



**HAL**  
open science

# Modélisation et utilisation des erreurs de pseudodistances GNSS en environnement transport pour l'amélioration des performances de localisation

Nicolas Viandier

► **To cite this version:**

Nicolas Viandier. Modélisation et utilisation des erreurs de pseudodistances GNSS en environnement transport pour l'amélioration des performances de localisation. Autre. Ecole Centrale de Lille, 2011. Français. NNT : 2011ECLI0006 . tel-00664264

**HAL Id: tel-00664264**

**<https://theses.hal.science/tel-00664264>**

Submitted on 30 Jan 2012

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

ECOLE CENTRALE DE LILLE

# THÈSE

présentée en vue d'obtenir le titre de

## DOCTEUR

Spécialité : Automatique et Informatique Industrielle

par

Nicolas VIANDIER

Titre de la thèse:

### Modélisation et utilisation des erreurs de pseudodistances GNSS en environnement transport pour l'amélioration des performances de localisation

DOCTORAT DÉLIVRÉ PAR L'ECOLE CENTRALE DE LILLE

Soutenue le 7 juin 2011 devant le jury d'examen :

|                             |   |  |
|-----------------------------|---|--|
| <i>Président :</i>          | Eric MOULINES,  | Professeur, Institut Telecom   |
| <i>Rapporteurs :</i>        | François PEYRET,<br>Roland CHAPUIS,                         | Directeur de Recherche, IFSTTAR<br>Professeur, LASMEA                                  |
| <i>Membres :</i>            | Willy VIGNEAU,<br>Audrey GIREMUS,<br>Pierre-Yves GILLIÉRON, | Ingénieur, M3Systems<br>Maître de Conférence, Université Bordeaux 1<br>Ingénieur, EPFL |
| <i>Encadrement :</i>        | Juliette MARAIS,  | Chargée de Recherche, IFSTTAR  |
| <i>Directeur de thèse :</i> | Emmanuel DUFLOS,  | Professeur, Ecole Centrale de Lille  |

---

Thèse préparée dans le  
LABORATOIRE ELECTRONIQUE, ONDES ET SIGNAUX POUR LES TRANSPORTS—IFSTTAR/LEOST  
20 rue Elisée Reclus 59650 VILLENEUVE D'ASCQ  
Tél : +33 (0)3 20 43 83 43 – Fax : +33 (0)3 20 43 83 59  
et le  
LABORATOIRE D'AUTOMATIQUE, GÉNIE INFORMATIQUE ET SIGNAL (LAGIS)—FRE CNRS 3303  
Cité Scientifique 59651 VILLENEUVE D'ASCQ  
Ecole Doctorale SPI 072  
PRES Université Lille Nord de France



## Remerciements

En premier lieu, je tiens à remercier le président du jury et les membres du jury pour avoir évalué ce travail, et en particulier Messieurs Roland Chapuis, Professeur au LASMEA, et François Peyret, Directeur de Recherche à l'IFSTTAR pour avoir accepté de rapporter ce mémoire.

Merci à Monsieur Emmanuel Duflos, Professeur à l'Ecole Centrale de Lille, pour avoir dirigé ce travail et pour la confiance qu'il m'a accordée durant ces trois années (et quelques mois). Merci également à Melle Juliette Marais, Chargée de Recherche à l'IFSTTAR, pour m'avoir proposé ce sujet, et pour m'avoir encadré durant toute la période qui s'étend de mon stage de Master à la fin de cette thèse.

Je tiens également à saluer tous mes collègues doctorants, postdocs, ingénieurs (ou futurs pour les stagiaires) qui ont parcouru un bout de chemin avec moi durant ces quelques années. Je pense notamment à Nicolas, Stephen, Nedim, Kamel, Nicolas (encore un !), Pierre, Ouahib, Maurice, Nizar, Jehangir, et tant d'autres. Les moments professionnels et amicaux passés avec vous à la Cafet' de l'Inrets, au Resto U ou dans nos bureaux ont été un réel plaisir.

Je remercie l'INRETS pour avoir financé ces trois années de thèse. Mes trois années au LEOST, se sont déroulées dans de très bonnes conditions et je tiens à présenter ma gratitude à Marion Berbineau, Directrice du LEOST, pour m'avoir accueilli durant ces années. Je tiens également à remercier toutes les personnes avec qui j'ai pu collaborer au sein de cette équipe et plus particulièrement les membres de l'équipe localisation (Julie, Fleury, Asma), les ingénieurs pour leur aide durant les manips' (Amaury, Jean et Jean-Pierre) et les personnels techniques pour leur soutien logistique (Corinne, Emmanuel, Bernard ...).

Je tiens aussi à présenter ma reconnaissance à Monsieur Philippe Preux, Professeur de l'Université de Lille 3, et Monsieur Philippe Vanheeghe (et aussi merci pour le scone en Ecosse, c'était très bon !), Professeur au LAGIS, pour m'avoir permis d'utiliser les locaux de l'INRIA et de l'Ecole Centrale durant quelques temps.

Je remercie également mes proches et amis qui m'ont encouragé durant ces années de thèse. Merci pour votre compréhension aux "occasions manquées" qui je vous le garantis vont se transformer en "occasions de se revoir plus souvent".

Enfin, je tiens à remercier tendrement celle sans qui ce travail n'aurait peut être pas vu le jour, ma femme Mélanie. Sa présence, son soutien et sa compréhension m'ont permis d'aller de l'avant.







# Table des matières

|   |           |
|---|-----------|
| <b>Table des figures</b>  | <b>13</b> |
| <b>Liste des tableaux</b>   | <b>19</b> |
| <b>Liste des algorithmes</b>  | <b>21</b> |
| <b>Notations</b>  | <b>23</b> |
| <b>Glossaire</b>  | <b>25</b> |
| <br>  |           |
| <b>Introduction générale</b>  | <b>27</b> |
| <br>  |           |
| <b>Chapitre 1 Positionnement par Satellites en environnement contraint</b>  | <b>31</b> |
| 1.1 Introduction . . . . .  | 31        |
| 1.2 Les systèmes de positionnement GNSS . . . . .                           | 32        |
| 1.2.1 Le GPS . . . . .  | 32        |
| 1.2.1.1 Le segment spatial . . . . .  | 33        |
| 1.2.1.2 Le segment de contrôle . . . . .                                    | 35        |
| 1.2.1.3 Le segment utilisateur . . . . .                                    | 35        |
| 1.2.2 Les mesures . . . . .   | 37        |
| 1.2.2.1 La pseudodistance . . . . .   | 37        |
| 1.2.2.2 La fréquence Doppler . . . . .                                      | 39        |
| 1.2.3 Critères de qualité des signaux ou de la position . . . . .           | 41        |
| 1.2.3.1 L'élévation et l'azimut . . . . .                                   | 41        |
| 1.2.3.2 Le nombre de satellites . . . . .                                   | 41        |
| 1.2.3.3 Le DOP . . . . .  | 42        |
| 1.2.3.4 La force du signal . . . . .  | 43        |
| 1.2.4 Les autres systèmes de positionnement satellitaire mondiaux . . . . . | 44        |
| 1.2.4.1 GLONASS . . . . .   | 44        |
| 1.2.4.2 Galileo . . . . .   | 45        |

|  |   |           |
|--|---|-----------|
| 1.2.4.3  | Beidou . . . . .  | 46        |
| 1.3  | Les perturbations atmosphériques du signal et autres erreurs modélisables . . | 46        |
| 1.3.1  | Erreur d'horloge Satellite . . . . .  | 46        |
| 1.3.2  | Corrections des erreurs ionosphériques . . . . .                              | 47        |
| 1.3.3  | Corrections des erreurs troposphériques . . . . .                             | 50        |
| 1.4  | Les systèmes d'augmentation . . . . .   | 50        |
| 1.4.1  | Le GPS Différentiel . . . . .   | 51        |
| 1.4.2  | EGNOS . . . . .   | 51        |
| 1.5  | Les perturbations locales en milieu contraint . . . . .                       | 53        |
| 1.5.1  | Le masquage . . . . .   | 53        |
| 1.5.2  | Les réflexions . . . . .  | 53        |
| 1.5.2.1  | Sélection des signaux lors de l'acquisition . . . . .                         | 54        |
| 1.5.2.2  | Mitigation des multi-trajets au niveau du bloc traitement du signal . . . . . | 55        |
| 1.5.2.3  | Solutions au niveau du bloc d'estimation . . . . .                            | 55        |
| 1.6  | Efficacité d'un récepteur multi-constellations . . . . .                      | 57        |
| 1.6.1  | Amélioration de la disponibilité . . . . .                                    | 57        |
| 1.6.2  | Amélioration de la précision . . . . .  | 58        |
| 1.6.3  | Synchronisation des horloges . . . . .  | 59        |
| 1.6.4  | Conclusion sur l'utilisation d'un récepteur multi-constellation . . . .       | 59        |
| 1.7  | Conclusion . . . . .  | 60        |
| <b>Chapitre 2 Estimation de la position par filtrage statistique</b> |   | <b>63</b> |
| 2.1  | Introduction . . . . .  | 63        |
| 2.2  | Estimation de l'état . . . . .  | 64        |
| 2.2.1  | Ajustement statistique . . . . .  | 65        |
| 2.2.1.1  | La méthode des Moindres Carrés . . . . .                                      | 65        |
| 2.2.1.2  | La méthode des Moindres carrés pondérés . . . . .                             | 65        |
| 2.2.2  | Le filtrage bayésien . . . . .  | 66        |
| 2.2.2.1  | Modélisation d'état . . . . .   | 66        |
| 2.2.2.2  | Le filtre de Kalman . . . . .   | 68        |
| 2.2.2.3  | Le filtre de Kalman Etendu . . . . .  | 69        |
| 2.2.3  | Les méthodes de Monte Carlo séquentielles (filtrage particulière) . .         | 70        |
| 2.2.3.1  | L'intégration de Monte Carlo . . . . .  | 70        |
| 2.2.3.2  | L'échantillonnage d'importance . . . . .                                      | 71        |
| 2.2.3.3  | Echantillonnage d'importance séquentiel . . . . .                             | 72        |
| 2.2.3.4  | Nombre efficace d'échantillons . . . . .                                      | 74        |

|          |  |    |
|----------|--|----|
| 2.2.3.5  | Rééchantillonnage . . . . .                                | 74 |
| 2.2.3.6  | Procédure de régularisation . . . . .                      | 75 |
| 2.2.3.7  | Choix de la densité d'importance . . . . .                 | 76 |
| 2.2.3.8  | Filtre particulaire Booststrap . . . . .                   | 76 |
| 2.2.3.9  | Le filtre particulaire avec linéarisation locale . . . . . | 76 |
| 2.2.3.10 | Le filtre particulaire Rao-Blackwellisé . . . . .          | 78 |
| 2.3      | Conclusion . . . . .                                       | 78 |

### **Chapitre 3 Caractérisation de l'environnement et modélisation des erreurs de pseudodistances** **81**

|         |   |     |
|---------|---|-----|
| 3.1     | Introduction . . . . .  | 81  |
| 3.1.1   | Approche proposée . . . . .   | 82  |
| 3.1.2   | Apports et positionnements . . . . .  | 82  |
| 3.2     | Définition de l'environnement urbain . . . . .  | 82  |
| 3.2.1   | Caractéristiques des signaux reçus en environnement urbain . . . . .                              | 83  |
| 3.2.1.1 | Etat direct . . . . .   | 84  |
| 3.2.1.2 | Etat bloqué . . . . .   | 84  |
| 3.2.1.3 | Etat de réception dégradée . . . . .  | 84  |
| 3.2.1.4 | Détection des signaux réfléchis . . . . .   | 87  |
| 3.3     | Estimation de densités d'erreur de pseudodistance . . . . .                                       | 89  |
| 3.3.1   | Définition de l'erreur de pseudodistance . . . . .  | 89  |
| 3.3.2   | Validation de l'approche proposée par tests statistiques . . . . .                                | 91  |
| 3.3.2.1 | Techniques de validation de modèles . . . . .   | 91  |
| 3.3.2.2 | Densités de probabilité envisagées pour la modélisation des erreurs de pseudodistances . . . . .  | 96  |
| 3.3.2.3 | Validations des lois dans un contexte statique . . . . .  | 98  |
| 3.3.3   | Etude statistique : mise en évidence de la non-stationnarité des densités d'observation . . . . . | 104 |
| 3.3.3.1 | Résultats et observations . . . . .   | 104 |
| 3.3.4   | Proposition de modèles théoriques . . . . .   | 107 |
| 3.3.4.1 | Le mélange fini de gaussiennes . . . . .  | 108 |
| 3.3.4.2 | Le problème d'estimation de densité non-paramétrique . . . . .                                    | 109 |
| 3.3.4.3 | Les Processus de Dirichlet (DP) . . . . .   | 109 |
| 3.3.4.4 | Les mélanges de Processus de Dirichlet . . . . .  | 110 |
| 3.3.5   | Adaptation des DPM aux GNSS . . . . .   | 110 |
| 3.3.6   | Données de test . . . . .   | 112 |
| 3.3.6.1 | Simulations . . . . .   | 113 |
| 3.3.6.2 | Définition de l'erreur de pseudodistance sous Ergospace <sup>®</sup> . . . . .                    | 114 |

|  |   |            |
|--|---|------------|
| 3.3.6.3  | Acquisitions expérimentales . . . . .   | 115        |
| 3.3.7  | Validation des modèles par suivi de densité . . . . .   | 115        |
| 3.3.7.1  | Comparaison entre le Mélange fini de densités gaussiennes (GMM) et le Mélange de Processus de Dirichlet (DPM) . . . . . | 117        |
| 3.4  | Conclusion . . . . .  | 127        |
| <b>Chapitre 4 Estimation conjointe des bruits d'observation et de la position GNSS</b> |   | <b>129</b> |
| 4.1  | Introduction . . . . .  | 129        |
| 4.1.1  | Approche proposée . . . . .   | 130        |
| 4.1.2  | Apports et positionnements . . . . .  | 130        |
| 4.2  | Estimation de la position utilisant une modélisation du bruit d'observation par mélanges finis de gaussiennes . . . . . | 130        |
| 4.2.1  | Chaîne de Markov . . . . .  | 130        |
| 4.2.2  | Modèle à Sauts de Markov . . . . .  | 131        |
| 4.2.3  | Prise en compte de l'application GNSS . . . . .   | 132        |
| 4.2.4  | Algorithme . . . . .  | 134        |
| 4.3  | Estimation de la position utilisant une modélisation du bruit d'observation par DPM . . . . .                           | 135        |
| 4.3.1  | Filtre particulière Rao-Blackwellisé pour l'utilisation de modèles dynamiques . . . . .                                 | 136        |
| 4.3.2  | Algorithme . . . . .  | 136        |
| 4.4  | Discussion sur le saut de moyenne . . . . .   | 136        |
| 4.5  | Evaluation de la performance de positionnement . . . . .  | 136        |
| 4.5.1  | Définitions des critères employés . . . . .   | 137        |
| 4.5.2  | Cas particulier de l'erreur de position avec données réelles . . . . .  | 138        |
| 4.5.2.1  | Construction de la trajectoire de référence de Belfort à partir de mesures RTK . . . . .                                | 139        |
| 4.6.1  | Données de test simulées . . . . .  | 146        |
| 4.6.2  | Données de test réelles . . . . .   | 152        |
| 4.6.2.1  | Précision obtenue en mesure . . . . .   | 152        |
| 4.6.2.2  | Précision obtenue à partir des différents algorithmes . . . . .   | 154        |
| 4.6.3  | Etude sur la complexité algorithmique . . . . .   | 161        |
| 4.6.3.1  | Relation performances nombre de particules pour l'algorithme JMS . . . . .  | 161        |
| 4.6.3.2  | Relation performances nombre de particules pour l'algorithme DPM . . . . .  | 162        |
| 4.7  | Conclusion . . . . .  | 163        |
| <b>Conclusion</b>  |   | <b>165</b> |

|  |            |
|--|------------|
| <b>Bibliographie</b>   | <b>169</b> |
| <b>Annexes</b>   | <b>175</b> |
| <b>Annexe A Rappels mathématiques</b>  | <b>177</b> |
| <b>Annexe B Algorithme EM</b>  | <b>181</b> |
| <b>Annexe C Autres résultats obtenus à partir des données RTK acquises à Belfort</b> | <b>185</b> |
| C.1 Analyse des précisions . . . . .   | 185        |
| C.2 Analyses des mesures GNSS . . . . .  | 186        |



# Table des figures

|      |   |    |
|------|---|----|
| 1.1  | Modulation du Signal Satellitaire [NAV96] . . . . .   | 34 |
| 1.2  | Résultats d'intercorrélation pour le satellite 21 qui est visible dans le signal reçu. . . . .  | 34 |
| 1.3  | Résultats d'intercorrélation pour le satellite 1 qui n'est pas visible dans le signal reçu. . . . .   | 34 |
| 1.4  | Représentation schématique de l'architecture d'un récepteur GPS . . . . .   | 36 |
| 1.5  | Trilatération . . . . .   | 37 |
| 1.6  | Représentation du temps de propagation par comparaison entre le code PRN émis par un satellite et le code PRN generé par le récepteur . . . . .   | 38 |
| 1.7  | Représentation de l'élévation et de l'azimut des satellites à un instant donné par un skyplot . . . . .   | 41 |
| 1.8  | Représentations des différentes erreurs de propagation . . . . .  | 47 |
| 1.9  | Principe du GPS Différentiel . . . . .  | 51 |
| 1.10 | Répartition mondiale des systèmes d'augmentation [Hei08] . . . . .  | 52 |
| 1.11 | Représentation d'une acquisition de données GPS et des obstacles dans un skyplot . . . . .  | 54 |
| 1.12 | Plan du site d'acquisition. L'emplacement d'acquisition des données est marqué par un point rouge. . . . .  | 54 |
| 1.13 | Différents états de réception pour les signaux GNSS . . . . .   | 55 |
| 1.14 | Illustration des différentes inconnues de temps lors de l'utilisation d'un récepteur multi-constellation . . . . .  | 60 |
| 2.1  | Schématisation d'un système de filtrage . . . . .   | 64 |
| 3.1  | Simulation de la réception des signaux d'une constellation GPS en environnement urbain. . . . .   | 83 |
| 3.2  | Schématisation de la réception d'un multitrajet. . . . .  | 84 |
| 3.3  | Résultat d'une corrélation d'un signal reçu en multitrajet. La ligne rouge correspond au résultat final de la corrélation, la ligne bleue pointillée, à la corrélation de la composante LOS seule et la ligne verte pointillée est le résultat pour la composante réfléchie seule. Source : [Spa09] . . . . . | 85 |
| 3.4  | Schématisation d'un trajet alterné en milieu urbain coupe de dessus. . . . .  | 86 |
| 3.5  | Schématisation d'un trajet alterné en milieu urbain coupe de côté. . . . .  | 86 |

|      |   |     |
|------|---|-----|
| 3.6  | Résultat de corrélation d'un signal reçu en NLOS. La ligne rouge correspond au résultat final de la corrélation ; la ligne bleue pointillée à la corrélation de la composante LOS si elle existait. . . . .   | 86  |
| 3.7  | Schématisation d'un rayon diffracté. . . . .  | 87  |
| 3.8  | Schématisation du cône de diffraction. . . . .  | 87  |
| 3.9  | Valeur du $C/N_0$ en fonction de l'élévation pour des signaux reçus en environnement totalement dégagé sur la base aérienne de Niergnies. Les étoiles bleues représentent l'ensemble des mesures pour chaque valeur de $C/N_0$ en fonction de l'élévation. La courbe pointillée verte représente la valeur moyenne du $C/N_0$ en fonction de l'élévation. Les segments de droite rouges représentent la courbe précédente lissée par les moindres carrés. . . . . | 88  |
| 3.10 | Valeur du $C/N_0$ en fonction de l'élévation pour des signaux reçus en environnements variés lors d'acquisition à Rouen. Les étoiles bleues représentent l'ensemble des mesures pour chaque valeur de $C/N_0$ en fonction de l'élévation. La courbe pointillée verte représente la valeur moyenne du $C/N_0$ en fonction de l'élévation. Les segments de droite rouges sont ceux obtenus sur la figure 3.9. Ils servent ici de référence. . . . .                 | 89  |
| 3.11 | Résultats de QQPlots en fonction d'échantillons $a$ et $b$ provenant de différentes distributions. La ligne rouge correspond à la ligne de référence. La ligne noire est donnée à titre d'indication pour constater la répartition des données. . . . .   | 92  |
| 3.12 | Exemple de distribution des erreurs de pseudodistances . . . . .  | 93  |
| 3.13 | Exemple d'un QQPlot sur des erreurs de pseudodistances et une loi théorique Normale . . . . .   | 93  |
| 3.14 | Fonctions de répartition empirique des données (en bleu) et d'une loi théorique gaussienne (rouge). . . . .   | 96  |
| 3.15 | Positions obtenues lors d'une acquisition sur le toit du laboratoire LEOST à Villeneuve d'Ascq (50°36'28,58"N - 3°07'55,76"E). L'emplacement de la place de parking permet de donner un ordre de grandeur pour l'échelle de l'image. . . . .  | 99  |
| 3.16 | Mode opératoire d'une acquisition de données GNSS visant à provoquer des réflexions de signaux en environnement maîtrisé. . . . .   | 100 |
| 3.17 | Résultats des QQPlots pour la comparaison des données réelles avec des lois Normale, laplacienne, de Rayleigh et un mélange de gaussiennes en environnement dégagé. . . . .   | 101 |
| 3.18 | Résultats des QQPlots pour la comparaison des données réelles avec des lois Normale, laplacienne, de Rayleigh et un mélange de gaussiennes en environnement dégradé. . . . .  | 102 |
| 3.19 | Evolution possible au cours du temps dans un environnement urbain des états de réception d'un même satellite lors d'un positionnement statique . . . . .  | 105 |
| 3.20 | Evolution des densités d'erreur de pseudodistance considérées dans une fenêtre d'observation glissante de 240 échantillons . . . . .  | 106 |
| 3.21 | Estimation de la moyenne de la densité d'erreur de pseudodistance du satellite 10 . . . . .   | 107 |

|      |  |     |
|------|--|-----|
| 3.22 | Représentation du trajet du satellite 10 en fonction de son environnement. Les losanges verts représentent la position du satellite jusqu'à la 5000 <sup>ième</sup> seconde d'acquisition. Les étoiles rouges représentent la position du satellite après la 5000 <sup>ième</sup> seconde d'acquisition. La ligne pointillée noire représente le masque d'observation de l'obstacle. . . . . | 108 |
| 3.23 | Représentation hiérarchique des DPM . . . . .  | 111 |
| 3.24 | Représentation hiérarchique des DPM adaptés aux GNSS . . . . .   | 112 |
| 3.25 | Visualisation du parcours de référence de Rouen de la simulation mobile de référence   | 113 |
| 3.26 | Chronogramme de l'état de réception du satellite 18 durant la simulation mobile de référence. . . . .  | 114 |
| 3.27 | Chronogramme de l'état de réception du satellite 13 durant la simulation mobile de référence. . . . .  | 114 |
| 3.28 | Visualisation du parcours de référence de l'acquisition de référence de Belfort (47°38'20,14"N - 6°51'41,27"E). . . . .  | 116 |
| 3.29 | Chronogramme de l'état de réception du satellite 26 durant l'acquisition 1 de Belfort.   | 116 |
| 3.30 | Chronogramme de l'état de réception du satellite 9 durant l'acquisition 1 de Belfort.  | 116 |
| 3.31 | Répartition d'une population suivant une loi gaussienne. . . . .   | 117 |
| 3.32 | Répartition inconnue d'une population suivant une loi à mélange. . . . .   | 117 |
| 3.33 | Simulation des distributions obtenues avec le paramétrage donné dans le tableau 3.9. Pour cet exemple, nous avons fixé $res_t^s = 100$ . . . . .   | 118 |
| 3.34 | Résultats du suivi de densité pour l'algorithme GMM à $1-\sigma$ pour le satellite 18 qui est toujours reçu en LOS. Deux gaussiennes ont été utilisées pour réaliser le mélange et la fenêtre temporelle a une largeur de 40 secondes. . . . .   | 119 |
| 3.35 | Résultats du suivi de densité pour l'algorithme GMM à $1-\sigma$ pour le satellite 13 pour une partie LOS. Deux gaussiennes ont été utilisées pour réaliser le mélange et la fenêtre temporelle a une largeur de 40 secondes. . . . .  | 120 |
| 3.36 | Résultats du suivi de densité pour l'algorithme GM à $1-\sigma$ pour le satellite 13 pour une partie NLOS. Deux gaussiennes ont été utilisées pour réaliser le mélange et la fenêtre temporelle a une largeur de 40 secondes. . . . .  | 120 |
| 3.37 | Résultats du suivi de densité pour l'algorithme DPM à $1-\sigma$ pour le satellite 18 pour une partie LOS. . . . .   | 121 |
| 3.38 | Résultats du suivi de densité pour l'algorithme DPM à $1-\sigma$ pour le satellite 13 pour une partie LOS. . . . .   | 122 |
| 3.39 | Résultat du suivi de densité pour le modèle DPM et chronogramme de l'état de réception pour le satellite 13. . . . .   | 123 |
| 3.40 | Résultats du suivi de densité sur données réelles pour l'algorithme GMM à $1-\sigma$ pour le satellite 26 pour une partie majoritairement LOS. . . . .   | 124 |
| 3.41 | Résultats du suivi de densité sur données réelles pour l'algorithme GMM à $1-\sigma$ pour le satellite 9 pour une partie où l'état de réception est changeant. . . . .   | 125 |
| 3.42 | Résultats du suivi de densité sur données réelles pour l'algorithme DPM à $1-\sigma$ pour le satellite 26 pour une partie majoritairement LOS. . . . .   | 125 |

|      |   |     |
|------|---|-----|
| 3.43 | Résultats du suivi de densité sur données réelles pour l'algorithme DPM à $1-\sigma$ pour le satellite 9 pour une partie où l'état de réception est changeant. . . . .  | 126 |
| 4.1  | Schéma d'une chaîne de Markov à 3 états. . . . .  | 133 |
| 4.2  | Modèle de Markov caché à sauts. Le vecteur de variables markoviennes $C_t$ pilote le modèle d'observation. . . . .  | 134 |
| 4.3  | Représentation des temps de fonctionnement, de défaillance et entre deux défaillances sur l'erreur de position avec un seuil sur l'erreur de position de 3 mètres. La flèche rouge représente un temps de défaillance, la flèche verte un temps de bon fonctionnement et la flèche noire un temps entre 2 défaillances. . . . . | 138 |
| 4.4  | Représentation de la projection orthogonale dans le cas d'une non-synchronisation entre la référence et les positions mesurées. . . . .   | 139 |
| 4.5  | Exemple d'image Fisheye enregistrée lors des acquisitions de Belfort. . . . .   | 140 |
| 4.6  | Schématisation de la répartition du matériel sur le toit du véhicule laboratoire. . . . .   | 140 |
| 4.7  | Photographie de la répartition du matériel sur le toit du véhicule laboratoire. . . . .   | 141 |
| 4.8  | Décalage relatif de chaque antenne par rapport à l'antenne RTK. . . . .   | 142 |
| 4.9  | Visualisation des positions lors des 4 trajets dans la région de Belfort enregistrées avec un récepteur SafeDrive. . . . .  | 143 |
| 4.10 | Angle de rotation à l'origine . . . . .   | 144 |
| 4.11 | Schématisation du changement de cap. . . . .  | 145 |
| 4.12 | Erreur de position absolue donnée pour le trajet de référence mobile simulé et pour différents algorithmes de positionnement testés. Les algorithmes testés sont l'EKF, le FP, le JMS et le DPM. . . . .  | 148 |
| 4.13 | Intégralité du parcours de simulation dans un repère ENU. . . . .   | 149 |
| 4.14 | Estimation de la position dans un repère ENU à partir de données de simulation par différents filtres statistiques. Les estimations peuvent être comparées à la position de référence, en vert sur le graphique. . . . .  | 151 |
| 4.15 | Positions obtenues pour les 3 récepteurs du trajet 1. . . . .   | 153 |
| 4.16 | Visibilité satellitaire du récepteur SafeDrive durant le trajet 1. . . . .  | 154 |
| 4.17 | Evolution du GDOP pour le récepteur SafeDrive durant le trajet 1. . . . .   | 154 |
| 4.18 | Evolution des résidus de pseudodistances pour le satellite 8 durant le trajet 1 (récepteur SafeDrive). . . . .  | 155 |
| 4.19 | Evolution des résidus de pseudodistances pour le satellite 9 durant le trajet 1 (récepteur SafeDrive). . . . .  | 155 |
| 4.20 | Evolution des résidus de pseudodistances pour le satellite 27 durant le trajet 1 (récepteur SafeDrive). . . . .   | 155 |
| 4.21 | Erreurs de position absolues planes données pour le trajet 1 de Belfort. Les erreurs de positions sont calculées pour les positions du récepteur Safedrive et pour l'algorithme RBPF (DPM). . . . .   | 157 |
| 4.22 | Intégralité du trajet 1 de Belfort dans un repère WGS84. . . . .  | 158 |

---

|      |  |     |
|------|--|-----|
| 4.23 | Estimation de la position dans un repère WGS84 à partir de données réelles par le RBPF (DPM). Les estimations peuvent être comparées à la position de référence, en vert sur le graphique et aux positions fournies par le récepteur Safedrive, en rouge sur le graphique. . . . . | 160 |
| 4.24 | Mise en relation du temps de calcul nécessaire en fonction du nombre de particules (figure du haut) et de l'erreur de position moyenne en fonction du nombre de particules (figure du bas) pour l'algorithme JMS. Calcul réalisé sur la simulation de référence mobile. . . . .    | 162 |
| 4.25 | Mise en relation du temps de calcul nécessaire en fonction du nombre de particules (figure du haut) et de l'erreur de position moyenne en fonction du nombre de particules (figure du bas) pour l'algorithme DPM. Calcul réalisé sur la simulation de référence mobile. . . . .    | 163 |
| A.1  | Notations sur un triangle quelconque. . . . .  | 179 |
| C.1  | Positions obtenues pour les 4 récepteurs du trajet 2. . . . .  | 185 |
| C.2  | Visibilité satellitaire du récepteur PolaRx2 durant le trajet 1. . . . .   | 187 |
| C.3  | Evolution du PDOP pour le récepteur PolaRx2 durant le trajet 1. . . . .  | 187 |
| C.4  | Evolution des résidus de pseudodistances pour les satellite 8, 9 et 27 durant le trajet 1 (récepteur PolaRx2). . . . .   | 188 |
| C.5  | Visibilité satellitaire du récepteur SafeDrive 1 durant le trajet 2. . . . .   | 189 |
| C.6  | Evolution du GDOP pour les récepteurs SafeDrive durant le trajet 2. . . . .  | 189 |
| C.7  | Evolution des résidus de pseudodistances pour le satellite 18 durant le trajet 2 (récepteur SafeDrive 1). . . . .  | 189 |
| C.8  | Evolution des résidus de pseudodistances pour le satellite 22 durant le trajet 2 (récepteur SafeDrive 1). . . . .  | 189 |
| C.9  | Evolution des résidus de pseudodistances pour le satellite 28 durant le trajet 2 (récepteur SafeDrive 1). . . . .  | 189 |
| C.10 | Visibilité satellitaire du récepteur PolaRx2 durant le trajet 2. . . . .   | 190 |
| C.11 | Evolution du PDOP pour le récepteur PolaRx2 durant le trajet 2. . . . .  | 190 |
| C.12 | Evolution des résidus de pseudodistances pour le satellite 18 durant le trajet 2 (récepteur PolaRx2). . . . .  | 190 |
| C.13 | Evolution des résidus de pseudodistances pour le satellite 22 durant le trajet 2 (récepteur PolaRx2). . . . .  | 190 |
| C.14 | Evolution des résidus de pseudodistances pour le satellite 28 durant le trajet 2 (récepteur PolaRx2). . . . .  | 190 |



# Liste des tableaux

|      |   |     |
|------|---|-----|
| 1.1  | Répartition des différents signaux pour chaque service . . . . .  | 45  |
| 1.2  | Comparaison de la disponibilité d'un positionnement mono et multi-constellation simulés dans le centre ville de Toulouse. . . . .   | 58  |
| 3.1  | Classification des environnements de propagation proposée dans [MBCM02] et [Nah09]. . . . .   | 83  |
| 3.2  | Valeurs des points pour la détermination des segments seuils. . . . .   | 88  |
| 3.3  | Récapitulatif des erreurs de mesure de pseudodistance GPS ([ME06] et [Gro08]).  | 90  |
| 3.4  | Exemple d'un test du $\chi^2$ . . . . .   | 95  |
| 3.5  | Exemple d'un test de Kolmogorov-Smirnov . . . . .   | 97  |
| 3.6  | Résultats des tests du $\chi^2$ et de Kolmogorov-Smirnov avec un exemple en environnement dégagé. . . . .   | 103 |
| 3.7  | Résultats des tests du $\chi^2$ et de Kolmogorov-Smirnov avec un exemple en environnement propice aux réflexions. . . . .   | 104 |
| 3.8  | Évolution des lois les plus adaptées en fonction de la taille de la fenêtre d'observation   | 106 |
| 3.9  | Paramètres des distributions de base $\mathbb{G}_0$ utilisées dans l'algorithme DPM. . . . .  | 118 |
| 3.10 | Efficacité du suivi de densité d'erreur de pseudodistances par les méthodes DPM et GMM selon plusieurs niveaux $\sigma$ . . . . .   | 124 |
| 3.11 | Paramètres de la distribution de base $\mathbb{G}_0$ de l'algorithme DPM pour le cas LOS sur données réelles. . . . .   | 124 |
| 3.12 | Efficacité du suivi de densité d'erreur de pseudodistance par les méthodes DPM et GM sur données réelles selon plusieurs niveaux $\sigma$ . Les résultats sont donnés pour les résidus estimés par le récepteur (r) et pour les résidus calculés dans l'algorithme (c). . . . . | 126 |
| 4.1  | Valeurs des translations pour chaque récepteur . . . . .  | 142 |
| 4.2  | Configurations des récepteurs pour chaque trajet . . . . .  | 143 |
| 4.3  | Performances de localisation pour différentes algorithmes et différentes modélisation des bruits. . . . .   | 147 |
| 4.4  | Performances obtenues par les différents récepteurs sur le trajet 1 pour un positionnement plan. . . . .  | 152 |

|     |  |     |
|-----|--|-----|
| 4.5 | Performances obtenues par les différents récepteurs sur le trajet 1 pour un positionnement 3D. . . . .                             | 153 |
| 4.6 | Performances de localisation pour les algorithmes JMS (GMM) et RBPF (DPM) et pour les positions mesurées par le Safedrive. . . . . | 156 |
| 4.7 | Temps de calcul et précision moyenne de la solution pour différents paramétrages de l'algorithme 10. . . . .                       | 162 |
| A.1 | Table du $\chi^2$ . . . . .  | 178 |
| A.2 | Table du test de Kolmogorov Smirnov. . . . .   | 180 |
| C.1 | Performances obtenues par les différents récepteurs sur le trajet 2 pour un positionnement plan. . . . .                           | 186 |
| C.2 | Performances obtenues par les différents récepteurs sur le trajet 2 pour un positionnement 3D. . . . .                             | 186 |

# Liste des algorithmes

|    |  |     |
|----|--|-----|
| 1  | Modèle de Klobuchar pour la correction ionsphérique mono-fréquence . . . . .   | 49  |
| 2  | Filtre de Kalman . . . . .   | 69  |
| 3  | Filtre de Kalman Etendu . . . . .  | 69  |
| 4  | Algorithme d'échantillonnage d'importance séquentiel (SIS) . . . . .   | 74  |
| 5  | Algorithme de rééchantillonnage SR . . . . .   | 75  |
| 6  | Procédure de régularisation . . . . .  | 76  |
| 7  | Filtre particulaire Booststrap . . . . .   | 77  |
| 8  | Filtre particulaire avec linéarisation locale . . . . .  | 77  |
| 9  | Filtre particulaire Rao-Blackwellisé . . . . .   | 78  |
| 10 | Modèle à saut de Markov utilisant une modélisation des bruits d'observations basés sur les mélanges finis de gaussiennes en environnement inconnu. . . . . | 135 |
| 11 | Filtre particulaire Rao-Blackwellisé pour l'utilisation de modèles d'erreurs de pseudodistance basés sur les DPM. . . . .                                  | 137 |
| 12 | Algorithme EM . . . . .  | 183 |



# Notations

|                              |   |
|------------------------------|---|
| $u$                          | Récepteur $u$   |
| $s$                          | Satellite $s$   |
| $t$ ou $k$                   | temps   |
| $c$                          | Vitesse de la lumière $c = 299\,792\,458$ m/s                                 |
| $(x_t, y_t, z_t)$            | Coordonnées cartésiennes du récepteur $u$ à l'instant $t$                     |
| $(x_t^s, y_t^s, z_t^s)$      | Coordonnées cartésiennes du satellite $s$ à l'instant $t$                     |
| $d_t^s$                      | Distance géométrique entre le satellite $s$ et le récepteur à l'instant $t$   |
| $\rho_t^s$                   | Pseudodistance entre le satellite $s$ et le récepteur à l'instant $t$         |
| $\rho_{t,m}^s$               | Pseudodistance mesurée entre le satellite $s$ et le récepteur à l'instant $t$ |
| $\delta t_s$                 | Décalage d'horloge pour le satellite $s$                                      |
| $\delta t_u$                 | Décalage de l'horloge du récepteur $u$  |
| $I_t^s$                      | Erreur ionosphérique sur la pseudodistance $\rho_t^s$                         |
| $T_t^s$                      | Erreur troposphérique sur la pseudodistance $\rho_t^s$                        |
| $m_t^s$                      | Erreur sur la pseudodistance $\rho_t^s$ liée à la réflexion des signaux       |
| $w_t$                        | Bruit d'observation à l'instant $t$   |
| $\epsilon_t^s$               | Erreur totale sur la pseudodistance $\rho_t^s$                                |
| $\sigma$                     | Ecart type  |
| $\sigma^2$                   | Variance  |
| $\mu$                        | Moyenne   |
| $\mathcal{N}(\mu, \sigma^2)$ | Distribution gaussienne de moyenne $\mu$ et de variance $\sigma^2$            |
| $p(./. )$                    | Probabilité conditionnelle  |
| $X_t$                        | Vecteur d'état à l'instant $t$  |
| $Z_t$                        | Vecteur d'observation à l'instant $t$   |
| $f(.)$                       | Fonction d'évolution  |
| $F$                          | Matrice d'évolution   |
| $h(.)$                       | Fonction d'observation  |
| $H$                          | Matrice d'observation   |
| $v_t$                        | Bruit d'état à l'instant $t$  |
| $\hat{\cdot}$                | Valeur estimée  |
| $\cdot_{k/k-1}$              | Valeur prédite  |
| $Q$                          | Matrice de variance-covariance du bruit d'état                                |
| $R$                          | Matrice de variance-covariance du bruit d'observation                         |
| $P$                          | Matrice de variance-covariance du bruit du filtre                             |

---

|                                    |   |
|------------------------------------|---|
| $K$                                | Gain de Kalman  |
| $N$                                | Nombre de particules  |
| $N_{eff}$                          | Nombre efficace de particules   |
| $x_k^i$                            | Particule $i$ à l'instant $k$   |
| $w_k^i$                            | Poids associé à la particule $x_k^i$  |
| $\tilde{w}_k^i$                    | Poids associé à la particule $x_k^i$ avant normalisation                            |
| $c_t^s$                            | Indicateur d'état de réception du signal provenant du satellite $s$ à l'instant $t$ |
| $\alpha$                           | Paramètre de dispersion des DPM   |
| $\mathbb{G}$                       | Distribution de mélange du DPM  |
| $\mathbb{G}_0$                     | Distribution de base du DPM   |
| $\mathcal{W}(\cdot, \cdot, \cdot)$ | Distribution Wishart  |
| $\pi_i$                            | Poids des distribution mélangées  |
| $\delta_{a_0}$                     | Dirac en $a_0$  |
| $size_f$                           | Taille de la fenêtre temporelle   |
| $res_t^s$                          | Résidus de pseudodistance à l'instant $t$ pour le satellite $s$                     |

# Glossaire

**DLL** : Delay Lock Loop  
**DOP** : Dilution Of Precision  
**DP** : Dirichlet Process  
**DPM** : Dirichlet Process Mixture  
**EGNOS** : European Geostationary Navigation Overlay Service  
**EKF** : Extended Kalman Filter  
**EM** : Expectation Maximization  
**GDOP** : Geometric Dilution Of Precision  
**GLONASS** : GLObal'naya NAVigatsionnaya Sputnikovaya Sistema  
**GMM** : Gaussian Mixture Model  
**GNSS** : Global Navigation Satellite System  
**GPS** : Global Positioning System  
**HDOP** : Horizontal Dilution Of Precision  
**JMS** : Jump Markov System  
**LOS** : Line Of Sight  
**NAVSTAR** : NAVigation Satellite Time And Ranging  
**NLOS** : Non Line Of Sight  
**PDOP** : Position Dilution Of Precision  
**PF** : Particle Filter  
**PLL** : Phase Lock Loop  
**PRN** : Pseudo Random Noise  
**RAIM** : Receiver Autonomous Integrity Monitor  
**RBPF** : Rao-Blackwellised Particle Filter  
**RTK** : Real Time Kinematic  
**SBAS** : Satellite Based Augmentation System  
**SNR** : Signal-to-Noise Ratio  
**TDOP** : Time Dilution Of Precision  
**URE** : User Equivalent Range Error  
**WAAS** : Wide Area Augmentation System



# Introduction générale

Les systèmes de navigation par satellites ont largement fait leur entrée dans le monde du transport. Utilisant le système américain GPS (Global Positioning System), des services d'information voyageurs, de suivi de containers ou encore de gestion de flotte sont aujourd'hui opérationnels. Ces services ne requièrent pas de besoins très importants en disponibilité, précision et intégrité. Le déploiement de ces services et l'arrivée prochaine de nouveaux systèmes à couverture mondiale (Galileo, Beidou ou la remise en activité de Glonass) encouragent la communauté scientifique à développer de nouveaux services avec notamment des contraintes plus fortes. Ces systèmes à la fois concurrents au GPS et complémentaires permettront d'augmenter la disponibilité, mais aussi d'améliorer la sécurité et la fiabilité de l'offre grâce à l'information sur l'intégrité des signaux dans le cas de Galileo. Les performances GNSS sont définies par les paramètres du système (position des satellites, type de signaux) mais dépendent également fortement de l'environnement de propagation des signaux. Les caractéristiques de propagation dans l'atmosphère sont assez bien connues. Par contre, il est plus difficile de prévoir et d'analyser l'impact de l'environnement proche de l'antenne (végétations, constructions, . . .). Ces apports pourraient ouvrir la voie à de nouvelles applications plus ambitieuses, notamment à caractère sécuritaire tels que l'utilisation du satellite pour du contrôle commande ferroviaire (basculement d'affichage à l'approche du train) ou pour la sécurité routière (adaptation de la vitesse en approche de virage ou d'intersection).

## Contexte des travaux de thèse

La caractérisation et la modélisation du comportement de ces signaux constituent des étapes de recherche essentielles que poursuit le LEOST. Dans le cadre d'une première thèse sur ce sujet, en collaboration avec le laboratoire LAGIS de l'Ecole Centrale de Lille, des premiers travaux ont montré la possibilité de modéliser les erreurs de pseudodistance par des modèles de types "mélanges de gaussiennes" [Nah09]. Une deuxième phase de résultat a montré comment appliquer ces modèles dans des systèmes à sauts de Markov permettant d'appliquer, en fonction de l'état de réception de chacun des signaux, un modèle d'erreur et une technique de filtrage associée, afin d'améliorer les performances de localisation, notamment en termes de précision. Ce travail se base également sur les travaux présentés dans [Car06] sur l'inférence bayésienne pour la détermination et la sélection de modèles stochastiques. Ces travaux sont orientés sur une étude des bruits dans un cadre multicapteurs. Dans notre étude, le système de localisation sera considéré comme un système multicapteurs où chaque satellite est un capteur à part entière et peut avoir un mode de fonctionnement différent des autres satellites.

Les travaux de thèse proposés dans ce mémoire s'inscrivent directement dans la suite de ces premiers travaux. Ils concerneront plusieurs aspects de l'étude dont certains sont décrits ci-

dessous.

Ces travaux devront s'inscrire dans une dynamique orientée transport terrestre comme la localisation de bus, la localisation en milieu ferroviaire ou encore le pilotage de véhicule autonome. Cette orientation impose des contraintes fortes sur la précision et la continuité de service. Nos seuils de performances seront notamment fixés par rapport à notre expérience dans des projets orientés transport tel que le projet ANGO ([MGP<sup>+</sup>07], [VMPD08a] et [VMPD08b]).

## Objectifs et apports

L'objectif principal de cette thèse est d'améliorer la précision de localisation des récepteurs GNSS sans ajout de capteur supplémentaire. Les moyens choisis sont d'améliorer la partie estimation de la position du récepteur en utilisant une information plus pertinente sur les bruits d'observation. Cette information est ensuite utilisée dans des techniques de filtrage "avancées" tel que le filtre particulière. Par rapport aux travaux antérieurs, nous proposons les points suivants :

- Une étape d'étude du comportement de l'erreur de pseudodistance sera faite pour caractériser son comportement en cas de perturbations du signal et l'impact sur ses propriétés statistiques.
- Les chaînes de Markov permettent de représenter le canal de propagation dans un environnement donné. Il est alors possible de déterminer l'état de réception d'un satellite à l'instant  $t$  connaissant son état à l'instant  $t - 1$ . Chacun des états est aujourd'hui considéré comme discret. Dans cette thèse, nous intégrerons les paramètres dynamiques du récepteur afin de fournir des résultats au plus proche des résultats expérimentaux observés. Ces chaînes seront alors utilisées dans des environnements considérés inconnus.
- En appliquant des techniques de type "mélange de processus de Dirichlet" il s'agira de transcrire en dynamique la modélisation de la distribution des erreurs de pseudodistance pour l'instant statique.
- Les différentes parties de ce travail seront testées sur données simulées et expérimentales pour pouvoir faciliter la possible implémentation de ces méthodes sur un récepteur.

## Organisation du mémoire

Le **Chapitre 1** donne une description des systèmes de positionnement par satellites actuels ou futurs. La problématique de la propagation des signaux y est introduite. De plus, une réflexion est faite dans ce chapitre sur l'apport de récepteurs multi-constellations. Ce chapitre est conclu par les choix faits en termes de positionnement satellitaire dans la suite du mémoire.

Le **Chapitre 2** présente différentes méthodes de filtrage statistique pouvant être employées dans notre étude. La modélisation d'état y est également introduite. Une nouvelle fois, ce chapitre est conclu par les choix faits en termes de modélisation d'état et de filtrage statistique pour la suite du mémoire.

Le **Chapitre 3** aborde les contraintes liées à l'environnement de propagation proches et définit nos choix concernant la modélisation des erreurs de pseudodistances. Dans ce chapitre, l'environnement urbain sera caractérisé. Nous spécifierons les outils employés pour générer des données de tests. Les propriétés de l'erreur de pseudodistance seront ensuite décrites en se basant sur des données expérimentales. Puis, nous proposerons les modèles de bruit sur les pseudodistances basés sur les mélanges finis de gaussiennes et les mélanges de processus de Dirichlet. Enfin,

chacun des modèles proposés sera testé sur données de simulation et données réelles.

Le **Chapitre 4** traite de l'estimation conjointe du modèle de bruit et de la position. Les modèles de bruit utilisés sont ceux présentés au chapitre précédent. Dans ce chapitre, nous expliquerons comment chaque modèle est intégré à la solution de navigation. La méthode de filtrage employée est le filtre particulaire. Nous examinerons la performance des différentes méthodes de positionnement proposées et les comparerons avec des méthodes classiques ainsi qu'avec des positions mesurées par un récepteur. Les différents critères de performances seront présentés. Les algorithmes seront testés à partir de données simulées et réelles. Une étude sur la complexité calculatoire sera également proposée.

Enfin, nous conclurons ce mémoire et présenterons les perspectives de travail envisagées.



# Chapitre 1

## Positionnement par Satellites en environnement contraint

### Sommaire

---

|            |  |           |
|------------|--|-----------|
| <b>1.1</b> | <b>Introduction</b>  | <b>31</b> |
| <b>1.2</b> | <b>Les systèmes de positionnement GNSS</b>                                       | <b>32</b> |
| 1.2.1      | Le GPS   | 32        |
| 1.2.2      | Les mesures  | 37        |
| 1.2.3      | Critères de qualité des signaux ou de la position                                | 41        |
| 1.2.4      | Les autres systèmes de positionnement satellitaire mondiaux                      | 44        |
| <b>1.3</b> | <b>Les perturbations atmosphériques du signal et autres erreurs modélisables</b> | <b>46</b> |
| 1.3.1      | Erreur d'horloge Satellite   | 46        |
| 1.3.2      | Corrections des erreurs ionosphériques   | 47        |
| 1.3.3      | Corrections des erreurs troposphériques  | 50        |
| <b>1.4</b> | <b>Les systèmes d'augmentation</b>   | <b>50</b> |
| 1.4.1      | Le GPS Différentiel  | 51        |
| 1.4.2      | EGNOS  | 51        |
| <b>1.5</b> | <b>Les perturbations locales en milieu contraint</b>                             | <b>53</b> |
| 1.5.1      | Le masquage  | 53        |
| 1.5.2      | Les réflexions   | 53        |
| <b>1.6</b> | <b>Efficacité d'un récepteur multi-constellations</b>                            | <b>57</b> |
| 1.6.1      | Amélioration de la disponibilité   | 57        |
| 1.6.2      | Amélioration de la précision   | 58        |
| 1.6.3      | Synchronisation des horloges   | 59        |
| 1.6.4      | Conclusion sur l'utilisation d'un récepteur multi-constellation                  | 59        |
| <b>1.7</b> | <b>Conclusion</b>  | <b>60</b> |

---

### 1.1 Introduction

L'objectif de ce premier chapitre est de présenter les principes fondamentaux du positionnement GNSS (Global Navigation Satellite Systems) qui est l'objet de cette thèse. Nous introduirons

les GNSS à partir des systèmes GPS et Galileo. Nous donnerons quelques informations sur les spécificités de chaque constellation. Nous définirons en particulier les mesures nécessaires au positionnement ainsi que les critères permettant de quantifier la qualité du positionnement. Ensuite, nous définirons les différentes sources d'erreurs pouvant dégrader les mesures, en distinguant les modes communs, phénomènes corrigeables, des phénomènes locaux, qui eux, ne le sont pas. Enfin, nous conclurons ce chapitre en exprimant les choix faits pour notre étude, en particulier liés par les contraintes opérationnelles des applications visées.

## 1.2 Les systèmes de positionnement GNSS

Le terme "GNSS" regroupe tous les systèmes de positionnement satellitaires ayant une couverture mondiale. Depuis les années 90, deux systèmes cohabitent, le GPS américain et le moins connu du grand public GLONASS russe. GLONASS a en effet souffert de difficultés de maintenance suite à l'éclatement de l'URSS, mais grâce à une politique volontaire du gouvernement russe, il sera de nouveau complètement opérationnel d'ici la fin 2010. Si les géomètres utilisent souvent des systèmes capables d'utiliser les deux constellations simultanément, le grand public a bénéficié de l'ouverture du GPS, au départ militaire, vers les applications civiles. C'est la raison pour laquelle nous décrirons dans ce chapitre le fonctionnement des GNSS à partir de l'exemple de la constellation GPS.

### 1.2.1 Le GPS

Le système NAVSTAR (NAVigation System by Timing And Ranging), aussi appelé GPS (Global Positioning System) est un système de positionnement par satellites conçu, mis en service et maintenu par la NGA (National Geospatial-Intelligence Agency) service de l'US DoD (Department Of Defense). Signe de l'importance des applications transport, il est aujourd'hui piloté par un comité exécutif coprésidé par les départements de la défense et des transports.

Le système GPS permet à son utilisateur de connaître sa position, sa vitesse et l'heure avec précision où qu'il soit sur la Terre ou dans son voisinage. Les dernières performances utiles attendues donnent un accès à une position absolue avec une précision attendue de 7,1 mètres en horizontal et 13,2 mètres en vertical, dans un système de référence mondial appelé le WGS84 (World Geodetic System 1984). Les spécifications, quant à elles, garantissent un positionnement de 17 mètres en horizontal et 37 mètres en vertical [NAV08]. La précision correspondant au temps est de l'ordre de la microseconde. Actuellement, le système permet de se positionner en absolu à quelques mètres près et en relatif jusqu'à quelques millimètres près.

Le développement du système GPS a commencé dans les années 1970, avec le lancement du premier satellite en 1978. Le système a été déclaré opérationnel par le DoD le 27 avril 1995. Il a été conçu au départ pour des applications militaires. Sous les directives du congrès américain, le DoD a favorisé son utilisation pour des applications civiles pour devenir finalement à la fois civil et militaire. Toutefois, ces deux niveaux de service n'ont pas les mêmes objectifs de performances (le service militaire étant beaucoup plus précis que le service civil).

Le système est traditionnellement défini par trois segments :

- le segment spatial, constitué de l'ensemble des satellites,
- le segment de contrôle, qui permet de piloter et corriger le système,
- le segment utilisateur, qui comprend tous les utilisateurs qu'ils soient civils ou militaires.

### 1.2.1.1 Le segment spatial

La constellation GPS initiale est constituée de 24 satellites en activité (24 étant le minimum pour que le système soit opérationnel).

Plusieurs générations de satellites ont été lancées depuis l'origine du système pour prendre en compte l'évolution des technologies. Ces générations sont nommées par "blocs". Le bloc I, initial a été désactivé en 1995. Le bloc II comprend plusieurs séries (IIA, IIR, IIM, IIF).

En janvier 2010, grâce à une durée de vie plus longue qu'escomptée de certains satellites du bloc II, le nombre de satellites opérationnels de la constellation était de 31. Le premier satellite nouvelle génération (IIF) a par ailleurs été lancé en mai 2010.

Ces satellites sont répartis sur 6 plans orbitaux quasi-circulaires, inclinés à  $55^\circ$  par rapport à l'équateur et séparés par  $60^\circ$  de longitude. L'altitude des satellites est d'environ 20100 km de la surface de la Terre. La période de révolution de chaque satellite est de 11h58min. Chaque satellite a à son bord une horloge atomique très stable permettant les opérations de temps.

### Génération du signal à émettre

Le signal transporte le message de navigation. Celui-ci contient les différentes informations nécessaires au positionnement. Ces informations sont la date de transmission du signal, les corrections d'horloges, les éphémérides, un indicateur de bon fonctionnement du satellite émetteur, ainsi qu'un indicateur propre à chaque satellite, les almanachs, les coefficients nécessaires à la correction ionosphérique et des coefficients pour le calcul du temps UTC (Coordinated Universal Time). Ce message de navigation est transmis par chaque satellite. La génération du signal est schématisée sur la figure 1.1. Le signal est donc construit de la manière suivante :

Le signal est émis sur deux ondes porteuses L1 et L2. Les fréquences de ces porteuses sont respectivement 1575,42MHz et 1227,60MHz. Ces fréquences appartiennent toutes deux à la bande L et sont des multiples de la fréquence centrale  $F_0$  produit par l'horloge de référence qui a une cadence de 10,23MHz<sup>1</sup>.

La fréquence L1 est modulée par saut de phase ce qui permet de transmettre deux informations différentes sur la même porteuse (c'est-à-dire que l'on transmet le message grâce à deux codes différents sur la même porteuse). L'expression du signal sur L1 est la suivante :

$$S_1(t) = A_{p_1}.m(t).P(t).\cos(2\pi L_1.t + \phi) + A_c.m(t).C/A(t).\sin(2\pi L_1.t + \phi) \quad (1.1)$$

Où  $m(t)$  est le message de navigation,  $P(t)$  le code P,  $A_{p_1}$  et  $A_c$  des amplitudes,  $C/A(t)$  le code C/A,  $L_1$  la fréquence porteuse et  $\phi$  la dérive de phase.

L'identification des satellites se fait par l'intermédiaire de codes pseudo-aléatoires, appelés code PRN (Pseudo Random Noise), distincts pour chaque satellite. Pour le GPS, les codes utilisés sont les codes C/A et P, générés à des fréquences respectives de 1,023MHz et 10,23MHz. Ces codes sont des codes de Gold. Ils ont été choisis pour leurs propriétés, notamment d'intercorrélation des signaux. Les propriétés d'intercorrélation de ces codes sont les suivantes :

- Si deux codes sont égaux et alignés alors le résultat de la corrélation sera un pic précis (figure 1.2),
- Sinon le résultat sera noyé dans le bruit et quasi-nul comme montré sur la figure 1.3.

1. En effet,  $L_1 = 154 * F_0$  et  $L_2 = 120 * F_0$ .

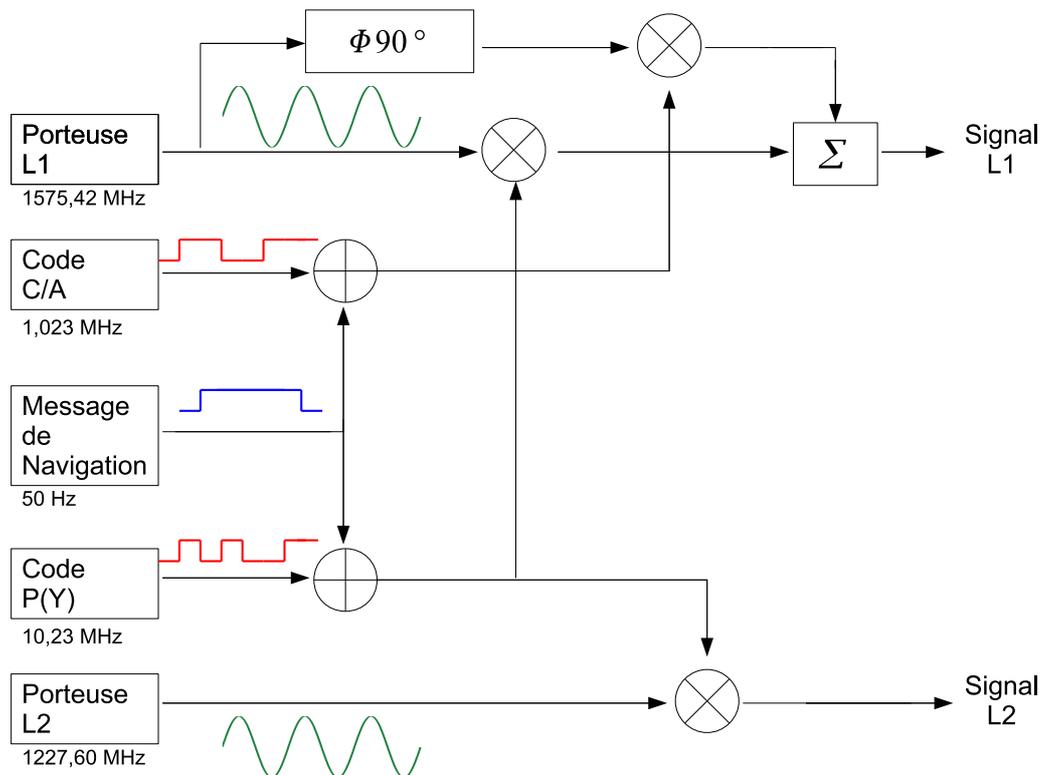


FIGURE 1.1 – Modulation du Signal Satellitaire [NAV96]

Grâce à ces codes et la technique CDMA, le récepteur pourra identifier le satellite. Cette identification se fait par CDMA (Code Division Multiple Access).

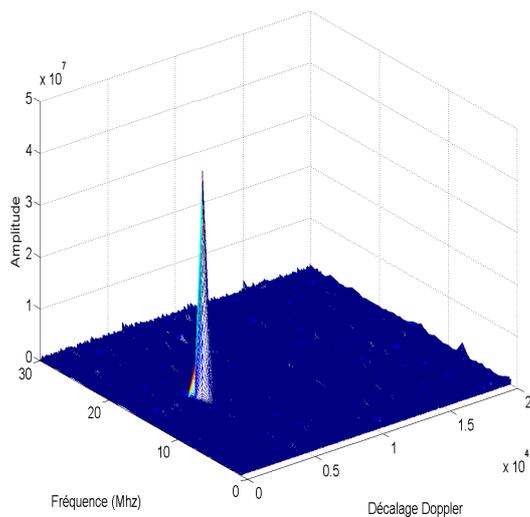


FIGURE 1.2 – Résultats d'intercorrélation pour le satellite 21 qui est visible dans le signal reçu.

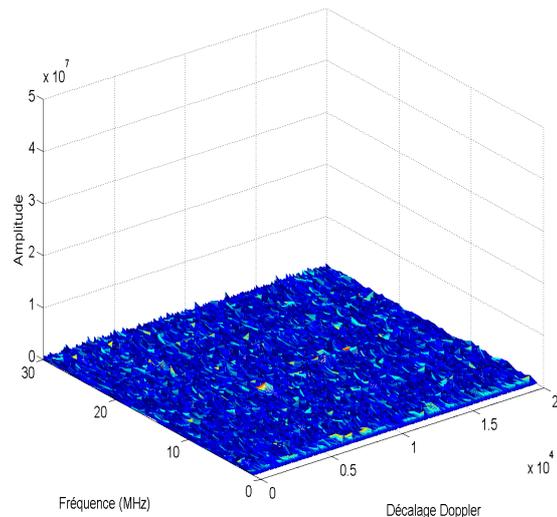


FIGURE 1.3 – Résultats d'intercorrélation pour le satellite 1 qui n'est pas visible dans le signal reçu.

Le signal sur L2 est exprimé de la manière suivante :

$$S_2(t) = A_{p_2} \cdot m(t) \cdot P(t) \cdot \cos(2\pi L_2 \cdot t + \phi) \quad (1.2)$$

Où  $A_{p_2}$  est l'amplitude du signal et  $L_2$  la fréquence porteuse.

La différence principale entre les deux signaux concerne le nombre de codes utilisés. On constate en effet la modulation du signal L1 par C/A et P alors que le signal L2 n'utilise que P. Le signal L2 est ainsi utilisable par les utilisateurs militaires uniquement. Ce qui leur offre la possibilité de systèmes bi-fréquences plus performants.

Le système GPS prévoit également d'améliorer ses performances. Pour ce faire une porteuse sera ajoutée dans les futures générations de satellites (bloc IIF). Cette porteuse sera la L5, et aura une fréquence de 1176,45 MHz. Cette amélioration a pour but de corriger certains défauts du système actuel.

### 1.2.1.2 Le segment de contrôle

Le segment de contrôle est composé de 5 stations au sol (situées à Colorado Springs, Hawaï, Ascension, Diego Garcia, Kwajalein) qui enregistrent les signaux GPS en continu. Dans la station principale (Colorado Springs), les éphémérides et les paramètres d'horloges sont prédits et envoyés aux stations de transmission (Ascension, Diego Garcia et Kwajalein) qui transmettent à leur tour les informations aux satellites [DBP<sup>+</sup>05]. Cette opération est renouvelée quotidiennement.

### 1.2.1.3 Le segment utilisateur

Le segment utilisateur est composé de tout utilisateur du GPS, qu'il soit civil ou militaire. Dans notre étude, nous choisirons de ne présenter que les récepteurs civils, coeur de notre domaine d'application. L'architecture d'un récepteur GPS peut être appréhendée comme sur la figure 1.4. Elle peut se définir en trois blocs différents.

Le premier concerne l'acquisition du signal. Les signaux satellitaires sont reçus par l'antenne du récepteur. Le récepteur numérise ces signaux pour pouvoir les traiter dans le second bloc.

Ce second bloc correspond au traitement du signal et au décodage du message de navigation. Ce bloc a pour but : [ME06]

- D'identifier les satellites visibles et de séparer le signal spécifique de chaque satellite du signal reçu,
- D'estimer le temps de propagation et la dérive Doppler,
- De décoder le message de navigation.

La structure des codes C/A de chaque satellite est connue. Le récepteur peut donc générer une réplique de ces codes pseudoaléatoires et par conséquent identifier, grâce aux propriétés d'autocorrélation des codes, les satellites ayant transmis le signal. Pour ce faire, le récepteur doit aligner la fréquence de sa réplique sur la fréquence du signal reçu en prenant en compte le décalage qu'implique l'effet Doppler. Cette phase est la phase d'**accrochage**. Pour cela, le récepteur dispose de N canaux parallèles qui correspondront chacun à un corrélateur et par conséquent à un satellite accroché.

Une fois les satellites identifiés, le récepteur doit poursuivre les codes. Cette **poursuite** du code est implémentée comme une boucle de contrôle nommée DLL (Delay Lock Loop). La DLL

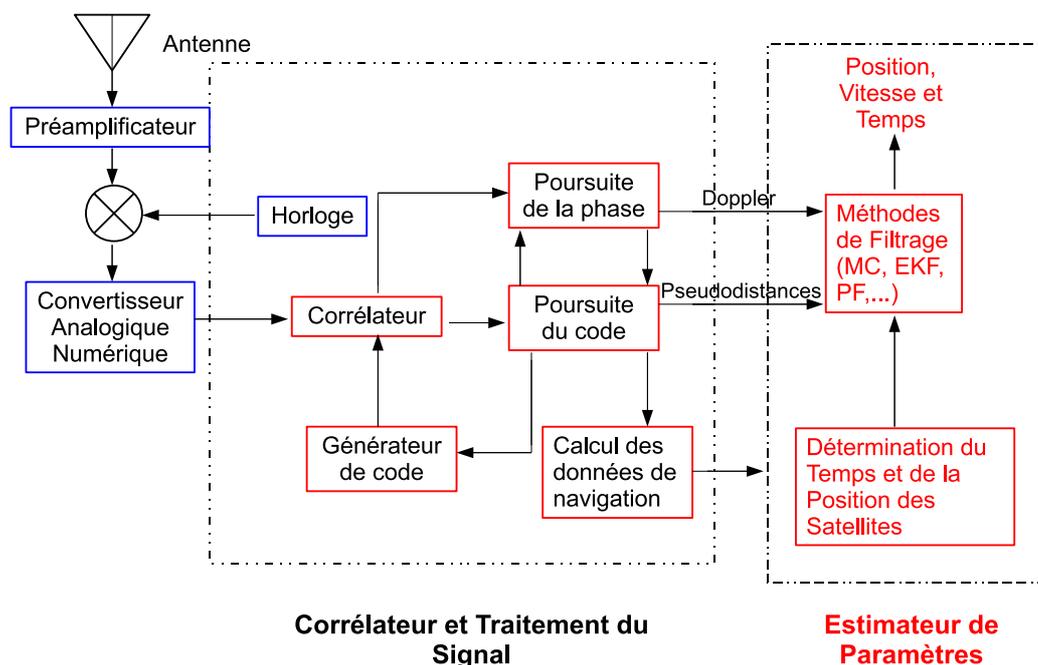


FIGURE 1.4 – Représentation schématique de l'architecture d'un récepteur GPS

ajuste de manière continue la réplique pour qu'elle reste alignée avec le signal reçu. La mesure du temps de propagation est déduite par la DLL et par conséquent, la mesure de pseudodistance en combinant avec le message de navigation (information de temps).

Après la DLL, le code est soustrait du signal reçu. Le signal traité correspond à la porteuse combinée au message de navigation. Une deuxième boucle de contrôle est également réalisée qui correspond à la **poursuite de phase** du signal résultant. Cette boucle est appelée PLL (Phase Lock Loop). Le récepteur génère alors un signal sinusoïdal pour correspondre à la fréquence et au déphasage du signal reçu. La dérive Doppler est estimée par la PLL.

