



HAL
open science

Contribution au tolérancement fonctionnel 3D des mécanismes complexes : synthèse des spécifications et analyse de tolérances

Robin Chavanne

► **To cite this version:**

Robin Chavanne. Contribution au tolérancement fonctionnel 3D des mécanismes complexes : synthèse des spécifications et analyse de tolérances. Autre. École normale supérieure de Cachan - ENS Cachan, 2011. Français. NNT : 2011DENS0026 . tel-00661712

HAL Id: tel-00661712

<https://theses.hal.science/tel-00661712>

Submitted on 20 Jan 2012

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

THÈSE DE DOCTORAT
DE L'ÉCOLE NORMALE SUPÉRIEURE DE CACHAN

présentée par

Monsieur Robin CHAVANNE

pour obtenir le grade de

DOCTEUR DE L'ÉCOLE NORMALE SUPÉRIEURE DE CACHAN

Domaine :
Génie Mécanique

Sujet de thèse :

**CONTRIBUTION AU TOLÉRANCEMENT FONCTIONNEL 3D DES MÉCANISMES
COMPLEXES :
SYNTHÈSE DES SPÉCIFICATIONS ET ANALYSE DE TOLÉRANCES**

Soutenance prévue à Cachan, le 6 juillet 2011, devant le jury composé de :

Jean-François FONTAINE	Professeur des Universités, Université d'Auxerre – Le2i	Rapporteur
Jean-Yves DANTAN	Professeur des Universités, Arts et Métiers ParisTech – LCFC	Rapporteur
Max GIORDANO	Professeur Émérite, Université de Savoie – SYMME	Examineur
Laurent VERDIN	Expert Conception et Méthodes – Technocentre RENAULT	Invité
Bernard ANSELMETTI	Professeur des Universités, Université Paris Sud 11 – LURPA	Directeur de thèse



Laboratoire Universitaire de Recherche en Production Automatisée
ENS de Cachan / EA 1385 / Université de Paris Sud 11
61, avenue du Président Wilson – 94235 Cachan Cedex

Remerciements

Je tiens tout d'abord à remercier Bernard Anselmetti, mon directeur de thèse. Il a su me faire partager sa passion pour le génie mécanique et plus particulièrement pour l'activité de tolérancement. Il a toujours répondu présent pendant mon année de master de recherche et ces trois années de thèse, ce qui a rendu la collaboration très agréable. Un de mes objectifs pour le futur sera de devenir aussi efficace que lui (un doux rêve). Je le remercie également de m'accorder toute sa confiance pour une nouvelle année de travail ensemble dans le projet QUICK GPS.

Je remercie Jean-Yves Dantan et Jean-François Fontaine d'avoir accepté de rapporter ce manuscrit et de l'avoir lu en détail. Leurs remarques et les discussions que nous avons eues ont contribué à son amélioration. Je remercie Max Giordano d'avoir accepté de faire partie du jury de ma soutenance et de l'avoir présidé. Je le remercie également d'avoir lu très rigoureusement le manuscrit et d'avoir été en quelque sorte un troisième rapporteur. Je remercie Laurent Verdin de m'avoir fait l'honneur de participer au jury et d'avoir ainsi apporté son expertise industrielle sur le sujet.

Le bon déroulement d'une thèse dépend très fortement de l'environnement de travail pendant les trois années. De fait, je remercie tous les gens du LURPA et plus particulièrement, dans l'ordre de vieillesse (j'espère ne pas me tromper) :

- Claire pour sa bonne humeur et sa fâcheuse tendance à détourner le sujet de discussion.
- Bruno pour être capable de discuter de tout et de rien, même des sujets qu'il ne connaît pas.
- Droopy pour m'avoir aidé à la préparation de la soutenance, pour son calme à toute épreuve.
- Topho pour sa mauvaise foi légendaire, pour trouver que l'ASM est meilleure que le stade toulousain.
- Yann pour avoir fait le café tôt le matin même si l'habitude se perd, pour son rire reconnaissable entre tous.
- Lau pour sa tête de fouine, pour m'avoir montré la ligne à suivre avec Robert.
- Moun pour les nombreux cafés pris ensemble, pour avoir contribué à mon amélioration au Sudoku et à Puzzle Bubble.
- Sexo pour m'avoir invité à être son co-bureau (j'aurais jamais du accepté), pour m'avoir distrait plus souvent qu'il n'en faut, pour être l'auteur de la maquette latex de ce manus-

- crit, pour exister afin que je puisse me sentir fort à Puzzle Bubble et au Body-Bump.
- Mouflon pour exister afin que je puisse me sentir baraqué, pour ses blagues pas très drôles.
 - Renaud pour exister afin que je puisse me sentir grand, pour avoir également contribué à la création de cette maquette, et plus sérieusement pour les nombreuses discussions autour d'un café sur notre thématique de recherche.
 - Under pour être supporter du meilleur club de rugby du monde, pour les grands moments de joie et de tristesse passés ensemble à refaire les matches, pour avoir été solidaire avec Julien et moi dans cette difficile étape de rédaction de thèse (le trio magique).
 - Julien pour avoir été mon co-bureau, pour avoir fait partie du trio magique, pour m'avoir aidé en latex, pour m'avoir défendu à chaque fois que Manue me disputait pendant la rédaction.
 - Pierre pour sa connerie, et c'est déjà pas mal. (+ la remarque pour Topho est tout aussi valable)
 - Après ils sont trop jeunes. . .

Je remercie l'IUT de Cachan, spécialement Véronique Depoutot, qui m'a donné toute sa confiance pour effectuer mon monitorat. Je remercie tous les collègues avec qui j'ai travaillé, Pierre-André, Renaud (oui oui le petit), Christophe, Jean-Luc et plus particulièrement François (alias Droopy).

Je remercie aussi tous les gens du DGM : Panpan, Tonton, Peewee, reTopho, Eric, Christine, le couple Michel et Jacques etc. . . Ah oui et aussi Danielle notre maman à tous. . . même si elle pense que je suis laid à l'intérieur.

Je remercie tous les copains qui sont venu me soutenir. Je remercie tous les membres de la promo B123 2004-2005 et surtout les 3B3 cuvée 2006-2007. . . de grands moments passés ensemble qui ont contribué à notre réussite. Je remercie l'Adrénaliste (BDE 2005-2006) et plus particulièrement l'équipe Kokarde (Colie, Richardson. . .). Je remercie tous les piliers de l'ASPIQUE fidèles à nos week-ends de pentecôte. Je remercie Eric et Gina qui me maintiennent en forme en musique. Je remercie Roro et la bande de jaunards pour avoir remporté le fameux bouclier, surtout Jamie pour toute sa jovialité sur le terrain.

Je remercie mes parents et la famille qui a pu se déplacer pour assister à la soutenance, et m'aider à préparer les festivités. Je remercie aussi les autres qui ont pensé à moi sans pouvoir se déplacer.

Et le dernier remerciement va à ma chieuse préférée, sans qui je n'y serais pas arrivé. Elle est tout simplement exceptionnelle et a su rendre l'épreuve de la rédaction beaucoup plus facile qu'elle ne l'est habituellement. Elle a toujours été là dans les moments compliqués lorsque les délais approchaient à grands pas. Merci ma Manoue.

Table des matières

Table des matières	iii
1 Contexte et état de l'art	1
1 Introduction	2
1.1 Contexte de l'étude	2
1.2 Processus de tolérancement	2
1.3 Langage	4
1.4 Activités de synthèse des spécifications	7
2 L'analyse de tolérances	11
2.1 Introduction	11
2.2 Modèle cinématique	11
2.3 Modèle vectoriel	13
2.4 Modèle déclaratif	13
2.5 Outil torseur	14
2.6 Polytopes, Domaine, T-Map.	16
2.7 Bilan	20
2.8 Approches complémentaires	21
3 Logiciels d'aide au tolérancement	22
3.1 Spécification	22
3.2 Analyse de tolérance	22
4 Méthode CLIC	23
4.1 Introduction	23
4.2 Modélisation de l'assemblage	23
4.3 Spécification des jonctions	24
4.4 Synthèse des spécifications	26
4.5 Analyse des tolérances par la méthode des droites d'analyses	26
5 Méthode Quick GPS	28
6 Conclusion	30
2 Influence d'une liaison	31
1 Introduction	32
1.1 Objectif	32
1.2 Jonctions complexes avec une liaison prismatique	32

2	Hypothèses des modèles de transfert 3D	33
2.1	Introduction	33
2.2	Liaison surfacique primaire	33
2.3	Liaison avec jeu et référence fixe	34
2.4	Cotation avec une référence flottante	36
2.5	Proposition d'un nouveau concept de cotation	38
2.6	Analyse de l'hypothèse de transfert au minimum de matière	39
2.7	Conclusion	40
3	Comportements spécifiques des jonctions	40
3.1	Jeu favorable/défavorable	40
3.2	Centres instantanés de rotation	43
4	Modèle de transfert dans une jonction pivot avec jeu	45
4.1	Introduction	45
4.2	Appui plan/Centrage court	45
4.2.1	Cotation type	45
4.2.2	Comportement de la jonction avec un jeu défavorable à l'exi- gence	46
4.2.3	Comportement de la jonction avec un jeu favorable à l'exi- gence	46
4.2.4	Relation de transfert	48
4.2.5	Expression des déplacements	50
4.2.6	Sélection de la relation de transfert	50
4.3	Centrage long/Appui plan	51
4.3.1	Cotation type	51
4.3.2	Comportement de la liaison	53
4.3.3	Expression des déplacements	53
4.3.4	Expression de la relation de transfert	55
4.4	Centrage long/Plan bilatéral	59
4.4.1	Cotation type	59
4.4.2	Comportement de liaison	59
4.4.3	Expression des déplacements	61
4.4.4	Expression de la relation de transfert	61
5	Conclusion	62
3	Spécification des liaisons complexes	63
1	Extension des concepts de base de la cotation ISO	65
1.1	Introduction	65
1.2	Définition d'une entité géométrique complexe	65
1.3	Groupe, répétition et zone commune	66
1.4	Etat virtuel d'un cylindre entre deux plans	71
2	Position/Orientation d'une entité géométrique complexe	75

2.1	Position et orientation d'une surface	75
2.2	Propositions dans d'autres normes	75
2.3	Application des symboles classiques de position, d'orientation ou de forme	77
3	Ajout de degrés de libertés spécifiques	80
3.1	Degrés de libertés de l'exigence	80
3.2	Construction d'une référence spécifique	80
3.3	Ajout de mobilités	81
3.4	Exemple avec mobilité sphérique	84
3.5	Synthèse	86
4	Position / orientation d'une entité groupe de trous	86
4.1	Introduction	86
4.2	Mécanisme avec groupe de trous secondaire	86
4.2.1	Présentation du mécanisme	86
4.2.2	Cotation du mécanisme	86
4.2.3	Orientation d'un groupe de 2 trous	87
4.2.4	Orientation d'un groupe à n trous	89
4.2.5	Groupe de trous quelconque	90
4.3	Mécanisme avec un groupe de trous primaire	92
4.3.1	Présentation du mécanisme	92
4.3.2	Cotation du mécanisme	92
4.3.3	Orientation d'un groupe de 2 trous pour l'exigence E1 . . .	92
4.3.4	Double spécification d'orientation pour l'exigence E2 . . .	94
5	Cotation d'une liaison surfacique	95
5.1	Cotation classique	95
5.2	Définition de la référence sur la surface complexe A du corps	97
5.3	Hypothèse de transfert de cotes	98
6	Etat virtuel sur des entités géométriques complexes	99
6.1	Introduction	99
6.2	Utilité des dimensions locales	100
6.3	Maximum et minimum de matière sur des surfaces quelconques . . .	103
6.4	Jonction prismatique quelconque	105
7	Cotation d'une liaison hybride	110
7.1	Mécanisme élémentaire avec une jonction prismatique hybride	110
7.1.1	Définition de l'exigence	110
7.1.2	Cotation classique	111
7.1.3	Référence dans une liaison avec jeu	112
7.2	Définitions spécifiques aux liaisons hybrides	114
7.2.1	Spécification sur zone restreinte	114
7.2.2	Spécification d'une liaison hybride	115
7.2.3	Référence sur une liaison hybride	116

7.2.4	Contrôle au calibre	116
7.2.5	Contrôle sur MMT	117
7.2.6	Définition de la spécification S4	119
7.3	Modèle de transfert sur les surfaces hybrides	119
8	Synthèse des propositions	120
9	Conclusion	124
4	Analyse de tolérances	127
1	Introduction	128
2	Modélisation d'une liaison prismatique	128
2.1	Position initiale	128
2.2	Optimisation des dimensions nominales	129
2.3	Recherche de la position au pire des cas	129
3	Relation de transfert	131
3.1	Introduction	131
3.2	Plan primaire/prismatique secondaire	131
3.3	Prismatique primaire/Plan secondaire	134
3.4	Bilan	134
4	Comportement de la jonction	135
4.1	Plan primaire/prismatique secondaire avec jeu	135
4.1.1	Cotation type	135
4.1.2	Comportement plan / plan	137
4.1.3	Liaison polygonale	141
4.1.4	Prise en compte de secteurs circulaires	141
4.1.5	Vérification de l'hypothèse des points de contact	142
4.1.6	Bilan	143
4.2	Prismatique primaire avec jeu/plan secondaire	144
4.2.1	Cotation type	144
4.2.2	Prismatique composée de plusieurs plans	146
4.2.3	Recherche du point de contact secondaire	148
4.2.4	Prismatique avec secteur circulaire	150
4.3	Ecriture en fonction des tolérances	150
4.4	Liaison surfacique primaire	153
4.5	Bilan	153
5	Liaison prismatique réalisée par un groupe de trous	154
5.1	Groupe de 2 cylindres secondaires	154
5.1.1	Cotation type	154
5.1.2	Influence de la spécification de position	156
5.1.3	Prise en compte de la spécification d'orientation	159
5.2	Groupe à n trous secondaires	164
5.2.1	Hypothèse : jeu identique sur tous les trous	164

5.2.2	Cas où la droite d'analyse passe entre les trous	164
5.2.3	Influence de la spécification de position seule	164
5.2.4	Prise en compte de la spécification d'orientation	166
5.3	Liaison primaire	168
5.3.1	Cotation type	168
5.3.2	Calcul de mobilité de EV_3 dans EV_4	168
5.3.3	Calcul des mobilités entre les états virtuels EV_3 , EV_2 et EV_1	173
5.4	Etude avec solveur	173
6	Conclusion	174
5	Application	177
1	Présentation des exigences fonctionnelles	178
2	Synthèse des spécifications	180
3	Analyse de l'exigence E1	181
4	Analyse de l'exigence E2	189
5	Analyse de l'exigence E3	190
6	Conclusion	190
	Conclusions et perspectives	193
	Références bibliographiques scientifiques	198
	Normes	205
	Annexes	206
A.	Cotation avec une référence flottante	208
B.	Ajout de degrés de libertés spécifiques	213
C.	Calcul avec des secteurs circulaires	215
D.	Mouvement mixte 2D (cercle/plan)	218
E.	Calcul de l'axe de rotation	221

Chapitre 1

Contexte et état de l'art

Sommaire

1	Introduction	2
1.1	Contexte de l'étude	2
1.2	Processus de tolérancement	2
1.3	Langage	4
1.4	Activités de synthèse des spécifications	7
2	L'analyse de tolérances	11
2.1	Introduction	11
2.2	Modèle cinématique	11
2.3	Modèle vectoriel	13
2.4	Modèle déclaratif	13
2.5	Outil torseur	14
2.6	Polytopes, Domaine, T-Map	16
2.7	Bilan	20
2.8	Approches complémentaires	21
3	Logiciels d'aide au tolérancement	22
3.1	Spécification	22
3.2	Analyse de tolérance	22
4	Méthode CLIC	23
4.1	Introduction	23
4.2	Modélisation de l'assemblage	23
4.3	Spécification des jonctions	24
4.4	Synthèse des spécifications	26
4.5	Analyse des tolérances par la méthode des droites d'analyses	26
5	Méthode Quick GPS	28
6	Conclusion	30

1 Introduction

1.1 Contexte de l'étude

Les travaux s'inscrivent dans la continuité de la méthode CLIC (« Cotation en Localisation avec Influences des Contacts ») développée au LURPA par Bernard ANSELMETTI depuis 1998. L'objectif final du projet est d'offrir une solution de cotation automatique qui serait utilisable par le monde industriel. Le projet est ambitieux au départ mais l'application mûrit de plus en plus et permet de traiter complètement et automatiquement certains mécanismes simples (figure 1.1).

La spécification des pièces prend en compte les normes ISO. Le résultat final est exporté dans la CAO avec des tolérances et des nominaux optimisés. La méthode CLIC tente de répondre à ce besoin en cherchant à traiter des mécanismes de plus en plus complexes. Mes travaux consistent à contribuer à ce projet en étudiant les liaisons complexes présentant de forts hyperstatismes (figure 1.2).

Comment spécifier ce genre de mécanisme ? Comment assurer un assemblage des deux pièces ? Comment gérer la précision du mécanisme. ? Quel est le déplacement maximum du point F dans la direction f ? Comment écrire le déplacement de F en fonction des tolérances ? Autant de questions qui seront abordées dans ces travaux de thèse.

1.2 Processus de tolérancement

Le tolérancement est une discipline servant à maîtriser les variations géométriques des produits tout le long du cycle de vie d'un produit : conception, fabrication, contrôle et assemblage. La figure 1.3 tente de résumer le processus de tolérancement.

Quelques définitions des étapes du tolérancement fonctionnel sont proposées :

- Synthèse des exigences géométriques : processus de détermination des exigences fonctionnelles décrites sous forme géométrique, d'un point de vue qualitatif et quantitatif.
- Synthèse des spécifications fonctionnelles : processus de transfert d'une exigence géométrique en spécification dimensionnelle et géométrique.
- Analyse des tolérances : processus de quantification de l'influence des tolérances vis-à-vis de l'exigence géométrique étudiée.

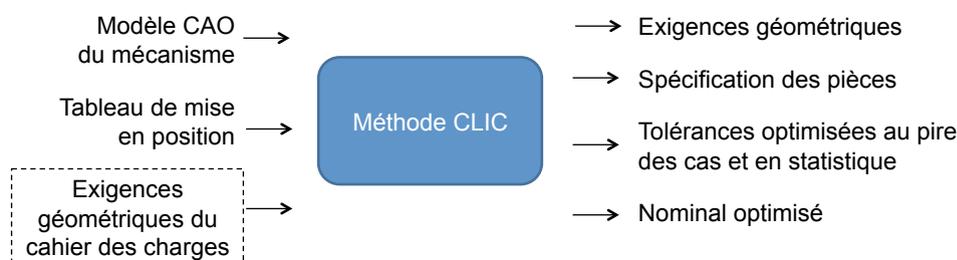


Figure 1.1 – Entrées sorties de la méthode CLIC

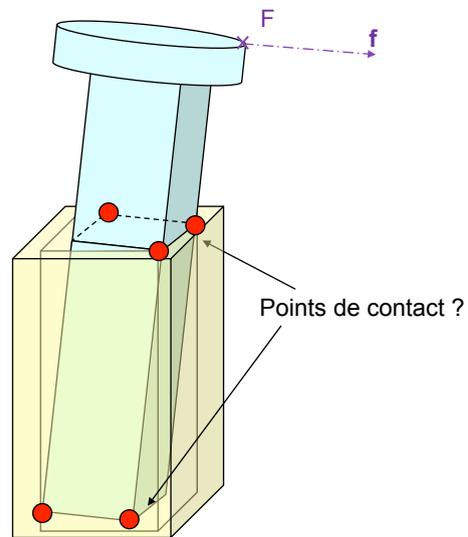


Figure 1.2 – Problématique

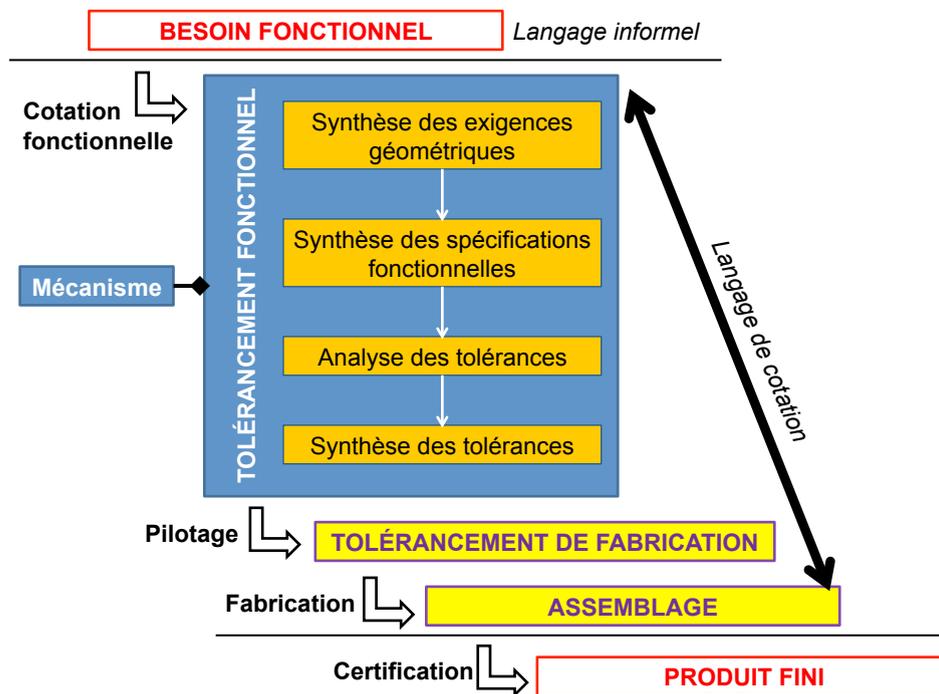


Figure 1.3 – Processus de tolérancement

- Synthèse des tolérances : processus de détermination des valeurs optimales de tolérances pour respecter l'ensemble des exigences.

Le contexte de l'étude suppose que les modèles CAO des pièces soient connus, éventuellement avec des formes simplifiées en début de projet. A l'issue de l'analyse fonctionnelle technique, toutes les exigences fonctionnelles sont formulées de manière littérale en essayant de quantifier au plus juste le besoin à respecter.

La première étape du tolérancement est de formuler cette exigence fonctionnelle en une exigence géométrique faisant intervenir uniquement des critères géométriques sur des surfaces appartenant au mécanisme étudié.

Le tolérancement fonctionnel a pour objectif final de spécifier chacune des pièces du mécanisme avec des intervalles de tolérances fixés. Plus les tolérances sont petites, plus les pièces sont chères à fabriquer. Il s'agit donc de spécifier au plus juste avec les intervalles de tolérance les plus grands possibles pour diminuer les coûts.

Pour y parvenir, les principales étapes sont la cotation fonctionnelle de chaque pièce (synthèse de spécification), la simulation du comportement du mécanisme (analyse de tolérances) et enfin la synthèse de tolérance qui fixe la valeur des tolérances (la plus grosse possible tout en respectant chacune des exigences).

A partir du dessin de définition fonctionnel, le bureau des méthodes élabore le processus de fabrication. Pour chaque phase de fabrication, il faut définir les spécifications de fabrication correspondantes qui seront portées sur les dessins de phase. Si le tolérancement fonctionnel traite le mécanisme en entier, le tolérancement de fabrication traite localement chaque pièce. Le processus de tolérancement de fabrication est équivalent au processus de tolérancement fonctionnel (figure 1.4). Il est possible de faire le parallèle suivant, la pièce est au tolérancement fonctionnel ce que la phase de fabrication est au tolérancement de fabrication.

Les métrologues élaborent les processus de mesure des pièces finies après chaque phase, pendant l'assemblage et pour le contrôle final. Pendant tout ce processus de tolérancement, il est essentiel d'échanger les informations de manière précise et sans ambiguïté dans le contexte des relations contractuelles entre concepteurs et fabricants ou clients et fournisseur.

L'objectif de mes travaux de thèse est de contribuer à l'élaboration de la spécification de jonctions complexes, tout en étant capable de calculer l'influence de la spécification proposée vis-à-vis des exigences géométriques. Pour cela, il faudra exprimer de manière la plus juste possible les variations géométriques de ces jonctions, correspondant au besoin fonctionnel. Les activités de mes travaux se résumeront donc à une contribution dans la synthèse des spécifications et l'analyses des tolérances tout en utilisant le langage adapté (figure 1.5).

1.3 Langage

A travers toutes les activités présentées, les acteurs doivent communiquer entre eux afin d'échanger les informations.

Le tolérancement graphique normalisé, ISO ASME ... est le seul langage reconnu par le

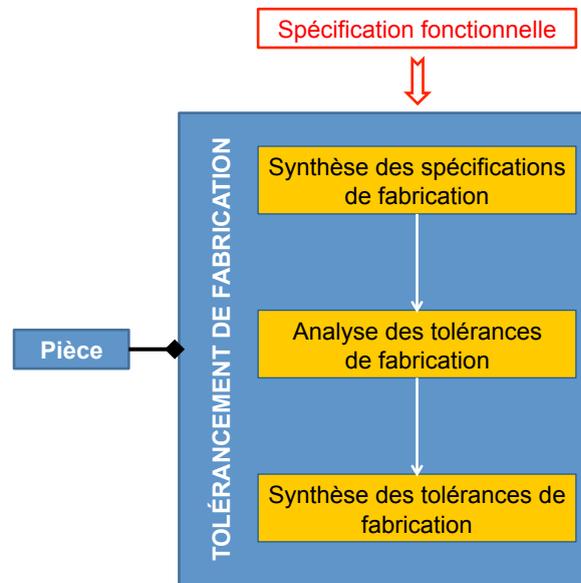


Figure 1.4 – Processus de tolérancement de fabrication

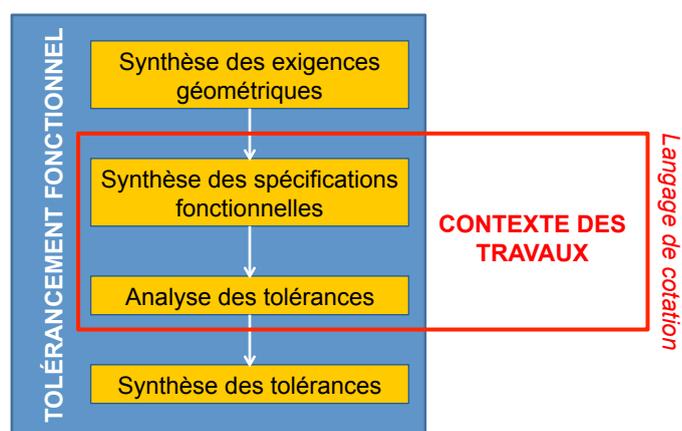


Figure 1.5 – Contexte des travaux

monde industriel. Trois concepts principaux sont utilisés :

- Tolérances sur les dimensions locales
- Zone de tolérance
- Etat virtuel

En ISO, les trois principales normes sont :

- NF EN ISO 1101 : 2006 Spécifications géométrique des produits (GPS) – Tolérancement géométrique – Tolérancement de forme, orientation, position et battement [NF EN ISO 1101 (2006)] .
- NF EN ISO 2692 : 2007 Spécifications géométrique des produits (GPS) - Tolérancement géométrique – Exigence au maximum de matière (MMR), exigence du minimum de matière (LMR) et exigence de réciprocité [NF EN ISO 2692 (2007)]
- NF EN ISO 5459 : 2004 Spécifications géométrique des produits (GPS) - Tolérancement géométrique – Références spécifiées et systèmes de références spécifiées [NF EN ISO 5459 (2004)]

En ASME, le fascicule Y14.5-2009 regroupe toutes les définitions [ASME Y14.5 (2009)]

Seulement des manques, voire même des contradictions, ont été mis en avant. Ces normes évoluent constamment afin de palier à ce genre de problème. Pairel indique qu'il faut récrire le standard ISO dans l'optique de donner un modèle plus proche du fonctionnel et non pas seulement géométrique [Pairel (2007)].

Des travaux ont mené à la création d'un autre langage de description de la géométrie avec défauts. Ballu et Mathieu [Mathieu et Ballu (2003)] [Mathieu (2007)] ont développé le langage Geospelling [ISO TS 17450-1 (2008)] qui se veut être univoque et utilisable par toute la communauté liée au processus de tolérancement. Le langage repose sur deux principales idées comme l'indique Dantan [Dantan (2009)].

- Le « skin » modèle (figure 1.6) qui représente l'interface de la pièce avec son environnement, avec une géométrie représentées avec ses défauts. Il se différencie du modèle nominal qui considère les pièces avec une géométrie parfaite.

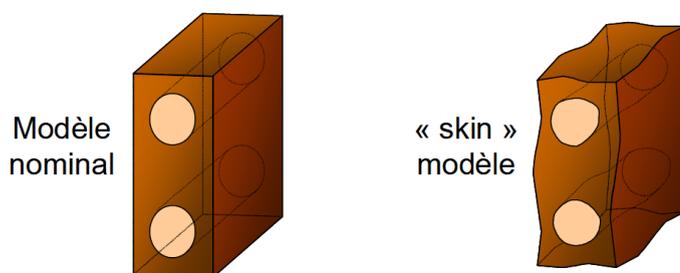


Figure 1.6 – Skin modèle

- L'établissement d'un processus de déclaration des éléments géométriques pour décrire la dimension faisant l'objet du tolérancement ou de la métrologie. Ainsi la définition d'une spécification a été proposée : une spécification est une condition sur une dimension définie par une caractéristique. Cette caractéristique s'exprime sur un élément géométrique ou entre des éléments géométriques identifiés par des opérations à partir du « skin » modèle (figure 1.7). Chaque élément géométrique est identifié à l'aide de six opérations : partition, extraction, filtrage, association, collection, et construction (figure 1.8).

Ainsi, chaque spécification peut être définie à l'aide de ces 6 opérations en utilisant la définition de la figure 1.7. Afin de compléter ce modèle pour le tolérancement de produits, Dantan a défini la notion de quantificateur [Dantan *et al.* (2005)]. Les quantificateurs sont de deux types : les quantificateurs universels et les quantificateurs existentiels. Ils permettent de définir respectivement si la spécification géométrique d'assemblage doit être respectée dans toutes les configurations possibles des jeux influents ou au moins dans une configuration possible.

Par la suite, nous parlerons d'une notion équivalente qui est le jeu favorable ou le jeu défavorable (chapitre 2). Nous verrons au chapitre 3 que l'opération de collection regroupe en fait les notions de groupe et de zone commune ce qui entraîne des confusions à la lecture.

1.4 Activités de synthèse des spécifications

Deux approches différentes sont envisageables suivant le contexte dans lequel on se place, Laurent Pino les indique comme les réponses aux deux questions suivantes [Pino (2000)] :

“Quel est le tolérancement qui permet de réaliser une fonction d'assemblage donnée ?”

Ou alors : “Est-ce qu'un tolérancement donné permet de respecter une fonction d'assemblage ?”

95% des travaux répondent à la deuxième question, Robinson ([Robinson (1997)], [Robinson (1998)]) a été un des premiers à tenter de répondre à la première question. La méthode CLIC réalise également la synthèse des spécifications.

Samper [Samper (2007)] indique que le tolérancement fonctionnel doit traiter les deux conditions fondamentales d'un système : son existence, qui est traduite par l'assemblabilité ou la montabilité du mécanisme, et son fonctionnement correspondant à toutes les autres exigences fonctionnelles.

Le mécanisme étudié est défini par son modèle CAO ou par un squelette ne comportant que les surfaces fonctionnelles. Il est ensuite indispensable de décrire les liaisons entre les pièces.

De nombreux travaux utilisent la notion de graphe pour représenter les assemblages à des fins de tolérancement [Ballu et Mathieu (1999)] [Ballu *et al.* (2007)] [Linarès et Marty (1993)] [Teissendier *et al.* (1997)] [?]. Les auteurs y proposent des graphes qui permettent au

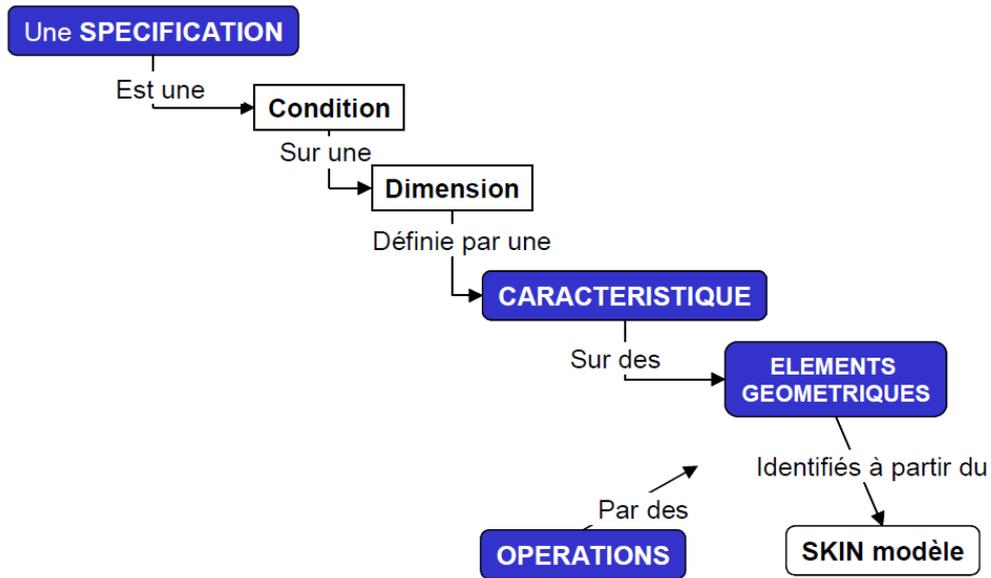


Figure 1.7 – Définition d'une spécification d'après le langage Geospelling

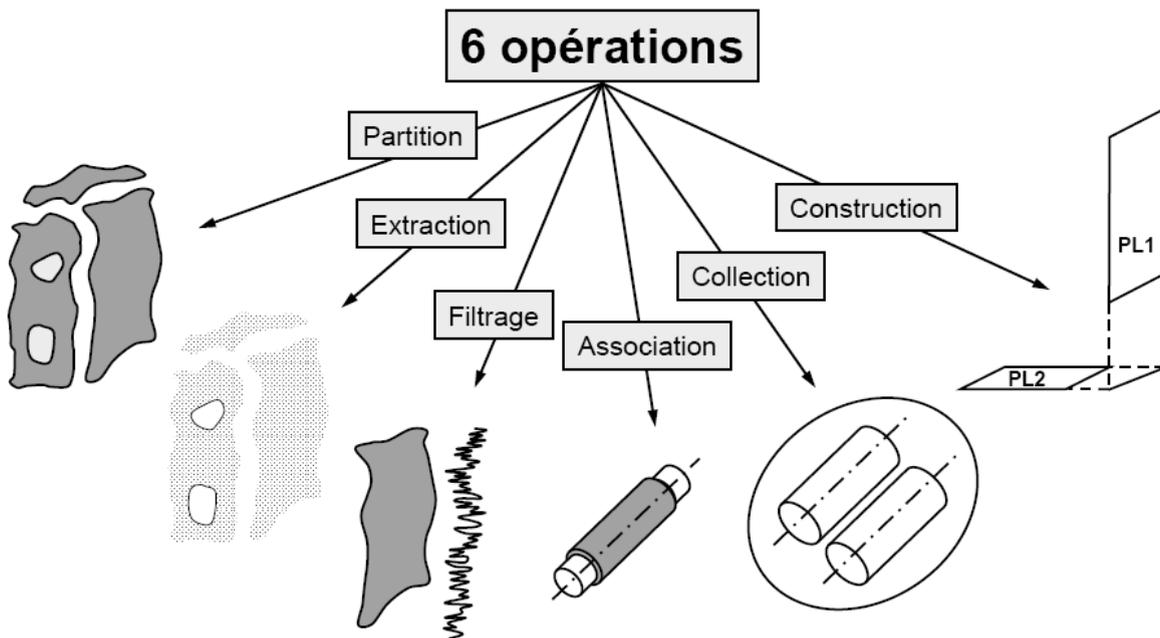


Figure 1.8 – Opérations pour l'identification des éléments géométriques

concepteur de décrire des liaisons, des exigences et le flux des pièces influentes. La recherche automatique des pièces influentes sur une exigence impose d'orienter le graphe et de décrire l'ordre de prépondérance des surfaces de chaque jonction.

Dans le contexte de nos travaux, le point d'entrée est une exigence géométrique à respecter que l'on indique par une spécification géométrique. La spécification sur des assemblages n'étant pas normalisée, les mêmes spécifications que pour des pièces isolées sont utilisées, mais en indiquant dans quelle configuration des jeux doit être respectée chaque exigence.

Le point d'entrée peut aussi directement être un besoin fonctionnel issu du cahier des charges. La définition des exigences géométriques est généralement le résultat de l'analyse des causes de défaillances du mécanisme. Cette vision un peu pessimiste est un bon moyen de faire l'inventaire de toutes les exigences géométriques et revient à répondre à la question suivante : "Qu'est-ce qui fait que le mécanisme ne pourrait pas fonctionner normalement ?".

La première étape de spécification consiste à identifier les surfaces influentes appartenant aux pièces influentes.

Ballu et Mathieu [Ballu et Mathieu (1999)] identifient tout d'abord les pièces influentes, puis les surfaces influentes. Il s'agit d'éliminer au fur et à mesure les pièces non influentes évidentes puis les surfaces non influentes évidentes. Ceci permet de réduire le graphe de représentation.

Peu de travaux décrivent ensuite une démarche complète de spécifications. Robinson permet de mettre en avant l'utilisation de frontières virtuelles [Jayaraman et Srinivasan (1989)] [Srinivassan et Jayaraman (1989)] pour spécifier les assemblages. Il étend la définition à la pièce entière, « Maximum Material Part » en établissant 7 règles pour les construire. L'exemple suivant montre les spécifications définissant les classes variationnelles de deux pièces devant être assemblées (figure 1.9). Chacune de ces pièces est une pièce au maximum de matière. Elles respectent donc les règles établies par Robinson.

La figure 1.10 présente la vérification de l'assemblage des deux pièces au maximum de matière (figure 1.10a). Chacune de ces pièces englobe toutes les pièces de la classe variationnelle correspondante, la vérification de l'assemblage de deux pièces de ces classes est donc évidente (figure 1.10b). Ces travaux ne permettent pas de faire des chaînes de cotes.

Armillotta propose une méthode de génération automatique de spécification pour respecter la montabilité [Armillotta et Semeraro (2007)]. Il reconnaît automatiquement les surfaces en contact des liaisons puis grâce à certains critères géométriques (aire, ...) décide de la prépondérance des surfaces pour définir la cotation. Encore une fois, ces travaux ne permettent pas la spécification pour d'autres exigences de précision d'assemblage.

Ballu et Mathieu [Ballu et Mathieu (1999)] recherchent des surfaces influentes et indiquent

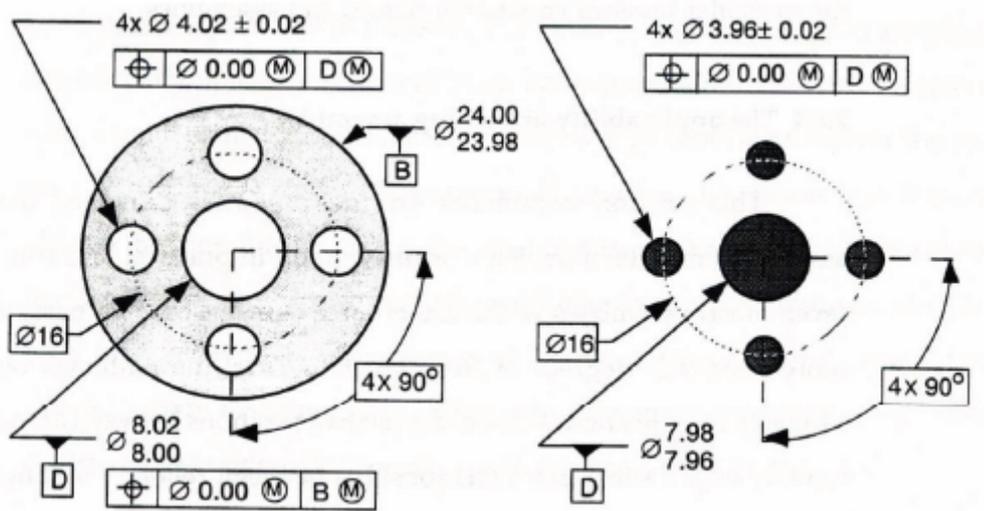


Figure 1.9 – Spécification de deux pièces au maxi matière pour assurer l'assemblage [Robinson 1998]

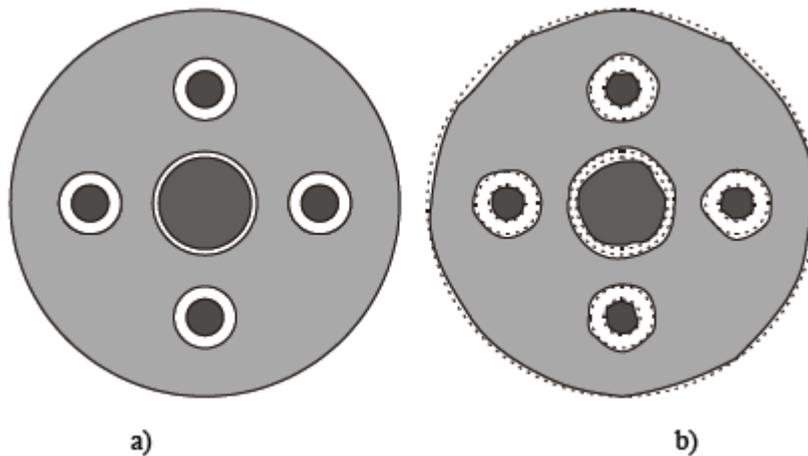


Figure 1.10 – Etude de l'assemblage de deux pièces au maximum de matière [Robinson 1998]

les déviations influentes de ces surfaces en se rapportant aux 6 paramètres du torseur de petit déplacement (u, v, w , paramètres linéaires et α, β, γ pour les paramètres angulaires). En fonction de ces déviations les spécifications sont choisies. Ils préconisent pour les liaisons avec des contacts flottant l'utilisation d'exigence d'enveloppe et de maxi et mini matière :

- maxi matière pour les exigences de montabilité
- mini matière pour des exigences de précisions d'assemblage
- maxi matière pour des exigences de précisions avec jeu mini

2 L'analyse de tolérances

2.1 Introduction

L'analyse de tolérances a pour but de déterminer l'influence des défauts sur le comportement géométrique du mécanisme, et de comparer cela aux exigences géométriques du produit. Pour parvenir à cela, plusieurs modélisations plus ou moins proches les unes des autres ont été proposées.

Ces modèles permettent de réaliser l'analyse au pire des cas et/ou en statistique. Des analyses peuvent également prendre en compte les déformations des pièces, notamment pour des grandes structures aéronautiques.

2.2 Modèle cinématique

Les outils de cinématique des solides ont été utilisés dans de nombreux modèles pour analyser les variations géométriques. Le premier modèle cinématique a été proposée par Rivest [Rivest (1994)] [Rivest *et al.* (1994b)] :

Chaque zone de tolérance peut être représentée avec la structure cinématique de la figure 1.11 avec 14 degrés de libertés. Les paramètres de rotation sont identifiés par la lettre R. les paramètres de translation sont indiqués par la lettre T.

Cette structure permet de définir complètement une zone de tolérance sans ou avec mo-

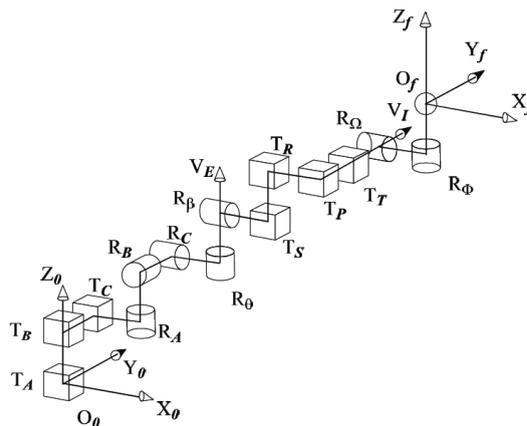


Figure 1.11 – Modèle cinématique [Rivest (1994)]

dificateur (paramètre T_p). Ce modèle a été utilisé dans un premier temps pour effectuer le transfert de cotes de fabrication [Rivest *et al.* (1994a)]. Le transfert n'est effectué que si les surfaces influentes ne servent pas au posage de la pièce.

Plusieurs travaux ont ensuite utilisé les outils de la robotique tels que la matrice jacobienne pour effectuer l'analyse de tolérances à l'aide de ce modèle cinématique [Pino (2000)] [Bennis *et al.* (2002)].

Les équipes canadiennes ont continué ensuite à développer les travaux proposés par Rivest en utilisant également la matrice jacobienne [Laperrière et ELMaraghy (2000)]. Un modèle adaptant l'utilisation du torseur de petit déplacement à la matrice jacobienne a été proposé par la suite [Laperrière *et al.* (2002)] [Descrochers *et al.* (2003)] :

$$\begin{bmatrix} u \\ v \\ w \\ \alpha \\ \beta \\ \delta \end{bmatrix}_{FR} = \begin{bmatrix} J_{FE_1} & \dots & J_{FE_{n-1}} & J_{FE_n} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \begin{bmatrix} u \\ v \\ w \\ \alpha \\ \beta \\ \delta \end{bmatrix}_{FE_1} \\ \dots \\ \begin{bmatrix} u \\ v \\ w \\ \alpha \\ \beta \\ \delta \end{bmatrix}_{FE_n} \end{bmatrix} \quad (1.1)$$

Les contraintes sur les composantes des torseurs de petits déplacements permettent de définir la formulation généralisée suivante :

$$\begin{bmatrix} \underline{u} & \bar{u} \\ \underline{v} & \bar{v} \\ \underline{w} & \bar{w} \\ \underline{\alpha} & \bar{\alpha} \\ \underline{\beta} & \bar{\beta} \\ \underline{\delta} & \bar{\delta} \end{bmatrix}_{FR} = \begin{bmatrix} J_{FE_1} & \dots & J_{FE_{n-1}} & J_{FE_n} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{u} & \bar{u} \\ \underline{v} & \bar{v} \\ \underline{w} & \bar{w} \\ \underline{\alpha} & \bar{\alpha} \\ \underline{\beta} & \bar{\beta} \\ \underline{\delta} & \bar{\delta} \end{bmatrix}_{FE_1} \\ \dots \\ \begin{bmatrix} \underline{u} & \bar{u} \\ \underline{v} & \bar{v} \\ \underline{w} & \bar{w} \\ \underline{\alpha} & \bar{\alpha} \\ \underline{\beta} & \bar{\beta} \\ \underline{\delta} & \bar{\delta} \end{bmatrix}_{FE_n} \end{bmatrix} \quad (1.2)$$

La synthèse de tolérance correspond à l'inversion de la matrice J total non carrée. Pour cela, des méthodes numériques permettent de calculer les pseudos inverses pour résoudre le problème.

2.3 Modèle vectoriel

A. Wirtz présente une façon originale de définir les spécifications [Wirtz (1991)]. Chaque surface est positionnée par un point et un vecteur dans une base donnée. Quatre vecteurs indépendants sont définis pour modéliser si nécessaire la position, l'orientation, la forme et la dimension (figure 1.12).

Ces vecteurs varient autour de deux paramètres : l'un est associé à la géométrie nominale de la pièce et l'autre aux écarts admissibles sur les surfaces. Dans la définition des écarts, chaque composante de vecteur est associée à un intervalle de tolérance. Ce modèle se limite à l'écriture et à l'étude du tolérancement de pièces isolées et ne considère donc pas l'aspect fonctionnel du mécanisme.

D. Gaunet propose un modèle de tolérancement vectoriel [Gaunet (1993)]. Cette approche est différente de celle de A. Wirtz, puisque D. Gaunet intègre la théorie des SATT proposée par André Clément [Clément *et al.* (1997)]. Elle permet de gérer le tolérancement d'une pièce, mais aussi le tolérancement d'un mécanisme : possibilité d'assemblage et condition de jeu minimum entre deux surfaces appartenant à des pièces différentes. L'optimisation globale du mécanisme est très difficile avec beaucoup de constituants, chaque caractéristique à calculer ne pointant pas directement sur les variables et contraintes influentes.

2.4 Modèle déclaratif

Le modèle SATT a donc été proposé par André Clément. Un SATT est composé d'une ou plusieurs surfaces, qui peuvent être de natures différentes. Un SATT appartient à une des

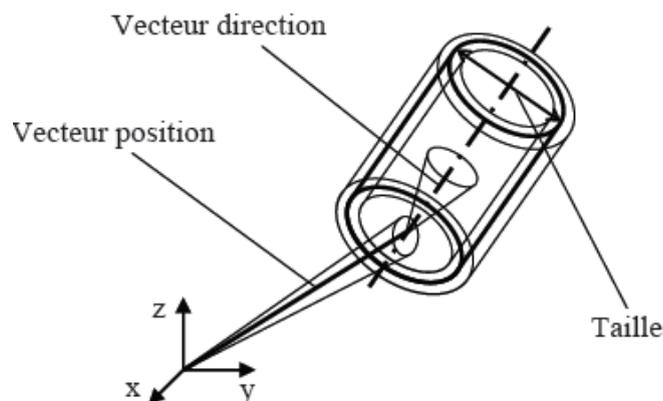


Figure 1.12 – Tolérancement vectoriel selon Wirtz [Wirtz (1991)]

sept classes d'invariance : sphérique, plane, cylindrique, hélicoïdale, révolution, prismatique et quelconque. Une classe d'invariance est caractérisée par son degré d'invariance et par les déplacements associés. Un SATT est positionné par rapport au repère d'étude grâce à son Element Géométrique de Référence Minimum (EGRM). Un EGRM est composé au maximum d'un point, d'une droite et d'un plan. Par exemple, l'EGRM d'un SATT sphérique est un point. La position relative de deux SATT est donnée par les distances et angles entre leurs EGRM respectifs : il existe treize contraintes qui permettent de positionner l'ensemble des SATT pris deux à deux [Clément *et al.* (1997)].

La modélisation complète du mécanisme revient ensuite à résoudre ce genre de système [Serré (2002)] [Serré *et al.* (2003)] [Serré *et al.* (2009)] :

$$F(X, Y) = 0 \text{ avec } X = S \text{ et } Y = Q \quad (1.3)$$

avec Q paramètres de modélisation et S, paramètres de spécification.

Pour qu'un système existe, avec toutes les contraintes limitées par le concepteur, il faut que ces contraintes respectent des relations de compatibilités. Obtenir ces relations est très difficile mais elles peuvent en revanche être simples à déterminer autour d'une position particulière :

$$J_Q \cdot dQ + J_S \cdot dS = 0 \text{ avec } J_{Q_{ij}} = \frac{\partial F_i}{\partial q_j} \text{ et } J_{S_{ij}} = -\frac{\partial F_i}{\partial s_j} \quad (1.4)$$

La décomposition en valeur singulière (SVD) est utilisée ensuite pour résoudre le problème et ainsi obtenir les relations de comptabilités et effectuer le transfert de spécifications.

2.5 Outil torseur

Certains auteurs considèrent que toutes surfaces de liaison ont des défauts d'orientation et de position par rapport à un modèle nominal idéal. Les surfaces réelles sont alors modélisées par des surfaces parfaites de substitution (ce qui revient à négliger les défauts de forme) qui ont un écart en position et en orientation par rapport à la position nominale définie dans la CAO (figure 1.13).

Par exemple, l'écart d'un plan est exprimé par trois paramètres, deux rotations (r_x, r_y) et une translation (t_z) (figure 1.14). Pour formuler ces écarts, un torseur de petit déplacement est

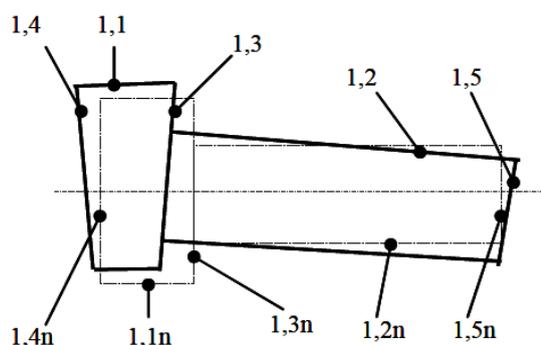


Figure 1.13 – Surfaces de substitution

utilisé. Le concept de torseur de petit déplacement a été proposé dans les années 1970 par Bourdet et Clément [Bourdet et Clément (1976)]. Ce torseur sera appelé torseur écart.

Afin de déterminer la forme des torseurs écart de n'importe quelle géométrie, il suffit de définir un torseur pour chaque classe d'invariance géométrique définie par la théorie des SATT, ce qui donne 7 types de torseurs écarts.

Afin de traduire les comportements avec jeux, un autre torseur dit "torseur jeu" ou lien selon les notations permet d'exprimer la mobilité entre les pièces en liaisons. Il faut ainsi traduire n'importe quel torseur lien représentant l'interface entre 2 surfaces de pièces différentes. Il est possible de dénombrer 11 liaisons différentes, qui pour chacune ont une forme de torseur lien adéquate.

Pour certains, le torseur jeu est un torseur exprimant une exigence fonctionnelle à respecter et non la position relative entre deux pièces.

Les contraintes d'assemblage imposent des contraintes entre ces paramètres. Pour un empilage de pièces en série, le déplacement totale de la surface terminale est calculé en effectuant la somme de tous les torseurs écarts et torseur jeu influents. Dans le cas d'un montage parallèle, l'égalité entre les branches permet de connaître la loi de comportement. Ces travaux ont abouti à la méthode Δtol [Ballot (1995)] [Bourdet et Ballot (1995)] [Thiebaut (2001)] qui est une extension 3D de la méthode Δl développée par Pierre Bourdet pour la gestion des cotes fabriquées [Bourdet (1973)] .

Les relations obtenues font apparaître les composantes influentes sur l'exigence. Ces relations font également apparaître les différents hyperstatismes du mécanisme. Le choix de la liaison prépondérante (appui plan ou centrage long dans une liaison pivot par exemple) permet ensuite de résoudre certaines ambiguïtés.

Enfin, il faut déterminer les contraintes de contact. Pour cela, l'étendue des surfaces est nécessairement prise en compte. Ces contacts s'établissent sur les contours des surfaces de substitution. Il faut contraindre les déplacements relatifs entre les pièces aux différents sommets du contour. Pour un contact effectif, la distance imposée doit être nulle.

Le concepteur doit alors choisir une cotation et des tolérances qui permettent de maîtriser ces écarts influents, ce qui permet de calculer les déplacements recherchés.

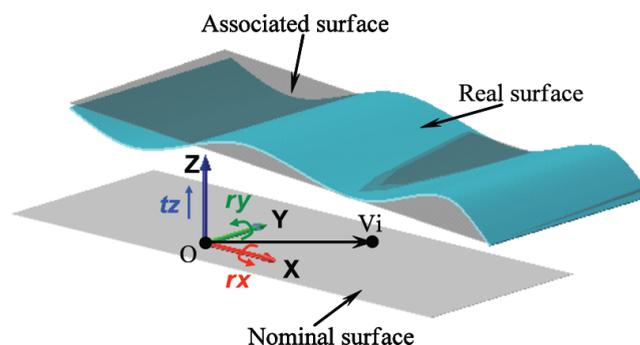


Figure 1.14 – Torseur écart surface plane

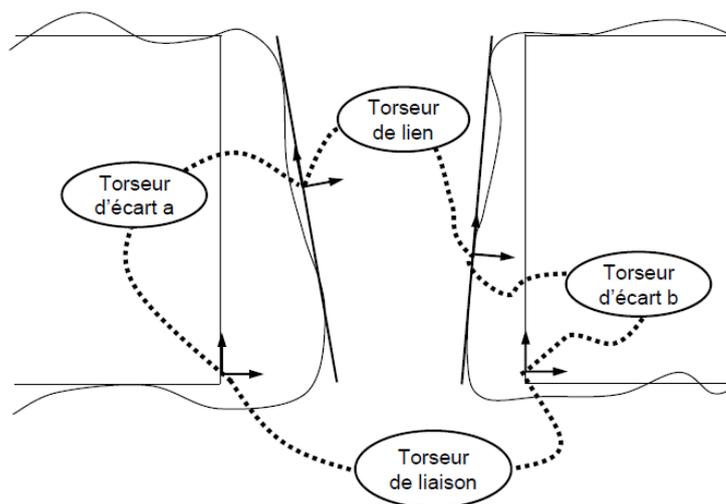


Figure 1.15 – Torseur liaison

2.6 Polytopes, Domaine, T-Map...

Plusieurs travaux utilisent la notion de polytopes pour mettre en œuvre le calcul de chaîne de cotes 3D. Cela consiste à modéliser les chaînes de cotes par des opérations sur des ensembles de contraintes.

Pour cela, nous pouvons citer les travaux issus du laboratoire SYMME à Annecy qui définissent la notion de domaine proposée par Giordano et Duret, décrivant tout l'espace de variation d'un torseur d'écart ou d'un torseur jeu. [Giordano et Duret (1993)] [Samper (2007)] [Petit (2004)] [Germain (2007)]

Couétard [Couétard et Teissandier (1993)] puis Teissandier [Teissandier (1995)] [Teissandier *et al.* (1999a)] dans leurs travaux ont défini la notion d'UPEL, "Union Pondérée d'Espaces de Liberté". Ces travaux, antérieurs aux domaines, caractérisent les limites des composantes de torseurs d'écarts à partir des tolérances géométriques.

Roy manipule quant à lui des objets polyédriques [Roy et Li (1999)]. Davidson a proposé une autre représentation sous forme de T-Map®.

Toutes ces notions sont très proches. Les torseurs décrits dans la section précédente peuvent se représenter graphiquement à l'aide de domaines. Chaque torseur écart est limité par exemple en chaque sommet par l'appartenance de ce point à une zone de tolérance.

L'appartenance de la surface de substitution à la zone de tolérance permet d'écrire ces contraintes pour chaque sommet, ce qui donne par exemple 8 inéquations pour une spécification de position d'un plan (figure 1.16).

$$\frac{-t_p}{2} \leq t_z + \frac{a}{2} \cdot r_y + \frac{b}{2} \cdot r_x \leq \frac{t_p}{2} \quad (1.5)$$

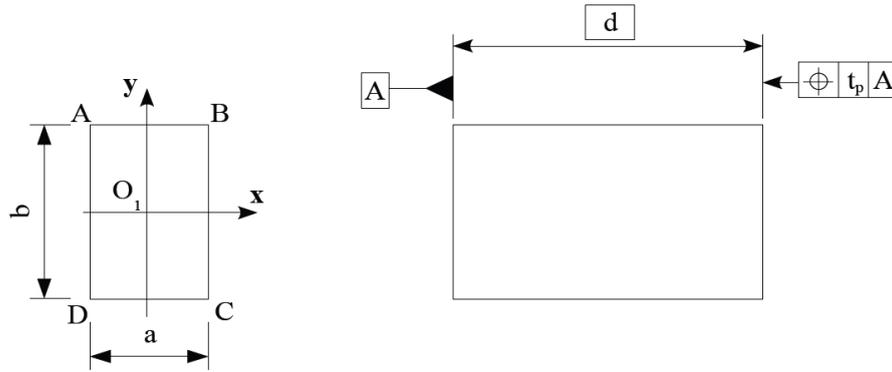


Figure 1.16 – Spécification de position

$$\frac{-t_p}{2} \leq t_z + \frac{a}{2} \cdot r_y - \frac{b}{2} \cdot r_x \leq \frac{t_p}{2} \quad (1.6)$$

$$\frac{-t_p}{2} \leq t_z - \frac{a}{2} \cdot r_y - \frac{b}{2} \cdot r_x \leq \frac{t_p}{2} \quad (1.7)$$

$$\frac{-t_p}{2} \leq t_z - \frac{a}{2} \cdot r_y + \frac{b}{2} \cdot r_x \leq \frac{t_p}{2} \quad (1.8)$$

Chaque inéquation linéaire correspond à un demi espace, le domaine est finalement l'intersection de ces demis espaces, on parle ici de domaine écart (figure 1.17) :

Il est possible de définir une zone de tolérance d'orientation pour limiter l'orientation à l'intérieur de la zone de tolérance de position (figure 1.18). Cette tolérance est définie par rapport au même système de références .

Le domaine est de dimension 6 au plus, le terme général utilisé pour sa représentation est un polytope.

Pour exprimer un jeu entre un cylindre et un alésage coaxial, l'inéquation à respecter est de forme quadratique. Pour simplifier la représentation, la contrainte est discrétisée en plusieurs contraintes linéaires tout autour des sections extrêmes de la liaison (figure 1.19).

Pour modéliser les jeux entre pièces, on construit donc un domaine jeu. Ces domaines sont limités en écrivant les contraintes de non interpénétration des éléments.

Pour effectuer l'analyse de tolérance, l'addition des torseurs se fait ici par la somme de Minkowski des polytopes [Minkowski (1896)]. Il faut vérifier si la somme des polytopes est incluse dans le polytope fonctionnel [Teissandier *et al.* (1999b)] (figure 1.20).

Dans le cas d'un montage parallèle, il faut calculer l'intersection des domaines en parallèles donnant un domaine résultant compatible avec les mobilités de chaque branche [Teissandier *et al.* (1999b)] (figure 1.21).

Pour un tolérancement au pire des cas, les sommets obtenus par la représentation sont directement les mobilités extrêmes permises par le domaine résultant. Les systèmes d'équations peuvent devenir très complexes. La représentation peut devenir très délicate avec le grand nombre de paramètres. Des algorithmes permettent d'améliorer ces opérations [Barki *et al.* (2009)] mais cela reste encore très coûteux. Cela peut notamment poser problème dans la manipulation de domaines avec tirage de Monte Carlo demandant de très nombreux calculs.

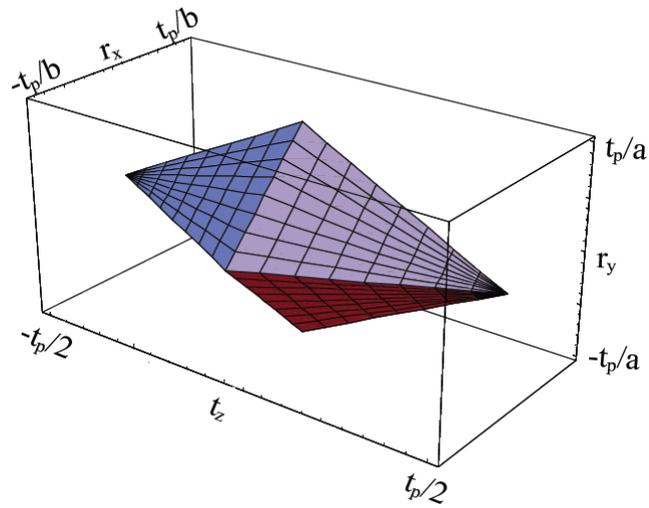


Figure 1.17 – Domaine écart d'une tolérance de localisation d'un plan [Germain (2007)]

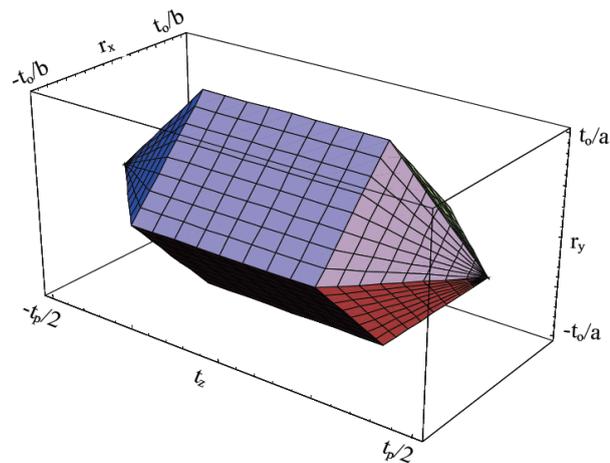


Figure 1.18 – Domaine écart d'une tolérance de localisation et de parallélisme d'un plan [Germain (2007)]

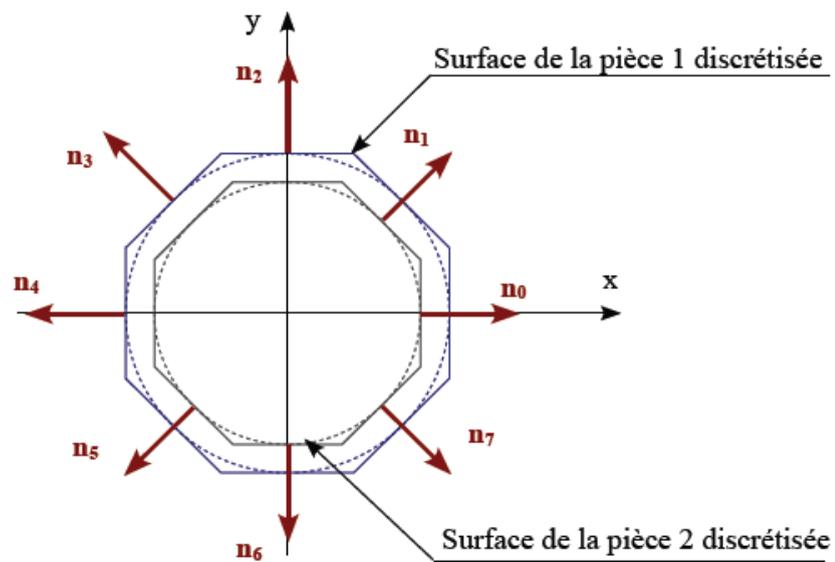


Figure 1.19 – Discretisation d'une contrainte quadratique en n contraintes linéaires [Germain (2007)]

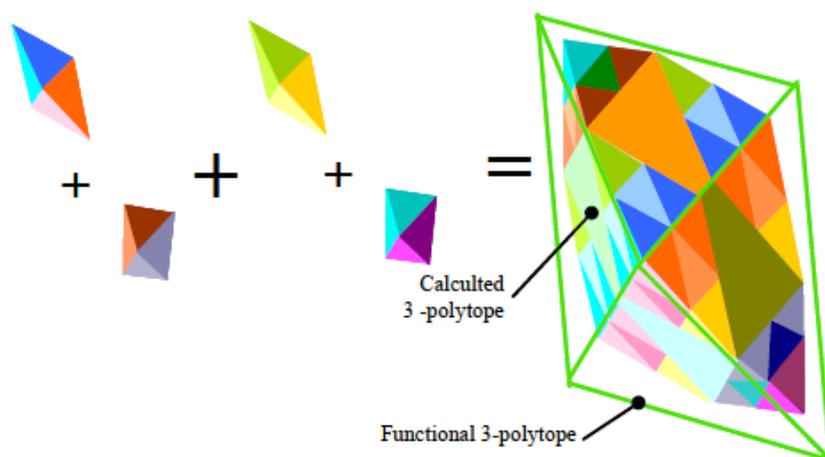
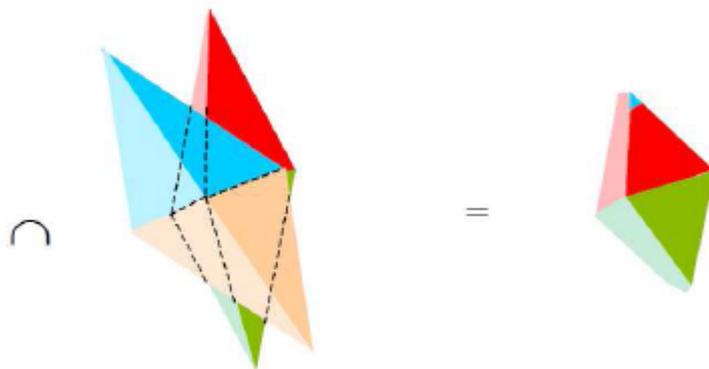


Figure 1.20 – Somme de Minkowski de polytopes [Teissandier *et al.* (1999b)]


 Figure 1.21 – Intersection de polytope [Teissandier *et al.* (1999b)]

Le modèle de Davidson traduit les zones de tolérances en région multi-dimensionnelle à partir des coordonnées barycentriques de la surface considérée, son concept est appelé Tolérance-Map® (T-Map). Ces régions multi-dimensionnelle dépendent de la nature de l'objet tolérancé, (plan rectangulaire [Mujezinović (1999)], disque [Davidson *et al.* (2002)], surface polygonale [Mujezinović *et al.* (2004)], axe [Davidson et Shah (2002)] ...). L'utilisation de ses coordonnées barycentriques appliquées à des tolérances de position ou d'orientation revient à calculer les composantes du torseur de petit déplacement. Les polytopes ainsi construit sont identiques aux domaines construits par Giordano, mais en manipulant des variables de nature différente (figure 1.22).

L'accumulation des défauts des différents composants du système est réalisée en faisant la somme de Minkowski des T-Map, représentant ainsi une analyse des tolérances des composants.

2.7 Bilan

Toutes ces méthodes aboutissent à des optimisations globales sur tout le mécanisme afin de pouvoir comparer les résultats avec l'exigence fonctionnelle étudiée.

L'utilisation de la somme de Minkowski ne semble pas indispensable dans son intégralité

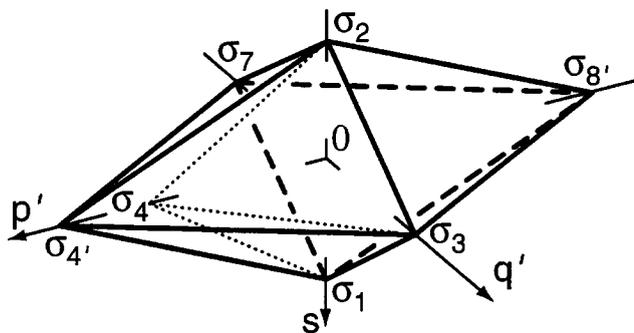


Figure 1.22 – T-Map® d'une zone de tolérance d'une face rectangulaire

dès lors que le graphe représentant la boucle de contact est en série (figure 1.23).

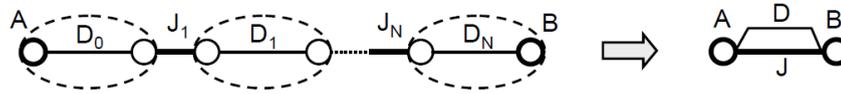


Figure 1.23 – Simplification sérielle [Giordano *et al.* (2009)]

Il suffit de prendre les maximums locaux pour D_0 , D_i , et de les ajouter pour obtenir le déplacement correspondant à l'exigence géométrique. C'est une façon de ne pas prendre en compte certaines parties du domaine résultant pour alléger le calcul. De la même façon, toutes les contraintes étant définies par les lois de comportement, le déplacement recherché n'a pas besoin d'une optimisation globale mais de plusieurs optimisation locales moins coûteuses en ressources.

2.8 Approches complémentaires

Des analyses complémentaires prennent en compte les déformations des pièces étant du même ordre de grandeur que les tolérances. Plusieurs travaux ont ainsi été développés au LURPA en collaboration avec EADS [Cid (2005)] [Breteau (2009)] [Mounaud *et al.* (2011)]. D'autres travaux proposent de prendre en compte les variations dues aux variations thermiques [Pierre *et al.* (2009)].

Plusieurs travaux s'intéressent aux assemblages en prenant en compte le défaut de forme des surfaces [Samper *et al.* (2009)] [Samper et Formosa (2007)] [Lecompte *et al.* (2010)] [Pierce et Rosen (1997)].

Il existe beaucoup de travaux étudiant l'analyse statistique, traités de façon analytique, ou par la l'utilisation de tirage de Monte-Carlo manipulant différents types de distribution des défauts. Une approche intéressante initiée par Pillet consiste à mieux prendre en compte le décentrage d'une distribution en proposant un critère inertiel. [Pillet et Adragna (2005)] [Adragna (2007)]

Certains travaux font l'analyse au plus tôt afin d'assister le concepteur dans ces choix de conception. Des simulations sur le squelette du mécanisme permettent de donner des informations intéressantes. Le concepteur peut ainsi analyser à quel endroit il est plus intéressant d'introduire du jeu pour résoudre les problèmes d'hyperstatismes. [Costadoat (2010)].

Toutes ces approches utilisent les modèles de représentation présentées dans les paragraphes précédents.

3 Logiciels d'aide au tolérancement

3.1 Spécification

Le module FTA (Functional Tolerancing & Annotation) du logiciel CATIA utilise un éditeur capable d'analyser la sémantique du tolérancement [Gaunet (2001)]. Pour cela, ce module se base sur la théorie des SATT. Le concepteur sélectionne une surface de référence ou un système de références et une surface spécifiée. Une boîte de dialogue lui propose alors uniquement les spécifications et les modificateurs acceptables vis-à-vis des surfaces sélectionnées.

Les travaux de thèse de Gaetan Legrais présentent l'intégration d'une solution tolérancement dans l'environnement du logiciel Top Solid s'appuyant sur le modèle des domaines. [Legrais (2005)]

Ces travaux sont plutôt considérés comme des assistants permettant au concepteur d'utiliser à bon escient les normes gérées par le logiciel.

D'autres logiciels, SolidWorks DimXpert/TolAnalyst ou encore FROOM (Features and Relations used in Object Oriented Modeling) développé grâce aux travaux de Salomon sont d'autres solutions réalisant à la fois la spécification et l'analyse de tolérance. FROOM utilise la notion de torseur de petit déplacement pour effectuer l'analyse. Les spécifications manipulées restent de bas niveau sans prendre en compte les modificateurs par exemple. [Salomons *et al.* (1996b)] [Salomons *et al.* (1996a)]

3.2 Analyse de tolérance

Industriellement, la démarche la plus en pointe est l'analyse de tolérance par les logiciels de CAT (Computer Aided Tolerancing) 3DCS ® (Dimensional Control Systems), CE-TOL® (Sigmatix), VSA ® and eM-TolMate ® (Siemens PLM) [Chiesi et Lapo (2003)] qui sont basées sur les méthodes de Monte Carlo. Pour cela, le concepteur doit choisir des spécifications à placer sur les pièces. Le logiciel simule alors un ensemble de pièces avec défaut en faisant des tirages aléatoires, puis assemble virtuellement les pièces. Il analyse alors la caractéristique désirée sur les assemblages obtenus, ce qui permet d'estimer la résultante au pire des cas ou en statistique.

La qualité de ces résultats dépend de la cotation choisie, de la modélisation de la jonction et des différents réglages choisis pour les tirages aléatoires.

MECAmaster évalue les degrés d'hyperstatisme dans le mécanisme [Clozel et Rance (2007)]. Une solution simple revient à modéliser la liaison par des contacts ponctuels formant ainsi une jonction isostatique. L'écart en chaque point représente l'effet du jeu et des écarts de position de la surface d'appui. Dans les liaisons avec jeu, le concepteur doit donc avoir une expertise suffisante pour pouvoir déterminer les points de contact entre les pièces en fonction de l'exigence étudiée. La modélisation de la liaison dépend ainsi de l'exigence étudiée. Les applications peuvent être réalisées sur les assemblages mais aussi sur le process de fabrication. Les analyses peuvent être faites au pire des cas ou en statistique.

Anatole [Marguet *et al.* (2003)] propose une démarche assez similaire. Il évalue tout

d'abord le degré d'hyperstatisme du mécanisme en pointant les boucles de liaisons présentant ces hyperstatismes. Afin de poursuivre l'étude, l'utilisateur doit ensuite relâcher certaines contraintes pour que le mécanisme devienne isostatique (1.24). Ce logiciel dans sa version actuelle a été développé par le centre de recherche EADS IW et est totalement intégré à l'environnement CATIA® V5.

Ces deux logiciels ont une grande utilité notamment en avant-projet pour connaître au plus tôt dans le cycle de conception la sensibilité des jonctions choisie vis-à-vis des exigences imposées. L'étude peut être réalisée sur un modèle CAO très simplifié avec uniquement le squelette du mécanisme par exemple.



Figure 1.24 – Entrées/Sorties Anatole et MECAmaster

4 Méthode CLIC

4.1 Introduction

La méthode CLIC est une des seules méthodes à proposer un processus complet avec la synthèse des exigences géométriques, la synthèse de spécifications, l'analyse de tolérances et la synthèse de tolérances finale avec les tolérances et les nominaux optimisés. Pour cela, elle se base sur des règles dépendant de la géométrie des liaisons pour obtenir les spécifications, et sur la méthode des droites d'analyse pour le calcul de la résultante. Cette méthode, qui sera détaillée au fur et à mesure du rapport, cherche à étudier les points de contact au sein des liaisons pour exprimer les déplacements. Cette recherche des points de contact nécessite une étude fine des jonctions, en prenant en compte les zones restreintes communes au surface de contact et par exemple l'interpénétration des surfaces secondaires.

Les paragraphes suivants vont introduire le vocabulaire employé par la méthode CLIC, et les principes de bases de la méthode. L'ensemble de la méthode est décrite dans les livres de B. Anselmetti [Anselmetti (2008a)] [Anselmetti (2008b)].

4.2 Modélisation de l'assemblage

Le concept proposé pour modéliser l'assemblage du mécanisme est la jonction. Chaque pièce est mise en position sur le reste du mécanisme par une jonction composée de trois liaisons, une liaison primaire, une liaison secondaire et une liaison tertiaire. Chaque liaison est formée par deux entités appartenant respectivement aux deux pièces en vis-à-vis. Chaque

jonction est décrite par le concepteur par le tableau de mise en position (figure 1.25).

Le tableau comporte des lignes et des colonnes.

- ligne 1 : le nom de la pièce ou du bloc, le repère de la pièce, la désignation de l'état et le nom de l'auteur du tableau ;
- ligne 2 : le type d'entité défini par des mots clés (plan, plans coplanaires, plans symétriques, plans quelconques, cylindre, cylindres coaxiaux, groupes de cylindres, cône, sphère, filetage ou surface quelconque) ;
- ligne 3 : le repère des surfaces de mise en position appartenant à la pièce étudiée ;
- ligne 4 : le type d'interface (contact, jeu, serrage, joint, colle, goupille, vis.. ..) ;
- ligne 5 : le repère des surfaces d'appui de la pièce d'appui assurant la mise en position.
- colonne 1 : la liaison prépondérante appelée liaison primaire ;
- colonne 2 : la liaison secondaire ;
- colonne 3 : la liaison tertiaire (le cas échéant).

Implicitement, cela crée deux systèmes de références cohérents pour les deux pièces. On appellera système de référence principal (A B C), le système de références créé pour le tip et système de références auxiliaire (D E F) pour le body. Le concepteur doit indiquer comment chaque pièce du mécanisme est mise en position par rapport aux autres. Il indique les différentes surfaces mises en jeu, en précisant l'ordre de prépondérance des surfaces.

4.3 Spécification des jonctions

A partir du tableau de mise en position, il est possible de générer les exigences de montabilités et de qualité de mise en position dépendant de la prépondérance des liaisons. Pour chaque liaison primaire, secondaire et tertiaire de chaque tableau de mise en position, les exigences sont donc générées (figure 1.26) :

- pour les entités surfaciques, une exigence de gap (distance maxi entre les surfaces lorsqu'elles sont en contact) ;
- une exigence de jeu mini, pour les liaisons avec jeu (le jeu mini est la distance mini entre les surfaces en "écartant ces surfaces") ;
- une exigence de serrage mini et maxi, pour les liaisons avec serrage.

A partir de ces exigences (figure 1.26), on définit la cotation adéquate pour les respecter. Le principe de cotation repose sur 4 règles :

- le gap entre des entités surfaciques primaires impose de spécifier la forme des surfaces en contact ;
- le gap des entités secondaires ou tertiaires impose une spécification d'orientation par rapport à la référence primaire ;
- le jeu ou le serrage d'une entité ajustement primaire impose de spécifier les diamètres des pièces ;
- le jeu d'une entité ajustement secondaire ou tertiaire impose de spécifier les diamètres virtuels au maximum de matière.

