Holographie dynamique pour les atomes froids : modes de Laguerre-Gauss et leurs variantes

Fabienne Diry

▶ **To cite this version:**

Fabienne Diry. Holographie dynamique pour les atomes froids : modes de Laguerre-Gauss et leurs variantes. Physique Atomique [physics.atom-ph]. Université Paris Sud - Paris XI, 2009. Français. NNT : . tel-00642811

HAL Id: tel-00642811

https://theses.hal.science/tel-00642811

Submitted on 18 Nov 2011

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Orsay
Numéro d'Ordre :

UNIVERSITE DE PARIS-SUD XI

U.F.R. SCIENTIFIQUE D'ORSAY

THESE

présentée par

Fabienne DIRY

pour obtenir le grade de

DOCTEUR EN SCIENCES DE L'UNIVERSITE PARIS-SUD XI

Holographie dynamique pour les atomes froids : modes de Laguerre-Gauss et leurs variantes

Présentée le 29 Septembre 2009
devant la commission d'examen composée de :

M. Denis BOIRON	**Examinateur**
M. Olivier EMILE	**Rapporteur**
M. Hervé GILLES	**Examinateur**
Mme. Saida GUELLATI-KHELIFA	**Rapporteur**
M. Pierre PILLET	**Examinateur**
Mme. Laurence PRUVOST	**Directrice de thèse**

Table des matières

1 Généralités sur les modes de Laguerre-Gauss appliqués aux atomes froids **9**

1.1 Forces dipolaire et de pression de radiation 9

1.2 Modes de Laguerre-Gauss 11

1.2.1 Propriétés 11

1.2.2 Méthodes de fabrication 14

1.3 Modes de Bessel 19

1.3.1 Propriétés 19

1.3.2 Méthodes de fabrication 20

1.4 Applications aux atomes froids 21

1.4.1 Fabrication de pièges 21

1.4.2 Guidage d'atomes froids 25

1.4.3 Transfert de moment angulaire orbital 28

1.5 Conclusion et but de la thèse 30

2 Dispositif expérimental de façonnage de lasers **33**

2.1 Les modulateurs spatiaux de lumière (SLM) 33

2.1.1 Les matrices de micro-miroirs (DMD) 33

2.1.2 Les modulateurs à cristaux liquides 35

2.1.3 Les différentes manières d'adresser un SLM 37

2.1.4 Quelques applications des SLMs 38

2.2 Caractéristiques du dispositif expérimental 39

2.2.1 Le SLM Hamamatsu X8267 39

2.2.2 Eclairement du SLM 41

2.2.3 Système d'imagerie 43

2.3 Conclusion 46

3 Fabrication de Laguerre-Gauss quasi-purs par la méthode holographique **47**

3.1 Méthode et hologramme utilisés 47

3.1.1 Hologramme en hélice 47

3.1.2 Utilisation d'un hologramme de réseau blazé 48

3.1.3 Ajout d'une lentille dans l'hologramme 51
3.2 Décomposition des Laguerre-Gauss quasi-purs 55
3.2.1 Décomposition sur la base des Laguerre-Gauss 56
3.2.2 Comparaison avec l'expérience 59
3.3 Propagation 63
3.3.1 Rappel sur la propagation des modes de Laguerre-Gauss 63
3.3.2 Propagation d'un Laguerre-Gauss quasi-pur 65
3.4 Conclusion 68

4 Guidage d'atomes froids dans des modes Laguerre-Gauss quasi-purs 71
4.1 Description du montage expérimental 72
4.1.1 Rappel sur les caractéristiques de l'atome de Rubidium 72
4.1.2 Faisceaux du piège 72
4.1.3 Gradient de champ magnétique 76
4.1.4 Systèmes d'imagerie et de détection 77
4.1.5 Vue d'ensemble du montage expérimental : Piège magnéto-optique de Rubidium et façonnage de lasers 78
4.2 Séquence temporelle 82
4.2.1 Les signaux TTL 82
4.2.2 Etapes importantes de l'expérience 83
4.3 Résultats expérimentaux 86
4.3.1 Mesure des caractéristiques de l'expérience 86
4.3.2 Résultats expérimentaux sur l'efficacité du guidage 91
4.4 Modèle d'efficacité de capture 94
4.4.1 Description du modèle 94
4.4.2 Etude du comportement de η_c en fonction de a, b et l 96
4.4.3 Comparaison avec les résultats expérimentaux 97
4.5 Conclusion 99

5 Génération de Laguerre-Gauss à géométrie modifiée 101
5.1 Problématique 101
5.2 Approche numérique 102
5.2.1 Algorithme de Gerchberg-Saxton 103
5.2.2 Algorithme de recherche directe 105
5.2.3 Conclusion sur les algorithmes 107
5.3 Génération de modes Laguerre-Gauss déformés 107
5.3.1 Modification de l'hologramme en hélice 107
5.3.2 Calcul de la figure de diffraction 108
5.4 Fabrication de polygones 120
5.4.1 Hologramme utilisé 120

5.4.2 Figure de diffraction en fonction des différents paramètres de la modulation . . . 121
5.4.3 Multi-motifs . . . 124
5.4.4 Perspectives et applications futures aux atomes froids . . . 132
5.5 Génération de Laguerre-Gauss ouverts . . . 134
5.5.1 Principe général . . . 134
5.5.2 Utilisation de la fonction tangente . . . 135
5.5.3 Utilisation d'un secteur à phase constante . . . 142
5.5.4 Utilisation d'un secteur à phase linéaire décroissante . . . 145
5.5.5 Extension à plusieurs ouvertures . . . 150
5.5.6 Perspectives et applications futures aux atomes froids . . . 154
5.6 Conclusion . . . 155

Introduction générale

Depuis quelques années, les avancées des connaissances dans le refroidissement d'atomes par laser ont ouvert de nouveaux champs d'applications dans la compréhension des phénomènes atomiques et dans la manipulation des atomes [74]. Ainsi, le contrôle du mouvement des atomes est devenu une problématique fondamentale pour l'étude des systèmes atomiques. Deux types d'expériences sont réalisées. Celles où les atomes sont piégés. Elles nécessitent la conception et la réalisation de pièges non dissipatifs afin de pouvoir étudier les atomes sans les perturber. Celles où les atomes sont mis en mouvement (en jet par exemple) et où l'on désire maîtriser leur mouvement. Il faut dans ce cas des composants d'optique atomique comme des guides, des lentilles, des miroirs, des prismes ou encore des lames séparatrices. Les composants d'optique atomique sont à rapprocher de ceux de l'optique photonique qui agit sur des photons grâce à des éléments optiques. Les applications de l'optique atomique sont nombreuses et vont du transport d'atomes à la fabrication d'appareils de mesure tels des horloges atomiques ou des interféromètres en passant par la réalisation de condensat de Bose-Einstein ou l'information quantique.

Les enjeux sont donc de concevoir des pièges et des composants optiques les plus efficaces possibles et qui concernent le maximum d'atomes. La force dipolaire, comme nous le verrons, étant une force conservative, son utilisation n'induit aucune perte d'atomes par chauffage. Cette force est donc une excellente candidate pour manipuler des atomes de façon précise. Cependant la seule utilisation d'un potentiel dipolaire ne suffit pas à fabriquer des pièges non dissipatifs. Il faut aussi minimiser les forces dissipatives en particulier la force de pression de radiation. Pour ce faire, l'une des méthodes les plus efficaces est d'employer des potentiels dipolaires présentant des zones où la lumière est absente. En effet, en piégeant les atomes dans ces dernières, ils n'acquièrent aucune énergie provenant de l'émission spontanée et peuvent donc être manipulés précisément. De plus la forme de ces potentiels est très importante puisque c'est elle qui détermine le type de composant conçu. Afin de pouvoir dessiner des potentiels aux formes arbitraires et contenant des zones noires, les lasers doivent être façonnés. Parmi les méthodes possibles [1] pour sculpter la répartition d'intensité du laser, nous avons retenu l'holographie. Cette dernière a tout d'abord été utilisée pour façonner des lasers dans le domaine des pinces optiques [57][40] avant de faire ses preuves en physique atomique [58].

1. Par exemple : absorption, ombre sur faisceau, passage dans une cavité ...

Dans ce travail, nous avons employé l'holographie pour guider des atomes dans des tubes de lumière creux particuliers que sont les modes de Laguerre-Gauss. Nous avons ensuite cherché à modifier ces modes en vue de fabriquer des potentiels aux formes originales. Ce manuscrit s'organise comme suit :

- dans le chapitre 1, nous introduirons les modes de Laguerre-Gauss et leur utilisation dans des expériences sur des atomes froids.
- dans le chapitre 2, nous détaillerons la méthode holographique et plus particulièrement les modulateurs spatiaux de lumière (SLM) puis nous exposerons notre dispositif holographique de façonnage de lasers.
- dans le chapitre 3, nous présenterons la fabrication des modes de Laguerre-Gauss avec ce dispositif. Nous verrons que ces derniers ne sont pas tout à fait des modes purs. Ceci conduit à des propriétés légèrement différentes des modes de Laguerre-Gauss purs produits, par exemple, dans une cavité.
- dans le chapitre 4, nous décrirons le dispositif à atomes froids et nous verrons comment nous avons adapté le dispositif de façonnage de lasers à cette partie de l'expérience. Ce dispositif nous a permis d'obtenir des résultats expérimentaux sur l'efficacité du guidage d'atomes froids dans des modes de Laguerre-Gauss quasi-purs. La dernière partie de ce chapitre concerne l'interprétation de ces résultats par un modèle de capture calculant le taux de capture des atomes par le guide.
- enfin, le chapitre 5 concerne la recherche d'hologrammes pour générer d'autres potentiels de formes originales et possédant des zones noires. Plusieurs méthodes seront présentées. Nous insisterons sur celle qui consiste à modifier la géométrie d'un mode de Laguerre-Gauss. Nous avons ainsi pu fabriquer des potentiels en forme de polygone, de "collier de perles" ou de boucles ouvertes. La génération de tels potentiels ouvrent de nombreuses perspectives pour de futures expériences avec des atomes froids.

Chapitre 1

Généralités sur les modes de Laguerre-Gauss appliqués aux atomes froids

Ce premier chapitre est destiné à replacer cette thèse dans son contexte. En particulier, nous commencerons par rappeler les propriétés des forces agissant lors de l'interaction d'un champ lumineux avec un atome. Ces forces sont au nombre de deux : la force dipolaire et la force de pression de radiation. Afin de minimiser la force de pression de radiation responsable du chauffage par émission spontanée et de maximiser la force dipolaire, nous verrons qu'il est préférable d'utiliser des faisceaux dont le centre est noir. Deux types de modes propres d'une cavité possèdent ces propriétés : il s'agit des modes de Laguerre-Gauss et des modes de Bessel. Après avoir rappelé les propriétés de chacun d'eux, nous exposerons les différentes méthodes qui permettent de les générer. Enfin, nous donnerons quelques applications de ces modes dans des expériences sur des atomes froids avant de conclure sur l'objectif de cette thèse.

1.1 Forces dipolaire et de pression de radiation

Lorsqu'un atome est en interaction avec une onde lumineuse monochromatique, il est soumis à deux forces : la force de pression de radiation $\vec{F_{pr}}$ et la force dipolaire $\vec{F_{dip}}$.

La force de pression de radiation résulte du transfert de quantité de mouvement des photons du faisceau lumineux vers l'atome pendant η cycles d'absorption-émission spontanée par seconde :

$$\vec{F_{pr}}\left(\vec{r}\right) = \eta\left(\vec{r}\right)\hbar\,\vec{k} \tag{1.1}$$

où $\vec{r}$ est le vecteur position et $\eta\left(\vec{r}\right)$, le nombre de cycles absorption-émission spontanée par seconde, appelé aussi taux d'émission spontanée. Dans un atome à deux niveaux éclairé par un laser d'intensité $I(\vec{r})$ décalé de δ de la résonance atomique, le taux

d'émission spontanée vaut :

$$\eta\left(\vec{r}\right) = \frac{\Gamma}{2}\frac{I(\vec{r})/I_s}{4\delta^2/\Gamma^2} \tag{1.2}$$

où Γ est la largeur naturelle de la transition atomique et I_s, l'intensité de saturation de la transition.

La force de pression de radiation est non conservative. Elle induit un changement de la vitesse des atomes. Dans le cas où ce changement de la vitesse est compensé par une force de pression de radiation opposée et avec un désaccord δ négatif, il est possible de réaliser un refroidissement Doppler. Cette méthode de refroidissement est par exemple employée pour les pièges magnéto-optiques ou les mélasses optiques. Dans le cas contraire, la force de pression de radiation induit une augmentation de la température des atomes. Il faut donc chercher à la minimiser. Cette force est maximale lorsque δ est égal à 0 et décroît comme $1/\delta^2$. Pour la minimiser, le désaccord du laser doit être suffisamment grand.

La force dipolaire est proportionnelle au gradient de l'intensité lumineuse. Elle est donnée par :

$$\vec{F_{dip}}\left(\vec{r}\right) = -\frac{\hbar\Gamma}{2}\frac{1}{4\delta/\Gamma}\vec{\nabla}\left[\frac{I\left(\vec{r}\right)}{I_s}\right] \tag{1.3}$$

Si le laser est désaccordé vers le rouge de la transition (c'est-à-dire $\delta < 0$), les atomes seront attirés vers les régions de fortes intensités. Au contraire, si le laser est désaccordé vers le bleu de la transition ($\delta > 0$), alors les atomes sont attirés vers les régions sombres. Dans ce cas, on réduit les perturbations dues au laser en particulier l'émission spontanée. De plus, la force dipolaire est conservative, et dérive du potentiel :

$$U_{dip}\left(\vec{r}\right) = \frac{\hbar\Gamma}{2}\frac{I\left(\vec{r}\right)/I_s}{4\left|\delta\right|/\Gamma} \tag{1.4}$$

Ce potentiel est proportionnel à l'intensité lumineuse et inversement proportionnel au désaccord du laser. Si l'on souhaite fabriquer un potentiel dipolaire profond, il faut donc augmenter la puissance du laser et/ou diminuer son désaccord. Le problème est que le taux d'émission spontanée et, donc la force de pression de radiation, augmente comme l'inverse du carré du désaccord, ce qui limite l'utilisation de faibles désaccords (voir équations 1.1 et 1.2). En fait, ceci n'est vrai que lorsque les atomes sont attirés vers les zones de fortes intensités c'est-à-dire lorsque $\delta < 0$. Dans le cas où $\delta > 0$, les atomes sont attirés vers les zones sombres, régions dans lesquelles l'émission spontanée et donc la pression de radiation sont négligeables. Dans ce cas, on peut donc utiliser des désaccords $|\delta|$ plus faibles sans craindre de chauffage et ainsi créer un puits de la même profondeur que dans le cas $\delta < 0$ en utilisant des lasers moins puissants. Il est donc beaucoup plus intéressant d'utiliser un désaccord positif $\delta > 0$ car le taux d'émission spontanée est négligeable et la puissance nécessaire pour créer un puits de potentiel profond est inférieure à celle pour le cas $\delta < 0$ [37][32].

Il existe tout de même un inconvénient à utiliser un désaccord positif : les atomes étant attirés par les zones sombres, il faut les créer en façonnant le laser. En effet, on ne peut pas utiliser un faisceau laser gaussien car les atomes seraient chassés par le laser dans toutes les directions de l'espace. Le laser doit donc être façonné de telle sorte que des zones sombres soient entourées de zones d'intensité plus forte, ces dernières permettant de confiner les atomes dans les zones sombres. Par exemple, on peut utiliser un anneau de lumière. Les atomes sont alors attirés au centre de l'anneau et ne peuvent pas s'en échapper car l'anneau de lumière les repousse vers le centre de l'anneau.

Nous allons nous intéresser, dans la suite de ce manuscrit, à des potentiels dont le centre est noir, appelés potentiels creux. Ces potentiels seront utilisés dans des expériences avec des atomes froids et un laser désaccordé vers le bleu de la transition ($\delta > 0$). C'est pourquoi, nous allons commencer par décrire les propriétés des modes de Laguerre-Gauss, cas particulier de potentiels creux, avant d'exposer les différentes méthodes pour les générer.

1.2 Modes de Laguerre-Gauss

1.2.1 Propriétés

Les modes de Laguerre-Gauss sont des modes propres d'une cavité laser à symétrie cylindrique. Ils sont caractérisés par deux indices l et p et par un paramètre w, le waist, qui en donne la taille. l est un entier relatif appelé charge topologique et p un entier positif ou nul. Le champ d'un Laguerre-Gauss LG_p^l s'écrit :

$$E(\rho,\theta) = \sqrt{\frac{2p!}{\pi(p+|l|)!}}\frac{1}{w}\left(\frac{\rho\sqrt{2}}{w}\right)^{|l|} L_p^{|l|}\left(\frac{2\rho^2}{w^2}\right) e^{-\frac{\rho^2}{w^2}} e^{il\theta} \tag{1.5}$$

où $L_p^{|l|}$ est le polynome de Laguerre. L'intensité lumineuse correspondante est :

$$I(\rho) = |E(\rho,\theta)|^2 = \frac{2p!}{\pi(p+|l|)!}\frac{1}{w^2}\left(\frac{2\rho^2}{w^2}\right)^{|l|}\left(L_p^{|l|}\left(\frac{2\rho^2}{w^2}\right)\right)^2 e^{-\frac{2\rho^2}{w^2}} \tag{1.6}$$

Elle ne dépend pas de θ, les modes de Laguerre-Gauss sont donc des modes à symétrie de révolution. L'intensité au centre I(0) est nulle quelque soit $l \neq 0$: dans ce cas précis, les modes de Laguerre-Gauss ont donc un centre noir et sont donc des modes "creux". L'intensité $I(\rho)$ s'annule $p+1$ fois. $p+1$ représente donc le nombre de zones sombres. On peut aussi montrer en étudiant la dérivée de I par rapport à ρ, que $p+1$ est aussi le nombre de maximum de l'intensité le long d'un rayon. Autrement dit, un mode de Laguerre-Gauss $LG_p^{l\neq 0}$ a un centre noir entouré de $p+1$ anneaux concentriques d'intensités différentes, séparés par des zones où l'intensité s'annule.

Dans ce manuscrit et dans la plupart des expériences utilisant des Laguerre-Gauss et des atomes froids, seul le cas $p = 0$ est considéré. Dans ce cas, le mode de Laguerre-

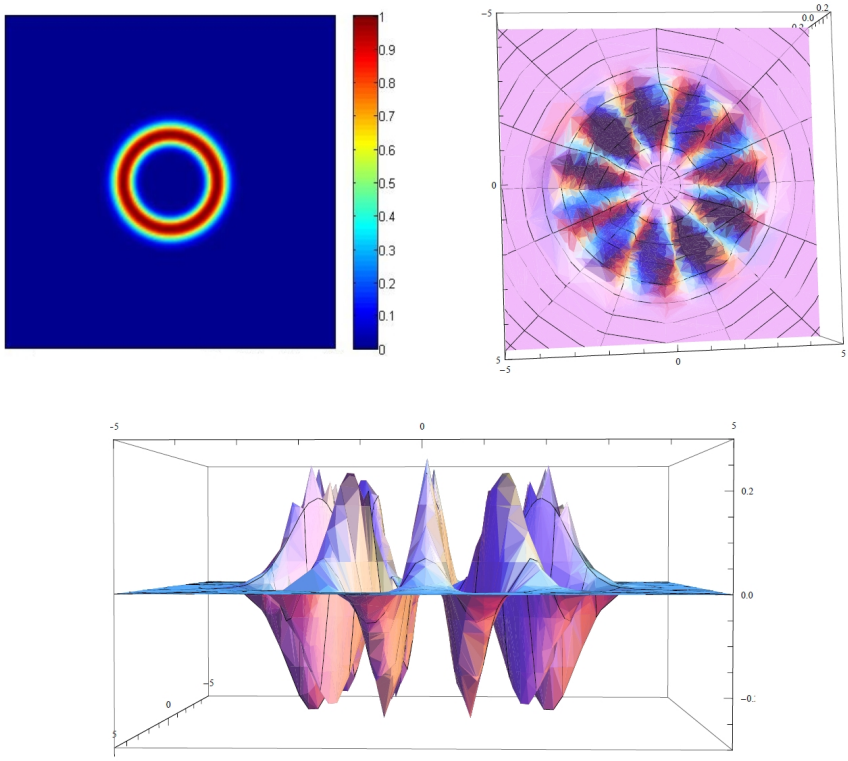

FIGURE 1.1 – *Mode de Laguerre Gauss LG_0^{10} théorique : En haut, à gauche intensité du mode LG_0^{10} ; en haut à droite, champ du mode LG_0^{10} vu de dessus ; en bas, champ du mode LG_0^{10} vu de côté.*

Gauss est composé d'un seul anneau qui délimite une zone sombre située au centre (voir figure 1.1). Avec un désaccord $\delta > 0$, les atomes sont donc attirés au centre du Laguerre-Gauss et l'anneau de lumière les contraint à y rester. De plus le champ $E(\rho, \theta)$ ne dépendant que de la valeur absolue de l'indice l, nous nous limiterons aux valeurs de l strictement positives. Notons que le mode LG_0^0 est en réalité le mode TEM_{00}.

Réécrivons le champ électrique et l'intensité résultante pour un mode de Laguerre-Gauss LG_0^l. Lorsque $p = 0$ le polynome de Laguerre vaut 1, on obtient :

$$E(\rho, \theta) = \sqrt{\frac{2}{\pi l!}} \frac{1}{w} \left(\frac{\rho\sqrt{2}}{w} \right)^l e^{-\frac{\rho^2}{w^2}} e^{il\theta} \tag{1.7}$$

$$I(\rho) = |E(\rho, \theta)|^2 = \frac{2}{\pi l!} \frac{1}{w^2} \left(\frac{2\rho^2}{w^2} \right)^l e^{-\frac{2\rho^2}{w^2}} \tag{1.8}$$

Etudions, les variations du profil d'intensité en fonction de l (voir figure 1.2). En calculant $dI/d\rho$, on peut montrer que le maximum d'intensité est placé en :

$$\rho_{max} = w\sqrt{\frac{l}{2}} \tag{1.9}$$

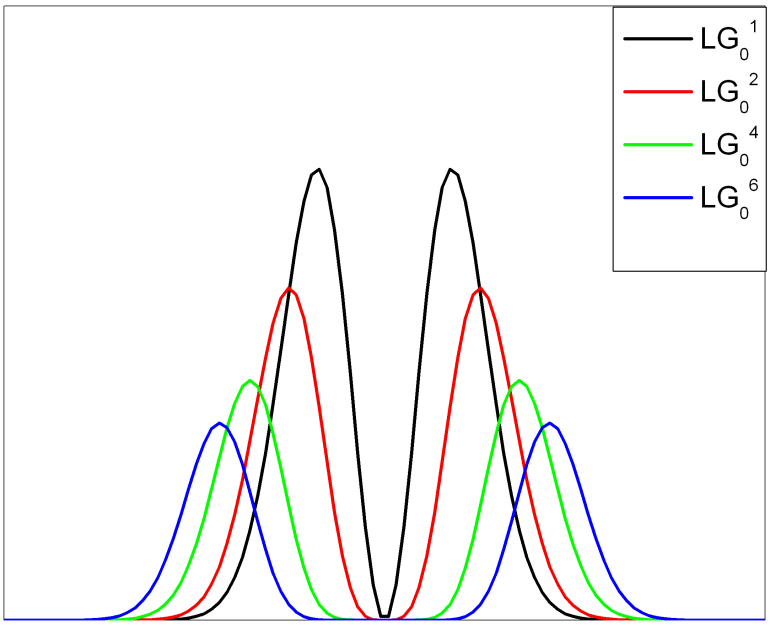

FIGURE 1.2 – *Profils radiaux pour différents LG_0^l : le rayon du Laguerre-Gauss augmente avec l alors que l'intensité maximale diminue. A mesure que l augmente, le profil au centre devient de plus en plus carré.*

Le rayon du Laguerre-Gauss augmente donc avec l'ordre l comme $\sqrt{l}$. De plus, l'intensité maximale $I_{max} = I(\rho_{max})$ décroît quand l augmente comme $1/\sqrt{l}$ [1] :

$$I_{max} = \frac{2}{\pi l!}\frac{1}{w^2}l^l e^{-l} \approx \frac{2}{\pi w^2}\frac{1}{\sqrt{2\pi l}} \tag{1.10}$$

Ceci implique, à cause de la conservation de la puissance lumineuse, que l'épaisseur de l'anneau augmente avec l. En effectuant un développement limité de l'exponentielle, on montre que l'intensité au centre varie comme ρ^{2l}. Ainsi, le potentiel créé est de plus en plus plat à mesure que l augmente et dans la limite des indices $l >> 1$, on obtient un puits de potentiel carré (voir figure 1.2). Pour $l = 1$, le profil d'intensité peut être approximé, au centre, par une parabole. Le mode LG_0^1 peut donc constituer un puits de potentiel harmonique pour les atomes. A la différence du mode TEM_{00} qui est aussi un puits de potentiel harmonique, ce puits est réalisé dans une zone sombre, région où les atomes ne sont pas chauffés par émission spontanée.

Intéressons nous à présent à la phase. La phase d'un mode de Laguerre-Gauss est donnée par le terme $e^{il\theta}$ de l'équation 1.7. Elle est donc linéaire en θ. Le front d'onde des modes de Laguerre-Gauss est ainsi en forme d'hélice. Allen et al démontrèrent que ce terme de phase était à l'origine d'un moment angulaire [4]. Ainsi, chaque photon d'un mode de Laguerre-Gauss possède un moment angulaire $l\hbar$. Nous verrons dans le

1. On rappelle que la formule de Stirling $l! \approx \sqrt{2\pi l}l^l e^{-l}$ est vraie à 5 % près dès que $l = 2$

paragraphe 1.4.3 que cette propriété a été utilisée pour transférer le moment angulaire des photons à des atomes [75].

1.2.2 Méthodes de fabrication

Il existe différentes méthodes permettant de générer des modes de Laguerre-Gauss LG_0^l [10]. J'en ai relevé quatre : la méthode intracavité, l'utilisation de lentilles cylindriques, l'utilisation de lame en spirale et enfin l'holographie .

Méthode intracavité

Traditionnellement, le mode obtenu en sortie d'un laser est le mode gaussien fondamental TEM_{00}. En effet, un diaphragme d'ouverture réglable est généralement introduit à l'intérieur de la cavité laser. Son diamètre est ajusté de telle sorte à ne laisser passer que le mode TEM_{00} et à bloquer les modes d'ordre supérieur [78]. Un mode de Laguerre-

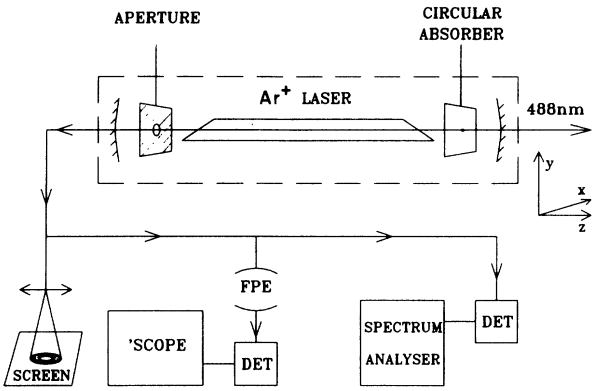

Figure 1.3 – *Cavité dans laquelle on a introduit un diaphragme et un élément absorbant dans le but de ne générer que des modes TEM_{01} et TEM_{10}. Issue de [43]*

Gauss est un mode propre de la cavité. Ces modes étant à symétrie cylindrique, une cavité possédant une symétrie de révolution autour de l'axe Oz (perpendiculaire aux deux miroirs) est utilisée. Prenons l'exemple du mode de Laguerre-Gauss LG_0^1. Ce mode peut s'écrire comme une combinaison de deux modes TEM_{01} et TEM_{10} en quadrature de phase. Ainsi, pour qu'une cavité génère uniquement un mode de Laguerre-Gauss, la première étape est de supprimer le mode TEM_{00}. Ceci est généralement réalisé en introduisant dans la cavité un élément absorbant circulaire centré sur l'axe de la cavité [83] (voir figure 1.3). Il faut ensuite générer les modes TEM_{01} et TEM_{10}. Pour cela, on adapte la taille du diaphragme et celle de l'élément absorbant dans le but de ne fabriquer que ces deux modes. En général, ces deux modes ne lasent pas à la même fréquence. On peut égaliser les fréquences en translatant l'élément absorbant ou le diaphragme perpendiculairement à l'axe de la cavité [43]. On obtient alors deux modes TEM_{01} et TEM_{10} de même fréquence et déphasés de $\pi/2$ [72], autrement dit un mode LG_0^1.

Cette méthode permet donc de fabriquer des modes de Laguerre-Gauss mais elle est difficile à mettre en oeuvre. En effet, si l'on veut, par exemple, changer l'indice l du mode de Laguerre-Gauss, cela implique d'effectuer des modifications à l'intérieur de la cavité comme, par exemple, changer la taille et la position du diaphragme et de l'élément absorbant. C'est pourquoi, la méthode intracavité est peu utilisée.

Utilisation de lentilles cylindriques

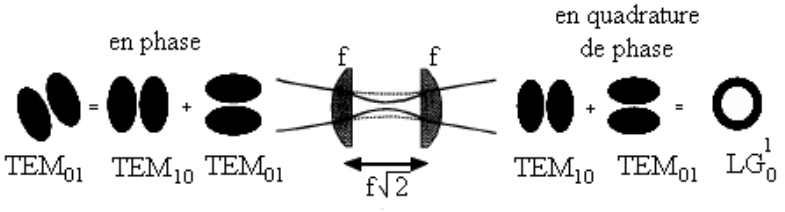

FIGURE 1.4 – *Utilisation de lentilles cylindriques pour fabriquer un LG_0^1. En pointillés : propagation dans le plan x-z, en traits pleins : propagation dans le plan y-z. Le faisceau n'est astigmate qu'entre les deux lentilles. La position du waist n'est pas modifiée. Adaptée de [12]*

Une autre méthode consiste à utiliser un doublet de lentilles cylindriques de même distance focale f. Ceci permet de transformer un mode TEM_{mn} en un mode LG_p^l avec $p = min(m, n)$ et $l = m - n$. Pour ce faire, les deux lentilles cylindriques sont placées de part et d'autre du waist du mode TEM_{mn} de façon à modifier la longueur de Rayleigh dans une direction de l'espace, sans changer la position du waist (voir figure 1.4). Le faisceau est ainsi rendu astigmate uniquement entre les deux lentilles.

Prenons l'exemple de la génération d'un mode LG_0^1 correspondant à une superposition de modes TEM_{01} et TEM_{10} en quadrature de phase. La première étape est de fabriquer une superposition en phase de ces deux modes. Pour cela, le calcul montre qu'il suffit de prendre un mode TEM'_{01} dont les axes propres sont orientés à 45° de ceux des deux lentilles (elles-mêmes orientées selon les axes cartésiens des modes TEM_{01} et TEM_{10}) [12]. L'astigmatisme entre les deux lentilles va induire un déphasage entre les composantes des deux modes TEM_{01} et TEM_{10}. On peut modifier ce déphasage en changeant la distance entre les deux lentilles. Ainsi il a été montré [12] qu'en imposant une distance $D = f\sqrt{2}$ entre les deux lentilles, les deux modes étaient déphasés de $\pi/2$ à la sortie du doublet. On fabrique alors un mode de Laguerre-Gauss LG_0^1 si la longueur de Rayleigh du faisceau incident sur le doublet est égale à $f(1 + 1/\sqrt{2})$.

Cette méthode semble simple mais elle suppose que l'on dispose au départ du bon mode TEM_{mn}. Or nous avons vu précédemment que cette condition n'était pas facile à obtenir. De plus la distance entre les deux lentilles et la longueur de Rayleigh du faisceau incident doivent être ajustées précisément. De ce fait, cette méthode n'a été que très peu utilisée [66].

Lame en spirale

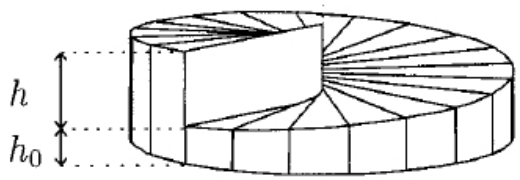

FIGURE 1.5 – *Lame en spirale avec une phase discrétisée en N secteurs. Issue de [63].*

Une lame en spirale (ou spiral phase plate : SPP) est une lame en verre transparente dont l'épaisseur, $e(\theta)$, est proportionnelle à l'angle θ. Elle introduit un déphasage $d\varphi(\theta) = l\theta$ sur une onde lumineuse de longueur d'onde λ. Elle permet ainsi de fabriquer à partir d'un mode TEM_{00}, un mode de Laguerre-Gauss LG_0^l quasi-pur (voir chapitre 3), ou de convertir un mode de Laguerre-Gauss LG_0^l en un mode Laguerre-Gauss, $LG_0^{l'}$, d'ordre différent [13]. L'angle θ étant défini modulo 2π, l'épaisseur de la lame est discontinue en $\theta = 0$ (voir figure 1.5) et présente une marche. Le paramètre h représente la hauteur de cette marche :

$$h = e(2\pi) - e(0) \tag{1.11}$$

Nous allons rappeler brièvement l'expression de h en fonction de λ et des indices n_{ext} et n_{SPP} respectivement du milieu extérieur et de la lame. Le chemin optique L de l'onde lumineuse traversant la SPP vaut $e(\theta)n_{SPP}$. Il est donc modifié par rapport au cas où il n'y a pas de lame et que l'onde traverse la même épaisseur $e(\theta)$ dans le milieu extérieur. La modification dL du chemin optique induit donc un déphasage donné par la formule :

$$d\varphi = ke(\theta)(n_{SPP} - n_{ext}) \tag{1.12}$$

$$= l\theta \tag{1.13}$$

où k est le nombre d'onde. Appliquons cette formule dans le cas $\theta = 0$ et $\theta = 2\pi$:

$$ke(0)(n_{SPP} - n_{ext}) = 0 \tag{1.14}$$

$$ke(2\pi)(n_{SPP} - n_{ext}) = 2\pi l \tag{1.15}$$

En soustrayant les deux équations ci-dessus et en appliquant la relation $k = 2\pi/\lambda$, on obtient :

$$h = \frac{l\lambda}{n_{SPP} - n_{ext}} \tag{1.16}$$

Dans des expériences où les ordres de grandeur typiques sont $l \approx 10$, $n_{SPP} - n_{ext} \approx 0.5$ et $\lambda \approx 1\mu m$, on trouve $h \approx 20\ \mu m$. On voit donc ici apparaître le principal inconvénient de ces lames : il est difficile de tailler des lames avec des hauteurs de marche de quelques microns de façon reproductible avec les méthodes classiques. Il est donc parfois nécessaire d'avoir recours à des méthodes complexes de gravure [63]. C'est pourquoi, les

premières expériences utilisant des SPP ont contourné ce problème. Beijersbergen et al [13] ont ainsi immergé leur SPP dans un liquide dont l'indice de réfraction est modifié en changeant sa température. Ils ont ainsi pu adapter la température de telle sorte à réduire la différence d'indice $n_{SPP} - n_{ext}$ à $9 * 10^{-4}$ pour pouvoir utiliser une SPP de hauteur de marche $h = 0.8\ mm$. Enfin, Turnbull et al ont utilisé des ondes de longueur d'onde millimétriques pour lesquelles h est de l'ordre de plusieurs millimètres [85].

Les autres difficultés viennent du point singulier au centre de la SPP et de la régularité de la spirale. Cette dernière n'est pas nécessaire. On peut fabriquer des lames de plus grand diamètre, plus facile à usiner, et discrétiser la phase en N zones distinctes (voir figure 1.5). En choisissant N de l'ordre de 20, il a été montré [81] que le mode généré avait les mêmes caractéristiques que si la lame n'était pas discrétisée.

L'utilisation de lames en spirale permet donc de fabriquer des modes de Laguerre-Gauss LG_0^l mais trouve ses limites dans l'usinage de manière fidèle et reproductible.

Holographie

L'holographie a été inventée par Gabor en 1948. Il s'agit d'un procédé qui, en utilisant les interférences, permet de restituer une onde lumineuse. Cette technique nécessite donc des ondes cohérentes et il a fallu attendre l'invention du laser pour avoir une vérification expérimentale. On fait interférer une onde de référence R et une onde objet O que l'on souhaite restituer. Historiquement, l'état d'interférence I est enregistré sur une plaque photographique, appelée hologramme :

$$I = |O + R|^2 \tag{1.17}$$
$$= |O|^2 + |R|^2 + O^*R + R^*O \tag{1.18}$$

Cette étape s'appelle l'enregistrement. Soit T le facteur de transmission de l'hologramme (ou de réflexion s'il s'agit d'un hologramme par réflexion). T peut être un terme de phase et/ou d'amplitude. On parle alors respectivement d'hologramme de phase et/ou d'amplitude.

Lors de l'étape de restitution, on éclaire l'hologramme par l'onde de référence R. L'onde diffractée E_d s'écrit alors :

$$E_d = TRI \tag{1.19}$$
$$= T(R(|O|^2 + |R|^2) + O^*R^2 + O\,|R|^2) \tag{1.20}$$

L'onde diffractée E_d est donc composée de l'ordre 0 de diffraction, $T(R(|O|^2 + |R|^2)$ (transmission de l'onde de référence), de l'onde objet dite conjuguée TO^*R^2 et de l'onde objet O (au facteur $T\,|R|^2$ près). L'holographie permet donc de restituer l'onde objet O.

Dans le cas où l'onde objet est un mode de Laguerre-Gauss LG_0^l et l'onde de référence

une onde plane $A_{pl}e^{ikx}$ inclinée selon l'axe x, l'état d'interférence est caractérisé par une fourchette avec l dislocations [22]. Cette fourchette est caractéristique du terme de phase $e^{il\theta}$ présent dans les modes de Laguerre-Gauss et induit un déphasage de $2\pi l$ lorsque l'on effectue une révolution autour de l'axe optique. L'intensité du mode de Laguerre-Gauss est présente dans l'expression de la figure d'interférences (équation 1.18 terme $|O|^2$). C'est pourquoi, on observe que l'intensité de la figure d'interférence est plus importante sur un anneau de lumière correspondant au mode de Laguerre-Gauss (voir figure 1.6).

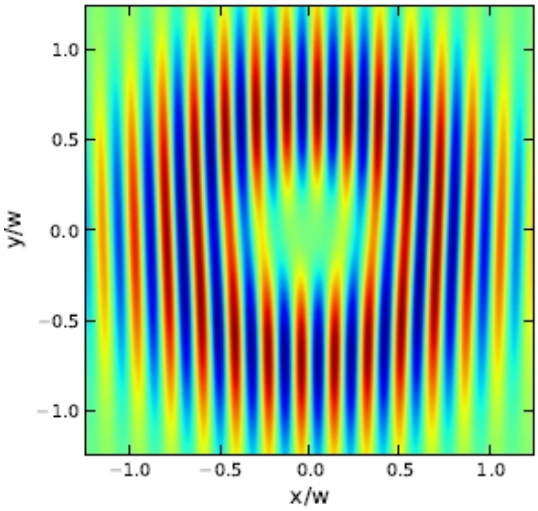

Figure 1.6 – *Figure d'interférence entre une onde plane inclinée selon l'axe x et un mode LG_0^1. L'échelle de couleurs est arbitraire et a pour but de faciliter la visualisation. Issu de [60]*

En pratique, si on connaît l'onde que l'on souhaite produire comme c'est le cas ici, il n'est pas utile d'avoir recours à l'enregistrement. On peut directement imprimer la phase ou l'amplitude nécessaire pour que le champ E_d soit de la forme souhaitée. Dans le cas des modes de Laguerre-Gauss LG_0^l, l'hologramme utilisé est un hologramme de phase avec $\varphi = l\theta$. On se retrouve donc dans une situation similaire à celle observée avec les lames en spirale. L'hologramme va induire un déphasage $d\varphi(\theta) = l\theta$ sur une onde lumineuse.

Ces hologrammes peuvent être de plusieurs types. On distingue les hologrammes statiques ou éléments d'optique diffractive (DOE) qui sont fabriqués sur des plaques de verre ou du film holographique et les modulateurs spatiaux de lumière (SLM) ou hologrammes dynamiques. Nous détaillerons ces derniers dans le prochain chapitre. En pratique, on observe la diffraction à l'infini du laser sur l'hologramme. La figure de diffraction obtenue est donc la transformée de Fourier de l'hologramme et s'observe dans le plan focal d'une lentille.

La principale difficulté de cette méthode est de connaître l'hologramme à appliquer dans le cas où ce dernier est un hologramme uniquement de phase. Ce problème n'existe cependant pas pour les modes de Laguerre-Gauss : Arlt et al démontrèrent en 1998 qu'on pouvait fabriquer une approximation de n'importe quel mode de Laguerre-Gauss

d'indices l et p avec un hologramme dont la phase est analytique [7]. Comme nous le verrons dans le chapitre 3, cette méthode ne permet pas, en réalité, de fabriquer des modes purs contrairement à la méthode intracavité et à l'utilisation de lentilles cylindriques vues précédemment.

1.3 Modes de Bessel

Les modes de Bessel sont également des modes propres de la cavité dont le centre est noir. Ayant déjà été utilisés dans des expériences de piégeage et de guidage d'atomes froids, nous allons rappeler rapidement leurs caractéristiques et les principales méthodes pour les générer.

1.3.1 Propriétés

Le champ éléctrique d'un mode de Bessel s'écrit :

$$E(\rho, \theta, z) = AJ_l(k_\rho \rho)e^{ik_z z}e^{il\theta} \tag{1.21}$$

où J_l est la fonction de Bessel d'ordre l et $k_\rho^2 + k_z^2 = k^2$ avec k, le nombre d'onde.

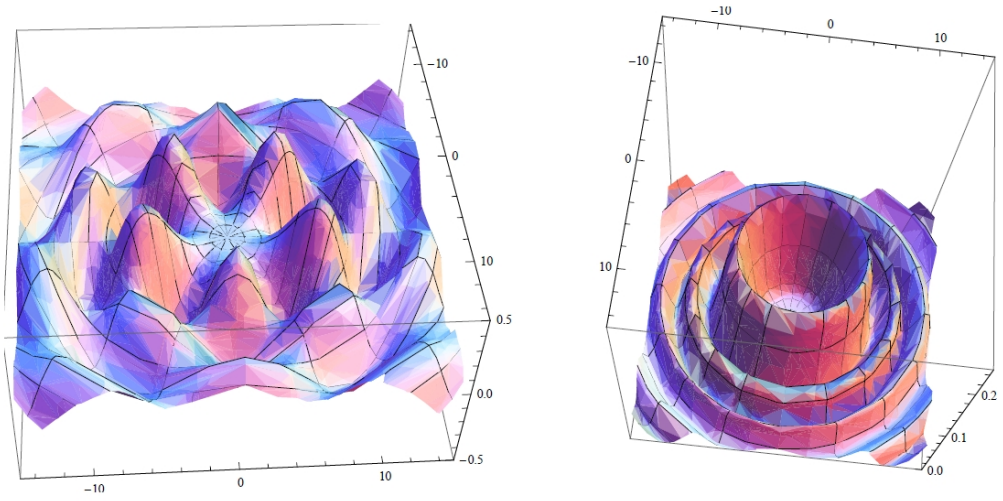

Figure 1.7 – *Mode de Bessel d'ordre 5 théorique : à gauche champ électrique vue de côté, à droite distribution d'intensité vue de côté*

Tout comme les modes de Laguerre-Gauss, ils possèdent un terme de phase en $e^{il\theta}$ à l'origine d'un moment angulaire $l\hbar$ [4]. Ainsi, chaque photon d'un mode de Bessel possède également un moment angulaire $l\hbar$. De même si $l \neq 0$, l'intensité au centre du mode de Bessel est nulle. Durnin [28] démontra que les modes de Bessel étaient des solutions particulières de l'équation de propagation des ondes car ils ne sont pas soumis à la diffraction. Ils possèdent ainsi le même profil d'intensité $I(z)$ dans tous les plans transverses et peuvent se reformer avec la même amplitude, après avoir franchi un

obstacle [16]. De plus, ils sont composés d'un nombre infini d'anneaux de même énergie. Toute expérience possédant une ouverture numérique, ils ne peuvent donc pas être générés en pratique. Expérimentalement, on ne peut ainsi créer qu'une approximation des modes de Bessel et non des modes de Bessel purs. Néanmoins, même en pratique, ils se propagent sur plusieurs mètres sans altération.

Cependant, la puissance étant également distribuée sur tous les anneaux formant ces modes, leur utilisation, dans des expériences sur les atomes froids, n'est intéressante que si l'on possède suffisamment de puissance ou que l'on souhaite piéger les atomes entre les anneaux. En effet, quel que soit l et pour une puissance identique, l'anneau central d'un mode de Bessel aura une intensité plus faible que l'anneau d'un mode de Laguerre-Gauss LG_0^l.

1.3.2 Méthodes de fabrication

Les principales méthodes pour fabriquer un mode de Bessel sont l'holographie et l'utilisation d'axicon.

Holographie

L'utilisation d'hologramme pour générer des modes de Bessel a pour la première fois été proposée par Vasara en 1989 [86]. Vasara a ainsi démontré que si on utilisait un hologramme circulaire de diamètre D caractérisé par une phase en forme de cône hélicoïdal :

$$\varphi(\rho,\theta) = \begin{cases} l\theta - \frac{2\pi\rho}{\rho_0} & \text{si } \rho \leq D \\ 0 & \text{si } \rho > D \end{cases}$$

alors on fabriquait un mode de Bessel d'ordre l. Cet hologramme est un hologramme de phase dépendant, contrairement au cas du LG_0^l, des deux coordonnées ρ et θ.

Alors que les premières expériences utilisèrent des hologrammes statiques [86][67] , Chattrapiban et al se servirent d'un modulateur spatial de lumière [20].

Utilisation d'axicon

Un axicon est un terme générique introduit par J.H.McLeod en 1954 [59] pour désigner tout élément optique pour lequel l'image d'un point situé sur l'axe optique est un ensemble de points situés sur ce même axe. Les principaux axicons utilisés sont des cônes ou des lentilles coniques caractérisés par un angle à la base γ. La phase introduite par ce composant varie linéairement avec ρ, distance du faisceau à l'axe optique. En effet, soit n l'indice optique de l'axicon, dL, la différence de chemin optique introduite par l'axicon et ρ_{max} le rayon de l'axicon à la base, le déphasage introduit par l'axicon s'écrit :

$$\varphi = kdL = k(n-1)(\rho_{max} - \rho)tan\gamma = k(n-1)tan(\gamma)\rho_{max}(1 - \frac{\rho}{\rho_{max}}) \qquad (1.22)$$

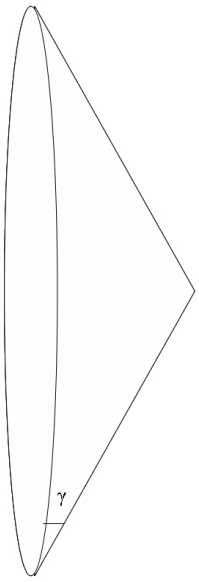

Figure 1.8 – *Axicon caractérisé par un angle à la base γ.*

où γ est l'angle de l'axicon comme défini sur la figure 1.8.

On retrouve ici une analogie avec la méthode précédente, où il y avait également le terme de phase $\frac{2\pi\rho}{\rho_0}$ qui variait linéairement avec ρ. Ici on n'a pas de terme dépendant de θ. Comme cela fut démontré par R.M.Herman et al [46], un axicon éclairé par une onde plane permet de générer un mode de Bessel J_0 mais pas un mode de Bessel J_l. En effet, le champ fabriqué avec un axicon ne dépend pas de θ puisque le terme de phase $e^{il\theta}$ y est absent. C'est ainsi que J.Arlt et al [6] fabriquèrent expérimentalement des modes de Bessel d'ordre $l \neq 0$ en éclairant un axicon avec un mode de Laguerre-Gauss LG_0^l. La génération d'un mode de Bessel creux ($l \neq 0$) avec un axicon est donc soumise à la fabrication préalable d'un mode de Laguerre-Gauss LG_0^l.

1.4 Applications aux atomes froids

Nous allons, à présent, décrire quelques expériences avec des atomes froids, qui ont utilisé des modes de Laguerre-Gauss (ou de Bessel). Il s'agit principalement de la fabrication de pièges, de guidage d'atomes froids ou de transfert de moment angulaire.

1.4.1 Fabrication de pièges

Premier piège utilisant un mode de Laguerre-Gauss LG_0^l

Le premier piège utilisant un mode de Laguerre-Gauss LG_0^l fut réalisé par Kuga et al en 1997 [53]. Ce piège est composé d'un mode de Laguerre-Gauss LG_0^3 fabriqué à partir de lentilles cylindriques. Un mode de Laguerre-Gauss étant un mode propre de la cavité, son centre est noir quelle que soit la position considérée sur l'axe optique. En d'autres termes, un mode de Laguerre-Gauss est un long tube pour les atomes et permet

de restreindre le mouvement des atomes dans deux des trois directions de l'espace. Dans le piège présenté ici, le piégeage selon la troisième direction est assuré par deux faisceaux lasers gaussiens, se propageant perpendiculairement au Laguerre-Gauss (voir figure 1.9). Ce piège est donc un piège tout optique et c'est uniquement la force dipolaire qui permet de piéger les atomes.

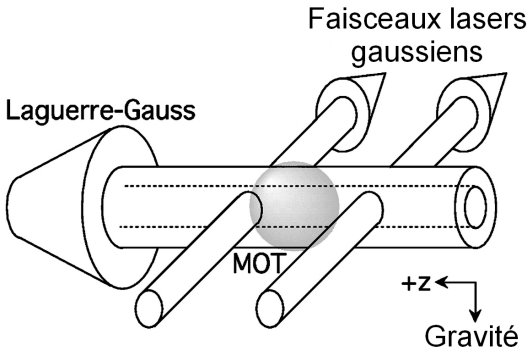

FIGURE 1.9 – *Piège réalisé par Kuga en 1997 grâce à un Laguerre-Gauss et à deux faisceaux lasers gaussiens séparés de 2 mm. Issu de [53].*

Afin de charger ce piège avec des atomes de Rubidium ^{85}Rb préalablement froids, Kuga et al refroidirent les atomes grâce à un piège magnéto-optique suivi d'une mélasse optique. La température des atomes est alors de 10 μK. Ils parvinrent à piéger 10^8 atomes (ce qui représente un tiers des atomes piégés dans le MOT) avec un LG de diamètre 1.5 mm et deux faisceaux gaussiens séparés de 2 mm de waist 0.7 mm. Ces lasers ont une puissance $P = 60$ mW et un désaccord $\delta = 60$ GHz par rapport à la transition piégeante donnant lieu à une hauteur de potentiel de 40 μK et à un taux d'émission spontanée de 100 photons/s. Ces conditions ne sont donc pas optimales et cela limita le temps de vie des atomes dans le piège à 150 ms. Néanmoins, ceci constitue la première démonstration de piège avec un mode de Laguerre-Gauss. Par la suite, les auteurs eurent recours à une configuration lin⊥lin pour augmenter le temps de vie des atomes dans le piège à 1.5 s.

Piège dynamique fabriqué avec un mode de Laguerre-Gauss

Nous allons à présent décrire un autre piège fabriqué à partir d'un mode de Laguerre-Gauss LG_0^l (ici $l = 4$) [35]. Ce dernier est généré par holographie. Il fut réalisé en 2007 par Fatemi et al. Ce piège, contrairement au précédent utilise le même laser LG_0^l dans les trois directions de l'espace. En effet, après que le laser soit sorti de l'enceinte, un système de miroirs et de lentilles permet de le refaire rentrer dans l'enceinte perpendiculairement et avec la même taille que précédemment (voir figure 1.10). Un modulateur acousto-optique (AOM) décale la fréquence du laser avant son deuxième passage dans l'enceinte. Ce piège est donc composé de deux modes de Laguerre-Gauss dont les fréquences sont légèrement différentes. L'AOM permet d'éviter que les deux modes interfèrent.

C'est ainsi que Fatemi et al se servirent de ce dispositif pour piéger des atomes de

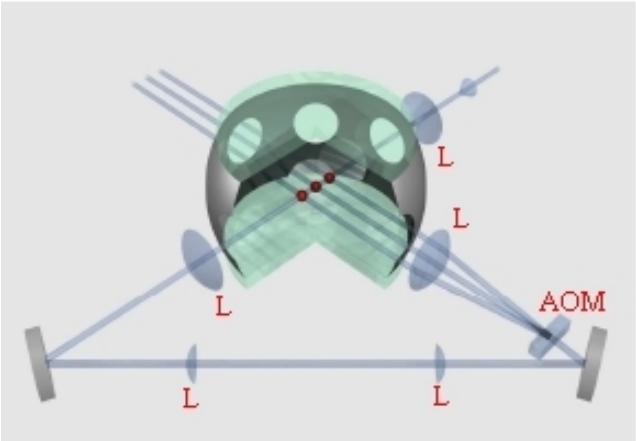

Figure 1.10 – *Piège réalisé par Fatemi et al. Les faisceaux représentés sont des modes de Laguerre-Gauss. Des atomes (sphères rouges) sont piégés à l'intersection de deux Laguerre-Gauss. L, signifie ici lentille et AOM, modulateur acousto-optique. Issu de [35].*

rubidium ^{85}Rb, préalablement refroidis à 5 μK et étudier leur mouvement lorsque la fréquence de l'AOM varie de 4 MHz en 50 ms. Ils démontrèrent que les atomes avaient un mouvement oscillant (ou circulaire dans le cas où on ajoute un deuxième AOM à l'entrée de l'enceinte). Les pertes d'atomes du piège sont faibles et sont uniquement dues au fait que le MOT est plus gros que le piège dipolaire.

De plus, si une somme de plusieurs fréquences acoustiques est utilisée, plusieurs pièges sont créés, chaque piège pouvant être contrôlé séparément grâce à un VCO (Voltage controlled Oscillator). Fatemi et al. réussirent à séparer un piège en trois pièges et à leur imposer des mouvements différents. Les caractéristiques de l'expérience sont, trois (ou neuf dans le cas 2D) Laguerre-Gauss LG_0^4 de diamètre 440 μm de puissance 20 mW (dans le cas de trois pièges). Comme dans les autres expériences, l'avantage du Laguerre-Gauss est de ne plus avoir de déplacement lumineux de la transition piégeante et de diminuer le taux d'émission spontanée. Ainsi le piège fonctionne avec un désaccord $\delta = 12$ GHz tout en gardant un taux d'émission spontanée maximal de 4700 photons/s. Ce piège est le premier piège dynamique avec des modes de Laguerre-Gauss.

Modes de Laguerre-Gauss et onde évanescente

Les modes de Laguerre-Gauss furent aussi utilisés pour améliorer des pièges déjà existants. Dans les années 90, Kasevich et al. avaient démontré qu'une onde évanescente produite par réflexion à la surface interne d'un diélectrique produisait un potentiel plus raide qu'un faisceau gaussien focalisé [51]. L'onde évanescente permettait ainsi de compenser la gravité et de maintenir les atomes en lévitation au-dessus de la surface. Le problème de ces pièges était qu'ils ne confinaient les atomes que dans une seule direction de l'espace.

Afin de piéger les atomes dans les deux autres directions, Ovchinnikov et al. [65]

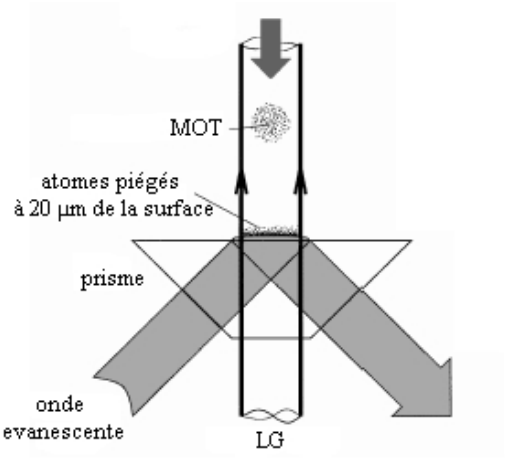

Figure 1.11 – *Piège réalisé par Ovchinnikov et al composé d'une onde évanescente à la surface d'un prisme et d'un Laguerre-Gauss : $2 * 10^5$ atomes correspondant à une densité de $2 * 10^{10}$ atomes cm^{-3} sont ainsi piégés à 20 μm de la surface du prisme. Issu de [65].*

utilisèrent, en 1997, un mode de Laguerre-Gauss pour le confinement transversal : des atomes de césium issus d'un piège magnéto-optique d'une température de 12 μK sont transférés dans un mode de Laguerre-Gauss de rayon 360 μm, de puissance 120 mW et dont le désaccord vaut 100 GHz. L'onde évanescente d'une puissance de 60 mW et d'un diamètre de 950 μm est produite à la surface d'un prisme en silice induisant une hauteur de potentiel minimale de 110 μK. Cette dernière est quasiment égale à celle produite par le mode de Laguerre-Gauss (100 μK). Ovchinnikov et al. piégèrent $2 * 10^5$ atomes. Ils caractérisèrent les pertes du piège et montrèrent qu'elles étaient majoritairement dues à des collisions avec le gaz résiduel. Des pertes par émission spontanée existent mais sont négligeables par rapport à celles dues aux collisions.

Ils réussirent, de cette façon, à piéger une forte densité d'atomes ($2 * 10^{10}$ cm^{-3}) à 20 μm de la surface du diélectrique. La température des atomes piégés est de 3 μK et est identique quelle que soit la direction de l'espace considérée. L'utilisation d'un mode de Laguerre-Gauss permet, de plus, de rendre négligeable le light shift et l'émission spontanée par rapport à un MOT classique et ainsi d'envisager un refroidissement évaporatif.

Autres pièges utilisant un mode de Laguerre-Gauss

Nous avons choisi de décrire précisément trois pièges utilisant un mode LG_0^l. Nous allons à présent exposer brièvement d'autres pièges méritant d'être mentionnés. On peut par exemple citer les pièges gravito-optiques qui utilisent un mode de Laguerre-Gauss vertical et un faisceau horizontal rouge pour stopper la chute des atomes dans le guide [37]. D'autres pièges utilisant des interférences entre plusieurs modes de Laguerre-Gauss [36] ou entre un Laguerre-Gauss et un mode gaussien furent réalisés [8]. En particulier, Olson et al. [64] créèrent un piège en utilisant une superposition de mode LG_p^l dominée par le mode LG_1^l. Ils piégèrent ainsi des atomes de rubidium ^{85}Rb pendant 1440 ms

grâce à un désaccord élevé ($\delta = 4$ nm) permettant de réduire considérablement le taux d'émission spontanée.

Enfin, à titre informatif, il existe également d'autres pièges dont le centre est noir et qui ne sont pas formés à partie d'un mode de Laguerre-Gauss ou de Bessel [23]. C'est le cas, par exemple, du piège fabriqué par Kaplan et al. [50] grâce à une lame de phase binaire et deux axicons. La géométrie de ce piège fut optimisée pour maximiser les barrières de potentiel tout en minimisant leur épaisseur pour réduire l'émission spontanée.

1.4.2 Guidage d'atomes froids

Lentille pour atomes

L'une des premières expériences de guidage d'atomes froids dans un mode de Laguerre-Gauss fut réalisée par Schiffer et al. en 1998 [77]. Cette expérience utilise un mode LG_0^1 fabriqué par holographie.

Le Laguerre-Gauss d'une puissance totale de 300 mW et de waist 50 μm se propage horizontalement. Un faisceau d'atomes de Néon métastables comprimé, dont la vitesse initiale est de 28 m/s pénètre dans le mode de Laguerre-Gauss à une distance de 14 cm du point de focalisation. Cette distance est bien supérieure à la longueur de Rayleigh ($z_R \approx 1$ cm). Les atomes sont détectés au point focal où une mélasse en 2D est rajoutée dans le but de refroidir et de confiner les atomes au centre du LG. Schiffer et al étudièrent le nombre d'atomes détectés en fonction du désaccord. Pour des valeurs du désaccord élevées ($\delta > 200$ GHz), le puits de potentiel créé est si faible que peu d'atomes sont capturés par le guide. Quand δ diminue, la hauteur des barrières de potentiel augmente si bien qu'un nombre croissant d'atomes est capturé puis guidé. Néanmoins, le taux d'émission spontanée augmentant en $1/\delta^2$, ils démontrèrent que pour des désaccords tels que la hauteur des barrières de potentiel soit supérieure à 1500 fois l'énergie de recul, les atomes étaient chauffés par émission spontanée. Ils observèrent que ceci avait pour conséquence d'augmenter le diamètre du faisceau d'atomes et non la densité au centre du faisceau.

La même expérience fut faite avec un mode gaussien désaccordé vers le rouge. Pour des hauteurs de potentiels comparables, le nombre d'atomes détectés est bien plus faible qu'avec un mode de Laguerre-Gauss. En effet, les atomes sont attirés dans les zones de fortes intensités, y sont donc chauffés très fortement et finissent par s'échapper du piège. Ce guide aux propriétés de lentille convergente a donc permis de focaliser les atomes et d'obtenir de fortes densités ($2 * 10^8$ cm^{-3} pour $U_{max} = 2000 E_{rec}$) bien supérieures à celles obtenues avec un mode gaussien décalé vers le rouge.