Enfin, le dernier bloc réalise le calcul de la position et du temps. La partie **estimation de la position** par filtrage statistique sera développée dans le chapitre 2, ici nous allons énoncer le principe général de positionnement qui se nomme trilatération.

### Trilatération

Le principe de base de la radionavigation repose sur la vitesse connue et constante des ondes (équivalente à la vitesse de la lumière). Par conséquent, la connaissance du temps de propagation du signal entre l'émetteur et le récepteur permet de déterminer la distance entre cet émetteur et ce récepteur. A partir de trois mesures de distances, le récepteur peut calculer ses coordonnées sans ambiguïté. Ce principe de positionnement se nomme la trilatération<sup>2</sup> et est représenté sur la figure 1.5. Ce mode de positionnement est également appelé méthode TOA (Time Of Arrival). Dans le cas des GNSS, les coordonnées 3D sont obtenues par l'intersection de trois sphères. En effet, l'intersection de trois sphères donnera deux positions possibles la première se trouvant dans l'espace (à exclure) et la seconde se trouvant à la surface de la Terre (à conserver). En pratique, un

2. Dans la littérature, le terme triangulation peut également être rencontré même si cette méthode sous entend l'emploi de mesures d'angle.

quatrième satellite est utilisé pour tenir compte de l'erreur de synchronisation entre les satellites et le récepteur (1.2.2.1).

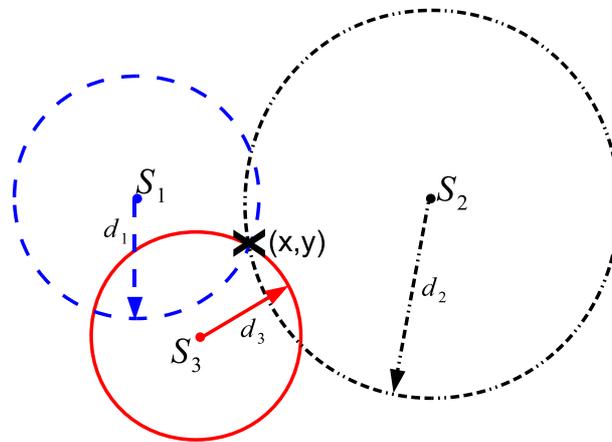


FIGURE 1.5 – Trilatération

Pour estimer une position, le récepteur a donc besoin de connaître à chaque instant la position des satellites ainsi que les distances satellite-récepteur mesurées. Les positions des satellites sont obtenues à partir des éphémérides transmises dans le message de navigation. Les distances sont obtenues en sortie des corrélateurs.

## 1.2.2 Les mesures

Différentes mesures peuvent être employées pour déterminer la position, la vitesse et le temps d'un récepteur GPS. Dans cette section, nous introduirons les mesures de pseudodistance et la mesure Doppler.

### 1.2.2.1 La pseudodistance

La mesure de pseudodistance est la mesure principale d'un récepteur GNSS [ME06]. La pseudodistance peut être déterminée de deux façons différentes. Nous verrons d'abord la mesure de pseudodistance obtenue par le code et dans un deuxième temps, la mesure de pseudodistance obtenue par la phase.

#### Pseudodistance par mesure de code

La mesure de pseudodistance est une estimation de la distance satellite-récepteur déduite de la mesure du temps de propagation du signal entre le satellite  $s$  et le récepteur  $u$ . Ce temps est mesuré par l'intercorrélacion entre la réplique du code PRN (C/A ou P) généré par le récepteur et le code PRN transmis par le satellite  $s$ .

La figure 1.6 illustre la détermination du temps de propagation.

La mesure de pseudodistance  $\rho_t^s$  entre le récepteur  $u$  et le satellite  $s$  à l'instant  $t$  est déduite du temps de propagation  $\Delta t_u^s$  multiplié par  $c$ , la vitesse de l'onde :

$$\rho_t^s = c \cdot \Delta t_u^s \quad (1.3)$$

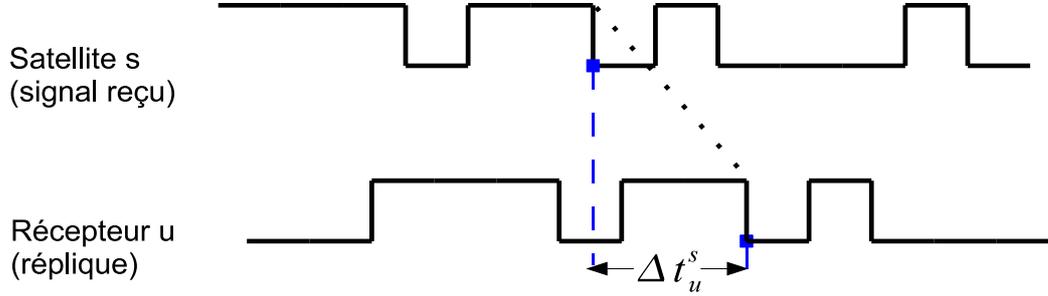


FIGURE 1.6 – Représentation du temps de propagation par comparaison entre le code PRN émis par un satellite et le code PRN généré par le récepteur

Le temps de propagation peut également être défini comme la différence entre le temps de réception  $t_u$  et le temps d'émission  $t^s$  (1.4).

$$\Delta t_u^s = t_u - t^s \quad (1.4)$$

Où  $t_u$  est donné dans le référentiel de temps du récepteur et  $t^s$  dans le référentiel de temps du satellite.

Dans (1.5), les temps d'émission et de réception sont exprimés dans le référentiel de temps GPS.

$$\begin{cases} t_r = t_u + \delta t_u \\ t_e = t^s + \delta t^s \end{cases} \quad (1.5)$$

Où  $t_r$  et  $t_e$  sont les temps de réception et d'émission dans le référentiel de temps GPS ;  $\delta t_u$  est le décalage de temps entre les référentiels de temps GPS et récepteur et  $\delta t^s$  est le décalage de temps entre les référentiels de temps GPS et satellite.

A partir de l'équation (1.5), le temps de propagation peut être reformulé de la manière suivante :

$$\begin{aligned} \Delta t_u^s &= t_r - \delta t_u + t_e + \delta t^s \\ &= (t_r - t_e) + (\delta t^s - \delta t_u) \end{aligned} \quad (1.6)$$

Par conséquent, la mesure de pseudodistance est égale à :

$$\begin{aligned} \rho_t^s &= c.(t_r - t_e) + c.(\delta t^s - \delta t_u) = d_t^s + c.(\delta t^s - \delta t_u) \\ &= \sqrt{(x_t - x_t^s)^2 + (y_t - y_t^s)^2 + (z_t - z_t^s)^2} + c.(\delta t^s - \delta t_u) \end{aligned} \quad (1.7)$$

Où  $d_t^s$  est la vraie distance (ou distance géométrique) entre le satellite et le récepteur ;  $(x_t, y_t, z_t)$  sont les coordonnées de l'antenne réceptrice et  $(x_t^s, y_t^s, z_t^s)$  sont les coordonnées du satellite dans le référentiel WGS84.

Dans des conditions de propagation réelles, un certain nombre de phénomènes mènent à des erreurs additionnelles sur  $\rho_t^s$ . On écrit alors  $\rho_{t,m}^s$  la pseudodistance mesurée :

$$\rho_{t,m}^s = d_t^s + c.(\delta t^s - \delta t_u) + \epsilon_t^s \quad (1.8)$$

Où  $\epsilon_t^s$  est l'erreur de pseudodistance pour le satellite  $s$  à l'instant  $t$ .

$\epsilon_t^s$  peut être développée comme la somme de plusieurs erreurs :

$$\rho_{t,m}^s = d_t^s - c.(\delta t_u - \delta t_s) + I_t^s + T_t^s + m_t^s + w_t \quad (1.9)$$

Où  $I_t^s$  et  $T_t^s$  sont les erreurs ionosphérique et troposphérique que nous développerons plus loin ;  $m_t^s$  est l'erreur causée par les éventuelles réflexions des signaux et  $w_t$  est le bruit du récepteur.

### Pseudodistance par mesure de phase

Le principe de la mesure de phase est de comparer la phase du signal reçu par le récepteur à la phase du signal réplique théorique généré par le récepteur [DBP<sup>+</sup>05]. Le signal GPS étant sinusoïdal, cela revient à compter le nombre de cycles (ou périodes) entre l'émission et la réception du signal. La distance parcourue par cycle est égale à la longueur d'onde  $\lambda$  :

$$\lambda = \frac{c}{f} \quad (1.10)$$

Où  $f$  est la fréquence du signal. La mesure de phase peut donc se faire sur les deux porteuses L1 et L2 qui ont une longueur d'onde respective de 19,0cm et 24,4cm.

Le récepteur compare en réalité la phase du récepteur  $\Phi_r$  à  $\Phi_e^s$  la phase du signal émis par le satellite  $s$ . Il détermine alors la valeur du déphasage  $\Delta\varphi$  entre ces deux signaux. La valeur de  $\Delta\varphi$  est comprise entre 0 et 1.

L'expression totale de la différence de phase est donnée par :

$$\Phi_r - \Phi_e^s = \Delta\varphi + N^s \quad (1.11)$$

Où  $N^s$  est le nombre de cycles (valeur entière). Cette valeur est inconnue du récepteur et s'appelle "l'ambiguïté entière". Elle peut être déterminée par le récepteur à l'aide de compteurs. Cette opération nécessite cependant une étape d'initialisation. De plus, la perte du signal entraîne un saut de cycle et la valeur de l'ambiguïté entière n'est plus correcte impliquant une forte imprécision. Le récepteur doit alors la déterminer de nouveau, ce qui rend la mesure de phase moins disponible. En pratique, les mesures de phase sont plutôt utilisées par les applications statiques (comme la géodésie) et peu par le transport.

#### 1.2.2.2 La fréquence Doppler

L'effet Doppler est un phénomène qui se produit dès qu'il y a mouvement entre un émetteur et un récepteur de signaux. Contrairement à la phase, les mesures Doppler sont aussi disponibles que les mesures de code. Les mesures Doppler peuvent être utilisées dans le but d'améliorer les performances en environnement contraint. Le décalage Doppler est défini comme la différence entre la fréquence du signal reçu (mesurée par le récepteur) et la fréquence du signal source (émise par le satellite) [ME06]. Elle est déduite du rapport entre ces deux fréquences comme exprimé par l'équation suivante :

$$\frac{f_R}{f_T} = \frac{1 - \frac{\|\vec{v}_{rel}\| \cdot \cos\theta}{c}}{\sqrt{1 - \frac{\|\vec{v}_{rel}\|^2}{c^2}}} \quad (1.12)$$

Où  $f_R$  et  $f_T$  sont respectivement les fréquences reçue par le récepteur  $u$  et émise par le satellite  $s$ ;  $\vec{v}_{rel} = \vec{v}^s - \vec{v}_u$  est le vecteur vitesse récepteur-satellite relatif; Avec  $\vec{v}^s$  le vecteur vitesse satellite et  $\vec{v}_u$  le vecteur vitesse récepteur;  $\theta$  est l'angle entre  $\vec{v}_{rel}$  et la droite LOS entre  $u$  et  $s$ .

En utilisant une transformation binomiale, (1.12) devient (1.13) :

$$\frac{f_R}{f_T} = \left(1 - \frac{\|\vec{v}_{rel}\|}{c} \cdot \cos\theta\right) \left(1 + \frac{\|\vec{v}_{rel}\|^2}{2c^2} + \frac{3\|\vec{v}_{rel}\|^4}{8c^4} + \dots\right) \quad (1.13)$$

Or  $\|\vec{v}_{rel}\| \ll c$ . Par conséquent, les termes de rang supérieur peuvent être négligés. En réalité, pour des applications de précision, on peut ne considérer cette équation que jusqu'au second ordre [ZZGD].

Les mesures de décalage Doppler informent sur la vitesse radiale des satellites. Il y a une mesure Doppler pour chaque satellite à chaque instant. La vitesse radiale satellite-récepteur est liée à la vitesse relative récepteur-satellite par :

$$\dot{\rho}_u^s = \frac{d\rho}{dt} = (\vec{v}^s - \vec{v}_u) \cdot \frac{\vec{\rho}^s - \vec{\rho}_u}{\|\vec{\rho}^s - \vec{\rho}_u\|} = \|\vec{v}^s - \vec{v}_u\| \cdot \cos\theta \quad (1.14)$$

En utilisant le terme de premier ordre de (1.13) dans (1.14) on obtient l'expression du rapport suivant :

$$\frac{f_R}{f_T} = 1 - \frac{\dot{\rho}_u^s}{c} \quad (1.15)$$

Finalement,  $\Delta f_R$ , le décalage de fréquence Doppler, est exprimé par :

$$\Delta f_R \approx f_R - f_T \approx \frac{\dot{\rho}_u^s}{c} \cdot f_T \approx \frac{\dot{\rho}_u^s}{\lambda_{f_T}} \quad (1.16)$$

Où  $\lambda_{f_T}$  est la longueur d'onde.

(1.16) exprime la différence entre la fréquence du signal reçu et celle du signal émis causé par le mouvement relatif de l'émetteur et du récepteur. Quand  $\Delta f_R$  est positif, le satellite s'approche du récepteur sinon  $\Delta f_R$  est négatif.

La mesure Doppler peut être employée de plusieurs façons dans le positionnement GNSS. Soit elle peut être utilisée comme une mesure supplémentaire, indépendante, pour se positionner et obtenir une meilleure estimation de la vitesse, soit elle peut être employée pour lisser le code et obtenir une meilleure précision [Bah09] et [Spa09].

### 1.2.3 Critères de qualité des signaux ou de la position

La qualité des signaux reçus et de la position GPS calculée dépend de différents facteurs. Ces facteurs peuvent être appréhendés comme des indicateurs spécifiques sur la qualité des signaux reçus ou sur la qualité de la position calculée. Dans cette section, nous introduirons les principaux.

#### 1.2.3.1 L'élévation et l'azimut

L'azimut et l'élévation peuvent caractériser (comme les coordonnées) la position d'un satellite par rapport au récepteur. Ces deux variables sont des mesures d'angles.

L'azimut indique la direction du satellite vue par le récepteur dans le plan horizontal. L'azimut 0 indique le nord. Il peut donc prendre des valeurs comprises entre 0 et 359°.

L'élévation définit l'angle entre le satellite et l'horizon dans le plan vertical. La valeur de l'élévation est comprise entre 0 et 90°. Certains récepteurs ne considèrent que les satellites ayant une élévation supérieure à 10° car les signaux provenant de satellites bas en élévation subissent généralement des perturbations de propagation importantes liées à une traversée de l'atmosphère plus longue ou encore à une probabilité de réflexion plus élevée. L'azimut et l'élévation des satellites sont communément représentés dans une figure appelée "skyplot" (figure 1.7).

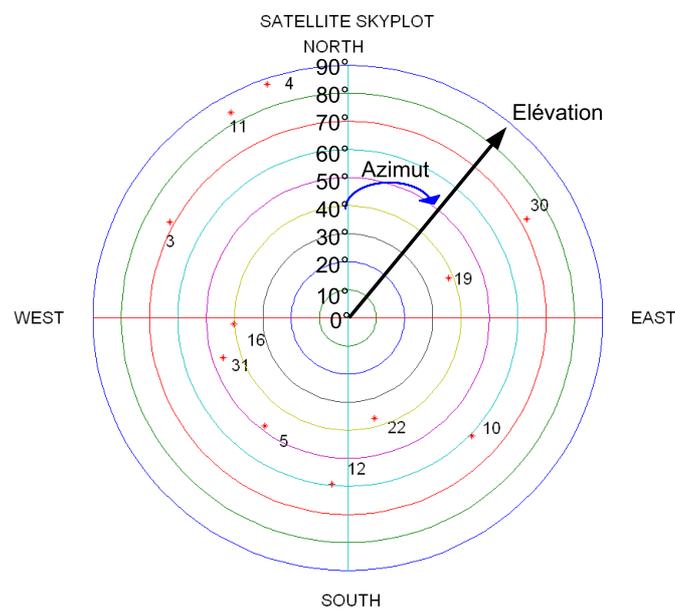


FIGURE 1.7 – Représentation de l'élévation et de l'azimut des satellites à un instant donné par un skyplot

#### 1.2.3.2 Le nombre de satellites

Un satellite est considéré visible lorsque son élévation est strictement positive et lorsqu'un signal peut être reçu en provenance de ce satellite. Les satellites GPS étant défilant, même en environnement dégagé le nombre de satellites visibles peut varier au cours du temps. En général,

ce nombre est compris entre 6 et 12 satellites visibles à chaque instant. Ce nombre peut également varier en fonction de la latitude, puisque la constellation est moins dense aux pôles.

Dans des environnements comportant des obstacles à la propagation des signaux ce nombre peut également largement varier. Pour pouvoir se positionner en 3D, un minimum de 4 satellites visibles doit être atteint. Ce critère est fortement lié à un autre critère caractérisant la précision du positionnement : le DOP.

### 1.2.3.3 Le DOP

Le DOP (Dilution Of Precision) est un critère purement géométrique qui quantifie la bonne répartition des satellites à un instant donné. Plus les satellites seront écartés les uns des autres, meilleur sera le DOP. En effet, la position de l'utilisateur est obtenue par trilatération qui consiste à chercher le point d'intersection de sphères dont les centres sont les satellites et les rayons les pseudodistances. Quand les satellites sont éloignés les uns des autres, alors la superficie de l'aire d'intersection, qui correspond à l'incertitude sur la position, est moindre que lorsque les satellites sont proches ou alignés.

Le DOP est calculé à partir de la matrice de covariance de la position donnée dans un repère plan ou ENU (East North Up). Il existe plusieurs types de DOP qui sont :

- GDOP (Global DOP) :  $GDOP = \frac{\sqrt{\sigma_e^2 + \sigma_n^2 + \sigma_u^2 + \sigma_t^2}}{\sigma}$
- PDOP (Precision DOP) :  $PDOP = \frac{\sqrt{\sigma_e^2 + \sigma_n^2 + \sigma_u^2}}{\sigma}$
- HDOP (Horizontal DOP) :  $HDOP = \frac{\sqrt{\sigma_e^2 + \sigma_n^2}}{\sigma}$
- VDOP (Vertical DOP) :  $VDOP = \frac{\sigma_u}{\sigma}$
- TDOP (Time DOP) :  $TDOP = \frac{\sigma_t}{\sigma}$

Où  $(\sigma_e^2, \sigma_n^2, \sigma_u^2)$  sont les variances sur la position dans le repère ENU et  $\sigma_t^2$  la variance sur l'inconnue de temps.

Les valeurs de DOP sont calculées en supposant que les satellites sont reçus en LOS. En effet, ces valeurs peuvent être déduites de la matrice d'observation  $H$  (définie au chapitre 2) qui fait intervenir les distances satellite-récepteur. Dans le cas d'un positionnement 3D, le GDOP ou le PDOP sont généralement employés. Pour le PDOP, 4 seuils peuvent être définis :

- PDOP inférieur à 3, l'incertitude sur la position est faible.
- PDOP inférieur à 6, l'incertitude sur la position est moyenne.
- PDOP inférieur à 9, l'incertitude sur la position est large.
- PDOP supérieur à 9, la position est à exclure.

En milieu urbain, le DOP se dégrade énormément lorsque l'on est dans un canyon qui concentre les satellites reçus dans une zone de ciel réduite ou lorsque ces satellites sont alignés dans la direction de la rue créant ainsi une mauvaise répartition satellitaire.

### 1.2.3.4 La force du signal

Le rapport entre la puissance du signal et la puissance du bruit est une information importante pour toute application des GNSS. La force du signal peut être une bonne indication de la qualité du signal reçu et donc de la mesure de pseudodistance déduite. En effet, les réflexions ou diffractions des signaux sur l'environnement atténuent le signal et augmentent le bruit. Ces perturbations impactent donc sa force en l'affaiblissant. Il existe deux mesures courantes de ce rapport qui sont la densité signal à bruit (*carrier-to-noise ratio* :  $C/N_0$ ) et le rapport signal à bruit (*signal to noise ratio* : SNR).

Les différences entre ces deux termes étant souvent mal connues, nous proposons dans la suite de cette section de les définir en nous basant sur [PJ10].

#### Définition du SNR :

L'unité du SNR est le dB. Il exprime le rapport entre la puissance du signal et la puissance du bruit dans une largeur de bande donnée. Son expression est donnée par l'équation qui suit :

$$SNR = S - N \quad (1.17)$$

Où S est la puissance du signal en dBm ou dBW et N est la puissance du bruit dans une largeur de bande donnée en dBm ou dBW.

#### Définition du $C/N_0$ :

L'unité du  $C/N_0$  est le dB-Hz. Le  $C/N_0$  exprime le rapport entre la puissance du signal et la puissance du bruit par unité de largeur de bande. Son expression est la suivante :

$$C/N_0 = c - (N - BW) = C - N_0 = SNR + BW \quad (1.18)$$

Où C est la puissance de la porteuse en dBm ou dBW,  $N_0$  est la densité de puissance du bruit en dBm-Hz ou dBW-Hz et BW est la largeur de la bande d'observation.

Dans le domaine du GNSS, un signal de bonne qualité a un  $C/N_0$  sur le code (C/A) d'au moins 38-40 dB [VMPD08a]. En général les récepteurs n'acceptent pas les signaux en dessous de 30 dB-Hz mais les générations récentes de récepteurs hautes sensibilités tolèrent une gamme de signaux plus large.

La puissance reçue moyenne du code C/A est d'environ -160dBW. On considère généralement une puissance moyenne de bruit entre -200 et -204 dBW, ce qui donne effectivement, comme dit précédemment, une valeur moyenne de  $C/N_0$  de 40dB-Hz ( $-160 + 200$ ). Pour le code P, la puissance reçue moyenne est de -163dBW sur L1 et -166dBW sur L2. Ces mesures seront donc plus sensibles aux réflexions (et les mesures sur le code P seront donc moins disponibles que celles sur le code C/A) et auront des valeurs de  $C/N_0$  plus faibles (comprises entre 10 et 35dB-Hz). De plus, le  $C/N_0$  pour un satellite donné varie également selon l'élévation du satellite. Il est également important de noter que même si deux récepteurs différents utilisent la même antenne au même instant, leur mesure de  $C/N_0$  peut être différente. Ceci peut s'expliquer par des structures différentes au niveau des corrélateurs.

**Choix entre le SNR et le  $C/N_0$  :**

Le  $C/N_0$ , contrairement au SNR, fournit une indication de la qualité du signal qui est indépendante des étapes d'acquisition et de poursuite du signal (figure 1.4). Il est également indépendant de la largeur de bande du récepteur, ce qui permet de traduire réellement de la qualité des signaux reçus.

Le SNR est utile pour l'évaluation des performances d'acquisition et de poursuite d'un récepteur car il est estimé au niveau des corrélateurs.

Dans notre étude, la mesure de la force du signal sera utilisée pour constater si le signal a été perturbé durant sa propagation et non pour constater des performances du récepteur. C'est pour quoi, nous avons choisi d'utiliser le  $C/N_0$ .

**1.2.4 Les autres systèmes de positionnement satellitaire mondiaux**

Actuellement de nouveaux systèmes de positionnement satellitaires à couverture mondiale sont en développement (Galileo et Compass) ou en train d'être remis en exploitation (Glonass). Dans cette section, nous décrivons le système Glonass (russe) qui est désormais opérationnel et puis, le système Galileo (européen). Nous concluons en introduisant le système Compass (chinois).

**1.2.4.1 GLONASS**

Ce système de positionnement par satellites est assez différent du système américain et a déjà connu deux versions. La première version de Glonass fut achevée en 1996. Le système était alors composé de 24 satellites (21 pour être opérationnel + 3 supplémentaires). La constellation Glonass est répartie sur 3 plans orbitaux, à une inclinaison de  $64,8^\circ$  et une altitude de 19100km. La période de révolution des satellites est de 11h15min. Vu du sol, il faut 8 jours pour retrouver la même configuration satellitaire. Le système de coordonnées est le PZ-90. Ce système de coordonnées étant très différent de WGS84 une étape primordiale de transformation de coordonnées devait alors être faite pour calculer une position à partir des constellations Glonass et GPS. Deux types de signaux (comme pour GPS) sont transmis et donc deux types de service sont disponibles : le premier à usage civil et le second réservé à un usage militaire. Contrairement au GPS, l'identification des satellites se faisait par FDMA (Frequency Division Multiple Access) et par conséquent chaque satellite transmet son message de navigation sur sa fréquence propre [GLO02]. Les stations de contrôle réparties sur le territoire russe transmettaient les corrections aux satellites.

Après la chute de l'Union soviétique, les pouvoirs publics baissèrent sensiblement le budget alloué pour Glonass et en 2000 seulement 6 satellites étaient toujours opérationnels. Depuis, les autorités relancent le système et ont décidé de le moderniser. Une nouvelle génération de satellites est lancée (actuellement 19 satellites). Ces satellites se nomment GLONASS-M (M pour Modified). Quelques changements notoires sont à constater dans cette nouvelle génération. En effet, le système utilise désormais un nouveau système de coordonnées nommé PZ-90.02 concordant avec le WGS84. Le système est interopérable avec GPS et Galileo. Une nouvelle génération de satellite est d'ores et déjà en prévision, GLONASS-K, avec un ajout technique important qui sera l'identification CDMA pour pouvoir disposer d'une meilleure interopérabilité avec les autres systèmes.

### 1.2.4.2 Galileo

L'Europe désire disposer de son propre système de navigation par satellites : GALILEO. L'Union Européenne souhaite ainsi supprimer sa dépendance au système militaire américain actuel, le GPS. Le système est actuellement en développement et les premiers services devraient être opérationnel en 2014. Sa constellation sera composée de 30 satellites, positionnés selon trois orbites MEO (Medium Earth Orbit) planes circulaires, à 23222 km d'altitude et avec une inclinaison de 56 degrés. La période de révolution des satellites est de 14h21min, ce qui vu du sol donne une période de 10 jours. Chaque satellite a à son bord deux types d'horloge atomiques : rubidium et masers à hydrogène.

La spécificité de Galileo est d'être un système civil et de transmettre des informations d'intégrité dans ses message de navigation. Galileo fournira 5 services différents pouvant être gratuit ou payant :

- Le service ouvert (OS pour Open Service) : C'est le service de base, gratuit, qui correspond à l'utilisation civile actuelle du GPS. Dans ce cas, la position sera calculée de manière classique.
- Le service commercial (CS pour Commercial Service) : Ce service nécessitera vraisemblablement une redevance. Il permettra d'obtenir de meilleures performances de localisation (précision, intégrité, continuité de service, ...).
- Le service de sauvegarde de la vie (SoL pour Safety of Live) : Ce service vise à fournir aux applications sécuritaires une garantie de haute intégrité (authentification des signaux, certification et garantie de service).
- Le service réglementé (PRS pour Public Regulation Service) : Ce service réservé s'adresse à des utilisateurs gouvernementaux remplissant des missions spécifiques qui nécessitent des performances de localisation accrues. Le PRS utilise ses propres signaux résistant aux interférences.
- Le service de recherche et sauvegarde (SAR pour Search And Rescue service) : Ce système permettra de localiser les balises de détresse et sera interopérable avec le système existant COPSAS-SARSAT.

Les satellites Galileo émettront 6 différents signaux (L1F, L1P, E6A, E6B, E5A et E5B) sur 3 bandes de fréquence (E5, E6 et E2-L1-E1<sup>3</sup>) [FEH06]. La bande E5 s'étend de 1164 MHz à 1215 MHz, la bande E6 de 1200 MHz à 1300 MHz et la bande L1 de 1556 MHz à 1592 MHz. De plus, quatre de ces signaux ont également des versions en quadrature de phase ne transportant pas de données (L1Fp, E6Cp, E5Ap et E5Bp)<sup>4</sup>. Pour chacun des services les signaux seront combinés comme montré dans le tableau 1.1.

| Service | Signaux                                    |
|---------|--|
| OS      | L1F, L1Fp, E5A, E5B, E5Ap, E5Bp            |
| CS      | L1F, L1Fp, E6B, E6Bp, E5A, E5B, E5Ap, E5Bp |
| SoL     | L1F, L1Fp, E5A, E5B, E5Ap, E5Bp            |
| PRS     | E6A, L1P                                   |

TABLE 1.1 – Répartition des différents signaux pour chaque service

Dans les mêmes bandes de fréquence, Galileo sera interopérable avec GPS et GLONASS.

3. La bande E2-L1-E1 est également appelée bande L1

4. Le "p" signifie "pilot" pour signaler que ces signaux ne transportent pas de données

Le segment de contrôle sera composé d'un réseau de stations au sol :

- 2 centres de contrôles,
- 5 stations de TTC (Tracking, Transmission and Control),
- 10 stations de transmissions de données vers les satellites,
- 40 stations de réception des signaux Galileo (sensor stations),
- 1 centre dédié à l'intégrité.

Toutes ces stations seront réparties mondialement.

Galileo a été conçu dans le but de disposer d'un système de localisation civil plus sûr et plus précis. Ce système est notamment orienté vers des applications transports et fonctionnera de pair avec EGNOS (figure 1.10).

De plus, l'utilisation de 30 satellites supplémentaires en combinant GPS et Galileo permettra d'obtenir une meilleure précision, disponibilité et continuité de service. Dans le futur, ces performances accrues permettront d'envisager des applications plus sûres à base de localisation GNSS.

#### **1.2.4.3 Beidou**

Enfin, la Chine se dote de son propre système de radionavigation. Ce système sera composé de 30 satellites en orbites MEO et 5 satellites géostationnaires pour améliorer les performances de localisation régionalement. Ce système est prévu pour être opérationnel en 2013 avec une couverture régionale et en 2020 avec une couverture globale. Les satellites Beidou (ou Compass) auront une révolution de 12h, une inclinaison de 55° et une altitude de 21000km. Deux services seront proposés. Un service dont l'objectif de précision est de 10m et un service réservé pour un usage militaire.

### **1.3 Les perturbations atmosphériques du signal et autres erreurs modélisables**

La propagation des signaux peut être perturbée à plusieurs niveaux comme le représente la figure 1.8. Les premières sources d'erreur sur les mesures de pseudodistances que nous évoquerons dans ce mémoire sont des erreurs indépendantes de l'environnement local et qui par conséquent surviennent même en environnement dit "open sky" ou dégagé. Nous mentionnerons les erreurs d'horloges, puis les erreurs liées à la traversée de l'atmosphère, qui représentent le poste d'erreur le plus important. Néanmoins ce type d'erreurs est modélisable et en partie corrigeable. Nous ne considérerons que les erreurs sur les pseudodistances de code.

#### **1.3.1 Erreur d'horloge Satellite**

Les satellites ont à leur bord des horloges atomiques qui contrôlent toutes les opérations de temps et notamment la génération du signal diffusé. Ces horloges sont par définition très stables. Mais en pratique, elles ne sont pas parfaites et dérivent très légèrement par rapport au temps universel. La station de contrôle principale détermine et transmet les paramètres de correction d'horloge aux satellites qui ensuite les diffusent dans leur message de navigation. La correction de

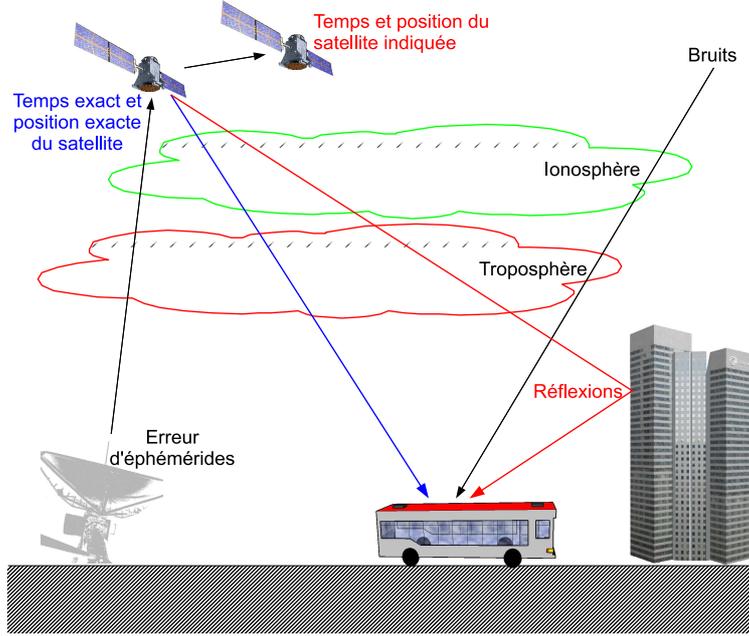


FIGURE 1.8 – Représentations des différentes erreurs de propagation

l'erreur d'horloge satellite  $\delta t_{clk}$  peut se calculer comme suit [ARI04] :

$$\delta t_{clk} = a_{f_0} + a_{f_1} \cdot (t - t_{oc}) + a_{f_2} \cdot (t - t_{oc})^2 + \Delta t_r \quad (1.19)$$

Avec  $a_{f_0}$  le biais d'horloge,  $a_{f_1}$  la dérive d'horloge,  $a_{f_2}$  la dérive de fréquence,  $t_{oc}$  le temps de référence,  $t$  le temps courant et  $\Delta t_r$  la correction des effets relativistes.

La correction des effets relativistes se calcule de la manière suivante [ARI04] :

$$\Delta t_r = F \cdot e \cdot \sqrt{A} \cdot \sin(E_k) \quad (1.20)$$

Avec  $e$  l'excentricité de l'orbite du satellite,  $A$  la valeur du demi-grand axe de l'orbite du satellite,  $E_k$  l'anomalie de l'excentricité de l'orbite du satellite qui sont tous trois des paramètres orbitaux transmis dans les éphémérides,  $F = \frac{-2\sqrt{\mu}}{c^2} = -4.442807635 \cdot 10^{-10}$  une constante ( $\mu$  est la valeur universelle de la gravité terrestre et  $c$  la célérité).

### 1.3.2 Corrections des erreurs ionosphériques

La ionosphère est une couche dispersive de l'atmosphère formée par la ionisation des radiations ultraviolet solaire. Son altitude est comprise entre 50 et 1000 km. La traversée de ce milieu par le signal GNSS entraîne des erreurs sur l'estimation de la pseudodistance.

En ne considérant que le terme d'erreur liée à la ionosphère, les mesures de pseudodistances peuvent être reformulées comme dans les équations suivantes :

$$\rho_{t,L_1}^s = d_t^s + I_{t,L_1}^s \quad (1.21)$$

$$\rho_{t,L_2}^s = d_t^s + I_{t,L_2}^s \quad (1.22)$$

L'erreur due à la ionosphère peut être corrigée en utilisant des récepteurs bi-fréquences. En effet, deux signaux émis sur  $L_1$  et sur  $L_2$  suivent exactement le même trajet du satellite au récepteur. De ce fait, les perturbations seront identiques sur les deux signaux [DBP<sup>+</sup>05]. Nous appellerons  $A$ , le terme de l'erreur lié à ces perturbations. De plus, le milieu étant dispersif, l'erreur ionosphérique est proportionnelle à l'inverse du carré de la fréquence.

$$I_{t,L_1}^s = \frac{A}{f_{L_1}^2} \quad (1.23)$$

$$I_{t,L_2}^s = \frac{A}{f_{L_2}^2} \quad (1.24)$$

En substituant l'équation 1.21 dans l'équation 1.24, on obtient :

$$I_{t,L_2}^s = \frac{f_{L_2}^2}{f_{L_1}^2} I_{t,L_1}^s \quad (1.25)$$

Puis, en utilisant les équations 1.19, 1.22 et 1.25, la différence des pseudodistances sur  $L_1$  et  $L_2$  peut être exprimé comme suit :

$$\rho_{t,L_1}^s - \rho_{t,L_2}^s = I_{t,L_1}^s - I_{t,L_2}^s = I_{t,L_1}^s \left( 1 - \frac{f_{L_1}^2}{f_{L_2}^2} \right) \quad (1.26)$$

Et par conséquent l'erreur pour la pseudodistance  $L_1$  est donnée par l'équation 1.27 :

$$I_{t,L_1}^s = \frac{\rho_{t,L_1}^s - \rho_{t,L_2}^s}{1 - \frac{f_{L_1}^2}{f_{L_2}^2}} \quad (1.27)$$

Les récepteurs GNSS ne sont pas toujours des récepteurs bi-fréquences. La correction précédente n'est donc pas toujours possible. Dans le cas de récepteur mono-fréquence, la correction de l'erreur ionosphérique se fait par l'utilisation de modèle. Il existe de nombreux modèles pouvant être utilisés. L'algorithme 1 présente le modèle de Klobuchar [Klo96]. Ce modèle très répandu est un modèle mono-fréquence utilisant les paramètres orbitaux et l'élévation du satellite.

#### **Remarque sur le choix du modèle :**

Nous sommes conscients que le modèle de Klobuchar n'est pas le modèle existant le plus précis. Nous pourrions par exemple utiliser un modèle bi-fréquence [DBP<sup>+</sup>05]. Cependant notre travail s'inscrit dans un contexte d'applications transport. Le coût du récepteur étant parfois un critère important pour équiper une flotte de véhicules, nous faisons le choix d'utiliser des modèles mono-fréquence.

**Algorithme 1** Modèle de Klobuchar pour la correction ionsosphérique mono-fréquence1) Calcul de l'angle centré sur la Terre  $\Psi$  :

$$\Psi = 0.0137 / (E + 0.11) - 0.22$$

2) Détermination de la latitude subionosphérique  $\Phi_I$  :

$$\Phi_I = \Phi_U + \Psi \cdot \cos A$$

**si**  $\Phi_I > 0.416$  **alors**

$$\Phi_I = 0.416$$

**fin si****si**  $\Phi_I < -0.416$  **alors**

$$\Phi_I = -0.416$$

**fin si**3) Calcul de la longitude subionosphérique  $\lambda_I$  :

$$\lambda_I = \lambda_U + (\Psi \cdot \sin A / \cos \Phi_I)$$

4) Expression de la latitude géomagnétique  $\Phi_m$  :

$$\Phi_m = \Phi_I + 0.064 \cos (\lambda_I - 1.617)$$

5) Expression du temps local,  $t$ , au point subionosphérique :

$$t = 4.32 * 10^4 \lambda_I + GPStime$$

**si**  $t > 86400$  **alors**

$$t = t - 86400$$

**fin si****si**  $t < 0$  **alors**

$$t = t + 86400$$

**fin si**6) Estimation du facteur d'inclinaison  $F$  :

$$F = 1 + 16 * (0.53 - E)^3$$

7) Enfin, Calcul du retard ionosphérique  $T_{iono}$  :

$$x = \frac{2\pi (t - 50400)}{3} \sum_{n=0} \beta_n \cdot \Phi_m^n$$

**si**  $|x| > 1.57$  **alors**

$$T_{iono} = F * (5 * 10^{-9})$$

**sinon**

$$T_{iono} = F * \left[ 5 * 10^{-9} + \sum_{n=0}^3 \alpha_n \cdot \Phi_m^n * \left( 1 - \frac{x^2}{2} + \frac{x^4}{24} \right) \right]$$

**fin si**

### 1.3.3 Corrections des erreurs troposphériques

La troposphère est la couche basse de l'atmosphère. Elle est comprise entre 8 et 15 km d'altitude. Ici les retards de propagation sont liés à des paramètres météorologiques (température, pression, humidité) mais également à l'élévation des satellites.

Les erreurs liées à la traversée de la troposphère par le signal sont de l'ordre de 2m lorsque le satellite est au zénith et de 30m lorsque le satellite a une élévation de 5°.

Le retard troposphérique  $\delta_{\rho}^{tropo}$  se définit comme une intégrale dont le résultat est la somme de deux termes [DBP<sup>+</sup>05] :

$$\delta_{\rho}^{tropo} = \delta_{\rho_d} + \delta_{\rho_w} = 10^{-6} \int N_d^{tropo} ds + 10^{-6} \int N_w^{tropo} ds \quad (1.28)$$

Avec  $\delta_{\rho_d}$  la partie sèche de la réfraction,  $\delta_{\rho_w}$  la partie humide de la réfraction,  $N_d^{tropo}$  l'indice de la partie sèche et  $N_w^{tropo}$  l'indice de la partie humide.

La composante sèche contribue à 90% du retard troposphérique. L'expression de son indice est donnée par l'équation suivante :

$$N_d^{tropo} ds = 77.64 * \frac{P}{T} \quad (1.29)$$

Où  $P$  est la pression et  $T$  la température.

Nous exprimons ci-dessous l'expression de l'indice de la composante humide :

$$N_w^{tropo} ds = -12.96 * \frac{E}{T} + 3.718 * 10^5 * \frac{E}{T^2} \quad (1.30)$$

Où  $E$  est la mesure d'humidité.

La composante humide est la plus difficile à modéliser. C'est pourquoi il existe de très nombreux modèles pour corriger le retard troposphérique. Un aperçu de ces modèles peut être trouvé dans [PS96] et notamment dans notre étude, nous utiliserons le modèle d'Hopfield.

L'effet des biais troposphériques affecte principalement l'estimation de la hauteur de la position.

## 1.4 Les systèmes d'augmentation

En complément ou alternative de ces modèles, des systèmes de correction des mesures ont été développés pour améliorer les performances des systèmes de positionnement satellitaires mondiaux. Ces systèmes ont souvent une couverture restreinte. Les performances de localisation ainsi obtenues sont plus précises même si ces dernières sont fortement dépendantes de la distance qui sépare le récepteur de la station de base.

Avant de présenter le système EGNOS, nous allons introduire le principe du GPS différentiel qui permet de réaliser ces corrections.

### 1.4.1 Le GPS Différentiel

Le GPS Différentiel (ou DGPS : Differential GPS) permet d'améliorer les performances de localisation d'un récepteur GPS. Le système DGPS est constitué de plusieurs stations de base réparties au sol. La position de chacune d'entre elles doit être connue avec précision. Ces stations enregistrent en continu les observations GPS et notamment les pseudodistances. Comme la position de la station est connue, les effets atmosphériques, relativistes, les erreurs d'horloges et d'éphémérides peuvent être estimés très précisément. Ces corrections sont alors diffusées par signal radio. Lors de la réception du message de correction, plus le récepteur sera proche de la station de base, plus les corrections seront efficaces. La figure 1.9 schématise le principe du DGPS.

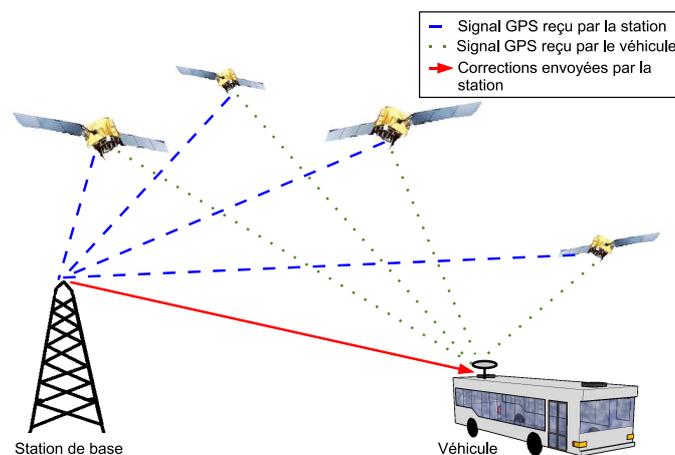


FIGURE 1.9 – Principe du GPS Différentiel

Le terme DGPS s'applique à toutes les utilisations de ce principe, que ce soit des applications à couverture très locale (comme dans le cas de référence au sol, par exemple dans le cas d'un réseau installé par un géomètre), ou dans le cas de réseaux à couverture régionale (comme dans le cas des augmentations satellitaires).

### 1.4.2 EGNOS

Les systèmes à couverture régionale sont de deux types, soit SBAS (Satellite Based Augmentation System), soit GBAS (Ground Based Augmentation System). Le GBAS est une augmentation locale proche du DGPS et standardisée par l'OACI (Organisation de l'Aviation Civile Internationale) [EGN09]. Dans le cas d'une augmentation SBAS, des signaux satellitaires supplémentaires sont diffusés par des satellites géostationnaires et dans le cas des GBAS la correction est envoyée par des signaux radio terrestre.

Nos acquisitions ayant été réalisées exclusivement en France, nous ne présenterons donc que le système SBAS européen EGNOS. Mais il en existe de nombreux autres opérationnels ou en développement représentés sur la figure 1.10.

EGNOS (European Geostationary Navigation Overlay System) est le système d'augmentation satellitaire européen. Le but d'EGNOS est d'améliorer les performances de localisation des systèmes GNSS pour les utilisateurs situés sur le territoire européen. Il est composé de trois satellites géostationnaires (ARTEMIS PRN 124, AOR-E PRN 120 et IOR-W PRN 126 [EGN09]) et

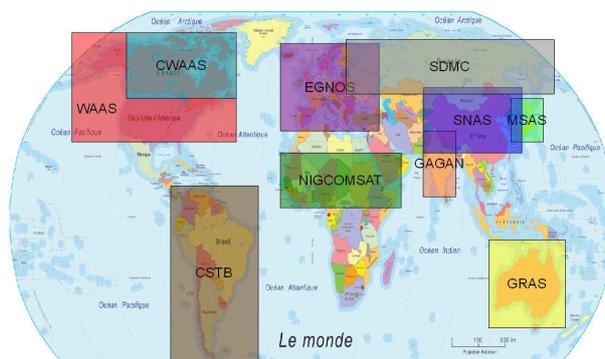


FIGURE 1.10 – Répartition mondiale des systèmes d'augmentation [Hei08]

d'un réseau au sol de 40 stations de positionnement et de quatre centres de contrôle. Actuellement ARTEMIS et AOR-E sont opérationnels et IOR-W est un satellite de test.

Depuis fin 2009, le service ouvert (OS - Open Service) d'EGNOS est disponible. Les deux fonctionnalités principales de ce service sont [VTGT<sup>+</sup>06] :

- Le GNSS Integrity Channel (GIC), les satellites diffusent des informations d'intégrité sur les constellations GPS, GLONASS et EGNOS. L'intégrité des satellites Galileo sera aussi diffusée par la suite. Ce service contient notamment le service Safety-of-Life qui fournit une alerte d'intégrité sur tout dysfonctionnement possible d'un signal GPS dans un délai de 6 secondes.
- Le "Wide Area Differential" (WAD), les satellites diffusent des corrections différentielles pour améliorer la précision. Ces corrections sont plus précises que les corrections obtenues par les modèles classiques. Les erreurs ainsi corrigées sont les erreurs ionosphériques, les décalages d'horloge satellite et les corrections d'orbite.

De plus, sur le WAAS (le SBAS américain), il existe une troisième fonctionnalité qui est le "Geo Ranging" (R-GEO). Les satellites SBAS sont alors considérés comme des satellites de positionnement supplémentaires. Par conséquent, si les signaux en provenance de trois satellites géostationnaires sont disponibles, le récepteur dispose alors de trois mesures de pseudodistances supplémentaires pour estimer la position. Cette fonctionnalité n'a jamais été mise en oeuvre sur EGNOS mais pourrait cependant l'être sur la version 3 du système, qui devrait être opérationnelle en 2020.

EGNOS utilisé en complément de GPS permet d'atteindre une précision de l'ordre de 1 à 3m. Ce système s'adresse à tout type de transport (aviation-civile, maritime ou terrestre). Cependant ses spécifications sont surtout définies pour l'aviation et la marine et EGNOS est donc aujourd'hui surtout appliqué dans ces domaines.

Pour une application terrestre, l'un des problèmes est le masquage des signaux. En effet, les satellites EGNOS étant géostationnaires, ils sont situés au dessus de l'équateur, ce qui leur donne une élévation faible (environ 30° pour le satellite AOR-E dans la région de Lille) orienté sud. Dans des environnements contraints, comme l'urbain dense, le récepteur ne pourra utiliser les corrections EGNOS en continu ce qui changera constamment les performances attendues. La plupart des récepteurs grand public utilisent aujourd'hui les signaux EGNOS quand ils sont disponibles.

L'objectif des systèmes d'augmentation est la correction d'erreurs communes à l'échelle régionale. Des récepteurs proches subiront en effet les mêmes erreurs ionosphériques. Par contre,

il n'est pas possible de calculer à large échelle les erreurs liées à l'environnement local.

## 1.5 Les perturbations locales en milieu contraint

La réception des signaux GNSS est perturbée par l'environnement proche de l'antenne. Les problèmes liés à l'environnement proche de l'antenne sont difficiles à appréhender d'abord parce que, par définition, ils sont locaux et varient d'une rue à l'autre ensuite car ils peuvent avoir un caractère aléatoire. En effet, en environnement réel, certains obstacles ne sont pas fixes (véhicules, piétons, . . .) ou changent au cours du temps (construction de bâtiments, végétation, . . .). Il paraît complexe d'anticiper leur impact sur l'erreur de pseudodistance. Ces perturbations peuvent se manifester par deux phénomènes : le masquage ou la réflexion des signaux.

### 1.5.1 Le masquage

L'un des problèmes majeurs de l'utilisation des GNSS pour le transport terrestre est le problème du masquage. Le masquage se produit lorsque le signal LOS (Line Of Sight), encore appelé signal direct, est bloqué par différents obstacles. La fréquence de ces masquages et leur nature dépendra de l'environnement traversé par le véhicule. Dans [MBCM02], les auteurs ont proposés un classement de ces environnements en fonction de la hauteur des obstacles et de la largeur des rues. Cependant, d'autres éléments à caractères aléatoires peuvent également générer des masquages comme par exemple les véhicules circulant à proximité.

La figure 1.11 est une représentation de type skyplot des positions des satellites reçus lors d'une acquisition statique, dans un canyon urbain. Les positions des satellites dans le temps sont représentées par les croix de couleur. Le trait continu représente l'élévation des masques tout autour de l'antenne de réception. La figure 1.12 représente la position des points de mesure dans la rue. Sur le skyplot, nous remarquons que certains satellites (les satellites 4, 13, 14 et 23) se trouvent sous la ligne d'horizon du ciel visible. Les signaux provenant de ces satellites ne peuvent donc être reçus en LOS. Par conséquent ces signaux sont reçus après réflexions.

### 1.5.2 Les réflexions

En environnement contraint, les signaux peuvent subir de nombreuses perturbations liées à la propagation du signal et en particulier des réflexions, diffractions, diffusions ou obstructions du signal par des obstacles proches de l'antenne. La propagation des signaux GNSS peut être appréhendée comme celle de faisceaux lumineux selon les lois de l'Optique Géométrique. On distingue plusieurs états de réception représentés figure 1.13. Sur cette figure, le signal (a) représente une réception LOS. Le signal (b) est bloqué par un obstacle. Le signal (c) est reçu en multitrajet, c'est-à-dire que le récepteur reçoit le signal en trajet direct et un écho après une réflexion. Enfin, on appellera le signal (d) "trajet alterné" ou NLOS (Non LOS) car le signal est reçu en l'absence de signal direct.

Il existe différentes actions possibles sur le récepteur pour filtrer, atténuer ou encore éliminer les trajets réfléchis du signal reçu. Ces traitements peuvent être réalisés au niveau des trois différents blocs de l'architecture d'un récepteur (figure 1.4).

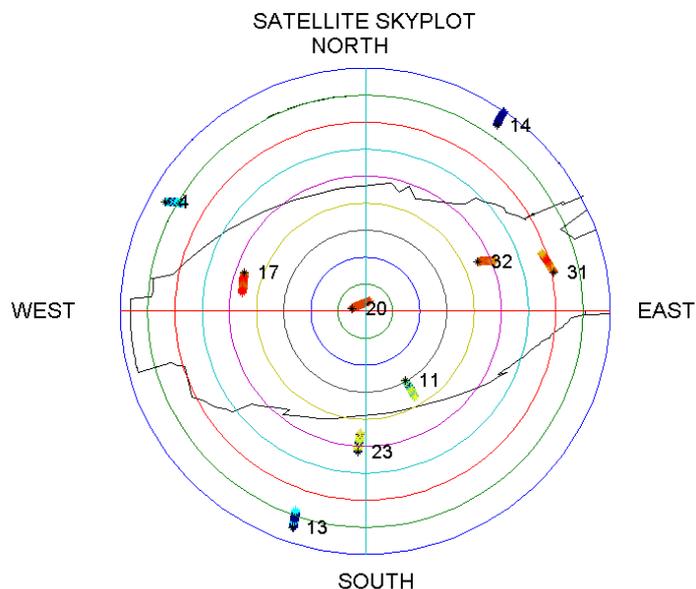


FIGURE 1.11 – Représentation d’une acquisition de données GPS et des obstacles dans un skyplot

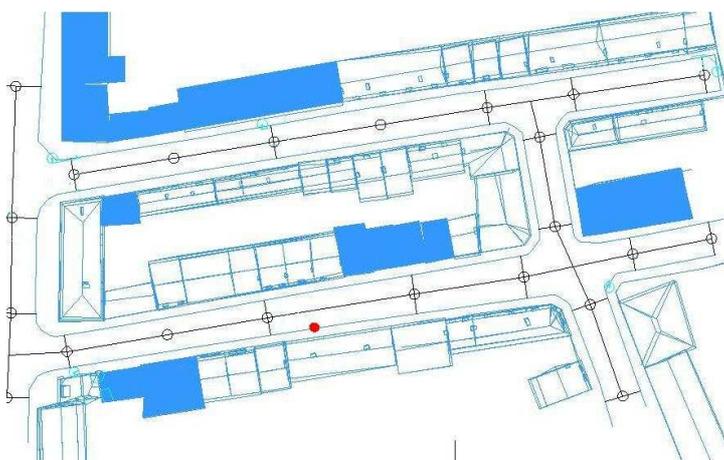


FIGURE 1.12 – Plan du site d’acquisition. L’emplacement d’acquisition des données est marqué par un point rouge.

### 1.5.2.1 Sélection des signaux lors de l’acquisition

Le choix de l’antenne peut être une première action pour atténuer l’impact de la réflexion des signaux. Il existe plusieurs types d’antenne à cet effet, les plus connues étant les antennes de type Choke Ring, à plan absorbant ou polarisée.

L’antenne Choke Ring est généralement constitué de 3 à 5 cercles concentriques autour de l’antenne centrale. Ce type d’antenne est particulièrement efficace pour rejeter les signaux avec une basse élévation ou provenant du sol et les multitrajets. L’emploi d’une antenne à plan absorbant a le même effet.

Le principe de l’antenne polarisée est différent. Lorsque le signal GPS se réfléchit, son

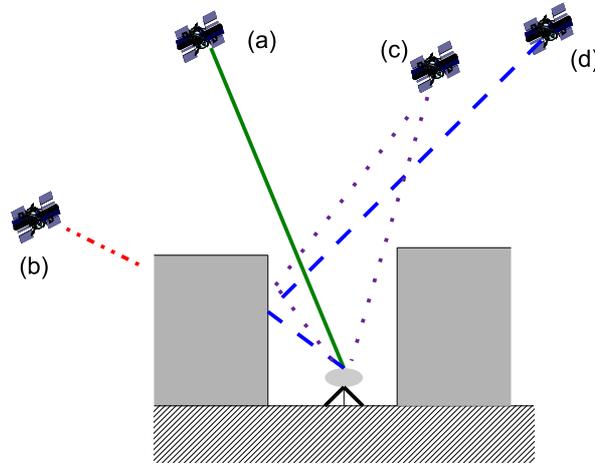


FIGURE 1.13 – Différents états de réception pour les signaux GNSS

amplitude et sa phase changent. Le signal GPS a une polarisation circulaire droite. La polarisation devient circulaire gauche lorsqu'il y a une réflexion. En utilisant une antenne polarisée, il est donc possible de rejeter les signaux n'ayant pas la bonne polarisation. Théoriquement, la polarisation peut de nouveau changer pour chaque réflexion supplémentaire [MSN04]. Et par conséquent, si le nombre de réflexions est pair la polarisation sera circulaire droite.

Toutefois, le choix de l'antenne a un coût sur le système d'acquisition. De plus, l'encombrement de ces antennes est non négligeables.

### 1.5.2.2 Mitigation des multi-trajets au niveau du bloc traitement du signal

Le traitement des réflexions peut également se faire au niveau du bloc traitement du signal. Deux actions différentes sont généralement employées [MBZ08]. La première est la modification de la boucle de poursuite par l'emploi de "narrow correlator", "strobe correlator" ou encore de "MET" (Multipath Elimination Technology). La seconde est l'estimation des signaux directs et des signaux réfléchis par l'emploi des méthodes "MEDLL" (Multipath Estimating Delay Lock Loop), "modified RAKE DLL" ou encore "MMT" (Multipath Mitigation Technology).

Mais toutes ces techniques rencontrent des difficultés lorsque le signal direct et le signal réfléchi est court et plus particulièrement dans le cas des méthodes modifiant la boucle de poursuite. De plus, l'emploi de ces techniques complexifie l'architecture du récepteur et il en devient donc plus coûteux.

Dans notre étude, nous nous concentrerons sur le cas générant le plus d'erreur de positionnement qui est le cas du trajet alterné. En effet, comme le pic de corrélation sera tout simplement décalé et que le trajet direct n'existe pas, les corrélateurs ne pourront compenser le retard induit et les pseudodistances seront toujours erronées.

### 1.5.2.3 Solutions au niveau du bloc d'estimation

Enfin quelques derniers traitements peuvent être envisagés sur le bloc "estimation de la position". Nous parlerons dans ce paragraphe de la sélection des pseudodistances, de l'algorithme

RAIM (Receiver Autonomous Integrity Monitoring), du choix d'un système multi-capteurs et enfin de l'amélioration du filtrage statistique.

### Sélection des satellites

La qualité des mesures de pseudodistances peut être appréhendée par les critères énoncés dans la section 1.2.3. Dans un récepteur, la sélection se fait généralement par une valeur seuil en-deçà de laquelle la mesure associée est rejetée du calcul de position. Les critères employés sont le plus souvent l'élévation du satellite et le  $C/N_0$ . Dans la littérature, on peut également trouver des méthodes plus algorithmiques comme la classification proposée dans [WG07].

Cependant, en environnement contraint, la visibilité satellitaire est souvent faible et une politique d'exclusion trop sévère peut mener à une augmentation de l'indisponibilité de la position. De plus, l'exclusion des satellites modifie la répartition géométrique des satellites et par conséquent, peut augmenter le critère DOP et mener à des estimations de position aberrantes.

Une autre méthode moins restrictive pour la sélection des satellites est l'emploi d'algorithme d'intégrité. Une définition possible de l'intégrité est donnée dans [BM08] :

**Définition 1** *"L'intégrité se définit par l'aptitude du système à alerter en temps utile l'utilisateur de son impossibilité de fournir le service de positionnement dans les conditions attendues."*

De ce fait, lorsque le positionnement n'est pas assez précis, une action d'élimination de la mesure fautive peut être envisagée. Dans le domaine du GNSS, l'algorithme d'intégrité le plus souvent utilisé est l'algorithme RAIM.

### RAIM

Le principe de l'algorithme RAIM repose sur la redondance de mesures et l'exclusion d'une mesure identifiée comme défaillante [Bro92]. L'algorithme peut se décomposer en trois parties :

- Détection du biais de position.
- Identification du satellite fautif.
- Exclusion du satellite fautif de la solution de navigation.

Pour que l'algorithme fonctionne il faut que le système soit surdéfini, c'est-à-dire, qu'il faut au moins avoir des mesures de pseudodistances en provenance de 5 satellites. Comme dit avec la méthode précédente, cette situation n'est généralement pas appropriée dans le cas de l'urbain (même si ici une vérification est faite et notamment sur le DOP). De plus, les valeurs des paramètres du RAIM découlent d'exigences de l'aviation et ne sont donc pas nécessairement adaptés au transport terrestre. Toutefois, dans des applications à caractère sécuritaire, l'information d'intégrité est fondamentale et il serait très utile de pouvoir disposer d'un RAIM adapté au transport terrestre.

### Approche multi-capteurs

L'approche multi-capteurs a pour but de compenser le manque de performances d'un système GNSS en ajoutant des capteurs supplémentaires au système de localisation et en fusionnant l'information provenant des différents capteurs. Plusieurs capteurs peuvent être employés. Nous pouvons citer notamment la fusion avec une centrale inertielle [SMW08], avec un odomètre ou encore avec les informations d'une carte [LBCN05].

Dans l'approche multi-capteurs plusieurs stratégies de fusion de l'information sont possibles. La première est de ne remplacer le GPS que lorsque sa mesure de position n'est pas disponible, dans ce cas seule l'indisponibilité de la position est traitée. La deuxième stratégie est de

fusionner les positions (ou les informations amonts comme les pseudodistances) en provenance de tous les capteurs et donc d'affecter un poids sur chaque information. Dans cette stratégie, la détection des signaux réfléchis peut être un avantage car cela peut permettre de mieux pondérer la position GPS.

Toutefois, à l'instar du récepteur GNSS, chaque capteur a également ses inconvénients. Les odomètres et les centrales inertiels nécessitent une initialisation et dérivent au cours du temps. La position doit alors être régulièrement corrigée à l'aide d'une position précise (souvent donnée par le GPS). Cette dérive est notamment causée par les problèmes de modélisation de ces capteurs. Les cartes sur lesquelles sont repositionnées les points de mesure souffrent également d'imprécision d'autant plus difficiles à quantifier qu'elles ne sont pas constantes (ni la longueur, ni la direction du biais). Enfin, l'ajout de capteurs supplémentaires entraîne une hausse du prix du système de navigation.

### **Filtrage statistique**

Enfin la partie estimation de la position peut également être améliorée en prenant en compte l'évolution des modèles d'erreur. C'est le choix que nous avons fait pour notre étude. Les différentes méthodes de filtrage pouvant être appliquées au GNSS seront décrites dans le chapitre 2, les modèles d'erreur employés dans le chapitre 3 et l'emploi de ces modèles dans la solution de navigation dans le chapitre 4.

Dans ce chapitre, nous avons introduit les principes de fonctionnement des GNSS base du GPS mais en mentionnant les autres constellations existantes ou émergentes. Cette multiplicité de systèmes à vocation interopérable permet d'envisager l'emploi de récepteur multi-constellations.

## **1.6 Efficacité d'un récepteur multi-constellations**

Actuellement de nouveaux types de récepteur GNSS sont étudiés, développés, voire commercialisés (il existe notamment des récepteurs GPS/GLONASS compatibles), il s'agit de récepteurs multi-constellations. En effet, lorsque tous les systèmes de radionavigation introduits précédemment (Galileo, GLONASS, Beidou, . . .) seront pleinement opérationnels et lorsque ces systèmes seront interopérables, il sera possible de déterminer une position à partir de plusieurs constellations différentes. Nous allons montrer dans cette section quel serait l'intérêt de tels récepteurs. Nous discuterons principalement dans cette section de la combinaison de GPS et Galileo.

### **1.6.1 Amélioration de la disponibilité**

L'utilisation de plusieurs constellations permettra de disposer d'un nombre de satellites visibles plus important à tout instant. Si l'on considère par exemple l'utilisation de deux constellations (GPS et Galileo), le nombre de satellites disponibles pourrait être compris entre 12 et 24 à chaque instant de mesure. En environnement contraint cependant, les phénomènes de masquage et de réflexion des signaux seront toujours présents. Le tableau 1.2 montre la disponibilité des solutions et les GDOP pour le GPS seul et pour une couverture GPS et Galileo. Dans ces environnements, si la disponibilité est effectivement augmentée lors de l'utilisation d'un positionnement multi-constellation, le nombre de signaux reçus en LOS n'est pourtant toujours pas suffisant (moins de 50%) pour garantir un positionnement précis.

Dans le tableau 1.2, nous avons également affiché la disponibilité d'un algorithme RAIM. Cependant, le principe d'exclusion d'un signal impose, pour garantir la disponibilité du service de

position, de recevoir au moins 5 satellites. Pour cette raison et parce que, dans les environnements urbains, il est fréquent d'observer plusieurs mesures défailtantes simultanément, le RAIM n'est pas une solution optimale dans des environnements contraints même lors de l'emploi de multi-constellation.

Le tableau 1.2 montre également que, dans un environnement urbain, la mesure de DOP est souvent élevée. Ceci est dû à la mauvaise répartition des satellites. Dans ce cas, pour assurer la disponibilité de service, il sera parfois préférable d'utiliser tous les signaux satellitaires disponibles plutôt que de ne chercher à n'employer que les signaux reçus en LOS.

|               | Disponibilité Totale | Disponibilité des LOS | Disponibilité d'un RAIM | GDOP moyen | GDOP moyen LOS |
|---------------|----------------------|-----------------------|-------------------------|------------|----------------|
| GPS           | 70.75%               | 21.09%                | 46.94%                  | 16.35      | 17.64          |
| GPS + Galileo | 93.88%               | 41.50%                | 86.39%                  | 4.27       | 16.62          |

TABLE 1.2 – Comparaison de la disponibilité d'un positionnement mono et multi-constellation simulés dans le centre ville de Toulouse.

## 1.6.2 Amélioration de la précision

A l'heure actuelle, il est difficile de prévoir quelle sera la précision des systèmes de positionnement multi-constellation futurs car la plupart des satellites nouvelles générations ne sont pas encore lancés. Néanmoins, il est possible de trouver dans la littérature des références concernant des évaluations de la précision des futurs systèmes GNSS.

Cette évaluation est faite grâce d'une part au critère DOP et d'autre par grâce au budget d'erreur de propagation sur la mesure (UERE : User Equivalent Range Error). Cette évaluation est donnée par l'équation suivante [KH06] :

$$\sqrt{\sigma_{x_u}^2 + \sigma_{y_u}^2 + \sigma_{z_u}^2 + \sigma_{c.tu}^2} = GDOP \cdot \sigma_{UERE} \quad (1.31)$$

Où  $\{\sigma_{x_u}^2, \sigma_{y_u}^2, \sigma_{z_u}^2, \sigma_{c.tu}^2\}$  sont les variances sur la position et le décalage d'horloge récepteur et  $\sigma_{UERE}$  est l'écart type sur les facteurs d'erreurs sur les pseudodistances. L'équation 1.31 n'est valable que si les signaux sont reçus uniquement en LOS.  $\sigma_{UERE}$  est donné par l'équation 1.32.

$$\sigma_{UERE} = \sqrt{\sigma_{clock}^2 + \sigma_{eph}^2 + \sigma_{iono}^2 + \sigma_{tropo}^2 + \sigma_{rec}^2 + \sigma_{mp}^2} \quad (1.32)$$

Où les  $\sigma$  sont les écarts types respectivement liés à :  $\sigma_{clock}$  aux erreurs d'horloge ;  $\sigma_{eph}$  aux erreurs d'éphémérides ;  $\sigma_{iono}$  et  $\sigma_{tropo}$  aux erreurs atmosphériques ;  $\sigma_{rec}$  au bruit récepteur et  $\sigma_{mp}$  à la réflexion des signaux. Les valeurs de  $\sigma_{UERE}$  sont généralement fixés selon le service de positionnement utilisé et en fonction de chaque facteur d'erreur.

Dans [SKZ04], les auteurs estiment que la précision attendue pourra être égale à 2-3m durant 95% du temps, avec une configuration GPS-Galileo bi-fréquence<sup>5</sup>.

5. Avec les porteuses L1/E5 pour Galileo et L1/L5 pour GPS

Dans [Eng08], l'auteur donne une estimation des précisions attendues en horizontal (HPE) et en vertical (VPE) durant 95% du temps pour différentes configurations et pour un positionnement GPS-Galileo avec un masque de visibilité de  $10^\circ$ . En configuration mono-fréquence, le HPE est de 5,29m et le VPE de 9,74m. En configuration bi-fréquence, le HPE obtenu est de 0,87m et le VPE de 1,57m.