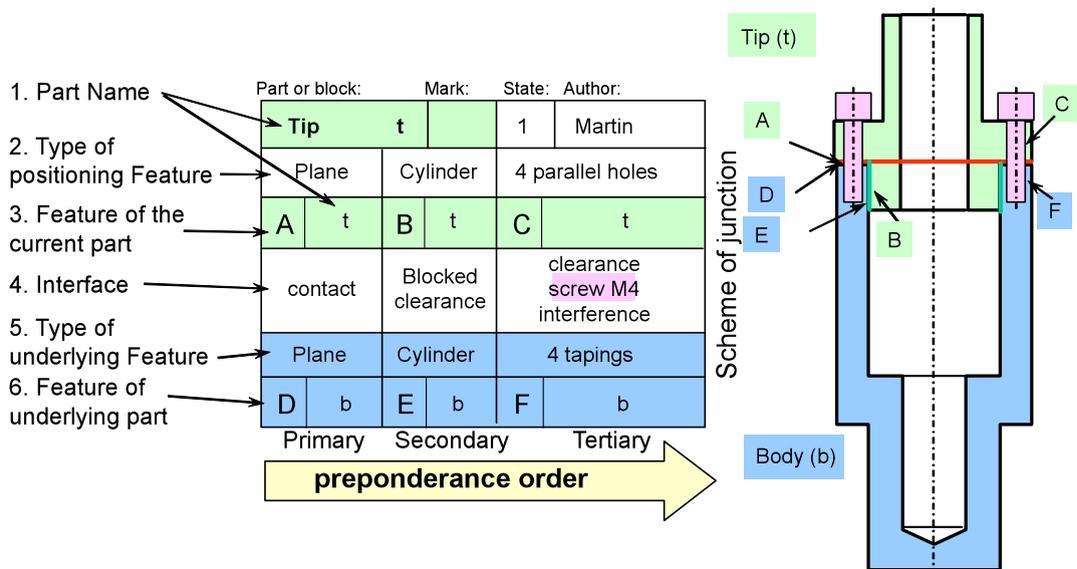


Figure 1.25 – Tableau de mise en position [Anselmetti (2010)]

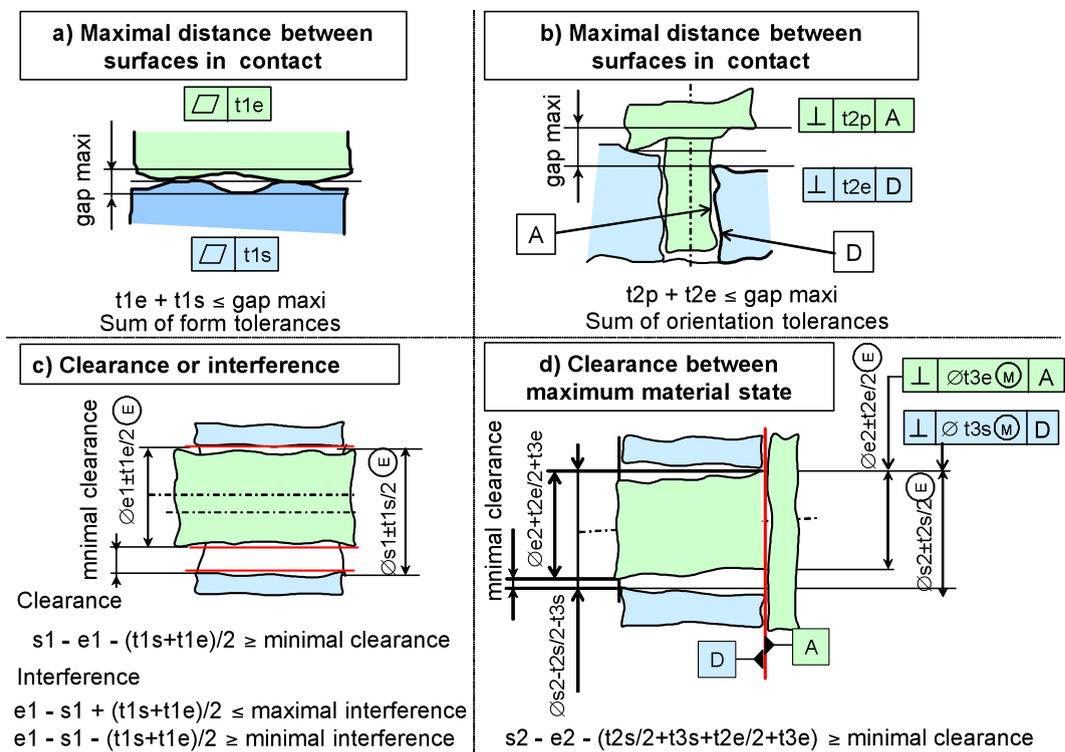


Figure 1.26 – Exigences de positionnement

La figure 1.27 présente les schémas de cotation à appliquer au tableau de mise en position de la figure 1.25.

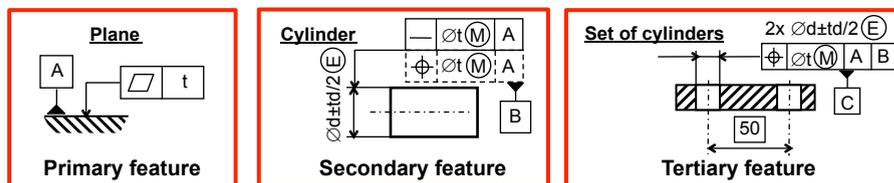


Figure 1.27 – Exemples de schémas appliqués à la figure 1.25

4.4 Synthèse des spécifications

Pour les autres exigences fonctionnelles, il faut d'abord rechercher la boucle de contacts avec les pièces influentes. Mejbri dans ses travaux de thèse indique comment générer automatiquement la boucle de contacts des surfaces influentes. [Mejbri (2004)]. Ensuite, la méthode se base sur l'analyse du rôle des références permettant très rapidement d'identifier les paramètres influents sur la pièce d'appui. Le nouvel algorithme proposé par Anselmetti ([Anselmetti (2006)], figure 1.27) génère les spécifications complètes des pièces pour une exigence entre une surface terminale et la base du mécanisme, la surface terminale correspondant à la surface spécifiée par l'exigence géométrique. Il s'agit de connaître le déplacement maximum de cette surface afin de savoir si l'exigence est respectée.

4.5 Analyse des tolérances par la méthode des droites d'analyses

Le problème est d'étudier le respect de l'exigence en différents points de la surface terminale.

La droite d'analyse passe par un point d'analyse F. Elle est de direction f normale à la surface terminale. Le déplacement maximal se situe forcément en périphérie de cette surface terminale. Ainsi il suffit d'analyser les déplacements des sommets de cette surface ou alors dans le cas de contour courbe, de discrétiser en un nombre raisonnable de points pour analyser son déplacement (figure 1.29).

L'un des principes fondamentaux de la méthode des droites d'analyses est de dire que l'écart résultant total est égale à la somme des influences de chaque jonction. Pour un mécanisme avec des liaisons en série, il suffit d'étudier l'effet des défauts de la surface terminale puis étudier l'influence des jonctions une par une (figure 1.30).

Cette vue permettra un calcul statistique de la résultante en considérant que les influences sont indépendantes.

L'objectif est donc de déterminer le déplacement maximum d'un point F de la surface terminale dans sa direction f permis par une jonction. La méthode recherche les points de contact qui déterminent la situation au pire des cas dans les liaisons.

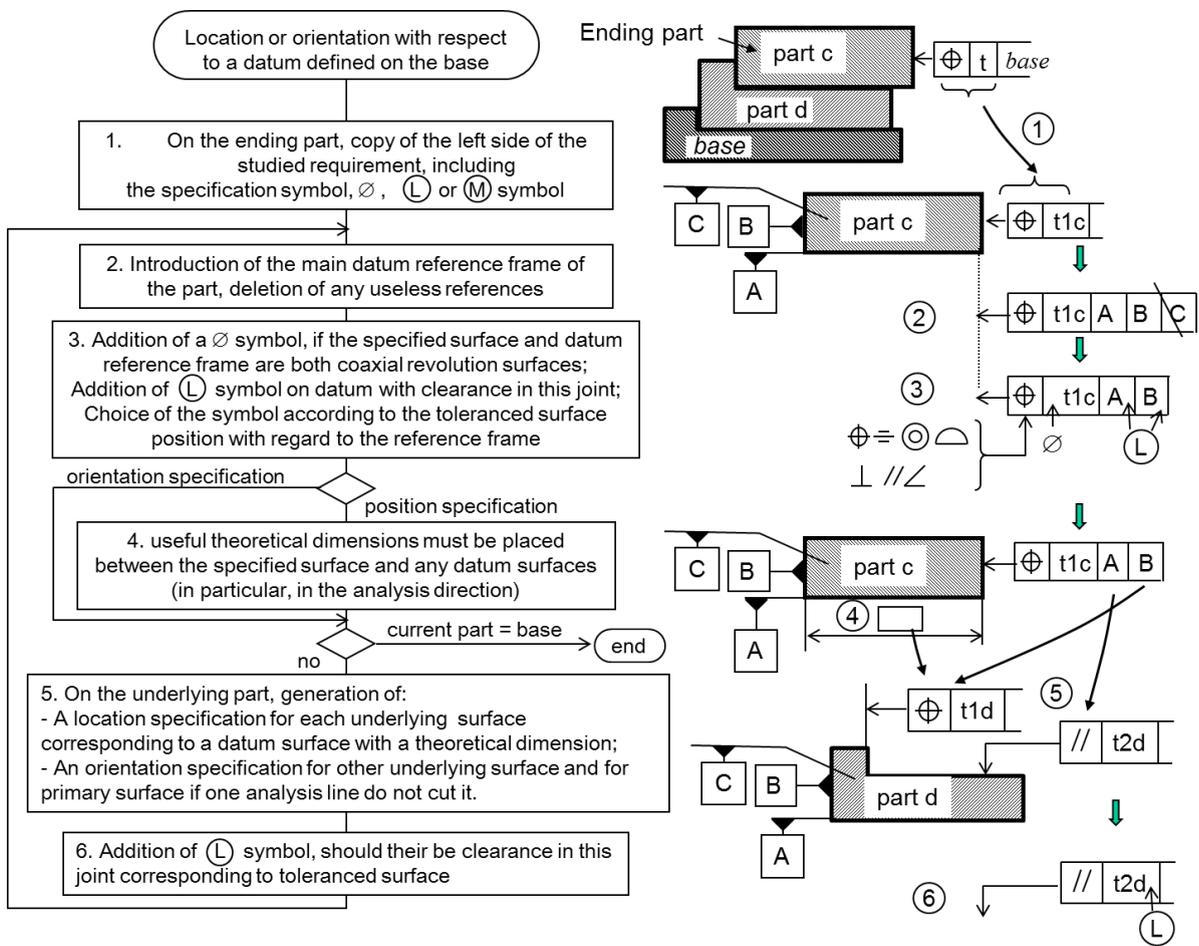


Figure 1.28 – Algorithme de spécification

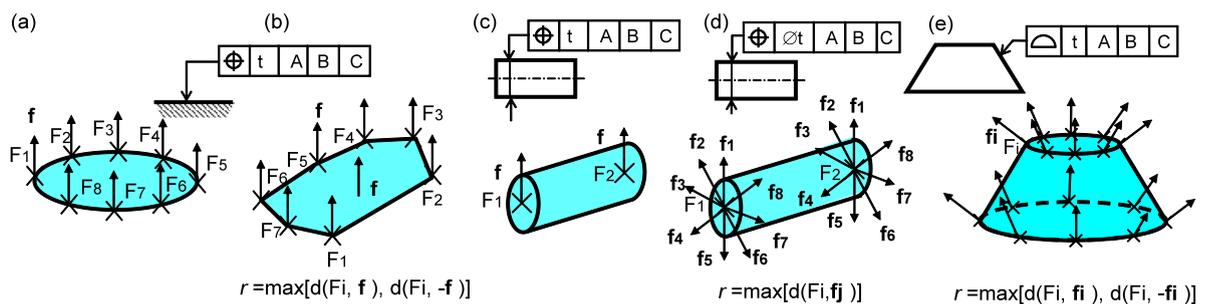


Figure 1.29 – Point et direction d'analyse d'une surface terminale

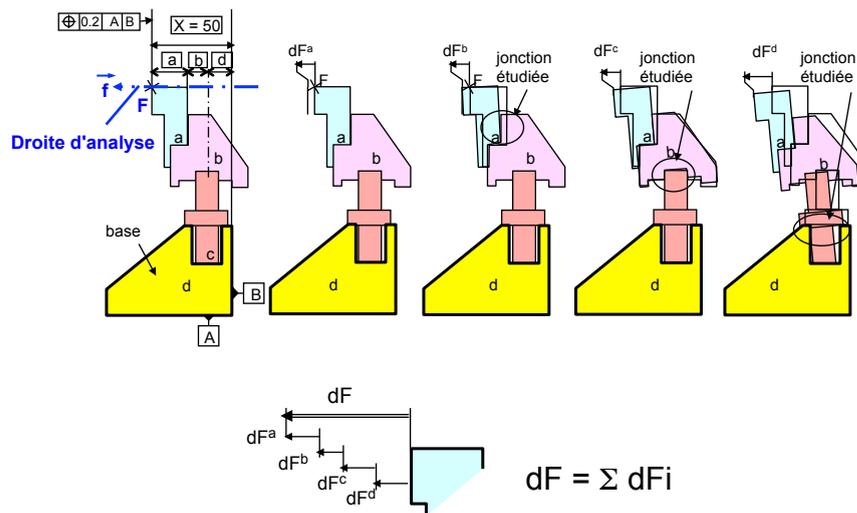


Figure 1.30 – Méthode des droites d'analyse

L'étude est rendue plus simple en séparant l'influence de chacune des entités, primaire secondaire voire tertiaire. Les déplacements sont ensuite exprimés en fonction des tolérances sur les spécifications choisies.

Lorsque les jonctions sont composées avec des surfaces d'appui appartenant à des pièces différentes, le montage n'est plus en série mais avec des branches parallèles. La relation suivante génère deux nouvelles droites d'analyse primaire (P, p) et secondaire (S, s) :

$$d(F, f) = K_p \cdot d(P, p) + K_s \cdot d(S, s) \quad (1.9)$$

La figure 1.31 présente les relations de transfert pour les liaisons classiques.

5 Méthode Quick GPS

Quick GPS est une méthode simple permettant de spécifier les jonctions afin de respecter les conditions de montabilités mais aussi d'autres exigences de précision sur une pièce isolée, donc sans aucune chaîne de cotes [Chavanne et Anselmetti (2009b)] [Anselmetti *et al.* (2010)]. La méthode QUICK GPS a été réalisée dans un contexte particulier où dans un bureau d'étude d'une entreprise, un concepteur est souvent en charge de la cotation d'une seule pièce en connaissant uniquement les surfaces en contact avec d'autres pièces. Elle se base comme pour la méthode CLIC sur les tableaux de mise en position des pièces. Les différents systèmes de références sont construits sur chaque liaison, et il est possible d'établir le lien entre ces systèmes en spécifiant la position et/ou l'orientation du système par rapport à un autre. Pour établir ces liens, le concepteur remplit une matrice (figure 1.32).

Cette spécification relative entre systèmes de références reflète les maillons d'une chaîne de cotes 3D classique d'un mécanisme.

Le résultat final est la spécification de la pièce dans l'environnement 3D de la CAO. Cette spécification correspond parfaitement à un tolérancement fonctionnel utilisable par la suite

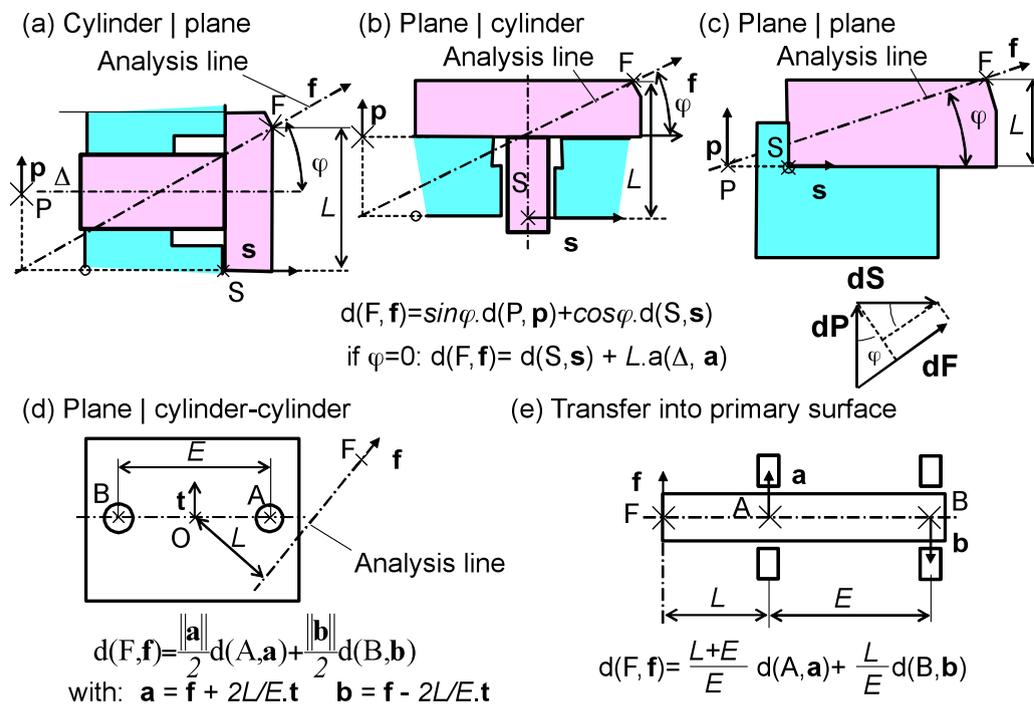


Figure 1.31 – Transferts classiques

	References or functional surfaces to position								
	R1 (A,B,C)	A1f (D,E,F)	A1s (G,H)	A1n (J,K)	A2n (L,M)	A3n (N,P)	G1	Cylinder piston PLS 5	tol gen: 20
R1		P	P				P		P
A1f			P					P	
A1s									
A1n					G1	G1			
A2n				G1		G1			
A3n				G1	G1				

Figure 1.32 – Position relative des systèmes de références

Chapitre 2

Influence d'une liaison

Sommaire

1	Introduction	32
1.1	Objectif	32
1.2	Jonctions complexes avec une liaison prismatique	32
2	Hypothèses des modèles de transfert 3D	33
2.1	Introduction	33
2.2	Liaison surfacique primaire	33
2.3	Liaison avec jeu et référence fixe	34
2.4	Cotation avec une référence flottante	36
2.5	Proposition d'un nouveau concept de cotation	38
2.6	Analyse de l'hypothèse de transfert au minimum de matière	39
2.7	Conclusion	40
3	Comportements spécifiques des jonctions	40
3.1	Jeu favorable/défavorable	40
3.2	Centres instantanés de rotation	43
4	Modèle de transfert dans une jonction pivot avec jeu	45
4.1	Introduction	45
4.2	Appui plan/Centrage court	45
4.3	Centrage long/Appui plan	51
4.4	Centrage long/Plan bilatéral	59
5	Conclusion	62

1 Introduction

1.1 Objectif

Le chapitre précédent a montré que l'étude d'une exigence fonctionnelle géométrique consiste à déterminer le déplacement critique de chaque entité terminale selon des droites d'analyse définies chacune par un point et une direction. Cette chaîne de cotes 3D se calcule en chacun de ses points d'analyse comme le cumul des influences de chaque jonction. Ce principe fondamental de la méthode des droites d'analyse autorise donc à étudier séparément chacune des jonctions influentes. L'objectif des travaux est donc de caractériser l'influence des défauts d'une jonction complexe au sein d'une chaîne de cotes 3D.

La méthode CLIC se base sur des hypothèses de comportement simples. Ce chapitre met en avant ces hypothèses et leurs emplois. Le modèle de calcul appliqué sur une jonction pivot sera présenté. Cela permettra d'appréhender certains points clés du modèle de calcul pour l'étendre sur des jonctions complexes.

Ce chapitre a donc pour objectif de souligner les points forts de la méthode existante dans le but d'extrapoler ses hypothèses et son contenu pour modéliser le comportement de jonctions complexes. Le paragraphe suivant décrit brièvement les jonctions qui seront étudiées dans ces travaux.

1.2 Jonctions complexes avec une liaison prismatique

En théorie, une liaison prismatique bloque les 3 degrés de liberté en rotation et deux translations. Il ne reste donc plus qu'une seule translation possible.

Dans une jonction complète, la liaison prismatique est souvent associée à un plan. Si la liaison prismatique est longue, la liaison est primaire et supprime les 5 degrés de liberté. Le plan supprime la dernière translation. Si la liaison prismatique est courte, le plan est primaire, il supprime deux rotations et une translation. La liaison prismatique est alors secondaire et supprime donc la dernière rotation et deux translations seulement. Entre les deux, la liaison est incertaine et dépend des jeux et des efforts. Le concepteur devra choisir la prépondérance, la cotation sera définie pour assurer cette prépondérance.

Contrairement à une liaison cylindrique, une liaison prismatique peut être composée de surfaces de natures très différentes, associées soit à un comportement surfacique, soit à un comportement avec jeu, voire même un mixte des deux.

3 classes de liaison ont été recensées :

- La figure 2.1a présente une liaison prismatique primaire dans laquelle les deux pièces sont en contact, la liaison est donc surfacique. Il faut maîtriser la forme de la surface pour assurer un bon contact. Ce genre de liaison a un comportement que l'on va qualifier de surfacique.
- La cannelure figure 2.1b correspond généralement à une liaison prismatique primaire.

La liaison avec 4 encoches figure 2.1c correspond à une prismatique secondaire associée à une liaison plane supérieure primaire. Ces liaisons prismatiques sont dites avec ajustement car il faut gérer le jeu entre les pièces. En ce qui concerne la queue d'aronde figure 2.1d, la liaison primaire est assurée par un contact plan sur plan sur la face supérieure. Les deux plans inclinés forment une liaison prismatique secondaire avec jeu, parallèle au plan primaire, l'ensemble primaire et secondaire forme une jonction prismatique. Ces trois liaisons prismatiques sont donc dites avec jeu.

- La troisième classe de liaison est une liaison avec un comportement surfacique et un comportement avec jeu (figure 2.1e). Ce genre de liaison sera plus amplement décrit dans le chapitre 3.

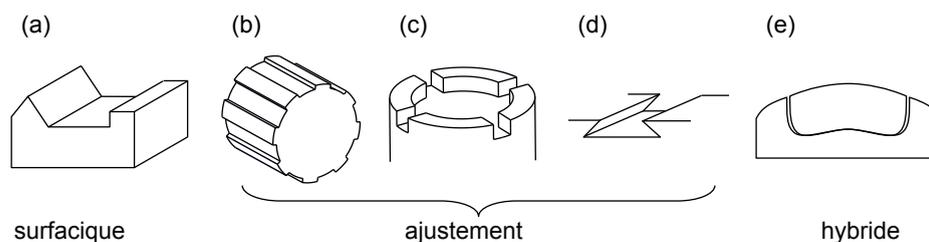


Figure 2.1 – Types de liaison prismatique

Le comportement de ces liaisons fortement hyperstatiques est complexe car il est difficile de déterminer les points de contact entre les pièces dès qu'il y a des défauts géométriques. De plus les jeux laissent une petite mobilité.

Dans le cadre de ce travail, tous les calculs d'influence d'une jonction seront effectués en considérant les pièces parfaitement indéformables, y compris au niveau des contacts entre pièces. Ceci constitue une hypothèse forte notamment pour les liaisons entre pièces plastiques.

2 Hypothèses des modèles de transfert 3D

2.1 Introduction

Cette section expose les hypothèses sur des mécanismes simples pour une liaison surfacique primaire décrite sur une liaison plane et pour une liaison avec jeu qui sera décrite sur une liaison cylindrique.

2.2 Liaison surfacique primaire

La figure 2.2 illustre un mécanisme élémentaire constitué d'un corps en appui plan sur une embase et une exigence de localisation imposant de maîtriser la hauteur maxi au point F. Le point F est à la distance L de la face de contact entre les pièces. La surface d'appui D de l'embase est spécifiée en position et en orientation. La surface réelle doit donc rester à l'intérieur de ces zones de tolérance. Le plan de référence A du corps vient en appui sur la surface réelle. L'hypothèse de contact considère que le plan de référence A du corps reste

dans la zone de tolérance d'orientation et de position de l'embase. Des mesures effectuées par Radouani [Radouani et Anselmetti (2003)] montre que cette hypothèse n'est pas parfaitement vérifiée et qu'il y a un dépassement et une interpénétration possible qui dépend de la somme des écarts de planéité des surfaces en contact. Généralement, cette influence des défauts de planéité est négligée.

Le déplacement du point F dans la direction f est égal au déplacement du point F' appartenant au plan de référence A :

$$d(F, f) = d(F', f) = \frac{t_{1e}}{2} + t_{2e} \cdot \frac{L}{E} \quad (\text{avec } t_{2e} < t_{1e}) \quad (2.1)$$

S'il n'y avait pas de spécification d'orientation, l'inclinaison de A serait plus importante. Le déplacement de F serait :

$$d(F, f) = d(F', f) = \frac{t_{1e}}{2} + t_{1e} \cdot \frac{L}{E} \quad (2.2)$$

L'intérêt de la spécification d'orientation avec $t_{2e} < t_{1e}$ est donc de maîtriser l'inclinaison du plan de référence A à l'intérieur de la zone de tolérance de localisation et de limiter ainsi le déplacement du point F. Ceci a pour avantage notamment d'avoir une tolérance de position plus grande pour une même valeur de déplacement.

2.3 Liaison avec jeu et référence fixe

La figure 2.3 illustre un mécanisme élémentaire constitué d'un arbre monté dans une embase, avec une liaison cylindrique avec du jeu. L'exigence porte sur la localisation du point F de l'arbre par rapport à la référence P de la base.

Les deux spécifications de diamètres avec l'exigence de l'enveloppe imposent un état virtuel au maximum de matière pour assurer l'assemblage des deux pièces.

L'hypothèse est maintenant que le déplacement du point F dans une direction f sera maximum lorsque les cylindres A et D seront au minimum de matière et lorsque l'alésage D sera incliné dans la zone de tolérance. La cotation sera au minimum de matière. Le déplacement maximum du point F peut donc être calculé en considérant des pièces parfaites dans l'état virtuel au minimum de matière.

Le cylindre A de l'arbre au minimum de matière est donc un cylindre de diamètre $d_v = d - \frac{t_d}{2}$. Le point F est situé sur l'axe de ce cylindre. L'alésage D virtuel au minimum de matière de l'embase est un cylindre de diamètre $D_{Vo} = D + \frac{t_d}{2} + t_{2e}$ parallèle à P qui doit être contenu dans l'état virtuel en position de diamètre $D_{VL} = D + \frac{t_d}{2} + t_{1e}$, avec $t_{1e} > t_{2e}$.

L'hypothèse classiquement utilisée considère que l'état virtuel de la référence A de l'arbre reste dans les états virtuels en orientation et en position de l'embase.

Avec ce modèle, il est facile de simuler le déplacement du cylindre A dans l'alésage D pour déterminer le déplacement du point F dans la direction f :

$$d(F, f) = \frac{(D_{VL} - d_v)}{2} + \frac{(D_{Vo} - d_v) \cdot L}{E} \quad (2.3)$$

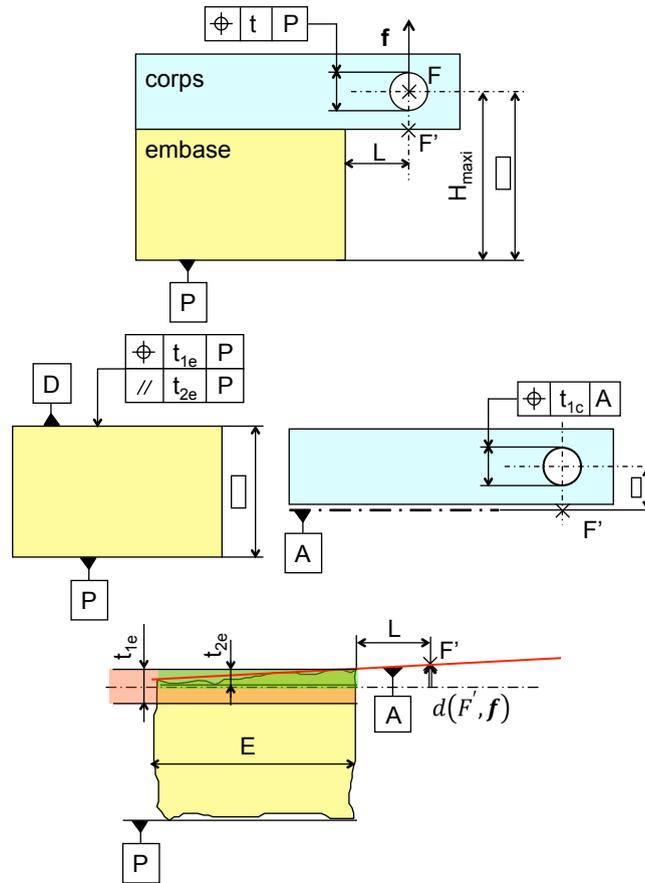


Figure 2.2 – Hypothèse du modèle surfacique au sein d'une liaison plane primaire

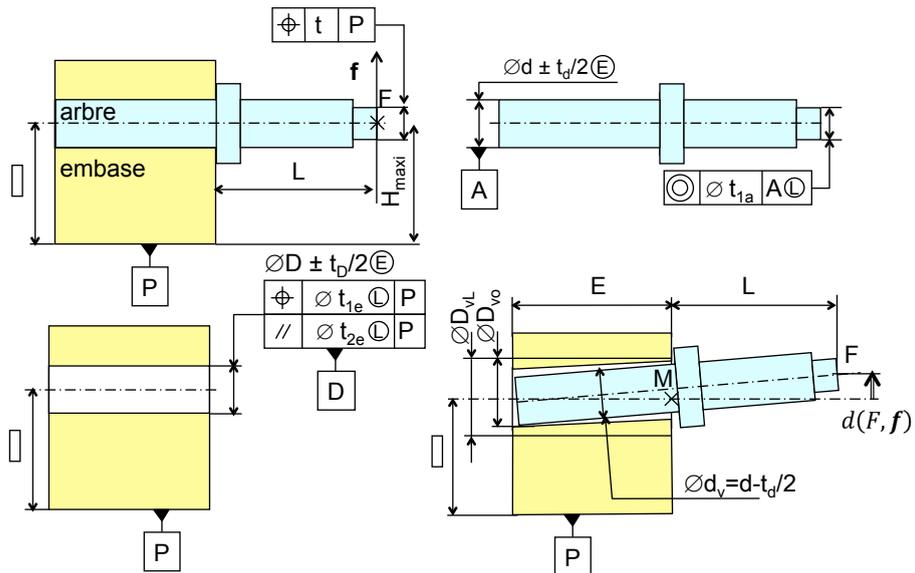


Figure 2.3 – Hypothèse du modèle avec jeu au sein d'une liaison cylindrique primaire

En effet, le cylindre A peut s'incliner de la différence des diamètres des états virtuels ($D_{Vo} - d_v$) et se déplacer de la moitié de la différence des diamètres ($D_{VL} - d_v$) au point M. S'il n'y avait pas de spécification d'orientation, l'inclinaison de A serait plus importante. Le déplacement maxi de F serait :

$$d(F, f) = \frac{(D_{VL} - d_v)}{2} + \frac{(D_{VL} - d_v).L}{E} \quad (2.4)$$

L'intérêt de la spécification d'orientation avec $t_{1e} > t_{2e}$ est donc de maîtriser l'inclinaison du cylindre de référence A à l'intérieur de la zone de tolérance de localisation et de limiter ainsi le déplacement du point F.

Cet exemple montre l'intérêt du concept d'état virtuel au minimum de matière pour calculer la résultante de la chaîne de cotes. De plus, si le cylindre D a un diamètre plus petit que le diamètre maxi, l'embase est conforme, avec un écart de position ou d'orientation supérieur à la tolérance, tant que l'état virtuel est vérifié.

Ce dernier exemple a été traité avec la référence P fixe. Le paragraphe suivant étudie le cas d'une référence flottante avec un modificateur au minimum de matière.

2.4 Cotation avec une référence flottante

La figure 2.4 représente une pièce qui pourrait être placée entre l'arbre et l'embase de la figure 2.3, l'arbre étant serré dans l'alésage E (sans modificateur). Le cylindre B est monté avec du jeu dans l'embase (avec un mini matière).

Dans la figure 2.4, on retrouve une spécification de coaxialité de E par rapport à B et une spécification de parallélisme dans le but de limiter l'inclinaison de E à l'intérieur de la zone de tolérance de position. Cependant, la référence B est au minimum de matière, le diamètre de l'état virtuel au minimum de matière est $d_v = b_2 - \frac{t_{4b}}{2}$. La figure 2.5 représente une pièce conforme en s'appuyant sur le principe d'indépendance.

Si le diamètre réel des cylindres est $d_r > d_v$ l'état virtuel au minimum de matière de B peut flotter dans la matière.

B1 est l'axe de l'état virtuel en position incliné dans le sens horaire.

B2 est l'axe de l'état virtuel en orientation incliné dans le sens trigonométrique.

La zone de tolérance de position de diamètre t_{1b} est centrée sur l'axe. L'axe de E est bien dans cette zone de tolérance en position.

La zone de tolérance d'orientation de diamètre t_{2b} est parallèle à l'axe B2. L'axe de E est bien dans cette zone de tolérance d'orientation.

En conséquence, si $d_r > d_v$, l'inclinaison de l'axe de E n'est pas limité à l'intérieur de la zone de tolérance de position, ce qui était le but recherché en cumulant une spécification de position et une orientation sur l'alésage E.

Un exemple complet est décrit en annexe A. Il montre qu'avec le principe d'indépendance actuel, le déplacement n'est pas obtenu avec B au minimum de matière (dans certains cas particuliers), ce qui est contraire à la logique naturelle.

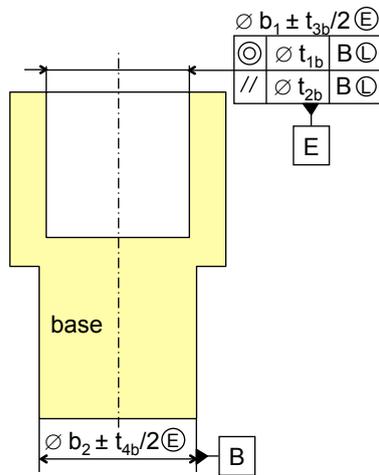


Figure 2.4 – Flottement des références

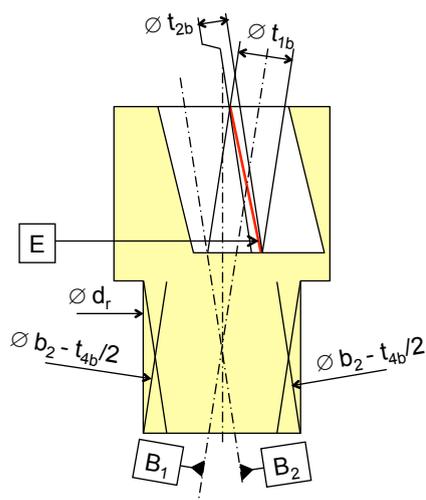


Figure 2.5 – Pièce conforme à la spécification

De ce fait, pour permettre de maîtriser l'orientation de l'axe au sein de la zone de tolérance en orientation, il est nécessaire que les états virtuels soient les mêmes pour les deux spécifications.

2.5 Proposition d'un nouveau concept de cotation

Avertissement : dans le cadre de ce travail de recherche nous nous permettons de faire des propositions d'évolution du langage normalisé de cotation, en montrant le problème rencontré et en proposant de nouveaux concepts de cotation. La proposition de représentation graphique reste indicative.

Proposition 1 : Spécification composée.

Une spécification "composée" est l'association de plusieurs spécifications portant sur un seul élément tolérancé (élément simple, groupe, zone commune. . .) avec un seul système de références. L'élément tolérancé doit donc appartenir simultanément à toutes les zones de tolérance définies par rapport au système de références.

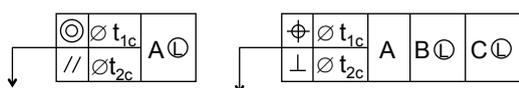


Figure 2.6 – Spécification avec un seul système de référence

Dans le cas d'une référence avec un modificateur au maximum ou au minimum de matière, l'élément tolérancé doit donc appartenir simultanément à toutes les zones de tolérance définies en considérant une position unique de l'état virtuel de référence par rapport à la pièce.

Cette écriture n'est pas en contradiction avec le principe d'indépendance, car en fait, les deux spécifications n'en forment qu'une seule composée de deux zones de tolérance par rapport à un système de références commun et portent sur un seul élément tolérancé.

Ce concept s'applique très bien pour coupler une spécification d'orientation et une spécification de position, portant sur le même élément spécifié, avec le même système de références.

L'écriture proposée figure 2.6 se rapproche de la notion de spécification composite de l'ASME [ASME Y14.5 (2009)], qui associe une spécification de position et d'orientation. Par contre, cette norme ne mentionne pas de propriétés particulières au niveau des références au minimum ou au maximum de matière.

Remarque : Il se peut qu'il n'y ait pas besoin de toutes les références pour spécifier l'orientation par rapport à la position. Dans ce cas, les spécifications suivantes sont autorisées.

Par contre, il est fortement déconseillé d'utiliser le type de spécification suivante qui n'a aucun sens d'un point de vue fonctionnel car l'état virtuel C ne peut pas être commun avec 2

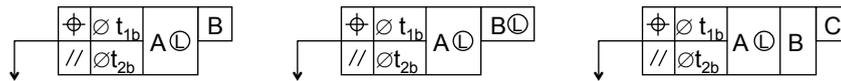


Figure 2.7 – Spécifications autorisées

références primaires différentes.

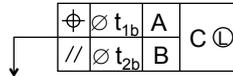


Figure 2.8 – Spécification fortement déconseillé à l'usage

2.6 Analyse de l'hypothèse de transfert au minimum de matière

L'hypothèse considérant que le déplacement maxi est toujours obtenu avec des pièces au minimum de matière n'est donc pas vérifiée alors qu'elle est intuitivement évidente. Cette anomalie est due au fait que l'on utilise une double spécification pour limiter l'orientation et que, compte tenu du principe d'indépendance, la zone de tolérance d'orientation n'est pas parallèle à la zone de tolérance de position. La spécification d'orientation ne joue plus son rôle de limitation de l'inclinaison à l'intérieur de la zone de tolérance de position.

Quatre solutions sont donc envisageables pour prendre en compte ce phénomène.

1. Garder la cotation proposée : il faut alors ajouter le terme supplémentaire dans le calcul de la résultante précisé dans l'annexe A. Cette solution conduirait à une situation paradoxale, car le déplacement du point F est maximum lorsque la référence est au maximum de matière, ce qui est contraire à la notion naturelle de mobilité due au jeu
2. Ne pas mettre de modificateur sur la référence : les spécifications seraient plus sévères car elles ne permettraient plus de bénéficier de la mobilité de l'état virtuel lorsque les pièces ne sont pas au minimum de matière
3. Ne pas mettre la spécification d'orientation : dans ce cas, seule la tolérance de position limite implicitement l'angle.
4. Imposer un état virtuel au minimum de matière commun aux deux spécifications S_3 et S_4 . Cette solution n'est pas possible directement avec les normes actuelles. Il faut donc écrire un commentaire du type "État virtuel au minimum de matière de la référence commun aux deux spécifications". La proposition 1 permet de palier à cela.

La quatrième solution (utilisation de la proposition 1) semble la moins contraignante et la plus cohérente avec la méthode de cotation qui propose de limiter l'écart d'orientation à l'intérieur de la zone de tolérance de position.

2.7 Conclusion

Cette section 2 a montré l'intérêt d'ajouter une spécification d'orientation à la spécification de position pour maîtriser l'influence des défauts angulaires dans la liaison primaire en cas de porte-à-faux important. Par contre, dans l'état actuel des normes, cette technique ne convient pas s'il y a du jeu dans la référence. Il faut, soit ne mettre que la spécification de position, soit supprimer le modificateur sur les références ou alors adopter la nouvelle proposition de spécification.

Par la suite, cette nouvelle proposition n°1 sera appliquée lorsque cela s'avérera nécessaire.

3 Comportements spécifiques des jonctions

3.1 Jeu favorable/défavorable

Les exigences géométriques sont définies suivant la direction des efforts appliqués sur le mécanisme qui forcent les pièces à se plaquer dans une configuration particulière dans les liaisons avec du jeu.

Ce paragraphe permet de détailler plus précisément les notions de jeu défavorable et de jeu favorable afin d'en connaître les conséquences sur la spécification fonctionnelle et l'établissement des relations de chaîne de cotes 3D.

La figure 2.9 montre une exigence géométrique de distance mini d'une surface terminale par rapport au système de références PQ. La boucle de contact passe dans une jonction "plans parallèles" avec jeu. Le jeu est libre, c'est-à-dire que le corps peut se déplacer dans tout l'espace de mobilité.

Pour étudier la distance mini, il faut déterminer le déplacement maxi du point F appartenant à la surface terminale dans la direction f .

Le corps peut-être soumis à des efforts. Il faut alors considérer deux cas suivant la direction de ses efforts. Si les efforts peuvent être dirigés suivant la direction f (1), le déplacement de F

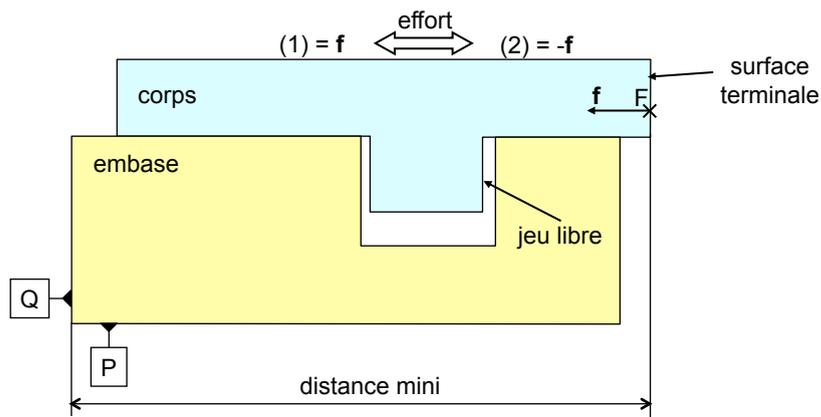


Figure 2.9 – Exigence de distance mini

augmente (figure 2.10). Ainsi, plus le jeu est grand, plus la distance mini diminue. Le jeu est donc considéré comme défavorable à l'exigence. La situation au pire des cas apparaît lorsque les pièces sont au minimum de matière, c'est-à-dire lorsque le jeu est grand. La cotation au minimum de matière est donnée figure 2.10.

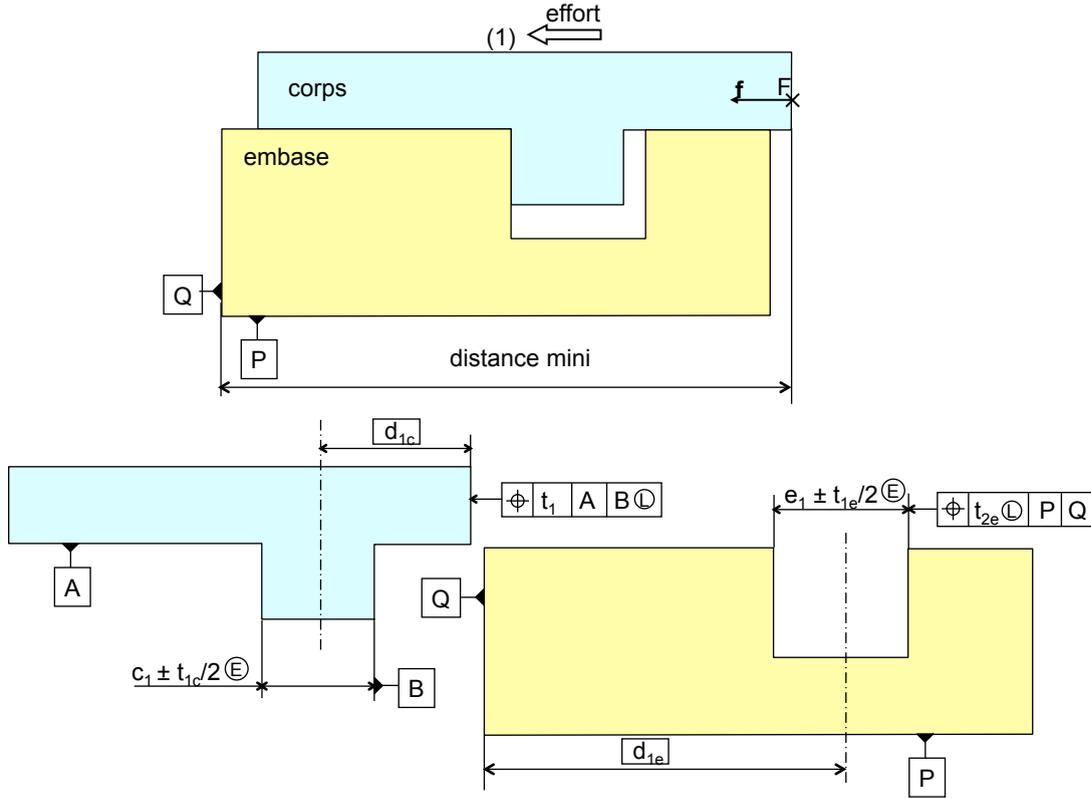


Figure 2.10 – Distance mini avec jeu défavorable

$$d_{min} = d_{1c} + d_{1e} - \frac{t_1}{2} - \frac{J_{max}}{2} \text{ avec } J_{max} = (e_1 + \frac{t_1 e}{2} + t_{2e}) - (c_1 - \frac{t_{1c}}{2}) \quad (2.5)$$

Inversement, si les efforts sont toujours dirigés dans la direction opposée à f (direction (2)) (figure 2.11), plus le jeu augmente, plus le déplacement maxi de F dans la direction f diminue, ce qui est donc favorable à l'exigence. La situation au pire cas apparaît ainsi quand le jeu est le plus petit possible, c'est-à-dire au maximum de matière.

$$d_{min} = d_{1c} + d_{1e} - \frac{t_1}{2} + \frac{J_{min}}{2} \text{ avec } J_{min} = (e_1 - \frac{t_1 e}{2} - t_{2e}) - (c_1 + \frac{t_{1c}}{2}) \quad (2.6)$$

En synthèse :

$$d_{min} = d_{min_centre} - \frac{J_{max}}{2} \text{ si le jeu est défavorable} \quad (2.7)$$

$$d_{min} = d_{min_centre} + \frac{J_{min}}{2} \text{ si le jeu est favorable} \quad (2.8)$$

Il existe en fait 3 types de jeu :

- Jeu libre : la pièce est libre de se déplacer dans tout l'espace de mobilité suivant la direction des efforts.

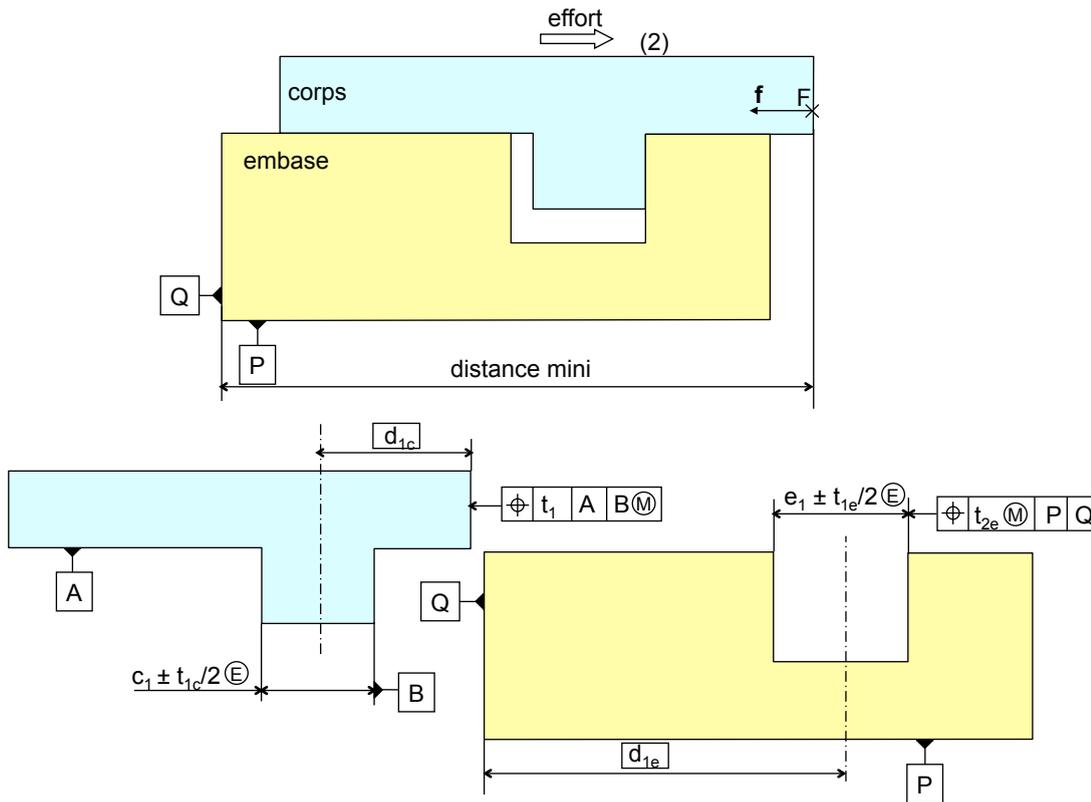


Figure 2.11 – Distance mini avec jeu favorable

- Jeu bloqué : la pièce est fixée dans une position figée ; par exemple par des vis. Cette position fixe est aléatoire dans tout l'espace de mobilité disponible avant le serrage
- Jeu forcé : un effort est appliqué sur la pièce dans une direction fixe ce qui force le contact sur un seul côté de la liaison. Cet effort peut-être appliqué en permanence ou avant le blocage de la pièce par des vis.

Cet exemple a été écrit avec un jeu dit libre. Un jeu bloqué est toujours considéré comme défavorable, ne sachant pas dans quelle situation géométrique il est bloqué. Un jeu forcé peut être favorable ou défavorable à l'exigence, suivant le sens de l'effort appliqué. Enfin un jeu libre peut-être considéré soit favorable, soit défavorable à l'exigence, cela dépend de la définition de l'exigence. En particulier, pour une exigence de non interférence, la surface potentiellement en contact génère un effort pour écarter la surface terminale, le déplacement obtenu est favorable à l'exigence. C'est donc le concepteur imposant l'exigence qui doit dire si les jeux libres du mécanisme sont favorables ou défavorables à l'exigence. De plus, un jeu ne peut-être favorable pour plusieurs exigences que si elles imposent des déplacements dans la même direction.

3.2 Centres instantanés de rotation

Le centre ou l'axe instantané de rotation est une notion fondamentale utilisée dans la méthode des droites d'analyse. Il permet de décrire toutes les petites rotations permises par les jeux et les défauts des pièces.

La figure 2.12 représente une jonction centrage long/appui plan avec un jeu défavorable. La liaison cylindrique est primaire et la liaison plane est secondaire. Le cylindre du corps et le cylindre de l'embase sont tous deux de forme parfaite au minimum de matière, exprimant ainsi un jeu maxi. Le cylindre du corps peut donc bouger à l'intérieur de l'alésage. Le plan du corps permet de bloquer la dernière translation possible, il peut légèrement décoller du plan d'appui à cause de l'inclinaison du corps dans l'alésage mais il doit tout de même garder le contact avec l'embase.

Le point d'analyse F ainsi que la direction d'analyse f sont issus de la surface terminale du corps et sont solidaires du corps. Dans cet exemple axisymétrique, la droite d'analyse coupe l'axe de la pivot. La figure est orientée avec la normale au plan d'appui de l'embase dirigée vers le haut et la direction d'analyse vers la droite. Le but est de calculer le déplacement maximum du point F dans sa direction d'analyse f . La figure 2.12a montre le déplacement maximum du point F obtenu par une translation de la pièce dans la direction f . La direction d'analyse est dirigée vers le haut. Le déplacement de F est maximum lorsque la face d'appui est sur la limite supérieure de la zone de tolérance de localisation (de valeur t_{2e}).

Après translation, il est possible d'écrire le déplacement du point F (figure 2.13) dans la direction f noté :

$$d(F, f) = dF \cdot f = \frac{t_{2e}}{2} \cdot \sin\varphi + \frac{jeu}{2} \cdot \cos\varphi \quad (2.9)$$

A partir de la position obtenue par translation sur la figure 2.12a, si le cylindre s'incline dans l'alésage dans le sens horaire, le plan secondaire glisse sur la face d'appui au niveau du point S_2 et le point G glisse le long de la génératrice de l'alésage. La pièce pivote donc autour du centre instantané de rotation C_2 (figure 2.12b). L'angle de rotation génère un déplacement supplémentaire de F en fonction du bras de levier λ . La rotation est limitée par le contact du point Q dans l'alésage.

La figure 2.12c montre le cas où la droite d'analyse passe sous la liaison cylindrique. Dans ce cas, la pièce peut pivoter autour de C_4 dans le sens trigonométrique. Le bras de levier est λ . Le cas de la figure 2.12b se produit si la droite d'analyse passe au-dessus de C_2 .

La figure 2.12d se produit si la droite d'analyse passe en dessous de C_4 .

Il n'y a pas de rotation si la droite passe entre C_2 et C_4 .

Après rotation, la relation du déplacement de F vaut :

$$d(F, f) = \frac{t_{2e}}{2} \cdot \sin(\varphi) + \frac{jeu}{2} \cdot \cos(\varphi) + (\Omega \wedge CF) \cdot f \quad \text{avec} \quad \Omega = \pm \frac{Jeu}{E} \cdot y \quad (2.10)$$

La figure 2.14 représente les quatre centres instantanés de rotation possible pour les deux jonctions suivantes, appui plan/centrage court et centrage long/appui plan, en supposant que

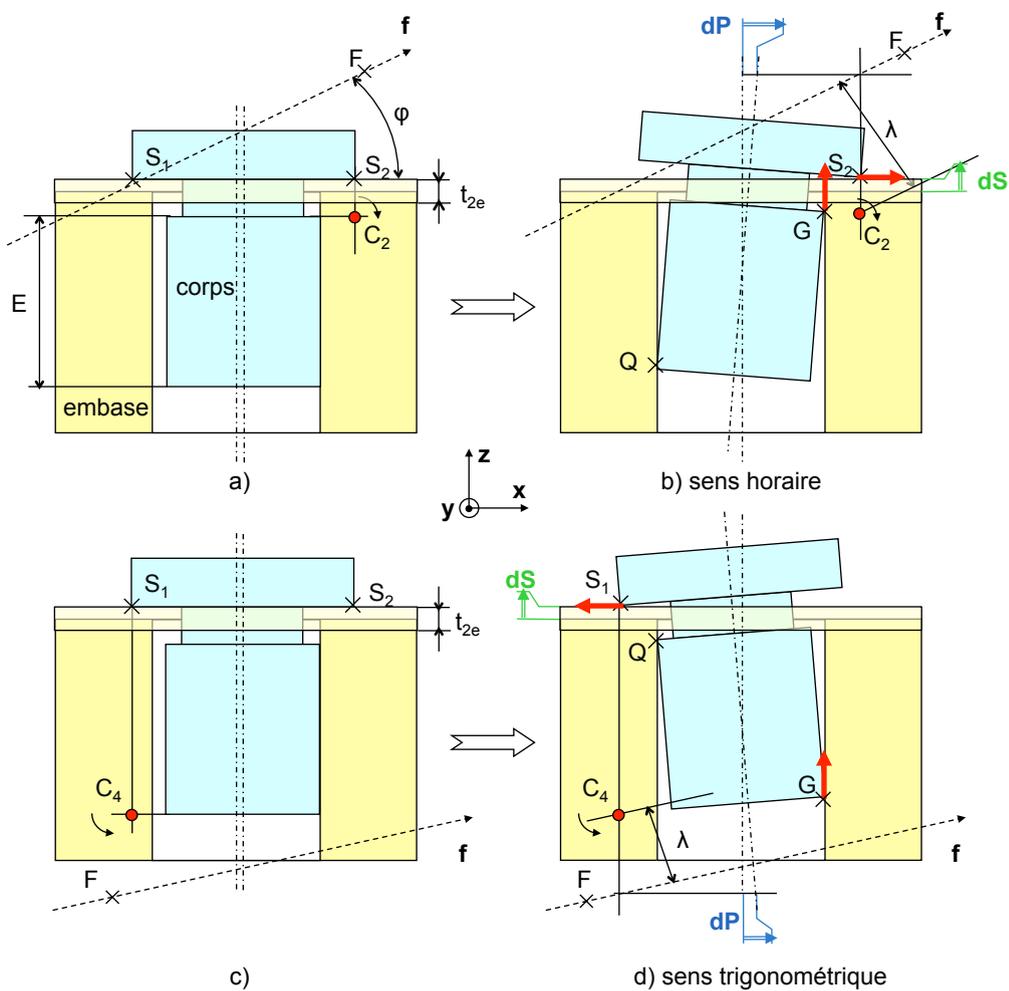


Figure 2.12 – Rotation dans la liaison cylindrique

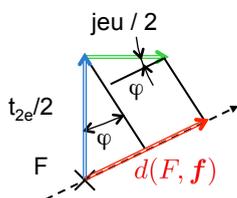


Figure 2.13 – Déplacement après translation

la normale du plan d'appui soit vers le haut et que f soit dirigée vers la droite.

Dans le cas du centrage long, les points S_1 et S_2 représentent les points extrêmes du plan secondaire. Pour le centrage court, les points S_1 et S_2 représentent les extrémités du cylindre secondaire.

L'altitude du plan par rapport à la liaison cylindrique et le diamètre du cylindre n'ont aucune influence dans la position des centres. Le plan de contact peut ainsi passer sous la liaison cylindrique.

Le comportement de la jonction dépend donc uniquement de la situation géométrique de la droite d'analyse par rapport à la position de ces centres instantanés de rotation.

4 Modèle de transfert dans une jonction pivot avec jeu

4.1 Introduction

La section 4 analyse la jonction pivot avec jeu avec 3 variantes : appui plan/centrage court, centrage long/appui plan, centrage long/plans bilatéraux.

Pour chaque jonction, la cotation type des liaisons sera imposée. La relation de transfert sera établie en fonction des tolérances allouées à chaque spécification.

4.2 Appui plan/Centrage court

4.2.1 Cotation type

La jonction considérée en figure 2.15a est composée d'une liaison primaire plane et d'une liaison secondaire cylindrique courte avec jeu. Ce comportement est typiquement obtenu lorsque la longueur de portée du cylindre est inférieure à la moitié de son diamètre ($L/D < 0,5$).

L'exigence géométrique à respecter est la position du plan incliné du corps par rapport au système de références P Q lorsque le jeu est défavorable. La liaison pivot laissant un degré

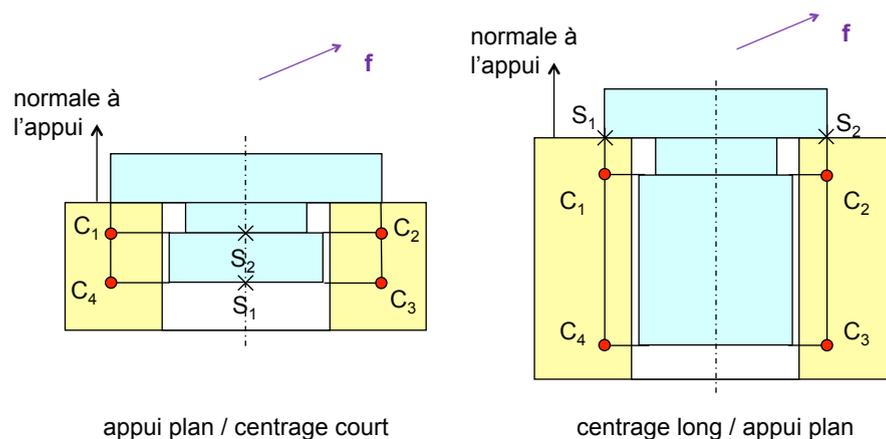


Figure 2.14 – Centres instantanés de rotation

de liberté en rotation, l'exigence est définie lorsque la normale du plan terminal appartient au plan orthogonal à P et à Q. La précision de positionnement de la surface terminale est critique lorsqu'il y a du jeu, c'est-à-dire lorsque les surfaces de jonction sont au minimum de matière.

Avec la méthode CLIC, la première étape du transfert consiste à spécifier la surface terminale de l'exigence géométrique à traiter. L'exigence géométrique étant une localisation, le plan incliné du corps est localisé par rapport au système principal du corps au minimum de matière (figure 2.15b).

Seule une partie du plan d'appui de l'embase est utile pour la jonction, le plan primaire d'appui est donc spécifié en zone restreinte. Il est localisé et orienté par rapport au système de références principal de l'embase (figure 2.15c). Le cylindre est simplement localisé car il n'oriente pas la pièce terminale. Le déplacement du point d'analyse dans sa direction d'analyse est le plus grand possible lorsque la liaison cylindrique est au minimum de matière.

4.2.2 Comportement de la jonction avec un jeu défavorable à l'exigence

En figure 2.16, l'état virtuel au minimum de matière de l'embase est en position parfaite par rapport aux références de cette pièce d'appui. L'état virtuel au minimum de matière du corps est parfaitement orienté par rapport à la référence primaire A.

La surface plane d'appui de l'embase doit se situer dans les zones de tolérance d'orientation et de position de la figure 2.15c. Le déplacement maxi dans la direction d'analyse f est obtenu par translation en considérant le plan primaire A confondu avec la limite supérieure de la zone de tolérance et lorsque le contact est sur la génératrice droite des cylindres. La droite d'analyse passe entre C_1 et C_3 : il n'y a pas de rotation complémentaire.

$$d(F, f) = d\mathbf{F} \cdot \mathbf{f} = \frac{t_{1e}}{2} \cdot \sin(\varphi) + \frac{j\epsilon u_{max}}{2} \cdot \cos(\varphi) \quad (2.11)$$

En figure 2.16b, la droite d'analyse passe sous C_3 . Il faut donc considérer une surface plane d'appui inclinée qui autorise une rotation dans le sens trigonométrique.

En figure 2.16c, la droite d'analyse passe au dessus de C_1 , la surface d'appui autorise donc une rotation dans le sens horaire. Dans les deux cas, la rotation augmente le déplacement de F.

Le déplacement supplémentaire autorisé par la rotation rajoute donc un terme à la relation :

$$d(F, f) = \frac{t_{1e}}{2} \cdot \sin(\varphi) + \frac{j\epsilon u_{max}}{2} \cdot \cos(\varphi) + (\Omega \wedge \mathbf{CF}) \cdot \mathbf{f} \text{ avec } \Omega = \pm \frac{t_{2e}}{E} \cdot \mathbf{y} \quad (2.12)$$

Lorsque la droite d'analyse passe entre C_1 et C_3 , $\lambda \cdot \omega$ est négatif. Le déplacement maxi de F est obtenu figure 2.16a, sans rotation. Les centres sont différents de la figure 2.12 car en figure 2.12, le plan était secondaire et pouvait décoller de la surface d'appui. Avec un appui plan primaire, le plan de référence A reste dans la zone de tolérance.

4.2.3 Comportement de la jonction avec un jeu favorable à l'exigence

En figure 2.17a, le déplacement permis par le jeu est donc opposé à f pour diminuer le déplacement de F. La cotation est similaire à celle de la figure 2.15 mais au maxi matière.

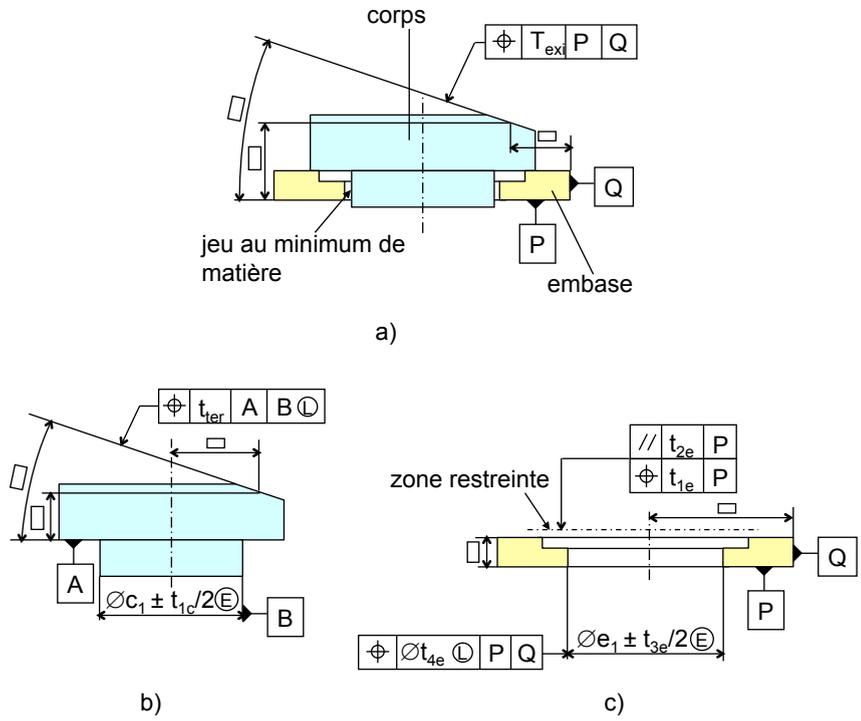


Figure 2.15 – Jonction appui plan, centrage court avec jeu défavorable

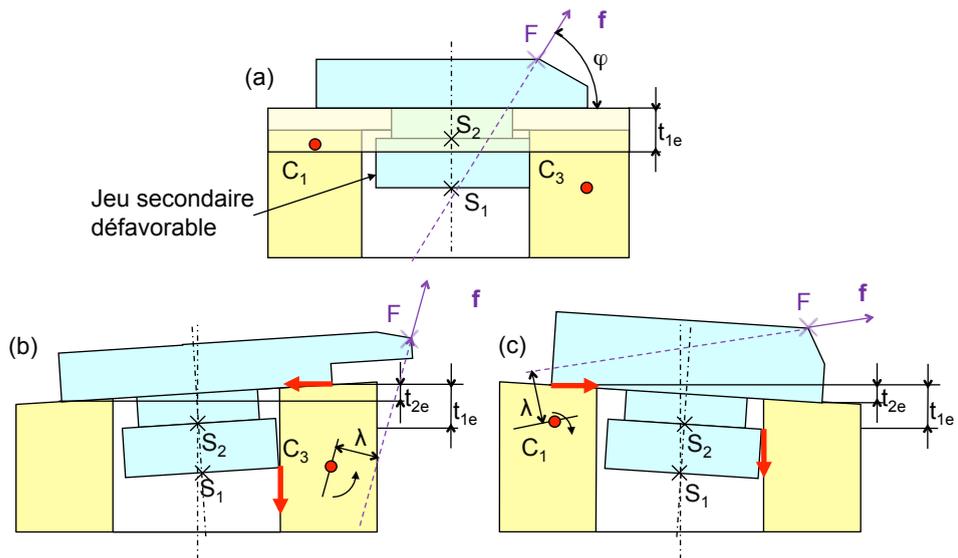


Figure 2.16 – Jonction plan/cylindre avec jeu défavorable

$$d(F, \mathbf{f}) = d\mathbf{F} \cdot \mathbf{f} = \frac{t_{1e}}{2} \cdot \sin(\varphi) - \frac{j\epsilon u_{min}}{2} \cdot \cos(\varphi) \quad (2.13)$$

Le contact a lieu sur la génératrice gauche des cylindres, ce qui a pour effet de changer les centres instantanés de rotation. Après rotation :

$$d(F, \mathbf{f}) = \frac{t_{1e}}{2} \cdot \sin(\varphi) - \frac{j\epsilon u_{min}}{2} \cdot \cos(\varphi) + (\boldsymbol{\Omega} \wedge \mathbf{CF}) \cdot \mathbf{f} \text{ avec } \boldsymbol{\Omega} = \pm \frac{t_{2e}}{E} \cdot \mathbf{y} \quad (2.14)$$

Dans ce modèle, on suppose donc que le plan de référence A de la pièce terminale reste dans la zone de tolérance d'orientation et dans la zone de tolérance de position. Si la droite est sous C_2 , la rotation est dans le sens trigonométrique. Si la droite passe au dessus de C_4 , la rotation est dans le sens horaire. Si les deux conditions sont remplies, le déplacement maximum du point F dans la direction \mathbf{f} correspond à la plus grande valeur de λ .

4.2.4 Relation de transfert

Le comportement de la jonction permet donc de décrire le petit déplacement du corps par rapport à l'embase et ainsi de déterminer le point de contact secondaire S. Afin d'obtenir la relation de transfert par rapport aux tolérances associées à chaque entité, primaire secondaire voire tertiaire, on cherche à décomposer le déplacement du point F dans sa direction d'analyse \mathbf{f} de la manière suivante :

$$d(F, \mathbf{f}) = d\mathbf{F} \cdot \mathbf{f} = K_p \cdot d(P, \mathbf{p}) + K_s(S, \mathbf{s}) \quad (2.15)$$

Les coefficients K_p et K_s sont les coefficients d'influence liés à chacune des entités, \mathbf{p} et \mathbf{s} sont les directions d'analyses associées à ces entités. Dans cet exemple, \mathbf{p} est normale au plan et \mathbf{s} perpendiculaire à la liaison secondaire. S est donc la projection de \mathbf{f} sur le plan. Les sens de \mathbf{p} et \mathbf{s} sont choisis de manière à avoir K_p et K_s positifs.

L'équiprojectivité du torseur de petit déplacement permet de dire que $d(F, \mathbf{f})$ est invariant le long de la droite d'analyse (F, \mathbf{f}) . La figure 2.18a reprend le cas de la figure 2.16c, la pièce tourne autour de C_1 ce qui implique que S_2 est le point secondaire. De même que pour $d(F, \mathbf{f})$, $d(S, \mathbf{s})$ est invariant le long de \mathbf{s} . Le point F_p est le point intersection de la droite d'analyse secondaire (S_2, \mathbf{s}) et de la droite d'analyse (F, \mathbf{f}) . Le point P est l'intersection de la droite d'analyse primaire (P, \mathbf{p}) passant par F_p avec le plan nominal primaire. Enfin, K_p et K_s valent directement dans ce cas (figure 2.18c) :

$$K_p = \sin(\varphi) ; K_s = \cos(\varphi) \quad (2.16)$$

En figure 2.18b, le corps tourne autour de C_3 , S_1 est cette fois-ci le point secondaire. On en déduit également F_p puis P. Dans les deux cas, F' correspond au point F_p après déplacement, ce qui permet en projetant sur la droite d'analyse d'obtenir $d(F, \mathbf{f})$.

Cette décomposition en deux termes autorise d'une part à exprimer indépendamment le déplacement de l'entité primaire du déplacement de l'entité secondaire mais aussi d'établir la relation de transfert lorsque les entités primaire et secondaire appartiennent à des pièces différentes (montage parallèle).

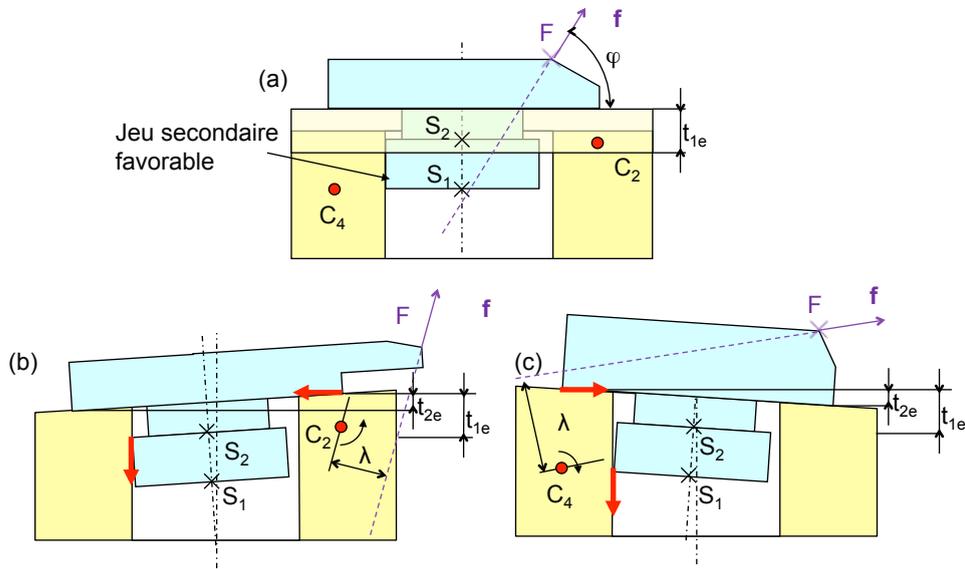


Figure 2.17 – Jonction plan/cylindre avec jeu favorable

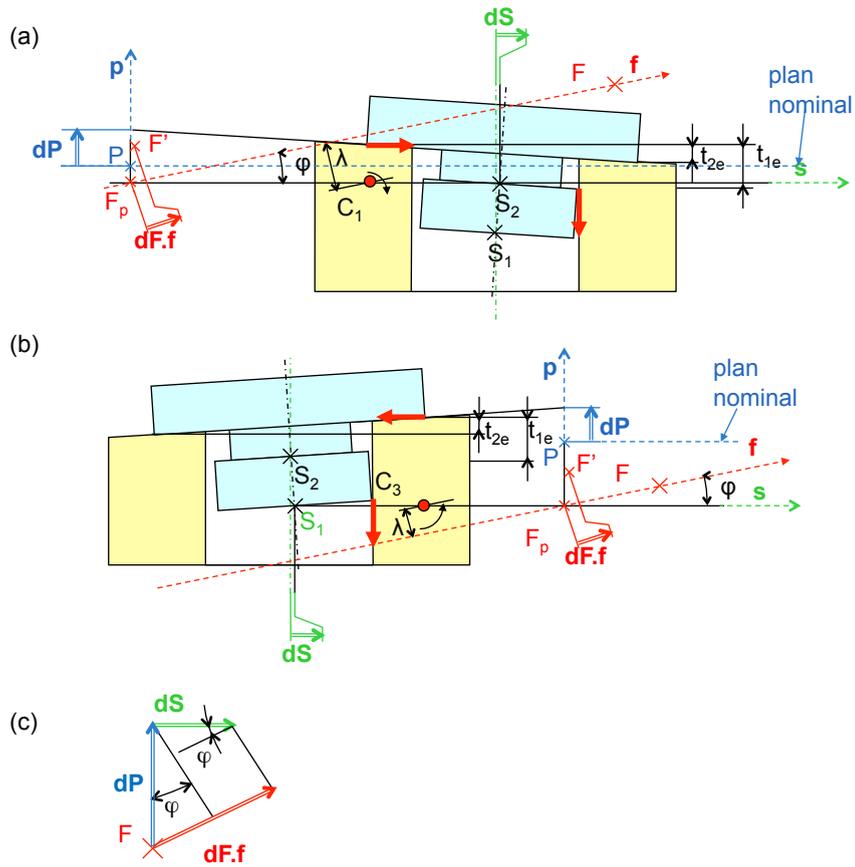


Figure 2.18 – Détermination du point P

4.2.5 Expression des déplacements

Il faut maintenant déterminer quelle est la valeur prise par le déplacement des différents points primaire et secondaire suivant leur configuration.

La figure 2.19 représente le déplacement du point primaire. Si P appartient à la face, alors le déplacement maxi est donné par une simple translation (figure 2.19a) :

$$d_1(P, \mathbf{p}) = \frac{t_{1e}}{2} \quad (2.17)$$

Si P est extérieur à la face, alors le déplacement maxi est donné par l'inclinaison de la face dans la zone de tolérance en orientation ajoutée à la simple translation (figure 2.19b) :

$$d_2(P, \mathbf{p}) = \frac{t_{1e}}{2} + \frac{L}{E} t_{2e} \quad (2.18)$$

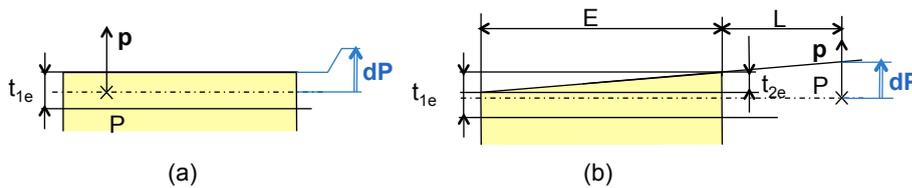


Figure 2.19 – Déplacement de la liaison plane primaire

Le déplacement maxi du point secondaire correspond directement à la moitié de la différence des diamètres des états virtuels, c'est-à-dire au jeu. Pour un jeu défavorable, on considère les états virtuels au mini matière :

$$d(S, s) = \frac{(D_1L - dL)}{2} \text{ avec } D_1L = e_1 + \frac{t_{3e}}{2} + t_{4e} ; dL = c_1 - \frac{t_{1c}}{2} \quad (2.19)$$

Pour un jeu favorable, on considère les états virtuels au maxi matière :

$$d(S, s) = \frac{(D_1M - dM)}{2} \text{ avec } D_1L = e_1 - \frac{t_{3e}}{2} - t_{4e} ; dL = e_1 - \frac{t_{1c}}{2} \quad (2.20)$$

4.2.6 Sélection de la relation de transfert

La figure 2.20 formalise la règle de choix de la relation de transfert pour toutes les positions des droites d'analyse par rapport aux centres instantanés de rotation pour une jonction appui plan primaire et centrage court secondaire avec jeu défavorable ou favorable. Cette figure est tracée dans le plan construit à partir de la droite d'analyse et de l'axe de la liaison cylindrique.

La normale au plan d'appui est dirigée vers le haut et la direction f vers la droite.

Les 4 centres instantanés de rotation sont construits sur les 2 plans limites de la liaison cylindrique par projection du plan primaire.

La droite Δ est parallèle à l'axe de la liaison cylindrique passant par le point C_1 . Si la droite d'analyse n'est pas parallèle à l'axe, elle coupe la droite Δ en un point M.

La droite d'analyse peut couper la droite Δ en un point M au dessus de C_1 , en un point M'

entre C_1 et C_4 ou en un point M'' en dessous de C_4 .

Les droites particulières en pointillé relient généralement les points M , M' et M'' aux différents centres instantanés de rotation. Elles permettent de délimiter les secteurs angulaires définissant la configuration dans laquelle se trouve la droite d'analyse.

Les différents numéros 1 2... identifient les secteurs angulaires.

Par exemple, considérons une droite d'analyse f_i qui coupe la droite Δ en M , situé au-dessus de C_1 et orientée par f dans le secteur délimité par Δ et la droite (MC_2) . La relation qui donne le déplacement maximum est la numéro ② (figure 2.21).

Suivant les secteurs, la relation est la suivante :

Contact en S_1 :

$$\textcircled{1} : d(F, f) = K_p \cdot d_2(P, p) + K_s \cdot d(S_1, s)$$

Contact en S_2 :

$$\textcircled{2} : d(F, f) = K_p \cdot d_2(P, p) + K_s \cdot d(S_2, s)$$

La configuration 3 correspond uniquement à une simple translation :

$$\textcircled{3} : d(F, f) = K_p \cdot d_1(P, p) + K_s \cdot d(S, s)$$

Enfin, lorsque la droite d'analyse est verticale, l'entité secondaire n'est pas influente. Le déplacement primaire dépend soit uniquement de la tolérance de localisation lorsque la droite d'analyse coupe le plan primaire (configuration 4) soit de la tolérance de localisation et d'orientation s'il y a un porte à faux (configuration 5)

$$\textcircled{4} : d(F, f) = d_1(P, p) \text{ ou } \textcircled{5} : d(F, f) = d_2(P, p)$$

En configuration 6, les deux rotations sont possibles, il faut ainsi retenir le maximum des deux relations correspondant aux deux rotations. C'est la relation qui présente le plus grand porte à faux qui sera retenue.

$$\textcircled{6} : d(F, f) = \text{Max} [K_p \cdot d_2(P, p) + K_s \cdot d(S_1, s) ; K_p \cdot d_2(P, p) + K_s \cdot d(S_2, s)]$$

Le logiciel CLIC fonctionne exactement sur ce principe : la position de la droite d'analyse par rapport à la liaison donne directement la relation au pire des cas, puis son expression en fonction des tolérances et des jeux nominaux.

4.3 Centrage long/Appui plan

4.3.1 Cotation type

Cette jonction est réalisée à l'aide d'une liaison primaire cylindrique "longue", et d'une liaison secondaire plane. Ce comportement est typiquement obtenu lorsque la longueur de portée du cylindre est supérieure à deux fois la valeur de son diamètre.

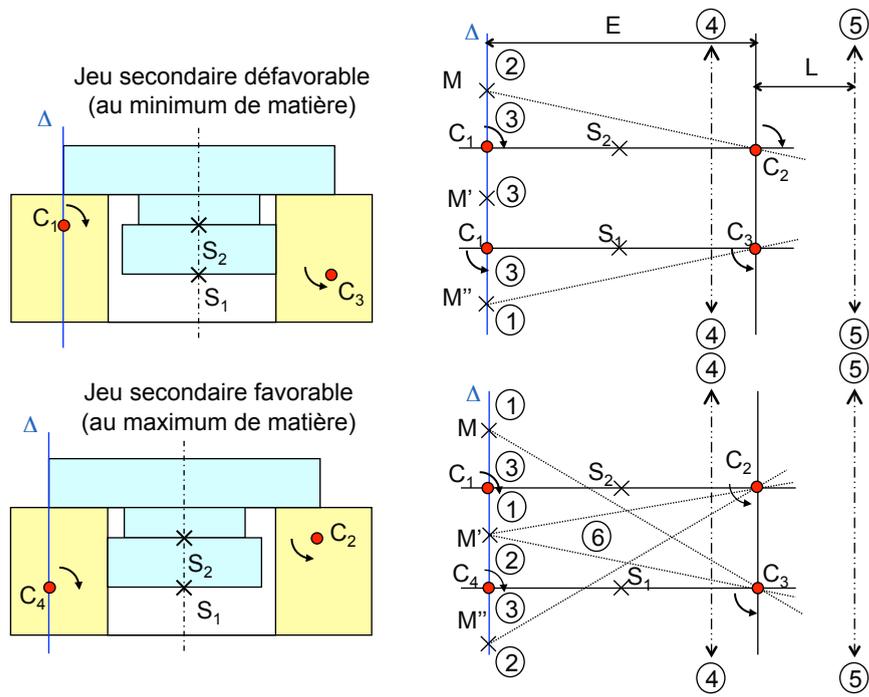


Figure 2.20 – Bilan des configurations possibles d'un centrage court

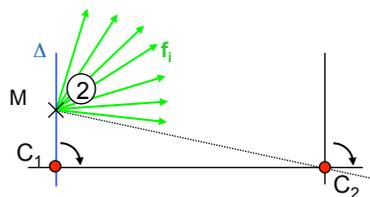


Figure 2.21 – Droites d'analyse correspondant à la configuration 2

La spécification reprend exactement les mêmes règles de CLIC et le schéma type de la figure 2.15. La surface terminale est localisée par rapport au système de références A B de la pièce “mobile” (figure 2.22b). L’entité primaire de l’embase est localisée et orientée par rapport au système de références P Q de l’embase et l’entité secondaire est localisée par rapport à ce même système (figure 2.22c). La spécification de perpendicularité du plan secondaire B du corps par rapport à la référence primaire limite l’interpénétration de la pièce terminale dans la face d’appui.