Guides horizontaux

Plus récemment, Fatemi et al [32] étudièrent le comportement d'un nuage d'atomes d'une température de 35 μK placé dans un mode de Laguerre-Gauss horizontal LG_0^{16}. Le guide étant horizontal, ceci a pour avantage d'empêcher les atomes de tomber sous l'effet de la gravité. Les atomes maintenus dans le guide s'étendent horizontalement selon l'axe du Laguerre-Gauss. Une puissance de 2 mW et un désaccord de 1 GHz conduisent à une barrière de potentiel $U_{max} = 60\ \mu K$. Fatemi et al. démontrèrent que cette valeur était néanmoins suffisante pour piéger la majorité des atomes du MOT. En effet, l'ordre du Laguerre-Gauss étant élevé ($l = 16$) le centre du Laguerre-Gauss est bien noir et les barrières de potentiel sont raides. Ils mesurèrent un temps de vie des atomes dans ce piège de seulement 10 ms. Les raisons évoquées sont la taille du Laguerre-Gauss qui est inférieure à la taille du nuage et la gravité qui chauffe les atomes situés dans la partie basse du guide d'environ 25 μK. Leur température devient ainsi plus grande que U_{max}. Enfin, ils évaluèrent le taux d'émission spontanée en mesurant la position du centre de masse. Celui-ci se déplaçant de 1 mm toutes les 10 ms, cela correspond à un taux d'émission spontanée de 1 kHz soit seulement 2% du taux d'émission spontanée maximum. Autrement dit, l'émission spontanée est négligeable et les atomes se trouvent majoritairement au fond du puits. L'efficacité de ce guide pourrait donc être améliorée en utilisant une puissance plus élevée et un nuage d'atomes initial plus froid.

Dans une autre expérience, un mode de Laguerre-Gauss horizontal fut utilisé pour piéger un condensat de Bose-Einstein dans un guide d'onde à une dimension [15]. Le transfert du condensat dans ce guide associé à un piège magnétique de Ioffe est cohérent. L'étude sur l'évolution de la taille et de la vitesse du condensat, dans le cas d'un chargement adiabatique, a montré que toute l'énergie interne était convertie en énergie cinétique. L'avantage de ce piège est que l'accélération des atomes est plus longue (20 ms) que dans un condensat à trois dimensions. De plus, le temps de vie du condensat dans ce guide est d'environ 1 s.

Guides verticaux

Les expériences de guidage d'atomes froids dans des faisceaux creux verticaux fonctionnent sur le même principe : on refroidit les atomes dans un piège magnéto-optique puis on les transfère dans le guide. Les atomes sont ensuite détectés par temps de vol pendant leur chute grâce à une nappe de lumière dont la fréquence est celle du piège magnéto-optique. On superpose à cette nappe de lumière un autre laser (repompeur) pour s'assurer que les atomes restent dans le bon état.

Les premières expériences étudièrent l'effet du sens de propagation du Laguerre-Gauss sur le guidage. Xu et al. montrèrent que si le Laguerre-Gauss se propage vers le bas (sens copropageant par rapport à la gravité), les atomes, à faible désaccord, sont accélérés par la pression de radiation [87]. Au contraire, si le faisceau est contrapropageant, les atomes décélèrent et par conséquent, restent plus longtemps dans le guide.

A faible désaccord, on peut même observer la lévitation du nuage d'atomes. L'émission spontanée à faible désaccord étant alors non négligeable, les pertes d'atomes sont d'autant plus fortes que les atomes restent longtemps dans le guide. C'est ainsi que Xu et al. démontrèrent expérimentalement que l'efficacité du guidage était beaucoup plus élevée dans le cas où le Laguerre-Gauss était copropageant. Cependant, ceci n'est vrai que pour des faibles désaccords ; l'efficacité pour des désaccords élevés ne dépend plus du sens de propagation car l'émission spontanée devient négligeable. Ces mêmes résultats furent aussi obtenus dans le cas où le guide creux n'est pas un mode propre de la propagation [79].

Nous allons, à présent, décrire l'expérience la plus récente de guidage d'atomes dans des modes de Laguerre-Gauss verticaux [70]. Cette expérience utilise des atomes de ^{85}Rb refroidis à 160 μK et un Laguerre-Gauss fabriqué par holographie de puissance totale 350 mW. Ce mode possède une longueur de Rayleigh (30 cm) bien plus grande que la distance sur laquelle les atomes sont guidés (2 cm) et peut donc être considéré parallèle. Pour analyser les résultats de cette expérience, les auteurs utilisèrent le fait que pour un désaccord $\delta = 2$ GHz, les atomes guidés dans un guide copropageant sont détectés plus tôt que les atomes non guidés. Ils observèrent que plus l'indice l ou le désaccord diminuaient plus les atomes étaient détectés tôt et donc plus il y avait d'atomes guidés. D'autre part, le flux d'atomes ne varie pas pour des ordres l compris entre 1 et 7 et est 10 fois plus important que sans le guide. Il diminue légèrement pour les valeurs de l comprises entre 7 et 12. Il est donc nécessaire que les atomes aient une énergie plus faible que la hauteur des barrières du potentiel. Néanmoins, par le calcul, ils estimèrent que pour des faibles valeurs de l, la température augmentait de 10 μK à cause de l'émission spontanée. Cet accroissement de la température peut devenir critique pour certaines applications comme les condensats de Bose-Einstein. Les auteurs conclurent qu'il était préférable d'utiliser des modes de Laguerre-Gauss ayant un ordre l élevé. Cette étude est la première étude comparative du guidage d'atomes dans des modes de Laguerre-Gauss verticaux. Les résultats obtenus sont qualitatifs. En effet, aucune mesure précise de l'efficacité de guidage dans de tels modes n'est faite.

Guide oblique

Rhodes et al. étudièrent aussi, le guidage d'atomes froids dans un mode de Laguerre-Gauss oblique [71]. Ils utilisèrent un mode LG_0^3 orienté à 8° de la verticale. Expérimentalement, même après avoir optimisé l'alignement et essayé différentes orientations du guide, peu d'atomes sont guidés ce qui est contraire à la théorie. En réalité, les auteurs montrèrent que les atomes ont soit une vitesse trop élevée et franchissent les deux barrières de potentiel soit une vitesse trop faible et alors ils ne rentrent pas dans le guide. Un Laguerre-Gauss se propageant obliquement agit donc comme un séparateur d'atomes selon leur vitesse : les atomes ayant une vitesse suffisante sont séparés du nuage d'atomes et se situent à présent à une position diamétralement opposée du nuage

d'atomes initial.

Pour réussir à guider les atomes dans un tube oblique, ils produirent un trou de sorte à supprimer la barrière de potentiel la plus proche du nuage d'atomes initial. Pour cela, ils firent l'image d'un fil de 2 mm de diamètre à l'endroit souhaité. Cette méthode leur permit d'augmenter de plus de 50 % le nombre d'atomes dans le guide. Cependant le trou ne se ferme que plusieurs centimètres plus loin. Le guide est donc ouvert sur la quasi totalité de l'expérience. Pour augmenter le nombre d'atomes guidés, la solution réside dans l'utilisation d'un mode de Bessel à la place du mode de Laguerre-Gauss. En effet, on rappelle que ces modes peuvent se reformer avec la même amplitude après avoir franchi un obstacle. Le tube se referme donc beaucoup plus tôt limitant ainsi les fuites d'atomes par le trou.

1.4.3 Transfert de moment angulaire orbital

D'autres expériences utilisant les modes de Laguerre-Gauss ont exploité la propriété de moment angulaire orbital. On rappelle que dans un mode de Laguerre-Gauss, chaque photon possède un moment angulaire $l\hbar$. Ce transfert a tout d'abord été observé avec des particules de céramique dont la taille varie de 1 à 2 μm [44] : des particules piégées dans le centre d'un mode de Laguerre-Gauss se mettent à tourner sur elles-mêmes dans le sens imposé par l'hélice du Laguerre-Gauss. En particulier, si l est changé en $-l$, ce qui a pour conséquence de changer le signe du moment angulaire mais pas le profil d'intensité du Laguerre-Gauss, les particules tournent en sens contraire. Cette expérience est donc une observation directe du transfert de moment angulaire orbital d'un mode de Laguerre-Gauss vers de la matière.

L'observation de ce transfert sur des atomes fut beaucoup plus difficile à observer. En effet, pour que ce transfert soit observé directement, il est nécessaire d'avoir recours à des états quantiques macroscopiques. Le transfert de moment angulaire fut néanmoins observé préalablement de manière indirecte sur des atomes froids de césium. S.Barreiro et al stockèrent le moment angulaire d'un mode de Laguerre-Gauss dans une cohérence Zeeman en utilisant un mélange à quatre ondes et observèrent que l'onde générée possèdait bien le même moment angulaire que l'onde de référence [11].

L'observation directe du transfert de moment orbital sur des atomes froids ne fut faite qu'en 2006 dans le groupe de W. Phillips [5]. Pour ce faire, les auteurs utilisèrent un condensat de Bose-Einstein (BEC) d'un million d'atomes de sodium, une diffusion Raman stimulée et un Laguerre-Gauss LG_0^1. Une diffusion Raman stimulée est un processus cohérent dans lequel l'impulsion des photons et leur moment orbital sont transférés aux atomes. Dans un tel processus, un atome au repos absorbant un photon d'un mode LG_0^1 acquiert un moment angulaire $\hbar$ et une impulsion $\hbar k$. Il réémet un photon dans un mode gaussien se propageant en sens contraire du mode LG_0^1, transférant une impulsion $\hbar k$ supplémentaire aux atomes. Ceci n'est vrai que si la longueur d'onde du faisceau gaussien (λ_G) est supérieure à la longueur d'onde du Laguerre-Gauss (λ_{LG}). Dans le cas

contraire, l'atome acquiert une impulsion $-2\hbar k$ et un moment angulaire $-\hbar$.

Afin de démontrer qu'il y a bien eu transfert de moment angulaire des photons aux atomes, ils utilisèrent une méthode interférométrique. Cette méthode consiste à appliquer trois séries d'impulsions successives au BEC. La première série est composée d'un mode LG_0^1 et d'un mode gaussien contrapropageant, de même polarisation, avec $\lambda_G > \lambda_{LG}$. Dans ce cas 20% des atomes acquièrent une impulsion $2\hbar k$ et un moment angulaire $\hbar$. La deuxième série est composée des mêmes modes mais avec $\lambda_G < \lambda_{LG}$. 40% des atomes n'ayant pas subi le premier transfert acquièrent alors une impulsion $-2\hbar k$ et un moment angulaire $-\hbar$. Une dernière série composée de deux faisceaux gaussiens de même fréquence contrapropageants superpose les atomes ayant une impulsion $2\hbar k$ et $-2\hbar k$ et permet de faire intéragir des atomes de moment angulaire orbital $\hbar$ et $-\hbar$. La figure d'interférences atomiques possède un moment angulaire nul ce qui montre qu'il y a superposition des atomes dont les moments angulaires sont $\hbar$ et $-\hbar$ (voir figure 1.12). Les auteurs ont également fait interférer un nuage d'atomes avec un moment angulaire et un nuage d'atomes sans moment angulaire. La figure d'interférences observée contient un trou hors axe (voir figure 1.12). La position de ce trou et donc la phase du nuage d'atomes sont directement reliées à la phase relative entre les différents faisceaux intervenant dans les processus Raman. Ces travaux démontrent donc le transfert cohérent du moment angulaire orbital d'un Laguerre-Gauss vers un atome.

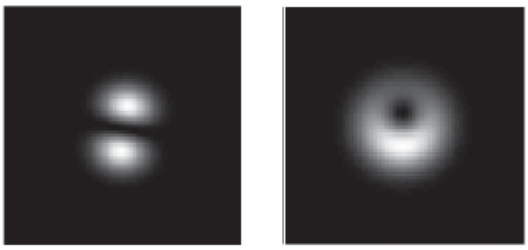

Figure 1.12 – *A gauche : figure d'interférences observée quand il y a superposition des atomes dont les moments angulaires sont $\hbar$ et $-\hbar$. A droite : figure d'interférences observée quand on fait interférer un nuage d'atomes avec un moment angulaire et un nuage d'atomes sans moment angulaire. Issue de [5].*

Les mêmes auteurs publièrent par la suite la circulation d'un BEC dans un piège torique [73]. La principale modification par rapport à l'expérience précédente est l'utilisation d'un faisceau gaussien désaccordé vers le bleu. Ce dernier permet de chasser les atomes du centre du piège magnétique et de créer un piège torique contenant $5 * 10^5$ atomes. La densité des atomes et la phase des atomes sont alors uniformes le long du tore. Afin que les atomes aient une impulsion finale nulle, une première série de pulses composée de deux faisceaux gaussiens transfère une impulsion $2\hbar k$. Cette impulsion est compensée en utilisant une combinaison de pulses LG_0^1 et gaussien, qui permet également de transférer un moment angulaire $\hbar$ au condensat. On observe alors la rotation du condensat autour du tore. Le temps de vie de cette rotation (10 s) est bien supérieur au cas où le faisceau gaussien désaccordé vers le bleu est absent (1 s). Cette

expérience constitue la première mise en évidence d'une circulation stable d'un gaz de Bose superfluide.

1.5 Conclusion et but de la thèse

Ce premier chapitre nous a permis d'introduire les notions essentielles qui seront utilisées dans la suite de ce manuscrit et de dresser un bref historique des expériences sur des atomes froids utilisant des modes de Laguerre-Gauss. Nous avons notamment rappelé qu'utiliser un faisceau dont le centre est noir (faisceau dit creux) avait l'avantage de réduire toutes les perturbations induites par la lumière comme le chauffage par émission spontanée et le déplacement lumineux de la transition atomique considérée. Les modes de Laguerre-Gauss et de Bessel sont des cas particuliers de faisceaux creux. En effet, étant des modes propres de la propagation, ils présentent l'avantage de se propager sans se déformer. Nous reviendrons sur ce point dans le chapitre 3. Par conséquent, l'intérêt d'utiliser de tels modes pour des expériences d'optique atomique est double. Ainsi, nous avons passé en revue leurs principales propriétés et les différentes méthodes pour les générer. Parmi elles, la méthode holographique, de par sa simplicité à mettre en oeuvre, a retenu notre attention. C'est pourquoi, cette méthode sera détaillée dans le prochain chapitre dans lequel nous définirons également la notion de modulateur spatial de lumière et son utilisation dans notre expérience.

Les modes de Laguerre-Gauss ont ainsi été utilisés pour guider des atomes froids dans différentes directions (horizontale, verticale ou oblique). Les études précédentes sont essentiellement des études qualitatives. En effet, à ce jour, aucune étude quantitative sur l'efficacité du guidage d'atomes dans des modes de Laguerre-Gauss d'ordre l supérieur à un n'a été réalisée. Dans ce travail, nous nous proposons d'étudier quantitavement l'efficacité du guidage d'atomes froids dans des modes de Laguerre-Gauss verticaux et contrapropageants (voir chapitre 4). Pour ce faire, une caractérisation préalable des modes de Laguerre-Gauss fabriqués est indispensable (voir chapitre 3).

Dans ce chapitre, nous avons également exposé la fabrication de pièges réalisés à partir de modes de Laguerre-Gauss. Nous avons en particulier détaillé des pièges mixtes composés d'un mode de Laguerre-Gauss et de faisceaux gaussiens ou d'un mode de Laguerre-Gauss et d'une onde évanescente. Nous avons d'autre part décrit un réseau de pièges dynamiques utilisant deux modes de Laguerre-Gauss et un modulateur acousto-optique. Les modes de Laguerre-Gauss sont donc d'excellents candidats pour réaliser des pièges pour atomes froids de géométrie particulière. C'est pourquoi, nous nous sommes intéressés, dans la dernière partie de ce manuscrit, à modifier légèrement la phase d'un mode de Laguerre-Gauss de manière analytique. Nous avons ainsi modifié la géométrie du mode de Laguerre-Gauss dans le but de générer d'autres pièges pour des atomes froids. Comme nous le verrons dans le chapitre 5, ceci présente entre autre, l'avantage de toujours pouvoir utiliser certaines propriétés relatives aux modes de Laguerre-Gauss.

Enfin, nous avons vu, dans ce chapitre, qu'il était possible de transférer le moment

angulaire orbital d'un mode de Laguerre-Gauss à des atomes. Ce transfert nécessitant un nombre macroscopique d'atomes cohérents pour pouvoir être observé, nous n'utiliserons pas cette propriété dans la suite de ce manuscrit.

Chapitre 2

Dispositif expérimental de façonnage de lasers

Ce chapitre est destiné à présenter la méthode holographique et plus particulièrement les modulateurs spatiaux de lumière (SLM). Nous avons en effet vu dans le chapitre 1 que l'une des méthodes pour fabriquer des modes Laguerre-Gauss était l'holographie. Les hologrammes peuvent être des éléments d'optique diffractive (DOE), ou des SLM. Un SLM est un dispositif permettant de modifier l'amplitude, la phase ou la polarisation d'un faisceau lumineux [29]. Ces dispositifs ont l'avantage d'être entièrement contrôlables par ordinateur. Il n'est donc plus nécessaire avec de tels dispositifs d'imprimer chaque hologramme sur une surface différente, comme c'est le cas avec les DOE. Un même composant, reconfigurable, peut être utilisé pour fabriquer plusieurs hologrammes. Pour cela, il suffit de modifier le signal envoyé par l'ordinateur au SLM. Ces dispositifs sont donc très souples et évitent de devoir modifier le montage optique lorsque l'on change d'hologramme. Il en existe différentes sortes, parmi lesquelles les matrices de micro-miroirs ou les cristaux liquides. Ils peuvent être adressés optiquement ou électroniquement. Nous discuterons des différentes caractéristiques de chacun avant de présenter le SLM X8267 d'Hamamatsu que nous utilisons dans nos expériences. Nous présenterons enfin le montage que nous avons réalisé pour façonner le laser et analyser le profil façonné.

2.1 Les modulateurs spatiaux de lumière (SLM)

2.1.1 Les matrices de micro-miroirs (DMD)

Les matrices de micro-miroirs (Digital Micromirror Device : DMD) contiennent en moyenne deux millions de miroirs de quelques dizaines de micromètres de côté. Ces matrices ont d'abord été développées par Texas Instruments [76] et équipent aujourd'hui la plupart des vidéoprojecteurs. Chaque miroir peut pivoter individuellement d'un angle de 10° et peut être vu comme un pixel de l'image à afficher (voir figure 2.1). Deux

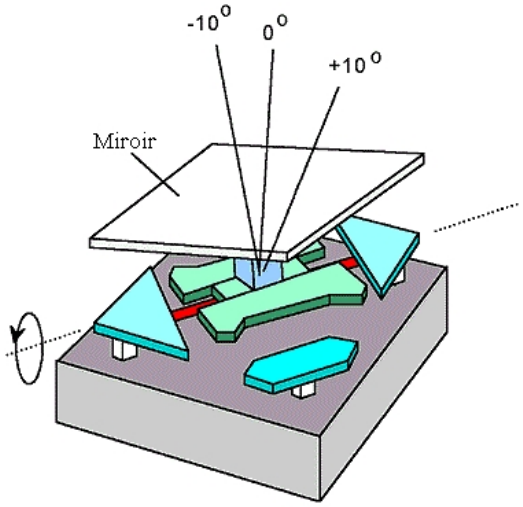

Figure 2.1 – *Micro-miroir composant les DMD. Celui-ci peut pivoter d'un angle de 10° grâce à des électrodes situées sous le miroir*

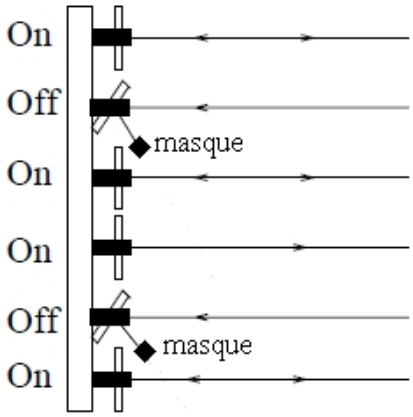

Figure 2.2 – *Fonctionnement d'un DMD : Si le miroir n'est pas pivoté, toute la lumière incidente est réfléchie et on observe un pixel blanc. Si le miroir est pivoté, la lumière réfléchie est absorbée par un masque et on observe un pixel noir.*

électrodes placées sous le miroir contrôlent le pivotement du miroir. Si le miroir n'est pas incliné, toute la lumière incidente est réfléchie et on observe un pixel allumé. Au contraire, si le miroir est pivoté de 10°, la lumière est réfléchie et est absorbée par un masque. Aucune lumière ne parvient alors à l'observateur et le pixel observé est éteint (voir figure 2.2). Ces SLM sont donc adressés électroniquement et produisent une modulation d'amplitude binaire. Cette modulation peut atteindre 1024 niveaux de gris en effectuant une moyenne dans le temps. En effet, l'avantage des DMD est leur fréquence de commutation (plusieurs dizaines de kHz), qui est beaucoup plus rapide que la cadence de l'oeil. Si on effectue une moyenne de niveaux de gris (blanc ou noir)

pour chaque micromiroir sur un millier d'évènements, on peut donc obtenir des images contrastées avec 1024 niveaux de gris visibles pour l'oeil.

Néanmoins, bien que cette technologie possède un taux de rafraîchissement élevé, elle n'est pas la plus adaptée à notre application. En effet, la quantité modulée est ici l'intensité et ceci est réalisé en cachant plus ou moins la lumière réfléchie. Autrement dit, la puissance disponible s'en trouve d'autant diminuée que l'image souhaitée est noire (et donc le potentiel creux). Or, nous avons vu que plus la puissance était importante plus le potentiel fabriqué était profond. La puissance est donc une quantité essentielle pour avoir un guidage efficace des atomes . C'est pourquoi, nous nous sommes limités aux modulateurs à cristaux liquides qui permettent une modulation de phase pure.

2.1.2 Les modulateurs à cristaux liquides

Les cristaux liquides ont des propriétés physiques intermédiaires entre les fluides et les solides. Ils sont liquides mais possèdent des arrangements moléculaires comme dans un solide. Ils existent sous trois formes : nématique, smectique ou cholstérique. Nous allons présenter les cristaux smectiques ferroélectriques et les cristaux nématiques, utilisés respectivement dans les SLM ferroélectriques et les SLM nématiques.

Cristaux liquides ferroélectriques

Les cristaux utilisés pour fabriquer des cristaux liquides ferroéléctriques sont des smectiques C*. Ce sont des molécules chirales positionnées régulièrement et orientées suivant une direction donnée pour chaque couche. La direction des molécules fait un angle θ avec la normale à chaque couche (voir figure 2.3). En 1980, Clark et Lagerwall démontrèrent qu'il était possible en plaçant correctement des cristaux liquides smectiques C* entre deux plaques de verre de fabriquer un cristal liquide avec une ferroélectricité macroscopique [21]. Les cristaux obtenus sont des *surface stabilized ferroelectric liquid crystal* (SSFLC). On rappelle que des matériaux ferroélectriques sont des matériaux qui possèdent une polarisation électrique même en l'absence de champ.

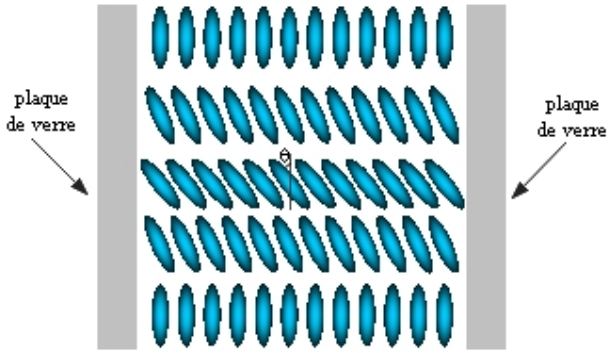

Figure 2.3 – *Schéma d'un cristal liquide en phase smectique C*. Les molécules sont positionnées régulièrement et orientées suivant une direction faisant un angle θ, différent pour chaque couche, avec la normale.*

Du fait de l'interaction du cristal avec les plaques de verre, seuls deux états du cristal sont stables. Le passage d'un état à un autre peut s'effectuer très rapidement (100 μs) en appliquant un champ électrique ; ce dernier faisant basculer les molécules en exerçant un couple avec la polarisation électrique permanente. La biréfringence de ces types de cristaux est en outre très importante ($\Delta n = 0.1$). Ces cristaux permettent donc d'effectuer une modulation binaire de la phase avec une commutation rapide.

Grâce à leur faible temps de réponse, les SLM ferroélectriques sont bien adaptés dès que l'on souhaite manipuler des atomes ou des particules de façon dynamique [33][19][47]. Leur inconvénient est la modulation binaire. Ceci limite, en effet, les hologrammes utilisables avec ce type de SLM et par conséquent l'efficacité de la diffraction effective (50 % maximum d'après Fatemi [33]). Cette modulation binaire est cependant bien appropriée à la fabrication de points lumineux dans lesquels on peut piéger de la matière (particules [47] ou atomes [19]). Le faible temps de réponse de ces SLM permet ainsi de déplacer continûment la matière piégée dans des points lumineux [47] ou de scinder un nuage d'atomes en plusieurs nuages indépendants [19].

Cristaux liquides nématiques

Dans un cristal liquide nématique, les molécules ont une orientation bien définie, imposée par la direction de polissage des faces du cristal, mais une position aléatoire. Si l'orientation des molécules sur la face avant est parallèle à celle de la face arrière, on obtient un Parallel-aligned SLM (PAL-SLM). Au contraire, si les orientations des molécules suivant les deux faces sont différentes, on obtient un cristal nématique en hélice (twisted nematic) : l'axe des molécules tournant suivant le plan considéré (voir figure 2.4). Dans le cas des cristaux nématiques twistés, on peut moduler soit uniquement l'amplitude, soit uniquement la phase, soit à la fois la phase et l'amplitude. Le type de modulation dépend de la tension appliquée entre les deux électrodes. Dans le cas d'un cristal nématique parallèle, on effectue une modulation de phase pure quelle que soit la tension appliquée. C'est pourquoi nous avons choisi un PAL-SLM pour nos expériences.

Contrairement aux cristaux ferroélectriques, les nématiques ne possèdent pas de polarisation permanente. Quand on applique un champ électrique, une polarisation induite apparaît. L'axe des molécules tourne alors sur lui-même pour s'orienter selon la direction du champ, ce qui modifie localement la biréfringence du cristal liquide. Quand on éteint le champ électrique, la direction des molécules revient à son état initial. Ces SLM permettent donc une modulation continue et locale de la phase, pour peu que l'on sache moduler localement le champ électrique appliqué.

Cependant, par rapport aux cristaux ferroélectriques, la relaxation des molécules est très longue, ce qui limite le taux de rafraîchissement à quelques dizaines voire centaines de millisecondes selon les modèles. Ceci limite leur utilisation pour des expériences durant lesquelles on doit modifier l'hologramme rapidement. Des solutions existent pour

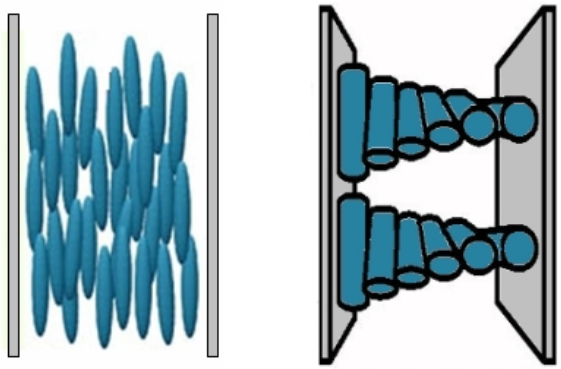

Figure 2.4 – *Cristaux liquides nématiques : à gauche , Parallel-Aligned nematic ; à droite, twisted nematic. Dans les deux cas, les cristaux ont une orientation bien définie mais une position aléatoire. Cette orientation dépend de la direction de polissage des faces du cristal.*

pallier à ce problème, parmi lesquelles celle développée précédemment dans notre groupe (voir figure 2.5) : On utilise un modulateur acousto-optique et un SLM nématique divisé en plusieurs hologrammes. En changeant la fréquence du modulateur acousto-optique (et donc la direction du faisceau émergeant de l'AOM), il devient alors possible de lire successivement chacun des hologrammes présents sur le SLM. Cette technique revient à limiter le temps de commutation entre la lecture de deux hologrammes au temps de commutation du modulateur acousto-optique (AOM) soit 5 μs [61].

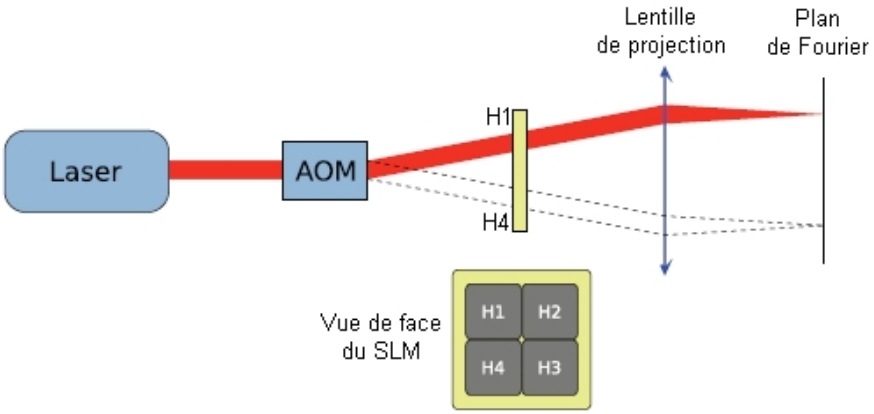

Figure 2.5 – *Méthode pour s'affranchir du temps de réponse élevé d'un SLM nématique : On partage le SLM en quatre hologrammes différents. Le laser traverse un modulateur acousto-optique, ce qui permet de modifier sa direction de propagation en moins de 5 μs. Il peut ainsi lire successivement les différents hologrammes. Issue de [61].*

2.1.3 Les différentes manières d'adresser un SLM

Il existe deux manières d'adresser un SLM [27] : électroniquement ou optiquement.

L'adressage électrique est utilisé dans les écrans à cristaux liquides pour les télévisions ou les ordinateurs. Il est réalisé au moyen d'un réseau d'électrodes situées de part et d'autre du cristal. Ce réseau d'électrodes permet de modifier localement le champ électrique appliqué. Le cristal liquide est ainsi divisé en pixels, chaque pixel étant adressé par une paire d'électrodes. Cette pixellisation induit de la diffraction parasite ce qui peut être très dommageable pour certaines applications comme, par exemple, l'optique adaptative [62]. Ce défaut tend néanmoins à être compensé dans les nouveaux SLM à adressage électrique [18][1]. Par exemple, Boulder Nonlinear Systems a ajouté récemment une fine couche de miroir diélectrique entre les électrodes et la couche de cristal liquide dans le but d'éliminer les variations brusques de la phase dues à la structure pixellisée [18]. Un autre souci de l'adressage électrique est la place prise par l'électronique. En effet, les transistors et les électrodes de contrôle masquent environ 20% de la lumière incidente ce qui diminue d'autant la puissance disponible en sortie du SLM.

Pour effectuer un adressage optique, les électrodes situées de part et d'autre du cristal ne sont pas pixellisées. Il s'agit de grandes électrodes de la taille du SLM. Une même tension est appliquée sur toute la surface de chaque électrode. Cette tension peut être modifiée localement en éclairant avec un faisceau lumineux, un matériau photoconducteur placé entre les deux électrodes. Le faisceau lumineux est modulé en intensité et sa longueur d'onde est celle pour laquelle le photoconducteur est absorbant. On change ainsi localement le champ électrique vu par les cristaux liquides et donc la biréfringence du milieu. L'adressage optique a donc l'avantage de ne pas être pixellisé et de ne pas souffrir d'une diffraction parasite. En contre partie, la résolution spatiale des SLM à adressage optique est inférieure à celle des SLM à adressage électrique. En effet, le photoconducteur n'étant pas discrétisé en zones, une modification du champ à un endroit donné a des répercussions sur les zones voisines. Nous reviendrons avec précision sur l'adressage optique lorsque nous présenterons le SLM X8267 d'Hamamatsu que nous avons utilisé.

2.1.4 Quelques applications des SLMs

Les SLM étant entièrement contrôlables par ordinateur, ils sont très commodes d'utilisation. Par conséquent, leurs applications sont nombreuses. Nous allons dans ce paragraphe n'en citer que quelques-unes.

Tout d'abord, les SLM sont utilisés pour générer des points lumineux. On parle alors de pinces optiques holographiques. Ces spots peuvent servir de pièges pour étudier les interactions entre particules en déplaçant chacune d'elles dans les trois directions de l'espace de manière indépendante [26][54][40]. Eriksen et al. montrèrent, de plus, qu'en utilisant deux SLM, deux lames quart d'onde et deux polariseurs, on avait un contrôle complet de l'état de polarisation d'un front d'onde à deux dimensions [30]. L'état de polarisation d'une onde incidente quelconque peut ainsi être modifié à souhait et utilisé pour faire tourner indépendamment des particules à l'intérieur de pinces optiques

différentes [31]. Ces points lumineux permirent aussi de piéger des atomes uniques. On peut alors étudier l'état d'intrication de deux atomes en fonction de la distance entre les pièges [14].

Dans un tout autre domaine, ils sont utilisés en optique adaptative. Afin d'avoir une modulation continue de la phase et pouvoir correctement ajuster le front d'onde, l'optique adaptative se sert essentiellement de SLM nématiques. Ils permettent, par exemple, de corriger les aberrations de l'oeil [68].

On retrouve aussi des SLM nématiques dans la mise en forme d'impulsions ultracourtes [39]. En effet, les impulsions ultracourtes sont composées de plusieurs fréquences dont la somme cohérente forme le profil d'intensité temporel. On peut donc disperser ces différentes fréquences sur un réseau avant de rendre parallèle le faisceau sur le SLM. Le SLM, en modulant indépendamment la phase de chaque composante va induire un déphasage entre chacune d'elles. Un SLM nématique permet donc de modifier le profil spectral d'une impulsion ultracourte et par transformée de Fourier, le profil temporel.

Enfin, comme nous l'avons suggéré en présentant la méthode holographique dans le chapitre 1 et comme nous le verrons dans le chapitre 3, les SLM nématiques sont utilisés dans toutes les applications qui nécessitent de fabriquer des modes de Laguerre-Gauss quasi-purs.

2.2 Caractéristiques du dispositif expérimental

Le dispositif expérimental présenté dans ce paragraphe est utilisé pour façonner le laser. Il comprend plusieurs parties. Nous présenterons tout d'abord les caractéristiques du SLM que nous utilisons (SLM X8267 d'Hamamatsu [41]) puis le laser utilisé. Nous verrons ensuite comment ce dernier est mis en forme avant d'être façonné par le SLM et enfin, le dispositif d'imagerie.

2.2.1 Le SLM Hamamatsu X8267

Le SLM X8267 d'Hamamatsu est un PAL-SLM composé de cristaux liquides nématiques. Il modifie donc uniquement la phase du faisceau lumineux. Comme tous les SLM à cristaux liquides nématiques, son temps de commutation est élevé (100 ms). Il est adressé optiquement pour éviter des effets de pixellisation. Il peut être divisé en trois parties dont les rôles sont distincts : le dispositif permettant l'adressage, le photoconducteur et la couche de cristal liquide (voir figure 2.6).

L'adressage est réalisé en projetant sur le photoconducteur une image conçue par ordinateur . Pour cela, une diode laser collimatée (DL) traverse une couche de cristaux liquides adressés électriquement (LCD). Une lentille est utilisée pour reproduire sur le photoconducteur la modulation d'intensité produite au niveau du LCD. Le LCD est contrôlé par un ordinateur via un signal XGA. Ce signal XGA est d'une résolution de $768 * 768$ pixels codés sur 8 bits. Il apparaît, à l'écran de l'ordinateur, sous la forme

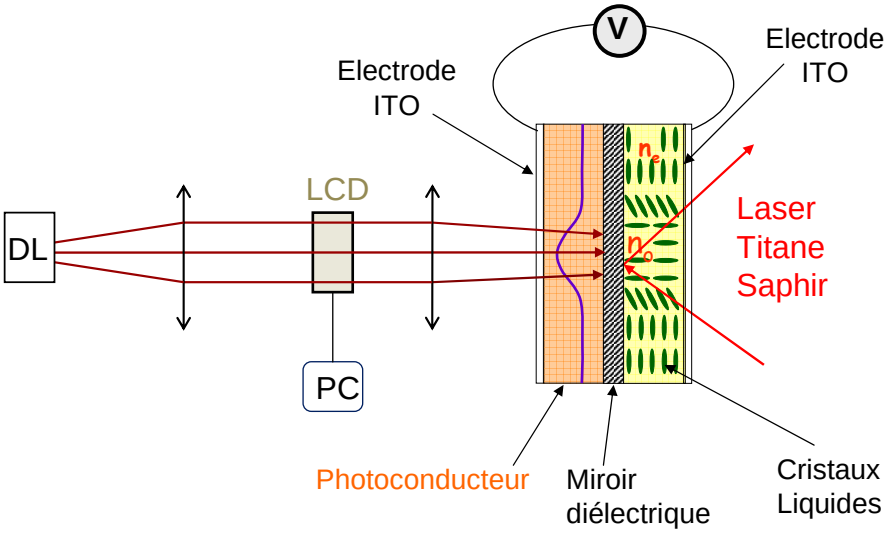

FIGURE 2.6 – *Principe de fonctionnement du SLM Hamamatsu*

d'une image en 256 niveaux gris (voir figure 2.7), le noir représentant un déphasage nul et le blanc un déphasage maximum (ici 2π). Par abus de langage, nous appellerons ce signal un hologramme. On prêtera attention à le distinguer de l'hologramme physique, c'est-à-dire la couche de cristaux liquides.

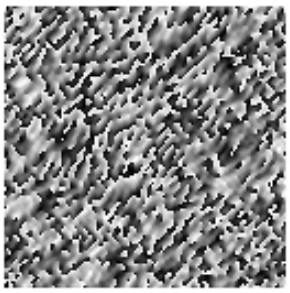

FIGURE 2.7 – *Exemple de signal XGA envoyé par l'ordinateur pour contrôler le LCD. Ce dernier est une image d'une taille de* $768 * 768$ *pixels composés de 256 niveaux de gris. Par abus de langage, ce signal sera appelé dans la suite de ce manuscrit un hologramme.*

Le photoconducteur transforme cette distribution d'intensité en une tension $V_2(x, y)$. Cette dernière vient modifier localement la tension constante et uniforme, V, appliquée entre les deux électrodes en ITO, transparentes. Selon la valeur locale de la tension $V_2(x, y)$, les molécules du cristal liquide, dont l'axe est initialement vertical, pivotent plus ou moins sur leur axe pour s'aligner sur la direction locale du champ $E_2(x, y)$. Cela a pour effet de modifier localement la biréfringence du milieu.

Le laser dont on souhaite moduler la phase (dit laser de lecture) est un laser titane-saphir polarisé selon l'axe initial des molécules, c'est-à-dire verticalement (voir para-

graphe 2.2.2). Cet axe est un axe propre de la matrice de cristaux liquides. En conséquence, la polarisation du laser n'est pas modifiée lors de la traversée de la couche de cristaux liquides. Par contre, en adressant le SLM avec un hologramme comme celui présenté dans la figure 2.7, on effectue des changements locaux de l'indice de réfraction effectif des cristaux liquides, modifiant ainsi localement le chemin optique et la phase du laser titane-saphir.

Le SLM Hamamatsu fonctionne en réflexion. Après avoir traversé la couche de cristaux liquides de dimension $2cm * 2cm$, le laser se réfléchit sur un miroir diélectrique puis retraverse la couche de cristaux liquides. Afin que le laser traverse la même zone de cette couche lors de ces deux passages, il faut minimiser l'angle d'incidence. L'efficacité maximale du SLM est alors de 80 % pour un angle d'incidence d'environ 5°. Cette efficacité dépend de l'hologramme appliqué. En effet, il a été montré précédemment dans notre groupe qu'il fallait six pixels d'adressage (soit 150 μm) pour réaliser une transition $0 \rightarrow \pi \rightarrow 2\pi$. En d'autres termes, le SLM reproduit mal les hologrammes possédant des transitions brutales de la phase ce qui a pour conséquence une diminution de l'efficacité de la diffraction.

2.2.2 Eclairement du SLM

Laser de lecture

Le laser utilisé est un laser Titane-Saphir continu et accordable en fréquence. Il est pompé par un laser Néodyme-YAG (Nd : YAG) doublé en fréquence, de longueur d'onde 532 nm et de puissance maximale 10 W. Le faisceau laser ainsi créé est un mode gaussien TEM_0^0, de longueur d'onde d'environ 800 nm et dont la puissance maximale en sortie du laser titane-saphir vaut 1W. La cavité du laser titane-saphir étant une cavité en anneau (voir figure 2.8), il en résulte de l'astigmatisme : nous avons ainsi mesuré une différence de 20% entre le waist vertical et le waist horizontal à l'intérieur de la cavité, le waist moyen valant 300 μm. Ce laser, accordable entre 780 et 870 nm peut

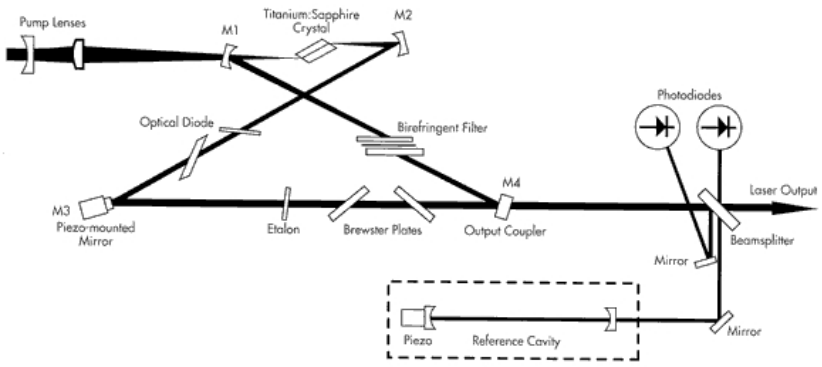

Figure 2.8 – *Laser Titane-Saphir utilisé dans l'expérience (MBR 110). Schéma reproduit de [2]*

être asservi au moyen d'un filtre biréfringent et d'une cavité étalon. Une lame de verre

épaisse située à la sortie du laser, permet de prélever une partie du faisceau que l'on injecte dans une fibre reliée à un lambdamètre. On connaît ainsi la longueur d'onde du laser avec une précision de 0.3 GHz. On peut alors l'asservir ce qui garantit une stabilité de sa longueur d'onde à 1 ou 2 MHz près. Dans nos expériences, il est indispensable d'asservir le laser pour les expériences sur les atomes froids (chapitre 4) mais ceci n'est pas nécessaire lorsque l'on étudie le façonnage du laser (chapitres 3 et 5).

Mise en forme du laser

Nous allons maintenant nous intéresser à l'utilisation du SLM X8267 d'Hamamatsu avec le laser Titane-Saphir présenté ci-dessus. En particulier, il est nécessaire de mettre en forme le laser avant de le façonner (voir figure 2.9). La première chose à faire est de rendre le laser parallèle. Pour ce faire, on utilise une lentille de focale 1000 mm (notée L_0) . Le waist du faisceau est alors de 0.7 mm. Ce waist est petit par rapport à la taille du SLM (2 cm). Cela signifie que la quasi-totalité de la puissance lumineuse est contenue dans un disque de diamètre 1.4 mm ce qui ne représente même pas un dixième de la surface active du SLM. La taille du faisceau n'est donc pas optimisée par rapport à celle du SLM. C'est pourquoi, nous avons utilisé un télescope dans le but d'agrandir le faisceau. Le grandissement de ce télescope a été choisi dans le but de conserver un éclairement gaussien sur le SLM tout en éclairant une zone de la surface du SLM suffisante et en s'assurant qu'il n'y avait pas de puissance perdue sur les bords du SLM. Nous avons donc opté pour un télescope de grandissement 6 fabriqué avec les lentilles L_1 et L_2 de focales respectives $f_1 = 50$ mm et $f_2 = 300$ mm. Le waist du laser sur le SLM vaut ainsi 4.2 mm. La quasi-totalité de la puissance lumineuse couvre donc la moitié de la surface du SLM et le profil du laser sur le SLM est bien gaussien. Pour aligner parfaitement le laser sur le télescope, une paire de diaphragmes (D_1 et D_2) est utilisée. Chaque diaphragme est précédé d'un miroir (M_1 ou M_2) pour corriger les éventuelles erreurs d'alignement.

On rappelle que le SLM X8267 d'Hamamatsu est un SLM modulant uniquement la phase à condition que la polarisation du laser incidente soit parallèle à la direction des molécules du cristal liquide, dans notre cas, verticale. En d'autres termes, il est nécessaire de rendre la polarisation du laser, initialement horizontale, verticale. Ceci est réalisé au moyen d'une lame $\lambda/2$ placée en sortie du laser. Le SLM étant utilisé dans une configuration de modulation uniquement de phase, cela implique que la polarisation du laser réfléchi soit identique à celle du laser incident. La polarisation est donc verticale sur tout le montage. On ne peut donc pas séparer le laser réfléchi du laser incident avec un cube polariseur. Or le SLM X8267 d'Hamamatsu est optimisé pour fonctionner en incidence normale. Nous avons donc choisi de tourner le SLM d'un très petit angle $\alpha \approx 5°$ de sorte que le rayon incident et le rayon réfléchi ne soient pas superposés. Cette très faible incidence n'a pas de conséquence sur les performances du SLM [38] et peut être réalisée si le dernier élément optique (le miroir M_3) est suffisamment éloigné du

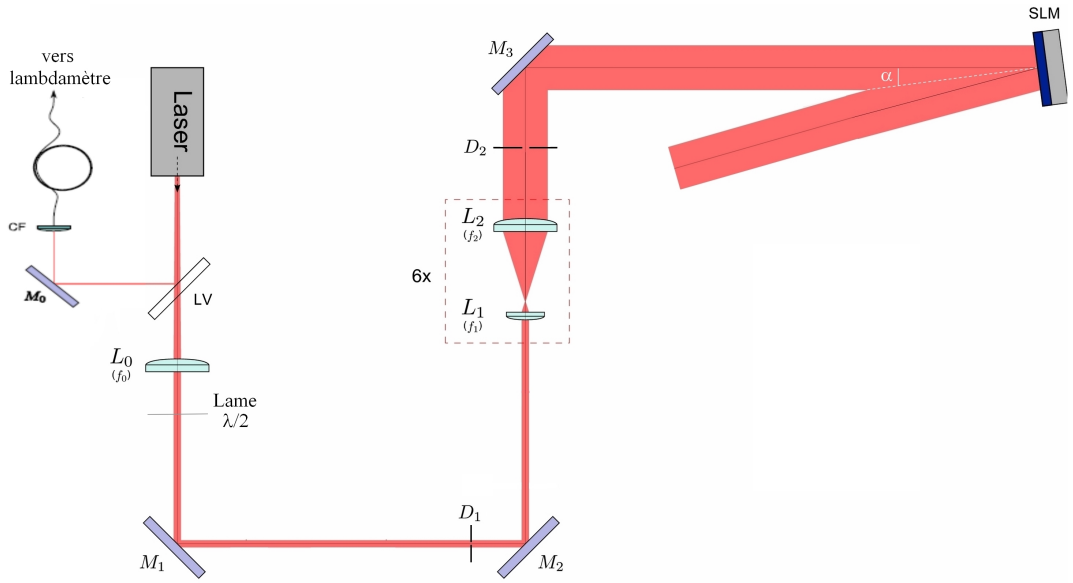

FIGURE 2.9 – *Schéma général de mise en forme du laser titane-saphir avant son arrivée sur le SLM. Dans ce schéma, LV signifie lame de verre et CF coupleur de fibre.*

SLM. Ce miroir est un élément essentiel de notre montage. En effet, il permet de centrer le laser sur le SLM. Nous verrons, par la suite, que le centrage du laser sur le SLM est indispensable pour obtenir des potentiels creux, dont la hauteur de potentiel est bien uniforme sur toute la circonférence. La technique de centrage sera exposée au chapitre 3, lorsque nous présenterons la méthode pour générer des modes de Laguerre-Gauss.

2.2.3 Système d'imagerie

Afin d'imager le faisceau façonné nous utilisons une lentille L_4 de focale 500 mm. Cette lentille est placée à 42 cm du SLM, dans le but de rejeter l'image géométrique du SLM quasiment à l'infini. En pratique, deux configurations sont utilisées pour étudier la figure de diffraction formée : l'une pendant les expériences sur les atomes froids (chapitres 3 et 4), l'autre lors de la génération et l'étude de potentiels plus complexes (chapitre 5).

La première configuration (voir figure 2.10) sert durant les expériences sur les atomes froids et permet de vérifier que la forme du potentiel voulue est bien celle que l'on applique sur les atomes. Elle utilise un miroir amovible, une lame diffractive et une caméra CCD (Wincam). Cette caméra, possédant $1024 * 1024$ pixels de $6,7$ μm, est située à 3 cm en aval du point focal de la lentille L_4 (position équivalente à celle du nuage d'atomes). Grâce au miroir amovible, on peut donc contrôler le potentiel appliqué sur les atomes (en particulier vérifier le centrage du laser sur le SLM) sans perturber le reste du montage optique. Cette configuration a l'avantage d'utiliser une lame diffractive et non des filtres. La lame diffractive se comporte comme un réseau de phase de sorte que la puissance diffractée dans chaque ordre n vaille $10^{-(n+1)}$ de la puissance initiale. Ces ordres sont suffisamment espacés pour que la caméra n'en observe qu'un seul et

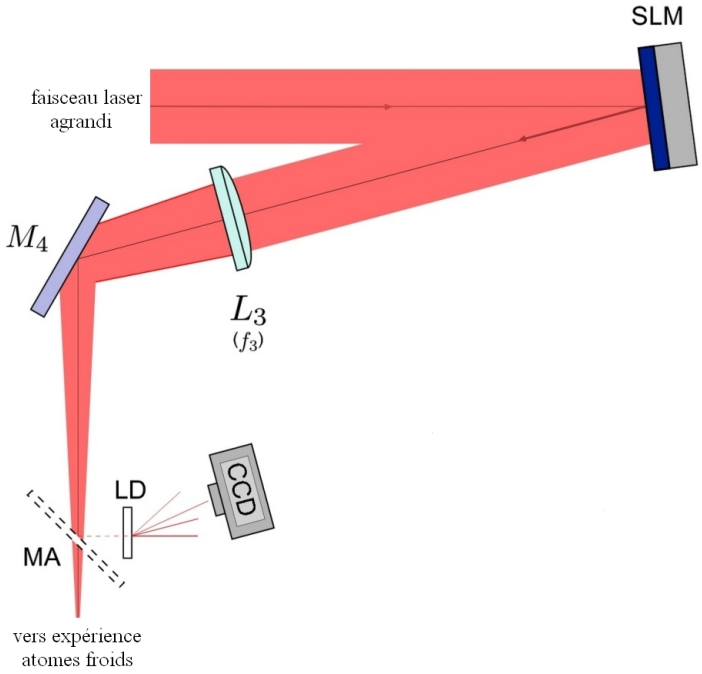

Figure 2.10 – *Montage utilisé pour imager le faisceau (configuration 1). MA signifie miroir amovible et LD lame diffractive.*

ainsi ne sature pas. En pratique, nous utilisons l'ordre 5 de la lame diffractive. Cette configuration possède néanmoins un défaut : à cause de l'encombrement du montage optique, elle ne permet pas d'imager la figure de diffraction à un autre endroit (en particulier au point focal) et de faire une étude plus approfondie des potentiels fabriqués comme par exemple étudier comment ceux-ci se modifient au cours de la propagation. C'est pourquoi nous avons fabriqué un deuxième montage lorsque nous avons étudié des potentiels plus complexes.

Ce deuxième montage utilise une deuxième lentille L_5 de focale $f = 300$ mm après la lentille L_4 (voir figure 2.11). Cette lentille est placée 1100 mm de la lentille L_4, de sorte que le grandissement soit égal à un. Un périscope est situé juste derrière la lentille L_5, et permet d'imager le faisceau laser sur un banc optique situé au-dessus du montage précédent. On peut donc visualiser la figure de diffraction produite à n'importe quelle position du banc, y compris celle correspondant au point focal de la lentille L_3. Ce montage est donc extrêmement souple pour étudier la figure de diffraction générée en fonction de l'hologramme affiché. Il utilise la même caméra CCD (Wincam) que le montage précédent. Contrairement à la configuration précédente, il n'y a pas de lame diffractive mais un filtre de densité 4 (ne laissant passer qu'un dix millièmes de la puissance incidente). Ce montage bloquant en permanence le faisceau laser servant à l'expérience sur les atomes froids, n'a été utilisé que lors de la génération de potentiels complexes et lors de l'étude sur la propagation des modes de Laguerre-Gauss.

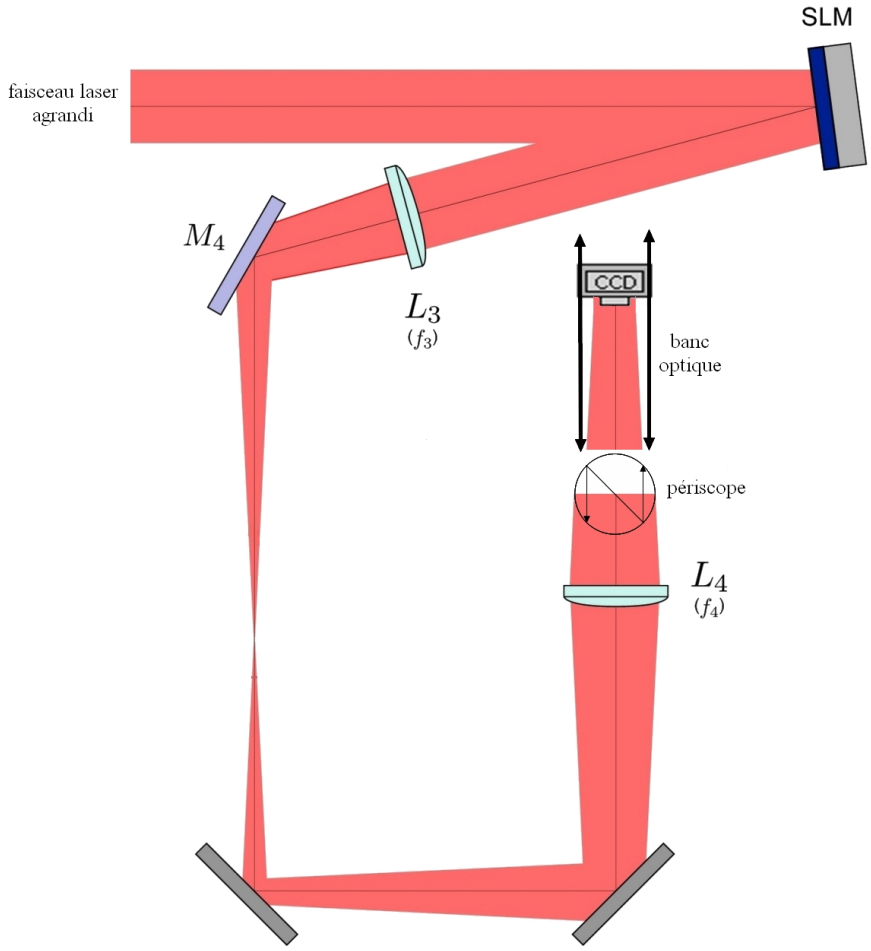

Figure 2.11 – *Montage utilisé pour imager le faisceau façonné (configuration 2) : Celle-ci utilise un périscope et un banc optique et permet d'étudier les caractéristiques du faisceau formé au cours de sa propagation.*

En pratique, pour fixer les idées, on retiendra le schéma simplifié (figure 2.12), valable pour les deux configurations.

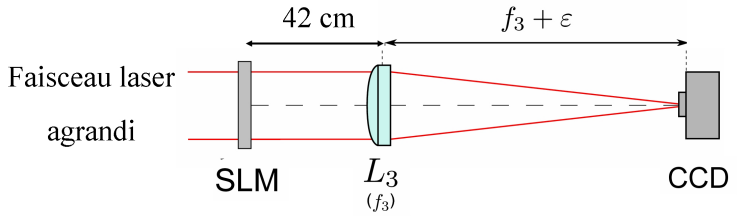

FIGURE 2.12 – *Montage simplifié permettant de résumer les deux configurations : le laser est façonné par le SLM. On l'image, à l'aide d'une caméra CCD, à la distance ϵ du foyer d'une lentille. Cette lentille est une lentille de focale $f = 500mm$ placée à 42 cm du SLM.*

2.3 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons décrit le modulateur spatial de lumière (SLM). Les SLM sont des dispositifs pouvant agir sur la phase et/ou sur l'amplitude d'un champ lumineux. Ils sont utilisés comme hologramme et ont l'avantage d'être parfaitement contrôlables par ordinateur. Nous avons ainsi vu que les SLM à cristaux liquides nématiques permettaient de moduler de façon continue la phase d'un faisceau lumineux ce qui donnait lieu à de nombreuses applications. C'est la raison pour laquelle nous avons choisi d'utiliser le SLM X8267 d'Hamamatsu. De plus ce dernier est adressé optiquement et ne souffre donc pas d'effet de pixellisation.

Nous avons, ensuite, décrit le dispositif expérimental de façonnage du laser, incluant le SLM X8267. Nous avons, en particulier, précisé le laser utilisé, sa polarisation, ainsi que sa taille et son angle d'incidence sur le SLM. Enfin, nous avons présenté les deux configurations utilisées pour imager le faisceau. Ces deux configurations sont en réalité équivalentes au montage de la figure 2.12. Ce dispositif sera utilisé dans toute la suite de ce manuscrit.

Chapitre 3

Fabrication de Laguerre-Gauss quasi-purs par la méthode holographique

Ce chapitre est destiné à montrer comment le SLM décrit dans le chapitre 2.2.1 est utilisé pour la fabrication de modes de Laguerre-Gauss. Nous avons, en effet, vu dans le chapitre 1, que la méthode holographique était l'une des méthodes pour générer des modes de Laguerre-Gauss. La première partie de ce chapitre concerne directement la réalisation expérimentale des modes de Laguerre-Gauss. En particulier, nous développerons les propriétés des hologrammes utilisés. Après avoir comparé les Laguerre-Gauss théoriques à ceux que l'on fabrique, nous en déduirons que ces derniers ne sont pas purs mais en réalité composés de plusieurs modes. Nous les appelerons, par la suite, des Laguerre-Gauss quasi-purs. On peut alors les décomposer sur la base des Laguerre-Gauss. Cette décomposition permet d'expliquer les différences observées entre l'expérience et la théorie sur les modes de Laguerre-Gauss (paragraphe 3.2.2), en particulier en ce qui concerne leur propagation (voir paragraphe 3.3.2).

3.1 Méthode et hologramme utilisés

3.1.1 Hologramme en hélice

Le SLM X8267 modifiant uniquement la phase d'un champ électrique incident, les hologrammes que nous utilisons sont des hologrammes de phase. Nous avons vu dans le chapitre 1, que l'hologramme pour produire un Laguerre-Gauss était :

$$\varphi_{LG}(\theta) = l\theta \tag{3.1}$$

où l est l'ordre du Laguerre-Gauss et θ est l'angle polaire sur l'hologramme. Les hologrammes de phase permettant de générer des Laguerre-Gauss LG_0^l sont donc des hélices

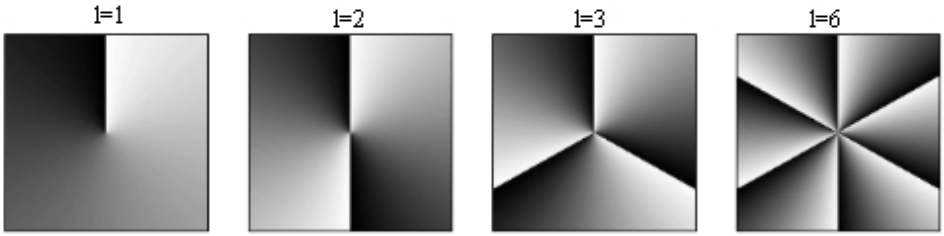

Figure 3.1 – *Hologrammes de phase permettant de générer des modes de Laguerre-Gauss LG_0^l (ici $l = 1\,;\ 2\,;\ 3$ et 6). Ce sont des hélices de phase dont le nombre de secteurs $[0, 2\pi]$ correspond à l'ordre l du Laguerre-Gauss. Ils sont à symétrie cylindrique avec une phase non définie au centre.*

de phase comme celles présentées dans la figure 3.1. Le nombre de secteurs de 0 à 2π de l'hologramme est égal à l .

La particularité de ces hologrammes est de présenter une singularité de la phase au centre et d'être périodiques de période 2π. On peut montrer grâce à la formule 5.19 que cette périodicité est la cause d'un champ et donc d'une intensité nuls en leur centre. De plus, ils sont à symétrie cylindrique. Si l'on veut fabriquer un Laguerre-Gauss dont l'intensité est homogène sur toute la circonférence (c'est-à-dire à symétrie cylindrique) et nulle au centre, il est donc nécessaire que le laser incident soit correctement centré sur cette singularité de la phase. Nous utilisons cette propriété pour centrer le laser incident sur le SLM avant toute utilisation : on aligne le laser de sorte que l'intensité maximale du Laguerre-Gauss soit la plus uniforme possible sur toute la circonférence.

