont au nombre de 9 pour le rameur de couple et 8 pour les rameurs de pointe. En revanche la localisation de ces articulations actives n'est pas la même suivant que nous prenons un modèle de rameur de couple ou de pointe. En effet, un rameur de couple possède deux rames et un rameur de pointe une seule, mais un degré de liberté supplémentaire de torsion du dos.

Pour le modèle de rameur de couple, nous activons les articulations suivantes :

- articulation du genou ;
- articulation entre la cuisse et le pelvis ;
- articulation entre le pelvis et l'abdomen ;
- articulation entre l'abdomen et le tronc ;
- articulation entre le tronc et la tête ;

- articulation du coude droit ;
- articulation du coude gauche ;
- articulation d'immersion de la pelle bâbord ;
- articulation d'immersion de la pelle tribord.

La donnée de lois de mouvement pour chacune de ces articulations permet de complètement définir la cinématique du rameur.
Concernant les articulations d'immersion des rames qui fixe la hauteur des mains par rapport au bateau, nous aurions également pu piloter ce mouvement à l'aide des articulations de l'épaule. En revanche cette autre solution est beaucoup plus complexe que celle proposée car pour obtenir une hauteur de main donnée, nous devrions pour chaque configuration résoudre un problème cinématique inverse permettant de déterminer les deux angles d'articulation de l'épaule. Nous nous en tenons donc à un pilotage des hauteurs de main et donc de l'immersion de la palette au niveau de la dame de nage.

Pour les modèles de rameur de pointe, nous activons les articulations suivantes :
- articulation du genou ;
- articulation entre la cuisse et le pelvis ;
- articulation entre le pelvis et l'abdomen ;
- articulation entre l'abdomen et le tronc ;
- articulation de torsion autour de la colonne vertébrale ;
- articulation entre le tronc et la tête ;
- articulation du coude du bras extérieur ;
- articulation d'immersion de la pelle.

Pour le rameur de pointe, seul le bras extérieur est activé. En effet, activer les deux bras reviendrait à introduire une redondance cinématique. Pour le pilotage du système il convient donc de ne piloter qu'un seul des deux coudes. Il sera en revanche possible à l'aide des développements présentés au chapitre IV en IV.2 de mettre en place une telle redondance en terme de distribution des couples articulaires dans la boucle formée par les deux bras et la rame.

Coupure des boucles Comme nous l'avons vu précédemment en III.2.2.2, le travail sur une structure à boucles fermées se ramène à l'étude d'une structure ouverte arborescente par coupure d'une articulation passive sur chaque boucle. Chacun des modèles 3D présente trois boucles. La boucle des jambes et les deux

boucles formées par les bras. Le choix des coupures a été effectué de manière à couper au niveau des interfaces entre le rameur, le bateau et les rames afin de pouvoir isoler le rameur.

Ainsi la boucle des jambes est coupée au niveau du contact entre le rameur et la coulisse. Les boucles des bras ont été coupées pour leur part aux points de contact des mains avec les rames. Ainsi découpée, la structure bouclée *bateau-avirons-rameur(s)* est assimilable à une structure ouverte arborescente laissant la chaîne cinématique du rameur intègre et permettant l'application des algorithmes récursifs de Newton-Euler présentés au chapitre IV.

III.5.3 Anthropométrie : le programme GEBOD

Afin de compléter les données du modèle de rameur 3D, il convient de fournir les paramètres inertiels standards de chacun de ses corps physiques. Ceci est effectué à l'aide d'un modèle anthropométrique. Nous avons vu que pour le modèle 2D nous avons utilisé les données anthropométriques issues de l'article de De-Leva [34]. En revanche les possibilités de personnalisation de ces tables sont assez limitées dans la mesure où les paramètres de différentiation sont peu nombreux. Certains auteurs tels que Formaggia *et al.* [49] utilisent les tables de la NASA [105] pour lesquelles la remarque précédente reste valable.

Dans son étude du système *bateau-avirons-rameur(s)* à l'aide du logiciel commercial ADAMS/LifeMOD, Serveto et al. [119] a profité du logiciel GEBOD (GEnerator of BOdy Datas) embarqué dans le plugin LifeMOD qui fournit des modèles musculosquelettiques à intégrer aux simulations du logiciel ADAMS. Notre choix s'est également porté sur ce logiciel pour l'anthropométrie des modèles de rameur du simlateur GMRS dans la mesure où un exécutable DOS est mis à disposition sur le site Internet de l'US Air Force [11].

III.5.3.1 Description

Le modèle ATB (Articulated Total Body) [106],[48] est développé par l'Air Force Research Laboratory (AFRL) pour permettre de prédire la réponse du corps humain à divers environnements tels que des situations de crash automobile ou d'éjection d'avion.

11.

Le programme GEBOD (Generator of Body Data) a été conçu pour fournir au modèle ATB les données dont il a besoin pour simuler le corps humain ou des mannequins de test. GEBOD est développé en FORTRAN77 et fournit un outil interactif de génération des propriétés géométriques et inertielles des segments corporels ainsi que les caractéristiques mécaniques et la position des articulations pour différentes morphologie.

Le logiciel permet deux modes de fonctionnement principaux. Le premier demande à l'utilisateur de ne renseigner que les deux paramètres de poids et de taille du sujet ainsi que le type de sujet entre homme, femme et enfant. Le programme fait alors appel à des équations de régression permettant d'interpoler les caractéristiques anthropométriques inconnues et établies à partir de bases de données anthropométriques. Ce premier mode de fonctionnement permet alors de travailler sur une morphologie statistique, utile pour des travaux ne portant pas sur des différences de morphologies. Le second mode offre à l'utilisateur la possibilité de spécifier plus finement la morphologie du sujet étudié via 32 mesures anthropométriques. Le programme se base alors uniquement sur ces mesures pour calculer les caractéristiques des segments corporels et des articulations principales pour le sujet mesuré.

Parmi les paramètres de sortie du modèle GEBOD, on trouve la taille des segments corporels, leur volume, leur masse, leurs moments principaux d'inertie par rapport au centre de gravité ainsi que les axes principaux d'inertie associés, la position des articulations ainsi que leurs caractéristiques mécaniques telles que des coefficients viscoélastiques. Ces dernières données n'ont pas été exploitées dans les simulations menées à l'aide de GMRS mais il est tout à fait possible de les introduire à l'aide de la relation (IV.56) du chapitre IV. Le programme GEBOD fournit alors un fichier texte regroupant toutes ces informations formaté de manière à pouvoir être utilisé directement dans le modèle ATB. Il convient alors d'adapter les données de ce fichier à nos modèles de rameur.

III.5.3.2 Population

Bien que GEBOD le permette, nous ne nous intéressons pas ici aux enfants dont la population ne présente pas de réel intérêt dans notre étude de l'aviron. Pour le premier mode de fonctionnement de GEBOD où la taille et la masse du sujet doit être fournis, nous devons également indiquer le sexe du sujet dans la mesure où la génération des paramètres est effectuée à l'aide d'équations de régression établies

à partir de campagnes de mesures statistiques sur des populations féminines et masculines. GEBOD est donc dans son premier mode un modèle proportionnel [9].

Les données utilisées pour les femmes sont issues de l'étude stéréo-photométrique de 1983 menée par Young et al. [131] et de la campagne de mesure de Clauser et al. pour l'Air Force portant sur les femmes [24]. Les caractéristiques mécaniques des articulations sont basées sur les données de Engin [44].

Les données relatives aux hommes sont issues de l'étude stéréo-photométrique de McConville [99] et de la campagne de mesure de Grunhofer [60]. Les caractéristiques mécaniques des articulations sont les mêmes que dans le cas des femmes.

Dans le second mode de fonctionnement, 32 mesures anthropométriques sont fournies et les corps segmentaires sont modélisés par des ellipsoïdes. GEBOD fonctionne ici comme un modèle géométrique [9] et il n'est plus question alors de population ni de sexe du sujet.

Lors d'études rapides ou de développements, le fonctionnement en modèle proportionnel est utile car il est alors très rapide de générer un jeu de paramètres inertiels segmentaires avec un minimum de personnalisation. En revanche si 'lon veut avoir une personnalisation plus fine du modèle, il faut utiliser le fonctionnement en modèle géométrique et fournir les 32 mesures demandées par GEBOD ce qui peut être long à récupérer auprès des sportifs. On pourra se rapporter au mode d'emploi de GEBOD [22] pour la description de ces 32 mesures. La mise en place de bases de données de coureurs pour la simulation GMRS peut être envisagée ici par des campagnes de mesures anthropométriques.

III.5.3.3 Le modèle interne de GEBOD

Les données de sortie de GEBOD correspondent à un modèle à 17 segments (voir figure III.9). La table III.2 liste chacun des segments corporels du modèle. On peut y voir que nos modèles de rameur 3D présentés en annexe A suivent de manière assez fidèle les différents corps du modèle GEBOD. Ce choix a permis de réduire un peu le nombre d'opérations nécessaires à l'intégration des données GEBOD dans les modèles de rameur. Le dos est bien en trois parties mais par contre, les jambes des modèles 3D de rameur sont fusionnées pour n'en former plus qu'une. D'autre part nous ne considérons ni de mains ni de pieds dans les modèles GMRS.

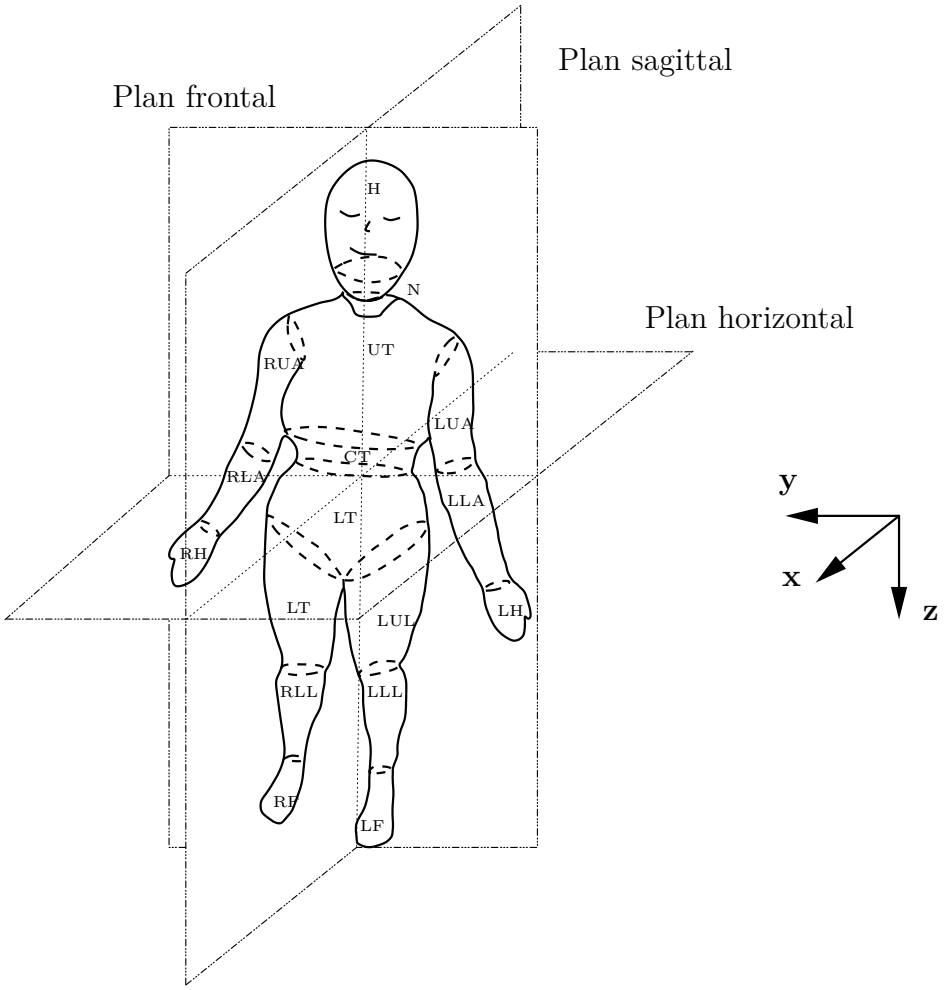


Figure III.9 – *Modèle GEBOD à 17 segments corporels, système d'axes de référence GEBOD et plans anatomiques*

III.5.3.4 Intégration des données GEBOD aux modèles de rameur GMRS

La principale difficulté dans la conversion des données GEBOD vers les modèles de rameur réside dans les différences de systèmes d'axe et de point de réduction utilisés pour l'expression des données. D'autre part et c'est une idée directrice de GMRS, nous désirons conserver des développements les plus généraux possibles de manière à pouvoir appliquer les routines à n'importe quels modèles de rameur sans avoir à réécrire les routines à chaque modification.

GEBOD utilise un repère local à chaque corps mais ce système d'axes est défini globalement par rapport à une configuration particulière du modèle. Lorsque l'on place le modèle droit debout, les bras le long du corps, les pieds parallèles et pointant vers le bas, tous les repères locaux des corps ont leur axe **z** vertical dirigé vers le haut, l'axe **y** dirigé vers la droite du sujet et l'axe **x** dirigé vers l'avant du

Numero	Abbrev.	Segment (Ang)	Segment (Fra)
1	LT	Lower Trunk	Pelvis
2	CT	Center Trunk	Abdomen
3	UT	Upper Trunk	Thorax
4	N	Neck	Cou
5	H	Head	Tête
6	RUL	Right Upper Leg	Cuisse droite
7	RLL	Right Lower Leg	Tibia droit
8	RF	Right Foot	Pied Droit
9	LUL	Left Upper Leg	Cuisse gaughe
10	LLL	Left Lower Leg	tibia gauche
11	LF	Left Foot	Pied gauche
12	RUA	Right Upper Arm	Bras droit
13	RLA	Right Lower Arm	Avant-Bras droit
14	LUA	Left Upper Arm	Bras gauche
15	LLA	Left Lower Arm	Avant-Bras gauche

Tableau III.2 – *Identification des segments corporels du modèle GEBOD (cas 15 segments)*

sujet (voir figure I.19 du chapitre I). C'est le système d'axe de référence de GEBOD. D'autre part GEBOD exprime toutes ses données également par rapport aux centres de gravité des corps.

Dans GMRS on a vu en III.4 que les paramètres inertiels standards étaient décrits par rapport aux origines $\mathbf{O}_i$ de chaque repère $\mathcal{R}_i$, centre des liaisons entre le corps $\mathcal{C}_i$ et son antécédent.

Ainsi la mise cohérence des données GEBOD sur les modèles de rameur GMRS se fait en plusieurs étapes et fait intervenir des modèles intermédiaires. Il faut notamment calculer les positions des centres de gravité par rapport aux centre des liaisons sachant que GEBOD exprime la position des articulations par rapport aux centre des gravité des corps. Il faut transporter l'ensemble des moments d'inertie principaux aux centre des liaisons. Ceci est fait dans le repère de référence GEBOD. Les regroupements de corps doivent être effectués. On note par exemple que les modèles 3D ne présentent pas de cou séparé de la tête ni de mains ni de pieds et seulement une jambe. Il faut donc fusionner ces corps GEBOD dans les corps adjacents ou entre eux. Il s'agit ensuite d'effectuer les changements de base des matrices d'inertie ainsi que la projection des positions des centre de gravité de manière à les exprimer dans les axes locaux des corps des modèles GMRS. Pour se faire nous nous appuyons sur le modèle géométrique direct du rameur. En effet, en imposant au modèle GMRS des angles articulaires lui permettant de se trouver

dans la même posture de référence que le modèle GEBOD définissant le repère de référence GEBOD, nous pouvons définir les matrices de rotation entre les repères locaux GMRS des corps et le repère de référence GEBOD de manière automatique.

Une fois toutes les opérations de conversion effectuées, l'ensemble des données inertielles sont introduites dans le modèle GMRS pour un rameur.

III.5.4 Bateaux de plus d'un rameurs

Nous avons vu en début de chapitre comment construire les modèles de rameur pour le simulateur GMRS ainsi que l'introduction de modèles anthropométriques pour un rameur. En aviron, en plus d'avoir plusieurs types de rameurs (couple ou pointe), on rencontre également plusieurs types de bateau pour lesquels des variantes d'organisation peuvent exister.

Fusion de modèles Dans l'objectif de développer un outil de simulation de l'aviron au sens large, nous avons ajouté la possibilité de construire n'importe quel modèle de bateau d'aviron allant du skiff jusqu'au huit et toutes ses variantes [12]. Ceci est rendu possible par l'exploitation des paramètres de Denavit-Hartenberg et de leur représentation sous forme de tableau.

En effet, lorsqu'on observe un tableau de paramètres telle que celles présentées en annexe A, on s'aperçoit que la structure est toujours la même. Les $2B$ (B nombre de boucles du modèle) dernières lignes concernent les repères ajoutés pour les fermetures de boucles. Cette reproductibilité de structure permet donc de fusionner deux tableaux de manière à n'en former plus qu'un, constitué de deux rameurs. Il faut alors prendre garde que parmi le $2B$ dernières ligne des deux modèles, les B premières lignes concernent l'articulation coupée tandis que le B dernières se référent à des repères fixes ($\sigma = 2$). Lors de la fusion de deux modèles il faut donc disposer ces deux blocs de façon contigüe dans le nouveau tableau. Il s'ensuit donc une procédure de renumérotation des corps du rameur ajouté ainsi que des repères correspondant aux boucles qui doivent toujours se trouver en fin de tableau.

12. Voir en I.1.1.1 au chapitre I pour les différentes déclinaisons de bateaux d'aviron

La fusion de deux tableaux pour former un ensemble de deux rameurs peut se faire pour n'importe quel modèle de rameurs dans la mesure où c'est principalement une manipulation de tableaux. Il s'ensuit que nous pouvons parfaitement fusionner deux doubles pour former un quatre, deux quatre pour former un huit*etc.* Toute combinaison est en définitive possible.

Éclatement de modèles De la même manière que pour la fusion de deux modèles, nous avons également développé la procédure permettant de scinder deux modèles. Cette procédure permet de scinder un modèle en trois parties : une tête de bateau, un rameur sélectionné et une queue de bateau. Ce sont en définitive trois modèles pouvant, dans les extrémités, être vides. Seul le rameur sélectionné ne peut pas être vide.

L'utilité de cette procédure réside par exemple dans l'assignation d'un nouveau jeu de paramètres anthropométriques à un rameur en particulier du bateau. Il suffit alors d'extraire le rameur en question par éclatement de modèle, d'introduire les nouveaux paramètres sur ce rameur, et de reconstruire le bateau à l'identique par refusion des trois parties extraites. L'intérêt est que les routines de conversion des données anthropométriques n'ont alors pas à gérer la numérotation des corps d'un rameur qui n'est alors pas le premier du modèle global. Cette approche simplifie la structure des routines de mapping anthropométrique.

Comme pour la fusion de modèles, l'extraction nécessite d'importantes mises à jour des numérotations des corps dans les trois modèles retournés.

Données additionnelles Nous avons vu qu'à chaque corps du rameur est associé un jeu de paramètres géométriques, inertiels *etc.* Ces seuls paramètres sont effectivement en pratique suffisant pour les algorithmes dynamiques présentés au chapitre IV. En revanche il peut être intéressant de jouer sur des niveaux de granularité de la description moins fins. Il peut être par exemple intéressant de savoir que tel corps est une rame ou bien que cette rame appartient à tel rameur dans le bateau. La seule données des paramètres de Denavit-Hartenberg ou inertiels ne permettent pas d'obtenir de telles informations. Le niveau d'abstraction est en effet supérieur à la simple description géométrique ou dynamique des corps rigides ou des articulations qui les lient.

Ainsi un certain nombre de données additionnelles sont ajoutées dans les modèles de rameur de manière à apporter une description plus fine et multi-échelle du système. Chaque corps d'un rameur se voit par exemple attribuer un paramètre permettant de connaître le numéro du rameur auquel il appartient. D'autre part, chaque corps physique se voit attribuer une chaîne de caractère courte permettant de préciser sa nature. On trouve table III.3 une liste de ces indicateurs. Une utilité de ce référencement est par exemple de permettre de détecter qu'un corps est une palette d'aviron pour déclencher la prise en compte d'un modèle d'effort hydrodynamique. Ainsi nous n'avons pas besoin de tracer les numéros des corps concernant des palettes d'aviron, ce qui peut être fastidieux dans le cas de plusieurs rameurs ou de changer si les modèles de rameur évoluent.

Bateau	Tibia	Cuisse	Pelvis	Abdomen	Tronc	Tête
B	**LL**	**UL**	**LT**	**CT**	**UT**	**H**
Bras gauche	Avant-bras gauche	Bras droit	Avant-bras droit	Palette bâbord	Palette tribord	
LUA	**LLA**	**RUA**	**RLA**	**PB**	**SB**	

Tableau III.3 – *Ensemble des mots clés utilisés comme métadonnées permettant de connaître la nature d'un corps*

De même les informations permettant de retrouver les données du modèle anthropométrique utilisé pour tel rameur du bateau sont stockées par entité de rameur. Nous conservons ainsi une trace descriptive du contenu d'un modèle a plusieurs échelles.

III.6 Cinématique

III.6.1 Modèles cinématiques

Le modèle cinématique direct d'un système poly-articulé décrit les vitesses des coordonnées opérationnelles en fonction des vitesses articulaires tel que :

$$\dot{\mathbf{X}} = \mathbf{J}(\mathbf{q})\dot{\mathbf{q}} \tag{III.42}$$

où $\mathbf{J}(\mathbf{q})$ désigne la matrice jacobienne de dimension $6 \times n$ du mécanisme, égale à $\frac{\partial \mathbf{X}}{\partial \mathbf{q}}$, et fonction de la configuration articulaire. Le même matrice jacobienne intervient dans le calcul du modèle différentiel direct donnant les variations élémentaires $\mathbf{dX}$ des coordonnées opérationnelles en fonction des variations élémentaires

des coordonnées articulaires $\mathbf{dq}$, soit :

$$\mathbf{dX} = \mathbf{J}(\mathbf{q})\mathbf{dq} \tag{III.43}$$

Cette matrice jacobienne cinématique permettra de mettre en place les contraintes de fermeture de boucle tel que présenté dans la partie suivante et son calcul sera explicité lors de la présentation des algorithmes de fermeture de boucle en section VI.4 du chapitre VI portant sur la génération de mouvement des rameurs.

De la même manière on peut définir un modèle cinématique du second ordre permettant de décrire les accélérations des coordonnées opérationnelles en fonction des accélérations, vitesses articulaires et positions articulaires. Celui-ci s'obtient par dérivation de (III.42) par rapport au temps, soit :

$$\ddot{\mathbf{X}} = \mathbf{J}(\mathbf{q})\ddot{\mathbf{q}} + \dot{\mathbf{J}}(\mathbf{q},\dot{\mathbf{q}})\dot{\mathbf{q}} \tag{III.44}$$

III.6.2 Relations de récurrence des quantités cinématiques

Nous présentons ici les relations de récurrence permettant de relier les vitesses et accélérations généralisées des corps. On montre [75] que les vitesses généralisées d'un corps $\mathcal{C}_j$ sont reliées à ces même quantités pour le corps antécédent $\mathcal{C}_i$ tel que :

$$\forall j \in \{1,\ldots,n\},\ i = a(j) \tag{III.45}$$

$${}^{j}\mathbf{V}_j = {}^{j}\mathbf{T}_i\,{}^{i}\mathbf{V}_i + \dot{q}_j\,{}^{j}\mathbf{a}_j \tag{III.46}$$

$$\tag{III.47}$$

où la matrice ${}^{j}\mathbf{T}_i$ de transformation entre torseurs a été définie équation (III.29), et le vecteur ${}^{j}\mathbf{a}_j$ est défini à l'aide de l'axe ${}^{j}\mathbf{z}_j$ de l'articulation j et du paramètre σ_j par :

$${}^{j}\mathbf{a}_j = \begin{bmatrix} \sigma_j\,{}^{j}\mathbf{z}_j \\ \bar{\sigma}_j\,{}^{j}\mathbf{z}_j \end{bmatrix} \tag{III.48}$$

Pour la relation de récurrence en accélération généralisée nous définissons deux paramètres ${}^{j}\boldsymbol{\gamma}_j$ et ${}^{j}\boldsymbol{\zeta}_j$ tels que :

$$
\begin{aligned}
{}^{j}\boldsymbol{\gamma}_j &= \begin{bmatrix} {}^{j}\mathbf{R}_i\mathbf{S}\left({}^{i}\boldsymbol{\omega}_i\right)\mathbf{S}\left({}^{i}\boldsymbol{\omega}_i\right){}^{i}\mathbf{P}_j + 2\sigma_j\dot{q}_j\mathbf{S}\left({}^{j}\mathbf{R}_i{}^{i}\boldsymbol{\omega}_i\right){}^{j}\mathbf{z}_j \\ \bar{\sigma}_j\dot{q}_j\mathbf{S}\left({}^{j}\mathbf{R}_i{}^{i}\boldsymbol{\omega}_i\right){}^{j}\mathbf{z}_j \end{bmatrix} && \text{(III.49)} \\
{}^{j}\boldsymbol{\zeta}_j &= {}^{j}\boldsymbol{\gamma}_j + \ddot{q}_j{}^{j}\mathbf{a}_j && \text{(III.50)}
\end{aligned}
$$

La relation de récurrence entre accélérations généralisées s'écrit alors :

$$
{}^{j}\dot{\mathbf{V}}_j = {}^{j}\mathbf{T}_i{}^{i}\dot{\mathbf{V}}_i + {}^{j}\boldsymbol{\zeta}_j \tag{III.51}
$$

Ces relations permettent donc de calculer les vitesses absolues de n'importe quel corps de la structure. Ceci sera très utile pour le calcul des modèles dynamiques du chapitre IV, et pour le calcule des modèles d'efforts extérieurs présentés au chapitre V.

III.7 Contraintes de boucles

Nous avons vu précédemment en III.2 que la description d'un système comportant des boucles cinématiques nécessitait la coupure de chaque boucle au niveau d'une articulation passive et l'introduction de deux repères associés aux deux corps concernés par la coupure. La contrainte de fermeture de boucle géométrique impose alors la coïncidence de ces deux repères. Le modèle géométrique direct de l'équation (III.38) permet alors d'exprimer cette contrainte géométrique pour une boucle k, en reprenant les notations de la figure III.5, par :

$$
{}^{n+k+B}\mathbf{h}_{k_1} \cdots {}^{k_2}\mathbf{h}_{n+k} = \mathbf{I}_4 \tag{III.52}
$$

En revanche la résolution de ces équations hautement non linéaires pour chaque boucle n'est praticable que pour des systèmes relativement simples, tels que des système 2D ou présentant peu d'articulations. Dans notre cas nous devons utiliser le modèle cinématique présenté précédemment pour exprimer les contraintes de boucle de la structure.

Le modèle cinématique présenté équation (III.42) permet de calculer la vitesse de n'importe quel corps uniquement à l'aide des coordonnées de l'espace des configurations $\mathbf{q}$ et de leur dérivées $\dot{\mathbf{q}}$. La fermeture de boucle impose pour chaque boucle k que les vitesses des repères $\mathcal{R}_{n+k}$ et $\mathcal{R}_{n+k+B}$ soient égales. Cette égalité

s'exprime par :

$$\forall k \in \{1, \ldots, B\}, \quad {}^{n+k}\mathbf{V}_{n+k} = {}^{n+k+B}\mathbf{V}_{n+k+B} \tag{III.53}$$

Soit à l'aide du modèle cinématique direct (III.42) :

$$\mathbf{J}_{n+k}\dot{\mathbf{q}}_{b_1} - \mathbf{J}_{n+k+B}\dot{\mathbf{q}}_{b_2} = \mathbf{0}_{6\times 1} \tag{III.54}$$

avec $\mathbf{q}_{b_1}$ et $\mathbf{q}_{b_2}$ respectivement les variables articulaires des branches b_1 et b_2 de la boucle k.

En projetant les matrices jacobiennes cinématiques $\mathbf{J}_{n+k}$ et $\mathbf{J}_{n+k+B}$ de chaque boucle k sur le corps racine de boucle noté $\mathcal{C}_{r_k}$, en regroupant les équations du type (III.54) de chacune des boucles et en élimant les éventuelles lignes de zéro, nous obtenons une relation de la forme :

$$\mathbf{J}\dot{\mathbf{q}} = \mathbf{0} \tag{III.55}$$

Le vecteur $\dot{\mathbf{q}}$ comprends des variables actives et des variables passives ainsi que coupées. Nous pouvons donc le décomposer tel que :

$$\dot{\mathbf{q}} = \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{q}}_a \\ \dot{\mathbf{q}}_{pc} \end{bmatrix} \tag{III.56}$$

La réorganisation des colonnes de la matrice jacobienne $\mathbf{J}$ de (III.55) réalisé pour respecter l'organisation (III.56) nous permet alors d'obtenir la forme générale suivante des contraintes cinématiques de fermeture de boucle :

$$\begin{bmatrix} \mathbf{J}_a & \mathbf{J}_{pc} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{q}}_a \\ \dot{\mathbf{q}}_{pc} \end{bmatrix} = \mathbf{0} \tag{III.57}$$

Cette forme sera très utile dans les algorithmes de fermeture de boucle présentés en VI.4 au chapitre VI ainsi que dans le calcul des couples articulaires des structures fermées exactement actionnées et redondantes présenté en IV.1.1 au chapitre IV.

III.8 Conclusion

Ce chapitre a présenté les techniques robotiques employées dans notre étude pour construire, paramétrer et décrire les rameurs, considérés alors comme des structures multicorps complexes. Le paramétrage est systématique et pour peu

que la technique soit maîtrisée, il n'y a pas *a priori* de limite quant à la complexité structurelle des rameurs. Les limites de cette complexité seront plutôt atteintes dans les techniques de génération de mouvement dont une approche est fournie au chapitre VI. Les relations de transport et de transformation, ainsi que les modèles géométriques et cinématiques, permettent de connaître à tout instant les positions, orientations, vitesses et accélérations des corps, connaissant les variables articulaires de la structure, ainsi que leurs dérivées. Ceci constitue un atout original pour l'élaboration et l'implémentation de modèles de forces extérieures aux corps pour la simulation du système *bateau-avirons-rameur(s)*. En effet, les modèles d'-effort dépendent généralement des quantités cinématiques des corps dans l'espace cartésien que nous calculons sans approximation. Ce sera l'objet du chapitre V.

Enfin, la systématisation du paramétrage géométrique mise en avant ici n'est utile que si nous possédons d'algorithmes de résolution des équations de la dynamique tout aussi systématiques. C'est l'objet du module «noyau» du simulateur GMRS et c'est l'objet du chapitre IV à suivre.

Chapitre IV

Modélisation dynamique des systèmes *bateau-avirons-rameur(s)*

Ce chapitre traite principalement du module «noyau» du simulateur GMRS tel qu'il a été introduit en II.2. Muni de l'ensemble des paramètres de simulation, des modèles de rameurs présenté en III.5, de modèles d'efforts du chapitre V, ainsi que des modèles de mouvement du rameur du chapitre VI, il s'agit de simuler de comportement dynamique du système *bateau-avirons-rameur(s)*. Comme présenté en II.3.2, nous adoptons une procédure de simulation à convergence de cycle. Le cycle convergé est alors une période du coup d'aviron où l'état du système, à savoir les mouvements du bateau, a convergé vers un cycle limite périodique. La modélisation dynamique d'un système multicorps peut mettre en œuvre deux approches principales pour faire se mouvoir le système.

La première consiste à imposer une cinématique au système. Ceci s'achève en imposant les variables articulaires actives $\mathbf{q}_a$ [1] ainsi que leurs deux premières dérivées $\dot{\mathbf{q}}_a$ et $\ddot{\mathbf{q}}_a$. Le mouvement est ainsi complètement défini et le modèle permet de calculer les couples articulaires nécessaires pour réaliser la cinématique imposée vis-à-vis des efforts extérieurs s'appliquant sur le système. Le modèle dynamique alors appelé modèle dynamique inverse et peut s'écrire formellement :

$$\mathbf{\Gamma} = \mathbf{f}\left(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, \ddot{\mathbf{q}}, \mathbf{F}_e\right) \tag{IV.1}$$

avec :

- $\mathbf{\Gamma}$ le vecteur des couples (respectivement forces) dans les articulations actives rotoïdes (respectivement prismatiques) ;

1. Le système présente des boucles cinématiques

- $\mathbf{q}$ le vecteur des positions articulaires dont les composantes sont les variables articulaires sont les paramètres θ_i des corps (respectivement r_i) ayant des articulations rotoïdes (respectivement prismatiques) ;
- $\dot{\mathbf{q}}$ le vecteur des vitesses articulaires ;
- $\ddot{\mathbf{q}}$ le vecteur des accélérations articulaires ;
- $\mathbf{F}_e$ le vecteur représentant les torseurs d'efforts extérieurs qu'exercent l'environnement sur le système.

Les modèles d'effort $\mathbf{F}_e$ sont examinés au chapitre V. Les vecteurs $\mathbf{q}$, $\dot{\mathbf{q}}$ et $\ddot{\mathbf{q}}$ sont des variables lagrangiennes et l'expression (IV.1) est un modèle lagrangien. Un modèle eulérien fait pour sa part intervenir les positions et vitesses généralisées des corps dans l'espace opérationnel. Le passage entre les deux paradigmes se fait grâce aux modèles géométriques, cinématiques et cinématiques du second ordre du système.

La seconde approche consiste à imposer les couples/forces articulaires plutôt que les accélérations articulaires. Le mouvement n'est alors pas entièrement défini et le modèle, appelé alors modèle dynamique direct, permet de calculer les accélérations articulaires induites par l'application des couples/forces. L'expression générale lagrangienne de ce modèle est donnée par

$$\ddot{\mathbf{q}} = \mathbf{g}\left(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, \mathbf{\Gamma}, \mathbf{F}_e\right) \tag{IV.2}$$

Dans le cadre de la simulation du système *bateau-avirons-rameur(s)*, nous avons préféré adopter une approche par dynamique inverse. En effet il est beaucoup plus facile techniquement de mesurer la cinématique d'un rameur que de mesurer des couples articulaires. D'autre part il s'agit de fournir l'un ou l'autre pour chacune des articulations. Autant il est possible de trouver dans la littérature des profils de mouvements articulaires pour les rameurs, ou tout du moins des modèles et ceci grâce aux technologies de capture de mouvements, autant il n'existe pas à notre connaissance de références donnant des couples articulaires. Nous ne possédons donc pas de base (profils de couples articulaires) permettant d'adopter un modèle dynamique direct. En revanche il est toujours possible d'ajuster une cinématique imposée pour que le mouvement d'aviron soit vraisemblable. Nous verrons au chapitre VI que c'est précisément l'approche adoptée actuellement dans le module de génération de mouvement du simulateur GMRS.

IV.1 Modèle dynamique inverse en base flottante

Dans cette section nous nous intéressons à une implémentation du modèle dynamique inverse. Il est possible d'adopter plusieurs formalismes pour calculer le modèle dynamique. Parmi les principaux nous avons les formalismes de Lagrange et de Newton. La différence d'approche réside notamment dans le type de coordonnées utilisées. Les équations de Lagrange sont basées sur une approche énergétique du mouvement et utilisent les coordonnées généralisées q_i du mouvement. L'avantage de cette approche est la flexibilité des variables car les équations de Lagrange restent invariantes pas changement de coordonnées, permettant de ne pas présupposer de système de coordonnées (cartésiennes, sphériques*etc.*). L'approche eulérienne prend quant à elle les vitesses et accélérations des corps comme variables du mouvement qui sont intrinsèquement attachées à une représentation cartésienne de l'espace.

Le système pour lequel nous voulons établir le modèle dynamique inverse est de type complexe arborescent possédant plusieurs boucles cinématiques et dont la base est flottante. Nous verrons à partir de la formulation générale de Lagrange en base fixe que la présence de boucles cinématiques impose des contraintes qu'il est possible de ne pas considérer dans un premier temps dans la modélisation dynamique inverse, réduisant l'étude au système ouvert arborescent équivalent à la structure fermée. Nous verrons en outre que ces contraintes ont une implication forte sur le calcul des couples articulaires et nous présenterons un moyen de redistribuer les couples articulaires dans les boucles pour revenir à la réalité du système bouclé. Nous examinerons en outre comment traiter des redondances d'actionnement dans les boucles. La formulation de Lagrange en base fixe sera ensuite étendue au cas d'une base mobile. Nous présenterons ensuite un calcul du modèle dynamique inverse qui sera alors traité dans un formalisme eulérien à l'aide des équations récursives de Newton-Euler en base flottante en considérant que le système ouvert équivalent suit une cinématique équivalente à celle que suivrait la structure si elle était fermée.

IV.1.1 Forme générale du modèle dynamique inverse à base fixe

IV.1.1.1 Formalisme Lagrangien et contraintes de boucle

Le formalisme de Lagrange décrit les équations du mouvement en termes de travail et d'énergie du système. Pour un système ouvert arborescent on peut écrire les équations de Lagrange pour chaque corps comme suit

$$\Gamma_i = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{dt}}\left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i}\right) - \frac{\partial L}{\partial q_i}, \qquad i \in \{1, \ldots, n\} \tag{IV.3}$$

avec

- $L = E - U$ le lagrangien du système ouvert arborescent équivalent ;
- E l'énergie cinétique totale du système ;
- U l'énergie potentielle totale du système ;
- q_i la variable articulaire de l'articulation i ;
- Γ_i le couple articulaire de l'articulation i.

L'introduction des contraintes de fermeture de boucle sur les couples articulaires peut être effectuée à l'aide des multiplicateurs de Lagrange $\boldsymbol{\lambda}$ comme dans l'équation suivante :

$$\Gamma_i = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{dt}}\left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i}\right) - \frac{\partial L}{\partial q_i} + \left(\frac{\partial \boldsymbol{\Phi}(\mathbf{q}_{tr})}{\partial q_i}\right)^T \lambda, \qquad i \in \{1, \ldots, n\} \tag{IV.4}$$

où $\mathbf{q}_{tr}$ est le vecteur des variables articulaires de la structure ouverte arborescente équivalente et $\boldsymbol{\Phi}(\mathbf{q}_{tr})$ est le vecteur des p contraintes indépendantes de fermeture de boucle tel que $\boldsymbol{\Phi}(\mathbf{q}_{tr}) = 0$ comme vu en III.7. Les couples articulaires Γ_i alors calculés sont ceux de la structure fermée.

Si on note $\boldsymbol{\Gamma}_{tr}$ et $\boldsymbol{\Gamma}_c$ respectivement les couples articulaires de la structure ouverte arborescente équivalente et de la structure fermée alors on peut écrire (IV.4) sous la forme

$$\boldsymbol{\Gamma}_c = \boldsymbol{\Gamma}_{tr}(\mathbf{q}_{tr}, \dot{\mathbf{q}}_{tr}, \ddot{\mathbf{q}}_{tr}) + \left(\frac{\partial \boldsymbol{\Phi}(\mathbf{q}_{tr})}{\partial \mathbf{q}_{tr}}\right)^T \lambda \tag{IV.5}$$

où $\boldsymbol{\Gamma}_{tr}(\mathbf{q}_{tr}, \dot{\mathbf{q}}_{tr}, \ddot{\mathbf{q}}_{tr})$ est le vecteur des couples articulaires de la structure équivalente donnée par le calcul du modèle dynamique inverse sans contraintes (IV.3).

Nous considérons maintenant que la structure fermée est contrôlable, c'est à dire que nous avons choisi le bon nombre N d'articulations actives pour que le mouvement du système soit entièrement déterminé. N est alors le nombre de degrés de liberté internes de le structure fermée. Ceci implique alors qu'il reste $L-N$ articulations passives et coupées dont les variables articulaires ne dépendent que de la valeur des N variables articulaires actives. La fermeture des boucles résulte donc en $L-N$ équations de contraintes indépendantes.

Dans ce cas les couples articulaires des liaisons passives et coupées restantes sont considérés comme nuls (la question de boucles à actionnement redondant sera évoquée plus tard en IV.1.1.2). En séparant les articulations actives des passives dans les vecteurs de couples articulaires, on peut écrire :

$$\boldsymbol{\Gamma}_{tr} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{\Gamma}_a \\ \boldsymbol{\Gamma}_p \end{bmatrix} \tag{IV.6}$$

$$\boldsymbol{\Gamma}_c = \begin{bmatrix} \boldsymbol{\tau} \\ \mathbf{0}_{p\times 1} \end{bmatrix} \tag{IV.7}$$

avec $\boldsymbol{\Gamma}_a$ et $\boldsymbol{\Gamma}_p$ les couples articulaires des articulations respectivement actives et passives/coupées tels que calculés par le modèle dynamique inverse sans contrainte de la structure équivalente et $\boldsymbol{\tau}$ le vecteur des couples articulaires des articulations actives de la structure fermée.

D'autre part on a vu en III.7 que l'égalité des vitesses des repères $\mathcal{R}_{n+k}$ et $\mathcal{R}_{n+k+B}$ de fin de branches de chaque boucle $k \in \{1,\ldots,B\}$ coupée et l'application des modèles cinématiques sur chacune de ces branches permet d'établir la relation cinématique de contrainte de boucle

$$\begin{bmatrix} \mathbf{J}_a & \mathbf{J}_{pc} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{q}}_a \\ \dot{\mathbf{q}}_{pc} \end{bmatrix} = \mathbf{0} \tag{IV.8}$$

avec la matrice $\begin{bmatrix} \mathbf{J}_a & \mathbf{J}_{pc} \end{bmatrix}$ la matrice jacobienne cinématique de la structure dont le calcul est présenté dans le chapitre VI portant sur la génération de mouvement. En effet le calcul de cette matrice est effectué avant l'appel au modèle dynamique inverse dans la mesure où elle permet de calculer les valeurs des variables articulaires passives ainsi que leurs dérivées. Rappelons que nous sommes parti de l'hypothèse que le système suivait un mouvement compatible avec les contraintes de fermeture de boucle.

On en déduit que le terme de contrainte dans (IV.5) s'écrit

$$\frac{\partial \mathbf{\Phi}(\mathbf{q}_{tr})}{\partial \mathbf{q}_{tr}} = \begin{bmatrix} \mathbf{J}_a & \mathbf{J}_{pc} \end{bmatrix} \tag{IV.9}$$

Ainsi en introduisant (IV.9), (IV.6) et (IV.7) dans l'équation (IV.5) on obtient

$$\begin{bmatrix} \boldsymbol{\tau} \\ \mathbf{0}_{p\times 1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{\Gamma}_a \\ \mathbf{\Gamma}_{pc} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{J}_a^T \\ \mathbf{J}_{pc}^T \end{bmatrix} \boldsymbol{\lambda} \tag{IV.10}$$

Les vecteurs $\mathbf{\Gamma}_a$ et $\mathbf{\Gamma}_p$ ayant été obtenus par la résolution de (IV.3), (IV.10) représente un système à n équations dont les inconnues sont $\boldsymbol{\tau}$ et $\boldsymbol{\lambda}$. Les multiplicateurs de Lagrange sont donnés par la seconde ligne de (IV.10) soit

$$\boldsymbol{\lambda} = -\left(\mathbf{J}_{pc}^T\right)^{-1} \mathbf{\Gamma}_p \tag{IV.11}$$

ce qui introduit dans l'équation donnée par la première ligne de (IV.10) donne

$$\boldsymbol{\tau} = \mathbf{\Gamma}_a - \mathbf{J}_a^T \left(\mathbf{J}_{pc}^T\right)^{-1} \mathbf{\Gamma}_p \tag{IV.12}$$

Si l'on introduit la matrice $\mathbf{W}$ telle que

$$\mathbf{W} = -\mathbf{J}_{pc}^{-1} \mathbf{J}_a \tag{IV.13}$$

le vecteur de couples articulaires des liaisons actives de la structure fermée s'écrit

$$\boldsymbol{\tau} = \begin{bmatrix} \mathbf{I}_N & \mathbf{W}^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{\Gamma}_a \\ \mathbf{\Gamma}_p \end{bmatrix} \tag{IV.14}$$

soit en définitive

$$\boldsymbol{\tau} = \mathbf{G}^T \mathbf{\Gamma}_{tr} \tag{IV.15}$$

avec

$$\mathbf{G} = \begin{bmatrix} \mathbf{I}_N \\ \mathbf{W} \end{bmatrix} \tag{IV.16}$$

La matrice G est donc entièrement connue lors du calcul des variables articulaires permettant à la structure équivalente de suivre le mouvement de la structure fermée. L'obtention des couples articulaires de la structure fermée est donc rendue très facile grâce à l'équation (IV.15). Le calcul du modèle dynamique inverse de la structure fermée peut donc se ramener au calcul du modèle dynamique inverse

de son équivalent ouvert arborescent (IV.3).

IV.1.1.2 Actionnement redondant

Nous avons considéré dans les paragraphes précédents que notre système multicorps, dans notre cas le système *bateau-avirons-rameur(s)*, était contrôlable et donc que nous avions choisi le nombre juste N d'articulations actives pour que le système soit entièrement déterminé et que le contraintes de boucle ne créent pas d'indétermination dans la résolutions de contraintes. C'est à cette dernière hypothèse que nous nous intéressons ici car généralement les systèmes biologiques mettent en jeu des redondances dans leur actionnement.

Si nous nous concentrons par exemple sur la boucle des jambes, nous avons vu en III.5.1 que nous avions fait le choix d'y placer deux articulations actives. Celles-ci ont été placées au niveau du genou et de la liaison entre la cuisse et le pelvis. Dans la mesure où la boucle en question est plane, la théorie est systématique et indique [75] que le nombre d'articulations actives doit être de deux ($N = 2$). Un tel actionnement de la boucle des jambes est ainsi exact.

La boucle des jambes est constituée de 4 liaisons rotoïdes et une prismatique. Une des liaisons rotoïdes reproduit le roulement sans glissement du fessier du rameur sur la coulisse. La liaison prismatique représente quant à elle le guidage de la coulisse sur ses rails fixés au bateau. Nous pouvons considérer que ces deux dernières articulations sont passives car la coulisse est clairement non motorisée et le mouvement du fessier est non pilotable puisqu'il est le résultat du basculement du pelvis du rameur ce qui en fait une liaison intrinsèquement passive. En revanche nous pouvons nous poser la question de la réelle passivité de la cheville. En effet, l'action musculaire du corps humain étant le résultat combiné de différents groupes musculaires, elle met en jeu l'ensemble des articulations dans le développement de l'effort de poussée sur la planche de pieds. Le cheville ne doit pas être passive en réalité et son action combinée à celle du genou est redondante.

La prise en compte de l'actionnement de la cheville et du genou donne une boucle sur-actionnée. Théoriquement, une infinité de solution existe dans le calcul des couples articulaires dans la boucle fermée, dans la mesure où la répartition de couple entre le cheville et le genou n'est plus clairement définie. Le couple était

nul dans la cheville dans la version contrôlable du système mais ne l'est maintenant plus.

Un autre exemple de redondance avérée du la chaîne musculaire du rameur est la boucle formée par les bras et la rame d'une rameur de pointe. Nous avons vu en III.5.2 que nous avions décidé de ne motoriser que le coude du bras extérieur, les deux mains du rameur étant liées au manche de la même rame. Le calcul des couples non redondants donne donc uniquement un couple pour ce coude et le couple articulaire de l'autre coude est donné nul. En réalité le rameur utilise bien ses deux bras pour transmettre les efforts de traction sur le manche de la rame et l'actionnement est bien redondant.

Une première approche consiste à définir des conditions supplémentaires sur d'autres articulations de manière à balancer le système et le rendre admissible. D'autres approches telles que celle de Nakamura et Ghodoussi [104] ou de Ropponen [116] permettent une optimisation de la répartition des efforts sur les différents actionneurs de boucles. En s'appuyant sur les travaux de Ropponen, Hui [69] établit à l'aide des formulations de Lagrange-D'Alembert une mise en équation simple permettant de mettre en relation le vecteur des couples calculés par dynamique inverse sur la structure réduite et le vecteur des couples de la structure fermée actionnée de manière redondante. Cette relation s'écrit [69] :

$$\mathbf{G}^T \mathbf{\Gamma}_{tr} = \mathbf{S}^T \boldsymbol{\tau}_r \tag{IV.17}$$

Avec $\boldsymbol{\tau}_r \in \mathbb{R}^{(N+N_r)\times 1}$ le vecteur des couples articulaires de la structure fermée redondante, N_r étant le nombre d'articulations redondantes c'est à dire le nombre d'articulations passives étant devenue actives lors de l'introduction des redondances (cheville dans l'exemple introductif). Les matrices $\mathbf{G} \in \mathbb{R}^{L\times N}$ et $\mathbf{S} \in \mathbb{R}^{(N+N_r)\times N}$ sont définies par :

$$\mathbf{G} = \left[\frac{\partial \mathbf{q}}{\partial \mathbf{q}_a}\right] \tag{IV.18}$$

$$\mathbf{S} = \left[\frac{\partial \mathbf{q}_r}{\partial \mathbf{q}_a}\right] \tag{IV.19}$$

où le vecteur $\mathbf{q}_r \in \mathbb{R}^{(N+N_r)\times 1}$ regroupe les articulations actives $\mathbf{q}_a$ ainsi que les articulations redondantes notées $\mathbf{q}_{ar} \in \mathbb{R}^{N_r\times 1}$ qui sont les articulations passives

devenues actives lors de l'introduction des redondances dans notre système. Nous avons donc :

$$\mathbf{q}_r = \begin{bmatrix} \mathbf{q}_a \\ \mathbf{q}_{ar} \end{bmatrix} \tag{IV.20}$$

La matrice $\mathbf{G}$ de (IV.17) est la même matrice que dans l'équation (IV.15) donnée pour une redistribution des couples entre la structure arborescente équivalente et la structure fermée exactement actionnée.

A partir de (IV.8) et de la définition (IV.13) de $\mathbf{W}$, nous pouvons écrire l'égalité suivante :

$$\dot{\mathbf{q}}_{pc} = \mathbf{W}\dot{\mathbf{q}}_a \tag{IV.21}$$

Si nous réorganisons le vecteur $\mathbf{q}_{pc}$ des articulations passives et coupées en une partie concernant les articulations redondantes $\mathbf{q}_{ar}$ et une seconde $\tilde{\mathbf{q}}_{pc}$ concernant les articulations restées passives, nous avons :

$$\begin{bmatrix} \dot{\mathbf{q}}_{ar} \\ \dot{\tilde{\mathbf{q}}}_{pc} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{W}_{ar} \\ \mathbf{W}_{\tilde{pc}} \end{bmatrix} \dot{\mathbf{q}}_a \tag{IV.22}$$

où on a :

$$\mathbf{W}_{ar} = \left[\frac{\partial \mathbf{q}_{ar}}{\partial \mathbf{q}_a} \right] \tag{IV.23}$$

et par suite avec (IV.19) la matrice $\mathbf{S}$ se calcule à partir de la matrice $\mathbf{W}$ tel que :

$$\mathbf{S} = \begin{bmatrix} \mathbf{I}_N \\ \mathbf{W}_{ar} \end{bmatrix} \tag{IV.24}$$

La matrice $\mathbf{S}^T \in \mathbb{R}^{N \times (N+N_r)}$ n'est pas carrée et rend compte des contraintes de redondance sur les couples de la structure fermée redondante. Le système à résoudre est sous déterminé et il existe ainsi une infinité de solutions au problème de répartition des couples dans la structure redondante. Une première approche de résolution du problème serait d'utiliser la pseudo-inverse $(\mathbf{S}^T)^\dagger$ de $\mathbf{S}^T$. La solution obtenue est alors celle qui minimise la norme euclidienne du vecteur des couples des articulations actives $\boldsymbol{\tau}_r$ tel que

$$\boldsymbol{\tau}_r = (\mathbf{S}^T)^\dagger \mathbf{G}^T \boldsymbol{\Gamma}_{tr} \tag{IV.25}$$

En revanche cette solution donne un poids égal à toutes les articulations dans la mesure où la solution par pseudo-inverse minimise la norme de la solution. Or dans une machine biologique, toutes les articulations n'ont pas les même capacités. L'articulation du genou chez le rameur développe plus de couple que celle de la cheville. L'idée est donc d'avoir une pondération sur les différentes articulations de manière à contrôler la répartition des efforts articulaires. Une solution est fournie par l'utilisation de la pseudo-inverse pondérée qui adopte une autre métrique comme critère à minimiser. Le critère à minimiser est alors :

$$\mathcal{C} = \boldsymbol{\tau}_r^T \mathbf{Q} \boldsymbol{\tau}_r \tag{IV.26}$$

qui est une norme $\mathbf{Q}$-pondérée du vecteur $\boldsymbol{\tau}_r$, la matrice $\mathbf{Q} \in \mathbb{R}^{(N+N_r)\times(N+N_r)}$ étant la matrice symétrique définie positive de pondération.

Lorsque $\mathbf{S}^T$ est de rang plein, la solution est donnée par [75] :

$$\boldsymbol{\tau}_r = \mathbf{Q}^{-1}\mathbf{S}(\mathbf{S}^T\mathbf{Q}^{-1}\mathbf{S})^{-1}\boldsymbol{\tau} \tag{IV.27}$$

soit d'après (IV.15) en fonction des couples de la structure ouverte arborescente équivalente :

$$\boldsymbol{\tau}_r = \mathbf{Q}^{-1}\mathbf{S}(\mathbf{S}^T\mathbf{Q}^{-1}\mathbf{S})^{-1}\mathbf{G}^T\boldsymbol{\Gamma}_{tr} \tag{IV.28}$$

Le problème réside néanmoins dans le choix de la matrice de pondération $\mathbf{Q}$. On remarquera que le cas $\mathbf{Q} = \mathbf{I}_{N+N_r}$ revient au cas de l'équation (IV.25) de la pseudo-inverse. Nous désirons en première approche favoriser les articulations les plus productives de puissance. Un idée serait de s'appuyer sur le couple maximal délivrable par chaque articulation dans une posture donnée. Ce couple max est a priori dépendant de la configuration du système ainsi que de sa cinématique. La matrice $\mathbf{Q}$ de pondération s'écrirait alors

$$\mathbf{Q} = \mathrm{diag}\left[\boldsymbol{\tau}^{max}(\mathbf{q}_{ar}, \dot{\mathbf{q}}_{ar})\right] \tag{IV.29}$$

Le vecteur des couples maximums $\boldsymbol{\tau}^{max} \in \mathbb{R}^{(N+N_r)\times 1}$ correspondant à la configuration et à la cinématique $(\mathbf{q}_{ar}, \dot{\mathbf{q}}_{ar})$ est alors issue de la littérature biomécanique.

La matrice symétrique $\mathbf{Q}$ ainsi construite est diagonale. Il serait également d'introduire des termes extra-diagonaux qui rendraient compte des coactivations musculaires du corps humain. Ceci est cependant hors du cadre de ce travail.

IV.1.2 Base flottante

Un développement du modèle dynamique Lagrangien sans contraintes (IV.3) et avec base flottante permet de le mettre sous la forme matricielle suivante [55] :

$$\begin{bmatrix} \mathbf{0}_{6\times 1} \\ \mathbf{\Gamma}_{tr} \end{bmatrix} = \mathbf{A}(\mathbf{q}) \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{V}}_0 \\ \ddot{\mathbf{q}} \end{bmatrix} + \mathbf{C}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) \tag{IV.30}$$

où

- $\mathbf{\Gamma}$ $(n \times 1)$: vecteur le vecteur des couples articulaires ;
- $\ddot{\mathbf{q}}$: vecteur des accélérations articulaires ;
- $\mathbf{A}$: matrice d'inertie généralisée $(6+n) \times (6+n)$ de la structure dont les éléments sont fonctions des variables articulaires. Elle peut être partitionnée de la manière suivante :

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_{11} & \mathbf{A}_{12} \\ \mathbf{A}_{21} & \mathbf{A}_{22} \end{bmatrix} \tag{IV.31}$$

- $\mathbf{A}_{11}$: matrice (6×6) d'inertie du corps composé 0 (corps de base), équivalente à l'inertie des tous les corps de la structure ;
- $\mathbf{A}_{22}$: matrice $(n \times n)$ d'inertie de la structure lorsque la base (le bateau) est fixe ;
- $\mathbf{A}_{12}$: matrice $(6 \times n)$ d'inertie couplée des articulations et le la base. Elle retranscrit l'effet des mouvements du système (les rameurs et leurs rames) sur les mouvements du bateau, et par effet dual (matrice $\mathbf{A}$ symétrique, $\mathbf{A}_{12}^T = \mathbf{A}_{21}$) les effets des mouvements du bateau sur la structure ;
- $\mathbf{C}$ vecteur $(6+n) \times 1$ représentant les efforts inertiels de Coriolis, d'entraînement centrifuges, de gravité ainsi que les forces extérieures sur la structure (voir V). Ces efforts sont fonction des vitesses du bateau, des vitesses variables articulaires. Nous verrons que dans les modélisations des effort hydrodynamiques sur le bateau, certains efforts pourront être linéairement dépendants de l'accélération du bateau. Ces efforts pourront être alors formellement ajoutés à la matrice d'inertie généralisée du bateau $\mathbf{A}_{11}$. Le vecteur $\mathbf{C}$ peut être partitionné ainsi

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} \mathbf{C}_1^T & \mathbf{C}2^T \end{bmatrix}^T \tag{IV.32}$$

avec

- $\mathbf{C}_1$ les efforts appliqués sur le bateau ;

- $\mathbf{C}_2$ les efforts appliqués sur chacun des corps des rameurs.

Ainsi le calcul du modèle dynamique de la structure ouverte arborescente équivalente consiste à évaluer d'une part les matrices $\mathbf{A}(\mathbf{q})$ et $\mathbf{C}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})$, de calculer l'accélération du corps de base (le bateau) à l'aide de la première ligne de (IV.30) soit

$$\dot{\mathbf{V}}_0 = -\mathbf{A}_{11}^{-1}\left(\mathbf{C}_1 + \mathbf{A}_{12}\ddot{\mathbf{q}}\right) \tag{IV.33}$$

La seconde ligne de l'équation (IV.30) donne alors le vecteur des couples articulaires de la structure ouverte arborescente équivalente par

$$\mathbf{\Gamma}_{tr} = \mathbf{A}_{12}^T\,\dot{\mathbf{V}}_0 + \mathbf{A}_{22}\ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{C}_2 \tag{IV.34}$$

Enfin la prise en compte des contraintes de fermeture de boucle permet grâce à la relation (IV.15) de calculer le vecteur de couples articulaires $\boldsymbol{\tau}$ de la structure fermée.

IV.1.3 Formulation récursive des équations de mouvement du système ouvert arborescent équivalent

Ces équations reposent sur le calcul des positions, vitesses et accélérations des corps ce qui en fait une approche eulérienne. En revanche ces quantités sont calculées à partir des variables lagrangiennes du système $(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, \ddot{\mathbf{q}})$ ce qui au final donne une forme lagrangienne au modèle présenté en équation (IV.30). La base de l'algorithme repose sur l'équilibre dynamique de chaque corps du système soit la seconde loi de Newton. On considère alors les corps soumis à l'action extérieure des forces extérieures au système (gravitation, modèles d'efforts) et des efforts de liaison des corps adjacents leur étant liés. Ainsi les équations récursives de Newton-Euler consistent à effectuer des récurrences sur la chaîne cinématique ouverte arborescente équivalente au système multicorps.

Initialement développée par Luh *et al.* [94] pour les structures à base fixe à l'aide de deux récurrences, la forme des équations de Newton-Euler présentée ici est principalement issue de l'article de Khalil *et al.* [76] concernant la modélisation dynamique d'un robot anguille. En effet comme pour un robot anguille,

notre système *bateau-avirons-rameur(s)* ne possède pas une base fixe mais flottante. L'algorithme ainsi adopté permet de calculer l'accélération du bateau en plus des couples articulaires de la structure arborescente équivalente, l'intégration temporelle permettant de calculer par suite la vitesse et la position du bateau.

Notre structure compte $n+1$ corps et L articulations. Le nombre de boucles est $B = L - n$ et la structure équivalente résulte de la coupure des B boucles en des articulations passives. La troisième loi de Newton donnant l'effort total sur un corps $\mathcal{C}_j$, $j \in \{0, \ldots, n\}$ de notre système équivalent par rapport à l'origine $\mathbf{O}_j$ du repère $\mathcal{R}_j$ s'exprime par

$$ {}^{j}\mathbf{\Phi}_j = {}^{j}\mathbf{M}_j \, {}^{j}\dot{\mathbf{V}}_j + \begin{bmatrix} \mathbf{S}\left({}^{j}\boldsymbol{\omega}_j\right) \mathbf{S}\left({}^{j}\boldsymbol{\omega}_j\right) {}^{j}\mathbf{M}\mathbf{S}_j \\ \mathbf{S}\left({}^{j}\boldsymbol{\omega}_j\right) {}^{j}\mathbf{I}_{\mathrm{o}j} \, {}^{j}\boldsymbol{\omega}_j \end{bmatrix} \tag{IV.35} $$

où ${}^{j}\mathbf{\Phi}_j$ est la quantité d'accélération du corps.

L'équilibre dynamique du corps $\mathcal{C}_j$ s'écrit

$$ {}^{j}\mathbf{F}_j = {}^{j}\mathbf{\Phi}_j - {}^{j}\mathbf{F}_{ej} + \sum_{k, a(k)=j} {}^{k}\mathbf{T}_j^T \, {}^{k}\mathbf{F}_k \tag{IV.36} $$

Ici le vecteur ${}^{j}\mathbf{F}_{ej}$ représente les torseurs d'efforts que le monde extérieur applique sur le corps $\mathcal{C}_j$ réduit à l'origine $\mathbf{O}_j$ du repère $\mathcal{R}_j$. La somme présente dans le second membre de (IV.36) permet d'itérer sur l'ensemble des successeurs du corps $\mathcal{C}_j$ afin de sommer les contributions de leurs efforts de liaison transportées à l'origine $\mathbf{O}_j$. Le vecteur ${}^{j}\mathbf{F}_j$ représente lui l'effort de liaison appliqué par l'unique antécédent $\mathcal{C}_{a(j)}$ sur le corps $\mathcal{C}_j$. Enfin la matrice ${}^{j}\mathbf{M}_j$ est la matrice d'inertie généralisée du corps $\mathcal{C}_j$ telle que

$$ {}^{j}\mathbf{M}_j = \begin{bmatrix} M_j \mathbf{I}_3 & -M_j \mathbf{S}\left({}^{j}\mathbf{S}_j\right) \\ M_j \mathbf{S}\left({}^{j}\mathbf{S}_j\right) & {}^{j}\mathbf{I}_{\mathrm{o}j} \end{bmatrix} \tag{IV.37} $$

dont les éléments sont les paramètres inertiels des corps tels que définis en III.4.

Rappelons ici les relations de récurrence établies en III.6 permettant de lier les vitesses et accélérations eulériennes des différents corps.

$$
\begin{aligned}
i &= a(j) && \text{(IV.38)}\\
{}^{j}\mathbf{T}_i &= \begin{bmatrix} {}^{j}\mathbf{R}_i & -{}^{j}\mathbf{R}_i\mathbf{S}\left({}^{i}\mathbf{P}_j\right) \\ \mathbf{0}_{3\times3} & {}^{j}\mathbf{R}_i \end{bmatrix} && \text{(IV.39)}\\
{}^{j}\mathbf{V}_j &= {}^{j}\mathbf{T}_i\,{}^{i}\mathbf{V}_i + \dot{q}_j\,{}^{j}\mathbf{a}_j = \begin{bmatrix} {}^{j}\mathbf{v}_j^T & {}^{j}\boldsymbol{\omega}_j^T \end{bmatrix}^T && \text{(IV.40)}\\
{}^{j}\boldsymbol{\gamma}_j &= \begin{bmatrix} {}^{j}\mathbf{R}_i\mathbf{S}\left({}^{i}\boldsymbol{\omega}_i\right)\mathbf{S}\left({}^{i}\boldsymbol{\omega}_i\right){}^{i}\mathbf{P}_j + 2\sigma_j\dot{q}_j\mathbf{S}\left({}^{j}\mathbf{R}_i\,{}^{i}\boldsymbol{\omega}_i\right){}^{j}\mathbf{z}_j \\ \bar{\sigma}_j\dot{q}_j\mathbf{S}\left({}^{j}\mathbf{R}_i\,{}^{i}\boldsymbol{\omega}_i\right){}^{j}\mathbf{z}_j \end{bmatrix} && \text{(IV.41)}\\
{}^{j}\boldsymbol{\zeta}_j &= {}^{j}\boldsymbol{\gamma}_j + \ddot{q}_j\,{}^{j}\mathbf{a}_j && \text{(IV.42)}\\
{}^{j}\dot{\mathbf{V}}_j &= {}^{j}\mathbf{T}_i\,{}^{i}\dot{\mathbf{V}}_i + {}^{j}\boldsymbol{\zeta}_j = \begin{bmatrix} {}^{j}\dot{\mathbf{v}}_j^T & {}^{j}\dot{\boldsymbol{\omega}}_j^T \end{bmatrix}^T && \text{(IV.43)}\\
{}^{j}\dot{\mathbf{V}}_j &= \left.\frac{\mathrm{d}\,{}^{j}\mathbf{V}_j}{\mathrm{d}t}\right|_e + \begin{bmatrix} \mathbf{S}\left({}^{j}\boldsymbol{\omega}_j\right){}^{j}\mathbf{v}_j \\ \mathbf{0}_{3\times1} \end{bmatrix} && \text{(IV.44)}
\end{aligned}
$$

Les équations récursives de Newton-Euler en base flottante s'effectuent en trois récurrences itérant sur les corps en suivant les règles de numérotation présentée en III.2 de la structure ouverte arborescente équivalente à la structure fermée.

IV.1.3.1 Récurrence avant

Cette étape itère du corps $\mathcal{C}_1$ au dernier repère $\mathcal{C}_{n+2B}$. L'objectif est de calculer récursivement les quantités ${}^{j}\mathbf{T}_i$, ${}^{j}\mathbf{V}_j$, ${}^{j}\boldsymbol{\gamma}_j$ et ${}^{j}\boldsymbol{\zeta}_j$ tels que donnés par les relations (IV.39)-(IV.42). L'initialisation de la récurrence des vitesses (IV.40) s'effectue grâce à la vitesse du bateau ${}^{0}\mathbf{V}_0$ calculée par intégration par le solveur ODE à chaque pas de temps de la simulation dynamique.

Nous calculons en outre un autre terme défini par :

$$
{}^{j}\boldsymbol{\beta}_j = -{}^{j}\mathbf{F}_{ej} + \begin{bmatrix} \mathbf{S}\left({}^{j}\boldsymbol{\omega}_j\right)\mathbf{S}\left({}^{j}\boldsymbol{\omega}_j\right){}^{j}\mathbf{M}\mathbf{S}_j \\ \mathbf{S}\left({}^{j}\boldsymbol{\omega}_j\right){}^{j}\mathbf{I}_{\mathrm{o}j}\,{}^{j}\boldsymbol{\omega}_j \end{bmatrix} \qquad \text{(IV.45)}
$$

Ce terme est issu de l'introduction de (IV.35) dans (IV.36) et du regroupement des termes ne dépendant pas de l'accélération des corps que nous ne connaissons pas (et que nous cherchons).

Les modèles d'efforts du système comme les efforts hydrodynamiques, aérodynamiques *etc.* doivent être évalués ici et introduits dans les vecteurs ${}^{j}\mathbf{F}_{ej}$ pour chaque corps.

Les matrices de transformation ${}^{j}\mathbf{T}_i$ sont issue des modèles géométriques directs. Dans GMRS les matrices de transformations homogènes ${}^{i}\mathbf{h}_j$ dont sont issues les matrices ${}^{j}\mathbf{R}_i = {}^{i}\mathbf{R}_j^T$ et ${}^{i}\mathbf{P}_j$ sont calculées dans le module de génération de mouvement appelé avant le module noyau où est implanté le modèle dynamique. Les variables articulaires dont dépendent le modèle géométrique direct sont résolues en amont du calcul du modèle dynamique inverse afin de respecter les contraintes cinématiques de fermeture de manière à ce que le système équivalent suive un mouvement équivalent à celui de sa structure fermée. Une procédure numérique permettant de converger vers la solution du système contraint par cinématique inverse nécessite déjà le calcul des modèles géométriques direct et les matrices de transformation homogènes associées. Celle-ci est présentée au chapitre VI. Ainsi ce sont les matrices de transformation homogènes résultant de la convergence de l'algorithme de fermeture de boucle qui sont transmises au modèle dynamique inverse et permettent le calcul des matrices de transformation entre torseur ${}^{i}\mathbf{T}_j$.

IV.1.3.2 Récurrence arrière

L'objectif de cette étape est de calculer l'accélération ${}^{0}\dot{\mathbf{V}}_0$ du bateau. Les itérations s'effectuent pour j de n à 1. Considérons un corps composite noté $\mathcal{C}_j^c$ composé du corps $\mathcal{C}_j$ et de tous ses corps successeurs jusqu'aux terminaisons de la structure ouverte arborescente équivalente. Par définition, le corps $\mathcal{C}_j^c$ possède un unique antécédent $\mathcal{C}_i$ et aucun successeur. On peut donc écrire l'effort de liaison appliqué par le corps $\mathcal{C}_i$ sur le corps $\mathcal{C}_j^c$ en utilisant (IV.35), (IV.36) et (IV.45), soit :

$$ {}^{j}\mathbf{F}_j = {}^{j}\mathbf{M}_j^c \, {}^{j}\dot{\mathbf{V}}_j + {}^{j}\boldsymbol{\beta}_j^c \tag{IV.46} $$

Maintenant si nous considérons l'équilibre dynamique de l'antécédent $\mathcal{C}_i$ de $\mathcal{C}_j$ à l'aide de (IV.36), que nous y introduisons les relations (IV.35), (IV.45) et (IV.46), puis que nous exprimons toutes les accélérations en terme de ${}^{i}\dot{\mathbf{V}}_i$ à l'aide de (IV.43), nous obtenons :

$$ {}^{i}\mathbf{F}_i = {}^{i}\mathbf{M}_i \, {}^{i}\dot{\mathbf{V}}_i + {}^{i}\boldsymbol{\beta}_i + \sum_{k,\, a(k)=i} {}^{k}\mathbf{T}_i^T \left[{}^{k}\mathbf{M}_k^c \left({}^{k}\mathbf{T}_i \, {}^{i}\dot{\mathbf{V}}_i + {}^{k}\boldsymbol{\zeta}_k \right) + {}^{k}\boldsymbol{\beta}_k^c \right] \tag{IV.47} $$

En regroupant les termes d'accélérations, (IV.47) peut être exprimée de la même manière que (IV.46) et nous obtenons les relations de récurrence suivantes :

$$
\begin{aligned}
{}^{j}\mathbf{M}_j^c &= {}^{j}\mathbf{M}_j + \sum_{k,a(k)=j} {}^{k}\mathbf{T}_j^T \, {}^{k}\mathbf{M}_k^c \, {}^{k}\mathbf{T}_j && \text{(IV.48)} \\
{}^{j}\boldsymbol{\beta}_j^c &= {}^{j}\boldsymbol{\beta}_j + \sum_{k,a(k)=j} {}^{k}\mathbf{T}_j^T \left[{}^{k}\mathbf{M}_k^c \, {}^{k}\boldsymbol{\zeta}_k + {}^{k}\boldsymbol{\beta}_k^c \right] && \text{(IV.49)}
\end{aligned}
$$

Le bateau étant le corps de base, il ne possède aucun antécédent. Ceci se traduit par ${}^{0}\mathbf{F}_0 = \mathbf{0}_{6\times1}$. L'équation (IV.46) donne alors l'accélération du bateau telle que :

$$
{}^{0}\dot{\mathbf{V}}_0 = -\left({}^{0}\mathbf{M}_0^c\right)^{-1} \, {}^{0}\boldsymbol{\beta}_0^c \tag{IV.50}
$$

En définitive l'objectif est ici de calculer la matrice d'inertie ${}^{0}\mathbf{M}_0^c$ du corps composite constitué de l'intégralité des corps du système et le vecteur ${}^{0}\boldsymbol{\beta}_0^c$ à l'aide des équations (IV.48) et (IV.49) par itération sur j de n à 1 de manière à pouvoir calculer l'accélération du bateau à l'aide de (IV.50). Les récurrences sont initialisées pour tous les corps $\mathcal{C}_j$ en prenant ${}^{j}\mathbf{M}_j^c = {}^{j}\mathbf{M}_j$ et ${}^{j}\boldsymbol{\beta}_j^c = {}^{j}\boldsymbol{\beta}_j$ pour $j \in \{0, \ldots, n\}$.

Les forces de gravité agissant sur chacun des corps physiques (possédant une masse) sont introduites ici, et non dans les actions extérieures des corps de la première récurrence avant. En effet, si l'on considère pendant toute la première récurrence avant que les corps ne sont pas soumis à la gravité, l'accélération du bateau calculée par (IV.50) est alors celle correspondant à un système placé dans un champs de pesanteur nul. Il suffit alors de rajouter l'accélération de la pesanteur à l'accélération trouvée soit algorithmiquement :

$$
{}^{0}\dot{\mathbf{V}}_0 \leftarrow {}^{0}\dot{\mathbf{V}}_0 + \mathbf{g} \tag{IV.51}
$$

L'accélération ${}^{0}\dot{\mathbf{V}}_0$ doit en outre être corrigée à l'aide de l'expression (IV.44) avant intégration à l'aide du solveur ODE ce qui mène au calcul suivant :

$$
\left.\frac{\mathrm{d}\,{}^{0}\mathbf{V}_0}{\mathrm{d}t}\right|_e = {}^{0}\dot{\mathbf{V}}_0 - \begin{bmatrix} \mathbf{S}\left({}^{0}\boldsymbol{\omega}_0\right) {}^{0}\mathbf{v}_0 \\ \mathbf{0}_{3\times1} \end{bmatrix} \tag{IV.52}
$$

Ainsi l'intégration de l'accélération $\left.\frac{\mathrm{d}\,{}^{0}\mathbf{V}_0}{\mathrm{d}t}\right|_e$ nous donne la vitesse ${}^{0}\mathbf{V}_0$ permettant d'initialiser la première récurrence du pas de temps suivant. De la même manière, il convient d'effectuer une seconde intégration de la vitesse afin de récupérer la position absolue du bateau. Comme nous le verrons au chapitre V, la dérivée des coordonnées de position généralisée ${}^{e}\mathbf{X}_0$ du bateau par rapport au repère terrestre

$\mathcal{R}_e$ est reliée à la vitesse absolue du bateau ${}^0\mathbf{V}_0$ par la relation non linéaire suivante appelée en partie V.2.1.1 le modèle cinématique de manœuvrabilité, donné par l'équation (V.8) réadaptée à l'aide des notations robotiques comme suit :

$$ {}^e\dot{\mathbf{X}}_0 = {}^e\mathbf{J}_0\,{}^0\mathbf{V}_0 \tag{IV.53} $$

On se rapportera au chapitre V pour l'expression de la matrice jacobienne ${}^e\mathbf{J}_0$. Ainsi l'intégration de ${}^e\dot{\mathbf{X}}_0$ donne la position et l'attitude suivant les angles de Cardan du bateau. On remarquera en outre que nous avons l'équivalence de notation suivante entre les développements robotique et hydrodynamiques :

$$ \boldsymbol{\eta} \triangleq {}^e\mathbf{X}_0 \tag{IV.54} $$

$$ \boldsymbol{\nu} \triangleq {}^0\mathbf{V}_0 \tag{IV.55} $$

IV.1.3.3 Récurrence avant

Cette dernière étape de l'algorithme récursif de Newton-Euler calcule effectivement les couples articulaires du modèle dynamique inverse. Les itération s'effectuent pour j de 1 à n. L'équation (IV.43) donne l'accélération ${}^j\dot{\mathbf{V}}_j$ de l'origine $\mathbf{O}_j$ de chaque corps $\mathcal{C}_j$. La récurrence est initialisée par l'accélération du bateau ${}^0\dot{\mathbf{V}}_0$ calculée précédemment.

A partir de (IV.46) on peut calculer le torseur d'effort ${}^j\mathbf{F}_j$. Le calcul des couples articulaires de la structure ouverte arborescente équivalente s'effectue en projetant les torseurs d'effort sur les axes ${}^j\mathbf{z}_j$, en prenant éventuellement en compte des raideurs et des amortissements tels que :

$$ \boldsymbol{\Gamma}_{tr_j} = {}^j\mathbf{F}_j^T\,{}^j\mathbf{a}_j + F_{sj}\mathrm{sign}(\dot{q}_j) + F_{vj}\dot{q}_j \tag{IV.56} $$

où les coefficients F_{sj} et F_{vj} sont respectivement les coefficients de frottement sec (Coulomb) et visqueux de l'articulation j.

Le couples ainsi calculés sont les couples articulaires de la structure ouverte arborescente équivalente. Il convient ensuite d'appliquer les développements de IV.1.1 suivant que l'on considère une structure fermée exactement actionnée ou actionnée de manière redondante.

IV.2 Vers un modèle dynamique hybride

Lorsque l'on observe un bateau d'aviron, en particulier le mouvement des rames, on s'aperçoit rapidement que les manches des rames, bien que raides de par leur conception en carbone, sont flexibles. Lors de la phase aquatique de propulsion, les efforts hydrodynamiques appliqués sur les palettes déforment le manche qui reprend sa forme lors du dégagé. Il est vraisemblable que lors du dégagé, le manche entre en vibration pendant la phase de retour mais étant donné la raideur importante des avirons, les fréquences de vibrations libres de la rame sont certainement grande par rapport aux fréquences d'excitation du bateau induites par le mouvement du rameur et la propulsion. Ce n'est donc pas tant les effets dynamiques d'inertie de la déformation des rames qui nous intéressent dans cette section mais plutôt les modifications de la position du centre d'action des efforts hydrodynamiques sur la palette dues à la déformation du manche de l'aviron.

En effet si l'on se reporte aux modèles d'efforts hydrodynamiques de propulsion exposés en V.4, on observe que leur direction comme leur intensité dépendent de la direction de l'écoulement incident de l'eau sur la rame, résultat du mouvement propre de la rame par rapport au bateau et du mouvement du bateau par rapport à la surface libre du plan d'eau. Dans un cadre dynamique, une déformation de la rame induit nécessairement une vitesse de déformation combinée à la vitesse rigide qui modifie en conséquence la vitesse du fluide sur la palette et change donc le calcul des efforts par rapport au modèle rigide. D'autre part le calcul des moments, réduits à l'origine de la rame, est dépendant du point d'application de la résultante de efforts. La position de ce point d'application est clairement modifiée par rapport à une rame non flexible, donnant un moment excitant de propulsion différent.

Nous nous attachons donc ici à modéliser la flexibilité des avirons en adoptant une modélisation géométrique fractionnée de la rame et en ayant recours à une modification de l'implémentation des modèles dynamiques.

IV.2.1 Intégration de la flexibilité des avirons

La difficulté de cette modélisation est que nous nous trouvons confrontés à une boucle algébrique. En effet la déformation dépend de l'effort appliqué sur la palette d'aviron qui lui-même est dépendant de la déformation de la rame. Une première idée serait de tenter une convergence entre la déformation et le calcul de l'effort mais il parait clair que cette approche, très brutale est coûteuse en temps

de calcul, ne nous donne aucune garantie sur la stabilité des schémas numériques. Cette voie, bien qu'examinée, n'a pas été approfondie et nous avons préféré nous intéresser aux développements existants de la littérature robotique.