4.3.2 Comportement de la liaison

La liaison primaire est assurée par une liaison cylindrique, au minimum de matière pour un jeu défavorable (au maximum de matière pour un jeu favorable). L’arbre peut donc s’incliner dans l’alésage, d’un angle dépendant de la différence des diamètres des états virtuels. La liaison plane secondaire bloque la translation le long de l’axe du cylindre. Il s’agira donc de déterminer dans ce paragraphe les configurations possibles en précisant où se situe le contact notamment au niveau de la liaison secondaire.

Contrairement au centrage court, la liaison secondaire assurée par un appui plan ajoute une difficulté supplémentaire. D’une part, le plan peut décoller du plan d’appui (figure 2.23). D’autre part, le plan de référence B peut pénétrer dans la matière, sous la zone de tolérance du plan d’appui.

L’inclinaison β est limitée par le jeu dans la liaison cylindrique. Le plan secondaire réel peut faire un angle α avec le plan de référence B.

Si l’écart de perpendicularité est faible, le contact a lieu en S_2 avec une interpénétration limitée à la tolérance t_o (figure 2.23a). ($\alpha < \beta$) Si l’écart de perpendicularité est grand, le contact a lieu en S_1 (figure 2.23b) ($\alpha > \beta$).

4.3.3 Expression des déplacements

Il s’agit maintenant de calculer le déplacement du point P appartenant à l’axe.

La figure 2.24a rappelle la cotation générique d’une liaison cylindrique primaire lorsque le jeu est défavorable. La figure 2.24b et la figure 2.24c montrent le déplacement du point primaire. Dans le cas où le point primaire se situe entre les deux extrémités de la liaison (figure 2.27b), le déplacement maximum est atteint par une simple translation égale à la différence des deux diamètres virtuels :

$$d_1(P, \mathbf{p}) = \frac{(D_L L - dL)}{2} \text{ avec } D_L L = e_1 + \frac{t_{3e}}{2} + t_{1e} \text{ et } dL = c_1 - \frac{t_{2c}}{2} \quad (2.21)$$

Dans la figure 2.24c, le point primaire est en dehors de la liaison. Le déplacement est maximum lorsque l’arbre s’incline dans la liaison pour atteindre la situation au pire des cas. L’inclinaison est limitée par l’état virtuel en orientation et la translation supplémentaire par l’état virtuel en localisation.

$$d_2(P, \mathbf{p}) = \frac{(D_L L - D_0 L)}{2} + \frac{L}{E} (D_0 L - dL) \text{ avec } D_0 L = e_1 + \frac{t_{3e}}{2} + t_{2e} \quad (2.22)$$

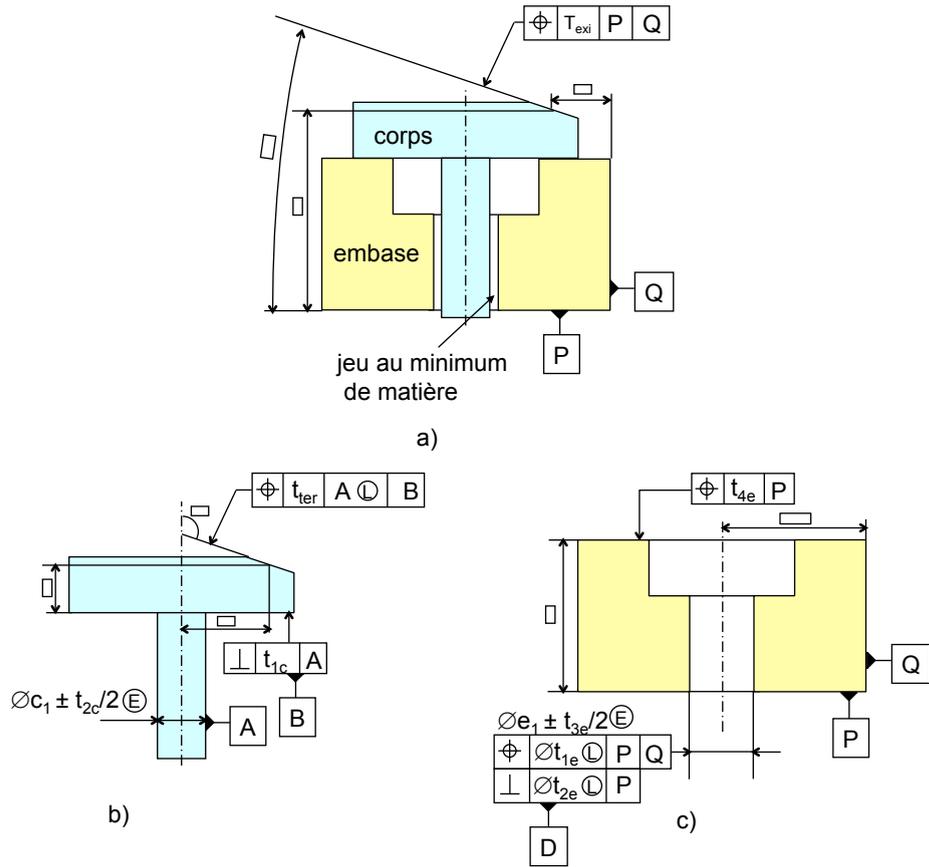


Figure 2.22 – Jonction centrage long, appui plan avec jeu défavorable

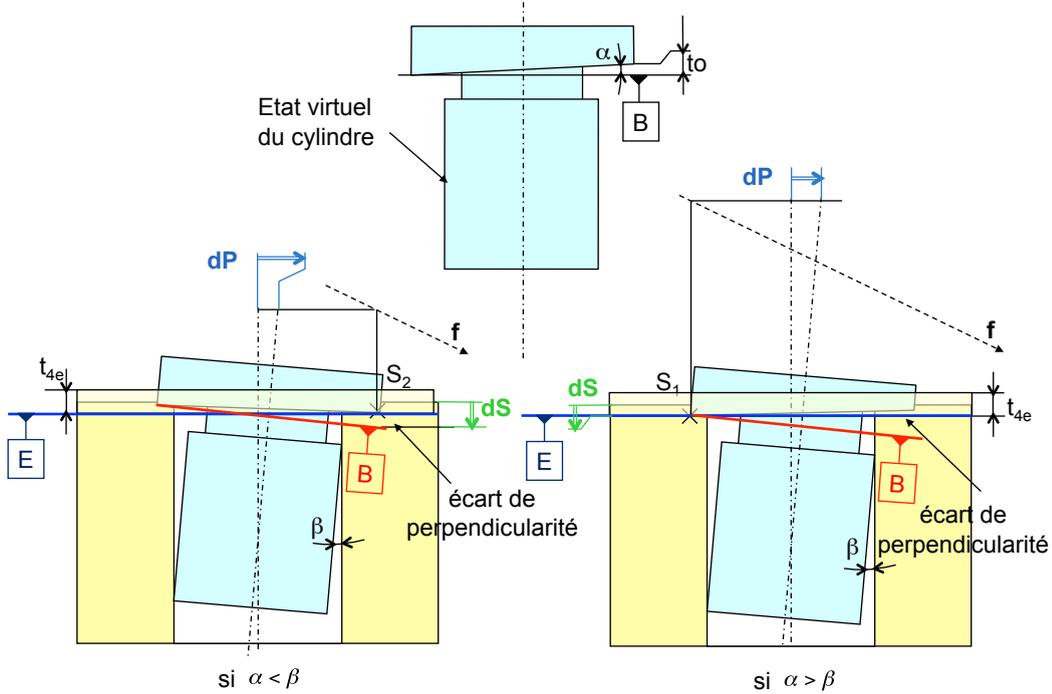


Figure 2.23 – Interpénétration du plan secondaire

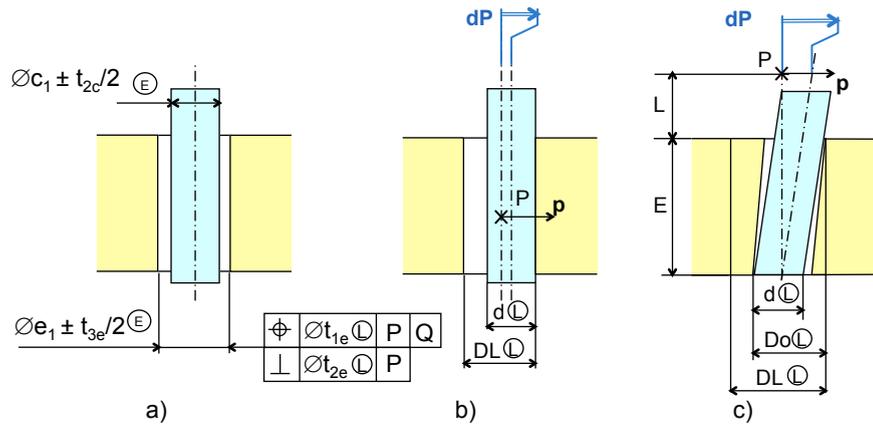


Figure 2.24 – Déplacement de la liaison cylindrique primaire avec jeu défavorable

Le déplacement du point secondaire est limité par la tolérance de localisation mais aussi par l'écart de perpendicularité par rapport à la référence primaire lorsqu'il y a interpénétration.

$$d_1(S, s) = \frac{t_{4e}}{2} \text{ ou } d_2(S, s) = \frac{t_{4e}}{2} + t_{2c} \quad (2.23)$$

4.3.4 Expression de la relation de transfert

Comme pour la jonction appui plan centrage court, toutes les configurations sont représentées avec une direction d'analyse dirigée vers la droite et la normale à la face d'appui de l'embase vers le haut.

Configuration ① : appui en S_1

$$\textcircled{1} : d(F, f) = K_p \cdot d_2(P, p) + K_s \cdot d_1(S_1, s)$$

Configuration ② : appui en S_2

$$\textcircled{2} : d(F, f) = K_p \cdot d_2(P, p) + K_s \cdot d(S_2, s)$$

La configuration ③ permet les deux rotations possibles, il faut retenir celle donnant le déplacement maximum.

$$\textcircled{3} : d(F, f) = \text{Max} [K_p \cdot d_2(P, p) + K_s \cdot d_1(S_1, s) ; K_p \cdot d_2(P, p) + K_s \cdot d_1(S_2, s)]$$

La configuration ④ est une rotation autour de C_4 faisant intervenir le phénomène d'interpénétration de la figure 2.26. Si l'écart de perpendicularité est grand, le contact réel ne se fait pas au même point. Pour s'assurer que la surface réelle n'interfère pas avec la surface d'appui réelle, il suffit de retenir le plus petit déplacement entre les deux situations possibles.

$$\textcircled{4} : d(F, f) = \text{Min} [K_p \cdot d_2(P, p) + K_s \cdot d_1(S_2, s) ; K_p \cdot d_2(P, p) + K_s \cdot d_2(S_1, s)]$$

La configuration ⑤ fait également intervenir l'interpénétration avec une rotation autour de C_2 .

$$\textcircled{5} : d(F, f) = \text{Min} [K_p \cdot d_2(P, p) + K_s \cdot d_1(S_1, s) ; K_p \cdot d_2(P, p) + K_s \cdot d_2(S_2, s)]$$

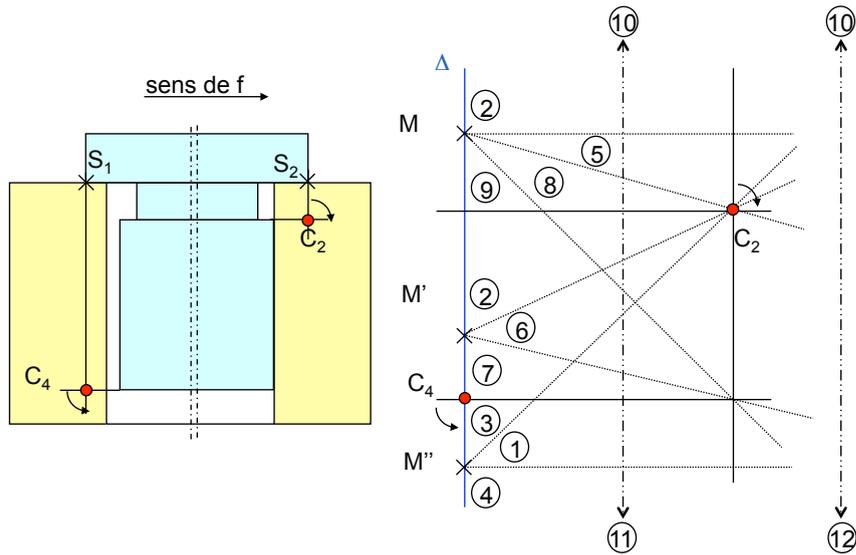


Figure 2.25 – Bilan des configurations possibles d'un centrage long avec jeu défavorable

La configuration ⑥ est une simple translation du corps utilisant la différence de diamètre de l'état virtuel de la liaison primaire ainsi que la tolérance de localisation du plan secondaire. Le sens de s dépend du sens de f par rapport à la normale du plan de l'embase.

$$\textcircled{6} : d(F, f) = K_p \cdot d_1(P, \mathbf{p}) + K_s \cdot d_1(S, \mathbf{s})$$

s La configuration ⑦ est un peu particulière, aucune rotation n'est favorisée. Donc dans un premier temps, le déplacement est maximum uniquement par translation mais le plan secondaire peut jouer un rôle plus important du fait de l'interférence possible, générant une petite rotation. Le déplacement est limité soit par l'angle permis par la différence entre les deux états virtuels (figure 2.26a), soit par l'angle permis par le défaut de perpendicularité du plan secondaire du corps (figure 2.26b). C'est pourquoi il faut retenir le déplacement minimum entre les deux cas possibles afin de respecter la non interpénétration des surfaces réelles. Le point secondaire est en S_2 .

Le déplacement du point P prend donc une valeur particulière :

$$d_3(P, \mathbf{p}) = \frac{(D_L L - D_0 L)}{2} + L \cdot \text{Min}\left[\frac{(D_0 L - dL)}{E}; \frac{t_{2m0}}{H}\right] \quad (2.24)$$

La relation est donc :

$$\textcircled{7} : d(F, f) = K_p \cdot d_3(P, \mathbf{p}) + K_s \cdot d_1(S_2, \mathbf{s})$$

La configuration ⑧ est identique à la configuration ⑦ avec le point secondaire en S_1 . Le basculement se fait donc dans l'autre sens.

$$\textcircled{8} : d(F, f) = K_p \cdot d_3(P, \mathbf{p}) + K_s \cdot d_1(S_1, \mathbf{s})$$

La configuration ⑨ est un mixte entre la configuration ⑦ et ⑧. Il faut retenir l'une des deux configurations qui se traduit par prendre le déplacement maximum obtenu entre les deux.

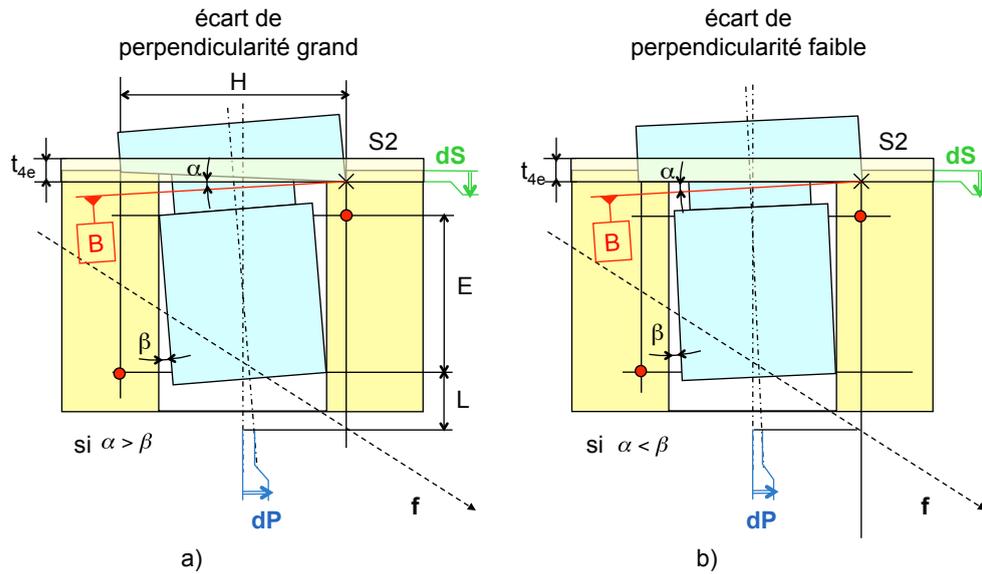


Figure 2.26 – Configuration 7

$$\textcircled{10} : d(F, \mathbf{f}) = \text{Max}[K_p \cdot d_3(P, \mathbf{p}) + K_s \cdot d_1(S_1, \mathbf{s}) ; K_p \cdot d_3(P, \mathbf{p}) + K_s \cdot d_1(S_2, \mathbf{s})]$$

La configuration ⑩ représente une direction d'analyse parallèle à l'axe de la liaison cylindrique. Le déplacement correspond donc uniquement au déplacement secondaire d'une valeur équivalente à la moitié de la tolérance de localisation de la surface d'appui.

$$\textcircled{10} : d(F, \mathbf{f}) = \text{Max}[d_1(S_1, \mathbf{s}) + l_1 \cdot \frac{(D_0 L - dL)}{E} ; l_2 \cdot \frac{(D_0 L - dL)}{E}]$$

La configuration ⑪ représente une direction d'analyse verticale dirigée vers le bas dont l'intersection avec le plan d'appui est un point appartenant à la surface. La liaison primaire n'est pas influente et le point secondaire est directement obtenu par l'intersection du plan avec la droite d'analyse. Le phénomène d'interpénétration rentre en jeu. Le déplacement est limité soit par l'angle permis par la différence entre les deux états virtuels (figure 2.27a), soit par l'angle permis par le défaut de perpendicularité du plan secondaire du corps (figure 2.27b), reprenant le même principe que la configuration ⑥. De plus, suivant la valeur du rapport l_1/l_2 , la pièce aura tendance à basculer d'un côté ou de l'autre. Il s'agit donc de prendre le maximum entre l_1 et l_2 pour s'assurer du bon sens de basculement en intégrant le principe vu pour la configuration ⑥ :

$$\textcircled{11} : d(F, \mathbf{f}) = \text{Max}[d_1(S_1, \mathbf{s}) + l_1 \cdot \text{Min}[\frac{(D_0 L - dL)}{E} ; \frac{t_{2m0}}{l_1 + l_2}] ; d_1(S_2, \mathbf{s}) + l_2 \cdot \text{Min}[\frac{(D_0 L - dL)}{E} ; \frac{t_{2m0}}{l_1 + l_2}]]$$

La configuration ⑫ est équivalente à la configuration ④ au détail près que la liaison primaire n'est pas influente.

$$\textcircled{12} : d(F, \mathbf{f}) = d_1(S, \mathbf{s})$$

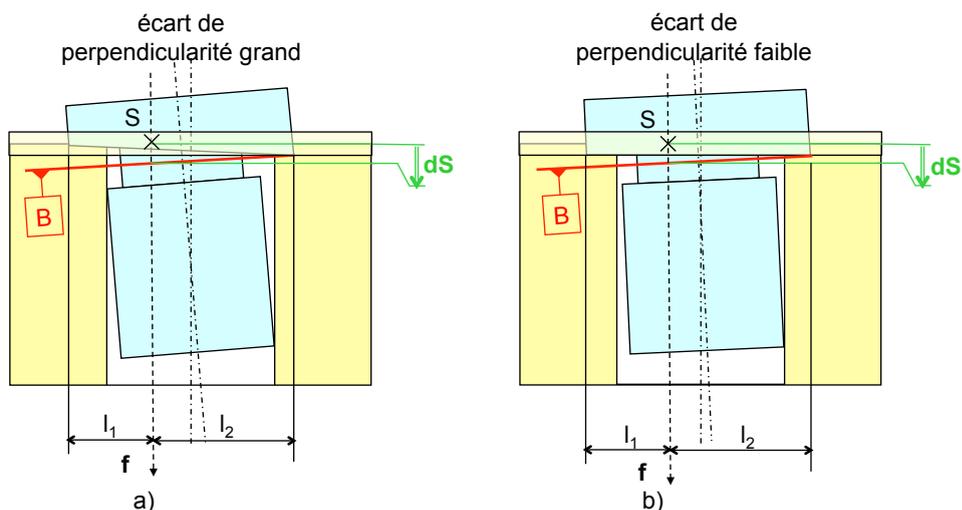


Figure 2.27 – Configuration 11

Toutes ces configurations ont été étudiées pour un jeu défavorable. L'analyse pour un jeu favorable se fait de la même façon. Cependant, il faut considérer les états virtuels au maximum de matière. La figure 2.28 présente les relations de transfert à appliquer en fonction de la situation du point et de la droite d'analyse.

Les centres de rotation sont C_1 et C_3 . Il faut raisonner à l'inverse de la figure 2.28, si la droite d'analyse passe du bon côté du centre C_1 par exemple, la rotation n'a pas lieu.

Exemple : Au point M, la configuration ① devrait favoriser la rotation autour de C_3 (point secondaire S_2) et défavoriser la rotation autour de C_1 (point secondaire S_1). Mais le jeu étant favorable, il permet de diminuer la valeur de déplacement maxi, et la rotation se fait donc autour de C_1 .

La configuration ⑬ est une situation mixte entre la ④ et la ⑤. Si la droite d'analyse est plus éloignée de C_1 que C_3 alors c'est la configuration ⑤ et inversement.

La configuration ⑭ est une rotation autour de C_3 :

$$\textcircled{14} : d(F, f) = d_1(S_2, s) - l_1 \cdot \frac{D_0 L - dL}{E}$$

La configuration ⑮ est la configuration ⑭ en prenant en compte le phénomène d'interpénétration

$$\textcircled{15} : d(F, f) = \text{Min} \left[d_1(S_2, s) - l_1 \cdot \frac{D_0 L - dL}{E} ; d_2(S_1, s) - l_2 \cdot \frac{D_0 L - dL}{E} \right]$$

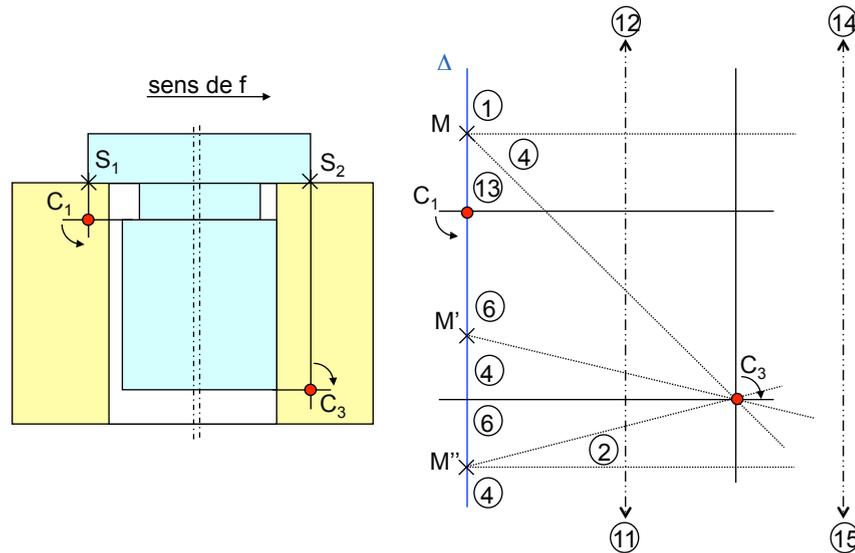


Figure 2.28 – Bilan des configurations possibles d'un centrage long avec jeu favorable

4.4 Centrage long/Plan bilatéral

4.4.1 Cotation type

L'arrêt en translation de la liaison cylindrique primaire peut s'effectuer à l'aide de deux plans face à face formant une liaison bilatérale. Dans ce type de montage, la spécification de l'entité secondaire correspond au sens de la norme au respect d'un état virtuel au minimum de matière si le jeu est défavorable (figure 2.29).

L'ordre de prépondérance des liaisons, cylindrique primaire/plane secondaire, n'a de sens ici que si le jeu dans la liaison primaire permet une inclinaison plus faible que l'inclinaison permise par le jeu secondaire.

4.4.2 Comportement de liaison

La spécification de l'entité secondaire correspond au sens de la norme au respect d'un état virtuel. La frontière au minimum de matière du corps ne peut pas rentrer dans la frontière au minimum de matière de l'embase. Le phénomène d'interpénétration des références n'existe donc plus. Il s'agit ainsi de décrire le comportement de ce genre de liaison en faisant le parallèle avec ce qui a été déjà vu pour les jonctions d'avant.

La figure 2.30 montre le comportement de la jonction pour des droites d'analyses dirigées vers la droite. Le principe consiste à déplacer uniquement en translation le corps suivant le sens de f et ainsi déterminer les centres instantanés de rotation potentiels. Si f est dirigée vers le haut, la pièce se plaquera soit sur S_1 soit sur S_3 , et C_1 et C_3 sont les deux centres instantanés de rotation possibles. Si f est dirigée vers le bas, la pièce se plaquera cette fois-ci soit sur S_4 soit sur S_2 , et C_2 et C_4 sont les deux centres instantanés de rotation possibles.

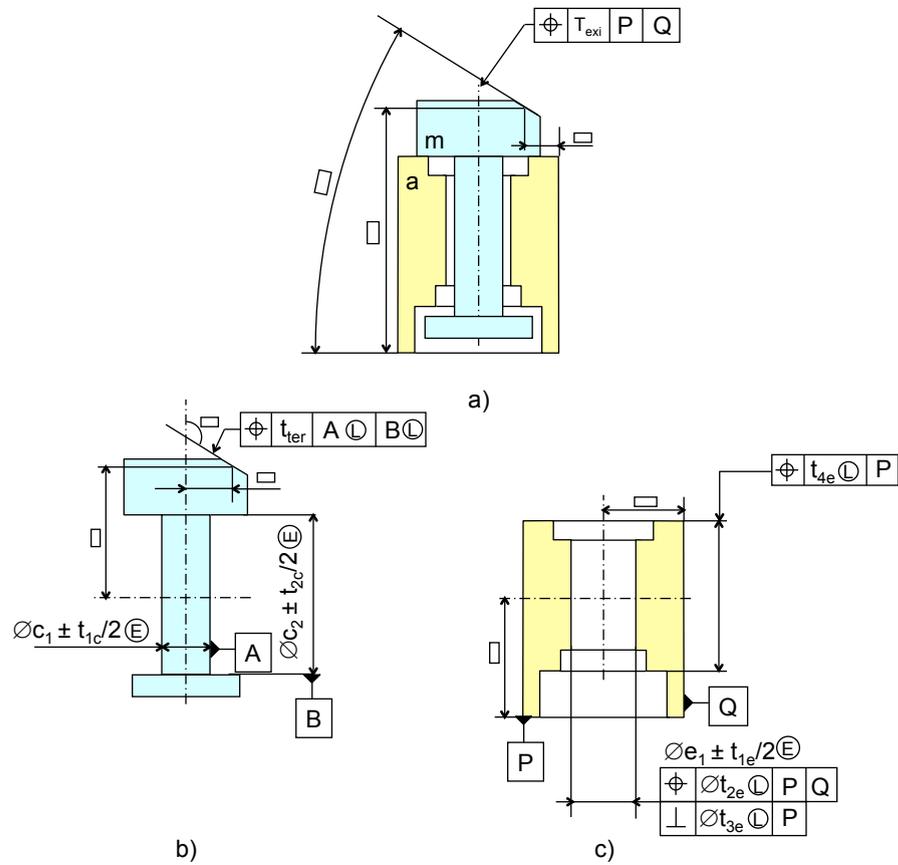


Figure 2.29 – Cotation type d'un centrage long avec une liaison secondaire plane bilatérale

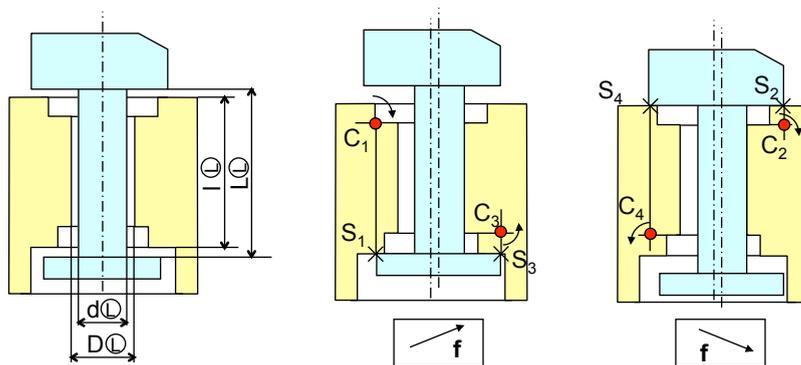


Figure 2.30 – Comportement jonction avec une liaison plane bilatérale

4.4.3 Expression des déplacements

Le déplacement de la liaison primaire cylindrique est identique à celui de la jonction centrage long/appui plan.

En revanche, le déplacement de la liaison plane secondaire vaut simplement dans tous les cas sauf si la liaison n'est pas influente :

$$d_1(S, s) = \frac{tL}{2} \quad (2.25)$$

4.4.4 Expression de la relation de transfert

Le problème est symétrique, c'est pourquoi n'est représenté sur la figure 2.31 que le cas où f est dirigée vers la droite et vers le haut. La configuration ① favorise la rotation autour de

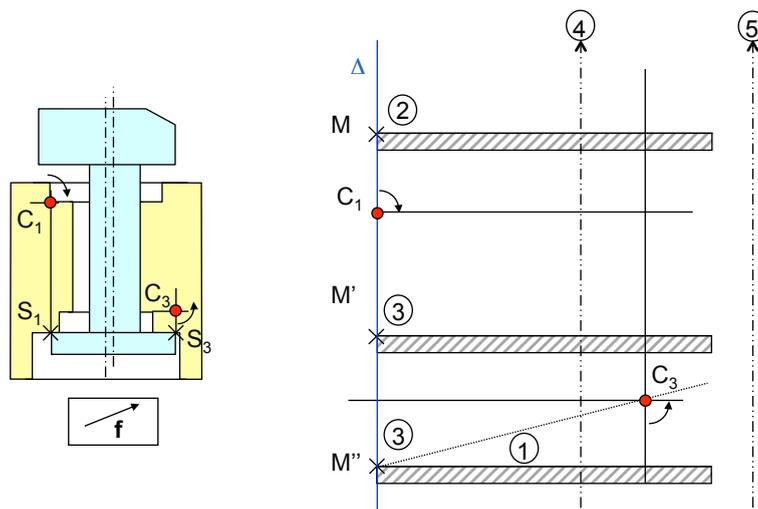


Figure 2.31 – Bilan des configurations possibles d'un centrage long avec liaison plane bilatéral

C_3 , il y a donc basculement et S_3 est le point secondaire.

$$\textcircled{1} : d(F, f) = K_p \cdot d_2(P, p) + K_s \cdot d_1(S_3, s)$$

La configuration ② favorise la rotation autour de C_1 , il y a donc basculement et S_1 est le point secondaire.

$$\textcircled{2} : d(F, f) = K_p \cdot d_2(P, p) + K_s \cdot d_1(S_1, s)$$

La configuration ③ représente la configuration où il n'y a que l'effet de translation qui joue sur le déplacement du point F.

$$\textcircled{3} : d(F, f) = d(P, p)$$

Enfin, en ce qui concerne les configurations pour lesquelles le jeu serait favorable, étant donné que le jeu subsiste à la fois pour la liaison primaire et secondaire, il suffit d'effectuer la même analyse en prenant les jeux au maximum de matière et en prenant le sens inverse de f .

5 Conclusion

Ce chapitre a permis de définir les hypothèses simples qui seront utilisées afin de définir le modèle de comportement d'une liaison prismatique. L'utilisation des états virtuels au minimum et maximum de matière est un point fort lorsque les liaisons présentent du jeu. Cela permet d'avoir un modèle géométrique parfait tout en exprimant le juste nécessaire. Une nouvelle proposition a été définie pour que l'hypothèse sur les liaisons avec jeu soit vérifiée tout le temps.(spécification composée).

Enfin, les sections 3 et 4 permettent d'appliquer la méthode des droites d'analyses sur des jonctions simples type pivot. L'étude de ces jonctions a permis de traiter le phénomène d'interpénétration et le changement de point de contact.

De ce chapitre, il faut retenir les 4 principes suivant :

- 1er principe : Ajout d'une spécification d'orientation lorsqu'il y a porte à faux dans la liaison. Ce principe est valable pour tout type de liaison, surfaciques ou avec jeu.
- 2ème principe : Hypothèse du modèle de transfert par zone de tolérance : La référence de la pièce en appui (corps) doit rester dans les zones de tolérance (orientation et position) de la surface en vis-à-vis de la pièce support (l'embase). Ce principe a été présenté uniquement pour des liaisons planes primaires. Il s'agira de généraliser ce principe pour toutes liaisons surfaciques primaires.
- 3ème principe : Modèle de transfert par état virtuel : L'état virtuel de la référence de la pièce en appui (corps) doit rester dans les états virtuels en orientation et en position de la pièce support (l'embase). Ces états virtuels sont au minimum de matière lorsque les jeux sont considérés comme défavorables et au maximum de matière lorsque les jeux sont considérés comme favorables. Ce principe n'a été présenté que pour des liaisons cylindriques ou pour des liaisons planes constituées de deux plans parallèles, cependant il est valable quelle que soit la prépondérance des surfaces. Il s'agira de généraliser ce principe pour toutes liaisons avec jeux.
- 4ème principe : Prise en compte du phénomène d'interpénétration pour les liaisons surfaciques secondaires ou tertiaires : Suivant les écarts dus au défaut d'orientation des surfaces, les points de contacts ne sont pas les mêmes ainsi que l'expression de la relation de transfert. Cela oblige à prendre en compte une légère combinatoire traité par des fonctions Min et Max.

Toute cette approche peut paraître très complexe. En pratique tout cela est très simple à programmer, avec un simple test de distance de la droite d'analyse aux centres instantanés de rotation. Les relations obtenues sont très simples avec des min et des max qui donnent globalement des fonctions linéaires par morceaux.

Tout ceci est programmé à l'aide des fonctions tableur de Excel et autorise l'optimisation avec le solveur par la synthèse des tolérances.

Les chapitres suivants vont donc appliquer cette approche aux liaisons prismatiques et surfaciques.

Chapitre 3

Spécification des liaisons complexes

Sommaire

1	Extension des concepts de base de la cotation ISO	65
1.1	Introduction	65
1.2	Définition d'une entité géométrique complexe	65
1.3	Groupe, répétition et zone commune	66
1.4	Etat virtuel d'un cylindre entre deux plans	71
2	Position/Orientation d'une entité géométrique complexe	75
2.1	Position et orientation d'une surface	75
2.2	Propositions dans d'autres normes	75
2.3	Application des symboles classiques de position, d'orientation ou de forme	77
3	Ajout de degrés de libertés spécifiques	80
3.1	Degrés de libertés de l'exigence	80
3.2	Construction d'une référence spécifique	80
3.3	Ajout de mobilités	81
3.4	Exemple avec mobilité sphérique	84
3.5	Synthèse	86
4	Position / orientation d'une entité groupe de trous	86
4.1	Introduction	86
4.2	Mécanisme avec groupe de trous secondaire	86
4.3	Mécanisme avec un groupe de trous primaire	92
5	Cotation d'une liaison surfacique	95
5.1	Cotation classique	95
5.2	Définition de la référence sur la surface complexe A du corps	97
5.3	Hypothèse de transfert de cotes	98
6	Etat virtuel sur des entités géométriques complexes	99
6.1	Introduction	99

6.2	Utilité des dimensions locales	100
6.3	Maximum et minimum de matière sur des surfaces quelconques	103
6.4	Jonction prismatique quelconque	105
7	Cotation d'une liaison hybride	110
7.1	Mécanisme élémentaire avec une jonction prismatique hybride	110
7.2	Définitions spécifiques aux liaisons hybrides	114
7.3	Modèle de transfert sur les surfaces hybrides	119
8	Synthèse des propositions	120
9	Conclusion	124

1 Extension des concepts de base de la cotation ISO

1.1 Introduction

Actuellement, dans les algorithmes de la méthode CLIC, les liaisons prises en compte restent simples et composées de plans, de cylindres et de groupe de 2 trous. La méthode de cotation fait également face à quelques limitations du concept de maximum ou de minimum de matière avec les normes ISO actuelles.

L'objectif de ce travail est d'étendre la méthode CLIC aux liaisons complexes de types prismatiques. Il faut donc proposer une cotation fonctionnelle de ces jonctions complexes pour assurer la montabilité et la qualité de la liaison, puis une cotation permettant d'établir les équations de transfert avec une approche réellement tridimensionnelle.

Les spécifications nécessaires ne sont actuellement pas disponibles dans les normes ISO ou ASME. La contribution de ce chapitre est d'analyser le besoin fonctionnel et de faire des propositions d'évolution des normes de cotation dans l'objectif d'obtenir la spécification fonctionnelle la plus juste possible. Une des contraintes est la cohérence des modèles de transfert avec les spécifications de cotation. En effet, il est inutile de proposer une spécification fonctionnelle si le modèle de transfert n'est pas capable d'analyser l'influence de la spécification proposée.

L'objectif du chapitre consiste donc à approfondir les concepts de cotation avec les normes ISO. Plusieurs points seront abordés :

- la différenciation de l'orientation et de la position d'une entité géométrique complexe,
- la prise en compte des degrés de liberté laissés par le système de références de l'exigence,
- le concept du maximum et du minimum de matière sur une entité géométrique complexe,
- l'élaboration d'un nouveau critère d'association des surfaces pour des liaisons comportant des zones en contact et des zones avec jeu.

Les aspects métrologies de ces nouvelles spécifications seront abordés, notamment pour la construction des systèmes de références.

Le comportement de ces jonctions vis-à-vis de l'exigence et de la spécification fonctionnelle proposée sera étudié en vue d'élaborer le modèle analytique de transfert dans le chapitre 4.

1.2 Définition d'une entité géométrique complexe

Entité géométrique : surface élémentaire ou association de surfaces élémentaires qui collaborent pour assurer une liaison entre pièce.

Une entité géométrique complexe peut être une surface gauche complexe seule ou une association de surfaces (figure 3.1).

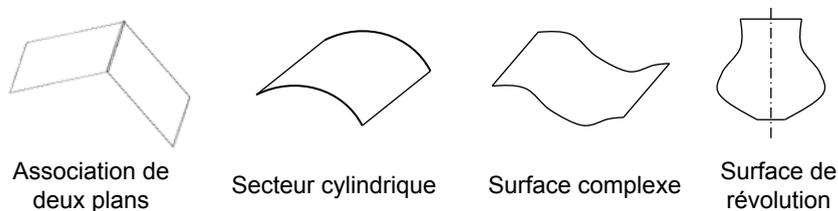


Figure 3.1 – Exemple d'entités géométriques complexes

Pour spécifier la forme de ces entités géométriques complexes, le symbole de forme d'une forme quelconque est souvent utilisé, par exemple afin de respecter la qualité du contact entre les deux pièces d'une liaison (figure 3.2).

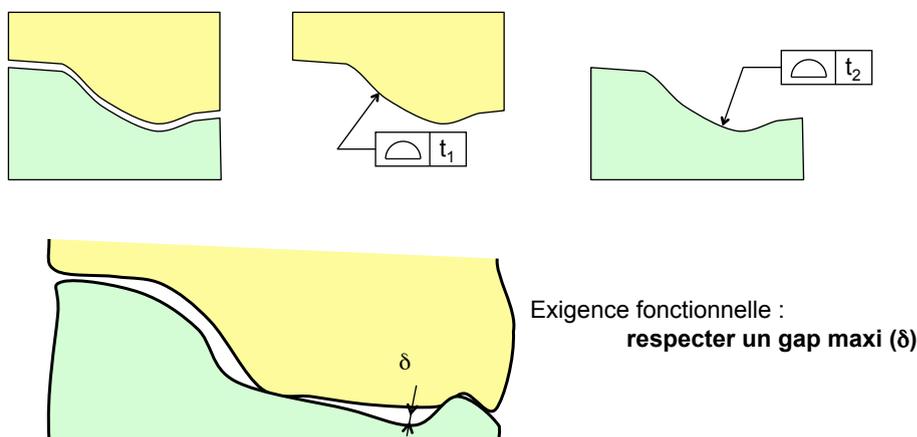


Figure 3.2 – Spécification de forme pour garantir la qualité du contact

L'exigence fonctionnelle de gap maxi correspond à la distance maxi entre les deux surfaces lorsqu'elles sont en contact. Ce gap maxi correspond directement à la somme des deux tolérances de forme.

Les groupes de trous ou les groupes de plan parallèles symétriques sont considérés comme des entités complexes, pour lesquels est utilisé le symbole de localisation (figure 3.3).

1.3 Groupe, répétition et zone commune

Pour répondre aux besoins recensés, il est important de distinguer les notions de groupe, de zone commune et de répétition qui sont trois notions regroupées dans l'opération collection de la norme [ISO TS 17450-1 (2008)].

Nous savons que les normes ISO sont en cours d'évolution sur le sujet mais nous n'avons pas accès à ce projet. Voici les concepts retenus pour ce document.

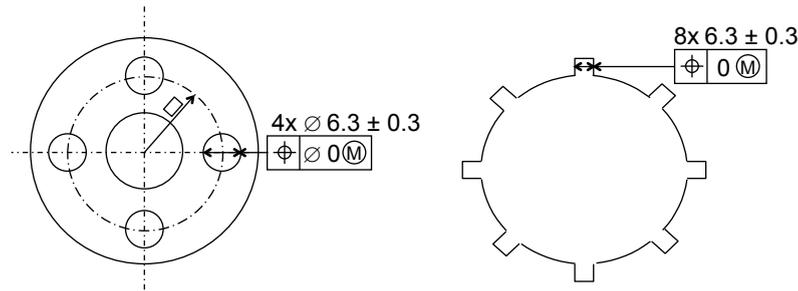


Figure 3.3 – Spécification de forme au maxi matière pour les groupes

Les surfaces constituées de plusieurs éléments qui collaborent pour définir une seule liaison sont spécifiées dans une seule zone commune à toutes les surfaces. Il n'y a que des cotes encadrées entre ces surfaces. La notation suivante est retenue (figure 3.4) :

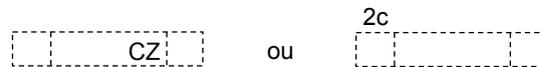


Figure 3.4 – Notation d'une zone commune

Un groupe est constitué de plusieurs éléments indépendants identiques ou similaires en positions relatives exactes les uns par rapport aux autres. Chaque élément peut-être spécifié par une dimension locale. Les éléments tolérancés sont donc dans plusieurs zones de tolérances en position relatives exactes. La notation suivante est retenue (figure 3.5) :



Figure 3.5 – Notation d'un groupe

La notion de répétition est juste une façon d'alléger le dessin pour éviter de reproduire une même cotation sur plusieurs éléments identiques. La distinction est nécessaire pour permettre la lisibilité de la cotation. En effet, la répétition d'une zone commune n'est pas un groupe. La notation suivante est retenue (figure 3.6) :

Pour illustrer ce besoin de distinguer les 3 notions, les figures suivantes sont réalisées avec ces 3 notations n_c (zone commune), n_x (groupe), n_r (répétition). Dans certains cas, l'interprétation avec un simple n_x unique sera effectuée pour montrer cette ambiguïté.

Il faut donc être capable d'utiliser ces trois notions en fonction du besoin fonctionnel dans le but d'obtenir un dessin clair et sans ambiguïté.

D'une manière générale, la zone commune s'utilise en appliquant une flèche sur chacune des parties spécifiées et en rajoutant la mention CZ dans le cadre de tolérance (figure 3.7). En complément, on peut avoir des zones communes sans qu'il soit possible de mettre toutes les

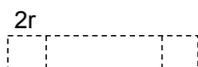


Figure 3.6 – Notation d'une répétition

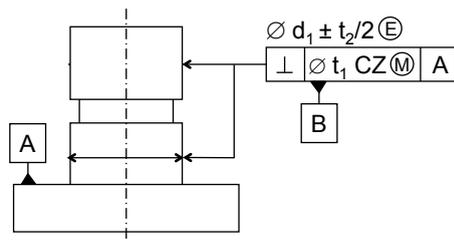


Figure 3.7 – Zone commune (cotation actuelle)

flèches nécessaires dans une seule vue. L'exemple suivant montre qu'il peut être nécessaire de préciser le nombre d'éléments constituant la zone commune (figure 3.8). Le symbole nc peut servir pour cela. Dans ce cas le CZ dans le cadre peut-être inutile.

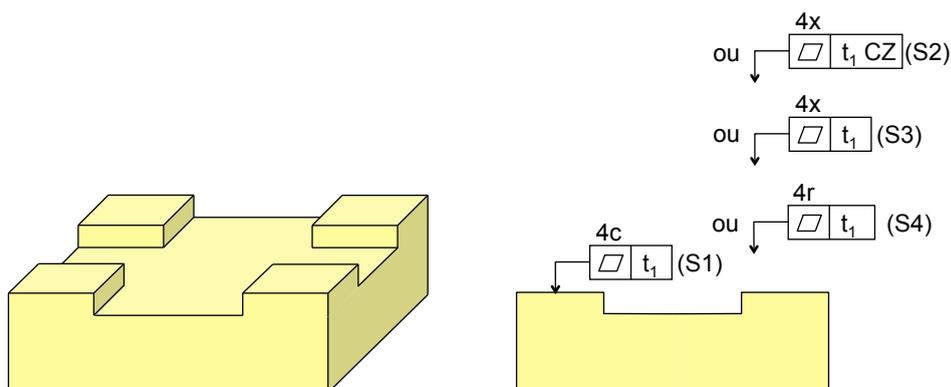


Figure 3.8 – Zone commune

La spécification S1 correspond à notre nouvelle proposition. Avec la norme actuelle, la spécification S2 est une façon de spécifier une zone commune de 4 éléments. En revanche, la spécification S3 ne permet pas de distinguer si c'est une zone commune ou 4 zones indépendantes. Inversement, la spécification S4 indiquerait clairement la répétition de 4 planéités indépendantes.

La figure 3.9 montre un mécanisme comportant 2 corps indépendants devant s'assembler sur l'embase avec un appui plan sur A et deux colonnes secondaires.

Il n'y a pas de contrainte de distance. La spécification S1 est une perpendicularité qui n'impose pas de distance entre les colonnes, mais la zone commune impose une position relative des deux cylindres d'une colonne. Comme il y a 2 colonnes identiques, il faut recopier la spécification sur les 2 colonnes. Pour éviter la recopie, on propose l'indication 2r (r comme

répétition). B désigne la référence sur une colonne, il y a donc 2 références B (une référence par colonne et la spécification (S2) impose la coaxialité du trou central par rapport à sa propre référence B). Le calibre de contrôle de l'embase comporte un alésage, il est similaire à un des corps. Pour la référence B, on ne peut pas mettre 2x car dans certains cas le 2x peut être interprété comme un groupe.

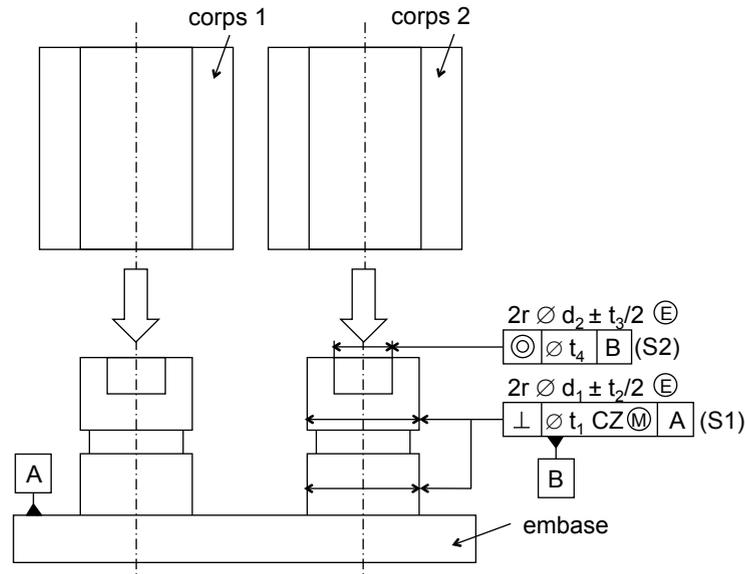


Figure 3.9 – Montabilité de deux cylindres indépendants (proposition)

La figure 3.10 montre un mécanisme comportant un corps avec 2 alésages et une embase avec 2 colonnes devant s'assembler avec un appui plan sur A. Le corps étant monobloc, il est nécessaire de constituer un groupe étant donné que les colonnes sont dépendantes. Une spécification de position avec une zone de tolérance cylindrique au maximum de matière permet d'assurer la montabilité du corps dans l'embase. B désigne une référence sur un groupe de deux colonnes, chaque colonne étant constituée de 2 cylindres coaxiaux en zone commune. Le calibre de contrôle est monobloc (similaire au corps).

Les exemples montrent que la notion de collection de la zone commune impose une position relative, et qu'il est nécessaire de distinguer la collection avec contrainte de distance ("le groupe") et indépendante ("la répétition").

Il serait dangereux de dire $2x = \text{répétition}$ et $2x + CZ = \text{groupe}$, car cela changerait le sens des dessins actés depuis longtemps.

L'emploi d'un modificateur [DV] (distance variable) ne serait pas assez général.

La proposition est donc la suivante :

Proposition 2 : zone commune, répétition et groupe

La notation nc (c pour commun) au-dessus d'une spécification permet d'indiquer une zone

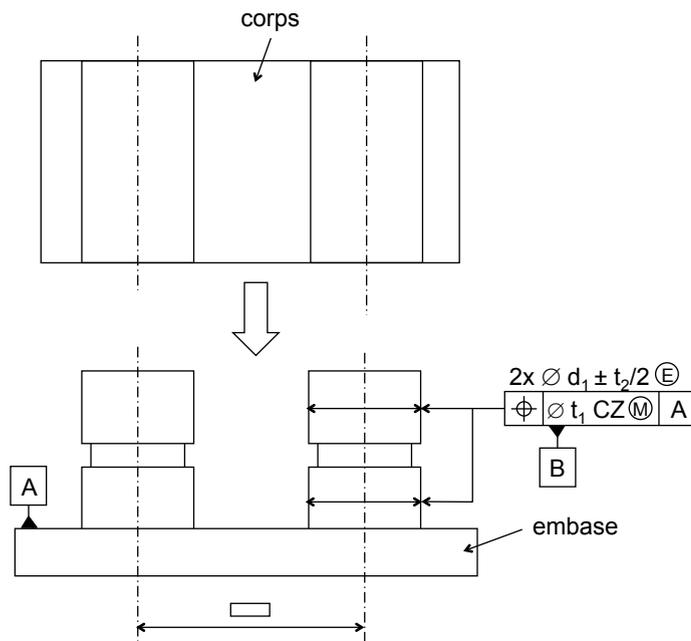


Figure 3.10 – Montabilité d’un groupe de trous (cotation actuelle)

commune de n éléments.

La notation nr (r pour répétition) au-dessus d’une spécification permet d’indiquer une répétition de la spécification sur chaque élément. Chaque spécification est indépendante par rapport aux autres.

La notation nx (x pour le groupe) au-dessus d’une spécification permet d’indiquer un groupe.

Pour un cadre de référence, s’il est situé sous le cadre de tolérance (figure 3.11) :

- avec nc au-dessus du cadre de spécification, cela indique une référence commune,
- avec nx au-dessus du cadre de spécification, cela indique une référence sur un groupe,
- avec nr au-dessus du cadre de spécification, cela indique une référence pour chaque surface.

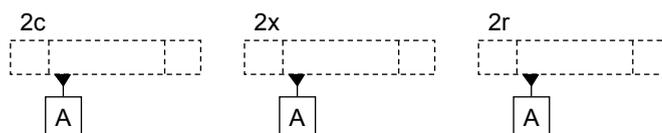


Figure 3.11 – Cadre de référence attaché à un cadre de spécification

Pour un cadre de référence isolé (figure 3.12) :

- la notation nc à côté d’une référence indique une référence constituée de n éléments,
- la notation nx à côté d’un groupe indique une référence sur un groupe de n éléments,
- la notation nr à côté d’une répétition indique n références indépendantes.

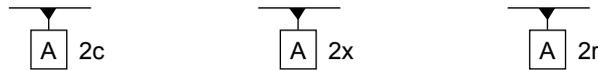


Figure 3.12 – Cadre de référence isolé

Remarques : L'utilisation de toutes les flèches restent une priorité lorsque c'est possible pour définir la zone commune afin de désigner sans ambiguïté les surfaces tolérancées. De même, il est préférable d'indiquer plusieurs spécifications en lieu et place d'une répétition quand le dessin n'est pas surchargé.

Il est tout à fait possible de combiner l'utilisation de ces trois notions mais à condition de respecter un ordre en utilisant les parenthèses par exemple.

Exemple : $4r(3x(2c))$: répétition en 4 fois d'un groupe de 3 zones communes de 2 éléments.

Il est tout à fait incohérent de mettre la notion de répétition à l'intérieur d'une parenthèse. Un groupe de deux répétitions de deux cylindres n'a aucun sens fonctionnel.

1.4 Etat virtuel d'un cylindre entre deux plans

La norme [ISO 2692 (1988)] (qui a été révisé par [NF EN ISO 2692 (2007)]) donne l'exemple de la figure 3.13 avec un parallélisme sans symbole \emptyset . Il montre que le cylindre doit respecter la frontière au maximum de matière définie par deux plans parallèles distants de 6,56 et parallèles à A.

Il est aisé de donner la même définition pour un minimum de matière pour un alésage comme sur la figure 3.14.

Par contre, il est plus difficile de définir un état virtuel entre deux plans, au minimum de matière pour un cylindre ou au maximum de matière pour un alésage car la courbure du cylindre ne permet pas de respecter les plans (figure 3.15). La solution de proposer un état virtuel cylindrique n'est pas satisfaisante, puisqu'elle peut conduire à imposer des contraintes sur les côtés du cylindre qui ne sont pas fonctionnels.

D'une manière pratique, il faut proposer une seule définition qui permette de répondre à chacun des besoins fonctionnels. Que ce soit pour un cylindre ou un groupe de cylindres,

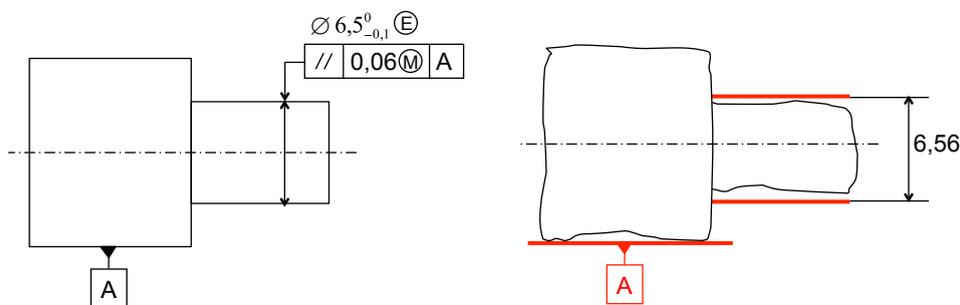


Figure 3.13 – Exemple ISO [ISO 2692 (1988)]

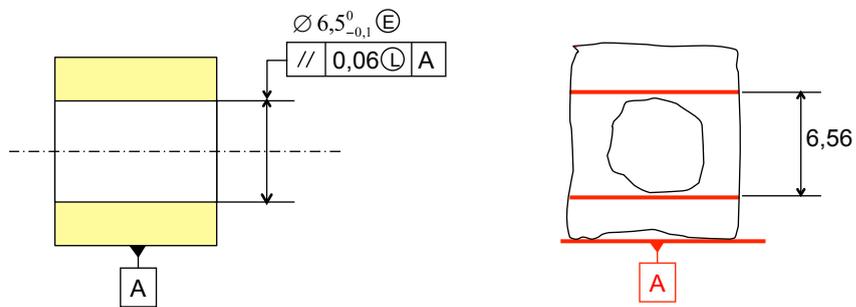


Figure 3.14 – Application au minimum de matière

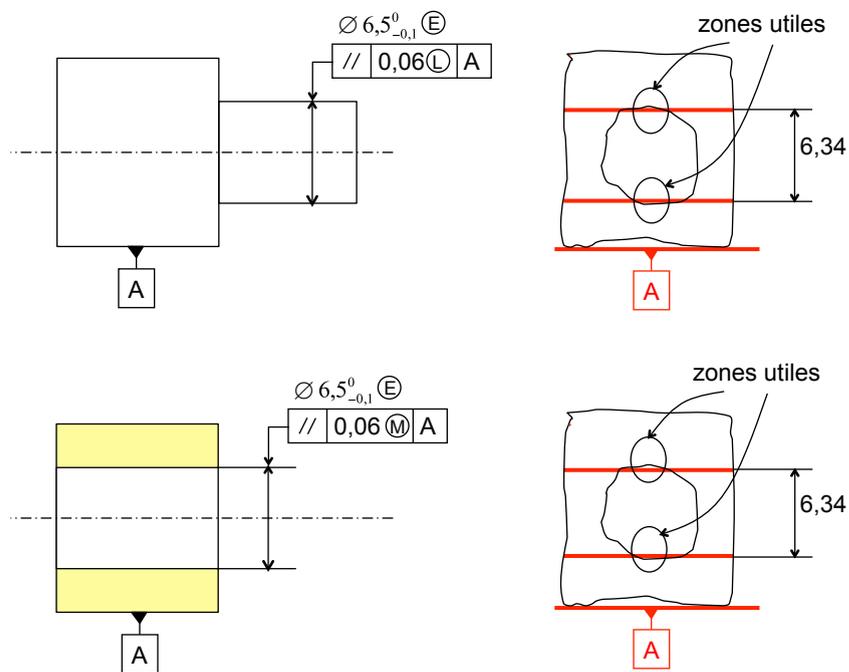


Figure 3.15 – État virtuels non conventionnels

l'objectif d'une spécification sans le symbole \varnothing est de pouvoir limiter une mobilité suivant une direction précise indiquée par la flèche issue du cadre de tolérance, ce qui impose de maîtriser la géométrie des deux génératrices mises en jeu (figure 3.16).

La figure 3.17 présente trois exemples de géométrie d'un arbre sur lequel on veut maîtriser la frontière mini matière dans une seule direction.

D'un point de vue fonctionnel, l'exigence au minimum de matière est utilisée pour maîtriser la précision d'un assemblage. Il suffit qu'il y ait assez de matière aux extrémités des axes pour que la précision du mécanisme soit respectée, les 3 exemples conviennent donc. Néanmoins, d'un point de vue des normes, l'état virtuel doit être respecté sur toute la surface.

De plus, pour une exigence au maximum de matière qui est principalement utilisée pour assurer la montabilité, un seul point au milieu de la géométrie ne respectant pas la frontière peut bloquer la liaison.

Pour éviter d'avoir deux définitions différentes, voici la proposition élaborée :

Proposition 5 : État virtuel sans symbole \varnothing au minimum de matière ou au maximum de matière pour un cylindre.

L'état virtuel est défini par 2 plans distants de la dimension de l'état virtuel, centrés sur l'axe nominal. Ces plans sont orientés par la direction de la flèche. Pour que l'état virtuel soit respecté, il faut pouvoir parcourir la génératrice sans interférer avec l'état virtuel.

Ainsi la figure 3.18 montre que seul les exemples a) et c) respectent l'état virtuel au minimum de matière.

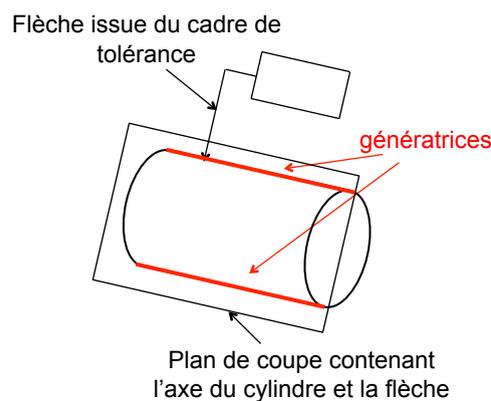


Figure 3.16 – Génératrices fonctionnelles du cylindre

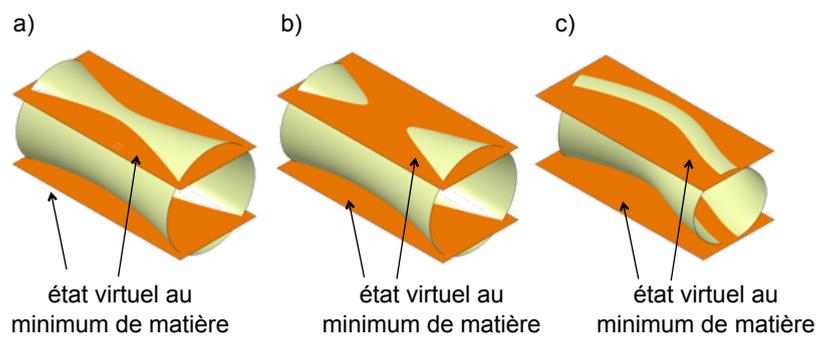


Figure 3.17 – Exemples de géométrie réelle

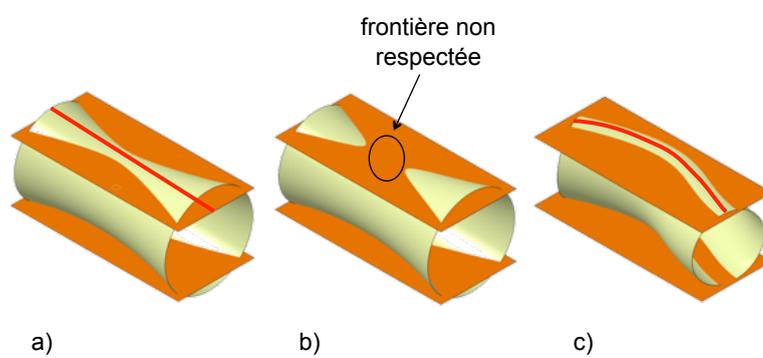


Figure 3.18 – Respect de l'état virtuel

2 Position/Orientation d'une entité géométrique complexe

2.1 Position et orientation d'une surface

Dans la norme ISO actuelle, le symbole est utilisé indifféremment pour spécifier la forme, l'orientation ou encore la position d'une surface. Pour une spécification de forme, il n'y a pas de système de références. Par contre, il est impossible de différencier une spécification de position d'une spécification d'orientation pour une surface car le symbole et le système de références peuvent être les mêmes. La problématique est identique pour les groupes avec le symbole \oplus .

La zone de tolérance est définie par l'espace balayé par une sphère de rayon égal à la tolérance dont le centre parcourt la surface nominale en position nominale par rapport au système de références. Ensuite, cette zone de tolérance peut être déplacée pour s'adapter à la surface réelle, selon différents degrés de liberté (figure 3.19). Pour la position, tous les degrés de libertés sont bloqués sauf les degrés de libertés du système de références.

Pour l'orientation, tous les degrés de libertés en orientation sont bloqués sauf ceux du système de références.

Concernant la forme, tous les degrés de libertés sont libres.

Pour distinguer la position et l'orientation, certains auteurs proposent d'analyser la présence ou non des cotes encadrées par rapport aux références, une orientation ne nécessitant pas de cotes encadrées. Cette solution n'est pas acceptable au moins pour trois raisons :

- il est impossible de mettre la spécification d'orientation et de position sur la même vue
- il y a des cotes implicites impossibles à inhiber (symétrie d'une surface de révolution par rapport à un axe...)
- en CAO, l'avenir est à la cotation complète dans le 3D, avec substitution des cotes encadrées par des outils de mesures des distances dans le viewer.

Des propositions doivent être faites afin de résoudre cela. Les prochains paragraphes seront dédiés à cette problématique.

2.2 Propositions dans d'autres normes

La norme expérimentale [AFNOR XP E 04-562 (2000)] a proposé d'indiquer directement à droite du symbole le type de spécification, forme, orientation ou position (tableau 3.1).

Cette norme expérimentale n'a pas été confirmée, car il a semblé intéressant de pouvoir généraliser le concept et de pouvoir désigner les degrés de liberté alloués à la zone de tolérance.

La norme [ASME Y14.5 (2009)] propose d'utiliser la notion de spécification composite. Cette notion s'applique à toutes les surfaces, notamment aux surfaces gauches et aux groupes

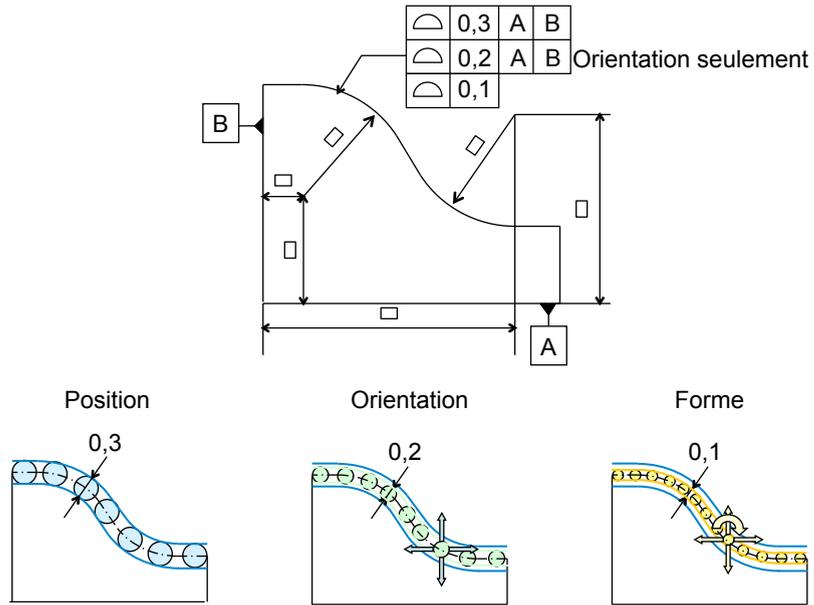


Figure 3.19 – Zone de tolérance en position, en orientation et de forme

Forme		FRM
Orientation		ORI
Position		LOC

Tableau 3.1 – Symboles spécifications pour surface quelconques

de trous. Derrière un seul symbole, il y a plusieurs cadres de tolérance (figure 3.20).

La figure 3.20a est une spécification composite définie pour une surface quelconque. Le

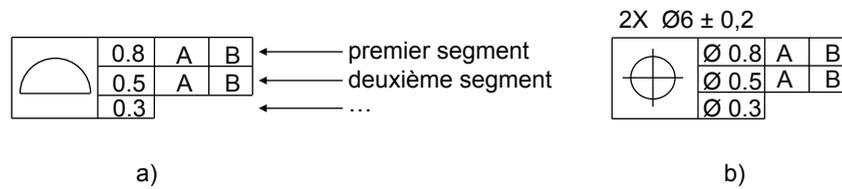


Figure 3.20 – Tolérances composites [ASME Y14.5 (2009)]

symbole de forme d'une surface quelconque est utilisé pour exprimer à la fois la position, l'orientation, et la forme.

Quelle que soit la spécification composite, le premier segment correspond à la définition d'une spécification de position. Le système de références contraint en rotation et translation la surface tolérancée. Les autres segments sont soit une spécification d'orientation si il y a un système de références, soit une spécification de forme si il n'y a pas de système de références. Pour une orientation, le système de références contraint la surface tolérancée uniquement en rotation.

L'ordre décroissant des valeurs de tolérances doit être respecté au sein des segments car la tolérance de forme doit être inférieure à la tolérance d'orientation et elle-même doit être inférieure à la tolérance de position.

La figure 3.20b est une spécification composite définie pour un groupe de trous. Le symbole de localisation est utilisé pour exprimer à la fois la position, l'orientation et la forme. La même spécification composite serait employée pour un groupe de plans parallèles (cannelures par exemples) en omettant le symbole \varnothing à gauche de la tolérance.

Cependant, si il est nécessaire de spécifier uniquement une orientation, il faut laisser vide le premier segment d'une spécification composite, ce qui serait relativement lourd.

2.3 Application des symboles classiques de position, d'orientation ou de forme

Face à la problématique soulevée lors du précédent paragraphe, de nombreux auteurs ont également proposé de mettre un symbole de localisation pour la position et un symbole d'orientation (perpendicularité, parallélisme, inclinaison) pour l'orientation, sachant qu'il est a priori facile d'identifier que la surface spécifiée est une surface gauche. Cependant, il est essentiel de distinguer si c'est la surface elle-même qui est tolérancée ou si c'est l'élément dérivé (axe, plan médian, surface médiane), notamment pour les surfaces de révolution où il est nécessaire de distinguer l'axe et la surface.

Actuellement en ISO, le symbole de localisation est utilisé pour spécifier l'axe et le sym-

bole de forme quelconque pour spécifier la surface intégrale.

La figure 3.21 montre la manière d'utiliser les symboles classiques tout en distinguant si c'est l'élément dérivé ou intégral qui est spécifié.

Sur la figure 3.21a, la flèche de la spécification est en face d'un diamètre, l'élément tolérancé est donc l'axe du cône. Sur la figure b, l'élément tolérancé est en revanche la surface conique (la distinction ne vient pas de la présence ou non du symbole \emptyset). Cette proposition est tout à fait acceptable. Cependant cela ne répond par forcément aux tendances actuelles pour spécifier en 3D. En effet, les cotes encadrées tendent à disparaître.

La figure 3.22 présente une nouvelle proposition pour pallier au problème.

Le trait mixte en bout de flèche indique que c'est l'axe qui est spécifié (figure 3.22a). S'il n'y a pas de trait, c'est la surface qui est spécifiée (figure 3.22b).

Remarque : Dans une liaison avec jeu, la spécification est toujours au maximum ou au minimum de matière, donc c'est toujours la surface qui est concernée. Le problème ne se pose donc que pour des liaisons avec serrage. Par contre, peu de gens maîtrise cette règle de base de la cotation. D'autre part, la notion de maximum de matière sur une surface n'est pas encore définie. (voir section 6).

Proposition 3 : Les symboles classiques de position \oplus \odot \equiv et d'orientation \perp \parallel \angle sont utilisés pour tous les types de surface. L'élément tolérancé est par défaut l'élément intégral. Si un trait mixte est placé sur la flèche, l'élément tolérancé est l'élément dérivé (axe ou surface médiane).

La dernière version du projet de l'ISO 1101 dont nous avons eu connaissance au cours de la rédaction du rapport propose une solution équivalente en introduisant le modificateur \textcircled{A} . Avec le modificateur \textcircled{A} , l'élément tolérancé est l'axe ou le centre de la surface. Sans le modificateur \textcircled{A} , la surface spécifiée est la surface intégrale. La figure 3.23 présente différents exemples.

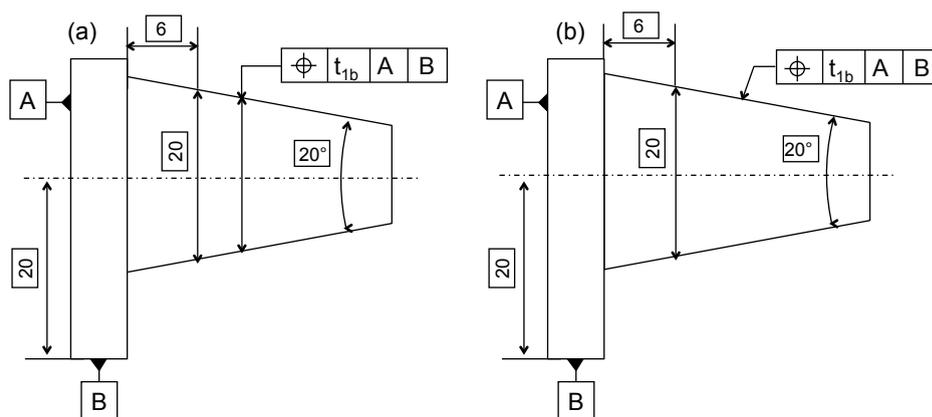


Figure 3.21 – Différents éléments tolérancés : élément extrait ou intégral

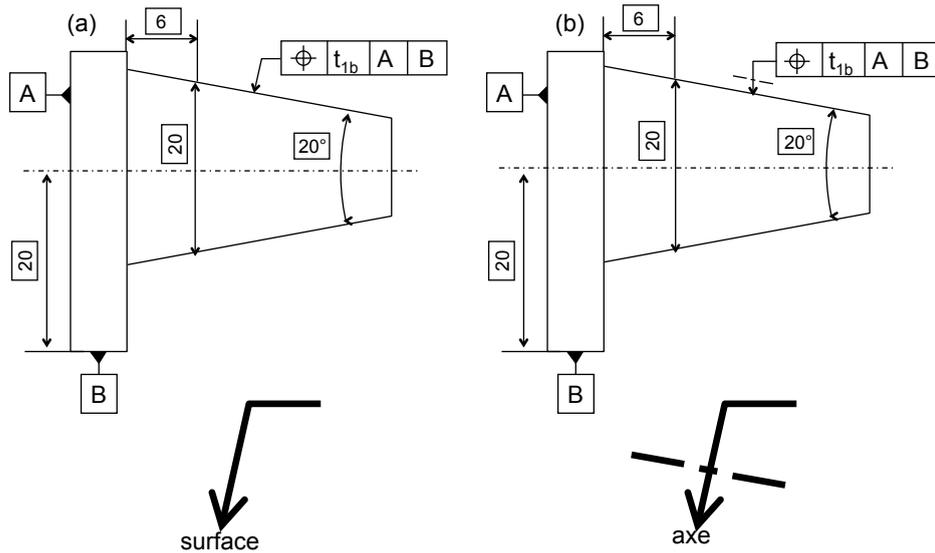


Figure 3.22 – Nouvelle proposition pour spécifier l'axe d'une surface

- S1 : spécification de position de l'axe du cône dans une zone de tolérance cylindrique,
- S2 : spécification de position de la surface conique,
- S3 : spécification de position de la surface conique au maximum de matière. La surface conique doit respecter la frontière maxi matière,
- S4 : spécification de forme de la surface,
- S5 : spécification de forme de l'axe de la surface,
- S6 : spécification de forme de la surface médiane,
- S7 : spécification de parallélisme de l'axe du cône,
- S8 : spécification d'orientation de l'axe de la surface,
- S9 : spécification de perpendicularité au maximum de matière dans la direction de la flèche.

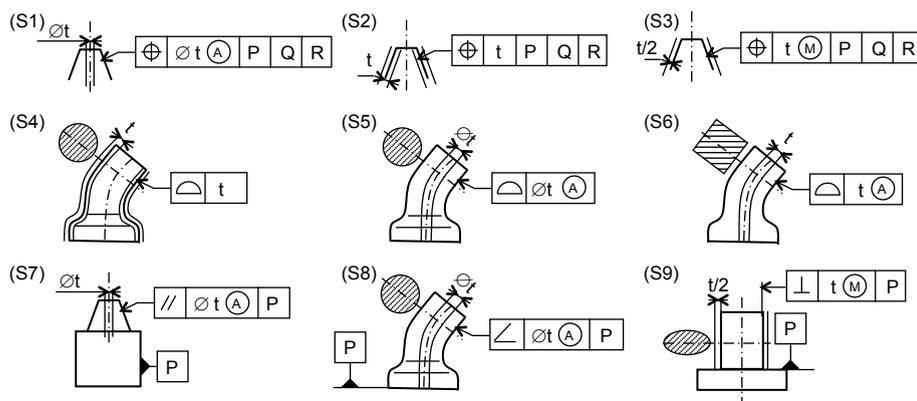


Figure 3.23 – Exemples de spécification d'éléments intégraux ou dérivés

3 Ajout de degrés de libertés spécifiques

3.1 Degrés de libertés de l'exigence

La figure 3.24 représente une exigence géométrique sur un mécanisme élémentaire composé de deux pièces.

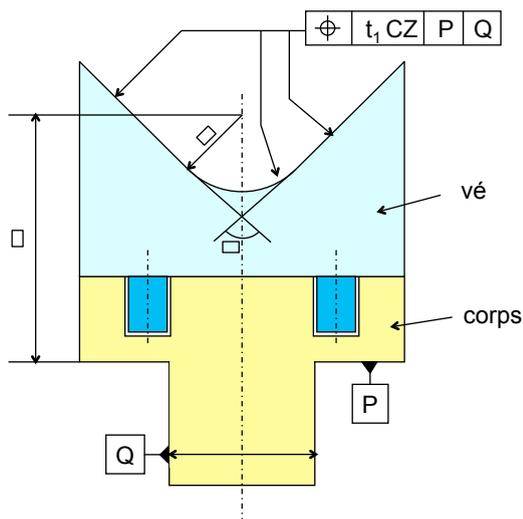


Figure 3.24 – Exigence géométrique

L'exigence vise à maîtriser la position de l'entité "vé" composée de trois surfaces élémentaires par rapport au système de références PQ de la pièce d'appui. Ce système de références laisse un degré de liberté en rotation autour de l'axe de la pivot.

Pour réaliser le transfert 3D, il faut maîtriser la position de cette entité géométrique du vé par rapport à un système construit sur les surfaces de jonction. Ce système est constitué de la référence plane primaire A et du groupe de pions secondaire B au minimum de matière que l'on considère solidaire au vé. Ce système de références AB est complet, tous les degrés de liberté sont bloqués (figure 3.25).

Cependant, cette cotation classique est contraignante car elle impose au vé d'être perpendiculaire au plan défini par les 2 pions. Il est inutile de contraindre le vé en rotation suivant l'axe de Q. Ainsi, il faut proposer une autre cotation moins contraignante qui permettra d'accepter un plus grand nombre de pièces fabriquées.

3.2 Construction d'une référence spécifique

Lorsque les deux pièces sont assemblées, la zone de tolérance de l'exigence géométrique est invariante par rotation autour de Q. Il s'agit de propager cette mobilité sur le vé.

La référence primaire A est essentielle à la construction du système, cette référence bloque une translation et deux rotations. L'entité secondaire est un groupe de pions qui bloque tous les autres degrés de liberté dont la rotation autour de Q. Sur cet exemple, il suffit de construire un axe de référence U qui simule la référence Q. La zone de tolérance t_2 en position exacte

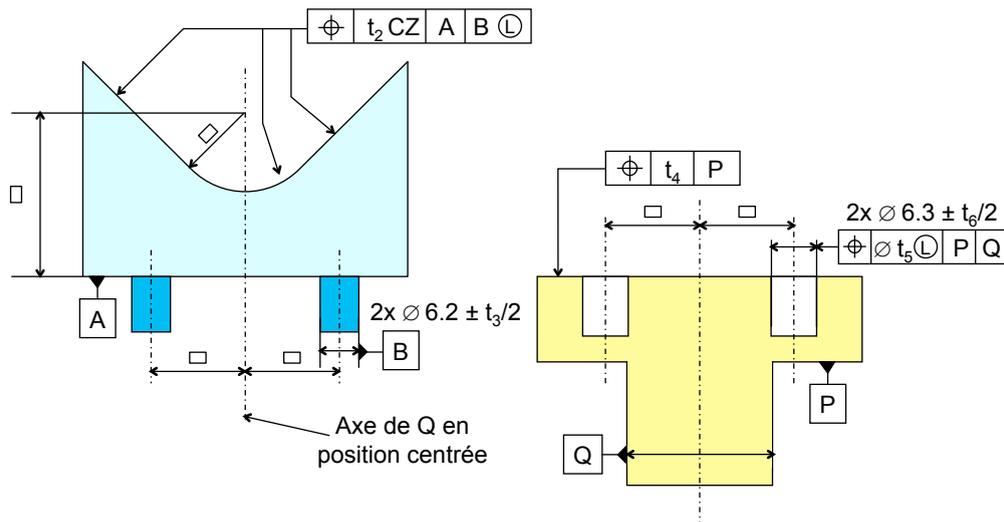


Figure 3.25 – Cotation classique

par rapport à A et centrée sur B peut ainsi tourner autour de cet axe U pour s'adapter à la géométrie réelle (figure 3.26).