3.1.2 Utilisation d'un hologramme de réseau blazé

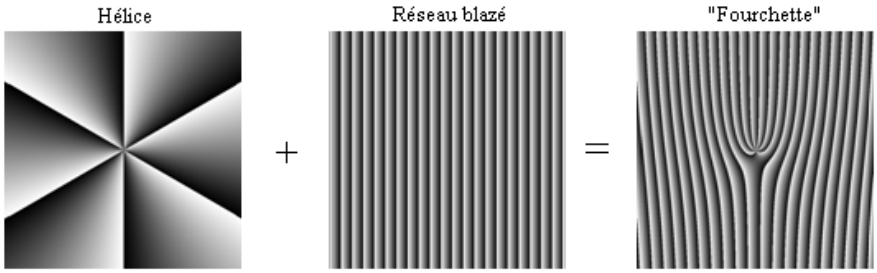

Figure 3.2 – *Ajout d'un hologramme de réseau blazé à l'hologramme d'un LG. On somme les deux hologrammes pour obtenir l'hologramme qui combine les deux fonctions. On obtient un hologramme en fourchette. L'intensité diffractée est un Laguerre-Gauss située dans l'ordre 1 du réseau et le faisceau gaussien non diffracté dans l'ordre 0.*

Pour séparer le Laguerre-Gauss fabriqué du faisceau gaussien non diffracté par le SLM, on ajoute un réseau blazé à l'hologramme en hélice. En effet, on rappelle que le SLM a une efficacité maximale de 80%, il y a donc une partie du faisceau incident qui n'est pas diffractée. On ajoute la phase correspondant à un réseau blazé et la phase en

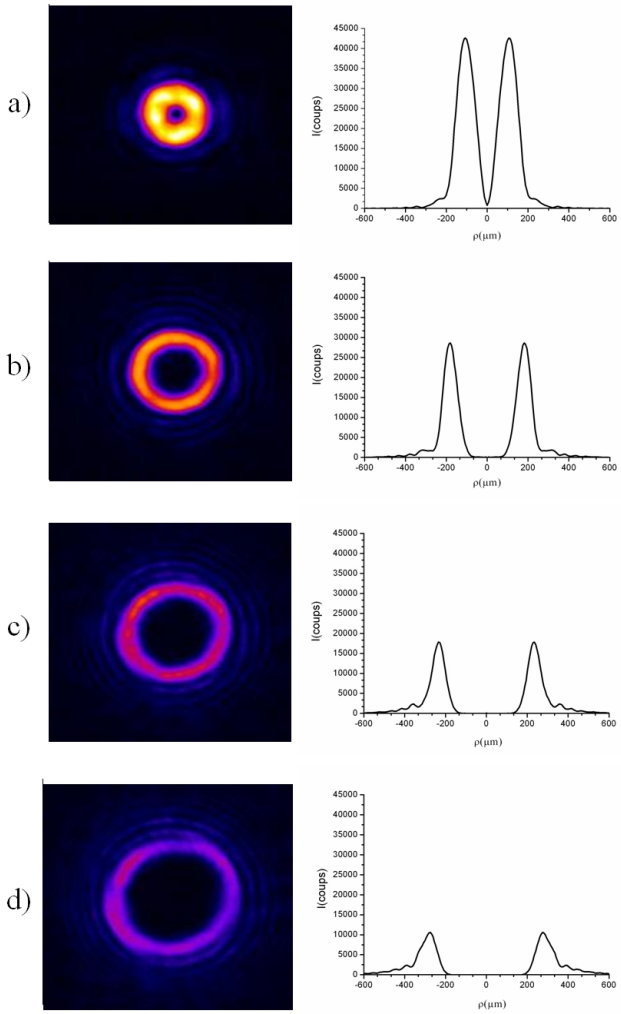

Figure 3.3 – *Clichés de Laguerre-Gauss expérimentaux et leur profil radial moyenné sur 100 rayons : a) LG_0^1. b) LG_0^4. c) LG_0^7. d)LG_0^{10}.*

hélice correspondant au Laguerre-Gauss. En effet, on rappelle que :

$$TF(e^{i(\varphi_1+\varphi_2)}) = TF(e^{i\varphi_1} * e^{i\varphi_2}) \tag{3.2}$$

$$= TF(e^{i\varphi_1}) \otimes TF(e^{i\varphi_2}) \tag{3.3}$$

La figure de diffraction obtenue avec un hologramme hélice+réseau blazé est donc la convolution des figures de diffraction de l'hélice (un LG) et du réseau blazé (plusieurs spots dont le principal est situé dans l'ordre 1). Il s'agit donc d'un Laguerre-Gauss situé dans l'ordre 1 de diffraction du réseau blazé. On a donc, par cette méthode, réussi à séparer le Laguerre-Gauss (situé dans l'ordre 1) du faisceau non diffracté (situé dans l'ordre 0). La phase du réseau blazé étant $\varphi_r = kx$, la phase résultante se réécrit :

$$\varphi = l\theta + kx \tag{3.4}$$

où x est la direction de diffraction du réseau blazé (ici horizontale), et $k = \frac{2\pi}{a}$ où a est le pas du réseau. L'hologramme correspondant est "une fourchette" dont le nombre de fourches correspond à l'ordre l du Laguerre-Gauss. Afin que la distance entre les ordres du réseau soit suffisamment grande, nous avons choisi un pas du réseau blazé de 12 pixels (0,312 mm ou 3,2 traits/mm), ce qui correspond au pas minimal autorisé par la résolution du SLM. Le Laguerre-Gauss se trouve ainsi à $1,25$ mm de l'ordre 0 dans le plan focal de la lentille L3. On peut alors effectuer un filtrage spatial à l'aide d'un diaphragme afin de ne laisser passer que cet ordre. Nous verrons, dans le chapitre 4, que ceci est nécessaire pour les expériences sur les atomes froids.

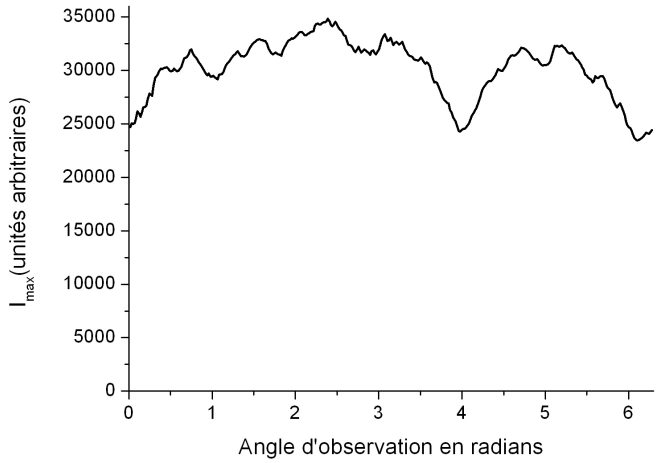

Figure 3.4 – *Variation de I_{max} en fonction de la coordonnée angulaire pour le cliché de LG_0^4 présenté dans la figure 3.3. On observe des différences crête à crête de l'ordre de 30%.*

Des images de Laguerre-Gauss, prises à 5 cm en aval du point focal, sont présentées sur la figure 3.3 avec leur profil radial. Ces profils sont des profils moyennés sur 100 rayons dans le but de gommer les inhomogénéités provenenant du centrage du laser

sur le SLM. Ces inhomogénéités sont de l'ordre de 30% crête à crête (voir figure 3.4). On observe, que le rayon du Laguerre-Gauss augmente et que son intensité maximale diminue quand l augmente. De même, on remarque que le profil est de plus en plus plat au centre à mesure que l augmente. Ces observations sont en parfait accord avec les propriétés générales des modes de Laguerre-Gauss présentées dans le paragraphe 1.2.1. Cependant les profils expérimentaux contiennent des anneaux de lumière secondaires de plus faible intensité alors que, théoriquement, les $LG^l_{p=0}$, n'en ont qu'un seul. Nous reviendrons sur ce point dans le paragraphe 3.2.2.

3.1.3 Ajout d'une lentille dans l'hologramme

Pour faire varier le rayon du Laguerre-Gauss sans changer son ordre l, il est nécessaire d'insérer une lentille. Cette lentille peut être placée n'importe où après le SLM. On peut aussi l'ajouter à l'hologramme. On parle alors de lentille holographique. Ceci permet d'ajuster sa focale plus facilement. D'après les formules 3.2 et 3.3, il suffit d'ajouter la phase d'une lentille à l'hologramme en fourchette. Pour trouver la phase à appliquer,

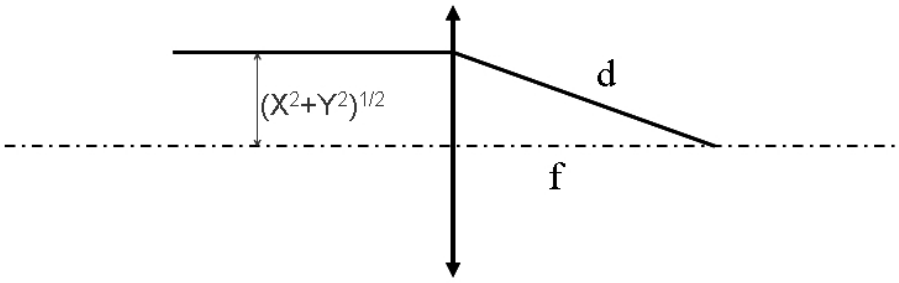

Figure 3.5 – *Notations utilisées pour déterminer l'hologramme d'une lentille : On calcule la différence de chemin optique avec et sans lentille entre la position de la lentille et son foyer : sans lentille : $L = f$, avec lentille $L = d = \sqrt{f^2 + X^2 + Y^2}$.*

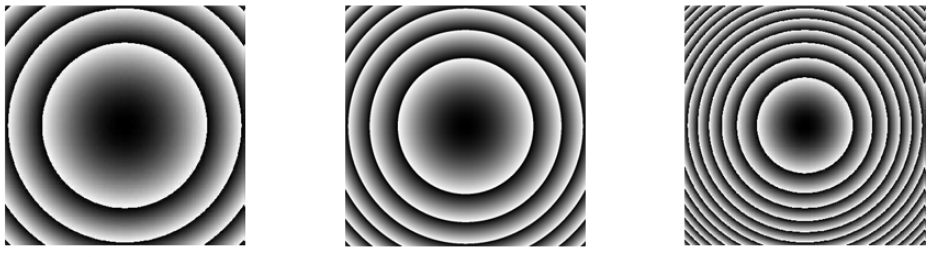

Figure 3.6 – *Exemples d'hologrammes de lentilles. A droite $f = 30$ mètres, au centre $f = 15$ mètres, à gauche $f = 10$ mètres. La phase d'une lentille est sphérique et ne dépend que de r.*

il faut revenir à la définition du chemin optique.

$$d\varphi = kdL \tag{3.5}$$

où k est le nombre d'onde, $d\varphi$ la phase et dL le chemin optique ajoutés par la lentille. En appelant (X,Y), la position du laser sur le SLM, on obtient (voir figure 3.5) :

$$\begin{aligned} dL &= L_{avecLent} - L_{sansLent} && (3.6)\\ &= d - f && (3.7)\\ &= \sqrt{f^2 + X^2 + Y^2} - f && (3.8) \end{aligned}$$

Dans l'approximation de Gauss, on a $X^2 + Y^2 << f^2$. En faisant un développement limité, on trouve

$$dL = \frac{1}{2}\frac{X^2 + Y^2}{f} \tag{3.9}$$

La phase à ajouter à l'hologramme est donc :

$$\varphi_{lent} = d\varphi = \frac{2\pi}{\lambda}\frac{X^2 + Y^2}{2f} \tag{3.10}$$

Il s'agit d'une phase sphérique. On peut voir des exemples d'hologrammes avec $\varphi_{tot} =$

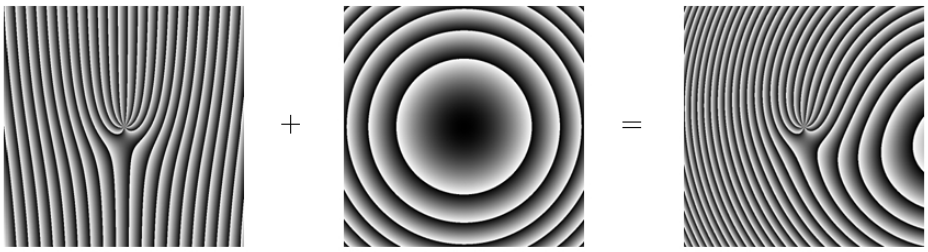

Figure 3.7 – *Ajout d'un hologramme de lentille à l'hologramme d'un LG+réseau blazé. On somme les deux hologrammes pour obtenir l'hologramme qui combine les deux fonctions (hologramme combiné).*

φ_{lens} sur la figure 3.6. La combinaison d'un hologramme en fourchette et de celui d'une lentille donne un hologramme plus complexe comme celui de la figure 3.7. Les lentilles holographiques disponibles sont du fait de la résolution spatiale du SLM, des lentilles de longue focale (minimum 5 mètres). Ceci a pour conséquence de modifier uniquement la position pour laquelle le waist atteint sa valeur minimale ($z = 0$). En effet, si on étudie, par exemple, le diamètre d'un LG_0^6 en fonction de la position pour différentes lentilles holographiques, on observe que la convergence (ou divergence) du faisceau est la même

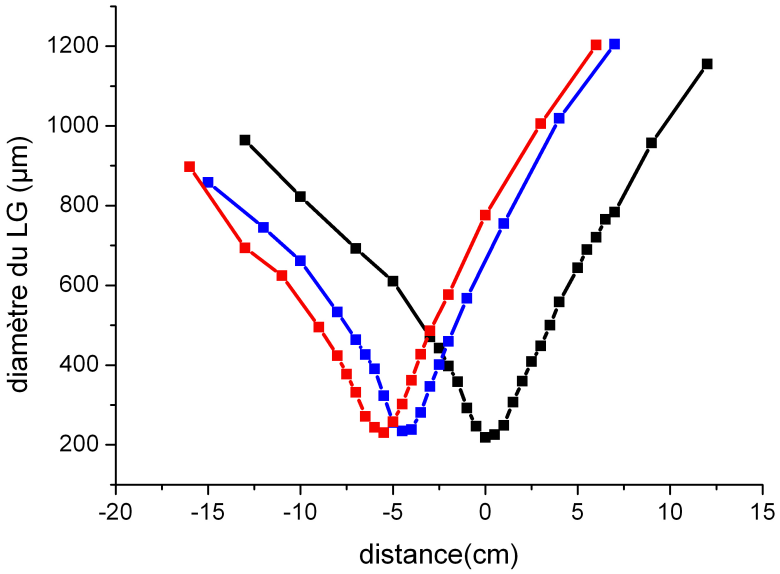

FIGURE 3.8 – *Variation du diamètre d'un LG_0^6, en fonction de la position et de la focale de la lentille introduite dans l'hologramme : en noir, pas de lentille ; en bleu, $f = 7m$; en rouge $f = 5m$. Du fait des grandes focales utilisées, la divergence et la convergence du faisceau ne changent pas avec f. Seule la position où le diamètre est minimum varie. Il est déplacé en amont de 4 cm avec une lentille de 7 mètres et de 5.5 cm avec une lentille de 5 mètres. A une position donnée $z > 0$, plus la focale de la lentille est grande, plus le Laguerre-Gauss possède un grand diamètre. Ajouter une lentille dans l'hologramme permet ainsi d'obtenir des Laguerre-Gauss de même ordre l, de même convergence et de plus gros diamètre.*

quelle que soit la lentille utilisée. La position $z = 0$ se trouve respectivement à 4 et 5.5 cm avec des lentilles holographiques de 7 mètres et de 5 mètres de la position $z = 0$ sans lentille. Le diamètre maximum, pour $z > 0$, est obtenu en ajoutant une lentille holographique de 5 mètres (voir figure 3.8).

Ces positions doivent être comparées à la position du foyer image, F', de l'association des deux lentilles (la lentille holographique choisie et la lentille de projection L_3 de focale $f_p = 500$ mm). Celle-ci est donnée par la formule :

$$d = \frac{f_p(f_H - e)}{f_p + f_H - e} \tag{3.11}$$

où f_H est la focale de la lentille holographique, e la distance entre les deux lentilles (ici 420 mm) et d la distance de la lentille L_3 à F'. On trouve respectivement $d = 46,5$ cm pour $f_H = 7$ m et $d = 45$ cm pour $f_H = 5$ m (accord satisfaisant avec les mesures expérimentales).

Par ailleurs, les images des Laguerre-Gauss obtenues en ajoutant une lentille holographique de 15 mètres sont semblables à celles obtenues sans lentille. En effet, le rayon, le maximum d'intensité et la forme du profil varient de manière similaire. De même, on observe que les profils obtenus possèdent plusieurs anneaux, comme précédemment

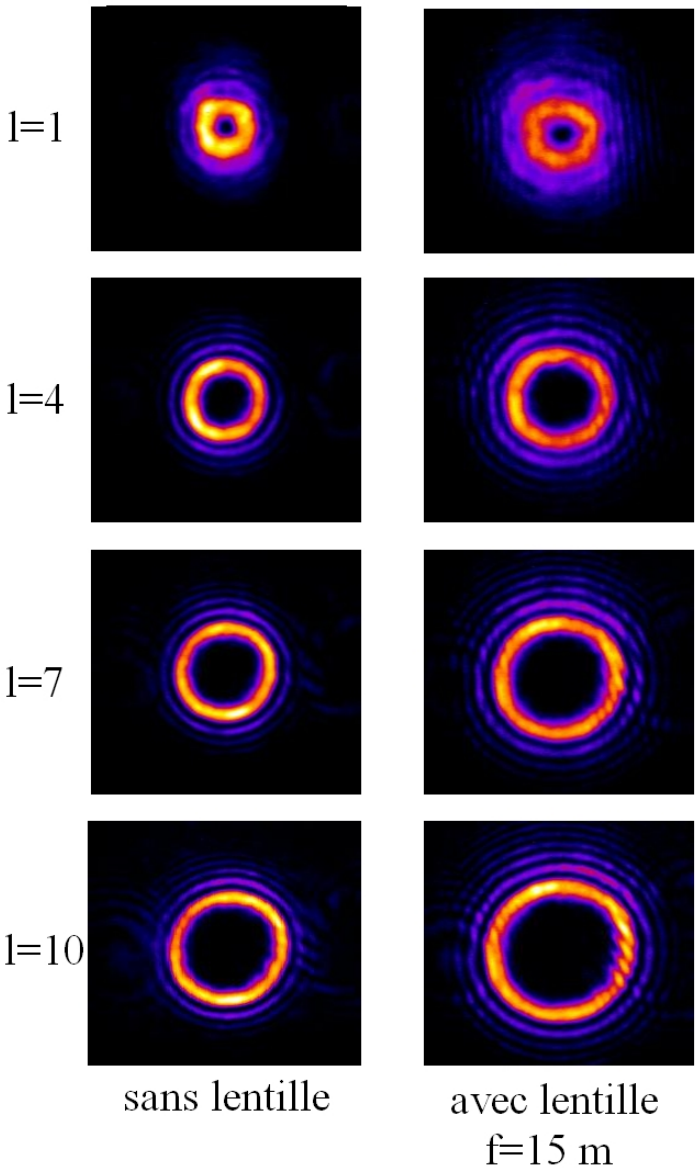

Figure 3.9 – *Comparaison de Laguerre-Gauss agrandis ou non avec une lentille de 15 mètres. Le diamètre des Laguerre-Gauss fabriqués avec une lentille est bien supérieur (pour un l donné) à celui des Laguerre-Gauss fabriqués sans lentille. Le diamètre et le maximum d'intensité varient de manière similaire avec ou sans lentille : le diamètre augmente et l'intensité diminue avec l. La présence de plusieurs anneaux concentriques est visible pour les Laguerre-Gauss agrandis et non agrandis.*

(voir figure 3.9). Néanmoins, les clichés semblent striés. Ceci est probablement dû à des interférences entre l'ordre 1 et l'ordre 0 de diffraction, du fait de la grande taille du LG lorsque l'on ajoute une lentille de 5 mètres. En effet, ces clichés ont été pris avant le diaphragme servant de filtre, dans la configuration présentée dans le paragraphe 2.2.3, l'ordre 0 était donc présent.

En résumé, ajouter une lentille holographique de longue focale revient à observer à un endroit différent. Ces observations prouvent donc qu'il n'y a pas de variations notables des profils au cours de la propagation. Ces modes sont donc parfaitement utilisables pour le guidage d'atomes. Nous verrons dans le chapitre 4, que l'ajout d'une lentille holographique a, en effet, été nécessaire pour réussir à guider des atomes.

3.2 Décomposition des Laguerre-Gauss quasi-purs

Dans cette partie, nous allons analyser plus précisément les modes de Laguerre-Gauss que l'on génère expérimentalement. En particulier, il est intéressant de comparer ces modes aux Laguerre-Gauss théoriques.

Le champ initial du laser, E_G , est gaussien et s'écrit [1] :

$$E_G(\rho, z, w) = \frac{\sqrt{2/\pi}}{w(z)} e^{-\frac{\rho^2}{w^2(z)}} e^{\frac{ik\rho^2}{2R(z)}} e^{-i\varphi_g(z)} \tag{3.12}$$

où $R(z)$ le rayon de courbure, $\varphi_g(z)$ la phase de Gouy, et $w(z)$ le waist à la position z . Si on affiche sur le SLM, un hologramme en hélice, le champ après réflexion sur le SLM se réécrit :

$$E_S(\rho, \theta, z, w) = E_G e^{il\theta} = \frac{\sqrt{2/\pi}}{w(z)} e^{-\frac{\rho^2}{w^2(z)}} e^{\frac{ik\rho^2}{2R(z)}} e^{-i\varphi_g(z)} e^{il\theta} \tag{3.13}$$

Ce champ est à comparer à celui d'un Laguerre-Gauss théorique LG_0^l. On rappelle que le champ d'un Laguerre-Gauss LG_p^l est :

$$E_{LG_p^l}(\rho, \theta, z, w_{LG}) = \frac{\sqrt{\frac{2p!}{\pi(p+|l|)!}}}{w_{LG}(z)} \left(\frac{\rho\sqrt{2}}{w_{LG}(z)}\right)^{|l|} L_p^{|l|}\left(\frac{2\rho^2}{w_{LG}^2(z)}\right) e^{-\frac{\rho^2}{w_{LG}^2(z)}} e^{\frac{ik\rho^2}{2R_{LG}(z)}} e^{-i\varphi_{gLG}(z)} e^{il\theta} \tag{3.14}$$

où $L_p^{|l|}$ est un polynome de Laguerre généralisé :

$$L_p^{|l|}(x) = \frac{x^{-l}e^x}{p!} \frac{d^p}{dx^p}(e^{-x}x^{p+l}) \tag{3.15}$$

1. La polarisation verticale du laser étant conservée après réflexion sur le SLM et par conséquent sur tout le montage, on considèrera des champs scalaires.

Le champ du Laguerre-Gauss LG_0^l est donc :

$$E_{LG_0^l}(\rho,\theta,z,w_{LG}) = \frac{\sqrt{\frac{2}{\pi|l|!}}}{w_{LG}(z)}\left(\frac{\rho\sqrt{2}}{w_{LG}(z)}\right)^{|l|} e^{-\frac{\rho^2}{w_{LG}^2(z)}} e^{\frac{ik\rho^2}{2R_{LG}(z)}} e^{-i\varphi_{gLG}(z)} e^{il\theta} \tag{3.16}$$

Si on compare le champ E_S de 3.13 et le champ théorique $E_{LG_0^l}$ de 3.16, on constate que ces deux champs ne sont pas égaux. En particulier la dépendance en ρ présente dans le facteur $\left(\frac{\rho\sqrt{2}}{w(z)}\right)^{|l|}$ du champ $E_{LG_0^l}$ ne figure pas dans le champ E_S. Autrement dit, les modes Laguerre-Gauss que l'on fabrique ne sont pas purs. Les modes de Laguerre-Gauss étant une base, on peut décomposer le champ fabriqué E_S sur cette base afin de connaître la proportion de chaque mode LG_p^l dans chaque mode généré [45][34].

3.2.1 Décomposition sur la base des Laguerre-Gauss

Le champ E_S peut donc s'écrire comme une combinaison linéaire de champs $E_{LG_{p'}^{l'}}$ avec les coefficients $c_{p'}^{l'}$:

$$E_S(\rho,\theta,z,w) = \sum_{p'=0}^{\infty} c_{p'}^{l'} E_{LG_{p'}^{l'}}(\rho,\theta,z,w_{LG}) \tag{3.17}$$

Les coefficients $c_{p'}^{l'}$ s'obtiennent en projetant E_S sur les différents $LG_{p'}^{l'}$:

$$c_{p'}^{l'} = \int\int E_S^*(\rho,\theta,z,w) E_{LG_{p'}^{l'}}(\rho,\theta,z,w_{LG}) \rho d\rho d\theta \tag{3.18}$$

Nous avons vu dans le paragraphe 2.2.2 que le waist du laser sur le SLM ($4,2$ mm) était bien plus petit que la taille du SLM (2 cm). On peut donc intégrer radialement l'intégrale 3.18 jusqu'à l'infini. Cette intégrale se réécrit :

$$c_{p'}^{l'} = A(z,w,w_{LG}) \int_0^{\infty}\int_0^{2\pi} e^{-\frac{\rho^2}{w^2(z)}} e^{-il\theta} \left(\frac{\rho\sqrt{2}}{w_{LG}(z)}\right)^{|l'|} L_{p'}^{|l'|}\left(\frac{2\rho^2}{w_{LG}^2(z)}\right) e^{-\frac{\rho^2}{w_{LG}^2(z)}} e^{il'\theta} \rho d\rho d\theta \tag{3.19}$$

avec $A(z,w,w_{LG}) = \frac{\sqrt{2/\pi}}{w(z)} e^{i\varphi_g(z)} e^{-\frac{ik\rho^2}{2R(z)}} \frac{\sqrt{\frac{2p!}{\pi(p'+|l'|)!}}}{w_{LG}(z)} e^{-i\varphi_{gLG}(z)} e^{\frac{ik\rho^2}{2R_{LG}(z)}}$. L'intégrale selon θ est non nulle si et seulement si $l = l'$ et vaut dans ce cas 2π. Les Laguerre-Gauss expérimentaux sont donc composés de modes Laguerre-Gauss qui possèdent tous le même l (celui de l'hologramme) mais des valeurs de p différentes. On peut donc réécrire les coefficients $c_{p'}^{l'}$ avec un seul indice p' :

$$c_{p'}^{l'} = c_{p'} = 2\pi A(z,w,w_{LG}) \int_0^{\infty} e^{-\frac{\rho^2}{w^2(z)}} \left(\frac{\rho\sqrt{2}}{w_{LG}(z)}\right)^{|l|} L_{p'}^{|l|}\left(\frac{2\rho^2}{w_{LG}^2(z)}\right) e^{-\frac{\rho^2}{w_{LG}^2(z)}} \rho d\rho \tag{3.20}$$

La proportion de chaque mode $LG^l_{p'}$ étant donné par le module au carré du coefficient $c_{p'}$, $\left|c_{p'}\right|^2$, on peut simplifier l'expression de $c_{p'}$ en ne conservant que le module. De plus la relation 3.20 doit être vérifiée quel que soit z. On peut donc se placer au waist ($z = 0$), où $w(z) = w_0$ et $w_{LG}(z) = w_{LG}$:

$$c^{l'}_{p'} = c_{p'} = \frac{4}{w_0 w_{LG}} \sqrt{\frac{p!}{(p' + |l'|)!}} \int_0^\infty e^{-\frac{\rho^2}{w_0^2}} \left(\frac{\rho\sqrt{2}}{w_{LG}}\right)^{|l|} L^{|l|}_{p'}\left(\frac{2\rho^2}{w^2_{LG}}\right) e^{-\frac{\rho^2}{w^2_{LG}}} \rho d\rho \qquad (3.21)$$

Ces intégrales se calculent analytiquement par récurrence, tout comme les polynomes de Laguerre. Nous les avons calculées avec le logiciel *Mathematica*.

Les expressions analytiques des trois premiers coefficients $c_{p'}$ obtenus pour $p' = 0$, $p' = 1$ et $p' = 2$ sont :

Pour $p' = 0$, $L^{|l|}_{p'}\left(\frac{2\rho^2}{w^2_{LG}}\right) = 1$. La relation 3.21 donne :

$$c_0 = 2^{1+\frac{l}{2}} \sqrt{\frac{1}{l!}} \Gamma[1 + \frac{l}{2}] \frac{w_{LG}/w_0}{\left[1 + (\frac{w_{LG}}{w_0})^2\right]^{1+\frac{l}{2}}} \qquad (3.22)$$

où Γ est la fonction $\Gamma(x) = \int_0^\infty t^{x-1} e^{-x} dx$.

Pour $p' = 1$, $L^{|l|}_{p'}\left(\frac{2\rho^2}{w^2_{LG}(z)}\right) = -\frac{2\rho^2}{w^2_{LG}} + l + 1$. La relation 3.21 donne :

$$c_1 = 2^{1+\frac{l}{2}} \sqrt{\frac{1}{(l+1)!}} \Gamma[1 + \frac{l}{2}] \frac{\frac{w_{LG}}{w_0}\left[-1 + (1+l)(\frac{w_{LG}}{w_0})^2\right]}{\left[1 + (\frac{w_{LG}}{w_0})^2\right]^{2+\frac{l}{2}}} \qquad (3.23)$$

Pour $p' = 2$, $L^{|l|}_{p'}\left(\frac{2\rho^2}{w^2_{LG}}\right) = \frac{1}{2}(\frac{2\rho^2}{w^2_{LG}})^2 - (l+2)\frac{2\rho^2}{w^2_{LG}} + \frac{(l+1)(l+2)}{2}$. La relation 3.21 donne :

$$c_2 = 2^{1+\frac{l}{2}} \sqrt{\frac{2}{(l+2)!}} \Gamma[2 + \frac{l}{2}] \frac{\frac{w_{LG}}{w_0}\left[1 - 2(\frac{w_{LG}}{w_0})^2 + (1+l)(\frac{w_{LG}}{w_0})^4\right]}{\left[1 + (\frac{w_{LG}}{w_0})^2\right]^{3+\frac{l}{2}}} \qquad (3.24)$$

On peut remarquer que l'expression des coefficients c_0, c_1, c_2 (c'est d'ailleurs le cas pour tous les coefficients $c_{p'}$) dépend du rapport $\frac{w_{LG}}{w_0}$. Cela signifie que la décomposition n'est pas unique mais est fonction de ce rapport. Par exemple, si on étudie la proportion des modes $p' = 0$, $p' = 1$, $p' = 2$, donnée respectivement par $|c_0|^2$, $|c_1|^2$, $|c_2|^2$, pour trois valeurs différentes du rapport $\frac{w_{LG}}{w_0}$ ($0.5/\sqrt{l+1}$, $1/\sqrt{l+1}$, $2/\sqrt{l+1}$), on s'aperçoit que la décomposition n'est pas la même (voir figure 3.10). En particulier, la valeur $1/\sqrt{l+1}$ est intéressante car c'est pour elle que l'on a $|c_0|^2$ maximum, et $|c_1|^2$ nul.

Néanmoins, on remarque que quel que soit le rapport $\frac{w_{LG}}{w_0}$, la proportion maximale est obtenue pour l'ordre $p = 0$, c'est à dire que les modes Laguerre-Gauss expérimentaux sont bien dominés par le mode LG^l_0 (celui que l'on souhaite fabriquer). C'est pourquoi, nous parlerons de Laguerre-Gauss LG^l_0 quasi-purs pour parler des modes que l'on génère.

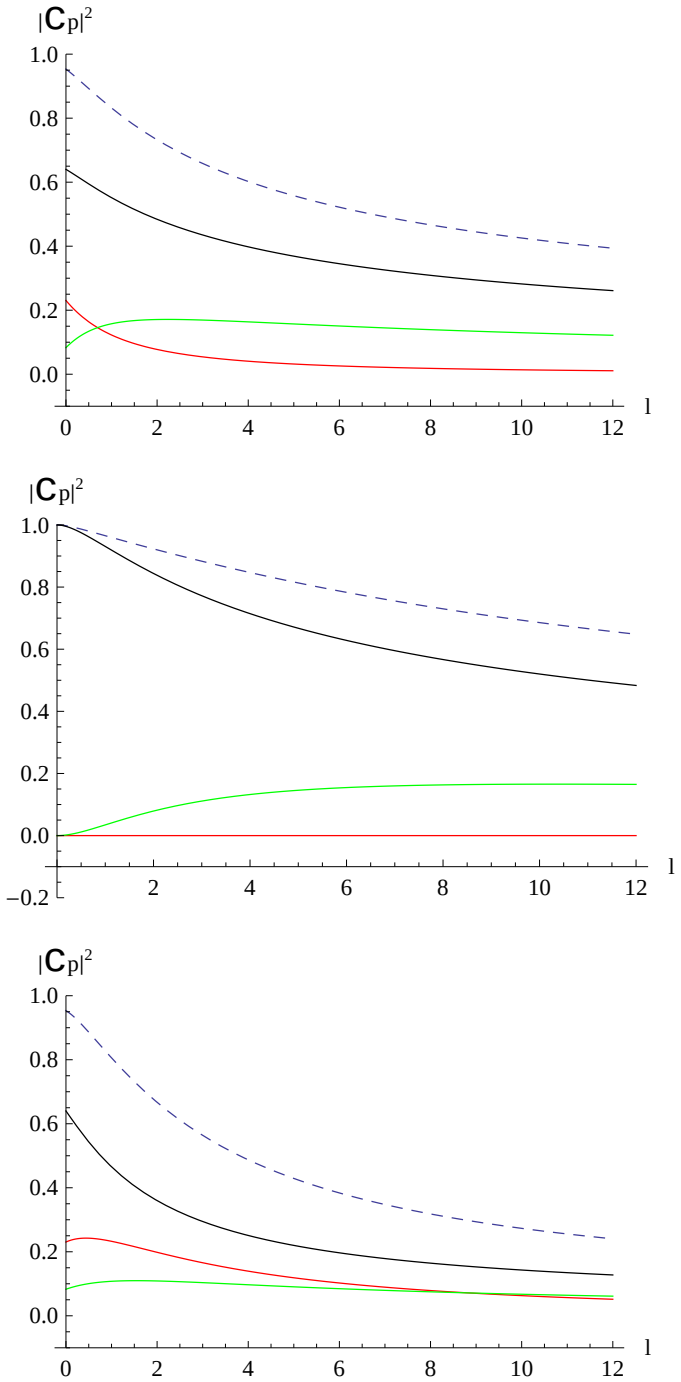

FIGURE 3.10 – *Coefficients théoriques : $|c_0|^2$ en noir , $|c_1|^2$ en rouge, $|c_2|^2$ en vert, $|c_0|^2 + |c_1|^2 + |c_2|^2$ en pointillés, pour différentes valeurs du rapport $\frac{w_{LG}}{w_0}$ (en haut $0.5/\sqrt{l+1}$, au milieu $1/\sqrt{l+1}$, en bas $2/\sqrt{l+1}$) en fonction de l. Quel que soit $\frac{w_{LG}}{w_0}$, le mode prédominant est l'ordre LG_0^l.*

3.2.2 Comparaison avec l'expérience

Nous avons cherché à analyser les profils expérimentaux des modes Laguerre-Gauss quasi-purs (comme ceux présentés dans la figure 3.3). On peut d'abord supposer que les Laguerre-Gauss expérimentaux sont purs. Dans ce cas, cela revient à ajuster les profils de la figure 3.3 par l'intensité d'un mode de Laguerre-Gauss LG_0^l :

$$I_{LG_0^l}(\rho) = A\left(\frac{2\rho^2}{w^2}\right)^l e^{-\frac{2\rho^2}{w^2}} \tag{3.25}$$

On obtient les fits présentés dans la colonne de gauche de la figure 3.11. On remarque qu'un mode LG_0^l ne suffit pas pour ajuster les profils expérimentaux. En particulier, les maxima ne sont pas bien ajustés et la présence d'anneaux secondaires ne peut être expliquée.

Nous avons donc analysé ces profils en supposant que les Laguerre-Gauss expérimentaux n'étaient pas purs. Cela revient à ajuster les profils expérimentaux par une somme de modes de Laguerre-Gauss d'ordres p différents. Nous avons choisi, dans un premier temps, une somme composée des 3 modes LG_0^l, LG_1^l, LG_2^l. En effet, nous avons montré théoriquement (voir figure 3.10) que la somme des proportions $|c_0|^2 + |c_1|^2 + |c_2|^2$ était supérieure à 50% pour les petites valeurs de l ($l \leq 5$). Comme nous le verrons dans le paragraphe suivant, les Laguerre-Gauss LG_0^l, LG_1^l et LG_2^l ont une phase de Gouy différente. Il faut donc en tenir compte et introduire un paramètre u représentant le déphasage entre deux modes p successifs. Si on observe la formule 3.14, on remarque que (pour $p > 0$) :

$$u = \varphi_{gLG}(z)(LG_p^l) - \varphi_{gLG}(z)(LG_{p-1}^l) \tag{3.26}$$

La formule utilisée pour ajuster avec une somme des modes LG_0^l, LG_1^l et LG_2^l, s'écrit donc :

$$\begin{aligned} I(\rho) &= I_0(\rho) + I_1(\rho) + I_2(\rho) \\ &\quad + 2\sqrt{I_0(\rho)I_1(\rho)}cos(u) + 2\sqrt{I_0(\rho)I_2(\rho)}cos(2u) + 2\sqrt{I_1(\rho)I_2(\rho)}cos(u) \end{aligned}$$

avec $I_{p'} = a_{p'}\frac{2p'!}{\pi(p'+|l|)!}\frac{1}{w_{LG}^2}\left(\frac{2\rho^2}{w_{LG}^2}\right)^{|l|}\left[L_{p'}^{|l|}\left(\frac{2\rho^2}{w_{LG}^2}\right)\right]^2 e^{-\frac{2\rho^2}{w_{LG}^2}}$.

Etant donné que nous ne connaissons pas la relation entre w_0 et w_{LG}, nous avons cherché, pour chaque profil, la valeur de w_{LG}, $w_{LG\chi^2}$, qui donnait le χ^2 minimal. Pour chaque fit, les paramètres extraits sont w_{LG}, a_0, a_1, a_2 et u. On obtient les valeurs des proportions expérimentales $|c_{p'}^l|^2$ par la formule :

$$|c_{p'}^l|^2 = \frac{|a_{p'}|^2}{|a_0|^2 + |a_1|^2 + |a_2|^2} \tag{3.27}$$

Les fits à 3 LGs sont montrés dans la figure 3.11 (colonne de droite). On remarque que, contrairement au fit avec un seul mode LG_0^l, une superposition des modes LG_0^l,

LG_1^l et LG_2^l, permet de rendre compte de tous les aspects du profil. En particulier, les maxima et les anneaux secondaires sont parfaitement décrits par cette superposition. De plus, même pour des ordres dont l est supérieur à 5, nous avons vérifié que cette superposition à trois termes était suffisante. Il n'est donc pas nécessaire d'utiliser des modes d'ordre $p > 2$ pour notre analyse. Cela le deviendrait si on utilisait des valeurs de l plus élevées.

La figure 3.12 montre l'évolution des paramètres $w_{LG\chi^2}$, u, $\left|c_0^l(w_{LG\chi^2})\right|^2$, $\left|c_1^l(w_{LG\chi^2})\right|^2$, et $\left|c_2^l(w_{LG\chi^2})\right|^2$ en fonction de l'ordre l. On remarque que l'ordre LG_0^l est bien l'ordre dominant des modes Laguerre-Gauss quasi-purs. Le coefficient $\left|c_1^l(w_{LG\chi^2})\right|^2$ est quasiment nul, cependant $w_{LG\chi^2}$ ne varie pas en $1/\sqrt{l+1}$ mais diminue de $l = 1$ à 4 , puis est presque constant pour $l > 4$. Le déphasage u ne dépend pas de l et vaut 1 rad. Si on utilise la formule 3.42 avec le waist, 175 μm, déduit de l'expérience à 5 cm (figure 3.12) correspondant à une longueur de Rayleigh de 93 mm, on trouve $u = 0.98$ pour $z = 5$ cm, ce qui est en parfait accord avec l'expérience.

La décomposition sur la base des modes de Laguerre-Gauss est donc un très bon modèle pour décrire les profils expérimentaux.

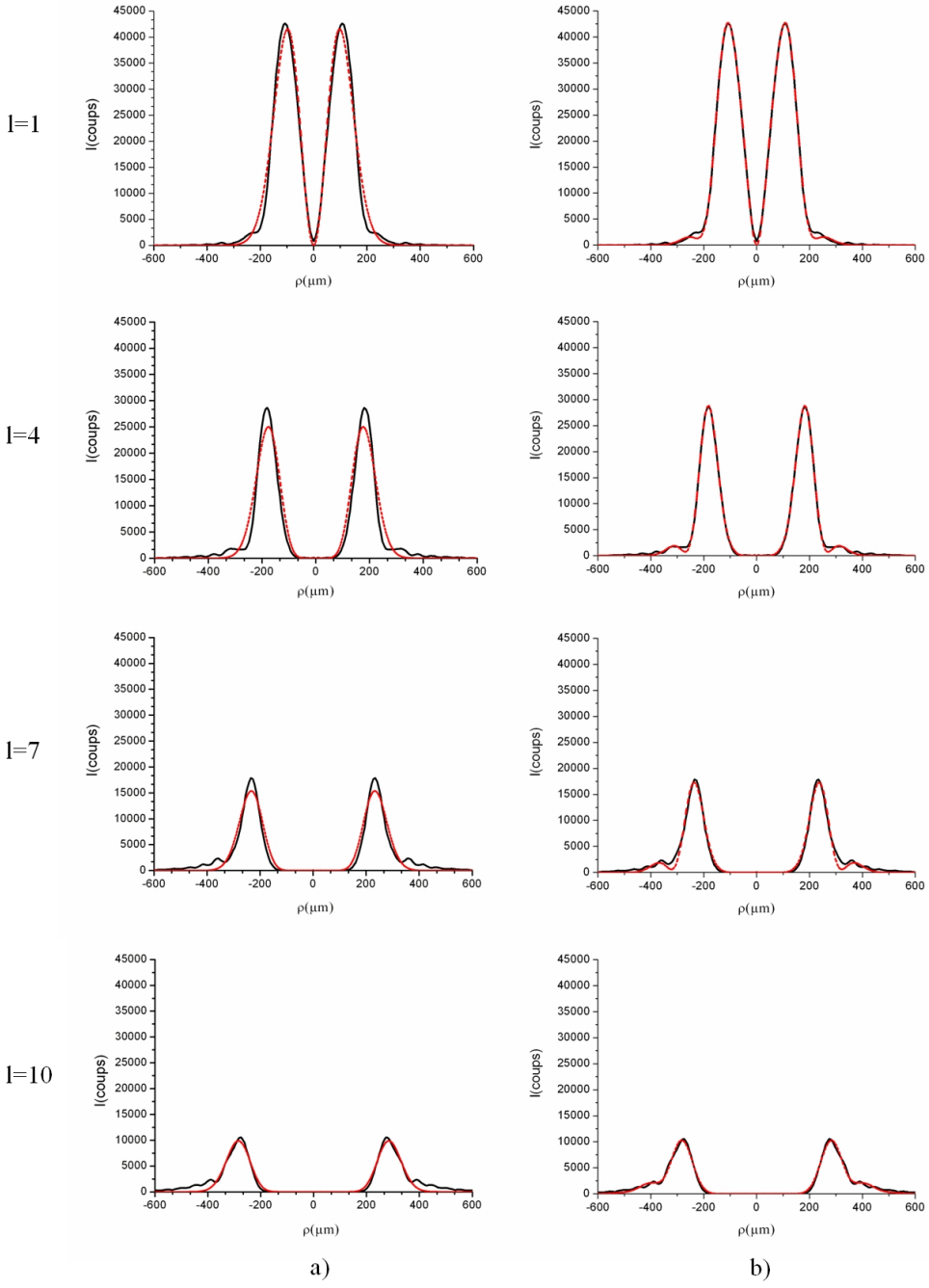

FIGURE 3.11 – *Profil expérimentaux fittés : a) avec un mode LG_0^l. b) avec une superposition de modes LG_0^l, LG_1^l, LG_2^l. On observe qu'un seul mode LG_0^l ne permet pas de décrire complètement les modes générés, en particulier en ce qui concerne les maxima et les anneaux secondaires. Cela confirme que nous ne générons pas des Laguerre-Gauss purs. Une superposition des modes LG_0^l, LG_1^l, LG_2^l suffit à décrire complètement les modes fariqués quel que soit l'ordre l utilisé.*

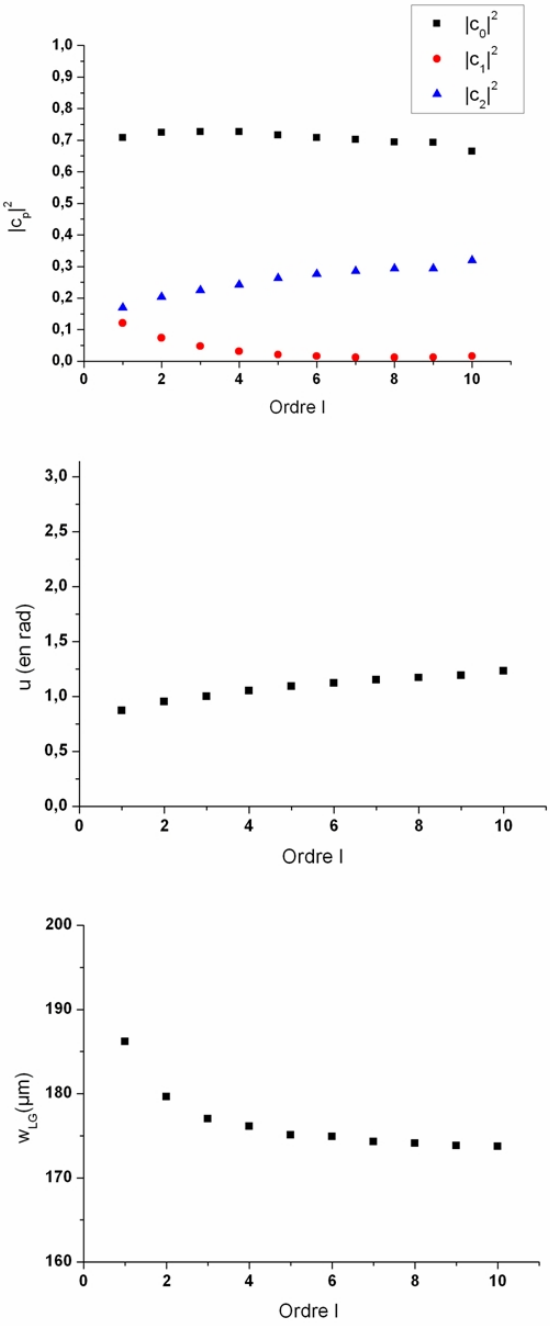

FIGURE 3.12 – *Décomposition des Laguerre-Gauss expérimentaux sur les modes LG_0^l, LG_1^l, LG_2^l. En haut, valeurs des coefficients $|c_0|^2$ en noir , $|c_1|^2$ en rouge, $|c_2|^2$, en bleu pour différents l. Au milieu, valeur du déphasage u entre deux modes d'ordre p successifs. En bas, valeur du waist w_{LG}, pour lequel l'ajustement de la formule et du profil expérimental est le meilleur. Le mode LG_0^l est bien le mode dominant quel que soit l.*

3.3 Propagation

3.3.1 Rappel sur la propagation des modes de Laguerre-Gauss

Nous avons vu dans le paragraphe 1.2.2 que l'une des méthodes pour fabriquer des modes de Laguerre-Gauss était d'utiliser une cavité possédant une symétrie de révolution autour de l'axe Oz, perpendiculaire aux deux miroirs de la cavité. Ces modes sont, tout comme le mode TEM_0^0 gaussien du laser, des modes propres transverses de la cavité [78, 9]. En conséquence, certaines propriétés des modes gaussiens sont communes avec les modes de Laguerre-Gauss. Nous allons dans ce paragraphe, déterminer les expressions du waist $w_{LG}(z)$, de la longueur de Rayleigh $z_{RLG}(z)$, et de la phase de Gouy $\varphi_{LG}(z)$ pour un mode Laguerre-Gauss LG_p^l.

Equation paraxiale

On rappelle que l'équation de d'Alembert dans un milieu sans charge ni courant :

$$\Delta E - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 E}{\partial t^2} = 0 \tag{3.28}$$

où Δ est l'opérateur laplacien et c la vitesse de la lumière, se résume à l'équation de Helmholtz pour une onde monochromatique de pulsation $w = k/c$:

$$(\Delta + k^2)E(x, y, z) = 0 \tag{3.29}$$

Dans le cas où l'on peut réécrire E comme le produit d'une onde plane (variant rapidement selon z), de nombre d'onde k, et d'une enveloppe $\epsilon(x, y, z)$ lentement variable selon z, l'approximation paraxiale s'applique. Cette approximation est valable dans le cas d'une faible divergence, autrement dit lorsque les variations transverses sont très grandes devant les variations longitudinales :

$$\frac{\partial^2 \epsilon}{\partial z^2} << \frac{\partial^2 \epsilon}{\partial x^2} \tag{3.30}$$

$$\frac{\partial^2 \epsilon}{\partial z^2} << \frac{\partial^2 \epsilon}{\partial y^2} \tag{3.31}$$

L'équation de Helmholtz se simplifie pour obtenir l'équation paraxiale des ondes

$$\frac{\partial^2 \epsilon}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \epsilon}{\partial y^2} + 2ik\frac{\partial \epsilon}{\partial z} = 0 \tag{3.32}$$

Application de l'équation paraxiale aux modes de Laguerre-Gauss

Les modes de Laguerre-Gauss étant des modes transverses de la cavité, leur divergence est faible. Ils vérifient donc l'équation paraxiale. Apparaissant dans des cavités à symétrie cylindrique, les coordonnées cylindriques sont particulièrement bien adaptées

à l'étude de ces modes. L'équation paraxiale s'écrit en coordonnées cylindriques :

$$\frac{\partial^2\epsilon}{\partial\rho^2} + \frac{1}{\rho}\frac{\partial\epsilon}{\partial\rho} + \frac{1}{\rho^2}\frac{\partial^2\epsilon}{\partial\theta^2} + 2ik\frac{\partial\epsilon}{\partial z} = 0 \tag{3.33}$$

Le champ d'un Laguerre-Gauss LG_p^l (formule 3.14) peut s'écrire

$$\epsilon(\rho,\theta,z) = E_{LG_p^l}(\rho,\theta,z) = A(z)e^{il\theta}\rho^{|l|}L_p^{|l|}(\frac{2\rho^2}{w^2})e^{\frac{-ik\rho^2}{2q(z)}} \tag{3.34}$$

où $q(z)$ est le rayon de courbure complexe :

$$q(z) = \frac{1}{R(z)} + \frac{2i}{kw^2(z)} \tag{3.35}$$

En remplaçant $E_{LG_p^l}$ dans l'équation 3.33, celle-ci se réduit à

$$P(\rho) = 0 \tag{3.36}$$

où P est un polynome de degré $2p+l+2$. Cette équation devant être vérifiée pour tout ρ, ceci implique que les coefficents a_n devant chaque puissance, n, de ρ sont tous nuls, en particulier a_{2p+l+2} et a_{2p+l}.

Longueur de Rayleigh et waist

Les termes de degré égal à $2p+l+2$ proviennent tous des dérivées successives de $e^{-\frac{ik\rho^2}{2q(z)}}$ (et non des dérivées de $\rho^{|l|}L_p^l(\frac{2\rho^2}{w^2})$). Ce facteur étant commun aux Laguerre-Gauss et aux modes gaussiens, l'équation $a_{2p+l+2} = 0$ conduit à la même équation $\frac{\partial q}{\partial z} = 1$ pour les deux types de modes.

Ainsi, comme pour les modes gaussiens, on peut réécrire $q(z)$ sous la forme :

$$q(z) = z + iz_{RLG} \tag{3.37}$$

$$= q(z=0) + z \tag{3.38}$$

$$= i\frac{\pi w_{LG}^2}{\lambda} + z \tag{3.39}$$

On retrouve la même expression pour la longueur de Rayleigh $z_{RLG} = \frac{\pi w_{LG}^2}{\lambda}$. On rappelle que cette dernière représente la distance sur laquelle le faisceau est collimaté ($w(z_R) = \sqrt{2}w_{LG}$). Au delà le faisceau diverge de façon significative.

De même en identifiant les parties imaginaires des équations 3.35 et 3.37, on retrouve la relation bien connue de la variation du waist en fonction de z :

$$w(z) = w_{LG}\sqrt{1 + \left(\frac{z}{z_{RLG}}\right)^2} \tag{3.40}$$

Phase de Gouy

Pour connaître l'expression de la phase de Gouy, il faut utiliser le coefficient a_{2p+l}. Les termes de degré égal à $2p+l$ proviennent des dérivées succesives de $e^{-\frac{ik\rho^2}{2q(z)}}$ mais aussi de celles de $\rho^{|l|}L_p^l(\frac{2\rho^2}{w^2})$. On peut donc s'attendre à obtenir une expression pour la phase de Gouy différente de celle pour les modes gaussiens (où $\varphi_g = arctan(\frac{z}{z_R})$). L'équation $a_{2p+l} = 0$ se simplifie :

$$\frac{\partial A}{\partial z} = \frac{A}{q}(2p + l + 1) \tag{3.41}$$

ce qui permet de trouver φ_{gLG} qui n'est rien d'autre que l'argument de $A(z)$:

$$\varphi_{gLG} = (2p + l + 1)arctan(\frac{z}{z_{RLG}}) \tag{3.42}$$

Physiquement, la phase de Gouy est une phase additionnelle qui vient s'ajouter à celle de l'onde plane dans les régions où le faisceau est focalisé. Pour un mode gaussien, la phase acquise par un faisceau focalisé en $z = 0$ est de π de $z = -\infty$ à $z = \infty$ dont $\pi/2$ entre $z = -z_R$ et $z = z_R$. Pour un mode de Laguerre-Gauss, la phase acquise est beaucoup plus importante ($(2p + l + 1)\pi$ de $z = -\infty$ à $z = \infty$ dont $(2p + l + 1)\pi/2$ entre $z = -z_{RLG}$ et $z = z_{RLG}$). De plus, il est important de remarquer qu'elle dépend des indices p et l ce qui signifie qu'elle diffère selon le mode de Laguerre-Gauss étudié. Autrement dit, le déphasage u (introduit dans le paragraphe 3.2.2) entre deux modes de Laguerre-Gauss d'ordre p consécutifs vaut $2arctan(\frac{z}{z_R})$. Il est donc indépendant de l mais dépend de z et varie ainsi au cours de la propagation.

3.3.2 Propagation d'un Laguerre-Gauss quasi-pur

Nous avons étudié la propagation des modes de Laguerre-Gauss quasi-purs en déplaçant la caméra sur le banc optique. Nous avons mesuré le rayon du mode (représenté sur la figure 3.13 en haut) pour chaque valeur de z, le rayon étant la dimension physique qui nous intéresse pour les expériences sur les atomes froids. On peut alors remonter au waist $w(z)$ par la formule $\rho = w\sqrt{\frac{l}{2}}$. On obtient alors la courbe du milieu de la figure 3.13. Si le mode était pur, nous devrions observer une variation de $w(z)$ donnée par la formule 3.40. Or si on essaie d'ajuster nos données par la formule 3.40 avec w_{LG} et z_{RLG} indépendants, le meilleur compromis est la courbe rouge qui est très éloignée (près de 35% pour certains points) des données expérimentales.

Pour expliquer ces différences, il faut revenir à la décomposition sur la base des $LG_{p'}^l$. En effet, dans la formule $\rho = w\sqrt{\frac{l}{2}}$ le waist est en réalité le même que celui que l'on obtient si l'on considère que le LG est pur. Pour le vérifier, nous avons ajusté les mêmes données par l'intensité d'un LG_0^6 (formule 3.25 avec $l = 6$). On s'aperçoit que les waists obtenus par les deux méthodes sont semblables (figure 3.13 en bas). Ces méthodes ne sont pas parfaites et en particulier ne prennent pas en compte que les Laguerre-Gauss

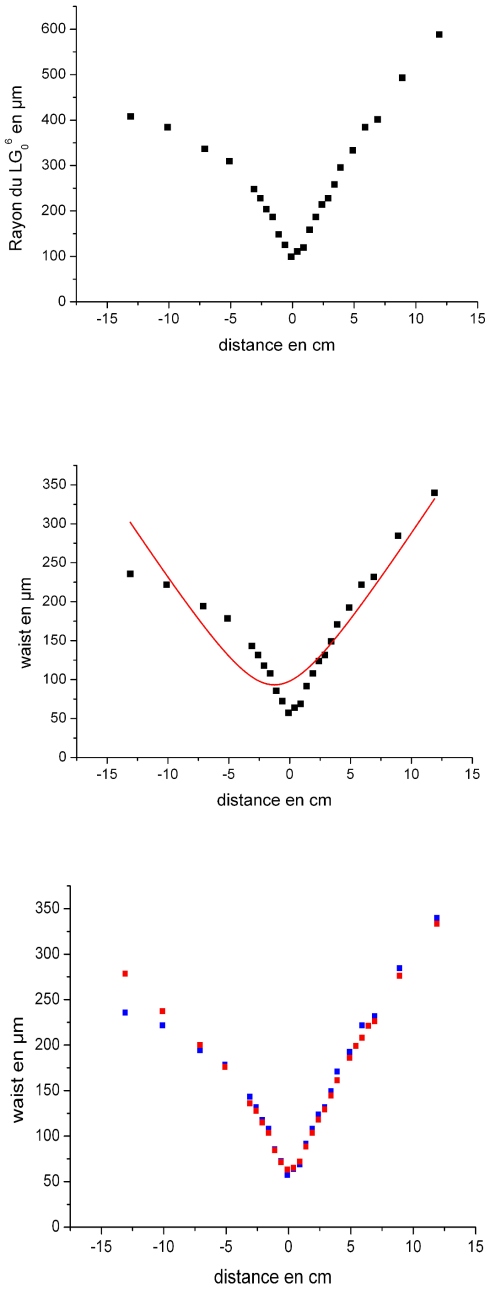

FIGURE 3.13 – *En haut : Rayon du LG_0^6 en μm. Au milieu : waist en μm déduit du rayon du LG_0^6 par la formule $\rho = w\sqrt{\frac{l}{2}}$. La courbe rouge représente le meilleur ajustement possible par la formule 3.40. En bas : en bleu, waist en μm déduit du rayon du LG_0^6 par la formule $\rho = w\sqrt{\frac{l}{2}}$, en rouge, waist en μm déduit d'un fit par la formule 3.25 avec $l = 6$.*

fabriqués expérimentalement ne sont pas purs. En effet, la propagation de ces derniers est en réalité gouvernée par celle de chaque composante $LG^l_{p'}$ possédant chacune une phase de Gouy différente. C'est le déphasage entre les différentes composantes de chaque Laguerre-Gauss quasi-pur qui va induire une évolution du rayon du Laguerre-Gauss différente de celle attendue pour un mode pur ou pour une somme de modes Laguerre-Gauss en phase.

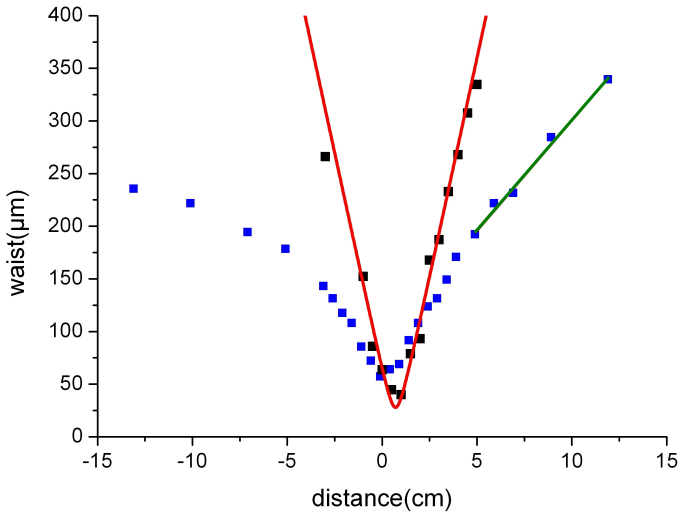

FIGURE 3.14 – *Comparaison de la propagation d'un Laguerre-Gauss quasi-pur (en bleu) et du mode gaussien (en noir). Le mode gaussien (vérifiant bien l'équation 3.40 avec w_{LG} et z_{RLG} indépendants : courbe rouge) a un waist w_0 deux fois plus faible et une divergence trois fois plus grande que le Laguerre-Gauss. Cette dernière a été mesurée en évaluant la pente de la droite verte.*

Comparons maintenant la propagation d'un mode Laguerre-Gauss quasi-pur LG^6_0 et celle du mode gaussien (obtenu en affichant un hologramme de réseau blazé seul). On remarque que le faisceau gaussien possède un waist plus faible ($w_0 = 28\ \mu m$) que le Laguerre-Gauss quasi-pur ($w_{LG} = 60\ \mu m$). Cependant le mode gaussien diverge à l'infini trois fois plus rapidement que le Laguerre-Gauss. On mesure en effet, une divergence, $\theta_{mes} = 7.4 * 10^{-3}$ pour le mode gaussien contre $2.5 * 10^{-3}$ pour le LG^6_0 quasi-pur. Ces divergences ont été obtenues en mesurant la pente des asymptotes en $+\infty$ pour chaque mode (voir courbes rouge et verte de la figure 3.14). Elles sont à comparer aux valeurs théoriques calculées avec la formule $\theta_{calc} = \frac{\lambda}{\pi w_0}$, où θ est la divergence du faisceau et w_0 (ou w_{LG}) le waist en $z = 0$. On calcule $\theta = 8.9 * 10^{-3}$ pour le mode gaussien ce qui diffère de l'expérience de 20 %. Le paramètre $M^2 = \theta_{calc}/\theta_{mes}$ permettant de quantifier l'écart entre un faisceau parfaitement gaussien et le mode gaussien expérimental vaut 1.2, ce qui est une valeur correcte étant donné que nous n'utilisons pas de fibres optiques pour avoir un mode parfaitement gaussien. Cette différence peut aussi s'expliquer par un waist w_0 difficile à estimer car très faible. En effet, si on considère que l'incertitude sur w_0 est de 1 pixel de la caméra (6.7 μm), on trouve par la formule 3.43 que cela

représente une erreur de 24 % :

$$\Delta\theta = \theta * \frac{\Delta w_0}{w_0} \tag{3.43}$$

où $\Delta\theta$ est l'incertitude sur la divergence et Δw_0 l'incertitude sur w_0.

Par contre pour le Laguerre-Gauss, on trouve théoriquement pour un mode pur une divergence $4.1 * 10^{-3}$. Les principales différences observées entre les divergences théoriques et expérimentales peuvent être attibuées au fait que le Laguerre-Gauss ne soit pas pur. Seule l'asymétrie de la courbe bleue de la figure 3.14 par rapport à l'axe $z = 0$ ne peut pas être expliquée par la pureté du mode. De même, l'erreur sur la mesure de w_{LG}, calculée à partir de la formule 3.43, n'est que de 11 % et est donc insuffisante pour expliquer cette asymétrie. Le Laguerre-Gauss quasi-pur diverge, à l'infini, au minimum 1.65 fois moins rapidement qu'un mode Laguerre-Gauss pur de même waist.