Ces différents travaux ne sont que des estimations de la précision. Les phénomènes de propagation ne peuvent être appréhendés dans leur totalité en simulation. Toutefois, il est évident que l'utilisation de plusieurs constellations améliorera la précision du positionnement car elles permettront la redondance des mesures et une correction plus précise des phénomènes de propagation.

### 1.6.3 Synchronisation des horloges

Galileo et GPS n'utilisent pas la même référence de temps à cause de la non-synchronisation entre les horloges atomiques des deux systèmes. Le décalage entre ces deux temps est appelé GGTO<sup>6</sup> (GPS to Galileo Time Offset). La figure 1.14 illustre la définition du GGTO. Pour déterminer cette variable, deux méthodes seront possible [HP07]. Dans le premier cas, le GGTO sera diffusé par les deux constellations (GPS block III et Galileo) dans le message de navigation. Dans ce cas, le nombre de satellites total devra être égal ou supérieur à 4 pour déterminer une position en 3D. Cette solution nécessite d'acquérir le message de navigation entier sans discontinuité. Dans des environnements complexes, comme l'environnement urbain, les discontinuités sont cependant fréquentes et l'acquisition du message dans son intégralité peut prendre du temps. C'est le point faible de cette méthode. La seconde méthode est d'estimer le GGTO comme étant une inconnue supplémentaire du système ([JT08] et [BVBL08]). Dans ce cas, le nombre de satellites visibles doit être supérieur ou égal à 5 pour pouvoir estimer une position en 3D. La justification de cette augmentation du nombre de satellites, et par conséquent du nombre d'inconnues, est donnée dans l'équation 1.33. En effet, cette équation définit la mesure de pseudodistance entre, respectivement, un satellite GPS  $s_1$  et un satellite Galileo  $s_2$  en fonction des temps de référence :

$$\begin{aligned}\rho_{t_{GPS}}^{s_1} &= \sqrt{(x_t - x_t^{s_1})^2 + (y_t - y_t^{s_1})^2 + (z_t - z_t^{s_1})^2} + c \cdot \delta t_{u_{GPS}} \\ \rho_{t_{Galileo}}^{s_2} &= \sqrt{(x_t - x_t^{s_2})^2 + (y_t - y_t^{s_2})^2 + (z_t - z_t^{s_2})^2} + c \cdot \delta t_{u_{Galileo}} \\ &= d_t^{s_2} + c \cdot \delta t_{u_{GPS}} + GGTO\end{aligned}\quad (1.33)$$

Où  $\delta t_{u_{GPS}}$  est le décalage d'horloge par rapport au temps GPS et  $\delta t_{u_{Galileo}}$  est le décalage d'horloge par rapport au temps Galileo.

Si le nombre d'inconnues augmente, la disponibilité et la continuité de service vont diminuer surtout dans des environnements contraints.

### 1.6.4 Conclusion sur l'utilisation d'un récepteur multi-constellation

L'apport global d'un positionnement avec de multiples constellations est évident en terme d'amélioration de la disponibilité, de la continuité de service, de la précision et de l'intégrité.

6. Le même raisonnement est valable pour les autres constellations. Pour le système Glonass, cette variable est le STDGG (System Time Difference between GPS and Glonass) [CG09].

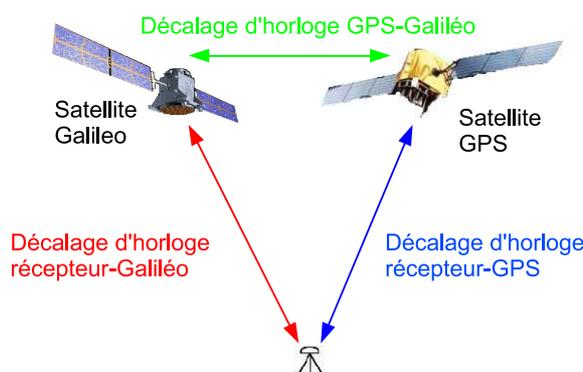


FIGURE 1.14 – Illustration des différentes inconnues de temps lors de l'utilisation d'un récepteur multi-constellation

Toutefois, une telle solution peut également augmenter le nombre d'inconnues et, dans des environnements contraints, entraîner une baisse de la disponibilité. Dans de tels environnements la disposition des différents satellites (DOP) peut toujours être insuffisante et par conséquent la précision pourrait toujours être fortement dégradée. C'est pourquoi l'amélioration des performances doit également se faire par un moyen autre que la simple augmentation du nombre de satellites visibles.

## 1.7 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons introduit les notions fondamentales du positionnement satellitaire nécessaires à ce travail de thèse. Nous avons défini les mesures nécessaires au positionnement ainsi que les différentes problématiques liées à la propagation du signal.

Le contexte applicatif de cette thèse concerne les transports. Dans le domaine des transports terrestres, les opérateurs et industriels des transports publics (réseaux de bus, tramways etc) sont des demandeurs importants de précision de localisation. Pour définir une solution crédible pour ces applications, nous avons donc pris en compte plusieurs contraintes opérationnelles :

- Nous avons choisi de ne travailler qu'avec les signaux GNSS, sans ajouter de capteurs supplémentaires afin de pousser les limites des performances GNSS à leur maximum avant d'accroître la complexité du système de localisation.
- La solution doit cependant rester disponible autant que possible, ce qui élimine les politiques d'exclusion de nos choix.
- Enfin, la solution développée devra montrer des performances intéressantes à partir d'un récepteur faible coût. En effet, inutile de convaincre un opérateur de flotte de véhicules d'équiper l'ensemble de son parc de récepteurs haut de gamme.

Pour la suite de ce travail, nous utiliserons donc un récepteur de type "low cost"<sup>7</sup>, en travaillant sur le bloc PVT (figure 1.4) et en intégrant une meilleure information sur les signaux reçus après réflexions.

7. Même si certains traitements se feront avec un récepteur plus haut de gamme, nous nous placerons dans une configuration mono-fréquence.

Cette caractérisation des signaux réfléchis se fera dans les algorithmes d'estimation de la position. Cette estimation est faite par filtrage statistique et introduite dans le prochain chapitre.

A l'heure actuelle, le GPS étant le seul système de positionnement satellitaire opérationnel, les algorithmes seront principalement testés sur données GPS simulées et réelles. Une ouverture sur les systèmes GNSS futurs sera cependant faite en testant les algorithmes avec des données GPS-Galileo simulées.



# Chapitre 2

## Estimation de la position par filtrage statistique

### Sommaire

---

|            |   |           |
|------------|---|-----------|
| <b>2.1</b> | <b>Introduction . . . . .</b>   | <b>63</b> |
| <b>2.2</b> | <b>Estimation de l'état . . . . .</b>                                       | <b>64</b> |
| 2.2.1      | Ajustement statistique . . . . .  | 65        |
| 2.2.2      | Le filtrage bayésien . . . . .  | 66        |
| 2.2.3      | Les méthodes de Monte Carlo séquentielles (filtrage particulière) . . . . . | 70        |
| <b>2.3</b> | <b>Conclusion . . . . .</b>   | <b>78</b> |

---

### 2.1 Introduction

L'objectif de ce chapitre est de définir les bases de l'estimation d'une position par des méthodes statistiques. Nous commencerons ce chapitre en donnant quelques définitions des termes employés [BSLK01].

**Définition 2** *L'estimation correspond à l'action de déterminer une valeur inconnue ou état, à partir d'observations imprécises et incertaines. Dans le cas où les mesures sont indirectes, c'est-à-dire que l'on ne mesure pas directement la valeur de l'état, l'état à estimer est nommé état caché.*

**Définition 3** *Le filtrage est l'estimation de l'état courant d'un système dynamique.*

**Définition 4** *La navigation est l'estimation de l'état d'une plateforme [...] sur laquelle le ou les capteurs sont situés.*

Dans notre étude, les coordonnées de notre récepteur, comprises dans le vecteur d'états cachés, doivent être estimées à partir des mesures de pseudodistances. Or les pseudodistances sont des mesures indirectes et bruitées de l'état ce qui correspond à la définition 2. Notre récepteur et les satellites étant mobiles, le système est dynamique (définition 3). Enfin, nous cherchons à

estimer la position d'un véhicule ou mobile dans lequel le récepteur est installé. Il s'agit donc bien de navigation (définition 4).

La schématisation d'un système de filtrage statistique pour l'estimation de l'état est donnée par la figure 2.1 avec  $X_t$  le vecteur d'état caché à l'instant  $t$  et  $Z_t$  le vecteur d'observation à l'instant  $t$ . A l'instant  $t$ , l'état évolue de  $X_{t-1}$  à  $X_t$ . Cette évolution de l'état ce mesure par un système de mesure qui comme tout système de mesure réel est bruité. Cette mesure peut être directe ou indirecte. Par conséquent à l'instant  $t$ , nous disposons d'une nouvelle mesure  $Z_t$ . Pour connaître le nouvel état  $X_t$ , un estimateur d'état est utilisé. Cet estimateur utilise la nouvelle mesure  $Z_t$  et des informations probabilistes pour estimer l'état et l'incertitude associée.

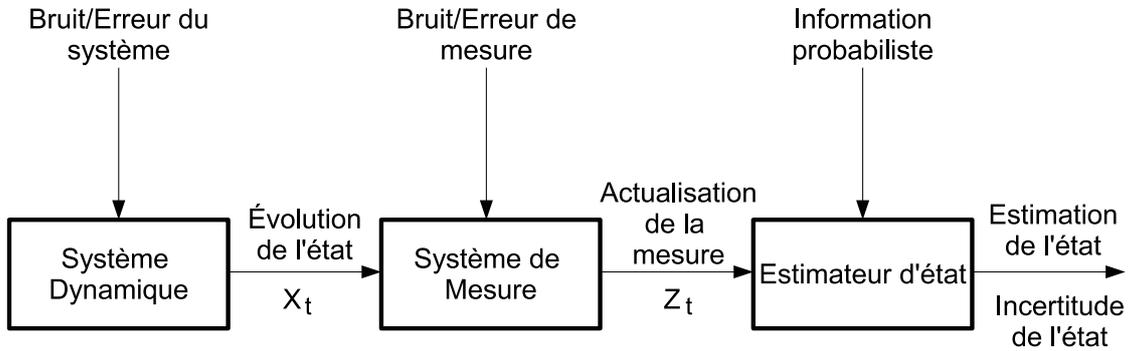


FIGURE 2.1 – Schématisation d'un système de filtrage

Par l'approche bayésienne, le but du filtrage statistique est d'estimer la densité de probabilité (pdf) postérieure  $p(x_t|z_t)$ . En développant par la règle de Bayes (annexe A.1), cette pdf devient :

$$p(x_t|z_t) = \frac{p(z_t|x_t)p(x_t)}{p(z_t)} = \frac{1}{Cste} p(z_t|x_t)p(x_t) \quad (2.1)$$

Où  $x_t$  est l'état caché inconnu,  $z_t$  est l'observation et  $Cste$  est une constante.

Ce chapitre s'ordonne de la manière suivante. D'abord nous définirons les bases de la modélisation d'état d'un système de localisation. Ensuite, nous verrons différentes méthodes de filtrage statistiques utilisées classiquement pour estimer une position, avec leurs avantages et inconvénients. Pour conclure, nous expliquerons les différents choix que nous avons fait au cours de nos travaux pour atteindre les performances souhaitées.

## 2.2 Estimation de l'état

Différentes méthodes de filtrage peuvent être employées pour l'estimation du vecteur d'état. Chacune de ces méthodes à ses spécificités et ses propres hypothèses de départ. Nous allons voir dans les sections suivantes les différentes méthodes de filtrage employées dans le domaine du GNSS.

**Définition 5** Un *estimateur optimal* est un algorithme [...] qui traite des observations, encore appelées mesures, pour fournir une variable d'intérêt qui optimise un critère donné [BSLK01].

Le filtre de Kalman est le seul filtre optimal dans le sens où il minimise le critère MMSE (Minimum Mean Square Error) lorsque ses hypothèses sont respectées. Néanmoins, ces dernières étant trop restrictives pour l'application GNSS, il est nécessaire d'envisager d'autres solutions plus souples. Nous verrons dans cette section les différentes méthodes envisageables pour un positionnement GNSS.

### 2.2.1 Ajustement statistique

Dans cette section, les estimations par moindres carrés et moindres carrés pondérés seront présentées. On parle alors d'ajustement statistique car le but de cette méthode est de chercher à suivre un modèle tout en minimisant le vecteur d'erreur.

#### 2.2.1.1 La méthode des Moindres Carrés

L'objectif des moindres carrés est de résoudre une équation du type " $A.x = b$ " qui n'a pas de solution exacte [BAB<sup>+</sup>07].  $A$  est une matrice  $m \times n$ , où  $m \geq n$ . Par conséquent, le nombre d'observations  $(b_1, b_2, \dots, b_m)$  doit être supérieur ou égal au nombre d'inconnues  $(x_1, x_2, \dots, x_n)$ . Dans le contexte du positionnement satellitaire, le nombre d'inconnues est de 4. La meilleure estimation  $\hat{x}$  est celle qui minimise la norme du vecteur  $e = b - A.x$  :

$$\|e\|^2 = (b - A.x)^T \cdot (b - A.x) \quad (2.2)$$

En dérivant et en minimisant, on obtient l'expression suivante :

$$A^T \cdot A \cdot \hat{x} = A^T \cdot b \quad (2.3)$$

Ou encore, en isolant l'état à estimer :

$$\hat{x} = (A^T \cdot A)^{-1} \cdot A^T \cdot b \quad (2.4)$$

Finalement, en pratique, les termes employés seront ceux développés dans l'équation 2.13, l'estimation de la position par la méthode des moindres carrés devient :

$$\Delta \hat{X} = (H^T \cdot H)^{-1} \cdot H^T \cdot \Delta \rho \quad (2.5)$$

La méthode des moindres carrés fournit l'estimation de position la plus simple. Le gros inconvénient est qu'elle ne prend pas en compte d'éventuelles informations sur les mesures, notamment sur les bruits, pour corriger son estimation de la position. Une version améliorée de cette algorithme est disponible dans la littérature pour réaliser cette étape de correction. Il s'agit des moindres carrés pondérés.

#### 2.2.1.2 La méthode des Moindres carrés pondérés

L'estimateur des moindres carrés pondérés (MCP) consiste à introduire un poids  $P$  qui est, en théorie, l'inverse de la matrice de variance-covariance des observations [DBP<sup>+</sup>05]. Ce poids peut être vu comme un opérateur de confiance dans la mesure utilisée. Le seul problème

est que la matrice de variance-covariance est en pratique inconnue. Il faut donc soit l'estimer, soit la remplacer par une fonction en rapport avec un critère de confiance sur la mesure (1.2.3), par exemple, dans [DBP<sup>+</sup>05], l'élévation des satellites. La méthode des moindres carrés pondérés donne en général de meilleurs résultats que la méthode des moindres carrés, cela dépend du choix de  $P$ . L'estimateur MCP est utilisé dans certains récepteurs.

Le poids  $P$  est introduit dans l'équation 2.5, ce qui revient à écrire :

$$\Delta \hat{X} = (H^T \cdot P \cdot H)^{-1} \cdot H^T \cdot P \cdot \Delta \rho \quad (2.6)$$

## 2.2.2 Le filtrage bayésien

Le filtrage bayésien est le plus souvent retenu par rapport aux méthodes d'ajustement statistique comme la méthode des moindres carrés. Il permet l'estimation d'un état qui n'est pas directement observable de manière probabiliste à partir d'informations a priori.

### 2.2.2.1 Modélisation d'état

Les méthodes d'estimation bayésiennes de la position utilisent la représentation d'état pour définir le système. Le système est ainsi défini par deux équations. Ces équations sont l'équation d'évolution et l'équation de mesure et sont définies comme suit :

$$\begin{cases} X_t = f(X_{t-1}) + v_{t-1} \\ Z_t = h(X_t) + w_t \end{cases} \quad (2.7)$$

Où  $X_t = (x_t, y_t, z_t, c \cdot \delta_u)^T$  est le vecteur d'état à l'instant  $t$  composé des coordonnées  $(x_t, y_t, z_t)$  et du biais d'horloge  $\delta_u$ ,  $f(\cdot)$  est la fonction d'évolution décrivant la dynamique du système,  $v_t$  est le bruit d'état à l'instant  $t$ ,  $Z_t$  est le vecteur d'observation à l'instant  $t$  constitué des observables GNSS utiles pour exprimer l'état, c'est-à-dire, les pseudodistances,  $h(\cdot)$  est la fonction d'observation exprimant la mesure en fonction de l'état et  $w_t$  est le bruit d'observation à l'instant  $t$ . L'équation d'évolution définit le vecteur d'état à l'instant  $t$  en fonction du vecteur d'état à l'instant précédent. L'équation de mesure définit le vecteur d'observation en fonction du vecteur d'état au même instant.

Nous allons dans la suite utiliser cette modélisation pour réaliser les calculs matriciels permettant d'estimer les positions. Cependant, pour les premiers estimateurs adaptés aux GNSS présentés dans ce chapitre, cela ne pourra se faire qu'après linéarisation. En effet, d'après l'équation 1.7, l'expression de la pseudodistance est faiblement non linéaire par rapport aux inconnues  $\{x_t, y_t, z_t\}$ . Soit  $g(x_t, y_t, z_t)$  le terme non-linéaire de l'équation 1.7.

$$g(x_t, y_t, z_t) = \sqrt{(x_t - x_t^s)^2 + (y_t - y_t^s)^2 + (z_t - z_t^s)^2} \quad (2.8)$$

Pour linéariser, nous allons utiliser le développement limité en série de Taylor (annexe A.2). Ce développement ne pouvant se faire qu'au voisinage d'une position connue (position origine ou position précédente), nous devons redéfinir la position à estimer en fonction de la position connue comme suit :

$$\begin{cases} x_t = x_{t-1} + \Delta x \\ y_t = y_{t-1} + \Delta y \\ z_t = z_{t-1} + \Delta z \end{cases} \quad (2.9)$$

Où  $\{\Delta x, \Delta y, \Delta z\}$  sont les mises à jour de la position par rapport à la position précédente.

A partir des équations 2.8 et 2.9, nous pouvons écrire le développement en série de Taylor du terme  $g(x_t, y_t, z_t)$  en se limitant au premier ordre :

$$g(x_t, y_t, z_t) = g(x_{t-1}, y_{t-1}, z_{t-1}) + \frac{\partial g(x_{t-1}, y_{t-1}, z_{t-1})}{\partial x_{t-1}} \Delta x + \frac{\partial g(x_{t-1}, y_{t-1}, z_{t-1})}{\partial y_{t-1}} \Delta y + \frac{\partial g(x_{t-1}, y_{t-1}, z_{t-1})}{\partial z_{t-1}} \Delta z \quad (2.10)$$

En développant les dérivées partielles de l'expression 2.10 et en posant  $d_{t,t-1}^s = \sqrt{(x_t^s - x_{t-1})^2 + (y_t^s - y_{t-1})^2 + (z_t^s - z_{t-1})^2}$  comme étant l'approximation de la distance satellite-récepteur, l'expression de la pseudodistance exprimée dans l'équation 1.7 devient :

$$\rho_t^s = d_{t,t-1}^s - \frac{x_t^s - x_{t-1}}{d_{t,t-1}^s} \cdot \Delta x - \frac{y_t^s - y_{t-1}}{d_{t,t-1}^s} \cdot \Delta y - \frac{z_t^s - z_{t-1}}{d_{t,t-1}^s} \cdot \Delta z + c \cdot \delta t_u \quad (2.11)$$

Pour estimer une position, une seule mesure de pseudodistance n'est pas suffisante. Il faut au moins quatre mesures de pseudodistances différentes pour calculer une position en 3D. En pratique, le récepteur prends en compte toutes les mesures de pseudodistances disponibles afin de compenser les éventuelles perturbations des signaux ou encore une éventuelle mauvaise configuration. C'est pourquoi, il est nécessaire de reformuler l'équation 2.11 sous forme matricielle en prenant en compte toutes les pseudodistances disponibles. Cette reformulation est donnée par l'équation 2.12.

$$\begin{bmatrix} \rho_t^1 & - & d_{t,t-1}^1 \\ \rho_t^2 & - & d_{t,t-1}^2 \\ \vdots & & \vdots \\ \rho_t^m & - & d_{t,t-1}^m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{-(x_t^1 - x_{t-1})}{d_{t,t-1}^1} & \frac{-(y_t^1 - y_{t-1})}{d_{t,t-1}^1} & \frac{-(z_t^1 - z_{t-1})}{d_{t,t-1}^1} & 1 \\ \frac{-(x_t^2 - x_{t-1})}{d_{t,t-1}^2} & \frac{-(y_t^2 - y_{t-1})}{d_{t,t-1}^2} & \frac{-(z_t^2 - z_{t-1})}{d_{t,t-1}^2} & 1 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \frac{-(x_t^m - x_{t-1})}{d_{t,t-1}^m} & \frac{-(y_t^m - y_{t-1})}{d_{t,t-1}^m} & \frac{-(z_t^m - z_{t-1})}{d_{t,t-1}^m} & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \Delta x \\ \Delta y \\ \Delta z \\ c \cdot \delta t_u \end{bmatrix} \quad (2.12)$$

Où  $m$  est le nombre de satellites visibles à l'instant  $t$ . Pour simplifier la notation nous identifierons l'équation 2.12 de la manière suivante :

$$\Delta \rho = H \cdot \Delta X \quad (2.13)$$

Où  $H$  est la matrice d'observation,  $\Delta \rho$  est la mise à jour de la mesure. Nous verrons par la suite que ce terme peut être également appelé l'innovation de mesure.  $\Delta X$  est le vecteur inconnu correspondant à l'incrément de la position.

Nous venons de voir comment exprimer sous forme matricielle l'équation d'observation. Par la suite, nous aurons également besoin d'exprimer l'équation d'évolution sous cette forme. Pour ce faire, dans un premier temps il faut pouvoir exprimer l'évolution de la position de l'antenne. En effet, lors d'un positionnement GNSS, ce n'est pas la position du récepteur qui est déterminée mais la position de son antenne.

Pour le modèle d'état, nous devons décrire la dynamique d'un système en mouvement. L'équation d'un mouvement selon l'axe des  $x$  rectiligne uniformément accéléré est donné par

l'équation 2.14.

$$\begin{cases} a_t = \ddot{x}_t = a = \text{constante} \\ v_t = \dot{x}_t = v_{t-1} + a.\Delta t \\ x_t = x_{t-1} + v_{t-1}.\Delta t + \frac{1}{2}.a.\Delta t^2 \end{cases} \quad (2.14)$$

Où  $\Delta t$  est le pas d'échantillonnage,  $a_t$  l'accélération et  $v_t$  la vitesse. Plusieurs cas sont alors possibles pour un mouvement rectiligne. Dans le chapitre 4, nous donnerons le modèle d'évolution choisi dans ce mémoire.

En négligeant le bruit d'état et en augmentant le vecteur d'état du décalage d'horloge, nous pouvons reformuler l'équation d'évolution (2.7) sous forme matricielle pour un mouvement rectiligne uniformément accéléré sur chacun des axes comme suit :

$$\begin{pmatrix} x_t \\ y_t \\ z_t \\ c.\delta t_u \\ \dot{x}_t \\ \dot{y}_t \\ c.\delta t_u \\ \ddot{x}_t \\ \ddot{y}_t \\ \ddot{z}_t \\ c.\delta t_u \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & \Delta t & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2}.\Delta t^2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & \Delta t & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2}.\Delta t^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & \Delta t & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2}.\Delta t^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & \Delta t & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2}.\Delta t^2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & \Delta t & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & \Delta t & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & \Delta t & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_{t-1} \\ y_{t-1} \\ z_{t-1} \\ c.\delta t_u \\ \dot{x}_{t-1} \\ \dot{y}_{t-1} \\ c.\delta t_u \\ \ddot{x}_{t-1} \\ \ddot{y}_{t-1} \\ \ddot{z}_{t-1} \\ c.\delta t_u \end{pmatrix} \quad (2.15)$$

Ou encore

$$X_t = F.X_{t-1} \quad (2.16)$$

Où  $F$  est la matrice d'évolution,  $X_t$  est le vecteur d'état à l'instant  $t$  ici composé des positions  $\{x_t, y_t, z_t\}$ , des vitesses  $\{\dot{x}_t, \dot{y}_t, \dot{z}_t\}$ , des accélérations  $\{\ddot{x}_t, \ddot{y}_t, \ddot{z}_t\}$ , du biais d'horloge  $\delta t_u$ , de la dérive du biais d'horloge  $\dot{\delta t}_u$  et de la dérivée seconde du biais d'horloge  $\ddot{\delta t}_u$ .

A partir de la modélisation d'état, l'estimation statistique peut être employée pour estimer les positions inconnues.

### 2.2.2.2 Le filtre de Kalman

Le filtre de Kalman (KF) a été présenté pour la première fois par R. E. Kalman en 1960 [Kal60]. Ce filtre est très employé dans le domaine de l'ingénierie. C'est une méthode d'estimation bayésienne récursive.

Le KF comporte deux étapes principales. La première est une étape de prédiction, la seconde est une étape de correction. Le filtre de Kalman le plus simple s'emploie sous les hypothèses de linéarité du modèle d'état et de bruits d'état et d'observation blancs gaussiens et non-corrélés. Le filtre estime en réalité la moyenne  $\hat{X}_{k|k}$  et la variance  $P_{k|k}$  de  $p(X_k|Z_k) = \mathcal{N}(X_k, \hat{X}_{k|k}, P_{k|k})$  et donne la solution optimale selon le critère MMSE. Par conséquent, aucune autre méthode ne pourra produire une meilleure estimation que le filtre de Kalman dans le cas où les hypothèses sont respectées. Le modèle d'état linéaire est défini comme suit :

$$\begin{cases} X_k = F_{k-1} \cdot X_{k-1} + v_{k-1} \\ Z_k = H_k \cdot X_k + w_k \end{cases} \quad (2.17)$$

Où  $F_{k-1}$  et  $H_k$  sont les matrices d'évolution et de mesure.  $v_{k-1}$  et  $w_k$  sont les bruits du système et d'observation. Ces bruits sont blancs et gaussiens de matrices de covariance respectives  $Q_{k-1}$  et  $R_k$  tels que  $v_{k-1} \sim \mathcal{N}(0, Q_{k-1})$  et  $w_k \sim \mathcal{N}(0, R_k)$ .

L'algorithme de ce filtre est donné par l'algorithme 2 pour le modèle linéaire 2.17.

---

**Algorithme 2** Filtre de Kalman
 

---

$$\begin{aligned} \hat{X}_{k|k-1} &= F_{k-1} \cdot \hat{X}_{k-1|k-1} \\ P_{k|k-1} &= F_{k-1} \cdot P_{k-1|k-1} \cdot F_{k-1}^T + Q_{k-1} \\ S_k &= H_k \cdot P_{k|k-1} \cdot H_k^T + R_k \\ K_k &= P_{k|k-1} \cdot H_k^T \cdot S_k^{-1} \\ P_{k|k} &= P_{k|k-1} - K_k \cdot S_k \cdot K_k^T \\ \hat{X}_{k|k} &= \hat{X}_{k|k-1} + K_k \cdot (Z_k - H_k \cdot \hat{X}_{k|k-1}) \end{aligned}$$


---

Où  $S_k$  est la covariance de l'innovation de la mesure  $(Z_k - H_k \cdot \hat{X}_{k|k-1})$  et  $K_k$  est appelé le gain de Kalman.

Dans notre cas, le filtre de Kalman classique ne peut être employé car l'expression de la pseudodistance est faiblement non-linéaire (2.8). Il nous faut donc employer la version non-linéaire de ce filtre, le filtre de Kalman étendu en utilisant la linéarisation donnée par l'équation 2.12.

### 2.2.2.3 Le filtre de Kalman Étendu

La différence entre le KF et le filtre de Kalman étendu (EKF : Extended Kalman Filter) est que ce dernier linéarise les fonctions d'état  $f$  et d'observation  $h$  de la modélisation d'état (2.7) [RSG04]. Dans le cas d'un positionnement GNSS, cette approximation peut être faite par un développement de Taylor au premier ordre. L'EKF est donc une solution non-optimale. De même que pour le KF, pour ce filtre les bruits d'état  $v_{k-1}$  et de mesure  $w_k$  sont indépendants, blancs et gaussiens.

L'algorithme de l'EKF est donné par l'algorithme 3.

---

**Algorithme 3** Filtre de Kalman Étendu
 

---

$$\begin{aligned} \hat{X}_{k|k-1} &= f_{k-1} \left( \hat{X}_{k-1|k-1} \right) \\ P_{k|k-1} &= \hat{F}_{k-1} \cdot P_{k-1|k-1} \cdot \hat{F}_{k-1}^T + Q_{k-1} \\ S_k &= \hat{H}_k \cdot P_{k|k-1} \cdot \hat{H}_k^T + R_k \\ K_k &= P_{k|k-1} \cdot \hat{H}_k^T \cdot S_k^{-1} \\ P_{k|k} &= P_{k|k-1} - K_k \cdot S_k \cdot K_k^T \\ \hat{Z}_{k|k-1} &= h_k(\hat{X}_{k|k-1}) \\ \hat{X}_{k|k} &= \hat{X}_{k|k-1} + K_k \cdot (Z_k - \hat{Z}_{k|k-1}) \end{aligned}$$


---

Où  $\hat{F}_{k-1}$  et  $\hat{H}_k$  sont les matrices jacobiniennes de  $f_{k-1}$  et  $h_k$ .

La performance de ce filtre est toutefois fortement dégradée lorsque les hypothèses sur les bruits ne sont respectés ou lorsque la non-linéarité des modèles est forte comme lors de changements de dynamique ou la perturbation des mesures. C'est pourquoi dans la section suivante, nous allons introduire des méthodes moins contraignantes sur les hypothèses de départ.

Il existe encore d'autres versions du filtre de Kalman comme le filtre de Kalman "sans parfum" ou UKF (Unscented Kalman Filter). Mais pour l'application de la navigation par satellites, la non-linéarité n'est pas assez forte pour que l'apport de ce genre de méthode soit réellement remarquable. C'est pourquoi nous ne décrivons pas d'autres versions du filtre de Kalman dans ce mémoire.

### 2.2.3 Les méthodes de Monte Carlo séquentielles (filtrage particulaire)

Le filtre particulaire contrairement aux filtres précédents ne fait pas l'hypothèse de bruits blancs gaussiens ou/et de systèmes linéaires. Il permet de résoudre des problèmes ayant des bruits multimodaux et "piqués". Il est notamment employé dans les domaines de la navigation [GGB<sup>+</sup>02], de la robotique [FTBD01], du suivi de cibles [DVAD02] ou encore de la santé [SRW10]. Le principe de cette méthode est de générer un grand nombre d'échantillons à partir d'une distribution de probabilité. A chaque échantillon, un poids est associé, ce qui permet d'obtenir une meilleure estimation de l'état.

Le filtrage particulaire (FP) fait également partie, tout comme l'EKF, de la famille des filtres suboptimaux. Ce type de filtre réalise une estimation de l'état inconnu basée sur une estimation Séquentielle de Monte Carlo (SMC), elle-même basée sur une représentation par des points de masse (ou particules) des densités de probabilité [RSG04]. Des descriptifs plus complets de cette méthode ont été faits dans [DdG01], [RSG04] et [CGM07].

Les SMC reposent sur l'échantillonnage d'importance séquentiel défini pour la première fois en 1950. Une des étapes primordiales des SMC est le rééchantillonnage qui permet d'éviter une dégénérescence des particules. La recherche et le développement d'applications autour des filtres particuliers est en pleine explosion à l'heure actuelle. Les développements autour de cette méthode ont été rendus possibles grâce aux nouvelles capacités de calcul, plus élevées. En effet, l'un des gros inconvénients de ce filtre reste le coût calculatoire important.

#### 2.2.3.1 L'intégration de Monte Carlo

L'intégration de Monte Carlo (IMC) est un principe de base des SMC [RSG04].

Soit l'intégrale multidimensionnelle suivante :

$$I = \int g(x)dx \quad (2.18)$$

Où  $x \in \mathbb{R}^{n_x}$ .  $g(x)$  peut être factorisé tel que  $g(x) = f(x)\pi(x)$ .  $\pi(x)$  est alors considéré comme une densité de probabilité satisfaisant  $\pi(x) \geq 0$  et  $\int \pi(x)dx = 1$ .

Le principe de l'IMC est de supposer qu'il est possible de générer  $N$  échantillons  $x^i$  selon  $\pi(x)$ , avec  $N \gg 1$ . L'équation 2.18 peut alors être redéfinie comme suit :

$$I = \int f(x)\pi(x)dx \quad (2.19)$$

Alors, l'approximation de Monte Carlo de 2.19 est donnée par :

$$I_N = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N f(x^i) \quad (2.20)$$

Si les échantillons  $x^i$  sont indépendants alors l'approximation de Monte Carlo  $I_N$  est une estimation sans biais et  $I_N$  converge vers la solution exacte  $I$ .

L'erreur de l'approximation de Monte Carlo,  $I_N - I$ , est de l'ordre de  $O(N^{-\frac{1}{2}})$ . Cela signifie que la vitesse de convergence de l'estimation est indépendante de la dimension  $n_x$  de la variable intégrée  $x$  [RSG04].

Cette propriété de l'IMC est due au choix des  $x^i$ . En effet, les  $x^i$  sont tirés dans les régions de fortes probabilités de l'espace d'état. Dans un contexte d'estimation bayésienne,  $\pi(x)$  est la densité a posteriori. Cependant, il est impossible d'échantillonner à partir de la densité a posteriori car elle est variable, elle peut être non-standard et n'est connue qu'à une constante près. Une des possibilités pour résoudre ce problème est alors l'échantillonnage d'importance.

### 2.2.3.2 L'échantillonnage d'importance

Théoriquement, pour estimer  $I$ , les échantillons  $x^i$  doivent être générés à partir de la densité a posteriori  $\pi(x)$  mais cela est impossible comme vu précédemment. Il est cependant possible de générer les  $x^i$  à partir de  $q(x)$ , une densité connue, en supposant que  $q(x)$  est similaire à  $\pi(x)$ . La similarité de  $q(x)$  par rapport à  $\pi(x)$  s'exprime par le fait que si  $\pi(x) > 0$  alors  $q(x) > 0$ , c'est-à-dire, que pour tout  $x \in \mathbb{R}^{x_n}$ ,  $q(x)$  et  $\pi(x)$  ont le même support. Sous cette hypothèse, il est alors possible de réaliser une pondération sur l'ensemble des  $x^i$  pour estimer l'IMC.  $q(x)$  est alors appelée la **densité d'importance**.

En utilisant cette condition, nous pouvons reformuler l'IMC (2.19) de la manière suivante :

$$I = \int f(x) \frac{\pi(x)}{q(x)} q(x) dx \quad (2.21)$$

Et l'estimation de Monte Carlo  $I_N$  s'exprime alors par :

$$I_N = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N f(x^i) \tilde{w}(x^i) \quad (2.22)$$

Où  $\tilde{w}(x^i) = \pi(x^i)/q(x^i)$  est le poids d'importance. Ne connaissant pas le facteur de normalisation entre  $\pi(x)$  et  $q(x)$ , une étape de normalisation doit alors être appliquée aux poids d'importance.  $I_N$  doit alors être exprimée de la manière suivante :

$$I_N = \frac{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N f(x^i) \tilde{w}(x^i)}{\frac{1}{N} \sum_{j=1}^N \tilde{w}(x^j)} = \sum_{i=1}^N f(x^i) w(x^i) \quad (2.23)$$

Où  $w(x^i)$  est le poids d'importance normalisé égal à :

$$w(x^i) = \frac{\tilde{w}(x^i)}{\sum_{j=1}^N \tilde{w}(x^j)} \quad (2.24)$$

### 2.2.3.3 Echantillonnage d'importance séquentiel

L'échantillonnage d'importance séquentiel (SIS : Sequential Importance Sampling) permet d'implémenter un filtre bayésien récursif par des simulations de Monte Carlo [RSG04].

Par cette méthode, la densité a posteriori est représentée par un ensemble d'échantillons aléatoires auxquels sont associés des poids pour réaliser les estimations. Plus le nombre d'échantillons est important, plus le SIS s'approche de l'estimateur bayésien optimal.

Soit  $X_{1:k} = \{x_j, j = 0, \dots, k\}$  l'ensemble des états cachés de l'instant 0 à l'instant  $k$ . Alors  $p(X_{1:k}|Z_{1:k})$  est la densité a posteriori à l'instant  $k$  et  $p(x_k|Z_{1:k})$  la densité marginale.

Soit  $\{X_{1:k}^i, w_k^i\}_{i=1}^N$  un couple particules-poids qui caractérise  $p(X_{1:k}|Z_{1:k})$ , avec  $\{X_{1:k}^i, i = 1 \dots N\}$  un ensemble d'échantillons, appelés **particules**, avec  $\{w_k^i, i = 1 \dots N\}$  les poids associés à ces particules. Les  $w_k^i$  sont des poids normalisés, c'est-à-dire,  $\sum_{i=1}^N w_k^i = 1$ . La densité a posteriori à l'instant  $k$  peut alors être approximée par :

$$p(X_{1:k}|Z_{1:k}) \approx \sum_{i=1}^N w_k^i \delta(X_{1:k} - X_{1:k}^i) \quad (2.25)$$

L'équation 2.25 donne une approximation discrète et pondérée de  $p(X_{1:k}|Z_{1:k})$ . Les  $w_k^i$  sont choisis grâce au principe d'échantillonnage d'importance énoncé dans la section précédente. Les particules  $X_{1:k}^i$  peuvent être générées par une densité d'importance  $q(X_{1:k}|Z_{1:k})$ . Dans ce cas, les poids  $w_k^i$  sont exprimés par :

$$w_k^i \propto \frac{p(X_{1:k}^i|Z_{1:k})}{q(X_{1:k}^i|Z_{1:k})} \quad (2.26)$$

A l'instant  $k - 1$ , il existe également un ensemble d'échantillons permettant d'approximer  $p(X_{1:k-1}|Z_{1:k-1})$ . Puis à l'instant  $k$ , une nouvelle mesure  $z_k$  est reçu. La nouvelle densité a posteriori  $p(X_{1:k}|Z_{1:k})$  peut alors être approximée à partir du nouvel ensemble d'échantillons à l'instant  $k$ .

La nouvelle densité d'importance est choisie telle que :

$$q(X_{1:k}|Z_{1:k}) \triangleq q(x_k|X_{1:k-1}, Z_{1:k})q(X_{1:k-1}|Z_{1:k}) \quad (2.27)$$

Dans ce cas, les nouveaux échantillons  $X_{1:k}^i \sim q(X_{1:k}|Z_{1:k})$  à l'instant  $k$  peuvent être calculés à partir de chacun des échantillons précédents  $X_{1:k-1}^i \sim q(X_{1:k-1}|Z_{1:k-1})$  et de la nouvelle particule  $x_k^i \sim q(x_k|X_{1:k-1}, Z_{1:k})$ .

Pour ce faire, il est nécessaire de redéfinir la densité a posteriori  $p(X_{1:k}|Z_{1:k})$  en fonction de  $p(X_{1:k-1}|Z_{1:k-1})$ ,  $p(x_k|z_k)$  et  $p(x_k|x_{k-1})$  :

$$\begin{aligned} p(X_{1:k}|Z_{1:k}) &= \frac{p(z_k|X_{1:k}, Z_{1:k-1})p(X_{1:k}|Z_{1:k-1})}{p(z_k|Z_{1:k-1})} \\ &= \frac{p(z_k|X_{1:k}, Z_{1:k-1})p(x_k|X_{1:k-1}, Z_{1:k-1})p(X_{1:k-1}|Z_{1:k-1})}{p(z_k|Z_{1:k-1})} \quad (2.28) \\ &= \frac{p(z_k|x_k)p(x_k|x_{k-1})}{p(z_k|Z_{1:k-1})}p(X_{1:k-1}|Z_{1:k-1}) \end{aligned}$$

$$p(X_{1:k}|Z_{1:k}) \propto p(z_k|x_k)p(x_k|x_{k-1})p(X_{1:k-1}|Z_{1:k-1}) \quad (2.29)$$

En remplaçant les équations 2.27 et 2.29 dans l'équation 2.26, nous pouvons alors exprimer la mise à jour des poids comme étant :

$$\begin{aligned} w_k^i &\propto \frac{p(z_k|x_k^i)p(x_k^i|x_{k-1}^i)p(X_{1:k}^i|Z_{1:k-1})}{q(x_k^i|X_{1:k-1}^i, Z_{1:k})p(X_{1:k-1}^i|Z_{1:k-1})} \\ &= w_{k-1}^i \frac{p(z_k|x_k^i)p(x_k^i|x_{k-1}^i)}{q(x_k^i|X_{1:k-1}^i, Z_{1:k})} \quad (2.30) \end{aligned}$$

Par conséquent, si  $q(x_k|X_{1:k-1}, Z_{1:k}) = q(x_k|x_{k-1}, z_k)$  alors la densité d'importance ne dépend plus que de  $x_{k-1}$  et de  $z_k$ . Dans ce cas, seules les valeurs des  $x_k^i$  doivent nécessairement être gardées en mémoire pour la prochaine estimation. Nous pouvons alors redéfinir la mise à jour des poids comme suit :

$$w_k^i \propto w_{k-1}^i \frac{p(z_k|x_k^i)p(x_k^i|x_{k-1}^i)}{q(x_k^i|x_{k-1}^i, z_k)} \quad (2.31)$$

De plus, la densité a posteriori marginale  $p(x_k|Z_{1:k})$  peut alors être approximée par :

$$p(x_k|Z_{1:k}) = \sum_{i=1}^N w_k^i \delta(x_k - x_k^i) \quad (2.32)$$

Un filtre avec une étape SIS consiste donc, lorsqu'une nouvelle observation  $z_k$  est disponible, à propager les particules  $x_k^i$  et les poids d'importance  $w_k^i$ .

L'algorithme d'échantillonnage d'importance séquentiel est donné par l'algorithme 4.

**Algorithme 4** Algorithme d'échantillonnage d'importance séquentiel (SIS)

---

**pour**  $i = 1 : N$  **faire**  
 Distribuer la particule  
 $x_k^i \sim q(x_k | x_{k-1}^i, z_k)$

Calculer le poids attribuer à la particule  

$$\tilde{w}_k^i = \frac{p(z_k | x_k^i) \cdot p(x_k^i | x_{k-1}^i)}{q(x_k^i | x_{k-1}^i, z_k)}$$

**fin pour**  
 Calcul de la somme des poids  $W = \sum_{i=1}^N \tilde{w}_k^i$   
**pour**  $i = 1 : N$  **faire**  
 Normaliser les poids  

$$w_k^i = \frac{\tilde{w}_k^i}{W}$$
  
**fin pour**

---

**2.2.3.4 Nombre efficace d'échantillons**

Une limitation de l'échantillonnage d'importance est que la variance des poids augmente au cours du temps [RSG04]. Cette augmentation impacte la précision de la solution et mène au problème de **dégénérescence** des particules. En pratique, après plusieurs itérations successives, la majorité des particules ont un poids très faible et très peu de particules seulement ont un poids fort.

Le nombre efficace d'échantillons  $N_{eff}$  est un indicateur de la qualité de l'estimation réalisée par le filtre et par conséquent,  $N_{eff}$  permet de détecter la dégénérescence. La valeur de  $N_{eff}$  est donnée par l'expression 2.33 :

$$N_{eff} = \frac{1}{\sum_{i=1}^N (w_k^i)^2} \quad (2.33)$$

Cet indicateur est comparé à un seuil utile  $\eta$  fixé par l'utilisateur. Si  $N_{eff} < \eta$  alors il est nécessaire d'utiliser un algorithme de rééchantillonnage afin d'éviter la dégénérescence des particules. En pratique,  $\eta$  est généralement compris entre  $0,6N$  et  $0,8N$ .

**2.2.3.5 Rééchantillonnage**

Lorsqu'une dégénérescence est constatée, il est nécessaire de procéder à une étape de rééchantillonnage. L'étape de rééchantillonnage élimine les particules de poids faibles et distribue les particules de poids forts. L'algorithme de rééchantillonnage le plus souvent utilisé est le SR (Systematic Resampling) [Kit96]. Après cette étape, l'ensemble des particules  $\{x_k^i\}_{i=1}^N$  devient donc l'ensemble des particules  $\{x_k^{i*}\}_{i=1}^N$  avec des poids égaux à  $\frac{1}{N}$ . L'algorithme de rééchantillonnage SR est donné par l'algorithme 5 ([RSG04]).

Dans certains cas particuliers, comme lorsque le bruit d'état est très faible, le rééchantillonnage entraîne une convergence du flot de particules vers une valeur unique. Dans cette situation,

**Algorithme 5** Algorithme de rééchantillonnage SR

Initialisation des CSW (Cumulative Sum of Weights)

$$c_1 = w_k^1$$

**pour**  $i = 2 : N$  **faire**

Construction des CSW suivants

$$c_i = c_{i-1} + w_k^i$$

**fin pour**

Première valeur d'indice des CSW

$$i = 1$$

Distribution de la variable aléatoire uniforme initiale

$$u_1 \sim \mathcal{U} \left[ 0, \frac{1}{N} \right]$$

**pour**  $j=1 : N$  **faire**

Mise à jour

$$u_j = u_1 + \frac{1}{N} \cdot (j - 1)$$

**tant que**  $u_j > c_i$  **faire**

$$i = i + 1$$

**fin tant que**

Réassignement des valeurs

$$x_k^{j*} = x_k^i$$

$$w_k^j = \frac{1}{N}$$

**fin pour**

deux actions sont alors possibles. La première est d'ajouter une étape de régularisation et la seconde de changer l'algorithme de rééchantillonnage.

En effet, d'autres méthodes de rééchantillonnage existent comme par exemple l'échantillonnage résiduel [LC98], multinomial ou encore stratifié. Dans [DCM05], les auteurs présentent puis comparent ces différents algorithmes de rééchantillonnage. Dans cet article, il est montré que même si les autres méthodes présentent une variance plus faible, la méthode de rééchantillonnage SR est souvent la plus employée car elle est la plus simple au niveau de l'implémentation. Dans la suite de ce travail, nous avons également fait ce choix.

**2.2.3.6 Procédure de régularisation**

Comme dit précédemment, la procédure de régularisation sert à contrer la concentration des poids vers une particule après rééchantillonnage. Cette procédure permet de redistribuer les particules lorsque le bruit d'état est faible. Cette dispersion des particules se fait en ajoutant un bruit (ici gaussien) sur l'état. Dans la littérature cette procédure peut être trouvée soit de manière indépendante au filtre ([Fla09]), soit comme étant directement intégrée au filtre ([RSG04] et [DGK01]). On parle alors de filtre particulaire régularisé ou RPF (Regularised Particle Filter). Dans ce mémoire, nous faisons le choix de présenter cette étape comme une étape indépendante. La procédure de régularisation se fait après l'étape de rééchantillonnage et son algorithme est donné par l'algorithme 6.

Où  $\alpha$  est un facteur d'échelle.

**Algorithme 6** Procédure de régularisation

Calcul de la covariance

$$\hat{x}_k = \sum_{i=1}^N w_k^i \cdot x_k^i$$

$$\hat{P}_k = \sum_{i=1}^N w_k^i \cdot (x_k^i - \hat{x}_k) \cdot (x_k^i - \hat{x}_k)^T$$

Détermination de  $S_k$  tel que :

$$\hat{P}_k = S_k^T \cdot S_k$$

Redistribution des particules

$$r^i \sim \mathcal{N}(0, I)$$

$$x_k^i = x_k^i + \alpha \cdot S_k \cdot r^i$$

**2.2.3.7 Choix de la densité d'importance**

Le choix de la densité d'importance permet de limiter la dégénérescence des poids, et de ce fait, limiter l'utilisation de l'étape de rééchantillonnage [RSG04]. La densité optimale qui minimise la variance des poids est donnée par :

$$q(x_k | x_{k-1}^i, z_k) = p(x_k | x_{k-1}^i, z_k) \quad (2.34)$$

Toutefois, il est très difficile d'échantillonner les particules et de mettre à jour les poids en utilisant cette densité d'importance. Par conséquent, pour minimiser la variance des poids, il est nécessaire de choisir une densité d'importance qui approche la densité optimale.

Chaque choix fait sur la densité d'importance donne une nouvelle version de filtre particulière. Dans les sections suivantes (2.2.3.8 à 2.2.3.10), nous décrirons les principales versions pouvant être utilisées dans notre contexte d'étude.

**2.2.3.8 Filtre particulière Bootstrap**

Le filtre particulière "Bootstrap" est la version la plus simple du filtre particulière mais il présente le gros inconvénient d'être généralement peu précis car les particules ne sont propagées que par la loi d'évolution (équation 2.7). En effet, dans cette version du filtre, la densité d'importance est choisie comme étant égale à  $p(x_k | x_k^i)$ . En remplaçant l'expression de la densité d'importance dans 2.31, la mise à jour des poids devient donc  $w_k^i \propto p(z_k | x_k^i)$ .

L'algorithme du filtre particulière "Bootstrap" est le suivant :

Le principal inconvénient de ce filtre est que les particules  $x_k^i$  sont générées indépendamment des mesures  $z_k$ .

**2.2.3.9 Le filtre particulière avec linéarisation locale**

La densité d'importance optimale peut être estimée grâce à la mesure actualisée  $z_k$  et à une estimation par un pas d'EKF ou d'UKF. Dans ce cas, la propagation de chaque particule est faite par l'EKF (ou l'UKF). C'est le principe du filtre particulière avec linéarisation locale (FPLL). On considère alors la distribution d'importance gaussienne telle que :

$$q(x_k^i | x_{k-1}^i, z_k) = \mathcal{N}(x_k^i, \hat{x}_k^i, \hat{P}_k^i) \quad (2.35)$$

**Algorithme 7** Filtre particulaire Bootstrap

---

**pour**  $i = 1 : N$  **faire**  
 Distribuer la particule  
 $x_k^i \sim p(x_k | x_{k-1}^i)$

Calculer le poids attribuer à la particule  
 $\tilde{w}_k^i = p(z_k | x_k^i)$

**fin pour**

Calcul de la somme des poids  $W = \sum_{i=1}^N \tilde{w}_k^i$

**pour**  $i = 1 : N$  **faire**  
 Normaliser les poids  
 $w_k^i = \frac{\tilde{w}_k^i}{W}$

**fin pour**

Rééchantillonnage  
 $\hat{x}_k = \sum_{i=1}^N w_k^i \cdot x_k^i$

---

Où  $\hat{x}_k^i$  et  $\hat{P}_k^i$  sont l'estimation du vecteur d'état et la matrice de variance-covariance donnés par l'EKF pour la particule  $i$  à l'instant  $k$  et en utilisant la mesure  $z_k$ .  $\hat{x}_k^i$  et  $\hat{P}_k^i$  sont la moyenne et la variance de la distribution d'importance.

L'estimation obtenue en sortie du FPLL est considérée comme plus précise que celle qui sort du filtre particulaire Bootstrap. De plus, l'augmentation du coût calculatoire lié à l'utilisation d'un filtre de Kalman pour chaque particule peut être compensée en diminuant le nombre de particules utilisées à performances égales.

L'algorithme du FPLL est donné par l'algorithme 8.

**Algorithme 8** Filtre particulaire avec linéarisation locale

---

**pour**  $i = 1 : N$  **faire**  
 Estimer la particule  
 $[\hat{x}_k^i, \hat{P}_k^i] = EKF(x_{k-1}^i, P_{k-1}^i, z_k)$

Distribuer la particule  
 $x_k^i \sim \mathcal{N}(x_k^i, \hat{x}_k^i, \hat{P}_k^i)$

Calculer le poids attribué à la particule  
 $\tilde{w}_k^i = \frac{p(z_k | x_k^i) \cdot p(x_k^i | x_{k-1}^i)}{q(x_k^i | x_{k-1}^i, z_k)}$

**fin pour**

Calcul de la somme des poids  $W = \sum_{i=1}^N \tilde{w}_k^i$

**pour**  $i = 1 : N$  **faire**  
 Normaliser les poids  
 $w_k^i = \frac{\tilde{w}_k^i}{W}$

**fin pour**

Rééchantillonnage  
 $\hat{x}_k = \sum_{i=1}^N w_k^i \cdot x_k^i$

---

### 2.2.3.10 Le filtre particulaire Rao-Blackwellisé

Soit  $X_k = [x_{1,k}, x_{2,k}]^T$  un vecteur d'état avec  $x_{2,k}$  une partie de  $X_k$  qui est linéaire et gaussienne conditionnellement à  $x_{1,k}$ . L'idée principale du filtre particulaire Rao-blackwellisé (RBPf) est d'exploiter cette décomposition du vecteur d'état [MBB06]. Dans ce cas, la première partie du filtre consiste à réaliser un filtre particulaire sur  $x_{1,k}$  puis de mettre à jour  $x_{2,k}$  en utilisant  $p(x_{2,k}|x_{1,k}, Z_k)$ . Comme  $x_{2,k}$  suit un modèle linéaire et gaussien conditionnellement à  $x_{1,k}$ ,  $p(x_{2,k}|x_{1,k}, Z_k)$  est gaussien et le KF peut être utilisé pour mettre à jour  $x_{2,k}$ . Selon les cas le KF peut être remplacé par un EKF ou un UKF. L'avantage de cette méthode est qu'elle réduit la variance de l'erreur.

L'algorithme du RBPf est donné par l'algorithme 9. Comme  $x_{2,k}$  est associé à chaque particule  $\tilde{x}_{1,k}$ , il est nécessaire de réaliser un ensemble de  $N$  pas de Kalman pour mettre à jour  $x_{2,k}$ . Le coût calculatoire est donc plus important pour cette méthode que pour les versions précédentes du filtre.

---

#### Algorithme 9 Filtre particulaire Rao-Blackwellisé

---

**pour**  $i = 1 : N$  **faire**

Générer la première partie du vecteur d'état

$$\tilde{x}_{1,k} \sim q(x_{1,k}|x_{1,1:k-1}^i)$$

Génération de la deuxième partie du vecteur d'état conditionnellement à la première

$$\left[ \hat{x}_{2,k}^i(\tilde{x}_{1,k}, x_{1,1:k-1}^i), \hat{P}_{2,k}^i(\tilde{x}_{1,k}, x_{1,1:k-1}^i) \right] \text{ par un pas de Kalman}$$

Calculer le poids attribué à la particule

$$\tilde{w}_k^i = \frac{p(z_k|\tilde{x}_{1,k}, x_{1,1:k-1}^i, z_{1:k-1}) \cdot p(\tilde{x}_{1,k}|x_{1,1:k-1}^i)}{q(\tilde{x}_{1,k}|x_{1,1:k-1}^i)}$$

**fin pour**

Calcul de la somme des poids  $W = \sum_{i=1}^N \tilde{w}_k^i$

**pour**  $i = 1 : N$  **faire**

Normaliser les poids

$$w_k^i = \frac{\tilde{w}_k^i}{W}$$

**fin pour**

Rééchantillonnage

$$\hat{x}_{2,k} = \sum_{i=1}^N w_k^i \cdot \hat{x}_{2,k}^i(\tilde{x}_{1,k}, x_{1,1:k-1}^i)$$


---

## 2.3 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons introduit les principales notions de filtrage statistique nécessaire à la compréhension des travaux présentés dans ce mémoire. Nous avons présenté la modélisation d'état ainsi que les principaux estimateurs pouvant être utilisés pour le positionnement GNSS.

Notre étude portant principalement sur les erreurs de pseudodistances, nous avons choisi de n'utiliser qu'un modèle d'état simple et de ne pas utiliser les mesures Doppler dans le modèle

---

d'observation. De plus, nous porterons principalement notre attention sur l'équation de mesure et nous n'utiliserons donc pas de solution pour améliorer la modélisation de la dynamique du véhicule, comme par exemple les algorithmes IMM (Interactive Multiple Model).

Dans la suite de ce mémoire, nous choisirons d'utiliser le filtrage particulaire pour proposer de nouveaux algorithmes de positionnement. La version "Rao-Blackwellisée" de ce filtre sera particulièrement intéressante dans notre étude. En effet, les algorithmes présentés au chapitre 4 permettent l'estimation conjointe des bruits d'observations et de la position. Dans ce cas, le vecteur d'état est alors composé de deux parties distinctes. La première estimée par les modèles de bruits et la seconde par un EKF conditionnellement à la modélisation des bruits.

L'EKF et le FPLL seront également utilisés à titre de comparaison avec les méthodes développées.



## Chapitre 3

# Caractérisation de l'environnement et modélisation des erreurs de pseudodistances

### Sommaire

---

|            |   |            |
|------------|---|------------|
| <b>3.1</b> | <b>Introduction . . . . .</b>   | <b>81</b>  |
| 3.1.1      | Approche proposée . . . . .   | 82         |
| 3.1.2      | Apports et positionnements . . . . .  | 82         |
| <b>3.2</b> | <b>Définition de l'environnement urbain . . . . .</b>   | <b>82</b>  |
| 3.2.1      | Caractéristiques des signaux reçus en environnement urbain . . . . .                              | 83         |
| <b>3.3</b> | <b>Estimation de densités d'erreur de pseudodistance . . . . .</b>                                | <b>89</b>  |
| 3.3.1      | Définition de l'erreur de pseudodistance . . . . .  | 89         |
| 3.3.2      | Validation de l'approche proposée par tests statistiques . . . . .                                | 91         |
| 3.3.3      | Etude statistique : mise en évidence de la non-stationnarité des densités d'observation . . . . . | 104        |
| 3.3.4      | Proposition de modèles théoriques . . . . .   | 107        |
| 3.3.5      | Adaptation des DPM aux GNSS . . . . .   | 110        |
| 3.3.6      | Données de test . . . . .   | 112        |
| 3.3.7      | Validation des modèles par suivi de densité . . . . .   | 115        |
| <b>3.4</b> | <b>Conclusion . . . . .</b>   | <b>127</b> |

---

### 3.1 Introduction

Dans les méthodes de positionnement classiques, la résolution du système d'équations utilise un filtre de type EKF, dans lequel les bruits d'observation sont considérés blancs et gaussiens. Nous verrons dans ce chapitre que cette hypothèse est vérifiée lorsque les signaux sont reçus en LOS mais que, dans des conditions de réception dégradées, les erreurs de pseudodistance ne suivent plus ce modèle.

### 3.1.1 Approche proposée

L'approche proposée dans ce chapitre consiste à caractériser le comportement des mesures GNSS dans chacun des états de réception des signaux (LOS ou NLOS). Pour cela, nous proposons une méthode pour estimer l'état de réception des signaux et nous étudierons les distributions d'erreur de pseudodistances à partir de différents cas expérimentaux.

Puis nous proposerons des modèles à mélange pour réaliser le suivi de densités des erreurs de pseudodistance. Ces modèles seront testés sur données de simulation et sur données expérimentales.

### 3.1.2 Apports et positionnements

Nous nous basons sur les travaux de [Car06], [CDD<sup>+</sup>08] et [Nah09] pour la modélisation des erreurs de pseudodistances.

Les travaux de [Car06], [CDD<sup>+</sup>08] s'appliquent à un système multicateur. Ici, nous considérerons chaque satellite comme un capteur indépendant et comme pouvant avoir un mode de fonctionnement indépendant. Une adaptation de certains algorithmes est alors nécessaire pour l'application au GNSS.

Par rapport aux travaux de [Nah09], l'étude sur l'état de réception et la caractérisation des erreurs de pseudodistances se feront à partir de mesures expérimentales. De plus, la validation de l'emploi des modèles à mélange sera réalisée à l'aide de tests visuels et statistiques. Enfin, le dernier apport par rapport à ces travaux est que nous considérons l'environnement de propagation comme étant inconnu.

Ensuite, nous proposons l'emploi de deux modèles à mélange pour modéliser les densités d'erreur de pseudodistance. Ces modèles sont le mélange fini de gaussiennes et les mélanges de processus de Dirichlet, considérés ici comme un mélange infini de gaussiennes. Par rapport aux travaux de [Spa09] et [GTC07], nous proposons de réaliser un saut de moyenne et de variance à chaque instant pour réaliser le suivi de densités.

## 3.2 Définition de l'environnement urbain

L'une des contraintes de ce travail de thèse est d'assurer un positionnement GNSS précis même dans des environnements contraints. L'environnement contraint particulièrement ciblé dans ce mémoire est l'environnement urbain, largement traversé par les utilisateurs transports.

Dans [MBCM02] et [Nah09], les auteurs ont donné une classification des environnements de propagation en fonction des masques de visibilité. Cette classification est reprise dans le tableau 3.1. Toutefois, il est difficile de classer ces environnements en fonction de ce critère seul. Une zone urbaine européenne diffère d'une zone urbaine américaine par exemple. De plus, la position de l'antenne par rapport aux obstacles influe sur l'angle de visibilité. Ainsi, un piéton ne subira pas les mêmes masques qu'un véhicule sur la voie.

Dans ce travail, nous reprendrons cependant les caractéristiques de masque cités dans le tableau 3.1. Il faudra également considérer qu'un environnement urbain est un environnement qui génère des masques aléatoires. Ces masques sont dus à la présence d'obstacles mobiles (piétons ou autres véhicules) ou encore variables dans le temps (végétation). L'environnement urbain peut

| Environnement                          | Elévation des masques | Hauteur des masques | Largeur des rues |
|--|-----------------------|---------------------|------------------|
| Dégagé (résidentiel)                   | <10°                  | 6 m                 | 7 m              |
| Visibilité réduite (zone industrielle) | 10°-40°               | 8 m                 | 19 m             |
| Visibilité très réduite (urbain)       | 40°-60°               | 25 m                | 20-25 m          |
| Mauvaise visibilité (urbain dense)     | >60°                  | 30 m                | 45-60 m          |

TABLE 3.1 – Classification des environnements de propagation proposée dans [MBCM02] et [Nah09].

ainsi être appréhendé comme un enchaînement de configurations potentiellement contraignantes pour la réception des signaux satellitaires et avec un caractère aléatoire.

Les masques générés dans ce type d'environnement n'entraînent pas systématiquement une absence du signal mais peuvent également entraîner des réflexions des signaux.

### 3.2.1 Caractéristiques des signaux reçus en environnement urbain

La réception des signaux satellitaires suit les lois de propagation des ondes radioélectriques. Une onde radioélectrique émise en un point se propage selon une infinité de rayons qui atteignent le récepteur plus ou moins directement en fonction des obstacles rencontrés. Les lois de l'Optique Géométrique permettent de tracer les différents rayons dans un environnement connu.

Les signaux GNSS peuvent être reçus selon plusieurs états bien spécifiques comme le montre la figure 3.1. Cette figure représente une simulation de la réception des signaux d'une constellation GPS dans une scène 3D d'un quartier urbain de Lille. La simulation a été réalisée avec le logiciel de lancer de rayon Ergospace<sup>®</sup>. Dans les sections suivantes, nous allons définir les différents états de réception des signaux pouvant être envisagés.

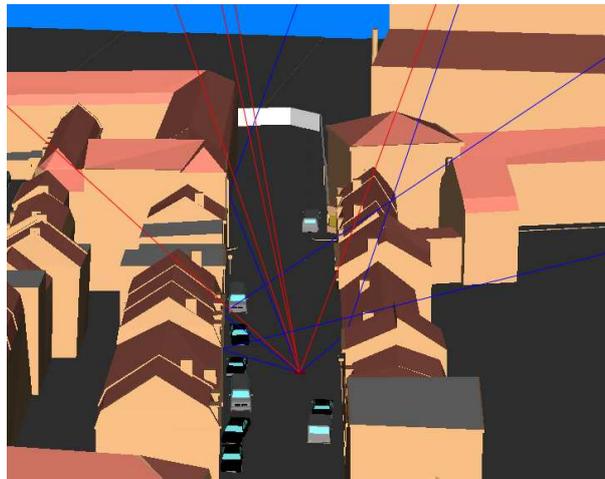


FIGURE 3.1 – Simulation de la réception des signaux d'une constellation GPS en environnement urbain.

### 3.2.1.1 Etat direct

La réception directe ou LOS est la réception optimale des signaux GNSS. Dans ce cas, le signal n'est ni masqué, ni réfléchi par les obstacles environnant l'antenne. Il atteint le récepteur après le trajet le plus direct possible. Le temps de parcours mesurable permet l'estimation de la distance satellite-récepteur la plus proche de la distance géométrique. Dans le cas du lancer de rayon, un seul rayon est considéré comme reçu en LOS.

### 3.2.1.2 Etat bloqué

En environnement urbain, les signaux peuvent être bloqués par de nombreux types d'obstacles tels que des bâtiments, tunnels, la végétation ou encore des véhicules ou piétons.

La durée du masquage correspond à la durée pendant laquelle le signal est réellement masqué par un obstacle plus la durée durant laquelle le récepteur réalise de nouveau les phases de poursuite/accrochage du signal. Ces phases de poursuite/accrochage prennent généralement quelques secondes.

### 3.2.1.3 Etat de réception dégradée

Nous considérerons un état de réception dégradée lorsque la propagation du signal arrivant à l'antenne est perturbée. Selon le cas, une onde électromagnétique peut être perturbée de plusieurs façons :

#### Les multitrajets

Les multitrajets se produisent lorsque le signal direct est reçu ainsi qu'une ou plusieurs réflexions pour le même satellite. Le signal reçu est alors la somme de tous les signaux reçus (retardés et atténués). La figure 3.2 représente la schématisation de la réception d'un multitrajet. Ce type de réception est très fréquent en environnement urbain.

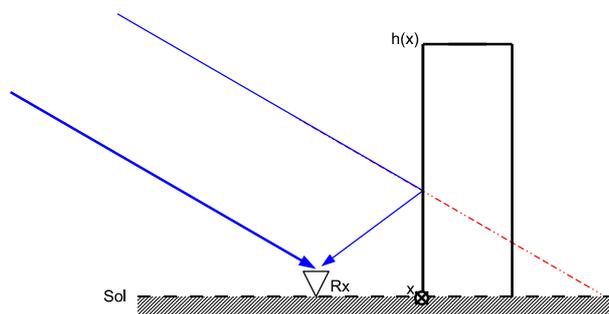


FIGURE 3.2 – Schématisation de la réception d'un multitrajet.

Le multitrajet génère une distorsion du pic de corrélation du signal comme le montre la figure 3.3. Cette distorsion entraîne une localisation du pic moins précise et parfois une imprécision sur la mesure du temps de propagation du signal. Mais la présence du signal direct dans cette réception permet de réduire l'impact des multitrajets par le développement de nouveaux corrélateurs. Deux cas se présentent alors dans notre étude. Soit l'impact des multitrajets est atténué par le bloc "traitement du signal" du récepteur, et dans ce cas le signal est considéré comme reçu en

LOS. Soit le bloc "traitement du signal" n'est pas efficace et dans ce cas le signal est considéré comme dégradé. Dans l'exemple de la figure 3.3, le bloc "traitement du signal" sera efficace car le signal LOS est prépondérant. Dans nos travaux, ce type de signal sera donc considéré comme un signal LOS.

