



HAL
open science

Méthodes d'holographie numérique couleur pour la métrologie sans contact en acoustique et mécanique

Patrice Tankam

► **To cite this version:**

Patrice Tankam. Méthodes d'holographie numérique couleur pour la métrologie sans contact en acoustique et mécanique. Optique [physics.optics]. Université du Maine, 2010. Français. NNT: . tel-00647931

HAL Id: tel-00647931

<https://theses.hal.science/tel-00647931>

Submitted on 3 Dec 2011

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

UNIVERSITE DU MAINE
FACULTE DES SCIENCES ET TECHNIQUES - ENSIM

Laboratoire d'Acoustique de l'Université du Maine

THESE
Présentée par

Patrice TANKAM

Pour l'obtention du grade de

DOCTEUR EN SCIENCES
DE L'UNIVERSITE DU MAINE

Spécialité : Physique

**Méthodes d'holographie numérique couleur pour la
métrologie sans contact en acoustique et mécanique**

Thèse soutenue publiquement le 12 octobre 2010

Composition du jury :

C. Depeursinge	<i>Professeur, Ecole Polytechnique Fédérale de Lausanne,</i>	Rapporteur
M. Georges	<i>Chargé de Recherches, Centre Spatial de Liège, Belgique,</i>	Rapporteur
D. Vukicevic	<i>Professeur, Université de Strasbourg,</i>	Examineur
S. Coetmellec	<i>Maître de Conférences, Coria, Université de Rouen,</i>	Examineur
J.M. Desse	<i>Chargé de Recherches HDR, ONERA, Lille,</i>	Examineur
P. Picart	<i>Professeur, Université du Maine,</i>	Directeur de thèse
D. Mounier	<i>Maître de Conférences, Université du Maine,</i>	Co-directeur de thèse
J.C. Li	<i>Professeur, Univ des Sci et Tech. de Kunming, Chine,</i>	Invité

A mon cher Père Jean Sohtsing

Dit « Pacho », je te dédie tout particulièrement ce mémoire de thèse car ceci est l'accomplissement d'un de tes rêves les plus chers. J'avais toujours souhaité ta présence physique lors de l'accomplissement de ce grand espoir, mais la vie en a décidé autrement un 14 mai 2010, moment où je commençais la rédaction de ce mémoire. Ton départ si brutal nous a tous bouleversés ; malgré cela, nous avons tenu à honorer un de tes vœux, celui de toujours se relever et aller de l'avant en dépit des difficultés de la vie.

Papa, je te remercie pour ce que tu as fait de nous, tu nous as procuré beaucoup de bonheur et de joie. Parlant de toi, on disait souvent : « tu n'as pas la science », expression que tu utilisais régulièrement pour nous reprocher nos maladresses, autant de choses qui nous donnent la joie de vivre lorsqu'on parle de toi bien que tu ne sois plus de ce monde.

Tu resteras à jamais dans nos cœurs.

Continue à veiller sur ta famille.

Que ton âme se repose en paix.

A ma chère maman Beatrice Mamekam

Dite « Macho », je te remercie de m'avoir donné la vie et de m'avoir appris à grandir, dans un esprit de simplicité et d'humilité. Tu as souhaité ne pas prendre part à cette soutenance de thèse après le brusque départ de papa, je le comprends et je te souhaite d'être courageuse et d'accepter ce départ comme une volonté de Dieu.

Nous serons toujours là pour te soutenir.

A mes frères et sœurs

Je vous remercie tous de votre soutien pendant toutes ces années passées ensemble.

Merci à Charles (« Djigui ») pour les années passées ensemble à Yaoundé et pour ton coup de pouce concernant le financement de mes études.

Merci à Elise et Brigitte pour vos cours de danse les dimanches à la maison, quelle ambiance familiale ! Merci Roger's (« Lokoko ») pour ton écoute et tes œuvres au sein de notre famille, ce n'est pas un hasard si tu as été choisi comme successeur du père. Bien de choses à mes petites sœurs adorées Yvette et Laure. César (« Daki »), j'espère que tu as compris que tu es le seul maître de ton avenir et que tu dois faire des efforts pour réussir dans la vie.

Marcial (« Dadou »), je te dis bravo pour ton courage et ton sens des responsabilités, ta présence auprès de maman me réconforte et me rassure. Va de l'avant !

Merci à Michael (« chef cuisto ») pour m'avoir fortement soutenu pendant la rédaction de cette thèse, avec tes petits plats qui m'ont bien donné la force de surmonter la pression ; tu devrais te mettre aux fromages (en commençant par les moins fermentés), tu ne sais pas ce que tu perds. Je te souhaite de décrocher une bonne école cette année. A Ashyl, Bon courage et bonne continuation.

A ma famille (au sens africain)

Je vous remercie pour votre soutien et de la part de responsabilité que chacun prend pour la paix dans cette famille. Un merci particulier à Maman Pauline (« Grand-Mère ») pour ton soutien permanent et l'exemple que tu donnes. Tu as ce mérite et ce don d'encadrer cette famille, j'admire ton soutien sans distinction aucune entre les enfants de cette grande famille.

A tous mes amis

Je dis tout simplement merci et je rends grâce de vous avoir croisé sur mon chemin, c'est grâce à vous que j'en suis rendu là aujourd'hui.

Une pensée toute chaleureuse pour maman Laure Cléret, avec qui j'ai partagé 3 années de vie quotidienne au Mans et aujourd'hui en maison de repos. Merci pour ces moments de bonheur partagés.

«La valeur morale ne peut pas être remplacée par la valeur intelligence et j'ajouterai : Dieu merci !»

[Albert Einstein]



Remerciements

Ce travail de thèse, réalisé au Laboratoire d'Acoustique de l'Université du Maine est le fruit d'un long parcours, agrémenté d'échanges scientifiques et humains. Cette thèse a été financée par le Ministre de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche que je tiens à remercier. Je tiens à partager ce mérite commun avec toutes les personnes physiques et morales qui ont contribué à son aboutissement.

Toute ma reconnaissance à l'Université du Maine et plus particulièrement au Laboratoire d'Acoustique pour son accueil et son accompagnement. Je remercie particulièrement Yves AUREGAN et Anne-Marie BRULE pour leur soutien indéniabale.

Merci à l'ENSIM et à tout son personnel pour leur accueil et leur accompagnement. Un merci particulier à Pascal Leroux pour son accueil, Vincent BLIN, Safia VIEIRA et Khedidja LE BAIL pour leur travail dévoué, Julien NICOLAS pour sa disponibilité, sans oublier les incontournables Jean-Michel CAHIER et Nicolas BOISSÉ.

Je remercie Marc GEORGES et Christian DEPEURSINGE d'avoir accepté d'être les rapporteurs de ce travail et d'avoir pu faire le déplacement de Belgique et de Suisse, malgré les contraintes liées au transport.

Je remercie également le professeur Dalibor VUKICEVIC d'avoir accepté de faire partie de ce jury de thèse. Bien que les circonstances de la journée ne lui aient pas permis d'être physiquement présent, je salue sa collaboration.

Merci au Professeur Junchang LI d'avoir fait le déplacement de Chine pour cette soutenance et pour tous les échanges que nous avons pu avoir ensemble. Merci aussi d'avoir présidé brillamment ce jury de thèse, malgré les difficultés de la langue française.

Merci à Sebastien COETMELLEC d'avoir accepté de faire partie des examinateurs de ce travail.

Toute ma gratitude à Pascal PICART, Directeur de Thèse, pour son accompagnement et son soutien permanent pendant toutes ces années, merci de m'avoir fait confiance et de m'avoir inculqué le goût de la recherche. Ses qualités scientifiques et humaines et son dynamisme m'ont été d'une grande importance. Toute ma reconnaissance également à Jean Michel DESSE, Chargé de Recherches à l'ONERA et fidèle collaborateur, pour m'avoir permis de faire un séjour à l'ONERA-Centre de Lille, pour sa précieuse collaboration, ses qualités scientifiques, sa bonne humeur et son ouverture d'esprit. A tous deux, je leur dis merci pour leurs conseils, leurs recommandations et pour les agréables moments que nous avons partagé lors des sorties d'expérimentation et des congrès.

Merci à Denis MOUNIER, Co-Directeur de Thèse, pour son dynamisme scientifique, sa simplicité et son ouverture d'esprit, merci aussi pour son soutien et les échanges réalisés dans le cadre de la recherche et des enseignements à l'ENSIM. Ce fût un grand plaisir de travailler ensemble.

Mes remerciements à Jean Hugh THOMAS, pour m'avoir « supporté » pendant ces années. J'ai eu un réel plaisir à partager le même bureau et à travailler ensemble dans le cadre des enseignements à l'ENSIM.

Merci à Valérie JEANBLANC pour sa disponibilité et son aide en anglais. Toutes mes amitiés à Jean-Pierre BOILEAU et à Samuel GOUGEON.

Merci à Qinghe SONG, Doctorant chinois en cotutelle, avec qui j'ai passé une année sympathique, remplie de travail et d'échanges interculturels, merci pour ses talents d'informaticien.

Merci à Mayssa KARRAY et à Steve DJAFA, avec qui j'ai pu travailler dans le cadre d'une thèse en cotutelle et d'un stage de Master.

Merci à tous les amis moniteurs avec qui nous avons partagé des moments inoubliables lors des stages CIES ou des « stages resto ».

Remerciements à tous les doctorants du LAUM avec qui nous avons partagé des parties de football.

Toutes mes amitiés à Ahmed AMZIANE, Thomas PEZERIL, Gwenaëlle VAUDEL, Mansour KOUYATÉ, Charfeddine MECHRI, Philippe BABILOTTE et Adil AYOUCHE pour leur sympathie.

Merci aux organisateurs du concours Eg@, et en particulier à François TSOBNANG de m'avoir donné l'opportunité de vivre cette expérience.

Merci à tous les collaborateurs de l'Université et de la ville du Mans que j'ai pu rencontrer dans le cadre associatif. Un merci particulier à Daniel LUZZATI, Philippe DANIEL, Danielle LEVEAU, Fanny LAUDE-MOLINA, Christine DONDON, Fabien VIVIAN, Patrice PERDEREAU, Anatole COMPAORÉ pour leur soutien dans la création de la Plateforme des Etudiants Africains du Mans. Je remercie également tous les responsables associatifs, sans oublier l'ensemble des étudiants africains qui constitue le moteur de cette machine associative.

Un grand merci à François CLERET (« mon frère ») dit « Padre » et à Marc REUTER d'avoir survécu à la lourdeur des équations lors de la lecture de ce mémoire de thèse. Toute ma gratitude à « Padre » pour son amitié démesurée.

Toute ma gratitude à Angèle pour le témoignage qu'elle représente, qu'elle continue à prier son chapelet comme elle l'a toujours fait et comme elle le faisait encore le jour de la soutenance alors que je subissais les questions du jury.

J'exprime toute ma reconnaissance à Merlin, mon frère adopté, pour les 20 ans de parcours que nous avons effectué ensemble. Ah oui, il s'avère qu'il existe des amitiés plus fortes que la fraternité.

Toutes mes amitiés chaleureuses à l'endroit de Brice, l'homme à tout faire (« bindi PS, bindi maths, bindi riz, bindi télé »), à Severin (« Energie ») et à tous les amis pour leur soutien.

Merci à Josiane (« Princesse ») de partager ma vie et d'avoir supporté mes sauts d'humeur pendant la rédaction de ce mémoire.

Toute ma gratitude à ceux qui œuvrent pour un monde plus juste, plus équitable et qui défendent les causes des opprimés de la société.

Je ne saurais énumérer tout le monde, cependant, si nos chemins se sont un jour croisés, sachez que j'ai gardé de tout échange aussi moindre qu'il pourrait paraître un souvenir inoubliable.



Résumé

Ce travail de thèse propose des méthodes d'holographie numérique couleur pour la mesure sans contact dans le domaine de l'acoustique, de la mécanique du solide et de la mécanique des fluides. Les méthodes développées pourraient répondre à diverses problématiques académiques et industrielles, notamment, la détection de défauts et de fissurations dans des structures composites, l'analyse des déformations et des vibrations dans leurs 3 composantes, le contrôle de surface et de forme ou l'analyse de fluides dans le cas d'écoulements turbulents à mach subsonique et à mach supersonique. Cette thèse est organisée autour de 5 chapitres qui résument les différents axes de travail.

Dans un premier temps, nous avons rappelé quelques aspects théoriques de l'holographie numérique et complété la connaissance du processus de formation des images holographiques numériques en proposant une formulation analytique généralisée incluant les courbures des ondes de référence et de reconstruction numérique, ainsi que des phénomènes non linéaires à l'enregistrement. En particulier nous nous sommes intéressés à développer un modèle de formation des images tenant compte de la saturation des pixels du capteur. Nous avons démontré que, bien que le phénomène de saturation soit non linéaire, nous pouvons néanmoins écrire la relation objet-image avec une formulation analytique linéaire utilisant des produits de convolution. L'analyse théorique a été complétée par une étude expérimentale qui a permis de valider l'approche retenue.

Le modèle général de reconstruction permet dans un second temps de définir des stratégies pour la reconstruction numérique d'objets étendus encodés dans des hologrammes couleur. L'algorithme doit avoir pour spécificité de conserver l'horizon reconstruit indépendamment de la longueur d'onde d'enregistrement. Dans ce contexte, ce travail nous a conduit à proposer un algorithme de transformée de Fresnel avec zéro-padding dépendant de la longueur d'onde, puis des algorithmes de convolution à balayage spectral et à grandissement variable qui sont basés sur le concept d'adaptation de bande passante spatiale. Par ailleurs, pour les problématiques rencontrées en mécanique des fluides, nous avons adapté une méthode de filtrage par transformée de Fourier à la reconstruction des objets de phase. Ces algorithmes ont été appliqués expérimentalement à des enregistrements monochromes, bi-couleurs et tri chromatiques montrant ainsi leur grande versatilité.

Les deux dernières parties de la thèse traitent du développement de dispositifs holographiques numériques à deux et trois longueurs d'onde pour la métrologie sans contact. Le volet expérimental couvre les champs de la mécanique du solide, l'acoustique et la mécanique des fluides. Nous avons développé plusieurs architectures : architectures bi-couleur et tri-couleur à multiplexage spatial des hologrammes, architecture bi-couleur et tri-chromatique à codage par stack de photodiode, architecture tri chromatique à codage par triple capteur. Les deux dernières architectures s'avèrent les plus simples à mettre en oeuvre. Le banc expérimental bi-couleur à multiplexage spatial a été appliqué à des problématiques industrielles et académiques. La première concerne l'identification de causes de fissuration de capacité sur des composants PCB pour l'automobile. Nous avons mis en évidence une anisotropie de contrainte sur la capacité lors de l'encastrement du PCB dans son support, conduisant ainsi à la probable fissuration de l'élément. La seconde application constitue une première tentative de mise en évidence de modes tourbillonnaires dans des milieux granulaires non consolidés. Nous avons développé deux stratégies de détermination du mouvement 3D du milieu à partir de l'enregistrement d'hologrammes bi-couleurs multiplexés spatialement. Les résultats expérimentaux des modes planaires montrent des tourbillons à certaines fréquences d'excitation du milieu. Nos résultats expérimentaux montrent quelques contradictions dont les causes ont été identifiées. Afin de lever toute ambiguïté nous avons développé un banc d'holographie numérique pseudo-pulsée à 3 couleurs permettant la détermination exclusive de chacune des composantes du vecteur déplacement. Dans le cadre d'une collaboration avec l'ONERA (centre de Lille), nous avons développé une méthode d'holographie numérique tri-chromatique pour l'étude d'écoulements tourbillonnaires. La méthode proposée permet la détermination du champ d'indice ou de masse volumique dans un écoulement et, après

validation, a été appliquée à plusieurs cas d'écoulements à mach subsonique et à mach supersonique. Les résultats expérimentaux obtenus sont une première démonstration des potentialités d'application de la méthode d'holographie numérique couleur dans le domaine de la mécanique des fluides.

Mots Clefs

Holographie numérique couleur, mesure optique, contrôle non destructif ; mesure plein champ, diffraction de Fresnel, interférences, capteur couleur, détection multi-chromatique, multiplexage spatial, transformée de Fresnel, convolution, grandissement variable, interférométrie holographique, métrologie multidimensionnelle.

Abstract

This study proposes methods of digital color holography for contactless measurement in the field of acoustics, solid mechanics and fluid mechanics. The developed methods could be used to solve many academic and industrial problems, such as flaw and the crack detection in composite structures, deformation analysis and 3-component vibration analysis, surface and shape control, or fluids analyses in the case of turbulent flows in subsonic and supersonic mach. This report is organized around 5 chapters which summarize the various working axes.

Firstly we summed up some theoretical aspects of digital holography and completed the knowledge about the numerical process of image reconstructions in digital holography. We proposed a generalized analytical formulation which includes the curvatures of the reference and the reconstruction digital waves as well as the non-linear phenomena in the recording process. In particular we focused our interest on developing a theoretical formulation of image formation which takes into account the pixel saturation of the camera. We demonstrated that, although the saturation phenomenon is non-linear nevertheless, we can write the object-image relation with a linear analytical formulation using the convolution products. The theoretical analysis was completed with an experimental study which resulted in validating the suitability of the approach.

Secondly the general formulation of the reconstruction leads to define strategies for the digital reconstruction of “extended” objects (“extended objects” means objects, whose size is larger than the camera) encoded in the color holograms. The proposed algorithm must preserve the reconstructed horizon independently from the recording wavelength. In this context we proposed the method of Fresnel transform with zero-padding depending on wavelength which helps to fulfill the previous condition. We also proposed two convolution algorithms whose concept is to adapt the spatial bandwidth of the convolution kernel to that of the object, the first one is based on the spectral scanning of the object spectrum and the second one is based on the adjustable magnification of the convolution kernel. Besides, the method of Fourier transforms filtering was adapted for transparent object in fluid mechanics. These algorithms were validated experimentally for monochromatic, two-wavelength and three-wavelength recordings, which validates their suitability.

The two last parts of this study are focused on the development of digital holographic setups with two and three wavelengths for contactless metrology. We carried out the experimentations in the solid mechanical field, acoustic and fluid mechanical field. We developed three main architectures: the first one is based on bi-color and three-color architectures with spatial multiplexing of holograms whereas the second is based on bi-color and three-color holograms recordings with a stack of photodiodes, and the third is based on bi-color and three-color holograms recordings with TriCCD. The last two architectures turn out to be the simplest to operate.

The bi-color experimental setup with spatial multiplexing was applied to industrial and academic problems. The first one concerns the investigation of the crack origin of capacitance on the hybrid industrial electronic components inside the automobile. We put in evidence the non-uniform deformations on the capacitance during the embedding of the PCB into the electronic box. This anisotropic of constraint could be the cause of the cracking of the capacitance. The second application constitutes a first attempt to reveal the whirlings modes inside the unconsolidated granular materials. Therefore we developed two strategies.

We developed two strategies of determination of the 3D vibration motion of the granular materials using two-color holograms recording with spatial multiplexing. The experimental results of the in-plan displacements show the whirlings modes at some excitation frequencies of the field. These experimental results present some contradictions, whose causes have been identified. To solve this ambiguity we developed a three-color pseudo-pulsed digital holography resulting in the exclusive determination of each of the displacement components.

In collaboration with the ONERA (Lille Center), we have developed a method of three-color digital holography for flow analysis. The proposed method leads to the determination of the field of the optical index or the flow density; after validation of the proposed method it was applied to several cases of flows in subsonic and supersonic mach. The obtained experimental results constitute a first demonstration of the potentialities of the method of color digital holography in the field of fluid mechanics.

Key Words

Digital color holography, optical measurement, contactless metrology, full field measurement, Fresnel diffraction, Interferences, color sensor, multi-chromatic detection, spatial multiplexing, Fresnel transform, convolution, adjustable magnification, holographic interferometry, multidimensional metrology.

Table des matières

Introduction générale.....	1
Chapitre 1 : Principes de l'holographie numérique	7
1.1 Introduction	9
1.2 Bases théoriques	10
1.2.1 Diffraction de l'onde objet	10
1.2.2 Interférences lumineuses	13
1.3 Technologies de capteurs.....	14
1.3.1 Le capteur CCD	15
1.3.2 Les capteurs couleur mono-CCD.....	16
1.3.4 Le capteur couleur CMOS	17
1.3.5 Le capteur Tri CCD.....	17
1.4 Enregistrement d'un hologramme	18
1.4.1 Différentes configurations d'enregistrement.....	20
1.4.2 Optimisation de l'enregistrement	23
1.4.3 Enregistrement d'hologrammes couleurs.....	24
1.4.3.1 Multiplexage spatial-spectral	25
1.4.3.2 Détection trichromatique.....	25
1.5 Reconstruction numérique d'un hologramme	27
1.5.1 Reconstruction par transformée de Fresnel discrète.....	27
1.5.2 Reconstruction par convolution.....	30
1.6 Interférométrie holographique.....	31
1.7 Conclusion.....	33
Chapitre 2 : Compléments sur la formation des images	35
2.1 Introduction.....	37
2.2 Méthodologie	37
2.3 Rappels sur la formation des images	38
2.4 Modèle général incluant la courbure des ondes.....	40
2.4.1 Relation objet-image	40
2.4.2 Propriétés de grandissement et de conjugaison	42
2.5 Influence de la saturation des pixels	44
2.5.1 Introduction.....	44
2.5.2 Etude expérimentale	44
2.5.3 Modèle d'hologramme saturé	49
2.5.4 Décomposition harmonique de l'hologramme saturé.....	51
2.5.5 Reconstruction numérique de l'hologramme saturé	54

2.5.5.1 Terme d'ordre 0	54
2.5.5.2 Terme d'ordre 1	55
2.5.5.3 Terme d'ordre 2	56
2.5.5.4 Terme d'ordre 3	58
2.5.5.5 Terme d'ordre 4	59
2.5.6 Approximation exponentielle	60
2.5.7 Simulation numérique de la saturation.....	66
2.6 Synthèse.....	77
2.7 Conclusion.....	79

Chapitre 3 : Algorithmes pour la reconstruction des hologrammes numériques couleurs..... 81

3.1 Introduction.....	83
3.2 Méthode par transformée de Fresnel.....	85
3.2.1 Base de la méthode	85
3.2.2 Transformée de Fresnel avec zéro-padding dépendant de la longueur d'onde	87
3.2.2.1 Principe de la méthode	87
3.2.2.2 Modification de la distance de reconstruction	89
3.2.2.3 Influence de la modification de la distance de reconstruction sur la réponse impulsionnelle	92
3.2.2.4 Illustration : Reconstruction de l'hologramme bi-couleur d'un médaillon.....	92
3.2.2.5 Illustration : Analyse bidimensionnelle de la déformation d'une rondelle	93
3.3 Méthode de convolution	95
3.3.1 Problématique	95
3.3.1.1 Échantillonnage de la réponse impulsionnelle.....	96
3.3.1.2 Échantillonnage de la fonction de transfert.....	98
3.3.1.3 Méthodologie de la reconstruction par convolution	100
3.3.2 Méthode de convolution par banc de filtre.....	102
3.3.2.1 Base de la méthode	102
3.3.2.2 Théorie et algorithme	102
3.3.2.3. Illustration	105
3.3.2.4. Réduction des effets de bord	108
3.3.3 Méthode de convolution à grandissement variable.....	110
3.3.3.1 Base de la méthode	110
3.3.3.2 Théorie et algorithme	110
3.3.3.2.1 Onde de reconstruction numérique sphérique.....	111
3.3.3.2.2 Onde d'enregistrement sphérique.....	118
3.3.3.3 Influence du grandissement transversal sur la résolution du processus.....	120
3.4 Méthode par transformée de Fourier avec filtrage	121
3.5 Comparaison des méthodes.....	123
3.6 Conclusion.....	124

Chapitre 4 : Méthodes d'holographie numérique bi-couleur	
 Applications au diagnostic sans contact et à l'acoustique	125
4.1 Introduction.....	127
4.2 Aspect métrologique multidimensionnel	127
4.3 Méthode de multiplexage spatial	130
4.3.1 Reconstruction des hologrammes bi couleurs	131
4.3.1.1 Objet de forme circulaire	131
4.3.1.2 Objet de forme quelconque	133
4.3.2 Application à l'étude de la fissuration d'un composant électronique.....	135
4.3.3 Application à l'étude des milieux granulaires	139
4.3.3.1 Introduction.....	139
4.3.3.2 Dispositif expérimental	141
4.3.3.3 Extraction des composantes du champ de déplacement	144
4.3.3.4 Approximation par polynôme de Zernike.....	145
4.3.3.5 Calcul de l'amplitude et de la phase vibratoire.....	147
4.3.3.6 Résultats expérimentaux	149
4.3.3.6.1 Amplitudes et phases vibratoires	149
4.3.3.6.2 Analyse de la vitesse quadratique moyenne.....	154
4.3.3.6.3 Représentation de la vélocimétrie planaire	155
4.3.3.7 Exploitation de la symétrie de révolution du pot	157
4.3.3.7.1 Résultats expérimentaux	159
4.4 Détection multi-chromatique sur capteur couleur à Stack de photodiodes	163
4.4.1 Validation expérimentale	163
4.5. Conclusion.....	168
Chapitre 5 : Méthodes d'holographie numérique tri-couleur	
 Applications en acoustique et mécanique des fluides....	169
5.1. Introduction.....	171
5.2 Applications de l'holographie numérique trichromatique avec capteur	
CMOS à stack de photodiodes	172
5.2.1 Méthode de séparation spectrale des hologrammes.....	174
5.2.1.1 Séparation des hologrammes par multiplexage spatial	174
5.2.1.1.1 Illustration à la reconstruction des hologrammes couleurs	174
5.2.1.1.2 Analyse métrologique de la déformation d'une rondelle.....	175
5.2.1.2 Séparation spectrale des hologrammes par augmentation de l'angle d'incidence :	
application à l'étude d'une flamme de bougie	178
5.2.1.2.1 Dispositif expérimental	179
5.2.1.2.2 Analyse spectrale du processus.....	179
5.2.1.2.3 Approche expérimentale.	180
5.2.2 Amélioration de la sélectivité du capteur.....	183
5.2.2.1 Etude de la déformation d'une plaque avec le capteur à stack de photodiodes	183

5.3 Applications de l'holographie numérique trichromatique avec capteur TriCCD.....	187
5.3.1 Reconstruction des hologrammes couleurs.....	187
5.3.1.1 Hologramme d'une figurine de « tête chinoise ».....	188
5.3.1.2 Hologramme de la figurine « Ouisticram »	188
5.3.1.3 Hologramme d'un médaillon de sport	189
5.3.2 Métrologie tridimensionnelle de la déformée d'une plaque.....	190
5.3.3 Analyse vibratoire tridimensionnelle des milieux granulaires	193
5.3.3.1 Dispositif expérimental	193
5.3.3.2 Procédure de reconstruction des hologrammes.....	193
5.3.3.3 Extraction des composantes du champ de déplacement	194
5.3.3.4 Calcul de l'amplitude et de la phase vibratoire.....	195
5.3.3.5 Résultats expérimentaux	195
5.3.4 Analyse des écoulements en mécanique des fluides	201
5.3.4.1 Dispositif expérimental	201
5.3.4.2 Processus d'extraction de la phase.....	202
5.3.4.3 Synthèse et analyse de l'intensité des franges : Intérêt de la couleur	204
5.4 Conclusion.....	206
Conclusion générale et Perspectives.....	207
Annexes.....	213
Bibliographie.....	219
Liste des illustrations	233

Introduction générale

Contexte de la thèse

Cette thèse de trois ans (octobre 2007 à octobre 2010) s'est déroulée au Laboratoire d'Acoustique de l'Université du Maine (LAUM), unité mixte de recherche entre l'Université du Maine et le CNRS. Le LAUM a aujourd'hui une réputation internationale par ses travaux en acoustique et vibrations qui s'organisent autour de trois axes structurés en équipes de recherches

- Equipe AMM (Acoustique et Mécanique des Matériaux)
- Equipe TAM (Transducteurs Acoustiques et Machines)
- Equipe VAGUE (Vibrations, Acoustique GUIDée et Ecoulement)

Chaque équipe est organisée en Operations de Recherche (OR), permettant de répondre aux besoins de l'équipe. La thématique de recherche s'inscrit dans le cadre de l'OR Capteurs et Actionnaires de l'équipe TAM et en forte collaboration avec l'équipe AMM sur les vibrations des milieux granulaires. En effet, les études théoriques et les simulations sur le comportement vibratoire des milieux granulaires ont révélé la présence des modes tourbillonnaires d'origine acoustique ou vibratoire dans ces milieux. Cette étude se consacre donc à faire la lumière (par des moyens expérimentaux) sur ces acquis théoriques. La connaissance parfaite de ces modes permettrait d'identifier leurs origines et de comprendre comment se fait la propagation des ondes acoustiques dans de tels milieux. Nous avons décidé d'investiguer ce comportement par les moyens d'holographie numérique couleur, qui se sont révélés ces dernières années comme étant des outils de mesure absolue tridimensionnelle plein champ et sans contact des milieux en déformation. En effet, suite à une collaboration avec l'Office Nationale d'Etudes et de Recherche Aérospatiales (ONERA-Centre de Lille), portant sur la faisabilité de l'interférométrie holographique numérique à trois couleurs pour l'analyse des écoulements, nous avons révélé l'importance d'utiliser trois couleurs pour obtenir la mesure absolue d'un champ de déformation (en mécanique du solide) ou d'un champ d'indice ou de masse volumique (en mécanique des fluides). Ceci vient du simple fait que l'utilisation d'une seule longueur d'onde donne accès à une mesure relative, qui prend en compte les fluctuations induites par les perturbations du milieu extérieur (vibrations de structures environnantes, mouvements d'air, etc). L'utilisation de trois couleurs primaires, notamment rouge, vert et bleu, permet de reconstituer l'ensemble du spectre visible dans lequel l'identification de la frange blanche caractérisant le zéro de déformation permettrait, non seulement de corriger les variations de phase résiduelles, mais aussi d'avoir une mesure absolue de la déformation. Par ailleurs, l'analyse des structures en déformation dans l'espace (déformation dans trois directions) ne peut être complète qu'en éclairant l'objet dans trois directions différentes par trois couleurs différentes, permettant ainsi d'avoir une sensibilité dans les trois directions. Il est donc question dans notre projet, d'étendre les analyses connues en holographie monochromatique (une couleur) à l'holographie trichromatiques (trois couleurs) et de valider cette approche sur des problématiques évoquées précédemment.

L'holographie optique est une méthode permettant le codage et le décodage de l'information. La lumière est la clé de ce processus, elle permet de stocker l'information sur un support photosensible. Elle sert également à la restitution de l'information. Le principe de la méthode s'apparente à celui de la photographie classique, dans lequel on enregistre l'amplitude d'une scène en codant sur un support photosensible l'intensité de la lumière renvoyée par la scène. L'holographie permet d'avoir en plus de l'amplitude de la scène, sa phase (relief de la scène). La phase est obtenue en créant un mélange interférentiel entre la lumière provenant de la scène éclairée et une lumière dite « de référence », provenant de la même source que celle de l'objet. L'image de l'objet obtenue en éclairant de nouveau le support d'enregistrement par la même lumière de référence, est appelé « hologramme » et fait paraître l'objet dans son intégralité (amplitude et relief), comme s'il était physiquement présent. Les hologrammes sont utilisés depuis de longues dates dans la lutte contre la contrefaçon, on trouvera par exemple des

hogrammes sur des billets de banques, des cartes de crédits, des pièces officielles. On les trouvera également pour des besoins artistiques dans des grands musées.

L'holographie numérique s'est révélée depuis quelques décennies comme étant une solution incontestable de la mesure plein champ sans contact et une technique non intrusive (l'utilisation du capteur ne perturbe pas le milieu à étudier), permettant de faire de la métrologie fine. Cette méthode basée principalement sur le codage de la phase d'un milieu sur capteur CCD ou CMOS. La restitution de l'information est menée en éclairant numériquement le support par une onde de référence permettant ainsi d'accéder au relief, et donc aux variations de chemins optiques occasionnées par les changements d'état de ce milieu.

Organisation du mémoire de thèse

Ce travail de thèse propose des méthodes d'holographie numérique couleur pour la mesure sans contact dans le domaine de l'acoustique, de la mécanique du solide et de la mécanique des fluides. Les méthodes développées pourraient répondre à diverses problématiques académiques et industrielles, notamment, la détection de défauts et de fissurations dans des structures composites, l'analyse des déformations et des vibrations dans leur 3 composantes, le contrôle de surface et de forme ou l'analyse de fluides dans le cas d'écoulements turbulents à mach subsonique et à mach supersonique. Cette thèse est organisée autour de 5 chapitres qui résument les différents axes de travail ; complétés par quelques annexes et une bibliographie.

Dans le Chapitre 1, nous rappellerons les bases théoriques de l'holographie numérique (enregistrement et reconstruction) en présentant les différentes technologies de capteurs utilisés. Nous allons pour cela rappeler le phénomène de diffraction et d'interférences lumineuses, rappeler les différences entre capteur CCD et capteur CMOS et faire la comparaison entre plusieurs technologies de capteurs couleurs avec pour critères fondamentaux leur résolution spatiale et leur sélectivité spectrale. Deux stratégies d'enregistrement des couleurs seront présentées (le multiplexage spatial et la détection multi-chromatique). Nous présenterons enfin les principales méthodes de reconstruction de l'amplitude et de la phase du champ objet.

Le Chapitre 2 se consacre à rappeler et à compléter la connaissance du processus de formation des images holographiques numériques. Nous rappelons les résultats de travaux précédents sur le formalisme de la relation entre l'objet et son image avec ondes de référence et de reconstruction planes et qui prend en compte la résolution intrinsèque du processus complet, l'influence de la surface active du pixel, la fonction de mise au point et l'influence des aberrations de la lentille. Nous compléterons ce formalisme en proposant une formulation analytique généralisée incluant les courbures des ondes de référence et de reconstruction numérique et permettant d'aborder la notion de grandissement transversal de l'objet dans le processus de reconstruction. La formulation prend aussi en compte les phénomènes non linéaires à l'enregistrement. En particulier, nous nous intéresserons à l'étude des effets de la saturation des pixels sur la qualité de l'image restituée. Nous partirons d'une analyse expérimentale pour évaluer la relation entre l'évolution du taux de saturation, la puissance injectée dans l'interféromètre et les coefficients des amplitudes des ordres de diffraction afin de proposer un modèle de formulation analytique du phénomène de saturation. L'analyse théorique sera complétée par une étude expérimentale qui permettra de valider l'approche retenue.

Le Chapitre 3 propose des algorithmes de reconstruction des hologrammes couleurs d'objets étendus. Les algorithmes ont pour spécificité de conserver l'horizon reconstruit indépendamment de la longueur d'onde d'enregistrement. Dans ce contexte, ce travail nous a conduit à proposer trois algorithmes de reconstruction, le premier est basé sur la méthode de transformée de Fresnel avec zéro-padding dépendant de la longueur d'onde ; le deuxième est

basé sur la convolution à balayage spectral permettant de recouvrir la totalité du spectre de l'objet par un banc de filtres. Le troisième algorithme dit de « convolution à grandissement variable » s'appuie sur la notion de grandissement transversal énoncée au Chapitre 2 et permet l'adaptation de la bande passante spatiale du noyau de convolution à celle de l'objet. Pour ces deux derniers algorithmes basés sur la convolution, nous proposerons deux formalismes pour la conception du noyau de convolution, celui basé sur la réponse impulsionnelle de la propagation de l'espace libre et celui basé sur spectre angulaire associé à la propagation dans l'espace libre. Par ailleurs, pour les problématiques rencontrées en mécanique des fluides, nous allons adapter une méthode de filtrage par transformée de Fourier à la reconstruction des objets de phase. Ces algorithmes seront appliqués expérimentalement à des enregistrements monochromes, bi-couleurs et tri-chromatiques montrant ainsi leur grande versatilité.

Le Chapitre 4 est dédié aux applications de l'holographie numérique à deux longueurs d'onde portant sur la déformation des pièces en mécanique du solide et l'analyse vibratoire dans les milieux granulaires. De ce fait, nous allons proposer en début de chapitre une formulation de la mesure tridimensionnelle. Nous distinguerons deux architectures d'enregistrement : architecture bi-couleur à multiplexage spatial des hologrammes sur capteur monochrome et architecture à codage bi-chromatique sur capteur couleur à stack de photodiode. Le banc expérimental bi-couleur à multiplexage spatial sera utilisé pour valider les algorithmes du Chapitre 3 sur deux formes d'objets différents. La première application en métrologie bidimensionnelle concerne l'identification de causes de fissuration d'une capacité sur un composant PCB pour l'automobile. En effet, le composant se fissure lors de l'encastrement de la carte dans le boîtier. Nous avons pour cela développer un dispositif permettant de reproduire la situation industrielle ; le banc holographique proposé permet d'avoir une sensibilité dans le plan. La seconde application constitue une première tentative de mise en évidence de modes tourbillonnaires dans des milieux granulaires non consolidés. Nous aborderons deux approches de détermination du mouvement 3D du milieu à partir de l'enregistrement d'hologrammes bi-couleur multiplexés spatialement. Pour conclure ce chapitre, nous étudierons les effets de diffusion des couleurs dans les bandes interdites lors d'un enregistrement à codage bi-chromatique sur capteur couleur à stack de photodiode.

Le Chapitre 5 se consacre aux applications de l'holographie numérique à trois longueurs d'onde aux domaines de la mécanique, de l'acoustique et de la mécanique des fluides. Nous proposerons des dispositifs expérimentaux simples à faisceau de référence unique avec un codage sur capteur couleur. Pour cela, nous allons évaluer les possibilités d'enregistrement sur deux capteurs distincts par leur sensibilité spectrale, le capteur CMOS à stack de photodiodes de la société Hanvision et le capteur TriCCD de la société Hamamatsu. Nous proposerons des solutions pour pallier le problème de diffusion rencontré avec le capteur CMOS. Des tests seront réalisés sur des problématiques académiques (déformation d'une rondelle et d'une plaque métallique) et industrielles (étude des écoulements). Le capteur TriCCD sera testé sur la reconstruction précise des hologrammes couleurs, sur l'analyse tri-chromatique de la vibration des milieux granulaires et sur les écoulements aérodynamiques autour d'un cylindre.

Quelques annexes compléteront les aspects analytiques développés au cours des cinq chapitres et une conclusion dressera le bilan de ce travail ; nous proposerons quelques perspectives pour la suite de cette étude.

Chapitre 1

Principes de l'holographie numérique

1.1 Introduction

Le mot « holographie » provient étymologiquement du grec « holos » qui signifie « en entier » et « graphein » qui signifie « écrire ». Littéralement parlant, l'holographie signifierait donc « écrire en entier ». Ainsi, à la différence d'une photographie classique (information sur 2 dimensions) ne permettant d'enregistrer que la luminosité des différents points d'une scène, et donc l'amplitude du champ objet, l'holographie donne accès en plus de l'amplitude, à la phase du champ objet. C'est cette phase qui code le relief de l'objet, permettant de bénéficier de l'information sur sa troisième dimension. L'holographie utilise la cohérence de la lumière pour générer des interférences entre l'onde diffractée par l'objet et une onde dite « de référence ».

L'holographie a vu le jour en 1947 suite aux travaux de recherche du physicien Hongrois Denis Gabor sur la microscopie électronique. Cette découverte a été récompensée par le prix Nobel de physique en 1971 [1]. Toutefois, il a fallu attendre les années 1962 avec l'avènement des lasers pour que cette technique émerge [2-7]. Le développement de l'interférométrie holographique dans plusieurs laboratoires dès les années 1965, fut à l'origine du véritable départ de l'holographie dans l'industrie [8]. En effet, les franges d'interférences produites par la superposition de deux hologrammes renseignent sur les déplacements subis par l'objet. Ainsi, tout ce qui se déforme dans la nature est *a priori* susceptible d'être analysé par interférométrie holographique [9-12] : de la déformation d'un tympan sous l'effet d'un bang supersonique à la déformation d'éléments d'un moteur en fonctionnement ou encore les variations de densité de l'air autour d'un profil d'aile d'avion. La technique holographique permet l'analyse sans contact avec une grande sensibilité et une grande résolution spatiale de phénomènes physiques dans leurs quatre dimensions (3 d'espace et 1 de temps). L'holographie permet de faire une mesure globale plein champ et d'avoir accès à la fois à l'information qualitative par la simple interprétation des franges, et quantitative par la mesure des champs de déformation. C'est une méthode qui bouleverse nos conceptions habituelles en matière de métrologie et que le chercheur, l'ingénieur ou le technicien ne peuvent plus ignorer. Cependant, malgré le potentiel important du procédé, l'holographie est longtemps restée une technique de laboratoire. Cela est dû d'une part à la lourdeur associée au développement des plaques holographiques et d'autre part au coût et à la complexité du montage d'analyse.

Les progrès technologiques apportés ces dernières années, notamment en matière de caméras matricielles ont ouvert de nouvelles perspectives à l'holographie [13-15]. L'holographie numérique tient son nom, non seulement du processus d'enregistrement, mais surtout de la restitution de l'image de l'objet étudié. Cette dernière est assurée par la simulation numérique de la diffraction de l'onde de référence sur la matrice numérique [16-18]. Avec des résolutions accrues et des dynamiques plus importantes, l'acquisition d'hologrammes directement sur matrice CCD est aujourd'hui une technique en pleine expansion. Les performances des processeurs standards permettent d'accéder en des temps relativement courts à la restitution numérique des hologrammes.

Bien que la résolution et la taille des CCD restent inférieures à celles des plaques photographiques holographiques, l'approche numérique rend la technique accessible aux non-spécialistes et réduit fortement la durée de traitement des hologrammes. Ainsi, cette nouvelle holographie, dite « numérique », est à la base de nouvelles techniques de diagnostics tridimensionnelles utilisables dans le domaine expérimental [19], notamment le comportement vibratoire des structures [17, 20-22], l'étude des objets diffusants [23], la mesure de profil de surface [24-27], la mesure de paramètres de microcomposants [28] et de microorganismes [29], l'imagerie par synthèse d'ouverture [30] et la détection des défauts dans les structures [31]. Des lors, des applications spectaculaires ont vu le jour dans le domaine de l'imagerie microscopique et de la microscopie holographique à contraste de phase [32-42]. L'holographie a également été illustrée comme moyen de reconnaissance de formes d'objets [43-49], de détection de contours et de sauvegarde de l'information [50-55]. Par ailleurs, l'holographie avec lasers pulsés ou en temps moyenné a conduit à de nombreuses applications dans l'analyse vibratoire des structures et la reconstitution multidimensionnelle des objets dynamiques [17,56-75]

Les enjeux sont également importants dans le domaine de l'analyse d'écoulements dans lequel l'holographie numérique dite « in line » permet d'apporter des informations sur la vitesse des particules traceurs. En effet l'onde objet non diffracté par la particule sert d'onde de référence pour la mesure, ce qui simplifie considérablement le dispositif expérimental. Dans ce contexte, l'holographie numérique de microparticules qui permet d'estimer la taille, la position et la vitesse de traceurs répartis dans un volume apparaît comme une technique de mesure prometteuse [76-87].

Afin d'apporter quelques bases nécessaires à la compréhension de ce manuscrit, ce chapitre présentera dans un premier temps les fondements théoriques de la relation entre un objet et son image, nous présenterons ensuite les différentes technologies de capteur utilisées, ainsi que les différentes stratégies d'enregistrement des couleurs, puis nous compléterons ce chapitre par des rappels sur l'interférométrie holographique.

1.2 Bases théoriques

L'holographie résulte de l'association d'un double phénomène physique : D'une part, la diffraction d'une onde incidente par une ouverture diffractante et d'autre part, l'interférence lumineuse entre deux ondes spatio-temporellement cohérentes. L'hologramme est caractérisé par les interférences entre deux ondes, une première dite « objet » et une seconde appelée « onde de référence », l'hologramme se définit alors comme étant le motif interférentiel de la combinaison de ces deux ondes. Ce motif contient l'information, en terme d'amplitude complexe, du champ objet étudié. Ainsi, il est possible de restituer le champ objet dans son intégralité (amplitude et phase) à partir de l'enregistrement. La reconstruction de l'objet enregistré est une nouvelle fois liée au phénomène de diffraction et consiste tout simplement à une rétro propagation de l'hologramme enregistré vers le plan reconstruit. Ce paragraphe présente les fondements théoriques de l'holographie, à savoir, la diffraction, les interférences lumineuses, les technologies de capteur utilisées pour l'enregistrement, ainsi que différentes approches de restitution des hologrammes numériques.

1.2.1 Diffraction de l'onde objet

La diffraction traduit la propriété d'une onde lumineuse à s'éparpiller lorsqu'elle rencontre un obstacle matériel (diaphragme) [88,89].

Ce phénomène fut largement étudié par Huygens Fresnel et Kirchhoff.

Considérons à présent une surface diffractante S et un point source en P_2 émettant un faisceau d'amplitude A_0 et de vecteur d'onde \vec{k} , illuminant la surface S (figure 1.1).

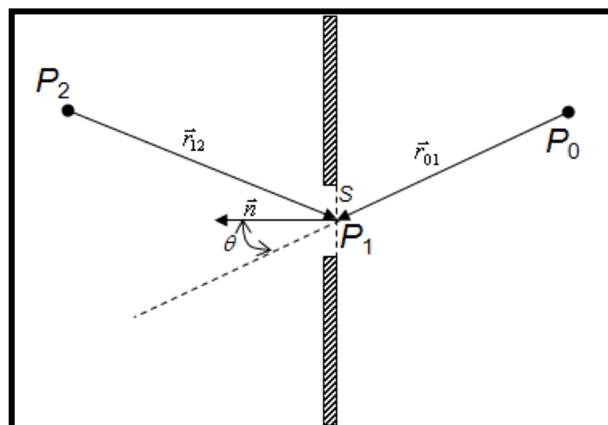


Figure 1.1 : Diffraction par une pupille diffractante

Chaque élément de surface ds atteint par la lumière se comporte comme une source secondaire qui émet des ondes sphériques d'amplitude

$$U(P_1) = A_0 \frac{\exp(jkr_{12})}{r_{12}}. \quad (1.1)$$

Ainsi, le champ diffracté en P_0 sera une superposition des différentes ondelettes émises par l'ensemble des surfaces élémentaires ds [90]. Le calcul de ce champ est mené en se servant du théorème de Green, conduisant à la relation :

$$\begin{aligned} U(P_0) &= \frac{1}{j\lambda} \iint_S U(P_1) \frac{\exp(jkr_{01})}{r_{01}} \left[\frac{\cos(\vec{n}, \vec{r}_{01}) - \cos(\vec{n}, \vec{r}_{12})}{2} \right] ds \\ &= \frac{A_0}{j\lambda} \iint_S \frac{\exp(jk(r_{01} + r_{12}))}{r_{01}r_{12}} \left[\frac{\cos(\vec{n}, \vec{r}_{01}) - \cos(\vec{n}, \vec{r}_{12})}{2} \right] ds. \end{aligned} \quad (1.2)$$

Cette formulation de la diffraction dite de Fresnel-Kirchhoff est une relation symétrique qui décrit le théorème de réciprocité de Helmholtz, selon lequel le point P_0 , en tant que source principale, produirait le même effet au point P_2 . Cette formulation utilise une ouverture plane et une hypothèse sur les conditions aux limites imposées par la taille de celle-ci. Une nouvelle formulation fut donnée par Rayleigh Sommerfeld décrite à l'équation 1.3, permettant de lever l'ambiguïté sur l'hypothèse des conditions aux limites.

$$U(P_0) = \frac{1}{j\lambda} \iint_S U(P_1) \frac{\exp(jkr_{01})}{r_{01}} \cos(\vec{n}, \vec{r}_{01}) ds = \frac{A_0}{j\lambda} \iint_S \frac{\exp(jk(r_{01} + r_{12}))}{r_{01}r_{12}} \cos\theta ds. \quad (1.3)$$

De façon plus générale, la formulation de la diffraction est définie par :

$$U(P_0) = \frac{A_0}{j\lambda} \iint_S \frac{\exp(jk(r_{01} + r_{12}))}{r_{01}r_{12}} \psi ds, \quad (1.4)$$

où ψ désigne le facteur d'obliquité, et peut être décrit de plusieurs façons selon la formulation utilisée ($\psi = [1 + \cos(\theta)]/2$ pour la théorie de Kirchhoff et $\psi = \cos(\theta)$ pour la théorie de Rayleigh-Sommerfeld).

Considérons à présent un objet étendu éclairé par une onde monochromatique (figure 1.2). Cet objet diffracte une onde vers le plan d'observation situé à la distance $d_0 = |z_0|$. La surface de l'objet illuminé génère un front d'onde que nous noterons :

$$A(x, y) = A_0(x, y) \exp(j\psi_0(x, y)). \quad (1.5)$$

L'amplitude décrit la réflectivité de l'objet et la phase décrit son état de surface et son relief. Du fait de la rugosité naturelle de l'objet, la phase ψ_0 est aléatoire et nous considérerons qu'elle est uniforme sur $[-\pi, +\pi]$.

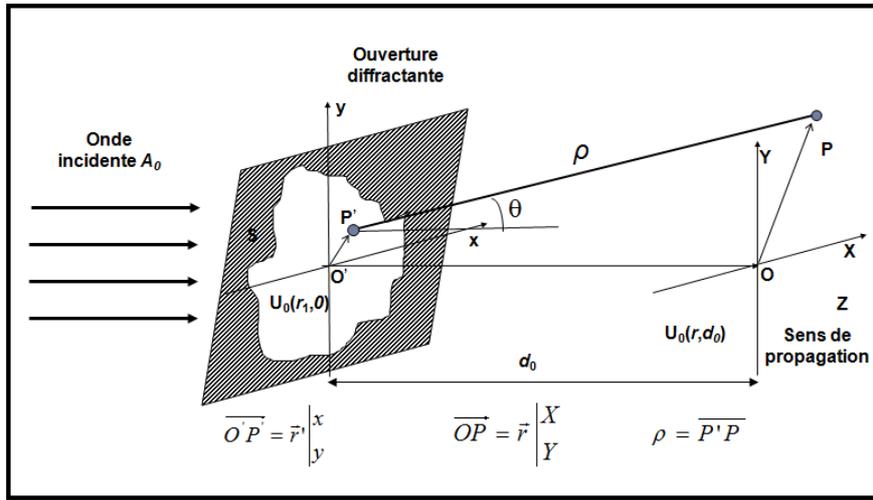


Figure 1.2 : Diffraction par une ouverture

La projection de l'équation 1.4 dans un repère cartésien donne le champ diffracté à la cote d_0 décrit par une intégrale dont l'expression est la suivante :

$$U_0(X, Y, d_0) = \frac{1}{j\lambda} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} A(x, y) \frac{\exp(jk\rho)}{\rho} \cos(\theta) dx dy, \quad (1.6)$$

avec

$$\cos(\theta) = \frac{d_0}{\rho} \quad \text{et} \quad \rho = \sqrt{d_0^2 + (X-x)^2 + (Y-y)^2}.$$

L'équation 1.6 devient :

$$U_0(X, Y, d_0) = \frac{-jd_0}{\lambda} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} A(x, y) \frac{\exp\left[2j\pi/\lambda \sqrt{d_0^2 + (X-x)^2 + (Y-y)^2}\right]}{d_0^2 + (X-x)^2 + (Y-y)^2} dx dy, \quad (1.7)$$

qui peut également s'écrire sous la forme d'un produit de convolution par :

$$U_0(X, Y, d_0) = A(X, Y) * h(X, Y, d_0), \quad (1.8)$$

où

$$h(X, Y, d_0) = -\frac{jd_0}{\lambda} \frac{\exp\left(2j\pi/\lambda \sqrt{d_0^2 + X^2 + Y^2}\right)}{d_0^2 + X^2 + Y^2}, \quad (1.9)$$

désigne la réponse impulsionnelle exacte de l'espace libre.

Dans les conditions d'approximation de Fresnel, c'est-à-dire lorsque [90],

$$d_0 \gg \frac{\pi}{4\lambda} \left[(X-x)^2 + (Y-y)^2 \right]_{\max}^2, \quad (1.10)$$

la fonction h devient alors:

$$h(X, Y, d_0) = -\frac{jd_0}{\lambda} \exp\left(\frac{2j\pi d_0}{\lambda}\right) \exp\left(\frac{j\pi}{\lambda d_0} (X^2 + Y^2)\right). \quad (1.11)$$

Ainsi, le champ diffracté à la distance d_0 dans les conditions d'approximation de Fresnel, est donné par :

$$U_0(X, Y, d_0) = -\frac{j \exp(2j\pi d_0 / \lambda)}{\lambda d_0} \exp\left(\frac{j\pi}{\lambda d_0} (X^2 + Y^2)\right) \times \iint A(x, y) \exp\left(\frac{j\pi}{\lambda d_0} (x^2 + y^2)\right) \exp\left(-\frac{2j\pi}{\lambda d_0} (xX + yY)\right) dx dy \quad (1.12)$$

Ce champ diffracté interférera avec une onde de référence sur le support photosensible.

1.2.2 Interférences lumineuses

Le procédé holographique nécessite de constituer des interférences pour coder l'information. Ainsi, l'onde diffractée par l'objet est mélangée de façon cohérente avec une onde de référence dans le plan d'observation (figure 1.3).

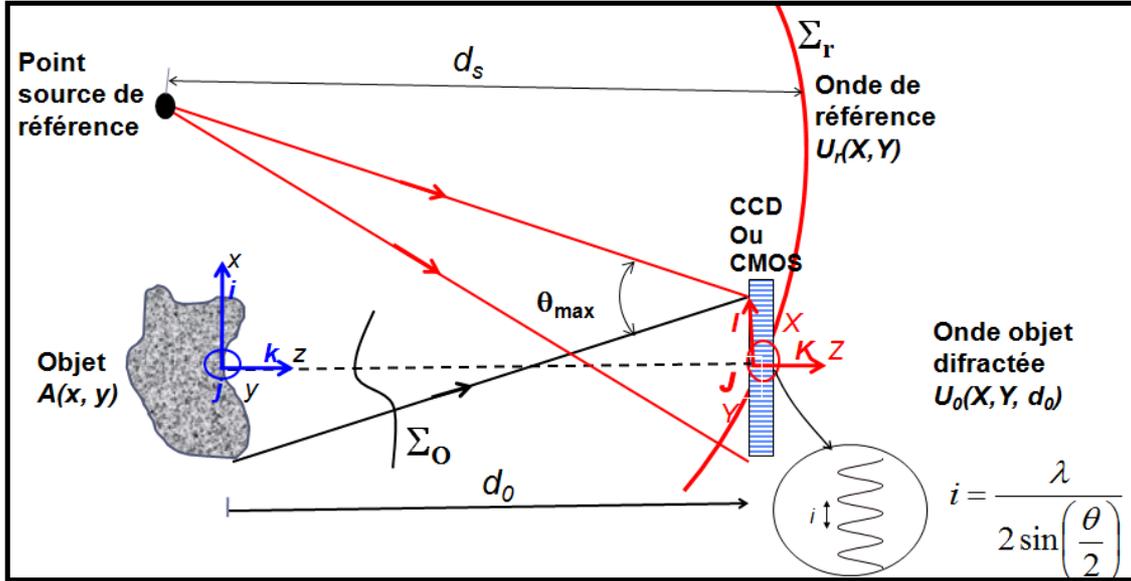


Figure 1.3 : Interférences lumineuses

Les interférences entre les deux ondes nécessitent l'utilisation d'une source spatialement et temporellement cohérente. L'enregistrement typique est fait à l'aide d'un laser. La figure 1.3 illustre la géométrie du mélange interférentiel. Ainsi, notons U_r l'amplitude complexe du front d'onde de référence au plan d'enregistrement :

$$U_r(X, Y) = a_r(X, Y) \exp(j\varphi_r(X, Y)), \quad (1.13)$$

avec a_r le module de l'amplitude complexe et φ_r la phase du front d'onde. L'onde de référence est généralement issue d'un trou source : elle est donc sphérique divergente et en incidence oblique sur le support d'enregistrement. Si on note (x_s, y_s, z_s) les coordonnées du point source dans le repère du plan de l'hologramme ($z_s < 0$), la phase optique de l'onde de référence s'écrit dans les approximations de Fresnel comme suit [90] :

$$\varphi_r(X, Y) \cong -\frac{\pi}{\lambda z_s} \left[(X - x_s)^2 + (Y - y_s)^2 \right]. \quad (1.14)$$

Après expansion de l'équation 1.14, la phase optique peut donc aussi s'écrire sous la forme :

$$\varphi_r(X, Y) = -2\pi(u_r X + v_r Y) - \frac{\pi}{\lambda d_s} (X^2 + Y^2) + \varphi_s, \quad (1.15)$$

où $\left(u_r = \frac{x_s}{\lambda z_s}, v_r = \frac{y_s}{\lambda z_s} \right)$ sont les fréquences spatiales porteuses, $d_s \approx |z_s|$ est le rayon de courbure de l'onde et φ_s est une constante. Généralement on s'arrange pour que l'onde soit uniforme, c'est-à-dire $a_r(X, Y) = C^{te}$.

Le champ diffracté par l'objet à la distance d_0 , U_0 , peut également s'exprimer comme un champ complexe d'amplitude a_0 et de phase φ_0 :

$$U_0(X, Y, d_0) = a_0(X, Y) \exp(j\varphi_0(X, Y)). \quad (1.16)$$

L'éclairement total reçu par le capteur photosensible s'écrit :

$$H = |U_r + U_0|^2 = |U_r|^2 + |U_0|^2 + U_r^* U_0 + U_r U_0^*, \quad (1.17)$$

et se matérialise par la somme de trois ordres de diffraction (la somme des 2 premiers termes représente l'ordre 0, le troisième terme l'ordre +1 et le quatrième l'ordre -1). Cette équation peut encore s'écrire sous la forme :

$$H = a_r^2 + a_0^2 + 2a_r a_0 \cos(\varphi_r - \varphi_0). \quad (1.18)$$

Un hologramme est un motif speckle (granularité laser) correspondant à l'interaction d'une onde de référence et d'une onde objet diffractée, elle-même de type « speckle ». Localement, les franges d'interférences générées par deux ondes planes monochromatiques, faisant un angle θ (voir figure 1.3), ont pour interfrange :

$$i = \frac{\lambda}{2\sin(\theta/2)}. \quad (1.19)$$

Le pas des pixels des capteurs actuels pour l'acquisition numérique d'image est limité, cependant leur résolution doit être suffisamment élevée pour qu'un interfrange couvre au moins deux pixels, afin de respecter le critère de Shannon. Soient p_x et p_y les pas des pixels dans les directions x et y . La fréquence d'échantillonnage est limitée par le capteur à :

$$f_e = \frac{1}{\max(p_x, p_y)}. \quad (1.20)$$

Le critère de Shannon est satisfait si $f_e \geq 2f_s = \frac{2}{i}$.

Ainsi, l'angle entre les deux ondes est limité par le critère :

$$\theta_{\max} \leq 2 \arcsin\left(\frac{\lambda}{4 \max(p_x, p_y)}\right). \quad (1.21)$$

Pour une longueur d'onde de $\lambda = 0,6328\mu\text{m}$ (laser HeNe) et un pas de $p_x = p_y = 4,65\mu\text{m}$, l'angle maximal correspondant à Shannon est de $\theta_{\max} = 3,9^\circ$. La faible déviation angulaire autorisée entre les faisceaux nécessite un réglage relativement fin.

1.3 Technologies de capteurs

Comme décrit précédemment, le codage de l'information en holographie est mené en faisant interférer une onde objet avec une onde de référence. Le motif interférentiel ainsi constitué est enregistré sur un support photosensible constituant ainsi un réseau de diffraction pour la restitution ultérieure et intégrale de l'information. Le support photosensible est l'un des éléments principaux de la chaîne de mesure. Le principe de fonctionnement de ces dispositifs est fondé sur l'effet photoélectrique qui convertit les photons incidents en électrons avec une efficacité quantique η_e . En effet, tout photon incident, possédant une énergie $h\nu$ supérieure à la bande d'énergie du silicium, provoque une génération d'une paire électron-trou dans le semi-conducteur. Les électrons générés sont ensuite collectés dans une zone de déplétion avant d'être transférés sous forme de charge proportionnellement au nombre d'électrons.

Les premiers hologrammes, dits « analogiques », ont vu le jour sur des « plaques photosensibles », de type halogénure d'argent, gélatine dichromatée, photorésistants, photopolymère, photochromique, photoréfractif ou photothermoplastique. L'avantage de ces supports est qu'ils présentent une sensibilité correcte et une forte résolution spatiale (entre 5000mm^{-1} et 10000mm^{-1}). Cependant, la restitution des hologrammes nécessite en général un traitement chimique, ce qui rend leur utilisation difficile. L'avènement des capteurs matriciels à partir des années 70 plonge l'holographie dans l'ère du numérique, donnant ainsi la possibilité d'enregistrer et de reconstruire numériquement l'objet. La reconstruction consiste alors à une simulation de la diffraction d'une onde numérique de référence par l'hologramme numérique enregistré. On distingue principalement les capteurs CCD (charges coupled devices) et les capteurs CMOS

(complementary metal-oxide semi-conductor). Les pixels ont généralement une géométrie carrée. Leur taille est variable de $2\mu\text{m}$ à $20\mu\text{m}$. La résolution spatiale de tels capteurs est donc comprise entre 50mm^{-1} et 500mm^{-1} et reste encore loin d'égaliser celle des plaques. Ces capteurs présentent de loin la plus basse résolution spatiale pour l'enregistrement d'hologrammes. Le silicium est le principal matériau constituant les éléments photosensibles. Le détecteur code l'image sur un nombre de bits compris entre 8 et 16 et chaque pixel contient N_e électrons à la saturation. La valeur de N_e est de quelques dizaines de milliers d'électrons, typiquement de 10000 à 40000. Pour un capteur numérique, quelle que soit la technologie utilisée (CMOS ou CCD), le support d'enregistrement comportera, respectivement aux directions X et Y du plan d'enregistrement, $N \times M$ pixels de pas $p_x \times p_y$. Chacun de ces pixels est de dimension $\Delta_x \times \Delta_y$ (Figure 1.4).

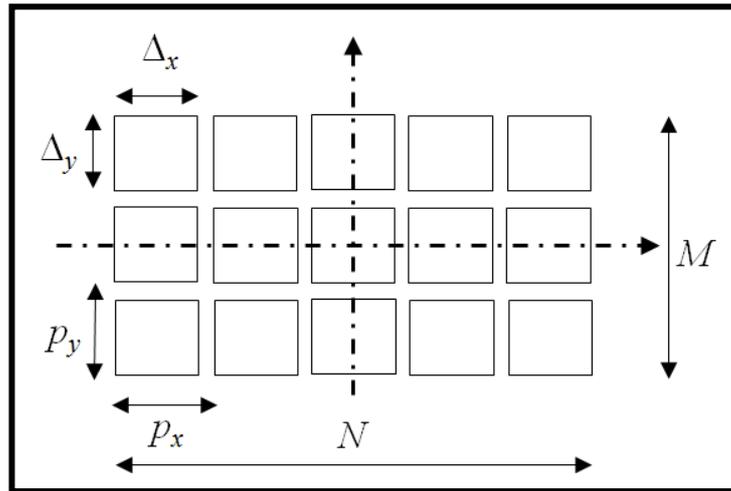


Figure 1.4 : Matrice de photosites

L'exposition moyenne nécessaire pour remplir à moitié des puits quantiques, est donnée par :

$$W_0 = \frac{hcN_e}{2\eta_e \lambda \Delta_x \Delta_y} \text{ (J / m}^2\text{)}, \quad (1.22)$$

Avec $h = 6,626176 \times 10^{-34} \text{ J.s}$, la constante de Planck

et $c = 2,99792458 \times 10^8 \text{ m.s}^{-1}$, la vitesse de la lumière dans le vide.

Une application numérique avec $\Delta_x = \Delta_y = 4,65\mu\text{m}$, $\eta_e = 0,4$, $N_e = 30000$ et $\lambda = 0,6328\mu\text{m}$ donne $W_0 = 5,4 \times 10^{-4} \text{ J/m}^2$. Les capteurs matriciels à base de silicium sont en moyenne plus de 10 fois plus sensibles que les supports photosensibles argentiques classiques (de l'ordre de 10^{-2} J/m^2).

Notons qu'avec ce type de support photosensible il suffit juste de « lire » l'image numérique et il n'est nul besoin de traitement chimique comme en photographie classique. Ces capteurs sont naturellement sensibles à tous le spectre visible, cependant, les adaptations technologiques ont permis d'avoir des sensibilités dépendantes de la longueur d'onde de la source. Nous présentons ci-dessous plusieurs architectures de capteurs, ainsi que les stratégies pour l'enregistrement des hologrammes couleurs.

1.3.1 Le capteur CCD

Ce capteur fut la première réalisation des détecteurs photosensibles, inventé par George E. Smith et Willard Boyle dans les années 70. Cette invention leur valut le prix Nobel de physique en 2009. Cette technologie est la plus simple à réaliser et possède une très bonne sensibilité. Cependant, le processus d'acquisition des images est relativement lent et dépend du processus de

transfert des charges associé. On distingue des CCD de type « full frame », dans lesquels l'ensemble des photosites participent à la détection, cette configuration nécessite un obturateur, permettant d'interrompre l'exposition lors du transfert, ce qui contribue à réduire la cadence d'acquisition. Les CCD de type « full-frame transfert », contrairement aux précédents, possèdent deux matrices de même taille, une pour l'exposition et l'autre pour le stockage, l'exposition et le transfert peuvent alors se faire en parallèle. Cependant, ils sont moins sensibles que les précédents du fait de leur surface active réduite. La dernière catégorie concerne les CCD de type « frame interline transfert » ; ils sont plus complexes et sont très peu sensibles. Dans tous ces CCD, le bruit des électrons est très marqué et augmente considérablement avec la température, ce qui nécessite de les refroidir dans certaines applications.

1.3.2 Les capteurs couleur mono-CCD

Naturellement, ces capteurs sont munis d'un seul capteur CCD et sont sensibles à l'ensemble du spectre de la lumière visible. Les composantes couleurs de la scène sont obtenues en superposant au capteur une mosaïque de filtres, constituée de cellules colorées des couleurs primaires, de sorte que chaque photosite ne perçoive qu'une des trois composantes de la base de couleur (généralement rouge, verte et bleue). Une étape d'interpolation des deux composantes de couleurs manquantes est nécessaire dans cette technologie pour reconstituer l'image couleur. On distingue plusieurs catégories de filtres parmi lesquelles les filtres colonne (chaque colonne est sensible à la même couleur), les filtres de Rockwell dans lesquels les photosites chevauchent d'une ligne à l'autre de sorte à optimiser la sensibilité couleur sur un ensemble de trois photosites voisins.

Les filtres les plus utilisés dans les technologies actuelles sont ceux dit à mosaïque de Bayer (figure 1.5), qui permettent de calculer la valeur d'un pixel à partir d'un quadruplet de photosites donnant plus de poids à la composante verte. En effet, du fait de la sensibilité de notre vision, 50% des photosites est sensible au vert, et 25% respectivement au rouge et au bleu. Ceci engendre donc une baisse de la résolution du capteur. Ce type de capteur a déjà été utilisé pour l'holographie numérique couleur [91], avec 1636×1238 pixels de taille $3,9 \times 3,9 \mu\text{m}^2$, conduisant ainsi à des résultats de résolution relativement basse puisque le nombre de pixels effectifs pour chaque longueur d'onde était de 818×619 . Les progrès récents dans ces techniques ont été significatifs puisqu'on trouve désormais sur le marché, par exemple, des matrices de 2048×1536 pixels de taille $3,45 \times 3,45 \mu\text{m}^2$ avec des cadences d'acquisitions de 1kHz. Toutefois, des études que nous avons menées récemment en collaboration avec l'ONERA Lille montrent qu'il subsiste un problème de sélectivité spectrale et de résolution spatiale. De plus, l'interpolation des pixels contribue au lissage du contenu de l'information. Nous excluons donc cette technologie des travaux présentés dans ce manuscrit

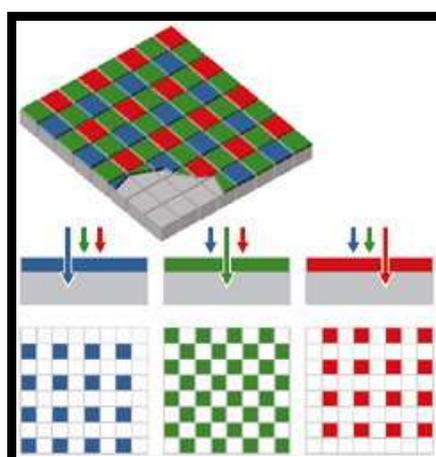


Figure 1.5 : Mosaïque de Bayer

1.3.3 Le capteur couleur CMOS

Théoriquement, les capteurs CMOS sont de même technologie que les capteurs CCD, bien que la sensibilité des photosites soit moins élevée que celle d'un capteur CCD. Leur technologie est basée sur des semi-conducteurs à oxyde de métal complémentaire (Complementary Metal Oxide semiconductors) avec de minuscules circuits d'amplificateurs et dispositifs de transfert intégrés sur chaque photosite. La technologie CMOS permet ainsi l'intégration des operateurs analogiques (amplificateurs) ou numériques (adressage) sur la même puce de semi-conducteur. De plus, il peut être envisagé d'adresser les photosites séparément ou par bloc.

L'implantation des composants CMOS est aujourd'hui bien maîtrisée, ce qui rend leur coût de fabrication relativement bas par rapport à la technologie CCD.

Le capteur couleur à technologie X3 développé par Fovéon (figure 1.6) permet de capturer trois couleurs (rouge, verte et bleue) sur un même photosite en se basant sur la particularité du silicium d'être sensible dans son épaisseur en fonction de la longueur d'onde. La sélectivité spectrale est alors relative à la profondeur de pénétration des photons dans le silicium. La profondeur de pénétration moyenne des photons bleus à 425nm est de l'ordre de 0,2 μ m, celle des photons verts à 532nm est de l'ordre de 2 μ m et celle des photons rouges à 630nm est de l'ordre de 3 μ m. Ce capteur a un coup de fabrication très bas (réduction du coût des filtres colorés et de l'électronique). De plus ce capteur minimise les artefacts colorés des capteurs traditionnels (plus besoin d'interpolation), améliorant ainsi le rendu des couleurs de l'image. Une telle architecture garantit aussi une résolution spatiale maximale puisque le nombre de pixels effectifs pour chaque longueur d'onde est celui du capteur tout entier. Cependant, malgré sa bonne résolution et sensibilité, cette technologie reste peu utilisée dans le secteur industriel car sa sélectivité spectrale n'est pas excellente comme le montre la figure 1.6, les photons rouges et verts peuvent être détectés dans la bande bleue, des photons rouges et bleus dans la bande verte, des photons verts dans la bande rouge, la probabilité de trouver des photons bleus dans la bande rouge et les photons rouge dans la bande bleue étant relativement faible.

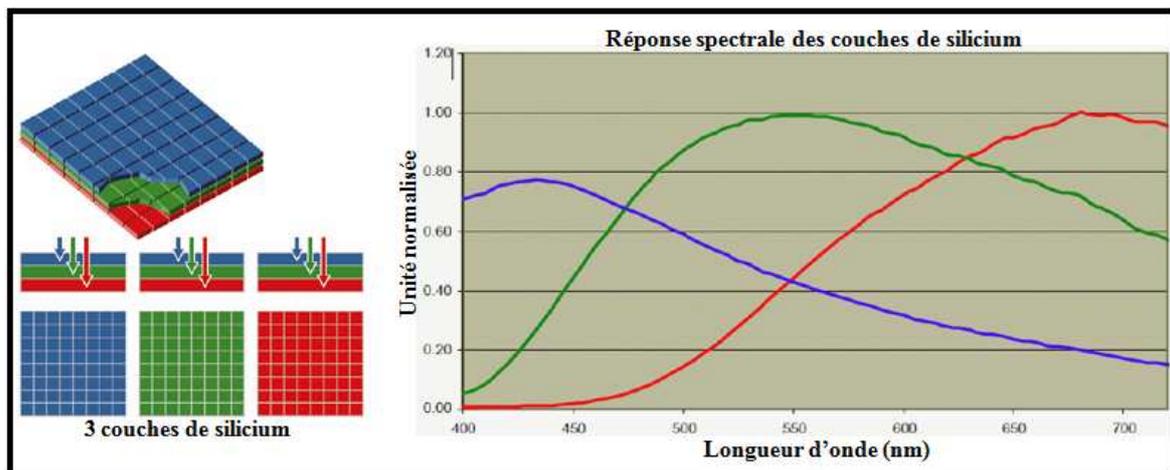


Figure 1.6 : Sélectivité des filtres du capteur Fovéon X3

1.3.4. Le capteur Tri CCD

Les caméras 3-CCD sont équipées d'un dispositif à base de prisme, comprenant 3 capteurs CCD, chacun prenant une mesure distincte de rouge, vert ou bleu. Ainsi, la résolution de l'image couleur n'est pas dégradée par un système de mosaïque : à chaque point de l'image correspond 3 cellules CCD. La lumière incidente est séparée chromatiquement par un prisme trichroic assemblé, qui oriente chaque longueur d'onde vers son capteur CCD. Contrairement aux technologies

précédentes, ce capteur offre une bonne résolution spatiale et un excellent rendu des couleurs. Ce capteur nécessite néanmoins un alignement minutieux des trois CCDs et du prisme, afin d'éviter tout artefact de couleur lors de la reconstitution de l'information à partir des trois couleurs prises séparément. Ceci nécessite d'équiper le système d'un mécanisme de réglage micrométrique de sorte à minimiser les erreurs de réglage, qui doivent rester inférieures à la taille des pixels. Ces capteurs restent encore très coûteux car ils nécessitent trois fois plus de composants qu'un capteur mono-CCD et parce qu'ils nécessitent une bonne précision du système de séparation de faisceau. La sélectivité spectrale du capteur est très bien adaptée à la détection trichromatique, comme le présente la figure 1.7, aucun photon rouge ou vert n'est détecté dans la bande bleue et vice versa. De par ses caractéristiques intéressantes, le TriCCD représente de nos jours un capteur bien adapté aux applications d'holographie numérique couleur.

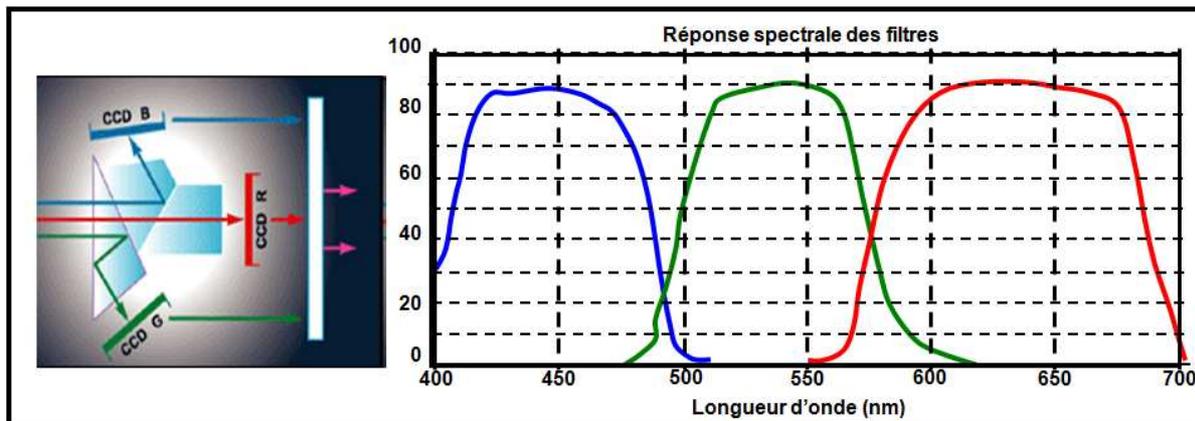


Figure 1.7 : Sélectivité des filtres du capteur ORCA-3CCD

1.4 Enregistrement d'un hologramme

L'énergie W reçue par le support photosensible est fonction du temps d'exposition Δt et de l'éclairement H , telle que :

$$W = \int_{t_1}^{t_1+\Delta t} H dt = \Delta t |U_r|^2 + \Delta t |U_0|^2 + \Delta t U_r^* U_0 + \Delta t U_r U_0^* \quad (1.23)$$

Un des paramètres physiques caractérisant le capteur d'enregistrement est sa sensibilité moyenne, notée W_0 (J/cm^2). La caractéristique reliant la transmission en amplitude en fonction de l'exposition du capteur présente une zone linéaire centrée sur l'exposition moyenne W_0 . La figure 1.8 illustre la transmission typique obtenue avec un support numérique de type caméra CCD. Les capteurs d'images étant désormais hautement linéaires, la transmission est proportionnelle à l'énergie reçue.

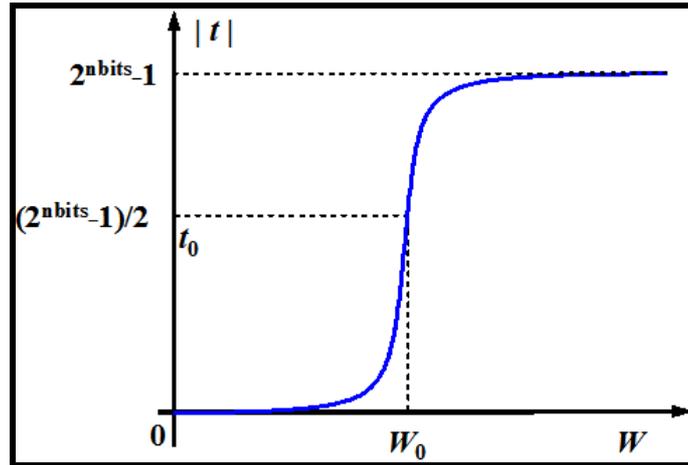


Figure 1.8 : Courbe typique de la transmission en amplitude en fonction de l'exposition sur un capteur d'enregistrement numérique

La spécificité de l'holographie repose sur le fait suivant : si l'exposition est sinusoïdale du type $W = W_0 + \Delta W \cos(\varphi)$ dans la zone de linéarité d'enregistrement du capteur, alors la transmission en amplitude sera proportionnelle à l'éclairement reçu et on aura $t = t_0 + \beta \Delta W \cos(\varphi)$, comme le montre la figure 1.9. Le coefficient β représente la dérivée de la transmittance par rapport à l'exposition au point de coordonnées (W_0, t_0) pour l'exposition moyenne.

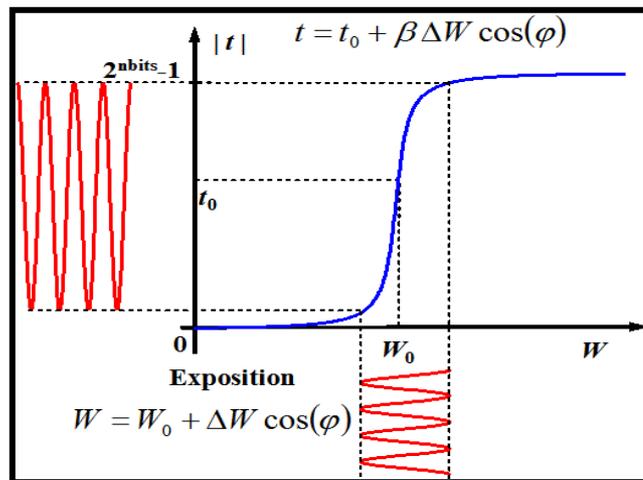


Figure 1.9 : Courbe de la transmission en amplitude en fonction de l'exposition

Dans la zone de linéarité, la transmission en amplitude complexe, t , donnant l'hologramme H , est liée à l'énergie reçue par le support photosensible selon l'équation suivante :

$$t = H = t_0 + \beta(W - W_0). \quad (1.24)$$

La transmittance moyenne en amplitude pour cette exposition est notée t_0 . La valeur de W ne doit pas trop s'éloigner du point de fonctionnement pour rester dans la zone de linéarité de la transmission, ce qui signifie que le réseau sinusoïdal doit être faiblement modulé. W_0 représente la valeur moyenne de l'exposition et s'écrit :

$$W_0 = \Delta t |U_0|^2 + \Delta t |U_r|^2. \quad (1.25)$$

Nous avons donc :

$$H = t_0 + \beta \Delta t (U_r^* U_0 + U_r U_0^*) \quad (1.26)$$

Ces équations montrent que la phase et l'amplitude du front d'onde objet sont enregistrées (ou codées) sur le capteur photosensible. Il faut noter l'importance de la phase enregistrée car c'est elle qui donne la clé pour la mesure de champs des déplacements en mécanique.

1.4.1 Différentes configurations d'enregistrement

Le capteur numérique est naturellement sensible à l'intensité lumineuse qui code l'information sur l'amplitude de l'objet. Cependant, la modulation de cette intensité comme résultat de l'interférence de l'onde objet avec une onde de référence permet d'avoir accès à la phase et donc au relief de l'objet. Comme décrit plus haut, ces deux ondes doivent être spatialement et temporellement cohérentes. Pour satisfaire à cette double condition, les deux ondes sont issues de la même source cohérente. La séparation de l'onde source principale en deux ondes secondaires peut se faire, soit par division de front d'onde, soit par division d'amplitude (figure 1.10). Dans le premier cas, un couteau (miroir placé dans le champ du faisceau), permet de générer le front d'onde de référence ; Le filtre spatial permet de rendre ce front d'onde lisse. Dans le deuxième cas, l'utilisation d'une lame séparatrice ou d'un cube à séparation d'amplitude ou de polarisation permet de générer l'onde de référence.

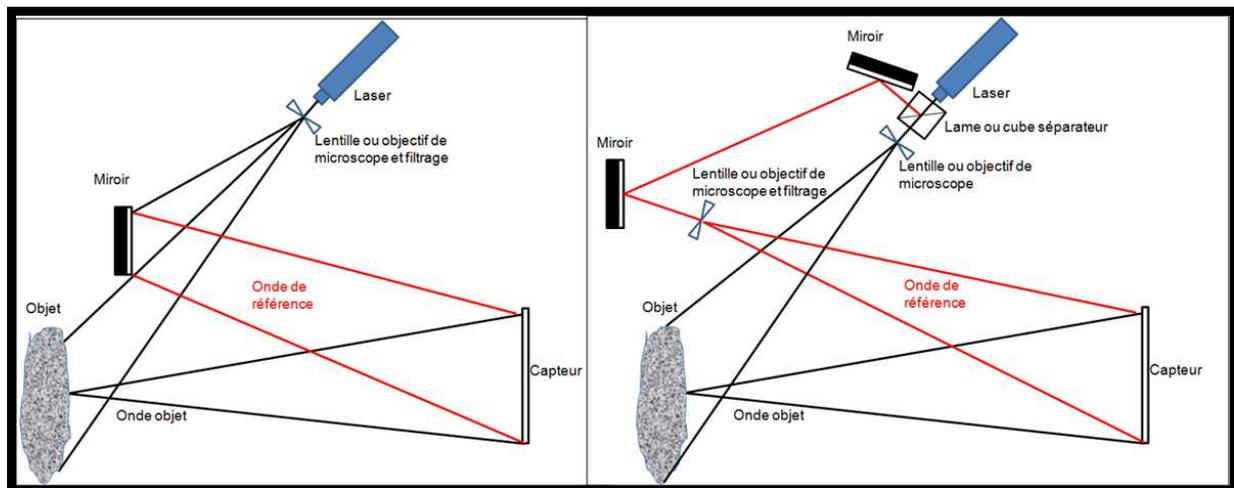


Figure 1.10 : Division du front d'onde (gauche) et division d'amplitude (droite)

On distingue plusieurs catégories d'hologramme en fonction de la nature, de la forme et de la provenance des fronts d'onde interférant sur le capteur.

➤ Hologramme de Fresnel

C'est le plus couramment utilisé, et qui n'impose pas de condition particulière sur la nature des fronts d'onde [19]. L'enregistrement se produit à une distance finie de l'objet, qui respecte cependant les conditions d'échantillonnage décrites précédemment. On parle aussi dans la littérature de « diffraction en champ proche ». La figure 1.11 présente la disposition des fronts d'onde dans cette configuration.

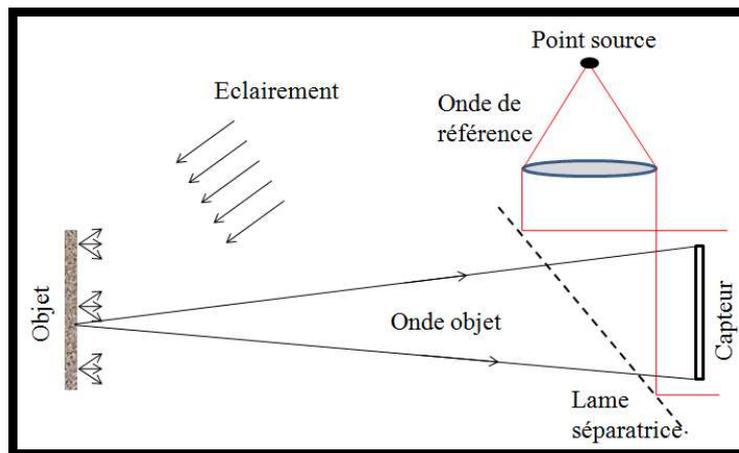


Figure 1.11 : Hologramme de Fresnel

L'onde de référence peut également être sphérique, contribuant à modifier la taille de l'objet reconstruit.

➤ Hologramme de Fraunhofer

Dans un cas, l'objet est placé dans le plan focal d'une lentille placée entre l'objet et le capteur, de façon à former son image à l'infini ; cette configuration est alors dite à « champ lointain ». Elle permet de supprimer les contraintes liées à la courbure de l'onde objet. En effet, l'onde diffractée dans le plan d'enregistrement, en champ lointain, est considérée comme une superposition d'ondes planes : C'est l'approximation de Fraunhofer. Cependant, l'utilisation d'une lentille de collimation introduit des aberrations diverses liées à celle-ci.

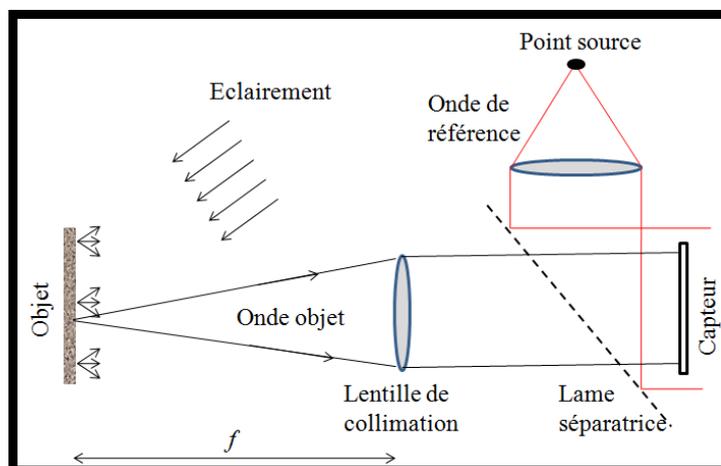


Figure 1.12 : Hologramme de Fraunhofer

➤ Hologramme de Fourier

L'hologramme de Fourier est une variante de l'hologramme de Fraunhofer dans laquelle l'enregistrement est fait dans le plan focal image de la lentille et permet d'effectuer la transformée de Fourier de l'objet, d'où le nom « Hologramme de Fourier » donné à cette configuration.

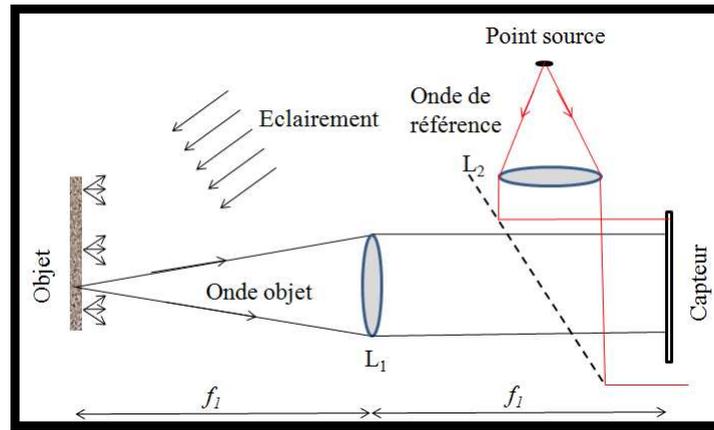


Figure 1.13 : Hologramme de Fourier

➤ Hologramme de Fourier « Lensless »

Un hologramme de Fourier « Lensless » (sans lentille) est une configuration dans laquelle le point source de référence est situé dans le plan objet. Les deux ondes sont ainsi sphériques de même courbure, engendrant ainsi un réseau d'interfrange de pas constant.

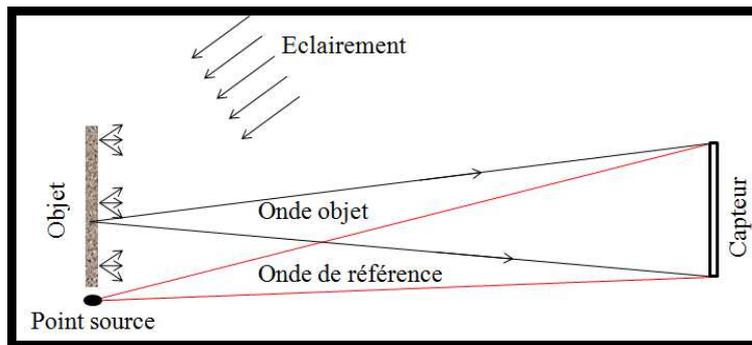


Figure 1.14 : Hologramme de Fourier « Lensless »

➤ Hologramme image

Un hologramme est dit image si l'image d'un point dans le plan objet est un point dans le plan d'enregistrement, c'est-à-dire, la focalisation de l'objet par le système optique (lentille) se fait dans le plan image.

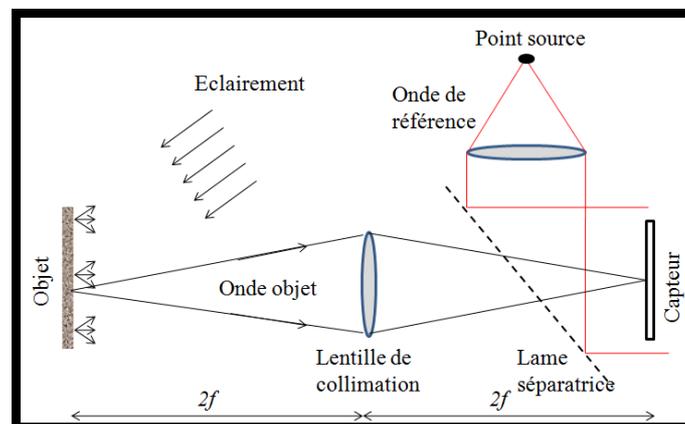


Figure 1.15 : Hologramme image

1.4.2 Optimisation de l'enregistrement

En holographie en ligne [84,92], les trois ordres de diffraction sont centrés à la fréquence nulle et le mécanisme de restitution de l'information est complexe. En effet, les deux ondes (objet et référence) qui interfèrent sur le capteur, possèdent la même incidence. Ainsi, l'angle entre les deux faisceaux est nul, conduisant à un interfrange infini et les fréquences porteuses de l'hologramme sont nulles, $(u_r, v_r) = (0,0)$. On dit qu'on est en « teinte plate ». Cette approche a trouvé de nombreuses applications dans la reconstruction du champ de déplacement de particules [79-85, 93-97] avec des algorithmes de mise au point par transformée en ondelette [98-101] ou dans la microscopie holographique de cellule biologique [49,102]. Bien que moins contraignante sur la distance entre l'objet et le capteur, cette approche nécessite de développer des algorithmes de séparation des ordres [103-105] à base de décalage de phase [32,53,86]. La particularité de l'holographie numérique dite « hors axe » est qu'il est introduit un angle θ entre les deux faisceaux incidents sur le capteur (figure 1.3). Ceci nécessite la séparation préalablement du faisceau principal en deux faisceaux constituant les faisceaux de référence et objet. Cet angle induit un motif interférentiel d'interfrange fini et doit néanmoins respecter les conditions de Shannon comme décrit à l'équation (1.21). Il doit par ailleurs être choisi avec soin de manière à éviter le chevauchement entre les ordres de diffraction. En pratique, l'objet étant en position fixe, il suffit de modifier l'angle d'incidence de l'onde de référence, conduisant ainsi à des fréquences spatiales porteuses de l'onde de référence dans les directions x et y définies par :

$$\begin{cases} u_r = \frac{\sin \theta_x}{\lambda} \\ v_r = \frac{\sin \theta_y}{\lambda} \end{cases} \quad (1.27)$$

Les fréquences spatiales porteuses peuvent aussi être apportées en modifiant la position de l'objet de x_0 et y_0 dans le plan (x, y) . Les fréquences porteuses objet sont alors définies par [18] :

$$\begin{cases} u_0 = \frac{x_0}{\lambda d_0} \\ v_0 = \frac{y_0}{\lambda d_0} \end{cases} \quad (1.28)$$

Ces deux procédés sont complémentaires.

L'optimisation spatiale des ordres consiste à occuper au mieux le champ reconstruit numériquement (figure 1.16). Ces dispositions induisent des contraintes sur le choix de la distance d_0 entre l'objet et le capteur [18,106].

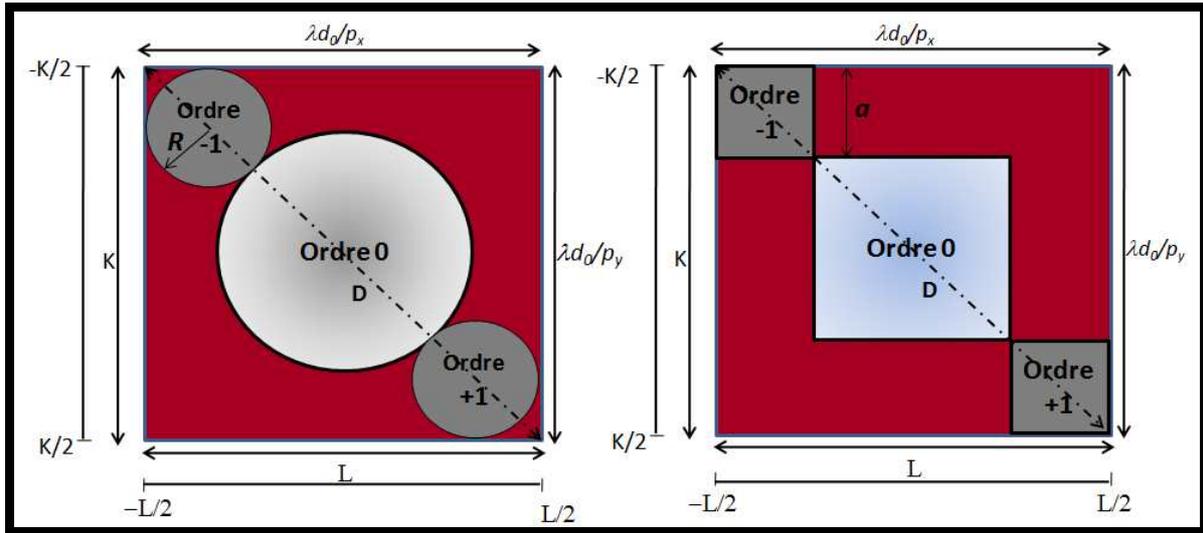


Figure 1.16 : Optimisation d'enregistrement pour différentes formes d'objet

Considérons par exemple un objet circulaire de rayon a . Il est montré [18], que la distance optimale d'enregistrement est donnée par :

$$d_0 \geq \frac{(2 + 3\sqrt{2}) \max(p_x, p_y)}{\lambda} a, \quad (1.29)$$

ce qui impose les coordonnées fréquentielles des ordres ± 1 données par :

$$\begin{cases} u_r = u_0 = \frac{x_0}{\lambda d_0} = \pm \frac{1}{p_x} \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{2 + 3\sqrt{2}} \right) \\ v_r = v_0 = \frac{y_0}{\lambda d_0} = \pm \frac{1}{p_y} \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{2 + 3\sqrt{2}} \right) \end{cases} \quad (1.30)$$

De même, pour un objet de forme carrée et de côté a , nous avons la condition d'optimisation suivante :

$$d_0 \geq \frac{4 \max(p_x, p_y)}{\lambda} a, \quad (1.31)$$

imposant également la position des ordres ± 1 aux coordonnées fréquentielles :

$$\begin{cases} u_r = u_0 = \frac{x_0}{\lambda d_0} = \pm \frac{3}{8p_x} \\ v_r = v_0 = \frac{y_0}{\lambda d_0} = \pm \frac{3}{8p_y} \end{cases} \quad (1.32)$$

Ces contraintes sur le choix de la distance d_0 allongent considérablement le banc de mesure pour des objets de grande taille, limitant ainsi nos marges de manœuvre. Ces contraintes peuvent cependant être contournées en plaçant une lentille divergente entre l'objet et le capteur [16,107], ce qui sert à faire un zoom négatif sur l'image de sorte qu'elle remplisse les conditions précédentes.

1.4.3 Enregistrement d'hologrammes couleurs

L'enregistrement des couleurs consiste à coder, de façon distincte, sur un même support photosensible plusieurs longueurs d'onde, rendant ainsi la sensibilité du capteur dépendante de la longueur d'onde. Naturellement, la sensibilité des supports photosensibles est indépendante de la caractéristique spectrale de la source. Cependant, des mécanismes exploitant les caractéristiques spectrales des sources permettent de mettre en œuvre une détection chromatique. Ce mécanisme a pour objectif la reconstruction des objets dans leurs couleurs réelles et l'analyse multidirectionnelle.

Il suffit de trois couleurs primaires pour reconstituer l'ensemble du spectre visible. Celles les plus couramment utilisées dans le commerce sont : rouge, verte et bleue. Nous présentons dans la suite les différentes possibilités d'enregistrement d'hologrammes couleurs.

1.4.3.1 Multiplexage spatial-spectral

Le multiplexage spatial est basé sur l'utilisation d'un capteur monochrome pour faire la détection multi-chromatique (figure 1.17b) et séparer spatialement les trois hologrammes couleurs dans le domaine spectral. Il suffit ainsi de superposer sur le même support photosensible trois réseaux de franges d'orientations différentes (figure 1.17a). Le réseau rouge est vertical et les réseaux vert et bleu sont respectivement à 45° et -45° . La représentation spectrale du motif interférentiel montre les trois ordres de diffraction dans les trois couleurs, leur orientation est perpendiculaire à celle du réseau. L'ordre 0 est localisé à la fréquence centrale nulle. Dans un tel dispositif, l'onde de référence pour chaque couleur possède des fréquences spatiales adaptées au multiplexage. Cependant, le dispositif expérimental est plus complexe car il est nécessaire de les ajuster de manière indépendante. De plus, la résolution spatiale n'est pas optimale.

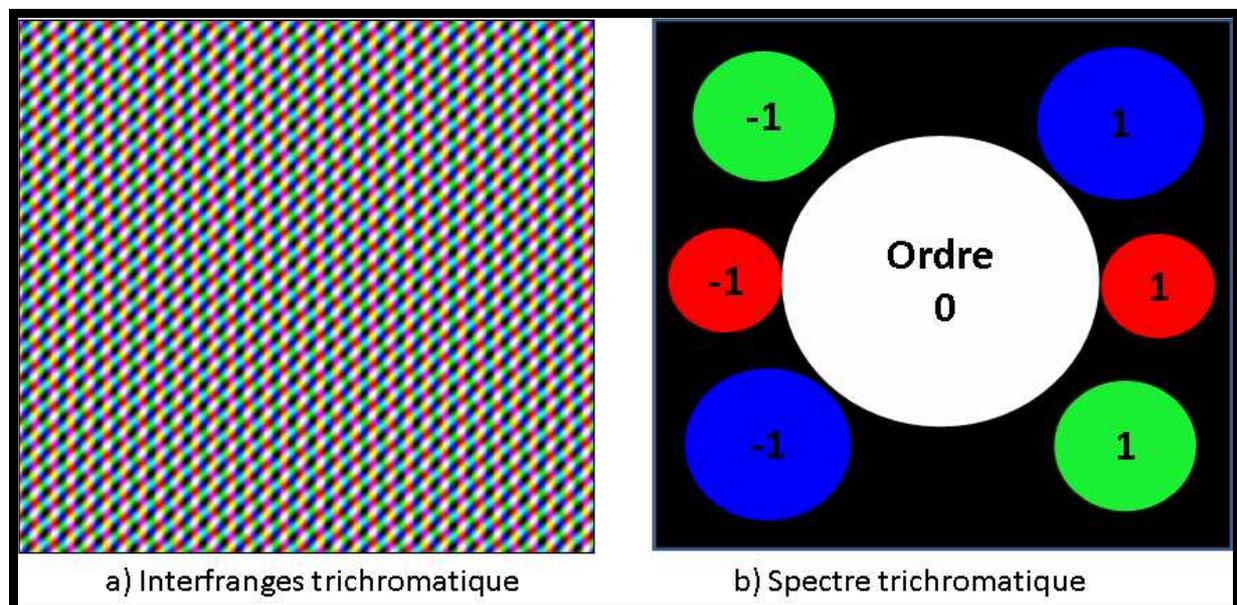


Figure 1.17 : Principe du multiplexage spatial à trois longueurs d'onde

1.4.3.2 Détection trichromatique

La détection trichromatique peut être menée en superposant aux pixels une mosaïque de filtres colorés (rouge, vert, bleu), permettant d'affecter à chaque pixel une couleur, c'est le cas des filtres de Bayer. On peut également utiliser la technologie triCCD avec un prisme trichroic assemblé qui oriente chaque longueur d'onde vers son capteur CCD. Une troisième possibilité consiste à exploiter la propriété du silicium selon laquelle la sensibilité dépend de la profondeur de pénétration de chaque longueur d'onde. Dans tous les cas, l'image enregistrée est une image RGB constituée de trois plans : rouge, vert et bleu (figure 1.18a). Le calcul du spectre dans chaque plan permet de restituer le contenu spectral de l'information enregistrée (figure 1.18b).

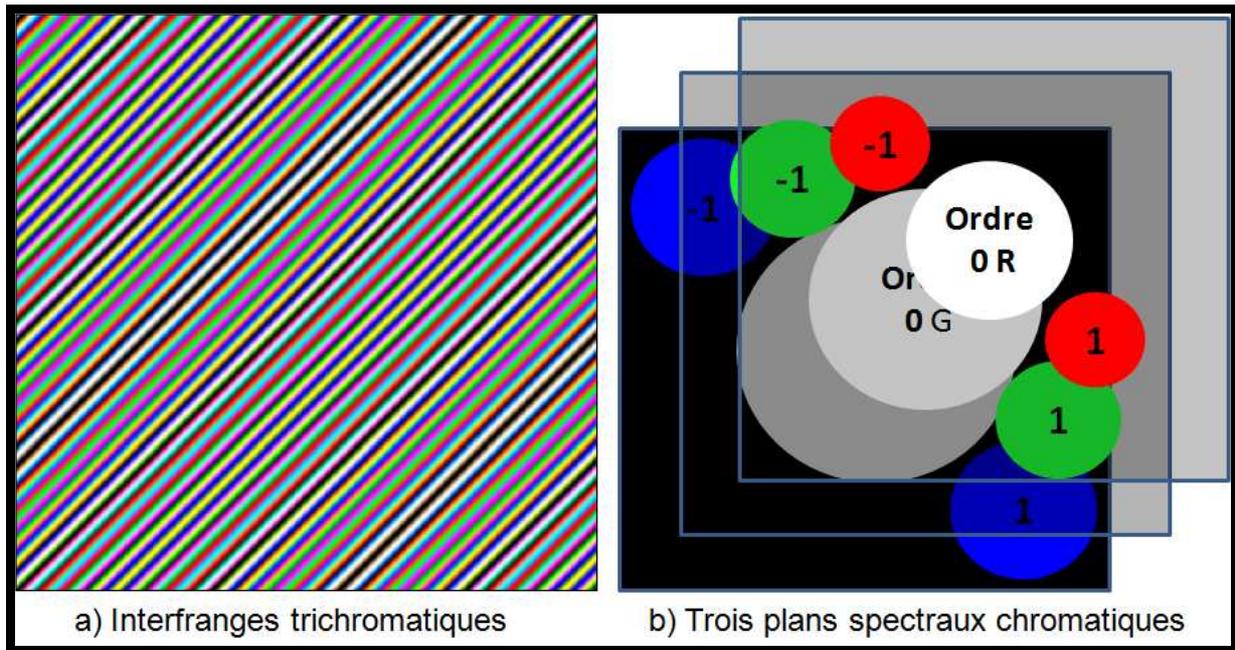


Figure 1.18 : Enregistrement à trois longueurs d'onde

Idéalement, le contenu spectral de chaque plan est propre à une longueur d'onde. Cependant, il peut subsister pour certaines technologies un mélange des couleurs dû à une détection erronée des photons d'une raie dans d'autres bandes spectrales.

Cette configuration est très appropriée pour l'holographie couleur, car les trois ondes de référence ont la même incidence, ce qui simplifie considérablement le montage expérimental. De plus, l'utilisation de la bande spectrale est optimale, permettant d'avoir une résolution spatiale optimale, ce qui n'est pas le cas avec l'approche précédente (multiplexage). Bien que les trois faisceaux aient la même incidence, leurs fréquences spatiales porteuses sont différentes du fait de la dispersion chromatique de la lentille. En effet, comme décrit à l'équation 1.27, les fréquences spatiales dans chaque bande spectrale sont données par :

$$\begin{cases} u_r^\lambda = \frac{\sin \theta_x}{\lambda} \\ v_r^\lambda = \frac{\sin \theta_y}{\lambda} \end{cases} \quad (1.33)$$

Ainsi, les fréquences porteuses dans les trois bandes sont liées par la relation :

$$\begin{cases} u_r^R \lambda_R = u_r^G \lambda_G = u_r^B \lambda_B \\ v_r^R \lambda_R = v_r^G \lambda_G = v_r^B \lambda_B \end{cases} \quad (1.34)$$

Remarquons par ailleurs que la taille des ordres dépend de la longueur d'onde (figure 1.17, 1.18). Ceci est dû au fait que le pas de chaque réseau et par conséquent l'échantillonnage du plan reconstruit dépend de la longueur d'onde. Ce constat sera discuté dans le Chapitre 3.

1.5 Reconstruction numérique d'un hologramme

Dans cette étape, l'onde de référence ayant servi au codage de l'information est la clé pour la restitution de celle-ci. Cependant, on peut utiliser une onde de reconstruction quelconque, à condition d'adapter les paramètres de reconstruction de sorte que l'onde de reconstruction ait les mêmes caractéristiques en terme de courbure que l'onde de référence. Si l'on désigne par $w(X, Y, \lambda_c, R_c)$, le front d'onde de reconstruction, ayant une longueur d'onde λ_c et un rayon de courbure R_c , la restitution numérique des informations de phase et d'amplitude de l'objet est assurée par la simulation numérique de la diffraction de l'onde de reconstruction sur la matrice « hologramme numérique » contenue dans l'image numérique enregistrée. Ainsi, l'amplitude complexe du champ reconstruit dans un plan (x, y) , situé à une distance d_r du plan d'observation, sera définie d'après l'équation 1.7 par :

$$A_r(x, y, d_r) = \frac{-jd_r}{\lambda_c} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} H(X, Y) w(X, Y, \lambda_c, R_c) \frac{\exp\left[2j\pi / \lambda_c \sqrt{d_r^2 + (X-x)^2 + (Y-y)^2}\right]}{d_r^2 + (X-x)^2 + (Y-y)^2} dXdY \quad (1.35)$$

En général, l'onde de reconstruction est plane ($w = 1$), lisse et de même nature que la référence ($\lambda_c = \lambda$) [108]. Dans ce cas, la mise au point sur l'image virtuelle reconstruite (ordre +1) est obtenue dans la plan ($d_r = -d_0$) et la mise au point sur l'image réelle (ordre -1) est obtenue dans le plan ($d_r = +d_0$). Il existe dans la littérature plusieurs approches pour la reconstruction de l'amplitude complexe du champ diffracté. Nous pouvons citer entre autres la reconstruction par transformée de Fresnel [16], la reconstruction par convolution [108,109] et la reconstruction par transformée de Fourier [33,110].

1.5.1 Reconstruction par transformée de Fresnel discrète

Si la distance d_r respecte les conditions d'approximation de Fresnel, l'équation 1.35 s'écrit :

$$A_r(x, y, d_r) = -\frac{j \exp(2j\pi d_r / \lambda)}{\lambda d_r} \exp\left(\frac{j\pi}{\lambda d_r} (x^2 + y^2)\right) \times \iint H(X, Y) \exp\left(\frac{j\pi}{\lambda d_r} (X^2 + Y^2)\right) \exp\left(-\frac{2j\pi}{\lambda d_r} (Xx + Yy)\right) dXdY \quad (1.36)$$

Le lecteur notera que la transformée de Fresnel n'est rien d'autre que la transformée de Fourier de l'hologramme multipliée par un terme de phase quadratique.

Soit,

$$A_r(x, y, d_r) = -\frac{j \exp(2j\pi d_r / \lambda)}{\lambda d_r} \exp\left(\frac{j\pi}{\lambda d_r} (x^2 + y^2)\right) \times TF \left[H(X, Y) \exp\left(\frac{j\pi}{\lambda d_r} (X^2 + Y^2)\right) \right] \left(\frac{x}{\lambda d_r}, \frac{y}{\lambda d_r} \right) \quad (1.37)$$

Il faut tenir compte du caractère discret de l'hologramme enregistré, il est nécessaire de déterminer la forme discrète de la formulation de Fresnel. La discrétisation des pixels est donnée par, $(X, Y) = (np_x, mp_y)$ où $(m; n) \in (-M/2, +M/2-1; -N/2, +N/2-1)$. Ainsi, le champ reconstruit par la transformée de Fresnel discrétisée est décrit par l'équation 1.38 dans laquelle on néglige l'intégration surfacique du pixel, [16,106] :

$$\begin{aligned}
 A_r(x, y, d_r) = & -\frac{j \exp(2j\pi d_r / \lambda)}{\lambda d_r} \exp\left[\frac{j\pi}{\lambda d_r} (x^2 + y^2)\right] \\
 & \times \sum_{m=-M/2}^{m=M/2-1} \sum_{n=-N/2}^{n=N/2-1} H(np_x, mp_y) \exp\left[\frac{j\pi}{\lambda d_r} (n^2 p_x^2 + m^2 p_y^2)\right], \\
 & \times \exp\left[-\frac{2j\pi}{\lambda d_r} (np_x x + mp_y y)\right]
 \end{aligned} \tag{1.38}$$

La taille du champ reconstruit étant limitée, il faut également discrétiser le plan image sur un nombre fini de points, dans la limite des performances du processeur.

D'après l'expression de la transformée de Fresnel discrète, les périodes d'échantillonnage apparentes de l'exponentielle donnant le caractère de Fourier de l'intégrale sont données par $T_x = p_x / \lambda d_r$ et $T_y = p_y / \lambda d_r$. Si le champ reconstruit est calculé avec un nombre de points $(K, L) \geq (M, N)$, il est nécessaire d'étendre la taille de l'hologramme à celle du plan image en complétant par des zéros tout autour (zéro-padding). Le pas d'échantillonnage dans le plan image est alors égal à $\Delta\eta = 1/LT_x = \lambda d_r / Lp_x$ et $\Delta\xi = 1/KT_y = \lambda d_r / Kp_y$ [53,108], et dépend de la longueur d'onde de la source. L'échantillonnage dans le plan image est simplement $x' = l\Delta\eta$ et $y' = k\Delta\xi$ avec k et l variant de $-K/2$ à $K/2-1$ et de $-L/2$ à $L/2-1$. L'étendue du plan reconstruit sera $L\Delta\eta = \lambda d_r / p_x$ et $K\Delta\xi = \lambda d_r / p_y$ comme décrit sur la figure 1.16. L'algorithme de reconstruction par transformée de Fresnel discrète est donné sur la figure 1.19.

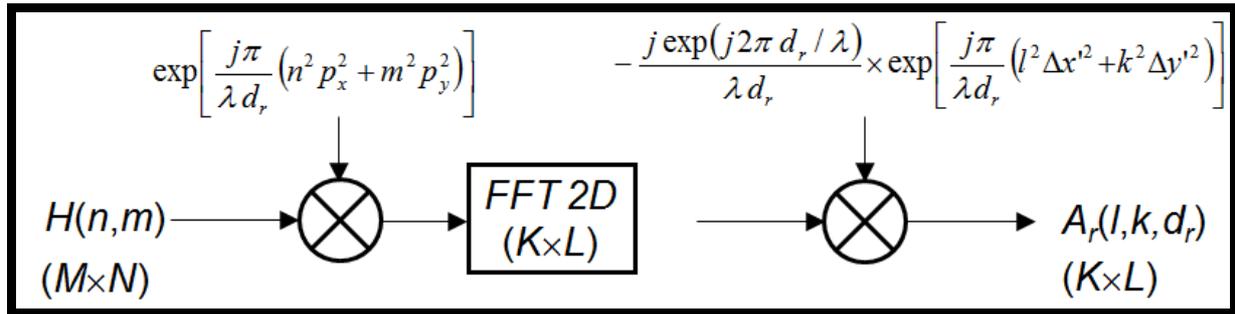


Figure 1.19 : Algorithme de reconstruction par Transformée de Fresnel discrète

La dépendance de la taille des hologrammes reconstruit par transformée de Fresnel à la longueur d'onde de la source constitue un inconvénient majeur à la reconstruction des hologrammes couleurs et sera discutée au Chapitre 3.