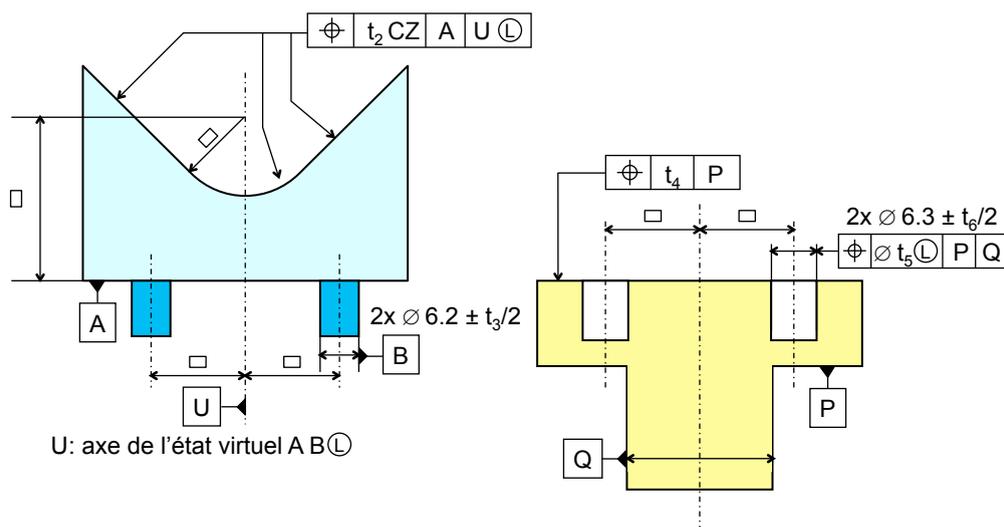


Figure 3.26 – Construction d'une référence spécifique

La figure 3.27 permet d'expliquer la construction du système de références ainsi que la zone de tolérance. Ici, U est l'axe médian de l'état virtuel du groupe de cylindres. Cet état virtuel doit être dans la matière des pions. Pour éviter toute ambiguïté, il faut écrire en commentaire la construction de U à côté du cadre de référence.

3.3 Ajout de mobilités

La figure 3.28 présente un nouveau concept pour généraliser la démarche.

Un cadre en pointillé est dessiné sous le cadre du système de références de la spécification,

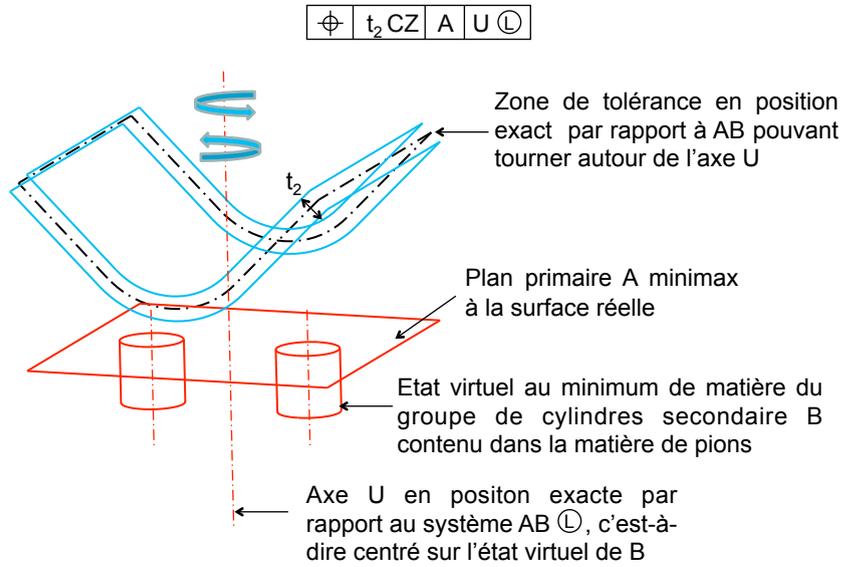


Figure 3.27 – Construction du système de références et de la zone de tolérance

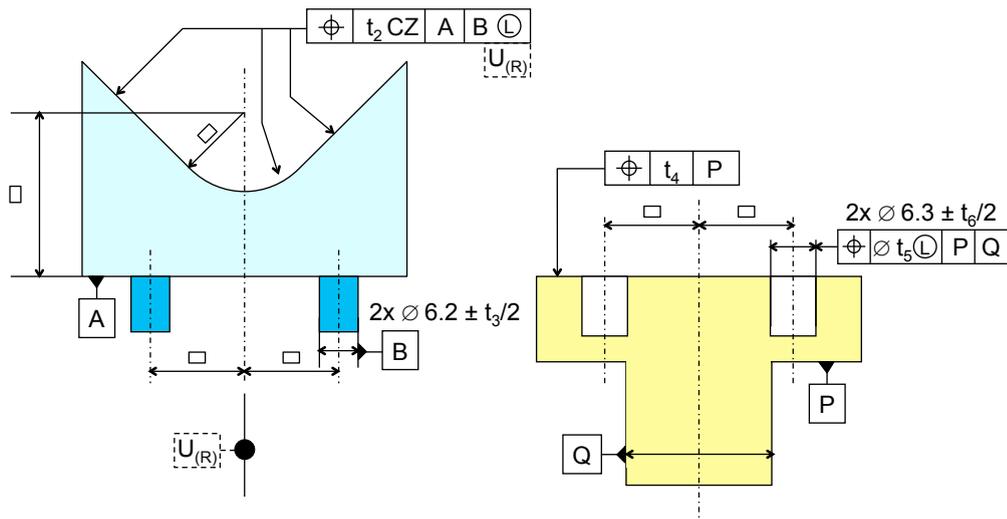


Figure 3.28 – Cotation avec mobilité supplémentaire

composé d'une lettre pour le repérage ainsi qu'une lettre entre parenthèses pour spécifier quel est le type de SATT qui donne une mobilité de la zone de tolérance par rapport au système de références. Le tableau 3.2 propose une représentation de ces EGRM.

	SATT sphérique	SATT plane	SATT cylindrique	SATT de révolution	SATT prismatique
Représentation 3D					
Représentation 2D					

Tableau 3.2 – Représentation du SATT caractérisant la mobilité de la zone de tolérance

La figure 3.29 présente un mécanisme avec une exigence géométrique dont le système de références est une liaison prismatique laissant un degré de liberté en translation à la surface terminale dans la direction de la glissière Q.

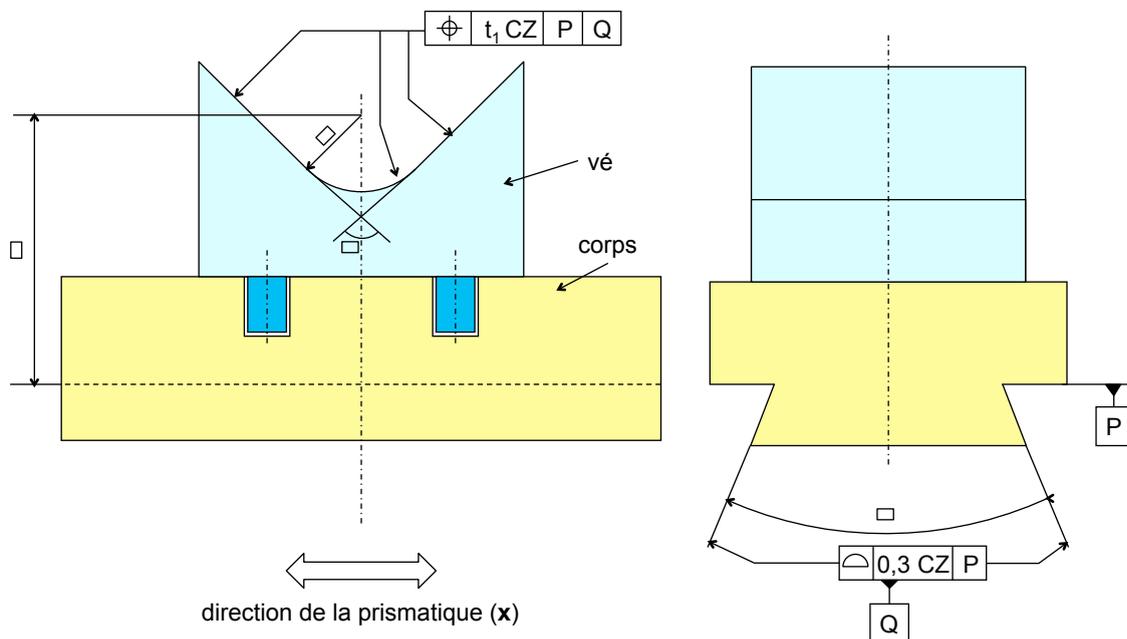


Figure 3.29 – Exigence laissant libre une translation

Sur la figure 3.30, la cotation fait apparaître la mobilité permise par la prismatique U permettant de translater la zone de tolérance du vé dans la direction x. Il est cependant inutile

de positionner parfaitement U, il suffit de l'orienter correctement étant donné qu'il n'y a qu'un seul degré de liberté en translation.

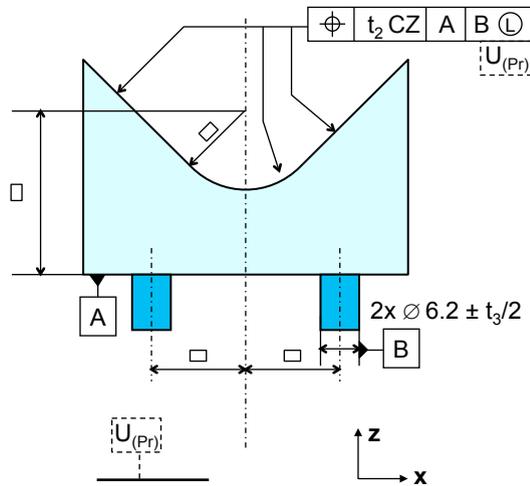


Figure 3.30 – Cotation du vé avec translation de la zone de tolérance

3.4 Exemple avec mobilité sphérique

Dans la figure 3.31, le plan A du corps seul ne permet pas de situer parfaitement la SATT sphérique U. Le centre de la sphère est donc simulé à partir du système de références AB.

Dans le cas où le centre n'est pas confondu à l'axe (figure 3.32), il faut une référence supplémentaire pour bloquer tous les degrés de liberté.

Pour déterminer si un système de références est suffisant, il suffit de déterminer le nombre de paramètres géométrique nécessaires au positionnement de l'élément géométrique à l'aide la théorie sur les SATT [Gaunet (2001)].

$$np = 6 + ddl_{SATT1 \cup SATT2} - ddl_{SATT1} - ddl_{SATT2} \quad (3.1)$$

Si la SATT U est centrée sur B :

SATT1 : A B, révolution : $ddl = 1$

SATT2 : U, sphérique : $ddl = 3$

SATT1 \cup SATT2, révolution : $ddl = 1$

d'où $np = 6 + 1 - 3 - 1 = 3$, or il faut 3 paramètres pour situer un point, donc AB est suffisant.

Si le centre U n'est pas confondu avec l'axe B (figure 3.32) :

SATT1 \cup SATT2, complet : $ddl = 0$

$np = 6 + 0 - 3 - 1 = 2$, ce n'est pas suffisant pour situer le point U, le système AB n'est pas suffisant. Il faut un autre arrêt en rotation supplémentaire sur le système de références AB pour que celui-ci soit complet afin de localiser le centre U.

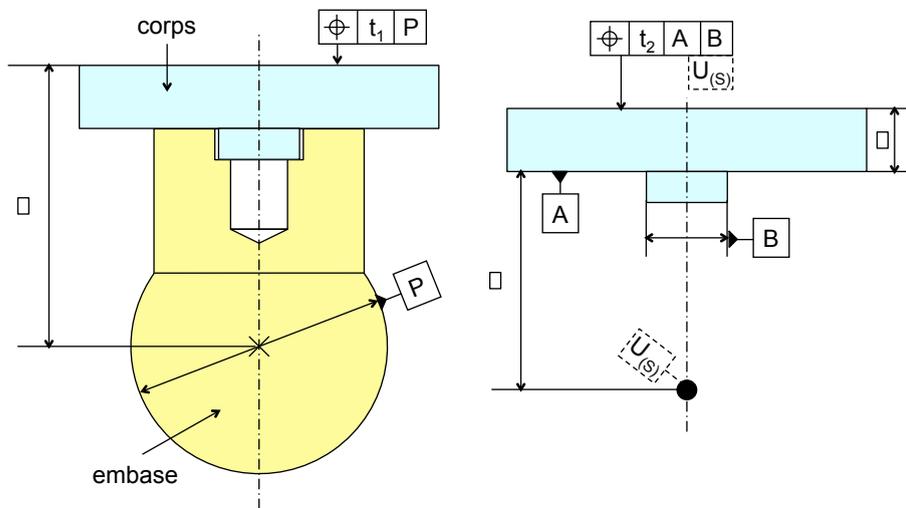


Figure 3.31 – Cotation avec un système de références de l'exigence de type sphérique

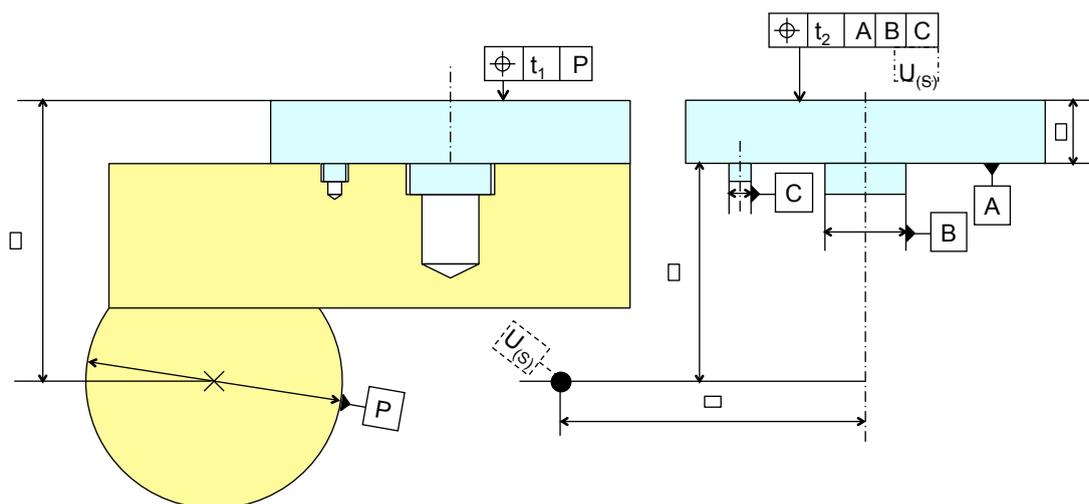


Figure 3.32 – Autre construction

3.5 Synthèse

L'annexe B présente l'algorithme qui permet de prendre en compte ce nouveau concept de cotation afin d'automatiser la spécification.

Proposition 4 : Ajout de mobilité à une spécification L'indication dans un cadre en pointillé en dessous à gauche d'un cadre de spécification indique un ajout de mobilité à la zone de tolérance. Cet ajout de mobilité est matérialisé par un EGRM labélisé par une lettre (C dans l'exemple suivant). Les mobilités sont indiquées par s (sphérique), pl (plane), c (cylindrique), r (révolution), pr (prismatique).

L'indice du label de l'ERGM indique le type d'EGRM (Pr ici pour prismatique). Cet EGRM est construit en orientation et/ou en position exacte à l'aide du système de références du cadre de tolérance dont il dépend (A B ici). Il est représenté à l'aide des entités élémentaires point droite et plan (se référer au tableau 3.2).

4 Position / orientation d'une entité groupe de trous

4.1 Introduction

Les groupes de trous ou de cylindres sont des liaisons qui se distinguent pour deux raisons :

- deux formes de zones de tolérances sont possibles : avec \emptyset et sans \emptyset
- il est possible de considérer les cylindres dépendants ou indépendants des uns des autres, ce qui se traduit par l'utilisation de la notion de groupe ou de répétition pour la spécification.

Afin d'analyser ce genre de liaison, un petit mécanisme composé d'une liaison avec un groupe de trous est présenté en deux versions, une version avec une liaison groupe de trous secondaires et une version avec une liaison groupe de trous primaires.

4.2 Mécanisme avec groupe de trous secondaire

4.2.1 Présentation du mécanisme

La figure 3.33 présente une exigence géométrique sur un mécanisme comprenant une barre montée sur une liaison constituée de 2 cylindres parallèles. Il faut maîtriser la position du trou à l'extrémité de la barre au point F par rapport au système de références PQ de l'embase. Ceci implique donc des droites d'analyse dans toutes les directions. Le jeu sera considéré comme défavorable.

La jonction entre le corps et l'embase est réalisée par une liaison primaire plane et une liaison secondaire prismatique avec jeu constituée de deux pions montés serrés dans l'embase.

4.2.2 Cotation du mécanisme

La cotation pour l'exigence définie précédemment est présentée figure 3.34. Un des points essentiels de la cotation va consister à maîtriser la rotation autour de z pour limiter l'effet du

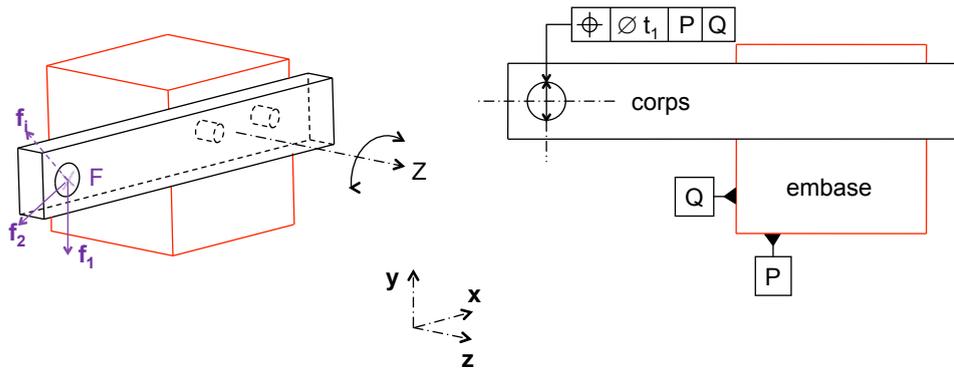


Figure 3.33 – Exigence géométrique

porte à faux au point F.

La spécification S1 permet de localiser la surface terminale par rapport au système de références AB du corps.

Les spécifications S3 et S7 garantissent un bon contact du corps sur l'embase. Les spécifications S2 et S6 assurent la montabilité.

S4 et S5 localisent et orientent la liaison secondaire de la jonction corps/embase.

4.2.3 Orientation d'un groupe de 2 trous

La liaison secondaire doit bloquer deux translations et une rotation laissée libre par la liaison primaire plane. La plupart des directions d'analyse présentent un porte à faux pour la liaison, il est donc nécessaire de maîtriser l'orientation des 2 alésages E accueillant les pions autour de cette liaison. Le comportement est celui d'une liaison avec jeu. La mobilité peut être calculée directement en considérant les états virtuels au minimum de matière.

Pour déterminer les zones de contacts, un effort virtuel est appliqué suivant la direction d'analyse en F, cet effort génère un couple autour du centre de la liaison. La figure 3.35 symbolise le corps avec les pions au minimum de matière avec 4 exemples de droite d'analyse. Les zones de contact avec les alésages de l'embase sont indiqués en gras.

La figure 3.35 montre la présence d'un porte à faux important sur les 4 exemples. Suivant l'un des premiers principes exposés dans le chapitre 2, il faut donc limiter l'orientation dans la liaison.

On remarque qu'il n'y a que certaines parties des deux pions et des alésages qui sont fonctionnelles pour limiter la rotation. Or, la spécification d'orientation proposée (S5) de la figure 3.34 désigne un état virtuel sur toute la circonférence des trous qui accueillent les pions, cela est donc trop contraignant.

Il est donc préférable de choisir un état virtuel entre deux plans afin de limiter cette rotation, comme sur la figure 3.36 sans le symbole \emptyset (spécification S5). De plus, il est préférable ici d'utiliser la notion de zone commune, étant donné que la zone de tolérance est la même pour les deux pions.

Cette spécification S5 sera qualifiée de spécification d'orientation « de couple » (rotation

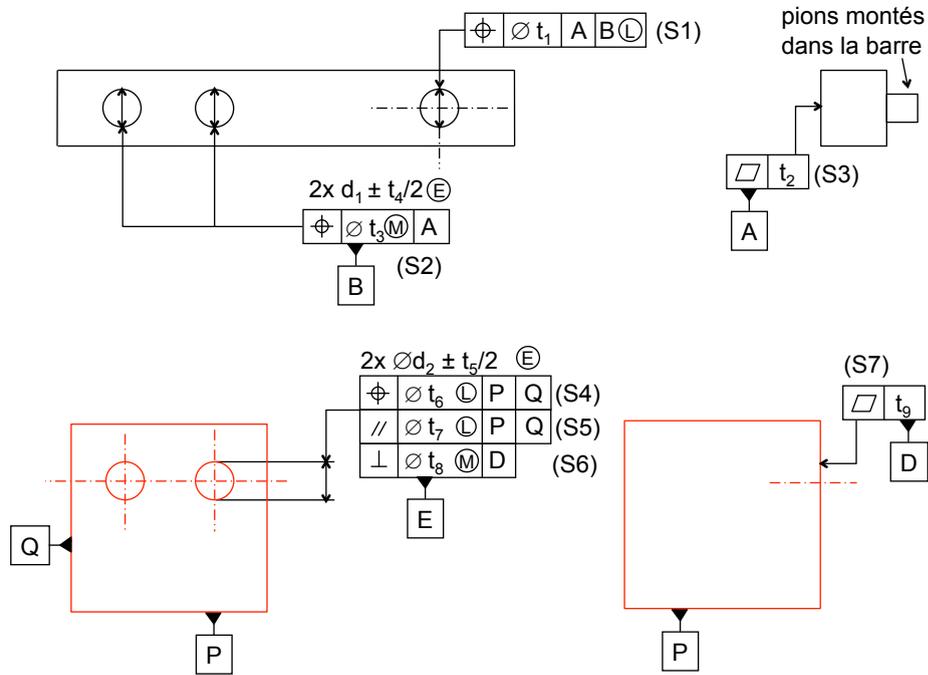


Figure 3.34 – Cotation classique avec groupe de cylindres secondaire

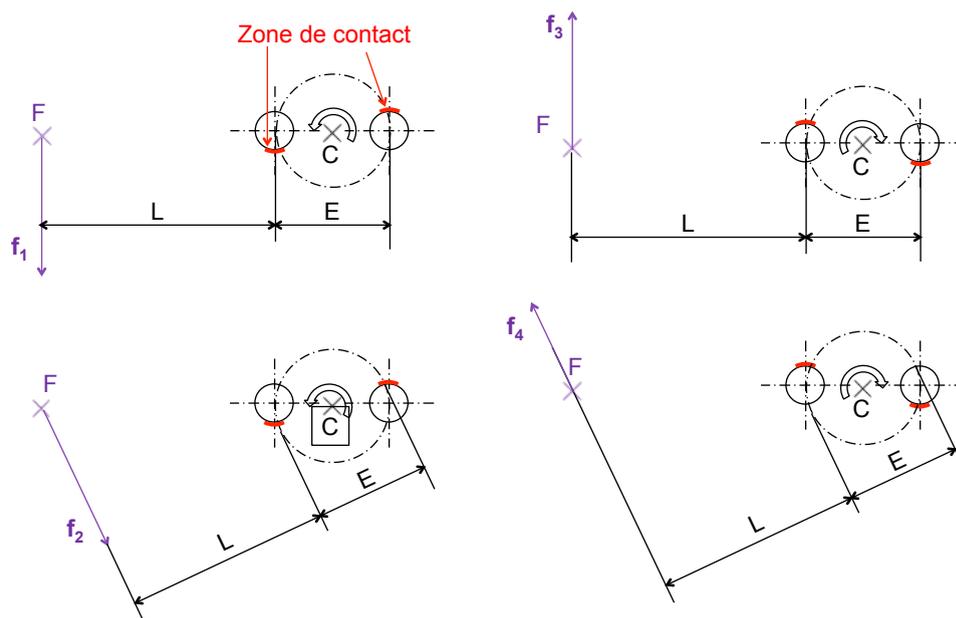
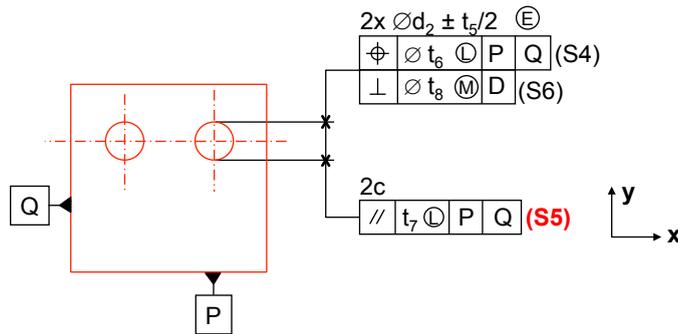


Figure 3.35 – Zones fonctionnelles pour limiter la rotation autour de l'axe de la liaison

Figure 3.36 – Nouvelle spécification d'orientation sans symbole \varnothing pour un groupe de cylindres

de la liaison autour de z). Cette spécification est à différencier des spécifications d'orientation classique servant à maîtriser l'inclinaison dans la liaison. Dans le cas simple de la droite d'analyse f_1 , le déplacement maximum de F s'obtient lorsque l'état virtuel en orientation se plaque contre l'état virtuel en position et que l'état virtuel des pions s'incline au maximum. (figure 3.37)

On obtient alors cette équation de transfert :

$$d(F, f) = \frac{t_1}{2} + J_0 \cdot \frac{L}{E} + \frac{J_L - J_0}{2} \quad \text{avec } J_0 = \Delta D_{nom} + t_7 + t_4 \text{ et } J_L = \Delta D_{nom} + t_6 + t_4 \quad (3.2)$$

4.2.4 Orientation d'un groupe à n trous

Afin de généraliser ce genre de spécification d'orientation d'un groupe de cylindres, prenons un groupe de n trous disposés suivant un cercle puis n trous disposés de façon quelconque.

L'objectif est de limiter la rotation "de couple" autour de la liaison formée par le groupe de trous. La rotation maximum a lieu autour de l'axe de l'ensemble du groupe de trous.

Dans la figure 3.38, les zones de contact entre les états virtuels sont situées au niveau de l'intersection du cercle représentant l'ensemble des trous. La direction de la zone de tolérance est donc différente pour chaque trou.

La spécification de la figure 3.39 propose une nouvelle écriture. Pour définir correctement la direction de chacune des frontières des états virtuels à construire pour S2, il faut désigner le centre du cercle et ainsi le faire apparaître dans la spécification (un peu comme le modificateur

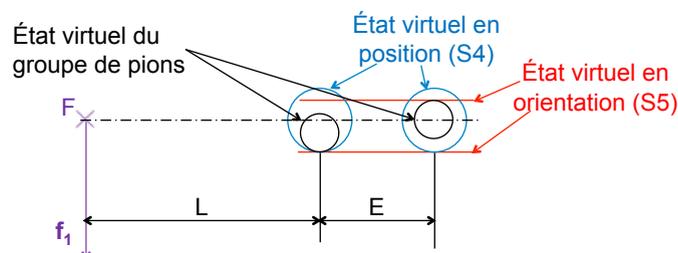


Figure 3.37 – Comportement de la liaison secondaire

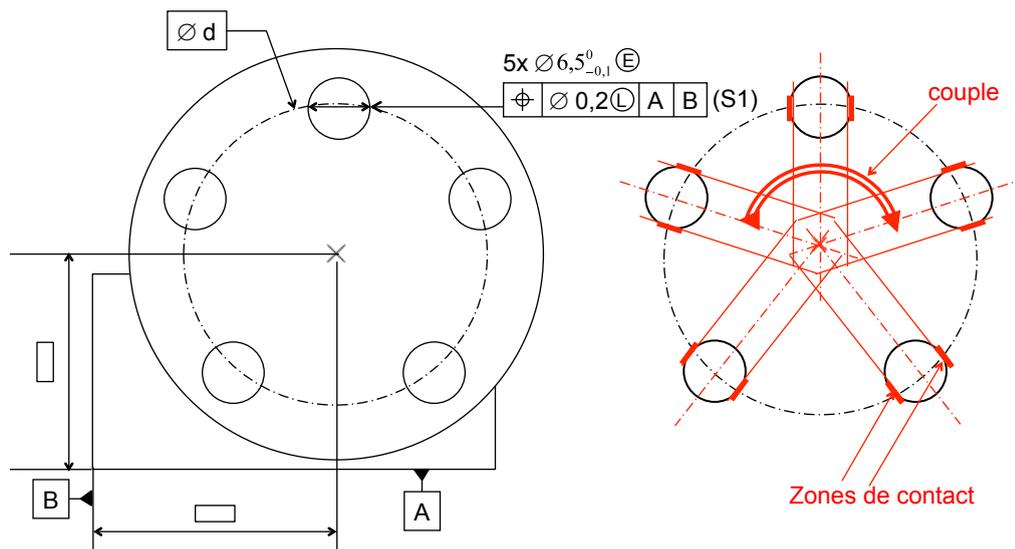


Figure 3.38 – Zone de contact pour un groupe circulaire

(P) désigne une zone projetée).

Proposition 6 : Nouveau modificateur pour définir la direction de la zone de tolérance. Le modificateur \textcircled{D} indique que la direction de la zone de tolérance est construite à partir de la droite D indiquée par le modificateur.

Sans \textcircled{M} ni \textcircled{L} , la zone de tolérance est définie par des plans parallèles distants de la tolérance centrés par l'axe nominal de chaque cylindre tolérancé et par la droite D. La zone de tolérance est perpendiculaire à n_{zi} .

Avec \textcircled{M} ou \textcircled{L} , les génératrices de chaque cylindre réel doivent respecter l'état virtuel défini par deux plans distants de la dimension de l'état virtuel centrés par l'axe nominal du cylindre et par la droite D. L'état virtuel est perpendiculaire à n_{zi} .

4.2.5 Groupe de trous quelconque

Le problème se complique légèrement si les trous sont positionnés de façon quelconque. Il faut de la même manière que précédemment pouvoir limiter la rotation “de couple” de la liaison en présence d'un porte à faux important (figure 3.40).

Il faut pouvoir construire une droite à partir de laquelle sont définis les zones de tolérances ou les états virtuels. En considérant que D est l'axe de rotation, l'angle permis par le jeu est d_L/R . Pour minimiser l'effet angulaire, une possibilité est de construire l'axe D comme l'axe du plus petit cylindre circonscrit englobant chaque trou. Ainsi la rotation sera limitée par les deux ou trois trous les plus éloignés de cet axe.

Remarque : la direction de la flèche issue du cadre de tolérance n'a plus d'importance.

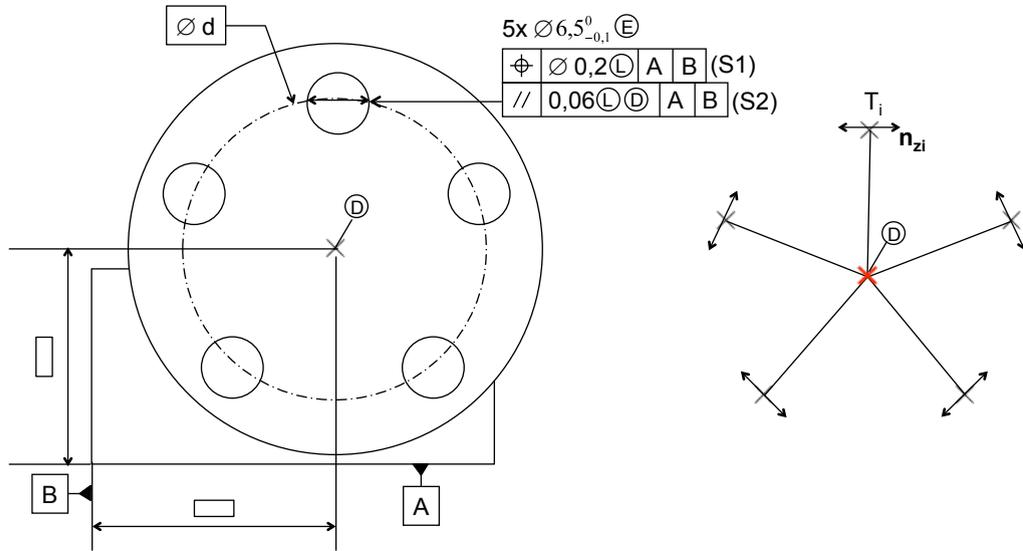


Figure 3.39 – Nouveau modificateur

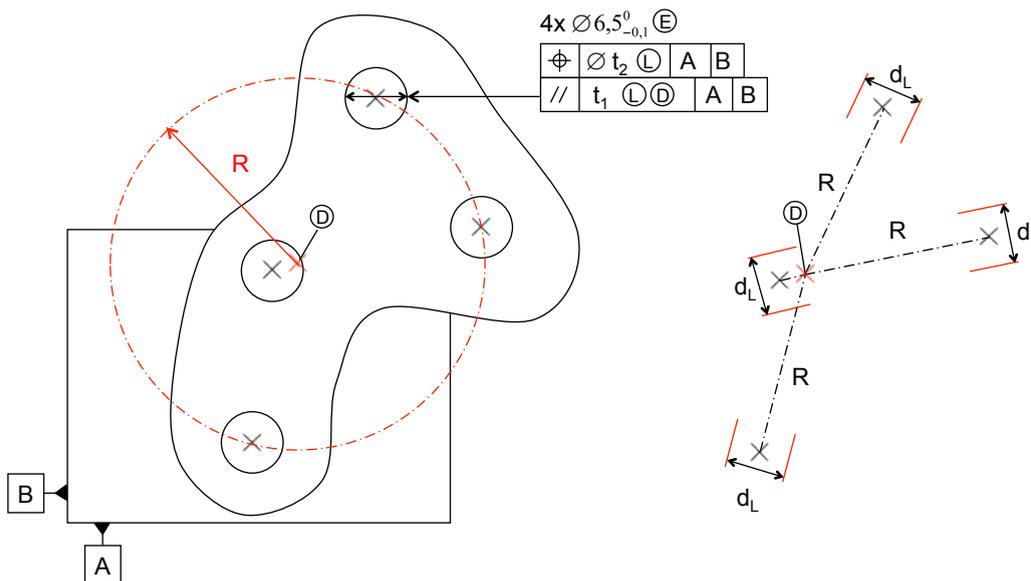


Figure 3.40 – Spécification d'orientation d'un groupe de cylindres secondaire quelconque

4.3 Mécanisme avec un groupe de trous primaire

4.3.1 Présentation du mécanisme

La figure 3.41 présente le même mécanisme mais avec une liaison groupe de trous primaire. Il est proposé de maîtriser les 2 exigences de position E1 et E2 de deux trous au niveau des 2 points F_1 et F_2 par rapport au système de références PQ de l'embase. Ceci implique donc des droites d'analyse dans toutes les directions. Le jeu sera considéré comme défavorable.

Le corps possède 2 tiges de guidage de grande longueur qui pénètrent dans l'embase. La jonction entre le corps et l'embase est réalisée par une liaison groupe de trous primaire avec jeu et une liaison secondaire plane.

4.3.2 Cotation du mécanisme

La cotation résultante de l'exigence pour F2 est donnée figure 3.42.

Un des points essentiels de la cotation va consister à maîtriser la rotation autour de z engendré par le porte à faux mais aussi l'inclinaison de la liaison autour de l'axe x . Les spécifications S1 et S8 permettent de localiser les surfaces terminales par rapport au système de références A du corps.

Les spécifications S3, S6 garantissent la montabilité des 2 arbres dans les alésages. S2 et S7 assurent la qualité du contact de la liaison plane secondaire.

S4 et S5 localisent et orientent la liaison primaire de la jonction corps/embase.

4.3.3 Orientation d'un groupe de 2 trous pour l'exigence E1

La liaison primaire doit bloquer deux translations et trois rotations. La figure 3.43 présente la liaison primaire avec un point d'analyse F_1 qui se situerait au milieu de la liaison avec une droite d'analyse présentant un porte à faux L par rapport à la liaison. Au vue de la direction d'analyse, il est donc nécessaire de limiter l'inclinaison du groupe de trous dans la liaison.

Le déplacement maximum du point F_1 est obtenu lorsque le groupe de cylindres de diamètre mini du corps s'incline dans l'état virtuel en orientation du groupe d'alésages du bâti et lorsque cet état virtuel en orientation vient s'appuyer sur l'état virtuel en position suivant la direction

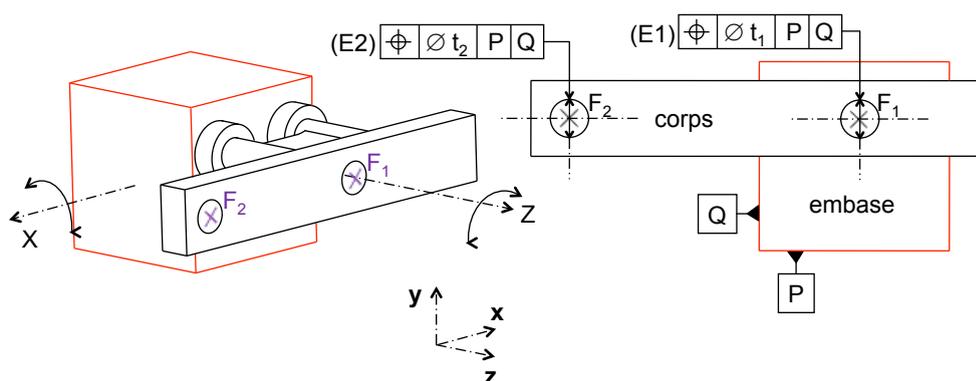


Figure 3.41 – Exigence géométrique

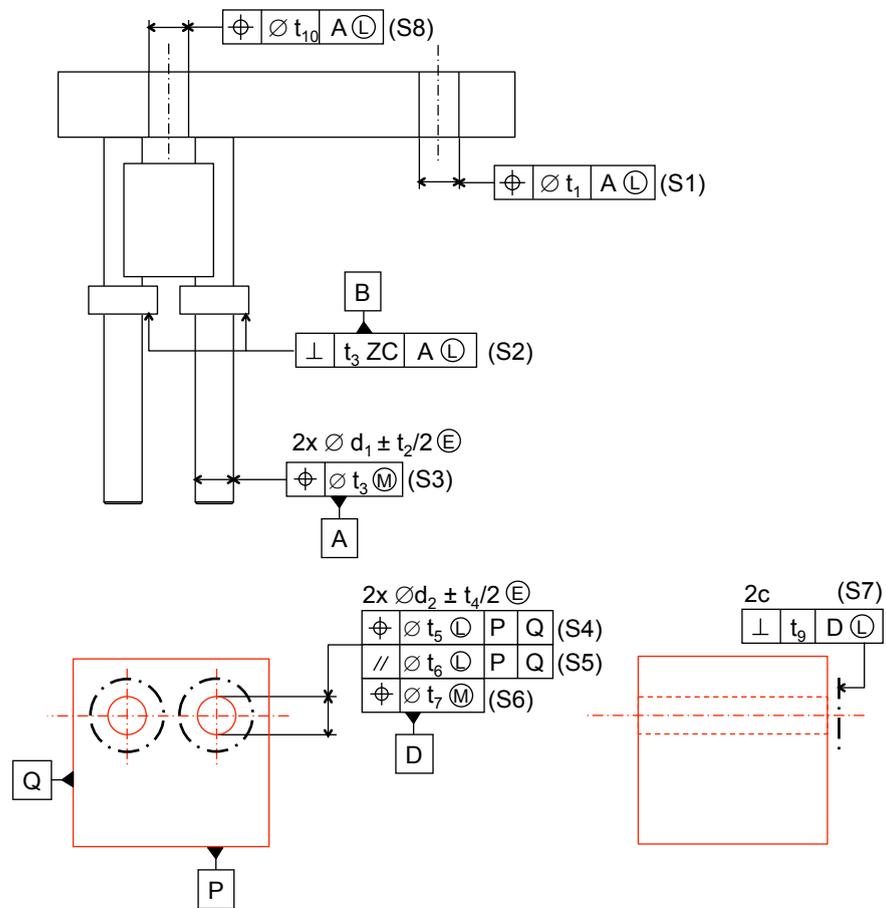


Figure 3.42 – Cotation classique avec groupe de trous primaire

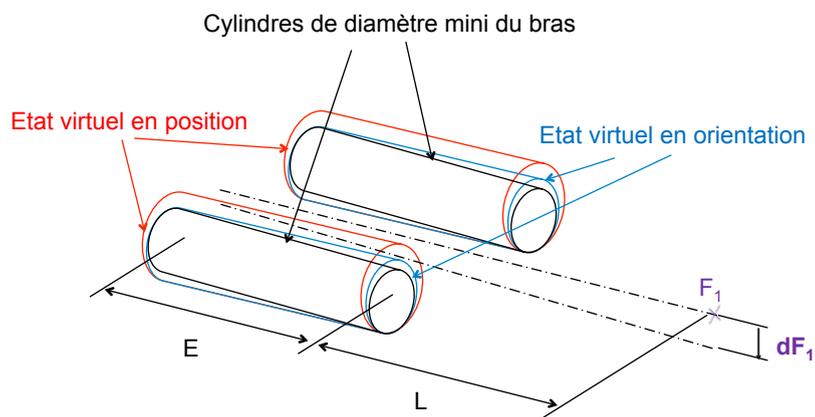


Figure 3.43 – Déplacement maximum pour un groupe de trous

d'analyse étudiée(figure 3.43).

$$dF_1 = \frac{(D_{L\textcircled{L}} - d_{\textcircled{L}})}{2} + (D_{O\textcircled{L}} - d_{\textcircled{L}}) \cdot \frac{L}{E} \quad (3.3)$$

avec :

- $D_{L\textcircled{L}}$: diamètre de l'état virtuel de position
- $D_{O\textcircled{L}}$: diamètre de l'état virtuel en orientation
- $d_{\textcircled{L}}$: diamètre mini du bras

L'hypothèse de base pour calculer le déplacement maximum du point F est de considérer les pièces au minimum de matière avec un entraxe identique. De ce constat, il n'est pas nécessaire de contraindre l'entraxe du groupe de façon plus sévère que la spécification de position S4. Pour cela, les deux cylindres de l'état virtuels en orientation seront considérés indépendants, avec une spécification d'orientation pour chacun des cylindres ou une répétition(figure 3.44). La spécification S6 permet de respecter la montabilité dans la liaison. La spécification S5 permet de maîtriser le positionnement du groupe de trous. Enfin, la spécification S5 avec le symbole \varnothing permet de maîtriser l'inclinaison dans la liaison dans toutes les directions car l'exigence E1 est dans toutes les directions.

Remarque : Etant donné qu'il n'y a pas de flottement sur le système de références PQ, la spécification de position en utilisant la notion de groupe est identique à la spécification de position en utilisant la notion de répétition.

4.3.4 Double spécification d'orientation pour l'exigence E2

Considérons maintenant le point d'analyse F_2 de la figure 3.41. La plupart des directions d'analyse présentent maintenant deux porte-à-faux distincts pour la liaison, respectivement autour de z et autour de x . La première idée est d'indiquer les deux spécifications S5 et S6 (figure 3.45).

La figure 3.45 nous montre les 2 spécifications d'orientation S5 et S6 du groupe de deux trous avec d'une part $t_7 < t_6$ et d'autre part $t_7 > t_6$. Si $t_7 < t_6$, l'état virtuel au minimum de matière de la spécification S6, construit à partir de deux plans, contraint l'orientation suivant l'axe x

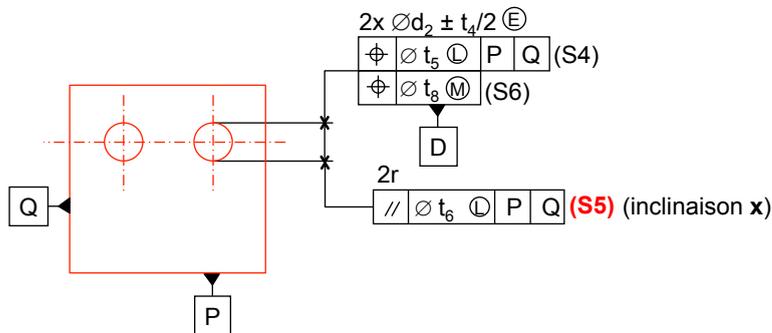


Figure 3.44 – Nouvelle spécification pour maîtriser l'inclinaison

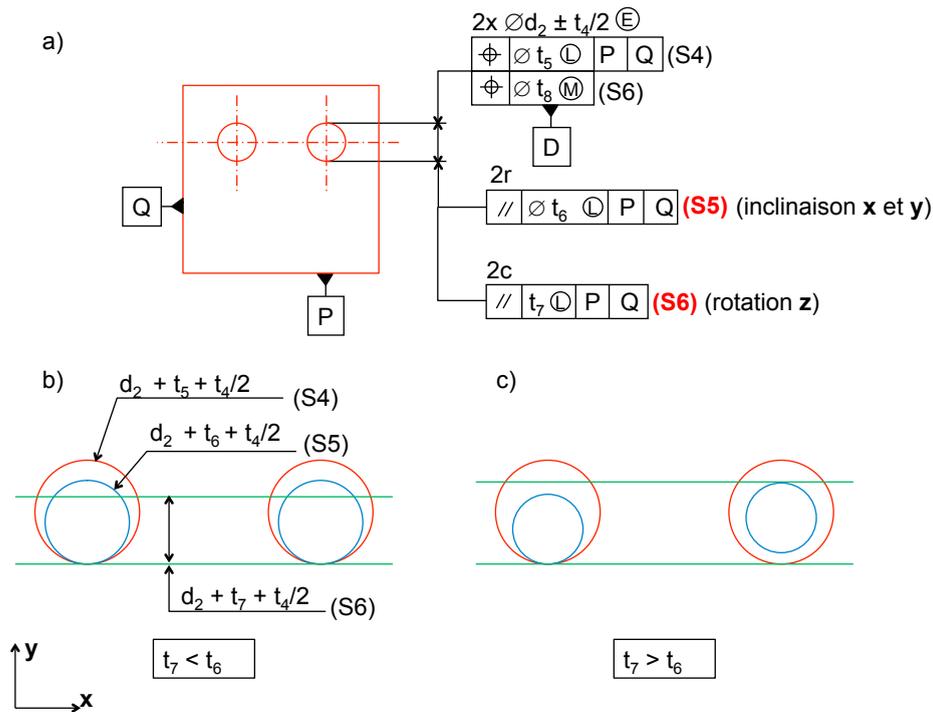


Figure 3.45 – Double spécification d'orientation d'un groupe de deux trous

alors que c'est le rôle de la spécification S5. Si maintenant $t_7 > t_6$, chacune des spécifications jouent son rôle, la spécification S5 ne contraint pas la rotation autour de z étant donné que chaque trou est considéré comme indépendant pour cette spécification.

La bonne solution est donc de considérer l'ordre de prépondérance suivant pour les valeurs de tolérances : tolérance de position > tolérance d'orientation de couple > tolérance d'orientation d'inclinaison.

Si les directions d'analyse présentent uniquement un porte-à-faux autour de z, seule la spécification d'orientation de couple S6 est à construire. De la même façon, si les directions d'analyse ne présentent pas de porte à faux dit de couple mais plutôt un porte à faux provoquant l'inclinaison de la liaison, seule la spécification d'orientation d'inclinaison S5 est à mentionner.

5 Cotation d'une liaison surfacique

5.1 Cotation classique

La figure 3.46 présente un mécanisme avec une glissière d'axe x constituée de plusieurs surfaces planes en contact. Aucun des plans n'a une étendue suffisante pour assurer à lui seul l'orientation autour de x. La jonction ne comporte qu'une liaison primaire de type prismatique.

L'exigence géométrique demande ici de respecter la position du trou du corps par rapport au système de références P Q de la base (figure 3.47).

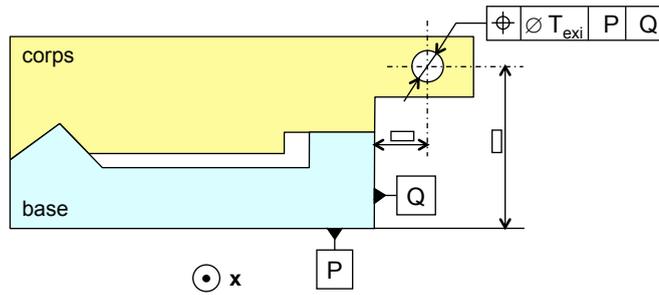


Figure 3.46 – Exigence géométrique avec une liaison prismatique surfacique

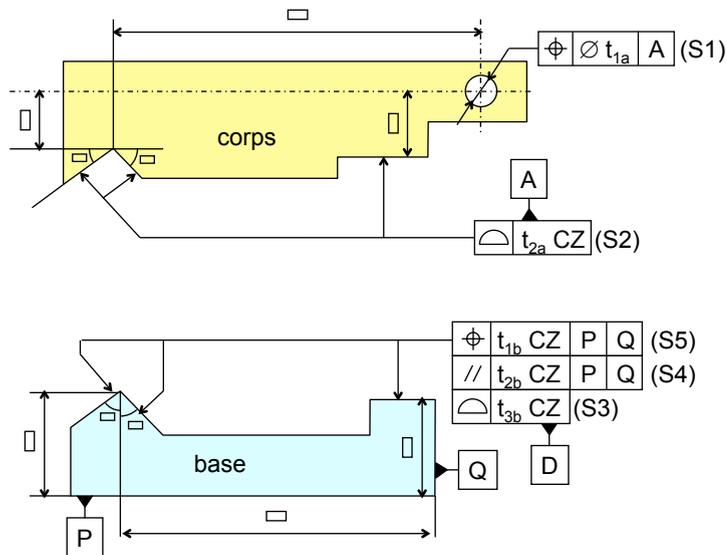


Figure 3.47 – Spécification d'une liaison prismatique avec contact

Pour ces liaisons surfaciques, le calcul de la résultante proposé suppose que les deux contours nominaux sont identiques sur les deux pièces.

Les spécifications S2 et S3 sont des spécifications de forme permettant de respecter un gap maxi entre les surfaces.

La spécification S1 permet de localiser la surface terminale par rapport à la référence A.

La spécification S5 permet de localiser la surface D par rapport au système de références P Q.

La spécification S4 est une spécification d'orientation permettant de limiter l'inclinaison de D, donc l'effet du bras du levier sur la position du trou.

Pour toutes ces spécifications, il est nécessaire d'introduire la notion de zone commune permettant de définir une et une seule zone de tolérance pour toutes les surfaces de la prisma-tique de chaque pièce.

5.2 Définition de la référence sur la surface complexe A du corps

Pour la spécification S1 de la figure 3.47, il est nécessaire de proposer une définition en accord avec le modèle de calcul utilisé pour le transfert 3D et le choix d'avoir la même surface nominale sur les 2 pièces.

Proposition 7 : Référence spécifiée sur une surface complexe.

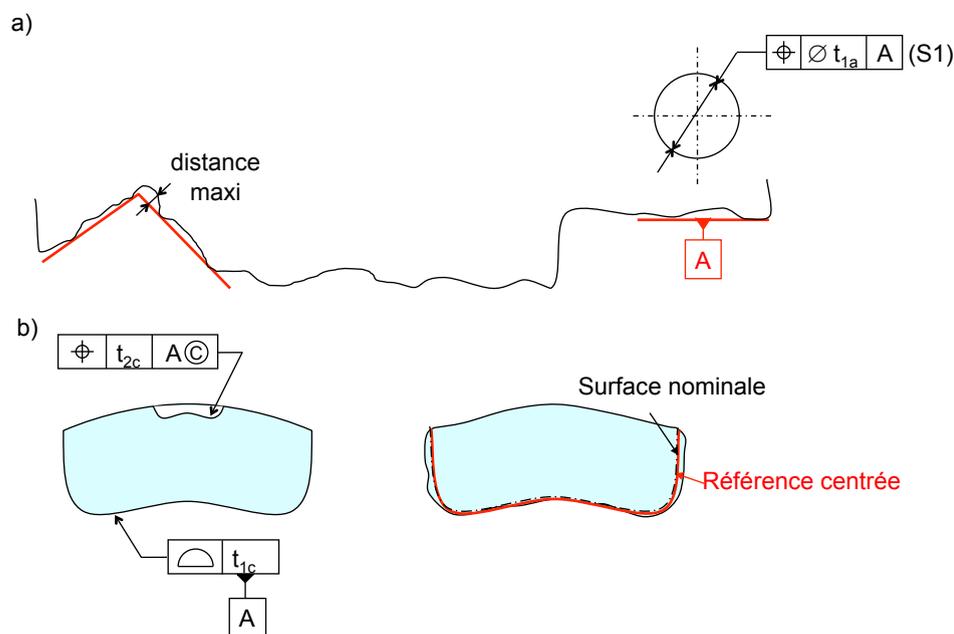


Figure 3.48 – Référence spécifiée d'une liaison prismatique

Pour une référence sur une surface relativement tendue (figure 3.48a), la référence spécifiée est une surface identique à la surface nominale, tangente extérieur matière minimisant la distance maxi. Le projet de norme 5459 édité en cette fin de thèse propose également cette

définition. Cette référence peut être simulée en posant la pièce sur un calibre de forme nominale.

Pour une référence sur une surface “fermée” avec le modificateur © figure 3.48b), la référence spécifiée est une surface identique à la surface nominale centrée sur la surface réelle (la contrainte de tangence éloignerait trop la référence de la surface réelle).

5.3 Hypothèse de transfert de cotes

Sur la figure 3.49, le profil nominal de la base est en position exacte par rapport au système de référence P Q. La zone de tolérance est définie comme l’enveloppe d’une sphère de diamètre t_{1b} balayant le profil nominal.

La surface réelle de la base peut donc se trouver n’importe où dans cette zone de tolérance. De ce fait la surface d’appui réelle du corps peut se déplacer dans toute cette zone en fonction des écarts de la base. En conséquence, la référence A du corps peut également se déplacer dans cette zone.

Pour le modèle de chaîne de cotes 3D proposé, la référence du corps reste toujours dans les zones de tolérance de position et d’orientation de la base.

Comme pour une simple liaison plan sur plan, cette hypothèse n’est pas parfaitement rigoureuse, car il peut y avoir décollement de la surface ou interpénétration de cette référence dans la pièce d’appui. Ce dépassement ou cette interpénétration pourraient être pris en compte en fonction des tolérances de forme des surfaces. Cependant, ces écarts de forme sont habituellement négligés dans les chaînes de cotes. La figure 3.49 montre le déplacement d’un point d’analyse F associé à sa direction d’analyse f . Dans un premier temps, seule la tolérance d’orientation est symbolisée sur la figure. Le corps s’incline dans la zone d’orientation.

En première approche, le point F est le plus bas possible lorsque la surface D est située sur la limite inférieure de la zone de tolérance. Plus précisément, le déplacement de F augmente si la référence A s’incline tout en restant dans la zone d’orientation. B se déplace en B’ et vient en contact avec la limite de la zone de tolérance d’orientation. Et A se déplace en A’ et vient en contact avec l’autre limite de la zone de tolérance.

L’angle α d’inclinaison maximum vaut alors :

$$\alpha = \frac{\frac{x}{2} + \frac{t_{2b}}{2}}{E} \quad (3.4)$$

De plus, la zone de tolérance d’orientation peut se translater de $\frac{t_{1b}-t_{2b}}{2}$ vers le bas pour se rapprocher de la limite de la zone de tolérance de position.

D’où :

$$d(F, f) = \frac{t_{2b} \cdot \left(\frac{1}{\cos\theta} + 1\right) \cdot L}{2E} + \frac{t_{1b} - t_{2b}}{2} \quad (3.5)$$

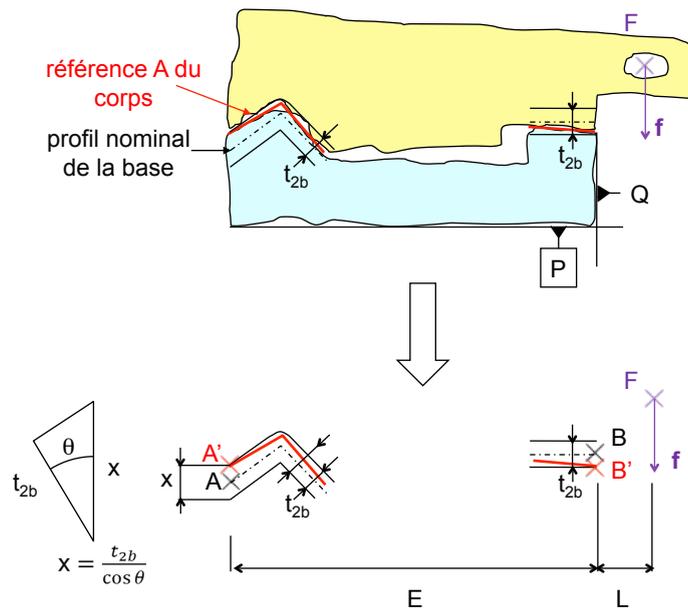


Figure 3.49 – Modèle liaison prismatique surfacique

6 Etat virtuel sur des entités géométriques complexes

6.1 Introduction

L'analyse des jonctions avec jeu montre que les cotations au maximum de matière garantissent l'assemblage des pièces et que les cotations au minimum de matière permettent un calcul simple de la résultante des chaînes de cotes pour une exigence donnée.

Dans l'état actuel des normes ISO [NF EN ISO 2692 (2007)], les modificateurs au maximum ou au minimum de matière sont associés à la notion de dimension locale et ne sont donc utilisables que pour les entités de taille c'est-à-dire pour des entités géométriques cylindriques et des entités planes bilatérales (rainure par exemple).

La cotation de l'écrou extrait des normes montre tout de même le besoin de généraliser la notion d'état virtuel à des surfaces quelconques (figure 3.50).

Le besoin fonctionnel impose pouvoir visser cette vis à tête hexagonale avec une clé plate. Dans ce cas, il faut spécifier la frontière maxi matière entre chaque paire de plans. Pour utiliser une clé à pipe hexagonale, le maxi matière doit être associé à la surface hexagonale tout entière. Le dessin indique 3x simultanément pour prendre en compte ce besoin. Le mot simultanément a sans doute été ajouté par les normalisateurs pour éviter la confusion avec la répétition.

Il a été possible ici de s'en sortir en indiquant un commentaire et du fait que l'on pouvait associer l'entité fonctionnelle comme 3 entités géométriques simples. Cependant, de nombreux mécanismes comportent des jonctions plus complexes avec un jeu fonctionnel pour lesquels il faut définir précisément les frontières maxi ou mini matière. Cette section 6 présente diverses liaisons et quelques propositions d'évolution des normes.

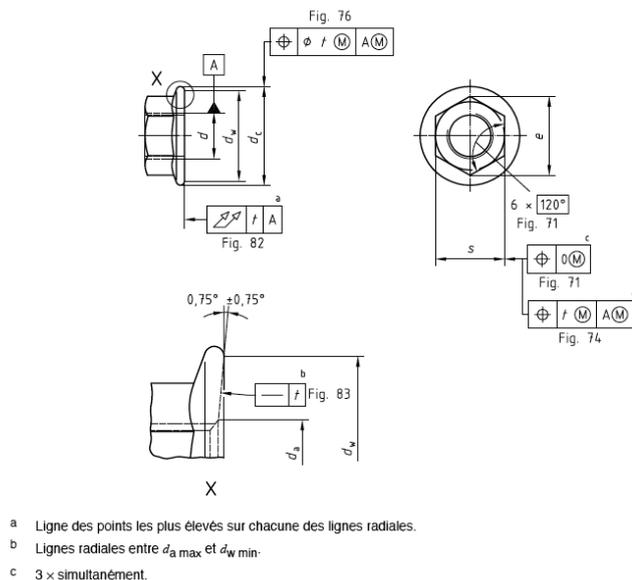


Figure 3.50 – Figure B.3 [NF EN ISO 4759-1 (2001)]

6.2 Utilité des dimensions locales

Dans le mécanisme élémentaire de la figure 3.51, la jonction est constituée d'un appui plan primaire et d'un cylindre secondaire. L'exigence E1 est une localisation de l'extrémité du corps par rapport au système de références PQ de la base. Sur le corps, ce cylindre est en fait constitué de trois secteurs cylindriques. L'alésage est parfaitement cylindrique.

La figure 3.52 montre la cotation proposée pour le corps en considérant que B est un cylindre.

- La planéité (S1) du plan primaire A garantit un bon contact avec la base.
- La spécification (S2) de diamètre pose un problème car la notion de dimension locale n'existe pas sur le corps. Il n'y a pas deux points face à face sur ce cylindre pour mesurer le diamètre local. L'exigence de l'enveloppe peut être vérifiée avec un calibre cylindrique de diamètre 17,98.

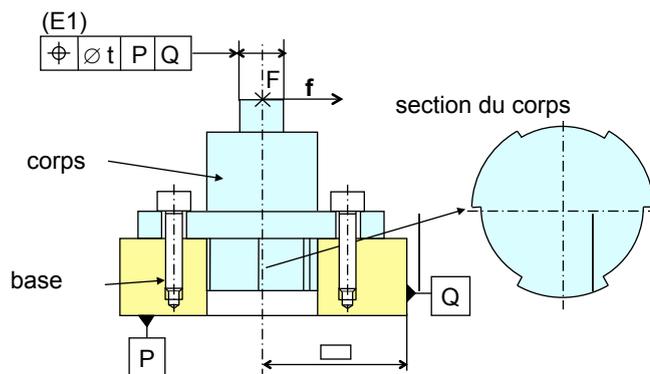


Figure 3.51 – Liaison secondaire composée de plusieurs secteurs cylindriques

- La spécification S3 de perpendicularité au maxi matière peut être parfaitement vérifiée à l'aide d'un calibre cylindrique de diamètre 18 plaqué sur la plan A ou sur machine à mesurer.

La spécification de perpendicularité S3 garantit l'assemblage lorsque le contact plan sur plan primaire est assuré. Par contre l'exigence de l'enveloppe garantit un jeu supplémentaire pour faciliter l'introduction du corps dans la base.

Dans les spécifications S4 et S6, la référence B apparaît également avec un modificateur. Selon la norme I [ISO 2692:1988/Amd 1:1992 (1992)] pour S4, le diamètre de l'état virtuel au minimum de matière est égal au diamètre mini de B, soit 17,92. Pour S6, le diamètre de l'état virtuel au maximum de matière est égal au diamètre maxi de B, soit 17,98.

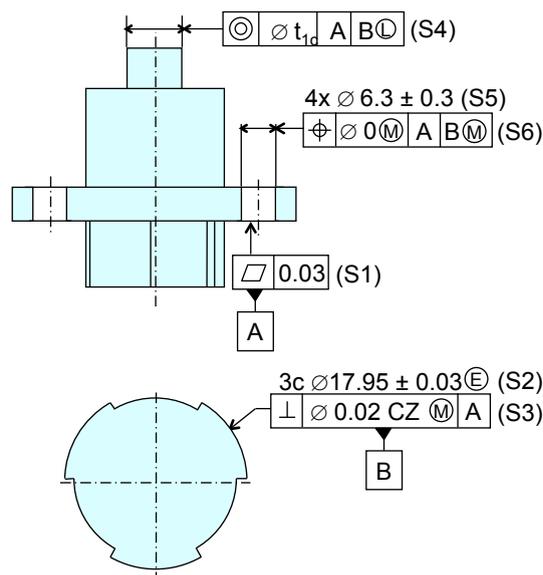


Figure 3.52 – Tolérancement considérant B comme un cylindre

Cette cotation pose un premier problème, car l'état virtuel au maximum de matière sur la référence B pour la spécification S6 ($\varnothing 17,98$) est plus sévère que celui de la spécification S3(18). L'évolution de la norme 2692 de 2007 indique que pour S6, il faut prendre en compte le défaut de forme. L'enveloppe E sur le cylindre pourrait être considérée comme un rectitude de tolérance $\varnothing 0$ au maxi matière. Ici, il n'y a pas de spécification de forme de B, mais une spécification d'orientation S3. En tenant compte de la tolérance de 0,02 de S3, le diamètre de l'état virtuel de B pour S6 passe bien à 18. Cette compensation pose à nouveau un problème : comment savoir quelle spécification doit être prise en compte pour étendre l'état virtuel, car il pourrait y avoir de la forme (rectitude $\varnothing 0$) et de l'orientation ($\varnothing 0,02$). Le non respect du principe d'indépendance (chaque spécification doit pouvoir être lue indépendamment des autres) provoque ici une grave lacune.

Cette cotation répond parfaitement au besoin fonctionnel pour assurer l'assemblage et l'exigence E1. Toutefois, elle est critiquable au sens où les dimensions locales ne sont pas

mesurables.

En fait, cet exemple démontre qu'il n'est pas nécessaire de mesurer les dimensions locales de B si la cotation est complète : le maximum de matière est imposé par S3 et S6 et le minimum de matière par S4. L'écriture du diamètre n'est imposée que comme artifice pour la détermination du diamètre de l'état virtuel. Dans la spécification S2, on pourrait donc mettre le diamètre entre parenthèses, ce qui signifie que la valeur n'est donnée que pour information afin de permettre de déterminer les états virtuels, mais que le contrôle des dimensions locales est inutile.

Ceci est particulièrement intéressant, car il n'est pas possible de mesurer aujourd'hui les diamètres locaux d'un cylindre classique avec les logiciels de MMT courants. C'est d'autant plus nécessaire que les diamètres locaux n'existent pas en raison des trois encoches.

Pour résoudre ce problème, la norme [ASME Y14.5 (2009)] page 61 propose d'indiquer entre crochets directement la dimension de l'état virtuel sur la référence. La spécification S4 pourrait s'écrire selon la figure 3.53.

$$(S4) \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline \text{Ⓞ} & \text{⌀ } t_{1c} & \text{Ⓞ} & \text{A} & \text{B} & \text{Ⓞ} & [\text{⌀}17.92] \\ \hline \end{array}$$

Figure 3.53 – Définition de l'état virtuel sur la référence en norme ASME

En s'inspirant de ce concept, on pourrait étendre la règle à l'élément tolérancé.

Proposition 8 : Avec un modificateur au maximum ou au minimum de matière sur l'élément tolérancé ou sur une référence, la dimension de l'état virtuel peut être donnée directement entre crochets.

Avec cette écriture, l'exigence de l'enveloppe peut être exprimée par une rectitude. Les spécifications S2, S3, S6 pourraient ainsi s'écrire selon la figure 3.54.

$$\begin{array}{l} (S2) \begin{array}{|c|c|c|} \hline - & [\text{⌀}17.98] & \text{CZ} & \text{Ⓜ} \\ \hline \end{array} \\ (S3) \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline \perp & [\text{⌀}18] & \text{CZ} & \text{Ⓜ} & \text{A} \\ \hline \end{array} \\ (S6) \begin{array}{|c|c|c|c|c|} \hline \text{⊕} & [\text{⌀}6] & \text{Ⓜ} & \text{A} & \text{B} & [\text{⌀}18] & \text{Ⓜ} \\ \hline \end{array} \end{array}$$

Figure 3.54 – Proposition de définition de la taille d'un état virtuel entre crochets

Cette proposition est parfaitement valable pour des états virtuels cylindriques et des états virtuels entre deux plans sans symbole \emptyset .

Cette écriture respecterait parfaitement le principe d'indépendance. L'indication directe de la dimension de l'état virtuel sur les références éviterait les ambiguïtés qui ont été relevées dans la norme [NF EN ISO 2692 (2007)]. Il serait inutile de mettre une spécification de diamètre avec la notion de dimension locale qui pose problème. En CAO, elle n'impose pas de

définir les pièces en cotes moyennes. Elle faciliterait également la lecture de ces spécifications en évitant toutes erreurs d'interprétation de la cotation.

6.3 Maximum et minimum de matière sur des surfaces quelconques

La surface cylindrique B du corps peut être considérée comme une surface quelconque, mais l'emploi des modificateurs n'est pas autorisé avec les normes ISO actuelles. La figure 3.55 est donc une nouvelle proposition hors norme ISO basée sur les spécifications de surface quelconque.

Sur la figure 3.55, la surface nominale B est constituée des trois secteurs cylindriques de diamètre nominal 17,95. Sans le modificateur au maximum de matière, la spécification S2 est parfaitement décrite dans les normes. La zone de tolérance est l'espace balayé par une sphère de diamètre égal à la tolérance (0,06) dont le centre parcourt la surface nominale (cylindre de diamètre 17,95). La zone de tolérance est donc limitée par deux cylindres de rayon respectifs 17,98 et 17,92. La surface réelle doit rester à l'intérieur du cylindre de diamètre 17,98 ce qui définit donc une frontière au maximum de matière et correspond exactement à l'exigence de l'enveloppe de la figure 3.52.

Proposition 9 : Etat virtuel au maximum ou au minimum de matière sur une surface
Pour une spécification portant sur une surface quelconque définie par des caractéristiques nominales intrinsèques et par des dimensions théoriquement exactes par rapport à un système de références, la zone de tolérance est définie par l'espace balayé par une sphère de diamètre égal à la tolérance dont le centre parcourt la surface nominale. Une zone de tolérance peut se définir de la même manière sur un élément de référence.

Avec le modificateur au maximum de matière, seule la surface frontière côté libre de la matière doit être conservée. Cette surface constitue l'état virtuel au maximum de matière. La surface réelle ne doit pas dépasser l'état virtuel.

Avec le modificateur au minimum de matière, seule la surface frontière côté matière doit être conservée. Cette surface constitue l'état virtuel au minimum de matière. L'état virtuel doit rester dans la matière.

Dans la figure 3.54, les nombres entre crochets donnent la dimension de l'état virtuel. Pour les surfaces quelconques, la notion de dimension locale n'existe toujours pas. Les valeurs proposées figure 3.56 correspondent à la notion classique de tolérance et peuvent être distinguées de la figure 3.53 car ces tolérances ne sont pas entre crochets.

La figure 3.56 illustre la signification proposée pour les spécifications de la figure 3.55 pour la surface B. Pour la spécification S2, la pièce doit donc rester à l'intérieur de cette frontière de $\varnothing 17,98$ qui est donc l'état virtuel au maximum de matière pour la spécification de forme de cette pièce.

La spécification S3 est une spécification de position de la surface quelconque, mais comme la référence est un simple plan, les degrés de libertés en rotation autour de z et en translation sui-

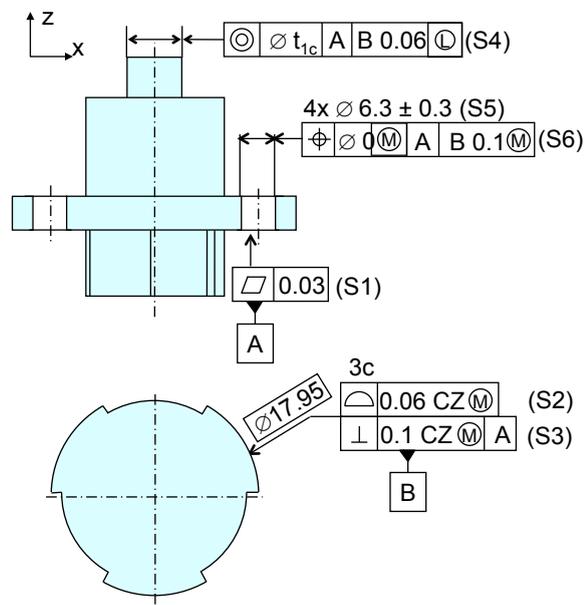


Figure 3.55 – Tolérancement considérant B comme une surface complexe

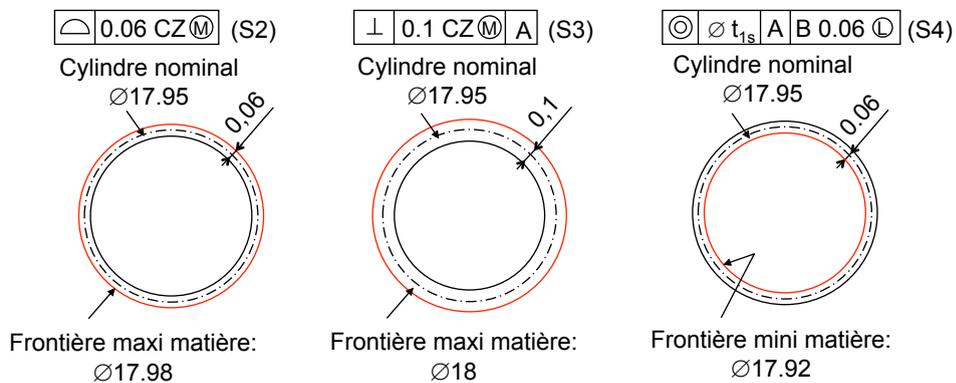


Figure 3.56 – Définition des états virtuels

vant x et y sont donc libres. Cette spécification est donc ici bien équivalente à une spécification d'orientation et correspond parfaitement à la perpendicularité S3 de la figure 3.52.

Pour la spécification S4, la référence B porte également sur la surface quelconque. L'état virtuel au minimum de matière est défini par le demi-espace côté intérieur matière balayé par une sphère dont le centre parcourt la surface nominale. Le diamètre de cette sphère est indiqué à côté de la référence dans le cadre de tolérance. Pour la spécification S4, l'état virtuel de la référence est donc un cylindre de diamètre 17,92 qui doit être contenu dans la surface réelle.

Cet exemple montre également que pour assurer l'assemblage, il suffit de vérifier l'état virtuel au maximum de matière et pour assurer la précision du mécanisme, il suffit de vérifier l'état virtuel au minimum de matière. Avec une telle cotation parfaitement cohérente, il n'y a plus de dimensions locales à contrôler et le principe d'indépendance est préservé.

Il aurait été possible de définir la valeur comme l'offset de la surface par rapport au profil nominal, ce qui aurait permis notamment un offset négatif, cependant, cette définition aurait été nouvelle et différente de la notion habituelle de zone de tolérance, avec un coefficient 2 qui peut créer de nombreux problèmes d'interprétation et de mesure.

La norme [ASME Y14.5 (2009)] montre un exemple d'un maxi matière sur un contour quelconque (figure 3.57). Avec cette norme ASME, la frontière maxi matière (Positional Boundary) dépend de la tolérance de localisation au maxi matière mais aussi de la tolérance de forme (figure 3.58), ce qui brise le principe d'indépendance.

La proposition 9 donne directement l'état virtuel au maximum de matière en respectant le principe d'indépendance.

6.4 Jonction prismatique quelconque

Dans le mécanisme élémentaire de la figure 3.59, la jonction est constituée d'une liaison prismatique primaire avec jeu et d'un appui plan secondaire. L'exigence E1 impose la position de la surface conique du corps par rapport au système de références PQR. Cette exigence doit être respectée quelle que soit la position du corps permise par le jeu avec la base, donc le jeu est considéré comme défavorable. Dans cet exercice, les résultats de la proposition 3 sont utilisés. La spécification de position de la surface conique est donnée par le symbole \oplus .

La cotation proposée par la méthode CLIC comporte trois types de spécifications, représentée figure 3.60 :

- S1, S2 : condition de montabilité de la surface primaire (au maximum de matière).
- S3, S4 : qualité du contact entre les deux plans secondaires, sachant que le guidage primaire est assuré par la prismatique avec du jeu.
- S5, S6, S8 : spécifications de position relative des surfaces pour respecter l'exigence étudiée.
- S7 : spécification d'orientation pour limiter l'inclinaison de la surface D à l'intérieur de la zone de tolérance de position de S6.

La cotation de la base montre qu'il faut appliquer une spécification de forme, une spécification

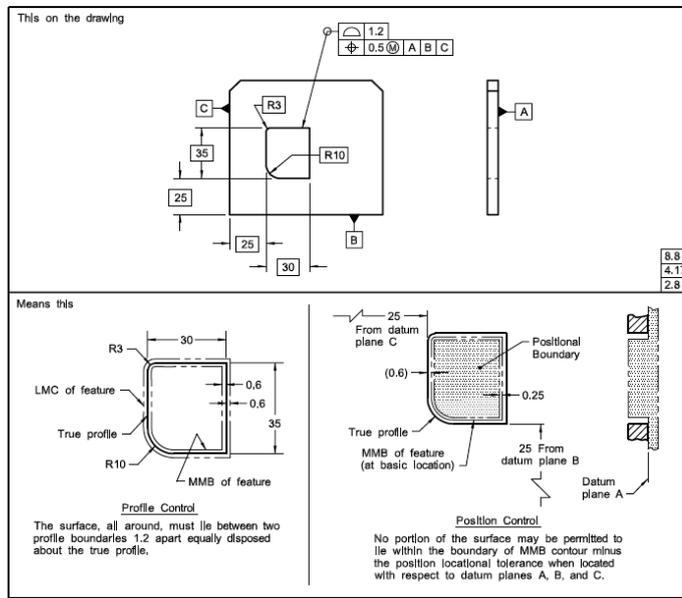


Figure 3.57 – Fig.8-24 MMC Principle Used With Profile Controls [ASME Y14.5 (2009)]

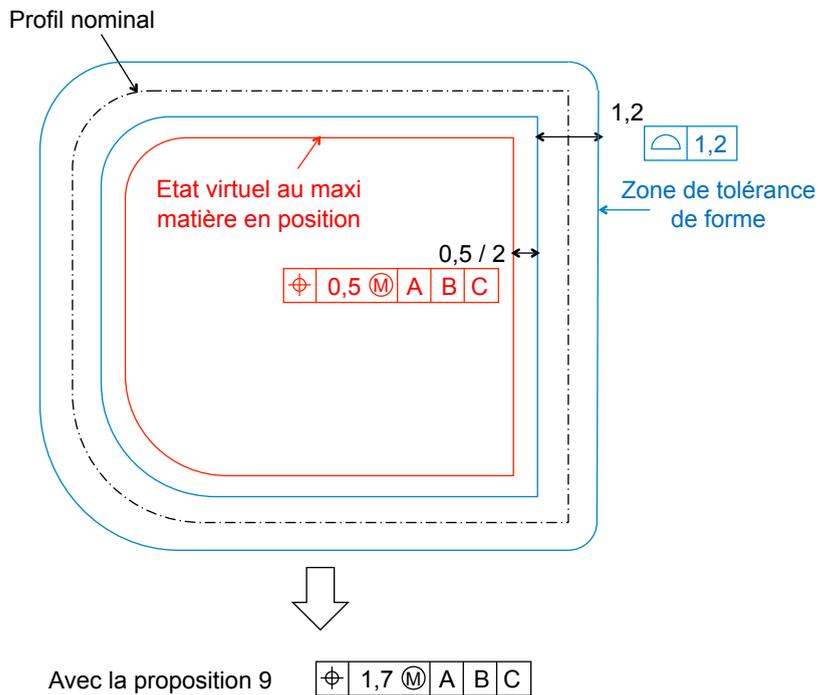


Figure 3.58 – Explication fig.8-24 MMC Principle Used With Profile Controls [ASME Y14.5 (2009)]

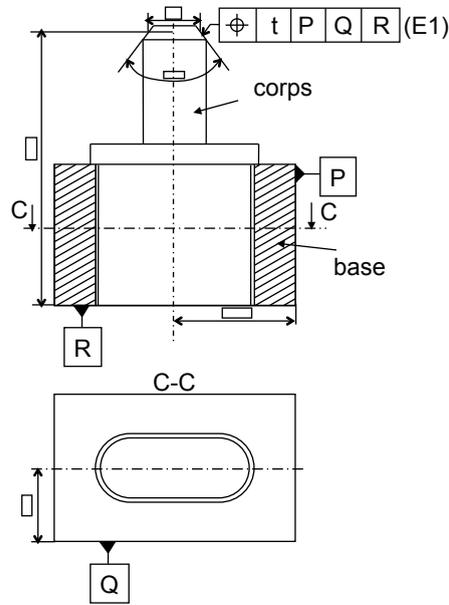


Figure 3.59 – Mécanisme élémentaire constitué d'une liaison prismatique primaire

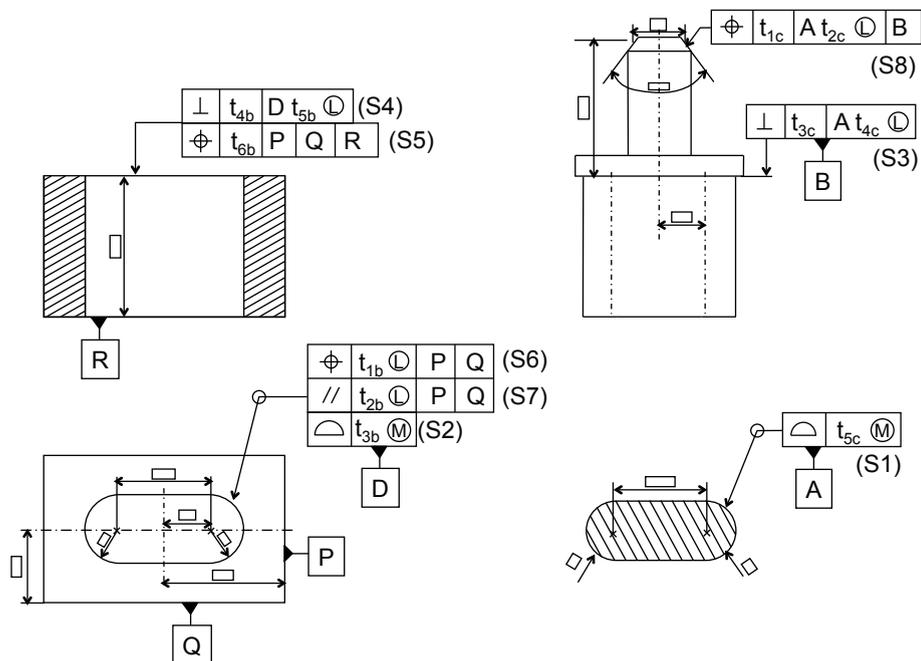


Figure 3.60 – Tolérancement du corps et de la base

d'orientation et une spécification de position à la même surface D.