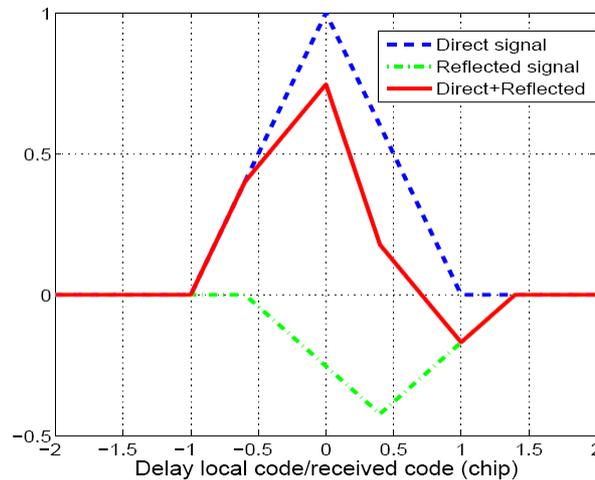


FIGURE 3.3 – Résultat d'une corrélation d'un signal reçu en multitrajet. La ligne rouge correspond au résultat final de la corrélation, la ligne bleue pointillée, à la corrélation de la composante LOS seule et la ligne verte pointillée est le résultat pour la composante réfléchiée seule. Source : [Spa09]

### Réception alternée

Les figures 3.4 et 3.5 représentent une réception alternée vue de dessus et de côté. Sur ces figures sont représentés le rayon direct, bloqué par l'obstacle à gauche, et un autre rayon, réfléchi sur l'obstacle de droite [EDG05]. L'angle d'incidence  $\theta_i$  est identique pour les deux rayons. En effet, on considère que les distances observées dans l'environnement local sont très petites comparées aux 20000km entre le satellite et le récepteur ou le point d'impact. La figure 3.4 est une vue de dessus de la scène et la figure 3.5 est une vue de profil de la scène. Dans ces figures  $x$  et  $x'$  sont les positions des obstacles sur les axes  $X$  et  $X'$ ;  $h(x)$  et  $h(x')$  sont les hauteurs des obstacles situés en  $x$  et  $x'$ ; Rx est la position du récepteur;  $w$  et  $w'$  sont les largeurs respectives séparant l'antenne des obstacles situés en  $x$  et  $x'$ .  $Az$  et  $E$  sont les mesures d'azimut et d'élévation du satellite au point de réflexion. Le signal arrive jusqu'à l'antenne avec un angle égal à l'angle d'incidence  $\theta_i$ .  $\theta_i$  peut être décomposé en fonction des angles  $Az$  et  $E$ .

Dans notre étude, nous utiliserons un logiciel de lancer de rayons pour étudier les erreurs de pseudodistance en environnement contraint. Nous considérons que le cas du trajet alterné est une source principale de perturbation des signaux. Nous faisons cette hypothèse car la réception NLOS ne peut pas être traitée par les techniques d'amélioration des corrélateurs. En effet, le problème ici n'est pas un problème de distorsion du pic puisque le signal direct n'existant pas, le pic de corrélation est simplement décalé et atténué (figure 3.6). Pour une localisation précise, ce cas de réception est le pire pouvant être rencontré. Le retard géométrique de pseudodistance due à une réception NLOS du signal est donné par l'équation 3.1 [EDG05] :

$$b = 2.w.\cos(\theta_i) = 2.w.\cos(Az).\cos(E) \quad (3.1)$$

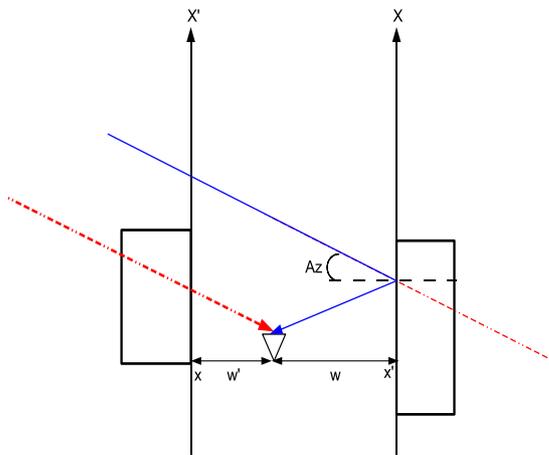


FIGURE 3.4 – Schématisation d'un trajet alterné en milieu urbain coupe de dessus.

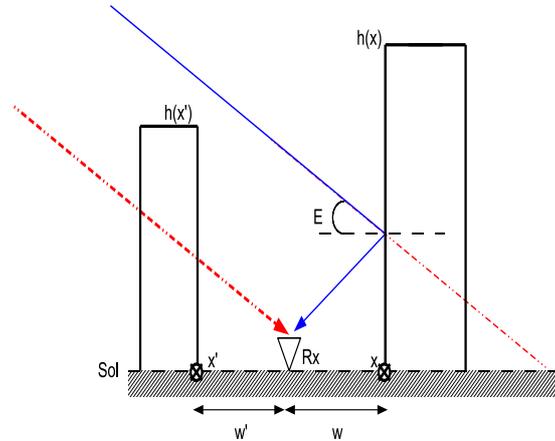


FIGURE 3.5 – Schématisation d'un trajet alterné en milieu urbain coupe de côté.

Dans l'équation 3.1, on remarque que le retard géométrique ne dépend que de la position du satellite et de la position du récepteur par rapport au réflecteur.

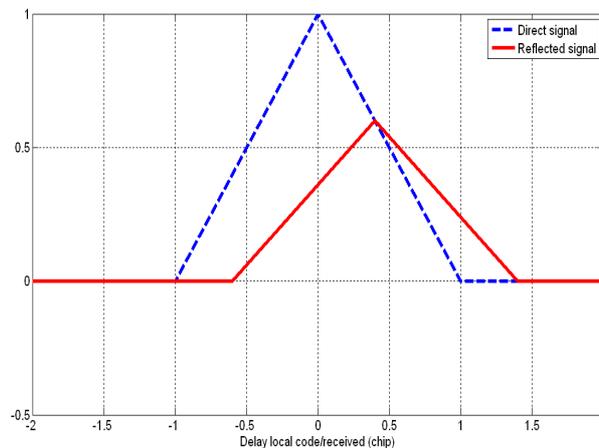


FIGURE 3.6 – Résultat de corrélation d'un signal reçu en NLOS. La ligne rouge correspond au résultat final de la corrélation ; la ligne bleue pointillée à la corrélation de la composante LOS si elle existait.

### La diffraction et diffusion

Le phénomène de diffraction se produit lorsque le rayon rencontre l'arrête d'un obstacle (figure 3.7). A partir de l'arrête, le rayon se divise en une infinité de rayons qui forment un cône de diffraction (figure 3.8). Dans ce cas, le rayon reçu par l'antenne est dévié de sa trajectoire initiale et l'énergie répartie entre tous les rayons. La diffraction se produit généralement à la limite de la visibilité.

Dans [Mar02], il a été montré que le phénomène de diffraction n'a que très peu d'impact par rapport à celui de la réflexion. De plus, de manière générale, les rayons diffractés arrivant à l'antenne ont une puissance trop faible pour être considérés par le récepteur.

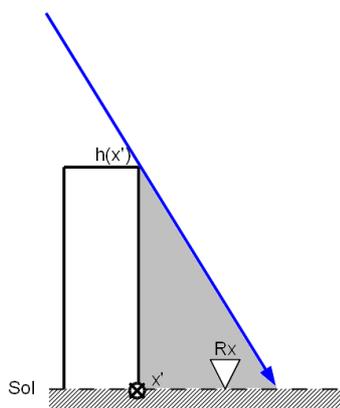


FIGURE 3.7 – Schématisation d'un rayon diffracté.

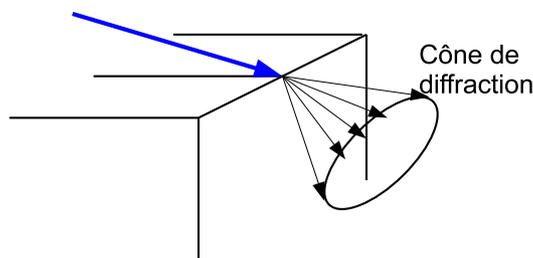


FIGURE 3.8 – Schématisation du cône de diffraction.

Le phénomène de diffusion se produit lorsque le rayon se propage dans un milieu non-homogène. Cet état de réception se rencontre lorsque le signal GNSS se propage dans une végétation dense. Alors, le rayon se diffuse en plusieurs rayons dans plusieurs directions. Encore une fois, la diffusion s'accompagne d'une perte de puissance très importante. Le phénomène de diffusion est surtout étudié pour des végétations denses comme pour des forêts. Ce phénomène ne s'applique donc pas aux environnements de notre étude.

Dans le cas d'une diffraction ou d'une diffusion du signal GNSS, ce signal sera donc considéré généralement comme masqué.

#### 3.2.1.4 Détection des signaux réfléchis

Pour considérer que le signal est bruité, nous devons être en mesure de détecter les réflexions sur les signaux reçus. Cependant, cette information n'est pas directement observable avec des données réelles. Nous pouvons trouver plusieurs techniques dans la littérature pour détecter si le signal est reçu après réflexions [LLJ04], [BL01], [RC99] et [WG07]. Nous avons choisi de nous inspirer des travaux faits dans [WG07].

Tous les types de perturbation locale (NLOS, multitrajet, . . .) influencent les caractéristiques électromagnétiques des signaux, c'est-à-dire, la phase, l'amplitude et la fréquence. Par conséquent, lorsqu'une perturbation locale se produit, une perte de puissance du signal reçu est constatée. Cette perte de puissance se répercute sur le  $C/N_0$ . Nous avons donc réalisé plusieurs enregistrements en environnement totalement dégagé afin de déterminer le  $C/N_0$  moyen d'un signal direct. Comme plus un satellite est bas en élévation, plus le signal est perturbé par la propagation atmosphérique, cette limite sera déterminée en fonction de l'élévation du satellite.

Le site d'acquisition choisi pour obtenir les mesures GNSS en environnement dégagé est la base aérienne de Niergnies près de Cambrai. Ce site présente l'avantage d'être totalement dégagé en termes de constructions. Il présente très peu de végétation et le nivellement du terrain est assez plat pour ne pas générer de masque. La durée totale d'acquisition est de deux heures pour pouvoir couvrir toutes les valeurs d'élévation.

La figure 3.9 montre les résultats obtenus en environnement libre. Cette figure a été construite en recensant et en comptabilisant les mesures de  $C/N_0$  pour chaque valeur d'éléva-

tion et pour tous les satellites. Toutes les valeurs de  $C/N_0$  mesurées en fonction de l'élévation des satellites sont représentées par les étoiles bleues. Les valeurs données par les fichiers de sortie sont arrondies à la valeur entière des variables mesurées. Par conséquent, chaque étoile de la figure ne représente pas une mesure de  $C/N_0$  en fonction de l'élévation, mais peut être considérée comme une fréquence d'apparition du  $C/N_0$  en fonction de l'élévation. Les valeurs moyennes de  $C/N_0$  (pondérées par la fréquence d'apparition) pour chaque angle d'élévation sont représentées par la courbe verte. Le seuil sur le  $C/N_0$  déterminé à partir des valeurs moyennes est représenté par les segments de droites rouges. Ce seuil est composé de 3 segments dont les coordonnées ont été déterminées en appliquant le lissage par moindres carrés sur la valeur moyenne du  $C/N_0$ . Les coordonnées des 4 points composant les 3 segments sont données par le tableau 3.2.

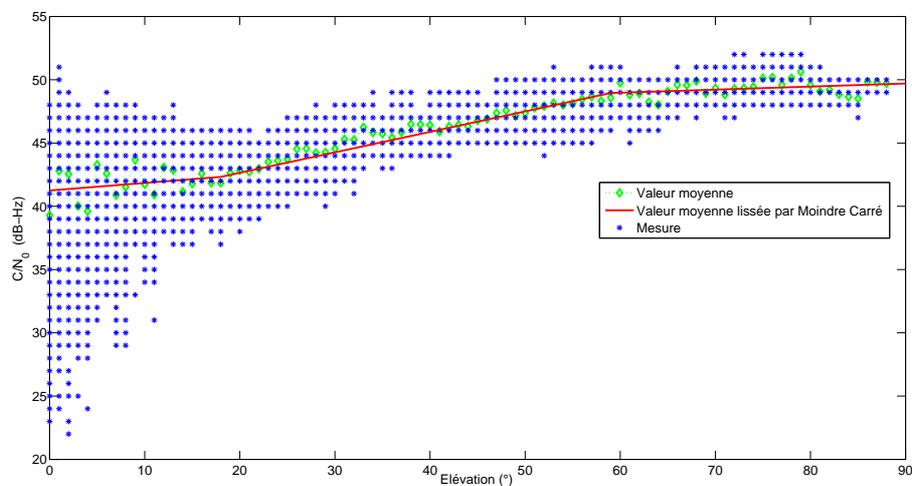


FIGURE 3.9 – Valeur du  $C/N_0$  en fonction de l'élévation pour des signaux reçus en environnement totalement dégagé sur la base aérienne de Niergnies. Les étoiles bleues représentent l'ensemble des mesures pour chaque valeur de  $C/N_0$  en fonction de l'élévation. La courbe pointillée verte représente la valeur moyenne du  $C/N_0$  en fonction de l'élévation. Les segments de droite rouges représentent la courbe précédente lissée par les moindres carrés.

|                 | Point 1 | Point 2 | Point 3 | Point 4 |
|-----------------|---------|---------|---------|---------|
| Elévation (°)   | 0       | 18      | 59      | 90      |
| $C/N_0$ (dB-Hz) | 41,25   | 42,32   | 48,95   | 49,7    |

TABLE 3.2 – Valeurs des points pour la détermination des segments seuils.

La figure 3.10 montre les résultats obtenus dans un environnement urbain. Cette acquisition a été obtenue à Rouen dans le cadre du projet ANGO [FVM07]. Les environnements traversés sont les environnements rencontrés le long de la ligne de bus T1 de Rouen. Ils alternent entre environnement dégagé, résidentiel, urbain, urbain dense et boisé. Sur cette figure, les étoiles bleues et la courbe verte correspondent aux valeurs de  $C/N_0$  en fonction de l'élévation des satellites. Les segments rouges représentent le seuil sur le  $C/N_0$ , déterminé précédemment en environnement dégagé. Nous remarquons que les valeurs moyennes de  $C/N_0$  sont fréquemment inférieures au seuil. La dispersion des valeurs de  $C/N_0$  est également plus grande. Ce qui s'explique par la diversité des environnements traversés, dans lesquels les perturbations liées à la propagation varient fortement.

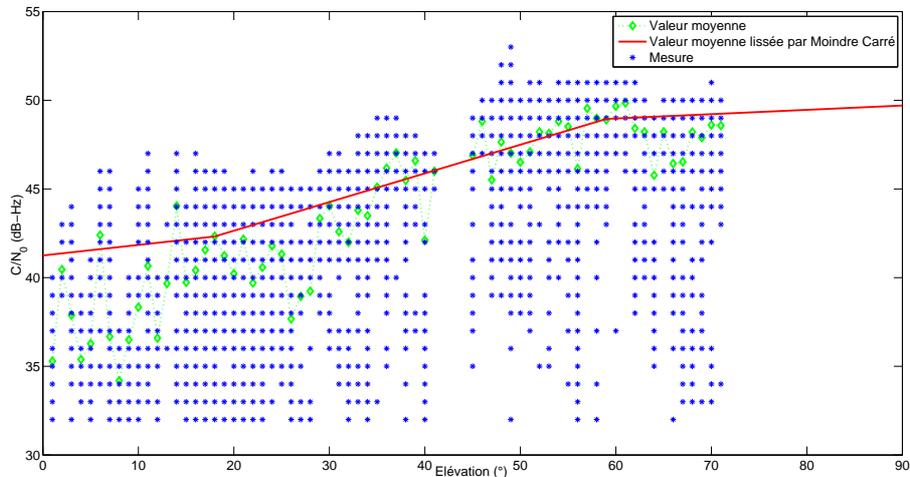


FIGURE 3.10 – Valeur du  $C/N_0$  en fonction de l'élévation pour des signaux reçus en environnements variés lors d'acquisition à Rouen. Les étoiles bleues représentent l'ensemble des mesures pour chaque valeur de  $C/N_0$  en fonction de l'élévation. La courbe pointillée verte représente la valeur moyenne du  $C/N_0$  en fonction de l'élévation. Les segments de droite rouges sont ceux obtenus sur la figure 3.9. Ils servent ici de référence.

Les segments seuils montrent que, même en réception directe, les signaux peuvent montrer des valeurs limites diverses. Dans la suite de ce mémoire, nous utiliserons un seuil unique sur le  $C/N_0$  pour détecter si la propagation des signaux a été perturbée ou non. Ce seuil permettra de détecter d'éventuelles réflexions des signaux. De plus, le seuil sera fixé de manière à considérer les satellites bas en élévation comme émettant également des signaux dont la propagation a été perturbée. Toutefois, cette valeur seuil pourra être différente selon le récepteur utilisé. Les résultats présentés dans cette section ont été obtenus avec le récepteur PolRx2. Pour ce récepteur la valeur  $C/N_0$  seuil choisie est de 42dB-Hz.

### 3.3 Estimation de densités d'erreur de pseudodistance

Notre hypothèse majeure de travail est que les algorithmes classiques de positionnement montrent beaucoup d'erreur de position en cas de réception NLOS car leur modèle de bruit de mesure n'est pas adapté. Dans la suite de ce chapitre, nous allons donc nous attacher à vérifier cette hypothèse et à proposer des modèles adéquats pour estimer la densité d'erreur de pseudodistance.

#### 3.3.1 Définition de l'erreur de pseudodistance

Les erreurs de propagation atmosphériques et le décalage d'horloge satellite peuvent être modélisés et par conséquent corrigés. Dans nos applications, nous utiliserons soit les corrections diffusées par EGNOS lorsque nous aurons besoin de précision, soit des modèles de correction simples. Ces modèles sont le modèle mono-fréquence de Klobuchar pour la correction ionosphérique [Klo96], le modèle d'Hopfield pour l'erreur troposphérique ([Hop69] et [PS96]) et un modèle d'erreur classique pour le décalage d'horloge satellite [PS96]. Ces corrections ont été présentées au chapitre 1. Par conséquent, après corrections l'équation 1.9 peut être reformulée de la

manière suivante :

$$\rho_{t,m}^s = d_t^s - c.\delta t_u + m_t^s + w_t = d_t^s + b_t + m_t^s + w_t + e_t^s \quad (3.2)$$

Où  $b_t$  est égal au décalage d'horloge récepteur multiplié par la vitesse de l'onde et  $e_t^s$  est l'erreur résiduelle liée à l'imperfection des modèles de corrections. Le tableau 3.3 donne des ordres de grandeur de  $e_t^s$  pour chaque poste d'erreur et selon la correction apportée. Ce tableau donne également des ordres de grandeur pour  $m_t^s$  et  $w_t$ .

| Source                     | Longueur potentielle de l'erreur | Erreur résiduelle après correction  | Ecart Type de l'erreur résiduelle |
|----------------------------|----------------------------------|---|-----------------------------------|
| Erreur d'horloge satellite | 2m                               | 0m (DGPS)   | 1,0m                              |
| Erreur d'éphéméride        | 2m                               | 0,1m (DGPS)   | 0,45m                             |
| Erreur ionosphérique       | 2-10m (zénith)                   | 1-5m (mono-) fréquence  | 4,0m                              |
|                            |                                  | 1m (bi-fréquence)   | 0,1m                              |
|                            |                                  | 0,2m (DGPS)   | -                                 |
| Erreur troposphérique      | 2,3-2,5m (zénith)                | 0,1-1m (modèle basé sur une moyenne des variables climatiques)<br>0,2m (DGPS) | 0,2m<br>-                         |
| Multitrajet                | 0.5-1m (environnement dégagé)    | -   | -                                 |
|                            | >150m (environnement contraint)  | -   | -                                 |
| Bruit récepteur            | 0,25-1m                          | -   | -                                 |

TABLE 3.3 – Récapitulatif des erreurs de mesure de pseudodistance GPS ([ME06] et [Gro08]).

Dans la suite du mémoire, nous supposons ces modèles efficaces et nous négligerons  $e_t^s$ .

A partir de l'équation 3.2, l'erreur de pseudodistance est seulement exprimée en fonction de deux sources d'erreurs différentes qui sont l'erreur liée à de potentielles réflexions des signaux et le bruit du récepteur :

$$\epsilon_t^s = m_t^s + w_t \quad (3.3)$$

Selon les conditions de réception des signaux,  $\epsilon_t^s$  peut suivre deux modes d'observation différents comme exprimé dans l'équation 3.4.

$$\begin{cases} Si\ LOS : m_t^s = 0, \epsilon_t^s \sim \mathcal{N}(0, \sigma) \\ Sinon : m_t^s \neq 0, \epsilon_t^s \not\sim \mathcal{N}(0, \sigma) \end{cases} \quad (3.4)$$

Dans le cas d'un signal reçu en LOS, la distribution des erreurs de pseudodistance est considérée comme blanche et gaussienne. Dans le second cas, les erreurs de pseudodistance suivent une loi inconnue.

L'erreur de pseudodistance exacte est impossible à déterminer en ligne. Pour estimer cette erreur, nous utiliserons les résidus de pseudodistances. Soit  $res_t^s$  le résidu de pseudodistance pour le satellite  $s$  à l'instant  $t$  défini par l'équation suivante :

$$res_t^s = \sqrt{(x_{t/t-1} - x_t^s)^2 + (y_{t/t-1} - y_t^s)^2 + (z_{t/t-1} - z_t^s)^2} + b_t - \rho_{t,m}^s \quad (3.5)$$

Où  $(x_{t/t-1}, y_{t/t-1}, z_{t/t-1})$  est la prédiction de la position obtenue par l'équation d'évolution, c'est-à-dire,  $F.X_{t-1}$ .

### 3.3.2 Validation de l'approche proposée par tests statistiques

Différentes modélisations des distributions ont été proposées dans [Nah09] à partir de recueils de données simulées ou expérimentales. Il est important dans notre cas de pouvoir dire si certaines de ces lois de probabilité sont plus adaptées que d'autres. Il est possible de comparer visuellement une distribution avec une loi théorique mais pour pouvoir affirmer que cette loi modélise efficacement les données, un test ou une validation d'adéquation des données par rapport à une loi théorique est indispensable.

#### 3.3.2.1 Techniques de validation de modèles

Pour effectuer cette validation, plusieurs méthodes de la littérature ont été retenues afin de pouvoir réaliser soit des comparaisons de type visuel (QQPlot), soit des tests statistiques (test du  $\chi^2$  et test de Kolmogorov-Smirnov).

##### a. Validation visuelle par Quantile Quantile Plot

Le Quantile Quantile Plot (QQPlot) est une figure qui permet de visualiser l'adéquation entre deux distributions. Il peut également être utilisé en remplaçant le second jeu de données par une distribution théorique hypothétique. Le QQPlot est graphiquement analogue au test de Smirnov [KV07].

Soit  $a$  et  $b$  deux jeux de données. Le résultat d'un QQPlot est la représentation des quantiles empiriques de  $a$  par rapport aux quantiles empiriques de  $b$ . Les points composant ce graphique correspondent en ordonnées aux quantiles des données testées et en abscisses aux quantiles de la distribution théorique. L'adéquation entre les données et la distribution théorique sera donc fonction de la linéarité du graphique. Une ligne pointillée est utilisée comme droite de référence. Cette droite représente le résultat que l'on obtiendrait si les données étaient parfaitement en adéquation avec la distribution théorique comme montré sur l'exemple de la figure 3.11(a).

Même si le QQPlot ne permet d'avoir un jugement qui ne reste que subjectif, certains aspects et similarités entre les distributions peuvent être déterminés [KV07] :

- Plus les points obtenus par le QQPlot s'écartent de la droite de référence, moins les données sont en adéquation avec la distribution théorique.

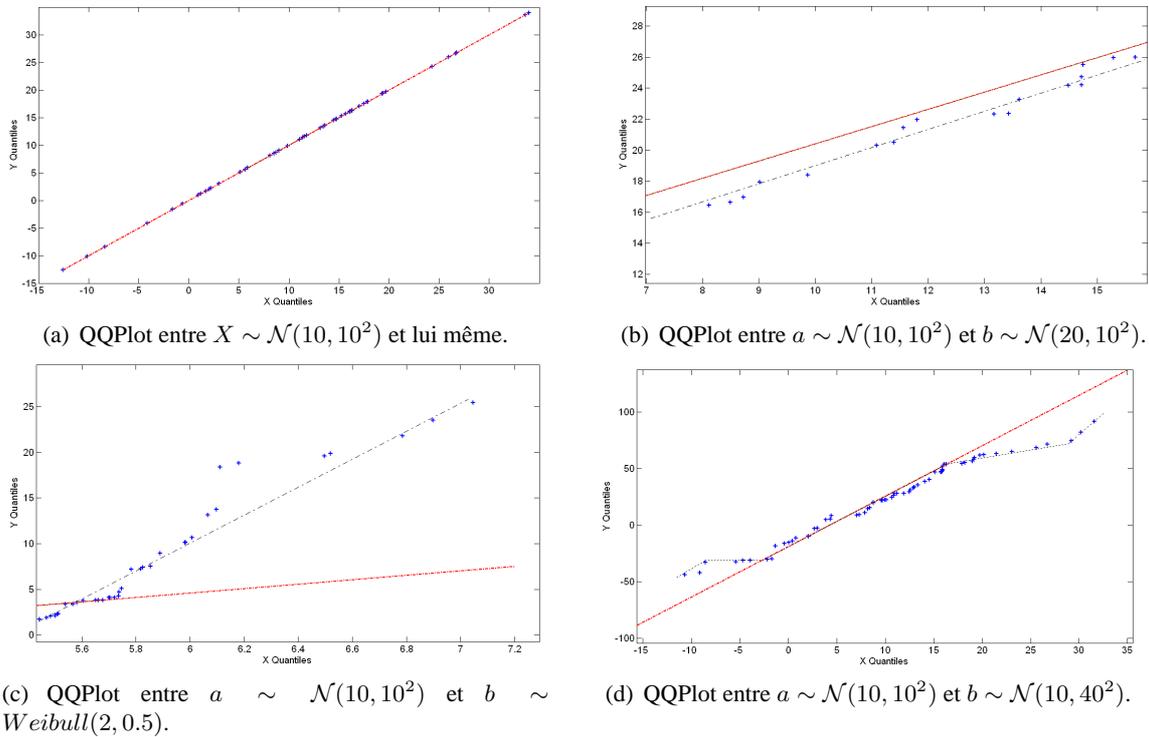


FIGURE 3.11 – Résultats de QQPlots en fonction d'échantillons  $a$  et  $b$  provenant de différentes distributions. La ligne rouge correspond à la ligne de référence. La ligne noire est donnée à titre d'indication pour constater la répartition des données.

- Si deux distributions diffèrent seulement par un écart de localisation, c'est-à-dire que les moyennes ne sont pas égales, alors la ligne de point sera parallèle à la ligne pointillée (figure 3.11(b)).
- Une brusque variation de l'orientation des points sur le graphique correspond à une différence de variance entre deux distributions analogues (figure 3.11(d)).
- Si les points s'éloignent avec une inclinaison de  $45^\circ$  de la ligne de référence, les données peuvent être considérées, et sans aucun doute, comme générées par deux distributions différentes (figure 3.11(c)).

Des exemples d'exploitation du QQPlot pour valider des modélisations de distribution des erreurs de pseudodistances sont donnés dans [YYKK08] et [WGH05]. Pour illustrer l'utilisation de cet outil pour l'étude des pseudodistances, prenons comme exemple la distribution d'erreur de pseudodistances donnée par la figure 3.12. Cette distribution ne suit pas le modèle gaussien strict avec l'apparition d'un second mode centré sur -5 et d'un troisième mode centré sur -1.

La figure 3.13 représente la comparaison par QQPlot, entre les données présentées précédemment et une distribution gaussienne centrée réduite. Cette dernière est utilisée comme distribution hypothétique. Cette figure nous montre que les données suivent bien une loi Normale entre 0 et -2. On remarque également l'apparition du deuxième mode entre -4 et -8 qui est gaussien mais centré sur -5 car la courbe des quantiles devient parallèle à la droite de référence. Nous pouvons également observer une différence de variance entre -2 et -4. Cette variation est due à la juxtaposition du troisième mode avec la distribution gaussienne centrée réduite.

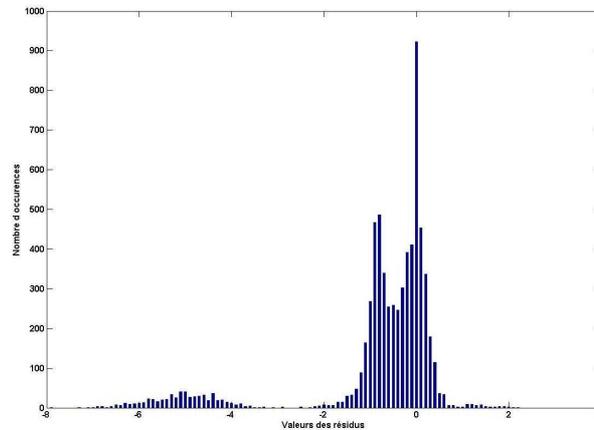


FIGURE 3.12 – Exemple de distribution des erreurs de pseudodistances

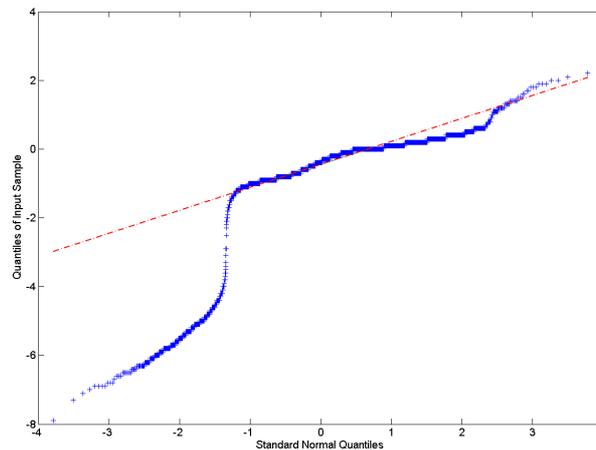


FIGURE 3.13 – Exemple d'un QQPlot sur des erreurs de pseudodistances et une loi théorique Normale

Même si cette méthode nous permet déjà de valider de manière plus précise nos modélisations par rapport aux données (au lieu de seulement observer les distributions), elle ne reste qu'une validation visuelle. D'autres méthodes statistiques existent pour juger de la qualité de la modélisation et la quantifier. On parle alors de test statistique d'adéquation.

#### b. Validation par test statistique

Il existe de nombreux tests de validation de modèles probabilistes par rapport à des données. Ces tests s'intéressent pour certains à la moyenne de la distribution, pour d'autres à la variance. Ici nous ne parlerons que des tests d'adéquation de lois statistiques par rapport aux données.

On cherche à savoir si une suite d'échantillons, c'est-à-dire,  $X_i \ i \in \{1, \dots, n\}$  de distribution de probabilité inconnue suit une distribution  $F$ .

Les tests statistiques présentés dans ce mémoire seront toujours définis selon les hypothèses suivantes :

$H_0 : F = F_0$  la distribution des données  $F_0$  correspond à la distribution spécifiée  $F$ .  
 $H_1 : F \neq F_0$  la distribution des données  $F_0$  ne correspond pas à la distribution spécifiée  $F$ .  
 $\alpha$  indice de confiance donné.

Il s'agit d'effectuer un test pour savoir si une population appartient à une loi théorique.

Les méthodes classiques de test d'adéquation à une loi théorique sont le test du  $\chi^2$ , le test de Kolmogorov-Smirnov, Shapiro-Wilk, Anderson-Darling, Cramer-Von Mises, . . . [NIS] Mais un certain nombre d'entre eux ne sont que des variantes du test de Kolmogorov-Smirnov (comme par exemple Anderson-Darling).

Dans ce mémoire, nous ne définirons que les deux tests principaux qui sont le test du  $\chi^2$  et celui de Kolmogorov-Smirnov.

### c. Test du $\chi^2$

Le test du  $\chi^2$  peut être appliqué à des distributions discrètes. L'information nécessaire pour appliquer le test du  $\chi^2$  est la fréquence des données (table de fréquence ou histogramme). Le nombre de segments  $k$  (ou "bins" en anglais) composant cet histogramme est alors une variable très importante pouvant modifier le résultat du test. La valeur du  $\chi^2$  est calculée selon :

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^k (O_i - E_i)^2 / E_i \quad (3.6)$$

Où  $O_i$  est le nombre d'échantillons pour le segment  $i$  et  $E_i$  est le nombre d'occurrences espérées pour le segment  $i$ .  $E_i$  est exprimée par l'équation 3.7.

$$E_i = N \cdot (F(Y_u) - F(Y_l)) \quad (3.7)$$

Où  $F$  est la fonction de distribution cumulative pour la distribution testée,  $Y_u$  est la limite supérieure pour le segment  $i$ ,  $Y_l$  est la limite inférieure pour le segment  $i$ , et  $N$  est le nombre d'échantillons.

L'hypothèse  $H_0$  est rejetée si :

$$\chi^2 > \chi_{\alpha, k-c}^2 \quad (3.8)$$

Avec  $k$ , le nombre de segments et  $c$  le nombre de paramètres de la distribution plus 1 (par exemple le nombre de paramètres pour une loi normale est de 2 et  $c = 3$ ). Où  $\chi_{\alpha, k-c}^2$  est la valeur critique donnée par la table du  $\chi^2$  (annexe A.3.1) en fonction du degré de liberté  $k - c$  et du niveau de tolérance  $\alpha$ .

### Exemple

Nous avons généré aléatoirement 200 échantillons selon une loi normale réduite centrée. Nous avons ensuite testé ces échantillons par le test du  $\chi^2$ , en prenant comme loi théorique une loi normale centrée réduite et une loi laplacienne de paramètre  $\lambda = 1, 4$  et de moyenne 0. Le tableau

3.4 donne les résultats du test pour chaque loi et indique si  $H_0$  a été rejetée en fonction du niveau de tolérance  $\alpha$ .

D'après les résultats du tableau 3.4, la population testée suit bien un modèle normal. Le modèle Laplacien est ici moins adapté puisque  $H_0$  est rejetée pour  $\alpha = 0,2$  et que la statistique est plus grande que pour le cas normal. Le rang est donné en fonction de la statistique du test. Il indique le classement des lois les plus appropriées à modéliser les données. Le rang le plus petit correspondant à la meilleure modélisation. Plus la statistique du test est faible meilleur sera le rang.

| Adéquation à la loi normale     |         |        |        |        |        |
|---------------------------------|---------|--------|--------|--------|--------|
| Degré de Liberté                | 7       |        |        |        |        |
| Statistique                     | 6,3722  |        |        |        |        |
| Probabilité                     | 0,49703 |        |        |        |        |
| Rang                            | 1       |        |        |        |        |
| $\alpha$                        | 0,2     | 0,1    | 0,05   | 0,02   | 0,01   |
| Valeur critique                 | 9,8032  | 12,017 | 14,067 | 16,622 | 18,475 |
| Rejeter ?                       | Non     | Non    | Non    | Non    | Non    |
| Adéquation à la loi laplacienne |         |        |        |        |        |
| Degré de Liberté                | 7       |        |        |        |        |
| Statistique                     | 10,502  |        |        |        |        |
| Probabilité                     | 0,16187 |        |        |        |        |
| Rang                            | 2       |        |        |        |        |
| $\alpha$                        | 0,2     | 0,1    | 0,05   | 0,02   | 0,01   |
| Valeur critique                 | 9,8032  | 12,017 | 14,067 | 16,622 | 18,475 |
| Rejeter ?                       | Oui     | Non    | Non    | Non    | Non    |

TABLE 3.4 – Exemple d'un test du  $\chi^2$

#### d. Test de Kolmogorov-Smirnov

Le test de Kolmogorov-Smirnov (KS-test) [KV07] est fondé sur la comparaison des fonctions de répartition empirique (Figure 3.14).

Le KS-test a l'avantage d'être un test exact. En effet, contrairement au test du  $\chi^2$ , le KS-test a besoin de beaucoup moins d'échantillons pour être valide car il se base sur la fonction de répartition empirique. Il présente cependant quelques inconvénients. Par exemple, il ne peut être appliqué qu'aux fonctions continues. De plus, le résultat du test se concentre davantage sur le centre des distributions que sur les queues de distributions. La fonction de répartition des données pour  $N$  échantillons est définie par :

$$\hat{F}(x) = \begin{cases} 0 & \text{pour } x < X_1 \\ \vdots & \\ \frac{i}{N} & \text{pour } X_i \leq x < X_{i+1} \\ \vdots & \\ 1 & \text{pour } x \geq X_N \end{cases} \quad (3.9)$$

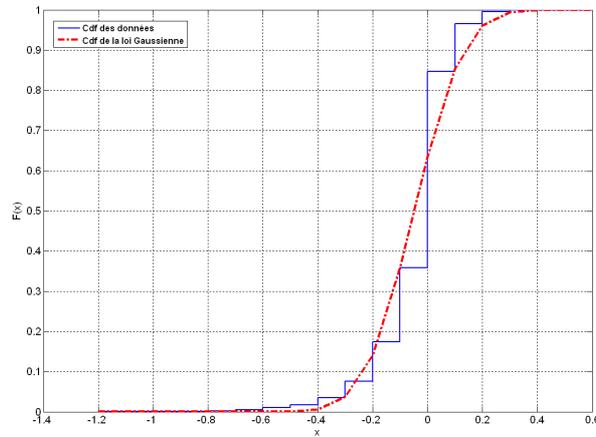


FIGURE 3.14 – Fonctions de répartition empirique des données (en bleu) et d’une loi théorique gaussienne (rouge).

Le KS-test calcule la distance maximale  $D$  entre la fonction de répartition empirique des données  $\hat{F}(x)$  et la fonction de répartition empirique de la loi théorique à tester  $F(x)$ , de la manière suivante :

$$D(\hat{F}, F) = \max_{1 \leq i \leq N} \left( \left| F(X_i) - \frac{i-1}{N} \right|, \left| \frac{i}{N} - F(X_i) \right| \right) \quad (3.10)$$

L’hypothèse  $H_0$  est rejetée si :

$$D > D_{(N,\alpha)} \quad (3.11)$$

Où  $D_{(N,\alpha)}$  est la valeur critique du KS-test donnée par une table du KS-test (annexe A.3.2) en fonction du nombre d’échantillons  $N$  et du niveau de tolérance  $\alpha$ .

### Exemple

Pour cet exemple, nous avons utilisé les mêmes échantillons et les mêmes distributions théoriques que dans l’exemple précédent (tableau 3.4), à la différence que’ici nous testons les échantillons par le test de Kolmogorov-Smirnov. Le tableau 3.5 donne les résultats du test pour chaque loi et indique si  $H_0$  a été rejetée en fonction du niveau de tolérance  $\alpha$ .

De même que pour l’exemple précédent, la loi normale est la meilleure modélisation des données entre les deux distributions testées par le test de Kolmogorov-Smirnov.

### 3.3.2.2 Densités de probabilité envisagées pour la modélisation des erreurs de pseudodistances

La distribution des erreurs de pseudodistances est généralement considérée comme suivant un modèle blanc gaussien. Mais d’autres lois de probabilités pourraient être envisagées pour modéliser plus fidèlement les erreurs en environnements perturbés. Les lois testées dans cette section

| Adéquation à la loi normale     |         |         |         |         |         |
|---------------------------------|---------|---------|---------|---------|---------|
| Taille de l'échantillon         | 200     |         |         |         |         |
| Statistique                     | 0,04    |         |         |         |         |
| Probabilité                     | 0,85    |         |         |         |         |
| Rang                            | 1       |         |         |         |         |
| $\alpha$                        | 0,2     | 0,1     | 0,05    | 0,02    | 0,01    |
| Valeur critique                 | 0,07587 | 0,08646 | 0,09603 | 0,10734 | 0,11519 |
| Rejeter ?                       | Non     | Non     | Non     | Non     | Non     |
| Adéquation à la loi laplacienne |         |         |         |         |         |
| Taille de l'échantillon         | 200     |         |         |         |         |
| Statistique                     | 0,07753 |         |         |         |         |
| Probabilité                     | 0,17138 |         |         |         |         |
| Rang                            | 2       |         |         |         |         |
| $\alpha$                        | 0,2     | 0,1     | 0,05    | 0,02    | 0,01    |
| Valeur critique                 | 0,07587 | 0,08646 | 0,09603 | 0,10734 | 0,11519 |
| Rejeter ?                       | Oui     | Non     | Non     | Non     | Non     |

TABLE 3.5 – Exemple d'un test de Kolmogorov-Smirnov

sont des lois courantes en télécommunication. Après avoir dressé une liste non exhaustive de ces lois, nous commenterons ces choix.

#### a. Loi Normale

La loi Normale est le modèle de densité le plus courant. Dans le domaine du GNSS, le bruit d'observation est supposé suivre un modèle blanc gaussien lorsque le signal se propage sans réflexion dans un environnement dégagé. L'expression de la loi Normale est donnée par l'équation 3.12.

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \cdot e^{-\frac{1}{2} \cdot \left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2} \quad (3.12)$$

Où  $\mu$  est l'espérance et  $\sigma$  l'écart type (et par conséquent  $\sigma^2$  est la variance).

#### b. Loi de Rayleigh

La loi de Rayleigh est une loi employée généralement pour décrire les bruits en sortie d'une chaîne de transmission en télécommunication. Elle est un cas particulier de la loi de Weibull. Son expression est donnée par l'équation 3.13.

$$f(x|b) = \frac{x}{b^2} \cdot e^{-\left(\frac{x^2}{2b^2}\right)} \quad (3.13)$$

Où  $b$  est le paramètre de Rayleigh. Nous avons choisi cette loi car en télécommunication, elle modélise souvent les retards des signaux. Dans le domaine du GNSS, les retards des signaux entraînent des erreurs sur l'estimation du temps de propagation et donc des mesures de pseudodistances plus bruitées.

### c. Loi laplacienne

La loi laplacienne peut être utilisée pour modéliser les erreurs de pseudodistances en complémentarité de la loi Normale comme dans [YYKK08]. Dans cette référence, les auteurs utilisent une loi Normale au centre de la distribution et modélisent les queues de distribution par une distribution laplacienne (à partir de  $2,58\sigma$ ). Ici, nous étudierons l'adéquation de la loi laplacienne seule. Cette densité est exprimée de la manière suivante :

$$f(x) = \frac{\alpha}{2} \cdot e^{-\alpha|x-\mu|} \quad (3.14)$$

Où  $\mu$  est la moyenne et  $\alpha$  est égal à  $\frac{\sqrt{2}}{\sigma}$ .

### d. Mélange de gaussiennes

En environnement contraint où les réflexions sont fréquentes, la distribution gaussienne centrée ne peut plus être envisagée. On peut alors dans le cas d'un milieu contraint approximer la nouvelle densité  $F$  par une densité à mélange fini de densités comme proposé dans [Nah09]. On suppose alors a priori que  $F$  peut être exprimée par la formule 3.15.

$$F = \sum_{i=1}^k \pi_i \cdot \mathcal{N}(\mu_i, \sigma_i^2) \quad (3.15)$$

Où  $k$  est le nombre de gaussiennes composant le mélange,  $\mathcal{N}(\cdot)$  est l'expression de la loi normale et  $\pi_i$ ,  $\mu_i$  et  $\sigma_i$  sont les poids, les moyennes et les variances de chaque loi composant le mélange. Les moyennes, les poids et les variances de chaque gaussienne sont obtenus à partir d'un algorithme d'Espérance-Maximisation (EM : Expectation-Maximisation présenté en annexe B). Cet algorithme permet de trouver le maximum de vraisemblance des paramètres de modèles probabilistes [DLR<sup>+</sup>77].

Le choix concernant la loi du mélange a été porté sur une loi gaussienne car elle est la distribution du cas nominal, c'est-à-dire lorsque les signaux sont reçus sans réflexion. De plus, la distribution des résidus en milieu contraint semble être composée de plusieurs gaussiennes (figure 3.12). Mais plus le nombre de gaussiennes est important plus le nombre de paramètres de la loi à estimer augmente, et finalement plus le temps de calcul est important. Pour pouvoir utiliser ce type de méthode dans un système temps réel, il est important de connaître le nombre de gaussiennes minimum à prendre en compte. Ce nombre variera selon les situations et c'est pourquoi un test d'adéquation des lois de densités est primordial.

#### 3.3.2.3 Validations des lois dans un contexte statique

Nous allons tester ces différentes lois sur des données "terrain" acquises dans le cadre d'une expérimentation ayant pour but d'enregistrer des données GNSS en présence de réflexions. Ces enregistrements ont été réalisés sur le toit du LEOST, considéré comme un environnement dégagé (figure 3.15), avec le récepteur PolARx2. Chaque acquisition a duré entre 4 et 5 heures, avec des heures de début et de fin d'enregistrement similaires afin de se trouver dans les mêmes conditions de visibilité satellitaire. Nous utiliserons ici deux séries de données distinctes.

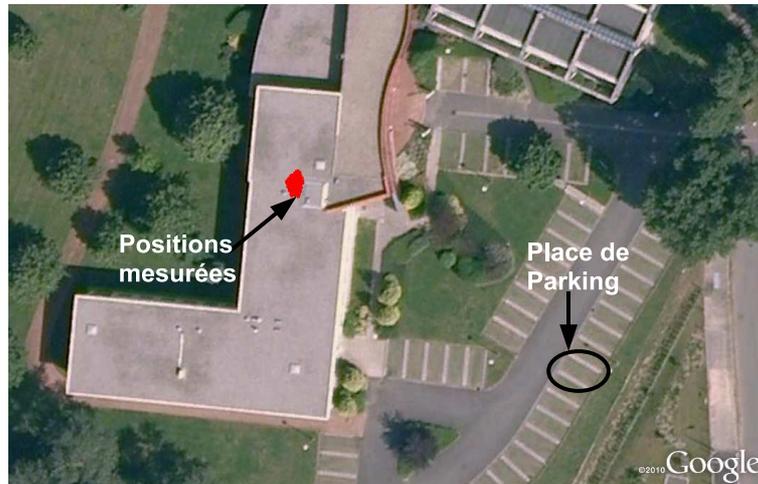


FIGURE 3.15 – Positions obtenues lors d’une acquisition sur le toit du laboratoire LEOST à Ville-neuve d’Ascq ( $50^{\circ}36'28,58''N$  -  $3^{\circ}07'55,76''E$ ). L’emplacement de la place de parking permet de donner un ordre de grandeur pour l’échelle de l’image.

La première série de données a été réalisée en environnement libre (sans obstacle). Les signaux EGNOS visibles ont été utilisés. La précision dans le plan horizontal du positionnement ainsi obtenu est inférieure à 1 mètre. Ce qui prouve que les signaux GNSS n’ont pas été perturbés durant cette acquisition.

La deuxième série de données que nous allons étudier ici a été acquise en recréant un environnement plus contraint. En effet, pour générer des réflexions des signaux GNSS arrivant à l’antenne, nous nous sommes inspirés d’expériences faites dans [Bét04], [LLJ04] et [WGH05]. Par rapport à l’enregistrement précédent, un obstacle a été ajouté. Il s’agit d’une plaque métallique d’un mètre sur un mètre, placée à 40cm de l’antenne avec une inclinaison de  $10^{\circ}$ . Cette disposition est schématisée sur la figure 3.16. L’antenne est orientée vers le nord. La position de l’obstacle par rapport à l’antenne est connue. Ce mode opératoire a été pensé dans le but de maximiser les réflexions des signaux GNSS sur l’obstacle [Bét04]. Les acquisitions ont duré 5 heures chacune. Comme pour la première série, les corrections EGNOS ont été utilisées durant ces acquisitions, de ce fait, l’erreur de pseudodistance peut être considérée comme n’étant dépendante que du bruit récepteur et des erreurs liées aux potentielles réflexions des signaux (3.26).

#### a. Validation visuelle

Les données ont été étudiées sur l’intégralité des échantillons (4-5 heures d’acquisition avec une mesure par seconde). La figure 3.17 et la figure 3.18 représentent différentes comparaisons visuelles entre les données et les modélisations d’observation. Les figures a, b, c et d correspondent au résultat d’un QQPlot entre les données et respectivement une loi Normale, laplacienne, de Rayleigh et un mélange de gaussiennes. La figure e montre les distributions des données et des différentes lois. Et la figure f représente les fonctions de distribution cumulative pour chaque loi ainsi que pour les données.

La figure 3.17 est obtenue avec des données de la première série (sans réflexion). Les distributions obtenues pour chaque satellite dans cette série ressemblent toutes à celle montrée en figure 3.17.e.

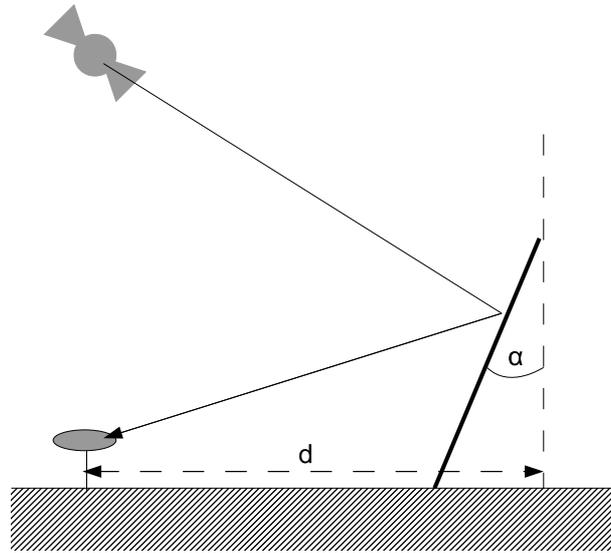


FIGURE 3.16 – Mode opératoire d’une acquisition de données GNSS visant à provoquer des réflexions de signaux en environnement maîtrisé.

En observant les différents QQPlots, nous remarquons que la distribution gaussienne modélise correctement les données de  $-0,5$  à  $0,5$  (figure 3.17.a), ensuite de  $-0,5$  à  $-1,5$  le modèle gaussien est toujours correct mais avec une légère différence sur la moyenne de la distribution. Pour la distribution laplacienne, la modélisation est cohérente de  $-0,5$  à  $0$  (figure 3.17.b) mais sur les intervalles cette distribution n’est plus adaptée en variance. Pour le mélange de gaussiennes, la modélisation est correcte de  $-1$  à  $0,15$  (figure 3.17.d) avec ensuite une légère différence de variance. Quant à la distribution de Rayleigh, elle ne modélise pas correctement les données (figure 3.17.c). Donc la loi Normale et le mélange de gaussiennes pour cet exemple donnent les meilleurs résultats. Le mélange de gaussiennes présente une légère différence de variance en queue de distribution alors que la loi Normale présente un léger problème de localisation due probablement à la présence d’un deuxième mode proche du premier.

Enfin sur la figure 3.17.f, représentant les fonctions de distribution cumulative, la loi la plus adaptée semble être le mélange de gaussiennes alors que la loi de Rayleigh semble la plus éloignée des données.

Le mélange de gaussiennes dans le cas d’un environnement dégagé paraît donc le meilleur choix à faire. Mais la différence de performance entre ce modèle à mélange et une loi Normale est tout de même assez négligeable. L’estimation des paramètres du mélange ayant un coût algorithmique beaucoup plus important que l’estimation des paramètres d’une loi simple (Normale, laplacienne), il est tout de même préférable en l’absence de réflexions sur les signaux GNSS de conserver un modèle d’observation gaussien.

La figure 3.18 est obtenue avec des données de la deuxième série. Dans cette configuration propice aux réflexions des signaux, la forme des distributions (figure 3.18.e) varie d’un satellite à l’autre suivant la nature des réflexions, leur durée et leur fréquence.

Lorsque l’on compare la distribution des données aux lois simples (figures 3.18.a et 3.18.b), on aperçoit que celles-ci sont correctes sur une partie de la distribution (entre  $0$  et  $2$  pour la loi Normale et la loi laplacienne). La seule distribution, dans cet exemple, qui modélise efficacement

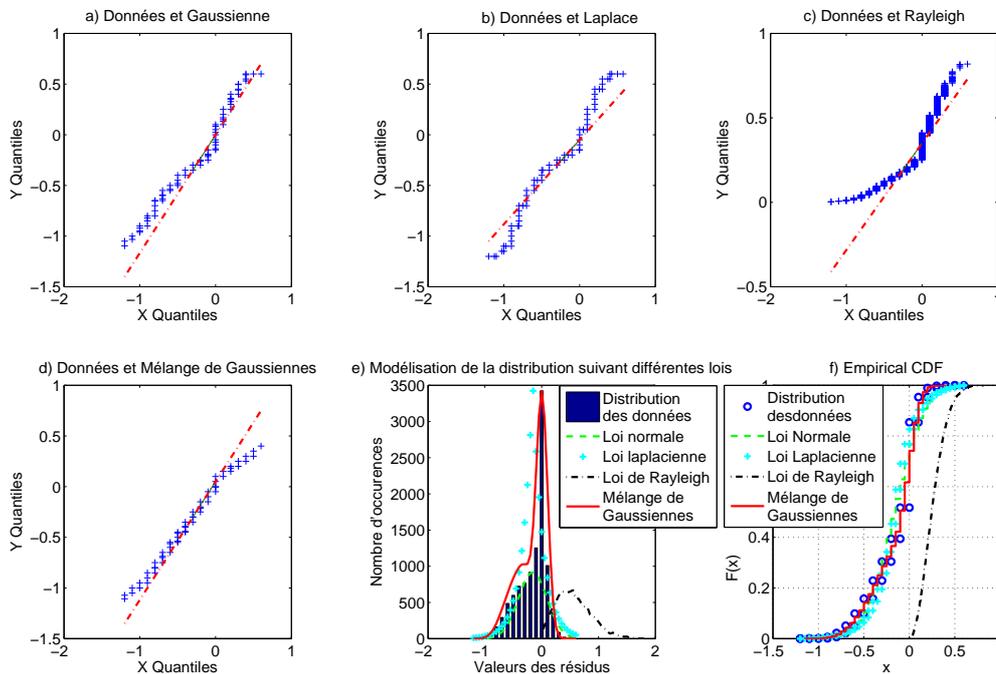


FIGURE 3.17 – Résultats des QQPlots pour la comparaison des données réelles avec des lois Normale, laplacienne, de Rayleigh et un mélange de gaussiennes en environnement dégagé.

les données est donc le mélange de gaussiennes (figure 3.18.d).

Pour confirmer cette validation visuelle, voyons maintenant les résultats obtenus par les tests d'adéquation statistiques.

### b. Validation par tests statistiques

Nous allons utiliser le test du  $\chi^2$  et le KS-test pour déterminer quelle est la meilleure loi à appliquer aux données. Les données utilisées ici sont les mêmes que précédemment. Nous les avons étudiées dans leur intégralité.

Les tableaux 3.6 et 3.7 donnent les résultats du KS-test et du test du  $\chi^2$  pour différentes lois données. L'analyse portera également sur le nombre de gaussiennes à utiliser, en gardant à l'esprit que plus le nombre de gaussiennes est grand plus le coût calculatoire est important.

L'acceptation de l'hypothèse  $H_0$  sur des populations d'échantillons trop importantes (comme c'est le cas ici) reste très difficile mais les valeurs de statistiques de chaque test peuvent tout de même nous indiquer si une loi convient mieux qu'une autre. En effet, la loi ayant la plus faible statistique de test conviendra le mieux à la population d'échantillons.

Tout d'abord, nous allons commenter les résultats donnés dans le tableau 3.6. Les données étudiées sont identiques à celles représentées sur la figure 3.18.

Par l'étude de ce tableau, nous pouvons valider quelques observations faites avec les méthodes visuelles :

- Tout d'abord, nous pouvons confirmer qu'une modélisation par une distribution de Ray-

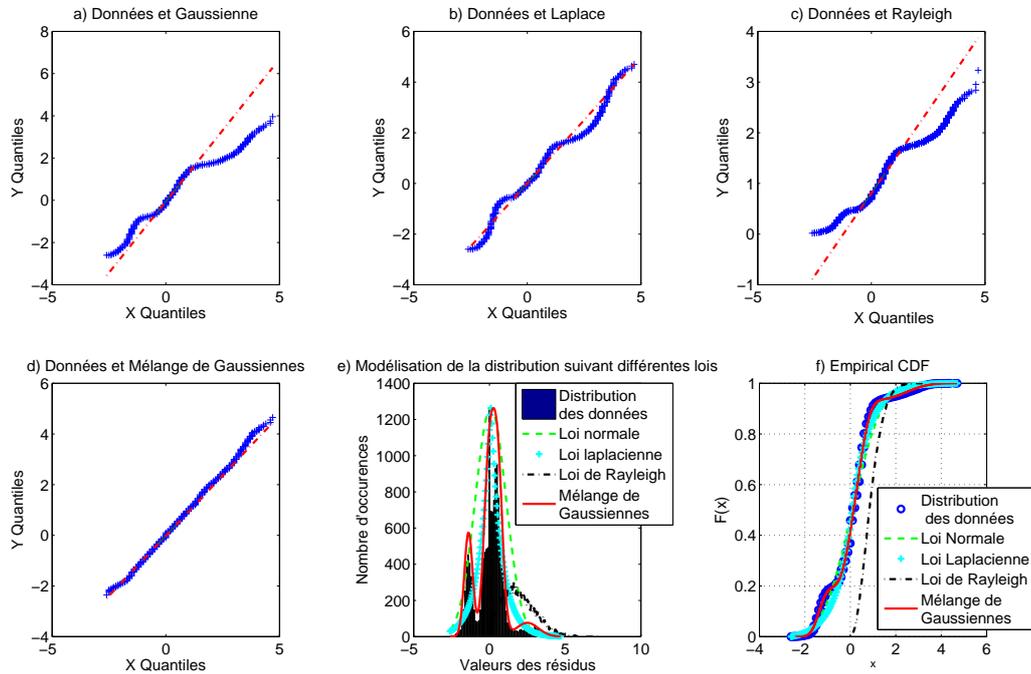


FIGURE 3.18 – Résultats des QQPlots pour la comparaison des données réelles avec des lois Normale, laplacienne, de Rayleigh et un mélange de gaussiennes en environnement dégradé.

leigh n'est pas adaptée à notre étude. En effet, les valeurs de statistiques pour cette loi sont trop élevées, ce qui correspond à une trop grande différence entre la distribution mesurée et la distribution théorique.

- Ensuite les modélisations les plus adaptées dans cet exemple sont les mélanges à 3, 4 et 5 gaussiennes (5 étant la meilleure modélisation, le test du  $\chi^2$  dans ce cas acceptant l'hypothèse  $H_0$ ). Ensuite viennent la loi Normale, puis un mélange à 2 gaussiennes. Il est donc important, selon le cas, de réaliser le mélange avec un nombre de lois suffisantes. Enfin viennent les distributions de Laplace et de Rayleigh.

Pour cet exemple, le mélange de gaussiennes est donc une bonne modélisation de la densité des erreurs de pseudodistances. Mais le nombre de gaussiennes est un paramètre important. En effet, cette loi n'est réellement performante qu'avec un nombre de densités du mélange allant de 3 à 5, et un mélange de 2 gaussiennes est moins performant que la loi Normale. Si l'on tient compte de la contrainte du temps de calcul qu'entraîne un mélange de gaussiennes, il est donc préférable d'utiliser une modélisation par loi Normale dans cet environnement.

En généralisant les résultats obtenus à tous les satellites visibles lors de cette acquisition, on note que dans 90% des cas une modélisation par loi Normale est plus efficace (rang plus faible) qu'une loi laplacienne et dans 53% des cas qu'une loi Normale est plus efficace qu'un mélange à 2 gaussiennes.

Les résultats observés dans le tableau 3.7 correspondent à la deuxième série de données étudiées dans la figure 3.18. Par l'étude de ce tableau, nous pouvons valider quelques observations émises d'après les méthodes visuelles :

|               | Stat. du test de Kolmogorov-Smirnov | Rang par le test de Kolmogorov-Smirnov | Stat. du test du $\chi^2$ | Degré de Liberté pour le test du $\chi^2$ | Rang par le test du $\chi^2$ |
|---------------|-------------------------------------|--|---------------------------|---|------------------------------|
| Normale       | 0,2024                              | 4                                      | 4837                      | 14  | 4                            |
| Rayleigh      | 0,8538                              | 7                                      | 650710                    | 5   | 6                            |
| Laplace       | 0,3361                              | 6                                      | 6534,3                    | 18  | 5                            |
| Mél. 2 gauss. | 0,2702                              | 5                                      | NC                        | NC  | NC                           |
| Mél. 3 gauss. | 0,1609                              | 3                                      | 803,62                    | 3   | 3                            |
| Mél. 4 gauss. | 0,1594                              | 2                                      | 795,76                    | 3   | 2                            |
| Mél. 5 gauss. | 0,1593                              | 1                                      | 20,403                    | 4   | 1                            |

TABLE 3.6 – Résultats des tests du  $\chi^2$  et de Kolmogorov-Smirnov avec un exemple en environnement dégagé.

- Tout d'abord, comme dans l'exemple précédent la distribution de Rayleigh n'est pas adaptée à notre étude. Les valeurs de statistiques sont trop élevées.
- Ensuite les modélisations les plus adaptées dans cet exemple sont les mélanges de 3 à 9 gaussiennes (7 étant la meilleure modélisation par le KS-test et 8 et 9 par le test du  $\chi^2$ ). La loi venant à la suite de ce classement n'est pas la loi Normale mais la loi laplacienne.

Pour cet exemple, le mélange de gaussiennes est donc la meilleure modélisation de la densité des erreurs de pseudodistances. Le nombre de gaussiennes est un paramètre encore plus important que dans l'exemple précédent (environnement dégagé). En effet, les meilleurs résultats sont obtenus avec des mélanges à 7 et 9 gaussiennes, ce qui augmente considérablement le temps de calcul. Cette fois, la loi Normale ne paraît plus du tout adaptée. Ce qui confirme une de nos hypothèses de départ, qui dit qu'en présence de réflexions, il faut abandonner le modèle gaussien classique.

En généralisant les résultats obtenus par tous les satellites visibles lors de cette acquisition, le mélange de 2 gaussiennes est plus efficace qu'une loi Normale ou qu'une distribution de Laplace (vrai dans 86% des cas de notre exemple).

### c. Discussion sur les différentes lois après les tests visuels et statistiques

Dans ce paragraphe, nous discuterons des observations faites lors des validations et les choix portés sur les lois étudiées pour la modélisation des erreurs de pseudodistances.

Premièrement, la loi de Rayleigh ne semble effectivement pas convenir dans notre cas d'après la validation visuelle comme d'après la validation par tests. L'erreur que nous traitons avec les résidus contient à la fois une erreur liée aux retards (c'est pourquoi nous envisageons la loi de Rayleigh) mais également l'erreur sur le bruit récepteur, une erreur relative à l'erreur de position ainsi qu'une erreur liée à l'imperfection des modèles de propagation. De plus, le signal réfléchi peut avoir un effet constructif ou un effet destructif sur le pic de corrélation. Pour toutes ces raisons, l'erreur de pseudodistance peut être négative, et c'est l'un des points qui fait que la distribution de Rayleigh ne modélise pas correctement les erreurs de pseudodistances. De plus, dans notre cas, nous ne mesurons pas directement les retards mais une erreur liée à ce retard obtenue après de nombreux traitements.

Ensuite, lors de cette étude nous avons validé certaines hypothèses de départ. En effet, nous

|                | Stat. du test de Kolmogorov-Smirnov | Rang par le test de Kolmogorov-Smirnov | Stat. du test du $\chi^2$ | Degré de Liberté pour le test du $\chi^2$ | Rang par le test du $\chi^2$ |
|----------------|-------------------------------------|--|---------------------------|---|------------------------------|
| Normale        | 0,1076                              | 9                                      | 14769                     | 56  | 11                           |
| Rayleigh       | 0,5325                              | 12                                     | 379830                    | 26  | 12                           |
| Laplace        | 0,0853                              | 8                                      | 12315                     | 64  | 8                            |
| Mél. 2 gauss.  | 0,112                               | 10                                     | 13436                     | 60  | 10                           |
| Mél. 3 gauss.  | 0,0521                              | 6                                      | 6585,4                    | 61  | 7                            |
| Mél. 4 gauss.  | 0,0444                              | 3                                      | 6496,6                    | 61  | 5                            |
| Mél. 5 gauss.  | 0,0465                              | 5                                      | 6565,9                    | 62  | 6                            |
| Mél. 6 gauss.  | 0,0436                              | 2                                      | 6486,3                    | 62  | 4                            |
| Mél. 7 gauss.  | 0,0419                              | 1                                      | 6339,8                    | 65  | 3                            |
| Mél. 8 gauss.  | 0,0787                              | 7                                      | 5582,3                    | 63  | 1                            |
| Mél. 9 gauss.  | 0,0445                              | 4                                      | 5996,9                    | 62  | 2                            |
| Mél. 10 gauss. | 0,5085                              | 11                                     | 12851                     | 61  | 9                            |

TABLE 3.7 – Résultats des tests du  $\chi^2$  et de Kolmogorov-Smirnov avec un exemple en environnement propice aux réflexions.

avons montré qu'en environnement dégagé, où les réflexions des signaux sont rares, la densité des erreurs de pseudodistances peut être modélisée par une loi Normale ou par un mélange simple de gaussiennes. Par contre, en présence de réflexions la loi Normale n'est plus du tout adaptée.

Enfin, pour que les performances d'un mélange de gaussiennes soient optimales, la détermination du nombre de gaussiennes a une importance significative. Ce nombre doit notamment être plus grand dans un environnement contraint qu'en environnement libre avec l'inconvénient suivant : plus il y aura de paramètres à estimer, plus le coût algorithmique sera important.

Dans un deuxième temps de nos travaux, nous avons remis en question le fait de considérer que l'ensemble des observations suive un modèle unique. En effet, cette hypothèse suppose que les bruits d'observations soient stationnaires. Cette supposition n'est pas vérifiée lorsque le signal change d'état de réception, comme nous allons le voir dans la section suivante.

### 3.3.3 Etude statistique : mise en évidence de la non-stationnarité des densités d'observation

Dans un environnement contraint, l'état de réception d'un signal évolue au cours du temps (comme le montre la figure 3.19) puisque les satellites défilent sur leurs orbites. La présence ou non de réflexions est liée à la position du satellite par rapport aux obstacles. Cette position n'étant pas constante dans le temps, une densité d'erreur de pseudodistances pourra suivre un modèle blanc gaussien durant un laps de temps donné et ne plus le suivre ensuite.

#### 3.3.3.1 Résultats et observations

Dans cette section, nous allons tester la stationnarité des observations obtenues lors de la deuxième série d'acquisition (avec obstacle) présentée précédemment.

