



Adaptation de la méthode PEEC à la représentation électrique des structures de l'électronique de puissance

Maxime Besacier

► To cite this version:

Maxime Besacier. Adaptation de la méthode PEEC à la représentation électrique des structures de l'électronique de puissance. Sciences de l'ingénieur [physics]. Institut National Polytechnique de Grenoble - INPG, 2001. Français. NNT: . tel-00599262

HAL Id: tel-00599262

<https://theses.hal.science/tel-00599262>

Submitted on 9 Jun 2011

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

N° attribué par la bibliothèque

|_|_|_|_|_|_|_|_|_|_|_|_|_|_|_|

THESE

pour obtenir le grade de

DOCTEUR DE L'INPG

Spécialité : « Génie électrique »

préparée au Laboratoire d'Electrotechnique de Grenoble (LEG)

dans le cadre de l'Ecole Doctorale « E.E.A.T.S. »

présentée et soutenue publiquement

par

Maxime BESACIER

Ingénieur ISTG

le 13 novembre 2001

Titre :



**Adaptation de la méthode PEEC à la
représentation électrique des structures
d'électronique de puissance.**

**Directeurs de thèse : James ROUDET
Pierre SAGUET**

Jury

M. Jean-Louis IZBICKI
M. Lionel PICHON
M. James ROUDET
M. Pierre SAGUET
M. Jean-Luc SCHANEN

Président & Rapporteur
Rapporteur
Directeur de thèse
Co-directeur de thèse
Examineur

Remerciements

Par l'intermédiaire de ce petit chapitre élogieux, je voudrais remercier les personnes qui, de près ou de loin, m'ont accompagné durant mes trois années de thèse.

Pour commencer, je voudrais exprimer ma profonde reconnaissance à mes rapporteurs de thèse, messieurs Jean-Louis Izbicki, professeur à l'université du Havre et Lionel Pichon, chargé de recherche au Laboratoire de Génie Electrique de Paris. J'ai eu cette chance, que tout le monde n'a pas, d'avoir un jury qui a témoigné d'un grand intérêt pour mon sujet. La discussion fut intéressante, je les en remercie.

Je voudrais remercier également Jean-Pierre Rognon, directeur du LEG, pour m'avoir accueilli dans son laboratoire, ainsi que James Roudet et Pierre Saguet mes directeurs de thèse pour nos discussions toujours fortement instructives.

Je voudrais remercier Robert Perret, chef de l'équipe électronique de puissance à laquelle j'ai appartenue et qu'il orchestre avec maestria. Merci d'être à l'écoute de tous les thésards.

Je voudrais également remercier Jean-Luc Schanen « Monsieur Multi-tâche, 100% efficace ». Le seul chercheur au monde à réaliser en 1 semaine le travail d'1 mois mais pour lequel il avait prévu 1 jour. Merci pour l'aide qu'il m'a apportée.

Merci à Pierre pour le travail effectué sur la partie inductive et bon courage à Christian pour la suite de ce travail.

Je voudrais exprimer toute ma sympathie à Jacques, Steph, Joël, Alain, Bruno M, Florence, Patrick E, Patrick G, Patrice, Bruno F, Daniel, « Djidji » et aussi Jacqueline, Elise, Monique et Danièle pour leur sourire permanent. Toutes ces personnes qui font que le quotidien du labo est agréable et plein de bonne humeur.

Je voudrais faire un clin d'œil à Alain Sylvestre, un enseignant de l'ISTG, qui fût mon tuteur pendant mon stage DEA et surtout un très bon conseiller. Il a su me guider et m'aider à rentrer dans la recherche. Merci.

Dans un laboratoire de la taille du LEG, le nombre de thésard que l'on côtoie pendant nos trois années de thèse est important. Tous nous apportent quelque chose à leur manière.

D'abord, il y a les aînés : Lolo, Broisouille, Jeannot (qui sait ce que pédaler 9 heures veut dire), Corinne, Pat, Jean-Cri, Manu, Bertrand, Armando, POJ, PAG. Ils sont là quand on

arrive et partent avant nous, thèse en poche, sourire aux lèvres. Entre temps, beaucoup de moments passés ensemble, en vélo, sur les terrains de foot, à faire la fête (déguisé ou non), à la montagne, au ciné....Que des bons souvenirs. Merci.

Il y a aussi Jimmy (je ne suis pas prêt d'oublier l'Autriche...), Seb, P'tit Lu, Martin, David, Bertrand, Gérald. Des p'tits gars bien sympas, toujours prêt à discuter le coup.

Il y a ensuite l'équipe de choc : Laurent (peutard...), Eric, GrosBen, P'tit Ben, et Nuts. Les franches parties de rigolades n'ont pas manqué, et comme dirait GrosBen...Ohlala qu'est ce qu'on se poile ! Merci.

Et puis il y a le dernier qu'on a envie de citer. Celui avec qui on a travaillé pendant trois ans, partageant joies et angoisses. Celui au côté duquel on s'est battu pour ne pas subir ce qu'on nous imposait. Avec qui les parties de Balistic étaient des moments d'anthologie. Les souvenirs sont nombreux alors pour tout ce que tu m'as apporté : Merci Jean-Michel.

Enfin, même si une thèse entière ne suffirait pas pour leur dire tout ce qu'ils représentent pour moi, je voudrais remercier ma femme Nathalie, mes parents, Greg, Clo & Jack pour leur précieux soutien.

Table des matières

INTRODUCTION GENERALE	5
PARTIE A : Partie Inductive.	
I INTRODUCTION : ETAT DE L'ART	10
II MODELISER LES PLAQUES	12
II.1 LES ELEMENTS FINIS	12
II.2 LA METHODE PEEC	13
II.2.1 Les équations de base.....	13
II.2.2 Détermination des éléments $L - M - R$ et C	16
II.3 COMPARAISON DES METHODES	17
II.4 ETUDE DES LOGICIELS : METHODE PEEC.....	18
II.4.1 FASTHENRY.....	18
II.4.2 INCA.....	19
II.4.3 Maillage 1D - Maillage 2D.....	19
II.4.3.1 Maillage 1D.....	20
II.4.3.2 Maillage 2D.....	21
II.4.4 Comparaison FastHenry-InCa.....	24
III CONNECTIQUES MULTI-ACCES.....	26
III.1 MISE EN EVIDENCE DE COUPLAGES RESISTIFS.....	27
III.1.1 Exemple 1 : 1 plaque.....	27
III.1.2 Exemple 2 : 2 plaques.....	30
III.2 IMPORTANCE DES TERMES RESISTIFS.....	31
III.3 SCHEMA ELECTRIQUE EQUIVALENT.....	35
III.3.1 Introduction.....	35
III.3.2 Plusieurs schémas possibles.....	36
III.3.3 Passage du schéma branche au schéma polygone	38
III.3.3.1 Convention du schéma branche	38
III.3.3.2 Convention du schéma polygone	39
III.3.3.3 Etablissement d'une formule de passage	40
III.3.4 Exemples.....	44
III.3.4.1 Exemple de schéma polygone avec une plaque	44
III.3.4.2 Exemple de schéma polygone avec le mini busbar	46
III.4 CONCLUSIONS.....	48
IV LES TROUS	49
IV.1 MODIFICATION GEOMETRIQUE	50
IV.2 MODIFICATION ELECTRIQUE.....	50
IV.3 COMPARAISON DES DEUX METHODES	51
IV.4 APPLICATION A NOTRE EXEMPLE	52

V	APPLICATIONS	56
V.1	PRESENTATION	56
V.2	ETUDE DU BUSBAR JUNIPER.....	58
V.2.1	Modélisation du busbar.....	58
V.2.2	Validation expérimentale.....	61
V.2.2.1	Etude harmonique	61
V.2.2.2	Etude temporelle (ou par commutation).....	63
V.2.2.3	Problèmes de simulation en étude complète.....	65
V.2.3	Conclusions	65
V.3	INSERTION D'UN TROU DANS LE BUS DE PHASE.....	67
V.4	CONCLUSIONS SUR L'ETUDE DU BUSBAR JUNIPER	74
VI	CONCLUSIONS	75

PARTIE B: Partie Capacitive.

I	PROBLEMATIQUE – OBJECTIFS	77
II	RAPPELS D'ELECTROSTATIQUE	80
II.1	EQUILIBRE ELECTROSTATIQUE.....	81
II.2	COEFFICIENTS DE POTENTIEL – COEFFICIENTS D'INFLUENCE.....	81
II.3	NOTION DE CONDENSATEUR.....	83
II.4	CONCLUSIONS.....	84
III	LES LOGICIELS ET LEURS METHODES ASSOCIEES.....	85
III.1	LES LOGICIELS FONDES SUR LES ELEMENTS FINIS	85
III.2	LES LOGICIELS FONDES SUR LA METHODE DES ELEMENTS DE FRONTIERES	86
III.3	TECHNIQUE DE LA METHODE DES MOMENTS.....	88
III.4	CONCLUSIONS.....	89
III.4.1	Sur les logiciels	89
III.4.2	Sur les méthodes.....	91
IV	DETERMINATION DES CAPACITES PARASITES A PARTIR DE LA METHODE PEEC.	92
IV.1	DESCRIPTION DE LA METHODE	92
IV.2	APPLICATION NUMERIQUE.....	95
IV.3	NECESSITE DU MAILLAGE	96
IV.4	COMPARAISONS GENERALES AVEC LES AUTRES METHODES	100
IV.5	PRECAUTIONS CONCERNANT LE MAILLAGE	100
V	BANCS DE TESTS.....	103
V.1	PLAQUES PARALLELES.....	104
V.1.1	Plaques superposées de surfaces identiques.	104

V.1.2	<i>Plaques de surfaces différentes</i>	109
V.2	PLAQUES PERPENDICULAIRES.....	110
V.3	DEUX PLAQUES PERPENDICULAIRES PARALLELES ENTRE ELLES	112
V.4	BARRES PARALLELES IDENTIQUES	114
VI	CONCLUSIONS	118
	CONCLUSION GENERALE	120
	BIBLIOGRAPHIE.....	125
	ANNEXE 1	132
	LE TERME RESISTIF	132
	NOTION D'INDUCTANCE ET DE MUTUELLE PARTIELLE.....	132
	INDUCTANCES ET MUTUELLES PARTIELLES ENTRE DEUX CONDUCTEURS FILIFORMES.....	133
	INDUCTANCES ET MUTUELLES PARTIELLES ENTRE DEUX RUBANS.....	134
	INDUCTANCES ET MUTUELLES PARTIELLES ENTRE DEUX CONDUCTEURS VOLUMIQUES DE SECTION RECTANGULAIRE.....	135
	ANNEXE 2.....	137
	ANNEXE 3.....	139
	ANNEXE 4.....	142
	ANNEXE 5.....	144

- *INTRODUCTION* -



INTRODUCTION GENERALE.

De nos jours, la conception assistée par ordinateur (CAO) est incontournable dans de nombreux domaines de la physique appliquée. Pour ne citer que la microélectronique, nous envisageons mal à l'heure actuelle des microprocesseurs conçus à l'aide d'un simple fer à souder !

Le domaine de l'électrotechnique classique n'échappe pas non plus à la règle, puisque nous trouvons de nombreux logiciels (souvent basés sur la méthode des éléments finis) permettant de simuler le comportement de machines électriques avant réalisation.

L'électronique de puissance en revanche, ne s'est, jusqu'à présent, que peu laissée pénétrer par les techniques modernes de la CAO. En effet, un des principaux problèmes que nous rencontrons est la pluridisciplinarité des phénomènes mis en jeu, ainsi que leur couplage relativement fort : nous ne citerons en exemple que l'interaction intime semiconducteur-câblage, qui rend la modélisation des commutations si complexe [JEA01].

Il n'en demeure pas moins qu'un effort se fait sentir depuis quelques années au niveau des outils de conception en électronique de puissance. Pour ce qui touche à la simulation, les semiconducteurs de puissance voient leurs modèles progresser continuellement [MIY98], [XIN98]. Quant au câblage, la difficulté de modélisation par les éléments finis, des structures complexes d'interconnexion utilisées, a abouti au développement d'un outil « métier » : InCa [CLA96].

Il ne faut toutefois pas réduire la conception en électronique de puissance à la simple capacité de pouvoir simuler les structures géométriques proposées. La diversité des constantes de temps rencontrées et la large palette des phénomènes physiques à considérer rendent l'approche beaucoup plus complexe.

En se calquant sur les méthodologies de la microélectronique, nous pouvons définir trois grandes étapes dans la conception d'un convertisseur statique :

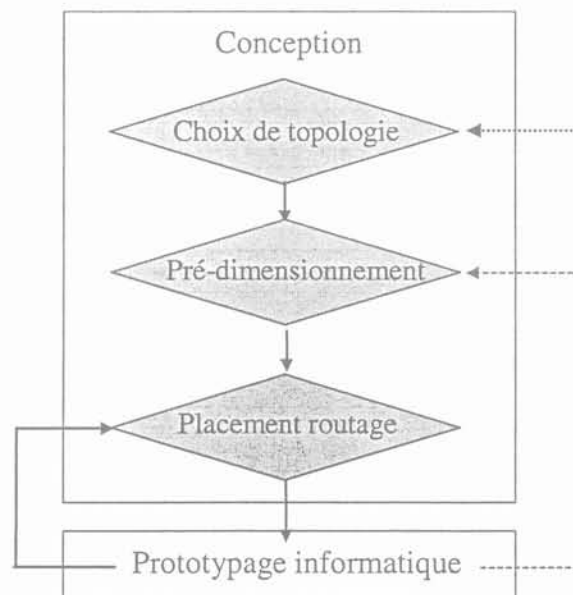
- une phase de conception structurelle, qui comprend le choix de la topologie à adopter.

- Une phase de pré-dimensionnement, permettant la détermination des grandeurs fondamentales : fréquence de découpage, éléments passifs, nombre de semi-conducteurs, etc... Dans cette phase, les composants sont supposés quasi parfaits, ou alors leurs imperfections ne sont pas modélisées finement.
- Une phase de placement routage, qui consiste à prendre en compte des modèles plus fins, incluant les éléments parasites des composants.

A l'issue de ces diverses phases, une simulation complète, véritable « prototype informatique », validera l'ensemble du projet, que ce soit sur le plan électrique, thermique, régulation, compatibilité électromagnétique...

Ce prototypage informatique, outre les avantages évidents de coût et de délais qu'il apporte, permet un certain nombre d'apports bien particuliers, inhérents à la simulation. Il permet d'effectuer des études de sensibilité, des études du pire cas, etc... En effet, il est tout à fait concevable qu'un prototype fonctionnant parfaitement durant la phase d'essai, donne lieu à une fabrication en série déficiente, du fait d'une plus grande dispersion des composants, d'un changement de technologie ou de fournisseur...

Un cycle complet de conception, tel qu'il est envisagé dans un futur proche, peut se représenter de la manière suivante :



Les informations obtenues par ce type de prototypage nous permettent éventuellement de déduire quelques modifications à effectuer sur les niveaux supérieurs comme l'indiquent sur le schéma les flèches de rebouclage. Si le rebouclage sur le placement routage peut s'avérer utile afin de modifier la valeur de quelques éléments parasites, les rebouclages sur les deux

niveaux supérieurs ne sont pas souhaitables, du fait des modifications trop importantes que cela entraîne.

Ce travail de thèse s'inscrit dans le cadre du prototypage informatique en liens étroits avec le placement routage. L'idée générale est d'étudier l'environnement électromagnétique des composants en électronique de puissance [BEU97]. En effet, les imperfections dues au câblage jouent un rôle parfois déterminant dans la montée en puissance et en fréquence des convertisseurs [ROU98] :

- La mise en parallèle de semiconducteurs peut être moins efficace si les impédances de câblage nuisent à la bonne répartition des courants entre les divers éléments (déclassement).
- La vitesse de commutation en courant est limitée par les surtensions induites par les inductances dues à la connectique [SCH98].
- Les capacités de mode commun peuvent modifier significativement les vitesses de commutation en tension [FRE00], ce qui peut être préjudiciable lors de la mise en série de composants.
- Enfin, le comportement CEM du convertisseur dans son ensemble est régi par ce que nous appelons justement les imperfections du câblage (inductives et capacitives), que nous nous devons donc de caractériser.

Les travaux de thèse présentés ici porteront donc sur la détermination des éléments parasites au sein des interconnexions d'électronique de puissance, que ce soient les inductances ou les capacités.

Il existe plusieurs méthodes et donc plusieurs logiciels pour étudier les structures d'interconnexions. Dans l'ensemble du travail présenté dans ce manuscrit, nous nous efforcerons de tester et de comparer les différentes méthodes afin d'utiliser celle répondant le plus à nos besoins.

Les inductances parasites sont étudiées pour des géométries particulières de l'électronique de puissance que sont les busbars [ZAR00]. Comme nous le détaillerons par la suite, les busbars sont des interconnexions spécifiques, à base de plaques larges, permettant l'association de nombreux composants en gardant des inductances faibles. Le but de cette première partie se décompose en trois points distincts:

- Pouvoir modéliser correctement le comportement électrique de ces structures.

- Construire un schéma électrique équivalent complet pour insérer les interconnexions dans les logiciels de circuit [BES00].
- Etre capable de modifier la géométrie afin, par exemple, d'équilibrer les courants au sein des composants mis en parallèle [BES01].

Nous utiliserons pour cela des logiciels d'analyse. Cela s'inscrit parfaitement dans la partie prototypage informatique en lien avec le placement routage.

La détermination des capacités parasites fait l'objet de la deuxième partie. Elle est rendue nécessaire avec l'augmentation des vitesses de commutation et des fronts de tensions. Outre leur influence sur le comportement des semiconducteurs en commutation déjà cité, nous retiendrons particulièrement le besoin d'un outil permettant de prédéterminer avec précision les valeurs des capacités parasites, pour prédire le comportement CEM d'un convertisseur. Les capacités de mode commun, notamment, sont capitales dans l'étude des perturbations émises. Mais, nous pouvons également retenir des aspects « filtrage intégré » relativement intéressants. La capacité mutuelle d'un bus continu, par exemple, peut être bénéfique, en jouant le rôle d'une capacité « X » de bonne qualité.

De la même manière que pour les inductances, nous retrouverons les mêmes problèmes inhérents aux géométries tridimensionnelles complexes utilisées en électronique de puissance. En effet, si dans le domaine de la microélectronique les lignes de propagation ont des géométries bien définies (ruban, coplanaire, etc...) avec des formules bien précises pour la détermination des capacités correspondantes, la complexité géométrique des interconnexions de puissance (barres massives) ne permet pas l'utilisation de ces formules. Il est donc nécessaire de proposer une alternative différente. La deuxième partie de ce manuscrit consistera donc en un choix d'un logiciel adapté pour résoudre ce genre de problème et traitera différentes configurations pour valider la méthode retenue.

- *PARTIE A* -

PARTIE INDUCTIVE

I Introduction : Etat de l'art

Les convertisseurs statiques de l'électronique de puissance utilisent des composants dont la vitesse de commutation ne cesse de croître (de $500^\circ\text{A}/\mu\text{s}$ à $5000^\circ\text{A}/\mu\text{s}$ selon l'application). De plus, la valeur des courants commutés augmente également (entre 400 et 1000A). Dans ce contexte, les interconnexions ou plus généralement le câblage, influent de plus en plus sur les caractéristiques électriques des systèmes. Une des principales contraintes sur le câblage dans une structure de commutation, est la réduction de son inductance parasite. En effet, lors d'une commutation, l'inductance parasite va créer une surtension de la forme $U=Ldi/dt$. Cette tension dépend fortement du front de courant. Ces fronts peuvent s'avérer très importants dans les domaines de la forte puissance (traction ferroviaire, propulsion navale...) où les IGBTs de fort calibres atteignent des vitesses de commutation très grandes. Ces surtensions peuvent entraîner la destruction du composant interrupteur. De ce fait, l'inductance parasite va pondérer le rôle de la commutation du courant. Une première solution envisagée, pour réduire l'effet inductif des connexions, était d'ajouter des circuits d'aide à la commutation dans le système. En contre partie, ces circuits augmentaient considérablement le nombre de composants, rendant donc plus coûteuse et plus difficile la fabrication du système. Le problème est donc de réduire l'inductance parasite de manière à se passer de ces circuits.

Les interconnexions en électronique de puissance peuvent avoir des géométries assez complexes du fait des contraintes mécaniques assez importantes [FAR98]. Cela n'implique pas forcément une complexité au niveau de l'électronique de puissance en elle même. Bien au contraire, dans nombre de cas, des géométries relativement simples entraînent une modélisation assez complexe à réaliser. C'est le cas du busbar laminaire [ALL97]. Le busbar laminaire est une technique de câblage qui répond à la problématique énoncée dans le paragraphe précédent à savoir réduire l'inductance parasite des interconnexions. Il est

schématiquement constitué de deux plaques de cuivre, au minimum, séparées par de l'isolant. Il a une inductance parasite totale très faible (dizaine de nanoHenry) du fait de la forte mutuelle existante entre les plaques [SCH96]. Le domaine d'application des busbars concerne essentiellement les applications de forte puissance où les semiconducteurs mis en jeu sont rapides et les courants commutés de l'ordre du millier d'Ampères.

Dans les structures d'électronique de puissance telles que les convertisseurs statiques, les semiconducteurs sont, suivant les contraintes, mis en parallèles afin d'assurer le calibre en courant nécessaire. Dans ce cas de figure, l'équilibrage des courants dans les différents semiconducteurs est primordial [OHI99]. Un léger déséquilibre peut entraîner une dégradation plus rapide d'un semiconducteur par rapport aux autres. Cela peut aller jusqu'à sa destruction si le déséquilibre s'avère être important. Si les interrupteurs ont les mêmes caractéristiques électriques, le déséquilibre en courant va provenir de l'environnement, c'est à dire du câblage.

Toutes ces contraintes mettent en évidence la nécessité de concevoir, de manière rigoureuse, les busbars. La technique industrielle qui consiste à la réalisation d'un prototype [CHI93], [ZHU99] est une méthode coûteuse et limitée. La conception et la modélisation à partir de logiciels adaptés vont permettre de posséder une bonne connaissance et d'appréhender les problèmes créés par les interconnexions [BOT95], [CLA00]. Ces problèmes sont essentiellement dus à une donnée qu'il est difficile d'estimer : comment va se répartir le courant à l'intérieur des plaques ? Afin de répondre à cette question, le système devra être modélisé. Cette modélisation va consister en la détermination du comportement électrique de la plaque sous forme de schéma électrique équivalent. Ces schémas électriques nous ramènent à des structures connues et plus facilement analysables. L'étude de ces schémas va permettre, en fonction de la fréquence, de savoir par quel chemin « transite » le courant à l'intérieur des plaques, et donc d'estimer les déséquilibres en courant pouvant apparaître lors de la mise en parallèle de composants [JEA99]. Nous développerons également un moyen de modifier la circulation du courant afin de rétablir l'équilibre du courant. Cette méthode introduira la notion de trou dans la modélisation. Ce type de schéma, constitué de résistances et d'inductances couplées, pourra être intégré dans les logiciels de circuits.

Nous allons présenter dans un premier chapitre les possibilités qui nous sont offertes pour faire une modélisation des plaques, et après comparaison, nous choisirons celle qui nous convient le mieux. Dans un second chapitre, nous développerons l'étude des connectiques multi-accès en mettant en évidence l'importance des couplages résistifs (terme de couplage

complexe) ainsi que les schémas électriques équivalents qui en découlent. Nous présenterons dans un troisième chapitre, la notion de trous pour essayer de gommer ou diminuer les déséquilibres en courant. Enfin nous appuierons nos méthodes par deux applications et nous pourrons conclure.

II Modéliser les plaques

L'intérêt de la modélisation est de pouvoir étudier rapidement et de manière « virtuelle » le comportement d'un système donné, sans avoir besoin de réaliser des prototypes, dont les modifications souvent nécessaires lors d'une étude sont assez coûteuses. De plus, l'aspect visualisation des résultats de modélisation permet une compréhension accrue des phénomènes. Cette compréhension peut servir l'étape en amont concernant l'aide à la conception. Cet aspect de la modélisation est important car il permet de mettre en avant les critères sensibles dans la conception d'un busbar et également de mettre en œuvre des routines classiques de conception des busbars. Dans notre cas de figure, l'outil de modélisation doit nous permettre d'étudier le comportement électrique (inductif et résistif) des busbars.

Dans ce chapitre, nous nous proposons d'étudier deux types de méthodes qui permettent de répondre à notre attente. La différence entre ces deux méthodes réside dans la manière de résoudre les équations de Maxwell. Dans un cas, la résolution se fait de manière numérique, et dans l'autre cas, la résolution se fait de manière analytique. Ces deux moyens de résolution se retrouvent dans deux méthodes particulières: les éléments finis pour la résolution numérique et la méthode PEEC (Partial Element Equivalent Circuit) pour la résolution analytique.

II.1 *Les Éléments Finis*

La méthode des éléments finis est une méthode générale de modélisation fondée sur la résolution d'équations aux dérivées partielles de manière numérique [DHA84]. Son utilisation couvre un grand nombre de domaines de la Physique comme la Mécanique, la Thermique et bien sûr l'Electromagnétisme. Dans ce cas, les équations à résoudre sont celles de Maxwell.

Le principe est de décomposer le domaine global d'étude en domaines élémentaires de dimensions finies. Cette discrétisation du domaine doit respecter un certain nombre de règles. En effet, la fonction inconnue, approchée par un polynôme d'ordre variable, va permettre, par interpolation sur chaque nœud des éléments, de modéliser la totalité du domaine. La forme

des domaines élémentaires varie suivant la géométrie et la physique du problème. La forme la plus simple est le tétraèdre, mais il peut être plus judicieux suivant la complexité géométrique du système de mailler le problème avec des cubes ou même des prismes. Les résultats obtenus dépendent fortement de la qualité du maillage. Ces résultats sont obtenus sous forme de matrice. Un maillage de mauvaise qualité (trop aplati par exemple : cas classique pour la modélisation des plaques) dégrade le système matriciel à résoudre.

La méthode des éléments finis est une méthode qui a fait ses preuves [GAJ00] depuis plusieurs années déjà, et ce dans plusieurs domaines de la physique cités ci-dessus. Par conséquent, elle servira souvent de référence lorsqu'il sera nécessaire de comparer différentes méthodes.

II.2 La Méthode PEEC

Cette méthode a été proposée par A.E.Ruehli dans les années 70 [RUE74]. Elle permet d'analyser, dans l'hypothèse des états quasi-stationnaires, les caractéristiques électriques des connexions.

L'hypothèse des états quasi-stationnaires est satisfaite lorsque les champs électromagnétiques E et H varient lentement dans le temps. Cela signifie que la longueur d'onde est strictement supérieure à la longueur de l'interconnexion. Cette hypothèse est appliquée dans la thèse de W.Teulings [TEU97].

Le principe de cette méthode est d'attribuer à chaque portion de circuit, une contribution à l'impédance totale, d'où la notion d'éléments partiels. Ces éléments sont déterminés avec les caractéristiques géométriques du système. Afin de prendre en compte les effets de la fréquence, le courant dans chaque élément doit être uniforme. Cela implique un maillage qui dépend de la fréquence d'étude du système concerné.

II.2.1 Les équations de base

Les équations présentées dans ce chapitre, permettent de représenter un conducteur non plus comme un nœud de potentiel mais comme une impédance. Nous allons voir qu'une barre conductrice peut se représenter électriquement par un circuit R,L,C. Cette partie détaille les différentes étapes pour parvenir à ce schéma électrique équivalent.

Cette méthode est fondée, comme la précédente sur les équations de Maxwell :

$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad \text{Eq.A II.2-1}$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{H} = \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} + \vec{J} \quad \text{Eq.A II.2-2}$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{D} = \rho \quad \text{Eq.A II.2-3}$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0 \quad \text{Eq.A II.2-4}$$

D'après l'équation (Eq.A II.2-1), si nous posons $\vec{B} = \vec{\nabla} \times \vec{A}$, nous pouvons écrire :

$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = -\frac{\partial(\vec{\nabla} \times \vec{A})}{\partial t} \quad \text{Eq.A II.2-5}$$

Ce qui peut également s'écrire :

$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = \vec{\nabla} \times \left(-\frac{\partial \vec{A}}{\partial t}\right) \quad \text{Eq.A II.2-6}$$

Or, nous savons que si deux vecteurs $\vec{C}$ et $\vec{D}$ définissent la relation suivante : $\vec{\nabla} \times \vec{C} = \vec{\nabla} \times \vec{D}$ alors nous pouvons écrire qu'il existe un scalaire F tel que :

$$\vec{C} = \vec{D} + \vec{\nabla} F \quad (\text{d'après l'égalité } \vec{\nabla} \times (\vec{\nabla} F) = 0)$$

(Eq.A II.2-6) permet donc d'obtenir la relation suivante :

$$\vec{E} = -\frac{\partial \vec{A}}{\partial t} - \nabla V \quad \text{Eq.A II.2-7}$$

$\vec{A}$ et V sont définis respectivement comme étant le potentiel vecteur magnétique et le potentiel scalaire électrique. Clayton R. Paul dans [PAU87] définit ces grandeurs par les égalités suivantes :

$$\vec{A} = \int_v \frac{\mu \vec{J} dv}{4\pi r} \quad \text{Eq.A II.2-8}$$

$$V = \int_v \frac{\rho_v dv}{4\pi \epsilon r} \quad \text{Eq.A II.2-9}$$

$\vec{J}$: Densité de courant vectorielle dans le conducteur.

μ : Constante de perméabilité du conducteur.

ϵ : Constante de permittivité du conducteur.

ρ : Densité de charge dans le conducteur.

r : Position du point d'observation.

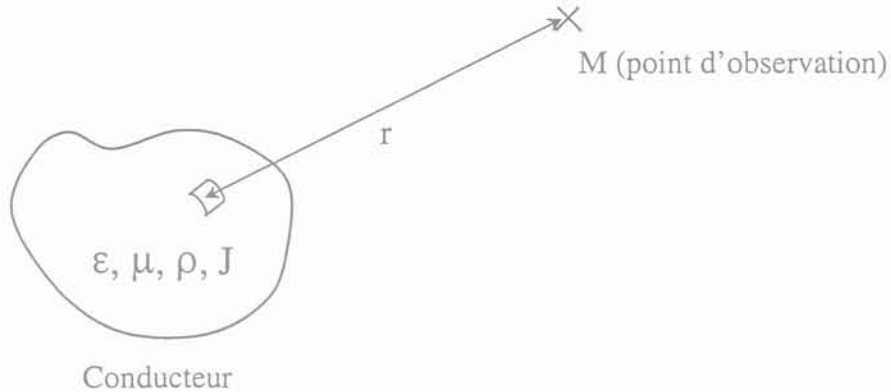


Fig.A 1 : Représentation d'un conducteur, calcul des potentiels scalaires électriques et potentiels vecteurs magnétiques.

La loi d'Ohm nous permet d'écrire :

$$\vec{E} = \frac{\vec{J}}{\sigma} \quad \text{Eq.A II.2-10}$$

Pour un conducteur donné, nous pouvons donc écrire la relation générale suivante :

$$\frac{\vec{J}}{\sigma} = -\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\mu}{4\pi} \int_v \frac{\vec{J}}{r} dv \right) - \frac{\partial}{\partial j} \left(\frac{1}{4\pi\epsilon} \int_v \frac{\rho}{r} dv \right) \vec{u}_j \quad \text{Eq.A II.2-11}$$

j : Direction du courant de conduction.

A.E. Ruehli a déduit de ces équations le concept d'éléments partiels pour modéliser les interconnexions par un circuit électrique équivalent.

Dans le cas de plusieurs conducteurs, l'équation (Eq.A II.2-11) s'écrit de la manière suivante :

$$\frac{\vec{J}_i}{\sigma} = -\sum_{k=1}^K \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\mu}{4\pi} \int_{v_k} \frac{\vec{J}_k}{r} dv \right) - \sum_{k=1}^K \frac{\partial}{\partial j} \left(\frac{1}{4\pi\epsilon} \int_{v_k} \frac{\rho_k}{r} dv \right) \vec{u}_j \quad \text{Eq.A II.2-12}$$

K étant le nombre total de conducteurs.

L'équation (Eq.A II.2-12) est appelée équation intégrale du champ électrique. Elle met en évidence les termes inductifs et capacitifs propres à chaque barre ainsi que les termes de couplages inductifs et capacitifs entre chaque conducteur.

Afin d'exprimer la chute de tension correspondant aux différents termes, nous intégrons cette équation sur le volume de l'élément i étudié. L'équation (Eq.A II.2-12) s'écrit donc :

$$\frac{1}{\sigma} \int_{v_i} \vec{J}_i \cdot d\vec{v}' = - \sum_{k=1}^K \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\mu}{4\pi} \iint_{v_i, v_k} \frac{\vec{J}_k}{r} \cdot d\vec{v} \cdot d\vec{v}' \right) - \sum_{k=1}^K \frac{\partial}{\partial j} \left(\frac{1}{4\pi \cdot \epsilon} \iint_{v_i, v_k} \frac{\rho_k}{r} \cdot d\vec{v} \cdot d\vec{v}' \right) \vec{u}_j \quad \text{Eq.A II.2-13}$$

Cette équation est la base de la méthode PEEC.

II.2.2 Détermination des éléments $L - M - R$ et C .

L'équation (Eq.A II.2-13) fait apparaître trois termes bien distincts. Le terme situé à gauche du signe égal exprime le rapport de la densité de courant sur la conductivité du matériau. Il représente l'image d'un terme résistif. Le premier terme de droite correspond au potentiel vecteur magnétique comprenant la dérivée par rapport au temps de la densité de courant, nous pouvons donc le représenter par un terme inductif. Le second terme de droite correspond au potentiel scalaire électrique, comprenant la densité volumique de charges dans le conducteur, nous pouvons donc le représenter par un terme capacitif.

Il apparaît donc, un schéma électrique équivalent (Fig.A 2):

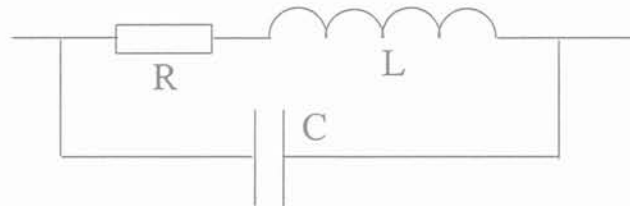


Fig.A 2 : Schéma électrique équivalent d'un conducteur d'après la méthode PEEC.

Nous allons démontrer que l'effet capacitif à l'intérieur d'un conducteur peut être négligé. En effet, si nous considérons l'équation (Eq.A II.2-2) et dans l'hypothèse (confirmée) d'ondes sinusoïdales, nous pouvons écrire que :

$$\vec{\nabla} \times \vec{H} = \vec{J} + j\omega \cdot \vec{D} \quad \text{Eq.A II.2-14}$$

La relation d'Ohm ainsi que celle reliant D à E , nous permettent d'écrire que :

$$\vec{\nabla} \times \vec{H} = \sigma \cdot \vec{E} + j\omega \cdot \epsilon \cdot \vec{E} = (\sigma + j\omega \cdot \epsilon) \cdot \vec{E}$$

Eq.A II.2-15

Si nous comparons les deux termes de la parenthèse (σ et $\omega \cdot \epsilon$), nous voyons que dans le cas le plus classique d'un conducteur en cuivre (matériau utilisé dans la plupart des applications dans la suite de la thèse), $\sigma_{\text{cu}} = 58.13 \cdot 10^6$ S/m alors que pour les fréquences que nous traitons (de 10 à 100kHz environ), nous obtenons au plus :

$$\omega \cdot \epsilon = 5.56 \cdot 10^{-6} \text{ S/m.}$$

Nous voyons donc que ce terme est complètement négligeable, cela signifie physiquement que lors de l'application d'un champ électrique sur une barre, le déplacement des charges s'effectue de manière quasi instantanée. De ce fait, nous ne pouvons pas considérer de phénomène capacitif à l'intérieur d'une barre aux fréquences de fonctionnement considérées.

Le schéma d'un conducteur sera réduit à celui d'un simple L-R série.

Dans cette première partie inductive, les termes de couplage capacitif ne sont pas pris en compte car nous étudions uniquement le comportement inductif du câblage. Le couplage capacitif sera étudié dans la seconde grande partie (capacitive), le regroupement des deux nous permettra donc de réaliser un modèle complet du câblage.

L'annexe 1 montre les équations analytiques de la méthode PEEC proprement dite pour la détermination des inductances et des mutuelles partielles.

Les équations de base ainsi que la justification de l'utilisation d'une telle méthode analytique pour traiter des interconnexions en électronique de puissance ont été présentées au cours des thèses de Jean-Luc SCHANEN [SCH94] et d'Edith CLAVEL [CLA96].

II.3 Comparaison des méthodes

L'avantage principal des éléments finis est la grande diversité des problèmes qu'il est possible de traiter. En effet, cette méthode nous autorise à prendre en compte des matériaux magnétiques et des géométries quelconques. En revanche, son inconvénient majeur est la taille importante du maillage. La méthode PEEC est, dans ce registre, beaucoup plus performante. Alors que la méthode des éléments finis demande le maillage de tout le domaine (conducteur + air), la méthode PEEC réclame un maillage des conducteurs uniquement. Cette différence de maillage pénalise fortement les éléments finis, car dans un premier temps cela va alourdir les temps de calcul, les tailles des fichiers vont être importantes. Dans le cas de

plaques minces, la forme des domaines élémentaires est souvent de mauvaise qualité, cela risque par conséquent de générer des erreurs dans les résultats.

En conclusion, la méthode PEEC semble la méthode la mieux adaptée pour résoudre nos problèmes. En effet, dans les problèmes d'interconnexions, les matériaux utilisés sont souvent le cuivre ou l'aluminium qui sont amagnétiques. En revanche, la méthode des éléments finis a permis lors de la thèse d'Edith CLAVEL [CLA96] de valider la méthode PEEC dans les problèmes de barres massives. Par ailleurs, malgré la difficulté de mise en œuvre pour des impédances aussi faibles, la mesure a également confirmé ces résultats.

II.4 Etude des logiciels : méthode PEEC

Nous disposons, au sein du laboratoire, d'un logiciel fondé sur la méthode PEEC pour résoudre les problèmes liés aux interconnexions : InCa (Inductance Calculation). Une recherche bibliographique a permis de trouver et de « récupérer » une version démonstration d'un logiciel fondé également sur la méthode PEEC : FASTHENRY, logiciel développé aux Etats-Unis par le MIT (Massachusetts Institute of Technology).

Cette partie présente et compare ces deux logiciels et justifie notre orientation dans la suite de notre travail.

II.4.1 FASTHENRY

Ce logiciel développé par le MIT aux Etats-Unis applique la méthode PEEC pour résoudre des problèmes de connexion. Il permet de déterminer des inductances de couplage de structures 3D complexes [KAM2-94].

La version « démo » de ce logiciel que nous avons « récupérée », ne possède pas d'interface graphique, ce qui alourdit considérablement la prise en compte de la géométrie du problème puisque celle-ci doit se faire par fichier. Pour s'affranchir de ce problème, nous avons réalisé une interface permettant de traduire la géométrie rentrée dans l'interface graphique du logiciel InCa sous forme de fichier au format FastHenry.

Ce logiciel permet de traiter des problèmes 1D (on considère que le courant se déplace dans une direction) ou 2D (le courant se déplace dans deux directions possibles : cas des plaques).

FastHenry possède un algorithme de résolution de système assez performant [KAM2-94]. Cela lui permet de pouvoir traiter des problèmes de taille importante en un temps raisonnable.

II.4.2 INCA

InCa est un logiciel développé au sein du laboratoire qui est lui aussi fondé sur la méthode PEEC [CLA99]. Son développement a été mis en œuvre afin de traiter les problèmes d'interconnexion en électronique de puissance dont la géométrie peut s'avérer complexe et pour lesquels Flux3D demande un temps de résolution conséquent.

InCa calcule les inductances, les mutuelles inductances et les résistances au moyen de formulations analytiques (présentées dans l'annexe 1). De la même manière que FastHenry, InCa permet de traiter des problèmes 1D ou 2D. Ces différents problèmes demandent des maillages distincts que nous allons développer dans la partie suivante.

II.4.3 Maillage 1D - Maillage 2D

Nous avons évoqué en introduction de ce paragraphe une condition de validité de la méthode PEEC : la densité de courant doit être uniforme dans le conducteur. Lorsque le courant qui circule est continu, celui-ci se répartit de manière uniforme dans le conducteur, cela ne nécessite donc pas de maillage, en revanche, dès que le courant circule avec une fréquence non nulle, des effets dépendants de la fréquence interviennent. Nous assistons en effet à une redistribution des lignes de courant, qui peut ne pas être symétrique s'il y a d'autres conducteurs proches (cf Fig.A 3 et Fig.A 4). Cela signifie que le maillage dépend directement de la fréquence. Les effets que nous rencontrons, sont les effets de peau [COP00], les effets de proximité, etc... Pour avoir une bonne simulation, il est nécessaire que quelques mailles (une ou deux) modélisent l'épaisseur de peau. Si l'allure du courant n'est pas sinusoïdale, cas fréquent dans les structures de commutation, nous procédons à une décomposition en série de Fourier afin de connaître l'influence de chaque harmonique.