A partir de l'équation de la transformée de Fresnel discrète, on montre [18,67], que, pour $(d_r = -d_0)$, le champ diffracté numériquement dans l'ordre +1 est localisé aux coordonnées fréquentielles $(\lambda d_0 u_r, \lambda d_0 v_r)$ dans le plan reconstruit. Ces coordonnées dépendent des fréquences spatiales de l'onde de référence et de la distance de reconstruction. Le résultat obtenu est une valeur complexe de laquelle on peut extraire une image d'amplitude (module) et une image de phase (argument). La phase mesurée dans le champ reconstruit est de première importance pour la mesure et le diagnostic sans contact.

On montre que la résolution spatiale dans le plan reconstruit est donnée par $\rho_x = \lambda d_0 / N p_x$ et $\rho_y = \lambda d_0 / M p_y$ [18,19,53] et est imposée par le capteur. Ces quantités fixent la résolution dans le plan image. La résolution spatiale est donc proportionnelle à la distance d'enregistrement et inversement proportionnelle à la taille du capteur. Pour fixer les ordres de grandeur, une application numérique avec $\lambda = 0,6328 \mu\text{m}$ (laser HeNe), un pas $p_x = p_y = 4,65 \mu\text{m}$, une distance $d_0 = 500 \text{mm}$ et $N = M = 1024$ donnent $\rho_x = \rho_y = 66,36 \mu\text{m}$.

A ce stade, il faut noter que la prise en compte de l'onde de référence dans le calcul n'est pas obligatoire si celle-ci est plane ($|R_c| = \infty$) et uniforme ($a_r(X,Y) = C^{te}$). Dans le cas d'une onde de référence sphérique ($|R_c| \neq \infty$), il faudra tenir compte de la courbure du front d'onde et multiplier H par l'amplitude complexe de l'onde de référence numérique.

Illustration : imagerie d'un haut parleur

Considérons un haut parleur de diamètre 60mm, placée à une distance $d_0 = 1040\text{mm}$ du capteur. L'objet est éclairé par une source HeNe à 632,8nm. Le capteur dispose d'une résolution de $N \times M = 1360 \times 1024$ pixels, de pas $p_x = p_y = 4,65\mu\text{m}$. L'onde de référence est réglée de façon à produire les fréquences spatiales $u_r \approx 76,5 \text{ mm}^{-1}$ et $v_r \approx -69 \text{ mm}^{-1}$ (figure 1.20).

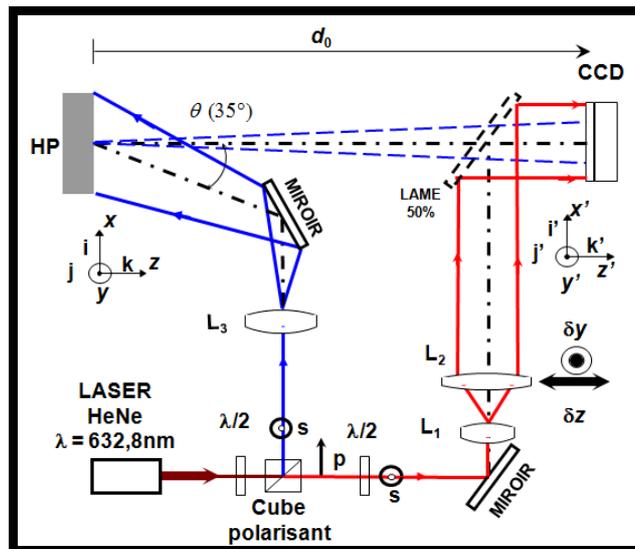


Figure 1.20 : Montage du banc holographique

On choisit comme paramètre de reconstruction un horizon sur 2048×2048 point (zéro-padding). Le pas d'échantillonnage du plan image est donné par $\Delta\eta = \Delta\zeta = 69,10\mu\text{m}$. Les résolutions suivant x et y sont données par $\rho_x = 104,06\mu\text{m}$ et $\rho_y = 138,21\mu\text{m}$. La figure 1.21 présente les champs reconstruits par transformée de Fresnel avec mise au point respective sur l'image virtuelle (gauche) et l'image réelle (droite).

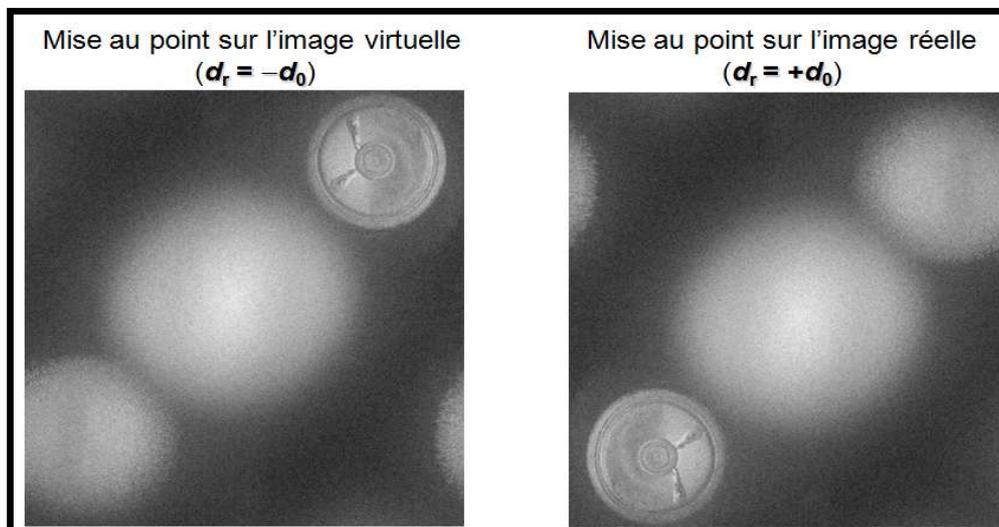


Figure 1.21 : Champs reconstruits par transformée de Fresnel

1.5.2 Reconstruction par convolution

La transformée de Fresnel discrète utilisée ci-dessus est issue de la formulation linéaire de la diffraction. Ainsi, et ceci n'entache pas le calcul d'erreurs, il est possible de considérer la diffraction comme une équation de convolution et on peut écrire, pour une distance de reconstruction d_r [90] :

$$A_r(x, y, d_r) = H(x, y) * h(x, y, d_r), \quad (1.39)$$

où $h(x, y, d_r)$ est le noyau convolutif donné par la réponse impulsionnelle exacte de l'espace libre

$$h(x, y, d_r) = -\frac{j d_r}{\lambda} \frac{\exp\left[2j\pi / \lambda \sqrt{d_r^2 + x^2 + y^2}\right]}{d_r^2 + x^2 + y^2}. \quad (1.40)$$

La version discrétisée de l'équation 1.40 s'écrit tout simplement :

$$A_r(l, k, d_r) = H(l, k) * h(l, k, d_r) = \sum_{n=-N/2}^{n=N/2-1} \sum_{m=-M/2}^{m=M/2-1} H(n, m) h(n-l, m-k) \quad (1.41)$$

Le calcul numérique de la convolution est mené en utilisant le théorème de convolution décrit par :

$$A_r(l, k, d_r) = TF^{-1}[TF[H(n, m)](u, v) \times TF[h(l, k, d_r)](u, v)](l, k) \quad (1.42)$$

La figure 1.22 présente l'algorithme de calcul de la diffraction par convolution avec réponse impulsionnelle exacte.

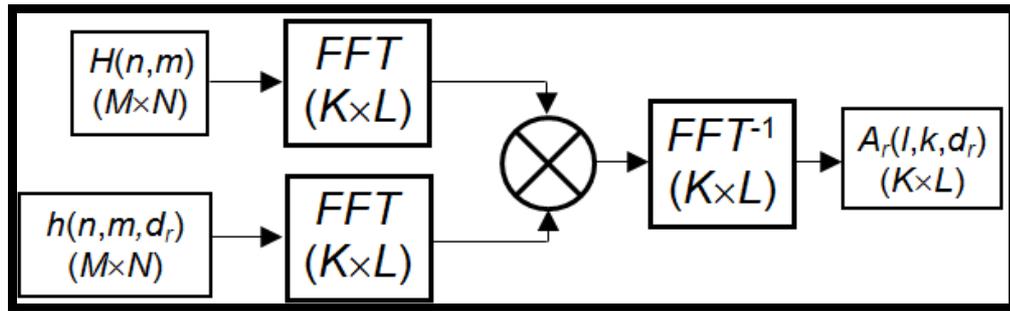


Figure 1.22 : Synoptique de l'algorithme de convolution avec réponse impulsionnelle

On peut également utiliser la fonction de transfert du spectre angulaire G définie par :

$$G(u, v, d_r) = \exp\left[2j\pi d_r / \lambda \sqrt{1 - \lambda^2 u^2 - \lambda^2 v^2}\right], \quad (1.43)$$

avec,

$$\left\{u, v\right\} = \left\{\frac{l}{L p_x}, \frac{k}{K p_y}\right\} \quad [l, k] \in \left[-\frac{L}{2}, \frac{L}{2} - 1; -\frac{K}{2}, \frac{K}{2} - 1\right]. \quad (1.44)$$

L'algorithme de reconstruction par convolution avec fonction de transfert du spectre angulaire est représenté à la figure 1.23 :

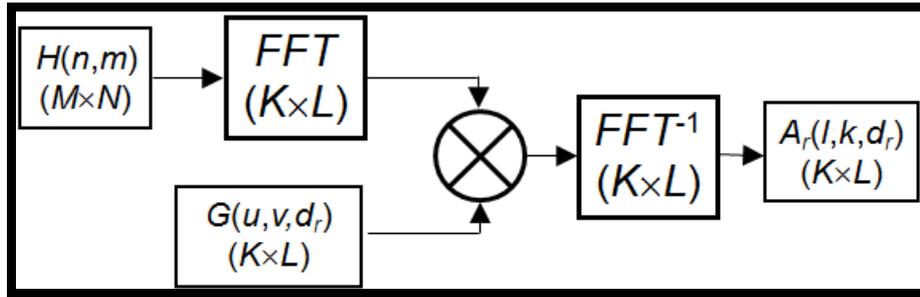


Figure 1.23 : Synoptique de l'algorithme de convolution avec spectre angulaire

Dans les conditions des approximations de Fresnel, le noyau convolutif discret peut également être simplifié [90] :

$$h(l, k, d_r) = -\frac{jd_r}{\lambda} \exp\left(\frac{2j\pi d_r}{\lambda}\right) \exp\left(\frac{j\pi}{\lambda d_r} (l^2 \Delta \eta^2 + k^2 \Delta \xi^2)\right) \quad (1.45)$$

Avec pour spectre angulaire associé

$$\begin{aligned} G(u, v, d_r) &= TF[h(l, k, d_r)](u, v) \\ &= \exp[2j\pi d_r / \lambda] \exp[-j\pi \lambda d_r (u^2 + v^2)] \end{aligned} \quad (1.46)$$

Généralement, les algorithmes basés sur la méthode de convolution sont utilisés pour reconstruire des objets dont la taille est inférieure à celle du capteur d'images car le pas d'échantillonnage du plan image est identique à celui de la caméra et il est indépendant de la longueur d'onde de la source. Ainsi, le champ de vue a les mêmes dimensions physiques que celui de l'enregistrement. Bien que cette approche soit appropriée à l'holographie couleur, elle est limitée à des objets très petits. Nous discuterons au Chapitre 3 l'adaptabilité de cet algorithme à des objets étendus.

1.6 Interférométrie holographique

Les mesures sans contact à base d'holographie numérique reposent sur la variation de phase optique de l'objet reconstruit lorsqu'il se déforme sous l'effet d'une sollicitation quelconque. Cette sollicitation peut être de différentes natures : pneumatique, thermique, acoustique ou mécanique. L'objet soumis à contrainte se déforme, ainsi le chemin optique suivi par la lumière pour parcourir le trajet source-objet-hologramme varie. Imaginons un point A au niveau de la source de lumière et un point B attaché à l'objet. Lorsque l'objet est déformé légèrement par une sollicitation, le point B attaché à l'objet varie suivant un accroissement tridimensionnel. Le vecteur déplacement, $\mathbf{U}(U_x, U_y, U_z)$ engendre des variations de chemin optique de A vers B et de B vers C (figure 1.24). Notons \mathbf{K}_e le vecteur « éclairage » de l'objet, \mathbf{K}_o le vecteur « observation » de l'objet et n l'indice au niveau de l'objet. La variation de chemin optique est [19] :

$$\delta_{\text{opt}}(ABC) = n\mathbf{K}_e \cdot \mathbf{U} - n\mathbf{K}_o \cdot \mathbf{U} = n\mathbf{U} \cdot (\mathbf{K}_e - \mathbf{K}_o). \quad (1.47)$$

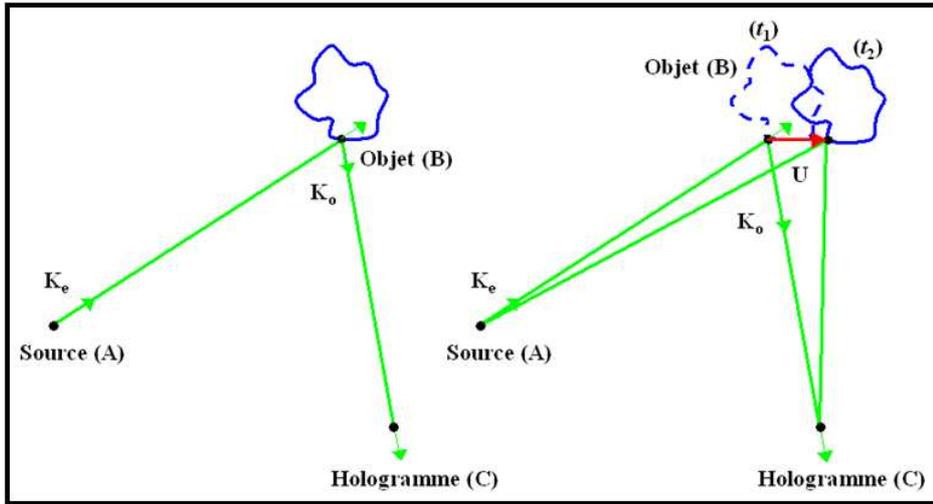


Figure 1.24 : Illustration du vecteur sensibilité

Le vecteur « observation » est lié à la direction d'observation depuis l'objet vers l'hologramme. Le vecteur éclairage est représentatif de la direction d'illumination de l'objet étudié. Posons :

$$\mathbf{S} = \mathbf{K}_e - \mathbf{K}_o . \quad (1.48)$$

Ce vecteur se nomme le « vecteur sensibilité » et correspond à la différence entre le vecteur « éclairage » et le vecteur « observation » de l'objet. Il indique la direction de déplacement dans laquelle la sensibilité du dispositif d'holographie est optimum. La connaissance des coordonnées de ce vecteur est primordiale pour que l'expérimentateur puisse analyser précisément les amplitudes des déplacements d'une structure. La variation de phase optique induite par la variation de chemin optique *source-objet-hologramme* est donc donnée par la relation suivante :

$$\Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda} \delta_{\text{opt}}(\text{ABC}) = \frac{2n\pi}{\lambda} \mathbf{U} \cdot (\mathbf{K}_e - \mathbf{K}_o) = \frac{2n\pi}{\lambda} \mathbf{U} \cdot \mathbf{S} . \quad (1.49)$$

Lorsque l'objet se déplace, ceci se traduit par une variation de phase, elle même due à la variation du chemin optique. Cette variation de phase peut être calculée numériquement et produira des « franges numériques d'interférences » qui permettront de quantifier le déplacement de l'objet entre deux états. Les cartes de variations de phases ont une modulation de 2π , il est alors nécessaire de les dérouler pour obtenir une continuité dans la variation créée, l'opération de déroulement de phase, de son origine anglaise « phase unwrapping » est menée par des algorithmes dédiés [111-114]. La variation de chemin optique vue par l'interféromètre holographique correspond donc à la variation de position de l'objet projetée sur le vecteur sensibilité. Notons que le milieu dans lequel baigne l'objet étudié est souvent l'air ($n = 1$).

La figure 1.25 illustre la mesure d'une variation de phase induite par un changement d'état survenu sur un haut parleur en vibration.

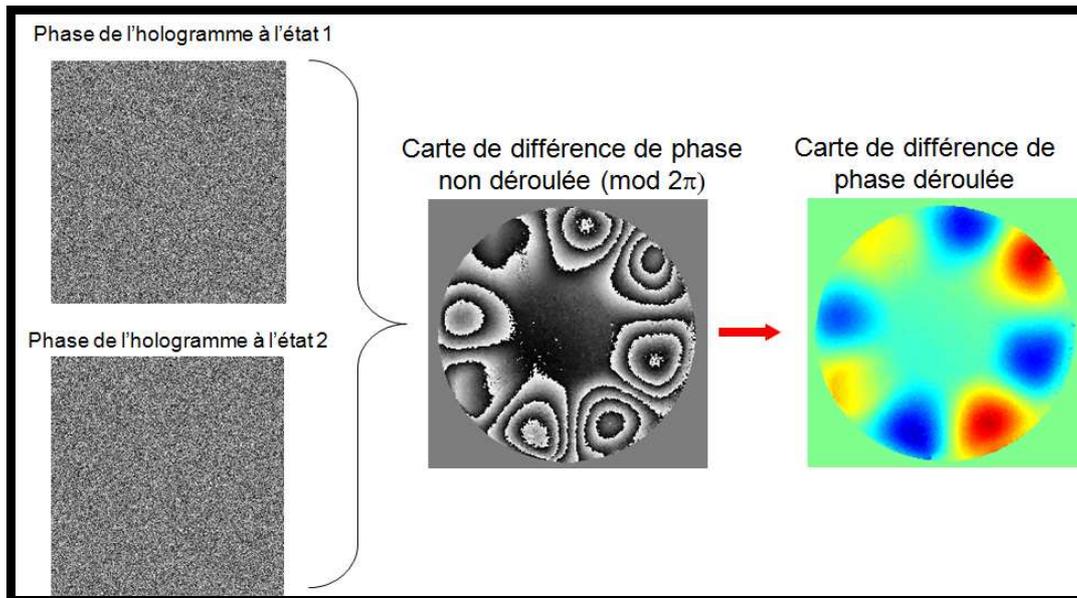


Figure 1.25 : Mesure de déformation par interférométrie

L'utilisation de la formule 1.49 permettra de calculer à partir de la carte de différence de phase déroulée, l'amplitude du déplacement engendré par la déformation de l'objet.

Pour des objets de phase, notamment en mécanique de fluide, la variation de chemin optique est induite par une variation d'indice du milieu ou de son épaisseur, soit une variation de phase donnée par :

$$\Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda} \delta_{\text{opt}}, \quad (1.50)$$

où $\delta_{\text{opt}} = \Delta n \cdot e$ ou $\delta_{\text{opt}} = n \cdot \Delta e$, en fonction des cas.

On peut également coupler les deux types de variations.

1.7 Conclusion

Nous avons ici apporté quelques bases nécessaires à la compréhension de ce manuscrit. Plusieurs technologies et processus d'enregistrement des couleurs ont été présentés. Nous avons rappelé une approche numérique de la diffraction d'une onde par un réseau de diffraction. Il en ressort que la méthode de reconstruction par transformée de Fresnel, bien qu'adaptée à la reconstruction des objets de grande taille, présente un inconvénient majeur pour l'holographie multi-chromatique. Par ailleurs, la méthode de convolution bien qu'indépendante de la longueur d'onde est adaptée au cas des objets de petite taille.

Nous proposerons dans la suite, différentes stratégies pour adapter ces algorithmes à l'holographie couleur des objets de grande taille. Nous allons étudier dans le Chapitre 2 le formalisme complet de la formation des images en holographie, ainsi que les effets de non linéarité à l'enregistrement sur l'image reconstruite. Nous étudierons entre autres, les effets de la saturation des pixels sur la qualité des hologrammes.

Chapitre 2

Compléments sur la formation des images

2.1 Introduction

Le Chapitre 1 a présenté les différentes méthodes de reconstruction d'un hologramme numérique et a rappelé quelques résultats issus de travaux réalisés au laboratoire par J. Leval [106]. Ces dernières années, les chercheurs ont fait des efforts considérables pour modéliser la relation entre l'objet et l'image en holographie numérique et prendre en compte le plus possible les paramètres d'influence. En 1999, Wagner *et al* ont utilisé un modèle mathématique basé sur la transformée de Fourier pour décrire l'effet de la discrétisation et déterminer la limite de résolution [115]. L'échantillonnage a été décrit par un peigne de Dirac. A la même époque, en 2001, Yamaguchi *et al* ont proposé une analyse de la formation de l'image en holographie numérique à décalage de phase [53]. Son approche est basée sur l'optique de Fourier et il a étudié l'effet de la limite de résolution d'une caméra CCD sur la qualité des images reconstruites. Plus récemment, des auteurs ont considéré le bruit de speckle et le bruit de quantification dans le processus complet enregistrement/reconstruction. Pour réduire le speckle, Baumbach *et al* propose d'utiliser des reconstructions décalées latéralement et puis d'effectuer une moyenne pixel à pixel [116]. La technique est basée sur la moyenne sur plusieurs cartes de phases ou d'intensité de différentes figures de speckle du même objet afin de réduire le speckle. Les différentes figures de speckle sont obtenues expérimentalement en faisant des enregistrements d'hologrammes à différentes positions latérales du capteur. Ceci peut être interprété comme la synthèse d'une grande ouverture par sommation de plusieurs petites ouvertures données par chaque capteur [117]. Il est à noter que cette approche est très similaire à celle proposée par Binet et Massig en holographie numérique par synthèse d'ouverture [30,118]. Récemment, Mills *et al* ont mené une analyse théorique et expérimentale de l'influence de la profondeur des bits sur la quantification [119]. Ils ont montré qu'une reconnaissance visuelle adéquate de l'image reconstruite est obtenue avec l'utilisation d'au moins 4 bits. Xu *et al* ont également discuté de l'analyse d'image en holographie numérique en considérant la bande passante spatiale induite par le montage [120]. Cette analyse a conduit aux mêmes conclusions que celles de la référence [115].

Dans le domaine de la microscopie, Colomb *et al* se sont intéressés au traitement des aberrations du microscope et ont proposé une méthode de correction [121]. Au cours de sa thèse, J. Leval a proposé une modélisation de la relation objet-image à partir d'une analyse de Fourier. Son analyse tenait compte de l'ensemble des processus linéaires de la formation de l'image [18,106].

Ce chapitre se propose de compléter l'analyse théorique présentée par Leval et de l'étendre au cas de processus non linéaires. L'approche que nous proposons suit celle de nombreux auteurs : l'analyse de Fourier. Nous nous intéresserons dans un premier temps à généraliser le modèle de Leval et Picart [18], au cas des ondes à courbure non nulle, puis dans un second temps, nous nous intéresserons aux effets de la saturation des pixels dans le processus holographique numérique.

2.2 Méthodologie

La méthodologie que nous suivons au cours de ce chapitre découle de la formulation linéaire du processus holographique. Cette approche a été suivie au cours de travaux précédents réalisés au laboratoire [18,106]. En effet, la diffraction, processus linéaire, joue un rôle prépondérant dans l'imagerie holographique numérique et d'une manière générale, les phénomènes mis en jeu dans ce procédé font appel à des processus linéaires. J. Leval [106] a proposé de rechercher une relation générale objet-image qui fasse apparaître des produits de convolution. Pour ce faire, il avait tenu compte des processus suivants : diffraction, interférences, intégration des pixels et reconstruction numérique. La relation liant l'objet à son image peut ainsi être décomposée en plusieurs étapes schématisées par la figure 2.1.

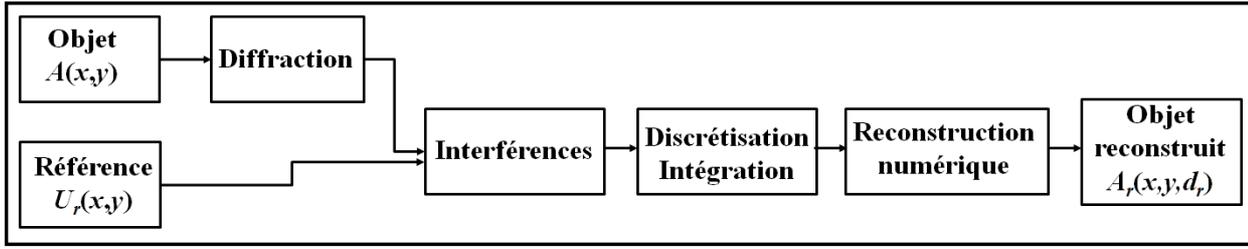


Figure 2.1 : Synoptique de la relation objet-image

Il est à noter que les étapes d'interférences, de discrétisation et d'intégration se déroulent dans le plan du capteur. Ainsi, Leval et Picart ont proposé d'écrire le champ reconstruit sous la forme d'un produit de convolution entre l'objet réel et la réponse impulsionnelle du processus complet. Ils aboutissent alors à une relation de la forme :

$$A_r(x, y) = \kappa A(x, y) * R_{xy}(x, y) \quad (2.1)$$

où la fonction $R_{xy}(x, y)$ est la réponse impulsionnelle du processus de reconstruction et κ sera une constante. Au cours de ces travaux, J. Leval a tenu compte de plusieurs éléments qui influencent la qualité du processus de reconstruction :

- discrétisation des espaces d'enregistrement et de reconstruction
- surface active des pixels
- défaut de mise au point
- aberrations de la surface d'onde de référence

Le modèle est basé sur des ondes de référence planes et uniformes tant à l'enregistrement qu'à la reconstruction. Par ailleurs, le modèle proposé ne tient compte que de phénomènes linéaires. Cependant, le processus d'enregistrement peut être non linéaire, surtout en cas de saturation des pixels.

Au cours de ce chapitre, nous proposons de généraliser le modèle de Leval et Picart au cas d'ondes sphériques tant à l'enregistrement qu'à la reconstruction. Dans un premier paragraphe, nous ferons un rappel du formalisme et des principaux résultats, puis nous aborderons une généralisation tenant compte des courbures des ondes de références. Dans une dernière partie, nous nous attacherons à modéliser analytiquement le phénomène non linéaire de saturation des pixels et son influence sur la reconstruction de l'image.

2.3 Rappels sur la formation des images

Le modèle proposé par J. Leval et P. Picart est basé sur les approximations de Fresnel en considérant un champ diffracté par l'objet donné par l'expression suivante :

$$U_0(X, Y, d_0) = -\frac{j \exp(2j\pi d_0 / \lambda)}{\lambda d_0} \exp\left(\frac{j\pi}{\lambda d_0} (X^2 + Y^2)\right) \times \iint A(x, y) \exp\left(\frac{j\pi}{\lambda d_0} (x^2 + y^2)\right) \exp\left(-\frac{2j\pi}{\lambda d_0} (xX + yY)\right) dx dy \quad (2.2)$$

Ce champ objet interfère sur le capteur avec une onde de référence plane et uniforme de la forme :

$$U_r(X, Y) = a_r \exp(j\varphi_r(X, Y)), \quad (2.3)$$

dont la phase contient les porteuses spatiales de l'hologramme,

$$\varphi_r(X, Y) = 2\pi(u_r X + v_r Y) \quad (2.4)$$

L'hologramme enregistré est alors défini par la relation 1.17 du Chapitre 1, soit

$$H = |U_r + U_0|^2 = |U_r|^2 + |U_0|^2 + U_r^* U_0 + U_r U_0^* \quad (2.5)$$

Le champ objet reconstruit à la distance d_r est défini dans les conditions d'approximation de Fresnel par,

$$A_r(x, y, d_r) = -\frac{j \exp(2j\pi d_r / \lambda)}{\lambda d_r} \exp\left(\frac{j\pi}{\lambda d_r} (x^2 + y^2)\right) \times \iint H(X, Y) \exp\left(\frac{j\pi}{\lambda d_r} (X^2 + Y^2)\right) \exp\left(-\frac{2j\pi}{\lambda d_r} (Xx + Yy)\right) dXdY \quad (2.6)$$

L'approche proposée se place résolument dans le contexte de l'holographie hors axe.

Considérons la relation entre l'objet réel et l'image reconstruite dans l'ordre +1, l'image reconstruite dans l'ordre -1 se déduit par les propriétés hermitiennes de l'holographie. C'est à dire que nous avons :

$$A_r^{-1}(x, y, d_r) = [A_r^{+1}(-x, -y, d_r)]^* \quad (2.7)$$

A partir des propriétés des transformées de Fourier, des propriétés de l'opérateur convolution et des propriétés des fonctions chirpées 2D, Leval et Picart montrent que la relation entre l'objet reconstruit dans l'ordre +1 et l'objet initial peut être explicitée par l'équation suivante :

$$A_r^{+1}(x, y, d_r) = \kappa \times A\left(-x \frac{d_0}{d_r}, -y \frac{d_0}{d_r}\right) * \tilde{W}_{ab}(x, y) * \tilde{W}_{d_r}(x, y) * \Pi_{\Delta_x, \Delta_y}(x, y), \quad (2.8)$$

$$* \tilde{W}_{NM}^*(x, y, \lambda, d_r) * \delta(x + \lambda u_r d_r, y + \lambda v_r d_r)$$

où κ est une constante.

Dans l'équation 2.8,

- $\Pi_{\Delta_x, \Delta_y}(x, y)$ est la surface active des pixels,
- $\tilde{W}_{d_r}(x, y)$ est la contribution du défaut de mise au point,
- $\tilde{W}_{ab}(x, y)$ est la contribution des aberrations de la surface d'onde de référence,
- $\tilde{W}_{NM}(x, y, \lambda, d_r)$ est la contribution de la discrétisation des espaces d'enregistrement et de reconstruction ; c'est en fait la fonction de filtrage de la transformée de Fourier discrète 2D.

La fonction de filtrage de la transformée de Fourier discrète est donnée par :

$$\tilde{W}_{NM}(x, y, \lambda, d_r) = \exp\left[j\pi(N-1)\frac{xp_x}{\lambda d_r} + j\pi(M-1)\frac{yp_y}{\lambda d_r}\right] \times \frac{\sin(\pi N xp_x / \lambda d_r)}{\sin(\pi xp_x / \lambda d_r)} \frac{\sin(\pi M yp_y / \lambda d_r)}{\sin(\pi yp_y / \lambda d_r)} \quad (2.9)$$

C'est elle qui fixe la résolution intrinsèque du processus de reconstruction. Son interprétation est simple : c'est la tache de diffraction numérique d'une ouverture rectangulaire de largeur ($Np_x \times Mp_y$) et de transmittance uniforme. Son expression mathématique apparaît très différente de la fonction sinus cardinal que l'on rencontre classiquement avec la tache de diffraction d'une pupille rectangulaire. Cependant, les deux fonctions ont des profils identiques, excepté pour leur maximum. On peut considérer le critère de Rayleigh pour déterminer la largeur de la fonction et chiffrer la résolution du procédé. Les premiers zéros de \tilde{W}_{NM} permettent de trouver sa largeur suivant x et y .

Notons ρ_x et ρ_y la largeur aux premiers zéros, on a :

$$\begin{cases} \rho_x = \frac{\lambda d_r}{N p_x} \\ \rho_y = \frac{\lambda d_r}{M p_y} \end{cases} \quad (2.10)$$

Plus grandes sont les dimensions ($Np_x \times Mp_y$) du capteur d'images, plus ρ_x et ρ_y diminuent et meilleure est la résolution. A titre d'illustration, La figure 2.2 représente une image du module de la résolution intrinsèque pour $N = M = 1024$, $p_x = p_y = 4,65 \mu\text{m}$, $\lambda = 632,8 \text{ nm}$ et $d_r = d_0 = 500 \text{ mm}$.

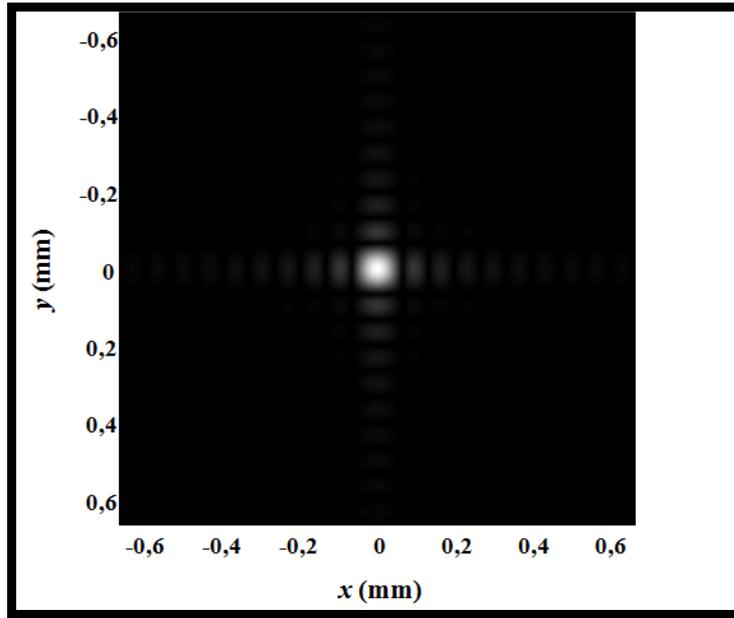


Figure 2.2 : Fonction de résolution intrinsèque

La fonction convolutive $\delta(x + \lambda u_r d_r, y + \lambda v_r d_r)$ de l'équation 2.8 n'apporte aucune contribution à la qualité de l'image ; elle est simplement une fonction de localisation de l'objet reconstruit qui sera localisé aux coordonnées $(\lambda u_r d_r, \lambda v_r d_r)$ dans le plan reconstruit.

Nous proposons au paragraphe suivant d'étendre le modèle au cas des ondes sphériques.

2.4 Modèle général incluant la courbure des ondes

2.4.1 Relation objet-image

Pour introduire une prise en compte de la courbure des ondes, nous allons considérer que l'onde d'enregistrement est sphérique et que sa phase s'écrit sur le modèle de celle proposée au Chapitre 1, dans les approximations de Fresnel :

$$\begin{aligned} U_r(x, y) &= a_r \exp\left(2j\pi(u_r x + v_r y) + \frac{j\pi}{\lambda d_s}(x^2 + y^2)\right) \\ &= r(x, y) \exp\left[\frac{j\pi}{\lambda d_s}(x^2 + y^2)\right] \end{aligned} \quad (2.11)$$

où d_s est le rayon de courbure de l'onde sphérique de référence et $r(x, y)$ est l'onde de référence porteuse de l'hologramme (c'est à dire sans phase quadratique).

L'information sur l'image virtuelle est contenue dans l'ordre +1 qui est proportionnel au terme $U_r^* U_0$.

Dans le processus de reconstruction numérique, il est tout à fait possible de reconstruire l'objet avec une onde d'éclairage sphérique dont la forme exacte est

$$w(x, y, \lambda_c, R_c) = \frac{jR_c \exp\left[-2j\pi / \lambda_c \sqrt{R_c^2 + x^2 + y^2}\right]}{\lambda_c (R_c^2 + x^2 + y^2)}, \quad (2.12)$$

avec R_c son rayon de courbure et λ_c sa longueur d'onde qui peut être différente de celle de l'enregistrement.

Pour simplifier les calculs, nous considérerons son expression dans les approximations de Fresnel et nous omettons volontairement les constantes proportionnelles sans signification physique pour un calcul numérique :

$$w(x, y, \lambda_c, R_c) = \exp\left[-\frac{j\pi}{\lambda_c R_c}(x^2 + y^2)\right] \quad (2.13)$$

Cette onde de reconstruction a pour rôle de simuler numériquement la diffraction d'une onde incidente sur l'hologramme. Cette situation est rencontrée naturellement en holographie avec support argentique puisque le laser vient physiquement diffracter sur la transmittance constituée par l'hologramme. Lors de la reconstruction numérique, l'hologramme enregistré est multiplié point par point par l'onde numérique.

Ainsi la reconstruction dans l'ordre +1 à la longueur d'onde de l'onde de reconstruction numérique est guidée par l'équation de la transformée de Fresnel discrète :

$$\begin{aligned} A_r^{+1}(x', y', d_r) &= -\frac{j \exp(2j\pi d_r / \lambda_c)}{\lambda_c d_r} \exp\left[\frac{j\pi}{\lambda_c d_r}(x'^2 + y'^2)\right] \\ &\times \sum_{m=-M/2}^{m=M/2-1} \sum_{n=-N/2}^{n=N/2-1} w(np_x, mp_y) U_r^*(np_x, mp_y) U_0(np_x, mp_y) \exp\left[\frac{j\pi}{\lambda_c d_r}(n^2 p_x^2 + m^2 p_y^2)\right] \\ &\times \exp\left[-\frac{2j\pi}{\lambda_c d_r}(np_x x' + mp_y y')\right] \end{aligned} \quad (2.14)$$

Nous pouvons récrire cette équation en faisant apparaître l'onde de référence porteuse, l'onde objet diffractée et l'onde de reconstruction sphérique; nous obtenons alors,

$$\begin{aligned} A_r^{+1}(x', y', d_r) &= \frac{\exp(2j\pi(d_r / \lambda_c + d_0 / \lambda))}{\lambda \lambda_c d_r d_0} \exp\left[\frac{j\pi}{\lambda_c d_r}(x'^2 + y'^2)\right] \\ &\times \sum_{m=-M/2}^{m=M/2-1} \sum_{n=-N/2}^{n=N/2-1} r^*(np_x, mp_y) F\left(\frac{np_x}{\lambda d_0}, \frac{mp_y}{\lambda d_0}\right) \\ &\times \exp\left[j\pi\left(\frac{1}{\lambda_c d_r} - \frac{1}{\lambda_c R_c} + \frac{1}{\lambda d_0} - \frac{1}{\lambda d_s}\right)(n^2 p_x^2 + m^2 p_y^2)\right] \\ &\times \exp\left[-\frac{2j\pi}{\lambda_c d_r}(np_x x' + mp_y y')\right] \end{aligned} \quad (2.15)$$

avec $F(\dots)$, la transformée de Fourier inverse du produit du front d'onde objet et du terme de phase quadratique associé tel que (TF signifie « transformée de Fourier ») :

$$\begin{aligned} F\left(\frac{X}{\lambda d_0}, \frac{Y}{\lambda d_0}\right) &= \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \tilde{F}(x, y) \exp\left[-\frac{2j\pi}{\lambda d_0}(xX + yY)\right] dx dy \\ &= TF[\tilde{F}(x, y)]\left(\frac{X}{\lambda d_0}, \frac{Y}{\lambda d_0}\right) \end{aligned} \quad (2.16)$$

et

$$\tilde{F}(x, y) = A(x, y) \exp\left[\frac{j\pi}{\lambda d_0}(x^2 + y^2)\right] \quad (2.17)$$

L'équation 2.15 est une transformée de Fourier discrète du produit $r^* F$ multiplié par la phase quadratique $\exp\left[j\pi\left(\frac{1}{\lambda_c d_r} - \frac{1}{\lambda_c R_c} + \frac{1}{\lambda d_0} - \frac{1}{\lambda d_s}\right)(x^2 + y^2)\right]$.

Compte tenu des propriétés de la transformée de Fourier, nous pouvons écrire :

$$\begin{aligned}
 TF^{-1} \left[TF \left[\tilde{F}(x, y) \right] \left(\frac{x'}{\lambda d_0}, \frac{y'}{\lambda d_0} \right) \right] \left(-\frac{X}{\lambda_c d_r}, -\frac{Y}{\lambda_c d_r} \right) \\
 = \lambda^2 d_0^2 \left[\tilde{F}(\lambda d_0 u, \lambda d_0 v) \right] \left(-\frac{X}{\lambda_c d_r}, -\frac{Y}{\lambda_c d_r} \right) = \lambda^2 d_0^2 \tilde{F} \left(-\frac{\lambda d_0}{\lambda_c d_r} X, -\frac{\lambda d_0}{\lambda_c d_r} Y \right)
 \end{aligned} \tag{2.18}$$

Par ailleurs,

$$\begin{aligned}
 TF^{-1} \left[a_r \exp[-2j\pi(u_r x' + v_r y')] \right] \left(-\frac{X}{\lambda_c d_r}, -\frac{Y}{\lambda_c d_r} \right) \\
 = \lambda_c^2 d_r^2 a_r \delta(X + u_r \lambda_c d_r, Y + v_r \lambda_c d_r)
 \end{aligned} \tag{2.19}$$

Nous pouvons en déduire l'écriture du champ diffracté dans l'ordre +1 :

$$\begin{aligned}
 A_r^{+1}(x, y, d_r) = \lambda_c \lambda d_0 d_r \exp[-j\pi \lambda d_0 (u_r^2 + v_r^2)] r^* \left(-x \frac{\lambda d_0}{\lambda_c d_r}, -y \frac{\lambda d_0}{\lambda_c d_r} \right) \\
 \times \exp \left[\frac{j\pi}{\lambda_c d_r} \left(x^2 \left(1 + \frac{\lambda d_0}{\lambda_c d_r} \right) + y^2 \left(1 + \frac{\lambda d_0}{\lambda_c d_r} \right) \right) \right] \\
 \times \exp[-2j\pi(d_0/\lambda + d_r/\lambda_c)] \times A \left(-x \frac{\lambda d_0}{\lambda_c d_r}, -y \frac{\lambda d_0}{\lambda_c d_r} \right) * \tilde{W}_C(x, y) \\
 * \tilde{W}_{NM}^*(x, y, \lambda_c, d_r) * \delta(x + \lambda_c u_r d_r, y + \lambda_c v_r d_r)
 \end{aligned} \tag{2.20}$$

Dans l'équation 2.20, nous constatons l'apparition d'une fonction d'élargissement $\tilde{W}_C(x, y)$ due aux courbures des ondes. Cette fonction est donnée également par une transformée de Fourier :

$$\begin{aligned}
 \tilde{W}_C(x, y) = \iint \exp \left[j\pi \left(\frac{1}{\lambda_c d_r} + \frac{1}{\lambda d_0} - \frac{1}{\lambda_c R_c} - \frac{1}{\lambda d_s} \right) (x'^2 + y'^2) \right] \\
 \times \exp \left[-\frac{2j\pi}{\lambda_c d_r} (-xx' - yy') \right] dx' dy'
 \end{aligned} \tag{2.21}$$

Comme l'avait montré Leval, le dernier terme de l'équation de convolution 2.20 indique que l'ordre +1 est localisé aux coordonnées $(u_r \lambda_c d_r, v_r \lambda_c d_r)$. Ces coordonnées constituent la position paraxiale de l'objet reconstruit lorsque l'ensemble du processus est « parfait ». Ces coordonnées dépendent des fréquences spatiales de l'onde de référence. Dans le cas de l'holographie en ligne, $(u_r, v_r) = (0, 0)$ et l'objet est situé au centre du champ et superposé aux autres ordres de diffraction (0 et -1).

Dans l'équation 2.20, si on pose $d_r = -d_0$, $\lambda_c = \lambda$, $R_c = \infty$ et $d_s = \infty$ on retrouve le cas traité par Leval et Picart et le champ diffracté s'écrit :

$$\begin{aligned}
 A_r^{+1}(x, y, -d_0) = \lambda^2 d_0^2 \exp[-j\pi \lambda d_0 (u_r^2 + v_r^2)] r^*(x, y) \\
 \times A(x, y) * \tilde{W}_{NM}(x, y, \lambda, -d_0) * \delta(x - \lambda u_r d_0, y - \lambda v_r d_0)
 \end{aligned} \tag{2.22}$$

Dans le cas où $d_r \neq -d_0$, $\lambda_c = \lambda$, $R_c = \infty$ et $d_s = \infty$ on a $\tilde{W}_C(x, y) = \tilde{W}_{d_r}(x, y)$.

Nous étudions dans le paragraphe suivant les propriétés de grandissement et de conjugaison que met en évidence l'équation 2.20.

2.4.2 Propriétés de grandissement et de conjugaison

La relation 2.20 indique que l'objet est reconstruit avec une affinité orthogonale sur x et y dont le coefficient est égal à $(-\lambda d_0 / \lambda_c d_r)$. Ainsi, l'objet initial de largeur ΔA_x a désormais une largeur égale à $-\Delta A_x \lambda_c d_r / \lambda d_0$. L'objet est donc agrandi avec un grandissement égal à :

$$\gamma = -\frac{\lambda_c d_r}{\lambda d_0}. \quad (2.23)$$

Ce grandissement transversal ne dépend que des distances et longueurs d'onde de reconstruction et d'enregistrement.

Considérons maintenant la fonction d'élargissement $\tilde{W}_C(x, y)$ due aux courbures des ondes. Elle est donnée par une transformée de Fourier :

$$\begin{aligned} \tilde{W}_C(x, y) = & \iint \exp \left[j\pi \left(\frac{1}{\lambda_c d_r} + \frac{1}{\lambda d_0} - \frac{1}{\lambda_c R_c} - \frac{1}{\lambda d_s} \right) (x'^2 + y'^2) \right] \\ & \times \exp \left[-\frac{2j\pi}{\lambda_c d_r} (-xx' - yy') \right] dx' dy' \end{aligned} \quad (2.24)$$

Elle disparaît si $d_r = -d_0$, $\lambda_c = \lambda$, $R_c = \infty$ et $d_s = \infty$ puisque la transformée de Fourier de la fonction constante 1 est la distribution de Dirac $\delta(x, y)$. Cette fonction est induite par un défaut de mise au point dans la reconstruction numérique. La mise au point parfaite sera obtenue lorsque cette fonction ne contribuera pas à la dégradation de l'image reconstruite. C'est à dire que la mise au point parfaite impose la relation suivante :

$$\frac{1}{\lambda_c d_r} + \frac{1}{\lambda d_0} - \frac{1}{\lambda_c R_c} - \frac{1}{\lambda d_s} = 0. \quad (2.25)$$

On déduit aisément de cette relation la valeur de la distance de reconstruction pour que la mise au point sur l'image soit parfaite :

$$\frac{1}{d_r} = \frac{\lambda_c}{\lambda d_s} - \frac{\lambda_c}{\lambda d_0} + \frac{1}{R_c} \quad (2.26)$$

Les relations 2.23 et 2.26 constituent les relations de conjugaison de l'holographie. Nous les avons mises en évidence dans le processus de formation des images avec une approche de type filtrage linéaire. Ces relations ont été mises en évidence par le passé [90] avec une approche duale en considérant des sources ponctuelles.

Notons que dans le calcul de $\tilde{W}_C(x, y)$, l'étendue de x et y est bornée par les dimensions du capteur d'images, c'est-à-dire que le fait de limiter l'horizon d'évolution impose de limiter le contenu fréquentiel de la fonction quadratique qui est intégrée. Ainsi, cette fonction est bornée par $[-x'_{\max}, +x'_{\max}]$ et $[-y'_{\max}, +y'_{\max}]$ qui correspondent à l'étendue spatiale de l'enregistrement ($M \times N$ pixels de pas $p_x \times p_y$, CCD de taille $Np_x \times Mp_y$) ; soit $x'_{\max} = Np_x/2$ et $y'_{\max} = Mp_y/2$. Les fréquences spatiales locales de $\tilde{W}_C(x, y)$ sont :

$$\begin{cases} u_i = x \left(\frac{1}{\lambda_c d_r} + \frac{1}{\lambda d_0} - \frac{1}{\lambda_c R_c} - \frac{1}{\lambda d_s} \right) \\ v_i = y \left(\frac{1}{\lambda_c d_r} + \frac{1}{\lambda d_0} - \frac{1}{\lambda_c R_c} - \frac{1}{\lambda d_s} \right) \end{cases}, \quad (2.27)$$

et la bande passante totale est donnée par :

$$\begin{cases} \Delta u = Np_x \left(\frac{1}{\lambda_c d_r} + \frac{1}{\lambda d_0} - \frac{1}{\lambda_c R_c} - \frac{1}{\lambda d_s} \right) \\ \Delta v = Mp_y \left(\frac{1}{\lambda_c d_r} + \frac{1}{\lambda d_0} - \frac{1}{\lambda_c R_c} - \frac{1}{\lambda d_s} \right) \end{cases}. \quad (2.28)$$

Comme nous savons que la bande passante spatiale Δu se traduit par une largeur spatiale ΔX dans l'espace reconstruit via la relation $\Delta X = \lambda_c d_r \Delta u$. Ainsi, dans le plan reconstruit, la largeur de la tache donnée par cette fonction suivant x et y est donnée par :

$$\begin{cases} \rho_x^C = \lambda_c \Delta u d_r = N p_x \left(1 + \frac{\lambda_c d_r}{\lambda d_0} - \frac{d_r}{R_c} - \frac{\lambda_c d_r}{\lambda d_s} \right) \\ \rho_y^C = \lambda_c \Delta v d_r = M p_y \left(1 + \frac{\lambda_c d_r}{\lambda d_0} - \frac{d_r}{R_c} - \frac{\lambda_c d_r}{\lambda d_s} \right) \end{cases} \quad (2.29)$$

Cette expression permet donc de chiffrer la contribution du défaut de mise au point à l'élargissement de la tache image. Elle ne dépend que de l'horizon d'observation dans la direction considérée et des rapports entre distances et courbures. Remarquons que si la relation de conjugaison 2.25 est vérifiée, l'objet est au point et cette contribution est nulle.

Nous utiliserons les notions de conjugaison et de grandissement au Chapitre 3 pour la mise au point d'algorithmes de convolution adaptés à l'holographie numérique couleur.

2.5 Influence de la saturation des pixels

2.5.1 Introduction

Nous avons vu précédemment que le processus holographique numérique peut être très bien décrit par des phénomènes linéaires. Les études menées au laboratoire ont permis de prendre en compte certaines sources de perturbation comme discrétisation des espaces d'enregistrement et de reconstruction, surface active des pixels, défaut de mise au point, aberrations de la surface d'onde de référence et courbure des ondes [18,106]. Stadelmaier s'est intéressé à la compensation des aberrations induites par les lentilles [122]. D'autres auteurs se sont attachés à étudier l'influence du bruit dans la reconstruction. Par exemple Baumbach *et al* ont proposé de réduire le bruit de speckle en utilisant des reconstructions décalées latéralement et moyennées point par point [116]. Mills *et al* ont discuté théoriquement et expérimentalement de l'influence de la quantification de l'hologramme [119]. Ils ont montré qu'une image reconstruite de façon adéquate pour la visualisation doit être calculée avec au moins 4 bits de numérisation. Charrière *et al* ont étudié le bruit de photons et son incidence sur le rapport signal/bruit dans la mesure en microscopie holographique numérique [123,124] et Gross *et al* se sont intéressés à la limite de détection ultime en holographie numérique [125,126]. D'autres auteurs ont étudié d'autres effets tels que le facteur de remplissage des pixels sur la qualité des hologrammes reconstruits [109,127].

Ces auteurs ont généralement considéré des bruits additifs à l'hologramme. En revanche, les non-linéarités du processus n'ont pas été étudiées, à notre connaissance. Par exemple, il est peu connu qu'un hologramme saturé très fortement jusqu'à plus de 50% possède encore la faculté de donner une image de bonne qualité. La saturation des pixels est un phénomène récurrent en holographie numérique. Ceci est dû au caractère speckle de l'image dont l'histogramme s'étend d'autant plus que la distance objet-CCD est grande. Dans cette partie du Chapitre 2, nous allons nous intéresser au phénomène de saturation de l'hologramme et à la qualité de la reconstruction. Nous présenterons une étude expérimentale, puis une modélisation analytique basée sur une décomposition en série de Fourier. Enfin nous tenterons de généraliser la formulation linéaire de l'équation 2.20 au phénomène non linéaire de saturation de l'hologramme.

2.5.2 Etude expérimentale

Pour mettre en évidence l'effet de la saturation des pixels, on utilise le dispositif expérimental décrit sur la figure 2.3. Le dispositif est hors axe et classique, excepté pour la présence du dépoli en sortie de l'objectif de microscope sur le faisceau objet. Ce dépoli va permettre de moyennner des réalisations stochastiques. En effet, l'éclairage de l'objet est diffus en raison de la présence du speckle généré par le dépoli mobile. Pour chaque position du dépoli, on enregistre 10 hologrammes. L'objet est une pièce de 1€. Les paramètres sont les suivants : $p_x = p_y = 4,65 \mu\text{m}$, $\lambda = 532\text{nm}$,

$d_0 = 670 \text{ nm}$, $K = L = 1024$ (reconstruction avec troncature). Le capteur CCD donne une image numérisée sur 8 bits, le niveau de saturation est donc de 255.

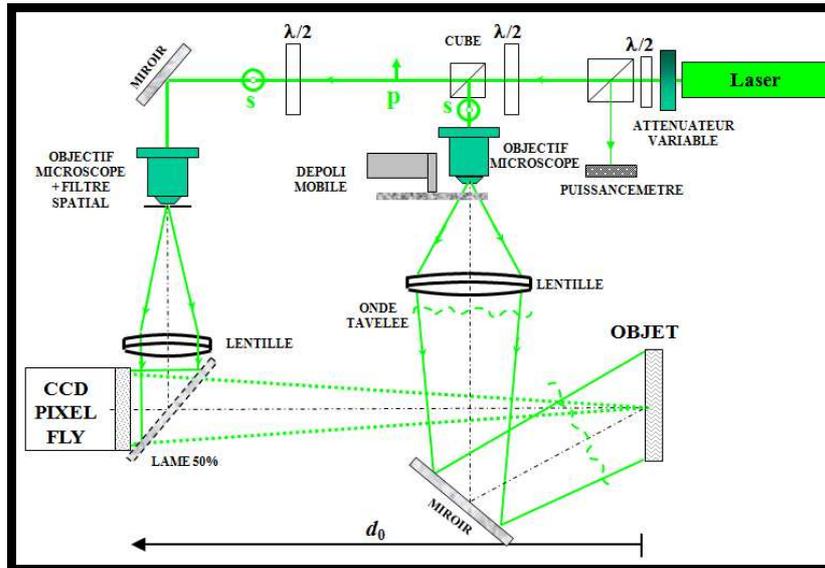


Figure 2.3 : Dispositif expérimental

Dans le même temps, on utilise un puissance-mètre pour mesurer la puissance injectée dans l'interféromètre. Cette mesure servira à recaler expérience et simulation numérique. On enregistre 29 valeurs de la puissance étalées entre 2 mW (pas de saturation) et 55 mW (saturation totale), ce qui conduit à enregistrer 290 hologrammes. Lors du calcul des hologrammes, on estime le taux de saturation en calculant le ratio entre le nombre de pixels à un niveau 255 et le nombre total de pixels dans l'image. La figure 2.4 montre l'évolution du taux de saturation en fonction de la puissance mesurée.

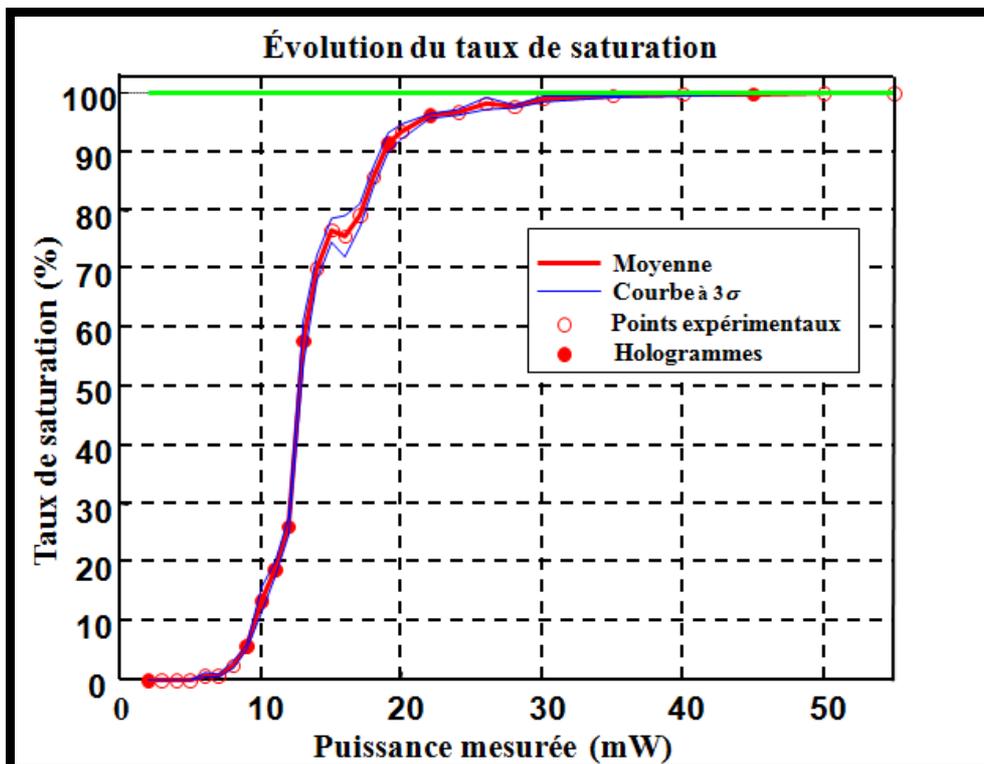


Figure 2.4 : Evolution du taux de saturation en fonction de la puissance

La courbe rouge correspond au taux de saturation moyen évalué sur les 10 hologrammes enregistrés. Les courbes bleues correspondent à la mesure à 3σ et les points rouges à fond blanc correspondent aux points expérimentaux. La mesure de la puissance injectée dans l'interféromètre holographique permet d'estimer la relation entre la puissance et l'évolution du niveau moyen de l'hologramme. La figure 2.5 montre l'évolution du niveau moyen mesuré en fonction de la puissance. On constate une zone linéaire jusqu'à 13 mW, puis une courbe typique de saturation avec le niveau moyen qui tend vers 255 niveaux de gris (LSB). La courbe rouge est une interpolation linéaire du niveau moyen pour la zone linéaire. Cette courbe nous permettra ultérieurement dans ce chapitre de recalibrer les amplitudes complexes pour simuler numériquement la saturation.

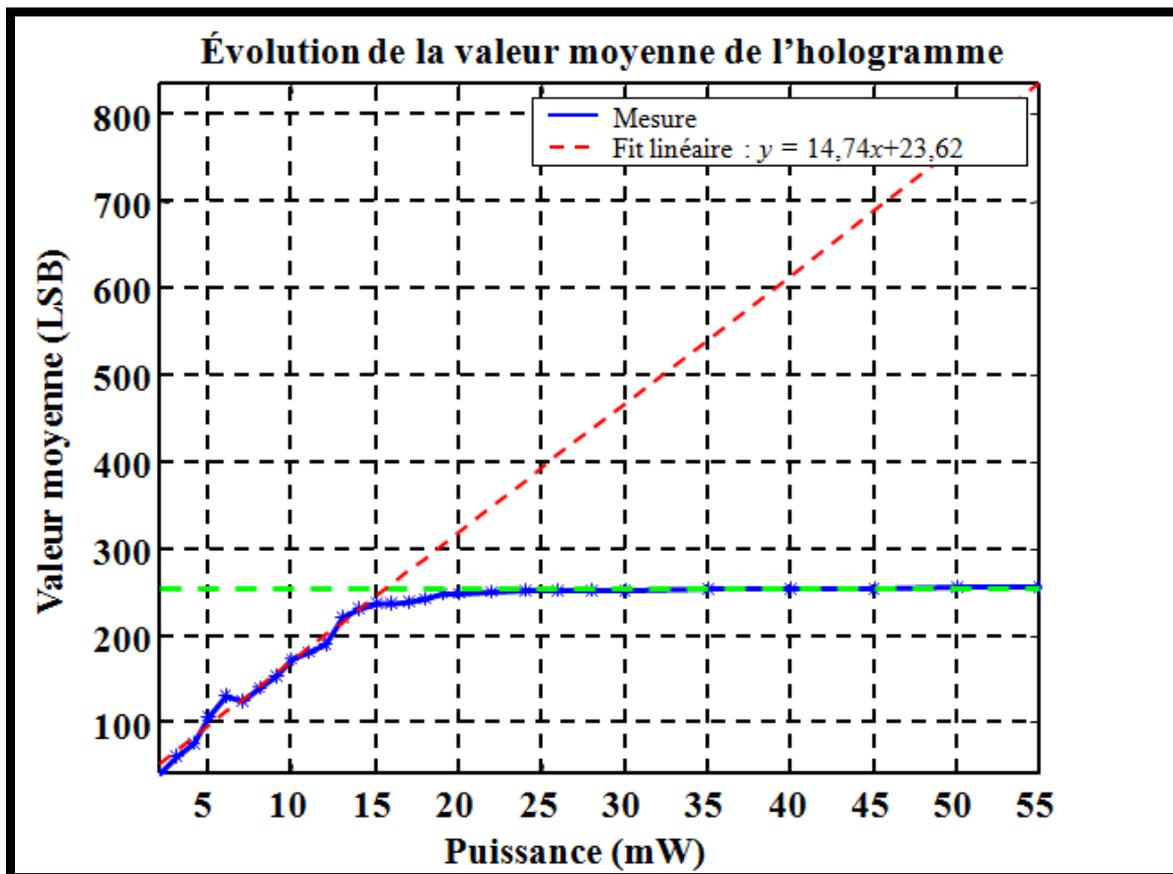


Figure 2.5 : Evolution du niveau moyen de l'hologramme en fonction de la puissance

La figure 2.6 illustre l'évolution de la saturation et représente 9 hologrammes choisis sur la courbe aux points rouges à fond rouge. Les taux de saturation sont respectivement : 0% ;5,7% ;13,6% ;18,8% ;26,1% ;57,7% ;79,1% ;91,5% ;99,8%.

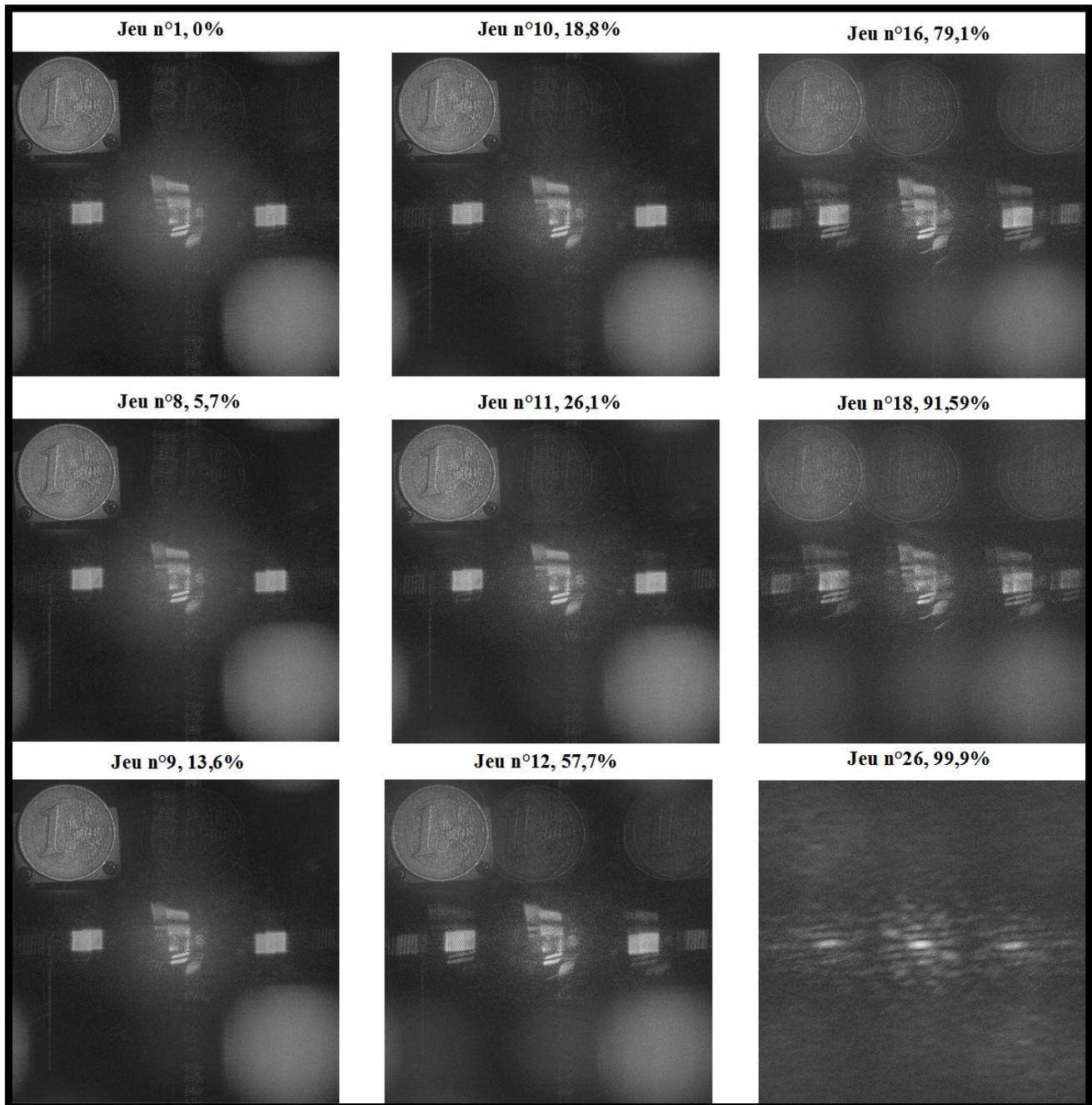


Figure 2.6 : Effet de la saturation sur la qualité de l'hologramme reconstruit

On observe que l'hologramme se dégrade progressivement avec l'augmentation du taux de saturation. Pour un taux de 12%, l'effet est imperceptible. Pour un taux de 58% l'hologramme est toujours de très bonne qualité même si on observe l'apparition d'un bruit additif et le renforcement d'une image parasite au centre et à droite sur le haut de l'image. Avec 92% de saturation l'image est dégradée mais encore bien visible, puis elle disparaît sévèrement pour 96% et 99,9%. A 100% de saturation elle a évidemment complètement disparu. Par ailleurs, le lecteur notera que la résolution sur l'image n'est pas significativement dégradée bien que le nombre de pixels effectifs pour construire l'image soit de plus en plus faible. La dégradation de l'image évolue surtout avec l'augmentation d'un bruit additif superposé à l'image.

Ces résultats mettent en évidence la robustesse de l'holographie numérique hors axe en regard de la saturation des pixels. Les paragraphes suivants proposent une interprétation mathématique de cet effet ainsi qu'une simulation numérique à partir de la mesure réelle.

A partir des hologrammes enregistrés sans saturation, nous pouvons extraire tous les paramètres du signal. En effet, un filtrage tout ou rien dans le plan de Fourier permet d'extraire par transformée de Fourier inverse l'ordre +1, noté M_1 , et l'ordre 0, noté M_0 , desquels on peut estimer les amplitudes et phase des ondes objet et de référence. En effet, nous avons $M_1 = a_r a_0$ et $M_0 = a_r^2 + a_0^2$ d'où on déduit

$$\begin{cases} a_r = \sqrt{\frac{1}{2} \left(M_0 + \sqrt{M_0^2 - M_1^2} \right)} \\ a_0 = \frac{M_1}{a_r} \end{cases} \quad (2.30)$$

La figure 2.7 montre le spectre d'un hologramme non saturé pour la puissance 2 mW.

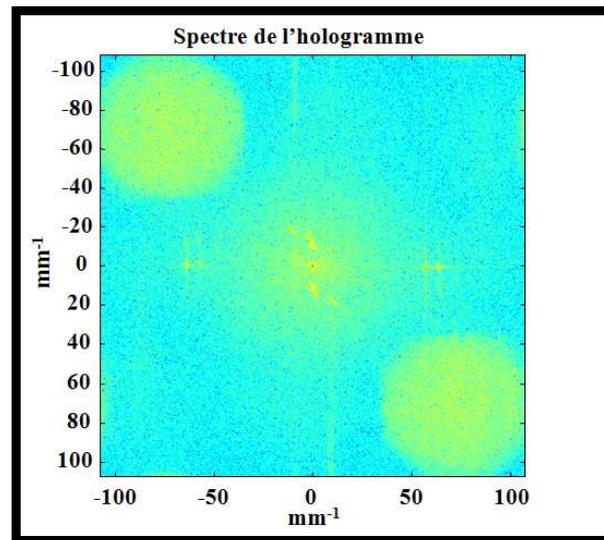


Figure 2.7 : Spectre de l'hologramme non saturé

A partir de fonctions de filtrage tout ou rien de la figure 2.8, nous pouvons estimer les amplitudes complexes des deux ondes.

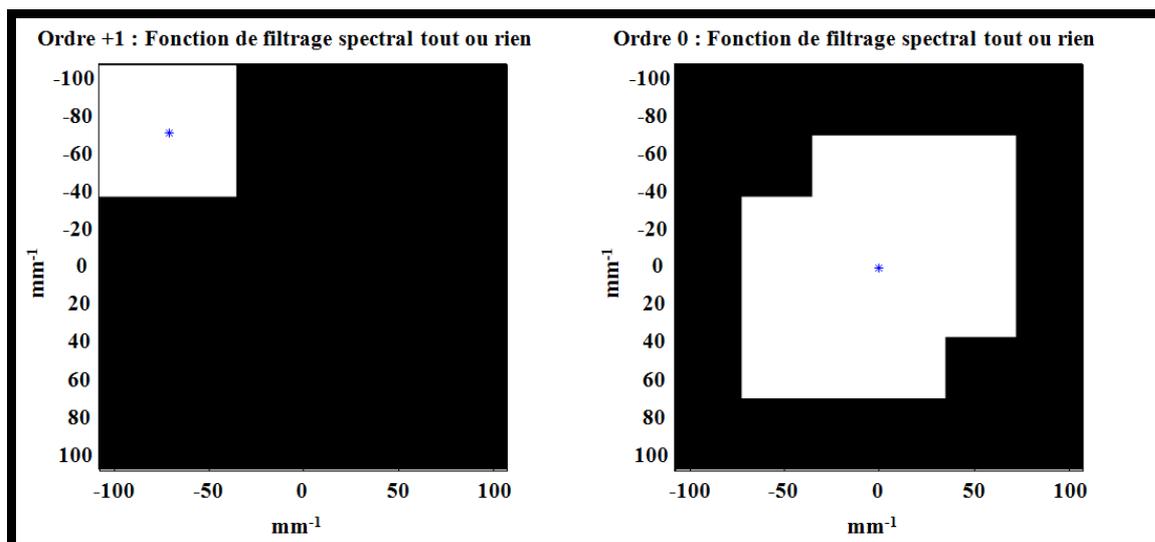


Figure 2.8 : Fonctions de filtrage de l'ordre +1 et l'ordre 0

La fonction de filtrage de l'ordre 0 correspond à deux fois la largeur de celle de l'ordre +1 privée de la zone d'intersection entre les deux fonctions tout ou rien des deux ordres. La figure 2.9 montre les résultats obtenus : ordre 0, ordre +1, amplitude a_0 , amplitude a_r . Elle montre également la comparaison entre l'hologramme réel enregistré et l'hologramme de synthèse constitué à partir de $a_r \exp(j\varphi_r)$ et $a_0 \exp(j\varphi_0)$.

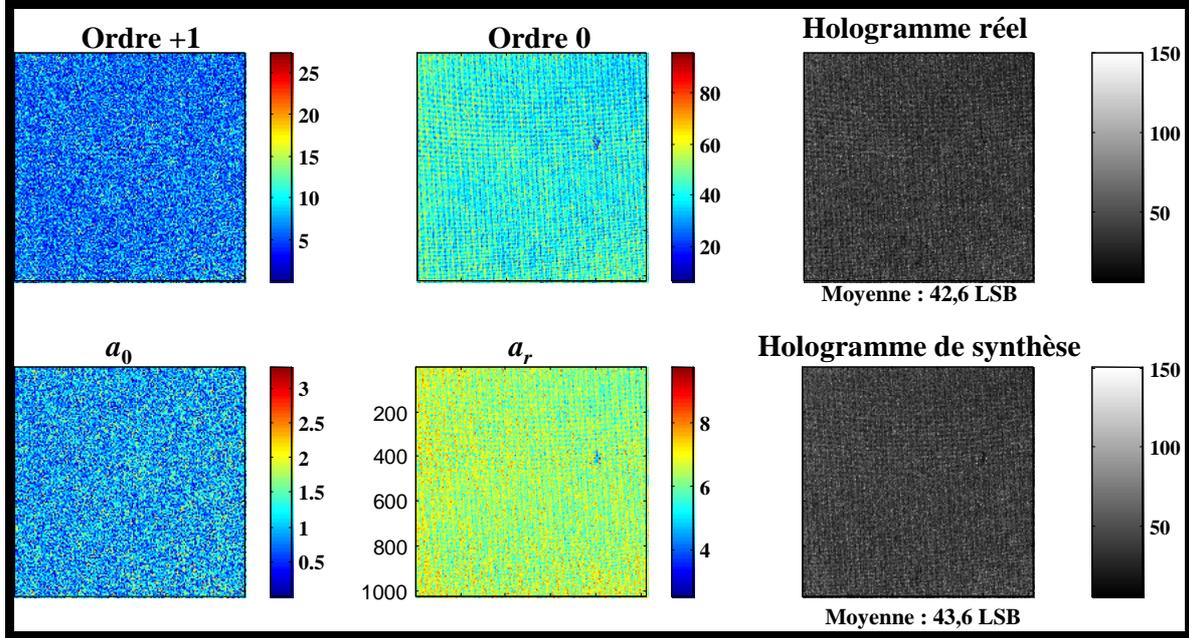


Figure 2.9 : Comparaison entre l'hologramme réel et l'hologramme de synthèse

Le niveau moyen de l'hologramme de synthèse est de 43,6 LSB (LSB : Least Significant Bit) et il est très proche de celui de l'hologramme réel qui est de 42,6 LSB, soit une erreur de 2,3% ce qui est tout à fait raisonnable. Ces résultats seront utiles pour simuler la saturation et confronter le modèle analytique à l'expérience.

2.5.3 Modèle d'hologramme saturé

Nous avons déjà écrit à l'équation 1.17 du Chapitre 1, que l'hologramme est une composition interférentielle de la forme

$$H = |U_r + U_0|^2 = |U_r|^2 + |U_0|^2 + U_r^* U_0 + U_r U_0^* \quad (2.31)$$

Considérons le cas où l'onde de référence est plane uniforme et s'écrit,

$$U_r = a_r \exp(2j\pi(u_r x + v_r y)) \quad (2.32)$$

On a

$$H = |U_r|^2 + |U_0|^2 + a_r a_0 \exp(2j\pi(u_r x + v_r y)) \exp(j\varphi_0) + a_r a_0 \exp(-2j\pi(u_r x + v_r y)) \exp(-j\varphi_0) \quad (2.33)$$

L'hologramme peut s'écrire aussi sous la forme condensée suivante :

$$H = a + b \cos(\varphi_0 + 2\pi(u_r x + v_r y)), \quad (2.34)$$

avec $a = |U_r|^2 + |U_0|^2 = a_r^2 + a_0^2$ et $b = 2a_r a_0$; a étant la valeur moyenne du signal et b la modulation des franges.

Considérons le problème à 1 dimension et un hologramme H codé sur un nombre de bits n bits. Nous avons :

$$H(x) = a + b \cos(\varphi_0 + 2\pi u_r x), \quad (2.35)$$

Le niveau de saturation est noté $H_{sat} = 2^{n_{bits}} - 1$.

On peut définir l'ensemble des hologrammes saturés comme une partition de l'ensemble des hologrammes constitués uniquement des pixels saturés et de l'ensemble des hologrammes constitués uniquement des pixels non saturés. Ainsi, quand l'hologramme est saturé, on peut le décomposer comme suit :

$$H(x) = \begin{cases} a + b \cos(\varphi_0 + 2\pi u_r x) & \text{si } a + b < H_{sat} \\ H_{sat} & \text{si } a + b \geq H_{sat} \end{cases} \quad (2.36)$$

Ainsi, l'abscisse du point de saturation x_{sat} est défini par :

$$\begin{cases} H_{sat} = a + b \cos(\varphi_0 + 2\pi u_r x_{sat}) & \text{si } a + b \geq H_{sat} \\ x_{sat} = 0 & \text{si } a + b < H_{sat} \end{cases} \quad (2.37)$$

Soit aussi

$$\begin{cases} x_{sat} = \frac{1}{2\pi u_r} \arccos\left(\frac{H_{sat} - a}{b}\right) & \text{si } a + b \geq H_{sat} \\ x_{sat} = 0 & \text{si } a + b < H_{sat} \end{cases} \quad (2.38)$$

La figure 2.10 illustre la situation avec un signal non saturé et un signal saturé

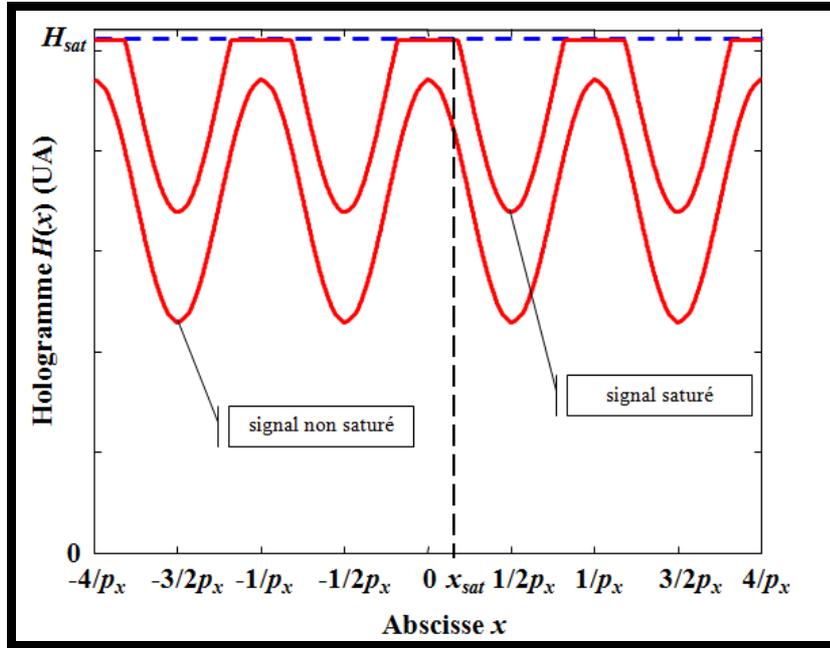


Figure 2.10 : Modèle d'hologramme saturé

Dans l'hologramme, le taux de saturation est défini par le ratio entre le nombre de pixels saturés et le nombre de pixels total. Ce taux ($0 \leq \tau \leq 1$) peut être traduit aussi par le ratio :

$$\tau = \frac{\int_{-x_{sat}}^{+x_{sat}} H_{sat} dx}{\int_{-1/2u_r}^{+1/2u_r} H_{sat} dx} = \frac{2x_{sat} H_{sat}}{H_{sat} / u_r} = 2u_r x_{sat} = \frac{1}{\pi} \arccos\left(\frac{H_{sat} - a}{b}\right) \quad (2.39)$$

On constate également que

$$2\pi u_r x_{sat} = \arccos\left(\frac{H_{sat} - a}{b}\right) = \pi \tau \quad (2.40)$$

L'hologramme saturé n'est plus une composition interférentielle à deux ondes mais se transforme par ce processus non linéaire en composition multi harmoniques. Ce signal est décomposable en série de Fourier.

2.5.4 Décomposition harmonique de l'hologramme saturé

L'hologramme saturé, ou non, est une fonction périodique de période $1/u_r$. Pour le signal à 1 dimension, sa décomposition en série de Fourier est donnée par :

$$H(x) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} c_n \exp(2j\pi n u_r x + nj\varphi_0) = \sum_{k=0}^{+\infty} H_k(x), \quad (2.41)$$

avec H_k l'harmonique d'ordre k et les coefficients de Fourier donnés par :

$$c_n = u_r \int_{-1/2u_r}^{1/2u_r} H(x) \exp(-2j\pi n u_r x + nj\varphi_0) dx. \quad (2.42)$$

Pour simplifier le calcul, supposons $\varphi_0 = 0$. L'harmonique d'ordre 0 est donnée par

$$c_0 = u_r \int_{-1/2u_r}^{-x_{sat}} (a + b \cos(2\pi u_r x)) dx + u_r \int_{-x_{sat}}^{x_{sat}} H_{sat} dx + u_r \int_{x_{sat}}^{1/2u_r} (a + b \cos(2\pi u_r x)) dx, \quad (2.43)$$

qui, après calcul conduit à,

$$c_0 = a + 2u_r x_{sat} (H_{sat} - a) - \frac{b}{\pi} \sin(2\pi u_r x_{sat}). \quad (2.44)$$

Pour l'harmonique d'ordre +1, nous avons

$$c_1 = u_r \int_{-1/2u_r}^{-x_{sat}} (a + b \cos(2\pi u_r x)) \exp(-2j\pi u_r x) dx + u_r \int_{-x_{sat}}^{x_{sat}} H_{sat} \exp(-2j\pi u_r x) dx + u_r \int_{x_{sat}}^{1/2u_r} (a + b \cos(2\pi u_r x)) \exp(-2j\pi u_r x) dx, \quad (2.45)$$

conduisant après calcul à

$$c_1 = \frac{b}{2} - bu_r x_{sat} + \frac{(H_{sat} - a)}{\pi} \sin(2\pi u_r x_{sat}) - \frac{b}{4\pi} \sin(4\pi u_r x_{sat}). \quad (2.46)$$

Pour l'harmonique d'ordre n , $n > 1$, nous avons

$$c_n = u_r \int_{-1/2u_r}^{-x_{sat}} (a + b \cos(2\pi u_r x)) \exp(-2j\pi n u_r x) dx + u_r \int_{-x_{sat}}^{x_{sat}} H_{sat} \exp(-2j\pi n u_r x) dx + u_r \int_{x_{sat}}^{1/2u_r} (a + b \cos(2\pi u_r x)) \exp(-2j\pi n u_r x) dx, \quad (2.47)$$

conduisant à : $\forall n > 1$,

$$c_n = \frac{(H_{sat} - a)}{n\pi} \sin(2\pi n u_r x_{sat}) + \frac{b}{2\pi(n-1)} \sin(2\pi u_r (1-n)x_{sat}) - \frac{b}{2\pi(1+n)} \sin(2\pi u_r (1+n)x_{sat}) \quad (2.48)$$

D'après l'équation 2.40, les coefficients du développement de Fourier s'écrivent en fonction du taux de saturation. On a finalement :

$$c_0 = a(1 - \tau) + \tau H_{sat} - \frac{b}{\pi} \sin(\pi\tau), \quad (2.49)$$

$$c_1 = \frac{b}{2}(1 - \tau) + \frac{(H_{sat} - a)}{\pi} \sin(\pi\tau) - \frac{b}{4\pi} \sin(2\pi\tau), \quad (2.50)$$

$$c_n = \frac{(H_{sat} - a)}{n\pi} \sin(n\pi\tau) + \frac{b}{2\pi(n-1)} \sin(\pi(1-n)\tau) - \frac{b}{2\pi(1+n)} \sin(\pi(1+n)\tau) \quad \forall n > 1. \quad (2.51)$$

La décomposition harmonique de l'hologramme saturé est donc :

$$\begin{aligned}
 H(\tau) = & a(1-\tau) + \tau H_{sat} - \frac{2a_r a_0}{\pi} \sin(\pi\tau) \\
 & + \left[a_r a_0 (1-\tau) + \frac{H_{sat} - a}{\pi} \sin(\pi\tau) - \frac{a_r a_0}{2\pi} \sin(2\pi\tau) \right] \left[\exp(2j\pi(u_r x + v_r y)) \exp(j\varphi_0) + cc \right] \\
 & + \left[\frac{H_{sat} - a}{2\pi} \sin(2\pi\tau) - \frac{a_r a_0}{\pi} \sin(\pi\tau) - \frac{a_r a_0}{3\pi} \sin(3\pi\tau) \right] \left[\exp(4j\pi(u_r x + v_r y)) \exp(2j\varphi_0) + cc \right] \\
 & + \left[\frac{H_{sat} - a}{3\pi} \sin(3\pi\tau) - \frac{a_r a_0}{2\pi} \sin(2\pi\tau) - \frac{a_r a_0}{4\pi} \sin(4\pi\tau) \right] \left[\exp(6j\pi(u_r x + v_r y)) \exp(3j\varphi_0) + cc \right] \\
 & + \left[\frac{H_{sat} - a}{4\pi} \sin(4\pi\tau) - \frac{a_r a_0}{3\pi} \sin(3\pi\tau) - \frac{a_r a_0}{5\pi} \sin(5\pi\tau) \right] \left[\exp(8j\pi(u_r x + v_r y)) \exp(4j\varphi_0) + cc \right] \\
 & + \dots \\
 & + \left[\frac{H_{sat} - a}{n\pi} \sin(n\pi\tau) - \frac{a_r a_0}{(n-1)\pi} \sin((n-1)\pi\tau) - \frac{a_r a_0}{(n+1)\pi} \sin((n+1)\pi\tau) \right] \left[\exp(2nj\pi(u_r x + v_r y)) \exp(nj\varphi_0) + cc \right]
 \end{aligned} \tag{2.52}$$

où cc signifie « complexe conjugué ».

A priori, il faudrait prendre en compte une infinité d'harmoniques pour traiter le problème de la saturation. Les résultats et analyses indiquent que 5 harmoniques ($n = 0, 1, 2, 3, 4$) suffisent pour décrire l'ensemble du processus de saturation. Dans ces conditions, nous considérerons l'hologramme saturé avec uniquement 5 harmoniques (0 à 4). L'amplitude des harmoniques varie avec le taux de saturation. Les figures 2.11 à 2.15 montrent la variation de l'amplitude des harmonique 0 à 4 en fonction de τ , pour τ variant de 0 à 100% et pour trois différentes modulations de l'hologramme non saturé, $m = b/a = \{1/10, 1/2, 1\}$, avec $a = 100$ et une numérisation sur 8 bits, soit $H_{sat} = 255$.

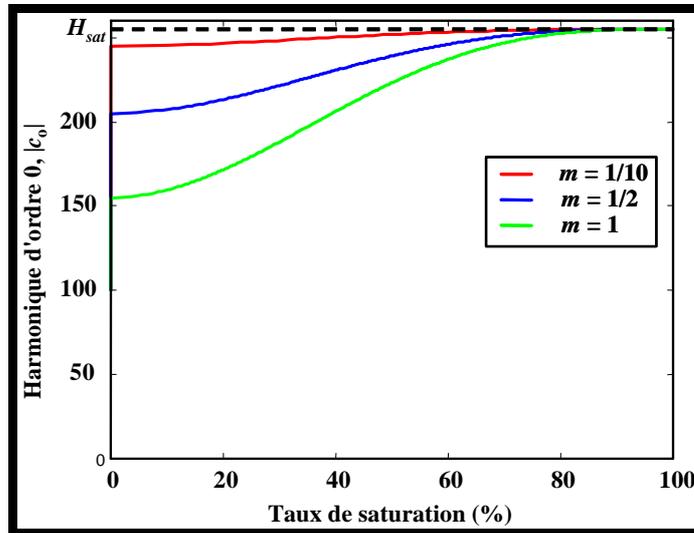


Figure 2.11 : Amplitude de l'harmonique 0 en fonction du taux de saturation

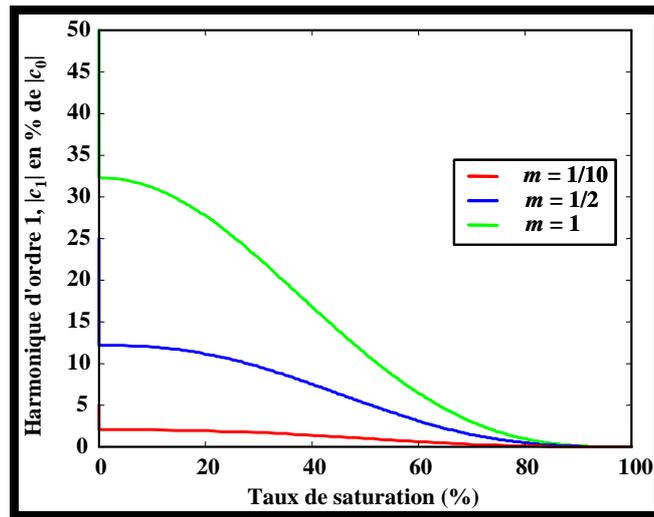


Figure 2.12 : Amplitude de l'harmonique 1, en % de l'amplitude de l'ordre 0, en fonction du taux de saturation

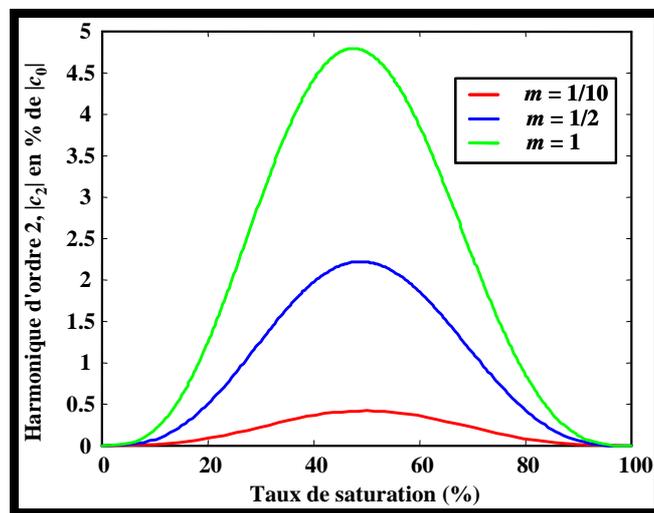


Figure 2.13 : Amplitude de l'harmonique 2, en % de l'amplitude de l'ordre 0, en fonction du taux de saturation

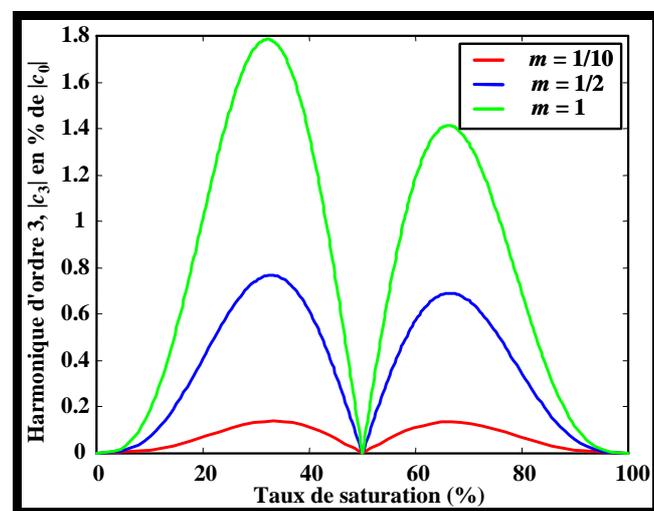


Figure 2.14 : Amplitude de l'harmonique 3, en % de l'amplitude de l'ordre 0, en fonction du taux de saturation

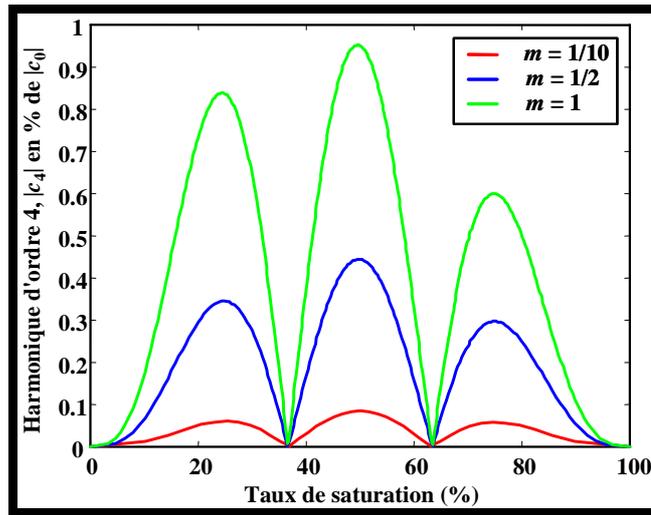


Figure 2.15 : Amplitude de l'harmonique 4, en % de l'amplitude de l'ordre 0, en fonction du taux de saturation

Pour les figures 2.12 à 2.15, nous avons représenté l'amplitude de l'harmonique 1 à 4, en % de l'amplitude de l'harmonique d'ordre 0 et en fonction du taux de saturation. Notons que la modulation traduit le contraste des franges d'interférences, ainsi ces figures montrent que plus le contraste sera élevé, plus grande sera la vitesse de dégradation de l'amplitude. On constate que l'harmonique d'ordre +1, qui porte l'information utile sur l'objet, s'éteint fortement au delà de 80% de saturation. Ce résultat est corrélé aux observations expérimentales de la figure 2.6. On constate également que les harmoniques d'ordre 2, 3 et 4 ont des amplitudes de quelques % de l'ordre 0 pour des taux de saturation supérieurs à 60%. Ces harmoniques vont donc contribuer au bruit additif que l'on voit apparaître progressivement sur la figure 2.6.

2.5.5 Reconstruction numérique de l'hologramme saturé

Les résultats précédents montrent que l'hologramme saturé est une superposition de plusieurs ordres dont les amplitudes varient avec le taux de saturation. On s'intéressera dans ce paragraphe à la structure du champ reconstruit.

2.5.5.1 Terme d'ordre 0

Le terme d'ordre 0 est le 1^{er} terme de la série et s'écrit :

$$\begin{aligned}
 H_0 &= a(1-\tau) + \tau H_{sat} - \frac{2a_r a_0}{\pi} \sin(\pi\tau) \\
 &= (a_r^2 + a_0^2)(1-\tau) + \tau H_{sat} - 2a_r a_0 \frac{\sin(\pi\tau)}{\pi}
 \end{aligned} \tag{2.53}$$

Ce terme décroît quand τ augmente, sa transformée de Fresnel est localisée au centre de l'image et son étendue est liée à l'auto corrélation de l'onde objet du fait de la présence du terme $|a_0^2|^2$. Le terme constant τH_{sat} augmente avec τ et sa transformée de Fresnel est une fonction rectangulaire de largeur $Np_x \times Mp_y$ et de hauteur τH_{sat} , et centrée dans le plan image. Expérimentalement, cette constante peut être supprimée et elle a donc peu d'influence sur le processus de reconstruction.

2.5.5.2 Terme d'ordre 1

Le terme d'ordre 1 est donné par :

$$H_1 = \left[a_r a_0 (1 - \tau) + \frac{H_{sat} - a}{\pi} \sin(\pi\tau) - \frac{a_r a_0}{2\pi} \sin(2\pi\tau) \right] \left[\exp(2j\pi(u_r x + v_r y)) \exp(j\varphi_0) + cc \right] \quad (2.54)$$

Comme $a = a_r^2 + a_0^2$, on le réécrit :

$$\begin{aligned} H_1 = & \left[(1 - \tau) - \frac{\sin(2\pi\tau)}{2\pi} \right] [a_r \exp(j\varphi_r) a_0 \exp(j\varphi_0) + cc] \\ & + \frac{H_{sat} - a_r^2}{\pi} \sin(\pi\tau) [\exp(j\varphi_r) \exp(j\varphi_0) + cc] \\ & - \frac{\sin(\pi\tau)}{\pi} [\exp(j\varphi_r) a_0^2 \exp(j\varphi_0) + cc] \end{aligned} \quad (2.55)$$

L'ordre 1 est la superposition de trois images : la première correspond à l'ordre 1 de l'hologramme non saturé dont l'amplitude est désormais multipliée par $\left[(1 - \tau) - \frac{\sin(2\pi\tau)}{2\pi} \right]$ et décroît lorsque τ tend vers 1 ; le coefficient multiplicatif diminue avec τ et l'image reconstruite, fidèle à l'objet, diminue donc en amplitude quand τ augmente ; la seconde correspond à l'image créée par l'hologramme de phase pure dont l'amplitude objet est constante et égale à 1, son amplitude varie comme $\frac{H_{sat} - a_r^2}{\pi} \sin(\pi\tau)$; la troisième correspond à l'image créée par l'hologramme dont l'amplitude objet est le carré de celle de l'objet, son amplitude variant comme $-\frac{1}{\pi} \sin(\pi\tau)$. Du fait de la présence de la phase porteuse $\exp(j\varphi_r)$, l'ordre 1 est localisé en $(\lambda d_0 u_r, \lambda d_0 v_r)$ et $(-\lambda d_0 u_r, -\lambda d_0 v_r)$.

La figure 2.16 illustre la position des ordres reconstruits 0 et 1.

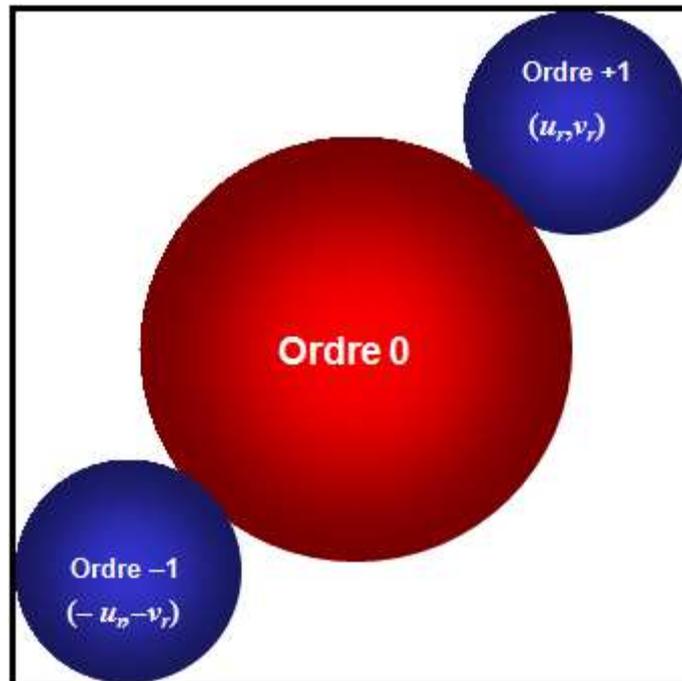


Figure 2.16 : Représentation des ordres 0 et 1

2.5.5.3 Terme d'ordre 2

D'après la décomposition en série de Fourier, le terme d'ordre 2 est :

$$H_2 = \left[\frac{H_{sat} - a}{2\pi} \sin(2\pi\tau) - \frac{a_r a_0}{\pi} \sin(\pi\tau) - \frac{a_r a_0}{3\pi} \sin(3\pi\tau) \right] \times [\exp(4j\pi(u_r x + v_r y)) \exp(2j\varphi_0) + \exp(-4j\pi(u_r x + v_r y)) \exp(-2j\varphi_0)] \quad (2.56)$$

que l'on réécrit

$$H_2 = -\frac{1}{3\pi} [3 \sin(\pi\tau) + \sin(3\pi\tau)] a_r \exp(j2\varphi_r) \sqrt{a_0} \exp(j\varphi_0) \sqrt{a_0} \exp(j\varphi_0) + cc \\ + \frac{H_{sat} - a_r^2}{2\pi} \sin(2\pi\tau) \exp(j2\varphi_r) \exp(j\varphi_0) \exp(j\varphi_0) + cc \\ - \frac{\sin(2\pi\tau)}{2\pi} \exp(j2\varphi_r) a_0 \exp(j\varphi_0) a_0 \exp(j\varphi_0) + cc \quad (2.57)$$

L'information de l'ordre +2 est localisée en $(2\lambda d_0 u_r, 2\lambda d_0 v_r)$ du fait de la présence de la phase de référence $2\varphi_r$, et compte tenu du théorème de Shannon, c'est une information qui replie. La reconstruction du 1^{er} terme de cet ordre donne une image liée à l'autoconvolution de la transformée de Fresnel de l'onde $\sqrt{a_0} \exp(j\varphi_0)$. Cet ordre est deux fois plus étalé que l'ordre +1 du fait de l'autoconvolution ; l'image n'est donc pas au point et l'objet est brouillé.

La reconstruction du 2^{ème} terme de cet ordre donne une image liée à l'autoconvolution de la transformée de Fresnel de l'onde $\exp(j\varphi_0)$. C'est à dire que cette image est l'autoconvoluton de l'image donnée par l'hologramme de phase pure de l'objet (c'est à dire pour $a_0 = 1$). L'image n'est donc pas au point et l'objet est également brouillé.

La reconstruction du 3^{ème} terme de l'ordre +2 donne une image liée à l'autoconvolution de la transformée de Fresnel de l'onde objet $a_0 \exp(j\varphi_0)$. C'est à dire que cette image est purement l'autoconvolution de l'ordre +1 de l'objet. De même, l'image n'est donc pas au point et l'objet est brouillé.

L'ordre +2 (resp -2) est la superposition de trois images : chacune des images est proportionnelle à l'autoconvolution de l'ordre +1. Compte tenu du repliement, cet ordre +2 est éclaté et localisé aux différents coins du champ reconstruit.

Afin d'illustrer le repliement des ordres, considérons la figure 2.17 qui montre les ordres 0, 1 et 2 dans le plan reconstruit. Le champ total calculé par transformée de Fresnel est de taille $\lambda d_r/p_x \times \lambda d_r/p_y$. L'ordre +2 est à l'extérieur de cette zone. De par le double échantillonnage de l'espace d'enregistrement et de l'espace reconstruit, les champs sont tous périodisés virtuellement.

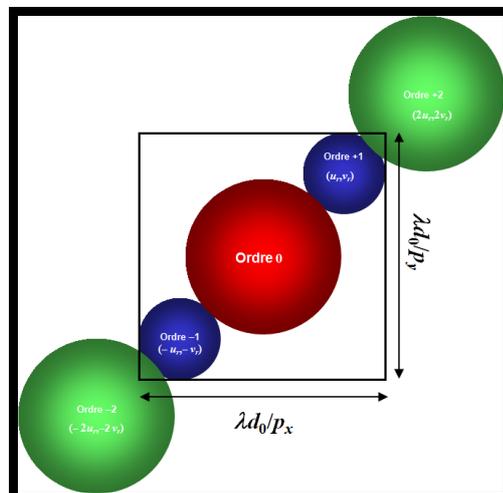


Figure 2.17 : Repliement spectral des ordres

Ceci signifie que le champ reconstruit de la figure 2.17 est répété à l'infini comme l'indique la figure 2.18, avec une période égale à sa largeur.

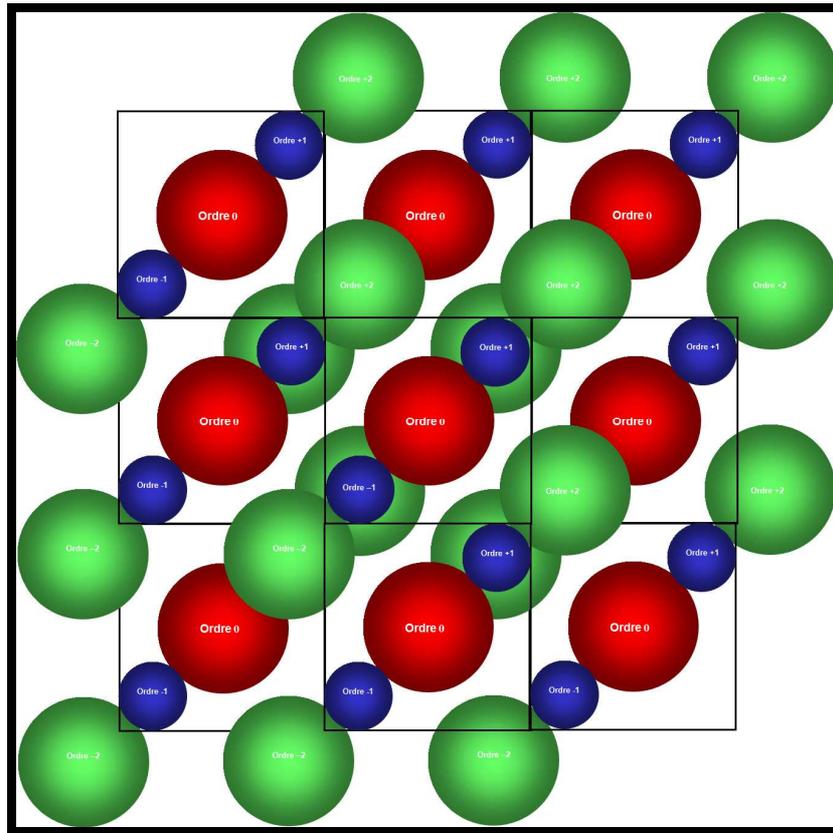


Figure 2.18 : Périodicité du plan reconstruit

Cependant, le calcul numérique ne donne accès qu'à la fenêtre principale, qui correspond au champ reconstruit. La figure 2.19 montre ainsi les contributions des ordres 0, 1 et 2 dans la fenêtre de reconstruction. On observe que l'ordre 2 qui replie dans la fenêtre principale se superpose à l'ordre +1 et contribue donc à brouiller l'image utile.

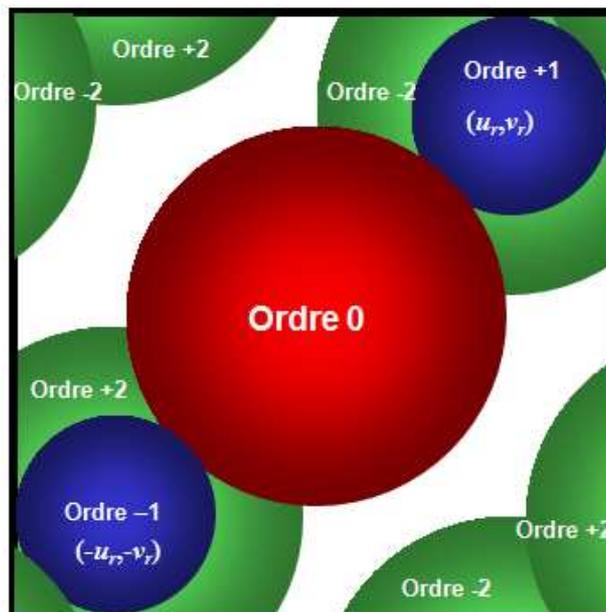


Figure 2.19 : Représentation des ordres 0, 1 et 2

2.5.5.4 Terme d'ordre 3

Le terme d'ordre 3 est le suivant :

$$H_3 = \left[\frac{H_{sat} - a}{3\pi} \sin(3\pi\tau) - \frac{a_r a_0}{2\pi} \sin(2\pi\tau) - \frac{a_r a_0}{4\pi} \sin(4\pi\tau) \right] \times [\exp(6j\pi(u_r x + v_r y)) \exp(3j\varphi_0) + \exp(-6j\pi(u_r x + v_r y)) \exp(-3j\varphi_0)] \quad (2.58)$$

que l'on réécrit

$$H_3 = -\frac{1}{4\pi} [2\sin(2\pi\tau) + \sin(4\pi\tau)] [a_r \exp(j3\varphi_r) \sqrt[3]{a_0} \exp(j\varphi_0) \sqrt[3]{a_0} \exp(j\varphi_0) \sqrt[3]{a_0} \exp(j\varphi_0) + cc] + \frac{H_{sat} - a_r^2}{3\pi} \sin(3\pi\tau) [\exp(j3\varphi_r) \exp(j\varphi_0) \exp(j\varphi_0) \exp(j\varphi_0) + cc] - \frac{\sin(3\pi\tau)}{3\pi} [\exp(j3\varphi_r) a_0^{2/3} \exp(j\varphi_0) a_0^{2/3} \exp(j\varphi_0) a_0^{2/3} \exp(j\varphi_0) + cc] \quad (2.59)$$

L'information de l'ordre +3 est localisée en $(3\lambda d_0 u_r, 3\lambda d_0 v_r)$ du fait de la présence de la phase de référence $3\varphi_r$, c'est également une information qui replie. La reconstruction du 1^{er} terme de cet ordre donne une image liée à la triple convolution de la transformée de Fresnel de l'onde $a_0^{1/3} \exp(j\varphi_0)$. De ce fait, cet ordre est donc trois fois plus étalé que l'ordre +1 et l'image est brouillée. La reconstruction du 2^{ème} terme de cet ordre donne une image liée à la triple convolution de la transformée de Fresnel de l'onde $\exp(j\varphi_0)$. Cette image n'est donc pas au point et l'objet est brouillé. La reconstruction du 3^{ème} terme de l'ordre +3 donne une image liée à la triple convolution de la transformée de Fresnel de l'onde objet $a_0^{2/3} \exp(j\varphi_0)$ et la zone est brouillée. En suivant le même raisonnement que pour l'ordre 2, la figure 2.20 illustre la superposition des ordres 0, 1 et 3.

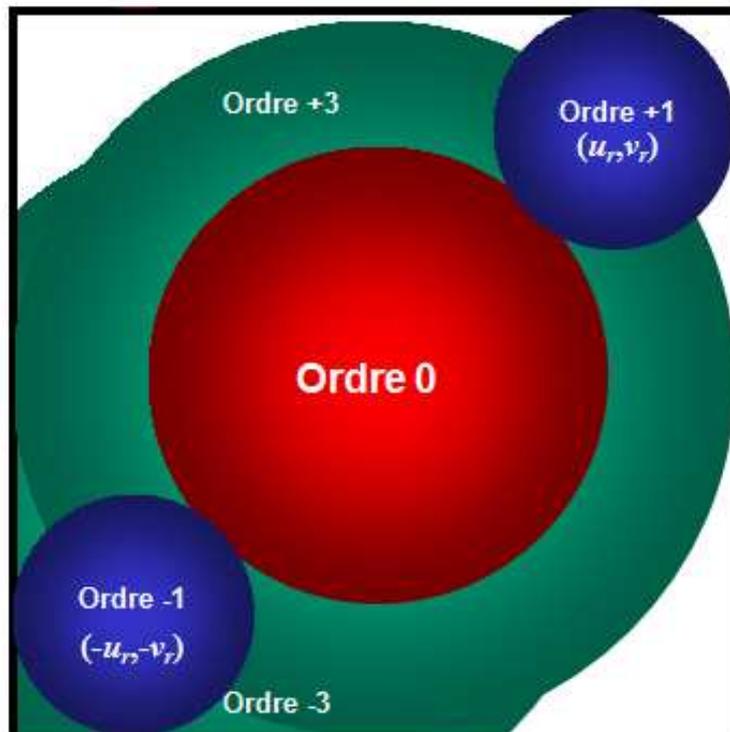


Figure 2.20 : Représentation des ordres 0, 1 et 3

2.5.5.5 Terme d'ordre 4

Selon la décomposition, nous avons :

$$H_4 = \left[\frac{H_{sat} - a}{4\pi} \sin(4\pi\tau) - \frac{a_r a_0}{3\pi} \sin(3\pi\tau) - \frac{a_r a_0}{5\pi} \sin(5\pi\tau) \right] \times [\exp(8j\pi(u_r x + v_r y)) \exp(4j\varphi_0) + \exp(-8j\pi(u_r x + v_r y)) \exp(-4j\varphi_0)] \quad (2.60)$$

que l'on réécrit

$$H_4 = -\frac{1}{3\pi} \left[\sin(3\pi\tau) + \frac{3}{5} \sin(5\pi\tau) \right] [a_r \exp(j4\varphi_r) a_0^{1/4} \exp(j\varphi_0) a_0^{1/4} \exp(j\varphi_0) a_0^{1/4} \exp(j\varphi_0) a_0^{1/4} \exp(j\varphi_0) + cc] + \frac{H_{sat} - a_r^2}{4\pi} \sin(4\pi\tau) [\exp(j4\varphi_r) \exp(j\varphi_0) \exp(j\varphi_0) \exp(j\varphi_0) \exp(j\varphi_0) + cc] - \frac{\sin(4\pi\tau)}{4\pi} [\exp(j4\varphi_r) \sqrt{a_0} \exp(j\varphi_0) \sqrt{a_0} \exp(j\varphi_0) \sqrt{a_0} \exp(j\varphi_0) \sqrt{a_0} \exp(j\varphi_0) + cc] \quad (2.61)$$

L'ordre +4 est localisé en $(4\lambda d_0 u_r, 4\lambda d_0 v_r)$ du fait de la présence de la phase de référence $4\varphi_r$. Il y a repliement de cet ordre. La reconstruction du 1^{er} terme de cet ordre donne une image liée à la quadruple convolution de la transformée de Fresnel de l'onde $a_0^{1/4} \exp(j\varphi_0)$. Cet ordre est donc quatre fois plus étalé que l'ordre +1 et l'image est brouillée. La reconstruction du 2^{ème} terme de cet ordre donne une image liée à la quadruple convolution de la transformée de Fresnel de l'onde $\exp(j\varphi_0)$ et l'image est brouillée. La reconstruction du dernier de l'ordre +4 donne une image liée à la quadruple convolution de la transformée de Fresnel de l'onde objet $a_0^{1/2} \exp(j\varphi_0)$ et la zone est brouillée. La figure 2.21 illustre la superposition des ordres 0, +1 et +4.