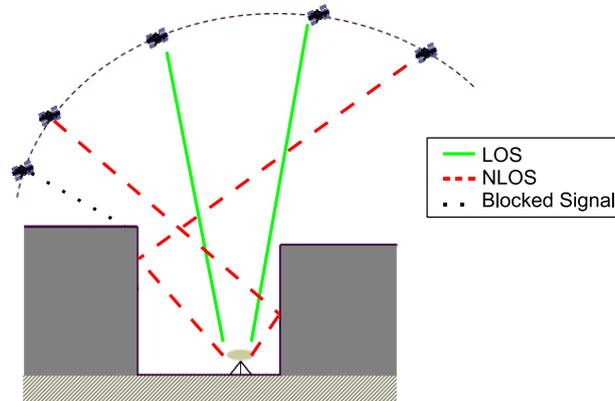


FIGURE 3.19 – Evolution possible au cours du temps dans un environnement urbain des états de réception d'un même satellite lors d'un positionnement statique

Sur une longue durée d'observation, dans une configuration canyon (figure 3.19), la densité des erreurs peut présenter plusieurs modes. Si l'on choisit de travailler sur des fenêtres d'acquisitions plus courtes cette densité sera plus simple, évoluant en variance et en moyenne dans le temps, parce qu'elle ne représentera qu'un état de réception à la fois. La figure 3.20 illustre ce principe en utilisant les données de la deuxième acquisition. Pour générer cette figure, nous avons observé les résidus de pseudodistance du satellite 10 avec une fenêtre temporelle glissante de 240 secondes. Dans chaque fenêtre, nous avons considéré que les résidus observés suivaient un modèle gaussien et nous avons déterminé la moyenne et la variance de chacune de ces lois. Enfin, chaque loi est représentée figure 3.20 en fonction de l'instant où elle est déterminée, de la valeur des résidus et de sa probabilité. En analysant cette figure, nous remarquons que les densités évoluent au cours du temps en position par saut de moyenne et en forme par modification de la variance.

Pour confirmer cette idée, nous avons appliqué le KS-test aux données de la deuxième série d'acquisition avec des fenêtres temporelles glissantes de tailles variables. Les fenêtres d'observation choisies ont des tailles de 120, 200 et 240 échantillons. Nous avons comparé la distribution des données avec une loi Normale, laplacienne et un mélange de 2 gaussiennes. A chaque instant, nous recalculons les paramètres de chaque loi, c'est-à-dire, les moyennes, les variances et les poids.

Le tableau 3.8 représente le pourcentage de temps pendant lequel une loi modélise le mieux la distribution des données en fonction de la taille de la fenêtre d'observation. Les résultats de ce tableau montrent que :

- Plus la fenêtre d'observation est petite, mieux la loi Normale est adaptée pour modéliser la distribution des données. De même, plus la fenêtre d'observation sera grande, mieux le mélange de 2 gaussiennes modélisera les données que les autres lois.
- La distribution de Laplace n'est jamais la plus performante sur des fenêtres d'observation de taille équivalente à celle utilisée dans le tableau 3.8.

De plus, plus le temps d'observation sera court, plus le nombre de gaussiennes composant le mélange devra être petit. Nous avons comparé les résultats du KS-test, pour une fenêtre glissante de 200 échantillons, appliqué à des mélanges à 2 et 3 gaussiennes. Il s'avère que le mélange à 2 gaussiennes modélise mieux la distribution des données que le mélange à 3 gaussiennes pendant

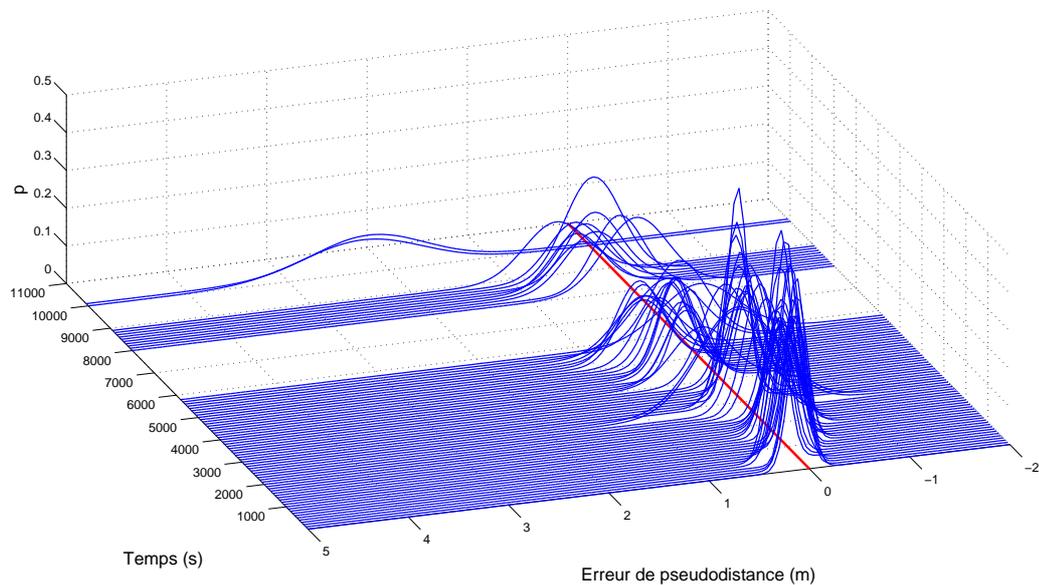


FIGURE 3.20 – Evolution des densités d’erreur de pseudodistance considérées dans une fenêtre d’observation glissante de 240 échantillons

|                     | Fen. de 120 éch. | Fen. de 200 éch. | Fen. de 240 éch. |
|---------------------|------------------|------------------|------------------|
| Mél. de 2 gauss./N. | 57,3%            | 60,4%            | 63%              |
| Mél. de 2 gauss./L. | 61%              | 62,8%            | 63,8%            |
| N./L.               | 74,1%            | 65%              | 60,5%            |

TABLE 3.8 – Évolution des lois les plus adaptées en fonction de la taille de la fenêtre d’observation

70% du temps.

La définition de la stationnarité est la suivante :

**Définition 6** *Un processus stationnaire d’ordre 2 a pour propriété d’avoir une moyenne, une variance et une structure d’autocorrélation qui ne changent pas au cours du temps [Pri06].*

La figure 3.21 permet de vérifier la non-stationnarité de nos mesures. Cette figure représente l’évolution de la moyenne  $\mu$  et de l’écart type  $\sigma$  des erreurs de pseudodistance pour le satellite 10 au cours de l’acquisition.  $\mu$  et  $\sigma$  sont quasi-constants durant les 5000 premières secondes ; puis ces paramètres varient fortement. Par conséquent, à partir de l’instant 5000, l’hypothèse de stationnarité ne peut plus être vérifiée. De plus, le bruit ne peut être blanc s’il n’est pas stationnaire. Un bruit blanc ayant comme propriété d’avoir une moyenne constante et nulle et une variance constante.

Pour expliquer le phénomène montré sur la figure 3.21, nous avons tracé l’évolution de la position du satellite 10 et une représentation de l’obstacle en ligne pointillée sur un skyplot (figure 3.22). Les losanges verts représentent les mesures entre les instants 0 et 5000. Les étoiles

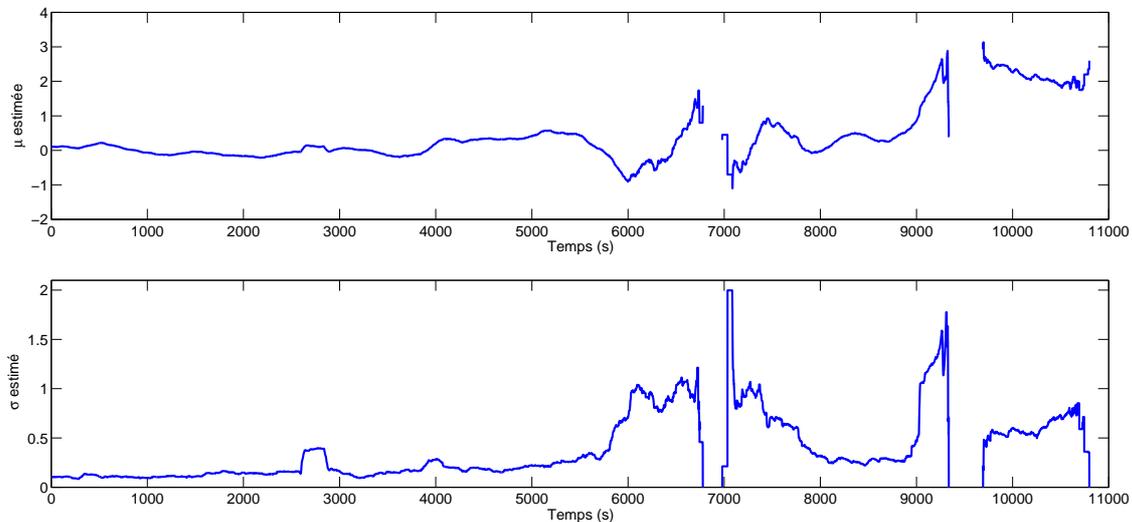


FIGURE 3.21 – Estimation de la moyenne de la densité d'erreur de pseudodistance du satellite 10

rouges représentent les suivantes. Sur cette figure, nous remarquons que le comportement de la moyenne et de l'écart type change lorsque la position du satellite passe derrière le masque de visibilité généré par l'obstacle. Par conséquent, ces changements sont causés par des perturbations du signal GNSS et plus particulièrement des réflexions.

En conclusion, le bruit sur les pseudodistances ne peut être considéré comme stationnaire ou encore blanc-gaussien en présence de réflexions des signaux. Dans ces conditions, le fait d'employer des méthodes de positionnement classiques, comme l'EKF, entraîne une erreur de modélisation qui se répercute sur la précision de la position. Une modélisation plus précise doit donc être employée dans le cas de signaux reçus en NLOS. Nous proposons d'utiliser des modèles à mélange. Cette modélisation doit pouvoir s'adapter à l'environnement courant et plus particulièrement aux propriétés du bruit d'observation dans cet environnement.

De plus, dans une application dynamique, où le véhicule change constamment d'environnement de propagation, la durée de la fenêtre d'observation doit être un paramètre à prendre en compte. Cette durée doit varier en fonction de la vitesse du mobile. Plus le mobile ira vite, plus l'environnement de propagation changera rapidement. Le changement d'environnement de propagation entrainera le changement des états de réception des signaux (bloqué, réfléchi ou direct), ce qui modifiera la forme de la densité des erreurs de pseudodistance. Au contraire, lorsque le mobile sera à l'arrêt, on pourra considérer des fenêtres d'observation plus grandes. Dans le cas d'un mobile se déplaçant à une vitesse élevée, les changements liés aux réflexions des signaux seront plus de l'ordre d'un changement de paramètres d'une loi Normale (moyenne et variance). Dans le cas d'une vitesse basse du mobile, il s'agira de l'apparition d'un nouveau mode dans la densité.

### 3.3.4 Proposition de modèles théoriques

Dans cette partie, le problème d'estimation de densité sera décrit avant d'introduire des méthodes permettant de résoudre ce problème. Nous proposerons tout d'abord un mélange fini de

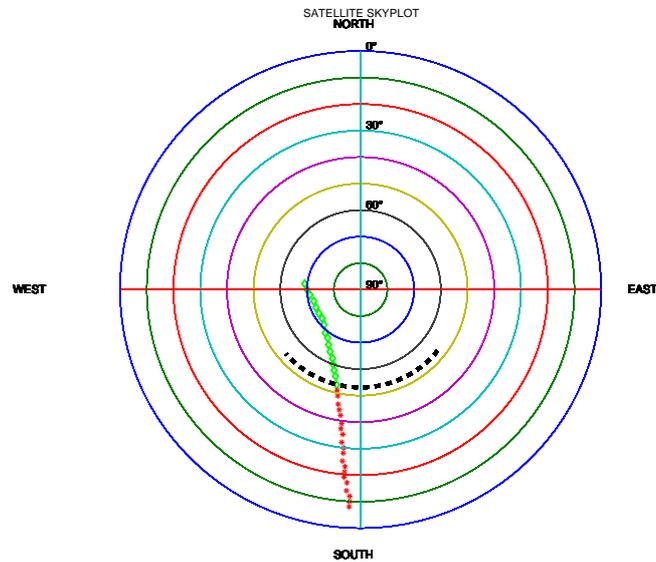


FIGURE 3.22 – Représentation du trajet du satellite 10 en fonction de son environnement. Les losanges verts représentent la position du satellite jusqu'à la 5000<sup>ème</sup> seconde d'acquisition. Les étoiles rouges représentent la position du satellite après la 5000<sup>ème</sup> seconde d'acquisition. La ligne pointillée noire représente le masque d'observation de l'obstacle.

gaussiennes, puis un modèle non-paramétrique basé sur les mélanges de processus de Dirichlet.

#### 3.3.4.1 Le mélange fini de gaussiennes

Le premier modèle que nous proposons d'utiliser est le mélange fini de gaussiennes (GMM : Gaussian Mixture Model). L'expression du mélange est donnée par l'équation 3.15.

Pour mettre à jour le changement d'environnement, les paramètres du GMM sont calculés à partir d'une fenêtre temporelle glissante. Ainsi, seules les mesures récentes sont observées. Le nombre de gaussiennes pouvant être utilisées dépend de la taille de la fenêtre d'observation. De plus, pour ne pas utiliser d'informations obsolètes, la fenêtre d'observation ne doit pas être trop large. Nous avons décidé expérimentalement d'utiliser une fenêtre temporelle de 40 secondes et une modélisation à 2 gaussiennes. En utilisant le GMM, nous considérons l'erreur de pseudodistance stationnaire sur la fenêtre d'observation et par conséquent pour un environnement donné.

Cependant, le GM montre certains inconvénients qui sont les suivants :

- La dépendance aux observations passées ne permet pas de modéliser les variations soudaines et/ou ponctuelles dues au changement d'état de réception d'un signal. Par conséquent le modèle d'erreur de pseudodistance devient faux ou imprécis.
- Comme montré précédemment, si le contexte dynamique est considéré, dans le cas de signaux qui ne sont pas reçus en LOS, l'hypothèse de stationnarité est fautive même sur de courts temps d'observation.
- Le nombre fini de gaussiennes est également une limitation puisque cela ne permet pas d'avoir la modélisation la plus précise possible. De plus, ce nombre doit être défini est

peut varier selon la situation.

Pour ces différentes raisons, nous proposons également dans ce mémoire l'emploi d'un second modèle d'erreur de pseudodistances basés sur les mélanges de processus de Dirichlet qui sont une méthode non paramétrique, séquentielle et flexible.

### 3.3.4.2 Le problème d'estimation de densité non-paramétrique

Considérons  $y_1, y_2, \dots, y_n$  un ensemble de vecteurs statistiquement distribués à partir d'une densité de probabilité inconnue  $F$ , tel que  $y_k \sim F$ . Dans un cadre de travail Bayésien, le modèle à mélange permettant d'estimer  $F$  est donné par (3.16) :

$$F(y) = \int_{\Theta} f(y|\theta) d\mathbb{G}(\theta) \quad (3.16)$$

Où  $\theta \in \Theta$  est une variable latente (ou "cluster"),  $f(\cdot|\theta)$  est la densité mélangée et  $\mathbb{G}$  la distribution de mélange.  $\mathbb{G}$  est une mesure de probabilité aléatoire (Random Probability Measure : RPM). Dans ce travail, nous avons choisi  $\mathbb{G}$  comme étant un Processus de Dirichlet (Dirichlet Process : DP) car ce choix donne des propriétés intéressantes [Car06].

### 3.3.4.3 Les Processus de Dirichlet (DP)

Les DP ont été introduits par Ferguson [Fer73] comme une mesure de probabilité sur l'espace des mesures de probabilités. Les DP sont définis à partir de deux paramètres qui sont le paramètre de dispersion  $\alpha$  et une distribution de base  $\mathbb{G}_0$ . En considérant  $\mathbb{G}$  distribuée à partir d'un DP ayant comme paramètres  $\alpha$  et  $\mathbb{G}_0$ , c'est-à-dire,  $\mathbb{G} \sim DP(\mathbb{G}_0, \alpha)$ , les variables aléatoires  $\theta_{1:n}$  sont distribuées à partir de  $\mathbb{G}$  comme dans l'équation suivante :

$$\theta_k | \mathbb{G} \sim \mathbb{G} \quad (3.17)$$

Une propriété importante des DP est que  $\mathbb{G}$  est discret avec une probabilité égale à 1. La représentation dite en "stick breaking" peut être utilisée, ce qui revient à une somme infinie de Dirac [Set94] :

$$\mathbb{G} = \sum_{k=1}^{\infty} \pi_k \cdot \delta_{\theta_k} \quad (3.18)$$

Avec  $\theta \sim \mathbb{G}_0$ ,  $\pi_k = \beta_k \prod_{j=1}^{k-1} (1 - \beta_j)$  et  $\beta_k \sim \mathcal{B}(1, \alpha)$  où  $\mathcal{B}$  est la distribution Beta standard et  $\delta_{\theta_k}$  est un Dirac en  $\theta_k$ .

De plus, en marginalisant par rapport à  $\mathbb{G}$ , la distribution des  $\{\theta_1, \dots, \theta_n\}$  suit une représentation en Urne de Polya [BM73] comme suit :

$$\theta_{n+1} | \theta_{1:n} \sim \frac{1}{\alpha + n} \sum_{k=1}^n \delta_{\theta_k} + \frac{\alpha}{\alpha + n} \mathbb{G}_0 \quad (3.19)$$

En utilisant la représentation en urne de Polya, le nouvel échantillon  $\theta_{n+1}$  peut alors prendre soit une valeur de cluster déjà existante avec une probabilité  $\frac{n}{\alpha+n}$  ou soit une valeur aléatoire tirée de  $\mathbb{G}_0$  avec la probabilité  $\frac{\alpha}{\alpha+n}$ .

A partir de (3.18), nous pouvons exprimer (3.16) pour estimer la distribution inconnue  $F$  comme suit :

$$F(y) = \sum_{k=1}^{\infty} \pi_k \cdot f(y|\theta_k) \quad (3.20)$$

#### 3.3.4.4 Les mélanges de Processus de Dirichlet

Les mélanges de Processus de Dirichlet (Dirichlet Process Mixture : DPM) peuvent être appréhendés comme dans le modèle hiérarchique représenté sur la figure 3.23. Les DPM sont intéressants lorsque les modèles paramétriques imposent des hypothèses trop restrictives sur les distributions à estimer. Le modèle hiérarchique est exprimé par (3.21) :

$$\begin{aligned} \mathbb{G} &\sim DP(\mathbb{G}_0, \alpha) \\ \theta_k &\sim \mathbb{G} \\ y_k|\theta_k &\sim f(y|\theta_k) \end{aligned} \quad (3.21)$$

La RPM  $\mathbb{G}$  est distribuée à partir d'un DP,  $DP(\mathbb{G}_0, \alpha)$ . Les clusters  $\theta_k$  sont distribués par  $\mathbb{G}$ .  $f(.|\theta)$  est une densité mélangée. Dans notre application, nous choisirons une densité mélangée gaussienne.

Pour  $f(.|\theta)$  gaussienne, le modèle de DPM Normal-inverse Wishart est utilisé pour décrire la distribution de la moyenne et de la variance :

$$\begin{aligned} p_{\mu, \Sigma}(y_i) &= \mathcal{N}(y_i, \mu, \Sigma) \\ \mathbb{G}_0(\mu, \Sigma) &= \mathcal{N}(\mu, m, B) \cdot \mathcal{W}^{-1}(\Sigma, r, R) \end{aligned} \quad (3.22)$$

Où  $\mathcal{N}$  est la distribution Normale et  $\mathcal{W}^{-1}$  la distribution Wishart inverse.

Un notion clé du DP dans ce modèle de DPM est que les  $\theta_i$  sont des échantillons marginaux de  $\mathbb{G}_0$ , tel qu'il existe une probabilité positive non nulle que certains  $\theta_i$  soient identiques. Ceci est dû au fait que la mesure aléatoire  $\mathbb{G}$  est discrète. Le fait que  $\mathbb{G}$  soit discrète est la condition principale à l'efficacité de l'estimation.

La nouvelle valeur de  $\theta_i$  peut être égale soit à une valeur précédente de  $\theta_h$ ,  $h \neq i$ , ou  $\theta_i$  soit à une nouvelle valeur distribuée à partir de  $\mathbb{G}_0$ .

#### 3.3.5 Adaptation des DPM aux GNSS

Toutefois, une utilisation des DPM dans leur forme originelle n'est pas possible pour le suivi des densités d'erreur de pseudodistance. En effet, le changement d'état de réception des signaux impacte sur les propriétés de l'erreur de pseudodistance. L'amplitude et la variation du bruit deviennent ainsi difficiles à appréhender.

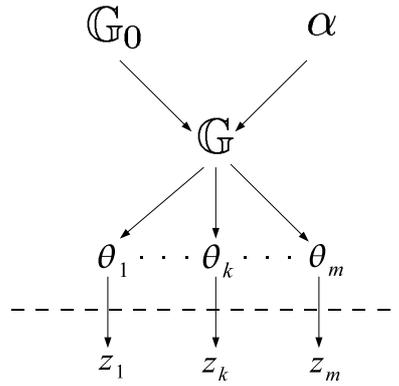


FIGURE 3.23 – Représentation hiérarchique des DPM

Pour une réception LOS d'un signal, l'erreur suit un modèle blanc gaussien avec, par conséquent, une moyenne nulle et une variance maximale unitaire (en fait cela dépend surtout du récepteur employé). Par contre pour une réception NLOS, la distribution des erreurs est centrée sur la valeur du retard qui peut être supérieure à 100 mètres (encore une fois cela dépend du récepteur et de la nature des réflexions). De plus, dans ce cas, la variance est également plus élevée. Par conséquent, la même distribution de base  $G_0$  ne peut être appliquée dans les deux cas différents car cela entraînerait de nombreuses erreurs de modélisation.

Dans la littérature, nous pouvons trouver des algorithmes proposant de faire un saut de moyenne [GTC07] ou un saut de variance [Spa09]. Ici, nous proposons de réaliser les deux à chaque instant.

Pour optimiser l'emploi des DPM dans le cas d'un suivi d'erreurs de pseudodistance, nous proposons d'utiliser le paramètre décisionnel supplémentaire  $c_t^s$  dans le modèle hiérarchique.  $c_t^s$  est une estimation déterministe de l'état de réception pour chaque satellite  $s$  à chaque instant  $t$ . Le nouveau modèle hiérarchique est représenté sur la figure 3.24.

$c_t^s$  permet de mettre à jour les paramètres de la distribution de  $G_0$  et le paramètre de dispersion  $\alpha$ . Ce qui revient à écrire les équations 3.23 et 3.24.

Soit dans le cas d'une réception LOS :

$$\begin{cases} G \sim DP(G_0, \alpha) \\ \sigma_k \sim \mathcal{W}^{-1}(\Sigma_1, dof_1) \\ \mu_k \sim \mathcal{N}(\mu_0, \frac{\sigma_k}{k_1}) \end{cases} \quad (3.23)$$

Où  $\mu_0$  est la moyenne de la distribution Normale,  $k_1$  est un paramètre d'échelle,  $\Sigma_1$  et  $dof_1$

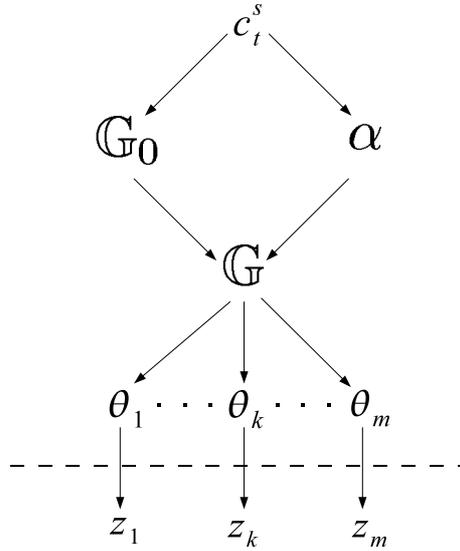


FIGURE 3.24 – Représentation hiérarchique des DPM adaptés aux GNSS

sont respectivement la covariance et le degré de liberté de la distribution Wishart inverse.

Et dans le cas d'une réception NLOS :

$$\begin{cases} \mathbb{G} \sim DP(\mathbb{G}_0, \alpha_2) \\ \sigma_k \sim \mathcal{W}^{-1}(\Sigma_2, dof_2) \\ \mu_k \sim \mathcal{N}(\mu_0 + res_t^s, \frac{\sigma_k}{k_2}) \end{cases} \quad (3.24)$$

Avec  $\Sigma_2 > \Sigma_1$ ,  $dof_2 > dof_1$ ,  $res_t^s$  l'estimation de l'erreur de pseudodistance pour le satellite  $s$  à l'instant  $t$  donné par l'équation 3.5 et  $k_2 < k_1$ .

$\alpha$  est également mis à jour de telle manière que, pour une réception NLOS,  $\theta_k$  a une forte probabilité d'être tiré à partir de  $\mathbb{G}_0$  plutôt que d'être égal à un cluster précédent. Ce qui revient à dire  $\alpha_2 \gg \alpha_1$ .

### Discussion

Dans le modèle que nous proposons, nous commutons d'une distribution de base à une autre en fonction de l'état de réception. Dans ce cas, l'équation 3.19 n'est plus vérifiée. Ceci aura pour conséquence que des clusters générés lors de réception NLOS pourront être choisis lors de réception LOS. L'une des possibilités pour corriger cette erreur serait d'ajouter une étape d'oubli. Cette étape est envisagée dans les travaux qui feront suite à cette thèse et s'appuyent sur les travaux de [Car06].

### 3.3.6 Données de test

Dans les sections suivantes, nous allons tester les différentes modélisations présentées pour le suivi de densités d'erreur de pseudodistance. Les modélisations seront testées d'abord sur données de simulation et ensuite sur données réelles.

### 3.3.6.1 Simulations

Pour pouvoir étudier plus précisément l'impact des réflexions sur les erreurs de pseudodistances et sur le positionnement, nous avons utilisé un logiciel de simulation nommé Ergospace<sup>®</sup>. Ces simulations nous permettent de tester nos algorithmes sur des scénarios contrôlés.

#### a. Présentation d'Ergospace<sup>®</sup>

Le logiciel Ergospace<sup>®</sup> simule la propagation de signaux électromagnétiques dans des environnements 3D complexes et réalistes. Ce logiciel est développé comme une aide au développement d'applications GNSS. La méthode déterministe du lancer de rayon détermine les chemins possibles empruntés par les rayons reçus. Différents modèles de propagation (correspondant aux différents types d'obstacles rencontrés) caractérisent les interactions possibles entre le signal et l'environnement étudié. Le comportement du récepteur (statique ou mobile) et ses caractéristiques sont également pris en compte dans les calculs. Ce logiciel fournit des fichiers de sorties directement exploitables sous Matlab. A partir de ces fichiers, nous pouvons déterminer les erreurs de pseudodistances et réaliser le calcul de position avec nos algorithmes. L'intérêt, dans ces simulations, est que l'état de réception des signaux est fourni de manière déterministe et donc parfaitement connu. Un autre atout de ce logiciel est qu'il nous permet d'anticiper les futures constellations GNSS comme Galileo.

#### b. Simulation mobile de référence

Pour tester les différentes méthodes proposées dans ce travail, nous utiliserons pour les données de simulation une simulation mobile de référence. Cette simulation a été réalisée à partir d'une scène 3D de la ville de Rouen (figure 3.25). Nous avons choisi cette scène en particulier car nous disposons de données réelles obtenues lors du projet ANGO ([VMPD08a], [MGP<sup>+</sup>07]) sur ce même parcours. Le parcours simulé correspond à la ligne de bus T1 de Rouen. Les caractéristiques principales de ce trajet sont que le récepteur réalise le trajet à une vitesse constante de 50 km/h et sur une distance de 8236 mètres. Le trajet dure environ 10 minutes. Les signaux GNSS sont simulés avec un maximum de 3 réflexions. L'antenne traverse différents environnements de propagation (dégagé, urbain, suburbain, . . .). L'état de réception des signaux varie tout au long du parcours en fonction de cet environnement et des positions des satellites.

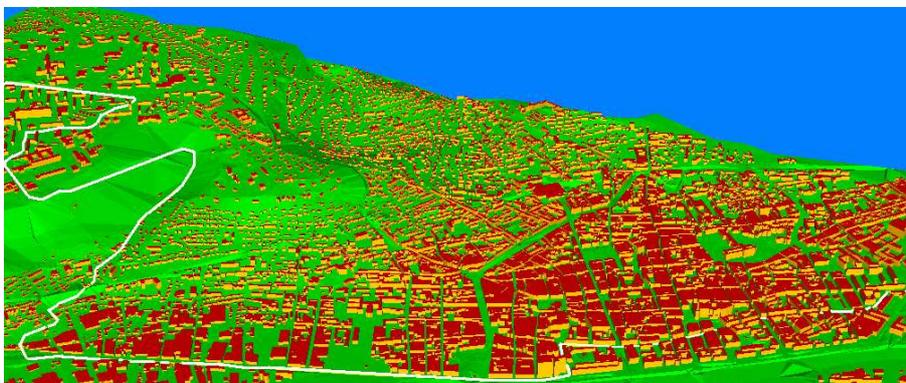


FIGURE 3.25 – Visualisation du parcours de référence de Rouen de la simulation mobile de référence

Pour l'analyse des performances de la modélisation des erreurs de pseudodistances, nous

allons principalement considérer les mesures provenant de deux satellites distincts. Ces satellites sont les satellites GPS 18 et 13 choisis pour l'évolution caractéristique de l'état de réception de leurs signaux lors des simulations. Les figures 3.26 et 3.27 représentent les chronogrammes de l'état de réception de ces deux satellites durant la simulation de référence. Les signaux reçus en provenance du satellite 18 sont toujours reçus en LOS. Par conséquent, l'erreur de pseudodistance pour le satellite 18 sera modélisée par un bruit blanc gaussien. Les signaux en provenance du satellite 13 sont, eux, reçus selon plusieurs états de réception. Par conséquent, les erreurs de pseudodistances pour le satellite 13 ne pourront pas être modélisées comme celle du satellite 18.

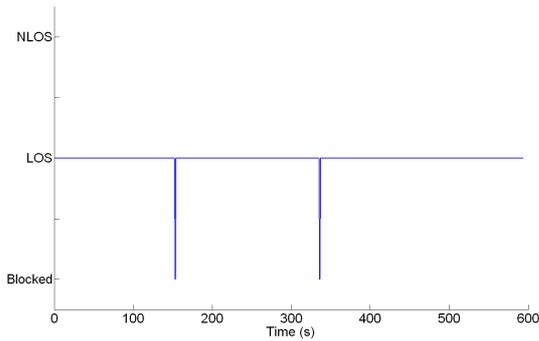


FIGURE 3.26 – Chronogramme de l'état de réception du satellite 18 durant la simulation mobile de référence.

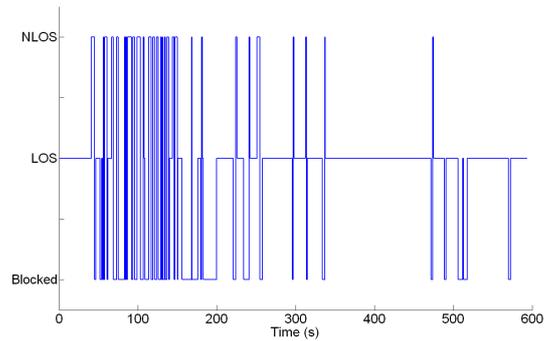


FIGURE 3.27 – Chronogramme de l'état de réception du satellite 13 durant la simulation mobile de référence.

### 3.3.6.2 Définition de l'erreur de pseudodistance sous Ergospace<sup>®</sup>

La mesure de pseudodistance ne nous est pas fournie de manière directe par le simulateur, il faut donc la reconstruire à partir des différentes sorties dont nous disposons. Comme exprimée dans l'équation 3.25, la mesure de pseudodistance est fonction de la distance géométrique, du biais d'horloge et du bruit de mesure.

$$\rho_t^s = \sqrt{(x_t - x_t^s)^2 + (y_t - y_t^s)^2 + (z_t - z_t^s)^2} + c \cdot \delta t_u + \epsilon_t^s \quad (3.25)$$

Où  $\rho_t^s$  est la mesure de pseudodistance à l'instant  $t$  pour le satellite  $s$ ;  $(x_t, y_t, z_t)$  sont les coordonnées de l'antenne à l'instant  $t$ ;  $(x_t^s, y_t^s, z_t^s)$  sont les coordonnées du satellite  $s$  à l'instant  $t$ ;  $\delta t_u$  est le biais d'horloge à l'instant  $t$  et  $\epsilon_t^s$  est la somme des erreurs de propagation à l'instant  $t$  pour le satellite  $s$ .

Ergospace<sup>®</sup> nous fournit les coordonnées exactes des satellites et du récepteur. Par conséquent nous pouvons en déduire la distance géométrique exacte. Les deux horloges (satellite et récepteur) sont synchrones en simulation donc le biais d'horloge est nul. Il ne reste plus qu'à connaître les erreurs sur la mesure.

De plus, nous n'utilisons pas l'erreur de pseudodistances fournie sous Ergospace<sup>®</sup> de manière directe car dans notre étude nous nous intéressons aux bruits induits par les réflexions des signaux. Nous définissons généralement l'erreur de mesure de pseudodistance comme dans l'équation 3.26. Cette erreur est fonction du décalage d'horloge satellite  $\delta t^s$ , de l'erreur ionosphérique

$I_t^s$ , de l'erreur troposphérique  $T_t^s$ , du retard géométrique induit par les réflexions  $m_t^s$  et du bruit du récepteur  $w_t$ .

$$\epsilon_t^s = c.\delta t_t^s + I_t^s + T_t^s + m_t^s + w_t \quad (3.26)$$

Dans notre étude, nous cherchons à déterminer l'impact des réflexions sur les performances GNSS et plus particulièrement sur la mesure de pseudodistance. Nous considérons donc en simulation que  $\delta t_t^s$ ,  $I_t^s$  et  $T_t^s$  sont connus et donc corrigés. L'erreur sur les pseudodistances peut donc être exprimée comme dans l'équation 3.3.

Cette erreur ne dépend plus que du bruit récepteur et du retard induit par les réflexions des signaux.  $m_t^s$  est donné par la valeur du retard en mètres (*delay*) et  $w_t$  est simulé sous Matlab comme étant un bruit blanc gaussien de variance unitaire.

Par la suite, lorsque nous utiliserons des simulations Ergospace<sup>®</sup> pour tester nos différents algorithmes, l'erreur de pseudodistance sera toujours construite en ajoutant le retard à un bruit blanc gaussien.

### 3.3.6.3 Acquisitions expérimentales

Les données expérimentales ont été acquises avec un récepteur SafeDrive qui contient une puce Ublox. Ce récepteur peut être considéré comme un récepteur "bas de gamme". Les mesures de pseudodistances disponibles sont les mesures de code sur L1 uniquement. Ce type de récepteur montre des erreurs de pseudodistance très importantes car aucun lissage sur les mesures n'est réalisé. De plus, l'antenne utilisée est une antenne patch classique qui n'applique pas non plus de traitement particulier pour filtrer les signaux. Ce récepteur nous permet, enfin, de disposer des mesures brutes nécessaires au positionnement dans les fichiers de sortie telles que les positions des satellites, les mesures de pseudodistances, les mesures Doppler, . . .

Les acquisitions ont été réalisées à Belfort. Une description complète du protocole expérimental est donnée au chapitre 4.6.2.1. Le trajet choisi pour les tests correspond à l'acquisition n°1. La figure 3.28 représente la trajectoire suivie. Les mesures obtenues lors de cette acquisition sont particulièrement de mauvaise qualité comme l'atteste l'erreur moyenne de position qui est d'environ 20 mètres (tableau 4.5 dans le chapitre 4.6.2.1) ou encore les erreurs de pseudodistance (figures 4.18, 4.19 et 4.20 dans le chapitre 4.6.2.1). Ces mauvaises mesures ont pu être provoquées par une période d'initialisation du récepteur mais également par la configuration de l'environnement de propagation particulièrement contraint.

Pour évaluer la performance de la modélisation, nous allons étudier les résultats obtenus sur deux satellites distincts. Tout d'abord le satellite 26 qui, comme le montre son chronogramme en figure 3.29, est un satellite dont les signaux sont principalement reçus en LOS. Nous étudierons également le satellite 9 (chronogramme en figure 3.30) dont les signaux ont des états de réception plus changeant. Les chronogrammes ont été obtenus en considérant qu'un signal reçu avec un  $C/N_0$  inférieur à 40dB-Hz est reçu en NLOS, sinon ce signal est reçu en LOS.

### 3.3.7 Validation des modèles par suivi de densité

Dans cette section, nous proposons de valider l'utilisation des modèles à mélange par suivi de densité. Les modèles testés sont le mélange de gaussiennes (GMM) et les mélanges de Proces-

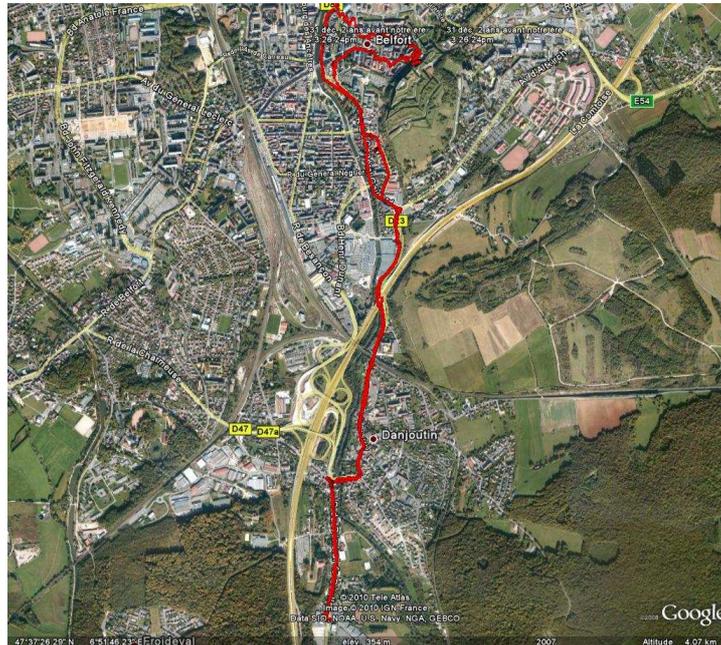


FIGURE 3.28 – Visualisation du parcours de référence de l'acquisition de référence de Belfort ( $47^{\circ}38'20,14''N - 6^{\circ}51'41,27''E$ ).

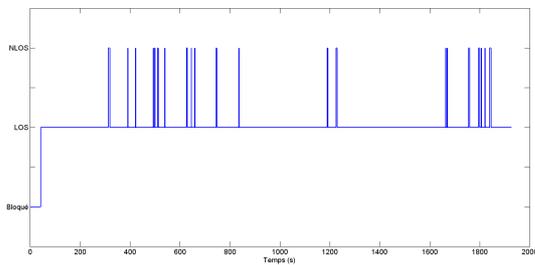


FIGURE 3.29 – Chronogramme de l'état de réception du satellite 26 durant l'acquisition 1 de Belfort.

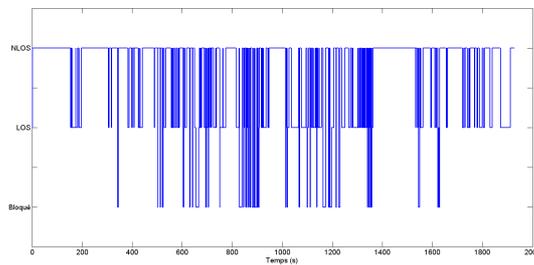


FIGURE 3.30 – Chronogramme de l'état de réception du satellite 9 durant l'acquisition 1 de Belfort.

sus de Dirichlet (DPM). Pour ce faire, nous allons calculer le pourcentage de temps pendant lequel l'erreur de pseudodistance réelle est bien modélisée par le modèle. Par la suite, nous nommerons ce pourcentage comme étant le **pourcentage d'acceptation**. En simulation, nous testons l'erreur de pseudodistance vraie définie par l'équation 3.3 et non le résidu sur la pseudodistance donné par l'équation 3.5.

Pour une loi gaussienne (figure 3.31), nous savons que 68% de la population est comprise entre  $\mu - \sigma$  et  $\mu + \sigma$ , 95% entre  $\mu - 2\sigma$  et  $\mu + 2\sigma$ , et 99.7% entre  $\mu - 3\sigma$  et  $\mu + 3\sigma$ . Or pour une loi inconnue, ce pourcentage ne peut être déterminé a priori (figure 3.32). Par conséquent, pour évaluer les performances de nos modèles, nous allons calculer le pourcentage d'acceptation, c'est-à-dire, vérifier si l'erreur de pseudodistance est bien incluse dans un intervalle  $[\mu - k.\sigma, \mu + k.\sigma]$  avec  $k = \{1, 2, 3\}$ .

Pour tester les différents modèles proposés, nous devons caractériser la moyenne et la variance d'une distribution à mélange dans le cas où  $f(.|\theta)$  est gaussienne. La moyenne d'une dis-

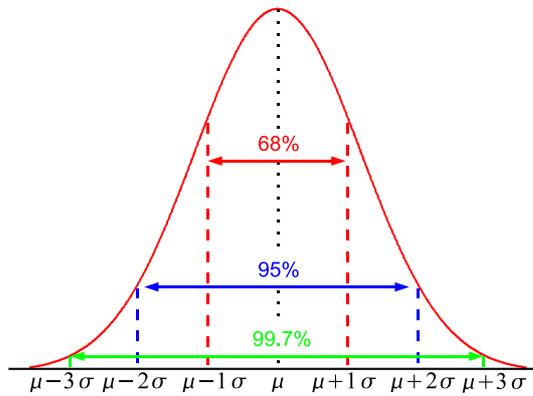


FIGURE 3.31 – Répartition d'une population suivant une loi gaussienne.

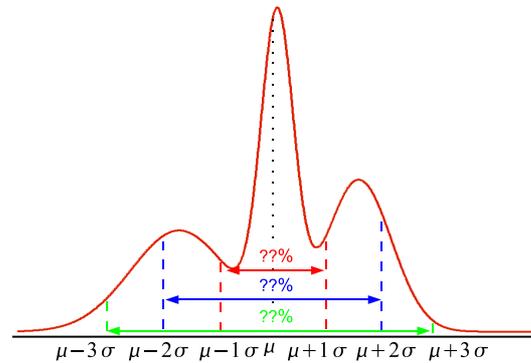


FIGURE 3.32 – Répartition inconnue d'une population suivant une loi à mélange.

tribution à mélange est donnée par :

$$\mu = \sum_{k=1}^N w_k \cdot \mu_k \quad (3.27)$$

Où  $\mu$  est la moyenne du mélange,  $N$  est le nombre de lois mélangées,  $w_k$  sont les poids du mélange et  $\mu_k$  sont les moyennes de chaque loi (ici des lois gaussiennes) composant le mélange.

Et la variance d'une distribution à mélange par :

$$\sigma^2 = \sum_{k=1}^N w_k \cdot (\sigma_k^2 + \mu_k^2) - \mu^2 \quad (3.28)$$

Où  $\sigma^2$  est la variance du mélange et  $\sigma_k^2$  est la variance de chaque loi composant le mélange.

### 3.3.7.1 Comparaison entre le Mélange fini de densités gaussiennes (GMM) et le Mélange de Processus de Dirichlet (DPM)

Dans cette section, l'estimation des densités d'erreur de pseudodistances sera testée à partir de l'algorithme GMM et de l'algorithme DPM. La méthode du pourcentage d'acceptation permettra de quantifier la performance de la méthode. En nous basant sur les valeurs d'acceptation caractéristiques d'un modèle gaussien, nous considérerons que si les valeurs d'acceptation sont très inférieures à celle fixées par le modèle gaussien alors la modélisation testée n'est pas efficace. A l'inverse, si l'acceptation est trop élevée, le modèle testé surestime probablement la distribution d'erreur.

#### Initialisation des algorithmes

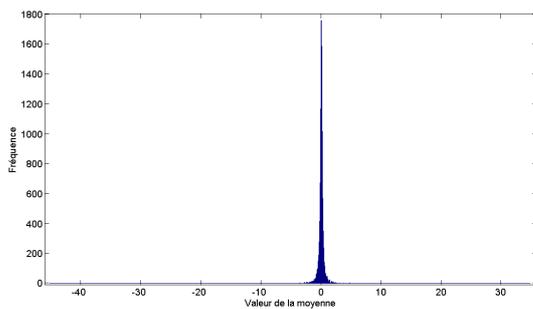
Pour la modélisation GMM, nous avons utilisé un mélange de 2 gaussiennes et une fenêtre temporelle glissante de 40 secondes.

Le nombre de particules utilisées pour les DPM est de 50. Les paramètres des distributions de base  $\mathbb{G}_0$  sont donnés dans le cas d'une réception LOS et NLOS dans le tableau suivant.

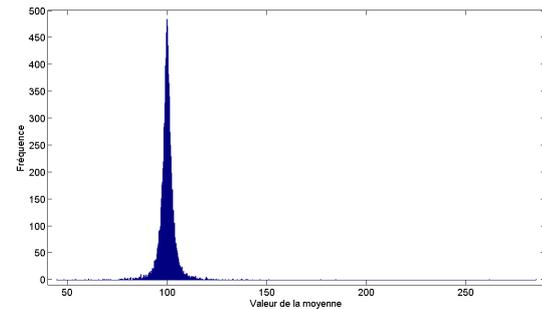
|          | $\alpha$ | $k_0$ | $dof$ | $\Sigma$ | $\mu_0$   |
|----------|----------|-------|-------|----------|-----------|
| cas LOS  | 500      | 2     | 3     | 1        | 0         |
| cas NLOS | 3000     | 1     | 5     | 10       | $res_t^s$ |

TABLE 3.9 – Paramètres des distributions de base  $\mathbb{G}_0$  utilisées dans l'algorithme DPM.

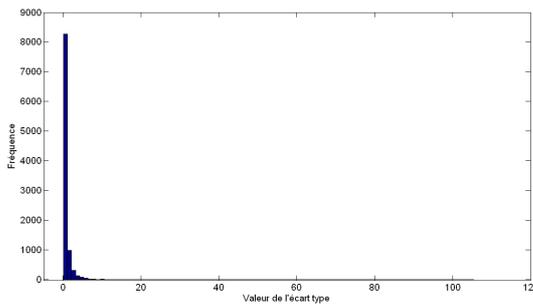
Un exemple des distributions ainsi obtenues est donné sur les figures 3.33(a), 3.33(b), 3.33(c) et 3.33(d). Pour cet exemple, nous avons généré 10000 échantillons à partir des lois normales et inverse Wishart dont les paramètres sont donnés dans le tableau 3.9. On remarque sur les figures 3.33(b) et 3.33(d) que dans le cas NLOS, les distributions choisies sont plus larges aussi bien pour la moyenne que pour l'écart type. Le nombre de valeurs explorées est également plus important dans le cas NLOS.



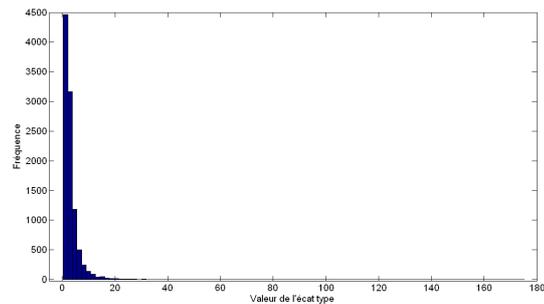
(a) Distribution de la moyenne dans l'état de réception LOS.



(b) Distribution de la moyenne dans l'état de réception NLOS. Pour cet exemple  $res_t^s$  a été fixé à 100.



(c) Distribution de l'écart type dans l'état de réception LOS.



(d) Distribution de l'écart type dans l'état de réception NLOS.

FIGURE 3.33 – Simulation des distributions obtenues avec le paramétrage donné dans le tableau 3.9. Pour cet exemple, nous avons fixé  $res_t^s = 100$ .

### Résultats obtenus sur données de simulation

Nous commencerons par examiner les résultats obtenus avec une modélisation GMM sur données de simulation. La figure 3.34 représente les résultats pour le satellite 18 et les figures 3.35 et 3.36 les résultats pour le satellite 13 sur la simulation Ergospace. Les figures 3.34 et 3.35

correspondent à une réception continue en LOS et la figure 3.36 à une partie du trajet où les signaux sont reçus dans des états multiples. Nous comparons la modélisation à l'erreur vraie de pseudodistance car ces données sont des données de simulation et l'erreur vraie est connue.

Le satellite 18 est un satellite dont les signaux, au cours de cette simulation, sont reçus uniquement en LOS. Le bruit a donc été strictement simulé comme étant un bruit blanc gaussien. La modélisation par GMM est satisfaisante pour ce genre de bruit puisque une enveloppe stable englobe l'erreur vraie de pseudodistance. Les résultats pour la figure 3.34 sont donnés pour un niveau  $1\sigma$ , il est donc normal qu'un certain nombre de pics d'erreur ne soient pas compris dans l'enveloppe. Toutefois, il ne faut pas non plus que le pourcentage de mauvaise modélisation soit trop important. Nous vérifierons le pourcentage de modélisation par la suite grâce au tableau 3.10.

Maintenant, nous allons nous intéresser aux résultats de modélisation obtenus pour le satellite 13 dont les signaux sont reçus dans différents états de réception (figures 3.35 et 3.36). La figure 3.35 correspond à une partie du trajet où les signaux sont reçus en LOS. Toutefois, avant l'instant 255, ces signaux ont également été reçus en NLOS impliquant une erreur de pseudodistance plus élevée. La modélisation par GMM est cette fois moins adaptée. En effet, même si l'erreur de pseudodistance est totalement comprise dans la modélisation, cette modélisation est surestimée car l'enveloppe est beaucoup plus large. Ceci est provoqué par le fait que l'on observe les erreurs de pseudodistances dans une fenêtre temporelle. La figure 3.36 correspond à une partie du trajet où les signaux en provenance du satellite 13 sont principalement reçus en NLOS mais peuvent également être reçus en LOS ou être bloqués. Sur cette partie du trajet, la modélisation par GMM n'est pas satisfaisante, en effet de nombreux pics d'erreur, entre les instants 40 et 80, ne sont pas englobés dans la modélisation. Cette mauvaise modélisation est encore due à la fenêtre d'observation. En effet, ces pics d'erreur sont soudains et apparaissent après une période de réception LOS. Les premiers pics n'ont donc pas assez de poids dans la fenêtre temporelle pour être modélisés correctement. Les suivants, entre les instants 80 et 130, sont englobés dans la modélisation car les signaux sur cette partie sont reçus majoritairement en NLOS ou alors sont bloqués.

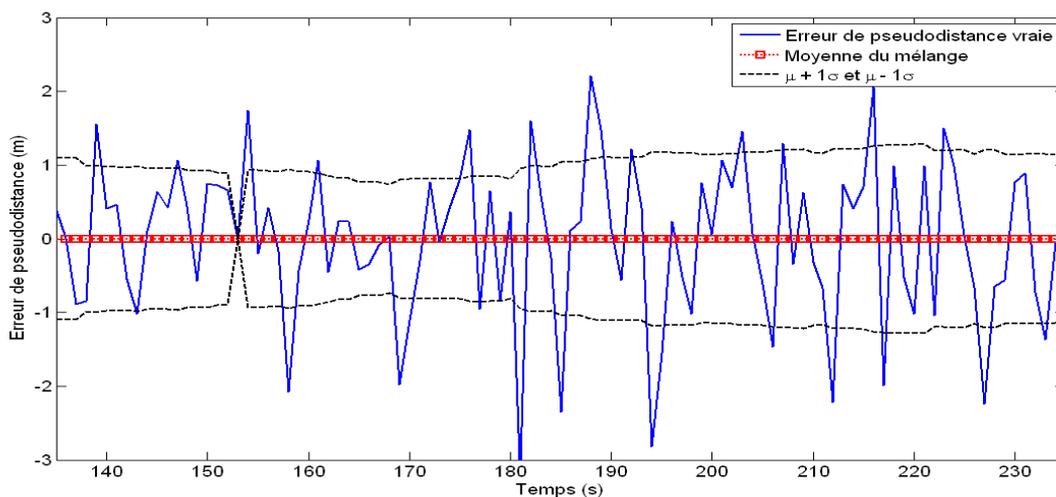


FIGURE 3.34 – Résultats du suivi de densité pour l'algorithme GMM à  $1\sigma$  pour le satellite 18 qui est toujours reçu en LOS. Deux gaussiennes ont été utilisées pour réaliser le mélange et la fenêtre temporelle a une largeur de 40 secondes.

La première conclusion que nous pouvons tirer de ces résultats est que la modélisation par mélange de gaussiennes donne des résultats intéressants lorsque l'état de réception est stable.

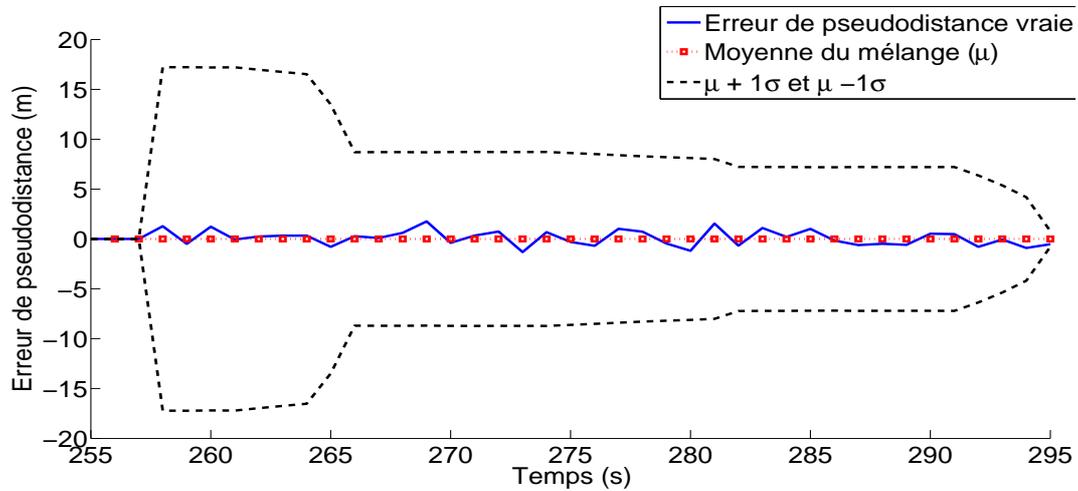


FIGURE 3.35 – Résultats du suivi de densité pour l'algorithme GMM à  $1\text{-}\sigma$  pour le satellite 13 pour une partie LOS. Deux gaussiennes ont été utilisées pour réaliser le mélange et la fenêtre temporelle a une largeur de 40 secondes.

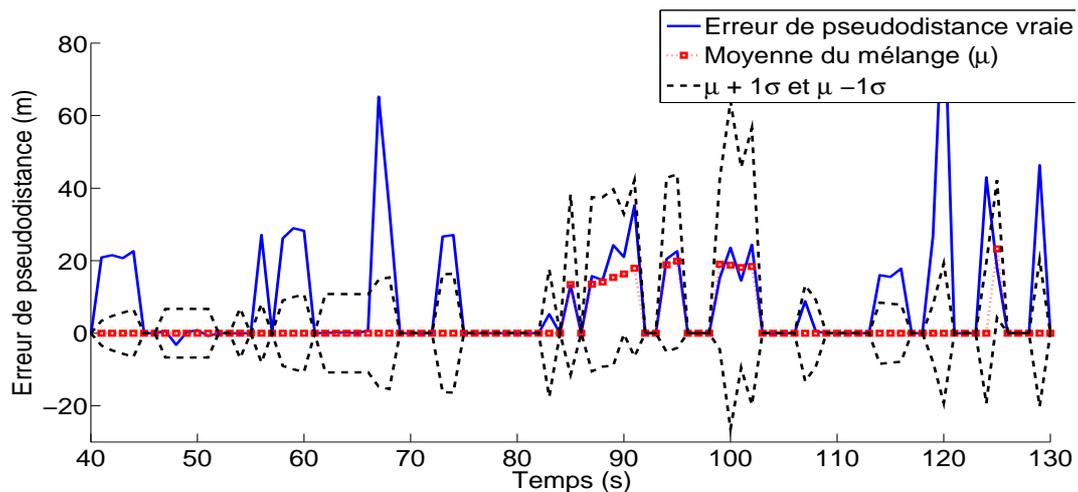


FIGURE 3.36 – Résultats du suivi de densité pour l'algorithme GM à  $1\text{-}\sigma$  pour le satellite 13 pour une partie NLOS. Deux gaussiennes ont été utilisées pour réaliser le mélange et la fenêtre temporelle a une largeur de 40 secondes.

Dans le cas contraire, la modélisation est soit surestimée, soit défailante.

Les figures 3.37, 3.38 et 3.39(b) comparent la vraie erreur de pseudodistance aux paramètres de loi estimés par le DPM pour les satellites 18 et 13 sur la simulation Ergospace et selon des cas de réception différents.

En présence d'un bruit blanc gaussien (figures 3.37 et 3.39(b)), les DPM estiment efficacement la densité d'erreur de pseudodistance pour le satellite 18. En effet, la majorité de l'erreur de pseudodistance est effectivement incluse dans la représentation à  $1\text{-}\sigma$  et l'enveloppe a majoritairement des valeurs proches de l'erreur. Cette modélisation montre également une variabilité plus importante que le mélange de gaussiennes. Toutefois, la modélisation surestime de manière

ponctuelle la distribution des erreurs de pseudodistance. Cette surestimation, dans une partie du trajet où le signal est reçu en LOS, est due au problème évoqué en section 3.3.5, c'est-à-dire, le problème d'oubli des clusters.

En présence d'un bruit non stationnaire, les DPM s'adaptent immédiatement à la meilleure densité comme montré sur la figure 3.39(b). Nous rappelons ici une partie du chronogramme du satellite 13 (figure 3.39(a)) pour pouvoir interpréter les résultats. La partie de la simulation, où le bruit est blanc gaussien, est aussi bien estimée que la partie composée de signaux réfléchis. Dans ce dernier cas la valeur de la variance est plus large. La variabilité de la modélisation est également présente pour la partie NLOS.

Nous pouvons tirer de premières conclusions sur la modélisation DPM et également sur la comparaison entre les deux modèles. Premièrement, la modélisation DPM s'adapte automatiquement au changement d'état de réception contrairement au GMM qui nécessite d'un temps d'adaptation. Puis la modélisation DPM génère de la variabilité dans la modélisation. Cependant, le non-oubli des clusters peut s'avérer être gênant. Pour résoudre ce problème, nous pourrions ajouter une étape d'oubli comme cela a été montrée dans [Car06]. Toutefois, même en considérant la version actuelle de la modélisation, dans le cas de non-stationnarité des bruits, la modélisation par DPM des erreurs de pseudodistances semble la plus indiquée.

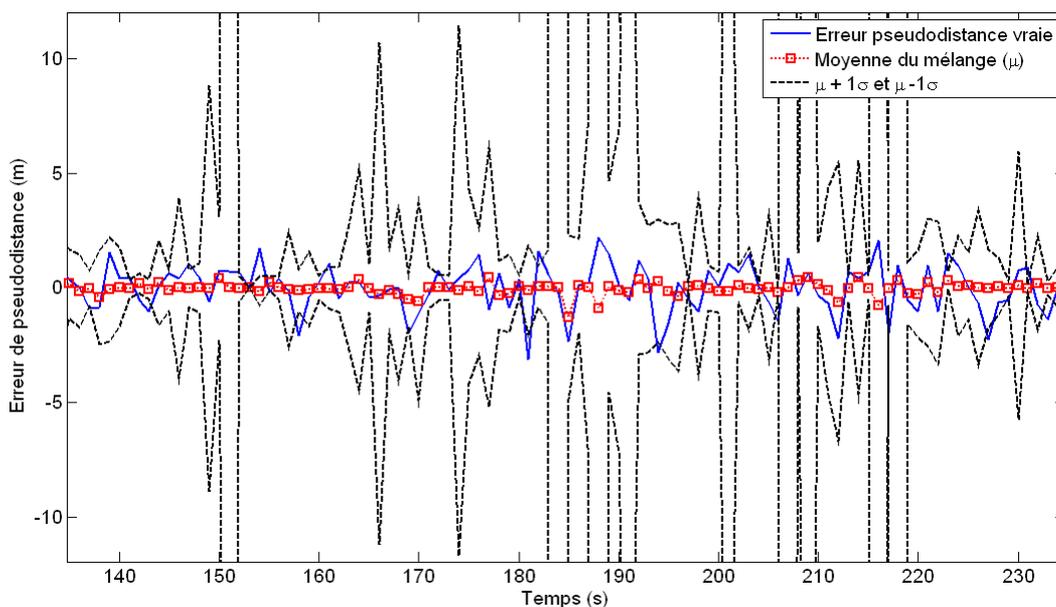


FIGURE 3.37 – Résultats du suivi de densité pour l'algorithme DPM à  $1\text{-}\sigma$  pour le satellite 18 pour une partie LOS.

Le tableau 3.10 donne les pourcentages d'acceptation pour les algorithmes DPM et GMM selon plusieurs niveaux  $\sigma$ , c'est-à-dire, le pourcentage de temps pendant lequel l'erreur de pseudodistance est incluse dans la modélisation.

Le pourcentage d'acceptation est plus élevé pour les DPM quel que soit le niveau de  $\sigma$  ou le satellite testé et cela malgré la variabilité de la solution. Cette meilleure modélisation des DPM par rapport au GMM est surtout visible sur les résultats à  $1\sigma$  avec une hausse minimale de près de 10%. De plus, pour le satellite 18, l'algorithme GMM n'atteint pas les 68% d'acceptation à  $1\sigma$  ce

qui veut dire qu'à  $1\sigma$  la modélisation n'est pas adaptée. Ce pourcentage est plus élevé pour un bruit non-stationnaire car dans ce cas l'algorithme GMM surestime les parties où les signaux sont reçus en LOS comme sur la figure 3.35. De plus, nous avons remarqué que dans le cas d'une réception NLOS, les variations soudaines et ponctuelles ne sont pas correctement détectées et estimées par cet algorithme. Pour les DPM, ce problème n'existe pas car l'algorithme fonctionne de manière séquentielle avec une dépendance moins importante aux mesures antérieures. De plus, les pourcentages d'acceptation sont suffisants pour dire que les erreurs de pseudodistance appartiennent bien à la distribution estimée.

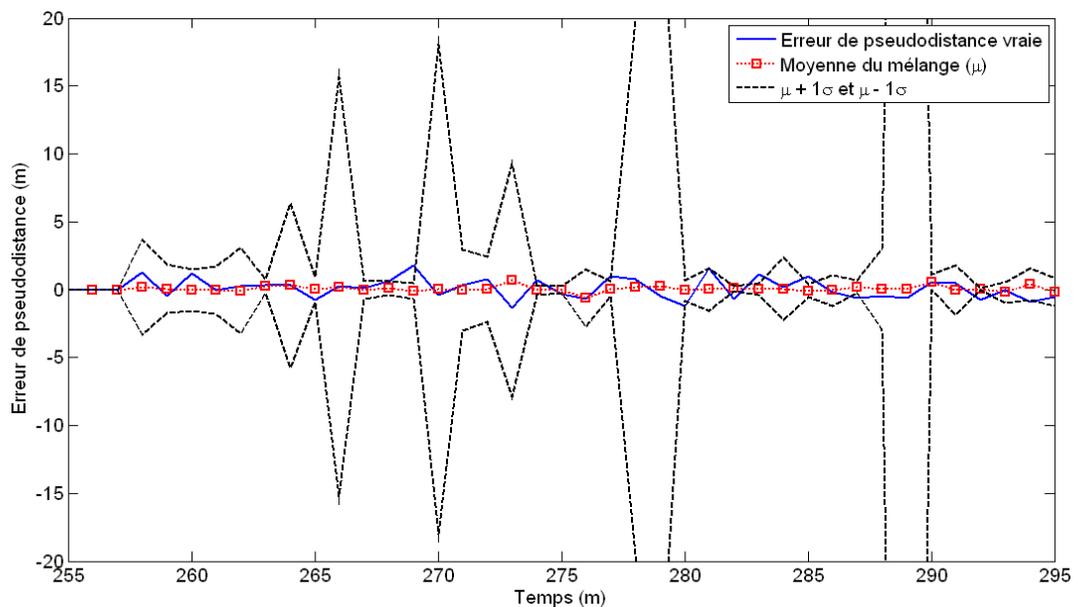


FIGURE 3.38 – Résultats du suivi de densité pour l'algorithme DPM à  $1\sigma$  pour le satellite 13 pour une partie LOS.

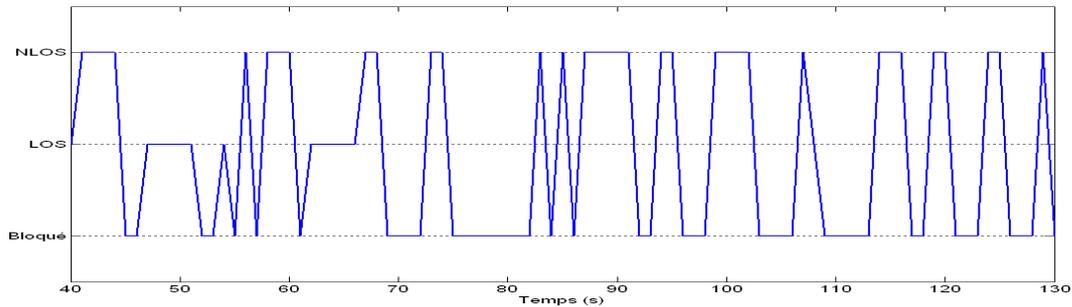
Ces résultats confirment donc que le modèle DPM est plus efficace pour caractériser les densités d'erreur de pseudodistances pour des bruits non stationnaires.

### Résultats obtenus sur données réelles

Dans cette partie, nous allons tester la modélisation des erreurs de pseudodistance sur données réelles. Nous étudierons les résultats obtenus pour les satellites 26 et 9. Les données expérimentales sont décrites dans la section 3.3.6.3.

En utilisant les données réelles, l'erreur vraie de pseudodistance n'est pas connue. C'est pourquoi pour évaluer les modélisations, nous emploierons l'estimation de cette erreur appelée résidu. Nous évaluerons donc les modèles par rapport aux résidus donnés par le récepteur Safedrive et aux résidus calculés. Les résidus calculés sont ceux utilisés dans la modélisation.

Les résultats de modélisation pour l'algorithme GMM sont données par les figures 3.40 et 3.41.



(a) Chronogramme du satellite 13 correspondant aux résultats montrés sur la figure 3.39(b).

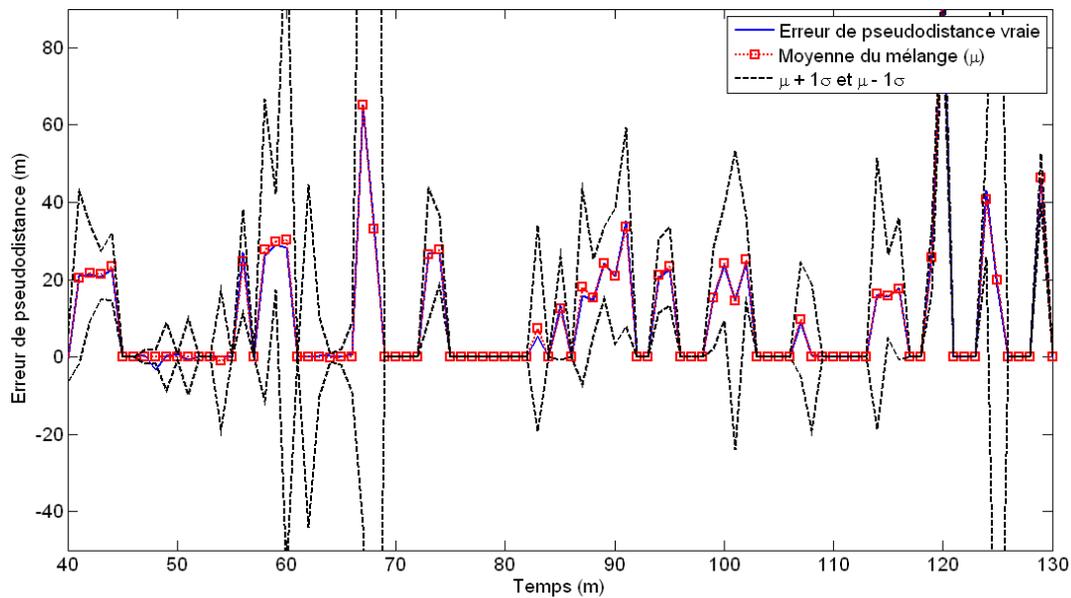
(b) Résultats du suivi de densité pour l'algorithme DPM à  $1\text{-}\sigma$  pour le satellite 13 pour une partie NLOS.