La figure 3.61 montre le jeu mini maîtrisé par les spécifications de forme S1 et S2 au maximum de matière représentée figure 3.60.

Pour l'exigence E1, la précision du guidage sera critique lorsque les pièces sont au minimum de matière. Sur le corps, cette exigence impose la spécification S8 définie figure 3.62. L'état virtuel au minimum de matière de la référence primaire A est une surface offset de la surface nominale avec une valeur $t_{2c}/2$. Cet état virtuel doit être à l'intérieur de la matière de la pièce réelle.

La référence secondaire B est un plan perpendiculaire à cet état virtuel tangent à la surface réelle. La différence entre l'état virtuel au minimum de matière sur la référence primaire et la surface réelle laisse une mobilité résiduelle de petite amplitude disponible pour faire rentrer la surface réelle du cône dans la zone de tolérance. Le plan secondaire doit être simplement tangent, et non pas contraint par un critère minimax qui exploiterait cette mobilité résiduelle pour minimiser la distance maxi sur le plan secondaire.

Sur la base, cette exigence E1 impose la spécification de position S6 de tolérance t_{1b} et la spécification d'orientation S7 de tolérance t_{2b} avec $t_{1b} > t_{2b}$. L'état virtuel au minimum de matière de S6 est en position parfaite par rapport au système de références P Q.

L'état virtuel en orientation de S7 est plus petit et en orientation parfaite par rapport à P Q. La figure 3.63 montre la base virtuelle qui donnera le déplacement maximal pour un point F dans la direction d'analyse f . L'alésage est défini par l'état virtuel au minimum de matière en orientation qui est décalé dans la direction f , mais reste dans l'état virtuel en position. La direction d'analyse étant dirigée vers le haut, la surface E est supposée confondue avec la limite supérieure de la zone de tolérance de la localisation S5.

Pour établir la relation de transfert, il faut donc placer un corps virtuel avec une référence A à l'état virtuel au minimum de matière incliné pour maximiser le déplacement de F. Le plan de contact B se placera tangent à la surface E.

Le modèle de calcul de la résultante tridimensionnelle impose d'étudier la mobilité d'un état virtuel complexe dans un autre état virtuel complexe et à rechercher des points de contact entre les états virtuels. Cette étude sera menée dans le chapitre 4.

Lorsque f est dans le plan de la prismatique comme sur la figure 3.63, il est facile d'identifier le déplacement du maximum du point F. Comme pour la liaison pivot, la longueur L est établie en déterminant le point de d'analyse secondaire S puis le point d'analyse primaire P.

$$d(F, f) = \frac{t_{1c}}{2} + d(S, s) \cdot \sin\varphi + d(P, p) \cdot \cos\varphi \quad (3.6)$$

$$d(F, f) = \frac{t_{1c}}{2} + \frac{t_{6b}}{2} \cdot \sin\varphi + \left(J_0 \cdot \frac{L}{E} + \frac{J_L - J_0}{2} \right) \cdot \cos\varphi \quad (3.7)$$

$$\text{avec } J_0 = t_{2b} + t_{2c} + J_{nom} \text{ et } J_L = t_{1b} + t_{2c} + J_{nom} \quad (3.8)$$

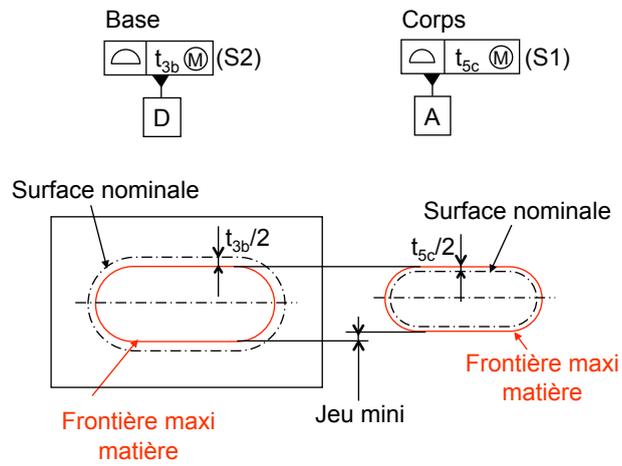


Figure 3.61 – Jeu mini entre deux états virtuels au maximum de matière

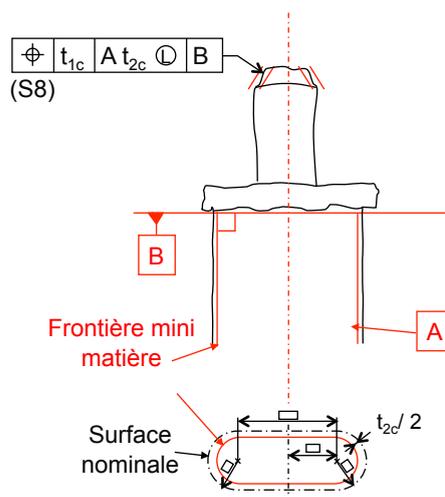


Figure 3.62 – Système de références flottant du corps

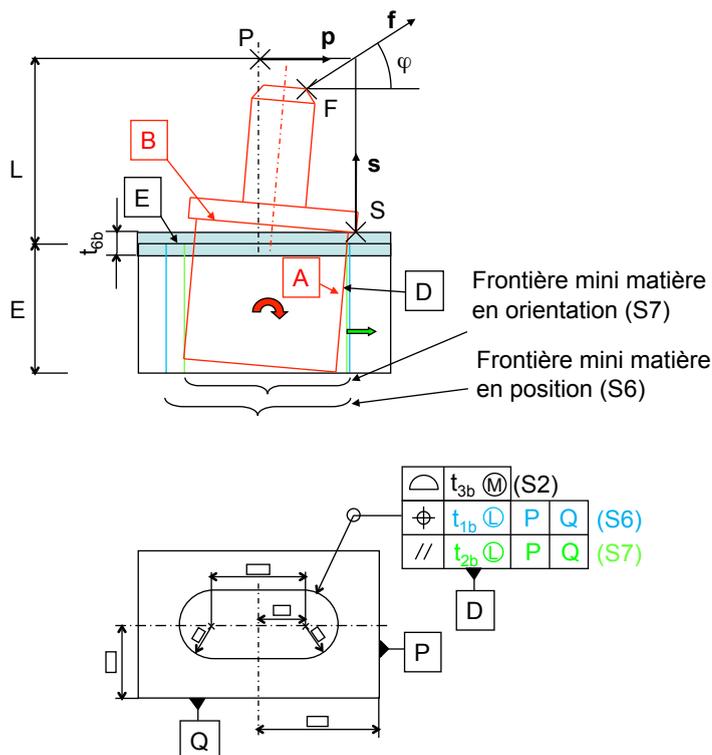


Figure 3.63 – Transfère tridimensionnel base sur l’hypothèse au minimum de matière

7 Cotation d’une liaison hybride

7.1 Mécanisme élémentaire avec une jonction prismatique hybride

7.1.1 Définition de l’exigence

La figure 3.64 présente un mécanisme élémentaire, avec une liaison réalisée par une surface prismatique d’axe z . Le corps est en contact surfacique avec la base dans la partie centrale entre J et K et est centré par les deux flancs IJ et KL.

La partie centrale entre J et K a une courbure variable mais est très plate et laisse une mobilité proche de la translation suivant x et de la rotation autour de y . Ces deux derniers degrés de libertés sont bien bloqués par les flancs avec une petite mobilité résiduelle permise par le jeu.

En première approche, on pourrait considérer que la partie centrale est primaire et que les flancs forment une liaison secondaire avec du jeu. Seulement, en terme de SATT la partie centrale est une surface prismatique qui bloque géométriquement à elle seule les 5 degrés de liberté. Les flancs n’ont plus aucun rôle en tant que surface secondaire.

Toutes ces surfaces doivent donc constituer une seule liaison primaire qualifiée d’hybride au sens du double comportement du contact central et du jeu latéral.

Concernant les nominaux des 2 pièces, la partie centrale JK est identique pour le corps et la base. Les flancs IJ et KL sont aussi identiques mais écartés suivant la direction X d’une

valeur Δ . De ce fait, les limites J et K se trouvent sur la ligne de la surface ayant une normale y .

La figure 3.64 présente l'exigence de position de l'empreinte à la partie supérieure du corps par rapport à un système de références P Q de la base. Cette exigence doit être respectée quelle que soit la position permise par le jeu.

7.1.2 Cotation classique

La figure 3.65 présente le tolérancement classique des deux pièces en considérant globalement toute la surface de liaison.

Les spécifications de forme des surfaces (S2 et S4) doivent garantir la qualité du contact et le jeu minimal entre les pièces. Les zones de tolérance sont centrées par rapport aux surfaces nominales. Pour avoir le jeu latéral désiré, il est donc nécessaire que les surfaces nominales des deux pièces soient décalées de Δ . Par contre, les surfaces nominales sont identiques dans la partie centrale.

Sur le corps, il faut spécifier la surface fonctionnelle de l'exigence par rapport à un système de références construit sur les surfaces de jonction qui est ici la surface A.

Sur la base, il faut spécifier la position de la surface d'appui D par rapport au système de références PQ. Il n'est pas nécessaire ici d'ajouter une orientation pour limiter l'inclinaison étant donné qu'il n'y a pas de porte-à-faux entre la surface terminale et la surface de liaison. Pour ce type de surface avec une faible dépouille sur les flancs, il n'est pas possible de prendre une surface identique à la surface nominale tangente côté extérieur matière, car avec l'effet de "coin", la surface de référence pourrait être très éloignée dans la partie centrale (figure 3.66). Le critère minmax ne convient donc pas.

Pour la spécification S1 du corps, les normes ISO ne donnent pas encore très clairement la définition de la référence spécifiée sur une surface gauche non tendue. Le critère des moindres carrés est donc indiqué à côté de la référence A (figure 3.65a). Dans ce cas, la référence spécifiée est une surface identique à la surface nominale associée par le critère des moindres

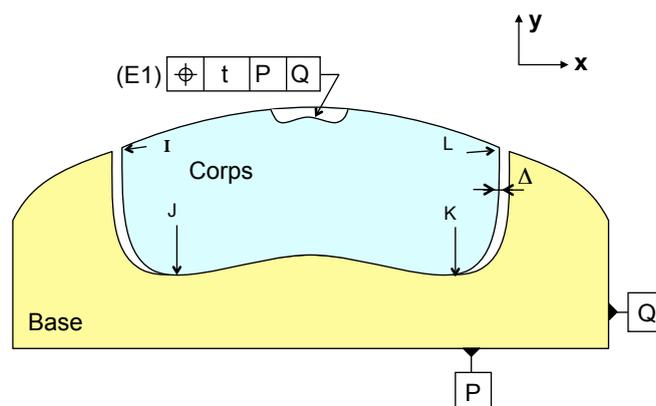


Figure 3.64 – Liaison prismatique hybride

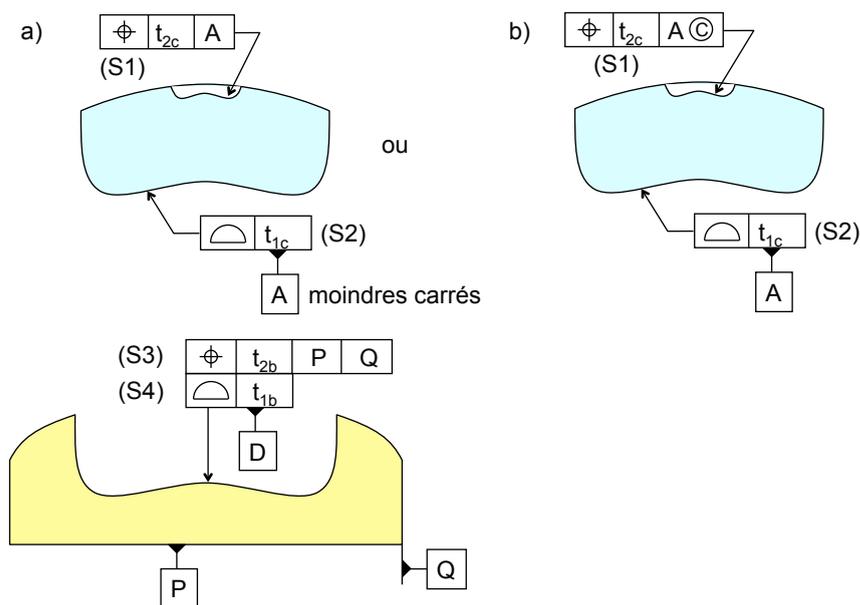


Figure 3.65 – Tolérancement classique actuel

carrés à la surface réelle. Ce critère minimise la somme des écarts au carré et donne donc une référence dans une position parfaitement définie, sans le flottement qui pourrait être permis par un minimum de matière sur les flancs. Une autre solution est d'utiliser le modificateur (C) (figure 3.65b) qui permet d'indiquer que la référence spécifiée doit être centrée sur la surface réelle, le critère minmax comme le critère des moindres carrés peut ainsi être utilisé.

En conclusion, la cotation est satisfaisante mais ne permet pas de bénéficier du flottement de la référence pour la spécification S1.

7.1.3 Référence dans une liaison avec jeu

Pour aborder l'étude du jeu latéral de la figure 3.64, il est intéressant de faire le parallèle avec un mécanisme similaire avec un appui plan primaire et une liaison secondaire avec jeu (figure 3.67).

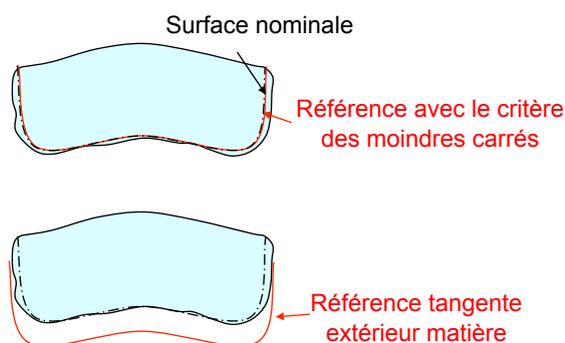


Figure 3.66 – Référence avec le critère des moindres carrés et le critère minmax

Cette cotation répond à trois exigences :

- Assurer la qualité du contact surfacique sur le plan primaire (S1 et S2)
- Assurer un jeu mini pour garantir l'assemblage des pièces (S3 et S4)
- Garantir la position de l'empreinte supérieure par rapport au système de référence PQ quelle que soit la position du corps dans la base. (S5, S6 et S7)

Le transfert de cotes doit tenir compte du jeu maxi entre les états virtuels au minimum de matière pour faire la répartition des tolérances. Si le corps est plus gros que son état virtuel au minimum de matière, le jeu sera plus petit et il est possible d'accepter une empreinte mal centrée. Ceci est permis par le système de références au minimum de matière.

Le bon contact entre le corps et la base est assuré par les deux spécifications de forme S1 et S2. Le gap maxi entre les deux surfaces est défini par la somme des tolérances de forme $Gap = t_{1c} + t_{1b}$.

En supposant le corps centré dans la base, la distance nominale entre les surfaces nominales est définie par les cotes encadrées : Distance nominale = $(100-99,9)/2 = 0,05$.

La pièce étant symétrique, le jeu nominal est égal au double de cette distance.

La distance mini entre les pièces est assurée par les spécifications S3 et S4 qui imposent deux états virtuels au maximum de matière, décalés de $t_{2c}/2$ pour le corps et de $t_{2b}/2$ pour la base. La distance mini entre les flancs est donc :

$$\text{Distance mini} = \text{distance nominale} - \frac{(t_{2c} + t_{2b})}{2} \text{ (le jeu mini est le double de cette distance)}$$

L'exigence de position de l'empreinte par rapport au système de références PQ impose la spécification de position S5 sur le corps et les deux localisations S6 et S7 sur la base.

Pour la spécification S5 du corps, le plan de référence primaire est le plan tangent à la surface plane réelle A minimisant l'écart maxi. La référence secondaire est définie par un état virtuel formé par deux plans perpendiculaires à A distants de $t_3/2$ des surfaces nominales. Cet état virtuel doit être contenu à l'intérieur des surfaces B du corps. L'élément tolérancé est la surface de l'empreinte. Cette surface réelle doit être contenue dans une zone de tolérance de largeur t_{4c} en position parfaite par rapport à la référence primaire et par rapport à l'état virtuel au minimum de matière. La mobilité permise par l'espace entre l'état virtuel et la surface réelle B peut permettre de placer la surface de l'empreinte dans la zone de tolérance. Sur la base, la spécification S6 définit un état virtuel au minimum de matière formé par deux plans décalés de $t_{3b}/2$ par rapport aux plans nominaux. Cet état virtuel doit être contenu dans la matière.

La distance maxi entre les flancs est donc :

$$\text{Distance maxi} = \text{Distance nominale} + \frac{(t_{3c} + t_{3b})}{2} \text{ (le jeu maxi est le double de cette distance)}$$

Cette cotation répond parfaitement à notre besoin.

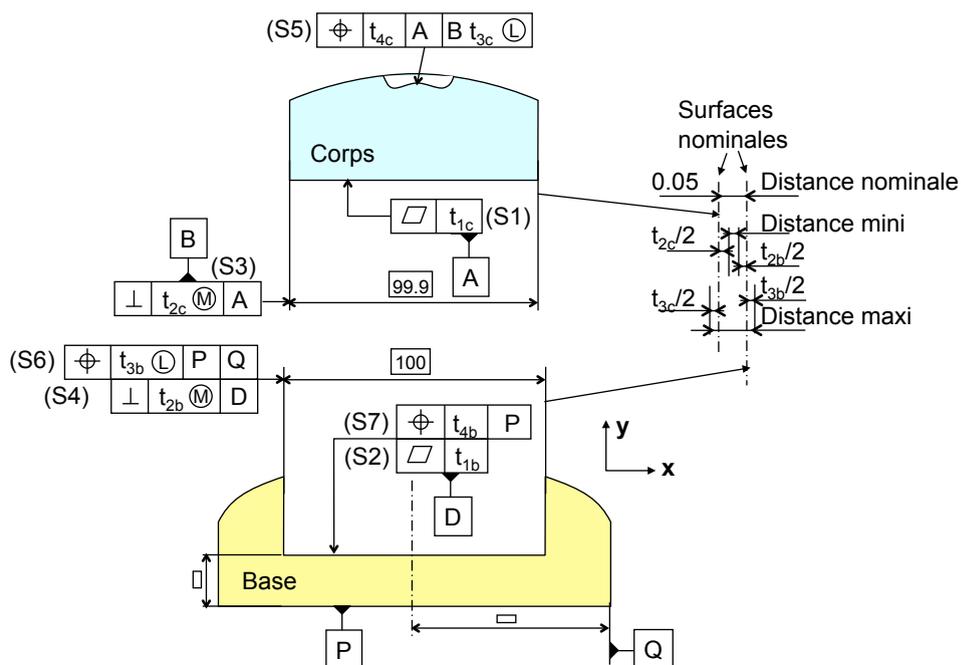


Figure 3.67 – Tolérancement avec un appui plan primaire et une liaison secondaire avec jeu

7.2 Définitions spécifiques aux liaisons hybrides

7.2.1 Spécification sur zone restreinte

La figure 3.69 présente la cotation proposée pour retrouver le même modèle qu'en 7.1.3. La surface est délimitée par des lettres qui séparent la partie centrale JK et les flancs IJ et KL. Il faut une spécification globale sur toute la surface en distinguant chaque partie. Habituellement, l'étendue de la zone restreinte tolérancée sur une surface quelconque est placée au-dessus ou au-dessous du cadre comme dans la spécification (a) de la figure 3.68.

La spécification (b) de la figure 3.68 présente un nouveau concept en définissant les limites des zones restreintes à l'intérieur du cadre de tolérance.

Proposition 10 : l'indication $A \leftrightarrow B$ placée à côté de la tolérance ou à côté d'une référence limite l'étendue de la surface considérée. Plusieurs indications dans le même cadre de tolérance permettent de modifier les caractéristiques de la zone de tolérance en fonction de la partie de la surface considérée. Toutes les zones de tolérance ainsi définies constituent une zone commune que doit vérifier la surface spécifiée.

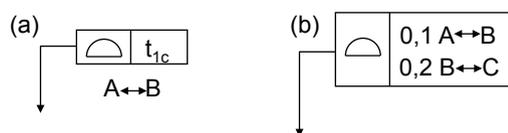


Figure 3.68 – Zone restreinte au sein d'une spécification

Cette écriture est nécessaire, car il est impossible d'écrire de telles conditions avec des

spécifications indépendantes, notamment pour les spécifications de forme ou avec des systèmes de références avec des mobilités (référence au mini ou au maxi matière).

7.2.2 Spécification d'une liaison hybride

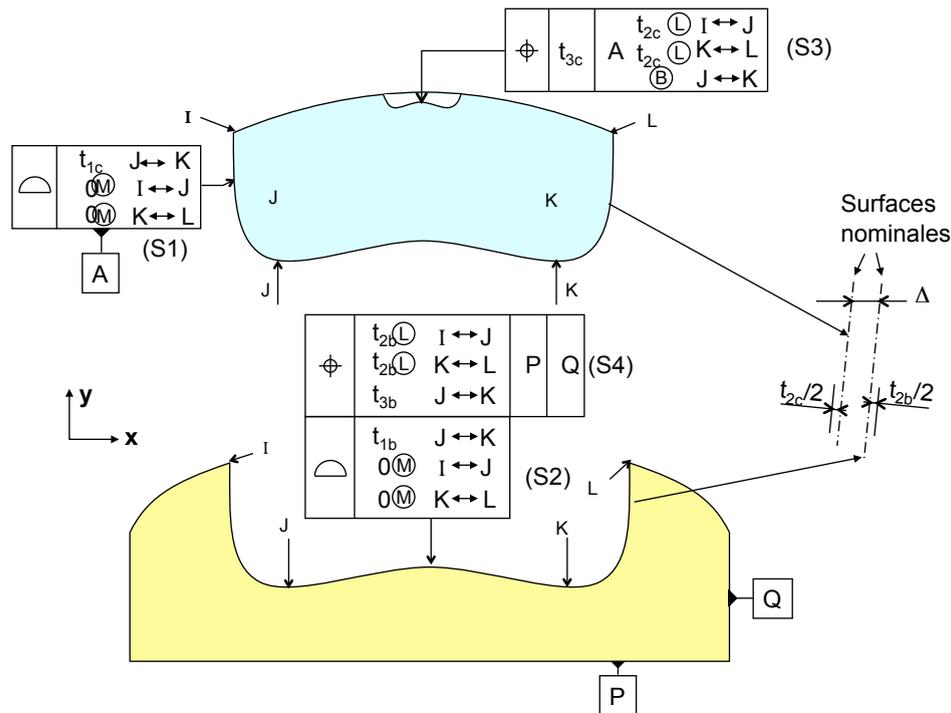


Figure 3.69 – Cotation des liaisons hybrides

Le bon contact entre le corps et la base est assuré par les deux spécifications de forme S1 et S2 limitées à la partie centrale entre J et K. Le gap maxi entre les deux surfaces est défini par la somme des tolérances de forme : $Gap = t_{1b} + t_{1c}$.

La distance mini suivant x entre les pièces est assurée par les spécifications S1 et S2 qui imposent deux états virtuels au maximum de matière, avec une tolérance 0. La tolérance 0 est choisie afin d'éviter une interférence des états virtuels au niveau de J et K.

La distance mini entre les flancs est donc : Distance mini = distance nominale = Δ .

L'exigence de position de l'empreinte par rapport au système de références PQ impose les spécifications de position S3 sur le corps et S4 sur la base.

Pour la spécification S3 du corps, la référence est définie sur la partie surfacique entre I et K et avec un état virtuel au minimum de matière sur les flancs. L'état virtuel au minimum de matière est décalé de $t_{2c}/2$ par rapport à la surface nominale. Cet état virtuel doit être contenu à l'intérieur des surfaces du corps. L'élément tolérancé est la surface de l'empreinte. Cette surface réelle doit être contenue dans une zone de tolérance de largeur t_{3c} en position parfaite par rapport à la référence. La mobilité permise par l'espace entre l'état virtuel et les surfaces réelles latérales peut permettre de placer la surface de l'empreinte dans la zone de tolérance.

Sur la base, la spécification S4 définit un état virtuel au minimum de matière formé par deux surfaces décalées de $t_{2b}/2$ par rapport aux surfaces nominales. Cet état virtuel doit être contenu dans la matière.

La distance maxi suivant x entre les flancs obtenue aux points extrêmes I et L. (pente maxi quasi verticale) est donc : Distance maxi = Distance nominale + $\frac{(t_{2c}+t_{2b})}{2}$

Les règles de calculs sont donc très similaires à la cotation de la figure 3.67.

7.2.3 Référence sur une liaison hybride

La figure 3.69 présente la spécification S3 du corps. La surface de l’empreinte est localisée par rapport à une référence constituée de la partie surfacique entre J et K et des flancs sur lesquels il faut définir un état virtuel au minimum de matière. Nous proposons de placer ici un nouveau modificateur B comme bilimite, car le couplage avec le minimum de matière impose un critère spécifique pour garantir la tangence de la référence à la partie surfacique. (le minimax seul ne convient pas).

Proposition 11 : Référence hybride

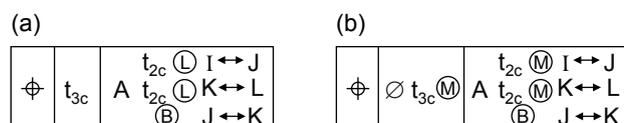


Figure 3.70 – Système de références hybride

La référence spécifiée est définie par la surface nominale dans la partie surfacique affectée du modificateur B et par l’espace balayé par une sphère de rayon t dont le centre parcourt la surface nominale dans la partie affectée du modificateur L ou M. Pour un modificateur L, seule la frontière intérieure matière est à prendre en compte. Pour un modificateur M, seule la frontière extérieure matière est à prendre en compte.

Le critère d’association dans la partie identifiée par B impose à la référence d’être tangente à la surface du côté extérieur matière en minimisant la distance maxi. Les autres points sont contraints à respecter l’état virtuel.

Le flottement permis par la différence entre l’état virtuel et l’élément tolérancé peut permettre de faire glisser la référence spécifiée sur la surface centrale sans la décoller, pour faire rentrer l’élément tolérancé dans la zone de tolérance.

7.2.4 Contrôle au calibre

La figure 3.71 illustre le principe de mesure de la spécification S3 avec un simple comparateur. Le calibre est un porte-pièce parfait correspondant à la surface nominale du corps dans la partie centrale et à l’état virtuel au maximum de matière du corps de la référence sur les

flancs. L'étalon est une pièce parfaite correspondant à la surface nominale du corps dans la partie centrale et à l'état virtuel au minimum de matière du corps de la référence sur les côtés. L'empreinte est également conforme à la surface nominale. Lorsque l'étalon est translaté dans le calibre, le comparateur se déplace selon une étendue qui caractérise l'influence du jeu entre l'étalon et le calibre au point de mesure. La plage à identifier sur le comparateur doit donc ensuite être élargie de la valeur de la tolérance t_{3c} de la spécification S3.

La pièce à contrôler doit être placée dans le calibre, c qui atteste au passage le respect de la spécification (S1). La pièce réelle est conforme si l'aiguille du comparateur reste dans la zone de tolérance quelle que soit la position de cette pièce dans le calibre.

Ces opérations doivent être effectuées en s'assurant que l'étalon et la pièce ne décollent pas du calibre.

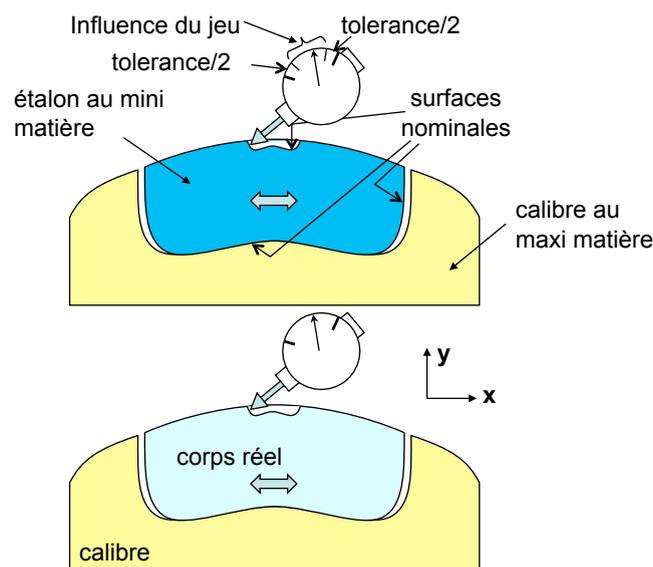


Figure 3.71 – Métrologie du corps

7.2.5 Contrôle sur MMT

La vérification de la spécification S3 à l'aide d'une machine à mesurer tridimensionnelle (figure 3.72) nécessite de mesurer des points B_i dans la partie surfacique, des points L_i sur les flancs et des points C_i dans l'empreinte dans un repère pièce. La géométrie nominale est également connue dans ce repère pièce. Pour chaque point, on détermine l'écart e_i entre le point et la surface nominale. Cet écart est négatif si le point est du côté de la matière, cet écart est positif si le point est du côté hors matière. De ce fait, sur les flancs, l'écart par rapport à l'état virtuel au minimum de matière est $e_{li} + t_{2c}/2$.

Pour déterminer l'écart de position des points C_i de l'empreinte, il faut placer la référence spécifiée sur les points B_i et L_i et minimiser l'écart des points C_i en exploitant la mobilité permise par l'état virtuel. Cependant le critère d'association impose également de minimiser la distance maxi des points B_i à la référence. Cette double optimisation pose un problème qui a été résolu en créant deux déplacements successifs de la référence spécifiée. Ces petits

déplacement de la référence spécifiée sont caractérisés par un torseur avec trois rotations et deux translations, pour laisser libre la translation correspondant à la liaison prismatique.

La première étape ne tient pas compte des points C_i . La référence spécifiée est placée tangente à la partie surfacique en respectant l'état virtuel. Les critères d'optimisation sont les suivants :

Contraintes : Pour les points L_i : $e_{li} + t_{2c}/2 \geq 0$ (respect de l'état virtuel)

Pour les points B_i : $e_{bi} \leq 0$ (respect de la tangence)

Objectif : minimiser le plus grand des $|e_{bi}|$ de tous les points B_i

Cette première étape avec le critère minimax permet donc de construire une référence spécifiée qui représente la surface réelle de référence. Cette première étape donne également la distance maxi δ de la partie surfacique de la surface nominale avec un des points B_i . Cette distance maxi est proche de la valeur de l'écart de forme de la partie surfacique si le respect de l'état virtuel des flancs ne fait pas décoller la pièce :

$$\delta = \max(|e_{bi}|) \quad (3.9)$$

Pour minimiser la distance des points C_i à la surface nominale, il faut maintenant faire glisser la référence sur la partie surfacique. Ce mouvement n'est pas forcément une simple translation. Il faut donc laisser à nouveau les 5 degrés de libertés en s'assurant que la référence reste tangente à la partie surfacique et ne décolle pas de la surface réelle. Ceci est obtenu en vérifiant que pour tous les points B_i , les écarts sont compris entre 0 et $-\delta$.

Par définition, δ est la valeur la plus faible possible de l'écart maxi obtenu à la première étape. Le second déplacement est donc impossible. Pour permettre à la surface de glisser, il est nécessaire de laisser une petite marge supplémentaire à δ , par exemple $\varepsilon = 0,002$.

Les critères d'optimisation de cette seconde étape sont donc les suivants :

Contraintes : Pour les points L_i : $e_{li} + t_{2b}/2 \geq 0$ (respect de l'état virtuel)

Pour les points B_i : $-(\delta + \varepsilon) \leq e_{bi}$ (décollement limité $\varepsilon < 0,002$)

$\max(e_{bi}) = 0$ (condition de tangence)

Objectif : minimiser ($\max|e_{ci}|$)

La marge ε peut générer un léger décollement de la surface de référence par rapport à la position de tangence. Cette marge ε constitue une incertitude de mesure. Une étude complémentaire serait nécessaire mais on s'attend à un seuil minimal suffisant pour autoriser le glissement.

Une valeur très faible du même ordre de grandeur que la précision des points de mesure est suffisante pour déplacer la surface au voisinage de ce maximum δ .

L'intérêt de cette double optimisation est de permettre la mobilité au niveau de l'état virtuel, tout en laissant la référence tangente à la partie surfacique, sans décollement trop important.

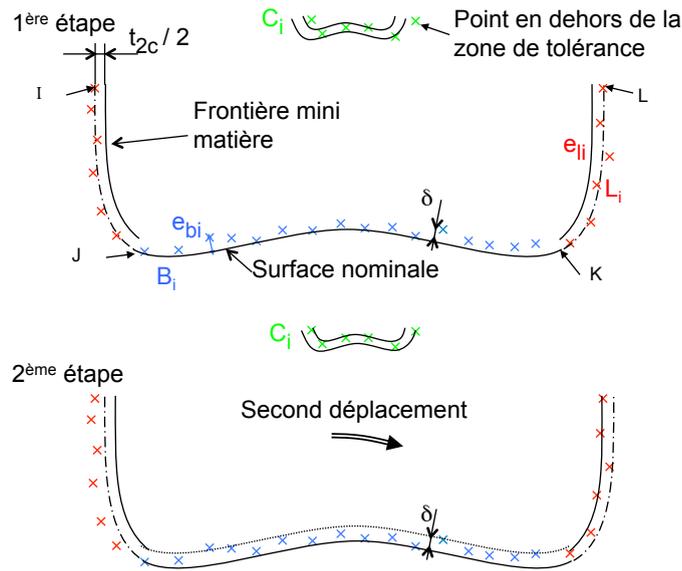


Figure 3.72 – Construction de la référence spécifiée sur le corps

7.2.6 Définition de la spécification S4

La figure 3.73 présente la zone de tolérance correspondant à la spécification de position S4 de la base. La zone de tolérance de la partie surfacique et l'état virtuel au minimum de matière sont en position exacte par rapport au système de références PQ. La surface réelle issue de la partie surfacique devra se trouver à l'intérieur de la zone de tolérance. Les surfaces réelles latérales devront respecter l'état virtuel au minimum de matière.

7.3 Modèle de transfert sur les surfaces hybrides

Pour l'exigence de position définie figure 3.74, le principe du transfert repose sur deux hypothèses :

- le déplacement de l'empreinte dû à la jonction sera maximal lorsque la base et le corps sont au minimum de matière.
- la partie centrale JK de la référence spécifiée du corps reste dans la zone de tolérance de la base.

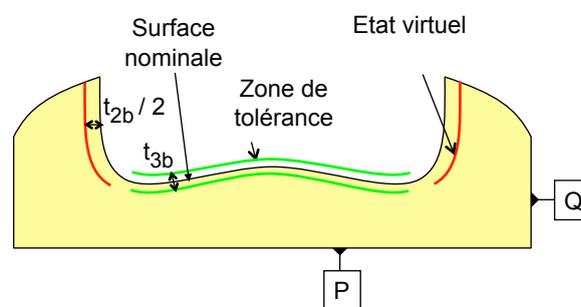


Figure 3.73 – Spécification de la base

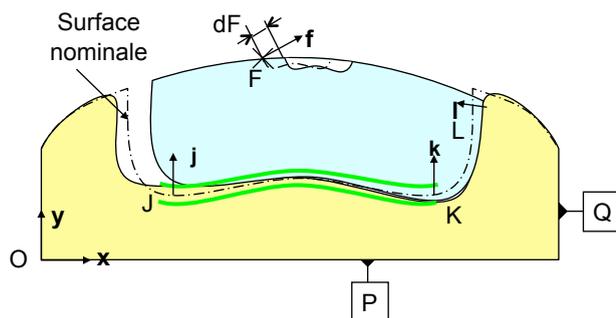


Figure 3.74 – Comportement de la pièce suivant les deux hypothèses

Le problème est donc maintenant de calculer le déplacement maximal de tous les points F de l’empreinte en fonction des tolérances fixées figure 3.69. Il est possible de faire un rapide calcul en faisant des hypothèses raisonnables.

La situation qui donne le déplacement maximal du point F est représentée figure 3.74. Dans cette situation, le déplacement de J est $d\mathbf{J} \cdot \mathbf{j} = t_{3b}/2$. Le déplacement de K est $d\mathbf{K} \cdot \mathbf{k} = -t_{3b}/2$. En supposant que les flancs soient quasi perpendiculaires à la partie centrale, le déplacement de L est $d\mathbf{L} \cdot \mathbf{l} = d\mathbf{L} \cdot \mathbf{x} = -\text{distance maxi}$ (calculée en 6.3.1).

Par rapport à une position nominale, le body subit une translation u suivant x , v suivant y et une rotation γ autour de z .

$$d\mathbf{J} \cdot \mathbf{j} = v + \gamma \cdot X_j = \frac{t_{3b}}{2} \quad (3.10)$$

$$d\mathbf{K} \cdot \mathbf{k} = v + \gamma \cdot X_k = -\frac{t_{3b}}{2} \quad (3.11)$$

$$d\mathbf{L} \cdot \mathbf{l} = u \cdot l_x + v \cdot l_y - \gamma \cdot Y_l \cdot l_x + \gamma \cdot X_l \cdot l_y = -d_{maxi} \quad (3.12)$$

La résolution de ce système donne les valeurs u , v et γ du torseur de petit déplacement, ce qui permet de calculer le déplacement de F dans la direction \mathbf{f} en fonction des tolérances.

$$d\mathbf{F} \cdot \mathbf{f} = u \cdot f_x + v \cdot f_y - \gamma \cdot Y_f \cdot f_x + \gamma \cdot X_f \cdot f_y \quad (3.13)$$

Cette cotation permet donc bien l’analyse et la synthèse des tolérances.

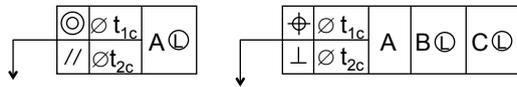
8 Synthèse des propositions

Cette section fait une synthèse complète de propositions exposées dans le chapitre 2 et 3 pour répondre aux besoins constatés en cotation fonctionnelle.

Proposition 1 : construction d’une spécification composée :

Une spécification ”composée” est l’association de plusieurs spécifications portant sur un seul élément tolérancé (élément simple, groupe, zone commune. . .) avec un seul système de références. L’élément tolérancé doit donc appartenir simultanément à toutes les zones de tolérance définies

par rapport au système de références.



Le système de références flottant est commun à toutes les spécifications de position et d'orientation. Cela permet de contraindre la zone de tolérance d'orientation à être parallèle à la zone de tolérance de position. Son utilisation est à préconiser uniquement dans certaines situations particulières (voir annexe B).

Proposition 2 : zone commune, répétition et groupe :

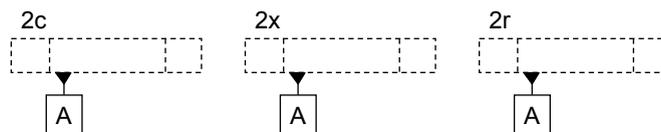
Les notations suivantes sont utilisées pour désigner et différencier une zone commune, une répétition et un groupe :

nc : n éléments en zone commune

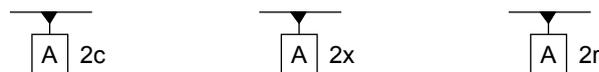
nr : n éléments répétés

nx : un groupe de n éléments

Ces notations sont indiquées au-dessus du cadre de spécification. Les références sous un cadre de spécification dépendent de l'indication au-dessus du cadre.

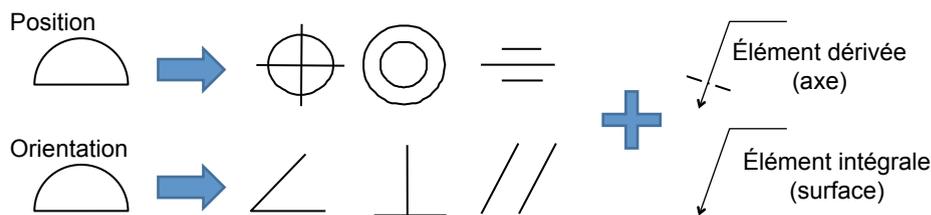


De même, les notations sont utilisées sur cadres de références isolés.



Proposition 3 : forme/ position/orientation d'une surface complexe :

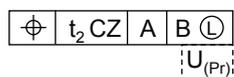
Le symbole de forme quelconque est préservé afin de définir le défaut de forme de la surface. Les symboles sont utilisés pour définir la position des surfaces quelconques. De même que les symboles sont utilisés pour définir l'orientation des surfaces quelconques. Cette proposition est associée à celle de pouvoir désigner sur la flèche si c'est l'élément dérivé ou l'élément intégral qui est spécifié.



La proposition pour désigner l'élément dérivé ou l'élément intégrale est équivalente à celle proposé très récemment par le projet de l'ISO avec le modificateur \textcircled{A} .

Proposition 4 : ajout de degrés de liberté spécifiques dans la spécification :

L'indication dans un cadre en pointillé en dessous à gauche d'un cadre de spécification indique un ajout de mobilité à la zone de tolérance. Cet ajout de mobilité est matérialisé par un EGRM labélisé par une lettre (C dans l'exemple suivant).

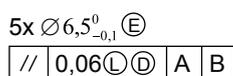


L'indice du label de l'ERGM indique le type d'EGRM (Pr ici pour prismatique). Cet EGRM est construit en orientation et/ou en position exacte à l'aide du système de références du cadre de tolérance dont il dépend (A B ici). Il est représenté à l'aide des entités élémentaires point droite et plan (se référer au tableau 3.2).

Proposition 5 : état virtuel défini avec deux plans au minimum de matière pour un arbre plein et au maximum de matière pour un alésage :

L'état virtuel est défini par 2 plans distants de la dimension de l'état virtuel, centrées sur l'axe nominal. Ces plans sont orientés par la direction de la flèche. Pour que l'état virtuel soit respecté, il faut pouvoir parcourir la génératrice sans interférer avec l'état virtuel.

Proposition 6 : orientation d'un groupe de trous :



Cette spécification ne comporte pas de symbole \varnothing . La zone de tolérance est définie par des plans parallèles passant par l'axe du trou et la droite D. Par défaut, D est l'axe du plus petit cylindre circonscrit au groupe de trous. Sinon il faut définir D par des cotes encadrées.

Proposition 7 : référence spécifiée sur une surface complexe :

Pour une surface tendue, la référence spécifiée est une surface identique à la surface nominale,

tangente extérieur matière minimisant la distance maxi. Pour une référence sur une surface “fermée” avec le modificateur \textcircled{C} , la référence spécifiée est une surface identique à la surface nominale centrée sur la surface réelle.

$$\boxed{\oplus \quad t_{2c} \quad A \textcircled{C}}$$

Proposition 8 : dimension de l'état virtuel entre crochets :

$$(S2) \quad \boxed{- \quad [\varnothing 17.98] \text{ CZ } \textcircled{M}}$$

$$(S3) \quad \boxed{\perp \quad [\varnothing 18] \text{ CZ } \textcircled{M} \quad A}$$

$$(S6) \quad \boxed{\oplus \quad [\varnothing 6] \textcircled{M} \quad A \quad B \quad [\varnothing 18] \textcircled{M}}$$

La dimension de l'état virtuel est donnée entre crochet pour l'élément spécifié ou pour une référence avec \varnothing pour une zone cylindrique, sans \varnothing pour une zone entre deux plans et avec \varnothing pour une zone sphérique.

Cette proposition a l'avantage de préserver le principe d'indépendance et de ne pas être ambiguë pour déterminer la taille de l'état virtuel de référence.

Cette proposition permet de supprimer les tolérances dimensionnelles qui posent problème notamment lorsque la notion de dimension locale n'existe pas.

Proposition 9 : état virtuel au maximum ou au minimum de matière sur un élément tolérancé ou un élément de référence, de forme quelconque :

Pour une spécification portant sur une surface quelconque définie par des caractéristiques nominales intrinsèques et par des dimensions théoriquement exactes par rapport à un système de références, la zone de tolérance est définie par l'espace balayé par une sphère de diamètre égal à la tolérance dont le centre parcourt la surface nominale. Une zone de tolérance peut se définir de la même manière pour un élément de référence (à l'aide d'une tolérance à droite du label de référence dans le cadre de spécification t_2 dans l'exemple).

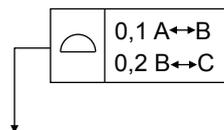
$$\boxed{\oplus \quad t_1 \quad A \quad t_2 \textcircled{M} \quad B}$$

$$\boxed{\textcircled{C} \quad \varnothing \quad t_1 \textcircled{L} \quad A \quad B \quad t_2 \textcircled{L}}$$

Avec le modificateur au maximum de matière \textcircled{M} , seule la surface frontière côté libre de la matière doit être conservée. Cette surface constitue l'état virtuel au maximum de matière, l'état virtuel doit être hors matière.

Avec le modificateur au minimum de matière \textcircled{L} , seule la surface frontière côté matière doit être conservée. Cette surface constitue l'état virtuel au minimum de matière. L'état virtuel doit rester dans la matière.

Proposition 10 : l'indication $A \leftrightarrow B$ placée à côté de la tolérance ou d'une référence désigne la partie de la surface considérée qui est affectée par la tolérance. Plusieurs tolérances sont donc autorisées dans le même cadre de spécification pour spécifier les différentes parties de la surface spécifiée.



Proposition 11 : référence hybride :



Ce modificateur \textcircled{B} est un nouveau critère d'association pour construire une référence. La référence spécifiée A est définie par la surface nominale dans la partie surfacique définie par le modificateur \textcircled{B} et par l'espace balayé par une sphère de rayon t dont le centre parcourt la surface nominale dans la partie définie par le modificateur \textcircled{L} ou \textcircled{M} . Pour un modificateur \textcircled{L} , seule la frontière intérieure matière est à prendre en compte. Pour un modificateur \textcircled{M} , seule la frontière extérieure matière est à prendre en compte. Le critère d'association dans la partie identifiée par \textcircled{B} impose à la référence d'être tangente à la surface du côté extérieur matière en minimisant la distance maxi. Les autres points sont contraints à respecter l'état virtuel. Cette dernière proposition permet l'association des deux hypothèses de modèles simples afin de décrire au mieux le comportement d'une liaison géométrique mixte, c'est-à-dire surfacique et avec jeu.

9 Conclusion

Ce chapitre a analysé plusieurs situations où il était difficile de spécifier au plus juste pour traduire le besoin fonctionnel à l'aide des normes ISO GPS. D'une manière générale, les liaisons complexes peuvent être de nature très différentes, la spécification en est forcément plus complexe.

Pour cela, le chapitre a abordé dans l'ordre :

- Des extension aux concept de bases de la cotation ISO : cela a permis de clarifier et différencier correctement les notions de zone commune, groupe et répétitions très utiles

- notamment pour la cotation des groupes de trous. La définition complète d'un état virtuel entre deux plans pour une géométrie cylindrique a été proposée.
- Ajout de degrés de libertés spécifiques : par définition une entité complexe bloque plus de degré de liberté qu'une entité simple. Pour certains transferts, certaines mobilités au niveau des liaisons doivent être relâchées pour ne pas surcontraindre la cotation. Un nouveau concept a été proposé afin de libérer ces mobilités en représentant les EGRM équivalents au système de références de l'exigence étudiée. Cette proposition est un atout majeur et offre la possibilité d'accepter un plus grand nombre de pièces bonnes sans venir changer la fonctionnalité du mécanisme.
 - Position/orientation groupe de trous : la famille des liaisons groupe de trous ou cylindres représentent une grande partie des liaisons complexes. L'étude a montré la nécessité de distinguer les orientations autour de l'axe du groupe de trous des autres inclinaisons.
 - Cotation des liaisons surfaciques : l'hypothèse de comportement des liaisons planes présentées dans le chapitre 2 a été généralisée aux liaisons surfaciques complexes. La définition de la référence spécifiée associée à ces liaisons a été énoncée.
 - Etat virtuel sur des géométries complexes : la notion d'état virtuel aux liaisons complexes a été étendue. Une nouvelle écriture a été proposée pour désigner les états virtuels à la fois pour les surfaces tolérancées que pour les références. Elle correspond parfaitement au besoin de description des jeux dans ces liaisons. L'avantage de cette écriture est de notamment préserver le principe d'indépendance. La réflexion met en doute également l'utilité des dimensions locales.
 - Cotation liaison hybride : certaines liaisons peuvent présenter deux comportements différents, avec jeu et surfacique. Une cotation a été proposée afin d'écrire ces comportements. La plus grande difficulté a été de définir la référence spécifiée à ce genre de surface. Un nouveau critère d'association a été énoncé afin de retranscrire le double comportement. Ce critère fait intervenir une double optimisation. Ce critère est particulièrement intéressant pour des surfaces pseudo-classiques, c'est à dire pseudo-plane, pseudo-cylindrique...

Toutes ces réflexions ont fait émerger 11 propositions d'évolution de norme afin d'exprimer au mieux le besoin fonctionnel.

Chacune de ces spécifications proposées tout au long de ce chapitre peuvent être prises en compte dans le calcul de la chaîne de cotes 3D. Un des avantages importants de la méthode des droites d'analyse est de pouvoir spécifier et calculer en même temps la résultante en vue d'effectuer la synthèse de tolérances. Certains calculs simples (dans le plan) ont été présentés, mais les calculs de situation réellement tridimensionnelle nécessitent la recherche des points de contacts dans les liaisons pour déterminer la résultante. Cette recherche est d'autant plus compliquée lorsque la liaison présente de forts hyperstatismes. Le calcul complet de cette résultante est présenté dans le chapitre suivant.

Chapitre 4

Analyse de tolérances

Sommaire

1	Introduction	128
2	Modélisation d'une liaison prismatique	128
2.1	Position initiale	128
2.2	Optimisation des dimensions nominales	129
2.3	Recherche de la position au pire des cas	129
3	Relation de transfert	131
3.1	Introduction	131
3.2	Plan primaire/prismatique secondaire	131
3.3	Prismatique primaire/Plan secondaire	134
3.4	Bilan	134
4	Comportement de la jonction	135
4.1	Plan primaire/prismatique secondaire avec jeu	135
4.2	Prismatique primaire avec jeu/plan secondaire	144
4.3	Ecriture en fonction des tolérances	150
4.4	Liaison surfacique primaire	153
4.5	Bilan	153
5	Liaison prismatique réalisée par un groupe de trous	154
5.1	Groupe de 2 cylindres secondaires	154
5.2	Groupe à n trous secondaires	164
5.3	Liaison primaire	168
5.4	Etude avec solveur	173
6	Conclusion	174

1 Introduction

Le chapitre 3 a défini les règles de choix des spécifications fonctionnelles nécessaires pour les liaisons complexes. Cette cotation est cohérente avec le calcul de la résultante de la chaîne de cotes 3D qui va être développé dans ce chapitre. La méthode des droites d'analyses et le concept d'axe instantané de rotation seront largement repris.

La méthode présentée peut sembler complexe. Il serait en effet facile d'utiliser un solveur pour calculer la résultante. Le challenge de la méthode CLIC est la synthèse des tolérances. Pour cela, l'objectif final de ce chapitre est d'obtenir l'équation de la résultante 3D en fonction des tolérances et des offsets de chaque surface. L'étape de synthèse des tolérances pourra ainsi disposer de toutes ces équations linéaires pour optimiser les dimensions nominales des modèles pour maximiser les tolérances tout en respectant l'ensemble des inéquations établies pour chaque exigence.

L'objectif est de déterminer l'écart maxi du point F de la surface terminale par rapport au nominal de l'exigence dans la direction f , en fonction des tolérances des surfaces de la jonction. Les relations cherchées sont du type : $d(F, f) = \sum K_i.d(M_i, n_i)$, M_i étant des points particuliers des surfaces de liaison.

La difficulté majeure pour ces liaisons complexes est de déterminer les mobilités au sein des liaisons et les points de contact entre les pièces.

Pour uniformiser la présentation de ce chapitre, on considère des mécanismes élémentaires toujours constitués d'une embase supposée fixe et d'un corps monté dans l'embase avec une liaison avec jeu. L'exigence étudiée est une localisation d'une surface terminale du corps par rapport à un système de références de l'embase.

2 Modélisation d'une liaison prismatique

2.1 Position initiale

Dans la méthode CLIC, la position nominale des pièces est définie à partir de la géométrie nominale décrite dans le fichier STEP (figure 4.1). Les pièces nominales sont ensuite assemblées soit en mettant les surfaces en contact soit en centrant parfaitement les pièces dans les liaisons avec jeu. Si les jeux ne sont pas uniformes, seules certaines surfaces peuvent être centrées. Cela n'a pas d'importance, car le déplacement final ne dépend pas de la position initiale choisie. Seule compte la définition du nominal de l'exigence par rapport à un système de références.

Dans les liaisons avec jeu, l'écart initial est calculé avec la surface en vis-à-vis. Pour des plans en vis-à-vis, l'écart est calculé en chaque point du contour du plan. Pour des surfaces circulaires, l'écart dépend de la position des centres et des rayons. En position centrée, l'écart est constant le long de la surface circulaire et est égal à la différence des rayons.

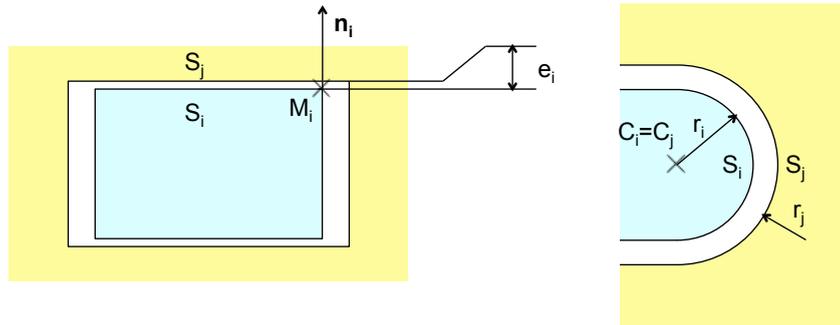


Figure 4.1 – Modèles nominaux

2.2 Optimisation des dimensions nominales

Dans CLIC, toutes les surfaces de liaison et les surfaces fonctionnelles terminales sont modifiables par un paramètre d'offset qui modifie la position des surfaces nominales ou décale les axes des cylindres (figure 4.2). Les contraintes topologiques de symétries évitent de déformer la pièce.

Ce paramètre offset doit rester petit pour ne pas modifier le calcul de dimensionnement réalisé au préalable.

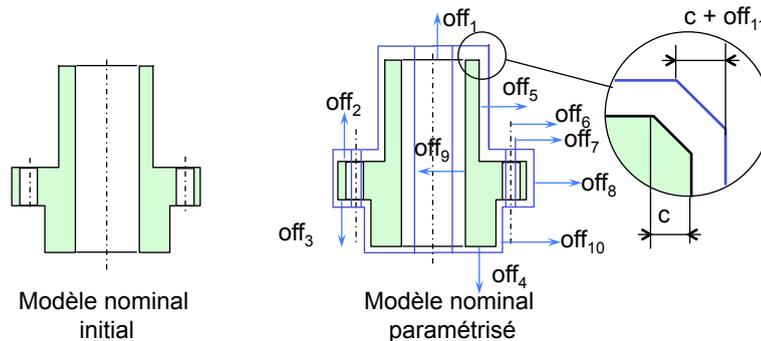


Figure 4.2 – Variations du nominal durant la synthèse de tolérances

2.3 Recherche de la position au pire des cas

Dans une liaison avec du jeu, le déplacement au pire des cas est obtenu lorsque les pièces sont au minimum de matière.

La figure 4.3 présente une jonction avec un plan primaire et une liaison prismatique secondaire avec jeu possédant 3 degrés de liberté, deux translations dans le plan $x y$ et une rotation autour de z . Il s'agit des petits déplacements permis par le jeu entre les états virtuels au minimum de matière.

La figure 4.4 montre 3 exemples de situations limites en fonction du point d'analyse secondaire S_i et de la direction d'analyse associée s_{i1} .

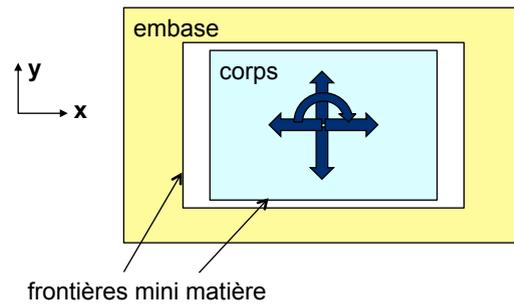


Figure 4.3 – Mobilités d'une liaison prismatique secondaire

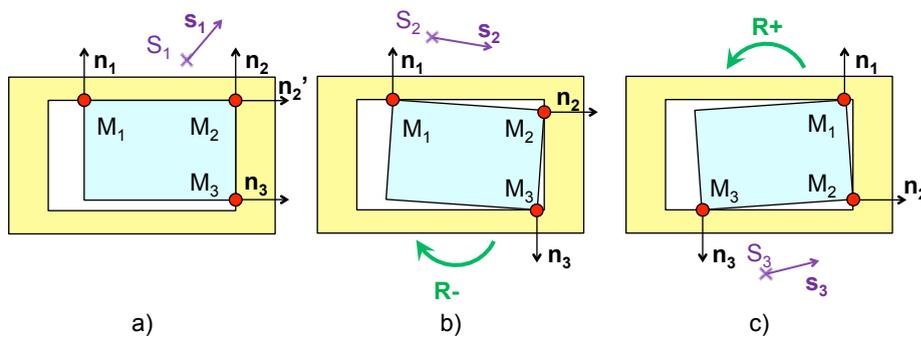


Figure 4.4 – Exemples de positions extrêmes

La configuration a est obtenue lorsque la droite d'analyse coupe la liaison. La position au pire des cas est obtenue en "tirant" le corps dans la direction s . La position extrême est obtenue par simple translation.

Si la droite d'analyse ne coupe pas la liaison, elle génère un "couple" qui fait tourner le corps. Pour les configurations b) et c), le corps se translate puis tourne dans la liaison pour obtenir le déplacement maximum soit dans le sens R- soit dans le sens R+.

L'embase comporte un état virtuel en position qui contient un état virtuel en orientation. La référence du corps doit respecter un état virtuel. D'une manière générale, il faut donc déterminer les points de contact entre l'état virtuel de référence du corps et l'état virtuel en orientation de l'embase puis ajouter la mobilité de l'état virtuel en orientation dans celui en position qui est une simple translation (figure 4.5).

Une fois ces points de contact connus, il est assez aisé de déterminer le torseur de petit déplacement traduisant la mobilité de la liaison et d'écrire ensuite l'équation en fonction des tolérances et des offsets.

Pour une liaison prismatique primaire, la mobilité se traduit par 5 degrés de liberté, 3 rotations et 2 translations. Il s'agit donc de trouver les 5 points de contacts qui bloquent la mobilité du corps dans l'embase (figure 4.6). Lors de la synthèse, les valeurs des tolérances ainsi que les valeurs d'offset varient, ce qui peut conduire à ce que les points de contact soient différents. Dans un premier temps, on suppose que les points de contact au pire des cas sont les mêmes quelles que soient les valeurs prises par les tolérances et les offsets. Cette hypothèse sera discutée dans la section.

3 Relation de transfert

3.1 Introduction

Comme en figure 4.3, l'embase est considérée comme fixe. Le point F est solidaire du corps. Comme pour les liaisons pivot étudiées au chapitre 3, l'objectif est de déterminer le déplacement d'un point F dans une direction f noté $d(F, f)$. Cette relation est de la forme :

$$d(F, f) = K_p \cdot d(P, p) + K_s \cdot d(S, s) \quad (4.1)$$

P étant un point de la surface primaire du corps, S un point du corps à définir à mi-hauteur de la liaison prismatique.

3.2 Plan primaire/prismatique secondaire

La jonction étudiée figure 4.7 comporte un plan primaire de normale p et une liaison prismatique courte d'axe z , pas forcément perpendiculaire au plan primaire. x est choisi dans le plan (z, p) . Le sens de la normale p est choisi dans le sens de f , pour avoir f_z / p_z positif. O est un point du plan primaire. Le vecteur secondaire s est à définir. Il est perpendiculaire à z .

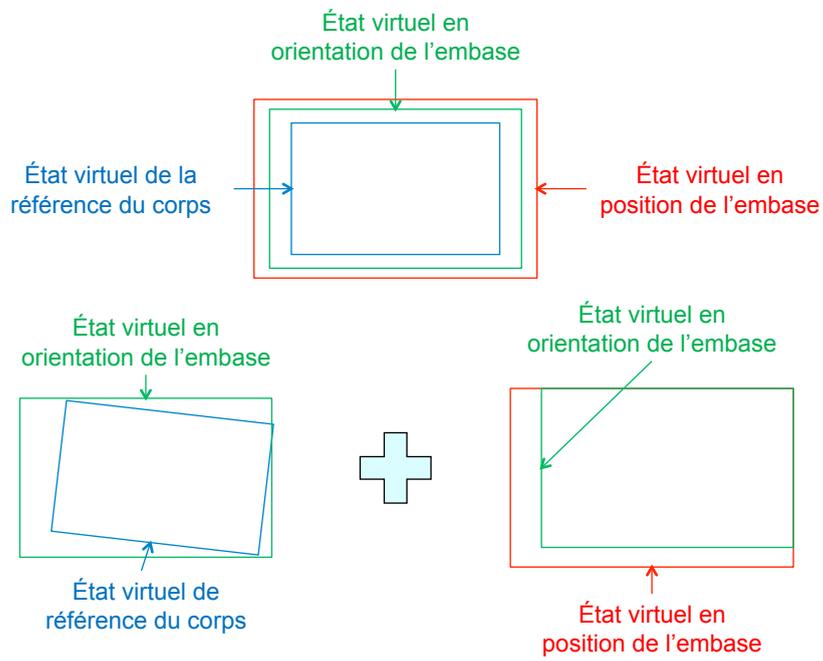


Figure 4.5 – Principe de calcul des mobilités

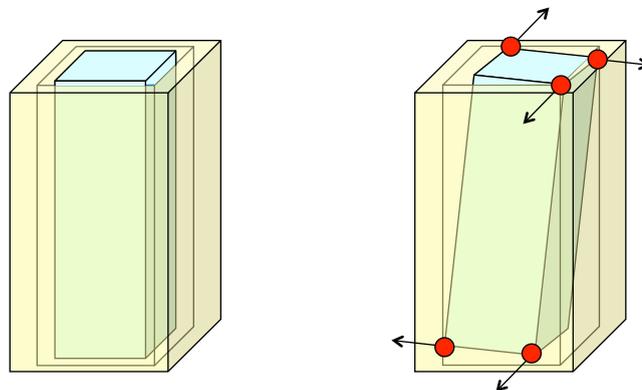


Figure 4.6 – Points de contact dans une liaison prismatique primaire

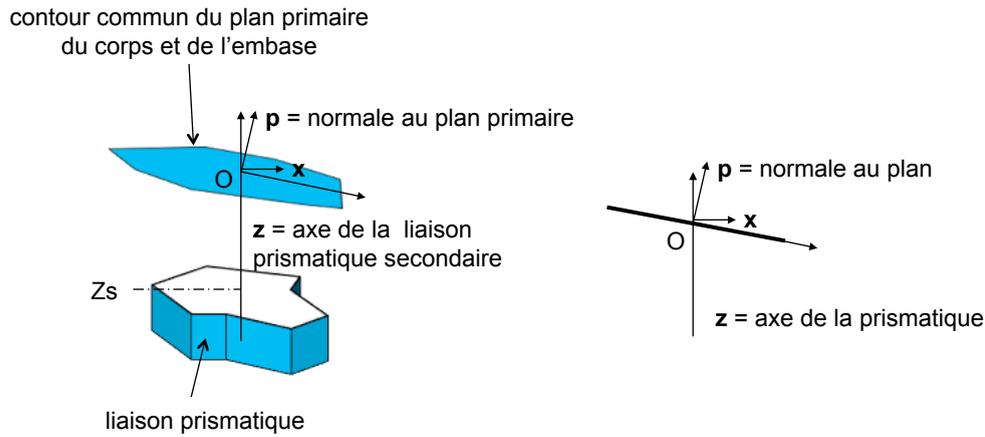


Figure 4.7 – Repère de calcul

La mobilité permise par le jeu peut être décrite par un torseur des petits déplacements du corps avec une translation du point O du corps (u, v, w) et une rotation (α, β, γ). Les points F, P et S appartiennent au corps ; ce qui permet d'en calculer les déplacements.

$$d(F, \mathbf{f}) = u \cdot f_x + v \cdot f_y + w \cdot f_z + \mathbf{R} \cdot (\mathbf{OF} \wedge \mathbf{f}) \quad (4.2)$$

$$d(P, \mathbf{p}) = u \cdot p_x + w \cdot p_z + \mathbf{R} \cdot (\mathbf{OP} \wedge \mathbf{p}) \quad (4.3)$$

$$d(S, \mathbf{s}) = u \cdot s_x + v \cdot s_y + \mathbf{R} \cdot (\mathbf{OS} \wedge \mathbf{s}) \quad (4.4)$$

ce qui permet d'écrire :

$$d(F, \mathbf{f}) = K_p \cdot d(P, \mathbf{p}) + K_s \cdot d(S, \mathbf{s}) + \mathbf{R} \cdot [(\mathbf{OF} \wedge \mathbf{f}) - K_p \cdot (\mathbf{OP} \wedge \mathbf{p}) - K_s \cdot (\mathbf{OS} \wedge \mathbf{s})] \quad (4.5)$$

$$\text{avec } K_p = \frac{f_y}{p_z} ; K_s = \sqrt{(f_x - p_x \cdot K_p)^2 + f_y^2} ; s_x = \frac{(f_x - p_x \cdot K_p)}{K_s} ; s_y = \frac{f_y}{K_s} \quad (4.6)$$

Il faut trouver P et S tels que cette relation soit vraie quelle que soit la rotation \mathbf{R} ce qui impose d'annuler les trois composantes du crochet en facteur de \mathbf{R} . Les coordonnées des points P et S sont les inconnues du système (soit 6 coordonnées). Le point P appartient au plan primaire. Le point S est fixé à mi-hauteur de la prismaïque courte (Z_S est connu).

$$Y_P = Y_F + (Z_S - Z_F) \cdot \frac{f_y}{f_z} ; X_P = \frac{[Z_S \cdot s_x \cdot K_s + X_F \cdot f_z - Z_F \cdot f_x]}{f_z \cdot [1 + \frac{p_x^2}{p_z^2}]} ; Z_P = -X_P \cdot \frac{p_x}{p_z} \quad (4.7)$$

$$[Y_S \cdot s_x - X_S \cdot s_y] \cdot K_s = Y_F \cdot f_x - X_F \cdot f_y - Y_P \cdot p_x \cdot K_p \quad (4.8)$$

Le point P est donc imposé. Les points S possibles appartiennent tous à la même droite d'analyse secondaire et sont équivalents.

Avec ces points la relation de transfert est bien de la forme :

$$d(F, \mathbf{f}) = K_p \cdot d(P, \mathbf{p}) + K_s \cdot d(S, \mathbf{s}) \quad (4.9)$$

Les coefficients K_p et K_s ne dépendent que de l'orientation de la droite d'analyse et pas de la forme de la liaison prismaïque. Si le plan est perpendiculaire à z , $p_x = 0$, une des solutions est $Y_S = Y_F$ et $X_S = X_F$. la droite d'analyse secondaire est la projection de la droite d'analyse (F, \mathbf{f}) sur le plan perpendiculaire à Z à mi-hauteur de la prismaïque.

3.3 Prismatique primaire/Plan secondaire

La prismatique (figure 4.8) a pour direction \mathbf{z} . Pour simplifier cette présentation, le plan secondaire est perpendiculaire à la prismatique et la direction \mathbf{x} est dans le plan (\mathbf{z}, \mathbf{f}) . Dans le cas général, il n'est pas possible de ramener le déplacement de la liaison prismatique primaire avec ses 5 degrés de liberté au déplacement d'un seul point primaire dans une direction donnée. Il faut deux points d'analyse primaires P_1 et P_2 avec leurs propres directions d'analyses \mathbf{p}_1 ($\cos\psi, \sin\psi, 0$) et \mathbf{p}_2 ($\cos\theta, \sin\theta, 0$). Le point S de contact entre le corps et l'embase appartient au contour du plan secondaire, dans une position à définir :

$$d(F, \mathbf{f}) = K_{p_1} \cdot d(P_1, \mathbf{p}_1) + K_{p_2} \cdot d(P_2, \mathbf{p}_2) + K_s \cdot d(S, \mathbf{s}) + \\ \mathbf{R} \cdot [(\mathbf{OF} \wedge \mathbf{f}) - K_{p_1} \cdot (\mathbf{OP}_1 \wedge \mathbf{p}_1) - K_{p_2} \cdot (\mathbf{OP}_2 \wedge \mathbf{p}_2) - K_s \cdot (\mathbf{OS} \wedge \mathbf{s})]$$

Les points d'analyse P_1 et P_2 sont placés aux deux extrémités de la prismatique en Z_{p_1} et Z_{p_2} . Les directions \mathbf{p}_1 et \mathbf{p}_2 et les coefficients d'influences K_{p_1} et K_{p_2} dépendent directement du point S qui est encore inconnu sur le contour.

Le déplacement de tous les points de la droite d'analyse (F, \mathbf{f}) étant identique, on ramène le point F à l'intersection de la droite d'analyse et du plan $Z = Z_{p_1}$. Pour rendre la relation indépendante de la rotation, il faut annuler le crochet. Il y a 7 inconnues ($X_{p_1}, X_{p_2}, Y_{p_1}, Y_{p_2}, \psi$ et θ , plus la position de S sur le contour) et 3 équations. On peut alors choisir $X_{p_1} = X_{p_2} = X_F$ et $Y_{p_1} = Y_{p_2} = Y_F$ (figure 4.8a). Avec ces choix, on trouve que la direction \mathbf{p}_1 est parallèle à $F'S_2$, F' étant le point d'intersection de la droite d'analyse avec le plan $z = z_{p_2}$. La direction \mathbf{p}_2 est parallèle à P_1S_1 , c'est à dire parallèle à P_2S_2 :

$$\tan\theta = \frac{(Y_S - Y_F) \cdot f_z}{Z_F \cdot f_x + (X_S - X_F) \cdot f_x}; \quad K_{p_2} = \frac{(Y_S - Y_F) \cdot f_z}{Z_{p_2} \cdot \sin\theta}; \quad (4.10)$$

$$\tan\psi = \frac{(Y_S - Y_F) \cdot f_z}{(Z_F - Z_{p_2}) \cdot f_x + (X_S - X_F) \cdot f_z}; \quad K_{p_1} = -\frac{(Y_S - Y_F) \cdot f_z}{Z_{p_2} \cdot \sin\psi}; \quad (4.11)$$

En ce qui concerne la jonction prismatique primaire / plan secondaire, il faut avant tout connaître le point secondaire pour exprimer la relation. En effet, les coefficients K_{p_1} K_{p_2} ainsi que les directions \mathbf{p}_1 \mathbf{p}_2 dépendent directement du point S. Afin de déterminer le point secondaire, il faut étudier la mobilité de la liaison prismatique primaire.

Dans le cas où la droite d'analyse est perpendiculaire à la prismatique, $f_x = 1$ (figure 4.8b), la surface secondaire n'intervient pas et $p_{1x} = \pm 1$, $p_{2x} = \pm 1$ suivant où se trouve le point F (les signes disent si le point F se trouve au dessus ou en dessous de la liaison) :

- si F est au-dessus de la liaison, $p_{1x} = 1$ et $p_{2x} = -1$
- si F est au-dessous de la liaison, $p_{1x} = -1$ et $p_{2x} = 1$
- si F est entre les deux sections de la liaison, $p_{1x} = 1$ et $p_{2x} = 1$

3.4 Bilan

Pour une jonction plan primaire / prismatique secondaire, les coefficients d'influence ainsi que les directions et les points d'analyses permettent de traiter séparément chacune des liaisons primaire et secondaire afin d'exprimer ultérieurement les déplacements en fonction des

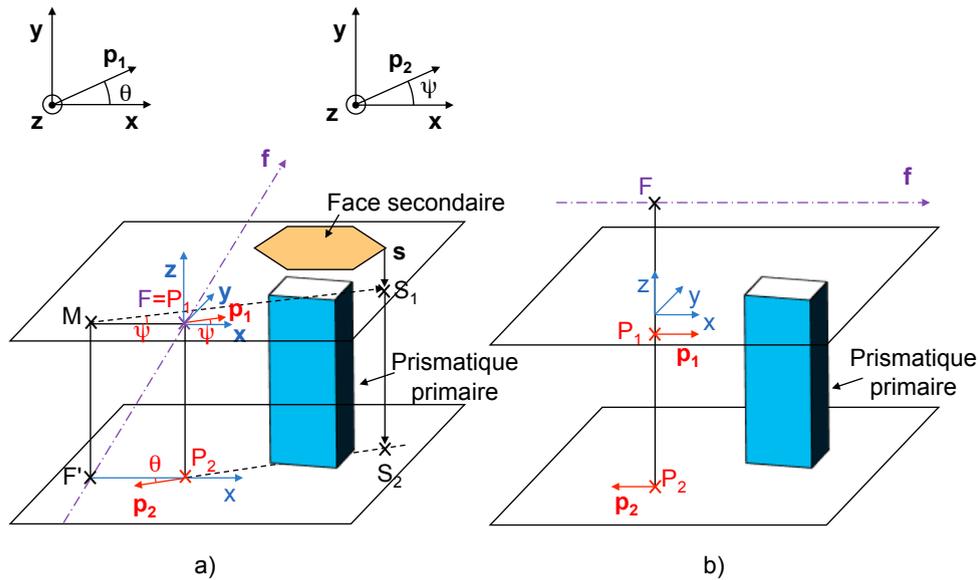


Figure 4.8 – Analyse du transfert dans une liaison prismatique primaire

tolérances.

$$d(F, f) = K_p \cdot d(P, p) + K_s \cdot d(S, s) \quad (4.12)$$

Pour une jonction prismatique primaire / plan secondaire, la relation est :

$$d(F, f) = K_{p1} \cdot d(P, p_1) + K_{p2} \cdot d(P, p_2) + K_s \cdot d(S, s) \quad (4.13)$$

Pour cette dernière équation (4.13), il faut étudier l'inclinaison du corps pour déterminer le point S.

Ces relations permettent d'analyser des mécanismes pour lesquels la jonction s'appuie sur deux pièces différentes (montage parallèle).

La section suivante étudie donc les mobilités dans les différentes liaisons afin d'exprimer les déplacements (voir 4.2.2).

4 Comportement de la jonction

4.1 Plan primaire/prismatique secondaire avec jeu

4.1.1 Cotation type

La figure 4.9 présente un mécanisme comportant une jonction avec une liaison plane primaire et une liaison prismatique secondaire avec jeu. Une exigence géométrique est indiquée, il s'agit de maîtriser la position du cylindre terminal du corps par rapport au système de références PQR de l'embase. Les jeux influents pour l'exigence sont considérés comme défavorables.

Pour pouvoir respecter l'exigence géométrique décrite ci-dessus, le jeu étant défavorable, il faut considérer les entités géométriques de la liaison prismatique avec jeu au minimum de matière. Voici la cotation correspondante :

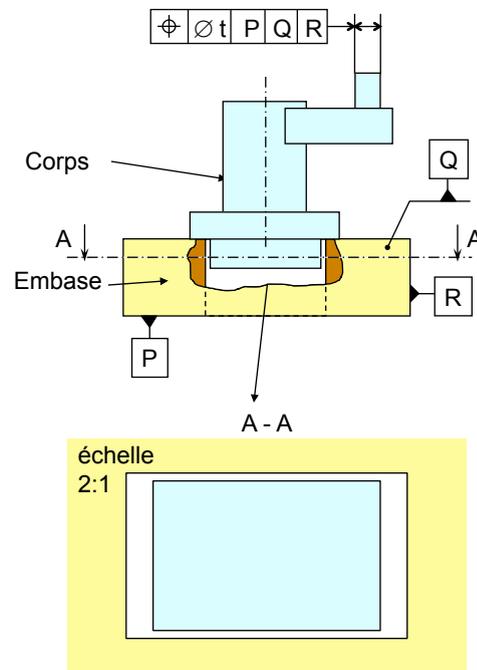


Figure 4.9 – Exigence géométrique

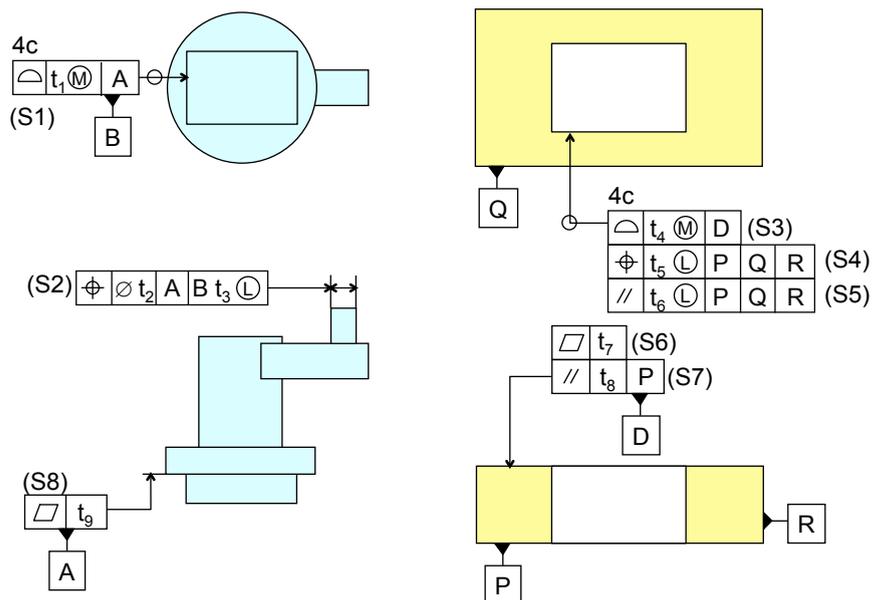


Figure 4.10 – Spécifications jonction plane primaire/prismatique secondaire avec jeu

Les spécifications S6 et S8 garantissent la qualité de contact de la liaison plane. Les spécifications S1 et S3 assurent la montabilité de la liaison prismatique. L'indication 4c est utilisée pour indiquer que cette référence est construite à partir des 4 plans de la liaison prismatique. La spécification S2 permet de maîtriser la position de la surface terminale par rapport au système de référence AB du corps. B est au minimum de matière utilisant la proposition 9 du chapitre 3 pour décrire la frontière.

Ensuite, S4 permet de maîtriser la position de la liaison de l'embase par rapport au système de références de l'embase PQR. Certaines droites d'analyse présentent un porte à faux non négligeable par rapport à la liaison prismatique, favorisant la rotation de la liaison autour de z. La spécification S5 permet de limiter l'effet de cette rotation.

Enfin, la spécification S7 permet de maîtriser l'orientation de la liaison plane primaire, qui pourrait faire basculer le corps.

Il s'agit maintenant d'établir l'équation de la résultante pour l'exigence définie, en fonction des tolérances indiquées sur cette figure. La surface terminale est discrétisée dans toutes les directions autour du cylindre, par exemple dans les 8 directions.

4.1.2 Comportement plan / plan

Le torseur de petits déplacements de la liaison secondaire comporte 3 composantes :

$$T_{prism_sec} = \begin{bmatrix} u & 0 \\ v & 0 \\ 0 & \gamma \end{bmatrix}_O \quad (4.14)$$

La droite d'analyse (S,s) a été calculée en 3.2. Si la prismatique est perpendiculaire au plan, la direction d'analyse s est la projection de f dans le plan de la liaison primaire.

La recherche des points de contact se fait en deux étapes :

La première étape consiste à translater le corps suivant la direction s . La figure 4.11 montre un exemple simple avec une liaison rectangulaire.

Il faut trouver les deux plans limitants qui bloquent la translation du corps suivant s .