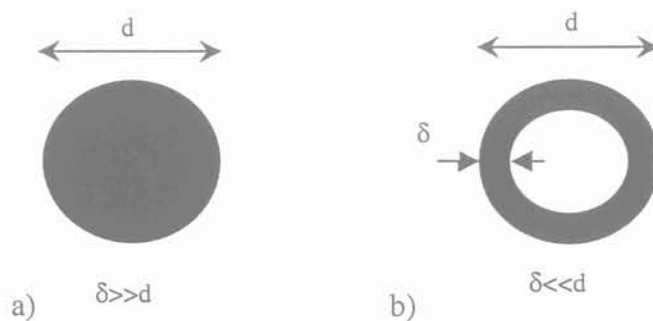


Fig.A 3 : Effet de la fréquence sur la répartition du courant dans un conducteur circulaire.

a) en basse fréquence b) en haute fréquence

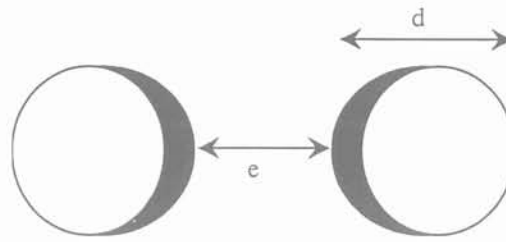


Fig.A 4 : Effet de proximité dans 2 conducteurs (aller et retour) en haute fréquence : e et d sont du même ordre de grandeur

L'épaisseur de peau est une grandeur qui dépend du matériau considéré et de la fréquence de fonctionnement. Sa formule est la suivante :

$$\delta = \sqrt{\frac{2}{\sigma \omega \mu_0 \mu_r}} \quad \text{Eq.A II.4-1}$$

Avec σ : conductivité du matériau

ω : pulsation de travail

μ_0 : perméabilité du vide

Les figures ci-dessus représentent les effets de peau et de proximité dans des conducteurs cylindriques. Cette géométrie ne correspond pas aux problèmes que nous allons traiter dans la suite de cette thèse puisque nous rencontrerons essentiellement des plaques ou des barres rectangulaires d'épaisseur assez fine. Cependant les géométries cylindriques sont assez simples pour comprendre comment agissent ces effets. De plus Jean-Michel Guichon [GUI01] a montré dans sa thèse la difficulté pour calculer analytiquement la répartition du courant dans un conducteur rectangulaire.

II.4.3.1 Maillage 1D

Dans le cas de barres massives, nous considérons que le courant possède une direction privilégiée selon la longueur, et qu'il n'y a pas de variation du courant suivant cette direction. En effet, lorsque la longueur des barres est grande devant la hauteur et la largeur, nous pouvons considérer qu'il n'y a pas de courant transverse qui circule.

Si nous travaillons à une fréquence où l'épaisseur de peau est inférieure aux dimensions de la barre, la condition d'uniformité du courant dans le conducteur n'est plus respectée. Il faut donc des barres plus petites à l'intérieur desquelles la densité de courant sera à nouveau uniforme. Le maillage 1D décrit ci-dessous nous permet de traiter des nouvelles barres dites

élémentaires, de même longueur mais de sections inférieures à la barre initiale. Dans chaque subdivision, la densité de courant est constante, il est donc possible d'appliquer la formule analytique donnant les valeurs des éléments partiels sur chaque conducteur élémentaire. Nous obtenons donc un schéma électrique équivalent constitué d'éléments R-L série mis en parallèle et couplés entre eux. (cf Fig.A 5).

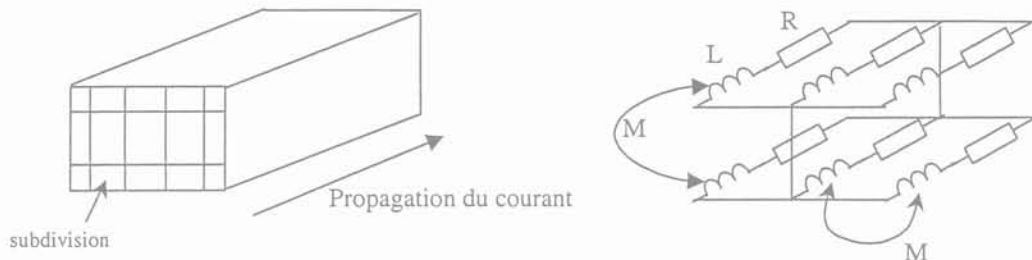


Fig.A 5 : Modélisation d'une barre subdivisée et sa représentation électrique équivalente.

II.4.3.2 Maillage 2D

Dans le cas des plaques, le modèle des conducteurs suivant un R-L série n'est plus valable. En effet, pour les busbars, il est fréquent que le courant arrive ponctuellement pour s'épanouir ensuite dans la plaque.

Pour modéliser ce phénomène dans le logiciel InCa, un modèle constitué de R-L série en étoile permet de représenter les lignes de courant dans deux directions en quadrature. L'épaisseur des plaques étant considérée comme petite (notamment devant l'épaisseur de peau), nous ne prenons pas en compte d'éventuels courants circulant suivant la direction z du repère sur la figure Fig.A 6.

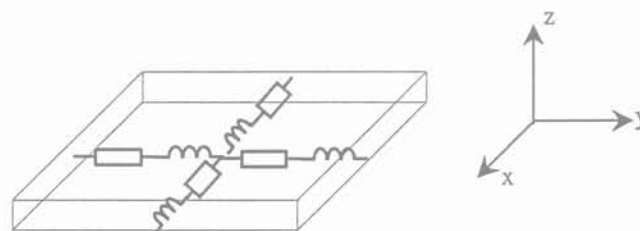


Fig.A 6 : Représentation d'un élément maillé en 2 dimensions.

Ce schéma est obtenu en découpant la subdivision en quatre parties sur lesquelles est appliquée la formulation PEEC. Nous pouvons donc détailler ce maillage comme ceci est représenté sur la figure Fig.A 7 :

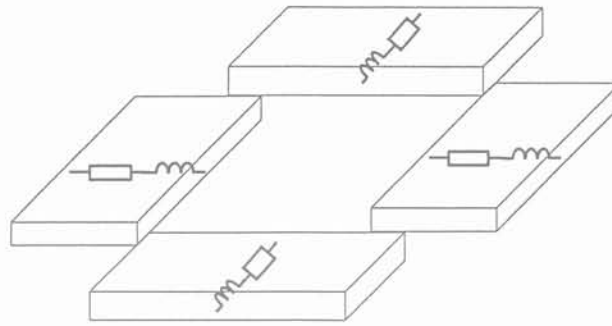


Fig.A 7 : Décomposition du maillage 2D dans le logiciel InCa.

Ces éléments sont couplés deux à deux, les éléments perpendiculaires géométriquement étant découplés.

Dans le logiciel FastHenry, la discrétisation 2D est effectuée de manière quelque peu différente, mais le résultat final est le même. En effet dans FastHenry, une plaque est dans un premier temps définie par une grille de nœuds. Ensuite chaque nœud est relié par un segment (ou une fibre neutre) avec ses nœuds voisins (hormis les nœuds diagonaux) comme représenté sur la figure Fig.A 8. Le paramètre d'épaisseur spécifié dans le fichier de construction est affecté à chaque segment et enfin l'espace calculé entre chaque nœud est à son tour affecté aux segments pour construire le modèle maillé de la plaque.

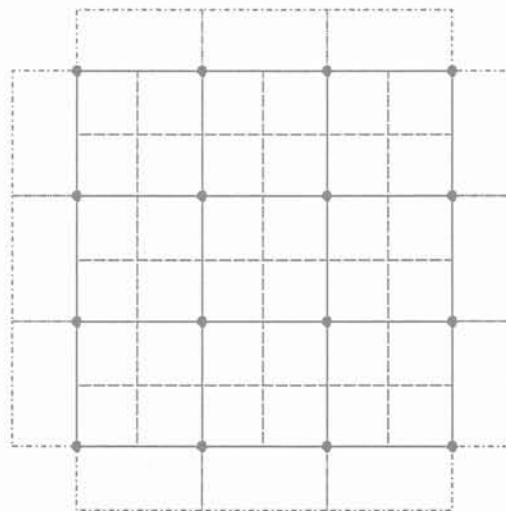


Fig.A 8 : Représentation géométrique du maillage sous FastHenry (maillage 3 par 3). Visualisation des noeuds et des segments (traits pleins).

Si nous considérons une plaque carrée maillée en 2 par 2 les schémas électriques équivalents suivant InCa ou FastHenry seront donc un peu différents.

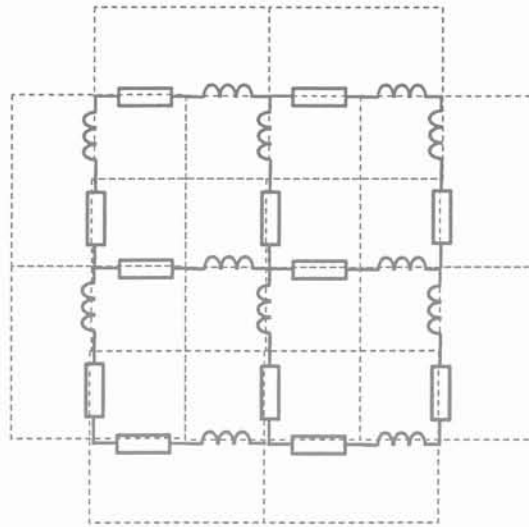


Fig.A 9 : Schéma électrique équivalent d'une plaque maillée en 2 par 2 sous FastHenry (en pointillé le maillage géométrique).

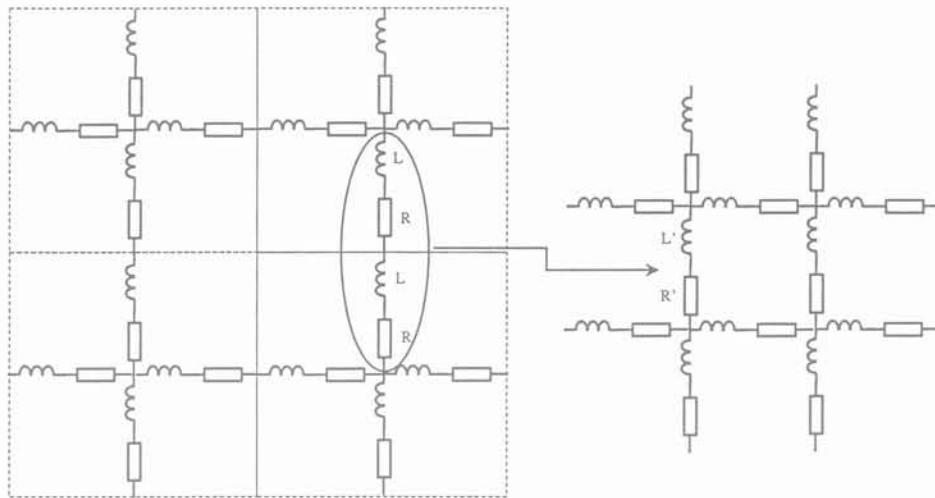


Fig.A 10 : Schéma électrique d'une plaque en 2 par 2 sous InCa.

Fig.A 11 : Schéma simplifié sous InCa.

Les inductances et les résistances de la figure Fig.A 9 ont la même valeur car nous sommes dans le cas particulier d'une plaque carrée. Il en est de même pour la figure Fig.A 10. Cependant, le schéma de cette figure peut être simplifié et remplacé par celui de la figure Fig.A 11. Nous obtenons donc des nouvelles valeurs d'inductances et de résistances, notées R' et L' qui résultent de la mise en série de deux branches L - R .

$R' = R + R$ et $L' = L + L + 2M$, M étant la mutuelle entre les deux inductances.

Il est important de noter que les schémas présentés ci dessus, sont des représentations électriques de la plaque considérée. Il n'y a donc pas de variation des dimensions de celle-ci après simplification de Fig.A 10 vers Fig.A 11.

II.4.4 Comparaison FastHenry-InCa

Suite aux présentations faites des deux logiciels, nous avons donc la possibilité d'utiliser deux outils fondés sur la méthode PEEC pour modéliser et caractériser nos problèmes d'interconnexions et plus particulièrement les plaques et les busbars. La présentation des techniques de maillage ci-dessus nous montre que les deux logiciels ont le même nombre d'éléments pour une discrétisation identique après simplification du schéma donné par InCa. Néanmoins, le logiciel FastHenry ayant été récupéré sur internet, le code source informatique en langage C sur lequel il est fondé est difficilement récupérable à cause de sa lourdeur et de sa complexité. La première comparaison à faire est donc une comparaison entre les deux logiciels et une mesure. Pour effectuer cela, et afin de valider la construction du maillage 2D de FastHenry, nous avons modélisé un « vrai » problème 2D (cf Fig.A 12).

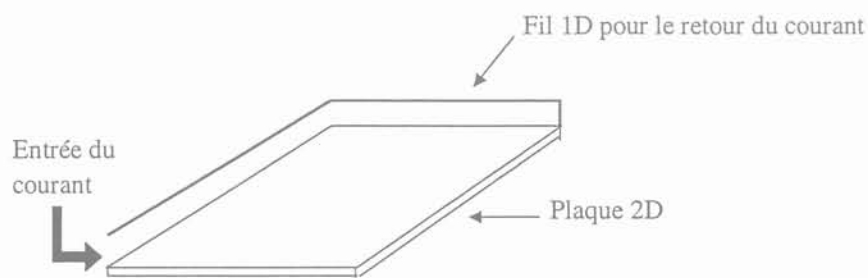


Fig.A 12 : Schéma du modèle de validation pour les logiciels PEEC (dimension 62mm.113mm.35 μ m).

Ce système est constitué d'une plaque traversée par un courant qui arrive par un coin de la plaque et qui sort par le coin opposé. Nous avons donc une circulation diagonale à l'intérieur de la plaque. Un fil de retour de courant est inséré pour créer des conditions de mesure meilleures. Ce fil est pris en compte dans la modélisation du système. En effet, travaillant dans le domaine des nanoHenrys, tout câblage rajouté crée une boucle de courant qui génère une inductance supplémentaire. Celle-ci doit pouvoir être évaluée.

Dans les deux simulations, le maillage est identique : 12*22.

Les résultats sont présentés sur la figure Fig.A 13:

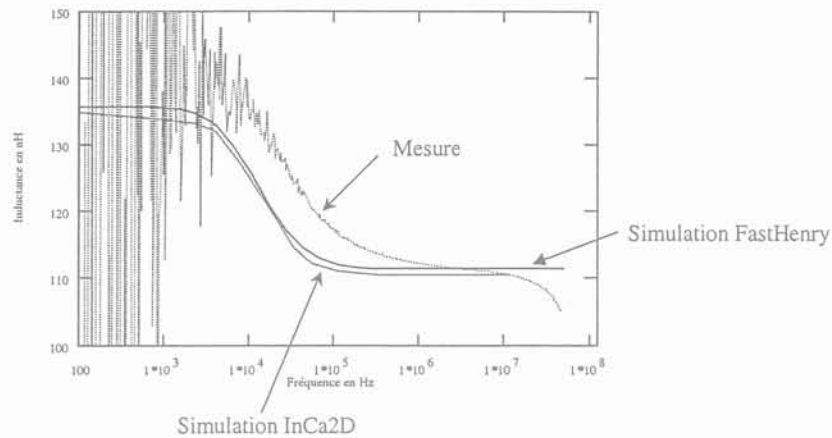


Fig.A 13 : Résultats de comparaisons entre la mesure, InCa et FastHenry.

Nous pouvons voir que les deux simulations donnent des résultats très proches. Il y a une disparité avec la mesure qui s'explique par différents phénomènes. En basse fréquence, la mesure oscille car le terme « $L\omega$ » est trop faible, le pont mesure une impédance qui sort du domaine de confiance de l'appareil (cf Annexe 5) [SCH94]. Dans les hautes fréquences, nous observons le début d'une résonance parasite. Le décalage entre la mesure et les courbes de simulation peut provenir d'une erreur de la résistance ce qui implique une constante de temps L/R fausse.

En outre, si nous comparons les temps de résolution, nous pouvons constater que pour résoudre un problème similaire, FastHenry s'avère plus efficace qu'InCa. Cette différence de rapidité vient essentiellement des algorithmes de résolutions codés dans FastHenry [KAM1-94]. Ceci devrait nous orienter vers une solution d'utilisation de ce logiciel. Toutefois, après d'autres validations de cas tests un peu plus complexes, nous avons remarqué que les résultats pouvaient être très différents notamment lorsque le maillage est plus dense. Ce manque de fiabilité dans les résultats met en évidence l'intérêt de maîtriser les sources informatiques d'un outil métier comme celui-ci. Les perspectives d'évolution du logiciel et également de couplages avec d'autres outils, nous font finalement opter pour une solution interne avec le logiciel InCa.

Le problème majeur dans les simulations que nous réalisons est le maillage. En effet, il est possible, dans certains cas, de prédire de manière intuitive le trajet du courant. Dans ce cas, il faut mailler fortement dans la zone concernée et de manière plus légère là où la densité de courant sera plus faible. Il existe deux solutions à ce problème :

- Soit envisager un mailleur « intelligent » qui puisse diminuer le nombre d'éléments dans les zones où la densité de courant est faible et concentrer les mailles dans les zones de fortes densités.
- Soit posséder un module de résolution puissant qui permette de s'affranchir des problèmes de maillage et traiter des problèmes fortement maillés de manière uniforme.

Nous avons estimé, dans un premier temps, qu'il était plus important de posséder un module de résolution puissant afin de pouvoir résoudre n'importe quel problème. A l'heure de la rédaction de cette thèse, ce solveur, développé par Jean-Michel Guichon, est fonctionnel, validé et toutes les simulations présentées dans la suite de ce rapport ont été réalisées avec cet outil. L'étape suivante sera donc de construire un mailleur permettant d'optimiser le nombre d'éléments du maillage.

III Connectiques multi-accès

Une fois la méthode et l'outil choisis, nous pouvons donc traiter des problèmes d'interconnexions modélisables en deux dimensions. Ces problèmes, sous formes de plaques, sont généralement constitués d'une ou plusieurs entrées ainsi qu'une ou plusieurs sorties. Dans ce type de configuration, les questions qui se posent et qu'il convient de soulever sont les suivantes :

- Comment se répartit le courant dans la plaque ?
- Comment est distribué le courant dans les entrées et les sorties ?
- Y a-t-il un problème de déséquilibre du courant entre ces différentes entrées/sorties ?

Afin de répondre à ces interrogations, nous devons connaître le schéma électrique équivalent subdivisé du système. Il est nécessaire, pour effectuer ce genre de résolution, de connaître également la plage de fréquence de fonctionnement, afin de mailler correctement, ou au moins la fréquence maximale d'utilisation dans le but de faire une analyse en fonction de la fréquence. En effet, comme nous l'avons expliqué dans le paragraphe sur les techniques de maillage, le courant ne se répartit pas de la même manière à l'intérieur d'une plaque ou d'une barre suivant la fréquence de fonctionnement du système.

III.1 Mise en évidence de couplages résistifs

Dans les schémas électriques équivalents, nous avons noté la présence d'une partie réelle dans les termes de couplages. Ceci peut-être interprété comme un couplage résistif. Physiquement, cette notion de couplage résistif peut se représenter comme des pertes par effets Joule dues aux courants induits. Ce phénomène est général et ne s'applique pas simplement dans le cas d'une seule plaque. Or, en regardant l'équation (Eq.A II.2-13) décrite dans le chapitre II.2.1 « *Les équations de base* », nous pouvons nous apercevoir qu'il n'existe pas explicitement de terme de couplage résistif. La vérification de l'existence de ce terme par le calcul est démontrée dans l'annexe 2.

Nous allons mettre en évidence le rôle du couplage résistif dans la représentation électrique, à l'aide de deux exemples précis, puis nous verrons quelle importance nous pouvons lui attribuer et enfin par quelle méthode nous pouvons le prendre en compte dans un schéma électrique en vue d'une insertion dans un logiciel de circuit.

III.1.1 Exemple 1 : 1 plaque.

Le premier exemple, pour illustrer ce qui vient d'être énoncé, est un cas traité en collaboration avec le laboratoire CPES (Center for Power Electronic Systems) aux USA (Fig.A 14). Bien que classique, ce cas est concret et il consiste à étudier une plaque en cuivre possédant deux entrées et une sortie également en cuivre. Ce genre de système permet notamment de mettre deux composants en parallèle tout en respectant une géométrie imposée. La figure est représentée ci-dessous (Fig.A 15):

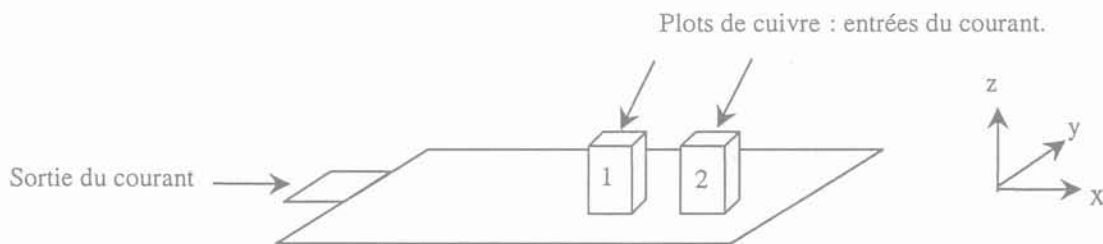


Fig.A 14 : Représentation de la plaque

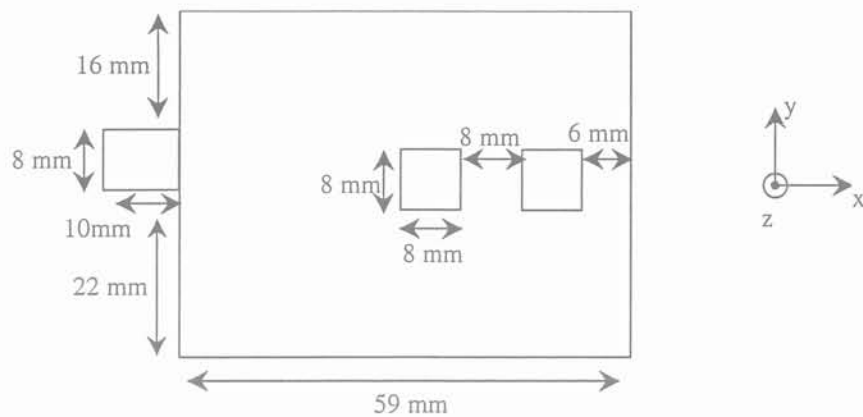


Fig.A 15 : Dimension de la plaque

La hauteur des plots est de 10mm et l'épaisseur de la plaque est de $35\mu\text{m}$

La plaque ainsi que le petit élément de sortie sont maillés en 2D (grande plaque 16×20 , petite plaque 2×3), les plots sont maillés en 1D (6×6 , le sens du courant dans les plots est suivant l'axe z).

Ce système possède deux chemins pour le passage du courant, soit le plot 1 soit le plot 2. Ces deux chemins se regroupent néanmoins à l'intérieur de la plaque et dès lors, il est difficile de discerner quelle partie du courant vient du plot 1 ou du plot 2.

Dans un premier temps, nous allons étudier la répartition du courant dans les plots. Pour effectuer ces simulations, nous simulons une équipotentielle reliant le sommet des deux plots et nous insérons entre cette équipotentielle et la sortie, un modèle de source de tension sinusoïdale de 1Volt d'amplitude et de fréquence variable, ainsi qu'un modèle de résistance de 10 Ohms en série avec la source de tension pour créer une source de courant de 100mA (La résistance de 10Ω est une valeur très supérieure à l'impédance du dispositif).

Nous obtenons les résultats suivants pour les fréquences de 50Hz et 10kHz :

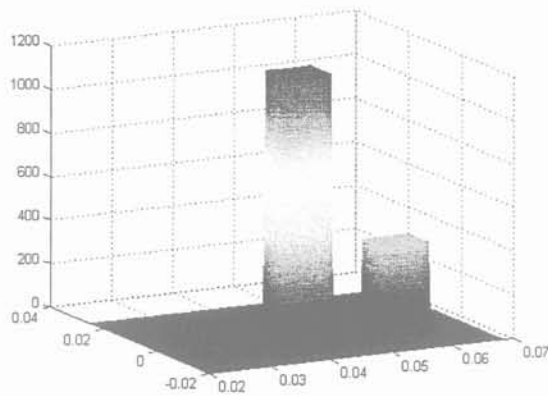
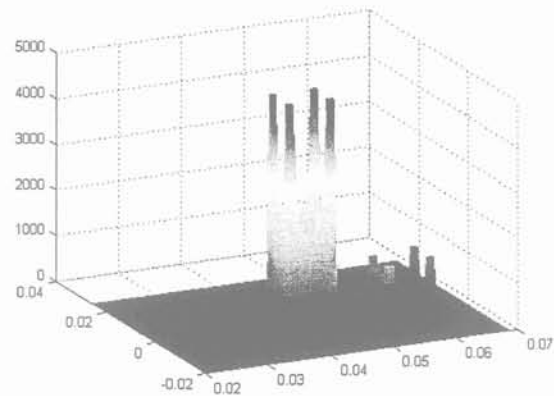


Fig.A 16 : a) Répartition dans les plots pour f=50Hz.



b) Répartition dans les plots pour f=10kHz.

Ces résultats de la figure Fig.A 16 présentent la densité de courant en Ampère/m² dans les subdivisions. Dans les plots, nous pouvons vérifier l'influence de la fréquence. A 50Hz, la densité de courant est uniforme dans les plots, en effet l'épaisseur de peau du cuivre est supérieure à 8mm à 50Hz. A la fréquence de 10kHz, l'effet de peau est nettement visible, le courant a tendance à circuler sur les bords et notamment dans les coins des conducteurs. L'effet de proximité n'est pas très visible du fait du déséquilibre entre les courants, celui dans le plot 2 est très faible, il ne modifie donc pas la circulation à l'intérieur du plot 1. Par contre, à l'intérieur du plot 2, la répartition du courant n'est pas symétrique, dans ce cas l'effet de proximité est un peu plus remarquable.

Il est important de noter que les plots et la plaque sont complètement découplés au sens inductif du terme puisque les sens de courant à l'intérieur sont orthogonaux.

En terme d'impédance, nous obtenons les matrices impédance suivantes :

$$\begin{bmatrix} 1.41 + j6.293 \times 10^{-3} & 1.34 + j6.362 \times 10^{-3} \\ 1.34 + j6.362 \times 10^{-3} & 1.564 + j8.244 \times 10^{-3} \end{bmatrix}$$

a) Matrice impédance relevée à 50Hz

$$\begin{bmatrix} 1.442 + j1.237 & 1.387 + j1.259 \\ 1.387 + j1.259 & 1.642 + j1.616 \end{bmatrix}$$

b) Matrice impédance relevée à 10kHz

Les termes de ces matrices sont exprimés en mΩ. Nous vérifions donc la présence d'une partie réelle non nulle et surtout non négligeable sur les termes diagonaux de la matrice qui correspondent aux termes mutuels.

III.1.2 Exemple 2 : 2 plaques.

La théorie que nous avons développée dans l'exemple 1 est également valable lorsque nous avons deux plaques complètement distinctes l'une de l'autre physiquement. Ce cas représente l'exemple type du busbar (Fig.A 17).

Les deux plaques sont carrées de 10 cm de côté et de $35\mu\text{m}$ d'épaisseur.

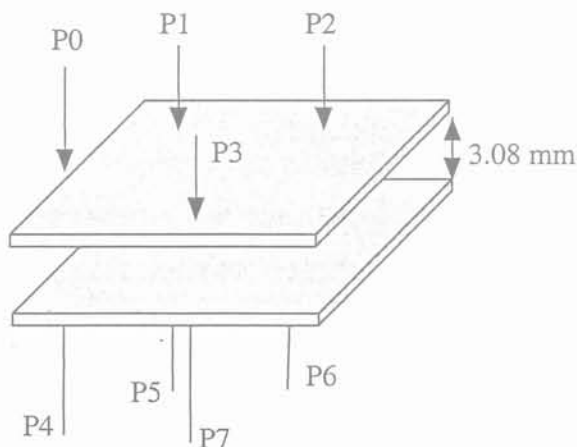


Fig.A 17 : Représentation des plaques multi-connexions

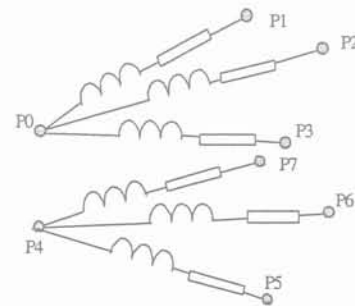


Fig.A 18 : Schéma électrique correspondant.

Nous avons représenté électriquement chaque plaque avec un potentiel de référence P0 et P4. Nous obtenons donc des branches qui permettent de décrire entièrement le système (Fig.A 18). Constatons tout d'abord que les six impédances couplées représentant le problème correspondent à une matrice (symétrique) à 21 éléments complexes. Cette matrice relie les courants de branche aux tensions de branches, référencées aux points P0 et P4.

Cette notion de schéma « branche » introduit la partie que nous développerons plus tard concernant les schémas équivalents.

La modélisation de ces plaques est réalisée sous le logiciel InCa avec un maillage de 20 par 20 pour chaque plaque. Le résultat obtenu est présenté ci-dessous sous la forme d'une matrice impédance.

Pour plus de clarté, les termes réels sont en $\text{m}\Omega$,

Les termes imaginaires sont en nH .

$$p = j\omega \cdot 10^{-9} = j \cdot 2\pi \cdot f \cdot 10^{-9}$$

$$\begin{bmatrix} V1 \\ V2 \\ V3 \\ V4 \\ V5 \\ V6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1.5 + 12 \cdot p & 1.3 + 11 \cdot p & 0.5 + 4.5 \cdot p & 0.4 + 8.8 \cdot p & 0.6 + 9 \cdot p & 0.1 + 3.6 \cdot p \\ 1.3 + 11 \cdot p & 2.4 + 19 \cdot p & 0.9 + 9 \cdot p & 0.6 + 9 \cdot p & 1.2 + 15.5 \cdot p & 0.4 + 7.7 \cdot p \\ 0.5 + 4.5 \cdot p & 0.9 + 9 \cdot p & 1.4 + 18 \cdot p & 0.1 + 3.6 \cdot p & 0.4 + 7.7 \cdot p & 0.45 + 14.2 \cdot p \\ 0.4 + 8.8 \cdot p & 0.6 + 9 \cdot p & 0.1 + 3.6 \cdot p & 1.1 + 10.5 \cdot p & 1.1 + 10 \cdot p & 0.6 + 5.2 \cdot p \\ 0.6 + 9 \cdot p & 1.2 + 15.5 \cdot p & 0.4 + 7.7 \cdot p & 1.1 + 10 \cdot p & 2 + 18 \cdot p & 1 + 10 \cdot p \\ 0.1 + 3.6 \cdot p & 0.4 + 7.7 \cdot p & 0.45 + 14.2 \cdot p & 0.6 + 5.2 \cdot p & 1 + 10 \cdot p & 1.25 + 16 \cdot p \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i1 \\ i2 \\ i3 \\ i4 \\ i5 \\ i6 \end{bmatrix}$$

Fig.A 19 : Matrice impédance du système à deux plaques

En lisant la matrice (Fig.A 19) qui résulte de la simulation, nous pouvons nous apercevoir que même lorsque deux plaques sont parfaitement distinctes, nous avons quand même une partie réelle des termes extra-diagonaux de la matrice et qui ne sont pas négligeables si nous les comparons avec les termes propres (termes sur la diagonale). Ces termes de couplages complexes sont donc dus à la manière de mettre en forme notre schéma électrique équivalent.

En conclusion sur l'interprétation physique de ces termes de couplage résistifs, nous pouvons dire que, pour une plaque constituée de plusieurs points d'accès, si nous alimentons deux points quelconques, une tension sera induite entre deux autres. Cette tension sera d'origine à la fois inductive et résistive (des lignes de courant peuvent passer entre ces deux points et provoquer une chute de tension). Pour ce qui concerne le cas de deux plaques distinctes, l'explication tient aux courants de Foucault induits dans l'autre plaque quand on alimente deux points de la première. Il y a alors effectivement un courant circulant dans une boucle, ce qui crée donc une chute de tension résistive.

III.2 Importance des termes résistifs.

Nous avons vu dans les deux exemples ci-dessus que les termes mutuels résistifs étaient bien présents et qu'ils pouvaient être du même ordre de grandeur que les termes de résistance propre. Nous allons voir quelle influence ils peuvent avoir en terme de schéma électrique.

Le schéma électrique équivalent de notre premier exemple comportant deux plots et une plaque peut-être représenté comme ci-dessous (Fig.A 20):

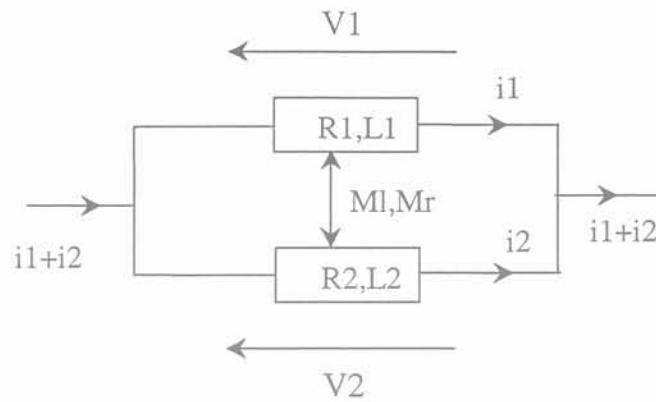


Fig.A 20 : Schéma électrique d'une plaque à 1 entrée et 2 sorties.

M_r et M_l représentent respectivement les couplages résistifs et inductifs (mutuelles). R_1 et R_2 correspondent aux résistances propres des deux chemins que nous avons défini.

Dans le cas où nous avons relié par une équipotentielle les sommets des deux plots, nous pouvons donc écrire que $V_1 = V_2 = V$. Par conséquent, nous pouvons donc exprimer littéralement le rapport complexe des deux courants.

$$V = (R_1 + jL_1\omega).I_1 + (M_r + jM_l\omega)I_2 = (R_2 + jL_2\omega).I_2 + (M_r + jM_l\omega)I_1 \quad \text{Eq.A III.2-1}$$

Le rapport des courants s'écrit :

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{(R_2 - M_r + j\omega(L_2 - M_l))}{(R_1 - M_r + j\omega(L_1 - M_l))} \quad \text{Eq.A III.2-2}$$

Afin de déterminer l'importance que nous pouvons attribuer aux termes de couplages résistifs, nous allons étudier la répartition du courant dans les plots et comparer cette grandeur avec le rapport des impédances grâce à (Eq.A III.2-2).

Le tableau ci-dessous (Tab.A 1) rappelle de manière synthétique les résultats obtenus en terme d'impédance pour les deux chemins que peut emprunter le courant dans ce système :

	50Hz			10kHz		
	Partie réelle (mΩ)	Partie imag (mΩ)	Mr, MI (mΩ)	Partie réelle (mΩ)	Partie imag (mΩ)	Mr,MI (mΩ)
Chemin plot 1	1.41	6.293 e ⁻³	1.34, 6.362 e ⁻³	1.442	1.237	1.387, 1.259
Chemin plot 2	1.564	8.244 e ⁻³		1.642	1.616	

Tab.A 1: Impédance des chemins.

Le tableau suivant (Tab.A 2) présente les valeurs des courants circulant dans les plots lorsque ceux-ci sont connectés à une source de courant de 100mA dans les conditions de simulations décrites auparavant. Ce tableau permet de comparer les modules des courants circulant dans les deux chemins pour les fréquences de 50Hz et de 10kHz. Ces résultats sont directement issus de la simulation.

		50Hz	10kHz
Courant Chemin n°1 (mA)	Partie Réelle	76.39	95.09
	Partie Imaginaire	0.17	12.35
	Module	76.4	95.9
Courant Chemin n°2 (mA)	Partie Réelle	23.59	4.89
	Partie Imaginaire	-0.17	-12.35
	Module	23.6	13.3

Tab.A 2 : Courants à l'intérieur des chemins

A 50Hz, le rapport entre les courants est de $\frac{I_1}{I_2} = \frac{76.4}{23.6} = 3.23$.

Si nous comparons avec le rapport des courants donné par (Eq.A III.2-2) avec les valeurs du tableau sur l'impédance des chemins, nous pouvons constater que pour des fréquences basses

nous pouvons négliger l'effet inductif, en effet $6.293 \times 10^{-3} \ll 1.41$ et $8.244 \times 10^{-3} \ll 1.564$. Par conséquent, dans ce cas de figure, (Eq.A III.2-2) peut donc s'écrire :

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{(R_2 - Mr)}{(R_1 - Mr)} \quad \text{Eq.A III.2-3}$$

Le rapport des courants est réel et est égal à $\frac{I_1}{I_2} = \frac{(1.564 - 1.34)}{(1.41 - 1.34)} = 3.2$.

Nous retrouvons donc le rapport obtenu par les répartitions de courant. Si le terme de couplage résistif n'avait pas été pris en compte, le rapport des courants aurait été défini comme le rapport des résistances (uniquement en basse fréquence) et ce rapport aurait eu pour valeur : $\frac{I_1}{I_2} = \frac{R_2}{R_1} = \frac{1.564}{1.41} = 1.11$.

Nous pouvons donc conclure qu'en basse fréquence et pour un système couplé, l'équation : $V = R_1 \cdot I_1 = R_2 \cdot I_2$ n'est donc pas valable. Il faut tenir compte des termes mutuels.

Il est désormais intéressant de savoir si ce terme reste non négligeable lorsque les fréquences de fonctionnement sont plus élevées.

A 10kHz, la partie imaginaire n'est plus négligeable devant la résistance (même si elle reste inférieure dans notre cas de figure). De ce fait, il est nécessaire de considérer le module de la formule (Eq.A III.2-2) qui s'écrit :

$$\frac{|I_1|}{|I_2|} = \frac{\sqrt{(R_2 - M_r)^2 + (\omega(L_2 - M_l))^2}}{\sqrt{(R_1 - M_r)^2 + (\omega(L_1 - M_l))^2}} = \frac{\sqrt{(1.642 - 1.387)^2 + (1.616 - 1.259)^2}}{\sqrt{(1.442 - 1.387)^2 + (1.237 - 1.259)^2}} = 7.4 \quad \text{Eq.A III.2-4}$$

Si nous considérons le rapport des deux courants totaux circulant à l'intérieur des plots pour

la fréquence 10kHz, nous obtenons, d'après le tableau Tab.A 2, $\frac{|I_1|}{|I_2|} = \frac{95.9}{13.3} = 7.21$

Dans ce cas de figure, si le terme de couplage résistif n'avait pas été pris en compte, le rapport des modules des courants aurait été égal à :

$$\frac{|I_1|}{|I_2|} = \frac{\sqrt{R_2^2 + (\omega(L_2 - M_l))^2}}{\sqrt{R_1^2 + (\omega(L_1 - M_l))^2}} = \frac{\sqrt{1.642^2 + (1.616 - 1.259)^2}}{\sqrt{1.442^2 + (1.237 - 1.259)^2}} = 1.16$$

Ce qui confirme également l'importance du terme de couplage résistif même pour des gammes de fréquences plus élevées.

La conclusion de ces calculs sur la prise en compte des termes mutuels réels est assez claire. Nous pouvons faire de grosses erreurs de simulation et avoir des résultats différents de ceux escomptés si nous ne considérons pas le couplage résistif. Néanmoins, il est quand même important de noter que ces résultats découlent d'un cas particulier, pour lequel les termes réels sont du même ordre de grandeur que les termes imaginaires. Il est fort probable que certains problèmes auront des configurations très différentes avec des termes résistifs négligeables devant les termes inductifs. Ce cas de figure se retrouvera surtout lorsque nous travaillerons à haute fréquence. Ces mêmes termes résistifs pouvant aussi être masqués par des résistances nettement plus fortes et non couplées, mises en série avec les connexions étudiées (ex: semi-conducteurs, etc...).

Malgré tout, et pour éviter tout problème lié aux termes mutuels, il apparaît évident qu'il faut les prendre en compte.

Comme nous l'avons expliqué dans la partie introductive, la considération des termes résistifs découle d'une réflexion sur la possibilité de mettre dans les logiciels de circuits, les schémas équivalents issus de InCa, simulateur PEEC. Le problème majeur concernant ces termes de couplages résistifs était l'importance que nous pouvions leur accorder. Cette étude nous montre donc clairement qu'il existe des cas réalistes où ces termes doivent être pris en compte. Le problème suivant à résoudre est donc de pouvoir considérer ces termes de couplage dans les logiciels de circuit en sachant qu'il n'existe pas de modèle défini. C'est ce qui va être présenté dans le chapitre suivant.

III.3 Schéma électrique équivalent.

III.3.1 Introduction

Le but est l'établissement d'un schéma équivalent simple décrivant tout le câblage d'un convertisseur. Ce schéma doit prendre en compte tous les points de connexions. Par exemple, pour un busbar, outre les entrées + et - (connexions de la source), la mise en parallèle de semi-conducteurs et de capacités de découplage engendre un grand nombre de connexions externes.

Cette étude a été menée avec Fasthenry et InCa. Les résultats se présentent sous la forme d'une matrice impédance caractéristique du câblage. Les schémas en découleront.

III.3.2 Plusieurs schémas possibles

Prenons l'exemple simple d'une plaque 1 entrée-2 sorties. Elle peut être modélisée par 2 impédances L-R couplées (Fig.A 21).

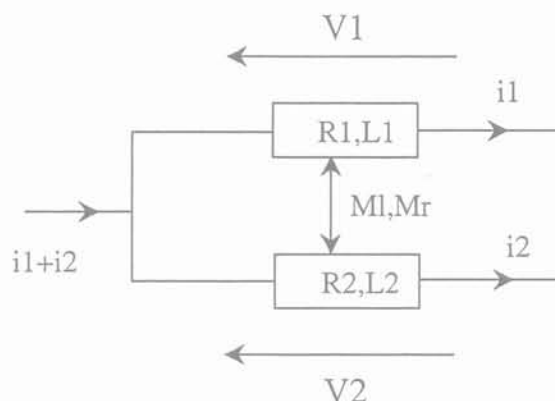


Fig.A 21 : Schéma couplé d'une plaque 1 entrée 2 sorties.

La matrice résultante est décrite de la manière suivante :

$$\begin{pmatrix} V1 \\ V2 \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} R1 + L1.p & Mr + Ml.p \\ Mr + Ml.p & R2 + L2.p \end{bmatrix} \begin{pmatrix} i1 \\ i2 \end{pmatrix} \quad \text{Eq.A III.3-1}$$

Nous pouvons généraliser ce schéma pour une référence et n points. Nous l'appellerons schéma « branche » [SUA99].