FIGURE 3.39 – Résultat du suivi de densité pour le modèle DPM et chronogramme de l'état de réception pour le satellite 13.

Le satellite 26 est un satellite dont le signal peut être supposé principalement reçu en LOS. Avec le GMM, les résidus calculés sont correctement modélisés. La modélisation est moins efficace pour les résidus mesurés qui sont plus variables comme le montre la figure 3.40 entre les instants 325 et 350. L'erreur moyenne est comprise entre 0 et -1 et est stable dans le temps.

Le satellite 9 est un satellite dont le signal change d'état de réception dans le temps. Comme le montre la figure 3.41, la modélisation GMM est ici moins efficace. En effet, de nombreuses variations de l'erreur de pseudodistance ne sont pas modélisées à temps comme entre les instants 130 et 140. L'erreur moyenne est comprise entre 0 et -20.

Pour les DPM, le nombre de particules est de 20 et le paramétrage de l'algorithme est identique à celui donné dans le tableau 3.9 dans le cas NLOS. Pour le cas LOS, le paramétrage est donné par le tableau 3.11.

Les résultats de modélisation pour l'algorithme DPM sont données par les figures 3.42 et 3.43.

Pour le satellite 26, la modélisation est cohérente aussi bien pour les résidus mesurés que

|  | 1- $\sigma$ | 2- $\sigma$ | 3- $\sigma$ |
|--|-------------|-------------|-------------|
| Tracking par DPM pour un bruit non-stationnaire (satellite 13) | 85,52%      | 93,26%      | 96,38%      |
| Tracking par GMM pour un bruit non-stationnaire (satellite 13) | 76,26%      | 88,09%      | 90,90%      |
| Tracking par DPM pour un bruit blanc gaussien (satellite 18)   | 82,82%      | 93,43%      | 97,81%      |
| Tracking par GMM pour un bruit blanc gaussien (satellite 18)   | 65,32%      | 87,54%      | 92,76%      |

TABLE 3.10 – Efficacité du suivi de densité d’erreur de pseudodistances par les méthodes DPM et GMM selon plusieurs niveaux  $\sigma$ .

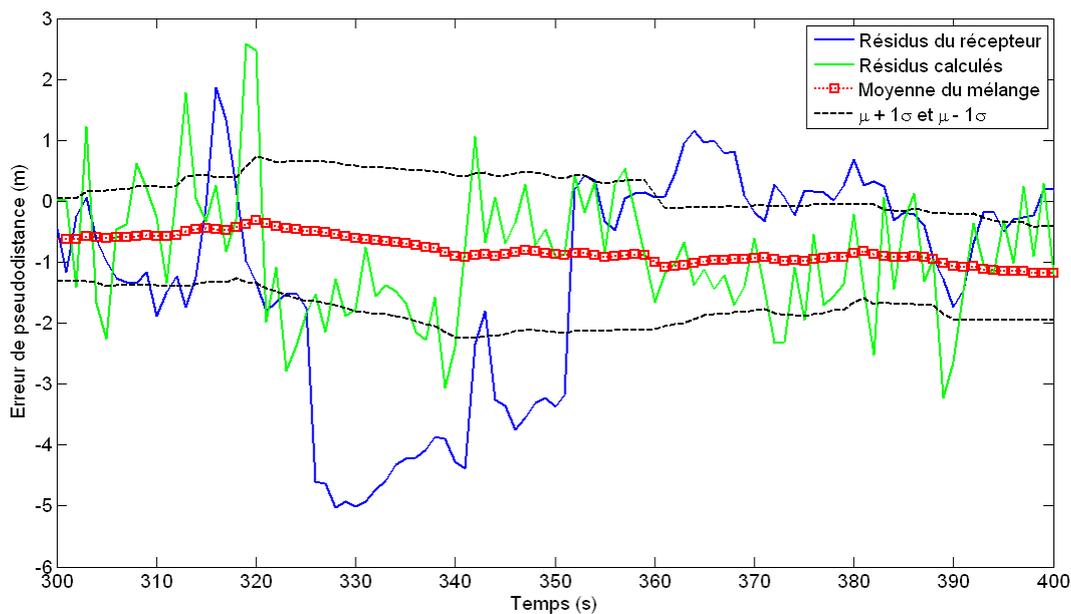


FIGURE 3.40 – Résultats du suivi de densité sur données réelles pour l’algorithme GMM à 1- $\sigma$  pour le satellite 26 pour une partie majoritairement LOS.

|         | $\alpha$ | $k_0$ | $dof$ | $\Sigma$ | $\mu_0$   |
|---------|----------|-------|-------|----------|-----------|
| cas LOS | 500      | 0,1   | 10    | 1        | $res_t^s$ |

TABLE 3.11 – Paramètres de la distribution de base  $\mathbb{G}_0$  de l’algorithme DPM pour le cas LOS sur données réelles.

les résidus calculés. Ceci est dû à la variabilité du modèle.

Pour le satellite 9, la modélisation est également cohérente pour les résidus calculés. En

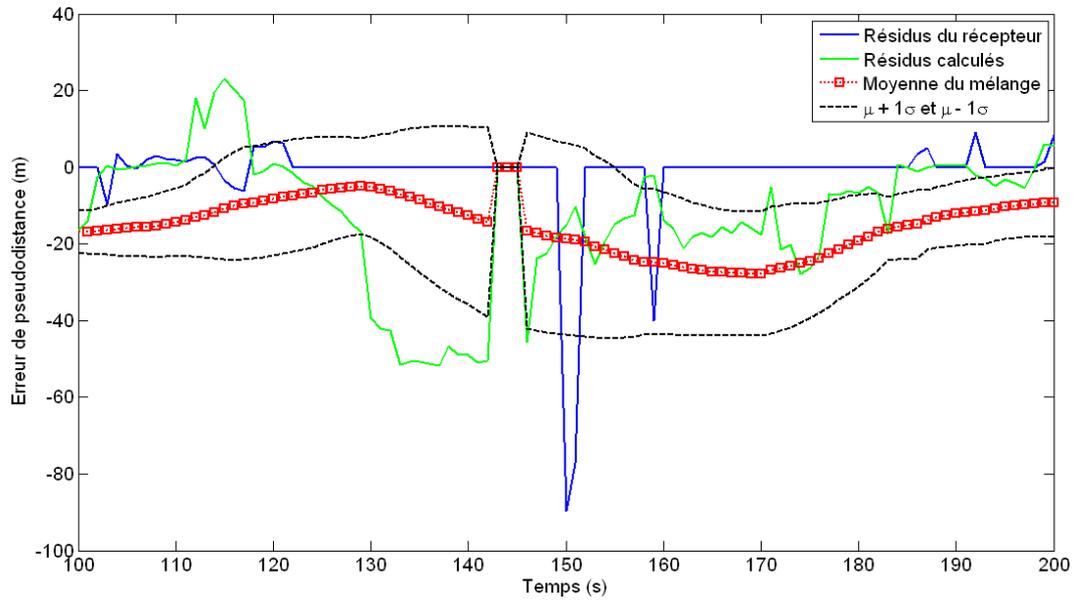


FIGURE 3.41 – Résultats du suivi de densité sur données réelles pour l’algorithme GMM à  $1\text{-}\sigma$  pour le satellite 9 pour une partie où l’état de réception est changeant.

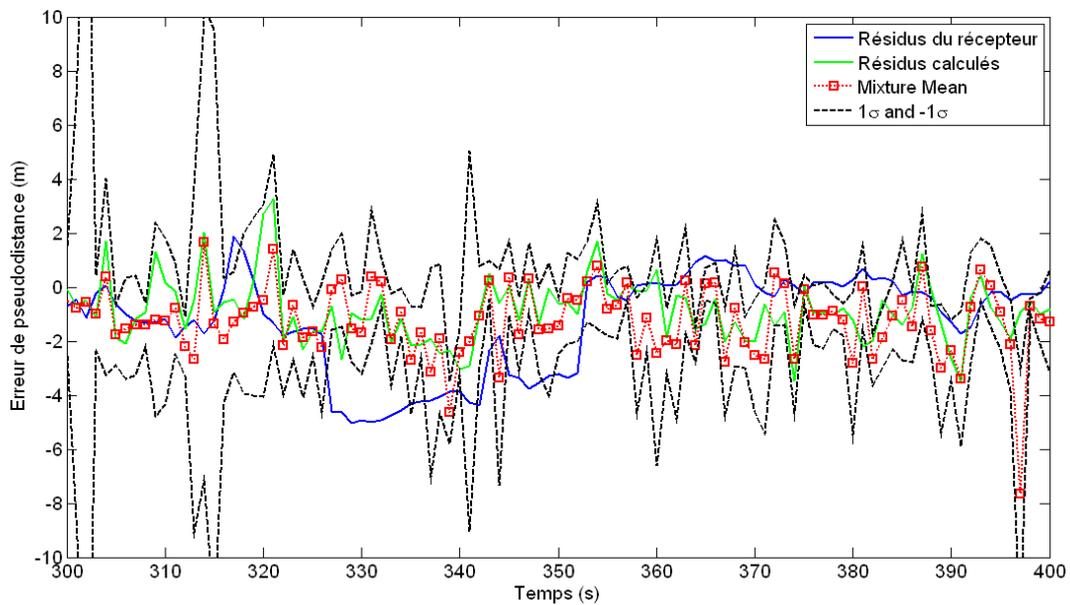


FIGURE 3.42 – Résultats du suivi de densité sur données réelles pour l’algorithme DPM à  $1\text{-}\sigma$  pour le satellite 26 pour une partie majoritairement LOS.

effet, la majorité des résidus est incluse dans le modèle à  $1\sigma$ <sup>8</sup>.

8. Sur les figures 3.41 et 3.43, les résidus mesurés pour le satellite 9 sont parfois égaux à 0. Ceci veut dire que les résidus ne sont pas calculés. Si le récepteur ne les calcule pas, c’est que ces mesures certains critères qualitatifs sur le signal sont probablement trop dégradés.

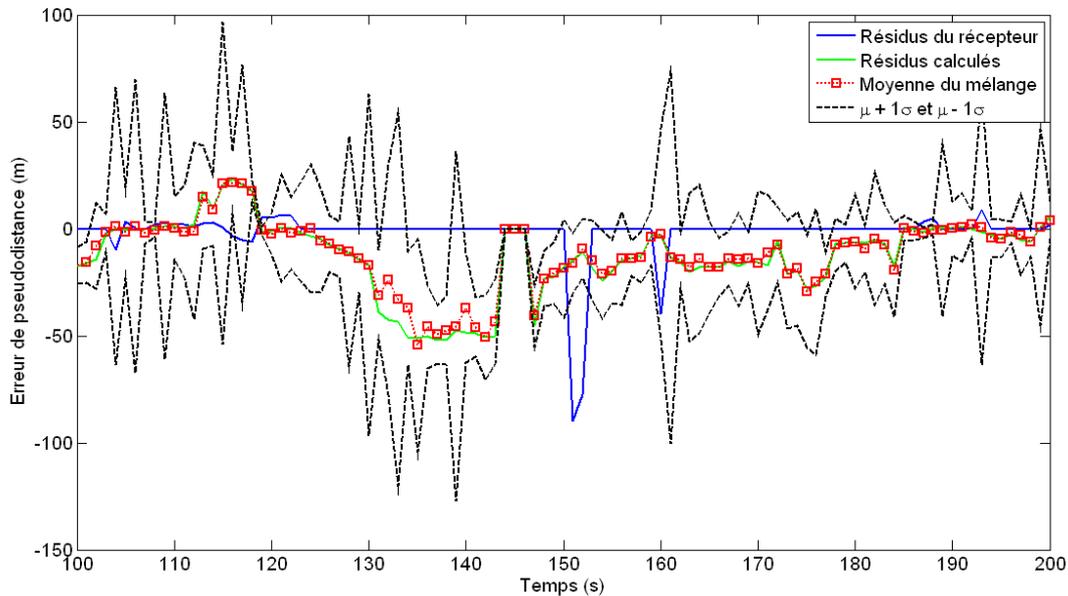


FIGURE 3.43 – Résultats du suivi de densité sur données réelles pour l’algorithme DPM à  $1-\sigma$  pour le satellite 9 pour une partie où l’état de réception est changeant.

Le tableau 3.12 donne le pourcentage d’acceptation pour chaque modèle et pour les deux satellites testés. La modélisation par DPM donne les pourcentages d’acceptation les plus élevés par rapport à l’algorithme GMM, aussi bien pour les résidus calculés que pour les résidus mesurés. Toutefois, les pourcentages du DPM sont trop élevés pour le satellite 9, ce qui veut dire la modélisation surestime probablement la distribution des erreurs de pseudodistances dans le cas NLOS.

|                                    | $1 - \sigma$           | $2 - \sigma$           | $3 - \sigma$           |
|------------------------------------|------------------------|------------------------|------------------------|
| Suivi par DPM pour le satellite 9  | 88,66%(r)<br>97,51%(c) | 97,80%(r)<br>99,76%(c) | 99,25%(r)<br>100%(c)   |
| Suivi par GM pour le satellite 9   | 70,70%(r)<br>63,33%(c) | 89,94%(r)<br>87,29%(c) | 93,57%(r)<br>95,54%(c) |
| Suivi par DPM pour le satellite 26 | 65,82%(r)<br>75,25%(c) | 89,13%(r)<br>94,21%(c) | 96,18%(r)<br>98,21%(c) |
| Suivi par GM pour le satellite 26  | 60,68%(r)<br>63,23%(c) | 89,94%(r)<br>87,29%(c) | 94,81%(r)<br>96,73%(c) |

TABLE 3.12 – Efficacité du suivi de densité d’erreur de pseudodistance par les méthodes DPM et GM sur données réelles selon plusieurs niveaux  $\sigma$ . Les résultats sont donnés pour les résidus estimés par le récepteur (r) et pour les résidus calculés dans l’algorithme (c).

Pour conclure sur la modélisation des erreurs de pseudodistance mesurées en environnement réel, le modèle DPM donne cette fois encore les meilleurs résultats même si pour le cas d’une réception NLOS les paramètres sont encore à affiner.

### 3.4 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons abordé la modélisation des erreurs de pseudodistance et proposé différents modèles pouvant être envisagés.

Nous avons tout d'abord repris la problématique de la caractérisation de l'environnement proche et de la modélisation des erreurs de pseudodistance. Ainsi nous avons défini le contexte de réception des signaux en environnement urbain. Notre approche se base sur une modélisation des signaux en simulation par la méthode du lancer de rayon. Nous considérons alors trois états de réception des signaux qui sont l'état direct (LOS), l'état alterné (NLOS) et l'état bloqué. Nous avons également proposé une détection de l'état alterné de manière expérimentale basée sur la valeur du  $C/N_0$ .

Dans un deuxième temps, nous nous sommes attachés à définir l'erreur de pseudodistance dans de tels environnements (urbain, urbain dense, canyon, etc) et à valider les hypothèses de départ :

- Lorsque le signal est reçu en LOS, les erreurs de pseudodistances suivent un modèle simple, et plus précisément un modèle blanc gaussien.
- Ce modèle n'est plus adapté lorsque le signal est reçu en NLOS.
- Les erreurs de pseudodistances ne peuvent être considérées comme stationnaires sur une longue période d'observation et particulièrement lorsque la propagation des signaux est perturbée.

Pour valider ces hypothèses, nous avons utilisé des données expérimentales réelles. Dans une première étude basée sur des tests statistiques, nous avons montré que l'hypothèse d'un bruit d'observation gaussien ne peut être valide que lors d'une réception des signaux en LOS. Pour une réception NLOS, les modèles à mélange sont plus performants. Cependant, nous avons également montré que les erreurs de pseudodistances ne peuvent pas être observées sur une durée trop importante. Après une mise en évidence, à partir d'expérimentations, de la non-stationnarité du signal lorsque l'état de réception change, nous proposons deux modèles pour la modélisation des erreurs de pseudodistances qui sont le mélange fini de gaussiennes (GMM) et le mélange de processus de Dirichlet (DPM). Toutefois pour les deux algorithmes, une étape de paramétrage est nécessaire. En effet, une adaptation des modèles est utilisée en fonction de l'état de réception des signaux.

Ces deux modélisations ont ensuite été définies, puis testées sur données simulées sous un logiciel de lancer de rayon et sur données réelles acquises avec un récepteur faible coût. En comparant ces deux modélisations, nous avons montré que les GMM sont moins adaptés pour modéliser la distribution des erreurs de pseudodistances alors que les DPM sont beaucoup plus précis. Les GMM sont moins performants car lorsque l'état de réception change, l'erreur de pseudodistance devient non-stationnaire et dans ce cas les brusques variations de l'erreur ne sont pas englobées dans la modélisation. Si le paramétrage des algorithmes est satisfaisant avec les données de simulation, une adaptation de ces paramètres est encore nécessaire pour les données réelles et particulièrement pour le cas NLOS de l'algorithme DPM.

Cette modélisation des erreurs de pseudodistances est ensuite utilisée pour estimer la position du récepteur grâce à une approche basée sur le filtrage particulière. Cette approche est décrite dans le chapitre suivant.



## Chapitre 4

# Estimation conjointe des bruits d'observation et de la position GNSS

### Sommaire

---

|            |  |            |
|------------|--|------------|
| <b>4.1</b> | <b>Introduction</b> . . . . .  | <b>129</b> |
| 4.1.1      | Approche proposée . . . . .  | 130        |
| 4.1.2      | Apports et positionnements . . . . .   | 130        |
| <b>4.2</b> | <b>Estimation de la position utilisant une modélisation du bruit d'observation par mélanges finis de gaussiennes</b> . . . . . | <b>130</b> |
| 4.2.1      | Chaîne de Markov . . . . .   | 130        |
| 4.2.2      | Modèle à Sauts de Markov . . . . .   | 131        |
| 4.2.3      | Prise en compte de l'application GNSS . . . . .  | 132        |
| 4.2.4      | Algorithme . . . . .   | 134        |
| <b>4.3</b> | <b>Estimation de la position utilisant une modélisation du bruit d'observation par DPM</b> . . . . .                           | <b>135</b> |
| 4.3.1      | Filtre particulière Rao-Blackwellisé pour l'utilisation de modèles dynamiques . . . . .  | 136        |
| 4.3.2      | Algorithme . . . . .   | 136        |
| <b>4.4</b> | <b>Discussion sur le saut de moyenne</b> . . . . .   | <b>136</b> |
| <b>4.5</b> | <b>Evaluation de la performance de positionnement</b> . . . . .  | <b>136</b> |
| 4.5.1      | Définitions des critères employés . . . . .  | 137        |
| 4.5.2      | Cas particulier de l'erreur de position avec données réelles . . . . .   | 138        |
| 4.6.1      | Données de test simulées . . . . .   | 146        |
| 4.6.2      | Données de test réelles . . . . .  | 152        |
| 4.6.3      | Etude sur la complexité algorithmique . . . . .  | 161        |
| <b>4.7</b> | <b>Conclusion</b> . . . . .  | <b>163</b> |

---

### 4.1 Introduction

Dans ce chapitre, nous donnerons deux versions d'algorithmes permettant l'estimation conjointe des bruits de mesures et du vecteur d'état. Le premier algorithme utilise les systèmes à sauts de Markov et une modélisation par mélange fini de gaussiennes. Le second utilise une approche plus séquentielle grâce aux mélanges de processus de Dirichlet.

### 4.1.1 Approche proposée

L'approche proposée dans ce chapitre est d'estimer conjointement au vecteur d'état les paramètres caractérisant la modélisation du bruit. La modélisation du bruit se fera soit par mélange fini de gaussiennes, soit par mélange de processus de Dirichlet. La méthode de filtrage utilisée est le filtre particulaire rao-blackwellisé puisque nous pouvons décomposer notre vecteur d'états en deux composantes distinctes. La première composante est constituée des paramètres permettant de décrire la distributions des erreurs de pseudodistance  $\theta_{t,1:S} = \{\mu_{t,1:S}, \sigma_{t,1:S}^2\}$ , où  $t$  est le temps et  $1 : S$  est l'ensemble des satellites visibles à l'instant  $t$ . La deuxième composante du vecteur d'état  $x_t$  est constituée des variables de position (position, vitesse, biais d'horloge et dérive du biais d'horloge). Cette deuxième composante est estimée conditionnellement à la première et pourra donc être nommée  $x_t(\theta_{t,1:S})$ <sup>9</sup>.

Dans la première partie de ce chapitre, nous proposerons les différents algorithmes de positionnement. La deuxième partie de ce chapitre sera consacrée à l'évaluation de ces méthodes. Le positionnement sera fait à partir de données simulées et données réelles.

### 4.1.2 Apports et positionnements

Par rapport aux travaux de [Car06], nous nous plaçons dans un contexte spécifique qui est le positionnement par satellites. Ici, nous considérons chaque satellite comme un capteur différent faisant partie du système de fusion. Les modes des capteurs peuvent donc être différents pour chaque signal reçu. De plus, les spécificités des systèmes GNSS ont été intégrées aux différents algorithmes.

Par rapport aux travaux de [Nah09], nous proposons l'emploi des DPM dans la solution de navigation. De plus, l'algorithme à saut de Markov développé est réactualisé en fonction des observations récentes et nous proposons l'intégration de paramètres dynamiques pour l'estimation de l'état de réception.

## 4.2 Estimation de la position utilisant une modélisation du bruit d'observation par mélanges finis de gaussiennes

Le premier algorithme développé est un système à sauts de Markov utilisant une modélisation des bruits de pseudodistances par mélange fini de gaussiennes. Dans cette section, nous rappellerons en premier lieu le principe des systèmes à sauts de Markov. Puis nous proposerons des évolutions de la méthode. Ces adaptations ont pour but de rendre la méthode plus efficace lors de son application au positionnement GNSS. Enfin, nous proposerons un algorithme adapté.

### 4.2.1 Chaîne de Markov

Soit  $S$  un espace d'état fini et  $p$  une probabilité sur  $S$  tels que  $p = (p_x, x \in S)$  soit un ensemble de probabilité  $0 \leq p_x \leq 1, x \in S$  et  $\sum_{x \in S} p_x = 1$ .

9. Par la suite, l'écriture  $\theta_{t,1:S}$  sera simplifiée par  $\theta_t$ .

Une chaîne de Markov (CM) à temps discret sur  $S$  est une séquence de variables aléatoires  $X_k, k \geq 0$  qui vérifie pour tout instant  $k$  et pour tout événement  $x_k \in S$  l'équation 4.1. Ceci signifie que pour la prédiction de  $X_{k+1}$  seule la connaissance de l'état précédent  $X_k$  est nécessaire.

$$P(X_{k+1} = x_{k+1} | X_0 = x_0, \dots, X_k = x_k) = P(X_{k+1} = x_{k+1} | X_k = x_k) \quad (4.1)$$

La probabilité  $P(X_{k+1} = x_{k+1} | X_k = x_k) = p_{x_k x_{k+1}}$  telle que  $x_k, x_{k+1} \in S$  est appelée probabilité de transition de l'état  $x_k$  à l'état  $x_{k+1}$ .  $p_0 = P(X_0 = x_0)$  est appelée la loi initiale de la CM  $X$ .

Une CM est totalement définie par sa matrice de transition et sa loi initiale. La distribution de probabilité d'une chaîne  $X_k$  peut être définie à partir d'une matrice de transition  $M$  et d'une loi initiale  $p$  de la manière suivante :

$$P(X_0 = x_0, \dots, X_k = x_k) = p_{x_0} M_{x_0 x_1} \dots P_{x_{k-1} x_k} \quad (4.2)$$

Où  $P_{x_{k-1} x_k}$  sont les coefficients de  $M$  et sont égaux à la probabilité de transition de l'état  $x_k$  à  $x_{k+1}$ .

Dans la pratique, ces coefficients sont calculés de la manière suivante :

$$P_{x,y} = \frac{N_{x,y}}{N_x} \quad (4.3)$$

Où  $N_{x,y}$  est le nombre de transitions de l'état  $x$  à l'état  $y$  et  $N_x$  est le nombre de passages à l'état  $x$ .

Soit  $\alpha_k = [P(X_k = x_0), \dots, P(X_k = x_s)]^T$  le vecteur de probabilité avec  $x_0, \dots, x_s$  l'ensemble des états possibles, alors  $\alpha_k$  peut être estimé par une chaîne de Markov en utilisant l'équation suivante :

$$\alpha_k = M \alpha_{k-1} \quad (4.4)$$

## 4.2.2 Modèle à Sauts de Markov

Dans de nombreuses applications basées sur l'emploi de capteurs, les systèmes dynamiques non-linéaires peuvent être caractérisés par plusieurs modes de fonctionnement possibles de ces capteurs [RSG04]. Ce type de problème peut être résolu en utilisant un modèle à sauts. Par définition, un modèle à sauts est un modèle pouvant commuter d'un modèle statistique à un autre [Car06]. Un modèle à sauts utilise une variable discrète,  $c_t = \{1, \dots, K\}$ , qui pilote une banque de  $K$  modèles statistiques.

La modélisation d'état d'un système linéaire peut alors être reformulée en introduisant  $c_t$  le mode de fonctionnement du capteur à l'instant  $t$  de la manière suivante :

$$\begin{cases} X_t = F_{t-1}(c_t)X_{t-1} + v_{t-1}(c_t) \\ Z_t = H_t(c_t)X_t + w_t(c_t) \end{cases} \quad (4.5)$$

Où  $v_{t-1}(c_t)$  et  $w_t(c_t)$  ont pour matrices de covariance respectives  $Q_{t-1}(c_t)$  et  $R_t(c_t)$ .

Il existe différents types de modèle à sauts, de même qu'il existe plusieurs manières de considérer  $c_t$ . En effet,  $c_t$  peut soit être considérée comme indépendante des valeurs précédentes, soit dépendante. Dans le deuxième cas, les  $c_t$  peuvent être modélisées par une chaîne de Markov et le modèle à sauts s'appelle alors un modèle à sauts de Markov ou JMS (Jump Markov System). Cette solution est celle que nous avons choisi pour notre étude.

### 4.2.3 Prise en compte de l'application GNSS

En appliquant le modèle à sauts de Markov aux GNSS, nous devons adapter l'algorithme aux spécificités de ce système. Tout d'abord, chaque satellite est considéré comme un capteur à part entière ayant donc un mode indépendant des autres satellites. Toutes les étapes du modèle devront donc être calculées spécifiquement pour chaque satellite. De plus, le mode de fonctionnement de chaque satellite n'impacte que sur le modèle d'observation et plus particulièrement sur la modélisation des bruits. Enfin, notre objectif est de positionner un véhicule dans un environnement complexe évoluant au cours du temps. Il est donc nécessaire d'adapter la méthode par rapport à l'environnement courant.

Pour modéliser l'évolution des états de réception de chaque satellite en fonction du temps, nous utilisons une chaîne de Markov composée de trois états comme représentée dans la figure 4.1. Cette modélisation correspond au modèle de Karasawa [KKM97] proposé dans [BMCM06] pour modéliser le canal de propagation d'un satellite de télécommunication. Chaque état de la chaîne correspond à un mode particulier de propagation :

- L'état 0. Dans ce cas, le signal n'est pas reçu par le récepteur. Cet état correspond à un mode de fonctionnement défaillant.
- L'état 1. Dans ce cas, le signal est reçu par le récepteur en LOS. Cet état correspond à un mode de fonctionnement nominal.
- L'état 2. Dans ce cas, le signal est reçu par le récepteur en NLOS. Cet état correspond à un mode de fonctionnement dégradé.

Dans cette configuration, nous obtenons une matrice de transition par satellite. Soit  $M_t^s$  la matrice de transition pour le satellite  $s$  définie à l'instant  $t$  dont les signaux sont considérés comme pouvant être reçu dans les 3 états cités ci-dessus :

$$M_t^s = \begin{pmatrix} P_{00} & P_{01} & P_{02} \\ P_{10} & P_{11} & P_{12} \\ P_{20} & P_{21} & P_{22} \end{pmatrix} \quad (4.6)$$

Pour déterminer les coefficients de  $M_t^s$  nous utilisons les mesures de  $C/N_0$ . Pour un environnement donné, nous considérons les états de réception de manière déterministe en seuillant les mesures de  $C/N_0$  pour un satellite donné. C'est-à-dire que si une mesure de  $C/N_0$  est manquante alors l'état est 0, si la mesure de  $C/N_0$  est supérieur au seuil l'état est 1, sinon l'état est 2. Ensuite nous utilisons l'équation 4.3 pour calculer les coefficients de la matrice de transition.

Soit  $\alpha_t^s = [p(c_t^s = 0), p(c_t^s = 1), p(c_t^s = 2)]^T$  le vecteur de probabilité concernant l'état de réception pour le satellite  $s$  à l'instant  $t$ . Alors l'estimation de  $\alpha_t^s$  est donnée par :

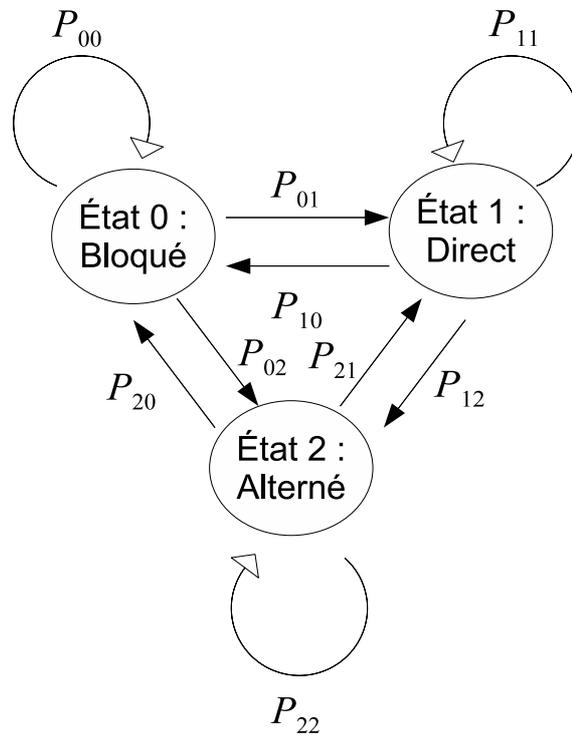


FIGURE 4.1 – Schéma d'une chaîne de Markov à 3 états.

$$\alpha_t^s = M_t^s \alpha_{t-1}^s \quad (4.7)$$

La valeur de  $c_t^s$  est associée à l'état ayant la plus forte probabilité dans  $\alpha_t^s$  (MAP : Maximum a posteriori). Soit  $C_t$  le vecteur de variables markoviennes pilotant le modèle d'observation.  $C_t$  est composé des  $c_t^s$  qui sont les variables markoviennes sur l'état de réception pour chaque satellite  $s$  à l'instant  $t$ . Le modèle de Markov caché à sauts utilisé est représenté sur la figure 4.2.  $C_t$  n'impactant que sur le modèle d'observation, la modélisation d'état peut alors être redéfinie comme suit :

$$\begin{cases} X_t = F_{t-1} X_{t-1} + v_{t-1} \\ Z_t = H_t(C_t) X_t + w_t(C_t) \end{cases} \quad (4.8)$$

Si  $c_t^s = 1$  le bruit d'observation est considéré gaussien et par conséquent  $\epsilon_t^s \sim \mathcal{N}(\mu, \sigma^2)$ . Sinon le bruit d'observation est modélisé par un mélange de gaussiennes et  $\epsilon_t^s \sim \sum_{i=1}^k \pi_i \cdot \mathcal{N}(\mu_i, \sigma_i^2)$ .

Pour prendre en compte le changement d'environnement de propagation de l'antenne réceptrice, nous appliquons le modèle à saut dans une fenêtre temporelle glissante. En effet, pour ne considérer qu'un environnement de propagation très proche de l'antenne, le modèle d'observation n'est déduit qu'en fonction du passé récent. Par conséquent, nous recalculons à chaque instant et pour chaque satellite la matrice de transition de la chaîne de Markov ainsi que la modélisation des erreurs de pseudodistance.

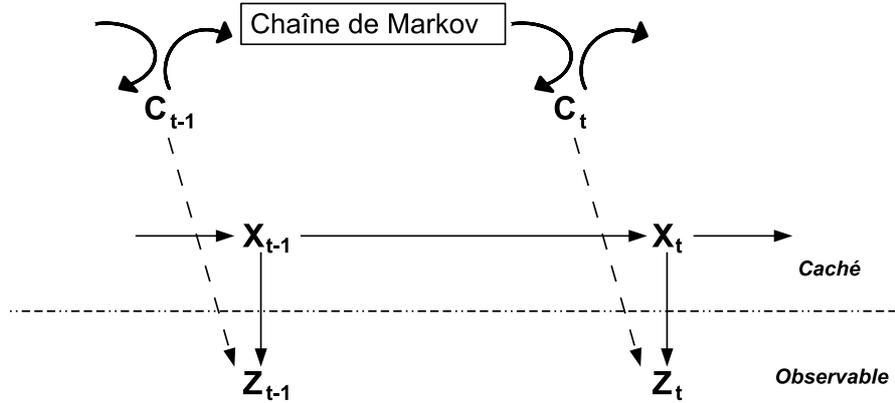


FIGURE 4.2 – Modèle de Markov caché à sauts. Le vecteur de variables markoviennes  $C_t$  pilote le modèle d'observation.

#### 4.2.4 Algorithme

L'algorithme que nous proposons est inspiré des travaux de [Car06] et est une évolution des travaux de [Nah09]. Ici nous proposons une estimation de l'état de réception et une adaptation continue de l'algorithme correspondant à l'évolution de l'environnement de propagation des signaux. L'algorithme du Jump Markov System utilisant une modélisation des bruits d'observations en environnement inconnu est donné par l'algorithme 10.

##### Initialisations

Plusieurs initialisations et choix pour cet algorithme sont nécessaires.

Tout d'abord, l'initialisation de  $\alpha_t^s$  est faite pour chaque satellite  $s$  à partir des observations faites sur la première fenêtre temporelle, comme exprimé ci-dessous :

$$\alpha_0^s = \left[ \frac{N_b}{size_f} \quad \frac{N_d}{size_f} \quad \frac{N_a}{size_f} \right] \quad (4.9)$$

Où  $N_b$ ,  $N_d$  et  $N_a$  sont respectivement les nombres d'états de réception bloqués, directs et alternés observés.

Dans les résultats présentés par la suite, la taille de la fenêtre glissante  $size_f$  est égale à 40s. Cette valeur a été choisie après différents essais expérimentaux. De plus, après examen des images fisheye de l'acquisition de Belfort (exemple au chapitre 4.5.2.1), il a été vérifié qu'une durée de 40s est suffisante pour voir apparaître et disparaître un obstacle important lorsque le véhicule se déplace à une vitesse comprise entre 30 et 50 km/h.

Le nombre de gaussiennes  $J$  est quant à lui fortement dépendant de la taille de la fenêtre. Ici,  $J$  est égal à 2.

Enfin, la matrice de covariance  $P_{0|0}$  est égale à la matrice identité  $I_8$ .

---

**Algorithme 10** Modèle à saut de Markov utilisant une modélisation des bruits d'observations basés sur les mélanges finis de gaussiennes en environnement inconnu.

---

Initialisation

**pour**  $t = 1, 2, \dots$  (temps) **faire**

**pour**  $s = 1 : S_t$  (nombre de satellites disponibles à l'instant  $t$ ) **faire**

    Calcul de  $res_t^s$

    Calcul de  $\alpha_t^s = CM(\alpha_{t-1}^s, Z_{t-size_f:t}^s)$

    Génération de  $c_t^s = MAP(\alpha_t^s)$

**si**  $c_t^s == 1$  **alors**

$\mu_{s,t} = mean(res_{t-size_f:t}^s)$

$\sigma_{s,t}^2 = var(res_{t-size_f:t}^s)$

**sinon**

$[\mu_{s,t}^{1:J}, \sigma_{s,t}^{1:J}, \omega_{s,t}^{1:J}, L] = EM(J, res_{t-size_f:t}^s)$

**fin si**

**fin pour**

**pour**  $i = 1 : N$  (nombre de particules) **faire**

    Estimation des paramètres de la densité d'importance par EKF

$[\hat{x}_{t|t}^{(i)}, \hat{P}_{t|t}^{(i)}] = EKF(x_{t-1|t-1}^{(i)}, P_{t-1|t-1}^{(i)}, Z_t^{1:S_t}, \mu_{1:S_t,t}, \sigma_{1:S_t,t})$

    Echantillonnage de la particule

$\tilde{x}_{t|t}^{(i)} \sim \mathcal{N}(x_{t|t}^{(i)}, \hat{x}_{t|t}^{(i)}, \hat{P}_{t|t}^{(i)})$

    Calcul du poids attribué à la particule

$\tilde{w}_t^{(i)} \propto \tilde{w}_{t-1}^{(i)} \cdot \frac{p(z_t | \tilde{x}_{t|t}^{(i)}, c_t^{1:S_t}) \cdot p(\tilde{x}_{t|t}^{(i)} | x_{t-1|t-1}^{(i)})}{\mathcal{N}(\tilde{x}_{t|t}^{(i)} | x_{t-1|t-1}^{(i)}, c_t^{1:S_t}, Z_t^{1:S_t})}$

**fin pour**

  Calcul de la somme des poids  $W = \sum_{i=1}^N \tilde{w}_t^{(i)}$

**pour**  $i = 1 : N$  **faire**

    Normalisation des poids

$w_t^{(i)} = \frac{\tilde{w}_t^{(i)}}{W}$

**fin pour**

  Calcul de  $N_{eff}$

**si**  $N_{eff} < \eta$  **alors**

    Rééchantillonnage (Systematic Resampling)

**fin si**

$\hat{x}_{t|t} = \sum_{i=1}^N w_t^i \cdot \tilde{x}_{t|t}^{(i)}$

**fin pour**

---

### 4.3 Estimation de la position utilisant une modélisation du bruit d'observation par DPM

La deuxième version de l'algorithme d'estimation conjointe du modèle de bruit et de la position proposée se base sur la modélisation par DPM.

### 4.3.1 Filtre particulaire Rao-Blackwellisé pour l'utilisation de modèles dynamiques

Grâce à l'utilisation des DPM, nous pouvons utiliser le filtre particulaire Rao-Blackwellisé (RBPF) défini au chapitre 2.2.3.10. En effet, notre vecteur d'état peut être décomposé en deux parties : les paramètres du modèle de bruit estimés par un DPM et les paramètres de position. En utilisant un RBPF, nous allons décomposer chaque particule en deux parties. La première non-gaussienne (les paramètres du modèle de bruit) est estimée par les DPM. La deuxième partie, contenant les paramètres de position, est estimée par un EKF conditionnellement aux paramètres de bruits.

### 4.3.2 Algorithme

L'algorithme que nous proposons est inspiré des travaux de [Car06]. Après avoir estimé l'état de réception de chaque signal reçu de manière déterministe, nous adaptons les paramètres du DPM selon  $\mathbb{G}_{0,\alpha}$  (chapitre 3.3.5). L'algorithme de filtre particulaire Rao-Blackwellisé pour l'utilisation de modèles d'erreurs de pseudodistance basés sur les DPM est donné par l'algorithme 11.

## 4.4 Discussion sur le saut de moyenne

Pour les algorithmes proposés pour l'estimation conjointe du bruit sur la pseudodistance et de la position (algorithmes 10 et 11) le saut de variance est clairement défini comme étant la redéfinition de la variance d'observation. Le saut de moyenne quant à lui n'est pas donné de manière implicite dans ces algorithmes.

Nous avons réalisé le saut de moyenne en redéfinissant l'expression de la prédiction de la mesure  $Z_{t|t-1}$  de l'algorithme EKF (donné par l'algorithme 3) nécessaire pour réaliser le pas de Kalman dans les algorithmes précédents (algorithmes 10 et 11). En effet, dans le cas d'un saut de moyenne nous adaptons la prédiction de la mesure. Cette adaptation impacte sur le terme d'innovation de la mesure et finalement sur l'estimation de la position. La nouvelle prédiction de la mesure est donnée par l'expression suivante :

$$\hat{Z}_{t|t-1} = h_t(\hat{X}_{t|t-1}) + \mu_{1:S_t,t} \quad (4.10)$$

Dans le cas de l'algorithme 10,  $\mu$  représente les moyennes des mélanges dans le cas d'une modélisation GMM ou est égale à 0, lorsque l'état direct est détecté.

Dans le cas de l'algorithme 11,  $\mu$  est la composante de  $\tilde{\theta}_t^i$  correspondant à la moyenne.

## 4.5 Evaluation de la performance de positionnement

Dans cette section nous allons évaluer les performances de positionnement des algorithmes développés. Ces algorithmes seront également comparés à des méthodes de positionnement classiques.

---

**Algorithme 11** Filtre particulaire Rao-Blackwellisé pour l'utilisation de modèles d'erreurs de pseudodistance basés sur les DPM.

---

Initialisation

**pour**  $t = 1, 2, \dots$  (temps) **faire**

**pour**  $s = 1 : S_t$  (nombre de satellites disponibles à l'instant  $t$ ) **faire**

    Calcul de  $res_t^s$

    Détermination de  $c_t^s$  et choix de  $\mathbb{G}_0$  et  $\alpha$  selon les équations 3.23 et 3.24

**pour**  $i = 1 : N$  (nombre de particules) **faire**

    Echantillonner  $\tilde{\theta}_{t,s}^{(i)}$  selon une urne de Polya (équation 3.19)

**fin pour**

**fin pour**

**pour**  $i = 1 : N$  (nombre de particules) **faire**

  Estimation pour chaque particule

$$\left[ \hat{x}_{t|t} \left( \tilde{\theta}_t^{(i)} \right), \hat{P}_{t|t} \left( \tilde{\theta}_t^{(i)} \right) \right] = EKF(x_{t-1|t-1} \left( \theta_{1:t-1}^{(i)} \right), P_{t-1|t-1} \left( \theta_{1:t-1}^{(i)} \right), \tilde{\theta}_t^{(i)}, z_t)$$

  Echantillonnage de la particule

$$\tilde{x}_{t|t}^{(i)} \sim \mathcal{N}(x_{t|t}^{(i)}, \tilde{x}_{t|t}^{(i)}, \hat{P}_{t|t}^{(i)})$$

  Calcul du poids attribué à la particule

$$\tilde{w}_t^i \propto \tilde{w}_{t-1}^i \cdot \frac{p(z_t | \theta_{1:t-1}^{(i)}, \tilde{\theta}_t^{(i)}, z_{1:t-1}) \cdot p(\tilde{\theta}_t^{(i)} | \theta_{1:t-1}^{(i)})}{q(\tilde{\theta}_t^{(i)} | \theta_{1:t-1}^{(i)}, z_{1:t})}$$

**fin pour**

  Calcul de la somme des poids  $W = \sum_{i=1}^N \tilde{w}_t^i$

**pour**  $i = 1 : N$  **faire**

    Normalisation des poids

$$w_t^i = \frac{\tilde{w}_t^i}{W}$$

**fin pour**

  Calcul de  $N_{eff}$

**si**  $N_{eff} < \eta$  **alors**

    Rééchantillonnage (Systematic Resampling)

**fin si**

$$\hat{x}_{t|t} = \sum_{i=1}^N w_t^{(i)} \cdot \tilde{x}_{t|t} \left( \tilde{\theta}_t^{(i)} \right)$$

**fin pour**

---

### 4.5.1 Définitions des critères employés

Pour évaluer la performance de localisation de nos algorithmes nous allons utiliser plusieurs critères.

Le premier critère est la précision en étudiant l'erreur de position qui s'exprime en mètres. Nous utiliserons notamment l'erreur de position moyenne. Cette erreur de position moyenne n'est calculée que lorsque le système est capable de fournir une position, c'est-à-dire, lorsque le nombre de satellites visibles est supérieur à 4. Nous indiquerons également dans les résultats l'erreur minimale et l'erreur maximale.

Le second critère étudié est la continuité de service. Pour se faire, nous allons calculer

le pourcentage de points dont la précision est inférieure à une valeur seuil. Encore une fois, la continuité de service sera étudiée indépendamment de la continuité de la position. Les valeurs seuils utilisées sont de 3 et 5 mètres. Nous avons choisi ces valeurs par rapport à notre retour d'expérience dans le projet ANGO ([FVM07], [MGP<sup>+</sup>07], [VMPD08a] et [VMPD08b]).

Les derniers types de critères sont des critères plus souvent utilisés en "sûreté de fonctionnement". Il s'agit des critères MUT (Mean Up Time) ; le MDT (Mean Down Time) et MTBF (Mean Time Between Failure) qui s'expriment en secondes [BFM09]. Le MUT est le temps moyen de bon fonctionnement, Le MDT est le temps moyen de défaillance et le MTBF est le temps moyen entre deux défaillances. Si l'on compare plusieurs méthodes, la méthode présentant les meilleurs performances selon ces critères sera la méthode qui aura le MDT et le MTBF les plus élevés ainsi que le MDT le plus faible. Nous considérerons que le bon fonctionnement correspond à une erreur de position inférieure à la valeur seuil et que par conséquent une défaillance apparaît avec une erreur de position supérieure. La figure 4.3 représente la détermination de ces temps sur l'erreur de position. Une nouvelle fois, les calculs ne seront faits que lorsque la position sera disponible. Ces critères sont intéressants puisqu'ils traduisent de la durée de bon fonctionnement et de défaillance de la position fournie par les différents algorithmes.

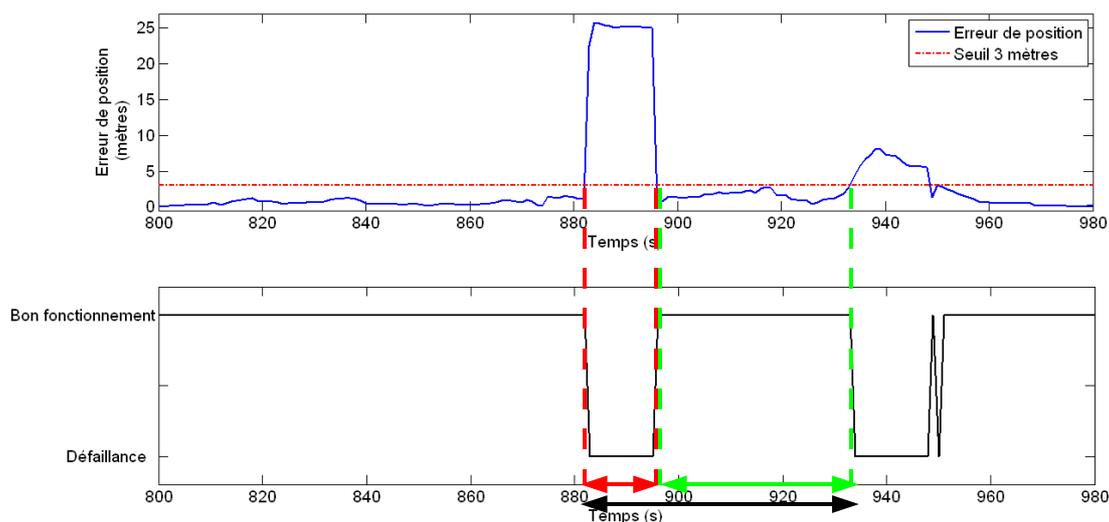


FIGURE 4.3 – Représentation des temps de fonctionnement, de défaillance et entre deux défaillances sur l'erreur de position avec un seuil sur l'erreur de position de 3 mètres. La flèche rouge représente un temps de défaillance, la flèche verte un temps de bon fonctionnement et la flèche noire un temps entre 2 défaillances.

#### 4.5.2 Cas particulier de l'erreur de position avec données réelles

L'un des intérêts d'utiliser le logiciel de simulation Ergospace<sup>®</sup> est de pouvoir déduire l'erreur absolue des estimations de position. Par contre, l'évaluation de la précision sur données réelles est rarement une action aisée. La plus grande difficulté est d'obtenir une position de référence la plus précise possible. Cette position ne pouvant être obtenue que par des systèmes de mesures, il existe toujours une imprécision ne pouvant être quantifiée. De plus, pour être capable de calculer l'erreur absolue de position, il faut que la position de référence soit synchrone avec les positions mesurées.

Sans synchronisation entre les positions estimées et les positions de références, une manière d'apprécier l'imprécision est d'utiliser la projection orthogonale, comme représenté dans la figure 4.4. Cette méthode est parfois nécessaire car dans certains cas la référence de position est construite indépendamment des mesures réalisées [VMPD08a].

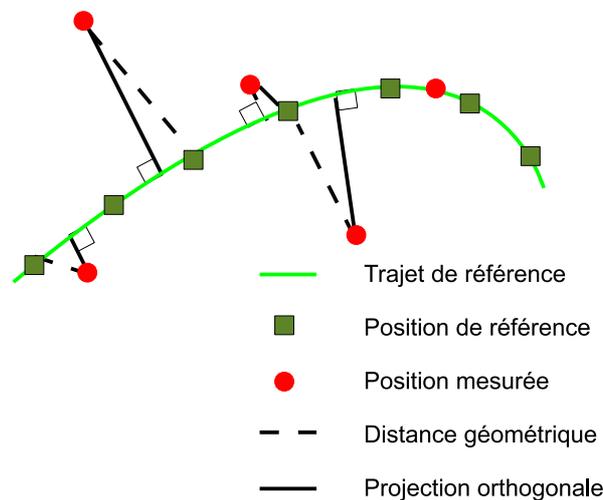


FIGURE 4.4 – Représentation de la projection orthogonale dans le cas d'une non-synchronisation entre la référence et les positions mesurées.

Dans ce mémoire, nous n'utiliserons pas cette méthode. Pour nous construire une référence, nous avons utilisé un récepteur RTK lors des acquisitions de Belfort et nous avons enregistré simultanément les mesures sur les différents récepteurs. La méthode utilisée pour construire la référence est décrite dans le paragraphe suivant.

#### 4.5.2.1 Construction de la trajectoire de référence de Belfort à partir de mesures RTK

Pour donner une estimation de la précision de la position fournie par les méthodes présentées dans ce mémoire, nous avons choisi de la comparer à une référence construite à partir de mesures de position provenant d'un récepteur RTK. Ces mesures RTK ont été obtenues à Belfort durant une acquisition mobile.

##### a. Protocole de l'expérimentation

Le but de cette expérimentation est de disposer d'une position de référence (donnée par un récepteur RTK) synchrone à des enregistrements provenant de divers récepteurs (deux récepteurs SafeDrive et un récepteur PolARx2). Ces données seront ensuite utilisées pour paramétrer les différents algorithmes présentés dans ce mémoire et pour générer une position de référence permettant de calculer l'erreur absolue.

Un autre objectif est de quantifier les performances en termes de précision des différents récepteurs dans différentes conditions, environnements et configurations.

Afin de faciliter l'analyse des données, les acquisitions des SafeDrive seront couplées à l'acquisition d'images provenant d'une caméra "Fisheye" (exemple sur la figure 4.5), qui nous permettront de visualiser l'environnement de réception.



FIGURE 4.5 – Exemple d'image Fisheye enregistrée lors des acquisitions de Belfort.

#### Installation et configuration du matériel

Les antennes des récepteurs et la caméra ont été positionnées comme représenté sur les figures 4.6 et 4.7 :

- En a, la caméra fisheye,
- en b, l'antenne du récepteur RTK,
- en c, l'antenne du récepteur PolaRx2,
- en d et en e, les antennes des deux récepteurs SafeDrive.

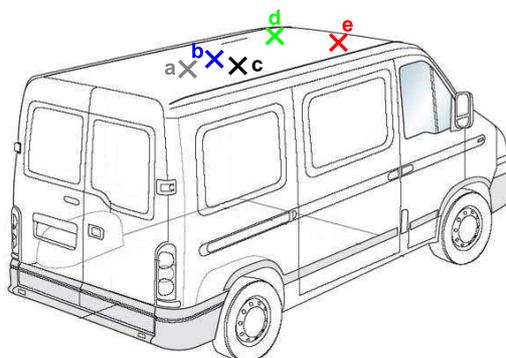


FIGURE 4.6 – Schématisation de la répartition du matériel sur le toit du véhicule laboratoire.

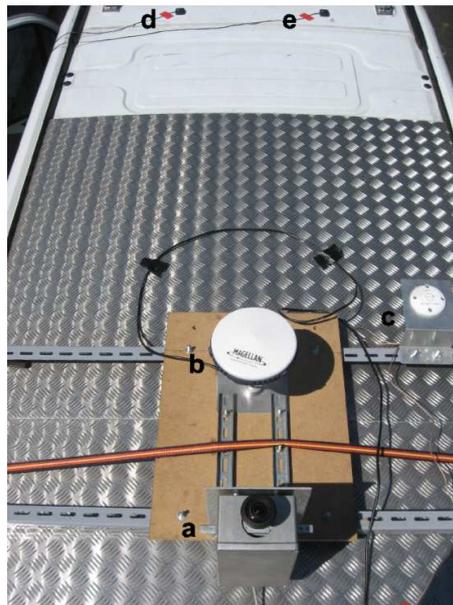


FIGURE 4.7 – Photographie de la répartition du matériel sur le toit du véhicule laboratoire.

L'antenne radio du récepteur RTK a également été placée sur le toit. Les récepteurs et ordinateurs ont été installés à l'intérieur du véhicule avec les différentes alimentations.

Durant les acquisitions, chaque récepteur a sa propre configuration :

- Le récepteur RTK a été configuré avec une fréquence de 2Hz, ce qui signifie que nous disposons d'une mesure toutes les demi-secondes. Les formats des fichiers de sortie sont le format NMEA (trames GPGSA, GPZDA, GPGST, GPGRS et GPGLL) et le format constructeur (trame CRT [MAG09]).
- Le récepteur PolARx2 a été configuré avec une fréquence de 1Hz, ce qui signifie que nous disposons d'une mesure chaque seconde. Les formats de fichier de sortie sont le format NMEA (toutes trames disponibles) et le format constructeur SBF (toutes trames disponibles) [Sep05]. A partir du format SBF, nous pouvons également obtenir le format RINEX. Ce récepteur a été configuré pour que le seuil sur le  $C/N_0$  soit bas (19 dB-Hz). A chaque trajet effectué, nous avons ensuite modifié la configuration de corrections (EGNOS accepté ou non) ainsi que le seuil de masquage (tableau 4.2).
- Enfin, les récepteurs SafeDrive ont été configurés avec une fréquence de 1Hz. Durant les acquisitions, il n'y a pas eu de configuration spécifique sur ces récepteurs puisqu'elles se font en post-traitement (corrections EGNOS, seuils sur l'élévation, sur le DOP, sur le  $C/N_0$ , ...).

Enfin, la caméra étant synchronisée au temps GPS par l'intermédiaire du récepteur PolARx2 et du logiciel RTMaps, les données GPS pourront être efficacement mises en correspondance avec leur environnement grâce aux images obtenues.

### Déroulement des acquisitions

Chaque récepteur possédant sa propre antenne, il est important de pouvoir les référencer de manière précise chacune relativement aux autres durant les acquisitions. C'est pourquoi avant

de démarrer les acquisitions mobiles, une première phase consiste à mesurer de manière précise la position de chaque antenne. Ainsi durant les acquisitions nous connaissons la position relative initiale des autres antennes par translation par rapport à celle du récepteur RTK (figure 4.8). Les valeurs de ces translations sont données par le tableau 4.1.

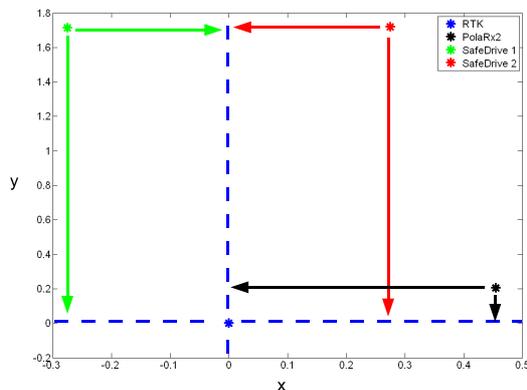


FIGURE 4.8 – Décalage relatif de chaque antenne par rapport à l'antenne RTK.

|                        | PolaRx2 | Safedrive 1 | Safedrive 2 |
|------------------------|---------|-------------|-------------|
| Décalage en x (mètres) | 0,455   | -0,275      | 0,275       |
| Décalage en y (mètres) | 0,205   | 1,715       | 1,72        |
| Décalage en z (mètres) | -0,05   | -0,3        | -0,3        |

TABLE 4.1 – Valeurs des translations pour chaque récepteur

Une fois la base du récepteur RTK initialisée, les acquisitions ont pu débuter.

Quatre acquisitions différentes ont été réalisées, la durée de chacune d'entre elle étant comprise entre 30 et 40 minutes. Différents environnements de propagation ont été traversés (urbain, suburbain, dégagé, boisé, ...) comme le montre la figure 4.9. Pour les trois premières acquisitions, la base a été installée au "lion de Belfort", ce qui a permis d'avoir une bonne couverture du signal radio dans toute la ville puisque le site se trouve en hauteur. La qualité de la dernière acquisition est moindre puisque la base a été installée sur un site moins élevée (le toit de l'UTBM).

Les différentes configurations des récepteurs en fonction des trajets sont indiquées dans le tableau 4.2.

#### b. Transformation des positions pour obtenir les quatre positions d'antenne de référence

Le but premier de cette expérimentation étant de disposer d'une trajectoire de référence pour les quatre antennes, nous allons décrire dans cette section comment reconstruire les positions relatives de toutes les antennes par rapport à celle du RTK.

##### Initialisation

La première étape pour la reconstruction de la trajectoire est de pouvoir définir avec précision la position de départ et l'orientation du véhicule. Pour ce faire, chaque acquisition comporte une première partie statique de plusieurs minutes. Ainsi les positions du récepteur RTK et du PolaRx2 peuvent être déterminées de manière efficace en moyennant les nuages de points pour

|                 | Récepteur disponible | Corrections EGNOS | Seuil sur $C/N_0$ | Seuil sur élévation | Mitigation des Multi-trajets | Antenne utilisée |
|-----------------|----------------------|-------------------|-------------------|---------------------|------------------------------|------------------|
| RTK             | Oui                  | Auto.             | Auto.             | Auto.               | Auto.                        | Polarisée        |
| SafeDrive 1     | Oui                  | Non               | Non               | Non                 | Non                          | Patch            |
| <b>Trajet 1</b> |                      |                   |                   |                     |                              |                  |
| PolaRx2         | Oui                  | Oui               | 19dB              | Non                 | Oui                          | Polarisée        |
| SafeDrive 2     | Non                  | -                 | -                 | -                   | -                            | Patch            |
| <b>Trajet 2</b> |                      |                   |                   |                     |                              |                  |
| PolaRx2         | Oui                  | Non               | 19dB              | Non                 | Non                          | Polarisée        |
| SafeDrive 2     | Oui                  | Non               | Non               | Non                 | Non                          | Patch            |
| <b>Trajet 3</b> |                      |                   |                   |                     |                              |                  |
| PolaRx2         | Oui                  | Oui               | 19dB              | 10°                 | Oui                          | Polarisée        |
| SafeDrive 2     | Oui                  | Non               | Non               | Non                 | Non                          | Patch            |
| <b>Trajet 4</b> |                      |                   |                   |                     |                              |                  |
| PolaRx2         | Oui                  | Non               | 19dB              | 10°                 | Non                          | Polarisée        |
| SafeDrive 2     | Oui                  | Non               | Non               | Non                 | Non                          | Patch            |

TABLE 4.2 – Configurations des récepteurs pour chaque trajet

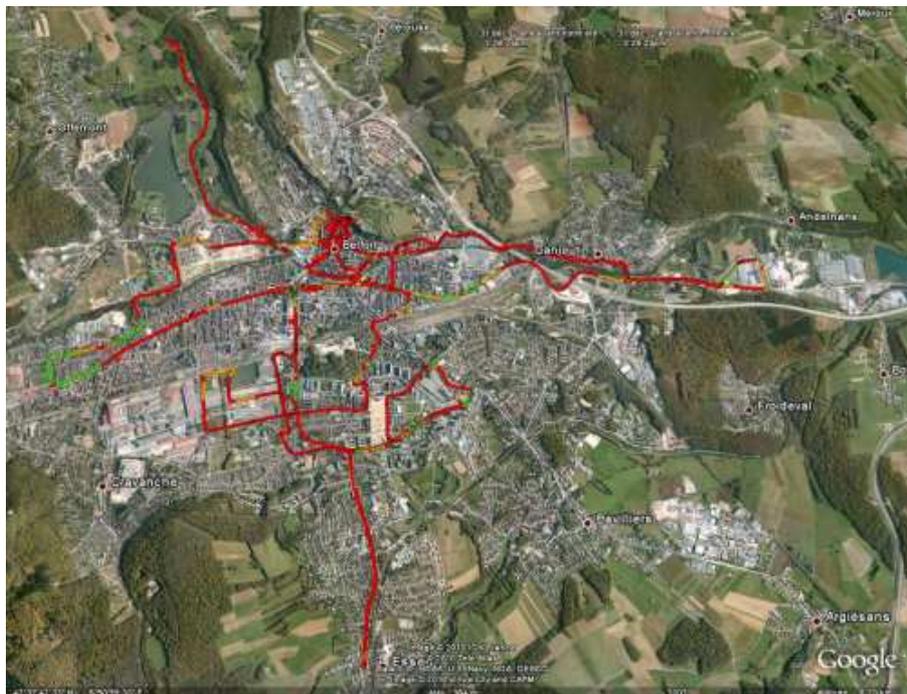


FIGURE 4.9 – Visualisation des positions lors des 4 trajets dans la région de Belfort enregistrées avec un récepteur SafeDrive.

chaque récepteur. Nous pouvons alors déterminer la position des antennes à l'origine de chaque acquisition ainsi que l'orientation du véhicule comme montré sur la figure 4.10.

Sur cette figure les étoiles représentent les positions des antennes si le véhicule était orienté

selon l'axe des ordonnées et perpendiculaire à l'axe des abscisses. Pour se caler sur l'observation réelle en mesure, le cap et la position des antennes peuvent être corrigés en faisant une rotation centrée sur la position de l'antenne RTK. L'angle de rotation  $\psi$  est l'angle fait entre la position théorique du PolaRx2 (étoile noire) et la position mesurée de ce récepteur (cercle noire) et ayant pour sommet la position de l'antenne RTK.  $\psi$  peut être déterminé par le théorème d'Al-Kashi donné en annexe A.4.

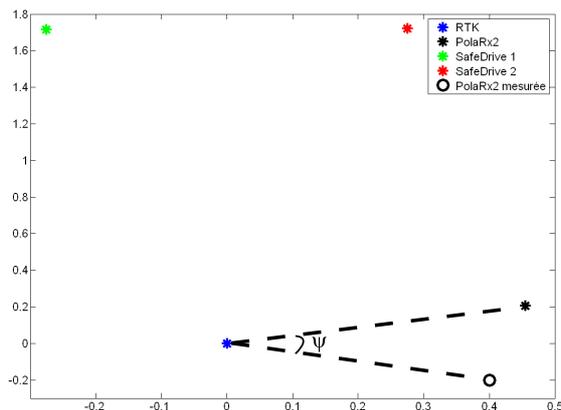


FIGURE 4.10 – Angle de rotation à l'origine

Cependant, cette initialisation à partir de mesures est sujette à une certaine imprécision. Il est donc nécessaire de vérifier la cohérence des résultats.

### Suivi géométrique de la trajectoire

Lorsque le véhicule est en mouvement, deux opérations sont nécessaires pour suivre la trajectoire géométriquement. Il faut en effet appliquer une translation et une rotation aux coordonnées.

Pour la translation, il est nécessaire de disposer de la mesure courante (à l'instant  $t$ ) et de la mesure précédente (à l'instant  $t - 1$ ) de la position de l'antenne RTK. Les valeurs de la translation sont obtenues en faisant la différence des coordonnées entre les instants  $t$  et  $t - 1$ . La translation est ensuite appliquée pour chaque position d'antenne.

Pour la rotation, trois mesures de la position de l'antenne RTK sont nécessaires, c'est-à-dire aux instants  $t - 2$ ,  $t - 1$  et  $t$ . En effet, la direction précédente est donnée par les mesures à  $t - 2$  et  $t - 1$  et la direction courante par les mesures à  $t - 1$  et  $t$  comme schématisé sur la figure 4.11. Il est donc nécessaire de faire une rotation à chaque instant centrée sur l'instant précédent.

Une fois nos positions de références déterminées pour toutes les antennes et à chaque instant du trajet, nous pouvons déterminer la précision des différentes méthodes de filtrage, ainsi que l'erreur vraie de pseudodistance. Pour ce faire, une dernière étape de synchronisation des différentes données est nécessaire. Cette synchronisation se fait sur le temps GPS.

Le temps GPS s'exprime en semaine (Week) et temps écoulé durant la semaine (TOW : Time Of Week). La date de départ du temps GPS est le 6 janvier 1980. La semaine débute le dimanche soir à 00h. Ce temps est le temps utilisé par les fichiers SBF (PolaRx2) et u-blox (SafeDrive). L'autre temps de référence des données est le temps UTC (Universal Time Coordinated).

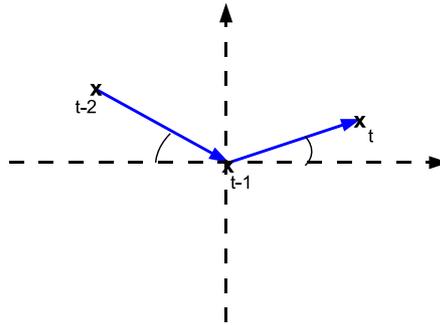


FIGURE 4.11 – Schématisation du changement de cap.

Ce temps est utilisé par les fichiers NMEA (PolaRx2 et RTK). Le problème est que le temps GPS dérive par rapport au temps UTC (pour les mesures de Belfort la dérive est de 15 secondes). Il faut, par conséquent, mettre en correspondance les deux références de temps. De plus, une dérive de temps supplémentaire peut également exister selon les récepteurs et le système d'exploitation utilisés.

Comme chaque récepteur enregistre ces données en temps GPS, nous pouvons synchroniser les différentes positions. Le récepteur RTK est considéré comme pouvant fournir des précisions centimétriques. Nous le considérerons donc comme la position de référence. Il ne reste donc plus qu'à calculer l'erreur absolue  $\epsilon_{abs}$  entre la position estimée  $(x_{est}, y_{est}, z_{est})$  et la position de référence  $(x_{RTK}, y_{RTK}, z_{RTK})$  pour apprécier la précision :

$$\epsilon_{abs} = \sqrt{(x_{RTK} - x_{est})^2 + (y_{RTK} - y_{est})^2 + (z_{RTK} - z_{est})^2} \quad (4.11)$$

Toutefois, les positions de référence sont également soumises aux perturbations locales et aux masquages. De plus, le système RTK utilise des corrections radiodiffusées pour améliorer sa précision. Ces ondes radio sont parfois également bloquées par l'environnement. Ce récepteur peut donc fonctionner selon plusieurs modes de précision. Nous n'utiliserons les positions RTK comme positions de référence que lorsque le mode de précision est suffisant. Par conséquent, nous ne disposons pas d'une référence sur l'intégralité du trajet de Belfort et la référence est plus particulièrement indisponible lors des phases d'arrêt du véhicule.