On peut trouver dans cette littérature des développements basés sur la déformation des corps élancés assimilables à des poutres telles que la poutre d'Euler-Bernoulli [13]. Dans le cadre de la déformation des avirons, la poutre est cylindrique, longue et fine (corps élancé) et l'hypothèse d'Euler-Bernoulli semble être adaptée (cisaillement transversal négligé). Bien que ces méthodes soient relativement séduisantes, elles introduisent une complexité non nécessairement cohérente avec l'enjeu de notre étude.

Une autre approche est utilisée dans Khalil et Gautier [77] mettant en jeu une approche par élasticité localisée [2]. Dans le cadre de cette approche les corps déformables sont subdivisés en plusieurs corps rigides liés entre eux par des liaisons élastiques. Il s'agit alors de déterminer les raideurs équivalentes de ces liaisons élastiques et les degrés de liberté supplémentaires sont déclarés comme actifs bien que leurs variables articulaires ne soient pas pilotées explicitement. En revanche la nature élastique des liaisons fait que les couples articulaires associés sont calculables pendant le calcul du modèle dynamique. Nous cherchons donc à connaître la cinématique des corps rigides constituant le manche.

Nous nous trouvons toujours ici dans le cadre du système ouvert arborescent avec une base mobile dont l'accélération est inconnue et possédant des articulations élastiques dont les variables articulaires sont de nouvelles inconnues du problème. Le modèle dynamique Lagrangien peut alors se mettre sous la forme suivante :

$$\mathbf{\Gamma}_{tr} = \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{6\times 1} \\ \mathbf{\Gamma}^r_{tr} \\ \mathbf{\Gamma}^e_{tr} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_{11} & \mathbf{A}_{12} & \mathbf{A}_{13} \\ \mathbf{A}_{12}^T & \mathbf{A}_{22} & \mathbf{A}_{23} \\ \mathbf{A}_{13}^T & \mathbf{A}_{23}^T & \mathbf{A}_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} {}^0\dot{\mathbf{V}}_0 \\ \ddot{\mathbf{q}}^r \\ \ddot{\mathbf{q}}^e \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{C}_1 \\ \mathbf{C}_2 \\ \mathbf{C}_3 \end{bmatrix} \tag{IV.57}$$

où les indices $*^r$ et $*^e$ déclarent respectivement des quantités portant sur des corps rigides et élastiques. Pour un corps $\mathcal{C}_j$ à liaison élastique, le couple articulaire Γ_j s'écrit :

$$\Gamma_j = -k_j \Delta q_j + F_{vj}\dot{q}_j = -k_j(q_j - q_{rj}) + F_{vj}\dot{q}_j \tag{IV.58}$$

2. Lumped elasticity

avec k_j la raideur de l'articulation j, Δq_j la déformation élastique par rapport à la position de référence q_{rj} correspondant au corps sans déformation. Le terme $F_{vj}\dot{q}_j$ permet d'introduire un amortissement structurel permettant éventuellement d'éteindre rapidement des vibrations si celles-ci s'avèrent trop fortes lors de la phase de retour aérienne des palettes.

On rappelle ici que dans le cadre d'une modélisation dynamique directe, nous devons imposer les couples articulaires Γ_j et le modèle permet de calculer les accélérations articulaires $\ddot{q}_j$. Dans le modèle dynamique inverse que nous avons adopté jusqu'à maintenant pour la simulation de l'aviron, ce sont les $\ddot{\mathbf{q}}$ qui sont fournis et le modèle permet de calculer les couples articulaires permettant de respecter la cinématique imposée. L'algorithme à utiliser pour intégrer la flexibilité des avirons dans notre modélisation dynamique inverse doit donc être modifié pour permettre une hybridation entre le modèles dynamique inverse déjà présenté précédemment en IV.1.3 pour les articulations régulières dites rigides et un modèle dynamique direct pour les articulations élastiques permettant d'introduire de la flexibilité dans les manches des avirons.

Dans la mesure où les manches des avirons entre la dame de nage et la palette n'appartienne à aucune boucle cinématique imposant des contraintes entre les variables articulaires, nous n'avons pas la difficulté d'une résolution de contraintes cinématiques à l'issue du calcul des accélérations des articulations élastiques pendant le calcul du modèle dynamique. Nous pouvons donc continuer à générer les mouvements du rameur à l'aide du module de génération de mouvement du chapitre VI en prenant en compte les contraintes de boucles pour calculer les valeurs de variables articulaires passives et coupées rigides. Aucune modification n'est donc à apporter dans la génération de mouvement et elle peut continuer à être réalisée en amont du calcul du modèle dynamique.

IV.2.2 Algorithme dynamique modifié

Cet algorithme est issu de Khalil et Gautier [77] et suit globalement les mêmes trois récurrences que l'algorithme présenté précédemment en IV.1.3.

IV.2.2.1 Récurrence avant

Dans la première récurrence avant on effectue les mêmes calculs que dans l'algorithme précédent si ce n'est qu'on ne calcule pas ${}^{j}\boldsymbol{\zeta}_j$ qui dépend des accélérations articulaire $\ddot{q}_j$, elles même inconnues si l'articulation est élastique. On calcule donc les quantités ${}^{j}\mathbf{T}_i$, ${}^{j}\mathbf{V}_j$, ${}^{j}\boldsymbol{\gamma}_j$ et ${}^{j}\boldsymbol{\beta}_j$ à l'aide des équations (IV.39)-(IV.41) ainsi que (IV.45).

IV.2.2.2 Récurrence arrière

La seconde récurrence arrière itère pour j de n à 0 et permet d'exprimer les torseurs d'efforts articulaires et les accélérations articulaires des articulations j en fonction de l'accélération ${}^{i}\dot{\mathbf{V}}_i$ du corps antécédent $\mathcal{C}_i$ avec $i = a(j)$. Par abus de notation et pour alléger les écritures nous noterons $n-1 = a(n)$ le corps antécédent de n et $n-2 = a(n-1) = a(a(n))$ le corps antécédent de $n-1$. En effet du fait des arborescence, la différence des numéros de deux corps contigus n'est pas nécessairement égale à ± 1 mais cette notation ne nuit pas à la généralité de l'algorithme.

Le corps $\mathcal{C}_n$ n'est soumis à aucune force de liaison de la part de ses successeurs dans la mesure où s'il en a, ceux-ci sont par construction nécessairement des corps virtuels[3] sans masse. Ainsi on a ${}^{n+1}\mathbf{F}_{n+1} = \mathbf{0}_{6\times 1}$. En utilisant les équations (IV.35), (IV.36) et (IV.45) on obtient :

$$ {}^{n}\mathbf{M}_n \left({}^{n}\mathbf{T}_{n-1}\, {}^{n-1}\dot{\mathbf{V}}_{n-1} + \ddot{q}_n\, {}^{n}\mathbf{a}_n + {}^{n}\boldsymbol{\gamma}_n \right) = {}^{n}\mathbf{F}_n - {}^{n}\boldsymbol{\beta}_n \tag{IV.59} $$

Si l'articulation n est rigide, alors nous connaissons l'accélération articulaire $\ddot{q}_n$ car c'est une entrée du modèle. En revanche si l'articulation est élastique, nous devons exprimer $\ddot{q}_n$ en fonction de l'accélération du corps antécédent $\mathcal{C}_{n-1}$. A ce titre on remarque que la projection de l'effort articulaire ${}^{n}\mathbf{F}_n$ sur l'axe de la liaison donne le couple articulaire Γ_n ce qui en utilisant (IV.58) donne :

$$ \Gamma_n = {}^{n}\mathbf{a}_n^T\, {}^{n}\mathbf{F}_n = -k_n \Delta q_n + F_{vn}\dot{q}_n \tag{IV.60} $$

3. Repères de fermeture de boucle

En multipliant l'équation (IV.59) à gauche par ${}^{n}\mathbf{a}_n^T$ nous obtenons :

$$\ddot{q}_n = H_n^{-1}\left[-{}^{n}\mathbf{a}_n^T\,{}^{n}\mathbf{M}_n\left({}^{n}\mathbf{T}_{n-1}\,{}^{n-1}\dot{\mathbf{V}}_{n-1} + {}^{n}\boldsymbol{\gamma}_n\right) + \Gamma_n - {}^{n}\mathbf{a}_n^T\,{}^{n}\boldsymbol{\beta}_n\right] \tag{IV.61}$$

avec H_n donné par

$$H_n = {}^{n}\mathbf{a}_n^T\,{}^{n}\mathbf{M}_n\,{}^{n}\mathbf{a}_n \tag{IV.62}$$

En introduisant $\ddot{q}_n$ à partir de (IV.60) dans (IV.59) on obtient :

$${}^{n}\mathbf{F}_n = {}^{n}\mathbf{K}_n\,{}^{n}\mathbf{T}_{n-1}\,{}^{n-1}\dot{\mathbf{V}}_{n-1} + {}^{n}\boldsymbol{\alpha}_n \tag{IV.63}$$

où

$${}^{n}\mathbf{K}_n = {}^{n}\mathbf{M}_n - {}^{n}\mathbf{M}_n\,{}^{n}\mathbf{a}_n H_n^{-1}\,{}^{n}\mathbf{a}_n^T\,{}^{n}\mathbf{M}_n \tag{IV.64}$$

$${}^{n}\boldsymbol{\alpha}_n = {}^{n}\mathbf{K}_n\,{}^{n}\boldsymbol{\gamma}_n + {}^{n}\mathbf{M}_n\,{}^{n}\mathbf{a}_n H_n^{-1}\left(\Gamma_n - {}^{n}\mathbf{a}_n^T\,{}^{n}\boldsymbol{\beta}_n\right) + {}^{n}\boldsymbol{\beta}_n \tag{IV.65}$$

On peut maintenant également réécrire l'équation (IV.59) pour l'antécédent $n-1$ mais en notant cette fois ci que ${}^{n}\mathbf{F}_n$ peut ne plus être nul, voir même ne pas être seul si $\mathcal{C}_{n-1}$ possède plusieurs successeurs. Ceci mène à :

$${}^{n-1}\mathbf{M}_{n-1}\,{}^{n-1}\dot{\mathbf{V}}_{n-1} = {}^{n-1}\mathbf{F}_{n-1} - \sum_{k,\,a(k)=n-1} {}^{k}\mathbf{T}_{n-1}^T\,{}^{k}\mathbf{F}_k - {}^{n-1}\boldsymbol{\beta}_{n-1} \tag{IV.66}$$

Supposons que tous les corps $\mathcal{C}_k$ successeurs de $\mathcal{C}_{n-1}$, dont de fait $\mathcal{C}_n$, soient sans successeur massique donc sans force de liaison en aval de la chaîne alors tous les torseurs d'effort de liaison ${}^{k}\mathbf{F}_k$ respectent (IV.63). On peut alors introduire cette relation dans (IV.66) ce qui donne après regroupement des termes en ${}^{n-1}\dot{\mathbf{V}}_{n-1}$

$${}^{n-1}\mathbf{M}_{n-1}^*\,{}^{n-1}\dot{\mathbf{V}}_{n-1} = {}^{n-1}\mathbf{F}_{n-1} - {}^{n-1}\boldsymbol{\beta}_{n-1}^* \tag{IV.67}$$

avec

$${}^{n-1}\mathbf{M}_{n-1}^* = {}^{n-1}\mathbf{M}_{n-1} + \sum_{k,\,a(k)=n-1} {}^{k}\mathbf{T}_{n-1}^T\,{}^{k}\mathbf{K}_k\,{}^{k}\mathbf{T}_{n-1} \tag{IV.68}$$

$${}^{n-1}\boldsymbol{\beta}_{n-1}^* = {}^{n-1}\boldsymbol{\beta}_{n-1} + \sum_{k,\,a(k)=n-1} {}^{k}\mathbf{T}_{n-1}^T\,{}^{k}\boldsymbol{\alpha}_k \tag{IV.69}$$

En introduisant (IV.43) dans (IV.67) on peut écrire

$$ {}^{n-1}\mathbf{M}^*_{n-1}\left({}^{n-1}\mathbf{T}_{n-2}\,{}^{n-2}\dot{\mathbf{V}}_{n-2}+\ddot{q}_{n-1}\,{}^{n-1}\mathbf{a}_{n-1}+{}^{n-1}\boldsymbol{\gamma}_{n-1}\right)={}^{n-1}\mathbf{F}_{n-1}-{}^{n-1}\boldsymbol{\beta}^*_{n-1} \tag{IV.70} $$

Cette dernière équation d'équilibre dynamique du corps $\mathcal{C}_{n-1}$ est identique à (IV.59) pour le corps $\mathcal{C}_n$ tout en prenant en compte les efforts de liaison des corps successeurs. L'équation (IV.63) permettant d'exprimer l'effort de liaison ${}^j\mathbf{F}_j$ en fonction de l'accélération du corps antécédent $\mathcal{C}_{a(j)}$ se généralise à tout corps $\mathcal{C}_j$. De même l'équation (IV.67) est vraie également pour le corps de base et s'écrit alors sachant que ${}^0\mathbf{F}_0=\mathbf{0}$:

$$ {}^0\mathbf{M}^*_0\,{}^0\dot{\mathbf{V}}_0=-{}^0\boldsymbol{\beta}^*_0 \tag{IV.71} $$

Ce qui permet de calculer l'accélération inconnue du bateau par :

$$ {}^0\dot{\mathbf{V}}_0=-({}^0\mathbf{M}^*_0)^{-1}\,{}^0\boldsymbol{\beta}^*_0 \tag{IV.72} $$

expression dont la forme est très similaire à (IV.50). Comme précédemment, on pourra avoir omis d'appliquer l'action de la gravité en force extérieure sur chaque corps pesant. Il faut alors corriger l'accélération du bateau trouvée par l'accélération de la gravité tel que :

$$ {}^0\dot{\mathbf{V}}_0\leftarrow{}^0\dot{\mathbf{V}}_0+{}^0\mathbf{g} \tag{IV.73} $$

L'objectif principal de la seconde récurrence est donc de calculer les matrices ${}^0\mathbf{M}^*_0$ et ${}^0\boldsymbol{\beta}^*_0$ par récurrence. L'initialisation se fait par ${}^j\mathbf{M}^*_j={}^j\mathbf{M}_j$ et ${}^j\boldsymbol{\beta}^*_j={}^j\boldsymbol{\beta}_j$ pour tout j de n à 0 et les quantités intermédiaires à calculer à chaque itération sont finalement :

- Si l'articulation j est élastique :

$$ H_j = {}^j\mathbf{a}_j^T\,{}^j\mathbf{M}^*_j\,{}^j\mathbf{a}_j \tag{IV.74} $$

$$ \Gamma_j = -k_j\Delta q_j+F_{vj}\dot{q}_j \tag{IV.75} $$

$$ {}^j\mathbf{K}_j = {}^j\mathbf{M}^*_j-{}^j\mathbf{M}^*_j\,{}^j\mathbf{a}_j H_j^{-1}\,{}^j\mathbf{a}_j^T\,{}^j\mathbf{M}^*_j \tag{IV.76} $$

$$ {}^j\boldsymbol{\alpha}_j = {}^j\mathbf{K}_j\,{}^j\boldsymbol{\gamma}_j+{}^j\mathbf{M}^*_j\,{}^j\mathbf{a}_j H_j^{-1}\left(\Gamma_j-{}^j\mathbf{a}_j^T\,{}^j\boldsymbol{\beta}^*_j\right)+{}^j\boldsymbol{\beta}^*_j \tag{IV.77} $$

- Si l'articulation j est rigide :

$$
\begin{aligned}
{}^{j}\mathbf{K}_j &= {}^{j}\mathbf{M}_j^* && \text{(IV.78)}\\
{}^{j}\boldsymbol{\alpha}_j &= {}^{j}\mathbf{K}_j\,{}^{j}\boldsymbol{\gamma}_j + {}^{j}\mathbf{M}_j^*\,{}^{j}\mathbf{a}_j\ddot{q}_j + {}^{j}\boldsymbol{\beta}_j^* && \text{(IV.79)}
\end{aligned}
$$

et pour tout $j \geq 1$ on calcule quel que soit la nature de l'articulation sous forme algorithmique :

$$
\begin{aligned}
i &= a(j) && \text{(IV.80)}\\
{}^{i}\mathbf{M}_i^* &\leftarrow {}^{i}\mathbf{M}_i^* + {}^{j}\mathbf{T}_i^T\,{}^{j}\mathbf{K}_j\,{}^{j}\mathbf{T}_i && \text{(IV.81)}\\
{}^{i}\boldsymbol{\beta}_i^* &\leftarrow {}^{i}\boldsymbol{\beta}_i^* + {}^{j}\mathbf{T}_i^T\,{}^{j}\boldsymbol{\alpha}_j && \text{(IV.82)}
\end{aligned}
$$

La forme des deux équations précédentes est algorithmique. A chaque passage par un successeur d'un corps i, les quantités étoilées sont mises à jour par rapport à ce successeur. Les sommations des équations (IV.68) et (IV.69) sont donc implicitement réalisées au cours des itérations, ce qui est permis par l'initialisation effectuée au début sur les grandeurs étoilées pour tout j.

Une fois la récurrence terminée, nous pouvons calculer l'accélération du bateau ${}^{0}\dot{\mathbf{V}}_0$ à l'aide de (IV.72), effectuer la correction d'accélération de gravité et enfin effectuer la dernière correction permettant d'avoir la vraie dérivée de ${}^{0}\mathbf{V}_0$ du bateau dans sa trajectoire dans le repère inertiel $\mathcal{R}_e$ à l'aide de (IV.44) tel que :

$$
\left.\frac{\mathrm{d}\,{}^{0}\mathbf{V}_0}{\mathrm{d}t}\right|_e = {}^{0}\dot{\mathbf{V}}_0 - \begin{bmatrix} \mathbf{S}\left({}^{0}\boldsymbol{\omega}_0\right){}^{0}\mathbf{v}_0 \\ \mathbf{0}_{3\times 1} \end{bmatrix} \qquad \text{(IV.83)}
$$

IV.2.2.3 Récurrence avant

La troisième récurrence avant s'effectue pour j de 1 à n et permet de calculer les couples articulaires des articulations rigides du système ouvert arborescent équivalent ainsi que les accélérations articulaires des articulations élastiques.

Ainsi pour j de 1 à n, par récurrence on écrit algorithmiquement à partir des équations (IV.63), (IV.60), (IV.42) et (IV.43) tel que :

$$
\begin{aligned}
i &= a(j) && \text{(IV.84)}\\
{}^{j}\dot{\mathbf{V}}_i &= {}^{j}\mathbf{T}_i\,{}^{i}\dot{\mathbf{V}}_i && \text{(IV.85)}\\
{}^{j}\mathbf{F}_j &= \left[{}^{j}\mathbf{f}_j^T \quad {}^{j}\mathbf{m}_j^T\right]^T = {}^{j}\mathbf{K}_j\,{}^{j}\dot{\mathbf{V}}_i + {}^{j}\boldsymbol{\alpha}_j && \text{(IV.86)}
\end{aligned}
$$

- Si l'articulation j est élastique :

$$
\begin{aligned}
\ddot{q}_j &= H_j^{-1}\left[-{}^{j}\mathbf{a}_j^T\,{}^{j}\mathbf{M}_j^*\left({}^{j}\dot{\mathbf{V}}_i + {}^{j}\boldsymbol{\gamma}_j\right) + \Gamma_j - {}^{j}\mathbf{a}_j^T\,{}^{j}\boldsymbol{\beta}_j^*\right] && \text{(IV.87)}\\
{}^{j}\boldsymbol{\zeta}_j &= {}^{j}\boldsymbol{\gamma}_j + \ddot{q}_j\,{}^{j}\mathbf{a}_j && \text{(IV.88)}\\
{}^{j}\dot{\mathbf{V}}_j &= {}^{j}\dot{\mathbf{V}}_i + {}^{j}\boldsymbol{\zeta}_j && \text{(IV.89)}\\
& && \text{(IV.90)}
\end{aligned}
$$

- Si l'articulation j est rigide :

$$
\Gamma_{trj} = {}^{j}\mathbf{a}_j^T\,{}^{j}\mathbf{F}_j \qquad \text{(IV.91)}
$$

IV.2.2.4 Note d'implémentation

En résumé, notre nouvelle implémentation de modèle dynamique intègre de la dynamique inverse pour les articulations rigides et de la dynamique directe pour les articulations élastiques. Ainsi, en sortie du module noyau nous récupérons le vecteur $\boldsymbol{\Gamma}_{tr}$ des couples articulaires du système ouvert équivalent, les accélérations articulaires élastiques $\ddot{\mathbf{q}}^e$, ainsi que l'accélération eulérienne ${}^{0}\dot{\mathbf{V}}_0$. Nous avons déjà vu précédemment que l'accélération $\left.\frac{\mathrm{d}\,{}^{0}\mathbf{V}_0}{\mathrm{d}t}\right|_e$ était intégrée en temps par le solveur ODE. De même on intègre en temps le vecteur d'état $\dot{\boldsymbol{\eta}} = {}^{e}\dot{\mathbf{X}}_0$ qui est la vitesse du bateau exprimée dans le repère absolu. Dans notre nouveau système prenant en compte l'élasticité des avirons nous devons maintenant également intégrer le vecteur $\ddot{\mathbf{q}}^e$ deux fois. Le vecteur d'état $\mathbf{Y}$ du système devient alors :

$$
\mathbf{Y} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{\eta} \\ {}^{0}\mathbf{V}_0 \\ \mathbf{q}^e \\ \dot{\mathbf{q}}^e \end{bmatrix} \qquad \text{(IV.92)}
$$

Le vecteur des couples articulaires renvoyé par le modèle dynamique doit être corrigé des contraintes de fermeture de boucles tel que présenté en IV.1.1 suivant que l'on considère que le système est exactement actionné ou redondant. D'autre part le calcul de ces couples articulaires n'est pas nécessaire à la convergence de cycle du simulateur GMRS. Ainsi on ne calcule pas les équations (IV.86) et (IV.91) de la dernière récurrence avant pendant les cycles transitoires mais seulement lors de l'étape de post-traitement où nous connaissons les états du système convergé et où seule une évaluation du modèle dynamique est effectuée. En revanche les autres équations de la troisième récurrence sont obligatoires dans la mesure où elles permettent le calcul de $\ddot{\mathbf{q}}^e$.

IV.3 Conclusion

Ce chapitre a permis d'établir les algorithmes nécessaires à la résolution des équations de mouvement du système, en lien avec les modèles d'efforts extérieurs. Les algorithmes utilisés dans le simulateur GMRS sont basés sur les équations récursives de Newton-Euler. Leur extension à une base mobile en 6 degrés de liberté permet d'appréhender la dynamique du bateau. La gestion de tout système ouvert arborescent permet de traiter la nature complexe des modèles de rameur. En effet, la coupure des boucles cinématiques du système, présentée au chapitre III précédent, permet de se ramener à un système ouvert arborescent équivalent.

Le choix a été fait d'une approche par dynamique inverse dans laquelle nous pilotons intégralement le mouvement des rameurs. Nous pouvons alors calculer les couples articulaires nécessaires pour assurer le mouvement imposé, compte tenu du comportement du bateau et des efforts extérieurs appliqués sur le système (voir chapitre V). Ce choix a été motivé par notre méconnaissance des profils de couples articulaires, difficiles à mesurer. En outre ces algorithmes sont parmi ceux de la littérature présentant les meilleures performances actuelles [46].

Les performances de ces algorithmes sont parfois améliorées à l'aide de parallélisation de code ou encore de génération symbolique des équations [74]. Ces approches ont sciemment été écartées de notre étude dans la mesure où elles correspondent à une spécialisation du code implémentant les équations dynamiques. Ceci va en effet à l'encontre de notre objectif de pouvoir accepter n'importe quels modèles de système *bateau-avirons-rameur(s)*, et ceci par le seul renseignement des paramètres de Denavit-Hartenberg modifiés, tels que présentés au chapitre III précédent.

Une extension des algorithmes récursifs permettant de traiter le problème de flexibilité des avirons a également été présentée. Bien que non implémentée actuellement dans le simulateur GMRS, sa présence dans ce manuscrit permettra par la suite de traiter du problème de flexibilité une fois que les modèles d'efforts sur les avirons auront été améliorés et validés dans le contexte des simulations GMRS.

D'autre part nous avons présenté le calcul des couples articulaires de la structure fermée, connaissant ces derniers pour la structure ouverte arborescente équivalente vu que résultats du modèle dynamique inverse. De la même manière que précédemment, une extension de ces calculs est fournie afin de prendre en compte les éventuelles redondances d'actionnement dans les boucles. La résolution de ce problème est en effet nécessaire dans le cas des rameurs de pointe pour lesquels les deux bras tirent en même temps sur les avirons.

Enfin, l'établissement des équations de mouvement du système doit nécessairement s'accompagner de modèles d'efforts extérieurs. C'est l'objet du chapitre V suivant.

Chapitre V

Modèles d'efforts extérieurs

V.1 Introduction

La forte instationnarité suivant l'axe d'avance est la caractéristique la plus évidente du comportement des bateaux d'aviron de compétition. Elle est la conséquence directe de la nature séquentielle de la propulsion et des déplacements importants des rameurs lorsqu'ils actionnent les avirons. La masse des rameurs représentant plus de 80% de la masse totale du système, les efforts d'inertie et de gravité ont donc une influence considérable sur les fluctuations de la vitesse d'avance [1].

Le mode de propulsion excite également les autres degrés de liberté que l'on appellera par la suite les mouvements secondaires. Les plus visibles sont le tangage et le pilonnement, avec comme conséquence une consommation directe d'énergie et probablement, par couplage, une augmentation de la résistance à l'avancement. Enfin, et c'est le plus difficile à observer par manque de repère, les bateaux oscillent autour d'une trajectoire en moyenne rectiligne à cause de la dissymétrie de la propulsion. Cette dissymétrie est naturellement accentuée pour les bateaux armés en pointe. A cela s'ajoute éventuellement l'effet du vent lorsqu'il est traversier. Les rameurs ont deux moyens pour maintenir une trajectoire en moyenne rectiligne : soit compenser avec les avirons, soit agir sur le gouvernail quand le bateau en est équipé. Le problème du roulis doit être considéré à part. Les bateaux d'aviron sont instables à l'arrêt. La vitesse d'avance les stabilise mais c'est surtout l'action des rameurs qui maintient le bateau à plat. La stabilité en roulis est assurée dynamiquement pas le rameur pendant le coup d'aviron.

Les mouvements secondaires ont été longtemps négligés dans les simulations du comportement du système et dans l'analyse de son fonctionnement. Les sportifs prennent cependant conscience de l'importance de leur influence sur la performance. Par ailleurs, bien que les mouvements secondaires soient inévitables, on

1. De l'ordre de 25 à 30% de la vitesse moyenne

peut chercher à les minimiser par une adaptation de la gestuelle ou, à plus long terme, par une optimisation des carènes. C'est ce qui motive leur prise en compte dans les simulations.

La résolution globale directe du problème couplé (mécanique-fluide) commence à être tentée avec la CFD [2] [50]. Ce n'est pas cette option que nous proposons ici ; les temps de calcul de ce type de résolution étant incompatibles avec une démarche d'optimisation des paramètres constituant l'objectif du programme dans lequel s'inscrit ce travail. Nous exposons donc une solution intermédiaire mettant en œuvre une approche temporelle pour traiter l'hydrodynamique du bateau sur la base de modèles. Rappelons que l'approche que nous avons mise en œuvre n'est pas de traiter de façon exhaustive tous les problèmes posés par l'hydrodynamique mais de construire l'environnement de simulation pour pouvoir intégrer progressivement des résultats de travaux connexes sur les modélisations des efforts hydrodynamiques au fur et à mesure de leur développement.

La description rapide qui vient d'être faite suffit pour constater que le comportement des bateaux d'aviron relève de trois domaines classiques de l'hydrodynamique navale : la résistance à l'avancement, la manœuvrabilité et la tenue à la mer.

La manœuvrabilité et la résistance à l'avancement concernent généralement les mouvements sur eau calme. Ces mouvements sont à fréquence basse dans le plan de la surface libre, a savoir principalement l'embardée et le lacet, avec éventuellement un couplage avec le roulis. La résistance à l'avancement est un domaine spécifique où l'on considère que la vitesse est constante et dans l'axe du bateau.

La méthode la plus classique permettant de traiter les problèmes de manœuvrabilité est de calculer les efforts à partir de modèles issus de développements de Taylor à des ordres qui dépendent des applications et de la précision souhaitée. Dans ces développements apparaissent des coefficients, dits coefficients hydrodynamiques [3] obtenus à partir d'essais. La CFD commence également à être utilisée dans ce sens.

La tenue à la mer concerne le comportement sur les vagues, donc à plus haute fréquence. On découple souvent les mouvements de pilonnement et de tangage des mouvements de lacet et d'embardée. Le cavalement est faible et le roulis est généralement traité à part pour tenir compte de sa non linéarité notoire.

2. Computational Fluid Dynamics
3. Aussi hydrodynamic derivative

La spécificité de l'hydrodynamique des bateaux d'aviron vient du fait que l'excitation est produite à l'intérieur du système par le système propulsif alternatif et les mouvements périodiques du rameur. Le rameur adapte la fréquence fondamentale de son geste (la cadence) en fonction de la puissance dont il dispose et des réglages de l'aviron. La dynamique du corps humain et les effets de la propulsion génèrent des harmoniques dont le nombre et les valeurs relatives dépendent de la cadence, du degré de liberté considéré et de la vitesse d'avance atteinte qui induit des couplages avec les mouvements secondaires. En l'absence de vagues sur les plans d'eau, le problème de tenue à la mer pour l'aviron se réduit à un problème de radiation de vagues. Cependant, comme les forces hydrodynamiques d'inertie ajoutée et d'amortissement de vagues dépendent de la fréquence, l'approche simplifiée introduisant des masses ajoutées et des amortissements constants sans tenir compte de la vitesse d'avance, est très réductrice.On peut donc progresser dans ce domaine.

L'approche de la manœuvrabilité en aviron se limite à l'étude de faibles perturbations par rapport à une route rectiligne puisque par définition, les rameurs doivent maintenir leur embarcation à l'intérieur d'un couloir balisé[4]. À la différence de l'approche classique, les mouvements dans le plan de la surface libre ont la même fréquence fondamentale que les autres mouvements, même si les rameurs corrigent leur trajectoire sur plusieurs cycle. Le problème de l'introduction d'un modèle de manœuvrabilité se réduit à trouver les valeurs des coefficients hydrodynamiques. Le calcul des efforts d'inertie ajoutée et d'amortissement linéaire de radiation pourra cependant être traité de la même manière que pour la tenue à la mer. Le principal problème est la détermination des coefficients nécessaires au calcul des efforts de portance, et des efforts dus à la viscosité. Malheureusement, les formulations empiriques de ces coefficients ne sont pas adaptées aux caractéristiques géométriques particulières des bateaux d'aviron, et nous ne disposons pas encore de résultats d'essais ou de calcul CFD validés pour les déterminer. Le simulateur est conçu pour intégrer les modèles de manœuvrabilité non linéaire dans la mesure où toutes les quantités cinématiques sont calculées. En revanche les exploitations de cette présente étude seront réalisées en bloquant le lacet et l'embardée.

La première étape pour simuler le comportement du système a été de créer un modèle pour calculer les efforts appliqués par le système propulsif, à savoir par les mouvements des rameurs et par les avirons sur le support flottant à six degrés de

4. Les lignes d'eau

liberté. La cinématique et la dynamique de ce système propulsif est résolue dans le repère du bateau considéré comme le support de base dans la représentation robotique (voir chapitres III et IV). Cette disposition est non seulement naturelle mais aussi obligatoire. En effet, l'utilisation d'un autre repère d'écriture des équations de mouvement du bateau amènerait à considérer une matrice d'inertie généralisée variable.

Or, en hydrodynamique navale classique, seule la manœuvrabilité est traitée dans ce référentiel, la tenue à la mer et la résistance à l'avancement étant étudiées dans un repère moyen en translation à la vitesse moyenne d'avance du bateau. La première disposition à prendre est donc d'unifier la présentation et la résolution des équations de mouvement pour la mécanique et l'hydrodynamique en se plaçant dans le repère du bateau. Nous nous sommes largement inspiré des notations introduites par Fossen et Fjellstad [53] et utilisées par Perez et Fossen [108].

Par ailleurs les bateaux d'aviron de compétition ont comme caractéristique géométrique principale des rapports longueur sur largeur et longueur sur tirant d'eau de l'ordre de 30. Les sections elliptiques sont proches du cercle, et le bordé est quasiment vertical sur la majeure partie de la flottaison. On peut donc considérer le bateau d'aviron comme l'archétype du bateau élancé, et les hypothèses qui s'attachent à ce type de carène seront pleinement justifiées. Une autre caractéristique est la faible dissymétrie par rapport au milieu des carènes, ce qui limite les effets de couplage entre les mouvements.

Les mouvements secondaires ont des amplitudes faibles. Pour un skiff par exemple, l'amplitude de pilonnement est de l'ordre du centimètre au milieu du bateau et les angles de tangage et de lacet sont de l'ordre de $0.5\,°$.

Cependant, il faut remarquer que le pilonnement représente environ 10% du tirant d'eau, et qu'étant donnée la longueur des bateaux, la combinaison du pilonnement et du tangage produit des mouvements verticaux de l'ordre de $5\,cm$ aux extrémités, ce qui est relativement important par rapport aux dimensions des sections.

On adoptera néanmoins l'hypothèse des petits mouvements pour pouvoir linéariser le problème. On pourra ainsi appliquer le principe de superposition et la réponse du bateau sera obtenue par combinaison linéaire des réponses à chacune des composantes harmoniques des excitations. Cela permet d'effectuer les études aussi bien dans le domaine fréquentiel que dans le domaine temporel [108].

L'effet des vagues sur le bateau ne sera pas abordé dans le cadre de ce travail. En pratique, les compétitions sont organisées sur des eaux abritées et les départs ne sont donnés que si l'agitation reste limitée. L'étude présentée ici se limitera à la navigation sur eau plate. Il faut cependant noter que la structure du simulateur permet d'aborder ce problème. Du point de vue de la tenue à la mer, nous sommes donc en présence d'un problème de radiation avec vitesse d'avance. La différence avec les problèmes classiques du comportement à la mer est que les fréquences d'excitation ne dépendent pas de la vitesse d'avance, mais que l'on ne connaît pas à l'avance cette vitesse au cours de la simulation. Cela apporte une difficulté particulière par rapport au traitement classique d'un problème de diffraction radiation avec une vitesse d'avance imposée. Dans le cas de l'aviron, il convient de faire converger les résultats en introduisant la vitesse moyenne obtenue au cycle précédent dans le calcul du comportement du cycle en cours.

En ce qui concerne la résistance à l'avancement, la difficulté vient du fait que la vitesse est fortement instationnaire. La résistance hydrodynamique est provoquée à 90% par les effets visqueux et nous n'avons trouvé aucune étude sur le sujet avec de telles fluctuations de vitesse dans la littérature hydrodynamique navale. Les calculs CFD devraient permettre d'avancer sur ce point, mais ces derniers ne sont pas encore validés, ne serait-ce que sur les cas d'essais réalisés au LMF [5].

Ce chapitre commencera par préciser les différents repères utilisés, les notations et les relations de passage entre les repères ainsi que les lois de composition et les simplifications apportées par l'hypothèse des petits mouvements. Les mises en équation classiques de la manœuvrabilité et de la tenue à la mer seront ensuite exposées et les hypothèses précédentes exploitées afin d'unifier les deux approches pour le bateau d'aviron. Un modèle linéaire des forces hydrostatiques consistant avec nos hypothèses sera proposé. Deux méthodes de calcul du terme mémoire du modèles d'efforts de radiation seront comparées afin d'affiner le calcul des mouvements secondaires du bateau. Les modèles de résistance à l'avancement utilisées actuellement dans le simulateur GMRS seront ensuite présentés. Nous terminerons enfin ce chapitre par les modèles d'efforts hydrodynamique pris en compte pour le calcul des efforts développés sur les palettes d'aviron.

5. Laboratoire de Mécanique des Fluides de l'École Centrale de Nantes

V.2 Hydrodynamique du bateau d'aviron

V.2.1 Systèmes de coordonnées

V.2.1.1 Repères d'étude

Les trois repères utilisés pour établir les équations de mouvement du bateau dans les deux formalismes de manœuvrabilité et de tenue à la mer.

Le repère terrestre $\mathcal{R}_e$: Ce repère est lié à la terre et entraîné dans sa rotation. Il est considéré comme inertiel dans la mesure où les efforts d'inertie (Coriolis et entraînement centrifuge) dus à la rotation de la terre sont faibles devant les efforts mis en jeu par l'hydrodynamique. Son utilité réside dans la description de la trajectoire absolue du navire. Dans l'approche manœuvrabilité, c'est par rapport à ce repère que les quantités cinématiques sont dérivées. Son origine O_e est placée à un point d'intérêt du plan d'eau, sur la surface libre au repos. Le plan $(\mathbf{x}_e, \mathbf{y}_e)$ est confondu avec le plan tangent à l'ellipsoïde terrestre. Le vecteur $\mathbf{x}_e$ est dirigé vers le nord géographique et le vecteur $\mathbf{y}_e$ vers l'ouest. Le vecteur $\mathbf{z}_e$ complète la base orthogonale directe et constitue donc une normale extérieure de la sphère terrestre.

Le repère lié au bateau $\mathcal{R}_b$: Ce repère est rigidement lié au mouvement du navire. Son origine O_b se trouve dans le plan longitudinal de symétrie, à mi longueur du bateau et au niveau de la ligne de flottaison de design du bateau. L'axe x_b est dirigé vers l'avant du bateau, l'axe y_b est dirigé vers bâbord et l'axe z_b est orienté vers le haut. Les coordonnées de position et d'orientation du repère $\mathcal{R}_b$ par rapport au repère terrestre $\mathcal{R}_e$, et exprimées dans le repère $\mathcal{R}_e$, sont notées $\boldsymbol{\eta} \triangleq {}^e\boldsymbol{\eta}$. La notation indicée précédente est consistante avec celle adoptée dans la partie robotique du chapitre III et nous l'utiliserons en cas d'ambiguïté. En respectant les notations recommandées par le SNAME [124] le vecteur position généralisé $\boldsymbol{\eta}$ se décompose comme suit :

$$\boldsymbol{\eta} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{\eta}_1 \\ \boldsymbol{\eta}_2 \end{bmatrix} \tag{V.1}$$

$$\boldsymbol{\eta}_1 = \begin{bmatrix} x & y & z \end{bmatrix}^T \tag{V.2}$$

$$\boldsymbol{\eta}_2 = \begin{bmatrix} \phi & \theta & \psi \end{bmatrix}^T \tag{V.3}$$

Le vecteur $\boldsymbol{\eta}_1$ représente les coordonnées cartésiennes de l'origine $\mathbf{O}_b$ dans $\mathcal{R}_e$ et le vecteur $\boldsymbol{\eta}_2$ est le vecteur d'orientation adoptant les angles de Cardan de roulis, tangage et lacet. Ces angles sont définis figure V.1.

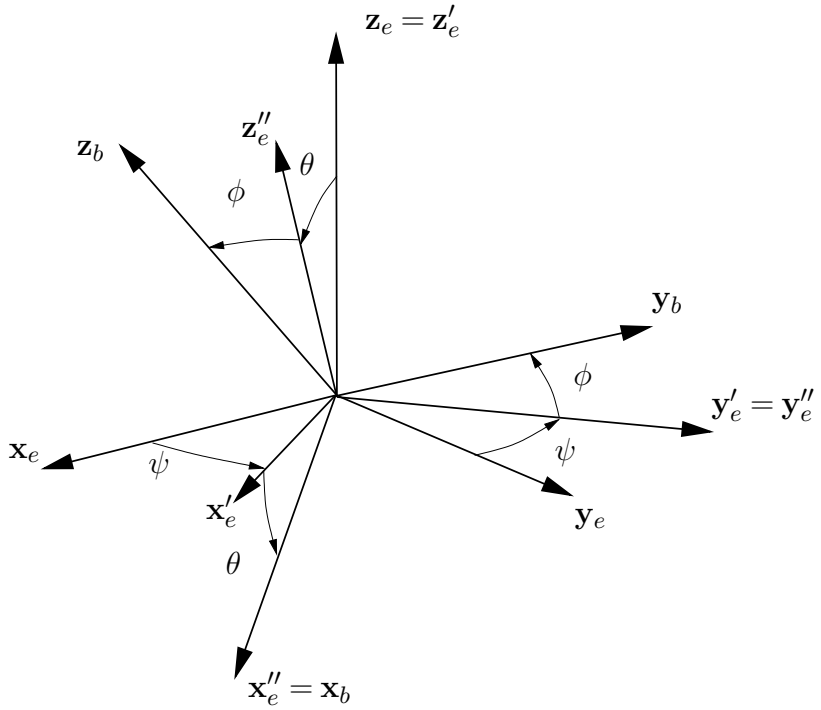


Figure V.1 – *Angles de Cardan d'attitude de $\mathcal{R}_b$ par rapport à $\mathcal{R}_e$ (roulis ϕ, tangage θ, lacet ψ)*

On définit également le vecteur vitesse du bateau dans son mouvement par rapport au repère inertiel $\mathcal{R}_e$ et exprimé dans le repère lié $\mathcal{R}_b$ par $\boldsymbol{\nu} \triangleq {}^b\boldsymbol{\nu}$ tel que :

$$\boldsymbol{\nu} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{\nu}_1 \\ \boldsymbol{\nu}_2 \end{bmatrix} \tag{V.4}$$

$$\boldsymbol{\nu}_1 = \begin{bmatrix} u & v & w \end{bmatrix}^T \tag{V.5}$$

$$\boldsymbol{\nu}_2 = \begin{bmatrix} p & q & r \end{bmatrix}^T \tag{V.6}$$

En termes de notations robotiques adoptées au chapitre III, le vecteur vitesse généralisé $\boldsymbol{\nu}$ est formellement à mettre en relation à ${}^0\mathbf{V}_0$ tel que :

$$\boldsymbol{\nu} \triangleq {}^0\mathbf{V}_0 \tag{V.7}$$

Les angles de Cardan ne définissant pas un ensemble de trois rotations autour d'axes fixes dans $\mathcal{R}_e$, la vitesse $\boldsymbol{\nu}$ ainsi définie n'est pas égale à la dérivée du vecteur

$\boldsymbol{\eta}$ qui en outre est exprimé dans $\mathcal{R}_e$. On montre [53] qu'on a la relation non linéaire suivante :

$$\dot{\boldsymbol{\eta}} = {}^{e}\mathbf{J}_b(\boldsymbol{\eta}_2)\,\boldsymbol{\nu} \tag{V.8}$$

avec

$$\begin{aligned} {}^{e}\mathbf{J}_b(\boldsymbol{\eta}_2) &= \begin{bmatrix} {}^{e}\mathbf{R}_b & \mathbf{0}_{3\times3} \\ \mathbf{0}_{3\times3} & {}^{e}\boldsymbol{\Omega}_b \end{bmatrix} && \text{(V.9)} \\ {}^{e}\boldsymbol{\Omega}_b &= \begin{bmatrix} 1 & \mathrm{S}_\phi\mathrm{T}_\theta & \mathrm{C}_\phi\mathrm{T}_\theta \\ 0 & \mathrm{C}_\phi & -\mathrm{S}_\phi \\ 0 & \frac{\mathrm{S}_\phi}{\mathrm{C}_\theta} & \frac{\mathrm{C}_\phi}{\mathrm{C}_\theta} \end{bmatrix} && \text{(V.10)} \end{aligned}$$

où nous avons posé $\mathrm{C}_* = \cos*$, $\mathrm{S}_* = \sin*$ et $\mathrm{T}_* = \tan*$.

La matrice ${}^{e}\mathbf{R}_b$ est la matrice de rotation permettant de projeter un vecteur exprimé dans $\mathcal{R}_b$ dans le repère $\mathcal{R}_e$. Elle s'exprime en fonction des angles de Cardan de $\boldsymbol{\eta}_2$ comme suit :

$$\begin{aligned} {}^{e}\mathbf{R}_b &= \mathbf{rot}(\mathbf{x},\phi)\,\mathbf{rot}(\mathbf{y},\theta)\,\mathbf{rot}(\mathbf{z},\psi) && \text{(V.11)} \\ &= \begin{bmatrix} \mathrm{C}_\psi\mathrm{C}_\theta & -\mathrm{S}_\psi\mathrm{C}_\phi + \mathrm{C}_\psi\mathrm{S}_\theta\mathrm{S}_\phi & \mathrm{S}_\psi\mathrm{S}_\phi + \mathrm{C}_\psi\mathrm{C}_\phi\mathrm{S}_\theta \\ \mathrm{S}_\psi\mathrm{C}_\theta & \mathrm{C}_\psi\mathrm{C}_\phi + \mathrm{S}_\phi\mathrm{S}_\theta\mathrm{S}_\psi & -\mathrm{C}_\psi\mathrm{S}_\phi + \mathrm{S}_\psi\mathrm{C}_\phi\mathrm{S}_\theta \\ -\mathrm{S}_\theta & \mathrm{C}_\theta\mathrm{S}_\phi & \mathrm{C}_\theta\mathrm{C}_\phi \end{bmatrix} && \text{(V.12)} \end{aligned}$$

L'équation (V.8) s'appelle le modèle cinématique de manœuvrabilité du bateau. Ce repère est principalement associé au formalisme de la manœuvrabilité dans la mesure où c'est dans ce repère que sont exprimées les équations de mouvement solide du bateau.

Le repère hydrodynamique $\mathcal{R}_h$: Ce repère est en translation uniforme par rapport au repère terrestre à la vitesse moyenne $U\mathbf{x}_h$ et au cap moyen $\bar{\psi}$ du bateau. Il peut donc être considéré également comme inertiel. Ce repère n'est pas lié directement au bateau mais à un bateau virtuel représentant l'état d'équilibre autour duquel de bateau effectue de petits déplacements de perturbation. On définit ses axes et son origine $\mathbf{O}_h$ comme coïncidant avec ceux du repère lié $\mathcal{R}_b$ à

l'état d'équilibre. L'axe $\mathbf{x}_h$ présente un angle stationnaire $\bar{\psi}$ avec l'axe $\mathbf{x}_e$ autour de $\mathbf{z}_h = \mathbf{z}_e$. La vitesse de translation de $\mathcal{R}_h$ par rapport à $\mathcal{R}_e$ s'écrit :

$$ {}^e\mathbf{v}_h = {}^e\mathbf{R}_h \begin{bmatrix} U \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = U \, \mathrm{col}_1({}^e\mathbf{R}_h) \tag{V.13} $$

avec $\mathrm{col}_1({}^e\mathbf{R}_h)$ la première colonne de la matrice de rotation ${}^e\mathbf{R}_h$ dont l'expression est (figure V.2) :

$$ {}^e\mathbf{R}_h = \begin{bmatrix} \mathrm{C}_{\bar{\psi}} & -\mathrm{S}_{\bar{\psi}} & 0 \\ \mathrm{S}_{\bar{\psi}} & \mathrm{C}_{\bar{\psi}} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \tag{V.14} $$

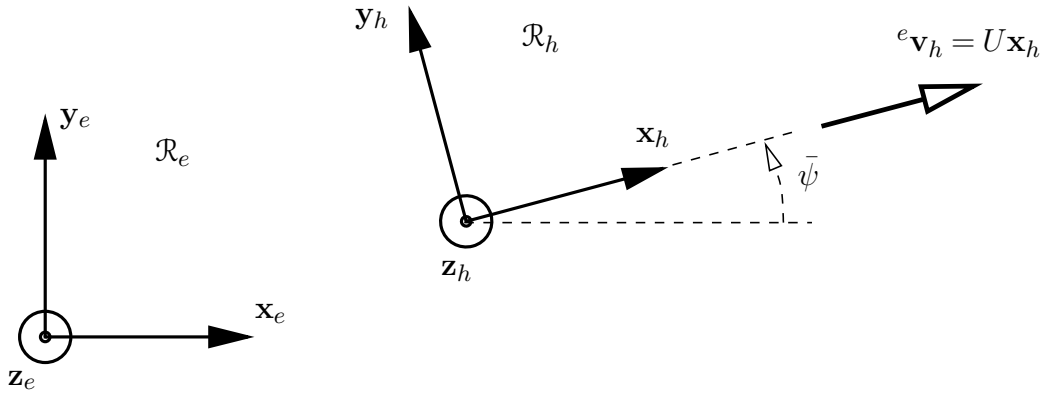


Figure V.2 – *Le repère hydrodynamique en translation rectiligne uniforme par rapport au repère terrestre considéré comme inertiel*

La vitesse U et la route[6] $\bar{\psi}$ du repère $\mathcal{R}_h$ par rapport au repère $\mathcal{R}_e$ sont considérés comme stationnaires pendant un temps caractéristique T où l'on considère que ces moyennes sont caractéristiques du mouvement d'ensemble du bateau. Dans notre cas de l'aviron ce temps T sera naturellement la période du mouvement. Avec les notations précédentes on peut écrire leurs expressions tel que

$$ \bar{\psi} = \frac{1}{T} \int_t^{t+T} \psi(\tau) d\tau, \quad \forall t \tag{V.15} $$

$$ U = \frac{1}{T} \int_t^{t+T} \dot{\boldsymbol{\eta}}_1^T \, \mathrm{col}_1({}^e\mathbf{R}_h) d\tau, \quad \forall t \tag{V.16} $$

où $\psi(t)$ est l'angle de lacet instantané du bateau par rapport au repère $\mathcal{R}_e$. Ainsi lors de la procédure de convergence de cycle, à chaque nouveau cycle simulé,

6. Aussi cap ou direction moyenne d'avance du bateau

nous calculons ces grandeurs moyennes de manière à les renseigner dans les calculs du cycle suivant. Bien que ce calcul soit à retard, ces grandeurs convergent et peuvent être prises comme critère de convergence à la place du critère présenté en II.3.2.

Les logiciels de tenue à la mer tels que AQUAPLUS [38] ou WAMIT [89] pour ne citer qu'eux, considèrent dans le calcul des coefficients hydrodynamiques les perturbations du bateau dans ce repère d'équilibre inertiel. En effet c'est dans ce repère qu'on définit l'élévation des vagues au niveau de la position moyenne du bateau de manière à calculer les efforts hydrodynamiques par intégration de la pression sur la carène en théorie potentielle. Les calculs de l'approche tenue à la mer s'effectuent donc dans le repère $\mathcal{R}_h$. Les coordonnées généralisées de perturbation donnant la position du repère lié au bateau $\mathcal{R}_b$ par rapport au repère hydrodynamique $\mathcal{R}_h$ s'expriment dans $\mathcal{R}_h$ par

$$\delta\boldsymbol{\eta} = \begin{bmatrix} \delta\boldsymbol{\eta}_1 \\ \delta\boldsymbol{\eta}_2 \end{bmatrix} \tag{V.17}$$

$$\delta\boldsymbol{\eta}_1 = \begin{bmatrix} \delta x & \delta y & \delta z \end{bmatrix}^T \tag{V.18}$$

$$\delta\boldsymbol{\eta}_2 = \begin{bmatrix} \delta\phi & \delta\theta & \delta\psi \end{bmatrix}^T \tag{V.19}$$

où $\delta\boldsymbol{\eta}_2$ contient les angles de roulis, tangage et lacet de perturbation par rapport au repère hydrodynamique d'équilibre. Ainsi on peut voir le bateau comme oscillant en six degrés de liberté autour d'un bateau virtuel fixe par rapport au repère hydrodynamique $\mathcal{R}_h$ tel que représenté figure V.3, et représentant l'état d'équilibre du bateau dans ce repère.

Traditionnellement dans la théorie linéaire de la tenue à la mer ces coordonnées de perturbation sont considérés d'ordre 1 (petits angles, petits déplacements) et sont notées

$$\boldsymbol{\xi} \triangleq \delta\boldsymbol{\eta} = \begin{bmatrix} \xi_1 & \xi_2 & \xi_3 & \xi_4 & \xi_5 & \xi_6 \end{bmatrix}^T \tag{V.20}$$

De même que précédemment le vecteur vitesse de perturbation généralisée du bateau dans son mouvement par rapport au repère hydrodynamique $\mathcal{R}_h$, exprimé dans le repère lié $\mathcal{R}_b$ est défini par

$$\delta\boldsymbol{\nu} = \begin{bmatrix} \delta\boldsymbol{\nu}_1 \\ \delta\boldsymbol{\nu}_2 \end{bmatrix} \tag{V.21}$$

$$\delta\boldsymbol{\nu}_1 = \begin{bmatrix} \delta u & \delta v & \delta w \end{bmatrix}^T \tag{V.22}$$

$$\delta\boldsymbol{\nu}_2 = \begin{bmatrix} \delta p & \delta q & \delta r \end{bmatrix}^T \tag{V.23}$$

De manière similaire à (V.8) on a le modèle cinématique de perturbation suivant :

$$\delta\dot{\boldsymbol{\eta}} = {}^h\mathbf{J}_b\delta\boldsymbol{\nu} \tag{V.24}$$

On définit en outre la vitesse du repère hydrodynamique exprimée dans le repère du bateau à l'aide de (V.12) et (V.13) par :

$$\bar{\boldsymbol{\nu}} = \begin{bmatrix} \bar{\boldsymbol{\nu}}_1 \\ \bar{\boldsymbol{\nu}}_2 \end{bmatrix} \tag{V.25}$$

$$\bar{\boldsymbol{\nu}}_1 = {}^e\mathbf{R}_b^T\,{}^e\mathbf{v}_h = {}^e\mathbf{R}_b^T U\mathrm{col}_1({}^e\mathbf{R}_h) \tag{V.26}$$

$$\bar{\boldsymbol{\nu}}_2 \triangleq \mathbf{0}_{3\times 1} \tag{V.27}$$

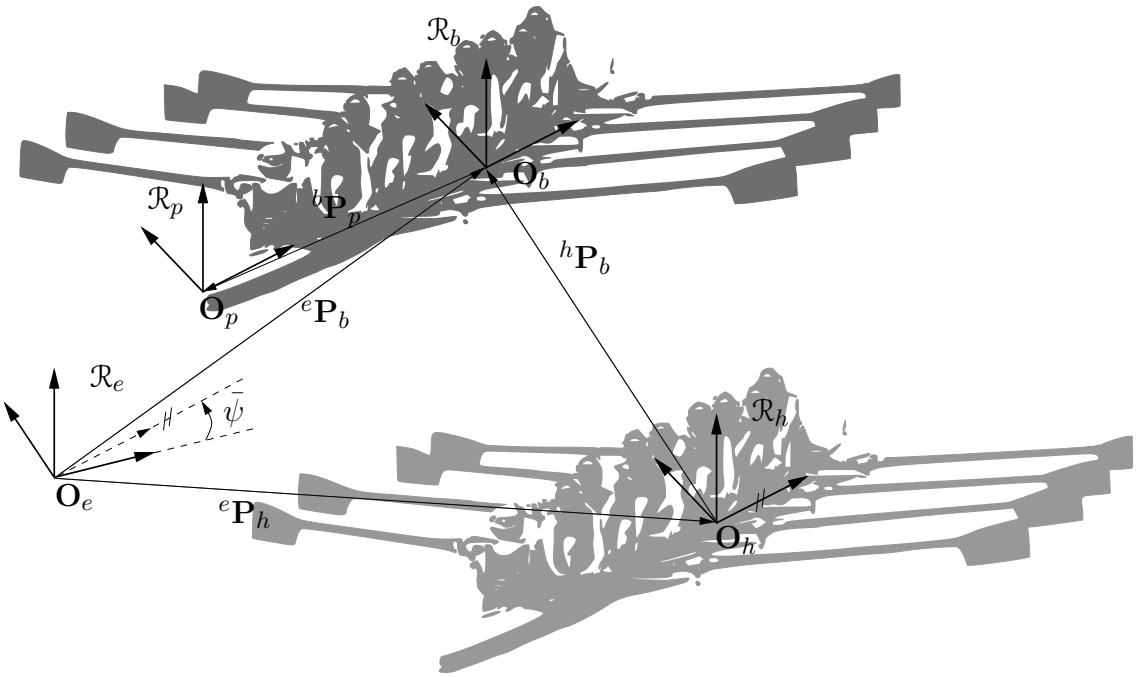


Figure V.3 – *Définition des repères. Le repère $\mathcal{R}_b$ oscille autour du repère hydrodynamique $\mathcal{R}_h$*

V.2.1.2 Relations de composition

En exploitant la définition des repère terrestres, hydrodynamique et mobile et des différentes coordonnées de vitesse exprimées dans le repère du bateau $\mathcal{R}_b$ on peut écrire la relation de composition des vitesse suivante :

$$\boldsymbol{\nu} = \bar{\boldsymbol{\nu}} + \delta\boldsymbol{\nu} \tag{V.28}$$

En dérivant l'équation précédente on obtient

$$\dot{\boldsymbol{\nu}} = \dot{\bar{\boldsymbol{\nu}}} + \delta\dot{\boldsymbol{\nu}} \tag{V.29}$$

D'après (V.26) on obtient en se rappelant que U et $\bar{\psi}$ sont stationnaires :

$$\dot{\bar{\boldsymbol{\nu}}}_1 = {}^b\dot{\mathbf{R}}_h \begin{bmatrix} U \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \tag{V.30}$$

D'autre part, on montre [108] que la dérivée de la matrice de rotation ${}^b\dot{\mathbf{R}}_h$ peut s'exprimer à l'aide de la matrice de rotation ${}^b\mathbf{R}_h$ de la manière suivante :

$${}^b\dot{\mathbf{R}}_h = {}^b\mathbf{R}_h\mathbf{S}^T({}^b\boldsymbol{\omega}_{b/h}) = {}^b\mathbf{R}_h\mathbf{S}^T(\delta\boldsymbol{\nu}_2) \tag{V.31}$$

En introduisant cette relation dans (V.30) on obtient :

$$\dot{\bar{\boldsymbol{\nu}}}_1 = -U\delta r\,\mathrm{col}_2({}^b\mathbf{R}_h) + U\delta q\,\mathrm{col}_3({}^b\mathbf{R}_h) \tag{V.32}$$

avec

$${}^b\mathbf{R}_h = {}^e\mathbf{R}_b^T\,{}^e\mathbf{R}_h \tag{V.33}$$

V.2.1.3 Cas de petits mouvements

En supposant que les mouvements secondaires sont de faible amplitudes et que les angles d'attitude du bateau sont petits, on peut linéariser les relations de composition précédentes et établir des relations de changement de variable utiles pour l'unification des deux approches de manœuvrabilité et de tenue à la mer.

Nous avons établi équation (V.28) la relation de composition des vitesses suivante dans $\mathcal{R}_b$:

$$\boldsymbol{\nu} = \bar{\boldsymbol{\nu}} + \delta\boldsymbol{\nu} \tag{V.34}$$

En utilisant les équation (V.26) et (V.13) nous obtenons une nouvelle expression de $\bar{\boldsymbol{\nu}}_1$, $\bar{\boldsymbol{\nu}}_2$ étant nul :

$$\begin{aligned} \bar{\boldsymbol{\nu}}_1 &= U\mathrm{col}_1({}^b\mathbf{R}_h) \\ &= U \begin{bmatrix} \mathrm{C}_{\delta\psi}\mathrm{C}_{\delta\theta} \\ -\mathrm{S}_{\delta\psi}\mathrm{C}_{\delta\theta} + \mathrm{C}_{\delta\psi}\mathrm{S}_{\delta\theta}\mathrm{S}_{\delta\phi} \\ \mathrm{S}_{\delta\psi}\mathrm{S}_{\delta\phi} + \mathrm{C}_{\delta\psi}\mathrm{C}_{\delta\phi}\mathrm{S}_{\delta\theta} \end{bmatrix} \end{aligned} \tag{V.35}$$

En ne considérant que les termes linéaires en approximation petits angles on obtient :

$$\bar{\boldsymbol{\nu}}_1 = U \begin{bmatrix} 1 \\ -\delta\psi \\ \delta\theta \end{bmatrix} \tag{V.36}$$

On peut alors écrire (V.34) sous la forme suivante :

$$\boldsymbol{\nu} \approx U(-\mathbf{L}\delta\boldsymbol{\eta} + \mathbf{e}_1) + \delta\boldsymbol{\nu} \tag{V.37}$$

avec $\mathbf{L} \in \mathbb{R}^{6\times 6}$ et $\mathbf{e}_1 \in \mathbb{R}^{6\times 1}$ tels que

$$\mathbf{e}_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \cdots & 0 \end{bmatrix}^T, \qquad \mathbf{L} = \begin{bmatrix} 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & \cdots & 0 & 1 \\ 0 & \cdots & -1 & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & \cdots & 0 & 0 \end{bmatrix} \tag{V.38}$$

La relation de composition en accélération (V.29) s'écrivait

$$\dot{\boldsymbol{\nu}} = \dot{\bar{\boldsymbol{\nu}}} + \delta\dot{\boldsymbol{\nu}} \tag{V.39}$$

et on a établi en (V.32) que :

$$\dot{\bar{\boldsymbol{\nu}}}_1 = -U\delta r\,\mathrm{col}_2({}^b\mathbf{R}_h) + U\delta q\,\mathrm{col}_3({}^b\mathbf{R}_h) \tag{V.40}$$

L'approximation petits angles donne alors :

$$\dot{\boldsymbol{\nu}}_1 \approx -U\delta r \begin{bmatrix} \delta\psi \\ 1 \\ -\delta\phi \end{bmatrix} + U\delta q \begin{bmatrix} -\delta\theta \\ \delta\phi \\ 1 \end{bmatrix} \tag{V.41}$$

ce qui donne en ne conservant que les termes du premier ordre :

$$\dot{\boldsymbol{\nu}}_1 \approx U \begin{bmatrix} 0 \\ -\delta r \\ \delta q \end{bmatrix} = -U\mathbf{L}\delta\boldsymbol{\nu} \tag{V.42}$$

La relation de composition en accélération (V.39) peut alors s'écrire

$$\dot{\boldsymbol{\nu}} \approx -U\mathbf{L}\delta\boldsymbol{\nu} + \delta\dot{\boldsymbol{\nu}} \tag{V.43}$$

En fin, à partir de (V.37) et (V.43), et en observant la structure spéciale de la matrice $\mathbf{L}$ qui apporte la simplification $\mathbf{LL} = \mathbf{0}$, on obtient :

$$\delta\dot{\boldsymbol{\nu}} \approx \dot{\boldsymbol{\nu}} + U\mathbf{L}\boldsymbol{\nu} \tag{V.44}$$

Les relations (V.34) et (V.44) serviront dans la suite en V.2.4 à unifier les équations de mouvement des approches manœuvrabilité et tenue à la mer.

V.2.2 Équation de mouvement de manœuvrabilité

En théorie de la manœuvrabilité l'équation de mouvement du système composé par le bateau seul considéré comme un corps rigide en mouvement par rapport au repère inertiel terrestre $\mathcal{R}_e$ s'exprime dans $\mathcal{R}_b$ par :

$${}^b\mathbf{M}_b\dot{\boldsymbol{\nu}} + \mathbf{C}_{RB}(\boldsymbol{\nu})\boldsymbol{\nu} = {}^b\mathbf{F}_{eb} \tag{V.45}$$

avec ${}^b\mathbf{M}_b$ la matrice d'inertie généralisée du bateau exprimée dans le repère $\mathcal{R}_b$ à l'origine $\mathbf{O}_b$ telle que

$${}^b\mathbf{M}_b = \begin{bmatrix} M_b\mathbf{I}_{3\times3} & -M_b\mathbf{S}\left({}^b\mathbf{S}_b\right) \\ M_b\mathbf{S}\left({}^b\mathbf{S}_b\right) & {}^b\mathbf{I}_{\mathbf{O}_b b} \end{bmatrix} \tag{V.46}$$

où ${}^b\mathbf{S}_b$ est la position du centre de gravité du bateau par rapport à l'origine $\mathbf{O}_b$ et ${}^b\mathbf{I}_{\mathbf{O}_b b}$ est la matrice d'inertie du bateau exprimée en $\mathbf{O}_b$ suivant les axes de $\mathcal{R}_b$. On retrouve ici les notations adoptées au chapitre IV et notamment la forme

(IV.37) de la matrice d'inertie généralisée d'un corps.

Le terme $\mathbf{C}_{RB}(\boldsymbol{\nu})\boldsymbol{\nu}$ rend compte des forces d'inertie agissant sur le système (Coriolis et entraînement centripète) et s'exprime [53] par :

$$\mathbf{C}_{RB}(\boldsymbol{\nu}) = \begin{bmatrix} M_b\mathbf{S}\left(\boldsymbol{\nu}_2\right) & -M_b\mathbf{S}\left(\boldsymbol{\nu}_2\right)\mathbf{S}\left({}^b\mathbf{S}_b\right) \\ M_b\mathbf{S}\left({}^b\mathbf{S}_b\right)\mathbf{S}\left(\boldsymbol{\nu}_2\right) & -\mathbf{S}({}^b\mathbf{I}_{\mathbf{O}_b}\boldsymbol{\nu}_2) \end{bmatrix} \tag{V.47}$$

Il est possible d'exploiter d'autres formes de cette dernière matrice qui sont données dans Fossen et Fjellstad [53].

Les forces extérieures ${}^b\mathbf{F}_{eb}$ s'appliquent sur le système bateau et représentent entre autre les efforts hydrodynamiques pris en compte par la manœuvrabilité ainsi que les efforts d'excitation de liaison entre le rameur et le bateau et les rames et le bateau.

V.2.3 Équation de mouvement de la tenue à la mer

Nous partons ici de l'équation de mouvement (V.45) du bateau rigide exprimée dans le repère hydrodynamique inertiel d'équilibre $\mathcal{R}_h$ et nous la rapprochons de l'équation de mouvement de tenue à la mer classiquement utilisée en hydrodynamique navale. L'identification des deux permet de réaliser les approximations effectuées dans le cadre de la théorie linéaire adoptée.

Le repère inertiel considéré ici est le repère hydrodynamique $\mathcal{R}_h$. De manière analogue à (V.45) on peut écrire l'équation de mouvement du bateau par rapport à ce repère et exprimée dans le repère du bateau tel que :

$${}^b\mathbf{M}_b\delta\dot{\boldsymbol{\nu}} + \mathbf{C}_{RB}(\delta\boldsymbol{\nu})\delta\boldsymbol{\nu} = {}^b\delta\mathbf{F}_{e_b} \tag{V.48}$$

avec le modèle cinématique de perturbation établi en (V.24) :

$$\delta\dot{\boldsymbol{\eta}} = {}^h\mathbf{J}_b(\delta\boldsymbol{\eta})\delta\boldsymbol{\nu} \tag{V.49}$$

Le torseur d'effort extérieur généralisé peut en théorie de tenue à la mer se décomposer en trois termes :

$${}^b\delta\mathbf{F}_{e_b} = -{}^b\mathbf{g}(\delta\boldsymbol{\eta}) + {}^b\delta\mathbf{F}_{rad} + {}^b\delta\mathbf{F}_{exc} \tag{V.50}$$

où l'application ${}^b\mathbf{g}(\delta\boldsymbol{\eta})$ représente les efforts hydrostatiques généralisés, ${}^b\delta\mathbf{F}_{rad}$ représente les forces de radiation et ${}^b\delta\mathbf{F}_{exc}$ le torseur des efforts d'excitation extérieurs. Les efforts de radiation seront traités plus en détail dans le paragraphe suivant V.2.5.

Nous avons vu en précédemment que les coordonnées de perturbation $\delta\boldsymbol{\eta}$ et $\delta\boldsymbol{\nu}$ étaient considérées comme des termes d'ordre un en théorie linéaire. En négligeant les termes d'ordre deux, le terme $\mathbf{C}_{RB}(\delta\boldsymbol{\nu})\delta\boldsymbol{\nu}$ disparaît et les équations (V.48) et (V.49) se réduisent alors à :

$$\delta\dot{\boldsymbol{\eta}} \approx \delta\boldsymbol{\nu} \tag{V.51}$$

$${}^b\mathbf{M}_b\delta\dot{\boldsymbol{\nu}} \approx {}^b\delta\mathbf{F}_{e_b} \tag{V.52}$$

ce qui en introduisant (V.50) résulte en :

$${}^b\mathbf{M}_b\delta\ddot{\boldsymbol{\eta}} \approx -{}^b\mathbf{g}(\delta\boldsymbol{\eta}) + {}^b\delta\mathbf{F}_{rad} + {}^b\delta\mathbf{F}_{exc} \tag{V.53}$$

D'autre part la formulation classique de l'équation de mouvement de la tenue à la mer s'écrit :

$${}^b\mathbf{M}_b\ddot{\boldsymbol{\xi}} = -{}^h\mathbf{g}(\boldsymbol{\xi}) + {}^h\mathbf{F}_{rad} + {}^h\mathbf{F}_{exc} \tag{V.54}$$

Ce qui est une manière consistante d'écrire (V.45) avec toutes les variables exprimées par rapport à $\mathcal{R}_h$. Les efforts de radiation peuvent s'écrire suivant la forme classique de Cummins [29] qui exprime les efforts de radiation en terme de coordonnées de perturbation :

$${}^h\mathbf{F}_{rad} = -\mathbf{A}_\infty(U)\ddot{\boldsymbol{\xi}} - \mathbf{B}_\infty(U)\dot{\boldsymbol{\xi}} - \int_0^t \mathbf{K}(t-\tau, U)\dot{\boldsymbol{\xi}}(\tau)d\tau \tag{V.55}$$

Les matrices $\mathbf{A}_\infty(U)$ et $\mathbf{B}_\infty(U)$ ainsi que les réponses impulsionnelles $\mathbf{K}(t,U)$ dépendent de la vitesse d'avance U du bateau par couplage. Nous expliciterons ces couplages dans la partie V.3 suivante portant sur le calcul des efforts de radiation. Afin de ne pas alourdir les notations de cette partie, nous n'expliciterons plus cette dépendance dans les équations.

En revanche la forme de Cummins (V.55) résulte des approximations suivantes issues de l'hypothèse de linéarité :

$$\dot{\boldsymbol{\xi}} = \delta\dot{\boldsymbol{\eta}} \approx \delta\boldsymbol{\nu} \tag{V.56}$$

$$^{h}\mathbf{g}(\boldsymbol{\xi}) \approx {}^{b}\mathbf{g}(\delta\boldsymbol{\eta}) \tag{V.57}$$

$$^{h}\mathbf{F}_{rad} \approx {}^{b}\delta\mathbf{F}_{rad} \tag{V.58}$$

$$^{h}\mathbf{F}_{exc} \approx {}^{b}\delta\mathbf{F}_{exc} \tag{V.59}$$

Enfin en introduisant (V.55) dans (V.54) nous obtenons l'équation linéaire de tenue à la mer (équation de Cummins) qui s'écrit alors :

$$\left({}^{b}\mathbf{M}_b + \mathbf{A}_\infty\right)\ddot{\boldsymbol{\xi}} + \mathbf{B}_\infty\dot{\boldsymbol{\xi}} + \int_0^t \mathbf{K}(t-\tau)\dot{\boldsymbol{\xi}}(\tau)d\tau + {}^{h}\mathbf{g}(\boldsymbol{\xi}) = {}^{h}\mathbf{F}_{exc} \tag{V.60}$$

Comme nous le verrons en section V.3 suivante, le terme intégral de convolution qui émane des coefficients hydrodynamiques d'inertie ajoutée et d'amortissement de vagues, représente les effets de mémoire de l'action du fluide ; l'action du fluide due aux mouvements du bateau à un instant donné affecte la dynamique du bateau à tous les instants subséquents.

V.2.4 Approche unifiée des équations de mouvement

L'approche unifiée présentée ici, inspirée de Perez et Fossen [108], consiste à exprimer l'équation de mouvement linéaire de tenue à la mer (V.60) dans le repère lié du bateau $\mathcal{R}_b$ de manière à se trouver dans le même repère que l'approche manœuvrabilité et permet ainsi de lier les deux approches. Le passage dans le repère lié s'effectue grâce aux différentes approximations entre les coordonnées de manœuvrabilité et les coordonnées de perturbation induites par les hypothèses des petits mouvements présentées précédemment.

En utilisant les approximations (V.56)-(V.59) ainsi que le modèle linéaire hydrostatique (V.73), l'équation de mouvement linéaire de tenue à la mer peut s'écrire en terme de coordonnées de perturbation dans le repère $\mathcal{R}_b$:

$$\left({}^{b}\mathbf{M}_b + \mathbf{A}_\infty\right)\delta\dot{\boldsymbol{\nu}} + \mathbf{B}_\infty\delta\boldsymbol{\nu} + \int_0^t \mathbf{K}(t-\tau)\delta\boldsymbol{\nu}(\tau)d\tau + {}^{b}\mathbf{g}(\delta\boldsymbol{\eta}) = {}^{b}\delta\mathbf{F}_{exc} \tag{V.61}$$

Par construction du repère hydrodynamique $\mathcal{R}_h$, les positions moyennes $\bar{\boldsymbol{\eta}}_1$ et $\bar{\boldsymbol{\eta}}_2$ ont la forme suivante :

$$\bar{\boldsymbol{\eta}}_1 = \begin{bmatrix} \bar{x} \\ \bar{y} \\ 0 \end{bmatrix}, \qquad \bar{\boldsymbol{\eta}}_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \bar{\psi} \end{bmatrix} \tag{V.62}$$

En introduisant (V.34) et (V.44) dans (V.61) on obtient l'équation suivante :

$$\left({}^b\mathbf{M}_b + \mathbf{A}_\infty\right)\dot{\boldsymbol{\nu}} + {}^b\mathbf{M}_b U\mathbf{L}\boldsymbol{\nu} + \mathbf{A}_\infty U\mathbf{L}\boldsymbol{\nu} + \mathbf{B}_\infty\boldsymbol{\nu} + \int_0^t \mathbf{K}(t-\tau)(\boldsymbol{\nu}-\bar{\boldsymbol{\nu}})d\tau + {}^b\mathbf{g}(\delta\boldsymbol{\eta}) = {}^b\mathbf{F}_{exc} + \mathbf{B}_\infty\bar{\boldsymbol{\nu}} \tag{V.63}$$

La dépendance avec la vitesse d'avance U des matrices $\mathbf{A}_\infty(U)$ et $\mathbf{B}_\infty(U)$, tel que soulevé précédemment équation (V.55), est issue de couplages des efforts de radiation avec la vitesse d'avance. Nous verrons dans la partie V.3 suivante que ces couplages hydrodynamiques s'expriment par :

$$\mathbf{A}(\omega,U) = \mathbf{A}_0(\omega) + \frac{U}{\omega^2}\mathbf{B}_0(\omega)\mathbf{L} \tag{V.64}$$

$$\mathbf{B}(\omega,U) = \mathbf{B}_0(\omega) - U\mathbf{A}_0(\omega)\mathbf{L} \tag{V.65}$$

où l'indice $*_0$ correspond à des coefficients hydrodynamiques pour un bateau sans vitesse d'avance. Pour un tel bateau, l'amortissement de vague pour une fréquence infinie est nul soit :

$$\lim_{\omega\to\infty} \mathbf{B}_0(\omega) = \mathbf{0} \tag{V.66}$$

En passant (V.64)-(V.65) à la limite, nous obtenons alors :

$$\lim_{\omega\to\infty} \mathbf{A}(\omega,U) = \mathbf{A}_0(\infty) = \mathbf{A}_\infty \tag{V.67}$$

$$\lim_{\omega\to\infty} \mathbf{B}(\omega,U) = -U\mathbf{A}_\infty = \mathbf{B}_\infty(U) \tag{V.68}$$

Ces dernières expressions induisent donc des simplifications dans l'équation de mouvement (V.63) et nous obtenons finalement :

$$\left({}^b\mathbf{M}_b + \mathbf{A}_\infty\right)\dot{\boldsymbol{\nu}} + \mathbf{C}_M\boldsymbol{\nu} + \int_0^t \mathbf{K}(t-\tau)(\boldsymbol{\nu}-\bar{\boldsymbol{\nu}})d\tau + {}^b\mathbf{g}(\delta\boldsymbol{\eta}) = {}^b\mathbf{F}_{exc} + {}^b\bar{\mathbf{F}}_B \tag{V.69}$$

avec

$$\mathbf{C}_M = {}^b\mathbf{M}_b U \mathbf{L} \tag{V.70}$$

$$^b\bar{\mathbf{F}}_B = \mathbf{B}_\infty \bar{\boldsymbol{\nu}} \tag{V.71}$$

avec $\mathbf{B}_\infty(U)$ calculé à l'aide de (V.68), et muni également du modèle cinématique de manœuvrabilité (V.8) :

$$\dot{\boldsymbol{\eta}} = {}^e\mathbf{J}_b \boldsymbol{\nu} \tag{V.72}$$

Les équations (V.69)-(V.72) unifient les deux approches de manœuvrabilité et de tenue à la mer. Ce sont celles qui sont implémentées dans le simulateur GMRS. Le calcul de ses termes nécessite le calcul des grandeurs stationnaires U et $\bar{\psi}$. Comme mentionné précédemment ces grandeurs sont considérées comme stationnaires sur un temps caractéristique T qui est la période du coup d'aviron. A chaque cycle simulé nous effectuons donc le calcul de leur valeur à l'aide de (V.15) et (V.16) de manière à les introduire pour la simulation du cycle suivant et ainsi décrire l'évolution du repère hydrodynamique $\mathcal{R}_h$.

V.2.5 Forces hydrostatiques

Les forces hydrostatiques représentent les forces de pression hydrostatique sur la carène en mouvement dans l'eau. On montre [37] que dans le cadre d'une linéarisation par l'utilisation des coordonnées de perturbation et un développement au premier ordre de la résultante des efforts de pression hydrostatiques que les efforts hydrostatiques peuvent s'écrire sous la forme linéaire suivante :

$$^h\mathbf{g}(\boldsymbol{\xi}) = \mathbf{G}\boldsymbol{\xi} \triangleq \mathbf{G}\delta\boldsymbol{\eta} \tag{V.73}$$

avec $\mathbf{G} \in \mathbb{R}^{6\times 6}$ la matrice généralisée de raideur hydrostatique des raideurs valable pour de petits mouvements autour de la position d'équilibre de référence autour de laquelle elle a été calculée. Cette approximation est consistante avec les hypothèses de petits mouvements et petits déplacements adoptées précédemment

en V.2.1. Cette matrice est symétrique et possède la forme suivante :

$$\mathbf{G} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & G_{33} & G_{34} & G_{35} & 0 \\ 0 & 0 & G_{43} & G_{44} & G_{45} & 0 \\ 0 & 0 & G_{53} & G_{54} & G_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \tag{V.74}$$

Ce modèle hydrostatique linéaire est consistant avec les hypothèses de linéarisation présentées dans la partie précédente pour les modèles dynamiques de tenue à la mer. La matrice $\mathbf{G}$ est assimilable à des raideurs de rappel garantissant la stabilité du bateau hydrostatique du bateau. Les termes nuls montrent qu'un bateau ne possède pas de raideur hydrostatique suivant les degrés de liberté en cavalement, embardée et lacet dans $\mathcal{R}_e$ et $\mathcal{R}_h$ ce à quoi l'on pouvait s'attendre. Les termes extra-diagonaux expriment les couplages existant entre les différents modes de mouvement mis en jeu dans le modèle et dont l'importance varie suivant l'origine d'expression de l'équation de mouvement choisie.