Pour chaque plan de la liaison prismatique, il faut calculer la distance d_i dans la direction s . (figure 4.12a)

d_i dépend directement de l'écart initial e_i et de la direction s par rapport à la normale du plan considéré :

$$d_i = \frac{e_i}{s \cdot n_i} \quad (4.15)$$

Le plan limitant dans la direction s parmi les plans candidats est celui dont le déplacement d_i est le plus petit. Ensuite, si ce plan de normale n_i n'est pas perpendiculaire à la direction s , le corps peut continuer à glisser suivant la direction g .

$$g = n_i \wedge (s \wedge n_i) \quad (4.16)$$

A partir de la position calculée à la fin de la première étape, il faut calculer les distances d_i suivant la direction de translation g et retenir le plan pour lequel d_i est minimum. Les 2 degrés

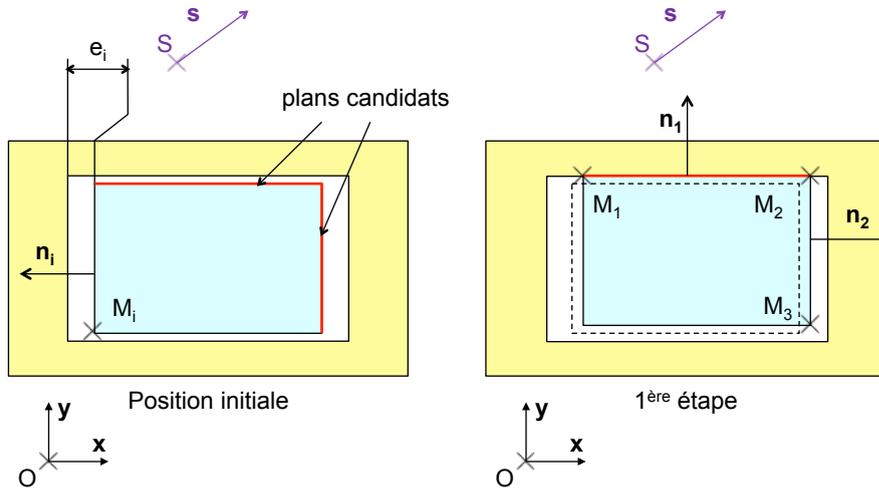


Figure 4.11 – Translation dans le plan de la liaison secondaire

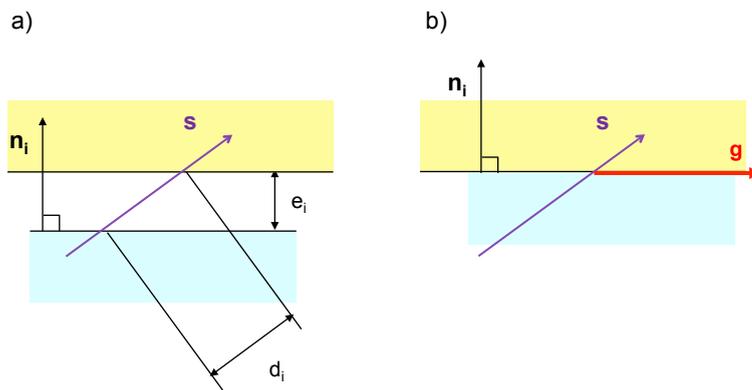


Figure 4.12 – Déplacement local

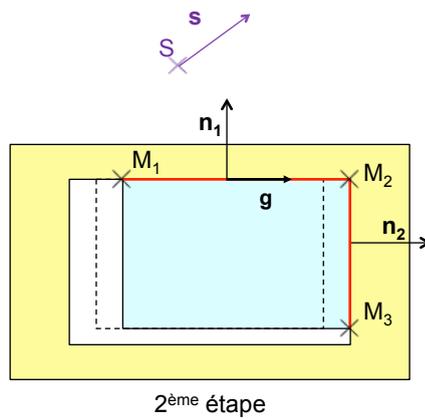


Figure 4.13 – Glissement suivant g

de liberté en translation sont maintenant bloqués.

Si la droite d'analyse secondaire coupe la liaison, il n'y a pas de rotation. Le déplacement maxi est identique pour tous les points notamment pour 2 points des 2 plans limitants :

$$d\mathbf{M}_i = u \cdot \mathbf{x} + v \cdot \mathbf{y} \quad (4.17)$$

Pour chaque point de contact, on peut écrire :

$$d\mathbf{M}_i \cdot \mathbf{n}_i = e_i ; u \cdot n_{ix} + v \cdot n_{iy} = e_i \quad (4.18)$$

D'où :

$$u = \frac{e_1 \cdot n_{2y} - e_2 \cdot n_{1y}}{n_{1x} \cdot n_{2y} - n_{2x} \cdot n_{1y}} ; v = \frac{e_1 \cdot n_{2x} - e_2 \cdot n_{1x}}{n_{2x} \cdot n_{1y} - n_{2y} \cdot n_{1x}} \quad (4.19)$$

ce qui permet d'écrire :

$$d\mathbf{S} = u \cdot s_x + v \cdot s_y \quad (4.20)$$

Si la droite d'analyse ne coupe pas la liaison, une petite rotation est possible autour de \mathbf{z} . Les points M_1 et M_2 du corps "glissent" sur les faces de l'embase en tournant autour d'un centre instantané de rotation. Ces centres instantanés I- et I+ sont à l'intersection des droites normales aux vecteurs de glissement suivant les sens de rotation R- et R+.

Si la droite d'analyse passe au-dessus de la liaison, la rotation est dans le sens R-. Les points M_1 et M_2 restent en contact. Le point M_3 bloque la rotation. Il est dit "limitant la rotation".

Si la droite d'analyse passe en dessous de la liaison, la rotation est dans le sens R+. Les points M_2 et M_3 restent en contact. Le point M_4 est "limitant".

Dans le cas général, il faut imaginer potentiellement les deux sens de rotation R+ et R-, pour déterminer les deux centres instantanés de rotation. Pour chaque droite d'analyse secondaire (S,s), on détermine la direction $\mathbf{e} = \mathbf{z} \wedge \mathbf{s}$ perpendiculaire à s, puis les distances algébriques de d_- et d_+ . Si la droite d'analyse passe entre I+ et I-, il n'y a pas de rotation. Sinon, on détermine le sens de rotation (R+ ou R) qui maximise le déplacement de S (figure 4.15).

Si la pièce tourne, il faut trouver le dernier point de contact M_3 ou M_4 (suivant le sens) qui limite l'angle γ autour de \mathbf{z} . Cette rotation est ajoutée aux translations u et v calculées précédemment, pour cela u et v sont exprimés su I+ ou I-.

$$d\mathbf{M}_i = d\mathbf{I} + \boldsymbol{\Omega} \wedge \mathbf{I}\mathbf{M}_i = \begin{vmatrix} u \\ v \\ 0 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 0 & X_{Mi} - X_I \\ 0 & Y_{Mi} - Y_I \\ \gamma & - \end{vmatrix} \quad (4.21)$$

La rotation est limitée par l'écart initial e_i au point M_i , d'où :

$$\gamma_i = \frac{e_i - u \cdot n_{ix} - v \cdot n_{iy}}{(X_{Mi} - X_I) \cdot n_{iy} - (Y_{Mi} - Y_I) \cdot n_{ix}} \quad (4.22)$$

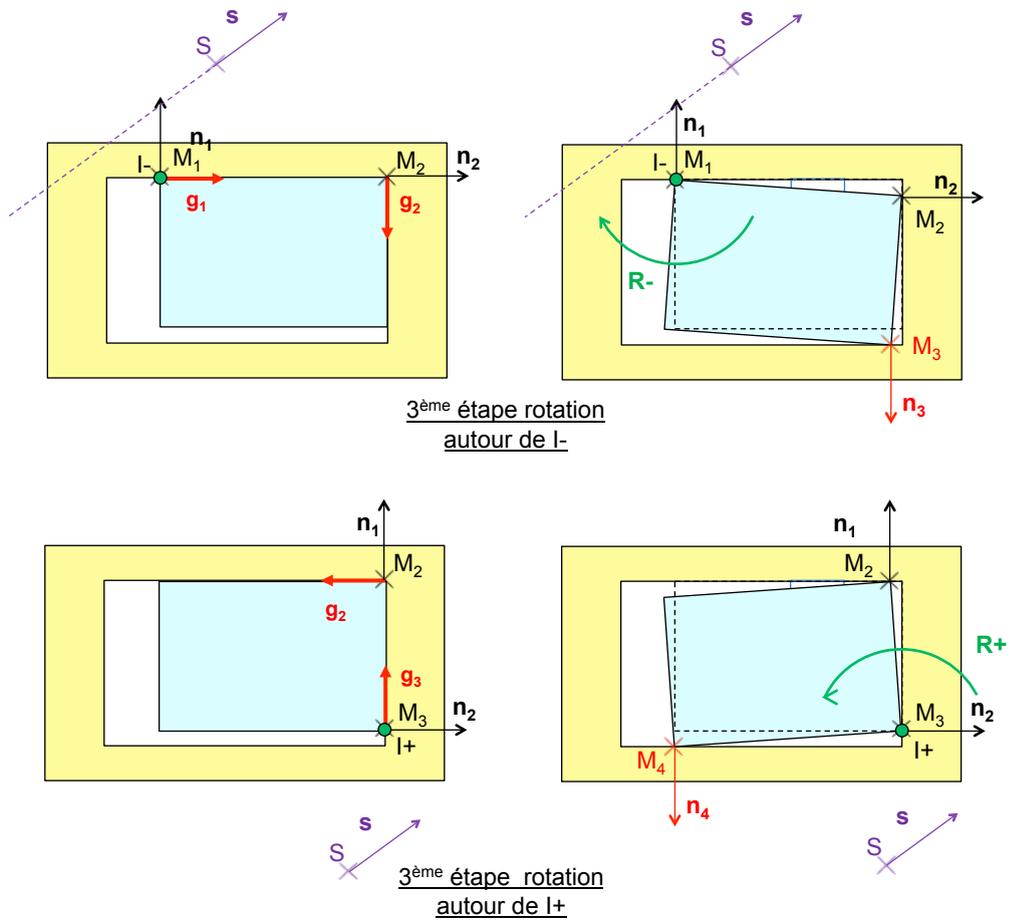


Figure 4.14 – Rotation de la liaison secondaire

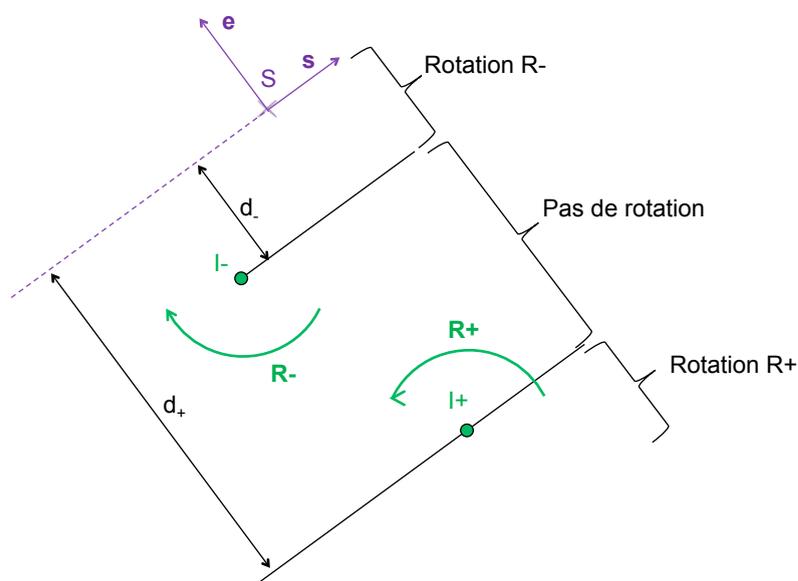


Figure 4.15 – Rotation complémentaire

Le calcul de γ se fait pour chaque point M_i dont la normale associé favorise la rotation. C'est-à-dire si :

$$\mathbf{n}_i \cdot \mathbf{r}_i > 0 \text{ avec } \mathbf{r}_i = \mathbf{z} \wedge \mathbf{IM}_i \quad (4.23)$$

C'est la plus petite valeur de γ qui donne le déplacement $d\mathbf{S}$, car parmi toutes les valeurs de γ trouvées, c'est la seule qui respecte la non interpénétration des états virtuels. Cette relation exprime donc le déplacement $d\mathbf{S}$ en fonction des écarts e_i aux 3 points de contact.

4.1.3 Liaison polygonale

S'il y a plusieurs plans dans la direction s , on cherche le premier plan qui limite le déplacement dans la direction s , puis on détermine un premier vecteur de glissement s .

On trouve alors un second plan qui limite la translation. Cependant, ce couple de plans n'est pas forcément bloquant. Il faut déterminer le vecteur glissement \mathbf{g}_2 du second plan. Si $\mathbf{g}_2 \cdot s > 0$, le glissement se poursuit sur le second plan jusqu'à rencontrer un troisième plan. Ainsi de suite jusqu'à ce que $\mathbf{g}_i \cdot s \leq 0$. Si l'écart initial est identique tout autour de la liaison, la translation se calcule uniquement avec les deux premières opérations.

4.1.4 Prise en compte de secteurs circulaires

Le comportement a été décrit pour une liaison prismatique composée de plans. Il est possible de prendre en considération des liaisons comportant également des secteurs circulaires (figure 4.16).

Dans un premier temps, un modèle simple s'appuyant sur le comportement décrit en 4.1.2 peut être utilisé. De la même manière, la 1^{ère} étape consiste à translater le corps dans l'embase dans la direction s .

Lors de la 2^{ème} étape, le corps tourne autour de C' (figure 4.17). Cette rotation est bloquée par un autre point de contact ou un autre secteur circulaire. Cette analyse est détaillée en annexe C. Enfin, de ce double contact, le corps peut encore glisser de manière à augmenter le déplacement du point d'analyse dans sa direction d'analyse associée. Ce mouvement correspond à la troisième étape de la figure 4.17.

Dans cette 3^{ème} étape, le cercle intérieur glisse dans le cercle extérieur, la direction CC'

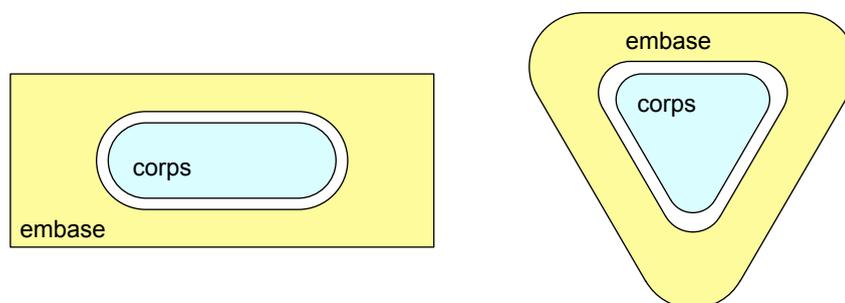


Figure 4.16 – Liaisons prismatiques avec secteurs circulaires

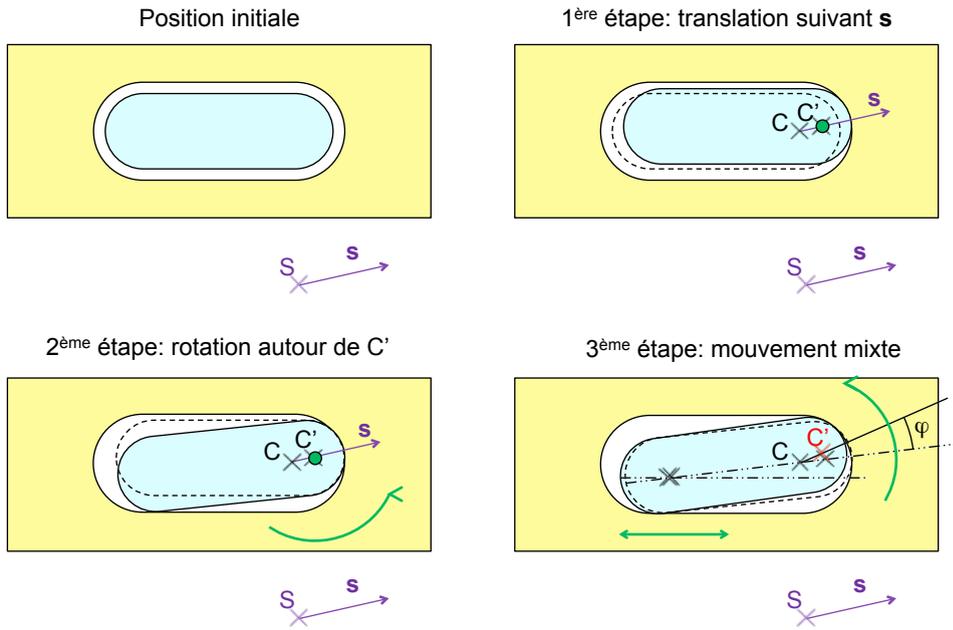


Figure 4.17 – Séquence de recherche de points de contact

pivote d'un angle φ . L'angle φ recherché est tel que :

$$\frac{dS}{d\varphi} = 0 \quad (4.24)$$

Le calcul est développé en annexe D.

Connaissant φ , on calcul C' puis la rotation γ pour calculer le déplacement du point S.

4.1.5 Vérification de l'hypothèse des points de contact

L'hypothèse de début est de dire que les points de contact sont invariants par modification des offsets et des valeurs de tolérance.

Concernant par exemple la première translation étudiée en section 4.1.2, la détermination des surfaces limitantes est effectuée en calculant d_i .

$$d_i = \frac{e_i}{s \cdot \mathbf{n}_i} = \frac{e_i}{\cos\theta_i} \quad (4.25)$$

La variation des valeurs offset et de tolérance changent uniquement l'état virtuel au minimum de matière et l'écart. Une surface i est limitante si :

Soit S_p , ensemble des surfaces potentiellement limitantes.

$$\forall j, \text{ pour } S_j \in \{S_p\}, d_i < d_j \quad (4.26)$$

$$\text{soit } \frac{e_i}{\cos\theta_i} - \frac{e_j}{\cos\theta_j} < 0 \quad (4.27)$$

Si X représente le décalage de l'état virtuel engendré par la tolérance ou l'offset, la relation devient :

$$\frac{e_i + X}{\cos\theta_i} - \frac{e_j + X}{\cos\theta_j} < 0 \quad (4.28)$$

Cette dernière relation est toujours vraie si tous les écarts initiaux sont égaux tout autour de la liaison. Sinon, aucune conclusion générale ne peut être tirée, cela dépendant des différents angles de la géométrie étudiée.

Quelle est la conséquence sur le résultat final si les écarts initiaux ne sont pas tous égaux ?

En modélisant l'offset, il peut y avoir un changement de point de contact, ce qui signifie que le déplacement est limité par un autre point que celui prévu. Autrement dit, le modèle proposé est pessimiste. Il est donc acceptable.

La figure 4.18 montre que le comportement avec les variations est linéaire par morceaux. Le modèle proposé est seulement linéaire.

Le modèle proposé est totalement valide uniquement sur une certaine plage. L'erreur est difficilement quantifiable sur d'autres plages mais elle est pessimiste.

Par contre, il faut insister sur le fait qu'il n'y pas d'erreur vis-à-vis de l'hypothèse énoncée si tous les écarts initiaux sont identiques autour de la liaison, ce qui est généralement le cas.

4.1.6 Bilan

Deux modélisations ont été décrites et sont synthétisée figure 4.19 : la première est définie à partir du double contact point/plan (figures 4.11, 4.13 et 4.14) et la seconde par l'association du contact point/ plan avec cercle/cercle (figure 4.17). Le modèle choisi dépend des surfaces limitantes déterminées par la transformation simple, composée d'une translation ou d'une translation et d'une rotation.

L'étude montre que le mouvement associé au double contact point/plan est croissant jusqu'à être limité par un autre contact bloquant.

Au contraire, l'association contact point/plan et cercle/cercle montre que la courbure associée au secteur circulaire limite à lui seul la mobilité en atteignant une valeur maximum avant de diminuer. Cette mobilité peut être bloquée par un autre contact avant d'atteindre sa position extremum.

Le cas du double contact cercle/cercle (figure 4.20) sera présentée pour les liaisons spécifiques type groupe de trous dans la section 5.

La dernière étape qui consiste à écrire la relation en fonction des tolérances et des offsets sera décrite dans la section 4.5.

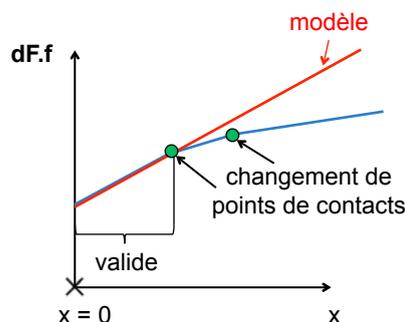


Figure 4.18 – Validité du modèle

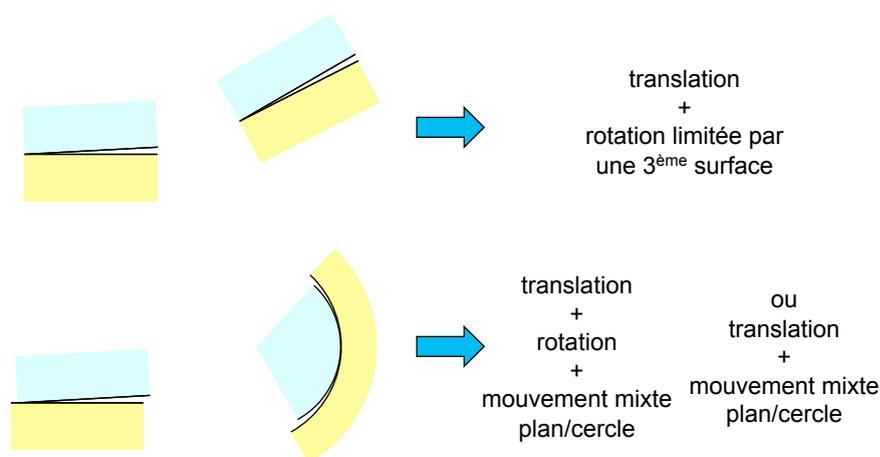


Figure 4.19 – Différentes modélisations du comportement critique

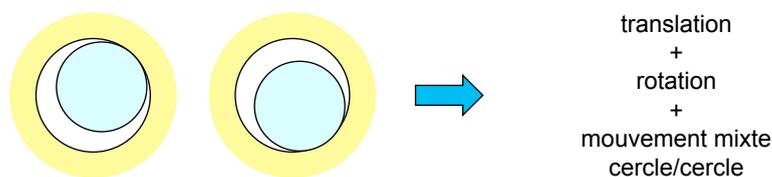


Figure 4.20 – Modélisation double contact cercle/cercle

4.2 Prismatic primaire avec jeu/plan secondaire

4.2.1 Cotation type

La figure 4.21 présente un mécanisme comportant une jonction avec une liaison prismatique primaire avec jeu et une liaison plane secondaire. L'exigence géométrique est la position de la surface du cône terminal du corps par rapport au système de références PQR de l'embase. Les jeux influents pour l'exigence sont considérés comme défavorables. La liaison prismatique est de section rectangulaire.

Pour pouvoir respecter l'exigence géométrique décrite ci-dessus, le jeu étant défavorable, il faut considérer les entités géométriques de la liaison prismatique avec jeu au minimum de matière. La spécification correspondante est présentée figure 4.22.

La montabilité est assurée par les spécifications S1 et S4 au maximum de matière.

L'indication 4c est utilisée pour indiquer que cette référence A est construite à partir des 4 plans de la liaison prismatique. La spécification S2 permet de maîtriser la position du cône terminal par rapport au système de références AB du corps. A est au minimum de matière utilisant la proposition 9 du chapitre 3 pour décrire la frontière.

La spécification S5 permet de maîtriser la position de la liaison prismatique de l'embase par rapport au système de références PQR de l'embase. La spécification S6 permet de limiter l'effet de rotation et d'inclinaison de la liaison prismatique. La spécification S7 permet de maîtriser la position de la liaison plane primaire.

Les deux spécifications de perpendicularité (S3 et S8) permettent de limiter le gap entre

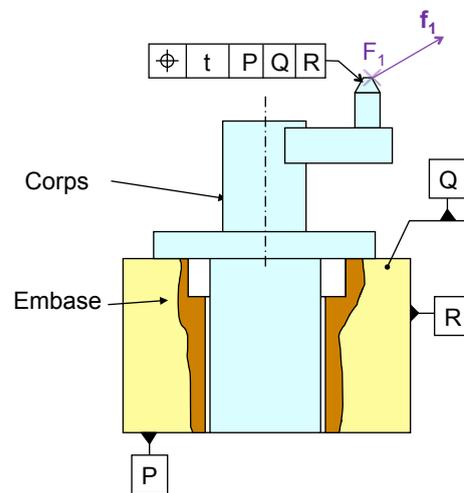


Figure 4.21 – Exigence géométrique jonction prismatique primaire/ plan secondaire

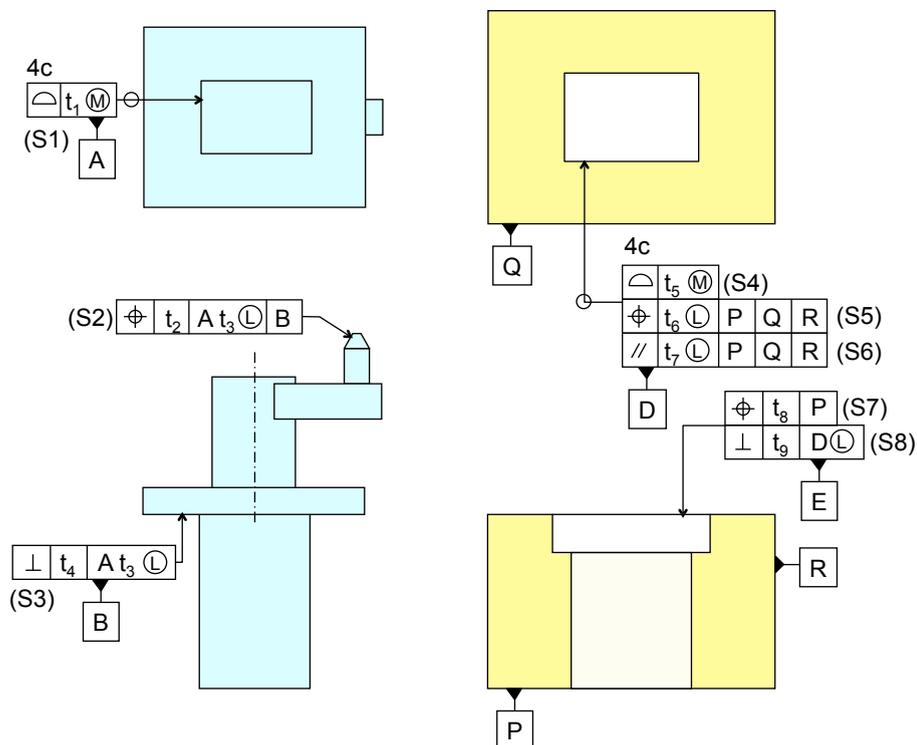


Figure 4.22 – Spécifications jonction prismatique primaire avec jeu/plan secondaire

les faces secondaires. De plus, la spécification S3 va apparaître dans la résultante car cet écart de perpendicularité autorise l'interpénétration de la référence spécifiée secondaire B sous la zone de tolérance de position du plan E.

4.2.2 Prismatic composée de plusieurs plans

Il s'agit maintenant d'établir le déplacement d'un point F du cône dans la direction de la normale du cône en fonction des tolérances indiquées sur cette figure. Pour cela, les limites du cône sont discrétisées dans chacune des 2 sections aux extrémités du cône par exemple. La mobilité de la liaison prismatique primaire se traduit par un torseur de petits déplacements à 5 composantes.

$$T_{prism-pri} = \begin{bmatrix} u & \alpha \\ v & \beta \\ 0 & \gamma \end{bmatrix}_o \quad (4.29)$$

Dans le cas général, le corps s'incline dans l'embase en fonction de la direction d'analyse. Le plan secondaire B du corps se décolle partiellement en maintenant le contact au point S. La position de ce point de contact S dépend donc de cette inclinaison. Il faut donc trouver cette inclinaison pour déterminer le point S et pour pouvoir faire le transfert.

Le repère est défini par :

- z est la direction de la prismatic orientée suivant la normale hors matière du plan secondaire E.
- $x = z \wedge (f \wedge z)$ d'où $f(f_x, 0, f_z)$ avec $f_x > 0$

La figure 4.23a) suivante est tracée dans le plan (F, f, z) pour une direction d'analyse dirigée ici vers la droite. Le corps translate tout d'abord suivant x . Ensuite, le corps peut s'incliner dans l'embase si la droite d'analyse ne coupe pas la jonction. La prismatic est limitée par deux plans $(P_1(Z_{haut}), z)$ et $(P_2(Z_{bas}), z)$. La projection des points de glissement de la face secondaire sur ces deux plans donne les axes instantanés de rotation I+ et I-. On suppose que le corps pivote ensuite selon ces axes de rotations de direction y , qui ne dépendent pas de la forme de la prismatic.

Dans le cas de la figure 4.23b), Les points S_1 et S_2 sont les points extrêmes du contour du plan secondaire dans le sens $x+$ et $x-$. Leur projection donne les axes instantanés de rotation I+ et I- de direction y .

La figure 4.23c) représente le cas particulier où y est parallèle aux arêtes du plan B. Dans ce cas le contact se fait sur la ligne S_1S_2 ou S_3S_4 .

Ayant déterminé les axes instantanés de rotation, si la droite d'analyse passe entre les 2 axes, il n'y a pas de rotation, sinon il y a rotation autour de I- ou I+.

La rotation autour de y est limitée par les contacts aux deux extrémités de la liaison prismatique. On modélise cette rotation par deux translations au niveau des extrémités de la liaison. Par exemple, si le sens d'inclinaison est Y- autour de I-, il faut maximiser le déplacement de la partie supérieure dans la direction X+ et la partie inférieure dans le sens X-. Si le sens d'inclinaison est Y+ autour de I+, il faut maximiser le déplacement de la partie supérieure dans la direction X- et la partie inférieure dans le sens X+.

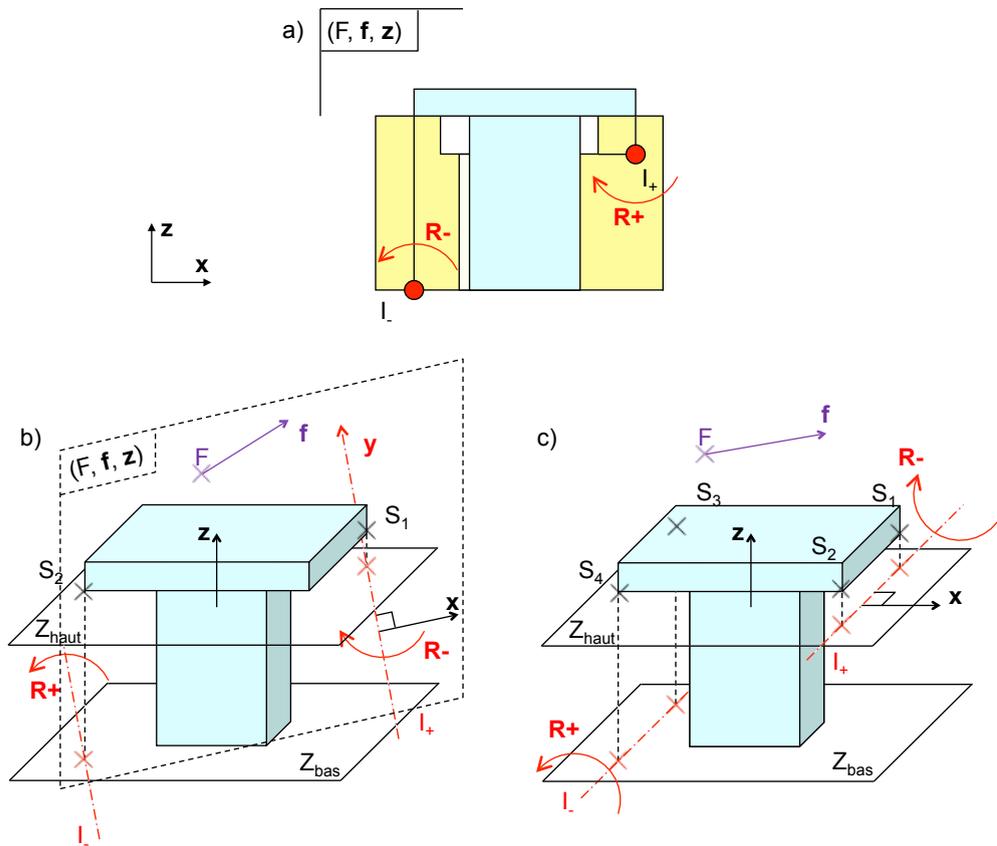


Figure 4.23 – Inclinaison dans la liaison prismatique

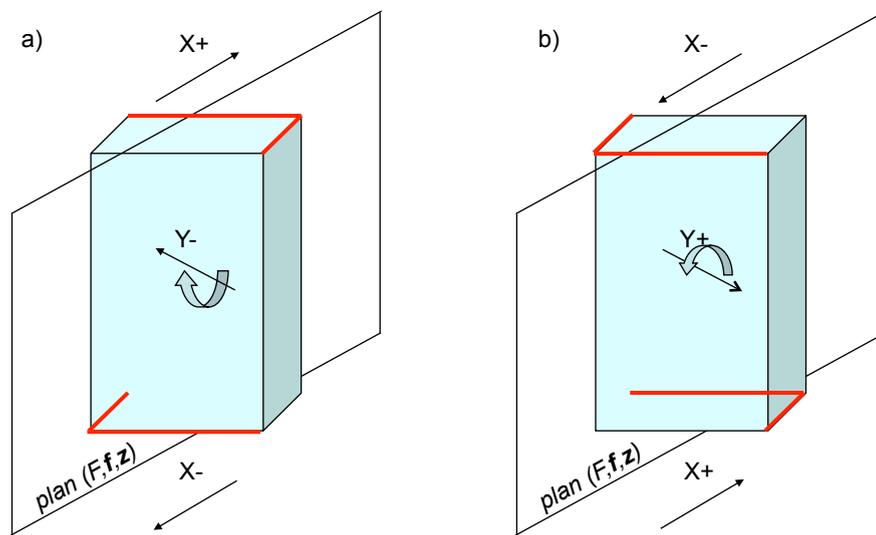


Figure 4.24 – Rotation autour de l'axe y

Dans les deux sections "haute" et "basse", la détermination des surfaces limitantes se fait de la même manière que pour la liaison secondaire. Nous obtenons ainsi les arêtes de contact $M_1M_2M_3$ pour la partie supérieure et $M_4M_5M_6$ pour la partie inférieure. Ce premier mouvement caractérise un petit déplacement à 4 composantes car il peut y avoir un décalage des 2 translations en "haut" et en "bas" :

$$T_{prism.mouv_1} = \begin{bmatrix} u & \alpha \\ v & \beta \\ 0 & 0 \end{bmatrix}_O \quad (4.30)$$

Il s'agit maintenant de rechercher les axes de rotation potentiels autorisant la dernière mobilité. Dans le cas où 2 plans limitent le déplacement pour la partie supérieure de la liaison et deux autres plans pour la partie inférieure, il est possible d'identifier 2 axes de rotations A_1 de sens R+ et A_2 de sens R- avec le même principe que la liaison prismatique secondaire. Chaque point glisse sur son plan respectif autour d'un axe de direction principale z. La figure 4.25 présentent les axes de rotations possibles de la figure 4.24a.

Dans le cas 4.25a) avec une rotation R+. En haut le corps glisse sur les points M_1 et M_2 . En bas, le corps glisse sur les points M_4 et M_5 . Ces 4 points définissent un axe de rotation A_1 .

De même en figure 4.25b), la rotation R- se fait autour de l'axe A_2 . Si la droite d'analyse (F, f) passe entre A_1 et A_2 , il n'y a pas de rotation complémentaire. Sinon, il y a un couple rotation de la pièce autour de l'axe A correspondant.

Le torseur avec les composantes u, v, α , β et γ est connu. Les calcul de détermination des axes et des composantes du torseur sont donnés en annexe.

4.2.3 Recherche du point de contact secondaire

Comme cela a été évoqué au chapitre 4. . . ., nous pouvons déterminer le point de contact secondaire S car nous connaissons l'inclinaison du corps. Pour cela, il faut déterminer, à l'aide de ce torseur, le déplacement de chaque vertex de la face secondaire et conserver le point S_1 ayant le plus grand déplacement suivant z- et le point S_2 ayant le plus grand déplacement suivant z+ (pour écrire la relation lorsque qu'il y a interpénétration du plan secondaire).

De ce résultat, on peut enfin écrire l'équation suivante où les paramètres K_{p1} , K_{p2} , p_1 et p_2 dépendaient directement de S.

$$d(F, f) = K_{p1} \cdot d(P_1, p_1) + K_{p2} \cdot d(P_2, p_2) + K_s \cdot d(S, s) \quad (4.31)$$

$$\tan\theta = \frac{(Y_S - Y_F) \cdot f_z}{Z_F \cdot f_X + (X_S - X_F) \cdot f_x}; \quad K_{p2} = \frac{(Y_S - Y_F) \cdot f_z}{Z_{P2} \cdot \sin\theta}; \quad p_2 = \begin{bmatrix} \cos(\theta) \\ \sin(\theta) \\ 0 \end{bmatrix} \quad (4.32)$$

$$\tan\psi = \frac{(Y_S - Y_F) \cdot f_z}{(Z_F - Z_{P2}) \cdot f_X + (X_S - X_F) \cdot f_x}; \quad K_{p1} = -\frac{(Y_S - Y_F) \cdot f_z}{Z_{P2} \cdot \sin\psi}; \quad p_1 = \begin{bmatrix} \cos(\psi) \\ \sin(\psi) \\ 0 \end{bmatrix} \quad (4.33)$$

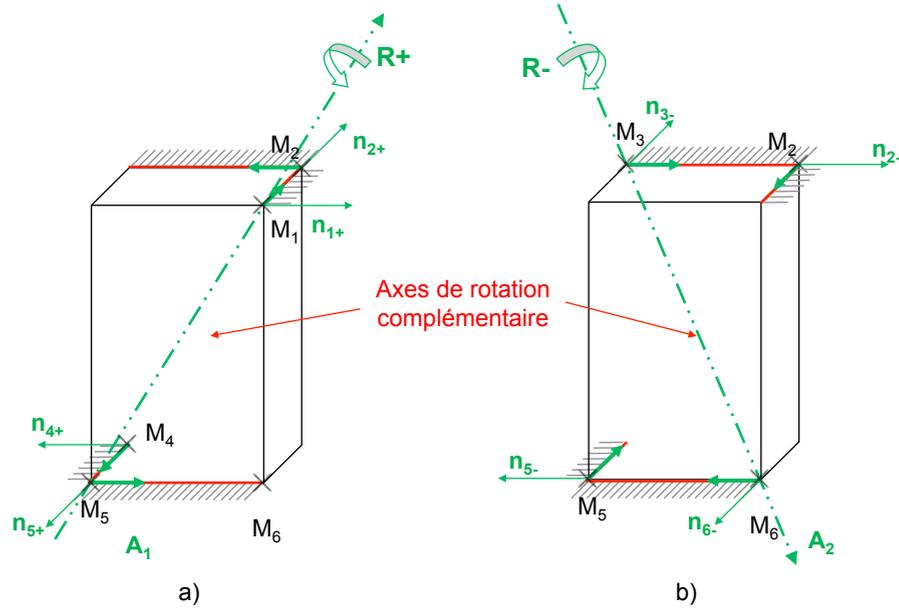


Figure 4.25 – Rotation complémentaire avec plans

Il est possible de déterminer les coefficients d'influence pour chacun des points limitant le déplacement et ainsi écrire le déplacement des points primaires de la façon suivante :

$$K_{p1} \cdot d(P_1, \mathbf{p}_1) + K_{p2} \cdot d(P_2, \mathbf{p}_2) = \sum_{i=1}^5 K_i \cdot d(M_i, \mathbf{n}_i) \quad (4.34)$$

avec :

$$d(P_i, \mathbf{p}_i) = u \cdot p_{ix} + v \cdot p_{iy} + \mathbf{R} \cdot (\mathbf{OP}_i \wedge \mathbf{p}_i) \quad (4.35)$$

$$d(M_i, \mathbf{n}_i) = u \cdot n_{ix} + v \cdot n_{iy} + \mathbf{R} \cdot (\mathbf{OM}_i \wedge \mathbf{n}_i) \quad (4.36)$$

En faisant une identification des 5 composants du torseur de petit déplacements, il est possible d'écrire :

$$\begin{bmatrix} n_{1x} & n_{2x} & \cdot & \cdot & \cdot \\ n_{1y} & n_{2y} & \cdot & \cdot & \cdot \\ -Z_{M1} \cdot n_{1y} & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ Z_{M1} \cdot n_{1x} & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ X_{M1} \cdot n_{1y} - Y_{M1} \cdot n_{1x} & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \end{bmatrix} \begin{bmatrix} K_1 \\ K_2 \\ K_3 \\ K_4 \\ K_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sum_i K p_i \cdot p_{ix} \\ \sum_i K p_i \cdot p_{iy} \\ -\sum_i K p_i \cdot Z_{pi} \cdot p_{iy} \\ \sum_i K p_i \cdot Z_{pi} \cdot p_{ix} \\ \sum_i K p_i \cdot (X_{pi} \cdot p_{iy} - Y_{pi} \cdot p_{ix}) \end{bmatrix} \quad (4.37)$$

L'inversion du système nous permet de connaître les coefficients d'influences de chacun des points de contact primaire. Il est alors possible d'écrire :

$$d(F, \mathbf{f}) = \sum_i K_i \cdot d(M_i, \mathbf{n}_i) + K_s \cdot d(S, \mathbf{s}) \quad (4.38)$$

Il suffit maintenant d'écrire les déplacements élémentaires en fonction des tolérances. Ceci sera abordé dans la section 4.4.

4.2.4 Prismatic avec secteur circulaire

Dans le cas où une surface de contact est un secteur circulaire, il n'y a qu'un seul axe de rotation possible passant approximativement par le centre de la section, les deux sens de rotation étant possibles. La figure 4.23 présente un mécanisme où l'axe de rotation se construit à partir de deux centres de secteurs circulaires. Le sens de rotation est défini par la situation géométrique de la droite d'analyse par rapport à cet axe.

De même, il est possible d'avoir à une extrémité un centre de secteur circulaire limitant et deux plans limitants à l'autre extrémité de la liaison. La construction de l'axe est équivalente à celle présentée en 4.2.2. mais cette fois avec un point de l'axe déjà connu (centre du secteur circulaire) et donc seulement deux équations pour déterminer le vecteur directeur de l'axe.

La rotation complémentaire est ensuite limitée par une autre surface.

Si c'est un plan, un glissement supplémentaire (figure 4.27) peut augmenter le déplacement du point d'analyse, c'est un mouvement mixte cercle/cercle/plan. Le calcul de ce nouveau paramétrage est très complexe. Pour cela une solution solveur doit être envisagée.

Si c'est un autre secteur circulaire, le corps se trouve dans une position limite et le déplacement maximum est trouvé.

4.3 Ecriture en fonction des tolérances

La dernière étape consiste à écrire les déplacements en fonction des tolérances. Le principe est identique que ce soit pour une liaison prismatique primaire ou une liaison prismatique secondaire. La démarche est présentée ici avec la jonction prismatique primaire avec jeu / appui plan secondaire.

Les spécifications ont été définies par la figure 4.22. Celles qui définissent les états virtuels au minimum de matière sont rappelées figure 4.28.

Sur la liaison prismatique primaire, on a une spécification d'orientation de tolérance t_7 et une spécification de position t_6 avec $t_7 < t_6$. Il faut d'abord faire le calcul 3D en considérant un état virtuel en orientation en position parfaite, puis ajouter l'effet de la translation permis par la différence des états virtuels en orientation et en position.

Au point M_i , l'écart nominal est e_i . Lors de l'optimisation, on va modifier les surfaces nominales en générant un offset de chaque surface nominale. De plus, chaque surface a une tolérance :

$$e_{i_{maxi}} = e_i - offset_c - offset_e + \frac{t_3}{2} + \frac{t_7}{2} \quad (4.39)$$

Les relations donnent l'effet de ce jeu entre les états virtuels au minimum de matière en orientation. Il y a également un offset sur la surface secondaire et une tolérance de localisation t_8 .

$$d(S, s) = offset_s + \frac{t_8}{2} \quad (4.40)$$

$$d(F, f) = \sum_{i=1}^5 K_i \cdot d(M_i, n_i) + K_s \cdot d(S, s) \quad (4.41)$$

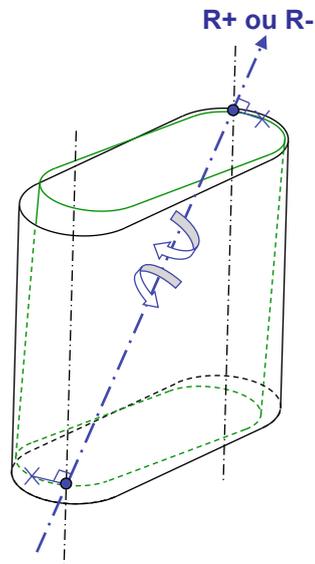


Figure 4.26 – Rotation complémentaire avec secteurs circulaires

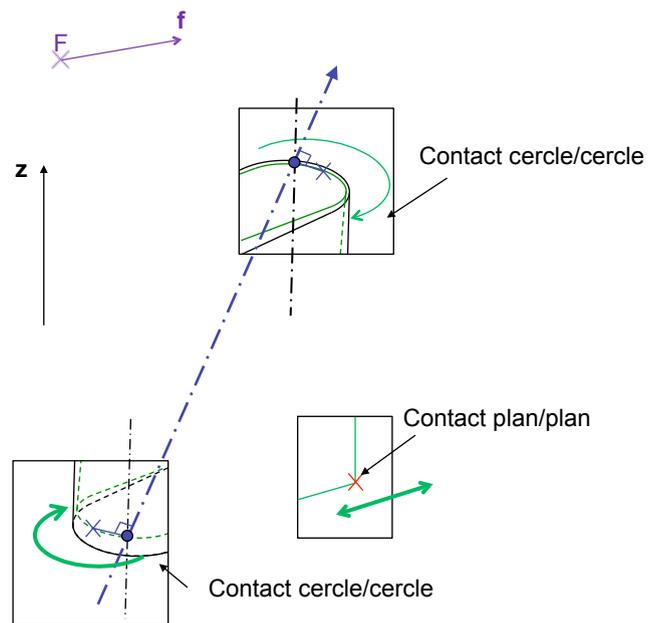


Figure 4.27 – Glissement supplémentaire

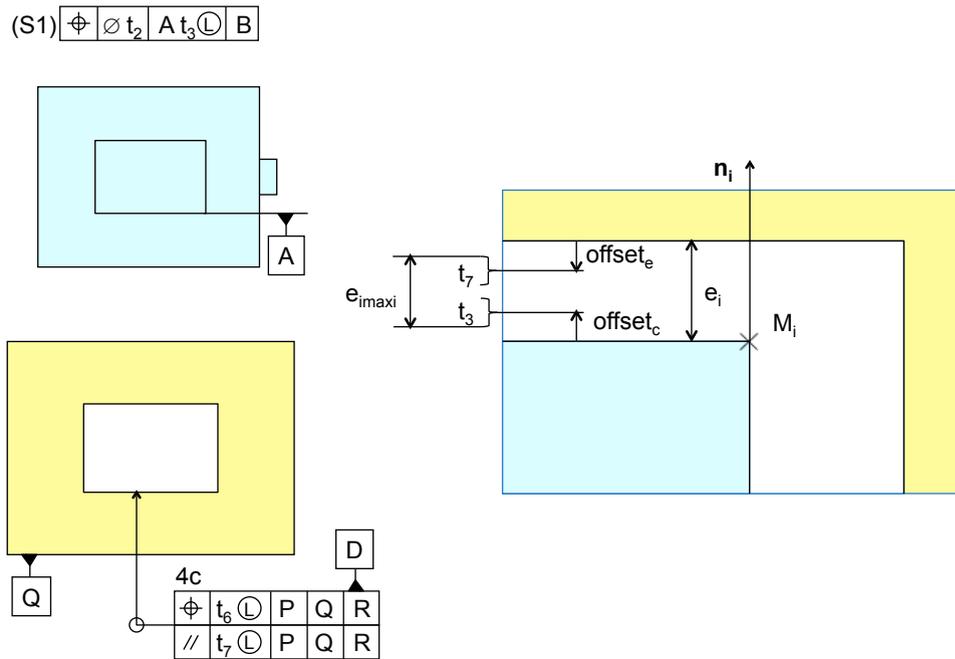


Figure 4.28 – Relation en fonction des tolérances

Sachant que $d(M_i, \mathbf{n}_i) = e_{i_{\max i}}$, on obtient :

$$d(F, \mathbf{f}) = \sum_{i=1}^5 K_i \cdot \left(\frac{t_3}{2} + \frac{t_7}{2} - \text{offset}_c - \text{offset}_e \right) + \sum_{i=1}^5 K_i \cdot e_i + K_s \cdot \left(\text{offset}_s + \frac{t_8}{2} \right) \quad (4.42)$$

La mobilité entre l'état virtuel en orientation et l'état virtuel en position est une simple translation équivalente à celle recherchée dans la première étape. (l'écart entre ces états virtuels ne dépend pas des offsets).

Ainsi, la relation 4.20 donne la translation (u, v) complémentaire à appliquer en connaissant les normales aux points M_1 et M_2 de la figure 4.11 avec $e_1 = e_2 = (t_6 - t_7)/2$. D'où le déplacement supplémentaire :

$$d(F, \mathbf{f})_{\text{sup}} = u \cdot f_x + v \cdot f_y = \frac{f_x \cdot (n_{2y} - n_{1y}) + f_y \cdot (n_{1x} - n_{2x})}{n_{1x} \cdot n_{2y} - n_{2x} \cdot n_{1y}} \cdot \frac{t_6 - t_7}{2} \quad (4.43)$$

L'influence de la jonction dépend des offsets des pièces et des tolérances.

$$d(F, \mathbf{f}) = \sum_{i=1}^5 K_i \cdot \left(\frac{t_3}{2} + \frac{t_7}{2} - \text{offset}_m - \text{offset}_f \right) + \sum_{i=1}^5 K_i \cdot e_i + K_s \cdot \left(\text{offset}_s + \frac{t_8}{2} \right) + \frac{f_x \cdot (n_{2y} - n_{1y}) + f_y \cdot (n_{1x} - n_{2x})}{n_{1x} \cdot n_{2y} - n_{2x} \cdot n_{1y}} \cdot \frac{t_6 - t_7}{2} \quad (4.44)$$

Suivant la droite d'analyse, le phénomène d'interpénétration sera pris en compte comme en chapitre 2. Pour rappel, si la droite d'analyse est dirigée intérieur matière par rapport au plan secondaire E de l'embase, la référence secondaire B du corps peut interpénétrer dans ce plan secondaire E.

Le point secondaire est le point S2 avec le déplacement maxi suivant z . Le déplacement vaut alors :

$$d(S, s) = offset_s + \frac{t_8}{2} + t_4 \quad (4.45)$$

Cette section s'est attachée à détailler l'écriture du déplacement. Cependant, toutes les relations de transfert définies dans le chapitre 2 (avec les secteurs numérotés ①, ②...) restent valables pour ces liaisons.

4.4 Liaison surfacique primaire

L'hypothèse de comportement d'une liaison surfacique est que la référence de la pièce d'appui doit rester dans la zone de tolérance de la pièce support (figure 3.49). Le nominal des deux surfaces en vis-à-vis est identique.

Afin de déterminer la mobilité qui génère le déplacement maximum pour un point d'analyse donné, la même méthode que pour les liaisons avec jeu est utilisée. La seule différence est que pour chaque vertex de la surface, il y a une contrainte bilimite et non pas unilimite.

$$d(M_i, \mathbf{n}_i) \leq \frac{t}{2} \text{ et } d(M_i, -\mathbf{n}_i) \leq \frac{t}{2} \quad (4.46)$$

La stratégie de calcul est donc équivalente à la liaison prismatique avec jeu. La même séquence de mouvement est appliquée.

Il est peu probable de rencontrer des conceptions avec une liaison prismatique surfacique secondaire.

4.5 Bilan

La démarche de recherche des points de contact utilise des concepts relativement simples, en étudiant précisément la position de la droite d'analyse par rapport à la géométrie de la liaison et plus particulièrement les axes instantanés de rotation. La figure 4.29 présente la séquence de mouvements réalisés pour rechercher les points de contact.

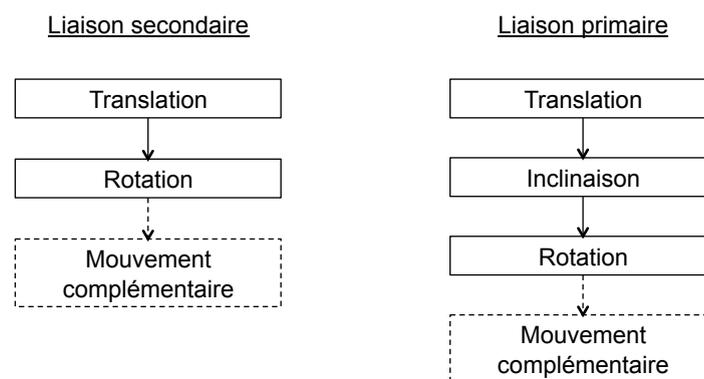


Figure 4.29 – Séquence de mouvements

Lorsque la séquence de mouvement donne des surfaces limitantes cylindriques, un glissement complémentaire est réalisé.

Cette méthode paraît complexe, mais elle a l'avantage de donner finalement une simple relation linéaire très pratique pour la synthèse des tolérances et l'optimisation des modèles nominaux.

Cette méthode s'appuie sur la notation d'état virtuel au minimum de matière qui permet de trouver directement le pire des cas, sans tenir compte des défauts des différentes surfaces de la liaison.

5 Liaison prismatique réalisée par un groupe de trous

5.1 Groupe de 2 cylindres secondaires

5.1.1 Cotation type

La jonction de la figure 4.30 est constituée d'une liaison primaire plane et d'un groupe secondaire de deux cylindres.

L'exigence géométrique vise à maîtriser la position de l'axe du cylindre terminal du corps par rapport au système de références de l'embase, réalisé par de trois plans orthogonaux PQR.

La cotation des deux pièces respectant l'exigence géométrique est la suivante.

La spécification S1 du corps permet de localiser la surface terminale par rapport au système de références AB. Le système de références est constitué de la référence plane primaire A et d'un groupe de cylindres secondaire B. La référence secondaire doit respecter un état virtuel constitué de 2 cylindres de diamètre d_L , perpendiculaires à A et en position relative exacte.

La figure 4.32 présente les états virtuels à respecter.

Pour (S2), l'état virtuel au minimum de matière est un cylindre de diamètre D_{1b} fixe par rapport à PQR.

Certaines droites d'analyse sur l'embase présentent un porte à faux sur la liaison secondaire, ainsi une tolérance d'orientation dite de couple (S3) est appliquée pour limiter l'in-

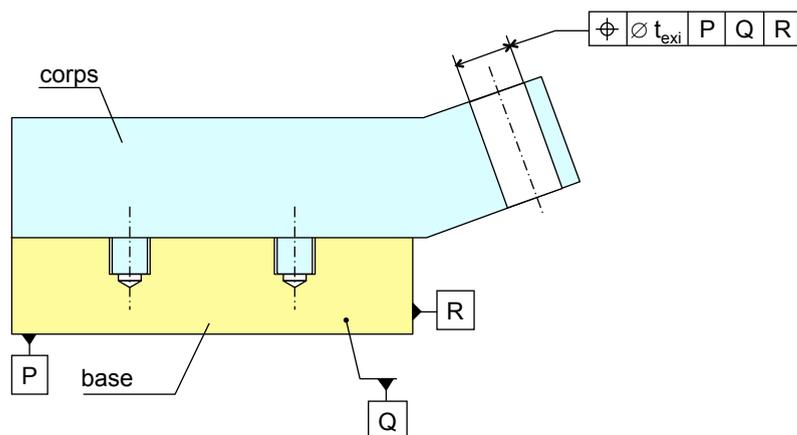


Figure 4.30 – Exigence géométrique

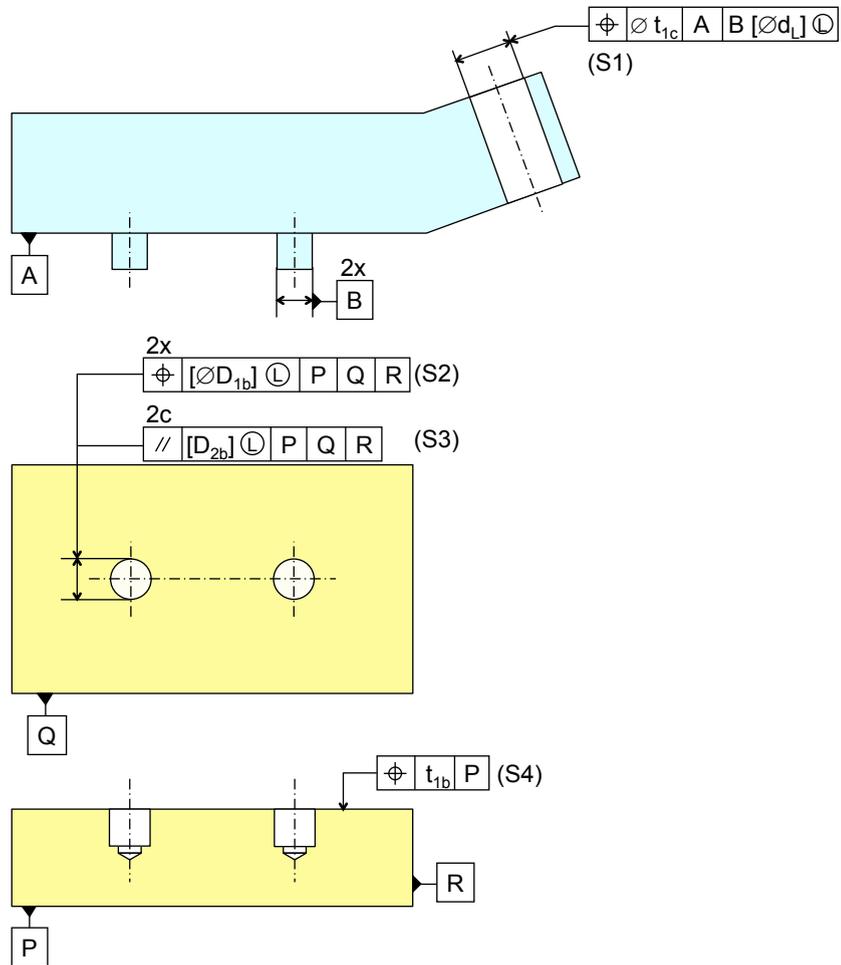


Figure 4.31 – Cotation de la jonction plan primaire/groupe de trous secondaire

fluence de la rotation de la liaison.

Pour (S3), l'état virtuel au minimum de matière est défini par deux plans distants de D_{2b} perpendiculaires à la flèche, donc parallèles à Q. Ces deux états virtuels doivent être dans la matière.

Enfin, les spécifications S2 et S4 permettent de localiser les surfaces de la jonction par rapport au système de références PQR de l'exigence.

Il s'agit maintenant de déterminer le déplacement maximum des points d'analyse dans les différentes directions d'analyse. Ce déplacement est contraint par la non interpénétration des états virtuels. Le déplacement de l'état virtuel de référence du corps (B) est limité à la fois par l'état virtuel en orientation et l'état virtuel en position de l'embase

5.1.2 Influence de la spécification de position

Le déplacement est maximum lorsque les pièces sont au mini matière et parfaitement centrées. Les jeux au minimum de matière sont identiques sur les 2 trous.

La figure 4.33 montre les positions extrêmes que peut adopter la jonction.

Dans cette figure 4.33, les deux alésages correspondent à l'état virtuel au minimum de matière de position de l'embase. Les deux cylindres correspondent à la référence au minimum de matière du corps.

La figure 4.33a présente la position initiale.

La figure 4.33b montre la position obtenue par une translation dans la direction d'analyse secondaire s . Cette situation se produit si la droite d'analyse coupe la jonction entre les deux axes.

La figure 4.33c montre la position obtenue par une translation et une rotation. La rotation d'angle γ a pour centre le milieu du segment constitué par les centres des trous. Cette situation se produit lorsque la direction d'analyse ne coupe pas la liaison et génère un "couple".

La figure 4.34 détaille la figure 4.33b. Le jeu J est la différence entre les états virtuels $J = D_{1L} - dL$.

Les cercles de diamètre J représentent directement le jeu entre la référence B au mini matière et l'état virtuel au minimum de matière de position. Le déplacement du point secondaire S noté $d(S, s)$ est :

$$d(S, s) = \mathbf{dS} \cdot \mathbf{s} = \frac{J}{2} \quad (4.47)$$

Si la droite d'analyse ne coupe pas le segment [AB], le couple génère une petite rotation γ qui vient s'ajouter à la translation. Ainsi pour respecter la non interpénétration des états virtuels, les centres A et B des cercles doivent rester à l'intérieur de ces cercles de diamètre J .

Tous les points de la droite d'analyse ont le même déplacement projeté sur la droite d'analyse. Il suffit donc d'étudier le déplacement du point S situé sur la médiatrice de [AB]. Le point O, milieu de [AB], est l'origine du repère $(O, \mathbf{x}, \mathbf{y})$ (figure 4.35).

Soit φ , l'angle formé par le point de contact B et la direction \mathbf{x} des deux trous. Si les jeux sont identiques sur les deux trous, compte tenu que les jeux sont très petits devant la distance E, par symétrie, l'angle φ se retrouve également pour définir le déplacement du point A. Le

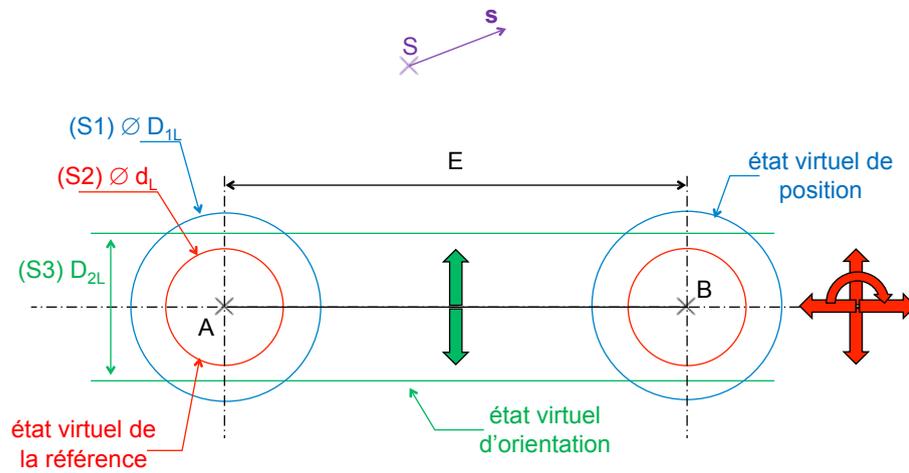


Figure 4.32 – Mobilités des états virtuels

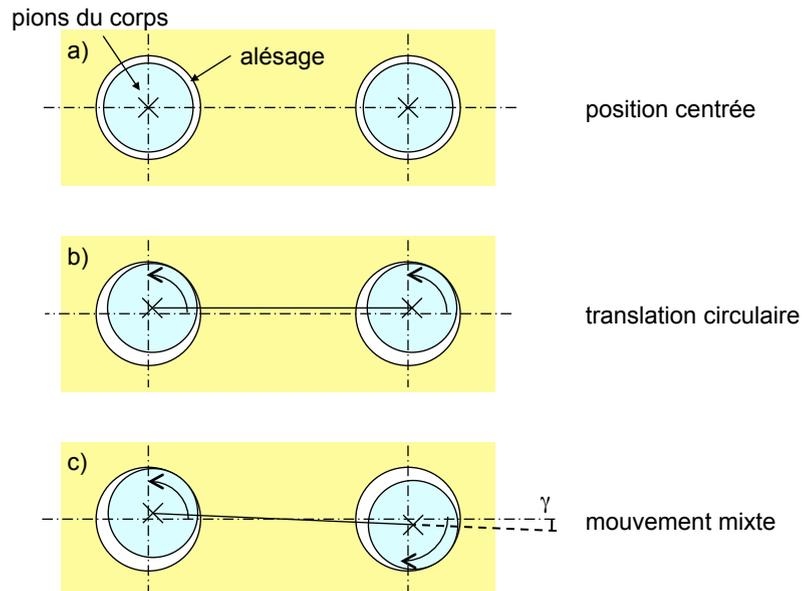


Figure 4.33 – Positions extrêmes

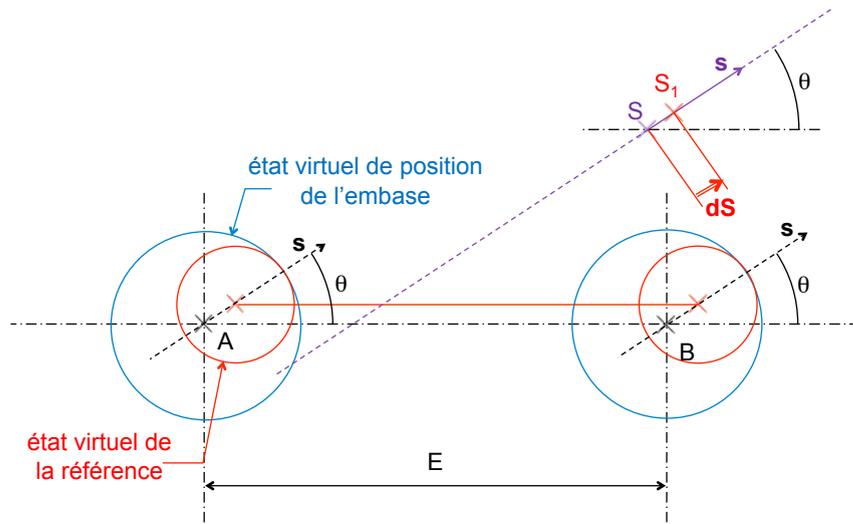


Figure 4.34 – Translation pure

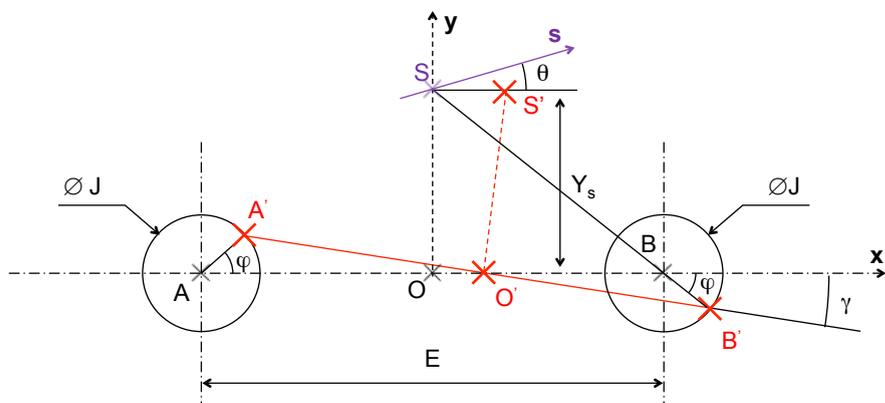


Figure 4.35 – Paramétrage du modèle mixte

centre O' reste sur l'axe x .

L'angle γ dépend du jeu et de φ .

$$dO = OO' = \frac{J}{2} \cdot \cos\varphi \cdot x \text{ et } \gamma = J \cdot \frac{\sin\varphi}{E} \quad (4.48)$$

D'où :

$$dS = dO + R \wedge OF \quad (4.49)$$

$$dS = \begin{bmatrix} \frac{J}{2} \cdot \cos\varphi \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & Y_S \\ \gamma & 0 \end{bmatrix} \text{ avec } \gamma = J \cdot \frac{\sin\varphi}{E} \text{ et } s = \begin{bmatrix} \cos\theta \\ \sin\theta \\ 0 \end{bmatrix} \quad (4.50)$$

D'où :

$$dS \cdot s = \frac{J}{2} \cdot \cos\theta \cdot \left(\cos\varphi - Y_S \cdot \frac{2\sin\varphi}{E} \right) \quad (4.51)$$

Ainsi le déplacement de S suivant s est maximum lorsque la dérivée de $dS \cdot s$ est nulle :

$$\frac{(dS \cdot s)}{d\varphi} = \frac{J}{2} \cdot \cos\theta \cdot \left(-\sin\varphi - Y_S \cdot \frac{2\cos\varphi}{E} \right) = 0 \quad (4.52)$$

Ce qui donne pour l'angle φ (φ est négatif si Y_S est positif) :

$$\tan\varphi = -2 \cdot \frac{Y_S}{E} \quad (4.53)$$

Cela veut donc dire que le déplacement maximum est obtenu lorsque les points S B et B' sont alignés ou les points S A et A' sont alignés. Il faut remarquer aussi que φ ne dépend pas de la tolérance ou de l'offset de surfaces. Le déplacement de S est alors :

$$d(S, s) = \frac{J}{2} \cdot \cos\theta \cdot (\cos\varphi + \tan\varphi \cdot \sin\varphi) \quad (4.54)$$

$$d(S, s) = \frac{J}{2} \cdot \frac{\cos\theta}{\cos\varphi} \quad (4.55)$$

Si la direction d'analyse s est perpendiculaire à AB, la valeur absolue de l'angle φ tend vers $\pi/2$

Le déplacement vaut donc :

$$d(S, s) = J \cdot \frac{L}{E} \quad (4.56)$$

5.1.3 Prise en compte de la spécification d'orientation

Il faut maintenant intégrer la contrainte imposée par la spécification d'orientation.

Soit α l'angle maximum permis par la tolérance d'orientation (α est toujours un nombre positif).

$$\alpha = \frac{D_{2L} - dL}{E} \quad (4.57)$$

Si la direction d'analyse est perpendiculaire à AB, la rotation se limite donc à un angle α (figure 4.38).

Le déplacement est une "translation + rotation" et vaut donc :

$$d(S, s) = \frac{J}{2} + \alpha \cdot \left(L - \frac{E}{2} \right) \quad (4.58)$$

Si la direction d'analyse ne coupe pas le segment AB, il y a deux cas :

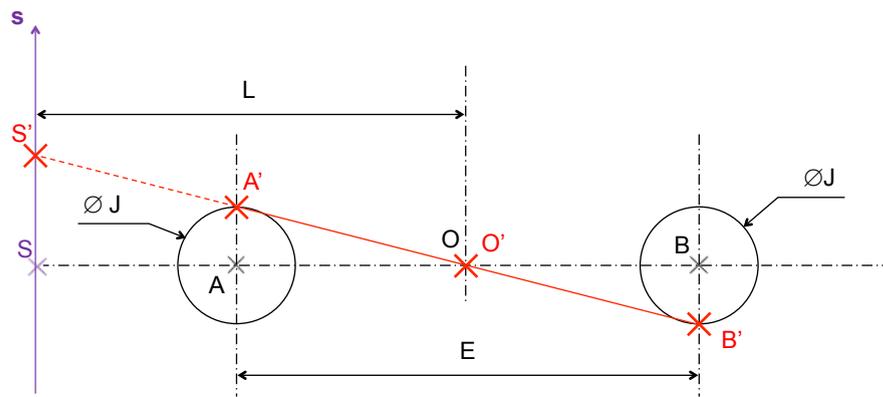


Figure 4.36 – Cas particulier

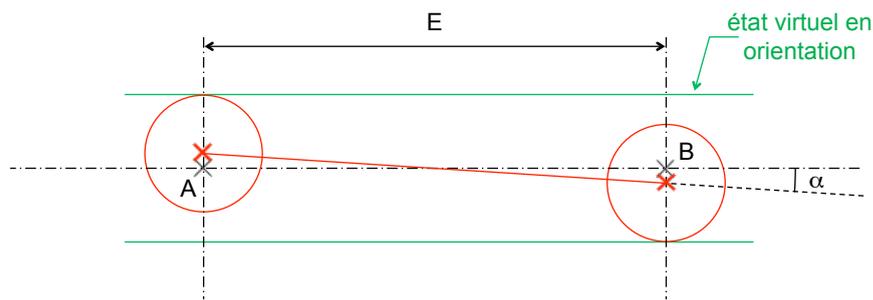


Figure 4.37 – Angle maxi permis par la tolérance d'orientation

- si $|\gamma| < \alpha$, la spécification d'orientation ne limite pas l'angle. Il n'y a pas d'influence pour cette direction d'analyse,
- si $|\gamma| > \alpha$, la spécification d'orientation limite la rotation à la valeur α qui ne peut pas atteindre la valeur γ qui donne le déplacement maxi. Deux configurations sont possibles.

La première configuration consiste à translater le point A en A' suivant la direction d'analyse s puis à tourner autour du centre A' d'un angle α . Cette configuration n'est possible que si la rotation d'angle α ne provoque pas une interpénétration du cercle de centre B' dans l'état virtuel en position de l'alésage. Il y a donc 2 déplacements successifs (translation + rotation)(figure 4.39).

$$dS_1 \cdot s = AA' = \frac{J}{2} \quad (4.59)$$

$$dS_2 = dA' + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -\alpha \end{bmatrix} \wedge A'S_1 \quad (4.60)$$

$$dS \cdot s = \frac{J}{2} + \alpha \cdot \left(\frac{E}{2} \cdot \sin\theta - Y_S \cdot \cos\theta \right) \quad (4.61)$$

La seconde configuration apparaît lorsqu'il y a une interférence avant d'atteindre l'angle

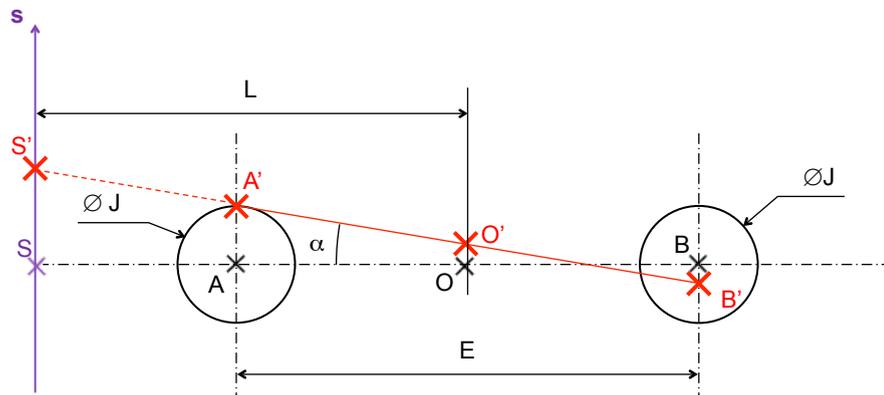


Figure 4.38 – Cas particulier limité à un angle α

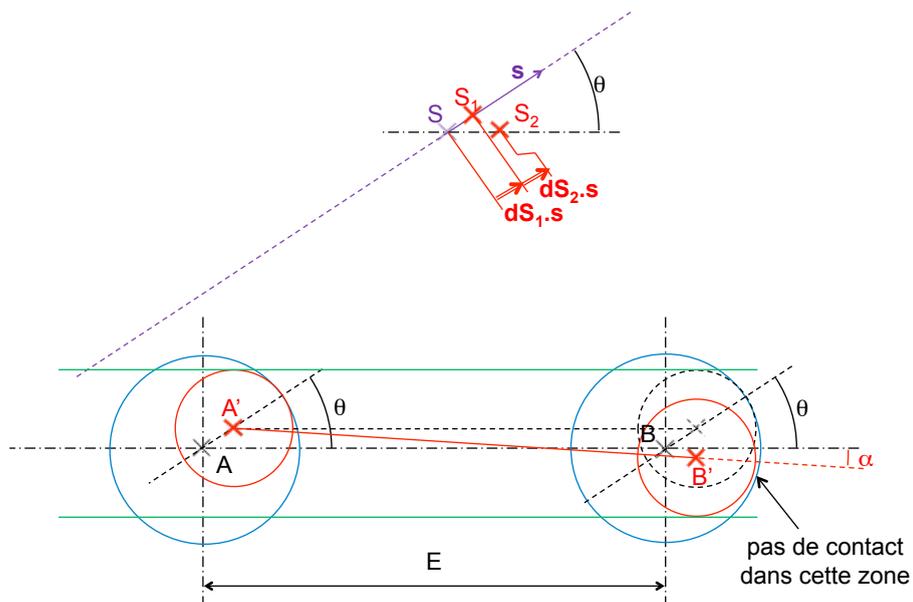


Figure 4.39 – Translation et rotation pure

α . Les deux cercles ne peuvent se toucher que dans des situations symétriques (figure 4.40), ce qui impose $|\gamma| = \alpha$. Ce genre de configuration s'obtient lorsque l'angle θ devient petit.

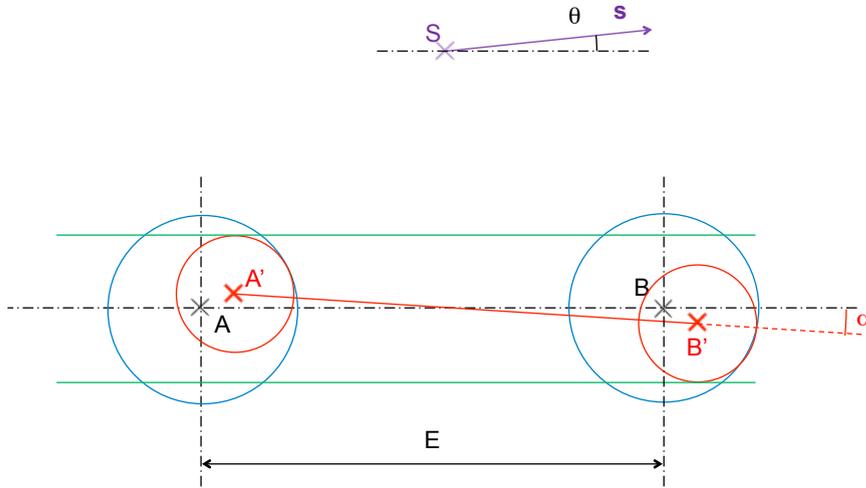


Figure 4.40 – Mouvement mixte limité par l'angle α

Dans cette configuration, l'état virtuel en rotation est centré sur l'état virtuel en position.

$$dS = dO + R \wedge OS \quad (4.62)$$

$$dS = \begin{bmatrix} \frac{J}{2} \cdot \cos(-\alpha) \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & Y_S \\ -\alpha & 0 \end{bmatrix} \wedge \text{avec } \alpha = \frac{D_{2L} - d_L}{E} \text{ avec } J = D_{1L} - d_L \quad (4.63)$$

L'algorithme de la figure 4.41 décrit le comportement de la liaison suivant les cas présentés dans cette section. La première étape consiste à savoir si la droite d'analyse coupe le segment [AB], si c'est le cas, le déplacement critique est une simple translation.

Ensuite si la droite d'analyse est perpendiculaire au segment [AB], $s \cdot AB = 0$, le comportement est celui de la figure 4.36.

Puis, dans les autres cas, il faut commencer par déterminer le mouvement mixte (figure 4.35) :

- si $\|\gamma\| < \alpha$, le comportement retenu est un mouvement mixte complet (figure 4.35),
- si $\|\gamma\| > \alpha$, on détermine le mouvement "translation + rotation". si il y a respect des états virtuels (c'est à dire non interpénétration de l'état virtuel de référence dans l'état virtuel de position de l'embase), alors c'est le mouvement de la figure 4.39 "translation + rotation" qui est retenu sinon c'est un mouvement mixte limité à un angle (figure 4.40).

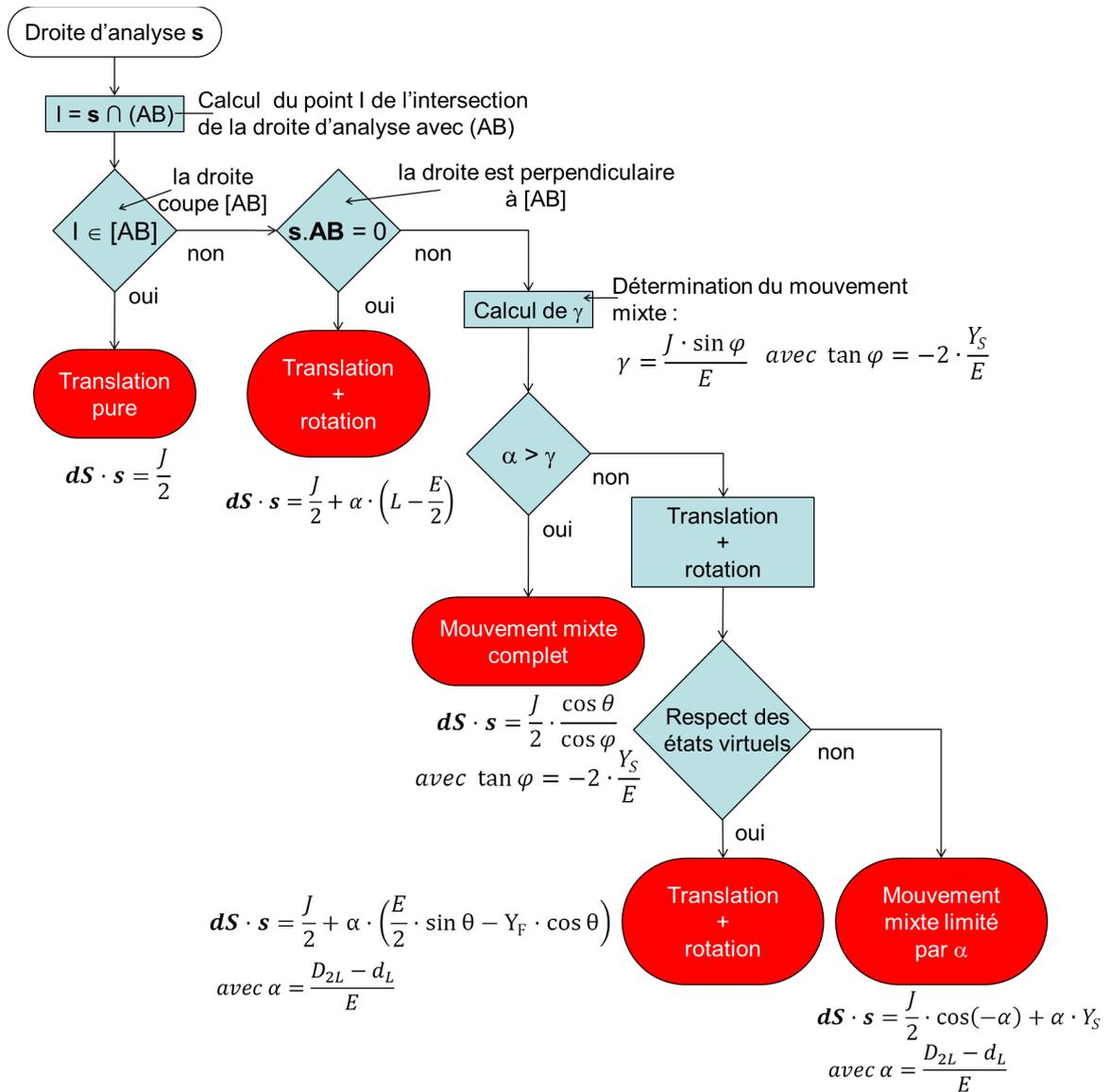


Figure 4.41 – Algorithme de calcul avec deux trous

5.2 Groupe à n trous secondaires

5.2.1 Hypothèse : jeu identique sur tous les trous

L'étude est limitée en considérant un jeu identique pour tous les trous entre les états virtuels au minimum de matière.