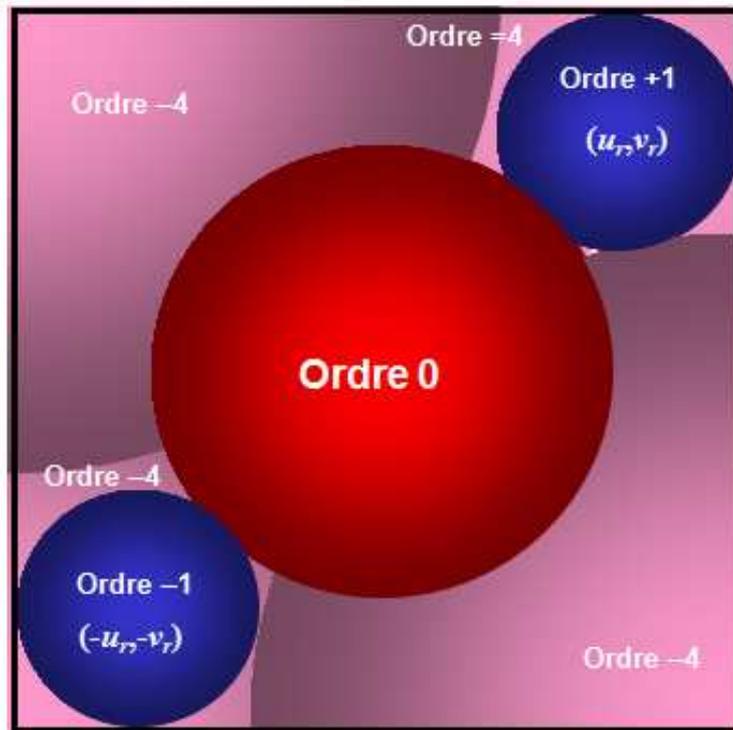


Figure 2.21 : Représentation des ordres 0, 1 et 4

2.5.6 Approximation exponentielle

Nous venons de voir que les harmoniques d'ordre supérieur à 1 sont élargis par la reconstruction numérique et se superposent à l'image utile contribuant ainsi à ajouter du bruit. La reconstruction implique des termes objets $a_0^n \exp(j\varphi_0)$ avec $0 \leq n \leq 1$ et $n = 2$. Pour $n = 0$, nous avons un hologramme de phase pure, pour $n = 1$ nous obtenons l'ordre +1 et pour toute autre valeur de n , nous avons une image holographique très proche de l'objet initial. Il n'est pas direct de démontrer cette dernière proposition et nous procéderons expérimentalement. Il est nécessaire de poser quelques hypothèses. Notons $A_{r,\alpha}^{+1}(x, y)$ l'ordre +1 reconstruit avec une amplitude $a_0^\alpha \exp(j\varphi_0)$, avec $0 \leq \alpha \leq 2$. Dans le cas où $\alpha = 1$ on notera $A_{r,1}^{+1}(x, y) = A_r^{+1}(x, y)$.

On définit les coefficients suivants :

$$\beta_{11} = \log \left[\frac{\langle |A_{r,1}^{+1}(x, y)| \rangle}{\langle |A_{r,0}^{+1}(x, y)| \rangle} \right] \quad (2.62)$$

$$\beta_{12} = \log \left[\frac{\langle |A_{r,2}^{+1}(x, y)| \rangle}{\langle |A_{r,1}^{+1}(x, y)| \rangle} \right] \quad (2.63)$$

où $\langle |\dots| \rangle$ signifie moyenne du module calculée sur l'ensemble du champ.

Alors on peut écrire :

$$A_{r,\alpha}^{+1}(x, y) \cong \exp(\beta_{11}(\alpha - 1)) A_r^{+1}(x, y) \text{ pour tout } 0 \leq \alpha \leq 1 \quad (2.64)$$

$$A_{r,\alpha}^{+1}(x, y) \cong \exp(\beta_{12}(\alpha - 1)) A_r^{+1}(x, y) \text{ pour tout } 1 \leq \alpha \leq 2 \quad (2.65)$$

C'est-à-dire que l'amplitude de l'hologramme reconstruit avec l'onde $a_0^\alpha \exp(i\varphi_0)$ est proportionnelle à celui reconstruit dans l'ordre +1 ($\alpha = 1$) le coefficient de proportionnalité étant $\exp(\beta_{11}(\alpha - 1))$ pour $0 \leq \alpha \leq 1$ et $\exp(\beta_{12}(\alpha - 1))$ pour $1 \leq \alpha \leq 2$.

La figure 2.22 montre les reconstructions $A_{r,\alpha}^{+1}(x, y)$ avec $\alpha = \{0, 1/4, 1/3, 1/2, 2/3, 2\}$. On constate la bonne similitude, au facteur d'échelle près, entre les reconstructions. Dans cet exemple issu de l'expérience, la valeur moyenne de a_0 est de 1,012 niveaux de gris. Cette figure montre aussi clairement que c'est bien la phase de l'objet qui est fondamentale dans le processus holographique.

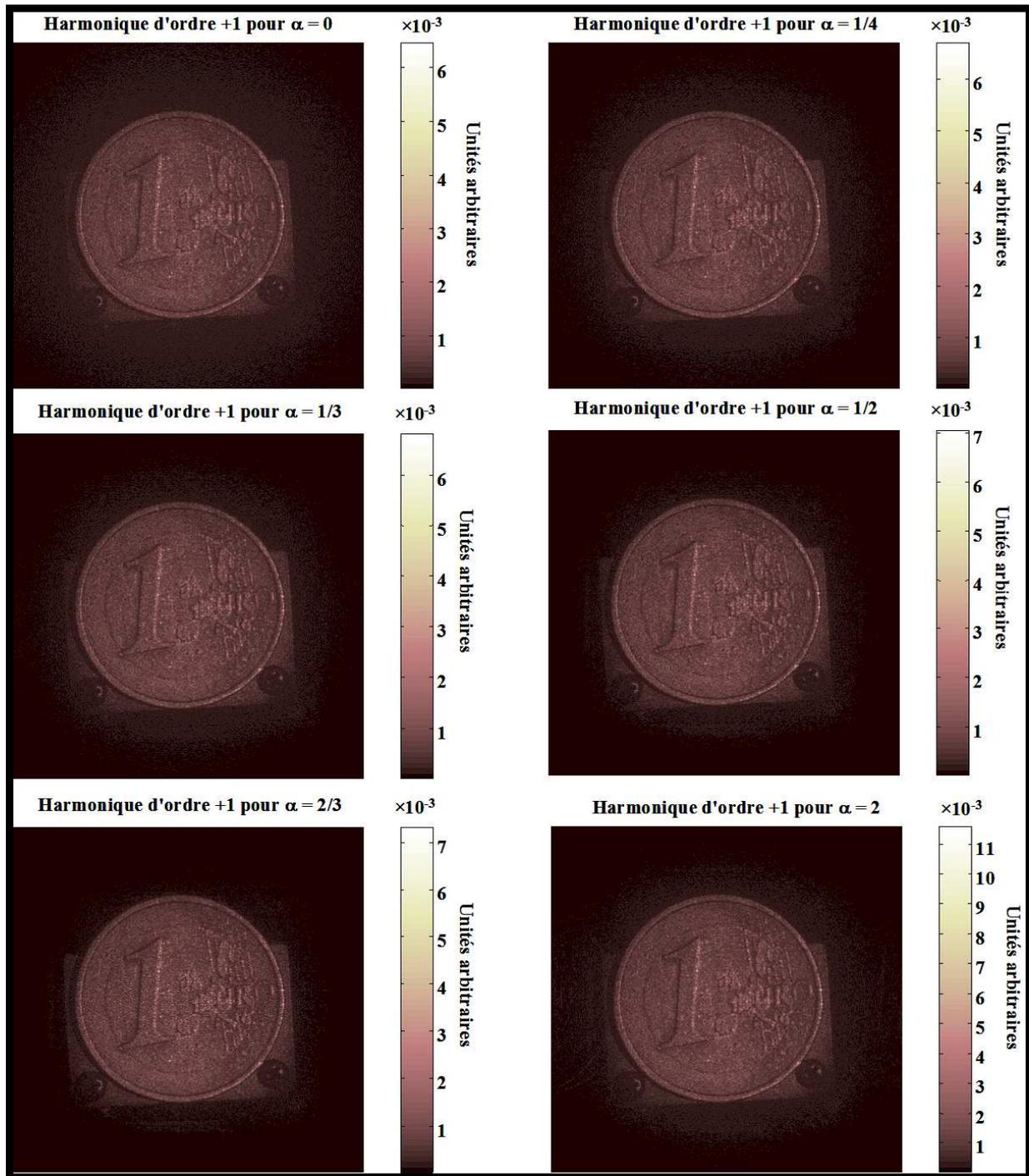


Figure 2.22 : Influence de l'amplitude de l'objet sur l'hologramme reconstruit

Afin de généraliser ce résultat, la figure 2.23 montre l'évolution de la valeur moyenne de l'ordre reconstruit en fonction de l'ordre α et en fonction d'un coefficient appliqué sur l'amplitude a_0 . En effet, les résultats issus de l'expérience correspondent presque à un cas singulier puisque la valeur moyenne de a_0 est de 1,012 niveaux de gris, très proche de 1. Le coefficient multiplicatif est $\{1/2, 1, 5, 20\}$. Ainsi ce coefficient permet de simuler des situations pour lesquelles $a_0 < 1$ et $a_0 \gg 1$. La courbe est en échelle logarithmique. La courbe verte correspond à la valeur moyenne estimée par le calcul numérique issu des données expérimentales et la courbe bleue correspond aux moyennes issues des équations 2.64 et 2.65.

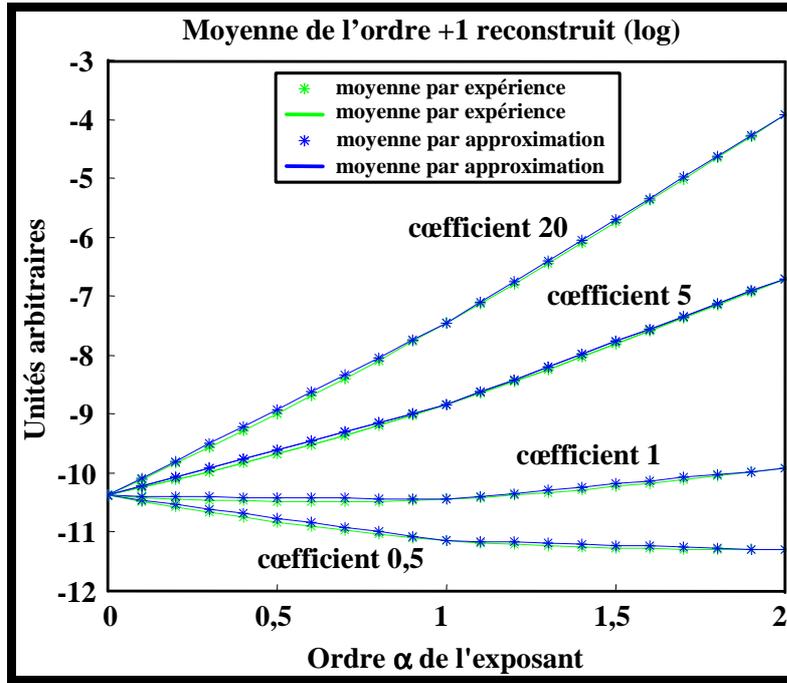


Figure 2.23 : Evolution de la valeur moyenne de l'hologramme en fonction de l'ordre α

On remarque la bonne adéquation entre les valeurs expérimentales et les valeurs théoriques, la correspondance étant d'autant meilleure pour les coefficients supérieurs à 1.

Cette approximation exponentielle nous permet de réécrire l'harmonique 1 de l'hologramme saturé en fonction uniquement du terme objet $a_0 \exp(j\varphi_0)$.

Ainsi, pour l'harmonique d'ordre 1 :

$$\begin{aligned}
 H_1 = & \left[(1 - \tau) - \frac{\sin(2\pi\tau)}{2\pi} \right] [a_r \exp(j\varphi_r) a_0 \exp(j\varphi_0) + cc] \\
 & + \frac{H_{sat} - a_r^2}{\pi} \sin(\pi\tau) \exp(-\beta_{11}) [\exp(j\varphi_r) a_0 \exp(j\varphi_0) + cc] \\
 & - \frac{\sin(\pi\tau)}{\pi} \exp(\beta_{12}) [\exp(j\varphi_r) a_0 \exp(j\varphi_0) + cc]
 \end{aligned} \quad (2.66)$$

En revanche pour les harmoniques d'ordre supérieurs, la situation est un peu plus complexe car nous avons des formes du type $\prod a_0^\alpha \exp(i\varphi_0)$. Par exemple, pour l'harmonique d'ordre 2, le 1^{er} terme est proportionnel à $\sqrt{a_0} \exp(j\varphi_0) \sqrt{a_0} \exp(j\varphi_0)$, le second à $\exp(j\varphi_0) \exp(j\varphi_0)$; Pour l'ordre 4, nous avons pour le 1^{er} terme une expression en $a_r \exp(j4\varphi_r) a_0^{1/4} \exp(j\varphi_0) a_0^{1/4} \exp(j\varphi_0) a_0^{1/4} \exp(j\varphi_0) a_0^{1/4} \exp(j\varphi_0)$. On serait tenté d'utiliser l'équivalence précédente entre l'onde objet $a_0 \exp(i\varphi_0)$ et les ondes en $a_0^\alpha \exp(i\varphi_0)$. Toutefois, il n'en n'est rien. En effet, le calcul de la transformée de Fresnel des termes $\prod a_0^\alpha \exp(i\varphi_0)$ inclut la phase aléatoire ψ_0 , de la sorte, l'équivalence précédente doit être adaptée. Notons $A_{r,\alpha}^{+k}(x,y)$ l'harmonique d'ordre $+k$ reconstruit avec une amplitude $\prod a_0^\alpha \exp(i\varphi_0)$, avec $2 \leq k \leq 4$. Par exemple, dans le cas où $k=2$ et $\alpha=1$, on notera $A_{r,1}^{+2}(x,y)$ l'harmonique reconstruit avec l'onde $a_0 \exp(j\varphi_0) a_0 \exp(j\varphi_0)$. On définit maintenant les coefficients suivants :

$$\beta_2 = \log \left[\frac{\langle A_{r,1}^{+2}(x,y) \rangle}{\langle A_{r,0}^{+2}(x,y) \rangle} \right] \quad (2.67)$$

$$\beta_3 = \log \left[\frac{\langle A_{r,1}^{+3}(x,y) \rangle}{\langle A_{r,0}^{+3}(x,y) \rangle} \right] \quad (2.68)$$

$$\beta_4 = \log \left[\frac{\langle A_{r,1}^{+4}(x,y) \rangle}{\langle A_{r,0}^{+4}(x,y) \rangle} \right] \quad (2.69)$$

On pose également

$$\beta_\alpha = \exp(-0,25) \exp((\alpha - 1/2)^2) \quad (2.70)$$

Alors, dans le cas où $\langle a_0^\alpha \rangle > 1$, on peut écrire :

$$A_{r,\alpha}^{+2}(x,y) \cong \beta_\alpha \exp(\beta_2(\alpha - 1)) A_{r,1}^{+2}(x,y) \text{ pour tout } 0 \leq \alpha \leq 1 \quad (2.71)$$

$$A_{r,\alpha}^{+3}(x,y) \cong \beta_\alpha \exp(\beta_3(\alpha - 1)) A_{r,1}^{+3}(x,y) \text{ pour tout } 0 \leq \alpha \leq 1 \quad (2.72)$$

$$A_{r,\alpha}^{+4}(x,y) \cong \beta_\alpha \exp(\beta_4(\alpha - 1)) A_{r,1}^{+4}(x,y) \text{ pour tout } 0 \leq \alpha \leq 1 \quad (2.73)$$

Afin de valider expérimentalement ces approximations, les figures 2.24 à 2.27 montrent l'évolution de la valeur moyenne de l'ordre $+k$ reconstruit en fonction de l'ordre α et en fonction d'un coefficient appliqué sur l'amplitude a_0 (rappel : $\langle a_0 \rangle = 1,012$ LSB). Le coefficient multiplicatif est $\{1,2,4,10\}$. La courbe est en échelle logarithmique. Les courbes en trait continu correspondent à la valeur moyenne estimée par le calcul numérique issu des données expérimentales et les courbes en pointillé correspondent aux moyennes issues des équations 2.71 à 2.73

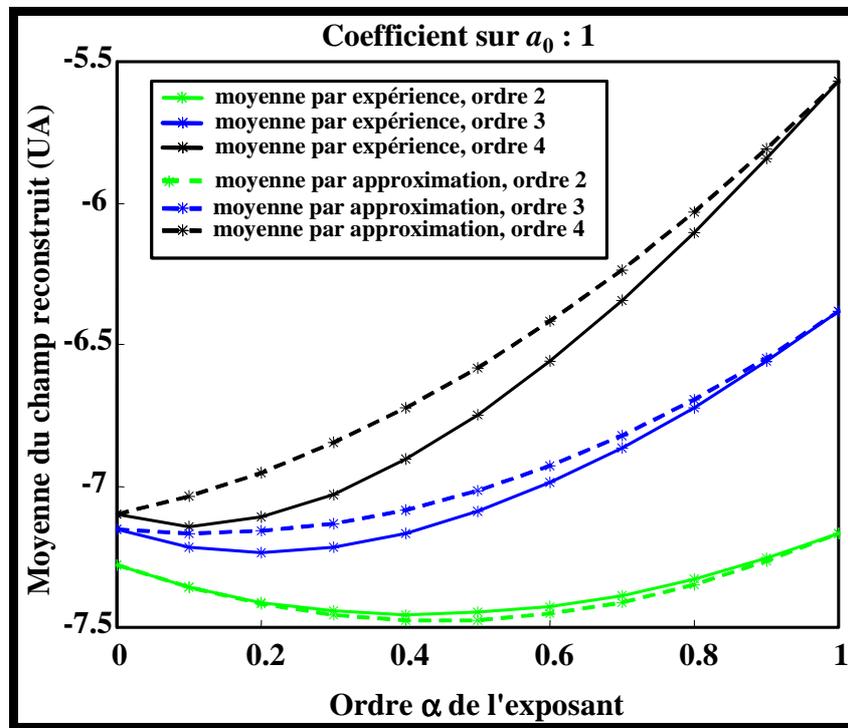


Figure 2.24 : Evolution de la valeur moyenne de l'hologramme en fonction de l'ordre α pour un coefficient égal à 1

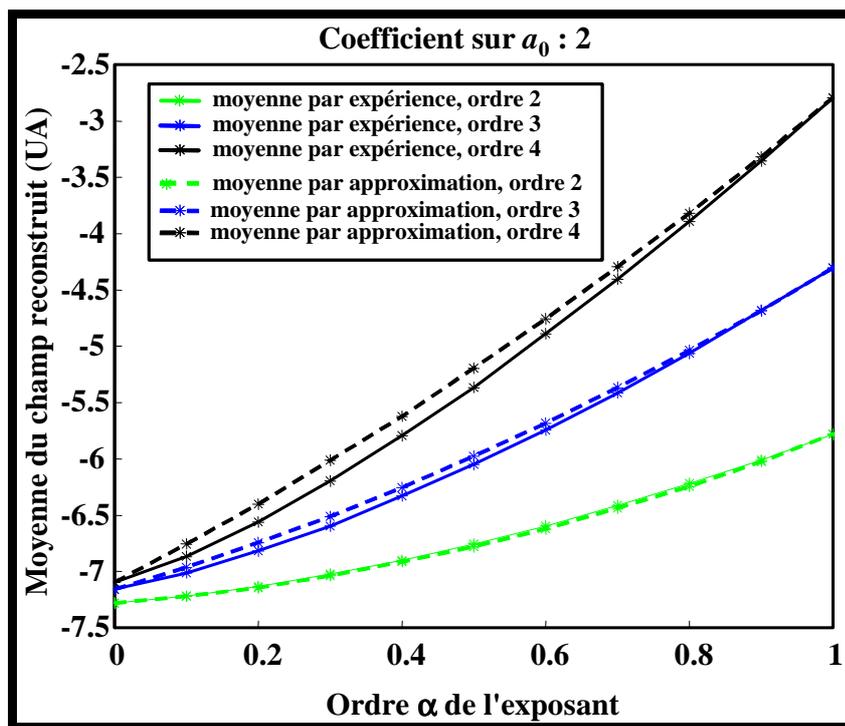


Figure 2.25 : Evolution de la valeur moyenne de l'hologramme en fonction de l'ordre α pour un coefficient égal à 2

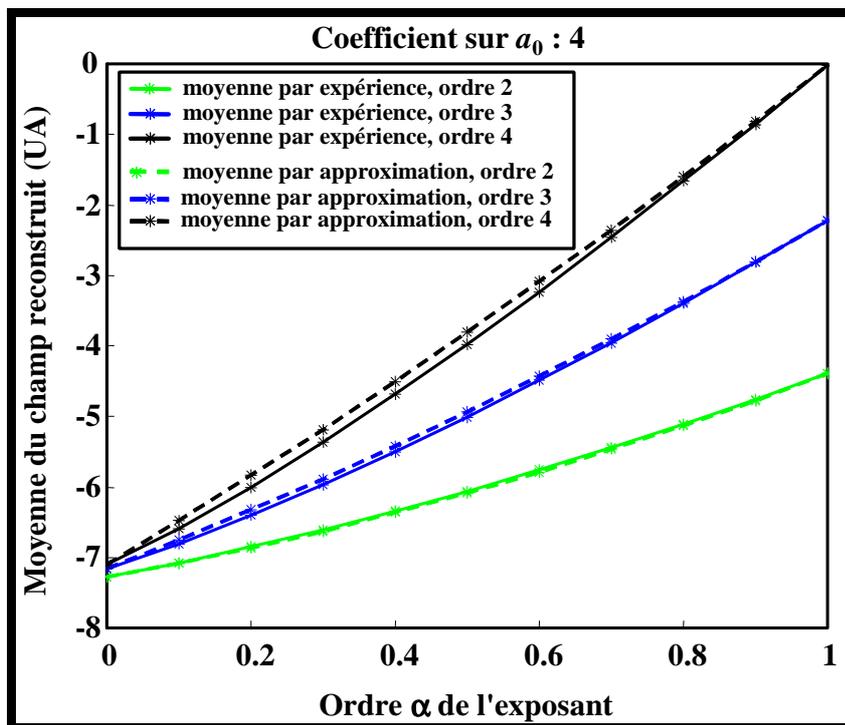


Figure 2.26 : Evolution de la valeur moyenne de l'hologramme en fonction de l'ordre α pour un coefficient égal à 4

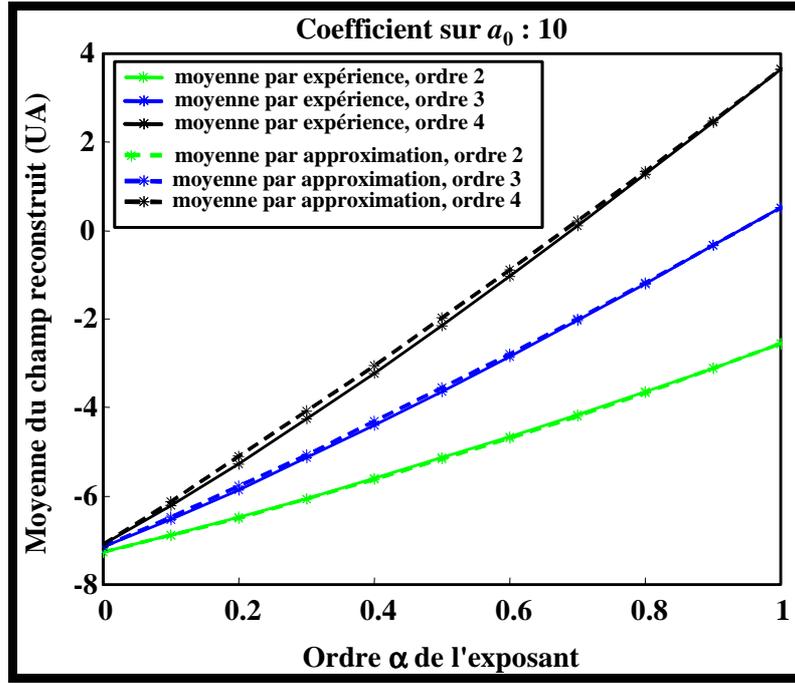


Figure 2.27 : Evolution de la valeur moyenne de l'hologramme en fonction de l'ordre α pour un coefficient égal à 10

On constate que l'accord est d'autant meilleur que l'amplitude a_0 est supérieure à 1. Pour les valeurs de a_0 inférieure à 1, ou proche de 1, l'accord n'est pas parfait surtout pour l'ordre 4.

Nous pouvons donc récrire les harmoniques d'ordre 2 à 4.

Pour l'harmonique d'ordre 2 :

$$\begin{aligned}
 H_2 \cong & -\frac{1}{3\pi} [3\sin(\pi\tau) + \sin(3\pi\tau)] \beta_{0,5} \exp(-\beta_2/2) [a_r \exp(j2\varphi_r) a_0 \exp(j\varphi_0) a_0 \exp(j\varphi_0) + cc] \\
 & + \frac{H_{sat} - a_r^2}{2\pi} \beta_0 \exp(-\beta_2) \sin(2\pi\tau) [\exp(j2\varphi_r) a_0 \exp(j\varphi_0) a_0 \exp(j\varphi_0) + cc] \\
 & - \frac{\sin(2\pi\tau)}{2\pi} \exp(j2\varphi_r) [a_0 \exp(j\varphi_0) a_0 \exp(j\varphi_0) + cc]
 \end{aligned} \quad (2.74)$$

Pour l'harmonique d'ordre 3 :

$$\begin{aligned}
 H_3 \cong & -\frac{1}{4\pi} [2\sin(2\pi\tau) + \sin(4\pi\tau)] \beta_{0,33} \exp(-2\beta_3/3) [a_r \exp(j3\varphi_r) a_0 \exp(j\varphi_0) a_0 \exp(j\varphi_0) a_0 \exp(j\varphi_0) + cc] \\
 & + \frac{H_{sat} - a_r^2}{3\pi} \sin(3\pi\tau) \beta_0 \exp(-\beta_3) [\exp(j3\varphi_r) a_0 \exp(j\varphi_0) a_0 \exp(j\varphi_0) a_0 \exp(j\varphi_0) + cc] \\
 & - \frac{\sin(3\pi\tau)}{3\pi} \beta_{0,66} \exp(-\beta_3/3) [\exp(j3\varphi_r) a_0 \exp(j\varphi_0) a_0 \exp(j\varphi_0) a_0 \exp(j\varphi_0) + cc]
 \end{aligned} \quad (2.75)$$

Pour l'harmonique d'ordre 4 :

$$\begin{aligned}
 H_4 \cong & -\frac{1}{3\pi} \left[\sin(3\pi\tau) + \frac{3}{5} \sin(5\pi\tau) \right] \beta_{0,25} \exp(-3\beta_4/4) [a_r \exp(j4\varphi_r) a_0 \exp(j\varphi_0) a_0 \exp(j\varphi_0) a_0 \exp(j\varphi_0) a_0 \exp(j\varphi_0) + cc] \\
 & + \frac{H_{sat} - a_r^2}{4\pi} \sin(4\pi\tau) \beta_0 \exp(-\beta_4) [\exp(j4\varphi_r) a_0 \exp(j\varphi_0) a_0 \exp(j\varphi_0) a_0 \exp(j\varphi_0) a_0 \exp(j\varphi_0) + cc] \\
 & - \frac{\sin(4\pi\tau)}{4\pi} \beta_{0,5} \exp(-\beta_4/2) [\exp(j4\varphi_r) a_0 \exp(j\varphi_0) a_0 \exp(j\varphi_0) a_0 \exp(j\varphi_0) a_0 \exp(j\varphi_0) + cc]
 \end{aligned} \quad (2.76)$$

Le paragraphe suivant est dédié à la vérification de la validité de la théorie (2.66, 2.74, 2.75 et 2.76) développée pour modéliser la saturation de l'hologramme. On utilisera les éléments expérimentaux issus du paragraphe 2.5.2.

2.5.7 Simulation numérique de la saturation

Les paramètres expérimentaux du paragraphe 2.5.2. vont nous permettre de simuler numériquement le champ reconstruit avec un hologramme saturé. Physiquement la saturation se produit quand on augmente la puissance laser ou le temps de pose de la caméra, le niveau de saturation (en niveaux de gris=LSB) restant constant et propre au nombre de bits du capteur. L'hologramme de la première série n'est pas saturé ($\tau=0$). Pour reproduire numériquement l'augmentation de puissance et la saturation qui s'en suit, il est nécessaire d'utiliser l'interpolation de la figure 2.5. Cette interpolation linéaire sert de point de départ pour calculer l'hologramme saturé numériquement et le rendre équivalent à celui réellement enregistré, pour un taux de saturation donné. On utilise une procédure itérative et on cherche à égaler le niveau moyen de l'hologramme saturé numériquement avec l'hologramme réel et on en déduit le coefficient à appliquer aux ondes de référence $a_r \exp(j\phi_r)$ et objet $a_o \exp(j\phi_o)$ pour obtenir un taux de saturation identique entre la simulation et la mesure. Ensuite, on calcule $H = |a_o \exp(j\phi_o) + a_r \exp(j\phi_r)|^2$, on le sature en limitant son amplitude maximale à H_{sat} , puis on le numérise sur 8 bits. La figure 2.28 montre l'évolution du coefficient en fonction de la puissance mesurée. La courbe bleue correspond à la courbe obtenue à partir de la courbe d'interpolation de la figure 2.5.

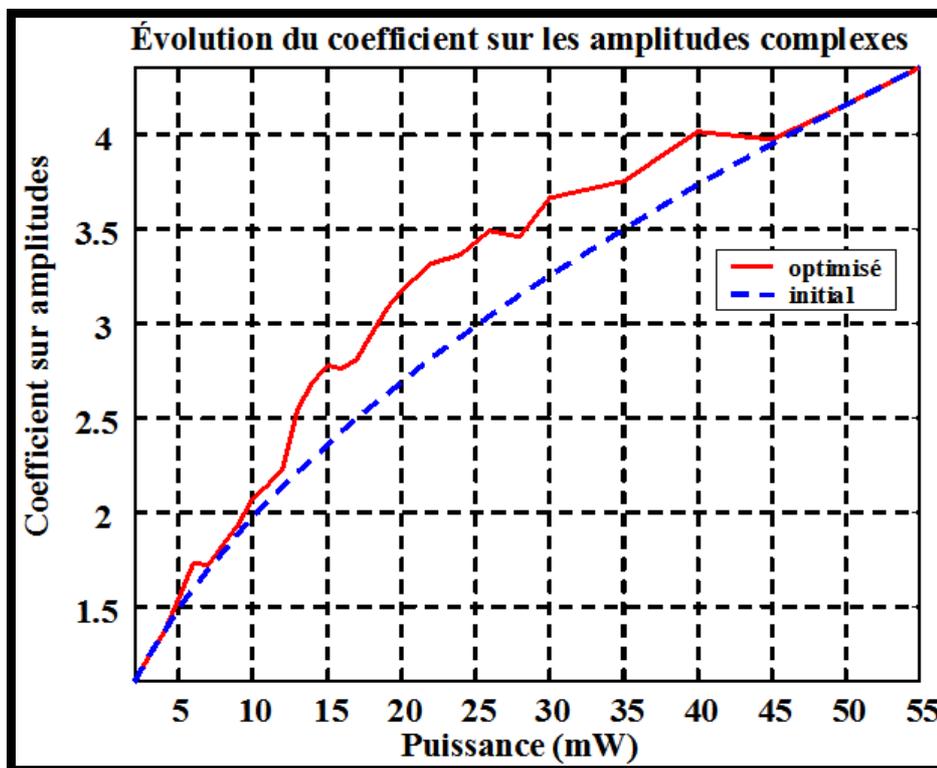


Figure 2.28 : Evolution du coefficient sur les amplitudes en fonction de la puissance

La figure 2.29 montre le recalage des densités de probabilités calculées à partir des histogrammes des hologrammes saturés numériquement (synthèse) et réels, pour quelques spécimens de la série enregistrée. On constate la bonne coïncidence des courbes bleue et rouge quelque soit le taux de saturation. Le coefficient à appliquer sur les amplitudes complexes est utilisé pour calculer le champ reconstruit à partir du modèle exact composé des harmoniques de 0 à 4 (2.53, 2.55, 2.57, 2.59 et 2.61). Il sert également pour le modèle approché avec l'approximation exponentielle (2.66, 2.74, 2.75 et 2.76).

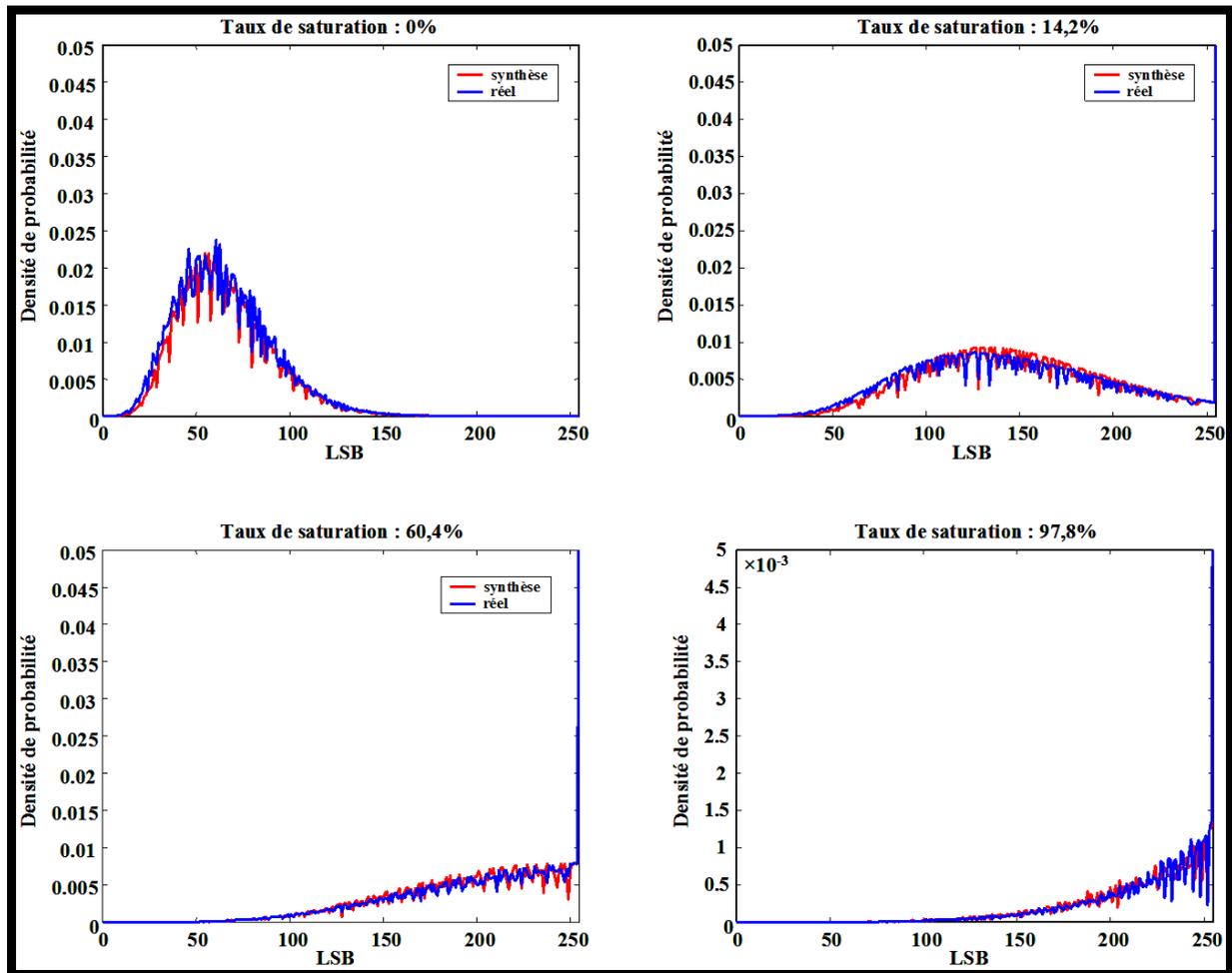


Figure 2.29 : Comparaison entre les densités de probabilité des histogrammes de l'hologramme expérimental et de l'hologramme de synthèse

Les figures 2.30 à 2.35 montrent les harmoniques d'ordre 0 à 4 reconstruits par le modèle exact (2.53, 2.55, 2.57, 2.59 et 2.61) et le modèle approché (2.66, 2.74, 2.75 et 2.76) pour des taux de saturation {5,7 ; 18,8% ; 26,1% ; 57,7% ; 79,1% ; 96,1%}, correspondant aux puissances {9 ; 11 ; 12 ; 13 ; 17 ; 22} mW.

Série 8, P = 9mW

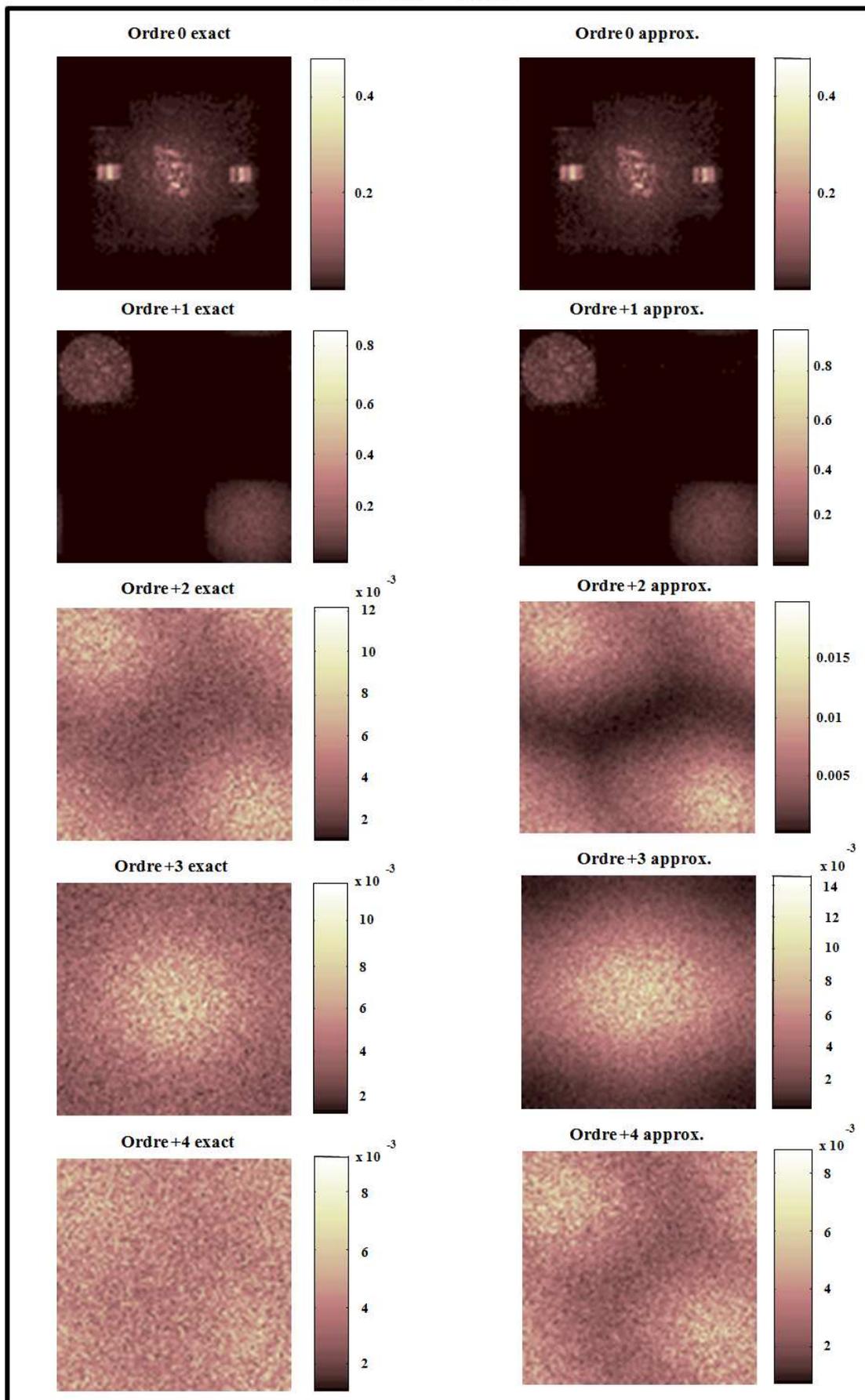
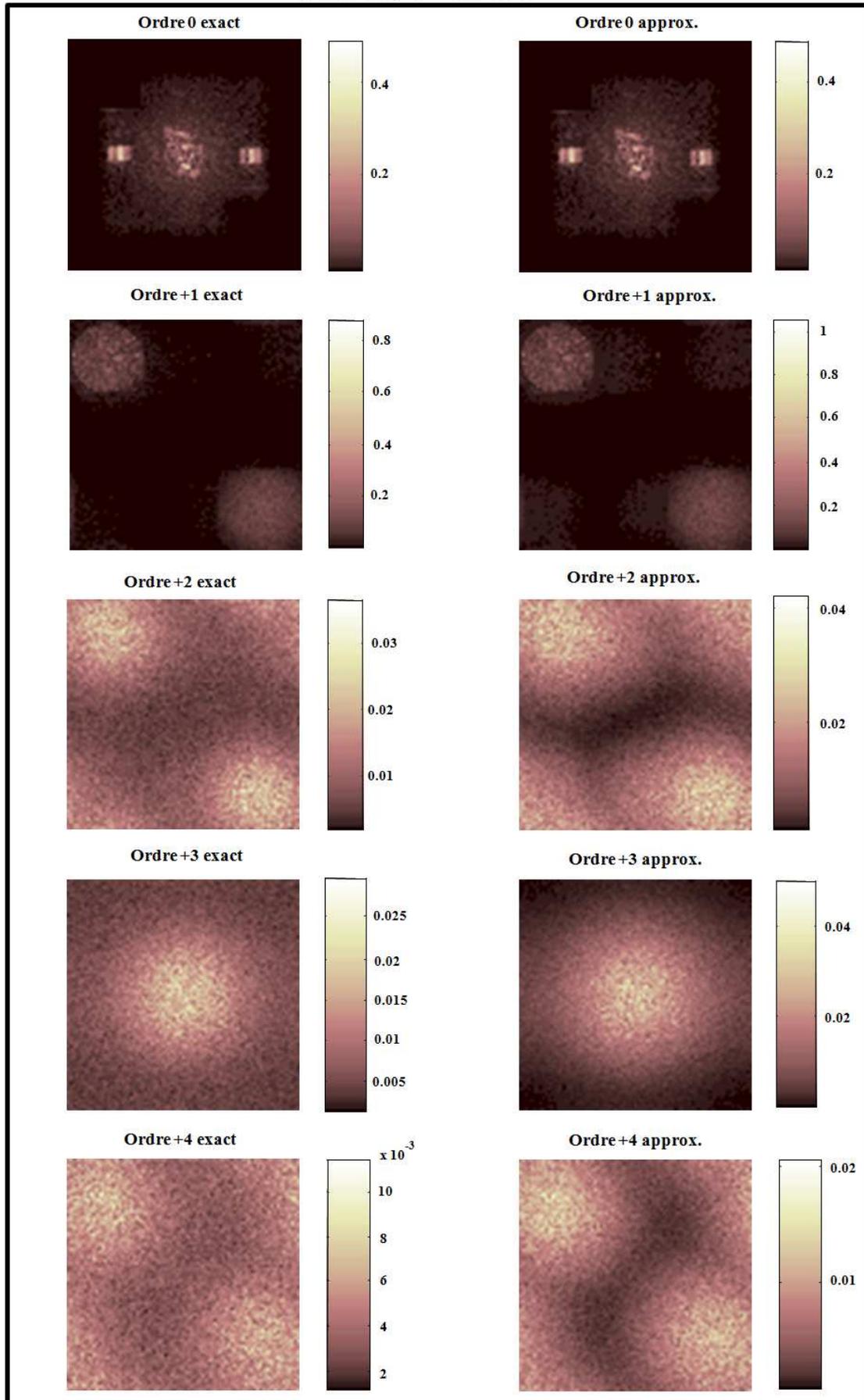


Figure 2.30 : Harmoniques 0 à 4 du modèle exact et du modèle approché pour $\tau = 5,7\%$

Série 10, P = 11 mW

Figure 2.31 : Harmoniques 0 à 4 du modèle exact et du modèle approché pour $\tau = 18,8\%$

Série 11, P = 12 mW

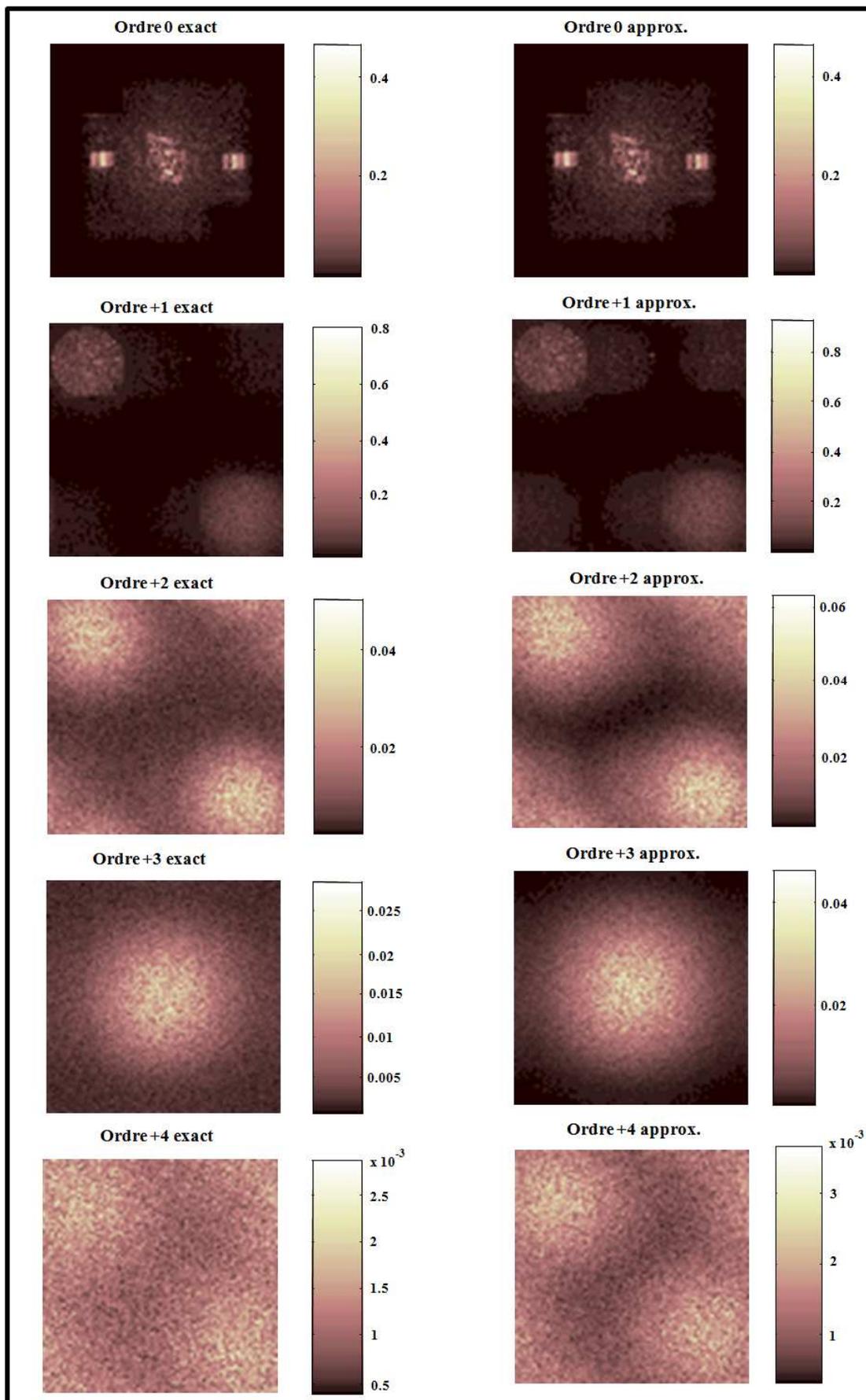


Figure 2.32 : Harmoniques 0 à 4 du modèle exact et du modèle approché pour $\tau = 26,1\%$

Série 12, P = 13 mW

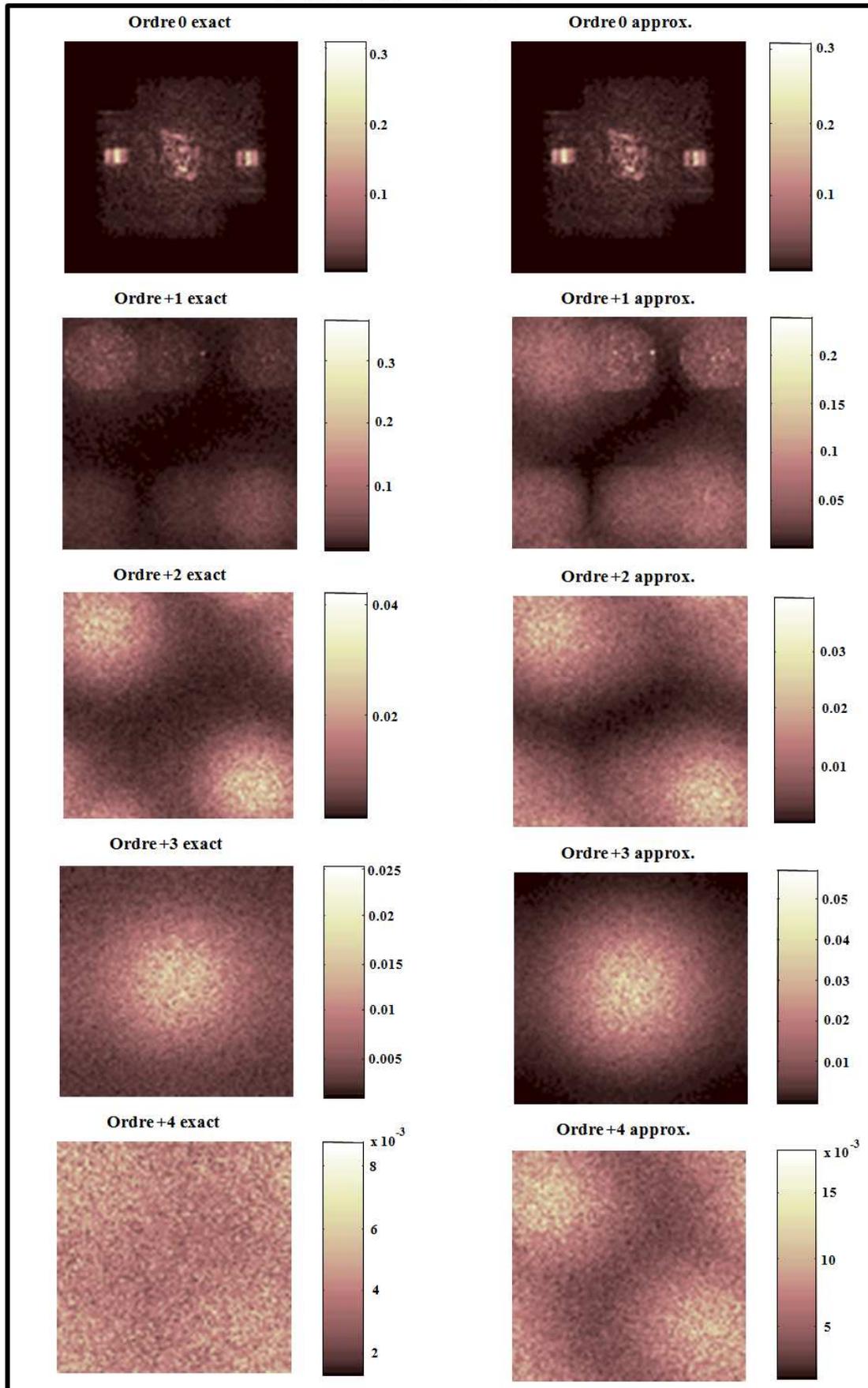


Figure 2.33 : Harmoniques 0 à 4 du modèle exact et du modèle approché pour $\tau = 57,7\%$

Série 16, P = 17 mW

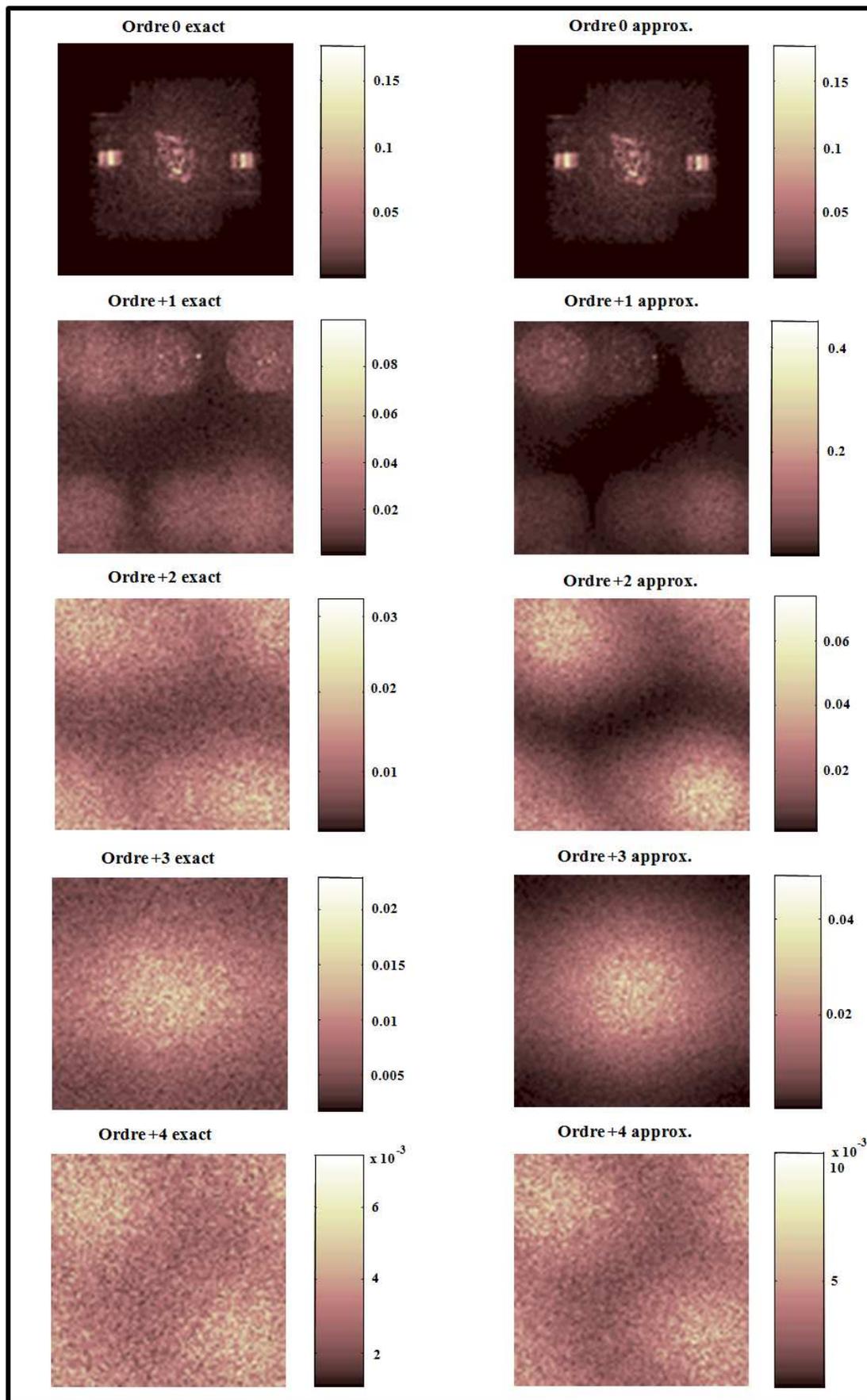
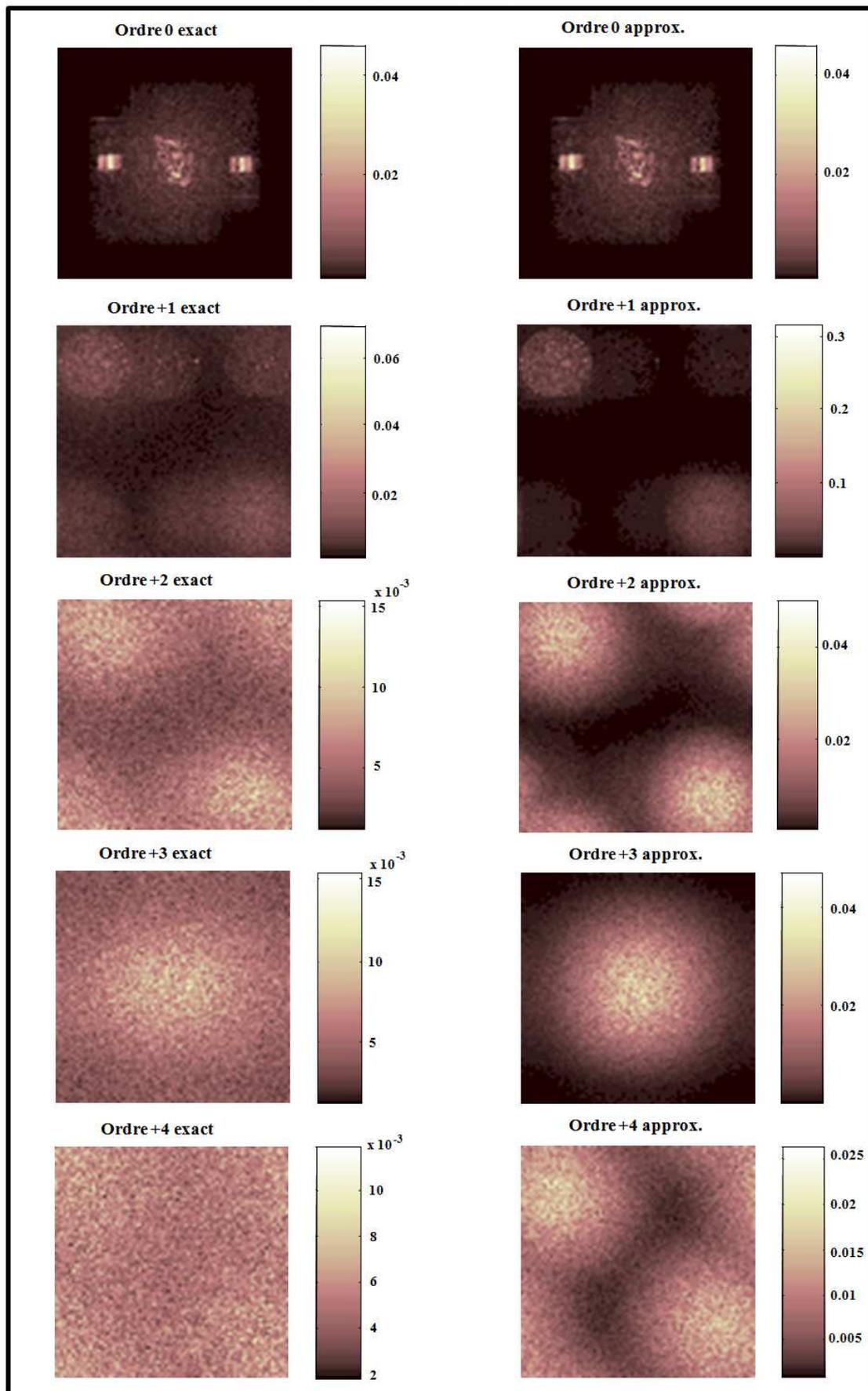


Figure 2.34 : Harmoniques 0 à 4 du modèle exact et du modèle approché pour $\tau = 79,1\%$

Série 20, P = 22 mW

Figure 2.35 : Harmoniques 0 à 4 du modèle exact et du modèle approché pour $\tau = 96,1\%$

On constate la bonne adéquation d'une part entre les structures des harmoniques et les figures 2.16, 2.19, 2.20, 2.21, ce qui valide l'analyse qualitative menée au cours du paragraphe 2.5.5, et d'autre part entre les valeurs numériques des harmoniques calculées par les modèles exact et approché. On note cependant des petites différences entre les amplitudes des harmoniques d'ordre 3 et 4 pour des taux de saturation supérieurs à 50%.

Les figures 2.36 à 2.41 montrent les hologrammes saturés obtenus a) expérimentalement, b) par saturation numérique de l'hologramme dont l'amplitude a été recalée avec la courbe de la figure 2.28, c) calculé par le modèle exact à 5 harmoniques et d) calculé par le modèle approché à 5 harmoniques. La simulation de la saturation numérique (images b) est parfaitement conforme à la saturation expérimentale (images a). Les taux de saturation sont {5,7 ; 18,8% ; 26,1% ; 57,7% ; 79,1% ; 96,1%} et correspondent aux puissances {9 ; 11 ; 12 ; 13 ; 17 ; 22} mW.

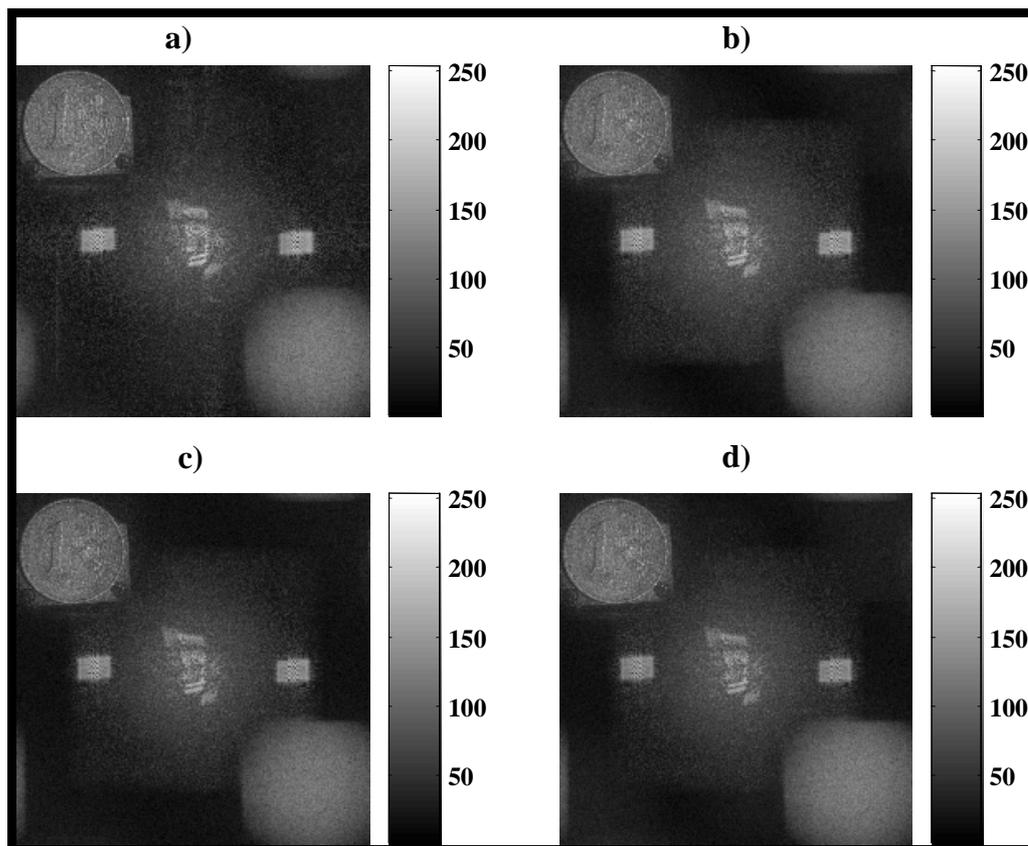


Figure 2.36 : Hologrammes reconstruits avec un taux de saturation de 5,7% :a) Saturation expérimentale, b) Saturation numérique, c) Modèle exact, d) Modèle approché

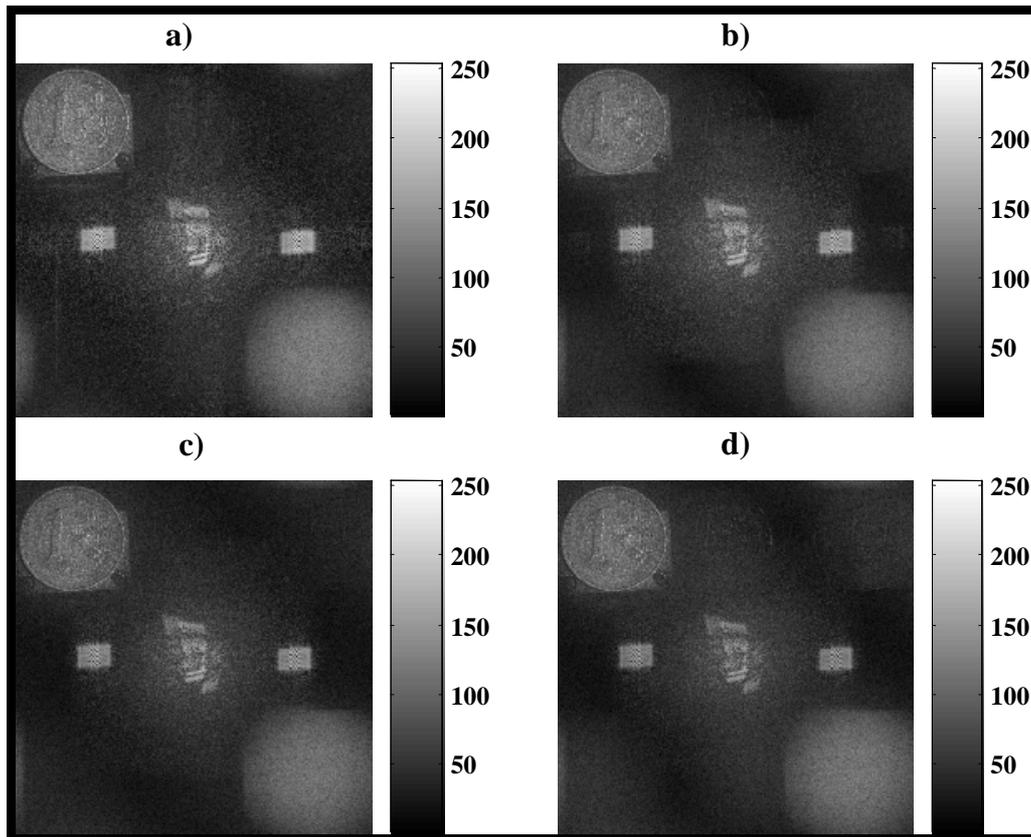


Figure 2.37 : Hologrammes reconstruits avec un taux de saturation de 18,8% : a) Saturation expérimentale, b) Saturation numérique, c) Modèle exact, d) Modèle approché

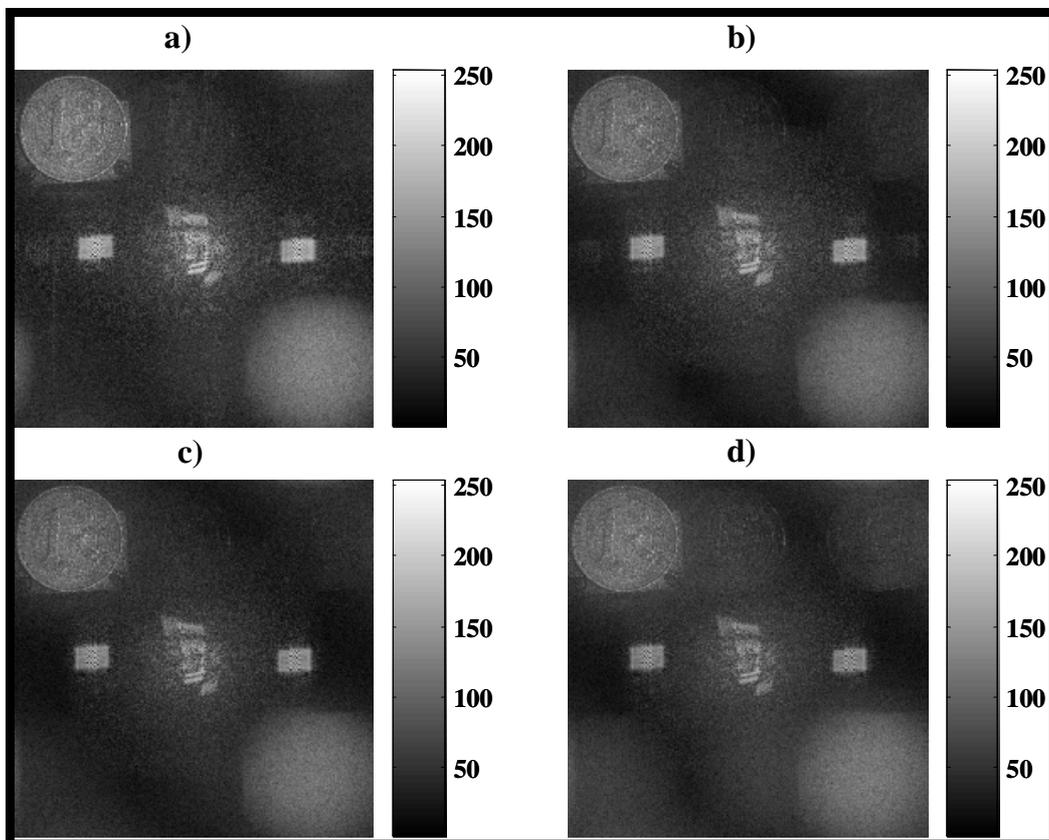


Figure 2.38 : Hologrammes reconstruits avec un taux de saturation de 26,1% : a) Saturation expérimentale, b) Saturation numérique, c) Modèle exact, d) Modèle approché

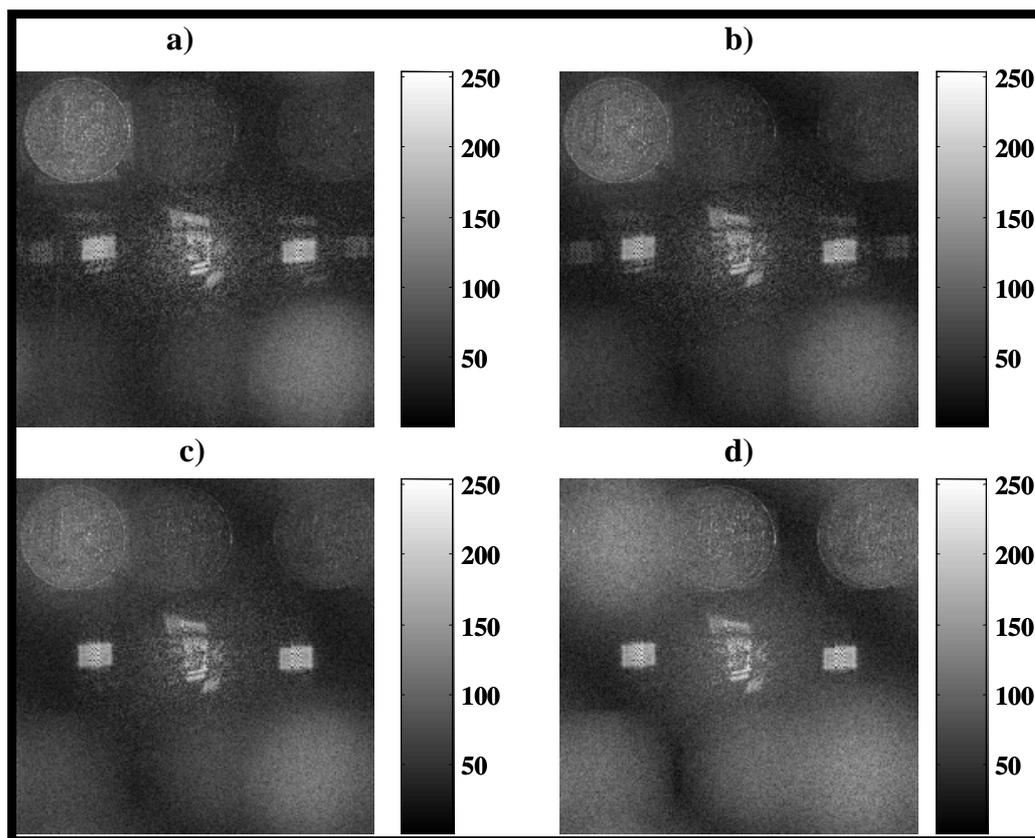


Figure 2.39 : Hologrammes reconstruits avec un taux de saturation de 57,7% : a) Saturation expérimentale, b) Saturation numérique, c) Modèle exact, d) Modèle approché

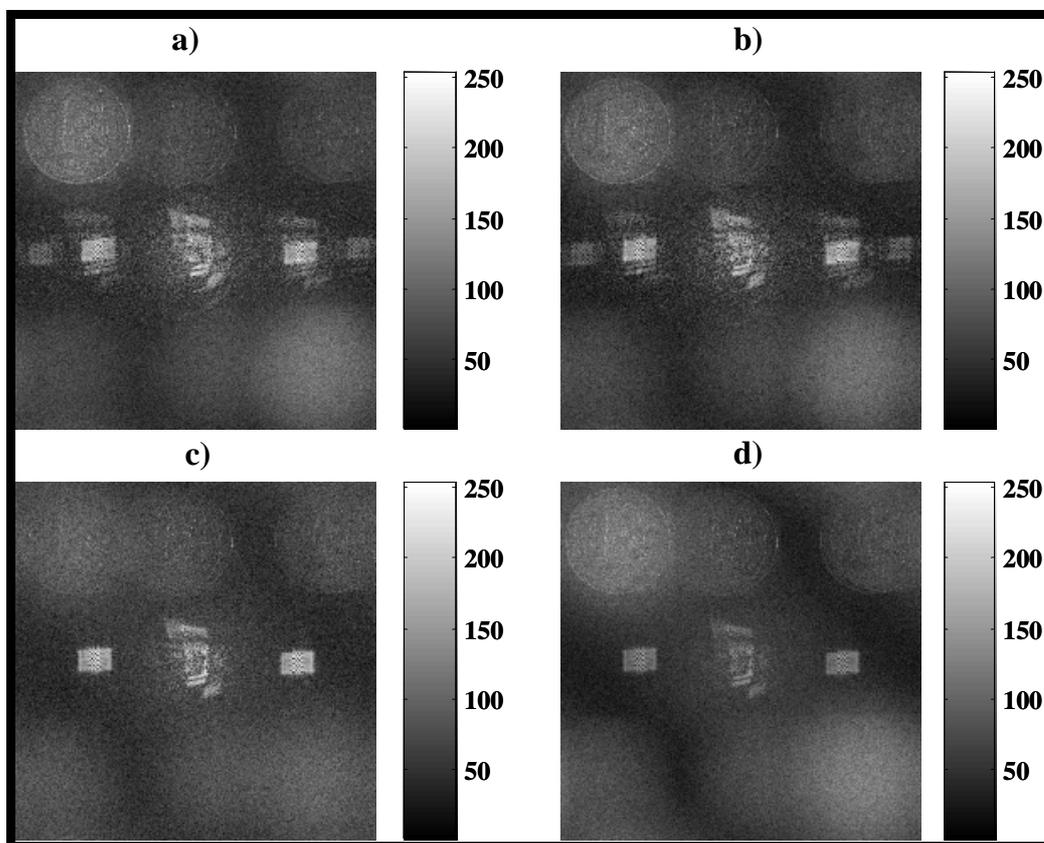


Figure 2.40 : Hologrammes reconstruits avec un taux de saturation de 79,1% : a) Saturation expérimentale, b) Saturation numérique, c) Modèle exact, d) Modèle approché

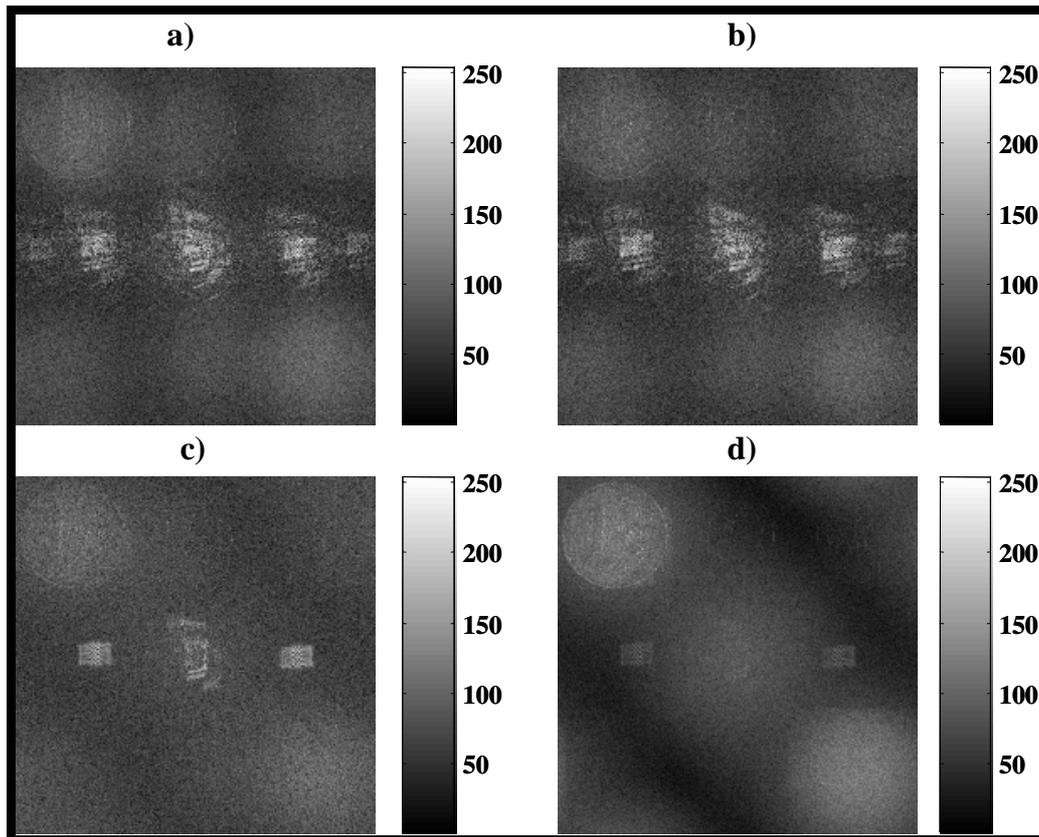


Figure 2.41 : Hologrammes reconstruits avec un taux de saturation de 96,1% : a) Saturation expérimentale, b) Saturation numérique, c) Modèle exact, d) Modèle approché

Les figures 2.36 à 2.41 montrent la bonne concordance entre les modèles théoriques et les expérimentations jusqu'à un taux de saturation inférieur à 60%. Le modèle approché est moins fidèle que le modèle exact pour des taux de saturation supérieurs à 30%. Pour des taux de saturation supérieurs à 60%, les deux modèles ne donnent pas de résultats fiables. En particulier, la structure de l'ordre 0 prédite théoriquement est très différente de la structure observée sur les images a) et b). Dans la série d'hologrammes reconstruits, on constate l'apparition d'une image fantôme située juste à droite de l'ordre +1. Les simulations numériques indiquent que cette image semble provenir du 2^{ème} terme de l'ordre +1, c'est-à-dire du terme proportionnel à $(H_{sat} - a_r^2)[\exp(j\varphi_r)a_0 \exp(j\varphi_0) + cc]$. Toutefois, la structure de ce terme ne fait pas apparaître de fréquence porteuse différente qui localiserait l'objet à cet endroit. A ce stade de notre étude, nous n'avons pas d'explication pour justifier la présence de cette image fantôme.

2.6 Synthèse

Nous considérons dans ce paragraphe le modèle approché des harmoniques avec l'approximation exponentielle pour des taux de saturation modérés, inférieurs à 30%. Nous nous plaçons donc résolument dans le domaine de validité démontré de l'approximation exponentielle. L'écriture directe des harmoniques en fonction de l'onde objet permet maintenant de généraliser la relation objet-image au phénomène non linéaire de la saturation. Afin de simplifier la relation, on se place dans le cas où tout est « parfait » : mise au point parfaite ($d_r = -d_0$), onde de référence conforme au modèle, pixels ponctuels. On considèrera également que $\lambda_c = \lambda$. D'après le paragraphe 2.4.1, pour $a_r = cte$, nous savons que la transformée de Fresnel de l'onde objet a pour résultat :

$$\begin{aligned}
 & -\frac{j \exp(2j\pi d_r / \lambda_c)}{\lambda_c d_r} \exp\left[-\frac{j\pi}{\lambda d_0}(x^2 + y^2)\right] \\
 & \quad \times \sum_{m=-M/2}^{m=M/2-1} \sum_{n=-N/2}^{n=N/2-1} \exp[-j\varphi_r(np_x, mp_y)] a_0(np_x, mp_y) \exp[j\varphi_0(np_x, mp_y)] \exp\left[-\frac{j\pi}{\lambda d_0}(n^2 p_x^2 + m^2 p_y^2)\right] \\
 & \quad \times \exp\left[+\frac{2j\pi}{\lambda d_0}(np_x x + mp_y y)\right] \\
 & = \lambda^2 d_0^2 \exp\left[-\frac{j\pi}{\lambda d_0}(x^2 + y^2)\right] \left\{ A(x, y) \exp\left[\frac{j\pi}{\lambda d_0}(x^2 + y^2)\right] \right\} * \tilde{W}(x, y, -d_0) * \delta(x - \lambda d_0 u_r, y - \lambda d_0 v_r)
 \end{aligned} \tag{2.77}$$

Ainsi l'ordre +1 reconstruit par la transformée de Fresnel est

$$\begin{aligned}
 A_r^{+1}(x, y, -d_0) & \equiv \lambda^2 d_0^2 \exp[-j\pi \lambda d_0 (u_r^2 + v_r^2)] \exp[-2j\pi(u_r x + v_r y)] \\
 & \quad \times \left[(1 - \tau) a_r - \frac{\sin(2\pi\tau)}{2\pi} a_r + (H_{sat} - a_r^2) \frac{\sin(\pi\tau)}{\pi} \exp(-\beta_{11}) - \frac{\sin(\pi\tau)}{\pi} \exp(\beta_{12}) \right] \\
 & \quad \times A(x, y) * \delta(x - \lambda u_r d_0, y - \lambda v_r d_0) * \tilde{W}_{NM}(x, y, \lambda, -d_0)
 \end{aligned} \tag{2.78}$$

D'après ce qui précède, on peut considérer que l'ordre +1 est pollué par la présence du repliement de l'ordre -2 localisé en $(-2\lambda d_0 u_r + \lambda d_0/p_x, -2\lambda d_0 v_r + \lambda d_0/p_y)$, du repliement de l'ordre +3 localisé en $(3\lambda d_0 u_r - \lambda d_0/p_x, 3\lambda d_0 v_r - \lambda d_0/p_y)$ et du repliement de l'ordre +4 localisé en $(4\lambda d_0 u_r - \lambda d_0/p_x, 4\lambda d_0 v_r - \lambda d_0/p_y)$.

Pour l'ordre +3, on doit prendre en compte les contributions du triple produit de $a_0 \exp(j\varphi_0)$. Il faut noter également que le terme de phase quadratique devant l'intégrale de $a_0 \exp(j\varphi_0)$ ne se compense que partiellement avec $\exp[-j\pi(x^2 + y^2)/\lambda d_0]$. Il reste dans la double somme de la transformée de Fresnel un terme $\exp[2j\pi(x^2 + y^2)/\lambda d_0]$ multiplié par le triple produit issu de $a_0 \exp(j\varphi_0)$. Ainsi, la transformée de Fresnel étant une transformée de Fourier, nous aurons pour l'ordre +3, et en tenant compte du repliement :

$$\begin{aligned}
 A_r^{+3}(x, y, -d_0) & = \lambda^5 d_0^5 \exp\left[-\frac{j\pi}{\lambda d_0}(x^2 + y^2)\right] \\
 & \quad \times \left[-\frac{a_r}{4\pi} [2\sin(2\pi\tau) + \sin(4\pi\tau)] \beta_{0,33} \exp(-\beta_3/3) + (H_{sat} - a_r^2) \frac{\sin(3\pi\tau)}{3\pi} \beta_0 \exp(-\beta_3) - \frac{\sin(3\pi\tau)}{3\pi} \beta_{0,66} \exp(-\beta_3/3) \right] \\
 & \quad \times \left\{ A(x, y) \exp\left[\frac{j\pi}{\lambda d_0}(x^2 + y^2)\right] \right\} * \left\{ A(x, y) \exp\left[\frac{j\pi}{\lambda d_0}(x^2 + y^2)\right] \right\} \\
 & \quad * \left\{ A(x, y) \exp\left[\frac{j\pi}{\lambda d_0}(x^2 + y^2)\right] \right\} * \tilde{W}(x, y, -d_0) * \tilde{W}_2(x, y) * \delta\left(x - 3\lambda d_0 u_r + \frac{\lambda d_0}{p_x}, y - 3\lambda d_0 v_r + \frac{\lambda d_0}{p_y}\right)
 \end{aligned} \tag{2.79}$$

où on voit apparaître une fonction d'élargissement supplémentaire $\tilde{W}_n(x, y)$ qui est la transformée de Fourier de $\exp[nj\pi(x^2 + y^2)/\lambda d_0]$ aux coordonnées $(x/\lambda d_0, y/\lambda d_0)$. Cette fonction contribue à l'élargissement de la réponse impulsionnelle et donc à « rendre flou » l'ordre +3. L'ordre +3 est proportionnel à une triple convolution de l'onde objet et sa la largeur est donc de trois fois la taille de l'objet. Ce résultat a été déjà mis en évidence lors des simulations. Notons que cette expression ne peut être simplifiée analytiquement davantage.

Nous pouvons tenir un raisonnement similaire pour l'ordre +4. Nous aboutissons à :

$$\begin{aligned}
 A_r^{+4}(x, y, -d_0) &= \lambda^6 d_0^6 \exp\left[-\frac{j\pi}{\lambda d_0}(x^2 + y^2)\right] \\
 &\times \left[-\frac{a_r}{3\pi} \left[\sin(3\pi\tau) + \frac{3}{5}\sin(5\pi\tau)\right] \beta_{0,25} \exp(-3\beta_4/4) + (H_{sat} - a_r^2) \frac{\sin(4\pi\tau)}{4\pi} \beta_0 \exp(-\beta_4) - \frac{\sin(4\pi\tau)}{4\pi} \beta_{0,5} \exp(-\beta_4/2)\right] \\
 &\times \left\{ A(x, y) \exp\left[\frac{j\pi}{\lambda d_0}(x^2 + y^2)\right] \right\} * \left\{ A(x, y) \exp\left[\frac{j\pi}{\lambda d_0}(x^2 + y^2)\right] \right\} * \left\{ A(x, y) \exp\left[\frac{j\pi}{\lambda d_0}(x^2 + y^2)\right] \right\} \\
 &* \left\{ A(x, y) \exp\left[\frac{j\pi}{\lambda d_0}(x^2 + y^2)\right] \right\} * \tilde{W}(x, y, -d_0) * \tilde{W}_3(x, y) * \delta\left(x - 4\lambda d_0 u_r + \frac{\lambda d_0}{p_x}, y - 4\lambda d_0 v_r + \frac{\lambda d_0}{p_y}\right)
 \end{aligned} \tag{2.80}$$

Pour l'ordre 2, la contribution vient de l'ordre -2 , qui est complexe conjugué de l'ordre $+2$. Ainsi, nous avons :

$$\begin{aligned}
 A_r^{-2}(x, y, -d_0) &= \lambda^3 d_0^3 \exp\left[-\frac{j\pi}{\lambda d_0}(x^2 + y^2)\right] \\
 &\times \left[-\frac{a_r}{3\pi} [3\sin(\pi\tau) + \sin(3\pi\tau)] \beta_{0,5} \exp(-\beta_2/2) + (H_{sat} - a_r^2) \frac{\sin(2\pi\tau)}{2\pi} \beta_0 \exp(-\beta_2) - \frac{\sin(2\pi\tau)}{2\pi}\right] \\
 &\times \left\{ A^*(-x, -y) \exp\left[-\frac{j\pi}{\lambda d_0}(x^2 + y^2)\right] \right\} * \left\{ A^*(-x, -y) \exp\left[-\frac{j\pi}{\lambda d_0}(x^2 + y^2)\right] \right\} \\
 &* \tilde{W}(x, y, -d_0) * \tilde{W}_{-3}(x, y) * \delta\left(x + 2\lambda d_0 u_r - \frac{\lambda d_0}{p_x}, y + 2\lambda d_0 v_r - \frac{\lambda d_0}{p_y}\right)
 \end{aligned} \tag{2.81}$$

Pour conclure, l'ordre $+1$ reconstruit avec un hologramme saturé modérément est donné par la somme de ces 4 contributions ; soit :

$$A_{r,sat}^{+1} = A_r^{+1} + A_r^{-2} + A_r^{+3} + A_r^{+4}. \tag{2.82}$$

Compte tenu des expressions des quatre contributions, l'image reconstruite est proportionnelle à elle-même, à laquelle s'ajoutent des produits de convolution entre cette image, localisés en des positions qui dépendent de la façon dont ces produits replient dans le champ reconstruit. Ainsi, nous constatons que bien que le phénomène de saturation soit non linéaire, il est possible d'exprimer l'image reconstruite sous une forme analytique faisant intervenir des produits de convolution qui sont des opérateurs linéaires. Bien entendu, nous venons de voir que les expressions analytiques ne sont pas simples et difficilement réductibles. Cependant, et ce résultat est un des grands acquis de l'analyse de Fourier, nous pouvons affirmer que les phénomènes non linéaires en holographie numérique peuvent se décrire analytiquement sous la forme d'autoproduits de convolution de l'objet initial.

2.7 Conclusion

Nous avons, dans ce chapitre, généralisé le modèle de la relation objet-image, en prenant en compte les courbures des ondes sphériques à l'enregistrement et à la reconstruction. Ceci a permis de mettre en évidence la notion de grandissement transversal de l'objet par le processus. Cette notion sera exploitée au Chapitre 3 pour la mise au point des algorithmes de reconstruction des objets étendus. Nous distinguerons les cas où l'onde référence est plane et l'onde de reconstruction est sphérique ; et réciproquement, sachant que le cas à onde de référence sphérique et onde de reconstruction sphérique va de soi compte tenu de la complémentarité de ces deux approches. Le modèle proposé prend aussi en compte le phénomène de saturation des pixels du capteur, ce qui permet de prendre en compte un grand nombre de situations expérimentales qu'on rencontre en holographie numérique. Pour cela, nous avons développé un modèle analytique semi empirique de la saturation des pixels en holographie numérique. Cette analyse s'est appuyée sur une approche expérimentale montrant que même avec 60% des pixels saturés, l'hologramme est restitué dans son intégralité et n'est pollué que par très peu de bruits additifs. Une approche analytique de l'hologramme saturé à

montré que le bruit additif à considérer provenait du repliement des harmoniques d'ordre supérieur, ce qui nous a conduit à proposer une décomposition en série de Fourier de l'hologramme saturé. La détermination des coefficients de la série de Fourier a permis de simuler un hologramme saturé à partir d'un hologramme expérimental non saturé. Nous avons montré que l'hologramme saturé expérimentalement était accordable avec l'hologramme saturé numériquement avec le même taux de saturation. Compte tenu de la non-linéarité du phénomène de saturation, nous avons approché par une loi exponentielle les amplitudes des ordres de l'hologramme saturé numériquement afin de les rendre accordables aux résultats expérimentaux. Une étude comparative montre une bonne concordance entre les résultats expérimentaux et le modèle approché jusqu'à 30% de saturation. Cette approche constitue une première tentative pour modéliser le comportement non linéaire des hologrammes numériques lors de la saturation d'une partie des pixels. Nous avons ainsi montré qu'on peut modéliser des phénomènes non linéaires avec des opérateurs linéaires qui font intervenir des autoproduits de convolution de l'objet initial.

Chapitre 3

Algorithmes pour la reconstruction des hologrammes numériques couleurs

3.1 Introduction

L'holographie numérique couleur est devenue depuis quelques années un enjeu et un challenge pour l'ensemble de la communauté scientifique travaillant dans ce domaine. En effet, la volonté de vouloir reconstruire dans leurs couleurs réelles les objets [128] ou de faire une analyse précise et multidimensionnelle des milieux en déformation [129,130], sont autant d'éléments qui ont motivés ces investigations. Les premiers hologrammes numériques couleurs ont vu le jour dans les années 2000 avec l'avènement des capteurs couleurs. Yamaguchi fut un des premiers spécialistes à montrer la faisabilité de l'holographie numérique à la reconstruction des objets couleur [91]. Depuis, de nombreuses applications ont été développées, notamment dans la métrologie sans contact. Qu'il s'agisse de l'analyse des écoulements en mécanique des fluides [131-134], de la profilométrie de surface par microscope [27,41,135] ou de la métrologie multidimensionnelle des objets en déformation [137,138], différentes approches d'enregistrement et de reconstruction des hologrammes couleurs, ont été abordées [138-141]. Il a été montré récemment [134] que l'utilisation de trois couleurs primaires (rouge, vert et bleu par exemple) en holographie numérique conduisait à la mesure absolue du champ de déplacement ou de variation d'indice, ce qui n'était pas le cas en holographie monochrome. En effet, l'utilisation de trois longueurs d'onde permet de localiser la frange blanche correspondant au zéro de déformation permettant ainsi de s'affranchir des fluctuations résiduelles non induites par le phénomène. Par ailleurs, l'approche de l'holographie multi-chromatique conduit à des dynamiques de mesure bien meilleures dans le domaine de la microscopie, par la synthèse de la longueur d'onde synthétique [25,41,116,135,137]. Les enjeux en métrologie multidimensionnelle sont particulièrement considérables. Les premières applications dans ce domaine furent prouvées par Linet [129] ; l'auteur présente la première utilisation du multiplexage de deux hologrammes sur une plaque photographique, pour la mesure multidimensionnelle par double exposition. Ce concept fut repris par Schedin [130] en interférométrie speckle à porteuse spatiale pour l'analyse bidimensionnelle de déformations. Cependant, ces applications sont basées sur l'utilisation d'une source monochrome qui nécessite un enregistrement par multiplexage spatial des hologrammes sur capteur monochrome [142] et complexifie considérablement le dispositif expérimental (trois ondes de référence différentes). Ceci conduit à une perte de la résolution spatiale. Les premières applications utilisant les sources multi-chromatiques ont été récemment montrées [136]. La méthode ne nécessite pas l'utilisation d'une ligne à retard pour induire une incohérence entre les sources, puisqu'elles le sont naturellement. Avec l'avènement des caméras couleurs, il est possible aujourd'hui d'enregistrer simultanément des couleurs sur un même capteur sans nécessité d'opérer un multiplexage spatial. Les ondes de référence ont alors la même incidence et la segmentation des couleurs est réalisée par le capteur. Ainsi le dispositif expérimental devient très simple et la résolution spatiale est maximale car les ordres se partagent le même espace fréquentiel. La reconstruction des hologrammes couleurs peut être menée de façon indépendante pour chaque longueur d'onde par transformée de Fresnel ou par convolution, à condition que la taille des hologrammes monochromes reste identique pour une parfaite superposition au pixel prêt. Cependant, nous avons vu au Chapitre 1 que la méthode de reconstruction par transformée de Fresnel n'était pas adaptée à l'holographie couleur, puisque la taille des hologrammes dépend de la longueur d'onde. Par ailleurs, la méthode de convolution bien que conduisant à des hologrammes de même taille n'est pas adaptée à la reconstruction des objets de grande dimension. Nous allons donc, dans la suite de cette étude, montrer l'adaptabilité de ces deux approches à la reconstruction des hologrammes couleurs de sorte qu'elles satisfassent à la condition précédente.

Nous avons vu au Chapitre 1 que le champ image reconstruit par transformée de Fresnel discrète est défini comme étant une transformée de Fourier bidimensionnelle dans laquelle les pas d'échantillonnage dans les directions x et y sont donnés par :

$$\begin{cases} \Delta\eta = \frac{\lambda d_r}{L p_x} \\ \Delta\xi = \frac{\lambda d_r}{K p_y} \end{cases} \quad (3.1)$$

Remarquons que ces pas d'échantillonnage dépendent de la distance de reconstruction, de la taille de l'horizon reconstruit et de la longueur d'onde de la source. Ainsi, la taille des hologrammes reconstruits par transformée de Fresnel discrète dépendra de la longueur d'onde. Cette caractéristique constitue un inconvénient majeur pour l'utilisation de cette approche dans la reconstruction des hologrammes couleurs ou en métrologie multidimensionnelle, dans lesquelles il est nécessaire d'assurer la superposition des hologrammes de différentes longueurs d'onde. De ce fait, les hologrammes doivent alors avoir la même taille pour une superposition parfaite au pixel près. Cette condition ne pourra être vérifiée que si l'on s'assure d'avoir un pas d'échantillonnage constant lors de la reconstruction.

A titre d'illustration, considérons le montage de la figure 3.1. L'objet étudié est une rondelle de 25 mm de diamètre extérieur. Il est placé à une distance $d_0 = 780$ mm du plan d'enregistrement et éclairé par deux lasers rouge (HeNe à 632,8 nm) et vert (Nd Yag doublé à 532 nm). L'enregistrement est fait par multiplexage spatial (§ 1.4.3.1) sur un capteur monochrome de type PixelFly comprenant $(M \times N) = (1024 \times 1360)$ pixels de pas $p_x = p_y = 4,65 \mu\text{m}$. Ainsi, les ondes de références rouge et verte sont réglées indépendamment, de sorte à produire les fréquences spatiales $(u_r^R, v_r^R) = (-22 \text{ mm}^{-1}; -32,5 \text{ mm}^{-1})$ et $(u_r^G, v_r^G) = (-31 \text{ mm}^{-1}; -26,2 \text{ mm}^{-1})$. La figure 3.1 présente la géométrie d'éclairage et d'enregistrement.

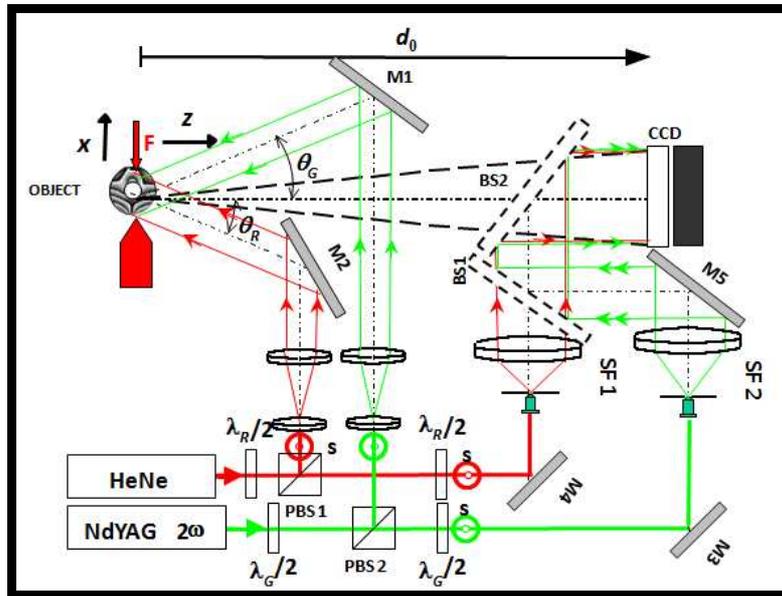


Figure 3.1 : Banc holographique bi-couleur

Pour une longueur d'onde donnée λ , le champ reconstruit par transformée de Fresnel discrète est donné par :

$$\begin{aligned} A_r^\lambda(x, y, d_r) = & -\frac{j \exp(2j\pi d_r / \lambda)}{\lambda d_r} \exp\left[\frac{j\pi}{\lambda d_r} (x^2 + y^2)\right] \\ & \times \sum_{m=-M/2}^{m=M/2-1} \sum_{n=-N/2}^{n=N/2-1} H(np_x, mp_y) \exp\left[\frac{j\pi}{\lambda d_r} (n^2 p_x^2 + m^2 p_y^2)\right] \exp\left[-\frac{2j\pi}{\lambda d_r} (np_x x + mp_y y)\right] \end{aligned} \quad (3.2)$$

On choisit comme paramètres de reconstruction un horizon sur $(K \times L)=(1024 \times 1024)$ points. La distance de reconstruction est $d_r = -d_0$ (mise au point sur l'image virtuelle). La figure 3.2 présente les plans reconstruits par transformée de Fresnel, avec mise au point sur les hologrammes rouge (gauche) et vert (droite) respectivement.

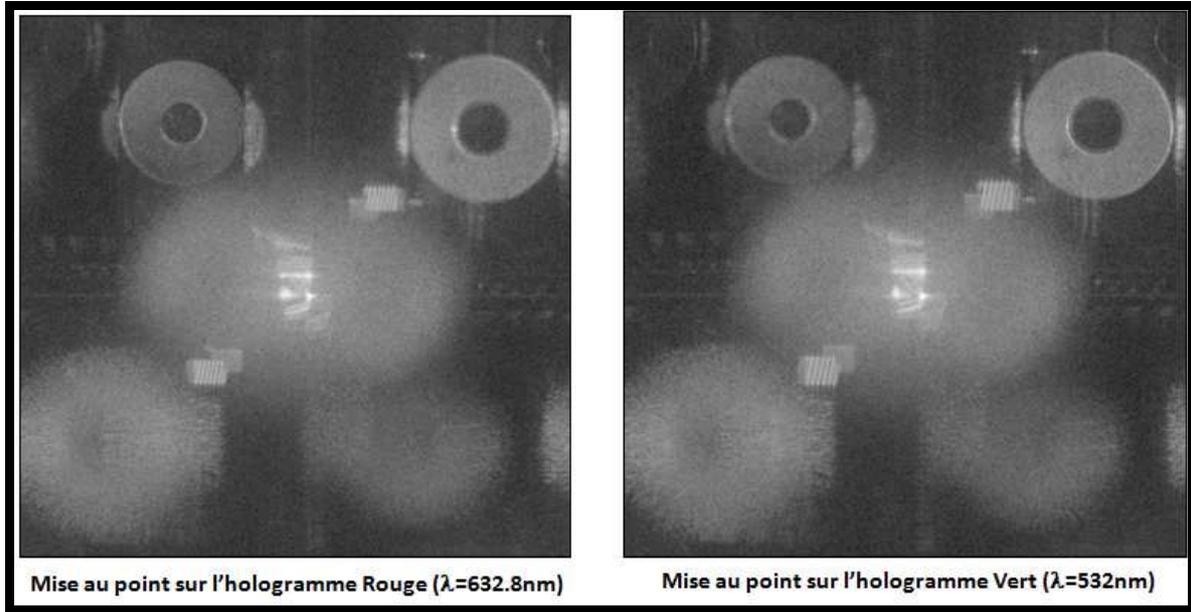


Figure 3.2 : Plans reconstruits par transformée de Fresnel

Cette figure montre clairement la différence de taille entre deux hologrammes rouge et vert du même objet. Pourtant, le calcul des hologrammes selon plusieurs longueurs d'onde doit respecter cette propriété fondamentale : la taille de l'objet reconstruit doit être conservée et le pas d'échantillonnage doit être indépendant de la longueur d'onde. Les paragraphes suivants proposent des solutions à ce problème. Nous traiterons dans un premier temps la méthode de la transformée de Fresnel, puis nous aborderons les méthodes de convolution dans un second temps

3.2 Méthode par transformée de Fresnel

3.2.1 Base de la méthode

Si l'on veut reconstruire par transformée de Fresnel les hologrammes couleurs, le processus de reconstruction doit respecter la condition ci-dessous :

$$\begin{cases} \Delta\eta^\lambda = \frac{\lambda d_r^\lambda}{L_\lambda p_x} = Cte \\ \Delta\xi^\lambda = \frac{\lambda d_r^\lambda}{K_\lambda p_y} = Cte \end{cases} \quad (3.3)$$

Ainsi, pour deux longueurs d'onde données, la condition 3.3 conduit à :

$$\begin{cases} \Delta\eta^R = \frac{\lambda_R d_r^\lambda}{L_R p_x} = \frac{\lambda_G d_r^\lambda}{L_G p_x} = \Delta\eta^G \\ \Delta\xi^R = \frac{\lambda_R d_r^\lambda}{K_R p_y} = \frac{\lambda_G d_r^\lambda}{K_G p_y} = \Delta\xi^G \end{cases} \quad (3.4)$$

Considérons le problème unidirectionnel suivant x , (la direction y se déduisant facilement en remplaçant L_λ par K_λ et p_x par p_y). Ainsi, la condition 3.4 devient :

$$\frac{\lambda_R d_r^R}{L_R} = \frac{\lambda_G d_r^G}{L_G} \quad (3.5)$$

Les sources étant connues, il faudra agir sur les paramètres d_r^R , d_r^G , L_R et L_G pour satisfaire la condition précédente sur le pas d'échantillonnage. Néanmoins il subsiste des contraintes sur le choix de ces paramètres. La distance de reconstruction doit permettre la mise au point sur l'image virtuelle ($d_r^\lambda \approx -d_0^\lambda$ pour une onde de référence plane) et la taille de l'horizon doit être un nombre entier pair. En effet, considérons la figure 3.3 dans laquelle le grand rectangle représente l'horizon reconstruit et le petit rectangle bleu représente la matrice du capteur.

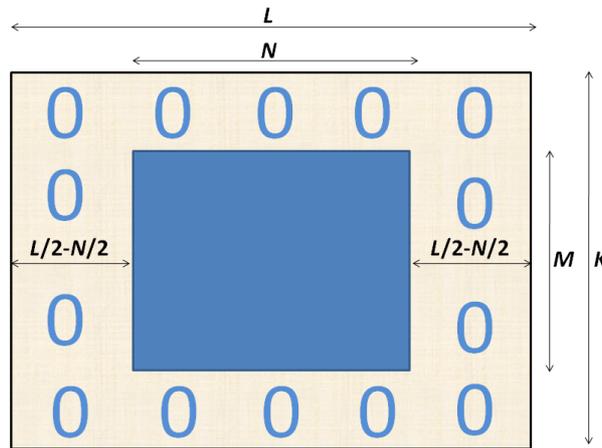


Figure 3.3 : Processus de zéro-padding

N et L désignent respectivement la taille du capteur et la taille de l'horizon reconstruit dans la direction x . Le processus de reconstruction nécessite d'ajouter des zéros tout autour de la matrice de capteur (zéro-padding) afin que sa taille égale celle de l'horizon reconstruit, sans modifier la localisation spatiale de l'image. Ainsi, d'après la figure 3.3, il faudrait ajouter $L/2 - N/2$ zéros dans la direction x de part et d'autre de la matrice. De ce fait, le rapport $L/2 - N/2$ doit être entier. Ainsi, N étant toujours pair (pour toutes les caméras du commerce), il faudrait avoir L pair. Le « zéro-padding » a pour effet de modifier la définition de l'image sans changer sa résolution intrinsèque qui est fixée par le capteur. Ainsi, plus on aura de points, meilleure sera la définition de l'image. Cela correspond tout simplement à un sur-échantillonnage ($L > N$) ou à un sous-échantillonnage ($L < N$) de l'image.

La figure 3.4 montre l'évolution du pas d'échantillonnage en fonction de la taille de l'horizon reconstruit.

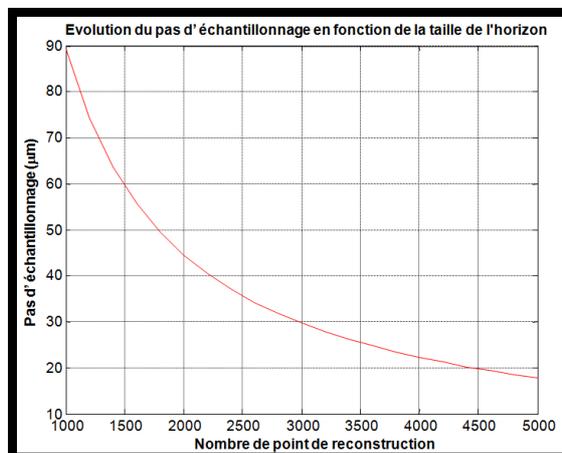


Figure 3.4 : Evolution de la résolution (en μm) en fonction du nombre de points

A titre d'illustration, considérons une pièce de deux euros enregistrée à une distance $d_0 = 660$ mm avec un laser rouge de 632,8 nm. Le capteur possède une résolution de $N \times M = 1360 \times 1024$ pixels de pas 4,65 μm . La distance de reconstruction est choisie égale à d_0 . La figure 3.5 montre trois cas de champs reconstruits avec des horizons de tailles différentes. L'hologramme de gauche ($K = L = 512$) correspond à une troncature de l'image et donc une perte de l'information. Celui du centre ($K = 1024, L = 1360$) correspond à la définition donnée par le capteur. Tandis que celui de droite ($K = L = 2048$) met en évidence l'effet du zéro-padding sur la définition de l'image. Ainsi, plus le nombre de points de reconstruction sera élevé, meilleure sera la définition de l'image.

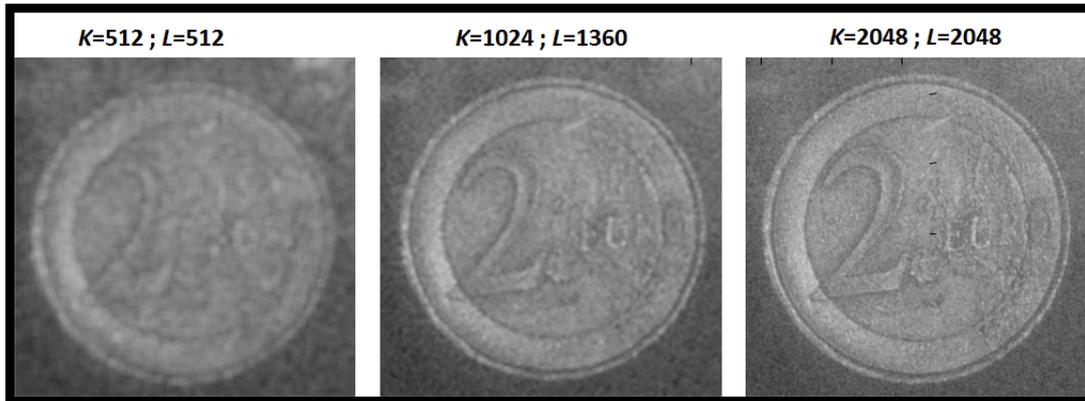


Figure 3.5 : Définition de l'image en fonction du nombre de points de reconstruction

Nous présenterons dans le paragraphe suivant une méthode de zéro-padding pour compenser la différence de pas d'échantillonnage introduite par la longueur d'onde.

3.2.2 Transformée de Fresnel avec zéro-padding dépendant de la longueur d'onde

3.2.2.1 Principe de la méthode

On constate que si la longueur d'onde change, le pas d'échantillonnage change. Pour des besoins de simplification, nous allons mener cette étude préliminaire sur deux longueurs d'onde, sachant que les résultats pourront être facilement adaptables au cas de n ($n > 2$) longueurs d'onde. Considérons le cas des deux longueurs d'ondes données par un laser HeNe ($\lambda_R = 632,8$ nm) et un laser NdYAG doublé ($\lambda_G = 532$ nm). Le capteur possède les caractéristiques : $N = 1360, M = 1024, p_x = p_y = 4,65$ μm . Une première approche pour satisfaire à la condition 3.5 consiste à utiliser les distances d'enregistrement différentes selon la source et à faire une mise au point lors de la reconstruction sur l'image virtuelle ($d_r^\lambda = -d_0^\lambda$) [138-140]. Cependant cette approche est très contraignante, car elle nécessite de déplacer l'objet entre deux illuminations sans changer ses fréquences spatiales porteuses. Bien que la modification de la distance d'enregistrement puisse être menée optiquement, l'utilisation des optiques peut induire des aberrations dans le front d'onde objet. Par ailleurs, cette approche n'est adaptée que pour des objets statiques et n'est pas adaptée à la métrologie des objets dynamiques qui nécessitent un enregistrement simultané des couleurs. La méthode que nous proposons doit être considérée comme une variante de celle proposée par Ferraro [138].

On trouve dans la littérature des travaux sur cette problématique [35,138,139,141]. Cependant, les approches proposées ne permettent pas de répondre aux exigences de la métrologie multidimensionnelle qui nécessite un enregistrement simultané des couleurs.