Notons $\mathbf{C}_0 = \begin{bmatrix} x_{C_0} & y_{C_0} & z_{C_0} \end{bmatrix}^T$ le centre de carène du bateau au repos (barycentre du volume immergé au repos) et $\mathbf{G}_0 = \begin{bmatrix} x_{G_0} & y_{G_0} & z_{G_0} \end{bmatrix}^T$ le centre de gravité du bateau au repos et $\mathbf{P} = \begin{bmatrix} x & y & z \end{bmatrix}^T$ un point courant de la surface de flottaison au repos. Les coordonnées de ces points sont relatives à l'origine $\mathbf{O}_h$ du repère de calcul hydrodynamique $\mathcal{R}_h$. On montre [37] que les coefficients de la matrice $\mathbf{G}$ s'écrivent :

$$G_{33} = \rho g S_{f0} \tag{V.75}$$

$$G_{34} = \rho g \iint_{S_{f0}} y \, dS = G_{43} \tag{V.76}$$

$$G_{35} = -\rho g \iint_{S_{f0}} x \, dS = G_{53} \tag{V.77}$$

$$G_{44} = \rho g \iint_{S_{f0}} y^2 \, dS + \rho g V_0 (z_{C_0} - z_{G_0}) = G'_{44} + \rho g V_0 (z_{C_0} - z_{G_0}) \tag{V.78}$$

$$G_{45} = -\rho g \iint_{S_{f0}} xy \, dS = G_{54} \tag{V.79}$$

$$G_{55} = \rho g \iint_{S_{f0}} x^2 \, dS + \rho g V_0 (z_{C_0} - z_{G_0}) = G'_{55} + \rho g V_0 (z_{C_0} - z_{G_0}) \tag{V.80}$$

où S_{f0} et V_0 sont respectivement la surface de flottaison et le volume immergé du bateau à l'équilibre hydrostatique.

Le bateau d'aviron possède un plan de symétrie longitudinal. L'origine $\mathbf{O}_h$ a été définie comme appartenant à ce plan de symétrie. Par observation physique des expressions des coefficients de la matrice $\mathbf{G}$ précédents certaines simplifications sont observables concernant les coefficients de couplage.

Les termes G'_{44} et G'_{55} font apparaître l'inertie du plan de flottaison respectivement par rapport aux axes $\mathbf{x}_h$ et $\mathbf{y}_h$.

De même le terme G_{45} représente les couplages inertiels de la surface de flottaison. Vu que le bateau d'aviron est symétrique par rapport au plan vertical longitudinal, la surface de flottaison possède a fortiori la même symétrie et par conséquent ces couplages inertiels sont nuls soit $G_{45} = 0$. Le terme G_{34} est le couplage en pilonnement-roulis et par symétrie également ces modes ne sont pas couplés et on peut considérer que $G_{34} = 0$. Il reste le couplage en pilonnement-tangage donné par le coefficient G_{35}. Les bateaux d'aviron présentent une quasi symétrie avant arrière si bien que si on positionne l'origine $\mathbf{O}_h$ au milieu du bateau le couplage pilonnement tangage est très faible. En revanche si l'origine $\mathbf{O}_h$ est positionnée autre part dans le plan de symétrie longitudinal, ce couplage sera non nul. Il est ainsi préférable d'effectuer les calculs des coefficients hydrostatique au point $\mathbf{O}_h$ tel que défini comme origine du repère $\mathcal{R}_h$ en V.2.1.1.

Les unités de ces coefficients sont :

- G_{33} : $\mathrm{N\,m^{-1}}$;
- G_{44}, G_{55} : $\mathrm{N\,m\,rad^{-1}}$;
- G_{34}, G_{35}, G_{45} : $\mathrm{N\,rad^{-1}}$.

Ces coefficients de raideur hydrostatique sont fournis par les logiciels résolvant le problème hydrostatique. Pour notre utilisation c'est le cas du logiciel AQUAPLUS que nous utilisons également pour l'obtention des inerties ajoutées et des amortissements potentiels.

De par la forme spéciale (V.74) de la matrice des raideurs hydrostatiques $\mathbf{G}$, et en utilisant la relation de composition $\boldsymbol{\eta} = \bar{\boldsymbol{\eta}} + \delta\boldsymbol{\eta}$, le terme d'efforts hydrostatiques non linéaire ${}^b\mathbf{g}$ de l'équation de mouvement unifiée (V.69) peut s'écrire en fonction du vecteur d'état $\boldsymbol{\eta}$ tel que :

$$ {}^b\mathbf{g}(\delta\boldsymbol{\eta}) \approx \mathbf{G}\delta\boldsymbol{\eta} = \mathbf{G}\boldsymbol{\eta} \tag{V.81} $$

Dans la mesure où ce que nous connaissons pendant la simulation, c'est le vecteur d'état $\boldsymbol{\eta}$, cette dernière forme nous évite de devoir calculer une perturbation de position $\delta\boldsymbol{\eta}$, ainsi que la position absolue $\bar{\boldsymbol{\eta}}$ du repère hydrodynamique. En effet ces quantités ne sont pas d'un grand intérêt dans l'analyse du comportement du bateau.

V.2.6 Modèles de manœuvrabilité et efforts complémentaires

Les efforts hydrodynamiques figurant dans l'équation (V.69) ne prennent en compte que les efforts de radiation de vagues. Ceux-ci sont obtenus généralement par des théories potentielles linéarisées au premier ordre. D'autres efforts agissent sur la carène et ses appendices comme des efforts de portance et des amortissements non linéaires d'origine visqueuse. Nous aurons à terme à nous intéresser prioritairement à la trajectoire dans le plan de la surface libre. Cela se fera sous l'hypothèse des faibles perturbations de trajectoire. Les couplages avec le roulis peuvent être négligés du fait que celui-ci est stabilisé par les rameurs et que le bateau possède une quasi-symétrie avant arrière. Cela revient à dire qu'il faut au moins tenir compte des coefficients hydrodynamiques de manœuvrabilité linéaires facteurs des états u, v, ψ et de leurs dérivées. La première étape sera de considérer les effets de portance comme s'ils étaient quasi-statiques. Étant donnée la nature de l'excitation en aviron, cette hypothèse est une approximation.

En résumé, pour étudier le mouvement dans le plan de la surface libre, en première approximation, on peut utiliser un modèle de résistance à l'avancement non linéaire mais quasi-stationnaire (modèle ITTC 1957). Pour étudier les effets de la portance sur la carène et les appendices, il s'agira d'ajouter aux forces d'amortissement de vagues de radiation, un modèle linéaire d'effort dont la résultante dans le plan de la surface libre et le moment autour de l'axe de lacet dépendent des états u, v et r. En définitive cette première approche linéarisée revient à modifier le terme $\mathbf{B}_\infty\boldsymbol{\nu}$ de l'équation (V.69). Les coefficients dépendant des accélérations $\dot{\boldsymbol{\nu}}$, *i.e.* les inerties ajoutées, demeureront ceux issus de la théorie potentielle. Ce seront les masses ajoutées $\mathbf{A}_\infty$ pour une pulsation infinie tel que présenté dans la partie suivante V.3.

Comme la structure du simulateur GMRS permet la résolution des systèmes d'équations différentielles non linéaires, il n'y a pas d'obstacle à sophistiquer les modèles d'efforts de manœuvrabilité, par exemple en introduisant l'influence du

pilonnement et du tangage sur certains coefficients hydrodynamiques. La difficulté sera de hiérarchiser les influences des termes supplémentaires, d'évaluer les coefficients requis par les modèles, puis de valider les résultats par des essais ou des calculs CFD.

Dans cette sous-partie, nous présentons différents modèles additionnels à ajouter dans le terme de droite de l'équation de mouvement unifiée (V.69), afin de prendre en compte des efforts non considérés par la tenue à la mer et relevant de la manœuvrabilité.

V.2.6.1 Modèle de résistance à l'avancement en cavalement

L'approche manœuvrabilité d'un navire s'intéresse principalement aux mouvements du bateau dans le plan horizontal soit suivant les degrés de liberté en cavalement, embardée et lacet. A la place des développements en série de Taylor présentés précédemment pour introduire les termes d'amortissment non linéaires, certains auteurs tels que Golding *et al.* [58] sur des formules semi-empiriques telles que le modèle ITTC 1957 en cavalement [62] qui est un modèle standard éprouvé.

Dans notre étude nous ne considérons que le modèle ITTC 1957 pour le cavalement dans la mesure où nous bloquons les degrés de liberté en embardée et en lacet pour des problèmes de stabilité de route inhérentes au bateau d'aviron (voir II.3.5). Ce modèle s'écrit ainsi dans le repère hydrodynamique $\mathcal{R}_h$:

$$ {}^{h}\tau_{n_1} = \frac{1}{2}\rho S C_f V_x |V_x| \tag{V.82} $$

où V_x est la vitesse du bateau suivant son axe d'avance d'ensemble (axe $\mathbf{x}_h$). Cette vitesse est celle qui a été utilisée pour calculer la vitesse d'avance U du bateau en équation (V.16) et s'écrit :

$$ V_x = \dot{\boldsymbol{\eta}}_1^T \, \mathrm{col}_1({}^{e}\mathbf{R}_h) \tag{V.83} $$

ρ est la densité de l'eau. S est la surface mouillée du bateau qui pourrait être mise à jour à chaque pas de temps dans la mesure où $S = S(\boldsymbol{\eta})$ comme le fait Formaggia *et al.* [50]. Enfin le coefficient de frottement visqueux adimensionnel C_f est donné par la formulation ITTC 1957 tel que :

$$ C_f = \frac{0.075}{(\log_{10}(R_e) - 2)^2} \tag{V.84} $$

avec R_e le nombre de Reynolds défini par :

$$R_e = \frac{V_x L_w}{\nu} \tag{V.85}$$

où L_w la longueur de la ligne de flottaison moyenne et ν la viscosité cinématique de l'eau.

Les calculs étant effectués dans le repère du bateau, il convient de projeter l'équation (V.82) dans le repère $\mathcal{R}_b$ ce qui donne la forme générale des efforts visqueux non linéaires dans ce repère suivante :

$$^b\mathbf{F}_n = -\begin{bmatrix} ^h\tau_{n_1}\,\mathrm{col}_1(^h\mathbf{R}_b^T) \\ \mathbf{0}_{3\times 1} \end{bmatrix} \tag{V.86}$$

La formulation ITTC 1957 a initialement été établie sous l'hypothèse bateau naviguant à un vitesse stationnaire. Sous ces hypothèses la vitesse utilisée dans (V.84) devrait être la vitesse d'avance U. Il est clair que le bateau d'aviron présente un mouvement de cavalement fortement instationnaire et que nous sortons clairement du domaine d'application initial. Pour rendre compte simplement de la forte fluctuation de vitesse du bateau d'aviron, nous avons décidé d'effectuer un calcul du nombre de Reynolds dans (V.85) à l'aide de la vitesse instantanée V_x. Cette approche est une approche quasi-statique, où l'on considère qu'à chaque instant le bateau navigue à une vitesse moyenne V_x. Seules des données issues d'essais instationnaires pourront nous permettre d'améliorer ces modèles d'efforts de résistance à l'avancement.

D'autre part la formulation ITTC 1957, modèle de résistance visqueuse, doit être complété pour prendre en compte les effets de forme et les effets de résistance de vague. Ceci est réalisé en utilisant un coefficient de traînée global C_t tel que :

$$C_t = (1+k)C_f + C_w \tag{V.87}$$

où C_f est le coefficient de frottement calculé par (V.84), k est le coefficient de forme, et C_w est le coefficient de résistance de vague. Autant nous possédons le modèle ITTC 1957 pour le calcul de C_f, autant il n'existe pas de tel modèle physique pour le calcul de la résistance de vague et cet effort doit être quantifié en fonction de la vitesse du bateau à l'aide d'essais expérimentaux. Des essais en bassin réalisés en 1998 dans le cadre de la thèse de Barré [4] ont permis d'obtenir une estimation de ces coefficients. Le coefficient de forme obtenu grâce à la méthode

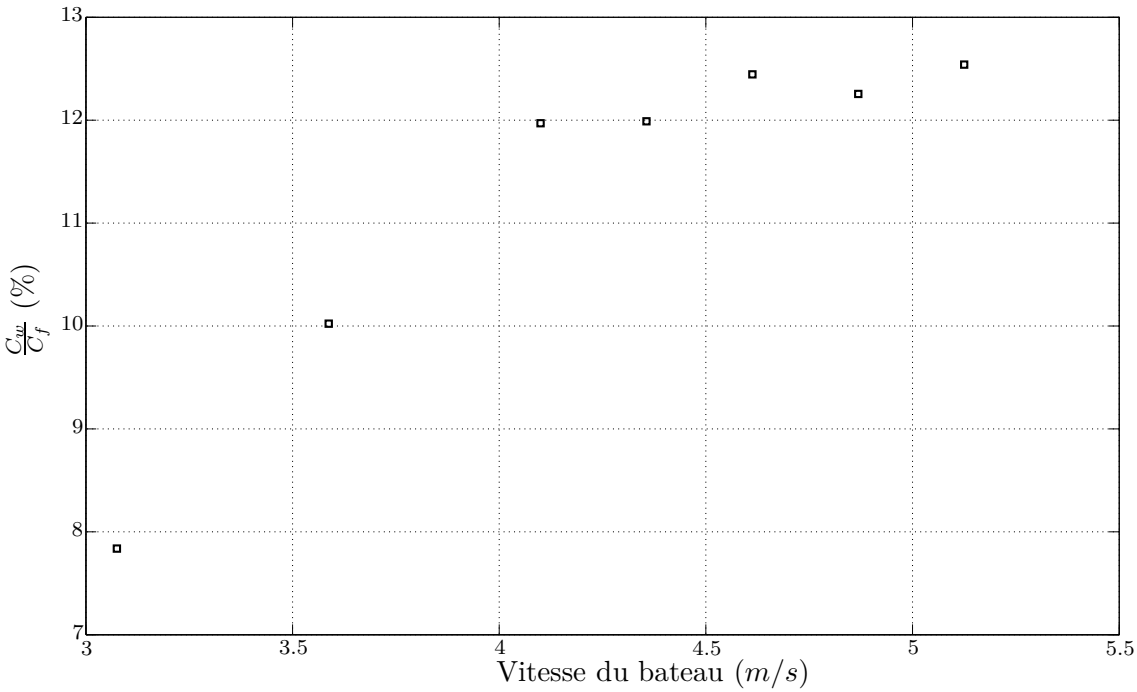


Figure V.4 – *Rapport $\frac{C_w}{C_f}$ entre le coefficient de résistance de vague mesuré à l'aide d'essais stationnaires en bassin des carènes sur un skiff et le coefficient de résistance de friction calculé à l'aide du modèle ITTC 1957. La courbe est issue de la thèse de Barré [4]*

de Prohaska [113] a permis d'obtenir $k = 0.14$ pour le modèle étudié. D'autre part on a pu déterminer à partir de la figure V.4 que $C_w \approx 0.12 C_f$. Nous prendrons donc ces approximations et nous écrirons le torseur d'effort d'amortissement visqueux non linéaire tel que :

$$^{h}\tau_{n_1} = \frac{1}{2}\rho S C_t V_x |V_x| \tag{V.88}$$

V.2.6.2 Modèles non linéaires d'amortissement visqueux

En théorie de la manœuvrabilité, il est commun de considérer des efforts non linéaires d'amortissement visqueux. Ces efforts sont dus aux phénomènes non linéaires non conservatifs pour lesquels l'énergie cinétique de la carène est transférée au fluide par effets visqueux (friction de peau, séparation de l'écoulement, génération de tourbillons à l'arrière de la carène, effets de forme...). Ces efforts ont une dépendance non linéaire de la vitesse relative entre la carène et le fluide et s'expriment par [52] :

$$^{b}\mathbf{F}_n = -\mathbf{d}_n(\boldsymbol{\eta}, \boldsymbol{\nu}) = -\begin{bmatrix} \tau_{n_1} & \cdots & \tau_{n_6} \end{bmatrix}^T \tag{V.89}$$

Le torseur d'effort ${}^b\mathbf{F}_n$ est alors à intégrer aux efforts extérieurs ${}^b\mathbf{F}_{exc}$ du terme de droite de l'équation de mouvement unifiée (V.69).

L'utilisation de développements en série de Taylor tronquées est généralement mise en œuvre pour la construction de modèles. De nombreux modèles sont disponibles dans la littérature [1], [12]. Si par exemple on se réfère à la proposition de Blanke et Christensen [12], on peut écrire :

$$\begin{aligned}\tau_{n_2} &= Y_{|u|v}|u|v + Y_{ur}ur + Y_{v|v|}v|v| + Y_{v|r|}v|r| + Y_{r|v|}r|v| \\ &\quad + Y_{\phi|uv|}\phi|uv| + Y_{\phi|ur|}\phi|ur| + Y_{\phi uu}\phi u^2 \end{aligned} \tag{V.90}$$

où les coefficients hydrodynamiques, également dérivées hydrodynamiques, s'-expriment par exemple pour le coefficient

$$Y_{v|r|} = \frac{\partial^2 \tau_{n_2}}{\partial v \partial |r|} \tag{V.91}$$

Les expressions de τ_{n_4} et τ_{n_6} sont du même type. On remarque que ce modèle prend en compte l'attitude du bateau par l'intermédiaire de l'angle ϕ de roulis. Dans le cas de l'aviron, il faudrait supprimer ces termes faisant intervenir le roulis, mais probablement faire intervenir le tangage et le pilonnement.

Signalons également le modèle du troisième ordre proposé par Abkowitz [1] pour $\mathbf{d}_n$:

$$\tau_{n_1} = X_{uuu}u^3 + X_{www}w^3 + X_{qqq}q^3 + X_{uww}uw^2 + X_{uqq}uq^2 + \dots \tag{V.92}$$

avec des expressions du même type pour les autres composantes τ_{n_i}, $i \in \{1, \dots, 6\}$.

Ces dérivées hydrodynamiques nécessitent d'être déterminées expérimentalement à l'aide de campagnes de mesure en bassin. Une autre solution serait également d'effectuer ces essais numériquement à l'aide de codes CFD. En revanche les codes de calcul actuel n'ont pas encore bénéficié de validation expérimentale dans le cas du mouvement d'un bateau d'aviron qui présente un mouvement de dynamique très forte.

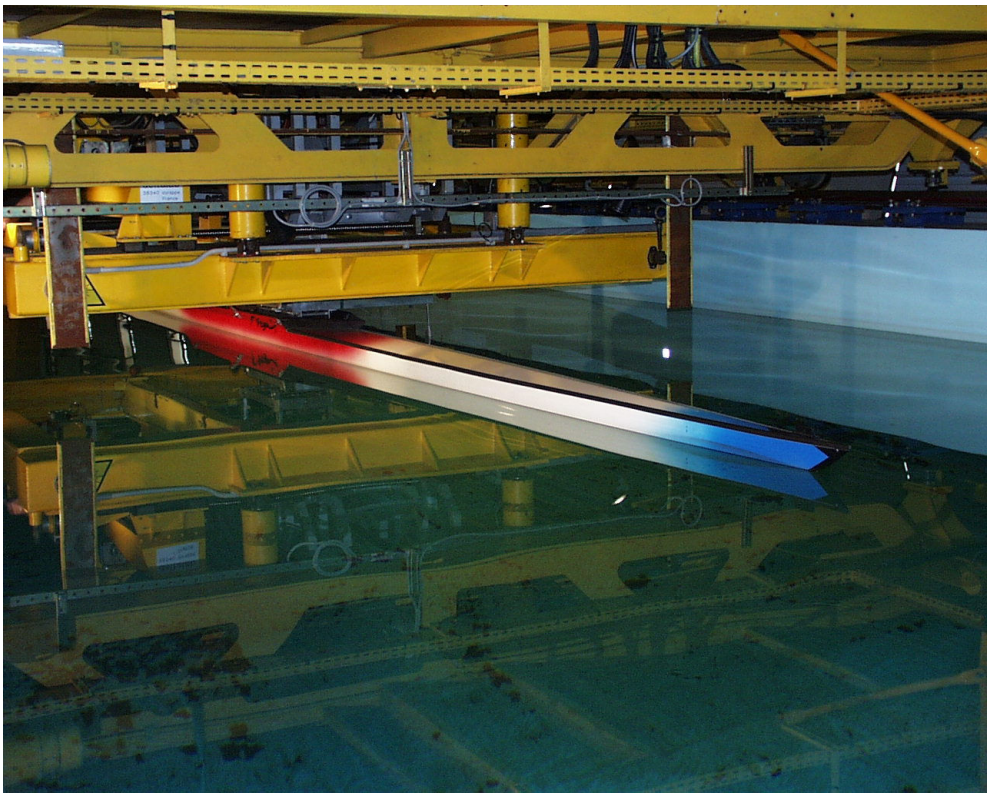


Figure V.5 – *Essais expérimentaux sur une carène de skiff en bassin des carènes de l'École Centrale de Nantes*

V.3 Calcul des forces de radiation

V.3.1 Équations dynamiques dans le domaine temporel et fréquentiel

Traditionnellement en hydrodynamique navale le système d'équations qui décrit le mouvement du bateau dans le repère hydrodynamique $\mathcal{R}_h$ est présentée en termes de perturbations sous la forme linéarisée suivante :

$$\left[{}^b\mathbf{M}_b + \mathbf{A}(\omega,U)\right]\ddot{\boldsymbol{\xi}} + \mathbf{B}(\omega,U)\dot{\boldsymbol{\xi}} + \mathbf{G}\boldsymbol{\xi} = {}^h\mathbf{F}_{exc} \tag{V.93}$$

où $\mathbf{A}(\omega,U)$ est la matrice des masses d'eau ajoutées, $\mathbf{B}(\omega,U)$ la matrice amortissement potentiel, $\mathbf{G}$ la matrice des raideurs hydrostatiques linéaires, $\boldsymbol{\xi}$ le terme de perturbation, U est la vitesse moyenne du bateau et ${}^h\mathbf{F}_{exc}$ représente globalement les forces d'excitation, provoquées ici par les forces de liaison avec le rameur et les avirons calculées en ligne dans le simulateur.

Perez et Fossen [110] soulignent en faisant référence à Tick [125] et Cummins [29] que cette présentation, qui mélange une forme fréquentielle et temporelle, prête à confusion. Il vaut mieux écrire pour le domaine fréquentiel :

$$\left[-\omega^2\left(\mathbf{M}+\mathbf{A}(\omega,U)\right)+j\omega\mathbf{B}(\omega,U)+\mathbf{G}\right]\tilde{\boldsymbol{\xi}}=\delta\tilde{\boldsymbol{\tau}}_{exc} \tag{V.94}$$

où $\tilde{\boldsymbol{\xi}}$ et $\delta\tilde{\boldsymbol{\tau}}_{exc}$ sont les réponses et excitations complexes du système.

Pour le domaine temporel on écrira comme Cummins [29] :

$$[\mathbf{M}+\mathbf{A}(\infty,U)]\ddot{\boldsymbol{\xi}}+\mathbf{B}(\infty,U)\dot{\boldsymbol{\xi}}+\int_0^t\mathbf{K}(t-\tau,U)\dot{\boldsymbol{\xi}}(\tau)d\tau+\mathbf{G}\boldsymbol{\xi}=\delta\boldsymbol{\tau}_{exc} \tag{V.95}$$

Par application de la transformée de Fourier à l'équation (V.94), Ogilvie [107] établit les relations entre le modèle fréquentiel et temporel avec les relations suivantes :

$$\mathbf{A}(\omega,U) = \mathbf{A}_\infty(U)-\frac{1}{\omega}\int_0^\infty\mathbf{K}(t,U)\sin(\omega t)dt \tag{V.96}$$

$$\mathbf{B}(\omega,U) = \mathbf{B}_\infty(U)+\int_0^\infty\mathbf{K}(t,U)\cos(\omega t)dt \tag{V.97}$$

qui par transformation de Fourier inverse donne :

$$\mathbf{K}(t,U)=\frac{2}{\pi}\int_0^\infty\left(\mathbf{B}(\omega,U)-\mathbf{B}_\infty(U)\right)\cos(\omega t)d\omega \tag{V.98}$$

avec $\mathbf{A}_\infty(U)=\lim_{\omega\to\infty}\mathbf{A}(\omega,U)$ et $\mathbf{B}_\infty(U)=\lim_{\omega\to\infty}\mathbf{B}(\omega,U)$ les valeurs asymptotiques des coefficients de radiation.

De même la réponse fréquentielle du modèle de radiation s'écrit :

$$\mathbf{K}(j\omega,U)=\int_0^\infty\mathbf{K}(t,U)e^{-j\omega t}d\omega=\left[\mathbf{B}(\omega,U)-\mathbf{B}_\infty(U)\right]+j\omega\left[\mathbf{A}(\omega,U)-\mathbf{A}_\infty(U)\right] \tag{V.99}$$

Le travail présenté dans cette partie se focalise sur le calcul du terme mémoire des efforts de radiation présent dans l'équation (V.95) qui est le seul à poser des problèmes techniques, c'est à dire le terme :

$$\boldsymbol{\mu}(t)=\int_0^t\mathbf{K}(t-\tau,U)\dot{\boldsymbol{\xi}}(\tau)d\tau \tag{V.100}$$

En effet le calcul brut de ce terme de convolution suppose de conserver une mémoire des états antérieurs du système depuis l'origine des temps ce qui est très consommateur en terme de mémoire mais également en terme de temps CPU.

En théorie linéaire, un développement au premier ordre de la condition de glissement sur le bateau avec vitesse d'avance permet d'obtenir une formulation simple donnant une bonne approximation dans le cas d'un bateau élancé (Delhommeau et Kobus [39]). On obtient pour $\mathbf{A}(\omega,U)$ et $\mathbf{B}(\omega,U)$ des expressions du type :

$$\mathbf{A}(\omega,U) = \mathbf{A}_0(\omega)+U\mathbf{A}_U(\omega) \tag{V.101}$$

$$\mathbf{B}(\omega,U) = \mathbf{B}_0(\omega)+U\mathbf{B}_U(\omega) \tag{V.102}$$

où $\mathbf{A}_0(\omega)$ et $\mathbf{B}_0(\omega)$ sont respectivement les masses ajoutées et amortissements potentiels à vitesse d'avance nulle. Cette approximation revient à négliger la contribution des termes faisant intervenir la vitesse de perturbation suivant l'axe d'avance. $\mathbf{A}_U(\omega)$ et $\mathbf{B}_U(\omega)$ prennent en compte les couplages induits par la vitesse d'avance. En introduisant une matrice de sélection notée $\mathbf{L}$, elles s'expriment par :

$$\mathbf{A}_U(\omega) = \frac{1}{\omega^2}\mathbf{B}_0(\omega)\mathbf{L} \tag{V.103}$$

$$\mathbf{B}_U(\omega) = -\mathbf{A}_0(\omega)\mathbf{L} \tag{V.104}$$

$$\mathbf{L} = \begin{bmatrix} 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & \cdots & 0 & 1 \\ 0 & \cdots & -1 & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & \cdots & 0 & 0 \end{bmatrix} \tag{V.105}$$

Avec les expressions approchées (V.101) et (V.102) le terme mémoire peut s'exprimer avec une partie qui ne dépend pas de la vitesse d'avance et une autre qui lui est proportionnelle. On pourra donc écrire le terme mémoire sous la forme $\boldsymbol{\mu}(t) = \boldsymbol{\mu}_0(t)+U\boldsymbol{\mu}_U(t)$, ce qui facilitera le processus de convergence cycle par cycle dans la simulation.

Cependant, pour tester les méthodes de calcul du terme mémoire, on se limitera ici au calcul du terme sans vitesse d'avance $\boldsymbol{\mu}_0(t)$.

V.3.1.1 Problème d'une approche fréquentielle

Montrons d'abord pourquoi l'équation (V.93) est inadaptée à notre problème. Sur la figure V.6 sont représentées les coefficients de masse ajoutée et d'amortissement en pilonnement et tangage d'un skiff, calculés par AQUAPLUS en fonction de la fréquence. En regard le spectre d'amplitude des vitesses correspondantes obtenues par le simulateur GMRS pour deux cadences, une cadence d'entraînement à 20 *cpm* (coups par minute) et une cadence de course à 35 *cpm*. On remarque que les composantes fréquentielles se situent dans des zones de forte variation des coefficients hydrodynamiques de radiation et que la répartition des amplitudes dépend de la cadence. On voit donc qu'adopter des coefficients hydrodynamiques constants, ou même privilégier une fréquence pour les fixer, est une mauvaise approximation. En conséquence seule une approche temporelle est envisageable.

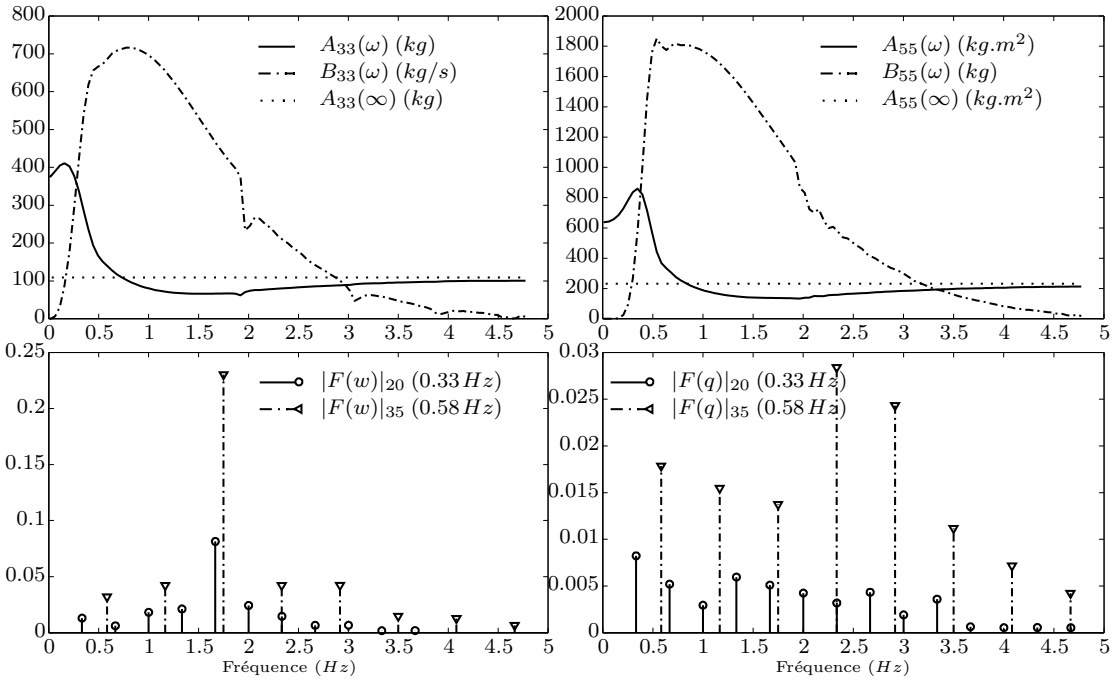


Figure V.6 – *Coefficients hydrodynamiques de radiation d'un skiff et spectres d'amplitude des excitations en pilonnement w et tangage q pour deux cadences (20 et 35 cpm)*

V.3.2 Modèles de remplacement du terme mémoire

Deux méthodes de calculs du modèle de radiation ont été mises en œuvre pour comparaison. La première s'appuie sur une identification du système dans le domaine temporel en utilisant les réponses impulsionnelles (V.98). La seconde consiste en une identification du système dans le domaine fréquentiel à partir des réponses fréquentielles du système (V.99). Les deux méthodes débouchent sur le remplacement du terme de convolution ou terme mémoire par un système d'équations différentielles ordinaires du premier ordre à coefficients constants.

V.3.2.1 Première méthode : identification dans le domaine temporel

Cette méthode d'identification s'appuie sur une approximation des réponses impulsionnelles du système obtenues directement à partir d'un code hydrodynamique tel qu'ACHIL3D [25] ou calculées en prenant la transformée de Fourier inverse du terme d'amortissement potentiel obtenu par AQUAPLUS comme décrit équation (V.98).

La méthode d'approximation, mise en œuvre par Duclos *et al.* [43], consiste à approximer les réponses impulsionnelles par des séries d'exponentielles complexes amorties sous la forme :

$$i,j = 1,\ldots,6 \qquad \tilde{\mathbf{K}}_{ij}(t) = \sum_{k=1}^{N_{ij}} \alpha_{ij_k} e^{\beta_{ij_k} t} \tag{V.106}$$

où N_{ij} est le nombre d'exponentielles utilisé pour l'approximation de la réponse impulsionnelle dans le mode ij.

La technique permettant de calculer les couples de coefficients complexes α_{ij} et β_{ij} est initialement due à Prony [35]. Elle a été implémentée par Daubisse [32] et développée plus tard par Clément [25]. Les bases de cette méthode sont présentées en annexe D. Les arguments des exponentielles sont nécessairement à partie réelle négative afin de garantir la stabilité des approximations.

Babarit *et al.* [3] montre qu'en injectant l'approximation (V.106) dans le terme mémoire (V.100) et en dérivant l'expression résultante on trouve le système d'équations suivant :

$$\tilde{\boldsymbol{\mu}}_0(t) = \left(\sum_{j=1}^{6}\sum_{k=1}^{N_{ij}} \mu_{ijk}(t)\right)_{i=1,\ldots,6} \tag{V.107}$$

$$\dot{\mu}_{ijk}(t) = \beta_{ij_k}\mu_{ijk}(t) + \alpha_{ij_k}\dot{\xi}_j(t) \tag{V.108}$$

$$\mu_{ijk}(0) = 0 \tag{V.109}$$

L'équation (V.107) permet l'évaluation du terme mémoire en remplacement du terme de convolution. Le système (V.108) est le système d'équations différentielles ordinaires du premier ordre à coefficients constants à intégrer en supplément des équations de la dynamique lors des simulations. Le nombre N de ces équations s'apparentant à l'ordre du modèle de radiation ainsi construit est :

$$N = \sum_{i=1}^{6}\sum_{j=1}^{6} N_{ij} \tag{V.110}$$

Notons que les symétries du bateau limitent le nombre d'équations dans la mesure où cela supprime un certain nombre de couplages.

V.3.2.2 Seconde méthode : identification dans le domaine fréquentiel

Cette méthode consiste à identifier les réponses fréquentielles du système calculées à partir des données d'un logiciel de type AQUAPLUS à l'aide de l'équation (V.99). L'identification s'effectue à l'aide de fonctions de transfert sur chacun des modes SISO [7]. Elles sont ensuite regroupées dans une matrice de transfert représentative du système MIMO [8] de la forme suivante :

$$\tilde{\mathbf{K}}(j\omega) = \left(\frac{P_{ij}(s)}{Q_{ij}(s)}\right)_{i,j=1,\ldots,6} \tag{V.111}$$

La méthode d'identification est issue des travaux de Perez et Fossen [111] qui fournissent une toolbox MATLAB™ permettant l'identification par fonction de transfert mode par mode (identification SISO). L'ordre des fonctions de transfert est adapté de manière automatique et il est ensuite possible de l'adapter manuellement de manière interactive. La figure V.9 montre un exemple d'identification de la réponse impulsionnelle du mode pilonnement-pilonnement avec une reconstruction des coefficients de radiation et comparaison avec les valeurs calculées.

7. Single-Input Single-Output
8. Multiple-Input Multiple-Output

A partir de la matrice de transfert (V.111) on peut obtenir une réalisation dans l'espace d'état du système MIMO. Pour l'application présentée la fonction ***ss*** de MATLAB™ (Control System Toolbox) a été utilisée. Le terme de convolution peut alors s'écrire dans l'espace d'état sous la forme :

$$\begin{aligned} \tilde{\boldsymbol{\mu}}_0(t) &= \hat{\mathbf{C}}\mathbf{x}(t) \\ \dot{\mathbf{x}}(t) &= \hat{\mathbf{A}}\mathbf{x}(t) + \hat{\mathbf{B}}\dot{\boldsymbol{\xi}}(t) \end{aligned} \tag{V.112}$$

où les matrices $\hat{\mathbf{A}} \in \mathbb{R}^{N\times N}$, $\hat{\mathbf{B}} \in \mathbb{R}^{N\times 6}$ et $\hat{\mathbf{C}} \in \mathbb{R}^{6\times N}$ sont sous forme canonique contrôlable (*cf.* Kailath [71]). L'entier N est l'ordre global du modèle MIMO de radiation et sa valeur est alors la somme des ordres choisis dans les identifications des modes SISO.

Les premières apparitions de la description dans l'espace d'état en hydrodynamique navale remonte à Yu et Falnes [132, 133]. D'autres auteurs développeront les méthodes d'identification comme Kristiansen et Egeland [86] et Kristiansen *et al.* [87].

La réalisation du système MIMO ainsi obtenue est généralement non minimale et les matrices $\hat{\mathbf{A}}$, $\hat{\mathbf{B}}$ et $\hat{\mathbf{C}}$ sont très creuses. Des auteurs tels que Kristiansen *et al.* [87] ou Unneland *et al.* [126] ont appliqué des techniques de réduction de modèle notamment la troncature balancée que nous expliquons brièvement ici.

Connaissant la description dans l'espace d'état d'un modèle LTI (Linear Time-Invariant) a priori non minimale d'ordre N telle que décrit équation (V.112), on montre [71] que les gramiens d'observabilité $\mathbf{W}_o$ et de gouvernabilité $\mathbf{W}_c$ sont les solutions respectives des équations de Lyapunov suivantes :

$$\hat{\mathbf{A}}^T\mathbf{W}_o + \mathbf{W}_o\hat{\mathbf{A}} = -\hat{\mathbf{C}}^T\hat{\mathbf{C}} \tag{V.113}$$

$$\hat{\mathbf{A}}\mathbf{W}_c + \mathbf{W}_c\hat{\mathbf{A}}^T = -\hat{\mathbf{B}}\hat{\mathbf{B}}^T \tag{V.114}$$

Les notions d'observabilité et de gouvernabilité sont des notions énergétiques établissant l'influence des états $\mathbf{x}$ du système sur les entrées-sorties. Un système est dit minimal s'il est à la fois gouvernable et observable. L'idée de la réduction d'ordre par troncature balancée est d'isoler les états non gouvernables et non observables en examinant les valeurs singulières de Hankel définies par :

$$(\sigma_k)_{k=1,\ldots,N} = eig(\sqrt{\mathbf{W}_o\mathbf{W}_c}) \tag{V.115}$$

Les parties gouvernables et observables du systèmes correspondent aux valeurs singulières $(\sigma_1, \sigma_2, \ldots, \sigma_r)$ les plus importantes. La réduction est alors effectuée par reconstruction d'une nouvelle description dans l'espace d'état cette fois d'ordre $r < N$ ne contenant plus que les états les plus énergétiques.

On montre [136] que nous pouvons avoir une estimation de l'erreur de troncature grâce à un majorant de l'erreur :

$$\| {}^N\tilde{\mu}_0 - {}^r\tilde{\mu}_0 \|_\infty \leq 2\,(\sigma_{r+1} + \sigma_{r+2} + \ldots + \sigma_N) \tag{V.116}$$

L'algorithme de réduction programmé dans le simulateur GMRS est issu de Garcia et Basilio [56]. On pourra trouver dans [61] une présentation d'un certain nombre d'autres méthodes de réduction.

V.3.3 Mise en œuvre des deux méthodes de remplacement du terme mémoire

V.3.3.1 Choix de la base de départ pour la comparaison des deux méthodes

Quand on utilise la méthode d'approximation des réponses impulsionnelles avec la méthode de Prony, le plus naturel et de calculer les réponses impulsionnelles directement en utilisant par exemple le code ACHIL3D. Pour l'autre méthode on utilise les coefficients de masse ajoutée et d'amortissement linéaire issu, par exemple, des codes de calcul BEM (Boundary Element Method). Le code utilisé dans le cadre de ce travail est le code AQUAPLUS [38].

Étant donnée la forme très allongée des bateaux d'aviron, pour atteindre des valeurs élevées de la fréquence d'excitation, il est nécessaire d'utiliser un découpage fin de la carène. Faltinsen [45] recommande une longueur caractéristique des facettes inférieure au 8ième de la longueur d'onde. En conséquence les calculs des coefficients hydrodynamiques par AQUAPLUS ont été réalisés par Gérard Delhommeau avec environ 3500 facettes. L'ensemble des résultats AQUAPLUS est fourni en annexe E.

Malgré cela il est nécessaire de prolonger les valeurs des coefficients d'amortissement pour la pulsation tendant vers l'infini en ajustant un modèle asymptotique (*cf.* Perez et Fossen [109]). En effet le calcul des réponses impulsionnelles nécessaire

à l'application de la méthode d'identification dans le domaine temporel repose sur le calcul de la transformée de Fourier inverse des coefficients d'amortissement de vague $\mathbf{B}_{ij}(\omega)$ via la relation (V.98). Cette relation met en jeu une intégration sur des pulsations de 0 à l'infini. Or les calculs AQUAPLUS ne peuvent fournir des résultats que jusqu'à une pulsation finie Ω au-delà de laquelle le nombre de facettes devient très important, ce qui résulte en des temps de calcul trop longs. Ainsi du fait de la troncature en fréquence, nous faisons une erreur dans le calcul des réponses impulsionnelles telle que :

$$\mathbf{K}(t,U) \approx \frac{2}{\pi}\int_0^{\Omega} (\mathbf{B}(\omega,U) - \mathbf{B}_{\infty}(\omega,U))\cos(\omega t)d\omega \tag{V.117}$$

L'effet de la troncature est celui d'un fenêtrage de l'amortissement par une fenêtre carrée ce qui a pour conséquence d'induire des oscillations dans les réponses impulsionnelles par transformée de Fourier inverse. Une solution est donc proposée par certains auteurs tels que Perez et Fossen [109] qui préconisent un prolongement asymptotique en α/ω^2 avec α la constante d'ajustement du modèle. Les auteurs corroborent leurs résultats avec une étude de Greenhow [59] qui proposait alors un prolongement en $\alpha/\omega^2 + \beta/\omega^4$. Ces prolongements asymptotiques permettent en effet de calculer la transformée de Fourier inverse avec une troncature repoussée à une fréquence de coupure Ω pour laquelle les amortissements de vague sont proches de zéro, limitant ainsi fortement l'effet du fenêtrage.

Pour notre part, des essais ont montré que les meilleurs résultats de prolongements asymptotiques étaient donnés par un modèle en α/ω^4. C'est ce qui est représenté figure V.7 pour les modes pilonnement-pilonnement (33) et tangage-tangage (55).

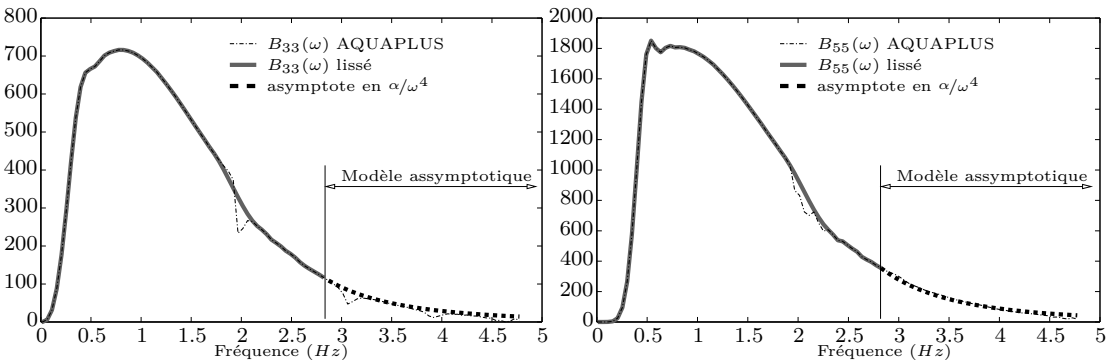


Figure V.7 – *Prolongement asymptotique et suppression des fréquences irrégulières sur les coefficients d'amortissement de vague*

Le code ACHIL3D qui fournit directement les réponses impulsionnelles ne permet pas pour le moment d'atteindre un nombre de facettes suffisant pour ce type de carène. Des calculs ACHIL3D ont malgré tout été réalisés pour comparaison par Aurélien Babarit [9] dans les limites des capacités du programme en terme de nombre de facettes acceptées. En revanche, bien que les coefficients hydrodynamiques reconstitués à partir des réponses impulsionnelles ne diffèrent que d'environ 10%, pour pouvoir comparer les méthodes sur la même base de départ, les réponses impulsionnelles ont été en définitive obtenues par transformée de Fourier inverse des coefficients hydrodynamiques calculés avec AQUAPLUS équation (V.98).

Notons qu'il est possible d'obtenir une réalisation dans l'espace d'état directement à partir des réponses impulsionnelles en utilisant par exemple la routine ***imp2ss*** de MATLAB™ (Robust Control Toolbox) comme dans [87] ou [110]. Cela donne un avantage au calcul direct des réponses impulsionnelles qui en outre ne produit pas de fréquences irrégulières, alors que le calcul fréquentiel par AQUAPLUS impose une étape supplémentaire de suppression de ces fréquences par lissage. Ces ajustements sont pratiqués par la plupart des utilisateurs de ces méthodes [109, 52] et apparaissent sur la figure V.7. Dans le cadre de GMRS, nous avons développé un utilitaire graphique permettant une suppression manuelle interactive des fréquences irrégulières directement sur les courbes brutes de calculs AQUAPLUS.

V.3.3.2 Mise en œuvre de la méthode d'identification dans le domaine temporel

La figure V.8 montre les réponses impulsionnelles utilisées pour les tests et leur approximations par séries d'exponentielles. Les fonctions à approximer s'éteignent rapidement avec le temps si bien que le nombre de composantes est généralement de l'ordre de 10 pour obtenir une bonne approximation. La question du choix de la qualité des approximations sera débattue lors de la discussion sur les différentes méthodes. Notons que la réponse impulsionnelle résultant du couplage cavalement-pilonnement (coefficients 13) a été négligée car très petite et manifestement mal calculée, comme en atteste la figure E.4 de l'annexe E.

Le calcul nécessite en définitive 64 équations différentielles qui s'ajoutent aux 6 équations de résolution de la dynamique du bateau. Les résultats sont comparés

9. Laboratoire de Mécanique des Fluides de l'École Centrale de Nantes

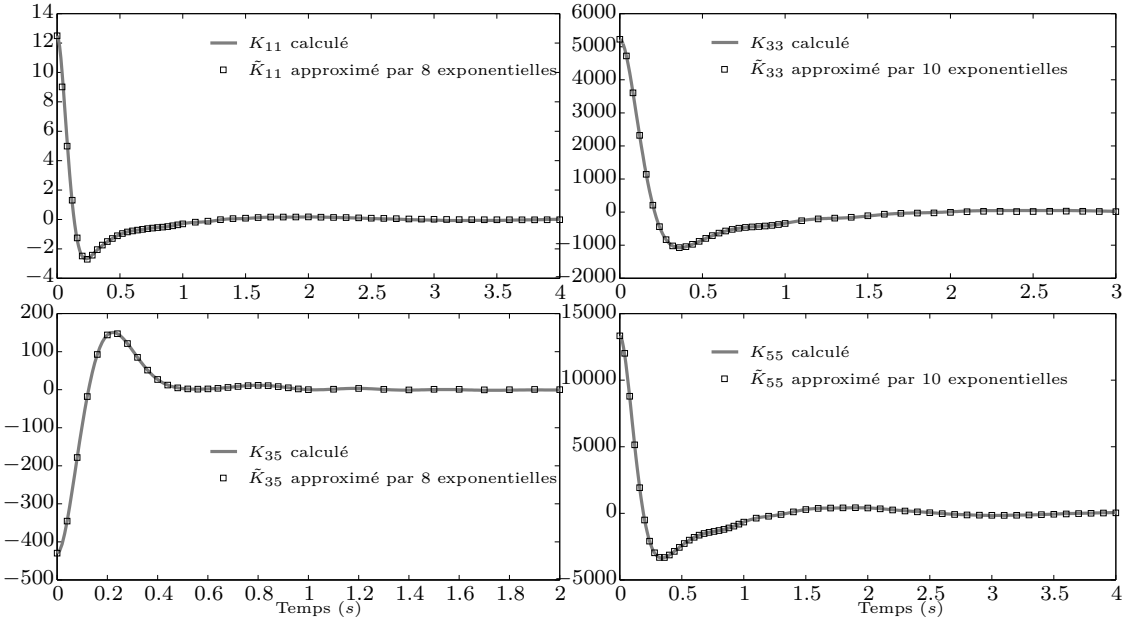


Figure V.8 – *Réponses impulsionnelles pour différents modes de mouvement d'un skiff calculées par transformée de Fourier inverse des amortissements potentiels. Comparaison avec les approximations par séries d'exponentielles amorties établies grâce à la méthode de Prony*

figure V.12 avec un calcul brut de la convolution, qui est évidemment très long et inenvisageable dans un simulateur dont l'ambition est de se rapprocher du temps réel. On remarque que cette méthode donne des résultats très proches du calcul direct de la convolution.

V.3.3.3 Mise en œuvre de la méthode d'identification dans le domaine fréquentiel

La figure V.9 montre l'identification d'une réponse fréquentielle par une fonction de transfert. La somme des ordres des différentes fonctions de transfert des modes SISO donne un ordre du système MIMO de 37. La réduction de modèle s'appuie sur la figure V.10 où sont représentées les valeurs singulières de Hankel du système global en même temps que l'évolution des écarts maximum entre le modèle complet et les modèles tronqués à l'ordre r au sens de la norme infinie *i.e.* $\|{}^{37}\tilde{\mu}_{0_i} - {}^{r}\tilde{\mu}_{0_i}\|_\infty$ pour les différents modes de mouvement.

On observe figure V.10 en page 170 une brusque diminution de l'écart sur les trois modes de mouvement considérés pour une troncature à l'ordre 21. Tous les écarts entre le modèle tronqué à l'ordre 21 et le modèle complet d'ordre 37 sont alors inférieurs à 10^{-1}. Seules les 21 premières valeurs singulières sont alors

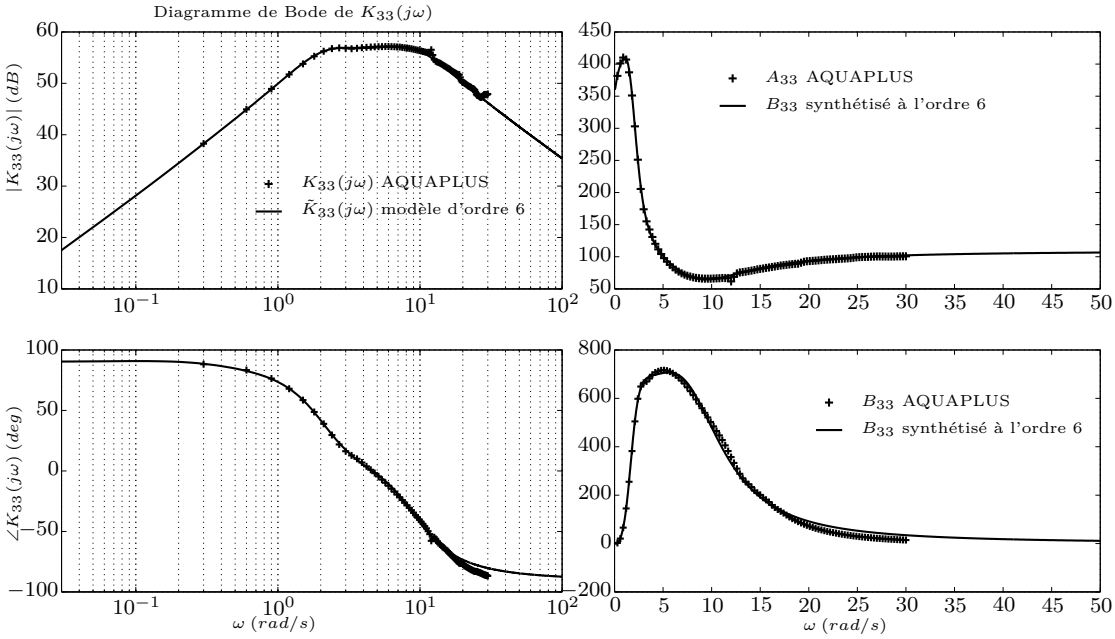


Figure V.9 – *A gauche le diagramme de Bode comparant la réponse fréquentielle du mode 33 et l'identification par une fonction de transfert d'ordre 6 et à droite la reconstruction des masses ajoutées et amortissements potentiels*

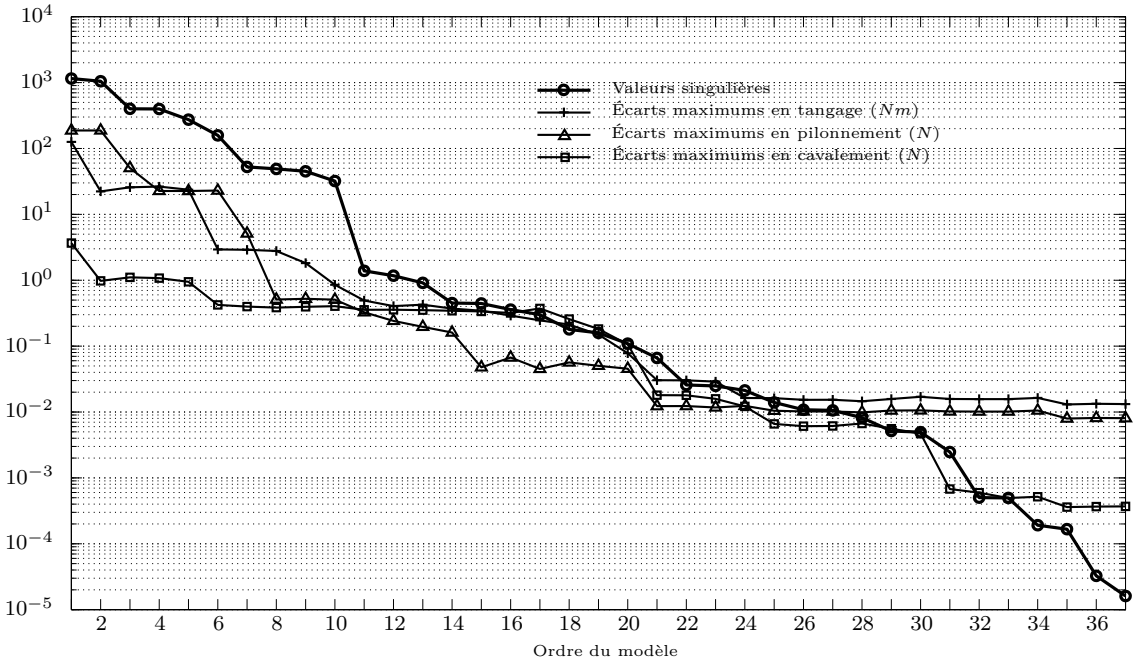


Figure V.10 – *Évolution des valeurs maximales des écarts entre les sorties des différents modèles et celles du modèle complet d'ordre 37 en fonction de l'ordre des modèles tronqués. Tracé des valeurs singulières de Hankel du système complet d'ordre 37*

conservées. L'ordre du modèle peut alors être réduit à 21 qui sera également le nombre d'équations différentielles à ajouter aux équations de la dynamique dans le simulateur.

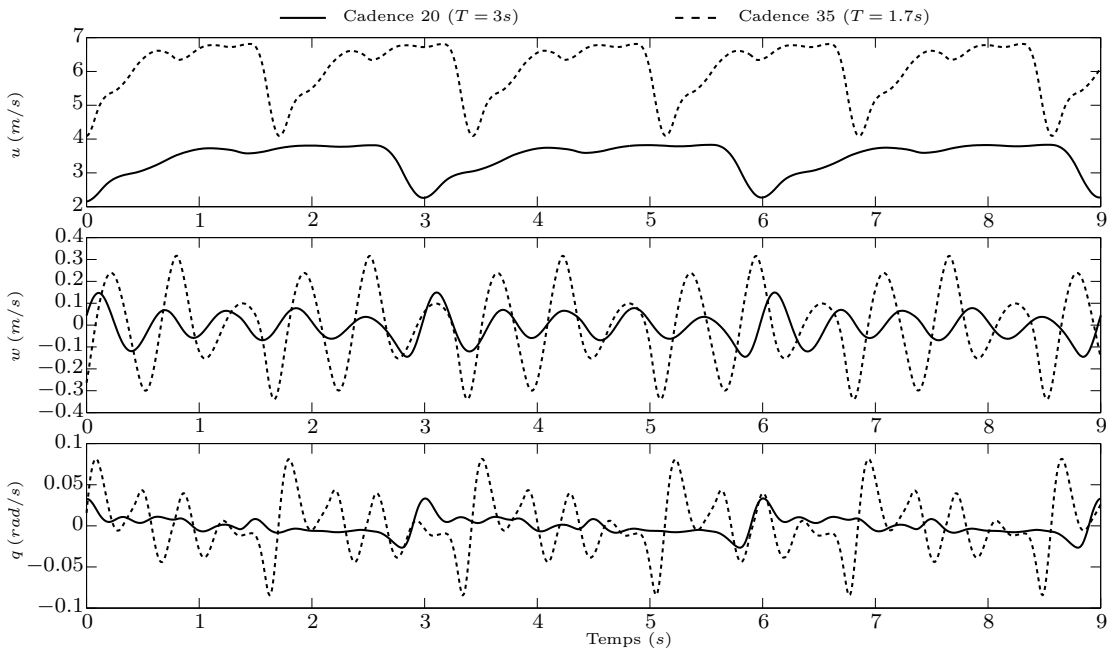


Figure V.11 – *Excitation en vitesse utilisée en entrée des modèles de radiation pour la comparaison*

V.3.4 Comparaison et discussion

L'excitation en vitesse utilisée pour tester les méthodes est représentée sur la figure V.11. Elle a été obtenue par synthèse après analyse harmonique des sorties du simulateur GMRS. Le contenu harmonique des vitesses de pilonnement et de tangage est celui tracé en figure V.6.

Les figures V.12 et V.13 comparent le calcul brut de la convolution et les valeurs du terme mémoire calculées avec les deux méthodes décrites précédemment. Les écarts absolus obtenus sont faibles entre les trois calculs. On peut noter que la méthode d'identification dans le domaine temporel est plus proche du calcul brut de la convolution mais il faut remarquer que ces deux méthodes utilisent au départ les mêmes réponses impulsionnelles calculées par transformée de Fourier inverse de l'amortissement potentiel prolongé asymptotiquement pour limiter les effets du fenêtrage (*cf.* figure V.6). Cette étape d'approximation commune explique probablement la quasi concordance avec le calcul brut. Nous pouvons néanmoins observer la bonne consistance des méthodes testées puisque l'écart maximum est pour F_x, F_z et M_y respectivement de $0.1N$, $1.1N$ et $1.0Nm$ pour la première méthode et $0.1N$, $11.8N$ et $2.1Nm$ pour la seconde.

Du point de vue du nombre d'équations différentielles supplémentaires à ré-

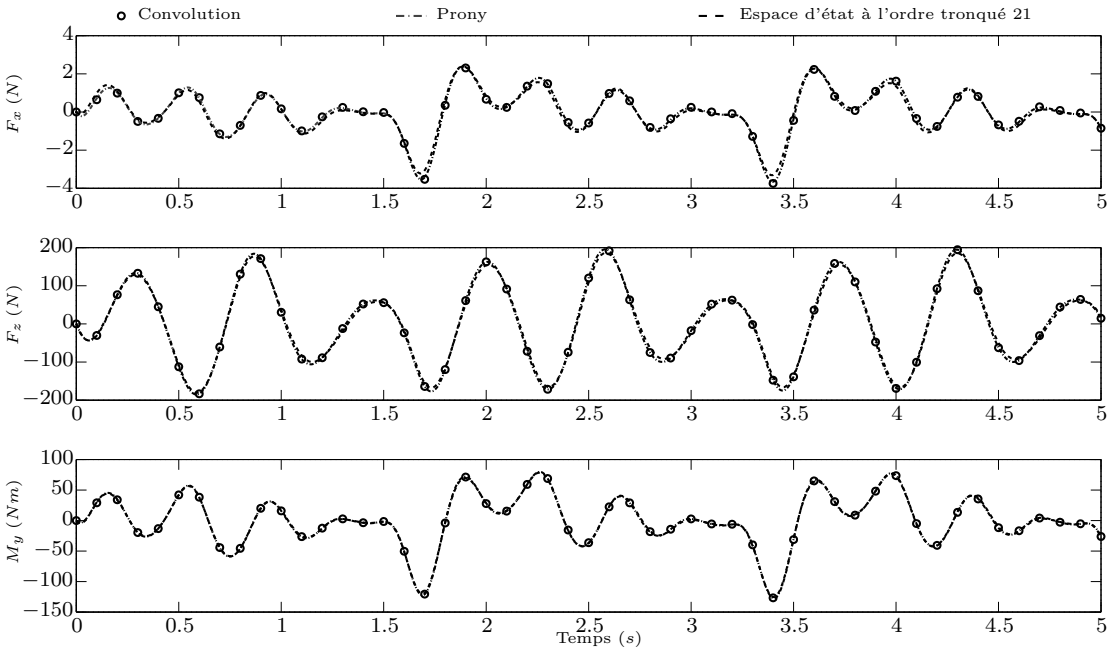


Figure V.12 – *Comparaison des forces de radiation générées par les différents modèles*

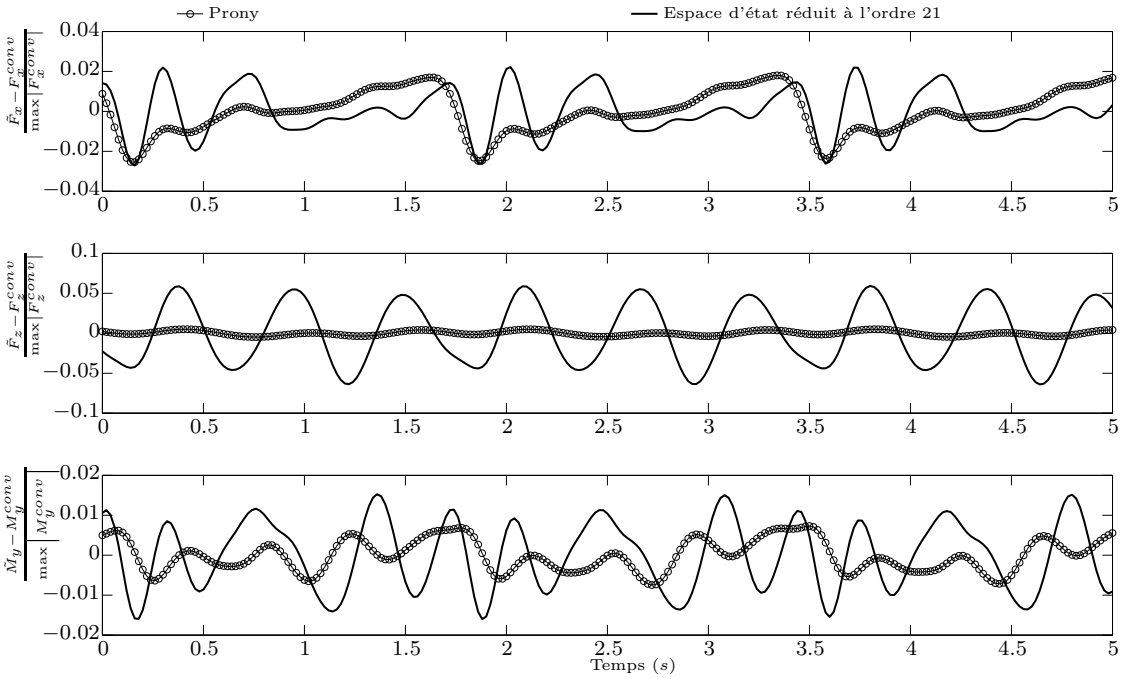


Figure V.13 – *Écarts relatifs entre les modèles de calcul du terme mémoire* $\boldsymbol{\mu}(t)$ *par rapport au calcul brut de la convolution*

soudre l'avantage revient à la méthode utilisant l'espace d'état avec une vingtaine d'équations contre 64 pour la méthode d'identification dans le domaine temporel. Cela se traduit actuellement par un rapport de 5 à 10 sur le temps de calcul sous MATLAB™. Il faut cependant nuancer cet avantage car la seconde méthode utilise à plein les performances des librairies de calcul matriciel (BLAS), alors la première

méthode est codée en langage MATLAB™ brut et demanderait à être optimisée.

Lorsque l'on construit un simulateur, un des objectifs est de minimiser les temps de calcul pour chaque modèle tout en contrôlant la précision. En l'occurrence ici, pour le calcul des termes mémoire des efforts hydrodynamiques, il s'agit de pouvoir réduire le nombre d'équations différentielles supplémentaires à résoudre tout en contrôlant l'influence de cette réduction sur la précision. La facilité de réduction du nombre global d'exponentielles est donc à comparer avec celle de la réduction des modèles exploités dans l'espace d'état. Or, du point de vue de la mise en œuvre , l'identification des réponses temporelles par la méthode de Prony n'est ni systématique ni évidente. Pour chaque réponse impulsionnelle, les paramètres à choisir sont le nombre de points d'appui et la troncature. Même si la procédure est appliquée une fois pour toute pour chaque bateau avant de lancer les simulations et si un utilitaire de contrôle visuel a été réalisé pour faciliter la tâche, l'utilisation de la méthode de Prony demande encore une certaine expérience. Par ailleurs le lien entre la précision sur le résultat et le nombre d'exponentielles adopté pour chaque réponse impulsionnelle n'est pas aisé à établir. Il est probable que dans le cas testé, la précision soit très bonne parce que le nombre total d'exponentielles est trop «luxueux». Il devrait être possible de mettre au point une méthode d'optimisation mais ce n'est pas l'objet de cette étude.

L'avantage de la seconde méthode (espace d'état) réside donc surtout dans ses possibilités de systématisation et dans la souplesse qu'elle apporte pour le choix de la précision recherchée. Il suffit en effet de choisir le niveau de réduction du modèle en s'aidant des figures V.9 et V.10. Pour contrôler l'identification initiale de la réponse fréquentielle, il suffit de choisir un seul paramètre, à savoir l'ordre de la fonction de transfert. Cette procédure est réalisée de manière interactive dans MATLAB™.

En définitive, pour la première méthode l'image hydrodynamique du terme de convolution à transmettre au simulateur est constitué des matrices de coefficients des exponentielles, et pour la seconde méthode l'image se réduit à trois matrices de coefficients réels. Dans les deux cas il faut ajouter les valeurs des coefficients hydrodynamiques de radiation pour une pulsation infinie.

Les deux méthodes de calcul du terme mémoire présentées ici ajoutent des états au vecteur d'état global $\mathbf{Y}$ du système *bateau-avirons-rameur(s)*. Dans le

cas de la méthode dans le domaine temporel nous devons ajouter les coefficients μ_{ijk} de l'équation (V.108) au vecteur d'état $\mathbf{Y}$. Pour la méthode dans le domaine fréquentiel c'est le vecteur d'état $\mathbf{x}$ de l'équation (V.112) qui doit être ajouté.

V.3.5 Conclusion sur les deux méthodes d'identification

Précédemment nous avons d'abord rappelé les formes que prennent les équations de la dynamique avec vitesse d'avance dans le domaine fréquentiel et dans le domaine temporel en s'appuyant sur les relations de Cummins. La spécificité du besoin dans le domaine de la simulation du comportement des bateaux d'aviron et l'impossibilité de traiter le problème dans le domaine fréquentiel conduisent à tester deux méthodes de remplacement du terme de convolution qui apparaît dans les simulations temporelles. En effet le calcul direct du terme de convolution est potentiellement très coûteux en temps de calcul et en mémoire dans la mesure où il convient de conserver l'évolution des états du système depuis l'origine des temps. Il est cependant possible d'alléger ce calcul direct en prenant en compte le comportement évanescent des réponses impulsionnelles. En effet, la figure V.8 montre que les réponses impulsionnelles du bateau d'aviron ont une extinction assez rapide, de l'ordre de 2 à 3 secondes. Il conviendrait alors d'effectuer l'intégration de chacune des convolutions $\mu_{ij}(t)$, sur une fenêtre temporelle glissante à adapter à chaque mode ij afin de limiter la charge de calcul ainsi que la mémoire nécessaire. En revanche cette approche nécessite tout de même d'adapter une structure de donnée au simulateur afin de lui permettre la passation des états antérieurs du système. Les approches alternatives proposées ici ont l'avantage de contenir l'ensemble des états antérieurs du système dans le seul vecteur d'état, noté $\mu_{ijk}(t)$ pour la méthode d'identification dans le domaine temporel et $\mathbf{x}$ pour la méthode d'identification dans le domaine fréquentiel. Ces deux méthodes reviennent à remplacer le calcul du terme de convolution par la résolution, en cours de simulation, d'un jeu d'équations différentielles à coefficient constant adjoint aux équations de la dynamique. Leur implémentation est donc beaucoup plus immédiate à mettre en place dans le cadre du simulateur GMRS.

La première méthode met en jeu une approximation des réponses impulsionnelles à l'aide de séries d'exponentielles dont les coefficients sont obtenus par la méthode de Prony. La seconde consiste en une identification des réponses fréquentielles du bateau à l'aide de fonctions de transfert rationnelles puis une réalisation dans l'espace d'état de la matrice de transfert globale résultante. Une technique de réduction de modèle a été testée avec succès. La comparaison avec le calcul

direct de la convolution a montré une très bonne consistance des deux méthodes. Une analyse des procédures de mise en œuvre des méthodes donne un avantage à passer par l'espace d'état pour ce qui concerne le nombre d'équations supplémentaires et la maîtrise de la précision des approximations. L'étape suivante sera de poursuivre la comparaison lorsque les termes de couplage avec la vitesse d'avance seront pris en compte.

Il restera à valider les résultats qualitativement et quantitativement par comparaison avec les essais en navigation et en bassin menés par ailleurs. Il sera également utile de mettre en œuvre une approche CFD afin de comparer les résultats et valider les approches simplifiées et éventuellement d'améliorer les modèles d'amortissement visqueux. L'approche CFD permettra également d'évaluer directement la résistance à l'avancement non stationnaire et son couplage avec les mouvements secondaires.

V.4 Hydrodynamique de la rame

Dans le cadre de notre étude de la simulation du système *bateau-avirons--rameur(s)* nous nous sommes intéressé à deux modèle simples de propulsion par aviron. Le premier est le modèle de Wellicome [128] où il est considéré que la force développée sur la palette d'aviron est toujours normale à la corde de cette dernière. La seconde formulation introduite par Barré et Kobus [6] met en jeu un modèle empirique à deux coefficients en portance et en traînée développés à l'aide d'une campagne de mesure des efforts sur une palette d'aviron effectuée en 1998 [5] à l'École Centrale de Nantes.

V.4.1 Modèles

V.4.1.1 Modèle de Wellicome

La force développée sur la palette est à chaque instant normale à la corde de la palette d'aviron. Le modèle est quadratique par rapport à la vitesse normale du fluide sur la palette tel que :

$$f_n = \frac{1}{2}\rho S_p C_n v_n |v_n| \tag{V.118}$$

où ρ est la densité de l'eau, S_p est surface projetée de la palette, C_n le coefficient de force normale et v_n la vitesse normale du fluide sur la palette. Le coefficient de force normal a été identifié à l'aide des résultats de thèse de Barré [4] et est pris pour un skiff à $C_n = 1.7$.

Notons $\mathcal{C}_j$ un corps représentant la palette dont le repère $\mathcal{R}_j$ est centré au centre $\mathbf{O}_j$ de l'articulation j. Dans les modèles géométriques de rameurs développés pour le simulateur GMRS, on a pris soin de toujours orienter les repères tels que l'axe $\mathbf{y}_j$ soit toujours orienté vers l'extérieur de la concavité de la palette tel que figure V.14.

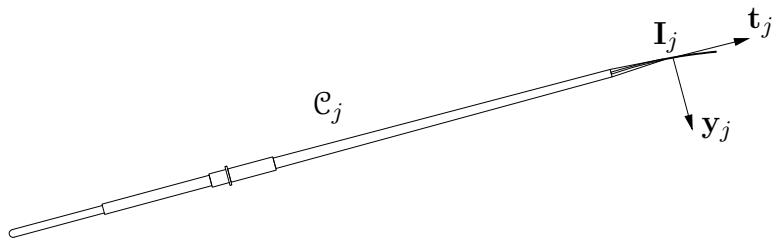


Figure V.14 – *Convention d'orientation de l'axe normal* $\mathbf{y}_j$ *et tangentiel* $\mathbf{t}_j$ *par rapport à la palette d'aviron. Le point* $\mathbf{I}_j$*, centre géométrique de la palette est considéré comme le point d'application de la résultante des efforts d'interaction fluide structure*

On considère que la force propulsive s'applique au point I_j, centre de la palette. Dans les calculs du modèle cinématique direct effectués lors de la première récurrence de l'algorithme de Newton-Euler (voir le chapitre IV) nous obtenons pour tous les corps la vitesse linéaire ${}^j\mathbf{v}_j$ qui est la vitesse absolue de l'origine $\mathbf{O}_j$ dans son mouvement par rapport au repère terrestre exprimée dans le repère $\mathcal{R}_j$ lié au corps. La vitesse du point I_j est donc :

$$ {}^j\mathbf{v}_{I_j j} = {}^j\mathbf{v}_j - \mathbf{S}\left(\mathbf{O}_j\mathbf{I}_j\right) {}^j\boldsymbol{\omega}_j \tag{V.119} $$

Cette vitesse intègre la vitesse de rotation propre de la rame par rapport au bateau ainsi que la vitesse du bateau lui-même. La vitesse d'écoulement ${}^j\mathbf{v}_{flow}$ vue par la palette est l'opposé de la vitesse absolue du point $\mathbf{I}_j$ de la palette soit :

$$ {}^j\mathbf{v}_{flow} = -{}^j\mathbf{v}_{I_j j} \tag{V.120} $$

La projection de cette vitesse suivant l'axe $\mathbf{y}_j$ donne donc la vitesse normale et on a :

$$ v_n = {}^j\mathbf{v}_{flow}^T \, {}^j\mathbf{y}_j \tag{V.121} $$

Finalement la résultante des efforts de propulsion s'écrit :

$$ {}^{j}\mathbf{f}_{oar\,j} = \begin{bmatrix} 0 \\ f_n \\ 0 \end{bmatrix} \tag{V.122} $$

et le torseur d'effort s'exprime alors par :

$$ {}^{j}\mathbf{F}_{oar\,j} = \begin{bmatrix} {}^{j}\mathbf{f}_{oar\,j} \\ \mathbf{S}\left(\mathbf{O}_j\mathbf{I}_j\right)\,{}^{j}\mathbf{f}_{oar\,j} \end{bmatrix} \tag{V.123} $$

On remarquera que l'effort de propulsion peut présenter une composante verticale dans la mesure où le degré de liberté en rotation propre de la rame est actif et paramétrable et que nous avons la possibilité d'incliner la dame de nage ainsi que son axe à l'aide des paramètres de Denavit-Hartenberg (voir III.2.2) pour reproduire les réglages de coiffe-coule dont il était question au chapitre I [10].

V.4.1.2 Modèle à deux coefficients

A partir d'essais expérimentaux effectués en bassin d'essai des carènes, Barré et Kobus [6] ont établi un modèle d'effort de propulsion à partir de deux coefficients de portance et de traînée. La force développée sur la palette d'aviron n'est alors plus considérée comme normale à la corde de la palette mais présente également une composante tangentielle. Le modèle s'exprime comme suit :

$$ f_n = \frac{1}{2}\rho S_p v_n |v_n| \left[C_{Dmax} + \frac{2C_{Lmax}}{(\tan\alpha)^2} \right] \sin\alpha \tag{V.124} $$

$$ f_t = \frac{1}{2}\rho S_p v_n |v_n| \left(2C_{Lmax} - C_{Dmax}\right) \cos\alpha \tag{V.125} $$

L'angle α est l'angle dit de pseudo-incidence. En effet la palette réalise certes une translation dans l'eau mais également une rotation. Cette rotation donne une trajectoire bouclée au centre de la palette comme le montre la figure V.15 et les bords d'attaque et de fuite du profil s'intervertissent pendant le coup d'aviron. D'autre part l'instationnarité de l'écoulement autour de la palette d'aviron se visualise par le système tourbillonnaire généré dans lequel les vortex peuvent induire des vitesses d'écoulement dont les directions ne sont pas clairement définies et dont l'investigation nécessite l'usage de codes de calcul CFD. Cette approche

10. Voir en particulier I.1.1 portant sur les réglages du bateau d'aviron

a été entreprise par Leroyer *et al.* [91, 92] à l'aide du code de calcul RANSE[11] ISIS-CFD.

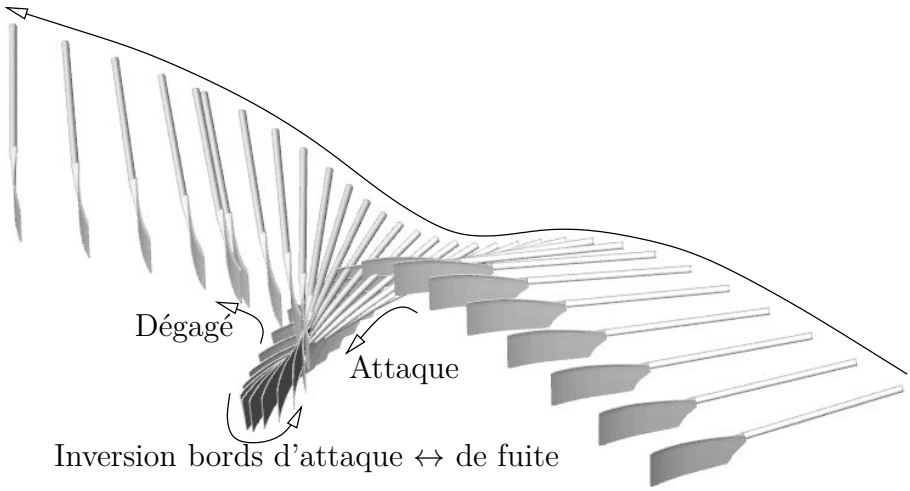


Figure V.15 – *Trajectoire absolue d'une palette d'aviron. La partie centrale formant une boucle est la phase aquatique de la palette. La trajectoire de part et d'autre à une altitude plus élevée correspond à la phase de retour du coup d'aviron.*

La trajectoire de palette de la figure V.15 est utilisée à cet effet dans ces simulations. Elle a été obtenue à l'occasion de cette présente étude à l'aide d'une description robotique de la cinématique d'une rame. Le mouvement a été généré à l'aide de mesures sur un bateau au réel pour lesquelles les efforts au niveau de la dame de nage ont également été mesurées. La géométrie a été obtenue par reconstruction d'une pelle réelle à l'aide d'un scan 3D. Ce cas est actuellement utilisé pour des tests de validation des calculs ISIS-CFD.

Vu la complexité de l'interaction fluide structure mise en jeu par le mouvement de la palette dans l'eau, il est difficile dans notre cas de définir une incidence sur la palette et les auteurs ont recours à un angle dit de pseudo-incidence α, défini par :

$$\alpha = \mathrm{atan2}(v_n, v_t) \tag{V.126}$$

Ce n'est pas à strictement parler une incidence dans la mesure où sa valeur dépend de la position sur la corde de la palette à cause de la rotation de cette dernière. La définition de la composante normale de l'écoulement est sans ambiguïté et reste suivant l'axe $\mathbf{y}_j$ du corps $\mathcal{C}_j$. En revanche la définition de la tangente doit être clarifiée par rapport à l'article [6] dans la mesure où les auteurs de

11. Reynolds Averaged Navier Stokes Equations

ce dernier considèrent le déplacement de la palette dans le plan horizontal en 2D alors que nos modèles de rame possèdent une inclinaison avec le plan horizontal de la surface libre.