Si les jeux sont différents, il n'y a plus de symétrie. Les équations deviennent très complexes.

5.2.2 Cas où la droite d'analyse passe entre les trous

Si la droite d'analyse (S,s) passe entre les trous, le déplacement maximum est obtenu par une simple translation égale à $J/2$.

5.2.3 Influence de la spécification de position seule

Lorsqu'il y a plusieurs trous, soit deux trous limitent le déplacement maxi de S (ce sont généralement les points les plus éloignés), soit un troisième trou vient en interférence ne permettant pas d'atteindre l'angle φ qui donne le déplacement maximum.

Pour déterminer les deux premiers trous actifs, il suffit d'appliquer la séquence de mouvement étudiée dans la section 4.1 (translation puis rotation). Le premier mouvement est une translation de vecteur s , suivie d'une rotation.

Suite à la translation de direction s , le corps peut tourner. Le centre de la rotation doit être le centre du trou le plus proche de la droite d'analyse (S, s) suivant une direction perpendiculaire à s . Il est appelé « A ». En effet, si un trou était plus proche que le trou A (trou Z par exemple), la rotation autour de A provoquerait une interférence car Z' rentre dans la matière lors de la rotation.

Il faut ensuite chercher le trou limitant la rotation autour de A'. Pour chaque trou B, on calcule l'angle ξ de A'B par rapport à s , et la distance $E=AB$. L'angle de rotation γ entre A'B' et A'B'' vaut alors :

$$\gamma = J \cdot \frac{\sin \xi}{E} \quad (4.64)$$

Le trou limitant est celui qui donne l'angle γ le plus faible.

Dès lors que ces deux premiers trous sont identifiés, il faut appliquer la méthode vue en 5.2.2 pour calculer l'angle φ qui donne le déplacement maxi, en faisant glisser le contact au voisinage du point A.

Il faut alors vérifier qu'aucun autre trou n'est en interférence de glissement (figure 4.43) en calculant le déplacement des centres dans cette nouvelle position.

En cas d'interférence avec un trou C, il faut trouver la position limite. L'angle ψ est l'angle formé par (AB ; AC). Si la pièce tourne autour de O' d'un angle γ_1 à l'aide du paramètre φ , l'angle γ_2 est identique à γ_1 . L'angle $\varphi + \psi$ est ainsi identifié au niveau du cercle A et du cercle C.

D'où :

$$\gamma_1 = J \cdot \frac{\sin \varphi}{E_1} \quad (4.65)$$

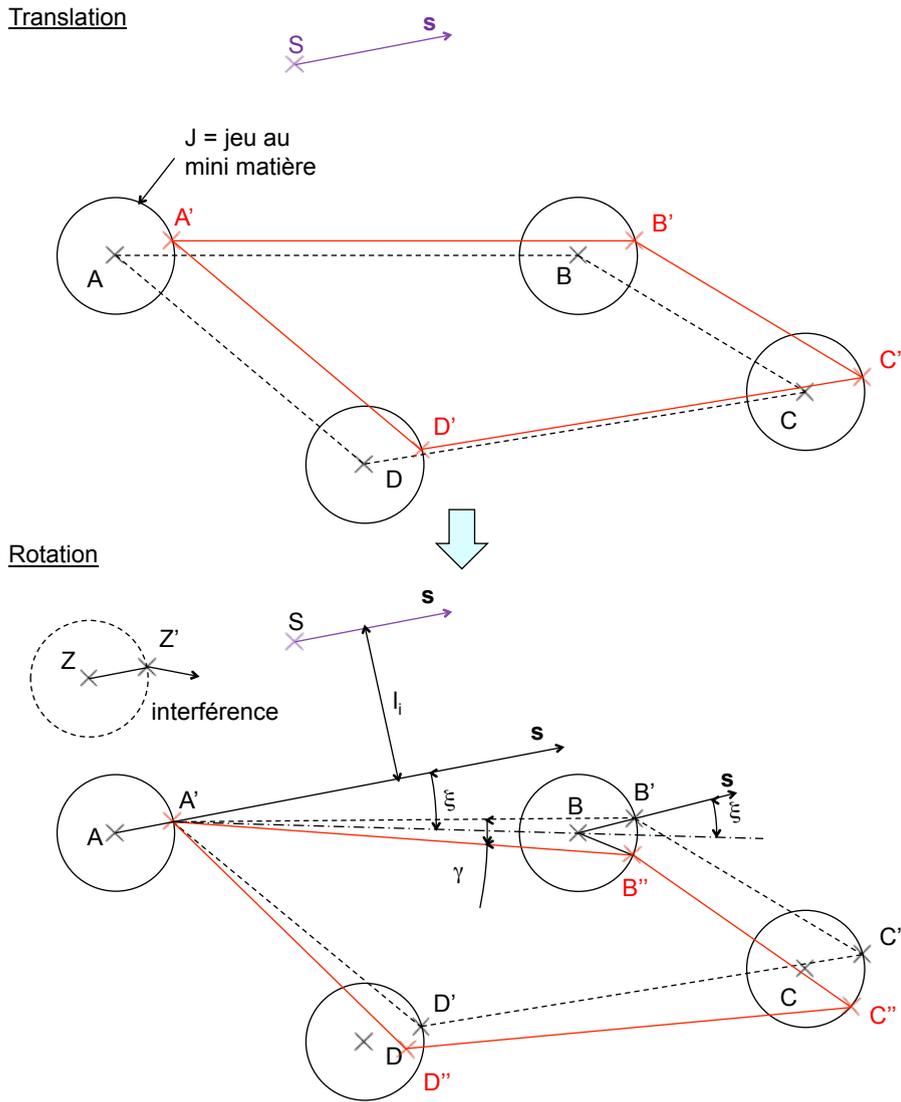


Figure 4.42 – Deux premiers trous actifs

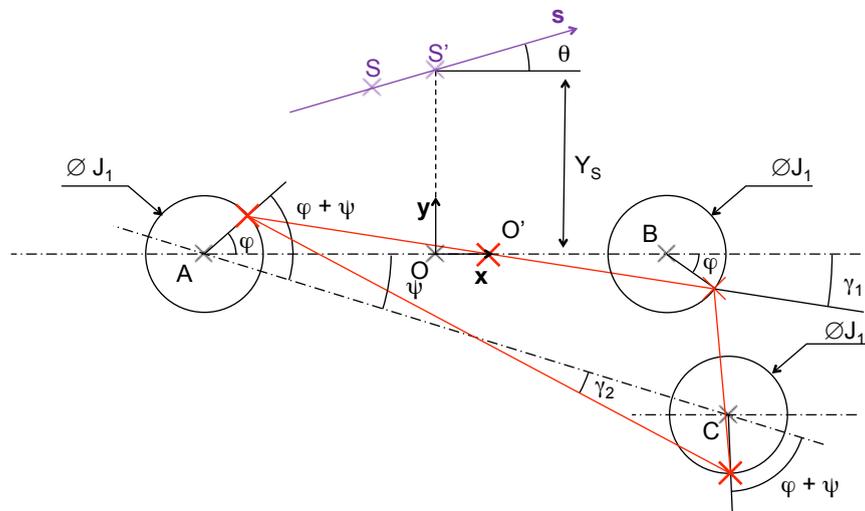


Figure 4.43 – Paramétrage avec trois trous

$$\gamma_2 = J \cdot \frac{\sin(\varphi + \psi)}{E_2} \quad (4.66)$$

$$\gamma_1 = \gamma_2 \iff J \cdot E_2 \cdot \sin\varphi = J \cdot E_1 \cdot (\sin\varphi \cdot \cos\psi + \sin\psi \cdot \cos\varphi) \quad (4.67)$$

D'où l'angle φ limité par les 3 contacts :

$$\tan\varphi = \frac{E_1 \cdot \sin\psi}{E_2 - E_1 \cdot \cos\psi} \quad (4.68)$$

Il s'agit de calculer tous les angles φ pour chaque troisième cercle. Pour connaître le troisième cercle limitant, il faut retenir la combinaison donnant φ mini car c'est cette combinaison qui respecte la non interpénétration des états virtuels pour chaque trou avec cette paire de trous initiaux A et B.

5.2.4 Prise en compte de la spécification d'orientation

Lorsque la droite d'analyse ne coupe pas la liaison composée du groupe de trous, il faut maîtriser l'orientation de ce groupe à l'aide de la spécification d'orientation suivante (vue dans le chapitre 3).

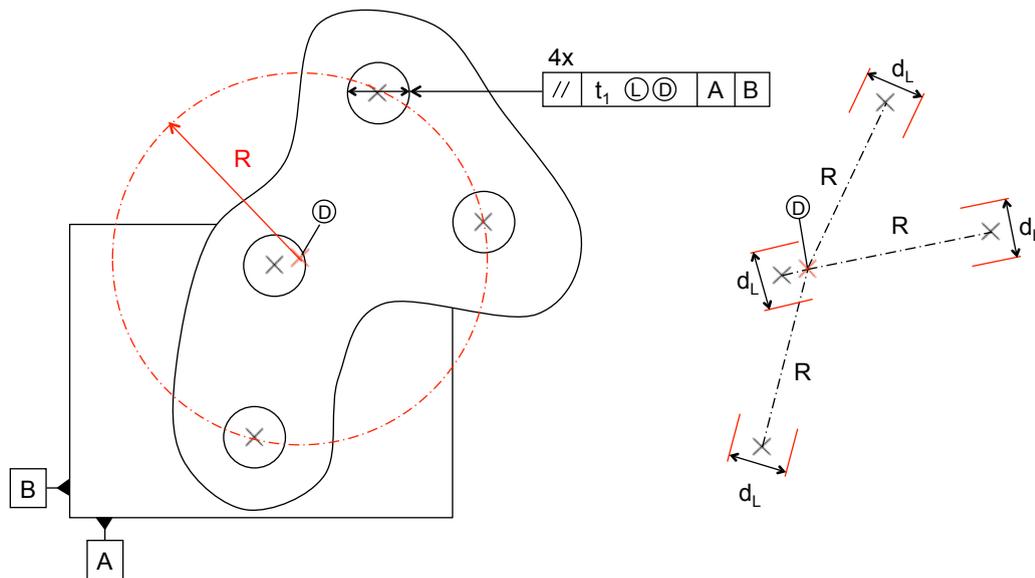


Figure 4.44 – Spécification d'orientation d'un groupe de trous

D est le centre du cercle circonscrit à l'ensemble des axes des trous.

L'intégration de la contrainte d'orientation est équivalente à celle développée dans l'algorithme avec 2 trous.

Ces situations possibles sont soit : un mouvement mixte complet à 2 trous (figure 4.35), un mouvement mixte complet à 3 trous (figure 4.43), un mouvement "translation + rotation" ou un mouvement mixte limité par l'angle de la spécification d'orientation.

L'algorithme figure 4.45 complète celui de la figure 4.41 pour un groupe de plusieurs trous. Le calcul des distances algébriques permet de savoir si la droite d'analyse passe à travers le groupe et donc d'en déduire si la situation critique est une simple translation ou non.

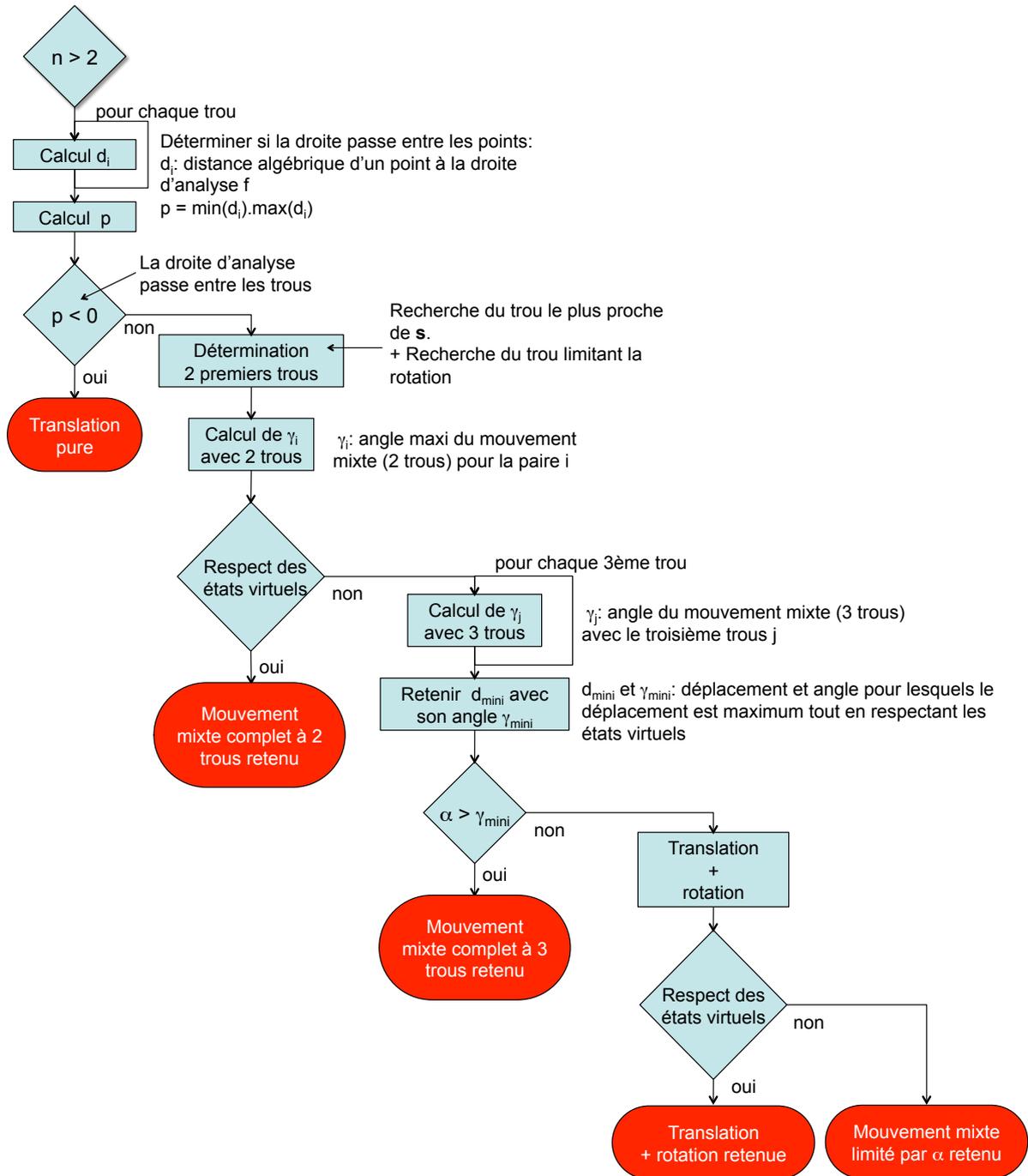


Figure 4.45 – Algorithme de calcul n trous ($n \leq 3$)

5.3 Liaison primaire

5.3.1 Cotation type

La liaison primaire se calcule avec un principe similaire. L'exigence à étudier est la même que la figure 4.33. La jonction est maintenant composée d'une liaison de 2 trous primaires avec jeu et d'une liaison plane secondaire. La figure 4.46 présente la cotation permettant de respecter l'exigence géométrique.

Deux différences principales sont à noter par rapport à la liaison secondaire :

- sur le corps, un écart de perpendicularité de B par rapport à A peut autoriser une interpénétration de la référence secondaire B sous la zone de tolérance de E (S2). L'état virtuel de la référence B est noté EV_4 .
- une tolérance d'orientation supplémentaire est appliquée sur le groupe 2 trous (S6), cette spécification est considérée comme une répétition et non pas un groupe. Ainsi, l'état virtuel en orientation EV_3 de S6 est composé de 2 cylindres indépendants l'un de l'autre. Cette spécification S6 permet de limiter l'inclinaison de chaque trou. La spécification d'orientation S5 permet, comme pour la cotation de la liaison secondaire vue précédemment, de limiter la rotation du groupe de trou autour de l'axe z de la liaison en imposant l'état virtuel EV_2 .

La position S4 impose l'état virtuel EV_1 .

La liaison limite 5 degrés de liberté, 3 rotations et 2 translations.

5.3.2 Calcul de mobilité de EV_3 dans EV_4

La figure 4.31 montre les positions extrêmes que peut adopter la jonction lorsque les pièces sont au mini matière. Les deux cylindres correspondent à la référence au minimum de matière du corps de diamètre d_L (EV_4), les deux alésages correspondent à l'état virtuel au minimum de matière de diamètre D_{3L} de l'embase (EV_3), cet état virtuel étant en position nominale.

Cas a) translation : Si la droite d'analyse coupe le plan passant par les 2 axes entre le plan supérieur (P_{sup}) et le plan inférieur (P_{inf}), il n'y a pas de rotation autour de x ni de y . Le mouvement est dans le plan perpendiculaire à z , c'est une simple translation.

Cas b) mouvement mixte 2D : Si la droite d'analyse est perpendiculaire à z et passe entre les plans supérieur et inférieur, le contact se fait selon les génératrices et le comportement est un mouvement mixte 2D présenté dans la figure 4.32.

Cas c) inclinaison maximum : La droite d'analyse passe entre les 2 axes en dehors de la liaison. Les 2 points de contact d'un même cylindre ne sont pas sur la même génératrice, un porte à faux L_2 favorise l'inclinaison de la liaison.

Cas d) mouvement mixte 3D : La droite d'analyse favorise à la fois la rotation autour de l'axe z et une inclinaison dans la liaison.

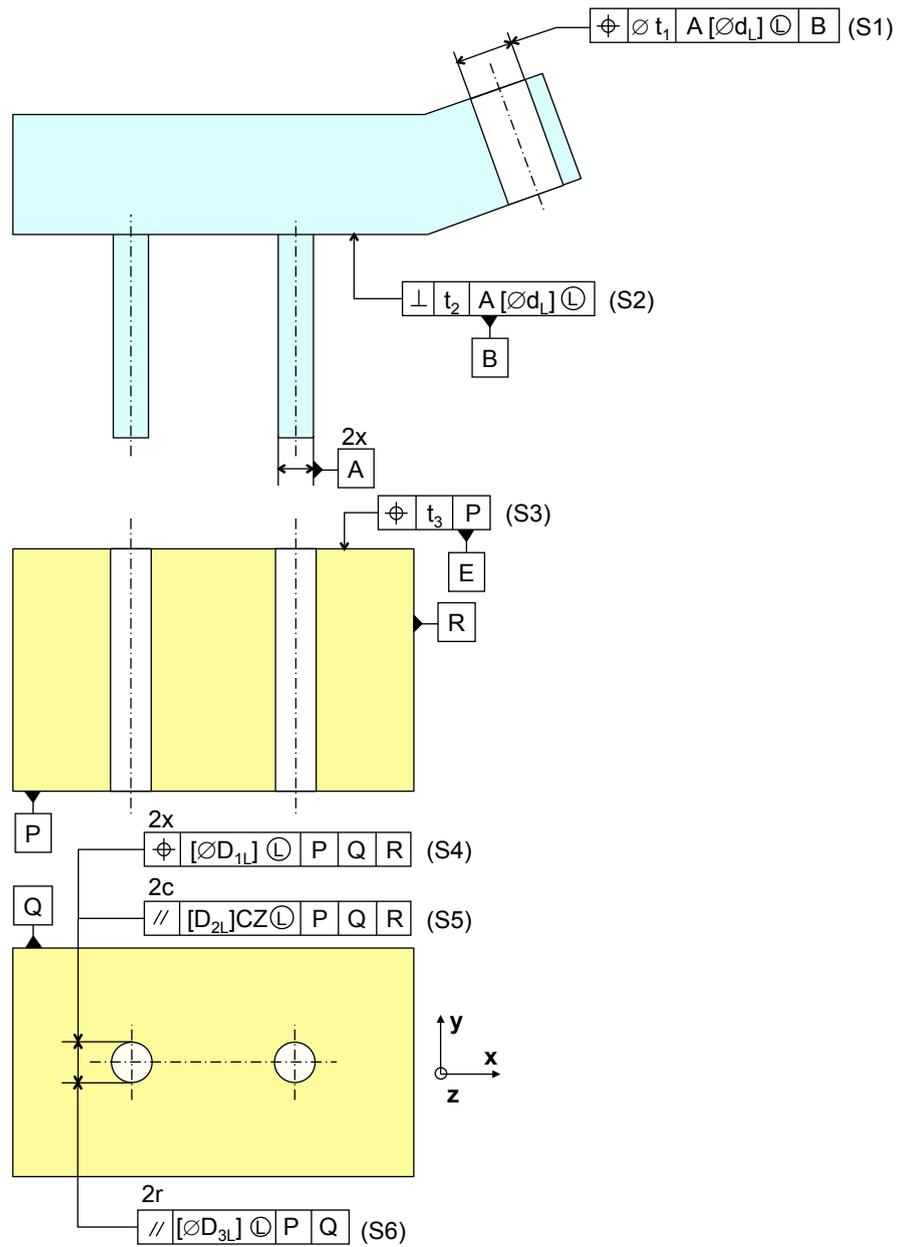


Figure 4.46 – Cotation de la jonction plan primaire/groupe de trous secondaire

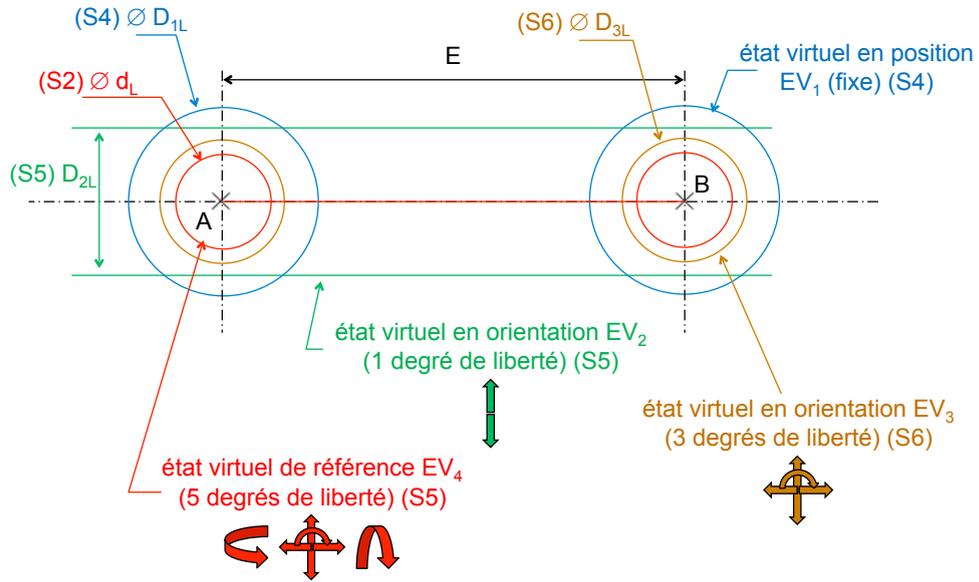


Figure 4.47 – Mobilités des états virtuels

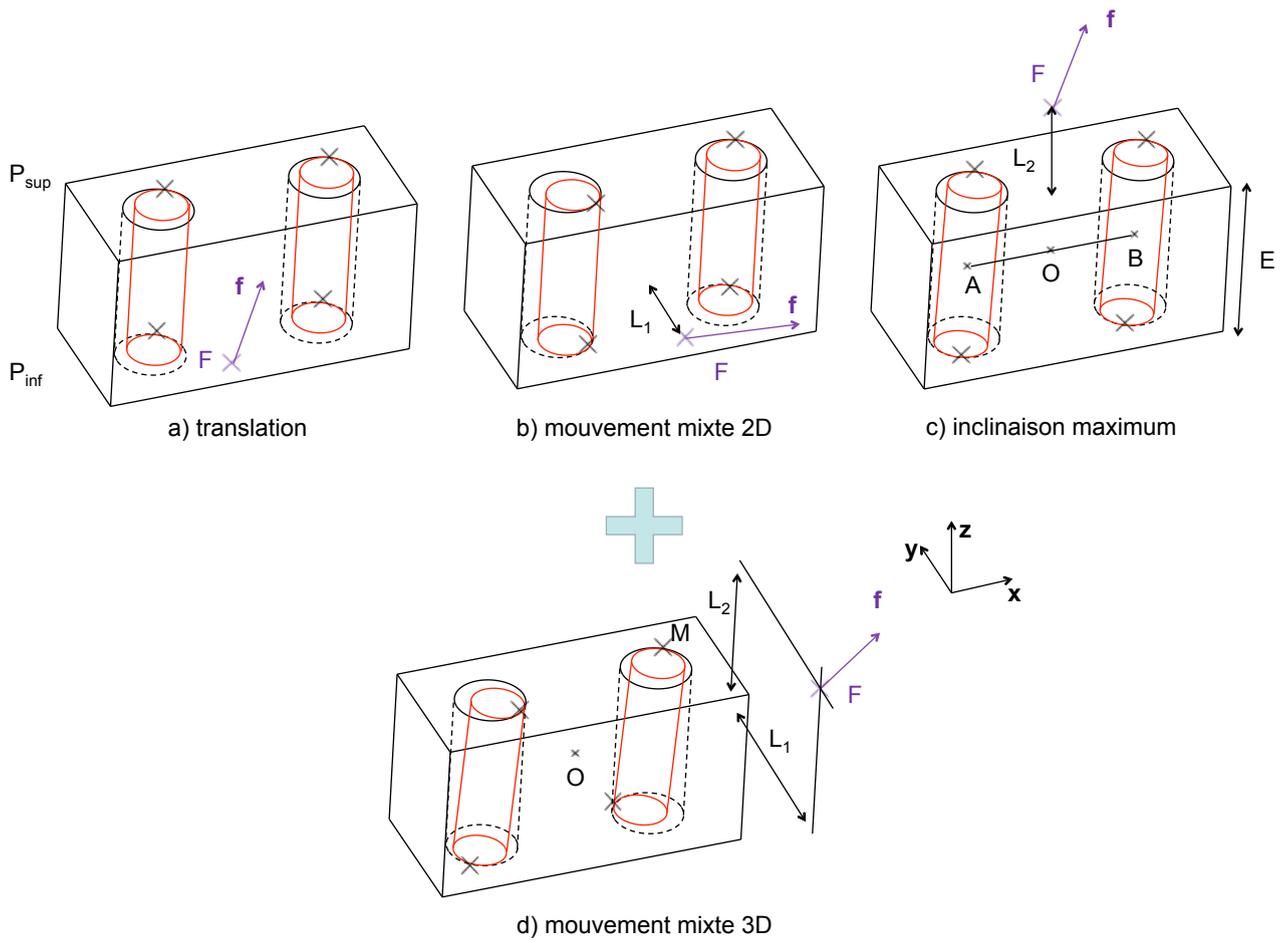


Figure 4.48 – Positions extrêmes

Ce mouvement mixte 3D est un composé du mouvement mixte 2D et de l'inclinaison maximum. La figure 4.49 présente le paramétrage de ce mouvement mixte 3D. Les cercles de diamètre J_1 représentent le jeu entre les cylindres et les alésages. La modélisation consiste à incliner au maximum les deux cylindres. A partir d'une position obtenue d'un mouvement mixte 2D d'angle γ , le plus grand angle d'inclinaison est obtenue suivant l'axe y (le point haut et le point bas d'un même cylindre ont, après déplacement, la même coordonnée selon y). Ainsi, il n'y a pas de composante de petit déplacement selon l'angle α autour de l'axe x . On considère la droite d'analyse (F, f) dans un plan (x, y) à une altitude Z_F étant donné qu'on cherche uniquement le déplacement de la liaison primaire. La composante suivant z est bloquée par la liaison plane secondaire.

$$\gamma = J \cdot \frac{\sin\varphi}{E} \quad (4.69)$$

$$\beta = J \cdot \frac{\cos\varphi}{L} \quad (4.70)$$

Ainsi, on peut remarquer que le point O, milieu de AB, a un déplacement nul. Ceci permet d'écrire :

$$d\mathbf{F}_{EV4 \rightarrow EV3} = d\mathbf{O} + \mathbf{R} \wedge \mathbf{OF} \quad (4.71)$$

$$d\mathbf{F}_{EV4 \rightarrow EV3} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ \beta & Y_F \\ \gamma & Z_F \end{bmatrix} \quad (4.72)$$

D'où :

$$d\mathbf{F}_{EV4 \rightarrow EV3} \cdot \mathbf{f} = J \cdot \cos\theta \cdot \left(\frac{\cos\varphi \cdot Z_F}{L} - \frac{\sin\varphi \cdot Y_F}{E} \right) \quad (4.73)$$

Ainsi le déplacement de F suivant f est maximum lorsque :

$$\frac{d(d\mathbf{F}_{EV4 \rightarrow EV3} \cdot \mathbf{f})}{d\varphi} = J \cdot \cos\theta \cdot \left(\frac{-\sin\varphi \cdot Z_F}{L} - \frac{\cos\varphi \cdot Y_F}{E} \right) = 0 \quad (4.74)$$

C'est-à-dire :

$$\tan\varphi = -\frac{Y_F \cdot L}{E \cdot Z_F} \quad (4.75)$$

Il suffit ensuite de remplacer dans la formule de déplacement.

Pour s'assurer de trouver le déplacement maximum, il faut calculer le maximum entre les trois configurations possibles. En effet, il est tout à fait possible d'avoir les 2 portes à faux présents mais si un des deux est largement supérieur à l'autre, la position critique sera obtenue soit avec un mouvement mixte 2D soit avec une inclinaison maximum.

Cependant cette modélisation du mouvement mixte 3D peut être affinée. L'hypothèse que l'inclinaison se fasse uniquement suivant l'axe y est discutable. Le mouvement se modélise non pas avec un seul paramètre φ mais avec 2 paramètres. Cette étude fait partie d'une des perspectives de ces travaux de thèse.

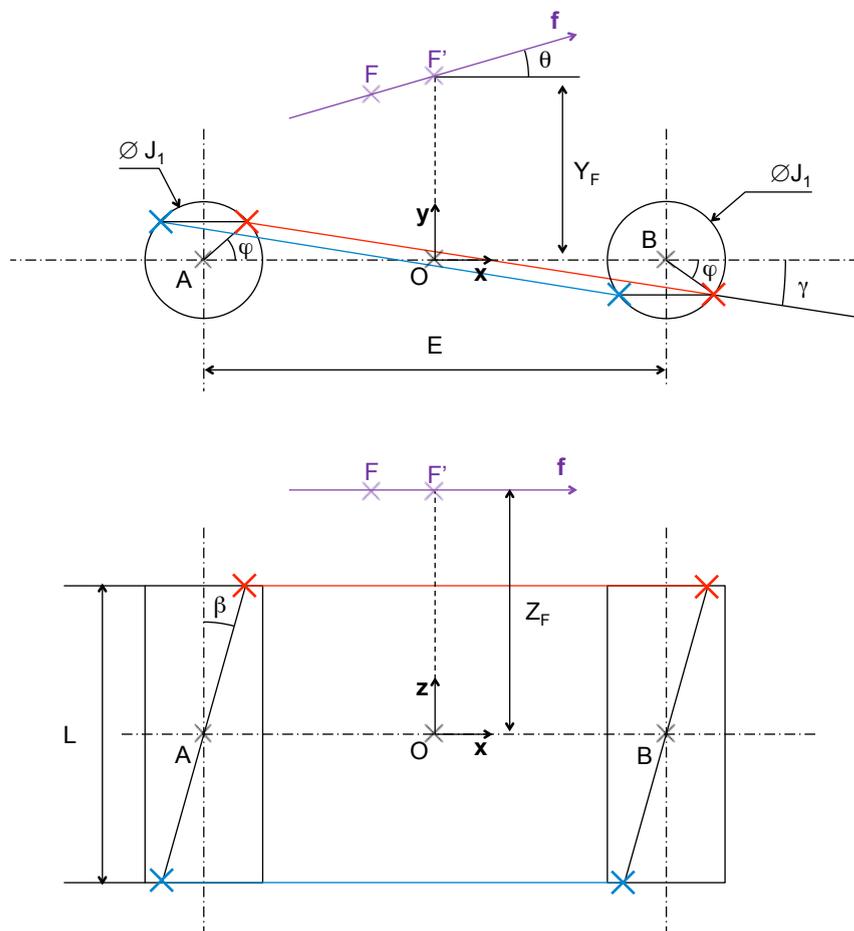


Figure 4.49 – Paramétrage du mouvement mixte 3D

La généralisation à n trous complexifie encore plus le problème. Pour étudier ce genre de liaisons, il est possible d'utiliser directement un solveur afin de déterminer le déplacement maximum.

5.3.3 Calcul des mobilités entre les états virtuels EV_3 , EV_2 et EV_1

Il est intéressant de remarquer la chose suivante. Le nouvel état virtuel en orientation EV_3 joue le même rôle que l'état virtuel de référence de la liaison secondaire que nous avons vu précédemment (figure 4.29 section 5.1.2). De plus, les états virtuels EV_2 et EV_1 sont identiques à ceux étudiés dans la section 5.1.2.

En conclusion, il suffit d'ajouter au déplacement étudié en 5.1.2 la mobilité de l'état virtuel EV_3 dans EV_4 calculé précédemment et ainsi exprimer la relation de transfert en fonction de chacune des tolérances de la figure 4.46.

$$dF = dF_{sec} + dF_{EV4 \rightarrow EV3} \quad (4.76)$$

dF_{sec} est une mobilité à 3 degrés de liberté (équivalente à un groupe de trou secondaire) et $dF_{EV4 \rightarrow EV3}$ la mobilité de l'état virtuel du corps dans l'état virtuel en orientation EV_3 à 5 degrés de liberté.

5.4 Etude avec solveur

La position initiale de chacune des pièces est connue, avec les coordonnées de chaque point du corps et la normale associée dirigée hors matière et les distances entre le corps et l'embase.

L'objectif est de maximiser le déplacement du point d'analyse F dans sa direction f . Les contraintes à définir sont celles exprimant la non interpénétration des états virtuels pour des liaisons avec jeu primaire ou secondaire.

- plan/plan : $dM_i \cdot n_i \leq e_i$ pour un point appartenant à un plan,
- cylindre/cylindre centrée : $\|dC\| \leq \frac{J}{2}$ pour un secteur circulaire complet,
- cylindre/plan : $dC \cdot n_i \leq e_i$

Pour des liaisons surfaciques, il s'agit d'exprimer que chaque point de la référence du corps doit rester dans la zone de tolérance de l'embase. M_i sont les vertex du contour.

- $dM_i \cdot n_i \leq \frac{t_L}{2}$ et $dM_i \cdot (-n_i) \leq \frac{t_L}{2}$ pour un point appartenant à un plan. De plus, la référence doit rester dans la zone d'orientation, c'est à dire :

$$Max d(M_i, n_i) - Min d(M_i, n_i) \geq t_o \quad (4.77)$$

Chaque cellule correspondant au déplacement d'un point est exprimée en fonction des variables du torseur de petit déplacement ($u, v, w, \alpha, \beta, \gamma$). La cible à maximiser a donc pour équation :

$$cible = dF \cdot f \quad (4.78)$$

dF étant exprimé en fonction de $u, v, w, \alpha, \beta, et \gamma$

Cela permet à la fois de déterminer une solution pour des liaisons trop compliquées mais aussi de comparer les résultats par rapport aux algorithmes présentés dans ce chapitre.

Pour des problèmes non linéaires avec des secteurs circulaires, il faut bien souvent trouver une solution initiale relativement proche de la solution finale pour obtenir un vrai extremum.

Pour pouvoir générer l'équation de la résultante en fonction des tolérances, 2 solutions sont possibles.

La première consiste à faire plusieurs simulations. On sait que le résultat est de la forme :

$$d(F, f) = k_1 \cdot e_1 + k_2 \cdot e_2 + \dots \quad (4.79)$$

Il faut faire un premier calcul avec les écarts e_i nominaux, pour déterminer les points de contact. Ensuite, il suffit de faire un plan d'expérience [Anselmetti *et al.* (2003)] en réalisant un calcul où on fait varier légèrement l'écart de chacun des 6 points.

$$dF_0 : \{e_1, e_2, e_3, \dots\} \quad (4.80)$$

$$dF_1 : \{e_1 + \Delta_1, e_2, e_3, \dots\} \quad (4.81)$$

$$dF_2 : \{e_1, e_2 + \Delta_2, e_3, \dots\} \quad (4.82)$$

Le coefficient d'influence K_i vaut ensuite :

$$K_i = \frac{dF_i - dF_0}{\Delta_i} \quad (4.83)$$

La seconde solution consiste à identifier les six points de contact qui limitent le déplacement maxi. Connaissant ces points, les six composantes du torseur sont identifiées et on est capable d'écrire la résultante en inversant la matrice, puis d'établir la relation en fonction des écarts en ces six points. Cela revient à la méthode étudiée en 4.2.2. Le plus gros problème de l'utilisation du solveur reste qu'il s'arrête parfois sur des minimaux locaux sur des problèmes non-linéaires. Il garantira la solution optimale sur des problèmes linéaires comme la modélisation d'une prismatique avec uniquement des plans.

6 Conclusion

Ce chapitre a détaillé une méthode d'analyse de tolérances, en fonction des spécifications qui ont été proposées dans le chapitre 3, l'objectif étant de pouvoir exprimer la résultante de chaîne de cotes 3D en fonction des tolérances et des offsets des surfaces. Il a fallu aborder le calcul de la relation de transfert consistant à pouvoir écrire l'équation de la forme suivante :

$$d(F, f) = K_p \cdot dp + K_s \cdot dS \quad (4.84)$$

Cette étape est primordiale notamment pour le calcul des chaînes de cotes parallèles mais aussi pour étudier séparément la liaison primaire de la liaison secondaire.

La stratégie pour arriver à ce résultat conduit principalement à la recherche des points de contact dans les liaisons. L'utilisation dans la cotation du concept d'état virtuel permet de trouver plus directement le pire des cas, contrairement à d'autres méthodes analysant les défauts de chaque surface de la liaison. Cette recherche a mené à l'élaboration de séquences à partir de mouvements élémentaires, translations et rotations et à partir de mouvement mixte spécifique associé au type de contact rencontré. L'étude du comportement est basé sur la détermination des surfaces limitantes. Les premières surfaces limitantes sont déterminées par une translation puis par diverses rotations. Ces rotations sont modélisées grâce au concept d'axe instantané de rotation.

Si des surfaces circulaires sont limitantes, un glissement complémentaire a lieu pour trouver la situation la plus critique.

L'écriture en fonction des tolérances et des offsets a été détaillé.

Une étude toute particulière a été réalisée pour les liaisons prismatiques formées de groupe de trous. Le chapitre 3 avait proposé des spécifications spécialement adaptée à ce genre de liaison. Ces spécifications ont été prises en compte dans l'établissement de la résultante. Cela a paru peut-être compliqué mais la spécification proposée se veut la plus juste possible afin d'accepter un plus grand nombre de pièces fabriquées.

Le chapitre 5 propose ensuite une mise en application des modèles présentés dans ce chapitre.

Chapitre

5

Application

Sommaire

1	Présentation des exigences fonctionnelles	178
2	Synthèse des spécifications	180
3	Analyse de l'exigence E1	181
4	Analyse de l'exigence E2	189
5	Analyse de l'exigence E3	190
6	Conclusion	190

1 Présentation des exigences fonctionnelles

Le mécanisme étudié est tiré d'un tiroir de tableau de bord d'avion. Il est composé d'un corps monté dans une embase avec une glissière prismatique (figure 5.1).

Trois états peuvent être définis :

- la position sortie ;
- la position rentrée ;
- une position intermédiaire lorsque la face inférieure de la façade est tangente à la face supérieure de l'embase.

La liaison prismatique du corps est définie par les plans 15c, 16c, 17c, 22c, 23c, 24c. La liaison prismatique de l'embase est définie par les plans 20e, 21e, 22e, 23e, 24e et 25e. L'axe de la liaison prismatique est le vecteur x (figure 5.2).

Au cours de la rentrée du tiroir, il ne faut pas que la face inférieure de la façade heurte la face supérieure de l'embase dans la position dite "intermédiaire". Pour cela, on impose une exigence de distance mini (E1) tout autour de la façade (figure 5.3). La direction des efforts qui s'exercent sur le mécanisme étant inconnue, cette exigence doit être vérifiée quelle que soit la position permise par les jeux dans la liaison prismatique.

En position rentrée, le corps se recentre à l'aide de 2 pions cylindriques afin de faciliter le branchement de connecteurs électriques non représentés (figure 5.4).

De ce fait, la liaison change. Les plans 4c, 5c du corps viennent en appui sur les plans 5e, 6e de l'embase pour former un appui plan primaire. Les deux pions forment une liaison prismatique secondaire.

Dans cette position rentrée, des exigences d'esthétisme imposent la maîtrise des distances d_{mini} et d_{maxi} (E2) tout autour de la façade, quelle que soit la position permise par les jeux (figure 5.5).

Le contact au niveau de la liaison prismatique extrudée est par contre autorisé, mais sans créer de contraintes.

Une 3^{ème} exigence d'affleurement est imposée au niveau des bords de la façade en position rentrée (figure 5.6). Les jeux au niveau seront encore une fois considérés comme défavorables à l'exigence.

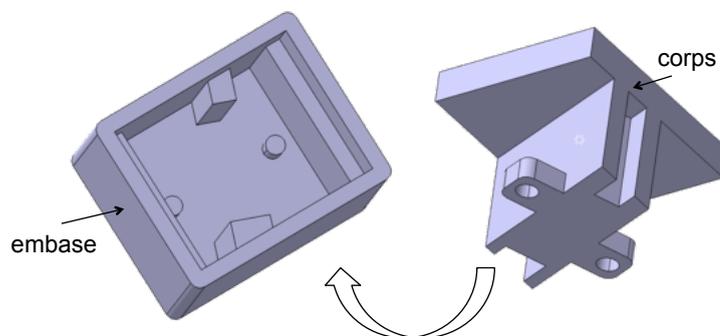


Figure 5.1 – Mécanisme étudié

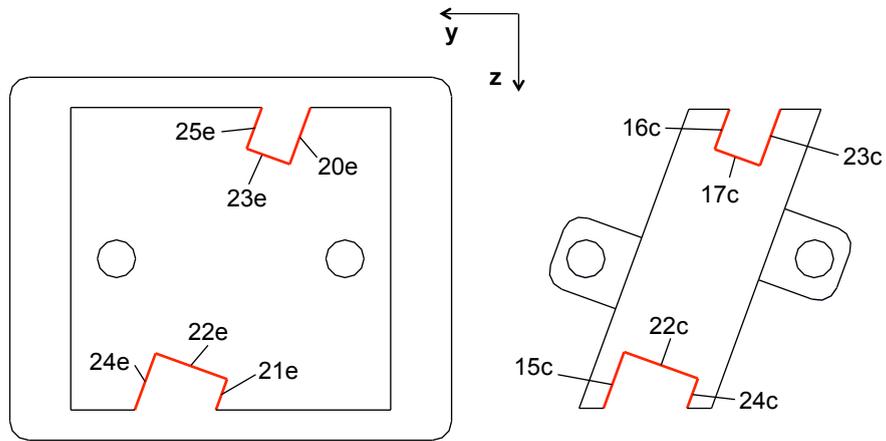


Figure 5.2 – Jonction prismatique avec jeu

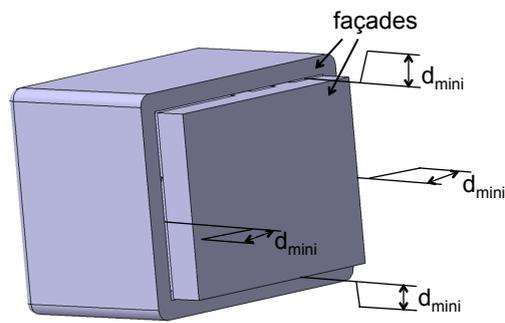


Figure 5.3 – Exigence de distance mini

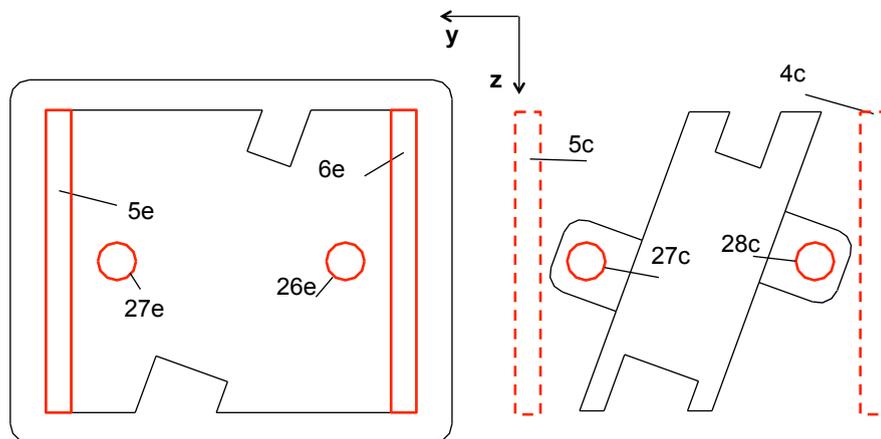


Figure 5.4 – Jonction complète : position rentré

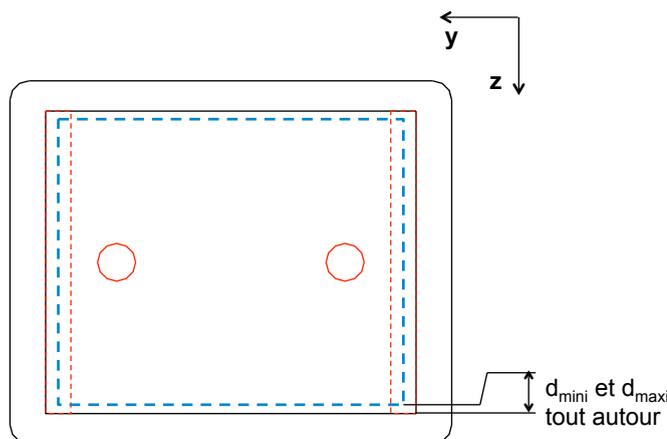


Figure 5.5 – Exigence de distance mini et maxi



Figure 5.6 – Affleurement

2 Synthèse des spécifications

La figure 5.7 et la figure 5.8 présentent respectivement la cotation du corps et la cotation de l'embase permettant de respecter les exigences détaillées précédemment. La cotation permettant de respecter la qualité du positionnement et la montabilité du corps dans l'embase est également présente.

En position intermédiaire, l'exigence E1 de distance mini nécessite de maîtriser la position de la façade du corps par rapport à la liaison prismatique. La liaison prismatique est de longueur restreint notée x_2 dans la position intermédiaire, S9 et S10 permettent d'assurer la montabilité des 2 liaisons prismatiques. La situation au pire des cas pour cette exigence est lorsque les bords en vis-à-vis sont au maximum de matière. De plus, le jeu entre les liaisons prismatiques est défavorable à l'exigence, les références A et D doivent donc être considérées au minimum de matière (S1 et S2).

Les spécifications S13 et S14 permettent de respecter un gap maxi au niveau de la liaison primaire plane dans la position rentrée du mécanisme. Les spécifications S7 et S8 permettent d'assurer la montabilité de la liaison secondaire. Les spécifications S11 et S12 garantissent la montabilité de la liaison prismatique sur toute sa longueur. L'exigence E2 nécessite de maîtriser la position des 2 façades respectivement par rapport à B C \odot et E F \odot , pour respecter à la fois la distance mini (S3 et S4) et la distance maxi (S5 et S6).

Enfin, afin de respecter un affleurement mini, il faut maîtriser la position du plan supérieur

de chaque pièce (S15 et S16).

Remarque : cette figure montre que la représentation des zones restreintes est très difficile en 2D. En 3D, la mise en surbrillance des zones facilite la lisibilité.

3 Analyse de l'exigence E1

L'exigence E1 dépend des spécifications S1 et S2. Sur chaque façade, il y a 4 points d'analyses dont les déplacements doivent être étudiés suivant deux directions (figure 5.9). La géométrie des façades implique que $f_1 = -f_3$ et $f_2 = -f_4$.

La distance mini à respecter doit être vérifiée aux 4 coins dans deux directions différentes, cela représente un système de 8 inéquations :

$$\left\{ \begin{array}{l} D_{nom} - d(F_{1c}, f_1) - d(F_{1e}, f_3) \geq D_{mini} \\ D_{nom} - d(F_{1c}, f_2) - d(F_{1e}, f_4) \geq D_{mini} \\ D_{nom} - d(F_{2c}, f_2) - d(F_{1e}, f_4) \geq D_{mini} \\ D_{nom} - d(F_{2c}, f_3) - d(F_{1e}, f_1) \geq D_{mini} \\ D_{nom} - d(F_{3c}, f_3) - d(F_{1e}, f_1) \geq D_{mini} \\ D_{nom} - d(F_{3c}, f_4) - d(F_{1e}, f_2) \geq D_{mini} \\ D_{nom} - d(F_{4c}, f_4) - d(F_{1e}, f_2) \geq D_{mini} \\ D_{nom} - d(F_{4c}, f_1) - d(F_{1e}, f_3) \geq D_{mini} \end{array} \right. \quad (5.1)$$

La distance nominale est la même tout autour de la façade et vaut 0,5.

On considère l'embase fixe, tous les déplacements des points d'analyse de l'embase ne sont dus qu'à la tolérance de localisation S2 et valent donc :

$$d(F_{ie}, f_j) = \frac{t_{1e}}{2} \quad (5.2)$$

Concernant le corps, le déplacement total dépend de la spécification S1 et de la mobilité due au jeu de la liaison prismatique :

$$d(F_{ic}, f_j) = \frac{t_{1c}}{2} + d(F_{ic}, f_j)_{jeu} \quad (5.3)$$

La difficulté réside dans la détermination de ce dernier déplacement. Il faut donc rechercher les points de contacts dans la liaison pour le déterminer. Chaque point d'analyse associé à sa droite d'analyse présente un porte à faux favorisant l'inclinaison du corps dans la liaison (figure 5.10).

Étudions le points d'analyse F_{1c} dans la direction d'analyse f_2 .

Le premier mouvement consiste à translater suivant la direction d'analyse f_2 . Cette translation peut être limitée uniquement par les plans dont les normales sont dans le sens de f_2 . Le plan 15c, 16c et 17c peuvent limiter. Il faut retenir le plan donnant la distance d_i la plus faible.

Il y deux plans limitants pour la translation, 15c et 16c. Le corps peut continuer à glisser suivant le vecteur g . Le corps vient en contact sur le plan 17c (figure 5.12) qui est le seul plan de normal orientée suivant g .

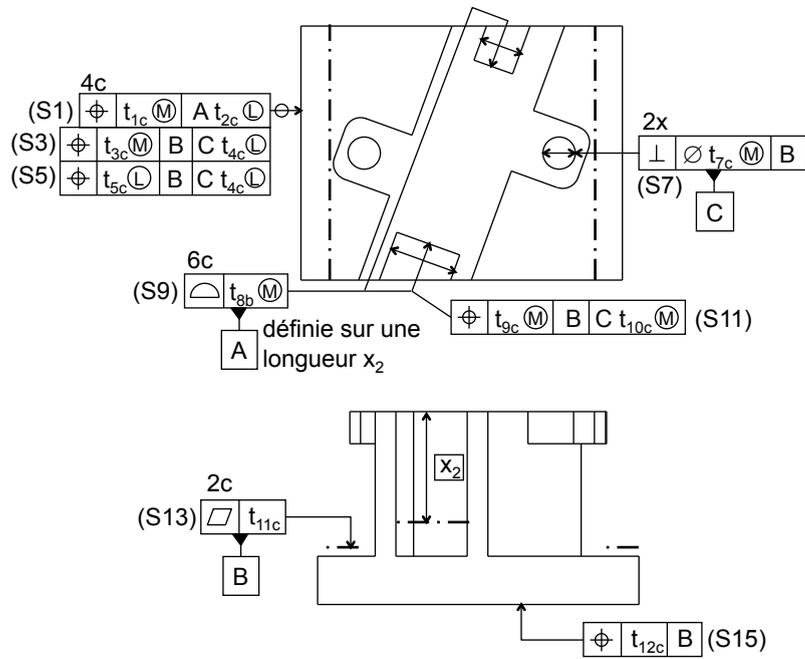


Figure 5.7 – Cotation du corps

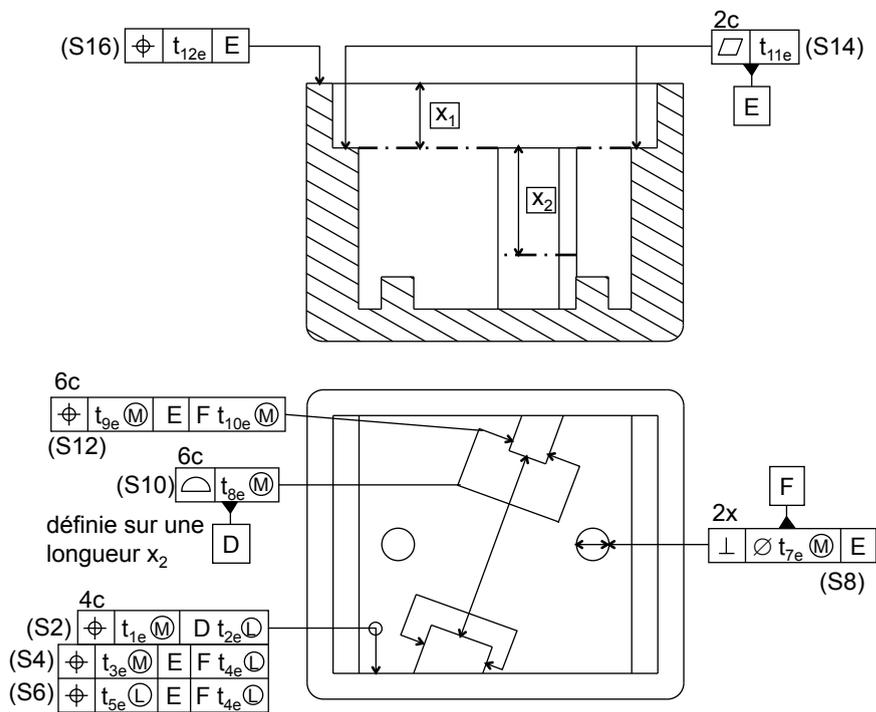


Figure 5.8 – Cotation de l'embase

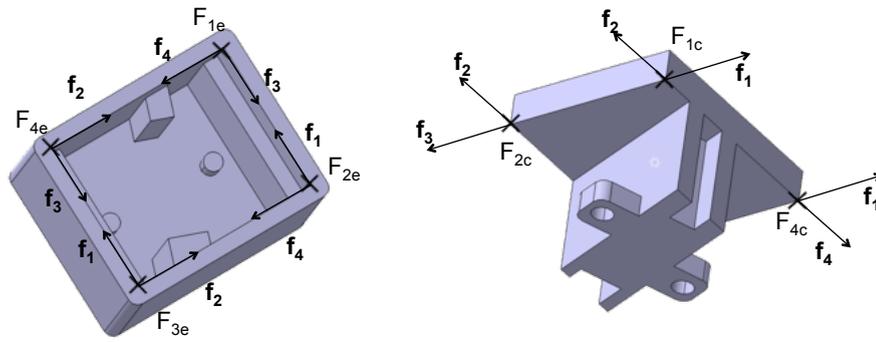


Figure 5.9 – Points et droites d'analyse

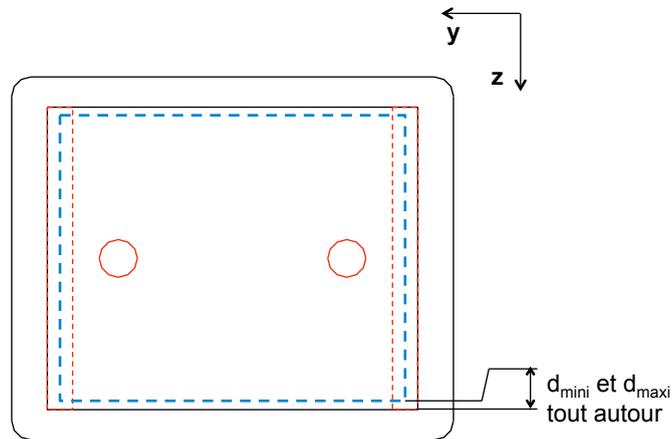


Figure 5.10 – Porte à faux

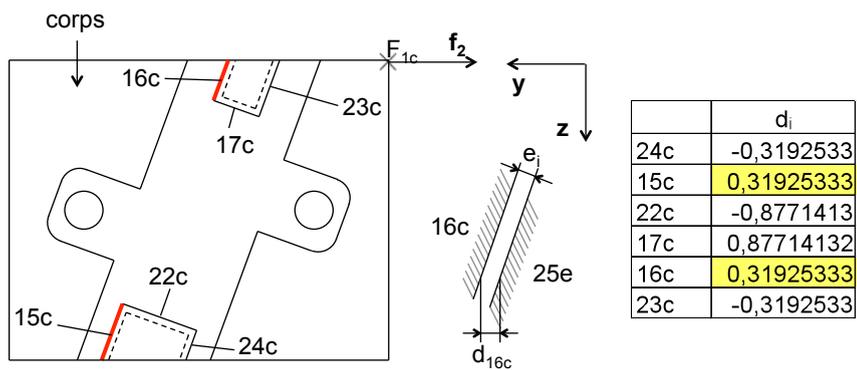


Figure 5.11 – Première translation du point F_{1c} et F_{2c} suivant f_2

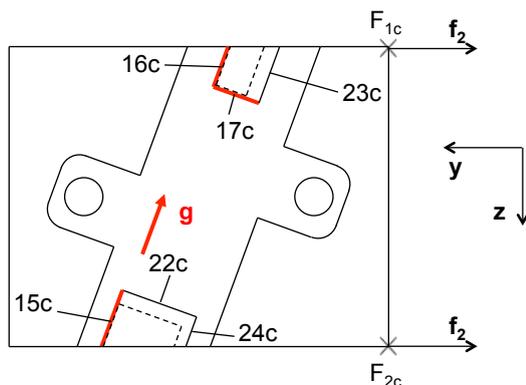


Figure 5.12 – Glissement

La droite d'analyse (F_{1c} , f étant au dessus de la liaison, le corps s'incline, il faut donc déterminer les contacts dans la section inférieure de la liaison prismatique. Cela revient à tirer le corps dans le sens inverse à f_2 pour déterminer les surfaces limitantes dans la section basse.

Ce sont les plans 23c, 24c, et 22c qui limitent la translation dans la section basse. Ainsi, le corps est incliné et peut potentiellement tourner autour d'un axe de rotation pour augmenter encore le déplacement du point F. Il y a 2 axes potentiels avec pour chacun 4 points de contacts (2 en section haute et 2 en section basse).

L'axe de rotation trigonométrique est défini par : le point M_1 du plan 17c et le point M_2 du plan 15c pour la section haute, le point M_3 du plan 23c et le point M_4 du plan 22c pour la section basse, qui glissent sur leur plan respectif (figure 5.14). A est le point de l'axe et a est le vecteur directeur de l'axe.

L'axe de rotation horaire est défini par : le point M_1 du plan 16c et le point M_2 du plan 17c pour la section haute, le point M_3 du plan 22c et le point M_4 du plan 24c pour la section basse, qui glissent sur leur plan respectif (figure 5.15).

Jusque là, tous ces calculs sont identiques pour les points F_{1c} et F_{2c} . La distance signée x_1 et x_2 du point d'analyse aux axes de rotation permettent de savoir si la droite d'analyse

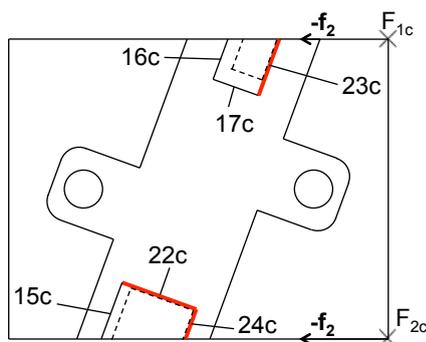


Figure 5.13 – Translation section basse

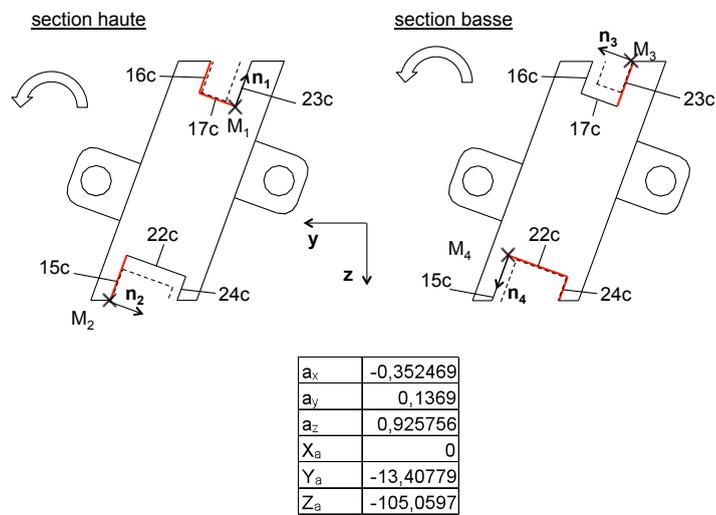


Figure 5.14 – Axe de rotation trigonométrique

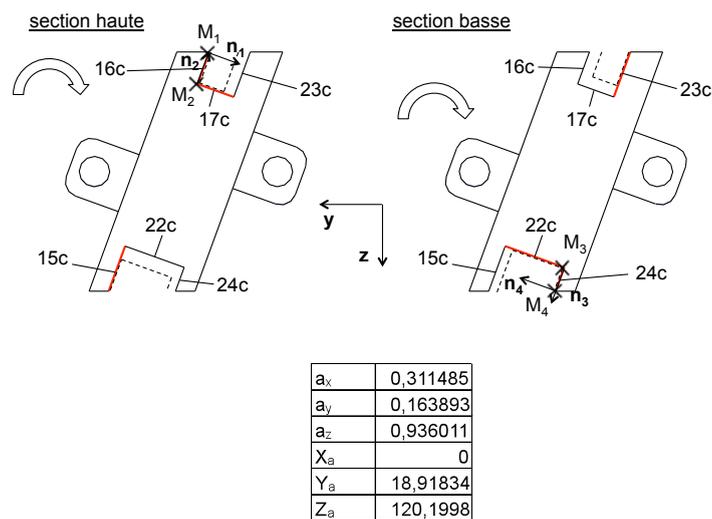


Figure 5.15 – Axe de rotation horaire

favorise la rotation autour des axes.

$$x_1 = (\mathbf{A}_+ \mathbf{F}_{1c} \wedge \mathbf{f}) \cdot \mathbf{a}_+ ; \quad x_2 = (\mathbf{A}_- \mathbf{F}_{1c} \wedge \mathbf{f}) \cdot \mathbf{a}_- \quad (5.4)$$

Les deux valeurs x_1 et x_2 sont négatives, la droite d'analyse ne favorise aucune des deux rotations. Le mouvement critique est donc une simple inclinaison dont les paramètres des torseurs et les coefficients d'influence sont indiqués dans le tableau 5.1.

$$d(F_{1c}, \mathbf{f}_2)_{jeu} = (k_1 + k_2 + k_3 + k_4) \cdot (0,3 + \frac{t_{2c}}{2} + \frac{t_{2e}}{2} - offset_c - offset_e) \quad (5.5)$$

$$d(F_{1c}, \mathbf{f}_2)_{jeu} = 2,5634 \cdot (0,3 + \frac{t_{2c}}{2} + \frac{t_{2e}}{2} - offset_c - offset_e) \quad (5.6)$$

Les calculs sont rigoureusement identiques pour le point F_{2c} .

Par symétrie, les contacts en F_{4c} et F_{3c} dans la direction \mathbf{f}_4 doivent être identiques. Le calcul a été fait pour vérifier les formules de calcul. L'inclinaison se fait dans l'autre sens. Les déplacements obtenus sont rigoureusement identiques (tableau 2).

Ainsi :

$$d(F_{4c}, \mathbf{f}_4)_{jeu} = d(F_{3c}, \mathbf{f}_4)_{jeu} = d(F_{1c}, \mathbf{f}_2)_{jeu} = d(F_{2c}, \mathbf{f}_2)_{jeu} \quad (5.7)$$

Les cas 5 et 6 font apparaître un bras de levier favorable pour une rotation complémentaire. Le cinquième point de contact est déterminé dans les 2 cas. On remarque que le porte à faux ici n'est pas très important (valeurs positives x_1 et x_2), ce qui fait que la coordonnée α de rotation au tour de la prismatique est moins grande devant β et γ pour l'inclinaison (tableau 3).

Les cas 7 et 8 sont similaires au cas 5 et 6, faisant apparaître également une rotation complémentaire après inclinaison. Les équations obtenues sont les suivantes :

$$d(F_{1c}, \mathbf{f}_1)_{jeu} = 2,597 \cdot (0,3 + \frac{t_{2c}}{2} + \frac{t_{2e}}{2} - offset_c - offset_e) \quad (5.8)$$

$$d(F_{1c}, \mathbf{f}_2)_{jeu} = 2,708 \cdot (0,3 + \frac{t_{2c}}{2} + \frac{t_{2e}}{2} - offset_c - offset_e) \quad (5.9)$$

$$d(F_{2c}, \mathbf{f}_3)_{jeu} = 2,692 \cdot (0,3 + \frac{t_{2c}}{2} + \frac{t_{2e}}{2} - offset_c - offset_e) \quad (5.10)$$

$$d(F_{3c}, \mathbf{f}_3)_{jeu} = 2,817 \cdot (0,3 + \frac{t_{2c}}{2} + \frac{t_{2e}}{2} - offset_c - offset_e) \quad (5.11)$$

Le cas le plus défavorable à l'exigence est donc finalement celle du cas 8. Il n'est pas nécessaire de retenir les autres équations pour la synthèse de tolérances car elles seront toujours majorées par l'équation du cas 8.

cas 1 (F_{2c} , f_2) et cas 2 (F_{1c} , f_2)				
	1ère translation	glissement		
plans limitants section haute	15c;16c	17c		
plans limitants section basse	24c;23c	22c		
	A	r trigonométrique	A	r horaire
X	0	0,311484935	0	-0,352468531
Y	18,91834097	0,163893218	-13,40779382	0,136900093
Z	120,1998118	0,936010763	-105,0597132	0,925756069
	X ₁		X ₂	
F _{2c}	-15,77666797		-41,69518903	
F _{1c}	-40,3839778		-13,8501751	
F_{1c}: INCLINAISON	coordonnées torseur		coefficients d'influences F _{1c}	
	v	-1,025370211	k1	1,409538931
	w	-0,478137982	k2	0,513030215
		0	k3	0,171010072
		0,01195345	k4	0,46984631
		-0,025634255	somme k _i	2,563425528
F_{2c}: INCLINAISON	coordonnées torseur		coefficients d'influences F _{2c}	
	v	-1,025370211	k1	1,409538931
	w	-0,478137982	k2	0,513030215
		0	k3	0,171010072
		0,01195345	k4	0,46984631
		-0,025634255	somme k _i	2,563425528

Tableau 5.1 – Résultats : cas 1 (F_{2c} , f_2) et cas 2 (F_{1c} , f_2)

cas 3 (F_{4c} , f_4) et cas 4 (F_{3c} , f_4)				
	1ère translation	glissement		
plans limitants section haute	24c;23c	22c		
plans limitants section basse	15c;16c	17c		
	A	r trigonométrique	A	r horaire
X	0	0,311484934	0	-0,352468531
Y	-23,17505011	-0,163893207	17,66450471	-0,136900093
Z	-120,1998122	-0,936010765	105,0597132	-0,925756069
	X ₁		X ₂	
F _{4c}	-15,77666801		-41,69518905	
F _{3c}	-40,3839778		-13,85017511	
F_{4c}: INCLINAISON	coordonnées torseur		coefficients d'influences F _{4c}	
	v	1,025370211	k1	0,513030215
	w	0,478137982	k2	1,409538931
		0	k3	0,46984631
		-0,01195345	k4	0,171010072
		0,025634255	somme k _i	2,563425528
F_{3c}: INCLINAISON	coordonnées torseur		coefficients d'influences F _{3c}	
	v	1,025370211	k1	0,513030215
	w	0,478137982	k2	1,409538931
		0	k3	0,46984631
		-0,01195345	k4	0,171010072
		0,025634255	somme k _i	2,563425528

Tableau 5.2 – Résultats : cas 3 (F_{4c} , f_4) et cas 4 (F_{3c} , f_4)

cas 5 (F_{1c} , f_1) et cas 6 (F_{4c} , f_1)				
	1ère translation	glissement		
plans limitants section haute	17c	23c;24c		
plans limitants section basse	22c	15c;16c		
	A	r trigonométrique	A	r horaire
X	0	0,311484934	0	-0,352468531
Y	-63,268602	-0,476106642	57,75805657	-0,490192976
Z	-105,6069527	-0,822374368	90,46685378	-0,797167976
	X ₁		X ₂	
F _{1c}	0,472354331		-32,90315986	
F _{4c}	-30,36465414		1,991224689	
F_{1c}: INCLINAISON + ROTATION	coordonnées torseur		coefficients d'influences F _{4c}	
	v	-0,22503369	k1	0,513030215
	w	-0,604103547	k2	1,409538931
		0,006658384	k3	0,46984631
		0,015456874	k4	0,18783869
		-0,005625842	K5	0,016828618
			somme ki	2,597082764
F_{4c}: INCLINAISON + ROTATION	coordonnées torseur		coefficients d'influences F _{3c}	
	v	-0,21750997	k1	1,409538931
	w	-0,581237669	k2	0,513030215
		-0,007689534	k3	0,24341176
		0,014940093	k4	0,46984631
		-0,005437749	K5	0,072401688
			somme ki	2,708228905

Tableau 5.3 – Résultats : cas 5 (F_{1c} , f_1) et cas 6 (F_{4c} , f_1)

cas 7 (F_{2c} , f_3) et cas 8 (F_{3c} , f_3)				
	1ère translation	glissement		
plans limitants section haute	22c	15c;16c		
plans limitants section basse	17c	23c;24c		
	A	r trigonométrique	A	r horaire
X	0	0,311484934	0	-0,352468531
Y	59,0118911	0,476106642	-53,50134567	0,490192976
Z	105,606953	0,822374368	-90,46685374	0,797167976
	X ₁		X ₂	
F _{2c}	1,798255643		-31,40280322	
F _{3c}	-29,03875282		3,491581325	
F_{2c}: INCLINAISON + ROTATION	coordonnées torseur		coefficients d'influences F _{4c}	
	v	0,225033697	k1	1,409538931
	w	0,632446361	k2	0,513030215
		0,006658384	k3	0,235076717
		-0,015456874	k4	0,46984631
		0,005625842	K5	0,064066646
			somme ki	2,691558819
F_{3c}: INCLINAISON + ROTATION	coordonnées torseur		coefficients d'influences F _{3c}	
	v	0,21750997	k1	0,639985442
	w	0,613969792	k2	1,409538931
		-0,007689534	k3	0,46984631
		-0,014940093	k4	0,171010072
		0,005437749	K5	0,126955227
			somme ki	2,817335983

Tableau 5.4 – Résultats : cas 7 (F_{3c} , f_3) et cas 8 (F_{3c} , f_3)

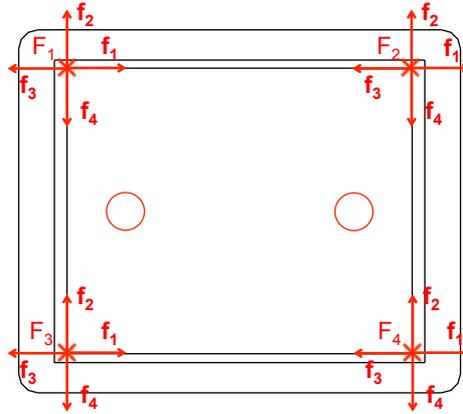


Figure 5.16 – Points d'analyse et droites d'analyse

4 Analyse de l'exigence E2

L'exigence E2 dépend uniquement des spécifications S3 et S4. Les points d'analyse ainsi que les droites d'analyse sur le corps sont identifiées sur la figure 5.16. Les mêmes points et droites sont identifiées sur l'embase.

Pour respecter la distance mini, il faut étudier les points d'analyse avec la droite d'analyse dirigée hors matière. Chaque inéquation à vérifier est de la forme suivante :

$$D_{nom} - d(F_{ie}, f_j) - d(F_{ic}, f_j) \geq d_{mini} \quad (5.12)$$

$$\text{avec } d(F_{ie}, f_j) = \frac{t_{3e}}{2} \text{ et } d(F_{ic}, f_j) = \frac{t_{3c}}{2} + d(F_{ic}, f_j)_{jeu}$$

Pour respecter la distance maxi, il faut étudier les points d'analyses avec la droite d'analyse dirigée dans la matière. Chaque inéquation à vérifier est de la forme suivante :

$$D_{nom} + d(F_j, f_{ie}) + d(F_j, f_j) \leq d_{maxi} \quad (5.13)$$

$$\text{avec } d(F_j, f_j) = \frac{t_{5e}}{2} \text{ et } d(F_j, f_j) = \frac{t_{5c}}{2} + d(F_j, f_j)_{jeu}$$

Étant donné la symétrie du mécanisme, on remarque directement que :

$$\begin{aligned} d(F_1, f_1)_{jeu} &= d(F_1, f_3)_{jeu} = d(F_2, f_1)_{jeu} = d(F_2, f_3)_{jeu} = d(F_3, f_1)_{jeu} \\ &= d(F_3, f_3)_{jeu} = d(F_4, f_1)_{jeu} = d(F_4, f_3)_{jeu} \end{aligned} \quad (5.14)$$

$$\begin{aligned} d(F_1, f_2)_{jeu} &= d(F_1, f_4)_{jeu} = d(F_2, f_2)_{jeu} = d(F_2, f_4)_{jeu} = d(F_3, f_2)_{jeu} \\ &= d(F_3, f_4)_{jeu} = d(F_4, f_2)_{jeu} = d(F_4, f_4)_{jeu} \end{aligned} \quad (5.15)$$

Il suffit de calculer les 2 positions qui nous intéressent. Le calcul des déplacements de l'équation 5.15 correspond à la figure 4.36 du chapitre 4. Le jeu nominal vaut 0,1 mm, L vaut 49,5 et E vaut 60.

$$d(F_1, f_2)_{jeu} = J \cdot \frac{L}{E} = 0,825 \cdot J \text{ avec } J = 0,1 + \frac{t_{4c}}{2} + \frac{t_{4e}}{2} \quad (5.16)$$

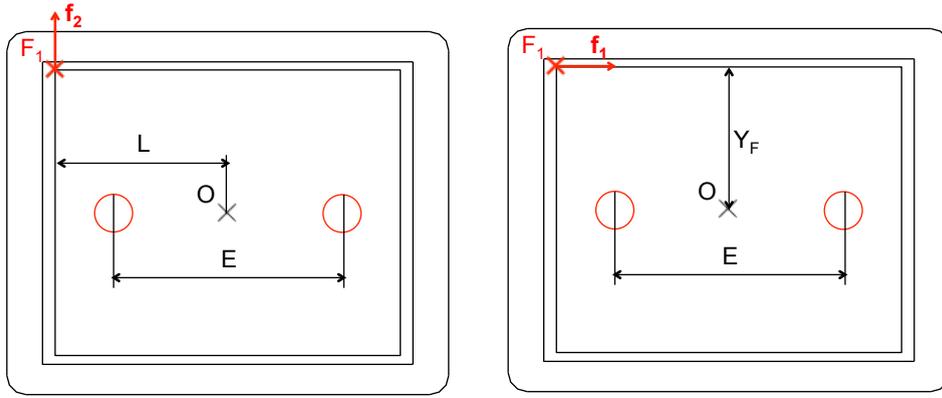


Figure 5.17 – Paramétrage

Le calcul du déplacement de l'équation 5.14 correspond à la figure 4.35 du chapitre 4. Y_F vaut 39,5 et E vaut 60.

$$d(F_1, f_1)_{jeu} = \frac{J}{2} \cdot \frac{\cos\theta}{\cos\varphi} \text{ avec } \theta = 0 \text{ et } \varphi = -2 \cdot \frac{Y_F}{E} \quad (5.17)$$

$$d(F_1, f_1)_{jeu} = \frac{J}{2} \cdot 1,653 = 0,827 \cdot J \text{ avec } J = 0,1 + \frac{t_{4c}}{2} + \frac{t_{4e}}{2} \quad (5.18)$$

Par hasard, ces 2 calculs sont extrêmement proches.

Finalement les inéquations retenues pour la synthèse de tolérance sont :

$$0,5 - \frac{t_{3e}}{2} - \left(\frac{t_{3c}}{2} + 0,827 \cdot \left(0,1 + \frac{t_{4c}}{2} + \frac{t_{4e}}{2}\right) - offset_c - offset_e\right) \geq d_{mini} \quad (5.19)$$

$$0,5 + \frac{t_{5e}}{2} + \left(\frac{t_{5c}}{2} + 0,827 \cdot \left(0,1 + \frac{t_{4c}}{2} + \frac{t_{4e}}{2}\right) - offset_c - offset_e\right) \leq d_{maxi} \quad (5.20)$$

Ces 2 équations limitent les valeurs maxi des tolérances.

5 Analyse de l'exigence E3

L'exigence E3 dépend uniquement des spécifications S5 et S6. Le système de références de S5 et S6 est une simple référence plane. En considérant l'affleurement nominal nul (figure 5.18), l'affleurement maximal se calcule directement et on obtient l'inéquation suivante pour la synthèse de tolérance :

$$\frac{t_{12c}}{2} + \frac{t_{12e}}{2} \leq d_{maxi} \quad (5.21)$$

6 Conclusion

L'étude de ce petit mécanisme a permis d'illustrer les modèles d'analyse de tolérances proposées dans le chapitre 4. La séquence de mouvement (translation puis inclinaison et enfin rotation complémentaire) montre que la solution optimale est toujours obtenues (pour E1). En parallèles de ces calculs, la recherche des déplacements maximums a été simulée avec

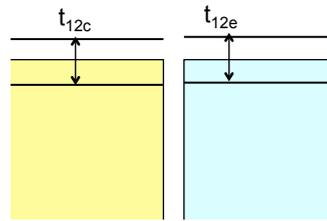


Figure 5.18 – Zone d'affleurement

un solveur. La liaison présentée est composée uniquement de plan, ce qui permet d'avoir des contraintes simples et donc une formulation du problème linéaire et l'assurance de trouver un optimum avec le solveur.

Les écarts obtenus par rapport à nos calculs sont de l'ordre de 10^{-8} pour les composantes de translation et de l'ordre de 10^{-10} pour les composantes de rotations. Ces écarts sont dus uniquement au réglage du solveur.

Les exigences E2 et E3 étaient relativement simples à traiter étant donnée la symétrie de la géométrie. L'exigence E2 a permis de mettre en application les formules démontrées dans le chapitre 4.

La génération de ces inéquations est rapidement obtenue à l'aide d'une maquette numérique. La connexion des entrées et sorties de la maquette au logiciel CLIC est en cours de réalisation.

Tous ces calculs sont compliqués, mais les résultats finaux sont 1 ou 2 relations linéaires pour chaque exigence dans lesquelles on trouve directement les tolérances des pièces. Ce résultat permet ensuite de faire la synthèse de tolérances, par exemple en maximisant la capacité des moyens de production.

Conclusions et perspectives

Conclusions

La finalité des travaux présentés dans ce mémoire a été de proposer une cotation fonctionnelle des liaisons complexes présentant de forts hyperstatismes, et de calculer la résultante de chaîne de cotes 3D avec la spécification proposée. Ces travaux s'inscrivent dans le cadre de la méthode CLIC, développée par Bernard ANSELMETTI au sein du laboratoire du LURPA, et plus particulièrement dans le cadre de la méthode des droites d'analyse. Le grand avantage de la méthode est de pouvoir réaliser en même temps la synthèse de spécification et l'analyse de tolérances, en vue de la synthèse de tolérances. Le cadre scientifique des travaux a été le suivant :

- hypothèse de solide rigide, pas de déformations,
- influence des tolérances au pire des cas,
- utilisation du langage ISO GPS.