## 4.6 Performances de localisation des algorithmes proposés

Nous choisirons dans notre étude un modèle d'état à vitesse constante et donc à accélération nulle. Les inconnues sont alors la position, la vitesse et le biais d'horloge et la dérive d'horloge. L'équation d'évolution d'un tel modèle est :

$$\begin{pmatrix} x_t \\ y_t \\ z_t \\ c.\delta t_u \\ \dot{x}_t \\ \dot{y}_t \\ \dot{z}_t \\ c.\dot{\delta}t_u \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & \Delta t & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & \Delta t & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & \Delta t & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & \Delta t \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_{t-1} \\ y_{t-1} \\ z_{t-1} \\ c.\delta t_u \\ \dot{x}_{t-1} \\ \dot{y}_{t-1} \\ \dot{z}_{t-1} \\ c.\dot{\delta}t_u \end{pmatrix} \quad (4.12)$$

Nous sommes conscients que faire ce choix est réducteur, particulièrement dans le cas de données réelles, mais notre étude portant essentiellement sur le bruit d'observation nous avons choisi d'améliorer la modélisation d'observation et d'utiliser des méthodes de filtrage adaptées. Nous verrons par la suite que la mauvaise modélisation peut également être compensée par les méthodes proposées.

Nous étudierons tout d'abord les performances de localisation sur données simulées puis sur données réelles. Enfin, nous conclurons cette section en étudiant la complexité calculatoire des algorithmes.

#### 4.6.1 Données de test simulées

Pour évaluer l'estimation de la position par les différents algorithmes nous utiliserons tout d'abord des données de simulation générées sous Ergospace<sup>®</sup>. Ces données ont été précédemment décrites dans le chapitre 3.3.6.1.

Les paramètres utilisés pour le JMS sont une fenêtre d'observation de 40s, 2 gaussiennes composant chaque mélange et un nombre de particules de 200.

Les paramètres utilisés pour le RBPF (DPM) sont  $\alpha_1 = 3000$ ,  $\alpha_2 = 500$ , les paramètres de  $\mathbb{G}_0$  sont  $k_0 = 2$ ,  $dof = 3$ ,  $\Sigma = 1$ ,  $\mu_0 = 0$  pour une réception LOS et  $k_0 = 1$ ,  $dof = 5$ ,  $\Sigma = 10$ ,  $\mu_0 = res_t^s$  pour une réception NLOS, et le nombre de particules est de 200.

Le tableau 4.3 donne les performances de localisation pour un EKF, un FP classique, pour le modèle à saut de Markov (JMS) utilisant le mélange fini de gaussiennes (GMM) et pour le RBPF utilisant les DPM. Les bruits d'observation sont supposés blancs et gaussiens (B.G.) si l'un EKF est utilisé. Pour le filtre particulaire classique nous utilisons également des bruits B.G.. Les différents pourcentage et temps de fonctionnement sont calculés avec un seuil de 5 mètres sur l'erreur de position.

Dans le tableau 4.3, nous voyons l'impact des modèles à mélange sur les performances de localisation. Une modélisation plus précise des bruits d'observation entraîne donc une amélioration des performances de localisation que ce soit pour le JMS ou le RBPF. La meilleure méthode est la méthode basée sur la modélisation des bruits par DPM avec une amélioration de la précision d'un mètre en moyenne par rapport au mélange fini de gaussiennes mais aussi de 4 mètres par rapport à l'EKF et de plus de 2 mètres par rapport à un FP classique. En améliorant le modèle des bruits d'observation, on obtient une position plus précise durant plus longtemps et avec des durées de défaillance plus courtes. Le JMS est déjà une première étape dans l'amélioration de la précision mais le DPM est une méthode encore plus précise. Le temps moyen d'une défaillance sur la précision du RBPF est proche de la seconde. Ce qui est ici la période d'échantillonnage des mesures.

|            | Erreur Moyenne | Dispo. à 5m | MUT    | MDT   | MTBF   |
|------------|----------------|-------------|--------|-------|--------|
| EKF (B.G.) | 6,02 m         | 62%         | 10,6 s | 6,4 s | 17,0 s |
| FP (B.G.)  | 4,28 m         | 80%         | 12,5 s | 3,1 s | 15,6 s |
| JMS (GM)   | 2,86 m         | 87%         | 15,5 s | 2,2 s | 17,7 s |
| RBPF (DPM) | 1,90 m         | 97%         | 38,3 s | 1,2 s | 39,5 s |

TABLE 4.3 – Performances de localisation pour différentes algorithmes et différentes modélisation des bruits.

Pour cet algorithme le temps moyen de bon fonctionnement est de 38 secondes et par conséquent, le temps moyen entre deux défaillances est d'environ 40 secondes. L'apport du modèle de bruit n'est donc pas uniquement au niveau de la précision mais également sur la stabilité de la précision obtenue. De plus, la disponibilité de la position à 5 mètres augmente avec 87% pour le JMS et 97% pour le RBPF. Ce qui veut dire que pour le RBPF seulement 18 estimations de la position sur 594 ont une erreur supérieure à 5 mètres.

La figure 4.12 représente l'erreur de position absolue pour un positionnement 3D pour les différentes méthodes testées et le trajet mobile de référence simulé. Le positionnement est quant à lui représenté dans un repère ENU sur la figure 4.13.

Sur la figure 4.12, nous remarquons que l'algorithme basé sur les DPM présente l'erreur de position la plus stable et la plus faible, viennent ensuite le JMS et le FP, enfin l'EKF montre l'erreur de position la moins stable. Une seconde remarque pouvant être faite est que les méthodes basées sur le filtrage particulière compensent la mauvaise modélisation des bruits et également la mauvaise définition du système, c'est-à-dire, le choix porté sur le modèle dynamique.

Cette correction des modèles d'état est visible sur les figures 4.14(b) et 4.14(c) qui représentent différentes parties du trajet où la dynamique du véhicule est fortement variable. En effet, dans un virage, même si la vitesse absolue est constante en simulation, la vitesse en x et en y varie. Sur ces deux figures, nous pouvons voir que le JMS et le RBPF atténuent ce changement de modèle d'état, le plus efficace étant le RBPF.

En ligne droite, l'estimation de la position est généralement précise comme le montre la figure 4.14(d). Mais lorsque les observations sont particulièrement biaisées, l'estimation de la position peut devenir fortement imprécise comme le montre la figure 4.14(a). Encore une fois, les méthodes utilisant des modèles de bruits plus précis permettent d'atténuer ce problème.

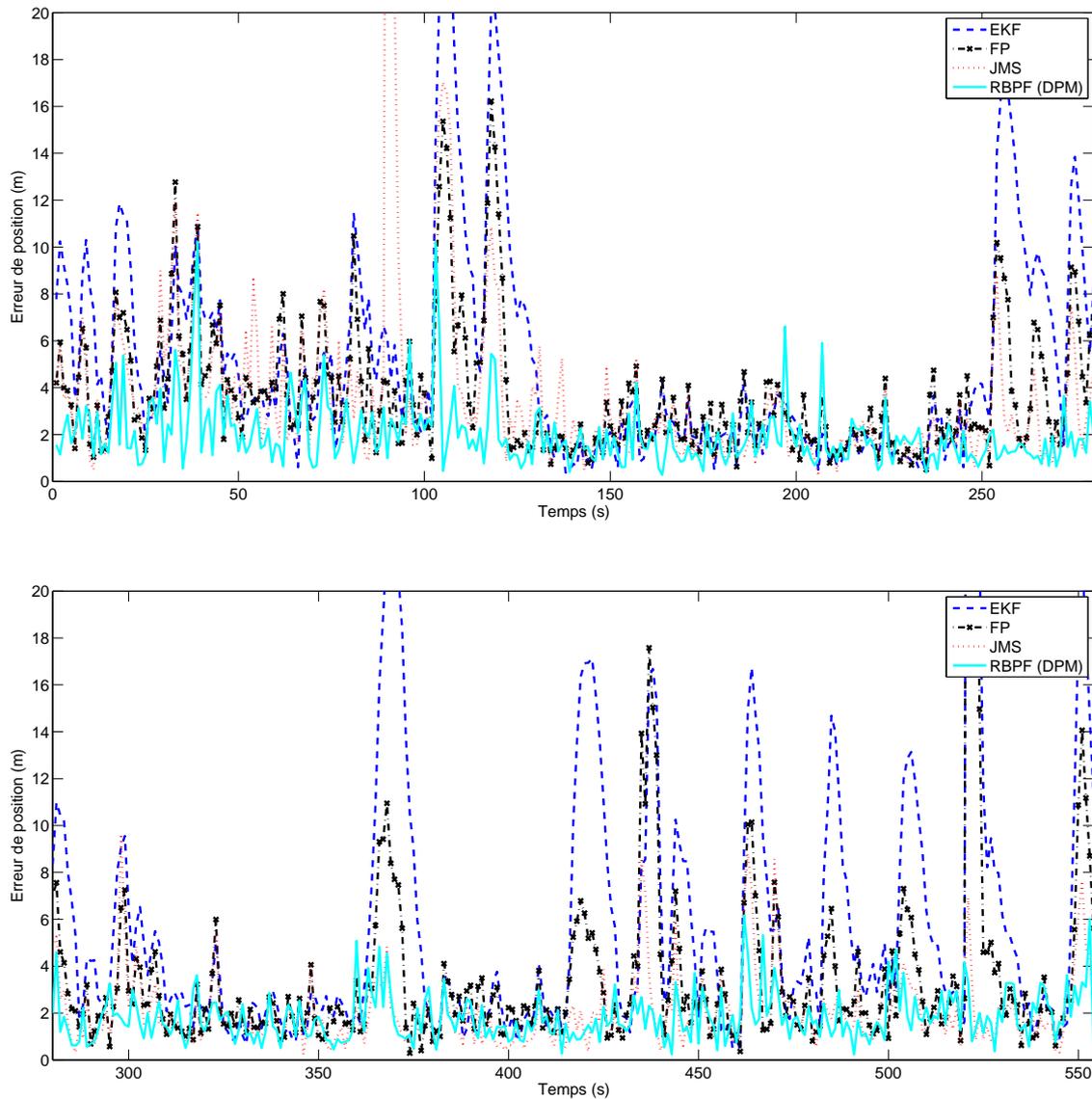


FIGURE 4.12 – Erreur de position absolue donnée pour le trajet de référence mobile simulé et pour différents algorithmes de positionnement testés. Les algorithmes testés sont l'EKF, le FP, le JMS et le DPM.

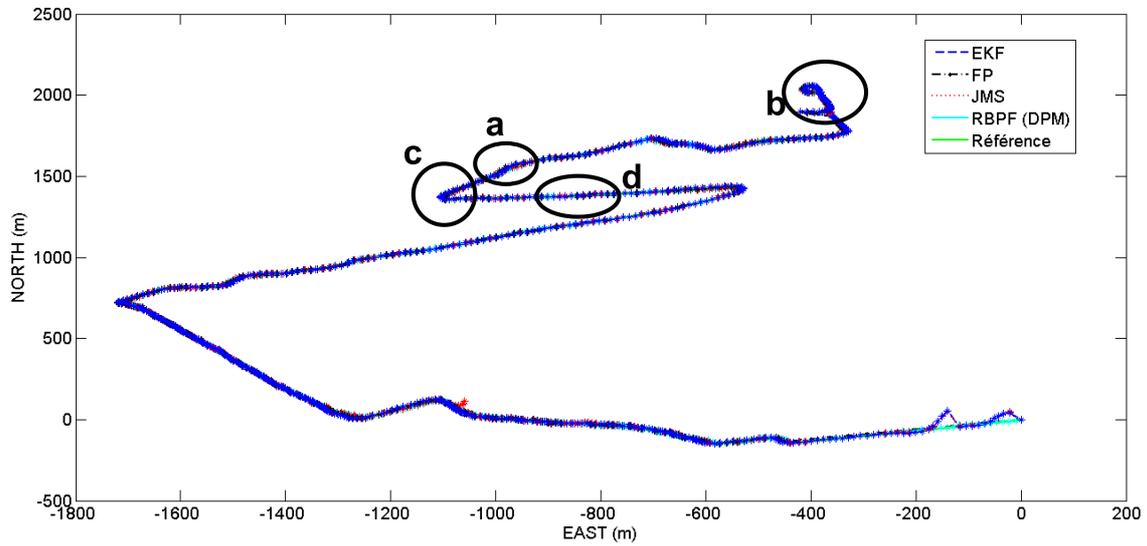
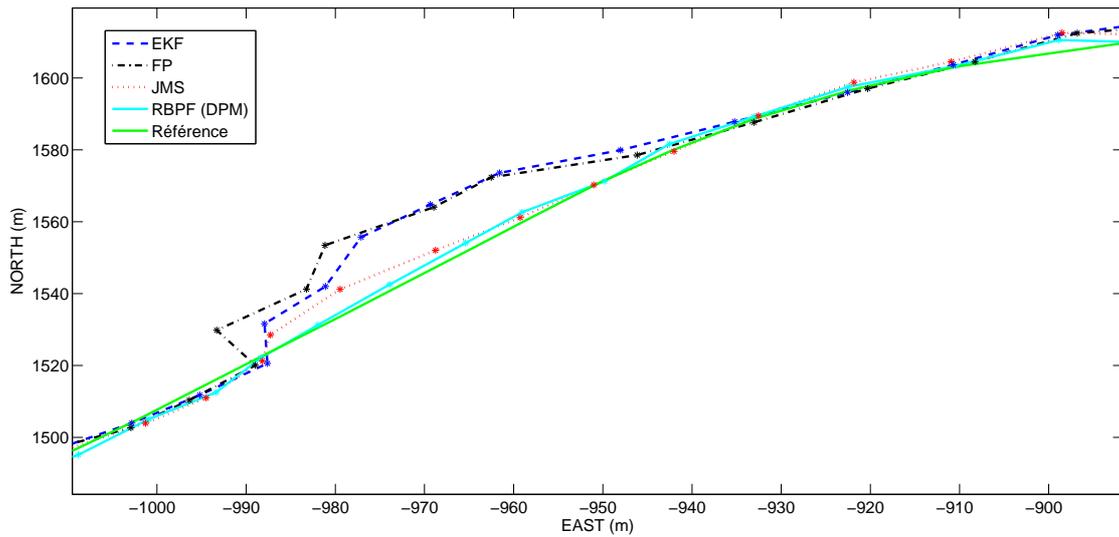
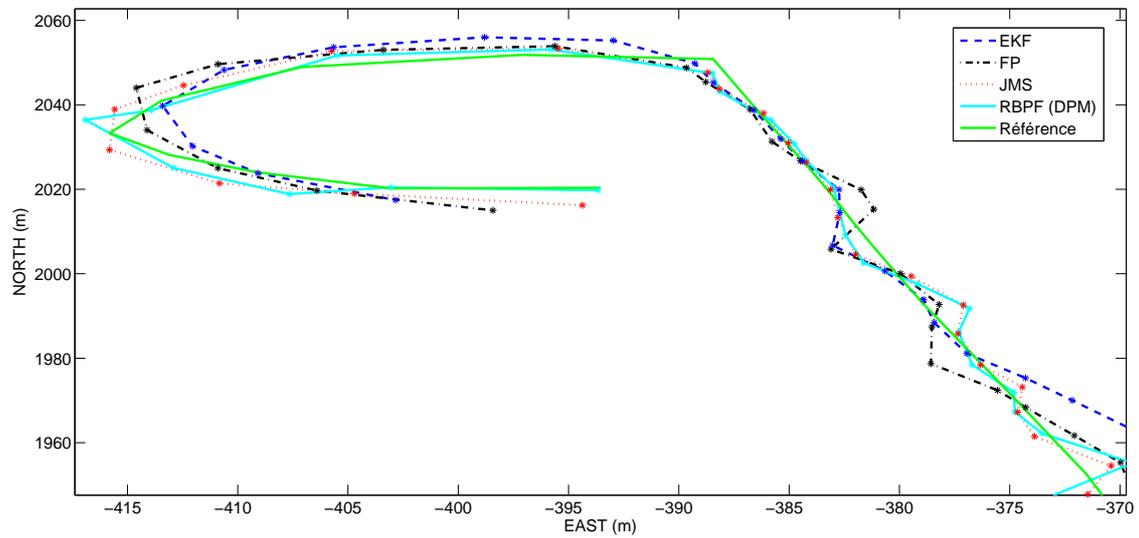


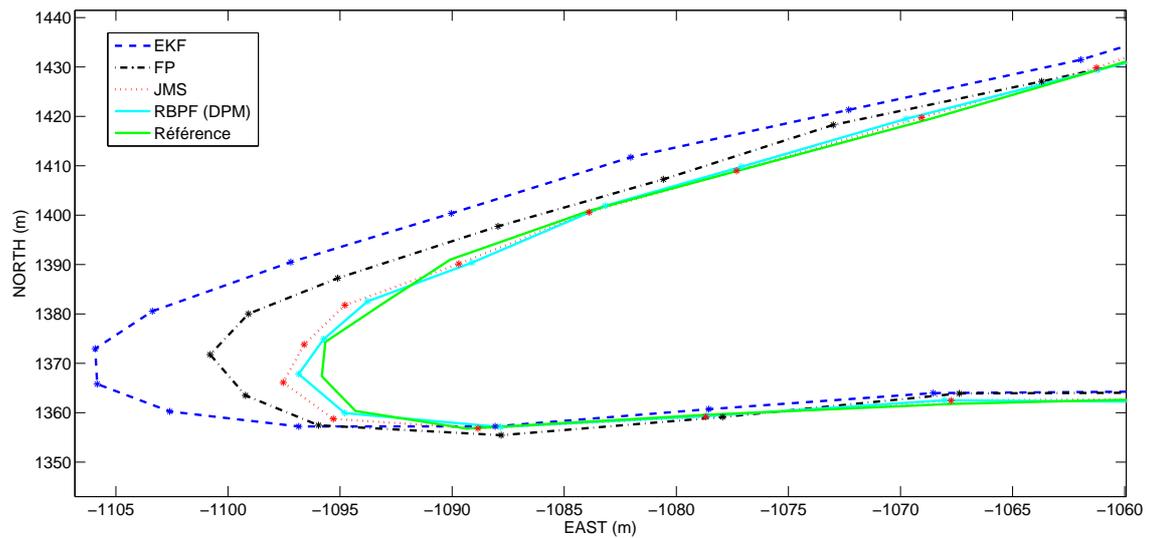
FIGURE 4.13 – Intégralité du parcours de simulation dans un repère ENU.



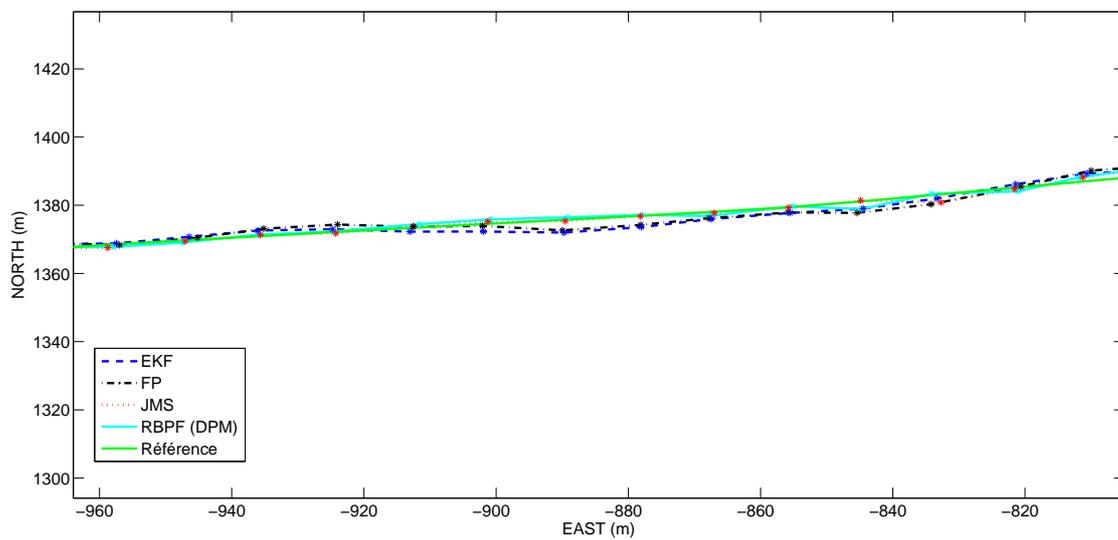
(a) Ligne droite avec un fort biais de position.



(b) Fin de parcours terminé par un rond point.



(c) Virage à droite.



(d) Ligne droite.

FIGURE 4.14 – Estimation de la position dans un repère ENU à partir de données de simulation par différents filtres statistiques. Les estimations peuvent être comparées à la position de référence, en vert sur le graphique.

## 4.6.2 Données de test réelles

Les données de simulation ne prenant pas en compte toutes les perturbations des signaux possibles, nous allons également tester les différents algorithmes d'estimation de la position sur données réelles. Les données utilisées sont les données acquises à Belfort et en parties présentées aux chapitres 3.3.6.3 et 4.5.2.1. Après avoir donné les précisions obtenues par chaque récepteur durant le parcours, nous analyserons les positions obtenues par nos algorithmes.

### 4.6.2.1 Précision obtenue en mesure

Dans cette section, nous allons commenter les différents résultats obtenus par les récepteurs. Tout d'abord nous présenterons les précisions des différentes positions mesurées. Ensuite, nous présenterons les mesures permettant de quantifier la qualité des mesures pour ces trajets. Enfin, nous proposerons également une analyse basée sur les images "fisheye" enregistrées.

Toutefois, les positions RTK n'ayant pas toujours le même mode, et par conséquent la même précision, un tri a été fait sur les données. Par conséquent, au moment de la rédaction de ce mémoire, la référence est principalement valide sur les zones mobiles des différents trajets.

#### a. Précision des récepteurs

Une fois la référence calculée, nous pouvons déterminer la précision des récepteurs sur chacun de nos trajets. Nous commencerons l'étude de la précision des récepteurs avec le trajet 1. Les positions mesurées sont représentées sur la figure 4.15. Les premiers constats en observant ces positions sont que :

- Les positions obtenues par le SafeDrive (étoiles rouges) sont peu précises et particulièrement sur la première partie du trajet (sur la gauche de la figure).
- Les positions obtenues par le PolaRx2 sont moins disponibles.

Grâce à la référence, nous avons calculé l'erreur de position des deux récepteurs par rapport au récepteur RTK. Les performances de localisation en 2D sont données dans le tableau 4.4 et en 3D dans le tableau 4.5 pour le trajet 1. En analysant ces deux tableaux, nous pouvons nous rendre compte que les performances des deux récepteurs sont très différentes. Le PolaRx2 peut être considéré comme un récepteur précis car son erreur moyenne est comprise entre 2 et 3 mètres et ce durant presque 90% du temps. Ce qui n'est le cas du récepteur SafeDrive ayant une erreur moyenne comprise entre 15 et 20 mètres et n'étant disponible à 10 mètres que durant 42 à 50% du temps.

|           | Erreur moyenne (mètres) | Disponibilité à 3 mètres (%) | Disponibilité à 5 mètres (%) | Disponibilité à 10 mètres (%) |
|-----------|-------------------------|------------------------------|------------------------------|-------------------------------|
| PolaRx2   | 1,97                    | 89                           | 94                           | 97                            |
| SafeDrive | 14,85                   | 10                           | 30                           | 56                            |

TABLE 4.4 – Performances obtenues par les différents récepteurs sur le trajet 1 pour un positionnement plan.

Il est cependant important de souligner que les positions du SafeDrive sont beaucoup plus disponibles que celles du PolaRx2. Pendant ce trajet, il manque 1 seule mesure pour le SafeDrive

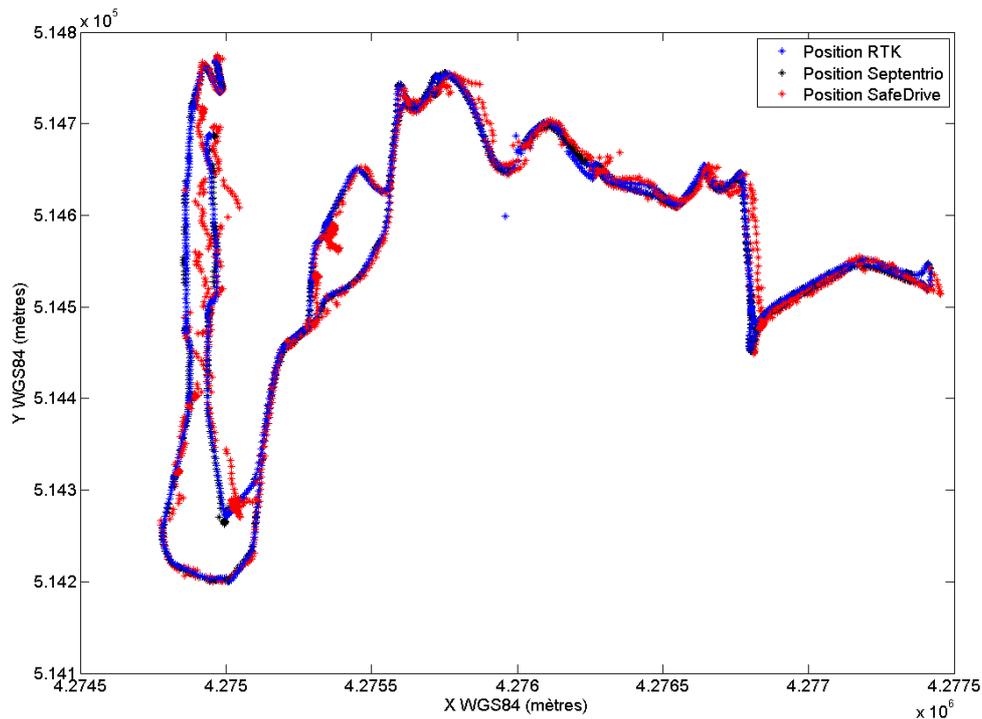


FIGURE 4.15 – Positions obtenues pour les 3 récepteurs du trajet 1.

|           | Erreur moyenne (mètres) | Disponibilité à 3 mètres (%) | Disponibilité à 5 mètres (%) | Disponibilité à 10 mètres (%) |
|-----------|-------------------------|------------------------------|------------------------------|-------------------------------|
| PolaRx2   | 2,77                    | 82                           | 90                           | 96                            |
| SafeDrive | 20,85                   | 3                            | 13                           | 42                            |

TABLE 4.5 – Performances obtenues par les différents récepteurs sur le trajet 1 pour un positionnement 3D.

et 208 (soit plus de 3 minutes) pour le PolaRx2. L'idéal serait de disposer de la mesure la plus disponible et précise possible.

#### b. Analyse des mesures GNSS du récepteur Safedrive

La figure 4.16 représente l'évolution, au cours du temps, du nombre de satellites visibles par le récepteur SafeDrive. Nous remarquons que le nombre de satellites est toujours supérieur ou égal à 4 satellites. C'est pourquoi lors du trajet 1, le récepteur SafeDrive 1 n'a que peu de positions indisponibles.

La figure 4.17 représente l'évolution du GDOP pour le récepteur SafeDrive durant le trajet 1. On remarque que les valeurs du GDOP ne sont pas élevées et que par conséquent, l'imprécision du positionnement ne peut pas être expliquée par la répartition satellitaire.

Les figures 4.18, 4.19 et 4.20 représentent l'évolution des résidus de pseudodistances pour les satellites 8, 9 et 27. Nous avons choisi de représenter les erreurs pour ces satellites en particulier, car pour ce trajet, ces satellites montrent une plus forte perturbation des résidus. Les valeurs

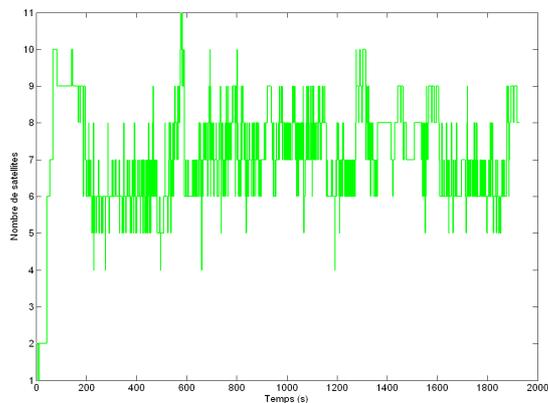


FIGURE 4.16 – Visibilité satellitaire du récepteur SafeDrive durant le trajet 1.

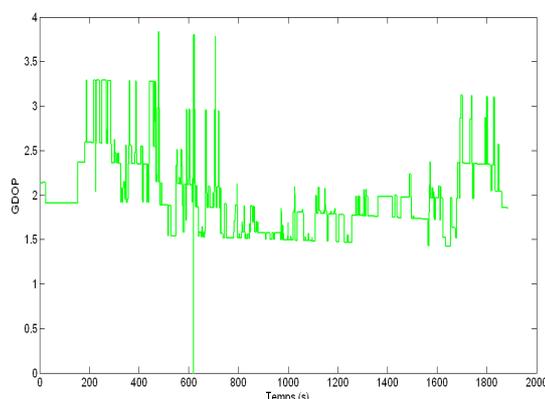


FIGURE 4.17 – Evolution du GDOP pour le récepteur SafeDrive durant le trajet 1.

maximales de ces résidus sont de plus de 25 mètres pour le satellite 8, 90 mètres pour le satellite 9 et 35 mètres pour le satellite 27. Deux de ces valeurs maximales font parties d'une zone de perturbation des résidus pour ces trois satellites comprises entre les instants 200 et 400. Dans cette zone, la visibilité satellitaire est assez faible (comprise entre 4 et 6 comme montré sur la figure 4.16). Ces trois satellites représentent donc plus de 50% des satellites observés durant cette période et le fait que leur erreur de pseudodistance soit élevée entraîne une forte imprécision du positionnement que l'on retrouve entre les instants 200 et 400 sur la figure 4.23(a). Ces perturbations sur les mesures de pseudodistances sont également observables sur la valeur du  $C/N_0$  de ces satellites.

Durant cette acquisition, une partie des mesures peut donc être considérée comme fortement dégradée. C'est pourquoi la position fournie par le récepteur Safedrive est fortement imprécise ici<sup>10</sup>. Dans la section, suivante nous allons observer l'apport des méthodes proposées sur une telle acquisition.

#### 4.6.2.2 Précision obtenue à partir des différents algorithmes

Les paramètres utilisés pour le JMS sont une fenêtre d'observation de 40s, 2 gaussiennes composant chaque mélange et un nombre de particules de 50.

Les paramètres utilisés pour le RBPF (DPM) sont  $\alpha_1 = 3000$ ,  $\alpha_2 = 500$ , les paramètres de  $\mathbb{G}_0$  sont  $k_0 = 0.1$ ,  $dof = 10$ ,  $\Sigma = 1$ ,  $\mu_0 = res_t^s$  pour une réception LOS et  $k_0 = 1$ ,  $dof = 5$ ,  $\Sigma = 10$ ,  $\mu_0 = res_t^s$  pour une réception NLOS, et le nombre de particules est de 50.

Le tableau 4.6 donne les performances de localisation pour le JMS, le RBPF et pour les positions mesurées par le récepteur Safedrive. Le récepteur Safedrive utilise les moindres carrés pour estimer la position.

Les précisions de localisation sont données par le tableau 4.6 pour un positionnement plan et un positionnement 3D. Nous pouvons comparer les trois résultats puisque les estimations par JMS et RBPF utilisent les mêmes observations que le récepteur. Dans ce tableau, nous remarquons que les résultats donnés par le RBPF sont beaucoup plus précis que ceux donnés par le récepteur.

10. La même analyse a été faite pour le récepteur PolaRx2 et pour les deux récepteurs Safedrive pour les trajets 2. Cette analyse est disponible en annexe C.

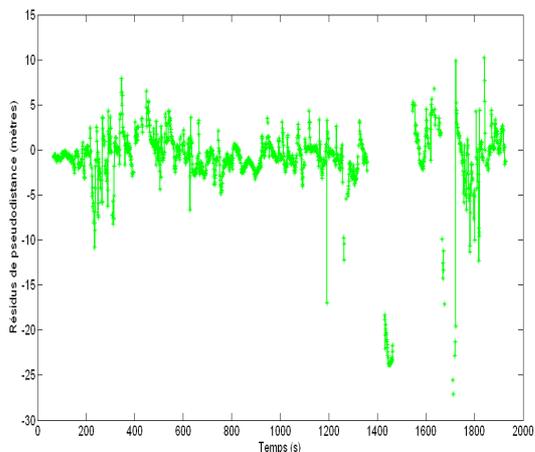


FIGURE 4.18 – Evolution des résidus de pseudodistances pour le satellite 8 durant le trajet 1 (récepteur SafeDrive).

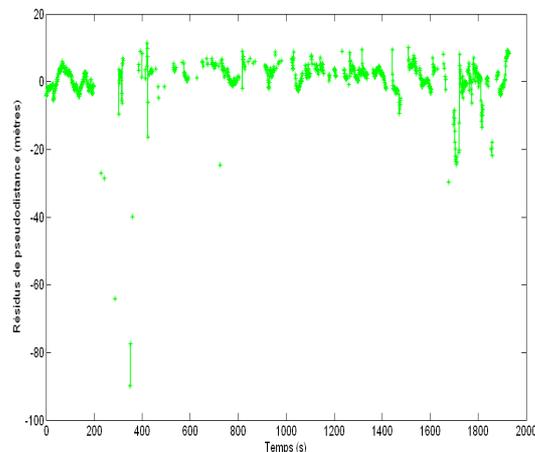


FIGURE 4.19 – Evolution des résidus de pseudodistances pour le satellite 9 durant le trajet 1 (récepteur SafeDrive).

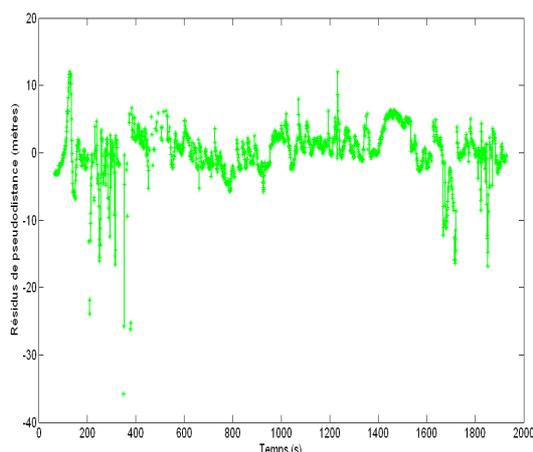


FIGURE 4.20 – Evolution des résidus de pseudodistances pour le satellite 27 durant le trajet 1 (récepteur SafeDrive).

L'utilisation du JMS donne également de meilleurs résultats qu'avec le récepteur mais est moins performante que le RBPF. Par conséquent, dans la suite de cette section nous ne comparerons que les RBPF(DPM) par rapport aux positions récepteurs. Le gain de précision est de plus de 7 mètres en 2D et de plus de 10 mètres en 3D. De plus, cet apport de précision rend la position beaucoup plus disponible à 3 mètres (hausse de 26% en 2D et 7% en 3D), 5 mètres (hausse de 33% en 2D et 19% en 3D) et 10 mètres (hausse de 28,5% en 2D et 33% en 3D).

Pour illustrer cette amélioration de la précision, nous avons représenté l'erreur de position dans le plan pour les 2 méthodes précédentes durant deux périodes différentes de l'acquisition sur la figure 4.21. Malgré quelques pics d'erreurs ponctuels, l'erreur de position fournie par le RBPF est beaucoup plus stable que celle fournie par les moindres carrés du récepteur. De plus, l'erreur du RBPF est généralement la plus faible et inférieure à 5 mètres.

| Performances 2D |                    |              |              |               |
|-----------------|--------------------|--------------|--------------|---------------|
|                 | Erreur moyenne (m) | Dispo. à 3 m | Dispo. à 5 m | Dispo. à 10 m |
| Safedrive       | 14,85              | 10%          | 30%          | 56%           |
| JMS (GM)        | 10,50              | 18,21%       | 41,96%       | 71,05%        |
| RBPF (DPM)      | 7,13               | 36,36%       | 63,44%       | 84,50%        |
| Performances 3D |                    |              |              |               |
|                 | Erreur moyenne (m) | Dispo. à 3 m | Dispo. à 5 m | Dispo. à 10 m |
| Safedrive       | 20,85              | 3%           | 13%          | 42%           |
| JMS (GM)        | 14,92              | 4,69%        | 16,93%       | 55,83%        |
| RBPF (DPM)      | 10,19              | 10,03%       | 32,36%       | 75,04%        |

TABLE 4.6 – Performances de localisation pour les algorithmes JMS (GMM) et RBPF (DPM) et pour les positions mesurées par le Safedrive.

La figure 4.22 représente les positions mesurées par le récepteur et les positions estimées par le filtre comparées à la référence. Cette figure a ensuite été segmentée pour représenter les différents cas rencontrés sur l'erreur de position. Tout d'abord, le début et la fin du trajet sont fortement perturbés par l'environnement de propagation proche comme le montre la figure 4.23(a). Sur cette dernière, les erreurs de pseudodistances sont plus fortes. Ces erreurs de mesure élevées sont compensées par le filtre. Les fortes variations de l'erreur de position du récepteur, observées sur la figure 4.21, sont dues à des changements de dynamique du véhicule et/ou des observations comme peuvent le montrer les figures 4.23(c) et 4.23(d). Ces phénomènes sont également compensés par le filtre statistique proposé. Enfin, en ligne droite ou légèrement courbe, le positionnement est plus précis pour les deux méthodes comparées même si de légers biais de position peuvent également être observés pour le récepteur.

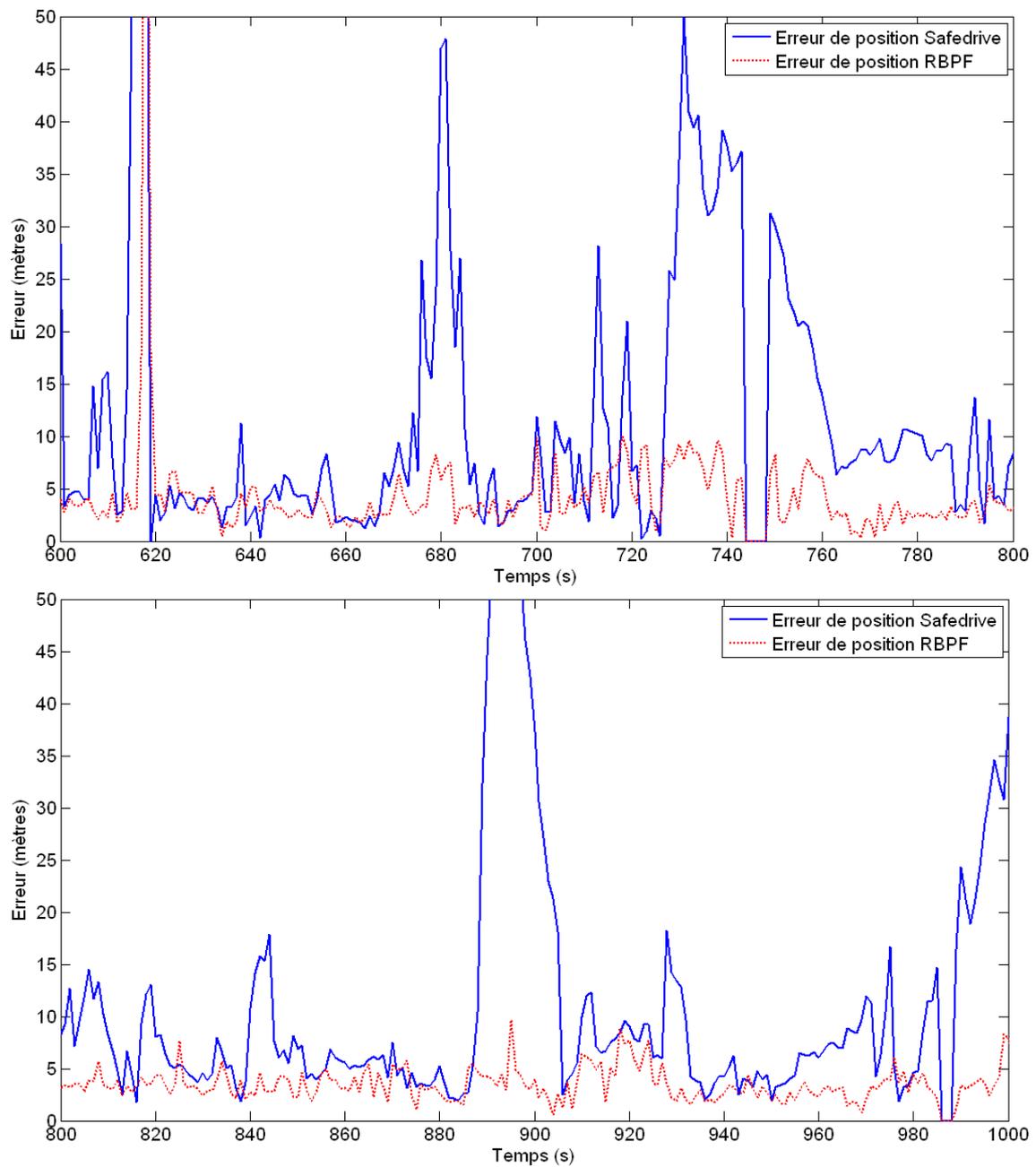


FIGURE 4.21 – Erreurs de position absolues planes données pour le trajet 1 de Belfort. Les erreurs de positions sont calculées pour les positions du récepteur Safedrive et pour l’algorithme RBPF (DPM).

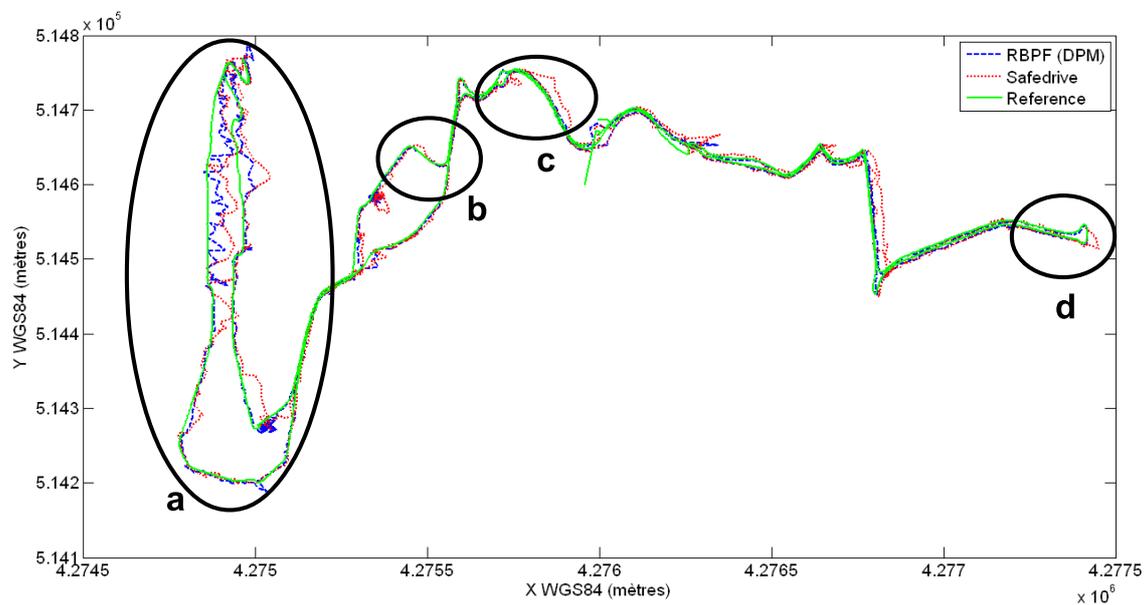
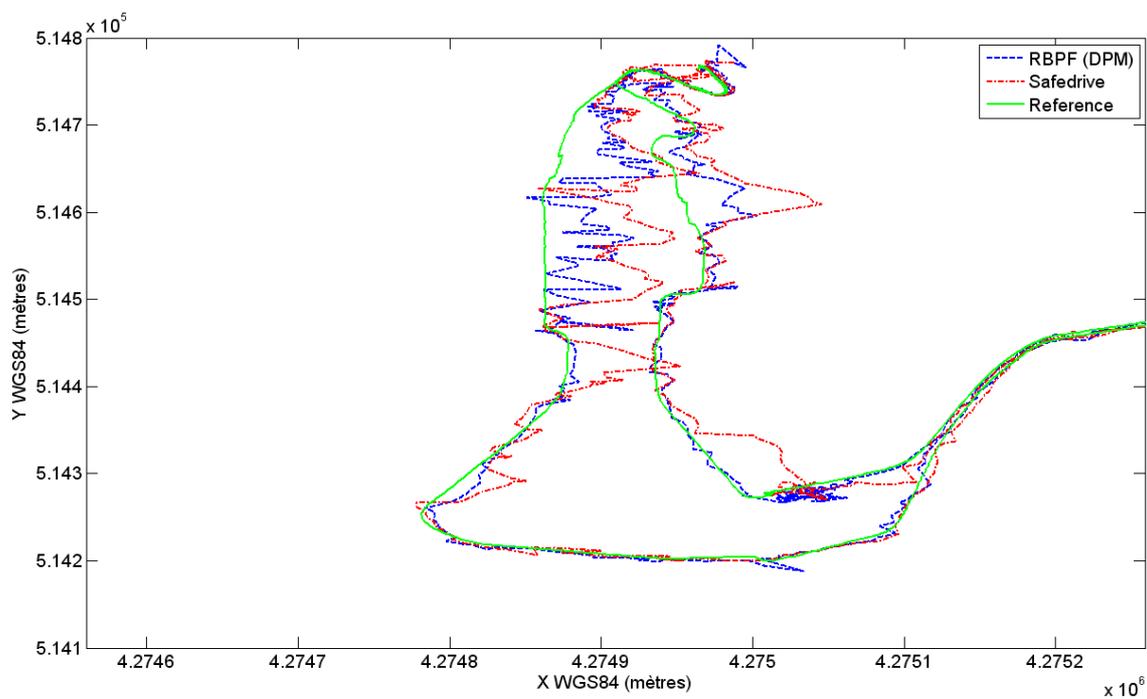
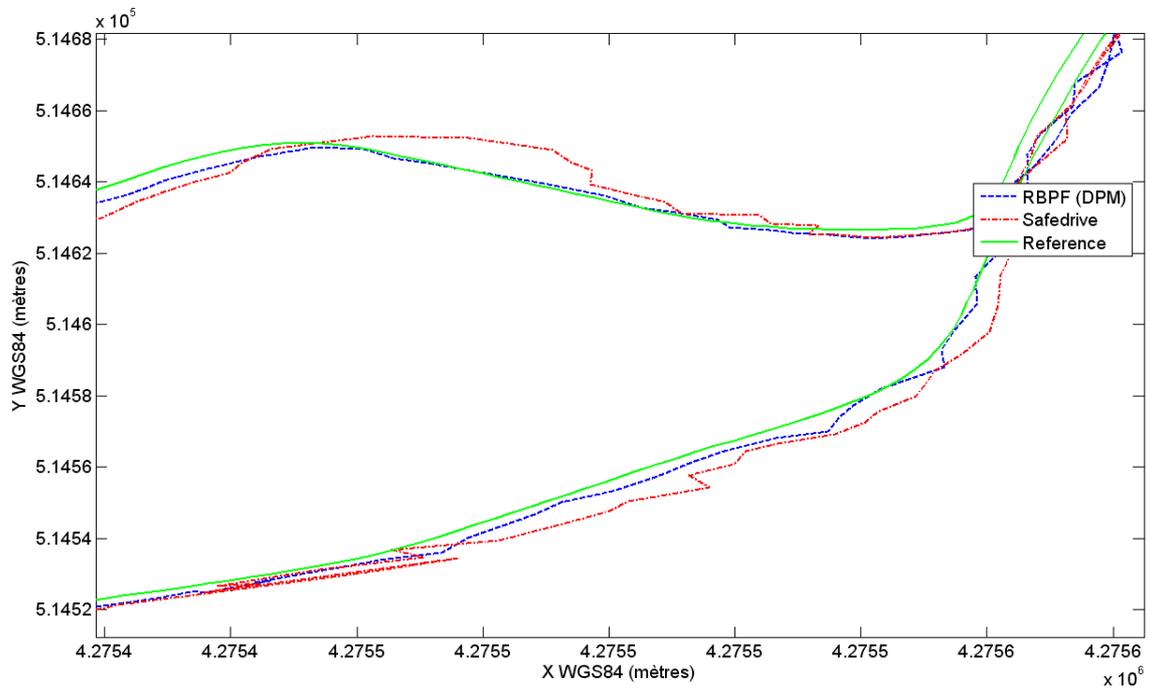


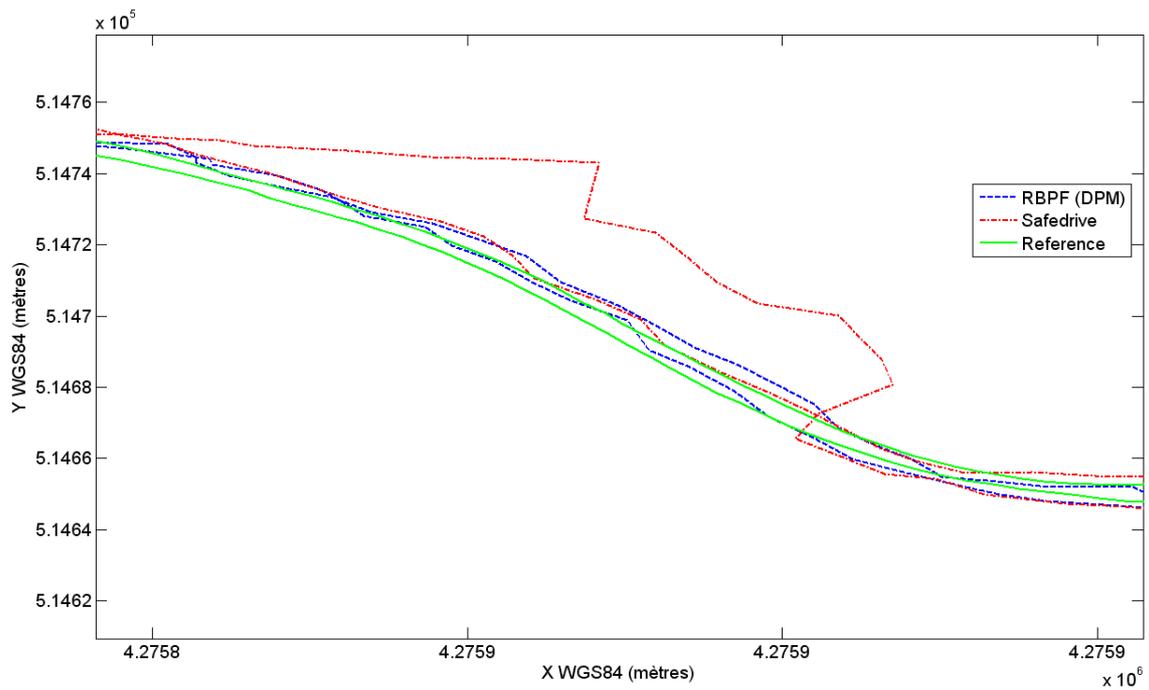
FIGURE 4.22 – Intégralité du trajet 1 de Belfort dans un repère WGS84.



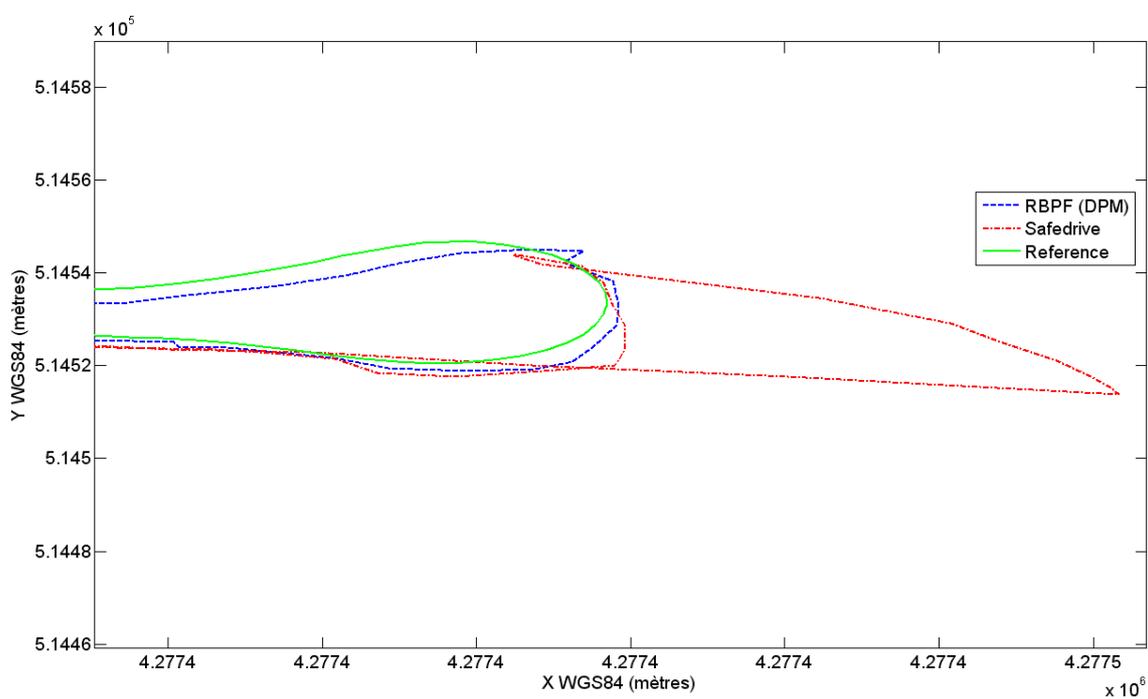
(a) Début et fin du trajet dans un environnement particulièrement contraint.



(b) Courbe légère avec positionnement précis.



(c) Légère courbe avec imprécision du récepteur.



(d) Mi-parcours avec un rond-point.

FIGURE 4.23 – Estimation de la position dans un repère WGS84 à partir de données réelles par le RBPf (DPM). Les estimations peuvent être comparées à la position de référence, en vert sur le graphique et aux positions fournies par le récepteur Safedrive, en rouge sur le graphique.

Pour conclure cette section, nous avons montré que même en utilisant un récepteur de type "low cost" <sup>11</sup>, il est possible d'améliorer fortement la précision et la disponibilité de la position en utilisant les modèles de bruits associés au filtrage particulaire. Cette amélioration conséquente permet d'envisager des applications plus sécuritaires à grande échelle.

### 4.6.3 Etude sur la complexité algorithmique

L'une des perspectives de ce travail est d'implémenter les algorithmes proposés dans un récepteur. Pour faciliter une future implémentation, nous avons réalisé une première étude sur la complexité calculatoire des méthodes développées. Pour ce faire, nous avons calculé le temps de calcul nécessaire aux algorithmes pour réaliser le positionnement intégral de la simulation de référence mobile. Le nombre d'instantants de mesure de cette simulation est de 594. Les temps de calcul sont donnés en fonction d'autres paramètres de l'algorithme comme le nombre de particules et la taille de la fenêtre d'observation dans le cas du modèle à sauts de Markov. Les programmes ayant été développés sous Matlab, les temps donnés dans cette section ne sont donnés qu'à titre indicatif. De plus, ces méthodes utilisant également plusieurs critères aléatoires, les valeurs de temps de calcul et d'erreur moyenne de position sont obtenues en moyennant les résultats obtenus lors de plusieurs simulations.

#### 4.6.3.1 Relation performances nombre de particules pour l'algorithme JMS

La partie haute de la figure 4.24 représente l'évolution du temps nécessaire en fonction du nombre de particules pour réaliser le positionnement intégral avec l'algorithme 10 (modèle à sauts de Markov). Sur cette figure, nous observons une augmentation linéaire du temps de calcul nécessaire en fonction du nombre de particules.

La partie basse de la figure 4.24 représente l'évolution de l'erreur de position moyenne en fonction du nombre de particules pour réaliser le positionnement intégral avec l'algorithme 10. L'erreur de position moyenne sur cette simulation tend vers une valeur limite aux alentours de 2,8 mètres. L'allure de la courbe est un logarithme inverse.

Par l'étude de ces deux parties de la figure, nous pouvons donc conclure qu'il n'est pas nécessaire d'utiliser un nombre de particules le plus élevé possible pour obtenir un positionnement précis. Par exemple, sur notre simulation de référence, un nombre de particules compris entre 200 et 500 est amplement suffisant pour disposer d'un positionnement précis. Par contre, un nombre de particules inférieur à 100 donnera des positions beaucoup moins précises et est donc à éviter.

Pour cet algorithme, nous avons également fait varier  $J$  le nombre de gaussiennes composant le mélange et la taille de la fenêtre d'observation  $size_f$  en fixant le nombre de particules  $N$ . En règle générale, et à configuration égale des autres paramètres de l'algorithme, plus  $J$  est élevé plus la solution sera précise. Toutefois, l'augmentation du nombre de gaussiennes composant le mélange entraîne une augmentation significative du temps de calcul. De plus, si  $J$  est plus élevé,  $size_f$  doit être conséquente. Cependant, si  $size_f$  est plus large, la précision de la solution de navigation diminuera et le temps de calcul augmentera. Toutes ces considérations seront à prendre en

---

11. Nous rappelons ici que le navigateur Safedrive est équipé d'une puce Ublox. Ce genre de puce peut être considérée comme bas de gamme. De plus, les positions fournies ne sont calculées qu'à partir de la mesure de pseudodistance sur L1 et seront, par conséquent, moins précises comparées à d'autres récepteur comme les récepteurs bi-fréquence par exemple.

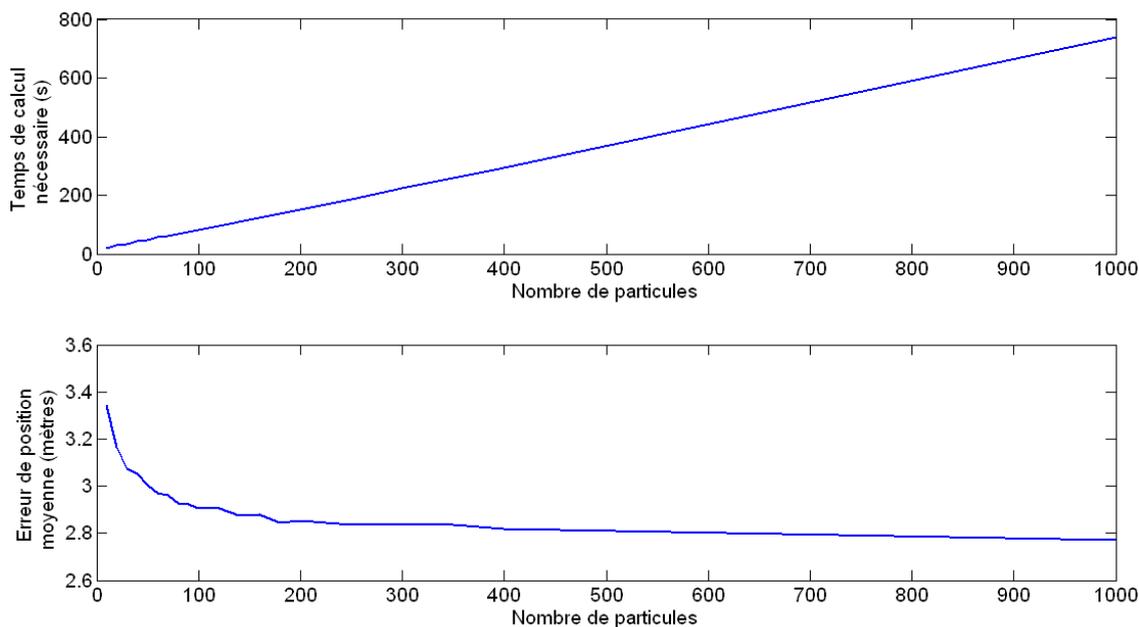


FIGURE 4.24 – Mise en relation du temps de calcul nécessaire en fonction du nombre de particules (figure du haut) et de l’erreur de position moyenne en fonction du nombre de particules (figure du bas) pour l’algorithme JMS. Calcul réalisé sur la simulation de référence mobile.

compte lors de la future implémentation de l’algorithme. Le tableau 4.7 illustre ces deux constatations.

| Configuration fixe      | Paramètre testé | Temps de Calcul | Erreur moyenne de position |
|-------------------------|-----------------|-----------------|----------------------------|
| $N = 10, size_f = 220s$ | $J = 2$         | 64,43s          | 3,37m                      |
| $N = 10, size_f = 220s$ | $J = 3$         | 73,68s          | 3,36m                      |
| $N = 10, size_f = 220s$ | $J = 4$         | 97,13s          | 3,28m                      |
| $N = 10, J = 2$         | $size_f = 30s$  | 14,32s          | 3,13m                      |
| $N = 10, J = 2$         | $size_f = 90s$  | 33,89s          | 3,26m                      |
| $N = 10, J = 2$         | $size_f = 120s$ | 39,31s          | 3,37m                      |

TABLE 4.7 – Temps de calcul et précision moyenne de la solution pour différents paramétrages de l’algorithme 10.

#### 4.6.3.2 Relation performances nombre de particules pour l’algorithme DPM

La partie haute de la figure 4.25 représente l’évolution du temps nécessaire pour estimer la position des 594 instants en fonction du nombre de particules, et ce pour l’algorithme DPM. Le résultat obtenu est assez similaire à celui obtenu sur la figure 4.24 <sup>12</sup>.

La partie basse de la figure 4.25 représente l’évolution de l’erreur de position moyenne en fonction du nombre de particules. Cette courbe montre que l’erreur tend vers une valeur asymptotique.

12. Cependant, les valeurs du temps de calcul ne peuvent être comparées entre les deux figures car ces résultats ont été obtenus sur deux ordinateurs de caractéristiques différentes.

tique (1,9 m à  $N = 500$ ). Cette valeur est plus faible que pour le JMS (figure 4.24) et est atteinte beaucoup plus facilement. En effet, cette valeur est presque atteinte pour  $N = 40$ .

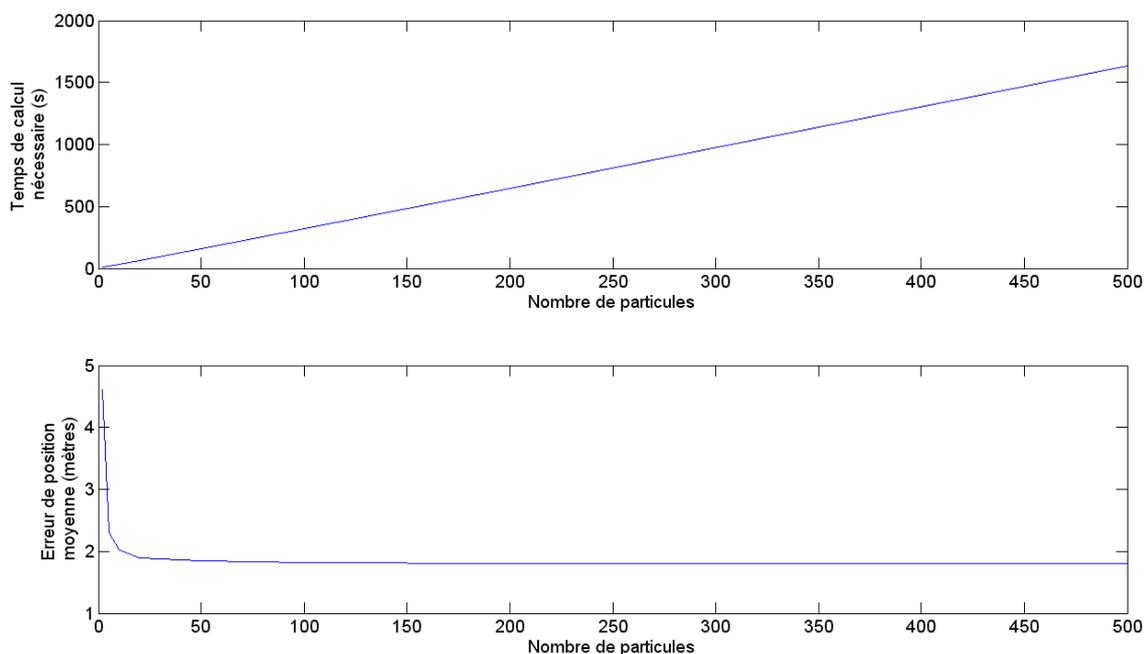


FIGURE 4.25 – Mise en relation du temps de calcul nécessaire en fonction du nombre de particules (figure du haut) et de l’erreur de position moyenne en fonction du nombre de particules (figure du bas) pour l’algorithme DPM. Calcul réalisé sur la simulation de référence mobile.

Par conséquent, si cet algorithme devait être implémenté en temps réel, il ne serait pas nécessaire d’utiliser un nombre de particules supérieur à 40 pour obtenir un positionnement précis.

## 4.7 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons proposé deux algorithmes d’estimation conjointe du modèle de bruit et de la position. Cette estimation se fait par l’utilisation d’une modélisation des bruits à partir de modèle à mélange et de l’utilisation du filtrage particulaire pour estimer la position conjointement au bruit.

Le premier algorithme est basé sur une modélisation GMM et est une évolution des travaux de [Nah09] et le second est basé sur une modélisation DPM. L’emploi du GMM est inclu dans un modèle à saut de Markov (JMS). Les deux versions d’algorithme réalisent à la fois un saut de moyenne et un saut de variance. Dans le cas du JMS, ces sauts sont réalisés à chaque instant où une réception NLOS est détectée, sinon le bruit est considérée blanc et gaussien. Dans le cas de l’algorithme utilisant les DPM, ces sauts sont réalisés à chaque instant mais ce sont les paramètres de la distribution de base et le paramètre de dispersion qui sont déterminés en fonction de l’état de réception.

Nous avons ensuite testé ces algorithmes sur données simulées et réelles et nous avons constaté leurs performances de localisation selon plusieurs critères dont les principaux sont la précision et la disponibilité. L’emploi de ces techniques par rapport aux estimateurs classiques

de la position améliore grandement ces deux critères mais rend également l'erreur de position plus stable. La méthode la plus performante est celle basée sur les DPM mais le JMS basé sur le mélange fini de gaussiennes donne également de meilleurs résultats que les méthodes classiques. L'estimation conjointe du bruit d'observation et de l'état associée au filtrage particulaire nous permet de compenser les biais de position générés par les erreurs sur les observations mais également ceux induits par une mauvaise modélisation de la dynamique du véhicule.

Enfin, nous avons ouvert ce chapitre, en vue d'une future implémentation, sur une étude donnant une première idée de la complexité calculatoire des algorithmes. Dans cette étude, nous avons mis en évidence le nombre de particules optimales si chaque algorithme devait être implémenté. En effet, pour les deux algorithmes, les courbes de la précision en fonction du nombre de particules utilisées suivent un modèle logarithme inverse, ce qui nous permet de fixer un nombre de particules suffisant. Cette étude n'a été faite que sur des données de simulations. Sur données réelles, les courbes seraient similaires mais avec des temps de calcul légèrement supérieurs car les algorithmes fonctionnant sur ces données nécessitent quelques étapes supplémentaires.