Nous faisons ici l'hypothèse que l'effort tangentiel est toujours compris dans le plan de la surface libre (plan $\mathbf{x}_e$ - $\mathbf{y}_e$ du repère terrestre $\mathcal{R}_e$). En effet il ne serait pas juste de dire que l'effort hydrodynamique tangentiel sur la palette est colinéaire au manche de la rame. Nous avons vu au chapitre I que les pelles Hachoir était actuellement le standard de palette utilisé en compétition. La forme de ces palettes est étudiée pour que le haut de la pelle soit approximativement parallèle à la surface libre ceci malgré l'inclinaison de la rame par rapport au plan horizontal. On peut donc plus vraisemblablement supposer que les efforts tangentiels à la corde de la palette restent dans le plan de la surface libre. La vitesse tangentielle de l'écoulement v_t intervenant dans le calcul de la composante tangentielle de l'effort hydrodynamique sur la palette appartient donc *a priori*au plan de la surface libre. Nous considérons donc que l'effort tangentiel tel que calculé en (V.125) l'est aussi. Il s'agit donc de construire un nouveau repère $\tilde{\mathcal{R}}_j$ lié au mouvement du corps $\mathcal{C}_j$ correspondant à la palette, pour lequel les axes $\tilde{\mathbf{x}}_j$ et $\tilde{\mathbf{y}}_j$ sont à chaque instant parallèles au plan de la surface libre, et en prenant $\tilde{\mathbf{y}}_j = \mathbf{y}_j$ de manière à ce que la normale intérieure à la palette reste définie comme précédemment. L'origine $\tilde{\mathbf{O}}_j$ de $\tilde{\mathcal{R}}_j$ est coïncidente avec le point d'application des forces hydrodynamiques de propulsion $\mathbf{I}_j$. L'axe $\tilde{\mathbf{x}}_j$ est la projection orthogonale de l'axe du manche sur le plan de la surface libre $\mathbf{x}_e$ - $\mathbf{y}_e$. Enfin l'axe $\tilde{\mathbf{z}}_j$ compète la base orthonormée directe.

L'hypothèse précédente est celle qui parait la plus vraisemblable compte tenu de notre connaissance limitée des écoulements complexes autour d'une palette d'aviron. Là encore, l'utilisation de la CFD et sa validation permettra certainement à terme d'affiner ce type d'hypothèses. La suite permet la mise en œuvre des développements précédents dans le cadre du simulateur GMRS et de ses notations robotiques.

Notons $\mathbf{t}_j$ le vecteur tangentiel local de la palette se trouvant dans l'axe du manche et orienté vers l'extérieur du bateau qui peut indifféremment être l'axe $\pm\mathbf{x}_j$ ou l'axe $\pm\mathbf{z}_j$ suivant la construction du repère lié à la palette dans le modèle de rameur. La projection de $\mathbf{t}_j$ dans le repère terrestre $\mathcal{R}_e$ s'écrit :

$$^{e}\mathbf{t}_j = {}^{e}\mathbf{R}_0 {}^{0}\mathbf{R}_j {}^{j}\mathbf{t}_j \tag{V.127}$$

Ce vecteur unitaire peut être exprimé en une composante verticale et une composante horizontale dans $\mathcal{R}_e$ tel que (voir figure V.16) :

$$ {}^{e}\mathbf{t}_j = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ {}^{e}t_z \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} {}^{e}t_x \\ {}^{e}t_y \\ 0 \end{bmatrix} \tag{V.128} $$

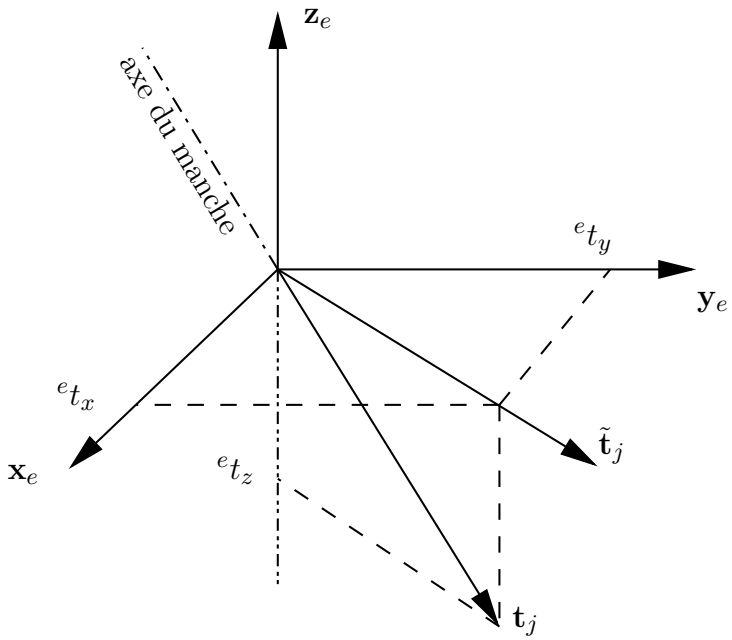


Figure V.16 – *Définition du repère tangentiel du plan horizontal*

On peut noter ${}^{e}\tilde{\mathbf{t}}_j$ le vecteur tangentiel unitaire du plan horizontal tel que

$$ {}^{e}\tilde{\mathbf{t}}_j = \frac{1}{\sqrt{{}^{e}t_x^2 + {}^{e}t_y^2}} \begin{bmatrix} {}^{e}t_x \\ {}^{e}t_y \\ 0 \end{bmatrix} \tag{V.129} $$

Le vecteur $\tilde{\mathbf{t}}_j$ permet de construire un repère orthonormé direct $\tilde{\mathcal{R}}_j = \left(\tilde{\mathbf{t}}_j, \mathbf{y}_j, \tilde{\mathbf{t}}_j \times \mathbf{y}_j\right)$ lié au corps $\mathcal{C}_j$. On remarquera que par construction on a $\tilde{\mathbf{t}}_j \times \mathbf{y}_j = \pm\, \mathbf{z}_e$.

Dans le repère $\tilde{\mathcal{R}}_b$ ainsi construit et avec nos hypothèses, la résultante des efforts sur la palette s'écrit :

$$ {}^{j}\mathbf{f}_{oarj} = f_t\, {}^{j}\tilde{\mathbf{t}}_j + f_n\, {}^{j}\mathbf{y}_j \tag{V.130} $$

avec :

$$ {}^{j}\tilde{\mathbf{t}}_j = {}^{0}\mathbf{R}_j^T\, {}^{e}\mathbf{R}_0^T\, {}^{e}\tilde{\mathbf{t}}_j \tag{V.131} $$

et les vitesses tangentielles et normale de l'écoulement sur la palette à introduire dans les formules (V.124)-(V.126) s'écrivent :

$$v_t = {}^j\mathbf{v}_{flow}^T \, {}^j\tilde{\mathbf{t}}_j \tag{V.132}$$

$$v_n = {}^j\mathbf{v}_{flow}^T \, {}^j\mathbf{y}_j \tag{V.133}$$

où ${}^j\mathbf{v}_{flow}$ est donné par les relations (V.119) et(V.120).

Finalement le torseur d'efforts extérieurs de propulsion s'exprime par :

$${}^j\mathbf{F}_{oar\,j} = \begin{bmatrix} {}^j\mathbf{f}_{oar\,j} \\ \mathbf{S}\left(\mathbf{O}_j\mathbf{I}_j\right) {}^j\mathbf{f}_{oar\,j} \end{bmatrix} \tag{V.134}$$

V.4.2 Modèle de prise d'eau

La propulsion par aviron est alternative. La phase de propulsion est attachée au parcours aquatique de la palette et correspond à une phase de poussée propulsive de la part du rameur. La phase de retour concerne la partie aérienne du mouvement de la palette et permet au rameur de revenir en position initiale [12]. Si nous nous intéressons aux inter-phases de transition entre les phases propulsives et de retour nous nous apercevons que l'événement principal est la rentrée et la sortie de l'eau de la palette. Ces transitions dépendent en très grande partie de la technique d'aviron. En effet l'instant de déclenchement de la rentrée dans l'eau de la palette est entièrement dicté par le mouvement du rameur qui décide de son mouvement.

Si l'on considère l'entrée de la palette dans l'eau nous pouvons formuler deux remarques. La première est que l'entrée dans l'eau de la palette n'est pas instantanée et qu'elle prends donc un temps T_e à s'établir entièrement qui est intimement lié au mouvement des bras du rameur et sa vitesse de montée des mains pour mettre la palette d'aviron dans l'eau. La seconde remarque est que l'instant de déclenchement de la mise de la palette dans l'eau par le rameur a des implications sur le sens de l'effort développé sur la palette. En effet, une palette entrant dans l'eau trop tôt, ou avec insuffisamment de vitesse de débattement relativement à la vitesse du bateau, provoque un développement d'efforts résistifs couramment appelé back-splash [96]. Visuellement le phénomène est détectable par la gerbe

12. la position dite d'attaque prise comme origine du coup d'aviron dans la mesure où tous les paramètres articulaires de trouvent à un extremum

d'eau développée à l'extérieur de la palette vers l'avant tel que visible figure V.17.

Figure V.17 – *Phénomène de back-splash au cours duquel la palette arrive dans l'eau avec un différentiel de vitesse relative par rapport à l'eau*

Si dans la modélisation du système *bateau-avirons-rameur(s)*, seules des variables articulaires du rameur sont pilotées et en particulier les coudes, alors le mouvement des avirons résulte donc des mouvements du rameur. Piloter l'immersion des rames, surtout au dégagé, impose dans ce cas des contraintes complexes à mettre en œuvre en terme de relations de contraintes entre les variables actives. En effet le plongeon de la palette dans l'eau lorsque le rameur est en position sur l'avant est piloté au niveau des épaules tandis que la sortie de la palette de l'eau lors d'une position sur l'arrière est piloté par l'angle articulaire des coudes. Nous avons donc adopté une simplification imposant au manche de l'aviron de rester dans un plan parallèle au plan $\mathbf{x}_b$ - $\mathbf{y}_b$ du repère $\mathcal{R}_b$ lié au bateau. L'effet le l'immersion est simplement pris en compte par le déclenchement de la force de propulsion. Du point de vue de sa dynamique, l'aviron n'a alors pas de mouvement relatif vertical par rapport au bateau. En revanche la force hydrodynamique qui lui est appliquée est calculée avec une immersion fictive résultant de la modulation de la surface de palette immergée. Cette simplification amène à négliger une partie de l'influence inertielle des avirons et des bras. Ceci est surtout vrai lors du dégagé de la palette de l'eau qui est un mouvement à dynamique rapide, non pris en compte avec cette approximation.

La première approche a été de ne déclencher le modèle d'effort sur les palettes que lorsque la vitesse calculée de l'écoulement au point d'application $\mathbf{I}_j$ est dans le bon sens donnant alors automatiquement une propulsion positive au bateau.

L'approche suivante a été de laisser la possibilité d'avoir un back-splash en introduisant un modèle de prise d'eau qui met en jeu un instant de déclenchement et une durée pour les transitions d'entrée et de sortie d'eau. Une simple loi trapèze paramétrée comme en figure V.18 permet de moduler le modèle d'effort et de lui associé ainsi un modèle de prise d'eau.

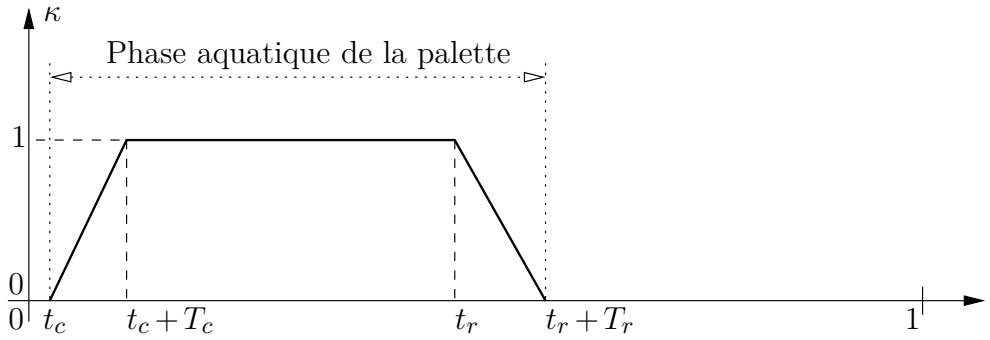


Figure V.18 – *Loi trapézoïdale permettant de moduler le modèle d'effort hydrodynamique propulsif sur la rame et d'introduire ainsi un modèle de prise d'eau permettant le back-splash*

Le coefficient $\kappa(t)$ de modulation du modèle de prise d'eau s'utilise en modifiant indifféremment l'un des deux modèles d'effort propulsif proposé précédemment en modifiant la résultante des efforts et en écrivant algorithmiquement

$$^{j}\mathbf{f}_{oar\,j} \leftarrow \kappa\,^{j}\mathbf{f}_{oar\,j} \tag{V.135}$$

Les paramètres t_c, T_c, t_r et T_r sont respectivement l'instant normalisé de plongée de la palette dans l'eau, la durée de mise en immersion de la palette, l'instant normalisé de sortie de la palette de l'eau et la durée de cette sortie de l'eau. Le fait d'utiliser une forme quadratique en module $v_n|v_n|$ dans les relations (V.118) et (V.124)-(V.125) des modèles d'effort permet alors d'observer des efforts non propulsifs, voire résistifs. Le jeu sur les paramètres du modèle de prise d'eau sera dès lors un moyen d'étudier la prise et la sortie d'eau de la palette en terme de synchronisation avec le mouvement et de rapidité d'exécution. Il faudra attendre l'exploitation systématique des travaux connexes sur l'hydrodynamique des palettes d'aviron pour affiner les calculs d'efforts durant l'immersion et le dégagé pour tenir compte de façon fiable d'une immersion variable durant la propulsion.

V.4.3 Rendement de l'aviron en phase propulsive

La puissance instantanée mise en jeu par l'interaction fluide structure entre l'eau et la palette d'aviron s'écrit :

$$\mathcal{P}_{water \to oar} = {}^{j}\mathbf{F}_{oar_j}^{T}\,{}^{j}\mathbf{V}_j \tag{V.136}$$

Cette puissance est intimement liée au modèle d'effort propulsif utilisé et sert seulement en partie à propulser le bateau suivant son axe d'avance. L'effort développé au niveau de la palette d'aviron n'est pratiquement jamais pas dans la direction de l'axe d'avance[13] et seule la projection de la résultante des efforts sur l'axe d'avance du bateau est utile à la propulsion. Nous pouvons donc définir une puissance de propulsion utile et par conséquent un rendement qui sera le rapport de la puissance utile sur la puissance mise en jeu. On trouve dans [6] ou [91] une expression du rendement instantané de l'aviron en phase propulsive. Ce rendement dépend de la cinématique de la pelle, de la vitesse du bateau mais également de l'orientation de la force hydrodynamique et du point de moment nul. Pour un aviron réel, il dépend par conséquent de la flexion de l'aviron pour laquelle une modélisation a été proposée en IV.2.1 au chapitre IV. L'estimation de la puissance est donc intimement liée au modèle de force hydrodynamique adopté pour calculer la force sur les palettes d'aviron. Notre propos n'est pas ici d'entrer dans le détail de ces modélisation mais d'indiquer comment techniquement nous pouvons calculer ce rendement dans nos simulations.

Le calcul de la puissance utile tel que nous venons de le définir nécessite de revenir au repère moyen appelé repère hydrodynamique dans la partie V.2 portant sur les modèles d'efforts hydrodynamiques sur la carène du bateau d'aviron. Les valeurs moyennes intégrées par cycle $\bar{\psi}$ et U doivent donc être connues de manière à pouvoir projeter les efforts de propulsion ainsi que la vitesse du bateau sur l'axe d'avance donné par le vecteur $\mathbf{x}_h$ du repère hydrodynamique $\mathcal{R}_h$. Leur calcul nécessite l'intégration par cycle du lacet et de la vitesse du bateau tel que fourni équations (V.15) et (V.16).

L'axe d'avance $\mathbf{x}_h$ s'exprime dans le repère $\mathcal{R}_j$ de la rame $\mathcal{C}_j$ par :

$${}^{j}\mathbf{x}_h = {}^{j}\mathbf{R}_h\,{}^{h}\mathbf{x}_h = \mathrm{col}_1({}^{0}\mathbf{R}_j^{T}\,{}^{e}\mathbf{R}_b^{T}\,{}^{e}\mathbf{R}_h) \tag{V.137}$$

13. il l'est généralement lorsque l'axe des manches des rames se trouve à la perpendiculaire du bateau

où la matrice de rotation ${}^{0}\mathbf{R}_j$ s'obtient à l'aide du modèle géométrique direct présenté au chapitre III, et les matrice ${}^{e}\mathbf{R}_b$ et ${}^{e}\mathbf{R}_h$ sont respectivement données par les expressions (V.12) et (V.14) de ce mémoire[14].

La projection de la résultante du torseur des efforts hydrodynamiques de propulsion sur l'axe d'avance du bateau s'exprime dès lors par

$$f_x = {}^{j}\mathbf{f}_{oar_j}^{T}\,{}^{j}\mathbf{x}_h \tag{V.138}$$

De la même manière la projection sur l'axe d'avance de la vitesse instantanée du point d'application $\mathbf{I}_j$ de la force hydrodynamique sur la palette s'écrit quant à elle :

$$v_x = {}^{j}\mathbf{v}_{\mathbf{I}_j}{}_{j}^{T}\,{}^{j}\mathbf{x}_h \tag{V.139}$$

où la vitesse du point $\mathbf{I}_j$ est donnée par l'équation (V.119).

La puissance utile s'écrira donc :

$$\mathcal{P}_{oar}^{u} = f_x\, v_x \tag{V.140}$$

Et nous pouvons définir par suite le rendement propulsif suivant

$$\eta_p = \frac{\mathcal{P}_{oar}^{u}}{\mathcal{P}_{water \to oar}} \tag{V.141}$$

Il faut remarquer que ce rendement ne concerne que la phase propulsive. Même s'il est important de l'évaluer et de chercher à l'améliorer en jouant sur la forme et les réglages de l'aviron, il ne représente pas le rendement du système global. Ce dernier ne peut se calculer que sur un cycle complet et ne peut pas être appréhendé de manière instantanée. On préférera (voir chapitre VII) examiner l'énergie mécanique dépensée pour parcourir une distance donnée à une vitesse fixée, afin de juger de l'efficacité globale de la propulsion.

V.5 Efforts aérodynamiques

La résistance aérodynamique n'a pas encore été introduite dans le simulateur. Elle n'a fait l'objet que d'une réflexion sur la méthode à employer. Nous l'évoquons

14. Remarquer que l'utilisation des indices '0' et 'b' est mélangée ici mais que nous parlons bien du même corps, c'est-à-dire $\mathcal{C}_b = \mathcal{C}_0$

ici en tant que perspective, et pour décrire l'approche à utiliser pour l'aborder.

La résistance aérodynamique est souvent négligée ou ajoutée globalement dans le modèle de résistance à l'avancement. C'est le cas actuellement dans le simulateur GMRS Pourtant, la prise en compte de l'évolution temporelle des efforts aérodynamiques permettrait de répondre au questionnement des experts sportifs à propos de l'adaptation des réglages aux conditions climatiques, et concernant également les problèmes de pilotage et de stabilité de route par vent de travers sur certains plans d'eau de compétition.

L'évaluation des efforts aérodynamiques a déjà fait l'objet d'une recherche non publiée menée par un étudiant au LMF dans le cadre général du thème de recherche sur l'aviron. Cette étude a permis d'évaluer l'importance relative des efforts sur le bateau, les rameurs et les avirons. La technique employée est celle qui pourrait être employée dans GMRS. Elle consiste à représenter le système articulé par des corps simples (cylindres, ellipsoïdes, sphères, plaques *etc.*), de lui imposer un mouvement réaliste, et de calculer la vitesse apparente de l'air et son incidence par rapport aux éléments, et cela à chaque instant. Le modèle tient compte de la vitesse et de l'orientation du vent sur le plan d'eau par rapport à la vitesse du bateau. Les efforts sont calculés à partir du vent apparent résultant en utilisant l'hypothèse de l'écoulement transverse en quasi statique, et en introduisant un modèle de masquage entre les éléments des rameurs, et entre rameurs. Il n'y a pas à notre connaissance de littérature spécifique sur le sujet, et les résultats n'ont pas été vérifiés expérimentalement en soufflerie. Les conclusions sont cependant intéressantes dans la mesure où elles montrent l'importance de la trainée des avirons dans la phase de retour, et les variations considérables de cette trainée en fonction du vent.

Ce modèle pourra être repris dans GMRS en bénéficiant du fait que l'orientation des éléments, leurs positions relatives et leurs vitesses sont parfaitement connues à chaque instant, et que cela ne pose pas de problème d'appliquer individuellement à chaque élément un effort aérodynamique instantané. GMRS donnera ainsi accès à chaque instant au torseur complet des efforts aérodynamiques en le couplant automatiquement au fonctionnement du système. Les efforts seront alors pris en compte dans les couples articulaires par l'intermédiaire de la chaîne cinématique, et ils entreront automatiquement dans le calcul de l'énergie dépensée.

V.6 Conclusion

Pour clore ce chapitre on peut rappeler qu'à l'évidence, la pertinence de la simulation d'un système mécanique complexe dépendra toujours de la précision des modèles permettant d'évaluer tous les efforts qui lui sont appliqués. Dans ce domaine il y a encore beaucoup de travail en cours, à finaliser ou a entreprendre. A contrario, tout modèle d'effort relevant d'un phénomène, aussi précis soit-il, ne peut être utile pratiquement que s'il est placé dans un environnement de simulation performant qui permet de l'exploiter pleinement et de rendre compte des interactions avec les autres phénomènes. Il faut choisir un angle d'attaque et pour ce travail, le parti a été pris de privilégier la structure de l'environnement de simulation et d'utiliser des modèles d'effort existants habituellement considérés dans la littérature tout en se focalisant néanmoins sur la prise en compte des efforts extérieurs les moins étudiés.

Dans ce chapitre une large place a donc été donnée aux méthodes de calcul des efforts de radiation de vagues appliqués au bateau. Il y a deux raisons à ce choix. La première est que la prise en compte de ces efforts est une priorité dès lors que l'on considère les six degrés de liberté du bateau. La seconde est que leur introduction dans la simulation est un peu plus complexe par rapport à celle des autres efforts, dont le calcul dépend essentiellement des variables de position et de vitesse des éléments concernés. En particulier, elle demande au préalable d'unifier les approches traditionnelles de la mécanique, de la tenue à la mer et de la manœuvrabilité.

Pour l'instant, seul l'application au skiff a été traitée. Le calcul des efforts de radiation sur tous les types de bateau demandera un investissement important pour déterminer dans chaque cas les inerties ajoutées et les amortissements de vagues. Pour chaque carène, il faudra obtenir les plans, réaliser les maillages et les calculs. Une difficulté supplémentaire vient du fait que les inerties ajoutées et les amortissements ne dépendent pas linéairement du déplacement des bateaux. En principe, il faudrait donc calculer les coefficients hydrodynamiques pour chaque bateau et pour chaque équipage. C'est un travail préalable qui demande beaucoup de moyens et de temps.

Pour une première approche, nous chercherons un moyen d'obtenir des valeurs approchées pour les coefficients hydrodynamiques de radiation. En étudiant les gammes des principaux constructeurs, on peut constater que du skiff au huit, les bateaux sont quasiment à l'échelle les uns des autres. Cette circonstance fait que l'on peut espérer estimer les coefficients hydrodynamiques à partir des calculs sur

un bateau type de la série en appliquant la similitude de Froude, dont relève la radiation de vagues.

Nous travaillons également sur un modèle qui permettra, pour un bateau donné, de tenir compte de l'influence du déplacement sur les coefficients hydrodynamiques de radiation. L'application de la similitude de Froude et ce modèle devraient permettre une évaluation réaliste des mouvements secondaires. Le bien fondé de cette méthode sera réévalué au fur et à mesure de la réalisation de calculs de coefficients de radiation sur des bateaux réels.

Il reste à aborder le problème de la validation des calculs des mouvements secondaires. Elle n'est possible que par comparaison avec des essais en navigation réelle. Les mesures dans ce domaine sont rares et techniquement difficiles à réaliser. Pour que les validations soient fiables, et sans parler du dispositif de mesure, il faut en effet une parfaite connaissance de toutes les données géométriques et inertielles, une mesure précise de la cinématique du rameur et des conditions de navigation ne biaisant pas les mesures (vent et vagues nulles). Il est probable que la validation se fera sur un skiff avec des essais spécifiques, et éventuellement sur un deux de pointe afin de valider également le lacet.

Pour ce qui concerne les efforts de résistance à l'avancement et les efforts sur les palettes, nous nous sommes contentés d'utiliser les modèles qui étaient disponibles. Nous n'avons pas fait progresser les modèles mais il faut noter cependant que l'approche utilisée pour la représentation des systèmes articulés permet de calculer plus précisément les paramètres d'entrée des modèles d'efforts extérieurs existants et à venir. La structure du simulateur permet également d'implémenter facilement les modèles puisque toutes les variables cinématiques sont disponibles. Ces avantages prendront tous leurs effets quand les modèles s'amélioreront.

Pour progresser dans les modélisations, on peut compter sur les études connexes menées sur l'écoulement autour des palettes à l'aide de la CFD en particulier par Leroyer [92]. L'objectif est d'introduire l'influence de la forme des palettes, de l'immersion et de l'instationnarité pour implémenter un modèle plus sophistiqué. Là encore la description précise de la cinématique des palettes d'avirons dans les simulations permettra de tirer le meilleur parti de ces modélisations.

Pour ce qui concerne la résistance à l'avancement, le modèle quasi-stationnaire utilisé actuellement est fondé sur la ligne de corrélation ITTC 1957. Il n'est pas pleinement satisfaisant car l'hypothèse de stationnarité de la vitesse est largement prise en défaut en aviron. La résistance visqueuse est prépondérante et elle est probablement affectée par les modifications de la couche limite, provoquées par les fortes fluctuations de la vitesse d'avance. Il manque également un modèle

pour tenir compte de l'influence des mouvements secondaires sur la résistance. Pour l'instant, seule la puissance consommée par la radiation de vagues est prise en considération, mais il est probable que les mouvements secondaires pénalisent également la résistance à l'avancement. Dans un premier temps, il s'agira de se contenter de tenir compte des variations de surface mouillée dans le modèle actuel. Afin de minimiser l'impact sur les temps de calcul, la surface mouillée devra simplement être évaluée grâce à une surface de réponse fonction du tangage et du pilonnement. Cette surface préalablement calculée devrait être modélisée par une surface spline, interrogeable par le modèle de résistance à l'avancement.

Le recours à la CFD est également prévu pour les calculs de résistance en instationnaire. Dans un premier temps des calculs pourront être réalisés en reproduisant les cas de mouvement non stationnaires testés dans le bassin des carènes du LMF. L'objectif dans ce domaine est de tenir compte de l'influence du mouvement de cavalement et des mouvements secondaires sur la résistance à l'avancement.

Enfin, pour alimenter les modèles de manœuvrabilité, et permettre l'exploitation de GMRS dans ce domaine, une évaluation des principaux coefficients pourrait être tentée en extrapolant les résultats de la littérature au cas particulier des bateaux d'aviron, ou en utilisant la théorie de l'écoulement transverse. Même approximatives, ces valeurs permettront de mettre au point le modèle de pilotage du bateau. Des essais en bassin des carènes à l'aide du générateur de mouvement Hexapode du LMF sont prévus début 2012 pour identifier les coefficients des modèle de manœuvrabilité. Ils serviront également à valider des calculs CFD avec l'espoir, si la comparaison est satisfaisante, de pouvoir ensuite évaluer les coefficients par le calcul.

Chapitre VI

Génération de mouvement

VI.1 Introduction

Le mouvement d'aviron est intrinsèquement cyclique. Le cycle du coup d'aviron possède donc une période fondamentale T qui fixe la cadence $\mathcal{C}$ du geste en coups d'avirons par minutes (cpm) tel que :

$$\mathcal{C} = \frac{60}{T} \tag{VI.1}$$

Dans la présentation du mouvement d'aviron en I.1.2, nous avons déjà mentionné les deux principales phases du coup d'aviron : la phase de propulsion et la phase de retour, ou phase de glisse, pour laquelle la seule action mécanique du rameur est de retrouver la position d'attaque. Nous considérons de manière arbitraire cette position comme origine des temps dans la mesure où la configuration du rameur correspond approximativement à un extremum de toutes les variables articulaires. Le choix aurait également pu porter sur la position de dégagé[1] car cette position présente des dispositions similaires en terme d'angles articulaires, mais il est d'usage dans la littérature et dans la culture de l'aviron de procéder comme nous le faisons. Nous notons T_p la durée de la phase de propulsion. La phase de retour dure alors $T - T_p$. Le rapport de cycle τ_c entre les phases de propulsion et de retour est alors défini par :

$$\tau_c = \frac{T_p}{T} \tag{VI.2}$$

Cette étude repose sur une approche dynamique inverse dont le choix a été discuté en début de chapitre IV. Cette approche impose une cinématique au rameur et permet de calculer l'accélération du bateau ainsi que les couples articulaires. La cinématique du rameur est imposée à l'aide des variables articulaires actives $\mathbf{q}_a$,

1. Position à laquelle le rameur déclenche la sortie des palettes de l'eau

ainsi que de leurs dérivées $\dot{\mathbf{q}}_a$ et $\ddot{\mathbf{q}}_a$. Il s'agit donc d'indiquer des lois de mouvement pour chacune des articulations actives du système *bateau-avirons-rameur(s)* bouclé. Une méthode répandue en biomécanique est d'utiliser des technologies de capture de mouvement [79, 16, 19, 50, 49] afin de mesurer en trois dimension les mouvements humains. Des modèles biomécaniques embarqués dans les logiciels de traitement fournis avec les équipements permettent, après filtrage des données, d'obtenir les variables articulaires dont nous avons besoin pour piloter le système. Dans certains cas les mesures sont introduites plus ou moins directement dans les simulateurs mais dans la plupart des cas elles servent de base à une modélisation mathématique paramétrique du mouvement à l'aide de fonctions périodiques [19], ou encore à l'aide de décomposition en série de Fourier [16].

Outre la périodicité, les modèle mathématiques à employer doivent également respecter les caractéristiques de fluidité du mouvement humain, qui se traduisent en termes mathématiques par un degré de continuité élevé des variables articulaires. Si nous prenons des polynômes, plus l'ordre d'un modèle est élevé, plus le polynôme est différentiable, et donc plus la courbe générée est lisse. En revanche, augmenter l'ordre des modèles augmente également le nombre de contraintes en conséquence [2], réduisant d'autant le nombre de degrés de liberté du modèle paramétrique. Pour conserver un même nombre de degrés de liberté de modèle à un ordre plus élevé, il faut alors augmenter le nombre total de paramètres liés et non liés du modèle. Dans la mesure où il nous faut un modèle paramétrique pour chaque articulation active de rameur, et que nous sommes susceptibles de considérer jusqu'à huit rameurs sur un bateau, l'intérêt est plutôt à la limitation du nombre des paramètres de la cinématique globale du système *bateau-avirons-rameur(s)*.

Nous nous sommes rendus compte qu'un degré trois [3] était le degré le plus petit pour rendre compte de la fluidité du mouvement, et pour éviter certains effets dynamiques non désirables. En effet comme nous l'avons vu au chapitre V.2 portant sur l'hydrodynamique du bateau, le bateau se comportement globalement comme un oscillateur amorti. Il est donc sujet à des réponses vibratoires lorsqu'il est soumis à des chocs. Or un choc peut être vu numériquement comme une discontinuité d'accélération. Le mouvement humain ne produisant pas de chocs, il n'excite pas le bateau de cette manière. Il ne convient donc pas de générer de telles excitations non physiques. Pour éviter de générer des chocs dans le système,

2. Périodicité, conditions de raccord
3. Deux fois différentiable et accélérations continues

il nous faut donc avoir au moins une accélération continue. On trouve également des critère de fluidité du mouvement humain basés sur un jerk [4] minimum [67], ce qui limite les pentes des accélérations et tend également à réduire les chocs.

Le prérequis pour pouvoir faire fonctionner les premières simulations est de disposer d'une cinématique initiale permettant de recréer les mouvements d'un rameur. Des mesures cinématiques de rameurs sur ergomètre obtenues à l'aide d'un système de capture de mouvement optique VICON™ nous ont à cet effet été fournies par Floren Colloud de l'Université de Poitiers. Ces mesures ont été introduites en III.5.1 dans le modèle simplifié de rameur 2D. Bien que constituant une première base pour générer les mouvements de rameur, ces mesures ne correspondaient naturellement pas à un sujet de même anthropométrie que notre modèle simplifié, dont les paramètres inertiels segmentaires sont extraits des tables de De-Leva [34]. La cinématique générée ne donnait donc pas une cinématique de rameur visuellement satisfaisante. Une première idée eut été de modifier l'anthropométrie du modèle afin que les mesures donnent des mouvements plus réalistes, mais nous ne désirions pas nécessairement reproduire des mouvements issus de mesures vu que l'objectif à terme du simulateur GMRS est de permettre d'effectuer des optimisations paramétriques du geste d'aviron. Ces optimisation paramétriques reviendront nécessairement à déformer les modèles de variables articulaires à l'aide des paramètres pour converger vers une cinématique sous-optimale [5] vis-à-vis du ou des objectif(s) que l'on se sera fixés, et respectant les contraintes du système. Ces contraintes seront par exemple les butées articulaires, les vitesses et accélérations articulaires maximales physiologiquement admissibles par le rameur, ou encore l'énergie disponible au rameur pour réaliser une course de $2000\,m$ *etc.* Les objectifs pourront être variés suivant l'étude envisagée, mais l'objectif principal pour l'aviron reste la minimisation du temps pour parcourir $2000\,m$. En revanche, l'utilisation d'algorithmes d'optimisation n'a pas été en pratique abordée dans le cadre de ce travail. L'approche a été de développer les outils nécessaires à une mise au point manuelle des mouvements d'aviron, donnant ainsi la possibilité de simuler rapidement le système avec différentes cinématiques de rameurs, sans nécessité de disposer d'une base de données de cinématiques mesurées dont nous ne disposons pas à l'heure actuelle, et qui sort du champ des objectifs de l'étude. Ceci nous a amené à développer un utilitaire que nous avons nommé modeleur de style et qui est présenté en annexe B. Cet utilitaire permet

4. Dérivée de l'accélération
5. La sous-optimalité est due à la discrétisation du problème

de modifier interactivement les modèles de mouvement de chaque articulations actives du rameur, et de visualiser directement la modification sur la posture du rameur durant le coup d'aviron. Grâce à cet utilitaire, des cinématiques initiales peuvent être mises au point pour chacun des différents modèles de rameur 3D développés, et dont le paramétrage est présenté en annexe A.

Dans notre recherche d'outils mathématiques de modélisation pour la génération de trajectoire, l'usage des splines cubiques n'a pas été retenu dans la mesure où il n'est pas possible de représenter des lignes droites de l'espace cartésien avec ces dernières, celles-ci présentant nécessairement des oscillations lorsqu'on tente de représenter des portions de courbe linéaires. Il en est de même pour tout modèle purement polynomial [6]. D'autre part, les essais effectués à l'aide de polynômes nécessitaient la résolution de systèmes linéaires très mal conditionnés. Or les mouvements articulaires mis en jeu par le mouvement d'aviron présentent nécessairement des phases constantes. En effet les bras du rameur restent tendus pendant tout le début de la phase de propulsion, où ce sont les jambes qui produisent le plus de puissance, donnant ainsi un angle articulaire de coude constant pendant une durée non négligeable. Notre choix s'est donc porté sur l'utilisation des B-splines dans la mesure où elles permettent de modéliser des lignes droites, possèdent des propriétés de continuité suffisantes données par l'ordre de la B-spline, et se déforment facilement par altération du polygone de contrôle qui leur est associé. A ce sujet les B-splines sont couramment utilisées dans les logiciels de design assisté par ordinateur, et sont des outils puissants de génération de courbes complexes, la manipulation du polygone de contrôle étant relativement intuitive. Les NURBS [7] sont également très utilisé dans ces logiciels et sont une généralisation des B-splines. Leur avantage par rapport à ces dernières est qu'il est alors possible de reproduire des cercles parfaits. Ces fonctionnalités ne nous étant pas d'une quelconque utilité, nous avons décidé de nous en tenir aux B-splines, d'autant que la Curve Fitting Toolbox de MATLAB™ permet leur manipulation rapide [8]. C'est à cette image que le modeleur de style a été développé. D'autre part, les déformations des B-splines via le polygone de contrôle restent des déformations locales. Ceci permet ainsi de travailler sur une partie du modèle sans modifier l'intégralité du profil de la courbe. Ceci les différencie des courbes de Bézier, dont elles sont une généralisation [33],

6. Phénomène de Runge
7. Non Uniform Rational B-Spline
8. Une nouvelle toolbox, libre, est apparue en août 2011, et annonce être beaucoup plus efficace que la classe de base. Disponible à l'adresse http://www.mathworks.com/matlabcentral/fileexchange/32509-fast-b-spline-class

et pour lesquelles la modification du polynôme de contrôle affecte l'ensemble de la courbe, rendant le travail de design local fastidieux.

Dans ce chapitre nous présentons en première partie les différentes modifications en ligne effectuées sur le temps de simulation. Ces modifications permettent de travailler avec des modèles de variables articulaire normalisés en temps. Des paramètres de décalage temporel sont ajoutés afin de permettre la désynchronisation des mouvements entre eux, sans modification des modèles. Des techniques de modulation d'amplitude et de période sont également présentées, permettant de s'affranchir des problèmes de discontinuité au démarrage des simulations, et de raccorder continûment différentes gestuelles à suivre. Les différentes étapes de normalisation du temps et de dénormalisation des variables articulaires sont synthétisées dans le graphe de flux de la figure VI.1. La seconde partie de ce chapitre portera sur la construction des modèles B-spline, le calcul du polygone de contrôle ainsi que les conditions aux limites nécessaires à assurer la périodicité du mouvement, les modèles étant définis sur une unique période de coup d'aviron. Enfin la troisième partie sera consacrée à la présentation des algorithmes de fermeture de boucle nécessaires à la détermination des variables articulaires passives et coupées $\mathbf{q}_{pc}$, ainsi que leurs dérivées $\dot{\mathbf{q}}_{pc}$ et $\ddot{\mathbf{q}}_{pc}$. A cette occasion le calcul de la matrice jacobienne cinématique, déjà rencontrée dans le chapitre IV pour le calcul de la redistribution des couples articulaires, sera explicité.

On pourra en outre trouver en annexe F des modèles complémentaires permettant de modéliser la courbure du dos des rameurs, composée de trois parties, ainsi qu'un modèle permettant de conserver la tête du rameur à la verticale pendant le coup d'aviron.

VI.2 Modifications en-ligne des modèles

VI.2.1 Normalisation du temps

La cadence est un paramètre prépondérant de la description du coup d'aviron. Les modèles de mouvement sont construits à partir de trajectoires articulaires actives q_i et les variables des articulations passives sont obtenues par résolution numériques comme présenté en VI.4.

Comme il est d'usage en aviron, les mouvements sont présentés et analysés en pourcentage de temps de cycle T ou de façon équivalente avec un temps normal-

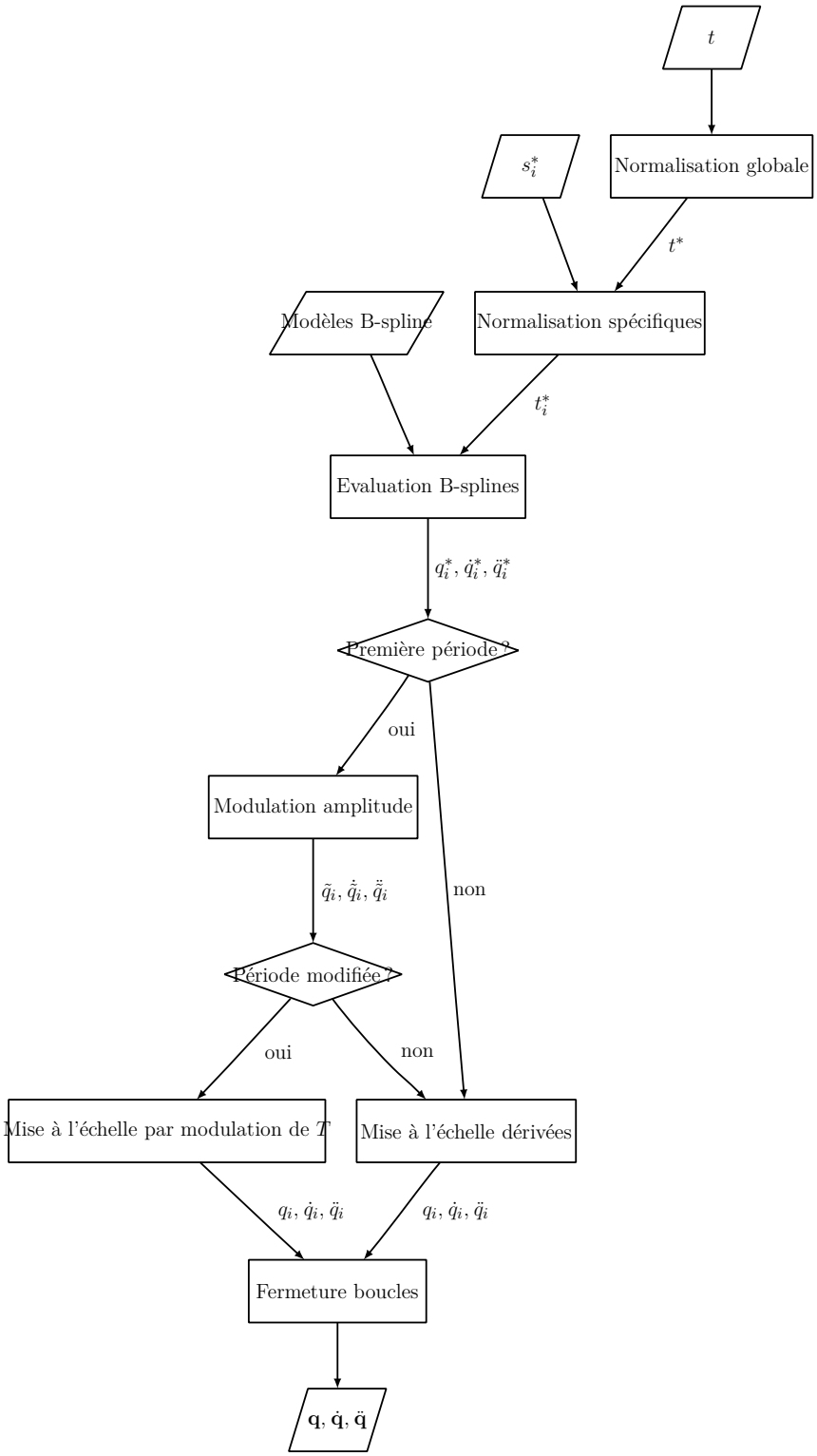


Figure VI.1 – *Graphe de flux du module de génération de mouvement*

isé dans l'intervalle $[0, 1]$. Nous avons donc choisi de construire des mouvements normalisés avec des variables articulaires q_i^* définies aux instants normalisés t^* sur l'intervalle $[0, 1]$. Lors des simulations, les temps utilisé par le solveur ODE est le

temps réel t. Une fois la cadence spécifiée, et donc le temps de cycle T, le temps réel est converti en temps normalisé t^* tel que :

$$t^* = \frac{t}{T} \tag{VI.3}$$

A la construction du modèle de mouvement, les variables actives dont définiées en prenant comme orifine des temps noemalisés, un instant caractéristique du coup d'aviron. L'attaque, si on la définit en première approximation comme l'inversion des vitesses articulaires semble la plus indiquée. Les variables sont en effet proches d'un extremum ; c'est l'option qui a été retenue.

Néanmoins pour pouvoir affiner l'étude des phases de transition (l'attaque en particulier), il peut être intéressant de modifier légèrement le modèle en modifiant la synchronisation nominale définie précédemment. Pour pouvoir faire cette opération sans avoir à modifier les paramètres des modèles B-spline, un paramètre représentant un décalage temporel normalisé est affecté à chaque variable articulaire active. Ce paramètre supplémentaire est noté s_i^* et est compris entre -1 et 1. Lorsque les s_i^* sont tous nuls, on retrouve le mouvement nominal.

En modifiant le synchronisation avec les paramètres de décalage, on augmente le nombre total de paramètres définissant le mouvement global du rameur mais on rend l'étude des transitions beaucoup plus aisée qu'en modifiant les paramètres de contrôle des B-splines.

L'introduction des paramètres de décalage s_i^* amène à distinguer le temps normalisé t^* global de la simulation, qui est également le temps normalisé nominal de chaque articulation, et le temps normalisé t_i^* modifié par le décalage s_i^* affecté à chaque articulation. Comme les variables articulaires nominales sont définies en t^* sur $[0, 1]$, il faut évaluer les variables articulaires décalées en tenant compte des s_i^* de la façon suivante :

Pour chaque articulation active i on a $t_i^*(t*)$

- Si $s_i^* \geq 0$,
  - si $s_i^* \leq 1 - t^*$, $\quad t_i^*(t^*) = t^* + s_i^*$
  - si $s_i^* > 1 - t^*$, $\quad t_i^*(t^*) = t^* + s_i^* - 1$

- Si $s_i^* < 0$,
  - si $s_i^* \geq -t^*$, $\quad t_i^*(t^*) = t^* + s_i^*$
  - si $s_i^* < -t^*$, $\quad t_i^*(t^*) = t^* + s_i^* + 1$

Les modèles de mouvement articulaires normalisés $q_i^*(t_i^*)$ ainsi que leur dérivées $\dot{q}_i^*(t_i^*)$ et $\ddot{q}_i^*(t_i^*)$ sont donc évalués à chaque pas de temps de la simulation et doivent ensuite être remises à l'échelle temporelle du coup d'aviron à l'aide de sa cadence. Les relations de mise à l'échelle sont les suivantes :

$$\forall t > 0, \quad q_i(t) = q_i^*(t_i^*) \tag{VI.4}$$

$$\dot{q}_i(t) = \frac{1}{T}\dot{q}_i^*(t_i^*) \tag{VI.5}$$

$$\ddot{q}_i(t) = \frac{1}{T^2}\ddot{q}_i^*(t_i^*) \tag{VI.6}$$

VI.2.2 Modulation d'amplitude au démarrage des simulations

Lors du lancement d'une simulation, nous avons vu en II.3.3 qu'il pouvait être intéressant de mettre le système à l'équilibre en configuration initiale avant d'engager une simulation dynamique du système en mouvement afin de réduire le temps passé en régime transitoire et de converger plus rapidement vers le régime permanent. Le problème du démarrage de la simulation est que nous partons d'une posture immobile du rameur où nous avons $\dot{q}_i(t < 0) = \ddot{q}_i(t < 0) = 0$ [9] pour toute articulation i, et que nous appliquons à $t = 0$ un mouvement de rameur pour lequel les vitesses et accélérations articulaires sont non nulles. Ces dernières ne raccordent donc pas en vitesse ni en accélération. Nous introduisons dès lors une discontinuité s'apparentant à un choc violent car présent dans toutes les articulations. Pour les même raisons que celles évoquées en introduction de ce chapitre (VI.1) il faut veiller à éviter ces effets dans la mesure où le support flottant est très réactif à ce type de sollicitations. D'autre part les premiers essais de simulation ont montré que le choc généré par la discontinuité de la cinématique au démarrage de la simulation pouvait fournir beaucoup d'énergie cinétique au bateau que les efforts de résistance hydrodynamique sur la carène suivant l'axe d'avance (résistance à l'avancement) dissipait seulement en un grand nombre de cycles très coûteux en temps de calcul.

La solution adoptée ici pour s'affranchir de cette discontinuité est de moduler l'amplitude des mouvements articulaires de telle manière que le rameur démarre son mouvement progressivement à partir de sa posture initiale $q_i^*(t_i^*(0))$ que nous

9. Le système est causal

notons $q^*_{i\,0}$. L'objectif est qu'au bout d'un temps T, première période de simulation, le rameur ait atteint son amplitude de mouvement maximale. Nous préférons ici encore travailler en temps normalisé. A cet effet nous introduisons une fonction $R(t^*)$ permettant de moduler la différence entre la configuration courante et la configuration initiale, afin de fournir au simulateur une configuration de rameur $\tilde{\mathbf{q}}$, modulée au cours du temps. Ainsi pour toute articulation active [10] et tout temps normalisé global $t^* \in [0,1]$:

$$\tilde{q}_i(t^*) = q^*_{i\,0} + R(t^*)\Delta q^*_i(t^*) \tag{VI.7}$$

$$\Delta q^*_i(t^*) = q^*_i(t^*_i) - q^*_{i\,0} \tag{VI.8}$$

La modulation sur les dérivées donne :

$$\dot{\tilde{q}}_i(t^*) = \dot{R}(t^*)\Delta q^*_i(t^*) + R(t^*)\dot{q}^*_i(t^*_i) \tag{VI.9}$$

$$\ddot{\tilde{q}}_i(t^*) = \ddot{R}(t^*)\Delta q^*_i(t^*) + 2\dot{R}(t^*)\dot{q}^*_i(t^*_i) + R(t^*)\ddot{q}^*_i(t^*_i) \tag{VI.10}$$

Les conditions de raccordement en vitesses et accélérations articulaires aux frontières de la première période s'écrivent :

$$\left\{\begin{array}{lcl} \tilde{q}_i(0) & = & q^*_{i\,0} \\ \tilde{q}_i(1) & = & q^*_i(t^*_i(1)) \end{array}\right. \quad \left\{\begin{array}{lcl} \dot{\tilde{q}}_i(0) & = & 0 \\ \ddot{\tilde{q}}_i(0) & = & 0 \end{array}\right. \quad \left\{\begin{array}{lcl} \dot{\tilde{q}}_i(1) & = & \dot{q}^*_i(t^*_i(1)) \\ \ddot{\tilde{q}}_i(1) & = & \ddot{q}^*_i(t^*_i(1)) \end{array}\right. \tag{VI.11}$$

Notons en outre que les conditions de raccordement issues de la périodicité donnent d'autre part :

$$\left\{\begin{array}{lclcl} q^*_i(t^*_i(1)) & = & q^*_i(t^*_i(1)) & = & q^*_{i\,0} \\ \dot{q}^*_i(t^*_i(1)) & = & \dot{q}^*_i(t^*_i(1)) & = & \dot{q}^*_{i\,0} \\ \ddot{q}^*_i(t^*_i(1)) & = & \ddot{q}^*_i(t^*_i(1)) & = & \ddot{q}^*_{i\,0} \end{array}\right. \tag{VI.12}$$

L'examen des équations (VI.7)-(VI.10) et des relations (VI.11) de raccordement précédentes donne les conditions nécessaires sur la fonction de modulation R suivantes :

10. articulation j telle que $\mu_j = 1$ tel que défini par les paramètres de Denavit-Hartenberg modifiés en III.2.2

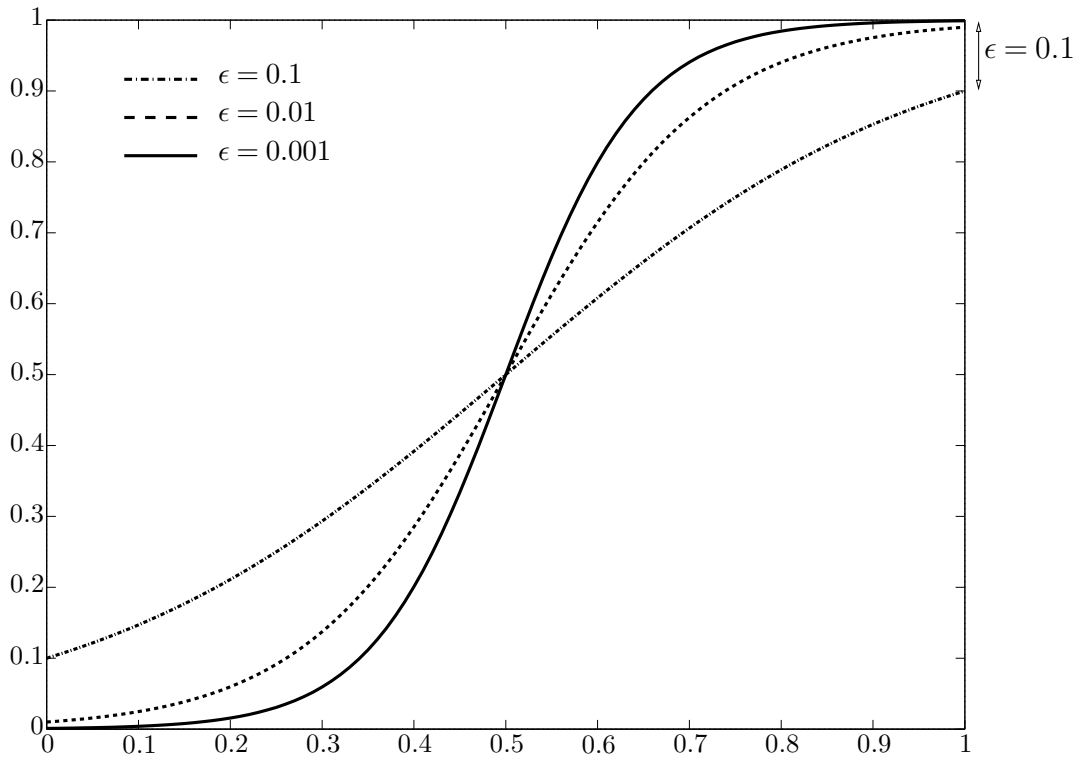


Figure VI.2 – *Fonction de modulation $R(t)$ pour différentes valeurs du paramètre de modulation a, lié à ϵ par la relation* (VI.21)

$$R(0) = 0 \tag{VI.13}$$

$$R(1) = 1 \tag{VI.14}$$

$$\dot{R}(0) = \dot{R}(1) = 0 \tag{VI.15}$$

$$\ddot{R}(0) = \ddot{R}(1) = 0 \tag{VI.16}$$

Une fonction candidate permettant d'approcher ces conditions nécessaire est la fonction tangente hyperbolique, et nous construisons la fonction $R(t^*)$ telle que :

$$R(t^*) = \frac{1 + \tanh(2at^* - a)}{2} \tag{VI.17}$$

$$\dot{R}(t^*) = \frac{a}{[\cosh(2at^* - a)]^2} \tag{VI.18}$$

$$\ddot{R}(t^*) = -4a\dot{R}(t^*)\tanh(2at^* - a) \tag{VI.19}$$

où le paramètre $a > 0$, coefficient de dilatation, permet d'ajuster notre fonction de modulation $R(t)$, vu que celle-ci ne répond aux conditions aux frontières (VI.13)-(VI.16) que de manière asymptotique (voir figure VI.2). Le paramètre

a peut être choisi de manière à fixer l'erreur ϵ sur les conditions aux frontières tel que :

$$\begin{cases} R(0) &= \epsilon \\ R(1) &= 1-\epsilon \end{cases} \tag{VI.20}$$

soit en utilisant (VI.17) on obtient :

$$a = \text{argtanh}(1-2\epsilon) = \frac{1}{2}\ln\left(\frac{1-\epsilon}{\epsilon}\right) \tag{VI.21}$$

Une valeur $\epsilon = 10^{-3} = 0.1\%$ donne une valeur $a = 3.45$. Avec cette valeur nous savons qu'à la fin de la première période de mouvement, le rameur aura une posture équivalente à la posture initiale (périodicité) à 99.99%. En revanche une fois la première période effectuée, le calcul de la fonction de modulation devient inutile car le rameur possède maintenant sa cinématique finale. Nous arrêtons donc de moduler les mouvements, et le module de génération de mouvement fournit directement la cinématique cible à la dynamique inverse.

Une fois l'évaluation des variables articulaires actives normalisées et modulées $\tilde{\mathbf{q}}_a$ et de leurs dérivées $\dot{\tilde{\mathbf{q}}}_a$ et $\ddot{\tilde{\mathbf{q}}}_a$ effectuée à l'aide des équations (VI.7)-(VI.10), il s'agit de les dénormaliser à l'aide des équations de mise à l'échelle (VI.4)-(VI.6).

VI.2.3 Changement de cinématique sans arrêt du bateau : accélération de convergence

Lorsqu'on désire modifier la cinématique d'un rameur entre deux simulations, nous devions jusqu'à maintenant stopper la simulation, charger une nouvelle cinématique, établir le nouvel équilibre initial puisque la posture initiale du rameur est susceptible d'avoir été modifiée, puis relancer une simulation avec ces nouvelles conditions initiales ainsi que des conditions initiales sur la vitesse du bateau. La simulation converge alors vers un nouveau cycle limite et ainsi de suite. Dans cette partie nous désirons éliminer au maximum le temps de calcul passé dans la mise en équilibre initiale et dans la phase transitoire.

En effet les modifications de cinématiques sont susceptibles à terme d'être réalisées de manière automatique par un algorithme d'optimisation qui générera un grand nombre de simulations et nécessitera un temps de calcul conséquent. Les cinématiques générées par l'optimisation seront a priori deux à deux très proches et on peut supposer que la dynamique du bateau sera peu changée entre deux

simulations à suivre. L'idée pour réduire le régime transitoire est donc de fournir des conditions initiales déjà proches du résultat, à savoir les conditions finales de la simulation précédente. Rappelons que le vecteur d'état $\mathbf{Y}$ du bateau représente les positions et vitesses généralisées du bateau, les éventuels états liés à la flexibilité des rames ainsi que les états correspondant au calcul du terme mémoire des efforts de radiation. Ceci revient à assurer la continuité de la simulation tout en modifiant la cinématique du rameur. En revanche le changement de cinématique du rameur, s'il est fait brutalement, résulte ici encore en des discontinuités des variables articulaires et les chocs qui leurs sont associés.

Nous pourrions alors adopter la modulation d'amplitude proposée précédemment mais ceci résulterait en une décélération du bateau rapide dans la mesure où cette approche donne des mouvements de rameur d'une faible amplitude pendant le premier cycle de simulation ce qui limite l'utilité du report des conditions finales de la simulation précédente dans les nouvelles conditions initiales. L'idée est alors d'effectuer cette fois-ci une adaptation d'amplitude entre l'ancienne cinématique et la nouvelle.

Cependant la nouvelle cinématique peut avoir également été modifiée en terme de cadence ce qui nécessite alors de mettre en place une transition temporelle entre les deux cinématique de manière à raccorder correctement les mouvements entre eux en terme de vitesses et accélérations articulaires.

VI.2.3.1 Modulation d'amplitude

Notons $\mathbf{q}_1(t)$ la cinématique de la simulation précédente et $\mathbf{q}_2(t)$ la nouvelle cinématique cible. Nous utilisons ici la même fonction de modulation $R(t)$ que précédemment et nous l'utilisons pour pondérer les deux cinématiques pendant la première période de simulation tel que :

$$\forall i,\ \mu_i = 1,\ \forall t^* \in [0,1], \quad \tilde{q}_i = (1-R)q_{1i}^* + Rq_{2i}^* \tag{VI.22}$$

$$\dot{\tilde{q}}_i = \dot{R}\Delta q_i^* + R\Delta\dot{q}_i^* + \dot{q}_{1i}^* \tag{VI.23}$$

$$\ddot{\tilde{q}}_i = \ddot{R}\Delta q_i^* + 2\dot{R}\Delta\dot{q}_i^* + R\Delta\ddot{q}_i^* + \ddot{q}_{1i}^* \tag{VI.24}$$

avec

$$\begin{cases} \Delta q_i^* &= q_{2i}^* - q_{1i}^* \\ \Delta \dot{q}_i^* &= \dot{q}_{2i}^* - \dot{q}_{1i}^* \\ \Delta \ddot{q}_i^* &= \ddot{q}_{2i}^* - \ddot{q}_{1i}^* \end{cases} \tag{VI.25}$$

Ainsi pendant toute la première période de simulation le rameur passe progressivement de la cinématique initiale à sa cinématique finale en raccordant en position, vitesse et accélération aux frontières de la période. En effet on vérifie aisément avec les relations (VI.22)-(VI.25) ainsi qu'avec les valeurs aux limites de R données par les relations (VI.13)-(VI.16) que :

$$\begin{array}{rclrcl} \tilde{\mathbf{q}}(0) &\approx& \mathbf{q}_1^*(0); & \tilde{\mathbf{q}}(1) &\approx& \mathbf{q}_2^*(1) \\ \dot{\tilde{\mathbf{q}}}(0) &\approx& \dot{\mathbf{q}}_1^*(0); & \dot{\tilde{\mathbf{q}}}(1) &\approx& \dot{\mathbf{q}}_2^*(1) \\ \ddot{\tilde{\mathbf{q}}}(0) &\approx& \ddot{\mathbf{q}}_1^*(0); & \ddot{\tilde{\mathbf{q}}}(1) &\approx& \ddot{\mathbf{q}}_2^*(1) \end{array} \tag{VI.26}$$

Pour la mise à l'échelle de la période T du coup d'aviron, on utilise comme précédemment les relations (VI.4)-(VI.6) dans la mesure où la période de la cinématique initiale $\mathbf{q}_1(t)$ est pour le moment identique à celle de la cinématique cible $\mathbf{q}_2(t)$.

On pourra en outre remarquer que lorsque la cinématique initiale $\mathbf{q}_1$ correspond à une cinématique figée de la posture initiale de la cinématique cible, nous nous retrouvons dans un cas identique au problème d'amorçage des simulations présenté précédemment VI.2.2 et les relations de modulation (VI.22)-(VI.25) dégénèrent en les relations (VI.7)-(VI.10). Cette modulation est donc utilisable dans les deux cas.

VI.2.3.2 Modulation de période

Si maintenant la période est volontairement modifiée entre les deux cinématiques, le retour au temps réel t par mise à l'échelle des dérivées n'assure plus simplement le raccordement. L'idée est alors de forcer ce raccordement pendant la première période de simulation par un passage progressif de la période T_1 à la période T_2, respectivement les périodes de la première et de la seconde cinématiques. Nous choisissons en outre que la première période de simulation dure un temps T_2 correspondant à la nouvelle période de mouvement. Nous définissons cette fois une fonction de modulation $K(t)$ telle que pour tout $t \in [0, T_2]$:

$$K(t) = \frac{T_2 - T_1}{2}\left[1 + \tanh\left(\frac{2at}{T_2} - a\right)\right] + T_1 \tag{VI.27}$$

$$\dot{K}(t) = \frac{a}{T_2}\left[1 - \tanh^2\left(\frac{2at}{T_2} - a\right)\right](T_2 - T_1) \tag{VI.28}$$

$$\ddot{K}(t) = -\frac{4a}{T_2}\tanh\left(\frac{2at}{T_2} - a\right)\dot{K}(t) \tag{VI.29}$$

Notons que nous avons les valeurs aux frontières suivantes :

$$K(0) \approx T_1 \tag{VI.30}$$

$$K(T_2) \approx T_2 \tag{VI.31}$$

$$\dot{K}(0) = \ddot{K}(0) \approx 0 \tag{VI.32}$$

$$\dot{K}(T_2) = \ddot{K}(T_2) \approx 0 \tag{VI.33}$$

La modulation de période s'écrit alors pour toutes les articulations actives i et tout $t \in [0, T_2]$:

$$q_i(t) = \tilde{q}_i(t_i^*) \tag{VI.34}$$

$$\dot{q}_i(t) = \frac{K - t\dot{K}}{K^2}\dot{\tilde{q}}_i(t_i^*) \tag{VI.35}$$

$$\ddot{q}_i(t) = \frac{(2\dot{K}^2 - K\ddot{K})t - 2K\dot{K}}{K^3}\dot{\tilde{q}}_i(t_i^*) + \left(\frac{K - t\dot{K}}{K^2}\right)^2 \ddot{\tilde{q}}_i(t_i^*) \tag{VI.36}$$

On peut vérifier à l'aide de (VI.30)-(VI.33) que nous avons alors bien aux frontières :

$$\begin{array}{lllllll} q_i(0) & = & \tilde{q}_i(t_i^*(0)); & & q_i(T_2) & = & \tilde{q}_i(t_i^*(1)) \\ \dot{q}_i(0) & = & \frac{1}{T_1}\dot{\tilde{q}}_i(t_i^*(0)); & & \dot{q}_i(1) & = & \frac{1}{T_2}\dot{\tilde{q}}_i(t_i^*(1)) \\ \ddot{q}_i(0) & = & \frac{1}{T_1^2}\ddot{\tilde{q}}_i(t_i^*(0)); & & \ddot{q}_i(1) & = & \frac{1}{T_2^2}\ddot{\tilde{q}}_i(t_i^*(1)) \end{array} \tag{VI.37}$$

VI.3 Modèles de mouvement par B-spline

VI.3.1 Définition des B-splines

Les B-splines [11] sont des combinaisons linéaires de fonctions de base $B_j^p(t)$ tel que :

$$\forall t \in [t_{min}, t_{max}], \quad q(t) = \sum_{j=0}^{m} p_j B_j^p(t) \tag{VI.38}$$

où les coefficients du vecteur $\mathbf{p}$ de dimension m sont appelés les coefficients de contrôle et définissent le profil de la courbe générée. Cette représentation est classiquement appelée la B-forme de la B-spline.

Nous avons choisi de représenter les variables articulaires sous forme normalisée sur $[0,1]$ de manière à pouvoir changer la cadence d'un mouvement facilement. Ainsi dans notre cas nous avons $t_{min} = 0$ et $t_{max} = 1$ et ce sont les variables articulaires normalisées associées aux articulations actives que nous modélisons ainsi soit les $q_i^*(t_i^*)$ pour reprendre les notations précédentes. En revanche pour ne pas surcharger la présentation, nous noterons ces variables $q(t)$ tout en gardant à l'esprit que nous ne travaillons qu'avec des variables normalisées.

VI.3.1.1 Fonctions de base

Soit $\mathbf{t} = \begin{bmatrix} t_0 & \cdots & t_{n_{knot}} \end{bmatrix}^T$ un vecteur de réels tels que $\forall j \in \{0, \ldots, n_{knot} - 1\}$, $t_j \leq t_{j+1}$. Les composantes de ce vecteur sont appelés les nœuds de la B-spline. La j^{ieme} fonction de base B-spline de degré p est définie de manière récursive par les relations de récurrence de De-Boor [33] tel que :

$$\forall t \in [0,1], \qquad B_j^0(t) = \begin{cases} 1, & \text{si } t_j \leq t < t_{j+1} \\ 0, & \text{sinon} \end{cases} \tag{VI.39}$$

$$p > 0, \qquad B_j^p(t) = \frac{t - t_j}{t_{j+p} - t_j} B_j^{p-1}(t) + \frac{t_{j+p+1} - t}{t_{j+p+1} - t_{j+1}} B_{j+1}^{p-1}(t) \tag{VI.40}$$

Dans le cas où nous aurions deux nœuds contigus confondus tel que $t_j = t_{j+1}$, il convient de prendre la convention $\frac{0}{0} = 0$ dans le calcul des fonctions de base.

11. Basic-splines

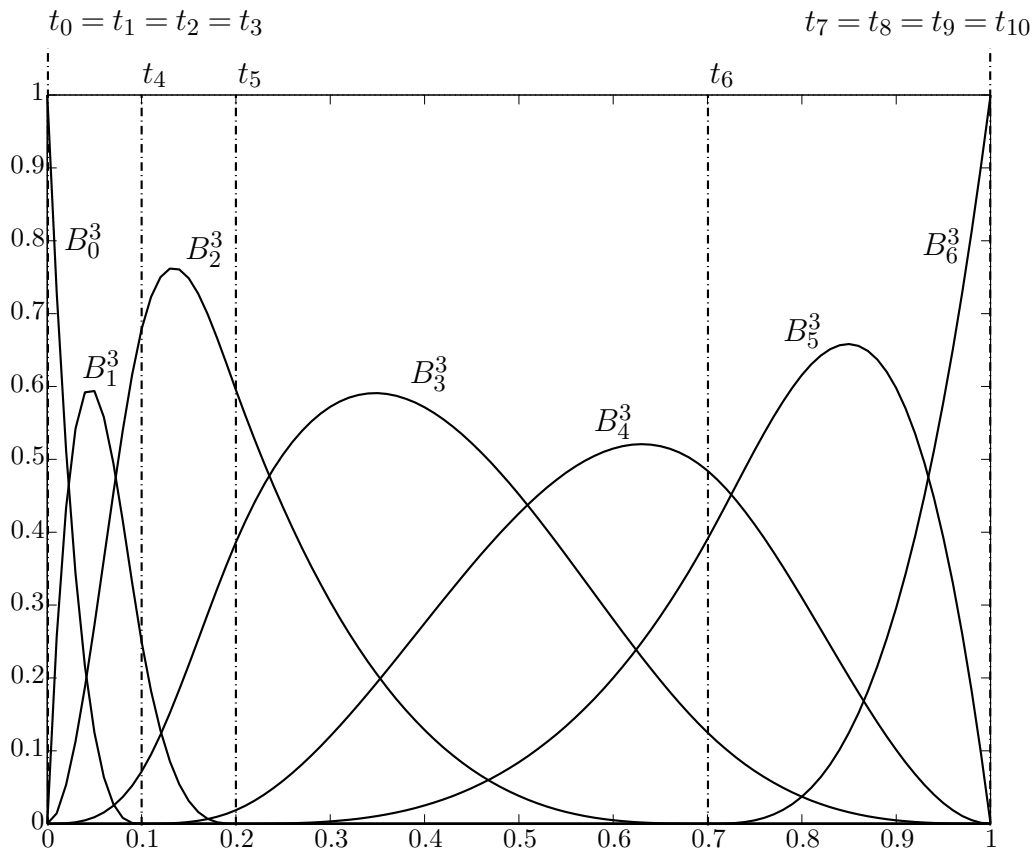


Figure VI.3 – *Fonctions de base de degré 3 pour un vecteur de nœuds* [0 0 0 0 0.1 0.2 0.7 1 1 1 1]

Ainsi définies, les fonctions de base ont les propriétés suivantes :

- $B_j^p(t)$ est un polynôme défini par morceaux sur $[0,1]$;
- $B_j^p(t)$ est identiquement nulle sur $[0,1]$ excepté dans l'intervalle $[t_j, t_{j+p+1}[$;
- L'intervalle $[t_j, t_{j+1}[$ est appelé l'intervalle du j^{ieme} nœud et peut être de longueur nulle dans le cas où les nœuds t_j et t_{j+1} sont confondus [12] ;
- Les fonctions de base B-spline forment une partition de l'unité tel que :

$$\forall t \in [0,1], \qquad \sum_{j=0}^{m} B_j^p(t) = 1 \tag{VI.41}$$

- Sur chaque intervalle de nœud $[t_j, t_{j+1}[$ au plus $p+1$ fonction de base B_j^p sont non nulles à savoir $B_{j-p}^p, \ldots, B_j^p$.

La figure VI.3 montre des fonctions de base de degré 3 correspondant à une distribution de nœuds donnée par le vecteur [0 0 0 0 0.1 0.2 0.7 1 1 1 1].

12. La différence entre nœud et point de coupure (breakpoints) est que ces derniers sont un jeu de nœuds de valeurs distinctes

VI.3.1.2 Propriétés des B-splines

Pour représenter la courbe d'une B-spline il est nécessaire de fournir les données suivantes qui la définissent complètement :

- Un entier p, le degré de la B-spline ;
- Un vecteur de nœuds $\mathbf{p}$;
- Le vecteur des $m+1$ coefficients de contrôle $\mathbf{p}$.

Les propriétés générales de la B-spline sont alors :

(i) Le degré de la B-spline, le nombre $m+1$ de points de contrôle[13] ainsi que le nombre de nœuds $n_{knot}+1$ sont liés par la relation :

$$n_{knot} = m+p+1 \tag{VI.42}$$

(ii) La fonction $q(t)$ définie par (VI.38) est infiniment différentiable à l'intérieur des intervalles non nuls entre les nœuds ;

(iii) $q(t)$ est $p-k$ continûment différentiable en un nœud de multiplicité k c'est à dire à un nœud $t_j = t_{j+1} = \ldots = t_{j+k-1}$.

Le vecteur des nœuds de la B-spline peut être non uniforme et présenter des nœuds multiples. D'après la propriété **(iii)** la multiplicité d'un nœud a des implications sur les propriétés de continuité de la B-spline. Pour la génération de mouvement nous avons établi en introduction de ce chapitre que le degré minimal de différentiabilité des variables articulaires était de 3. Nous prendrons donc des B-splines de degré 3 pour nos modélisations à condition donc que les nœuds intérieurs du vecteur de nœuds soient de multiplicité 1. Dans ces conditions les courbes B-splines générées correspondent bien aux propriétés de continuité requise par notre modélisation du mouvement du rameur.

En revanche il est d'usage de porter l'ordre de multiplicité des nœuds d'extrémité du domaine de définition à l'ordre de la B-spline tel que $p_0 = q(0)$ et $p_m = q(1)$.

$$\mathbf{t} = [\underbrace{t_0, \ldots, t_0}_{p+1},\ t_{p+1}, \ldots,\ t_{n_{knot}-p-1},\ \underbrace{t_{n_{knot}}, \ldots,\ t_{n_{knot}}}_{p+1}] \tag{VI.43}$$

13. Soit également le nombre de fonctions de base mises en jeu par la B-spline

Ceci a pour effet de faire coïncider les extrémités de la courbe B-spline avec les sommets extérieurs du polygone de contrôle. On dit que la courbe est vissée[14] à ses extrémités. Les abscisses $\tilde{\mathbf{t}}$ des sommets $\mathbf{P}_j$ du polygone de contrôle se calculent par

$$\forall j \in \{1,\ldots,m\}, \quad \tilde{t}_j = \frac{1}{p}\sum_{k=1}^{p} t_{j+k} \tag{VI.44}$$

Les doublets $(\tilde{t}_j, p_j)_{j\in\{0,\ldots,m\}}$ constituent donc les sommets du polygone de contrôle de la B-spline. On trouvera en figure VI.4 le tracé d'une B-spline d'ordre 4 définie sur un vecteur de nœuds $\mathbf{t} = [0\ 0\ 0\ 0\ 0.1\ 0.2\ 0.7\ 1\ 1\ 1\ 1]$ définissant des abscisses des points de contrôle tel que $\tilde{\mathbf{t}} = [0.00\ 0.03\ 0.10\ 0.33\ 0.63\ 0.90\ 1.00]$, et des coefficients de contrôle $\mathbf{p} = [1\ 3\ 6\ 4\ 0\ -1\ 1]$.

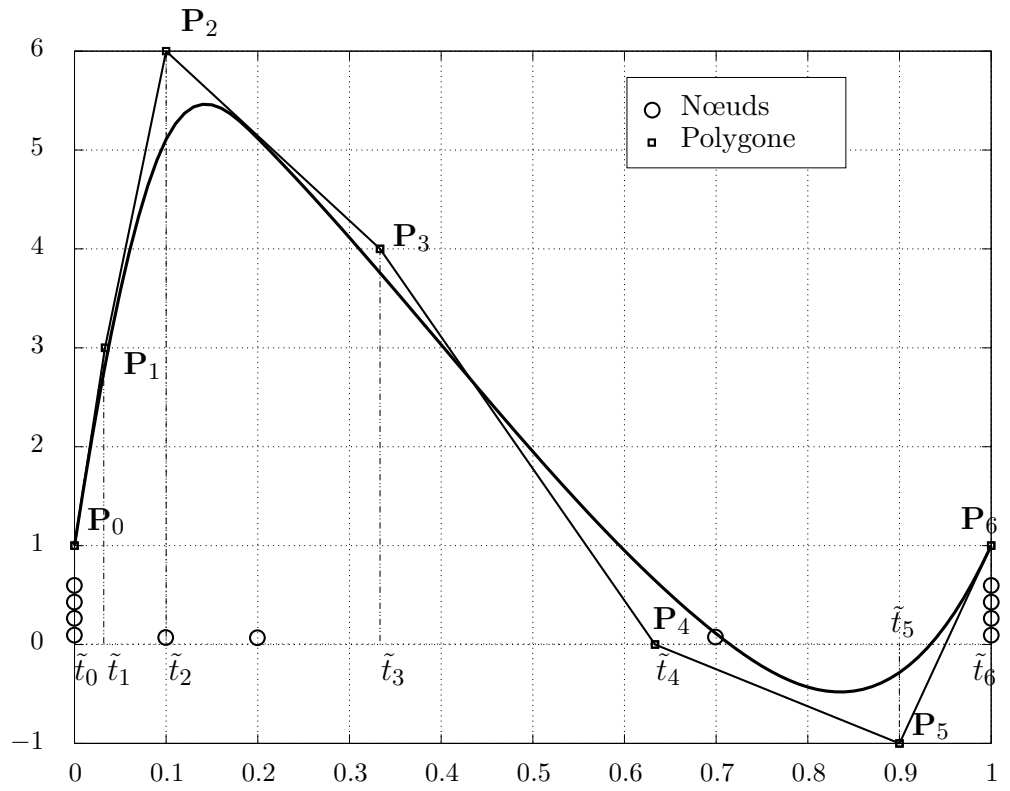


Figure VI.4 – *Tracé du polygone de contrôle. Le vecteur de nœuds est* $[0\ 0\ 0\ 0\ 0.1\ 0.2\ 0.7\ 1\ 1\ 1\ 1]$. *Les coefficients de contrôle sont* $\mathbf{p} = [1\ 3\ 6\ 4\ 0\ -1\ 1]$ *d'abscisses* $\tilde{\mathbf{t}} = [0.00\ 0.03\ 0.10\ 0.33\ 0.63\ 0.90\ 1.00]$

Le nombre $m+1$ est donc le nombre de points de contrôle de la B-spline soit le nombre de degrés de liberté du modèle. Il est donc relativement intuitif de déformer localement une courbe B-spline à l'aide de son polygone de contrôle en changeant ses coefficients de contrôle. Un exemple de modification de la B-spline

14. Clamped

tracée figure VI.4 est présenté figure VI.5. Le vecteur des coefficients de contrôle initialement égal à $\mathbf{p} = [1\ 3\ 6\ 4\ 0\ -1\ 1]$ est alors modifié en $\mathbf{p} = [1\ 3\ 4\ 4\ 0\ -1\ 1]$.