Enfin, on peut mesurer la distance à partir de laquelle w_0 est multiplié par $\sqrt{2}$ (ce qui correspond théoriquement à z_R), on trouve 0.33 cm pour le mode gaussien contre 1.43 cm pour le Laguerre-Gauss, ce qui est cohérent, bien que le Laguerre-Gauss ne vérifie pas l'équation 3.40, avec une valeur du waist deux fois plus élevée pour le Laguerre-Gauss que pour le gaussien.

En conclusion, la propagation d'un Laguerre-Gauss quasi-pur diffère de celle d'un mode pur de même waist. Ces différences sont plus prononcées à l'infini que pour $z \leq z_R$ et sont dues à la présence de plusieurs modes de Laguerre-Gauss déphasés dans les Laguerre-Gauss générés expérimentalement.

3.4 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons montré comment le dispositif du chapitre 2 était utilisé pour fabriquer des Laguerre-Gauss. Un simple hologramme en hélice auquel on ajoute un réseau blazé permet d'obtenir un Laguerre-Gauss avec un centre bien noir et dont les variations de l'intensité ou du rayon avec l'ordre l sont en bon accord avec la théorie. Un hologramme de lentille ajouté à l'hologramme précédent permet d'augmenter le rayon du Laguerre-Gauss à une position donnée sans changer la forme du profil. L'holographie en phase se présente donc comme une bonne et avantageuse méthode pour la fabrication de modes Laguerre-Gauss LG_0^l.

Néanmoins, comme cela avait été déjà suggéré par le passé [34], cette méthode ne permet pas de fabriquer des modes de Laguerre-Gauss purs. Ceux-ci sont en réalité une superposition de modes de même indice l mais d'ordres p différents. De ce fait, en analysant les modes de Laguerre-Gauss expérimentaux LG_0^l comme une superposition de trois modes LG_0^l, LG_1^l, LG_2^l, nous arrivons parfaitement à les reproduire. De plus, nous avons montré que le mode dominant était bien le LG_0^l et donc qu'il s'agissait bien de modes LG_0^l quasi-purs. En particulier, ils possèdent plusieurs maxima d'intensité, mais un seul a une intensité importante. Ce dernier se trouvant à rayon plus faible que les autres maxima, le centre des Laguerre-Gauss quasi-purs est bien noir. D'autre part,

le rayon augmente bien et ce maximum d'intensité diminue bien quand l augmente. En d'autres termes, toutes les propriétés qui nous intéressent dans les modes LG_0^l sont présentes dans ces quasi Laguerre-Gauss. Leur utilisation dans le cadre d'une expérience de guidage d'atomes froids est donc tout à fait possible. Les principales différences avec un mode pur s'observent lors de la propagation de ces modes. La phase de Gouy de chacune des composantes étant différente, le déphasage entre ces composantes change au cours de la propagation. Ces modes divergent ainsi moins rapidement que les modes purs. Les guides fabriqués auront donc un diamètre moins dépendant de la position que ceux fabriqués avec un mode pur.

Par ailleurs, plusieurs groupes ont cherché à augmenter la pureté des modes de Laguerre-Gauss fabriqués de façon holographique ou en utilisant des lames en spirale. Une première méthode consiste à utiliser deux hologrammes, un de phase et l'autre d'amplitude [52]. Une autre méthode démontrée par Machavariani et al est de fabriquer tout d'abord un mode creux (dans leur cas en utilisant une paire d'axicons pour creuser un mode Gaussien) avant de faire diffracter le faisceau sur la lame en spirale ou sur l'hologramme [56]. On augmente alors la pureté à 97.8% pour un LG_0^1 et à 95% pour un LG_0^2.

Chapitre 4

Guidage d'atomes froids dans des modes Laguerre-Gauss quasi-purs

Dans ce chapitre, nous allons présenter la première expérience pour notre équipe de recherche combinant des faisceaux façonnés par holographie et des atomes froids. Cette expérience consiste à guider des atomes froids dans les modes de Laguerre-Gauss quasi-purs exposés dans le chapitre 3. Elle a été réalisée dans le but de démontrer que la technique choisie pour façonner le laser, exposée au chapitre 2 est robuste et peut être utilisée pour des expériences plus ambitieuses utilisant des faisceaux lasers façonnés par holographie et des atomes froids.

L'avantage de cette expérience de guidage était qu'elle était compatible avec la source d'atomes froids préexistante et qu'elle nous permettait d'obtenir des résultats quantitatifs. En particulier, nous nous sommes intéressés à mesurer précisément l'efficacité du guidage d'atomes froids dans des modes de Laguerre-Gauss. En effet, il est très important de maximiser l'efficacité du guidage pour de nombreuses applications, par exemple, pour transférer des atomes d'une chambre à vide à une autre. Dans le passé, notre équipe de recherche a déjà étudié le guidage d'atomes froids dans un faisceau laser gaussien désaccordé vers le rouge de la transition [69]. Dans l'expérience présentée ci-dessous, les faisceaux lasers utilisés sont creux et désaccordés vers le bleu de la transition.

Dans la première partie de ce chapitre, nous allons tout d'abord donner les caractéristiques de la source d'atomes froids employée. Nous verrons ensuite comment le faisceau laser façonné est introduit dans l'enceinte. En particulier, nous insisterons sur la procédure de centrage du faisceau Laguerre-Gauss sur le nuage d'atomes froids, cette dernière permettant de maximiser le recouvrement entre le nuage et le mode de Laguerre-Gauss. Puis nous détaillerons les différentes étapes nécessaires à la réalisation d'une expérience de guidage d'atomes froids et comment leurs durées sont contrôlées. Après avoir présenté les méthodes permettant de déterminer les principaux paramètres utiles à la compréhension de l'expérience, nous étudierons l'efficacité du guidage en fonction de l'ordre l du LG_0^l et du désaccord, δ, du laser titane-saphir par rapport à

la transition piégeante. Enfin, nous comparerons les résultats expérimentaux aux résultats d'un modèle que nous avons développé. Ce dernier permet de calculer le nombre d'atomes capturés par le faisceau Laguerre-Gauss et donc susceptibles d'être guidés.

4.1 Description du montage expérimental

Le dispositif expérimental présenté ci-dessous est composé d'une source à atomes froids [48] et du dispositif de façonnage de faisceaux présenté dans le paragraphe 2.2. Ce dernier a dû être adapté à l'expérience d'atomes froids comme nous le verrons dans la partie 4.1.5 pour réaliser l'expérience de guidage. La source d'atomes froids utilisée est un piège magnéto-optique (MOT) de Rubidium réalisé dans une enceinte à vide où le vide vaut 10^{-9} mbar, avec trois faisceaux lasers contra-propageants et une paire de bobines parcourues par des courants opposés. Quelques 10^7 atomes sont piégés dans le MOT.

4.1.1 Rappel sur les caractéristiques de l'atome de Rubidium

L'atome de Rubidium est un métal alcalin composé de deux isotopes à l'état naturel : ^{85}Rb (72 %) et ^{87}Rb (28 %) [80]. L'isotope utilisé dans cette expérience est le ^{87}Rb. Nous utilisons la transition $5^2S_{1/2}$ $(F = 2) \rightarrow 5^2P_{3/2}$ $(F' = 3)$ comme transition piégeante du piège magnéto-optique (voir figure 4.1). La longueur d'onde de cette transition est $780,25\ nm$ (384 228 GHz). Le niveau fondamental $5^2S_{1/2}$ $(F = 2)$ possède une probabilité non nulle d'être excité vers le niveau $5^2P_{3/2}$ $(F' = 2)$, ce dernier pouvant se désexciter vers l'état $5^2S_{1/2}$ $(F = 1)$. Or l'état $5^2S_{1/2}$ $(F = 1)$ ne participe pas à la transition piégeante, il est donc nécessaire de faire intervenir un autre laser afin de repomper les atomes perdus. Ce laser, appelé laser repompeur est asservi sur la transition $5^2S_{1/2}$ $(F = 1) \rightarrow 5^2P_{3/2}$ $(F' = 2)$. L'ensemble de ces informations est résumé sur la figure 4.1 où figurent la structure fine et hyperfine ainsi que les sous-niveaux Zeeman des trois premiers niveaux du ^{87}Rb.

4.1.2 Faisceaux du piège

Suivant la longueur d'onde à laquelle ils sont asservis, on distingue deux ensembles de lasers : d'une part les lasers, dont la longueur d'onde est celle de la transition piégeante (faisceaux piégeants), et d'autre part le laser repompeur (voir figure 4.2).

Faisceaux piégeants

Afin d'avoir un faisceau piégeant puissant et fin spectralement, deux diodes lasers sont utilisées, une diode maître et une diode esclave. La diode maître est une diode Sanyo nominalement de 50 mW, utilisée à basse puissance, et d'une largeur spectrale d'environ 2 MHz. Pour réaliser un MOT, il faut que le faisceau piégeant soit décalé vers le rouge de la transition. Nous avons donc choisi d'asservir cette diode, à l'aide d'un

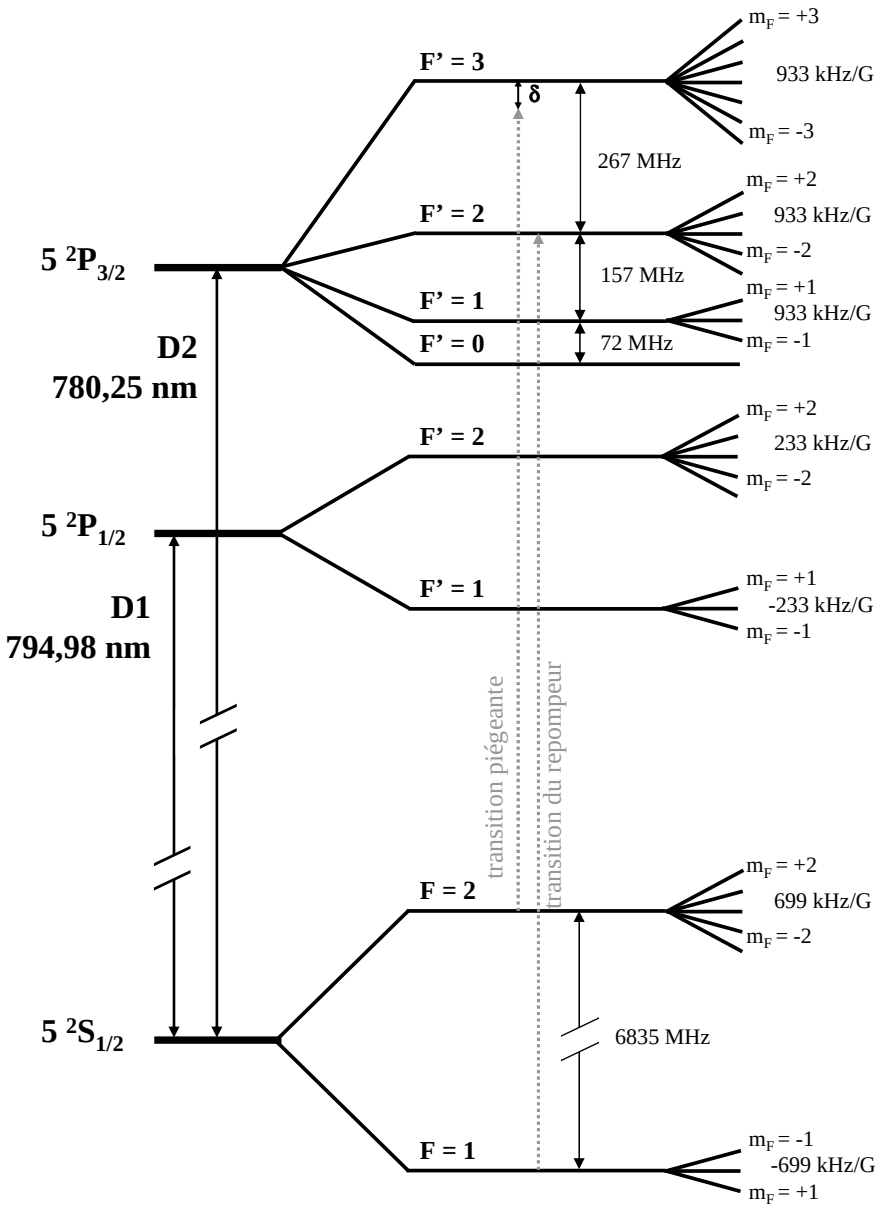

Figure 4.1 – *Diagramme des premiers niveaux d'énergie du rubidium*

montage d'absorption saturée, sur la raie crossover 1-3 située à 212 MHz vers le rouge de la transition piégeante.

Afin de diminuer le désaccord du faisceau piégeant par rapport à la transition piégeante, le laser maître traverse un modulateur acousto-optique (AOM) dans une configuration en double passage. Après le premier passage dans le modulateur AOM, une lame $\lambda/4$ et un miroir sphérique permettent non seulement le retour avec un changement de polarisation (verticale basculée en horizontale) mais aussi un deuxième passage dans le modulateur, ce qui double la fréquence de décalage. Ainsi la gamme atteinte est 120-208 MHz (voir figure 4.2). On peut ainsi obtenir des désaccords par rapport à la transition piégeante de $-13,6\Gamma$ à $-0,7\Gamma$ (où $\Gamma = 5,89\ MHz$ est la largeur naturelle de la transition). D'autre part, contrairement à un montage en simple passage, où la direction du faisceau émergeant dépend de la fréquence de l'AOM, la direction du faisceau en sortie d'un montage en double passage est identique à celle du faisceau incident quelle que soit la fréquence de l'AOM et par conséquent quel que soit le désaccord appliqué au laser piégeant. Cet avantage est au détriment d'une efficacité moindre. Nous disposons en sortie de quelques milliwatts. Pour les amplifier, on utilise un montage maître-esclave.

Le laser maître est injecté dans un laser dit esclave. L'injection est efficace si elle respecte la polarisation et la taille des faisceaux lasers. Avec un tel montage, le laser esclave peut suivre les variations de fréquence imposées par le laser maître sur une plage dite d'accrochage d'environ 1 GHz, ce qui est beaucoup plus grand que la fréquence maximale ajoutée à la fréquence du maître. Il n'a donc pas besoin d'être asservi. Ce montage impose à l'esclave les propriétés spectrales du maître. Ainsi, le laser esclave qui est une diode Hitachi H7851G de largeur spectrale libre d'environ 15 MHz prend une largeur spectrale égale à celle du laser maître soit 1 MHz. La puissance du faisceau piégeant est celle du laser esclave soit 50 mW. Le faisceau piégeant est donc puissant et fin spectralement et peut être utilisé ainsi pour former un MOT. Sa polarisation, initialement horizontale, est rendue verticale grâce à une lame $\lambda/2$. Elle est maintenue ainsi jusqu'à l'entrée de l'enceinte. A cet endroit, la polarisation est changée en une polarisation circulaire grâce à des lames $\lambda/4$ placées sur chaque faisceau.

Laser repompeur

Le laser repompeur est une diode identique à celle de l'esclave (largeur spectrale 15 MHz, puissance 50 mW, polarisation horizontale). Comme pour les autres diodes, elle est protégée par un isolateur optique, afin d'éviter que la lumière réfléchie ne lui parvienne. Elle est asservie, grâce à un montage d'absorption saturée sur la transition repompeur, $5^2S_{1/2}\ (F = 1) \rightarrow 5^2P_{3/2}\ (F' = 2)$.

Synthèse

Les polarisations du faisceau piégeant et du laser repompeur étant orthogonales, un cube polariseur permet de les regrouper en un seul et même faisceau, que l'on nommera

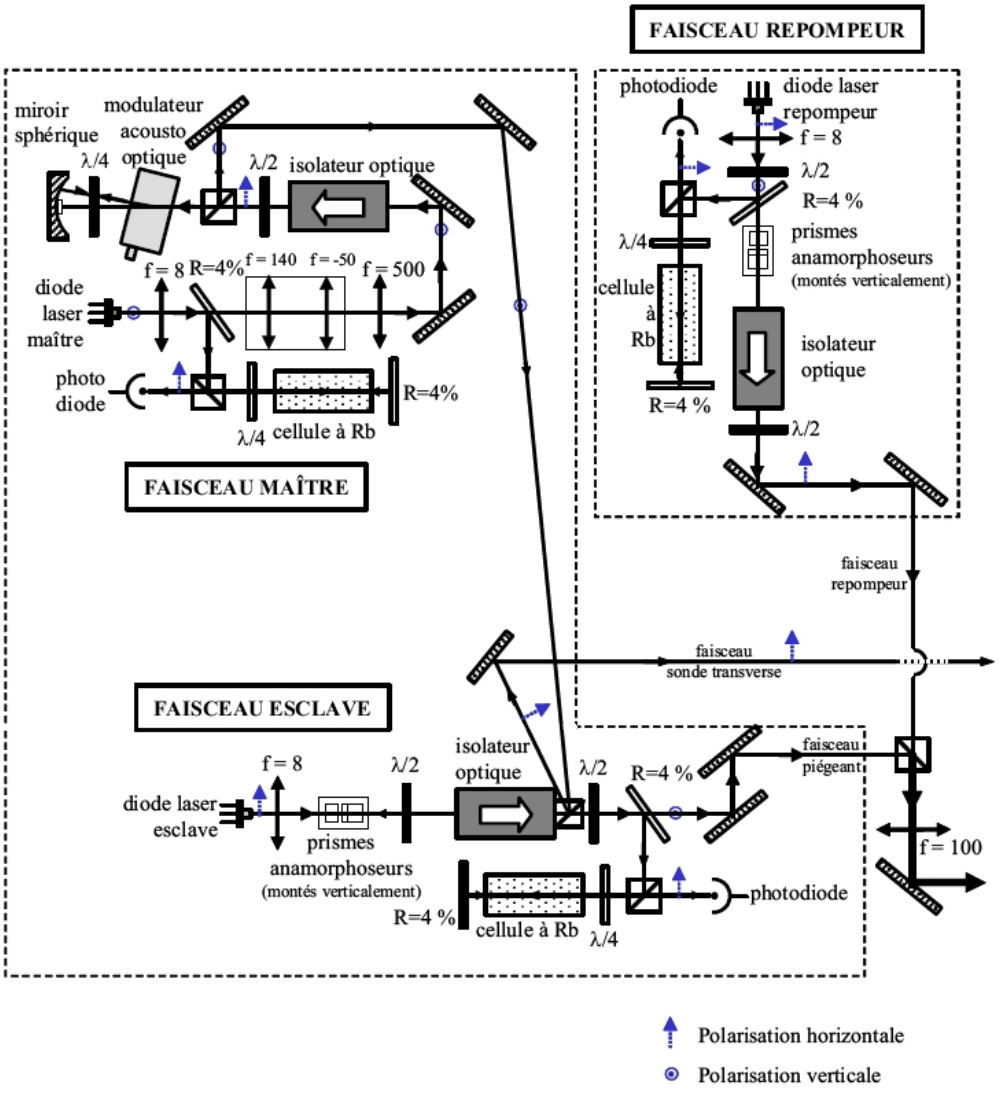

FIGURE 4.2 – *Montage optique servant à générer les faisceaux piégeant et repompeur. On ajuste la fréquence du laser maître à l'aide du modulateur acousto-optique. Ce laser vient ensuite injecter le laser esclave. Ce dernier est combiné avec le laser repompeur au niveau du cube polariseur. A noter la présence d'un quatrième faisceau appelé, faisceau sonde transverse. Ce faisceau, servant à la détection, est issu de l'isolateur optique situé devant l'esclave.*

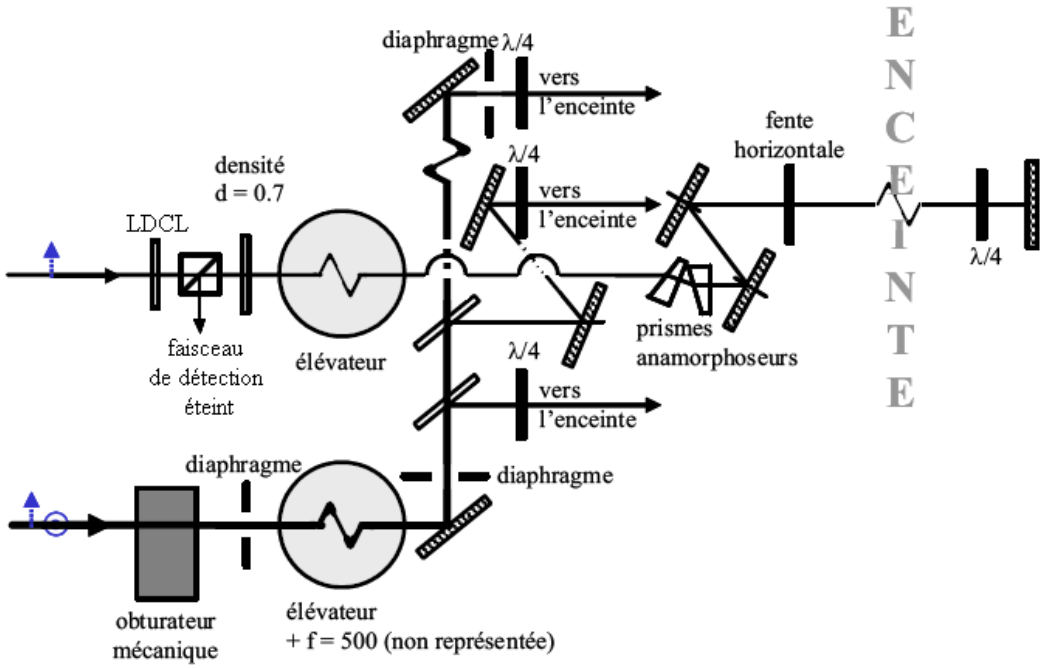

FIGURE 4.3 – *Schéma du montage optique de séparation du faisceau piégeant-repompeur en trois faisceaux contra-propageants et de mise en forme du faisceau de détection à l'aide de prismes anamorphoseurs. Les dimensions finales du faisceau de détection sont 1 cm (horizontalement)∗ 1 mm (verticalement). Une lame d'onde à cristaux liquides (LDCL) suivie d'un cube polariseur, permet de contrôler la présence, ou non, du faisceau de détection dans l'enceinte.*

faisceau piégeant-repompeur (voir figure 4.2). Ce dernier est d'abord agrandi, grâce à un téléscope -taille finale de 8 mm de diamètre- puis séparé, grâce à deux lames séparatrices, en trois faisceaux contra-propageants de 8 mm de diamètre et qui se croisent au centre de l'enceinte (voir figure 4.3).

4.1.3 Gradient de champ magnétique

Deux bobines de rayon 6,2 cm, possédant chacune 300 spires et distantes l'une de l'autre de 9,7 cm, sont parcourues par un courant opposé. Cette configuration produit un champ magnétique quadripolaire dont le gradient, vaut suivant l'axe des bobines, $6,98 \times I\ G.cm^{-1}$, où I est le courant (en ampères) qui circule dans les bobines. Dans nos expériences, nous avons utilisé un courant I d'environ 2 A, ce qui équivaut à un gradient de champ magnétique de l'ordre de 14 $G.cm^{-1}$.

D'autre part, nous utilisons également trois paires de bobines identiques (20 spires de rayon $7,5\ cm$) en configuration Helmholtz pour compenser le champ magnétique terrestre ainsi que les champs magnétiques résiduels à quelques milliGauss près. Chaque paire est alimentée séparément afin de pouvoir éliminer le champ magnétique environ-

nant, individuellement dans les trois directions de l'espace, sur un volume de l'ordre de 8 cm^3.

4.1.4 Systèmes d'imagerie et de détection

Nous imageons la fluorescence du piège magnéto-optique et le nuage d'atomes froids pendant la séquence expérimentale, à l'aide d'une caméra CCD Princeton Instruments refroidie à l'azote liquide. Cette caméra est équipée d'un capteur LN/CCD TEKTRONIC de 512×512 pixels couvrant une surface de $12,3\ mm^2$. Ainsi, chaque pixel est un carré de 24 µm de côté. Compte tenu de l'efficacité quantique du capteur, et de l'optique de collection, pour générer un coup, chaque pixel doit environ recevoir 6 photons. Le contrôle de l'acquisition, de l'affichage et de l'enregistrement des images est effectué grâce au logiciel Winview. En pratique, dans nos expériences, afin de limiter la taille des images, nous avons effectué un binning des pixels 2×2 ce qui revient à avoir une image en 256×256 avec des pixels de 48 µm.

La caméra est située à 24 cm à l'horizontal du piège. Nous utilisons une lentille de focale f=60 mm afin de se placer dans une configuration 2f-2f et avoir un grandissement G, égal à un (voir figure 4.4). Cette lentille est placée dans un tube en PVC qui relie l'enceinte à la caméra. Grâce à ce tube, on évite que la caméra soit éblouie par la lumière ambiante. Dans ce tube se trouve également un filtre interférentiel à 780 nm (±15 nm) qui permet d'isoler la lumière autour de la raie D2 du ^{87}Rb.

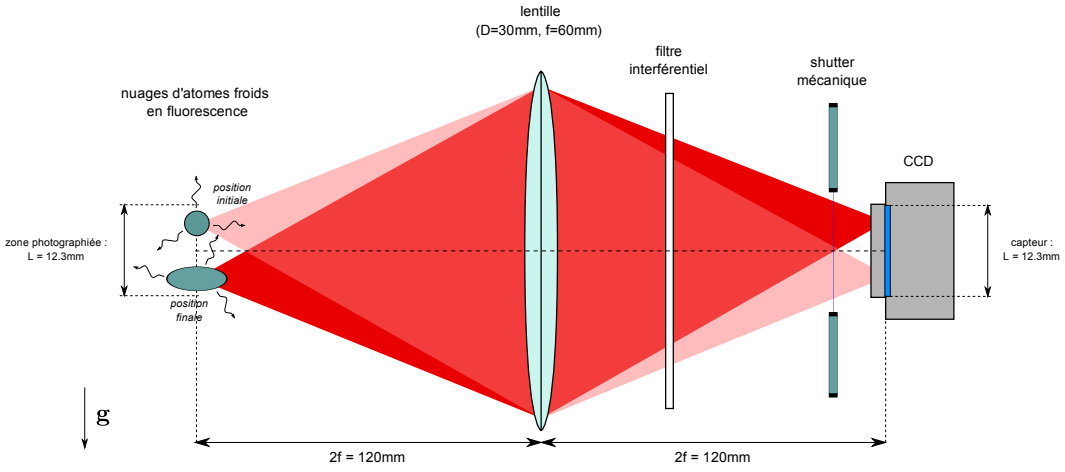

FIGURE 4.4 – *Schéma du dispositif expérimental permettant d'imager le piège magnéto-optique : Celui-ci est composé d'une lentille de focale 60 mm, utilisée dans une configuration 2f-2f et d'un filtre interférentiel. Un obturateur mécanique permet de contrôler l'exposition du capteur.*

Pour pouvoir visualiser l'évolution du nuage atomique, nous utilisons un autre faisceau. Ce faisceau, appelé faisceau sonde ou faisceau de détection, est issu d'une perte sur le cube polariseur de l'isolateur optique situé après le laser esclave (voir figure 4.2). Ce faisceau passe à 1 cm sous le piège magnéto-optique. Il est mis en forme grâce à

des prismes anamorphoseurs pour atteindre des dimensions finales de 1 cm (horizontalement) $\times$ 1 mm (verticalement). Sa présence, ou non, dans l'enceinte est régulée par une lame demi-onde à cristaux liquides (LDCL) dont l'orientation est contrôlée électroniquement et qui permet de modifier la polarisation du faisceau de détection en moins de 200 µs (voir figure 4.3). Elle est suivie par un cube polariseur. Ainsi, si la direction de la lame d'onde est horizontale, la polarisation initialement horizontale ne change pas et le faisceau de détection est transmis par le cube polariseur avant d'atteindre l'enceinte. Si on tourne, au contraire, cette lame d'onde de 45°, la polarisation devient verticale et le faisceau est réfléchi par le cube. Le faisceau de détection ne rentre alors pas dans l'enceinte, c'est pourquoi, nous le considérerons, dans ce cas, comme éteint. Pour éviter un déplacement tranverse du nuage dû à la pression de radiation du faisceau de détection sur les atomes, celui-ci est rétroréfléchi dans une configuration $lin\perp lin$ (voir figure 4.3). Grâce à une lame $\lambda/4$, la polarisation, horizontale, devient circulaire. Puis le faisceau est rétroréfléchi et repasse dans la lame $\lambda/4$. La polarisation devient alors verticale. Dans l'enceinte, la polarisation du faisceau de détection rétroréfléchi est ainsi orthogonale à la polarisation du faisceau incident d'où le nom de configuration $lin\perp lin$.

La longueur d'onde du faisceau de détection est celle du laser maître dont le contrôle se fait grâce à l'AOM. Cette dernière devait être décalée vers le rouge de la transition piégeante pour réaliser le MOT. Au contraire, pour détecter la fluorescence des atomes à 1 cm, il faut que cette fréquence soit la plus proche possible de la transition piégeante. Dès que l'on éteint le MOT, cette fréquence est modifiée grâce à l'AOM (voir paragraphe 4.1.2). Pendant ce temps, les atomes tombent sous l'effet de la gravité. Lorsqu'ils atteignent le faisceau de détection, le désaccord du faisceau de détection a été fixé à $-0,7\Gamma$.

Remarquons que, grâce au grandissement G=1 et à la taille du capteur CCD ($12,3\ mm * 12,3\ mm$), cette dernière est assez grande pour pouvoir imager sur un même cliché, le MOT et le nuage d'atomes détectés 1 cm plus bas (voir figure 4.5). Cette configuration est très pratique car elle permet d'utiliser une caméra "lente" pour imager deux états successifs du nuage à typiquement 40 ms l'un de l'autre. Il suffit de garantir le noir absolu pendant l'intervalle sans image pour ne pas fausser la prise d'image.

4.1.5 Vue d'ensemble du montage expérimental : Piège magnéto-optique de Rubidium et façonnage de lasers

Le piège magnéto-optique est formé dans une enceinte de forme octogonale possédant dix fenêtres : six fenêtres sont utilisées pour les faisceaux piégeant-repompeurs et le faisceau de détection, une fenêtre est utilisée pour la caméra CCD Princeton, une autre est utilisée par une petite caméra qui permet de contrôler la stabilité du MOT, les deux dernières sont utilisées pour le faisceau de guidage.

En effet, l'une d'entre elles est directement reliée à une autre colonne rectangulaire de 27 cm de long. En bas de cette dernière, se trouve une autre fenêtre. C'est par cette

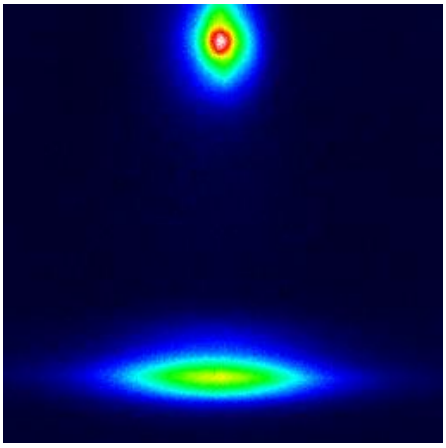

FIGURE 4.5 – *Nuage d'atomes froids dans le piège magnéto-optique (en haut) et après un chute libre de 1cm (en bas). Cliché réalisé avec une seule exposition du capteur en éclairant deux fois le nuage pendant l'exposition.*

fenêtre que le faisceau façonné décrit dans le chapitre 3 entre dans l'enceinte (voir figure 4.7).

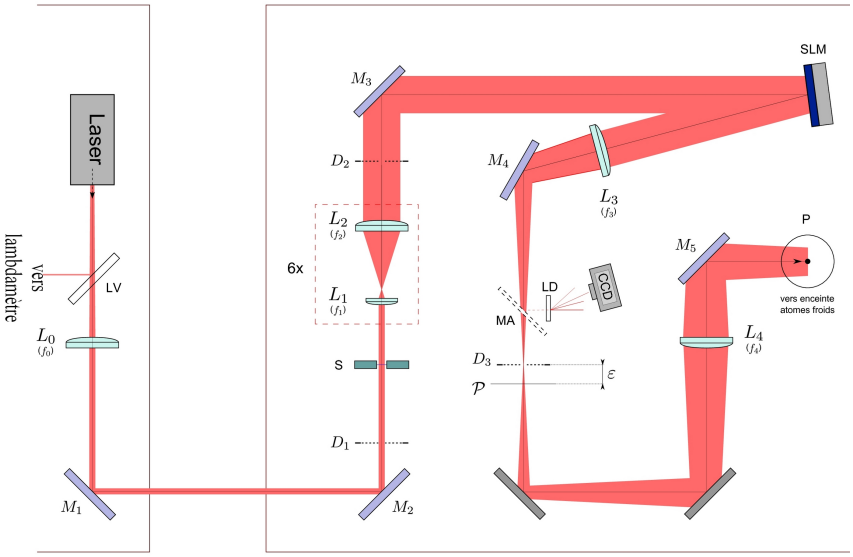

FIGURE 4.6 – *Montage expérimental. Ce montage est composé de 3 parties : Le laser, le façonnage du laser et enfin comment ce dernier entre dans l'expérience d'atomes froids.*

Mise en forme du Laguerre-Gauss (LG) pour l'expérience d'atomes froids

Ce faisceau est façonné par holographie. Pour l'obtenir, on combine deux hologrammes : une hélice produisant un LG et un réseau blazé. Ce dernier permet, comme expliqué dans le paragraphe 3.1 de séparer le faisceau Laguerre-Gauss du faisceau non diffracté par le SLM, le mode de Laguerre-Gauss se trouvant dans l'ordre 1 du réseau. Un diaphragme, D_3, situé au point focal de la lentille L3, de focale 500 mm, est utilisé comme filtre spatial pour ne laisser passer que cet ordre (voir figure 4.6). En étudiant

l'astigmatisme du laser titane-saphir, nous avons remarqué que la position P, pour laquelle l'astigmatisme était le moins important, était à environ 3 cm du point focal de L3. C'est pourquoi, nous avons décidé de faire l'image, P', de ce point P, sur le piège magnéto-optique à l'aide d'une configuration 2f-2f, utilisant une lentille, L4, de focale f=300 mm (voir figure 4.7). Le point P' étant situé en aval du waist, le guide fabriqué est légèrement convergeant ce qui limite l'extension du nuage d'atomes froids guidés. Ainsi, le piège magnéto-optique se trouve à environ 3 cm en aval du waist et le nuage détecté à 2 cm . Ces distances sont augmentées si on inclut une lentille dans l'hologramme. Le piège magnéto-optique est, par exemple, à 8.5 cm si on inclut une lentille de 5 mètres.

L'intensité de ce faisceau est mesurée en sortie de l'enceinte, à l'aide d'une photodiode située derrière une lame de verre non traitée et une lentille de focale f=30 mm (voir figure 4.7).

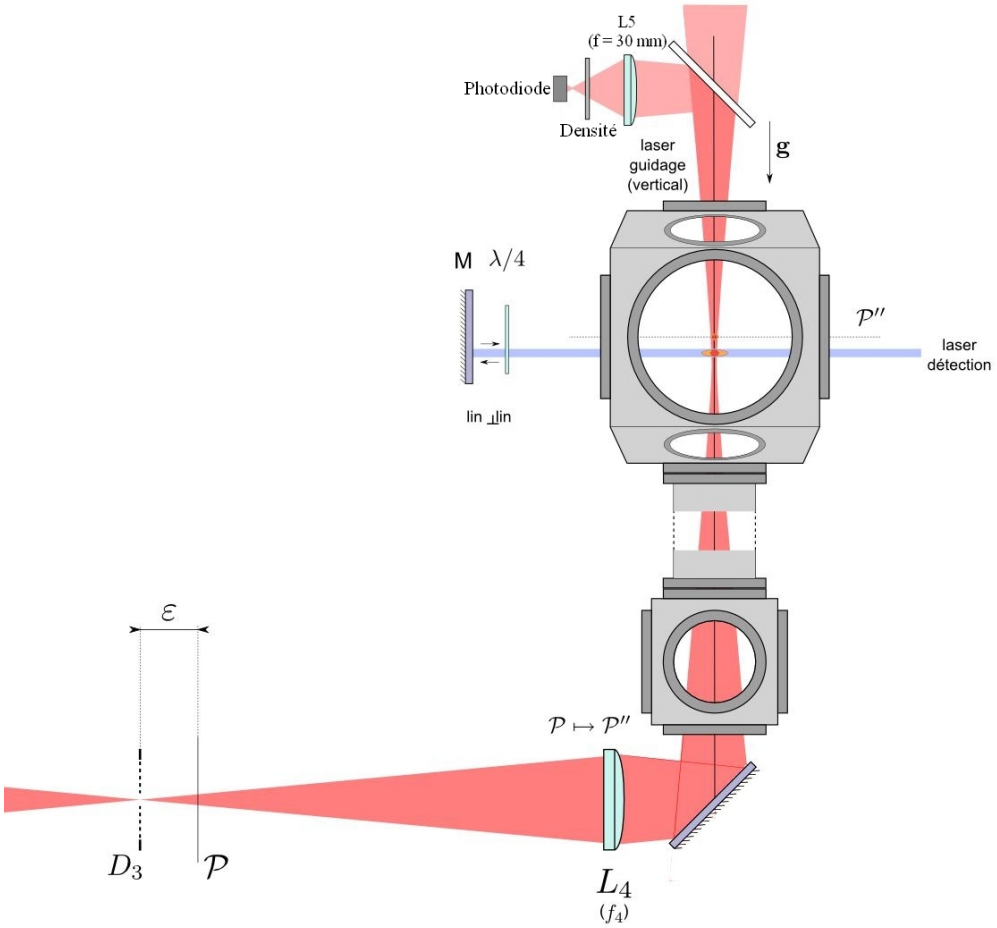

Figure 4.7 – *Dispositif expérimental pour l'expérience de guidage : le laser titane-saphir entre dans l'enceinte par le bas. Il est focalisé, dans le cas général, 3 cm en dessous du MOT, de telle sorte que la variation de la largeur du guide soit négligeable pendant la chute sur 1 cm. Sa puissance est mesurée grâce à une photodiode située en sortie de l'enceinte.*

Procédure de centrage du faisceau LG sur le MOT

On suppose ici, comme expliqué dans le paragraphe 3.1, que le laser titane-saphir est centré sur le SLM de sorte que la distribution d'intensité du faisceau Laguerre-Gauss produit, soit répartie de manière symétrique. Pour que le Laguerre-Gauss soit centré sur le MOT, la première chose à faire, consiste à centrer le LG sur le diaphragme D3 (voir figure 4.6). En effet, les LGs produits ont un diamètre qui mesure entre 0,2 et 1,1 mm, ce qui est à peine plus faible que le diamètre du diaphragme nécessaire au bloquage des autres ordres de diffraction. C'est pourquoi ce réglage nécessite une procédure précise. On choisit le LG de plus gros diamètre que l'on soit capable de fabriquer étant donné la résolution du SLM (LG_0^{12} agrandi grâce à une lentille de focale 5 mètres incluse dans l'hologramme). A l'aide d'un filtre situé après le diaphragme, on observe la forme du LG au niveau du faisceau transmis par la lame de verre, située au dessus de l'enceinte (voir figure 4.7). Si le LG est tronqué, on change sa direction au moyen du miroir M4, de sorte que tout le LG passe par le diaphragme, choisi de diamètre environ 1 mm .

Une fois ce réglage effectué, il faut rendre le laser parfaitement vertical et centré sur le MOT. En effet, un guide légèrement oblique détruirait la symétrie de révolution du potentiel appliqué aux atomes, ce qui aurait pour conséquence une perte de symétrie de la distribution finale du nuage guidé. Le centrage sur le MOT est lui aussi très important puisque meilleur il est, meilleur sera le taux de capture des atomes par le guide et donc l'efficacité du guidage. Le MOT étant situé approximativement au centre de l'enceinte, on commence par faire rentrer le LG au centre de la fenêtre inférieure (voir figure 4.7). Pour cela, on utilise un diaphragme amovible que l'on fixe sur cette fenêtre et le miroir M5. On contrôle ensuite, à l'aide d'un diaphragme centré en permanence sur la fenêtre supérieure, que le LG est bien vertical. Si ce n'est pas le cas, on change l'orientation du miroir utilisé comme périscope et on vérifie après coup, que le laser est toujours centré sur la fenêtre inférieure. On réalise ce réglage par itérations successives jusqu'à obtenir un LG vertical et centré sur l'enceinte.

On centre ensuite le LG sur le MOT. Ce dernier réglage se fait en 2 étapes. On remplace l'hologramme LG-réseau blazé par un hologramme contenant uniquement le réseau blazé : le faisceau gaussien est ainsi situé au même endroit que le LG précédent. On asservit ensuite le laser titane-saphir sur la transition piégeante. Si le laser est correctement centré sur le MOT, on observe, sur la petite caméra reliée à un moniteur, que les atomes sont poussés et quittent le piège, si bien que le MOT disparaît. Sinon, il faut changer l'orientation du miroir du périscope (voir figure 4.7) pour que la fluorescence du MOT diminue jusqu'à disparaître. Si l'on veut régler l'orientation du guide plus précisément, il faut imager à la caméra CCD Princeton, le MOT afin d'en repérer le centre. On éteint ensuite les faisceaux du piège, pour pouvoir repérer la direction du laser titane-saphir. On asservit ce dernier à environ 20 GHz vers le bleu de la transition piégeante dans le but d'observer sa fluorescence sans éblouir la caméra. On l'oriente pour le faire passer par les coordonnées, préalablement repérées du centre

du MOT. Malheureusement, cette étape, plus précise, ne peut être réalisée que dans le plan parallèle au capteur CCD, contairement à l'étape précédente. Pour pouvoir faire cette étape dans l'autre direction, il faudrait disposer de place pour insérer une autre caméra perpendiculairement à celle-ci, ce que la configuration de l'expérience ne nous permet pas. Néanmoins, la qualité de tous ces réglages est nettement suffisante puisqu'ils nous ont permis de réaliser le guidage d'atomes froids dans des modes Laguerre-Gauss quasi-purs.

4.2 Séquence temporelle

4.2.1 Les signaux TTL

L'expérience doit être contrôlée temporellement. En effet, l'ordre de grandeur des différentes étapes de l'expérience est la milliseconde. C'est pourquoi, cette expérience est automatisée de façon à imposer précisément les durées des différentes étapes conduisant au guidage d'atomes. Pour cela nous utilisons un programme en FreeDos conçu par M. Mestre [60] qui envoie des signaux TTL et qui contrôle l'affichage des hologrammes sur le SLM ainsi que l'oscilloscope recueillant les puissances mesurées par la photodiode (voir figure 4.7). Six appareils sont ainsi contrôlés au moyen de cinq signaux TTL (voir figure 4.9). Le faisceau piégeant-repompeur peut ainsi être bloqué par un obturateur mécanique asservi par l'un des cinq TTL. Un autre sert à rendre nul, le courant dans les bobines.

Un troisième est utilisé pour décaler la fréquence du laser maître à l'aide de la configuration double-passage (noté AOM dans la figure 4.9). Cette commande TTL est envoyée à une électronique de mise en forme de la tension de commande du VCO (Voltage Controlled Oscillator) qui alimente le modulateur acousto-optique. Tant que le TTL est à 0 V, une première tension, V1, est produite par le générateur. Dès que le TTL passe à 5 V, une rampe de 600 µs permet d'atteindre une deuxième tension, V2. Après 24 ms, une troisième tension est produite, jusqu'à ce que le TTL vaille de nouveau 0 V (voir figure 4.8). Le signal composé de ces trois tensions est ensuite envoyé au VCO qui le convertit en fréquence. On a ainsi un nouveau signal composé de trois fréquences. Ce dernier contrôle l'AOM et donc le décalage en fréquence subi par le laser maître lors du double passage. Le faisceau piégeant a ainsi un désaccord de -2Γ au début de l'expérience pour le chargement du MOT. Puis ce désaccord est augmenté jusqu'à -10Γ pendant 24 ms. Enfin, pour permettre la détection, on le diminue jusqu'à -0,7Γ.

La quatrième commande est utilisée pour bloquer le laser titane-saphir à l'aide d'un autre obturateur mécanique. Elle sert aussi à l'allumage du faisceau de détection. En effet, après avoir procédé au bloquage du laser titane-saphir, elle est retardée de 200 µs grâce à une boîte à retard, puis envoyée à la LDCL. C'est alors que la polarisation du faisceau de détection redevient horizontale après la LDCL, permettant ainsi le passage du faisceau de détection dans l'enceinte. On s'assure, de plus, que le laser titane-saphir

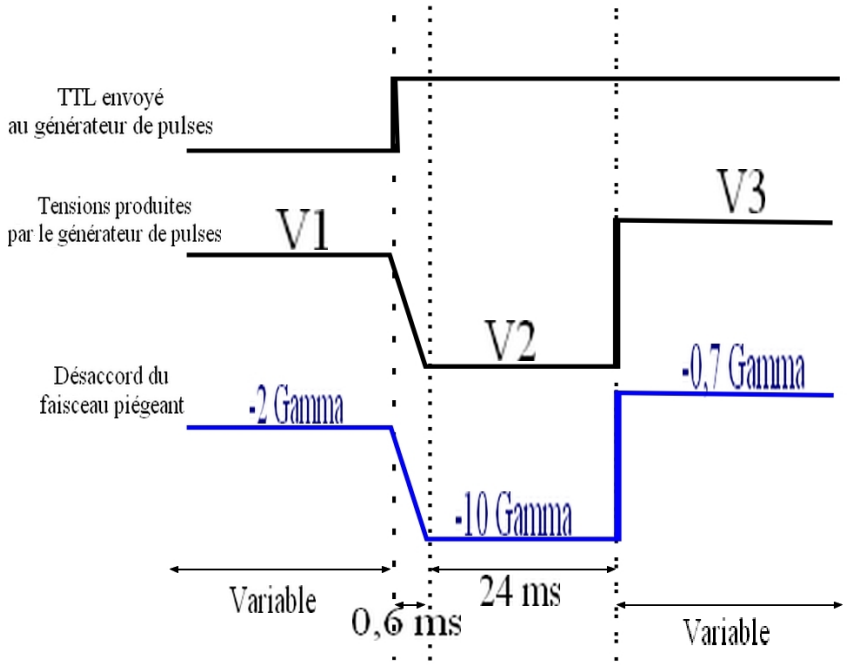

FIGURE 4.8 – *Descriptif de la séquence permettant le contrôle de l'AOM. En haut, se trouve le TTL que l'on envoie au générateur d'impulsions. Juste en dessous, figure la réponse du générateur. Enfin, en bas, on peut voir l'effet de cette séquence sur le désaccord des faisceaux piégeants.*

est bien éteint au moment où l'on détecte pour éviter qu'il ne perturbe la détection. En effet, le déplacement lumineux dû au laser titane-saphir sur la transition piégeante produirait un changement de fluorescence. De plus, nous avons vérifié que ceci n'avait pas d'influence sur nos mesures puisque le déplacement transverse des atomes, depuis l'extinction du guide jusqu'à la détection, est négligeable et ne vaut que 10 µm.

La dernière commande sert à l'ouverture du shutter mécanique situé devant la caméra CCD. Ce dernier met un peu moins de 10 ms à s'ouvrir. C'est pourquoi, le signal TTL devient "on", environ 9 ms avant que le laser titane-saphir ne s'éteigne. Ainsi, l'acquisition commence bien quelques centaines de microsecondes après l'allumage du faisceau de détection. Les autres délais de réponse des différents appareils, variant de quelques centaines de microsecondes à quelques millisecondes, ont directement été pris en compte dans le programme générant les TTL.

4.2.2 Etapes importantes de l'expérience

Avant de réaliser une expérience de guidage d'atomes froids, nous avons dû optimiser les durées des différentes étapes clefs de l'expérience (voir figure 4.9). En particulier, il a fallu choisir les durées de chargement et de compression du MOT ainsi que de la mélasse dans le but d'avoir un MOT d'une largeur de quelques centaines de micromètres, avec 10^7 atomes et à une température de l'ordre de 20 µK. Ainsi, la durée de chargement du MOT a été optimisée à 3,5 s. Durant cette étape, le désaccord des faisceaux piégeants

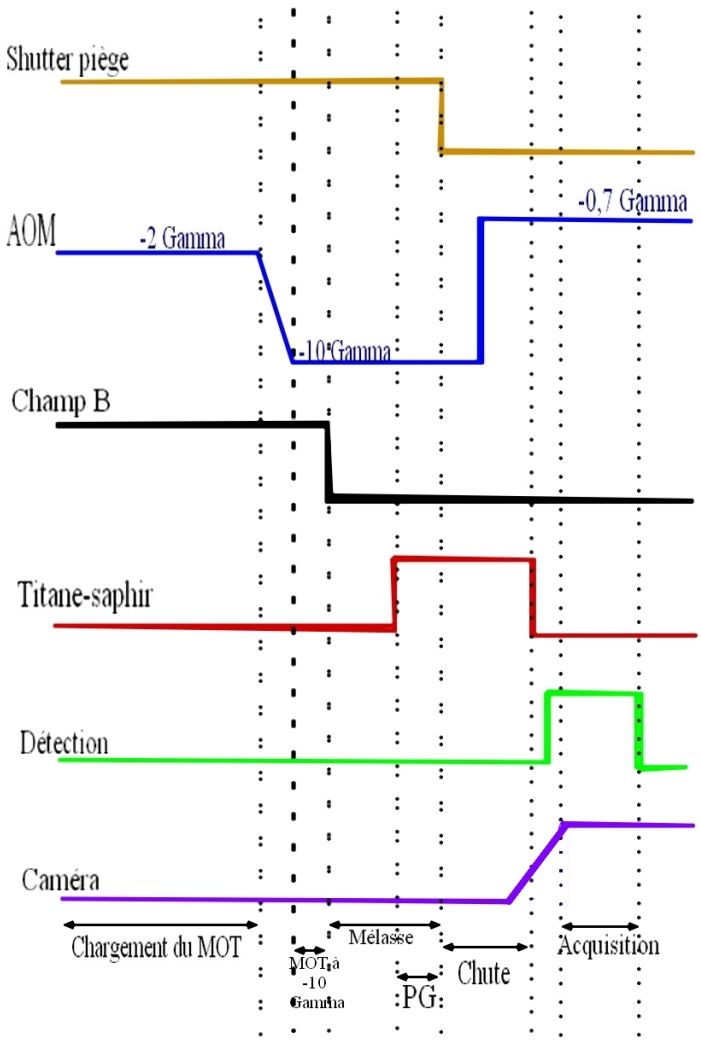

FIGURE 4.9 – *Séquences temporelles utilisées dans l'expérience : on contrôle les différents appareils à l'aide de signaux TTL (signaux créneaux dont le minimum vaut 0 V et le maximum 5 V). Dans ce schéma, nous avons adopté la convention 5 V équivaut à appareil allumé et 0 V appareil éteint, pour plus de clarté. Seul l'AOM présente 3 seuils correspondant aux différents désaccords par rapport à la transition piégeante, produits grâce au double passage (Gamma= 5,89 MHz étant la largeur naturelle de la transition). Figurent aussi sur ce schéma, les différentes étapes clefs de l'expérience et comment peuvent être contrôlées leurs durées. Ici PG signifie préchargement du guide.*

vaut -2Γ. Puis, afin d'obtenir un MOT plus froid, le désaccord du faisceau piégeant est décalé à -10Γ. La phase de compression, pendant laquelle nous avons un MOT à -10Γ, dure ainsi pendant 3 ms. La mélasse, période correspondant au faisceau piégeant-repompeur allumé et au champ magnétique éteint, se déroule à un désaccord de -10Γ. La durée de la mélasse est très importante puisque c'est elle qui contrôle la température et la taille du nuage avant que celui-ci ne soit préchargé dans le guide. Ces deux paramètres, comme nous le verrons dans le paragraphe suivant, sont fondamentaux pour l'expérience de guidage. Ainsi, plus la mélasse est longue, plus la température des atomes est froide mais plus la taille du nuage augmente. Il faut donc trouver un compromis. Nous avons

ainsi mesuré la température pour différentes durées de la mélasse (voir figure 4.10). Nous arrivons ainsi à une température de l'ordre de 15 µK après 14 ms de mélasse. Si on augmente encore, de quelques millisecondes, cette durée, la température ne décroît plus. Nous avons donc choisi une mélasse de 14 ms.

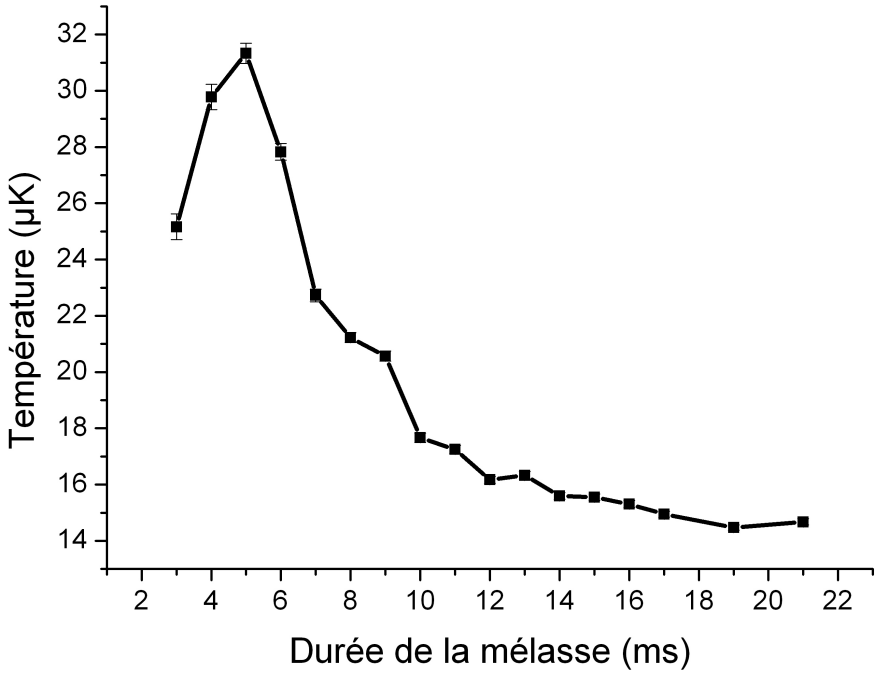

Figure 4.10 – *Température transverse du nuage atomique (en µK) en fonction de la durée de la mélasse (en ms). On observe que plus la mélasse est longue, plus le nuage est froid. La température semble, par ailleurs, augmentée pour des durées de la mélasse comprises entre 3 et 5 ms. Ceci n'est en fait qu'un artefact : La température des atomes est en réalité très élevée et la distribution d'atomes à 1 cm est si large qu'elle est tronquée par la caméra. La température du nuage pour des durées inférieures à 5 ms est donc sous-estimée.*

Cinq millisecondes avant d'éteindre la mélasse, on allume le laser titane-saphir afin de précharger les atomes dans le guide. Puis les atomes chutent sous l'effet de la gravité. Ils atteignent le faisceau de détection après 40 ms de chute. L'acquisition, correspondant à la période où le faisceau de détection est allumé et le shutter de la caméra complètement ouvert, dure 20 ms, pour permettre d'intégrer la fluorescence de tous les atomes traversant le faisceau de détection. Il faut, en effet, remarquer, que contrairement, à l'image de référence sans guidage, nous n'imageons que le nuage à 1 cm sous le MOT dans nos expériences de guidage. Le laser titane-saphir étant puissant, il éblouit la caméra. C'est pourquoi, par précaution, nous attendons que le guidage soit terminé pour imager le nuage.

Dans l'expérience présentée ici, deux paramètres sont variables : le désaccord du laser titane-saphir et l'hologramme appliqué, qui contrôle la forme du potentiel dipolaire. Pour chaque couple (δ, hologramme), nous faisons quatre images précédées chacune,

d'une image de fond obtenue en maintenant éteint le champ magnétique pendant toute la durée de l'expérience. De plus, nous avons aussi pris soin de vérifier l'asservissement des lasers maître et esclave régulièrement et d'acquérir, pour chaque valeur de δ, les images correspondant aux différents hologrammes dans un ordre aléatoire, tout ceci afin de s'affranchir d'éventuels problèmes de répétabilité.

Enfin, avant de changer la valeur de δ, nous refaisons une image sans guidage afin d'évaluer la température du nuage d'atomes froids (voir figure 4.5). Pour acquérir une telle image, on déplace le moment d'ouverture du shutter de la caméra, de sorte qu'il soit complètement ouvert 1 ms avant la fin de la mélasse. Le faisceau de détection est, cette fois allumé en permanence. On pose pendant 70 ms pour avoir sur la même image le MOT et le nuage à 1 cm. D'autre part, les durées de chargement du MOT, du MOT à -10Γ et de la mélasse, restent inchangées par rapport à l'expérience de guidage.

4.3 Résultats expérimentaux

On s'intéresse ici à l'efficacité de guidage et à sa dépendance en fonction du désaccord du laser de guidage, δ et du diamètre du LG, D . Nous allons, tout d'abord présenter les méthodes qui permettent de déterminer les paramètres importants qui régissent l'expérience. Nous verrons également comment sont analysées les images de nuages d'atomes froids guidés.

4.3.1 Mesure des caractéristiques de l'expérience

Quatre paramètres régissent les expériences de guidage. Deux concernent les atomes. Ce sont la température, T, et le rayon σ_0 à $1/\sqrt{e}$ du MOT. Les deux autres sont directement liés au LG. Il s'agit du diamètre du LG, D, et de la hauteur du potentiel U_{max}.

Température et taille du nuage

T et σ_0 sont déterminés à l'aide des images du MOT et du nuage à 1 cm (voir figure 4.11).

Nous intégrons le signal sur toutes les lignes correspondant au MOT (typiquement 50 lignes) et nous ajustons la distribution obtenue par une gaussienne (voir figure 4.11).

$$g(x) = y_0 + \frac{A}{\sqrt{2\pi}\sigma_0} * exp(\frac{(x-xc)^2}{2\sigma_0^2}) \tag{4.1}$$

Le rayon σ_0 à $1/\sqrt{e}$ du MOT est directement donné par le fit et vaut 580 µm, dans cet exemple. Nous réitérons la même procédure pour trouver le rayon σ_1 à $1/\sqrt{e}$ du nuage à 1 cm en intégrant sur environ 35 lignes ($\approx$ 1.7 mm). La formule 4.2 permet d'obtenir

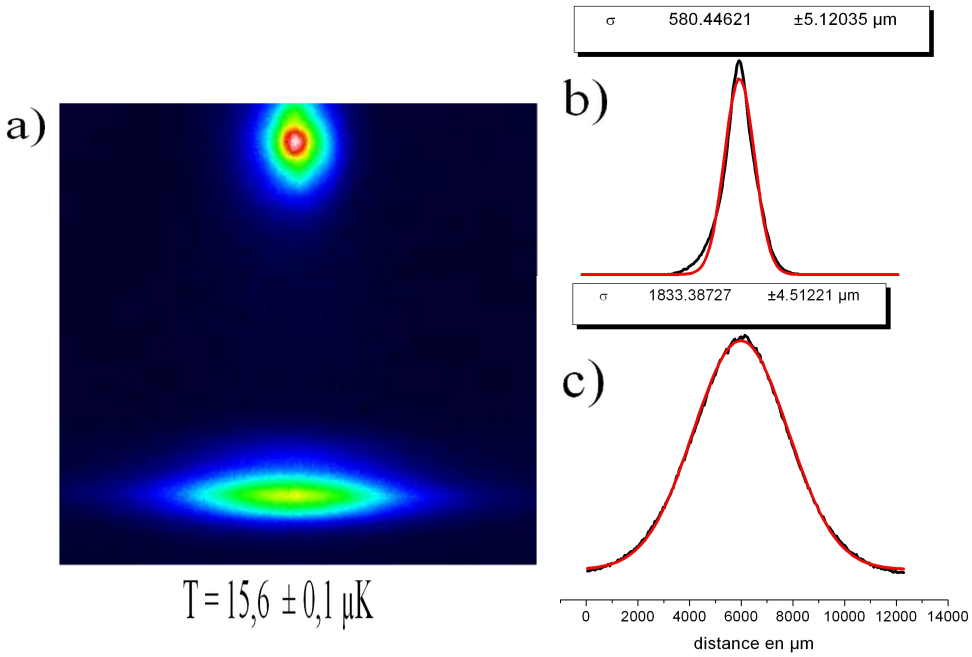

FIGURE 4.11 – *Méthode permettant de déterminer la température transverse des atomes : a) Image du MOT et du nuage non guidé à 1 cm, b) Signal du MOT intégré, c) Signal du nuage à 1 cm intégré*

la température, qui vaut ici $15,6$ µK.

$$T = \frac{m}{k_B}\frac{\sigma_1^2 - \sigma_0^2}{t^2} \tag{4.2}$$

où $m = 1.44 * 10^{-25}$ kg est la masse de l'atome de ^{87}Rb, k_B est la constante de Boltzmann, t est la durée de la chute (45 ms).

Diamètre et hauteur du potentiel

Le diamètre du LG est obtenu en prenant une image du LG avec une caméra (Wincam), derrière la lame diffractive, comme expliqué dans le paragraphe 2.2.3. Cette position est le symétrique du plan P par rapport au miroir amovible (voir figure 4.6). On rappelle que l'image du plan P par la lentille L_4 est de même taille que celle au plan P et qu'elle est située au niveau du MOT. Le diamètre du LG sur la Wincam est donc le même que celui qui est vu par le MOT.

Lors de l'optimisation de l'expérience, nous avons remarqué que ce dernier paramètre avait une grande importance. En effet, nous avons dû introduire une lentille de 5 mètres dans l'hologramme pour réussir à avoir un signal de guidage avec un LG de petit ordre (typiquement un LG_0^2). Nous avons donc réalisé ces expériences avec un LG agrandi. La figure 4.12 représente la variation du diamètre du LG_0^l, au niveau du MOT, en fonction de l'ordre l du LG_0^l lorsque ce dernier est agrandi avec une lentille de 5 mètres. On

observe que le diamètre du LG_0^l augmente comme $l^{0.41}$, ce qui est proche de ce que la variation en $\sqrt{2l}$ attendue théoriquement (voir équation 4.5).