Supposons l'enregistrement simultané à une distance d_0 et les distances de reconstruction identiques à celle d'enregistrement ($|d_r^\lambda| = |d_0|$) : on aura pour chaque longueur d'onde, dans la

direction x , des pas d'échantillonnages donnés par :

$$\begin{cases} \Delta\eta^R = \frac{\lambda_R d_0}{L_R p_x} \\ \Delta\eta^G = \frac{\lambda_G d_0}{L_G p_x} \end{cases} \quad (3.6)$$

où L_R et L_G sont le nombre de points de l'horizon reconstruit par transformée de Fresnel discrète, respectivement pour le rouge et le vert. La condition 3.5 conduit ainsi à :

$$\frac{\lambda_R}{L_R} = \frac{\lambda_G}{L_G} \quad (3.7)$$

Pour les deux longueurs d'ondes évoquées précédemment, nous avons :

$$\frac{L_R}{L_G} = \frac{\lambda_R}{\lambda_G} = \frac{632,8}{532} = 1,189473 \quad (3.8)$$

Remarquons que le rapport L_R sur L_G n'est pas entier. Pourtant, L_R et L_G doivent être des entiers pairs. En considérant l'arrondi d'ordre 3 de ce rapport, on peut écrire :

$$1000 \frac{L_R}{L_G} = \text{entier}, \quad (3.9)$$

avec entier = 1189 (arrondi par défaut) ou entier = 1190 (arrondi par excès).

Le tableau 3.1 ci-dessous présente les différents choix possibles pour les paramètres L_R et L_G , ainsi que les valeurs de $\Delta\eta^R$ et $\Delta\eta^G$ correspondantes, à une précision de 10^{-3} , pour un objet circulaire de diamètre 25 mm placé à $d_0 = 780$ mm du capteur CCD. Les cases en jaune correspondent à la condition L_R et L_G pairs et entiers.

		$d_r^G = d_r^R = d_0 = 780$ mm; $p_x = p_y = 4,65$ μ m			
		entier = 1189		entier = 1190	
L_G	$\Delta\eta^G$ (μ m)	$L_R=1,189L_G$	$\Delta\eta^R$ (μ m)	$L_R=1,190L_G$	$\Delta\eta^R$ (μ m)
1000	89,239	1189	89,274	1190	89,199
1200	74,366	1426,8	74,395	1428	74,333
1400	63,742	1664,6	63,767	1666	63,714
1600	55,774	1902,4	55,796	1904	55,750
1800	49,577	2140,2	49,597	2142	49,555
2000	44,619	2378	44,637	2380	44,600
2200	40,563	2615,8	40,579	2618	40,545
2400	37,183	2853,6	37,198	2856	37,166
2600	34,323	3091,4	34,336	3094	34,307
2800	31,871	3329,2	31,884	3332	31,857
3000	29,746	3567	29,758	3570	29,733
3200	27,887	3804,8	27,898	3808	27,875
3400	26,247	4042,6	26,257	4046	26,235
3600	24,789	4280,4	24,798	4284	24,778
3800	23,484	4518,2	23,493	4522	23,473
4000	22,310	4756	22,319	4760	22,300

Tableau 3.1 : Valeurs des paramètres de reconstruction avec distance de reconstruction fixe

Ce tableau montre que, pour les longueurs d'onde choisies, les valeurs des paramètres L_G et L_R qui remplissent les conditions d'entier et de parité, se déduisent facilement par la relation :

$$\{L_G, L_R\} = \begin{cases} \{2000 + 2000 \times k, 2378 + 2378 \times k\} & \text{pour entier} = 1189 \\ \{1000 + 200 \times k, 1190 + 238 \times k\} & \text{pour entier} = 1190 \end{cases} \quad (3.10)$$

avec k un entier naturel que l'utilisateur choisira en fonction des performances du processeur. Cependant, l'arrondi ne permet pas d'obtenir rigoureusement l'égalité $\Delta\eta^R = \Delta\eta^G$.

3.2.2.2 Modification de la distance de reconstruction

Compte tenu de l'arrondi à 10^{-3} sur le rapport des longueurs d'ondes, nous proposons d'apporter une légère modification de l'ordre de quelques dixièmes de millimètre sur la distance de reconstruction, sans dégrader la mise au point de l'image. Ainsi la parfaite égalité $\Delta\eta^R = \Delta\eta^G$ à l'arrondi d'ordre 3 sera obtenue si,

$$\frac{\lambda_R d_r^R}{L_R} = \frac{\lambda_G d_r^G}{L_G} \quad (3.11)$$

Pour une mise au point optimale simultanée sur les deux images réelles, on peut choisir d_r^R et d_r^G de part et d'autre de d_0 . Ceci revient à poser $d_r^R + d_r^G = 2d_0$, soit

$$d_r^G = 2d_0 - d_r^R \quad (3.12)$$

Il suffit de choisir une distance d_r^R proportionnelle à d_r^G , soit, d'après les équations 3.9 et 3.11 :

$$d_r^R = \frac{L_R \lambda_G}{L_G \lambda_R} d_r^G = \frac{\text{entier} \lambda_G}{1000 \lambda_R} d_r^G \quad (3.13)$$

La combinaison des équations 3.12 et 3.13 conduit à la détermination de d_r^R et d_r^G définies comme suit :

$$\begin{cases} d_r^R = \frac{2\lambda_G \times \text{entier}}{1000\lambda_R + \lambda_G \times \text{entier}} d_0 \\ d_r^G = 2d_0 - d_r^R \end{cases} \quad (3.14)$$

Le tableau ci-dessous présente les différentes valeurs possibles pour les paramètres d_r^R , d_r^G , L_R et L_G obtenues par les équations 3.9 et 3.14, ainsi que les valeurs de $\Delta\eta^R = \Delta\eta^G$ correspondantes.

$d_0 = 780 \text{ mm}; p_x = p_y = 4,65 \mu\text{m}$						
		entier = 1189		entier = 1190		
		$d_r^R = 779,844 \text{ mm}$	$d_r^G = 780,155 \text{ mm}$		$d_r^R = 780,172 \text{ mm}$	$d_r^G = 779,827 \text{ mm}$
L_G	$L_R = 1.189 L_G$	$\Delta\eta^R (\mu\text{m})$	$\Delta\eta^G (\mu\text{m})$	$L_R = 1.190 L_G$	$\Delta\eta^R (\mu\text{m})$	$\Delta\eta^G (\mu\text{m})$
1000	1189	89,256	89,256	1190	89,219	89,219
1200	1426,8	74,380	74,380	1428	74,349	74,349
1400	1664,6	63,755	63,755	1666	63,728	63,728
1600	1902,4	55,785	55,785	1904	55,762	55,762
1800	2140,2	49,587	49,587	2142	49,566	49,566
2000	2378	44,628	44,628	2380	44,609	44,609
2200	2615,8	40,571	40,571	2618	40,554	40,554
2400	2853,6	37,190	37,190	2856	37,175	37,175
2600	3091,4	34,329	34,329	3094	34,315	34,315
2800	3329,2	31,877	31,877	3332	31,864	31,864
3000	3567	29,752	29,752	3570	29,740	29,740
3200	3804,8	27,893	27,893	3808	27,881	27,881
3400	4042,6	26,252	26,252	4046	26,241	26,241
3600	4280,4	24,793	24,793	4284	24,783	24,783
3800	4518,2	23,489	23,489	4522	23,479	23,479
4000	4756	22,314	22,314	4760	22,305	22,305

Tableau 3.2 : Valeurs de paramètres de reconstruction avec variation de la distance de reconstruction pour entier = {1189, 1190}

Ainsi, pour les mêmes valeurs des paramètres L_G et L_R et en modifiant légèrement la distance de reconstruction, on assure la parfaite égalité $\Delta\eta^R = \Delta\eta^G$ à la précision souhaitée.

Symétriquement, comme

$$\frac{\lambda_G}{\lambda_R} = 0,840707 \quad (3.15)$$

On peut également adopter l'approximation :

$$1000 \frac{L_G}{L_R} = \text{entier}, \quad (3.16)$$

avec entier = 840 ou entier = 841.

Il suffira de calculer comme précédemment les distances d_r^R et d_r^G telles que :

$$\begin{cases} d_r^G = \frac{2\lambda_R \times \text{entier}}{1000\lambda_G + \lambda_R \times \text{entier}} d_0 \\ d_r^R = 2d_0 - d_r^G \end{cases} \quad (3.17)$$

Le tableau 3.3 ci-dessous donne les valeurs des paramètres permettant de satisfaire à l'égalité parfaite $\Delta\eta^R = \Delta\eta^G$ à la précision souhaitée.

$d_0 = 780 \text{ mm}; p_x = p_y = 4,65 \mu\text{m}$						
entier = 840				entier = 841		
		$d_r^R = 780,328 \text{ mm}$	$d_r^G = 779,671 \text{ mm}$			$d_r^G = 780,135 \text{ mm}$
L_R	$L_G = 0,84L_R$	$\Delta\eta^R (\mu\text{m})$	$\Delta\eta^G (\mu\text{m})$	$L_G = 0,841L_R$	$\Delta\eta^R (\mu\text{m})$	$\Delta\eta^G (\mu\text{m})$
2000	1680	53,096	53,096	1682	53,064	53,064
2050	1722	51,801	51,801	1724,05	51,770	51,770
2100	1764	50,567	50,567	1766,1	50,537	50,537
2150	1806	49,392	49,392	1808,15	49,362	49,362
2200	1848	48,269	48,269	1850,2	48,240	48,240
2250	1890	47,196	47,196	1892,25	47,168	47,168
2300	1932	46,170	46,170	1934,3	46,143	46,143
2350	1974	45,188	45,188	1976,35	45,161	45,161
2400	2016	44,247	44,247	2018,4	44,220	44,220
2450	2058	43,344	43,344	2060,45	43,318	43,318
2500	2100	42,477	42,477	2102,5	42,451	42,451
2550	2142	41,644	41,644	2144,55	41,619	41,619
2600	2184	40,843	40,843	2186,6	40,819	40,819
2650	2226	40,072	40,072	2228,65	40,049	40,049
2700	2268	39,330	39,330	2270,7	39,307	39,307
2750	2310	38,615	38,615	2312,75	38,592	38,592
2800	2352	37,926	37,926	2354,8	37,903	37,903
2850	2394	37,260	37,260	2396,85	37,238	37,238
2900	2436	36,618	36,618	2438,9	36,596	36,596
2950	2478	35,997	35,997	2480,95	35,976	35,976
3000	2520	35,397	35,397	2523	35,376	35,376
3050	2562	34,817	34,817	2565,05	34,796	34,796
3100	2604	34,255	34,255	2607,1	34,235	34,235
3150	2646	33,712	33,712	2649,15	33,692	33,692
3200	2688	33,185	33,185	2691,2	33,165	33,165
3250	2730	32,674	32,674	2733,25	32,655	32,655
3300	2772	32,179	32,179	2775,3	32,160	32,160
3350	2814	31,699	31,699	2817,35	31,680	31,680
3400	2856	31,233	31,233	2859,4	31,214	31,214
3450	2898	30,780	30,780	2901,45	30,762	30,762
3500	2940	30,340	30,340	2943,5	30,322	30,322
3550	2982	29,913	29,913	2985,55	29,895	29,895
3600	3024	29,498	29,498	3027,6	29,480	29,480
3650	3066	29,094	29,094	3069,65	29,076	29,076
3700	3108	28,700	28,700	3111,7	28,683	28,683
3750	3150	28,318	28,318	3153,75	28,301	28,301
3800	3192	27,945	27,945	3195,8	27,929	27,929
3850	3234	27,582	27,582	3237,85	27,566	27,566
3900	3276	27,229	27,229	3279,9	27,212	27,212
3950	3318	26,884	26,884	3321,95	26,868	26,868
4000	3360	26,548	26,548	3364	26,532	26,532

Tableau 3.3 : Valeurs de paramètres de reconstruction avec variation de la distance de reconstruction pour entier = {840, 841}

De même, les valeurs des paramètres L_G et L_R se déduisent facilement par la relation :

$$\{L_R, L_G\} = \begin{cases} \{2000 + 50 \times k, 1680 + 42 \times k\} & \text{pour entier} = 840 \\ \{2000 + 2000 \times k, 1682 + 1682 \times k\} & \text{pour entier} = 841 \end{cases} \quad (3.18)$$

avec k un entier naturel.

3.2.2.3 Influence de la modification de la distance de reconstruction sur la réponse impulsionnelle

Le changement de la distance de reconstruction induit un défaut de mise au point dont la contribution à l'élargissement de la réponse impulsionnelle est donnée par [18,106] :

$$\rho_x^\lambda = \left| N p_x \left(1 - \frac{d_r^\lambda}{d_0} \right) \right| \quad (3.19)$$

Pour respecter l'ensemble de contraintes sur les paramètres, L_R et L_G (nombres entiers et pairs), entier={840,841,1189,1190}, d_r^G et d_r^R , il faut choisir ces paramètres judicieusement, de sorte à minimiser l'élargissement de la réponse impulsionnelle.

Pour évaluer la contribution de ces élargissements sur la qualité de l'image, il suffit de les comparer aux résolutions spatiales intrinsèques données par :

$$\left\{ \begin{array}{l} \rho_{0x}^R = \frac{\lambda_R d_0}{N p_x} = 78,04 \mu m \\ \rho_{0x}^G = \frac{\lambda_G d_0}{N p_x} = 65,6 \mu m \end{array} \right. , \quad (3.20)$$

avec $N = 1360$ et $p_x = 4,65 \mu m$.

Le tableau ci-dessous récapitule l'ensemble des valeurs des distances de reconstruction ainsi que leur contribution à l'élargissement de la réponse impulsionnelle

entier	1189	1190	840	841
d_r^R (mm)	779,844	780,172	780,328	779,864
d_r^G (mm)	780,155	779,827	779,671	780,135
ρ_x^R (μm)	1,265	1,395	2,659	1,103
ρ_x^G (μm)	1,257	1,403	2,667	1,095
ρ_x^R / ρ_{0x}^R	1,62%	1,79%	3,41%	1,41%
ρ_x^G / ρ_{0x}^G	1,92%	2,14%	4,07%	1,67%

Tableau 3.4 : Comparaison des effets de la distance de reconstruction sur l'élargissement de la réponse impulsionnelle

Remarquons que la modification de la distance de reconstruction contribue de l'ordre de 2% à l'élargissement de la réponse impulsionnelle, ce qui est relativement négligeable devant la résolution intrinsèque du capteur.

Ces comparaisons nous permettent de choisir la configuration optimale pour le calcul des hologrammes (cas entier = 841). On remarque que, plus on s'éloigne de la distance d'enregistrement, plus on dégrade la mise au point de l'image du fait de l'élargissement de la réponse impulsionnelle.

3.2.2.4 Illustration : Reconstruction de l'hologramme bi-couleur d'un médaillon

Afin d'illustrer cet algorithme, nous avons utilisé le dispositif expérimental de la figure 3.1 sur un médaillon de sport de diamètre 53 mm, situé à la distance $d_0 = 1400$ mm du capteur CCD. Le capteur possède les caractéristiques : $N = 1360$, $M = 1024$, $p_x = p_y = 4,65 \mu m$. La reconstruction des

hologrammes par transformée de Fresnel classique avec mise au point sur l'image virtuelle ($d_r^\lambda = -d_0$) montre deux hologrammes rouge et vert de taille différente (figure 3.6).

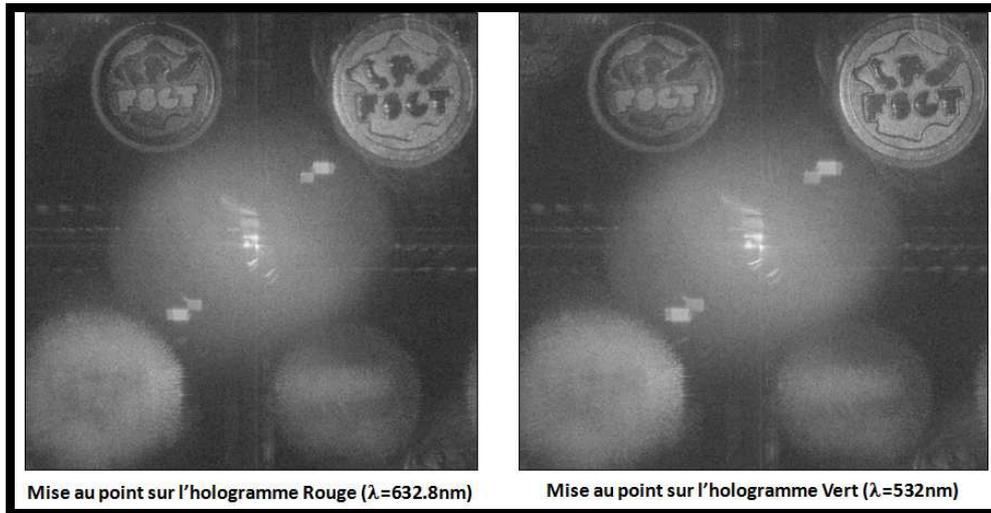


Figure 3.6 : Hologrammes reconstruits par transformée de Fresnel classique

En utilisant l'algorithme développé avec zéro-padding, nous avons choisi les paramètres du tableau 3.3 avec entier =841, $\{L_R, L_G\} = \{2000, 1682\}$, $\{K_R, K_G\} = \{L_R, L_G\}$. Le calcul de d_r^R et d_r^G par la formule 3.17 donne $d_r^R = 1399,756$ mm et $d_r^G = 1400,243$ mm. La figure 3.6 montre les hologrammes reconstruits rouge, vert et bi-couleur. Les hologrammes rouge et vert ont parfaitement la même taille permettant ainsi d'avoir un hologramme couleur avec une superposition parfaite. L'hologramme rouge est légèrement pâle à cause de la cohérence du laser rouge.

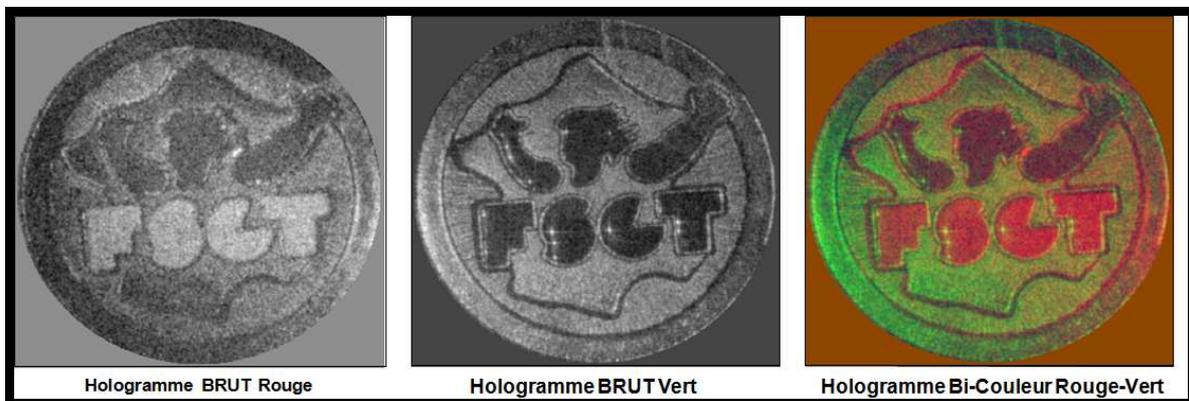


Figure 3.7 : Hologrammes reconstruits par transformée de Fresnel avec zéro-padding

L'intérêt de cette méthode est non seulement de reconstruire des hologrammes couleurs, mais surtout de faire la métrologie multidimensionnelle à partir de l'addition ou la soustraction des cartes de phase de même taille. Le paragraphe suivant illustre une étude de cas en métrologie bidimensionnelle.

3.2.2.5 Illustration : Analyse bidimensionnelle de la déformation d'une rondelle

L'algorithme a également été utilisé pour l'analyse bidimensionnelle de la déformation d'une rondelle de 25 mm de diamètre, placée à la distance $d_0 = 780$ mm du capteur CCD. Les paramètres de reconstruction sont également ceux du tableau 3.3 avec entier =841, $\{L_R, L_G\} = \{2000, 1682\}$,

$\{K_R, K_G\} = \{L_R, L_G\}$, Le calcul de d_r^R et d_r^G par la formule 3.17 donne $d_r^R = 779,864$ mm et $d_r^G = 780,135$ mm. Ces paramètres permettent de reconstruire l'amplitude rouge et verte de la rondelle. L'hologramme bi-couleur est alors obtenu sans ambiguïté.

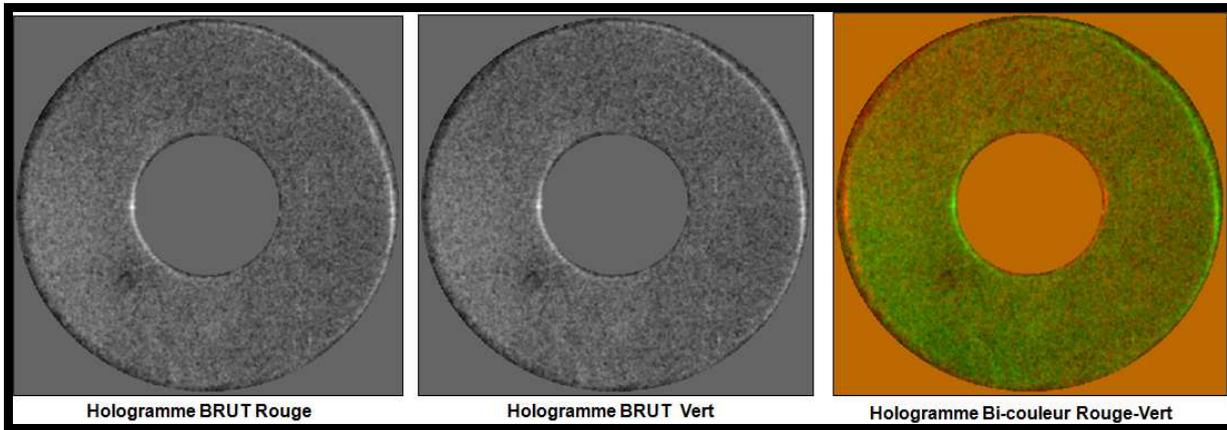


Figure 3.8 : Hologrammes reconstruits par transformée de Fresnel avec zéro-padding

De l'amplitude du champ reconstruit, nous pouvons aussi restituer la phase de l'objet. La figure 3.9 présente les cartes de différence de phase rouge et verte non déroulées et déroulées, obtenues entre deux états de contrainte de la rondelle.

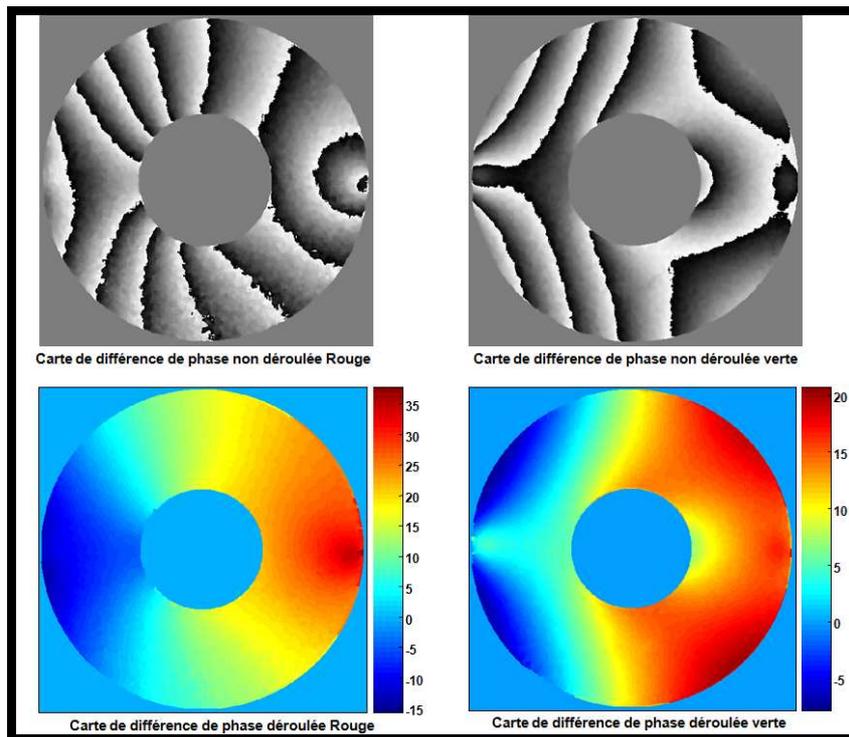


Figure 3.9 : Cartes de différence de phase rouge et verte

Ces cartes de différence de phase ont également la même taille et serviront ultérieurement au calcul des amplitudes de déplacement hors plan et dans le plan, de la déformation induite par la compression de la rondelle (Chapitre 4).

Cette approche développée pour deux longueurs d'onde est facilement adaptable pour le cas de n longueurs d'onde.

3.3 Méthode de convolution

3.3.1 Problématique

Nous avons montré au paragraphe précédent qu'il est possible d'adapter la reconstruction par transformée de Fresnel à la reconstruction des hologrammes couleurs. Cette méthode bien qu'adaptée à la reconstruction des objets de grande taille est néanmoins délicate en terme de choix des paramètres de reconstruction. Nous envisageons dans ce paragraphe d'étudier la reconstruction par la méthode de convolution.

Comme décrit au Chapitre 1, il est possible de considérer la diffraction comme une équation de convolution permettant d'écrire, pour une distance de reconstruction d_r [90] :

$$A_r(x, y, d_r) = H(x, y) * h(x, y, d_r). \quad (3.21)$$

où le noyau convolutif $h(x, y, d_r)$ est la réponse impulsionnelle exacte de l'espace libre définie par :

$$h(x, y, d_r) = -\frac{jd_r}{\lambda} \frac{\exp\left[2j\pi/\lambda \sqrt{d_r^2 + x^2 + y^2}\right]}{d_r^2 + x^2 + y^2} \quad (3.22)$$

La version discrétisée de l'équation 3.21 s'écrit tout simplement :

$$A_r(l, k, d_r) = H(l, k) * h(l, k, d_r) = \sum_{n=-N/2}^{n=N/2-1} \sum_{m=-M/2}^{m=M/2-1} H(n, m) h(n-l, m-k) \quad (3.23)$$

Cette équation de convolution montre que le champ reconstruit a le même pas d'échantillonnage que celui du capteur. Ainsi, l'horizon reconstruit aura la même taille que celle du capteur, et ceci indépendamment de la longueur d'onde de la source utilisée. Ceci est un atout majeur pour l'holographie couleur. Cependant, la taille des objets reconstruits est de l'ordre de grandeur de la taille du capteur. Cependant, il est connu [143] que la convolution n'est pas adaptée à des objets très étendus, c'est à dire des objets dont la taille est très supérieure à la taille du capteur d'enregistrement. La raison est assez intuitive si on considère que la méthode de convolution, de par la façon de la mettre en œuvre numériquement (double FFT), ne permet d'observer qu'un horizon de la taille du capteur. Ainsi, un objet très grand par rapport au capteur ne pourra être reconstruit entièrement. Pour des objets de grande taille (taille supérieure à celle du capteur), la convolution ne permettra de reconstruire qu'une partie de l'objet. Par exemple, pour un capteur de résolution $(M, N) = (1024 \times 1360)$ et donc les pixels font $4,65 \mu\text{m}$, la convolution doit permettre de reconstruire au mieux des objets de taille $4,7 \times 6,3 \text{mm}^2$.

Une autre manière d'appréhender ce problème, et qui ouvre la voie à des algorithmes adaptés, consiste à raisonner dans le domaine spectral. Cette partie consacrée à la mise au point d'algorithmes de convolution adaptés aux objets étendus est basée sur une analyse spectrale de l'holographie numérique. Ainsi, nous présenterons dans la suite une méthode de reconstruction basée sur le balayage spectral de l'objet et une méthode basée sur le grandissement variable de l'objet. Le dénominateur commun de ces méthodes est qu'elles consistent à adapter la bande passante du noyau de convolution à celle de l'objet encodé. Afin de mener cette analyse, il est nécessaire de considérer les problèmes d'échantillonnage du noyau convolutif.

3.3.1.1 Échantillonnage de la réponse impulsionnelle

La réponse impulsionnelle peut être réécrite sous forme complexe :

$$h(x, y, d_r) = a(x, y, d_r) \exp[j\Theta(x, y, d_r)] \quad (3.24)$$

Ainsi, h est une fonction oscillante d'amplitude a et de phase Θ et dont les fréquences spatiales locales sont données par :

$$\begin{cases} u_i = \frac{1}{2\pi} \frac{\partial \Theta(x, y, d_r)}{\partial x} \\ v_i = \frac{1}{2\pi} \frac{\partial \Theta(x, y, d_r)}{\partial y} \end{cases} \quad (3.25)$$

Soit,

$$\begin{cases} u_i = \frac{1}{2\pi} \frac{\partial}{\partial x} \frac{2\pi}{\lambda} \sqrt{d_r^2 + x^2 + y^2} = \frac{x}{\lambda \sqrt{d_r^2 + x^2 + y^2}} \\ v_i = \frac{1}{2\pi} \frac{\partial}{\partial y} \frac{2\pi}{\lambda} \sqrt{d_r^2 + x^2 + y^2} = \frac{y}{\lambda \sqrt{d_r^2 + x^2 + y^2}} \end{cases} \quad (3.26)$$

Dans les conditions d'approximation de Fresnel, ces fréquences spatiales locales sont données par :

$$\begin{cases} u_i = \frac{1}{2\pi} \frac{\partial}{\partial x} \frac{\pi x^2}{\lambda d_r} = \frac{x}{\lambda d_r} \\ v_i = \frac{1}{2\pi} \frac{\partial}{\partial y} \frac{\pi y^2}{\lambda d_r} = \frac{y}{\lambda d_r} \end{cases} \quad (3.27)$$

Par ailleurs, l'étendue de x (respect. y) étant bornée par $[-x_{\max}, +x_{\max}]$ (respect. $[-y_{\max}, +y_{\max}]$), correspond à l'étendue spatiale de l'enregistrement (CCD de taille $Np_x \times Mp_y$), les fréquences spatiales maximales dans la direction x et y seront définies par :

$$\begin{cases} u_i^{\max} = \frac{x_{\max}}{\lambda \sqrt{d_r^2 + x_{\max}^2}} \\ v_i^{\max} = \frac{y_{\max}}{\lambda \sqrt{d_r^2 + y_{\max}^2}} \end{cases} \quad (3.28)$$

Dans les conditions d'approximation de Fresnel, l'équation 3.28 devient :

$$\begin{cases} u_i^{\max} = \frac{x_{\max}}{\lambda d_r} \\ v_i^{\max} = \frac{y_{\max}}{\lambda d_r} \end{cases} \quad (3.29)$$

Ainsi, la bande passante bilatérale du noyau de convolution $h(x, y, d_r)$ dans les conditions de Fresnel est donnée par :

$$\begin{cases} \Delta u_{\text{kernel}} = \frac{2x_{\max}}{\lambda d_r} = \frac{Np_x}{\lambda d_r} \\ \Delta v_{\text{kernel}} = \frac{2y_{\max}}{\lambda d_r} = \frac{Mp_y}{\lambda d_r} \end{cases} \quad (3.30)$$

On constate que la bande passante du noyau de convolution diminue lorsque la distance de reconstruction augmente. Ainsi, d'après l'équation 3.30, la bande passante de la réponse

impulsionnelle ne permettra de reconstruire d'un seul coup qu'un domaine de l'objet égal à $Mp_y \times Np_x$. Cependant, on peut choisir d'étendre l'horizon reconstruit par zéro-padding de la réponse impulsionnelle sur un nombre de point $K \times L$ de pas $p_y \times p_x$. Ainsi la fonction $h(x, y, d_r)$ sera correctement échantillonnée si elle répond au théorème de Shannon. Soit :

$$\begin{cases} f_{ex} \geq 2u_i^{\max} = \frac{2x_{\max}}{\lambda d_r} = \Delta u_{kernel} \\ f_{ey} \geq 2v_i^{\max} = \frac{2y_{\max}}{\lambda d_r} = \Delta v_{kernel} \end{cases} \quad (3.31)$$

Ce qui conduit à :

$$\begin{cases} p_x \leq \frac{1}{\Delta u_{kernel}} = \frac{\lambda d_r}{Lp_x} \\ p_y \leq \frac{1}{\Delta v_{kernel}} = \frac{\lambda d_r}{Kp_y} \end{cases} \quad (3.32)$$

D'autre part, les paramètres p_x et p_y étant imposés par le capteur, la distance de reconstruction d_r respectant Shannon est donnée, d'après l'équation 3.32, par la condition suivante :

$$d_r \geq \sup \left\{ \frac{Lp_x^2}{\lambda}, \frac{Kp_y^2}{\lambda} \right\} \quad (3.33)$$

A titre d'illustration :

- si $K = L = 512$, $p_x = p_y = 4,65 \mu\text{m}$ et $\lambda = 0,6328 \mu\text{m}$ on doit avoir $d_r \geq 17,5 \text{ mm}$.
- si $K = L = 1024$, $p_x = p_y = 4,65 \mu\text{m}$ et $\lambda = 0,6328 \mu\text{m}$ on doit avoir $d_r \geq 35 \text{ mm}$.
- si $K = L = 2048$, $p_x = p_y = 4,65 \mu\text{m}$ et $\lambda = 0,6328 \mu\text{m}$ on doit avoir $d_r \geq 70 \text{ mm}$.

Ces limitations sur le choix de d_r restent valables pour la distance d_0 si on souhaite faire une mise au point sur l'image.

Réciproquement, la fonction $h(x, y, d_r)$ sera correctement échantillonnée jusqu'à un nombre de points $K \times L$ tel que :

$$\begin{cases} L \leq \frac{\lambda d_r}{p_x^2} \\ K \leq \frac{\lambda d_r}{p_y^2} \end{cases} \quad (3.34)$$

Dans ces conditions, le calcul de la convolution peut alors être réalisé par double transformée de Fourier bidimensionnelle en utilisant l'algorithme de la Figure 1.22 du chapitre 1. A titre d'illustration, considérons la reconstruction de la pièce de 2€ du paragraphe 3.2.2, enregistrée à une distance $d_0 = 660 \text{ mm}$ avec un laser rouge à $632,8 \text{ nm}$. Le capteur possède des pixels carrés de pas $4,65 \mu\text{m}$. En choisissant $|d_r| = |d_0|$, l'échantillonnage sera correct jusqu'à un nombre de points $K=L=19319$, ce qui est largement au dessus des capacités des processeurs standards. La figure 3.10 présente des horizons reconstruits avec des tailles différentes.

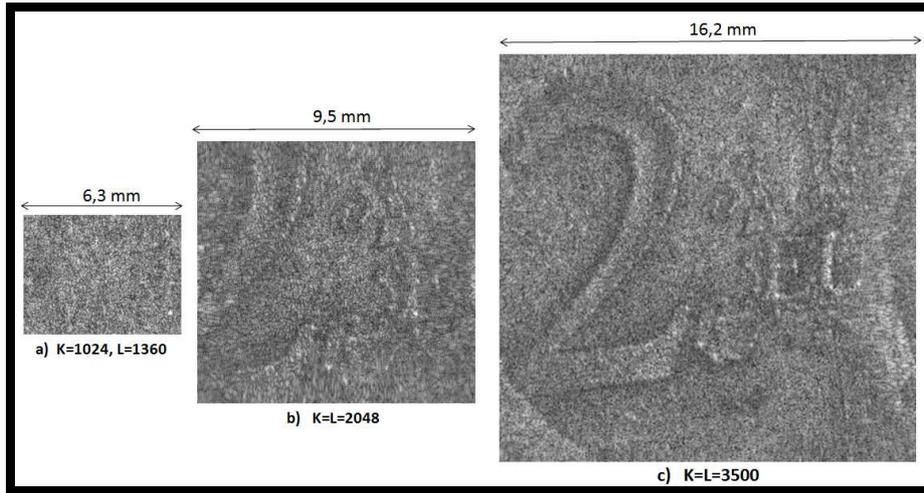


Figure 3.10 : Champs reconstruits par convolution avec différentes tailles

Le cas a) correspond au cas où on n'effectue pas le zéro-padding de la réponse impulsionnelle, le champ reconstruit est alors de même taille que le capteur et ne permet de reconstruire que le centre de la pièce. Les cas b) et c) montrent que, plus on a de points, mieux on pourra reconstruire l'objet. Cependant, les processeurs dont nous disposons ne permettent pas de reconstruire des horizons au delà de 3500×3500 points. Nous discuterons plus loin une autre approche permettant la reconstruction complète de l'objet.

3.3.1.2 Échantillonnage de la fonction de transfert

Pour des besoins de simplification, considérons la propagation du spectre angulaire de Fresnel (le cas du spectre angulaire exact est discuté en Annexe 1), la fonction de transfert associée est donnée par [144-146]:

$$G(u, v, d_r) = \exp[2j\pi d_r / \lambda] \exp[-j\pi\lambda d_r (u^2 + v^2)] \quad (3.35)$$

qui peut aussi l'écrire sous la forme d'une fonction oscillante :

$$G(u, v, d_r) = a(u, v, d_r) \exp[j\Theta(u, v, d_r)], \quad (3.36)$$

Les périodes spatiales locales associées à cette fonction sont données par :

$$\begin{cases} T_{ix} = \frac{1}{2\pi} \frac{\partial \Theta(u, v, d_r)}{\partial u} = \frac{1}{2\pi} \frac{\partial}{\partial u} \pi\lambda d_r (u^2 + v^2) = \lambda d_r u \\ T_{iy} = \frac{1}{2\pi} \frac{\partial \Theta(u, v, d_r)}{\partial v} = \frac{1}{2\pi} \frac{\partial}{\partial v} \pi\lambda d_r (u^2 + v^2) = \lambda d_r v \end{cases} \quad (3.37)$$

L'étendue de u (respect. v) est bornée par $[-u_{max}, +u_{max}]$ (respect. $[-v_{max}, +v_{max}]$), qui correspond à la bande passante spatiale de l'enregistrement ($M \times N$ pixels de pas $p_x \times p_y$, CCD de taille $Np_x \times Mp_y$), soit $u_{max} = 1/2p_x$ et $v_{max} = 1/2p_y$. Ainsi les périodes spatiales locales maximales sont :

$$\begin{cases} T_{ix}^{max} = \lambda d_r u_{max} = \frac{\lambda d_r}{2p_x} \\ T_{iy}^{max} = \lambda d_r v_{max} = \frac{\lambda d_r}{2p_y} \end{cases} \quad (3.38)$$

La bande passante spatiale du spectre angulaire associée à la période maximale est donc :

$$\begin{cases} \Delta T_x = 2T_{ix}^{\max} = \frac{\lambda d_r}{p_x} \\ \Delta T_y = 2T_{iy}^{\max} = \frac{\lambda d_r}{p_y} \end{cases} \quad (3.39)$$

L'échantillonnage de $G(u, v, d_r)$ dans le plan spectral doit également répondre au théorème de Shannon, ce qui impose d'avoir :

$$\begin{cases} T_{ex} \geq 2T_{ix}^{\max} = \Delta T_x = \frac{\lambda d_r}{p_x} \\ T_{ey} \geq 2T_{iy}^{\max} = \Delta T_y = \frac{\lambda d_r}{p_y} \end{cases} \quad (3.40)$$

Ainsi, les pas d'échantillonnage fréquentiel du spectre angulaire $G(u, v, d_r)$ seront donnés par :

$$\begin{cases} \delta u = \frac{1}{T_{ex}} \leq \frac{p_x}{\lambda d_r} \\ \delta v = \frac{1}{T_{ey}} \leq \frac{p_y}{\lambda d_r} \end{cases} \quad (3.41)$$

Par ailleurs, le calcul du spectre par FFT sur un horizon de $K \times L$ points, impose les pas d'échantillonnage fréquentiel égaux à

$$\begin{cases} \delta u = \frac{f_{ex}}{L} = \frac{1}{L p_x} \leq \frac{p_x}{\lambda d_r} \\ \delta v = \frac{f_{ey}}{K} = \frac{1}{K p_y} \leq \frac{p_y}{\lambda d_r} \end{cases} \quad (3.42)$$

Ainsi, la fonction $G(u, v, d_r)$ sera correctement échantillonnée sur tout le spectre numérique jusqu'à un nombre de points $K \times L$ tels que :

$$\begin{cases} L \geq \frac{\lambda d_r}{p_x^2} \\ K \geq \frac{\lambda d_r}{p_y^2} \end{cases} \quad (3.43)$$

Par exemple, pour la pièce de deux euros du paragraphe 3.2.2, $d_r = d_0 = 660\text{mm}$, $\lambda = 632,8\text{ nm}$ et $p_x = p_y = 4,65\mu\text{m}$, alors on doit calculer le spectre avec $L = K \geq 19315$. Ceci semble irréalisable avec les processeurs standards actuels.

Cependant, si on souhaite échantillonner correctement $G(u, v, d_r)$ uniquement sur la bande passante complète de l'onde objet (et pas sur tout le spectre) alors, les périodes spatiales locales maximales seront définies dans les conditions de Fresnel par :

$$\begin{cases} T_{ix}^{\max} = \lambda d_0 u_{\max} = \frac{1}{2} \Delta A_x \\ T_{iy}^{\max} = \lambda d_0 v_{\max} = \frac{1}{2} \Delta A_y \end{cases} \quad (3.44)$$

Avec ces considérations, la condition de Shannon sera satisfaite si

$$\begin{cases} T_{ex} \geq 2T_{ix}^{\max} = \Delta A_x \\ T_{ey} \geq 2T_{iy}^{\max} = \Delta A_y \end{cases}, \quad (3.45)$$

et les pas d'échantillonnage fréquentiel de $G(u, v, d_r)$ seront tels que

$$\begin{cases} \delta u \leq \frac{1}{2T_{ix}^{\max}} = \frac{1}{\Delta A_x} \\ \delta v \leq \frac{1}{2T_{iy}^{\max}} = \frac{1}{\Delta A_y} \end{cases} \quad (3.46)$$

Ainsi, la fonction $G(u, v, d_r)$ sera correctement échantillonnée sur le spectre objet jusqu'à un nombre de points $K \times L$ tels que :

$$\begin{cases} L \geq \frac{\Delta A_x}{p_x} \\ K \geq \frac{\Delta A_y}{p_y} \end{cases}, \quad (3.47)$$

indépendamment de la longueur d'onde et de la distance.

Par exemple, si $\Delta A_x = \Delta A_y = 25$ mm et $p_x = p_y = 4,65$ μ m, alors on doit calculer le spectre avec $L = K \geq 5376$ points et si $\Delta A_x = \Delta A_y = 53$ mm et $p_x = p_y = 4,65$ μ m, alors on doit calculer le spectre avec $L = K \geq 11397$ points. Ainsi, plus l'objet sera grand, plus il sera difficile de calculer l'image en une seule opération avec les processeurs actuels. Pour apporter des solutions à ce problème, nous utiliserons une analyse spectrale du processus.

3.3.1.3 Méthodologie de la reconstruction par convolution

L'analyse de l'échantillonnage de la réponse impulsionnelle et de la fonction de transfert vient de montrer qu'il n'est pas possible de reconstruire un objet si on ne respecte pas les conditions Shannon. Le problème principal est que la bande passante du noyau de convolution, réponse impulsionnelle ou fonction de transfert du spectre angulaire, est insuffisante si l'objet est étendu. Nous pouvons compléter les analyses précédentes par une analyse spectrale de l'hologramme numérique et de la fonction de transfert.

Considérons la transmittance H de l'hologramme numérique enregistré avec une onde de référence plane, dont les porteuses spatiales sont (u_r, v_r) . H s'écrit sous la forme :

$$\begin{aligned} H(x, y, d_0) &= |U_r(x, y) + U_0(x, y, d_0)|^2 \\ &= |U_r(x, y)|^2 + |U_0(x, y, d_0)|^2 + U_r^*(x, y)U_0(x, y, d_0) + U_r(x, y)U_0^*(x, y, d_0) \end{aligned}, \quad (3.48)$$

avec

$$U_r(x, y) = a_r \exp[-2j\pi(u_r x + v_r y)]. \quad (3.49)$$

La décomposition spectrale de l'hologramme s'écrit comme étant la somme de trois ordres de diffraction ; Soit :

$$\begin{aligned} E(u, v) &= TF[H(x, y, d_0)](u, v) \\ &= TF[U_r^2 + U_0^2 + U_r^*U_0 + U_rU_0^*](u, v), \\ &= A(u, v) + C(u - u_r, v - v_r) + C^*(u + u_r, v + v_r) \end{aligned} \quad (3.50)$$

où

$A(u, v) = TF[(U_r^2 + U_0^2)]$, représente l'ordre 0 de diffraction,

$C(u - u_r, v - v_r) = TF[U_r^*(x, y)U_0(x, y, d_0)]$, représente l'ordre +1 de diffraction

et $C(u + u_r, v + v_r) = TF[U_r(x, y)U_0^*(x, y, d_0)]$, représente l'ordre -1 de diffraction.

Par ailleurs, la fonction de transfert servant de noyau de convolution, est un filtre passe bande centré

sur la fréquence nulle. La figure 3.11 montre le spectre de l'hologramme numérique et celui de la fonction de transfert.

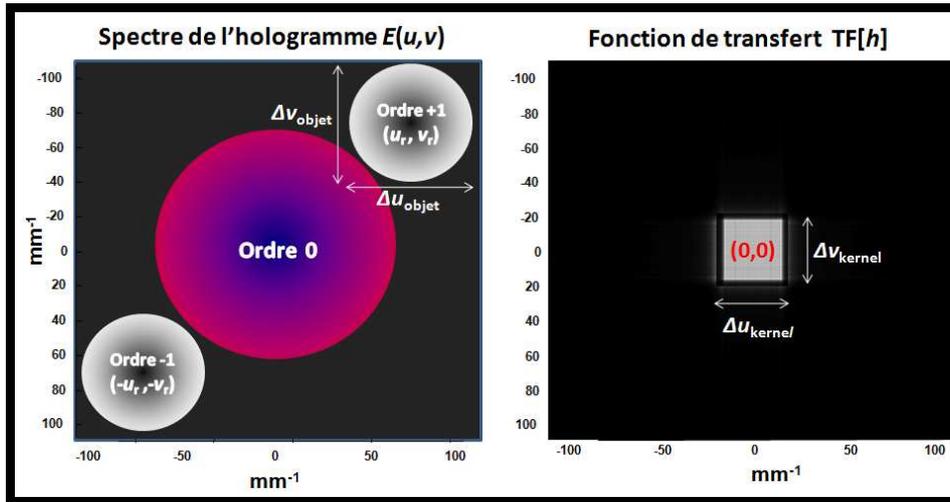


Figure 3.11 : Analyse spectrale de l'algorithme par convolution

Ainsi, si on souhaite reconstruire par convolution l'image virtuelle localisée à la fréquence (u_r, v_r) , il faut assurer une localisation du noyau de convolution à la fréquence (u_r, v_r) .

Par ailleurs, la taille de la bande passante du noyau est inférieure à celle de l'objet. Ainsi, pour reconstruire la totalité de l'objet, l'étendue spectrale du noyau de convolution doit être adaptée à celle de l'objet.

Supposons un objet de taille $\Delta A_x \times \Delta A_y$, d'après la relation de correspondance entre les largeurs cartésiennes et fréquentielles (équation 3.30), l'étendue spectrale de l'objet sera donnée par :

$$\Delta u_{objet} \times \Delta v_{objet} = \left(\frac{\Delta A_x}{\lambda d_r} \right) \times \left(\frac{\Delta A_y}{\lambda d_r} \right) \quad (3.51)$$

Pour reconstruire la totalité du champ objet, l'étendu du noyau de convolution doit recouvrir celui de l'objet, c'est-à-dire :

$$\Delta u_{kernel} \times \Delta v_{kernel} \geq \Delta u_{objet} \times \Delta v_{objet} = \left(\frac{\Delta A_x}{\lambda d_r} \right) \times \left(\frac{\Delta A_y}{\lambda d_r} \right) \quad (3.52)$$

La figure 3.12 illustre l'adaptation de la bande passante du noyau à celle de l'objet.

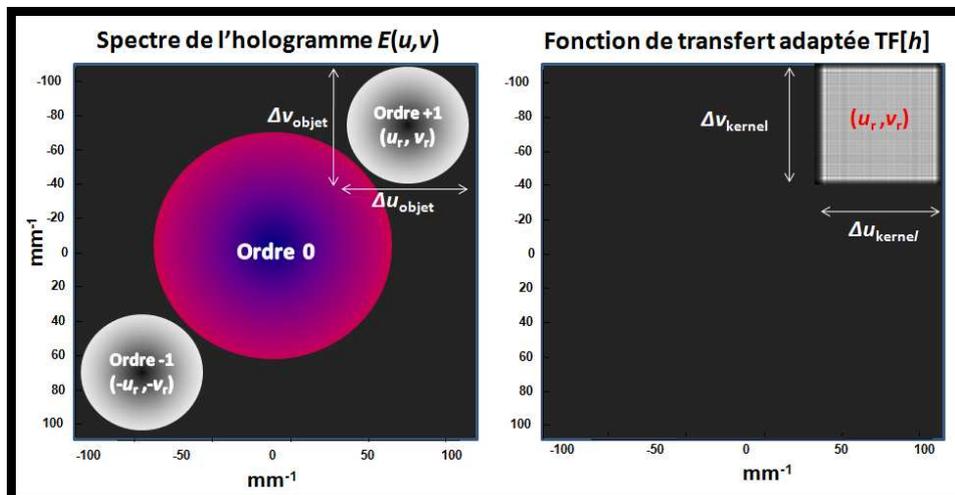


Figure 3.12 : Adaptation de la largeur de la bande passante du noyau de convolution

Dès lors, le calcul du champ image est opéré par double transformée de Fourier.

D'après ce qui précède, un moyen simple d'augmenter la bande passante consiste à effectuer un zéro-padding de la réponse impulsionnelle ou du spectre angulaire, de sorte à avoir,

$$\Delta u_{\text{kernel}} = \frac{L p_x}{\lambda d_r} = \Delta u_{\text{objet}} = \frac{\Delta A_x}{\lambda d_r}, \quad (3.53)$$

soit

$$L = \frac{\Delta A_x}{p_x}. \quad (3.54)$$

Ceci signifie que le nombre de points total de calcul est dans le rapport *taille de l'objet/taille pixel*. Pour fixer les ordres de grandeurs, considérons un objet circulaire de 60 mm de diamètre et un capteur de pas 4,65 μm . On a donc $L = 60/4,65 \times 10^{-3} \equiv 12903$. Ainsi cet objet pourra être reconstruit avec un zéro-padding à $(K \times L) = (12903 \times 12903)$ pixels. Ce chiffre est clairement démesuré et engendrera un temps de calcul considérable, rendant prohibitive cette approche.

Les paragraphes suivants proposent deux stratégies permettant d'adapter la bande passante du noyau de convolution. La première est basée sur la convolution par banc de filtre et consiste en un balayage spectral du noyau sur le spectre de l'objet, de sorte à recouvrir totalement celui-ci. La deuxième stratégie consiste à utiliser la courbure des ondes de référence (enregistrement ou reconstruction) pour apporter au noyau de convolution le grandissement souhaité.

3.3.2 Méthode de convolution par banc de filtre

3.3.2.1 Base de la méthode

Nous avons constaté, aux paragraphes précédents, que la bande passante naturelle du noyau de convolution est inadaptée pour couvrir la bande passante utile d'un objet étendu. Bien que la méthode de zéro-padding permette d'étendre la bande passante du noyau, elle s'avère être insuffisante. Toutefois, la stratégie générale pour la reconstruction par convolution consistera à étendre la bande passante du noyau. Une première approche consiste alors à scanner la totalité de la bande passante de l'objet avec celle du noyau de convolution.

3.3.2.2 Théorie et algorithme

Supposons que l'on soit capable de calculer l'horizon sur $L \times K$ points. Si l'objet est d'une étendue $\Delta A_x \times \Delta A_y$ supérieure à $L p_x \times K p_y$, il faudra effectuer un balayage spectral du noyau de convolution sur la bande passante de l'objet pour le reconstruire dans son intégralité. Le nombre de balayages est fonction des bandes passantes du noyau de convolution et de l'objet. Soient n_x (respectivement n_y) le nombre de balayages dans la direction x (respectivement y), nous avons :

$$\begin{cases} n_x = \frac{\Delta u_{\text{objet}}}{\Delta u_{\text{kernel}}} = \left(\frac{\Delta A_x}{\lambda d_r} \right) / \left(\frac{L p_x}{\lambda d_r} \right) = \frac{\Delta A_x}{L p_x} \\ n_y = \frac{\Delta v_{\text{objet}}}{\Delta v_{\text{kernel}}} = \left(\frac{\Delta A_y}{\lambda d_r} \right) / \left(\frac{K p_y}{\lambda d_r} \right) = \frac{\Delta A_y}{K p_y} \end{cases} \quad (3.55)$$

Ainsi, si l'objet réel est plus large que l'horizon, l'objet reconstruit sera composé d'une juxtaposition de $n_x \times n_y$ parcelles adjacentes. Le nombre de points total du champ reconstruit sera alors de $n_y K \times n_x L$ et il faudra allouer beaucoup de mémoire pour le calcul de l'image finale. Pour reconstruire une parcelle de l'objet centrée en $\{x_p, y_q\}$ ($p = [1, n_x]$; $q = [1, n_y]$) avec une extension spatiale $(L p_x \times K p_y)$, le noyau de convolution doit être centré à la fréquence $\{u_p, v_q\}$ telle que :

$$\{u_p, v_q\} = \left\{ \frac{x_p}{\lambda d_r}, \frac{y_q}{\lambda d_r} \right\}, p = [1, n_x], q = [1, n_y] \quad (3.56)$$

Et son étendue spectrale est

$$\begin{cases} \Delta u_{\text{ker nel}} = \frac{L p_x}{\lambda d_r} \\ \Delta v_{\text{ker nel}} = \frac{K p_y}{\lambda d_r} \end{cases} \quad (3.57)$$

Au paragraphe 3.3.1.4, nous avons vu que la bande passante est localisée en (u_r, v_r) .

Dans le cas où on utilise la réponse impulsionnelle, la localisation peut être menée à partir du théorème de convolution : une modulation dans le domaine direct entraîne une localisation dans l'espace réciproque.

Le centrage du filtre spectral à la fréquence $\{u_p, v_q\}$, dans le spectre de l'hologramme peut être effectué numériquement en modulant le noyau convolutif. La réponse impulsionnelle modulée associée à chaque parcelle de l'objet est donc :

$$h_{p,q}(x, y, d_r) = h(x, y, d_r) \times \exp[-2j\pi(u_p x + v_q y)] \quad (3.58)$$

De ce fait, la fonction de transfert associée au noyau de convolution modulé est donnée par :

$$G_{p,q}(u, v, d_r) = TF[h_{p,q}] = G(u - u_p, v - v_q, d_r) \quad (3.59)$$

Pour une onde de référence porteuse de fréquences $\{u_r, v_r\}$ (image virtuelle centrée en (u_r, v_r)), les fréquences spatiales $\{u_p, v_q\}$ nécessaires au centrage du banc de filtres sont données suivant x et y par :

$$\{u_p, v_q\} = \left\{ u_r + k_x \frac{L p_x}{\lambda d_r}, v_r + k_y \frac{K p_y}{\lambda d_r} \right\}, \quad (3.60)$$

avec

$$\begin{cases} k_x \in \left\{ -(n_x - 1)/2, +(n_x - 1)/2 \right\} \\ k_y \in \left\{ -(n_y - 1)/2, +(n_y - 1)/2 \right\} \end{cases} \quad (3.61)$$

Le champ reconstruit par chaque noyau centré en $\{u_p, v_q\}$ est alors mené par double transformée de Fourier. La figure 3.13 illustre le principe de la reconstruction de chaque pavé de la pièce de 2€ en utilisant la fonction de transfert de la réponse impulsionnelle modulée.

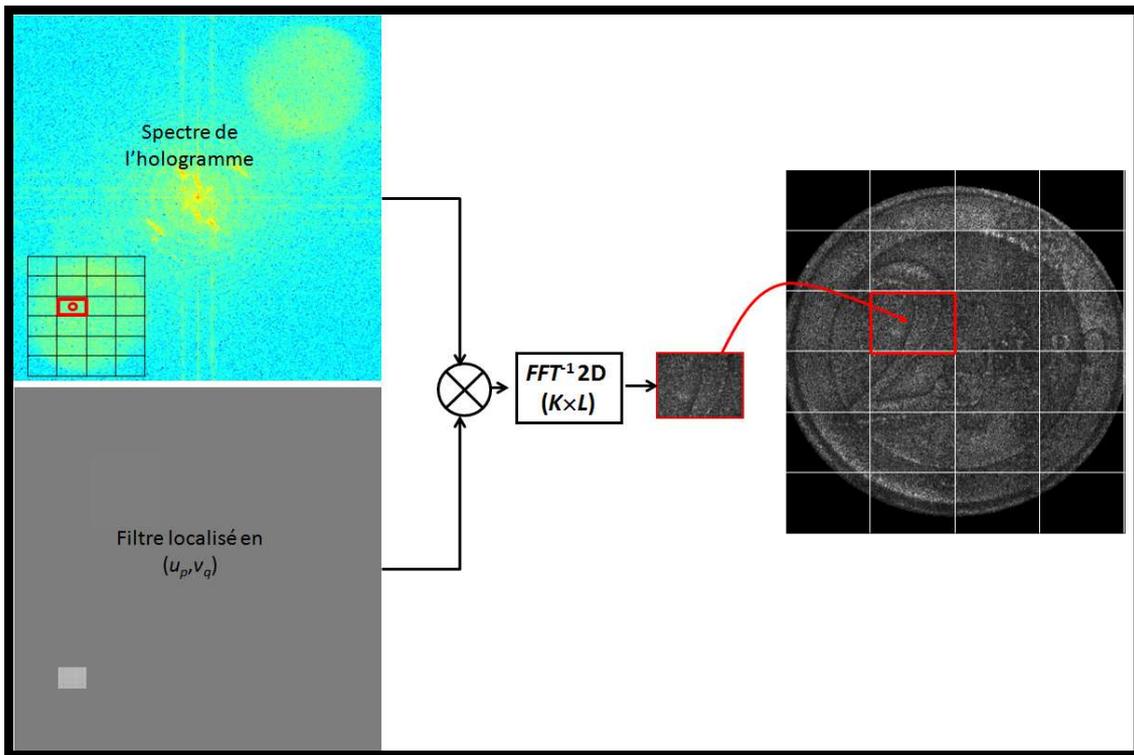


Figure 3.13 : Méthode de reconstruction par banc de filtre

La zone utile de la pièce de 2€ est constituée d'une matrice de $4 \times 6 = 24$ pavés. Ainsi pour reconstruire la pièce dans sa totalité, il est nécessaire d'effectuer 24 itérations, chaque itération est basée sur la reconstruction par convolution classique et ne permet de reconstruire que la zone correspondante au pavé comme décrit sur la figure 3.13. On peut réaliser la même opération en utilisant la fonction de transfert du spectre angulaire. La figure 3.14 montre le synoptique de la reconstruction par banc de filtres, en utilisant la fonction de transfert de la réponse impulsionnelle ou du spectre angulaire.

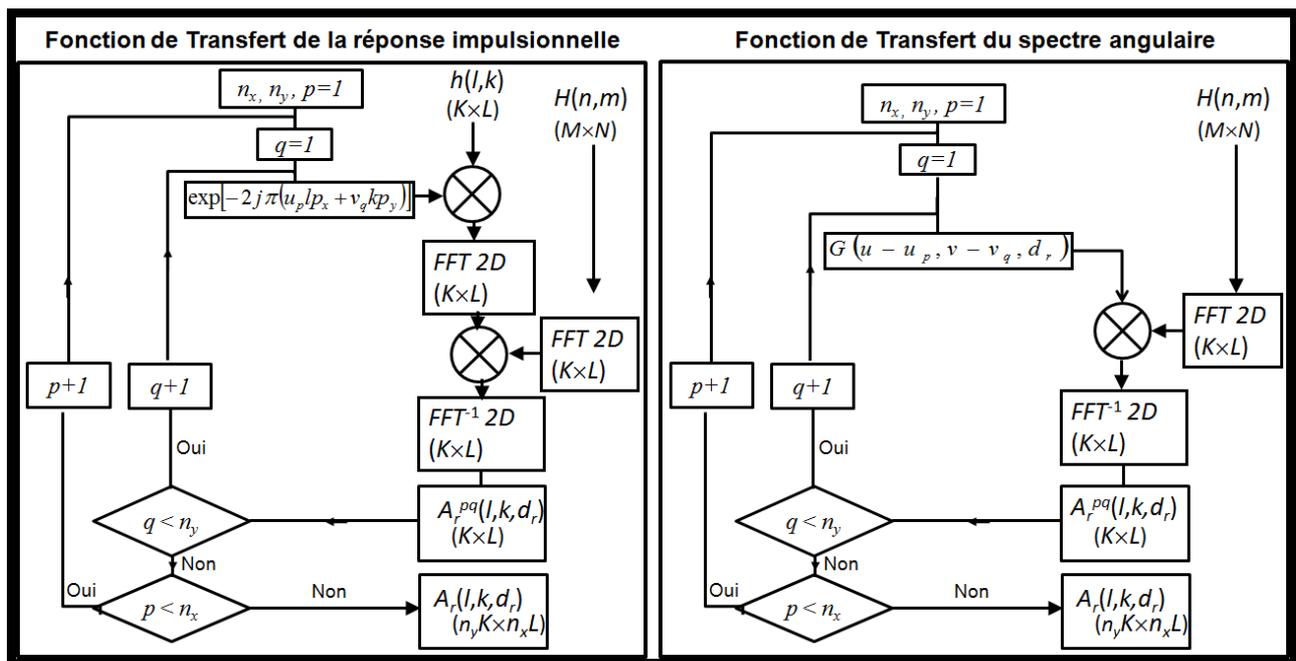


Figure 3.14 : Synoptiques de la reconstruction par banc de filtre

3.3.2.3 Illustration

A titre d'illustration, considérons une pièce de 1€ de taille $\Delta A_x = \Delta A_y = 23,5$ mm, éclairée par un laser vert à 532 nm (figure 3.15). L'objet est placé à une distance $d_0 = 670$ mm du capteur, qui possède les caractéristiques $N \times M = 1360 \times 1024$ pixels de pas $p_x = p_y = 4,65$ μm . L'onde de référence est plane et est réglée de façon à produire les fréquences spatiales $u_r = -71$ mm^{-1} et $v_r = -71,78$ mm^{-1} .

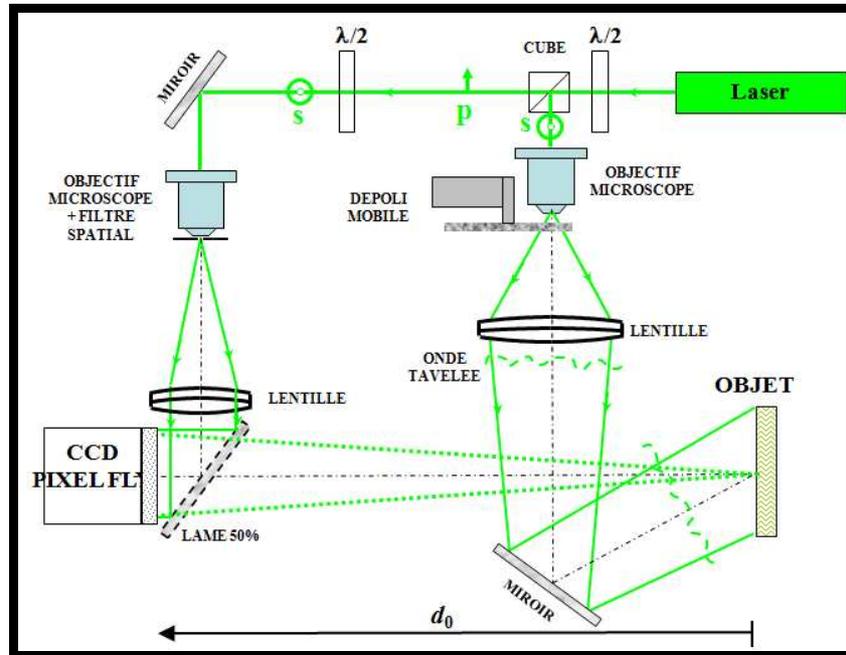


Figure 3.15 : Dispositif expérimental

D'après la relation 3.54, il faudra au moins 5054×5054 points pour reconstruire la totalité de l'objet. La mise au point est faite sur l'image virtuelle ($d_r = -d_0$). L'étendue spectrale de l'objet obtenue par l'équation 3.51 est égale à $\Delta u_{\text{objet}} \times \Delta v_{\text{objet}} = 65,92 \times 65,92$ mm^{-2} . On choisit un horizon $K \times L = 2048 \times 2048$ points. L'équation 3.55 conduit au nombre de balayage $n_x \times n_y = 3 \times 3$, correspondant à un champ total reconstruit sur 6144×6144 points. On choisit comme noyau convolutif la fonction de transfert du spectre angulaire, l'étendue spectrale est donnée par l'équation 3.57, soit $\Delta u_{\text{kernel}} \times \Delta v_{\text{kernel}} = 26,71 \times 26,71$ mm^{-2} . Le tableau ci-dessous présente les différentes fréquences spatiales de localisation des différents filtres.

(p, q)	Fréquences u_p (mm^{-1})	Fréquences v_q (mm^{-1})
(1,1)	-97,72	-98,50
(1,2)	-97,72	-71,78
(1,3)	-97,72	-45,07
(2,1)	-71,00	-98,50
(2,2)	-71,00	-71,78
(2,3)	-71,00	-45,07
(3,1)	-44,28	-98,50
(3,2)	-44,28	-71,78
(3,3)	-44,28	-45,07

Tableau 3.5 : Valeurs de fréquences spatiales centrales des filtres

La figure 3.16 présente le processus de calcul des différentes régions de l'objet en s'appuyant sur le synoptique de la figure 3.14.

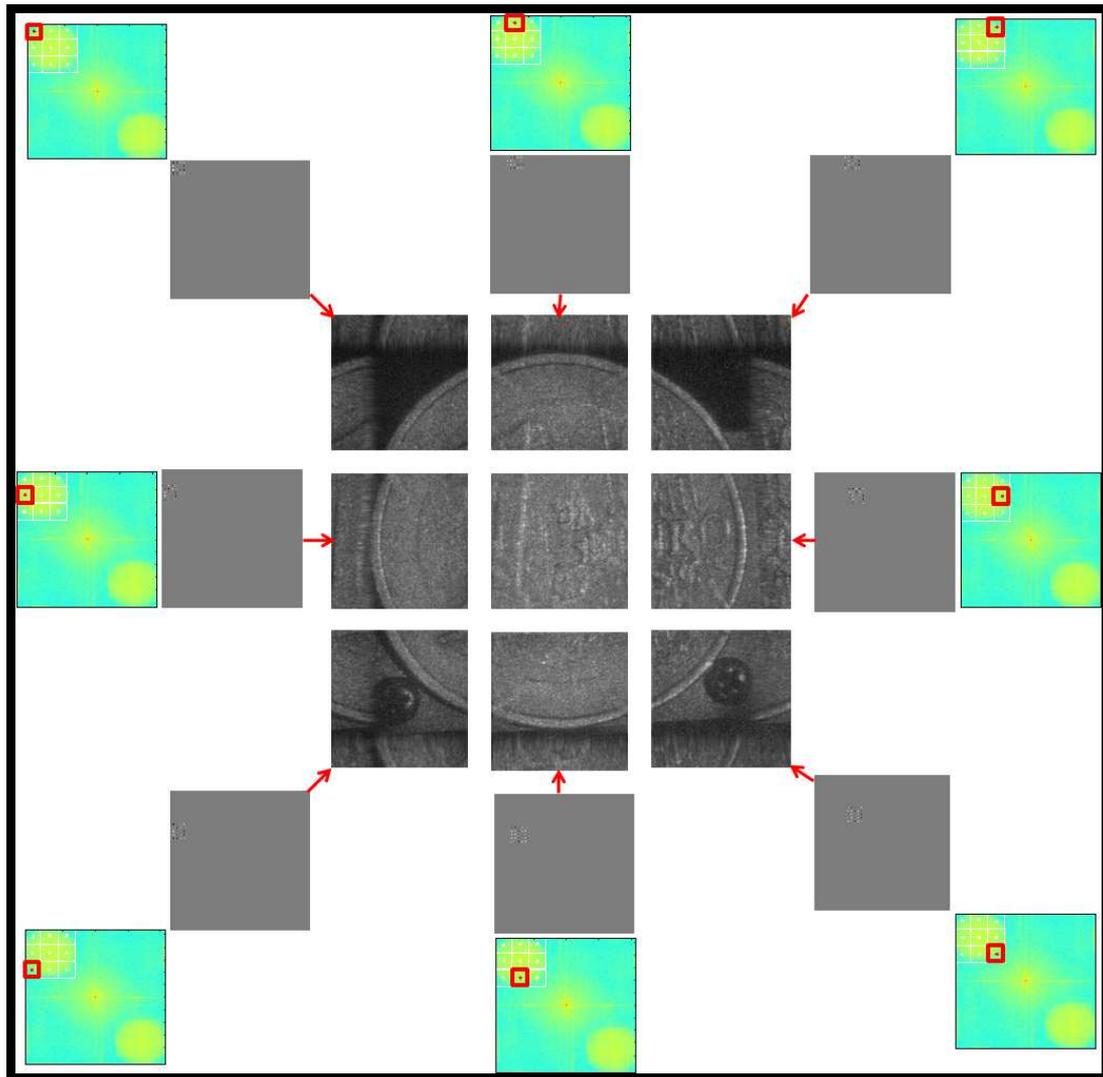


Figure 3.16 : Méthode de reconstruction par banc de filtre de l'objet

La pièce est alors reconstruite dans son intégralité en juxtaposant les différentes régions de l'objet. La figure ci-dessous présente la pièce reconstruite par le banc de neuf filtres.

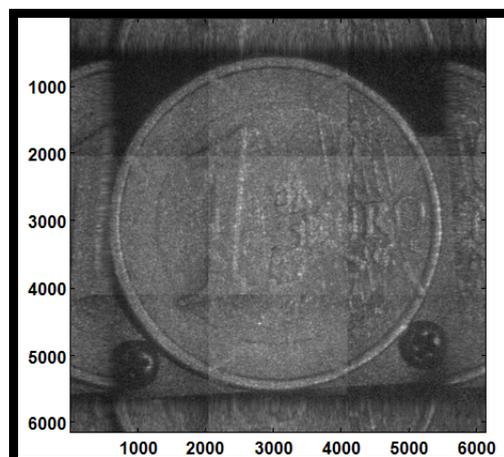


Figure 3.17 : Pièce reconstruite par banc de filtre avec spectre angulaire

Nous pouvons aussi reconstruire la pièce en utilisant la réponse impulsionnelle modulée. Les paramètres de reconstruction restent les mêmes que ceux utilisés pour le spectre angulaire. Il faut également réaliser un balayage du spectre de l'objet par neuf filtres pour reconstruire les neuf zones, chaque filtre est le spectre de la réponse impulsionnelle modulée à la fréquence $\{u_p, v_q\}$ et permet de reconstruire le pavé de l'objet localisé à cette fréquence. La figure 3.18 présente la partie réelle de la réponse impulsionnelle, ainsi que le spectre de la réponse impulsionnelle modulée à la fréquence $\{u_2, v_2\}$.

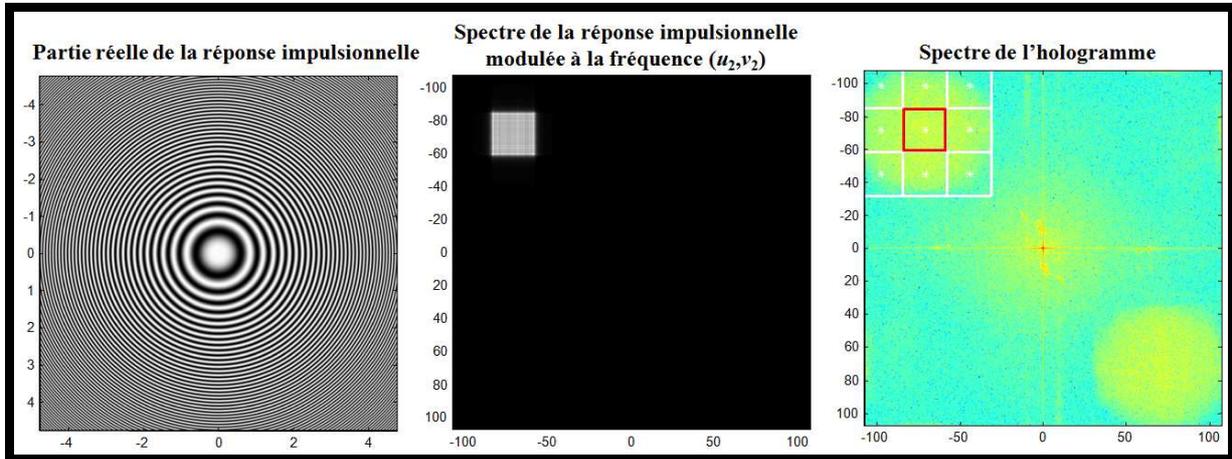


Figure 3.18 : Processus de reconstruction avec réponse impulsionnelle

La double transformée de Fourier entre les deux spectres permet de reconstruire le pavé de l'objet situé à la fréquence $\{u_2, v_2\}$. Il faudra effectuer cette opération pour les neuf pavés afin de reconstruire la totalité de la pièce. Le processus de reconstruction est également basé sur le synoptique de la figure 3.14 avec réponse impulsionnelle. La figure 3.19 montre le pavé reconstruit à la fréquence $\{u_2, v_2\}$, ainsi que la pièce obtenue à l'issue du processus complet.

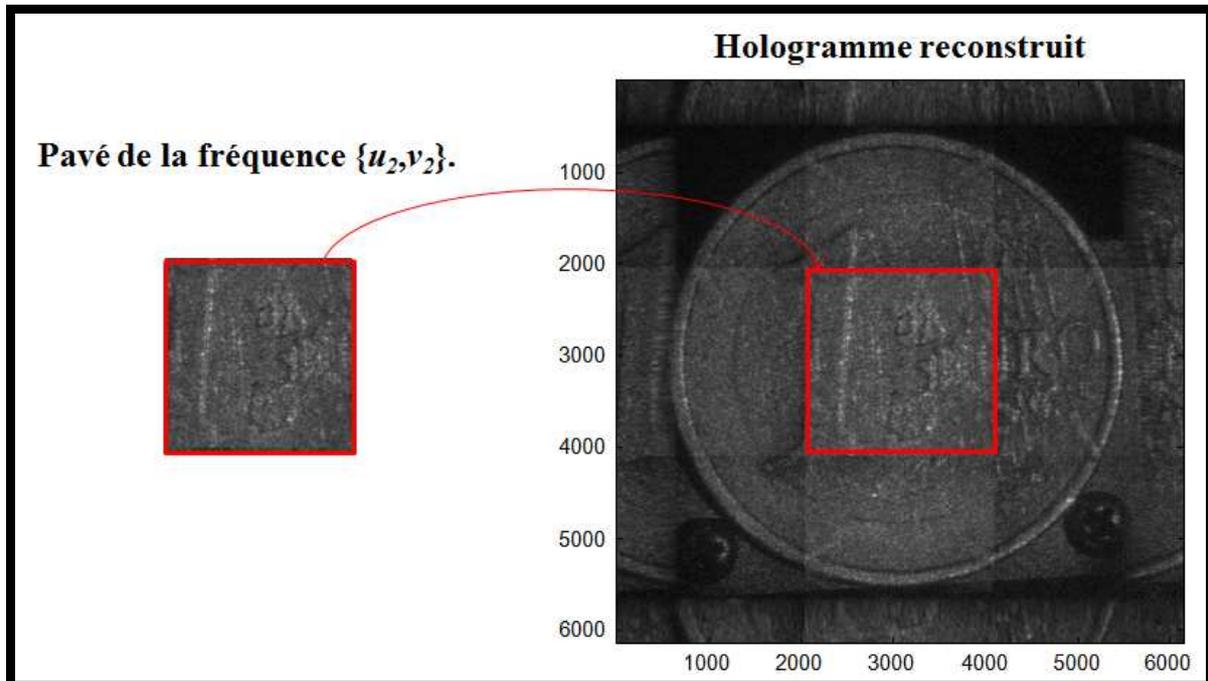


Figure 3.19 : Objet reconstruit par banc de filtre avec réponse impulsionnelle

Remarquons que les images obtenues par banc de filtre sont de moins bonne qualité. En effet, on voit apparaître des effets de bord qui contribuent à dégrader la qualité de l'image. On peut identifier sur la figure suivante les zones de repliement ainsi que leur correspondant dans l'image (rectangles de même couleur).

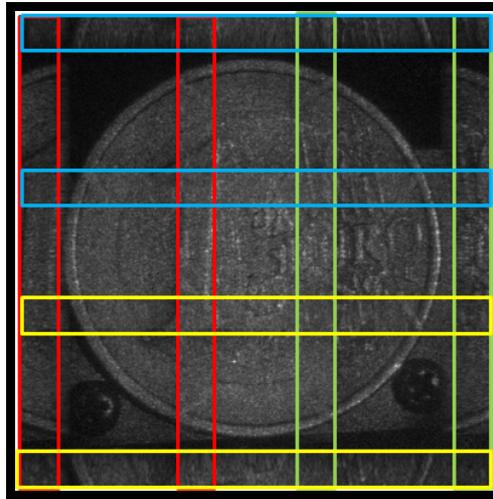


Figure 3.20 : Phénomène de repliement du spectre

3.3.2.4 Réduction des effets de bord

Pour comprendre le phénomène de repliement observé et proposer des solutions pour y remédier, il est nécessaire de revoir l'échantillonnage du processus. En effet, le problème de repliement ne peut être causé que par un mauvais échantillonnage lors du processus de reconstruction. Nous avons pris soin de vérifier aux paragraphes 3.3.12 et 3.3.13, les conditions de Shannon sur l'échantillonnage de la réponse impulsionnelle et du spectre angulaire. L'horizon reconstruit est de dimension Lp_x dans la direction x . Ainsi, d'après Shannon, la bande passante du noyau de convolution a une étendue de $Lp_x/\lambda d_r$. Le problème est que cette condition ne prend pas en compte l'élargissement de la bande passante de spectre du noyau de convolution due aux effets de bord. La figure 3.21 ci-dessous illustre cette constatation et présente le profil de trois filtres voisins juxtaposés du spectre de la réponse impulsionnelle. Le rectangle vert délimite la zone effectivement recouverte par le noyau de convolution.

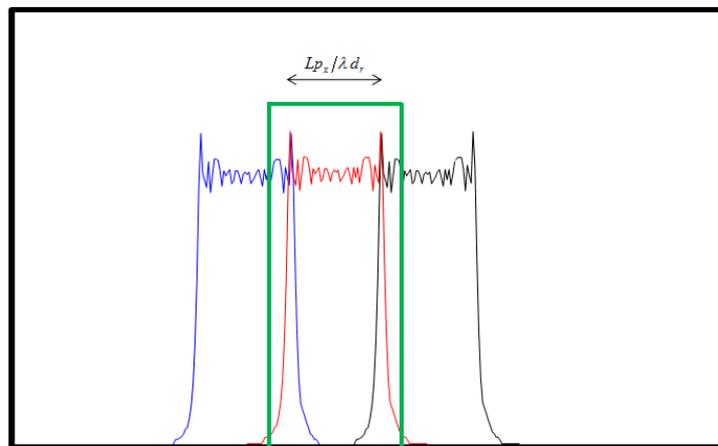


Figure 3.21 : Profil spectral du noyau de convolution de la réponse impulsionnelle

Notons que les effets de bords contribuent, de l'ordre de 50%, à l'élargissement de la bande passante du noyau. Ainsi le repliement affectera la moitié de la zone reconstruite sur L points. Une solution pour s'affranchir de ce problème est de ne considérer pour chaque pavé reconstruit que les $L/2$ points non affectés par le repliement, localisés au centre de l'horizon reconstruit. Ainsi pour recouvrir la totalité du spectre de l'objet, il faudra imposer un chevauchement à 50% entre les bandes passantes des filtres comme le montre la figure 3.22. Ceci signifie qu'il faudra désormais $(2n_x-1) \times (2n_y-1)$ balayages.

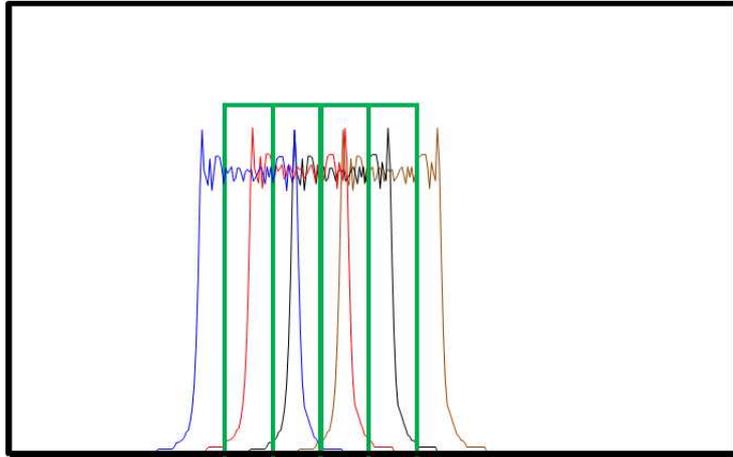


Figure 3.22 : Chevauchement des filtres avec 50% de recouvrement

Chaque rectangle vert correspond à la zone de l'objet conservée ($L/2$ points) sur un horizon de L points.

A titre d'illustration, considérons la pièce de 1€ reconstruite sur un horizon de $K \times L = 2048 \times 2048$ points. On choisit de conserver pour chaque itération une zone de l'objet sur $M \times N = 1024 \times 1360$ points. Il faudra alors $4 \times 5 = 20$ balayages. Ce qui correspond à un horizon total sur 5440×5120 points. Le processus de calcul suit également le synoptique de la figure 3.14 avec spectre angulaire. La figure 3.23 illustre le recouvrement de la zone utile du spectre de l'objet par la matrice de filtre avec recouvrement à 50%. Le rectangle bleu de la figure a) représente la bande passante du filtre localisé en $\{u_1, v_1\}$, pour laquelle on ne conserve que le petit rectangle blanc de la zone reconstruite située au centre. La figure b) présente la fonction de transfert du spectre angulaire associée à la fréquence $\{u_1, v_1\}$. La figure c) montre la totalité de l'objet reconstruit à l'issue des 20 balayages.

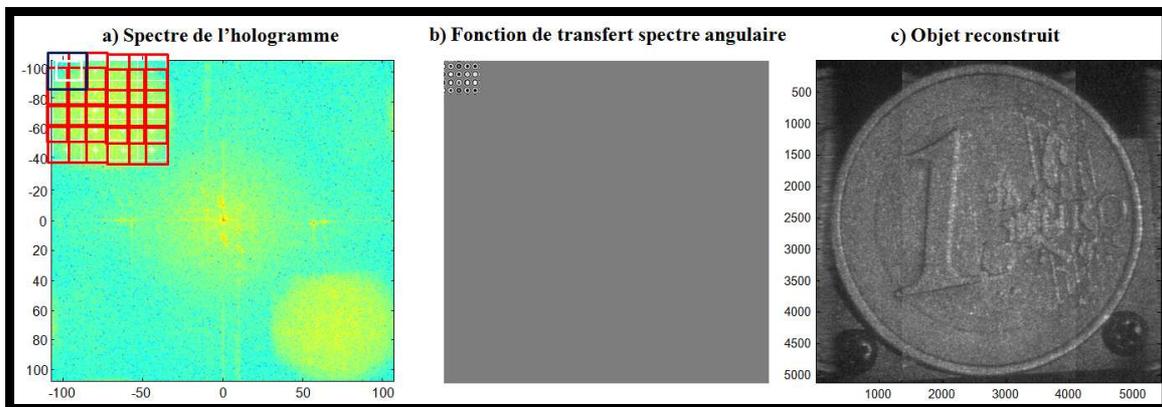


Figure 3.23 : Reconstruction par banc de filtres avec 50% de recouvrement

On peut remarquer que l'hologramme reconstruit est de meilleure qualité et qu'il subsiste du repliement résiduel dans la direction horizontale ; cependant, l'opération a supprimé tout repliement dans la direction verticale. En effet, le choix de garder 1024 points dans la direction verticale est

bien en accord avec la condition énoncée plus haut. Ainsi, il faudrait ne conserver que 1024×1024 points à chaque itération pour s'affranchir de tout repliement dans les deux directions.

Cette opération augmente considérablement le nombre de balayage. Cette méthode est très gourmande en temps de calcul et nécessite d'allouer beaucoup de mémoire pour le processus complet. Ainsi, plus l'objet sera grand, plus long sera le processus de reconstruction. Le paragraphe suivant présente une autre approche de reconstruction beaucoup plus rapide.

3.3.3 Méthode de convolution à grandissement variable

3.3.3.1 Base de la méthode

Le Chapitre 2 a généralisé la formation des images dans le cas où les ondes d'éclairage et de reconstruction numérique sont sphériques. En particulier, il ressort de la relation 2.23 du Chapitre 2 que l'objet est agrandi avec un grandissement transversal γ égal à :

$$\gamma = -\frac{\lambda_c d_r}{\lambda d_0}. \quad (3.62)$$

A ce stade, nous devons nous interroger sur la notion de grandissement en holographie numérique. En holographie classique, la notion de grandissement est perceptible car on peut facilement observer à l'œil nu le changement de taille et de position de l'image diffractée si on modifie la longueur d'onde laser ou la courbure du faisceau de reconstruction. En revanche, avec une image numérique cette notion est bien moins évidente. La notion de grandissement transversal est relative à l'horizon d'observation reconstruit par le processus numérique. L'horizon reconstruit a une taille $(Lp_x \times Kp_y)$. On souhaite reconstruire un objet dont la taille physique $\Delta A_x \times \Delta A_y$ est très supérieure à l'horizon. Pour que l'objet apparaisse pleinement dans le champ numérique, il faut lui appliquer un grandissement transversal $\gamma = \min(Lp_x/\Delta A_x; Kp_y/\Delta A_y)$, qui est le rapport entre la taille de l'horizon à reconstruire et la taille physique de l'objet. En ce sens, on conçoit que la méthode à « grandissement variable » permettra d'ajuster la taille de l'objet reconstruit à celle de l'horizon imposé par des considérations de capacité ou rapidité du calcul numérique.

Quelques auteurs ont proposé par le passé des algorithmes dits à grandissement variable. En 2004, F. Zhang [147] propose un algorithme basé sur une double transformée de Fourier. L'auteur revendique un grandissement variable. Toutefois, son algorithme n'est pas un algorithme de convolution, mais plutôt de double transformée de Fresnel, et les démonstrations expérimentales qu'il propose ne concernent que des objets de petite taille (10 mm^2). Par ailleurs, U. Schnars en 2002 [148] indique qu'il est possible d'utiliser des ondes sphériques pour ajuster le grandissement transversal de l'image. Cependant, aucune démonstration pratique du concept n'est proposée.

Par ailleurs, la relation 2.25 du Chapitre 2 montre que pour que la mise au point sur l'objet soit parfaite, la distance de reconstruction doit satisfaire la relation :

$$\frac{1}{d_r} = \frac{\lambda_c}{\lambda d_s} - \frac{\lambda_c}{\lambda d_0} + \frac{1}{R_c}. \quad (3.63)$$

On constate donc que la mise au point sur l'image réelle n'est plus pour la distance $d_r = -d_0$, mais pour une distance différente qui dépend des courbures des ondes et de la distance d'enregistrement. Le lecteur notera que les relations théoriques sur le grandissement de l'image et sa position sont connues depuis un certain temps [90]. Cependant, leur application et interprétation au cas de l'holographie numérique n'a pas été discutée.

On voit donc se dessiner les contours de la méthode de reconstruction par convolution à grandissement variable : une onde sphérique, à l'enregistrement ou à la reconstruction, va modifier la distance de reconstruction, ce qui va modifier la bande passante du noyau, donc adapter la bande passante à celle de l'objet ; il s'en suit que l'objet reconstruit aura une taille compatible avec celle de l'horizon de reconstruction.

Le paragraphe suivant présente en détail, la méthode de reconstruction à grandissement variable.

3.3.3.2 Théorie et algorithme

Pour simplifier les opérations, nous allons considérer deux cas, qui malgré des approches différentes conduisent au même effet :

- l'onde d'enregistrement est plane ($d_S = \infty$) et l'onde de reconstruction numérique est sphérique ($R_c \neq \infty$).
- l'onde d'enregistrement est sphérique ($d_S \neq \infty$) et l'onde de reconstruction numérique est plane ($R_c = \infty$).

Le lecteur notera que ces deux cas sont tout à fait complémentaires ; ainsi, nous pouvons aussi combiner les deux cas, c'est à dire considérer une onde d'enregistrement sphérique ($d_S \neq \infty$) et une onde de reconstruction numérique sphérique ($R_c \neq \infty$).

3.3.3.2.1 Onde de reconstruction numérique sphérique

Il est possible de reconstruire l'objet avec une onde de reconstruction numérique sphérique de même longueur d'onde que l'enregistrement ($\lambda_c = \lambda$) et dont la forme exacte est donnée par :

$$w(x, y, \lambda, R_c) = \frac{jR_c \exp\left[2j\pi \operatorname{sgn}(R_c) / \lambda \sqrt{R_c^2 + x^2 + y^2}\right]}{\lambda R_c^2 + x^2 + y^2}, \quad (3.64)$$

avec R_c le rayon de courbure du front d'onde et $\operatorname{sgn}(R_c)$ le signe de R_c

Dans les approximations de Fresnel, l'onde de reconstruction est donnée par :

$$w(x, y, \lambda, R_c) = -\frac{j}{\lambda R_c} \exp\left[\frac{2j\pi R_c}{\lambda}\right] \exp\left[\frac{j\pi}{\lambda R_c}(x^2 + y^2)\right]. \quad (3.65)$$

Les relations de conjugaison (3.62) et (3.63) montrent que le plan image se situe à la position d_r donnée par :

$$\frac{1}{d_r} = -\frac{1}{d_0} + \frac{1}{R_c}, \quad (3.66)$$

et le grandissement transversal est donné par :

$$\gamma = -\frac{d_r}{d_0}. \quad (3.67)$$

Dans le cas de l'holographie numérique, pour « faire entrer » l'objet dans l'horizon de calcul, il faut imposer $\gamma = \min(Lp_x/\Delta A_x; Kp_y/\Delta A_y)$. Le grandissement transversal dimensionne de fait la distance de reconstruction de mise au point qui doit être égale à

$$d_r = -\gamma d_0, \quad (3.68)$$

et le rayon de courbure de l'onde de reconstruction sera égal à

$$R_c = \frac{\gamma d_0}{\gamma - 1}. \quad (3.69)$$

Le calcul numérique du front d'onde sphérique doit répondre aux mêmes exigences que pour l'échantillonnage de la réponse impulsionnelle, de sorte que la condition de Shannon soit satisfaite. Ainsi, d'après l'équation 3.33, la fonction $w(x, y, \lambda, R_c)$ sera correctement échantillonnée si le rayon de courbure de l'onde respecte la condition :

$$R_c \geq \sup\left\{\frac{Np_x^2}{\lambda}, \frac{Mp_y^2}{\lambda}\right\} \quad (3.70)$$

Par ailleurs, l'objet reconstruit avec un grandissement γ occupera une bande passante maximale de :

$$\Delta u_{\text{objet}} \times \Delta v_{\text{objet}} = \frac{\gamma \Delta A_x}{\lambda d_r} \times \frac{\gamma \Delta A_y}{\lambda d_r} = \frac{\Delta A_x}{\lambda d_0} \times \frac{\Delta A_y}{\lambda d_0} \quad (3.71)$$

Ainsi, la bande passante de l'objet reste indépendante du grandissement.

Si le grandissement est tel que l'objet reconstruit couvre l'horizon du noyau de convolution, alors on a naturellement adaptation de la bande passante car

$$\Delta u_{\text{objet}} = \frac{\gamma \Delta A_x}{\lambda d_r} = \frac{L p_x}{\lambda d_r} = \Delta u_{\text{kernel}} \quad (3.72)$$

Notons que $w(x, y, \lambda, R_c)$ est également une fonction oscillante dont la bande passante est localisée à la fréquence nulle, avec une étendue spectrale définie d'après l'équation 3.30 par :

$$\Delta u_w \times \Delta v_w = \frac{N p_x}{\lambda R_c} \times \frac{M p_y}{\lambda R_c} \quad (3.73)$$

Ainsi, l'ordre 0 de diffraction de l'hologramme numérique sera superposé à une fonction rectangulaire de dimension $\frac{N p_x}{\lambda R_c} \times \frac{M p_y}{\lambda R_c}$.

Remarquons que plus γ diminue, plus R_c diminue, plus la fonction rectangulaire et le noyau de convolution s'élargiront. Ainsi, le grandissement transversal doit être optimisé pour qu'il n'y ait pas de chevauchement entre la bande passante du noyau de convolution et la fonction rectangulaire de l'ordre 0. Toutefois, si la distance d'enregistrement et les fréquences spatiales de l'hologramme initial ont été choisies convenablement d'après les équations 1.29, 1.30, 1.31 et 1.32 du Chapitre 1, on pourra toujours trouver le grandissement convenable. La figure 3.24 illustre la configuration où le grandissement est très proche de l'unité et ne permet pas de reconstruire la totalité de l'objet.

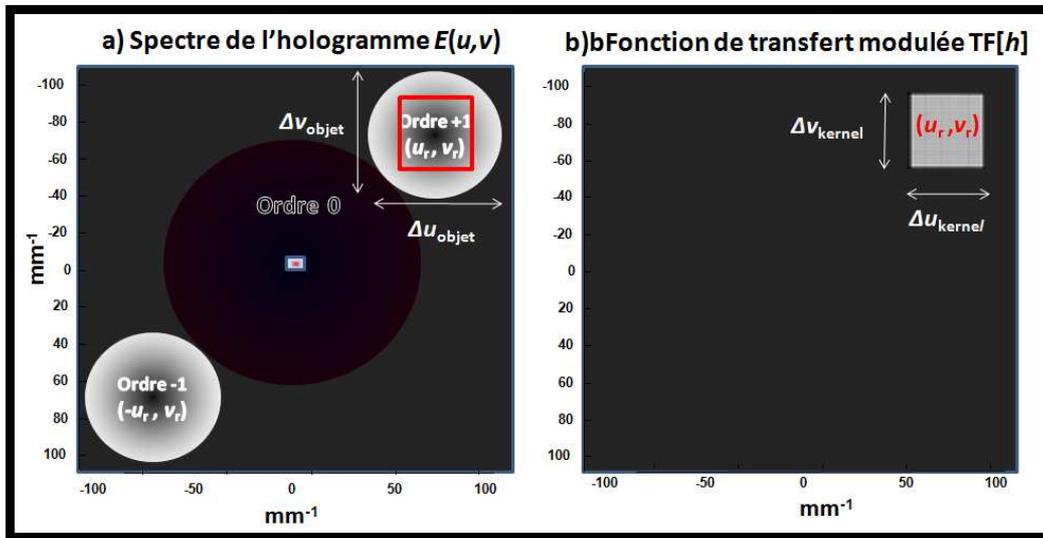


Figure 3.24 : Effet du grandissement sur l'ordre 0

On voit naître au centre de l'ordre 0 la fonction rectangulaire de la bande passante de l'onde de reconstruction sphérique.

La figure 3.25 illustre le cas où le grandissement induit le recouvrement de la bande passante de l'objet par l'ordre 0.

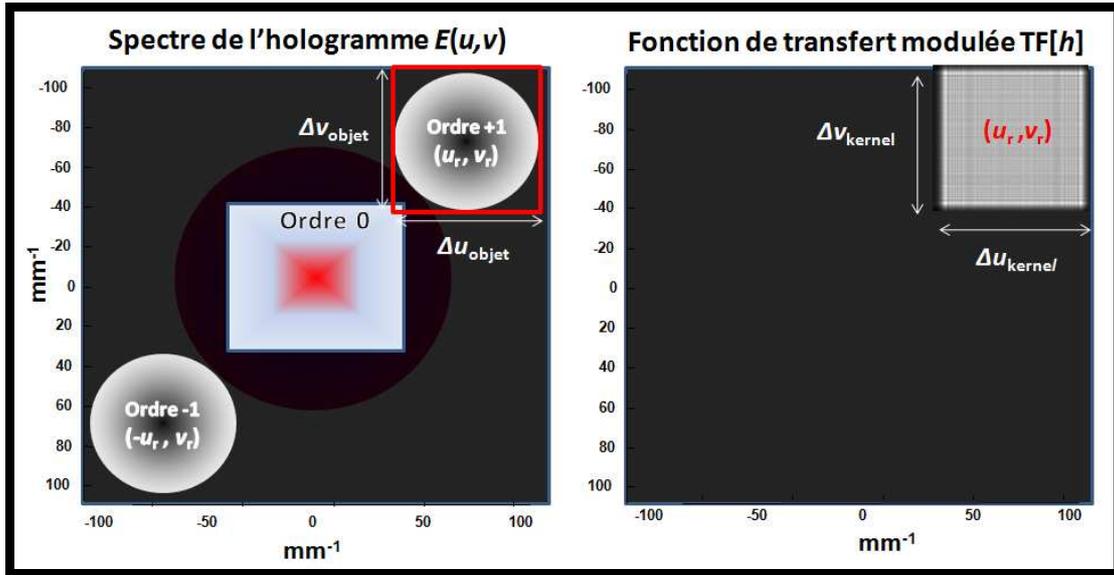


Figure 3.25 : Accroissement de la bande passante de l'onde sphérique avec le grandissement

Le rectangle rouge sur les deux figures précédentes correspond à la bande passante du noyau. Cependant, on voit s'élargir la fonction rectangulaire de l'ordre 0. Ainsi, à partir d'une certaine valeur du grandissement, le filtrage du spectre de l'objet prendra en compte des fréquences indésirables de l'ordre 0. Ceci se traduira par l'apparition dans le champ reconstruit de parasites qui contribueront à dégrader la qualité de l'image.

Pour éviter tout chevauchement entre les deux bandes passantes, la condition suivante doit être vérifiée :

$$\begin{cases} \frac{Np_x}{2\lambda|R_c|} + \frac{Lp_x}{2\lambda|d_r|} < |u_r| \\ \frac{Mp_y}{2\lambda|R_c|} + \frac{Kp_y}{2\lambda|d_r|} < |v_r| \end{cases} \quad (3.74)$$

Compte tenu des relations reliant d_0 , γ et d_r , $R_c = \frac{\gamma d_0}{\gamma - 1}$ et $d_r = -\gamma d_0$, la relation 3.74 devient :

$$\begin{cases} \frac{|\gamma - 1|Np_x}{2\lambda|\gamma d_0|} + \frac{Lp_x}{2\lambda|\gamma d_0|} < |u_r| \\ \frac{|\gamma - 1|Mp_y}{2\lambda|\gamma d_0|} + \frac{Kp_y}{2\lambda|\gamma d_0|} < |v_r| \end{cases} \quad (3.75)$$

Par ailleurs, on souhaite reconstruire un objet de taille très supérieure à celle de la matrice de pixel et on souhaite le voir droit et non retourné, c'est à dire que $0 < \gamma < 1$. Soit $\gamma - 1 < 0$ et $|\gamma - 1| = 1 - \gamma$.

Ainsi, la condition 3.75 devient :

$$\begin{cases} \frac{(1 - \gamma)Np_x}{2\lambda\gamma d_0} + \frac{Lp_x}{2\lambda\gamma d_0} < |u_r| \\ \frac{(1 - \gamma)Mp_y}{2\lambda\gamma d_0} + \frac{Kp_y}{2\lambda\gamma d_0} < |v_r| \end{cases}, \quad (3.76)$$

soit

$$\begin{cases} (L + N)p_x < 2\lambda\gamma d_0|u_r| + \gamma Np_x \\ (K + M)p_y < 2\lambda\gamma d_0|v_r| + \gamma Mp_y \end{cases}. \quad (3.77)$$

Ainsi, le grandissement transversal doit être borné par :

$$\max \left\{ \frac{(L+N)p_x}{2\lambda d_0 |u_r| + Np_x}, \frac{(K+M)p_y}{2\lambda d_0 |v_r| + Mp_y} \right\} < \gamma < \min \left\{ \frac{Lp_x}{\Delta A_x}, \frac{Kp_y}{\Delta A_y} \right\}. \quad (3.78)$$

Comme pour la méthode du banc de filtre, la fonction de transfert associée à l'algorithme de convolution peut être, soit la transformée de Fourier de la réponse impulsionnelle (exacte ou de Fresnel), soit la fonction de transfert du spectre angulaire (exact ou de Fresnel). Pour toutes ces options, nous devons tenir compte de la localisation spectrale de la bande passante.

Puisque la fonction de transfert est un filtre passe bande dans le domaine de Fourier, on peut choisir de la restreindre aux contours de l'objet. Ceci permet de d'affranchir des fréquences parasites issues des perturbations lors de l'enregistrement de l'hologramme. Cette opération permet aussi de limiter les risques de chevauchement entre le noyau et l'ordre 0.

Ceci prend en compte la forme de l'objet et permet de limiter le noyau de convolution au spectre effectif de l'objet.

Ainsi, si l'objet est circulaire et de taille ($\Delta A_x = \Delta A_y = \Delta A$), la réponse impulsionnelle de Fresnel peut s'écrire :

$$h(x, y, d_r) = \begin{cases} \frac{j}{\lambda d_r} \exp\left[\frac{2j\pi d_r}{\lambda}\right] \exp\left[\frac{j\pi}{\lambda d_r}(x^2 + y^2)\right] & \text{si } x^2 + y^2 \leq \gamma^2 \Delta A^2 \\ 0 & \text{ailleurs} \end{cases} \quad (3.79)$$

Si l'objet est de forme rectangulaire de taille $\Delta A_x \times \Delta A_y$, alors $h(x, y, d_r)$ peut s'écrire.

$$h(x, y, d_r) = \begin{cases} \frac{j}{\lambda d_r} \exp\left[\frac{2j\pi d_r}{\lambda}\right] \exp\left[\frac{j\pi}{\lambda d_r}(x^2 + y^2)\right] \\ \text{si } |x| \leq |\gamma| \Delta A_x / 2 \text{ et } |y| \leq |\gamma| \Delta A_y / 2 \\ 0 & \text{ailleurs} \end{cases} \quad (3.80)$$

Cette restriction de la bande passante associée à la modulation de la réponse impulsionnelle conduit à un noyau de convolution parfaitement ajusté à la bande passante de l'objet.

La figure 3.26 présente le synoptique de l'algorithme de reconstruction avec réponse impulsionnelle modulée.

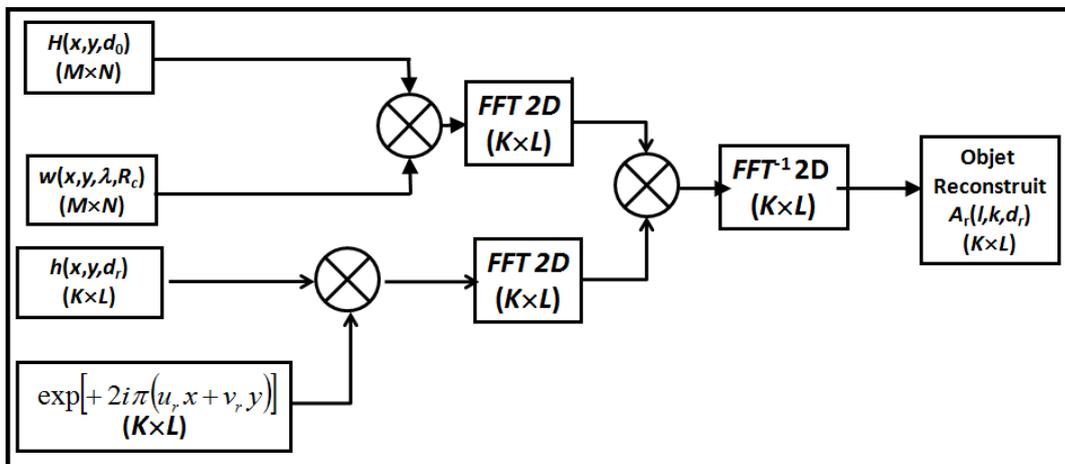


Figure 3.26: Synoptique de l'algorithme de convolution à grandissement variable avec réponse impulsionnelle modulée

Si on choisit de calculer l'objet avec le spectre angulaire exact, alors on doit également modifier son expression analytique pour prendre en compte la localisation spectrale de l'objet et ses limites. Ainsi, on doit avoir pour un objet de forme rectangulaire :

$$G_m(u, v, d_r) = G(u - u_r, v - v_r, d_r) = \begin{cases} \exp\left[2j\pi d_r / \lambda \sqrt{1 - \lambda^2 (u - u_r)^2 - \lambda^2 (v - v_r)^2}\right] \\ \text{si } |u - u_r| \leq \gamma \Delta A_x / 2\lambda d_r \text{ et } |v - v_r| \leq \gamma \Delta A_y / 2\lambda d_r \\ 0 \quad \text{ailleurs} \end{cases} \quad (3.81)$$

Dans les conditions de Fresnel, nous avons :

$$G_m(u, v, d_r) = G(u - u_r, v - v_r, d_r) = \begin{cases} \exp[2j\pi d_r / \lambda] \exp[-j\pi \lambda d_r ((u - u_r)^2 + (v - v_r)^2)] \\ \text{si } |u - u_r| \leq \gamma \Delta A_x / 2\lambda d_r \text{ et } |v - v_r| \leq \gamma \Delta A_y / 2\lambda d_r \\ 0 \quad \text{ailleurs} \end{cases} \quad (3.82)$$

Pour un objet de forme circulaire, le spectre angulaire de Fresnel modifié devient :

$$G_m(u, v, d_r) = G(u - u_r, v - v_r, d_r) = \begin{cases} \exp[2j\pi d_r / \lambda] \exp[-j\pi \lambda d_r ((u - u_r)^2 + (v - v_r)^2)] \\ \text{si } (u - u_r)^2 + (v - v_r)^2 \leq (\gamma \Delta A_x / \lambda d_r)^2 \\ 0 \quad \text{ailleurs} \end{cases} \quad (3.83)$$

La figure 3.27 présente le synoptique de l'algorithme avec spectre angulaire modifié.

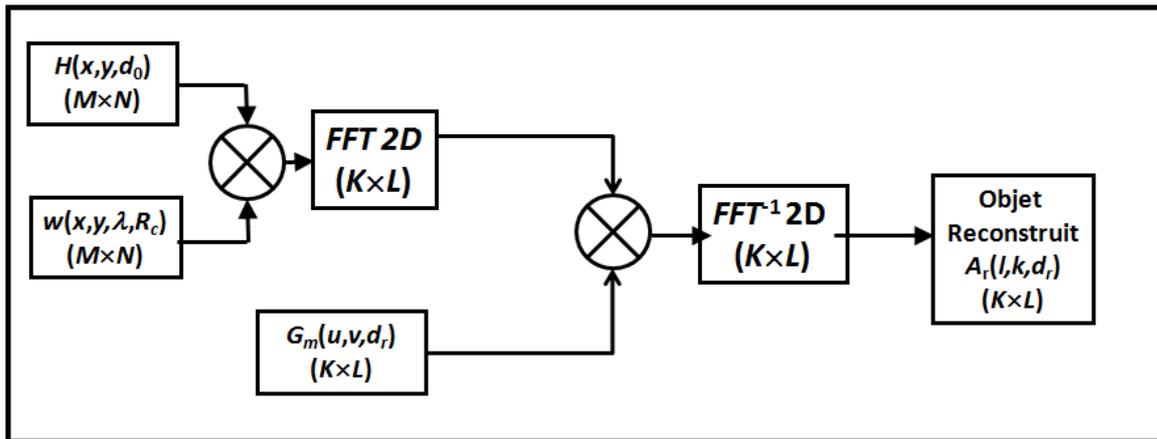


Figure 3.27 : Synoptique de l'algorithme de convolution à grandissement variable avec spectre angulaire modifié

Remarquons que pour $\gamma = 1$, nous sommes dans le cas de la convolution classique dans laquelle $R_c \rightarrow \infty$ et $d_r = -d_0$, l'onde de reconstruction est alors plane.

Illustration

Pour illustrer la méthode, considérons de nouveau la pièce de 1€ du paragraphe 3.3.2.2, $\Delta A_x = \Delta A_y = 23,5$ mm, illuminée par un laser vert à 532 nm. L'objet est placé à une distance $d_0 = 670$ mm du capteur, qui possède les caractéristiques $N \times M = 1360 \times 1024$ pixels de pas $p_x = p_y = 4,65$ μm . L'onde de référence est plane et réglée de façon à produire les fréquences spatiales $u_r = -71,00$ mm^{-1} et $v_r = -71,78$ mm^{-1} . On choisit un horizon $K \times L = 2048 \times 2048$ points. Ainsi, la taille de la zone reconstruite sera de $K p_y \times L p_x = 9,52 \times 9,52$ mm^2 . Pour un grandissement choisi, les équations 3.68 et 3.69 donnent la distance de reconstruction et le rayon de courbure correspondants. Le tableau 3.5 récapitule les paramètres de reconstruction pour différentes valeurs de γ .

γ	d_r (mm)	R_c (mm)
1	-670	inf
0,6	-402	-1005,00
0,4	-268	-446,67
0,3	-201	-287,14
0,25	-167,5	-223,33
0,1	-67	-74,44

Tableau 3.6 : Valeurs des paramètres de reconstruction pour $K=L=2048$ points

La figure 3.28 présente le processus de reconstruction du champ image pour les différentes valeurs de γ . La reconstruction est menée avec le spectre angulaire. Le cas $\gamma = 1$ correspond au cas classique de la convolution dans lequel l'onde de reconstruction est plane ; dans cette configuration, on ne reconstruit que le centre de l'objet. Plus γ va diminuer, plus on pourra reconstruire une zone plus importante de l'objet. Le lecteur retiendra que la taille de la zone reconstruite reste constante avec γ , et que le processus autorise simplement la modification de la taille de l'objet dans l'espace direct. A partir de $\gamma = 0,405 = \min(Lp_x/\Delta A_x; Kp_y/\Delta A_y)$, on peut voir apparaître la totalité de l'objet dans le champ reconstruit. Remarquons aussi que plus γ diminue, plus la fonction rectangulaire de l'ordre 0 s'élargit, ainsi pour $\gamma = 0,25$, la fonction rectangulaire chevauche avec la bande passante du noyau, ce qui se traduit par l'apparition dans le champ d'effets indésirables qui dégradent la qualité de l'image. Par ailleurs, à partir d'une certaine valeur de γ , la condition 3.70 sur l'échantillonnage de Shannon n'est plus satisfaite ; il apparaît dans le plan reconstruit un repliement de spectre comme le montre le cas $\gamma = 0,1$. A la différence de la méthode du banc de filtre, le temps de calcul ne dépend pas de la taille de l'objet, mais uniquement de la taille de l'horizon choisi. Le Chapitre 4 illustrera l'algorithme par réponse impulsionnelle biaisée appliqué à l'holographie couleur.