Les deux exemples présentés avant nous ont permis d'observer non seulement des couplages inductifs mais également des couplages résistifs non négligeables. Or, les couplages résistifs n'existent pas de façon standard dans les simulateurs de circuit. Il faut donc trouver un schéma équivalent qui tienne compte de la réalité mais où tous les termes sont découplés entre eux.

La première représentation qui vient à l'esprit est un schéma où tous les points sont reliés entre eux. On l'appellera schéma « polygone ».

Le schéma polygone pour une plaque 1 entrée-2 sorties peut se représenter sous la forme suivante (Fig.A 22):

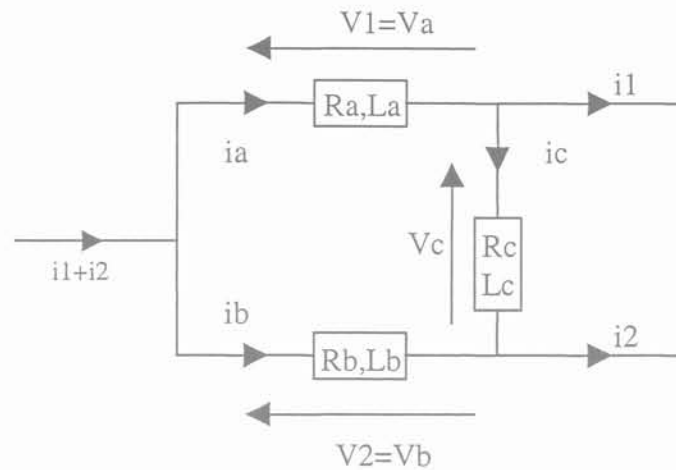


Fig.A 22 : Schéma sous forme polygonale d'une plaque 1 entrée 2 sorties.

La matrice résultant de ce système est donc la suivante:

$$\begin{bmatrix} V_a \\ V_b \\ V_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_a + jL_a.\omega & 0 & 0 \\ 0 & R_b + jL_b.\omega & 0 \\ 0 & 0 & R_b + jL_b.\omega \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix}$$

La représentation ainsi établie, il reste à déterminer les valeurs des impédances découplées. Le passage n'est pas évident, dans la mesure où il s'agit d'identifier les termes d'une matrice symétrique aux éléments diagonaux de la matrice « polygone » ainsi générée.

Les calculs, sans être compliqués, ne sont pas immédiats puisqu'il faut établir une relation entre deux matrices de dimensions différentes. Autant il est simple de retrouver par matrice de projection, les impédances couplées à partir des éléments découplés, autant l'inverse est un peu plus délicat, et c'est justement ce sens de passage que nous allons nous efforcer de trouver...

A noter que dans cette représentation, certains éléments peuvent être négatifs. Ceci ne pose pas de problème: toute impédance mesurée entre chacun des points d'accès extérieur sera toujours positive, ce qui est la seule contrainte physique [KER94].

La condition que doit respecter cette transformation de schéma équivalent est de garder le même nombre de termes indépendants non nuls dans les deux matrices. D'un côté, nous avons une matrice pleine, symétrique, pour le schéma couplé et d'un autre côté, nous avons une matrice diagonale où seuls les termes de la diagonales sont non nuls. La démonstration suivante permet de montrer que dans ces deux cas de figure, le nombre d'éléments indépendants dans les deux matrices sont égaux.

Dans la matrice représentant le schéma électrique couplé, nous pouvons calculer le nombre de termes indépendants sachant que cette matrice est symétrique.

Nb total de termes – termes diagonaux = termes extra diagonaux

$$= n^2 - n$$

Nb termes indépendants = termes extra diagonaux /2 + termes diagonaux

$$= \frac{(n^2 - n)}{2} + n = \frac{n.(n+1)}{2}$$

Le nombre de termes indépendants pour une représentation matricielle de schéma couplé est donc de $\frac{n.(n+1)}{2}$ avec n le nombre d'éléments dans le schéma électrique.

Le but est d'obtenir une matrice diagonale de dimension $\frac{n.(n+1)}{2}$.

Si tous les points du schéma équivalent sont reliés entre eux (schéma polygone), il y a $C_{n+1}^2 = \frac{n.(n+1)}{2}$ combinaisons (on relie 2 points parmi n+1). On a bien égalité du nombre d'inconnues.

Exemple pour une matrice 2*2 :

$$\begin{pmatrix} V1 \\ V2 \end{pmatrix} = Z \begin{pmatrix} i1 \\ i2 \end{pmatrix} \quad Z \text{ matrice impédance donnée par InCa} \quad \Rightarrow \quad \begin{pmatrix} Va \\ Vb \\ Vc \end{pmatrix} = Zdiag \begin{pmatrix} ia \\ ib \\ ic \end{pmatrix}$$

$$Z = \begin{bmatrix} Z_{11} & Z_{12} \\ Z_{21} & Z_{22} \end{bmatrix} \text{ avec } Z_{21} = Z_{12} \text{ et } Zdiag = \begin{bmatrix} Zd_{11} & 0 & 0 \\ 0 & Zd_{22} & 0 \\ 0 & 0 & Zd_{33} \end{bmatrix}$$

Z a trois termes indépendants, Zdiag aussi.

III.3.3 Passage du schéma branche au schéma polygone

III.3.3.1 Convention du schéma branche

Pour un circuit à 1 entrée et à n sorties, nous pouvons définir n tensions simples $V1, \dots, Vn$ avec le point d'entrée défini comme potentiel de référence.

La convention choisie pour les courants est la convention récepteur. Nous pouvons donc déterminer une matrice impédance telle que :

$$\begin{bmatrix} V1 \\ V2 \\ \vdots \\ Vn \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i1 \\ i2 \\ \vdots \\ in \end{bmatrix}$$

Z

Fig.A 23: Matrice délivrée par le logiciel InCa

Tous les termes de la matrice comportent une partie réelle et une partie imaginaire. Cette matrice est obtenue à partir du logiciel InCa. Il faut impérativement tenir compte de ces conventions pour la transformation matricielle.

III.3.3.2 Convention du schéma polygone

Si nous numérotions les points d'une plaque, 0 le point d'entrée, 1 à n pour les points de sortie, nous pouvons introduire les courants de branches (par ordre alphabétique) de la manière suivante.

Dans un exemple à 3 impédances couplées ou 6 impédances découplées nous avons le résultat suivant (Fig.A 24).

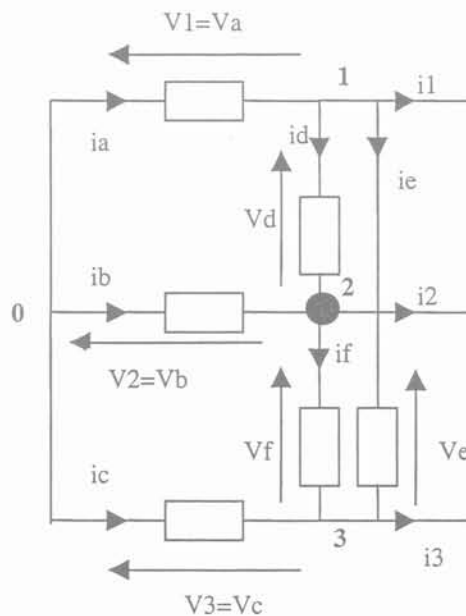


Fig.A 24 : Schéma découplé d'une structure à 1 entrée et 3 sorties.

Les courants doivent respecter des conventions précises. La direction est toujours du numéro de nœud le plus faible au numéro de nœud le plus fort. Nous obtenons dans ce cas les directions suivantes :

ia du nœud 0 vers le nœud 1, ib du nœud 0 vers le nœud 2, ic du nœud 0 vers le nœud 3, id du nœud 1 vers le nœud 2, ie du nœud 1 vers le nœud 3, if du nœud 2 vers le nœud 3.

Les tensions correspondantes sont déterminées par la convention récepteur, nous remarquons ainsi : $V1=Va$, $V2=Vb$, $V3=Vc$ pour $n=3$.

III.3.3.3 Etablissement d'une formule de passage

Une fois les conventions des différents schémas clairement définies, nous pouvons établir la méthode afin de passer de la matrice Z_{init} issue de InCa à la matrice Z_{diag} représentant le schéma découplé. Il faut donc établir les deux matrices qui permettent de changer de base au niveau des courants et des tensions.

Dans un cas simple à trois éléments couplés cela nous donne :

$$\begin{pmatrix} i1 \\ i2 \\ i3 \end{pmatrix} = P_i \begin{pmatrix} ia \\ ib \\ ic \\ id \\ ie \\ if \end{pmatrix} \quad \text{Eq.A III.3-2}$$

et

$$\begin{pmatrix} Va \\ Vb \\ Vc \\ Vd \\ Ve \\ Vf \end{pmatrix} = P_v \begin{pmatrix} V1 \\ V2 \\ V3 \end{pmatrix} \quad \text{Eq.A III.3-3}$$

Nous avons donc le système suivant à résoudre :

$$\left\{ \begin{array}{l} [V_{coupl}] = Z_{init} \cdot [I_{coupl}] \text{ ou } [I_{coupl}] = Y_{init} \cdot [V_{coupl}] \quad (1) \\ [V_{decoupl}] = Z_{diag} \cdot [I_{decoupl}] \text{ ou } [I_{decoupl}] = Y_{diag} \cdot [V_{decoupl}] \quad (2) \\ [I_{coupl}] = P_i \cdot [I_{decoupl}] \quad (3) \\ [V_{decoupl}] = P_v \cdot [V_{coupl}] \quad (4) \end{array} \right. \quad \text{Eq.A III.3-4}$$

Dans Eq.A III.3-4, Z_{init} et Y_{init} sont respectivement la matrice impédance et la matrice admittance issues d'InCa et Z_{diag} et Y_{diag} respectivement la matrice impédance et la matrice admittance résultant du schéma découplé.

Si nous insérons les équations (1) et (2) dans (3) du système (Eq.A III.3-4), nous obtenons :

$$Y_{init} \cdot [V_{coupl}] = P_i \cdot Y_{diag} \cdot [V_{decoupl}] \quad \text{Eq.A III.3-5}$$

Si nous insérons l'équation (4) du système (Eq.A III.3-4) dans (Eq.A III.3-5), cela nous donne :

$$Y_{init} \cdot [V_{coupl}] = P_i \cdot Y_{diag} \cdot P_v \cdot [V_{coupl}] \quad \text{Eq.A III.3-6}$$

Nous obtenons donc la relation finale :

$$Y_{init} = P_i \cdot Y_{diag} \cdot P_v \quad \text{Eq.A III.3-7}$$

Une des caractéristiques de la matrice Z_{init} est qu'elle est symétrique, par conséquent Y_{init} est également symétrique. Si $T(Y_{init})$ est la matrice transposée de Y_{init} , nous pouvons écrire $T(Y_{init}) = Y_{init}$.

D'après (Eq.A III.3-7), nous obtenons : $T(Y_{init}) = T(P_i \cdot Y_{diag} \cdot P_v)$ donc :

$$T(Y_{init}) = T(P_v) \cdot T(Y_{diag}) \cdot T(P_i) = Y_{init} \quad \text{Eq.A III.3-8}$$

Sachant que Y_{diag} est diagonale nous avons $T(Y_{diag}) = Y_{diag}$, par conséquent si nous comparons les équations (Eq.A III.3-7) et (Eq.A III.3-8) :

$$- Y_{init} = P_i \cdot Y_{diag} \cdot P_v$$

$$- Y_{init} = T(P_v) \cdot Y_{diag} \cdot T(P_i)$$

Nous pouvons donc conclure que :

$$P_i = T(P_v)$$

Eq.A III.3-9

L'obtention de la matrice P_i s'effectue en appliquant la méthode d'analyse nodale décrite dans [JOU86]. Cette méthode permet l'analyse du fonctionnement d'un réseau électrique avec notamment la mise en équation du système. La méthode d'analyse nodale utilise quelques éléments simples de la théorie des graphes. Parmi ceux-ci figure la notion de matrice d'incidence d'un graphe connexe orienté. La construction de la matrice P_i revient à établir la matrice d'incidence du schéma découplé. Elle est définie de la manière suivante :

$$P_i = \begin{bmatrix} \alpha_{11} & \alpha_{12} & \dots & \alpha_{1b} \\ \alpha_{21} & \alpha_{22} & \dots & \alpha_{2b} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \alpha_{n1} & \alpha_{n2} & \dots & \alpha_{nb} \end{bmatrix}$$

n est le nombre de nœuds et b le nombre de branches.

Avec $\alpha_{ij} = 1$, si la branche j part du nœud i

-1, si la branche j arrive au nœud i

0, si la branche j n'est pas connectée au nœud i

Cette matrice résulte en fait de la détection des nœuds indépendants dans le circuit électrique. [JOU86] nous montre que les informations nécessaires pour établir les équations du réseau sont contenues dans $n-1$ lignes. En électricité le nœud qui correspond au nœud de référence n'est pas considéré comme un nœud indépendant. Cela signifie qu'il est possible de traiter le problème avec simplement les équations aux autres nœuds. La ligne correspondant au nœud de référence étant une combinaison linéaire des autres lignes. La matrice incidence est ainsi réduite et sa taille est donc $(n-1)*b$.

Dans notre exemple à trois éléments couplés, la matrice P_i , issue du schéma découplé représenté ci-dessus, est donc de taille $3*6$. En respectant la convention citée précédemment, cette matrice va donc s'écrire comme suit :

$$P_i = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix} \text{ et } P_v = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -1 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 1 \end{bmatrix}$$

Nous pouvons donc trouver un schéma équivalent totalement découplé qui traduit toutes les caractéristiques d'une plaque, défini par la matrice Y_{diag} . Le problème est d'identifier terme à terme cette matrice Y_{diag} en fonction des termes de la matrice Y_{init} . Nous allons en fait procéder de manière inverse, à savoir que nous allons déterminer les termes de la matrice Y_{init} en fonction des termes diagonaux de la matrice Y_{diag} .

Ces résultats sont toujours valables si les conventions, définies dans III.3.3.1 et III.3.3.2, sont respectées.

Le résultat de ce produit est généralisable quel que soit le nombre de sorties.

Prenons pour exemple les résultats du produit $P_i * Y_{\text{diag}} * P_v$ pour $n=3$

$$Y(a,b,c,d,e,f) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & b & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & c & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & d & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & e & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & f \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -1 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 1 \end{bmatrix} \quad \text{Eq.A III.3-10}$$

$$Y(a,b,c,d,e,f) = \begin{bmatrix} a+d+e & -d & -e \\ -d & b+d+f & -f \\ -e & -f & c+e+f \end{bmatrix} \quad \text{Eq.A III.3-11}$$

La matrice obtenue (Eq.A III.3-11) est bien symétrique.

A partir de cet exemple, nous pouvons, sans faire le calcul, décomposer ce produit et retrouver la matrice diagonale, si toutefois les conventions sont respectées.

Nous pouvons définir une forme générale de la matrice admittance Y_{init} issue de la résolution du logiciel InCa.

Cette forme générale peut se décomposer sous la forme suivante (Fig.A 25):

$$\begin{bmatrix}
 X_1 + \sum_{k=n+1}^{2n-1} X_k & -X_{n+1} & \vdots & \vdots & -X_{2n-1} \\
 -X_{n+1} & X_2 + X_{n+1} + \sum_{k=2n}^{2n-3} X_k & \vdots & \vdots & -X_{3n-3} \\
 \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\
 \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & -X_{\frac{n(n+1)}{2}} \\
 -X_{2n-1} & -X_{3n-3} & \vdots & -X_{\frac{n(n+1)}{2}} & X_n + \sum_{k=0}^{n-1} X_{2n-(2k+1)}
 \end{bmatrix}$$

Fig.A 25 : décomposition de la matrice Yinit

Avec n le nombre d'éléments dans le schéma couplé et $X_1, \dots, X_{\frac{n(n+1)}{2}}$ les termes qui vont nous permettre de remplir la diagonale de la matrice admittance du schéma électrique équivalent découplé.

Nous pouvons donc retrouver, à partir de la matrice initiale, la matrice diagonale qui nous permettra de construire le schéma électrique découplé en reliant tous les points d'accès les uns avec les autres. Ce schéma sera directement utilisable sous des logiciels de circuits tels que SPICE.

Il est cependant nécessaire, dans un premier temps, de transformer la matrice impédance déterminée par InCa en matrice admittance. L'opération en sens inverse devra être également effectuée afin de mettre en place la matrice impédance du schéma découplé.

III.3.4 Exemples

III.3.4.1 Exemple de schéma polygone avec une plaque

Si nous considérons une plaque possédant une entrée et trois sorties (Fig.A 26) :

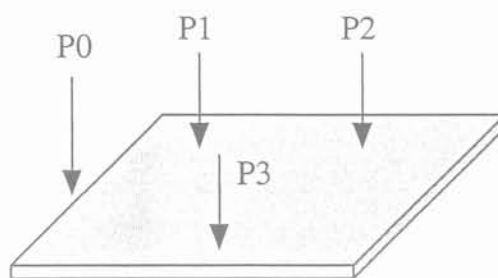


Fig.A 26 : Schéma d'une plaque avec une entrée et trois sorties.

La matrice impédance de cette plaque correspond au lien entre les tensions $V1$, $V2$, $V3$ (référencées par rapport au potentiel de référence) et $i1$, $i2$, $i3$ (courants des accès 1, 2 et 3).

$$\begin{bmatrix} V1 \\ V2 \\ V3 \end{bmatrix} := \begin{bmatrix} 1.5 + 12 \cdot p & 1.3 + 11 \cdot p & 0.5 + 4.5 \cdot p \\ 1.3 + 11 \cdot p & 2.4 + 19 \cdot p & 0.9 + 9 \cdot p \\ 0.5 + 4.5 \cdot p & 0.9 + 9 \cdot p & 1.4 + 18 \cdot p \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} i1 \\ i2 \\ i3 \end{bmatrix} \quad \text{Eq.A III.3-12}$$

Nous pouvons noter les couplages résistifs évoqués précédemment.

Par la méthode générale précédente, implantée sous Matlab (inversion de la matrice puis identification terme à terme), nous obtenons 6 couples L-R numérotés de 1 à 6.

0 est le potentiel de référence et 1, 2, 3 les différents points de sortie.

Le schéma sous Pspice donne la représentation suivante (Fig.A 27) (valeurs asymptotiques):

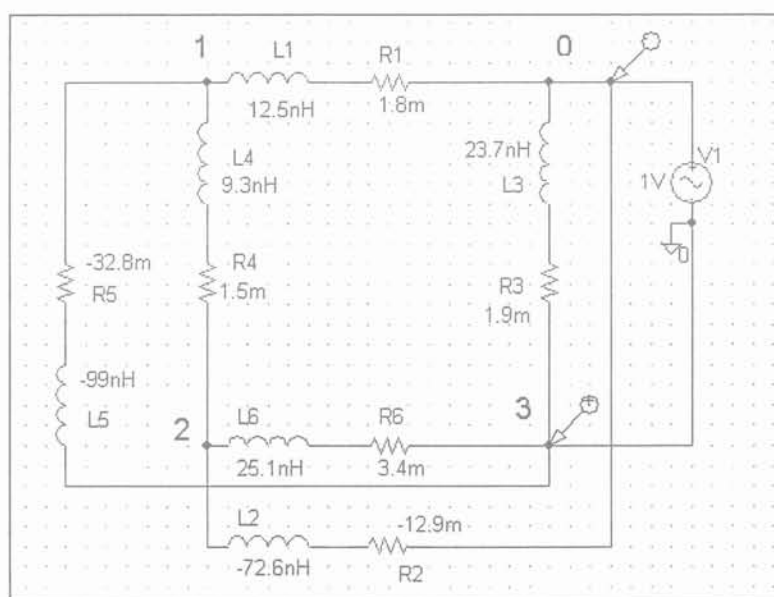


Fig.A 27 : Schéma électrique équivalent d'une plaque avec 1 entrée et 3 sorties

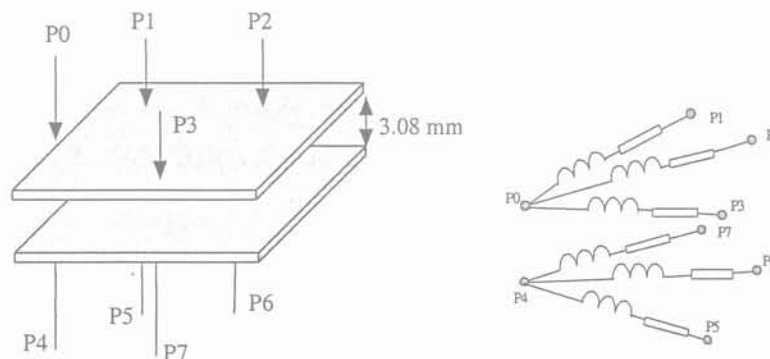
Ce schéma électrique équivalent permet donc de connaître l'impédance de la plaque entre chaque point d'accès. Les valeurs des composants sont calculés pour une fréquence donnée.

Même si certains ont des valeurs négatives, l'impédance entre deux points sera toujours positive.

Nous allons maintenant établir le schéma pour deux plaques complètement isolées l'une de l'autre.

III.3.4.2 Exemple de schéma polygone avec le mini busbar

Nous allons reprendre l'exemple 2 cité dans « Mise en évidence de couplages résistifs » concernant les deux plaques. Les schémas suivants sont les mêmes que les figures Fig.A 17 et Fig.A 18:



Pour simuler ce mini busbar sous InCa, nous avons relié les 2 plaques via les deux points de référence P0 et P4.

La représentation polygone relie ensuite chacun des points P0P4, P1, P2, P3, P5, P6, P7 par des impédances découplées. Le nombre d'éléments est alors de C_7^2 , soit 21. Le système peut donc être résolu.

Le seul problème est que nous avons relié les deux plaques. Pour retrouver l'isolation galvanique nécessaire, trois coupleurs parfaits (cf Fig.A 28) de rapport unitaire sont alors insérés aux bornes des points P0P4, P1, P2 et P3, pour assurer des accès isolés au schéma équivalent.

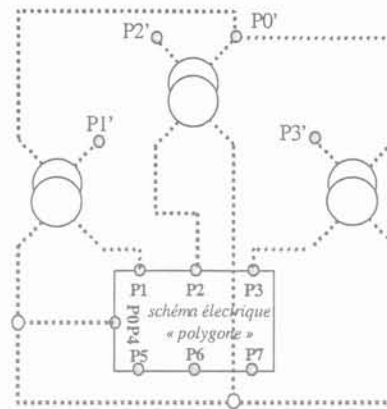


Fig.A 28 : Principe des coupleurs

En résumé, pour simuler ce mini busbar sous InCa, il a fallu relier les 2 plaques pour fixer les potentiels. Les 2 entrées des plaques sont ainsi reliées. Cela nous ramène donc à un schéma “branche” avec une unique entrée (le potentiel commun) et $2n$ sorties. Nous utilisons dès lors la même méthode que pour une seule plaque.

Nous obtenons un schéma “polygone” avec un potentiel commun.

Pour découpler les 2 entrées, nous utilisons des coupleurs de rapport 1. La description sous Spice de tels coupleurs peut se faire au moyen de sources liées (Fig.A 29).

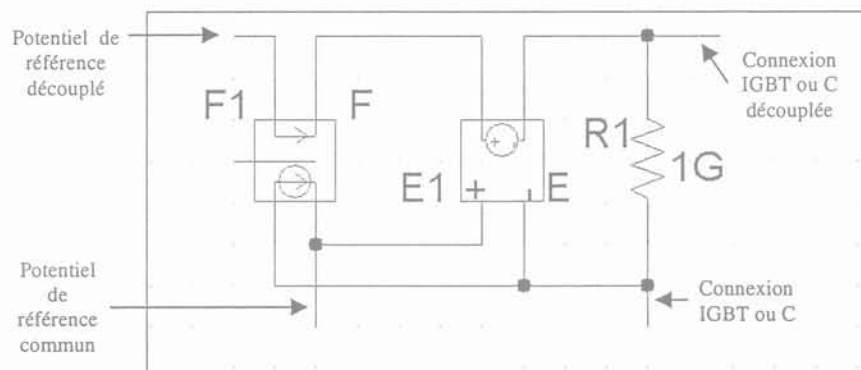


Fig.A 29 : Représentation du coupleur sous SPICE.

Nous implantons dans Spice le schéma équivalent (cf Fig.A 30). A et B sont les 2 entrées. 1,2,3,4,5,6 sont les points. n (ici 3) coupleurs sont nécessaires pour découpler l’entrée A de l’entrée B.

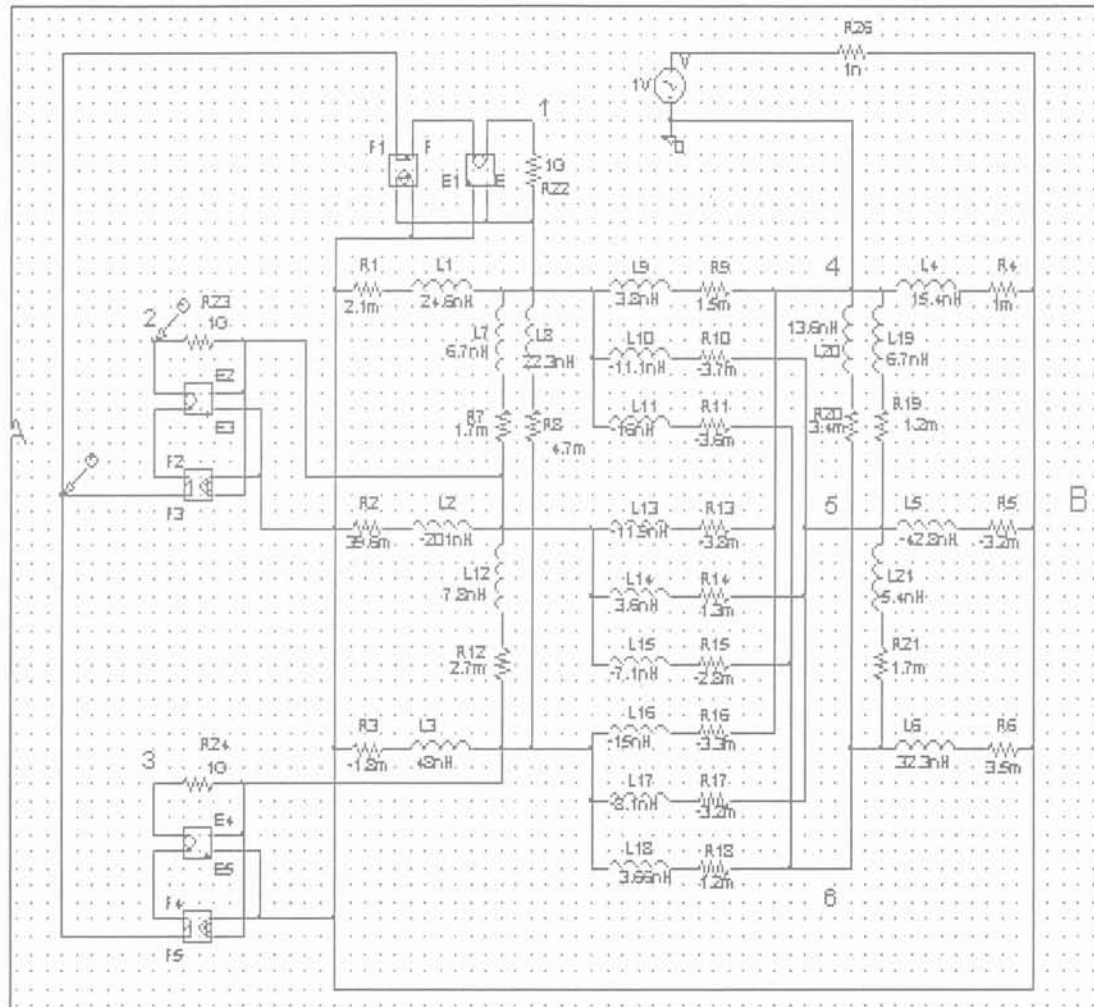


Fig.A 30 : Schéma électrique équivalent découplé du mini busbar sous SPICE

III.4 Conclusions

Dans cette partie, nous avons donc mis en évidence la notion de couplage résistif ainsi que son importance dans la répartition du courant. Cela nous a permis de dégager une méthode pour prendre en compte les différents couplages dans l'implantation des schémas équivalents à l'intérieur des logiciels de circuit. Nous pouvons donc traiter les éléments de câblage comme des composants à part entière. Nous verrons dans l'application « Juniper » du chapitre V, que nous pouvons créer sous SPICE de véritables composants où les seuls points d'accès sont les entrées sorties des plaques.

Dans la représentation polygone, nous pouvons remarquer que certains éléments sont négatifs. Etant issu d'une transformation mathématique complexe, cela n'a rien de surprenant, en revanche entre deux points d'accès l'impédance équivalente est toujours positive.

Les éléments sont calculés à une fréquence donnée. Cette contrainte limite l'étude du système complet à la fréquence considérée.

IV Les trous

Dans l'exemple de la plaque sur laquelle sont montés deux plots, nous avons vu que nous pouvons visualiser le chemin que prend le courant dans la plaque ainsi que la densité de courant à l'intérieur des deux plots. Cette dernière information nous a d'ailleurs montré que la répartition du courant dans les deux chemins est totalement déséquilibrée. Comme nous l'avons expliqué dans la partie introductive, un tel déséquilibre peut entraîner des problèmes lors des commutations de ces systèmes. En effet, si des systèmes déséquilibrants sont insérés dans des structures de mise en parallèle, nous pouvons retrouver des composants avec des surtensions plus importantes à leurs bornes par rapport à celles présentes aux bornes des autres interrupteurs, ou même des problèmes d'échauffement dans ces même composants. Dans tous les cas, lors d'une mise en parallèle, il est préférable d'avoir une répartition égale du courant dans les différents composants afin de ne pas les détériorer. Le problème qui se pose désormais est de savoir par quel moyen nous pourrions rétablir un équilibre entre les courants.

Si nous forçons le courant à modifier son chemin de circulation, nous modifions l'impédance de celui-ci. En plaçant donc des trous dans la plaque, nous avons la possibilité d'équilibrer la répartition du courant dans les deux chemins. En terme de modélisation, l'insertion d'un trou dans une géométrie peut se représenter sous deux formes différentes :

- Soit en modifiant la représentation géométrique du système.
- Soit en modifiant la représentation électrique du système.

Il est important de noter que l'insertion d'un trou n'est pas sans conséquence, en effet, la modification de l'impédance peut créer des problèmes « d'incompatibilité » lorsque le système doit respecter des règles en terme d'impédance de câblage. En règle générale, la mise en place d'un trou a tendance à augmenter l'impédance globale (ceci sera confirmé dans les exemples qui suivront). De ce fait, dans le cas des busbars et même du câblage en général, il est donc important de savoir dans quelle proportion se fait cette augmentation.

IV.1 Modification géométrique

Cette modification consiste plus précisément à rentrer la nouvelle géométrie en prenant en compte le trou. Si nous avons par exemple, une simple plaque carrée dans laquelle nous désirons insérer un trou (cas théorique représenté sur la Fig.A 31a), il est nécessaire de construire la plaque trouée avec quatre nouvelles plaques. Pour cela, il existe plusieurs possibilités de construction toutes autant valables les unes que les autres (cf Fig.A 31a et b) .

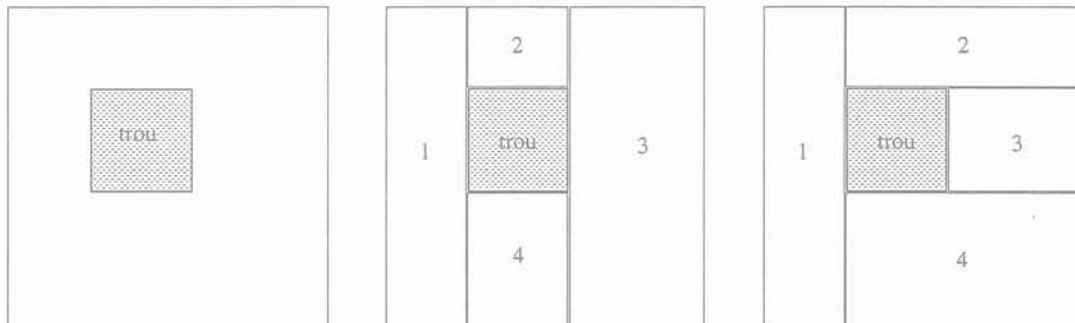


Fig.A 31 : a) Plaque trouée b) modélisation équivalente (4 plaques) c) Autre modélisation possible

Une fois que ces quatre plaques sont créées, il est nécessaire de les mailler et de les raccorder entre elles. Pour réaliser ce raccordement tout en gardant la caractéristique de la plaque, il est nécessaire que les maillages des plaques en vis à vis soient concordants. En effet, nous pourrions ainsi relier deux à deux les nœuds électriques des plaques conjointes.

IV.2 Modification électrique

En terme électrique, l'insertion d'un trou dans une plaque se traduit par une variation de l'impédance de celle-ci. Nous pouvons donc représenter un trou par une suppression des éléments électriques équivalents issus du maillage (Fig.A 32), sachant que le courant ne passera pas dans ces éléments.

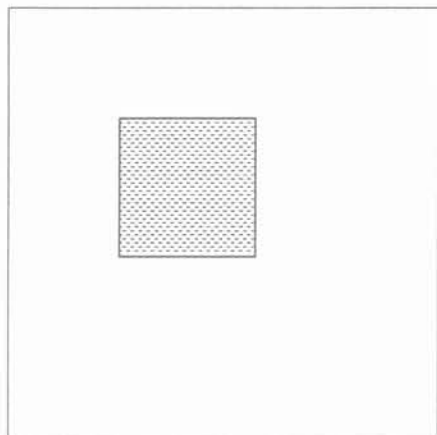


Fig.A 32 : Emplacement d'un trou dans une plaque

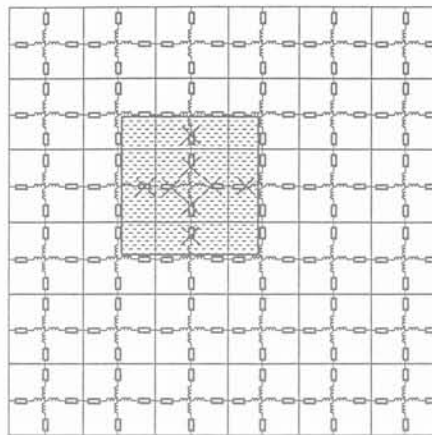


Fig.A 33 : Suppression des éléments électriques

Avec cette technique, l'insertion d'un trou est fortement liée au maillage du problème. Cela signifie que dans l'hypothèse d'une modification, a posteriori, de la géométrie, le maillage doit être réfléchi.

IV.3 Comparaison des deux méthodes

Nous avons donc deux manières possibles pour modéliser un trou dans une plaque. L'insertion du trou peut se faire soit avant le maillage soit après.

La méthode fondée sur la modification géométrique permet de modéliser le trou sans prendre en compte le maillage, toutefois cette méthode est assez rigide car le changement de position d'un trou dans une plaque nécessite la reconstruction intégrale du problème. De plus, le fait de devoir créer des équipotentiels entre un point de chaque plaque conjointe alourdit la modélisation.

La seconde méthode, fondée sur la modification électrique, intervient après le maillage. Elle est nettement plus souple, puisqu'une fois la géométrie initiale rentrée, il est possible d'insérer un ou plusieurs trous assez facilement. Cela peut donc permettre de faire de l'optimisation de placement des trous afin d'équilibrer les courants sans dépasser une valeur d'inductance parasite donnée d'un système. En revanche, comme nous l'avons noté précédemment, ce type de méthode demande un maillage adapté à la grosseur du trou. Dans le cas où la dimension du trou serait petite devant la taille de la plaque, le maillage peut s'avérer assez dense.

Néanmoins, afin de pouvoir effectuer plusieurs simulations pour trouver le meilleur emplacement pour le ou les trous, et compte tenu de la robustesse du solveur en terme de

résolution de problèmes fortement maillés, nous avons opté pour la modification post-maillage qui correspond à la modification électrique.

IV.4 Application à notre exemple

Cet exemple (2 plots sur une plaque) montre parfaitement le déséquilibre en courant que peuvent générer les systèmes d'interconnexion. Certes, ces déséquilibres peuvent être dans certains cas complètement masqués si les composants mis en parallèles en amont sont suffisamment résistifs, mais dans le cas contraire (ex : composant passif : capacité,...) cela peut s'avérer problématique.

Le rééquilibrage du courant dans les deux plots peut s'effectuer par modification de la géométrie. En effet, en modifiant le trajet des lignes de courant dans la plaque, nous modifions l'impédance des chemins et donc la répartition du courant. Nous pouvons donc envisager de modifier la géométrie de la plaque.

Nous avons donc inséré un trou de la forme comme dessiné sur la figure (Fig.A 34) afin d'essayer d'équilibrer les courants dans les plots. La plaque est maillée de manière suffisamment dense afin de pouvoir faire un trou long mais assez fin.

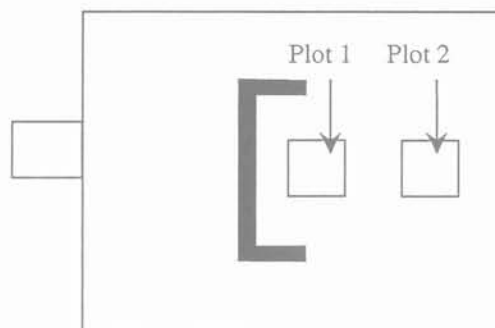
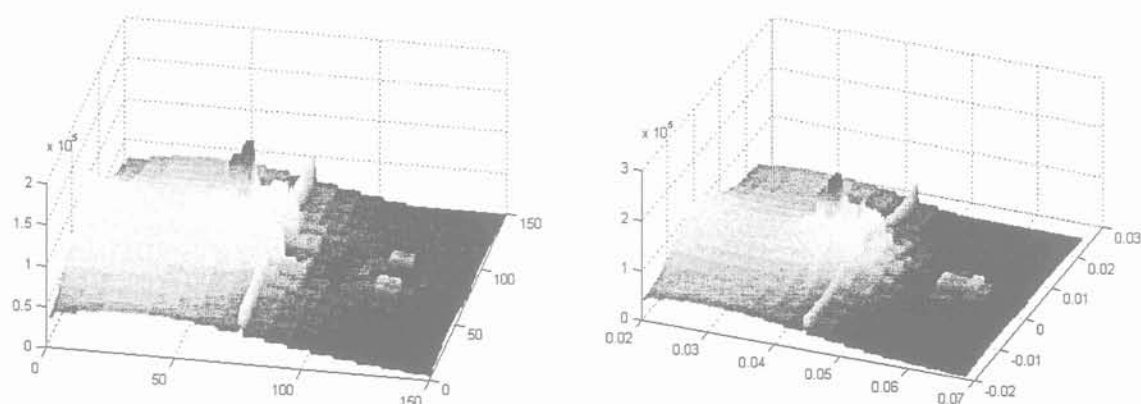


Fig.A 34 : Emplacement du trou (représenté en noir) dans la plaque.

Dans un premier temps, nous allons observer la répartition du courant dans la plaque sans la présence du trou (Fig.A 35) :

Fig.A 35 : a) Répartition dans la plaque pour $f=50\text{Hz}$ b) Répartition dans la plaque pour $f=10\text{kHz}$

La répartition du courant dans la plaque ne varie pas trop en fonction de la fréquence, deux raisons à cela :

- Dans cette géométrie, la fréquence 10kHz n'est pas encore assez élevée pour voir vraiment les effets de la fréquence.
- La géométrie de ce système favorise toujours le même chemin pour la circulation du courant, du plot 1 vers la sortie, la distance entre les deux n'est pas assez grande pour voir le courant se répartir différemment.

Il est à noter que le niveau de densité de courant dans la plaque a chuté avec la prise en compte des termes imaginaires de l'impédance dépendants de la fréquence. Ceux-ci ne sont plus négligeables à 10kHz .