La spécification des mécanismes se base sur plusieurs principes simples :

- création des systèmes de références au niveau des jonctions des pièces,
- modèle de transfert par zones de tolérance pour des liaisons surfaciques,
- modèle de transfert par état virtuel pour des liaisons avec jeu,
- ajout d'une spécification d'orientation lorsqu'il y a un porte à faux dans la liaison primaire,

Ces principes simples ont été appliqués sur de nombreux mécanismes avec des jonctions formées de liaison cylindriques et/ou planes. La première contribution de ce travail de thèse est la généralisation de ces principes sur des liaisons complexes. D'une part, il s'agit d'exprimer clairement la condition de montabilité et l'influence des jeux maxi sur l'exigence fonctionnelle étudiée sur ces liaisons complexes. D'autre part il faut être capable d'exprimer ces fonctions avec les normes ISO GPS.

Le choix de l'utilisation des normes ISO GPS a été réalisé dans l'optique de délivrer une solution industrielle. L'évolution constante de ces normes est une difficulté, tout comme le manque de notation. Le chapitre concernant la synthèse des spécifications a abouti dans ce sens à 11 propositions. Plusieurs points forts sont à noter :

- ajout de degrés de liberté spécifiques pour relâcher des contraintes,
- généralisation de la notion d'état virtuel en respectant le principe d'indépendance,
- cotation spécifique des liaisons formées d'un groupe de cylindres,

- cotation d'une liaison hybride (comportement surfacique et avec jeu) avec un nouveau modificateur \textcircled{B} et un nouveau critère d'association.

La deuxième contribution de ce mémoire consiste à effectuer l'analyse de tolérances, c'est-à-dire la simulation des mobilités permises par la spécification proposée en étendant la méthode des droites d'analyse. L'expression des déplacements dépend des points de contacts dans les liaisons. La recherche de ces points de contact dans des liaisons hyperstatiques est un élément essentiel de la contribution. Le modèle prend en compte tout type de géométrie formée de plans et de surfaces circulaires. Un algorithme a été proposé en fonction des différents types et associations de contacts rencontrés (plan/plan, secteur circulaire/secteur circulaire...). La démarche consiste principalement à l'application d'une séquence de mouvements élémentaires (translation, rotation) puis des mouvements mixtes suivant les types de contact rencontrés. Cette partie a fait l'objet d'une maquette numérique. Cette démarche pourrait être réalisée comme dans de nombreux autres travaux par un solveur. Néanmoins, l'écriture des équations en fonction des tolérances et des offsets seraient moins directe et il est plus difficile d'avoir du recul sur le résultat généré. En effet, le solveur peut parfois bloquer sur des minimums locaux lorsque des contraintes type quadratiques doivent être prises en compte. Il faudrait notamment facetter les surfaces gauches pour retomber sur des relations linéaires, mais en introduisant une nouvelle approximation.

Le travail présenté dans ce mémoire a analysé les situations au pire des cas. Cette approche est pessimiste, surtout si les chaînes de cotes font intervenir de nombreux maillons. Néanmoins, les équations obtenues peuvent très rapidement être extrapolées avec une analyse probabiliste. Cela consiste à sommer de façon statistique le cumul des influences des différentes pièces de la chaîne de cotes, tout en prenant l'influence au pire des cas de chaque maillon avec une hypothèse de distribution uniforme ou non au sein de cet intervalle d'influence.

au pire des cas : $d(F, f) = d(F, f)_a + d(F, f)_b + d(F, f)_c + \dots$

en statistique, la formulation devient :

$$d(F, f) = p \cdot \sqrt{\left(\frac{d(F, f)_a}{q}\right)^2 + \left(\frac{d(F, f)_b}{q}\right)^2 + \left(\frac{d(F, f)_c}{q}\right)^2 + \dots}$$

La démarche demande alors d'indiquer le coefficient de risque p que l'on veut encourir sur l'exigence et la forme des distributions de l'influence de chaque pièce (ex : $q = 2\sqrt{3}$ pour une distribution uniforme).

Une analyse statistique par tirage de monte-carlo demanderait de connaître la corrélation qui lie les paramètres des différentes surfaces constituant la liaison, afin de simuler des liaisons relativement réalistes. Pour cela, il faut ajouter de la connaissance vis-à-vis du processus de fabrication de la liaison. Une fois ce réglage effectué, il faut pouvoir simuler le jeu dans la

jonction, ce qui rend la tâche très complexe.

L'hypothèse des solides indéformables est très discutable, la modélisation des points de contact entre état virtuel sans déformation est optimiste. Il existe sans aucun doute des déformations, qui pourraient être simulées à l'aide d'un modèle de pression comme celui de Hertz par exemple. Ce point est important car toute déformation de contact accentue le déplacement. Le calcul actuel n'est donc pas conservatif.

Perspectives

A courts termes, l'intégration de la maquette numérique au logiciel CLIC doit être réalisée (elle est en cours). Il s'agit principalement de faire la connexion entre les paramètres d'entrée et de sortie de la maquette. Le logiciel existant doit communiquer la géométrie de la liaison ainsi que les points et droites d'analyse à étudier, qui sont calculées à partir des zones restreintes des surfaces en contact. La maquette quant à elle doit transmettre les spécifications à ajouter et les relations de transfert sous forme de formules EXCEL.

L'étude des liaisons prismatiques secondaires a été complètement modélisé de façon analytique (pour les géométries formées de plan et de secteurs circulaires ou cylindres complets). Concernant les liaisons primaires, quelques points restent à approfondir, par exemple, la modélisation du mouvement complémentaire cercle/cercle/plan de la figure 4.27 du chapitre 4. Le calcul s'arrête aujourd'hui à l'inclinaison dans la liaison puis à la rotation autour de l'axe incliné, ce qui représente déjà une bonne approximation. Le mouvement complémentaire n'est donc pas pris en compte. La résolution par solveur permet de trouver la solution optimum mais il faut faire attention de donner une solution initiale cohérente. De plus, l'utilisation du solveur n'est pas envisagé dans cette étape d'analyse de tolérances pour la solution informatique de CLIC. La modélisation analytique de ce mouvement complémentaire représente donc une perspective proche. Une des pistes est de modéliser le comportement avec plusieurs paramètres puis de chercher un maximum globale. Le mouvement mixte 3D (figure 4.46) est à affiner également comme il l'a été suggéré dans le chapitre 4. Afin d'étudier la pertinence de ces modélisations, il faudra estimer l'incertitude engendrée par une autre approche qui consiste à discrétiser les cylindres en plusieurs facettes planes.

A moyen termes, une expérimentation consistant à mesurer l'influence du jeu dans les liaisons serait intéressante. Les travaux de Ballu [Ballu (2009)] ont prouvé la faisabilité de ce genre d'expérimentation sur une liaison plane bilatérale et un roulement. Ce genre d'étude permet de valider les modèles théoriques mais permet également de diagnostiquer une liaison défaillante sur un mécanisme en maintenance par exemple. Un autre avantage d'un banc de mesure permettrait également de faire des relevés statistiques.

Il est possible de faire le parallèle entre notre méthode et les modèles manipulant des polytopes (Domaines, T-Map®, ...). La création d'un polytope local pour modéliser le jeu d'une liaison prismatique par exemple est réalisée en faisant l'union des polytopes des espaces jeu entre les surfaces élémentaires. Il explore tout l'espace jeu et permet de trouver facilement le déplacement maximum. Cet outil mathématique manipule de nombreux paramètres (lourd en calcul) et l'écriture en fonction des tolérances n'est pas directe. Des simplifications sont faites, une contrainte quadratique ($\|dC\| < \Delta R$, contrainte sur des surfaces cylindriques) est décomposé en n contraintes linéaires. L'étude de l'incertitude engendrée par cette discrétisation aurait été intéressante pour comparer avec les résultats obtenus (modélisations de mouvement mixte). L'utilisation de ces méthodes à terme sur un mécanisme composé de nombreuses pièces n'est pas évidente. Les approches semblent relativement complémentaires. Le point fort de la méthode des droites d'analyse outre le fait de réaliser la synthèse des spécifications et l'analyse de tolérance en même temps, est de pouvoir séparer l'influence des défauts afin d'éviter une optimisation globale. La démarche nécessite successivement plusieurs calculs locaux. L'utilisation de la somme de Minkowski pour réaliser l'union de plusieurs domaines ne semble pas nécessaire à notre point de vue. Par contre, le calcul d'intersection de domaine est très efficace pour déterminer les mobilités au sein d'une liaison. Il serait donc très intéressant de pouvoir coupler les deux approches.

L'étude complète d'un cas industriel est une perspective très intéressante pour au moins deux bonnes raisons :

- l'étude permet de mettre en application les modèles proposées et de valider les hypothèses,
- les discussions avec les industriels en charge de la spécification fonctionnelle du mécanisme à étudier, permettent d'appréhender les difficultés qu'ils rencontrent dans cette étape de conception et donnent donc de réelles informations sur ce que le produit final (logiciel de tolérancement) doit leur offrir.

Industriellement ces formes complexes de type prismatique sont utilisées pour réaliser des glissière par exemple. Beaucoup d'autres pièces en plastique utilisent ces formes. Les déformations de ces pièces peuvent être très importantes. Il faut pouvoir prendre en compte ces déformations dans le calcul des résultantes. Beaucoup de travaux se sont déjà intéressé à ce genre de problématique. Des compétences en éléments finis sont alors requises pour résoudre ce genre de problème. Afin de proposer une solution informatique performant, il faudra être capable de travailler sur un modèle multi-physique mêlant à la fois les variations géométriques et les déformations générées par les efforts. Les exigences sont alors de deux types différentes, géométrique et statique. Ce projet est très ambitieux et il faut pour cela plusieurs personnes (des deux spécialités) travaillant ensemble pour définir un modèle cohérent permettant de communiquer entre les différents paramètres.

Communications et Publications

Ces travaux ont fait l'objet d'une conférence internationale au CIRP CAT 2009 à Anecy, [Chavanne et Anselmetti (2009b)] : cette communication a été sélectionnée pour être publiée dans l'ouvrage *Product Lifecycle Management, Geometric Variation* Edited by M. Giordano, L. Mathieu and F Villeneuve [Chavanne et Anselmetti (2010)].

Un article dans le journal "Computer-Aided-Design" a ensuite été publié sur la méthode Quick GPS [Anselmetti *et al.* (2010)].

Une communication dans le colloque national PRIMECA a été réalisé, [Chavanne et Anselmetti (2009a)].

Une publication dans le journal "Computers in Industry" avec le titre "Functional tolerancing : virtual material condition on complex junctions" est en cours de seconde évaluation après une première demande de correction. Elle met en avant la généralisation du concept d'état virtuel.

Mes travaux de recherches se poursuivent l'année prochaine dans le cadre du projet Quick GPS du pôle Systemtic. Une des possibilités est de traiter de façon poussée une étude statistique sur une application d'un des partenaires industriel du projet.

Références bibliographiques

- [Adragna (2007)] P. ADRAGNA : *Tolérancement des systèmes assemblés, une approche par le tolérancement inertiel*. Thèse de doctorat, Université de Savoie, 2007.
- [Anselmetti (2006)] B. ANSELMETTI : Generation of functional tolerancing on positioning features. *Computer-Aided Design*, 38:902–919., 2006.
- [Anselmetti (2008a)] B. ANSELMETTI : *Manuel de tolérancement - Volume 3 : cotation fonctionnelle tridimensionnelle et statistique*. 2008a.
- [Anselmetti (2008b)] B. ANSELMETTI : *Manuel de tolérancement - Volume 2, Bases de la cotation fonctionnelle*. Hermes Science Publications, 2008b.
- [Anselmetti (2010)] B. ANSELMETTI : Clic : a method for geometrical specification of products. Dans I. LTD et J. W. . SONS, édés : *Geometric Tolerancing of Products*, p. 209–240, 2010.
- [Anselmetti et al. (2010)] B. ANSELMETTI, R. CHAVANNE, J.-X. YANG et N. ANWER : Quick gps : A new cat system for single-part tolerancing. *Computer-Aided Design*, 42(9):768–780, 2010.
- [Anselmetti et al. (2003)] B. ANSELMETTI, H. MEJBRI et K. MAWUSSI : Coupling experimental design–digital simulation of junctions for the development of complex tolerance chains. *Computers in Industry*, 50(3):277 – 292, 2003.
- [Armilotta et Semeraro (2007)] A. ARMILLOTTA et Q. SEMERARO : Tolerance specification through automated generation of assembly requirement. Dans *Proceedings 10th CIRP CAT seminar*, p. 11–24, 2007.
- [Ballot (1995)] E. BALLOT : *Lois de comportement géométrique des mécanismes pour le tolérancement*. Thèse de doctorat, ENS de Cachan, 1995.
- [Ballu (2009)] A. BALLU : Measurement of gap hull for model validation, product verification and maintenance. Dans *11th CIRP International Conference on Computer Aided Tolerancing, Geometric Variations within Product Life-Cycle Management*, 2009.
- [Ballu et Mathieu (1999)] A. BALLU et L. MATHIEU : Choice of functional specifications using graphs within the framework of education. Dans *Proceeding of the 6th CIRP International Seminar on Computer-Aided Tolerancing*, p. 197–206, 1999.
- [Ballu et al. (2007)] A. BALLU, L. MATHIEU et O. LEGOFF : Représentation des ensembles mécaniques et des spécifications par des graphes. Dans *Tolérancement géométrique des produits*. Editions Lavoisier, 2007.

- [Barki *et al.* (2009)] H. BARKI, F. DENIS et F. DUPONT : Contributing vertices based minkowski sum computation of convex polyhedra. *Computer-Aided Design*, 41:525–538, 2009.
- [Bennis *et al.* (2002)] F. BENNIS, P. CASTAGLIOLA et L. PINO : Toward the use of statistical analysis in positional tolerancing. *Dans Sélection d'articles de la conférence IDMME 2000*, p. 227–234, 2002.
- [Bourdet (1973)] P. BOURDET : Chaines de cotes de fabrication (methode des delta l) : premiere partie "modeles". *L'ingénieur et le Technicien de l'Enseignement Technique*, (180), 1973.
- [Bourdet et Ballot (1995)] P. BOURDET et E. BALLOT : Geometrical behavior laws for computer aided tolerancing. *Dans proceeding of the 4th CIRP Seminar on Computer Aided Tolerancing*, 1995.
- [Bourdet et Clement (1976)] P. BOURDET et A. CLEMENT : Controlling a complex surface with a 3 axis measuring machine. *Annals of the CIRP*, 25,:359, 1976.
- [Breteau (2009)] P. BRETEAU : *Simulation d'assemblage flexible par la mesure - Application au domaine de l'aéronautique*. Thèse de doctorat, Ecole Normale Supérieure de Cachan, 2009.
- [Chavanne et Anselmetti (2009a)] R. CHAVANNE et B. ANSELMETTI : Chaîne de cotes 3d : Application de la méthode des droites d'analyse à une liaison prismatique. *Dans 11ème Colloque National AIP-PRIMECA, Produits, Procédés et Systèmes industriels : les dernières innovations*, 2009a.
- [Chavanne et Anselmetti (2009b)] R. CHAVANNE et B. ANSELMETTI : Quick gps : Rapid tolerancing of an isolated part. *Dans 11th CIRP International Conference on Computer Aided Tolerancing, Geometric Variations within Product Life-Cycle Management*, 2009b.
- [Chavanne et Anselmetti (2010)] R. CHAVANNE et B. ANSELMETTI : Quick gps : Tolerancing of an isolated part. *Dans I. LTD et J. W. . SONS, éd. : Product Life-Cycle Management*, p. 39–58, 2010.
- [Chiesi et Lapo (2003)] F. CHIESI et G. LAPO : Tolerance analysis with em-tolmate. *ASME Transactions : Journal of Computing and Information Science in Engineering*, 3(1):100–105, 2003.
- [Cid (2005)] G. CID : *Établissement des relations de comportement de mécanismes avec prise en compte des écarts géométriques et des souplesses des composants*. Thèse de doctorat, Ecole Normale Supérieure de Cachan, 2005.
- [Clément *et al.* (1997)] A. CLÉMENT, C. VALADE et A. RIVIÈRE : The ttrss 13 oriented constraints for dimensioning, tolerancing and inspection. *Advanced Mathematical Tools in Metrology III*, p. 24–42, 1997.
- [Clozel et Rance (2007)] P. CLOZEL et P. RANCE : Mecamaster : un outil de simulation des assemblages dès la conception préliminaire, approche industrielle. *Dans LAVOISIER, éd. : Tolérancement géométrique des produits*, p. 247–278, 2007.

- [Costadoat (2010)] R. COSTADOAT : *Contribution à la recherche de spécifications pour la gestion des variations géométriques au plus tôt dans le cycle de conception*. Thèse de doctorat, ENS de Cachan, 2010.
- [Couétard et Teissandier (1993)] Y. COUÉTARD et D. TEISSANDIER : A tolerancing modes synthesis : proportioned assembly clearance volume. *Dans Proceedings of the third CIRP Seminar on Computer Aided Tolerancing*, p. 75–83, 1993.
- [Dantan (2009)] J. DANTAN : *Contribution à l'optimisation de la robustesse des produits par la maîtrise des variataions géométriques en phase de conception*. Thèse d'habilitation à diriger des recherches, ENS CACHAN, 2009.
- [Dantan *et al.* (2005)] J. DANTAN, L. MATHIEU, A. BALLU et P. MARTIN : Tolerance synthesis : quantifier notion and virtual boundary. *Computer Aided Design*, 37:231–240, 2005.
- [Davidson et Shah (2002)] J. DAVIDSON et J. SHAH : Geometric tolerances : A new application for line geometry and screws. *IMechE Journal Mechanical Engineering Science*, 216: 95–103, 2002.
- [Davidson *et al.* (2002)] J. DAVIDSON, J. SHAH et A. MUJEZINOVIC : A new math model for geometric tolerances as applied to round faces. *ASME Transactions, Journal of Mechanical Design*, 124(4):609–623, 2002.
- [Descrochers *et al.* (2003)] A. DESCROCHERS, W. GHIE et L. LAPERRIÈRE : Application of a unified jacobian-torsor model for tolerance analysis. *ASME J. Comp. in Sci. Eng.*, 3 (1):2–14, 2003.
- [Gaunet (1993)] D. GAUNET : Vectorial tolerancing model. *Dans Proceeding of the 3rd CIRP Seminar on Computer Aided Tolerancing*, 1993.
- [Gaunet (2001)] D. GAUNET : *Geometric product specification*, chap. 3D functional tolerancing and annotation : CATIA tools for geometrical product specification. 2001.
- [Germain (2007)] F. GERMAIN : *Tolerancement Statistique tridimensionnel, integration en CFAO*. Thèse de doctorat, université de Savoie, 2007.
- [Giordano et Duret (1993)] M. GIORDANO et D. DURET : Clearence space and deviation space, application to the three dimensional chain of dimensions and positions. *Dans Proceeding of the CIRP Seminar on Computer Aided Tolerancing*, 1993.
- [Giordano *et al.* (2009)] M. GIORDANO, P. HERNANDEZ et D. DENIMAL : Synthesis and statistical analysis for three-dimensional tolerancing. *Dans CIRP CAT*, 2009.
- [Jayaraman et Srinivasan (1989)] R. JAYARAMAN et V. SRINIVASAN : Virtual boundary requirements. *IBM Journal of Research and Development*, 33(2):90–104, 1989.
- [Laperrière et ELMaraghy (2000)] L. LAPERRIÈRE et H. ELMARAGHY : Tolerance analysis and synthesis using jacobian transforms. *Dans Annals of the CIRP*, vol. 49, p. 359–362, 2000.
- [Laperrière *et al.* (2002)] L. LAPERRIÈRE, W. GHIE et A. DESROCHERS : Statistical and deterministic tolerance analysis and synthesis using a unified jacobian torsor model. *Dans Annals of CIRP*, vol. 51, p. 417–420, 2002.

- [Lecompte *et al.* (2010)] J. LECOMPTE, O. LEGOFF et J. Y. HASCOET : Technological form defects identification using discrete cosine transform method. *International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, 51(9-12):1033–1044, 2010.
- [Legrais (2005)] G. LEGRAIS : *Intégration d'un Outil d'Aide au Tolérancement dans un logiciel de CFAO*. Thèse de doctorat, Université de Savoie, 2005.
- [Linarès et Marty (1993)] J.-M. LINARÈS et C. MARTY : Tolerancing by functional group. *Dans Proceedings of the 3rd CIRP Seminar on Computer-Aided Tolerancing*, p. 267–277, 1993.
- [Marguet *et al.* (2003)] A. MARGUET, N. CHEVASSUS, H. FALGARONE et P. BOURDET : Geometrical behavior laws for computed-aided tolerancing : Anatole a tool for structural assembly tolerance analysis. *Dans 8th International Seminar on Computer-Aided Tolerancing*, p. 301–310, 2003.
- [Mathieu (2007)] L. MATHIEU : *Contribution à la maîtrise des variations géométriques des produits le long de leur cycle de vie*. Thèse d'habilitation à diriger des recherches, LURPA, 2007.
- [Mathieu et Ballu (2003)] L. MATHIEU et A. BALLU : Geospelling : a common language for specification and verification to express method uncertainty. *Dans Proc. of 8th CIRP Seminar on Computer Aided Tolerancing*, 2003.
- [Mejbri (2004)] H. MEJBRI : *Contribution au développement d'une méthode de cotation fonctionnelle des mécanismes complexes*. Thèse de doctorat, Ecole Normale Supérieure de Cachan, 2004.
- [Minkowski (1896)] H. MINKOWSKI : *Geometrie der Zahlen*. Leibniz, 1896.
- [Mounaud *et al.* (2011)] M. MOUNAUD, F. THIEBAUT, P. BOURDET, H. FALGARONE et N. CHEVASSUS : Assembly sequence influence on geometric deviations propagation of compliant parts. *International Journal of Production Research*, 49(4):1021–1043, 2011.
- [Mujezinović (1999)] A. MUJEZINOVIĆ : *A New Mathematical Model for Representing Geometric Tolerances*. Thèse de doctorat, Arizona State University, 1999.
- [Mujezinović *et al.* (2004)] A. MUJEZINOVIĆ, J. DAVIDSON et J. SHAH : A new mathematical model for geometric tolerances as applied to polygonal faces. *ASME Transactions, J. of Mechanical Design*, 126(3):504–518, 2004.
- [Pairel (2007)] E. PAIREL : For a rewriting of the geometric tolerancing language. *Dans Proceeding of 10th CIRP Conference on Computer Aided Tolerancing*, 2007.
- [Petit (2004)] J. PETIT : *Specification géométrique des produits, Méthode d'analyse de tolérances. Application en conception assistée par ordinateur*. Thèse de doctorat, université de Savoie, 2004.
- [Pierce et Rosen (1997)] S. PIERCE et D. ROSEN : A method for integrating form errors into tolerance analysis. *Dans International conference on flexible automation and intelligent manufacturing*, p. 249–260, 1997.

- [Pierre *et al.* (2009)] L. PIERRE, D. TEISSANDIER et J. P. NADEAU : Integration of thermomechanical strains into tolerancing analysis. *International Journal on Interactive Design and Manufacturing*, 3(4):247–263, 2009.
- [Pillet et Adragna (2005)] M. PILLET et P. ADRAGNA : Monographie sur le tolérancement inertiel. Rap. tech., Monographie rédigée dans le cadre d’un projet de recherche INTERREG III « Tolérancement des systèmes assemblés » de l’Union Européenne, 2005.
- [Pino (2000)] L. PINO : *Modélisation et analyse cinématique des tolérances géométriques pour l’assemblage de systèmes mécaniques*. Génie mécanique, Ecole Centrale de Nantes, 2000.
- [Radouani et Anselmetti (2003)] M. RADOUANI et B. ANSELMETTI : Identification of real surfaces and inspection of the iso specifications using a solver. *Mecanique et Industries*, 4(3):249–258, 2003.
- [Rivest (1994)] L. RIVEST : *Modélisation et analyse tridimensionnelles des tolérances dimensionnelles et géométrique*. Thèse de doctorat, Université de Montréal, Ecole Polytechnique, 1994.
- [Rivest *et al.* (1994a)] L. RIVEST, E. DUPINET, C. FORTIN et C. MOREL : Analysis of product tolerances for process plan validation. *Manufacturing review*, 7(4):312–331, 1994a.
- [Rivest *et al.* (1994b)] L. RIVEST, C. FORTIN et C. MOREL : Tolerancing a solid model with a kinematic formulation. *Computer-Aided Design*, 26(6):465–476, 1994b.
- [Robinson (1997)] D. ROBINSON : Geometric tolerancing for assembly with maximum material parts. *Dans Proceeding of the 5th CIRP Seminar on Computer Aided Tolerancing*, 1997.
- [Robinson (1998)] D. ROBINSON : *Geometric tolerancing for assembly*. Thèse de doctorat, Cornell University, 1998.
- [Roy et Li (1999)] U. ROY et B. LI : Representation and interpretation of geometric tolerances for polyhedral objects. size, orientation and position tolerances. *Computer Aided Design*, 31:273–285, 1999.
- [Salomons *et al.* (1996a)] O. SALOMONS, F. HAALBOOM, H. J. POERINK, F. V. SLOTEN, F. V. HOUTEN et H. KALS : A computer aided tolerancing tool ii : tolerance analysis. *Computer In Industry*, 31:175–186, 1996a.
- [Salomons *et al.* (1996b)] O. SALOMONS, F. HAALBOOM, H. J. POERINK, F. V. SLOTEN, J. V. HOUTEN et H. KALS : A computer aided tolerancing tool ii : tolerance analysis. *Computer In Industry*, 31:161–174, 1996b.
- [Samper (2007)] S. SAMPER : *Tolérancement et analyse des structures au service des systèmes souples et du défaut de forme*. Thèse d’habilitation à diriger des recherches, Université de Savoie, 2007.
- [Samper *et al.* (2009)] S. SAMPER, P. A. ADRAGNA, H. FAVRELIERE et M. PILLET : Modeling of 2d and 3d assemblies taking into account form errors of plane surfaces. *Journal of Computing and Information Science in Engineering*, 9(4):1–12, 2009.

- [Samper et Formosa (2007)] S. SAMPER et F. FORMOSA : Form defects tolerancing by natural modes analysis. *Journal of Computing and Information Science in Engineering*, 7(1):44–51, 2007.
- [Serré (2002)] P. SERRÉ : Vers une approche déclarative en cfao application au mécanismes de bennett. *Dans 4th International Conference on Integrated Design and Manufacturing in Mechanical engineering*, 2002.
- [Serré et al. (2009)] P. SERRÉ, F. M'HERNNI et A. CLÉMENT : Parametric approach to determine minimum clearance in overconstrained mechanisms. *Dans 11th CIRP International Seminar on Computer-Aided Tolerancing*, 2009.
- [Serré et al. (2003)] P. SERRÉ, A. RIVIÈRE et A. CLÉMENT : The clearance effect for assembly of over-constrained mechanisms. *Dans 8th CIRP International Seminar on Computer Aided Tolerancing*, 2003.
- [Srinivassan et Jayaraman (1989)] V. SRINIVASSAN et R. JAYARAMAN : Conditional tolerances. *IBM Journal of Research and Development*, 33(2):105–124, 1989.
- [Teissandier (1995)] D. TEISSANDIER : *L'Union Pondérée d'Espaces de Liberté : un nouvel outil pour la cotation fonctionnelle tridimensionnelle*. Thèse de doctorat, Laboratoire de Mécanique Physique - Université Bordeaux I, 1995.
- [Teissandier et al. (1999a)] D. TEISSANDIER, Y. COUETARD et A. GÉRARD : A computer aided tolerancing model : proportioned assembly clearance volume. *Computer Aided Design*, 31:805–817, 1999a.
- [Teissandier et al. (1999b)] D. TEISSANDIER, V. DELOS et Y. COUETARD : Operations on polytopes : Application to tolerance analysis, global consistency of tolerances. *Dans Proceeding of the 6th CIRP International Seminar on Computer-Aided Tolerancing*, p. 425–434, 1999b.
- [Teissandier et al. (1997)] D. TEISSANDIER, Y. COUETARD et A. GERARD : Three-dimensional functional tolerancing with proportional assembly clearance volume (upel) : application to setup planning. *Dans Proceedings of 5 CIRP seminar on computer aided tolerancing*, p. 113–23, 1997.
- [Thiebaut (2001)] F. THIEBAUT : *Contribution à la définition d'un moyen unifié de la gestion d'une géométrie réaliste basé sur le calcul des lois de comportements des mécanismes*. Thèse de doctorat, ENS de Cachan, 2001.
- [Wirtz (1991)] A. WIRTZ : Vectorial tolerancing for production quality control and functional analysis in design. *Dans Annals of the CIRP*, 1991.

Normes

- [AFNOR XP E 04-562 (2000)] AFNOR XP E 04-562. Surfaces complexes, prismatiques et de révolution, Spécification sur les dessins, 2000.
- [ASME Y14.5 (2009)] ASME Y14.5. Dimensioning and Tolerancing : Engineering Drawing and Related Documentation Practices, 2009.
- [ISO 2692 (1988)] ISO 2692. Dessins techniques – Tolérancement géométrique – Principe du maximum de matière, 1988.
- [ISO 2692 :1988/Amd 1 :1992 (1992)] ISO 2692 :1988/Amd 1 :1992. Exigence du minimum de matière, 1992.
- [ISO TS 17450-1 (2008)] ISO TS 17450-1. Geometric Product Specification - General concepts - Part 1 : Model for geometrical specification and verification, 2008.
- [NF EN ISO 1101 (2006)] NF EN ISO 1101. Spécification géométrique des produits (GPS) Tolérancement géométrique Tolérancement de forme, orientation, position et battement, 2006.
- [NF EN ISO 2692 (2007)] NF EN ISO 2692. Spécification géométrique des produits (GPS) - Tolérancement géométrique - Exigence du maximum de matière (MMR) et exigence du minimum de matière, 2007.
- [NF EN ISO 4759-1 (2001)] NF EN ISO 4759-1. Tolérances des éléments de fixation. Vis, goujons et écrous. Partie 1 : grades A, B et C., 2001.
- [NF EN ISO 5459 (2004)] NF EN ISO 5459. Spécification géométrique des produits (GPS) - Tolérancement géométrique - Références spécifiées et systèmes de références spécifiées, 2004.

Annexes

Sommaire

A.	Cotation avec une référence flottante	208
B.	Ajout de degrés de libertés spécifiques	213
C.	Calcul avec des secteurs circulaires	215
D.	Mouvement mixte 2D (cercle/plan)	218
E.	Calcul de l'axe de rotation	221

A. Cotation avec une référence flottante

Cette annexe détaille la partie de la section 2.4 du chapitre 2 avec la cotation avec une référence flottante.

La figure A.1 montre un empilement de trois pièces comportant deux jonctions cylindriques en série.

Le cylindre primaire A de l'arbre est monté serré dans l'alésage E du corps. Le cylindre primaire B du corps est monté avec jeu dans l'alésage C de la base. Les deux exigences E1 et E2 étudiées sont des localisations des points F_1 et F_2 par rapport au système de références PQ. Pour cette démonstration, l'exigence E1 sera étudiée dans la direction F_1 et E2 dans la direction F_2 .

La cotation est établie avec la méthode CLIC. Les cylindres étant primaires, les exigences de l'enveloppe assurent l'assemblage des pièces. Le traitement des deux exigences impose des spécifications de position entre les surfaces. La liaison entre l'arbre et le corps ne comporte pas de jeu. Il n'y a pas de modificateur sur la référence A pour les spécifications S1 et S2 de l'arbre, ni sur l'élément tolérancé de S3 et S4 pour le corps. Par contre, la liaison entre le corps et l'embase comporte du jeu, les références des spécifications S3 et S4 du corps ainsi que les éléments tolérancés de S5 et S6 de la base sont au minimum de matière.

Pour la spécification de position S3, l'état virtuel de la référence B est un cylindre de diamètre $c_2 - t_{4c}/2$ qui doit être contenu dans le cylindre B réel. L'axe du cylindre E doit être contenu dans un cylindre de diamètre t_{1c} coaxial à cet état virtuel.

Pour la spécification d'orientation S4, l'état virtuel de la référence B est un cylindre de diamètre $c_2 - t_{4c}/2$ qui doit être contenu dans le cylindre B réel. L'axe du cylindre E doit être contenu dans un cylindre de diamètre t_{2b} parallèle à cet état virtuel.

Les deux états virtuels de la référence sont donc de même diamètre, mais compte tenu du principe d'indépendance, les positions des états virtuels dans le cylindre B réels sont indépendantes.

Pour cette étude, l'alésage de la base sera considéré comme un cylindre parfait de diamètre D, parfaitement positionné sur la position nominale par rapport aux références PQ.

La figure A.2 présente la configuration qui donne le déplacement maximal du point F_1 dans la direction F_1 . Le corps au minimum de matière comporte un cylindre B de diamètre $d_{mini} = c_2 - t_{4c}/2$ incliné dans l'alésage C de la base d'un angle $\alpha = (D - d_{mini})/E$. L'axe de l'alésage E est simultanément dans la zone de tolérance en orientation de diamètre t_{2c} qui est parallèle à l'état virtuel de B et dans la zone de tolérance de position de diamètre t_{1c} qui est centré sur l'état virtuel de B. La liaison arbre/corps étant serrée, la référence A de l'arbre est donc confondue avec l'axe de E. Le déplacement maxi du point F_1 est alors :

$$d(F_1, f_1) = \frac{(D - d_{mini}) \cdot H}{E} + \frac{t_{1c}}{2} + \frac{t_{2c} \cdot h}{e} \quad (\text{A.1})$$

Si le diamètre D_r du cylindre réel B du corps est plus grand que $c_2 - t_{4c}/2$, l'inclinaison de ce cylindre est plus faible dans le cylindre C de la base. Par contre, le défaut admissible sur le corps est plus grand. Le corps reste conforme si l'axe réel du cylindre E est bien dans les deux

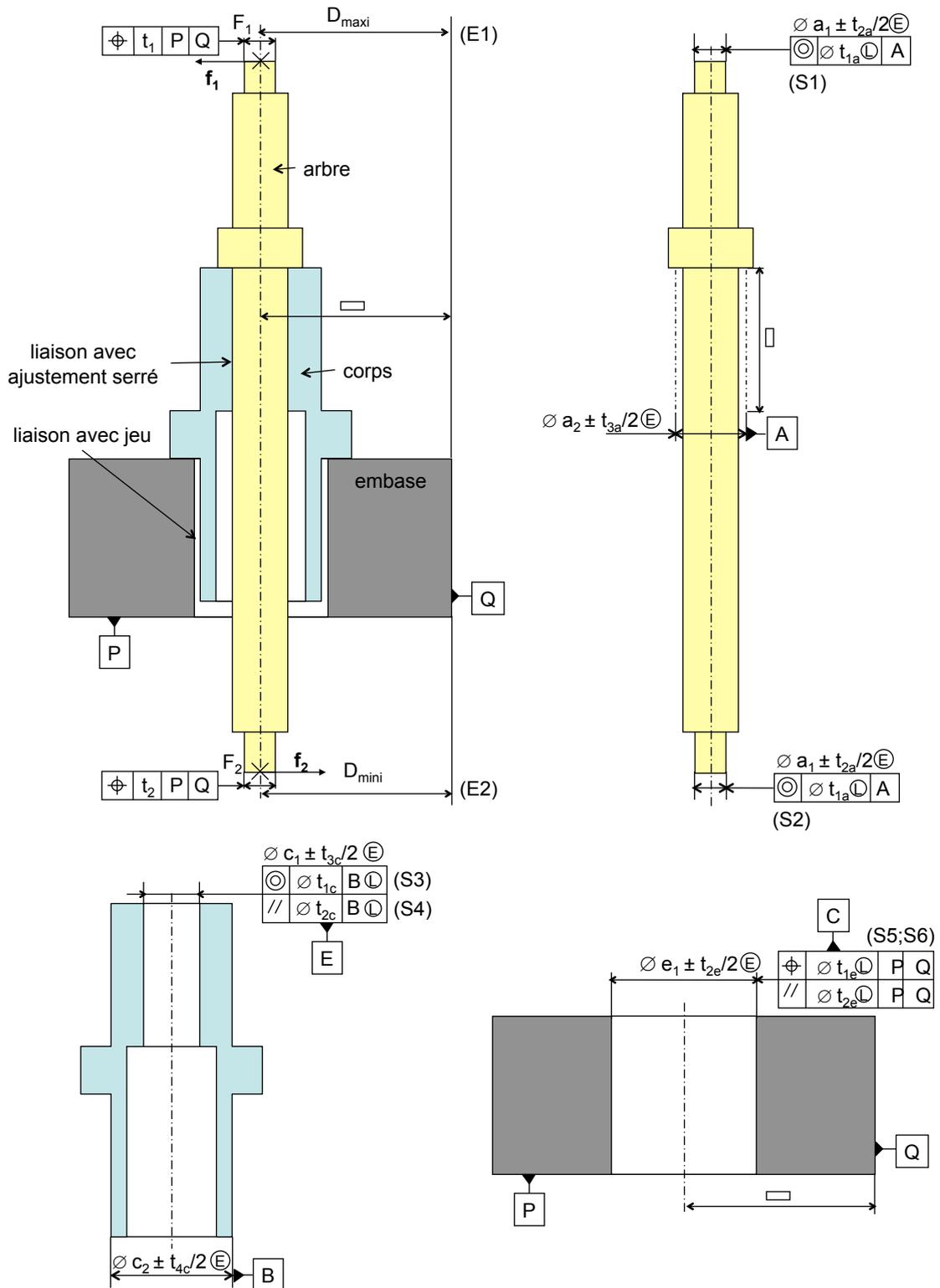
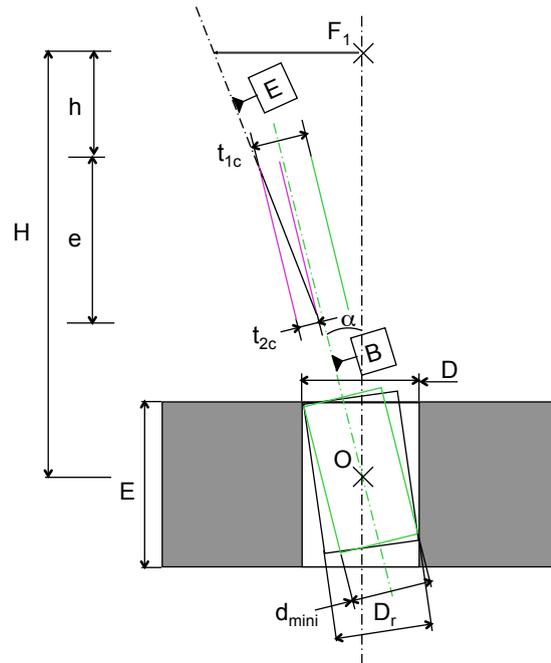


Figure A.1 – Mécanisme avec deux liaisons cylindriques en série

Figure A.2 – Modèle 3D du déplacement du point F_1

zones de tolérances définies par rapport à l'état virtuel au minimum de matière de la référence de diamètre $c_2 - t_{4c}/2$ qui doit être contenu dans le cylindre B réel. La figure 2 montre donc bien le cylindre B de diamètre D_r contenant l'état virtuel au minimum de matière du cylindre B, avec les deux zones de tolérances.

Le déplacement maximum du point F_1 est identique. La relation A.1 est donc bien vérifiée.

En pratique, avec un cylindre B de diamètre D_r plus grand que le minimum de matière, le jeu entre la base et le corps diminue, ce qui réduit le défaut angulaire α . Cette réduction permet d'accepter un plus gros défaut sur la position de l'axe E du corps. Cet élargissement de tolérance est le principal avantage de l'emploi du minimum de matière sur les références.

Finalement, la déviation maximum du point F_1 dans la direction d'analyse F_1 est la même que le cylindre B soit au mini matière ou avec un diamètre supérieur. L'hypothèse de calcul considérant que le déplacement est maximal lorsque les pièces sont au minimum de matière est bien valable.

La figure A.3 présente la configuration constituée de pièces conformes qui donnent le déplacement maximal du point F_2 dans la direction d'analyse F_2 en considérant que le cylindre B est au minimum de matière. Le cylindre de référence B s'incline dans l'alésage C d'un angle $\alpha = (D - d_{\text{mini}})/E$. L'axe de l'alésage E est simultanément dans la zone de tolérance en orientation de diamètre t_{2c} qui est parallèle à l'état virtuel de B et dans la zone de tolérance de position de diamètre t_{1c} qui est centré sur l'état virtuel de B. La liaison arbre/corps étant serrée, la référence A de l'arbre est confondue avec l'axe de E. Le déplacement maxi du point

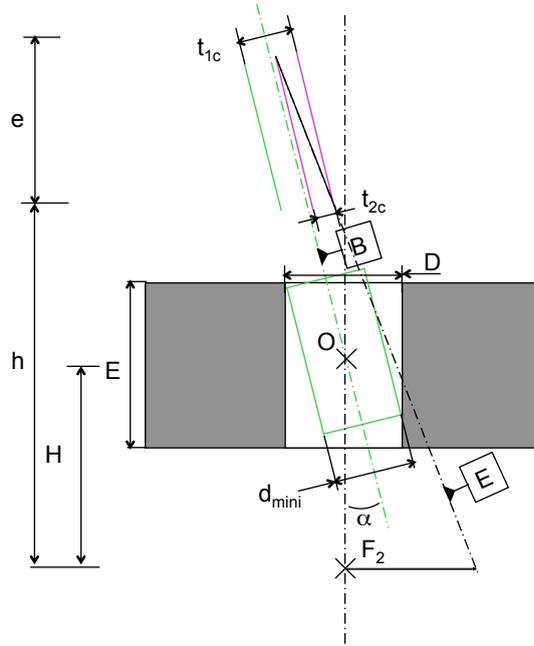


Figure A.3 – Modèle 3D du déplacement du point F_2 avec B au minimum de matière

F_2 est alors :

$$d(F_2, f_2) = \frac{(D - d_{\text{mini}}) \cdot H}{E} + \frac{t_{1c}}{2} + \frac{t_{2c} \cdot h}{e} \quad (\text{A.2})$$

La relation est bien identique à la relation A.1.

La figure 4 montre le déplacement maxi du F_2 obtenu avec des pièces conformes mais avec un cylindre B de diamètre d_r légèrement supérieur au diamètre mini d_{mini} . L'inclinaison de ce cylindre est $\beta = (D - d_r)/E$.

Les pièces conformes qui donnent le déplacement maxi du point F_2 sont dans une configuration très particulière permise par l'indépendance des spécifications S1 et S2.

- pour la spécification de position, l'état virtuel de la référence est un cylindre de diamètre $d_{\text{mini}} = c_2 - t_{4c}/2$ d'axe Δ_1 incliné de $\gamma = (d_r - d_{\text{mini}})/E$ dans le sens horaire dans le cylindre réel B, pour maximiser le déplacement de la zone de tolérance de position de l'axe E dans la direction F_2 .
- pour la spécification d'orientation, l'état virtuel de la référence est un cylindre de diamètre $d_{\text{mini}} = c_2 - t_{4c}/2$ d'axe Δ_2 incliné de $\gamma = (d_r - d_{\text{mini}})/E$ dans le sens trigonométrique dans le cylindre réel B. La zone de tolérance d'orientation de E est parallèle à Δ_2 . Ce sens d'inclinaison maximise le déplacement du point F_2 . L'axe de E est donc incliné de $\theta = \alpha + t_{2c}/e$

Dans ce cas, le déplacement maxi du point F_2 est :

$$d^*(F_2, f_2) = F_2 F_2' \cdot f_2 = (F_2 M + MN + N F_2') \cdot f_2 = (h - H) \cdot (\gamma - \beta) + \frac{t_{1c}}{2} + \theta \cdot h$$

$$d^*(F_2, f_2) = (2d_r - D - d_{\text{mini}}) \cdot \frac{(h - H)}{E} + \frac{t_{1c}}{2} + \frac{(D - d_{\text{mini}}) \cdot h}{E} + \frac{t_{2c} \cdot h}{e} \quad (\text{A.3})$$

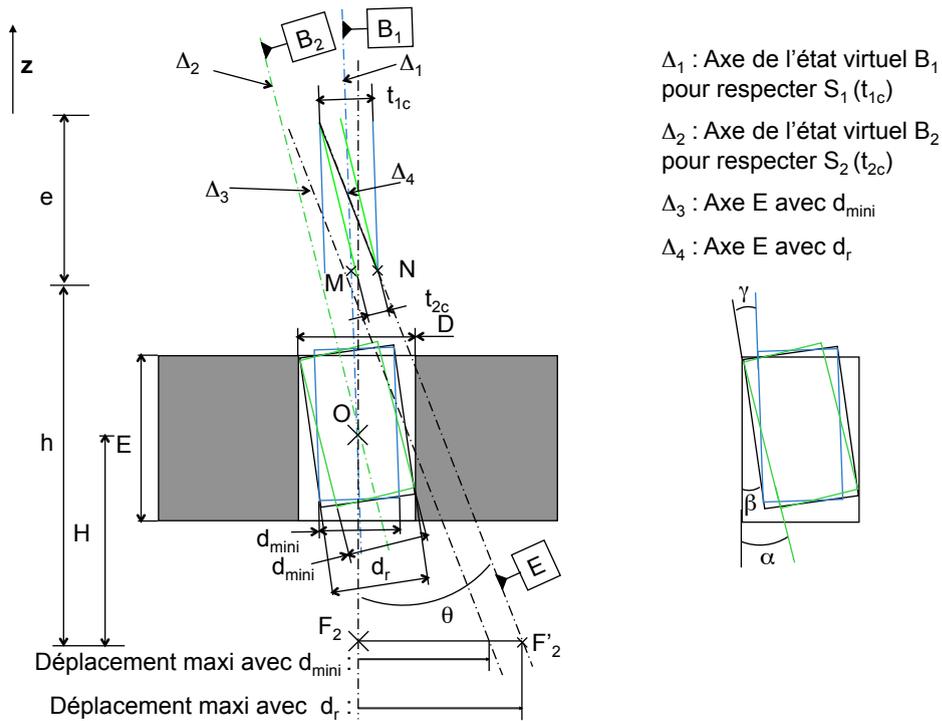


Figure A.4 – Modèle 3D du déplacement du point F_2 dans le cas général

La relation A.4 montre que le déplacement obtenu est supérieur à celui calculé en considérant B au minimum de matière. La différence est Δ :

$$\Delta = d^*(F_2, f_2) - d(F_2, f_2) = \frac{2(d_r - d_{\min i}) \cdot h}{E} \tag{A.4}$$

Le déplacement de F_2 autorisé par les spécifications est donc plus grand si le diamètre d_r est grand, c'est-à-dire lorsque le cylindre B n'est pas au minimum de matière, ce qui est donc en contradiction avec l'hypothèse habituelle. Ce phénomène provient de la différence de position des états virtuels pour les spécifications S3 et S4 de la figure A.1. Il apparaît lorsque la référence flottante B du corps se situe entre le point d'analyse F_2 et la surface de liaison E.

Conclusion :

De ce constat découle la proposition 1 du chapitre 2 avec la spécification composée.

Remarque : Si le point fonctionnel est en F_1 , la situation critique est obtenue dans le cas de la figure 5. Il est inutile d'adopter l'écriture de la proposition 1, car cela pourrait conduire au rejet de pièces qui respecteraient l'exigence fonctionnelle.

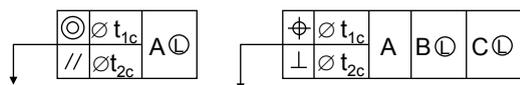
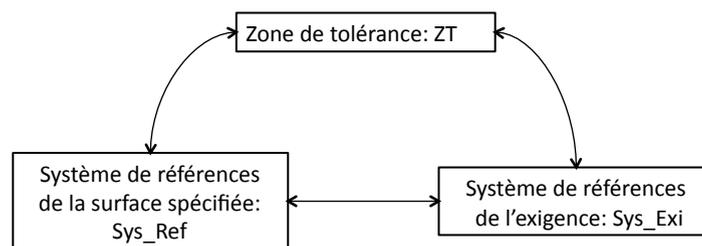


Figure A.5 – Proposition 1 : Spécification composée

B. Ajout de degrés de libertés spécifiques

Cette annexe détaille comment utiliser le nouveau concept d'ajout de degrés de liberté spécifique à une zone de tolérance en vue de pouvoir automatiser la démarche.

La figure B.6 présente comment prendre en compte le nouveau concept dans la synthèse des spécifications. Il faut prendre en compte à la fois les degrés de libertés de la zone de tolérance, les degrés de liberté du système de références de la surface spécifiée et enfin les degrés de liberté du système de références de l'exigence. Il faut ainsi étudier les différents reclassements entre les SATT associées à ces entités géométriques. Ceci doit toujours être dans l'esprit d'adopter la spécification la plus juste afin de ne pas surcontraindre inutilement la cotation du mécanisme.



1^{ère} étape: Construire Sys_Ref en fonction de la surface tolérancée

2^{ème} étape: Comparer Sys_Ref avec Sys_Exi

classe $(\text{Sys_Ref} \cup \text{Sys_Exi}) = \text{classe Sys_Exi} = \text{classe Sys_Ref}$
 \Rightarrow Cotation classique

classe $(\text{Sys_Ref} \cup \text{Sys_Exi}) = \text{classe SATT_Sys_Exi} \neq \text{classe Sys_Ref}$
 \Rightarrow Conception incomplète

classe $(\text{Sys_Ref} \cup \text{Sys_Exi}) = \text{classe Sys_Ref}$ ou
 classe $(\text{Sys_Ref} \cup \text{Sys_Exi}) > \text{classe Sys_Exi}$ et classe Sys_Ref
 \Rightarrow Surcontraint

3^{ème} étape: comparer Sys_Exi et ZT

si classe $(\text{Sys_Exi} \cup \text{ZT}) = \text{classe Sys_Exi} = \text{classe ZT}$
 \Rightarrow pas besoin de libérer des degré de liberté

sinon construire les EGRM du Sys_Exi par rapport à Sys_Ref et rapporter sa définition sous le cadre de référence

4^{ème} étape: rajouter références supplémentaires si la construction des EGRM n'est pas complète avec Sys_Ref

Figure B.6 – Synthèse du nouveau concept de cotation

1^{ère} étape :

La première chose à faire est de construire de façon classique le système de références nécessaire à la surface tolérancée (utilisation classique de l'algorithme de CLIC).

2^{ème} étape :

Une cotation classique n'a pas besoin de définir un EGRM. Une conception incomplète signifie que la jonction ne bloque pas tous les degrés de liberté nécessaires pour respecter l'exigence, la liaison est à reconcevoir. Un problème surcontraint doit adopter le nouveau concept de cotation.

3^{ème} étape :

Si le degré de liberté à relâcher est lui-même un degré de liberté de la zone de tolérance étudiée, il n'est pas nécessaire d'adopter le nouveau concept de cotation. Sinon, il faut définir l'EGRM associé au système de références de l'exigence dans la cotation.

4^{ème} étape :

Il faut rajouter une ou des références supplémentaires nécessaires à la construction de l'EGRM (comme dans l'exemple de la figure 3.31 du chapitre 3).

C. Calcul avec des secteurs circulaires

Cette annexe détaille le calcul concernant la prise en compte des secteurs circulaires de la section 4.1.4

Afin qu'un secteur circulaire S_i soit candidat pour limiter la translation de direction s , il faut que la direction s soit dans le secteur angulaire délimité par les deux vecteurs v_d et v_f , c'est-à-dire que l'angle φ soit plus petit que l'angle ψ (figure C.7).

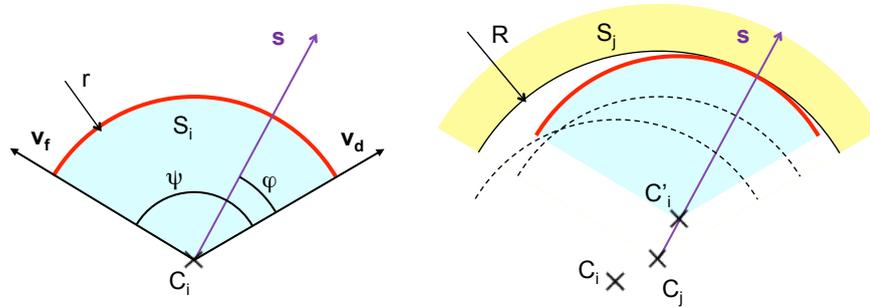


Figure C.7 – Secteur circulaire candidat

Le secteur S_i translate jusqu'au fond du secteur circulaire en vis-à-vis S_j , C_i translate en C'_i . Ainsi le corps translate suivant s de la valeur suivante :

$$d_i = dC_i \cdot s = (C_i C_j + C_j C'_i) \cdot s \quad (C.5)$$

La deuxième étape correspond donc à la rotation complémentaire. Le centre du cercle limitant est directement un centre instantané de rotation possible pour le corps, autorisant la rotation dans les deux sens. Il faut ensuite chercher le point limitant. Il est possible d'écrire :

$$dM_i = \begin{vmatrix} u \\ v \\ 0 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 0 & X_{Mi} - X_C \\ 0 & Y_{Mi} - Y_C \\ \gamma & - \end{vmatrix} \quad (C.6)$$

u et v correspondent à la translation de la première étape. Le calcul se fait pour chaque vertex ainsi que chaque centre d'une section circulaire. Pour une section circulaire, le déplacement peut être limité par son secteur circulaire en vis-à-vis ou alors par les plans adjacents (figure C.8).

Si le vecteur dC est compris entre v_d et v_f , les deux vecteurs délimitant le secteur circulaire, la contrainte est :

- $\|dC\| \leq \Delta R$ si les centres des secteurs circulaires sont confondus en position initiale,
- $C_i C_j \leq \Delta R$ sinon. Au cours de la translation, le centre C_i s'est déplacé en C_{i1} . Le centre de rotation est connu, $I-$, la direction de déplacement du secteur au cours de la rotation est donc connue. Le secteur circulaire rentre en contact s'il atteint la position C_{i2} (figure C.9).

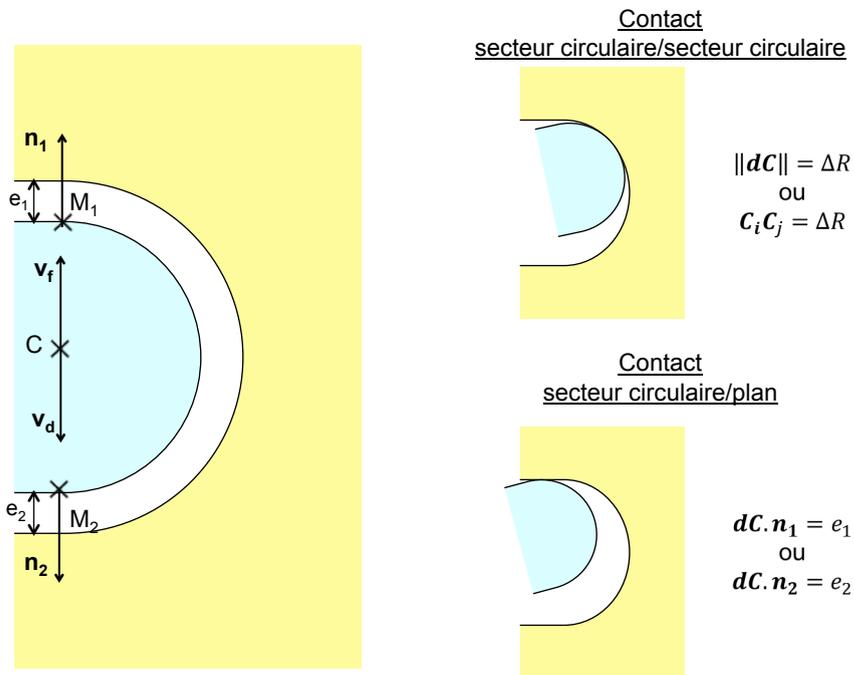


Figure C.8 – Contraintes sur les secteurs circulaires

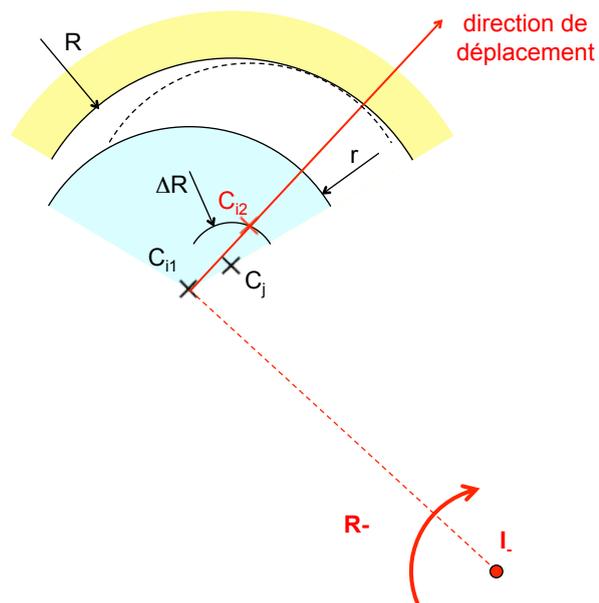


Figure C.9 – Contrainte secteur circulaire/secteur circulaire dans le cas général

Sinon, la contrainte est liée aux plans adjacent : $d\mathbf{C} \cdot \mathbf{n}_1 \leq e_1$ ou $d\mathbf{C} \cdot \mathbf{n}_2 \leq e_2$

Remarque : l'écriture du contact secteur circulaire/plan est équivalente à l'écriture du contact point/ plan

D. Mouvement mixte 2D (cercle/plan)

Cette annexe détaille la modélisation du mouvement mixte 2D correspondant à la troisième étape de la figure 4.17 du chapitre 4.

Afin de trouver le déplacement maximum du point S, le paramétrage de la figure D.10 est proposé

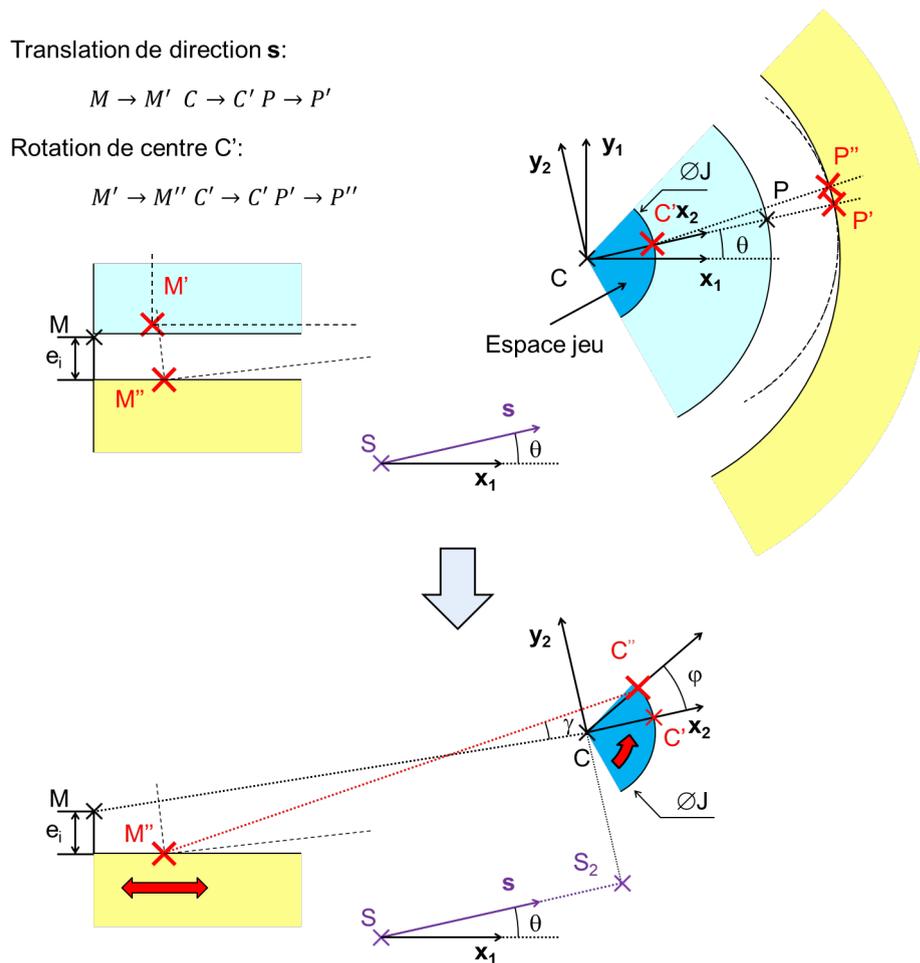


Figure D.10 – Paramétrage mouvement mixte « cercle/plan »

Le corps translate suivant la direction \mathbf{s} , le point M se déplace en M' , C en C' et P en P' . La rotation de centre C' transforme le point M' en M'' , le point P' en P'' . Le secteur de diamètre J correspond à l'espace jeu entre le corps et l'embase au niveau du secteur circulaire. Ainsi le centre du secteur circulaire du corps doit rester à l'intérieur de cet espace jeu.

Pour simplifier les calculs, le paramétrage est fait dans le repère (C, x_2, y_2) et le calcul du

déplacement en S2.

$$d\mathbf{S}_2 = \begin{bmatrix} \frac{J}{2} \cdot \cos\varphi \\ \frac{J}{2} \cdot \sin\varphi \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & \wedge Y_S \\ \gamma & 0 \end{bmatrix} \quad (\text{D.7})$$

Le point M vient en contact avec son plan en vis-à-vis, il est donc possible d'écrire :

$$d\mathbf{M}_i \cdot \mathbf{n}_i = \left(\begin{bmatrix} \frac{J}{2} \cdot \cos\varphi \\ \frac{J}{2} \cdot \sin\varphi \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & X_{Mi} \\ 0 & \wedge Y_{Mi} \\ \gamma & 0 \end{bmatrix} \right) \cdot \begin{bmatrix} n_{ix} \\ n_{iy} \\ 0 \end{bmatrix} = e_i \quad (\text{D.8})$$

D'où :

$$\gamma = \frac{e_i - \frac{J}{2} \cdot (\cos\varphi \cdot n_{ix} + \sin\varphi \cdot n_{iy})}{-Y_{Mi} \cdot n_{ix} + X_{Mi} \cdot n_{iy}} \quad (\text{D.9})$$

On peut donc maintenant remplacer γ dans l'écriture du déplacement du point S et obtenir une écriture du déplacement en fonction de φ uniquement :

$$d\mathbf{S} \cdot \mathbf{s} = d\mathbf{S}_2 \cdot \mathbf{s} = \frac{J}{2} \cdot \cos\varphi - \gamma \cdot Y_S \quad (\text{D.10})$$

$$d\mathbf{S} \cdot \mathbf{s} = \frac{J}{2} \cdot \left(1 + \frac{n_{ix} \cdot Y_S}{-Y_{Mi} \cdot n_{ix} + X_{Mi} \cdot n_{iy}} \right) \cdot \cos\varphi - \frac{J}{2} \cdot \left(\frac{n_{iy} \cdot Y_S}{-Y_{Mi} \cdot n_{ix} + X_{Mi} \cdot n_{iy}} \right) \cdot \sin\varphi - \frac{e_i \cdot Y_S}{-Y_{Mi} \cdot n_{ix} + X_{Mi} \cdot n_{iy}} \quad (\text{D.11})$$

Le déplacement sera maximum lorsque :

$$\frac{\partial(d\mathbf{S} \cdot \mathbf{s})}{\partial\varphi} = 0 \quad (\text{D.12})$$

$$\frac{n_{iy} \cdot Y_S}{-Y_{Mi} \cdot n_{ix} + X_{Mi} \cdot n_{iy}} \cdot \cos\varphi - \left(1 + \frac{n_{ix} \cdot Y_S}{-Y_{Mi} \cdot n_{ix} + X_{Mi} \cdot n_{iy}} \right) \cdot \sin\varphi = 0 \quad (\text{D.13})$$

$$n_{iy} \cdot Y_S \cdot \cos\varphi - (-Y_{Mi} \cdot n_{ix} + X_{Mi} \cdot n_{iy} + n_{ix} \cdot Y_S) \cdot \sin\varphi = 0 \quad (\text{D.14})$$

$$\tan\varphi = \frac{n_{iy} \cdot Y_S}{-Y_{Mi} \cdot n_{ix} + X_{Mi} \cdot n_{iy} + n_{ix} \cdot Y_S} \quad (\text{D.15})$$

Il suffit ensuite de remplacer dans la formule du déplacement du point S.

Seulement, ce déplacement peut être limité par un autre point avant d'obtenir cette position extremum.

Pour cela, il faut vérifier au préalable si cette position extremum ne provoque pas d'interpénétration des états virtuels. S'il n'y a pas interpénétration, c'est cette position extremum qui est la situation critique. Sinon, il faut trouver le point limitant ou le centre limitant d'une

section circulaire.

Un point est limitant si :

$$dM_j \cdot n_j = \left(\left[\begin{array}{c} \frac{J}{2} \cdot \cos\varphi \\ \frac{J}{2} \cdot \sin\varphi \\ 0 \end{array} \right] + \left[\begin{array}{cc} 0 & X_{Mj} \\ 0 & Y_{Mj} \\ \gamma & 0 \end{array} \right] \right) \cdot \left[\begin{array}{c} n_{jx} \\ n_{jy} \\ 0 \end{array} \right] = e_i \quad (D.16)$$

En remplaçant γ par son expression en fonction de φ :

$$\begin{aligned} & \frac{J}{2} \cdot (n_{jx} \cdot (-Y_{Mi} \cdot n_{ix} + X_{Mi} \cdot n_{iy}) + Y_{Mj} \cdot n_{ix} \cdot n_{jx} - X_{Mj} \cdot n_{ix} \cdot n_{jy}) \cdot \cos\varphi \\ & + \frac{J}{2} \cdot (n_{jy} \cdot (-Y_{Mi} \cdot n_{ix} + X_{Mi} \cdot n_{iy}) + Y_{Mj} \cdot n_{iy} \cdot n_{jx} - X_{Mj} \cdot n_{iy} \cdot n_{jy}) \cdot \sin\varphi \\ & = e_j \cdot (n_{jx} \cdot (-Y_{Mi} \cdot n_{ix} + X_{Mi} \cdot n_{iy}) + X_{Mj} - Y_{Mj}) \end{aligned} \quad (D.17)$$

Soit :

$$A \cdot \cos\varphi + B \cdot \sin\varphi = C \quad (D.18)$$

En faisant un changement d'inconnu : $t = \tan(\varphi/2)$, on obtient une équation du second degré de type :

$$(-A - C) \cdot t^2 + 2B \cdot t + A - C = 0 \quad (D.19)$$

La solution finale pour chaque point doit vérifier :

$$0 \leq \varphi_{sol} \leq \varphi_{ext} \quad (D.20)$$

De chaque solution, il ne faut retenir que celle donnant φ minimum, assurant la non-interpénétration des états virtuels.

E. Calcul de l'axe de rotation

Cette annexe présente le détail du calcul d'un axe de rotation complémentaire ainsi que le calcul d'influence de chaque point de contact. La situation donnant un coefficient d'influence négatif est détaillée.

Il s'agit de déterminer les deux axes de rotation définis par 4 points de glissements chacun. Soit \mathbf{a} le vecteur directeur de l'axe, et A un point de l'axe :

$$\mathbf{a} = \begin{bmatrix} a_x \\ a_y \\ a_z \end{bmatrix} \quad \text{et} \quad A = \begin{bmatrix} X_A \\ Y_A \\ 0 \end{bmatrix} \quad (\text{E.21})$$

Si la rotation définit une rotation trigonométrique, nous fixons $a_z = 1$, sinon, $a_z = -1$.

Écrivons que le vecteur de glissement d'un point de contact est orthogonal à la normale à sa surface :

$$d\mathbf{M}_i \cdot \mathbf{n}_i = (d\mathbf{A} + \theta \cdot \mathbf{M}_i \mathbf{A} \wedge \mathbf{a}) \cdot \mathbf{n}_i = 0 \quad (\text{E.22})$$

Soit :

$$(\mathbf{M}_i \mathbf{A} \wedge \mathbf{a}) \cdot \mathbf{n}_i = 0 \quad (\text{E.23})$$

$$[Y_A - Y_{M_i} - (Z_A - Z_{M_i}) \cdot a_y] \cdot n_{ix} + [(Z_A - Z_{M_i}) \cdot a_x - (X_A - X_{M_i})] \cdot n_{iy} = 0 \quad (\text{E.24})$$

Ce qui revient à résoudre le système suivant pour les 4 points de contact :

$$\begin{bmatrix} -Z_{M_1} \cdot n_{1y} & Z_{M_1} \cdot n_{1y} & -n_{1y} & n_{1x} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} a_x \\ a_y \\ X_A \\ Y_A \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_{M_1} \cdot n_{1x} - X_{M_1} \cdot n_{1y} \\ \dots \\ \dots \\ \dots \end{bmatrix} \quad (\text{E.25})$$

De ce résultat, il faut normer le vecteur \mathbf{a} . Pour savoir dans quel sens la pièce tourne, il faut analyser la situation géométrique de la droite d'analyse par rapport à ces 2 axes, ce qui revient à étudier les deux valeurs suivantes :

$$x_1 = (\mathbf{A}_+ \mathbf{F} \wedge \mathbf{f}) \cdot \mathbf{a}_+ ; \quad x_2 = (\mathbf{A}_- \mathbf{F} \wedge \mathbf{f}) \cdot \mathbf{a}_- \quad (\text{E.26})$$

Le signe de ces valeurs permet de savoir si la droite d'analyse passe du bon coté ou non. Si $x_1 > 0$ et $x_2 < 0$, la pièce tourne autour de \mathbf{a}_+ , si $x_1 < 0$ et $x_2 > 0$, la pièce tourne autour de \mathbf{a}_- . Si x_1 et x_2 sont de signe négatif, la pièce ne tourne pas. Si x_1 et x_2 sont positifs, la plus grande valeur est retenue.

Les 4 composantes du torseur appliqué au corps sont données par la relation suivante :

$$\begin{bmatrix} n_{1x} & n_{1y} & -Z_{M_1} \cdot n_{1y} & -Z_{M_1} \cdot n_{1x} \\ n_{2x} & n_{2y} & -Z_{M_2} \cdot n_{2y} & -Z_{M_2} \cdot n_{2x} \\ n_{3x} & n_{3y} & -Z_{M_3} \cdot n_{3y} & -Z_{M_3} \cdot n_{3x} \\ n_{4x} & n_{4y} & -Z_{M_4} \cdot n_{4y} & -Z_{M_4} \cdot n_{4x} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} u \\ v \\ \alpha \\ \beta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} e_1 \\ e_2 \\ e_3 \\ e_4 \end{bmatrix} \quad (\text{E.27})$$

La rotation complémentaire est limitée par un cinquième point de contact. Cette rotation est d'angle θ autour de l'axe $\mathbf{a}(a_x, a_y, a_z)$ passant par le point A :

$$\mathbf{dM} = \begin{vmatrix} u \\ v \\ 0 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} \alpha & X_M \\ \beta & Y_M \\ 0 & Z_M \end{vmatrix} \wedge \begin{vmatrix} R_x & X_M - X_A \\ R_y & Y_M - Y_A \\ R_z & Z_M - Z_A \end{vmatrix} + \theta \cdot \begin{vmatrix} R_x & X_M - X_A \\ R_y & Y_M - Y_A \\ R_z & Z_M - Z_A \end{vmatrix} \quad (\text{E.28})$$

avec u, v, α, β calculés précédemment. La rotation est limitée par l'écart $e_i : \mathbf{M}_i \cdot \mathbf{n}_i = e_i$, ce qui donne :

$$\theta = \frac{e_i - [(u + \beta \cdot Z_{M_i}) \cdot n_{ix} + (v - \alpha \cdot Z_{M_i}) \cdot n_{iy}]}{[a_y \cdot (Z_{M_i} - Z_A) - a_z \cdot (Y_{M_i} - Y_A)] \cdot n_{ix} + [a_z \cdot (X_{M_i} - X_A) - a_x \cdot (Z_{M_i} - Z_A)] \cdot n_{iy}} \quad (\text{E.29})$$

On calcule θ pour chaque vertex de la prismatique et on retient le point M qui donne la valeur minimale de θ et permet d'identifier toutes les composantes du torseur (u, v, α, β et θ autour de R). Pour trouver le point de contact secondaire S, il faut déterminer à l'aide de ce torseur le déplacement de chaque vertex de la face secondaire et conserver les deux point extrêmes suivant z .

Il est donc possible d'exprimer ensuite les déplacements $d(P_1, \mathbf{p}_1)$ et $d(P_2, \mathbf{p}_2)$ en fonction de u, v, α, β et θ , puis en fonction des écarts e_i aux 5 points de contacts de la prismatique. De même $d(S, s)$ est l'écart du point d'appui secondaire.

Il est possible de déterminer les coefficients d'influence pour chacun des points limitant le déplacement et ainsi écrire le déplacement du point primaire de la façon suivante :

$$K_{P1} \cdot d(P_1 \cdot \mathbf{p}_1) + K_{P2} \cdot d(P_2 \cdot \mathbf{p}_2) = \sum_{i=1}^5 K_i \cdot d(M_i, \mathbf{n}_i) \quad (\text{E.30})$$

En faisant une identification des 5 composants du torseur de petit déplacements, il est possible d'écrire :

$$d(P_i \cdot \mathbf{p}_i) = u \cdot p_{ix} + v \cdot p_{iy} + \mathbf{R} \cdot (\mathbf{OP}_i \wedge \mathbf{p}_i) \quad (\text{E.31})$$

$$d(M_i \cdot \mathbf{n}_i) = u \cdot n_{ix} + v \cdot n_{iy} + \mathbf{R} \cdot (\mathbf{OM}_i \wedge \mathbf{n}_i) \quad (\text{E.32})$$

$$\begin{bmatrix} n_{1x} & n_{2x} & \cdot & \cdot & \cdot \\ n_{1y} & n_{2y} & \cdot & \cdot & \cdot \\ -Z_{M1} \cdot n_{1y} & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ Z_{M1} \cdot n_{1x} & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ X_{M1} \cdot n_{1y} - Y_{M1} \cdot n_{1x} & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \end{bmatrix} \begin{bmatrix} K_1 \\ K_2 \\ K_3 \\ K_4 \\ K_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sum_i K p_i \cdot p_{ix} \\ \sum_i K p_i \cdot p_{iy} \\ -\sum_i K p_i \cdot Z_{pi} \cdot p_{iy} \\ \sum_i K p_i \cdot Z_{pi} \cdot p_{ix} \\ \sum_i K p_i \cdot (X_{pi} \cdot p_{iy} - Y_{pi} \cdot p_{ix}) \end{bmatrix} \quad (\text{E.33})$$

Chaque coefficient d'influence doit être positif par définition sinon le point considéré n'est pas limitant pour le déplacement maximum.

Remarque : seulement, il est possible pour des formes très particulières de trouver des coefficients d'influences négatifs vis à vis du déplacement du point F alors que tout a été mis en œuvre pour n'avoir que des coefficients positifs. Démonstration :

L'angle θ critique peut s'écrire en fonction des coordonnées du point M_5 et de l'écart e_5 .

$$\theta = \frac{e_5 - [(u + \beta \cdot Z_{M_5}) \cdot n_{5x} + (v - \alpha \cdot Z_{M_5}) \cdot n_{5y}]}{[R_y \cdot (Z_{M_5} - Z_H) - R_z \cdot (Y_{M_5} - Y_H)] \cdot n_{5x} + [R_z \cdot (X_{M_5} - X_H) - R_x \cdot (Z_{M_5} - Z_H)] \cdot n_{5y}} \quad (\text{E.34})$$

Cette expression peut donc s'écrire de la manière suivante :

$$\theta_{critique} = \frac{d(M_5 \cdot \mathbf{n}_5) - d(M_5 \cdot \mathbf{n}_5)_{init}}{(\mathbf{R} \wedge \mathbf{HF}) \cdot \mathbf{n}_5} \quad \text{avec} \quad d(M_5 \cdot \mathbf{n}_5)_{init} = \sum_{i=1}^4 K_i^{initM_5} \cdot d(M_i, \mathbf{n}_i) \quad (\text{E.35})$$

$d(M_5 \cdot \mathbf{n}_5)_{init}$ est le déplacement du point M_5 avant rotation d'angle θ . Les coefficients $K_i^{initM_5}$ correspondent aux coefficients d'influences des points de contact vis-à-vis du déplacement du point M_5 avant la rotation complémentaire.

Écrivons maintenant le déplacement supplémentaire du point d'analyse F du à cette rotation en fonction du déplacement du point M_5 .

$$\begin{aligned} d(F, \mathbf{f})_{sup} &= \theta \cdot (\mathbf{R} \wedge \mathbf{HF} \cdot \mathbf{f}) \\ d(F, \mathbf{f})_{sup} &= (\mathbf{R} \wedge \mathbf{HF} \cdot \mathbf{f}) \cdot \frac{d(M_5 \cdot \mathbf{n}_5) - d(M_5 \cdot \mathbf{n}_5)_{init}}{(\mathbf{R} \wedge \mathbf{HF}) \cdot \mathbf{n}_5} \\ d(F, \mathbf{f})_{sup} &= \frac{\mathbf{R} \wedge \mathbf{HF} \cdot \mathbf{f}}{(\mathbf{R} \wedge \mathbf{HF}) \cdot \mathbf{n}_5} \cdot d(M_5 \cdot \mathbf{n}_5) - d(M_5 \cdot \mathbf{n}_5)_{init} \cdot \frac{\mathbf{R} \wedge \mathbf{HF} \cdot \mathbf{f}}{(\mathbf{R} \wedge \mathbf{HF}) \cdot \mathbf{n}_5} \\ K_5 &= \frac{\mathbf{R} \wedge \mathbf{HF} \cdot \mathbf{f}}{(\mathbf{R} \wedge \mathbf{HF}) \cdot \mathbf{n}_5} \\ d(F, \mathbf{f})_{tot} &= d(F, \mathbf{f})_{sup} + \sum_{i=1}^4 K_i^{initF} \cdot d(M_i, \mathbf{n}_i) \end{aligned} \quad (\text{E.36})$$

En écrivant de cette manière :

$$d(F, \mathbf{f})_{tot} = \sum_{i=1}^5 K_i \cdot d(M_i, \mathbf{n}_i) \quad (\text{E.37})$$

On trouve donc :

$$i \in \{1; 2; 3; 4\}, \quad K_i = K_i^{initF} - K_i = K_i^{initM_5} \cdot K_5 \quad (\text{E.38})$$

K_5 est le coefficient d'influence du point M_5 vis à vis du déplacement total du point F ainsi que K_i pour les autres points.

On remarque bien qu'après rotation complémentaire, les coefficients d'influence K_i peuvent être négatifs.

Ce cas est relativement rare et un seul coefficient est généralement négatif. Afin de remédier à ce problème, il suffit de déterminer un axe de rotation supplémentaire défini à partir des quatre autres points et calculer l'angle de rotation autorisé comme la rotation précédente.

**CONTRIBUTION AU TOLÉRANCEMENT FONCTIONNEL 3D DES
MÉCANISMES COMPLEXES :
SYNTHÈSE DES SPÉCIFICATIONS ET ANALYSE DE TOLÉRANCES**

L'étude est dédiée à la conception d'un système expert d'aide au tolérancement assurant la gestion multi-utilisateurs, multi-produits et temporelle des tolérances et des dimensions nominales de pièces pour des mécanismes complexes. Ce travail rentre dans le projet "usine numérique" de grandes entreprises et constitue un maillon manquant de cette chaîne numérique. Les travaux de thèse contribuent à la méthode CLIC (Cotation en Localisation avec Influence des Contacts) sur des liaisons complexes en proposant la spécification adéquate et le calcul de chaîne de cotes tridimensionnelle au pire des cas, dans un contexte de pièces non déformables.

L'étude a abouti à onze nouvelles propositions de spécification, qui ne sont pas disponibles actuellement dans les normes utilisées par les industriels. La généralisation des conditions de respect d'un état virtuel aux liaisons complexes est un point fort. Un nouveau critère d'association géométrique a été proposé pour des surfaces constituant une liaison hybride ayant un double comportement, à la fois surfacique et avec jeu. Un algorithme de recherche des points de contact a été élaboré afin d'obtenir la résultante tridimensionnelle en fonction des tolérances et des paramètres nominaux des pièces, en vue d'effectuer la synthèse des tolérances. D'autres algorithmes utilisent une formulation analytique pour déterminer la situation au pire des cas. Ces algorithmes sont le fruit de la résolution du problème par la méthode des droites d'analyses.

**CONTRIBUTION TO 3D FUNCTIONAL TOLERANCING OF COMPLEX
MECHANISMS :
SPECIFICATION SYNTHESIS AND TOLERANCE ANALYSIS**

This study is dedicated to the design of a computer aided tolerancing system guarantying the multi user, multi products and temporal control of nominal dimensions and tolerances for complex mechanisms. This work is part of the industrial "numerical plant" project and represents a missing link of this numerical chain. Present works contribute to the CLIC method (french acronym for « Cotation en Localisation avec Influence des Contacts ») applied to complex junctions by proposing the appropriate specification and the three dimensional tolerance chain calculation at worst case, in the framework of non deformable parts.

The study leads to eleven new specification proposals, which are not currently available in standards used by industries. The extension of material conditions to complex surfaces is a key point. A new association criterion has been proposed to specify hybrid prismatic surfaces, with a surface contact zone and a zone with clearance. A contact points search algorithm has been elaborated to obtain the three dimensional tolerance chain resultant, as a function of parts' tolerances and nominal dimensions, in order to perform the tolerance synthesis. Others algorithms use an analytic formulation to determine the worst case configuration. Those algorithms are the problem solve by analysis line method outcomes.