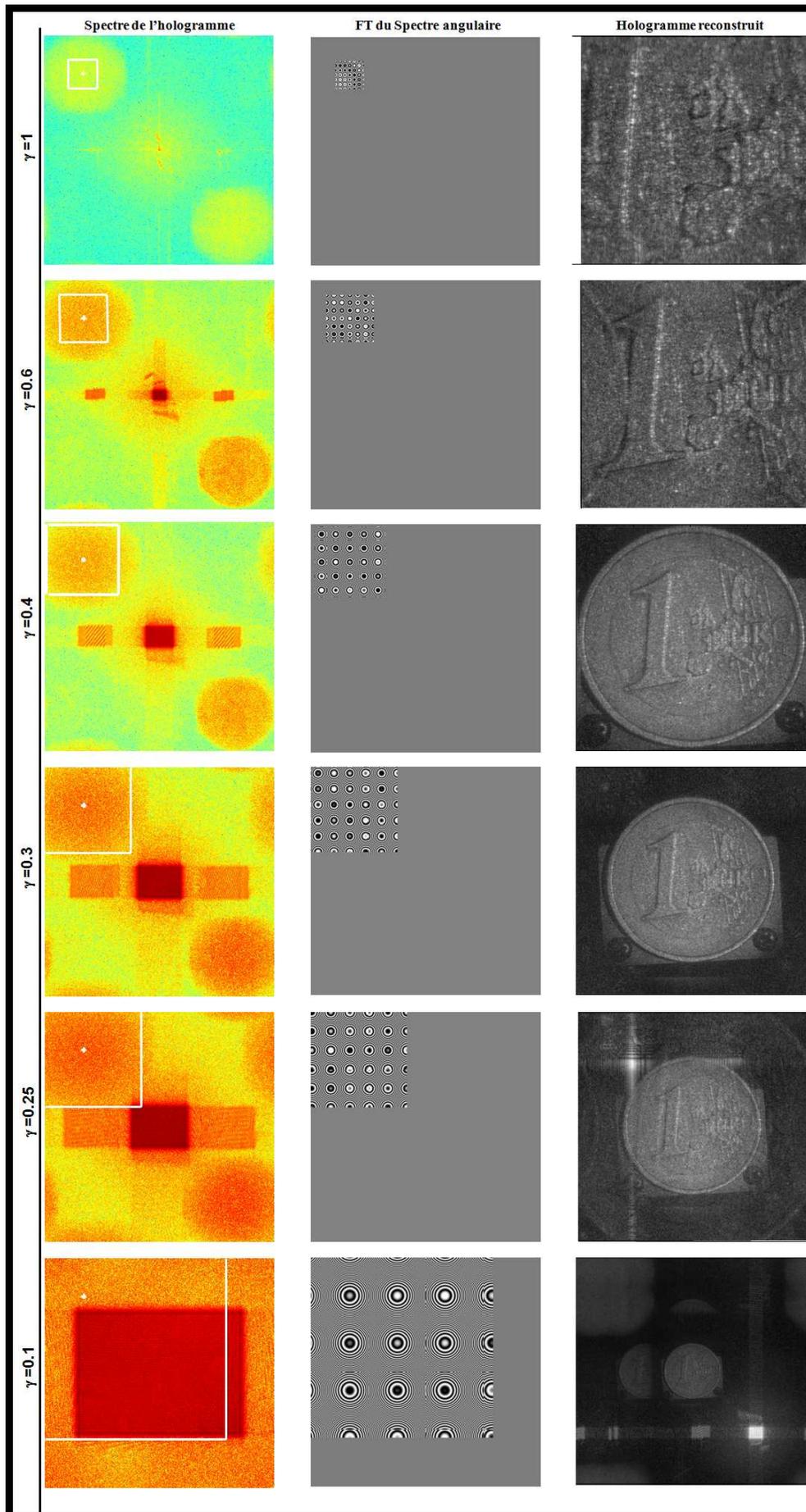


Figure 3.28 : Processus de reconstruction pour différentes valeurs de γ avec $K=L=2048$

3.3.3.2 Onde d'enregistrement sphérique

Nous avons montré au paragraphe précédent, qu'il est possible de donner au noyau de convolution un grandissement souhaité en utilisant une onde sphérique à la reconstruction. Nous montrons dans ce paragraphe qu'il est possible de produire le même effet en utilisant une onde de référence sphérique à l'enregistrement. Supposons l'onde de référence sphérique à l'enregistrement donnée par (équations 1.13 et 1.15 du Chapitre 1) :

$$U_r(x, y) = a_r \exp \left[2j\pi(u_r x + v_r y) + \frac{j\pi}{\lambda d_s} (x^2 + y^2) \right], \quad (3.84)$$

où d_s est le rayon de courbure de l'onde.

Si nous utilisons une onde de reconstruction plane à la reconstruction avec $\lambda_c = \lambda$, la relation de conjugaison 3.63 devient :

$$\frac{1}{d_r} = \frac{1}{d_s} - \frac{1}{d_0}, \quad (3.85)$$

avec $d_r = -\gamma d_0$.

Ceci conduit à définir le rayon de courbure de l'onde de référence

$$d_s = \frac{\gamma d_0}{\gamma - 1}, \quad (3.86)$$

indépendamment de la longueur d'onde. Par ailleurs, d_s doit également vérifier les mêmes conditions que R_c sur l'échantillonnage de Shannon et sur la condition de recouvrement des ordres. Notamment, on a :

$$|d_s| \geq \sup \left\{ \frac{N p_x d_0}{2\lambda d_0 |u_r| - \Delta A_x}, \frac{M p_y d_0}{2\lambda d_0 |v_r| - \Delta A_y} \right\}. \quad (3.87)$$

La distance d'enregistrement doit respecter la condition 1.29 du Chapitre 1 pour un objet de forme circulaire, donnant,

$$d_0 = \frac{(2 + 3\sqrt{2}) \max(p_x, p_y) \Delta A}{2\lambda}. \quad (3.88)$$

L'algorithme basé sur le spectre angulaire utilisera la fonction de transfert suivante :

$$G(u, v, d_r) = \begin{cases} \exp \left[2j\pi d_r \sqrt{1 - \lambda^2 (u - u_r)^2 - \lambda^2 (v - v_r)^2} \right] \\ \quad \text{si } \sqrt{|u - u_r|^2 + |v - v_r|^2} \leq \gamma \Delta A_x / \lambda d_r, \\ 0 \quad \text{ailleurs} \end{cases}, \quad (3.89)$$

avec $d_r = -\gamma d_0$.

On peut bien entendu utiliser la réponse impulsionnelle.

Une fois l'enregistrement réalisé avec d_s respectant les conditions 3.86 et 3.87, le grandissement est imposé par la relation :

$$\gamma = \frac{d_s}{d_s - d_0}, \quad (3.90)$$

Ainsi, c'est désormais le nombre de points de reconstruction qui est imposé par $L = \gamma \Delta A_x / p_x$. Il faudra prendre soin de vérifier que le choix de d_s conduit à un horizon qui contient la totalité de l'objet.

Illustration

Par exemple, pour une rondelle de diamètre 40 mm placée à $d_o = 1180\text{ mm}$ éclairée avec un laser $2\omega\text{NdYAG}$ à 532 nm suivant le dispositif expérimental de la figure 3.29, l'enregistrement est réalisé avec une onde sphérique de rayon $d_s = 192\text{ mm}$, respectant l'équation 3.87, et dont les fréquences spatiales porteuses sont $(u_r, v_r) = (+66,53\text{ mm}^{-1}, -66,88\text{ mm}^{-1})$. Le capteur possède $N \times M = 1414 \times 1060$ pixels de pas $p_x = p_y = 5\ \mu\text{ m}$. On a $\gamma = 192 / (192 - 1180) = -0,194$. Le nombre de points de l'horizon doit être au moins égal à $0,194 \times 40 / 0,005 = 1552$. On choisit $K = L = 1556$ points et $d_r = -0,194 \times 1180 = -228,92\ \text{ mm}$. γ étant négatif, l'image est donc renversée. Si on souhaite avoir une image non renversée, γ doit être positif et l'onde de référence doit converger derrière le capteur.

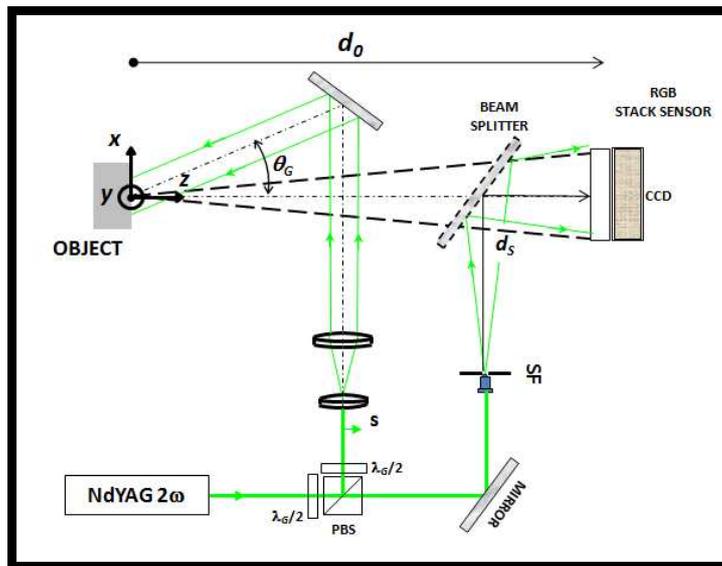


Figure 3.29 : Dispositif expérimental de l'enregistrement avec onde sphérique

La figure 3.30 présente le spectre de l'hologramme ainsi que le champ reconstruit par convolution. Le cercle blanc représente la bande passante du noyau de convolution. On utilise le spectre angulaire localisé et limité adéquatement (équation 3.89).

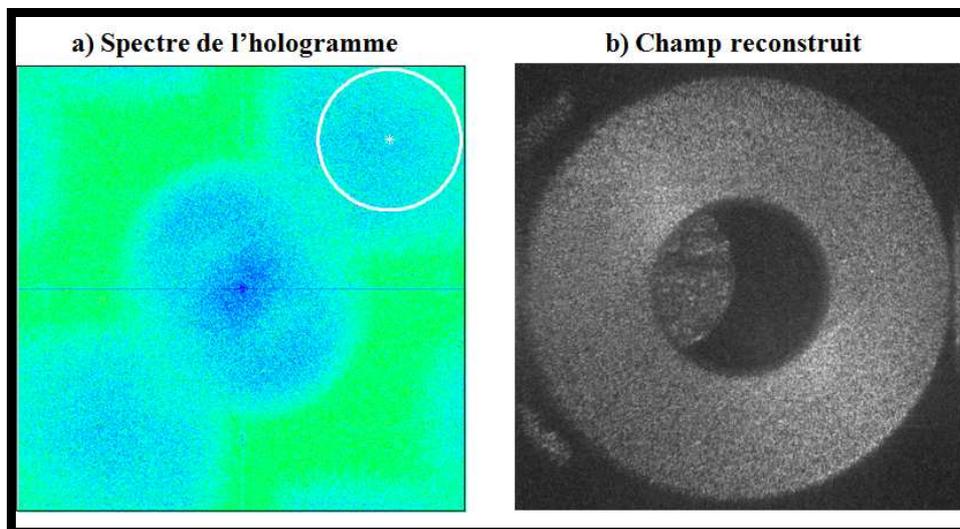


Figure 3.30 : Reconstruction du champ objet

Bien que cette approche satisfasse à la reconstruction des objets de grande taille par convolution, elle est plus contraignante que la précédente car elle nécessite de bien maîtriser le choix de d_s avant l'enregistrement.

3.3.3.3 Influence du grandissement transversal sur la résolution du processus

L'utilisation du grandissement transversal induit une modification de la résolution spatiale du processus. Puisque la distance de reconstruction change du fait du grandissement, les résolutions spatiales dans les directions x et y deviennent alors :

$$\left\{ \begin{array}{l} \rho'_x = \frac{\lambda_c d_r}{N p_x} = \gamma \frac{\lambda d_0}{N p_x} = \gamma \rho_x \\ \rho'_y = \frac{\lambda_c d_r}{M p_y} = \gamma \frac{\lambda d_0}{M p_y} = \gamma \rho_y \end{array} \right. , \quad (3.91)$$

où ρ_x et ρ_y désignent les résolutions intrinsèques du processus holographique, fixées par le capteur (voir Chapitre 2).

On remarque que la résolution spatiale est proportionnelle au grandissement transversal. Ainsi, puisque $|\gamma| < 1$ (objet plus grand que le capteur), ceci signifierait que la résolution spatiale est accrue par le processus. Ceci n'est physiquement pas possible car la résolution spatiale ultime est limitée par le capteur lors de l'enregistrement, et le processus numérique ne peut transcender cette loi physique. Comme précisé précédemment, le processus de reconstruction à grandissement variable consiste tout simplement à modifier la taille de l'objet de l'espace direct de sorte qu'il puisse « entrer » dans l'horizon. Ainsi, une explication de ce constat passe par l'analyse du rapport entre la taille de l'objet reconstruit et la résolution.

Si on considère le cas $\gamma = 1$ (aucun grandissement), le rapport est $\Delta A_x / \rho_x = \Delta A_x N p_x / \lambda d_0$, alors que pour un γ quelconque, nous avons :

$$\frac{\gamma \Delta A_x}{\rho'_x} = \frac{\Delta A_x}{\rho_x} = \frac{\Delta A_x N p_x}{\lambda d_0} , \quad (3.92)$$

qui reste inchangé. Ceci signifie que la quantité d'information contenue dans l'objet agrandi est identique à celle du cas $\gamma = 1$. Le seul effet joué par le grandissement est la définition de l'image au même titre que le zéro-padding dans la transformée de Fresnel [18]. Pour illustrer ce constat, nous avons effectué une simulation du processus holographique (enregistrement et reconstruction). Pour cela, nous avons construit numériquement un objet trou. L'hologramme du trou est fabriqué numériquement par simulation de l'enregistrement avec un laser HeNe à 661,8 nm, un capteur de $M \times N = 1024 \times 1024$ pixels de pas $p_x = p_y = 4,65 \mu\text{m}$ et une distance d'enregistrement $d_0 = 250 \text{ mm}$. Ainsi la résolution spatiale intrinsèque est $\rho_x = \rho_y = 32,31 \mu\text{m}$.

La simulation du processus de reconstruction par convolution à grandissement variable est menée pour différentes valeurs du grandissement ($\gamma = 0,5 ; 1,5$) et différentes tailles d'horizon $(K, L) = (1024, 1024)$ ou $(K, L) = (2048, 2048)$.

La figure 3.31 montre le profil de la réponse impulsionnelle du processus. Pour le cas *a*) avec un grandissement de $\gamma = 1,5$, et un horizon de 1024×1024 , la résolution est $\rho'_x = \gamma \rho_x = 48,47 \mu\text{m} \approx 100/2 = 50 \mu\text{m}$. Pour le cas *b*) avec le même grandissement $\gamma = 1,5$, et un horizon de 2048×2048 , nous avons la même résolution ; cependant, on a une meilleure définition de l'image avec deux fois plus de points que le cas *a*). Pour le cas *c*) avec un grandissement de $\gamma = 0,5$, et un horizon de 1024×1024 points, nous avons une résolution de

$\rho'_x = \gamma \rho_x = 16,15 \mu\text{m} \approx 35 \mu\text{m} / 2 = 17,5 \mu\text{m}$. Remarquons que le rapport $\frac{\gamma \Delta A_x}{\rho'_x}$ reste constant.

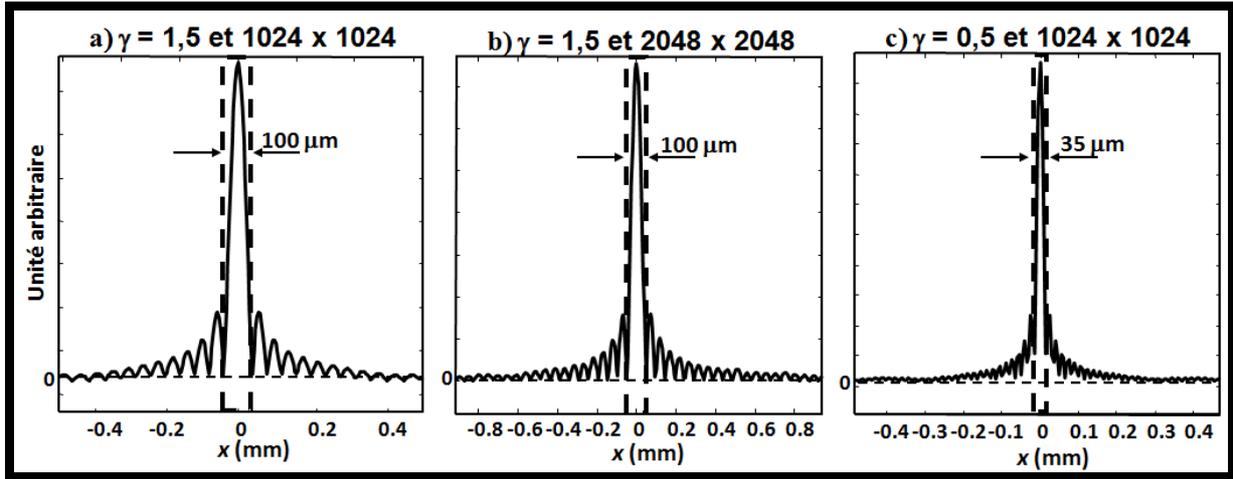


Figure 3.31: Profil de la réponse impulsionnelle

3.4 Méthode par transformée de Fourier avec filtrage

Une façon de s'affranchir du problème de la dépendance de la longueur d'onde est d'enregistrer un hologramme image avec une lentille achromatique ; ainsi, l'image d'un point dans le plan objet est un point dans le plan d'enregistrement, c'est-à-dire que la focalisation de l'objet par le système optique (lentille) se fait dans le plan image. Il n'est donc plus nécessaire d'effectuer une retro propagation de l'hologramme dans le plan image. Cette configuration est un cas particulier de la convolution par double transformée de Fourier. Cette méthode a été décrite par Takeda en 1982 [15].

Notons $A'(x, y) = A'_0(x, y)\exp[j\psi'_0(x, y)]$ l'image de l'objet dans le plan du capteur. Considérons une onde de référence plane, $a_r = \text{cte}$.

La formulation mathématique du champ d'interférences peut alors s'écrire :

$$H(x, y) = O_0(x, y) + a_r A'(x, y)\exp[2j\pi(u_r x + v_r y)] + a_r A^*(x, y)\exp[-2j\pi(u_r x + v_r y)], \quad (3.93)$$

où $O_0(x, y)$ représente l'ordre 0.

Posons :

$$c(x, y) = a_r A'(x, y) = a_r A'_0(x, y)\exp[j\psi'_0(x, y)]. \quad (3.94)$$

La transformée de Fourier de l'équation 3.93 donne alors :

$$E(u, v) = A(u, v) + C(u - u_r, v - v_r) + C^*(u + u_r, v + v_r), \quad (3.95)$$

où $A(u, v) = \text{TF}[O_0(x, y)](u, v)$, $C(u, v) = \text{TF}[c(x, y)](u, v)$ et $C^*(u, v)$ est le complexe conjugué de $C(u, v)$.

Le spectre de l'hologramme est également une somme de trois ordres dont l'ordre +1 est localisé à la fréquence (u_r, v_r) .

Si on souhaite reconstruire l'ordre +1, on effectue dans le domaine de Fourier un filtrage du spectre utile par un filtre numérique passe bande bidimensionnel centré en (u_r, v_r) et d'étendue Δu et Δv choisies de sorte à ne prendre en compte que les fréquences spatiales de l'ordre +1. Si on désigne par $G(u, v)$ la fonction de filtrage considérée régulièrement comme une fonction porte bidimensionnelle, on peut écrire :

$$G(u,v) = \begin{cases} 1 & \text{si } [u,v] \in [u_r - \Delta u/2, u_r + \Delta u/2] \times [v_r - \Delta v/2, v_r + \Delta v/2] \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \quad (3.96)$$

L'opération de filtrage revient à multiplier le spectre de l'hologramme par la fonction de filtrage. Ainsi, le spectre de la zone utile est donné par :

$$E_f(u,v) = E(u,v) \times G(u,v) \approx C(u - u_r, v - v_r) \quad (3.97)$$

Nous pouvons aussi écrire dans l'espace direct

$$c_f(x,y) = H(x,y) * h(x,y) \approx c(x,y) \exp[2j\pi(u_r x + v_r y)] \quad (3.98)$$

où $h(x,y)$ est la réponse impulsionnelle associée à la fonction de filtrage $G(u,v)$ définie par :

$$h(x,y) = \Delta u \Delta v \exp[2j\pi(u_r x + v_r y)] \text{sinc}(\pi \Delta u x) \text{sinc}(\pi \Delta v y) \quad (3.99)$$

Après l'opération de filtrage, le calcul de la transformée de Fourier inverse conduit à la détermination de l'amplitude de l'objet :

$$A'_0(x,y) = \sqrt{\Im_m^2[c_f(x,y)] + \Re_e^2[c_f(x,y)]}, \quad (3.100)$$

et à une phase biaisée :

$$\xi^R(x,y) = \psi'_0(x,y) + 2\pi u_r x + 2\pi v_r y = \arctan\left(\frac{\Im_m[c_f(x,y)]}{\Re_e[c_f(x,y)]}\right) \quad (3.101)$$

Le synoptique de calcul de l'amplitude complexe du champ objet est donné par la figure ci-dessous

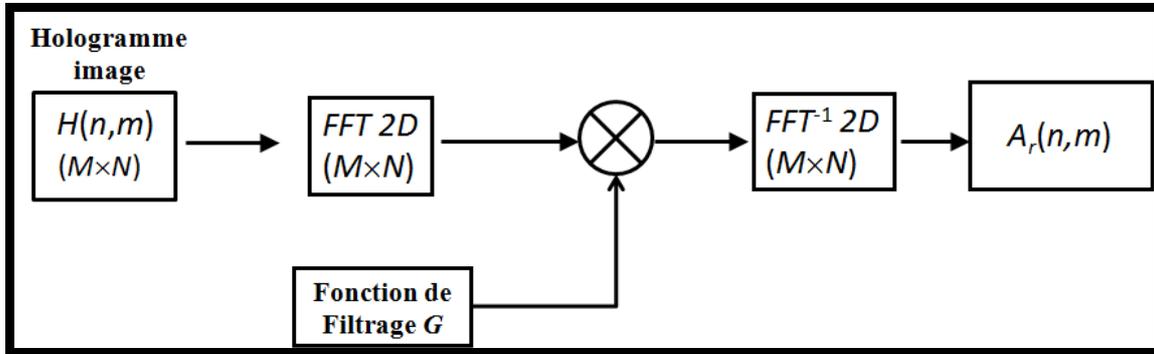


Figure 3.32: Synoptique de la reconstruction par transformée de Fourier avec filtrage

Nous apporterons dans le Chapitre 4 quelques illustrations et applications de ce processus en mécanique des fluides.

3.5 Comparaison des méthodes

Afin d'établir une analyse comparative des différentes approches, nous avons évalué le temps de calcul nécessaire pour reconstruire la pièce de 1€. En effet, le temps de calcul est une caractéristique importante pour une approche temps réel. Le processeur utilisé est un pentium intel Core 2 CPU avec une vitesse de 2,33 GHz et une mémoire vive de 2 Go. Le programme de calcul est développé sous Matlab 5.3. Nous présentons sur la figure 3.33 ci-dessous une analyse comparative des différentes approches. L'approche par transformée de Fresnel s'avère être la plus rapide en temps de calcul mais nécessite un grand nombre de réglages des paramètres. Ainsi, nous privilégierons, dans les applications, l'approche à grandissement variable qui est plus adaptable dans des configurations diverses et variées.

Méthode de Calcul	Temps de Calcul (en secondes)	Nombre de points de l'objet reconstruit	Image reconstruite
Transformée de Fresnel avec zéro-padding sur 2048×2048	4,719	629×629	
Grandissement variable avec spectre angulaire	7,18	2048×2048	
Grandissement variable avec réponse impulsionnelle	11,57	2048×2048	
Banc de filtres avec spectre angulaire	94,96	5120×5440	
Banc de filtres avec réponse impulsionnelle	158,84	5120×5440	

Figure 3.33 : Comparaison des différentes approches de reconstruction

3.6 Conclusion

Nous avons montré dans ce chapitre qu'il était possible de reconstruire des hologrammes avec des tailles indépendantes de la longueur d'onde de la source. Cette caractéristique est indispensable pour la reconstruction des hologrammes couleurs ou pour l'analyse multidimensionnelle. Nous avons présenté cinq différentes approches pour y parvenir.

La première approche basée sur la transformée de Fresnel avec zéro-padding dépendant de la longueur d'onde permet d'avoir une taille d'hologramme indépendante de la longueur d'onde. Cependant, la parfaite égalité entre les tailles des hologrammes est obtenue en apportant une légère modification de la distance de reconstruction par rapport à celle de mise au point. Nous avons montré que cette modification engendrait un élargissement de la réponse impulsionnelle et donc un défaut de mise au point de l'ordre de 2%, qui restait très négligeable. Cette approche s'avère être la plus rapide en temps de calcul (indépendant de la taille de l'objet) mais nécessite un grand nombre de réglage des paramètres.

La deuxième approche basée sur la méthode de convolution par banc de filtre avec spectre angulaire consiste à faire un balayage du spectre de l'objet par une matrice de filtres de sorte à recouvrir la totalité du spectre de l'objet et de le reconstruire dans sa totalité. En effet, la convolution conduit naturellement à des tailles d'hologrammes identiques mais ne convient pas à des objets de grande taille. Le nombre de filtres nécessaire pour cette opération dépend de la taille de l'objet. Ainsi, plus l'objet sera grand, plus long sera le temps de calcul. Nous avons pu supprimer le repliement introduit par les effets de bord, avec comme compromis, l'augmentation du nombre de balayages et donc du temps de calcul.

La troisième approche est basée sur le même principe que la précédente, avec l'utilisation de la réponse impulsionnelle à la place du spectre angulaire. Cette approche est néanmoins plus longue en temps de calcul que la précédente car elle nécessite une opération de transformée de Fourier en plus.

La quatrième approche est basée sur la convolution à grandissement variable avec spectre angulaire et consiste à utiliser une onde sphérique à l'enregistrement et ou à la reconstruction afin d'adapter la bande passante du noyau de convolution à la taille de l'objet. En effet, l'utilisation d'une onde sphérique modifie la distance de reconstruction de mise au point et donc la bande passante du noyau. L'opération se fait d'un seul coup et le temps de calcul est indépendant de la taille de l'objet. La cinquième approche est identique à la précédente avec l'utilisation de la réponse impulsionnelle à la place du spectre angulaire. Elle est également plus longue en temps de calcul que la précédente car elle nécessite une opération de transformée de Fourier supplémentaire.

Nous proposerons dans la suite de ce travail les applications de ces algorithmes. Nous privilégierons les approches 1, 4 et 5 pour leur rapidité et leur utilisation simple.

Chapitre 4

Méthodes d'holographie numérique bi-couleur
Applications au diagnostic sans contact et à l'acoustique

4.1. Introduction

Depuis l'étude de la faisabilité de l'holographie numérique couleur, de nombreuses applications ont vu le jour dans le domaine de la métrologie. L'idée de mesurer simultanément des déformations multidimensionnelles naît dans les esprits avec les travaux de Linet en 1991 [129], puis reprise par Rastogi en 1994 [149]. Dans ces travaux, l'holographie à double exposition permet de faire un multiplexage spatial des hologrammes sur une plaque photosensible ; l'analyse quantitative est ensuite menée en faisant diffracter l'onde de référence sur la plaque. Des lors, les applications à base de multiplexage spatial explosent dans le domaine de l'endoscopie [142,150] de l'interférométrie speckle [151-159], notamment en shearographie, [160], et en métrologie multidimensionnelle [31,60,161-163]. Les premières applications en microscopie holographique à deux couleurs furent montrées d'une part sur la vibration des systèmes microélectromécaniques par J.Kuhn [41], utilisant une approche de filtrage dans le plan de Fourier afin d'accéder à l'information de l'ordre+1 portée par chaque hologramme ; et d'autre part par Ferraro [164] sur l'extension de la dynamique de mesure des microstructures avec correction des aberrations sphériques de la lentille. Les applications en métrologie bi-couleur utilisant un capteur couleur ont été montrées sur la déformation d'une rondelle [136], cependant la méthode de reconstruction basée sur le banc de filtre est très gourmande en temps de calcul. Nous proposons dans ce chapitre des méthodes d'holographie bi-couleur appliquées à la mécanique du solide et l'acoustique. Cette étude portera particulièrement sur l'analyse des causes de fissuration d'un composant électronique et sur l'analyse vibratoire des milieux granulaires. Nous ferons une étude comparative de l'enregistrement par multiplexage spatial sur capteur monochrome et la détection multi-chromatique sur capteur couleur.

4.2. Aspect métrologique multidimensionnel

Les enjeux de l'étude préliminaire du Chapitre 3 sur la reconstruction des hologrammes couleurs sont particulièrement importants pour la métrologie multidimensionnelle. En effet, si nous éclairons un objet en déformation dans une direction quelconque dans l'espace cartésien (x, y, z) , entre deux états de la déformation, la variation de chemin optique induit une variation de phase telle que décrite à l'équation 1.49 du Chapitre 1.

Le déplacement induit par la déformation de chaque point de l'objet dans l'espace (x, y, z) peut être écrit :

$$\mathbf{U} = u_x \mathbf{i} + u_y \mathbf{j} + u_z \mathbf{k}, \quad (4.1)$$

où u_x , u_y et u_z représentent les amplitudes de déplacement dans les directions x , y et z .

On considère l'objet éclairé avec une onde de longueur d'onde λ et dont le vecteur d'onde est porté par \mathbf{K}_e (vecteur d'éclairage), faisant une incidence θ avec l'axe optique du capteur porté par \mathbf{K}_o (vecteur d'observation) comme l'illustre la figure 4.1.

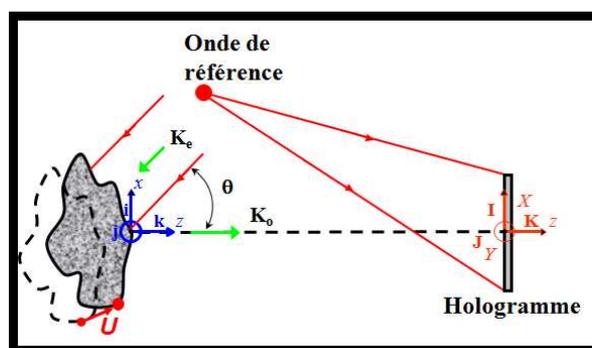


Figure 4.1 : Evaluation du vecteur sensibilité

La figure 4.2 présente la projection des vecteurs d'éclairage et d'observation dans le repère cartésien (x,y,z) .

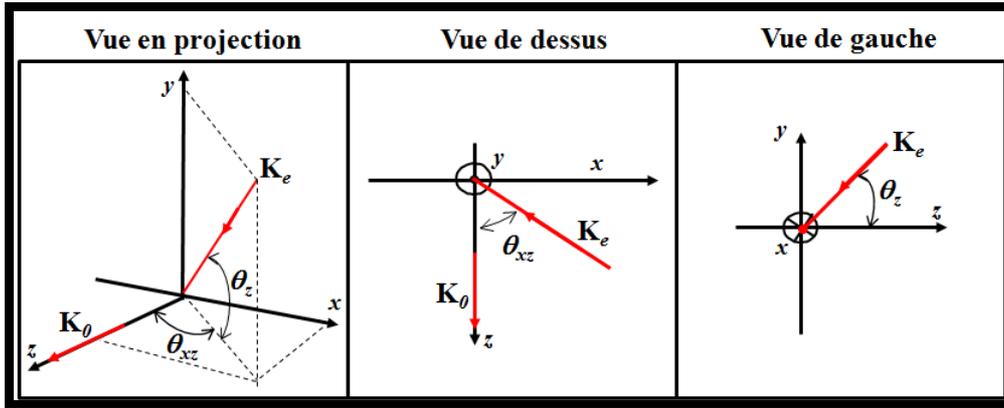


Figure 4.2 : Vue projetée des vecteurs éclairage et observation

Les vecteurs d'éclairage et d'observation peuvent s'écrire

$$\mathbf{K}_e = -\cos \theta_z \sin \theta_{xz} \mathbf{i} - \sin \theta_z \mathbf{j} - \cos \theta_z \cos \theta_{xz} \mathbf{k} \quad (4.2)$$

et

$$\mathbf{K}_o = \mathbf{k}, \quad (4.3)$$

conduisant à un vecteur sensibilité donné à l'équation 1.48 du Chapitre 1 par :

$$\mathbf{S} = \mathbf{K}_e - \mathbf{K}_o = -\cos \theta_z \sin \theta_{xz} \mathbf{i} - \sin \theta_z \mathbf{j} - (1 + \cos \theta_z \cos \theta_{xz}) \mathbf{k} \quad (4.4)$$

Ainsi, la variation de phase induite par le déplacement \mathbf{U} peut s'écrire

$$\Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda} \mathbf{S} \cdot \mathbf{U} = -\frac{2\pi}{\lambda} [\cos \theta_z \sin \theta_{xz} u_x + \cos \theta_z u_y + (1 + \cos \theta_z \cos \theta_{xz}) u_z], \quad (4.5)$$

où u_x , u_y et u_z sont les inconnues à déterminer.

Ainsi, pour avoir simultanément accès à ces déplacements et donc à la déformation globale de l'objet, il est nécessaire de l'éclairer dans trois directions différentes de sorte que les trois vecteurs d'éclairage ne soient pas coplanaires. Ce système d'éclairage peut être construit avec trois longueurs d'onde, conduisant ainsi à un système de trois équations à trois inconnues qui se résout aisément. Nous pouvons alors écrire :

$$\begin{cases} \Delta\varphi_{\lambda_1} = \frac{2\pi}{\lambda_1} \mathbf{S}_1 \cdot \mathbf{U} = -\frac{2\pi}{\lambda_1} [\cos \theta_z^{\lambda_1} \sin \theta_{xz}^{\lambda_1} u_x + \sin \theta_z^{\lambda_1} u_y + (1 + \cos \theta_z^{\lambda_1} \cos \theta_{xz}^{\lambda_1}) u_z] \\ \Delta\varphi_{\lambda_2} = \frac{2\pi}{\lambda_2} \mathbf{S}_2 \cdot \mathbf{U} = -\frac{2\pi}{\lambda_2} [\cos \theta_z^{\lambda_2} \sin \theta_{xz}^{\lambda_2} u_x + \sin \theta_z^{\lambda_2} u_y + (1 + \cos \theta_z^{\lambda_2} \cos \theta_{xz}^{\lambda_2}) u_z], \\ \Delta\varphi_{\lambda_3} = \frac{2\pi}{\lambda_3} \mathbf{S}_3 \cdot \mathbf{U} = -\frac{2\pi}{\lambda_3} [\cos \theta_z^{\lambda_3} \sin \theta_{xz}^{\lambda_3} u_x + \sin \theta_z^{\lambda_3} u_y + (1 + \cos \theta_z^{\lambda_3} \cos \theta_{xz}^{\lambda_3}) u_z] \end{cases} \quad (4.6)$$

Soit sous forme matricielle :

$$\begin{pmatrix} \lambda_1 \Delta\varphi_{\lambda_1} \\ \lambda_2 \Delta\varphi_{\lambda_2} \\ \lambda_3 \Delta\varphi_{\lambda_3} \end{pmatrix} = 2\pi \underbrace{\begin{bmatrix} \cos \theta_z^{\lambda_1} \sin \theta_{xz}^{\lambda_1} & \sin \theta_z^{\lambda_1} & (1 + \cos \theta_z^{\lambda_1} \cos \theta_{xz}^{\lambda_1}) \\ \cos \theta_z^{\lambda_2} \sin \theta_{xz}^{\lambda_2} & \sin \theta_z^{\lambda_2} & (1 + \cos \theta_z^{\lambda_2} \cos \theta_{xz}^{\lambda_2}) \\ \cos \theta_z^{\lambda_3} \sin \theta_{xz}^{\lambda_3} & \sin \theta_z^{\lambda_3} & (1 + \cos \theta_z^{\lambda_3} \cos \theta_{xz}^{\lambda_3}) \end{bmatrix}}_A \begin{pmatrix} u_x \\ u_y \\ u_z \end{pmatrix} \quad (4.7)$$

Le lecteur notera que si les trois vecteurs d'éclairage ne sont pas coplanaires, la matrice A est inversible. Ainsi, les trois composantes du déplacement peuvent être obtenus par l'expression matricielle suivante :

$$\begin{pmatrix} u_x \\ u_y \\ u_z \end{pmatrix} = \frac{1}{2\pi} A^{-1} \begin{pmatrix} \lambda_1 \Delta \varphi_{\lambda_1} \\ \lambda_2 \Delta \varphi_{\lambda_2} \\ \lambda_3 \Delta \varphi_{\lambda_3} \end{pmatrix}, \quad (4.8)$$

avec

$$A^{-1} = \frac{1}{\det A} {}^t(\text{com}A) \quad (4.9)$$

et ${}^t(\text{com}A)$ la transposée de la comatrice de A .

Le déterminant de la matrice A est donné par :

$$\begin{aligned} \det A = & \cos \theta_z^{\lambda_1} \sin \theta_{xz}^{\lambda_1} \left(\sin \theta_z^{\lambda_2} (1 + \cos \theta_z^{\lambda_3} \cos \theta_{xz}^{\lambda_3}) - \sin \theta_z^{\lambda_3} (1 + \cos \theta_z^{\lambda_2} \cos \theta_{xz}^{\lambda_2}) \right) \\ & - \sin \theta_z^{\lambda_1} \left(\cos \theta_z^{\lambda_2} \sin \theta_{xz}^{\lambda_2} (1 + \cos \theta_z^{\lambda_3} \cos \theta_{xz}^{\lambda_3}) - \cos \theta_z^{\lambda_3} \sin \theta_{xz}^{\lambda_3} (1 + \cos \theta_z^{\lambda_2} \cos \theta_{xz}^{\lambda_2}) \right) \\ & + (1 + \cos \theta_z^{\lambda_1} \cos \theta_{xz}^{\lambda_1}) \left(\cos \theta_z^{\lambda_2} \sin \theta_{xz}^{\lambda_2} \sin \theta_z^{\lambda_3} - \cos \theta_z^{\lambda_3} \sin \theta_{xz}^{\lambda_3} \sin \theta_z^{\lambda_2} \right) \end{aligned} \quad (4.10)$$

et la transposée de la comatrice

$${}^t(\text{com}A) = \begin{bmatrix} \sin \theta_z^{\lambda_2} (1 + \cos \theta_z^{\lambda_3} \cos \theta_{xz}^{\lambda_3}) & -\sin \theta_z^{\lambda_1} (1 + \cos \theta_z^{\lambda_3} \cos \theta_{xz}^{\lambda_3}) & \sin \theta_z^{\lambda_1} (1 + \cos \theta_z^{\lambda_2} \cos \theta_{xz}^{\lambda_2}) \\ -\sin \theta_z^{\lambda_3} (1 + \cos \theta_z^{\lambda_2} \cos \theta_{xz}^{\lambda_2}) & +\sin \theta_z^{\lambda_3} (1 + \cos \theta_z^{\lambda_1} \cos \theta_{xz}^{\lambda_1}) & -\sin \theta_z^{\lambda_2} (1 + \cos \theta_z^{\lambda_1} \cos \theta_{xz}^{\lambda_1}) \\ -\cos \theta_z^{\lambda_2} \sin \theta_{xz}^{\lambda_2} (1 + \cos \theta_z^{\lambda_3} \cos \theta_{xz}^{\lambda_3}) & \cos \theta_z^{\lambda_1} \sin \theta_{xz}^{\lambda_1} (1 + \cos \theta_z^{\lambda_3} \cos \theta_{xz}^{\lambda_3}) & -\cos \theta_z^{\lambda_1} \sin \theta_{xz}^{\lambda_1} (1 + \cos \theta_z^{\lambda_2} \cos \theta_{xz}^{\lambda_2}) \\ +\cos \theta_z^{\lambda_3} \sin \theta_{xz}^{\lambda_3} (1 + \cos \theta_z^{\lambda_2} \cos \theta_{xz}^{\lambda_2}) & -\cos \theta_z^{\lambda_3} \sin \theta_{xz}^{\lambda_3} (1 + \cos \theta_z^{\lambda_1} \cos \theta_{xz}^{\lambda_1}) & +\cos \theta_z^{\lambda_2} \sin \theta_{xz}^{\lambda_2} (1 + \cos \theta_z^{\lambda_1} \cos \theta_{xz}^{\lambda_1}) \\ \cos \theta_z^{\lambda_2} \sin \theta_{xz}^{\lambda_2} \sin \theta_z^{\lambda_3} & -\cos \theta_z^{\lambda_1} \sin \theta_{xz}^{\lambda_1} \sin \theta_z^{\lambda_3} & \cos \theta_z^{\lambda_1} \sin \theta_{xz}^{\lambda_1} \sin \theta_z^{\lambda_2} \\ -\cos \theta_z^{\lambda_3} \sin \theta_{xz}^{\lambda_3} \sin \theta_z^{\lambda_2} & +\cos \theta_z^{\lambda_3} \sin \theta_{xz}^{\lambda_3} \sin \theta_z^{\lambda_1} & -\cos \theta_z^{\lambda_2} \sin \theta_{xz}^{\lambda_2} \sin \theta_z^{\lambda_1} \end{bmatrix} \quad (4.11)$$

Considérons un cas particulier dans lequel nous utilisons deux lasers rouge et vert avec des vecteurs d'éclairage contenus dans le plan (x, z) tels que $\theta_z^R = \theta_z^G = 0$, $\theta_{xz}^R = \theta_R$ et $\theta_{xz}^G = \theta_G$:

Nous avons les vecteurs sensibilités :

$$\begin{cases} \mathbf{S}_R = \mathbf{K}_{eR} - \mathbf{K}_o = -\sin \theta_R \mathbf{i} - 0 \mathbf{j} - (1 + \cos \theta_R) \mathbf{k} \\ \mathbf{S}_G = \mathbf{K}_{eG} - \mathbf{K}_o = -\sin \theta_G \mathbf{i} - 0 \mathbf{j} - (1 + \cos \theta_G) \mathbf{k} \end{cases} \quad (4.12)$$

ce qui conduit aux variations de phase

$$\begin{cases} \Delta \varphi_R = \frac{2\pi}{\lambda_R} \mathbf{S}_R \cdot \mathbf{U} = -\frac{2\pi}{\lambda_R} [\sin \theta_R u_x + (1 + \cos \theta_R) u_z] \\ \Delta \varphi_G = \frac{2\pi}{\lambda_G} \mathbf{S}_G \cdot \mathbf{U} = -\frac{2\pi}{\lambda_G} [\sin \theta_G u_x + (1 + \cos \theta_G) u_z] \end{cases} \quad (4.13)$$

Cette configuration conduit à la détermination des composantes de déplacement dans le plan suivant x et hors plan suivant z . Si les deux vecteurs d'éclairage sont en plus symétriques autour de l'axe optique du capteur, c'est-à-dire $\theta_R = -\theta_G = -\theta$, nous obtenons les déplacements suivant x et z par les relations :

$$\begin{cases} u_x = \frac{(\lambda_R \Delta \varphi_R - \lambda_G \Delta \varphi_G)}{4\pi \sin(\theta)} \\ u_z = \frac{(\lambda_R \Delta \varphi_R + \lambda_G \Delta \varphi_G)}{-4\pi(1 + \cos(\theta))} \end{cases} \quad (4.14)$$

Remarquons que la sensibilité dans le plan est liée à la différence des vecteurs éclairages de l'objet. Si les éclairages sont collimatés, c'est à dire si on éclaire avec des faisceaux de lumière parallèle, les vecteurs d'éclairage sont constants sur le plan de l'objet. Ainsi la sensibilité dans le plan ne dépend à priori pas des coordonnées sur le plan de l'objet. En revanche, dans le cas de la sensibilité hors du plan, le vecteur sensibilité dépend du vecteur observation \mathbf{K}_o . Ainsi, la variation du vecteur observation dans le plan de l'objet entraîne une variation de la sensibilité hors plan en fonction des coordonnées spatiales dans le plan de l'objet.

Ces variations seront d'autant plus grandes que l'angle d'ouverture sous lequel on observe l'objet est grand (objet de grande taille observé à distance rapprochée). Dans ce cas, la variation de phase ne contient plus exclusivement la composante hors du plan mais un mélange des trois composantes de déplacement. Il faut alors prendre en compte ces variations en étalonnant au préalable le vecteur sensibilité. Dans le cas de l'holographie numérique, l'angle d'ouverture est faible (objet de petite taille observé à grande distance suivant les équations 1.29 et 1.31 du Chapitre 1), les pourcentages de mélange des deux composantes planaires sont faibles et en fonction de la sollicitation appliquée à l'objet, ces contributions pourront être négligées.

A titre d'illustration, considérons l'exemple de la déformation d'une rondelle en compression suivant x , illustrée au paragraphe 3.2.3.4 du Chapitre 3, avec des lasers rouge à 632,8 nm et vert à 532 nm, $\theta = 30^\circ$. Nous pouvons, à partir des cartes de différences de phase déroulées rouge et verte, évaluer les déplacements dans le plan suivant x et hors plan suivant z (équation 4.14). La figure 4.3 montre les cartes de déplacements suivant x et z .

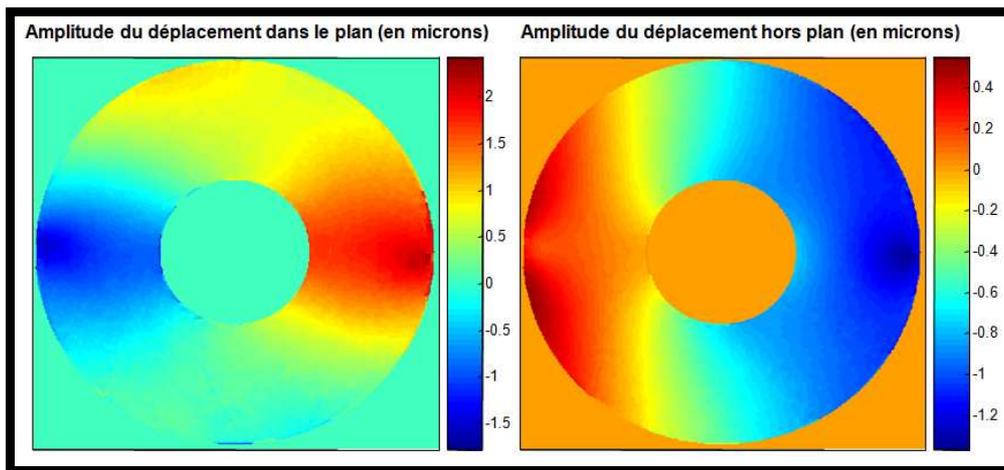


Figure 4.3 : Déplacement dans le plan et hors plan de la rondelle en déformation

Nous allons dans cette partie, illustrer les algorithmes développés au Chapitre 3 sur des applications en holographie à deux couleurs. De ce fait, l'objet sera éclairé par un laser rouge et un laser vert, sous des incidences θ_R et θ_G respectivement. Le processus d'enregistrement sera mené soit par multiplexage spatial sur capteur CCD monochrome de type Pixel FLY, soit par détection trichromatique sur un capteur couleur CMOS à stack de photodiodes de type Fovéon.

4.3 Méthode de multiplexage spatial

Considérons le montage de la figure 4.4, l'enregistrement est réalisé par un capteur CCD monochrome de type Pixel Fly sur 12 bits, possédant $N \times M = 1360 \times 1204$ pixels de pas $p_x = p_y = 4,65 \mu\text{m}$. On utilise un laser HeNe rouge à 632,8 nm et un laser DPSS vert à 532 nm. Chacun des lasers est séparé en faisceau de référence et faisceau objet. Les faisceaux objet et de référence pour chaque laser sont co-polarisés par un système de lames demi-onde, afin que l'interférence soit rendue possible. Les ondes de référence des deux faisceaux rouge et vert sont lisses et planes et porteuses de leur hologramme respectif. Le capteur étant monochrome,

l'enregistrement simultané des deux hologrammes ne sera possible qu'en réalisant un multiplexage spatial. Ainsi, les fréquences spatiales $\{u_r^R, v_r^R\}$ et $\{u_r^G, v_r^G\}$ des ondes de référence rouge et verte sont réglées indépendamment, de sorte à créer la séparation spectrale des deux hologrammes [60]. Ces fréquences spatiales doivent néanmoins satisfaire au théorème de Shannon comme décrit aux équations 1.30 et 1.32 du Chapitre 1 [18,60]. L'objet est placé à une distance d_0 du capteur de sorte à satisfaire aux conditions de non recouvrement entre les ordres (§ 1.4.2. du Chapitre 1).

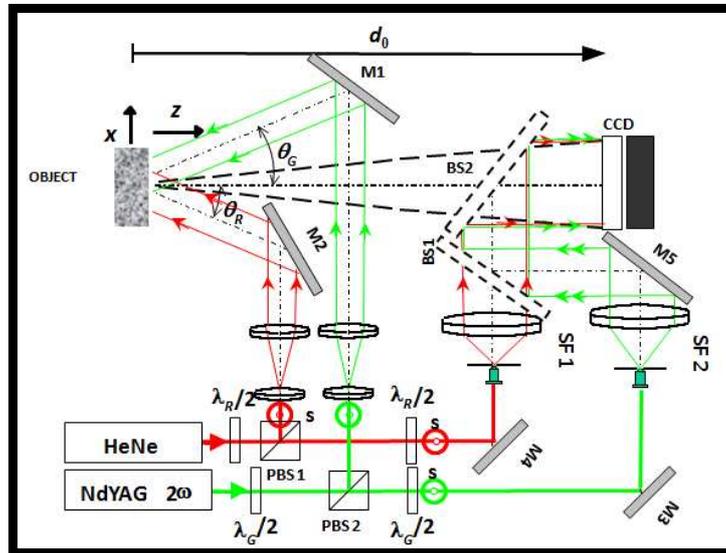


Figure 4.4 : Dispositif expérimental par multiplexage spatial bi-couleur

4.3.1 Reconstruction des hologrammes bi couleurs

Afin de valider l'algorithme de convolution à grandissement variable développé au Chapitre 3 sur la reconstruction des hologrammes couleur des objets étendus, nous allons considérer plusieurs formes d'objets.

4.3.1.1 Objet de forme circulaire

Pour cette première application, considérons comme objet, un médaillon de sport de taille $\Delta A_x = \Delta A_y = \Delta A = 53$ mm. La reconstruction d'un tel objet par convolution classique nécessitera d'utiliser un zéro-padding sur $K \times L = 11398 \times 11398$ points, ce qui n'est pas opérable par notre processeur. Le médaillon est simultanément illuminé par les deux lasers rouge et vert suivant le dispositif de la figure 4.4 et est placé à une distance $d_0 = 1250$ mm du capteur. Les fréquences spatiales porteuses des deux hologrammes sont réglées indépendamment à $\{u_r^G; v_r^G\} = \{65,2; -67,9\} \text{mm}^{-1}$ pour l'hologramme vert et $\{u_r^R; v_r^R\} = \{-64,4; -71,9\} \text{mm}^{-1}$ pour l'hologramme rouge. L'objet étant circulaire, nous avons choisi la reconstruction sur un horizon de $K \times L = 2048 \times 2048$ points, conduisant à un grandissement transversal maximal théorique $\gamma = \min(Lp_x/\Delta A_x; Kp_y/\Delta A_y) = 0,179$. Nous avons choisi pour cette application $\gamma = 0,17$, ce qui donne une distance de reconstruction $d_r = \gamma d_0 = -212,5$ mm, et un rayon de courbure de l'onde de reconstruction $R_c = -256,02$ mm (équation 3.77). On utilise comme noyau de convolution la réponse impulsionnelle de Fresnel (équation 3.88), avec limitation de la bande passante à la forme circulaire de l'objet. La figure 4.5 présente la partie réelle de la réponse impulsionnelle des hologrammes rouge et vert.

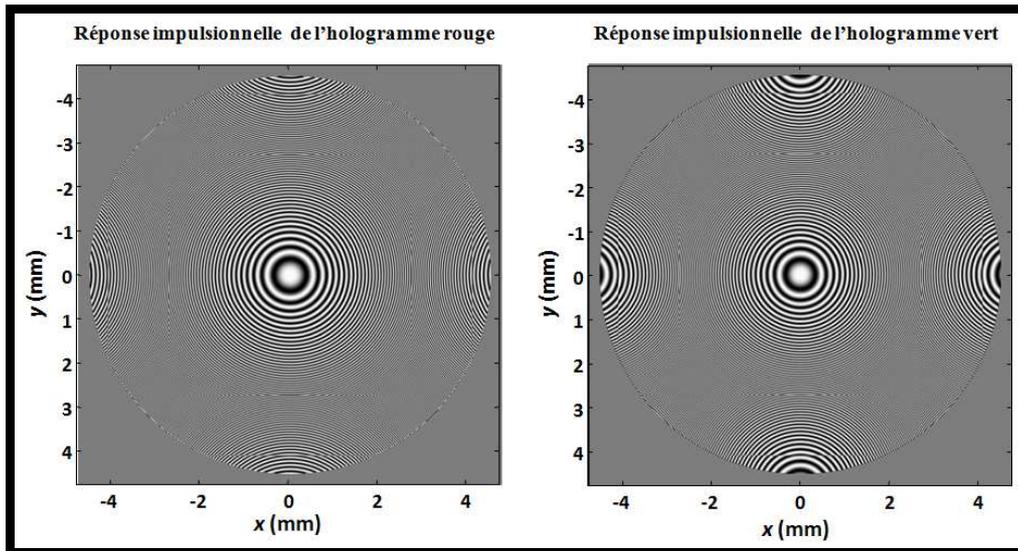


Figure 4.5 : Partie réelle des réponses impulsionnelles rouge et verte

Remarquons que les réponses impulsionnelles ont des bandes passantes adaptées à la taille et la forme de l'objet et ceci indépendamment de la longueur d'onde. Ces réponses impulsionnelles seront par la suite biaisées par le théorème de modulation afin de localiser chacun des noyaux de convolution aux fréquences spatiales de l'hologramme. Le processus de reconstruction de chacun des hologrammes suit le principe de l'algorithme décrit à la figure 3.19. La figure 4.6 présente le processus de calcul des hologrammes rouge et vert, dans lequel il suffit de faire une transformée de Fourier inverse du produit entre le spectre de l'hologramme et le spectre du noyau de convolution. Le module du terme complexe obtenu donne l'amplitude de l'hologramme.

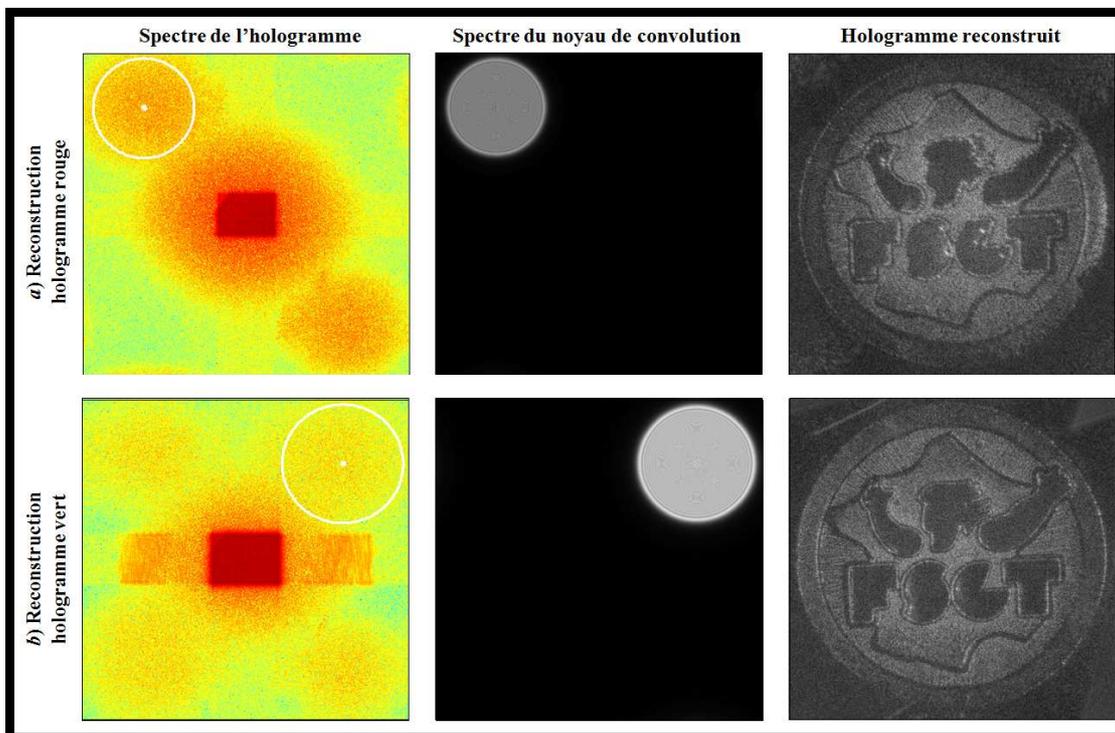


Figure 4.6 : Processus de reconstruction des hologrammes du médaillon

Les cercles blancs du spectre de l'hologramme délimitent les bandes passantes utiles des deux hologrammes, tandis que les croix blanches au centre désignent les fréquences spatiales centrales des hologrammes. Remarquons que les bandes passantes de la fonction de transfert sont bien localisées aux fréquences spatiales des hologrammes. Les hologrammes rouge et vert reconstruits ont exactement la même taille. Nous pouvons alors reconstruire sans ambiguïté l'hologramme bi-couleur. La figure 4.7 présente l'hologramme bi-couleur reconstruit, que l'on compare avec une image bi-couleur du médaillon, réalisée avec une caméra couleur classique.

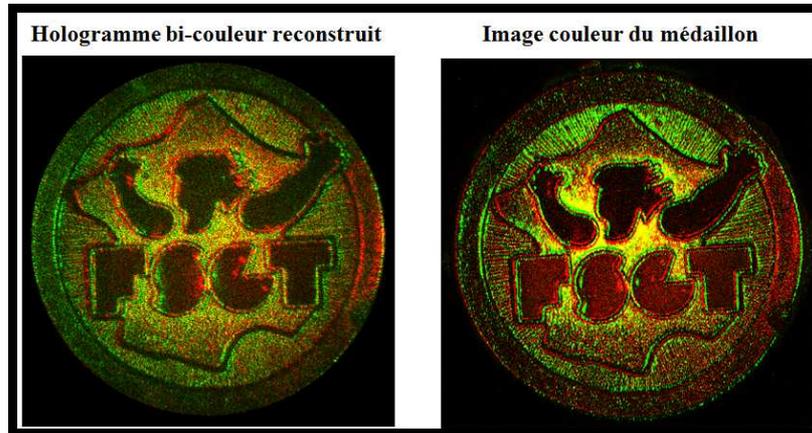


Figure 4.7 : Comparaison entre l'hologramme bi-couleur reconstruit et l'image couleur du médaillon

La superposition est parfaite et l'hologramme bi-couleur est bien semblable à l'image couleur du médaillon. Nous avons par la suite appliqué l'algorithme sur des formes d'objet plus complexes.

4.1.1.2 Objet de forme quelconque

Pour un objet de forme quelconque, nous considérons les dimensions du rectangle contenant l'objet. Ainsi, nous considérons comme objet une « tête chinoise » en plâtre de dimension $\{\Delta A_x, \Delta A_y\} \approx \{25 \text{ mm}, 53 \text{ mm}\}$. De même, la reconstruction de l'objet par convolution classique nécessitera un zéro-padding sur $K \times L = 10752 \times 5373$ points. L'objet est également éclairé par le dispositif de la figure 4.1. Il est placé à la distance $d_0 = 1320 \text{ mm}$. Les fréquences spatiales des ondes de référence sont les mêmes que celles utilisées précédemment. Comme indiqué, le grandissement transversal dépend de la taille de l'horizon reconstruit. Comme l'objet est rectangulaire, si nous choisissons $K = 2048$, le grandissement dans la direction verticale sera $\gamma = 0,17$, ce qui correspond à un nombre de points minimal dans la direction horizontale de 913 points. Cependant, pour éviter toute troncature de l'hologramme et donc une perte de résolution [18], nous choisissons $L = N = 1360$. La distance de reconstruction est $d_r = -224,4 \text{ mm}$ et le rayon de courbure est $R_c = -270,36 \text{ mm}$. On utilise également la réponse impulsionnelle de Fresnel adaptée à la forme rectangulaire de l'objet. La figure 4.8 montre la partie réelle de la réponse impulsionnelle des hologrammes rouge et vert.

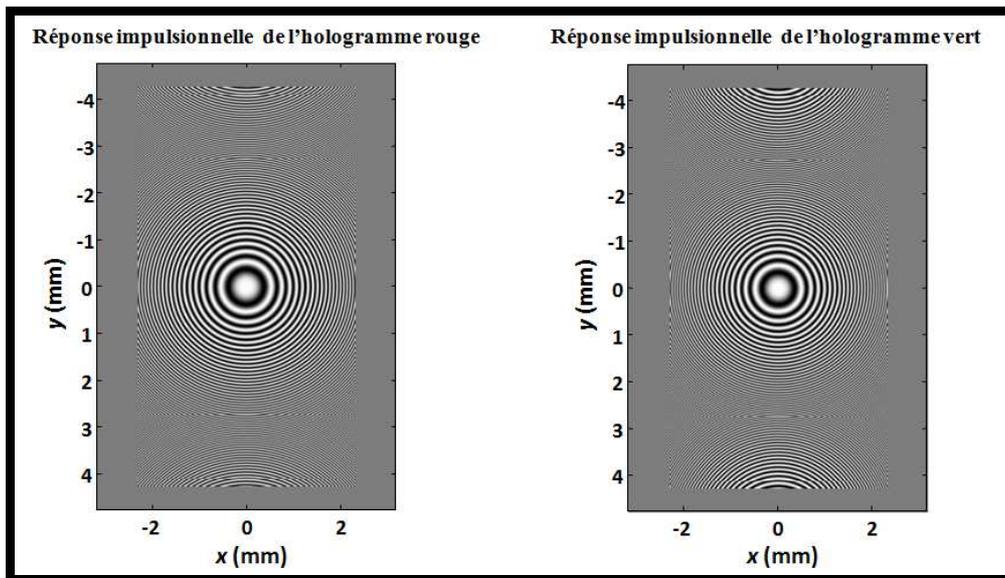


Figure 4.8 : Partie réelle des réponses impulsionnelles rouge et verte

Comme précédemment, ces réponses impulsionnelles sont biaisées par le théorème de modulation afin de localiser chacun des noyaux de convolution aux fréquences spatiales de l'hologramme. Le processus de reconstruction de chacun des hologrammes suit également le principe de l'algorithme décrit à la figure 3.19. La figure 4.9 présente le processus de calcul des hologrammes rouge et vert.

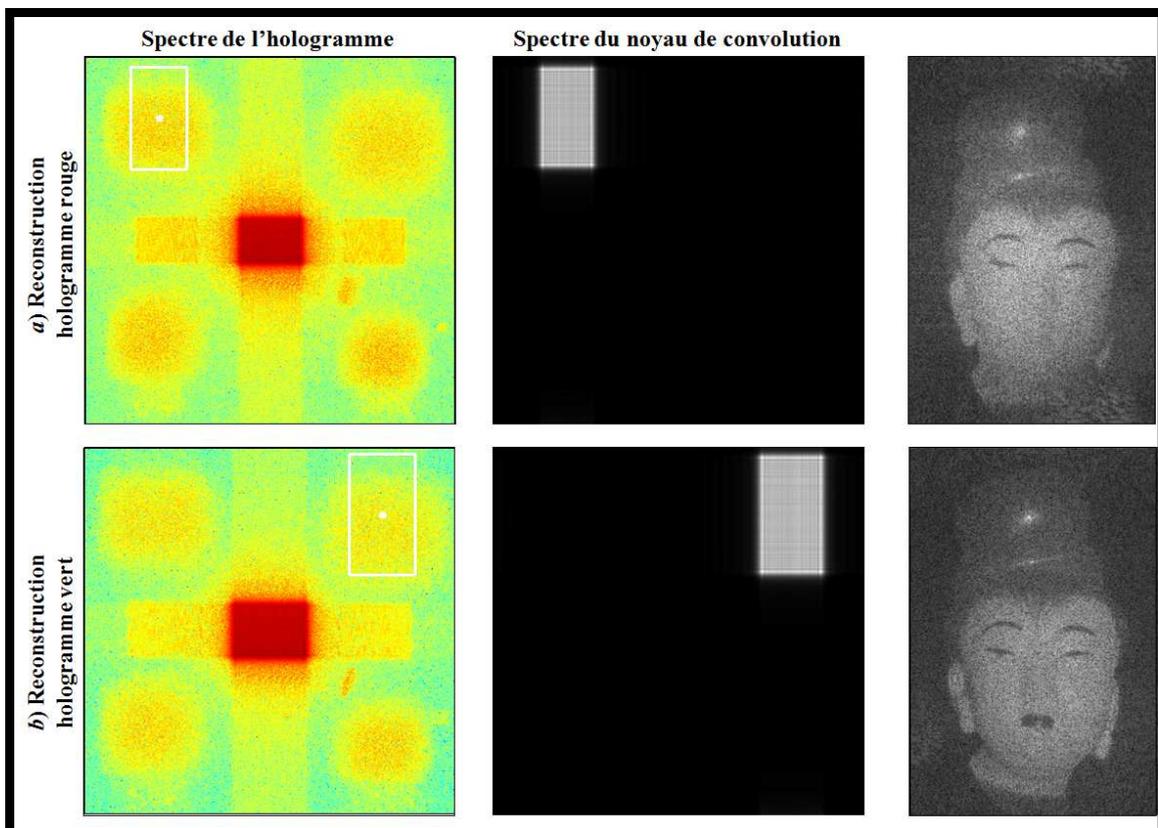


Figure 4.9 : Processus de reconstruction des hologrammes de la tête

De même, les rectangles blancs du spectre de l'hologramme délimitent les bandes passantes utiles des deux hologrammes. On peut voir dans le spectre de l'hologramme rouge, les ordres de diffraction de l'hologramme vert et réciproquement, mettant en évidence le multiplexage spatial. Nous pouvons aussi reconstruire sans ambiguïté l'hologramme bi-couleur. La figure 4.10 présente l'hologramme bi-couleur de la « tête chinoise » reconstruit, que l'on compare avec une image bi-couleur de la tête.

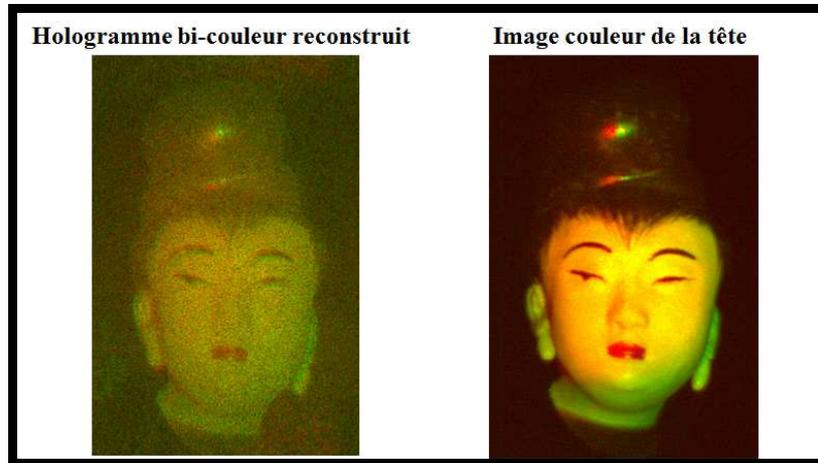


Figure 4.10 : Comparaison entre l'hologramme bi-couleur reconstruit et l'image couleur de la « tête chinoise »

4.3.2 Application à l'étude de la fissuration d'un composant électronique

La méthode holographique bi-couleur à multiplexage spatial a été appliquée à l'investigation des causes mécaniques de la fissuration d'une des capacités disposée sur une carte PCB d'un capteur industriel pour l'automobile. Les études préliminaires menées par le constructeur révèlent une fissuration du composant (capacité) pendant l'encastrement de la carte électronique dans son boîtier avec un ergot de fixation. La figure 4.11 montre le composant PCB et la zone inspectée de diamètre 15mm, contenant la fixation de la carte.

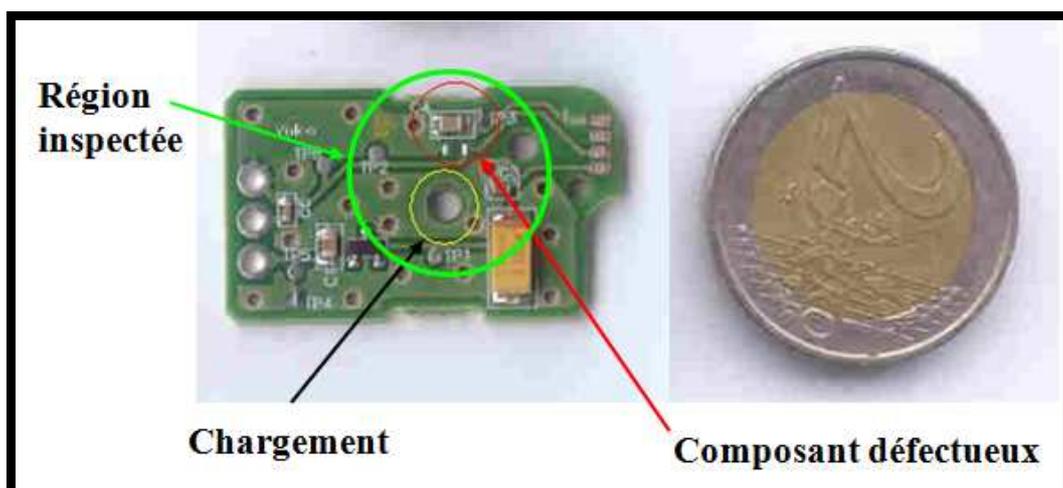


Figure 4.11 : Composant PCB et zone inspectée

L'étude des causes de cette anomalie est possible car l'holographie numérique est très bien adaptée à la mesure sans contact de micro déformations [9,19]. La stratégie retenue pour cette étude consiste à évaluer les déplacements normaux et tangentiels du composant PCB. Nous avons développé au

laboratoire un dispositif expérimental permettant de reproduire le comportement mécanique de la carte électronique lors de son encastrement dans le boîtier. La stimulation mécanique de la fixation est réalisée en utilisant un chargement progressif de la face arrière de la carte du PBC à partir du point d'ancrage. On reproduit ainsi fidèlement la situation industrielle réelle. La contrainte appliquée au composant a été reproduite à l'aide d'un dispositif mécanique visible figure 4.12b. Le PCB est maintenu rigidement sur ses bords gauche et droit tandis qu'une vis munie d'un écrou et fixée à l'arrière permet de contraindre le PCB en flexion, simulant ainsi l'encastrement avec l'ergot de maintien.

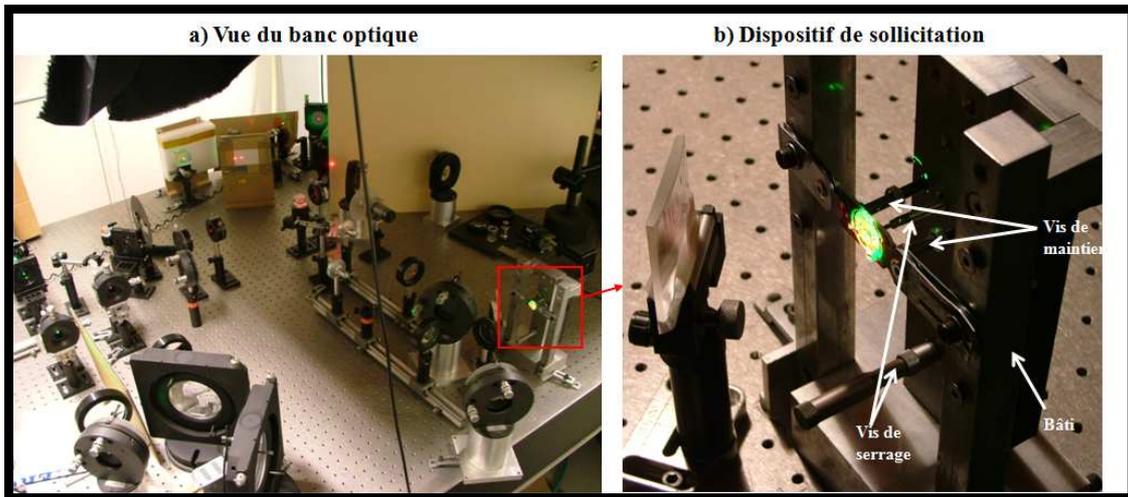


Figure 4.12 : Image du dispositif expérimental

Le dispositif d'analyse est basé sur l'interféromètre à deux faisceaux de la figure 4.4 (image sur la figure 4.12a). Les fréquences spatiales des ondes de références sont réglées à $\{u_r^G; v_r^G\} = \{67,7; -61,1\} \text{mm}^{-1}$ pour l'hologramme vert et $\{u_r^R; v_r^R\} = \{-61,2; -65,6\} \text{mm}^{-1}$ pour l'hologramme rouge.

Le PCB est placé à la distance $d_0=908$ mm du capteur. Les faisceaux d'éclairage de l'objet sont symétriques dans le plan (x,z) ($\theta_R = -\theta_G = -45^\circ$) donnant ainsi simultanément une double sensibilité 2D (hors plan et dans le plan suivant x). La figure 4.13 présente les hologrammes reconstruits par transformée de Fresnel avec mise au point respective sur les hologrammes rouge et vert.

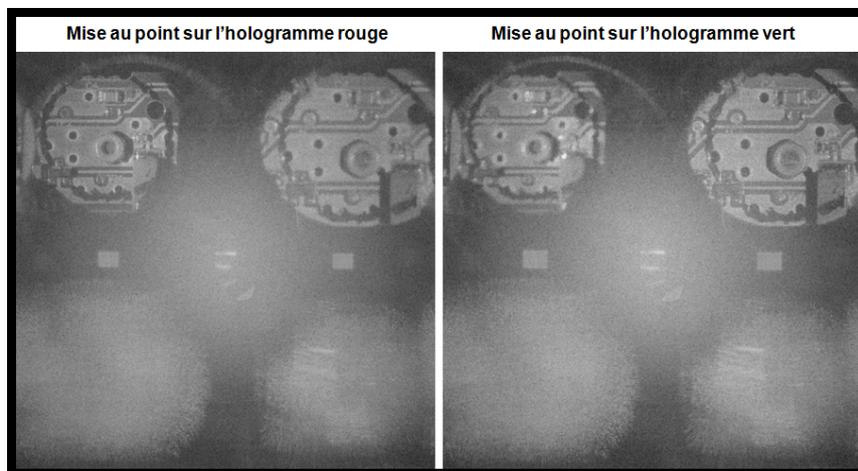


Figure 4.13 : Hologrammes reconstruits par transformée de Fresnel

Pour la reconstruction, nous avons utilisé deux approches, celle basée sur la convolution à grandissement variable avec spectre angulaire et celle basée sur la transformée de Fresnel avec zéro-padding dépendant de la longueur d'onde.

La zone reconstruite est de taille $\Delta A_x = \Delta A_y = \Delta A = 30$ mm.

Pour la reconstruction numérique par convolution à grandissement variable, nous avons choisi un horizon sur $K \times L = 2048 \times 2048$ points, ce qui conduit à $\gamma = 0,31$, $R_c = -404,3$ mm et $d_r = -279$ mm.

Avec la deuxième approche basée sur la transformée de Fresnel avec zéro-padding dépendant de la longueur d'onde, les paramètres de reconstruction sont ceux du tableau 3.3 du Chapitre 3 avec entier = 841, $\{K_R, K_G\} = \{2000, 1682\}$, $\{L_R, L_G\} = \{K_R, K_G\}$. Le calcul de d_r^R et d_r^G donne $d_r^R = 907,842$ mm et $d_r^G = 908,157$ mm.

La figure 4.14 présente les amplitudes des hologrammes rouge et vert reconstruits de même taille, ainsi que les hologrammes bi-couleur obtenus par les deux approches.

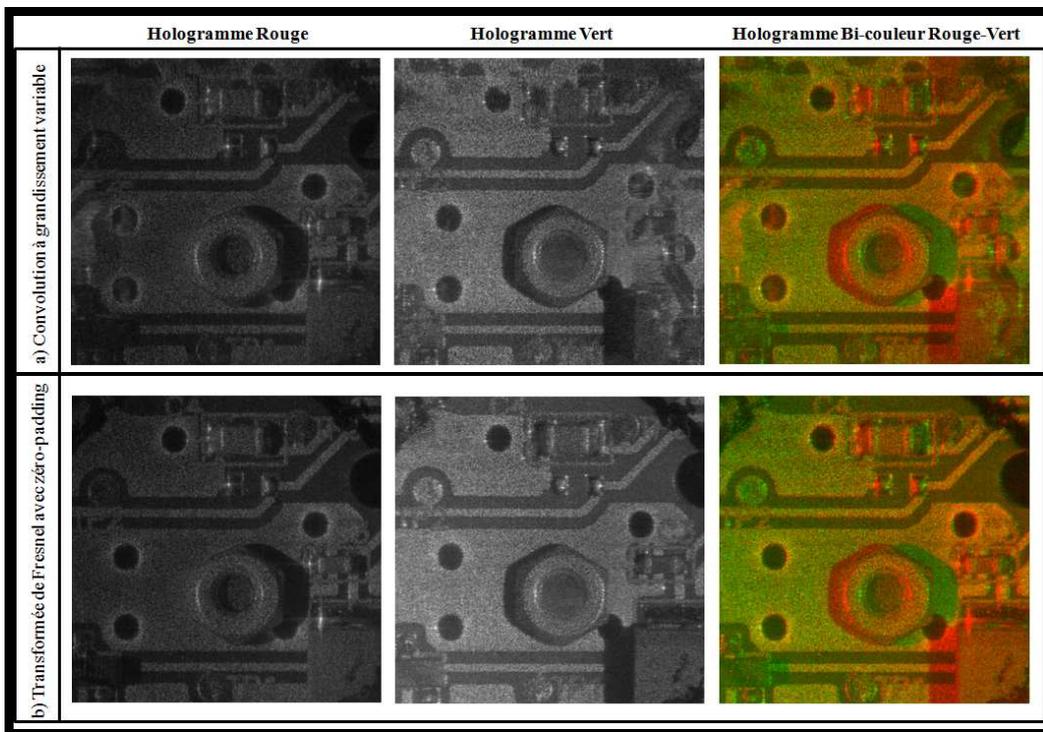


Figure 4.14 : Hologrammes reconstruits : a) par convolution à grandissement variable, b) par transformée de Fresnel avec zéro-padding

Les hologrammes obtenus par les deux approches sont presque identiques à quelques détails près. En s'intéressant aux hologrammes obtenus par convolution, on peut remarquer sur les bords de l'image, un repliement du spectre qui dégrade la qualité de l'image. Cet effet sera d'autant plus visible sur la phase de l'objet. De l'amplitude complexe des ondes diffractées, nous pouvons également en extraire les phases. La figure 4.15 présente les cartes de différence de phases rouges entre deux états successifs de la déformation, obtenues par les deux approches.

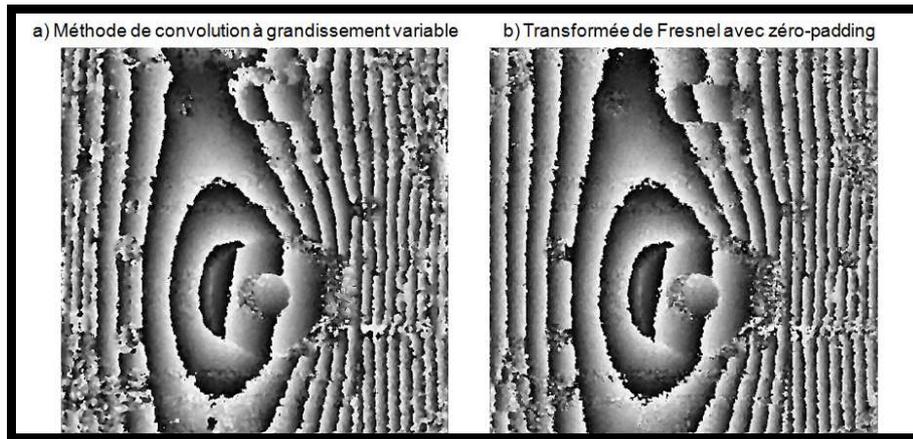


Figure 4.15 : Cartes de différence de phases rouge entre deux états de la déformation

On peut observer une forte dégradation des franges sur les bords de l'image (a) due aux effets de bord du filtrage, et qui contribuent à la rupture des franges ; il sera donc impossible de dérouler les cartes de différence de phase sur les bords de l'image en utilisant l'approche par convolution. La solution consiste alors à restreindre la zone traitée en utilisant un masque binaire sur la partie polluée par l'effet de bord.

L'analyse complète de la fissuration est réalisée après enregistrement de 90 hologrammes bi-couleurs de chaque état de contrainte. La reconstruction par transformée de Fresnel avec zéro-padding permet d'extraire les cartes de phase des 90 hologrammes. On peut ensuite calculer les cartes de différence de phases entre les états successifs de la déformation. Nous avons appliqué un masque binaire sur les parties inutiles de la carte (trous, écrous) pour mener à bien le processus de déroulement des cartes de différence de phases.

Une fois les cartes de différence de phase déroulées, elles sont cumulées pour donner deux cartes de différence de phases déroulées rouge et verte entre l'état 1 et l'état 90 de la déformation. Le calcul des déplacements dans le plan et hors plan est mené par la formule 4.13. La figure 4.16 montre les champs de déplacements dans le plan et hors du plan de la carte sur l'ensemble de la déformation.

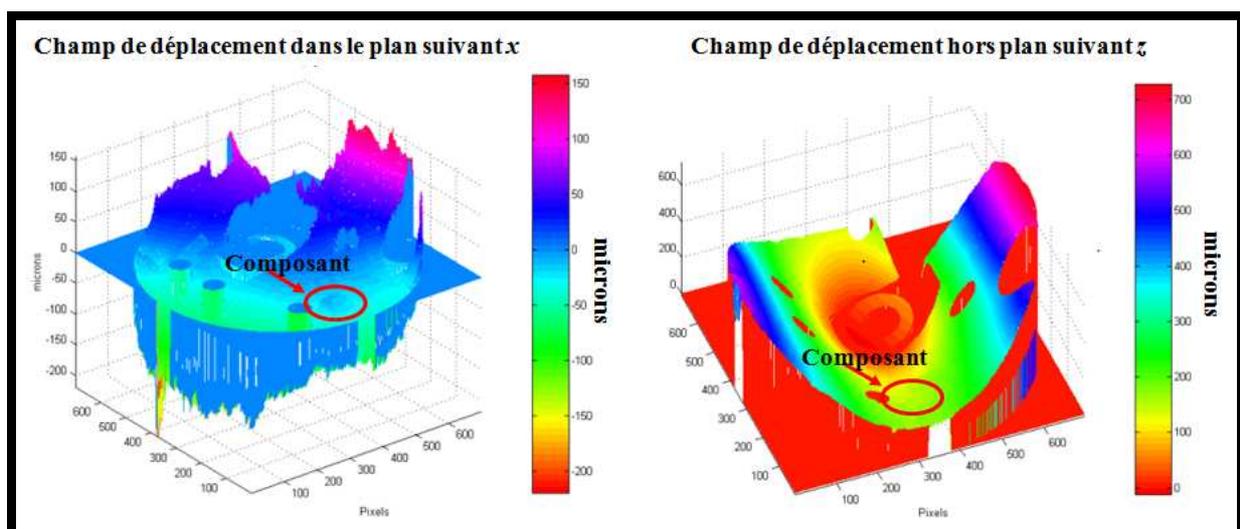


Figure 4.16 : Déplacements dans le plan (gauche) et hors plan (droite) mesurés avec 90 hologrammes bi-couleurs

La carte de déplacement hors plan montre que la capacité est située dans la région de forte courbure, où la flexion est maximale ; elle subit donc un maximum de contrainte, pouvant constituer une première raison de sa fissuration. Pour analyser de plus près cette réponse en sollicitation de la capacité défectueuse, nous avons supprimé la courbure globale des cartes de déplacement. La figure 4.17 montre les cartes de déplacement sans courbure.

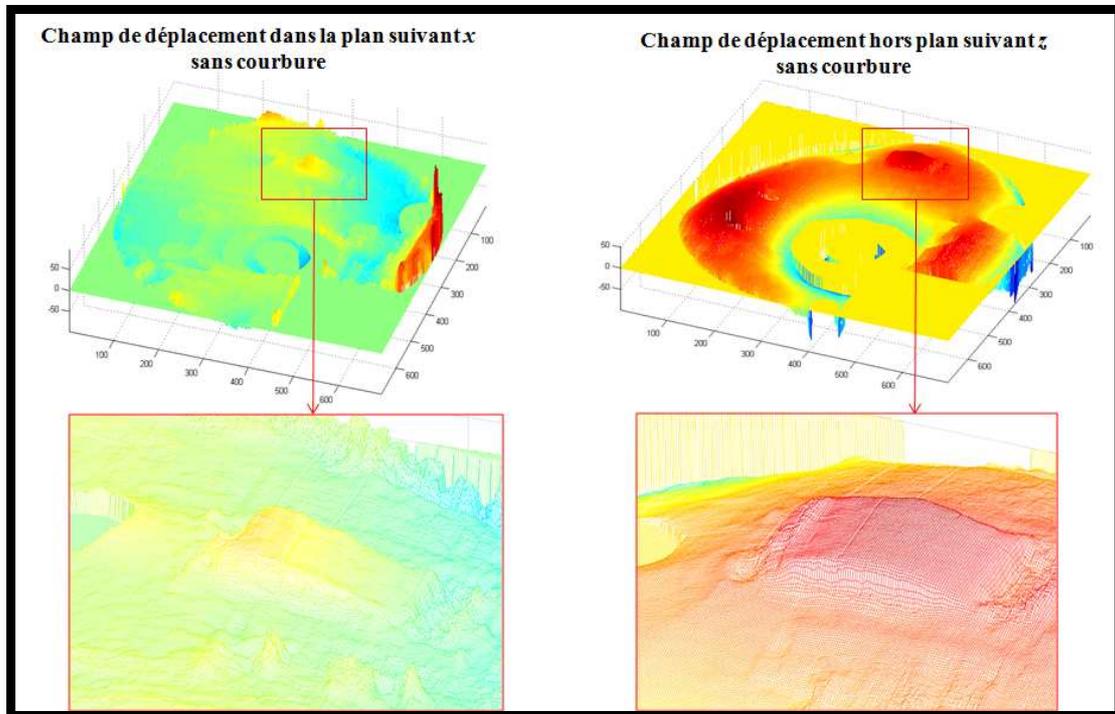


Figure 4.17 : Déplacements dans le plan (gauche) et hors plan (droite) sans courbure

Un zoom sur les régions contenant la capacité montre que celle-ci subit de fortes contraintes non uniformes. Ces déformations non uniformes sont très probablement une source de cisaillement et donc de la fissuration de la capacité. Une perspective de cette étude est de reproduire la mesure sur une carte en état de fonctionnement afin de savoir à quel moment précis se produit la fissuration du composant.

4.3.3 Application à l'étude des milieux granulaires

4.3.3.1 Introduction

Un milieu granulaire est un milieu amorphe, un assemblage généralement désordonné de grains qui peuvent interagir par exemple lors de collisions, mais aussi sous l'effet de forces électromagnétiques ou gravitationnelles.

La structure et les propriétés de ces milieux ne dépendent pas seulement des caractéristiques des grains, mais aussi de l'histoire du milieu, c'est-à-dire de l'ensemble des mouvements subis, des traitements appliqués, etc.

Bien que très banals, les milieux granulaires présentent une variété de comportements qui les rendent inclassables parmi les trois états habituels de la matière. Notamment, leur comportement vibratoire est singulier.

Plusieurs études théoriques ont été effectuées pour l'analyse vibratoire de ces milieux [165-167]. La figure 4.18 présente les résultats des travaux de Leonardo et Müller sur la simulation du mouvement vibratoire du milieu granulaire. De ces études, il ressort que plusieurs modes se propagent dans le

milieu, nous y trouvons le mode global qui se rapproche de la déformation d'une structure rigide et des modes secondaires, qui sont tourbillonnaires ou rotationnels par paquets de billes.

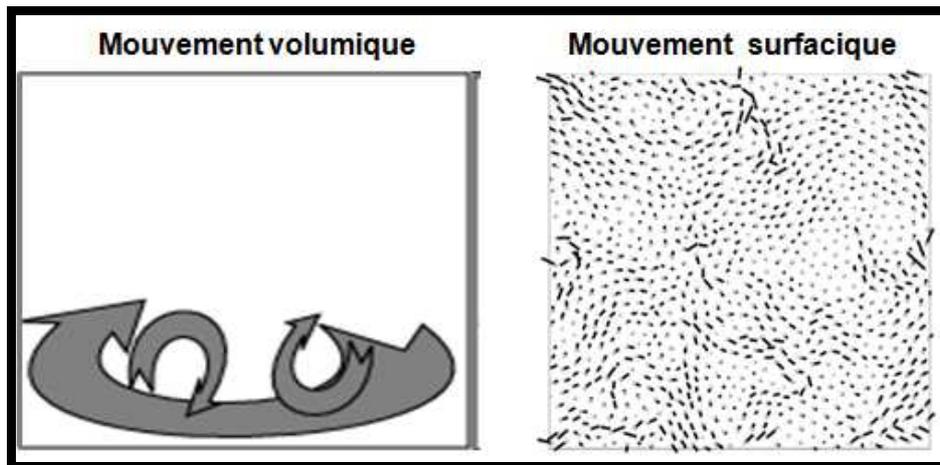


Figure 4.18 : Mouvement vibratoire des milieux granulaires

Le LAUM s'intéresse depuis quelques années à la propagation des ondes acoustiques dans les milieux granulaires. Ainsi, la perspective de pouvoir mesurer simultanément les vibrations 2D-3D d'un milieu offre une réelle opportunité pour l'étude fondamentale de la dynamique des matériaux granulaires désordonnés. Récemment, il a été montré que l'élasticité continue, considérée pour un assemblage de grains, décroît de façon significative en dessous d'un quantum de l'ordre de 30 à 50 grains [168]. A des échelles plus petites, la réponse d'un matériau granulaire non consolidé à une compression normale est non affine, c'est à dire qu'elle contient une composante supplémentaire du champ des déplacements de nature essentiellement rotationnelle, qui est, non pas contrôlée par la symétrie d'excitation mais par le caractère désordonné du milieu.

La réponse dynamique du milieu granulaire à une excitation périodique sinusoïdale, contient des modes supplémentaires à ceux du milieu vu comme élastique homogène dans l'espace régulier, avec quelques propriétés effectives décrites par Wyart [169]. On s'attend à ce que ces oscillations soient rapprochées du mouvement des groupes de grains, qui interagissent plus entre eux qu'avec les grains délimitant le groupe (avec "la cage" environnante [170]). En raison du faible couplage du groupe de grains avec les contours du milieu, on pourrait s'attendre à ce que les vibrations correspondantes aient contribué à la partie basse fréquence des résonances vibratoires et donc, aux fréquences des vagues acoustiques qui se propagent dans le milieu. Par conséquent, la représentation 2D-3D de la dynamique du milieu granulaire pourrait offrir l'opportunité d'étudier le comportement 2D-3D des milieux non-linéaires afin de caractériser ses propriétés spatiales et statistiques (corrélation) et d'aborder la question fondamentale [171] : « Quel mode de vibration contribue au pic de Boson dans les milieux désordonnés ? ». Cette recherche pourrait être d'un grand intérêt pour une large communauté scientifique étudiant la physique et la mécanique des milieux désordonnés (milieux granulaires, solides amorphes et liquides).

Récemment, les observations de la densité d'états des phonons excédentaires à la surface des solides amorphes avaient été annoncées [172], indiquant que le contrôle de la réponse dynamique à une excitation externe, de la surface libre (mécaniquement) d'assemblages de grains pourrait aussi être d'un grand intérêt. Le mouvement de la surface libre du milieu avait été évalué à travers la propagation guidée des ondes acoustiques de surface [173,174] ; cependant, aucune tentative n'a été entreprise pour extraire la partie non-affine du mouvement surfacique, c'est-à-dire seule la partie cohérente (spatialement et temporellement) des ondes acoustiques a été détectée. En principe, il est possible d'extraire la composante non-affine du mouvement en faisant une détection grain après grain, par interférométrie optique ; cependant, cette méthode de détection nécessite un temps extraordinaire et est difficile à mettre en œuvre à cause de la position aléatoire des grains à la

surface du milieu. Aucune tentative d'extraction des modes tourbillonnaires du mouvement vibratoire n'a pas encore été faite expérimentalement [175], où le mouvement vibratoire de la surface du milieu granulaire avait été détecté par une sonde inductive et les réarrangements en paquets avaient été suivis par spectroscopie optique à ondes diffuses. L'utilisation des méthodes holographiques pour contrôler le mouvement surfacique et le regroupement en paquets de grains du milieu granulaire désordonné pourraient avoir une perspective importante en raison de leurs avantages à faire de la mesure plein champ.

Cette étude s'inscrit donc dans le cadre de l'acoustique non linéaire, notamment la propagation des ondes acoustiques dans les milieux granulaires. Le but est ici d'analyser les modes de vibration d'un milieu granulaire excité par un pot vibrant, par une méthode optique non intrusive, afin d'établir le lien entre le comportement du milieu et la propagation de l'onde acoustique. On espère ainsi aboutir au recalage entre le modèle et l'expérience.

Nous envisageons donc l'investigation de ce type de matériaux par holographie numérique bi-couleur en vue d'analyser les vibrations 2D selon les directions normales et tangentielles. Les grains étudiés ont un diamètre de 0,15mm et ils sont excités dans une bande fréquentielle de 400Hz à 3kHz.

4.3.3.2 Dispositif expérimental

Le dispositif expérimental est basé sur un double interféromètre de type Mach-Zehnder qui produit le mélange des deux doublets de couleur (figure 4.19). Chaque onde de référence est plane et lisse et porteuse spatiale de l'hologramme. Le détecteur matriciel CCD est celui du paragraphe précédent. Le codage chromatique est également effectué par multiplexage spatial des couleurs à l'aide des fréquences porteuses de chaque hologramme. Le matériau granulaire est placé à une distance de 1400 mm du capteur et le diamètre de la zone éclairée est de 50 mm. Le pot a une hauteur de 34 mm, rempli à 98% et excité verticalement par un pot vibrant. Les deux lasers étant continus, un dispositif stroboscopique basé sur un hacheur mécanique, piloté par un petit moteur et disposant de quatre fentes permet de hacher simultanément les deux faisceaux de façon synchrone et de générer des impulsions lumineuses. Une carte électronique permet de synchroniser l'ensemble du système d'excitation et d'acquisition. En effet le hacheur est équipé d'un codeur qui renvoie un signal TTL à la carte électronique ; ce signal est utilisé pour générer le signal d'excitation du pot vibrant. L'excitation du milieu est alors purement normale à sa surface.

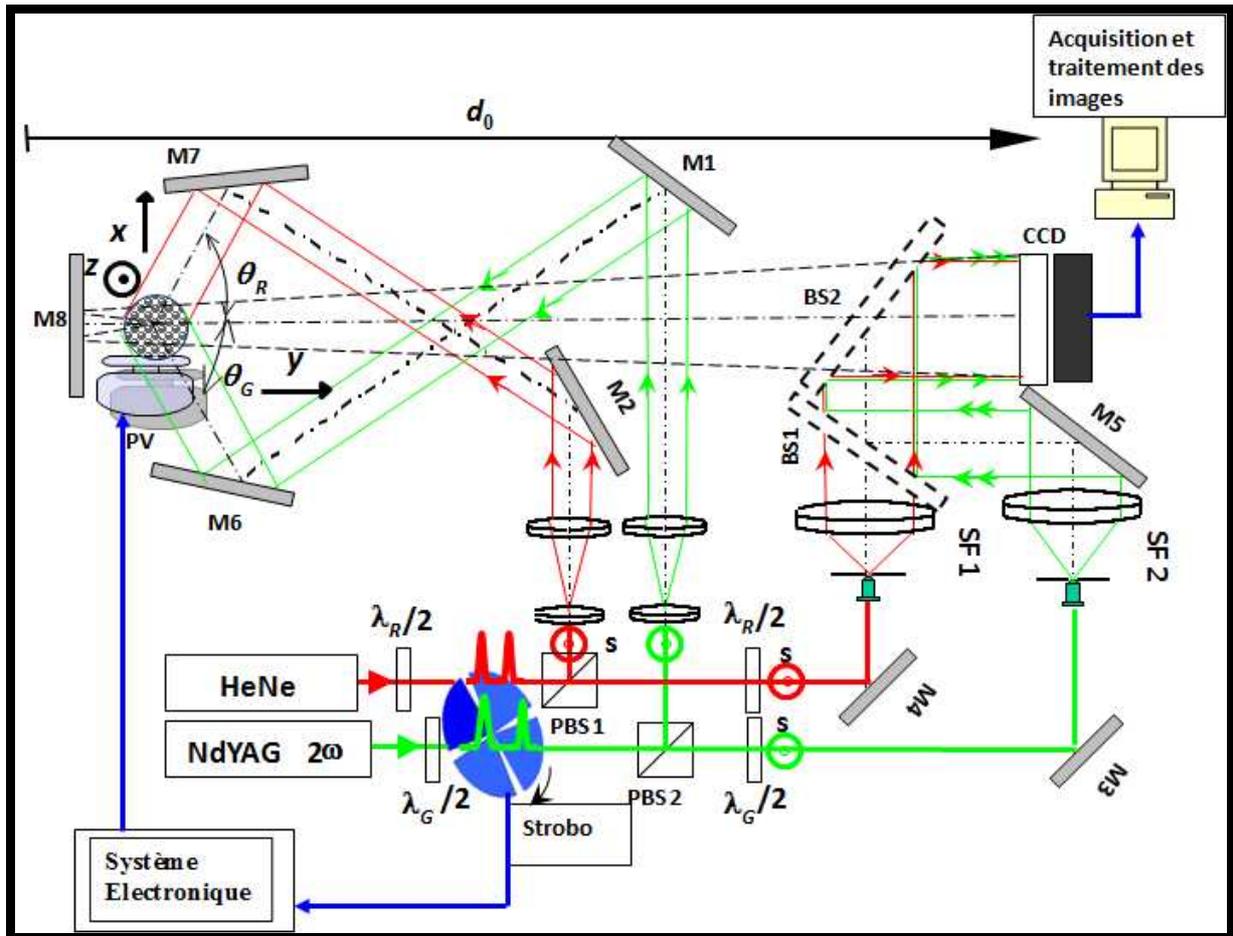


Figure 4.19 : Dispositif expérimental pour l'analyse vibratoire

La surface du milieu étant horizontale, il est nécessaire d'élever les deux bras d'éclairage à l'aide des miroirs M1 et M2, tandis que les miroirs M6 et M7 permettent de renvoyer les faisceaux sur le milieu avec la sensibilité souhaitée. Le miroir M8, placé à 45° du pot, sert de renvoi du faisceau diffracté vers le capteur. La figure 4.20 présente une photographie du banc optique. On peut voir au coin supérieur gauche les deux lasers, ainsi que le hacheur mécanique. L'image du coin supérieur droit présente la géométrie d'éclairage du pot. Nous avons au coin inférieur gauche la carte électronique, tandis que l'image au coin inférieur droit présente le capteur ainsi que les lentilles de collimation des faisceaux de référence.

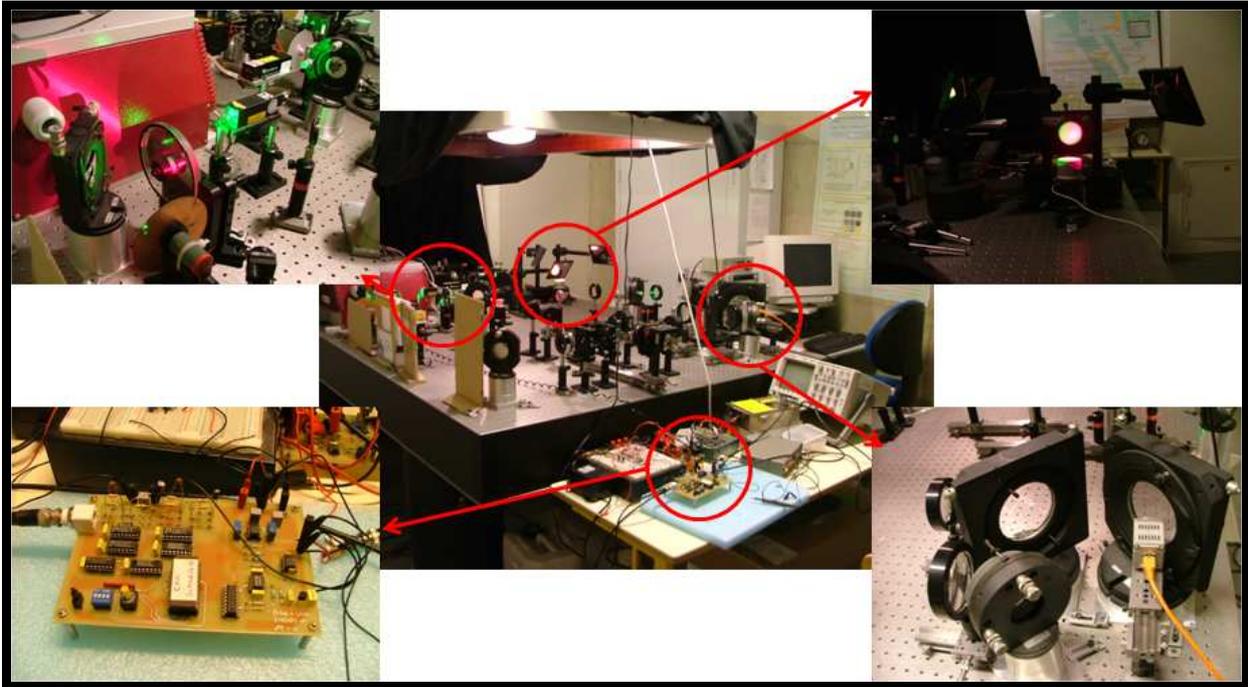


Figure 4.20 : Photographies du montage

La figure 4.21 présente les champs reconstruits par transformée de Fresnel avec mise au point respective sur les hologrammes rouge et vert.

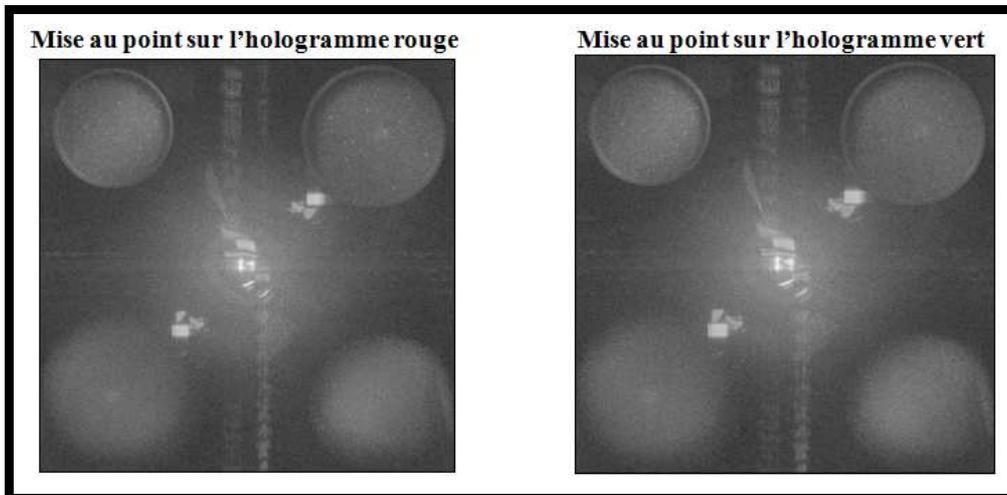


Figure 4.21 : Champs reconstruits par transformée de Fresnel

Pour reconstruire les hologrammes de taille identique, nous utilisons la méthode de reconstruction par transformée de Fresnel avec zéro-padding. Les paramètres de reconstruction sont ceux donnés par le tableau 3.3 du Chapitre 3, avec $\text{entier} = 841$, $\{K_R, K_G\} = \{2000, 1682\}$, $\{L_R, L_G\} = \{K_R, K_G\}$. Le calcul de d_r^R et d_r^G donne $d_r^R = 1399,756$ mm et $d_r^G = 1400,243$ mm. Les hologrammes reconstruits sont présentés sur la figure 4.22.

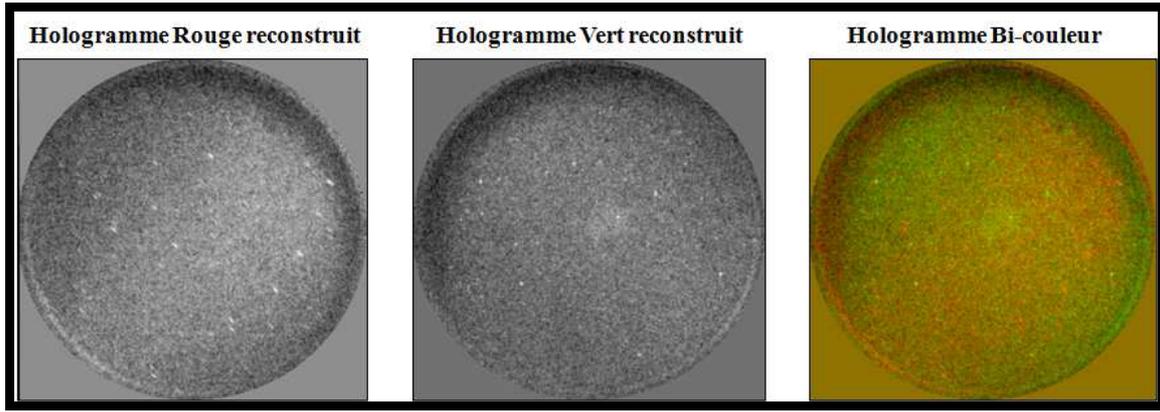


Figure 4.22 : Hologrammes reconstruits par transformée de Fresnel avec zéro-padding

4.3.3.3 Extraction des composantes du champ de déplacement

Nous pouvons extraire des cartes d'amplitudes complexes, les cartes de phase des hologrammes rouge et vert. Pour déterminer les champs de déplacement, considérons la vue projetée des vecteurs d'éclairages et d'observation (figure 4.23).

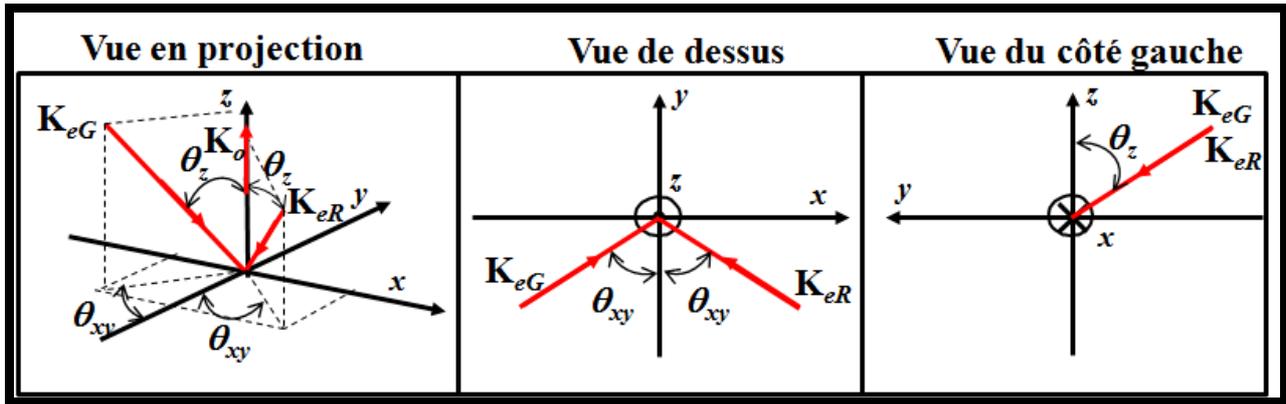


Figure 4.23 : Vue projetée des vecteurs éclairages et observation

Les vecteurs d'éclairage et d'observation sont donnés par :

$$\begin{cases} \mathbf{K}_{eR} = -\sin \theta_z \sin \theta_{xy} \mathbf{i} + \sin \theta_z \cos \theta_{xy} \mathbf{j} - \cos \theta_z \mathbf{k} \\ \mathbf{K}_{eG} = \sin \theta_z \sin \theta_{xy} \mathbf{i} + \sin \theta_z \cos \theta_{xy} \mathbf{j} - \cos \theta_z \mathbf{k} \end{cases} \quad (4.15)$$

et

$$\mathbf{K}_o = \mathbf{k} \quad (4.16)$$

Les vecteurs sensibilités dans chaque direction d'éclairage peuvent alors être définis par :

$$\begin{cases} \mathbf{S}_R = \mathbf{K}_{eR} - \mathbf{K}_o = -\sin \theta_z \sin \theta_{xy} \mathbf{i} + \sin \theta_z \cos \theta_{xy} \mathbf{j} - (1 + \cos \theta_z) \mathbf{k} \\ \mathbf{S}_G = \mathbf{K}_{eG} - \mathbf{K}_o = \sin \theta_z \sin \theta_{xy} \mathbf{i} + \sin \theta_z \cos \theta_{xy} \mathbf{j} - (1 + \cos \theta_z) \mathbf{k} \end{cases} \quad (4.17)$$

Pour un déplacement global $\mathbf{U} = u_x \mathbf{i} + u_y \mathbf{j} + u_z \mathbf{k}$, les variations de phase optique dans chaque longueur d'onde sont définies par :

$$\begin{cases} \Delta\varphi_R = \frac{2\pi}{\lambda_R} \mathbf{S}_R \cdot \mathbf{U} = \frac{2\pi}{\lambda_R} [-\sin\theta_z \sin\theta_{xy} u_x + \sin\theta_z \cos\theta_{xy} u_y - (1 + \cos\theta_z) u_z] \\ \Delta\varphi_G = \frac{2\pi}{\lambda_G} \mathbf{S}_G \cdot \mathbf{U} = \frac{2\pi}{\lambda_G} [\sin\theta_z \sin\theta_{xy} u_x + \sin\theta_z \cos\theta_{xy} u_y - (1 + \cos\theta_z) u_z] \end{cases} \quad (4.18)$$

La somme et la différence des variations de phase, pondérées par leur longueur d'onde respective permettent d'extraire la composante suivant l'axe x et une composante mixte en y et z . Nous avons ainsi,

$$\begin{cases} \lambda_R \Delta\varphi_R - \lambda_G \Delta\varphi_G = -4\pi [\sin\theta_z \sin\theta_{xy} u_x] \\ \lambda_R \Delta\varphi_R + \lambda_G \Delta\varphi_G = 4\pi [\sin\theta_z \cos\theta_{xy} u_y - (1 + \cos\theta_z) u_z] \end{cases} \quad (4.19)$$

Désignons par $u_{yz} = \sin\theta_z \cos\theta_{xy} u_y - (1 + \cos\theta_z) u_z$ la composante mixte en y et z ; alors,

$$\begin{cases} u_x = \frac{\lambda_R \Delta\varphi_R - \lambda_G \Delta\varphi_G}{-4\pi \sin\theta_z \sin\theta_{xy}} \\ u_{yz} = \frac{\lambda_R \Delta\varphi_R + \lambda_G \Delta\varphi_G}{4\pi} \end{cases} \quad (4.20)$$

Compte tenu du fait que nous ne disposons que de deux lasers, nous ne pouvons naturellement avoir accès qu'à deux composantes de déplacement. Ainsi, pour la détermination de la troisième dimension, nous allons utiliser deux approches : la première est basée sur l'approximation par les polynômes de Zernike et la deuxième s'appuie sur l'exploitation de la symétrie de révolution du pot contenant les billes.

4.3.3.4 Approximation par polynôme de Zernike

Les polynômes de Zernike sont des fonctions de deux variables (x et y en coordonnées cartésiennes ou r et θ en coordonnées polaires) définies sur le disque de rayon unité. Ces fonctions permettent de modéliser un front d'onde lorsqu'elles sont combinées linéairement entre elles, c'est à dire lorsque chaque fonction est multipliée par un coefficient (dit coefficient de Zernike) puis les résultats additionnés. Pour cette application, nous avons simulé 30 polynômes de Zernike de même horizon que celui des hologrammes reconstruits.

En supposant que la composante suivant z représente le mode global de la vibration, nous pouvons l'approximer à la somme pondérée de 30 polynômes de Zernike. Cette approximation de la composante mixte u_{yz} peut alors s'écrire

$$\tilde{u}_{yz} = \sum_{l=1}^{30} \langle P_l, u_{yz} \rangle P_l, \quad (4.21)$$

où P_l représente le polynôme de Zernike de rang l et $\langle P_l, u_{yz} \rangle$ le produit scalaire de P_l et u_{yz} , qui désigne le coefficient de pondération du polynôme P_l dans l'approximation \tilde{u}_{yz} de u_{yz} par les polynômes de Zernike.

Ainsi, nous pouvons extraire u_y et u_z par :

$$\begin{cases} u_z = \frac{-\tilde{u}_{yz}}{1 + \cos\theta_z} \\ u_y = \frac{u_{yz} - \tilde{u}_{yz}}{\sin\theta_z \cos\theta_{xy}} \end{cases} \quad (4.22)$$

La figure 4.24 illustre les 30 premiers polynômes de Zernike obtenus par simulation et adaptés à la taille des champs de déplacement.