Si nous analysons la répartition du courant dans les plots et dans la plaque avec le trou pour les deux fréquences à 50Hz et 10kHz nous obtenons les figures suivantes (Fig.A 36 et Fig.A 37) :

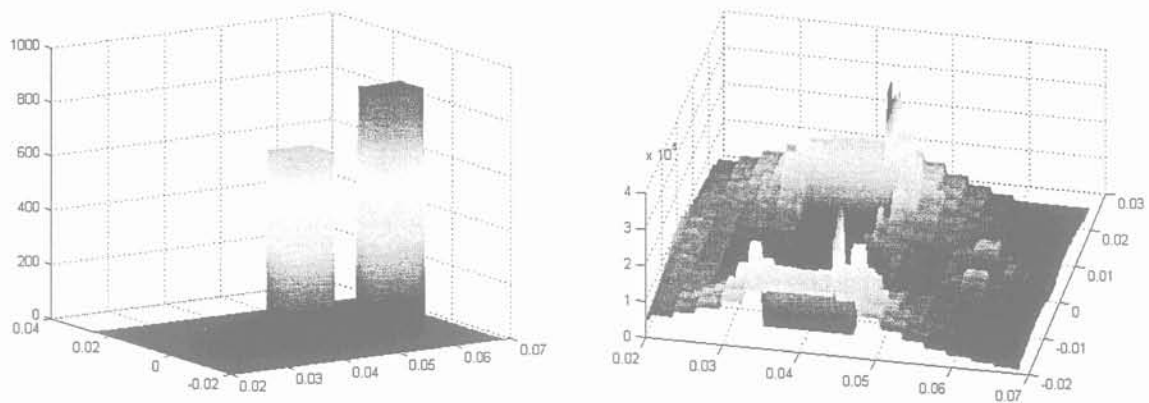


Fig.A 36 : Répartition du courant dans les plots et dans la plaque à 50Hz avec l'insertion du trou

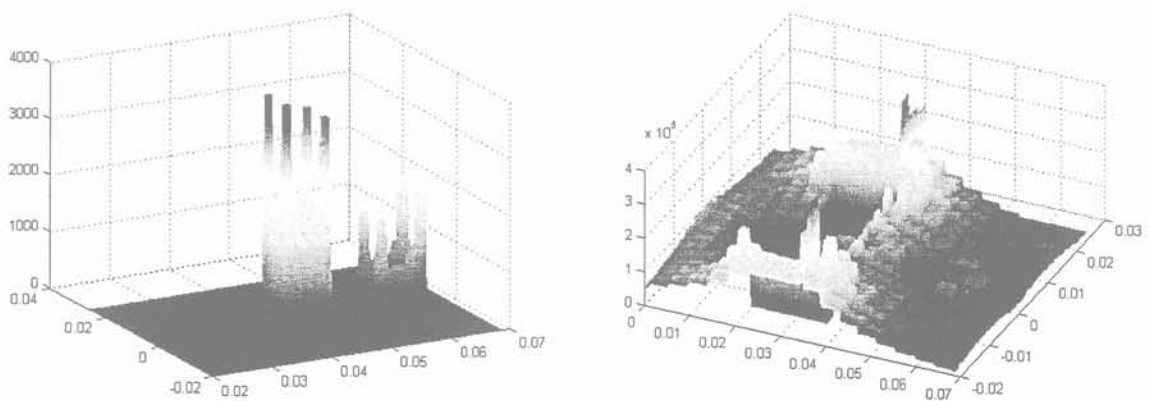


Fig.A 37 : Répartition du courant dans les plots et dans la plaque à 10kHz avec l'insertion d'un trou

Les figures ci-dessus concernant la distribution du courant dans les deux plots, montrent qu'à 50Hz la tendance a été inversée, nous avons maintenant un peu plus de courant circulant dans le plot 2 que dans le plot 1. Cela s'explique très bien puisque le trou a influé de manière plus importante sur le chemin 1, donc la résistance de celui-ci a nettement augmenté. En revanche, à 10kHz, même si le déséquilibre est moins prononcé que dans la configuration initiale, nous avons de nouveau une circulation plus importante dans le plot 1 par rapport au plot 2. Cette inversion en fonction de la fréquence s'explique par l'influence de la fréquence via l'effet des mutuelles inductances. Ce phénomène sera expliqué plus en détail avec l'exemple du busbar en peigne dans le chapitre V « Applications ».

Pour la répartition du courant dans la plaque, les figures nous montrent parfaitement l'influence du trou. Celui-ci crée deux couloirs d'étranglement de chaque côté de la plaque qui entraînent à ces endroits là des densités de courant importantes. Ceci se traduit par des

« points chauds », c'est à dire des endroits où la plaque est fragilisée et risque de subir des forces électromagnétiques importantes susceptibles de détériorer voire de détruire le système.

Toutes les courbes représentées ci-dessus tendent vers une même constatation : la variation de l'impédance parasite est la cause des variations que subit le courant à l'intérieur du système. Il est donc important de connaître dans quelle proportion l'impédance varie. En effet l'insertion d'un trou n'est légitime que si les caractéristiques électriques ne sont pas trop détériorées. Nous avons donc relevé dans le tableau présenté ci-dessous les impédances des deux chemins (Tab.A 3).

Avec trou :

	50Hz			10kHz		
	Partie réelle (mΩ)	Partie imag (mΩ)	Mr, MI (mΩ)	Partie réelle (mΩ)	Partie imag (mΩ)	Mr,MI (mΩ)
Chemin plot 1	2.128	7.398 e^{-3}	1.949,	2.153	1.463	1.98,
Chemin plot 2	2.089	8.943 e^{-3}	7.245 e^{-3}	2.147	1.763	1.443

Tab.A 3: Impédance des chemins avec trou

Si nous comparons ce tableau avec celui concernant l'étude sans l'insertion du trou (Tab.A 1), nous remarquons que les valeurs des composants parasites ont toutes augmenté. Ceci confirme donc bien la mise en garde explicité en introduction. Dans cet exemple, la partie résistive augmente très fortement passant de $1.41 \text{ m}\Omega$ à $2.128 \text{ m}\Omega$ pour le chemin 1 à 50Hz soit une augmentation de plus de 50%. Cette forte variation est essentiellement due à la modification du parcours du courant. Pour l'inductance, il n'est pas aisé de prévoir comment va agir le trou. Dans cet exemple, nous avons une augmentation de 18% pour le chemin 1 et 9% pour le chemin 2. Même si l'augmentation du terme résistif est plus important, le chemin inductif est peut-être plus intéressant à prendre en compte.

En conclusion, ces variations sont assez conséquentes, et cela prouve que l'insertion des trous doit se faire avec prudence.

V Applications

V.1 Présentation

L'application que nous allons détailler dans ce chapitre traite d'un dispositif d'électronique de puissance utilisé en traction ferroviaire. Cette application est issue d'une collaboration avec la société Alstom. Pour la traction ferroviaire, Alstom utilise des busbars afin de mettre des composants en parallèle et d'assurer une bonne tenue en courant. Le busbar étudié, appelé Juniper, sert de câblage d'alimentation continue dans un PMCF (pont monophasé à commutation forcée) à deux états. Ce convertisseur DC/AC est réversible dans le transfert d'énergie, son facteur de puissance est proche de 1.

Le PMCF est détaillé ci-dessous (Fig.A 38):

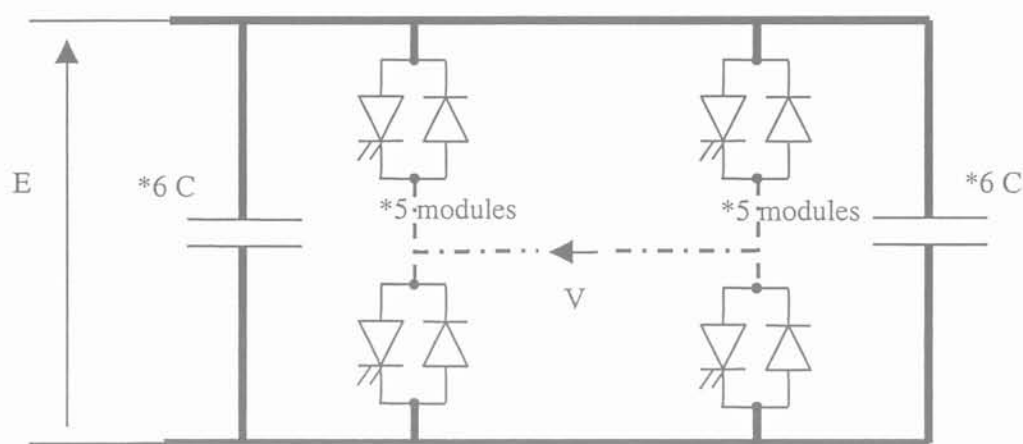


Fig.A 38 : Représentation électrique du PMCF.

Le rôle du busbar Juniper est représenté en trait gras, la partie représentée en trait pointillé correspond au bus de phase.

Un module représente un bras complet de l'onduleur.

La description physique est schématisée sur le schéma Fig.A 39.

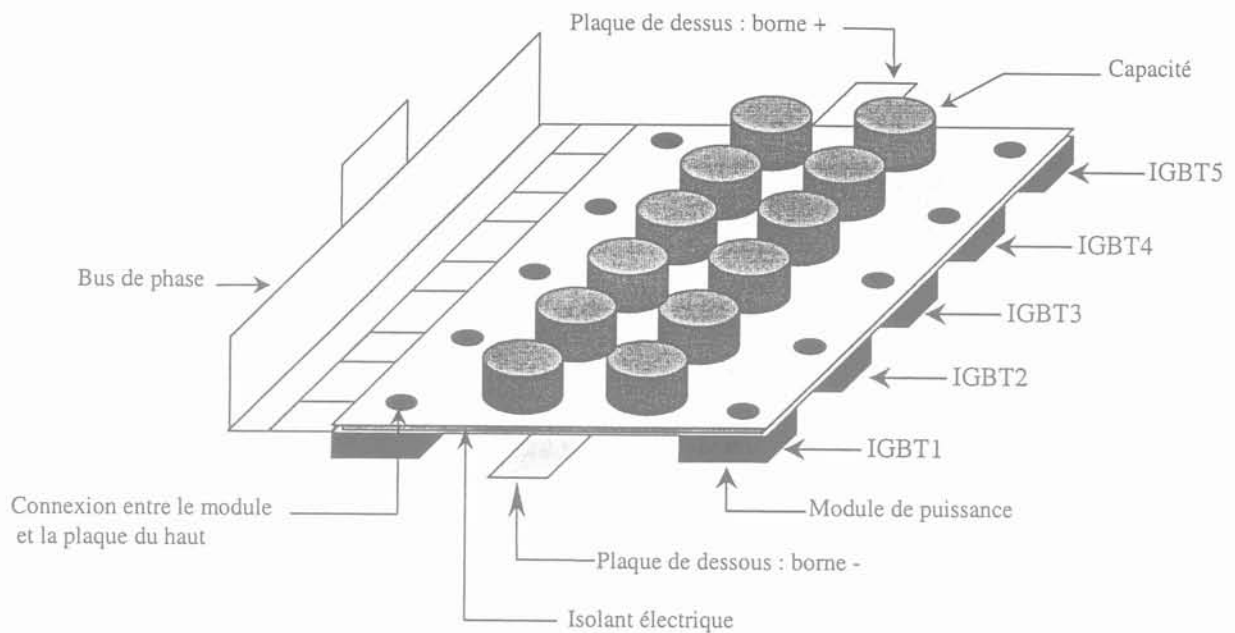


Fig.A 39 : Représentation schématique du busbar

Sur le schéma précédent, un seul bus de phase est représenté, dans la réalité, nous avons le même de l'autre côté.

Les dimensions des plaques du busbar sont 670mm*440mm*1.5mm.

Dans le cas d'une cellule de commutation utilisant ce style de câblage, nous pouvons établir le modèle de câblage suivant pour simplement trois composants mis en parallèle (cf Fig.A 40) :

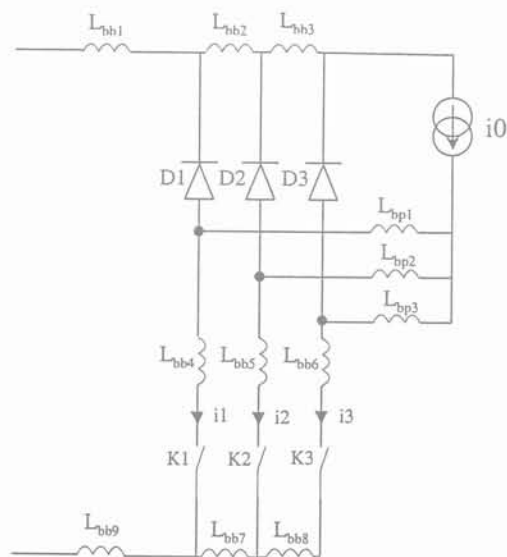


Fig.A 40 : Modèle de câblage de notre système branché en cellule de commutation élémentaire.

L_{bbn} correspondent à des inductances parasites issues du busbar et L_{bpn} à des inductances parasites issues du bus de phase. [JEA01] a démontré qu'une cellule de commutation de cette forme pouvait créer des déséquilibres à cause du busbar.

V.2 Etude du Busbar Juniper.

V.2.1 Modélisation du busbar.

Cet exemple industriel complexe nous permet donc de pouvoir utiliser les différentes méthodes de modélisation que nous avons mis en place dans les parties précédentes. Les courbes expérimentales de la figure Fig.A 41 montrent un décalage dans l'amorçage des 5 IGBTs mis en parallèle dans un même bras. [JEA99] a montré que ce type de retard à la fermeture et ces différences de niveau de courant à l'ouverture pouvaient être dus à une structure de câblage déséquilibrante, lors d'une mise en parallèle de plusieurs conducteurs. Par conséquent, nous avons réalisé une étude du busbar afin d'évaluer certains problèmes susceptibles d'exister.

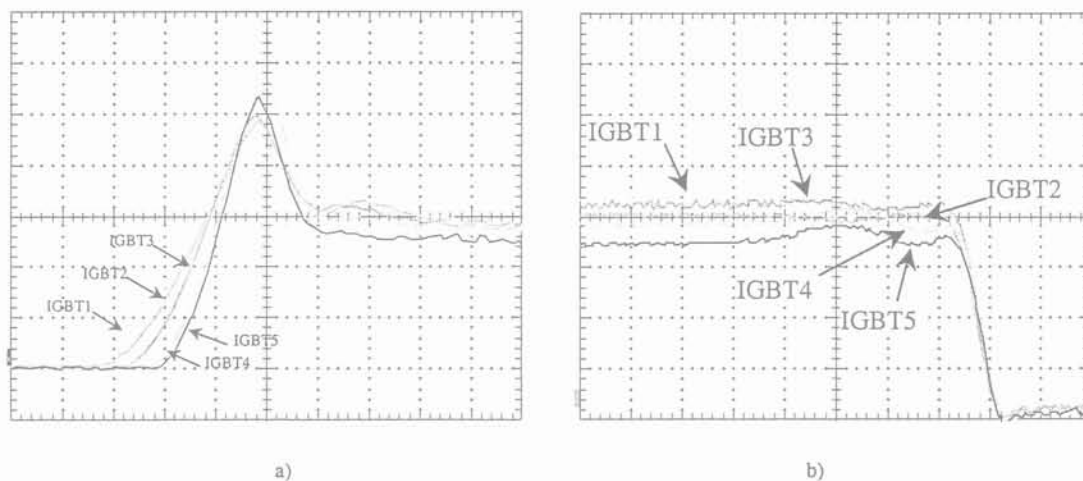


Fig.A 41 : Relevés expérimentaux : a) Allure du courant dans les IGBT à la fermeture (100ns/div ;150A/div)

b) Courant dans les IGBT à l'ouverture (200ns/div ;150A/div)

L'ensemble du busbar a été modélisé sous InCa comme le représente la figure Fig.A 42, néanmoins pour simplifier l'étude, nous avons considéré uniquement les connexions externes d'un seul bras soit 5 IGBT et 6 capacités.

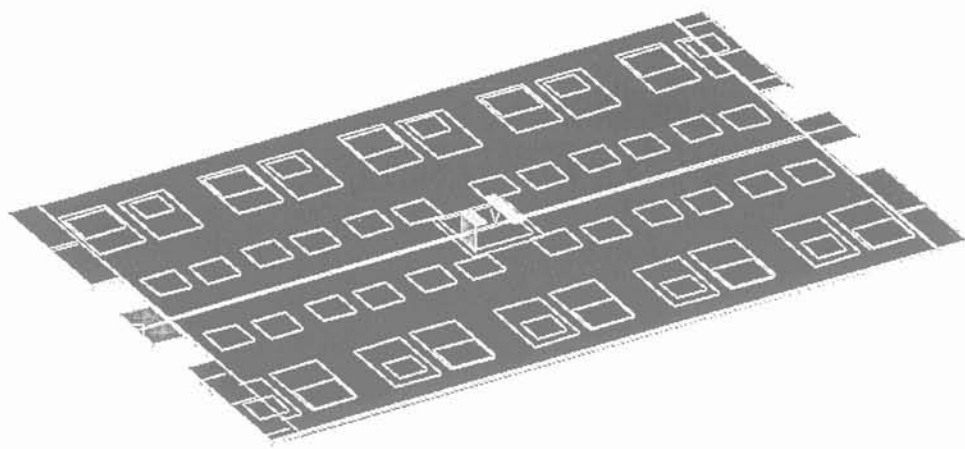


Fig.A 42 : Représentation sous le logiciel InCa du busbar Juniper. (Bleu :plaque +, Rose :plaque -)

Cette simplification nous permet de réduire la taille du circuit équivalent même si celui-ci reste assez important car avec 5 IGBT et 6 capacités, il est constitué de 11 branches couplées sur chaque plaque. Ce qui nous donne $\frac{n.(n+1)}{2} = \frac{22.23}{2} = 253$ inductances, 253 résistances ainsi que 12 coupleurs pour séparer les deux plaques. Les valeurs des composants ont été obtenues à une fréquence donnée de 100kHz, par conséquent le domaine de validité de ce schéma se restreint aux fréquences assez élevées. Nous pouvons en effet considérer qu'à partir de 10kHz la valeur de l'impédance ne varie pas de manière significative. Le schéma électrique équivalent est représenté sur la figure Fig.A 43 :

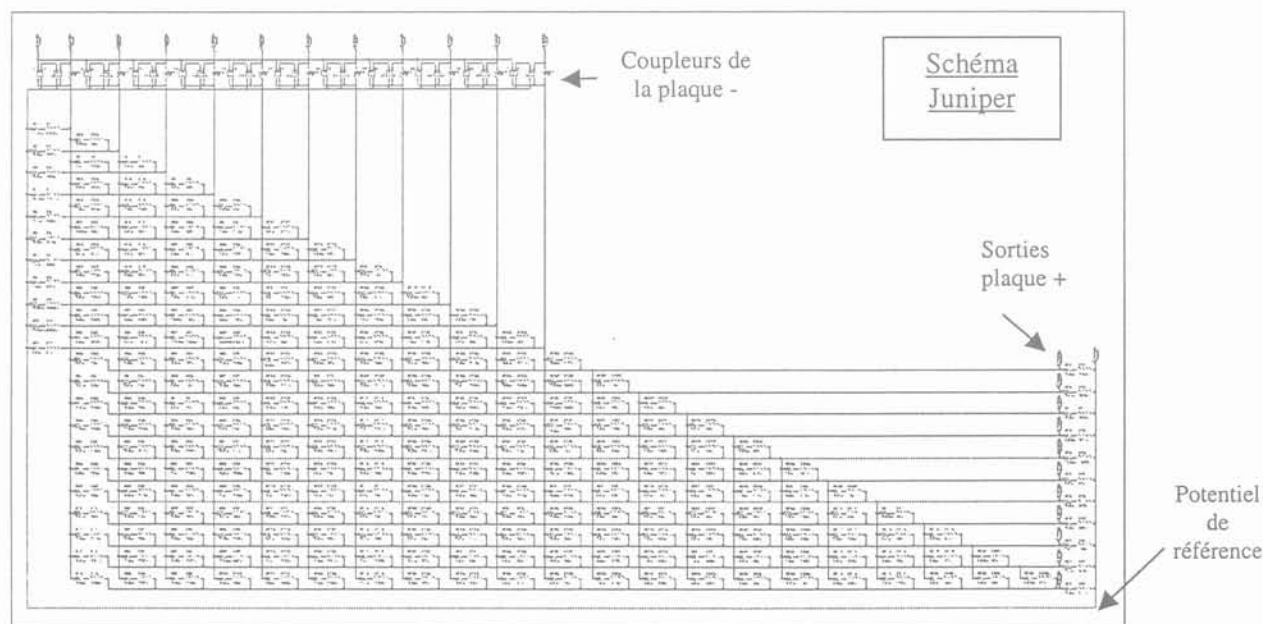


Fig.A 43 : Schéma électrique équivalent du busbar Juniper avec ses différents points d'accès

Nous pouvons clairement constater la lourdeur de ce schéma électrique. Il est nécessaire de le saisir au moins une fois dans le logiciel SPICE, en revanche pour une utilisation plus conviviale, nous avons créé un « macro-composant » (cf Fig.A 44). Cette procédure consiste à intégrer le schéma électrique à l'intérieur d'un bloc duquel ne seront accessibles que les points d'accès, à savoir les bornes des capacités, des IGBT et de la source de tension.

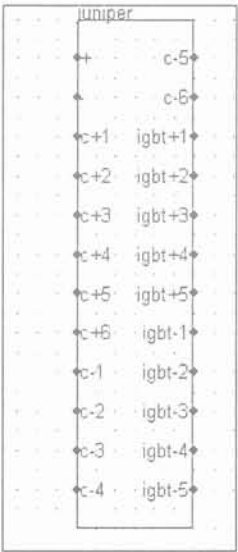


Fig.A 44 : Représentation du macro-composant du busbar Juniper.

Ce composant peut donc être intégré dans n'importe quel schéma électrique et associé à des composants divers. Cela nous permet donc de traiter le câblage comme un composant à part entière. Il est maintenant aisé de connaître l'inductance entre n'importe quel point d'accès. Le tableau suivant résume différentes simulations réalisées sur des inductances de boucles extraites de ce modèle. Nous avons créé un court circuit entre les deux pattes de l'IGBT 5 et nous avons relevé l'inductance aux bornes de différentes capacités, pour une fréquence de fonctionnement de 100kHz.

Point d'accès	C1 & IGBT5	C2 & IGBT5	C3 & IGBT5	C4 & IGBT5	C5 & IGBT5
Inductance (nH)	25.5	24.4	24.1	26.5	28

Tab.A 4: Valeur des inductances en fonction des différents points d'accès

Le tableau (Tab.A 4) montre que toutes ces valeurs sont assez proches les unes des autres. La disposition géométrique des points d'accès semblent expliquer les légères différences qui apparaissent entre les résultats des simulations. Toutefois l'ordre de grandeur reste le même.

Il est nécessaire de pouvoir confronter ces résultats de simulation avec des mesures réalisées sur le busbar.

V.2.2 Validation expérimentale

V.2.2.1 Etude harmonique

Nous allons, dans un premier temps, mesurer l'inductance entre les accès de la capacité 1. Un court-circuit est inséré entre les deux bornes de l'IGBT 5. Ce court-circuit est réalisé par une petite plaque en cuivre. Ce bout de cuivre a été modélisé et son impédance prise en compte dans la modélisation décrite ci-dessus. La mesure est réalisée avec un pont d'impédance HP 4194A que nous branchons à l'emplacement des broches de la capacité 1.

La figure (Fig.A 45) présente une comparaison de l'évolution de l'inductance en fonction de la fréquence entre la mesure et la simulation. Nous pouvons noter que pour les hautes fréquences, le maillage n'est plus suffisant, cela se vérifie sur la courbe de l'évolution de la partie réelle de l'impédance qui sature à une valeur maximale quand on atteint la configuration critique du maillage (cf courbe partie réelle Fig.A 45). Les résultats de simulation de la partie réelle ont été obtenus avec le logiciel FastHenry. Nous pouvons voir que pour ce type de busbar, même des maillages conséquents limitent assez vite la simulation. De plus, ces courbes montrent que pour des maillages assez élevés, les variations de maillages ne sont plus très cohérentes dans ces résultats (cf courbe Fig.A 45 maillage 100 et 130 de la partie réelle).

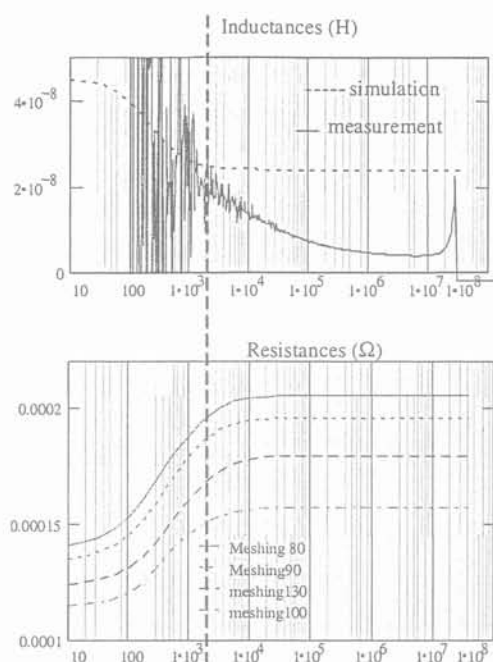


Fig.A 45 : Figure du haut : Comparaison entre la simulation et la mesure sur l'inductance de boucle entre C1 & IGBT5. Figure du bas : problèmes de maillage illustrés sur les simulations de la résistance. La ligne verticale détermine la limite de validité des simulations.

L'analyse des courbes de la figure Fig.A 45, nous permet de remarquer qu'en basse fréquence, la trop faible valeur de l'impédance ne nous permet pas de mesurer une inductance d'où une importante oscillation. Pour les hautes fréquences, c'est au tour de la simulation d'être limitée par le maillage. La figure du bas nous montre qu'au delà de 2kHz la résistance ne varie plus en fonction de la fréquence, ce qui n'est pas réaliste. A cette limite de 2kHz, la mesure et la simulation de l'inductance sont assez proches l'une de l'autre : vers 20nH.

La complexité et la taille de la structure mettent en évidence la limite du maillage uniforme. Dans ce cas de figure, un maillage plus important entraînerait une taille de problème trop élevée et des temps de calcul trop importants. Ce genre de problème doit donc être traité avec des maillages « intelligents » prenant en compte toutes les particularités géométriques de la structure.

Si nous nous intéressons à ce qui se passe dans les fréquences plus élevées, nous observons que l'inductance atteint une valeur d'environ 5nH. Même si plusieurs précautions ont été prises pour être le plus précis possible (compensation, etc...), une valeur aussi faible se situe aux limites d'utilisations du pont d'impédance HP4194A. Cette valeur peut donc uniquement être considérée comme un ordre de grandeur.

V.2.2.2 Etude temporelle (ou par commutation)

D'autres études ont été effectuées sur le busbar pour déterminer cette inductance de boucle (C1-IGBT5). Ces études utilisent les allures du courant ou de la tension lors d'une commutation. Pour cela, nous avons réalisé la mesure décrite sur le schéma suivant (Fig.A 46) en considérant une simple cellule de commutation avec une charge inductive. Dans ce cas, le busbar Juniper n'est pas utilisé comme connexion d'un PMCF (qui est normalement sa fonction initiale).

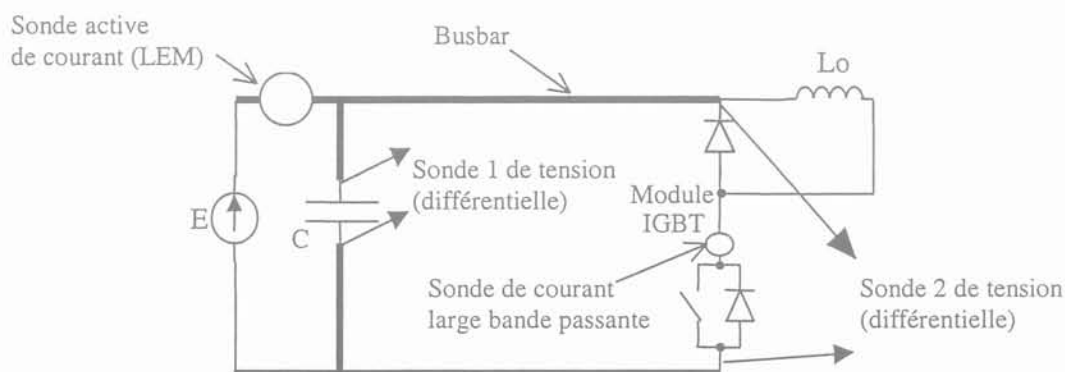


Fig.A 46 : Cellule de commutation pour la détermination de l'inductance du busbar

La photo ci-dessous (Fig.A 47) présente le banc de mesure tel qu'il a été réalisé dans les locaux de la société Alstom à Tarbes.

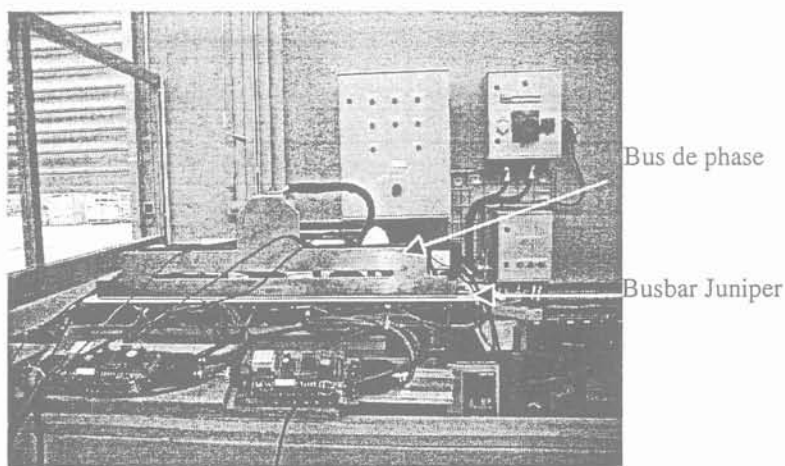


Fig.A 47 : Banc de mesure du busbar Juniper.

Un module IGBT Eupec (1700V – 800A) utilisé, contient deux composants. Dans notre étude, un seul des deux composants sera commandé. L'autre sera uniquement utilisé pour sa diode

de roue libre (Fig.A 46). L'inhibition de ce second IGBT se fait en imposant une tension de -15V entre la grille et l'émetteur.

La capacité C1 est une capacité de découplage d'une valeur de $50\text{ }\mu\text{F}$. Sa valeur inductive est 20 nH (mesure au pont d'impédance). Cette valeur est assez importante en comparaison à la valeur du busbar. Nous devons donc utiliser une sonde différentielle de tension pour tenir compte de la chute de tension aux bornes de la capacité.

Le but est de faire commuter l'IGBT pour observer la surtension à ses bornes, ainsi que les surcourants.

Les capteurs de courant pour les modules sont des tores (μ environ 2000) avec 50 spires : 8 A équivaut à 400 A .

Un LEM est utilisé pour informer la commande éloignée que le seuil des 400 A est atteint: $N=2000$, 250mA équivaut à 400A .

Une séquence d'ouverture et de fermeture de l'IGBT est activée jusqu'à ce que le niveau de courant soit atteint. Pour mesurer l'inductance du busbar nous avons donc disposé deux sources de tension différentielle: une pour mesurer la tension aux bornes de la capacité, l'autre aux bornes du module. Cette différence entre les deux tensions donne la valeur de $L_{\text{busbar}} \cdot \frac{di}{dt}$.

Cette méthode nous permet de ne pas être perturbé dans nos mesures par les inductances parasites de la capacité et du module.

La courbe Fig.A 48 représente l'allure du courant lors d'une fermeture de l'interrupteur.

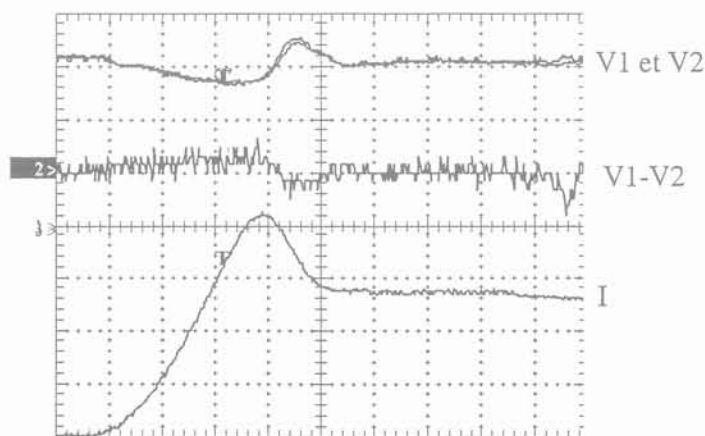


Fig.A 48 : courant (270A/div), tension du busbar (50V/div) et tensions simples (200V/div) à la fermeture de l'IGBT pour une commutation sous $600\text{V}/600\text{A}$. Echelle de temps 100ns/div .

Rq: L'allure de la différence des tensions est un calcul issu de l'oscilloscope.

Le tableau ci-dessous (Tab.A 5) nous montre des résultats sous différentes conditions de mesures à l'ouverture et à la fermeture de l'IGBT.

Fermeture				Ouverture			
Operating point	di/dt (A/ μ s)	V1-V2	Lbb (nH)	di/dt (A/ μ s)	V1-V2	Lbb (nH)	
400V/400A	3300	12	3,6	3780	20	5,3	
600V/600A	4220	16	3,8	4465	24	5,3	
700V/700A	4430	24	5,3	4465	24	5,3	
800V/800A	4700	24	5,1	4400	24	5,3	

Tab.A 5: Résultats expérimentaux.

Ce tableau de résultat nous confirme les résultats obtenus en mesure par étude harmonique, donnant une valeur d'inductance proche de 5nH. Même si la précision n'est pas très bonne, l'ordre de grandeur est respecté. La conclusion en terme d'outils de simulation est que notre maillage n'est pas bien adapté à ce genre de problèmes complexes.

V.2.2.3 Problèmes de simulation en étude complète.

Une étude complète en simulation avec 6 capacités et 5 IGBT en parallèles a été réalisée afin de comprendre les phénomènes sur les courants dans les IGBT présentés dans la figure (Fig.A 41). Malheureusement, ces simulations mettent en évidence certains problèmes, notamment les imprécisions sur les modèles de semiconducteurs. En simulation tous les semiconducteurs sont identiques, ce qui n'est certainement pas le cas dans la réalité....Des problèmes de convergence d'ordre numérique apparaissent également dans le modèle complet. Ceci s'explique par le grand nombre d'éléments dans le schéma équivalent et surtout la grande différence dans les ordres de grandeur entre deux valeurs de composants.

Ces différents soucis ne nous ont pas permis d'effectuer avec succès des simulations dans le domaine temporel des composants en parallèle. Le recours à des simulateurs de circuits plus puissants tels que SABER pourrait peut-être résoudre ce genre de problèmes d'ordre numérique.

V.2.3 Conclusions

Les résultats obtenus par les mesures ou la simulation nous montrent une inductance d'environ 5nH. Malgré les imprécisions, cet ordre de grandeur révèle une inductance assez

faible ce qui signifie que le busbar remplit bien sa fonction « d'atténuateur » d'inductance parasite.

La figure (Fig.A 49) montre l'allure des courants mesurés dans les capacités pour un point de fonctionnement identique (1100V/3000A).

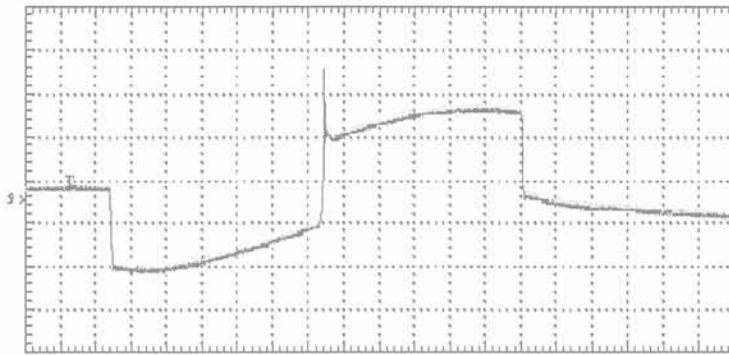


Fig.A 49 : Formes d'ondes expérimentales du courant dans les capacités. 250A/div, échelle de temps :3μs/div.

Cette figure, correspondant à des relevés de mesure, montre clairement qu'il n'y a pas de déséquilibre notable à l'intérieur de ces composants. Il faut cependant noter qu'il est assez délicat d'effectuer des manipulations dans ces conditions car les entretoises installées pour faire les mesures de courant ont des valeurs d'inductances tellement élevées qu'elles masquent tous les phénomènes. Cependant, de la même manière que l'étude harmonique, cette étude laisse envisager que le busbar est correctement conçu.

Même si le busbar Juniper a pu être modélisé de manière correcte, l'application de notre système de schémas équivalents découplés à ce problème industriel complexe met en avant les problèmes de maillage et d'exploitation des résultats avec les divergences du calcul numérique et également les modèles de composants dans les logiciels de circuit.

Cette étude nous a cependant permis de répondre à quelques questions que pouvait se poser la société Alstom avec notamment le fait que les décalages en courant à la fermeture des IGBT relevés sur les courbes (cf Fig.A 41) n'étaient pas dus au busbar, étant donné sa très faible valeur inductive. Les modules de puissance et les capacités sont plus inductifs (environ 20nH) que le busbar. Plusieurs hypothèses restent donc possibles pour expliquer ce phénomène. Cela peut aller de problèmes thermiques à des problèmes de commande.

Dans la partie qui suit nous allons nous intéresser à la répartition du courant dans le bus de phase. Dans ce style de géométrie il est évident que des problèmes de répartition du courant

vont apparaître. Pour s'affranchir de ce problème, nous allons essayer de trouver une structure qui équilibre les courants dans les différentes broches.

V.3 Insertion d'un trou dans le bus de phase.

Le bus de phase est un peigne à 5 pattes. Par symétrie seulement trois seront étudiées. La structure géométrique du busbar Juniper impose, pour le bus de phase, une structure qui favorise les déséquilibres en courant.

Nous allons donc essayer de compenser ces déséquilibres en insérant des trous et en étudiant leur influence sur la répartition du courant.

Ce bus a la représentation géométrique et les dimensions suivantes (Fig.A 50) :

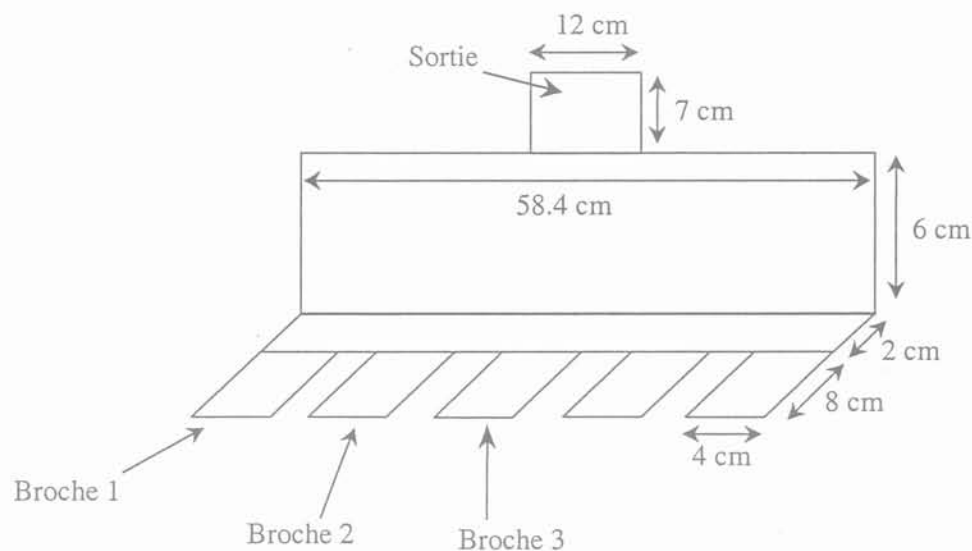


Fig.A 50 : Représentation du bus de phase.

Lorsqu'il n'y a pas de trou (comme dans la représentation de la Fig.A 50), l'allure fréquentielle de la répartition du courant (en module et en phase) dans les trois broches est la suivante (Fig.A 51) :

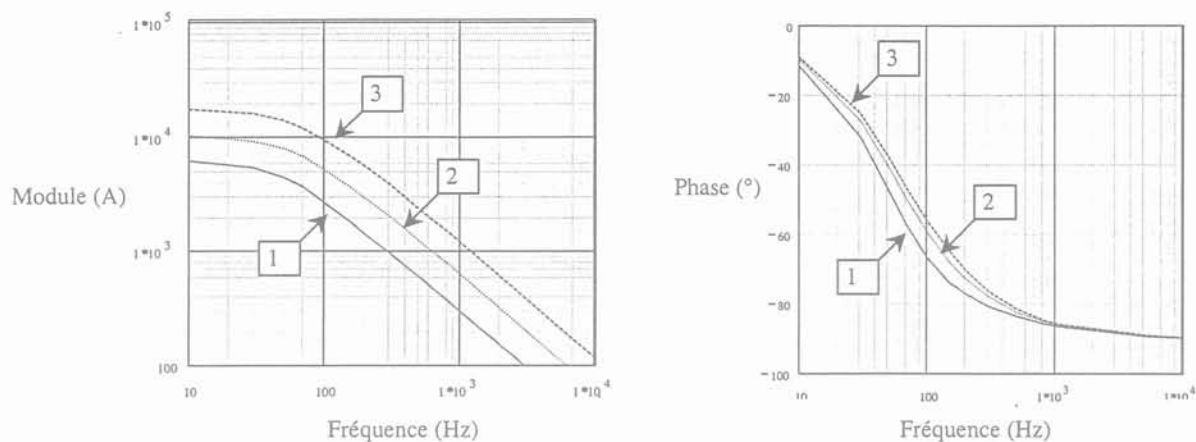


Fig.A 51 : Module et phase du courant dans les trois broches en fonction de la fréquence.

Pour obtenir ces trois courbes, nous avons connecté une source de tension sinusoïdale à fréquence variable de 1V entre la sortie et l'entrée de chaque broche.

Les fréquences de coupure sont sensiblement les mêmes pour les trois courbes (entre 50Hz et 70Hz). Il s'agit dans les trois cas d'un premier ordre. La variation de l'impédance en fonction de la fréquence n'entraîne pas de modification dans la répartition relative du courant. Nous pouvons logiquement constater que le courant a tendance à passer par la broche 3 qui est celle du milieu.

La solution, pour tenter de rétablir un équilibre dans les broches, est d'insérer un ou plusieurs trous dans la partie où le courant se répartit suivant deux dimensions.

Dans ce genre de système, où la configuration est assez particulière, nous pouvons intuitivement analyser certains cas de figure. Par exemple, placer deux trous de part et d'autre du centre ne va qu'augmenter le déséquilibre qui existe entre la broche centrale et celles des côtés (cf figure Fig.A 52).

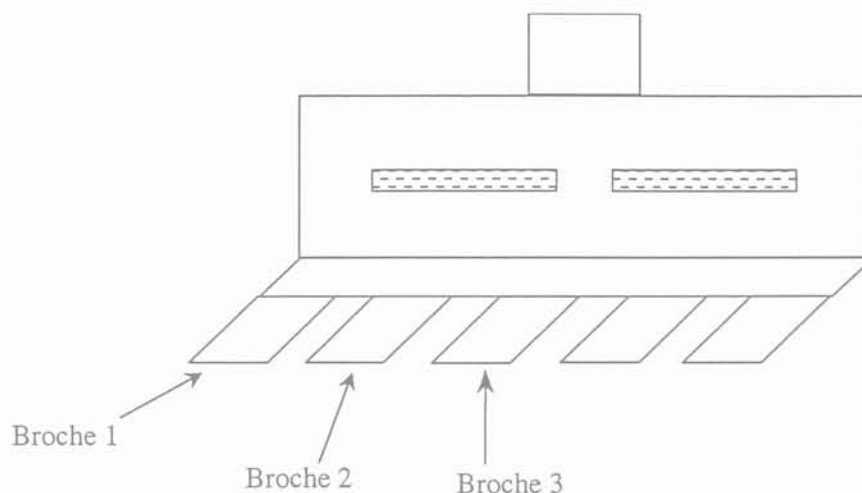


Fig.A 52 : Représentation schématique de l'insertion de deux trous.