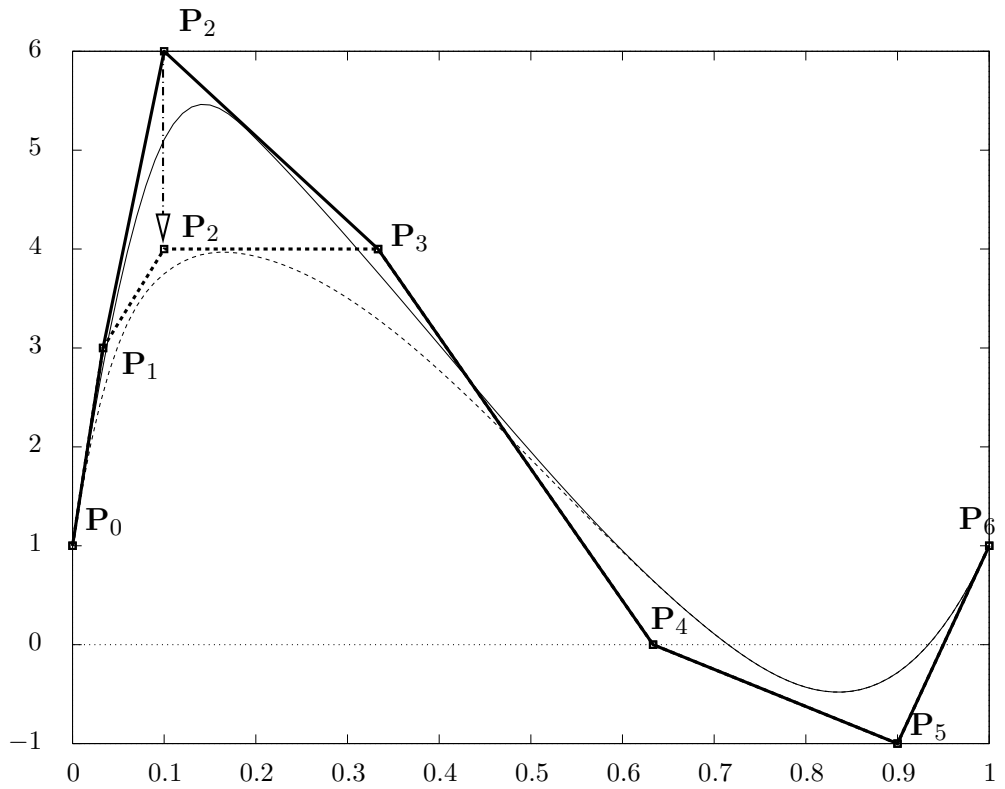


Figure VI.5 – *Modification du polygone de contrôle. Le vecteur des coefficients de contrôle initialement égal à* $\mathbf{p} = [1\ 3\ 6\ 4\ 0\ -1\ 1]$ *devient* $\mathbf{p} = [1\ 3\ 4\ 4\ 0\ -1\ 1]$

VI.3.1.3 Calcul des dérivées des B-spline

Biagiotti et Melchiorri [11] présentent des relations de dérivation des B-splines à n'importe quel ordre k qui sont les suivantes :

$$q^{(k)}(t) = \sum_{j=0}^{m} p_j B_j^{p(k)}(t) \tag{VI.45}$$

avec $B_j^{p(k)}(t)$ les dérivées $k^{ièmes}$ des fonctions de base telles que :

$$B_j^{p(k)}(t) = \frac{p!}{(p-k)!} \sum_{i=0}^{k} a_{k,i} B_{j+i}^{p-k} \tag{VI.46}$$

où les coefficients $a_{k,i}$ sont définis par récurrence par :

$$\forall i \in \{1, \ldots, k-1\}, \quad a_{0,0} = 1 \tag{VI.47}$$

$$a_{k,0} = \frac{a_{k-1,0}}{t_{j+p-k+1} - t_j} \tag{VI.48}$$

$$a_{k,i} = \frac{a_{k-1,i} - a_{k-1,i-1}}{t_{j+p+i-k+1} - t_{j+i}} \tag{VI.49}$$

$$a_{k,k} = \frac{-a_{k-1,k-1}}{t_{j+p+1} - t_{j+k}} \tag{VI.50}$$

Nous avons tracé en figure VI.6 les dérivées de la B-spline de notre exemple de la figure VI.4. Nous pouvons observer que comme le vecteur des nœuds utilisé ne contient pas de nœud multiple internes, la continuité de la courbe d'accélération est assurée tout du long. On observe en outre que cette dernière est affine définie par morceaux sur le vecteur de nœuds ce qui correspond bien à un modèle de degré 3.

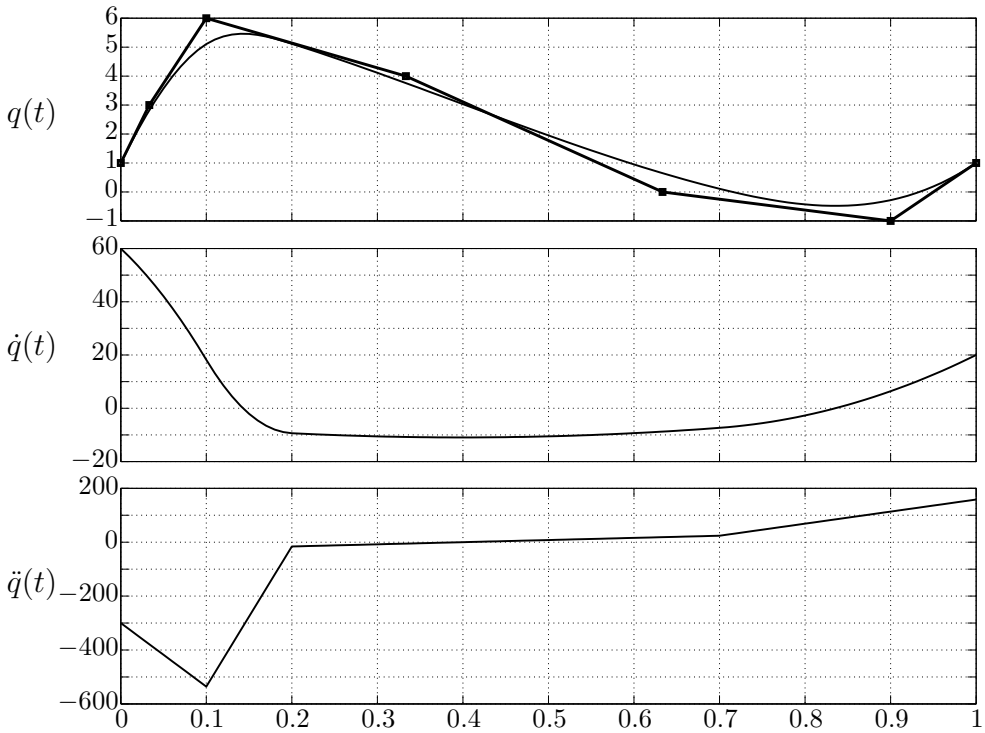


Figure VI.6 – *Tracé des dérivées d'une B-spline de degré 3. Nous observons la continuité de la courbe d'accélération* $\ddot{q}(t)$

En pratique dans le simulateur GMRS, nous profitons de la Spline Toolbox[15] de MATLAB™ qui permet d'effectuer toutes les opérations courantes de création et d'évaluation de la B-spline ainsi que de ses dérivées. D'autre part la spline toolbox permet la gestion des différentes données définissant les B-splines ce qui rend

15. Nouvellement Curve Fitting Toolbox

leur manipulation et l'implémentation dans le simulateur simplifiée, un modèle articulaire étant alors traité comme un objet.

En revanche nous n'avons pour le moment créé que des courbes ayant de bonnes propriétés de continuité par rapport à nos besoins mais nous ne nous sommes pas encore inquiétés des conditions aux limites de périodicité des modèles nécessaires à la réalisation d'un mouvement d'aviron périodique. C'est ce que nous nous proposons d'examiner à la lumière des connaissances sur les B-splines développées précédemment.

VI.3.2 Résolution des contraintes de périodicité

Nous avons vu que le nombre de degrés de liberté de nos modèles B-spline était de $m+1$ et correspond au nombre de sommets du polygone de contrôle. Les contraintes de périodicité aux frontières supplémentaires portent sur le raccordement en position, vitesse et accélération de la B-spline. Ceci ajoute donc des contraintes supplémentaires sur les degrés de liberté dans la mesure où la périodicité apporte trois équations de dépendance sur les coefficients de contrôle de la B-spline. Nous cherchons ici à expliciter ces relations de manière à pouvoir en tirer parti lors de la déformation des B-spline au voisinage des frontières afin de conserver les raccordements.

On montre [11] que si un nœud t_j est de multiplicité $p+1$ tel que $t_j = \ldots = t_{j+1} < t_{j+K+1}$ alors on a :

$$q(t_j) = p_j \tag{VI.51}$$

$$\dot{q}(t_j) = \frac{p}{t_{j+p+1} - t_j}(p_{j+1} - p_j) = \frac{p_{j+1} - p_j}{\tilde{t}_{j+1} - \tilde{t}_j} \tag{VI.52}$$

En particulier si les nœuds frontière de la B-spline sont de multiplicité $p+1$, la courbe B-spline coïncide avec ses points de contrôle aux extrémités de son intervalle de définition et est tangente à son polygone de contrôle aux extrémités. En d'autres termes nous avons :

$$q(0) = p_0 \tag{VI.53}$$

$$q(1) = p_m \tag{VI.54}$$

et

$$\dot{q}(0) = \frac{p_1 - p_0}{\tilde{t}_1 - \tilde{t}_0} = \frac{p_1 - p_0}{\tilde{t}_1} \tag{VI.55}$$

$$\dot{q}(1) = \frac{p_m - p_{m-1}}{1 - \tilde{t}_{m-1}} \tag{VI.56}$$

Les dérivées des B-spline restent des B-splines mais d'ordre inférieur. Si nous mettons en œuvre les équations (VI.55)-(VI.56) pour $\ddot{q}(t)$ et que nous effectuons les substitutions nécessaires pour revenir aux paramètres de la B-spline d'ordre 3, nous obtenons les expressions suivantes aux frontières pour l'accélération :

$$\ddot{q}(0) = \frac{2}{3}\frac{\tilde{t}_1(p_2 - p_0) + \tilde{t}_2(p_0 - p_1)}{\tilde{t}_1^2(\tilde{t}_2 - \tilde{t}_1)} \tag{VI.57}$$

$$\ddot{q}(1) = \frac{2}{3(1 - \tilde{t}_{m-1})}\left[\frac{p_m - p_{m-1}}{1 - \tilde{t}_{m-1}} + \frac{p_{m-2} - p_{m-1}}{\tilde{t}_{m-1} - \tilde{t}_{m-2}}\right] \tag{VI.58}$$

Ainsi les contraintes de périodicité font état des égalités des couples d'équations (VI.53)-(VI.54), (VI.55)-(VI.56) et (VI.57)-(VI.58) ce qui peut finalement s'écrire :

$$\begin{cases} p_0 - p_m & = 0 \\ \frac{p_1 - p_0}{\tilde{t}_1} - \frac{p_m - p_{m-1}}{1 - \tilde{t}_{m-1}} & = 0 \\ \frac{\tilde{t}_1(p_2 - p_0) + \tilde{t}_2(p_0 - p_1)}{\tilde{t}_1^2(\tilde{t}_2 - \tilde{t}_1)} - \frac{1}{(1 - \tilde{t}_{m-1})}\left[\frac{p_m - p_{m-1}}{1 - \tilde{t}_{m-1}} + \frac{p_{m-2} - p_{m-1}}{\tilde{t}_{m-1} - \tilde{t}_{m-2}}\right] & = 0 \end{cases} \tag{VI.59}$$

Les contraintes de périodicité ne portent donc que sur les coefficients de contrôle p_0, p_1, p_2 et p_{m-2}, p_{m-1}, p_m. Lors de la modification de l'un de ces coefficient, il convient alors de déterminer les autres pour que les conditions de périodicité soient conservées. Le système (VI.59) peut alors se mettre sous forme matricielle suivante plus propice à l'implémentation :

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ -v_1 & v_1 & 0 & 0 & v_2 & -v_2 \\ a_1 & -a_2 & a_3 & -a_4 & a_5 & -a_6 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p_0 \\ p_1 \\ p_2 \\ p_{m-2} \\ p_{m-1} \\ p_m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \tag{VI.60}$$

avec

$$v_1 = \frac{1}{\tilde{t}_1} \tag{VI.61}$$

$$v_2 = \frac{1}{1-\tilde{t}_{m-1}} \tag{VI.62}$$

$$a_1 = \frac{1}{\tilde{t}_1^2} \tag{VI.63}$$

$$a_2 = \frac{\tilde{t}_2}{\tilde{t}_1^2(\tilde{t}_2-\tilde{t}_1)} \tag{VI.64}$$

$$a_3 = \frac{1}{\tilde{t}_1(\tilde{t}_2-\tilde{t}_1)} \tag{VI.65}$$

$$a_4 = \frac{1}{(1-\tilde{t}_{m-1})(\tilde{t}_{m-1}-\tilde{t}_{m-2})} \tag{VI.66}$$

$$a_5 = \frac{1-\tilde{t}_{m-2}}{(1-\tilde{t}_{m-1})^2(\tilde{t}_{m-1}-\tilde{t}_{m-2})} \tag{VI.67}$$

$$a_6 = \frac{1}{(1-\tilde{t}_{m-1})^2} \tag{VI.68}$$

Ainsi la modification de l'un des coefficients de contrôle p_j avec $j \in \{0,1,2,m-2,m-1,m\}$ doit être répercutée sur les autres coefficients de contrôle de la B-spline à l'aide du système linéaire sous-contraint (VI.60). Il convient alors d'utiliser par exemple une pseudo-inverse pour inverser la matrice du premier membre de (VI.60).

Ces développements sont intégrés au modeleur de style de sorte que lors de l'élaboration d'un geste de rameur, si l'utilisateur modifie l'un des sommets du polygone de contrôle incriminé par les contraintes de périodicité, la modification est répercutée automatiquement sur les autres sommets, assurant ainsi en permanence la périodicité des modèles de mouvement. Une gestion automatique des conditions aux limites des modèles de mouvement est réalisée ici et pourra être mise à profit lorsque les coefficients de contrôle des modèles de mouvement seront utilisés en tant que paramètres d'optimisation du mouvement, lors de procédures d'optimisation paramétrique.

VI.3.3 Réduction paramétrique

L'avantage des B-spline est qu'elles peuvent être déformées facilement à l'aide de leur polygone de contrôle. Ceci a permis le développement du modeleur de

style présenté en annexe B. Cet outil offre la possibilité de construire de toute pièce différents mouvements pour le rameur. Cependant l'utilisation des B-splines tel que nous le faisons n'empêche en rien l'utilisation de profils articulaires issus de mesures. En effet les B-splines permettent très facilement d'approximer et d'interpoler des jeux de données et MATLAB™ offre un certain nombre d'utilitaires pour ce faire.

En revanche l'approximation obtenue par ces outils résulte en un nombre de nœuds au moins égal au nombre de points du jeu de données. Le nombre de degré de liberté devient donc rapidement important, surtout si l'on considère que les modèles portent sur toutes les articulations actives d'un rameur, et que nous pouvons disposer plusieurs rameurs sur un même bateau n'effectuant pas exactement le même mouvement. L'idée est donc de réduire au minimum le nombre de degrés de liberté des modèles de mouvement articulaire tout en en conservant suffisamment pour respecter les principales caractéristiques de forme afin de continuer à reproduire un mouvement réaliste.

Dans ce travail un premier essai de réduction paramétrique des modèles de mouvement articulaire a été mené à partir des travaux de Yoshimoto *et al.* [130]. Les auteurs proposent en effet un algorithme d'optimisation génétique permettant de minimiser le nombre de nœuds d'une B-spline et d'en optimiser le placement de manière à avoir la meilleure approximation d'une courbe vis-à-vis de ces objectifs. L'algorithme présenté dans l'article a été codé en langage MATLAB™ et testé avec succès sur les courbes de mouvement articulaire fournies par Floren Colloud de l'université de Poitiers. En revanche les calculs étaient longs et une approche interactive manuelle d'approximation à l'aide du modeleur de style, bien que non automatique, s'est vite avérée beaucoup plus rapide. Nous n'avons donc pas poussé plus en avant l'exploitation de ce programme.

En revanche un autre programme disponible sur le site communautaire File Exchange de The Mathworks et proposé par Bruno Luong [16] a également été testé et a donné de bons résultats de manière rapide. Les algorithmes utilisés ne sont pas détaillés dans la documentation du programme mais reposent apparemment sur une stratégie de suppression de nœuds des B-splines. D'autre part il est possible d'imposer des conditions aux limites de périodicité sur les approximations ce qui rend l'outil très attractif pour notre application.

16. http://www.mathworks.com/matlabcentral/fileexchange/25872-free-knot-spline-approximation

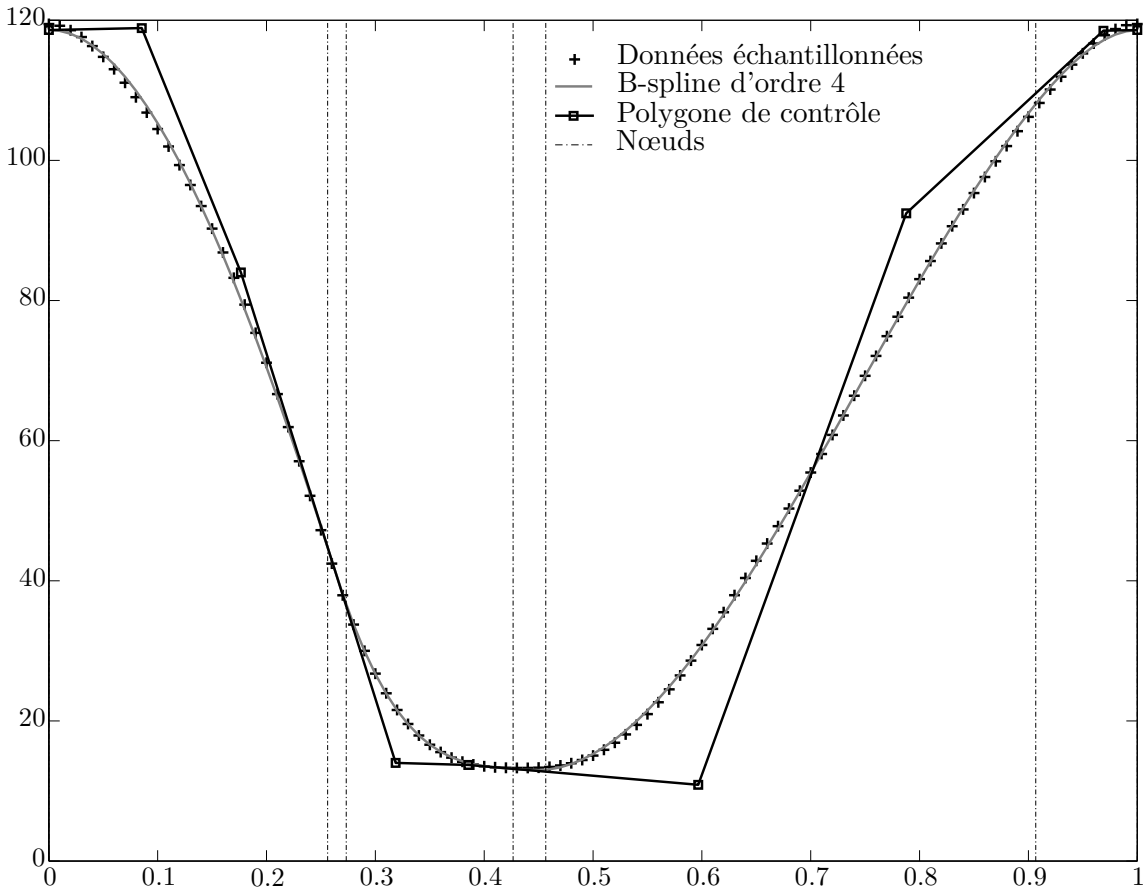


Figure VI.7 – *Placement optimal de nœuds d'une B-spline d'ordre 4 pour l'approximation d'une courbe de mouvement de genou*

Ce programme a été ajouté à la suite d'outils associé au simulateur GMRS. Nous disposons ainsi d'un moyen puissant d'approximer des courbes expérimentales à l'aide de B-splines et d'en minimiser le nombre de degrés de liberté. On trouvera en figure VI.7 un exemple d'approximation par B-spline effectué sur une courbe de mouvement de genou $q_3(t)$ [17]. Le nombre de nœuds y est réduit à 13 et le nombre de points de contrôle à 9. Le nombre de degrés de liberté de la courbe est alors de $9-3=6$ en prenant en compte les conditions aux limite de périodicité.

VI.4 Algorithmes de fermeture de boucle

Une fois que le générateur de mouvement a pu générer l'ensemble des données de position, de vitesse et d'accélération des variables articulaires actives par évaluation des modèles B-spline, il s'agit de calculer les même quantités pour les variables articulaires passives et coupées de la structure ouverte arborescente équivalente (voir III.2.2.2). Nous mettons ici à profit les contraintes de fermeture

17. Dans tous les modèles 2D ou 3D, l'angle de genou est q_3

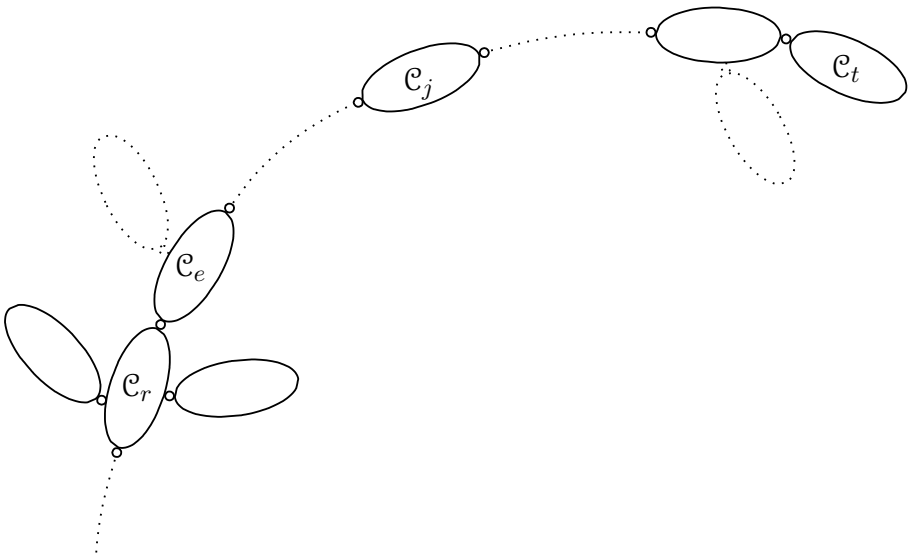


Figure VI.8 – *Chaîne directe dans un système polyarticulé arborescent*

de boucle présentées en III.7, nous explicitons le calcul de la matrice jacobienne cinématique et nous présentons les algorithmes de fermeture de boucle utilisés dans GMRS.

VI.4.1 Calcul de la matrice jacobienne cinématique

La matrice jacobienne cinématique de la structure intervient dans le modèle cinématique direct tel que :

$$\mathbf{V} = \mathbf{J}(\mathbf{q})\dot{\mathbf{q}} \tag{VI.69}$$

Cette matrice jacobienne établit la contribution de chaque articulation sur la vitesse généralisée $\mathbf{V}$.

Une colonne $\mathbf{j}$ de $\mathbf{J}$ représente la contribution de l'articulation j à la vitesse $\dot{\mathbf{X}}$. Soit une branche du système polyarticulé possédant un corps terminal noté $\mathcal{C}_t$ et un corps racine $\mathcal{C}_r$ (figure VI.8). On note en outre $\mathcal{C}_e$ le premier corps de la chaîne à partir de la racine tel que $a(e) = r$. La branche possède potentiellement d'autres ramifications mais celles-ci n'induisent pas de vitesse sur le corps terminal $\mathcal{C}_t$ dans la mesure où elles n'appartiennent pas à la chaîne directe.

Le modèle cinématique direct (VI.69) s'écrit dans ces conditions :

$$\mathbf{V}_t = \begin{bmatrix} \mathbf{v}_t \\ \boldsymbol{\omega}_t \end{bmatrix} = \mathbf{J}_t \, \dot{\mathbf{q}} \tag{VI.70}$$

où $\mathbf{J}_t$ est la matrice jacobienne cinématique de la chaîne de corps $\{\mathcal{C}_r, \mathcal{C}_e, \ldots, \mathcal{C}_t\}$. Chaque articulation j de la branche directe induit une vitesse généralisée $\mathbf{V}_{j,t} = \begin{bmatrix} \mathbf{v}_{j,t}^T & \boldsymbol{\omega}_{j,t}^T \end{bmatrix}^T$ sur le corps terminal de branche $\mathcal{C}_t$ telle que :

$$\begin{cases} \mathbf{v}_{j,t} & = & [\sigma_j \, \mathbf{z}_j + \bar{\sigma}_j (\, \mathbf{z}_j \times \mathbf{L}_{j,t})] \, \dot{q}_j \\ \boldsymbol{\omega}_{j,t} & = & \bar{\sigma}_j \, \mathbf{z}_j \dot{q}_j \end{cases} \tag{VI.71}$$

où $\mathbf{L}_{j,t} = \mathbf{O}_j \mathbf{O}_t$. On montre que les vecteur $\mathbf{L}_{i,j}$ peuvent se calculer à l'aide des matrice de transformations homogène ${}^0\mathbf{h}_i$ et ${}^0\mathbf{h}_j$ par

$$\mathbf{L}_{i,j} = {}^0\mathbf{P}_j - {}^0\mathbf{P}_i \tag{VI.72}$$

Par composition des vitesses, l'ensemble des articulations de la branche directe donnent donc une vitesse au corps terminal $\mathcal{C}_t$ de la branche relativement à sa racine $\mathcal{C}_t$ qui s'exprime par :

$$\mathbf{V}_{j,t} = \begin{bmatrix} \sum_{j=e}^{t} \mathbf{v}_{j,t} \\ \sum_{j=e}^{t} \boldsymbol{\omega}_{j,t} \end{bmatrix} \tag{VI.73}$$

Cette expression permet finalement d'expliciter la matrice jacobienne cinématique par :

$$\mathbf{J}_t = \begin{bmatrix} \sigma_e \, \mathbf{z}_e + \bar{\sigma}_e (\, \mathbf{z}_e \times \mathbf{L}_{e,t}) & \cdots & \sigma_t \, \mathbf{z}_t + \bar{\sigma}_t (\, \mathbf{z}_t \times \mathbf{L}_{t,t}) \\ \bar{\sigma}_e \, \mathbf{z}_e & \cdots & \bar{\sigma}_t \, \mathbf{z}_t \end{bmatrix} \tag{VI.74}$$

Considérons maintenant une boucle k où l'articulation coupée se situe entre deux corps $\mathcal{C}_{k_1}$ et $\mathcal{C}_{k_2}$ tel que représenté en figure VI.9. On pourra se reporter à III.2.2.2 pour la construction du paramétrage lié à la coupure de boucle. Le repère $\mathcal{R}_{n+k}$ est fixe par rapport au corps $\mathcal{C}_{k_1}$. La base de la méthode de fermeture de boucle consiste à exprimer l'égalité de vitesses des repères $\mathcal{R}_{n+k}$ et $\mathcal{R}_{n+k+B}$ construits lors de la coupure des boucles. Ceci s'exprime à l'aide de la relation déjà explicitée au chapitre III par :

$$\mathbf{V}_{n+k} = \mathbf{J}_{n+k} \, \dot{\mathbf{q}}_{b_1} = \mathbf{J}_{n+k+B} \, \dot{\mathbf{q}}_{b_2} \tag{VI.75}$$

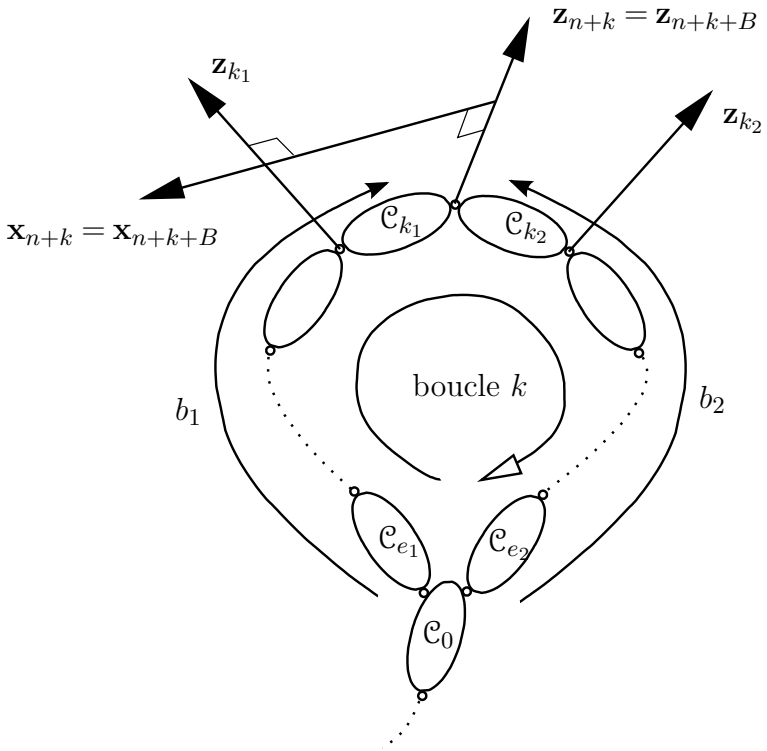


Figure VI.9 – *Les deux branches d'une boucle fermée. La coupure se situe entre les corps* $\mathcal{C}_{k_1}$ *et* $\mathcal{C}_{k_2}$

soit également

$$\mathbf{J}_{n+k}\,\dot{\mathbf{q}}_{b_1} - \mathbf{J}_{n+k+B}\,\dot{\mathbf{q}}_{b_2} = \mathbf{0}_{6\times 1} \tag{VI.76}$$

avec $\dot{\mathbf{q}}_{b_1}$ et $\dot{\mathbf{q}}_{b_2}$ les vecteurs des vitesses des articulations appartenant respectivement aux branches b_1 et b_2 de la boucle k.

Notons $\mathcal{C}_{e_1}$ et $\mathcal{C}_{e_2}$ les premiers corps respectivement des branches b_1 et b_2. Les matrices jacobiennes cinématiques s'écrivent alors d'après l'équation (VI.74) :

$$\mathbf{J}_{n+k} = \begin{bmatrix} \sigma_{e_1}\,\mathbf{z}_{e_1} + \bar{\sigma}_{e_1}(\mathbf{z}_{e_1} \times \mathbf{L}_{e_1,n+k}) & \cdots & \sigma_{n+k}\,\mathbf{z}_{n+k} + \bar{\sigma}_{n+k}(\mathbf{z}_{n+k} \times \mathbf{L}_{n+k,n+k}) \\ \bar{\sigma}_{e_1}\,\mathbf{z}_{e_1} & \cdots & \bar{\sigma}_{n+k}\,\mathbf{z}_{n+k} \end{bmatrix} \tag{VI.77}$$

$$\mathbf{J}_{n+k+B} = \begin{bmatrix} \sigma_{e_2}\,\mathbf{z}_{e_2} + \bar{\sigma}_{e_2}(\,\mathbf{z}_{e_2} \times \mathbf{L}_{e_2,n+k+B}) & \cdots & \sigma_{k_1}\,\mathbf{z}_{k_1} + \bar{\sigma}_{k_1}(\,\mathbf{z}_{k_1} \times \mathbf{L}_{k_1,n+k+B}) \\ \bar{\sigma}_{e_2}\,\mathbf{z}_{e_2} & \cdots & \bar{\sigma}_{k_1}\,\mathbf{z}_{k_1} \end{bmatrix} \tag{VI.78}$$

Pour utiliser ces deux matrices dans la relation (VI.76) d'égalité de vitesses des repères $\mathcal{R}_{n+k}$ et $\mathcal{R}_{n+k+B}$ il convient de projeter toutes leurs colonnes dans un même repère. Nous choisissons de projeter l'ensemble dans le repère du corps de base $\mathcal{C}_0$ du système dans la mesure où pour notre application à l'aviron, le bateau peut être vu comme la racine de toutes les boucles [18]. Si nous notons par exemple ${}^{j}\mathbf{j}_{n+k,j}$ la j^{ieme} colonne de la matrice $\mathbf{J}_{n+k}$ exprimée dans le repère $\mathcal{R}_j$ alors sa projection sur le corps de base s'obtient à l'aide de la relation suivante :

$${}^{0}\mathbf{j}_{n+k,j} = \begin{bmatrix} {}^{0}\mathbf{R}_j & \mathbf{0}_{3\times3} \\ \mathbf{0}_{3\times3} & {}^{0}\mathbf{R}_j \end{bmatrix} {}^{j}\mathbf{j}_{n+k,j} \tag{VI.79}$$

En concaténant toutes les relations du type (VI.76) pour chacune des boucles $k \in \{1,\ldots,B\}$ et que nous supprimons les éventuelles lignes de zéros, alors nous obtenons la relation suivante que nous avons largement utilisé au chapitre IV lors des calculs de répartition de couples articulaires à l'intérieur des boucles :

$$\mathbf{J}\,\dot{\mathbf{q}} = \mathbf{0} \tag{VI.80}$$

VI.4.2 Fermeture géométrique

VI.4.2.1 Modèle différentiel

La procédure de fermeture de boucle géométrique repose sur le modèle cinématique différentiel de la structure qui se déduit de (VI.69) et qui s'écrit au premier ordre :

$$\mathbf{dX} = \mathbf{J}(\mathbf{q})\,\mathbf{dq} \tag{VI.81}$$

En utilisant la relation (VI.76) sous forme différentielle pour une boucle k et en supprimant les colonnes correspondant à des articulations actives dans la mesure où celles-ci sont déjà connues [19] on obtient la relation linéaire suivante en cas de

18. Le bateau intervient en effet dans les trois boucles des modèles 3D.
19. Elles sont évaluées à partir de nos modèles B-spline suivant les procédures présentées au début de ce chapitre en VI.2

non fermeture de la boucle :

$$\begin{bmatrix} {}^0\mathbf{J}_{n+k} & -{}^0\mathbf{J}_{n+k+B} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{dq}_p^k \\ \mathbf{dq}_c^k \end{bmatrix} = {}^0\mathbf{dX}_{n+k} \tag{VI.82}$$

où $\mathbf{dq}_p^k$ et $\mathbf{dq}_c^k$ sont respectivement des variations différentielles des variables passives et coupées mises en jeu par la boucle k. Le vecteur ${}^0\mathbf{dX}_{n+k}$ est l'erreur de fermeture de la boucle k exprimée dans le repère de base $\mathcal{R}_0$. Cette dernière relation n'est par définition valable que pour de petites variations des variables articulaires $\mathbf{q}$.

En concaténant les relations du type (VI.82) pour les B boucles nous obtenons le système suivant :

$$\begin{bmatrix} {}^0\mathbf{J}_{n+1} & -{}^0\mathbf{J}_{n+1+B} \\ \cdots & \cdots \\ {}^0\mathbf{J}_L & -{}^0\mathbf{J}_{L+B} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{dq}_p \\ \mathbf{dq}_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} {}^0\mathbf{dX}_{n+1} \\ \cdots \\ {}^0\mathbf{dX}_L \end{bmatrix} \tag{VI.83}$$

L étant le nombre de liaisons de la structure et reliée au nombre de boucles et au nombre de corps par la relation (III.36) [20]. Cette dernière relation regroupe maintenant toutes les contraintes de fermeture de toutes les boucles de la structure.

VI.4.2.2 Algorithme

Le calcul de $\mathbf{q}_p$ et $\mathbf{q}_c$ est mené comme suit :

1. Choisir des valeurs arbitraires pour $\mathbf{q}_p$ et $\mathbf{q}_c$;
2. Calculer itérativement les matrices de transformations homogènes ${}^0\mathbf{h}_{n+k}$ et ${}^0\mathbf{h}_{n+k+B}$ pour chaque boucle $k \in \{1, \ldots, B\}$ à l'aide du modèle géométrique direct (équation (III.34)) ;
3. Calculer pour chacune des boucles k le vecteur d'erreur ${}^0\mathbf{dX}_{n+k}$ de fermeture de boucle en position et orientation entre les repères $\mathcal{R}_{n+k}$ et $\mathcal{R}_{n+k+B}$ avec :

$$ {}^0\mathbf{dX}_{n+k} = \begin{bmatrix} {}^0\mathbf{dX}_{n+k}^p{}^T & {}^0\mathbf{dX}_{n+k}^r{}^T \end{bmatrix}^T \tag{VI.84}$$

   Les vecteurs ${}^0\mathbf{dX}_{n+k}^p$ et ${}^0\mathbf{dX}_{n+k}^r$ sont respectivement les erreurs en position et en orientation et s'écrivent :

20. $B = L - n$

$$
\begin{aligned}
{}^0\mathbf{dX}^p_{n+k} &= {}^0\mathbf{P}_{n+k} - {}^0\mathbf{P}_{n+k+B} && \text{(VI.85)}\\
{}^0\mathbf{dX}^r_{n+k} &= \mathbf{u}\alpha && \text{(VI.86)}
\end{aligned}
$$

où les vecteurs ${}^0\mathbf{P}_{n+k}$ et ${}^0\mathbf{P}_{n+k+B}$ s'obtiennent à partir des transformations homogènes calculées à l'étape précédente et où $\mathbf{u}$ et α désignent respectivement l'angle et l'axe de la rotation définie par :

$$
{}^0\mathbf{R}_{n+k} = \mathbf{rot}(\mathbf{u},\alpha)\,{}^0\mathbf{R}_{n+k+B} \qquad \text{(VI.87)}
$$

Le calcul du produit $\mathbf{u}\alpha$ de la relation (VI.86) s'effectue grâce aux relations présentées en chapitre III page 65.

4. Si la norme de toutes les erreurs est suffisamment petite, on arrête le calcul et on considère la boucle fermée et la solution du problème correspond aux valeurs $\mathbf{q}_p$ et $\mathbf{q}_c$ fournies à la première étape. Sinon pour rester dans le domaine de validité de la relation (VI.81) écrite au premier ordre, on normalise les erreurs de chaque boucle comme suit :
   - Si $\|{}^0\mathbf{dX}^p_{n+k}\| > S_p$, alors ${}^0\mathbf{dX}^p_{n+k} \leftarrow \frac{{}^0\mathbf{dX}^p_{n+k}}{\|{}^0\mathbf{dX}^p_{n+k}\|}$;
   - Si $\|{}^0\mathbf{dX}^r_{n+k}\| > S_r$, alors ${}^0\mathbf{dX}^r_{n+k} \leftarrow \frac{{}^0\mathbf{dX}^r_{n+k}}{\|{}^0\mathbf{dX}^r_{n+k}\|}$.
5. Calculer numériquement la matrice jacobienne cinématique $\mathbf{J}$ de la relation (VI.83) ;
6. Calculer à l'aide de (VI.83) la variation articulaire correspondante en utilisant la pseudo-inverse $\mathbf{J}^\dagger$ de la matrice jacobienne :

$$
\mathbf{dq} = \mathbf{J}^\dagger\,\mathbf{dX} \qquad \text{(VI.88)}
$$

7. Mettre à jour la configuration articulaires courante tel que :

$$
\left\{
\begin{aligned}
\mathbf{q}_p &\leftarrow \mathbf{q}_p + \mathbf{dq}_p\\
\mathbf{q}_c &\leftarrow \mathbf{q}_c + \mathbf{dq}_c
\end{aligned}
\right. \qquad \text{(VI.89)}
$$

et retourner à la seconde étape.

VI.4.2.3 Remarques

L'algorithme précédent est un algorithme d'optimisation itératif basé sur la résolution d'un problème cinématique inverse. La raison de l'adoption d'une méthode numérique pour la résolution de ce problème plutôt que d'une résolution analytique des équations de contraintes de boucle en passant par le modèle géométrique direct est que ces formes analytiques dans notre cas peuvent être très compliquées à établir vu le nombre de corps des modèles de rameurs. Des techniques par calcul symbolique itératif [74] permettent d'établir des relations analytiques et d'accroître les performances des programmes de calcul robotique dans la mesure où elles suppriment les récursions et les remplacent par des évaluations. En revanche ces techniques spécialisent alors les programmes ce qui va à l'encontre du fait que nous désirons pouvoir changer de modèle de rameur à loisir. Ainsi en appliquant cette technique numérique de fermeture de boucle nous rendons le module de génération de mouvement du simulateur GMRS indépendant des modèles de rameur.

Le choix initial des valeurs de articulations passives et actives effectué à l'étape 1 de l'algorithme précédent a un impact sur la rapidité bien sûr de convergence de l'algorithme mais également sur la solution trouvée. En effet le problème cinématique inverse de système redondant [21] ne possède généralement pas de solution unique. L'algorithme utilisé étant une minimisation d'erreur de fermeture en partant de valeurs initiales fournies, le risque est donc que la convergence n'aie lieu sur des configurations respectant les contraintes de fermeture mais non réalisables par le rameur. Pour exemple nous pourrions avoir la jambe pliée dans l'autre sens au niveau du genou. Il est donc généralement important d'amorcer l'algorithme à l'aide de valeurs assez proches du résultat de la configuration désirée. A cet effet il convient pour bien amorcer une cinématique lors d'une simulation de fournir avec le modèle de rameur un vecteur d'angles $\mathbf{q}$ de démarrage pour lequel on est certain que la première fermeture de boucle correspondant à une configuration sur l'avant convergera correctement. Pour les fermetures de boucle suivantes le problème est évacué dans la mesure où il suffit d'amorcer l'algorithme avec les variables de la configuration du pas de temps précédent qui est nécessairement très similaire à la configuration courante. La tolérance utilisée par défaut dans GMRS sur la norme de l'erreur de fermeture est de 10^{-9}. Avec cette tolérance l'algorithme converge généralement en 2 itérations pendant la simulation dans la

21. Ayant plus de degré de liberté que nécessaire pour effectuer une même action

mesure où nous sommes a priori dans le domaine de validité du modèle différentiel et que l'algorithme consiste alors essentiellement à résoudre directement le problème sous-contraint (VI.81). Le réglage des seuils S_p et S_r de validité de linéarité du modèle différentiel s'effectue généralement d'après Khalil [75] à $S_p = 0.2$ mètres et $S_r = 0.2$ radians.

Les matrices de transformations homogènes ainsi que la matrice jacobienne cinématique obtenues à terme de la convergence de l'algorithme sont transmises au module noyau du simulateur qui effectue la résolution dynamique des équations de mouvement. Ainsi ces matrices ne sont calculées qu'une fois à chaque pas de temps lors de la génération de mouvement. La matrice jacobienne notamment est réutilisée lors du calcul de la redistribution des couples articulaires en fin d'algorithme récursif de Newton-Euler présenté en IV.1.1.

VI.4.3 Fermeture en vitesses articulaires

L'équation (VI.80) peut se réécrire en réorganisant les colonnes en terme d'articulations actives, passives et coupées :

$$\begin{bmatrix} \mathbf{J}_a & \mathbf{J}_{pc} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{q}}_a \\ \dot{\mathbf{q}}_{pc} \end{bmatrix} = \mathbf{0} \tag{VI.90}$$

La matrice jacobienne à utiliser est celle obtenue à terme de la convergence de la fermeture de boucle géométrique. En utilisant la pseudo-inverse $\mathbf{J}_{pc}^{\dagger}$ nous obtenons :

$$\mathbf{q}_{pc} = -\mathbf{J}_{pc}^{\dagger} \mathbf{J}_a \, \dot{\mathbf{q}}_a \tag{VI.91}$$

Ce qui nous donne les valeurs des vitesses articulaires des articulations passives et coupées et résout le problème de fermeture de boucle en vitesse.

VI.4.4 Fermeture en accélérations articulaires

Nous cherchons ici à trouver les accélérations articulaires des articulations passives et coupées. Si nous dérivons la relation (VI.80) nous obtenons :

$$\mathbf{J} \, \ddot{\mathbf{q}} + \dot{\mathbf{J}} \, \dot{\mathbf{q}} = \mathbf{0} \tag{VI.92}$$

Le calcul de la dérivée analytique de la matrice jacobienne cinématique du second terme du premier membre de (VI.92) n'est pas pratiquement faisable pour

une complexité de modèle telle que la notre. Néanmoins Hourtash [68] propose un calcul pratique de la matrice hessienne $\mathbf{H}$ telle que :

$$\dot{\mathbf{q}}^T \mathbf{H} \dot{\mathbf{q}} = \dot{\mathbf{J}} \dot{\mathbf{q}} \tag{VI.93}$$

Khalil [75] quant à lui utilise le fait que (VI.92) exprime l'égalité des accélérations des repères de fermeture $\mathcal{R}_{n+k}$ et $\mathcal{R}_{n+k+B}$ de chaque boucle k de la structure.

VI.4.4.1 Calcul du terme quadratique

Pour chaque boucle k, la relation (VI.92) s'écrit en imposant que les accélérations articulaires de la boucle soient nulles :

$$\begin{bmatrix} {}^{n+k}\dot{\mathbf{v}}_{n+k}(\ddot{\mathbf{q}}_{b_1} = \mathbf{0}) \\ {}^{n+k}\dot{\boldsymbol{\omega}}_{n+k}(\ddot{\mathbf{q}}_{b_1} = \mathbf{0}) \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} {}^{n+k+B}\dot{\mathbf{v}}_{n+k+B}(\ddot{\mathbf{q}}_{b_2} = \mathbf{0}) \\ {}^{n+k+B}\dot{\boldsymbol{\omega}}_{n+k+B}(\ddot{\mathbf{q}}_{b_2} = \mathbf{0}) \end{bmatrix} = {}^{n+k}\dot{\mathbf{J}}_{n+k}\dot{\mathbf{q}}_{b_1} - {}^{n+k+B}\dot{\mathbf{J}}_{n+k+B}\dot{\mathbf{q}}_{b_2} \tag{VI.94}$$

Ainsi en regroupant les équations du type (VI.94) pour chacune des B boucles et en les mettant dans le même ordre que celui adopté pour les équations de vitesse (VI.90), nous pouvons calculer le terme quadratique de la relation (VI.92). Le calcul des accélérations s'effectue de manière efficace à l'aide des relations de récurrence sur les accélérations utilisées dans l'algorithme de Newton-Euler présenté en IV.1.3 et dont nous rappelons la forme ici en ayant eu soin d'annuler les accélérations articulaires $\ddot{\mathbf{q}}$:

$$\forall j \in \{1, \ldots, n\},$$

$$i = a(j) \tag{VI.95}$$

$${}^{j}\mathbf{T}_i = \begin{bmatrix} {}^{j}\mathbf{R}_i & -{}^{j}\mathbf{R}_i \mathbf{S}\left({}^{i}\mathbf{P}_j\right) \\ \mathbf{0}_{3\times 3} & {}^{j}\mathbf{R}_i \end{bmatrix} \tag{VI.96}$$

$${}^{j}\boldsymbol{\gamma}_j = \begin{bmatrix} {}^{j}\mathbf{R}_i \mathbf{S}\left({}^{i}\boldsymbol{\omega}_i\right) \mathbf{S}\left({}^{i}\boldsymbol{\omega}_i\right) {}^{i}\mathbf{P}_j + 2\sigma_j \dot{q}_j \mathbf{S}\left({}^{j}\mathbf{R}_i {}^{i}\boldsymbol{\omega}_i\right) {}^{j}\mathbf{z}_j \\ \bar{\sigma}_j \dot{q}_j \mathbf{S}\left({}^{j}\mathbf{R}_i {}^{i}\boldsymbol{\omega}_i\right) {}^{j}\mathbf{z}_j \end{bmatrix} \tag{VI.97}$$

$${}^{j}\dot{\mathbf{V}}_j = {}^{j}\mathbf{T}_i {}^{i}\dot{\mathbf{V}}_i + {}^{j}\boldsymbol{\gamma}_j \tag{VI.98}$$

VI.4.4.2 Calcul des accélérations articulaires inconnues du mouvement

Connaissant le terme quadratique $\dot{\mathbf{J}}\dot{\mathbf{q}}$, l'équation (VI.92) nous donne de manière similaire à la résolution des contraintes de boucle de vitesses :

$$\ddot{\mathbf{q}}_{pc} = -\mathbf{J}_{pc}^{\dagger}\left[\dot{\mathbf{J}}\dot{\mathbf{q}} + \mathbf{J}_a\ddot{\mathbf{q}}_a\right] \tag{VI.99}$$

Cette dernière expression nous permet ainsi de calculer les accélérations articulaires des articulations passives et coupées de la structure.

VI.5 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons présenté le fonctionnement du module génération de mouvement du simulateur GMRS ainsi que les outils de modélisation et de résolution de contrainte de fermeture de boucle.

Les procédures de normalisation en ligne des lois de mouvement articulaires permettent de travailler avec des mouvements normalisés en temps, offrant ainsi la possibilité de mettre les cinématiques de rameur à l'échelle de différentes cadences. Des paramètres de synchronisation entre les variables articulaires permettent la mise en place rapide de désynchronisation des mouvements. D'autre part, des technique de modulation d'amplitude et de fusion de cinématique ont été présentées, afin de supprimer les effets d'un démarrage trop brusque du mouvement en début de simulation. De manière similaire, des techniques d'adaptation entre deux cinématiques différentes, et potentiellement de cadence différente, ont été présentées. Celles-ci permettent de réduire le régime transitoire de début de simulation en émulant une modification de mouvement du rameur sans discontinuité, accélérant ainsi la convergence de cycle et réduisant les temps de calcul.

Le choix s'est porté sur des modèles de variables articulaires par B-spline de degré 3, apportant ainsi le degré de continuité nécessaire à la reproduction d'un mouvement humain lisse, et évitant une excitation non physique de la base flottante, *i.e.* le bateau. En effet ce dernier se comporte comme un oscillateur amorti qui réagit aux chocs induits par des discontinuités d'accélération dans les articulations.

Le mouvement d'aviron étant périodique, la résolution des contraintes de périodicité aux frontières des modèles de mouvement articulaires ont été traités. La résolution de ces contraintes de périodicité met en jeu des relations de dépendance entre les trois premiers et les trois derniers sommets du polygone de contrôle des courbes B-spline de degré 3. Les propriétés des B-splines et de leurs polygones de

contrôle ont été exploités dans le cadre d'un outil interactif d'édition de mouvement d'aviron nommé Modeleur de Style. Cet outil, permettant la mise au point manuelle de cinématique de rameurs pour les simulations GMRS, est présenté en annexe C. Son développement a été d'une part motivé par la nécessité de générer des cinématiques 3D de rameur adaptées à nos modèles mécaniques abordés avec le formalisme robotique du chapitre III et détaillés en annexe A, et d'autre part par le fait que nous ne possédions pas de données cinématiques issues par exemple de techniques de capture de mouvement.

Enfin nous avons présenté les techniques de résolution numérique des contraintes imposées par la présence de boucles cinématiques dans notre système multicorps. Ces techniques mettent en œuvre la résolution de problèmes cinématiques inverses. Leur implémentation dans le simulateur GMRS s'apparente donc à l'implantation d'un solveur cinématique inverse, reposant sur le calcul et l'inversion de la matrice jacobienne cinématique, itérativement, afin de converger à chaque pas de temps de la simulation vers une configuration du système ouvert arborescent équivalent coïncidente avec celle du système fermé correspondant. L'inversion revient au calcul de la pseudo-inverse de Moore Penrose de la matrice jacobienne. La résolution de ces contraintes de fermeture de boucle à chaque pas de temps de la simulation permet le calcul des variables articulaires passives et coupées nécessaires au calcul du modèle dynamique inverse adopté dans cette étude et présenté au chapitre IV. La résolution des contraintes de fermeture de boucle en vitesse et en accélération permet en outre le calcul des vitesses et accélérations articulaires des articulations passives et coupées.

Le profilage du code du simulateur GMRS a montré que dans l'état actuel du code, le module de génération de mouvement qui est le plus consommateur en temps de calcul. Le principal responsable de ces temps de calcul sont les nombreuses évaluations de la matrice jacobienne cinématique pendant la simulation. En effet cette dernière est calculée plusieurs fois par pas de temps afin de converger vers une configuration admissible vis-à-vis des contraintes de fermeture de boucle. Cette convergence aboutit de manière courante en deux à trois itérations, mais a lieu à chaque évaluation du modèle dynamique inverse par le solveur ODE, ce qui intervient plusieurs fois par pas de temps pour les besoins d'adaptation du pas de temps du solveur.

Les simulations GMRS sont donc actuellement relativement longues et de l'ordre de 6 à 7 minutes pour une convergence de cycle. Une des priorités de développements ultérieurs du simulateur GMRS serait donc d'améliorer les performances

du solveur cinématique inverse par une optimisation du code MATLAB™, voire le changement de l'algorithme. A cet effet la littérature relative au domaine de l'animation propose des méthodes qui pourront être exploitées par la suite.

La normalisation en temps des modèles de variables articulaires par B-spline permet de travailler avec plusieurs cadences pour une même cinématique. En revanche, il est connu que le geste d'aviron est modifié par les changements de cadence. Découfour et Pudlo [36] ou encore Kleshnev [82] montrent qu'il existe une modification substantielle du rapport de cycle du mouvement d'aviron en fonction de la cadence. En effet, le temps de retour diminue plus rapidement que le temps de propulsion lorsque la cadence augmente. Ainsi, les études portant sur des modifications importantes de cadence sans modification de la cinématique du rameur sont à envisager avec précaution par rapport à leur pertinence vis-à-vis de la réalité biomécanique l'aviron.

La caractéristique importante de la méthodes de mise au point des cinématiques avec le modeleur de style est la déformation des B-splines à l'aide de leur polygone de contrôle. En revanche, cette technique ne permet a priori pas d'adapter facilement une cinématique pour un rameur donné à un autre rameur de morphologie différente. Par exemple, les angles articulaires d'une posture sur l'avant d'un sujet donné seront différents de ceux d'un autre sujet de morphologie différente pour une posture similaire. Des recherches portant sur ces problématiques d'adaptation de mouvements à différents sujets sont menées dans le domaine de l'animation. On pourra consulter par exemple Gleicher [57] ou Lee et Shin [90] concernant les techniques utilisées dans ce domaine.

D'autre part, les caractéristiques globales du coup d'aviron, telles que décrites par le vocabulaire sportif, sont des niveaux d'abstraction de l'ensemble des paramètres de description du mouvement qui, dans notre cas, sont les coefficients de contrôle. Afin de déformer une cinématique tout en conservant ces caractéristiques générales, il convient donc de rendre compte de ces caractéristiques en terme de contraintes sur le mouvement. Certains auteurs ont ainsi développé des méthodes de déformation d'une cinématique permettant de conserver les caractéristiques générales. Ces méthodes utilisent par exemple des B-splines hiérarchiques permettant d'agir à différents niveaux de détail sur les courbes de mouvements articulaires. On pourra à cet effet se référer à Lee et Shin [90].

Chapitre VII

Exploitations

VII.1 Introduction

Ce chapitre a pour objectif d'apporter une preuve de la validité du concept adoptée pour le simulateur GMRS. Il met en exergue sa capacité à répondre à des questionnements précis et permet de définir son champ d'application actuel. La démarche de modélisation menée dans ce travail de recherche a été présentée dans les chapitres précédents. L'idée sous-jacente à cette démarche de modélisation est de mettre au point une suite logicielle, permettant des études paramétriques du système *bateau-avirons-rameur(s)*, potentiellement reliées à une démarche d'optimisation du système. Nous verrons ainsi en première partie de ce chapitre ce que nous entendons par optimisation. Nous verrons qu'une optimisation globale du système vis-à-vis de tous ses paramètres n'est pas pertinente dans notre cas et n'est donc pas l'objectif de l'utilisation du simulateur. En revanche le simulateur GMRS met à disposition les outils numériques nécessaires pour apporter des réponses déterministes aux questions que peuvent se poser les sportifs sur le terrain. La seconde partie de ce chapitre présentera deux exemples d'application du simulateur GMRS. Le premier exemple met en œuvre le modèle 2D et présente un cas de modification de cinématique. Le second exemple est une étude paramétrique portant sur la relation entre le réglage du levier intérieure des rames, la cadence et la puissance développée par le rameur sera menée. La troisième et dernière partie de ce chapitre soulève les limitations de l'approche dynamique inverse.

VII.2 Réflexion sur l'utilisation du simulateur GMRS

Dans le cadre d'une autre activité sportive, Koschorreck et Mombaur [85] ont eu une démarche d'optimisation du plongeon qui consiste en un problème aux con-

ditions initiales et finales. En effet, à partir d'une position initiale sur le plongeoir, le plongeur doit pénétrer dans l'eau suivant des conditions finales fixées par la discipline [1]. A cet effet les auteurs ont mis en place une modélisation robotique 3D du plongeur et de sa dynamique de chute libre, et ont libéré l'ensemble des paramètres du mouvement, afin de réaliser une optimisation paramétrique globale de ce dernier pendant la phase de chute libre. Les seules conditions imposées sont les conditions initiales et finales ainsi que la figure imposée. L'optimisation mise en œuvre par les auteurs repose sur l'utilisation de techniques en contrôle optimal.

Ces optimisations produisent des cinématiques de plongeon qui, confrontées à des cinématiques réelles de plongeurs, donnent des accords réalistes tout en ne présupposant pas de connaissance a priori sur le mouvement à part les contraintes imposées correspondant aux valeurs aux frontières et à la figure à réaliser.

La question que nous nous posons ici est donc la faisabilité et la pertinence de ce type d'optimisation paramétrique globale dans le cadre de notre modélisation. En d'autres termes, pouvons-nous libérer l'ensemble des degrés de liberté du système et obtenir un mouvement d'aviron, des réglages et des paramètres de modèles, tels que la surface des palettes par exemple, optimisés et communicables aux sportifs, et cela dans une démarche d'amélioration de leurs performances lors des compétitions internationales.

La principale différence entre notre système *bateau-avirons-rameur(s)* et le système de plongeur réside dans les couplages forts avec l'environnement. La seule interaction du plongeur avec son environnement pendant la phase de chute libre, bien qu'apparemment non traité dans l'étude de Koschorreck et Mombaur, est l'interaction aérodynamique de ses corps. Dans notre cas, le système présente un comportement totalement couplé avec son environnement. Les efforts de propulsion dépendent des mouvements du bateau. Les mouvements du bateau dépendent de la propulsion et des mouvements des rameurs en interaction avec la réponse hydrodynamique du navire. Les couples articulaires dépendent en retour de la dynamique du bateau. D'autre part nos modèle possèdent de multiples boucles cinématiques imposant des contraintes fortes sur les articulations. Le plongeur quant à lui n'introduit pas de telles contraintes, ou tout du moins, la nécessité de respecter précisément ces contraintes est *a priori* plus faible car non fonctionnelles

1. Lors de la pénétration dans l'eau, le corps du plongeur doit être droit afin de créer le moins possible de perturbation de la surface libre

dans le mouvement.

Supposons néanmoins que, comme pour l'étude sur l'optimisation du plongeon, nous ayons mené à bien une optimisation paramétrique globale sur tous les paramètres du mouvement. Pour qu'un tel scénario soit possible, il faudrait mener une optimisation sous contrainte prenant en compte notamment les contraintes physiologiques des rameurs telles que les butées articulaires, les valeurs maximum de vitesse articulaire sous charge admissibles par un athlète de haut-niveau, ou encore la quantité d'énergie qu'un rameur de ce niveau peut dépenser sur une course de $2000\,m$. Cette liste n'est probablement pas exhaustive. Pour traiter d'une optimisation du mouvement à l'aide des paramètres des modèles de variables articulaires, nous devons donc disposer de données physiologiques des rameurs. Ce point n'a pas été traité dans la présente étude mais serait absolument nécessaire dans une démarche d'optimisation du mouvement. Ces contraintes sont très importantes dans la mesure où elles permettent de conserver des solutions réalistes par rapport aux capacités des sportifs. Le résultat d'optimisation obtenu serait alors une solution sous-optimale du mouvement d'aviron dans la mesure où nous avons une représentation discrète des modèles de mouvements articulaires. La question de la transmission des résultats aux sportifs se pose alors.

Le rameur est considéré d'un point de vue purement théorique comme une machine humaine (un robot humanoïde) assurant la propulsion de son bateau. C'est tout du moins l'approche initiale imposée par la simulation. Dans les faits, son fonctionnement est adaptatif d'un coup d'aviron sur l'autre en réponse à ses informations sensorielles, acquises en temps réel. Une erreur sur un coup d'aviron est automatiquement corrigée au coup suivant. En ce qui concerne l'acquisition d'une technique, ce que nous appelons également cinématique, le rameur reproduit un mouvement d'aviron constitué de phases. La phases propulsive et la phase de retour en font parti, de même que la phase transitoire pendant laquelle les bras restent tendus pendant la poussée initiale des jambes au début du coup d'aviron. Ces phases font parti de ce les rameurs observent et constituent la technique à proprement parler. Ce sont des représentations de plus haut niveau que les coefficients de contrôle des B-splines. Afin de communiquer des résultats cinématiques à des rameurs, il convient donc de relier ces coefficients à ces phases à l'aide par exemple de relations de contrainte entre les coefficients.

En effet il n'est pas pensable de demander à un athlète de reproduire une cinématique composée de points de passage de centres articulaires. Une étude

reste donc à mener dans le sens d'une représentation par phases du mouvement d'aviron corrélée à la représentation paramétrique des modèles de mouvements articulaires.

D'autre part lors de la phase propulsive, le rameur ne contrôle a priori pas sa cinématique mais plutôt sa poussée ce qui revient à un contrôle dynamique direct et non inverse contrairement à notre approche dans le simulateur GMRS. En revanche notre approche par dynamique inverse était nécessaire dans la mesure où nous n'avons pas de connaissance a priori des profils de couples articulaires mais que nous avons une bien meilleure idée de la cinématique moyenne qui suit un rameur.

Les rameurs ayant potentiellement l'utilité d'outils de simulation pour améliorer leurs performances sont les rameurs de haut-niveau tels que les rameurs olympiques. Leur entraînement est rigoureux et codifié ; il apporte déjà actuellement des médailles en ce qui concerne les équipes de France. Nous sommes donc confrontés à des sportifs maîtrisant déjà un optimum de la technique d'aviron hors de la moyenne ; technique adaptée à leur morphologie et à l'harmonie de l'équipage. Toute modification dans la technique d'aviron ou des réglages doit donc être envisagée avec prudence et être validée par l'entraîneur afin de ne pas interférer négativement dans l'entraînement du sportif. Il se pose en outre le problème de la crédibilité des outils numériques vis-à-vis des experts sportifs. Ces derniers seront nécessairement plus disposés à adopter une démarche de progression accompagnée de ces outils, si ces derniers ont pu prouver leur validité sur des cas simples. Ainsi, avant de tenter une optimisation globale du système, il convient de valider le simulateur GMRS par une confrontation des résultats à des mesures embarquées. Cette validation sera en outre l'occasion de calibrer les coefficients des modèles d'efforts extérieurs. Ainsi nous rejoignons ainsi l'avis de Pope [112] que nous citons à cette occasion au chapitre I page 25.

Enfin une optimisation globale multi-paramétrique demanderait des temps de calcul très longs. En effet, l'expérience acquise dans la mise au point de cinématiques, telles que celles menées pour obtenir les exemples de simulation donnés dans ce chapitre, montre que la description d'un angle articulaire à l'aide de modèle B-spline nécessite en moyenne une quinzaine de coefficients de contrôle, soit autant de degrés de liberté. Par exemple, le modèle de rameur de couple possède 27 articulations dont seules 10 sont indépendantes du fait des contraintes de fermeture de boucle. Le modèle additionnel de dos ainsi que celui permettant de

tenir la tête du rameur droite dans le bateau au cours du coup d'aviron, tous deux présentés en annexe F, permettent de réduire de nombre de variables réellement indépendantes à 7. Il nous faut donc de l'ordre d'une centaine ($7*15=105$) de coefficients afin de paramétrer la cinématique d'un rameur sur l'ensemble d'un coup d'aviron. Si nous considérons plusieurs rameurs et que nous désirons différentier les cinématiques entre elles, alors ce nombre de coefficients se trouve multiplié en conséquence. La version du simulateur GMRS contemporaine à la rédaction de ce mémoire réalise une simulation par convergence de cycle en un peu plus de six minutes. Ainsi une optimisation globale multi-paramétrique de la cinématique du rameur porterait sur un nombre de paramètres de l'ordre de la centaine et chaque évaluation de la fonction objectif prendrait de l'ordre de 6 minutes. On comprends alors que ce type d'optimisation serait extrêmement coûteux en temps de calcul. D'autre part ces temps de calcul ne sont pas compatibles avec l'échelle de temps d'une préparation Olympique.

Ainsi, vu les arguments développés précédemment, il nous semble que le simulateur ne peut pas, pour le moment, raisonnablement être utilisé à des fins d'optimisation globale du mouvement. En revanche nous pensons que le simulateur peut être utile dans les cas où seule l'utilisation de la simulation serait à même de fournir des informations sur le système *bateau-avirons-rameur(s)*. Par exemple une étude portant sur la relation entre le rapport de transmission [2] de la rame et la surface de la palette serait difficile à mettre en place au réel avec un sportif de haut-niveau. La procédure serait *a priori* trop longue à mettre en place et trop intrusive dans l'entraînement du rameur. Un autre exemple d'application de simulation GMRS est l'influence du vent sur le système. Cet exemple est directement tiré du type de questionnement actuel des sportifs. En effet le plan d'eau des prochains Jeux Olympiques de Londres a montré qu'il était souvent balayé par un vent traversier. Le questionnement porte donc sur l'influence de ce vent traversier sur le comportement du bateau et sur les moyens à mettre en œuvre pour réagir mieux que les autre équipages à cette perturbation. Doit-on par exemple travailler sur la position de la dérive du bateau [3], sur sa surface ? Ce type d'étude peut difficilement être menée expérimentalement et la simulation prends ici tout son intérêt. Certes l'étude de cet exemple demanderait le développement de nouveaux modèles pour le simulateur GMRS tel que l'implémentation d'un modèle de manœvrabilité permettant de libérer le degré de liberté en lacet, la mise en place d'un modèle de

2. Voir figure I.11 du chapitre I
3. Voir figure I.14 du chapitre I

barre ainsi que de son contrôle durant la simulation afin de stabiliser la route du bateau, ainsi qu'un modèle de résistance aérodynamique. Mais la structure donnée au simulateur GMRS a été conçue pour faciliter l'implémentation de tels modèles et nous pensons que ce type d'étude représente précisément le champ d'application de l'outil numérique développé dans le travail de recherche présenté ici.

Dans la section suivante propose un cas d'application du simulateur GMRS afin de montrer le comportement du simulateur vis-à-vis d'un exemple de questionnement qui nous parait relativement consistant avec la problématique du sport aviron.

VII.3 Exemples de simulation

Sont présentés ici deux exemples d'étude prospective utilisant le simulateur GMRS. La première met en œuvre le modèle de rameur 2D en skiff, présenté en chapitre III, et utilisé comme cas test pour le développement du simulateur. Une déformation de cinématique de rameur y est testée. L'objectif est de mettre en évidence la sensibilité de la réponse du simulateur à une déformation de la cinématique du rameur. Le second exemple d'étude met en œuvre le modèle de rameur 3D de couple en skiff dans le cas d'une étude de sensibilité à une modification de l'aviron.

VII.3.1 Exemple de modification de cinématique

Le modèle de rameur utilisé ici est le rameur 2D (présenté au chapitre III) qui a servi au développement du simulateur. L'objectif est ici de montrer une utilisation conjointe du simulateur GMRS et du modeleur de style, afin de déformer la cinématique d'un rameur et de tester la sensibilité de la simulation à un changement de cinématique.

La première cinématique conçue à l'aide du modeleur de style a été établie pour une cadence de 27 *cpm* ($T = 2.22s$). Nous nous sommes appuyés sur des images vidéo afin d'ajuster manuellement les modèles B-spline de variables articulaires et de reproduire approximativement la cinématique du rameur. Comme présenté au chapitre III, les angles articulaires à modéliser sont ceux des articulations actives, qui pour le modèle de rameur 2D, correspondent aux angle de genou $q_2(t)$, de tronc $q_3(t)$ et de rames $q_5(t) = q_6(t)$. Les profils des angles de rame ont été pris

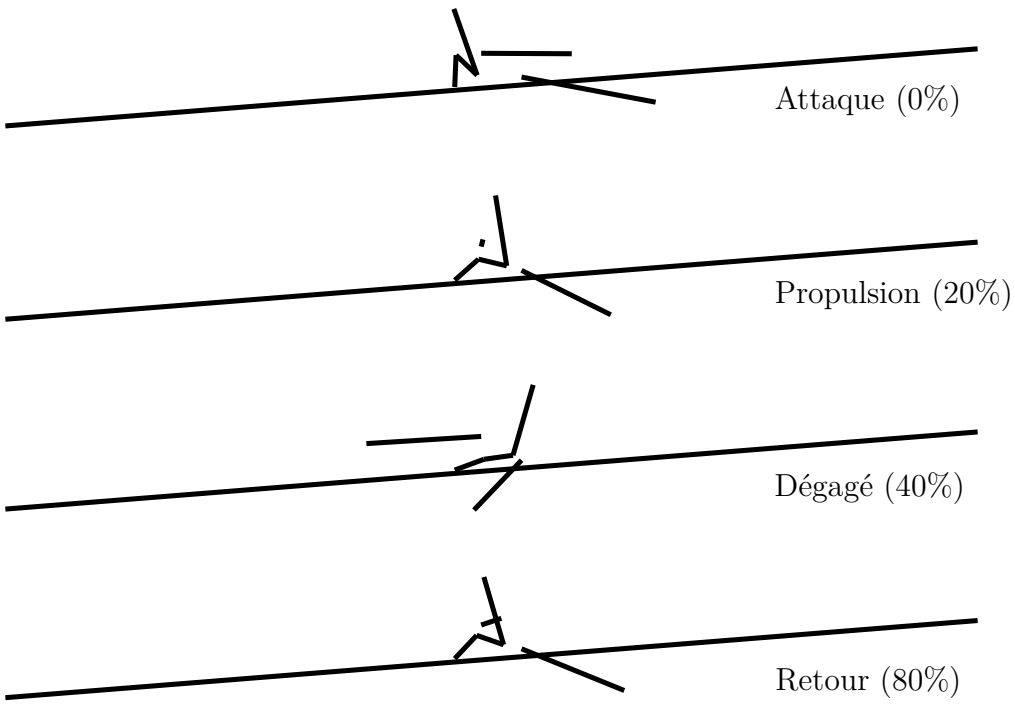


Figure VII.1 – *Visualisation de quatre postures du modèle rameur 2D pour différents instants adimensionnalisés du coup d'aviron (*0*%,* 20*%,* 40*% et* 80*%) pour une cadence 27 cpm*

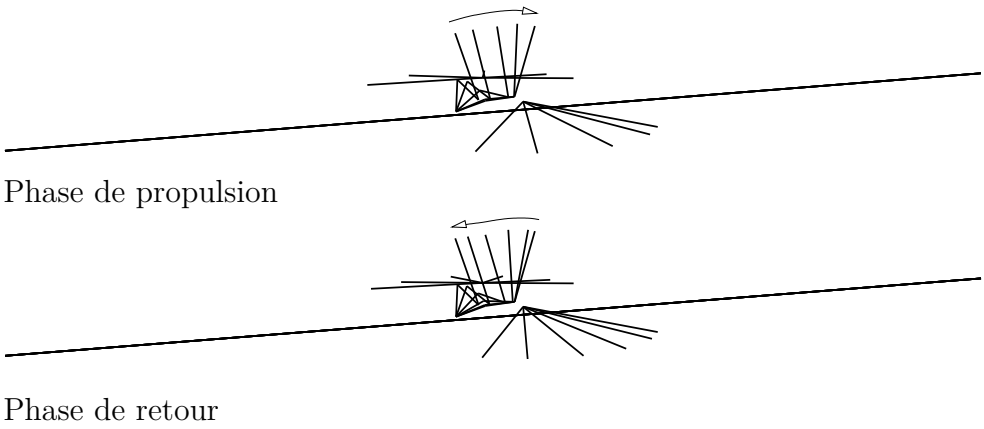


Figure VII.2 – *Visualisation des chronogrammes des phases propulsive et de retour de la cinématique mise en place pour le rameur 2D. Les configurations articulaires sont échelonnées de* 10*% en* 10*% en temps adimensionnel*

égaux afin de transmettre la même poussée sur les deux rames. Quatre postures de cette cinématique sont montrées en figure VII.1 et les chronogrammes des phases propulsives et de retour sont exposés en figure VII.2.

La modification de cinématique du rameur mise en place dans cet exemple est un changement de temps de cycle, *i.e.* le rapport entre le temps de la phase propul-

sive et la période du coup d'aviron. La première cinématique obtenue présente un temps de cycle de 40%. En effet le dégagé de la palette d'aviron a lieu à 40% du coup d'aviron soit pour notre cadence 27, au bout de $0.89s$. Ceci est en accord avec le mouvement d'aviron ayant servi à l'élaboration du modèle de cinématique.

Nous avons alors entrepris de modifier les temps de cycle pour le placer à 50% du coup d'aviron, soit à $1.1s$ en conservant la même cadence ainsi que les amplitudes des mouvements articulaires. Cette modification a également été achevée à l'aide du modeleur de style. Elle consiste à déformer les courbes B-spline à l'aide de leur polygone de contrôle afin de décaler les extremum des angles articulaires activés, qui correspondent au dégagé de la palette d'aviron. Nous avons en outre veillé à respecter l'enchaînement gestuel, c'est-à-dire la synchronisation des activations des articulations dans les phases propulsives et de retour. Les angles articulaires correspondant à ces deux cinématiques sont présentés figure VII.3.

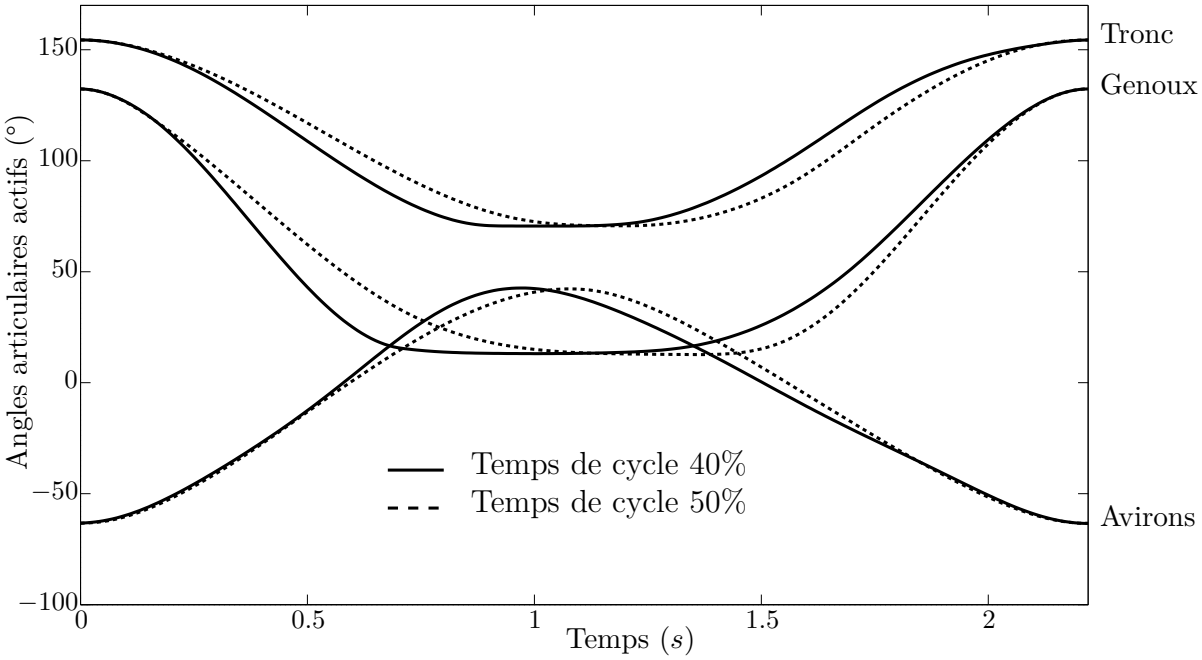


Figure VII.3 – *Évolution temporelle des angles articulaires actifs pour les deux cinématiques de modèle de rameur 2D*

Les deux cinématiques ainsi construites ont été introduites dans le module «génération de mouvements» du simulateur GMRS afin de tester la sensibilité de ce dernier vis-à-vis de l'interaction avec les mouvements du rameur. Les mouvements du bateau de roulis, embardée et lacet sont bloqués. Le modèle d'effort sur les palettes d'aviron choisi est le modèle de Wellicome V.4.1 avec un coefficient de

force normal $C_n = 1.7$.

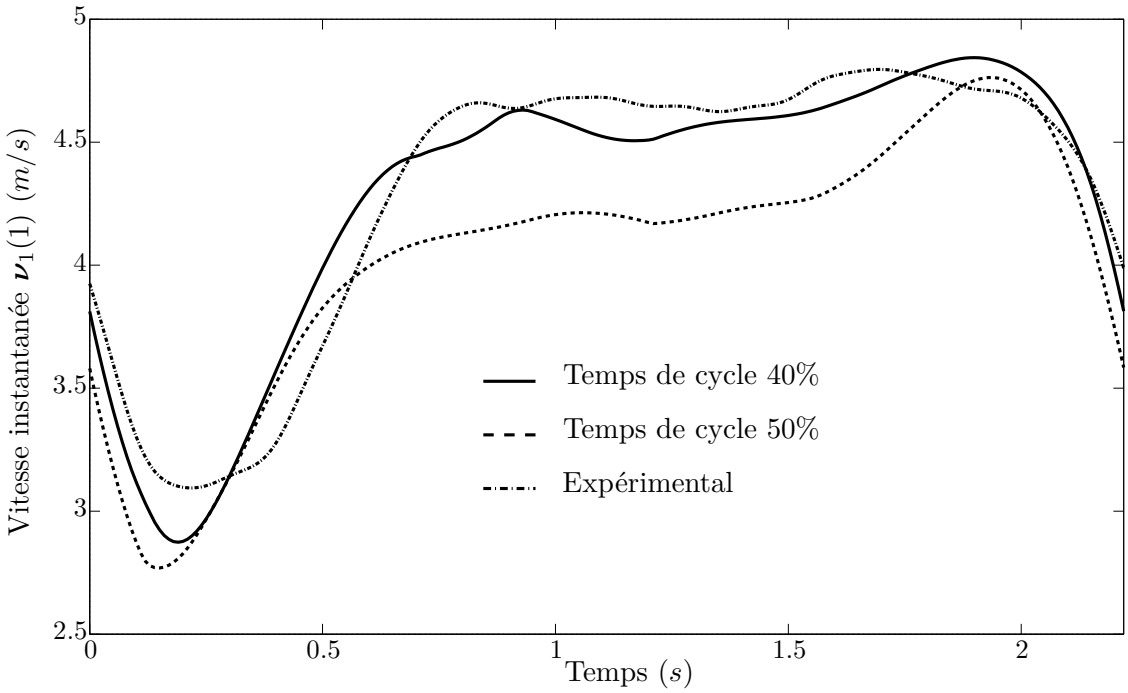


Figure VII.4 – *Évolution temporelle de la vitesse instantanée du bateau pour les deux cinématiques proposées de rameur 2D et comparaison avec un profil de expérimental de vitesse, pour une cadence de* 27 *cpm*

Nous possédions par ailleurs des mesures expérimentales de la vitesse d'un skiff au réel à une cadence proche de 27 *cpm*. Ce profil de vitesse est donc comparé aux vitesses obtenues par les deux simulations GMRS en figure VII.4. Nous observons un bon accord entre les mesures expérimentales de vitesse du bateau et la première cinématique de temps de cycle 40%. Les fluctuations de vitesse sont cohérentes ainsi que la vitesse moyenne. Bien sûr nous comparons ici le résultat d'une simulation basée sur une cinématique construite à partir d'une vidéo de rameur qui n'est pas celui ayant donné les résultats expérimentaux. En revanche la cadence est respectée. L'accord obtenu est malgré tout encourageant sur les capacités de GMRS à reproduire la dynamique globale du système.