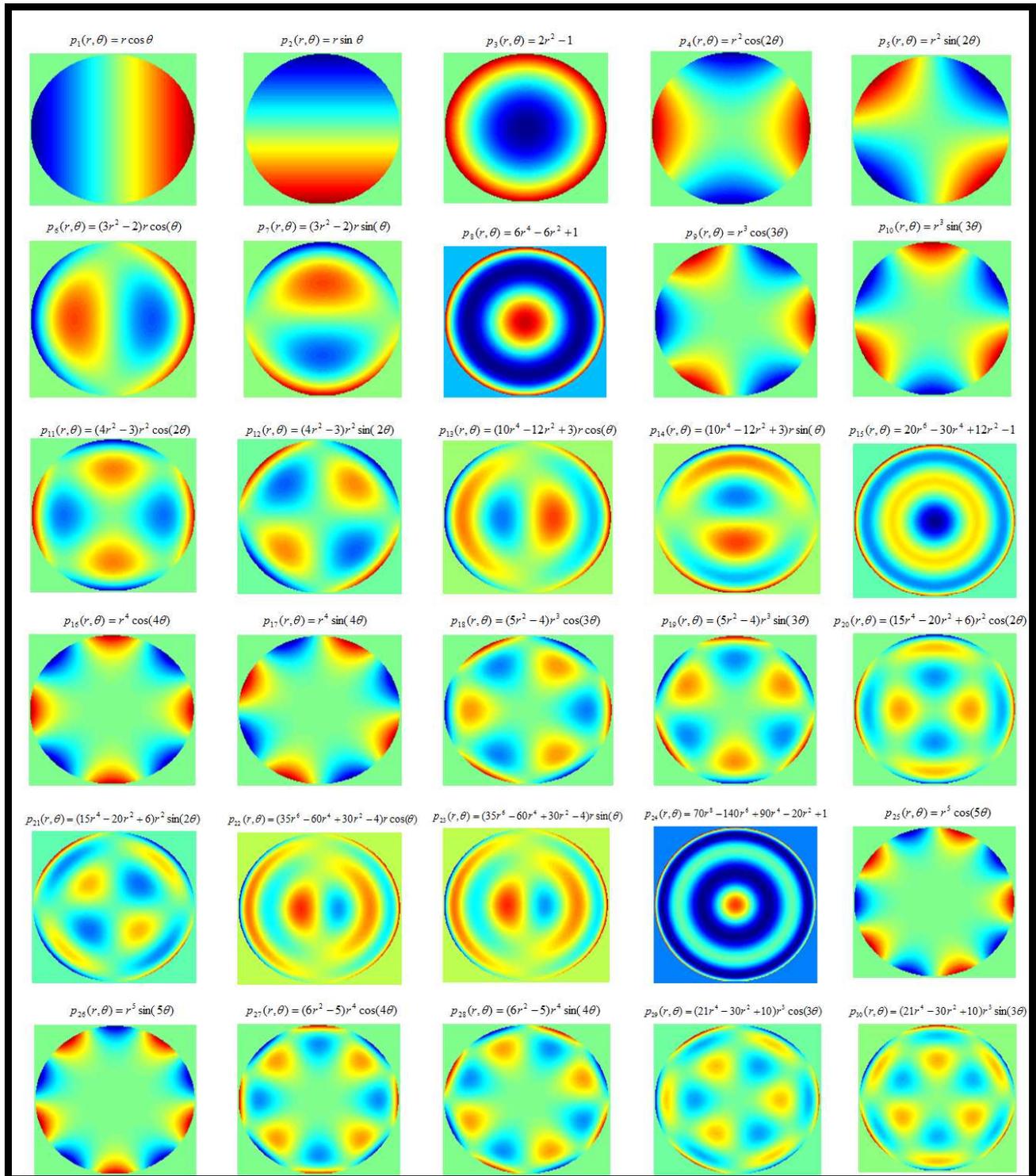


Figure 4.24 : Base des 30 premiers polynômes de Zernike

4.3.3.5 Calcul de l'amplitude et de la phase vibratoire

Pour chaque composante de déplacement, le champ vibratoire sinusoïdal peut s'écrire :

$$u_c = a_c(x, y) \sin(\omega_0 t + \varphi_c(x, y)), \quad (4.23)$$

avec $c = \{x, y, z\}$.

D'après l'équation 4.18, les variations de phase calculée pour chaque longueur d'onde peuvent s'écrire :

$$\begin{cases} \Delta \psi_{\lambda_R} = \Delta \varphi_{\lambda_R} = b_{R1} u_x + b_{R2} u_y + b_{R3} u_z \\ \Delta \psi_{\lambda_G} = \Delta \varphi_{\lambda_G} = b_{G1} u_x + b_{G2} u_y + b_{G3} u_z \end{cases} \quad (4.24)$$

Rappelons que l'objet soumis à une excitation purement sinusoïdale, et éclairé par un faisceau laser cohérent, se comporte comme un modulateur spatio-temporel de phase optique [106]. Ainsi, à chaque instant t , et pour chaque longueur d'onde λ_i ($i = R, G$), l'onde objet diffusée par la surface de l'objet peut être donnée par :

$$A_{\lambda_i}(x, y, t) = A_{0i}(x, y) \exp[j\psi_{0i}(x, y)] \exp \begin{bmatrix} j b_{i1} a_x(x, y) \sin(\omega_0 t + \varphi_x(x, y)) \\ + j b_{i2} a_y(x, y) \sin(\omega_0 t + \varphi_y(x, y)) \\ + j b_{i3} a_z(x, y) \sin(\omega_0 t + \varphi_z(x, y)) \end{bmatrix}, \quad (4.25)$$

où $\psi_{0i}(x, y)$ est une phase aléatoire due à la granularité de la surface correspondante à la longueur d'onde λ_i , $a_c(x, y)$ désigne l'amplitude de la vibration dans la direction considérée et $\varphi_c(x, y)$ sa phase.

La phase extraite de l'hologramme, en tenant compte d'un déphasage contrôlé de $\pi/4$ sur l'excitation, est donc donnée à tout instant t , et pour une phase n , par,

$$\begin{aligned} \psi_{\lambda_i}^n = & \psi_{0i}(x, y) + b_{i1} a_x(x, y) \sin(\omega_0 t + \varphi_x(x, y) + (n-1)\pi/4) \\ & + b_{i2} a_y(x, y) \sin(\omega_0 t + \varphi_y(x, y) + (n-1)\pi/4) \\ & + b_{i3} a_z(x, y) \sin(\omega_0 t + \varphi_z(x, y) + (n-1)\pi/4) \end{aligned} \quad (4.26)$$

Cette équation possède sept inconnues dont la phase aléatoire, l'amplitude et la phase de la vibration dans les trois directions. La détermination des composants vibratoires nécessite de supprimer la phase aléatoire qui ne présente aucun intérêt. Pour ce faire, nous avons utilisé un algorithme à décalage de phase sur le signal d'excitation. Ainsi, pour chaque fréquence, nous faisons un enregistrement de trois hologrammes bi-couleurs déphasés de $\pi/4$.

Le calcul des différences entre les phases extraites des trois hologrammes en 0, $\pi/4$ et $\pi/2$, donne,

$$\begin{aligned} \Delta \psi_{\lambda_i}^{21} = \psi_{\lambda_i}^2 - \psi_{\lambda_i}^1 = & b_{i1} a_x(x, y) \left[\left(\frac{\sqrt{2}}{2} - 1 \right) \sin(\omega_0 t + \varphi_x(x, y)) + \frac{\sqrt{2}}{2} \cos(\omega_0 t + \varphi_x(x, y)) \right] \\ & + b_{i2} a_y(x, y) \left[\left(\frac{\sqrt{2}}{2} - 1 \right) \sin(\omega_0 t + \varphi_y(x, y)) + \frac{\sqrt{2}}{2} \cos(\omega_0 t + \varphi_y(x, y)) \right], \quad (4.27) \\ & + b_{i3} a_z(x, y) \left[\left(\frac{\sqrt{2}}{2} - 1 \right) \sin(\omega_0 t + \varphi_z(x, y)) + \frac{\sqrt{2}}{2} \cos(\omega_0 t + \varphi_z(x, y)) \right] \end{aligned}$$

où $\Delta \psi_{\lambda_i}^{21} = \psi_{\lambda_i}^2 - \psi_{\lambda_i}^1$ désigne la différence entre la phase en $\pi/4$ et la phase 0.

De même, la différence entre la phase en $\pi/4$ et celle en $\pi/2$ est donnée par,

$$\begin{aligned} \Delta \psi_{\lambda_i}^{23} = \psi_{\lambda_i}^2 - \psi_{\lambda_i}^3 = & b_{i1} a_x(x, y) \left[\frac{\sqrt{2}}{2} \sin(\omega_0 t + \varphi_x(x, y)) + \left(\frac{\sqrt{2}}{2} - 1\right) \cos(\omega_0 t + \varphi_x(x, y)) \right] \\ & + b_{i2} a_y(x, y) \left[\frac{\sqrt{2}}{2} \sin(\omega_0 t + \varphi_y(x, y)) + \left(\frac{\sqrt{2}}{2} - 1\right) \cos(\omega_0 t + \varphi_y(x, y)) \right], \quad (4.28) \\ & + b_{i3} a_z(x, y) \left[\frac{\sqrt{2}}{2} \sin(\omega_0 t + \varphi_z(x, y)) + \left(\frac{\sqrt{2}}{2} - 1\right) \cos(\omega_0 t + \varphi_z(x, y)) \right] \end{aligned}$$

et la différence entre la phase en $\pi/2$ et celle en 0 est donnée par,

$$\begin{aligned} \Delta \psi_{\lambda_i}^{31} = \psi_{\lambda_i}^3 - \psi_{\lambda_i}^1 = & b_{i1} a_x(x, y) [\cos(\omega_0 t + \varphi_x(x, y)) - \sin(\omega_0 t + \varphi_x(x, y))] \\ & + b_{i2} a_y(x, y) [\cos(\omega_0 t + \varphi_y(x, y)) - \sin(\omega_0 t + \varphi_y(x, y))] \quad (4.29) \\ & + b_{i3} a_z(x, y) [\cos(\omega_0 t + \varphi_z(x, y)) - \sin(\omega_0 t + \varphi_z(x, y))] \end{aligned}$$

La correspondance entre l'équation 4.24 et les équations 4.27, 4.28 et 4.29 conduit à poser

$$\begin{cases} u_c(21) = u_c^2 - u_c^1 = a_c \left(\frac{\sqrt{2}}{2} - 1\right) \sin(\omega_0 t + \varphi_c) + a_c \frac{\sqrt{2}}{2} \cos(\omega_0 t + \varphi_c) \\ u_c(23) = u_c^2 - u_c^3 = a_c \frac{\sqrt{2}}{2} \sin(\omega_0 t + \varphi_c) + a_c \left(\frac{\sqrt{2}}{2} - 1\right) \cos(\omega_0 t + \varphi_c) \quad . \\ u_c(31) = u_c^3 - u_c^1 = a_c (\cos(\omega_0 t + \varphi_c) - \sin(\omega_0 t + \varphi_c)) \end{cases} \quad (4.30)$$

Les composantes u_c sont données par les équations 4.20 et 4.22.

La combinaison des trois équations du système 4.30 permet de déterminer l'amplitude et la phase de la vibration pour chaque composante. Soit pour $t = 0$,

$$\begin{cases} a_c = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{[(3 - 2\sqrt{2})u_c^2(31) + [u_c(21) + u_c(23)]^2]}{2(3 - 2\sqrt{2})}} \\ \varphi_c = \arctan \left[\frac{u_c(21) + u_c(23) - (\sqrt{2} - 1)u_c(31)}{u_c(21) + u_c(23) - (\sqrt{2} - 1)u_c(31)} \right] \end{cases} \quad (4.31)$$

4.3.3.6 Résultats expérimentaux

Nous présentons dans ce paragraphe les résultats obtenus en faisant un balayage fréquentiel allant de 400 à 3000 Hz par pas de 40 Hz. Les faisceaux d'éclairages ont des incidences symétriques de sorte que $\theta_{xy} = 51^\circ$ et $\theta_z = 64^\circ$. Nous avons enregistré pour chaque fréquence trois hologrammes bi-couleurs déphasés de $\pi/4$.

4.3.3.6.1 Amplitudes et phases vibratoires

Après enregistrement des hologrammes bi-couleurs pour chaque fréquence et pour chaque phase, le processus de calcul de l'amplitude et de la phase suit le protocole suivant :

- Calcul des hologrammes rouge et vert de même taille par les méthodes décrites au Chapitre 3, pour chaque fréquence et chaque phase, 0, $\pi/4$, $\pi/2$,
- Calcul des cartes de phase des hologrammes rouge et vert à chaque fréquence et chaque phase,
- Calcul des cartes de différence de phase optique rouge et verte entre les différentes phases ($\Delta\phi_R$ et $\Delta\phi_G$),
- Déroulement (« Unwrapping ») des cartes de différence de phase rouge et verte,
- Calcul des champs de déplacement dans les trois directions (u_x , u_y et u_z),
- Calcul de l'amplitude et de la phase vibratoire (a_c et ϕ_c).

Les figures 4.25, 4.26, 4.27 et 4.28 présentent les amplitudes et les phases vibratoires des composantes planaire (x,y) et de la composante hors plan (z) pour les fréquences d'excitation : 960, 1080, 1280, 1440, 1520, 1560, 1760, 1840, 1960, 2000, 2120, 2280, 2440, 2520, 2760, et 2880 Hz.

Nous pouvons remarquer que les amplitudes et les phases des deux composantes planaires sont du même ordre de grandeur et sont presque similaires, à quelques exceptions près. Ceci justifie le choix d'une base de 30 polynômes de Zernike et de l'hypothèse sur la symétrie de révolution du pot. Les faibles discordances observées peuvent être dues à la nature même du milieu à avoir un comportement désordonné ou aux hypothèses sur les angles d'éclairages à être parfaitement symétriques. Par ailleurs, l'approximation de Zernike ou la réponse du milieu à avoir les mêmes harmoniques que le signal d'excitation pourrait être une cause de cette discordance. Remarquons aussi que le mouvement prédominant est planaire car l'amplitude des déplacements hors plan est très faible devant celle des composantes dans le plan. Ces premiers résultats montrent la pertinence de l'holographie numérique couleur pour la mesure plein champ de telles déformations.

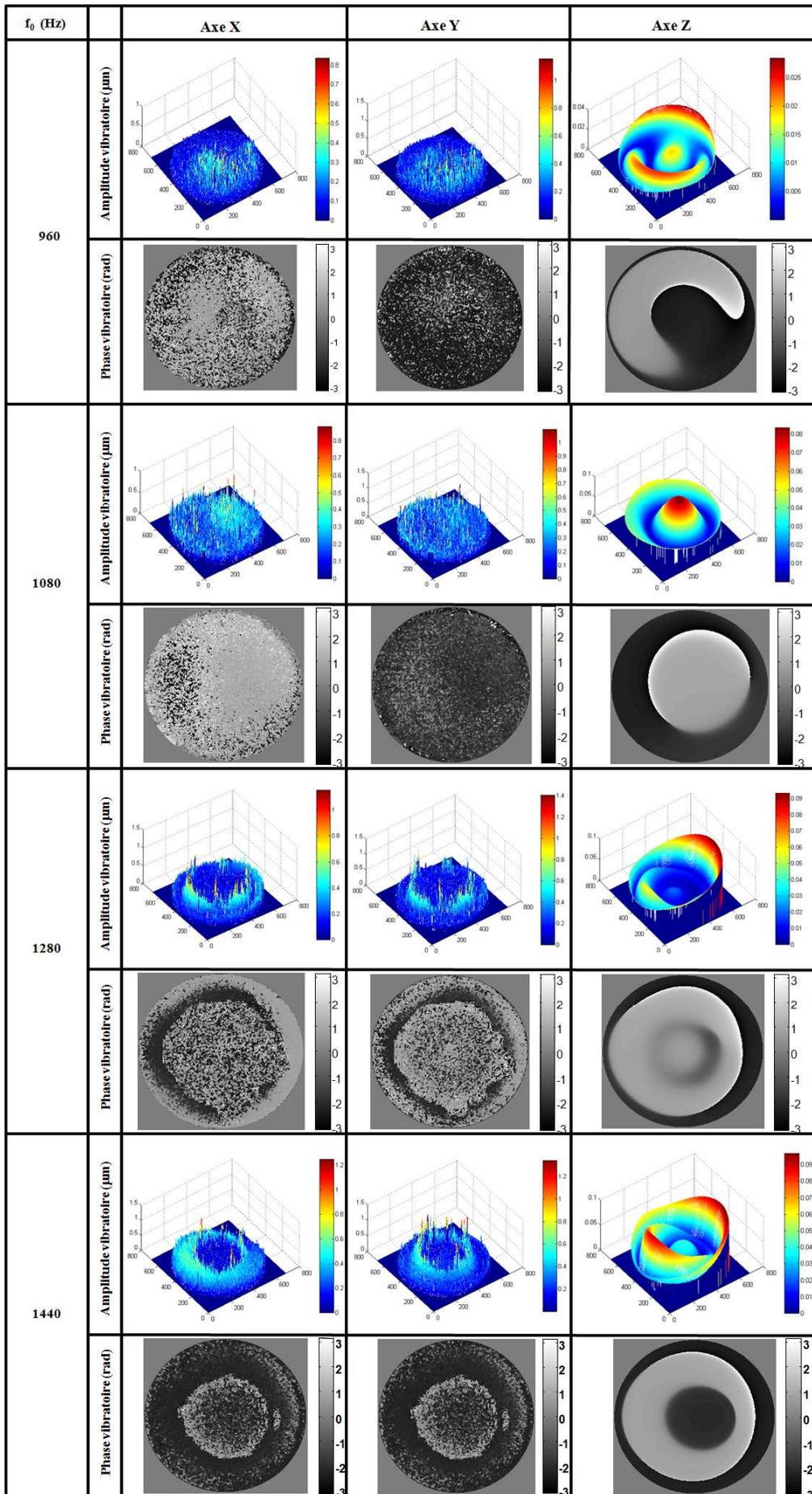


Figure 4.25 : Amplitudes et phases vibratoires dans les directions x , y et z

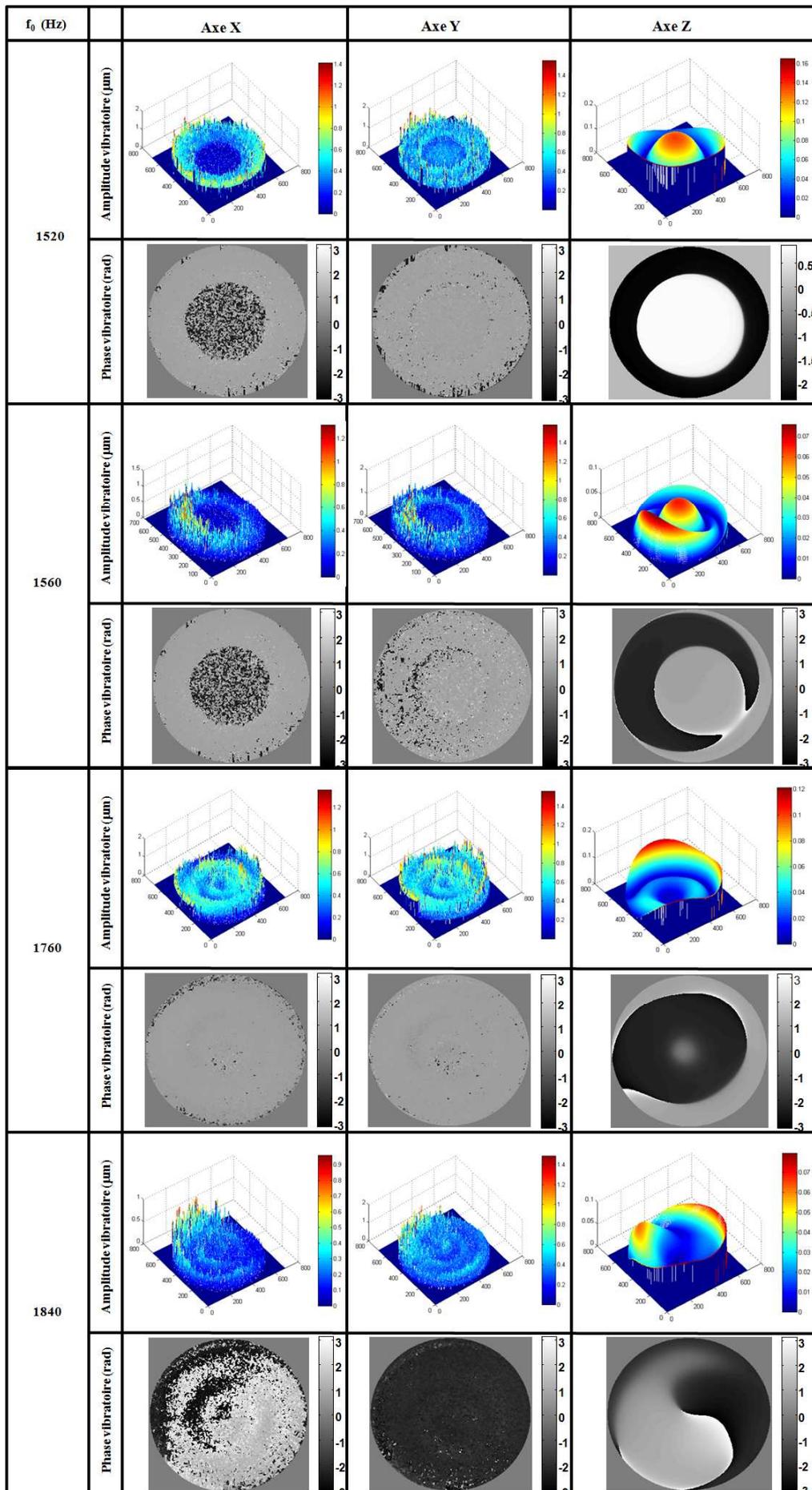


Figure 4.26 : Amplitudes et phases vibratoires dans les directions x , y et z

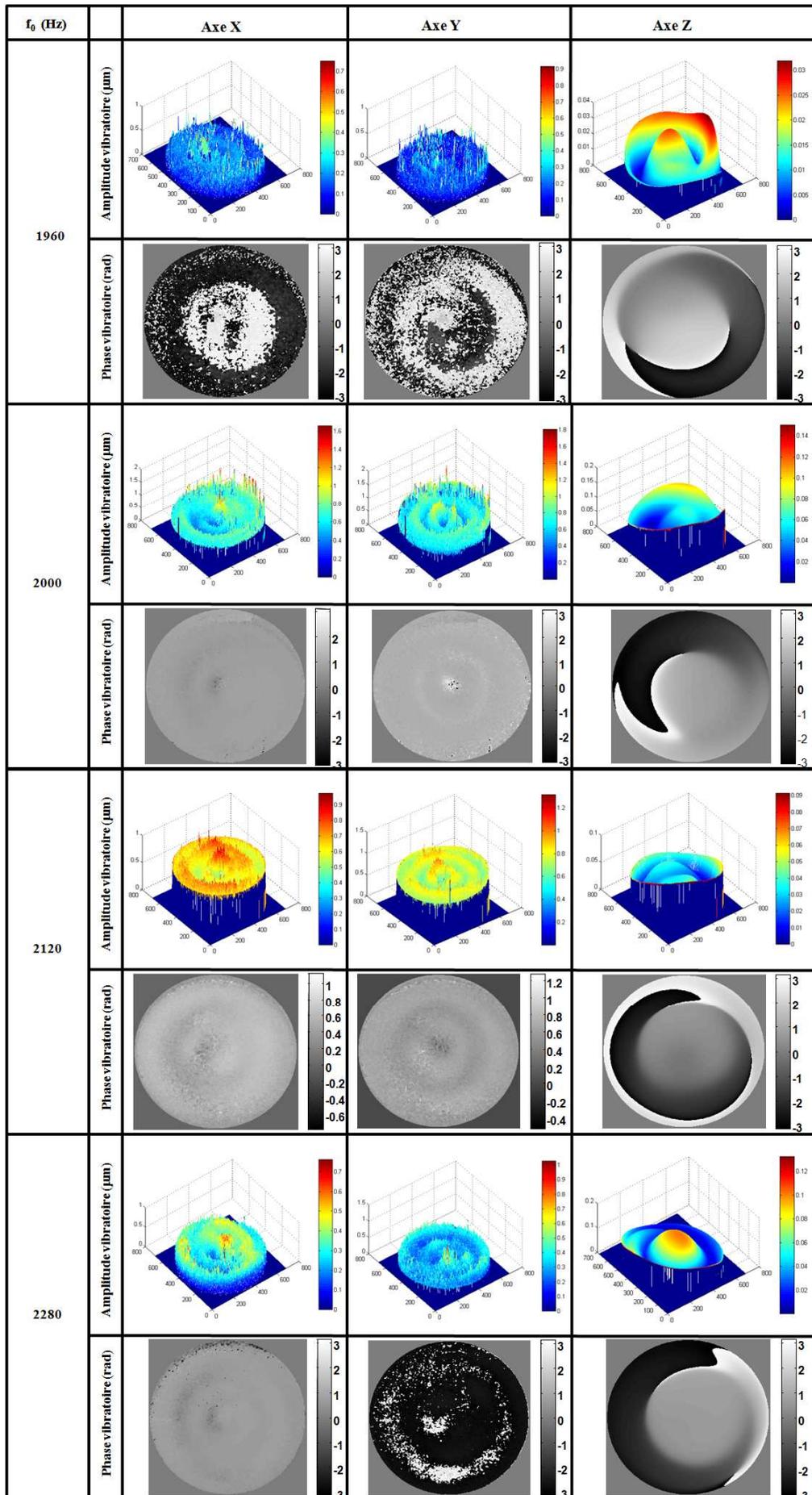


Figure 4.27 : Amplitudes et phases vibratoires dans les directions x , y et z

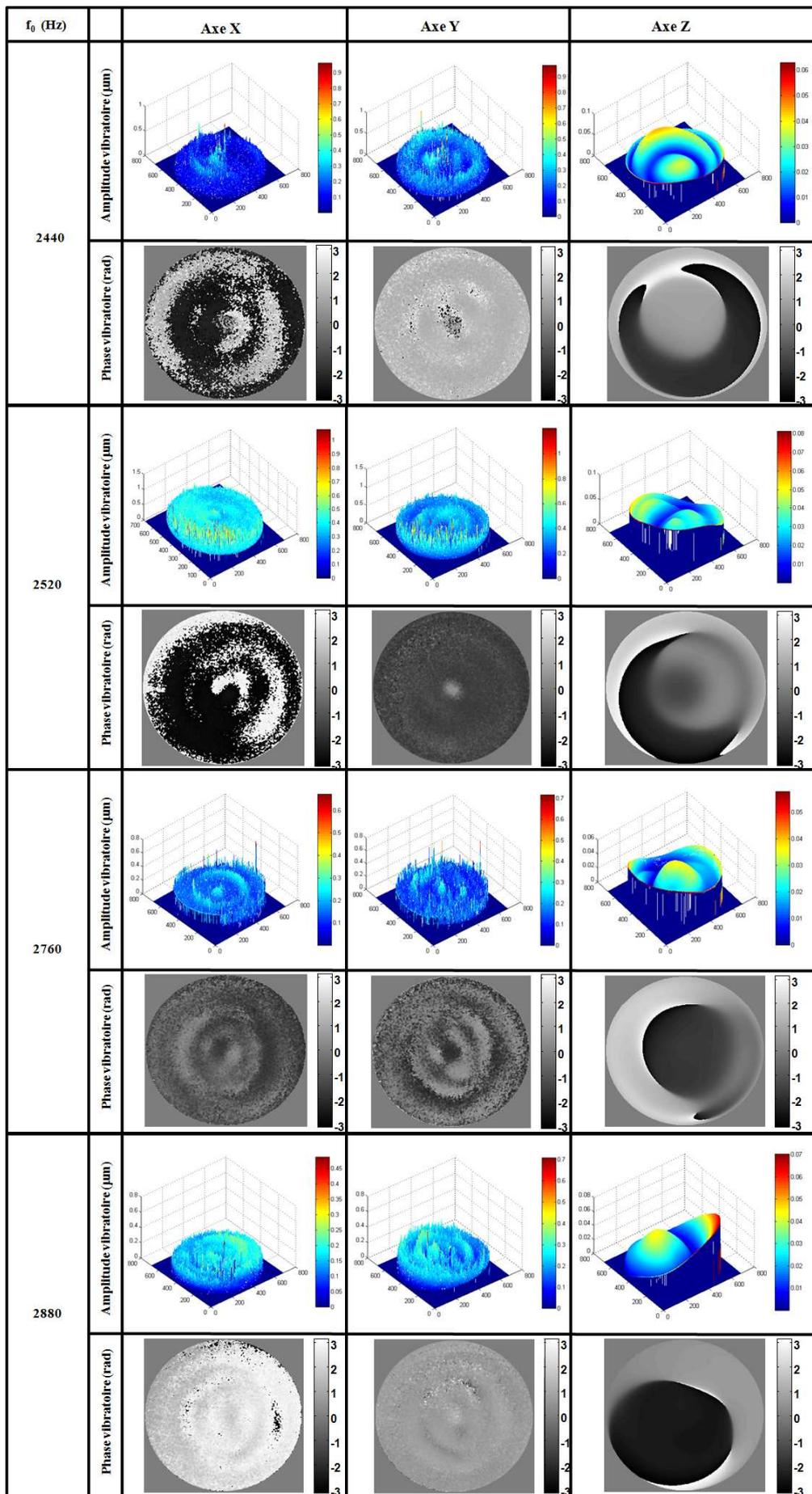


Figure 4.28 : Amplitudes et phases vibratoires dans les directions x , y et z

4.3.3.6.2 Analyse de la vitesse quadratique moyenne

Afin d'identifier les fréquences de résonance du mouvement vibratoire et savoir quelle composante vibratoire domine le mouvement d'ensemble du milieu, nous avons calculé les vitesses quadratiques moyennes dans les directions x , y et z , ainsi que la vitesse quadratique moyenne globale.

L'expression analytique de la vitesse instantanée dans chaque direction est tout simplement la dérivée du vecteur déplacement par rapport au temps ; soit :

$$\begin{cases} v_x(x, y, t) = \omega_0 a_x(x, y) \cos(\omega_0 t + \varphi_x(x, y)) \\ v_y(x, y, t) = \omega_0 a_y(x, y) \cos(\omega_0 t + \varphi_y(x, y)) \\ v_z(x, y, t) = \omega_0 a_z(x, y) \cos(\omega_0 t + \varphi_z(x, y)) \end{cases} \quad (4.32)$$

La vitesse quadratique moyenne dans chaque direction est alors donnée par :

$$\langle |v_c|^2 \rangle = \frac{1}{ST_0} \iint_S \int_0^{T_0} |v_c(x, y, t)|^2 dt dx dy, \quad (4.33)$$

avec $c = \{x, y, z\}$, T_0 la période d'excitation et S la surface du milieu.

L'intégration de cette expression sur la variable temporelle conduit à la détermination des vitesses quadratiques moyennes dans les trois directions ; soit,

$$\begin{cases} \langle |v_x|^2 \rangle = \frac{4\pi^2 f_0^2}{S} \iint_S a_x^2(x, y) dx dy \\ \langle |v_y|^2 \rangle = \frac{4\pi^2 f_0^2}{S} \iint_S a_y^2(x, y) dx dy \\ \langle |v_z|^2 \rangle = \frac{4\pi^2 f_0^2}{S} \iint_S a_z^2(x, y) dx dy \end{cases} \quad (4.34)$$

La vitesse quadratique moyenne globale du mouvement vibratoire est alors donnée par :

$$\langle |v|^2 \rangle = \langle |v_x|^2 \rangle + \langle |v_y|^2 \rangle + \langle |v_z|^2 \rangle. \quad (4.35)$$

La figure 4.29 montre les vitesses quadratiques moyennes dans la direction x (en rouge), dans la direction y (en vert), dans la direction z (en bleue) et globale (en noir). Nous pouvons remarquer que le mouvement est plus en phase dans les basses fréquences, surtout en ce qui concerne les déplacements en x et en y , on peut par exemple identifier des résonances communes à 1040, 1160, 1600 et 2000 Hz. Par contre, on note des singularités très marquées à 2300 Hz pour le déplacement en y , à 2920 Hz pour le déplacement en z et à 3000 Hz pour le déplacement en x . Nous pouvons noter une autre résonance commune à 2560 Hz. Remarquons aussi que la vitesse quadratique moyenne (notamment les pics de résonance) du mouvement global est plus en accord avec celle dans la direction x ; ainsi le mouvement global du milieu se reproduit plus fidèlement dans cette direction. Ceci peut être dû au fait que la composante en x est déterminée exclusivement par les valeurs expérimentales alors que les composantes en y et en z sont approchées par les polynômes de Zernike.

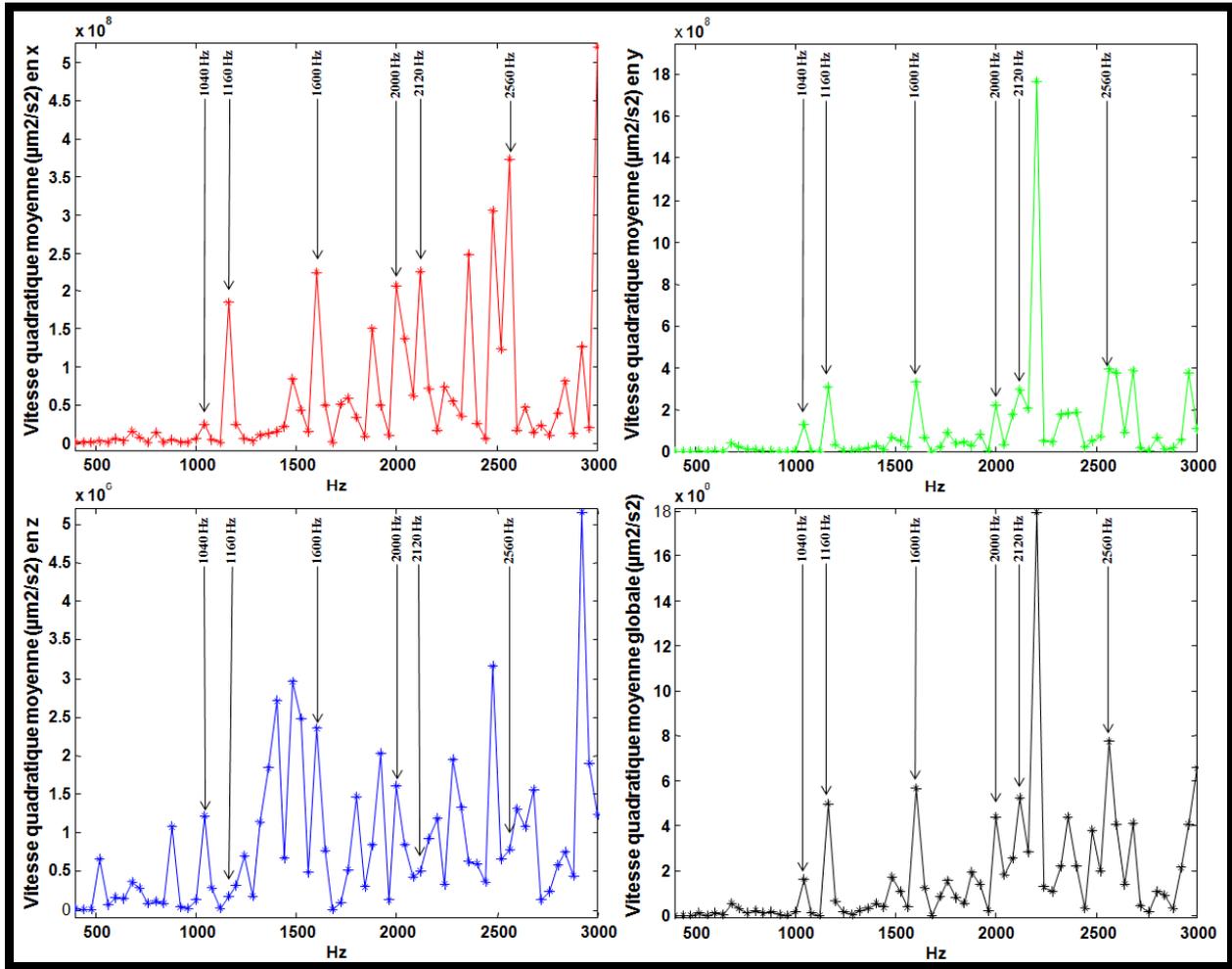


Figure 4.29 : Vitesses quadratiques moyennes dans les directions x , y , z et globale

L'analyse de ces vitesses quadratiques moyennes permettra aux acousticiens de comprendre l'origine des résonances, s'il s'agit d'une résonance acoustique ou d'une résonance mécanique. Certains pics de résonance trouvés se rapprochent plus de ceux caractéristiques des ondes acoustiques, car le rapport de la vitesse en mètre par seconde sur la fréquence est de l'ordre de grandeur des dimensions du milieu.

Le but de cette analyse étant de mettre en évidence l'existence des modes tourbillonnaires dans le mouvement vibratoire du milieu granulaire, nous présentons une représentation de la vélocimétrie instantanée de la surface du milieu.

4.3.3.6.3 Représentation de la vélocimétrie planaire

La représentation de la vélocimétrie de la surface du milieu prend en compte les amplitudes et les phases de la vibration dans les directions x et y . en effet, si on ne considère que le mouvement dans le plan du milieu, le vecteur déplacement peut s'écrire,

$$\mathbf{U} = u_x \mathbf{i} + u_y \mathbf{j} = a_x \sin(\omega_0 t + \varphi_x) \mathbf{i} + a_y \sin(\omega_0 t + \varphi_y) \mathbf{j}. \quad (4.36)$$

La vitesse instantanée planaire en chaque point de la surface est la dérivée du vecteur déplacement. Ainsi, nous avons :

$$v(t) = a_x \omega_0 \cos(\omega_0 t + \varphi_x) \mathbf{i} + a_y \omega_0 \cos(\omega_0 t + \varphi_y) \mathbf{j}. \quad (4.37)$$

La figure 4.30 représente le champ de vitesse des points de la surface aux fréquences 2280, 2440, 2760 et 2880 Hz. Un vecteur horizontal (respectivement verticale) représente une vitesse purement en x (respectivement en y)

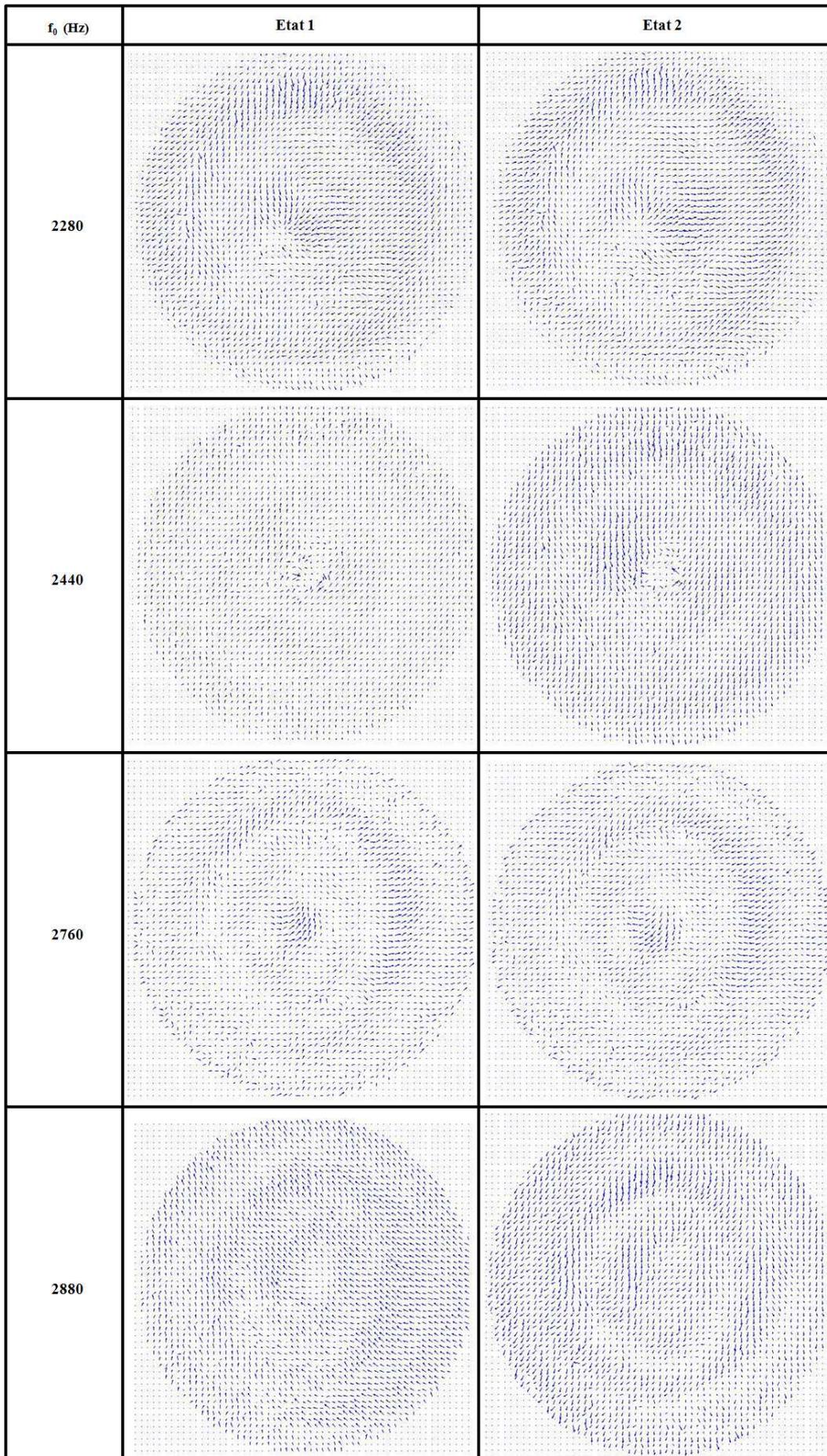


Figure 4.30 : Représentation de la vélocimétrie planaire

Les fréquences représentées sont celles qui présentent un comportement particulier et qui mettent en évidence la présence des modes tourbillonnaires dans les milieux granulaires. Nous pouvons identifier par exemple à la fréquence de 2760 Hz la présence de deux tourbillons dont les foyers sont localisés dans le centre du milieu. Nous pouvons faire le même constat à la fréquence de 2280 Hz. Le mouvement de ces tourbillons laisse penser qu'il existerait dans ces milieux des harmoniques d'ordre supérieur.

Afin de mettre en évidence nos hypothèses sur la symétrie de révolution du pot, nous utilisons dans la suite cette hypothèse pour la détermination de la troisième composante.

4.3.3.7 Exploitation de la symétrie de révolution du pot

Les résultats présentés sont encourageants. Cependant, ils reposent sur une approximation par polynômes de Zernike. Nous souhaitons déterminer directement les 3 composantes sans utiliser d'approximation polynomiale. Nous allons utiliser maintenant l'hypothèse sur la symétrie du milieu.

Ainsi, nous allons considérer deux configurations du pot, une configuration où le pot est à son état initial et une autre configuration où le pot est tourné de 90° autour d'un axe vertical. Pour une fréquence donnée et une phase donnée, on enregistre deux hologrammes bi-couleurs à 0° et à 90°. Ceci suppose de tourner délicatement le pot entre les deux configurations afin que les billes ne bougent pas pendant la rotation.

➤ Configuration 0°

Cette configuration est celle décrite au paragraphe 4.3.1.3.3 avec le pot dans son état initial. On rappelle que la projection des vecteurs d'éclairages et d'observation dans la base cartésienne (x, y, z) (figure 4.23) permet de déterminer exclusivement la composante en x et une composante mixte en y et z données par :

$$\begin{cases} u_x^0 = \frac{\lambda_R \Delta \varphi_R^0 - \lambda_G \Delta \varphi_G^0}{-4\pi \sin \theta_z \sin \theta_{xy}} \\ u_{yz}^0 = \frac{\lambda_R \Delta \varphi_R^0 + \lambda_G \Delta \varphi_G^0}{4\pi} \end{cases}, \quad (4.38)$$

avec

$$u_{yz}^0(x, y, z) = \sin \theta_z \cos \theta_{xy} u_y^0(x, y, z) - (1 + \cos \theta_z) u_z^0(x, y, z) \quad (4.39)$$

la composante mixte en y et z .

➤ Configuration 90°

Dans cette configuration, on effectue lentement une rotation du pot vibrant de +90° à la précision du micromètre en évitant de faire bouger les billes. La projection des vecteurs d'éclairages et d'observation dans la nouvelle base (x', y', z') est matérialisée sur la figure suivante, où les vecteurs \mathbf{i} et \mathbf{j} sont simplement tournés de 90° par rapport à la configuration à 0°.

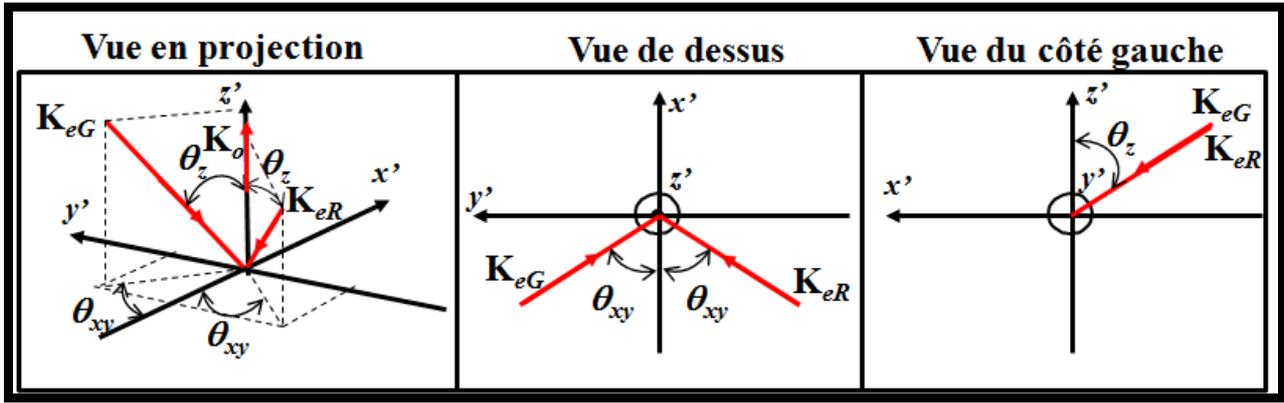


Figure 4.31 : Vue projetée des vecteurs éclairages et observation

On notera rot_θ une rotation d'angle θ .

Les vecteurs éclairages R et G et observation dans la nouvelle base $(\mathbf{i}', \mathbf{j}', \mathbf{k}')$ deviennent :

$$\begin{cases} \mathbf{K}_{eR} = \sin \theta_z \cos \theta_{xy} \mathbf{i}' + \sin \theta_z \sin \theta_{xy} \mathbf{j}' - \cos \theta_z \mathbf{k}' \\ \mathbf{K}_{eG} = \sin \theta_z \cos \theta_{xy} \mathbf{i}' - \sin \theta_z \sin \theta_{xy} \mathbf{j}' - \cos \theta_z \mathbf{k}' \end{cases} \quad (4.40)$$

et

$$\mathbf{K}_o = \mathbf{k}', \quad (4.41)$$

avec $\mathbf{i}' = \mathbf{j}$; $\mathbf{j}' = -\mathbf{i}$ et $\mathbf{k}' = \mathbf{k}$

Les vecteurs sensibilités dans chaque direction d'éclairage peuvent alors être définis par :

$$\begin{cases} \mathbf{S}_R = \mathbf{K}_{eR} - \mathbf{K}_o = \sin \theta_z \cos \theta_{xy} \mathbf{j}' - \sin \theta_z \sin \theta_{xy} \mathbf{i}' - (1 + \cos \theta_z) \mathbf{k}' \\ \mathbf{S}_G = \mathbf{K}_{eG} - \mathbf{K}_o = \sin \theta_z \cos \theta_{xy} \mathbf{j}' + \sin \theta_z \sin \theta_{xy} \mathbf{i}' - (1 + \cos \theta_z) \mathbf{k}' \end{cases} \quad (4.42)$$

Le vecteur déplacement s'écrit :

$$\begin{aligned} \mathbf{U}^{90}(x', y', z') &= u_x^{90}(x', y', z') \mathbf{i}' + u_y^{90}(x', y', z') \mathbf{j}' + u_z^{90}(x', y', z') \mathbf{k}' \\ &= u_x^{90}(y, -x, z) \mathbf{j}' - u_y^{90}(y, -x, z) \mathbf{i}' + u_z^{90}(y, -x, z) \mathbf{k}' \end{aligned} \quad (4.43)$$

Les variations de phase R et G induites par le vecteur déplacement sont données par :

$$\begin{cases} \Delta \varphi_R^{90}(x, y, z) = \frac{2\pi}{\lambda_R} [\cos \theta_{xy} \sin \theta_z u_x^{90}(y, -x, z) + \sin \theta_{xy} \sin \theta_z u_y^{90}(y, -x, z) - (1 + \cos \theta_z) u_z^{90}(y, -x, z)] \\ \Delta \varphi_G^{90}(x, y, z) = \frac{2\pi}{\lambda_G} [\cos \theta_{xy} \sin \theta_z u_x^{90}(y, -x, z) - \sin \theta_{xy} \sin \theta_z u_y^{90}(y, -x, z) - (1 + \cos \theta_z) u_z^{90}(y, -x, z)] \end{cases}, \quad (4.44)$$

conduisant ainsi à la détermination d'une composante exclusive en y et d'une composante mixte en x et z données par :

$$\begin{cases} u_y^{90}(y, -x, z) = \frac{\lambda_R \Delta \varphi_R^{90} - \lambda_G \Delta \varphi_G^{90}}{4\pi \sin \theta_{xy} \sin \theta_z} \\ u_x^{90}(y, -x, z) = \frac{\lambda_R \Delta \varphi_R^0 + \lambda_G \Delta \varphi_G^0}{4\pi} \end{cases}, \quad (4.45)$$

avec

$$u_{xz}^{90}(y, -x, z) = \cos \theta_{xy} \sin \theta_z u_x^{90}(y, -x, z) - (1 + \cos \theta_z) u_z^{90}(y, -x, z). \quad (4.46)$$

Notons que pour une rotation du pot de 90° , le capteur « voit » à travers le miroir de renvoi une rotation de -90° ; ainsi, nous pouvons poser, compte tenu de la symétrie de révolution du pot,

$$u_y^{90}(y, -x, z) = \text{rot}_{-90}(u_y^0(x, y, z)), \quad (4.47)$$

soit

$$u_y^0(x, y, z) = \text{rot}_{90}(u_y^{90}(y, -x, z)). \quad (4.48)$$

L'équation 4.39 conduit à la composante en z dans la configuration à 0° :

$$u_z^0(x, y, z) = \frac{4\pi \cos \theta_{xy} \sin \theta_z \cdot \text{rot}_{90}(u_y^{90}(y, -x, z)) - (\lambda_R \Delta \varphi_R^0 + \lambda_G \Delta \varphi_G^0)}{4\pi(1 + \cos \theta_z)}. \quad (4.49)$$

De même,

$$u_x^{90}(y, -x, z) = \text{rot}_{-90}(u_x^0(x, y, z)), \quad (4.50)$$

conduisant d'après l'équation 4.46 à la composante en z dans la configuration à 90° :

$$u_z^{90}(y, -x, z) = \frac{4\pi \cos \theta_{xy} \sin \theta_z \cdot \text{rot}_{-90}(u_x^0(x, y, z)) - (\lambda_R \Delta \varphi_R^0 + \lambda_G \Delta \varphi_G^0)}{4\pi(1 + \cos \theta_z)}. \quad (4.51)$$

Cette approche conduit à la détermination de la composante en x , la composante en y et deux fois la composante en z .

A priori, les deux composantes en z doivent être identiques à une rotation de 90° près ; ainsi, on devrait avoir,

$$u_z^0(x, y, z) = \text{rot}_{90}(u_z^{90}(y, -x, z)). \quad (4.52)$$

La figure 3.32 présente le synoptique de cette méthode.

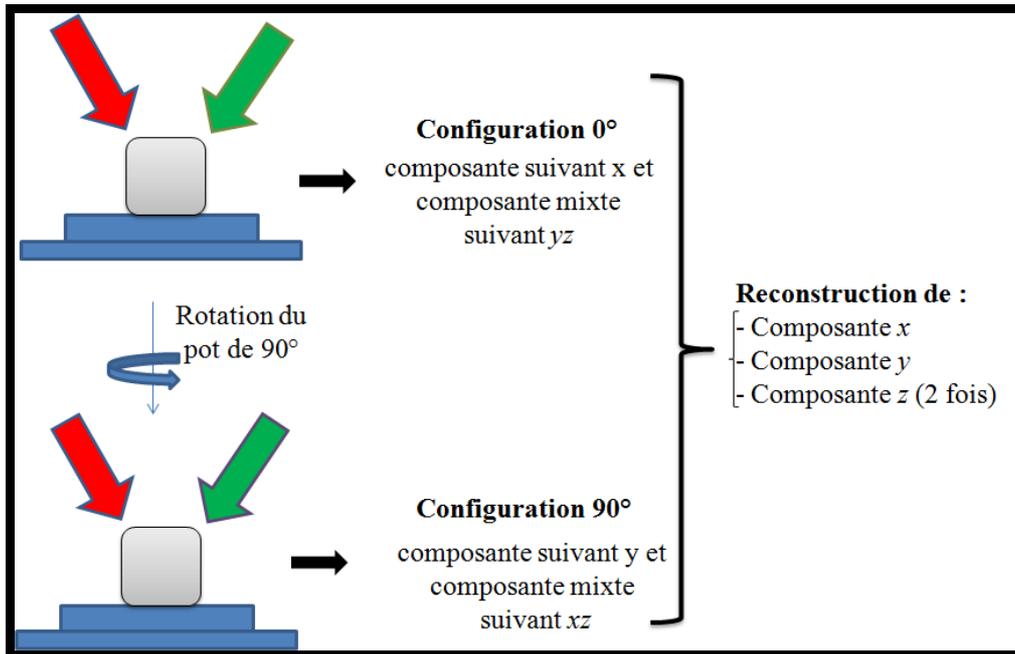


Figure 4.32 : Synoptique de la méthode par symétrie de révolution

4.3.3.5.1 Résultats expérimentaux

Les analyses ont été menées dans les mêmes configurations que celles de la première approche par polynômes de Zernike.

Le calcul de l'amplitude et de la phase vibratoire suit le même protocole que celui décrit aux paragraphes 4.3.1.3.5 et 4.3.1.3.6. La figure 4.33 montre les amplitudes et les phases de la vibration pour les fréquences 1360, 1440, 1600 et 2760 Hz obtenues dans la configuration à 0° .

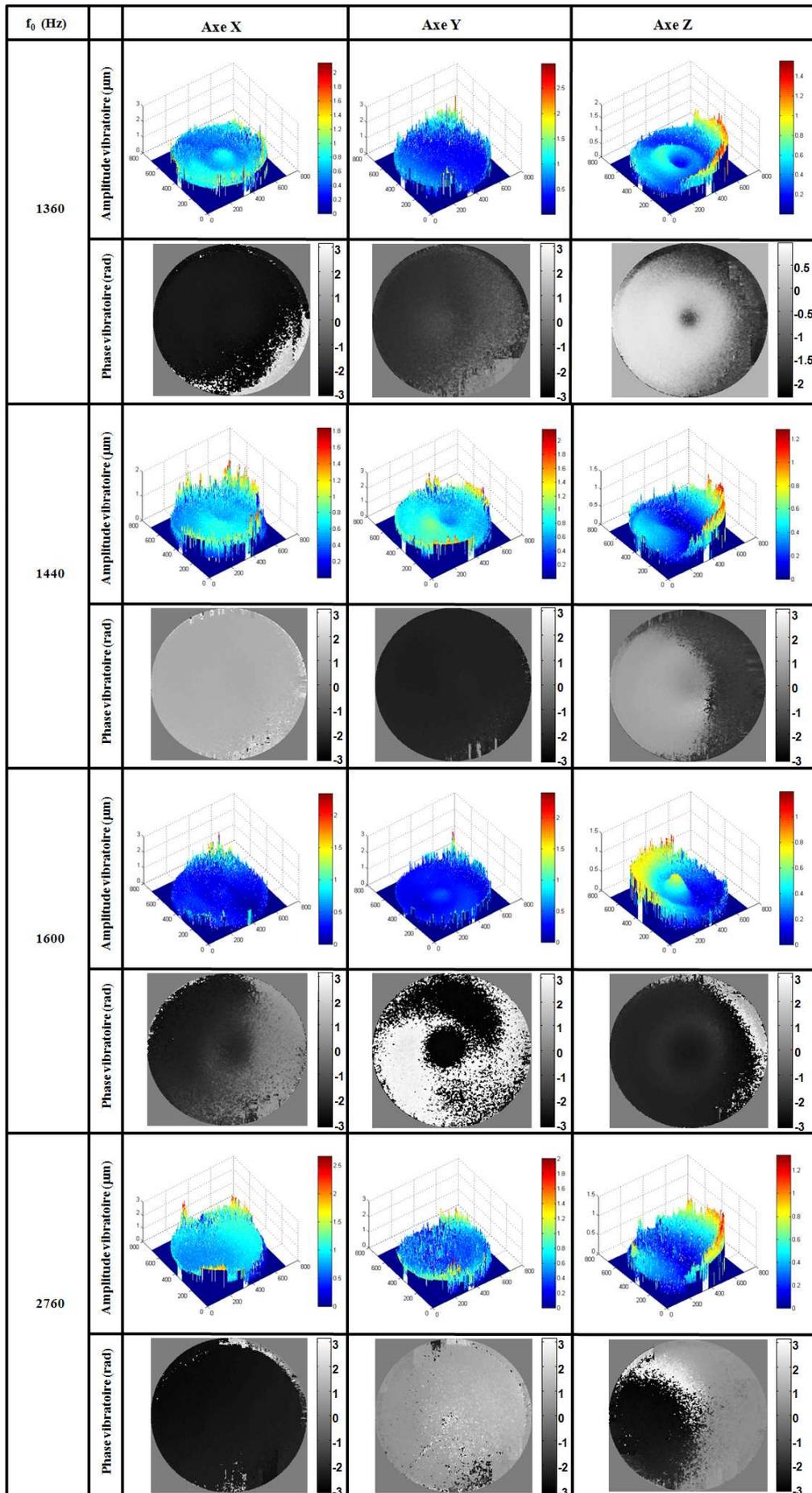


Figure 4.33 : Amplitudes et phases vibratoires dans les directions x , y et z à 0°

Les résultats obtenus aux fréquences 1440 et 2760 Hz sont très différents de ceux obtenus dans la première approche (figure 4.25 et 4.28), conduisant à se poser la question sur la pertinence de cette approche. De plus, les composantes en x et en y sont très différentes et ne révèlent aucune symétrie. Nous avons effectué comme précédemment un balayage fréquentiel de 520 à 2760 Hz par pas de 40 Hz. La figure 4.34 présente les vitesses quadratiques moyennes obtenues dans les trois directions.

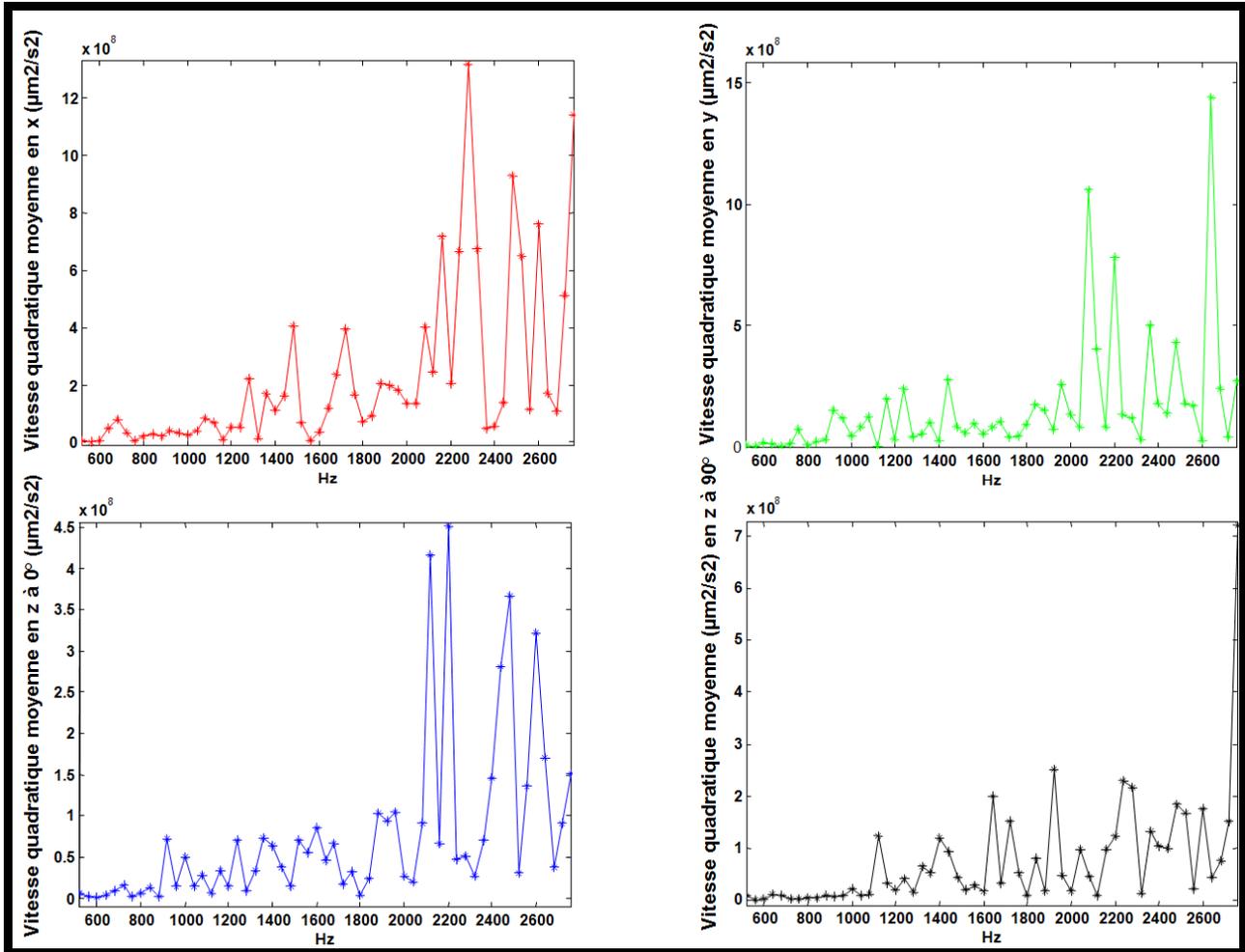


Figure 4.34 : Vitesses quadratiques moyennes dans les directions x , y et z

L'analyse de ces courbes met en évidence une décorrélation totale entre les fréquences de résonances dans les trois directions et entre des deux composantes en z , ce qui physiquement, constituerait selon nous une aberration. Afin de vérifier la pertinence de cette approche, nous avons comparé les deux composantes en z obtenues dans la configuration à 0° et celle à 90° . A priori, l'on devrait avoir, comme évoqué à l'équation 4.52, égalité entre les deux termes. La figure 4.35 présente les deux composantes en z obtenues à deux fréquences 1440 et 1600 Hz.

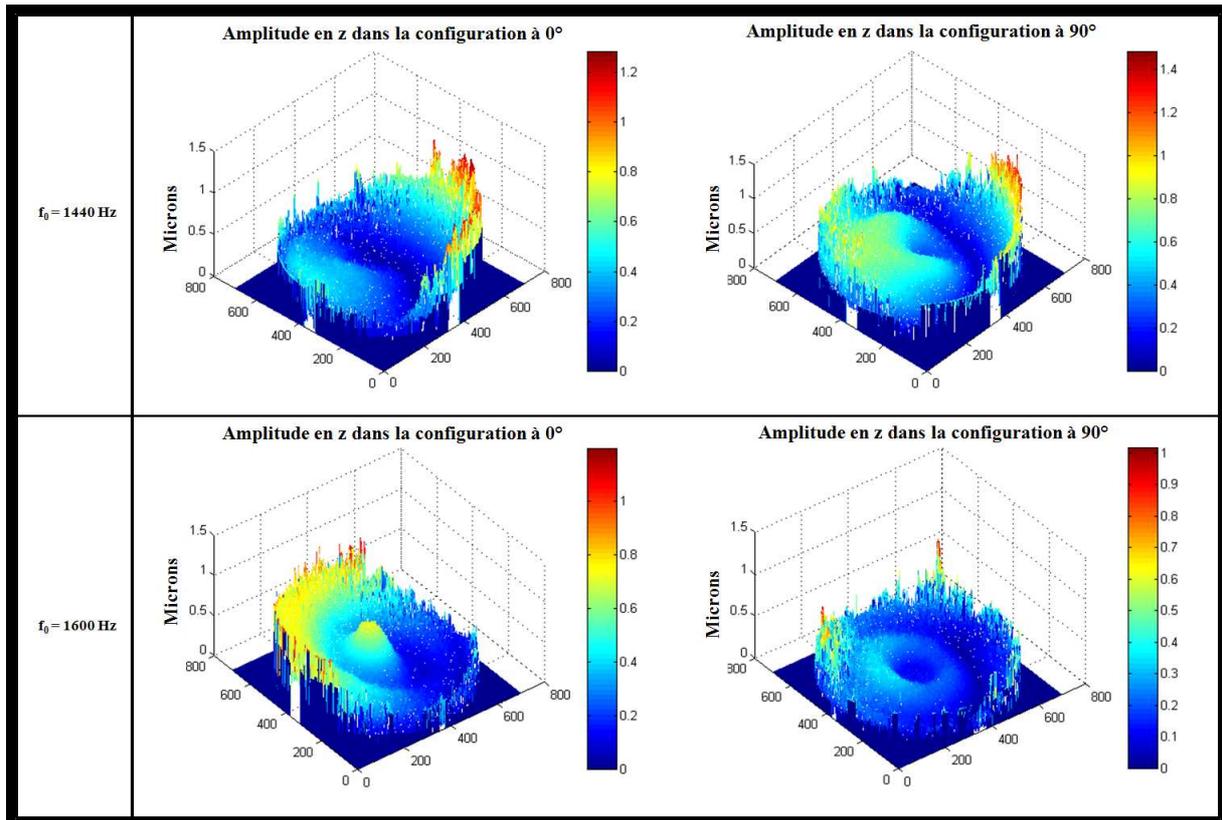


Figure 4.35 : Comparaison des composantes en z dans les deux configurations (0° et 90°)

Cette étude comparative montre que les deux composantes en z sont tout à fait différentes et remet en cause l'hypothèse sur la symétrie de révolution du pot. De plus, la représentation vélocimétrique des composantes planaires ne révèle aucune trace de modes tourbillonnaires dans le milieu. A la suite de cette étude, quelques interrogations subsistent :

- L'axe du pot vibrant est-il confondu avec l'axe de rotation ?
- L'excitation entre les deux acquisitions à 0° et 90° est-elle la même ?
- La surface des billes est-elle inchangée pendant la rotation du pot ?

Ces questions restent sans réponse et complexifient l'approche basée sur la symétrie de révolution du pot. Les résultats obtenus par les polynômes de Zernike constituent donc les premiers éléments de réponse à l'existence des modes tourbillonnaires dans les milieux granulaires.

En conclusion, l'enregistrement par multiplexage spatial dégrade la résolution spatiale qui est désormais partagée entre les deux hologrammes. Par ailleurs, il est plus difficile de faire le recalage des hologrammes au pixel près, en vu de l'obtention de l'hologramme couleur ou de faire l'analyse multidimensionnelle des déformations. En effet, chaque hologramme possède ses propres fréquences spatiales et une localisation spatiale indépendante ; il est alors nécessaire d'avoir un point de repère sur l'objet, qui servira à la localisation spatiale de chaque hologramme et donc à leur bonne superposition. Bien que les hologrammes aient la même taille, si l'utilisateur se trompe de quelques pixels sur le choix du point de repère entre les hologrammes, il résultera une translation d'autant de pixels dans la superposition des hologrammes, et donc une perte de l'information dans le cas de la métrologie.

Pour palier ce problème, nous proposons une approche basée sur la détection multi-chromatique sur capteur couleur.

4.4 Détection multi-chromatique sur capteur couleur à Stack de photodiodes

Dans ce paragraphe, nous proposons d'utiliser un détecteur à stack de photodiode et un faisceau de référence unique. L'architecture optique s'en trouve être considérablement simplifiée par rapport au multiplexage spatial.

La détection multi-chromatique permet d'enregistrer simultanément sur un capteur couleur jusqu'à trois longueurs d'onde (paragraphe 1.4.3.2 du Chapitre 1). Le capteur couleur que nous utilisons ici est un stack de photodiode de type Fovéon, décrit au paragraphe 1.3.4 du Chapitre 1. Il est constitué de trois couches de silicium possédant chacun $N \times M = 1414 \times 1060$ pixels sur 8 bits et de pas $p_x = p_y = 5 \mu\text{m}$, donnant ainsi une résolution spatiale maximale à chacun des hologrammes, correspondant à la résolution du capteur. Chaque couche de silicium est sensible à une longueur d'onde. Dans sa configuration standard, ce capteur n'est pas très sélectif, on voit par exemple apparaître dans le plan reconstruit de l'hologramme vert un hologramme rouge et réciproquement, dû à la diffusion des couleurs dans d'autres bandes spectrales. Nous pouvons par exemple remarquer sur la figure 1.6 du Chapitre 1 que la longueur d'onde verte sera captée non seulement par le filtre vert, mais aussi par le filtre rouge et réciproquement pour la longueur d'onde à 661,8 nm. Ceci est dû au type de détection basée sur la profondeur de pénétration de chaque longueur d'onde dans le silicium. Nous avons ajusté les paramètres d'acquisition et l'intensité des deux faisceaux de façon à réduire les effets de diffusion des couleurs.

4.4.1 Validation expérimentale

On utilise ce capteur pour holographier une rondelle circulaire de diamètre $\Delta A_x = \Delta A_y = \Delta A = 40 \text{ mm}$ et placée à une distance $d_0 = 1180 \text{ mm}$ du capteur. Le montage optique décrit à la figure 4.25, est basé sur un double interféromètre Mach-Zehnder. On utilise comme sources, un laser continu DPSS vert à 532 nm et une diode laser continu rouge à 661,8 nm. Les cubes à séparation de polarisation produisent pour chaque faisceau un doublet d'onde de référence et onde d'éclairage. Les faisceaux d'éclairage sont symétriques autour de l'axe optique et contenus dans le plan (x,z) tels que $\theta_G = -\theta_R = \theta = 40^\circ$. Les deux ondes de références sont ensuite combinées par un troisième cube de sorte à aligner les deux faisceaux. Nous utilisons la méthode de reconstruction basée sur la convolution à grandissement variable avec onde de référence sphérique à l'enregistrement décrite au paragraphe 3.3.3.2.2 du Chapitre 3. Ainsi, un filtre spatial équipé d'un objectif de microscope permet de générer deux faisceaux de références ayant la même courbure $d_s = 192 \text{ mm}$ et la même incidence $\theta_x \approx +2,02^\circ$ et $\theta_y \approx -2,03$. Ceci conduit aux fréquences spatiales de l'hologramme vert, données par la relation 1.27 du Chapitre 1, soit $(u_r^G, v_r^G) = (+66,25 \text{ mm}^{-1}, -66,58 \text{ mm}^{-1})$. Ainsi, connaissant les fréquences spatiales de l'hologramme vert, on peut déduire celle de l'hologramme rouge d'après la relation 1.34 du Chapitre 1, soit, $(u_r^R, v_r^R) = (+53,26 \text{ mm}^{-1}, -53,52 \text{ mm}^{-1})$. Cette dépendance des fréquences spatiales des hologrammes permettra une meilleure superposition des hologrammes.

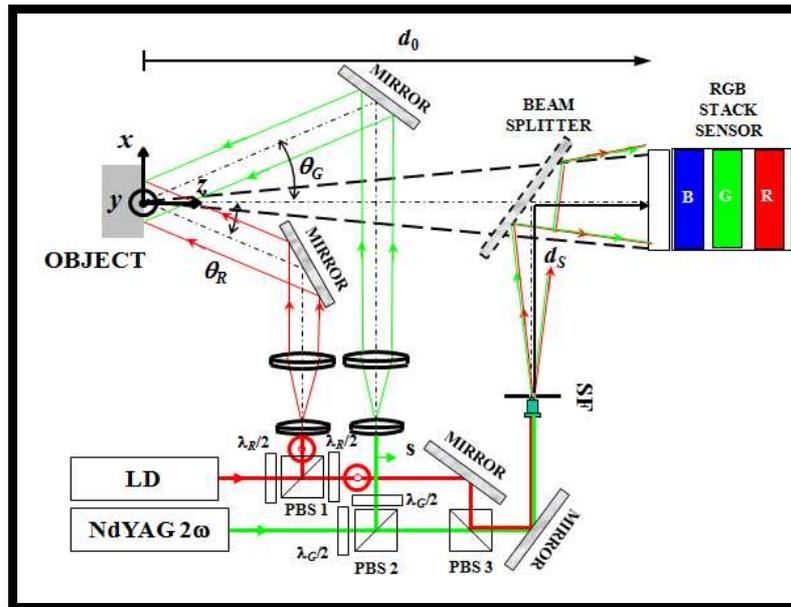


Figure 4.36 : Montage optique à faisceau de référence unique

Notons que le choix de $d_s = 192$ mm satisfait à la relation 3.87 du Chapitre 3. En effet, $d_s \geq \sup(191,6 \text{ mm} ; 142,2 \text{ mm})$ pour la longueur d'onde verte et $d_s \geq \sup(191,9 \text{ mm} ; 143,5 \text{ mm})$ pour le rouge. La figure 4.37 présente les hologrammes rouge et vert reconstruits par transformée de Fresnel classique et qui ne révèle aucun mixage des couleurs. On ne voit pas d'hologramme fantôme vert (respectivement rouge) dans le plan rouge (respectivement vert).

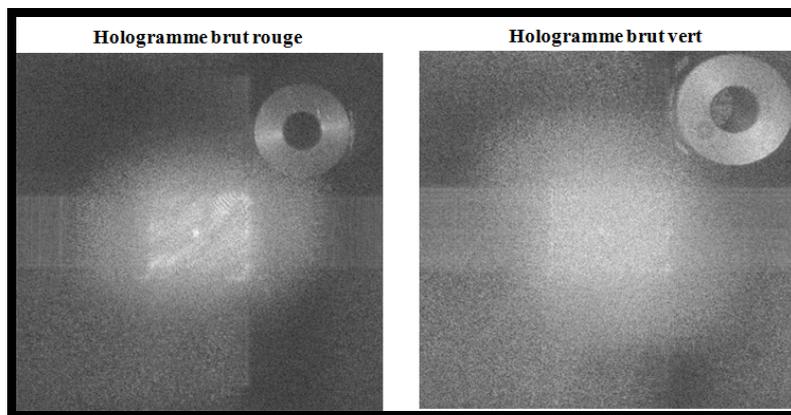


Figure 4.37 : Hologrammes reconstruits par transformée de Fresnel

La reconstruction est menée par la méthode de convolution à grandissement variable avec réponse impulsionnelle adaptée à la forme de l'objet. Les paramètres de reconstruction sont ceux décrits au paragraphe 3.3.3.2.2 du Chapitre 3. On choisit une onde de reconstruction plane avec une longueur d'onde λ_c choisie arbitrairement égale à $1 \mu\text{m}$. Le grandissement transversal est donné par la formule 3.90 du Chapitre 3, soit $\gamma = -0194$. Les distances de reconstruction sont alors données par $d_r^R = -\gamma\lambda_R d_0 / \lambda_c = -151,75 \text{ mm}$ et $d_r^G = -\gamma\lambda_G d_0 / \lambda_c = 121,99 \text{ mm}$. La taille de l'horizon reconstruit est obtenue par la relation $\{L, K\} \geq \{|\gamma\Delta A_x/p_x, |\gamma\Delta A_y/p_y\}$. Nous avons choisi un horizon sur $L \times K = 1556 \times 1556$ points. La figure 4.38 présente le spectre de l'hologramme ainsi que le spectre de la réponse impulsionnelle adaptée à la forme de l'objet. Les cercles en blanc délimitent les zones utiles des spectres rouge et vert de la rondelle.

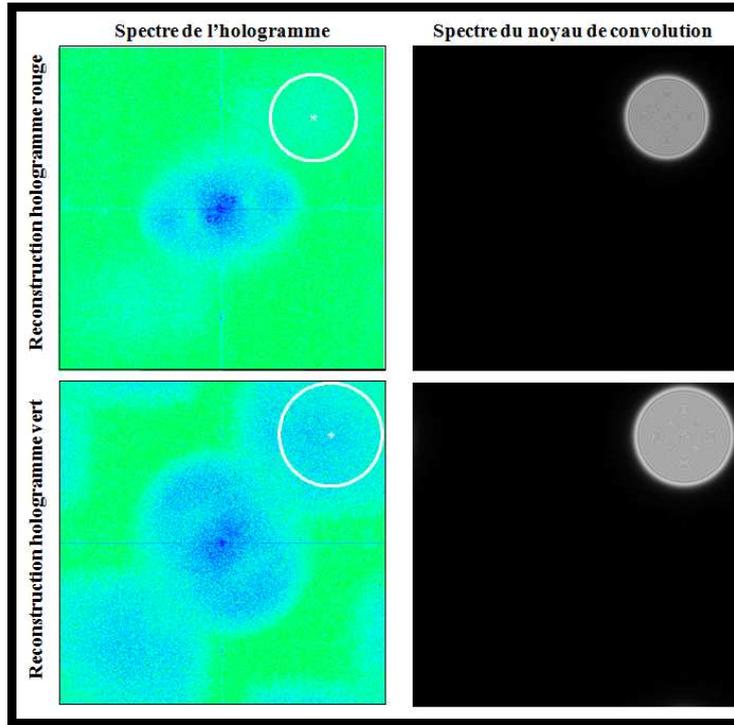


Figure 4.38 : reconstruction par convolution

La figure 4.39 présente les hologrammes rouge et vert reconstruits, et l'hologramme bi-couleur rouge vert parfaitement superposé.

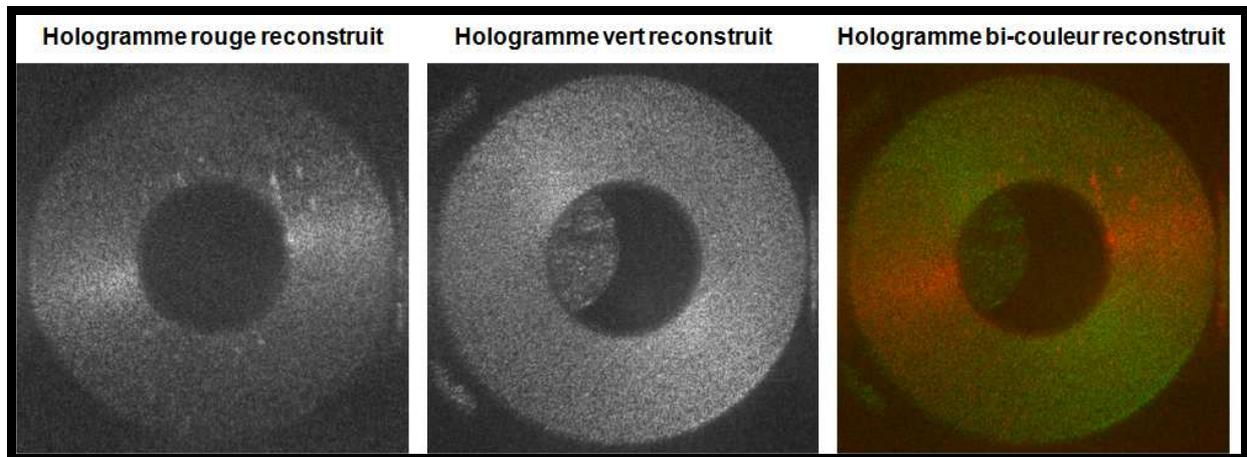


Figure 4.39 : Hologrammes reconstruits par convolution

Nous avons montré qu'il était possible de s'affranchir des effets de la diffusion des couleurs sur l'amplitude des hologrammes. Cependant, une diffusion moindre sans effet sur l'amplitude pourrait avoir des conséquences néfastes sur la phase des hologrammes. Afin de valider le processus complet, nous avons effectué une analyse de phase sur la déformation de la rondelle. De ce fait, nous avons enregistré des hologrammes dans deux états différents de contraintes de la rondelle. Dans le premier état, nous avons enregistré un hologramme bi-couleur rouge et vert, puis un hologramme rouge en obturant le laser vert et un hologramme vert en obturant le laser rouge. Nous avons reproduit les mêmes enregistrements dans le deuxième état de contrainte. Les cartes de différence de phase rouge et verte obtenues avec les deux hologrammes bi-couleurs entre les deux états de contraintes sont présentées à la figure 4.40.

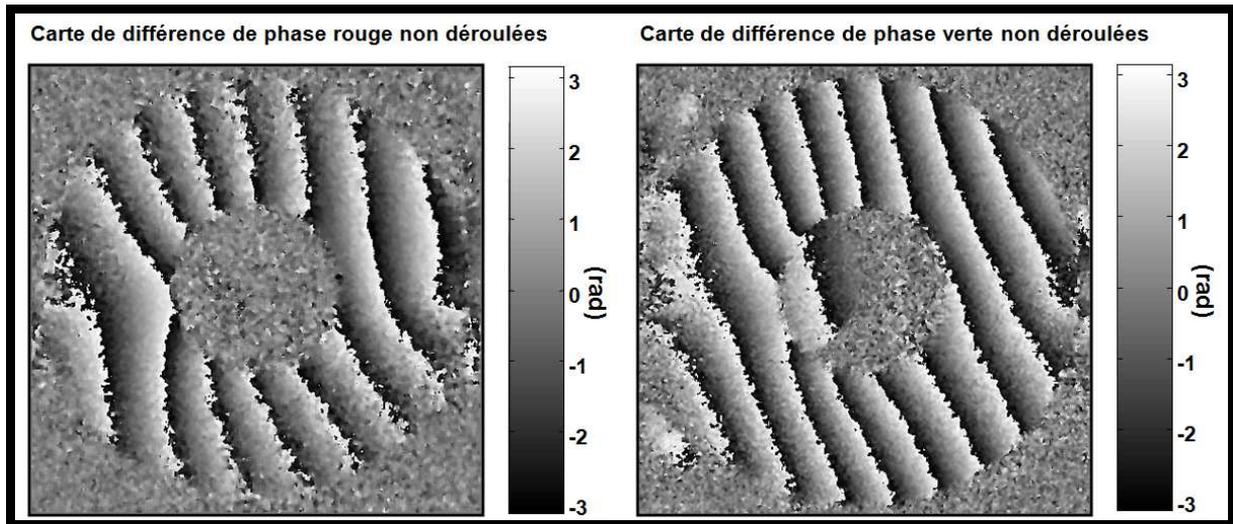


Figure 4.40 : Cartes de différences de phases non déroulées

Après avoir appliqué un masque binaire sur les cartes de différences de phases, et supprimé les discontinuités de phase (« Unwrapping »), les champs de déplacement hors plan (suivant z) et dans le plan (suivant x) peuvent être obtenus par la formule 4.13 et représentés à la figure 4.41.

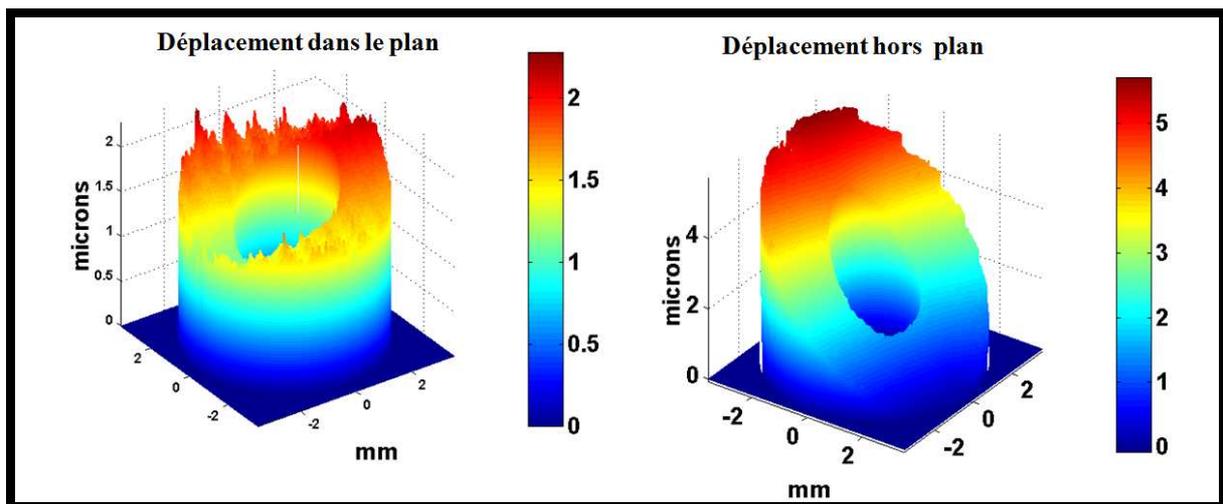


Figure 4.41 : Champs de déplacement dans le plan et hors plan

En effectuant les mêmes opérations sur les hologrammes rouge et vert enregistrés séparément, nous avons fait la différence de leurs cartes de différences de phases avec celles obtenues par l'enregistrement bi-couleur. La figure 4.42 montre les cartes des écarts observés.

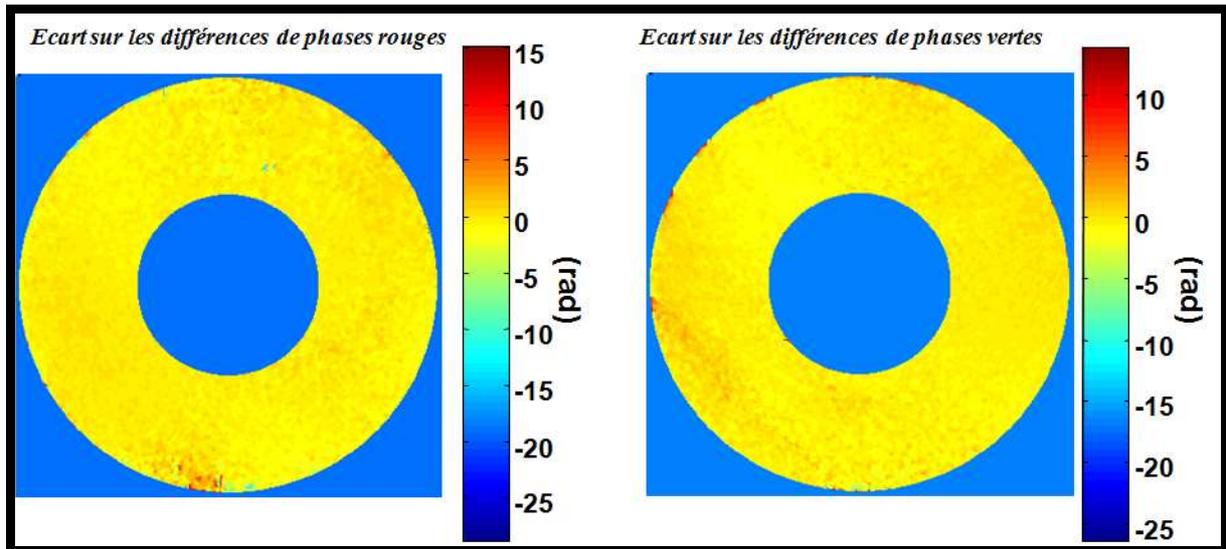


Figure 4.42 : Ecart entre les cartes de différences de phases

Ces écarts restent quasiment nuls et surtout uniformes, confirmant ainsi la non diffusion des couleurs dans les bandes spectrales. En effet, s'il y avait diffusion des couleurs, on verrait apparaître dans les zones spectrales de chevauchement des hologrammes (partie supérieure droite pour l'hologramme rouge et partie inférieure gauche de l'hologramme vert) des zones délimitées par le contour de l'hologramme parasite, avec un écart différent. Les écarts observés sont alors très probablement liés à des phénomènes autres que la diffusion des couleurs.

Afin de quantifier ces écarts, nous avons ci-dessous représenté les densités de probabilités sur les écarts entre les différences de phase observés. L'approximation gaussienne (en pointillé) de ces courbes montre une variation de la moyenne de l'ordre de 0,1 rad et un écart type de 0,63 rad et 0,55 rad pour les hologrammes rouge et vert. Ceci correspond à une variation de l'ordre de 1,11% et 0,86% relativement aux variations de phases obtenues entre les deux états de contraintes (57,2 rad et 64,7 rad respectivement pour le rouge et le vert).

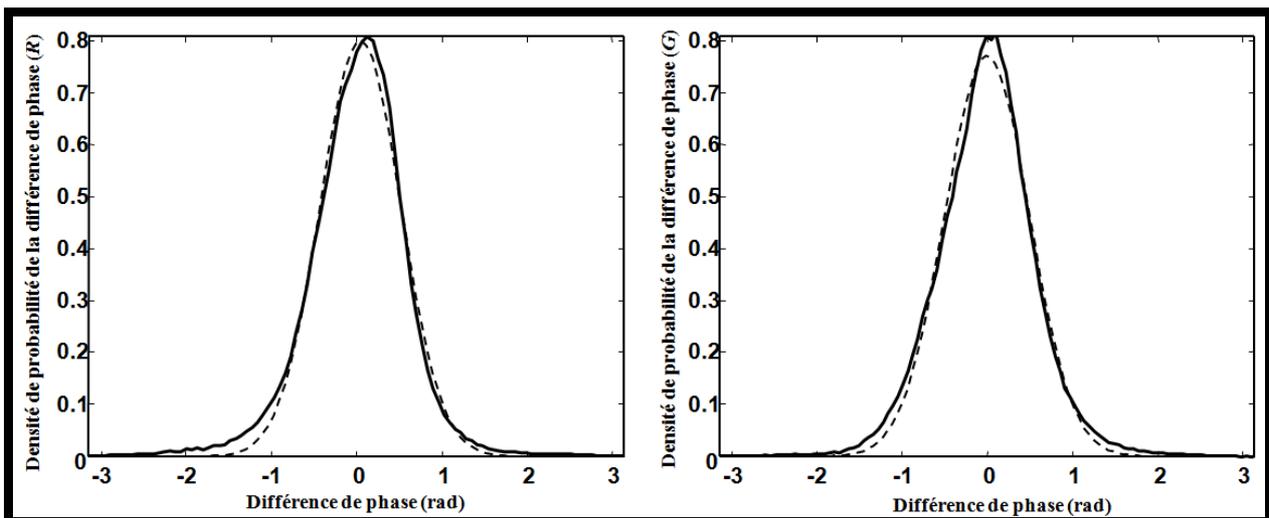


Figure 4.43 : Densités de probabilité des cartes de différence de phase

La méthode de détection multi-chromatique est plus adaptée à l'holographie couleur, car le montage optique est simplifié et la superposition des hologrammes est effectuée avec précision.

4.5. Conclusion

Nous avons présenté dans ce chapitre quelques applications de l'holographie numérique bi-couleur à la mécanique et à l'acoustique. Pour cela, nous avons distingué deux stratégies d'enregistrement des hologrammes couleurs, un enregistrement par multiplexage spatial sur capteur monochrome et un enregistrement basé sur la détection multi-chromatique des couleurs en utilisant un capteur couleur à stack de photodiodes. La mise en œuvre de la première stratégie basée sur le multiplexage spatial est complexe car il est nécessaire d'avoir des ondes de références différentes. De plus la résolution spatiale du processus se trouve diminuée, car elle est partagée entre les deux hologrammes monochromes. Par ailleurs, nous avons constaté qu'il est plus délicat de superposer avec précision les hologrammes de localisations spatiales indépendantes. Cette stratégie a été appliquée à l'investigation des causes de fissuration d'une capacité sur une carte électronique du secteur de l'automobile. Nous avons montré que la capacité défectueuse était localisée dans une zone de forte courbure et qu'elle subissait de fortes contraintes non uniformes, cause de cisaillement et de sa fissuration. Nous avons appliqué l'holographie bi-couleur à l'étude du mouvement de milieux granulaires. La mise en évidence des modes tourbillonnaires dans la vibration des milieux granulaires a également été menée par multiplexage spatial. L'approche par polynôme de Zernike s'est montrée être plus convenable pour atteindre cet objectif. Les résultats présentés dans ce manuscrit constituent une première tentative d'étude expérimentale, plein champ et sans contact, de la dynamique fondamentale de milieux désordonnés. La deuxième stratégie d'enregistrement par détection multi-chromatique sur capteur couleur a montré sa bonne adaptabilité à l'holographie numérique couleur. Nous illustrerons dans le Chapitre 5, son extension à l'holographie 3 couleurs.

Chapitre 5

Méthodes d'holographie numérique tri-couleur
Applications en acoustique et mécanique des fluides

5.1. Introduction

Ces dernières années, l'holographie numérique est devenue un outil incontournable pour une large communauté de chercheurs. De nombreuses applications ont été développées dans la métrologie tridimensionnelle [31,131,142,145,176] et dans la microscopie holographique [135,177]. Cependant ces applications utilisent l'enregistrement séquentiel ou la technique du multiplexage spatial sur capteur monochrome avec comme inconvénient la réduction de la résolution spatiale et la complexité du montage optique. Depuis quelques années les chercheurs s'intéressent à la reconnaissance et à la reconstitution des objets dans leur vraie couleur [91,138,140,141,178-183]. Les applications de l'holographie couleur sont particulièrement nombreuses dans le domaine de la mécanique des fluides pour l'analyse temporelle des écoulements aérodynamiques rapides [132,133,184].

Nous allons dans ce chapitre montrer les applications de l'holographie numérique à trois couleurs en mécanique du solide, en acoustique et en mécanique du fluide. Pour cela, nous allons utiliser et comparer deux technologies de capteurs, le premier est un capteur couleur CMOS à stack de photodiodes de type Fovéon de la société Hanvision avec $N \times M = 1420 \times 1064$ pixels de pas $p_x = p_y = 5 \mu\text{m}$; le deuxième est un capteur couleur TriCCD de la société Hamamatsu avec $N \times M = 1344 \times 1024$ pixels de pas $p_x = p_y = 6,45 \mu\text{m}$. Pour ces applications, nous allons dans le cas général, sauf indication contraire, utiliser un laser DPSS bleu à 457 nm, un laser doublé NdYAG vert à 532 nm et un laser DPSS rouge à 671 nm. La différence particulière entre ces deux capteurs se situe au niveau de leur sélectivité spectrale. La figure 5.1 présente la réponse spectrale de ces capteurs.

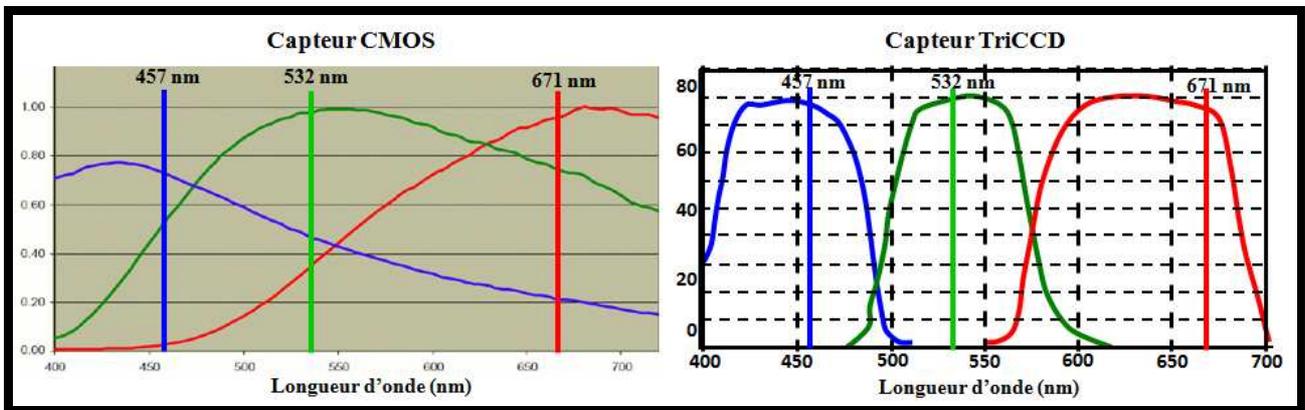


Figure 5.1 : Réponses spectrales des filtres

Remarquons que pour les longueurs d'onde évoquées, le capteur CMOS paraît très peu sélectif, contrairement au capteur TriCCD. Nous discuterons de cette caractéristique dans la suite de cette étude en présentant les applications possibles en mécanique du solide, en acoustique et en mécanique des fluides.

5.2 Applications de l'holographie numérique trichromatique avec capteur CMOS à stack de photodiodes

Compte tenu de la sélectivité réduite de ce capteur, nous avons effectué une analyse de la diffusion des couleurs dans d'autres bandes. Pour cela, nous avons effectué un montage à faisceau de référence unique (figure 5.2). L'objet est une figurine de taille $\Delta A_x = \Delta A_y = 40$ mm, placée à une distance $d_0 = 1350$ mm du capteur.

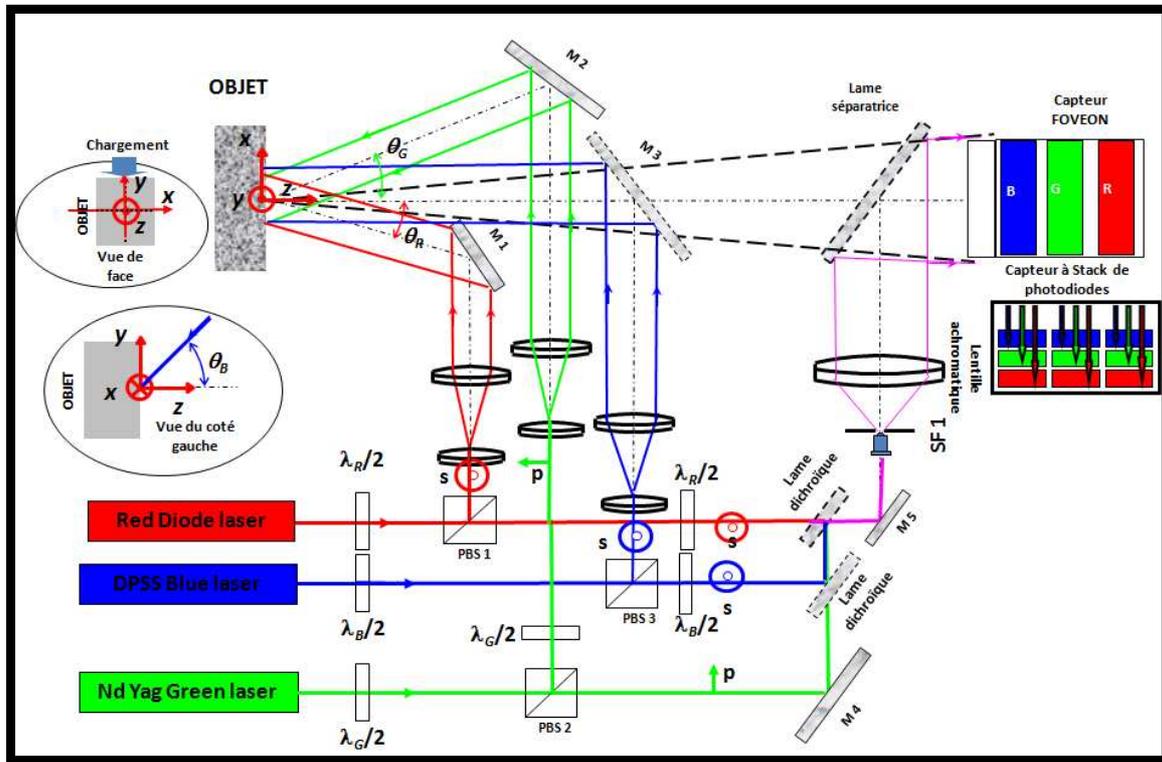


Figure 5.2 : Montage optique à faisceau de référence unique

Les trois faisceaux sont séparés en faisceaux de référence et objet par les cubes PBS1, PBS2 et PBS3. Les trois faisceaux de référence sont combinés en faisceau de référence unique en utilisant deux lames dichroïques (la première lame transmet le vert et réfléchit le bleu, tandis que la deuxième lame transmet le rouge et réfléchit le vert et le bleu). Les trois faisceaux objet éclairent l'objet dans trois directions différentes ; les faisceaux éclairage rouge et vert sont symétriques par rapport à l'axe optique dans la direction d'observation et contenus dans le plan (x,z) tandis que le faisceau bleu éclaire l'objet par le haut (voir la vue de gauche). Le capteur est dans sa configuration standard et est contrôlé par le logiciel « NEGUS » fourni par Hanvision.

Afin d'évaluer la diffusion des couleurs, nous avons, dans un premier temps, enregistré les hologrammes de l'objet éclairé par chacune des longueurs d'onde seule ; puis avec les trois longueurs d'onde simultanément. Cette analyse préliminaire consiste à identifier les longueurs d'onde qui diffusent dans d'autres bandes spectrales. La figure 5.3 présente le champ de l'hologramme virtuel reconstruit par transformée de Fresnel dans chaque plan (rouge, vert, bleu) et pour chaque enregistrement.

Nous pouvons remarquer au travers de cette analyse, que la longueur d'onde rouge diffuse dans la bande verte et très peu dans la bande bleue ; la longueur d'onde verte diffuse dans les bandes rouge et bleue et que la longueur d'onde bleue diffuse dans la bande verte et pas dans la bande rouge. Dans ces conditions, il est difficile de reconstruire les hologrammes monochromes indépendamment et encore plus de faire de la métrologie multidimensionnelle.

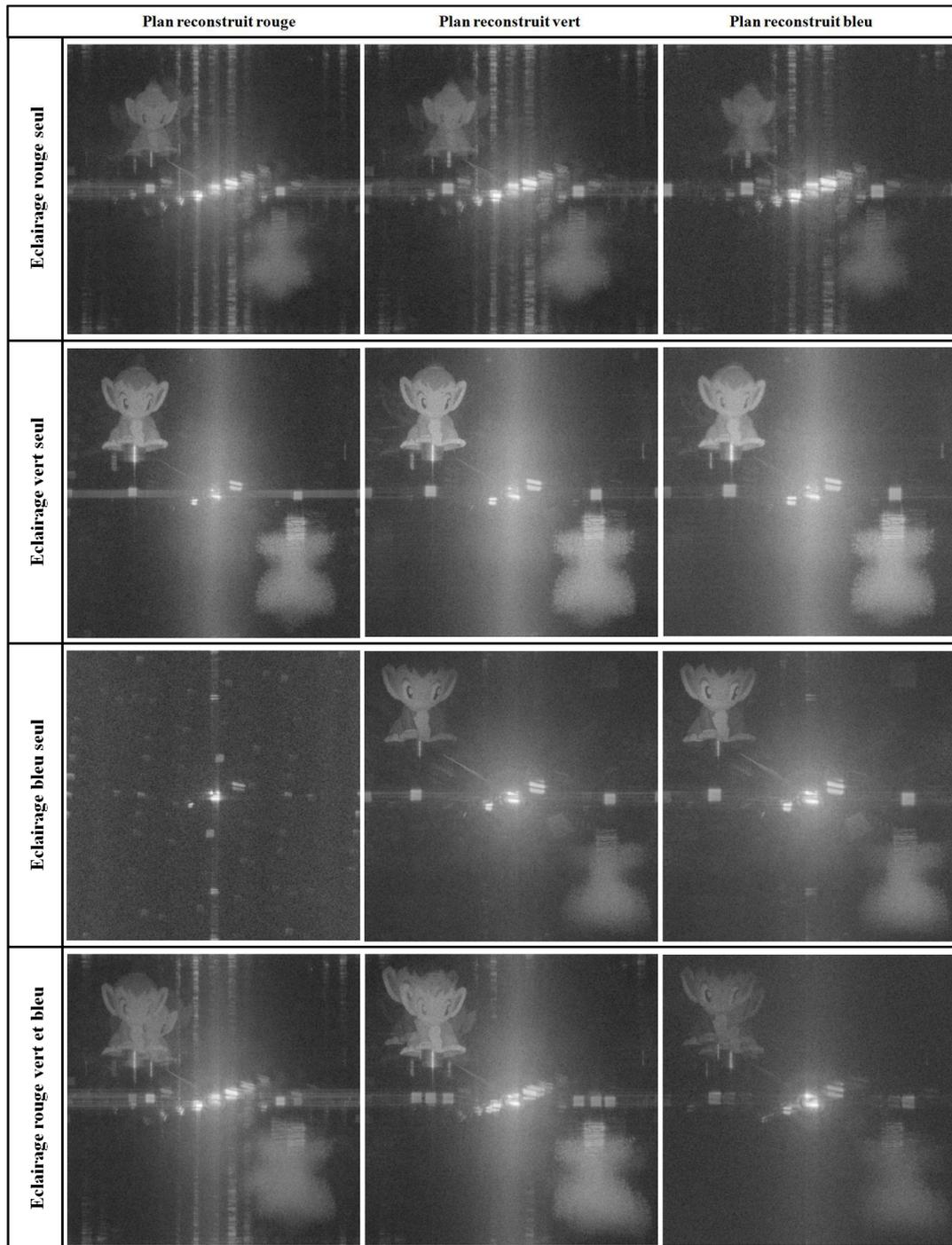


Figure 5.3 : Champs reconstruits par transformée de Fresnel

Ce résultat était prévisible compte tenu de la réponse spectrale des filtres du capteur (figure 5.1). Pour palier ce problème, nous avons opté pour deux solutions :

La première consiste à créer un décalage spectral des hologrammes dans le plan de Fourier, soit par multiplexage spatial adapté, en donnant à la référence verte une porteuse spatiale indépendante ; soit en donnant au tri-faisceau de référence une incidence suffisamment grande (dans la limite des conditions de Shannon) pour créer la séparation spectrale des hologrammes. Cependant, cette deuxième approche ne pourra pas être appliquée dans le cas des objets diffusant en raison de leur grande étendue spectrale. Nous présenterons les applications de cette deuxième approche en mécanique des fluides (objet de phase).

La deuxième solution consiste à modifier l'électronique du capteur de façon à rendre ses filtres plus sélectif.

5.2.1 Méthode de séparation spectrale des hologrammes

Nous avons vu au chapitre précédent que la seule façon de modifier indépendamment la localisation spectrale d'un hologramme était de changer l'angle d'incidence de son faisceau de référence sur le capteur afin d'apporter une modification de ses fréquences spatiales porteuses.

5.2.1.1 Séparation des hologrammes par multiplexage spatial

Cette méthode a déjà été évoquée au chapitre précédent dans le cas de l'holographie bi-couleur et a déjà été utilisée pour faire la métrologie dimensionnelle avec deux longueurs d'onde [41]. Dans ce cas particulier, compte tenu du fait que la longueur d'onde verte diffuse dans les deux autres bandes spectrales et qu'entre le rouge et le bleu, la diffusion est presque inexistante, nous avons réglé le faisceau de référence vert indépendamment des deux autres faisceaux. Le dispositif expérimental est illustré à la figure 5.4.

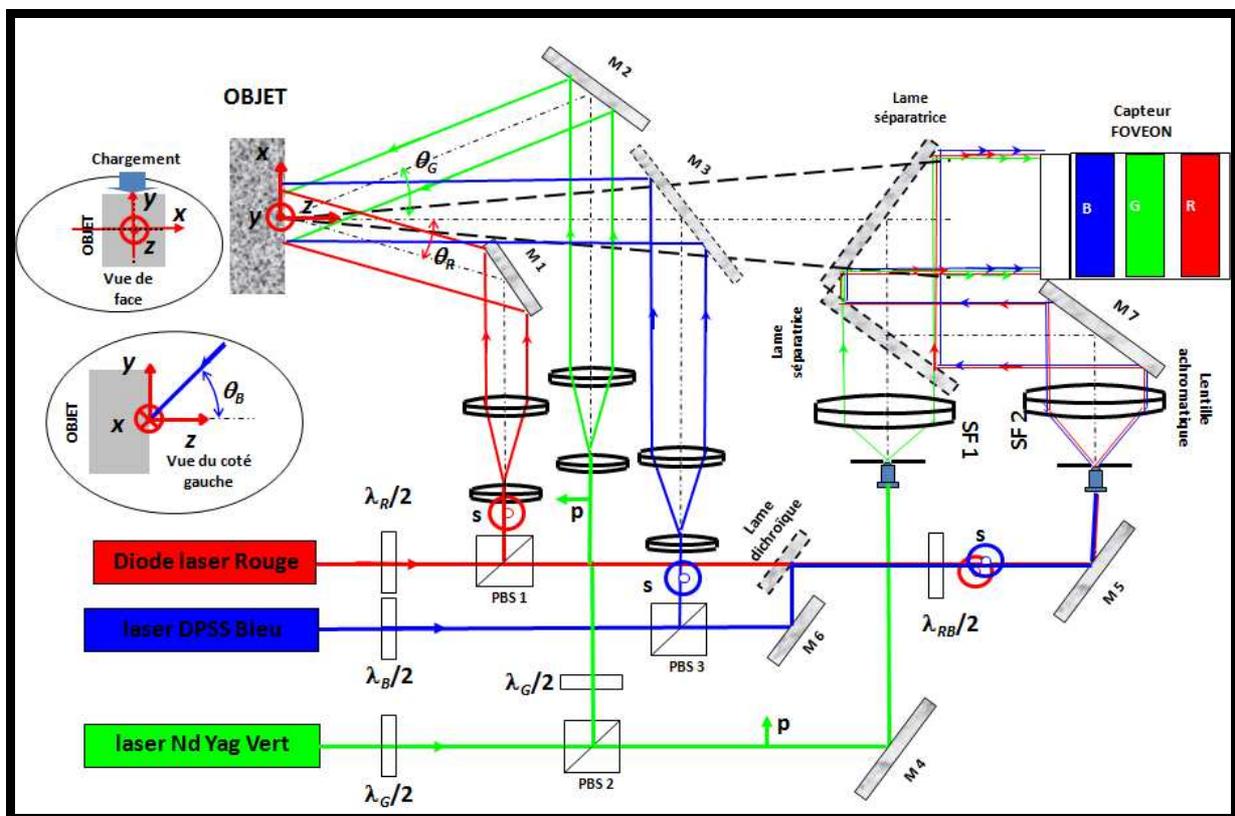


Figure 5.4 : Montage optique tri-couleur à multiplexage spatial 2-1

L'angle d'incidence du bi-faisceau de référence rouge bleu est réglé à $\theta_x^{RB} = -1,62^\circ$ et $\theta_y^{RB} = -1,77^\circ$, conduisant à des fréquences porteuses $\{u_r^R; v_r^R\} = \{-42,13; -46,03\} \text{mm}^{-1}$ pour l'hologramme rouge et $\{u_r^B; v_r^B\} = \{-61,86; -67,58\} \text{mm}^{-1}$ pour l'hologramme bleu. Le faisceau de référence vert est réglé avec une incidence de $\theta_x^G = 1,58^\circ$ et $\theta_y^G = -1,43^\circ$, conduisant à des fréquences spatiales $\{u_r^G; v_r^G\} = \{51,82; -46,90\} \text{mm}^{-1}$ pour l'hologramme vert.

5.2.1.1.1 Illustration à la reconstruction des hologrammes couleurs

L'objet test est toujours la figurine du paragraphe précédent. La figure 5.5 montre les plans des hologrammes rouge, vert et bleu reconstruits par transformée de Fresnel.

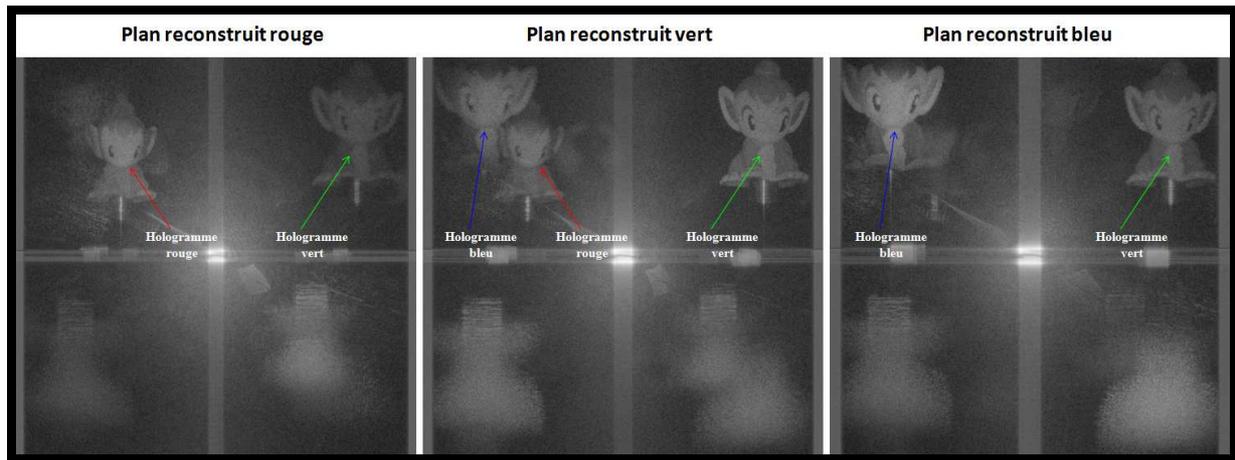


Figure 5.5 : Champs rouge, vert et bleu reconstruits par transformée de Fresnel

Nous pouvons remarquer que chacun des hologrammes est isolé dans son plan reconstruit, il est alors possible de reconstruire chaque hologramme sans risque de le parasiter. Le calcul des hologrammes est mené par la méthode de convolution à grandissement variable avec onde de reconstruction sphérique numérique. L'horizon reconstruit est choisi sur $K \times L = 2048 \times 2048$ points, ce qui conduit à $\gamma = 0,25$. La distance de reconstruction et le rayon de courbure de l'onde de reconstruction sont donnés par les relations 3.68 et 3.69 du Chapitre 3 ; soit $R_c = -450$ mm ; et $d_r = -337,5$ mm. La fonction de transfert associée au noyau de convolution est celle du spectre angulaire. La figure 5.6 présente les hologrammes rouge, vert et bleu reconstruits, ainsi que l'hologramme couleur obtenu par superposition.