Dans ce cas de figure, nous obtenons un déséquilibre important de la broche 3 par rapport aux deux autres broches (cf Fig.A 53). En effet, seul le chemin de circulation du courant issu de la broche 3 n'a pas été modifié, par conséquent une grande partie du courant a tendance à passer par la broche 3.

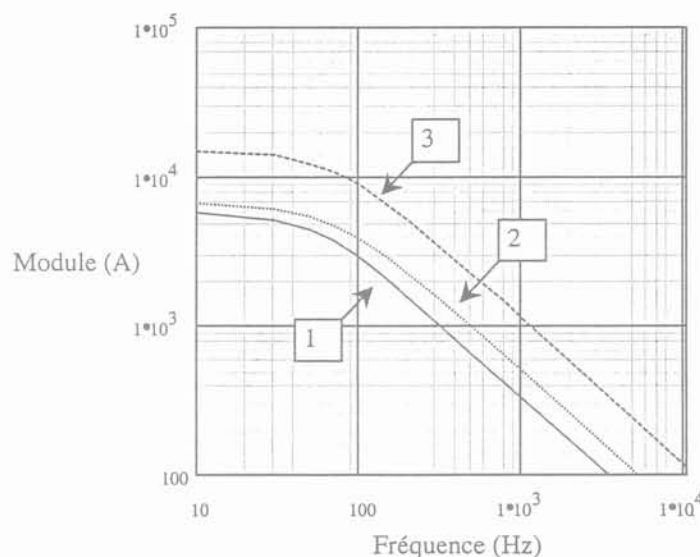


Fig.A 53 : Module du courant dans les trois broches pour la configuration deux trous.

Cela montre, si cela était nécessaire, que la solution pour tenter d'équilibrer le courant est de « bloquer » le passage direct broche 3 – sortie. D'autres solutions sont envisagées ci-dessous.

Avec trois trous, soit quatre passages, nous parvenons à faire varier la répartition du courant dans les broches suivant la position des « passerelles ». Les deux essais présentés sur la figure

(Fig.A 54) sont effectués pour une largeur de « passerelle » égale afin de respecter la symétrie.

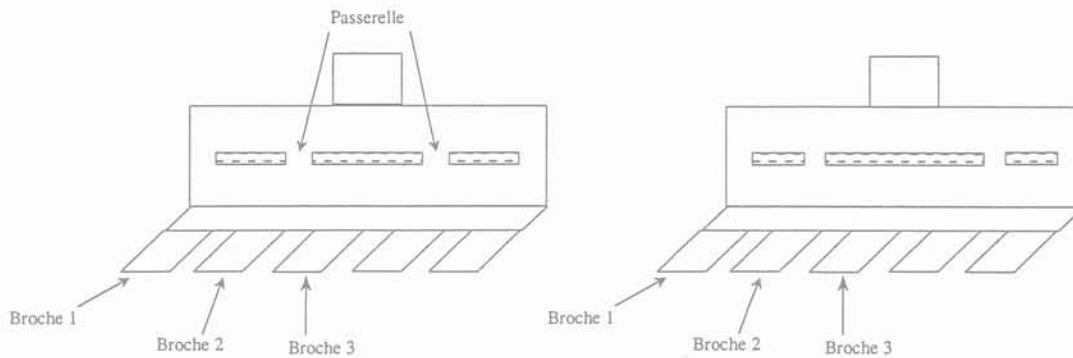


Fig.A 54 : Représentation schématique de l'insertion de trois trous de longueurs différentes cas 1 et cas 2

Deux résultats sont présentés ci dessous (Fig.A 55) :

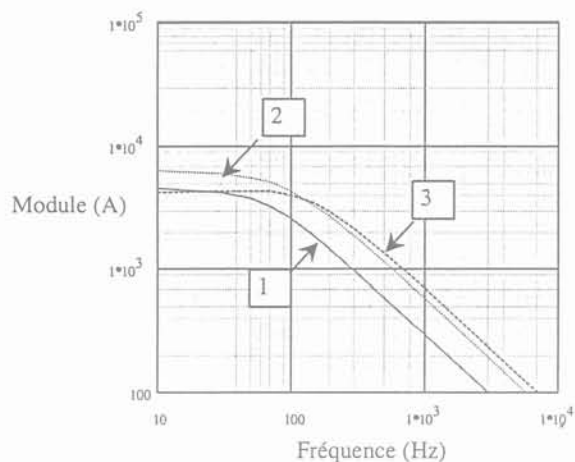
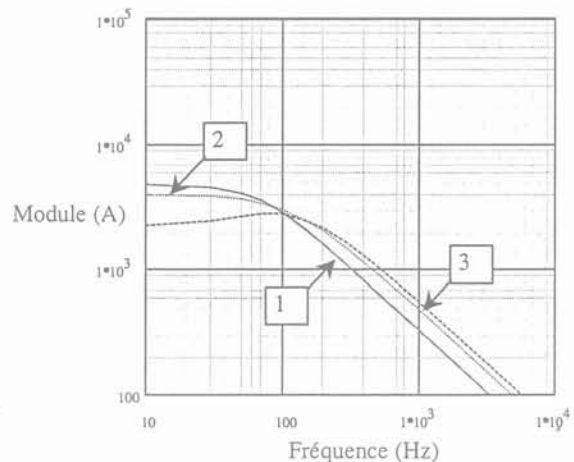


Fig.A 55 : a) Allure du courant dans le cas 1



b) Allure du courant dans le cas 2

Ces deux résultats sont présentés dans deux configurations différentes : la figure de droite est obtenue pour un trou central plus important que pour la figure de gauche.

Il apparaît que lorsque les deux passerelles s'éloignent du centre, les courbes ont tendance à se rapprocher, pour des fréquences supérieures à 100Hz. D'autre part, nous remarquons que dans le cas 2, nous avons réussi à parfaitement égaliser les courants pour une fréquence donnée d'environ 100Hz.

Une bonne solution pourrait donc être un seul trou de longueur assez grande, comme représenté sur le schéma Fig.A 56.

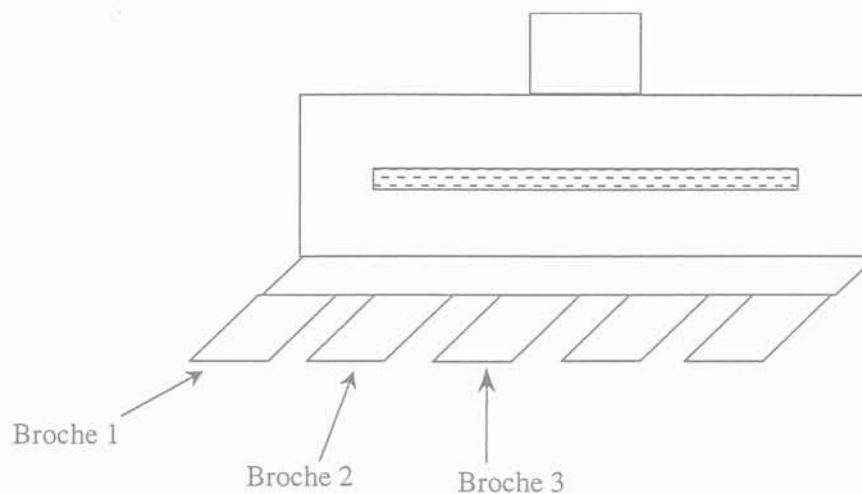


Fig.A 56 : Représentation schématique de l'insertion d'un seul trou.

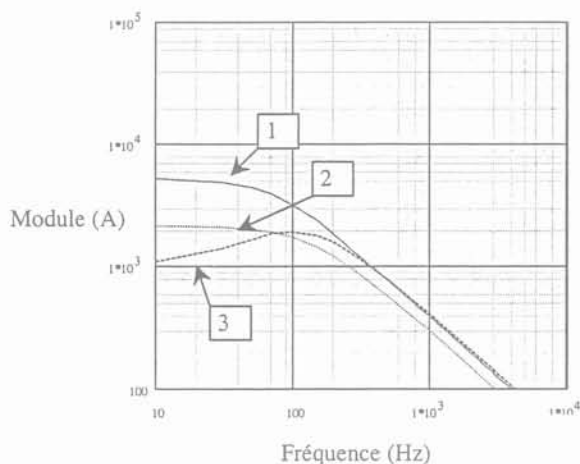
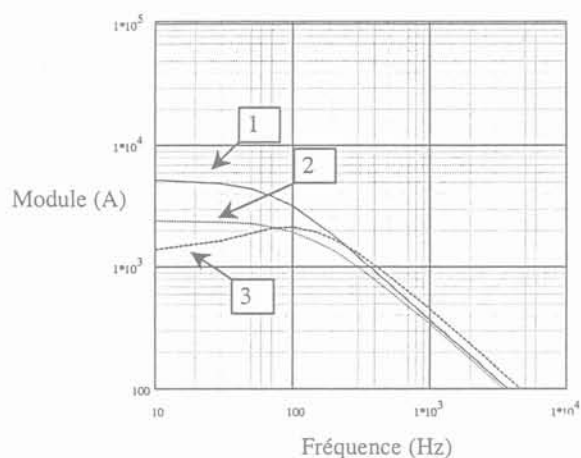


Fig.A 57 : a) Zone trouée maillée 4*20



b) Zone trouée maillée 6*30

Il est intéressant de noter que les résultats présentés sur les courbes de la figure Fig.A 57 dépendent sensiblement du maillage que l'on a imposé (ce qui semble normal puisque dans les deux cas ci-dessous les longueurs et les largeurs du trou ne sont pas exactement les mêmes).

Dans ces cas, nous remarquons que l'ordre de grandeur du courant circulant dans les broches a diminué, et les rapports entre courant pour des fréquences supérieures à 500Hz ont fortement diminué. En revanche, l'écart entre les courants à basse fréquence s'est inversé et il semble plus important.

Les allures de ces courbes peuvent s'expliquer en observant la circulation des courants :

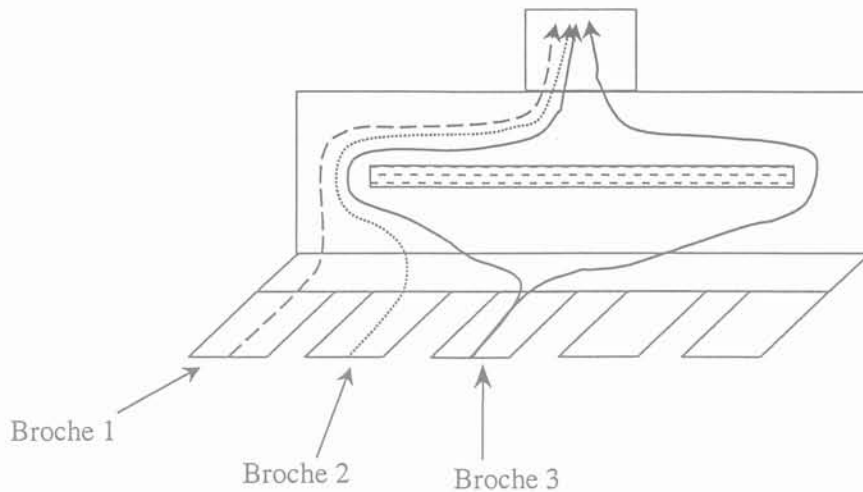


Fig.A 58 : trajet schématique du courant issu des différentes broches dans la plaque.

Avec la représentation de la figure Fig.A 58 (purement didactique mais pas trop réaliste), si nous attribuons un chemin de courant à chaque broche, nous remarquons que le chemin emprunté par le courant circulant dans la broche 1 est le plus court, la résistance est donc la plus faible, par conséquent en basse fréquence la majorité du courant aura tendance à passer ici. Avec l'augmentation de la fréquence, les termes inductifs et mutuels apparaissent et l'impédance ne peut plus simplement être considérée comme une résistance.

Dans la broche 3, le trajet suivi par le courant, circulant en sens opposé, de part et d'autre du trou, engendre une soustraction de certains termes mutuels. L'impédance du chemin s'en trouve fortement diminuée, ce qui explique que le niveau du courant devienne plus important (par rapport aux deux autres) lorsque la fréquence augmente.

Les trois dernières courbes (Fig.A 59) représentent le module du courant d'une même broche pour les différentes configurations présentées tout au long de ce chapitre :

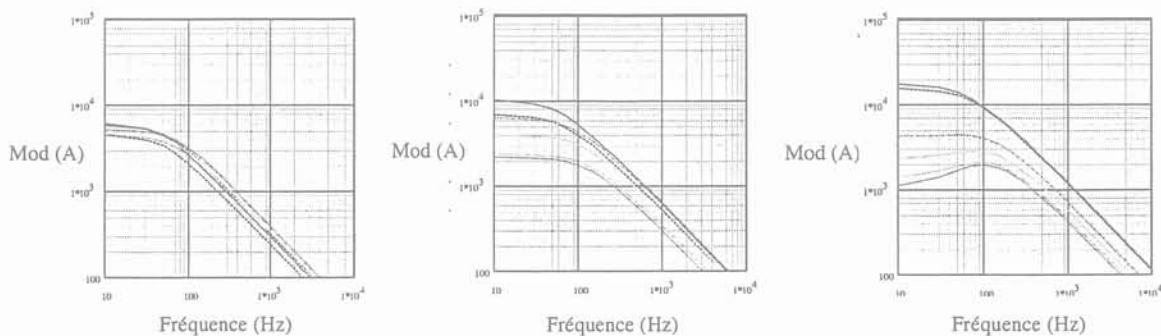


Fig.A 59 : a) Courant dans la broche1

b) Courant dans la Broche2

c) Courant dans la Broche3

Nous pouvons observer que la broche 1 ne subit pas trop de variation de courant suivant les différentes configurations. En revanche, pour la broche 2 et surtout la broche 3, la valeur du courant varie de manière importante (ce qui confirme les remarques faites précédemment). C'est donc ces deux courbes qu'il faut essayer d'ajuster sur la courbe « broche1 » pour équilibrer les courants. La courbe de la broche1 est donc la courbe limitatrice ou courbe de référence. Des routines d'optimisation pourraient être mises en place afin d'automatiser ce processus.

Nous l'avons vu dans le chapitre IV.2 « *Modification électrique* », l'insertion d'un trou ne se fait pas sans modification du comportement électrique du système. Ainsi, l'inductance parasite va varier et même augmenter puisque nous rallongeons les lignes de courant. Les courbes présentées ci-dessous (Fig.A 60) indiquent les valeurs des inductances du bus de phase sans et avec trou en fonction de la fréquence. Ces simulations ont été réalisées en créant une équipotentielle entre les extrémités des cinq pattes d'amenée de courant. Une source de tension de 1V alternatif a été placée entre cette équipotentielle et l'extrémité supérieure du bus de phase. Nous pouvons donc relever la partie imaginaire de l'impédance qui correspondra à l'inductance.

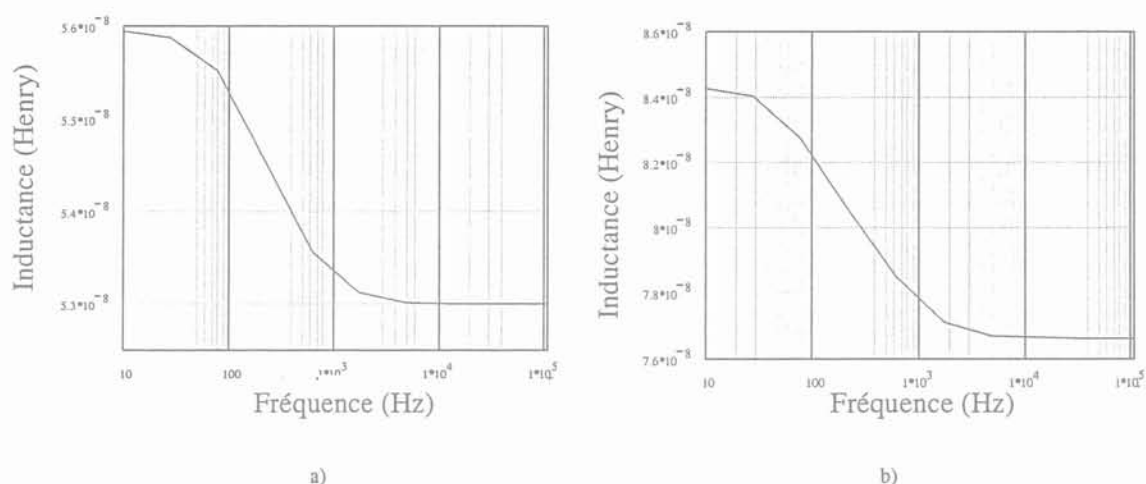


Fig.A 60 : Variation de l'inductance (Henry) en fonction de la fréquence (Hz) : a) sans trou, b) avec trou.

Nous pouvons constater, dans un premier temps, que la valeur de l'inductance augmente considérablement avec l'insertion de l'encoche. Dans les fréquences plus élevées, elle passe de 53nH à 76nH soit une augmentation de 23nH. Cette modification géométrique détériore le comportement parasite du système mais en contre partie, il permet un meilleur équilibre des courants à l'intérieur des broches. Ce compromis doit être fait en considérant qu'un

déséquilibre en courant entre les interrupteurs entraîne également des conditions de vieillissement différentes.

Cette nette augmentation de l'inductance de la plaque n'est pas très importante dans le système Juniper puisque ce bus de phase n'intervient pas dans la cellule de commutation, par conséquent cela ne peut pas détériorer le comportement parasite du câblage.

V.4 Conclusions sur l'étude du busbar Juniper

L'étude de ce busbar nous a permis de traiter un problème industriel et de prendre en compte toutes les difficultés d'une géométrie complexe.

L'approche globale de notre méthode a pu être validée, même si des problèmes de maillage et de convergence numérique ne nous ont pas permis de mettre parfaitement en évidence toute l'utilisation possible du schéma électrique équivalent et sa forme « polygonale ». C'est, par exemple, le cas de l'étude temporelle d'une commutation.

Les conclusions que nous pouvons faire sur le busbar en lui même, sont que la faible inductance parasite qu'il possède, en plus d'une relative symétrie par rapport aux deux bornes de la source de tension continue (borne + et borne -), nous permet de penser que les décalages que nous observons sur les courbes des courants lors de la fermeture ne sont pas dûs à cette partie du câblage. En effet, les quelques nanoHenrys du busbar sont complètement négligeables devant les inductances parasites des capacités, des modules.

En revanche, l'équilibre du courant dans les pattes du bus de phase apparaît un peu plus délicat à obtenir, même si dans les basses fréquences, les courants ne se répartissent pas correctement du fait de la prédominance des effets résistifs. L'augmentation de la fréquence met en avant les effets inductifs et nous avons dans ce cas une répartition plus égale des courants. Ces constatations ne nous permettent pas de déduire que c'est le bus de phase qui va créer les déséquilibres : puisque les effets inductifs du peigne sont complètement masqués par la valeur de l'inductance utilisée comme source de courant au niveau de la charge.

L'étude du bus de phase a donc permis de mettre en avant la difficulté d'équilibrer des courants par les trous. Beaucoup de paramètres agissent lors de l'implantation d'un trou et il est assez délicat de les régler manuellement. Ces paramètres comprennent les dimensions du trou, sa surface par rapport à la surface de la plaque, sa forme, la fréquence de fonctionnement, etc.... Dans un souci d'optimisation, il paraît alors nécessaire de rendre automatique le placement et la forme du trou afin de minimiser certaines contraintes telles que

le rapport des courants circulant dans les différents points d'accès ainsi que l'inductance globale de la plaque.

VI Conclusions

Dans cette partie, deux aspects sur les busbars sont soulevés. Dans un premier temps, une méthode est proposée pour prendre en compte les interconnexions comme des composants à part entière dans les structures d'Electronique de Puissance [SKI93]. La première démarche est de choisir une méthode de modélisation par un schéma électrique équivalent. Ensuite, il est nécessaire de pouvoir représenter, dans les logiciels de circuit (ex: SPICE, SABER...), les effets de couplage "résistifs". Pour cela, une transformation de schéma couplé en schéma découplé est proposée. Ce nouveau schéma peut-être inséré dans les logiciels circuits comme un composant en créant une "boîte noire" où seuls les points d'entrées/sorties peuvent être accessibles.

Le deuxième aspect est le problème de déséquilibres créés par les géométries des busbars à l'intérieur des composants mis en parallèles. Ce problème est illustré avec un exemple simple. La solution envisagée est d'insérer des trous dans les structures de busbar afin de « guider » le courant dans la plaque et donc de mieux le répartir. Ceci doit être fait avec précaution car l'insertion d'un trou a tendance à augmenter l'inductance du busbar et si celle-ci devient trop importante, nous perdons la caractéristique principale pour laquelle le busbar a été conçu : sa faible valeur inductive. Il est également montré dans cette partie que l'intervention de la fréquence modifie la répartition du courant dans les plaques, par conséquent un rééquilibrage à une fréquence donnée peut difficilement se généraliser sur toute la gamme. Toutefois, nous avons vu qu'à partir d'une certaine fréquence, la valeur de l'inductance ne varie plus.

Ces deux aspects sont illustrés dans un exemple traité pour un cas industriel complexe. Cet exemple montre qu'il n'est pas aisé de considérer le busbar dans son environnement de structure de puissance. En effet, les valeurs parasites, dans un cas tel que celui que nous avons étudié, sont très faibles et peuvent être masquées par d'autres phénomènes.

Comme nous l'avons dit plus avant, la généralisation de l'insertion des trous sur toute la gamme de fréquence voulue est difficile si nous considérons les effets de bords et les effets de proximités. Toutefois, une automatisation du placement et de la forme des trous serait intéressante et permettrait une optimisation de leur utilisation.

- *PARTIE B* -

PARTIE CAPACITIVE

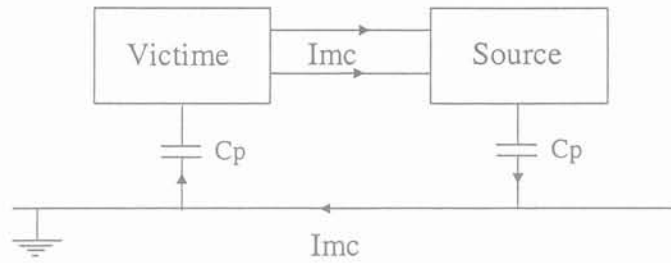
I Problématique – Objectifs

La génération des perturbations électromagnétiques en électronique de puissance provient, en général, de la commutation d'interrupteurs de circuits électriques. Celles-ci créent de brutales variations de courant ($\frac{di}{dt}$) ou de tension ($\frac{dv}{dt}$) aux bornes du circuit commandé [SEL00]. Ces variations étant de plus en plus rapides, donc de plus en plus élevées (de 1000V/ μ s à 10000V/ μ s selon l'application), les électroniciens de puissance ont été contraints de prendre en compte le câblage et de le considérer comme un composant à part entière [BES00]. Ce composant étant uniquement composé d'éléments parasites.

Dans la première grande partie de ce manuscrit, nous avons vu comment nous pouvions modéliser le comportement inductif du câblage dans des structures d'électronique de puissance afin de prévenir certains problèmes lors de la variation brutale du courant pendant des commutations. En effet, nous avons vu que cette forte variation mettait en avant le comportement inductif du câblage, créant une surtension susceptible de détériorer les divers composants.

Ce problème de commutation du courant possède son effet dual pour la tension puisqu'une variation brutale de tension sur un point « chaud » (point du circuit à potentiel variable) peut faire apparaître, via une capacité parasite, un courant reliant ce point chaud et un point à potentiel fixe. Ceci correspond parfaitement à la définition des courants de mode communs qui utilisent comme conducteurs la terre ou tout autre conducteur non prévu à cet effet. Ces courants posent des problèmes au niveau du fonctionnement des appareils puisqu'ils circulent dans des conducteurs pouvant concerner plusieurs appareils. Le courant de mode commun créé par un appareil peut alors venir en perturber un autre (Fig.B 1). Ces courants ont des amplitudes assez faibles car les valeurs des capacités parasites ne sont pas très importantes.

Malgré tout, avec l'augmentation des fronts de tension, ces capacités doivent quand même être prises en compte.



I_{mc} : courant de mode commun, C_p : Capacité parasite

Fig.B 1: Circulation du courant de mode commun à travers les capacités parasites.

De plus, avec l'augmentation des fréquences de fonctionnement des systèmes, la capacité du câblage en terme de parasite ne peut plus être négligée. Prenons l'exemple de deux barres de cuivre identiques mises côte à côte dans l'air (Fig.B 2):

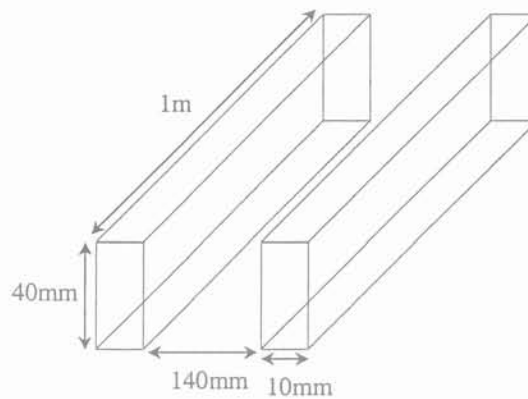


Fig.B 2: Représentation de deux barres de cuivre en parallèle.

Le calcul de la capacité nous donne la valeur suivante : $C=12.6\text{pF}$. L'inductance équivalente de ce montage en haute fréquence est 935nH . La résistance d'une barre est $124\mu\Omega$ (en haute fréquence également).

Le schéma électrique équivalent peut donc se représenter sous différentes formes décrites sur la figure suivante (Fig.B 3):

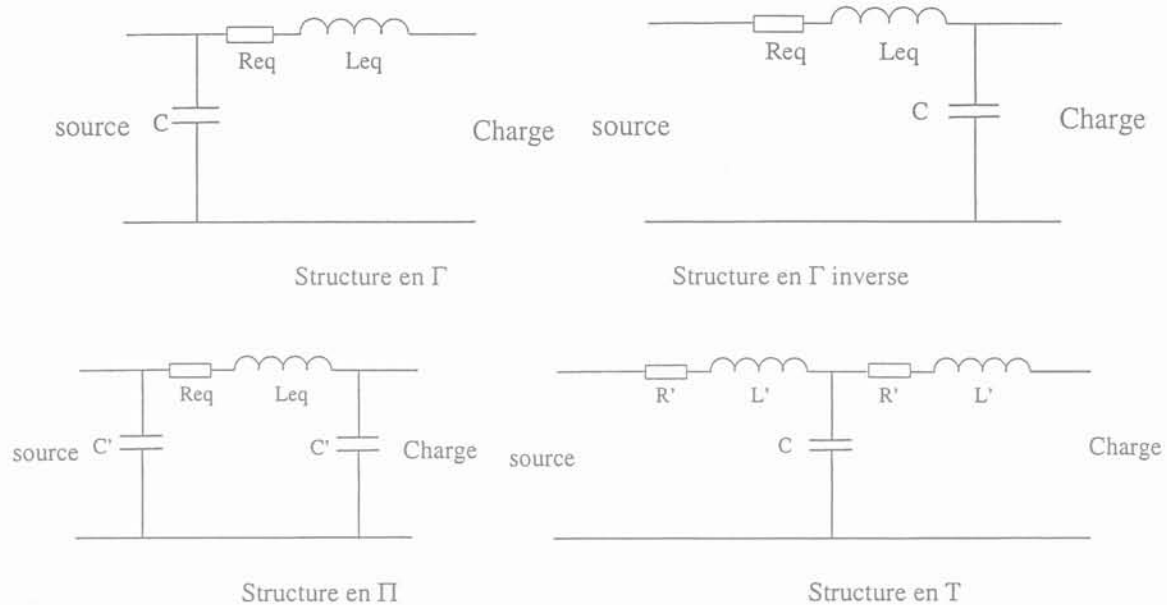
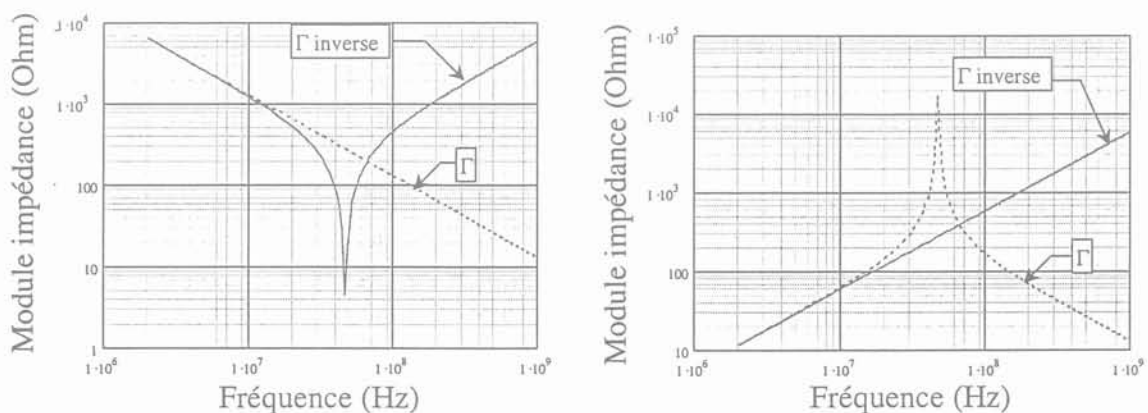


Fig.B 3: Différentes Représentations électriques du système de deux barres massive.

Les structures en Π et en T sont des représentations qui ne correspondent pas bien à ce que nous devons calculer. En effet, notre but est de déterminer des éléments parasites équivalents. Décomposer l'inductance ou la capacité en éléments distribués n'est donc pas très adapté.

Le but de ce raisonnement n'est pas de parvenir à établir un schéma électrique précis, mais d'estimer la gamme de fréquence à partir de laquelle les termes capacitifs doivent être pris en compte. Nous allons étudier les deux structures en Γ et en Γ inverse.

Les deux graphes ci dessous présentent l'étude fréquentielle des différentes impédances vues de l'entrée pour des cas extrêmes de la charge : à vide et en court-circuit.



a) Impédance d'entrée pour une charge à vide

b) Impédance d'entrée pour une charge en court-circuit

Fig.B 4 : Allure du module de l'impédance des deux barres pour deux configuration de charges.

Dans notre exemple, la gamme de fréquence à partir de laquelle l'impédance équivalente ne peut plus être considérée comme une inductance se situe vers 20MHz (Fig.B 4). Ceci reste encore relativement élevé, néanmoins ce phénomène nécessite d'être pris en compte dans un nombre croissant d'applications.

Toutes ces raisons nous prouvent, si besoin en était, qu'il est également nécessaire de prendre en compte les aspects capacitifs dans la modélisation du câblage en électronique de puissance [BRA99]. Cette considération nous permettra donc de déboucher sur une modélisation complète et, de ce fait, le câblage pourra être conçu de manière rigoureuse en prenant en compte tous les phénomènes.

Nous avons démontré dans la partie inductive sur la description de la méthode PEEC que le terme capacitif à l'intérieur d'un même conducteur (effet des courants de déplacement) était négligeable. Il restera négligeable dans cette partie, en revanche nous exprimerons et calculerons les termes de couplages capacitifs entre différentes plaques et également entre différentes barres.

Cette partie va comporter, dans son second chapitre, un rappel d'électrostatique avec notamment des notions de condensateurs. Dans le troisième chapitre, nous allons présenter quels logiciels peuvent nous permettre de modéliser correctement cet aspect du câblage. Il est important de noter que dans un grand nombre de cas, l'utilisation de formules approximatives telles que la formule de la capacité plan ($C = \frac{\epsilon \cdot S}{e}$) suffisent à estimer de manière approximative la capacité parasite. En électronique de puissance, le câblage utilisé est souvent particulier à cause des forts courants qui circulent à l'intérieur. De ce fait, des barres massives sont régulièrement employées. Nous verrons donc dans le quatrième chapitre, par quelle manière nous arrivons à mettre en œuvre, pour ce type de problème, la méthode choisie au préalable. Ce chapitre comportera aussi bien l'aspect scientifique qu'informatique. Enfin nous appliquerons cette méthode à différents cas testés en mesure.

II Rappels d'Electrostatique

Dans ce chapitre, nous allons rappeler quelques notions sur les propriétés des conducteurs en électrostatique. Ceci permettra de pouvoir parfaitement comprendre les raisonnements suivis dans les méthodes décrites au sein des chapitres suivants, avec notamment les notions de coefficients d'influence et des coefficients de capacité.

II.1 Equilibre Electrostatique

D'après [DUR66], nous pouvons écrire plusieurs formules découlant des hypothèses de l'équilibre Electrostatique.

La première hypothèse dans les conducteurs en équilibre en électrostatique, est qu'il n'existe aucun champ électrique moyen à l'intérieur (Eq.B II.1-1).

$$\vec{E} = 0 \quad \text{Eq.B II.1-1}$$

En effet si un champ électrique moyen existait, nous aurions par conséquent une force (Eq.B II.1-2):

$$\vec{F} = q \cdot \vec{E} \quad \text{Eq.B II.1-2}$$

Cette force traduirait un mouvement coordonné des électrons suivant la direction de $\vec{E}$. Or ceci est contraire au principe d'équilibre qui stipule que les électrons se déplacent librement.

D'après l'équation de Maxwell à laquelle obéit le champ électrique (Eq.B II.1-3):

$$\epsilon_0 \cdot \text{div} \vec{E} = \rho \quad \text{Eq.B II.1-3}$$

Nous pouvons donc en déduire que:

$$\rho = 0 \quad \text{Eq.B II.1-4}$$

La relation (Eq.B II.1-4) signifie qu'il n'y a pas de charge à l'intérieur d'un conducteur en équilibre. Les charges sur les conducteurs sont donc uniquement superficielles.

De plus, si (Eq.B II.1-1) est respecté, nous pouvons en déduire que le potentiel est constant. Comme le potentiel est constant à la traversée d'une distribution superficielle de charge, nous pouvons donc en déduire que les surfaces d'un conducteur en équilibre sont équipotentielles.

II.2 Coefficients de potentiel – Coefficients d'influence

Dans un système à n conducteurs en équilibre, le potentiel en un point du $i^{\text{ème}}$ conducteur s'écrit (cf Eq.B II.2-1):

$$V_i = \frac{1}{4\pi \cdot \epsilon_0} \sum_{j=1}^n \int_{S_j} \frac{\rho_j}{r_{ij}} dS_j \quad \text{Eq.B II.2-1}$$

Avec : - S_j surface du conducteur j

- ρ_j densité superficielle de charge du conducteur j
- r_{ij} distance de l'élément de surface dS_j du conducteur j au point quelconque du conducteur i

Si nous multiplions les deux termes de l'égalité Eq.B II.2-1 par ρ_i , la densité surfacique de charge de l'élément dS_i , et si nous intégrons sur toute la surface du $i^{\text{ème}}$ conducteur, nous obtenons la relation suivante :

$$\int_{S_i} V_i \cdot \rho_i \cdot dS_i = \frac{1}{4\pi \cdot \epsilon_0} \sum_{j=1}^n \iint_{S_i S_j} \frac{\rho_j \cdot \rho_i}{r_{ij}} dS_i dS_j \quad \text{Eq.B II.2-2}$$

Sur le terme situé à gauche du signe égal, V_i étant constant et pouvant être sorti du signe intégral, l'intégrale représente la charge totale du conducteur i .

La nouvelle équation peut donc s'écrire de la manière suivante (Eq.B II.2-3):

$$V_i = \frac{1}{4\pi \cdot \epsilon_0 \cdot Q_i} \sum_{j=1}^n \iint_{S_i S_j} \frac{\rho_j \cdot \rho_i}{r_{ij}} dS_i dS_j \quad \text{Eq.B II.2-3}$$

Avec Q_i la charge totale du conducteur i .

Si nous posons :

$$p_{ij} = \frac{1}{4\pi \cdot \epsilon_0 \cdot Q_i \cdot Q_j} \iint_{S_i S_j} \frac{\rho_j \cdot \rho_i}{r_{ij}} dS_i dS_j \quad \text{Eq.B II.2-4}$$

Le potentiel V_i peut donc s'écrire :

$$V_i = \sum_{j=1}^n p_{ij} \cdot Q_j \quad \text{avec} \quad Q_j = \int_{S_j} \rho_j \cdot dS_j \quad \text{Eq.B II.2-5}$$

(Eq.B II.2-4) décrit l'expression de coefficients reliant la tension et la charge. Ces coefficients sont appelés coefficients de potentiel. Physiquement, un coefficient représente le potentiel qu'aurait un conducteur si celui-ci avait une charge unitaire et tous les autres avaient une charge nulle.

En représentation matricielle, nous pouvons écrire que :

$$[V] = [p][Q] \quad \text{Eq.B II.2-6}$$

L'équation de p_{ij} montre que ces coefficients sont des grandeurs symétriques, par conséquent $p_{ij} = p_{ji}$. La matrice p est donc une matrice inversible et nous pouvons écrire l'égalité matricielle suivante (Eq.B II.2-7):

$$[Q] = [p]^{-1} \cdot [V] \text{ ou } [Q] = [c][V] \quad \text{Eq.B II.2-7}$$

Les nouveaux coefficients c_{ij} assurent une combinaison linéaire entre Q et V . Nous les appelons les coefficients d'influence. Ces coefficients ont les propriétés suivantes (Eq.B II.2-8) :

$$c_{ii} > 0 \text{ et } c_{ij} < 0 \quad \text{Eq.B II.2-8}$$

[DUR66] a montré que si le champ à l'infini, créé par des n conducteurs était nul (donc par conséquent le potentiel) alors nous pouvions donc composer une nouvelle matrice C avec :

$$C_{ii} = \sum_{j=1}^n c_{ij} \text{ et } C_{ij} = -c_{ij} \quad \text{Eq.B II.2-9}$$

Cette matrice C , dont les termes sont une recombinaison des termes de la matrice coefficients d'influence (cf Eq.B II.2-9), est souvent appelée matrice des coefficients de capacité [HEE92].

II.3 Notion de condensateur

Un condensateur est défini par deux conducteurs ayant une quantité de charge égale mais de signes opposés (Fig.B 5):

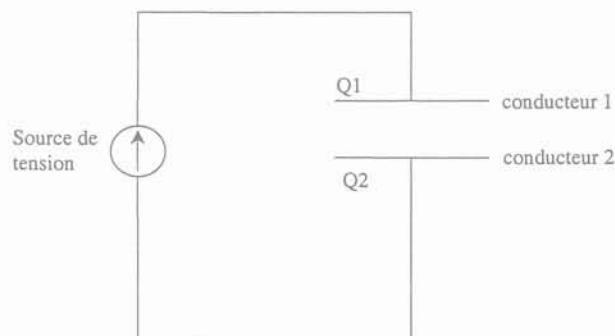


Fig.B 5: Schéma d'un condensateur alimenté par une source de tension.

Dans ce cas de figure, nous avons donc $Q1 = -Q2$.

En pratique, il est impossible de fixer sur les conducteurs à la fois les charges et le potentiel. Or dans la plupart des cas que nous rencontrerons, ce sera le potentiel qui sera fixé et non pas la quantité de charge. Par conséquent le schéma présenté ci-dessus n'est pas exactement la représentation exacte du problème. Il faut donc considérer ce nouveau schéma équivalent (Fig.B 6):

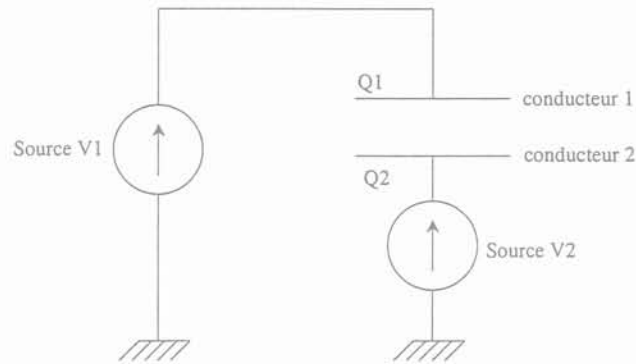


Fig.B 6: Deux plaques mises à un potentiel fixe.

Nous avons donc $V_1 \neq V_2$. Néanmoins l'égalité $Q_1 = -Q_2$ reste valable puisque l'équilibre du système se fait naturellement par déplacement d'électron.

La détermination de la capacité équivalente est évidente en écrivant le système suivant (Eq.B II.3-1):

$$\begin{cases} V_1 = p_{11} \cdot Q_1 + p_{12} \cdot Q_2 \\ V_2 = p_{21} \cdot Q_1 + p_{22} \cdot Q_2 \end{cases} \quad \text{Eq.B II.3-1}$$

Sachant que $p_{12} = p_{21}$, nous pouvons donc écrire :

$$V_1 - V_2 = (p_{11} + p_{22} - 2 \cdot p_{12}) \cdot Q_1 \quad \text{Eq.B II.3-2}$$

La capacité équivalente va donc s'écrire :

$$C = \frac{1}{p_{11} + p_{22} - 2 \cdot p_{12}} \quad \text{Eq.B II.3-3}$$

II.4 Conclusions

Ces démarches aboutissent sur une expression de capacité (Eq.B II.3-3) et permettent d'envisager une méthode de calcul des capacités parasites. Ce raisonnement sera repris et modifié par l'intermédiaire de la méthode PEEC expliquée dans le chapitre IV « Détermination des capacités parasites à partir de la méthode PEEC ».

Il existe d'autres méthodes pour trouver la capacité parasite d'un système, en prenant notamment en compte l'énergie. Des logiciels, utilisant différentes méthodes, ont été recensés. Ils sont décrits dans le chapitre suivant.