On observe également que la modification de cinématique a des conséquences importantes sur le profil de vitesse du bateau. Cette remarque est valable également pour les mouvements secondaires de pilonnement et tangage comme en attestent les figures VII.5 et VII.6. On peut observer en outre la bonne périodicité des modèles de variables articulaires ainsi que celle des courbes de mouvements

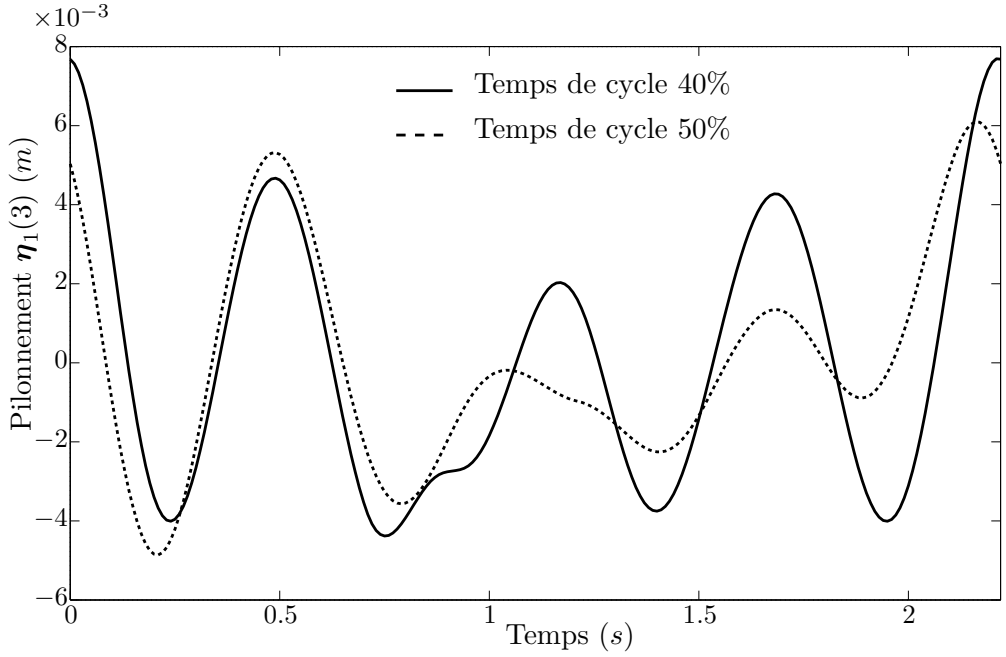


Figure VII.5 – *Mouvement de pilonnement du skiff pour les deux cinématiques proposées de rameur 2D à une cadence* 27 *cpm*

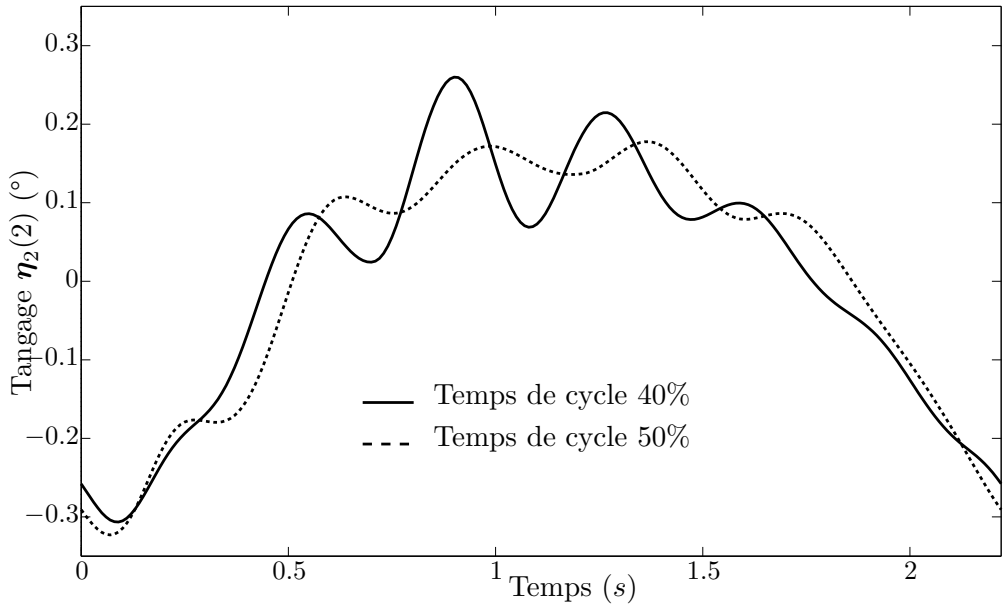


Figure VII.6 – *Mouvement de tangage du skiff pour les deux cinématiques proposées de rameur 2D à une cadence* 27 *cpm*

du bateau. Pour ces dernières, c'est la convergence de cycle exposée au chapitre II qui permet d'arriver à un mouvement de bateau périodique en régime permanent.

De manière qualitative, la seconde cinématique présente une phase de retour plus courte que la première. Ainsi le rameur revient plus rapidement sur la position d'attaque pour réamorcer son mouvement. Du point de vue inertiel, ceci semble se traduire par une augmentation de vitesse du bateau assez nette vers la fin de

la phase de retour par transfert d'énergie cinétique entre le rameur et le bateau, mais également une plus forte chute de vitesse immédiatement après l'inversion du mouvement à l'attaque que pour la première cinématique. Les sportifs diraient que ce rameur se «jette sur l'avant», c'est-à-dire que son retour sur l'avant est trop brutal et la glisse du bateau sur le retour est mal gérée.

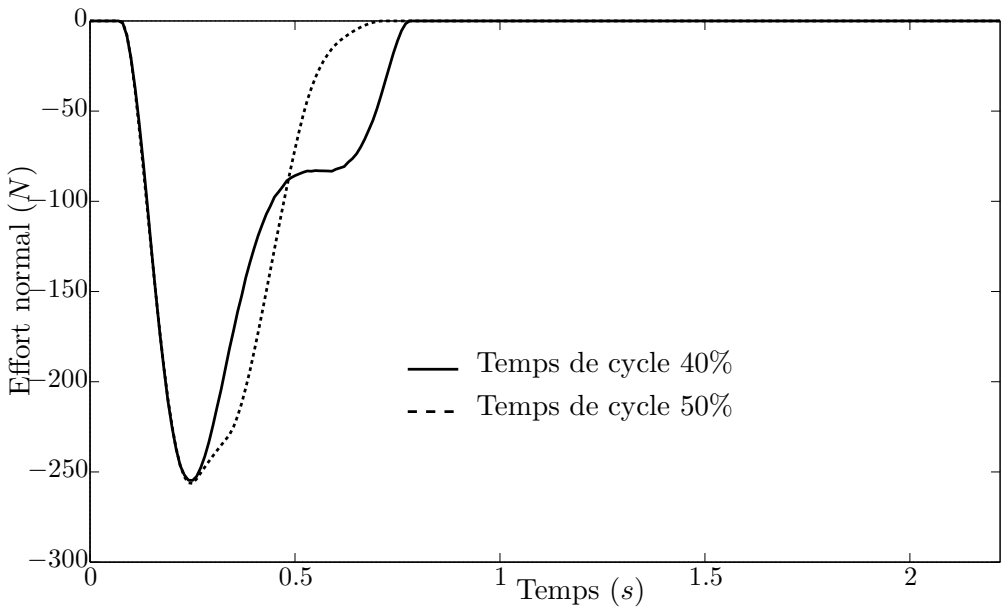


Figure VII.7 – *Effort normal f_n sur les palettes d'aviron pour les deux cinématiques proposées de rameur 2D à une cadence 27 cpm*

Les mouvements de tangage et de pilonnement d'un bateau sont nécessairement à moyenne nulle si celui-ci ne chavire ou ne coule pas. Cette remarque est également vraie pour le roulis, non débloqué ici. L'observation des courbes des figures VII.5 et VII.6 semble contredire cette affirmation car les moyennes ne sont clairement pas nulles. En réalité la nullité de ces moyennes est vrai à une constante près, dépendant du chargement du bateau et de sa position moyenne. En effet nous avons pris en V.2.5 un modèle linéaire d'efforts hydrostatiques. Suivant le déplacement du système, la position d'équilibre en pilonnement sera donc différente. Pour le tangage, c'est la position longitudinale moyenne du centre de gravité global du rameur qui fixe la position d'équilibre. Celle-ci est plus difficile à définir car résulte de la cinématique globale du rameur sur son bateau. Nous ne pouvons donc considérer cet offset qu'une fois la simulation réalisée.

Enfin la figure VII.7 montre l'évolution de l'effort normal développé sur les palettes d'aviron, calculé à l'aide du modèle de Wellicome. On y observe que le

pic de force est obtenu au même moment et a la même intensité pour les deux mouvements. En revanche, la courbe correspondant au rapport de cycle de 40% présente une irrégularité pendant la phase de diminution de la force. Ceci est lié à notre approche par dynamique inverse et sera discuté plus loin dans ce chapitre en VII.4.

VII.3.2 Exemple d'étude de sensibilité avec un modèle de rameur 3D

L'exemple présenté met en œuvre le modèle 3D de rameur de couple sur un skiff. L'étude porte sur la recherche des combinaisons de cadences, leviers extérieurs de la rame et surfaces de la palette, qui permettent d'atteindre une vitesse cible donnée. La question est de savoir comment la puissance mécanique moyenne générée par le rameur évolue en fonction de ses combinaisons, et si une combinaison optimale peut être dégagée.

Pour mener cette étude une cinématique nominale a été construite avec le modeleur de style pour un jeu de paramètres de référence. Cette cinématique a ensuite été imposée au rameur, quelle que soit la cadence entrant dans la combinaison des paramètres utilisés pour la simulation. Ce procédé est réducteur dans la mesure où le mouvement varie avec la cadence, notamment au niveau de rapport de cycle τ_c [4]. Ne disposant pas actuellement de modèle pour modifier la forme de la cinématique en fonction de la cadence, la cinématique nominale a été construite avec un rapport de cycle correspondant à une cadence d'entraînement de 19 cpm. La figure VII.8 montre quatre postures du rameur 3D correspondant à la cinématique nominale et la figure VII.9, les chronogrammes de la phase propulsive et de la phase de retour.

Les angles articulaires actifs modelés à l'aide du modeleur de style sont présentés en figure VII.10. La figure VII.11 représente l'angle de débattement des rames recalé afin de le rendre compatible avec la représentation habituelle de l'angle de débattement des rames, à savoir l'angle l'axe du bateau orienté vers l'avant et le tube de l'aviron. Une correction est donc effectuée à l'aide des angles γ_{17} et γ_{20} [5]. La figure VII.12 présente quant à elle l'ensemble des autres variables articulaires dont l'évolution temporelle est également calculée par les algorithmes de fermeture

4. Voir la définition en VI.1
5. Voir à cet effet les schémas cinématiques de l'annexe A

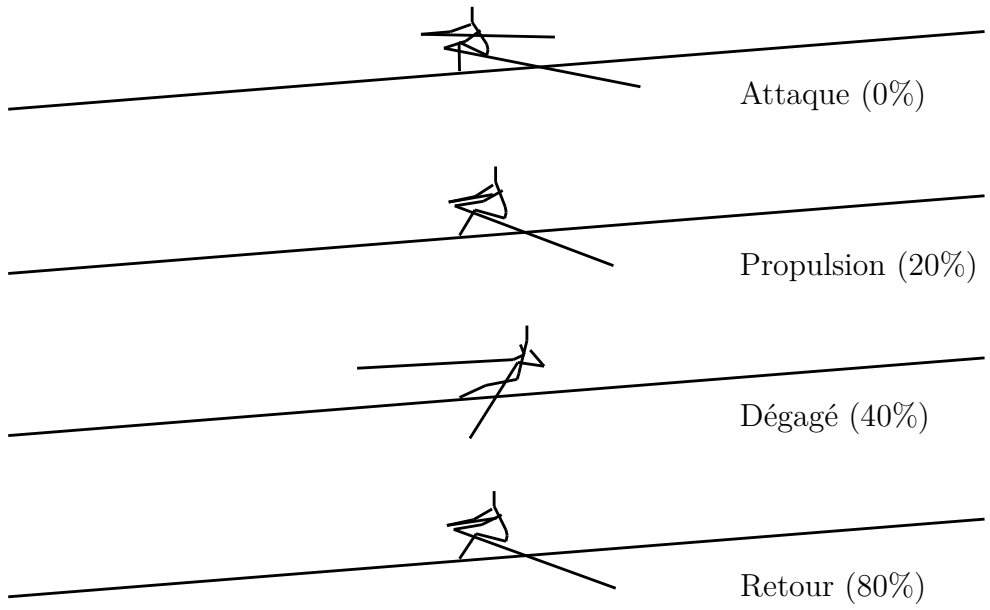


Figure VII.8 – *Visualisation de quatre postures du modèle rameur 3D pour différents instants adimensionnalisés du coup d'aviron (0%, 20%, 40% et 80%) pour une cadence 19 cpm*

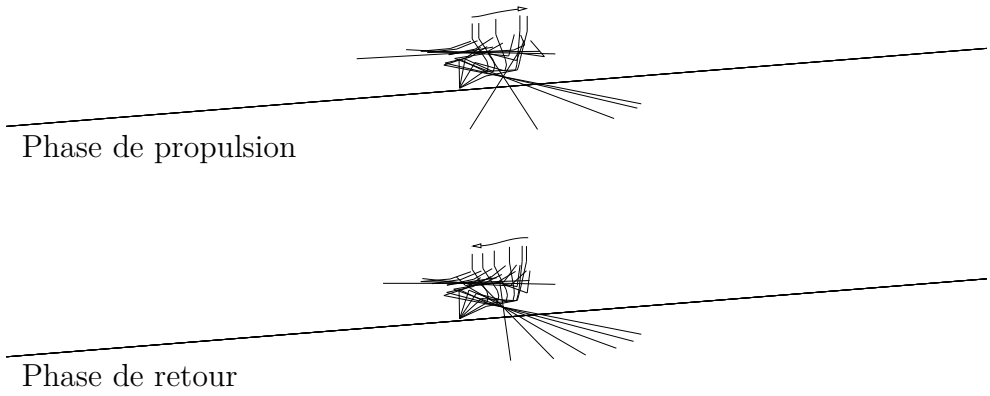


Figure VII.9 – *Visualisation des chronogrammes des phases propulsive et de retour de la cinématique mise en place pour le rameur 3D. Les configurations articulaires sont échelonnées de 10% en 10% en temps adimensionnel*

de boucle. Nous pouvons y observer que les courbes obtenues sont bien régulières et que la périodicité est assurée pour toutes les variables articulaires. On pourra se reporter à l'annexe A pour la signification de chacune de ces variables articulaires.

Une palette d'aviron de couple a généralement une surface d'environ $0.08\,m^2$. Pour l'étude de sensibilité à ce paramètre, trois valeurs de la surface S_p encadrant cette valeur ont été utilisées à savoir : $0.07\,m^2$, $0.08\,m^2$ et $0.09\,m^2$. De la même manière, le réglage moyen observé pour le levier extérieur L_e étant de $1.84\,m$, cinq valeurs de L_e ont été testées en encadrant cette valeur nominale tel que $L_e \in \{1.80, 1.82, 1.84, 1.86, 1.88\}$ (m).

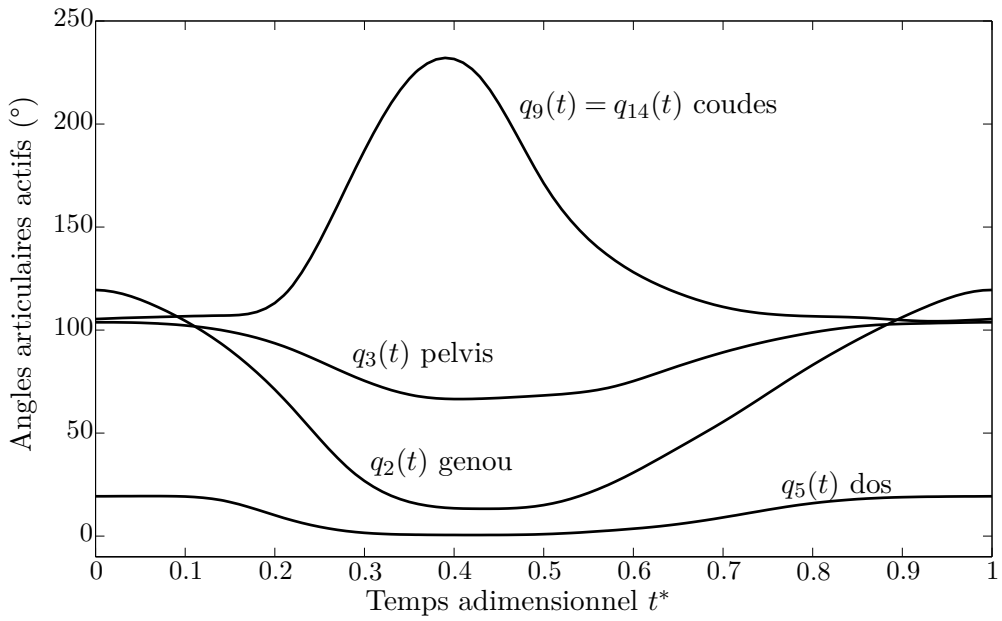


Figure VII.10 – *Angles articulaires actifs modelés pour la cinématique de rameur 3D*

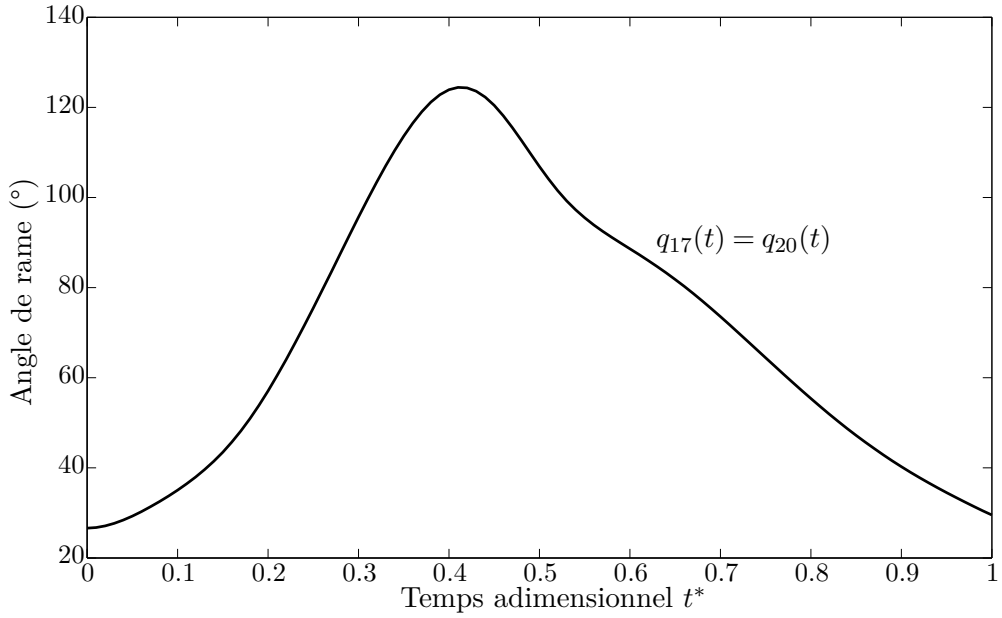


Figure VII.11 – *Angle de débattement des avirons obtenu par fermeture de boucle*

La simulation réalisée avec les paramètres nominaux ($\mathcal{C} = 19\,cpm$, $S_p = 0.08\,m^2$, $L_e = 1.84\,m$) donnant un vitesse moyenne U_0 d'environ $3.2\,m/s$, cette vitesse a été choisie comme vitesse cible pour toutes les combinaisons (S_p, L_e). La cadence $\mathcal{C}_0$ qui permet d'atteindre cette vitesse cible n'étant pas connu a priori, une itération sur les cadences est nécessaire pour la déterminer. Cette étape permet également d'observer l'évolution de la vitesse avec la cadence comme le montre la figure VII.13 sur laquelle sont représentés les 15 combinaisons (S_p, L_e). Comme on pouvait s'y attendre, la vitesse croit avec la cadence. Cette croissance est quasi-

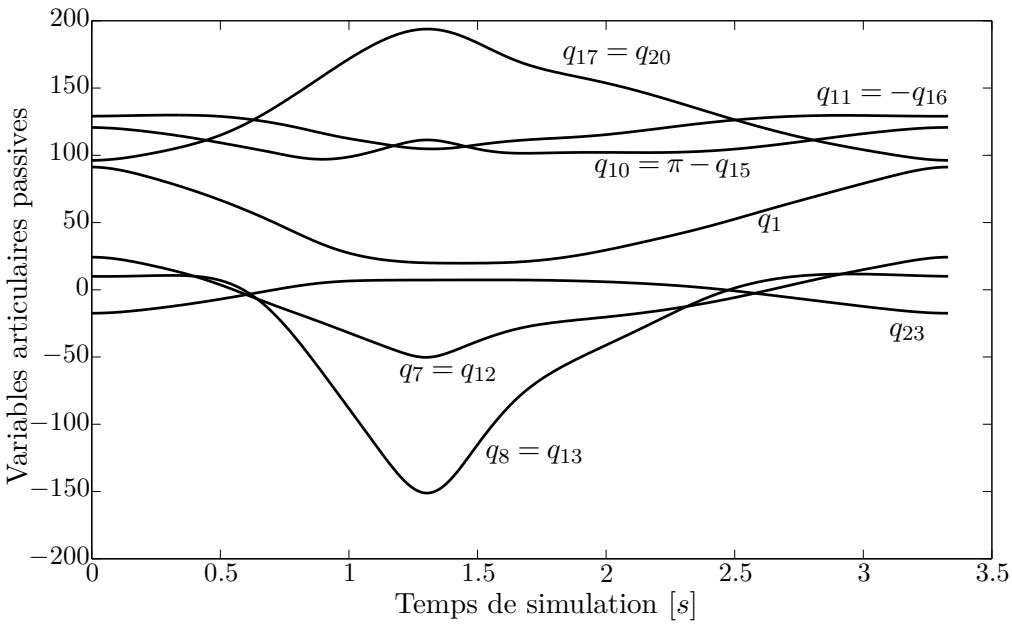


Figure VII.12 – *Tracé des variables articulaires actives pour le modèle 3D obtenues par fermeture de boucle géométrique. Toutes les variables sont angulaires d'unité le degré excepté le débattement de la coulisse q_{23} qui est en mètre*

ment linéaire, ce qui permet d'évaluer la cadence $\mathcal{C}_0$ donnant U_0 en modélisant le réseau de courbes par un faisceau de droites obtenues par régression linéaire au sens des moindres carrés. Les simulations ont été ensuite relancées pour les 15 triplets $(S_p, L_e, \mathcal{C}_0(S_p, L_e))$ afin de calculer dans chaque cas la puissance mécanique développée par le rameur.

La figure VII.13 montre également qu'avec la gamme des paramètres testés, la cadence varie à l'intérieur d'un intervalle assez étroit de 18.25 à 19.5 *cpm* pour obtenir la vitesse cible. On peut donc supposer que le fait d'imposer une cinématique unique pour tous les cas ne biaise pas trop les résultats. Une fois les simulations réalisées, la puissance instantanée développée par le rameur se calcule par :

$$\mathcal{P}(t) = \mathbf{\Gamma}^T \dot{\mathbf{q}} \tag{VII.1}$$

où $\dot{\mathbf{q}}$ est le vecteur des vitesses articulaires de la structure, et $\mathbf{\Gamma}$ le vecteur des couples articulaires calculés par le modèle dynamique inverse. Pour le calcul de la puissance mécanique totale, on peut utiliser indifféremment le vecteur des couples articulaires de la structure ouverte arborescente équivalente $\mathbf{\Gamma}_{tr}$ ou celui de la structure fermée $\mathbf{\Gamma}_c$ tel que présenté au chapitre IV en IV.1.1.1. Cette propriété vient du fait que la structure ouverte reproduit la même cinématique que la structure fermée, agissant donc avec la même dynamique et excitant le bateau

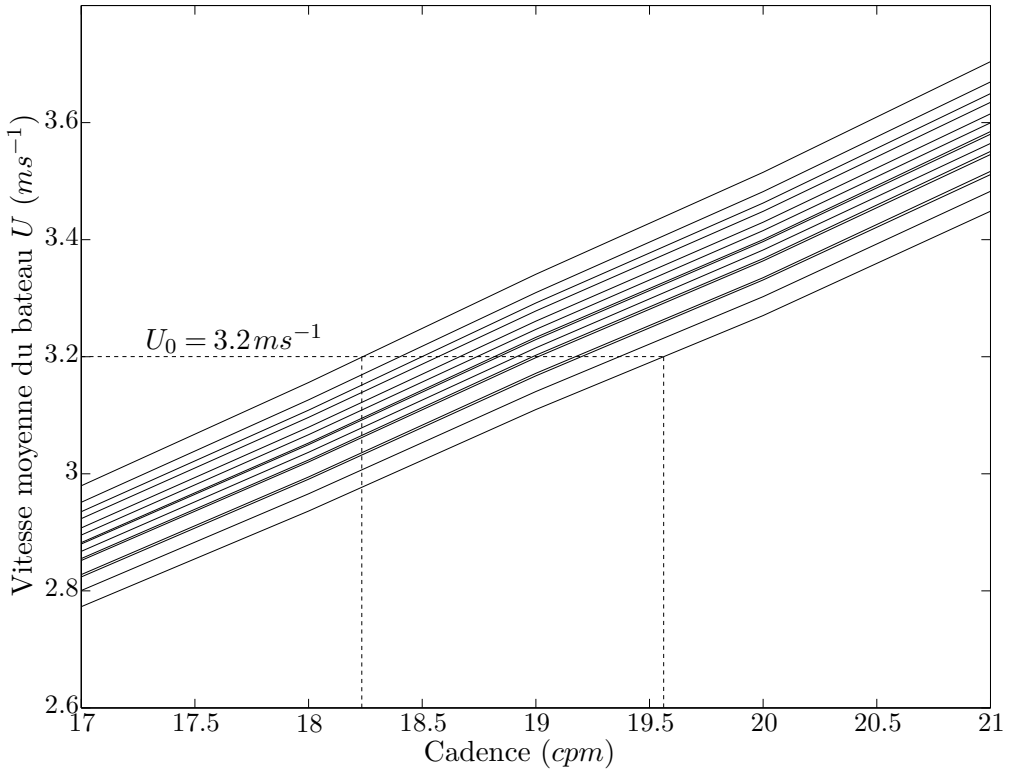


Figure VII.13 – *Itérations en cadence sur les 15 cas de couple de paramètres* (S_p, L_e)

de la même manière. Il n'en serait pas de même si on s'intéressait à la puissance développée dans une articulation donnée. La puissance moyenne développée sur un cycle de durée T s'écrit :

$$\bar{\mathcal{P}} = \frac{1}{T}\int_t^{t+T} \mathcal{P}(\tau)d\tau \tag{VII.2}$$

En imposant au solveur ODE de produire ses résultats à pas de temps constants[6], cette moyenne se calcule par la moyenne des échantillons sur le cycle convergé. L'énergie développée pendant le cycle convergé est égale à $\bar{\mathcal{P}}T$. Comme en aviron, ce qui compte c'est le temps mis pour parcourir une distance donnée, on rapportera l'énergie par cycle à la distance $d = U_0 T$ parcourue pendant le cycle. L'énergie nécessaire pour parcourir une distance unitaire à la vitesse U_0 s'écrit $\mathcal{E}_u = \frac{\bar{\mathcal{P}}T}{U_0 T} = \frac{\bar{\mathcal{P}}}{U_0}$. Elle s'exprime en Joule/m, c'est à dire en Newton. On peut assimiler cette grandeur à la force qu'il faudrait appliquer au système pour le faire avancer une vitesse constante égale à la vitesse moyenne U_0. Le rendement énergétique global peut alors s'exprimer comme $\eta_g = \frac{{}^h\tau_{n_1}(U_0)}{\mathcal{E}_u}$, avec ${}^h\tau_{n_1}(U_0)$ la résistance totale hydrodynamique qui s'oppose à l'avancement du système à la vitesse constante U_0. Avec cette formulation du rendement global, tous les fac-

6. Ceci est obtenu par interpolation en interne du solveur tel que mentionné en II.3.4

teurs du rendement sont pris en compte mais sans qu'on puisse les dissocier : le rendement de la propulsion durant la phase propulsive, la perte d'énergie due à la fluctuation de la vitesse d'avance, la perte d'énergie provoquée par les mouvements secondaires, l'énergie absorbée par le travail des forces d'inertie du rameur.

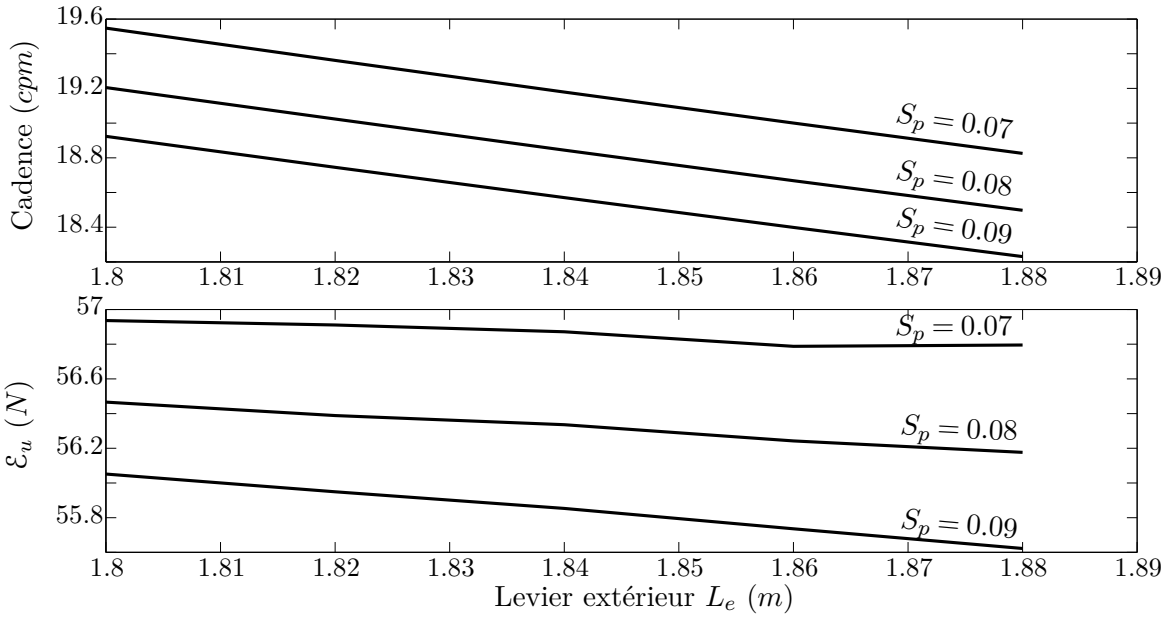


Figure VII.14 – *Évolution des cadences et de la puissance moyenne nécessaire pour propulser le bateau sur* $1\,m$ *en fonction du réglage de levier extérieur de la pelle*

La partie supérieure de figure VII.14 montre l'évolution des cadences et de l'énergie par mètre parcouru à la vitesse U_0 en fonction du levier extérieur, pour les trois valeurs de la surface de la palette. On vérifie bien que pour maintenir une vitesse donnée avec un levier donné, une surface de palette plus grande entraîne une cadence plus basse. Le second graphique de la figure VII.14 montre l'énergie unitaire en fonction du levier extérieur pour les trois surfaces de palette. Il est difficile de dégager un optimum de levier extérieur pour une surface de palette donnée. On constate également que l'énergie unitaire est peu sensible aux variations de levier extérieur. En revanche, on constate qu'une augmentation de la surface de la palette, qui s'accompagne d'une diminution de la cadence, est favorable quelque soit le bras de levier considéré. On retrouve là une propriété similaire à celle des appareils propulsifs à hélice pour lesquels les grandes hélices tournant lentement procurent un meilleur rendement propulsif.

Les résultats obtenus ont le mérite de s'organiser de façon cohérente, de dégager des tendances crédibles et chiffrées. Ils restent néanmoins tributaires d'un

certain nombre de facteurs. D'abord, ils dépendent des modèles de force hydrodynamiques sur les palettes. Comme montré dans [6, 92], l'instationarité a une influence sur la force propulsive, et le degré d'instationarité dépend de la vitesse de rotation de la palette et donc de la cadence. Dans le cas présent, le modèle utilisé ne prend pas encore en compte l'influence de la cadence sur ses coefficients. Il ne tient pas compte non plus du détail de la forme de la palette et de l'immersion.

Dans les calculs présentés la résistance aérodynamique n'est pas prise en compte. C'est pourtant un facteur pénalisant pour les grands leviers et les grandes surfaces. Sur les avirons, cette résistance, très faibles durant la phase propulsive, devient considérable dans la phase de retour parce que la vitesse de la pelle s'ajoute à la vitesse du bateau qui de surcroit est maximale durant cette phase.

De la même manière la modélisation ne tient pas compte de la déformation des avirons. La déformation au niveau de la palette étant fonction du levier extérieur, elle a une influence sur la force propulsive à cause de la modification de l'incidence et de l'ajout des vitesses de déformation à la cinématique de la palette.

Il faudrait également considérer les pénalisations provoquées par des difficultés de maniement des avirons. Par exemple, une augmentation de la surface des palettes peut gêner les rameurs dans les phases d'attaque et de dégager. En effet, il faut plus de débattement vertical au niveau des mains pour sortir et entrer les palettes de l'eau. Des leviers extérieurs courts donnent des angles du manche par rapport à l'eau plus grand donc des mains plus hautes *etc.* L'innovation apportée par les pelles hachoir (voir en I.1.1) fut essentiellement une augmentation de la surface des palettes. Ce changement ne s'opéra pas sans difficultés, et les rameurs durent adapter leur mouvement afin de prévenir les blessures. Les facteurs physiologiques sont donc également influents quand on fait varier la cadence ou tout autre paramètre. Les relations entre couples articulaires et vitesses articulaires, effectivement produites par les muscles, et l'efficacité musculaire qui en découle, sont à prendre en considération.

Les exemples présentés montrent la capacité du simulateur GMRS à simuler la dynamique de systèmes complexes, en donnant des résultats chiffrés et des tendances plausibles. Pour rendre encore plus pertinente la recherche des optimums, il faudra améliorer et compléter les modélisations en introduisant certains phénomènes pénalisants. Cependant, même en rendant les résultats de ce type d'étude plus précis par l'amélioration des modèles, il sera toujours indispensable de confronter les résultats à l'expertise des sportifs. Ils sont en effet les seuls capables

de pondérer les conclusions en détectant des facteurs pénalisants supplémentaires, difficiles à modéliser de façon déterministe.

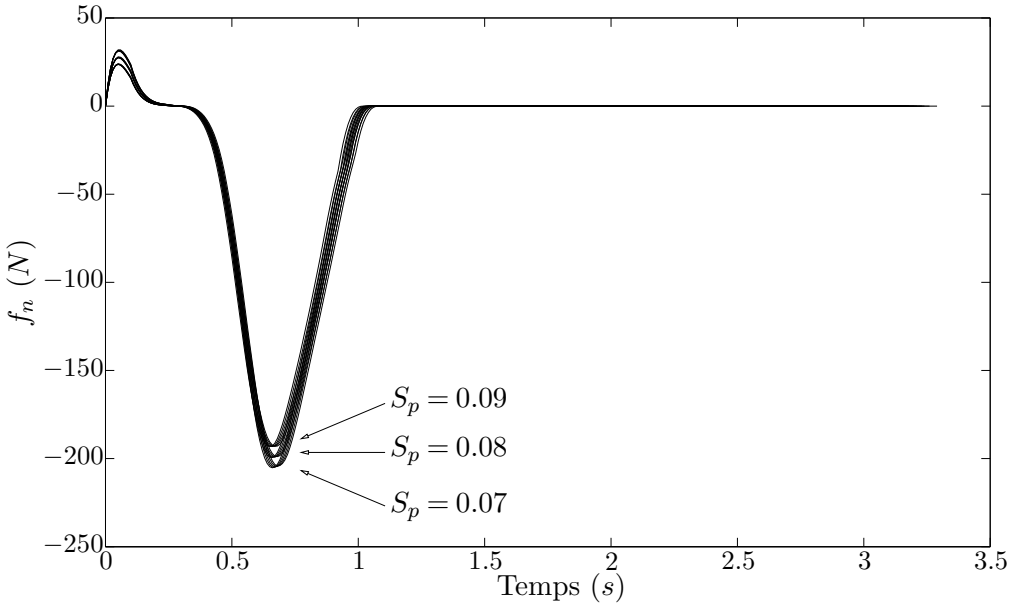


Figure VII.15 – *Profils d'efforts normaux sur les palettes d'aviron pour les* 15 *cas de paramètres* (L_e, S_p)

VII.4 Discussion sur les inconvénients de la modélisation dynamique inverse

Lors de la mise au point de cinématiques pour le modèle de rameur 3D, nous avons été confronté à un problème directement issu de l'approche dynamique inverse. Avec cette approche, toutes les articulations actives doivent être pilotées pour définir complètement le mouvement d'aviron du rameur. Dans la réalité le système fonctionne en dynamique directe, et il n'y a pas de couple sur les dames de nages. Pour se rapprocher de la réalité avec l'approche dynamique inverse, le débattement de l'aviron a été spécifié comme passif.

Les efforts de propulsion dépendent de la vitesse instantanée du bateau qui, combinée à la vitesse de la palette par rapport au bateau, permet le calcul de la vitesse absolue de la palette. Cette dernière est la variable principale intervenant dans le calcul des efforts de propulsion. Le mouvement de l'aviron est la conséquence du mouvement des articulations du rameur et les relations sont combinées et non linéaires. Il n'est donc pas facile d'ajuster la cinématique de la rame en modifiant le pilotage des articulations du rameur. Les figures VII.7

ou VII.15 illustrent ce problème. La figure VII.15 montre les profils des efforts normaux développés sur la palette, obtenus lors de l'étude de sensibilité présentée en VII.3.2. Les simulations étant en boucle ouverte, les couplages entre le bateau, les avirons et les mouvements imposés au rameur font qu'il est difficile de jouer sur les paramètres de mouvement pour obtenir une poussée plausible et réaliste. Les différents essais ont montré par exemple que la plupart du temps, la vitesse de la palette n'était pas suffisante pour que la force propulsive se développe rapidement après la prise d'eau. Avec le modèle de prise d'eau adopté, il se produit un phénomène de back-splash durant lequel la force sur la palette est résistive et s'oppose à l'avance du bateau. Le même phénomène peut apparaitre également au dégager, mais dans une moindre mesure, lorsque que la vitesse de la palette est trop faible par rapport à celle du bateau. Il faut cependant remarquer que ce résultat est tributaire du modèle adopté pour le calcul de la force propulsive.

Pour atténuer ces inconvénients, il est envisagé de définir les articulations actives pour pouvoir ajuster plus directement la force propulsive par le pilotage. Le paramétrage des modèles permet de réaliser cette modification sans difficulté. En fait, il s'agit de rendre les angles des avirons actifs, c'est à dire de se placer au plus près de l'appareil propulsif entre le rameur et le bateau. On obtient ainsi d'un côté le couplage entre la propulsion et le bateau, et de l'autre le couplage, essentiellement inertiel, entre le rameur et le bateau. Il restera à choisir la répartition des articulations actives et passives sur le rameur en adoptant comme solution celle qui apportera le moins de problème technique pour les fermetures des boucles cinématiques et la construction du mouvement du rameur.

Cette solution ne modifie pas le calcul de la puissance mécanique mais elle nécessite, une fois la dynamique résolue et si besoin est, des calculs supplémentaires de répartitions des couples articulaires pour revenir à la solution initiale, c'est à dire en particulier un couple nul sur les dames de nages. Cela devra se faire lors de l'étape de post-traitement.

Conclusion générale

L'objectif principal du travail de recherche présenté était de spécifier et de construire un environnement de simulation numérique général adapté à l'étude de l'aviron. Le parti pris a été de doter cet outil d'une structure modulaire et évolutive permettant de traiter tous les types de bateaux, quelque soit la composition de l'équipage et sa spécialité (couple ou pointe). D'emblée, il a été décidé de prendre en compte les six degrés de liberté du bateau et de construire un outil capable d'intégrer des modèles de rameurs en trois dimensions, plus ou moins détaillés suivant les besoins. Ces dispositions permettront à terme de répondre à un grand nombre de questionnements du milieu sportif concernant le comportement des bateaux d'aviron, et cela sans être contraint de reprendre les modélisations à la base à chaque nouveau problème soulevé. Les techniques utilisées en robotique se sont imposées naturellement comme base de la réalisation d'un simulateur traitant de système multicorps arborescents présentant des boucles cinématiques et des actions redondantes dans certain cas.

L'analyse de l'existant et la réflexion préalable ont conduit à placer au centre de la chaine logicielle de simulation un modèle de données général et complet. Ce choix, essentiel, permet de gérer de manière robuste la grande quantité de données hétérogènes relative au paramétrage de la simulation, que ce soit la description mécanique des systèmes, les coefficients des différents modèles d'interaction fluides-structure ou encore les métadonnées des simulations.

Il y aura encore des étapes à franchir avant d'exploiter de façon opérationnelle tout le potentiel de l'outil de simulation proposé. Nous commencerons par faire un bilan synthétique de ce qui fonctionne. Le travail présenté s'inscrivant dans la continuité d'un thème de recherche sur l'aviron, nous listerons ensuite les points qu'il faudra implémenter à court terme pour poursuivre son développement, et les ajouts à prévoir pour que la majeure partie des phénomènes qui régissent l'aviron

soit prise en compte avec le plus de finesse possible.

La seule écriture d'un tableau des paramètres modifiés de Denavit-Hartemberg suffit à décrire toute structure multicorps complexe comprenant des boucles cinématiques. La structure du tableau a été mise à profit pour permettre la construction par assemblage des combinaisons d'équipage par simple manipulation de sections du tableau et par renumérotation des corps et des pointeurs associés. Cette technique d'assemblage ne nécessite que trois modèles 3D de rameur, un pour la couple et deux pour la pointe (tribord et bâbord). Pour les applications, et à titre d'exemple, trois modèles de rameurs 3D ont été réalisés. Chaque modification du nombre de corps de la description mécanique des rameurs nécessitera néanmoins une mise en cohérence des données anthropométriques fournies par le logiciel GEBOD utilisé pour évaluer les caractéristiques inertielles des éléments constitutif du système. Cette adaptation parait difficile à automatiser.

La simulation repose sur la résolution des équations récursives de Newton-Euler des modèles de dynamique inverse. Une extension des algorithmes dynamiques est proposée pour intégrer la flexibilité des avirons, qui influence les efforts de propulsion. Ces algorithmes restent à être implémentés dans le simulateur et supposent le changement du module dit «noyau». Les algorithmes calculant les couples dans les articulations au sein d'une boucle cinématique fermée sont écrits, ainsi que leur extension à une redistribution de charge dans le cas d'un actionnement redondant. C'est le cas par exemple pour l'aviron de pointe (deux mains sur un seul aviron).

Concernant le pilotage des simulations, les coordonnées articulaires, ainsi que leurs dérivées premières et secondes, sont communiquées au simulateur à chaque instant par un moteur de génération de mouvement. La présence de boucles cinématiques impose la résolution des contraintes associées par cinématique inverse afin de calculer les variables articulaires passives inconnues à partir des variables actives imposées. Celles-ci sont modélisées par des fonctions B-spline en imposant les contraintes de périodicité aux frontières. Un éditeur interactif appelé «Modeleur de style» a été développé, mettant à profit les propriétés de B-spline. Il permet, grâce à une visualisation des postures à différents instants du mouvement, de construire manuellement des mouvements de base plausibles. A également été testée l'utilisation d'outils de réduction de modèles qui, associées aux facilités d'interpolation et de lissage offertes par les B-splines, permettent d'utiliser des données expérimentales en réduisant le nombre de paramètres descriptifs pour construire les styles de base.

Les interactions entre l'eau et le bateau sont traitées dans un cadre linéaire avec l'hypothèse des petits mouvements autour d'une position moyenne. Les approches classiques de la manœuvrabilité et de la tenue à la mer ont été unifiées pour traiter l'hydrodynamique et la mécanique avec les mêmes variables, et dans le repère lié au bateau. Deux techniques de calcul des efforts de radiation de vagues dans le domaine temporel ont été testées. Elles permettent d'éviter le calcul d'une intégrale de convolution par la résolution d'équations différentielles ordinaires du premier ordre, états supplémentaires du système dynamique.

La technique de résolution de la dynamique du système et la structure du simulateur permet d'introduire tout type de modèles d'efforts hydrodynamiques extérieurs complémentaires fonction des variables de position, de vitesse et d'accélération du bateau, pour peu que ces modèles et les coefficients soient spécifiés dans la base de données générale. Pour l'instant, ne disposant pas des coefficients de manœuvrabilité pour la forme très spécifique des bateaux d'avirons, les degrés de liberté en lacet et embardée sont volontairement bloqués. Le modèle de résistance à l'avancement utilisé actuellement est un modèle quasi-statique, fondé sur la formule IITC 1957 et ajusté avec des essais en bassin des carènes.

Pour ce qui concerne les efforts de propulsion générés par les palettes d'aviron, les modèles utilisés sont relativement rudimentaires. En particulier, ils ne prennent pas en compte l'influence de la cadence et de l'immersion.

Les efforts aérodynamiques ne sont pas encore introduits dans le simulateur, mais la méthode pour les prendre en compte a été spécifiée. Sa mise en œuvre bénéficiera des avantages qu'apportent le simulateur, à savoir la connaissance à chaque instant des positions et des vitesses de tous les éléments soumis à l'action de l'air.

Concernant l'exploitation du simulateur, les exemples exposés mettent en évidence d'une part le besoin de validation globale des résultats, et d'autre par la nécessité d'une réflexion approfondie sur l'utilisation à des fins de recherche de l'amélioration de la performance.

On peut discuter sur le point fondamental de l'utilisation de la dynamique inverse pour simuler un système couplé faisant intervenir l'humain comme moteur. L'humain est certes moteur, mais également un capteur et un régulateur. Le rameur agit par ses muscles, mais régule à l'intérieur du cycle en fonction de ses sensations et corrige son action d'un cycle sur l'autre. En première analyse on peut dire que les rameurs fonctionnent en dynamique directe durant la phase propulsive en imposant les efforts, et en dynamique inverse durant la phase de glisse en s'imposant le mouvement de retour. La difficulté vient du fait que les

mouvements sont plus faciles à observer, et à mesurer pour certains, que le torseur des efforts appliqués par les rameurs. En dynamique inverse, si on entre un mouvement mesuré précisément, et si tous les phénomènes sont bien modélisés, on peut espérer que le système répondra comme dans la réalité parce que les mouvements du rameur sont le reflet de la régulation qu'il opère. L'avantage dans ce cas est que la simulation fournit des données locales et globales non mesurable sur l'état du système. En particulier elle donne accès à des renseignements sur les puissances et l'efficacité. Si le simulateur donne des résultats proches de la réalité on peut tirer des conclusions sur la validité des modélisations utilisée.

En revanche si dans une démarche de recherche d'amélioration de la performance on fait varier les paramètres de réglages et de style en utilisant la dynamique inverse, le mouvement imposé ne correspond plus à un fonctionnement réel régulé. Il faut alors être prudent sur les conclusions et se contenter d'observer la sensibilité des performances à des petites variations des paramètres autour d'un mouvement mesuré.

Perspectives

L'environnement de simulation et le simulateur GMRS fonctionnent et donnent des résultats plausibles. Il peut être utilisé tel quel et rassemble déjà des fonctionnalités que l'on retrouve séparément dans divers simulateurs existants. Parmi les développements à terminer ou à entreprendre dans la continuité du travail présenté, certains relèvent de la technique informatique, d'autres concernent des utilitaires facilitant l'utilisation collaborative avec les experts sportifs et les validations. Les derniers concernent l'amélioration des modèles de forces extérieures.

Le gain de temps de calcul est en outre une préoccupation permanente pour une utilisation pratique. La première disposition à prendre serait donc de réduire le temps de calcul en jouant sur la gestion des simulations pour raccourcir les délais dans la convergence des cycles. Des solutions ont déjà été mises en place dans ce domaine. On pourra également chercher à améliorer les algorithmes eux même en commençant par détecter les plus consommateurs de temps. Des profilages des simulations ont déjà clairement montré quels étaient les actuels goulets d'étranglement du code GMRS, à savoir le calcul des matrices jacobiennes cinématiques lors des fermetures de boucle. Suivant l'utilisation pratique qui sera faite du simulateur, il pourra être envisagé de réécrire progressivement tout ou partie du simulateur dans des langages plus bas niveau que MATLAB™. L'amélioration

technique du simulateur sera facilitée par la gestion de versions d'ores et déjà employée pour éviter les divergences en cours de développement.

Concernant les utilitaires pratiques, il s'agit de sélectionner les sorties intéressantes pour les experts sportifs, à savoir celles qu'ils peuvent observer ou qu'ils ont l'habitude de mesurer. Il s'agira aussi de les présenter dans les repères qu'ils ont l'habitude d'utiliser. Ces dispositions permettront par la même occasion de valider les simulations, même s'il faudra prévoir des mesures en navigation spécifiques, plus complètes et plus précises que celles réalisées de façon routinière durant les stages des équipes de France. Le modeleur de style reste perfectible dans le cadre d'une utilisation coopérative avec les sportifs.

En ce qui concerne les modèles hydrodynamiques de forces extérieurs, nous nous contenterons ici de résumer les conclusions du chapitre V. À part pour le calcul des efforts de radiation, nous n'avons pas fait progresser les modèles de forces hydrodynamiques sur les bateaux et les palettes d'aviron, hormis par une meilleure évaluation des paramètres d'entrée de ces modèles, à savoir les vitesses absolues des palettes. On peut compter sur les études connexes menée en particulier sur les calculs CFD de l'écoulement autour des palettes pour améliorer les modèles et tenir compte de l'influence de la forme des palettes, de l'immersion et de l'instationnarité. Pour la résistance à l'avancement, le recours à la CFD est également prévu après une phase de validation par des résultats d'essais en bassin des carènes. L'objectif est de prendre en compte de l'influence du mouvement de cavalement sur la résistance et de l'influence des mouvements secondaires sur la résistance à l'avancement. Pour alimenter les modèles de manœuvrabilité et permettre l'exploitation de GMRS dans ce domaine, une évaluation des principaux coefficients pourra être tentée en extrapolant les résultats de la littérature au cas particulier des bateaux d'aviron, ou en utilisant la théorie de l'écoulement transverse. Des essais en bassin des carènes à l'aide du générateur de mouvement Hexapode du LMF sont actuellement programmés pour identifier les coefficients des modèles de manœuvrabilité. Ils serviront à valider des calculs CFD avec l'espoir, si la comparaison est satisfaisante, de pouvoir évaluer les coefficients par le calcul.

Enfin, la meilleure façon de faire progresser le simulateur GMRS et ses utilitaires pour une utilisation pratique, sera de les exploiter conjointement avec les sportifs pour répondre à leurs questionnements, et de confronter les résultats à leur expertise. La structure du simulateur a été conçue pour faciliter la prise en main par les utilisateurs. Cet apprentissage requiert une bonne compréhension de

la structure de données pour pouvoir la renseigner scrupuleusement. En revanche l'utilisateur n'aura pas à se préoccuper de la complexité du fonctionnement interne du simulateur.

Annexe A

Modèles de rameur 3D

Nous présentons dans cette annexe les différentes modélisations géométriques de rameurs 3D pour l'aviron de couple et l'aviron de pointe bâbord et tribord. Les schémas cinématiques ainsi que les tableaux de paramètres de Denavit-Hartenberg modifiés sont fournis.

A.1 Rameur de couple

A.1.1 Schémas cinématiques

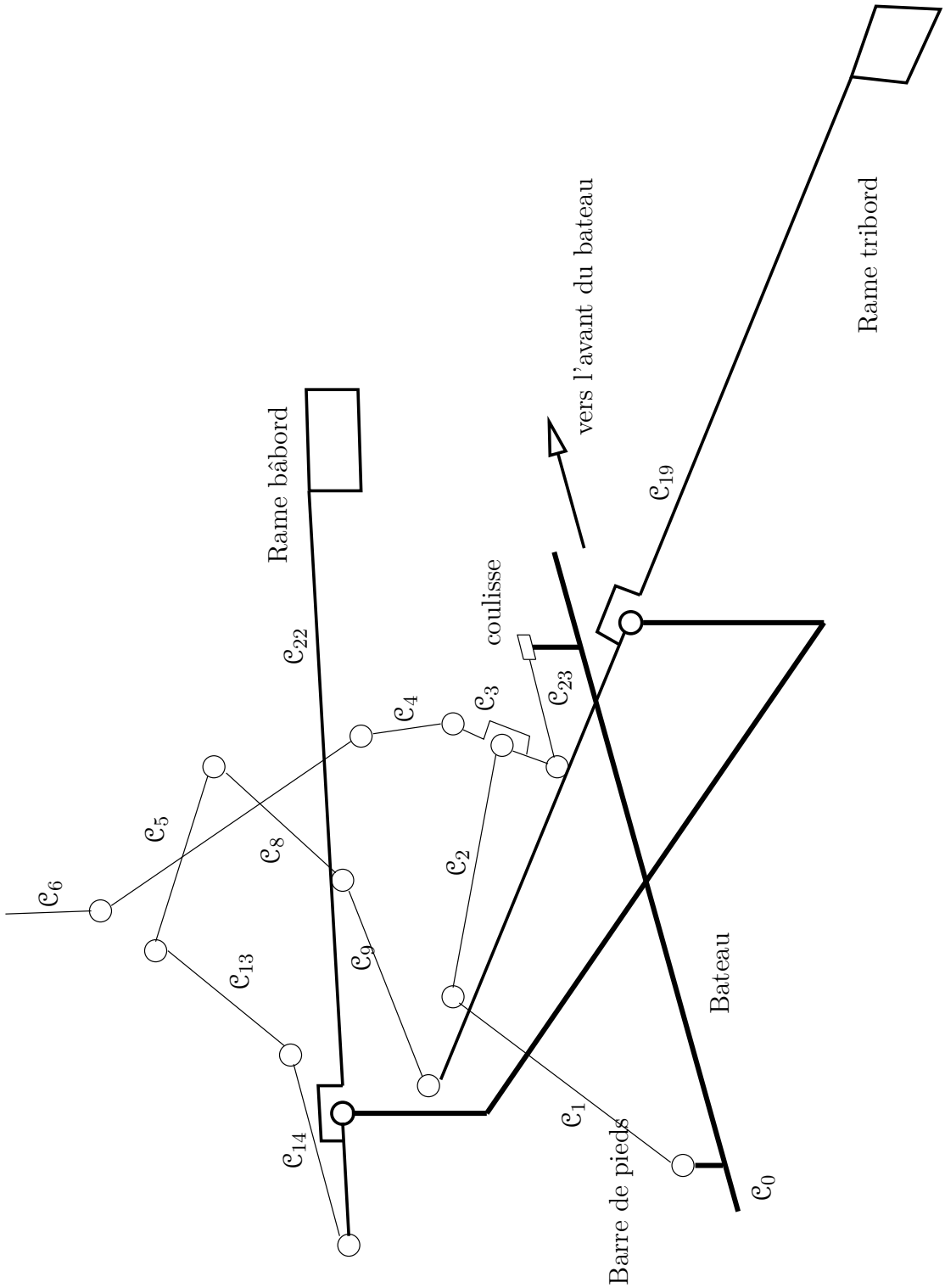


Figure A.1 – *Schéma cinématique global du rameur de couple*

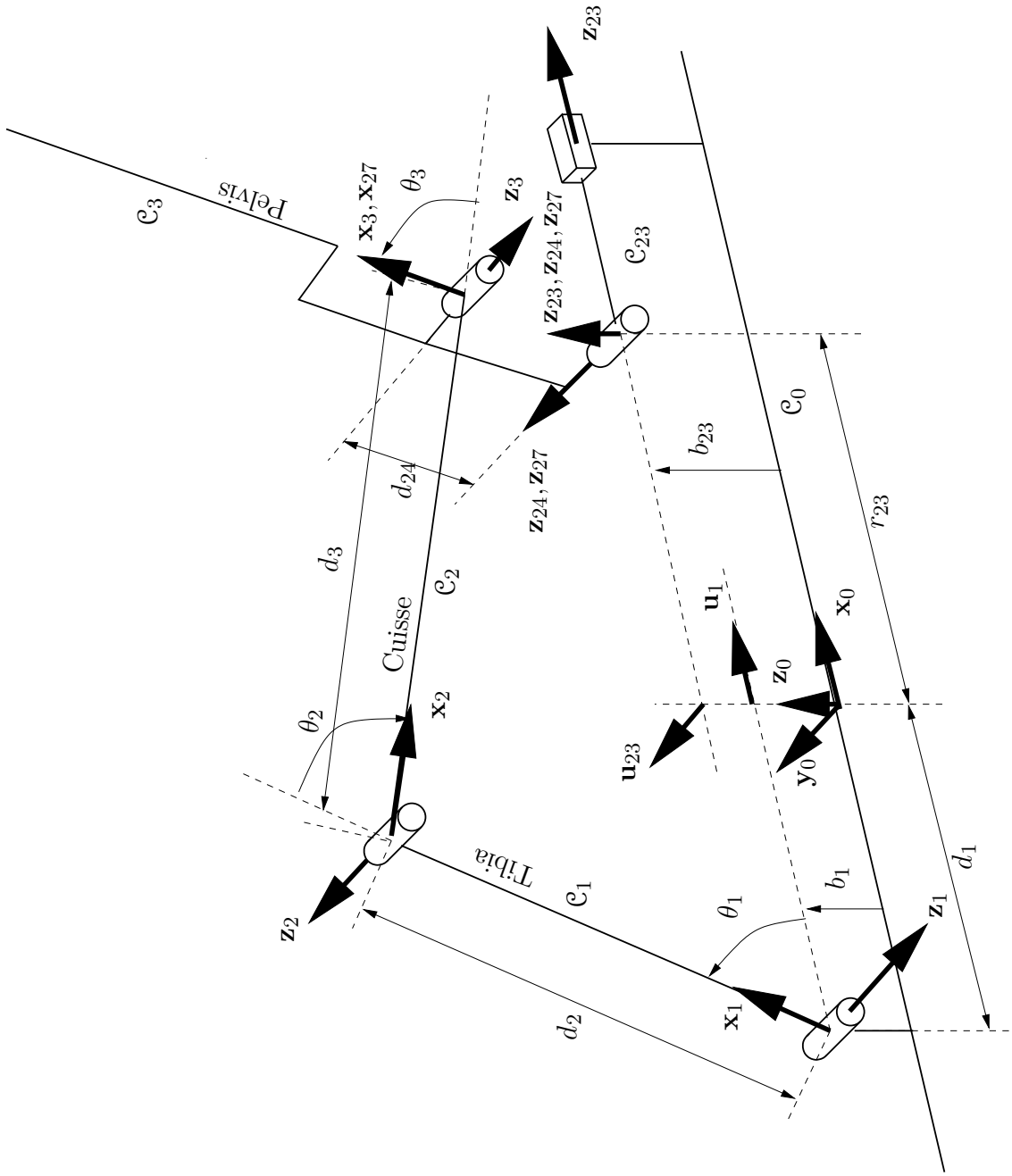
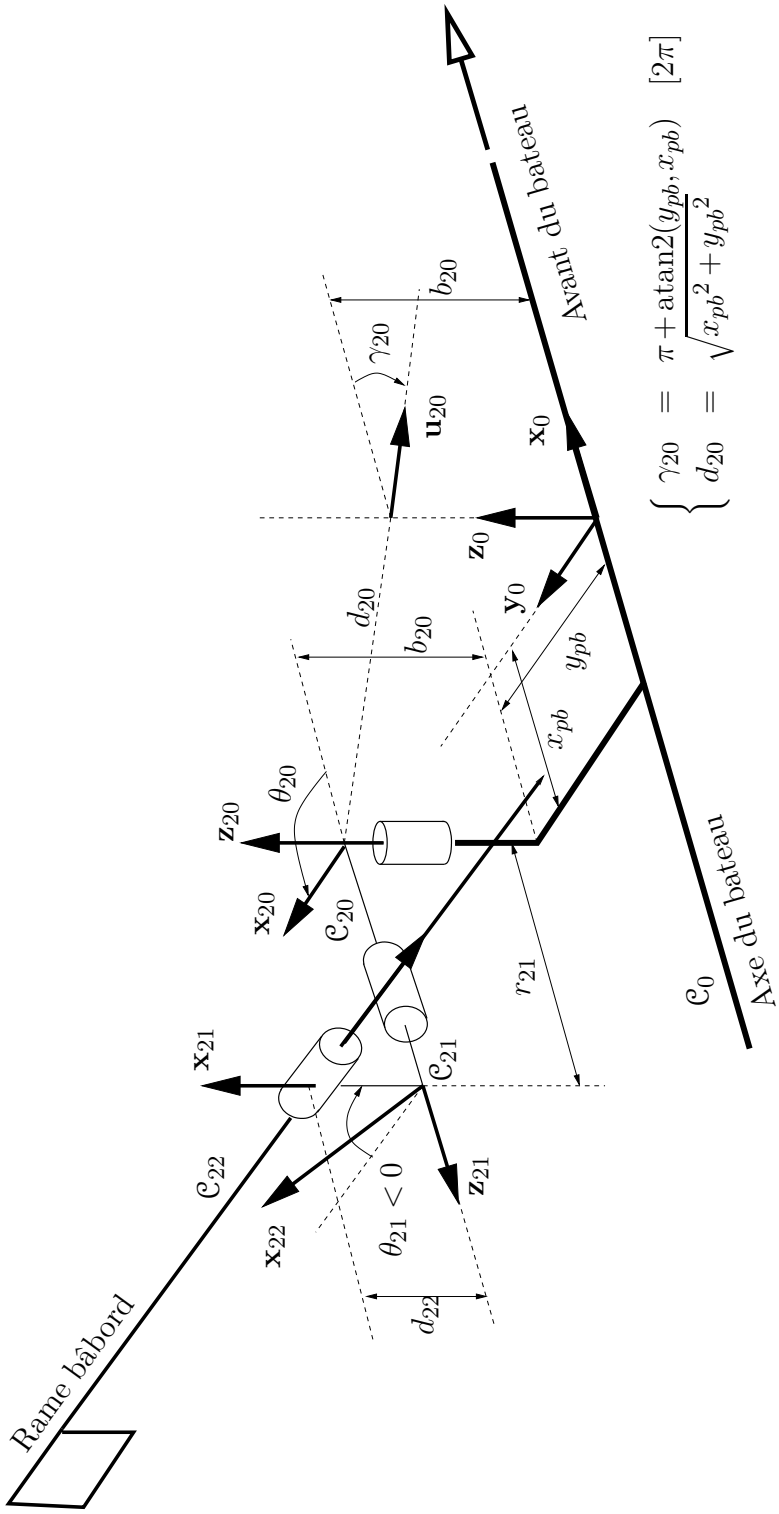


Figure A.2 – *Schéma cinématique des jambes du rameur de couple*



$$\begin{cases} \gamma_{20} = \pi + \mathrm{atan2}(y_{pb}, x_{pb}) \quad [2\pi] \\ d_{20} = \sqrt{{x_{pb}}^2 + {y_{pb}}^2} \end{cases}$$

Figure A.3 – *Schéma cinématique de la dame de nage et rame bâbord*

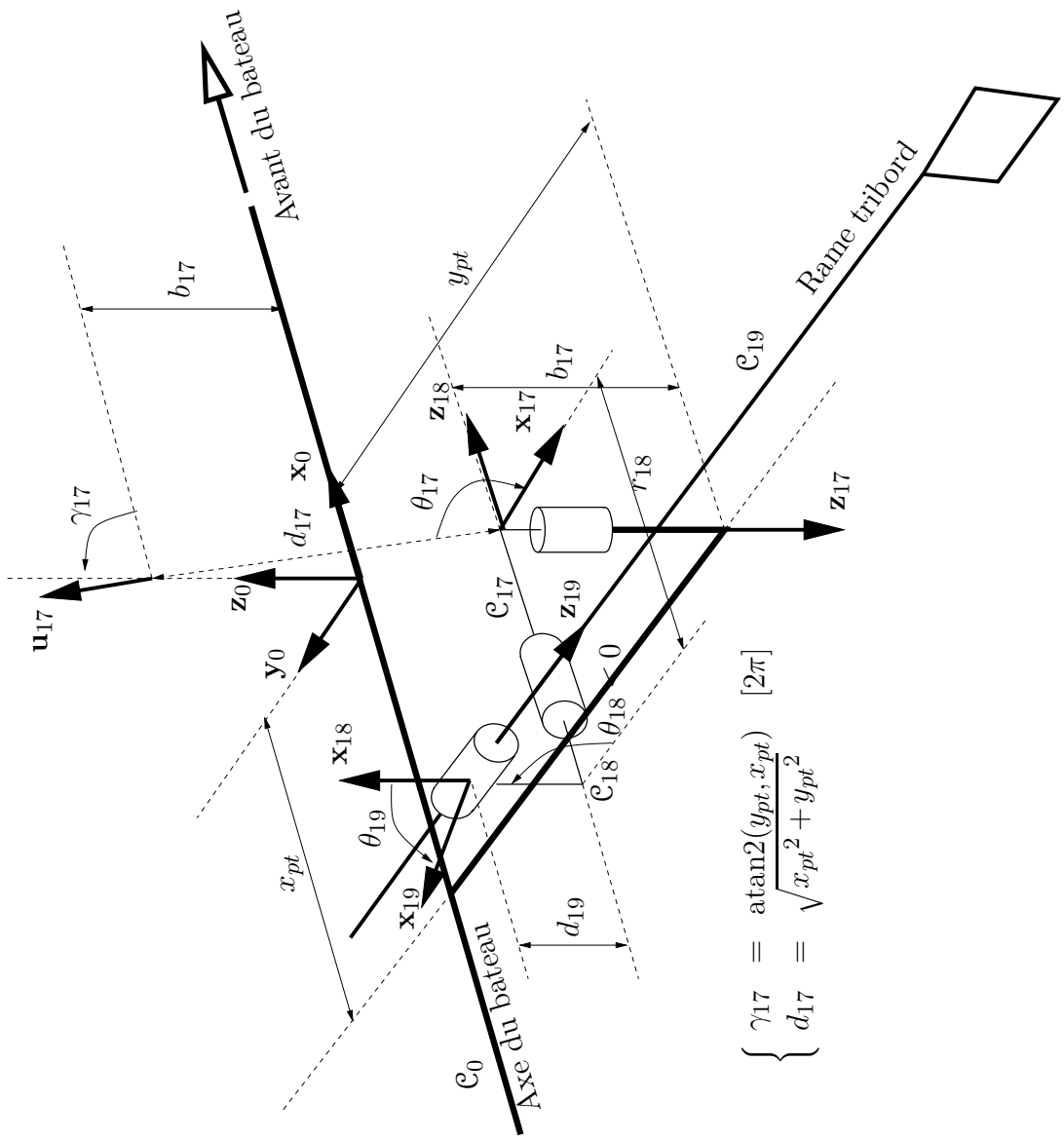


Figure A.4 – *Schéma cinématique de la dame de nage et rame tribord*

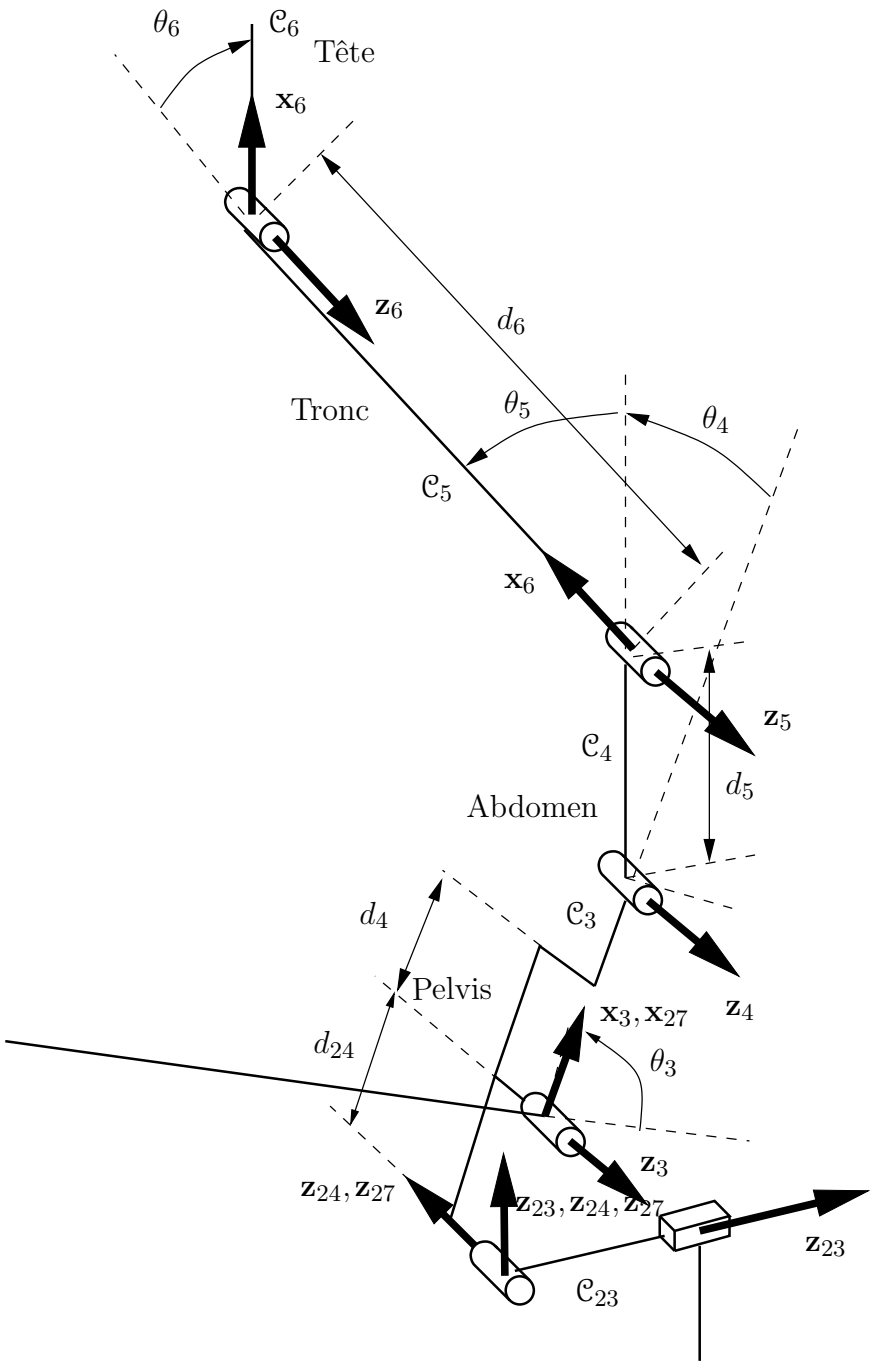


Figure A.5 – *Schéma cinématique du dos du rameur de couple*

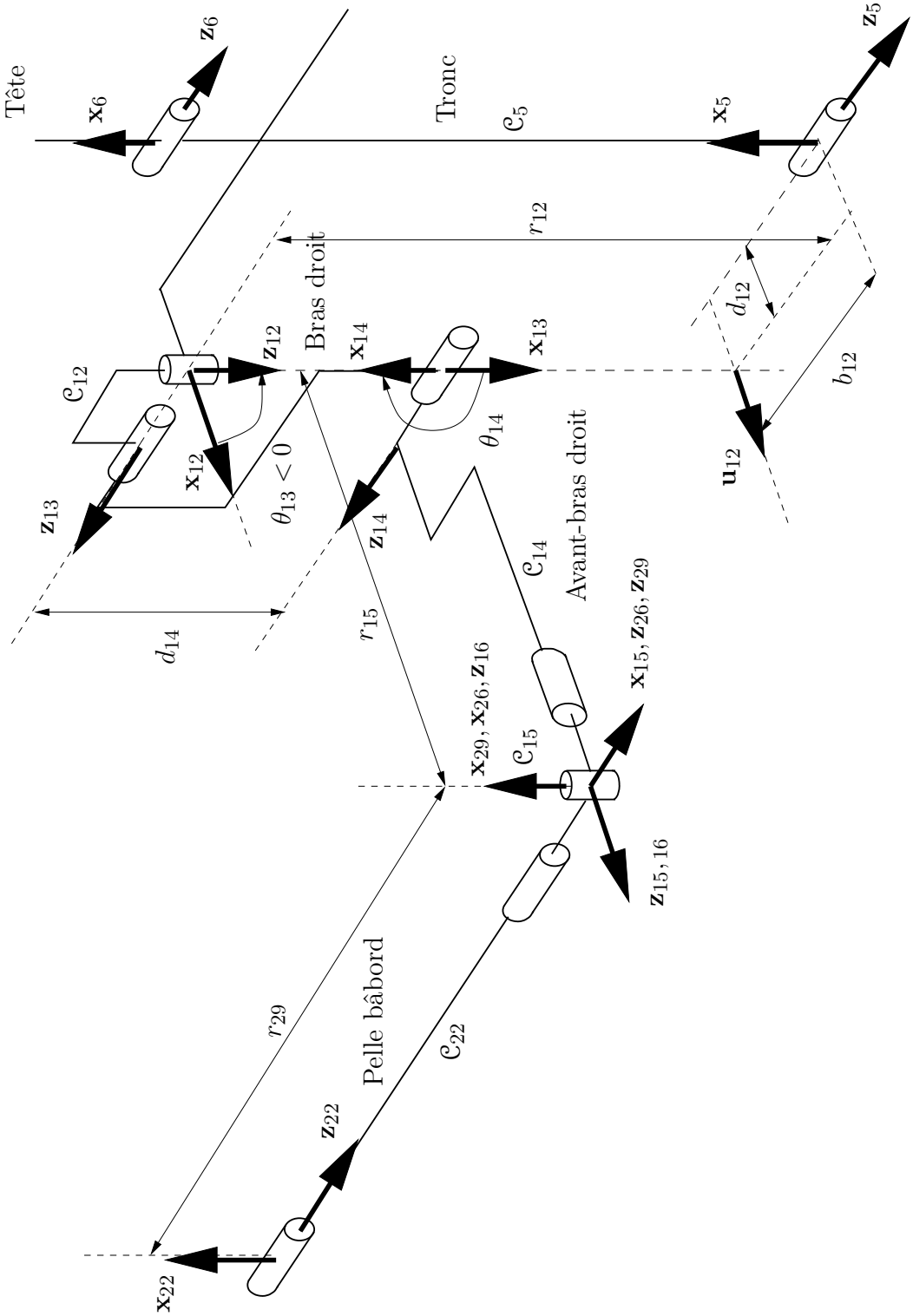


Figure A.6 – *Schéma cinématique du bras droit du rameur de couple*

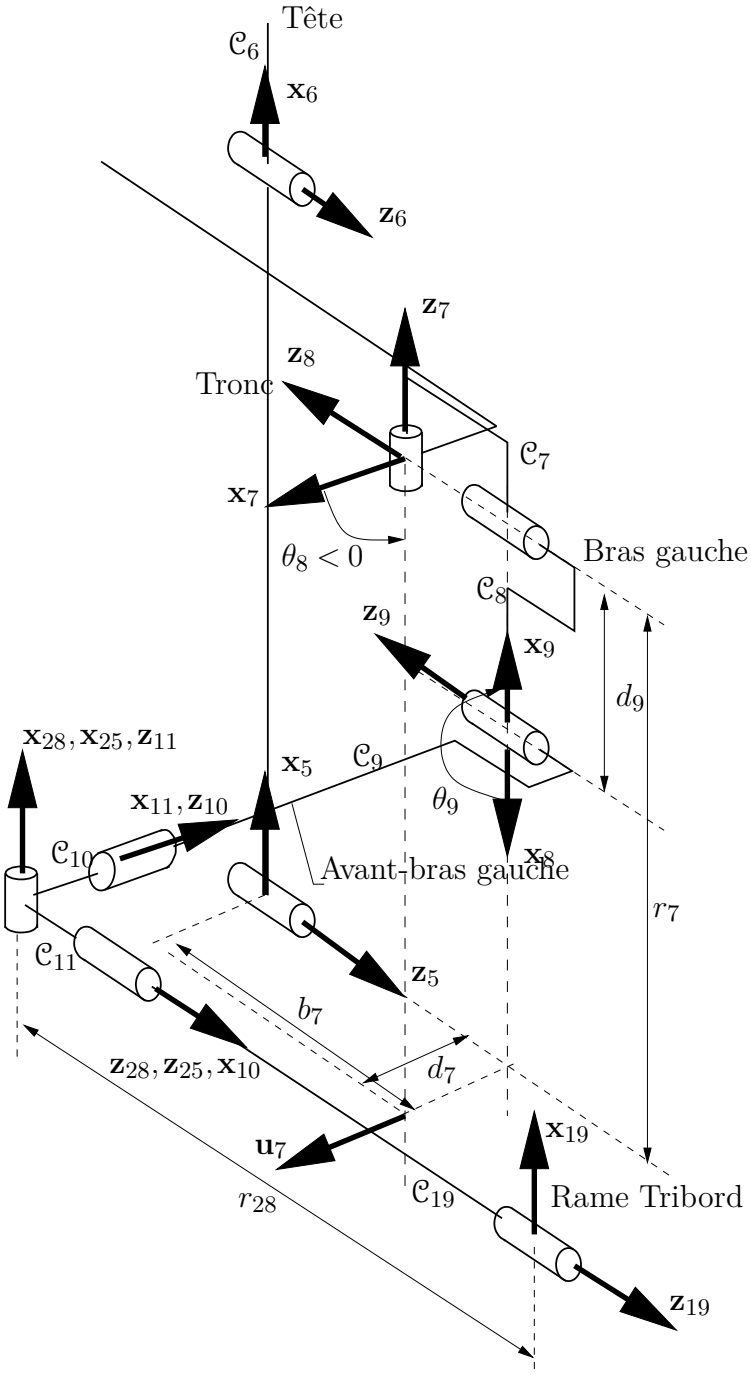


Figure A.7 – *Schéma cinématique du bras gauche du rameur de couple*

A.1.2 Paramétrage

j	a_j	μ_j	σ_j	γ_j	b_j	α_j	d_j	θ_j	r_j
1	0	0	0	0	b_1	$\pi/2$	$-d_1$	θ_1	0
2	1	1	0	0	0	π	d_2	θ_2	0
3	2	1	0	0	0	π	d_3	θ_3	0
4	3	1	0	0	0	0	d_4	θ_4	0
5	4	1	0	0	0	0	d_5	θ_5	0
6	5	1	0	0	0	0	d_6	θ_6	0
7	5	0	0	$\pi/2$	b_7	$\pi/2$	d_7	θ_7	r_7
8	7	0	0	0	0	$\pi/2$	0	θ_8	0
9	8	1	0	0	0	0	d_9	θ_9	0
10	9	0	0	0	0	$-\pi/2$	0	θ_{10}	$-r_{10}$
11	10	0	0	0	0	$\pi/2$	0	θ_{11}	0
12	5	0	0	$\pi/2$	$-b_{12}$	$-\pi/2$	d_{12}	θ_{12}	$-r_{12}$
13	12	0	0	0	0	$-\pi/2$	0	θ_{13}	0
14	13	1	0	0	0	0	d_{14}	θ_{14}	0
15	14	0	0	0	0	$\pi/2$	0	θ_{15}	r_{15}
16	15	0	0	0	0	$-\pi/2$	0	θ_{16}	0
17	0	0	0	γ_{17}	b_{17}	π	$-d_{17}$	θ_{17}	0
18	17	1	0	0	0	$\pi/2$	0	θ_{18}	$-r_{18}$
19	18	1	0	0	0	$-\pi/2$	d_{19}	θ_{19}	0
20	0	0	0	γ_{20}	b_{20}	0	$-d_{20}$	θ_{20}	0
21	20	1	0	0	0	$-\pi/2$	0	θ_{21}	r_{21}
22	21	1	0	0	0	$\pi/2$	d_{22}	θ_{22}	0
23	0	0	1	$\pi/2$	b_{23}	$\pi/2$	0	$\pi/2$	r_{23}
24	3	0	0	0	0	π	$-d_{24}$	θ_{24}	0
25	11	0	0	0	0	$\pi/2$	0	θ_{25}	0
26	16	0	0	0	0	$-\pi/2$	0	θ_{26}	0
27	23	0	2	0	0	$\pi/2$	0	0	0
28	19	0	2	0	0	0	0	0	$-r_{28}$
29	22	0	2	0	0	0	0	0	r_{29}