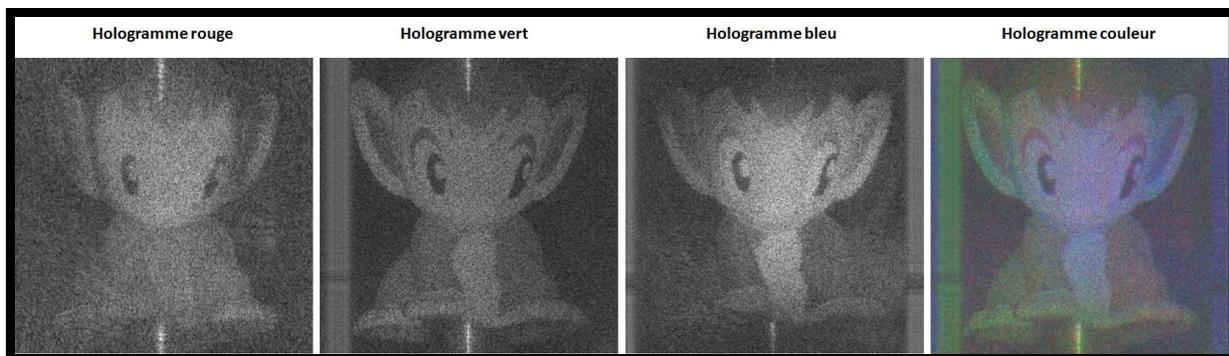


Figure 5.6 : Hologrammes reconstruits par convolution à grandissement variable

Les hologrammes reconstruits ne présentent aucun parasite en provenance de la diffusion. Pour valider le processus complet, nous présentons ci-dessous un cas d'application en métrologie multidimensionnelle.

5.2.1.1.2 Analyse métrologique de la déformation d'une rondelle

Dans cette analyse, nous utilisons le montage de la figure 5.4 pour holographier une rondelle de diamètre $\Delta A_x = \Delta A_y = 25$ mm. La rondelle se situe à la distance $d_0 = 1000$ mm du capteur. Ci-dessous quelques photographies du montage optique.

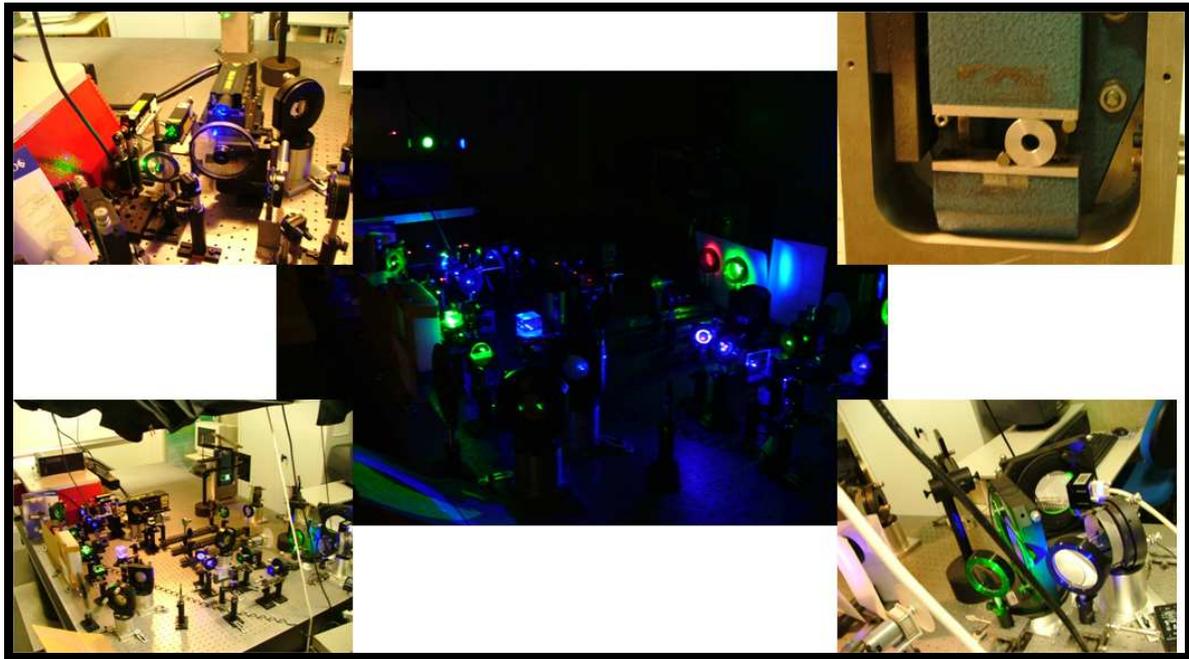


Figure 5.7 : Photographies de montage optique

La rondelle est mise sous contrainte dans la direction verticale (axe y) comme le montre la figure 5.7 (coin supérieur droit). L'image du coin supérieur gauche présente les trois sources lasers, tandis que celle du coin inférieur droit présente les deux ondes de références (verte et rouge-bleue) et le capteur. La figure 5.8 illustre la séparation des hologrammes dans les différents plans reconstruits.

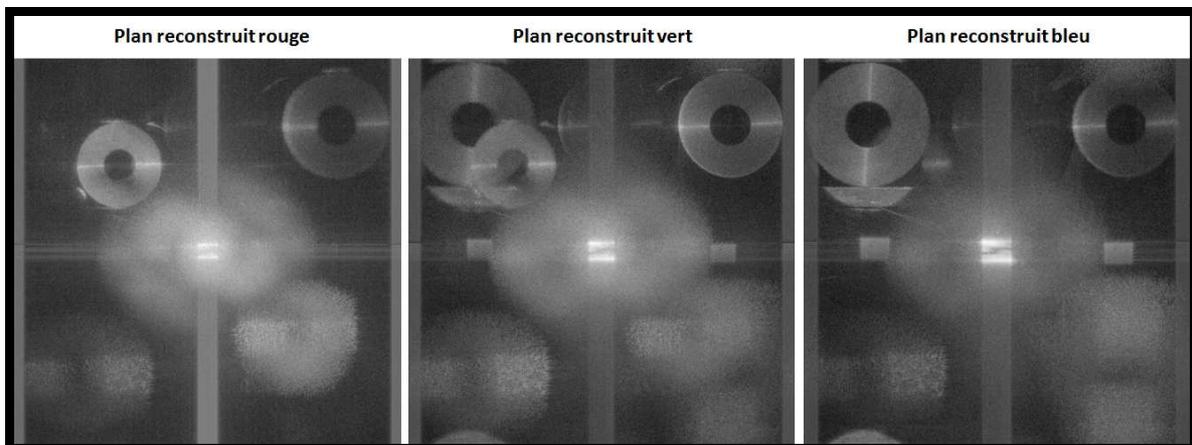


Figure 5.8 : Champs rouge, vert et bleu reconstruits par transformée de Fresnel

Nous pouvons remarquer dans le plan reconstruit bleu une faible diffusion de la longueur d'onde rouge. Cependant, son effet sur l'hologramme bleu reste négligeable. Nous verrons dans la suite son influence sur la carte de différence de phase. Le calcul des hologrammes par convolution sur un horizon de 2048 par 2048 points impose un grandissement transversal de 0,4. Cependant, pour limiter les effets indésirables du repliement, nous avons choisi $\gamma = 0,33$, ce qui conduit à une distance de reconstruction $d_r = -330$ mm et un rayon de courbure de l'onde de reconstruction sphérique $R_c = -492,5$ mm.

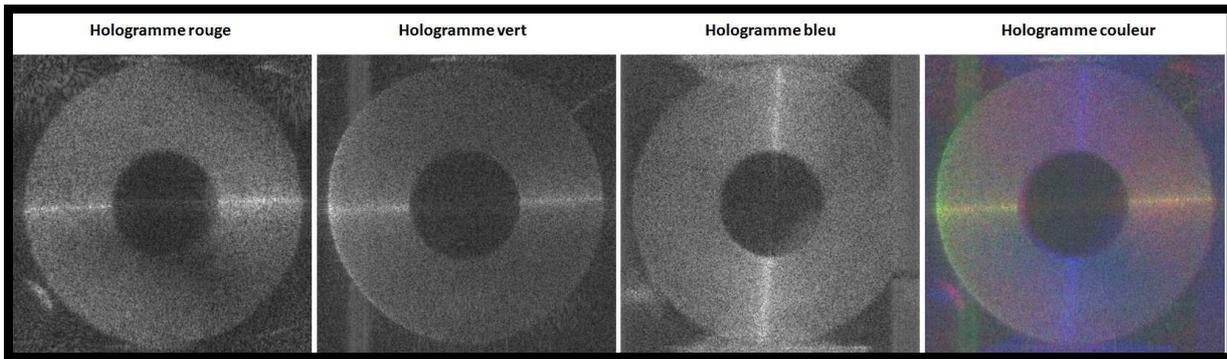


Figure 5.9 : Hologrammes reconstruits par convolution à grandissement variable

Pour l'analyse des déformations de la rondelle, nous avons enregistré des hologrammes tri-couleurs dans deux états de contraintes différentes de la rondelle. La figure 5.10 présente les cartes de différences de phases non déroulées et déroulées sur les voies rouge, verte et bleue.

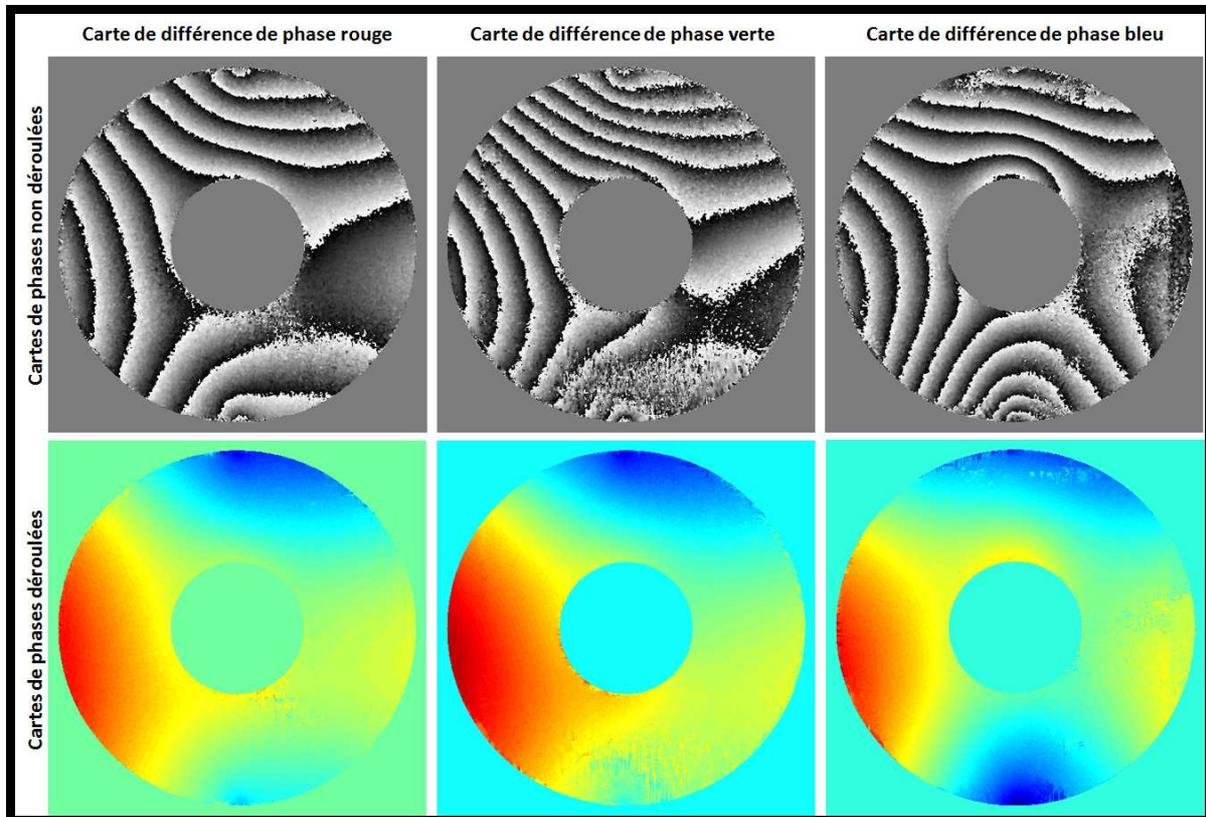


Figure 5.10 : Cartes de différences de phases entre deux états de contraintes

Nous pouvons noter la présence du bruit sur le bord inférieur droit de la carte de différence de phase bleue due à la diffusion du rouge dans le bleu. Cette variation reste néanmoins très négligeable. Pour déterminer le champ de déplacement tridimensionnel de la rondelle, il faut projeter les vecteurs d'éclairages et d'observation dans la base cartésienne telle que définie à la figure 4.2 du Chapitre 4, avec $\theta_{xz}^R = -\theta_{xz}^G = 31^\circ$; $\theta_z^R = -\theta_z^G = 0^\circ$; $\theta_{xz}^B = 45^\circ$ et $\theta_{xz}^B = 0^\circ$.

Le calcul des trois composantes du champ de déplacement est mené par la relation 4.8 du Chapitre 4. La figure 5.11 présente les cartes de déplacement de la rondelle dans les trois directions.

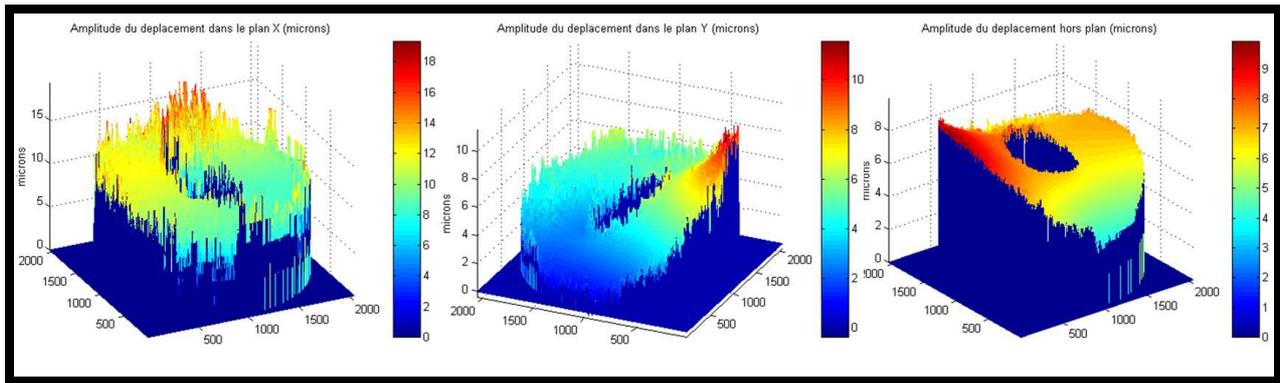


Figure 5.11 : Champ de déplacement tridimensionnel de la rondelle

5.2.1.2 Séparation spectrale des hologrammes par augmentation de l'angle d'incidence : application à l'étude d'une flamme de bougie

Comme évoqué précédemment et compte tenu de la dépendance de la localisation spectrale de l'hologramme à sa longueur d'onde et à l'angle d'incidence de son faisceau de référence sur le capteur (relation 1.33 du Chapitre 1), l'augmentation de l'angle d'incidence du tri-faisceau de référence sur le capteur a pour effet de créer une séparation spectrale entre les hologrammes. En effet, désignons par θ_x l'angle d'incidence suivant x du tri-faisceau de référence ; pour deux sources lasers rouge (R) et verte (G) aux longueurs d'onde respectives λ_R et λ_G , les localisations spectrales des hologrammes suivant l'axe x sont données par :

$$\begin{cases} u_r^R = \frac{\sin \theta_x}{\lambda_R} \\ u_r^G = \frac{\sin \theta_x}{\lambda_G} \end{cases}, \quad (5.1)$$

conduisant à un écart spectral

$$u_r^R - u_r^G = \sin \theta_x \left(\frac{1}{\lambda_R} - \frac{1}{\lambda_G} \right). \quad (5.2)$$

Si on modifie l'angle d'incidence à θ'_x , l'écart devient

$$u_r^{R'} - u_r^{G'} = \sin \theta'_x \left(\frac{1}{\lambda_R} - \frac{1}{\lambda_G} \right), \quad (5.3)$$

Conduisant à une variation relative

$$\frac{u_r^{R'} - u_r^{G'}}{u_r^R - u_r^G} = \frac{\sin \theta'_x}{\sin \theta_x}. \quad (5.4)$$

Ainsi, si l'angle d'incidence augmente, l'écart spectral augmente. Cette augmentation se traduit par un resserrement des franges d'interférence et doit satisfaire au théorème de Shannon. Nous ne pouvons donc pas augmenter indéfiniment l'angle d'incidence. Ceci limite l'utilisation de cette approche à des objets de phase et à l'analyse des phénomènes qui n'induisent pas une grande variation omnidirectionnelle de la phase. Pour illustrer cette approche nous avons mené dans le cadre d'une collaboration avec l'Onera (Centre de Lille) l'étude sur une flamme de bougie. Les hologrammes enregistrés ici sont de type « image » (image de l'objet formée sur le capteur).

5.2.1.2.1 Dispositif expérimental

Le dispositif expérimental contient trois sources laser RGB : un laser Argon Krypton, permettant d'avoir des faisceaux rouge et vert à des longueurs d'onde respectives de 647 nm et 514 nm et un laser DPSS bleu de longueur d'onde 457 nm.

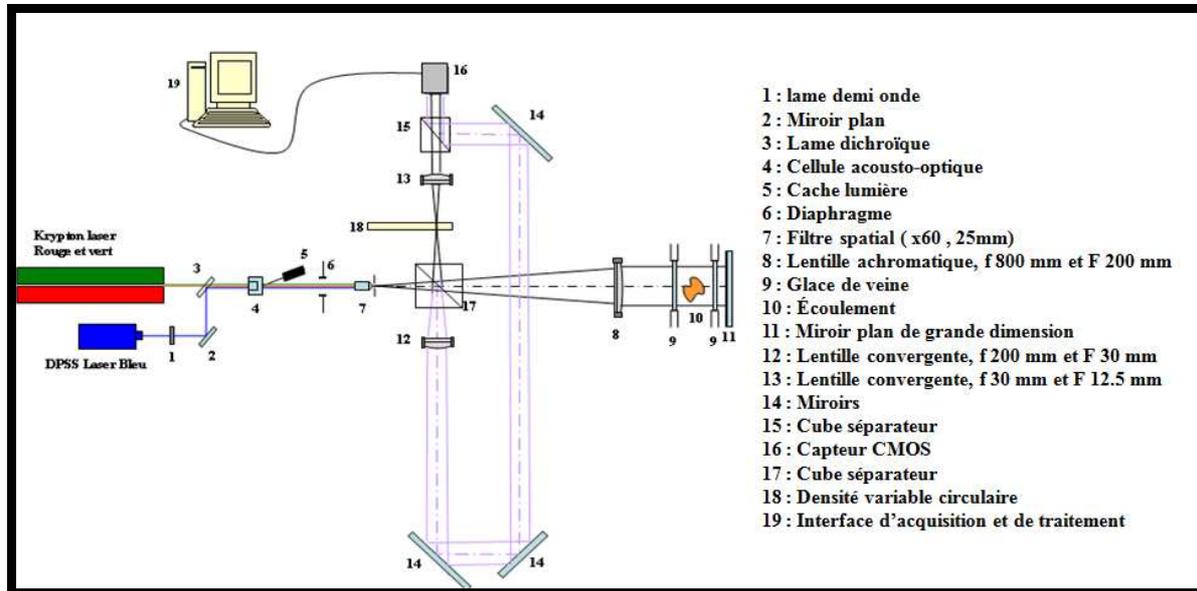


Figure 5.12 : Montage interférométrie holographique à trois longueurs d'onde

La lame demi-onde (1) permet de tourner la polarisation de 90° , de sorte que les trois faisceaux qui arrivent sur la lame dichroïque (3) ont la même polarisation (verticale). Le miroir plan (2) permet de renvoyer le faisceau bleu sur les deux autres faisceaux. La lame dichroïque a pour rôle de collimer les trois faisceaux en les replaçant sur le même trajet optique. La cellule acousto-optique (4) permet de séparer les trois faisceaux par filtrage fréquentiel et fait tourner la polarisation de 90° qui devient alors horizontale. Elle élimine également les fréquences parasites qui sont renvoyées dans le cache lumière (5).

Le filtre spatial (7), muni d'un objectif de microscope (x60) associé à un trou de $25 \mu\text{m}$, permet le filtrage et l'ouverture des faisceaux. Il est placé au foyer de la lentille achromatique (8), (à 800 mm de celle-ci), afin d'avoir un faisceau parallèle lors de la traversée de la veine d'expériences. Le cube séparateur (17) permet de séparer les trois faisceaux incidents, rouge, vert et bleu. Ainsi 50% de la lumière incidente constitue le faisceau de référence et 50% le faisceau objet. La lentille convergente (12) est placée à 200 mm du point de focalisation, afin d'avoir un faisceau de référence parallèle.

Le miroir (11) permet de renvoyer les faisceaux de mesure suivant le même trajet. Le polariseur (18), permet d'atténuer le faisceau objet afin d'égaliser les intensités des deux faisceaux au niveau de la caméra. La lentille convergente (13), placée à 30 mm du point de focalisation, rend le faisceau parallèle à la traversée du cube, ainsi, elle forme avec la lentille (8) un système afocal. Le mouvement du miroir (14) permet de modifier l'angle d'incidence de tri-faisceau de référence sur le capteur et d'avoir des franges d'interférence plus ou moins serrées.

5.2.1.2.2 Analyse spectrale du processus

Pour illustrer le décalage spectral des hologrammes, nous avons enregistré deux interférogrammes avec des angles d'incidences différents du tri-faisceau de référence. La figure 5.13 montre les deux interférogrammes enregistrés, ainsi que leur représentation spectrale dans le plan bleu.

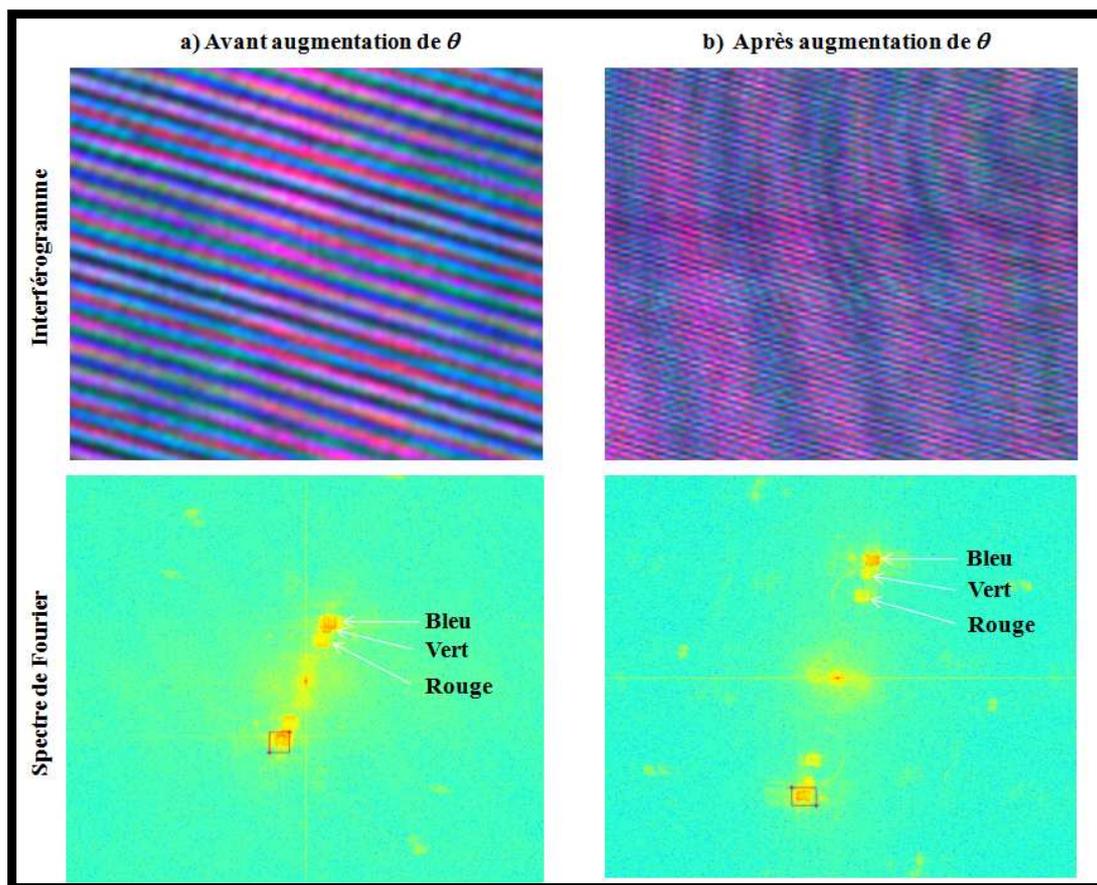


Figure 5.13 : Séparation spectrale des hologrammes par serrage des franges

Nous remarquons (figure 5.13 a)) que l'angle d'incidence ne permet pas une répartition des spectres de l'hologramme couleur ; les spectres vert et bleu sont presque confondus, conséquence de leurs longueurs d'onde très proches. Cependant l'augmentation de l'angle d'incidence du tri-faisceau de référence (figure 5.13 b)) permet de séparer les trois spectres de l'hologramme couleur. Dans cette configuration, on peut filtrer indépendamment les trois spectres utiles de l'hologramme sans risque de parasiter son contenu.

5.2.1.2.3 Approche expérimentale.

Dans cette partie, nous avons réalisé des tests avec une bougie, dont la flamme est considérée comme élément perturbateur. Ainsi, nous avons un interférogramme sans la flamme (bougie éteinte) et un interférogramme avec flamme. La figure 5.14 montre les deux interférogrammes de référence (sans la flamme) et de mesure (avec la flamme).

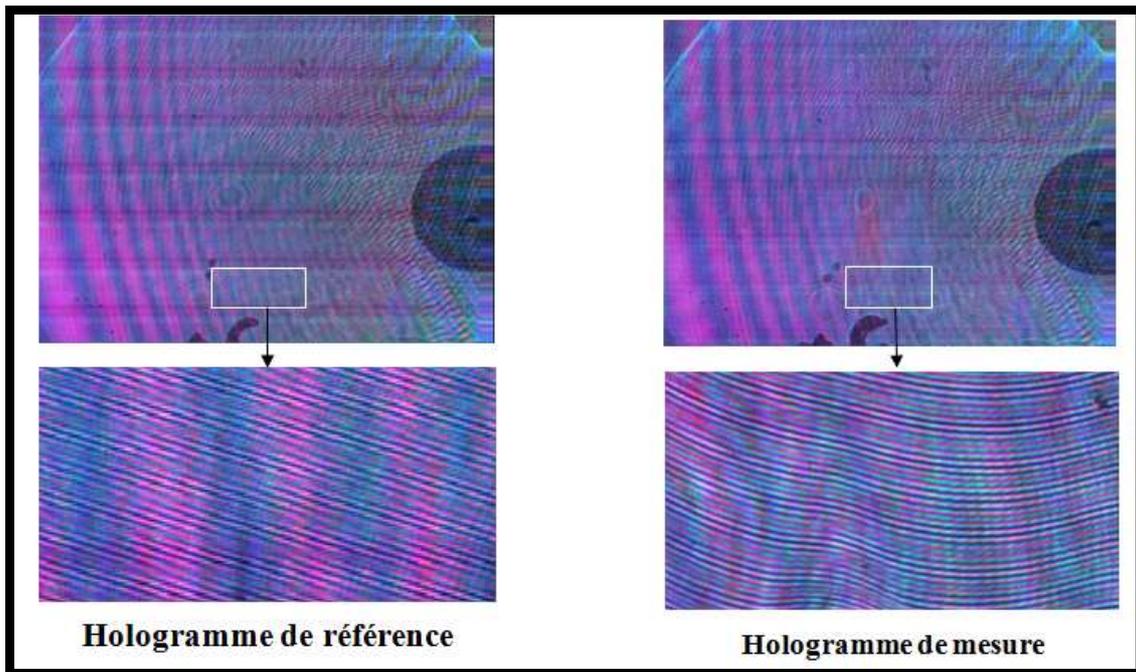


Figure 5.14 : Interférogrammes de référence et de mesure

Nous pouvons apercevoir dans la partie inférieure des interférogrammes la tête de la bougie. Un zoom dans le foyer de la flamme (rectangle blanc) montre la déformation des franges induite par la flamme. Nous pouvons extraire de chaque interférogramme couleur trois interférogrammes monochromes dans les trois voies (rouge, verte et bleue). Le processus de calcul de l'amplitude et de la phase dans chaque voie est décrit au paragraphe 3.4 du Chapitre 3. La figure 5.15 présente les spectres des hologrammes dans chaque voie pour la référence et la mesure ainsi que les fonctions de filtrage associées.

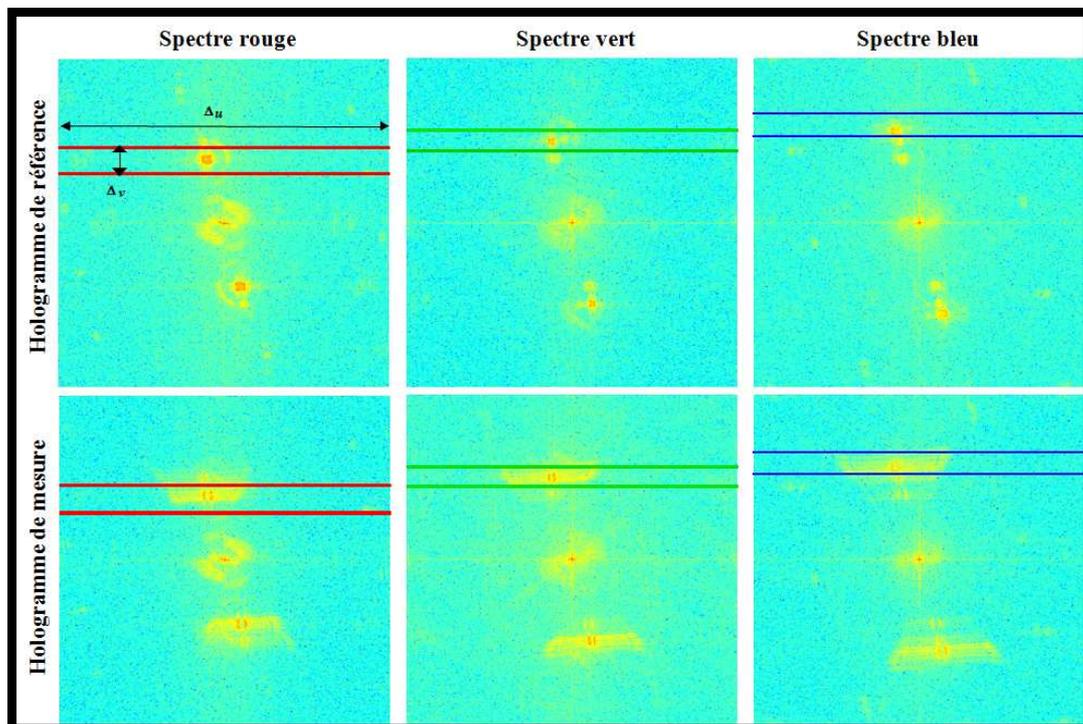


Figure 5.15 : Fonctions de filtrage du spectre des interférogrammes

Ces fonctions de filtrages sont choisies avec soin afin d'éviter le mélange avec des fréquences parasites. On peut calculer à partir de l'algorithme de la figure 3.32 du Chapitre 3, six cartes de phases correspondant à la référence et à la mesure dans chaque voie. Les cartes de différences de phases peuvent ainsi être obtenues par soustraction dans chaque voie. La figure 5.16 montre les cartes de phases obtenues, ainsi que les cartes de différence de phases déroulées (« unwrapping ») auxquelles nous avons appliqué un masque binaire.

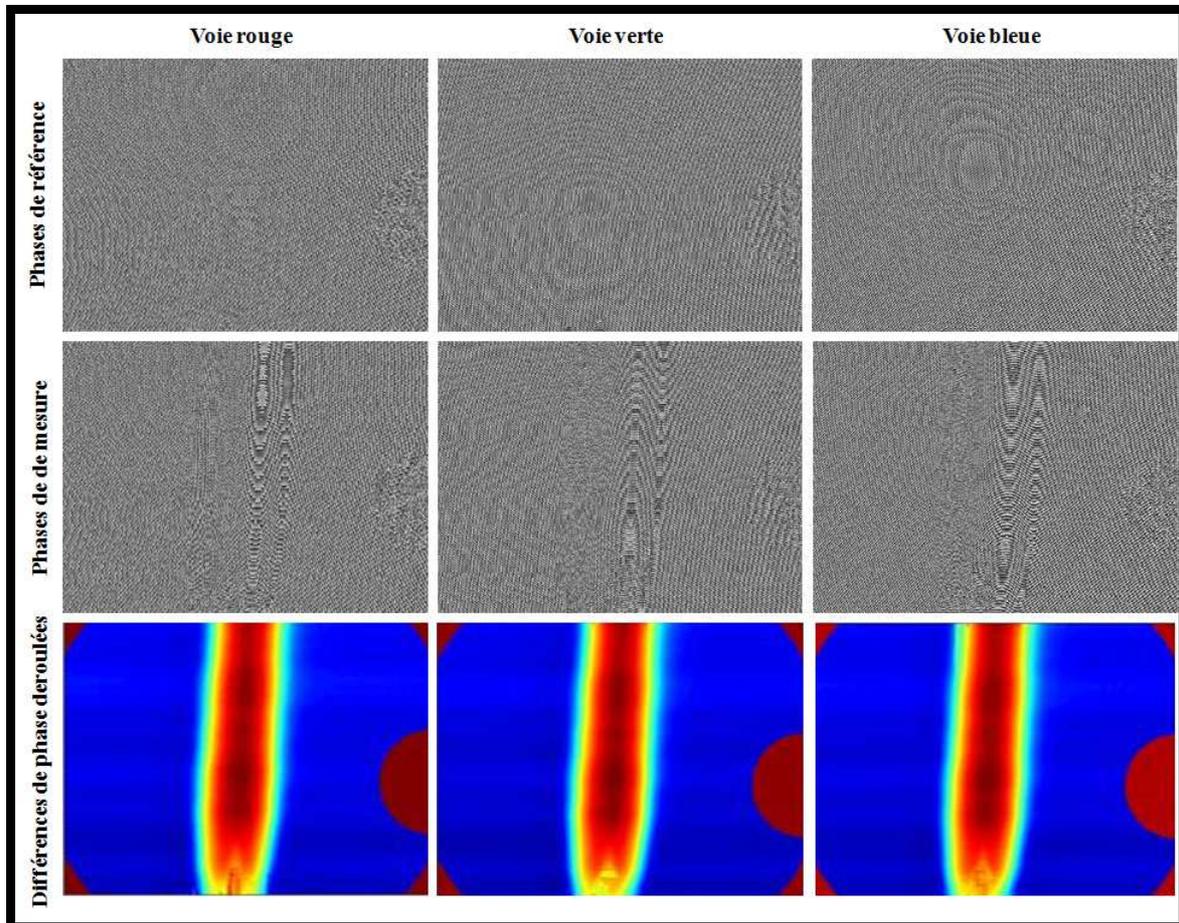


Figure 5.16 : Cartes de phases et de différences de phases déroulées

Ces variations de phase sont induites par une variation d'indice de réfraction du milieu due à la perturbation de la flamme. Ces variations de chemins optiques peuvent être obtenues par la relation 1.50 du Chapitre 1. Nous pouvons remonter à l'intensité des franges créées par la flamme dans chaque voie par la relation

$$I_{\lambda} = A(1 + \cos \Delta\varphi_{\lambda}) \quad (5.5)$$

où $2A$ est l'intensité maximale des franges et $\Delta\varphi_{\lambda}$ la différence de phase optique pour la longueur d'onde correspondante. Nous présentons à la figure 5.17 la carte d'intensité obtenue dans chaque voie, ainsi que la carte d'intensité en vraie couleur de la flamme.

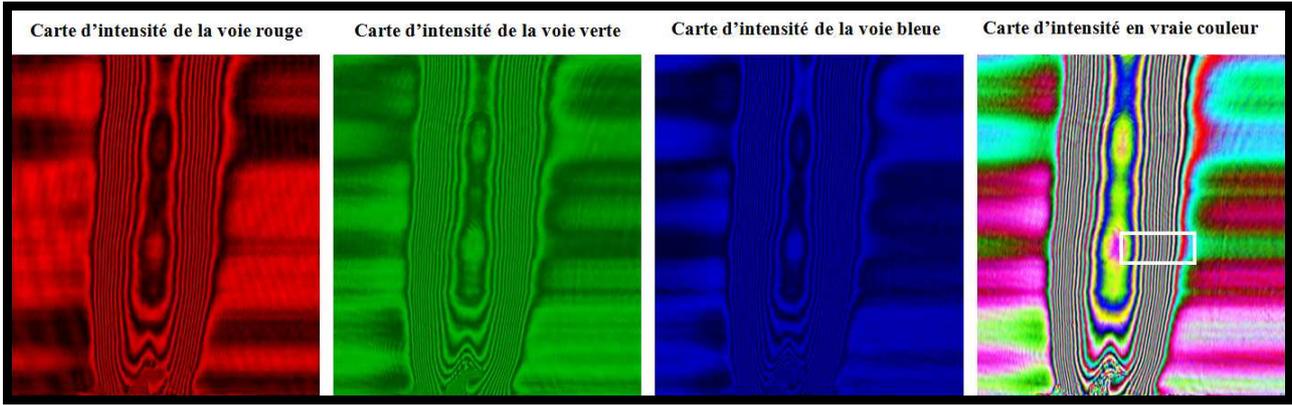


Figure 5.17 : Cartes d'intensité de la flamme

La carte d'intensité des franges en couleur a été comparée avec un modèle développé par l'ONERA-Lille. Cette comparaison a permis de valider le processus complet. Nous discuterons plus loin l'intérêt d'utiliser la couleur pour cette mesure.

Comme évoqué plus haut, cette approche ne peut être utilisée pour des objets diffusants, ni pour des phénomènes induisant une forte variation omnidirectionnelle du champ d'indice des objets de phase. Nous envisageons alors dans la suite d'étudier l'électronique du capteur en vue de l'amélioration de la sélectivité des filtres.

5.2.2 Amélioration de la sélectivité du capteur

Dans cette partie, nous avons modifié l'électronique du capteur de sorte à rendre ses filtres plus sélectifs. En effet, une étude de la configuration du capteur a montré qu'il pouvait fonctionner sous trois modes différents (« Daylight », « Cool White » et « Unit Matrix ») et que le capteur, dans sa configuration standard, était calé sur le mode « Unit Matrix » adapté pour la photographie classique, ce qui explique l'étendue spectrale des filtres. En configurant le capteur sur le mode « Daylight », on augmente la sélectivité des filtres qui deviennent parfaitement adaptés aux longueurs d'onde 457, 532 et 671 nm.

Nous avons validé ce test sur un cas de métrologie multidimensionnelle afin de quantifier l'effet de cette modification sur les cartes de phase des hologrammes.

5.2.2.1 Etude de la déformation d'une plaque avec le capteur à stack de photodiodes

Une fois les réglages réalisés, nous envisageons d'étudier son efficacité sur la déformation d'une plaque métallique de dimension $\Delta A_x \times \Delta A_y = 25 \times 35 \text{ mm}^2$, et placée à une distance $d_0 = 1630 \text{ mm}$ du capteur. L'objet est illuminé par le dispositif de la figure 5.2 sous des incidences $\theta_{xz}^R = -\theta_{xz}^G = 31^\circ$; $\theta_z^R = -\theta_z^G = 0^\circ$; $\theta_{xz}^B = 45^\circ$ et $\theta_{xz}^B = 0^\circ$. L'angle d'incidence du tri-faisceau de référence à $\theta_x = -2^\circ$ et $\theta_y = -1,83^\circ$, conduisant d'après les relations 1.33 et 1.34 du Chapitre 1, aux fréquences porteuses $\{u_r^R; v_r^R\} = \{-52,01; -47,59\} \text{ mm}^{-1}$ pour l'hologramme rouge, $\{u_r^G; v_r^G\} = \{-65,6; -60,02\} \text{ mm}^{-1}$ pour l'hologramme vert et $\{u_r^B; v_r^B\} = \{-76,37; -69,88\} \text{ mm}^{-1}$ pour l'hologramme bleu. L'enregistrement d'un hologramme trichromatique et le calcul des transformées de Fresnel dans chaque plan (rouge, vert et bleu) conduit à la représentation de la figure ci-dessous.

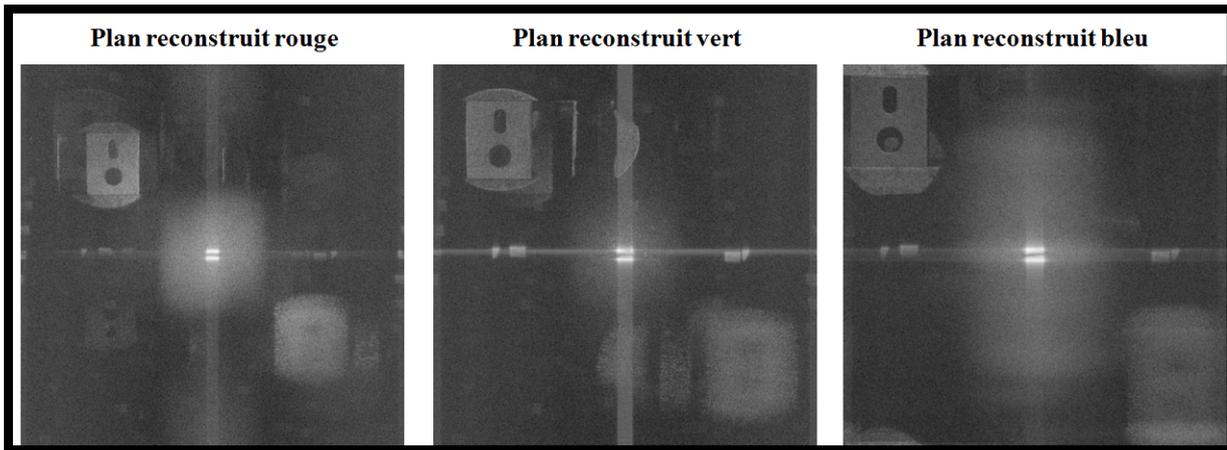


Figure 5.18 : Champs reconstruits par transformée de Fresnel

Nous pouvons remarquer que, comparativement à la configuration standard du capteur (figure 5.3), la diffusion des couleurs est nettement réduite. Nous pouvons noter dans le plan rouge (respectivement vert) une faible apparition de l'hologramme vert (respectivement rouge). Cependant, leurs amplitudes sont très faibles devant celles des hologrammes utiles. Nous allons à présent évaluer leur contribution sur la phase des hologrammes. Pour cela, nous avons soumis l'objet à une compression dans le sens vertical comme le montre la figure 5.2. Dans le premier état de compression de la pièce, nous avons enregistré un hologramme trichromatique avec les trois sources simultanément, puis nous avons enregistré pour chaque source seule (obturation des deux autres sources) un hologramme monochrome. Nous avons reproduit la même démarche pour le deuxième état de contrainte de la pièce. Le dépouillement des hologrammes est mené par convolution à grandissement variable. On choisit un horizon reconstruit sur $K \times L = 2048$ par 2048 points. Ceci impose un grandissement transversal de 0,29 ; cependant, pour limiter les effets indésirables du repliement, nous avons choisi $\gamma = 0,23$, ce qui conduit à une distance de reconstruction $d_r = -\gamma d_0 = -374,9$ mm et un rayon de courbure de l'onde de reconstruction sphérique $R_c = \gamma d_0 / (\gamma - 1) = -486,8$ mm. La figure 5.19 présente l'amplitude des hologrammes reconstruits ainsi que l'hologramme couleur obtenu avec une superposition parfaite.

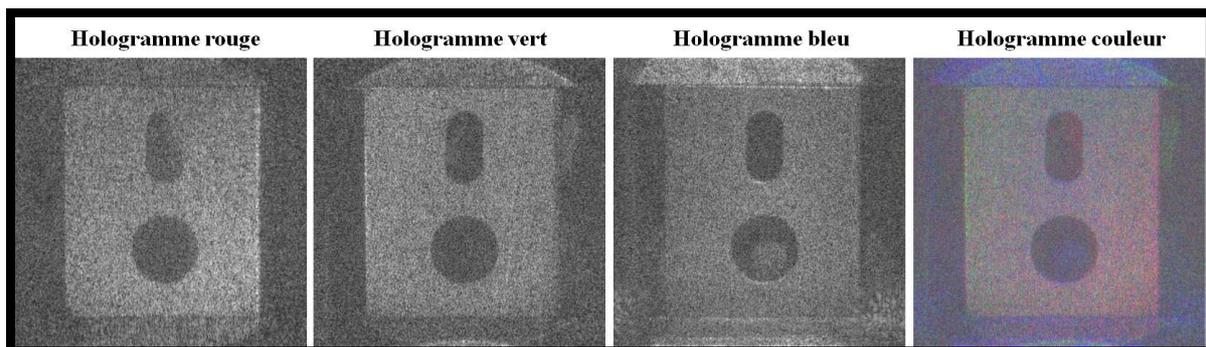


Figure 5.19 : Champs reconstruits par convolution à grandissement variable

Comme annoncé précédemment, avec une référence unique, il suffit désormais de connaître les fréquences spatiales d'un des hologrammes pour une parfaite superposition des trois hologrammes. Des 2×6 phases obtenues, nous pouvons calculer 2×3 cartes de différences de phases (3 cartes pour l'enregistrement trichromatique et 3 cartes pour les trois enregistrements monochromes) entre les deux états de contrainte sur chacune des voies rouge, verte et bleue (figure 5.20). Nous pouvons aussi évaluer les écarts entre l'enregistrement trichromatique et les 3 enregistrements monochromatiques. Nous pouvons noter sur la figure 5.20 une identité entre les cartes de différences de phases obtenues par les deux configurations d'enregistrement. Cependant, il existe

une variation uniforme au niveau de ces cartes qui se traduit par un écart uniforme non nul. Cet écart uniforme n'est pas lié à la diffusion des couleurs, mais probablement à des fluctuations du montage optique entre deux acquisitions.

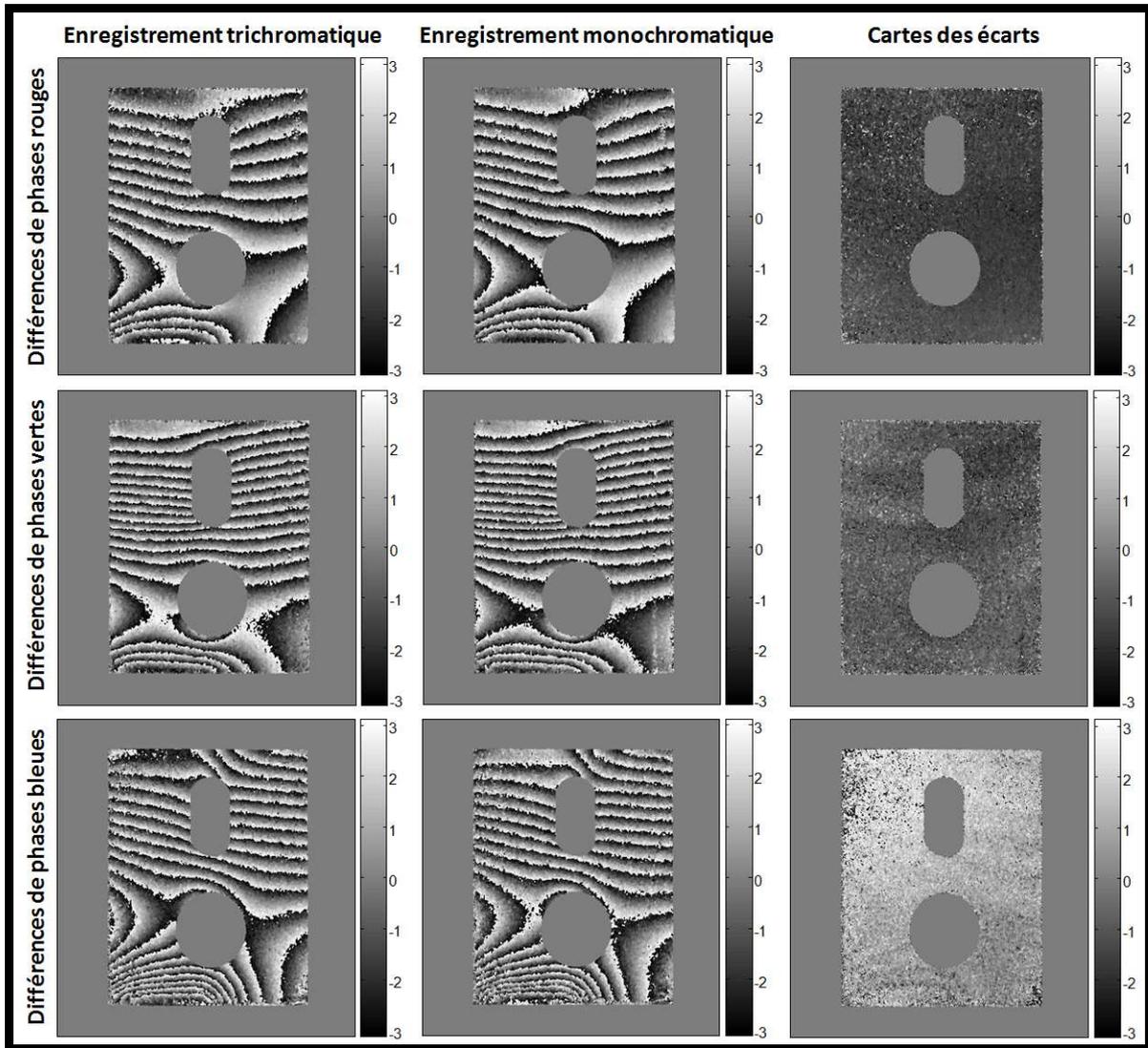


Figure 5.20 : Cartes de différences de phases et écarts entre les différences de phases

Une fois les cartes de différences de phases déroulées, nous pouvons extraire les trois composantes du déplacement en utilisant la relation 4.8 du Chapitre 4. La figure 5.21 présente les champs de déplacement dans les trois directions x , y et z pour chaque configuration d'enregistrement.

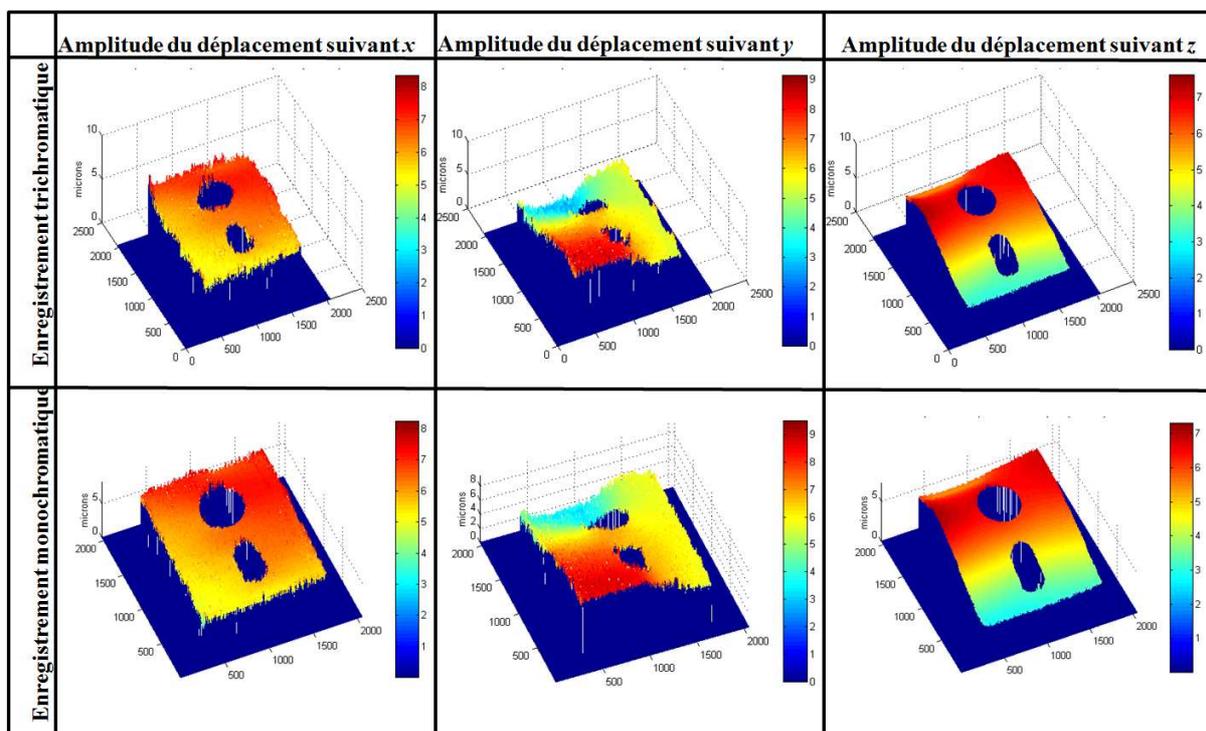


Figure 5.21 : Amplitudes du déplacement en microns

Ces cartes d'amplitudes sont très similaires sur le plan visuel. Nous avons également calculé les écarts obtenus sur les différentes composantes de déplacement. La figure 5.22 présente les écarts obtenus sur les composantes de l'amplitude du déplacement ainsi que les densités de probabilité sur les écarts.

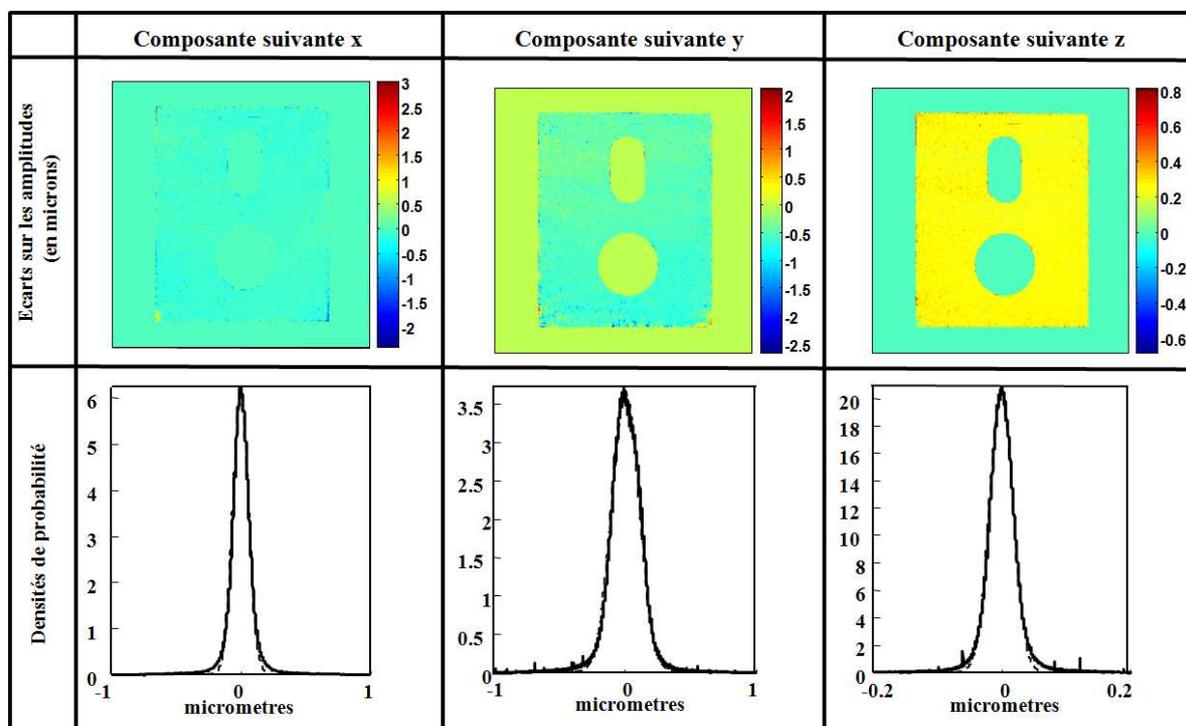


Figure 5.22 : Écarts entre les amplitudes et densités de probabilité sur les écarts

L'approximation des courbes de densité de probabilité sur les erreurs, par une loi gaussienne (en pointillé) donne un écart type de $\sigma_{u_x} = 0,13\mu\text{m}$, $\sigma_{u_y} = 0,17\mu\text{m}$ et $\sigma_{u_z} = 0,03\mu\text{m}$ pour les composantes x , y et z respectivement. Ceci correspond à une variation relative de l'ordre de 2,34%, 2,94% et 0,73% par rapport aux amplitudes maximales du déplacement en x , y et z respectivement. Ces résultats valident le dispositif à 3 couleurs et 3 composantes.

Nous avons montré dans cette partie que, malgré la sélectivité standard réduite du capteur CMOS à stack de photodiodes, il était possible de l'adapter pour des applications diverses en holographie numérique couleur. Nous proposons dans la suite l'utilisation d'une autre technologie de capteur.

5.3 Applications de l'holographie numérique trichromatique avec capteur TriCCD

Le capteur TriCCD, tel que décrit au paragraphe 1.3.5 du Chapitre 1, a la particularité d'avoir une très bonne sélectivité spectrale. Cette technologie de capteur est très adaptée pour les applications de l'holographie numérique couleur. Celui que nous utilisons dans le cadre de cette étude est proposée par la société Hamamatsu et possède $N \times M = 1344 \times 1024$ pixels de pas $p_x = p_y = 6,45\mu\text{m}$. Nous proposons dans la suite quelques applications utilisant cette technologie de capteur.

5.3.1 Reconstruction des hologrammes couleurs

Ce capteur est utilisé dans un premier temps pour la reconstruction des hologrammes couleur des objets dans leur vraie couleur. Pour cela, nous utilisons un dispositif optique à faisceau de référence unique et à faisceau objet unique tel que décrit à la figure 5.23.

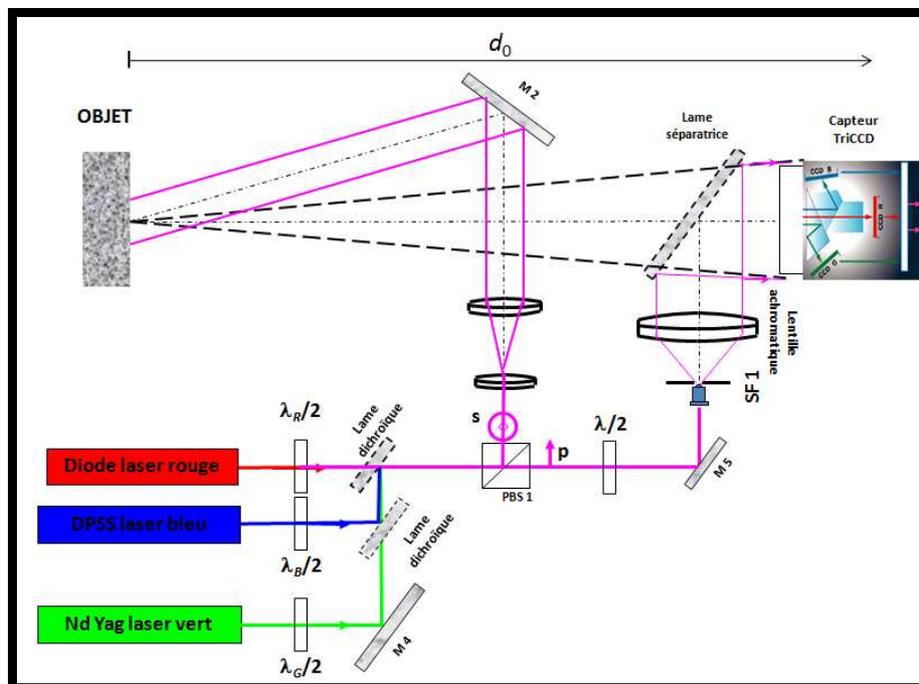


Figure 5.23 : Montage optique à faisceaux objet et référence uniques

Nous utilisons ce dispositif pour holographier plusieurs formes d'objets. L'angle d'incidence du tri-faisceau de référence est réglé de sorte à produire les fréquences spatiales souhaitées. La reconstruction est menée par convolution à grandissement variable avec une onde de reconstruction sphérique, les horizons sont reconstruits sur $K \times L = 2048 \times 2048$ points. Pour éviter toute dégradation

de l'objet par les effets du repliement, nous choisissons à chaque fois un grandissement plus petit que celui nécessaire à la reconstruction de l'objet.

5.3.1.1 Hologramme d'une figurine de « tête chinoise »

L'objet de dimension $\{\Delta A_x, \Delta A_y\} \approx \{25 \text{ mm}, 53 \text{ mm}\}$ est placé à la distance $d_0 = 1500 \text{ mm}$ du capteur. La reconstruction des plans rouge, vert et bleu par transformée de Fresnel ne fait apparaître aucune diffusion des couleurs telle qu'illustre la figure 5.24.

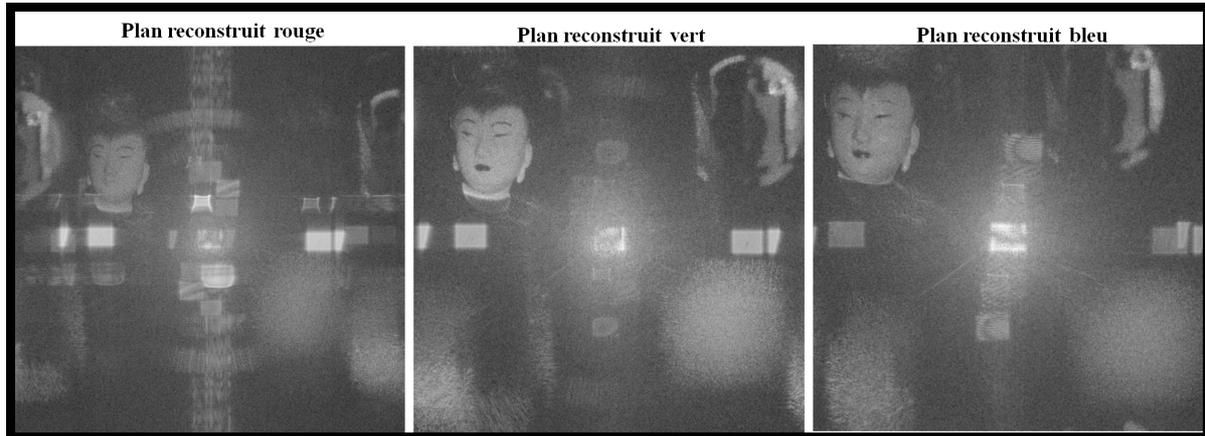


Figure 5.24 : Champs reconstruits par transformée de Fresnel

La reconstruction nécessite un grandissement de 0,26 mais nous avons choisi $\gamma = 0,25$, conduisant à une distance de reconstruction $d_r = -375 \text{ mm}$ et un rayon de courbure de l'onde de reconstruction sphérique $R_c = -500 \text{ mm}$. Nous présentons sur la figure ci-dessous les hologrammes reconstruits dans chaque voie ainsi que l'hologramme couleur parfaitement superposé.

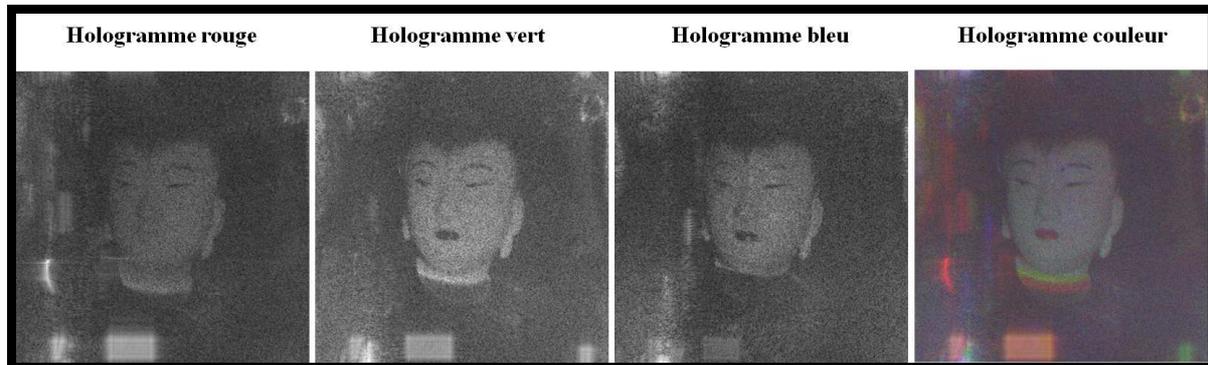


Figure 5.25 : Champs reconstruits par convolution à grandissement variable

5.3.1.2 Hologramme de la figurine « Ouisticram »

L'objet est de dimension $\Delta A_x = \Delta A_y = 40 \text{ mm}$ et placé à une distance $d_0 = 1970 \text{ mm}$ du capteur. Les résultats de la reconstruction par transformée de Fresnel sont présentés ci dessous.

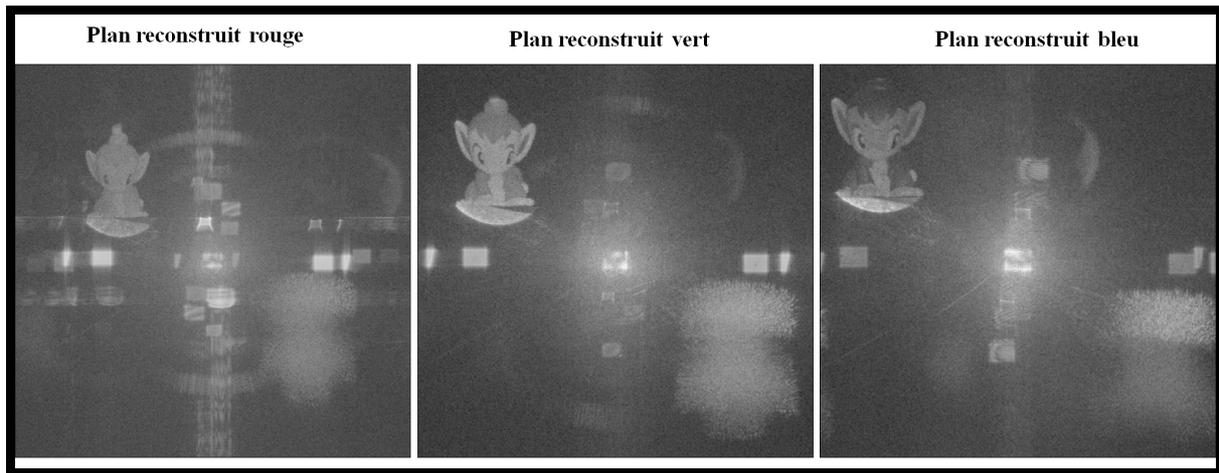


Figure 5.26 : Champs reconstruits par transformée de Fresnel

La reconstruction est menée avec un grandissement $\gamma=0,2$, une distance de reconstruction $d_r = -394$ mm et un rayon de courbure de l'onde de reconstruction sphérique $R_c = -492,5$ mm.

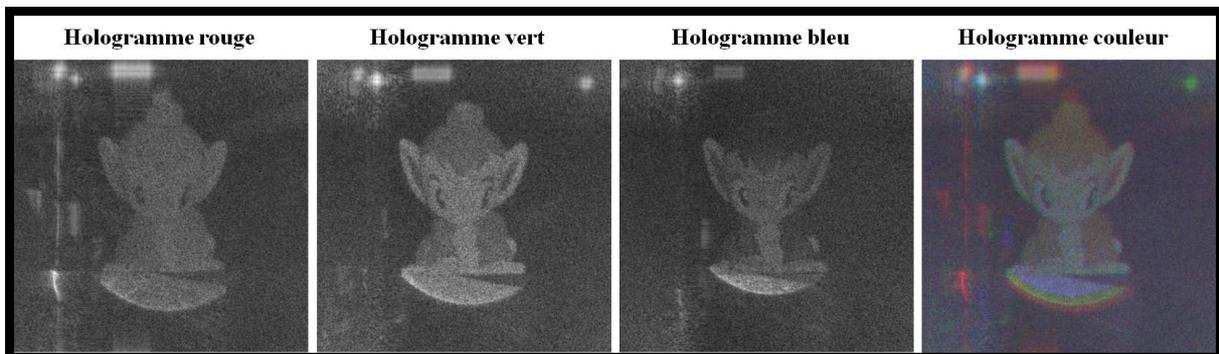


Figure 5.27 : Champs reconstruits par convolution à grandissement variable

5.3.1.3 Hologramme d'un médaillon de sport

Le médaillon est de forme circulaire, de taille $\Delta A_x = \Delta A_y = \Delta A = 53$ mm et placé à la distance $d_0 = 2230$ mm. Ci-dessous les plans reconstruits par transformée de Fresnel.

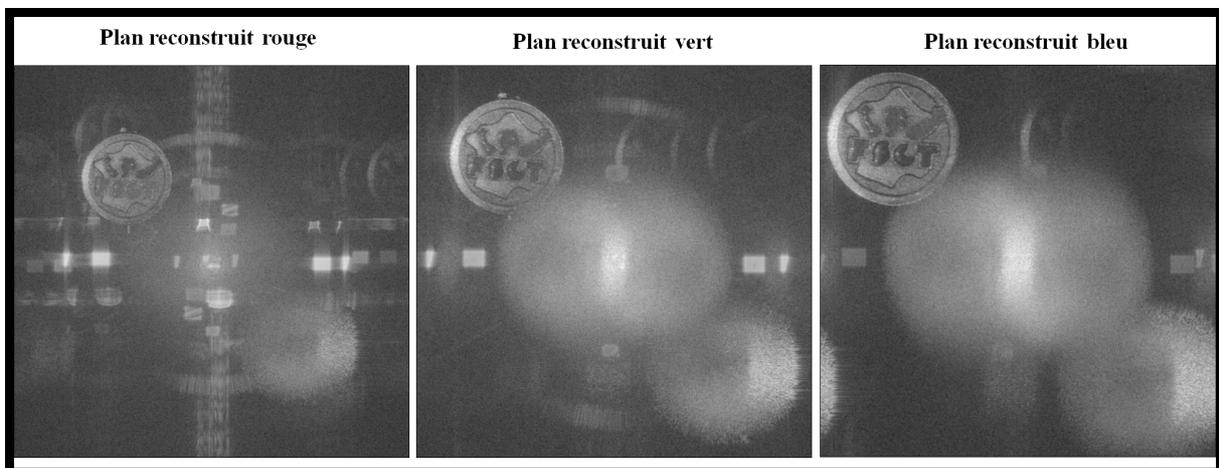


Figure 5.28 : Champs reconstruits par transformée de Fresnel

Les paramètres de reconstruction sont $\gamma=0,2$, $d_r=-446$ mm et $R_c=-557,5$ mm.
Ci-dessous les hologrammes reconstruits.

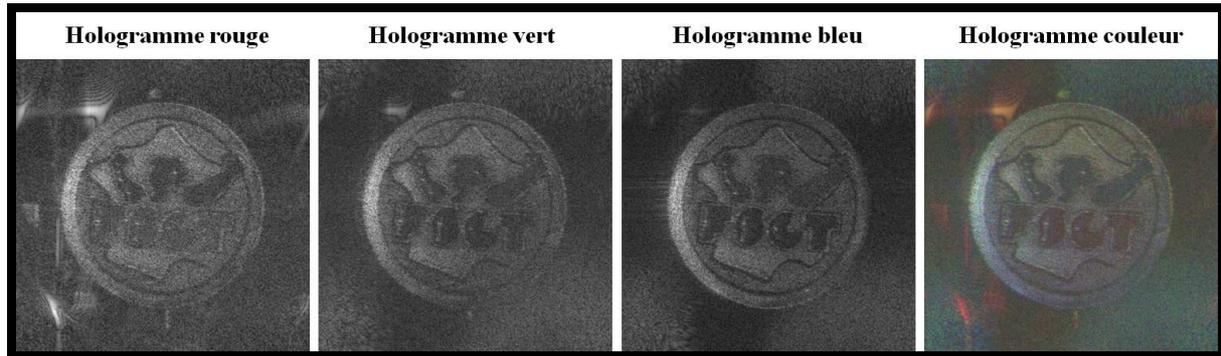


Figure 5.29 : Champs reconstruits par convolution à grandissement variable

On constate par ces exemples que le capteur triCCD est également très bien adapté à l'holographie numérique trichromatique, bien que la taille de ses pixels très grande oblige de placer l'objet à une distance très grande (conditions 1.29 et 1.31 du Chapitre 1). Nous allons, dans la suite, évaluer son adaptation à l'aspect métrologique.

5.3.2 Métrologie tridimensionnelle de la déformée d'une plaque

La plaque est celle étudiée au paragraphe 5.2.2.1 avec des dimensions $\Delta A_x \times \Delta A_y = 25 \times 35$ mm². Le dispositif expérimental est celui de la figure 5.2. L'objet est placé à la distance $d_0 = 2000$ mm et simultanément éclairé par les lasers rouge, vert et bleu sous des incidences $\theta_{xz}^R = -\theta_{xz}^G = 30^\circ$; $\theta_z^R = -\theta_z^G = 0^\circ$; $\theta_{xz}^B = 45^\circ$ et $\theta_{xz}^B = 0^\circ$. La reconstruction des hologrammes est menée par convolution avec un grandissement $\gamma = 0,3$ sur 2048×2048 points. La distance de reconstruction est $d_r = -600$ mm et le rayon de courbure de l'onde de reconstruction sphérique est $R_c = -857,1$ mm. Comme précédemment les cartes d'amplitude ne révèlent aucune diffusion des couleurs. Afin d'analyser les cartes de phase, nous avons également réalisé des enregistrements dans deux états de contrainte différents. A chaque état de contrainte, nous avons fait un enregistrement simultané et trois enregistrements monochromes. Nous avons reproduit les mêmes enregistrements pour le deuxième état de contrainte. La figure ci-dessous présente les cartes de différences de phases dans chaque voie pour l'enregistrement simultané et les enregistrements monochromes, ainsi que l'écart de phase entre les deux enregistrements. L'écart est globalement uniforme sur le champ et traduit tout simplement les fluctuations du montage optique.

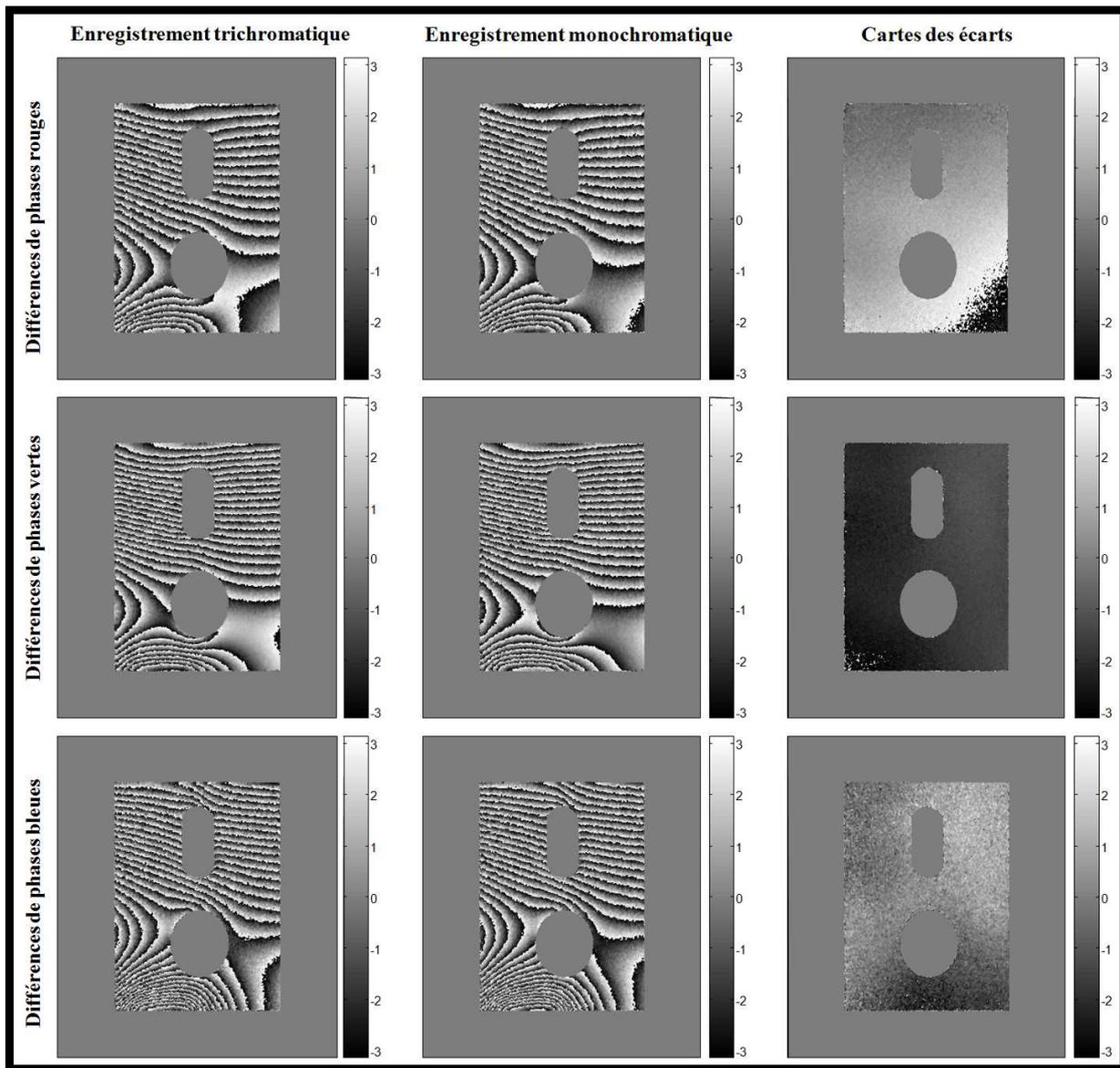


Figure 5.30 : Cartes de différences de phases et écarts entre les différences de phases

Une fois les cartes de phase déroulées, nous pouvons évaluer comme précédemment le champ de déplacement dans ses trois composantes par la relation 4.8 du Chapitre 4. La figure 5.31 montre les champs de déplacements dans les trois composantes et pour les deux configurations d'enregistrement. On présente également l'erreur engendrée par les fluctuations sur les champs de déplacement.

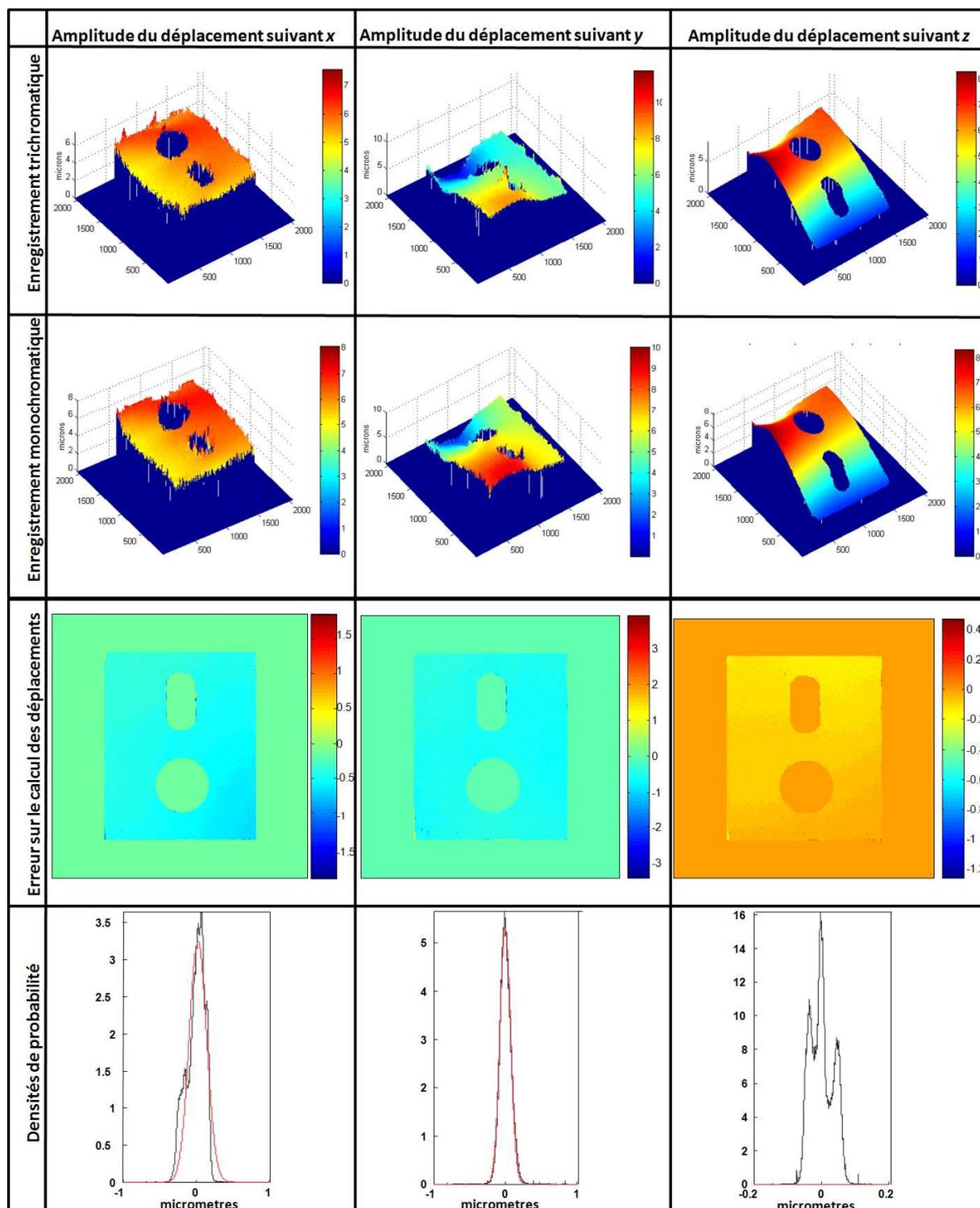


Figure 5.31 : Amplitudes du déplacement en microns et erreurs sur la mesure

Ces erreurs sont mesurables et quantifiables. L'approximation des courbes de densité de probabilité sur les erreurs, par une loi gaussienne (en rouge) donne un écart type de $\sigma_{u_x} = 0,12\mu\text{m}$, $\sigma_{u_y} = 0,09\mu\text{m}$ et $\sigma_{u_z} = 0,03\mu\text{m}$ pour les composantes x , y et z respectivement. Ceci correspond à une variation relative de l'ordre de 3,8%, 1,08% et 0,4% par rapport aux amplitudes maximales du déplacement en x , y et z respectivement. On notera également que l'erreur reste uniforme sur tout le champ sauf une forte distorsion de la densité de probabilité sur le déplacement en z probablement dû aux effets de bord

5.3.3 Analyse vibratoire tridimensionnelle des milieux granulaires

Afin de tenter de lever les ambiguïtés observées au Chapitre 4 sur l'analyse bi-couleur des milieux granulaires, nous avons repris dans ce paragraphe l'analyse vibratoire des milieux granulaires par holographie numérique trichromatique dans laquelle l'éclairage du milieu dans une troisième direction donne accès de façon exclusive aux trois composantes du champ de déplacement.

5.3.3.1 Dispositif expérimental

Le dispositif expérimental ci-dessous est basé sur celui du paragraphe 4.3.3.2 du Chapitre 4 auquel nous avons ajouté une source bleue dont la direction d'éclairage est perpendiculaire à la surface du milieu, permettant ainsi d'avoir une sensibilité exclusive suivant z . Pour limiter l'encombrement, le miroir de renvoi du champ diffracté sert également de support au faisceau d'éclairage bleu. Le hacheur mécanique est disposé de façon à produire simultanément trois impulsions lasers rouge verte et bleue ; pour cela, nous avons utilisé un système de 4 miroirs (non représenté sur le montage) pour faire passer le faisceau bleu dans la partie supérieure du hacheur comme le montre la vue de face du hacheur dans le coin inférieur droit de la figure 5.23. Le montage utilise un faisceau de référence unique. Le pot est placé à la distance $d_0 = 2220$ mm du capteur (il s'agit de la distance entre le capteur et l'image du pot donnée par le miroir de renvoi). Le dispositif expérimental est schématisé ci-dessous.

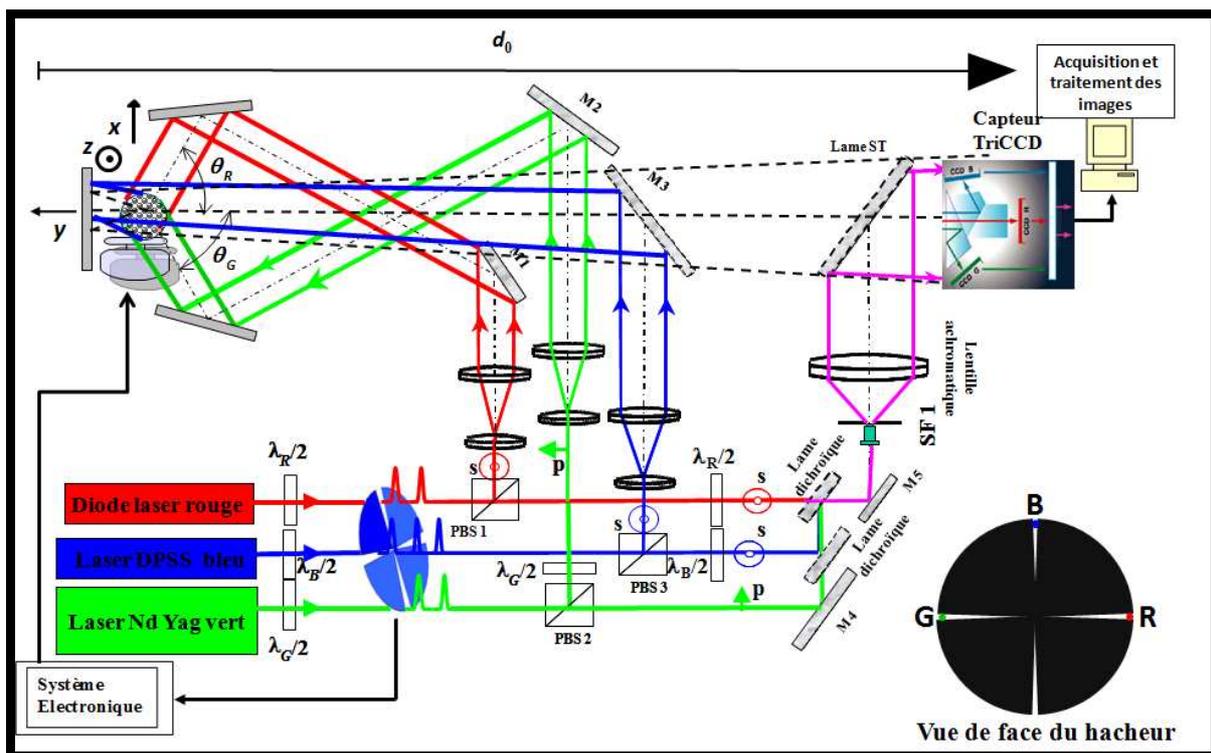


Figure 5.23 : Montage optique à trois faisceaux pour l'analyse des milieux granulaires

5.3.3.2 Procédure de reconstruction des hologrammes

Le tri-faisceau de référence est réglé de façon à produire les fréquences spatiales souhaitées. La figure ci-dessous présente les plans reconstruits par transformée de Fresnel dans les trois voies d'un hologramme trichromatique enregistré.

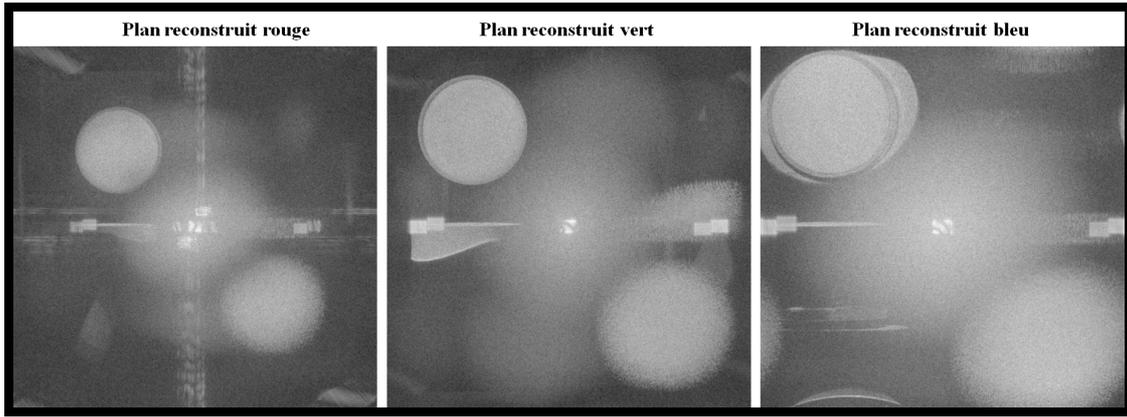


Figure 5.28 : Champs reconstruits par transformée de Fresnel

La reconstruction des hologrammes est menée par convolution à grandissement variable sur un horizon de 2048×2048 points. Le grandissement transversal est choisi égal à 0,23 conduisant à une distance de reconstruction $d_r = -510,6$ mm et un rayon de courbure de l'onde de reconstruction sphérique $R_c = -663,1$ mm. La figure ci-dessous montre les amplitudes des hologrammes reconstruits ainsi que l'hologramme couleur de synthèse.

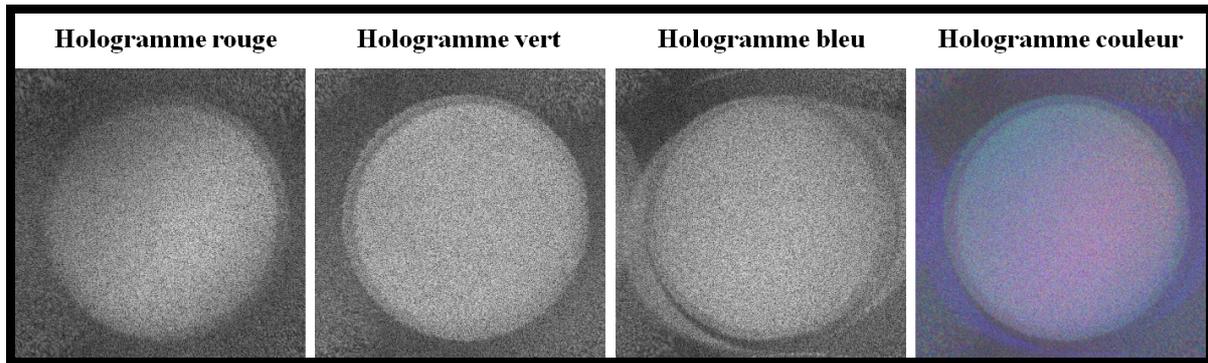


Figure 5.29 : Champs du milieu reconstruits par convolution à grandissement variable

De l'amplitude complexe des champs, nous pouvons également extraire les phases du milieu ; ainsi, entre deux états vibratoires du milieu, nous pouvons évaluer la variation de phase engendrée sur chaque voie et donc déterminer le champ de déplacement global du milieu.

5.3.3.3 Extraction des composantes du champ de déplacement

L'extraction des composantes vibratoire suit le même processus que celui décrit au paragraphe 4.3.3.3 du Chapitre 4, avec l'éclairage supplémentaire du laser bleu normal à la surface du milieu. Les angles d'éclairages sont $\theta_{xy} = 61^\circ$ et $\theta_z = 75^\circ$.

Les variations de phases optique dans les 3 voies sont alors définies par :

$$\begin{cases} \Delta\varphi_R = \frac{2\pi}{\lambda_R} \mathbf{S}_R \cdot \mathbf{U} = \frac{2\pi}{\lambda_R} [-\sin\theta_z \sin\theta_{xy}u_x + \sin\theta_z \cos\theta_{xy}u_y - (1 + \cos\theta_z)u_z] \\ \Delta\varphi_G = \frac{2\pi}{\lambda_G} \mathbf{S}_G \cdot \mathbf{U} = \frac{2\pi}{\lambda_G} [\sin\theta_z \sin\theta_{xy}u_x + \sin\theta_z \cos\theta_{xy}u_y - (1 + \cos\theta_z)u_z] \\ \Delta\varphi_B = \frac{2\pi}{\lambda_B} \mathbf{S}_B \cdot \mathbf{U} = \frac{2\pi}{\lambda_B} [-2u_z] \end{cases} \quad (5.6)$$

Ceci conduit à un système matriciel

$$\begin{pmatrix} \lambda_R \Delta \varphi_R \\ \lambda_G \Delta \varphi_G \\ \lambda_B \Delta \varphi_B \end{pmatrix} = 2\pi \underbrace{\begin{bmatrix} -\sin \theta_z \sin \theta_{xy} & \sin \theta_z \cos \theta_{xy} & -(1 + \cos \theta_z) \\ \sin \theta_z \sin \theta_{xy} & \sin \theta_z \cos \theta_{xy} & -(1 + \cos \theta_z) \\ 0 & 0 & -2 \end{bmatrix}}_B \begin{pmatrix} u_x \\ u_y \\ u_z \end{pmatrix}. \quad (5.7)$$

Les vecteurs déplacements sont alors définis par :

$$\begin{pmatrix} u_x \\ u_y \\ u_z \end{pmatrix} = \frac{1}{2\pi} B^{-1} \begin{pmatrix} \lambda_R \Delta \varphi_R \\ \lambda_G \Delta \varphi_G \\ \lambda_B \Delta \varphi_B \end{pmatrix}, \quad (5.8)$$

avec,

$$B^{-1} = \frac{1}{\det B} {}^t(\text{com}B) \quad (5.9)$$

5.3.3.4 Calcul de l'amplitude et de la phase vibratoire

Le calcul de l'amplitude et de la phase vibratoire s'appuie sur le formalisme décrit au paragraphe 4.3.3.5 du Chapitre 4. Cependant, nous avons réalisé dans ce cas en particulier un enregistrement de trois phases avec un déphasage de $\pi/2$ nous menant ainsi à l'amplitude et la phase vibratoire dans chaque composante données par [106] :

$$\begin{cases} a_c = \frac{1}{2} \sqrt{[u_c^2(31) + [u_c(32) - u_c(21)]^2]} \\ \varphi_c = \arctan \left[\frac{u_c(31)}{u_c(32) - u_c(21)} \right] \end{cases}, \quad (5.10)$$

où $u_c(nm) = u_c^n - u_c^m$ désigne la variation du vecteur déplacement entre la phase n et la phase m .

5.3.3.5 Résultats expérimentaux

Nous avons réalisé un balayage fréquentiel de 1000 à 2360Hz par pas de 40 Hz. Nous rappelons ci-dessous le processus global de calcul de l'amplitude et de la phase vibratoire.

Après enregistrement des hologrammes tri-couleurs pour chaque fréquence et pour chaque phase, le processus de calcul de l'amplitude et de la phase suit le protocole suivant :

- Calcul des hologrammes rouge, vert et bleu de même taille par convolution à grandissement variable, pour chaque fréquence et chaque phase, $0, \pi/2, \pi$,
- Calcul des cartes de phase des hologrammes rouge, vert et bleu à chaque fréquence et chaque phase,
- Calcul des cartes de différences de phases rouge, verte et bleue entre les différentes phases ($\Delta \varphi_R, \Delta \varphi_G$ et $\Delta \varphi_B$),
- Déroulement (« Unwrapping ») des cartes de différences de phases rouge, verte et bleue,
- Calcul des champs des déplacements dans les trois directions (u_x, u_y et u_z),
- Calcul de l'amplitude et de la phase vibratoire (a_c et φ_c) pour chaque composante.

Les figures 5.31 à 5.33 présentent les amplitudes et les phases de la vibration du milieu à des fréquences 1120, 1160, 1320, 1360, 1400, 1480, 1520, 1640, 1840, 2040, 2160 et 2360 Hz.

Nous pouvons noter que le mouvement vibratoire ne suit pas tout à fait la symétrie de révolution du pot comme le prévoyaient les analyses bi-couleurs effectuées au Chapitre 4.

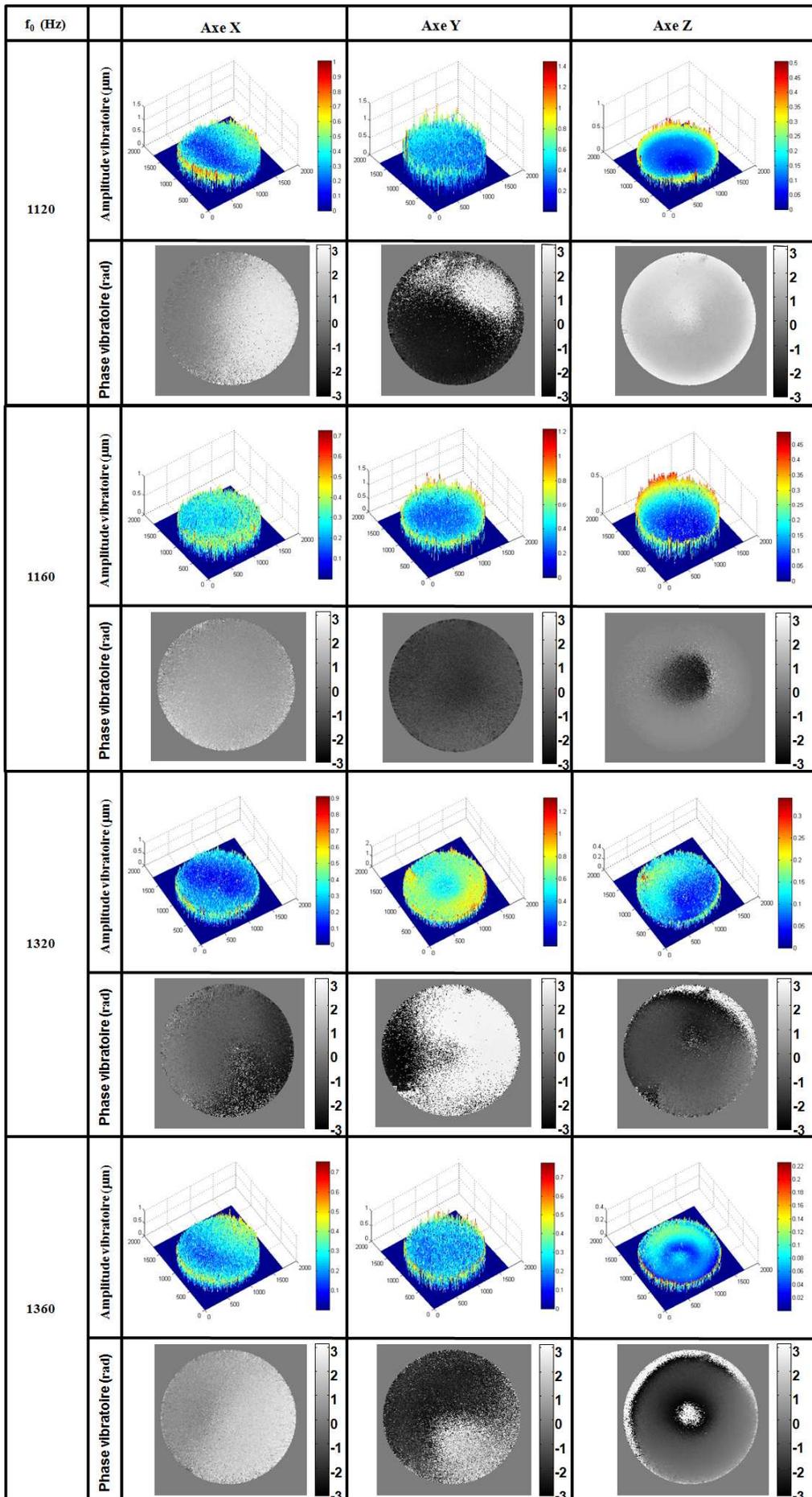


Figure 5.31 : Amplitudes et phases vibratoires dans les directions x , y et z

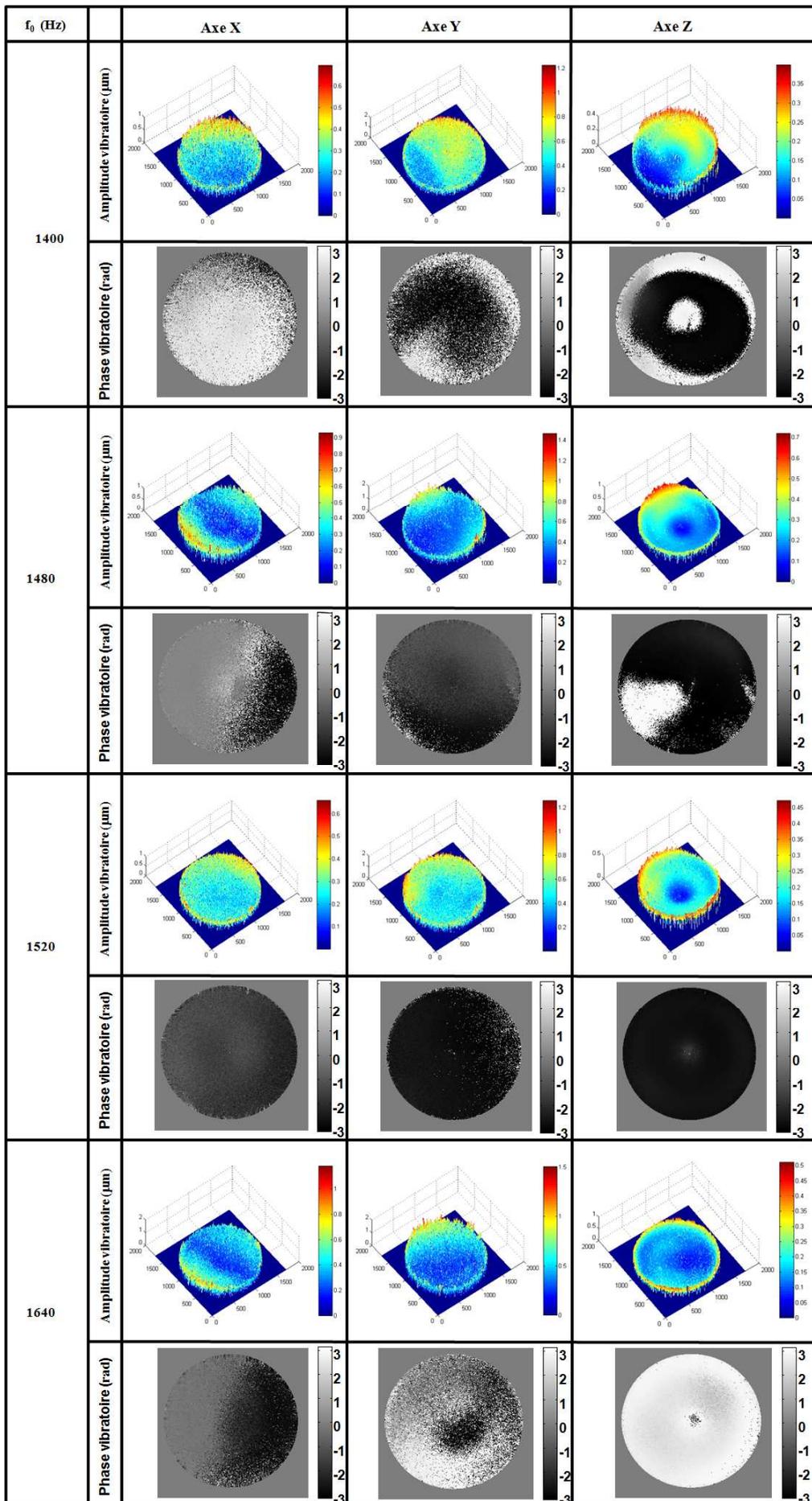


Figure 5.32 : Amplitudes et phases vibratoires dans les directions x , y et z

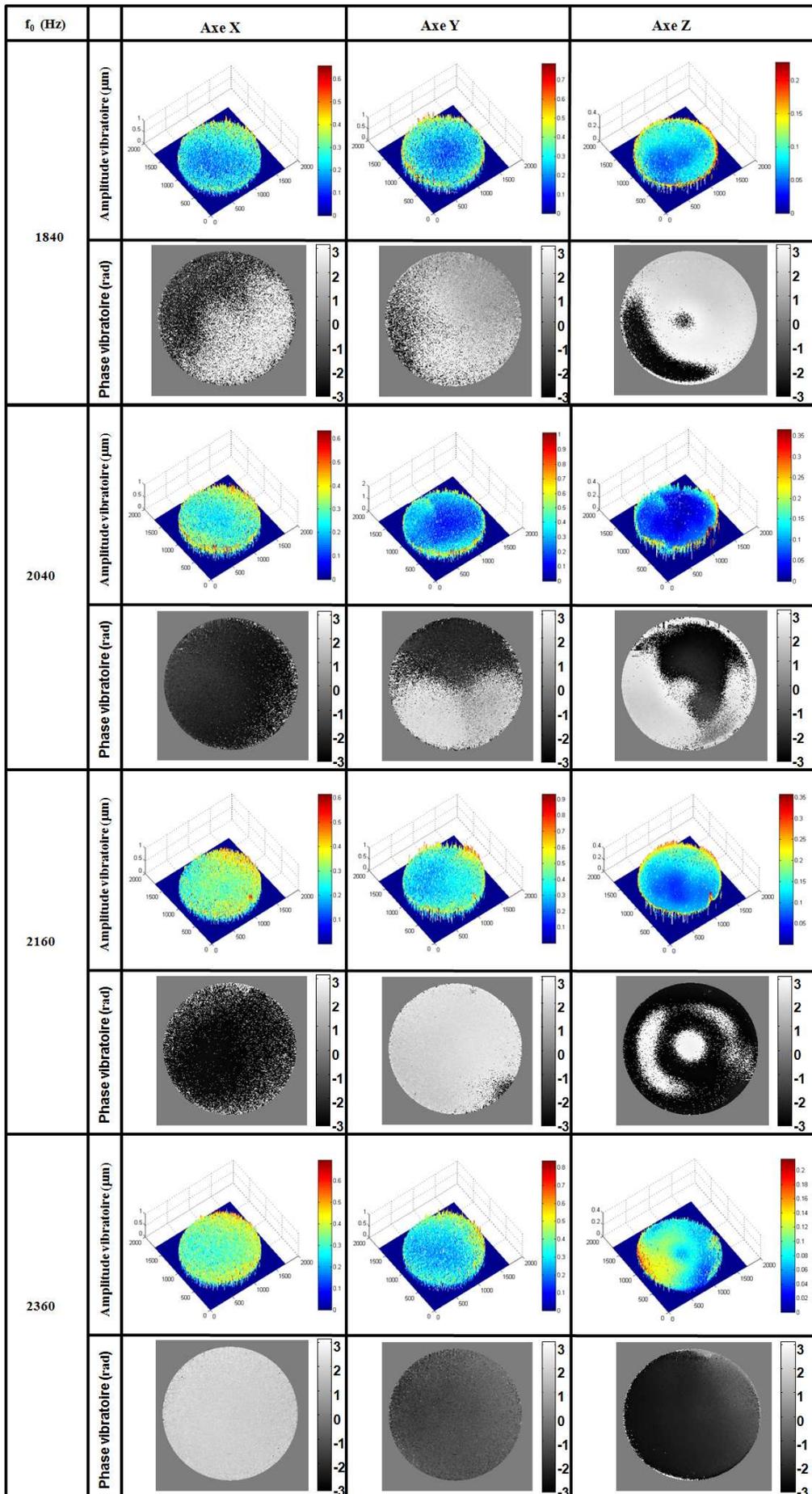


Figure 5.33 : Amplitudes et phases vibratoires dans les directions x , y et z

Nous avons évalué comme au paragraphe 4.3.3.6.2 du Chapitre 4 la vitesse quadratique moyenne du mouvement. La figure ci-dessous présente la vitesse quadratique moyenne dans chaque composante ainsi que la vitesse quadratique moyenne du mouvement global. De cette analyse, il ressort que les fréquences de résonances dans les trois directions sont en général décorrélées, sauf pour quelques fréquences, notamment à 1920 et 2160 Hz.

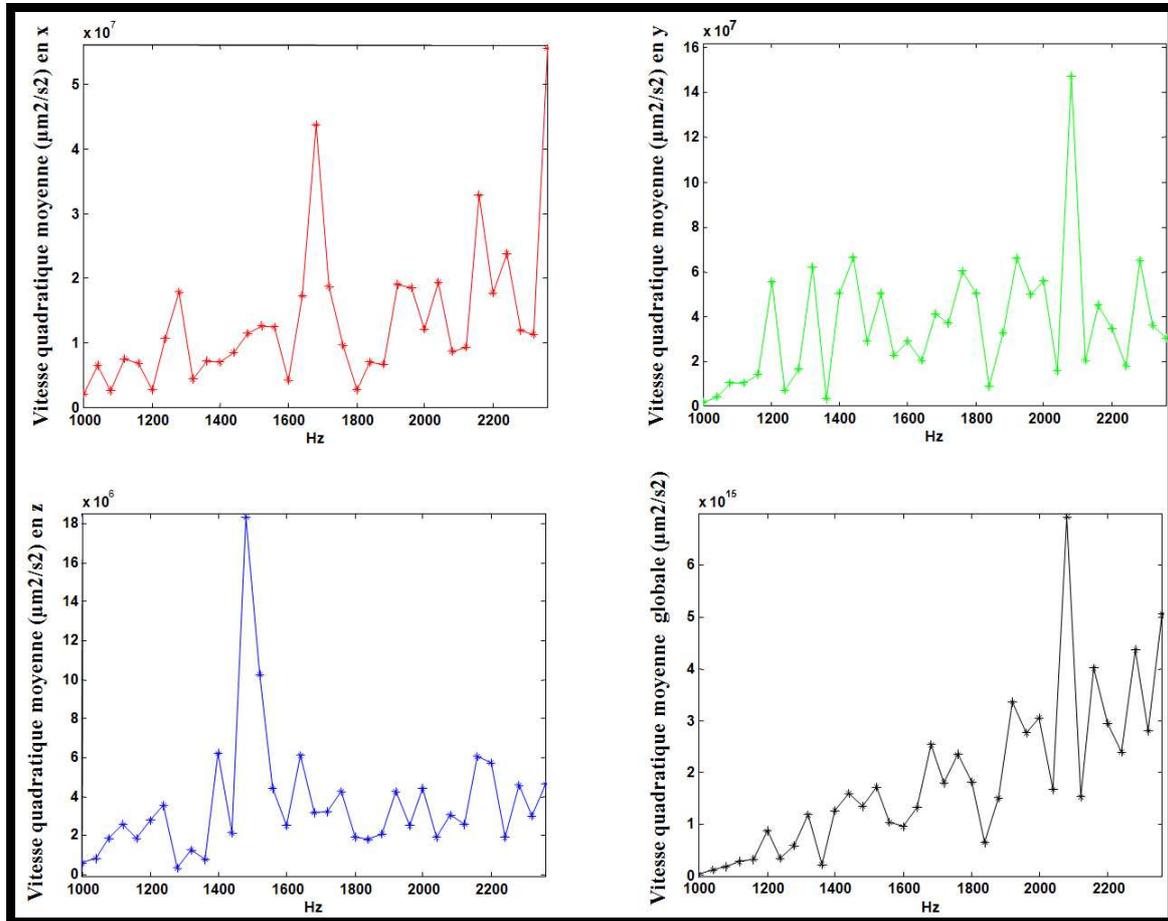


Figure 5.34 : Vitesses quadratiques moyennes

La représentation vélocimétrique du déplacement à la surface du milieu (figure 5.34) n'a pas présenté beaucoup de traces de modes tourbillonnaires, excepté à la fréquence de 1560 Hz.