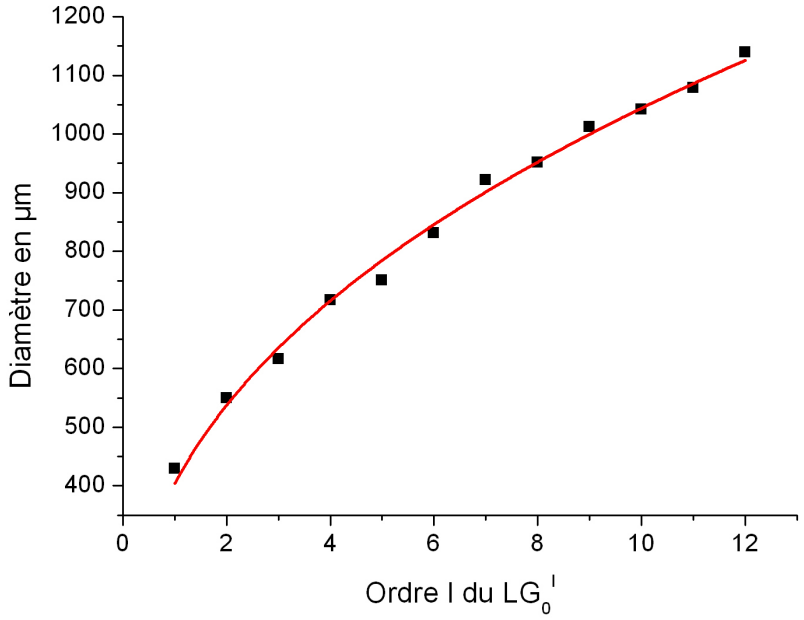

FIGURE 4.12 – *Diamètre des LG_0^l en fonction de l'ordre l du LG pour un LG agrandi avec une lentille de 5 mètres de focale. Courbe rouge : ajustement avec une fonction $k_1 * l^k$ où k_1 et k sont des constantes. Ici $k_1 = 404$ μm et $k = 0.41$ ce qui équivaut à $w \approx 290$ μm.*

Nous avons vu, dans les paragraphes 1.1 et 1.2.1, que le potentiel dipolaire radial vu par les atomes est

$$U(\rho) = \frac{\hbar\Gamma}{2}\frac{I(\rho)/I_s}{4\delta/\Gamma} \tag{4.3}$$

où $\Gamma = 5.89$ MHz, $I_s = 1.62\ mW/cm^2$, et

$$I(\rho) = \frac{P}{\frac{\pi}{2}w^2}\frac{1}{l!}\left(\frac{2\rho^2}{w^2}\right)^l exp[-\frac{2\rho^2}{w^2}] \tag{4.4}$$

Il est proportionnel à la puissance, P, qui vaut 200 mW, et inversement proportionnel au désaccord, δ, du laser titane-saphir qui est mesuré à l'aide d'un lambdamètre situé juste après la sortie du laser (voir figure 4.6). Son maximum U_{max}, est obtenu pour $\rho = \rho_{max}$.

$$\rho_{max} = w\sqrt{\frac{l}{2}} \tag{4.5}$$

$$= \frac{D}{2} \tag{4.6}$$

Etant proportionnel à l'intensité du LG, I(ρ), U(ρ) suit les mêmes variations que I(ρ), en particulier en fonction de l : à savoir, plus l augmente, plus la hauteur des

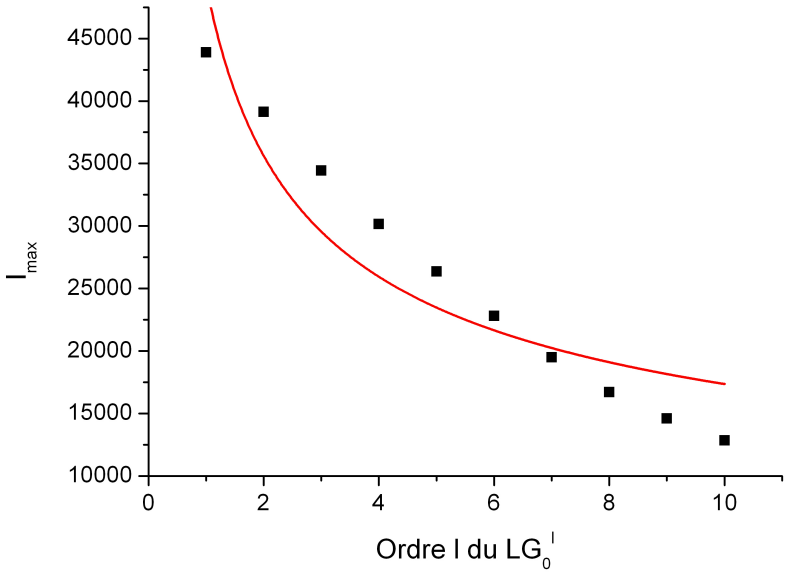

FIGURE 4.13 – *Intensité maximale des LG_0^l (unités arbitraires) en fonction de l pour un LG agrandi avec une lentille de 5 mètres de focale. Courbe rouge : ajustement des points expérimentaux (en noir) avec une fonction $k_3 l^l e^{-l}/l!$ où k_3 est une constante.*

barrières de potentiel, U_{max}, diminue et plus le potentiel devient large et plat.

$$U_{max} = \frac{\hbar\Gamma}{2}\frac{P}{\frac{\pi}{2}w^2 I_s}\frac{1}{4\delta/\Gamma}\frac{l^l}{l!}exp\left[-l\right] \tag{4.7}$$

$$\propto I_{max}/\delta \tag{4.8}$$

où I_{max} est l'intensité maximale mesurée sur les profils radiaux. Sa valeur est donnée en unités arbitraires sur la figure 4.13. Cette dernière ne varie pas comme $l^l e^{-l}/l!$. Ceci provient du fait que les Laguerre-Gauss utilisés dans l'expérience ne sont pas purs (voir chapitre 3).

L'ordre de grandeur de U_{max}, dans nos expériences, vaut 160 µK pour le LG_0^1 agrandi. Nous reviendrons sur le paramètre U(ρ) lorsque nous comparerons les résultats expérimentaux au modèle de capture au paragraphe 4.4.

Efficacité de guidage (expérimental)

Pour chaque expérience de guidage, nous obtenons des clichés semblables à ceux de la figure 4.14. Si on les compare à ceux obtenus dans la figure 4.11, on remarque que la densité d'atomes au centre du nuage à 1 cm a augmenté dans le cas où l'on effectue une expérience de guidage : ceci est la preuve que nous avons réussi à guider des atomes froids. De plus, si l'on compare les deux images de la figure 4.14, on observe que la densité d'atomes au centre et donc l'efficacité de guidage est plus élevée quand on utilise un LG_0^{12} à 25 GHz que pour un LG_0^6 à 65 GHz.

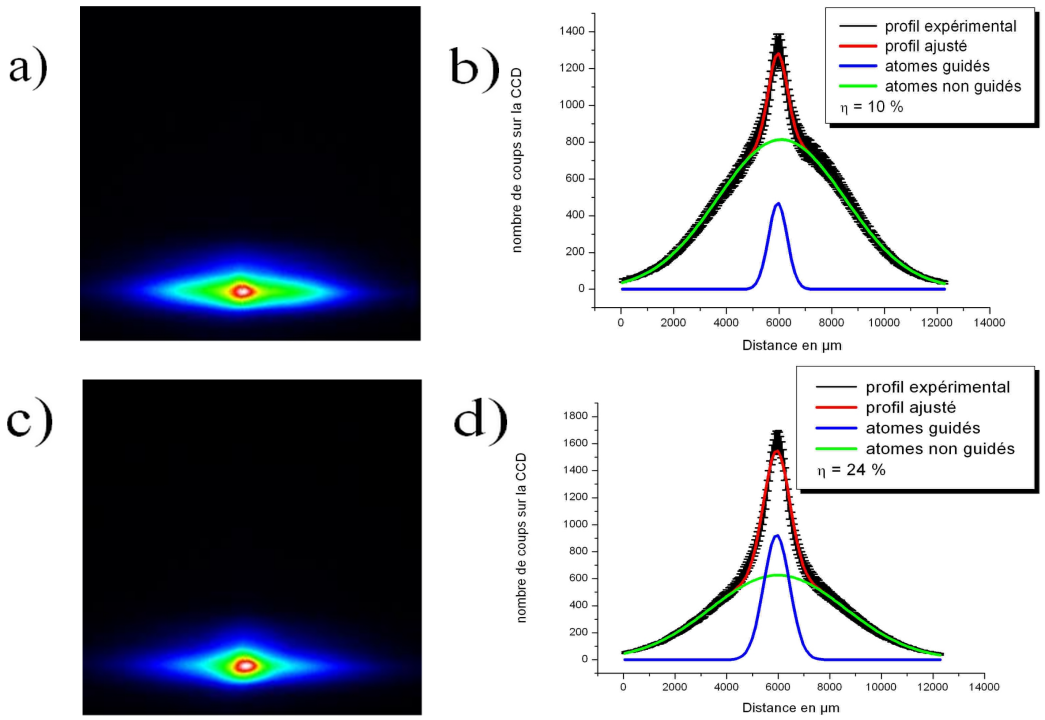

FIGURE 4.14 – *Clichés de nuages guidés à 1 cm : a) Cliché obtenu avec un LG_0^6 à 65 GHz b) Profil correspondant à l'image a) ajusté avec 2 gaussiennes. L'efficacité de guidage vaut ici 10 % c)Cliché obtenu avec un LG_0^{12} à 25 GHz b) Profil correspondant à l'image c) ajusté avec 2 gaussiennes. L'efficacité de guidage vaut ici 24 %.*

Pour évaluer l'efficacité de guidage, nous avons, tout d'abord, intégré le nuage à 1 cm sur 35 lignes, comme dans le cas non guidé. Nous obtenons, ainsi, un profil de densité transverse comme ceux présentés dans la figure 4.14. Nous utilisons ensuite une méthode simple, qui consiste à ajuster ce profil par la somme de deux gaussiennes, une pour les atomes guidés et une pour les atomes non guidés. La gaussienne de plus grande largeur, G_{ng}, et aussi de plus grande amplitude, représente le profil des atomes non guidés, l'autre, étroite, représente celui des atomes guidés. Les amplitudes de ces deux gaussiennes sont normées (voir équation 4.9). Ainsi, l'amplitude de chaque gaussienne est directement son aire.

$$G(x) = \frac{A}{\sqrt{\pi/2}w} exp(\frac{-2(x-x_c)^2}{w^2}) \tag{4.9}$$

où A est l'amplitude normée de la gaussienne, w sa largeur à $1/\sqrt{e}$ et x_c la position de son centre.

Cette méthode a l'avantage d'être simple et rapide contrairement à une méthode qui consisterait à comparer numériquement les résultats d'une simulation de Monte-Carlo aux résultats expérimentaux. Mais elle sous-estime l'efficacité de guidage. En effet, dans la zone où le guide est présent, il ne doit pas y avoir d'atomes non guidés. Or pour chaque profil de la figure 4.14, la distribution d'atomes non guidés est maximale à

l'endroit où le guide est présent. Nous avons donc comptabilisé certains atomes, comme non guidés alors qu'ils ont été guidés. Le nombre d'atomes concernés, N, est l'intégrale de la gaussienne non guidée sur la largeur du guide soit :

$$N = \int_{x_{cg}-w_g/2}^{x_{cg}+w_g/2} G_{ng}(x)dx \tag{4.10}$$

ce qui ne représente, dans les cas que nous avons analysés, qu'1 % des atomes guidés. Ce nombre d'atomes est donc négligeable et notre méthode constitue donc une bonne approximation.

Le nombre de coups générés par la caméra CCD pour les atomes guidés est ainsi l'amplitude de la gaussienne guidée, A_g, de même que le nombre de coups pour les atomes non guidés est l'amplitude de la gaussienne non guidée, A_{ng}. L'efficacité de guidage η_g est donc simplement

$$\eta_g = \frac{A_g}{A_g + A_{ng}} \tag{4.11}$$

et l'incertitude sur l'efficacité, $\Delta\eta_g$,

$$\Delta\eta_g = \eta_g(\frac{\Delta A_g}{A_g} + \frac{\Delta A_g + \Delta A_{ng}}{A_g + A_{ng}}) \tag{4.12}$$

où ΔA_g est l'incertitude sur l'amplitude du signal guidé et ΔA_{ng} est l'incertitude sur l'amplitude du signal non guidé.

Il est à noter que nous n'imposons pas aux deux gaussiennes de posséder le même centre de façon à prendre en compte le cas où le laser serait légèrement décentré.

4.3.2 Résultats expérimentaux sur l'efficacité du guidage

Nous avons étudié le comportement de l'efficacité du guidage d'un nuage d'atomes froids de taille initiale $\sigma_0 = 300\ \mu m$ et de température $T = 20\ \mu K$ dans des modes de Laguerre-Gauss LG_0^l quasi-purs, agrandis avec une lentille de focale 5 mètres, dont l'ordre l varie de 1 à 12. Le laser utilisé a une puissance de 200 mW avant d'être diffracté par le SLM et un désaccord, δ, allant de 25 à 200 GHz.

Intéressons nous, dans une première analyse, à l'influence de δ. On rappelle que la hauteur des barrières de potentiel augmente si on diminue la valeur de δ. On peut donc s'attendre à ce que plus d'atomes soient capturés et ainsi que l'efficacité du guidage augmente quand on diminue δ. C'est en effet, ce que l'on observe expérimentalement. Si par exemple, on regarde les efficacités de guidage pour un LG_0^{12}, on s'aperçoit que 8 % des atomes sont guidés à 200 GHz alors que 24 % le sont à 25 GHz.

Néanmoins, le taux d'émission spontanée, $\eta(\rho)$, augmente aussi si on diminue le désaccord (voir formule 4.13), on peut donc se demander quelle est son influence pour

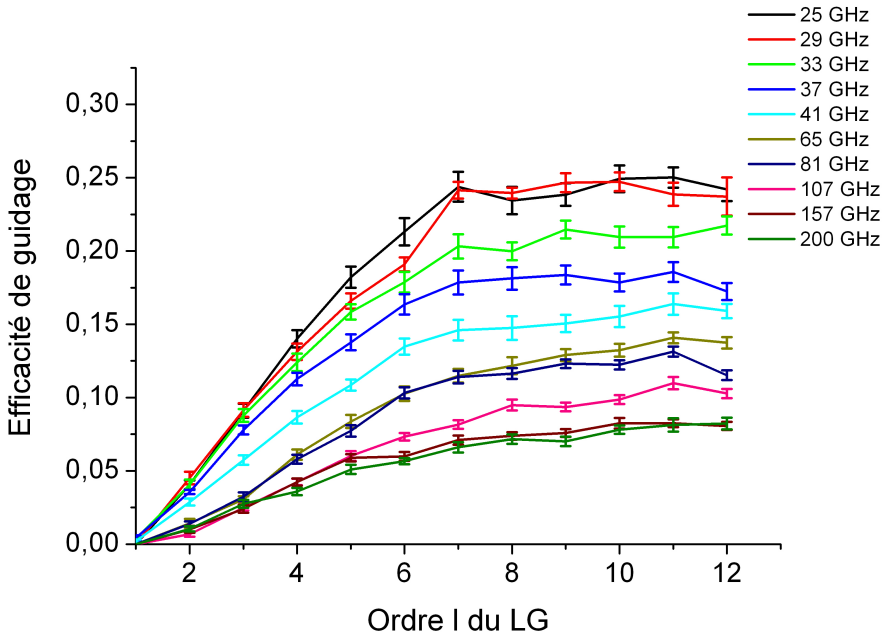

FIGURE 4.15 – *Courbes d'efficacités de guidage expérimentales : le désaccord δ varie de 25 GHz à 200 GHz et l'ordre l du LG varie de 1 à 12*

des faibles désaccords.

$$\eta(\rho) \propto \frac{I(\rho)}{\delta^2} \tag{4.13}$$

En effet, bien que le laser soit désaccordé vers le bleu de la transition piégeante, ce qui attire les atomes vers les zones sombres, les barrières de potentiel sont des zones où l'intensité n'est pas nulle et où les atomes peuvent être chauffés.

Intéressons nous maintenant à l'influence de l'ordre l. Intervenant à la fois dans la taille du guide et dans la hauteur de la barrière de potentiel, le comportement de l'efficacité de guidage en fonction de l est difficile à prévoir. Néanmoins, nous avons pu remarquer que la taille du guide était un paramètre très important puisque nous avons dû agrandir nos LGs avec une lentille de focale 5 mètres (voir paragraphe 4.3.1). L'expérience nous montre que le nombre d'atomes guidés, pour un désaccord δ donné, augmente avec l, avant de saturer à partir du LG_0^8, quel que soit le désaccord. On peut expliquer l'augmentation de l'efficacité de guidage avec l par un meilleur recouvrement entre le guide et les atomes du fait que le diamètre du guide augmente avec l. Néanmoins, la saturation observée ne peut être expliquée de cette façon. En effet, les barrières de potentiel diminuant avec l, on pourrait s'attendre à un ordre l optimal, pour lequel le guide est suffisamment large et les barrières de potentiel suffisamment hautes pour optimiser l'efficacité. On pourrait aussi imaginer que cet ordre l est supérieur à 12 et dans ce cas on devrait continuer à observer une augmentation de l'efficacité de guidage,

toujours à cause d'une augmentation du recouvrement entre le guide et les atomes.

Nous avons ainsi cherché à expliquer la saturation de l'efficacité de guidage observée quand l augmente. Nous avons, pour cela, étudié l'efficacité de diffraction du SLM en fonction de l'hologramme appliqué. En effet, plus l augmente, plus l'hologramme se complexifie et plus on se rapproche de la limite de résolution du SLM. Nous avons donc mesuré l'efficacité de diffraction pour un hologramme de type réseau blazé, des hologrammes de type LG_0^l auxquels on ajoute un réseau blazé et des hologrammes de type LG_0^l auxquels on ajoute un réseau blazé et une lentille de focale 5 mètres. Les résultats sont montrés par la figure 4.16.

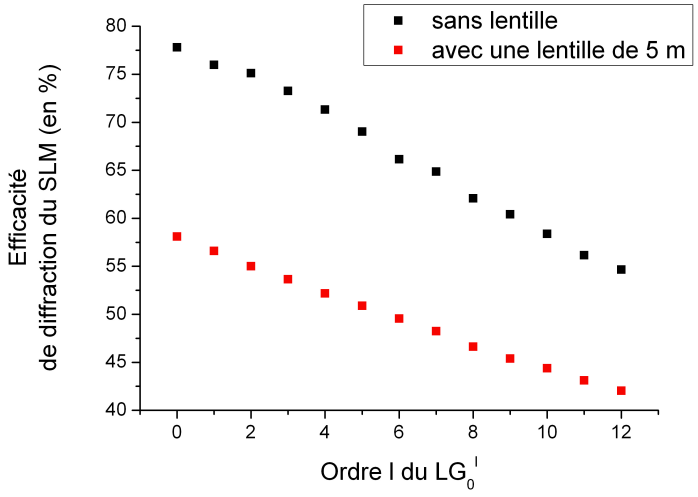

Figure 4.16 – *Efficacité de diffraction du SLM en fonction de l'ordre l du LG_0^l, en noir pour un hologramme de type LG_0^l+ réseau blazé, en rouge, pour un hologramme de type LG_0^l+ réseau blazé + lentille de 5 mètres. Pour chacune des courbes, l'ordre $l = 0$ représente le mode gaussien avec un hologramme de réseau blazé.*

On remarque que l'efficacité qui est initialement de 80 % avec un réseau blazé seul, diminue linéairement avec l. Le fait de rajouter une lentille dans l'hologramme, diminue encore plus cette efficacité. Par conséquent, la puissance qui était initialement de 200 mW à la sortie du laser n'est plus que de 110 mW pour le LG_0^1 agrandi et décroît quand on augmente l. Ceci a donc pour conséquence de diminuer encore plus la hauteur de la barrière de potentiel quand l augmente et pourraît être la cause du phénomène de saturation observé.

Afin de justifier toutes les causes des phénomènes observés expérimentalement, nous avons développé un modèle simple qui calcule l'efficacité de capture des atomes par le guide, dans le but de comparer le nombre d'atomes capturés par le guide et le nombre d'atomes effectivement guidés sur 1 cm.

4.4 Modèle d'efficacité de capture

4.4.1 Description du modèle

Le modèle décrit ci-dessous, permet de calculer l'efficacité de capture des atomes dans le guide. Il s'agit d'un modèle à deux dimensions, dans lequel nous calculons le recouvrement entre l'espace des phases du nuage atomique initial et celui du LG. L'efficacité de capture est définie comme la proportion de l'espace des phases du nuage atomique qui satisfait aux conditions énergétiques et spatiales du LG. Pour être capturé, un atome doit être situé à l'intérieur de la zone noire du LG et son énergie (cinétique plus potentielle) doit être inférieure à la hauteur de la barrière de potentiel :

$$\rho < \rho_{max} \tag{4.14}$$

$$\frac{1}{2}mv^2 + U(\rho) < U_{max} \tag{4.15}$$

où $U(\rho)$ et U_{max} sont donnés respectivement par les relations 4.3 et 4.7.

Nous supposons que les distributions en position et en vitesse du nuage atomique sont des gaussiennes, de sorte que la distribution des vitesses soit une fonction de Maxwell-Boltzmann. La densité de probabilité dans l'espace des phases, $W(\rho, v)$, du fait de la symétrie cylindrique de l'expérience, s'écrit donc :

$$W(\rho, v) = \frac{1}{2\pi\sigma_0^2} exp\left[-\frac{\rho^2}{2\sigma_0^2}\right] \frac{1}{2\pi\sigma_v^2} exp\left[-\frac{v^2}{2\sigma_v^2}\right] \tag{4.16}$$

où ρ et v sont respectivement la position et la vitesse transverses initiales des atomes et, σ_0 et σ_v sont respectivement la demi-largeur à $1/\sqrt{e}$ de la distribution des positions et des vitesses initiales des atomes. Cette dernière est reliée à la température transverse des atomes par la relation $m\sigma_v^2 = k_B T$.

La fraction d'atomes capturés, η_c, est alors donnée par l'intégrale de la densité de probabilité sur le volume de l'espace des phases limité par les conditons 4.14 et 4.15

$$\eta_c = \int_0^{\rho_{max}} \int_{\frac{1}{2}mv^2 + U(\rho) < U_{max}} W(\rho, v)\ 2\pi\rho d\rho\ 2\pi v dv \tag{4.17}$$

On définit la quantité U_0, indépendante de l, par la relation

$$U_0 = \frac{\hbar\Gamma}{2} \frac{1}{4\delta/\Gamma} \frac{P/\left(\frac{\pi}{2}w^2\right)}{I_s} \tag{4.18}$$

de sorte que

$$U(\rho) = \frac{U_0}{l!}\left(\frac{2\rho^2}{w^2}\right)^l exp\left[-\frac{2\rho^2}{w^2}\right]$$

$$U_{max} = \frac{U_0}{l!} l^l exp\left[-l\right]$$

La condition 4.15 s'écrit alors $v^2 < v_{max}^2(\rho)$ où :

$$v_{max}^2 = \frac{2}{m}\frac{U_0}{l!}\left[l^l exp\left[-l\right] - \left(\frac{2\rho^2}{w^2}\right)^l exp\left[-\frac{2\rho^2}{w^2}\right]\right] \tag{4.19}$$

L'intégrale donnant l'efficacité de capture (voir équation 4.17), se réécrit, en intégrant sur la variable v :

$$\begin{aligned}\eta_c &= \frac{1}{\sigma_0^2}\frac{1}{\sigma_v^2}\int_0^{\rho_{max}} exp\left[-\frac{\rho^2}{2\sigma_0^2}\right]\rho d\rho \int_0^{v_{max}(\rho)} exp\left[-\frac{v^2}{2\sigma_v^2}\right] v dv \\ &= \frac{1}{\sigma_0^2}\int_0^{\rho_{max}} exp\left[-\frac{\rho^2}{2\sigma_0^2}\right]\left[1 - exp\left[-\frac{v_{max}^2(\rho)}{2\sigma_v^2}\right]\right]\rho d\rho \\ &= 1 - exp\left[-\frac{\rho_{max}^2}{2\sigma_0^2}\right] - \int_0^{\rho_{max}} exp\left[-\frac{\rho^2}{2\sigma_0^2}\right] exp\left[-\frac{v_{max}^2(\rho)}{2\sigma_v^2}\right]\rho d\rho\end{aligned}$$

Pour pouvoir étudier le comportement de η_c en fonction des différents paramètres expérimentaux (voir paragraphe 4.3.1), deux grandeurs sans dimension et indépendantes de l sont intéressantes à introduire : $a = \frac{w^2}{4\sigma_0^2}$ et $b = \frac{U_0}{m\sigma_v^2} = \frac{U_0}{k_B T}$. L'intégrale ci-dessus se résolvant en effectuant le changement de variable $x = \frac{\rho^2}{2\sigma_0^2}$, on en déduit :

$$\eta_c = 1 - exp\left[-la\right] - exp\left[-b\frac{l^l exp\left[-l\right]}{l!}\right]\int_0^{la} exp\left[-x\right] exp\left[\frac{b}{l!}\left(\frac{x}{a}\right)^l exp\left[-\frac{x}{a}\right]\right] dx \tag{4.20}$$

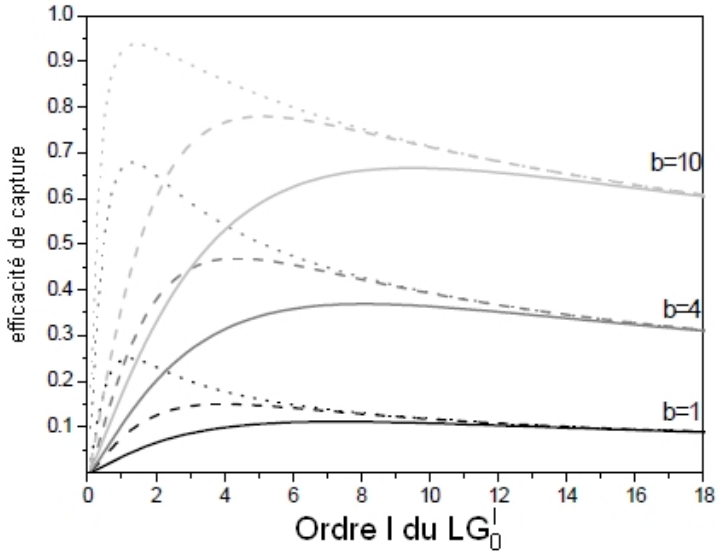

Figure 4.17 – *Efficacité de capture en fonction de l'ordre l du Laguerre-Gauss LG_0^l pour $a = 0.4$ (lignes), $a = 1$ (tirets) , $a = 10$ (pointillés) et b=1, 4 et 10.*

Il est important de remarquer que les deux paramètres, a et b, sont reliés au recouvrement spatial, A_l, et au recouvrement en énergie, B_l, entre le guide et le nuage

atomique par les relations :

$$A_l = la \tag{4.21}$$

$$B_l = b\frac{l^l}{l!}exp\left[-l\right] \tag{4.22}$$

Dans la suite, nous allons étudier le comportement de η_c en fonction de a, b et l , puis nous comparerons ce modèle de capture aux résultats expérimentaux.

4.4.2 Etude du comportement de η_c en fonction de a, b et l

Etude de η_c en fonction de a et b

Dans le cas où le piège est large et profond, ce qui signifie que a et b sont grands devant 1, l'intégrale de l'équation 4.20 se réduit à $\int_0^{la} exp\left[-x\right]$ qui tend vers 1 quand a tend vers l'infini. Les exponentielles $exp\left[-la\right]$ et $exp\left[-b\frac{l^l exp[-l]}{l!}\right]$ tendant alors vers 0, on trouve, comme attendu, que l'efficacité de capture est égale à 1. Le recouvrement spatial et énergétique entre le guide et le nuage d'atomes est alors maximisé.

Au contraire, dans le cas où le piège est étroit et peu profond, l'intégrale ne tend plus vers 1. La borne supérieure de l'intégrale, la, tendant vers la valeur de la borne inférieure, 0, la méthode des trapèzes donne une bonne approximation et on peut réécrire η_c sous la forme :

$$\begin{aligned}
\eta_c &= 1 - exp\left[-la\right] - exp\left[-b\frac{l^l exp\left[-l\right]}{l!}\right]\frac{la}{2}\left(f(0)+f(la)\right) \\
&= 1 - exp\left[-la\right] - exp\left[-b\frac{l^l exp\left[-l\right]}{l!}\right]\frac{la}{2}\left(1+exp\left[-la\right]exp\left[b\frac{l^l exp\left[-l\right]}{l!}\right]\right) \\
&= 1 - exp\left[-la\right] - \frac{la}{2}\left(exp\left[-b\frac{l^l exp\left[-l\right]}{l!}\right] + exp\left[-la\right]\right)
\end{aligned}$$

où $f(x) = exp\left[-x\right]exp\left[\frac{b}{l!}\left(\frac{x}{a}\right)^l exp\left[-\frac{x}{a}\right]\right]$. On peut, de plus, comme a et b sont petits devant 1, effectuer un développement limité au premier ordre en a et b et simplifier η_c :

$$\eta_c = \frac{la}{2}(b\frac{l^l exp\left[-l\right]}{l!} + la) \tag{4.23}$$

$$= \frac{A_l}{2}\left(A_l + B_l\right) \tag{4.24}$$

L'efficacité de capture est ainsi reliée aux recouvrements spatial et énergétique entre le guide et le nuage d'atomes. Plus précisément, elle est égale à la moitié de la somme entre $A_l B_l$ et A_l^2 (voir équation 4.24). Le produit $A_l B_l$ est proportionnel à $\rho_{max}^2 U_{max}$ qui n'est rien d'autre que l'aire du guide. Ce résultat peut être compris facilement. En effet, dans le cas où le guide est étroit et peu profond, ce sont les dimensions du guide et par conséquent son aire qui limite la capture. Il n'est donc pas étonnant que l'efficacité de capture dépende directement de l'aire du guide. La présence du deuxième terme A_l^2

démontre qu'il vaut mieux privilégier le recouvrement spatial dans le cas d'un guide étroit et peu profond.

Etude de η_c en fonction de l

Dans cette partie, nous allons étudier le comportement de η_c pour des grandes valeurs de l. La factorielle de l, $l!$, tendant vers l'infini quand l tend vers l'infini, l'équation 4.20 se réduit à :

$$\begin{aligned}\eta_c &\approx 1 - exp\left[-la\right] - exp\left[-b\frac{l^l exp\left[-l\right]}{l!}\right]\int_0^{la} exp\left[-x\right]dx \\ &\approx \left(1 - exp\left[-la\right]\right)\left(1 - exp\left[-b\frac{l^l exp\left[-l\right]}{l!}\right]\right)\end{aligned}$$

En appliquant la formule de Stirling, $l! \approx \sqrt{2\pi l} l^l exp(-l)$, on en déduit :

$$\begin{aligned}\eta_c &\approx \left(1 - exp\left[-la\right]\right)\left(1 - exp\left[-\frac{b}{\sqrt{2\pi l}}\right]\right) \\ &\approx 1 - exp\left[-\frac{b}{\sqrt{2\pi l}}\right] \\ &\approx 1 - exp\left[-B_l\right]\end{aligned}$$

Ce résultat montre que pour des grandes valeurs de l, l'efficacité de capture ne dépend que du recouvrement énergétique. En effet, le rayon du guide est suffisamment grand, par rapport à la taille du nuage atomique, pour optimiser le recouvrement spatial si bien que seul le recouvrement énergétique a une importance. Cette équation nous montre aussi que l'efficacité de capture décroit vers 0 comme $1/\sqrt{l}$ asymptotiquement.

4.4.3 Comparaison avec les résultats expérimentaux

Nous allons à présent comparer les résultats expérimentaux de la figure 4.15 au modèle de capture décrit ci-dessus. L'idée est ici d'ajuster les différentes courbes de la figure 4.15 avec l'équation 4.20 pour en déduire les valeurs des paramètres a et b. Mais avant d'essayer de comparer le modèle aux résultats expérimentaux, quelques remarques s'imposent. En effet, nous avons vu dans le paragraphe 4.3.2 que l'efficacité de diffraction du SLM et donc la puissance diminuait linéairement avec l avec une pente de -0.02 pour les LGs agrandis avec une lentille de 5 mètres (points rouges de la figure 4.16). Le paramètre b étant proportionnel à U_0, lui-même proportionnel à la puissance P, il est donc nécessaire de prendre en compte cette variation dans le paramètre b utilisé pour ajuster les données expérimentales. C'est pourquoi, nous utiliserons dans ce paragraphe le paramètre $b_{eff} = b_0(1 - 0.02l)$ où b_0 correspond à la valeur de b pour un hologramme de type réseau blazé+lentille de 5 mètres pour lequel la puissance diffractée vaut 110 mW. De plus, afin de prendre en compte d'éventuelles pertes, nous avons introduit un facteur multiplicatif $(1 - e^{-cl})$.

Par conséquent, nous avons finalement ajusté les courbes de la figure 4.15 par $(1 - e^{-cl}) * \eta_c(a, b_{eff}, l)$ où $\eta_c(a, b, l)$ est donné par l'équation 4.20. Nous avons trouvé que le paramètre a dépendait assez peu du désaccord (voir tableau 4.1).

δ(GHz)	25	33	37	41	65	81	107	157	200
a	0.33	0.35	0.35	0.32	0.3	0.3	0.3	0.3	0.35
b	3.99	3.36	2.67	2.6	2.97	2.26	2.67	1.42	1.82
c	0.2	0.18	0.21	0.16	0.09	0.13	0.07	0.13	0.07

TABLE 4.1 – *Tableau des paramètres a, b et c obtenus en ajustant les courbes de la figure 4.15 par* $(1 - e^{-cl}) * \eta(a, b_{eff}, l)$.

En effet, quelque soit le désaccord $25\ GHz \leq \delta \leq 200\ GHz$ considéré, le fit donne un paramètre a d'environ 0.3. Cette observation est en accord avec la définition de a dépendant uniquement de w et de σ_0. La forme des courbes est bien reproduite par ce modèle comme on peut le voir sur la figure 4.18. De plus, on observe dans l'encadré de la figure 4.18a) que le produit des paramètres a et b varie en $1/\delta$. Ce résultat est cohérent avec les expressions de a et b, ce dernier étant en effet, d'après l'équation 4.18, inversement proportionnel au désaccord δ.

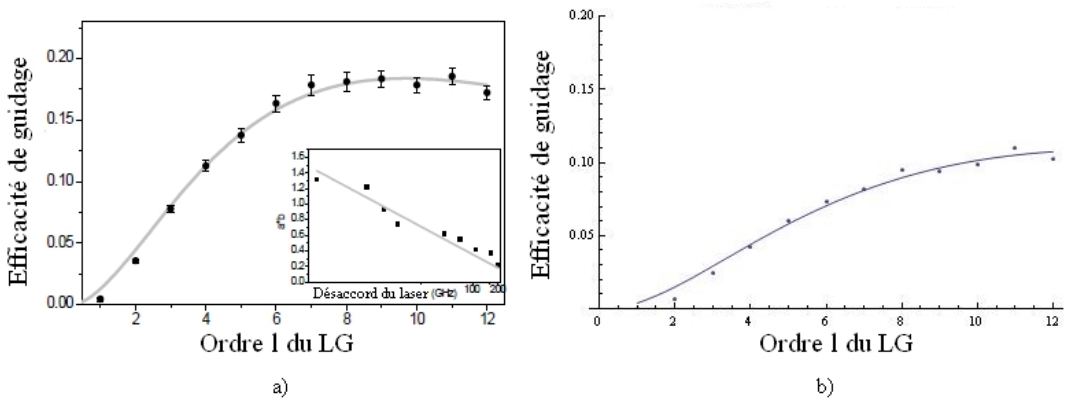

FIGURE 4.18 – *Courbes expérimentales de l'efficacité de guidage ajustées avec le modèle de capture* $(1 - e^{-cl}) * \eta(a, b_{eff}, l)$ *: a)* δ *=37 GHz b)* $\delta = 107$ *GHz.*

On observe sur la figure 4.19 que le paramètre c décroît quand δ augmente avec une variation en $1/\delta^2$. Ceci montre qu'il y a bien des pertes et qu'elles sont sûrement majoritairement dues à l'émission spontanée puisque cette dernière varie en $1/\delta^2$. Les différences observées entre la loi en $1/\delta^2$ et les paramètres c expérimentaux indiquent qu'il y a probablement d'autres sources de pertes. Nous supposons que ces dernières sont dues aux irrégularités de I_{max} présentes dans les profils des Laguerre-Gauss fabriqués. Ceci induit des variations dans les hauteurs des barrières de potentiel et peut produire des fuites d'atomes guidés. Par ailleurs, les valeurs du paramètre c étant faibles par rapport à 1, cela confirme que le terme $(1 - e^{-cl})$ est équivalent à 1 pour des ordres l élevés et que par conséquent, dans ce cas précis, les pertes d'atomes guidés par émission spontanée sont négligeables même pour des faibles désaccords.

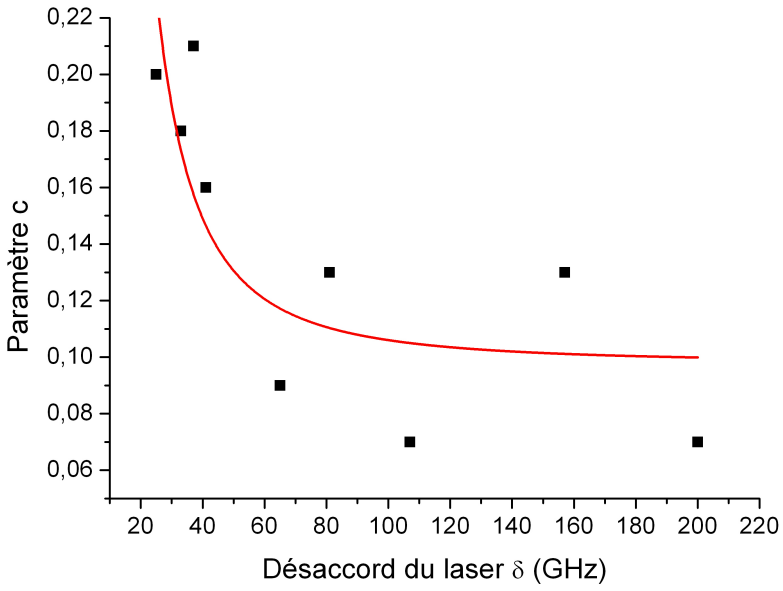

FIGURE 4.19 – *Variation du paramètre c en fonction de δ. Courbe rouge : ajustement avec une fonction en $k_4 + k_5/\delta^2$ où k_4 et k_5 sont des constantes.*

L'application du précédent modèle donne des valeurs pour b différentes de celles attendues théoriquement. En effet, on trouve par exemple expérimentalement $b = 2.67$ pour $\delta = 37$ GHz contre $b \approx 15$ prévue théoriquement. Cette dernière est surestimimée. En effet, nous ne connaissons pas bien l'intensité de saturation. Nous avons choisi $I_S = 1.62\ mW/cm^2$ qui correspond à la transition $F = 2,\ M = 2 \rightarrow F' = 3,\ M' = 3$. Cette dernière étant la transition la plus probable, l'intensité de saturation est plus élevée pour les autres transitions. Pour le paramètre a, la différence est moindre. En effet, expérimentalement on trouve quel que soit δ, $a = 0.3$, contre $a = 0.23$ théoriquement.

En conclusion, ce modèle de capture permet de comprendre quantitativement comment varie l'efficacité du guidage d'atomes froids dans des modes de Laguerre-Gauss LG_0^l quasi-purs en fonction du désaccord δ et de l'ordre l du Laguerre-Gauss.

4.5 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons présenté une expérience de guidage d'atomes froids dans un mode de Laguerre-Gauss quasi-pur LG_0^l. La force utilisée pour guider les atomes est la force dipolaire et le laser employé est un laser titane-saphir désaccordé vers le bleu de la transition. Après avoir exposé les caractéristiques du piège magnéto-optique utilisé, nous avons détaillé les différentes étapes nécessaires à la réalisation de l'expérience. Elles sont au nombre de six : le chargement du piège magnéto-optique, la réalisation d'un piège magnéto-optique à -10Γ puis d'une mélasse, le préchargement des atomes dans le Laguerre-Gauss, la chute guidée des atomes et enfin la détection permettant de

déterminer le nombre d'atomes guidés et le nombre d'atomes non guidés. Au préalable de toutes expériences, nous avons démontré l'importance d'une procédure de centrage précise du faisceau Laguerre-Gauss sur le nuage d'atomes.

Dans cette expérience, nous avons donc étudié l'efficacité du guidage d'un nuage d'atomes froids de taille 300 μm et de température 20 μK à l'intérieur d'un mode de Laguerre-Gauss LG_0^l. Le comportement de l'efficacité du guidage en fonction de l'ordre l du Laguerre-Gauss et du désaccord du laser titane-saphir δ a été examiné de manière quantitative. Celui-ci est en accord avec les variations de l'efficacité attendues. En effet, nous avons observé que l'efficacité du guidage augmentait quand on augmentait les barrières de potentiel en diminuant δ. Nous avons aussi remarqué qu'elle augmentait avec la taille du guide imposée par l'ordre l du Laguerre-Gauss. Pour parvenir à visualiser un signal de guidage, il nous a d'ailleurs été nécessaire d'augmenter le diamètre du Laguerre-Gauss en introduisant une lentille de 5 m dans l'hologramme. Cependant nous avons observé une saturation de l'efficacité de guidage pour $l \geq 8$. Cette dernière a été attribuée à l'efficacité de diffraction du SLM qui diminue quand l augmente. Afin de justifier les analyses faites à partir des résultats expérimentaux, nous avons développé un modèle qui calcule le taux de capture des atomes par le guide en fonction des recouvrements spatial et énergétique. Les résultats de ce modèle confirment les résultats expérimentaux.

Cette expérience valide donc la formation de pièges dipolaires à l'aide d'un SLM. Elle confirme aussi l'intérêt de façonner des lasers par holographie pour générer des modes de Laguerre-Gauss et l'avantage de créer des potentiels creux pour faire des expériences avec des atomes froids. Il devient maintenant possible d'envisager la création par holographie de potentiels creux de formes originales pour effectuer des expériences avec des atomes froids plus complexes.

Chapitre 5

Génération de Laguerre-Gauss à géométrie modifiée

5.1 Problématique

Le but de ce chapitre est de former d'autres potentiels noirs en leur centre, de forme arbitraire, en vue de futures expériences sur des atomes froids. En effet, nous avons vu dans les précédents chapitres, que piéger des atomes dans des zones sombres avait l'avantage de limiter les pertes par émission spontanée. Il est donc intéressant de chercher à fabriquer d'autres potentiels creux de géométrie non circulaire (stades, polygones, Laguerre-Gauss avec une ouverture sur la circonférence ...) afin de créer d'autres pièges dont les pertes seront limitées. Comme nous l'avons vu avec la génération de modes de Laguerre-Gauss, cela nécessite de façonner le laser, à l'origine de profil gaussien, en un profil noir au centre. La méthode holographique est donc appropriée à condition de connaître l'hologramme à afficher pour obtenir la figure de diffraction souhaitée. Pour déterminer l'hologramme, il existe plusieurs méthodes. La première est une méthode numérique (voir paragraphe 5.2) qui utilise des algorithmes pour calculer un bon hologramme. Cette méthode peut sembler avantageuse car elle peut s'appliquer à la fabrication de tous types de figures et donc, pas uniquement, aux potentiels creux. Cependant, elle est difficilement utilisable expérimentalement.

Une autre méthode consiste à chercher l'hologramme analytique permettant, après diffraction, d'obtenir la figure de diffraction la plus proche de celle voulue. On peut, par exemple, apporter des perturbations à l'hologramme en hélice afin de fabriquer d'autres potentiels ne possédant plus de symétrie cylindrique mais ayant toujours un centre noir. C'est cette méthode que nous avons choisie. La difficulté est donc de trouver la bonne perturbation à appliquer à l'hologramme pour obtenir le potentiel voulu. Une solution empirique, introduite par Grier [24], existe déjà (voir paragraphe 5.3.1). Nous sommes partis de cette solution connue que nous avons tout d'abord démontrée. Nous l'avons ensuite généralisée en développant un modèle qui permet de connaître le champ diffracté sans être contraint de calculer la transformée de Fourier pour chaque hologramme. De

plus, nous nous sommes aussi intéressés à l'utilisation de la décomposition sur les modes de Laguerre-Gauss introduite dans le chapitre 3. Cette décomposition offre une grande souplesse et permet de savoir rapidement la figure de diffraction observée en n'importe quel plan et donc d'en déduire l'hologramme à appliquer(voir paragraphe 5.3.2).

Nous verrons, dans ce chapitre, comment nous avons modifié l'hologramme pour former des polygones creux (voir paragraphe 5.4) ou encore comment nous avons introduit une ouverture, de taille contrôlable, sur la circonférence d'un Laguerre-Gauss (voir paragraphe 5.5).

5.2 Approche numérique

Pour fabriquer des potentiels à la carte, il faut pouvoir trouver l'hologramme à appliquer sur le SLM qui permet de transformer le profil gaussie $I(r)$ d'un laser, en $I'(r)$ profil souhaité (voir figure 5.1). Ceci peut paraître trivial puisque le champ E_f, dans le plan focal d'une lentille convergente n'est rien d'autre que la transformée de Fourier du champ E_i, transformé par le SLM. A l'inverse, le champ E_i est la transformée de Fourier inverse du champ E_f. On pourraît donc penser que, pour trouver l'hologramme à appliquer sur le SLM, il suffit de faire la transformée de Fourier inverse du champ E'_r souhaité.

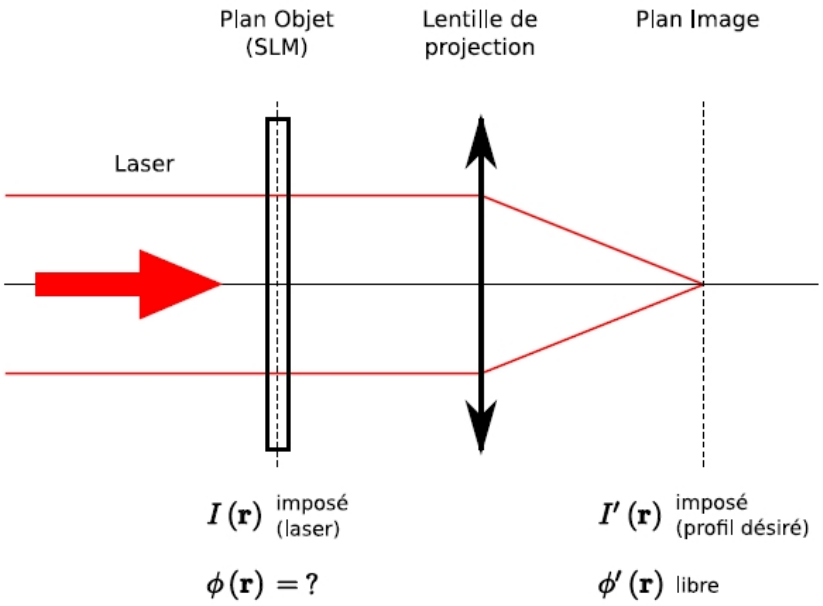

Figure 5.1 – *Schéma présentant le principe général du calcul d'hologramme de phase connaissant le profil d'intensité initial du laser $I(r)$ et l'intensité désirée dans le plan focal $I'(r)$. Reproduit de [60]*

On rappelle que chaque champ est composé d'une phase et d'une amplitude. La solution présentée ci-dessus ne fonctionne donc que si on peut agir librement sur la phase

et l'amplitude du champ initial E_r. En pratique, elle ne peut donc pas fonctionner avec le SLM Hamamatsu présenté dans la section 2.2.1. En effet, on rappelle que ce SLM est un SLM de phase qui modifie uniquement la phase d'un champ lumineux et non son amplitude.

Le problème est donc le suivant : on connaît l'intensité $I(r)$ dans le plan du SLM (imposée par le laser) ainsi que l'intensité dans le plan focal $I'(r)$ (celle que l'on désire). On cherche l'hologramme de phase $\varphi(r)$ tandis que la phase $\varphi'(r)$ dans le plan focal, n'intervenant pas dans le calcul du potentiel à appliquer aux atomes, peut être choisie arbitrairement (voir figure 5.1). La solution de ce problème n'étant pas simple, il faut avoir recours à des algorithmes numériques pour le résoudre. Il existe différents algorithmes qui permettent de résoudre ce problème. Parmi les plus connus, il y a l'algorithme de Gerchberg-Saxton et l'algorithme de recherche directe. Ces deux algorithmes ont été largement étudiés dans notre groupe par M. Mestre [60]. Nous allons rapidement les décrire avant de présenter les avantages et les inconvénients de chaque algorithme.

5.2.1 Algorithme de Gerchberg-Saxton

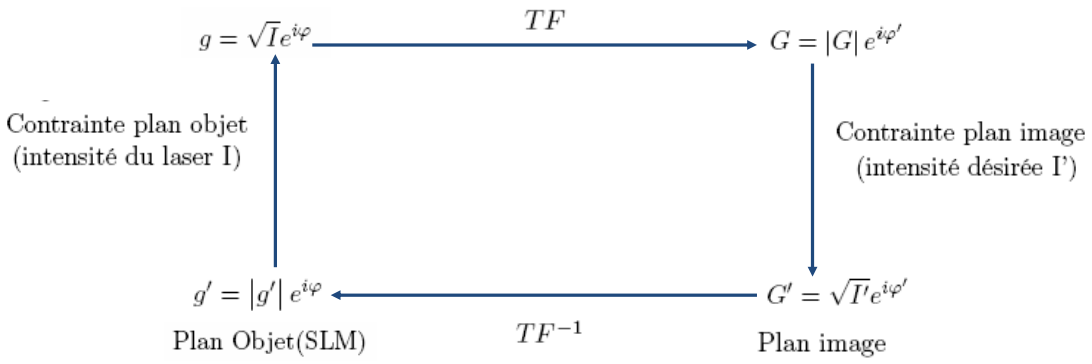

Figure 5.2 – *Algorithme de Gerchberg-Saxton pour une itération*

L'algorithme de Gerchberg-Saxton est un algorithme itératif qui permet de calculer la phase dans un plan donné connaissant l'intensité dans ce même plan et l'intensité dans le plan de Fourier. Cet algorithme est donc parfaitement applicable à notre problème.

Après avoir initialisé la phase sur le SLM avec un hologramme aléatoire $\varphi_0(r)$, le champ sur le SLM devient $g_0(r) = \sqrt{I(r)} \times exp(i\varphi_0(r))$. Pour obtenir l'hologramme à afficher, on procède par itérations successives en effectuant des allers-retours entre le plan objet et le plan image de la façon suivante (voir figure 5.2) :

1) On calcule la transformée de Fourier du champ sur le SLM, g_k pour obtenir le champ diffracté :

$$G_k = |G_k|\, exp(i\varphi'_k) = TF[g_k] \tag{5.1}$$

2) Dans le plan focal, l'intensité étant imposée par le profil d'intensité $I'(r)$ souhaité,

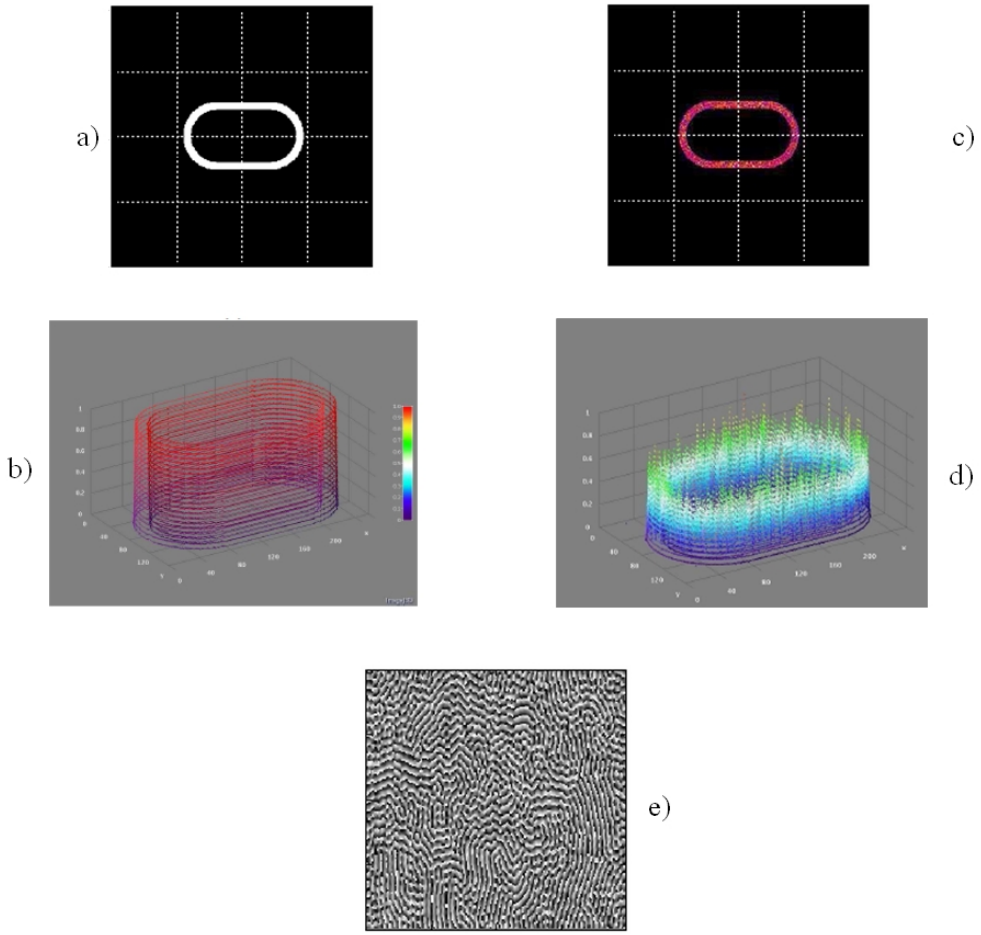

FIGURE 5.3 – *Résultats de l'algorithme de Gerchberg-Saxton pour un stade à paroi gaussienne (1000 itérations) : a) Intensité désirée dans le plan image. b) Profil d'intensité correspondant à l'image a). c)Intensité diffractée simulée dans le plan image à la fin de l'algorithme. d) Profil d'intensité correspondant à l'image c). e)Hologramme de phase calculé. Reproduit de [60]*

on remplace $|G_k|$ par $\sqrt{I'}$:

$$G'_k = \sqrt{I'} exp(i\varphi'_k) \tag{5.2}$$

3) Pour obtenir l'hologramme, il suffit de faire la transformée de Fourier inverse de G'_k :

$$g'_k = TF^{-1}[G'_k] = \left|g'_k\right| exp(i\varphi_{k+1}) \tag{5.3}$$

4) L'intensité au niveau du SLM étant imposée par le laser titane-saphir, on remplace $|g'_k|$ par $\sqrt{I}$:

$$g'_{k+1} = \sqrt{I} exp(i\varphi_{k+1}) \tag{5.4}$$

Puis on réitère la procédure de l'étape 1 à l'étape 4 avec le champ g'_{k+1}. L'hologramme à afficher est donc φ_n et le profil d'intensité obtenu $|G_n|^2$, où n représente le nombre d'itérations. Pour chaque itération k, on compare l'intensité voulue $I'(r)$ à l'intensité

calculée $|G_k|^2$. On stoppe le calcul au bout de n itérations. La diminution de la différence entre la figure de diffraction calculée et la figure de diffraction voulue est alors inférieure à 0.1 % pour deux itérations successives. Pour l'exemple du stade présenté dans la figure 5.3, n est égal à 100 . En effet, au delà de 100 itérations, il n'y a plus d'amélioration notable sur la figure de diffraction calculée.

Cet algorithme a l'avantage de converger rapidement (quelques minutes avec un programme réalisé en langage C sur un PC récent pour quelques centaines d'itérations). Il reproduit très bien les contours du profil d'intensité souhaité. Par contre, le profil d'intensité obtenu est bruité (voir par exemple les calculs effectués par M. Mestre sur la figure 5.3). Il est donc bien adapté pour des expériences où l'on souhaite, par exemple, répartir la lumière sur une mire de points mais absolument pas pour des expériences où le profil d'intensité est important comme c'est le cas des expériences sur les atomes froids.

5.2.2 Algorithme de recherche directe

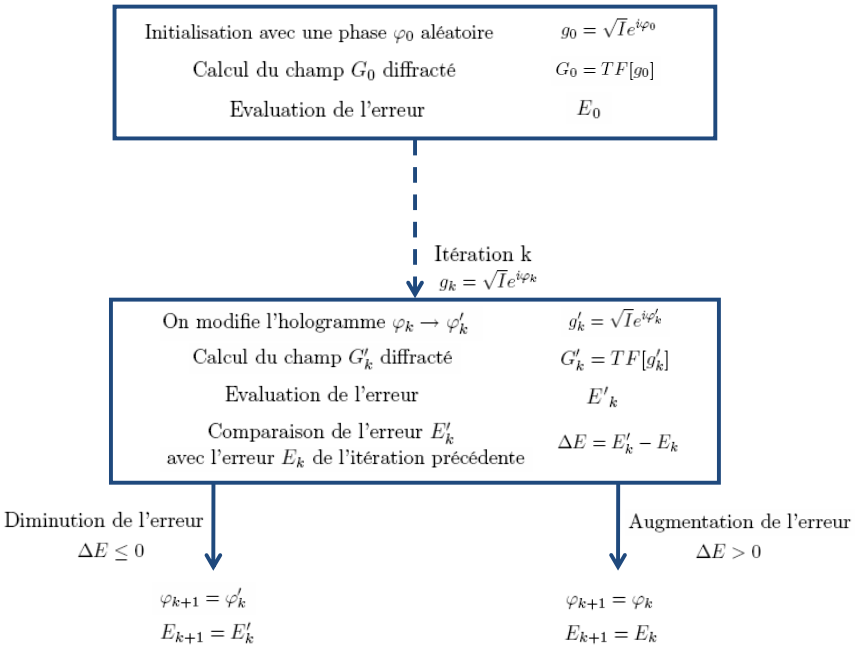

FIGURE 5.4 – *Algorithme de recherche directe : le premier cadre correspond à la phase d'inititalisation et le reste de la figure à l'itération k.*

L'algorithme de recherche directe, présenté ci-dessous, repose sur le principe d'évaluation, à chaque itération, de la qualité de la figure de diffraction obtenue par rapport à la figure de diffraction souhaitée. En effet, après avoir initialisé l'hologramme par un hologramme aléatoire, φ_0, on calcule le champ G_0 diffracté en effectuant la transformée

de Fourier du champ sur le SLM ($G_0 = TF[\sqrt{I}exp(i\varphi_0)]$). Puis on compare la figure de diffraction obtenue à la figure de diffraction souhaitée en calculant l'erreur E_k pour $k = 0$:

$$E_k = \sqrt{\sum_{x,y} \left| I_{voulue}(x,y) - |G_k|^2 \right|^2} \tag{5.5}$$

Cette première étape constitue la phase d'initialisation de l'algorithme. Pour l'itération

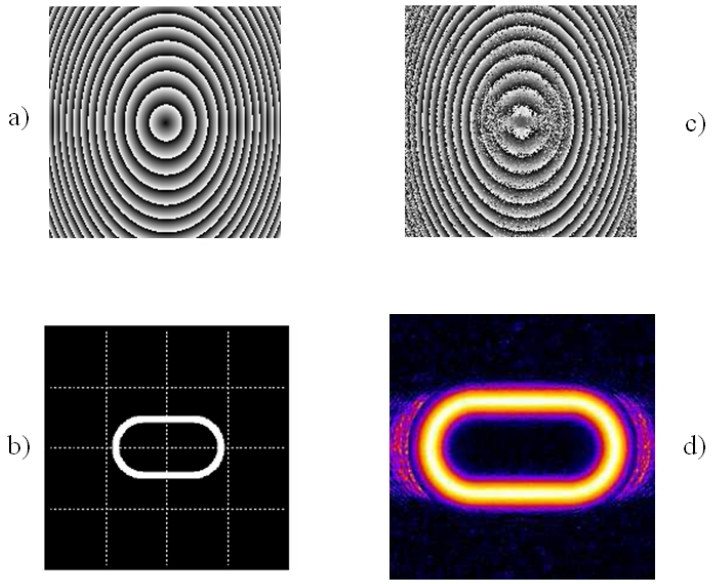

FIGURE 5.5 – *Résultats de l'algorithme de recherche directe obtenu par M. Mestre [60] pour le stade gaussien (b) : a) Hologramme initial composé d'hologrammes basiques (lentilles, réseaux blazés) c)Hologramme final obtenu d)Figure de diffraction finale simulée (zoom)*

k, on part d'un champ $g_k = \sqrt{I}exp(i\varphi_k)$ sur le SLM avec une erreur E_k. Après avoir effectué une petite modification sur l'hologramme, on obtient un nouvel hologramme φ'_k. Le nouveau champ diffracté est donc $G'_k = TF[\sqrt{I}exp(i\varphi'_k)]$. On évalue, de nouveau, l'erreur E'_k en comparant la nouvelle figure de diffraction obtenue à celle souhaitée.

Si l'erreur E'_k est inférieure à l'erreur de l'itération précédente E_k, cela signifie que les changements dans l'hologramme ont amélioré la convergence de l'algorithme vers la figure de diffraction souhaitée. On les conserve donc dans l'hologramme ($\varphi_{k+1} = \varphi'_k$) ainsi que la valeur de l'erreur $E_{k+1} = E'_k$ pour l'itération $k + 1$. Dans le cas contraire, le changement dans l'hologramme n'ayant pas amélioré la convergence, on repart de l'hologramme φ_k et de l'erreur E_k pour l'itération $k + 1$.