III Les logiciels et leurs méthodes associées

Le but de ce chapitre est de faire une prospection sur les logiciels permettant de calculer des capacités entre plusieurs barres massives. Ceci ne constitue en aucun cas une liste complète de tout ce qui existe, mais simplement le résultat d'une recherche bibliographique. Il est important de noter que les recherches de logiciels ainsi que leurs tests sont très coûteux en terme de temps. De plus, la plupart des logiciels que nous trouvons sont soit « bugués », soit ils mettent simplement en œuvre des formules approximatives comme par exemple : $C = \frac{\epsilon \cdot s}{e}$ formule de la capacité plan. Ils ne sont donc pas d'une portée aussi générale que celle que nous souhaitons.

Nous allons donc présenter de manière générale et sans volonté de détailler précisément, les logiciels que nous avons trouvés, en précisant les différentes méthodes qu'ils utilisent.

III.1 *Les logiciels fondés sur les éléments finis*

Ces logiciels permettent de calculer la capacité parasite de systèmes à géométrie assez complexe. Comme dans le cas du calcul des inductances présentée dans la première partie, ces logiciels, fondés sur la méthode des éléments finis, déterminent la capacité parasite par le calcul de l'énergie :

$$W = \frac{1}{2} \iiint_V \epsilon \cdot E^2 \quad \text{Eq.B III.1-1}$$

$$W = \frac{1}{2} \cdot C \cdot V^2 \quad \text{Eq.B III.1-2}$$

L'équation (Eq.B III.1-1) correspond à l'intégrale qui est calculée par les logiciels et (Eq.B III.1-2) correspond à l'équation de l'énergie qui nous permet de déterminer la valeur de la capacité en posant : (Eq.B III.1-1) = (Eq.B III.1-2).

Concernant cette méthode, nous avons vu dans la partie inductive, que dans le cas des busbars, nous avons remis en cause la qualité du maillage. Mais dans le cas des barres

massives, ce problème n'est pas trop justifié, car dans la plupart des cas traités, aucune grandeur géométrique (hauteur, longueur, largeur) n'est vraiment prépondérante, ou au contraire négligeable devant les autres. En revanche, la nécessité de calculer l'énergie via l'intégrale volumique demande un maillage assez précis de tout l'espace autour du système étudié. Cela augmente donc lourdement les temps de calcul et rend cette méthode assez lourde d'utilisation.

En revanche, par dualité avec la prise en compte des matériaux magnétiques que nous avons vu dans la partie traitant des inductances, il est possible de prendre en compte des cas avec des matériaux possédant une permittivité relative différente de 1. Ceci représente un avantage certain pour les systèmes avec un diélectrique entre deux barres ou deux plaques.

Nous pouvons citer deux logiciels importants qui utilisent la méthode des éléments finis. Il s'agit de **Flux3D** [FLU99] et de **Maxwell3D**. Flux3D est développé par le Laboratoire d'Electrotechnique de Grenoble et Maxwell3D par la société Ansoft. Ces logiciels orientés électromagnétisme, permettent de résoudre un grand nombre de problèmes. La technique employée pour déterminer la valeur capacitive d'un système géométrique correspond à celle décrite ci-dessus. Si Maxwell3D n'a pas été testé dans le cadre de cette thèse, il a fait l'objet d'une application par un étudiant au cours de son stage de DEA [CAI99]. En revanche Flux3D, de part sa proximité, a souvent été utilisé pour ce genre de simulation. Le calcul des capacités est possible en utilisant le module électrostatique. Celui-ci permet de fixer les potentiels voulus sur les barres via les conditions de Dirichlet. Comme nous l'avions également souligné dans la description de ce logiciel au sein de la partie inductive, cette méthode, maintes fois testée et validée servira, au même titre que les mesures, de référence en terme de validation des autres méthodes.

III.2 Les logiciels fondés sur la méthode des éléments de frontières

Ces logiciels, qui utilisent la méthode des éléments de frontière, sont fondés sur la transformation mathématique d'hypothèses volumiques en conditions surfaciques par les intégrales d'Ostrogradski.

La méthode des éléments de frontière est fondée sur l'hypothèse selon laquelle, dans un matériaux conducteur, toutes les charges sont contenues sur les surfaces. Par conséquent le maillage se fera de manière surfacique et non plus volumique comme dans les éléments finis. Cette méthode est détaillée dans [BRE80].

Elle est souvent utilisée dans les logiciels qui calculent des composants parasites, car son maillage surfacique permet de simplifier le système et cela peut réduire le temps de calcul, l'air et l'ensemble des volumes n'étant pas maillés. Toutefois, si le nombre d'éléments est trop important, la résolution peut devenir lourde. Ceci est fréquemment le cas dans les problèmes traités en 3 dimensions.

Plusieurs logiciels utilisent cette méthode dans leurs moteurs de résolution. Comme par exemple le logiciel développé au MIT (Massachusetts Institute of Technology) : **FastCap**. L'algorithme utilisé par ce logiciel est fondé sur une technique accélérée de la résolution des éléments de frontières afin d'extraire d'un système multi-conducteur et multi-diélectrique, la capacité parasite [NAB92].

L'université de Moscou a également développé un logiciel fondé sur la méthode des éléments de frontière. Il s'agit du logiciel **LCR2D**. Celui-ci utilise la méthode indirecte des éléments de frontière. Celle-ci permet de traiter correctement les surfaces de discontinuités [KHA97].

Nous avons également pris contact avec une société allemande : SimLab Software GbmH, qui développe et commercialise des logiciels dans le domaine de la Compatibilité Electro-Magnétique. Cette société possède et propose plusieurs logiciels dont les modules **Static2D** et **Static3D**, fondés eux aussi sur la méthode des éléments frontières.

Le logiciel Maxwell3D possède également un module « parameter extractor » permettant de calculer les inductances et les capacités parasites d'un système. Ce module utilise la méthode des éléments de frontières.

FastCap et LCR2D ont été récupérés sur Internet et semblaient très intéressants, de ce fait, nous avons tenté de les tester afin de connaître la validité exacte de ces méthodes. Malheureusement, et comme dans bien des cas, nous avons été confronté aux problèmes de compatibilité classiques en informatique : Impossibilité de compiler les sources de FastCap et LCR2D ne nous présentait que des résultats de démonstration.

Nous avons pu acquérir une version de démonstration des logiciels Static2D et Static3D pour une période limitée. Nous n'avons pas pu tester correctement ces logiciels puisque le module de construction géométrique ne nous avait pas été fourni.

Les logiciels fondés sur la méthode des éléments frontières semblent être les logiciels les plus usités dans le domaine des calculs de capacités parasites. Ils présentent un avantage sérieux par rapport aux logiciels qui utilisent les éléments finis, puisque le maillage moins intensif permet de réduire considérablement les temps de calcul. Néanmoins, une validation sérieuse

et rapide n'a pu être possible du fait de la difficulté de se procurer une version démonstration fonctionnelle.

III.3 Technique de la Méthode des Moments

Cette technique est issue du livre de Clayton Paul [PAU87]. Elle est fondée sur la méthode très générale portant le même nom, applicable à différents domaines, qui consiste à partir d'une donnée connue de retrouver une fonction inconnue [MIL92], [HAR93].

Dans la technique de la méthode des Moments utilisée pour déterminer la capacité parasite, la donnée que nous connaissons est le potentiel sur chacune des plaques. Cette donnée est fixée par l'utilisateur et les deux potentiels sont égaux mais de signes opposés. La fonction inconnue, dans notre cas de figure, est la densité surfacique des charges sur ces mêmes plaques. Une fois cette densité déterminée, nous pouvons calculer la charge totale et en déduire la capacité par la formule (Eq.B III.3-1):

$$C = \frac{Q}{2V} \quad \text{Eq.B III.3-1}$$

Le déroulement mathématique de cette méthode est détaillé dans l'annexe 3.

Cette technique nécessite un maillage de chaque conducteur afin de prendre en compte les effets de bords. Puisque nous connaissons la densité de charge sur chaque élément du maillage, il est donc possible de visualiser graphiquement la répartition des charges. Il est évident, comme dans chaque problème maillé, que plus le maillage est dense, plus le résultat approché est proche de la valeur réelle.

Nous n'avons pas trouvé de logiciels qui utilisaient cette méthode pour le calcul de capacités parasites, par conséquent, nous l'avons implanté dans le logiciel Mathcad. Cette programmation a rapidement fait ressortir des problèmes de divergence au niveau des intégrales surfaciques.

Dans cette méthode, l'intégrale suivante (Eq.B III.3-2) permet de calculer les coefficients de potentiel entre deux surfaces élémentaires (cf Fig.B 7):

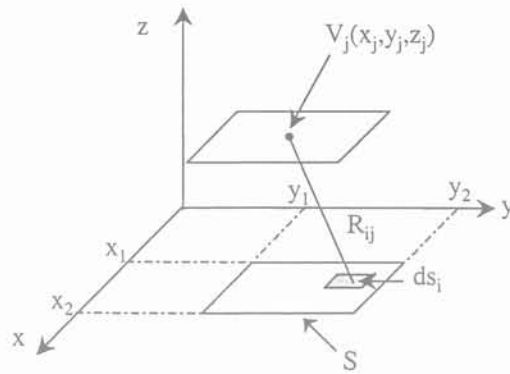


Fig.B 7 : Représentation schématique de l'influence d'une plaque sur le potentiel d'une autre plaque.

$$K_{ij} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_{y=y_1}^{y_2} \int_{x=x_1}^{x_2} \frac{dx_i dy_i}{R_{ij}^2} \text{ avec } R_{ij}^2 = (x_j - x_i)^2 + (y_j - y_i)^2 + (z_j - z_i)^2 \quad \text{Eq.B III.3-2}$$

La divergence apparaît quand il est nécessaire de calculer l'influence du potentiel d'une plaque sur elle même. Dans ce cas le terme R est nul.

Cette divergence n'apparaît pas lorsque les géométries considérées sont simples (plaques et maillage carrés). Dans ce cas, nous pouvons contourner le problème par simplification des intégrales. Notre intérêt n'étant pas de développer un code lourd pour essayer de contourner cette barrière, ce problème ne nous a pas permis de tester cette méthode dans des cas plus complexes et assez général comme l'exemple initial, cité en introduction, de deux barres massives en parallèle

III.4 Conclusions

III.4.1 Sur les logiciels

Comme nous l'avons précisé en introduction de cette partie, cette étude ne représente pas l'ensemble des logiciels existants, néanmoins, cela permet de faire un tour d'horizon de ce qui existe dans le domaine du calcul des capacités parasites. Il est certain qu'il existe d'autres logiciels, fondés sur d'autres méthodes [PHI96].

Cette étude bibliographique est nécessaire et obligatoire afin de connaître les tendances et les différentes méthodes utilisées. Cependant, cela met également en avant les difficultés auxquelles nous sommes confrontés lorsque nous désirons avoir une version de démonstration fiable d'un logiciel. En effet, si nous prenons l'exemple de FastCap et de LCR2D, leurs

versions récupérables sur internet ne sont pas rapidement utilisables. De même, le temps nécessaire pour obtenir une version « test » d'un logiciel développé par un industriel peut-être assez long. Il faut prendre en compte également les mauvaises surprises, comme par exemple le fait que Static3D ne fonctionnait pas sous le système informatique NT mais uniquement sous un système Unix.

Tout ceci alourdit considérablement la recherche et de ce fait, après avoir lu les différentes documentations concernant les méthodes utilisées dans les logiciels, nous sommes tentés de nous tourner vers des solutions internes plus faciles pour une utilisation immédiate. Cette réflexion n'est pas forcément générale car nous avons vu dans la première partie de ce manuscrit que FastHenry, moyennant quelques adaptations pour le rendre plus convivial, avait pu être testé sans problème.

Il est important de noter qu'il existe également beaucoup d'« applets » ou de techniques fondées sur des formules empiriques avec des formules particulières à chaque géométrie (exemple : capacité parasite dans une ligne micro-ruban).

La tendance de ces logiciels est que beaucoup d'entre eux sont créés pour le domaine de la micro-électronique [PUT99]. Ceci semble logique puisque les gammes de fréquences considérées dans ces domaines sont très importantes. Par conséquent, les capacités parasites doivent être absolument connues. La détermination de ces composants parasites dans le domaine qui est le notre est beaucoup plus récent, les logiciels adaptés sont donc plus rares.

Ces logiciels dédiés micro-électronique sont-ils aussi efficaces pour traiter nos problèmes [ROU96] ? Pas forcément car les géométries et les conceptions mécaniques ne sont pas les mêmes. En revanche, des logiciels plus génériques, comme ceux fondés sur les éléments finis, semblent en mesure de pouvoir répondre à nos attentes [GAJ00]. Malgré tout la lourdeur du maillage et du temps de calcul, dans des géométries complexes, sont des inconvénients majeurs.

Dans ce contexte, il est intéressant de regarder ce qu'il existe dans notre environnement afin de pouvoir utiliser des outils que nous maîtrisons déjà en les adaptant à nos problèmes. Cette démarche est décrite et développée dans le chapitre IV « *Détermination des capacités parasites à partir de la méthode PEEC* » avec l'utilisation de la méthode PEEC.

III.4.2 Sur les méthodes

En comparant les méthodes, nous pouvons dégager quelques aspects intéressants :

- La technique de la méthode des Moments permet de connaître la répartition des charges à l'intérieur des plaques. Cet aspect est très intéressant pour comprendre ce qui se passe à l'intérieur des plaques. Le maillage n'est pas très dense puisqu'il ne faut mailler que les conducteurs. Le temps de résolution n'est donc pas très important et un algorithme un peu plus « optimisé » pourrait permettre de réduire encore ces durées. En revanche, n'étant issue d'aucun logiciel, cette méthode est très peu conviviale, ce qui limite l'étude de géométries un peu complexes.
- La méthode des éléments finis permet de traiter toutes sortes de géométries. Elle autorise également la prise en compte de matériaux avec une permittivité différente de 1. Néanmoins cette technique possède un maillage lourd, coûteux en temps de calcul, et qui peut éventuellement être source d'erreurs si les grandeurs géométriques du système ne sont pas adaptées.
- La méthode des éléments de frontières semble être la méthode la plus utilisée dans les logiciels conçus pour la détermination des capacités parasites. Elle permet d'occulter le maillage important effectué dans la méthode des éléments finis. La limite de cette méthode se situe à priori dans l'étude de problèmes en 3 dimensions. Dans ces cas de figure, le fait que les matrices soient pleines alourdissent considérablement les temps de calcul.

Notre connaissance et notre savoir-faire dans la méthode PEEC nous permettent de trouver une alternative à ces méthodes numériques. Ainsi, nous allons montrer dans la partie qui suit, par quelle manière nous pouvons déterminer les capacités parasites à partir de la méthode PEEC.

IV Détermination des capacités parasites à partir de la méthode PEEC.

IV.1 Description de la méthode

Dans la partie inductive de ce manuscrit, détaillant la méthode PEEC, nous avons démontré, à partir des équations de Maxwell, que la capacité parasite à l'intérieur d'un conducteur était nulle (déplacement de charges instantané).

Il est évident et bien connu que la capacité entre deux conducteurs n'est pas négligeable. Cela se démontre de la même manière en reprenant l'équation (Eq.A II.4.3.1-2) du chapitre A.II.2.2 « Détermination des éléments L-M-R et C », dans l'hypothèse d'ondes sinusoïdales :

$$\vec{\nabla} \times \vec{H} = \sigma \cdot \vec{E} + j\omega \cdot \epsilon \cdot \vec{E} = (\sigma + j\omega \cdot \epsilon) \cdot \vec{E}$$

Dans l'air, la conductivité σ_{air} est nulle, le terme de parenthèse augmente donc avec la fréquence, nous avons un effet capacitif. Cette capacité peut même devenir prépondérante, en terme d'impédance, lorsque la fréquence est suffisamment élevée (cf l'exemple des barres parallèles présenté en introduction).

Par conséquent, nous pouvons considérer entre deux conducteurs, une chute de tension d'origine capacitive. L'expression de cette chute de tension est écrite dans l'équation (Eq.A II.2-13) :

$$V_c = \sum_{k=1}^K \frac{\partial}{\partial j} \left(\frac{1}{4\pi \cdot \epsilon} \int_{v_i} \int_{v_k} \frac{\rho_k}{r} dv' dv \right) \vec{u}_j$$

Les rappels d'électrostatique nous ont permis de démontrer que, dans un bon conducteur, les charges libres se trouvaient uniquement en surface. De ce fait, la densité de charge volumique ρ peut être remplacée par une densité de charge surfacique que nous appellerons également ρ afin de ne pas créer de nouveaux paramètres sans signification évidente. V_c peut donc désormais s'écrire (Eq.B IV.1-1):

$$V_c = \sum_{k=1}^K \frac{\partial}{\partial j} \left(\frac{1}{4\pi \cdot \epsilon} \int_{v_i} \int_{s_k} \frac{\rho_k}{r} ds dv \right) \vec{u}_j \quad \text{Eq.B IV.1-1}$$

M.Youssef a démontré dans sa thèse [YOU98] (pp 112-114), que nous pouvions déduire de la formule ci-dessus, l'expression des coefficients de potentiel. Nous avons démontré dans le chapitre II « rappels d'électrostatique », que la capacité d'un système pouvait être déduite de ces coefficients de potentiel.

Toutefois, après la détermination des inductances partielles, les capacités partielles nécessitent une nouvelle résolution du système. Cela risque de rendre assez coûteux, en temps de calcul, la modélisation complète d'un système donné.

Les calculs qui suivent, montrent qu'il est possible d'éviter une nouvelle résolution du système pour établir les coefficients de potentiel. Cette technique utilise les résultats des mutuelles inductances partielles.

D'après (Eq.B II.2-4), nous savons que les coefficients de potentiel s'écrivent :

$$p_{ij} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0 \cdot Q_i \cdot Q_j} \int_{s_i} \int_{s_j} \frac{\rho_j \cdot \rho_i}{r_{ij}} dS_i dS_j$$

Si nous considérons, à juste titre que ρ , la densité de charge sur une maille, est constante.

Nous pouvons écrire que : $\rho = \frac{Q}{s}$. Q est la charge sur une maille élémentaire et s la surface correspondante.

Par conséquent, l'expression des coefficients de potentiel peut donc s'écrire :

$$p_{ij} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0 \cdot s_i \cdot s_j} \int_{s_i} \int_{s_j} \frac{dS_i dS_j}{r_{ij}} \quad \text{Eq.B IV.1-2}$$

Ce terme (Eq.B IV.1-2) peut-être comparé avec l'expression du couplage inductif entre deux éléments de surface i et j , calculé par la méthode PEEC. Le terme de mutuelle partielle est calculé à partir des grandeurs géométriques du système (Fig.B 8). Ce terme de mutuelle partielle entre deux rubans s'exprime sous forme intégrale de la manière suivante (Eq.B IV.1-3):

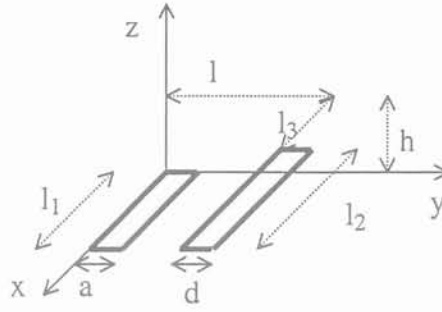


Fig.B 8: Grandeurs géométriques pour deux rubans en parallèles.

$$Mpr_{12} = \frac{1}{a.d} \int_0^{l+d} \int_l M_{p12}.dy_2.dy_1 \quad \text{Eq.B IV.1-3}$$

M_p définit la mutuelle partielle entre deux fils orientés suivant la direction x . Elle s'exprime avec le potentiel vecteur par l'expression suivante (Eq.B IV.1-4):

$$M_{p12} = \frac{1}{I_1} \int_{l_3}^{l_3+l_2} \vec{A}_1.d\vec{x}_2 \quad \text{avec} \quad \vec{A}_1 = \frac{\mu_0}{4.\pi} \int_0^{l_1} \frac{I_1}{r}.d\vec{x}_1 \quad \text{Eq.B IV.1-4}$$

Cette intégrale représente l'influence du courant circulant dans le fil 1 sur le fil 2. Le calcul complet est détaillé en annexe (annexe 1). Si nous injectons la formule de M_p dans Mpr , nous obtenons la formule suivante :

$$Mpr_{12} = \frac{\mu_0}{4.\pi.a.d} \int_0^{l+d} \int_l \int_{l_3}^{l_3+l_2} \int_0^{l_1} \frac{1}{r}.d\vec{x}_1.d\vec{x}_2.dy_2.dy_1 \quad \text{Eq.B IV.1-5}$$

qui peut s'écrire également:

$$Mpr_{12} = \frac{\mu_0}{4.\pi.a.d} \int_{S_1} \int_{S_2} \frac{1}{r}.dS_2.dS_1 \quad \text{Eq.B IV.1-6}$$

Les termes intégrale de (Eq.B IV.1-6) sont équivalents à ceux figurant dans l'expression des coefficients de potentiel. Nous pouvons donc exprimer p_{12} en fonction de Mpr_{12} par la relation suivante (Eq.B IV.1-7):

$$p_{12} = \frac{1}{\mu.\varepsilon.l_1.l_2}.Mpr_{12} \quad \text{Eq.B IV.1-7}$$

En se reportant au chapitre rappelant les notions d'électrostatique, la valeur de la capacité parasite entre deux rubans peut s'obtenir d'après la formule: $C = \frac{1}{p_{11} + p_{22} - 2.p_{12}}$. Ce raisonnement montre qu'il est donc possible de déterminer la valeur de la capacité parasite d'un système à partir des valeurs des mutuelles partielles [DIN93].

IV.2 Application numérique.

La capacité représentée sur la figure Fig.B 9 a fait l'objet d'un test comparatif avec la mesure et les autres méthodes de simulation.

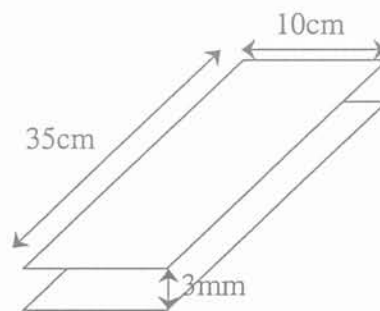


Fig.B 9: Représentation schématique de la structure.

La méthode PEEC nous permet d'obtenir les coefficients de potentiels à partir de la méthode ci-dessus, afin de calculer la capacité. La matrice obtenue est la suivante :

$$P = \begin{bmatrix} 1.304.10^{11} & 1.258.10^{11} \\ 1.258.10^{11} & 1.304.10^{11} \end{bmatrix}$$

Les résultats des différentes méthodes sont présentés dans le tableau Tab.B 1 :

Méthode utilisée	Valeur de la capacité en pF
Résultat de mesure	104
Méthode PEEC	109.6
Méthode des Moments (Mathcad)	107.7
Formule Capa plan	103.2
Méthode des Eléments finis	116.1

Tab.B 1: Comparaison de la capacité parasite par différentes méthodes.

Le tableau Tab.B 1 montre que les valeurs obtenues sont toutes assez proches les unes des autres. Pour l'interprétation de ces résultats, il faut tenir compte de l'imprécision sur la mesure (cf ANNEXE 5), sur les approximations pour la formulation de la capacité plan et des problèmes de maillage pour les méthodes de simulation. En effet dans ce dernier cas, et particulièrement pour la méthode des Eléments Finis, le maillage est un paramètre prépondérant. Dans une structure telle que celle-ci, où l'espace entre les deux plaques est faible devant les autres grandeurs géométriques, un maillage de qualité médiocre peut générer des erreurs (quelques pour cents) sur le résultat.

Bien que nécessaire, la mesure reste un moyen assez coûteux en temps pour sa réalisation. De plus pour des cas de figure comme celui-ci, les erreurs de grandeur sur le prototype peuvent être assez grande. En effet pour des plaques aussi fines que celles-ci (environ 1mm d'épaisseur), il est difficile de s'assurer que l'espace entre les deux est de 3mm sur une longueur de 35cm.

Toutefois les écarts entre la mesure et les méthodes de simulation n'excèdent pas 10%, ce qui reste convenable d'après les considérations énoncées ci-dessus.

IV.3 Nécessité du maillage

Dans une plaque, les charges se répartissent librement. Cela signifie que sur une plaque isolée la répartition des charges est uniforme. Si cette plaque subit l'influence d'une autre plaque, les charges vont naturellement se déplacer et se mettre dans une nouvelle configuration pour atteindre un état d'équilibre. Dans ce cas, la répartition n'est plus uniforme, cela signifie que certaines parties de la plaque seront plus influentes pour la détermination de la capacité parasite. Il est donc nécessaire de mailler la plaque.

Dans l'application numérique présentée ci-dessus et réalisée sans maillage, le résultat de la capacité parasite par la méthode PEEC (sans maillage) se révèle cohérent avec les autres résultats car les deux plaques sont superposées et de même surface. Ceci ne déséquilibre pas fondamentalement la répartition des charges à l'intérieur des plaques.

En revanche, lorsque la géométrie est un peu plus complexe (plaques orthogonales, plaques de surfaces différentes et décalées), la répartition des charges à l'intérieur des plaques n'est plus équilibrée. Pour prendre en compte ce phénomène, il est nécessaire de mailler les plaques. Dans ce cas, la formule de la capacité énoncée page précédente est difficile à résoudre car il n'est pas aisé de déterminer les coefficients de potentiels équivalents.

Il est donc nécessaire de considérer non plus les coefficients de potentiels p_{ij} mais les coefficients d'influence correspondants c_{ij} .

Prenons l'exemple de deux plaques parallèles superposées, celle du haut maillée en deux éléments et celle du bas en trois éléments (Fig.B 10):

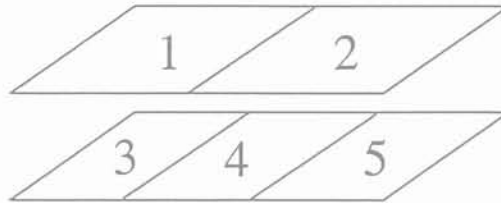


Fig.B 10 : Deux plaques superposées maillées en deux et trois éléments.

Soient V_i et Q_i respectivement le potentiel et la charge de l'élément i . Le système d'équation résultant est le suivant :

$$\begin{bmatrix} Q_1 \\ Q_2 \\ Q_3 \\ Q_4 \\ Q_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{13} & c_{14} & c_{15} \\ c_{21} & c_{22} & c_{23} & c_{24} & c_{25} \\ c_{31} & c_{32} & c_{33} & c_{34} & c_{35} \\ c_{41} & c_{42} & c_{43} & c_{44} & c_{45} \\ c_{51} & c_{52} & c_{53} & c_{54} & c_{55} \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ V_3 \\ V_4 \\ V_5 \end{bmatrix} \quad \text{Eq.B IV.3-1}$$

La matrice des coefficients d'influence est une matrice symétrique, par conséquent:

$$c_{ij} = c_{ji}. \quad \text{Eq.B IV.3-2}$$

Les plaques sont à deux potentiels différents, V_h pour la plaque du haut et V_b pour la plaque du bas. De plus, sur chaque plaque la charge totale est la somme des charges élémentaires. Nous pouvons écrire les relations suivantes (Eq.B IV.3-3) et (Eq.B IV.3-4):

$$V_1 = V_2 = V_h \text{ et } V_3 = V_4 = V_5 = V_b \quad \text{Eq.B IV.3-3}$$

$$Q_h = Q_1 + Q_2 \text{ et } Q_b = Q_3 + Q_4 + Q_5 \quad \text{Eq.B IV.3-4}$$

Le système matriciel se réduit dans un premier temps au système suivant (Eq.B IV.3-5):

$$\begin{bmatrix} Q_1 \\ Q_2 \\ Q_3 \\ Q_4 \\ Q_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_{11} + c_{12} & c_{13} + c_{14} + c_{15} \\ c_{12} + c_{22} & c_{23} + c_{24} + c_{25} \\ c_{13} + c_{23} & c_{33} + c_{34} + c_{35} \\ c_{14} + c_{24} & c_{34} + c_{44} + c_{45} \\ c_{15} + c_{25} & c_{35} + c_{45} + c_{55} \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} V_h \\ V_b \end{bmatrix} \quad \text{Eq.B IV.3-5}$$

que nous écrirons sous une forme simplifiée :

$$\begin{bmatrix} Q_1 \\ Q_2 \\ Q_3 \\ Q_4 \\ Q_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_{1h} & c_{1b} \\ c_{2h} & c_{2b} \\ c_{3h} & c_{3b} \\ c_{4h} & c_{4b} \\ c_{5h} & c_{5b} \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} V_h \\ V_b \end{bmatrix} \quad \text{Eq.B IV.3-6}$$

En utilisant les expressions des charges totales (Eq.B IV.3-4), ce système peut s'écrire sous la forme d'un système de deux équations:

$$\begin{aligned} Q_h &= (c_{1h} + c_{2h}).V_h + (c_{1b} + c_{2b}).V_b \\ Q_b &= (c_{3h} + c_{4h} + c_{5h}).V_h + (c_{3b} + c_{4b} + c_{5b}).V_b \end{aligned} \quad \text{Eq.B IV.3-7}$$

Si nous exprimons ces deux équations (Eq.B IV.3-7) en fonction de la différence de potentiel U_{hb} , nous obtenons le système suivant.

$$\begin{aligned} Q_h &= (c_{1h} + c_{2h} + c_{1b} + c_{2b}).V_h - (c_{1b} + c_{2b}).U_{hb} \\ Q_b &= -(c_{3h} + c_{4h} + c_{5h}).U_{hb} + (c_{3b} + c_{4b} + c_{5b} + c_{3h} + c_{4h} + c_{5h}).V_b \end{aligned} \quad \text{Eq.B IV.3-8}$$

D'où le système final en fonction des coefficients d'influence:

$$\begin{aligned} Q_h &= (c_{11} + c_{12} + c_{13} + c_{14} + c_{15} + c_{21} + c_{22} + c_{23} + c_{24} + c_{25}).V_h \\ &\quad - (c_{13} + c_{14} + c_{15} + c_{23} + c_{24} + c_{25}).U_{hb} \end{aligned} \quad \text{Eq.B IV.3-9}$$

et

$$\begin{aligned} Q_b &= -(c_{13} + c_{14} + c_{15} + c_{23} + c_{24} + c_{25}).U_{hb} \\ &\quad + (c_{31} + c_{32} + c_{33} + c_{34} + c_{35} + c_{41} + c_{42} + c_{43} + c_{44} + c_{45} + c_{51} + c_{52} + c_{53} + c_{54} + c_{55}).V_b \end{aligned} \quad \text{Eq.B IV.3-10}$$

Nous pouvons donc tirer de ces deux équations les relations suivantes :

$$\begin{aligned} C_{11} &= c_{11} + c_{12} + c_{13} + c_{14} + c_{15} + c_{21} + c_{22} + c_{23} + c_{24} + c_{25} \\ C_{21} &= C_{12} = c_{13} + c_{14} + c_{15} + c_{23} + c_{24} + c_{25} \\ C_{22} &= c_{31} + c_{32} + c_{33} + c_{34} + c_{35} + c_{41} + c_{42} + c_{43} + c_{44} + c_{45} + c_{51} + c_{52} + c_{53} + c_{54} + c_{55} \end{aligned}$$

Nous retrouvons donc dans les deux expressions (Eq.B IV.3-9) et (Eq.B IV.3-10) les formules de coefficients de capacité décrits dans le chapitre sur les rappels électrostatiques (Eq.B II.2-9).

Nous pouvons établir un schéma équivalent dépendant simplement des coefficients de capacité (Fig.B 11).

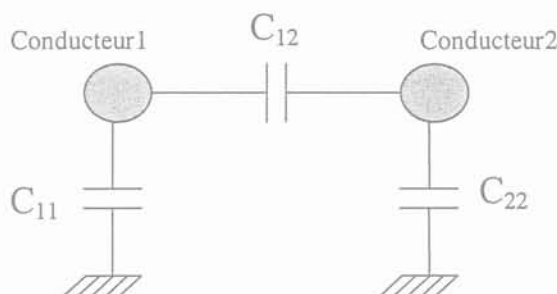


Fig.B 11: Représentation en terme de capacité de deux conducteurs. C_{ij} sont les coefficients de capacité.

C_{12} correspond à la capacité mutuelle entre les deux conducteurs, C_{11} et C_{22} correspondent aux capacités "propres" de chaque conducteur. Ces dernières représentent en fait la capacité entre le conducteur et un potentiel fixe à l'infini (la terre).

La figure Fig.B 11 nous permet d'exprimer une capacité équivalente C_{tot} du système complet. Elle s'exprime de la manière suivante :

$$C_{tot} = C_{12} + C_{11} // C_{22} = C_{12} + \frac{C_{11} \cdot C_{22}}{C_{11} + C_{22}} \quad \text{Eq.B IV.3-11}$$

Cette capacité totale (Eq.B IV.3-11) prend donc en compte les capacités "propres" des conducteurs.

Cette méthode peut être généralisée pour le calcul de capacités parasites entre barres. Pour cela, il faut considérer qu'un conducteur massif se comporte comme six plaques puisque les charges se répartissent en surface. L'ensemble des plaques d'une même barre sera considéré au même potentiel.

Cette relation permet donc d'utiliser des grandeurs déjà calculées dans l'étude inductive, afin d'obtenir les grandeurs permettant de déterminer les éléments de couplage capacitif d'un système donné.

IV.4 Comparaisons générales avec les autres méthodes

Le principal avantage de cette méthode est qu'elle repose sur un calcul déjà esquissé au sein du laboratoire. En effet, le calcul des inductances parasites par la méthode PEEC est, comme nous l'avons souligné dans la première partie de ce manuscrit, déjà implanté, et son algorithme a été optimisé afin de rendre la résolution aussi rapide que possible. De plus, cette méthode propose une alternative aux méthodes numériques habituellement employées (ex : éléments finis, etc...).

En termes de temps de calcul, cette méthode est intéressante puisque pour calculer deux éléments parasites distincts (inductance et capacité), une seule résolution du système suffit. Il est à noter toutefois qu'une inversion de matrice est nécessaire pour passer des coefficients de potentiels aux coefficients de capacités.

Les limites de cette méthode sont similaires à celles que nous retrouvons dans la méthode de détermination des inductances, à savoir qu'il n'est possible de traiter que des problèmes comportant des éléments soit parallèles soit perpendiculaires. L'autre limite majeure est qu'il n'est pas possible, pour l'instant, de considérer des matériaux ayant une permittivité relative différente de 1. Cela ne nous pénalise pas dans notre travail puisque l'objectif est de pouvoir traiter des barres massives dans l'air.

IV.5 Précautions concernant le maillage

Le maillage de base pour le calcul des capacités est celui qui est mis en place pour le calcul des inductances. Cette méthode est très intéressante dans le cas de plaques, car le maillage ne diffère pas. La seule précaution à prendre, dans le maillage inductif pour une utilisation adaptée au domaine capacitif, concerne le sens imposé des mailles. En effet dans le maillage inductif, la détermination des inductances et les mutuelles inductives dépend du sens du courant circulant à l'intérieur des mailles. Lorsque le sens du courant d'une plaque est perpendiculaire au courant dans l'autre plaque, la mutuelle est nulle. Pour autant la capacité existante entre ces deux plaques ne sera pas nulle. Il est donc nécessaire d'être prudent dans la construction des géométries.

Les deux configurations présentées ci-dessous Fig.B 12 et Fig.B 13 montrent deux possibilités d'orientation du courant dans les plaques. Les configurations (a) de ces deux exemples permettent de calculer les coefficients de potentiels p_{11} et p_{22} , mais il n'est pas possible, du

fait de la mutuelle nulle, de calculer p_{12} . A partir de là, nous ne pouvons pas déduire la capacité parasite entre ces deux plaques, même si celle-ci existe. En revanche, les configurations (b) sont correctement maillées pour déterminer p_{12} . Les termes p_{11} et p_{22} restant les mêmes.

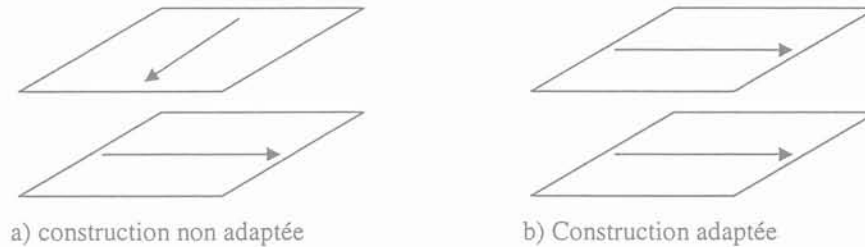


Fig.B 12: Précaution sur le sens du courant lors du maillage pour deux plaques en parallèles.

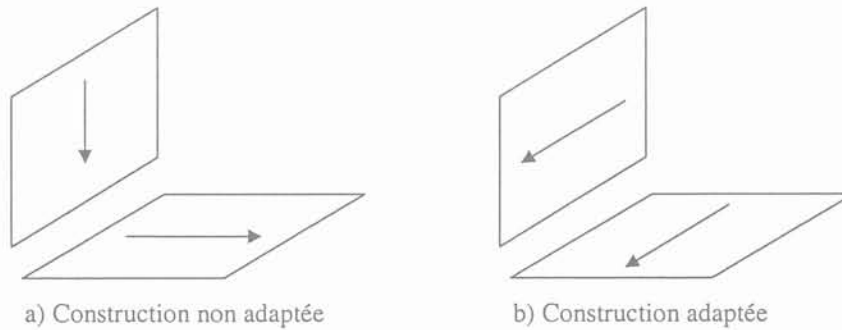


Fig.B 13: Précaution sur le sens du courant lors du maillage pour deux plaques perpendiculaires

Dans le cas plus complexe des barres massives, la détermination des mutuelles entre toutes les faces n'est pas immédiate. En effet, il n'existe pas de configuration qui permette la détermination directe de toutes les mutuelles partielles. Il y aura toujours au moins une mutuelle nulle entre deux plaques. Il est donc nécessaire de décomposer la géométrie en trois cas différents (Fig.B 14) :

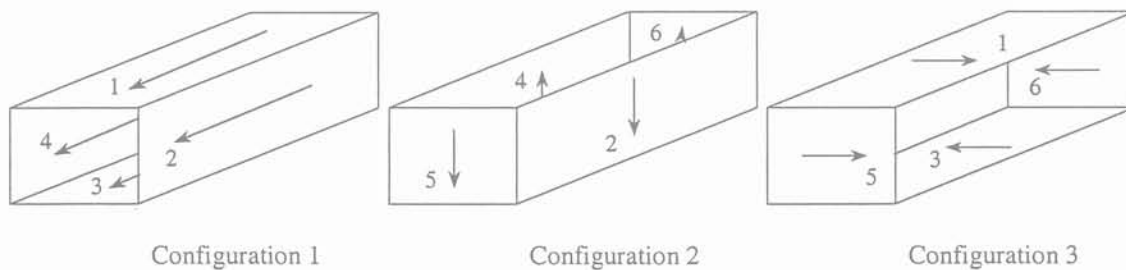
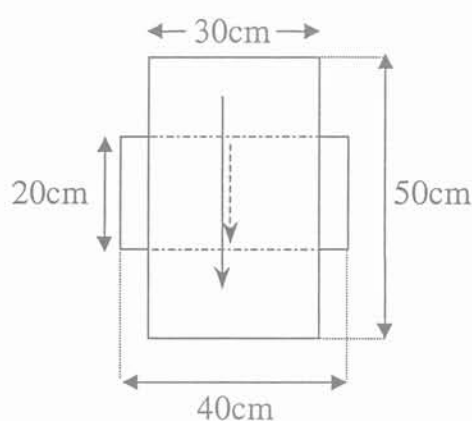


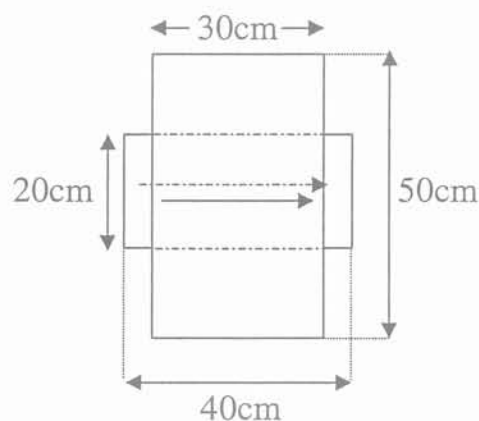
Fig.B 14: Détail du maillage pour le calcul des capacités entre barre.

Si nous respectons l'ordre des faces, il est possible de reconstruire facilement la matrice globale des mutuelles partielles. Il est cependant important de noter que la valeur d'une mutuelle partielle entre deux plaques n'est pas la même suivant la direction du courant qui est choisie. La valeur de la mutuelle entre la plaque 1 et la plaque 3, par exemple, n'est pas la même dans la configuration 1 et dans la configuration 3. En revanche les coefficients de potentiel, grâce à la normalisation par le coefficient multiplicatif $\frac{1}{\varepsilon \cdot \mu \cdot I_1 \cdot I_2}$, sont égaux quelle que soit la direction du courant.

Ceci est illustré sur l'exemple suivant (Fig.B 15). Nous avons deux plaques non carrées séparées de 5cm. La plaque 1 est la plaque de dessus et la plaque 2 celle de dessous. Nous calculons, suivant les deux directions possibles, les mutuelles non nulles.



Configuration 1



Configuration 2

Fig.B 15 : Exemples de deux maillages possibles.