Tableau A.1 – *Paramétrage d'un rameur de couple*

A.1.3 Définition des paramètres

b_1 : Hauteur de barre de pieds ;
d_1 : Position longitudinale de la barre de pieds ;
d_2 : Longueur du tibia ;
d_3 : Longueur de la cuisse ;
d_4 : Longueur du pelvis ;
d_5 : Longueur de l'abdomen ;
d_6 : Longueur du tronc ;
b_7 : Largeur de l'épaule gauche ;
d_7 : Profondeur de l'épaule gauche ;
r_7 : Hauteur de l'épaule gauche ;
d_9 : Longueur du bras gauche ;
r_{10} : Longueur de l'avant-bras gauche ;
b_{12} : Largeur de l'épaule droite ;
d_{12} : Profondeur de l'épaule droite ;
r_{12} : Hauteur de l'épaule droite ;
d_{14} : Longueur du bras droit ;
r_{15} : Longueur de l'avant-bras droit ;
γ_{17} : $\text{atan2}(y_{pt}, x_{pt})$;
b_{17} : Hauteur de la dame de nage tribord ;
d_{17} : $\sqrt{x_{pt}^2 + y_{pt}^2}$;
r_{18} : Rayon du manche tribord plus épaisseur de l'axe de dame de nage ;
d_{19} : Décalage de l'axe de rotation propre de la rame tribord ;
γ_{20} : $-\text{atan2}(y_{pb}, x_{pb})$;
b_{20} : Hauteur de la dame de nage bâbord ;
d_{20} : $\sqrt{x_{pb}^2 + y_{pb}^2}$;
r_{21} : Rayon du manche bâbord plus épaisseur de l'axe de dame de nage ;
d_{22} : Décalage de l'axe de rotation propre de la rame bâbord ;
b_{23} : Hauteur de la coulisse ;
d_{24} : Épaisseur du fessier ;
r_{28} : Levier intérieur de rame tribord ;
r_{29} : Levier intérieur de rame bâbord ;
y_{pt} : Demi-entraxe tribord ;
x_{pt} : Position du portant tribord ;
y_{pb} : Demi-entraxe bâbord ;
x_{pb} : Position du portant bâbord ;

A.2 Rameurs de pointe

A.2.1 Schémas cinématiques

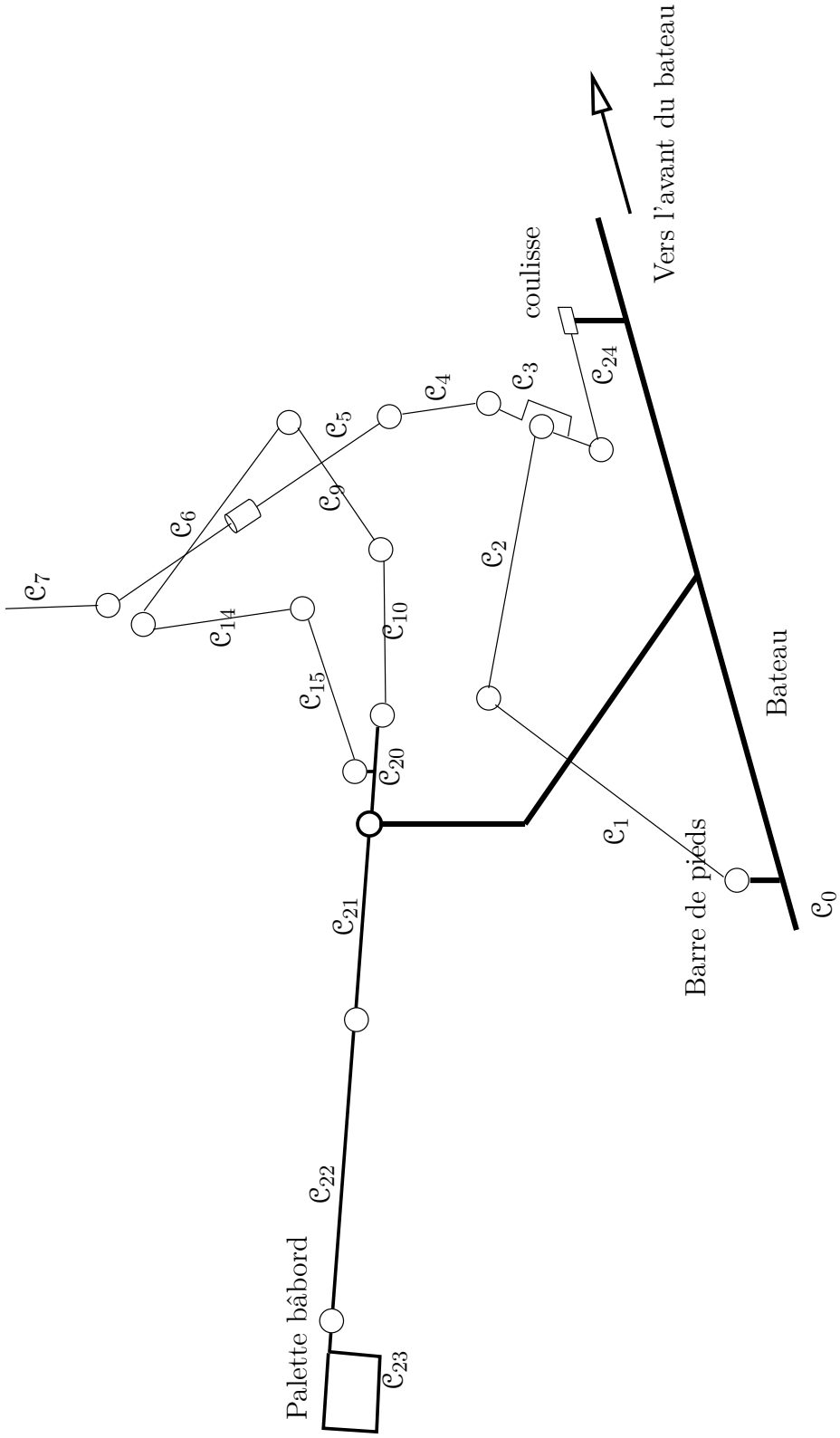


Figure A.8 – *Schéma cinématique global du rameur de pointe bâbord*

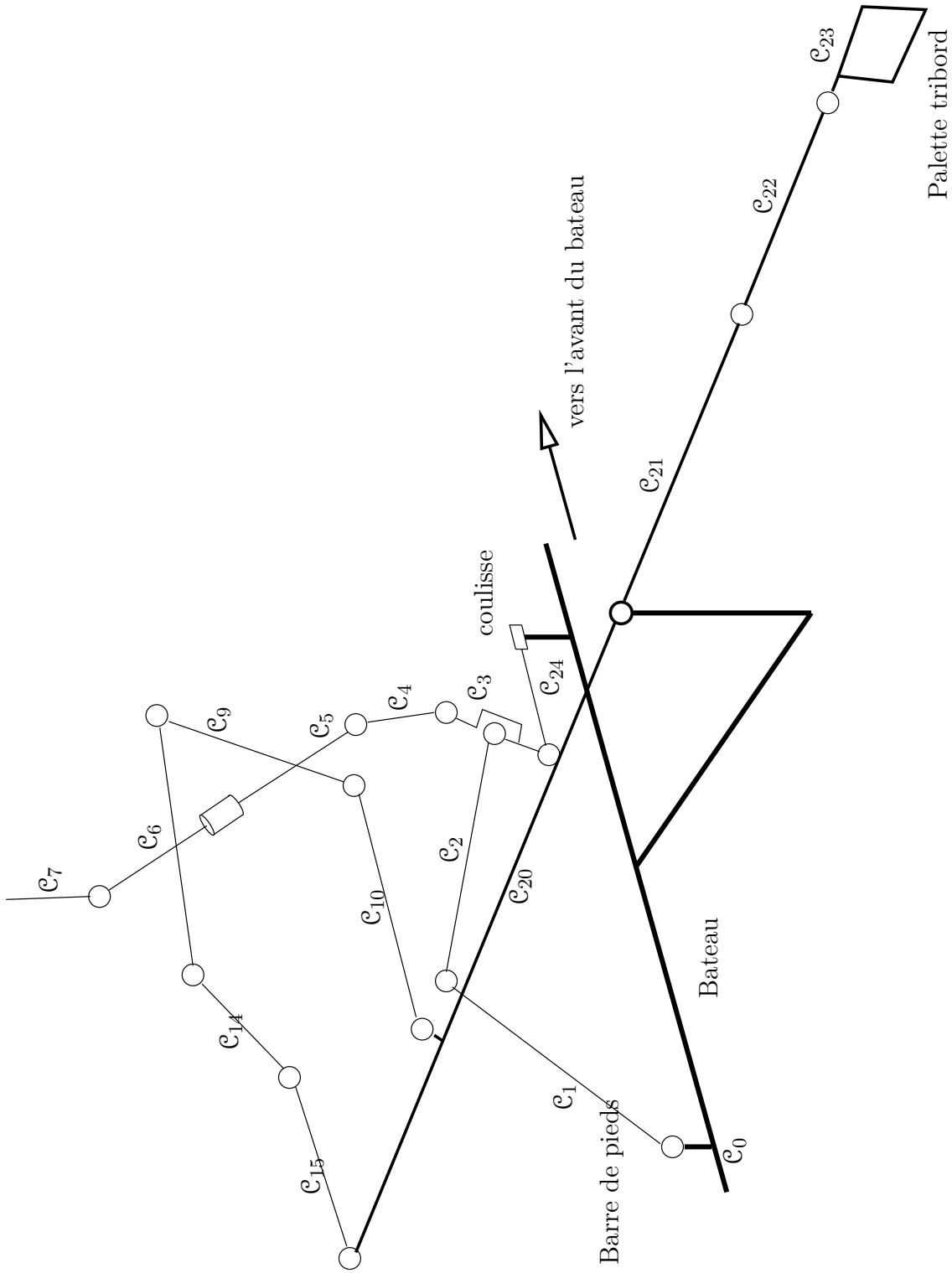


Figure A.9 – *Schéma cinématique global du rameur de pointe tribord*

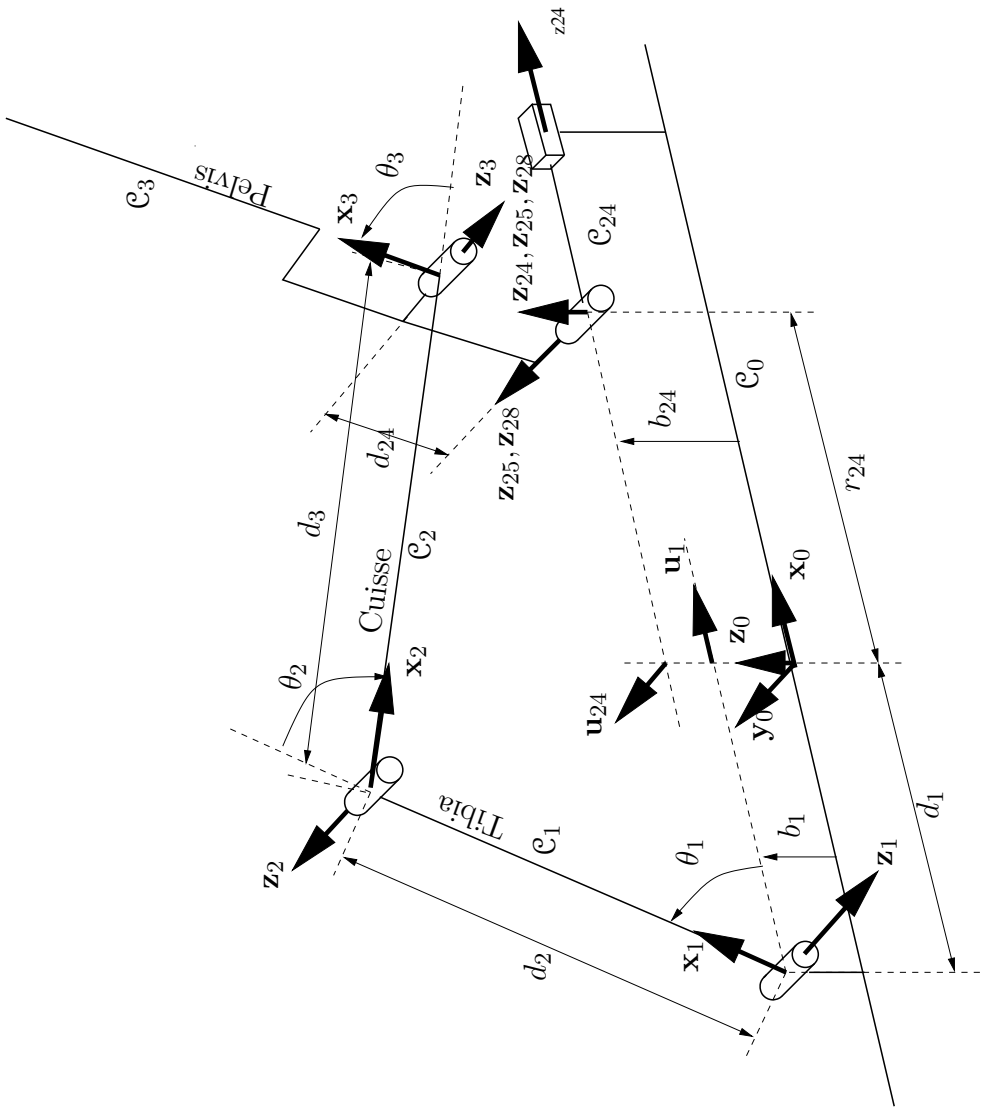


Figure A.10 – *Schéma cinématique des jambes des rameurs de pointe bâbord et tribord*

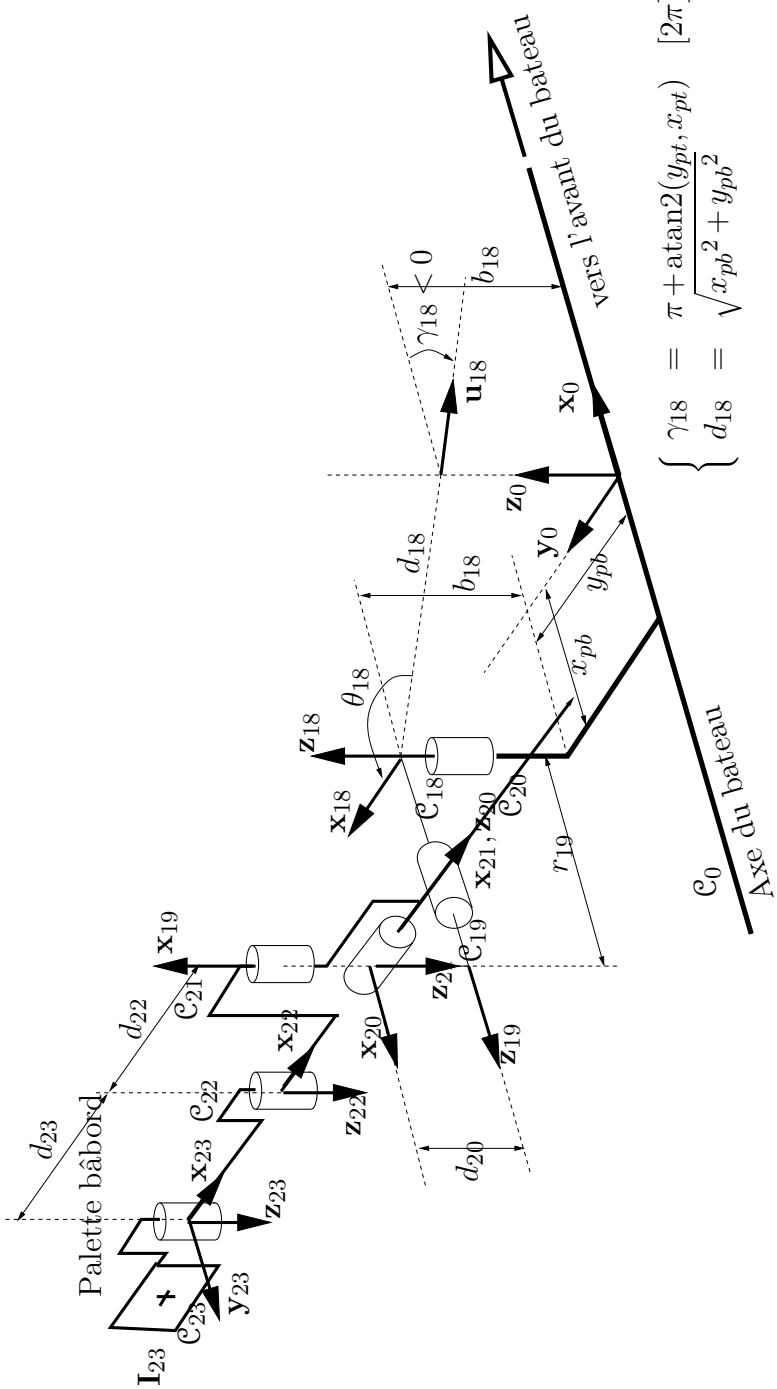


Figure A.11 – *Schéma cinématique de la dame de nage bâbord en pointe*

L'angle de coiffe-coule n'est pas représenté dans la figure ci-contre mais il peut être réglé à l'aide des angles $angle_a$ pour l'inclinaison de l'axe de la dame de nage et l'angle $angle_a$ pour l'excentricité données par les rondelles excentriques posées sur l'axe de la dame de nage.

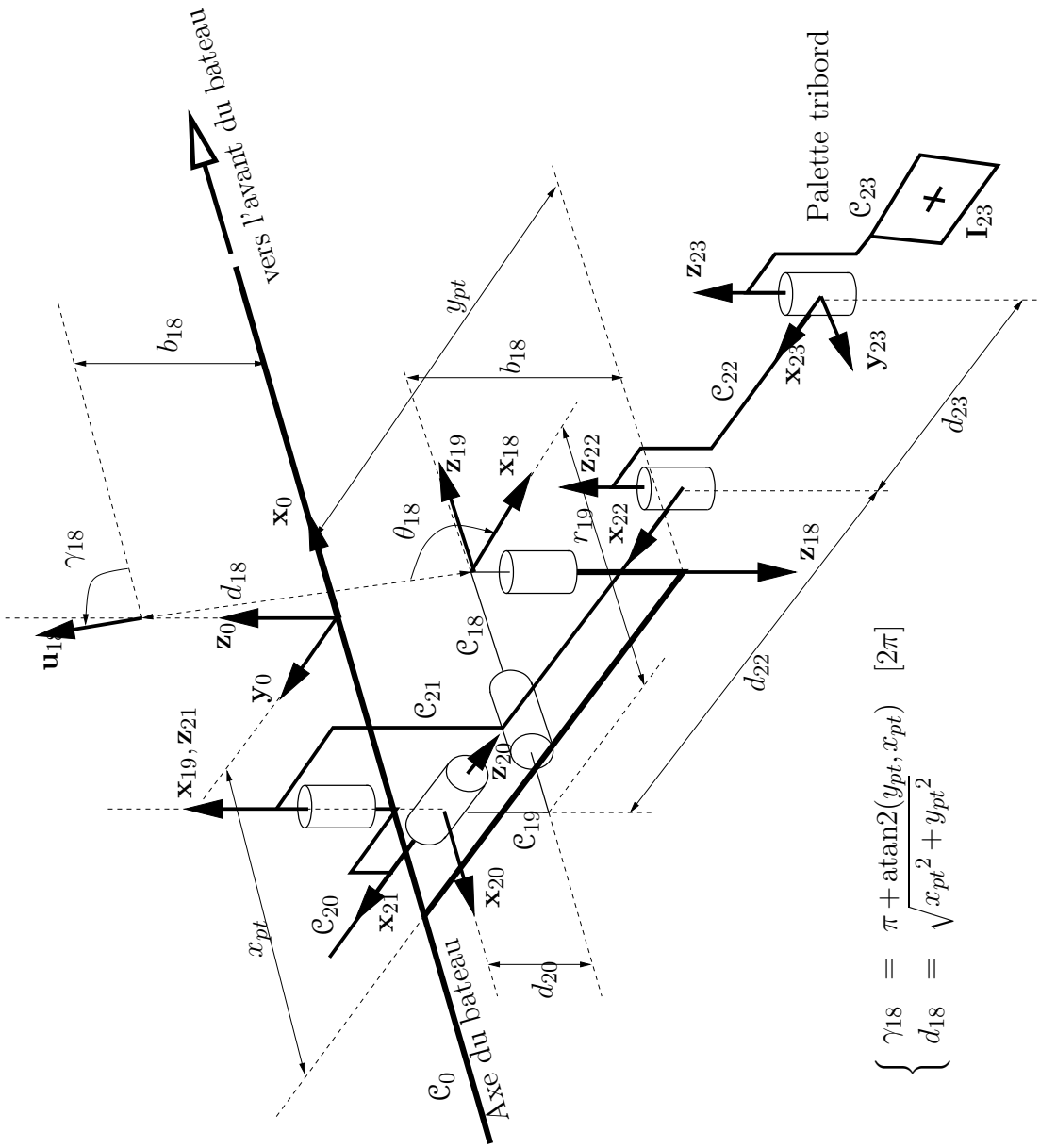


Figure A.12 – *Schéma cinématique de la dame de nage tribord en pointe*

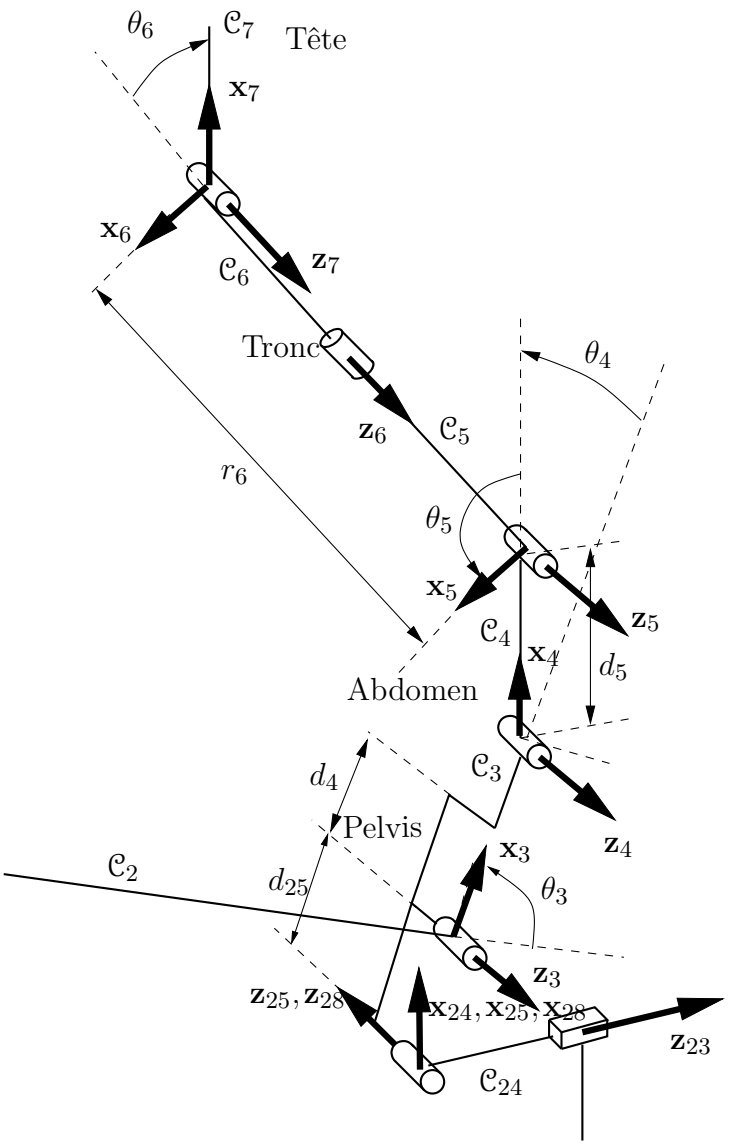


Figure A.13 – *Schéma cinématique du dos du rameur de pointe bâbord*

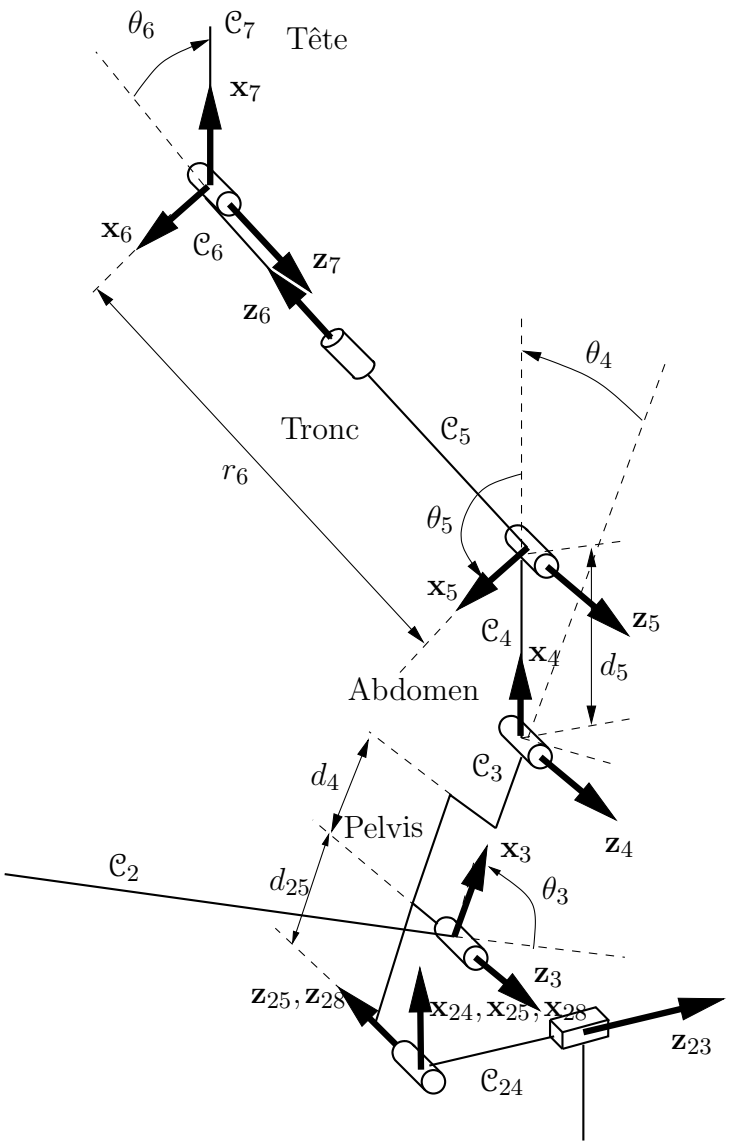


Figure A.14 – *Schéma cinématique du dos du rameur de pointe tribord*

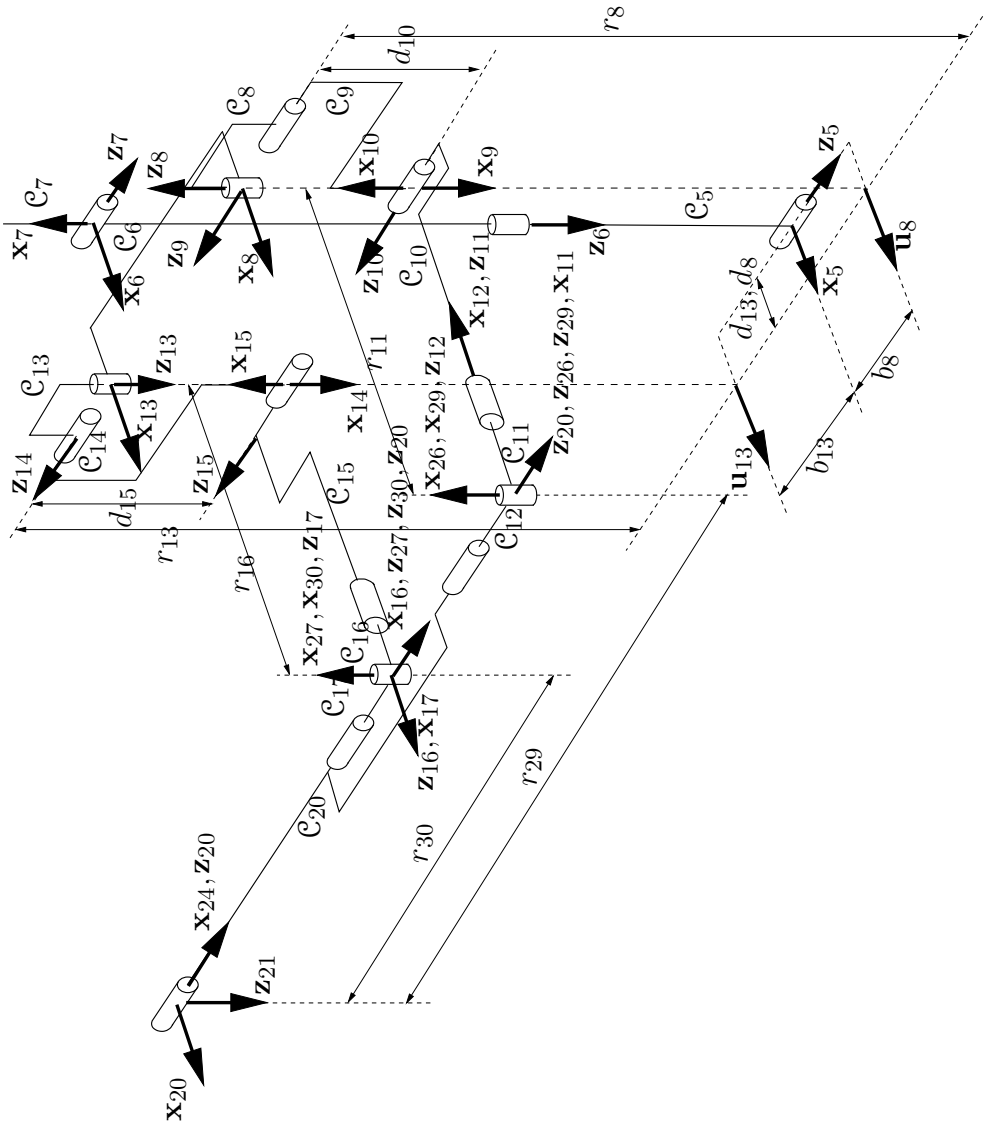


Figure A.15 – *Schéma cinématique des bras du rameur de pointe bâbord*

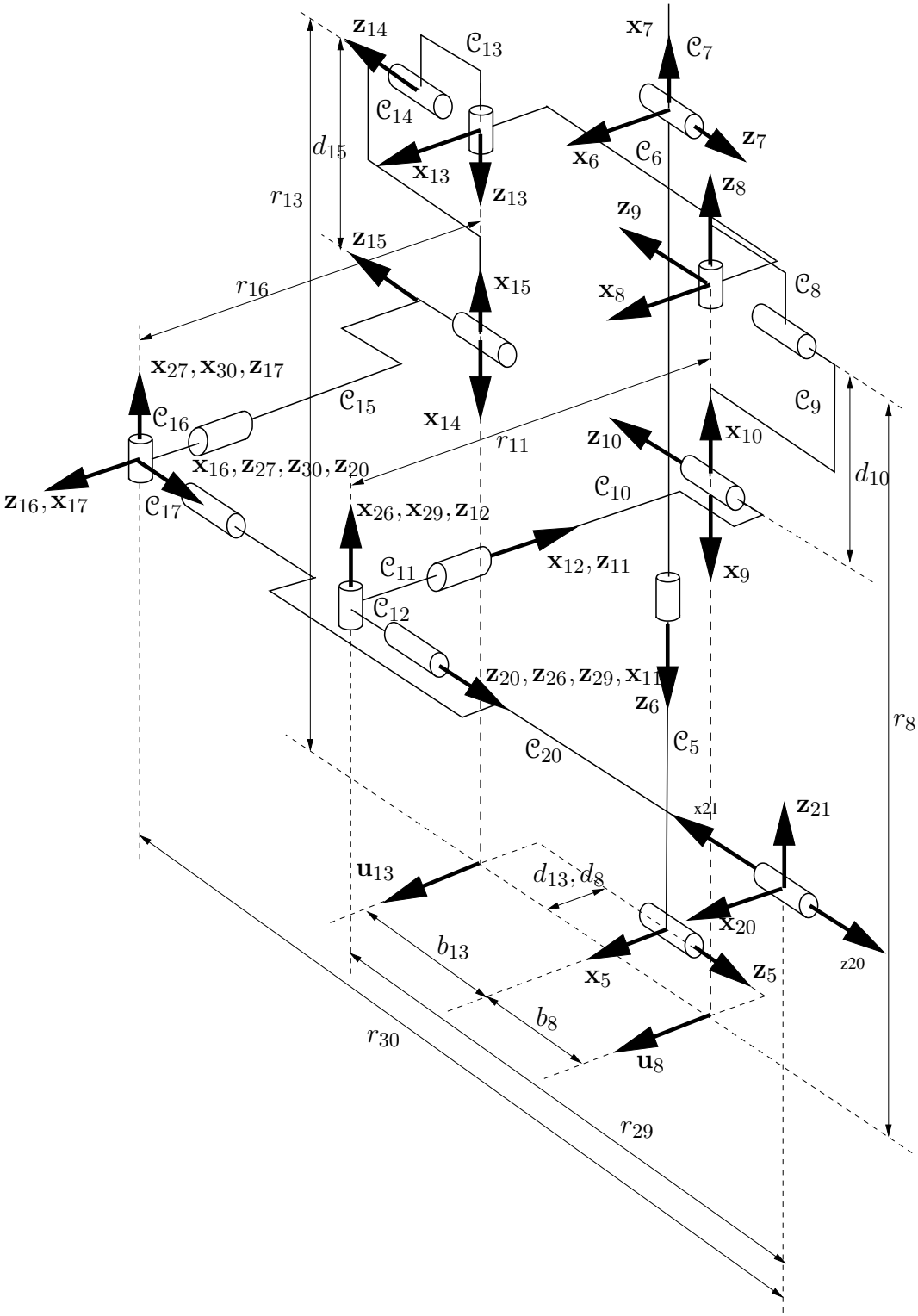


Figure A.16 – *Schéma cinématique des bras du rameur de pointe tribord*

A.2.2 Paramétrage

j	a_j	μ_j	σ_j	γ_j	b_j	α_j	d_j	θ_j	r_j
1	0	0	0	0	b_1	$\pi/2$	$-d_1^*$	θ_1	0
2	1	1	0	0	0	π	d_2	θ_2	0
3	2	1	0	0	0	π	d_3	θ_3	0
4	3	1	0	0	0	0	d_4	θ_4	0
5	4	1	0	0	0	0	d_5	θ_5	0
6	5	1	0	0	0	$-\pi/2$	0	θ_6	$-r_6$
7	6	1	0	0	0	$\pi/2$	0	θ_7	0
8	6	0	0	$\pi/2$	b_8	$\pi/2$	d_8	θ_8	r_8
9	8	0	0	0	0	$\pi/2$	0	θ_9	0
10	9	0	0	0	0	0	d_{10}	θ_{10}	0
11	10	0	0	0	0	$-\pi/2$	0	θ_{11}	$-r_{11}$
12	11	0	0	0	0	$\pi/2$	0	θ_{12}	0
13	6	0	0	$\pi/2$	$-b_{13}$	$-\pi/2$	d_{13}	θ_{13}	$-r_{13}$
14	13	0	0	0	0	$-\pi/2$	0	θ_{14}	0
15	14	1	0	0	0	0	d_{15}	θ_{15}	0
16	15	0	0	0	0	$\pi/2$	0	θ_{16}	r_{16}
17	16	0	0	0	0	$-\pi/2$	0	θ_{17}	0
18	0	0	0	γ_{18}	b_{18}	0	$-d_{18}$	θ_{18}	0
19	18	1	0	0	0	$-\pi/2$	0	θ_{19}	r_{19}
20	19	1	0	0	0	$\pi/2$	d_{20}	θ_{20}	0
21	20	1	0	0	0	$-\pi/2$	0	θ_{21}	0
22	21	1	0	0	0	0	$-d_{22}$	θ_{22}	0
23	22	1	0	0	0	0	$-d_{23}$	θ_{23}	0
24	0	0	1	$\pi/2$	b_{24}	$\pi/2$	0	$\pi/2$	r_{24}^*
25	3	0	0	0	0	π	$-d_{25}$	θ_{25}	0
26	12	0	0	0	0	$\pi/2$	0	θ_{26}	0
27	17	0	0	0	0	$-\pi/2$	0	θ_{27}	0
28	24	0	2	0	0	$\pi/2$	0	0	0
29	20	0	2	0	0	0	0	0	r_{29}
30	20	0	2	0	0	0	0	0	r_{30}

Tableau A.2 – *Paramétrage d'un rameur bâbord*

j	a_j	μ_j	σ_j	γ_j	b_j	α_j	d_j	θ_j	r_j
1	0	0	0	0	b_1	$\pi/2$	$-d_1^*$	θ_1	0
2	1	1	0	0	0	π	d_2	θ_2	0
3	2	1	0	0	0	π	d_3	θ_3	0
4	3	1	0	0	0	0	d_4	θ_4	0
5	4	1	0	0	0	0	d_5	θ_5	0
6	5	1	0	0	0	$\pi/2$	0	θ_6	r_6
7	6	1	0	0	0	$-\pi/2$	0	θ_7	0
8	6	0	0	$\pi/2$	b_8	$\pi/2$	d_8	θ_8	r_8
9	8	0	0	0	0	$\pi/2$	0	θ_9	0
10	9	0	0	0	0	0	d_{10}	θ_{10}	0
11	10	0	0	0	0	$-\pi/2$	0	θ_{11}	$-r_{11}$
12	11	0	0	0	0	$\pi/2$	0	θ_{12}	0
13	6	0	0	$\pi/2$	$-b_{13}$	$-\pi/2$	d_{13}	θ_{13}	$-r_{13}$
14	13	0	0	0	0	$-\pi/2$	0	θ_{14}	0
15	14	1	0	0	0	0	d_{15}	θ_{15}	0
16	15	0	0	0	0	$\pi/2$	0	θ_{16}	r_{16}
17	16	0	0	0	0	$-\pi/2$	0	θ_{17}	0
18	0	0	0	γ_{18}	b_{18}	π	$-d_{18}$	θ_{18}	0
19	18	1	0	0	0	$\pi/2$	0	θ_{19}	$-r_{19}$
20	19	1	0	0	0	$-\pi/2$	d_{20}	θ_{20}	0
21	20	1	0	0	0	$\pi/2$	0	θ_{21}	0
22	21	1	0	0	0	0	$-d_{22}$	θ_{22}	0
23	22	1	0	0	0	0	$-d_{23}$	θ_{23}	0
24	0	0	1	$\pi/2$	b_{24}	$\pi/2$	0	$\pi/2$	r_{24}^*
25	3	0	0	0	0	π	$-d_{25}$	θ_{25}	0
26	12	0	0	0	0	$\pi/2$	0	θ_{26}	0
27	17	0	0	0	0	$-\pi/2$	0	θ_{27}	0
28	24	0	2	0	0	$\pi/2$	0	0	0
29	20	0	2	0	0	0	0	0	$-r_{29}$
30	20	0	2	0	0	0	0	0	$-r_{30}$

Tableau A.3 – *Paramétrage d'un rameur tribord*

A.2.3 Définition des paramètres

b_1 : Hauteur de barre de pieds ;
d_1 : Position longitudinale de la barre de pieds ;
d_2 : Longueur du tibia ;
d_3 : Longueur de la cuisse ;
d_4 : Longueur du pelvis ;
d_5 : Longueur de l'abdomen ;
r_6 : Longueur du tronc ;
b_8 : Largeur de l'épaule gauche ;
d_8 : Profondeur de l'épaule gauche ;
r_8 : Hauteur de l'épaule gauche ;
d_{10} : Longueur du bras gauche ;
r_{11} : Longueur de l'avant-bras gauche ;
b_{13} : Largeur de l'épaule droite ;
d_{13} : Profondeur de l'épaule droite ;
r_{13} : Hauteur de l'épaule droite ;
d_{15} : Longueur du bras droit ;
r_{16} : Longueur de l'avant-bras droit ;
γ_{18} : $\text{atan2}(y_{pt}, x_{pt})$ si rameur tribord ou $\text{atan2}(y_{pb}, x_{pb})$ si rameur bâbord ;
b_{18} : Hauteur de la dame de nage tribord ;
d_{18} : $\sqrt{x_{pt}^2 + y_{pt}^2}$ si rameur tribord ou $\sqrt{x_{pb}^2 + y_{pb}^2}$ si rameur bâbord ;
r_{19} : Rayon du manche plus épaisseur de l'axe de dame de nage ;
d_{20} : Décalage de l'axe de rotation propre de la rame tribord ;
d_{22} : Longueur partie 1 de la rame ;
d_{23} : Longueur partie 2 de la rame ;
b_{24} : Hauteur de la coulisse ;
r_{24} : Position longitudinale de la coulisse ;
d_{25} : Epaisseur du fessier du rameur ;
r_{29} : Distance dame de nage $\rightarrow$ main intérieure ;
r_{30} : Distance dame de nage $\rightarrow$ main extérieure ;
x_{pt} : Position longitudinale de la dame de nage tribord ;
y_{pt} : Position latérale de la dame de nage tribord ;
x_{pb} : Position longitudinale de la dame de nage bâbord ;
y_{pb} : Position latérale de la dame de nage bâbord.

Annexe B

Structure hiérarchique de données GMRS_datas

B.1 GMRS_datas

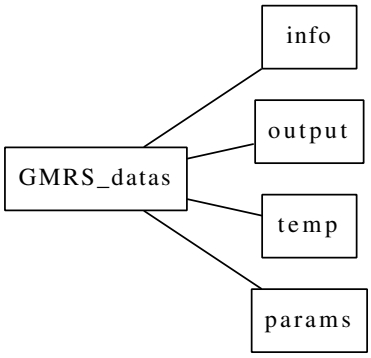


Figure B.1 – *Structure de données GMRS_datas*

- info : les informations relatives à la simulation (date, révision du programme, temps CPU *etc.*)
- output : l'ensemble des résultats de simulation
- temp : temporaire de stockage de données intermédiaires durant la simulation (peut être supprimé à n'importe quel moment sans que cela ne dégrade l'intégrité des données)
- params : ensemble des paramètres de simulation tel que les données des modèles, les modèles utilisés *etc.*

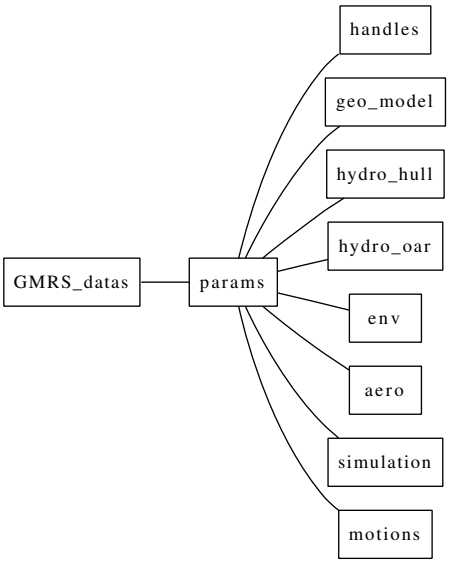


Figure B.2 – *Bloc GMRS_datas.params*

B.2 GMRS_datas.params

- handles : pointeurs de fonctions permettant de changer de modèles ;
- geo_model : ensemble des données de description de la structure polyarticulée ;
- hydro_hull : données relatives à l'hydrodynamique de la carène du bateau d'aviron ;
- hydro_oar : données relatives à l'hydrodynamique des palettes d'aviron ;
- env : données environnementales ;
- aero : données relatives aux modèles aérodynamiques (non implémenté pour le moment) ;
- simulation : données relatives à la simulation et au solveur ;
- motions : données concernant la génération de mouvement.

B.2.1 GMRS_datas.params.handles

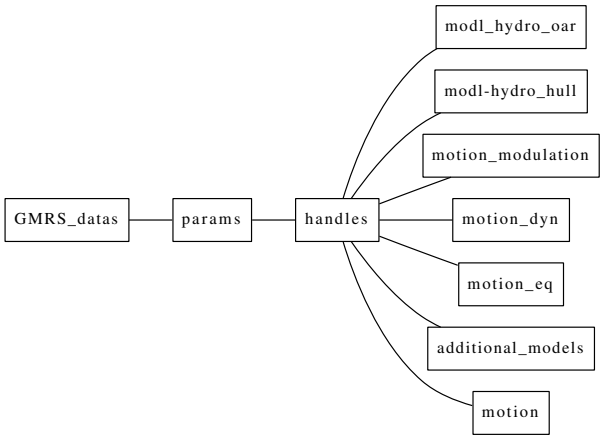


Figure B.3 – *Bloc GMRS_datas.params.handles*

- modl_hydro_oar : pointeur vers le modèle hydrodynamique utilisé pour le calcul des efforts sur la palette d'aviron ;
- modl_hydro_hull : pointeur vers le modèle hydrodynamique utilisé pour le calcul de la résistance à l'avancement de la carène ;
- motion_modulation : pointeur vers la routine à utiliser pour la modulation. Si nous ne sommes pas sur une première période de mouvement, la pointeur est réglé automatiquement vers la fonction mot_direct() qui renvoie les variables articulaires sans modulation ;
- motion_dyn : pointeur vers le module «génération de trajectoire» *i.e.* vers la routine spécialisée chargée de la génération de trajectoire pour le modèle de rameur utilisé ;
- motion_eq : pointeur vers la routine générant la trajectoire correspondant à la configuration initiale tenue fixe pour les calculs de mise en équilibre initiale ;
- additional_models : pointeur vers une routine permettant d'ajouter des modèles complémentaires tels que le modèle de courbure de dos du rameur 3D ;
- motion : pointeur utilisé par la routine de calcul de la dynamique (eng_dynamique()). Il est égalisé à l'une des variables motion_dyn ou motion_eq précédentes suivant que nous nous trouvons en calculs dynamiques ou dans une mise à l'équilibre.

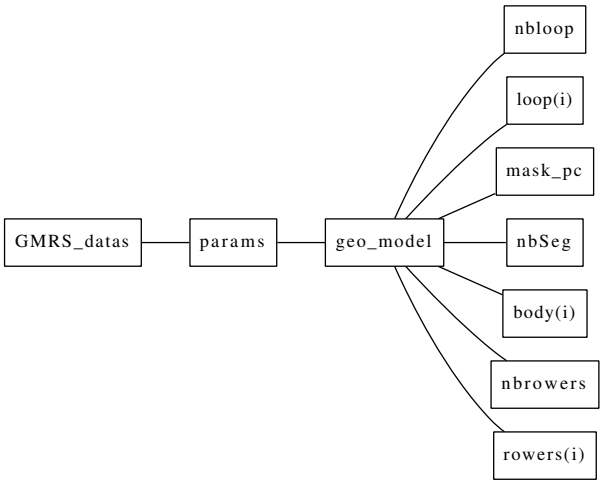


Figure B.4 – *Bloc GMRS_datas.params.geo_model*

B.2.2 GMRS_datas.params.geo_model

- nbloop : nombre total de boucles cinématiques de la structure ;
- loop(i) : description des boucles cinématiques ;
- mask_pc : masque permettant l'ajustement de l'ordre des colonnes de la matrice jacobienne cinématique ;
- nbSeg : nombre total de corps de la structure (corps virtuels inclus) ;
- body(i) : données relatives à la description des nbSeg corps de la structure ;
- nbrowers : nombre de rameurs dans la structure ;
- rowers(i) : description de chacun des nbrowers rameur de la structure.

B.2.2.1 GMRS_datas.params.geo_model.loop(i)

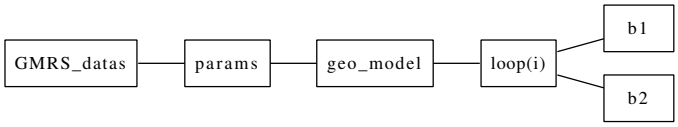


Figure B.5 – *Bloc GMRS_datas.params.geo_model.loop(i)*

- b1 : branche 1 de la boucle i ;
- b2 : branche 2 de la boucle i.

B.2.2.2 GMRS_datas.params.geo_model.body(i)

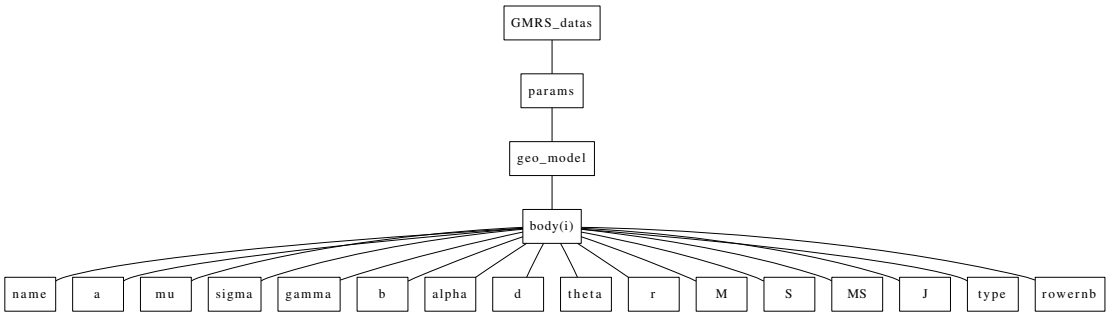


Figure B.6 – *Bloc GMRS_datas.params.geo_model.body(i)*

- name : nom du corps $\mathcal{C}_i$;
- a : paramètre $a(i)$ (Denavit-Hartenberg) ;
- mu : paramètre μ_i (Denavit-Hartenberg) ;
- sigma : paramètre σ_i (Denavit-Hartenberg) ;
- gamma : paramètre γ_i (Denavit-Hartenberg) ;
- b : paramètre b_i (Denavit-Hartenberg) ;
- alpha : paramètre α_i (Denavit-Hartenberg) ;
- d : paramètre d_i (Denavit-Hartenberg) ;
- theta : paramètre θ_i (Denavit-Hartenberg) ;
- r : paramètre r_i (Denavit-Hartenberg) ;
- M : paramètre M_i, masse du corps $\mathcal{C}_i$;
- S : paramètre ${}^i\mathbf{S}_i$, position du centre de gravité de $\mathcal{C}_i$ par rapport à l'origine $\mathbf{O}_i$;
- MS : paramètre ${}^i\mathbf{MS}_i$;
- J : matrice d'inertie ${}^i\mathbf{I}_{\mathbf{o}_{ii}}$;
- type : identifiant du corps tel que donné tableau III.3 ;
- rowernb : numéro de rameur auquel appartient $\mathcal{C}_i$.

B.2.2.3 GMRS_datas.params.geo_model.rowers(i)

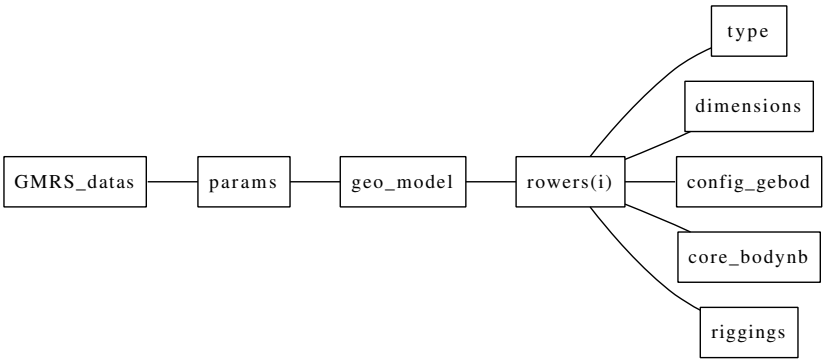


Figure B.7 – *Bloc GMRS_datas.params.geo_model.rowers(i)*

- type : type du rameur i (couple, pointe bâbord ou tribord) ;
- dimensions : 32 mesures anthropométriques nécessaires à GEBOD ;
- config_gebod : jeu d'angles articulaires permettant de mettre le rameur en position debout sur le bateau afin de mapper les données GEBOD sur le modèle ;
- core_bodynb : plus petit et plus grand numéro de corps de la structure appartenant au rameur i ;
- riggings : réglages du rameur.

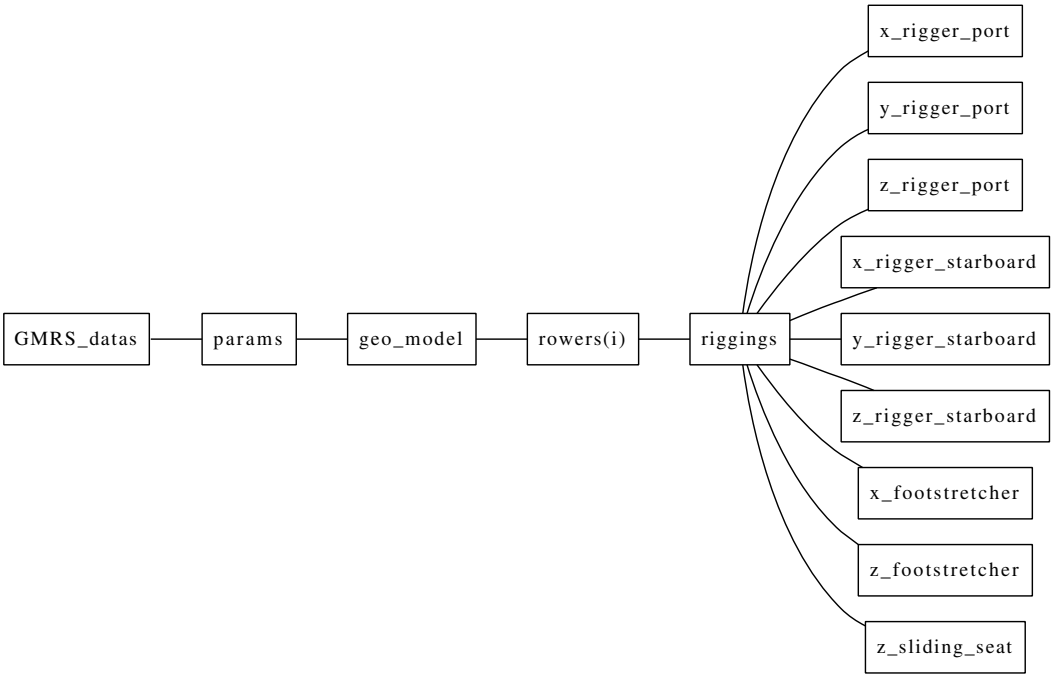


Figure B.8 – *Bloc GMRS_datas.params.geo_model.rowers(i).riggings*

- x_rigger_port : position longitudinale de la dame de nage bâbord ;
- y_rigger_port : position latérale de la dame de nage bâbord ;
- z_rigger_port : hauteur de la dame de nage bâbord ;
- x_rigger_starboard : position longitudinale de la dame de nage tribord ;
- y_rigger_starboard : position latérale de la dame de nage tribord ;
- z_rigger_starboard : hauteur de la dame de nage tribord ;
- x_footstretcher : position longitudinale de la planche de pieds ;
- z_footstretcher : hauteur de la planche de pieds ;
- z_sliding_seat : hauteur de la coulisse.

B.2.3 GMRS_datas.params.hydro_hull

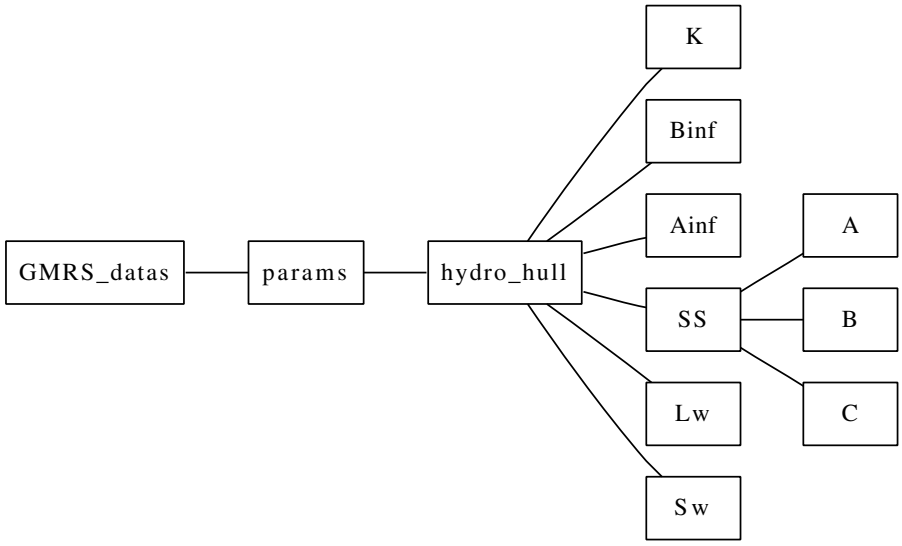


Figure B.9 – *Bloc GMRS_datas.params.hydro_hull*

- K : matrice des raideurs hydrostatiques ;
- Binf : matrice des amortissements potentiels pour une pulsation infinie ;
- Ainf : matrice des masses d'eau ajoutées pour une pulsation infinie ;
- SS : données relatives au modèle dans l'espace d'état des forces de radiation ;
- Lw : Longueur de flottaison du bateau au repos ;
- Sw : Surface mouillée de la carène au repos ;
- A, B, C : matrices du modèle dans l'espace d'état des forces de radiation

B.2.4 GMRS_datas.params.hydro_oar

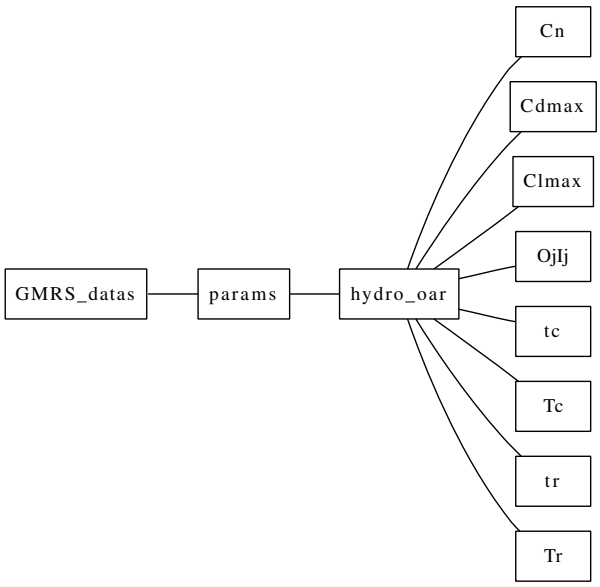


Figure B.10 – *Bloc GMRS_datas.params.hydro_oar*

- Cn : coefficient de force normal du modèle de Wellicome ;
- Cdmax, Clmax : coefficients de portance et de trainée du modèle à deux composantes [6] ;
- OjIj : position du centre de la palette par rapport à l'origine de la palette ;
- tc : instant adimensionnel de déclenchement de la prise d'eau (modèle de prise d'eau) ;
- Tc : durée dimensionnelle de la prise d'eau (modèle de prise d'eau) ;
- tr : instant adimensionnel de déclenchement du dégagé (modèle de prise d'eau) ;
- Tr : durée dimensionnelle de sortie de la palette de l'eau (modèle de prise d'eau).

B.2.5 GMRS_datas.params.env

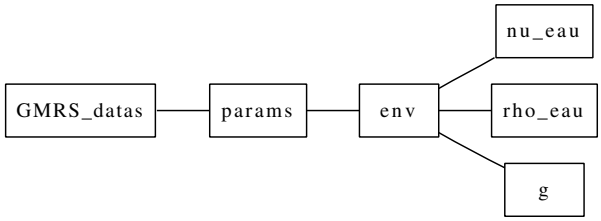


Figure B.11 – *Bloc GMRS_datas.params.env*

- nu_eau : viscosité cinématique de l'eau ;
- rho_eau : densité de l'eau ;
- g : module d'accélération de la gravité ;

B.2.6 GMRS_datas.params.simulation

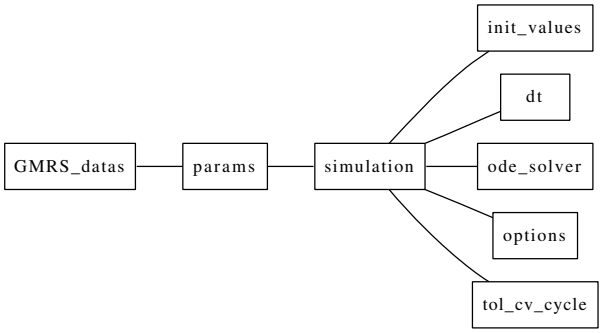


Figure B.12 – *Bloc GMRS_datas.params.simulation*

- init_values : conditions initiales de la simulation ;
- dt : pas de temps du solveur RK4 utilisé pour la mise en équilibre initiale ;
- ode_solver : pointeur vers le solveur ODE choisi parmi les solveurs proposés par MATLAB™ ;
- options : options de la simulation ;
- tol_cv_cycle : tolérance sur le critère de convergence de cycle.

B.2.6.1 GMRS_datas.params.simulation.options

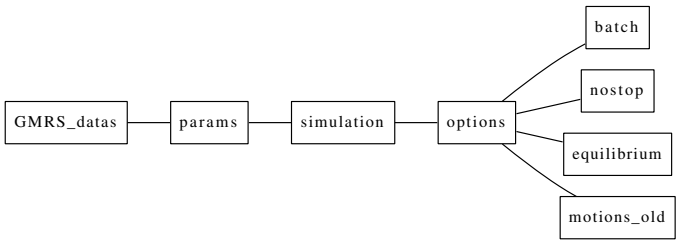


Figure B.13 – *Bloc GMRS_datas.params.simulation.options*

- batch : option permettant le lancement de GMRS en mode batch non verbeux ni interactif ;
- nostop : option indiquant au simulateur qu'il doit enchaîner des simulations sans s'arrêter ;

- equilibrium : option indiquant au simulateur s'il doit effectuer une mise en équilibre initiale ;
- motions_old : bloc GMRS_datas.params.motions de la simulation précédente pour l'adaptation de cinématique.

B.2.7 GMRS_datas.params.motions

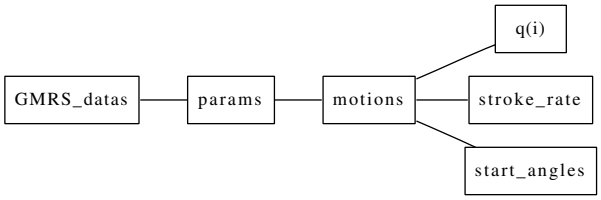


Figure B.14 – *Bloc GMRS_datas.params.motions*

- q(i) : modèle de mouvement pour l'articulation i ;
- stroke_rate : cadence du mouvement d'aviron ;
- name : nom du rameur ;
- start_angles : angles d'amorçage permettant à la première fermeture de boucle de converger vers une solution acceptable.

B.2.8 GMRS_datas.params.motions.q(i)

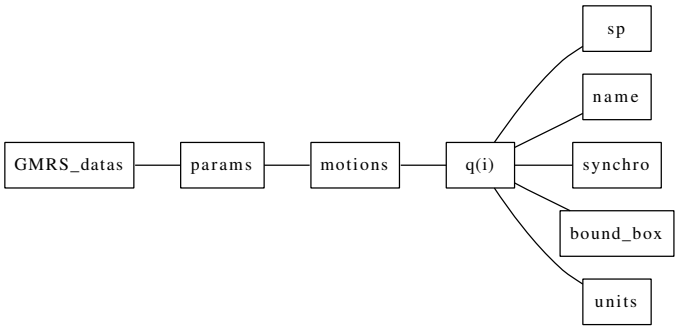


Figure B.15 – *Bloc GMRS_datas.params.motions.q(i)*

- sp : modèle B-spline de l'articulation i stocké sous la forme structure utilisée par MATLAB™ (B-form) ;
- name : nom de l'articulation i ;
- synchro : paramètres de synchronisation σ_i^* ;
- bound_box : butées articulaires de l'articulation i ;

- units : unité utilisée pour le modèle de mouvement articulaire (degrés par défaut).

B.3 GMRS_datas.info

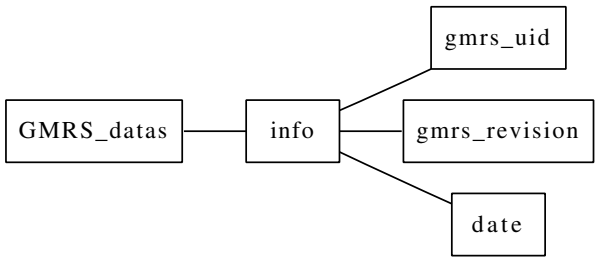


Figure B.16 – *Bloc GMRS_datas.info*

- gmrs_uid : identifiant unique de la simulation donné par la valeur de hachage MD5 ;
- gmrs_revision : révision courante du simulateur GMRS. Le numéro de révision est suivi d'un M si il est détecté que le code source a subi une modification par rapport à la révision courante ;
- date : date de la simulation sous forme décimale. On obtient la date en chaîne de caractère en utilisant *datestr(date)*.

B.4 GMRS_datas.temp

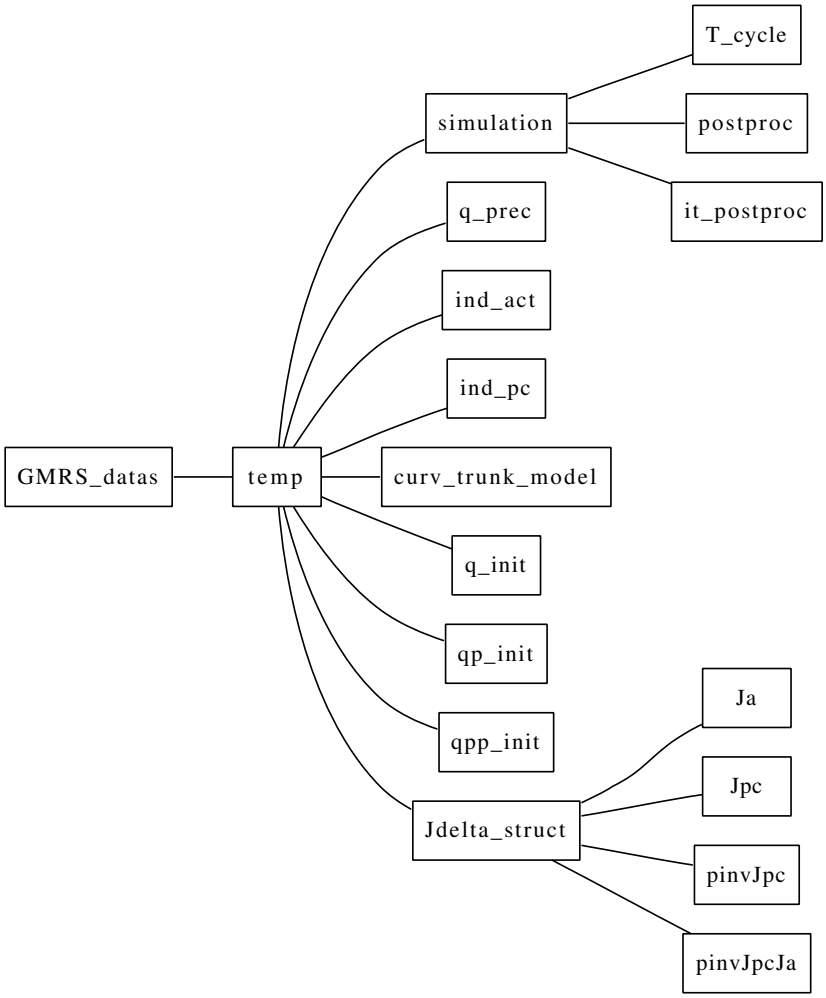


Figure B.17 – *Bloc GMRS_datas.temp*

- simulation : données temporaires utiles à la simulation ;
- q_prec : valeurs précédentes des variables articulaires permettant d'accélérer la convergence de la fermeture de boucle géométrique ;
- ind_act : vecteur contenant les indices des articulations actives ;
- ind_pc : vecteur contenant les indices des articulations passives et coupées ;
- curv_trunk_model : coefficients du modèle polynomial parabolique de dos ;
- q_init : configuration en posture initiale du rameur ;
- qp_init : vitesses articulaires en configuration initiale ;
- qpp_init : accélérations articulaires en configuration initiale ;
- Jdelta_struct : structure contenant les données relatives à la matrice jacobienne cinématique du pas de temps courant ;

- T_cycle : Période du coup d'aviron calculée à partir de la cadence fixée dans les paramètres ;
- postproc : drapeau indiquant au simulateur si nous sommes couramment en simulation ou en post-traitement ;
- it_postproc : temps courant de calcul lors du post-traitement ;
- Ja : bloc $\mathbf{J}_a$ de la matrice jacobienne cinématique correspondant aux articulations actives ;
- Jpc : bloc $\mathbf{J}_{pc}$ de la matrice jacobienne cinématique correspondant aux articulations passives et coupées ;
- pinvJpc : pseudo-inverse $\mathbf{J}_{pc}^{\dagger}$ de $\mathbf{J}_{pc}$;
- pinvJpcJa : opposé de la matrice $\mathbf{W}$ intervenant dans les calculs de fermeture de boucle en vitesse et accélération du chapitre VI ainsi que dans la redistribution des couples articulaires suivant les contraintes de boucle fermée (voir IV.1.1).

B.5 GMRS_datas.output

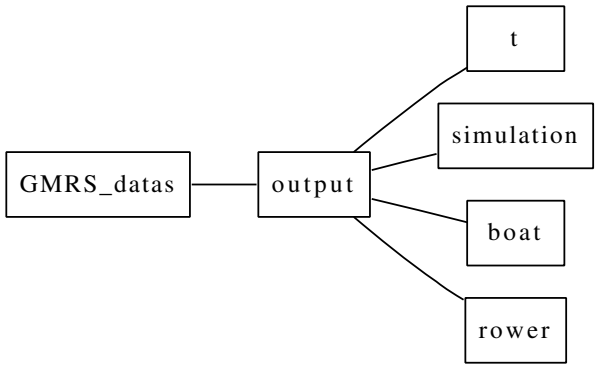


Figure B.18 – *Bloc GMRS_datas.output*

- t : temps de calcul de la simulations
- simulation : données relatives à la simulation
- boat : résultats des calculs concernant le comportement du bateau ;
- rower : résultats des calculs concernant le comportement du rameur ;

B.5.1 GMRS_datas.output.simulation

- t_cpu : données concernant les temps CPU mis en jeu lors des différentes étapes de la simulation ;

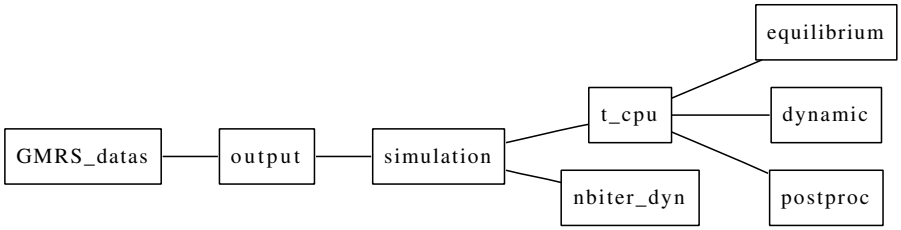


Figure B.19 – *Bloc GMRS_datas.output.simulation*

- equilibrium : temps passé pour la mise en équilibre initiale du système ;
- dynamic : temps passé à la simulation dynamique du système à savoir le temps mis à converger du régime transitoire au régime permanent (cycle limite) ;
- postproc : temps passé au post-traitement des données de la simulation dynamique ;
- nbiter_dyn : nombre d'itérations de cycle pour converger vers le cycle limite du régime permanent.

B.5.2 GMRS_datas.output.boat

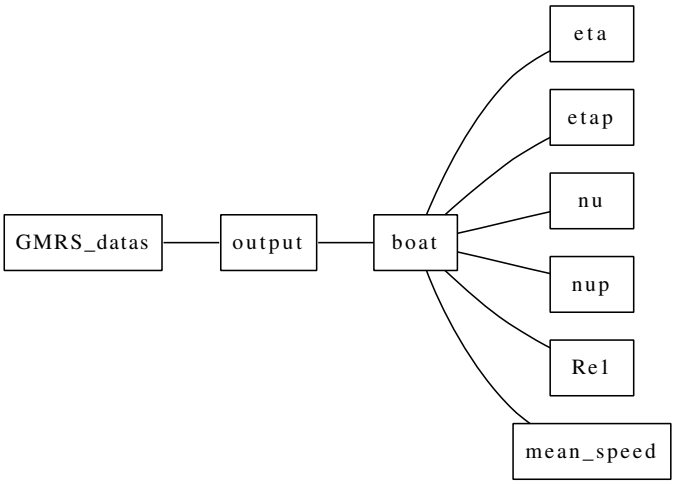


Figure B.20 – *Bloc GMRS_datas.output.boat*

- eta : position généralisée $\boldsymbol{\eta} = {}^{e}\mathbf{X}_0$ du bateau dans le repère terrestre $\mathcal{R}_e$;
- etap : vitesse généralisée $\dot{\boldsymbol{\eta}} = {}^{e}\dot{\mathbf{X}}_0$ du bateau par rapport au repère terrestre et exprimée dans le repère terrestre ;
- nu : vitesse généralisée $\boldsymbol{\nu} = {}^{0}\mathbf{V}_0$ du bateau par rapport au repère terrestre exprimée dans le repère lié $\mathcal{R}_0 = \mathcal{R}_b$;

- nup : accélération $\dot{\boldsymbol{\nu}} = {}^{0}\dot{\mathbf{V}}_0$ du bateau par rapport au repère terrestre exprimée dans le repère du bateau ;
- Re1 : matrice de rotation ${}^{e}\mathbf{R}_0$;
- mean_spead : vitesse d'avance du bateau.

B.5.3 GMRS_datas.output.rower

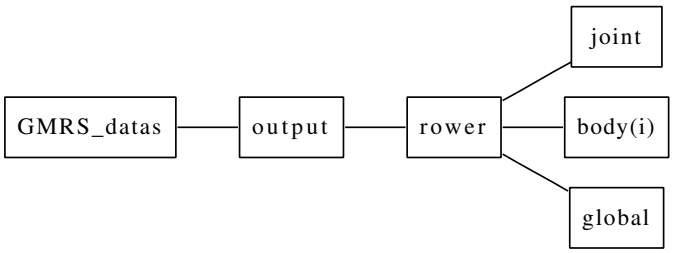


Figure B.21 – *Bloc GMRS_datas.output.rower*

- joint : données relatives aux angles articulaires ;
- body(i) : données relatives au corps des rameurs ;
- global : données global sur le système ;

B.5.3.1 GMRS_datas.output.rower.joint

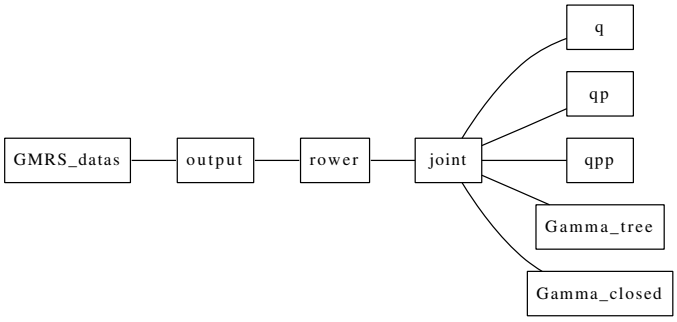


Figure B.22 – *Bloc GMRS_datas.output.rower.joint*

- q : ensemble des configurations $\mathbf{q}$ des rameurs durant la simulation (les boucles sont bien fermées) ;
- qp : vitesses articulaires $\dot{\mathbf{q}}$ durant la simulation ;
- qpp : accélérations articulaires $\ddot{\mathbf{q}}$ durant la simulation ;
- Gamma_tree : couples articulaires dans le modèle ouvert arborescent équivalent ;
- Gamma_closed : couples articulaires dans la modèle à boucle cinématiques fermées.

B.5.3.2 GMRS_datas.output.rower.body(i)

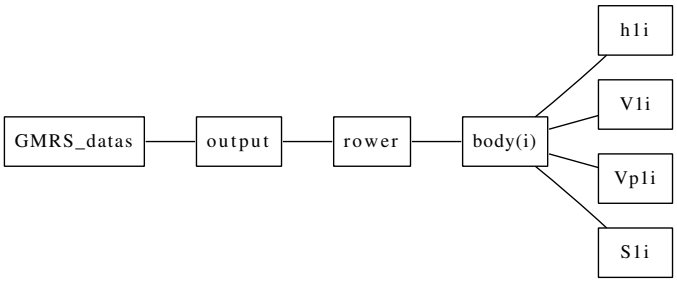


Figure B.23 – *Bloc GMRS_datas.output.rower.body(i)*

- h1i : matrices de transformations homogènes ${}^0\mathbf{h}_i$ du corps i durant le cycle limite ;
- V1i : vitesse généralisée ${}^0\mathbf{V}_i$ du corps i exprimée dans le repère du bateau ;
- Vp1i : accélération généralisée ${}^0\dot{\mathbf{V}}_i$ du corps i exprimée dans le repère du bateau ;
- S1i : position ${}^0\mathbf{S}_i$ du centre de gravité $\mathbf{G}_i$ du corps $\mathcal{C}_i$ par rapport à l'origine $\mathbf{O}_0$ du bateau durant le cycle limite.

B.5.3.3 GMRS_datas.output.rower.global

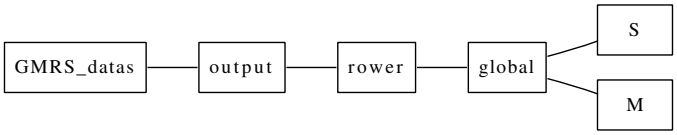


Figure B.24 – *Bloc GMRS_datas.output.rower.global*

- S : position du centre de gravité global du rameur et des rames par rapport au bateau ;
- M : masse globale du système *bateau-avirons-rameur(s)*.

Annexe C

Modeleur de style GMRS

L'outil présenté ici, que nous avons appelé «modeleur de style», est un utilitaire interactif permettant la mise au point de cinématiques de rameur. Il a été développé en MATLAB™ pour pallier au fait que nous ne possédions pas lors de notre étude, de données cinématique de rameurs sur un bateau d'aviron. Les cinématiques de rameur proposées dans ce manuscrit ont toutes été développées à l'aide de cet outil. Une copie d'écran de la fenêtre principale de l'interface utilisateur est représentée en figure C.1.