# Conclusion

Les systèmes de positionnement par satellites sont de plus en plus utilisés dans les applications transports. Les avantages de ce type de positionnement sont : sa continuité, sa couverture mondiale, son fonctionnement par tout temps et qu'il ne nécessite pas d'investissement excessif pour pouvoir l'utiliser. Le gros inconvénient de ces systèmes est la perturbation des signaux et principalement la perturbation locale. Les masquages de signaux peuvent entraîner une indisponibilité de la position et, dans ce cas, seul l'ajout de capteurs supplémentaires peut compenser ce masquage. Les réflexions des signaux entraînent une augmentation de l'imprécision de la position. L'atténuation de ce phénomène reste actuellement un challenge pour la communauté scientifique. C'est sur ce deuxième point que nous avons choisi d'axer nos travaux. L'amélioration de la précision de la position GNSS permettrait notamment d'augmenter la continuité de service et de ce fait, associé à un processus de contrôle de l'intégrité, le positionnement GNSS pourrait être envisagé dans des utilisations transports à caractère plus sécuritaire qu'actuellement.

L'objectif de cette thèse est de proposer des méthodes d'amélioration des performances de localisation des systèmes GNSS en utilisant des modèles d'erreur de pseudodistance adaptés et en s'aidant des informations caractérisant l'environnement de propagation proche disponibles dans les mesures. Dans ce travail, nous considérons que l'erreur de pseudodistance peut suivre plusieurs modèles selon les états de réception. Nous nous sommes inspirés du travail de [Car06], en considérant que chaque satellite peut être un capteur distinct. Chacun d'entre eux peut ainsi avoir un mode de fonctionnement correspondant à l'état de réception du signal émis par ce satellite. Nous avons également fait évoluer les travaux de [Nah09] mais en considérant un environnement inconnu. Dans nos travaux, nous considérons que l'environnement de propagation local est variant et aléatoire. Ce qui, par conséquent, entraîne qu'il impacte directement l'état de réception actuel. De plus, nous nous sommes attachés à expérimenter les solutions proposées sur plusieurs types de données et à mettre en place des données de référence pour pouvoir évaluer les performances des solutions testées.

Le chapitre 1 présente les principes fondamentaux du positionnement par satellites pour des applications transports. Tout d'abord, nous introduisons les notions primordiales des GNSS en prenant l'exemple du GPS. Puis, nous expliquons quelles sont les perturbations classiques de propagation des signaux et comment les corriger. Ensuite, nous montrons quels sont les phénomènes de propagation supplémentaires intervenant dans l'environnement proche lorsque celui-ci est contraint. Enfin, nous anticipons sur l'efficacité future des récepteurs GNSS multi-constellations et montrons qu'en environnement contraint l'ajout de constellations ne sera pas suffisant pour une amélioration significative des performances. Suite à ce chapitre, nous donnons nos premières hypothèses de travail qui sont de ne travailler qu'avec des signaux GNSS, de rendre la solution aussi disponible que possible et de développer les algorithmes à partir de récepteurs faibles coûts. C'est pourquoi nous avons décidé de travailler principalement sur l'amélioration de la partie estimation

de la position du récepteur et d'utiliser une meilleure modélisation des erreurs de mesures et de se concentrer sur la mesure de pseudodistance et principalement la pseudodistance de code.

Le chapitre 2 introduit l'estimation statistique par filtrage bayésien. Ce chapitre est orienté pour que le lecteur puisse ensuite directement calculer une position GNSS à partir de ces méthodes. Nous introduisons tout d'abord la modélisation d'état. Puis, nous définissons les principaux estimateurs pouvant être utilisés pour la localisation GNSS, en nous attardant particulièrement sur le filtrage particulière. Nous choisirons par la suite d'utiliser cette méthode puisqu'elle présente les hypothèses les moins contraignantes. En effet, cette méthode ne suppose pas le système linéaire et les bruits blancs gaussiens. Grâce au filtre particulière, nous pouvons adapter la modélisation des bruits pour estimer une position plus précise.

Le chapitre 3 reprend la problématique de la caractérisation de l'environnement proche et de la modélisation des erreurs de pseudodistance. Tout d'abord, ce chapitre s'attache à la caractérisation de l'environnement urbain et à la détection des perturbations locales du signal. Ensuite, nous définissons l'erreur de pseudodistance et montrons qu'il est nécessaire d'utiliser un modèle à mélange en cas de réception NLOS du signal. Après une mise en évidence expérimentale, de la non-stationnarité du signal lorsque l'état de réception change, nous proposons deux modèles pour la modélisation des erreurs de pseudodistances qui sont le mélange fini de gaussiennes (GMM) et le mélange de processus de Dirichlet (DPM). Ces modélisations sont ensuite testées sur données simulées sous un logiciel de lancer de rayon et sur données réelles acquises avec un récepteur bas de gamme. Après étude des résultats, nous avons pu mettre en évidence les qualités et défauts de chaque modélisation. Pour le GMM, il nous est nécessaire d'observer les pseudodistances dans une fenêtre temporelle ce qui a pour effet de ne pas détecter les brusques changements des observations. Par contre, cet algorithme est aisément implémentable et paramétrable. La modélisation DPM donne de meilleurs résultats et génère une variabilité dans la modélisation. Par contre les valeurs des paramètres de la loi de base et du paramètre de dispersion sont très importantes et peuvent radicalement modifier la performance de modélisation. Ce paramétrage n'est pas aussi aisé qu'avec les GMM.

Le chapitre 4 propose et valide l'estimation conjointe du modèle de bruit et de la position. Cette estimation se fait par l'utilisation des modèles de bruit précédents et du filtrage particulière. La méthode de filtrage particulière choisie est le filtre particulière rao-blackwellisé. Dans ce chapitre, nous avons proposé deux algorithmes différents. Le premier est basé sur une modélisation GMM et s'inspire des travaux de [Nah09] et le second est basé sur une modélisation DPM. L'emploi du GMM est inclu dans un modèle à saut de Markov (JMS). Les deux versions d'algorithme réalisent à la fois un saut de moyenne et un saut de variance. Dans le cas du JMS, ces sauts sont réalisés à chaque fois qu'une réception NLOS est détectée, sinon le bruit est considéré blanc et gaussien. Dans le cas de l'algorithme utilisant les DPM, ces sauts sont réalisés à chaque instant mais ce sont les paramètres de la distribution de base et le paramètre de dispersion qui sont déterminés en fonction de l'état de réception. Nous avons ensuite testé ces algorithmes sur données simulées et réelles et nous avons évalué leurs performances de localisation selon plusieurs critères. Avec l'étude des résultats, nous avons pu constater qu'un modèle de bruit plus adapté permet d'améliorer la précision de localisation. En effet, une amélioration moyenne de 10 mètres a pu être apportée par rapport aux méthodes classiques grâce aux DPM. Le JMS améliore également la précision mais dans une moindre mesure car sa modélisation des erreurs de pseudodistance est moins précise. Toutefois, ce dernier est plus facilement implémentable. Enfin, nous avons ouvert ce chapitre, en vue d'une future implémentation, sur une étude donnant une première idée de la complexité calculatoire des algorithmes.

## Perspectives

Pour chaque chapitre de ce mémoire des perspectives de travail peuvent être envisagées pour l'amélioration des performances.

Premièrement, par rapport aux systèmes de navigation par satellites introduits au chapitre 1, il sera intéressant pour une application transport d'utiliser un système mono ou multi-constellations utilisant le système Galileo lorsque ce dernier sera opérationnel. En effet, Galileo a l'avantage d'être civil et de proposer une information d'intégrité des signaux. Ce genre de considération est très importante pour des applications à caractère sécuritaire civil.

Dans le chapitre 2, nous avons donné nos choix concernant le modèle d'état. Une perspective à ce niveau serait d'intégrer la mesure de Doppler à l'équation de mesure. Cette mesure supplémentaire permettrait d'affiner l'information sur la vitesse du véhicule. Une autre perspective est l'utilisation des IMM [BSLK01], ce qui permettrait d'adapter la modélisation d'état en adaptant l'équation d'évolution et de mesure selon la situation (statique, uniformément accéléré, ...).

La caractérisation de l'environnement et les modèles d'erreur de pseudodistances proposés dans le chapitre 3 peuvent également être retravaillés de plusieurs façons. Tout d'abord, dans notre travail, la détection des états de réception perturbés se base exclusivement sur la mesure du  $C/N_0$ . Une approche se basant sur la redondance des informations pourraient être envisagée notamment en se basant sur les travaux de [BL01] et [LLJ04]. Dans ces travaux, un facteur d'erreur lié aux réflexions est déduit en utilisant la redondance entre les mesures de pseudodistance de code et de phase et en utilisant la redondance des erreurs entre deux instants successifs. Une autre approche possible serait d'utiliser une classification des informations [WG07]. Une autre perspective de travail concernant la partie modélisation des erreurs serait de modéliser l'erreur de la mesure Doppler comme proposée dans [Spa09]. De plus, il serait également intéressant d'estimer certaines variables des modèles proposés, au lieu de les fixer comme nous l'avons fait dans ce mémoire. Il s'agit du nombre de gaussiennes et de la taille de la fenêtre d'observation pour les GMM et du facteur de dispersion  $\alpha$  et des paramètres de la loi Normal-Inverse Wishart pour les DPM. Enfin, concernant la modélisation par DPM, nous pensons que l'utilisation d'une étape d'oubli de certains clusters permettrait d'affiner la modélisation. Il serait notamment intéressant d'oublier les clusters concernant les erreurs liées à une réflexion passées dans le cas d'un véhicule en mouvement [Car06].

L'estimation conjointe du modèle de bruit et de l'état a été présentée et testée dans le chapitre 4. L'une des pistes envisagées pour poursuivre ces travaux serait d'utiliser un filtre particulière utilisant un nombre de particules évolutifs [Fox03]. Ceci permettrait notamment de réduire le temps de calcul. Afin de réduire les erreurs de position liées à la mauvaise modélisation de la dynamique du véhicule, il serait intéressant d'envisager l'utilisation d'algorithmes IMM (Interactive Multiple Model) [MABSD98]. L'étude sur la complexité calculatoire de l'algorithme se basant sur les DPM pourra également être poursuivie dans une optique d'implémentation de l'algorithme en temps réel. Enfin, de nouvelles expérimentations pourront être menées afin de tester les algorithmes en fonction des applications transports visées.

Enfin, une perspective générale serait d'implémenter les modèles de bruit et algorithmes proposés dans un récepteur GNSS. Les modèles de bruits pourraient en particulier être utilisés pour enrichir le calcul de l'intégrité réalisé actuellement pour les signaux GPS par EGNOS (Europe) ou WAAS (Amérique du Nord). Par la suite, cette perspective devra également être développée sur les signaux Galileo pour les applications transports urbaines. En effet, actuellement, le

modèle EGNOS concernant les erreurs locales est une modélisation gaussienne surestimée. L'emploi des modèles à mélange pour une estimation "on line" permettrait donc d'améliorer l'intégrité de la solution en s'adaptant aux environnements et conditions de propagation réels. Ensuite, l'utilisation des algorithmes d'estimation conjointe des bruits et de la position permettrait de rendre le positionnement plus précis et avec une meilleure continuité de service, ce qui permettrait une utilisation plus sûre du positionnement GNSS pour des applications transports aussi bien en mode "standalone" qu'en le fusionnant avec d'autres capteurs.

# Bibliographie

- [ARI04] ARINC Research Corporation, “NAVSTAR GPS Space Segment/Navigation Interfaces, Interface Specification, IS-GPS-200D (Public Release Version),” ARINC Research Corporation, Tech. Rep., 2004, public release version.
- [BAB<sup>+</sup>07] K. Borre, D. M. Akos, N. Bertelsen, P. Rinder, and S. H. Jensen, *A Software-Defined GPS and GALILEO Receiver : A Single-Frequency Approach*. Birkhäuser, 2007.
- [Bah09] M. Bah‘rami, “Getting Back on the Sidewalk : Doppler-Aided Autonomous Positioning with Single-Frequency Mass Market Receivers in Urban Areas,” in *ION GNSS 2009*, I. O. Navigation, Ed., Savannah, Georgia, September 2009.
- [BFM09] J. Beugin, A. Filip, and J. Marais, “Simulation approaches to evaluate dependability of satellite-based positioning services in railway transportation applications,” in *ESREL 2009*, Prague, Czech Republic, September 2009.
- [BL01] S. B. Bisnath and R. B. Langley, “Pseudorange Multipath Mitigation By Means of Multipath Monitoring and De-Weighting,” in *KIS 2001*, KIS, Ed., KIS. Alberta : KIS, June 2001.
- [BM73] D. Blackwell and J. MacQueen, “Ferguson distributions via Polya urn schemes,” *The Annals of Statistics*, vol. 1, no. 2, pp. 353–355, 1973.
- [BM08] J. BEUGIN and J. MARAIS, “Application des principes de la sûreté de fonctionnement à l’évaluation du service de localisation par satellites dans le domaine ferroviaire,” *Recherche, Transports, Sécurité*, no. 99, pp. 89–103, 2008.
- [BMCM06] M. Berbineau, E. Masson, M. Chennaoui, and J. Marais, “Satellite channel modelling using a Ray-tracing Tool for train communication,” in *Proc. 6th International Conference on ITS Telecommunications*, June 2006, pp. 452–456.
- [Bro92] R. Brown, “A baseline GPS RAIM scheme and a note on the equivalence of three RAIM methods,” *Journal of The Institute of Navigation*, vol. 39, no. 3, 1992.
- [BSLK01] Y. Bar-Shalom, X. R. Li, and T. Kirubarajan, *Estimation with Applications to Tracking and Navigation, Theory Algorithms and Software*. Wiley-Interscience, 2001.
- [Bét04] D. Bétaille, “Assessment and improvement of the capabilities of a window correlator to model GPS multipath phase errors,” Ph.D. dissertation, University College London, London, UK, 2004.
- [BVBL08] B. Bonhoure, I. Vanschoenbeek, M. Boschetti, and J. Legenne, “GPS - GALILEO Urban Interoperability Performance With the GPS - GALILEO Time Offset,” in *European Navigation Conference GNSS 2008*, TOULOUSE, Mai 2008.
- [Car06] F. Caron, “Inférence bayésienne pour la détermination et la sélection de modèles stochastiques,” Ph.D. dissertation, Ecole Centrale de Lille, Lille, 2006.

- [CDD<sup>+</sup>08] F. Caron, M. Davy, A. Doucet, E. Duflos, and P. Vanheeghe, “Bayesian Inference for Linear Dynamic Models With Dirichlet Process Mixtures,” *IEEE Transactions on Signal Processing*, vol. 56, pp. 71–84, 2008.
- [CG09] C. Cai and Y. Gao, “Combined GPS/GLONASS Navigation Algorithm for use with Limited Satellite Visibility,” *The Journal Of Navigation*, vol. 62, pp. 671–685, 2009.
- [CGM07] O. Cappe, S. Godsill, and E. Moulines, “An overview of existing methods and recent advances in sequential monte carlo,” *Proceedings of the IEEE*, vol. 95, no. 5, pp. 899–924, May 2007.
- [DBP<sup>+</sup>05] F. Duquenne, S. Botton, F. Peyret, D. Bétaille, and P. Willis, *GPS localisation et navigation par satellites, deuxième édition revue et augmentée*. Lavoisier, 2005.
- [DCM05] R. Douc, O. Cappe, and E. Moulines, “Comparison of resampling schemes for particle filtering,” in *Image and Signal Processing and Analysis, 2005. ISPA 2005. Proceedings of the 4th International Symposium on*, 2005, pp. 64 – 69.
- [DdG01] A. Doucet, N. de Freitas, and N. Gordon, *Sequential Monte Carlo Methods in Practice*. Springer, 2001.
- [DGK01] A. Doucet, N. J. Gordon, and V. Krishnamurthy, “Particle filters for state estimation of jump Markov linear systems,” *IEEE Transactions on Signal Processing*, vol. 49, no. 3, pp. 613–624, March 2001.
- [DLR<sup>+</sup>77] A. Dempster, N. Laird, D. Rubin *et al.*, “Maximum likelihood from incomplete data via the EM algorithm,” *Journal of the Royal Statistical Society. Series B (Methodological)*, vol. 39, no. 1, pp. 1–38, 1977.
- [DVAD02] A. Doucet, B. Vo, C. Andrieu, and M. Davy, “Particle filtering for multi-target tracking and sensor management,” in *Proceedings of the Fifth International Conference on Information Fusion, 2002*, 2002.
- [EDG05] R. Ercek, P. De Doncker, and F. Grenez, “Statistical study of NLOS-Multipath in Urban Canyons,” in *ENC GNSS 2005*. ENC GNSS, 2005.
- [EGN09] “Guide EGNOS à l’usage des Développeurs d’Applications,” Centre National d’Etudes Spatiales, Tech. Rep., Juillet 2009.
- [Eng08] U. Engel, “Improving Position Accuracy by Combined Processing of Galileo and GPS Satellite Signals,” in *11th International Conference on Information Fusion*, Cologne, 2008.
- [FEH06] M. Falcone, P. Erhard, and G. W. Hein, “GALILEO,” in *Understanding GPS Principles and Applications 2<sup>nd</sup> edition*. Artech House Publishers, 2006, ch. 10.
- [Fer73] T. Ferguson, “A Bayesian analysis of some nonparametric problems,” *The Annals of Statistics*, vol. 1, no. 2, pp. 209–230, 1973.
- [Fla09] M. Flament, “Apport du Filtrage Particulaire au recalage altimétrique dans un contexte de navigation hybridée,” Ph.D. dissertation, Université Paris-Sud 11, Paris, 2009.
- [Fox03] D. Fox, “Adapting the sample size in particle filters through KLD-sampling,” *The international Journal of robotics research*, vol. 22, no. 12, p. 985, 2003.
- [FTBD01] D. Fox, S. Thrun, W. Burgard, and F. Dellaert, “Particle filters for mobile robot localization,” *Sequential Monte Carlo Methods in Practice*, pp. 499–516, 2001.

- 
- [FVM07] L. FACON, N. VIANDIER, and J. MARAIS, “Développement d’une base de données de la disponibilité GPS le long de la ligne T1,” INRETS/VEOLIA/SIEMENS, Tech. Rep. ISRN : INRETS/RE- 07-716-FR, 2007.
- [GGB<sup>+</sup>02] F. Gustafsson, F. Gunnarsson, N. Bergman, U. Forssell, J. Jansson, R. Karlsson, and P. J. Nordlund, “Particle filters for positioning, navigation, and tracking,” *IEEE Transactions on Signal Processing*, vol. 50, no. 2, pp. 425–437, Feb. 2002.
- [GLO02] “GLONASS INTERFACE CONTROL DOCUMENT (version 5.0),” Moscow, Tech. Rep., 2002, public release version.
- [Gro08] P. Groves, *Principles of GNSS, Inertial, and Multisensor Integrated Navigation Systems*. Artech House Publishers, 2008.
- [GTC07] A. Giremus, J. Y. Tourneret, and V. Calmettes, “A Particle Filtering Approach for Joint Detection/Estimation of Multipath Effects on GPS Measurements,” *IEEE Transactions on Signal Processing*, vol. 55, no. 4, pp. 1275–1285, April 2007.
- [Hei08] G. W. Hein, “GNSS under development and modernization 2,” Second International Summer School on GNSS : A Worldwide Utility, Tech. Rep., July 2008, support de Cours.
- [Hop69] H. Hopfield, “Two quadratic tropospheric refractivity profile for correction satellite data,” *Journal of Geophysical research*, 1969.
- [HP07] J. H. Hahn and E. D. Powers, “A report on GPS and Galileo Time Offset Coordination Efforts,” in *Proc. Frequency Control Symposium, 2007 Joint with the 21st European Frequency and Time Forum. IEEE International*, 2007, pp. 440–445.
- [JT08] J.-C. Juang and Y. F. Tsai, “On exact solutions of the multi-constellations GNSS navigation problem,” *GPS Solutions*, pp. 57–64, 2008.
- [Kal60] R. E. Kalman, “A New Approach to Linear Filtering and Prediction Problems,” *ASME Transactions, Series D : Journal of Basic Engineering*, vol. 82, pp. 35–45, 1960.
- [KH06] E. D. Kaplan and C. J. Hegarty, *Understanding GPS principles and applications. 2<sup>nd</sup> ed.* Artech House Publishers, 2006.
- [Kit96] G. Kitagawa, “Monte Carlo filter and smoother for non-Gaussian non linear state space models,” *Journal Of Computational and Graphical Statistics*, vol. 5, no. 1, pp. 1–25, 1996.
- [KKM97] Y. Karasawa, K. Kimura, and K. Minamisono, “Analysis of availability improvement in LMSS by means of satellite diversity based on three-state propagation channel model,” *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, vol. 46, no. 4, p. 1047, 1997.
- [Klo96] J. A. Klobuchar, “Ionospheric Effects on GPS,” in *Global Positioning System : Theory and Applications, Volume 1*. American Institute of Aeronautics and Astronautics, Inc., 1996, ch. 12.
- [KV07] P. H. Kvam and B. Vidakovic, *Nonparametric Statistics with Applications to Science and Engineering*. Wiley-Interscience, 2007.
- [LBCN05] A. LAHRECH, C. BOUCHER, J. CHOQUEL, and J. NOYER, “Fusion multicapteurs pour l’aide à la navigation routière,” in *Majestic 2005*, 2005, pp. 252–259.
- [LC98] J. Liu and R. Chen, “Sequential Monte Carlo methods for dynamical systems,” *Journal of the American Statistical Association*, vol. 83, pp. 1032–1044, 1998.

- [LLJ04] H. K. Lee, J. G. Lee, and G.-I. Jee, "GPS multipath detection based on sequence of successive-time double-differences," *IEEE Signal Processing Letters*, vol. 11, no. 3, pp. 316–319, March 2004.
- [MABSD98] E. Mazor, A. Averbuch, Y. Bar-Shalom, and J. Dayan, "Interacting multiple model methods in target tracking : a survey," *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, vol. 34, pp. 103 – 123, 1998.
- [MAG09] "ProFlex<sup>TM</sup> 500, Reference Manual," MAGELLAN Professional, Tech. Rep., 2009.
- [Mar02] J. Marais, "Localisation des mobiles terrestres par satellites. Mise en oeuvre d'outils permettant l'analyse de l'influence des conditions de propagation et des effets de masques sur la disponibilité de service offert," Ph.D. dissertation, LEOST, Lille, Juillet 2002.
- [MBB06] F. Mustiere, M. Bolic, and M. Bouchard, "A modified Rao-Blackwellised particle filter," in *2006 IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing, 2006. ICASSP 2006 Proceedings*, vol. 3, 2006.
- [MBCM02] M. Malicorne, M. Bouquet, V. Chalmettes, and C. Marabou, "Effects of masking angle and multipath on GALILEO performances in different environments," *Proceedings of 8th St Petersburg International Conference on Integrated Navigation systems*, 2002.
- [MBZ08] Y. Morton, M. Brenneman, and Q. Zhou, "An ANOVA-Based GPS Multipath Detection Algorithm Using Multi-Channel Software Receivers," in *Proc. IEEE/ION Position, Location and Navigation Symposium*, 2008.
- [ME06] P. Misra and P. Enge, *Global Positioning System : signals, measurements, and performance. 2<sup>nd</sup> ed.* Lincoln, Mass. : Ganga-Jamuna Press, 2006.
- [MGP<sup>+</sup>07] J. Marais, P. L. Girard, A. Prestail, J. L. Franchineau, and E. De Verdalle, "Galileo availability for urban buses," in *Proc. 7th International Conference on ITS Telecommunications ITST'07*, 6–8 June 2007, pp. 1–5.
- [MSN04] D. Manandhar, R. Shibusaki, and P. Normark, "GPS signal analysis using LHCP/RHCP antenna and software GPS receiver," in *ION GNSS*, 2004, pp. 21–24.
- [Nah09] D. F. Nahimana, "Impact des multitrajets sur les performances des systèmes de navigation par satellite : Contribution à l'amélioration de la précision de localisation par modélisation bayésienne," Ph.D. dissertation, Ecole Centrale de Lille, Lille, 2009.
- [NAV96] "NAVSTAR GPS User Equipment Introduction," Navigation Center, United States Coast Guard, Tech. Rep., Septembre 1996, public release version.
- [NAV08] "GLOBAL POSITIONING SYSTEM STANDARD POSITIONING SERVICE PERFORMANCE STANDARD," DoD, GPS Navstar, Tech. Rep., Septembre 2008, public release version.
- [NIS] "NIST/SEMATECH e-Handbook of Statistical Methods."
- [PJ10] M. Petovello and A. Joseph, "Measuring GNSS Signal Strength : What is the difference between SNR and  $C/N_0$  ?" *Inside GNSS*, November-December 2010.
- [Pri06] J. Prins, "Process or product monitoring and control," in *Engineering Statistics Handbook*, 2006, ch. 6.
- [PS96] B. W. Parkinson and J. J. Spilker, *Global Positioning System : Theory and Applications, Volume 1.* American Institute of Aeronautics and Astronautics, Inc., 1996.

- 
- [RC99] J. Ray and M. Cannon, "Code Range and Carrier Phase Multipath Mitigation Using SNR, Range and Phase Measurements in a Multi-Antenna System," in *ION GPS 1999*, I. O. Navigation, Ed., ION. Nashville : ION, September 1999.
- [RSG04] B. Ristic, S. Arulampalam, and N. Gordon, *Beyond the Kalman Filter, Particle Filters for Tracking Applications*. Artech House Publishers, 2004.
- [Sep05] *PolaRx2 Version 2.6 User Manual*, Septentrio, Leuven, Belgium, June 2005.
- [Set94] J. Sethuraman, "A constructive definition of Dirichlet priors," *Statistica Sinica*, vol. 4, pp. 639–650, 1994.
- [SKZ04] C. Seynat, A. Kealy, and K. Zhang, "A performance analysis of future global navigation satellite systems," *Journal of Global Positioning Systems*, vol. 3, no. 1-2, 2004.
- [SMW08] R. Schubert, N. Mattern, and G. Wanielik, "An evaluation of nonlinear filtering algorithms for integrating GNSS and inertial measurements," in *Proc. IEEE/ION Position, Location and Navigation Symposium*, 2008, pp. 25–29.
- [Spa09] M. Spangenberg, "Safe Navigation For Vehicles," Ph.D. dissertation, Université de Toulouse, Toulouse, 2009.
- [SRW10] A. Skvortsov, B. Ristic, and C. Woodruff, "Predicting an epidemic based on syndromic surveillance," in *Proceedings of the Thirteenth International Conference on Information Fusion, 2010*, 2010.
- [VMPD08a] N. Viandier, J. Marais, A. Prestail, and E. De Verdalle, "GNSS Accuracy Analysis along an Urban Bus Line for ADAS Application," in *ENC GNSS 2008*, TOULOUSE, May 2008.
- [VMPD08b] —, "Positioning Urban Buses : GNSS Performances," in *ITST 2008*, PUKHET, October 2008.
- [VTGT<sup>+</sup>06] J. Ventura-Traverset, L. Gauthier, F. Toran, P. Michel, G. Solari, F. Salabert, D. Flament, J. Auroy, and D. Beaugnon, "The European EGNOS Project : Mission, Programme and System," in *EGNOS The European Geostationary Navigation Overlay System - A cornerstone of Galileo*. ESA Publications Division, 2006, ch. 1.
- [WG07] J. Wang and Y. Gao, "High-Sensitivity GPS Data Classification Based on Signal Degradation Conditions," *IEEE TRANSACTIONS ON VEHICULAR TECHNOLOGY*, vol. 56, no. 2, pp. 566–574, march 2007.
- [WGH05] A. Wieser, M. Gaggl, and H. Hartinger, "Improved Positioning Accuracy with High Sensitivity GNSS Receivers and SNR Aided Integrity Monitoring of Pseudo-Range Observations," in *ION GNSS 2005*, I. O. Navigation, Ed., no. 18th, ION. Long beach : ION, September 2005.
- [YYKK08] Y. Yun, H. Yun, D. Kim, and C. Kee, "A Gaussian Sum Filter Approach for DGNSS Integrity Monitoring," *The Journal of Navigation*, vol. 61, no. 04, pp. 687–703, 2008.
- [ZZGD] J. Zhang, K. Zhang, R. Grenfell, and R. Deakin, "Short Note : On the Relativistic Doppler Effect for Precise Velocity Determination using GPS," *Journal of Geodesy*.



# **Annexes**



# Annexe A

## Rappels mathématiques

### A.1 Théorème de Bayes

Si  $A$  et  $E$  sont des événements tels que  $P(E) \neq 0$ ,  $P(A|E)$  et  $P(E|A)$  sont reliées par la relation :

$$P(A|E) = \frac{P(E|A)P(A)}{P(E)} \quad (\text{A.1})$$

### A.2 Rappel sur le développement en série de Taylor de $g(x)$ au voisinage de $x_0$

Soit  $g(x)$  une fonction indéfiniment dérivable avec  $x$  complexe ou réel et soit  $a$  un point au voisinage duquel  $g(x)$  est définie. Alors le développement de  $g(x)$  en série de Taylor au voisinage de  $a$  est défini de la manière suivante :

$$g(x) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{g^{(n)}(a)}{n!} (x-a)^n = g(x_0) + \frac{g'(x_0)}{1!} (x-x_0) + \frac{g''(x_0)}{2!} (x-x_0)^2 + \dots \quad (\text{A.2})$$

Si le développement se fait au voisinage de 0, alors il peut également être appelé développement de MacLaurin.

### A.3 Tables des tests statistiques

#### A.3.1 Table du $\chi^2$

Le tableau A.3.1 donne la valeur critique  $\chi_{(\alpha, df)}^2$  en fonction du degré de liberté  $df = k - c$  (valeur de la ligne) et du pourcentage de tolérance  $\alpha$  (valeur de la colonne).

| df  | 0,05   | 0,01   | 0,001  |
|-----|--------|--------|--------|
| 1   | 3,84   | 6,64   | 10,83  |
| 2   | 5,99   | 9,21   | 13,82  |
| 3   | 7,82   | 11,35  | 16,27  |
| 4   | 9,49   | 13,28  | 18,47  |
| 5   | 11,07  | 15,09  | 20,52  |
| 6   | 12,59  | 16,81  | 22,46  |
| 7   | 14,07  | 18,48  | 24,32  |
| 8   | 15,51  | 20,09  | 26,13  |
| 9   | 16,92  | 21,67  | 27,88  |
| 10  | 18,31  | 23,21  | 29,59  |
| 11  | 19,68  | 24,73  | 31,26  |
| 12  | 21,03  | 26,22  | 32,91  |
| 13  | 22,36  | 27,69  | 34,53  |
| 14  | 23,69  | 29,14  | 36,12  |
| 15  | 25,00  | 30,58  | 37,70  |
| 16  | 26,30  | 32,00  | 39,25  |
| 17  | 27,59  | 33,41  | 40,79  |
| 18  | 28,87  | 34,81  | 42,31  |
| 19  | 30,14  | 36,19  | 43,82  |
| 20  | 31,41  | 37,57  | 45,32  |
| 21  | 32,67  | 38,93  | 46,80  |
| 22  | 33,92  | 40,29  | 48,27  |
| 23  | 35,17  | 41,64  | 49,73  |
| 24  | 36,42  | 42,98  | 51,18  |
| 25  | 37,65  | 44,31  | 52,62  |
| 30  | 43,77  | 50,89  | 59,70  |
| 35  | 49,80  | 57,34  | 66,62  |
| 40  | 55,76  | 63,69  | 73,41  |
| 45  | 61,66  | 69,96  | 80,08  |
| 50  | 67,51  | 76,15  | 86,66  |
| 60  | 79,08  | 88,38  | 99,62  |
| 70  | 90,53  | 100,42 | 112,31 |
| 80  | 101,88 | 112,33 | 124,84 |
| 90  | 113,15 | 124,12 | 137,19 |
| 100 | 124,34 | 135,81 | 149,48 |

TABLE A.1 – Table du  $\chi^2$

### A.3.2 Table du test de Kolmogorov Smirnov

Le tableau A.3.2 donne la valeur critique  $D_{(N,\alpha)}$  en fonction du nombre d'échantillons  $N$  (valeur de la ligne) et du pourcentage de tolérance  $\alpha$  (valeur de la colonne).

### A.4 Rappel du théorème D'Al-Kashi

Le théorème d'Al-Kashi permet de déterminer les angles dans un triangle quelconque. Ce théorème est une généralisation du théorème de Pythagore.

Soit un triangle ABC comme représenté sur la figure A.1. L'énoncé du théorème d'Al-Kashi est donné par l'équation A.3 :

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2.a.b.\cos(\gamma) \quad (\text{A.3})$$

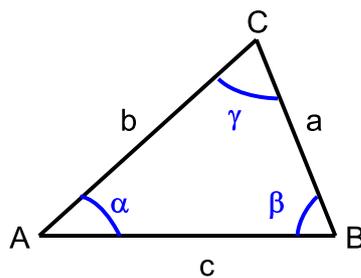


FIGURE A.1 – Notations sur un triangle quelconque.

|           | 0,10                     | 0,05                     | 0,01                     |
|-----------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1         | 0,9500                   | 0,9750                   | 0,9950                   |
| 2         | 0,7764                   | 0,8419                   | 0,9293                   |
| 3         | 0,6360                   | 0,7076                   | 0,8290                   |
| 4         | 0,5652                   | 0,6239                   | 0,7342                   |
| 5         | 0,5095                   | 0,5633                   | 0,6685                   |
| 6         | 0,4680                   | 0,5193                   | 0,6166                   |
| 7         | 0,4361                   | 0,4834                   | 0,5758                   |
| 8         | 0,4096                   | 0,4543                   | 0,5418                   |
| 9         | 0,3875                   | 0,4300                   | 0,5133                   |
| 10        | 0,3697                   | 0,4092                   | 0,4889                   |
| 11        | 0,3524                   | 0,3912                   | 0,4677                   |
| 12        | 0,3381                   | 0,3754                   | 0,4491                   |
| 13        | 0,3255                   | 0,3614                   | 0,4325                   |
| 14        | 0,3142                   | 0,3489                   | 0,4176                   |
| 15        | 0,3040                   | 0,3376                   | 0,4042                   |
| 16        | 0,2947                   | 0,3273                   | 0,3920                   |
| 17        | 0,2863                   | 0,3180                   | 0,3809                   |
| 18        | 0,2785                   | 0,3094                   | 0,3706                   |
| 19        | 0,2714                   | 0,3014                   | 0,3612                   |
| 20        | 0,2647                   | 0,2941                   | 0,3524                   |
| 21        | 0,2586                   | 0,2872                   | 0,3443                   |
| 22        | 0,2528                   | 0,2809                   | 0,3367                   |
| 23        | 0,2475                   | 0,2749                   | 0,3295                   |
| 24        | 0,2424                   | 0,2693                   | 0,3229                   |
| 25        | 0,2377                   | 0,2640                   | 0,3166                   |
| 30        | 0,2176                   | 0,2417                   | 0,2899                   |
| 35        | 0,2019                   | 0,2242                   | 0,2690                   |
| 40        | 0,1891                   | 0,2101                   | 0,2521                   |
| 45        | 0,1786                   | 0,1984                   | 0,2380                   |
| 50        | 0,1696                   | 0,1884                   | 0,2260                   |
| 60        | 0,1551                   | 0,1723                   | 0,2067                   |
| 70        | 0,1438                   | 0,1598                   | 0,1917                   |
| 80        | 0,1347                   | 0,1496                   | 0,1795                   |
| 90        | 0,1271                   | 0,1412                   | 0,1694                   |
| 100       | 0,1207                   | 0,1340                   | 0,1608                   |
| $n > 100$ | $\frac{1,223}{\sqrt{N}}$ | $\frac{1,358}{\sqrt{N}}$ | $\frac{1,629}{\sqrt{N}}$ |

TABLE A.2 – Table du test de Kolmogorov Smirnov.

## Annexe B

# Algorithme EM

### B.1 Principe de l'algorithme EM

L'algorithme EM (Expectation-Maximization) fut proposé en 1977 dans [DLR<sup>+</sup>77] dans le cas de données incomplètes. Cet algorithme est un algorithme itératif de maximisation de la vraisemblance. La définition de la vraisemblance est la suivante :

**Définition 7** Soit  $x \sim f(x|\theta)$  une observation éventuellement vectorielle. On appelle **vraisemblance** la fonction  $L(\theta|x)$  définie par :

$$L(\theta|x) = f(x|\theta) \quad (\text{B.1})$$

L'information apportée par une observation  $x$  sur  $\theta$  est entièrement contenue dans la fonction de vraisemblance  $L(\theta|x)$ . De plus, si  $x_1$  et  $x_2$  sont deux observations qui dépendent du même paramètre  $\theta$  et tel qu'il existe une constante  $c$  satisfaisant l'expression B.2, alors pour tout  $\theta$ ,  $x_1$  et  $x_2$  apportent la même information sur  $\theta$  et doivent conduire à la même inférence.

$$L_1(\theta|x) = cL_2(\theta|x) \quad (\text{B.2})$$

Dans le cas des données manquantes, on observe  $x$  et on cherche à estimer un paramètre  $\theta$  lié à  $x$ . On fait alors l'hypothèse que cette observation est incomplète et qu'il existe une observation **manquante** pour pouvoir estimer  $\theta$ . Soit  $x^m$  l'information manquante. L'expression de l'observation complète  $x^c$  est par conséquent donnée par :

$$x^c = (x^m, x) \quad (\text{B.3})$$

En utilisant la formule de Bayes, on peut écrire :

$$f(x^m, x|\theta) = f(x^m|x, \theta)f(x|\theta) \quad (\text{B.4})$$

$$f(x|\theta) = \frac{f(x^c|\theta)}{f(x^m|x, \theta)} \quad (\text{B.5})$$

Avec  $f(\cdot)$  la densité de probabilité.

Et par conséquent, nous obtenons :

$$\ln(L(\theta|x)) = \ln(L(\theta|x^c)) - \ln(f(x^m|x, \theta)) \quad (\text{B.6})$$

$\theta$  étant inconnu, on peut fournir une première approximation **a priori**  $\theta_0$ . On prend alors l'espérance de l'expression B.6 par rapport à  $f(x^m|x, \theta_0)$  en utilisant la propriété  $\mathbb{E}[h(x)|x] = h(x)$  pour toute fonction  $h$  :

$$\ln(L(\theta|x)) = \mathbb{E}[\ln(L(\theta|x^c))|x, \theta_0] - \mathbb{E}[\ln(f(x^m|x, \theta))|x, \theta_0] \quad (\text{B.7})$$

On peut alors décomposer la précédente égalité en posant :

$$Q(\theta, \theta_0) = \mathbb{E}[\ln(L(\theta|x^c))|x, \theta_0] = \int \ln(L(\theta|x^c))f(x^m|x, \theta_0)dx^m \quad (\text{B.8})$$

$$H(\theta, \theta_0) = \mathbb{E}[\ln(f(x^m|x, \theta))|x, \theta_0] = \int \ln(f(x^m|x, \theta))f(x^m|x, \theta_0)dx^m \quad (\text{B.9})$$

L'expression B.7 devient alors :

$$\ln(L(\theta|x)) = Q(\theta, \theta_0) - H(\theta, \theta_0) \quad (\text{B.10})$$

Soit la distance de Kullback-Leibler définit comme :

**Définition 8** Soit  $X$  et  $Y$  deux variables aléatoires continues de densités de probabilité respectives  $f_X(z)$  et  $f_Y(z)$ , on appelle distance de Kullback-Leibler la distance :

$$K(X, Y) = - \int f_Y(z) \ln \frac{f_X(z)}{f_Y(z)} dz \quad (\text{B.11})$$

D'après la définition 8, nous pouvons affirmer que l'expression B.12 est toujours positive.

$$H(\theta_0, \theta_0) - H(\theta, \theta_0) = - \int f(x^m|x, \theta_0) \ln\left(\frac{f(x^m|x, \theta)}{f(x^m|x, \theta_0)}\right) dx^m \quad (\text{B.12})$$

Soit  $\theta_1$  telle que  $Q(\theta_1, \theta_0) > Q(\theta_0, \theta_0)$ , alors  $\ln(L(\theta_1|x)) > \ln(L(\theta_0|x))$  et on réitère le processus à partir de  $\theta_1$ .

L'algorithme EM se décompose en deux étapes qui sont l'étape d'**espérance** et l'étape de **maximisation**. Ces étapes sont réalisées jusqu'à convergence de la solution comme indiqué dans l'algorithme 12.

L'algorithme EM (Expectation-Maximization) permet l'estimation des paramètres d'une fonction de densité de probabilité en réalisant des estimation du maximum de vraisemblance.

---

**Algorithme 12** Algorithme EM
 

---

**Etape E (Expectation) :**

Calculer  $Q(\theta, \theta_k) = \mathbb{E}[\ln(L(\theta|x^c))|x, \theta_k]$

**Etape M (Maximization) :**

Calculer  $\theta_{k+1} = \arg \max_{\theta} Q(\theta, \theta_k)$

Les deux étapes précédentes sont répétées tant qu'un point fixe de  $Q$  n'est pas obtenu

Dans la pratique, on choisit une valeur  $\epsilon$  qui conditionne l'arrêt lorsque :

$$L(\theta_{k+1}|x) - L(\theta_k|x) \leq \epsilon$$

Il y a convergence vers un maximum local (problème en cas de plusieurs maxima)

Il n'y a pas de procédure permettant de calculer la matrice de covariance des paramètres estimés

---

## B.2 Algorithme EM pour les modèles à mélange

On suppose que l'on dispose d'un échantillon de  $N$  observations, c'est-à-dire, de la variable aléatoire  $X$  tel que :

$$X = [x_1, \dots, x_N]^T \quad (\text{B.13})$$

On cherche à estimer le paramètre  $\Theta = \alpha_1, \dots, \alpha_K, \theta_1, \dots, \theta_K$  par une approche de type maximum de vraisemblance. On introduit alors les variables cachées  $k_1, \dots, k_j, \dots, k_N$  qui représentent l'indice de la distribution de  $x_j : x_j|k_j \sim f_{k_j}(x_j, \theta_{k_j})$ . Le vecteur des données complètes est alors défini par :

$$x^c = [k_1, \dots, k_N, x_1, \dots, x_N]^T \quad (\text{B.14})$$

Le log-vraisemblance de  $x^c$  est alors égale à :

$$\ln f(x^c|\Theta) = \sum_{n=1}^N \ln(\alpha_{k_n}) + \sum_{n=1}^N \ln(f_{k_n}(x_n|\theta_{k_n})) \quad (\text{B.15})$$

On appelle  $\Theta^{courant}$  la valeur actuelle de  $\Theta$  initialisée a priori lors de la première itération. On peut alors exprimer l'expression B.8 en fonction de  $\Theta^{courant}$  :

$$Q(\Theta, \Theta^{courant}) = \mathbb{E}[\ln f(X^c|\Theta)|x, \Theta^{courant}] \quad (\text{B.16})$$

$$\begin{aligned} &= \mathbb{E}\left[\sum_{n=1}^N \ln(\alpha_{k_n})|x, \Theta^{courant}\right] \\ &\quad + \mathbb{E}\left[\sum_{n=1}^N \ln(f_{k_n}(x_n|\theta_{k_n}))|x, \Theta^{courant}\right] \end{aligned} \quad (\text{B.17})$$

$$\begin{aligned} &= \sum_{n=1}^N \mathbb{E}[\ln(\alpha_{k_n})|x_n, \Theta^{courant}] \\ &\quad + \sum_{n=1}^N \mathbb{E}[\ln(f_{k_n}(x_n|\theta_{k_n}))|x_n, \Theta^{courant}] \end{aligned} \quad (\text{B.18})$$

Comme l'espérance est réalisée sur les données manquantes, nous pouvons reformuler l'expression précédentes comme suit :

$$\begin{aligned} Q(\Theta, \Theta^{courant}) &= \sum_{n=1}^N \sum_{k=1}^K p(k|x_n, \Theta^{courant}) \ln(\alpha_k) \\ &+ \sum_{n=1}^N \sum_{k=1}^K p(k|x_n, \Theta^{courant}) \ln(f_k(x_n|\theta_k)) \end{aligned} \quad (\text{B.19})$$

On utilise alors la formule de Bayes (annexe A.1) :

$$\begin{aligned} p(k|x_n, \Theta^{courant}) &= \frac{p(x_n|k, \Theta^{courant})p(k|\Theta^{courant})}{\sum_{l=1}^K p(x_n|l, \Theta^{courant})p(l|\Theta^{courant})} \\ &= \frac{\alpha_k^{courant} f_k(x_n|\Theta^{courant})}{\sum_{l=1}^K \alpha_l^{courant} f_l(x_n|\Theta^{courant})} \end{aligned} \quad (\text{B.20})$$

L'optimisation sur les  $\alpha_k$  (avec la contrainte  $\sum_{k=1}^K \alpha_k = 1$ ) peut alors se faire sans hypothèse particulière sur les lois  $f_k$  :

$$\alpha_k^{nouveau} = \frac{\sum_{n=1}^N p(k|x_n, \Theta^{courant})}{N} \quad (\text{B.21})$$

Pour la modélisation d'un mélange de gaussiennes, les paramètres à estimer sont la moyenne  $\mu$  et l'écart type  $\sigma$ . Par conséquent,  $\theta_k = (\mu_k, \sigma_k)$  et nous pouvons écrire que :

$$f_k(x_n|\mu_k, \sigma_k) = \frac{\exp\left(-\frac{(x_n - \mu_k)^2}{2\sigma_k^2}\right)}{\sqrt{2\pi\sigma_k^2}} \quad (\text{B.22})$$

$$p(k|x_n, \Theta^{courant}) = \frac{\alpha_k^{courant} f_k(x_n|\mu_k, \sigma_k)}{\sum_{l=1}^K \alpha_l^{courant} f_l(x_n|\mu_l, \sigma_l)} \quad (\text{B.23})$$

On substitue alors cette expression dans l'expression B.19 et l'expression de  $p(x_n|k, \Theta^{courant})$  par l'expression B.22. Ce qui nous permet d'optimiser.

Finalement, la mise à jour des paramètres de la vraisemblance est donnée par :

$$\mu_k^{nouveau} = \frac{\sum_{n=1}^N x_n p(k|x_n, \Theta^{courant})}{\sum_{n=1}^N p(k|x_n, \Theta^{courant})} \quad (\text{B.24})$$

$$(\sigma_k^{nouveau})^2 = \frac{\sum_{n=1}^N (x_n - \mu_k^{nouveau})^2 p(k|x_n, \Theta^{courant})}{\sum_{n=1}^N p(k|x_n, \Theta^{courant})} \quad (\text{B.25})$$

Dans le travail présenté dans ce mémoire, nous nous servons de l'algorithme EM pour estimer les paramètres de chaque densité comprises dans les modélisations de pseudodistances par mélange fini de gaussiennes (GMM).

## Annexe C

# Autres résultats obtenus à partir des données RTK acquises à Belfort

### C.1 Analyse des précisions

Les positions mesurées pour le trajet 2 sont représentées sur la figure C.1. Durant ce trajet, les 4 récepteurs sont disponibles. On remarque une importante période d'indisponibilité du récepteur SafeDrive 2 au début de l'acquisition ainsi que l'apparition de quelques positions aberrantes. Ces problèmes sont dus à l'initialisation du récepteur.

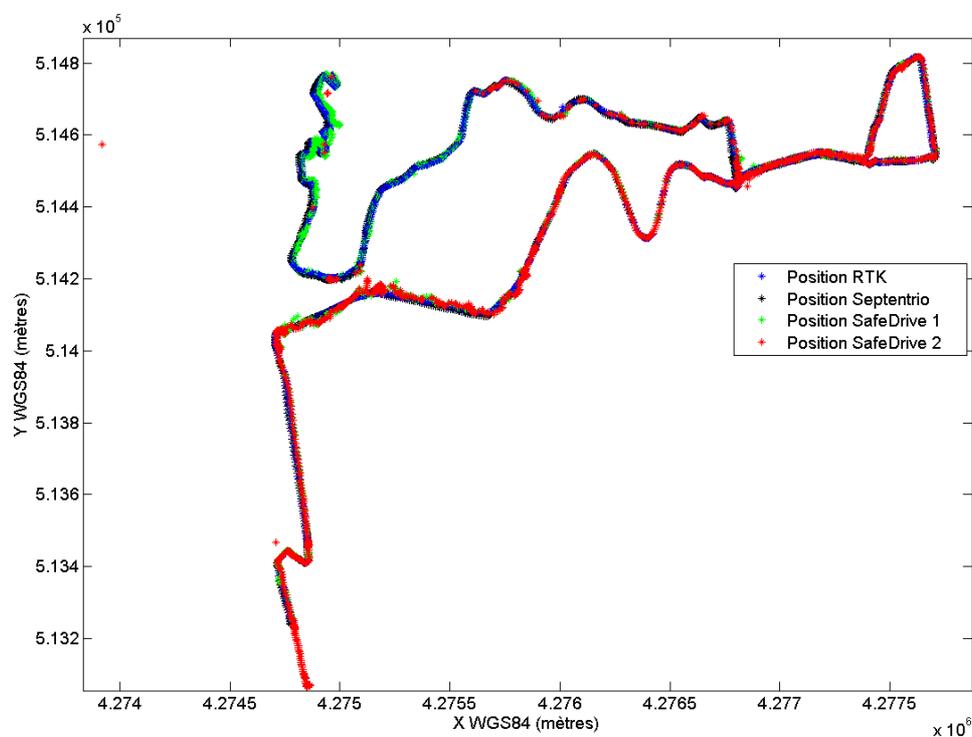


FIGURE C.1 – Positions obtenues pour les 4 récepteurs du trajet 2.

La précision de localisation par rapport à la référence de ce trajet est caractérisée dans le

tableau C.1 pour les performances dans le plan et dans le tableau C.2 pour les performances 3D.

Si on compare aux performances obtenues lors du trajet 1, on note quelques changements. Le PolaRx2 n'a pas la même configuration sur le trajet 2. Les corrections EGNOS ne sont pas utilisées et l'erreur ionosphérique est corrigée par un modèle de Klobuchar. Ce qui explique que le récepteur soit en moyenne moins précis. Concernant les récepteurs SafeDrive, le récepteur SafeDrive 1 est légèrement plus précis que le SafeDrive 2. Cette différence est due au fait que le SafeDrive 1 est déjà initialisé sur ce trajet, alors que le second s'initialise. Si l'on s'intéresse aux performances des récepteurs les uns par rapport aux autres, on remarque que l'écart de performance entre les récepteurs SafeDrive et le PolaRx2 est fortement réduit pour un positionnement dans le plan et notamment sur les pourcentages de disponibilités des précisions à 3 et 5 mètres où les performances sont équivalentes. On peut donc conclure que sur ce trajet, les récepteurs montrent en 2D autant de points précis à 3 et 5 mètres même si les erreurs des récepteurs SafeDrive peuvent être beaucoup plus élevées que celle du PolaRx2. En revanche, pour un positionnement 3D, la différence de performances est importante sur l'erreur moyenne.

|             | Erreur moyenne (mètres) | Disponibilité à 3 mètres (%) | Disponibilité à 5 mètres (%) | Disponibilité à 10 mètres (%) |
|-------------|-------------------------|------------------------------|------------------------------|-------------------------------|
| PolaRx2     | 4,2                     | 42                           | 66                           | 97                            |
| SafeDrive 1 | 6,4                     | 44                           | 66                           | 82                            |
| SafeDrive 2 | 8,3                     | 40                           | 64                           | 83                            |

TABLE C.1 – Performances obtenues par les différents récepteurs sur le trajet 2 pour un positionnement plan.

|             | Erreur moyenne (mètres) | Disponibilité à 3 mètres (%) | Disponibilité à 5 mètres (%) | Disponibilité à 10 mètres (%) |
|-------------|-------------------------|------------------------------|------------------------------|-------------------------------|
| PolaRx2     | 5,9                     | 25                           | 42                           | 88                            |
| SafeDrive 1 | 9,3                     | 22                           | 46                           | 75                            |
| SafeDrive 2 | 12,1                    | 22                           | 43                           | 75                            |

TABLE C.2 – Performances obtenues par les différents récepteurs sur le trajet 2 pour un positionnement 3D.

Le nombre de mesures indisponibles pour ce trajet est de 56 pour le PolaRx2, 66 pour le SafeDrive 1 et 935 pour le SafeDrive 2 (initialisation).

Pour conclure sur l'étude du positionnement avec les trajets 1 et 2, nous pouvons dire que le PolaRx2 est plus précis mais moins disponible sur le premier trajet alors que les récepteurs SafeDrive seront plus précis sur le second. Pour ces derniers, ce changement de performances n'est pas lié à un changement de configuration.

## C.2 Analyses des mesures GNSS

Nous débuterons cette section en analysant la qualité des mesures GNSS obtenues pendant le **trajet 1** avec le récepteur PolaRx2.

La figure C.2 représente l'évolution du nombre de satellites visibles par le récepteur PolaRx2. Le nombre de satellites descend régulièrement en dessous de quatre, ce qui explique pourquoi beaucoup de mesures de position en provenance de ce récepteur sont manquantes. Si le récepteur PolaRx2 n'a pas la même visibilité que le récepteur SafeDrive, c'est notamment car ses configurations sont différentes (différents seuils et traitements) ce qui entraîne une plus grande discontinuité au niveau des mesures.

La figure C.3 représente l'évolution du PDOP pour le récepteur PolaRx2. Ici, la mesure du DOP est beaucoup plus dégradée que celle du récepteur SafeDrive. Ceci est notamment dû au nombre de satellites plus faible et aux procédures d'exclusion (comme l'algorithme RAIM) réalisées par le récepteur.

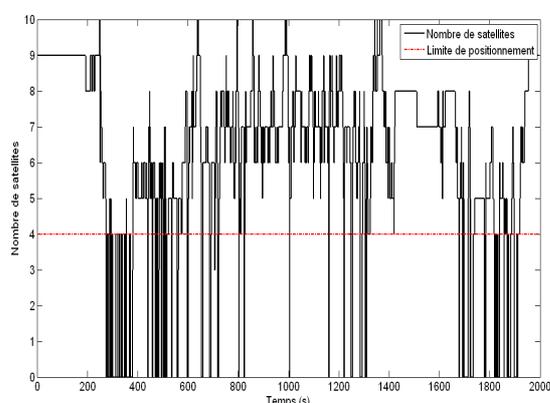


FIGURE C.2 – Visibilité satellitaire du récepteur PolaRx2 durant le trajet 1.

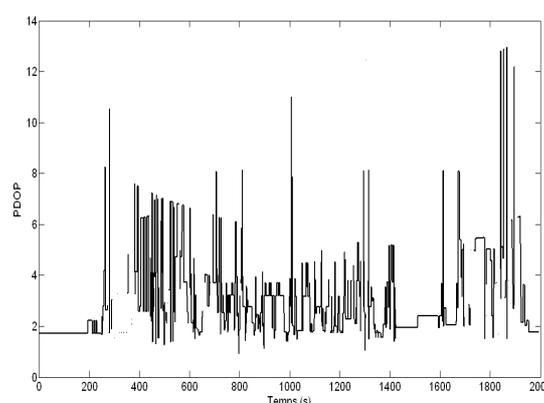


FIGURE C.3 – Evolution du PDOP pour le récepteur PolaRx2 durant le trajet 1.

La figure C.4 représente l'évolution des résidus de pseudodistances mesurées par le PolaRx2 pour les satellites 8, 9 et 27. Nous avons choisi de les représenter sur une même figure car leur évolution est similaire. Comparées aux résidus mesurés par le récepteur SafeDrive durant le même trajet (figures 4.18, 4.19 et 4.20), les pseudodistances mesurées par le PolaRx2 ne sont pas bruitées. Cette différence peut de nouveau être expliquée par les différents traitements effectués par ce récepteur sur les signaux et par sa configuration pour ce trajet (tableau 4.2).

Pour le **trajet 2**, nous commencerons par étudier la visibilité satellitaire du récepteur SafeDrive 1 représentée sur la figure C.5. Pour ce trajet, le nombre de satellites est moins élevé (9 maximum) que pour le trajet 1 (11 maximum). De plus, le nombre de satellites est plus souvent insuffisant, ce qui entraîne une plus grande indisponibilité de la position.

La figure C.6 représente l'évolution du GDOP mesuré par les récepteurs SafeDrive durant le trajet 2. On remarque que les valeurs sont beaucoup plus élevées durant ce trajet et que par conséquent une partie de l'imprécision de la position pourrait être expliquée par la mauvaise configuration satellitaire.

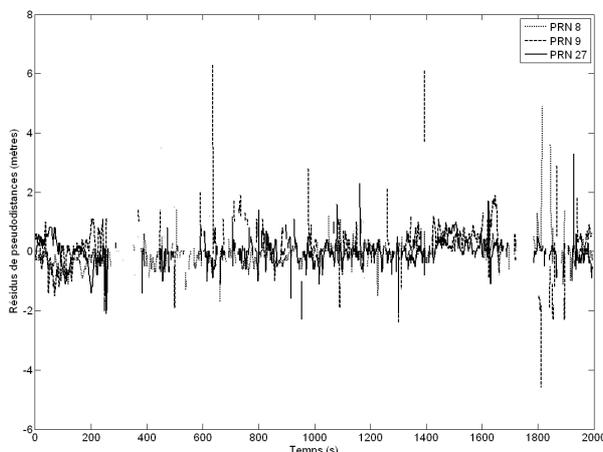


FIGURE C.4 – Evolution des résidus de pseudodistances pour les satellite 8, 9 et 27 durant le trajet 1 (récepteur PolaRx2).

Les figures C.7, C.8 et C.9 représentent l'évolution des résidus de pseudodistances pour les satellites 17, 22 et 28 mesurés par le récepteur SafeDrive 1 au cours du trajet 2. Les valeurs maximales de ces résidus sont de 40 mètres pour le satellite 18, 30 mètres pour le satellite 22 et 24 mètres pour le satellite 28. Encore une fois, ces résidus montrent des zones de perturbations communes (notamment entre les instants 500 et 1000 et les instants 2000 et 2300).

La figure C.10 représente l'évolution du nombre de satellites visibles durant le trajet 2 par le récepteur PolaRx2. Par rapport au trajet 1 (figure C.2), le nombre de satellites visibles moyen est plus élevé mais est encore régulièrement inférieur à quatre. Par rapport aux récepteurs SafeDrive, durant le trajet 2, le PolaRx2 franchit plus régulièrement la limite de positionnement.

La figure C.11 représente l'évolution du PDOP au cours de l'acquisition. La grandeur de valeur est comparable à celle du trajet 1 (figure C.3) mais montre plus de valeurs élevées que les récepteurs SafeDrive pour le même trajet.

Les figures C.12, C.13 et C.14 représentent l'évolution des résidus de pseudodistance mesurés par le récepteur PolaRx2 pour les satellites 18, 22 et 28 durant le trajet 2. Comparés au trajet 1 (figure C.4), les résidus montrent des valeurs plus élevées et une plus forte variation de leur évolution. Les valeurs maximales pour ces trois satellites sont comprises entre 20 et 30 mètres. La différence avec le trajet 1 vient de la configuration du récepteur (tableau 4.2).

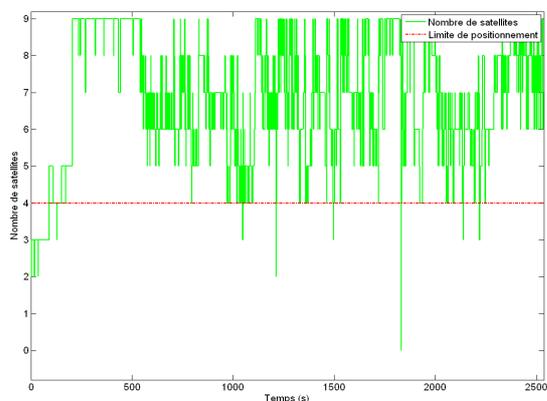


FIGURE C.5 – Visibilité satellitaire du récepteur SafeDrive 1 durant le trajet 2.

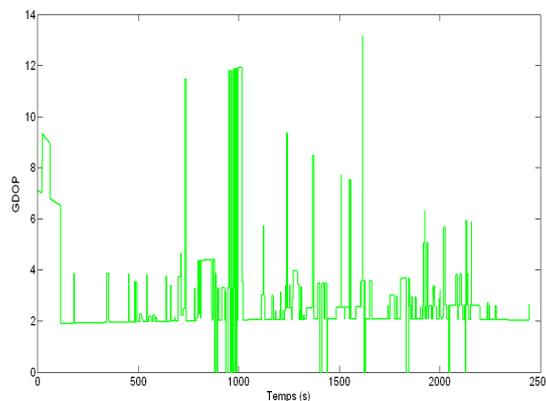


FIGURE C.6 – Evolution du GDOP pour les récepteurs SafeDrive durant le trajet 2.

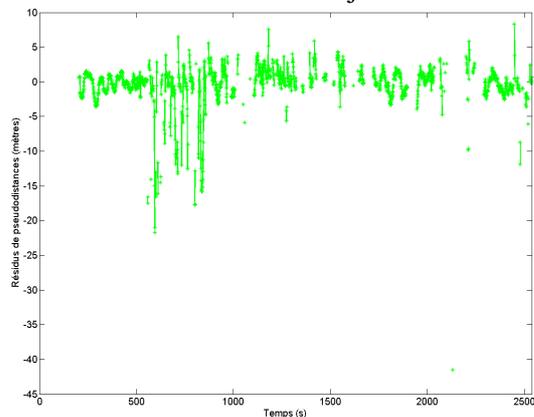


FIGURE C.7 – Evolution des résidus de pseudodistances pour le satellite 18 durant le trajet 2 (récepteur SafeDrive 1).

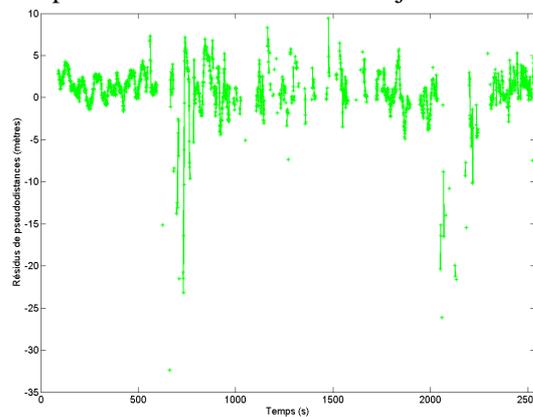


FIGURE C.8 – Evolution des résidus de pseudodistances pour le satellite 22 durant le trajet 2 (récepteur SafeDrive 1).

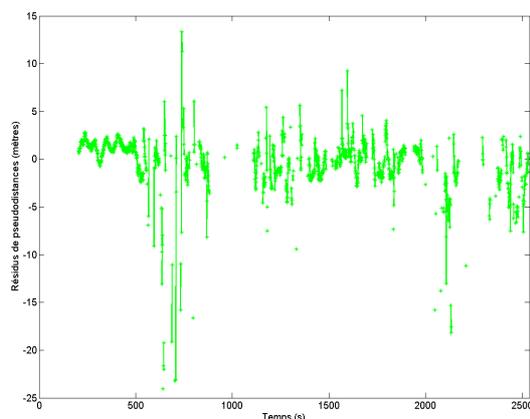


FIGURE C.9 – Evolution des résidus de pseudodistances pour le satellite 28 durant le trajet 2 (récepteur SafeDrive 1).

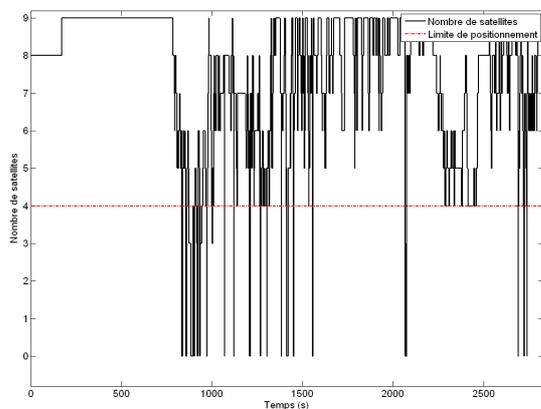


FIGURE C.10 – Visibilité satellitaire du récepteur PolRx2 durant le trajet 2.

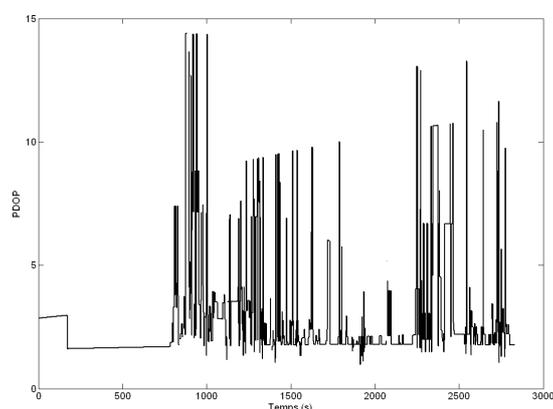


FIGURE C.11 – Evolution du PDOP pour le récepteur PolRx2 durant le trajet 2.

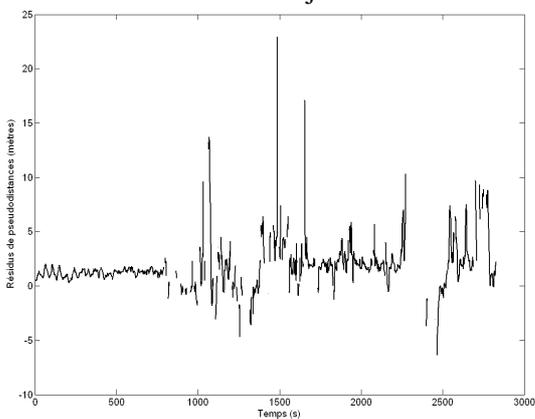


FIGURE C.12 – Evolution des résidus de pseudodistances pour le satellite 18 durant le trajet 2 (récepteur PolRx2).

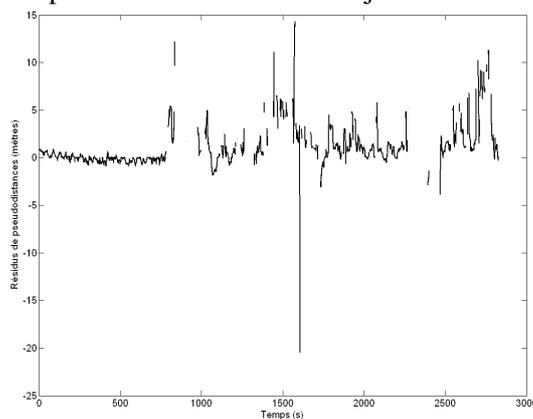


FIGURE C.13 – Evolution des résidus de pseudodistances pour le satellite 22 durant le trajet 2 (récepteur PolRx2).

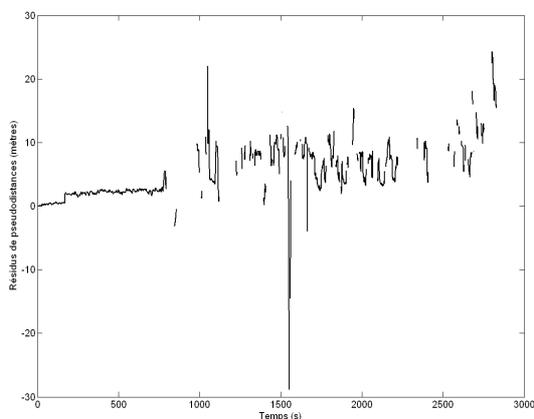


FIGURE C.14 – Evolution des résidus de pseudodistances pour le satellite 28 durant le trajet 2 (récepteur PolRx2).