Cet algorithme, plus complexe que celui de Gerchberg-Saxton, est en réalité très souple puisque l'utilisateur peut choisir l'hologramme initial, ou encore comment les modifications sont faites d'une itération à l'autre et sur quels pixels elles agissent. M.

Mestre montra aussi que suivant la fonction d'erreur choisie, il était théoriquement possible d'améliorer significativement la figure de diffraction finale obtenue de façon à obtenir des profils d'intensité lisses comme ceux nécessaires dans une expérience d'atomes froids [60] (voir figure 5.5). Cet algorithme met néanmoins beaucoup plus de temps à converger que l'algorithme précédent (5×10^5 itérations contre 10^3 pour l'algorithme de Gerchberg-Saxton).

5.2.3 Conclusion sur les algorithmes

L'algorithme de recherche directe permet, théoriquement, de fabriquer des potentiels creux et lisses pour les atomes froids ce que l'on ne peut pas faire avec l'algorithme de Gerchberg-Saxton. M.Mestre tenta de faire la validation expérimentale et s'aperçut que la figure de diffraction obtenue n'était pas lisse comme attendue. En effet, la réponse en phase du SLM semble bien différente par rapport à l'hologramme qu'on affiche. Ceci est probablement dû au bruit de reconstruction. En effet, les hologrammes fabriqués à l'aide de l'algorithme de recherche directe possèdent encore des variations de phase trop brutales pour le SLM.

Au contraire, nous n'avons pas observé ce phénomène lorsque nous avons utilisé des hologrammes analytiques, tels des réseaux blazés ou des LGs : les profils obtenus étaient lisses (voir section 3.1). Dans le cas d'hologrammes analytiques, la phase est continue et il n'y a pas de saut brusque de la phase dans l'hologramme. C'est pourquoi, une autre approche pour fabriquer des potentiels creux et lisses est de repartir d'hologrammes analytiques et de les déformer. Nous allons présenter cette méthode dans la section suivante.

5.3 Génération de modes Laguerre-Gauss déformés

5.3.1 Modification de l'hologramme en hélice

Une autre méthode pour fabriquer des potentiels creux de forme arbitraire est d'ajouter une perturbation $\varphi_{ad}(r, \theta)$ à un hologramme en hélice $e^{il\theta}$. En choisissant correctement cette perturbation, nous allons montrer qu'il est possible de fabriquer des potentiels avec un centre bien noir et qui ne possèdent plus la symétrie cylindrique des Laguerre-Gauss. Idéalement on aimerait pouvoir déterminer la modification analytique $\varphi_{ad}(r, \theta)$ à appliquer à un hologramme en hélice pour obtenir la figure de diffraction souhaitée. Nous sommes partis de la solution empirique proposée par Curtis et Grier [24]. Après avoir démontré expérimentalement que pour des valeurs de l élevées, le rayon d'un Laguerre-Gauss variait linéairement avec l [82] [25] :

$$R = A + Bl \tag{5.6}$$

où A et B sont des constantes. Ils généralisèrent ce résultat à tous types de phases. En effet, pour un Laguerre-Gauss, on a $\varphi = l\theta$. On peut donc réécrire l'équation 5.6 sous la forme :

$$R = A + B\frac{d\varphi}{d\theta} \tag{5.7}$$

Cette relation laisse présupposer que la forme de la figure de diffraction est dominée par la quantité $\frac{d\varphi}{d\theta}$. Grier vérifia expérimentalement cette équation [24]. Il en conclut que la forme du potentiel était directement donnée par la dérivée de la phase par rapport à θ, $\frac{d\varphi}{d\theta}$. Autrement dit, pour modifier à volonté la forme du potentiel, il suffit d'ajouter une modification $\varphi_{ad}(\theta)$, fonction uniquement de θ. La phase à appliquer sur le SLM est donc :

$$\varphi(\theta) = l\theta + \varphi_{ad}(\theta) \tag{5.8}$$

Des exemples d'hologrammes et leurs figures de diffraction sont présentées sur la figure 5.6. Ces hologrammes sont bien des fonctions uniquement de θ. Ainsi une perturbation sinusoïdale permet de fabriquer des polygones et une perturbation en tangente des Laguerre-Gauss dits ouverts car possédant une ouverture sur la circonférence. Nous détaillerons dans les paragraphes 5.4 et 5.5 le comportement de chaque figure de diffraction en fonction des paramètres intervenant dans les perturbations $\varphi_{ad}(\theta)$.

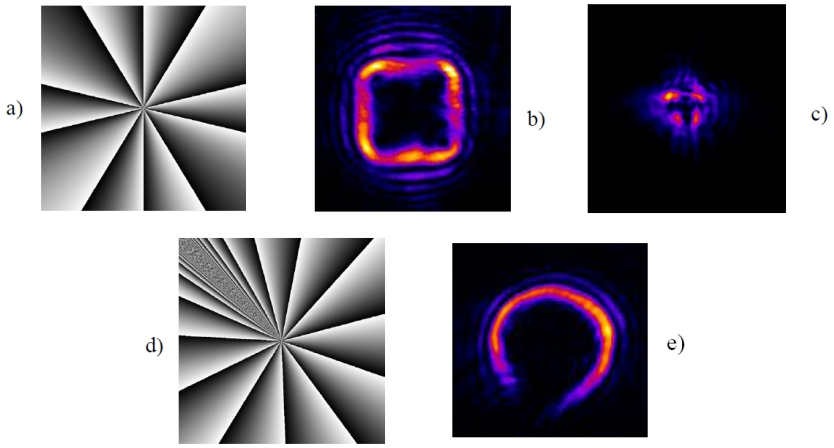

Figure 5.6 – *Exemples d'hologrammes de Laguerre-Gauss déformés et leurs figures de diffraction correspondantes : a) $\varphi = 10\theta + sin(4\theta)$ b) Carré correspondant à l'hologramme a) à 6 cm du point focal. c)Croix correspondant à l'hologramme a) au point focal. d) $\varphi = 10\theta + tan(\theta/2 + \frac{3\pi}{8})$. e) Laguerre-Gauss ouvert correspondant à l'hologramme d). Les fonctions ajoutées sont bien des fonctions de la seule variable θ.*

5.3.2 Calcul de la figure de diffraction

Dans le but de pouvoir vérifier la formule empirique établie par Grier, nous avons calculé le champ diffracté par différentes méthodes. Nous comparerons le résultat de ces différentes méthodes avec le résultat expérimental obtenu pour $\varphi(\theta) = 10\theta + sin(4\theta)$.

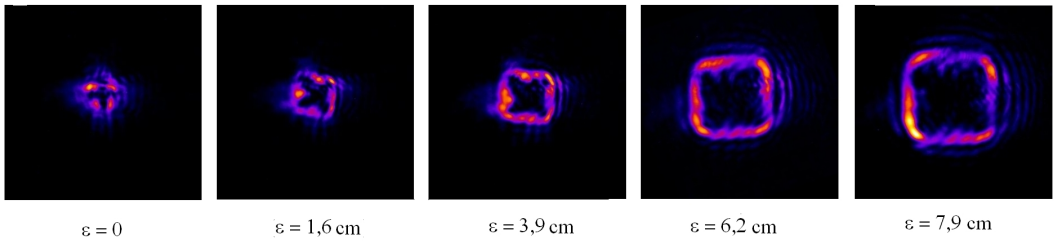

FIGURE 5.7 – *Modification au cours de la propagation de la croix observée dans le plan focal de la lentille de projection. Ici le SLM est adressé avec l'hologramme de la figure 5.6a). Cette croix devient un carré à ≈ 1.6 cm du plan focal. Dans cette figure, ϵ représente la distance d'observation par rapport au plan focal de la lentille de projection.*

La forme du potentiel obtenu dans ce cas est une croix au foyer qui se transforme en carré au cours de la propagation (voir figure 5.7).

Diffraction de Fraunhofer

La première méthode est de calculer le résultat de la diffraction de Fraunhofer d'un champ E_S, correspondant au champ après réflexion sur le SLM :

$$E_S(\rho,\theta) = e^{-\frac{\rho^2}{w^2}} e^{il\theta} e^{i\varphi_{ad}(\theta)} \tag{5.9}$$

On rappelle que la diffraction au point (X,Y) du plan d'observation due au champ E_S(x,y) après réflexion sur le SLM est donnée par

$$E'(X,Y) = \int\int E_S(x,y) exp[-i\frac{2\pi}{\lambda D}(xX+yY) - \frac{1}{2}(\frac{1}{D_p} - \frac{1}{D})(x^2+y^2)]dxdy \tag{5.10}$$

où D est la distance entre le plan du SLM et le plan d'observation et D_p est la distance du point (x,y) au point d'observation (X,Y). Dans le cas de la diffraction à l'infini, D est grande devant les dimensions transverses de l'hologramme et du plan d'observation, D_p est donc proche de D ce qui annule le deuxième terme de l'exponentielle. On retrouve l'expression de la diffraction de Fraunhofer qui n'est rien d'autre que la transformée de Fourier du champ sur le SLM :

$$E'(X,Y) = \int\int E_S(x,y) exp\left[-i\frac{2\pi}{\lambda D}(xX+yY)\right] dxdy \tag{5.11}$$

Cette première méthode est simple. Elle est bien adaptée aux calculs numériques car les transformées de Fourier sont des procédures standards. Cette méthode n'utilise pas les symétries du problème et gomme cet aspect intéressant. C'est pourquoi nous allons réécrire l'équation 5.11 en coordonnées cylindriques .

Champ diffracté exprimé en coordonnées cylindriques

Dans notre problème, l'hologramme appliqué ne dépend que de θ, le champ incident que de ρ. Les coordonnées cylindriques s'imposent. On pose (voir figure 5.8) :

$$x = \rho cos\theta$$
$$y = \rho sin\theta$$
$$X = Rcos\chi$$
$$Y = Rsin\chi$$

alors $xX + yY = \rho R(cos\theta cos\chi + sin\theta sin\chi) = \rho Rcos(\theta - \chi)$.

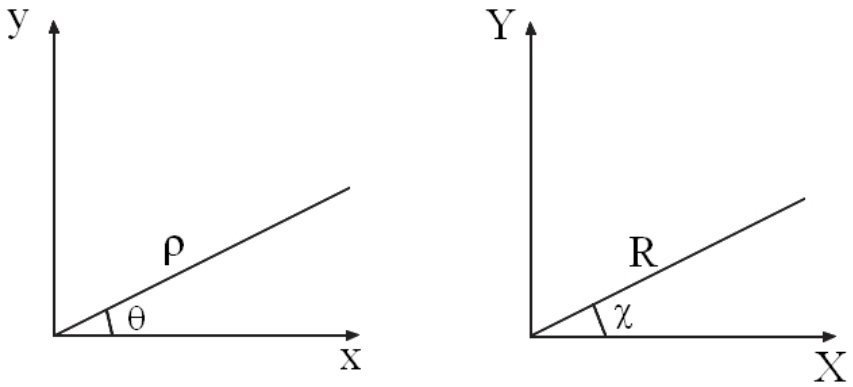

FIGURE 5.8 – *Définition des systèmes de coordonnées : à gauche, sur le SLM, à droite, au point d'observation.*

L'équation 5.11 se réécrit en utilisant l'équation 5.9 :

$$E'(R,\chi) = \int_0^\infty \int_0^{2\pi} E_S(\rho,\theta) exp\left[-i\frac{2\pi}{\lambda D}\rho Rcos(\theta-\chi)\right] \rho d\rho d\theta \tag{5.12}$$

$$E'(R,\chi) = \int_0^\infty \int_0^{2\pi} e^{-\frac{\rho^2}{w^2}} e^{il\theta} e^{i\varphi_{ad}(\theta)} exp\left[-i\frac{2\pi}{\lambda D}\rho Rcos(\theta-\chi)\right] \rho d\rho d\theta \tag{5.13}$$

Dans notre expérience, les dimensions du faisceau gaussien ($w = 4.2$ mm) sont bien inférieures à la taille de notre SLM (carré de 2 cm). Il est donc légitime d'effectuer l'intégration radialement jusqu'à l'infini. La symétrie de révolution du problème permet de séparer l'intégrale radiale $I(\theta)$ de l'intégrale angulaire :

$$I(\theta) = \frac{1}{w^2}\int_0^\infty e^{-\frac{\rho^2}{w^2}} exp\left[-i\frac{2\pi}{\lambda D}\rho Rcos(\theta-\chi)\right] \rho d\rho \tag{5.14}$$

Après avoir effectué le changement de variable $r = \rho/w, I(\theta)$ se réécrit :

$$I(\theta) = \int_0^\infty e^{-r^2} exp\left[-i\frac{2\pi}{\lambda D} wrRcos(\theta-\chi)\right] r dr \tag{5.15}$$

et peut être calculé en utilisant le logiciel *Mathematica* :

$$I(u) = \frac{1}{2} - \frac{1}{4} u e^{-\frac{u^2}{4}} \sqrt{\pi}(-i + Erfi(\frac{u}{2})) \tag{5.16}$$

avec $u = \frac{2\pi w}{\lambda D} R cos(\theta - \chi)$ et $Erfi(z) = \frac{erf(iz)}{i} = \frac{1}{i}\frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^{iz} e^{-x^2} dx$ réelle si z est réel.

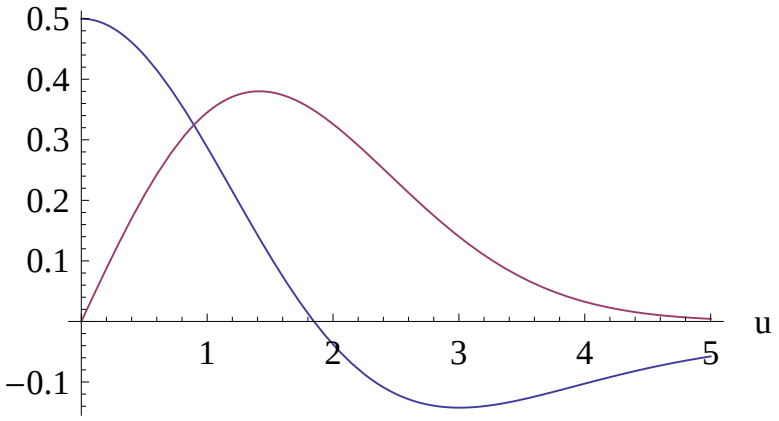

FIGURE 5.9 – *Partie réelle (en bleu) et imaginaire (en violet) de $I(u)$*

$I(u)$ étant complexe, on peut la décomposer suivant ses parties réelles et imaginaires (voir figure 5.9) :

$$I_R(u) = \frac{1}{2} - \frac{1}{4} u e^{-\frac{u^2}{4}} \sqrt{\pi} Erfi(\frac{u}{2}) \tag{5.17}$$

$$I_I(u) = \frac{1}{4} u e^{-\frac{u^2}{4}} \sqrt{\pi} \tag{5.18}$$

L'expression du champ diffracté $E'(R, \chi)$, devient :

$$E'(R, \chi) = w^2 \int_0^{2\pi} e^{il\theta} e^{i\varphi_{ad}(\theta)} \times I \left[\frac{2\pi w}{\lambda D} R cos(\theta - \chi) \right] d\theta \tag{5.19}$$

Le calcul du champ diffracté en coordonnées cylindriques donné par l'équation 5.19 permet de retrouver la figure de diffraction expérimentale observée au foyer de la lentille de projection L_3 (voir figure 5.10) . En effet, le champ diffracté ici est le résultat de la diffraction de Fraunhofer. Par conséquent, il s'agit du champ diffracté à l'infini ramené dans le plan focal de la lentille de projection. Il est donc tout à fait normal que le résultat de cette méthode soit la croix observée dans le plan focal. Cette méthode ne permet pas de calculer la figure de diffraction à 6 cm pour la comparer au carré expérimental (dans ce cas, il est nécessaire d'utiliser la diffraction de Fresnel).

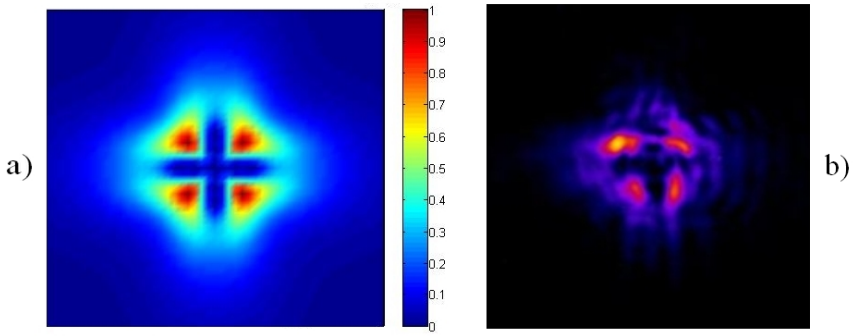

FIGURE 5.10 – *a) Résultat théorique donné par la transformée de Fourier en coordonnées cylindriques (équation 5.19). b) Figure de diffraction expérimentale observée au foyer de la lentille de projection.*

Equation polaire du Laguerre-Gauss modifié

A partir de l'équation 5.19, nous allons établir l'équation polaire du Laguerre-Gauss modifié et vérifier le résultat de Grier (équation 5.7). Le champ $E'(R,\chi)$, donné par 5.19, s'exprime uniquement sous la forme d'une intégrale finie de la variable angulaire θ. Grâce au terme $e^{il\theta}$, on peut intégrer par parties :

$$E'(R,\chi) = \left[\frac{w^2}{il}e^{il\theta}e^{i\varphi_{ad}(\theta)}I\left[u\right]\right]_0^{2\pi} - \int_0^{2\pi}\frac{w^2}{il}e^{il\theta}e^{i\varphi_{ad}(\theta)}\left(i\varphi'_{ad}(\theta)I\left[u\right] + I'\left[u\right]\frac{du}{d\theta}\right)d\theta \tag{5.20}$$

$\varphi(\theta)$ étant périodique de période 2π, le premier terme de l'expression ci-dessus est nul :

$$E'(R,\chi) = -\int_0^{2\pi}\frac{w^2}{il}e^{il\theta}e^{i\varphi_{ad}(\theta)}\left(i\varphi'_{ad}(\theta)I\left[u\right] + I'\left[u\right]\frac{du}{d\theta}\right)d\theta \tag{5.21}$$

Si on compare l'équation 5.19 et l'équation 5.21, on obtient la solution triviale :

$$I\left[u\right] = -\frac{1}{il}\left(i\varphi'_{ad}(\theta)I\left[u\right] + I'\left[u\right]\frac{du}{d\theta}\right) \tag{5.22}$$

On peut alors, en séparant les parties réelles et imaginaires, obtenir un système de deux équations :

$$\begin{cases} \left(l+\varphi'(\theta)\right)I_R(u) & -\frac{du}{d\theta}I'_I(u) = 0 \\ \\ \left(l+\varphi'(\theta)\right)I_I(u) & -\frac{du}{d\theta}I'_R(u) = 0 \end{cases} \tag{5.23}$$

Ce système n'a de solution que pour $u = 0$ c'est à dire $\chi = \theta \pm \frac{\pi}{2}$. Or $I_R(0) = \frac{1}{2}$, $I'_I(0) = \sqrt{\frac{\pi}{4}}$, $I_I(0) = I'_R(0) = 0$ et $\frac{du}{d\theta}\left(u=0\right) = \pm\frac{2\pi wR}{\lambda D}$. La première équation du système ci-dessus donne

$$R = \pm\frac{\lambda D}{w\pi^{\frac{3}{2}}}\left(l + \varphi'_{ad}(\chi \pm \frac{\pi}{2})\right) \tag{5.24}$$

La quantité $\left(l + \varphi'_{ad}(\chi \pm \frac{\pi}{2})\right)$ n'est rien d'autre que la dérivée de la phase totale $\varphi(\theta)$ par rapport à θ prise au point $\chi \pm \frac{\pi}{2}$. On peut écrire :

$$R = \pm \frac{\lambda D}{w\pi^{\frac{3}{2}}} \varphi'(\chi \pm \frac{\pi}{2}) \tag{5.25}$$

Ainsi, quelle que soit la phase $\varphi_{ad}(\theta)$, le rayon, R, est proportionnel à $\varphi'(\chi \pm \frac{\pi}{2})$. Ce modèle vient donc confirmer le résultat de Grier pour toutes les phases $\varphi(\theta)$ et indique notamment que les perturbations de la phase introduites en $\theta = \theta_0$ sur l'hologramme ont une influence sur la figure de diffraction en $\chi = \theta_0 \pm \frac{\pi}{2}$.

Le résultat de l'équation 5.25 pour la phase $\varphi(\theta) = 10\theta + sin(4\theta)$ est donné sur la figure 5.11. On retrouve la croix observée dans le plan focal de la lentille de projection. Pour trouver l'expression 5.25, nous avons utilisé le résultat de la diffraction de Fraunhofer en coordonnées cylindriques que nous avons simplifié dans le but d'obtenir une équation polaire. Tout comme dans le cas de la diffraction de Fraunhofer, on s'attend donc bien à retrouver, par ce calcul, la figure de diffraction observée dans le plan focal. La solution empirique proposée par Grier [24] n'est donc vraie que dans ce plan bien précis et ne permet, en aucun cas, de prédire que l'on observe un carré à 6 cm en aval de ce plan.

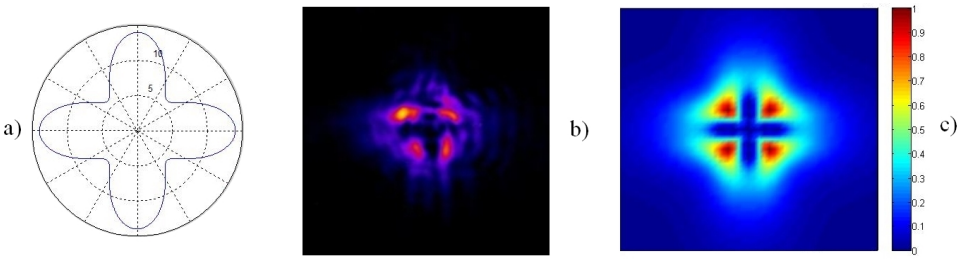

FIGURE 5.11 – *a) Résultat de l'équation polaire 5.25 pour la phase $\varphi(\theta) = 10\theta + sin(4\theta)$. b) Figure de diffraction expérimentale observée au foyer de la lentille de projection. c) Résultat théorique donné par la transformée de Fourier en coordonnées cylindriques (équation 5.19).*

Calcul du champ diffracté en utilisant la décomposition sur la base des LG

Nous allons, dans ce paragraphe, décomposer le champ après réflexion sur le SLM, E_S, donné par l'équation 5.9, sur la base des Laguerre-Gauss. Cette méthode est identique à celle que nous avons employée pour les Laguerre-Gauss quasi-purs dans le paragraphe 3.2. Le champ E_S peut donc s'écrire comme une combinaison linéaire de champs $E_{LG^{l'}_{p'}}$ avec les coefficients $d^{l'}_{p'}$:

$$E_S(\rho, \theta, z_H, w) = \sum_{l'=-\infty}^{+\infty} \sum_{p'=0}^{\infty} d^{l'}_{p'} E_{LG^{l'}_{p'}}(\rho, \theta, z_H, w_{LG}) \tag{5.26}$$

avec $d_{p'}^{l'} = \int\int E_S^*(\theta)(\rho,\theta,z_H,w)E_{LG_{p'}^{l'}}(\rho,\theta,z_H,w_{LG})\rho d\rho d\theta$ et

$E_{LG_{p'}^{l'}}(\rho,\theta,z,w_{LG}) = \frac{\sqrt{\frac{2p'!}{\pi(p'+|l'|)!}}}{w_{LG}(z_H)}\left(\frac{\rho\sqrt{2}}{w_{LG}(z_H)}\right)^{|l'|} L_{p'}^{|l'|}\left(\frac{2\rho^2}{w_{LG}^2(z_H)}\right) e^{-\frac{\rho^2}{w_{LG}^2(z_H)}} e^{\frac{ik\rho^2}{2R_{LG}(z_H)}}$
$e^{-i\varphi_{gLG}(z_H)} e^{il'\theta}$ et où z_H est la position du SLM .

Comme dans le paragraphe 3.2, on intègre radialement jusqu'à l'infini car le waist du laser sur le SLM est bien plus petit que la taille du SLM. On suppose par ailleurs que le waist des modes de Laguerre-Gauss générés, w_{LG}, est lui aussi plus petit que la taille du SLM. Les coefficients $d_{p'}^{l'}$ s'écrivent donc :

$$d_{p'}^{l'} = A\int_0^\infty\int_0^{2\pi} e^{-\frac{\rho^2}{w^2(z_H)}} e^{-il\theta} e^{-i\varphi_{ad}(\theta)} \left(\frac{\rho\sqrt{2}}{w_{LG}(z_H)}\right)^{|l'|} \tag{5.27}$$

$$L_{p'}^{|l'|}\left(\frac{2\rho^2}{w_{LG}^2(z_H)}\right) e^{-\frac{\rho^2}{w_{LG}^2(z_H)}} e^{il'\theta}\rho d\rho d\theta \tag{5.28}$$

avec $A = A(z_H,w,w_{LG}) = \frac{\sqrt{2/\pi}}{w(z_H)} e^{i\varphi_g(z_H)} e^{-\frac{ik\rho^2}{2R(z_H)}} \frac{\sqrt{\frac{2p!}{\pi(p'+|l'|)!}}}{w_{LG}(z_H)} e^{-i\varphi_{gLG}(z_H)} e^{-\frac{ik\rho^2}{2R_{LG}(z_H)}}$.

Le faisceau sur le SLM étant parallèle et ayant un grand waist (4.2 mm), sa longueur de Rayleigh est très grande (71 m) devant les dimensions du système. On peut donc considérer que le SLM est positionné en $z = 0$ et ainsi, décomposer le champ E_S en $z = 0$. Cette hypothèse revient à prendre une phase de Gouy nulle et un rayon de courbure infini au niveau du SLM. L'équation 5.27 se simplifie :

$$d_{p'}^{l'} = A(0,w,w_{LG})\int_0^\infty\int_0^{2\pi} e^{-\frac{\rho^2}{w^2}} e^{-il\theta} e^{-i\varphi_{ad}(\theta)} \left(\frac{\rho\sqrt{2}}{w_{LG}}\right)^{|l'|} L_{p'}^{|l'|}\left(\frac{2\rho^2}{w_{LG}^2}\right) e^{-\frac{\rho^2}{w_{LG}^2}} e^{il'\theta}\rho d\rho d\theta \tag{5.29}$$

avec $A(0,w,w_{LG}) = \frac{\sqrt{2/\pi}}{w}\frac{\sqrt{\frac{2p!}{\pi(p'+|l'|)!}}}{w_{LG}}$. On remarque, de plus, que l'intégrale est séparable en une intégrale radiale et une intégrale angulaire. On obtient l'expression des $d_{p'}^{l'}$ suivante :

$$d_{p'}^{l'} = \frac{4}{w_0 w_{LG}}\sqrt{\frac{p!}{(p'+|l'|)!}}\int_0^\infty e^{-\frac{\rho^2}{w_0^2}}\left(\frac{\rho\sqrt{2}}{w_{LG}}\right)^{|l'|} L_{p'}^{|l'|}\left(\frac{2\rho^2}{w_{LG}^2}\right) e^{-\frac{\rho^2}{w_{LG}^2}}\rho d\rho$$
$$\int_0^{2\pi}\frac{1}{2\pi} e^{il'\theta} e^{-i\varphi_{ad}(\theta)} e^{-il\theta} d\theta \tag{5.30}$$

$$d_{p'}^{l'} = c_{p'}^{l'} \times \int_0^{2\pi}\frac{1}{2\pi} e^{il'\theta} e^{-i\varphi_{ad}(\theta)} e^{-il\theta} d\theta \tag{5.31}$$

$$d_{p'}^{l'} = c_{p'}^{l'} b_{l'} \tag{5.32}$$

Les coefficients $d_{p'}^{l'}$ sont donc le produit des coefficients $c_{p'}^{l'}$, dont nous avons effectué l'étude dans le paragraphe 3.2.1 et d'un coefficient $b_{l'}$, dépendant uniquement de l'indice

l' et dont l'expression est la suivante :

$$b_{l'} = \int_0^{2\pi} \frac{1}{2\pi} e^{il'\theta} e^{-i\varphi_{ad}(\theta)} e^{-il\theta} d\theta \tag{5.33}$$

Contrairement au cas du Laguerre-Gauss quasi-pur, l' peut être différent de l et nous devons considérer la décomposition sur des modes Laguerre-Gauss d'ordres l' différents de l.

Nous avions vu dans le paragraphe 3.2.1 que cette décomposition n'était pas unique et dépendait du rapport $\frac{w_{LG}}{w_0}$. Nous avons choisi pour ce rapport, la valeur $\frac{1}{\sqrt{l+1}}$ car c'est elle qui permet de maximiser les coefficients $c_0^{l'}$ et ainsi de décomposer le champ sur un minimum de modes. On décomposera, dans la suite, le champ sur les modes de Laguerre-Gauss dont les indices l' sont compris entre 0 et 20 et les indices p' entre 0 et 15 (voir figure 5.12).

Nous venons de décomposer le champ au niveau du SLM sur la base des modes de Laguerre-Gauss. Nous avons vu dans le paragraphe 3.3.1 que ces modes sont solutions de l'équation paraxiale. L'intérêt de cette méthode est donc de pouvoir savoir comment les modes créés vont se propager. En particulier, on rappelle que la phase de Gouy d'un mode $LG_{p'}^{l'}$ s'écrit :

$$\varphi_{gLG} = (2p' + l' + 1) arctan\left(\frac{z}{z_{RLG}}\right) \tag{5.34}$$

et donc qu'elle est différente pour chaque composante de la décomposition. Nous allons maintenant faire propager indépendamment chaque composante (pondérée par son coefficient $d_{p'}^{l'}$). L'intensité en une position z donnée est obtenue en faisant interférer les modes Laguerre-Gauss $LG_{p'}^{l'}$. Dans l'expression d'un mode de Laguerre-Gauss $LG_{p'}^{l'}$, trois quantités dépendent de z. Il s'agit de w_{LG}, φ_{gLG} et de R_{LG}, le rayon de courbure. Le waist w_{LG} étant le même pour tous les modes et ne jouant que sur la taille de la figure de diffraction formée, nous négligerons, dans le reste de ce paragraphe, sa variation. En effet, le but ici est de retrouver la forme de la figure de diffraction. Le rayon de courbure est aussi identique pour toutes les composantes et n'étant présent que dans un terme de phase, l'état d'interférences ne dépend pas de sa valeur. Nous le choisirons constant au cours de la propagation. Le paramètre important pour décrire l'état d'interférences au cours de la propagation est donc la phase de Gouy. Le champ à la position z est donné par la relation :

$$E(r,\theta,z) = \sum_{p',l'} e^{-i(2p'+l'+1)arctan\left(\frac{z}{z_{RLG}}\right)} c_{p'}^{l'}\ b_{l'}\ LG_{p'}^{l'}(r,\theta)|_{z=0} \tag{5.35}$$

Dans cette méthode, les modes $LG_{p'}^{l}(r,\theta)$ sont connus. Les coefficients $c_{p'}^{l'}$ ne dépendent pas de l et de $\varphi_{ad}(\theta)$. Ils n'ont donc pas besoin d'être recalculés à chaque nouvelle phase et peuvent être enregistrés et réutilisés pour n'importe quelle phase $\varphi(\theta)$. Les coefficients

$b_{l'}$ ne dépendant que de l'indice l' et de la phase $\varphi(\theta)$ peuvent être calculés rapidement. Quant au terme $e^{-i(2p'+l'+1)arctan\left(\frac{z}{z_{RLG}}\right)}$, il ne dépend pas non plus de φ et peut être préalablement calculé et enregistré dans une matrice de p' lignes et l' colonnes pour chaque position z. Cette méthode est donc souple et offre l'avantage d'être rapide (10 secondes avec le logiciel *Matlab* pour connaître la figure de diffraction à une position z donnée).

Dans la suite nous allons appliquer la relation 5.35 et la comparer à la figure de diffraction expérimentale pour différentes valeurs de z. Comme pour les autres méthodes, l'exemple choisi est celui de la croix se transformant en carré au cours de la propagation et dont la phase s'écrit $\varphi(\theta)) = 10\theta + sin(4\theta)$.

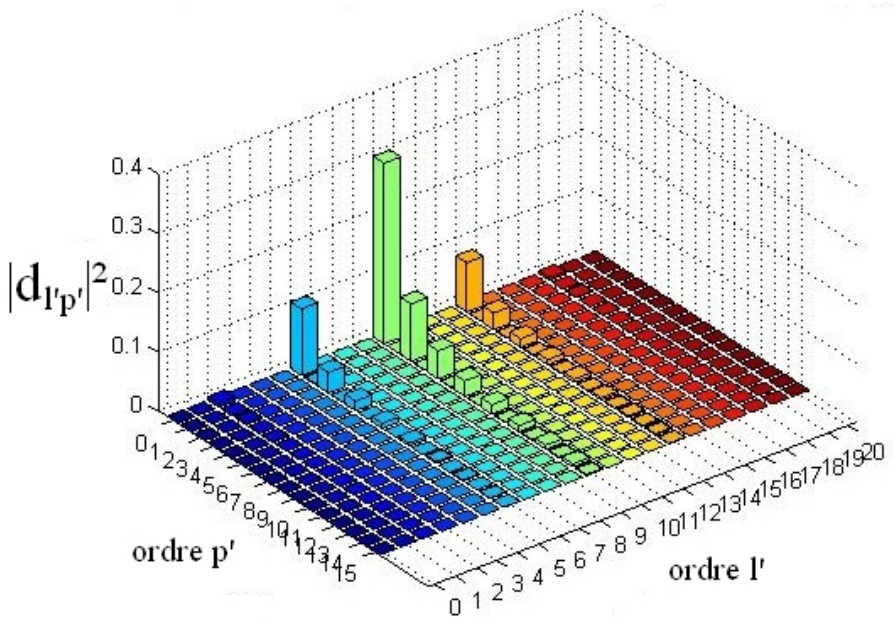

FIGURE 5.12 – *Proportions* $\left|d_{p'}^{l'}\right|^2$ *des modes* $LG_{p'}^{l'}$ *en fonction des indices* p' *et* l' *pour le champ* E_{S2} *avec la phase* $\varphi_{ad}(\theta) = 10\theta + sin(4\theta)$.

Nous avons, tout d'abord, décomposé le champ E_S sur la base des Laguerre-Gauss. On obtient la proportion du mode $LG_{p'}^{l'}$, $\left|d_{p'}^{l'}\right|^2$, pour chaque valeur de p' et l'. Les proportions de chaque mode sont représentées sur la figure 5.12. On remarque que, comme attendu, le mode prédominant est bien le mode LG_0^{10}. En effet, la décroissance observée en fonction de p' est la même que celle présentée dans le chapitre 3 pour les Laguerre-Gauss, puisque seul l'indice $c_{p'}^{l'}$ dépend de p'.

Nous allons donc nous intéresser aux proportions des modes $LG_{p'}^{l'}$ en fonction de l'indice l'. On remarque que seuls certains modes sont présents (voir figure 5.12) et qu'ils correspondent à des valeurs de l' régulièrement espacées (pas de 4). Pour comprendre,

réécrivons l'équation 5.33 :

$$b_{l'} = \int_0^{2\pi} \frac{1}{2\pi} e^{il'\theta} e^{-i\varphi_{ad}(\theta)} e^{-il\theta} d\theta \tag{5.36}$$

$$= \int_0^{2\pi} \frac{1}{2\pi} e^{il'\theta} e^{-isin(4\theta)} e^{-i10\theta} d\theta \tag{5.37}$$

Or le développement en série de Fourier de $e^{-isin(4\theta)}$ est donné par :

$$e^{-isin(4\theta)} = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} J_n(-1) e^{4in\theta} \tag{5.38}$$

L'expression des coefficients $b_{l'}$ se simplifie donc :

$$b_{l'} = \frac{1}{2\pi} \sum_{n=-\infty}^{+\infty} J_n(-1) \int_0^{2\pi} e^{i(10-l'+4n)\theta} d\theta \tag{5.39}$$

$$= \sum_{n=-\infty}^{+\infty} J_n(-1)\delta(10 - l' + 4n) \tag{5.40}$$

On démontre ainsi que seuls les modes tels que $l' = 10 + 4n$ sont présents.

Nous allons maintenant propager ces modes et calculer le champ à une distance z du SLM en utilisant la formule 5.35. Le but étant ici de comparer le modèle à l'expérience, il faut trouver la correspondance entre la position de la caméra et la distance z. On rappelle que le montage utilisé est celui de la configuration 2 (voir paragraphe 2.2.3). La lentille L_4, de focale $f = 300$mm étant placée de telle façon que son grandissement vaille 1, ce montage est équivalent au montage simplifié de la figure 5.13.

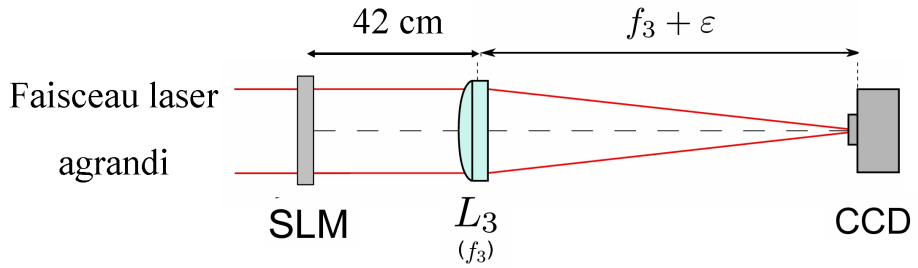

Figure 5.13 – *Schéma simplifié du montage : le SLM est situé à 42 cm de la lentille L_3 de focale $f = 500$ mm, la caméra CCD est positionnée à une distance ϵ du foyer F_3 de la lentille L_3.*

Nous avons vu que la longueur de Rayleigh était très grande devant les dimensions du système. Le faisceau peut donc être considéré parallèle ce qui revient à faire l'approximation géométrique de l'optique. La relation entre la distance z du modèle et la position ϵ de la caméra par rapport au foyer F_3 est donc donnée par la relation de

conjugaison :

$$\frac{1}{z+420}+\frac{1}{f+\epsilon}=\frac{1}{f} \tag{5.41}$$

où 420 mm est la distance SLM-Lentille et $f = 500$ mm est la focale de la lentille L_3.

Nous avons donc calculé, grâce à l'équation 5.41, les distances z ($z = \infty$, $z = 15.7$ m, $z = 8.7$ m, $z = 4.1$ m, $z = 3,2$ m) correspondant respectivement aux positions ϵ expérimentales ($\epsilon = 0$, $\epsilon = 1.6cm$, $\epsilon = 3.9cm$, $\epsilon = 6.2$ cm, $\epsilon = 7.9$ cm). On obtient ainsi les figures de diffraction théoriques pour chaque position ϵ de la caméra (voir figure 5.14). Ces figures de diffraction théoriques sont en accord avec les figures de diffraction expérimentales correspondantes. En particulier, on retrouve bien, comme dans les autres méthodes, la croix observée au foyer. De plus, il devient possible de prédire que la croix se transforme en carré à partir de $\epsilon \approx 1.6cm$. On observe aussi que les maxima d'intensité se trouvent sur les sommets du carré et que les côtés du carré s'amincissent au cours de la propagation. La position des minima d'intensité sur la circonférence du carré est la même théoriquement qu'expérimentalement. Enfin, comme dans le cas du Laguerre-Gauss quasi-purs, la présence d'anneaux secondaires est expliquée par la décomposition suivant des modes de Laguerre-Gauss de valeurs de p différentes.

Cette méthode, en plus d'être simple et rapide, permet donc, contrairement aux autres méthodes (voir paragraphes 5.3.2 et 5.3.2) de connaître la figure de diffraction en tout plan. Les différences observées proviennent du montage optique qui n'est pas idéal : le périscope utilisé induit de l'astigmatisme en plus de celui du laser. On peut aussi prédire théoriquement que le rapport entre le minimum et le maximum d'intensité sur la circonférence du carré vaut au maximum de 50% et que ceci est réalisé pour $1,8cm < \epsilon < 4,1cm$. Cette valeur est faible et il faudra en tenir compte dans les expériences futures sur les atomes froids.

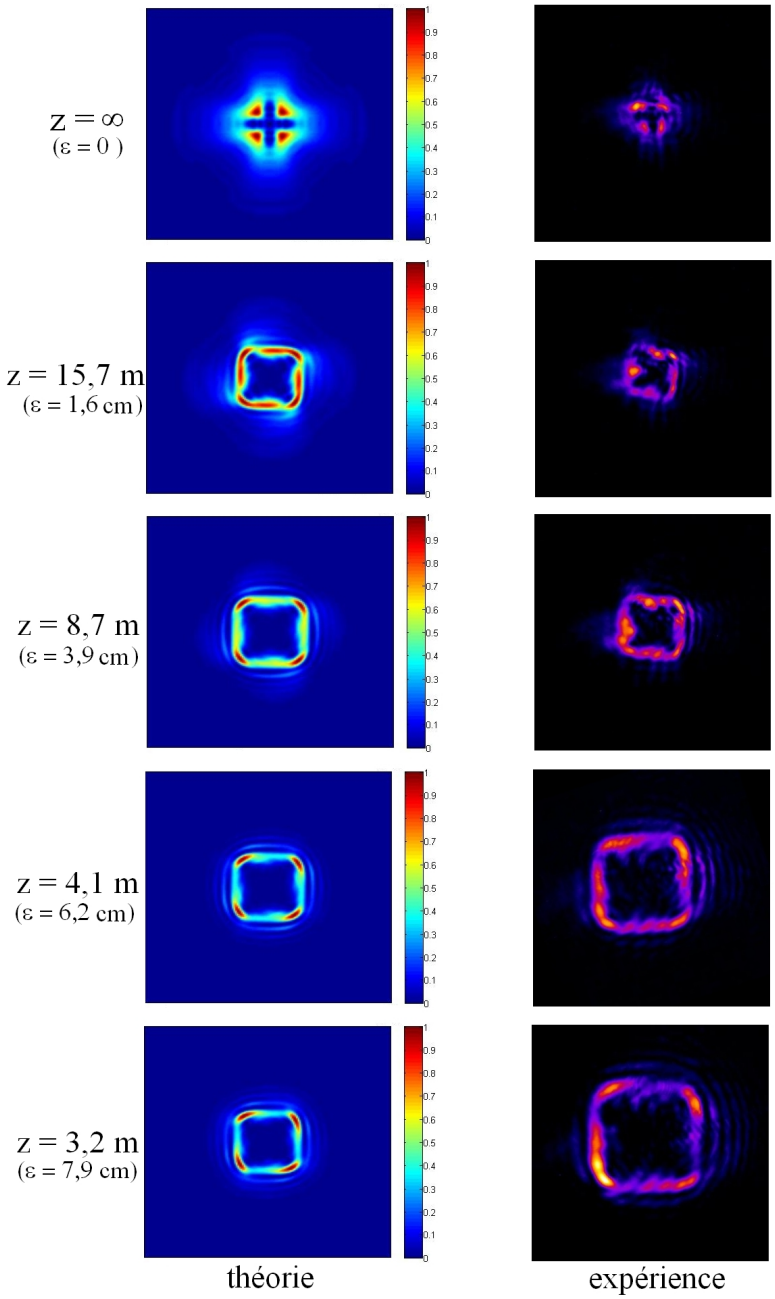

FIGURE 5.14 – *Propagation de la croix théoriquement et expérimentalement. Pour chaque couple d'images expérimentales et théoriques sont données les valeurs de z (distance au SLM) et de ϵ (distance au foyer F_3). La croix se transforme en carré à partir de $\epsilon \approx 1.6cm$. La calcul théorique est en accord avec l'expérience en particulier en ce qui concerne la forme de la figure de diffraction, la position des maxima et des minima sur la circonférence du carré (ou de la croix) et la présence d'anneaux secondaires.*

5.4 Fabrication de polygones

Nous venons de comparer différentes méthodes pour calculer le champ diffracté. Elles ont été appliquées à l'exemple de la phase $\varphi(\theta) = 10\theta + sin(4\theta)$. Cette phase permet de fabriquer une croix dans le plan focal d'une lentille, qui se transforme en carré au cours de la propagation. Le carré est un cas particulier de polygones. Nous allons donc, dans ce paragraphe, exposer le cas général de la fabrication de polygones.

5.4.1 Hologramme utilisé

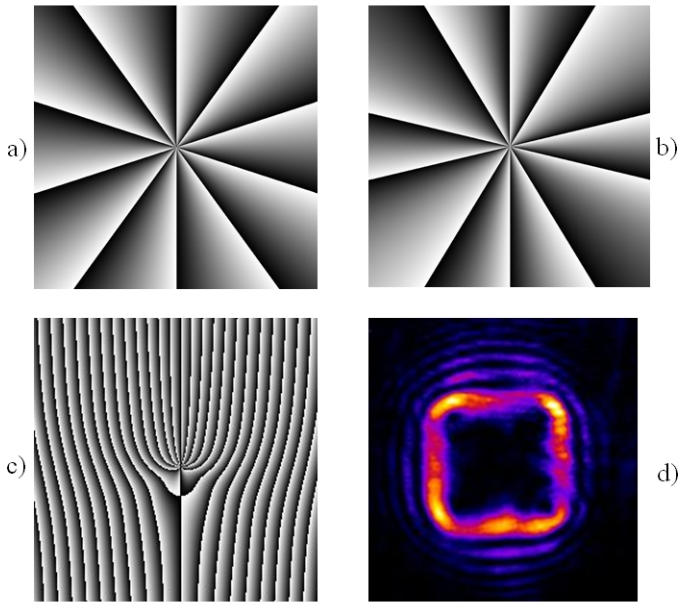

Figure 5.15 – *Modification de l'hologramme d'un Laguerre-Gauss pour obtenir un polygone : a) Hologramme en hélice avec $l = 10$. b) Hélice précédente modulée avec $m = 4$ et $\alpha = 0.1$. On voit clairement l'effet de la modulation sur la taille des secteurs de l'hologramme. c) Même hologramme que b) auquel on ajoute un réseau blazé. L'effet de la modulation est visible au centre de l'hologramme. d) Figure de diffraction prise avec une caméra CCD 10 cm après le plan focal de la lentille de Fourier. Avec $m = 4$, on obtient un carré.*

Nous avons cherché à modifier l'hologramme d'un Laguerre-Gauss dans le but de fabriquer des polygones. En utilisant l'équation 5.7, J. Lin et ses collaborateurs ont montré qu'il était possible de fabriquer des polygones en attribuant à chaque côté une équation différente [55]. La phase est donc composée d'autant d'équations qu'il y a de côtés. Ceci peut paraître intéressant pour fabriquer un polygone à volonté, régulier ou non. Néanmoins, l'expression de la phase devient vite compliquée dès que l'on souhaite augmenter le nombre de côtés. Nous avons donc cherché s'il existait une seule et même équation pour décrire la phase de tous les côtés d'un polygone. Nous avons ainsi modifié un Laguerre-Gauss en modulant la phase hélicoïdale de façon sinusoïdale. La phase

appliquée s'écrit donc :

$$\varphi_p(\theta) = l(\theta + \alpha sin\,(m(\theta + \theta_0))) \tag{5.42}$$

avec m entier, α un nombre réel positif et θ_0 l'angle d'origine de la modulation.

Ajouter une telle phase dans l'hologramme d'un Laguerre-Gauss revient à moduler périodiquement la taille des secteurs de cet hologramme comme le montre la figure 5.15. Si α est assez faible, le nombre de secteurs n'est pas changé. Si $\alpha > 1/l$, alors le nombre de secteurs augmente.

5.4.2 Figure de diffraction en fonction des différents paramètres de la modulation

D'après la formule 5.42, les quatre paramètres régissant la phase, φ_p, d'un polygone sont l, m, α et θ_0. Nous ne reviendrons pas sur le paramètre l, qui, comme dans le cas d'un Laguerre-Gauss, régit la taille du polygone. Ainsi plus l est grand, plus le polygone est grand.

Effet du paramètre m

Dans la formule 5.42 donnant la phase φ_p, m représente la fréquence de la modulation ce qui se traduit, dans la figure de diffraction, par le nombre de côtés ou de sommets du polygone. Par exemple, pour fabriquer un carré, la valeur de m à utiliser est 4. On peut voir d'autres exemples sur la figure 5.16.

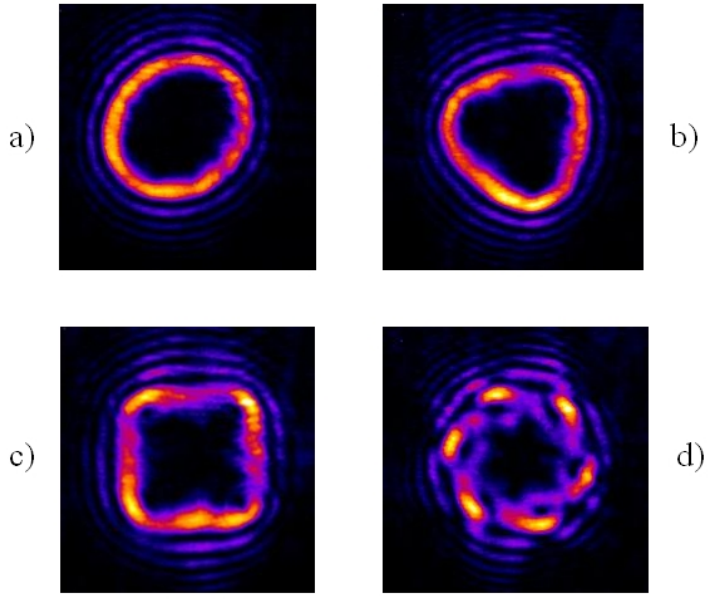

Figure 5.16 – *Figures de diffraction pour $\alpha = 0,1$ et différents m. Il apparaît clairement que l'ordre du polygone est donné par le paramètre m : a) $m = 2$. b) $m = 3$. c) $m = 4$. d) $m = 6$.*

Effet du paramètre α

Le paramètre α représente l'amplitude de la modulation (voir équation 5.42). D'après cette même formule, si $\alpha > 1$, la part de la modulation par rapport à celle du Laguerre-Gauss sera plus importante dans la figure de diffraction.

Si l'on étudie le comportement de la figure de diffraction en fonction de α, pour α compris entre $0,1$ et $0,3$, on observe que les angles deviennent plus prononcés à mesure que α augmente. Ceci provient du fait que pour des valeurs faibles de α le LG domine, ce qui se traduit par des angles arrondis. Puis plus α augmente, plus la modulation prend de l'importance. Les angles deviennent alors prononcés (voir figure 5.17).

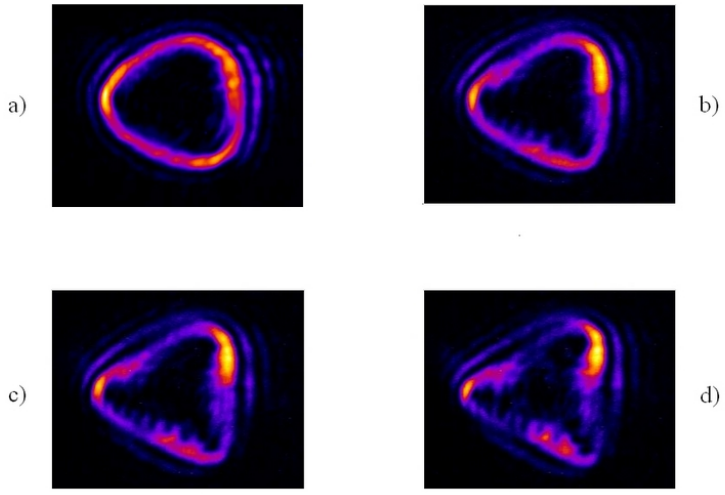

Figure 5.17 – *Influence du paramètre α sur la figure de diffraction : a) $\alpha = 3/30 = 0,1$. b) $\alpha = 5/30$. c) $\alpha = 7/30$. d) $\alpha = 9/30 = 0,3$. A mesure que α augmente, les angles deviennent plus abrupts, dû au fait que la part de la figure de Lissajous par rapport au LG augmente.*

Il est à noter aussi que, à mesure que α augmente, la modulation de l'intensité le long du triangle devient de plus en plus importante au point que le triangle se transforme en trois spots. Cette modulation peut poser des problèmes pour nos applications sur des atomes froids. Reprenons la formule 5.25 :

$$\begin{aligned} R &= \pm \frac{\lambda D}{w\pi^{\frac{3}{2}}} \varphi'_p(\chi \pm \frac{\pi}{2}) \\ &\propto l(1 + m\alpha cos(m(\chi \pm \frac{\pi}{2} + \theta_0))) \end{aligned}$$

Pour que cette formule ait un sens, il faut que le rayon soit positif, autrement dit que la phase soit croissante. Ceci n'est possible que si

$$m\alpha < 1 \tag{5.43}$$

On peut étudier, pour différents m, le comportement de la figure de diffraction en fonction de $m\alpha$. On remarque, comme attendu, que le polygone commence à se disloquer

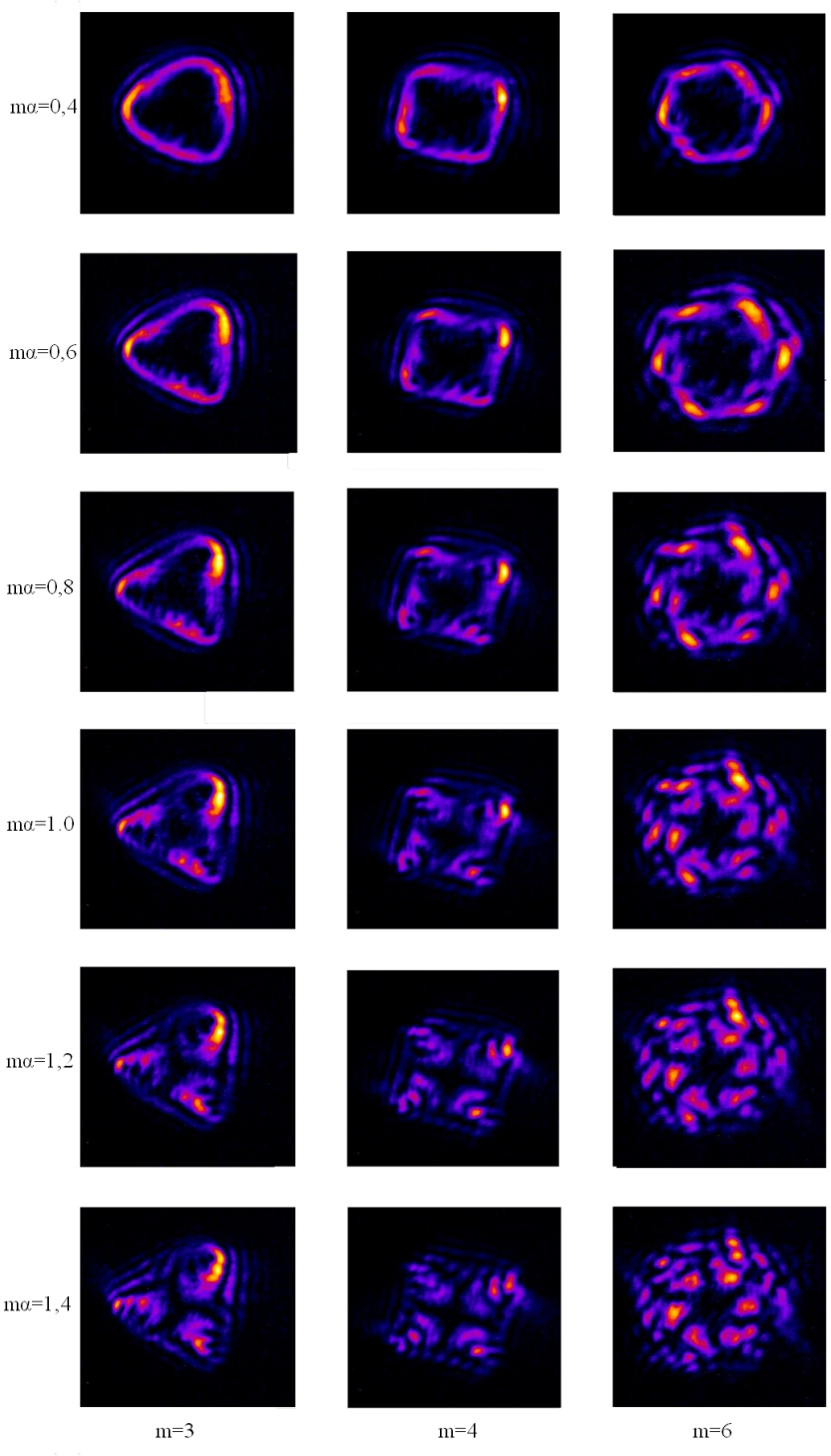

FIGURE 5.18 – *Etude de l'évolution de la figure de diffraction en fonction de $m\alpha$ pour m égal 3, 4 et 6. Les premières disloquations apparaissent dès $m\alpha = 0,6$. La valeur $m\alpha = 1$ correspond bien comme attendu, quel que soit m, à un changement dans la figure de diffraction puisque les côtés du polygone ne sont plus nettement définis.*

quand $m\alpha$ se rapproche de 1 par valeurs inférieures pour ne plus ressembler à un polygone pour $m\alpha > 1$. Plus précisément, les premières discontinuités dans le profil fabriqué apparaissent pour $m\alpha = 0,6$ dans le cas de l'hexagone et $m\alpha = 0,8$ pour le triangle et le carré (voir figure 5.18).

En prenant en compte toutes ces considérations, nous avons conclu que la valeur $m\alpha = 0,4$ constitue un bon compromis pour avoir un polygone aux côtés homogènes et aux angles bien définis.

Effet du paramètre θ_0

Enfin, le dernier paramètre, nommé θ_0, permet de choisir l'orientation de la figure de diffraction. On peut, ainsi, faire subir au polygone une rotation d'angle θ_0 par rapport à la position de référence correspondant à $\theta_0 = 0$. L'effet est illustré figure 5.19.

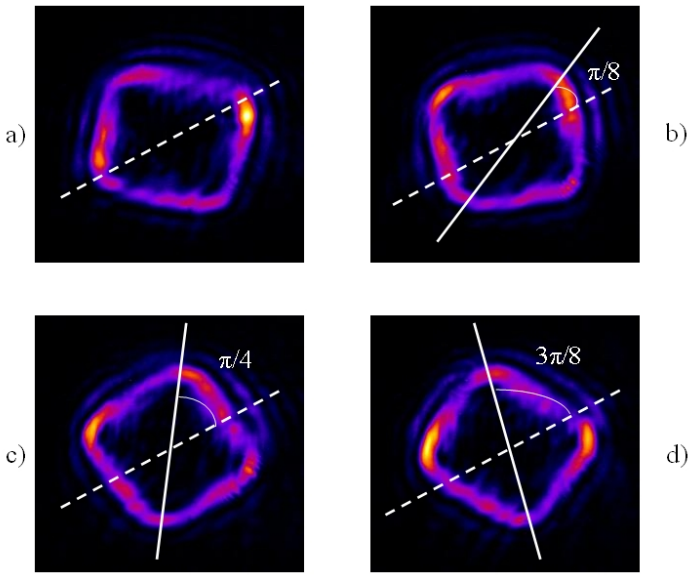

Figure 5.19 – *Effet de la valeur du paramètre θ_0 sur la figure de diffraction. Pour chaque image, le polygone a bien effectué une rotation d'angle θ_0 par rapport à la figure a)(trait en pointillés) : a) $\theta_0 = 0$. b) $\theta_0 = \pi/8$. c) $\theta_0 = \pi/4$. d) $\theta_0 = 3\pi/8$. L'orientation de la figure pour $\theta_0 = 0$ doit uniquement être considérée comme une référence pour les autres valeurs de θ_0. En effet, nous utilisons un périscope pour faire les observations qui ajoute une rotation d'un angle fixe pour toutes les figures présentées ici.*

5.4.3 Multi-motifs

Hologramme

Dans le but de dupliquer un LG (ou un polygone) en N LGs (ou polygones) identiques d'intensités variables, on ajoute à la phase φ_{LG} (ou φ_p) la phase, φ_{rs}, d'un réseau sinusoïdal d'amplitude p et de fréquence k.

$$\varphi_{rs} = psin\,(ky) \tag{5.44}$$

Celui-ci est ajouté dans la direction perpendiculaire au réseau blazé de façon à ne pas perturber l'action de ce dernier (voir figure 5.20).