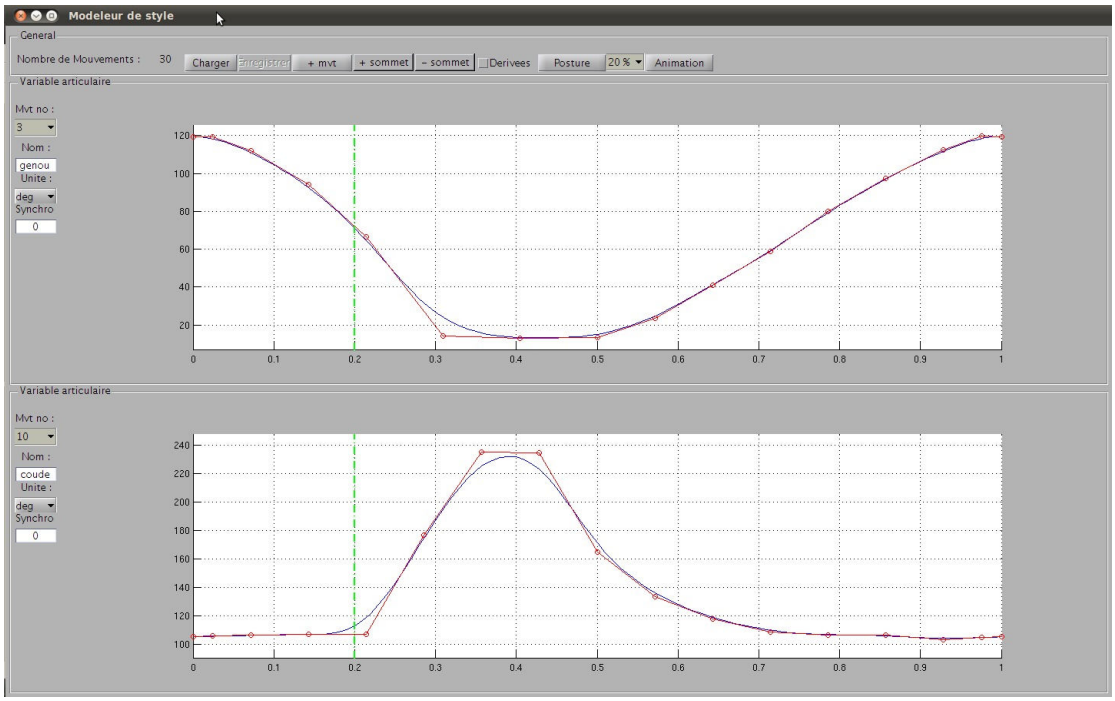


Figure C.1 – *Fenêtre principale du modeleur de style GMRS*

Le fonctionnement du modeleur de style repose sur les propriétés des B-splines, utilisées afin de modéliser les profils d'angle articulaires des articulations actives de

la structure tel que montré au chapitre VI. Le polygone de contrôle des B-splines est représenté en même temps que les courbes des variables articulaires. Les sommets du polygone de contrôle sont les degrés de liberté de la courbe et peuvent être modifiés manuellement à l'aide de la souris pour les modèles de mouvement des articulations actives. Les variables articulaires des articulations passives sont résolues par fermeture de boucle tel que décrit au chapitre VI. Il est donc possible de les visualiser mais pas de les modifier directement.

Le modeleur de style donne la possibilité de raffiner le paramétrage à l'aide d'un algorithme d'insertion de nœuds. Ainsi il est possible d'ajouter un degré de liberté à la courbe sans en modifier le profil. De même il est possible de supprimer des nœuds, mais alors la courbe est modifiée.

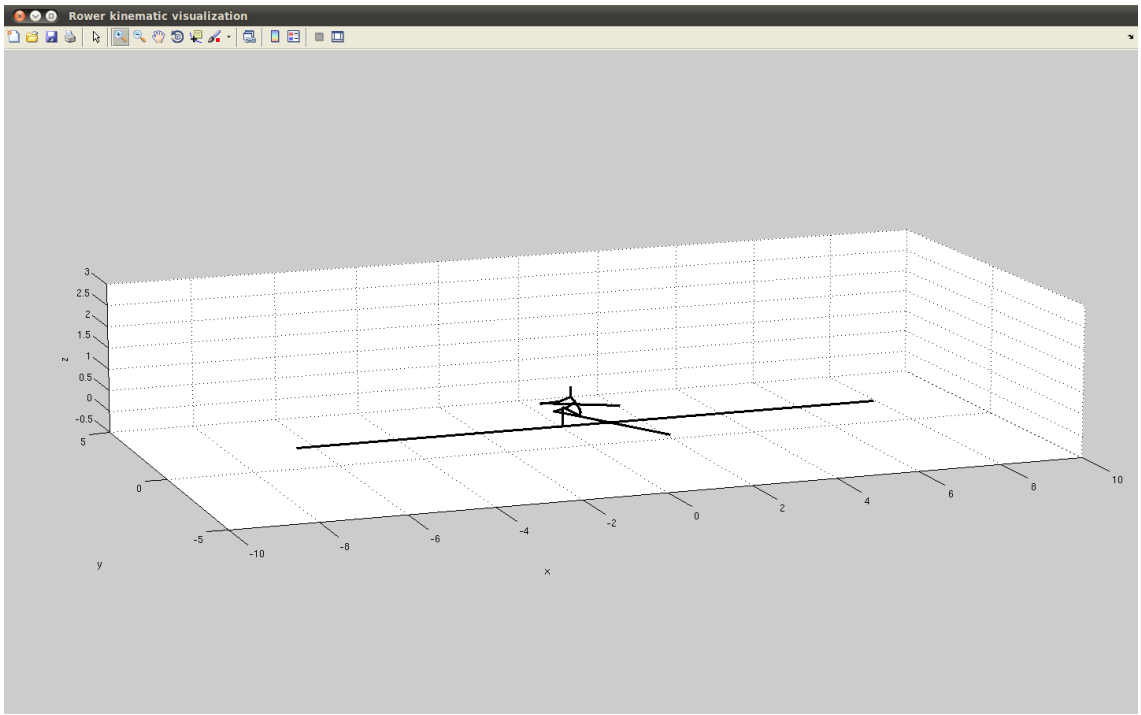


Figure C.2 – *Représentation filaire du rameur mise à jour automatiquement lors d'une modification locale de B-spline à l'aide du polygone de contrôle et portant sur un voisinage de la configuration courante*

La gestion des contraintes de périodicité portant jusqu'à la seconde dérivée des variables articulaires est assurée de manière automatique. Comme vu en VI.3.2, ces contraintes portent sur les trois premiers et les trois derniers sommets du polygone de contrôle dont la dépendance est dictée par la périodicité. Ainsi une modification de l'un de ces sommets et automatiquement répercutée sur les autres sommets afin

de conserver la périodicité. Afin de pouvoir vérifier le profil et la bonne périodicité des variables articulaires et de leur dérivées, le modeleur de style permet d'afficher les courbes de dérivée, mises à jour automatiquement à chaque déformation de courbe. La visualisation des dérivées permet également un contrôle visuel de la douceur des courbes, afin d'éviter de générer des variations trop importantes d'accélération, assimilables à des chocs tel que soulevé en VI.1.

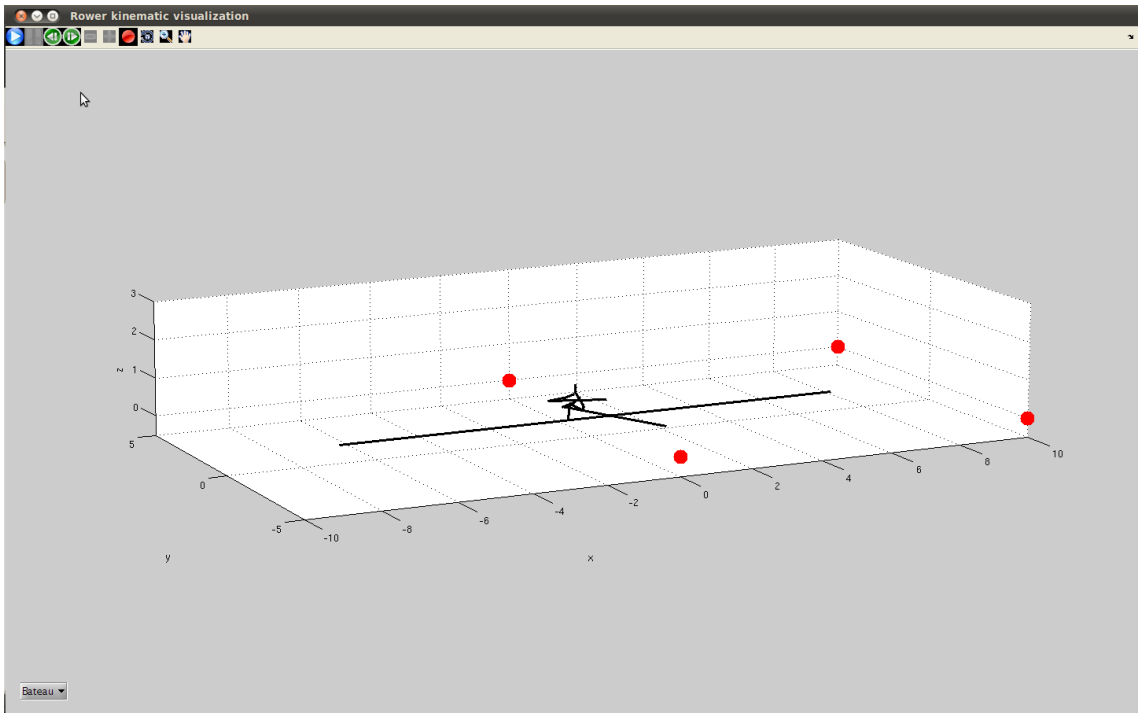


Figure C.3 – *Interface permettant d'animer une cinématique de rameur et de générer des vidéos de la cinématique globale du système en mouvement*

Pour la mise au point des cinématiques, une représentation filaires du rameur est fournie (voir figure C.3). Celle-ci repose sur le calcul des positions absolues des centres articulaires correspondant aux corps physiques du système à l'aide du modèle géométrique direct (voir III.3). La mise à jour de cette représentation est automatique pour tout changement local des modèles de mouvement. De plus il est également possible de générer une animation à tout moment afin d'observer le mouvement global d'aviron ainsi créé. Le bateau est alors considéré fixe et nous n'observons que la cinématique du rameur, aucun calcul dynamique n'étant effectué à cette étape.

Tous les modèles de variables articulaires sont établis en temps normalisé sur un coup d'aviron complet. Ainsi il est ensuite possible lors des simulations GMRS

de spécifier différentes cadences pour le mouvement.

Dans la mesure où nous ne pouvons travailler que sur des postures, *i.e.* des configurations du rameur à des instants donnés du cycle d'aviron, la mise au point d'une cinématique s'effectue grâce à une discrétisation de l'intervalle de temps normalisé de 5% en 5%. Ainsi il est possible de déplacer un curseur de temps afin d'examiner la conséquence de la déformation locale d'une variable articulaire sur la configuration générale du rameur à un instant donné. Le réglage de la posture à chacun des instant du coup d'aviron permet de définir une cinématique. Les transitions entre ces configurations ont automatiquement les degrés de continuité requis du fait des propriétés des B-splines.

Les paramètres de synchronisation des mouvements tels que décrits en VI.2 sont directement paramétrables dans l'interface. D'autre part, il est possible de gérer l'enregistrement et le chargement des cinématiques, afin de les utiliser rapidement dans de nouvelles simulations GMRS. Enfin, les fichiers ou variables à fournir au modeleur de style sont les mêmes que ceux utilisés par le simulateur GMRS. L'utilisation conjointe du modeleur de style et du simulateur GMRS est donc directe car basée sur la même structure GMRS_datas que celle décrite en annexe B, sans modification.

L'interface complémentaire permettant de visualiser des animations correspondant aux cinématiques mises au point à l'aide du modeleur de style utilise également les mêmes entrées sortie. C'est un interface autonome et ne nécessite pas le modeleur de style pour être utilisée. Cette interface est représentée en figure C.3. Si les données chargées dans cette interface contiennent des résultats de simulation, *i.e.* si un champs GMRS_datas.output existe, alors l'animation utilisera également les données de mouvement du bateau pour générer une animation de toute le dynamique du système. Sinon le bateau est laissé fixe, les fermetures de boucle sur tout le cycle sont réalisées et nous ne visualisons que les mouvements du rameur. L'interface d'animation permet en outre de générer automatiquement des vidéos de résultat à des fins de communication visuelle de ces derniers.

Annexe D

Méthode de Prony pour l'approximation de réponses impulsionnelles

La méthode de Prony fut initialement développée par le Baron Gaspard Riche de Prony [35] en 1795 et est toujours actuellement utilisée en traitement du signal pour l'approximation de fonctions réelles $K(t)$, définies sur un intervalle $[t_0, +\infty[$, et à extinction telles que

$$\lim_{t\to\infty} K(t) = 0 \tag{D.1}$$

La méthode nécessite la connaissance de $n+1$ échantillons $(K(t_i))_{i\in\{0,\dots,n\}}$ régulièrement espacés tels que $t_i = t_0 + i\,dt$, où dt est le pas de temps d'échantillonnage constant [1].

Elle permet de trouver une approximation $\tilde{K}(t)$ de $K(t)$ à l'aide d'une série d'exponentielles complexes amorties sous la forme :

$$\tilde{K}(t) = \sum_{k=1}^{N} \alpha_k e^{\beta_k t} \tag{D.2}$$

En notant $x_k = \alpha_k\, e^{\beta_k t_0}$ et $b_k = e^{\beta_k dt}$, et en considérant que la fonction d'approximation $\tilde{K}(t)$ passe par les nœuds $K(t_i)$, l'équation (D.2) peut s'écrire sous

1. Le pas constant est une hypothèse importante de la méthode de Prony

la forme du système linéaire suivant :

$$\begin{bmatrix} 1 & \cdots & 1 \\ b_1 & \cdots & b_N \\ b_1^2 & \cdots & b_N^2 \\ \vdots & & \vdots \\ b_1^n & \cdots & b_N^n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} K(t_0) \\ K(t_2) \\ \vdots \\ K(t_{n-1}) \end{bmatrix} \tag{D.3}$$

Considérons le polynôme P_N de degré N dont les racines sont les b_k, $k \in \{1,\ldots,N\}$:

$$P_N(b) = \prod_{k=1}^{N}(b-b_k) = \sum_{k=0}^{N} s_k\, b^{N-k}, \qquad \text{avec } s_0 \equiv 1 \tag{D.4}$$

En considérant les $N+1$ premières lignes du système (D.3) et en multipliant chaque ligne par le coefficient s_k approprié (s_{N-k} pour la $k^{ième}$ ligne), nous obtenons après sommation et en tenant compte du fait que $P_N(b_k) = 0$:

$$K(t_0)s_N + K(t_1)s_{N-1} + \ldots + K(t_{N-2})s_2 + K(t_{N-1})s_1 = -K(t_N) \tag{D.5}$$

Par translation d'une ligne à chaque fois et en répétant le procédé ci-dessus jusqu'à l'indice n, nous obtenons le système $[(n-N+1)\times N]$ suivant :

$$\begin{bmatrix} K(t_0) & \cdots & K(t_{N-1}) \\ K(t_1) & \cdots & K(t_N) \\ \vdots & & \vdots \\ K(t_{n-N}) & \cdots & K(t_{n-1}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} s_N \\ s_{N-1} \\ \vdots \\ s_1 \end{bmatrix} = -\begin{bmatrix} K(t_N) \\ K(t_{N+1}) \\ \vdots \\ K(t_n) \end{bmatrix} \tag{D.6}$$

Si $n > 2N-1$, le système précédent est surdéterminé et peut alors être résolu à l'aide d'une méthode moindres carrés ou de manière équivalente par l'utilisation de la pseudo inverse de la matrice rectangle du premier membre. Nous obtenons alors une solution pour les coefficients s_k, coefficients du polynôme P_N.

La recherche des racines de P_N à l'aide d'un algorithme approprié nous donnent alors les coefficients complexes b_k et par suite, les coefficients β_k sont obtenus par :

$$\beta_k = \frac{\ln(b_k)}{dt} \tag{D.7}$$

Finalement, la connaissance des coefficients b_k explicite également le système surdéterminé (D.3) qui peut de même être résolu par une méthode moindre carrés. Nous obtenons alors les coefficients x_k avec lesquels nous calculons les coefficients α_k tel que :

$$\alpha_k = x_k \, e^{-\beta_k \, t_0} \tag{D.8}$$

Nous avons donc obtenu les N coefficients complexes α_k et β_k définissant l'approximation $\tilde{K}(t)$ de $K(t)$ passant par les nœuds définis par un échantillonnage régulièrement espacé de la fonction à approximer.

Annexe E

Valeurs numériques des modèles

Cette annexe regroupe les valeurs par défaut utilisées dans le simulateur GMRS. Ces valeurs concernent les différents champs de la structure GMRS_datas présentée an annexe B. Nous présentons les valeurs des modèles pour un skiff et des rames de couple.

Matrice des raideurs hydrostatiques

$$\mathbf{K} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 17000 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 8000 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 80000 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Matrice des masses ajoutées pour une pulsation infinie

$$\mathbf{A}_\infty = \begin{bmatrix} 0.0774 & 0 & -0.1701 & 0 & 3.6387 & 0 \\ 0 & 44.4454 & 0 & -0.2484 & 0 & -8.1307 \\ -0.1701 & 0 & 108.9546 & 0 & -1.7065 & 0 \\ 0 & -0.2484 & 0 & 0.0164 & 0 & -0.4636 \\ 3.6387 & 0 & -1.7065 & 0 & 232.3590 & 0 \\ 0 & -8.1307 & 0 & -0.4636 & 0 & 148.9068 \end{bmatrix} \tag{E.1}$$

Dépendance fréquentielle des coefficients de radiation

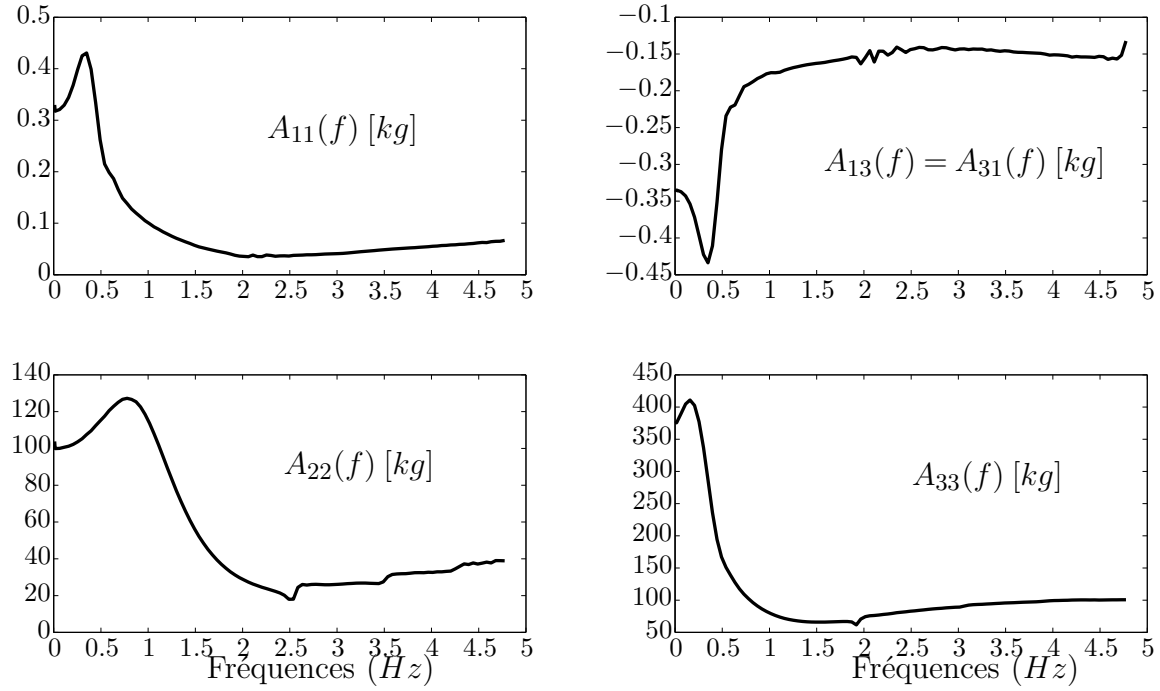


Figure E.1 – *Coefficients de masses ajoutées pour les modes de translation et couplages*

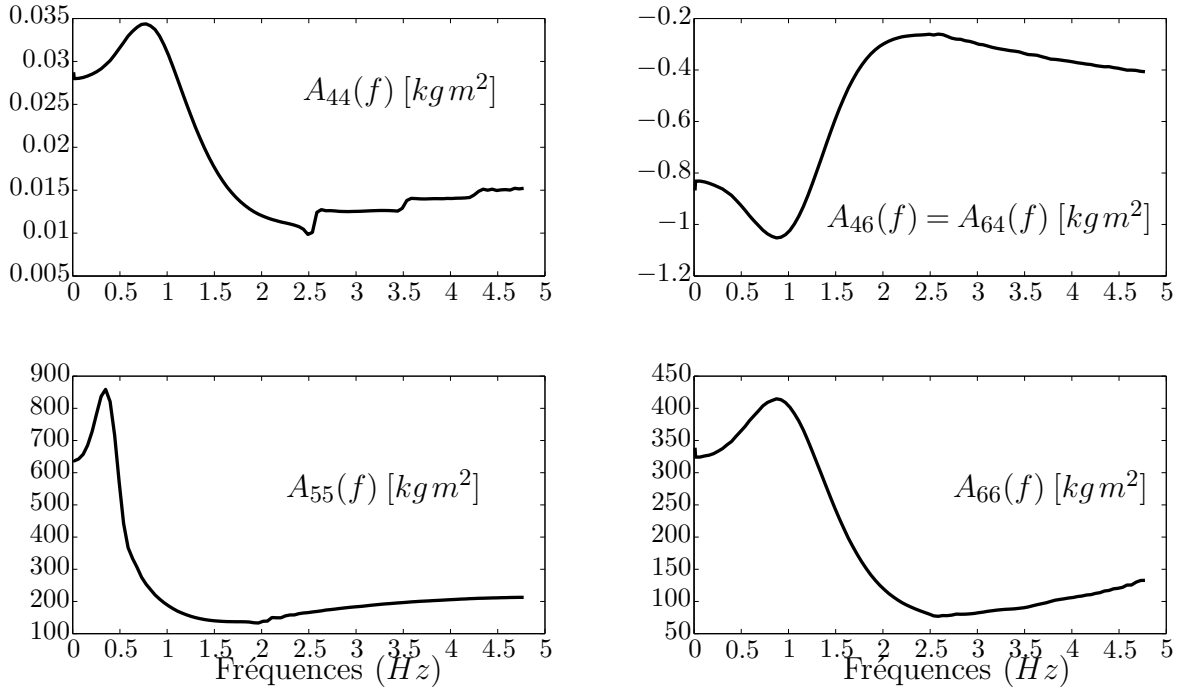


Figure E.2 – *Coefficients de masses ajoutées pour les modes de rotation et couplages*

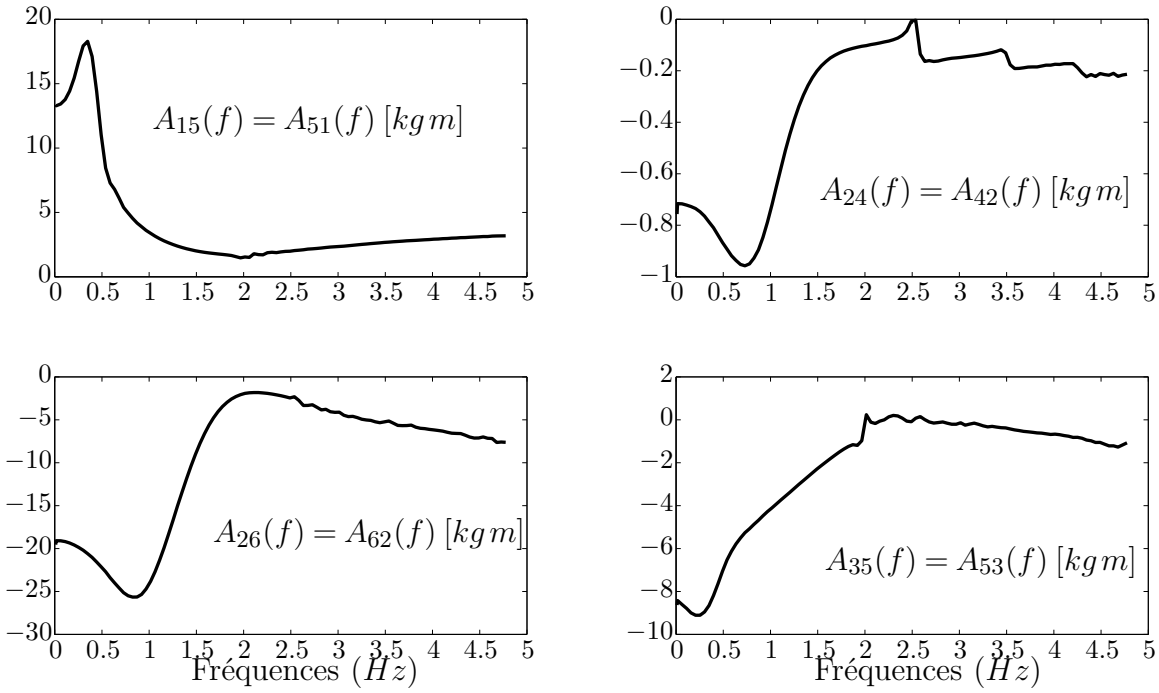


Figure E.3 – *Coefficients de masses ajoutées pour les couplages de roto-translation*

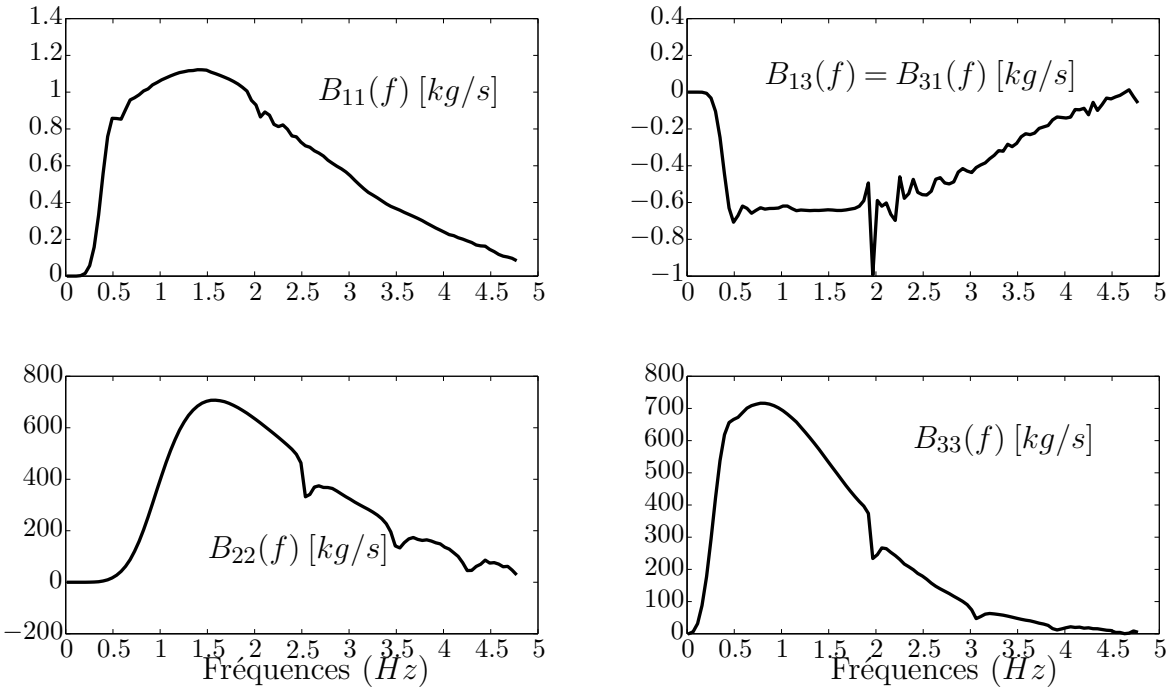


Figure E.4 – *Coefficients d'amortissement de vague pour les modes de translation et couplages*

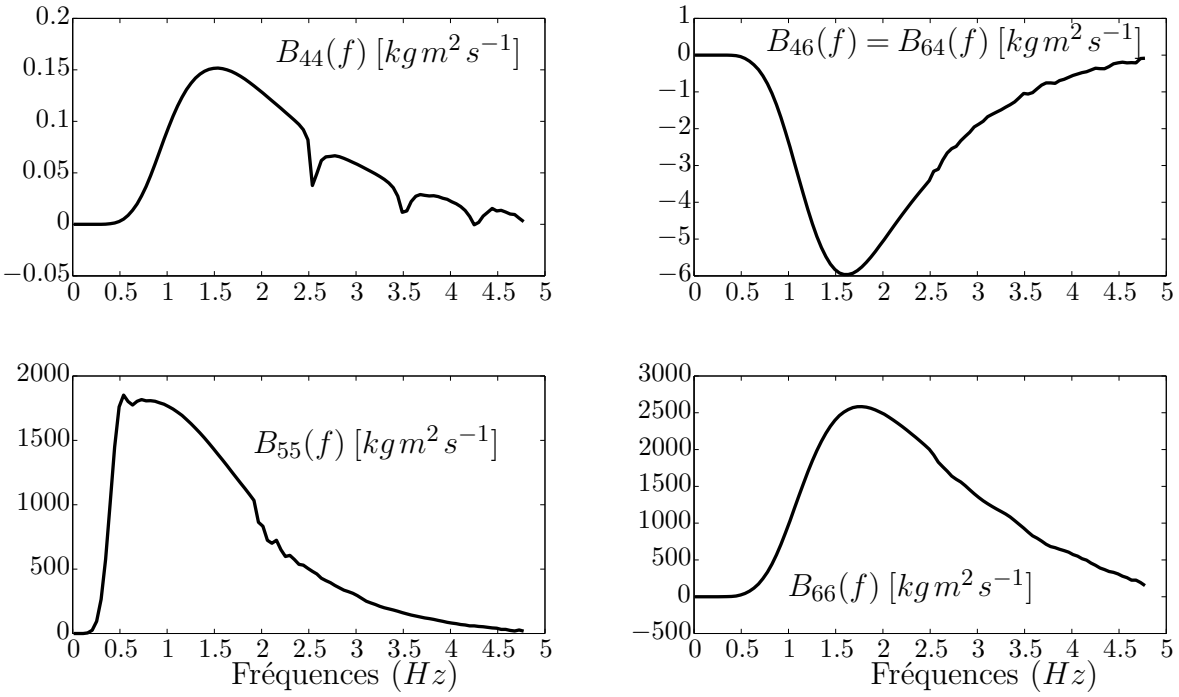


Figure E.5 – *Coefficients d'amortissement de vague pour les modes de rotation et couplages*

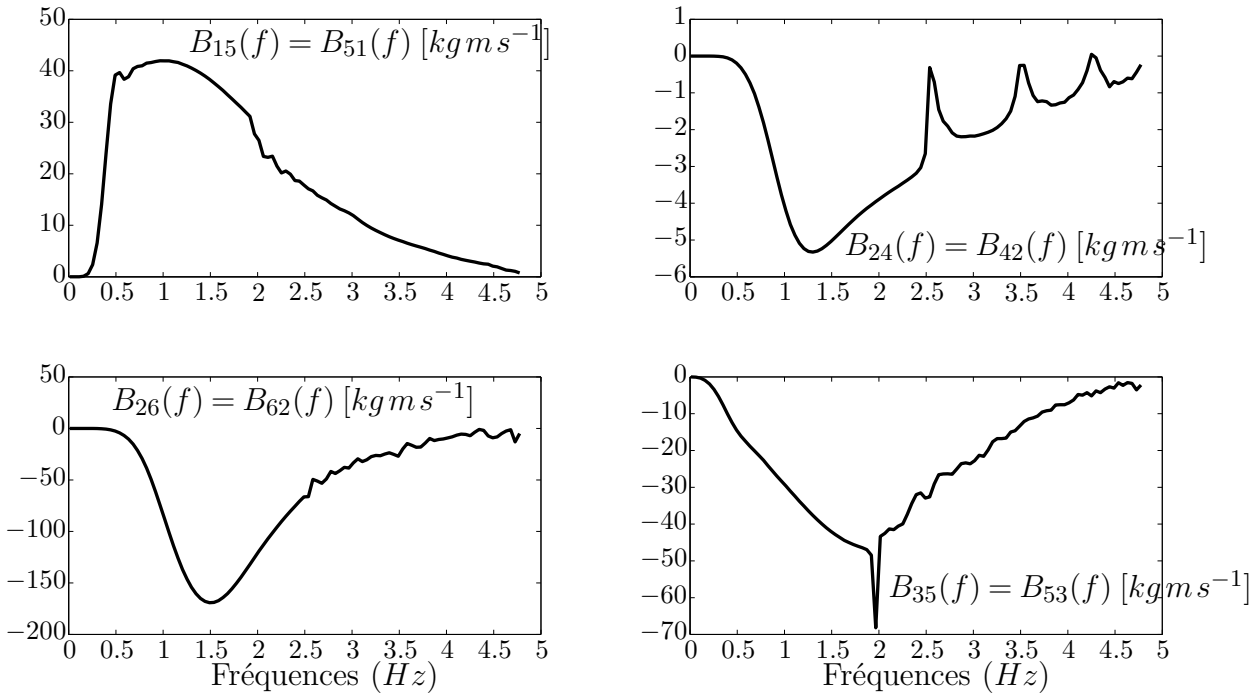


Figure E.6 – *Coefficients d'amortissement de vague pour les couplages de roto-translation*

Réponses impulsionnelles du skiff

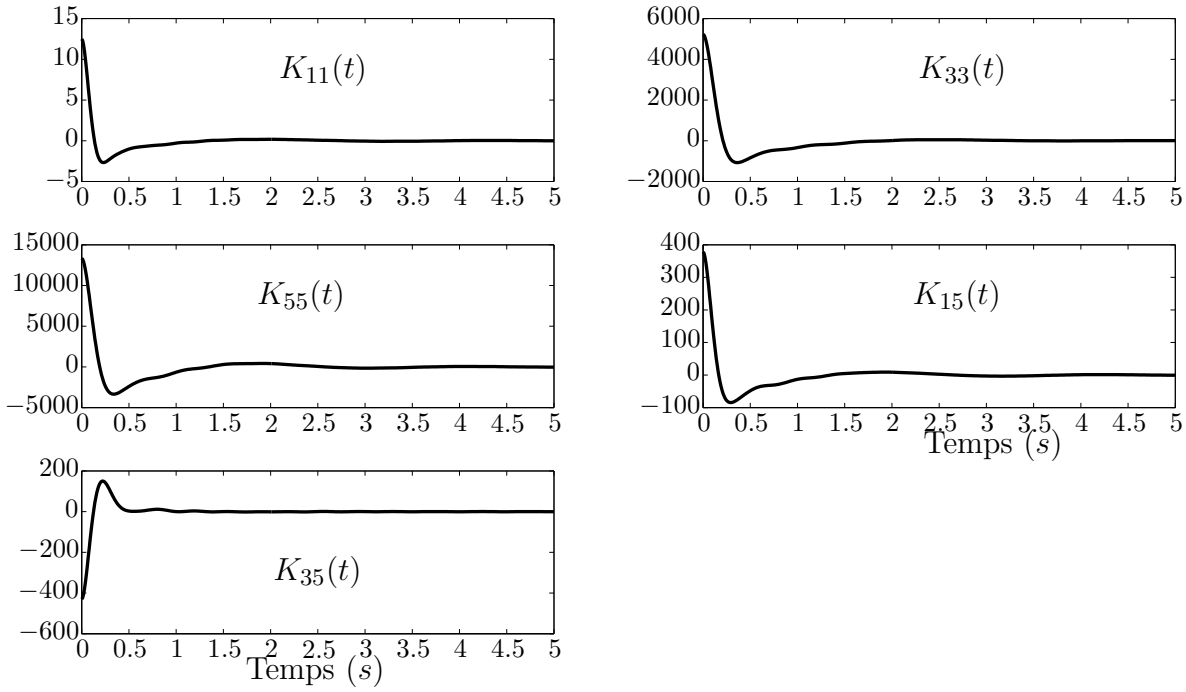


Figure E.7 – *Réponses impulsionnelles du skiff calculées par transformée de Fourier inverse des amortissements de vague des figures E.4, E.5 et E.6 pour les modes les plus significatifs*

Coefficients des modèles d'effort hydrodynamique sur les palettes d'aviron

Pour le modèle de Wellicome, nous avons pris un coefficient de force normal $C_n = 1.7$

Réglages des bateaux

Des mesures ont été effectuées sur des bateaux d'aviron afin de renseigner les paramètres de Denavit-Hartenberg modifiés avec des données moyennes des réglages de bateau. Nous représentons ici ces mesures pour un skiff et un pair oar.

On pourra se reporter à l'annexe A pour la définition des paramètres listés dans ce qui suit. Ces mesures sont prises entre l'origine du bateau $\mathbf{O}_0$ placée à la moitié du bateau, sur le plan de symétrie bâbord/tribord et sur la surface de flottaison.

Réglages du skiff

Longueur du bateau : $L_w = 8\,m$

- Hauteur de planche de pieds : $-0.03\,m$
- Position longitudinale de planche de pieds : $-0.67\,m$
- Demi-entraxe tribord/bâbord : $0.80\,m$
- Position portant tribord/bâbord : $-0.30\,m$
- Hauteur de dame de nage tribord/bâbord : $0.30\,m$
- Rayon des manches de pelle tribord/bâbord : $0.05\,m$
- Épaisseur de dame de nage : $0.013\,m$
- Hauteur de la coulisse : $0.13\,m$

Réglages du pair-oar

Longueur du bateau : $L_w = 9.62\,m$

Pour le rameur numéro 1 (la nage) :

- Hauteur de planche de pieds : $-0.185\,m$
- Position longitudinale de planche de pieds : $-1.4\,m$
- Demi-entraxe : $0.86\,m$
- Position portant : $-0.955\,m$
- Hauteur de dame de nage : $0.19\,m$
- Rayon du manche de pelle : $0.05\,m$
- Épaisseur de dame de nage : $0.02\,m$
- Hauteur de la coulisse : $0.03\,m$

Pour le rameur numéro 2 (le deux) :

- Hauteur de planche de pieds : $-0.185\,m$
- Position longitudinale de planche de pieds : $-0.015\,m$
- Demi-entraxe : $0.86\,m$
- Position portant : $0.355\,m$
- Hauteur de dame de nage : $0.19\,m$
- Rayon du manche de pelle : $0.05\,m$
- Épaisseur de dame de nage : $0.02\,m$
- Hauteur de la coulisse : $0.03\,m$

Mesures anthropométriques pour GEBOD

Nous présentons ici les 32 mesures anthropométriques utilisées par défaut dans ce manuscrit pour générer les paramètres inertiels standards et les longueurs segmentaires des modèles de rameurs 3D.

Mesure	Valeur	Mesure	Valeur
Weight	89.2	Hip breadth standing	0.341
Standing height	1.82	Shoulder to elbow length	0.415
Shoulder height	1.518	Forearm-hand length	0.495
Armpit height	1.372	Biceps circumference	0.345
Waist height	1.12	Elbow circumference	0.33
Seated height	0.92	Forearm circumference	0.305
Head length	0.21	Waist circumference	0.185
Head breadth	0.158	Knee height seated	0.58
Head to chin height	0.23	Thigh circumference	0.615
Neck circumference	0.380	Upper leg circumference	0.415
Shoulder breadth	0.483	Knee circumference	0.42
Chest depth	0.256	Calf circumference	0.405
Chest breadth	0.343	Ankle circumference	0.255
Waist depth	0.228	Ankle height, outside	0.115
Waist breadth	0.297	Foot breadth	0.105
Buttock depth	0.27	Foot length	0.285

Tableau E.1 – *32 mesures anthropométriques GEBOD permettant de générer des paramètres inertiels standards. Toutes mesures en mètres excepté la masse du rameur en kilogrammes*

Annexe F

Modèles complémentaires pour la génération de mouvement

Dans cette annexe, nous présentons les modèles complémentaires ajoutés aux modèles de mouvement par B-spline afin de modéliser d'une part la courbure du dos des rameurs, et d'autre part l'orientation de leur tête.

F.1 Modèle de courbure de dos

La courbure du dos au cours du coup d'aviron est un indicateur de style technique. Certains rameurs auront une courbure pratiquement constante pendant le coup d'aviron tandis que d'autres présentent des variations de courbure significatives, ayant le dos courbé sur l'avant et déplié sur l'arrière.

Dans les modèles multicorps 3D de rameurs présentés en annexe A, nous avons décomposé le dos des rameurs en trois parties : le pelvis, l'abdomen et le tronc. Ces différentes parties corporelles sont liées entre elles par des liaisons rotoïdes permettant au dos de se courber. Les rameurs de pointe possèdent un degré de liberté supplémentaire permettant une torsion du tronc nécessaire à une amplitude de mouvement de l'aviron suffisante. Afin de réduire la complexité de mise au point du mouvement du rameur, nous avons choisi d'adopter un modèle de courbure de dos parabolique. Les articulations cuisse/pelvis, pelvis/abdomen, abdomen/tronc et tronc/tête se trouvent alors disposées sur une parabole dont l'évasement donne la courbure de dos.

Nous présentons ici la démarche de modélisation pour le rameur 3D de couple. La transposition est naturelle pour les deux autres modèles 3D de rameurs de pointe. Dans le cas du rameur de couple, ces articulations ont les indices 3, 4, 5

et 6. Nous avons représenté en figure F.1 la disposition de ces articulations sur la parabole.

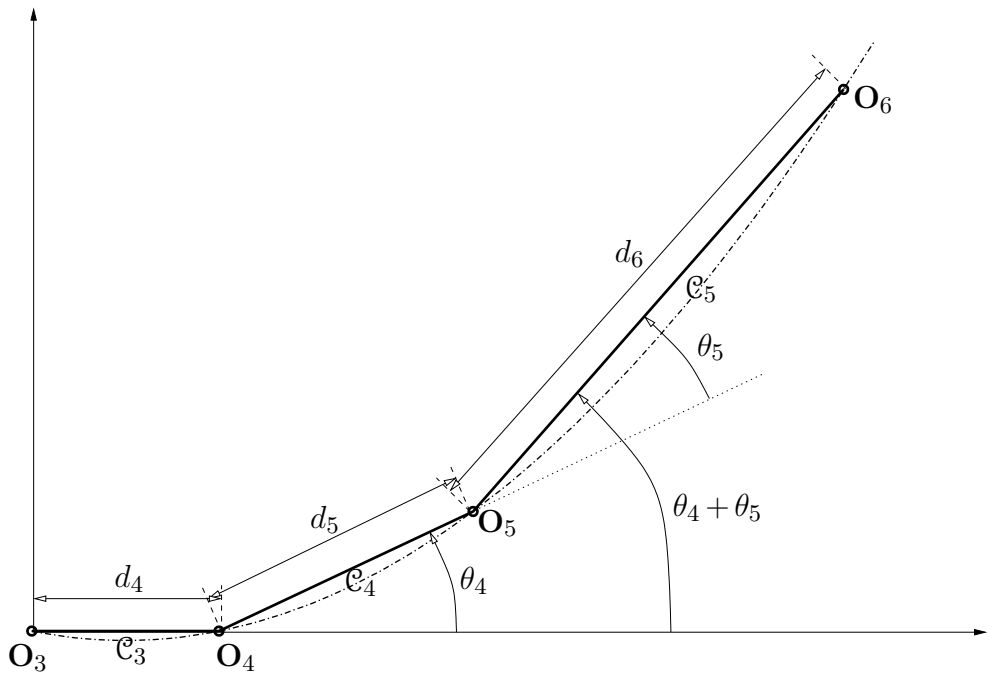


Figure F.1 – *Disposition des articulations du dos du modèle de rameur 3D de couple le long d'une parabole*

Ainsi avec cette approche, les racines de la parabole sont 0 et d_4 et l'équation générale de la parabole s'écrit :

$$y = ax(x - d_4) \tag{F.1}$$

Il suffit donc de donner une loi temporelle d'évolution du paramètre a de la parabole afin de faire varier la courbure de dos. Pour une valeur d'évasement a donnée, il convient alors de calculer les angles θ_4 et θ_5 permettant de disposer les articulations 5 et 6 sur la courbe. En exprimant l'appartenance des centres articulaires $\mathbf{O}_5$ et $\mathbf{O}_6$ à la parabole d'équation (F.1), on obtient le système d'équations non linéaires suivant :

$$\begin{aligned} -d_5\mathrm{S}_{\theta_4} + a(d_4 + d_5\mathrm{C}_{\theta_4})d_5\mathrm{C}_{\theta_4} &= 0 \quad \text{(F.2)} \\ -d_5\mathrm{S}_{\theta_4} - d_6\mathrm{S}_{\theta_4+\theta_5} + a(d_4 + d_5\mathrm{C}_{\theta_4} + d_6\mathrm{C}_{\theta_4+\theta_5})(d_5\mathrm{C}_{\theta_4} + d_6\mathrm{C}_{\theta_4+\theta_5}) &= 0 \quad \text{(F.3)} \end{aligned}$$

La résolution de ces équations est menée à l'aide de solveur *fsolve* de MATLAB™ adapté à la recherche des racines de systèmes d'équations non linéaires.

Afin d'accélérer la recherche, nous renseignons également la matrice jacobienne du système qui s'écrit :

$$\mathbf{J} = \begin{bmatrix} J_{11} & J_{12} \\ J_{21} & J_{22} \end{bmatrix} \tag{F.4}$$

$$J_{11} = -2ad_5^2 \mathrm{C}_{\theta_4}\mathrm{S}_{\theta_4} - d_5(a\, d_4 \mathrm{S}_{\theta_4} + \mathrm{C}_{\theta_4}) \tag{F.5}$$

$$J_{12} = 0 \tag{F.6}$$

$$J_{21} = -a(d_5\mathrm{S}_{\theta_4} + d_6\mathrm{S}_{\theta_4+\theta_5})(d_4 + 2d_5\mathrm{C}_{\theta_4} + 2d_6\mathrm{C}_{\theta_4+\theta_5}) - d_5\mathrm{C}_{\theta_4} - d_6\mathrm{C}_{\theta_4+\theta_5} \tag{F.7}$$

$$J_{22} = -ad_6\mathrm{S}_{\theta_4+\theta_5}(d_4 + 2d_5\mathrm{C}_{\theta_4} + 2d_6\mathrm{C}_{\theta_4+\theta_5}) - d_6\mathrm{C}_{\theta_4+\theta_5} \tag{F.8}$$

Nous pouvons modéliser le paramètre d'évasement a de la parabole à l'aide de courbes B-splines. En revanche ce paramètre n'est pas explicitement une variable articulaire et le modeleur de style décrit en annexe C ne permet pas directement de modeler cette variable dans la mesure où il est prévu pour déformer les variables articulaires. En outre, cette manière de faire suppose la résolution du système (F.2)-(F.3) à chaque pas de temps de la simulation. Nous avons donc préféré établir un métamodèle du modèle de courbure de dos précédent. L'objectif est d'établir une approximation polynomiale de la relation entre les variables articulaires θ_4 et θ_5 telle que :

$$\theta_4 = \sum_{k=0}^{d} p_k\, \theta_5^k \tag{F.9}$$

Pour ce faire, lors de l'initialisation préalable à toute simulation GMRS, nous effectuons un balayage du paramètre a entre 0 et 5 et nous résolvons le système (F.2)-(F.3) pour chacune de ces valeurs. Nous obtenons alors l'évolution de la variable θ_4 en fonction de θ_5. La figure F.2 montre un exemple de cette évolution. Une approximation polynomiale de degré $d = 3$ est ensuite obtenue au sens des moindres carrés. Notre modèle initial est de cette manière remplacé par la relation explicite (F.9) permettant d'évaluer directement θ_4 en ayant imposé θ_5 tel que le modèle parabolique soit respecté. Ainsi la variation de courbure de dos n'est plus pilotée par le paramètre a mais directement par la variable articulaire θ_5, qui est alors éditable via le modeleur de style. La construction de ce métamodèle n'est nécessaire qu'une seule fois car les coefficients du polynôme obtenu ne dépendent que des paramètres anthropométriques d_4, d_5 et d_6, propres à la morphologie du rameur, et obtenus à partir du logiciel GEBOD (voir le chapitre III en III.5.3).

En outre, dans la mesure où le dos appartient à deux boucles cinématiques de la structure polyarticulée et que toutes les variables articulaires associées sont déclarées comme actives, il convient de calculer θ_4 à l'aide de ce métamodèle avant la procédure de fermeture de boucles. L'obtention des dérivées $\dot{\theta}_4$ et $\ddot{\theta}_4$ est immédiate par dérivation du modèle polynomial.

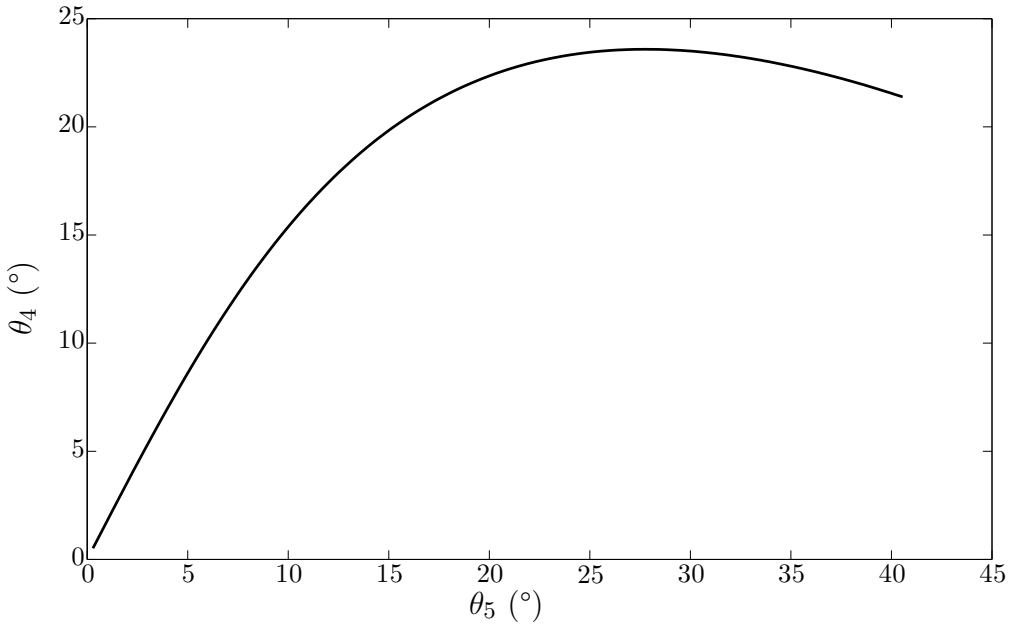


Figure F.2 – *Évolution de la variable articulaire θ_4 en fonction de θ_5 pour la construction du métamodèle de courbure de dos*

F.2 Modèle de posture de la tête

Dans les modèles de rameur 3D présentés en annexe C, seule la tête n'appartient pas à des boucles cinématiques. La variable articulaire associée est donc nécessairement active et doit être pilotée. Généralement, les rameurs maintiennent leur tête droite dans le bateau. Pour notre problème de génération de trajectoire, il convient donc d'asservir l'orientation de la tête afin de conserver son axe $\mathbf{x}$ colinéaire à l'axe vertical $\mathbf{z}_0$ du bateau. Ceci revient à mettre en place une relation de contrainte sur les variables articulaires actives.

Pour le modèle de rameur de couple, on montre à partir des figures de l'annexe A que cette relation s'écrit :

$$\theta_6 = \frac{\pi}{2} - \theta_1 + \theta_2 - \theta_3 - \theta_4 - \theta_5 \tag{F.10}$$

Dans la mesure où certaines des variables articulaires de (F.10) sont passives, il convient d'effectuer les calculs de fermeture de boucle avant de calculer l'angle articulaire θ_6 de la tête. Les dérivées sont immédiatement obtenues par dérivation de (F.10).

Références bibliographiques

[1] M.A. Abkowitz. *Lectures on Ship Hydrodynamics : Steering and Maneuvrability*. Hydro-og Aerodynamisk Laboratorium, Hydrodynamics Dept., 1964.

[2] K. Affeld, K. Schichl, and A. Ziemann. Assessment of rowing efficiency. *International Journal of Sports Medicine*, 14, Suppl 1 :S39–S41, 1993.

[3] A. Babarit, AH Clément, G. Duclos, and JC Gilloteaux. Anatomie d'un système récupérateur d'énergie des vagues de seconde génération. In *10èmes journées de l'hydrodynamique*, mars 2005.

[4] S. Barré. *Etude expérimentale des systèmes de propulsion instationnaire Application aux palettes d'aviron*. PhD thesis, Université de Nantes, 1998.

[5] S. Barré and JM Kobus. New facilities for measurement and modelling of hydrodynamic loads on oar blades. *The engineering of sport : Design and development*, pages 251–259, 1998.

[6] S. Barré and JM Kobus. Comparison between common models of forces on oar blades and forces measured by towing tank tests. In *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part P : Journal of Sports Engineering and Technology*, pages 37–51. Prof Eng Publishing, 2009.

[7] A. Baudouin and D. Hawkins. Investigation of biomechanical factors affecting rowing performance. *Journal of biomechanics*, 37(7) :969–976, 2004.

[8] A. Baudouin, D. Hawkins, and S. Seiler. A biomechanical review of factors affecting rowing performance* commentary. *British journal of sports medicine*, 36(6) :396, 2002.

[9] M. Begon and P. Lacouture. Modélisation anthropométrique pour une analyse mécanique du geste sportif., partie 1 : modèles, leurs caractéristiques et leur validation. *Science & Motricité*, 54(2005/1) :13–33, 2005.

[10] M. Begon and P. Lacouture. Modélisation anthropométrique pour une analyse mécanique du geste sportif., partie 2 : joint center estimation and skeletal kinematics determination. *Science & Motricité*, 54(2005/2) :36–60, 2005.

[11] L. Biagiotti and C. Melchiorri. *Trajectory Planning for Automatic Machines and Robots*. Springer Verlag, 2008.

[12] M. Blanke and A. Christensen. Rudder-roll damping autopilot robustness due to sway-yaw-roll couplings. In *Proceedings of the 10th International Ship Control Systems Symposium (SCSS'93), pages A*, 1993.

[13] F. Boyer, N. Glandais, and W. Khalil. Flexible multibody dynamics based on a non-linear euler-bernoulli kinematics. *International journal for numerical methods in engineering*, 54(1) :27–59, 2002.

[14] M.N. Brearley, N.J. de Mestre, and D.R. Watson. Modelling the rowing stroke in racing shells. *The Mathematical Gazette*, pages 389–404, 1998.

[15] D. Cabrera and A. Ruina. Propulsive efficiency of rowing oars. *Journal of Applied Biomechanics*, 2006.

[16] D. Cabrera, A. Ruina, and V. Kleshnev. A simple 1+ dimensional model of rowing mimics observed forces and motions. *Human movement science*, 25(2) :192–220, Febuary 2006.

[17] N. Caplan and T. Gardner. A fluid dynamic investigation of the big blade and macon oar blade designs in rowing propulsion. *Journal of sports sciences*, 25(6) :643–650, 2007.

[18] N. Caplan and T. Gardner. A mathematical model of the oar blade-water interaction in rowing. *Journal of sports sciences*, 25(9) :1025–1034, 2007.

[19] N. Caplan and T. Gardner. Modeling the influence of crew movement on boat velocity fluctuations during the rowing stroke. *Int. J. Sports Sci. Engng*, 1(3) :165–176, 2007.

[20] F. Celentano, G. Cortili, PE Di Prampero, and P. Cerretelli. Mechanical aspects of rowing. *Journal of Applied Physiology*, 36(6) :642–647, 1974.

[21] EKJ Chadwick and FCT van der Helm. Musculo-skeletal modelling of the shoulder. In *Proceeding at the ISB*, 2003.

[22] H. Cheng, L. Obergefell, and A. Rizer. *Generator of Body Data (GEBOD), Manual*, 1994.

[23] H. Cheng, L. Obergefell, and A. Rizer. The development of the gebod program. In *Biomedical Engineering Conference, 1996., Proceedings of the 1996 Fifteenth Southern*, pages 251–254, 1996.

[24] C.E. Clauser, P.E. Tucker, J.T. McConville, E. Churchill, LL Laubach, and J. Reardon. *Anthropometry of air force women.* Aerospace Medical Research Laboratory, Aerospace Medical Division, 1972.

[25] A.H. Clément. Hydrodynamique instationnaire linéarisée : mise en œuvre d'une méthode de singularités utilisant un modèle différentiel de la fonction de green. Technical report, LHN-9703, 1997.

[26] A. Coppel, T. Gardner, N. Caplan, and D. Hargreaves. Numerical modelling of the flow around rowing oar blades(p 71). *The Engineering of Sport 7*, 1 :353–361, 2008.

[27] A. Coppel, TN Gardner, N. Caplan, and DM Hargreaves. Simulating the fluid dynamic behaviour of oar blades in competition rowing. In *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part P : Journal of Sports Engineering and Technology*, volume 224, pages 25–35. Prof Eng Publishing, 2010.

[28] A.L. Coppel. *A computational fluid dynamic investigation of rowing oar blades*. PhD thesis, University of Birmingham, 2010.

[29] W.E. Cummins. The impulse response function and ship motions. Technical report, Department of the Navy, David Taylor Model Basin, Seaworthiness and Fluid Dynamics Division Report 1661, 1962.

[30] A. Dal-Monte and A. Komor. Rowing and sculling mechanics. *Biomechanics of sport*, 3 :53–119, 1989.

[31] A. Dal-Monte, A. Komor, and L. Leonardi. Optimization of rowing motion technique by use of interactive computer simulation. In *Biomechanics : Basis and applied research" 5 th meeting of the European Society of Biomecanics*, pages 645–652, 1986.

[32] JC Daubisse. Some results on approximation by exponential series applied to hydrodynamics. In *Proc. 3rd Intern. Conf. Numer. Ship Hydrod., Paris*, 1981.

[33] C. De Boor. *A practical guide to splines*. Springer Verlag, 2001.

[34] P. De-Leva. Adjustments to zatsiorsky-seluyanov's segment inertia parameters. *Journal of biomechanics*, 29(9) :1223–1230, 1996.

[35] R. de Prony. Essai experimental et analytique, etc. *Paris, J. de L'Ecole Polytechnique*, 1 :24–76, 1795.

[36] N. Decoufour and P. Pudlo. Effets de l'augmentation de la cadence sur le geste du rameur. *Staps*, 2007/2(76) :9–30, 2007.

[37] G. Delhommeau. *Les problèmes de diffraction-radiation et de résistance de vagues : étude théorique et résolution numérique par la méthode des singularités*. PhD thesis, Université de Nantes, 1987.

[38] G. Delhommeau. Seakeeping codes aquadyn and aquaplus. In *Offshore Structures : 19th WEGEMT School*, 1993.

[39] G. Delhommeau and JM Kobus. Méthode approchée de calcul du comportement sur houle avec vitesse d'avance (approximate method for calculation of seakeeping with forward speed). *Bulletin de l'Association technique maritime et aéronautique*, 1(87) :467–490, 1987.

[40] J. Denavit and R.S. Hartenberg. A kinematic notation for lower-pair mechanisms based on matrices. *Trans. of the ASME. Journal of Applied Mechanics*, 22 :215–221, 1955.

[41] J. Diebel. Representing attitude : Euler angles, unit quaternions, and rotation vectors. Technical report, Stanford University, Stanford, California 94301–9010, October 2006.

[42] M. Diehl and K.D. Mombaur. *Fast motions in biomechanics and robotics : optimization and feedback control*, volume 340. Springer Verlag, 2006.

[43] G. Duclos, AH Clément, and G. Chatry. Absorption of outgoing waves in a numerical wave tank using a self-adaptive boundary condition. *International Journal of Offshore and Polar Engineering*, 11(3) :168–175, 2001.

[44] A.E. Engin and S.M. Chen. Human joint articulation and motion-resistive properties. Technical report, DTIC Document, 1987.

[45] O.M. Faltinsen. *Sea loads on ships and offshore structures*. Cambridge Univ Pr, 1993.

[46] R. Featherstone and D. Orin. Robot dynamics : Equations and algorithms. In *Robotics and Automation, 2000. Proceedings. ICRA'00. IEEE International Conference on*, volume 1, pages 826–834. IEEE, 2000.

[47] FISA. Fisa rules of racing. http://www.worldrowing.com/fisa/resources/rule-books, 2011.

[48] JT Fleck, FE Butler, and NJ DeLeys. *Validation of the Crash Victim Simulator, Volume 3 : User's Manual*. Department of Transportation, Washington DC, February 1982.

[49] L. Formaggia, E. Miglio, A. Mola, and A. Montano. A model for the dynamics of rowing boats. *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, 61 :119–143, 2009.

[50] L. Formaggia, E. Miglio, A. Mola, and N. Parolini. Fluid-structure interaction problems in free surface flows : Application to boat dynamics. *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, 56(8) :965–978, 2008.

[51] L. Formaggia, A. Mola, N. Parolini, and M. Pischiutta. A three-dimensional model for the dynamics and hydrodynamics of rowing boats. In *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part P : Journal of Sports Engineering and Technology*, volume 224, pages 51–61. Professional Engineering Publishing, 2010.

[52] T.I. Fossen. A nonlinear unified state-space model for ship maneuvering and control in a seaway. *International journal of bifurcation and chaos in applied sciences and engineering*, 15(9) :2717, 2005.

[53] T.I. Fossen and O.E. Fjellstad. Nonlinear modelling of marine vehicles in 6 degrees of freedom. *Mathematical and Computer Modelling of Dynamical Systems*, 1(1) :17–27, 1995.

[54] T. Fukunaga, A. Matsuo, K. Yamamoto, and T. Asami. Mechanical efficiency in rowing. *European Journal of Applied Physiology*, 55(5) :471–475, 1986.

[55] G. Gallot. *Modélisation Dynamique et Commande d'un robot Anguille*. PhD thesis, Université de Nantes, 2007.

[56] JS Garcia and JC Basilio. Computation of reduced-order models of multivariable systems by balanced truncation. *International Journal of Systems Science*, 33(10) :847–854, 2002.

[57] M. Gleicher. Retargetting motion to new characters. In *Proceedings of the 25th annual conference on Computer graphics and interactive techniques*, pages 33–42. ACM, 1998.

[58] B.K. Golding. *Modeling and Identification of Nonlinear Viscous Drag for Ships*. PhD thesis, Norwegian University of Science and Technology, 2005.

[59] M. Greenhow. High-and low-frequency asymptotic consequences of the kramers-kronig relations. *Journal of engineering mathematics*, 20(4) :293–306, 1986.

[60] H. Grunhofer. A review of anthropometric data of german air force and united states air force personnel (report no. agard-ag-205). *DTIC No. AD-A*, 674, 1975.

[61] S. Gugercin and AC Antoulas. A comparative study of 7 algorithms for model reduction. In *Decision and Control, 2000. Proceedings of the 39th IEEE Conference on*, volume 3, pages 2367–2372. IEEE, 2002.

[62] JB Hadler. Coefficients for international towing tank conference 1957 model-ship correlation line. Technical report, DTIC Document, 1958.

[63] E.P. Hanavan. A mathematical model of the human body. Technical report, DTIC Document, 1964.

[64] H. Hatze. A mathematical model for the computational determination of parameter values of anthropomorphic segments. *Journal of Biomechanics*, 13(10) :833–843, 1980.

[65] S.F. Hoerner. *Fluid-dynamic drag*. Hoerner fluid dynamics Brick Town, NJ, 1965.

[66] MJ Hofmijster, EH Landman, RM Smith, and AJ Van Soest. Effect of stroke rate on the distribution of net mechanical power in rowing. *Journal of sports sciences*, 25(4) :403, 2007.

[67] N. Hogan. An organizing principle for a class of voluntary movements. *The Journal of Neuroscience*, 4(11) :2745, 1984.

[68] A. Hourtash. The kinematic hessian and higher derivatives. In *2005 IEEE International Symposium on Computational Intelligence in Robotics and Automation, 2005. CIRA 2005. Proceedings*, pages 169–174, 2005.

[69] C. Hui. Dynamics and control of parallel manipulators with actuation redundancy. Master's thesis, Hong Kong University of Science and Technology, 2001.

[70] R.K. Jensen. Estimation of the biomechanical properties of three body types using a photogrammetric method. *Journal of Biomechanics*, 11(8-9) :349–358, 1978.

[71] T. Kailath. *Linear systems*. Prentice-Hall Englewood Cliffs, NJ, 1980.

[72] K. Karamcheti. *Principles of ideal-fluid aerodynamics*. Wiley, 1966.

[73] M. Kaya, H. Minamitani, K. Hase, and N. Yamazaki. Motion analysis of optimal rowing form by using biomechanical model. In *IEEE 17th Annual Conference Engineering in Medicine and Biology Society, 1995.*, volume 2, 1995.

[74] W. Khalil and D. Creusot. Symoro+ : a system for the symbolic modelling of robots. *Robotica*, 15(2) :153–161, 1997.

[75] W. Khalil and E. Dombre. *Modélisation, identification et commande des robots (Coll. Robotique,)*. Hermes Science Publications, 1999.

[76] W. Khalil, G. Gallot, and F. Boyer. Dynamic modeling and simulation of a 3-d serial eel-like robot. *Systems, Man, and Cybernetics, Part C : Applications and Reviews, IEEE Transactions on*, 37(6) :1259–1268, 2007.

[77] W. Khalil and M. Gautier. Modeling of mechanical systems with lumped elasticity. In *Robotics and Automation, 2000. Proceedings. ICRA'00. IEEE International Conference on*, volume 4, pages 3964–3969. IEEE, 2000.

[78] W. Khalil and J. Kleinfinger. A new geometric notation for open and closed-loop robots. In *1986 IEEE International Conference on Robotics and Automation. Proceedings*, volume 3, 1986.

[79] T. Kinoshita and H. Kobayashi. Improving rower motion and rowing equipment by using rowing velocity prediction program with estimated hydrodynamic load acting on an oar blade. *International Journal of Small Craft Technology*, 145 part B2, 2004.

[80] T. Kinoshita, M. Miyashita, H. Kobayashi, and T. Hino. Rowing velocity prediction program with estimating hydrodynamic load acting on an oar blade. *Bio-mechanisms of Swimming and Flying : Fluid Dynamics, Biomimetic Robots, and Sports Science*, page 345, 2007.

[81] V. Kleshnev. Estimation of biomechanical parameters and propulsive efficiency of rowing. *Australian Institute of Sport*, 1998.

[82] V. Kleshnev. Rowing biomechanics newsletter, March 2003.

[83] V. Kleshnev. Rowing biomechanics. http://www.biorow.com, 2006.

[84] H. Kobayashi, M. Miyashita, T. Kinoshita, H. Itakura, and K. Uzawa. Unsteady hydrodynamic force acting on an oar brade-the influence of aspect ratio and tip shape. *Journal of the Society of Naval*, 196 :91–97, 2004.

[85] J. Koschorreck and K. Mombaur. Optimization of somersaults and twists in platform diving. *Computer Methods in Biomechanics and Biomedical Engineering*, 12(2-1), 2009.

[86] E. Kristiansen and O. Egeland. Frequency-dependent added mass in models for controller design for wave motion damping. In *Manoeuvring and control of marine craft 2003 (MCMC 2003) : a proceedings volume from the 6th IFAC Conference, Girona, Spain, 17-19 September 2003*. Elsevier Science Ltd, 2003.

[87] E. Kristiansen, A. Hjulstad, and O. Egeland. State-space representation of radiation forces in time-domain vessel models. *Ocean Engineering*, 32(17-18) :2195–2216, 2005.

[88] L. Lazauskas. A performance prediction model for rowing races. http://www.cyberiad.net/library/rowing/stroke/stroke.htm, 1997.

[89] C.H. Lee. Wamit theory manual. Technical report, Massachusetts Institute of Technology, Dept. of Ocean Engineering, 1995.

[90] J. Lee and S.Y. Shin. A hierarchical approach to interactive motion editing for human-like figures. In *Proceedings of the 26th annual conference on Computer graphics and interactive techniques*, pages 39–48. ACM Press/Addison-Wesley Publishing Co., 1999.

[91] A. Leroyer, S. Barré, J.M. Kobus, and M. Visonneau. Experimental and numerical investigations of the flow around an oar blade. *Journal of Marine Science and Technology*, 13(1) :1–15, 2008.

[92] A. Leroyer, S. Barré, J.M. Kobus, and M. Visonneau. Influence of free surface, unsteadiness and viscous effects on oar blade hydrodynamic loads. *Journal of Sports Sciences*, 99999(1) :1–12, 2010.

[93] C. Loschner, R. Smith, and M. Galloway. Intra-stroke boat orientation during single sculling. In *Proceedings of the XVIII International Symposium on Biomechanics in Sports*, pages 66–69, 2000.

[94] JYS Luh, MW Walker, and RP Paul. On-line computational scheme for mechanical manipulators, j. dyn. syst. *Meas. Contr*, 102 :69, 1980.

[95] MN Macrossan. The direction of the water reaction force on a rowing blade and its effect on efficiency. *Mechanical Engineering Report*, 3, 2008.

[96] M.N. Macrossan and N.W. Macrossan. Back-splash in rowing-shell propulsion. *Mechanical Engineering Report*, 7, 2006.

[97] M.N. Macrossan and N.W. Macrossan. Energy efficiency of the rowing oar from catch to square-off. *Mechanical Engineering Report*, 5, 2008.

[98] T.P. Martin and J.S. Bernfield. Effect of stroke rate on velocity of a rowing shell. *Medicine & Science in Sports & Exercise*, 12(4) :250, 1980.

[99] JT McConville, TD Churchill, I. Kaleps, CE Clauser, and J. Cuzzi. Anthropometric relationships of body and body segment moments of inertia, air force aerospace medical research laboratory, wright-patterson afb, ohio. Technical report, AFB AMRL-TR-80-119, 1980.

[100] A. Millward. A study of the forces exerted by an oarsman and the effect on boat speed. *Journal of sports sciences(Print)*, 5(2) :93–103, 1987.

[101] A. Mola, L. Formaggia, and E. Miglio. Simulation of the dynamics of an olympic rowing boat. In *Proceedings of ECCOMAS CFD*, pages 5–8, 2006.

[102] K. Mombaur. Using optimization to create self-stable human-like running. *Robotica*, 27(03) :321–330, 2009.

[103] N.V.R.K.N. Murthy and S.S. Keerthi. Optimal control of a somersaulting platform diver : A numerical approach. In *Robotics and Automation, 1993. Proceedings., 1993 IEEE International Conference on*, pages 1013–1018, 1993.

[104] Y. Nakamura and M. Ghodoussi. A computational scheme of closed link robot dynamics derived by d'alembert principle. In *Robotics and Automation, 1988. Proceedings., 1988 IEEE International Conference on*, pages 1354–1360. IEEE, 1988.

[105] N. NASA. Std-3000. man systems integration standards. *National Aeronautics and Space Administration : Houston, USA*, I, 1995.

[106] L.A. Obergefell, T.R. Gardner, I. Kaleps, and J.T. Fleck. *Articulated Total Body Model Enhancements. Volume 2. User's Guide.* Harry G. Armstrong Aerospace Medical Research Laboratory, Wright-Patterson Air Force Base, Ohio, January 1988.

[107] T.F. Ogilvie. Recent progress toward the understanding and prediction of ship motions. In *Fifth Symposium on Naval Hydrodynamics*, volume 112, 1964.

[108] T. Perez and T.I. Fossen. Kinematic models for manoeuvring and seakeeping of marine vessels. *Modeling, Identification and Control*, 28(1) :19–30, 2007.

[109] T. Perez and TI Fossen. A derivation of high-frequency asymptotic values of 3d added mass and damping based on properties of the cummins'equation. *Journal of Maritime Research*, 5(1) :65–78, 2008.

[110] T. Perez and T.I. Fossen. Time-vs. frequency-domain identification of parametric radiation force models for marine structures at zero speed. *Modeling, Identification and Control*, 29(1) :1–19, 2008.

[111] T. Perez and T.I. Fossen. A matlab toolbox for parametric identification of radiation-force models of ships and offshore structures. *Modeling Identification and Control*, 30(1) :1–15, 2009.

[112] DL Pope. On the dynamics of men and boats and oars. *Mechanics and Sport*, pages 113–130, 1973.

[113] CW Prohaska. A simple method for the evaluation of the form factor and the low speed wave resistance. In *Proceedings of the 11th International Towing Tank Conference*, 1966.

[114] F. Rongère, W. Khalil, and J.M. Kobus. Dynamic modeling and simulation of rowing with a robotics formalism. In *Methods and Models in Automation and Robotics (MMAR), 2011 16th International Conference on*, pages 260 –265, aug. 2011.

[115] F. Rongère, J.M. Kobus, A. Babarit, and G. Delhommeau. Étude comparée de méthodes de calcul des efforts de radiation pour une application à l'aviron. *La Houille Blanche, International Water Journal*, 5 :44–51, 2011.

[116] T. Ropponen. *Actuation redundancy in a closed-chain robot mechanism.* PhD thesis, Helsinki University of Technology, Espoo (Finland), 1993.

[117] B. Sanderson and W. Martindale. Towards optimizing rowing technique. *Medicine & Science in Sports & Exercise*, 18(4) :454, 1986.

[118] N.H. Secher and O. Vaage. Rowing performance, a mathematical model based on analysis of body dimensions as exemplified by body weight. *European Journal of Applied Physiology*, 52(1) :88–93, 1983.

[119] S. Serveto, S. Barré, J-M. Kobus, and J-P. Mariot. A three-dimensional model of the boat-oars-rower system using adams and lifemod commercial software. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part P : Journal of Sports Engineering and Technology*, pages 75–89, 2009.

[120] L.F. Shampine and M.W. Reichelt. The matlab ode suite. *SIAM journal on scientific computing*, 18(1) :1–22, 1997.

[121] R. Smith and C. Loschner. Net power production and performance at different stroke rates and abilities during pair-oar rowing. *International Research in Sports Biomechanics*, page 279, 2002.

[122] R.M. Smith and C. Loschner. Biomechanics feedback for rowing. *Journal of Sports Sciences*, 20(10) :783–791, 2002.

[123] RM Smith and WL Spinks. A system for the biomechanical assessment of rowing performance (rowsys). *Journal of Human Movement Studies*, 34(4) :141–158, 1998.

[124] SNAME. Nomenclature for treating the motion of a submerged body through a fluid. Technical report, The Society of Naval Architects and MArine Engineers, 1950.

[125] L.J. Tick. Differential equations with frequency-dependent coefficients. *Journal of Ship Research*, 3(2) :45–47, 1959.

[126] K. Unneland, P. Van Dooren, and O. Egeland. New schemes for positive real truncation. *Modeling, Identification and Control*, 28(3) :53–67, 2007.

[127] TA Videv and Y. Doi. Unsteady viscous flow simulation around the blade of rowing boat. *Journal of the Society of Naval Architects of Japan*, 173 :97–108, 1993.

[128] JF Wellicome. Some hydrodynamic aspects of rowing. In *Rowing : A Scientific Approach, A Symposium*, 1967.

[129] D.A. Winter. *Biomechanics and motor control of human movement*. John Wiley & Sons Inc, 2009.

[130] F. Yoshimoto, T. Harada, and Y. Yoshimoto. Data fitting with a spline using a real-coded genetic algorithm. *Computer-Aided Design*, 35(8) :751–760, 2003.

[131] J.W. Young, United States. Office of Aviation Medicine, and Civil Aeromedical Institute. *Anthropometric and mass distribution characteristics of the adult female*. Federal Aviation Administration, Office of Aviation Medicine, 1983.

[132] Z. Yu and J. Falnes. State-space modelling of a vertical cylinder in heave. *Applied Ocean Research*, 17(5) :265–275, 1995.

[133] Z. Yu and J. Falnes. State-space modelling of dynamic systems in ocean engineering. *Journal of Hydrodynamics Series B - English Edition* -, 10 :1–17, 1998.

[134] V. Zatsiorsky and V. Seluyanov. The mass and inertia characteristics of the main segments of the human body. *Biomechanics VIII-B*, pages 1152–1159, 1983.

[135] VM Zatsiorsky and N. Yakunin. Mechanics and biomechanics of rowing : a review. *International journal of sport biomechanics*, 7 :229–281, 1991.

[136] K. Zhou, J.C. Doyle, and K. Glover. *Robust and optimal control*. Prentice-Hall Englewood Cliffs, NJ, 1996.

Simulation dynamique des systèmes Bateau-Avirons-Rameur(s)

RESUME

L'aviron, sport nautique mécanique, consiste à propulser un bateau par la force humaine. Du point de vue mécanique, l'ensemble complexe bateau-avirons-rameurs peut être considéré comme un système poly articulé sur base flottante. Son étude relève de la mécanique multi-corps et, pour l'interaction fluides-structure, de la tenue à la mer, de la manoeuvrabilité et de l'aérodynamique. Le mouvement périodique de grande amplitude du rameur et le caractère intermittent de la propulsion, excite le bateau sur ses six degrés de liberté. Hormis par la pratique, les couplages forts entre les rameurs, la propulsion et le bateau ne peuvent être compris et décrit précisément que par la simulation numérique.
Un cadre de simulation de la dynamique prenant en compte la base flottante a donc été développé en unifiant préalablement les approches mécanique et hydrodynamique. Il a été nommé GMRS (Global Mechanical Rowing Simulator). Des techniques de robotique ont été mises en oeuvre pour décrire la mécanique du système poly-articulé. La systématisation du paramétrage permet la modélisation de tous les bateaux d'aviron comprenant de un à huit rameurs utilisant un ou deux avirons. Cela ce fait par assemblage de trois types de rameurs dont des modèles 3D sont proposés. La résolution de la dynamique repose sur la formulation récursive des équations de Newton-Euler. Les caractéristiques inertielles des rameurs sont issues de modèles anthropométriques. Le système est piloté en dynamique inverse. La cinématique est générée à l'aide de B-spline, dont les propriétés sont exploitées pour permettre une description paramétrique du mouvement, ouvrant ainsi la possibilité d'une optimisation de la technique.

Mots-clés : Aviron, Simulation dynamique, Robotique, Hydrodynamique

Dynamics simulation of the Boat-Oars-Rower(s) systems

ABSTRACT

Rowing, a mechanical water sport, consists in propelling a boat by human power. From a mechanical point of view, the complex system Boat-Oars-Rower(s) can be considered as a multibody structure on a floating base. Its study comes under the multibody mechanics and, concerning the fluid-structure interaction, under seakeeping, maneuverability and aerodynamics. The large amplitude periodic motion of the rower and the intermittent nature of propulsion, both excite the boat along its six degree of freedom. Aside from practice, the strong coupling between the rowers, the boat and propulsion can be understood, and accurately described by numerical simulation.
A framework for dynamics simulation taking into account the floating base has been developed by unifying mechanical and hydrodynamic approaches. It has been called GMRS (Global Mechanical Rowing Simulator). Robotics techniques have been used to describe the mechanics of the multibody system. The systematization of the parameters allows to model every kind of rowing system, taking on board one to eight rowers with one or two oars. Dynamics solving is based on the recursive formulation of the Newton-Euler equations. The inertial characteristics of the rowers are set from anthropometric models. The system is driven by inverse dynamics. The kinematics are generated using B-spline models, whose properties are exploited to allow a parametric description of the motion, offering the possibility to optimize the rowing technique.

Mots-clés : Rowing, Dynamic simulation, Robotics, Hydrodynamics

Discipline : Sciences de l'Ingénieur