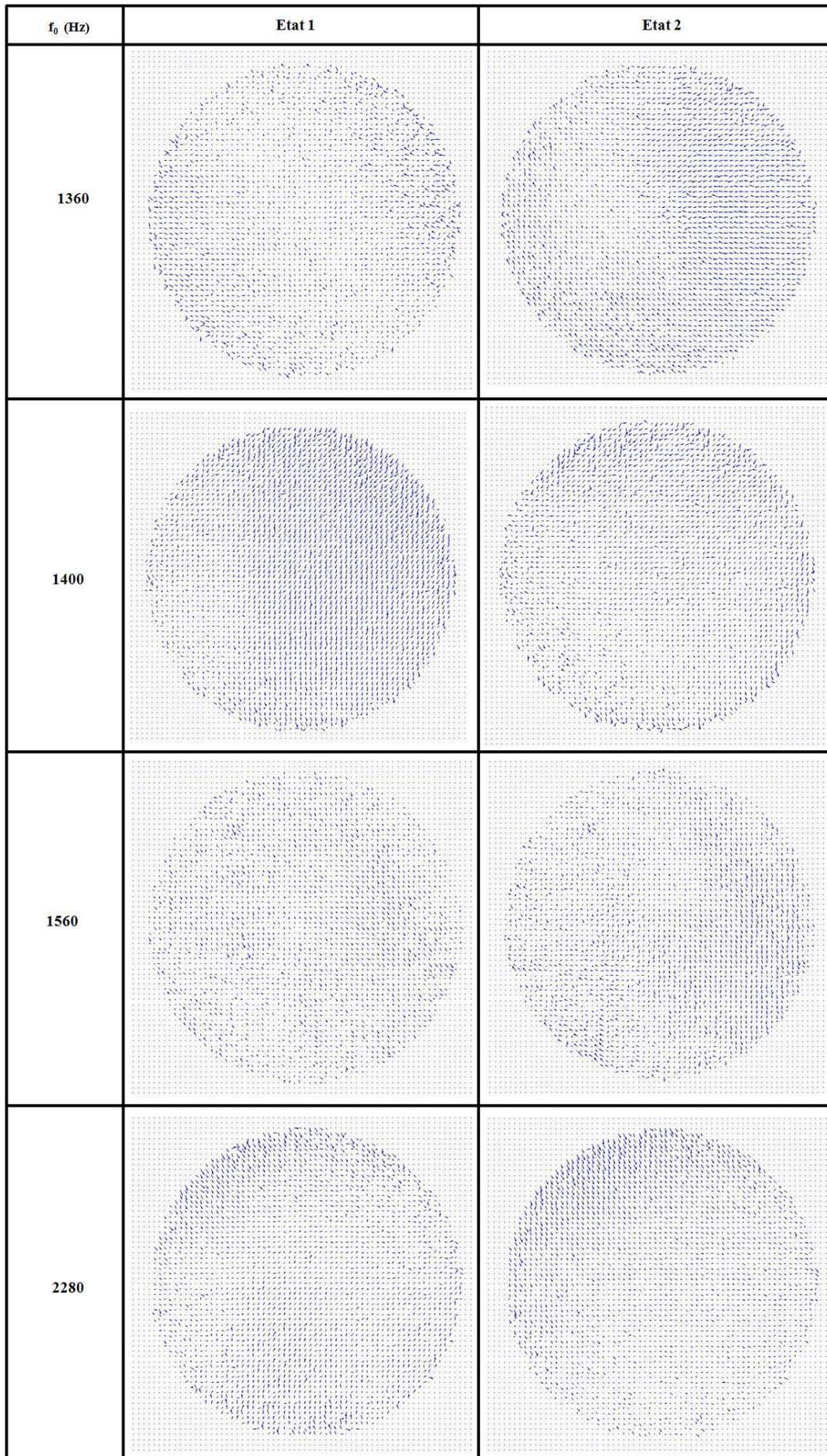


Figure 5.35 : Représentation vélocimétrique de la surface du milieu

5.3.4 Analyse des écoulements en mécanique des fluides

Cette étude a été développée dans le cadre d'une collaboration avec l'Onera (Centre de Lille). En effet, depuis quelques années, l'Onera s'intéresse à la caractérisation des écoulements aérodynamiques autour de profils par interférométrie holographique ; des résultats prometteurs montrant la faisabilité de cette approche ont été obtenus sur des plaques argentiques [11,128,132,133,184]. Cependant l'approche numérique qui faciliterait considérablement l'obtention du champ de masse volumique n'avait pas été explorée jusqu'ici. Nous avons présenté au paragraphe 5.2.1.2 les premiers résultats obtenus avec le capteur CMOS sur une flamme de bougie. Nous allons dans ce paragraphe utiliser le capteur triCCD pour analyser l'écoulement aérodynamique autour d'un cylindre placé transversalement dans une veine d'expériences.

5.3.4.1 Dispositif expérimental

Le dispositif expérimental est représenté ci-dessous.

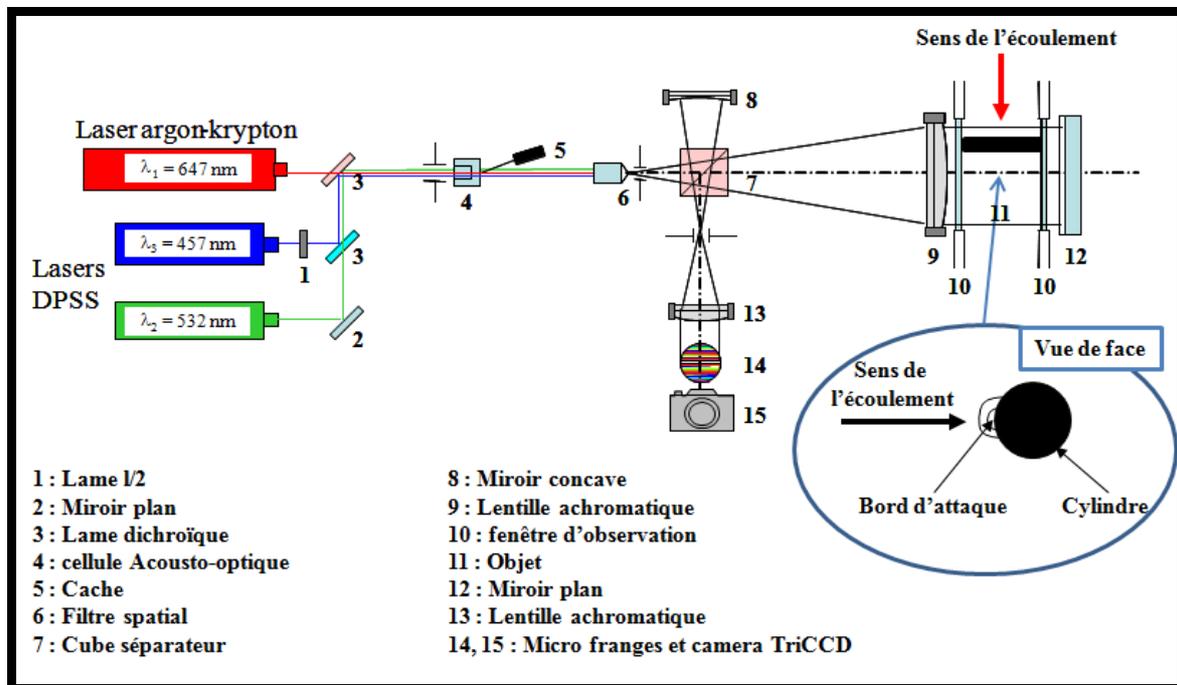


Figure 5.36 : Banc d'interférométrie holographique à trois longueurs d'onde

La fenêtre d'observation est de taille $200 \times 200 \text{ mm}^2$. On forme l'image de la veine sur le capteur à travers le système confocal constitué des lentilles 9 et 13. Les éléments du montage sont ceux décrits au paragraphe 5.2.1.2.1. Pour l'analyse temps réel, il est nécessaire d'enregistrer un interférogramme de référence (sans l'écoulement). Les interférogrammes de mesure sont soustraits de cette référence pour obtenir l'information sur la variation du champ d'indice induite par l'écoulement. La figure ci dessous présente les interférogrammes de référence et de mesure (avec et sans écoulement).

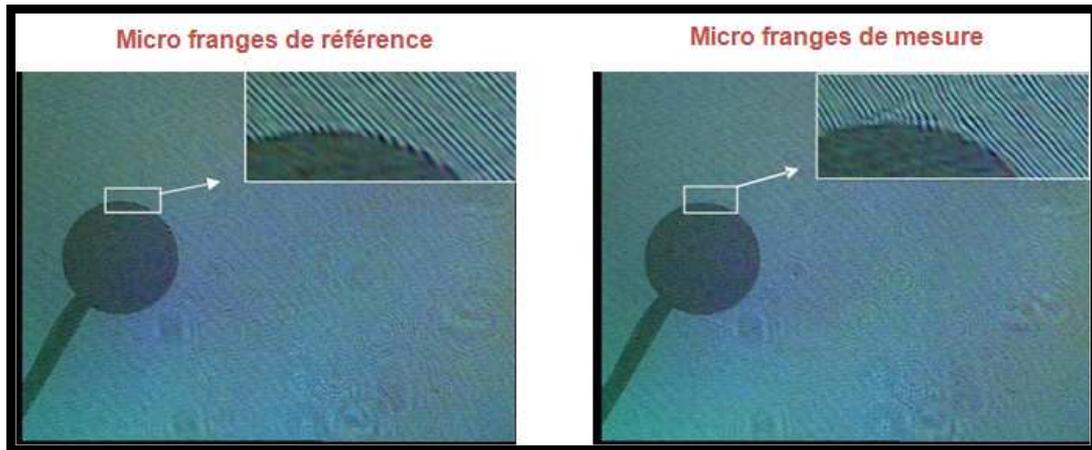


Figure 5.37 : Interfranges de référence et de mesure

Nous pouvons apercevoir sur la gauche de l'interférogramme, le profil du cylindre. L'écoulement est dirigé de la gauche vers la droite du cylindre. Un zoom dans le rectangle blanc illustre la déformation des micro-franges d'interférences par l'écoulement.

5.3.4.2 Processus d'extraction de la phase

Des deux figures de micro-franges en couleur, nous pouvons extraire 2×3 figures de micro-franges dans les trois voies (rouge, verte et bleue). Le calcul du spectre de chaque interférogramme monochrome donne trois ordres dont l'ordre utile $+1$. La figure ci-dessous présente les cadrans supérieurs droits du spectre des interférogrammes, portant l'information utile du champ d'interférence. Le filtrage est mené par une fonction circulaire binaire telle que présentée sur les spectres.

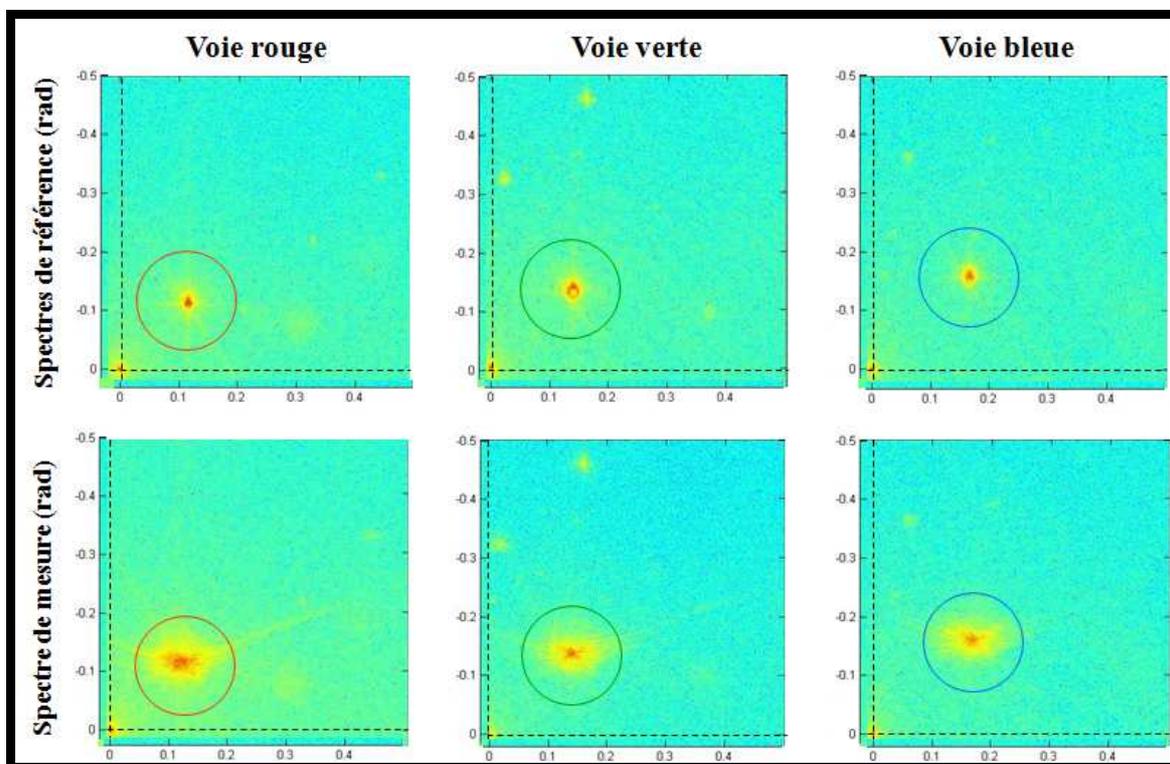


Figure 5.38 : Représentations spectrales des interférogrammes de référence et de mesure dans les trois voies

La représentation spectrale ne laisse paraître aucune trace de diffusion comme c'était le cas avec le capteur à stack de photodiodes. Notons l'étalement du spectre de mesure par l'écoulement ; avec un tel étalement, il aurait été impossible d'effectuer un filtrage approprié des spectres utiles avec le capteur CMOS dans sa configuration standard, même en resserrant les franges. La procédure de filtrage et de calcul des cartes de phases est décrite par l'algorithme de la figure 3.32 du Chapitre 3. La figure ci-dessous montre les six cartes de phases de référence et de mesure dans les 3 voies.

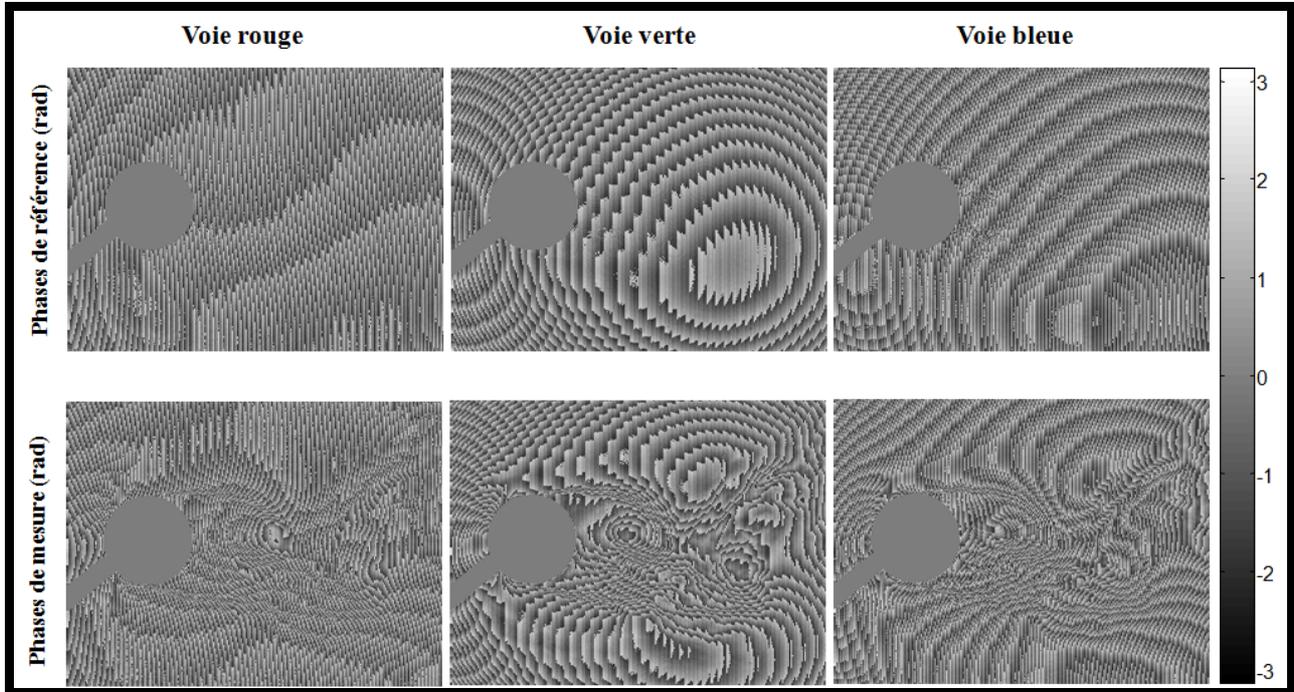


Figure 5.39 : Cartes de phases des interférogammes de référence et de mesure

La différence entre la phase de mesure et la phase de référence dans chaque voie conduit à trois cartes de différences de phases non déroulées (modulo 2π). La figure 5.40 présente les cartes de différences de phases non déroulées et déroulées obtenues ($\Delta\varphi_R$, $\Delta\varphi_G$ et $\Delta\varphi_B$) dans les trois voies.

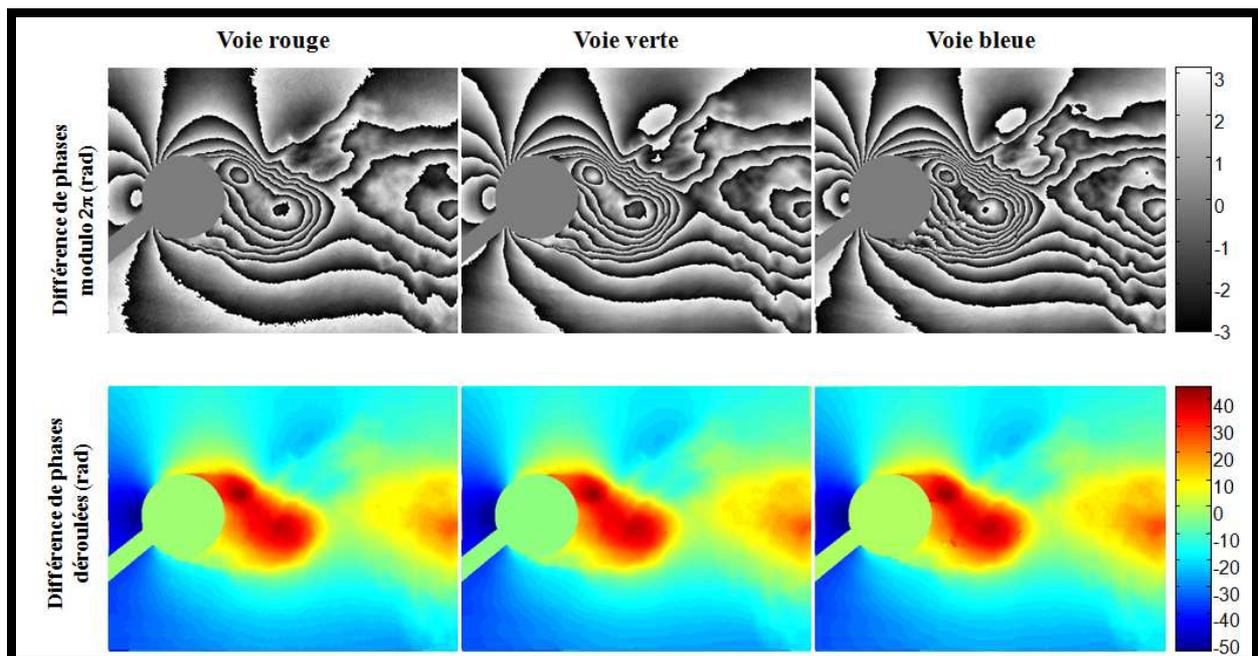


Figure 5.40 : Cartes de différences de phases non déroulées et déroulées

5.3.4.3 Synthèse et analyse de l'intensité des franges : Intérêt de la couleur

A partir des cartes de phases déroulées, nous pouvons remonter au champ d'indice et au champ de masse volumique du milieu ou encore à l'intensité des franges créées par l'écoulement. L'intensité des franges dans chaque voie est donnée par la relation.

$$I_{\lambda} = A(1 + \cos \Delta\varphi_{\lambda}) \quad (5.11)$$

où $2A$ est l'intensité maximale des franges et $\Delta\varphi_{\lambda}$ la différence de phase optique pour la longueur d'onde correspondante. La figure ci-dessous présente les cartes d'intensités à un instant donné, obtenues dans chaque voie, ainsi que l'intensité en vraies couleurs des franges créées par l'écoulement.

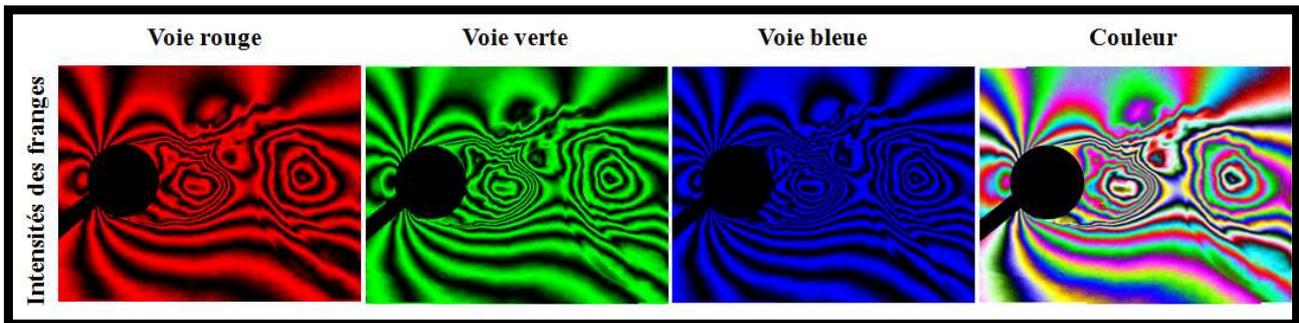


Figure 5.41 : Cartes d'intensité des franges

L'utilisation de la couleur est particulièrement importante pour la mesure absolue de champ de l'écoulement. En effet, la mesure optique est sensible aux moindres fluctuations dans l'environnement de mesure, quelles soient d'origine vibratoire, aérodynamique, thermique ou autres. La seule opportunité pour corriger les écarts induits par les fluctuations est l'utilisation d'une source trichromatique constituée de trois couleurs primaires permettant d'accéder à la frange blanche correspondant au zéro absolu. En supposant que la fluctuation soit globale et uniforme sur l'ensemble du champ de mesure, le décalage de la frange blanche par rapport à un point neutre de déformation permet de quantifier et de corriger l'écart induit par la fluctuation et d'avoir la mesure absolue du champ par soustraction de l'écart. Cette opération permet ainsi de localiser la frange blanche au niveau du point neutre de déformation. Pour illustrer cette constatation, nous avons enregistré deux interférogrammes de l'écoulement à deux instants différents. L'utilisation de la même référence permet d'avoir deux cartes d'intensités présentées à la Figure 5.42. L'identification de la teinte du point neutre (bleue pour l'instant t_1 et verte pour l'instant t_2) par rapport à la teinte blanche, permet de corriger les écarts créés par les fluctuations

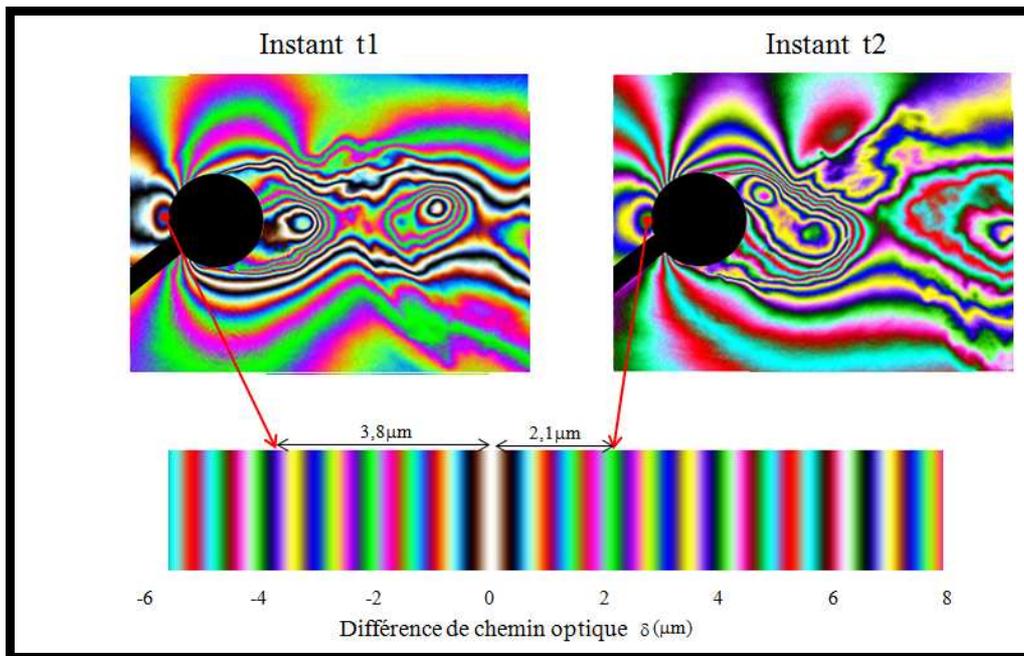


Figure 5.42 : Correction des fluctuations : Intérêt de la couleur

Par ailleurs, dans le cas précis du cylindre placé dans un écoulement, il existe un point d'arrêt situé juste au bord d'attaque du cylindre. En ce lieu, on retrouve la masse volumique amont de l'écoulement quelle que soit la position de l'allée alternée du sillage. C'est donc un point fixe qui a une valeur constante d'indice de réfraction, donc une couleur identique que l'on doit retrouver sur tous les interférogrammes. Cependant nous pouvons noter que ce point affiche des teintes différentes pour les deux instants. Un modèle de correspondance entre la vraie couleur et la variation de chemin optique développé par l'Onera, permet d'évaluer à environ $2,1 \mu\text{m}$ et $3,8 \mu\text{m}$ l'écart de la teinte du point neutre par rapport à la frange blanche, respectivement pour les instants 1 et 2. Ces écarts, traduits en variation de phases, peuvent être soustraits des cartes de différence de phases initiales dans chacune des trois voies, pour obtenir la mesure absolue de l'écoulement. Les cartes de différence de phases corrigées peuvent permettre de calculer les cartes d'intensité, d'indice de réfraction ou de densité absolue.

En considérant les vecteurs d'éclairage et d'observation sont colinéaires et de sens contraire, chaque carte de différence de phase dans la longueur d'onde λ est liée à l'indice de réfraction du milieu par la relation :

$$\Delta\varphi_\lambda = \frac{-4\pi}{\lambda}(n-1)e, \quad (5.12)$$

où n est l'indice de réfraction du milieu et e l'épaisseur de la veine d'expérience.

La connaissance de l'indice de réfraction permet de calculer la densité du milieu ρ , donnée par la relation de Gladstone Dale

$$\rho = \rho_s \frac{(n-1)}{K} \quad (5.13)$$

où K est la constante de Gladstone Dale et ρ_s la densité dans les conditions standards.

Remarquons que la densité du milieu ne dépend pas de la longueur d'onde, ainsi, à partir des trois cartes de différence de phases (rouge, verte, bleue), nous obtenons trois cartes de densité qui sont théoriquement identiques. Cependant leur moyenne nous permet aussi de s'affranchir des fluctuations locales dans le milieu et conduit à une densité moyenne avec un meilleur rapport signal sur bruit. La Figure 5.43 montre l'évolution de la densité moyenne à différents instants de l'écoulement aérodynamique autour du cylindre à une vitesse de Mach 0,45.

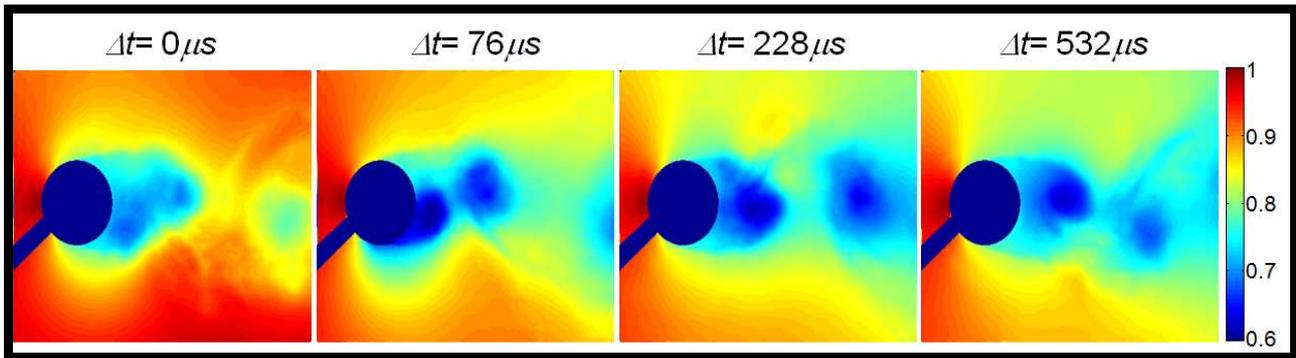


Figure 5.43 : Evolution de la densité à Mach 0,45 (en Kg/m³)

Ce résultat est une première mise en évidence des potentialités de l'interférométrie holographique couleur pour l'analyse des écoulements aérodynamiques et sera utilisé pour valider les codes CFD développés depuis quelques années pour tous les types d'écoulements (subsonique, transsonique, supersonique et hypersonique).

5.4 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons montré le potentiel présenté par l'holographie numérique à trois couleurs en utilisant deux technologies de capteurs couleurs différentes. La première technologie basée sur la détection par stack de photodiodes a une bonne résolution spatiale, mais une sélectivité qui dépend du mode d'utilisation. Cependant, nous avons pu adapter son électronique afin qu'elle puisse être utilisée en holographie numérique à trois couleurs à faisceau de référence unique. Ceci a été illustré en mécanique du solide sur la mesure tridimensionnelle de la déformation d'une plaque métallique, qui mettait en évidence la quasi-disparition des effets de diffusion des couleurs. Cette technologie pourra être appliquée dans un avenir proche à la mécanique des fluides. La deuxième technologie de capteur basée sur un assemblage de trois CCD s'est révélée être prometteuse pour l'holographie numérique trichromatique, par sa bonne sélectivité spectrale et sa bonne résolution spatiale. Elle s'est montrée efficace pour la reconstruction numérique des hologrammes couleurs en quelques secondes avec la méthode de convolution à grandissement variable. Des applications en mécanique du solide sur la plaque métallique ont été menées avec succès et n'ont révélé aucune trace de diffusion des couleurs. Afin de lever les ambiguïtés observées en holographie bi-couleur sur la vibration des milieux granulaires, nous avons utilisé le dispositif trois couleurs pour obtenir de façon exclusive chacune des composantes vibratoires ; Cependant la représentation vélocimétrique du mouvement surfacique du milieu n'a pas révélé de modes tourbillonnaires. La raison peut être le fait que la taille des pixels du capteur est grande, conduisant ainsi à une résolution supérieure à la taille du grain. Cette étude sera prochainement reprise par l'équipe afin d'apporter des résultats plus concluants. Cette technologie a également présenté des atouts importants pour la mécanique des fluides et l'analyse des écoulements complexes ; son seul inconvénient concerne la taille des pixels qui sont « gros » (6,45 μm). Nous avons également discuté l'intérêt d'utiliser trois couleurs primaires pour corriger les fluctuations induites dans le champ de mesure par des perturbations extérieures.

Conclusion générale et Perspectives

Ce manuscrit a présenté les résultats obtenus pendant trois années de thèse au LAUM et en collaboration avec plusieurs Partenaires extérieurs, notamment l'Onera (Centre de Lille), l'Université de Kunming en Chine et des Partenaires industriels. Les potentialités que présente l'holographie numérique couleur ont ainsi pu être mis en exergue pour plusieurs domaines d'applications, particulièrement en mécanique du solide, en acoustique et en mécanique des fluides.

Dans ce contexte, le Chapitre 2 généralise la relation objet-image en prenant en compte la courbure des ondes de référence à l'enregistrement et à la reconstruction. Nous avons ainsi établi que cette prise en compte de la courbure des ondes avait pour effet de créer un grandissement transversal de l'hologramme dans le plan reconstruit. Cette propriété s'est révélée capitale pour la reconstruction par convolution des objets étendus

Les effets non linéaires de la saturation des pixels du capteur ont également été pris en compte dans cette généralisation. Une décomposition en série de Fourier de l'hologramme saturé et une analyse spectrale ont montré que l'ordre +1 de l'hologramme saturé était superposé aux harmoniques d'ordres supérieurs avec pour effet de polluer la qualité de l'ordre utile. La contribution de chacun des ordres est pondérée par un coefficient qui dépend du taux de saturation. Nous avons établi que l'effet de la saturation des pixels sur la qualité des hologrammes pouvait être approché par une loi exponentielle définissant ainsi le coefficient de pondération de chaque ordre. La convergence de cette loi a été montrée jusqu'à un taux de saturation de 60% ; des investigations restent à mener au-delà de ce taux. La formation de l'image dans l'ordre +1 prend désormais en compte la surface active des pixels, la contribution du défaut de mise au point, celle des aberrations et de la courbure des surfaces d'onde ; la contribution de la discrétisation des espaces d'enregistrement et de reconstruction et celle de la saturation des pixels.

Des algorithmes adaptés à la reconstruction des hologrammes couleurs des objets étendus ont été proposés au chapitre 3. Compte tenu de la dépendance à la longueur d'onde, de l'échantillonnage du plan reconstruit donné par la méthode de transformée de Fresnel, nous avons proposé un « zéro-padding » dépendant de la longueur d'onde, qui permet d'avoir un échantillonnage indépendant de la longueur d'onde ; cette indépendance a été parfaite en apportant une légère modification de la distance de reconstruction qui s'est montrée sans effet significatif sur la dégradation de la mise au point de l'image. Deux méthodes de reconstruction par convolution ont également été proposées, basées sur l'adaptation de la bande passante du noyau de convolution à la taille de l'objet ; la première méthode basée sur le balayage spectral de l'objet par un banc de filtre s'est révélée très gourmande en temps de calcul [136,186] ; la deuxième méthode basée sur le grandissement variable s'est illustrée comme étant la plus adaptée à la reconstruction des hologrammes couleurs d'objets étendus [186-190]. Ces deux méthodes de convolution peuvent utiliser comme noyau de convolution la fonction de transfert de la réponse impulsionnelle de l'espace libre ou celle du spectre angulaire. Cependant, ces méthodes font apparaître des effets de bord qui contribuent à polluer la qualité de l'image ; la solution proposée pour supprimer ces effets nuisibles consiste à choisir un horizon plus large que celui nécessaire.

Le Chapitre 4 a été consacré à l'illustration des algorithmes précédents en holographie bi-couleur sur des applications en mécanique du solide et en acoustique ; pour cela, nous avons comparé deux architectures d'enregistrement : la première, basée sur le multiplexage spatial des hologrammes a été illustrée par la reconstruction des hologrammes bi-couleurs [191-193] et par la métrologie multidimensionnelle [194,195] ; dans ce contexte, nous avons mis en évidence une anisotropie de contraintes sur une capacité lors de l'encastrement d'un PCB dans son support, conduisant ainsi à la probable fissuration de l'élément [196]. Nous avons également étudié, par un dispositif pseudo-pulsé, l'existence des modes tourbillonnaires dans le mouvement vibratoire des milieux granulaires, avec pour challenge la détermination de trois composantes vibratoires à

partir de deux directions d'éclairage. Pour cela, nous avons utilisé deux stratégies : la première, basée sur une approximation par des polynômes de Zernike, a permis de mettre en évidence les modes tourbillonnaires dans les milieux granulaires [197-199] ; la deuxième stratégie, basée sur l'exploitation de la symétrie de révolution du pot, n'a pas porté de fruits quant à la mise en évidence des modes tourbillonnaires. L'architecture d'enregistrement basée sur le multiplexage spatial s'est révélée peu attrayante car elle induit, d'une part, une réduction de la résolution spatiale ; et d'autre part, rend le dispositif expérimental complexe (séparation des ondes de référence). Nous avons alors étudié une autre architecture d'enregistrement basée sur la détection multichromatique sur capteur couleur à stack de photodiodes ; cette architecture a été testée sur l'analyse bidimensionnelle de la déformation d'une rondelle montrant que l'erreur induite par la faible sélectivité du capteur était négligeable [200,201]. Cette deuxième architecture a été ensuite étendue à l'analyse trichromatique présentée au Chapitre 5. Nous avons testé et comparé deux capteurs couleurs sur des applications en acoustique et en mécanique des fluides. Le premier capteur basé sur le stack de photodiode possède une très bonne résolution spatiale, mais une sélectivité spectrale un peu faible ; tandis que le deuxième capteur basé sur le TriCCD possède une bonne sélectivité spectrale et une bonne résolution, mais une taille de pixels un peu grande. Nous avons proposé plusieurs possibilités pour s'affranchir du problème de sélectivité du capteur à stack de photodiodes ; la première possibilité utilise le multiplexage spatial qui a déjà été montré comme peu attrayant pour les raisons évoquées précédemment ; la deuxième possibilité consiste à créer une séparation spectrale des hologrammes en augmentant l'angle d'incidence du tri-faisceau de référence ; cependant, cette possibilité est limitée au cas des objets de phase de faible étendue spectrale ou à l'étude des phénomènes induisant une faible variation omnidirectionnelle de la phase ; des résultats intéressants ont été obtenus sur la reconstruction de champs d'intensité de franges créées par une flamme de bougie [134,202-205]. La troisième possibilité consiste à apporter une modification du mode de fonctionnement du capteur ; en effet, nos investigations ont montré que le capteur pouvait fonctionner sous 3 modes différents. Le mode standard du capteur (« Unit Matrix ») est adapté à la photographie classique et le mode « Daylight » permet une amélioration de la sélectivité des filtres. Nous avons expérimenté cette possibilité sur l'analyse tridimensionnelle de la déformation d'une plaque métallique, montrant que l'erreur créée par la diffusion est négligeable [206,207]. Malgré la taille importante des pixels du TriCCD, ce capteur s'est révélé être bien adapté aux applications d'holographie numérique couleur. Nous l'avons expérimenté à la reconstruction des hologrammes couleurs et à l'analyse multidimensionnelle d'une plaque métallique. Dans le cadre d'une collaboration avec l'ONERA (Centre de Lille), nous avons expérimenté la méthode d'holographie numérique trichromatique sur capteur TriCCD à l'étude d'écoulements tourbillonnaires autour d'un cylindre. La méthode proposée permet la détermination du champ d'indice ou de masse volumique dans un écoulement. Nous avons montré que l'utilisation de trois couleurs permet de s'affranchir des fluctuations du montage optique et des excédents fractionnaires. Après validation de la méthode, elle a été appliquée à plusieurs cas d'écoulements à mach subsonique et à mach supersonique. Les résultats expérimentaux obtenus sont une première démonstration des potentialités d'application de la méthode d'holographie numérique couleur dans le domaine de la mécanique des fluides [208, 209] et ont fait l'objet d'un dépôt de brevet [210].

Perspectives

Ces travaux de thèse ont permis de mettre en évidence les possibilités offertes par l'holographie numérique couleur. Des applications dans différents domaines ont montré les potentialités de la méthode. Nous avons proposé une modélisation de la saturation des pixels. Cette première approche pourrait être complétée avec un modèle simplifié qui servirait à restaurer des hologrammes enregistrés avec quelques pourcents de saturations. Cette situation est très fréquente en holographie numérique du fait du caractère speckle de l'hologramme. En effet, le modèle convolutif pourrait servir de base pour la mise au point d'un algorithme de

déconvolution qui aboutirait à la suppression du bruit de saturation. Le paramètre d'amplitude dépend directement du taux de saturation qui peut être facilement mesuré sur les hologrammes. Par ailleurs, on constate la présence dans les différences de phases de décorrélation de speckle. Sa suppression nécessite souvent d'appliquer un filtrage spatial sur le sinus et le cosinus de la phase. La décorrélation a des propriétés statistiques qui dépendent de l'hologramme initial et de la variation de phase. Il pourrait être intéressant de tenter de supprimer cette pollution en limitant le lissage spatial à partir d'une modélisation avancée de ses propriétés et du développement d'un algorithme approprié.

Les applications à l'acoustique présentées dans ce manuscrit offrent des perspectives d'un grand intérêt pour le laboratoire. Dans un premier temps, il nous faudra clarifier les incohérences des résultats constatées sur l'analyse des milieux granulaires. L'équipe a déjà planifié une nouvelle campagne d'investigation dans le cadre d'un projet ANR. Nous pensons que le meilleur compromis expérimental consiste à utiliser le capteur à stack de photodiodes. Toutefois, à l'heure actuelle il subsiste un souci avec son trigger en vue d'ajuster le temps de pose à des durées supérieures à 1s (accumulation stroboscopique avec lasers pulsés). Nous sommes cependant confiants quant à l'aboutissement de ce travail expérimental qui pourra être complété par une modélisation numérique du comportement du milieu.

L'équipe Transducteurs du laboratoire travaille sur les résonateurs thermo acoustiques qui permettent de produire du froid/chaud à partir d'une onde acoustique. La recherche actuelle concerne l'optimisation de l'efficacité de ces machines. En particulier plusieurs études ont porté sur la compréhension des phénomènes de transport de chaleur dans le résonateur en présence d'oscillations du gaz. La présence d'effets hydrodynamiques complexes a déjà été étudiée par PIV mais cette méthode ne permet pas de découpler oscillations de température et oscillations acoustiques. Nous envisageons donc d'appliquer la méthode trichromatique dans la bande de fréquence 100-500Hz pour des pressions acoustiques de l'ordre de 1kPa-5kPa et des variations de températures de quelques Kelvin. La sensibilité du dispositif trichromatique est estimée à 450Pa et elle doit être déterminée pour les fluctuations de température. Nous pensons raisonnablement que la méthode trichromatique devrait permettre de dissocier les fluctuations d'indice du gaz qui sont dues aux fluctuations de température de celles dues à des fluctuations de pression.

Nous envisageons d'étendre et valoriser notre savoir faire en holographie numérique, habituellement appliqué à l'acoustique et les vibrations à des échelles macroscopiques, à des dimensions plus petites offrant ainsi de nouveaux champs d'investigations pour l'étude du comportement de matériaux acoustiques à des échelles sub-micrométriques. A titre d'exemple, nous envisageons d'étudier les propriétés d'amortissement de fibres naturelles de lin qui sont désormais utilisées dans les biomatériaux à structure composite ; cet aspect est particulièrement transversal car il touche aux aspects matériaux acoustiques, contrôle non destructif et vibrations de structures. En effet, la compréhension du comportement mécanique global de structures composites à base de fibres de lin nécessite la compréhension du comportement de mono fibres. Nous pensons donc développer une méthode expérimentale de sollicitation vibratoire d'une monofibre de 1 à 2 cm de longueur, le diamètre pouvant varier de 100 à 500 microns ; la fibre serait simultanément éclairée par trois faisceaux lasers pulsés ce qui permettrait de déterminer des composantes vibratoires dans les trois dimensions mais également de déterminer les facteurs de qualités des résonances et de remonter ainsi aux propriétés d'amortissement de la fibre. Ces données expérimentales pourraient alors servir d'entrées à un modèle comportemental basé sur une analyse par éléments finis.

Annexes

Annexe 1 : Échantillonnage de la fonction de transfert

Si on choisit d'utiliser la propagation du spectre angulaire, la fonction de transfert associée est donnée par :

$$G(u, v, d_r) = \begin{cases} \exp\left[2j\pi d_r / \lambda \sqrt{1 - \lambda^2 u^2 - \lambda^2 v^2}\right] & \sqrt{u^2 + v^2} \leq 1/\lambda \\ 0 & \text{ailleurs} \end{cases}, \quad (\text{A.1})$$

qui peut aussi l'écrire sous la forme d'une fonction oscillante :

$$G(u, v, d_r) = a(u, v, d_r) \exp[j\Theta(u, v, d_r)], \quad (\text{A.2})$$

Les périodes spatiales locales associées à cette fonction sont données par :

$$\begin{cases} T_{ix} = \frac{1}{2\pi} \frac{\partial}{\partial u} 2\pi d_r / \lambda \sqrt{1 - \lambda^2 u^2 - \lambda^2 v^2} = \frac{\lambda d_r u}{\sqrt{1 - \lambda^2 u^2 - \lambda^2 v^2}} \\ T_{iy} = \frac{1}{2\pi} \frac{\partial}{\partial v} 2\pi d_r / \lambda \sqrt{1 - \lambda^2 u^2 - \lambda^2 v^2} = \frac{\lambda d_r v}{\sqrt{1 - \lambda^2 u^2 - \lambda^2 v^2}} \end{cases} \quad (\text{A.3})$$

Dans les conditions de Fresnel, ces périodes spatiales locales deviennent :

$$\begin{cases} T_{ix} = \frac{1}{2\pi} \frac{\partial \Theta(u, v, d_r)}{\partial u} = \frac{1}{2\pi} \frac{\partial}{\partial u} \pi \lambda d_r (u^2 + v^2) = \lambda d_r u \\ T_{iy} = \frac{1}{2\pi} \frac{\partial \Theta(u, v, d_r)}{\partial v} = \frac{1}{2\pi} \frac{\partial}{\partial v} \pi \lambda d_r (u^2 + v^2) = \lambda d_r v \end{cases}. \quad (\text{A.4})$$

L'étendue de u (respect. v) est bornée par $[-u_{\max}, +u_{\max}]$ (respect. $[-v_{\max}, +v_{\max}]$) qui correspond à la bande passante spatiale de l'enregistrement ($M \times N$ pixels de pas $p_x \times p_y$, CCD de taille $N p_x \times M p_y$), soit $u_{\max} = 1/2p_x$ et $v_{\max} = 1/2p_y$. Ainsi les périodes spatiales locales maximales sont :

$$\begin{cases} T_{ix}^{\max} = \frac{\lambda d_r u_{\max}}{\sqrt{1 - \lambda^2 u_{\max}^2}} = \frac{\lambda d_r}{2 p_x \sqrt{1 - \lambda^2 / 4 p_x^2}} \\ T_{iy}^{\max} = \frac{\lambda d_r v_{\max}}{\sqrt{1 - \lambda^2 v_{\max}^2}} = \frac{\lambda d_r}{2 p_y \sqrt{1 - \lambda^2 / 4 p_y^2}} \end{cases}. \quad (\text{A.5})$$

Soit dans les conditions de Fresnel,

$$\begin{cases} T_{ix}^{\max} = \lambda d_r u_{\max} = \frac{\lambda d_r}{2 p_x} \\ T_{iy}^{\max} = \lambda d_r v_{\max} = \frac{\lambda d_r}{2 p_y} \end{cases} \quad (\text{A.6})$$

La bande passante spatiale du spectre angulaire associée à la période maximale est donc :

$$\begin{cases} \Delta T_x = 2T_{ix}^{\max} = \frac{\lambda d_r}{p_x \sqrt{1 - \lambda^2 / 4 p_x^2}} \\ \Delta T_y = 2T_{iy}^{\max} = \frac{\lambda d_r}{p_y \sqrt{1 - \lambda^2 / 4 p_y^2}} \end{cases} \quad (\text{A.7})$$

On obtient dans les conditions de Fresnel,

$$\begin{cases} \Delta T_x = 2T_{ix}^{\max} = \frac{\lambda d_r}{p_x} \\ \Delta T_y = 2T_{iy}^{\max} = \frac{\lambda d_r}{p_y} \end{cases} \quad (\text{A.8})$$

L'échantillonnage de $G(u, v, d_r)$ dans le plan spectral doit également répondre au théorème de Shannon. Ce qui impose d'avoir :

$$\begin{cases} T_{ex} \geq 2T_{ix}^{\max} = \Delta T_x = \frac{\lambda d_r}{p_x \sqrt{1 - \lambda^2 / 4p_x^2}} \\ T_{ey} \geq 2T_{iy}^{\max} = \Delta T_y = \frac{\lambda d_r}{p_y \sqrt{1 - \lambda^2 / 4p_y^2}} \end{cases} \quad (\text{A.9})$$

Ou dans les conditions de Fresnel,

$$\begin{cases} T_{ex} \geq 2T_{ix}^{\max} = \Delta T_x = \frac{\lambda d_r}{p_x} \\ T_{ey} \geq 2T_{iy}^{\max} = \Delta T_y = \frac{\lambda d_r}{p_y} \end{cases} \quad (\text{A.10})$$

Ainsi, les pas d'échantillonnage fréquentiel du spectre angulaire $G(u, v, d_r)$ seront donnés par :

$$\begin{cases} \delta u = \frac{1}{T_{ex}} \leq \frac{p_x \sqrt{1 - \lambda^2 / 4p_x^2}}{\lambda d_r} \\ \delta v = \frac{1}{T_{ey}} \leq \frac{p_y \sqrt{1 - \lambda^2 / 4p_y^2}}{\lambda d_r} \end{cases} \quad (\text{A.11})$$

Dans les conditions de Fresnel, nous avons,

$$\begin{cases} \delta u \leq \frac{p_x}{\lambda d_r} \\ \delta v \leq \frac{p_y}{\lambda d_r} \end{cases} \quad (\text{A.12})$$

Par ailleurs, le calcul du spectre par FFT sur un horizon de $K \times L$ points, impose les pas d'échantillonnage fréquentiel égaux à

$$\begin{cases} \delta u = \frac{f_{ex}}{L} = \frac{1}{Lp_x} \leq \frac{p_x}{\lambda d_r} \\ \delta v = \frac{f_{ey}}{K} = \frac{1}{Kp_y} \leq \frac{p_y}{\lambda d_r} \end{cases} \quad (\text{A.13})$$

Ainsi, la fonction $G(u, v, d_r)$ sera correctement échantillonnée sur tout le spectre numérique jusqu'à un nombre de points $K \times L$ tels que :

$$\begin{cases} L \geq \frac{\lambda d_r}{p_x^2} \\ K \geq \frac{\lambda d_r}{p_y^2} \end{cases} \quad (\text{A.14})$$

Par exemple, pour la pièce de deux euros du paragraphe 3.2.2, $d_r = d_0 = 660\text{mm}$, $\lambda = 632,8\text{ nm}$ et $p_x = p_y = 4,65\mu\text{m}$, alors on doit calculer le spectre avec $L = K \geq 19315$. Ce qui semble irréalisable avec les processeurs standards actuels.

Cependant, si on souhaite échantillonner correctement $G(u, v, d_r)$ uniquement sur la bande passante

complète de l'onde objet (et pas sur tout le spectre) alors, les périodes spatiales locales maximales seront définies dans les conditions de Fresnel par :

$$\begin{cases} T_{ix}^{\max} = \lambda d_0 u_{\max} = \frac{1}{2} \Delta A_x \\ T_{iy}^{\max} = \lambda d_0 v_{\max} = \frac{1}{2} \Delta A_y \end{cases} \quad (\text{A.15})$$

Avec ces considérations, la condition de Shannon sera satisfaite si

$$\begin{cases} T_{ex} \geq 2T_{ix}^{\max} = \Delta A_x \\ T_{ey} \geq 2T_{iy}^{\max} = \Delta A_y \end{cases}, \quad (\text{A.16})$$

et les pas d'échantillonnage fréquentiel de $G(u, v, d_r)$ seront tels que

$$\begin{cases} \delta u \leq \frac{1}{2T_{ix}^{\max}} = \frac{1}{\Delta A_x} \\ \delta v \leq \frac{1}{2T_{iy}^{\max}} = \frac{1}{\Delta A_y} \end{cases} \quad (\text{A.17})$$

Ainsi, la fonction $G(u, v, d_r)$ sera correctement échantillonnée sur le spectre objet jusqu'à un nombre de points $K \times L$ tels que :

$$\begin{cases} L \geq \frac{\Delta A_x}{p_x} \\ K \geq \frac{\Delta A_y}{p_y} \end{cases}, \quad (\text{A.18})$$

indépendamment de la longueur d'onde et de la distance.

Par exemple, si $\Delta A_x = \Delta A_y = 25\text{mm}$ et $p_x = p_y = 4,65\mu\text{m}$, alors on doit calculer le spectre avec $L = K \geq 5376$ points et si $\Delta A_x = \Delta A_y = 53\text{mm}$ et $p_x = p_y = 4,65\mu\text{m}$, alors on doit calculer le spectre avec $L = K \geq 11397$ points. Ainsi, plus l'objet sera grand, plus il sera difficile de calculer l'image en une seule opération avec les processeurs actuels.

Bibliographie

1. D. Gabor, "A new microscopic principle", *Nature*, Vol. 161, 777-778 (1948).
2. E. Leith, J. Upatnieks, "New technique in wavefront reconstruction", *JOSA*, Vol. 51, 1469 (1961).
3. E. Leith, J. Upatnieks, "Reconstructed wavefronts and communication theory", *JOSA*, Vol. 52, 1123-1130 (1962).
4. E. Leith, J. Upatnieks, "Wavefront reconstruction with diffused illumination and three-dimensional objects", *JOSA*, Vol. 54, N°11, 1295-1301 (1964).
5. Y. N. Denisyuk, "Manifestation of optical properties of an object in wave field of radiation in scatters", *Doll. Akad. N. SSSR*, Vol. 144, 1275-& (1962).
6. Y. N. Denisyuk, "The reflexion of the optical properties of an object in the wave field of its scattered radiation", *Opt. I Spektros.*, Vol. 15, 522-532 (1963).
7. J. W. Goodman, R. W. Lawrence, "Digital image formation from electronically detected holograms," *Applied Physics Letters*, Vol. 11, 77-79 (1967).
8. R. L. Powell, K. A. Stetson, "Interferometric analysis by wavefront reconstruction », *JOSA A*, Vol. 12, 1593-1598 (1965).
9. C. M. West, *Holographic Interferometry* (John Wiley & Sons, New York, 1979).
10. R. Jones, C. Wikes, *Holographic and Speckle Interferometry* (Cambridge University Press, Cambridge, 1989).
11. J. M. Desse, "Recording and processing of interferograms by spectral characterization of the interferometric setup", *Exp. Fluids*, Vol. 23, 265-271 (1997).
12. P. Smigielski, *Holographie Industrielle* (Edition Teknéa, Toulouse, 1994).
13. M. A. Kronrod, N. S. Merzlyakov, L. P. Yaroslavskii, "Reconstruction of a hologram with a computer", *Soviet Physics Technical Physics*, Vol. 17, 333-334 (1972).
14. L. P. Yaroslavskii, N. S. Merzlyakov, "Methods of digital holography", Chapter 1, Consultant Bureau, New York (1980).
15. M. Takeda, H. Ina, S. Kobayashi, "Fourier-Transform method of fringe-pattern analysis for computer-based topography and interferometry", *JOSA A*, Vol. 72, N°1, 156-360 (1982).
16. U. Schnars, W. Jüptner, "Direct recording of holograms by a CCD target and numerical reconstruction", *Applied Optics*, Vol. 33, N°2, 179-181 (1994).
17. G. Pedrini, H. J. Tiziani, "Digital double pulse holographic interferometry using Fresnel and image plane holograms", *Measurement*, Vol. 18, 251-260 (1995).
18. P. Picart, J. Leval, "General theoretical formulation of image formation in digital Fresnel holography", *JOSA A*, Vol. 25, 1744-1761 (2008).
19. T. Kreis, *Holographic Interferometry – Principles and Methods* (Akademie Verlag series in Optical Metrology Vol. 1, Akademie Verlag GmbH, Berlin, 1996).
20. J. D. R. Valera, J.D.C. Jones, "Vibration analysis by modulated time-averaged speckle shearing interferometry", *Measurement Science and Technology*, Vol. 6, 965-970 (1995).
21. P. Smigielski, V. Chalvidan, F. Albe, J. C. Pascal, X. Carniel, "Double exposure holographic cineholography for in-situ vibration analysis", (SPIE's International Symposium on Optical Sciences, Engineering and Instrumentation, San Diego/CA, USA, 9-14 July, 1995).
22. J. C. Pascal, X. Carniel, V. Chalvidan, P. Smigielski, "Determination of phase and magnitude of vibration for energy flow measurements in a plate using holographic interferometry", *Optics and Lasers in Engineering*, Vol. 25, 343-360 (1996).
23. F. Le Clerc, L. Collot, M. Gross, "Numerical heterodyne holography with two-dimensional photodetector arrays", *Optics Letters*, Vol. 25, N°10, 716-718 (2000).

24. I. Yamaguchi, J. Kato, S. Ohta, "Surface shape measurement by phase shifting digital holography", *Optical Review*, Vol. 8, N°2, 85-89 (2001).
25. I. Yamaguchi, T. Ida, M. Yokota, K. Yamashita, "Surface shape measurement by phase shifting digital holography with a wavelength shift," *Applied Optics*, Vol. 5, 7610-7616 (2006).
26. U. P. Kumar, B. Bhaduri, N. K. Mohan, M. P. Kothiyal, A. K. Asundi, "Microscopic TV holography for MEMS deflection and 3-D surface profile characterization", *Optics and Lasers in Engineering*, Vol. 46, 687-694 (2008).
27. U. P. Kumar, B. Bhaduri, M. P. Kothiyal, N. K. Mohan, "Two-wavelength micro-interferometry for 3-D surface profiling", *Optics and Lasers in Engineering*, Vol. 47, 223-229 (2009).
28. S. Seebacher, W. Osten, T. Baumbach, W. Juptner, "The determination of material parameters of microcomponents using digital holography", *Optics and Lasers in Engineering*, Vol. 36, N°2, 103-126 (2001).
29. I. Moon, B. Javidi, "Shape tolerant three-dimensional recognition of biological microorganisms using digital holography", *Optics Express*, Vol. 13, N° 23, 9612-9622 (2005).
30. R. Binet, J. Colineau, J. C. Leheureau, "Short-range synthetic aperture imaging at 633nm by digital holography", *Applied Optics*, Vol. 41, 4775-4782 (2002).
31. M. De la Torre-Ibarra, F. M. Santoyo, C. P. López, and T. Saucedo, "Detection of surface strain by three-dimensional digital holography", *Applied Optics*, Vol. 44, No. 1, 1 (2005).
32. T. Zhang and I. Yamaguchi, "Three-dimensional microscopy with phase-shifting digital holography", *Optics Letters*. Vol. 23, 1221-1223 (1998).
33. E. Cuche, P. Marquet, and C. Depeursinge, "Simultaneous amplitude-contrast and quantitative phase-contrast microscopy by numerical reconstruction of Fresnel off-axis holograms", *Applied Optics*. Vol. 38, 6994-7001 (1999).
34. E. Cuche, F. Bevilacqua, C. Depeursinge, "Digital holography for quantitative phase contrast imaging", *Optics Letters* 24, 291-293 (1999).
35. P. Ferraro, S. De Nicola, A. Finizio, G. Coppola, S. Grilli, C. Magro, and G. Pierattini, "Compensation of the inherent wave front curvature in digital holographic coherent microscopy for quantitative phase-contrast imaging," *Applied Optics* Vol.42, 1938-1946 (2003).
36. P. Ferraro, S. Grilli, and D. Alfieri, "Extended focused image in microscopy by digital holography", *Optics Express*, Vol. 15, N° 17, 6738-6749 (2005).
37. P. Ferraro, D. Alfieri, S. De Nicola, L. De Petrocellis, A. Finizio, G. Pierattini, "Quantitative phase-contrast microscopy by a lateral shear approach to digital holographic image reconstruction", *Optics Letters*, Vol. 31, 1405-1407 (2006).
38. G. Pedrini, H.J. Tiziani, "Short-coherence digital microscopy by use of a lensless holographic imaging system", *Applied Optics*, Vol. 41, N°22, 4489-4496 (2002).
39. C. Mann, L. Yu, L. Chun-Min, M. Kim, "High-resolution quantitative phase-contrast microscopy by digital holography", *Optics Express*, Vol. 13, 8693-8698 (2005).
40. K. Chalut, W. Brown, A. Wax, "Quantitative phase microscopy with asynchronous digital holography", *Optics Express*, Vol. 15, 3047-3052 (2007).
41. J. Kuhn, T. Colomb, F. Montfort, F. Charriere, Y. Emery, E. Cuche, P. Marquet, C. Depeursinge, "Real-time dual-wavelength digital holographic microscopy with a single hologram acquisition", *Optics Express*, Vol. 15, 7231-7242 (2007).
42. T. Colomb, F. Montfort, J. Kühn, N. Aspert, E. Cuche, A. Marian, F. Charrière, S. Bourquin, P. Marquet, and C. Depeursinge, "Numerical parametric lens for shifting, magnification, and complete aberration compensation in digital holographic microscopy", *JOSA*, Vol. 23, N° 12, 3177-3190 (2006).

43. J. J. E. Taboada, D. Mas, and J. Garcia, "Three dimensional object recognition by Fourier transform profilometry," *Applied Optics*, Vol. 38, 4760–4765 (1999)
44. Y. Frauel, B. Javidi, "Neural network for three-dimensional object recognition based on digital holography", *Optics Letters*, Vol. 26, N°19, 1478-1480 (2001).
45. Y. Frauel, E. Tajahuerce, O. Matoba, A. Castro, and B. Javidi, "Comparison of passive ranging integral imaging and active imaging digital holography for three-dimensional object recognition", *Applied Optics*, Vol. 43, No. 2, (2004)
46. E. Tajahuerce, O. Matoba, and B. Javidi, "Shift-invariant three-dimensional object recognition by means of digital holography," *Applied Optics*, Vol. 40, 3877–3886 (2001)
47. D. Kim and B. Javidi, "Distortion-tolerant 3-D object recognition by using single exposure on-axis digital holography", *Optics Express*, Vol. 12, N° 22, 5539-5548 (2004)
48. B. Javidi, E. Tajahuerce, "Three-dimensional object recognition by use of digital Holography", *Optics Letters*, Vol. 25, N°9, 610-612 (2000).
49. B. Javidi, I. Moon, S. Yeom, and E. Carapezza, "Three dimensional imaging and recognition of microorganism using single-exposure on-line (SEOL) digital holography," *Optics Express*, Vol. 13, 4402–4506 (2005).
50. B. Javidi, T. Nomura, "Securing information by use of digital holography", *Optics Letters*, Vol. 25, N°1, 28-30 (2000).
51. T. Nomura, B. Javidi, S. Murata, E. Nitandai, T. Numata, "Polarization imaging of a 3D object by use of on-axis phase-shifting digital holography" *Optics Letters*, Vol. 32, 481-483 (2007).
52. T. Nomura, B. Javidi, "Object recognition by use of polarimetric phase-shifting digital holography", *Optics Letters*, Vol. 32, 2146-2148 (2007).
53. I. Yamaguchi, J. Kato, S. Ohta, J. Mizuno, "Image formation in phase shifting digital holography and application to microscopy", *Applied Optics*, Vol. 40, N°34, 6177-6186 (2001).
54. M. Mosarraf, G. Sheoran, D. Singh, C. Shakher, "Contouring of diffused objects by using digital holography", *Optics and Lasers in Engineering*, Vol. 45, 684-689 (2007).
55. X. Wang and D. Zhao, "Information synthesis (complex amplitude addition and subtraction) and encryption with digital holography and virtual optics", *Optics Express*, Vol. 14, N° 4, 1476-1486 (2007)
56. O. J. Lokberg, H. M. Pedersen, H. Valo, G. Wang, "Measurement of higher harmonics in periodic vibration using phase-modulated TV-holography with digital image processing", *Applied Optics*, Vol. 33, N°22, 4997-5002 (1994).
57. H. M. Pedersen, O. J. Lokberg, H. Valo, G. Wang, "Detection of non-sinusoidal periodic vibrations using phase-modulated TV-holography", *Optics Communications*, Vol. 104, N°4, 271-276 (1994).
58. K. A. Stetson, W. R. Brohinsky, "Fringe-shifting technique for numerical analysis of time-average holograms of vibrating objects", *JOSA A*, Vol. 5, N°9, 1472-1476 (1988).
59. D. N. Borza, "High-resolution time-average electronic holography for vibration measurement", *Optics and Lasers in Engineering*, Vol. 41, 515-527 (2004).
60. P. Picart, E. Moisson, D. Mounier, "Twin sensitivity measurement by spatial multiplexing of digitally recorded holograms", *Applied Optics*, Vol. 42, 1947-1957 (2003).
61. P. Picart, B. Diouf, E. Lolive, J.-M. Berthelot, "Investigation of fracture mechanisms in resin concrete using spatially multiplexed digital Fresnel holograms," *Optical Engineering*, Vol. 43, 1169-1176 (2004).
62. Y. Morimoto, T. Nomura, M. Fjigaki, S. Yoneyama, I. Takahashi, "Deformation measurement by phase shifting digital holography", *Experimental Mechanics*, Vol. 45, 65-70 (2005).
63. P. Smigielski, *Caractérisation des Vibrations par Interférométrie (Techniques de l'Ingénieur - R 6210, Paris, France, juin 2005).*

64. Y. Fu, G. Pedrini, W. Osten, "Vibration measurement by temporal Fourier analyses of a digital hologram sequence", *Applied Optics*, Vol. 46, 5719-5727 (2007).
65. G. Pedrini, S. Schedin, H.J. Tiziani, "Pulsed digital holography combined with laser vibrometry for 3D measurements of vibrating objects", *Optics and Lasers in Engineering*, Vol. 38, 117-129 (2002).
66. G. Pedrini, W. Osten, and M. E. Gusev, "High-speed digital holographic interferometry for vibration measurement," *Applied Optics*, Vol. 45, 3456-3462 (2006).
67. P. Picart, J. Leval, D. Mounier, S. Gougeon, "Time-averaged digital holography", *Optics Letters*, Vol. 28, N°20 (2003).
68. N. Demoli, I. Demoli, "Dynamic modal characterization of musical instruments using digital holography", *Optics Express*, Vol. 13, 4812-4817 (2005).
69. A. Asundi, V. R. Singh, "Time-averaged in-line digital holographic interferometry for vibration analysis", *Applied Optics*, Vol. 45, 2391-2395 (2006).
70. J. Leval, P. Picart, J.-P. Boileau, J. C. Pascal, « Full field vibrometry with digital Fresnel holography », *Applied Optics*, Vol. 44, N°27, 5763-5771 (2005).
71. P. Picart, J. Leval, F. Piquet, J.-P. Boileau, Th. Guimezanes, J.-P. Dalmont, "Tracking high amplitude auto-oscillations with digital Fresnel holograms", *Optics Express*, Vol 15, 8263-8274 (2007).
72. T. Saucedo, F. M. Santoyo, M. De la Torre Ibarra, G. Pedrini, W. Osten, "Simultaneous two-dimensional endoscopic pulsed digital holography for evaluation of dynamic displacements", *Applied Optics*, Vol. 45, 4534-4539 (2006).
73. P. Picart, J. Leval, M. Grill, J.-P. Boileau, J. C. Pascal, J.-M. Breteau, B. Gautier, S. Gillet, "2D full field vibration analysis with multiplexed digital holograms", *Optics Express*, Vol 13, 8882-8892 (2005).
74. V. R. Singh, J. Miao, Z. Wang, G. Hegde and A. Asundi, "Dynamic characterization of MEMS diaphragm using time averaged in-line digital holography", *Optics Communications*, Vol. 280, N° 2, 285-290 (2007).
75. P. Picart, J. Leval, D. Mounier, S. Gougeon, "Some opportunities for vibration analysis with time-averaging in digital Fresnel holography", *Applied Optics*, Vol. 44, 337-343 (2005).
76. B. J. Thompson, J. H. Ward, W. R. Zinky, "Application of hologram techniques for particle size analysis", *Applied Optics*, Vol. 6, N°3, 519-526 (1967).
77. J. D. Trolinger, R. A. Belz, W. M. Farmer, "Holographic techniques for the study of dynamic particle fields", *Applied Optics*, Vol. 8, N°5, 957-961 (1969).
78. M. E. Fourney, J. H. Matkin, A. P. Waggomer, "Aerosol size and velocity determination via holography", *Review of Scientific Instruments*, Vol. 40, 205-213 (1969).
79. L. Onural, M. T. Ozgen, "Extraction of three-dimensional object-location Information directly from in-line holograms using Wigner analysis", *JOSA A*, Vol. 9, 252-260 (1992).
80. S. Coetmellec, D. Lebrun, C. Oskul, "Application of the two-dimensionnal fractional-order Fourier transformation to particle field digital holography", *JOSA A*, Vol. 19, N°8, 1537-1546 (2002).
81. F. Nicolas, S. Coetmellec, M. Brunel, D. Lebrun, "Digital in-line holography with a sub-picosecond laser beam", *Optics Communication*, Vol. 268, 27-33 (2006).
82. F. Nicolas, S. Coëtmelec, M. Brunel, D. Lebrun, "Suppression of the Moiré effect in sub-picosecond digital in-line holography", *Optics Express*, Vol. 15, 887-895 (2007).
83. M. Malek, D. Allano, S. Coëtmelec, D. Lebrun, "Digital in-line holography: influence of the shadow density on particle field extraction", *Optics Express*, Vol. 12, 2270-2279 (2004).

84. M. Malek, Développement de Méthodes d'Holographie Numérique pour la Métrologie Tridimensionnelle dans les Ecoulements (Thèse de Doctorat en Physique-Optronique, Université de Rouen, 2004).
85. L. Denis, C. Fournier, T. Fournel, C. Ducottet, D. Jeulin, "Direct extraction of the mean particle size from a digital hologram", *Applied Optics*, Vol. 45, 944-952 (2006).
86. I. Yamaguchi, T. Zhang, "Phase shifting digital holography", *Optics Letters*, Vol. 22, 1268-1270 (1997).
87. C. Fournier, C. Ducottet, T. Fournel, "Digital holographic particle image velocimetry : 3D velocity field extraction using correlation", *Journal of Flow Visualization and Image Processing*, Vol. 11, 1-20 (2003).
88. L. Onural, "Diffraction from a wavelet point of view", *Optics Letters*, Vol. 18, 846-848 (1993).
89. B. J. Thompson, "Diffraction by opaque and transparent particles", *Proceedings SPIE*, Vol. 2, 43-46 (1964).
90. J.W. Goodman, *Introduction to Fourier optics*, New York, McGraw-Hill, 1996.
91. I. Yamaguchi, T. Matsumura, J. Kato, "Phase shifting color digital holography", *Optics Letters*, Vol. 27, N°13, 1108-1110 (2002).
92. L. Onural, P. D. Scott, "Digital decoding of in-line holograms," *Optics. Engineering*, Vol. 26, 1124-1132 (1987).
93. S. Murata, N. Takeuchi, "A neural network approach to the detection of the depth of tracer particles from in-line hologram patterns", *IMEchE Conf. Trans. Vol. 53*, 377-382 (1996).
94. S. Murata, N. Yasuda, "Development of full-volume digital holography for particle measurement," *Optical Methods and Data Processing in Heat and Fluid Flow*, C. Greated, J. Buick, and J. Cosgrove, eds., (Professional Engineering Publishing,), 69-77 (2002).
95. G. Pan, H. Meng, "Digital holography of particle fields: reconstruction by use of complex amplitude," *Applied Optics*, Vol. 42, 827-833 (2003).
96. W. Yang, A. B. Kostinski, R. A. Shaw, "Depth-of-focus reduction for digital in-line holography of particle fields", *Optics Letters*, Vol. 30, 1303-1305 (2005).
97. F. Soulez, L. Denis, C. Fournier, É. Thiébaud, C. Goepfert, "Inverse-problem approach for particle digital holography: accurate location based on local optimization", *JOSA*, Vol. 24, N°4, 1164-1171 (2007).
98. D. Lebrun, S. Belaid, C. Ozkul, "Hologram reconstruction by use of optical wavelet transform", *Applied Optics*, Vol. 38, N°17, 3730-3734 (1999).
99. C. B. Lefebvre, S. Coetmellec, D. Lebrun, C. Ozkul, "Application of wavelet transform to hologram analysis: three-dimensionnal location of particules", *Optics and Lasers in Engineering*, Vol. 33, 409-421 (2000).
100. M. Liebling, *On Fresnelets, Interferences Fringes, and Digital Holography* (Thèse de Doctorat N°2977, Ecole Polytechnique Fédérale de Lausanne, 2004).
101. M. Unser, A. Aldroubi, M. Eden, "A family of polynomial spline wavelet transforms", *Signal Processing*, Vol. 30, N°2, 141-162 (1993).
102. A. Stern and B. Javidi, "Theoretical analysis of three-dimensional imaging and recognition of micro-organisms with a single-exposure on-line holographic microscope", *JOSA*, Vol. 24, N°1, 163-168 (2007).
103. Y. Zhang, G. Pedrini, W. Osten, H.J. Tiziani, "Image reconstruction for in-line holography with the Yang-Gu algorithm", *Applied Optics*, Vol. 42, 6452-6457 (2003).
104. Y. Zhang, G. Pedrini, W. Osten, H.J. Tiziani, "Reconstruction of in-line digital holograms from two intensity measurements", *Optics Letters*, Vol. 29, 1787-1789 (2004).

105. Y. Yang, B. Kang, "Experimental validation for the determination of particle positions by the correlation coefficient method in digital particle holography", *Applied Optics*, Vol. 47, N° 32, 5953-5960 (2008).
106. J. Leval. "Etude et développement de capteurs holographiques numériques pour l'analyse des vibrations", (Thèse de Doctorat en Sciences, Université du Maine, Le Mans, 2006).
107. U. Schnars, Th. Kreis, W. Jüptner, "digital recording and numerical reconstruction of holograms: reduction of the spatial frequency spectrum", *Optical Engineering*, Vol. 35, N°4, 977-982 (1996).
108. Th. Kreis, M. Adams, W. Jüptner, "Methods of digital holography : a Comparison", in *Optical Inspection and Micromasurements II*, C. Gorecki, Proceedings SPIE, Vol. 3098, 224-233 (1997).
109. Th. Kreis, "Frequency analysis of digital holography with reconstruction by convolution", *Optical Engineering*, Vol. 41, 1829-1839 (2002).
110. E. Cucho, P. Marquet, C. Depeursinge, "Spatial filtering for zero-order and twin-image elimination in digital off-axis holography", *Applied Optics*, Vol. 39, 4070-4075 (2000).
111. C. Ghiglia, M.D. Pritt, *Two-Dimensional Phase Unwrapping – Theory, Algorithms and Software* (John Wiley & Sons, New York, 1998).
112. C. De Veuster, P. Slangen, L. Berwat, Y. Lion, "Disks growing algorithm for phase map unwrapping : Application to speckle interferograms", *Applied Optics*, Vol. 34, N°2, 240-247 (1996).
113. R. M. Goldstein, H. A. Zebker, C. L. Werner, "Satellite radar interferometry : Two-dimensional phase unwrapping", *Radio Science*, Vol. 23, N°4, 713-720 (1998).
114. J. M. Huntley, "Noise-immune phase unwrapping algorithm", *Applied Optics*, Vol. 28, N°15, 3260-3270 (1989).
115. C. Wagner, S. Seebacher, W. Osten, W. Jüptner "Digital recording and numerical reconstruction of lens less Fourier holograms in optical metrology", *Applied Optics*, Vol. 38, 4812-4820 (1999).
116. T. Baumbach, E. Kolenovic, V. Kebbel, W. Jüptner, "Improvement of accuracy in digital holography by use of multiple holograms", *Applied Optics*, Vol. 45, 6077-6085 (2006).
117. X. Cai, H. Wand, "The influence of hologram aperture on speckle noise in the reconstructed image of digital holography and its reduction", *Optics Communication*, Vol. 281, 232-237 (2008).
118. J. H. Massig, "Digital off-axis holography with a synthetic aperture", *Optics Letters*, Vol. 27, N°24, 2179-2181 (2002).
119. G. A. Mills, I. Yamaguchi, "Effects of quantization in phase-shifting digital holography", *Applied Optics*, Vol. 44, 1216-1225 (2005).
120. L. Xu, X. Peng, Z. Guo, J. Mia, A. Asundi, "Imaging analysis of digital holography", *Optics Express*, Vol. 13, 2444-2452 (2005).
121. T. Colomb, F. Montfort, J. Kuhn, N. Aspert, E. Cucho, A. Marian, F. Charrière, S. Bourquin, P. Marquet, C. Depeursinge, "Numerical parametric lens for shifting, magnification, and complete aberration compensation in digital holographic microscopy", *JOSA-OISV*, Vol. 23, N°12, 3177-3190 (2006).
122. A. Stadelmaier, J. H. Massig, "Compensation of lens aberration in digital holography", *Optics Letters*, Vol. 25, N°22, 1630-1632 (2000).
123. F. Charrière, T. Colomb, F. Montfort, E. Cucho, P. Marquet, C. Depeursinge, "Shot-noise influence on the reconstructed phase image signal-to-noise ratio in digital holographic microscopy", *Applied Optics*, Vol. 45, N°29, 7667-7673 (2006).

124. F. Charriere, B. Rappaz, J. Kuhn, et al. "Influence of shot noise on phase measurement accuracy in digital holographic microscopy", *Optics Express*, Vol. 15, N° 14, 8818-8831 (2007).
125. M. Gross, M. Atlan, "Digital holography with ultimate sensitivity", *Optics Letters*, Vol. 32, N° 8, 909-911 (2007).
126. M. Gross, M. Atlan, E. Absil, "Noise and aliases in off-axis and phase-shifting holography", *Applied Optics*, Vol. 47, N° 11, 1757-1766 (2008).
127. C. S. Guo, L. Zhang, Z. Y. Rong, H. T. Wang, "Effect of the fill factor of CCD pixels on digital holograms: comment on the paper", *Optical Engineering*, Vol. 42, 2768-2772 (2003).
128. J. M. Dese; F. Albe; J. L. Tribillon, "Real-time color holographic interferometry", *Applied Optics*, Vol. 41, N° 25, 5326-5333 (2002).
129. V. Linet, X. Bohineust, F. Dupuy, "Three dimensional dynamic analysis of parts of automobile body by holographic interferometry", in *Proceedings of 3rd French-German Congress on Applications of Holography*, P. Smigielski eds, 213-224 (1991).
130. S. Schedin, G. Pedrini, H. J. Tiziani, F. M. Santoyo, "Simultaneous three-dimensional dynamic deformation measurements with pulsed digital holography", *Applied Optics*, Vol. 38, 7056-7062 (1999).
131. N. Demoli, D. Vukicevic, M. Torzynski, "Dynamic digital holographic interferometry with three wavelengths," *Optics Express*, Vol. 11, 767-774 (2003).
132. J. M. Dese, J. L. Tribillon, "State of the art of color interferometry at ONERA," *Journal of Visualization* Vol. 9, 363-371 (2006).
133. J. M. Dese, "Recent contribution in color interferometry and applications to high-speed flows," *Optics Lasers. Engineering*, vol. 44, 304-320 (2006).
134. J. M. Dese, P. Picart, P. Tankam, "Digital three-color holographic interferometry for flow analysis", *Optics Express*, Vol. 16, 5471-5480 (2008).
135. C. J. Mann, P. R. Bingham, V. C. Paquit, K. W. Tobin, "Quantitative phase imaging by three-wavelength digital holography", *Optics Express*, Vol. 16, N° 13, 9753-9764 (2008).
136. P. Picart, D. Mounier, J. M. Dese, "High resolution digital two-color holographic metrology", *Optics Letters*, Vol. 33, 276-278 (2008).
137. A. Khmaladze, M. Kim, C-M. Lo, "Phase imaging of cells by simultaneous dual wavelength reflection digital holography", *Optics Express*, Vol. 16, 10900-10911 (2008).
138. P. Ferraro, S. De Nicola, G. Coppola, A. Finizio, D. Alfieri, G. Pierattini, "Controlling image size as a function of distance and wavelength in Fresnel-transform reconstruction of digital holograms", *Optics Letters*, Vol. 29, N°8 (2004).
139. D. Alfieri, G. Coppola, S. De Nicola, P. Ferraro, A. Finizio, G. Pierattini, B. Javidi, "Method for superposing reconstructed images from digital holograms of the same object recorded at different distance and wavelength", *Optics Communications*, Vol. 260, 113-116 (2006).
140. J. Zhao, H. Jiang, J. Di, "Recording and reconstruction of a color holographic image by using digital lensless Fourier transform holography," *Optics Express*, Vol. 16, 2514-2519 (2008).
141. B. Javidi, P. Ferraro, S. Hong, S. De Nicola, A. Finizio, D. Alfieri, G. Pierattini, "Three-dimensional image fusion by use of multiwavelength digital holography", *Optics Letters*, Vol. 30, 144-146 (2005).
142. T. Saucedo, F. M. Santoyo, M. De la Torre-Ibarra, "Endoscopic pulsed digital holography for 3D measurements", *Optics Express*, Vol. 14, No. 4, 1468 (2006).
143. P. Ferraro, S. De Nicola, A. Finizio, G. Pierattini, G. Coppola, "Recovering image resolution in reconstructing digital off-axis holograms by Fresnel-transform method", *Applied Physics Letters*, Vol. 85, N°14, 2709-2711 (2004).

144. J.C. Li, Z. Peng, Y. Fu, "Diffraction transfer function and its calculation of classic diffraction formula", *Optics Communication*, Vol. 280, 243-248 (2007).
145. L. Yu, M. K. Kim, "Wavelength-scanning digital interference holography for tomographic three-dimensional imaging by use of the angular spectrum method," *Optics Letters*, Vol. 30, 2092-2094 (2005).
146. L. Yu, M. K. Kim, "Pixel resolution control in numerical reconstruction of digital holography", *Optics Letters*, Vol. 31, 897-899 (2006).
147. F. Zhang, I. Yamaguchi, L. P. Yaroslavsky, "Algorithm for reconstruction of digital holograms with adjustable magnification," *Optics Letters*, Vol. 29, 1668-1670 (2004).
148. U. Schnars, W. Jüptner, "Digital recording and numerical reconstruction of holograms", *Measurement Sciences and Technology*. Vol. 13, 85-101 (2002).
149. P. K. Rastogi, *Holographic Interferometry*, Springer series in Optical Sciences Vol. 68, Springer-Verlag, Berlin, 1994.
150. E. Kolenovic, W. Osten, R. Klattenhoff, S. Lai, C. V. Kopylow, W. Juptner. "Miniaturized digital holography sensor for digital three-dimensional endoscopy," *Applied Optics*, Vol. 42, 5167-5172 (2003).
151. K. Creath, "Phase shifting speckle interferometry", *Applied Optics*, Vol. 24, N°18, 3053-3058 (1985).
152. K. Creath, "Phase measurement interferometry techniques", *Progress in Optics*, Vol. 26, 349-393, E. Wolf Ed. North-Holland publishing Company, Holland (1988).
153. O. J. Lokberg, K. Hogmoen, "Use of modulated reference wave in electronic speckle pattern interferometry", *Journal of Physics E : Scientific Instruments*, Vol. 9, 847-851 (1976).
154. B. Lu, X. Yang, H. Abendroth, H. Eggers, "Time-averaged subtraction method in electronic speckle pattern interferometry", *Optics Communications*, Vol. 70, N°3, 177-180 (1989).
155. W. C. Wang, C. H. Hwang, S. Y. Lin, "Vibration measurement by the time-averaged electronic speckle pattern interferometry methods", *Applied Optics*, Vol. 35, N°22, 4502-4509 (1996).
156. D. J. Anderson, J. D. R. Valera, J.D.C. Jones, "Electronic speckle pattern interferometry using Diode laser stroboscopic illumination", *Measurement Science and Technology*, Vol. 4, 982-987 (1993).
157. A. J. Moore, D. P. Duncan, J. S. Barton, J. D. C. Jones, "Transient deformation measurement with electronic speckle pattern interferometry and a high speed camera", *Applied Optics*, Vol. 38, N°7, 1159-1162 (1999).
158. P. Jacquot, J.-M. Fournier (Eds.), *Proceedings of Interferometry in Speckle Light : Theory and Applications*, Ed. Springer-Verlag, September 25-28, 2000, Lausanne (Switzerland).
159. K. Gastinger, O.J. Lokberg, S. Winter (Eds), *Speckle Metrology 2003*, Proceedings SPIE Vol. 4933, June 18-20, 2003, Trondheim (Norway).
160. H. A. Aebischer and S. Waldner, "Strain distributions made visible with image-shearing speckle pattern interferometry," *Optics Lasers Engineering*, Vol. 26, 407-420 (1997).
161. G. Pedrini, P. H. Froning, H. Fessler, H. J. Tiziani, "Transient vibration measurements using multi-pulse digital holography", *Optics and Laser Technology*, Vol. 29, 505-511 (1997).
162. G. Pedrini, Y. L. Zou, H. J. Tiziani, "Simultaneous quantitative evaluation of in-plane and out-of-plane deformations by use of a multidirectional spatial carrier", *Applied Optics*, Vol. 36, N°4, 786-792 (1997).
163. G. Pedrini and H. J. Tiziani, "Quantitative evaluation of two-dimensional dynamic deformation using digital holography," *Optics and Laser Technology*, Vol. 29, 249-256 (1997).

164. P. Ferraro, L. Miccio, S. Grilli, M. Paturzo, S. De Nicola, A. Finizio, R. Osellame, "Quantitative phase microscopy of microstructures with extended measurement range and correction of chromatic aberrations by multiwavelength digital holography", *Optics Express*, Vol. 15, N° 22, 14591-14600 (2007).
165. E. S. Leonardo, J. L. Andrea, R. N. Sidney, "Vibrations and diverging length scales near the unjamming transition", (2005).
166. O. Pouliquen "les milieux granulaires, Entre liquide et solide", (2001).
167. D. Muller, "Techniques informatiques efficaces pour la simulation de milieux granulaires par des méthodes d'éléments distincts", Thèse en physique N° 1545 Ecole Polytechnique Fédérale de Lausanne (1996).
168. J. P. Wittmer, A. Tanguy, J.-L. Barrat, L. Lewis, "Vibrations of amorphous, nanometric structures: When does continuum theory apply?", *Europhysics Letters*, Vol. 57, 423-429 (2002).
169. M. Wyart, S. R. Nagel, T. A. Witten, "Geometric origin of excess low-frequency vibrational modes in weakly connected amorphous solids", *Europhysics Letters*, Vol. 72, 486 (2005).
170. M. L. Falk, J. S. Langer, "Dynamics of viscoplastic deformation in amorphous solids", *Physical Review Letters*, Vol. 57, 7192 (1998).
171. F. Léonforte, A. Tanguy, J. P. Wittmer, J.-L. Barrat, "Inhomogeneous elastic response of silica glass", *Physical Review Letters*, Vol. 97, 055501 (2006).
172. W. Steurer, A. Apfalter, M. Koch, W.E. Ernst, B. Holst, E. Sondergard, J. R. Manson, "Observation of the boson peak at the surface of vitreous silica", *Physical Review Letters*, Vol. 99, 035503 (2007).
173. V. Gusev, V. Aleshin, V. Tournat, "Acoustic waves in an elastic channel near the free surface of granular media", *Physical Review Letters*, Vol. 96, 214301 (2006).
174. X. Jacob, V. Aleshin, V. Tournat, P. Leclaire, W. Lauriks, V. E. Gusev, "Acoustic Probing of the Jamming Transition in an Unconsolidated Granular Medium", *Physical Review Letters*, Vol. 100, 158003 (2008).
175. G. Caballero, E. Kolb, A. Lindner, J. Lanuza, E. Clement, "Experimental investigation of granular dynamics close to the jamming transition", *Journal of Physics.: Condensed Matter*, Vol. 17, S2503 (2005).
176. L. Yu, G. Pedrini, W. Osten, M. K. Kim, "Three-dimensional angle measurement based on propagation vector analysis of digital holography", *Applied Optics*, Vol. 46, N° 17, 3539-3545 (2007).
177. A. Khmaladze, A. R. Martínez, M. Kim, R. Castañeda, A. Blandón, "Simultaneous dual-wavelength reflection digital holography applied to the study of the porous coal samples", *Applied Optics*, Vol. 47, N° 17, 3203-3210 (2008).
178. P. Almero, W. Garcia, C. Saloma, "Colored object recognition by digital holography and a hydrogen Raman shifter", *Optics Express*, Vol. 15, N° 17, 7176-7181 (2007).
179. J. Rosen, G. Brooker, "Fluorescence incoherent color holography", *Optics Express*, Vol. 15, N° 5, 2244-2250 (2007).
180. J. Kato, I. Yamaguchi, T. Matsumura, "Multicolor digital holography with an achromatic phase shifter", *Optics Letters*, Vol. 27, N° 16, 1403-1405 (2002).
181. L. Chen, D. Zhao, "Color information processing (coding and synthesis) with fractional Fourier transforms and digital holography", *Optics Express*, Vol. 15, N° 24, 16080-16089 (2007).
182. B. Javidi, D. Kim, "Three-dimensional-object recognition by use of single-exposure on-axis digital holography", *Optics Letters*, Vol. 30, 236-238 (2005).

183. I. B. Hans, E Mirlis, "Color holography to produce highly realistic three-dimensional images", *Applied Optics*, Vol. 47, N° 4, 123-133 (2008).
184. J. M. Desse, F. Albe, J.L. Tribillon, "Real-time color holographic interferometry devoted to 2D unsteady wake flows," *Journal of Visualization*, Vol. 7, 217-224 (2004).
185. P. Picart, D. Mounier, E. Bobboh-Ebo, J. M. Desse, P. Tankam, « Métrologie holographique numérique couleur à haute résolution », *Contrôle Essais Mesures*, supplément au numéro d'Octobre, Novembre, Décembre, 23-25 (2008).
186. J.C. Li, P. Tankam, Z. Peng, P. Picart, "Digital holographic reconstruction of large objects using a convolution approach and adjustable magnification", *Optics Letters*, Vol. 34, N° 5, 572-574 (2009).
187. P. Picart, P. Tankam, Z. Peng, J.C. Li, "Phase Recovering Algorithms for Extended Objects Encoded in Digitally Recorded Holograms", *Proceedings of ICEM 14, International Conference on Experimental Mechanics*, Poitiers, France, July 5-8, 2010.
188. J. C Li, Z Peng, P Tankam, P Picart, "Design of the spatial filter window for digital holographic convolution reconstruction of object beam field", *Optics communications*, Vol. 283, 4166-4170 (2010).
189. P. Picart, P. Tankam, Z. Peng, J. C Li, "Recovering of Complex Amplitude by Use of Bandwidth-Adapted Double FFT Algorithms", *Digital Holography and Three Dimensional Imaging*, OSA Topical Meeting, Miami, Florida, USA, April 12-14, 2010.
190. P. Picart, P. Tankam, Z. Peng, JC Li, "Speckle Amplitude and Phase Recovering With Bandwidth-Extended Digital Holographic Algorithms", *SPECKLE 2010, "Optical metrology"*, A. Albertazzi & G.H. Kaufmann, eds, *Proceedings SPIE Vol. 7387*, pp 7387071-7387077, Florianopolis, Brasil, September 13-15, 2010.
191. P. Picart, P. Tankam, D. Mounier, Z. Peng, J.C. Li, "Spatial bandwidth extended reconstruction for digital color Fresnel holograms", *Optics Express*, Vol. 17, N° 11, 9145-9156 (2009).
192. J. C. Li, Z. Peng, P. Tankam, P. Picart, "Research on the optical system of scattered light digital color holography and Its wave front reconstruction algorithm", *Acta Physica Sinica*, Vol. 59, N° 7, 4646-4655 (2010).
193. P. Tankam, P. Picart, J. M. Desse, J. C. Li, Q. Song, "Reconstruction holographique numérique à grandissement variable : Applications en holographie couleur", *Méthodes et Techniques Optiques pour l'Industrie*, 10ème colloque francophone, 17-19 Novembre 2009, Reims.
194. P. Tankam, P. Picart, D. Mounier, JP. Boileau, V. Tournat, V. Gusev, "Méthode d'holographie numérique couleur : Principe et applications au diagnostic sans contact", P. Picart (Eds) : 5ème Colloque Interdisciplinaire en Instrumentation, Ed. Hermes, 26-27 Janvier 2010, Université du Maine, pp 408- 416.
195. P. Picart, P. Tankam, D. Mounier, J.M. Desse, *Méthode d'Holographie Numérique Couleur : Principe et Applications au Diagnostique Sans Contact*, *Instrumentation Mesure Métrologie*, Vol. 10, N°1-2 (2010).
196. P. Tankam, D. Mounier, E. Moisson, P. Picart, "Investigation of Crack Origin in Hybrid Components With Two-Color Digital Fresnel Holography", *Proceedings of ICEM 14, International Conference on Experimental Mechanics*, Poitiers, France, July 5-8, 2010.
197. P. Tankam, P. Picart, D. Mounier, J. P. Boileau, V. Tournat, Vitaly Gusev, "Analyse vibratoire des milieux granulaires par holographie numérique de Fresnel bi-couleur", *Méthodes et Techniques Optiques pour l'Industrie*, 9ème colloque francophone, 18-20 Novembre 2008, Nantes.
198. P. Tankam, P. Picart, D. Mounier, J.-P. Boileau, V. Tournat, V. Gusev, "3D Vibration Analysis of Granular Materials With Two-Color Digital Fresnel Holography", *FRINGE 2009*,

- The 6th International Workshop on Automatic Processing of Fringe Pattern, Nürtingen, Germany, September 14-16, 2009, 513-518.
199. P. Tankam, P. Picart, D. Mounier, J.-P. Boileau, V. Tournat and V. Gusev, "Investigation of dynamic of unconsolidated materials using two-color digital holography", Proceedings of ICEM 14, International Conference on Experimental Mechanics, Poitiers, France, July 5-8, 2010.
 200. P. Tankam, P. Picart, D. Mounier, J.M. Desse, J.C. Li, "Method of digital holographic recording and reconstruction using a stacked color image sensor", Applied Optics , Vol. 49, No. 3, 320-328 (2010).
 201. P. Tankam, P. Picart, D. Mounier, JM. Desse, JC. Li, "Some opportunities for digital color holography using a stack of photodiodes", Digital Holography 2010, april 12-14, 2010, Miami, Florida, USA.
 202. J. M. Desse, P. Picart, P. Tankam, "Interférométrie holographique numérique à 3 longueurs d'onde pour l'analyse des écoulements", Photoniques, La revue de la SFO, N°36, 58-65, Juillet-Aout (2008).
 203. J. M. Desse, P. Tankam, P. Picart, "Metrology of fluids with digital color holography ", Digital Holography and Three Dimensional Imaging, OSA Topical Meeting, St Petersburg, Florida, USA, March 17-19, 2008.
 204. P. Tankam, J. M. Desse, P. Picart, "La faisabilité de l'interférométrie holographique numérique couleur pour l'étude des écoulements", Méthodes et Techniques Optiques pour l'Industrie, 8ème colloque francophone, 20-23 Novembre 2007, Arcachon.
 205. J. M. Desse, P. Picart, P. Tankam, E. Lefrancois, P. Hulig, "Digital three-color holographic interferometry and Visualizations in plasma cutting", Research Meeting Topic 2.14, "Guided Ammunition", ISL – March 4-5, 2010
 206. P. Tankam, Q. Song, M. Karray, J. C. Li, J. M. Desse, P. Picart, "Real-time three-sensitivity measurements based on three-color digital Fresnel holographic interferometry", Optics Letters, Vol. 35 N° 12, 2055-2057 (2010).
 207. P. Tankam, P. Picart, D. Mounier, J.M. Desse, JC Li, "Digital Color Holography Using a Stack of Photodiodes", SPECKLE 2010, "Optical metrology", A. Albertazzi & G.H. Kaufmann, eds, Proceedings SPIE Vol. 7387, pp 73870A1-73870A7, Florianopolis, Brasil, September 13-15, 2010.
 208. J. M. Desse, P. Tankam, P. Picart, "Wake Flows Analysis by Digital Color Holographic Interferometry", Digital Holography and Three Dimensional Imaging, OSA Topical Meeting, Miami, Florida, USA, April 12-14, 2010.
 209. J. M. Desse, P. Picart, P. Tankam, "Digital Three-Color Holographic Interferometry Devoted to Fluid Mechanics", SPECKLE 2010, "Optical metrology", A. Albertazzi & G.H. Kaufmann, eds, Proceedings SPIE Vol. 7387, Florianopolis, Brasil, pp 73870S1-73870S6, September 13-15, 2010.
 210. J. M. Desse, P. Picart, P. Tankam, "Interférométrie holographique numérique à 3 longueurs d'onde pour l'analyse d'un milieu transparent", Demande de Brevet d'invention, CHP/FR 1057428, septembre 2010.

Liste des illustrations

Liste des figures

Figure 1.1 : Diffraction par une pupille diffractante	10
Figure 1.2 : Diffraction par une ouverture	12
Figure 1.3 : Interférences lumineuses	13
Figure 1.4 : Matrice de photosites.....	15
Figure 1.5 : Mosaïque de Bayer	16
Figure 1.6 : Sélectivité des filtres du capteur Fovéon X3.....	17
Figure 1.7 : Sélectivité des filtres du capteur ORCA-3CCD	18
Figure 1.8 : Courbe typique de la transmission en amplitude en fonction de l'exposition sur un capteur d'enregistrement numérique.....	19
Figure 1.9 : Courbe de la transmission en amplitude en fonction de l'exposition.....	19
Figure 1.10 : Division du front d'onde (gauche) et division d'amplitude (droite)	20
Figure 1.11 : Hologramme de Fresnel	21
Figure 1.12 : Hologramme de Fraunhofer	21
Figure 1.13 : Hologramme de Fourier	22
Figure 1.14 : Hologramme de Fourier « Lensless ».....	22
Figure 1.15 : Hologramme image	22
Figure 1.16 : Optimisation d'enregistrement pour différentes formes d'objet	24
Figure 1.17 : Principe du multiplexage spatial à trois longueurs d'onde.....	25
Figure 1.18 : Enregistrement à trois longueurs d'onde.....	26
Figure 1.19 : Algorithme de reconstruction par Transformée de Fresnel discrète	28
Figure 1.20 : Montage du banc holographique	29
Figure 1.21 : Champs reconstruits par transformée de Fresnel.....	29
Figure 1.22 : Synoptique de l'algorithme de convolution avec réponse impulsionnelle.....	30
Figure 1.23 : Synoptique de l'algorithme de convolution avec spectre angulaire.....	31
Figure 1.24 : Illustration du vecteur sensibilité.....	32
Figure 1.25 : Mesure de déformation par interférométrie.....	33
Figure 2.1 : Synoptique de la relation objet-image.....	38
Figure 2.2 : Fonction de résolution intrinsèque	40
Figure 2.3 : Dispositif expérimental	45
Figure 2.4 : Evolution du taux de saturation en fonction de la puissance.....	45
Figure 2.5 : Evolution du niveau moyen de l'hologramme en fonction de la puissance.....	46
Figure 2.6 : Effet de la saturation sur la qualité de l'hologramme reconstruit	47
Figure 2.7 : Spectre de l'hologramme non saturé	48
Figure 2.8 : Fonctions de filtrage de l'ordre +1 et l'ordre 0	48
Figure 2.9 : Comparaison entre l'hologramme réel et l'hologramme de synthèse.....	49
Figure 2.10 : Modèle d'hologramme saturé.....	50
Figure 2.11 : Amplitude de l'harmonique 0 en fonction du taux de saturation	52
Figure 2.12 : Amplitude de l'harmonique 1, en % de l'amplitude de l'ordre 0, en fonction du taux de saturation.....	53
Figure 2.13 : Amplitude de l'harmonique 2, en % de l'amplitude de l'ordre 0, en fonction du taux de saturation.....	53
Figure 2.14 : Amplitude de l'harmonique 3, en % de l'amplitude de l'ordre 0, en fonction du taux de saturation.....	53
Figure 2.15 : Amplitude de l'harmonique 4, en % de l'amplitude de l'ordre 0, en fonction du taux de saturation.....	54
Figure 2.16 : Représentation des ordres 0 et 1	55

Figure 2.17 : Repliement spectral des ordres	56
Figure 2.18 : Périodicité du plan reconstruit	57
Figure 2.19 : Représentation des ordres 0, 1 et 2	57
Figure 2.20 : Représentation des ordres 0, 1 et 3	58
Figure 2.21 : Représentation des ordres 0, 1 et 4	59
Figure 2.22 : Influence de l'amplitude de l'objet sur l'hologramme reconstruit	61
Figure 2.23 : Evolution de la valeur moyenne de l'hologramme en fonction de l'ordre α	62
Figure 2.24 : Evolution de la valeur moyenne de l'hologramme en fonction de l'ordre α pour un coefficient égal à 1	63
Figure 2.25 : Evolution de la valeur moyenne de l'hologramme en fonction de l'ordre α pour un coefficient égal à 2	64
Figure 2.26 : Evolution de la valeur moyenne de l'hologramme en fonction de l'ordre α pour un coefficient égal à 4	64
Figure 2.27 : Evolution de la valeur moyenne de l'hologramme en fonction de l'ordre α pour un coefficient égal à 10	65
Figure 2.28 : Evolution du coefficient sur les amplitudes en fonction de la puissance	66
Figure 2.29 : Comparaison entre les densités de probabilité des histogrammes de l'hologramme expérimental et de l'hologramme de synthèse	67
Figure 2.30 : Harmoniques 0 à 4 du modèle exact et du modèle approché pour $\tau = 5,7\%$	68
Figure 2.31 : Harmoniques 0 à 4 du modèle exact et du modèle approché pour $\tau = 18,8\%$	69
Figure 2.32 : Harmoniques 0 à 4 du modèle exact et du modèle approché pour $\tau = 26,1\%$	70
Figure 2.33 : Harmoniques 0 à 4 du modèle exact et du modèle approché pour $\tau = 57,7\%$	71
Figure 2.34 : Harmoniques 0 à 4 du modèle exact et du modèle approché pour $\tau = 79,1\%$	72
Figure 2.35 : Harmoniques 0 à 4 du modèle exact et du modèle approché pour $\tau = 96,1\%$	73
Figure 2.36 : Hologrammes reconstruits avec un taux de saturation de 5,7% :a) Saturation expérimentale, b) Saturation numérique, c) Modèle exact, d) Modèle approché	74
Figure 2.37 : Hologrammes reconstruits avec un taux de saturation de 18,8% :a) Saturation expérimentale, b) Saturation numérique, c) Modèle exact, d) Modèle approché	75
Figure 2.38 : Hologrammes reconstruits avec un taux de saturation de 26,1% :a) Saturation expérimentale, b) Saturation numérique, c) Modèle exact, d) Modèle approché	75
Figure 2.39 : Hologrammes reconstruits avec un taux de saturation de 57,7% :a) Saturation expérimentale, b) Saturation numérique, c) Modèle exact, d) Modèle approché	76
Figure 2.40 : Hologrammes reconstruits avec un taux de saturation de 79,1% :a) Saturation expérimentale, b) Saturation numérique, c) Modèle exact, d) Modèle approché	76
Figure 2.41 : Hologrammes reconstruits avec un taux de saturation de 96,1% :a) Saturation expérimentale, b) Saturation numérique, c) Modèle exact, d) Modèle approché	77
Figure 3.1 : Banc holographique bi-couleur	84
Figure 3.2 : Plans reconstruits par transformée de Fresnel	85
Figure 3.3 : Processus de zéro-padding	86
Figure 3.4 : Evolution de la résolution (en μm) en fonction du nombre de points	86
Figure 3.5 : Définition de l'image en fonction du nombre de points de reconstruction	87
Figure 3.6 : Hologrammes reconstruits par transformée de Fresnel classique	93
Figure 3.7 : Hologrammes reconstruits par transformée de Fresnel avec zéro-padding	93
Figure 3.8 : Hologrammes reconstruits par transformée de Fresnel avec zéro-padding	94
Figure 3.9 : Cartes de différence de phase rouge et verte	94
Figure 3.10 : Champs reconstruits par convolution avec différentes tailles	98
Figure 3.11 : Analyse spectrale de l'algorithme par convolution	101
Figure 3.12 : Adaptation de la largeur de la bande passante du noyau de convolution	101
Figure 3.13 : Méthode de reconstruction par banc de filtre	104
Figure 3.14 : Synoptiques de la reconstruction par banc de filtre	104

Figure 3.15 : Dispositif expérimental	105
Figure 3.16 : Méthode de reconstruction par banc de filtre de l'objet.....	106
Figure 3.17 : Pièce reconstruite par banc de filtre avec spectre angulaire.....	106
Figure 3.18 : Processus de reconstruction avec réponse impulsionnelle	107
Figure 3.19 : Objet reconstruit par banc de filtre avec réponse impulsionnelle	107
Figure 3.20 : Phénomène de repliement du spectre	108
Figure 3.21 : Profil spectral du noyau de convolution de la réponse impulsionnelle	108
Figure 3.22 : Chevauchement des filtres avec 50% de recouvrement	109
Figure 3.23 : Reconstruction par banc de filtres avec 50% de recouvrement.....	109
Figure 3.24 : Effet du grandissement sur l'ordre 0	112
Figure 3.25 : Accroissement de la bande passante de l'onde sphérique avec le grandissement.....	113
Figure 3.26: Synoptique de l'algorithme de convolution à grandissement variable avec réponse impulsionnelle modulée.....	114
Figure 3.27 : Synoptique de l'algorithme de convolution à grandissement variable avec spectre angulaire modifié	115
Figure 3.28 : Processus de reconstruction pour différentes valeurs de γ avec $K=L=2048$	117
Figure 3.29 : Dispositif expérimental de l'enregistrement avec onde sphérique.....	119
Figure 3.30 : Reconstruction du champ objet	119
Figure 3.31: Profil de la réponse impulsionnelle	121
Figure 3.32: Synoptique de la reconstruction par transformée de Fourier avec filtrage.....	122
Figure 3.33 : Comparaison des différentes approches de reconstruction	123
Figure 4.1 : Evaluation du vecteur sensibilité.....	127
Figure 4.2 : Vue projetée des vecteurs éclairage et observation.....	128
Figure 4.3 : Déplacement dans le plan et hors plan de la rondelle en déformation	130
Figure 4.4 : Dispositif expérimental par multiplexage spatial bi-couleur.....	131
Figure 4.5 : Partie réelle des réponses impulsionnelles rouge et verte	132
Figure 4.6 : Processus de reconstruction des hologrammes du médaillon.....	132
Figure 4.7 : Comparaison entre l'hologramme bi-couleur reconstruit et l'image couleur du médaillon.....	133
Figure 4.8 : Partie réelle des réponses impulsionnelles rouge et verte	134
Figure 4.9 : Processus de reconstruction des hologrammes de la tête	134
Figure 4.10 : Comparaison entre l'hologramme bi-couleur reconstruit et l'image couleur du de la « tête chinoise »	135
Figure 4.11 : Composant PCB et zone inspectée	135
Figure 4.12 : Image du dispositif expérimental	136
Figure 4.13 : Hologrammes reconstruits par transformée de Fresnel	136
Figure 4.14 : Hologrammes reconstruits : a) par convolution à grandissement variable,..... b) par transformée de Fresnel avec zéro-padding.....	137
Figure 4.15 : Cartes de différence de phases rouge entre deux états de la déformation.....	138
Figure 4.16 : Déplacements dans le plan (gauche) et hors plan (droite) mesurés avec 90 hologrammes bi-couleurs.....	138
Figure 4.17 : Déplacements dans le plan (gauche) et hors plan (droite) sans courbure.....	139
Figure 4.18 : Mouvement vibratoire des milieux granulaires	140
Figure 4.19 : Dispositif expérimental pour l'analyse vibratoire	142
Figure 4.20 : Photographies du montage	143
Figure 4.22 : Hologrammes reconstruits par transformée de Fresnel avec zéro-padding.....	144
Figure 4.23 : Vue projetée des vecteurs éclairages et observation	144
Figure 4.24 : Base des 30 premiers polynômes de Zernike	146
Figure 4.25 : Amplitudes et phases vibratoires dans les directions x, y et z.....	150
Figure 4.26 : Amplitudes et phases vibratoires dans les directions x, y et z.....	151
Figure 4.27 : Amplitudes et phases vibratoires dans les directions x, y et z.....	152

Figure 4.28 : Amplitudes et phases vibratoires dans les directions x, y et z.....	153
Figure 4.29 : Vitesses quadratiques moyennes dans les directions x, y, z et globale	155
Figure 4.30 : Représentation de la vélocimétrie planaire.....	156
Figure 4.31 : Vue projetée des vecteurs éclairages et observation	158
Figure 4.32 : Synoptique de la méthode par symétrie de révolution	159
Figure 4.33 : Amplitudes et phases vibratoires dans les directions x, y et z à 0°	160
Figure 4.34 : Vitesses quadratiques moyennes dans les directions x, y et z.....	161
Figure 4.35 : Comparaison des composantes en z dans les deux configurations (0° et 90°).....	162
Figure 4.36 : Montage optique à faisceau de référence unique	164
Figure 4.37 : Hologrammes reconstruits par transformée de Fresnel	164
Figure 4.38 : reconstruction par convolution	165
Figure 4.39 : Hologrammes reconstruits par convolution.....	165
Figure 4.40 : Cartes de différences de phases non déroulées.....	166
Figure 4.41 : Champs de déplacement dans le plan et hors plan	166
Figure 4.42 : Ecart entre les cartes de différences de phases	167
Figure 4.43 : Densités de probabilité des cartes de différence de phase.....	167
Figure 5.1 : Réponses spectrales des filtres	171
Figure 5.2 : Montage optique à faisceau de référence unique	172
Figure 5.3 : Champs reconstruits par transformée de Fresnel.....	173
Figure 5.4 : Montage optique tri-couleur à multiplexage spatial 2-1.....	174
Figure 5.5 : Champs rouge, vert et bleu reconstruits par transformée de Fresnel	175
Figure 5.6 : Hologrammes reconstruits par convolution à grandissement variable.....	175
Figure 5.7 : Photographies de montage optique.....	176
Figure 5.8 : Champs rouge, vert et bleu reconstruits par transformée de Fresnel	176
Figure 5.9 : Hologrammes reconstruits par convolution à grandissement variable.....	177
Figure 5.10 : Cartes de différences de phases entre deux états de contraintes	177
Figure 5.11 : Champ de déplacement tridimensionnel de la rondelle.....	178
Figure 5.12 : Montage interférométrie holographique à trois longueurs d'onde	179
Figure 5.13 : Séparation spectrale des hologrammes par serrage des franges.....	180
Figure 5.14 : Interférogrammes de référence et de mesure.....	181
Figure 5.15 : Fonctions de filtrage du spectre des interférogrammes	181
Figure 5.16 : Cartes de phases et de différences de phases déroulées	182
Figure 5.17 : Cartes d'intensité de la flamme	183
Figure 5.18 : Champs reconstruits par transformée de Fresnel.....	184
Figure 5.19 : Champs reconstruits par convolution à grandissement variable	184
Figure 5.20 : Cartes de différences de phases et écarts entre les différences de phases	185
Figure 5.21 : Amplitudes du déplacement en microns.....	186
Figure 5.22 : Ecart entre les amplitudes et densités de probabilité sur les écarts.....	186
Figure 5.23 : Montage optique à faisceaux objet et référence uniques.....	187
Figure 5.24 : Champs reconstruits par transformée de Fresnel.....	188
Figure 5.25 : Champs reconstruits par convolution à grandissement variable	188
Figure 5.26 : Champs reconstruits par transformée de Fresnel.....	189
Figure 5.27 : Champs reconstruits par convolution à grandissement variable	189
Figure 5.28 : Champs reconstruits par transformée de Fresnel.....	189
Figure 5.29 : Champs reconstruits par convolution à grandissement variable	190
Figure 5.30 : Cartes de différences de phases et écarts entre les différences de phases	191
Figure 5.31 : Amplitudes du déplacement en microns et erreurs sur la mesure	192
Figure 5.23 : Montage optique à trois faisceaux pour l'analyse des milieux granulaires.....	193
Figure 5.28 : Champs reconstruits par transformée de Fresnel.....	194
Figure 5.29 : Champs du milieu reconstruits par convolution à grandissement variable	194
Figure 5.31 : Amplitudes et phases vibratoires dans les directions x, y et z.....	196

Figure 5.32 : Amplitudes et phases vibratoires dans les directions x, y et z.....	197
Figure 5.33 : Amplitudes et phases vibratoires dans les directions x, y et z.....	198
Figure 5.34 : Vitesses quadratiques moyennes	199
Figure 5.35 : Représentation vélocimétrique de la surface du milieu.....	200
Figure 5.36 : Banc d'interférométrie holographique à trois longueurs d'onde.....	201
Figure 5.37 : Interfranges de référence et de mesure	202
Figure 5.38 : Représentations spectrales des interférogrammes de référence et de mesure dans les trois voies.....	202
Figure 5.39 : Cartes de phases des interférogrammes de référence et de mesure.....	203
Figure 5.40 : Cartes de différences de phases non déroulées et déroulées	203
Figure 5.41 : Cartes d'intensité des franges	204
Figure 5.42 : Correction des fluctuations : Intérêt de la couleur.....	205
Figure 5.43 : Evolution de la densité à Mach 0,45 (en Kg/m ³).....	206

Liste des tableaux

Tableau 3.1 : Valeurs des paramètres de reconstruction avec distance de reconstruction fixe	88
Tableau 3.2 : Valeurs de paramètres de reconstruction avec variation de la distance de reconstruction pour entier = { 1189, 1190 }	89
Tableau 3.3 : Valeurs de paramètres de reconstruction avec variation de la distance de reconstruction pour entier = { 840, 841 }	91
Tableau 3.4 : Comparaison des effets de la distance de reconstruction sur l'élargissement de la reponse impulsionnelle	92
Tableau 3.5 : Valeurs de fréquences spatiales centrales des filtres	105
Tableau 3.6 : Valeurs des paramètres de reconstruction pour K=L=2048 points.....	116