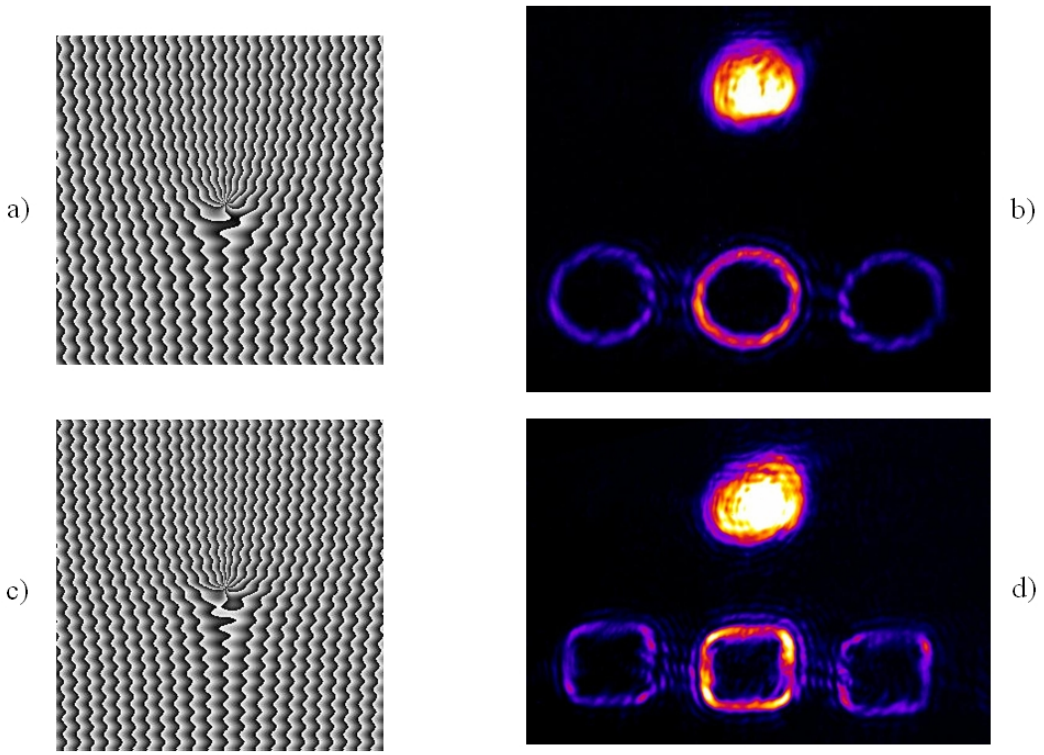

FIGURE 5.20 – *Hologrammes permettant d'obtenir une grille et leurs figures de diffraction correspondantes : a) Hologramme permettant d'obtenir une grille de LGs avec $p = 1$ et $k = 300$. b)Figure de diffraction obtenue avec l'hologramme a). c) Hologramme permettant d'obtenir une grille de carrés avec $p = 1$ et $k = 350$. d) Figure de diffraction obtenue avec l'hologramme c). Pour ces deux hologrammes, le réseau sinusoïdal est bien perpendiculaire au réseau blazé (l'axe du réseau blazé est ici vertical et l'axe du réseau sinusoïdal horizontal).*

En effet, on rappelle que le développement en série de Fourier de la fonction $e^{i\varphi_{rs}}$ est

$$e^{i\varphi_{rs}} = e^{ipsin(ky)} = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} J_n(p)e^{inky} \tag{5.45}$$

où $J_n(p)$ est la fonction de Bessel de première espèce d'ordre n.

Autrement dit, le champ sur le SLM s'écrit

$$E(r) = E_{laser}e^{il\theta}e^{iax}e^{i\varphi_{rs}} \tag{5.46}$$

$$= E_{laser}e^{il\theta}e^{iax}\sum_{n=-\infty}^{+\infty} J_n(p)e^{inky} \tag{5.47}$$

où E_{laser} est le mode gaussien initial du laser.

On rappelle que la figure de diffraction $I'(r)$ correspondant au champ initial sur

le SLM, $E(r) = E_{laser}e^{il\theta}e^{iax}$, est un Laguerre-Gauss quasi-pur qui se trouve majoritairement dans l'ordre 1 du réseau blazé. On voit donc d'après la formule 5.47, que l'ajout d'un réseau sinusoïdal perpendiculairement au réseau blazé permet d'obtenir plusieurs LGs dans la direction perpendiculaire (voir figure 5.20). L'intensité relative des différents ordres s'obtient à partir de 5.47 et vaut :

$$\%_{I_n}(p) = \frac{|J_n(p)|^2}{\sum_{n=-\infty}^{+\infty} |J_n(p)|^2} \tag{5.48}$$

Le raisonnement est le même si l'hologramme est celui d'un polygone φ_p. Le champ s'écrit alors

$$E(r) = E_{laser}e^{i\varphi_p}e^{iax} \sum_{n=-\infty}^{+\infty} J_n(p)e^{inky} \tag{5.49}$$

et comme précédemment, l'intensité relative des différents ordres est donnée par la formule 5.48. Nous appellerons une grille, l'alignement de plusieurs motifs identiques, fabriqués de cette manière. En particulier, il est intéressant d'étudier le comportement de la figure de diffraction en fonction de k et de p pour des grilles de LGs et de carrés puis de le comparer à la théorie.

Effet de l'amplitude du réseau

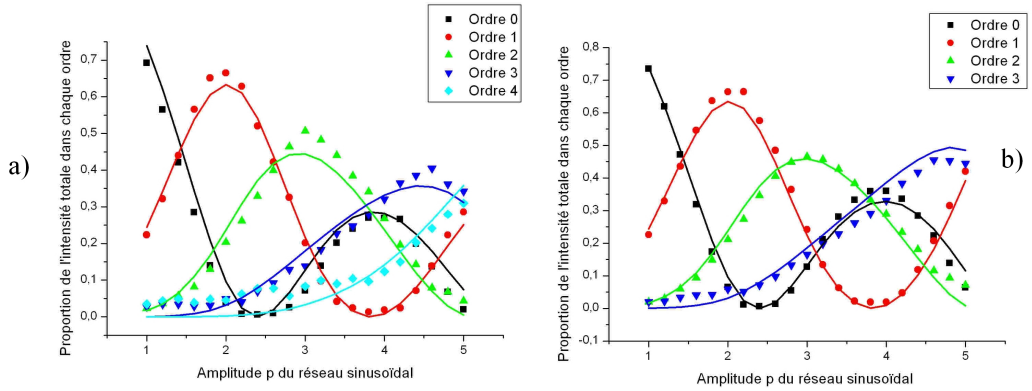

Figure 5.21 – *Intensité relative des différents ordres en fonction de p : a) Pour le LG. b) Pour le carré. L'expérience (points) est en très bon accord avec la théorie (traits pleins)*

Nous avons étudié l'intensité relative des différents LGs (ou carrés) composant une grille, en fonction de l'amplitude du réseau sinusoïdal, p (voir figures 5.22 et 5.23). Il est tout d'abord important de remarquer que le motif est bien reproduit quelque soit p. On observe bien que l'intensité relative dépend de p. En particulier, il est intéressant de voir que pour $p = 1,4$ nous obtenons des intensités sensiblement égales (moins de 3% de différence) pour les ordres 0 et 1 et que pour $p = 2.4$ nous arrivons à éteindre l'ordre 0.

Pour analyser les images, nous avons utilisé le logiciel *ImageJ* qui permet de connaître

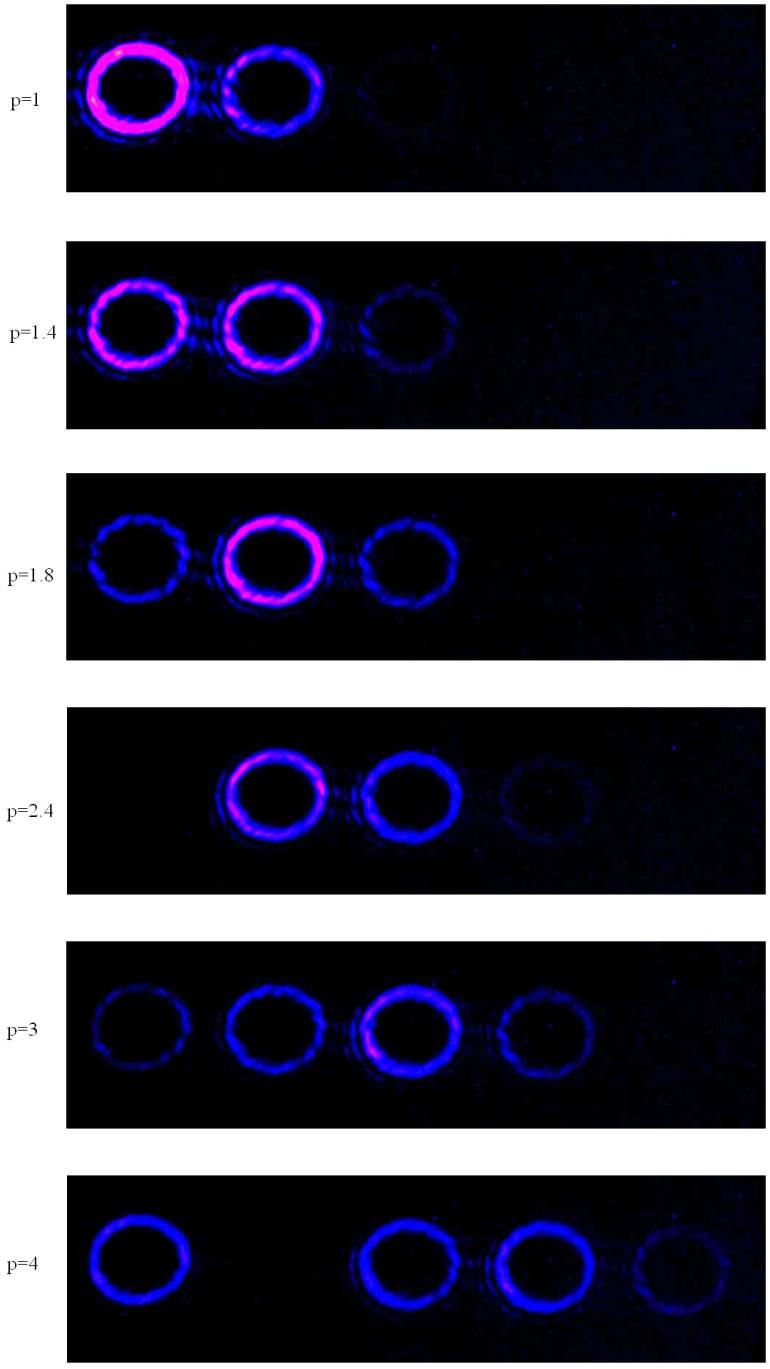

Figure 5.22 – *Evolution de l'intensité des différents ordres en fonction de p pour une grille de LGs*

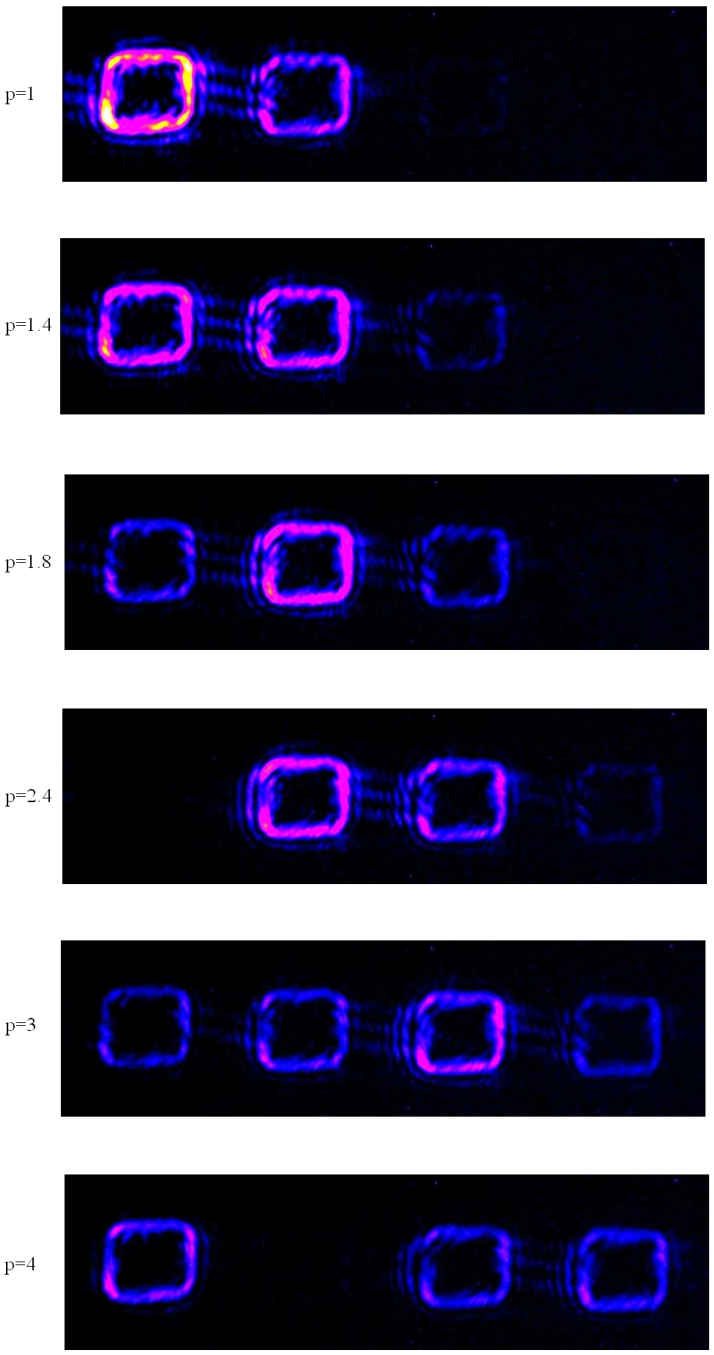

Figure 5.23 – *Evolution de l'intensité des différents ordres en fonction de p pour une grille de carrés*

le niveau de gris moyen des pixels situés dans une zone donnée. Nous avons reproduit une même zone sur les différents ordres des différentes images afin de connaître le niveau de gris moyen de chaque ordre pour chaque image. L'intensité relative des différents ordres est obtenue en normant le niveau de gris moyen d'un ordre n d'une image donnée par la somme des niveaux de gris moyen des ordres composant cette image :

$$I_{rel}(n) = \frac{n\bar{gris}_n}{\sum_{n=0}^{N} n\bar{gris}} \tag{5.50}$$

ici N est différent pour le LG et pour le carré car les mesures ont été faites avec $k = 300$ pour le LG et $k = 350$ pour le carré (voir paragraphe 5.4.3) ce qui implique que le nombre d'ordres visibles n'est pas le même pour les deux séries d'images. On a donc $N = 4$ pour le LG et $N = 3$ pour le carré. Nous avons comparé les intensités relatives trouvées expérimentalement à $\%_{I_n}(p)$ théorique calculé à l'aide de la formule 5.48 (voir figure 5.21) dont la somme au dénominateur a été restreinte aux ordres N visibles (0, 1, 2, 3, 4 pour le LG et 0, 1, 2, 3 pour le carré).

La figure 5.21 montre que quel que soit le motif et le paramètre k utilisés, l'expérience est en très bon accord avec la théorie. On peut donc fabriquer des grilles d'intensité variable et prédire avec précision l'intensité relative des différents ordres la composant, quel que soit le type de grilles fabriquées.

Effet du pas du réseau

En étudiant le comportement d'une grille de LGs et d'une grille de carrés en fonction du paramètre k (voir figure 5.25 et 5.26), on observe que le paramètre k agit sur la distance entre les ordres, D.

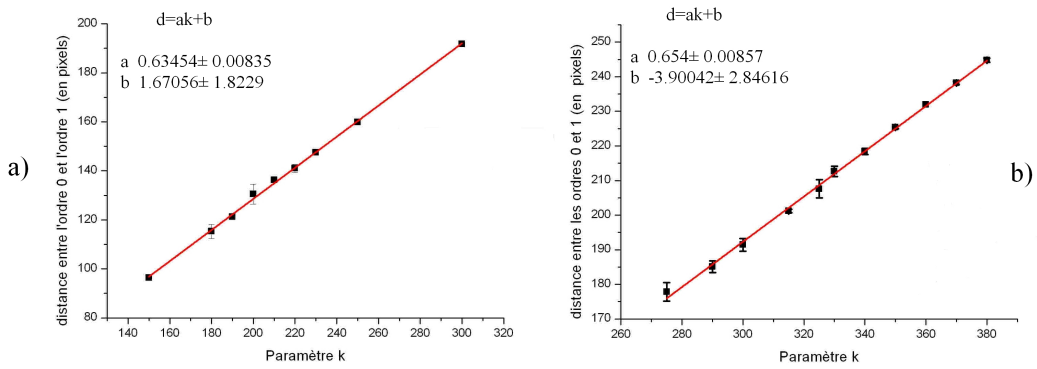

FIGURE 5.24 – *Distance entre les différents ordres en fonction de k : a) Pour le LG. b) Pour le carré. D est proportionnelle à k. Le coefficient directeur vaut* 0.635 *pour le LG et* 0.654 *pour le carré, ce qui est en accord avec la théorie* 0.648

Pour mesurer cette distance, nous avons déterminé grâce au logiciel *ImageJ* le centre des LGs ou des carrés pour les ordres -1, 0 et 1. D est calculée en faisant la moyenne de la distance entre les ordres -1 et 0 et de celle entre les ordres 0 et 1. On observe

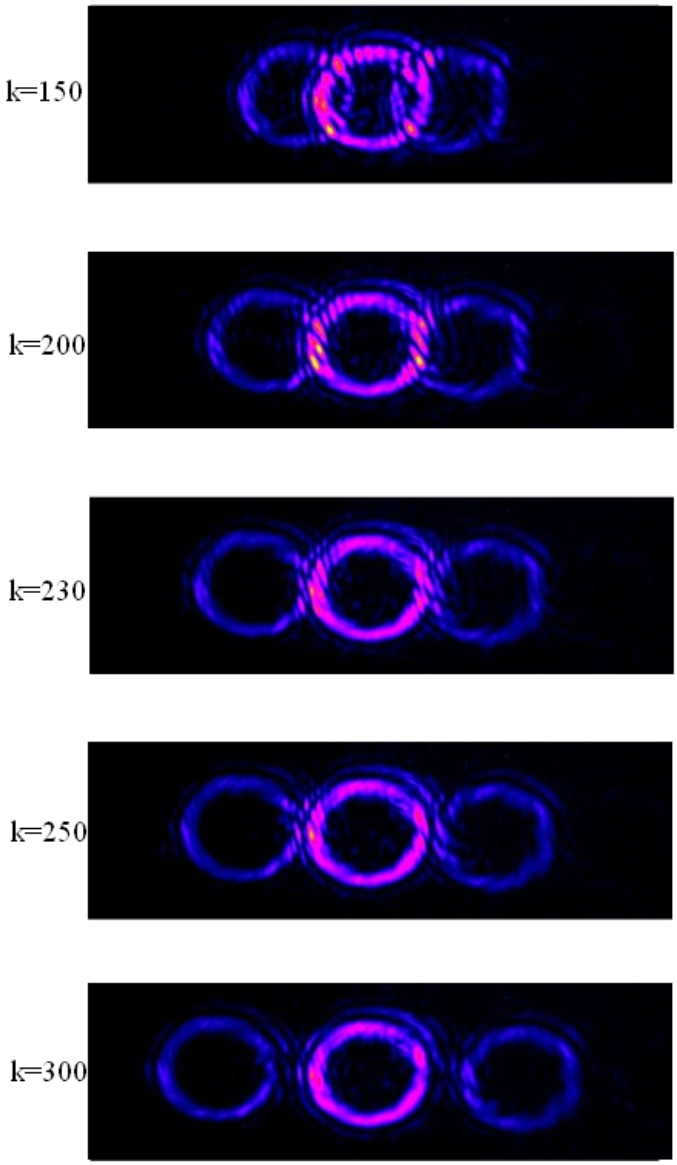

Figure 5.25 – *Evolution de la distance entre les différents ordres en fonction de k pour une grille de LGs.*

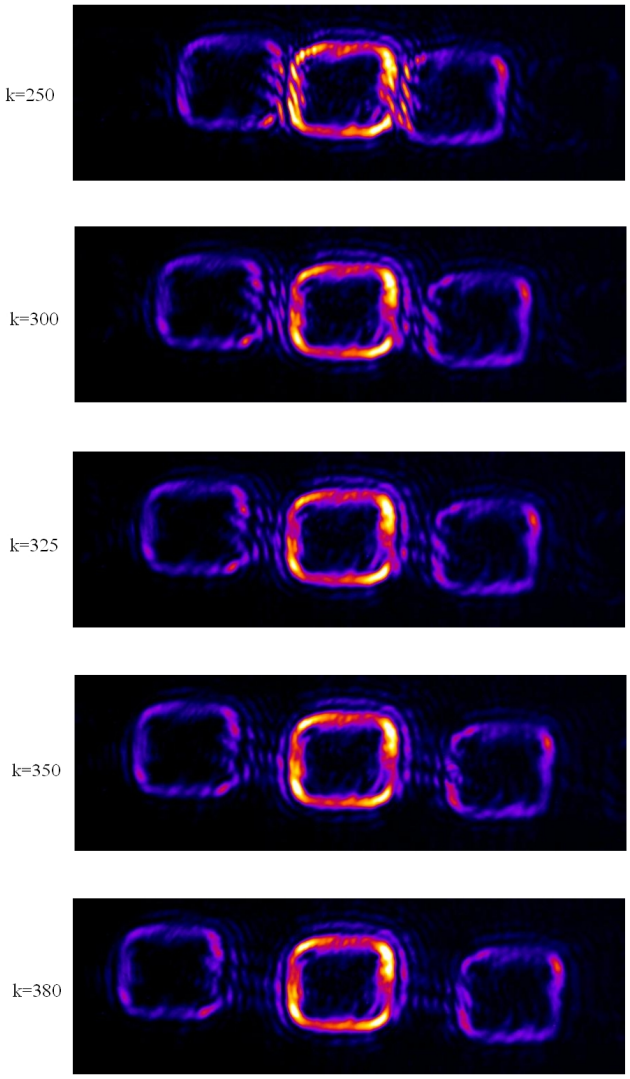

Figure 5.26 – *Evolution de la distance entre les différents ordres en fonction de k pour une grille de carrés.*

qu'elle varie linéairement en fonction de k avec le même coefficient directeur pour les deux types de grille. Ces résultats expérimentaux sont ainsi en parfait accord avec la théorie. En effet, théoriquement, la fréquence k du réseau sinusoïdal est reliée au pas du réseau $a = \frac{2\pi}{k}$ et donc à la distance D :

$$D = \frac{\lambda d}{a} = \frac{\lambda d k}{2\pi} \tag{5.51}$$

Ici d est la distance qui sépare la lentille L_4 de la caméra et vaut 70 cm. La relation entre k et D est donc bien linéaire. Le coefficient directeur théorique vaut 0.648 et diffère des résultats expérimentaux de seulement 2%.

Il est donc possible de fabriquer, à l'aide d'un hologramme de réseau sinusoïdal, des grilles de LGs et de polygones, à la demande, en contrôlant la distance entre les différents ordres et l'intensité relative de chacun d'eux. Une amélioration serait d'introduire un deuxième réseau sinusoïdal d'un pas différent dans la direction perpendiculaire dans le but de fabriquer des grilles à deux dimensions. Il faudrait, néanmoins, s'assurer que le pas du réseau sinusoïdal est bien inférieur à celui du réseau blazé.

Enfin, on remarque que, si la distance entre les motifs est inférieure à la taille du motif (voir par exemple les figures 5.25 et 5.26 avec $k \leq 250$), alors les différents ordres se recouvrent et on observe des interférences. Ces interférences permettraient de coupler deux pièges (ou plus) et de faire passer les atomes d'un piège à l'autre. Néanmoins, ces interférences créent aussi des ouvertures à d'autres endroits de la circonférence du motif ce qui peut causer des fuites d'atomes.

5.4.4 Perspectives et applications futures aux atomes froids

Nous venons de voir qu'en introduisant une modulation sinusoïdale à une phase en hélice, il était possible de fabriquer des polygones aux centres noirs. Les applications potentielles de tels polygones dans des expériences utilisant des atomes froids sont nombreuses.

En effet, on peut par exemple envisager de fabriquer une boîte cubique en trois dimensions dans laquelle on piègerait et on étudierait le mouvement des atomes. De même, il a été montré que les trajectoires des atomes dans des pièges à géométrie non circulaire pouvaient être chaotiques [3]. Il peut donc être intéressant de connaître les trajectoires prises par les atomes dans des pièges polygonaux afin d'étudier des systèmes chaotiques.

Dans un tout autre registre, nous venons de voir qu'en changeant le valeur de α, il était possible de transformer un polygone de N sommets en N spots. En utilisant un laser désaccordé vers le rouge de la transition atomique, on peut donc piéger préalablement les atomes à la circonférence du polygone puis en modifiant α, fragmenter le piège initial en N pièges. On pourrait ainsi étudier la transition entre le piégeage d'atomes dans un seul piège et le piégeage d'atomes dans N pièges. Bien entendu, cette

application suppose d'avoir un SLM suffisamment rapide ou d'utiliser un modulateur acousto-optique et un SLM partagé en plusieurs hologrammes (comme nous l'avons présenté dans le chapitre 2) si ce n'est pas le cas.

Enfin, l'utilisation de multi-motifs permet de fabriquer un réseau optique de potentiels d'intensités relatives différentes. De plus, il est facile en modifiant le paramètre k de changer la distance entre les motifs d'une grille.

En conclusion, les perspectives d'expériences utilisant des atomes froids et des potentiels en forme de polygone sont nombreuses et variées.

5.5 Génération de Laguerre-Gauss ouverts

5.5.1 Principe général

Dans cette partie, nous allons montrer que plusieurs types de perturbations des hologrammes permettent de fabriquer une ouverture dans la circonférence d'un Laguerre-Gauss. Nous appelerons par la suite de telles figures de diffraction, des Laguerre-Gauss ouverts. Pour générer un LG ouvert, il faut revenir à l'expression du rayon obtenu dans le paragraphe 5.3.1. Nous avons vu que le rayon d'un LG déformé était proportionnel à

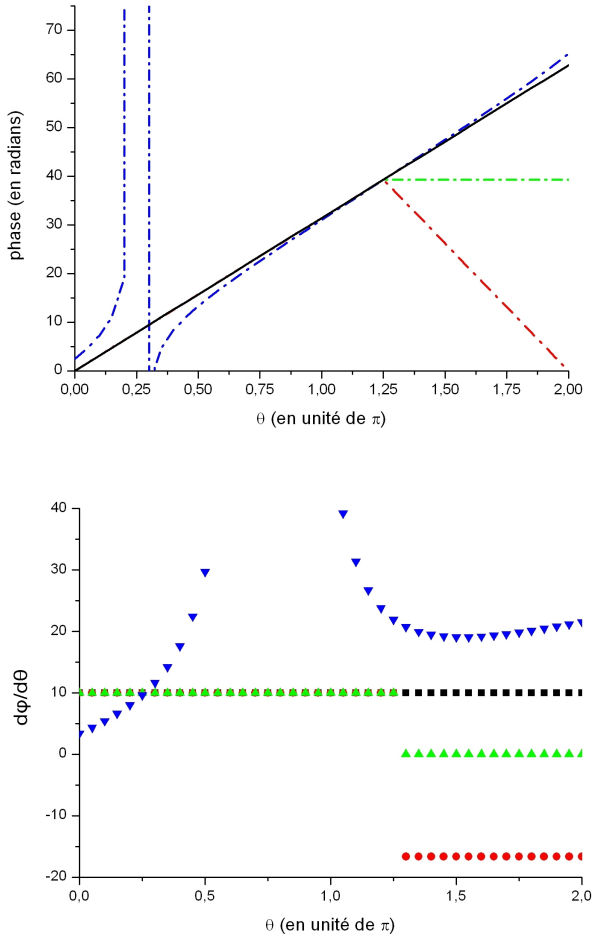

Figure 5.27 – *En haut, exemples de fonctions permettant de fabriquer des LGs ouverts : en noir, la phase est linéaire en fonction de theta (phase d'un LG). Dans le cas où on modifie la phase uniquement sur un secteur (en vert : fonction pour fabriquer un secteur à phase constante, en rouge : fonction pour fabriquer un secteur à phase linéaire décroissante), la phase est linéaire jusqu'à un angle $\theta = \theta_0$, qui vaut dans cet exemple $\frac{5\pi}{4}$, puis la phase est constante ou linéaire décroissante de $\theta = \theta_0$ à $\theta = 2\pi$. En bleu, on a représenté une phase linéaire à laquelle on a ajouté une fonction tangente discontinue en $\theta = \pi/4$. Comme on peut le voir sur le graphe du bas qui représente la dérivée de chacune des fonctions, ces 3 dernières fonctions possèdent bien une dérivée avec une discontinuité sur $[0, 2\pi]$.*

la dérivée de la phase par rapport à θ :

$$R \propto \frac{d\varphi}{d\theta} \tag{5.52}$$

Pour générer une ouverture dans un LG, il faut donc que le rayon ne soit pas défini, autrement dit, que la dérivée de la phase , $\varphi(\theta)$, présente une discontinuité. Il suffit donc d'ajouter à la phase d'un LG, une fonction dont la dérivée n'est pas continue. Nous allons voir plusieurs exemples de fonctions. La première fonction utilisée est la fonction tangente (voir paragraphe 5.5.2). Une autre méthode consiste à modifier uniquement un secteur de l'hologramme du LG. En effet, utiliser un secteur où la phase est constante ou linéaire permet d'obtenir une fonction continue mais pas à dérivée continue (voir paragraphes 5.5.3, 5.5.4 et figure 5.27).

Pour chaque fonction, il est possible de contrôler la taille de l'ouverture en adaptant ses paramètres. Cette méthode peut, bien entendu, être étendue à la fabrication de plusieurs ouvertures en ajoutant une phase avec plusieurs discontinuités d'ordre 1 (voir paragraphe 5.5.5).

5.5.2 Utilisation de la fonction tangente

Hologramme

Afin de fabriquer un LG ouvert, nous avons tout d'abord modifié l'hologramme en hélice en lui ajoutant une phase φ_{ad} contenant une fonction tangente :

$$\varphi(\theta) = l\theta + \varphi_{ad}(\theta) \tag{5.53}$$

$$= l\theta + G \times tan\left(\frac{\theta}{2} + b\right) \tag{5.54}$$

où G est l'amplitude et b l'angle où est localisée la perturbation de l'hélice.

Dans le but d'ajouter une fonction 2π-périodique et ainsi de ne fabriquer qu'une seule discontinuité sur l'hologramme, nous avons utilisé $\frac{\theta}{2}$ comme argument de la fonction tangente. Cette discontinuité est placée en haut à gauche de l'hologramme en posant $b = \frac{3\pi}{8}$ (voir figure 5.28). Le paramètre G permet de contrôler l'amplitude de la discontinuité. En effet, plus G est grand, plus la phase et sa dérivée divergent rapidement. Par conséquent, à mesure que G augmente, le SLM suit de moins en moins correctement les variations brutales de phase qui lui sont appliquées. On peut donc s'attendre à ce que la taille de l'ouverture augmente.

Effet de G sur la taille du LG

Nous avons tout d'abord étudié la taille du Laguerre-Gauss en fonction du paramètre G. Pour ce faire, nous avons ajusté, avec le logiciel *Mathematica*, la moitié du LG ouvert ne contenant pas l'ouverture (moitié haute dans la série d'images présentée dans la figure

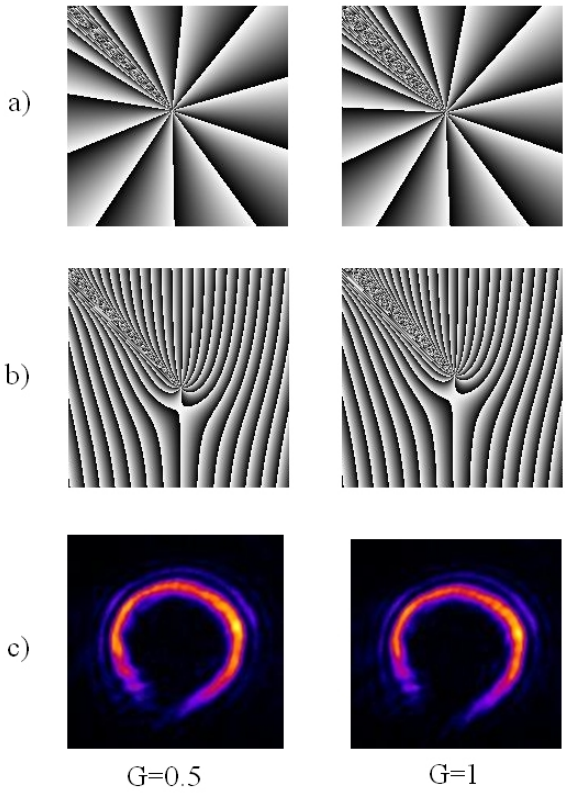

FIGURE 5.28 – *Hologrammes et figures de diffraction pour $G = 0.5$ et $G = 1$: a) Hologrammes sans réseau blazé. b) Hologrammes avec réseau blazé. c) Figures de diffraction correspondantes. La discontinuité est située dans le coin en haut à gauche de l'hologramme. On observe que, quand G augmente, la taille de la discontinuité dans l'hologramme augmente. Ceci induit une augmentation de la taille de l'ouverture dans la circonférence du LG.*

5.30) par un mode de Laguerre-Gauss :

$$I_{LG} = A\left(\frac{2\left((x-x_0)^2+(y-y_0)^2\right)}{w^2}\right)^l * exp\left[-\frac{2\left((x-x_0)^2+(y-y_0)^2\right)}{w^2}\right] \quad (5.55)$$

avec les paramètres de fit (x_0, y_0) correspondant aux coordonnées du centre du LG, w à son waist et A à son amplitude. Ajuster uniquement la moitié du LG ne contenant pas l'ouverture est une bonne approximation et permet de s'affranchir des éventuels problèmes de fit au niveau de l'ouverture. La figure 5.29 donne la variation du waist w du Laguerre-Gauss en fonction de G. On remarque que w augmente avec G, ce qui signifie que le rayon du Laguerre-Gauss est plus grand pour un LG ouvert que pour un LG fermé. Cette observation est en accord avec l'équation polaire 5.25. En effet, la dérivée de la phase d'un LG ouvert s'écrit :

$$\varphi'(\theta) = l + \frac{G}{2}(1 + tan^2(\frac{\theta}{2} + b)) \quad (5.56)$$

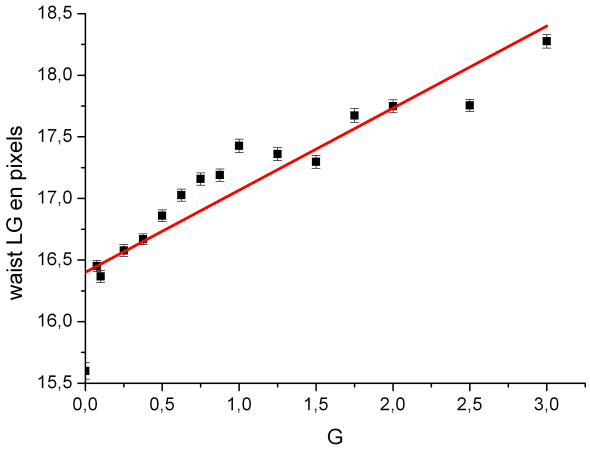

FIGURE 5.29 – *Waist du Laguerre-Gauss ouvert en fonction de G. Carrés noirs, données expérimentales, courbe rouge : fit linéaire.*

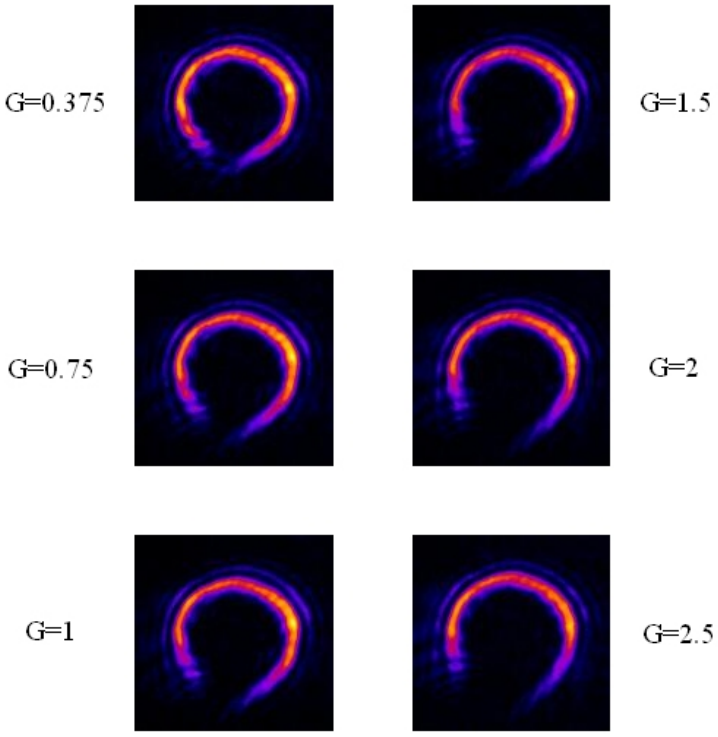

FIGURE 5.30 – *Clichés de LGs ouverts fabriqués avec une fonction tangente ajoutée à la phase en hélice. Etude en fonction du paramètre G. On voit clairement l'augmentation du rayon du Laguerre-Gauss et de la taille de l'ouverture avec G. Les extrémités de l'ouverture "'s'étirent"' vers l'extérieur du LG.*

La valeur minimale de $\varphi'(\theta)$ vaut donc

$$\varphi'_{min}(\theta) = l + \frac{G}{2} \tag{5.57}$$

$$= \varphi'_{LGferme}(\theta) + \frac{G}{2} \tag{5.58}$$

où $\varphi'_{LGferme}(\theta)$ représente la dérivée de la phase du LG fermé (c'est-à-dire l). On rappelle que l'équation 5.25 indique que le rayon du Laguerre-Gauss est proportionnel à la dérivée de la phase. Le rayon minimal du LG ouvert s'écrit donc :

$$R_{LGouvert} = \frac{\lambda D}{w\pi^{\frac{3}{2}}}(\varphi'_{LGferme}(\theta) + \frac{G}{2}) \tag{5.59}$$

$$= R_{LGferme} + \frac{\lambda D}{w\pi^{\frac{3}{2}}}\frac{G}{2} \tag{5.60}$$

Il est à noter que nous avons uniquement conservé le résultat de l'équation 5.25 munie du signe positif. En effet, $\varphi'_{LGferme} > 0$ et un rayon est par définition positif. La théorie prévoit donc une augmentation linéaire du rayon du Laguerre-Gauss en fonction de G (voir figure 5.29). L'écart maximal entre la théorie et l'expérience est obtenu pour $G = 1$ et vaut 2%. L'expérience est donc en accord avec l'équation polaire théorique. Cette dernière permet en particulier de prédire pour $G = 2$ une augmentation de 10% du rayon par rapport au LG_0^{10} fermé (expérimentalement on trouve une augmentation de 14%).

En conclusion, le paramètre G agit sur le rayon du Laguerre-Gauss. Ce dernier augmente quand G augmente.

Effet de G sur la taille de l'ouverture du LG

Nous allons à présent étudier l'influence du paramètre G sur la taille de l'ouverture fabriquée. Pour cela, on fait l'hypothèse que l'ouverture créée induit une diminution gaussienne de l'intensité, nous pouvons maintenant fitter l'ensemble du LG ouvert par la formule :

$$I_{LGouvert} = I_{LG}\left(1 - B * exp\left(-\frac{2\left(Arctan\left(\frac{y-y_0}{x-x_0}\right) - \alpha\right)^2}{W_T^2}\right)\right) \tag{5.61}$$

où α représente l'angle sur lequel est centrée l'ouverture, W_T la largeur de l'ouverture à $1/e^2$ et B sa profondeur. Ce dernier paramètre vaut 1 dans le cas où l'intensité est nulle au centre de l'ouverture. I_{LG}, x_0 et y_0 correspondent aux valeurs trouvées précédemment.

On obtient la courbe 5.31 qui représente la largeur W_T de l'ouverture en fonction de G. W_T augmente de façon quasi-monotone avant de saturer à partir de $G = 2$. L'ouverture maximale est obtenue pour $G = 3$ et vaut 1.72 rad. Cette méthode permet donc de

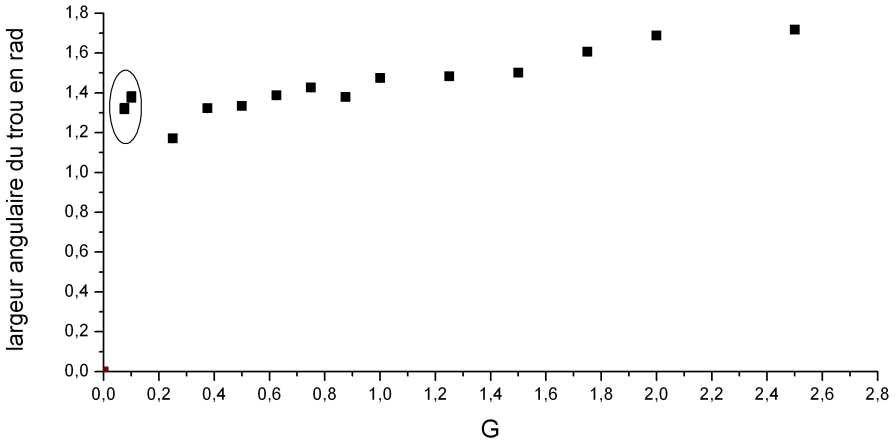

FIGURE 5.31 – *Taille de l'ouverture en fonction de G. W_T augmente de façon quasi-monotone. L'ouverture maximale est obtenue pour $G = 3$ et vaut 1.72 rad. A noter le point évident (0,0) en marron. Les deux points entourés correspondent aux valeurs de $G < 0.25$ pour lesquelles l'ouverture n'est pas complètement formée.*

fabriquer une ouverture de taille conséquente, supérieure au quart du périmètre du LG. Cependant, pour avoir une ouverture bien nette, il faut utiliser des valeurs de G suffisamment grandes. En effet, pour $G < 0.25$, l'ouverture n'est pas complètement formée. En particulier, sa taille dépend fortement du rayon du Laguerre-Gauss choisi comme référence. On observe, en effet, que l'ouverture n'a pas la même taille sur toute l'épaisseur du Laguerre-Gauss (voir figure 5.32). Cette observation conduit à une surestimation de W_T pour $G < 0.25$ (points entourés sur la figure 5.31).

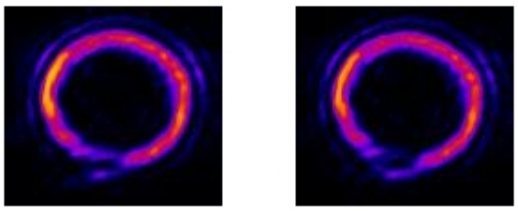

FIGURE 5.32 – *A droite : figure de diffraction expérimentale obtenue avec $G = 0.05$. A gauche, figure expérimentale obtenue pour $G = 0.1$. On observe que l'ouverture n'est pas clairement définie.*

Nous allons à présent chercher à comprendre qualitativement l'évolution de la largeur angulaire de l'ouverture en fonction de G. Le paramètre b contrôlant uniquement la position de l'ouverture, la taille de cette dernière ne dépend pas de b. On peut donc choisir pour l'explication qui suit $b = 0$. Pour connaître l'évolution de la taille de l'ouverture en fonction de G, nous avons tracé la fonction $\frac{d\varphi}{d\theta}$ pour différentes valeurs de G (voir figure 5.33). On observe, comme attendu que la taille de l'ouverture augmente avec G.

Pour connaître un peu plus précisément la variation de la taille de l'ouverture en

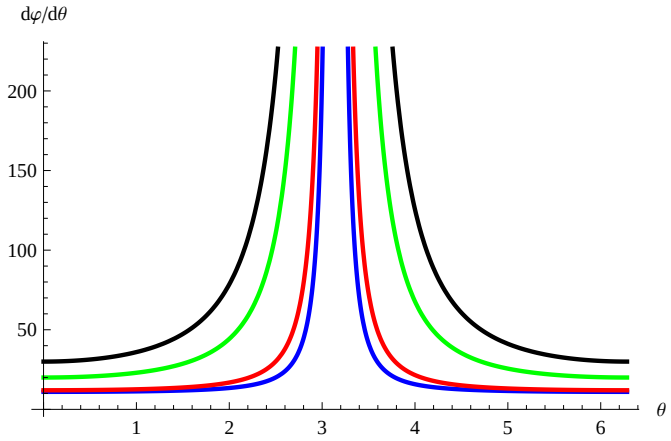

FIGURE 5.33 – *Fonction $\frac{d\varphi}{d\theta}(\theta)$ donnée par l'équation 5.56 pour différentes valeurs de G : En bleu, $G = 1$, en rouge, $G = 2$, en vert $G = 20$ et en noir $G = 40$.*

fonction de G, nous avons cherché, pour une valeur de G donnée, l'angle θ_0 pour lequel le rayon était doublé par rapport à sa valeur minimale (voir figure 5.33) :

$$R(\theta_0) = 2\frac{\lambda D}{w\pi^{\frac{3}{2}}}(l + \frac{G}{2}) \tag{5.62}$$

$$= \frac{\lambda D}{w\pi^{\frac{3}{2}}}(l + \frac{G}{2}tan^2(\frac{\theta_0}{2})) \tag{5.63}$$

On trouve ainsi $\theta_0 = 2Arctan\left(\sqrt{\frac{l+\frac{G}{2}}{G/2}}\right)$. Lorsque $b = 0$, l'ouverture est située en $\theta = \pi$. La demi-ouverture angulaire, β est donc simplement donnée par :

$$\beta = \pi - \theta_0 \tag{5.64}$$

$$= \pi - 2Arctan\left(\sqrt{\frac{l+\frac{G}{2}}{G/2}}\right) \tag{5.65}$$

Nous avons tracé l'évolution de β en fonction de G (voir figure 5.35) : l'augmentation de la taille de l'ouverture fabriquée est tout d'abord linéaire et rapide avant de saturer pour les valeurs de G plus élevées. Comparons maintenant l'expérience et cette évolution qualitative. Si l'on ne tient pas compte des points expérimentaux tels que $G < 0.25$ (pour les raisons exposées ci-dessus), ce calcul simple permet de retrouver l'évolution lente observée. Il prédit une évolution rapide pour les faibles valeurs de G, ce qui nous permet d'interpoler la forme de la courbe pour G compris entre 0 et 0.25. En effet, le point G de coordonnées (0,0), correspondant à un LG fermé, est obligatoirement un point de la courbe. Des différences subsistent dans les largeurs mesurées. Ceci provient essentiellement de la définition de θ_0 choisie. En effet, l'origine de l'ouverture en $\frac{d\varphi}{d\theta}(\theta_0) = 2(l + \frac{G}{2})$ est purement arbitraire. Un changement dans la définition de l'angle θ_0 modifie uniquement la taille calculée pour une valeur de G donnée mais la forme de la courbe reste la même.

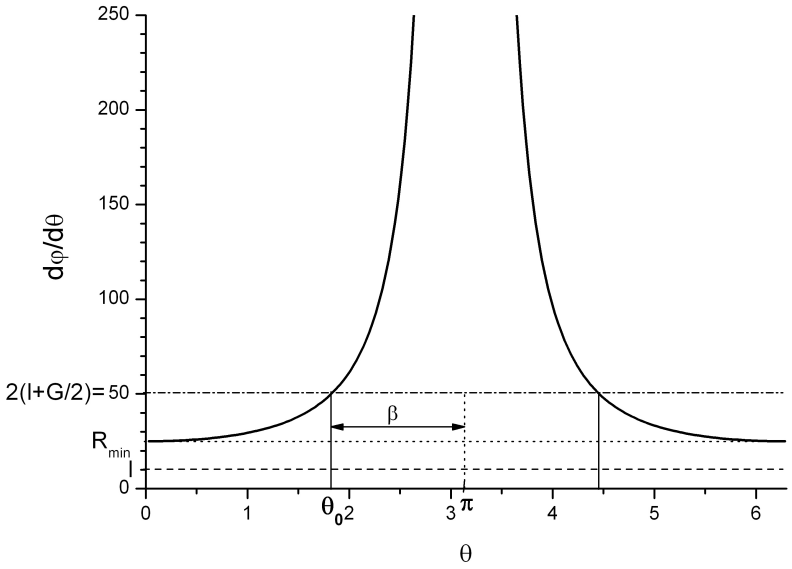

FIGURE 5.34 – *Fonction* $\frac{d\varphi}{d\theta}$ *tracée pour* $G = 30$. *Définition des paramètres* θ_0 *:* $\frac{d\varphi}{d\theta}(\theta_0) = l + \frac{G}{2}$ *et* β, *demi-ouverture angulaire.*

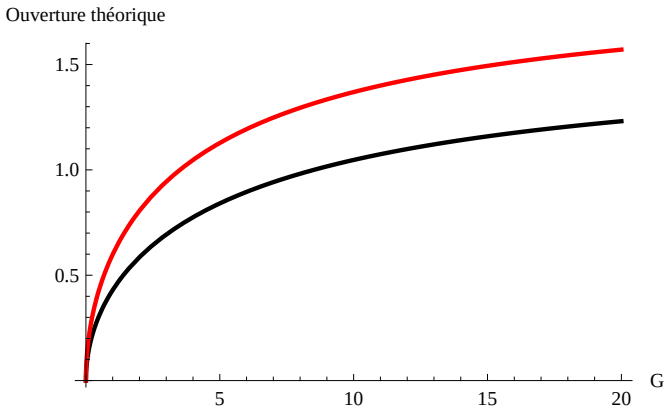

FIGURE 5.35 – *Evolution de la taille de l'ouverture théorique en fonction de* G *: en rouge pour* $\frac{d\varphi}{d\theta}(\theta_0) = 2(l + \frac{G}{2})$, *en noir* $\frac{d\varphi}{d\theta}(\theta_0) = 1.5(l + \frac{G}{2})$

5.5.3 Utilisation d'un secteur à phase constante

Nous allons maintenant examiner la possiblité de créer une ouverture en introduisant un secteur constant dans l'hologramme. La phase appliquée s'écrit

$$\begin{cases} \varphi = l\theta & \text{si } \theta \leq \theta_0 \\ \varphi = l\theta_0 & \text{si } \theta > \theta_0 \end{cases} \tag{5.66}$$

On obtient bien une fonction dont la dérivée n'est pas continue. Deux cas sont à considérer. Le premier est le cas où φ est continue en $\theta = 0$. θ_0 est alors un multiple de $2\pi/l$ (voir figure 5.36). Au contraire si θ_0 n'est pas un multiple de $2\pi/l$, la phase est discontinue en $\theta = 0$. La phase possède alors deux discontinuités d'ordres différents à deux endroits différents : Une discontinuité d'ordre 1 en $\theta = \theta_0$ et une discontinuité d'ordre 0 en $\theta = 0$ (voir figure 5.38). Nous allons nous intéresser, dans les deux cas, à l'effet sur la figure de diffraction du paramètre θ_0 relié à la largeur angulaire du secteur constant.

Intéressons nous tout d'abord au cas où φ est continue. On observe sur la figure 5.37 que plus la taille du secteur, $\theta_s = 2\pi - \theta_0$ est grande, plus l'ouverture est importante. Néanmoins, à mesure que l'on augmente θ_s, l'ouverture devient de moins en moins nette (voir figure 5.37). De plus, il semble que le centre ne soit pas aussi noir que lorsque l'on utilise la fonction tangente. On peut attribuer ce résultat à la présence du secteur constant. En effet, une phase qui est constante sur un secteur de l'hologramme produit un mode en partie gaussien. Plus θ_s est grand, plus la part du mode gaussien est importante. Le mode fabriqué, résultant d'interférences entre le mode LG et le mode gaussien, cela induit une déformation du LG en plus de l'ouverture.

Comparons maintenant ces observations au cas où la phase est discontinue en $\theta = 0$. On remarque que ceci a peu d'influence, aussi bien sur le profil du mode que sur la taille de l'ouverture (voir fiure 5.39). La déformation n'est pas plus marquée que dans le cas où φ est continue. Cette observation confirme que le paramètre important est $\frac{d\varphi}{d\theta}$. Peu importe que la phase affichée soit continue ou non, l'important pour créer une ouverture dans le LG est que sa dérivée ne soit pas continue.

Si on utilise l'équation 5.19 en $R = 0$, afin de connaître l'état du champ au centre $E[0, \chi]$, on trouve, en utilisant $I[0] = \frac{1}{2}$:

$$E[0,\chi] = \frac{w^2}{2}\int_0^{2\pi} e^{i\varphi} d\theta \tag{5.67}$$

$$= \frac{w^2}{2}\left(\int_0^{\theta_0} e^{il\theta} d\theta + \int_{\theta_0}^{2\pi} e^{il\theta_0} d\theta\right) \tag{5.68}$$

$$= \frac{w^2}{2}\left(\frac{e^{il\theta_0} - 1}{il} + e^{il\theta_0}(2\pi - \theta_0)\right) \neq 0 \tag{5.69}$$

Le champ $E[0, \chi]$ n'étant pas nul, cela signifie qu'il reste de la lumière au centre du LG ouvert.

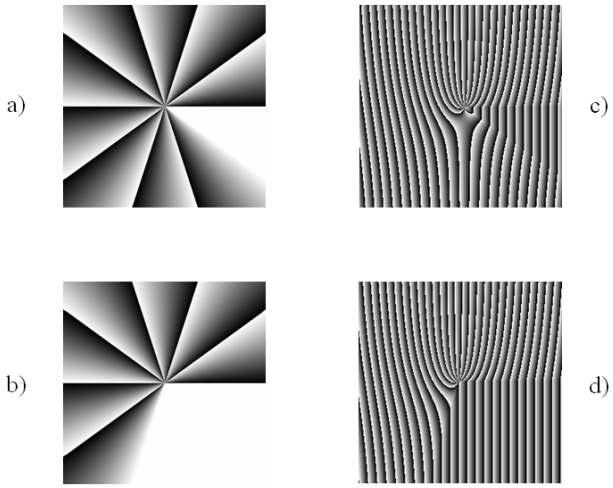

FIGURE 5.36 – *Hologrammes avec un secteur à phase constante à partir de* $\theta_0 = \frac{n2\pi}{l}$ *pour* $l = 10$ *: a) Hologramme sans réseau blazé avec* $n = 9$*. b) Hologramme sans réseau blazé avec* $n = 7$*. c) Hologramme avec réseau blazé avec* $n = 9$*. d) Hologramme avec réseau blazé avec* $n = 7$*. La phase est continue en* $\theta = 0$ *et* $\theta = \theta_0$*, mais pas sa dérivée. La présence du secteur à phase constante est aussi visible dans les hologrammes avec un réseau blazé. En effet, à la position du secteur, l'hologramme est identique à celui d'un réseau blazé. On fabrique donc, avec cette méthode, un mode en partie gaussien.*

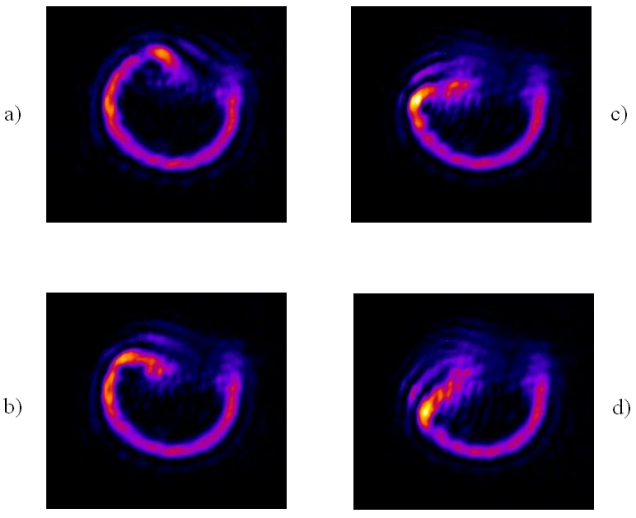

FIGURE 5.37 – *Figures de diffraction observées avec un secteur à phase constante à partir de* $\theta_0 = \frac{n2\pi}{l}$ *: a)* $n = 9, \theta_s = \frac{2\pi}{10}$*. b)* $n = 8, \theta_s = \frac{4\pi}{10}$*. c)* $n = 7, \theta_s = \frac{6\pi}{10}$*. d)* $n = 6, \theta_s = \frac{8\pi}{10}$*. Plus* θ_s *est grand, plus l'ouverture est importante mais de moins en moins nette.*

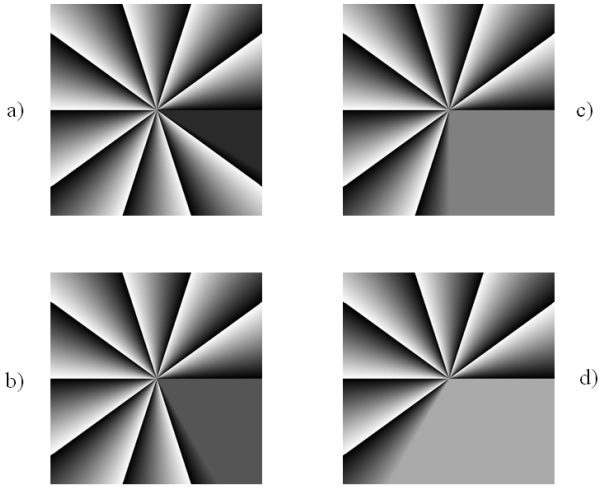

FIGURE 5.38 – *Exemples d'hologrammes où $\theta_0 \neq \frac{2\pi}{l}$: a)$\theta_s = \frac{\pi}{6}$. b)$\theta_s = \frac{\pi}{3}$. c)$\theta_s = \frac{\pi}{2}$. d)$\theta_s = \frac{2\pi}{3}$. Dans ce cas, la phase est discontinue en $\theta = \theta_0$ et $\theta = 0$ (voir les changements de niveaux de gris). Ici sont représentés les hologrammes sans réseau blazé afin de mieux observer les discontinuités de la phase.*

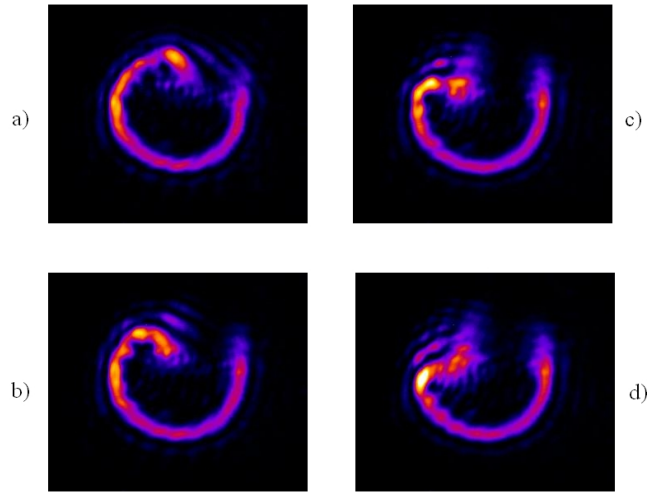

FIGURE 5.39 – *Figures de diffraction correspondant aux hologrammes de la figure 5.38 : a)$\theta_s = \frac{\pi}{6}$. b)$\theta_s = \frac{\pi}{3}$. c)$\theta_s = \frac{\pi}{2}$. d)$\theta_s = \frac{2\pi}{3}$. Les figures de diffraction obtenues présentent les mêmes caractéristiques que celles de la figure 5.37. Le comportement de la figure de diffraction est donc indépendant de la continuité de la phase mais pas de la continuité de sa dérivée.*

En conclusion, les ouvertures créées en utilisant un secteur constant ne permettent pas de fabriquer des profils avec un centre noir. De plus ces derniers ne sont pas lisses. C'est pourquoi, nous avons remplacé ce secteur par un secteur à phase linéaire décroissante (paragraphe 5.5.4).

5.5.4 Utilisation d'un secteur à phase linéaire décroissante

Hologramme

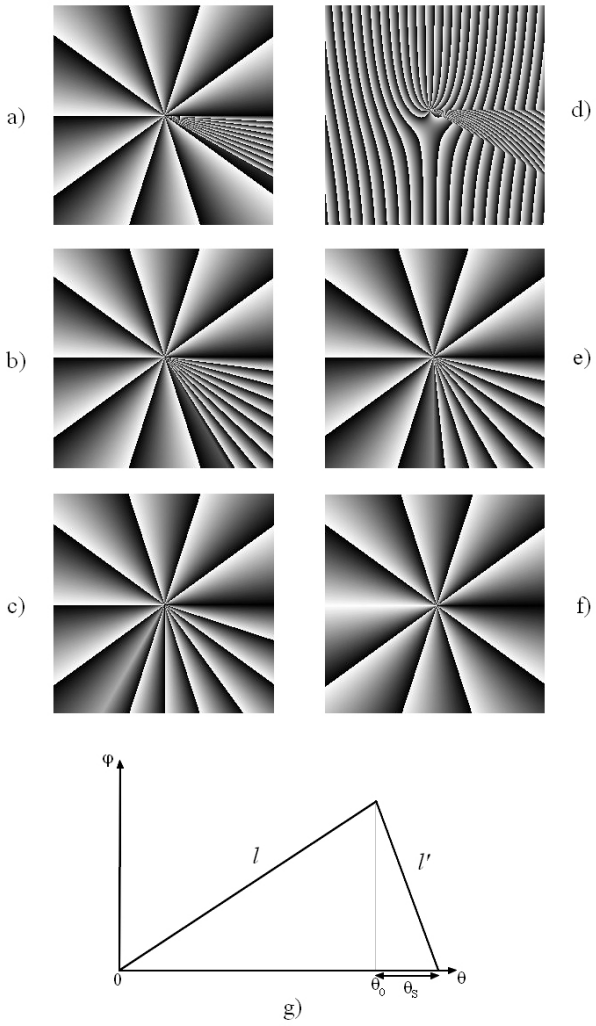

Figure 5.40 – *Exemples d'hologrammes sans réseau blazé (a, b, c, e, f) avec secteur à phase linéaire décroissante : a)$\theta_s = \frac{\pi}{6}$. b)$\theta_s = \frac{\pi}{3}$. c)$\theta_s = \frac{2\pi}{3}$. e)$\theta_s = \frac{\pi}{2}$. f)$\theta_s = \pi$.*
d) Hologramme avec réseau blazé et $\theta_s = \frac{\pi}{6}$. g)Exemple de variation de la phase en fonction de θ dans le cas d'un secteur à phase linéaire décroissante.

La discontinuité d'ordre 1 est ici fabriquée à l'aide d'un secteur à phase linéaire de

pente négative. La nouvelle phase appliquée sur le SLM s'écrit :

$$\begin{cases} \varphi & = l\theta \text{ si } 0 < \theta \leq \theta_0 \\ \\ \varphi & = l'\theta = \frac{\theta - 2\pi}{\theta_0 - 2\pi} l\theta_0 \text{ si } 2\pi \geq \theta > \theta_0 \end{cases} \tag{5.70}$$

Le secteur de pente négative permet de relier $\varphi(\theta_0) = l\theta_0$ à $\varphi(2\pi) = \varphi(0) = 0$ (voir figure 5.40), avec θ_0 choisi de façon arbitraire. La phase obtenue possède donc, deux discontinuités d'ordre 1 en $\theta = 0$ et θ_0. On pose, comme précédemment $\theta_s = 2\pi - \theta_0$.