Les résultats des mutuelles sont décrits dans les tableaux (Tab.B 2 et Tab.B 2) suivants :

	Plaque 1	Plaque 2
Plaque 1	$1.89 \cdot 10^{-7}$	$6.07 \cdot 10^{-8}$
Plaque 2	$6.07 \cdot 10^{-8}$	$4.08 \cdot 10^{-8}$

Tab.B 2: Tableau des mutuelles : configuration 1

	Plaque 1	Plaque 2
Plaque 1	$6.8 \cdot 10^{-8}$	$7.29 \cdot 10^{-8}$
Plaque 2	$7.29 \cdot 10^{-8}$	$1.63 \cdot 10^{-7}$

Tab.B 3: Tableau des mutuelles : configuration 2

Dans ces tableaux de résultats, nous nous apercevons que les inductances et les mutuelles sont différentes. Si nous normalisons (multiplication par le coefficient), c'est à dire si nous divisons les résultats obtenus par les longueurs des plaques concernées, ainsi que par la perméabilité et la permittivité, nous obtenons les coefficients de potentiels. Les résultats sont inscrits dans les deux tableaux Tab.B 4 et Tab.B 5 :

	Plaque 1	Plaque 2
Plaque 1	$6.79.10^{10}$	$5.46.10^{10}$
Plaque 2	$5.46.10^{10}$	$9.16.10^{10}$

Tab.B 4: Tableau des coef de potentiel de la config 1

	Plaque 1	Plaque 2
Plaque 1	$6.79.10^{10}$	$5.46.10^{10}$
Plaque 2	$5.46.10^{10}$	$9.16.10^{10}$

Tab.B 5: Tableau des coef de potentiel de la config 2

Nous avons bien, dans ce cas, les mêmes valeurs. Ce petit exemple quelconque montre que quel que soit le maillage choisi (configuration1 ou configuration2), et à condition que celui-ci permette le calcul du terme de coefficient de potentiel p_{12} (c'est à dire que la mutuelle soit non nulle), nous obtenons le même résultat.

Il est donc nécessaire, dans le cas des barres massives, de normaliser (ou de passer en coefficient de potentiel) les termes mutuels obtenus avec InCa avant de reconstruire la matrice entre les six faces.

Dans ce cas, nous pouvons indifféremment choisir, pour le cas de la barre, la mutuelle entre la plaque 1 et la plaque 3 dans la première configuration ou dans la troisième configuration.

V Bancs de tests

Cette partie présente les différentes configurations géométriques des tests effectués en exemple de validation de la méthode fondée sur le concept PEEC.

Pour la réalisation de cette validation, nous nous sommes appuyés sur différentes méthodes « solides » ainsi que sur la mesure. Ces différents tests permettront également de mettre en évidence les limites des méthodes. Nous utiliserons la méthode des éléments finis, méthode très fiable mais dont le temps de résolution peut atteindre des proportions importantes (plusieurs heures), la méthode des Moments telle que nous l'avons définie dans le chapitre III.3 « *Technique de la méthode des moments* », mais aussi la formule de la capacité plan afin de montrer dans quelles mesures les effets de bords ne peuvent pas être négligés.

Les différents tests présentés ci-dessous traitent des cas de figure assez simples, mais qui constituent la base de tous les problèmes que nous serons éventuellement amenés à traiter.

V.1 Plaques parallèles

Dans cette partie, nous allons présenter plusieurs cas. Les paramètres de variations seront essentiellement les surfaces des plaques, ainsi que la hauteur entre les plaques.

V.1.1 Plaques superposées de surfaces identiques.

Il est intéressant d'observer comment se comporte la méthode simulation PEEC lorsque le paramètre espacement, entre les plaques, varie.

Le type de simulation proposé est le suivant (Fig.B 16):

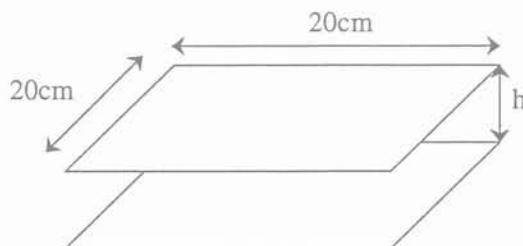


Fig.B 16: Représentation schématique de la structure. Le paramètre h varie.

Pour ce problème, nous avons effectué des comparaisons entre les outils de simulation. Pour l'utilisation de la méthode PEEC, cette géométrie est insérée dans le modelleur du logiciel InCa et la matrice inductance résultante est injectée dans une routine Mathcad qui va donner le résultat de la capacité (Le programme Mathcad est mis en annexe 4). Le tableau suivant présente une comparaison entre la méthode des éléments finis, la formule de la capacité plan, la technique fondée sur la méthode des moments et la méthode PEEC. Ces résultats sont étudiés en fonction de l'espacement entre les plaques.

Méthode \ Hauteur	5 mm	2 cm	20 cm	1 m
Capa plan (pF)	70.7	17.7	1.7	0.35
MoM (Mathcad) (pF)	74.9	22	5.5	4.15
Elements Finis (pF)	80.1	25.2	6	4.4
PEEC (maillé) (pF)	76.4	22.5	5.8	4.3

Tab.B 6: Tableau comparatif des méthodes pour deux plaques parallèles de surfaces identiques.

Le tableau Tab.B 6 montre, dans un premier temps, la limitation d'une formule telle que la capacité plan. En effet nous pouvons constater, sur le graphe Fig.B 17, les différences de variation des valeurs des capacités en fonction de la méthode.

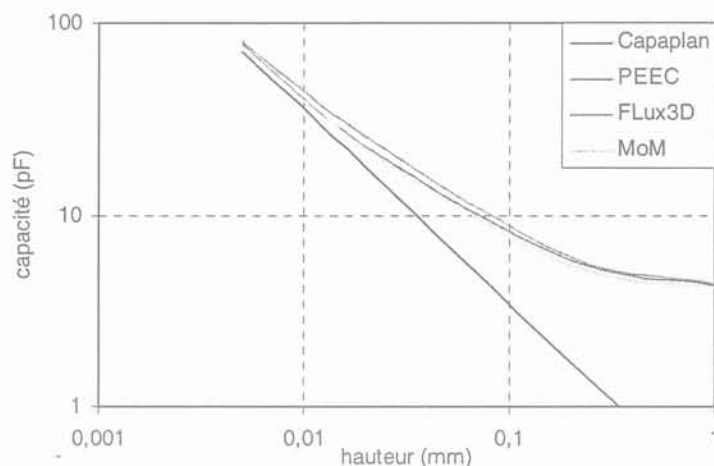


Fig.B 17: Variation de la capacité en fonction de l'espacement entre les plaques

La formule de la capacité plan a une variation logique en $1/x$, alors que ce n'est pas tout à fait le cas pour les autres méthodes.

Cette différence de variation entre la capacité plan et les autres méthodes s'explique par le fait que la formule de la capacité plan prend en compte uniquement la capacité mutuelle appelée C_{12} dans l'expression ci-dessous et ne prend pas en compte les capacités propres C_{11} et C_{22} :

$$C_{tot} = C_{12} + C_{11} // C_{22} = C_{12} + \frac{C_{11} \cdot C_{22}}{C_{11} + C_{22}}$$

Lorsque les deux conducteurs sont proches, C_{12} est prépondérant devant $\frac{C_{11} \cdot C_{22}}{C_{11} + C_{22}}$. Par conséquent, si les conducteurs sont parallèles et de même surface, la formule de la capacité

plan est valide. Quand la distance, qui sépare les deux conducteurs, augmente, le terme C_{12} varie plus rapidement que les termes C_{11} et C_{22} (cf Fig.B 18). Par conséquent, ces deux derniers termes ne sont plus négligeables.

Dans le cas représenté ci-dessus, si nous détaillons les valeurs des coefficients de capacités obtenus par la méthode PEEC pour les différentes distances de séparation, nous obtenons les résultats suivants (Tab.B 7):

Distance (m) \ Capacité (pF)	C_{11}	C_{22}	C_{12}
5.10^{-3}	4.13	4.13	74.39
0.02	4.44	4.44	20.28
0.2	6.17	6.17	2.74
1	7.46	7.46	0.57

Tab.B 7 : Etude des différents coefficients de capacité

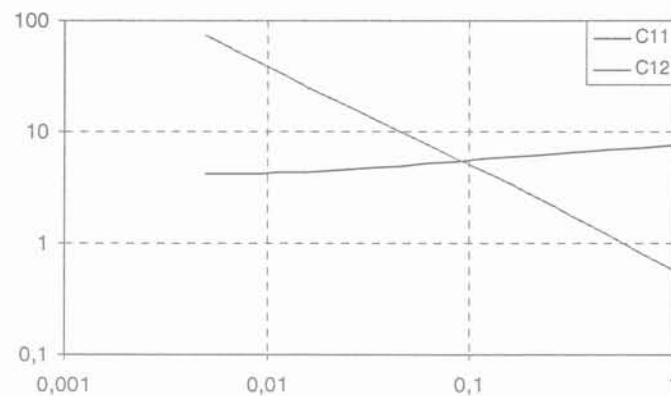


Fig.B 18 : Variation des coefficients de capacité en fonction de la hauteur.

Nous pouvons observer sur le graphe ci-dessus que les termes propres varient légèrement en fonction de la hauteur, ce qui, à première vue n'est pas évident à concevoir puisqu'il s'agit de capacités par rapport à une référence fixe. Mathématiquement, cette variation s'explique par le fait que les coefficients de capacité résultent d'une inversion de la matrice des coefficients de potentiel. Par conséquent, cela prend en compte également les termes mutuels des potentiels, qui varient avec la hauteur.

Physiquement, la légère modification de la valeur des termes propres des coefficients de potentiel est certainement due à la variation de la répartition des charges à l'intérieur des plaques, qui dépend de l'espacement.

Lorsque la distance de séparation est de 5mm, la capacité C_{12} représente 97% de la capacité totale, alors que lorsque la distance est de 1m, cette capacité ne représente plus que 13% de la capacité totale.

Toutefois, il persiste un léger écart entre la capacité C_{12} et la capacité plan. Cet écart s'accroît lorsque la distance augmente (cf Tab.B 8) :

Hauteur (m)	5.10^{-3}	0.02	0.2	1
C_{12} (pF)	74.39	20.28	2.74	0.57
Capa plan (pF)	70.7	17.7	1.7	0.35
Différence (%)	4.8	12.7	37.9	38.5

Tab.B 8 : Comparaison entre le coefficient de capacité C_{12} et la capacité plan.

Cette accroissement de l'erreur entre les deux capacités vient du fait que la formule de la capacité plan ne prend pas en compte les effets de bord.

Lorsque les deux plaques sont proches, le champ électrique est concentré dans l'espace. Les effets de bords sont relativement faibles. En revanche, lorsque les deux plaques sont éloignées, la « concentration » du champ électrique, entre les deux plaques, est moins importante. Donc les lignes de champ peuvent plus facilement passer sur les bords (Fig.B 19).

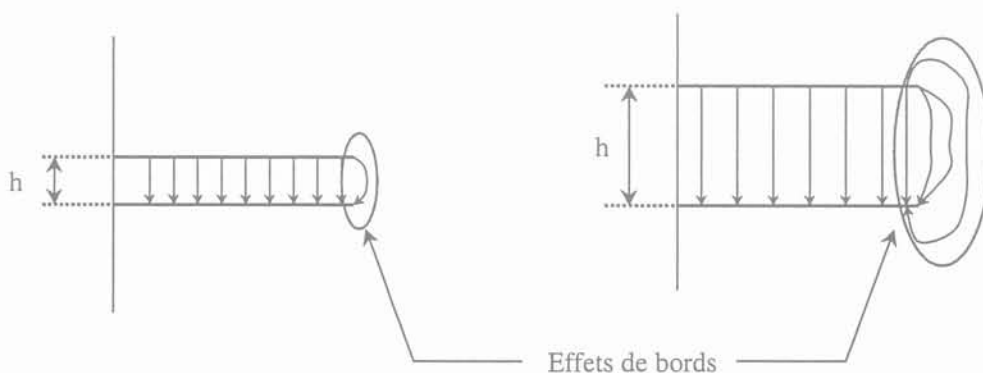
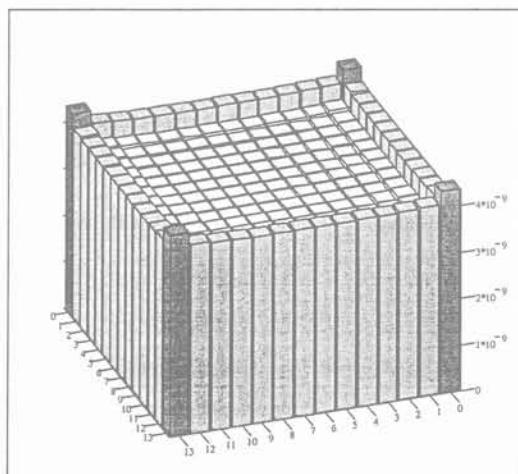


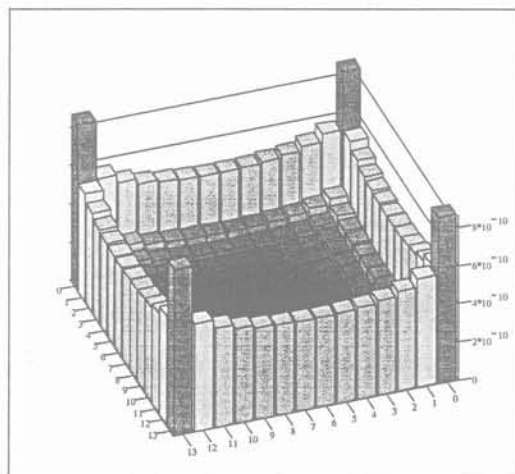
Fig.B 19: Représentation schématique des effets de bords en fonction de la hauteur entre les plaques.

A partir de l'instant où des phénomènes de débordement apparaissent, la formule de la capacité plan devient de plus en plus loin de la réalité. C'est ce qui se produit quand h augmente.

La technique de la méthode de Moments permet de quantifier ce phénomène par une visualisation graphique (Fig.B 20).



Matrice rub



Matrice rub

Fig.B 20: Répartition des charges pour un espacement de 5mm (gauche) et de 20cm (droite).

Nous remarquons que les charges ont tendance à se répartir naturellement de manière uniforme. Pour un espacement de 5mm, cette tendance est relativement respectée, ce qui explique que la formule de la capacité plan soit assez proche des méthodes de résolution prenant en compte les effets de bords. A 20cm d'espacement, la répartition n'est plus uniforme sur une plaque. Les effets de bords sont beaucoup plus prononcés. Cela traduit donc les erreurs que nous obtenons lorsque nous comparons la formule de la capacité plan et le coefficient de capacité C_{12} .

Il y a donc deux aspects que nous pouvons ressortir de cette comparaison entre la méthode de la capacité plan et les méthodes « précises » (qui prennent en compte les phénomènes physiques) :

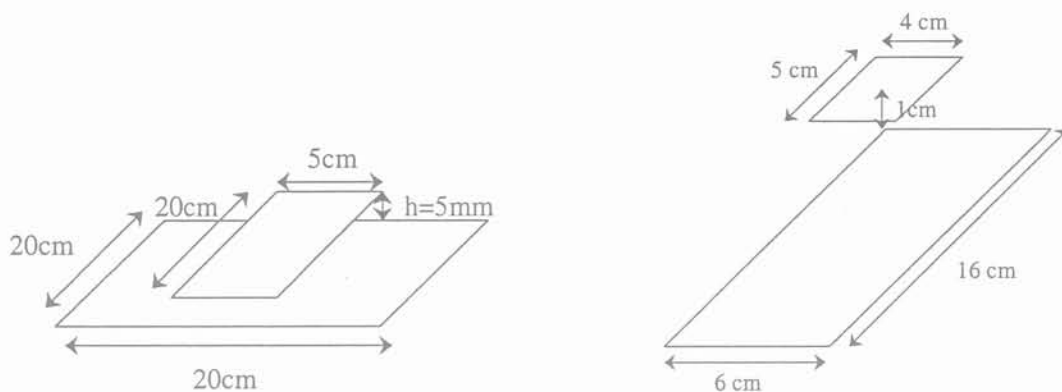
- La capacité plan ne prend en compte que l'influence des plaques entre elles et ne tient pas compte des capacités propres (par rapport à la terre). Donc faire la comparaison entre ces deux styles de méthodes est délicat puisque nous n'évaluons pas la même chose. Cette méthode est valide uniquement lorsque $h \ll l$ et L .

- La comparaison entre la capacité plan et le coefficient de capacité C_{12} met en avant l'influence des effets de bords. Cela entraîne donc une erreur supplémentaire lorsque la distance, entre les deux plaques, augmente.

En outre nous remarquons que si la technique de la méthode des moments et la méthode PEEC donnent des résultats très proches, les résultats obtenus par la méthode des éléments finis, même s'ils sont du même ordre de grandeur que la méthode PEEC, sont systématiquement légèrement supérieurs. Cette différence est difficile à justifier de manière rigoureuse, nous pourrions simplement argumenter comme nous l'avons fait précédemment, que les techniques de maillage et les méthodes de résolution sont différentes, ce qui peut amener un léger écart entre les résultats.

V.1.2 Plaques de surfaces différentes

Dans cette catégorie de tests, nous avons expérimenté deux configurations représentées Fig.B 21.



Cas 1 : Plaques de même longueurs mais de largeurs différentes.

Cas2 : Plaques différentes et décalées.

Fig.B 21: Deux cas tests pour des plaques parallèles de tailles différentes.

Pour ces deux cas tests, les plaques ne sont plus parfaitement superposées et les surfaces des plaques ne sont plus identiques. Par conséquent la formule de la capacité plan ne peut plus être utilisé comme moyen de comparaison. En effet cette formule ne considère que les surfaces qui sont en regard.

Ces deux géométries ne peuvent pas être étudiées par la technique de la méthode des Moments à cause des problèmes de divergence énoncés dans le chapitre III.3. Par conséquent la comparaison ne pourra s'effectuer qu'avec la méthode des Eléments Finis.

	Cas 1	Cas 2
Eléments Finis	25pF	2.6pF
Méthode PEEC	23pF	2.3pF

Tab.B 9: Valeur de la capacité parasite pour les deux géométries suivant deux méthodes.

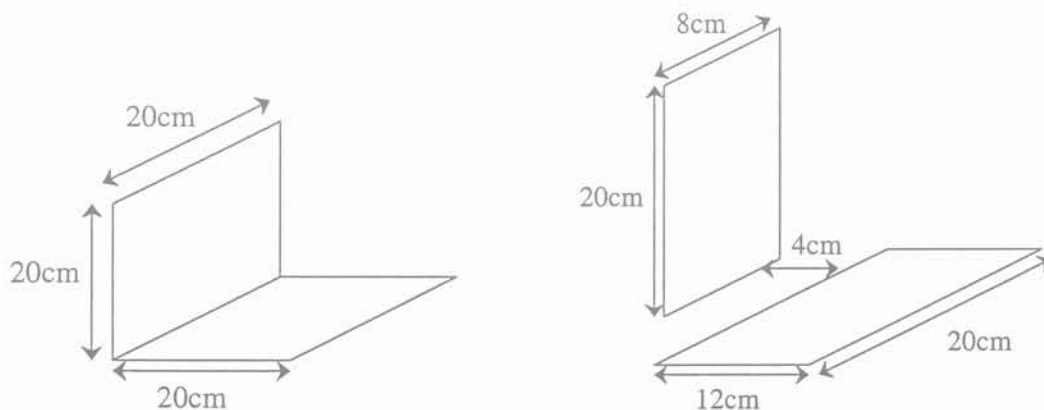
Dans les résultats du tableau Tab.B 9 nous retrouvons pour ces deux exemples une valeur de capacité très légèrement plus forte dans la simulation éléments finis. Néanmoins la différence n'excède pas 10% ce qui reste convenable compte tenu de la différence des méthodes et des imprécisions que génèrent les maillages. Ces deux cas tests permettent donc de valider notre méthode dans des cas généraux de plaques parallèles entre elles.

V.2 Plaques perpendiculaires

Dans cette partie, nous allons traiter deux cas différents (Fig.B 22):

Le premier représente deux plaques carrées, de même surface formant un coude. Cette géométrie particulière permet de traiter le cas avec la technique de la méthode des Moments et donc de visualiser la répartition des charges à l'intérieur des plaques.

Le second cas permet de traiter un problème un peu plus global de plaques perpendiculaires différentes.



Cas 1 : Plaques perpendiculaires jointes formant un coude

Cas2 : Plaques perpendiculaire séparées

Fig.B 22: Deux cas tests pour des plaques perpendiculaires.

Pour ces cas de figure où les plaques sont perpendiculaires entre elles, le maillage sous InCa doit être un peu plus dense, car l'influence d'une plaque par rapport à l'autre sera plus intense au niveau du coude. La figure Fig.B 23 illustrant la répartition des charges, confirme bien nos propos.

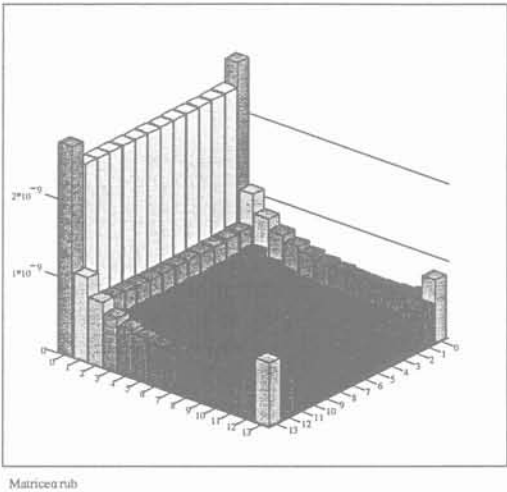


Fig.B 23: Répartition des charges dans la plaque pour le cas 1.

Le maillage ne doit donc pas être uniforme sur une plaque afin de pouvoir prendre en compte correctement les effets près du coude et de connaître la valeur correcte de la capacité parasite. Les résultats des capacités obtenues, sont présentés dans le tableau Tab.B 10.

	Cas 1	Cas 2
Elément finis	11.9pF	4.8pF
Méthode PEEC	12.16pF	4.55pF

Tab.B 10: Comparaisons des méthodes PEEC et Eléments Finis pour les deux cas.

Ces résultats sont très proches, aussi bien pour le cas1 (écart 2.2%) que pour le cas2 (écart 5.2%). Dans ces deux exemples, le maillage a fait l'objet d'une attention particulière. En effet, pour la méthode PEEC, le maillage n'a pas été réalisé de manière uniforme mais de façon progressive, celui-ci devenant de plus en plus dense à l'approche du coude (Fig.B 24). Nous pouvons aussi souligner que dans ces cas traités sous Flux 3D, le maillage est de meilleur qualité, car les deux plaques correspondent aux faces d'un cube (cas1) ou d'un parallélépipède de hauteur importante (cas2) maillé dans son volume. Dans ce type de

géométrie, nous n'avons pas de problème par rapport à une dimension très petite devant les autres.

Ces deux exemples permettent de valider notre méthode pour le calcul des capacités parasites entre deux plaques perpendiculaires.

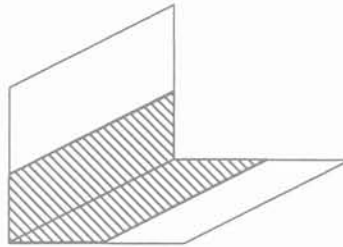


Fig.B 24: La partie hachurée représente la zone où le maillage est plus dense.

V.3 Deux plaques perpendiculaires parallèles entre elles

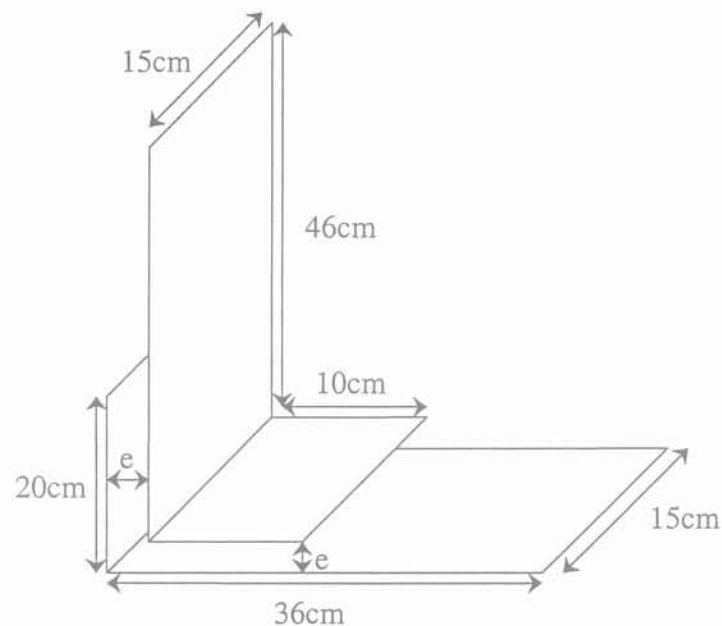


Fig.B 25: Schéma des deux plaques perpendiculaires mises en parallèles, l'épaisseur des plaques est de 1mm.

L'intérêt de ce banc de test est de combiner les notions de plaques perpendiculaires et parallèles (Fig.B 25). Pour cela, nous avons réalisé une maquette avec deux plaques de cuivre formant chacune un coude et parallèles entre elles. Ce prototype est représenté sur la figure ci-dessous :

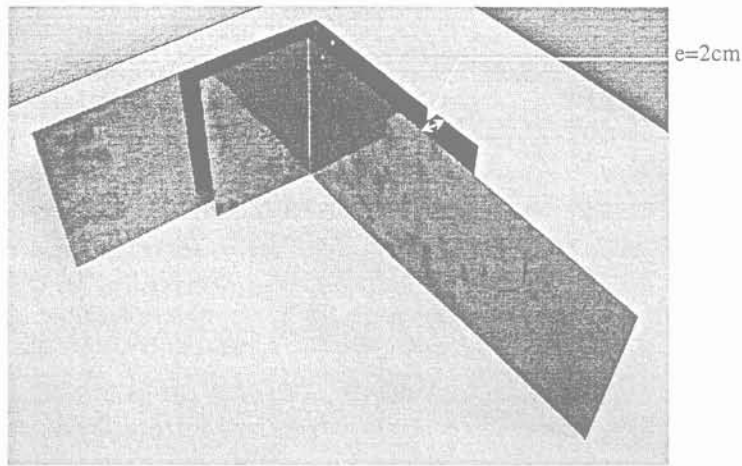


Fig.B 26 : Représentation des plaques pour un espacement de 2cm

Les mesures que nous avons effectuées sur le pont d'impédance HP4194, sont en fonction de l'espacement « e » entre les deux plaques. Ces mesures sont confrontées avec les résultats de simulation dans le tableau Tab.B 11. Pour la méthode de la capacité plan, nous avons considéré uniquement les surfaces en regard. Cela nous permet d'évaluer les effets de bords dans un exemple tel que celui-ci:

Espacement (cm)	0.5	1	1.5	2	2.5	3
Mesure (pF)	89.2	48.9	34.5	27.1	23.2	19.9
Simulation PEEC (pF)	90.33	50.29	36.71	29.79	25.56	22.69
Capacité plan (pF)	76.92	38.46	25.64	19.23	15.38	12.82

Tab.B 11: Tableau comparatif pour deux plaques parallèles coudées.

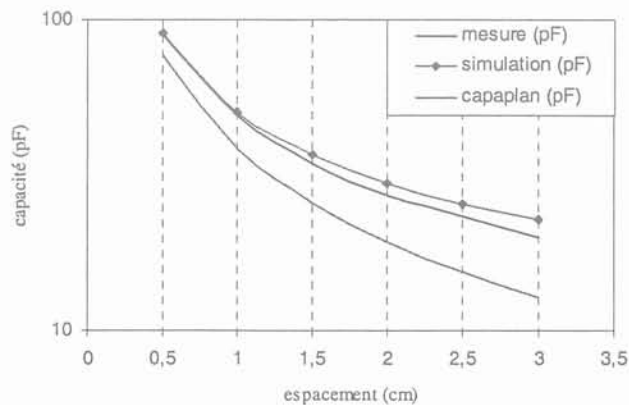


Fig.B 27: Allure de l'évolution de la capacité en fonction de l'espacement entre les plaques.

Les mesures relèvent d'une imprécision assez importante compte tenu de la grandeur des plaques et de l'espacement entre elles. En effet, avec une épaisseur de 1mm, les plaques sont relativement fines. Il est donc peu évident d'obtenir un espacement uniforme sur l'ensemble des surfaces en regard. Nous pouvons cependant noter, sur le graphe Fig.B 27, un très faible écart entre les mesures et les simulations effectuées avec la méthode PEEC.

En revanche pour des structures géométriques un peu plus complexes comme celle-ci, la formulation approximative de la capacité plan n'est pas valable, même pour des distances entre plaques assez faibles. En effet, comme nous l'avons expliqué auparavant, dans la formule $C = \frac{\epsilon \cdot S}{e}$ la surface considérée correspond à la surface totale commune entre les deux plaques. Or, dans ce cas, les plaques parallèles ne sont pas parfaitement superposées par conséquent les effets de bords apparaissent très rapidement.

V.4 Barres parallèles identiques

Le chapitre dans lequel nous avons détaillé la formulation PEEC pour le calcul des capacités parasites, a mis en évidence la relative complexité pour mailler correctement les plaques afin de rendre compte de tous les couplages. Dans le cas des barres conductrices, nous considérons, d'après les hypothèses électro-statiques formulées dans le chapitre II « *Rappels d'électrostatique* », que toutes les charges se situent en surface. Par conséquent, le maillage d'une barre revient à mailler 6 plaques en respectant les règles définies dans le chapitre B.I.V.5 (cf Fig.B 14).

Nous avons donc trois configurations (Fig.B 28) qui débouchent sur trois matrices :

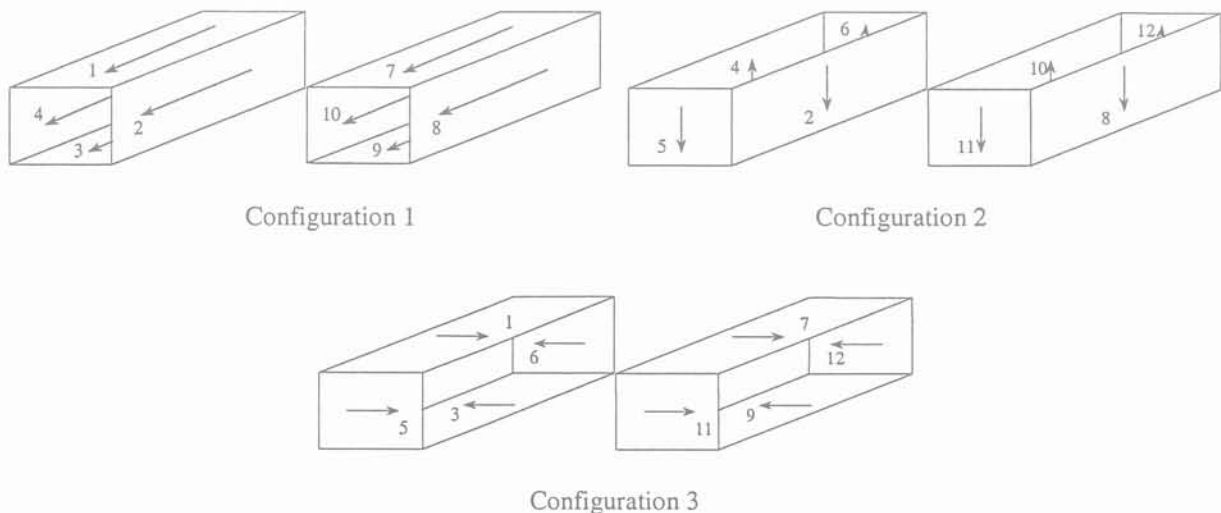


Fig.B 28 : Trois configurations permettant de déterminer les mutuelles entre toutes les plaques.

$$\begin{bmatrix}
 M_{1,1} & M_{1,2} & M_{1,3} & M_{1,4} & 0 & 0 & M_{1,7} & M_{1,8} & M_{1,9} & M_{1,10} & 0 & 0 \\
 M_{2,1} & M_{2,2} & M_{2,3} & M_{2,4} & 0 & 0 & M_{2,7} & M_{2,8} & M_{2,9} & M_{2,10} & 0 & 0 \\
 M_{3,1} & M_{3,2} & M_{3,3} & M_{3,4} & 0 & 0 & M_{3,7} & M_{3,8} & M_{3,9} & M_{3,10} & 0 & 0 \\
 M_{4,1} & M_{4,2} & M_{4,3} & M_{4,4} & 0 & 0 & M_{4,7} & M_{4,8} & M_{4,9} & M_{4,10} & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 M_{7,1} & M_{7,2} & M_{7,3} & M_{7,4} & 0 & 0 & M_{7,7} & M_{7,8} & M_{7,9} & M_{7,10} & 0 & 0 \\
 M_{8,1} & M_{8,2} & M_{8,3} & M_{8,4} & 0 & 0 & M_{8,7} & M_{8,8} & M_{8,9} & M_{8,10} & 0 & 0 \\
 M_{9,1} & M_{9,2} & M_{9,3} & M_{9,4} & 0 & 0 & M_{9,7} & M_{9,8} & M_{9,9} & M_{9,10} & 0 & 0 \\
 M_{10,1} & M_{10,2} & M_{10,3} & M_{10,4} & 0 & 0 & M_{10,7} & M_{10,8} & M_{10,9} & M_{10,10} & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0
 \end{bmatrix}$$

Fig.B 29 : Matrice de la configuration 1

$$\begin{bmatrix}
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & M_{2,2} & 0 & M_{2,4} & M_{2,5} & M_{2,6} & 0 & M_{2,8} & 0 & M_{2,10} & M_{2,11} & M_{2,12} \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & M_{4,2} & 0 & M_{4,4} & M_{4,5} & M_{4,6} & 0 & M_{4,8} & 0 & M_{4,10} & M_{4,11} & M_{4,12} \\
 0 & M_{5,2} & 0 & M_{5,4} & M_{5,5} & M_{5,6} & 0 & M_{5,8} & 0 & M_{5,10} & M_{5,11} & M_{5,12} \\
 0 & M_{6,2} & 0 & M_{6,4} & M_{6,5} & M_{6,6} & 0 & M_{6,8} & 0 & M_{6,10} & M_{6,11} & M_{6,12} \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & M_{8,2} & 0 & M_{8,4} & M_{8,5} & M_{8,6} & 0 & M_{8,8} & 0 & M_{8,10} & M_{8,11} & M_{8,12} \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & M_{10,2} & 0 & M_{10,4} & M_{10,5} & M_{10,6} & 0 & M_{10,8} & 0 & M_{10,10} & M_{10,11} & M_{10,12} \\
 0 & M_{11,2} & 0 & M_{11,4} & M_{11,5} & M_{11,6} & 0 & M_{11,8} & 0 & M_{11,10} & M_{11,11} & M_{11,12} \\
 0 & M_{12,2} & 0 & M_{12,4} & M_{12,5} & M_{12,6} & 0 & M_{12,8} & 0 & M_{12,10} & M_{12,11} & M_{12,12}
 \end{bmatrix}$$

Fig.B 30 : Matrice de la configuration 2

$$\begin{bmatrix}
 M_{1,1} & 0 & M_{1,3} & 0 & M_{1,5} & M_{1,6} & M_{1,7} & 0 & M_{1,9} & 0 & M_{1,11} & M_{1,12} \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 M_{3,1} & 0 & M_{3,3} & 0 & M_{3,5} & M_{3,6} & M_{3,7} & 0 & M_{3,9} & 0 & M_{3,11} & M_{3,12} \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 M_{5,1} & 0 & M_{5,3} & 0 & M_{5,5} & M_{5,6} & M_{5,7} & 0 & M_{5,9} & 0 & M_{5,11} & M_{5,12} \\
 M_{6,1} & 0 & M_{6,3} & 0 & M_{6,5} & M_{6,6} & M_{6,7} & 0 & M_{6,9} & 0 & M_{6,11} & M_{6,12} \\
 M_{7,1} & 0 & M_{7,3} & 0 & M_{7,5} & M_{7,6} & M_{7,7} & 0 & M_{7,9} & 0 & M_{7,11} & M_{7,12} \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 M_{9,1} & 0 & M_{9,3} & 0 & M_{9,5} & M_{9,6} & M_{9,7} & 0 & M_{9,9} & 0 & M_{9,11} & M_{9,12} \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 M_{11,1} & 0 & M_{11,3} & 0 & M_{11,5} & M_{11,6} & M_{11,7} & 0 & M_{11,9} & 0 & M_{11,11} & M_{11,12} \\
 M_{12,1} & 0 & M_{12,3} & 0 & M_{12,5} & M_{12,6} & M_{12,7} & 0 & M_{12,9} & 0 & M_{12,11} & M_{12,12}
 \end{bmatrix}$$

Fig.B 31 : Matrice de la configuration 3

Comme les 12 plaques sont maillées, les termes mutuels présentés dans les matrices ci-dessus sont donc des matrices blocs.

Nous avons démontré, dans le chapitre B.IV.5, que la normalisation des termes mutuels nous permettait d'obtenir la matrice des coefficients de potentiel, quelque soit le sens du courant dans les plaques. De ce fait, après avoir normalisé ces trois matrices, nous pouvons établir la matrice finale des coefficients de potentiel.

L'inversion de la matrice des coefficients de potentiels nous donne la matrice des coefficients d'influence (Cf chap B.II.2 « *Coefficient de potentiel – coefficient d'influence* »).

Pour calculer la capacité équivalente entre les deux barres, il suffit de considérer que toutes les plaques d'une barre sont au même potentiel. La matrice des coefficients d'influence peut donc se représenter sous la forme d'une matrice bloc symétrique comme représentée ci-dessous :

$$\begin{array}{cc}
 & \begin{array}{cc} \text{Barre 1} & \text{Barre 2} \end{array} \\
 \begin{array}{c} \text{Barre 1} \\ \text{Barre 2} \end{array} & \left[\begin{array}{cc} \overbrace{C_{b1,b1}} & \overbrace{C_{b1,b2}} \\ \underbrace{C_{b2,b1}} & \underbrace{C_{b2,b2}} \end{array} \right]
 \end{array}$$

Les termes $c_{bi,bj}$ sont des matrices.

La détermination des coefficients de capacité C_{ij} s'effectue en reprenant la démarche énoncée dans le chapitre IV.1 « *Description de la méthode* », concernant les deux plaques superposées maillées en deux et en trois parties. La capacité finale sera calculée à l'aide de l'équation (Eq.B IV.3-11).

Le système que nous avons étudié est défini comme sur le schéma Eq.A V.4-1 présenté ci-dessous :

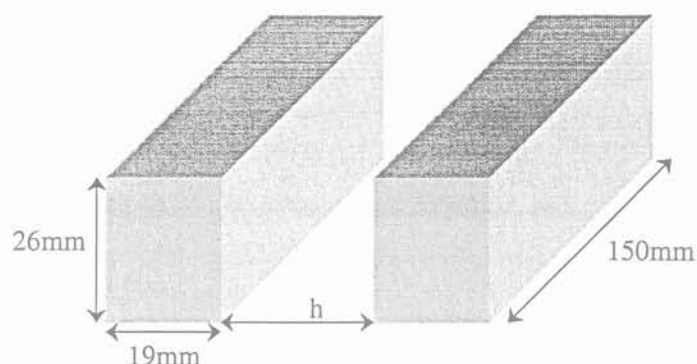


Fig.B 32: Dimensions des deux barres parallèles.

L'étude que nous présentons se fait en fonction d'un paramètre variable qui est l'espacement entre les deux barres (Fig.B 32). Nous allons comparer une batterie de mesures avec des simulations PEEC et Eléments Finis. Ces valeurs seront également confrontées avec l'hypothèse où seules les plaques en regard sont considérées (calculées par la méthode PEEC). Cela permet d'estimer la contribution des autres côtés dans la détermination des capacités entre barres (Tab.B 12).

Méthodes \ h (mm)	3	5	10	15	20
Mesure (pF)	15	10.4	6.3	4.9	3.8
Méthode PEEC (pF)	16.1	11.1	7.1	5.6	4.8
Méthode Eléments finis (pF)	17	11.6	7.3	5.8	4.9
Equivalent plaque (pF)	13.6	8.9	5.3	4.1	3.4

Tab.B 12: Tableau comparatif pour deux barres parallèles.

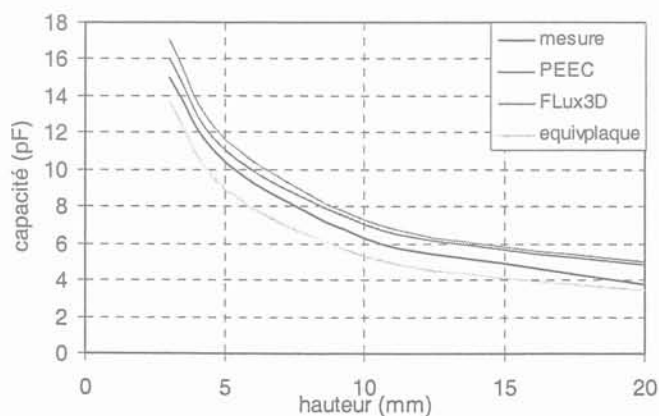


Fig.B 33: Analyse comparative complète pour les deux barres parallèles.

L'analyse des courbes de la figure Fig.B 33 nous permet de remarquer, que les valeurs obtenues par les méthodes de simulation sont très proches des relevés obtenus par la mesure.

La remarque concernant l'imprécision sur les mesures faite pour les précédents tests est également valable dans ce cas de figure. D'autant plus dans cet exemple où les valeurs mesurées sont très faibles donc l'incertitude assez élevée.

Nous pouvons constater que la simulation fondée sur l'équivalence des barres par deux plaques en regard n'est pas très juste. Cela montre que les effets capacitifs des autres côtés sont importants et ne peuvent être négligés.

VI Conclusions

Dans cette partie, une alternative aux méthodes numériques est proposée pour le calcul des capacités parasites dans les structures d'Electronique de Puissance. Cette méthode, fondée sur les calculs de la méthode PEEC, a pu être validée grâce à différents cas tests, aussi bien en mesure qu'en simulation, avec des outils informatiques fondés sur des méthodes connues et reconnues (Méthode des éléments finis, ...). Pour déterminer les capacités parasites, cette méthode exploite la matrice des inductances et des mutuelles calculée avec la méthode PEEC. Des géométries assez complexes peuvent être étudiées et notamment les barres massives, qui sont des connexions souvent présentes dans les structures d'électronique de puissance.