Effet de θ_s sur la figure de diffraction

Nous avons étudié le comportement de la figure de diffraction en fonction de θ_s, pour $l = 10$ (voir figure 5.42). La méthode utilisée pour mesurer la taille de l'ouverture est la même que celle présentée dans le paragraphe 5.5.2.

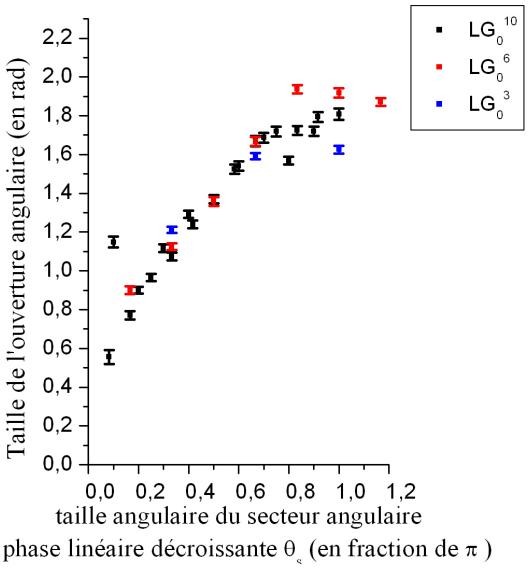

FIGURE 5.41 – *Etude de la taille de l'ouverture fabriquée sur la circonférence d'un LG en fonction de θ_s. L'ouverture augmente de façon monotone pour $0 < \theta_s < \frac{3\pi}{4}$ puis sature pour $\frac{3\pi}{4} < \theta_s < \pi$.*

Comme dans le cas du secteur constant, plus la taille angulaire θ_s du secteur est grande, plus l'ouverture est importante (voir graphe 5.41). En effet, l'ouverture augmente de façon monotone pour $0 < \theta_s < \frac{3\pi}{4}$ puis sature pour $\frac{3\pi}{4} < \theta_s < \pi$. L'ouverture maximale obtenue qui vaut 1.8 rad, est légèrement supérieure à celle fabriquée avec la fonction tangente (1.69 rad).

Il est important de remarquer que l'ouverture créée dépend uniquement de θ_s. En effet, on observe sur le graphe 5.41 que les mesures faites pour $l = 3$, 6 et 10 sont sur la même courbe. Quel que soit l, la taille de l'ouverture ne dépend que de θ_s. De plus, l'ouverture ainsi fabriquée est beaucoup plus nette que dans le cas du secteur constant.

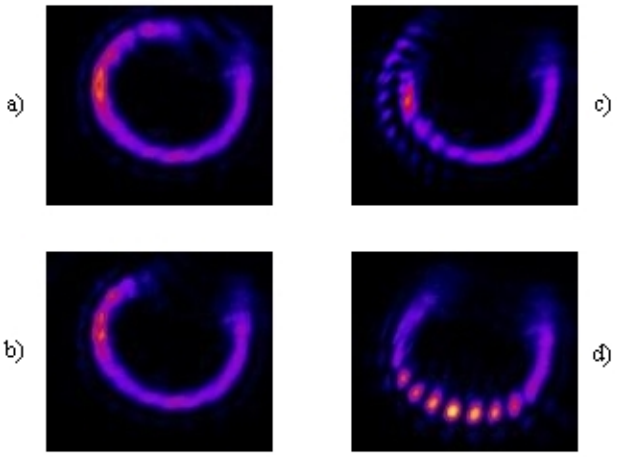

FIGURE 5.42 – *LGs ouverts fabriqués avec une phase linéaire décroissante pour $l = 10$ et $\theta_0 =$: a)$\frac{\pi}{6}$. b)$\frac{\pi}{3}$. c)$\frac{2\pi}{3}$. d)π. L'ouverture fabriquée par cette méthode est mieux définie. De plus pour $\theta_0 = \pi$, la figure de diffraction est composée de plusieurs spots répartis sur la circonférence. Ceci est caractéristique des interférences entre deux LGs d'ordre l et $-l$.*

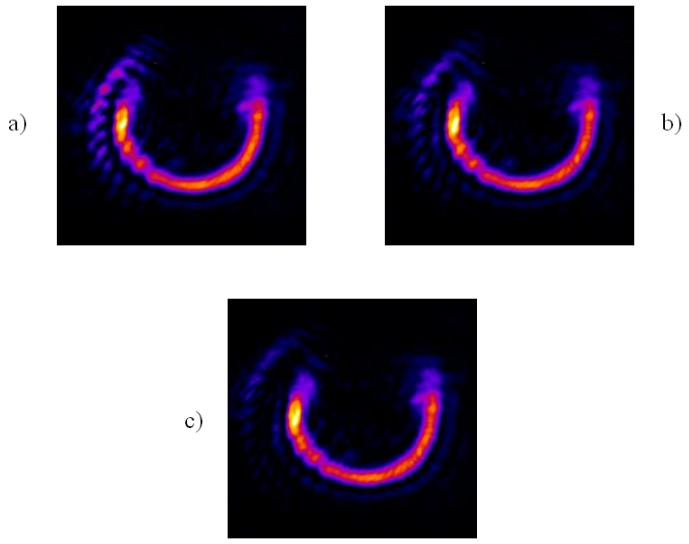

FIGURE 5.43 – *Figures de diffraction pour θ_0 fixé ($\frac{7\pi}{5}$) et différentes valeurs de l' : a)$l' = -\frac{7}{3}l$. b)$l' = -3l$. c)$l' = -\frac{11}{3}l$. On remarque que quand $|l'|$ augmente, le rayon de l'anneau extérieur s'agrandit et son intensité diminue alors que comme θ_0 est fixe, la taille de l'ouverture reste inchangée. Opter pour un l' de valeur absolue plus élevée que celui donné par l'équation 5.70 permet donc d'améliorer la qualité des LGs ouverts fabriqués.*

En effet, le nouveau mode fabriqué est maintenant le résultat d'une interférence entre deux modes Laguerre-Gauss, LG_0^l et $LG_0^{l'}$. De ce fait, quand l est égal à $-l'$ (c'est-à-dire pour $\theta_0 = \pi$), il y a interférence entre deux modes d'ordres opposés. On obtient alors une figure de diffraction en forme de "collier de perles", caractérisée par une circonférence composée de plusieurs spots (voir figure 5.42 d)). Quand θ_s diminue et que l' augmente, on observe deux anneaux. Le plus intérieur a les caractéristiques d'un LG_0^{10} et possède un profil homogène tandis que le second contient plusieurs spots (voir figure 5.42 c)). Enfin quand l est très différent de l'(c'est-à-dire pour θ_0 petit), on n'observe que l'anneau intérieur. Ces résultats sont en parfait accord avec les études précédentes menées sur les interférences de deux modes LG_0^l et $LG_0^{l'}$ [49][84]. En particulier, Burge et al. ont démontré l'existence des deux anneaux observés. Quand $|l'|$ est très différent de $|l|$, les deux modes de Laguerre-Gauss ne se recouvrent pas complètement : le deuxième anneau possède alors les mêmes propriétés que celles d'un $LG_0^{l'}$, et son intensité est faible. Le recouvrement entre les deux modes et donc l'intensité du deuxième anneau augmentent quand $|l'|$ se rapproche de $|l|$. C'est la raison pour laquelle nous n'observons que l'anneau intérieur pour $\theta_s = \pi/6$ et $\pi/3$, pour lesquels on a respectivement $l' = -11l$ et $l' = -5l$. L'anneau extérieur est trop faible pour être observé. Quand $\theta_s = \frac{2\pi}{3}$, on est dans le cas où $l' = -2l$ et l'anneau avec des franges devient clairement visible.

Il peut donc être intéressant d'éliminer ce deuxième anneau afin d'améliorer la netteté de la figure de diffraction. Pour cela, il suffit de remplacer la valeur de l' établie pour θ_0 et donnée par l'équation 5.70 par un l' de valeur absolue plus grand. Dans l'exemple de la figure, θ_s vaut $\frac{3\pi}{5}$. L'équation 5.70 donne $l' = -\frac{7}{3}l$. Le LG ouvert fabriqué avec $\theta_s = \frac{3\pi}{5}$ et $l' = -\frac{11}{3}l$, possède une ouverture de même taille mais le second anneau s'est agrandi et n'est quasiment plus visible (voir figure 5.43).

Propagation

On peut alors s'intéresser à la propagation de ces LGs ouverts. L'étude de la position angulaire de l'ouverture au cours de la propagation pour différentes valeurs de θ_s est représentée sur le graphe 5.44. On remarque que l'ouverture effectue une rotation d'au plus d'un angle proche de $\frac{2\pi}{3}$ pour $\theta_s = \frac{\pi}{2}$. L'angle de rotation diminue légèrement pour $\theta_s = \frac{2\pi}{3}$ pour finalement être nul pour $\theta_s = \pi$. Comme précédemment, le fait que le LG ouvert n'effectue pas de rotation quand $\theta_s = \pi$ au cours de la propagation, provient des interférences entre les modes LG_0^l et LG_0^{-l}. En effet, on rappelle que le champ électrique pour un LG_0^l s'écrit :

$$E_{LG_0^l} = \sqrt{\frac{2}{\pi\,|l|!}} \left(\frac{\sqrt{2}\rho}{w(z)}\right)^{|l|} e^{-\frac{\rho^2}{w^2}} e^{\frac{ik\rho^2}{2R(z)}} e^{-i(|l|+1)arctan(\frac{z}{z_R})} e^{il\theta} \tag{5.71}$$

$$= A_0^l e^{\frac{ik\rho^2}{2R(z)}} e^{-i(|l|+1)arctan(\frac{z}{z_R})} e^{il\theta} \tag{5.72}$$

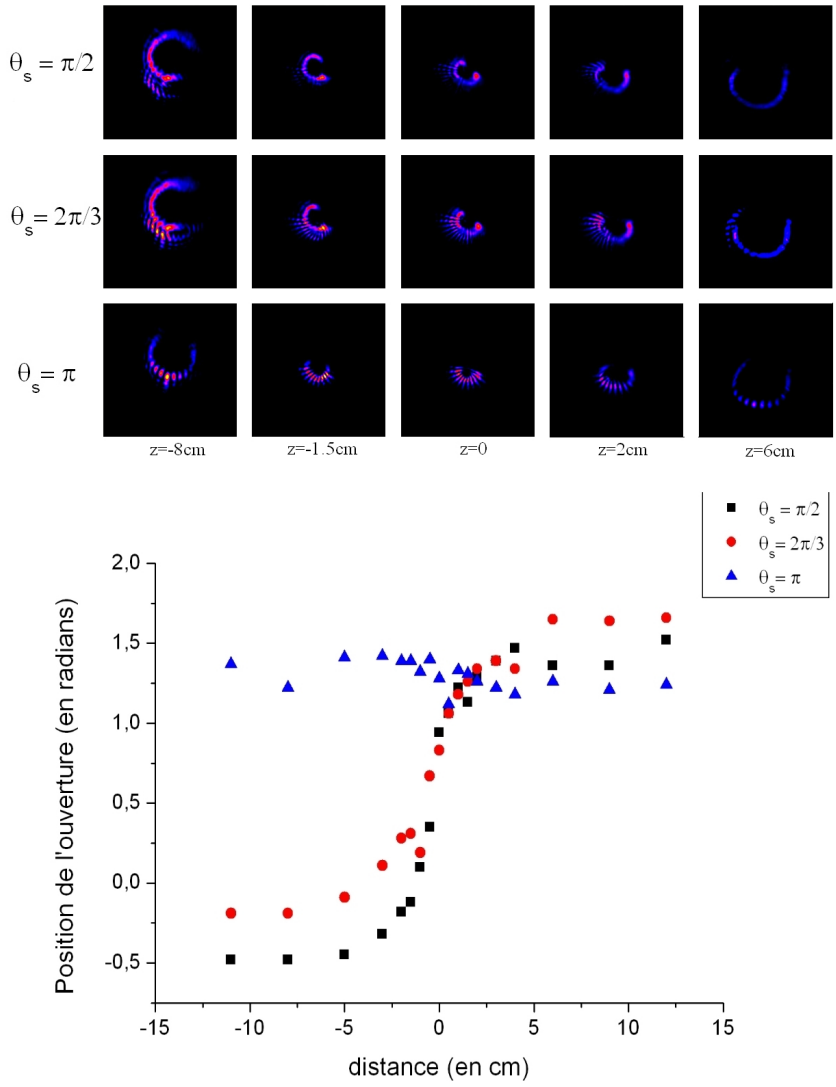

FIGURE 5.44 – *Position angulaire de l'ouverture au cours de la propagation pour différentes valeurs de θ_s : en noir, $\theta_s = \frac{\pi}{2}$, en rouge, $\theta_s = \frac{2\pi}{3}$ et en bleu, $\theta_s = \pi$. Le LG ouvert n'effectue pas de rotation pour $\theta_s = \pi$, ce qui est dû aux interférences entre deux LGs d'ordres l opposés.*

L'intensité résultante de l'interférence de deux champs $E_{LG_0^l}$ et $E_{LG_0^{l'}}$ s'écrit :

$$I = (E_{LG_0^l} + E_{LG_0^{l'}})(E_{LG_0^l} + E_{LG_0^{l'}})^* \tag{5.73}$$

$$= (A_0^l A_0^{l'})^2(1 + cos((l - l')\theta + (|l| - |l'|)arctan(\frac{z}{z_R})) \tag{5.74}$$

L'intensité est modulée selon l'angle θ et la variable z. Elle est indépendante de z si et seulement si $|l| - |l'| = 0$, ce qui est vérifié dans notre cas lorsque $\theta_s = \pi$ et donc $l' = -l$. Si l'on veut comprendre la propagation dans le cas $\theta_s = \frac{\pi}{2}$ ou $\theta_s = \frac{2\pi}{3}$, il faut décomposer les modes formés sur la base des Laguerre-Gauss comme nous l'avons fait dans le chapitre 3 [42]. En effet, on s'attend à ce que le LG ouvert fabriqué effectue une rotation d'un angle au moins égal à π au cours de sa propagation. Or la rotation observée est beaucoup plus faible. Il est à noter qu'il n'est pas nécessaire d'effectuer cette décomposition dans le cas $\theta_s = \pi$. En effet, l'hologramme utilisé produit par construction, deux LGs d'ordres opposés.

5.5.5 Extension à plusieurs ouvertures

Ces différentes méthodes peuvent être étendues à la fabrication de plusieurs ouvertures sur la circonférence d'un même LG. Dans la suite, nous allons nous limiter à la fabrication de deux ouvertures diamétralement opposées en utilisant les méthodes "fonction tangente" et "secteur à phase linéaire décroissante".

Modification de l'hologramme avec la fonction tangente

Pour fabriquer deux discontinuités dans l'hologramme diamétralement opposées, il suffit dans le cas de l'utilisation de la fonction tangente, de diminuer d'un facteur deux sa période. Avec une phase :

$$\varphi_2(\theta) = l\theta + G' * tan\left(\theta + b'\right) \tag{5.75}$$

où $b' = 5\pi/4$ les deux discontinuités sont situées dans les coins haut-gauche et bas-droit de l'hologramme (voir figure 5.45).

La taille des ouvertures fabriquées semble plus petite que dans le cas où on ne fabriquait qu'une seule ouverture. En effet, si on trace les phases $\varphi(\theta)$, permettant de fabriquer une seule ouverture et $\varphi_2(\theta)$, pour deux ouvertures, on observe que pour une même valeur de G (G'), la phase diverge plus tôt pour la fonction $\varphi(\theta)$ (voir figure 5.46a)). Autrement dit, la fonction $\varphi(\theta)$ est divergente sur un secteur plus grand que la fonction $\varphi_2(\theta)$. Il en résulte une ouverture plus grande lorsque l'on utilise la fonction $\varphi(\theta)$. Ceci est confirmé si on trace la dérivée des 2 fonctions en polaire : on trouve une variation de l'ouverture similaire à celle observée (voir figure 5.46c)). En conclusion, si on veut fabriquer avec une fonction tangente, un Laguerre-Gauss possédant deux ouvertures dans sa circonférence, la taille des ouvertures fabriquées sera inférieure.

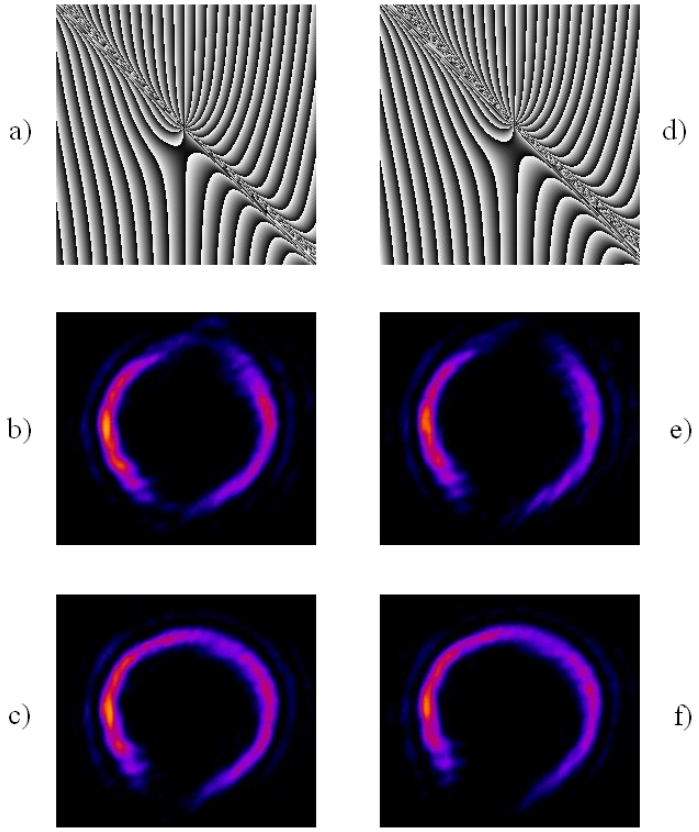

FIGURE 5.45 – *Hologrammes et figures de diffraction d'un LG possédant deux ouvertures fabriquées avec une fonction tangente : a) Hologramme avec $G' = 0.5$ b) Figure de diffraction avec $G' = 0.5$ c) A titre de comparaison figure de diffraction avec une seule ouverture et $G = 0.5$. d) Hologramme avec $G' = 1$ e)Figure de diffraction avec $G' = 1$ f) A titre de comparaison figure de diffraction avec une seule ouverture et $G = 1$. Les ouvertures formées (b, e) sont plus petites que précédemment (c,f).*

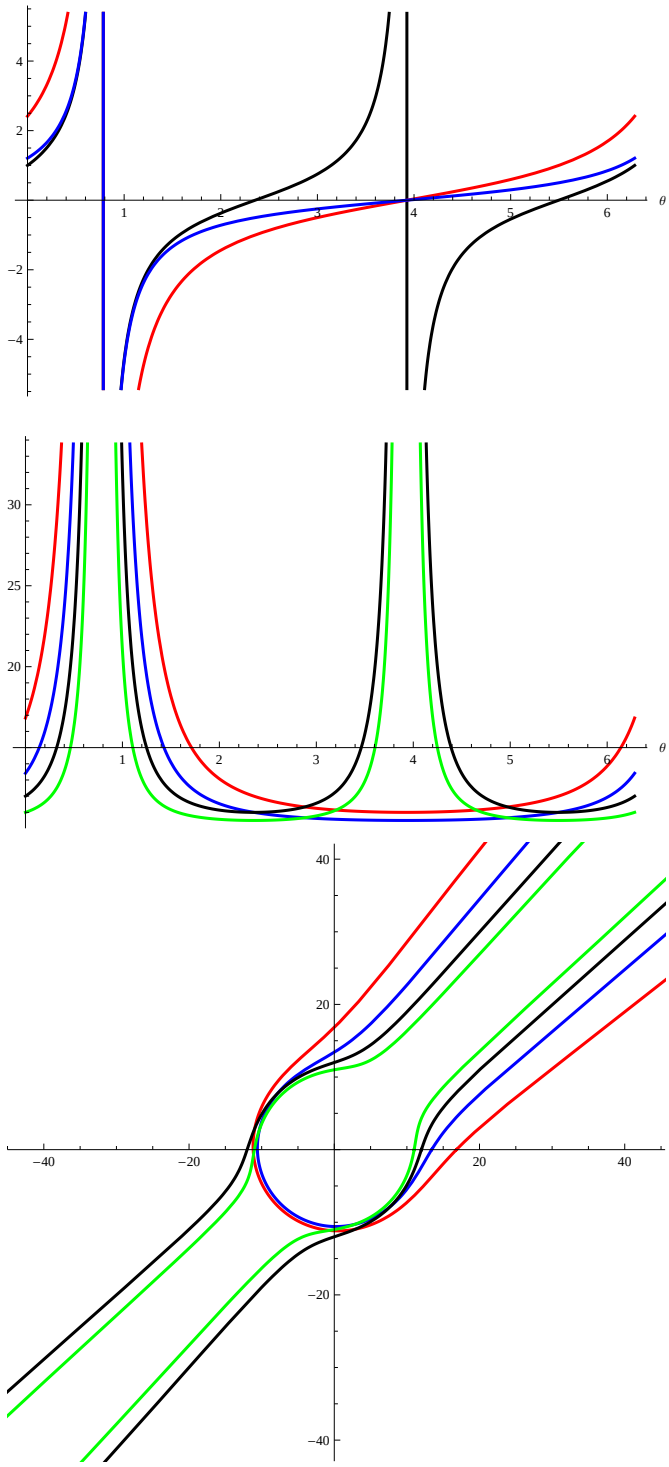

FIGURE 5.46 – *Etude des fonctions $\varphi(\theta)$et $\varphi_2(\theta)$:*
En haut : en noir, $\varphi_2(\theta, G' = 1)$; en rouge, $\varphi(\theta, G = 1)$; en bleu, $\varphi(\theta, G = 0.5)$. On observe que la fonction $\varphi(\theta, G = 1)$ est divergente sur un secteur plus grand que la fonction $\varphi_2(\theta, G' = 1$.
Au milieu : en noir, $\varphi_2'(\theta, G = 1)$; en rouge, $\varphi'(\theta, G = 1)$; en bleu, $\varphi'(\theta, G = 0.5)$; en vert, $\varphi_2'(\theta, G' = 0,5)$.
En bas : mêmes courbes qu'en b) en coordonnées polaires. Au niveau de la discontinuité de phase $\varphi'(\theta, G = 1)$ est supérieure à $\varphi_2'(\theta, G' = 1)$, ce qui implique que l'ouverture fabriquée soit, pour une même amplitude, plus grande pour la fonction $\varphi(\theta, G = 1)$. Cette étude confirme l'expérience.

Modification de l'hologramme avec phase linéaire décroissante

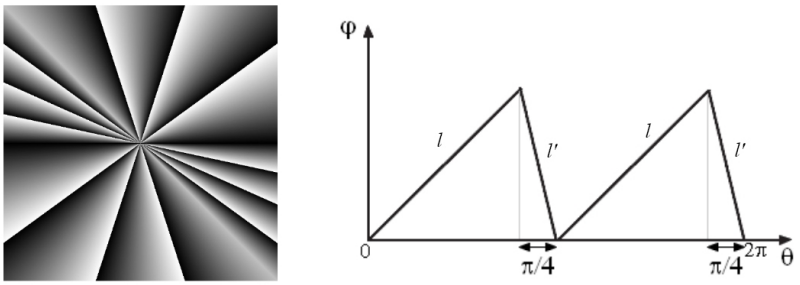

FIGURE 5.47 – *A gauche, hologramme permettant de fabriquer deux trous avec deux secteurs à phase linéaire décroissante (ici $\theta_s = \frac{\pi}{4}$). A droite, variation de la phase en fonction de θ correspondant à l'hologramme a).*

Si on veut fabriquer deux ouvertures diamétralement opposées à l'aide de secteur à phase décroissante, une méthode consiste à séparer l'hologramme en deux secteurs identiques de taille π. La phase est croissante jusqu'à $\theta = \pi - \theta_s$ et décroissante de $\theta = \pi - \theta_s$ à $\theta = \pi$. La phase appliquée sur le secteur $\theta = \pi$ jusqu'à $\theta = 2\pi$ est exactement la même que précédemment (cela revient à remplacer π par 2π dans la phase écrite ci-dessus) :

$$\begin{cases} \varphi & = l\theta \text{ si } 0 < \theta \leq \pi - \theta_s \\ \varphi & = l'\theta = \frac{(\pi-\theta_s)(\pi-\theta)}{\theta_s} l \text{ si } \pi - \theta_s \leq \theta < \pi \\ \varphi & = l(\theta - \pi) \text{ si } \pi < \theta \leq 2\pi - \theta_s \\ \varphi & = l'(\theta - \pi) = \frac{(\pi-\theta_s)(2\pi-\theta)}{\theta_s} l \text{ si } 2\pi - \theta_s \leq \theta < 2\pi \end{cases} \tag{5.76}$$

On obtient ainsi deux discontinuités d'ordre 1 diamétralement opposées (voir figure 5.47). Il est intéressant de remarquer, que comme attendu, la taille de l'ouverture dépend uniquement de θ_s et est donc indépendante du nombre d'ouvertures que l'on fabrique (voir figure 5.48). D'autre part, pour une même valeur de θ_s, $|l'|$ est beaucoup moins important, par construction, dans le cas où on fabrique deux ouvertures. C'est pourquoi, l'anneau extérieur composé de spots apparaît pour des valeurs de θ_s beaucoup plus faibles que précédemment (vers $\theta_s = \frac{\pi}{4}$ au lieu de $\theta_s = \frac{\pi}{2}$). De même, on observe une figure composée uniquement de spots pour $\theta_s = \frac{\pi}{2}$, taille du secteur pour laquelle $l' = -l$ (au lieu de $\theta_s = \pi$ pour une ouverture). Ceci confirme une nouvelle fois que ces spots sont dûs aux interférences entre deux modes Laguerre-Gauss d'ordres opposés.

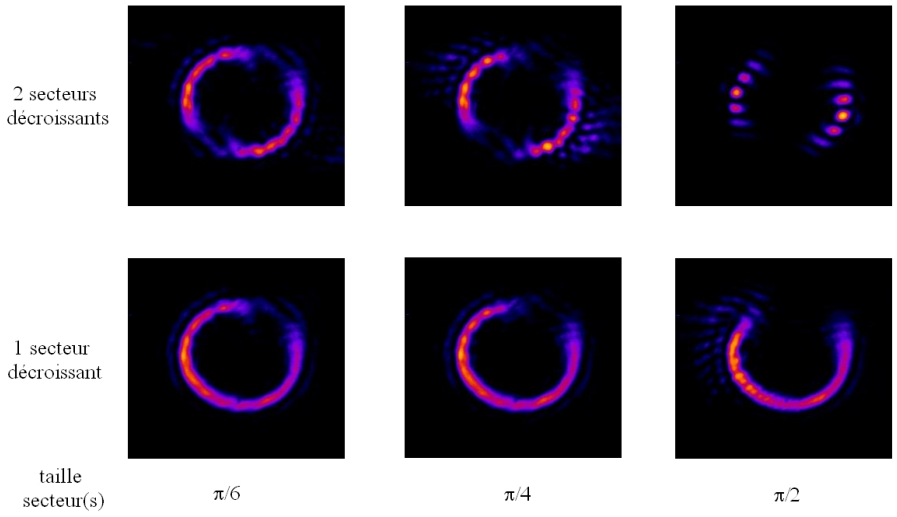

FIGURE 5.48 – *Figures de diffraction avec une et deux ouvertures pour $\theta_s = \pi/6, \pi/4$ et $\pi/2$. La taille des ouvertures fabriquées pour θ_s donnée est bien identique quel que soit le nombre d'ouvertures que l'on fabrique. $l = l'$ pour $\theta_s = \frac{\pi}{2}$ dans le cas de deux secteurs décroissants. On obtient alors bien une figure composée uniquement de spots comme dans le cas du "collier de perles".*

5.5.6 Perspectives et applications futures aux atomes froids

Nous venons de montrer qu'il suffisait de générer un hologramme dont la dérivée de la phase présente une discontinuité pour fabriquer un Laguerre-Gauss ouvert. Deux méthodes pour produire cette discontinuité se sont révélées efficaces : l'utilisation d'une fonction tangente ajoutée à une phase en hélice, et l'utilisation d'un hologramme composé de deux secteurs linéaires de taille variable, l'un avec une phase croissante et l'autre avec une phase décroissante. Dans les deux cas, la taille de l'ouverture peut être adaptée en modifiant les paramètres définissant l'hologramme. De nombreuses perspectives sur des expériences avec des atomes froids sont envisageables avec de tels potentiels optiques. Dans ce qui suit nous allons exposer quelques-unes de ces applications.

Quel que soit le type d'hologramme choisi, les Laguerre-Gauss ouverts peuvent être utilisés pour créer une fuite dans le mode de Laguerre-Gauss. En effet, on peut imaginer des expériences où l'on piège préalablement des atomes dans un mode de Laguerre-Gauss puis on modifie l'hologramme pour ouvrir ce Laguerre-Gauss. On pourrait alors étudier le temps que mettraient les atomes pour sortir du piège en fonction de la taille de l'ouverture fabriquée. Ceci permettrait, par exemple, d'estimer les pertes d'atomes piégés quand le centrage du Laguerre-Gauss sur le SLM n'est pas optimisé. Cette application n'est d'ailleurs pas spécifique aux modes de Laguerre-Gauss. On peut aussi envisager de fabriquer une ouverture dans un polygone après avoir piégé les atomes à l'intérieur de ce dernier. Là encore, comme précisé dans le paragraphe 5.4.4, grâce à une ouverture, on peut créer une perte d'atomes. En mesurant le taux de perte et la forme de la dé-

croissance du signal d'atomes en fonction du temps, on peut connaître les trajectoires des atomes à l'intérieur d'un potentiel et ainsi savoir si elles sont chaotiques ou non.

Il est également possible de faire diffracter un condensat de Bose-Einstein (BEC) par cette ouverture si sa longueur d'onde de De Broglie est du même ordre de grandeur ou supérieure à la taille de l'ouverture fabriquée. De même, un Laguerre-Gauss avec plusieurs ouvertures permettrait de faire interférer les atomes d'un BEC.

Considérons à présent le cas où le laser est désaccordé vers le rouge de la transition. Les atomes sont donc attirés vers les zones de fortes intensités soit l'anneau du Laguerre-Gauss. Un piège en anneau est ainsi réalisé. Si une ouverture est pratiquée dans la circonférence du Laguerre-Gauss, on transforme le piège en anneau en un piège linéaire dont les propriétés sont identiques à celles d'un piège à 1D. Cette méthode constituerait une manière simple de réaliser un piège linéaire et d'étudier les propriétés de la condensation de Bose-Einstein à une dimension [17].

Enfin, si on piège les atomes sur la circonférence d'un LG fermé (toujours en utilisant un laser désaccordé vers le rouge de la transition) et que l'on modifie l'hologramme pour fabriquer un "collier de perles" , on peut fragmenter le piège initial en plusieurs pièges. On peut alors étudier les interactions entre les atomes contenus dans différents pièges.

L'utilisation de Laguerre-Gauss ouverts contenant une ou plusieurs ouvertures réparties de façon quelconque ouvre donc un champ important de perspectives dans des expériences avec des atomes froids.

5.6 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons fabriqué d'autres potentiels optiques noirs en leur centre en vue de futures expériences sur des atomes froids. Nous nous sommes tout d'abord intéressés aux différentes manières de connaître les hologrammes à appliquer pour générer de tels potentiels. La transformée de Fourier inverse ne permettant pas de déterminer un hologramme uniquement de phase, le groupe a d'abord travaillé sur l'utilisation d'algorithmes, tels l'algorithme de Gerschberg-Saxton et l'algorithme de recherche directe. Malheureusement aucun algorithme ne permet de former des potentiels lisses. Ce critère étant fondamental pour les applications sur les atomes froids, l'équipe s'est orientée vers des hologrammes analytiques pour lesquels les variations de la phase sont continues.

C'est ainsi, que nous avons cherché à perturber un hologramme en hélice. Le problème est donc de trouver la bonne modification à appliquer à l'hologramme en hélice pour créer la forme de potentiel souhaitée. Il faut, de plus, s'assurer, que le centre du potentiel est bien noir. Une première méthode est de calculer le résultat de la diffraction de Fraunhofer et d'observer expérimentalement si les perturbations apportées convergent vers le résultat souhaité. Cette approche pouvant rapidement devenir fastidieuse, il est nécessaire de trouver une relation simple entre le profil d'intensité observé et la phase à appliquer sur le SLM. C'est pourquoi, Grier et al. proposèrent une solution qu'ils

démontrèrent uniquement expérimentalement pour un nombre limité d'hologrammes. Dans ce travail, nous avons réussi à démontrer théoriquement cette relation et à la généraliser à beaucoup de cas. Nous avons ainsi montré que le rayon définissant la distribution d'intensité observée est proportionnel à la dérivée de l'hologramme de phase par rapport à θ aux points $\chi \pm \frac{\pi}{2}$. Pour modifier ce rayon on peut donc utiliser une phase additionnelle $\varphi_{add}(\theta)$, indépendante de ρ. Cette relation est donc un bon moyen de connaître le profil d'intensité que l'on doit observer. Le seul souci est que ce résultat provient de la diffraction de Fraunhofer, vraie uniquement à l'infini. Pour connaître le résultat de la diffraction en tout point, on calcule en général le résultat de la diffraction de Fresnel en chaque position. Ce calcul étant long, nous avons développé un modèle basé sur la décomposition sur la base des Laguerre-Gauss LG_p^l, du champ au niveau du SLM. Le résultat de ce calcul est rapide à obtenir. De plus, pour connaître l'état du champ en tout point z de la propagation, il suffit de faire propager chaque composante LG_p^l grâce à la phase de Gouy. Le résultat de cette méthode est en très bon accord avec l'expérience et permet de connaître l'évolution du potentiel fabriqué au cours de la propagation.

Par conséquent la méthode utilisée ici pour trouver les hologrammes est la suivante : on part d'une figure de diffraction $R(\chi)$ que l'on souhaite fabriquer, puis on calcule par l'équation polaire la phase à appliquer sur le SLM, enfin on décompose le champ sur la base des Laguerre-Gauss pour connaître l'évolution du potentiel en fonction de z. Cette méthode nous a permis de fabriquer des polygones et des Laguerre-Gauss ouverts.

Pour fabriquer des polygones, on module la phase en hélice avec une fonction sinusoïdale. La fréquence de cette modulation donne directement l'ordre du polygone tandis que l'amplitude de cette modulation contrôle la répartition de l'intensité sur les sommets et les côtés du polygone. En effet, plus cette dernière est grande, moins les côtés du polygone sont homogènes et plus le polygone ressemble à un nombre fini de spots, nombre égal à son ordre. Une fois le polygone fabriqué, il est possible de le dupliquer en plusieurs polygones identiques grâce à l'ajout d'un réseau sinusoïdal dans l'hologramme. L'amplitude de ce réseau contrôle l'intensité relative des différents ordres alors que la distance entre chaque ordre est commandée par le pas de ce réseau.

Nous avons aussi utilisé cette méthode pour produire une ouverture dans la circonférence d'un Laguerre-Gauss. L'équation polaire nous dit qu'il suffit d'ajouter une phase dont la dérivée présente une discontinuité pour fabriquer un Laguerre-Gauss ouvert. Nous avons examiné expérimentalement différents hologrammes présentant cette propriété. Nous avons tout d'abord modulé l'hélice de phase avec une fonction tangente. En modifiant l'amplitude de cette fonction, nous avons montré qu'il était possible de changer à la fois le rayon du Laguerre-Gauss et la taille de l'ouverture. Nous avons ensuite remplacé un secteur de l'hélice de phase par un secteur de phase constante. Malheureusement, ces hologrammes ne permettent pas d'obtenir un potentiel au centre noir et aux contours homogènes. Nous avons donc remplacé ce secteur par un secteur à phase linéaire décroissante. Nous avons montré que la taille de l'ouverture était di-

rectement reliée à la taille du secteur décroissant. De plus, des propriétés intéressantes apparaissent du fait des interférences entre les deux modes de Laguerre-Gauss, correspondant aux deux secteurs de l'hologramme. Il est, par exemple, possible de fabriquer une figure de diffraction en forme de "collier de perles" invariante au cours de la propagation. Enfin, ce principe peut être généralisé à la fabrication de plusieurs ouvertures sur la circonférence d'un mode de Laguerre-Gauss.

Finalement, la modification d'un hologramme en hélice en vue de fabriquer d'autres potentiels creux constitue, pour notre équipe, la première étape vers de futures expériences plus complexes utilisant des atomes froids. En effet, les perspectives d'utilisation de tels potentiels sont nombreuses et vont de la fabrication de pièges originaux à des expériences d'interférométrie atomique en passant par la réalisation de systèmes chaotiques.

Conclusion générale

L'objectif de cette thèse était de façonner des lasers par holographie en vue de manipuler des atomes froids dans des potentiels dipolaires creux. Dans ce type de potentiels, les atomes sont piégés dans les zones sombres afin de limiter les pertes par émission spontanée. De tels pièges de lumière peuvent être réalisés à partir de faisceaux lasers Laguerre-Gauss LG_0^l.

C'est pourquoi, dans un premier temps, nous avons redonné les principales caractéristiques des modes de type Laguerre-Gauss LG_0^l. La forme de ces derniers est une couronne de lumière dont le centre est parfaitement noir. Les modes de Laguerre-Gauss peuvent donc être utilisés pour piéger des atomes en leur centre et l'anneau de lumière permet de les maintenir piégés à cet endroit. L'avantage de ces derniers est qu'ils se propagent sans se déformer et que leur profil d'intensité est parfaitement connu et dépend uniquement de l'ordre l du Laguerre-Gauss. C'est ainsi que leur utilisation a déjà fait l'objet d'applications pour la manipulation d'atomes froids. Des études qualitatives avaient déjà été publiées sur le piégeage et le guidage d'atomes froids. La première expérience que nous avons réalisée, était une expérience de guidage d'atomes froids dans un mode de Laguerre-Gauss vertical dans le but de confirmer et d'approfondir quantitativement les résultats précédemment obtenus.

Pour ce faire, il a donc été nécessaire de comprendre les différentes méthodes permettant de générer de tels modes. Nous sommes arrivés à la conclusion que l'holographie en phase et plus particulièrement l'utilisation de modulateurs spatiaux de lumière (SLM) était la méthode la plus simple à mettre en oeuvre et offrait l'avantage de redistribuer la puissance non utilisée dans les zones sombres vers les zones éclairées. Cet avantage n'est pas présent dans les hologrammes modulant uniquement l'amplitude du champ incident. De plus, le contrôle par ordinateur des SLM rend leur utilisation particulièrement souple et un seul appareil peut être employé à la génération de plusieurs hologrammes différents. C'est ainsi que nous avons opté pour un SLM à cristaux liquides nématiques permettant de moduler de façon continue la phase d'un faisceau lumineux. Dans ce contexte, j'ai développé un dispositif expérimental contenant ce type de SLM et permettant de façonner un laser titane-saphir. Le résultat de la diffraction du laser sur le SLM est observé au voisinage du plan focal de la lentille de projection.

Ce dispositif de façonnage de lasers a été utilisé pour produire des modes de Laguerre-Gauss par holographie. Néanmoins, cette méthode ne permet pas de fabriquer des modes

de Laguerre-Gauss purs. En effet, nous avons montré que nous avions en réalité généré une superposition de modes de Laguerre-Gauss LG_p^l de mêmes ordres l mais d'indices p différents. Néanmoins, l'ordre majoritaire est bien le mode LG_0^l et les différences avec un mode pur s'observent essentiellement dans la variation du rayon du Laguerre-Gauss suivant l'axe z de la propagation et dans la présence d'anneaux secondaires peu puissants. Ainsi, le rayon des Laguerre-Gauss expérimentaux augmente et la hauteur des barrières de potentiel diminue bien avec l. De même le centre des Laguerre-Gauss expérimentaux est noir et les potentiels fabriqués sont lisses de sorte que le guidage d'atomes froids dans de tels modes est tout à fait envisageable.

Nous avons donc adapté ce dispositif expérimental de façonnage de lasers à la source d'atomes froids du groupe déjà présente au début de ce travail. En particulier, des précautions ont dû être prises quant au centrage du faisceau Laguerre-Gauss sur le nuage d'atomes. Après avoir réglé finement ce centrage et les durées des différentes étapes intervenant dans l'expérience, nous sommes parvenus à guider un nuage d'atomes froids de taille 300 μm et d'une température de 20 μK. Au préalable, il a été nécessaire d'agrandir le faisceau de Laguerre-Gauss au moyen d'une lentille holographique. L'efficacité du guidage augmente quand le désaccord augmente et lorsque l'ordre l diminue. Ceci est dû respectivement à un meilleur recouvrement énergétique et à un meilleur recouvrement spatial entre le guide et le nuage atomique. La saturation de l'efficacité de guidage observée pour $l \geq 8$ a été attribuée à l'efficacité de diffraction du SLM qui diminue linéairement quand l augmente. Parallèlement nous avons développé un modèle permettant d'évaluer le taux de capture des atomes par le guide en fonction des recouvrements spatial et énergétique. Les résultats obtenus à l'aide de ce modèle viennent confirmer les résultats expérimentaux.

Afin de pouvoir réaliser d'autres expériences, nous nous sommes rendu compte de l'intérêt de dépasser la simple production de faisceaux Laguerre-Gauss et de générer des faisceaux creux de forme différente. C'est pourquoi, nous avons tout d'abord cherché à utiliser des algorithmes itératifs. Les hologrammes ainsi calculés possédant des variations de la phase trop brutales, du bruit de reconstruction est présent dans la figure de diffraction, ce qui les rend inutilisables pour des applications sur des atomes froids. C'est ainsi que nous avons cherché à modifier la géométrie d'un Laguerre-Gauss en ajoutant un terme de phase supplémentaire à la phase en hélice. Pour savoir quelle phase ajouter, nous avons tout d'abord cherché à démontrer théoriquement la formule empirique donnée par Grier reliant le rayon de la distribution d'intensité observée à la dérivée de la phase appliquée sur le SLM. Nous y sommes parvenus et nous l'avons de plus généralisée à tous les types de phase $\varphi(\theta)$. Néanmoins, cette méthode ne permet pas de connaître la figure de diffraction que l'on est censé observer ailleurs que dans le plan focal de la lentille de projection. Pour la connaître, nous avons développé un modèle basé sur la décomposition du champ après réflexion au niveau du SLM sur la base des Laguerre-Gauss LG_p^l. En propageant chaque mode de Laguerre-Gauss indépendamment, il devient alors possible de connaître le champ après réflexion sur le SLM en tout plan

perpendiculaire à l'axe de propagation et ainsi de savoir sur quelle distance une figure de diffraction donnée ne se déforme pas.

Cette méthode nous a permis de fabriquer des polygones et des Laguerre-Gauss ouverts. En introduisant une modulation sinusoïdale, nous avons ainsi fabriqué des polygones de différents ordres dont l'homogénéité peut être contrôlée précisément en adaptant l'amplitude de la modulation. Nous avons aussi démontré qu'en ajoutant la phase d'un réseau sinusoïdal à un hologramme préexistant, il était possible de dupliquer une figure de diffraction donnée en plusieurs motifs identiques d'intensité variable et de distance ajustable. De même, en ajoutant une phase dont la dérivée possède une discontinuité, nous avons montré que nous pouvions fabriquer des Laguerre-Gauss possédant une ouverture dans la circonférence de l'anneau. Plusieurs phases permettent de conserver le caractère noir du centre tout en produisant cette ouverture. Parmi les phases étudiées, deux répondent à ces critères. Il s'agit d'une phase additionnelle décrite par une fonction tangente et d'une hélice dans laquelle on a remplacé un secteur à phase constante par un secteur à phase linéaire décroissante. Nous avons montré que dans les deux cas il était possible de contrôler la taille de l'ouverture en ajustant les paramètres des deux fonctions. De plus, pour les deux types de phases étudiées, nous avons fabriqué plusieurs ouvertures dans la circonférence d'un Laguerre-Gauss. Si on modifie l'hélice de phase avec un secteur à phase décroissante de même taille que le secteur à phase constante, on obtient alors une figure de diffraction en forme de "collier de perles" et invariante pendant la propagation. Ce motif est caractéristique des interférences entre un mode LG_0^l et un mode LG_0^{-l}.

La génération de Laguerre-Gauss déformés est la première étape d'un projet qui consiste à fabriquer des potentiels creux de forme arbitraire pour une utilisation en physique atomique. Les premiers résultats permettent d'envisager de piéger prochainement des atomes dans ces pièges originaux. En particulier, l'une des perspectives intéressantes est l'étude de la dynamique des atomes à l'intérieur de tels pièges, pour en déduire la nature régulière ou chaotique des trajectoires suivies par les atomes [3].

Bibliographie

[1] LCOS-SLM X10468 series. `http://sales.hamamatsu.com/assets/pdf`.

[2] MBR 110. `http://www.coherent.com`.

[3] N. Friedman A. Kaplan, M. Andersen and N. Davidson. *Chaotic Dynamics and Transport in Classical and Quantum Systems*, chapter Atom-Optics Billards. Nato Science Series, 2005.

[4] L. Allen, M. W. Beijersbergen, R. J. C. Spreeuw, and J. P. Woerdman. Orbital angular momentum of light and the transformation of laguerre-gaussian laser modes. *Physical Review A*, 45 :8185–8189, 1992.

[5] M. F. Andersen, C. Ryu, P. Cladé, V. Natarajan, A. Vaziri, K. Helmerson, and W. D. Phillips. Quantized Rotation of Atoms from Photons with Orbital Angular Momentum. *Physical Review Letters*, 97 :170406, 2006.

[6] J. Arlt and K. Dholakia. Generation of high-order Bessel beams by use of an axicon. *Optics Communications*, 177 :297–301, 2000.

[7] J. Arlt, K. Dholakia, L. Allen, and M. J. Padgett. The production of multiringed Laguerre-Gaussian modes by computer-generated holograms. *Journal of Modern Optics*, 45 :1231–1237, June 1998.

[8] J. Arlt and M. J. Padgett. Generation of a beam with a dark focus surrounded by regions of higher intensity : the optical bottle beam. *Opt. Lett.*, 25 :191–193, 2000.

[9] J. P. Faroux B. Cagnac. *Lasers : intéraction lumière-atomes*. EDP sciences, 2002.

[10] S. M. Barnett and R. Zambrini. *Quantum Images*, chapter Orbital angular momentum of light. Springer, 2006.

[11] S. Barreiro and J. W. Tabosa. Generation of Light Carrying Orbital Angular Momentum via Induced Coherence Grating in Cold Atoms. *Physical Review Letters*, 90 :133001, 2003.

[12] M. W. Beijersbergen, L. Allen, H. E. L. O. van der Veen, and J. P. Woerdman. Astigmatic laser mode converters and transfer of orbital angular momentum. *Optics Communications*, 96 :123–132, 1993.

[13] M. W. Beijersbergen, R. P. C. Coerwinkel, M. Kristensen, and J. P. Woerdman. Helical-wavefront laser beams produced with a spiral phaseplate. *Optics Communications*, 112 :321, 1994.

[14] S. Bergamini, B. Darquié, M. Jones, L. Jacubowiez, A. Browaeys, and P. Grangier. Holograpic generation of microtrap arrays for single atoms by use of a programmable phase modulator. *Journal of the Optical Society of America B*, 21 :1889–1894, 2004.

[15] K. Bongs, S. Burger, S. Dettmer, D. Hellweg, J. Arlt, W. Ertmer, and K. Sengstock. Waveguide for Bose-Einstein condensates. *Physical Review A*, 63 :031602, 2001.

[16] Z. Bouchal, J. Wagner, and M. Chlup. Self-reconstruction of a distorted nondiffracting beam. *Optics Communications*, 151 :207–211, 1998.

[17] I. Bouchoule, K. V. Kheruntsyan, and G. V. Shlyapnikov. Interaction-induced crossover versus finite-size condensation in a weakly interacting trapped one-dimensional Bose gas. *Physical Review A*, 75 :031606, 2007.

[18] Boulder Nonlinear Systems. 100% Fill Factor. `http://www.bnonlinear.com/papers/new/100%20Fill%20Factor%20White%20Paper.pdf`.

[19] V. Boyer, R. M. Godun, G. Smirne, D. Cassettari, C. M. Chandrashekar, A. B. Deb, Z. J. Laczik, and C. J. Foot. Dynamic manipulation of Bose-Einstein condensates with a spatial light modulator. *Physical Review Letters*, 73 :031402, 2006.

[20] N. Chattrapiban, E. A. Rogers, D. Cofield, W. T. Hill, and R. Roy. Generation of nondiffracting bessel beams by use of a spatial light modulator. *Opt. Lett.*, 28 :2183–2185, 2003.

[21] N. A. Clark and S. T. Lagerwall. Submicrosecond bistable electro-optic switching in liquid crystals. *Applied Physics Letters*, 36 :899, 1980.

[22] M. A. Clifford, J. Arlt, J. Courtial, and K. Dholakia. High-order Laguerre-Gaussian laser modes for studies of cold atoms. *Optics Communications*, 156 :300–306, 1998.

[23] E. Courtade, O. Houde, J.-F. Clément, P. Verkerk, and D. Hennequin. Dark optical lattice of ring traps for cold atoms. *Physical Review A*, 74 :031403, 2006.

[24] J. E. Curtis and D. G. Grier. Modulated optical vortices. *Opt. Lett.*, 28 :872–874, 2003.

[25] J. E. Curtis and D. G. Grier. Structure of optical vortices. *Physical Review Letters*, 90 :133901, 2003.

[26] J. E. Curtis, B. A. Koss, and D. G. Grier.

[27] Université d'Edimburgh. Topic 12 : Spatial light modulators and modern optical systems. `http://www.ph.ed.ac.uk/~wjh/teaching/mo/slides/slms/slm.pdf`.

[28] J. Durnin. Exact solutions for nondiffracting beams. the scalar theory. *Journal of the Optical Society of America A*, 4 :651–654, 1987.

[29] U. Efron. *Spatial light modulator technology : materials, devices, and applications.* CRC Press, 1995.

[30] R. L. Eriksen, P. C. Mogensen, and J. Glückstad. Elliptical polarisation encoding in two dimensions using phase-only spatial light modulators. *Optics Communications*, 187 :325–336, 2001.

[31] R. L. Eriksen, P. J. Rodrigo, V. R. Daria, and J. Glückstad. Spatial light modulator-controlled alignment and spinning of birefringent particles optically trapped in an array. *Applied Optics*, 42 :5107–5111, 2003.

[32] F. K. Fatemi and M. Bashkansky. Cold atom guidance using a binary spatial light modulator. *Opt. Express*, 14 :1368, 2006.

[33] F. K. Fatemi and M. Bashkansky. Generation of hollow beams by using a binary spatial light modulator. *Opt. Lett.*, 31 :864–866, 2006.

[34] F. K. Fatemi and M. Bashkansky. Focusing properties of high charge number vortex laser beams. *Applied Optics*, 46 :7573, 2007.

[35] F. K. Fatemi, M. Bashkansky, and Z. Dutton. Dynamic high-speed spatial manipulation of cold atoms using acousto-optic and spatial light modulation. *Opt. Express*, 15 :3589–3596, 2007.

[36] S. Franke-Arnold, J. Leach, M. J. Padgett, V. E. Lembessis, D. Ellinas, A. J. Wright, J. M. Girkin, P. Ohberg, and A. S. Arnold. Optical ferris wheel for ultracold atoms. *Opt. Express*, 15 :8619–8625, 2007.

[37] N. Friedman, A. Kaplan, and N. Davidson. Dark optical traps for cold atoms. *Advances in Atomic, Molecular and Optical Physics*, 48 :99–151, 2002.

[38] N. Fukuchi, Y. Biqing, Y. Igasaki, N. Yoshida, Y. Kobayashi, and T. Hara. Oblique-Incidence Characteristics of a Parallel-Aligned Nematic-Liquid-Crystal Spatial Light Modulator. *Optical Review*, 12 :372–377, 2005.

[39] J. Garduno-MejíA, A. H. Greenaway, and D. T. Reid. Programmable spectral phase control of femtosecond pulses by use of adaptive optics and real-time pulse measurement. *Journal of the Optical Society of America B Optical Physics*, 21 :833–843, 2004.

[40] D. G. Grier. A revolution in optical manipulation. *Nature*, 424 :810–816, 2003.

[41] Hamamatsu. PPM X8267. `http://sales.hamamatsu.com/assets/pdf`.

[42] J. Hamazaki, Y. Mineta, K. Oka, and R. Morita. Direct observation of gouy phase shift in a propagating optical vortex. *Opt. Express*, 14(18) :8382–8392, 2006.

[43] M. Harris, C. A. Hill, P. R. Tapster, and J. M. Vaughan. Laser modes with helical wave fronts. *Physical Review A*, 49 :3119–3122, 1994.

[44] H. He, M. E. J. Friese, N. R. Heckenberg, and H. Rubinsztein-Dunlop. Direct Observation of Transfer of Angular Momentum to Absorptive Particles from a Laser Beam with a Phase Singularity. *Physical Review Letters*, 75 :826–829, 1995.

[45] N. R. Heckenberg, R. McDuff, C. P. Smith, H. Rubinsztein-Dunlop, and M. J. Wegener. Laser beams with phase singularities. *Optical and Quantum Electronics*, 24 :S951–S962, 1992.

[46] R. M. Herman and T. A. Wiggins. Production and uses of diffractionless beams. *Journal of the Optical Society of America A*, 8 :932–942, 1991.

[47] W. Hossack, E. Theofanidou, J. Crain, K. Heggarty, and M. Birch. High-speed holographic optical tweezers using a ferroelectric liquid crystal microdisplay. *Opt. Express*, 11 :2053–2059, 2003.

[48] O. Houde. *Réalisation d'éléments d'optique atomique : études d'un guide, d'une lame séparatrice dipolaire et d'un miroir concave magnétique.* PhD thesis, Université Paris-Sud, 2002.

[49] A. Jesacher, S. Fürhapter, S. Bernet, and M. Ritsch-Marte. Size selective trapping with optical cogwheel tweezers. *Opt. Express*, 12 :4129–4135, 2004.

[50] A. Kaplan, N. Friedman, and N. Davidson. Optimized single-beam dark optical trap. *Journal of the Optical Society of America B Optical Physics*, 19 :1233–1238, 2002.

[51] M. A. Kasevich, D. S. Weiss, and S. Chu. Normal-incidence reflection of slow atoms from an optical evanescent wave. *Opt. Lett.*, 15 :607, 1990.

[52] S. A. Kennedy, M. J. Szabo, H. Teslow, J. Z. Porterfield, and E. R. Abraham. Creation of Laguerre-Gaussian laser modes using diffractive optics. *Physical Review A*, 66 :043801, 2002.

[53] T. Kuga, Y. Torii, N. Shiokawa, T. Hirano, Y. Shimizu, and H. Sasada. Novel Optical Trap of Atoms with a Doughnut Beam. *Physical Review A*, 78 :4713–4716, 1997.

[54] J. Liesener, M. Reicherter, T. Haist, and H. J. Tiziani. Multi-functional optical tweezers using computer-generated holograms. *Optics Communications*, 185 :77–82, 2000.

[55] J. Lin, X.-C. Yuan, S. H. Tao, X. Peng, and H. B. Niu. Deterministic approach to the generation of modified helical beams for optical manipulation. *Opt. Express*, 13(10) :3862–3867, 2005.

[56] G. Machavariani, N. Davidson, E. Hasman, S. Blit, A. A. Ishaaya, and A. A. Friesem. Efficient conversion of a Gaussian beam to a high purity helical beam. *Optics Communications*, 209 :265–271, 2002.

[57] D. McGloin. Optical tweezers : 20 years on. *Royal Society of London Philosophical Transactions Series A*, 364 :3521–3537, 2006.

[58] D. McGloin, G. C. Spalding, H. Melville, W. Sibbett, and K. Dholakia. Applications of spatial light modulators in atom optics. *Opt. Express*, 11 :158, 2003.

[59] J. H. McLeod. The axicon : A new type of optical element. *Journal of the Optical Society of America (1917-1983)*, 44 :592, 1954.

[60] M. Mestre. *Holographie dynamique appliquée aux atomes froids : cas du guidage dans un mode laser de Laguerre-Gauss.* PhD thesis, Université Paris-Sud, 2008.

[61] M. Mestre, B. Viaris de Lesegno, R. Farcy, L. Pruvost, J. Bourderionnet, A. Delboulbé, B. Loiseaux, and D. Dolfi. Fast reconfigurable and transient-less hologra-

phic beam-shaping realized by a AOM-SLM device. *European Physical Journal Applied Physics*, 40 :269–274, 2007.

[62] A. Miniewicz. Liquid crystals for photonic applications. *Optical Materials*, 21 :605–610, 2003.

[63] S. S. R. Oemrawsingh, J. A. W. van Houwelingen, E. R. Eliel, J. P. Woerdman, E. J. K. Verstegen, J. G. Kloosterboer, and G. W. 't Hooft. Production and characterization of spiral phase plates for optical wavelengths. *Applied optics*, 43 :688–694, 2004.

[64] Spencer E. Olson, Matthew L. Terraciano, Mark Bashkansky, and Fredrik K. Fatemi. Cold atom confinement in an all-optical dark ring trap. *Physical Review A*, 76 :061404, 2007.

[65] Y. B. Ovchinnikov, I. Manek, and R. Grimm. Surface trap for cs atoms based on evanescent-wave cooling. *Physical Review Letters*, 79 :2225–2228, 1997.

[66] M. Padgett, J. Arlt, N. Simpson, and L. Allen. An experiment to observe the intensity and phase structure of Laguerre-Gaussian laser modes. *American Journal of Physics*, 64 :77–82, 1996.

[67] C. Paterson and R. Smith. Higher-order Bessel waves produced by axicon-type computer-generated holograms. *Optics Communications*, 124 :121–130, 1996.

[68] P. Prieto, E. Fernández, S. Manzanera, and P. Artal. Adaptive optics with a programmable phase modulator : applications in the human eye. *Opt. Express*, 12 :4059–4071, 2004.

[69] L. Pruvost, D. Marescaux, O. Houde, and H. T. Duong. Guiding and cooling of cold atoms in a dipole guide. *Optics Communications*, 166 :199–209, 1999.

[70] D. P. Rhodes, D. M. Gherardi, J. Livesey, D. McGloin, H. Melville, T. Freegarde, and K. Dholakia. Atom guiding along high order laguerre-gaussian light beams formed by spatial light modulation. *Journal of Modern Optics*, 53 :547, 2006.

[71] D. P. Rhodes, G. P. T. Lancaster, J. Livesey, D. McGloin, J. Arlt, and K. Dholakia. Guiding a cold atomic beam along a co-propagating and oblique hollow light guide. *Optics Communications*, 214 :247–254, 2002.

[72] W. W. Rigrod. Isolation of Axi-Symmetrical Optical-Resonator Modes. *Applied Physics Letters*, 2 :51–53, 1963.

[73] C. Ryu, M. F. Andersen, P. Cladé, V. Natarajan, K. Helmerson, and W. D. Phillips. Observation of Persistent Flow of a Bose-Einstein Condensate in a Toroidal Trap. *Physical Review Letters*, 99 :260401, 2007.

[74] A. Arnold S. Franke-Arnold. Enrouler la lumière pour piéger les atomes. *Pour la Science*, 376 :48–55, 2009.

[75] M. Padgett S. Franke-Arnold, L. Allen. Advances in optical angular momentum. *Lasers and photonics reviews*, 2 :299–313, 2008.

[76] J.B. Sampsell. An overview of Texas Instruments digital micromirror device (DMD) and its application to projection display. *Texas Instruments Incorporated*, 1993.

[77] M. Schiffer, M. Rauner, S. Kuppens, M. Zinner, K. Sengstock, and W. Ertmer. Guiding, focusing, and cooling of atoms in a strong dipole potential. *Applied Physics B : Lasers and Optics*, 67 :705–708, 1998.

[78] A. E. Siegman. *Lasers*. University science book, 1986.

[79] Y. Song, D. Milam, and W. T. Hill III. Long, narrow all-light atom guide. *Opt. Lett.*, 24 :1805, 1999.

[80] D. A. Steck. Rubidium 87 D Line Data. `http://steck.us/alkalidata/rubidium87numbers.pdf`.

[81] K. Sueda, G. Miyaji, N. Miyanaga, and M. Nakatsuka. Laguerre-Gaussian beam generated with a multilevel spiral phase plate for high intensity laser pulses. *Opt. Express*, 12 :3548, 2004.

[82] S. Sundbeck, I. Gruzberg, and D. G. Grier. Structure and scaling of helical modes of light. *Opt. Lett.*, 30 :477–479, 2005.

[83] C. Tamm. Frequency locking of two transverse optical modes of a laser. *Physical Review A*, 38 :5960–5963, 1988.

[84] S. H. Tao, X.-C. Yuan, J. Lin, and R. E. Burge. Residue orbital angular momentum in interferenced double vortex beams with unequal topological charges. *Opt. Express*, 14(2) :535–541, 2006.

[85] G. A. Turnbull, D. A. Robertson, G. M. Smith, L. Allen, and M. J. Padgett. The generation of free-space Laguerre-Gaussian modes at millimetre-wave frequencies by use of a spiral phaseplate. *Optics Communications*, 127 :183–188, 1996.

[86] A. Vasara, J. Turunen, and A. T. Friberg. Realization of general nondiffracting beams with computer-generated holograms. *Journal of the Optical Society of America A*, 6 :1748–1754, 1989.

[87] X. Xu, K. Kim, W. Jhe, and N. Kwon. Efficient optical guiding of trapped cold atoms by a hollow laser beam. *Physical Review A*, 63 :063401, June 2001.