Cette étude a permis de faire un état des lieux sur les différentes techniques existantes, et de comparer leurs forces et leurs faiblesses. Finalement, possédant déjà un logiciel performant pour le calcul des inductances parasites (InCa) à partir de la méthode PEEC, nous avons opté pour une exploitation de cette méthode. Cela permet, dans certains cas, de lancer une seule résolution complète pour obtenir l'ensemble des éléments parasites de la structure. Cette méthode fondée sur des formules analytiques, ne permet pas de prendre en compte, pour l'instant des matériaux diélectriques avec une permittivité relative différente de 1. De ce fait, elle ne permet pas encore de traiter n'importe quel cas, mais s'intègre parfaitement dans le domaine des interconnexions en électronique de puissance.

- *CONCLUSION* -

CONCLUSION GENERALE

Le but de ce travail de thèse était de mettre en place, dans le domaine de l'électronique de puissance, des outils de prototypage informatique en lien étroit avec le placement routage. Nous avons présenté, dans ce manuscrit, des outils informatiques permettant la prise en compte des composants parasites dans les interconnexions de l'électronique de puissance. Cette étude est séparée en deux grandes parties.

La première partie que nous avons appelé « *partie inductive* » traite des inductances parasites dans les structures particulières des busbars laminaires. Plusieurs méthodes permettant de considérer leur comportement électrique sont présentées. Une fois la méthode choisie, nous comparons deux logiciels fondés sur cette méthode afin d'évaluer leurs possibilités.

Nous étudions ensuite les schémas électriques des connectiques multi-accès. Ce genre de connectique correspond bien aux busbars, qui ont pour vocation d'assurer l'interconnexion entre n points d'accès (exemple : $\frac{n}{2}$ capacités). Cette étude permet de mettre en avant la notion de termes de couplage résistif. Ces termes, non négligeables et n'existant pas dans les logiciels de simulation de circuits électriques, nous imposent de créer un nouveau schéma électrique équivalent. Celui-ci est composé de composants découplés entre eux. Cette étude montre également les déséquilibres des courants qui existent à l'intérieur des différentes sorties.

Par conséquent, nous proposons une méthode, fondée sur une modification de la géométrie des busbars, afin de rééquilibrer la répartition du courant.

Ces différentes études sont ensuite appliquées à un problème industriel.

Ce travail concernant le comportement inductif des structures en busbar permet de mettre en avant plusieurs conclusions :

- Au niveau de la comparaison des logiciels, l'étude que nous avons menée permet de montrer qu'entre deux logiciels utilisant des méthodes similaires, l'algorithme de résolution utilisé est un paramètre important pour la rapidité.
- Les éléments de couplage résistifs peuvent, dans certaines configurations, ne pas être négligeables. Dans ce cas, il est nécessaire de passer par un schéma équivalent. Ce schéma, issu d'une transformation mathématique peut comporter des composants négatifs. Cela ne pose pas de problème puisque les valeurs d'impédances mesurables restent positives [KER94].
- Les valeurs des composants variant avec la fréquence, le schéma équivalent n'est valide que pour une fréquence donnée. Toutefois, il est important de noter, qu'à partir d'une certaine fréquence, la valeur de l'inductance ne varie plus.
- Les trous insérés dans les plaques permettent, là aussi à une fréquence donnée, de pouvoir rétablir l'équilibre des courants entre les différents points d'accès. Il est important de souligner que cette insertion doit se faire avec précaution, car l'excès de trous entraîne une augmentation de l'impédance.

Afin d'améliorer le travail que nous avons réalisé, il est nécessaire d'étudier certaines possibilités :

- Nous avons vu dans le chapitre IV « *les trous* » de la partie A, que l'insertion d'un trou se faisait par suppression de composants électriques. Cela signifie que si la surface trouée est petite, le maillage devra être précis. Si nous effectuons un maillage uniforme, le temps de calcul peut rapidement devenir prohibitif. Il serait donc utile de créer un maillage adaptatif qui puisse mailler finement aux endroits où se trouvent les trous et plus grossièrement ailleurs.
- Il serait également fort judicieux de réaliser une optimisation sur l'implantation des trous. Cela permettrait de pouvoir déplacer les trous sur la plaque afin de trouver la meilleure place. Cet aspect paraît intéressant dans la mesure où cela ne demanderait pas de maillage supplémentaire, celui-ci étant calculé une fois pour toutes et les trous ne consistant qu'en une suppression de certains éléments électriques dans le schéma équivalent.
- La création du composant interconnexion sous SPICE peut s'avérer assez lourde dès lors que le système à modéliser est complexe. En effet nous rappelons que pour traiter un problème à 22 branches couplées (Juniper) il est nécessaire de rentrer 506 composants. Une génération automatique devra être mise en place pour alléger ce travail fastidieux.

- Nous pouvons enfin penser à des études de sensibilité sur les tolérances géométriques, qui se traduiraient par des tolérances sur les éléments du schéma électrique équivalent. Ceci permettrait notamment de tester la pertinence de solutions utilisées pour améliorer la répartition du courant entre plusieurs éléments, au moyen de trous, comme cela a été évoqué précédemment.

Dans la seconde partie de ce manuscrit, nous nous sommes intéressés au comportement capacitif qui apparaît dans les interconnexions avec l'augmentation des fréquences de commutation.

Afin de mieux appréhender le problème, une recherche des logiciels existants est effectuée. Par la suite, nous proposons une autre méthode permettant de calculer assez rapidement les capacités pour des géométries 3D. Cette méthode s'appuie sur la méthode PEEC utilisée dans la partie inductive. De nombreux tests de validation sont effectués en comparant notre méthode aux autres méthodes et aux mesures.

A l'issue de ces travaux, différents aspects peuvent être évoqués :

- La recherche et l'étude des logiciels ont montré que la plupart d'entre eux sont dédiés à la microélectronique pour des configurations bien précises des lignes de transmissions. Pour des géométries plus complexes, les logiciels fondés sur les méthodes numériques telles que les éléments finis ou les éléments de frontières permettent également d'effectuer des résolutions en dépit de la lourdeur du maillage et du temps de calcul. Il est important de noter que les méthodes que nous avons testées ne sont pas les seules qui existent pour traiter les problèmes de CEM [FER99].
- La méthode que nous proposons s'appuie sur la méthode PEEC. Le calcul des capacités se fait par l'intermédiaire des calculs des mutuelles inductives. Lorsque le système à étudier est simple (plaques parallèles), celui-ci ne demande pas de maillage, par conséquent la détermination de la capacité est très rapide et provient du même calcul que les inductances et mutuelles. Cette méthode nous permet aussi de traiter des géométries plus complexes et notamment les capacités entre barres massives.
- Le fait d'utiliser un calcul (celui des mutuelles entre deux rubans) déjà implanté dans un logiciel (InCa) a facilité grandement la mise en forme de cette méthode et permis de faire les premiers tests assez rapidement.

En terme de travaux futurs, les perspectives de ce travail sont axées sur plusieurs points :

- Dans un premier temps, il paraît essentiel d'implanter la méthode dans le solveur du logiciel InCa. Cela comprend également d'automatiser un maillage « intelligent » qui permettent de traiter tous les cas de figure que nous pouvons être amené à rencontrer.
- Si de nombreuses structures d'interconnexions en électronique de puissance sont massives et se situent dans l'air, de plus en plus de systèmes sont intégrés et sont mis dans un environnement de matériaux diélectriques. La méthode que nous proposons, ne prend pas en compte ces matériaux avec une permittivité relative différente de 1. Le but de cette thèse, au niveau capacitif, étant de pouvoir déterminer de manière rapide la capacité entre des barres massives pour des géométries 3D dans l'air. Cela n'a donc pas gêné notre raisonnement. En revanche il serait très intéressant de trouver une méthode permettant de prendre en compte la permittivité relative afin de traiter un plus grand nombre d'applications [RUE92].

Au cours de cette thèse, nous avons testé un nombre important de logiciels. Cela nous a permis de prendre un peu de recul par rapport à l'utilisation des logiciels accessibles sur Internet. Comme nous l'avons dit dans le chapitre « *Logiciels et méthodes associées* », nous ne prétendons pas avoir couvert tous les logiciels existants. En revanche l'étude que nous avons menée, nous a permis de prendre conscience du temps qui doit être consacré à une telle recherche. Dans la plupart des cas, les résultats obtenus ne sont pas ceux escomptés. Il est donc normal de se demander s'il n'est pas plus intéressant de développer notre propre code plutôt que d'utiliser un programme dont nous ne maîtrisons pas les sources. Dans le domaine de la recherche, les logiciels doivent être en mesure d'évoluer rapidement, il est donc confortable de programmer son code même si cela est relativement ingrat. Dans notre sujet, en utilisant nos propres codes, nous avons la possibilité de créer un environnement regroupant le calcul des inductances et celui des capacités, et nourri par une interface graphique unique. Enfin, il est à noter que, toujours au sein de cet environnement, un outil complet de calcul de câblage est en train de voir le jour, dépassant largement le cadre de la modélisation électrique pour s'attaquer à la mécanique, à la thermique [GUI01]...

- BIBLIOGRAPHIE -

BIBLIOGRAPHIE.

[ALL97] J.M.ALLOCCO

« Laminated Busbars for Power System Interconnects », IEEE, APEC conference Proceedings, New-York, vol.2 pp589-9, 1997.

[BES00] M.BESACIER, J.L.SCHANEN, J.ROUDET, P.SUAU

« P-SPICE Compatible Electrical Equivalent Circuit for Busbars », IEEE, APEC conference, New-Orleans – 2000 vol.2 pp 846-51.

[BES01] M.BESACIER, J.L.SCHANEN, J.ROUDET

« Role of Busbar as Interconnection: Study of Current Sharing », EPE conference, Graz-August 2001.

[BEU97] H.J.BEUKES, J.H.R.ENSLIN, R.SPEE

« Busbar Design Considerations for High Power IGBT Converters », IEEE Power Electronics Specialists Conference (PESC-97), 1997, pp 847-853.

[BOS99] F.BOST

« Vers une modélisation temporelle unifiée des phénomènes électromagnétiques conduits et rayonnés dans les systèmes électriques. Application à l'électronique de puissance. », thèse de doctorat de l'ECL, décembre 1999, Lyon.

[BOT95] O.BOTTAUSCIO, M.CHIAMPI, D.CHIARABAGLIO

« Experimental validation of a numerical model of busbar systems », IEEE Proc.-Gener. Transm. Distrib., vol.142, No. 1, January 1995.

[BOT96] O.BOTTAUSCIO, E.CARPANETO, M.CHIAMPI, D.CHIARABAGLIO, I.PANAITESCU

« Numerical and experimental evaluation of magnetic field generated by power busbar systems », IEEE Proc.-Gener. Transm. Distrib., vol.143, No. 5, September 1996.

[BRA99] C.BRASSEUR MILLARD

« Modélisation des capacités parasites des éléments bobinés », thèse de doctorat de l'Université de Droit, d'Economie et des Sciences d'Aix-Marseille, Octobre 1999, Marseille.

[BRE80] C.A.BREBBIA

« Fundamentals of Boundary Elements », University of California, Irvine, USA, New Developments in Boundary Element Methods, University of Southampton, March-1980.

[CAI99] R.CAIRE

« L'onduleur quatre bras : l'art et la manière de gérer les charges non équilibrées, non linéaires et pourquoi pas...des aspects CEM », DEA de Génie Electrique, INPG, juin 1999.

[CHI93] M.CHIAMPI, D.CHIARABALGIO, M.TARTAGLIA

« A General Approach for Analysing Power Busbar under A.C. Conditions », IEEE Transactions on Magnetics, vol.29, No.6, November 1993.

[CLA96] E.CLAVEL

« Vers un outils de conception de câblage : le logiciel InCa », thèse de doctorat INPG, novembre 96, Grenoble.

[CLA99] E.CLAVEL

« INCA (Inductance Calculation) Modélisation des caractéristiques électriques de câblage à l'aide de la méthode PEEC », Manuel d'utilisation, septembre 1999.

[CLA00] E.CLAVEL, JL.SCHANEN, J.ROUDET, JM.GUICHON

« What method for busbar electrical modeling », PCIM'00, Nurnberg, Germany, 2000, pp 29-33.

[COP00] K.M.COPERICH, A.E.RUEHLI, A.CANGELLARIS

« Enhanced Skin Effect for Partial Element Equivalent Circuit (PEEC) Models », IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques, vol.48, n°9, pp 1435-42, September 2000.

[DHA84] G.DHATT, G.TOUZOT

« Une présentation de la méthode des éléments finis », Maloine S.A Editeur Paris – 1984.

[DIN93] T.VU DINH

« Simulation des effets de propagation couplée et dissipative sur SPICE », thèse de doctorat INPG, Juillet 93, Grenoble.

[DUR66] E.DURAND

« Electrostatique TomeII - Problèmes Généraux – conducteurs », Masson et C^{ie}, Editeurs, 1966.

[FAR98] M.A.FARAHAT, M.M.ABDEL AZIZ, A.FATHY

« A New Mathematical Base For Straight DC Busbar Join Design », UPEC conference proceedings, Edimburgh, UK, vol.1, pp81-3, 1998.

[FER99] S. FERREIRA, W. P. CARPES JR., A. RAIZER, L. PICHON, A. RAZEK
« TLM and FEM methods applied in the analysis of electromagnetic coupling », Compumag'99, pp. 274-275, 25-28 October 1999, Sapporo, Japan.

[FLU99] FLUX3D
« FLUX3D version 3.1, notice d'utilisation générale » Cedrat, 1999.

[FRE00] D.FREY
« Mise en série de transistors » DEA de Génie Electrique, INPG, juin 2000.

[GAJ00] H.GAJAN
« Analyse de problèmes de compatibilité électromagnétique à l'aide de la méthode des éléments finis. Evaluation des champs rayonnés et de paramètres dans les circuits électriques », Doctorat de l'Université Paris XI, Décembre 2000.

[GRA92] L.B.GRAVELLE, P.F.WILSON
« EMI/EMC in printed Circuit Boards-A literature Review », IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility, vol.34, No.2, May 1992.

[GUI01] J.M.GUICHON
« Modelisation, Caractérisation et dimensionnement de jeux de barre de distribution », thèse de doctorat de l'INPG, Novembre 2001, Grenoble.

[HAR93] R.F.HARRINGTON
« Field Computation by Moment Methods », IEEE PRESS Series on Electromagnetic Waves – 1993.

[HEE92] H.HEEB, A.E.RUEHLI
« Three-Dimensional Interconnect Analysis Using Partial Element Equivalent Circuits », IEEE Transactions on circuits and systems – Fundamental theory and applications, vol.39, No.11, November 1992.

[HOE65] C.HOER, C.LOVE
« Exact Inductance Equations for Rectangular Conductors with Applications to more Complicated Geometries », Journal of research of the national bureau of standards, C.Engineering and instrumentation. vol.69C, No.2, pp127-137 April-june 1965.

[JEA99] P.O.JEANNIN, J.L.SCHANEN, E.CLAVEL
« Original Cabling conditions to Insure Balanced Current During Switching Transitions Between paralleled Semiconductors », IEEE, IAS, Piscataway, USA, vol.4 pp1757-64, 1999.

[JEA01] P.O.JEANNIN

« Le transistor MOSFET en commutation : Application aux associations série et parallèle de composants à grille isolée », thèse de doctorat de l'INPG, Mai 2001, Grenoble.

[JOU86] P.JOUBERT

« Circuits Electriques et systemes », Technique et documentation (Lavoisier), 1986.

[KAM1-94] M.KAMON

« Efficient Techniques for Inductance Extraction of Complex 3-D Geometries », Master of Science at the Massachusetts Institute of Technology, February 1994.

[KAM2-94] M. KAMON, M. J. TSUK AND J. WHITE

"FASTHENRY: A Multipole-Accelerat 3-D Inductance Extraction Program," IEEE Trans. on Microwave Theory and Techniques, vol 42 n°9, 1750-1758, September 1994.

[KER94] J.P. KERADEC, B.COGITORE, E.LAVEUVE, M.BENSOAM

"Des schémas équivalents pour les circuits couplés multi-enroulements" Applied Physics, April 1994.

[KHA97] M.KHAPAEV

« LCR2D, the program for extraction of inductances (L), capacitances (C), resistances (R) with 2D approach », Moscow State University, Dep. Of Computational Mathematics and Cybernetics, 12 december 1997.

[MIL92] E.K.MILLER, L.MEDGYESI-MITSCHANG, E.H.NEWMAN

« Computational Electromagnetics - frequency domain method of moments », IEEE PRESS, IEEE Antennas and Propagation Society – 1992.

[MIY98] S.MIYASHITA, S.YOSHIWATARI, S.KOBAYASHI, K.SAKURAI

« Advanced Technology for a new NPT-IGBT Module Design », IEEE IAS conference, vol.2, pp 1061-1066, St Louis-1998.

[NAB92] K.NABORS, S.KIM, J.WHITE, S.SENTURIA

« FastCap USER'S GUIDE », Massachusetts Institute of Technology, September 1992.

[OHI99] T.OHI, T.HORIGUSHI, T.OKUDA, T.KIKUNAGA AND H.MATSUMOTO

"Analysis and measurement of Chip Current Imbalances Caused by the Structure of BusBars in an IGBT Module" IEEE Industry Application Society (IAS'99), Phoenix, USA, 1999,1775-1779

[PAU87] C.R.PAUL, S.A.NASAR

« Introduction to Electromagnetic Fields », Mc Graw-Hill International Editions – 1987.

[PHI96] J.R.PHILIPS, J.WHITE

« fftcap User Notes », Massachusetts Institute of Technology, March 1996.

[PUT99] S.PUTOT, F.CHARLET, P.WITOMSKI

« A new algorithm for interconnect capacitance extraction based on a fictitious domain method », IEEE, SISPAD'99, Japan Soc. Appl. Phys, Tokyo, Japan; 1999; pp. p.79-82.

[ROU96] J.ROUDET, J.L.SCHANEN, P.SAGUET

« Microwave techniques validation in power electronics interconnections modeling », EMC'96, International Symposium on Electromagnetic Compatibility, Rome, Italy, 1996, vol.1, pp 144-8.

[ROU98] J.ROUDET, E.CLAVEL, J.L.SCHANEN

« A very useful CAD Tool For Designing Packaging of Integrated Power Converter », IEEE, IWIPP Proceedings, New-York, USA, pp18-22, 1998.

[ROU99] J.ROUDET, J.L.SCHANEN, E.CLAVEL

« Importance des interconnexions en Electronique de Puissance », Revue Internationale de Génie Electrique, vol.2 n°1, pp 55-82, 1999.

[RUE74] A.E.RUEHLI

« Equivalent Circuits Models for Three Dimensional Multiconductor Systems », IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques, Vol MTT 22, N°3, pp216-221 March 1974.

[RUE92] A.E.RUEHLI, H.HEEB

« Circuit Models for Three-Dimensional Geometries Including Dielectrics », IEEE transactions on microwave theory and techniques, vol.40, No.7, July 1992.

[SEL00] SCHNEIDER ELECTRIC

« Les perturbations électromagnétiques basse et haute fréquence », Le magazine Schneider Electric de l'enseignement technologique et professionnel , juin 2000.

[SCH94] J.L.SCHANEN

« Intégration de la compatibilité électromagnétique dans la conception de convertisseurs en Electronique de Puissance », thèse de doctorat INPG, Janvier 94, Grenoble.

[SCH95] J.L.SCHANEN, C.GUERIN, J.ROUDET, G.MEUNIER

« Influence of a conductive plane on loop inductance », IEEE, transactions on magnetics, vol.31, n°3, May 1995, pp 2127-30.

[SCH96] J.L.SCHANEN, E.CLAVEL, J.ROUDET

« Modeling of low inductive busbar connections » IEEE IAS'Magazine, sept/oct 1996

[SCH98] L.SCHNUR, G.DEBLED, S.DEWAR, J.MAROUS

« Low inductance, Explosion Robust IGBT Modules in High Power Inverter Applications », IEEE, IAS conference, New-York, vol.2 pp1056-60, 1998.

[SHA97] M.A.SHAKIROV, R.P.KIYATKIN

« Dynamics of the skin effect during the discharging of capacitor through straight busbars », American Institute of Physics, July 1997.

[SKI93] G.L.SKIBINSKI, D.M.DIVAN

« Design Methodology and Modeling of Low Inductance Planar Bus Structures », EPE conference, Brighton-1993.

[SUA99] P.SUAU

« Modèles de Bus-barre »Rapport de stage DEA Génie Electrique INPG, Septembre 99 – Grenoble.

[TEU97] W.TEULINGS

« Prise en compte du câblage dans la conception et la simulation des convertisseurs de puissance :performances CEM », thèse de doctorat INPG, Avril 97, Grenoble.

[XIN98] K.XING, F.C.LEE, D.BOROYEVICH

« Extraction of parasitics within Wire-bond IGBT Modules », IEEE APEC conference, 1998, pp 497-503.

[YOU98] M.YOUSSEF

« Rayonnement dans les convertisseurs d'Electronique de Puissance », thèse de doctorat INPG, Décembre 98, Grenoble.

[ZAR00] F.ZARE, G.LEDWICH

« A Planar Busbar forPower Electronic Applications », IEEE transactions on Industrial Electronics, Janvier 2000.

[ZHU99] H.ZHU, A.R.EFNER, J-S.LAI

« Characterisation of Power Electronnics System Interconnect Parasitics Using Time Domain Reflectometry », IEEE Transactions on power Electronics, vol.14, No.4, July 1999.

- ANNEXES -

ANNEXE 1

Cette partie d'annexe montre les formules analytiques calculées dans la méthode PEEC pour obtenir les valeurs des résistances et des mutuelles partielles.

Le terme résistif

La résistance d'un élément conducteur est calculée à l'aide de la formule permettant d'évaluer la résistance en continu :

$$R = \rho \cdot \frac{l}{S}$$

Avec :

ρ : Résistivité du matériau ($\Omega \cdot m$).

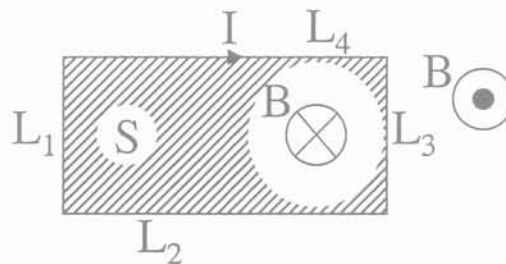
$S = a \cdot b$: Section du conducteur (m^2).

l : Longueur du conducteur (m).

Notion d'inductance et de mutuelle partielle

La notion d'inductance partielle consiste à décomposer un circuit fermé en plusieurs parties, puis de calculer la contribution de chacun de ces circuits élémentaires. Cette notion peut permettre de connaître la contribution de chaque partie d'un circuit à l'impédance globale du circuit.

Si nous prenons l'exemple cité dans la thèse de J.M GUICHON [GUI01] :



L'inductance équivalente d'une boucle formant une surface S telle que celle présentée sur la figure ci-dessus s'écrit :

$$L_{tot} = \frac{1}{I} \iint_S \vec{B} \cdot d\vec{S}$$

En posant $\vec{B} = \overrightarrow{rot}(\vec{A})$ et en utilisant le théorème de Stokes, l'équation précédente peut s'écrire :

$$L_{tot} = \frac{1}{I} \oint_C \vec{A} \cdot d\vec{l}$$

C représente l'ensemble du contour du circuit noté L1, L2, L3, L4. Par conséquent il est possible de décomposer l'intégrale sur ce contour. Ceci permet d'établir l'expression suivante :

$$L_{tot} = \frac{1}{I} \left(\int_{L_1} \vec{A} \cdot d\vec{l} + \int_{L_2} \vec{A} \cdot d\vec{l} + \int_{L_3} \vec{A} \cdot d\vec{l} + \int_{L_4} \vec{A} \cdot d\vec{l} \right)$$

De même le potentiel vecteur $\vec{A}$ peut être décomposé sur ce contour :

$$\vec{A} = \vec{A}_{L1} + \vec{A}_{L2} + \vec{A}_{L3} + \vec{A}_{L4}$$

Dans ces conditions, l'inductance de l'ensemble de la boucle peut se décomposer de la façon suivante :

$$L_{tot} = \frac{1}{I} \sum_{n=1}^4 \sum_{m=1}^4 \int_{L_n} \vec{A}_{L_m} \cdot d\vec{l}$$

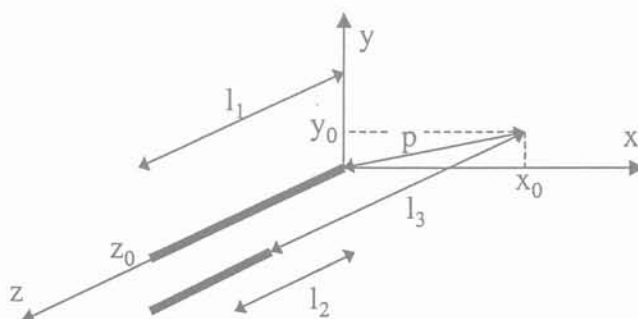
L'expression précédente permet de faire apparaître la notion de mutuelle partielle :

$$L_{tot} = \sum_{n=1}^4 \sum_{m=1}^4 Mp_{nm}$$

Mp_{nm} représente la mutuelle partielle entre le segment n et le segment m. Si $n = m$ la valeur obtenue correspond à l'inductance partielle du segment n.

Inductances et mutuelles partielles entre deux conducteurs filiformes

Les conducteurs considérés sont linéaires, filiformes et agencés en parallèle. La figure ci-dessous présente les deux conducteurs pour lesquels la mutuelle et les inductances partielles sont recherchées.



Dans le cas présenté sur la mutuelle partielle entre les deux conducteurs peut s'écrire :

$$Mp_{12} = \frac{1}{I_1} \int_{L_2} \vec{A}_{L1} \cdot d\vec{l} \quad (1)$$

Le potentiel vecteur $\overrightarrow{A_{L1}}$ peut s'obtenir à l'aide de la loi de Biot et Savart et ainsi peut s'exprimer de la façon suivante :

$$\overrightarrow{A_{L1}(M)} = \frac{\mu_0}{4\pi} \int_0^{L_1} \frac{I_1 \cdot d\vec{l}}{r} \text{ avec } r = \sqrt{p^2 + z^2}$$

Dans ces conditions l'expression précédente peut s'écrire :

$$\overrightarrow{A_{L1}(M)} = \left(\frac{\mu_0 \cdot I_1}{4\pi} \int_{z_0-L_1}^{z_0} \frac{dz}{\sqrt{p^2 + z^2}} \right) \cdot \vec{u}_z$$

Ce qui permet d'écrire après intégration :

$$\overrightarrow{A_{L1}(M)} = \left(\frac{\mu_0 \cdot I_1}{4\pi} \left(\ln \left(z_0 + \sqrt{p^2 + z_0^2} \right) - \ln \left(z_0 - L_1 + \sqrt{p^2 + (z_0 - L_1)^2} \right) \right) \right) \cdot \vec{u}_z \quad (2)$$

En intégrant l'expression (1) à l'aide du potentiel vecteur donné par l'expression (2), l'expression de la mutuelle partielle entre les deux fils peut s'écrire :

$$Mp_{12} = [f(z)]_{L_2+L_3-L_1, L_3}^{L_3-L_1, L_3+L_2} \quad (3)$$

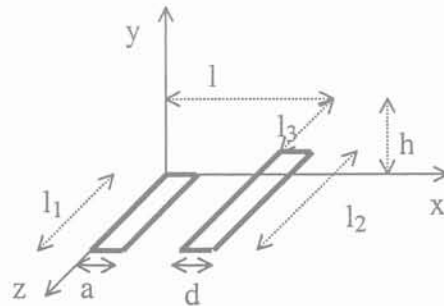
Avec :

$$[f(z)]_{z_2, z_4}^{z_1, z_3} = f(z_1) - f(z_2) + f(z_3) - f(z_4) = \sum_{i=1}^4 (-1)^{i+1} f(z_i)$$

et :

$$f(z) = \frac{\mu_0}{4\pi} \left(z \cdot \ln \left(z + \sqrt{p^2 + z^2} \right) - \sqrt{p^2 + z^2} \right)$$

Inductances et mutuelles partielles entre deux rubans.



La mutuelle parasite entre deux rubans est obtenue en intégrant la formule (3) suivant l'axe des x.

$$Mpr_{12} = \frac{1}{a \cdot d} \int_0^a \int_l^{l+d} Mp_{12} \cdot dy_2 \cdot dy_1$$

M_{p12} étant donné par l'équation (3).

Nous obtenons le résultat suivant :

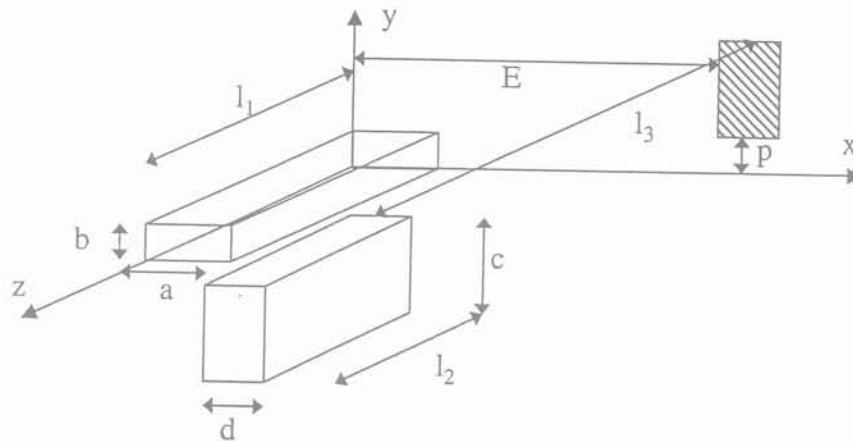
$$M_{pr_{12}} = \frac{1}{4\pi \cdot a \cdot d} \left[\begin{aligned} &G(l_3 + l_2, l + d, h) - G(l_3 + l_2, l + d - a, h) - G(l_3 + l_2, l, h) \\ &+ G(l_3 + l_2, l - a, h) - G(l_3, l + d, h) + G(l_3, l + d - a, h) + G(l_3, l, h) \\ &- G(l_3, l - a, h) - G(l_3 + l_2 - l_1, l + d, h) + G(l_3 + l_2 - l_1, l + d - a, h) \\ &+ G(l_3 + l_2 - l_1, l, h) - G(l_3 + l_2 - l_1, l - a, h) + G(l_3 - l_1, l + d, h) \\ &- G(l_3 - l_1, l + d - a, h) - G(l_3 - l_1, l, h) + G(l_3 - l_1, l - a, h) \end{aligned} \right]$$

avec :

$$G(x, y, z) = \frac{y^2 - z^2}{2} \cdot x \cdot \ln(x + \sqrt{x^2 + y^2 + h^2}) + \frac{x^2 - z^2}{2} \cdot y \cdot \ln(y + \sqrt{x^2 + y^2 + h^2}) \\ - \frac{1}{6} (x^2 - 2 \cdot h^2 + y^2) \cdot \sqrt{x^2 + y^2 + h^2} - z \cdot x \cdot y \cdot \arctg \left(\frac{x \cdot y}{h \cdot \sqrt{x^2 + y^2 + h^2}} \right)$$

Inductances et mutuelles partielles entre deux conducteurs volumiques de section rectangulaire.

Pour le calcul des mutuelles entre deux conducteurs massifs, il est nécessaire d'intégrer l'expression (3) dans les différentes directions :



Dans ce cas la mutuelle s'écrit :

$$M_{p12} = \left[\left[\begin{matrix} f(x, y, z) \\ (x) \end{matrix} \right]_{\substack{E+d, E-a \\ E+d-a, E}}^{\substack{p+c, p-b \\ p+c-b, p}} \right]_{\substack{L3+L2, L3-L1 \\ L3+L2-L1, L3}}^{\substack{L3+L2, L3-L1 \\ L3+L2-L1, L3}} \left[\begin{matrix} (y) \\ (z) \end{matrix} \right]$$

Avec :

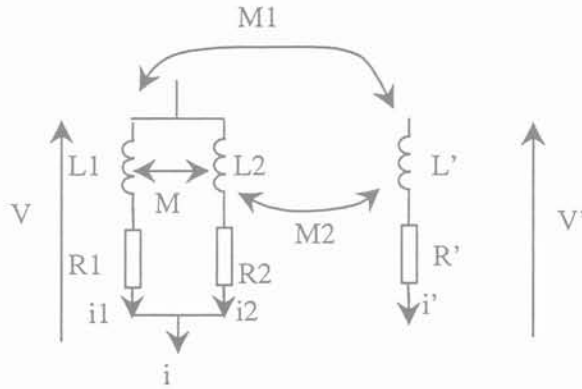
$$\left[\left[\begin{matrix} f(x, y, z) \\ (x) \end{matrix} \right]_{\substack{x_1, x_3 \\ x_2, x_4}}^{\substack{y_1, y_3 \\ y_2, y_4}} \right]_{\substack{z_1, z_3 \\ z_2, z_4}} = \sum_{i=1}^4 \sum_{j=1}^4 \sum_{k=1}^4 (-1)^{i+j+k+1} f(x_i, y_j, z_k)$$

et :

$$\begin{aligned}
f(x, y, z) = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{1}{abcd} & \left[\left(\frac{y^2 z^2}{4} - \frac{y^4}{24} - \frac{z^4}{24} \right) x \ln \left(x + \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} \right) + \right. \\
& \left(\frac{x^2 z^2}{4} - \frac{x^4}{24} - \frac{z^4}{24} \right) y \ln \left(y + \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} \right) + \\
& \left(\frac{y^2 x^2}{4} - \frac{y^4}{24} - \frac{x^4}{24} \right) z \ln \left(z + \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} \right) + \\
& \frac{1}{60} (x^4 + y^4 + z^4 - 3y^2 x^2 - 3y^2 z^2 - 3x^2 z^2) \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} - \\
& \frac{xyz^3}{6} \operatorname{Arctg} \frac{xy}{z\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}} - \frac{xy^3 z}{6} \operatorname{Arctg} \frac{xz}{y\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}} - \\
& \left. \frac{x^3 yz}{6} \operatorname{Arctg} \frac{zy}{x\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}} \right]
\end{aligned}$$

ANNEXE 2

Cette annexe permet de démontrer mathématiquement l'existence d'une partie réelle dans les termes de couplages. Dans ce cas nous considérons deux barres dont l'une est maillée et l'autre non. En terme électrique, nous obtenons le schéma suivant.



A partir de ce circuit électrique, nous pouvons écrire les relations suivantes :

$$\begin{cases} i = i_1 + i_2 & (1) \\ V = (R_2 + jL_2\omega).i_1 + jM\omega.i_2 + jM_1\omega.i' & (2) \\ V = (R_1 + jL_1\omega).i_2 + jM\omega.i_1 + jM_2\omega.i' & (3) \\ V' = (R' + jL'\omega).i' + jM_1\omega.i_1 + jM_2\omega.i_2 & (4) \end{cases}$$

En écrivant l'égalité (2) = (3)

$$(R_1 + jL_1\omega).i_2 + jM\omega.i_1 + jM_2\omega.i' = (R_2 + jL_2\omega).i_1 + jM\omega.i_2 + jM_1\omega.i'$$

$$\Rightarrow (R_1 + j\omega(L_1 - M)).i_1 + j\omega(M_1 - M_2).i' = (R_2 + j\omega(L_2 - M)).i_2$$

or d'après (1) nous pouvons écrire : $i_2 = i - i_1$

$$\Rightarrow (R_1 + j\omega(L_1 - M)).i_1 + j\omega(M_1 - M_2).i' = (R_2 + j\omega(L_2 - M)).(i - i_1)$$

Nous avons donc une relation liant i_1 à i et i' .

$$\Rightarrow i_1 = \frac{R_2 + j\omega(L_2 - M)}{R_1 + R_2 + j\omega(L_1 + L_2 - 2M)} i + \frac{j\omega(M_2 - M_1)}{R_1 + R_2 + j\omega(L_1 + L_2 - 2M)} i' \quad (5)$$

de même

$$i_2 = \frac{R_1 + j\omega(L_1 - M)}{R_1 + R_2 + j\omega(L_1 + L_2 - 2M)} i + \frac{j\omega(M_1 - M_2)}{R_1 + R_2 + j\omega(L_1 + L_2 - 2M)} i' \quad (6)$$

De fait, en insérant (6) dans l'équation (4), nous obtenons :

$$\Rightarrow V' = (R' + j\omega L')i' + j\omega M_1 \left(\frac{R_2 + j\omega(L_2 - M)}{R_1 + R_2 + j\omega(L_1 + L_2 - 2M)} i + \frac{j\omega(M_2 - M_1)}{R_1 + R_2 + j\omega(L_1 + L_2 - 2M)} i' \right) \\ + j\omega M_2 \left(\frac{R_1 + j\omega(L_1 - M)}{R_1 + R_2 + j\omega(L_1 + L_2 - 2M)} i + \frac{j\omega(M_1 - M_2)}{R_1 + R_2 + j\omega(L_1 + L_2 - 2M)} i' \right)$$

Dans ce cas, le terme de couplage est l'impédance complexe entre V' et i , il s'écrit :

$$\frac{j\omega M_1(R_2 + j\omega(L_2 - M)) + j\omega M_2(R_1 + j\omega(L_1 - M))}{R_1 + R_2 + j\omega(L_1 + L_2 - 2M)} \quad (7)$$

En séparant les termes réels et imaginaires l'expression (7) s'écrit :

$$\frac{-\omega^2(M_1(L_2 - M) + M_2(L_1 - M)) + j\omega(M_1R_2 + R_1M_2)}{R_1 + R_2 + j\omega(L_1 + L_2 - 2M)}$$

La partie réelle de cette expression est la suivante :

$$\frac{\omega^2((M_1R_2 + R_1M_2)(L_1 + L_2 - 2M) - (M_1(L_2 - M) + M_2(L_1 - M))(R_1 + R_2))}{(R_1 + R_2)^2 + \omega^2(L_1 + L_2 - 2M)^2}$$

Après simplification au niveau du numérateur, on obtient la forme du terme de couplage résistif :

$$\frac{\omega^2(M_1 - M_2)(R_2(L_1 - M) - R_1(L_2 - M))}{(R_1 + R_2)^2 + \omega^2(L_1 + L_2 - 2M)^2}$$

Nous remarquons qu'il existe des conditions pour lesquelles ce terme va s'annuler.

Conditions d'annulation du couplage résistif dans ce cas de figure : • $M_1 = M_2$

$$\bullet \frac{R_2}{R_1} = \frac{(L_2 - M)}{(L_1 - M)}$$

ANNEXE 3

Cette annexe reprend plus en détail le calcul de la capacité parasite à partir de la technique de la Méthode des Moments. Ce raisonnement est issu du livre [PAU87].

Supposons que nous voulions connaître la distribution de charge dans une région donnée, le potentiel en différents points étant connu. Celui-ci peut s'écrire de la même manière que dans le chapitre des rappels électrostatique :

$$V(x, y, z) = \frac{1}{4\pi\epsilon} \int_v \frac{\rho_v(x', y', z')}{R} dv$$

R est la distance entre un élément de volume de la distribution de charge et le point où le potentiel est connu. Nous pouvons décomposer la charge volumique en une somme de termes représentant des charges élémentaires de volume. Nous pouvons donc écrire ρ_v de la manière suivante :

$$\rho_v = \sum_{i=1}^n \alpha_i \cdot \rho_i$$

α_i correspondent à des constantes à déterminer et n correspond au nombre de charges élémentaires. Dans ce cas, le potentiel peut s'exprimer sous la forme d'une somme discrète :

$$V_j = V(x_j, y_j, z_j) = \sum_{i=1}^n K_{ij} \cdot \alpha_i \quad \text{avec} \quad K_{ij} = \frac{1}{4\pi\epsilon} \int_v \frac{\rho_i}{R_{ij}} dv \quad (1)$$

Cette équation peut s'écrire sous forme matricielle : $[V] = [K] \cdot [\alpha]$ où $[V]$ et $[\alpha]$ sont des vecteurs.

V_j est connu, cela correspond au potentiel au point (x_j, y_j, z_j) , chaque K_{ij} peut-être trouvé si ρ_i est supposé connu.

Dans l'application du calcul des capacités, le fait de discrétiser le volume (ou plutôt la surface) permet de prendre en compte les effets de bords. La formule empirique

$C = \frac{\epsilon \cdot S}{e}$ suppose que la charge totale est uniformément répartie.

Dans le cas de deux plaques, la détermination de la charge surfacique ρ_s nous pourrions déterminer la charge totale par :

$$Q = \int_s \rho_s \cdot ds$$

Si nous appliquons sur chaque plaque deux potentiels $+V$ et $-V$ égaux mais de signes opposés et si les deux plaques sont de même surface, la charge totale sur une plaque sera égale mais de signe opposé à la charge de l'autre plaque. Nous pourrions donc déterminer la capacité par :

$$C = \frac{Q}{2.V}$$

Le problème est donc de déterminer la distribution de charge sur les plaques.

Chaque plaque est divisée en n subdivisions de surf ΔS_i . La fonction de répartition des charges ρ_i est supposée constante et égale à 1 sur tous les éléments de surface. Les α_i sont donc des coefficients de distribution des charges et la charge totale Q s'écrit sous la forme suivante :

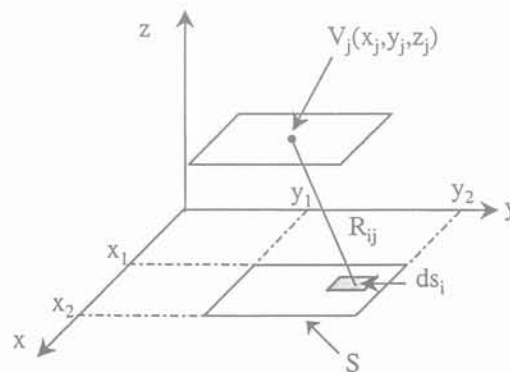
$$Q = \sum_{i=1}^n \alpha_i \cdot \Delta S_i \quad (46)$$

Si nous considérons l'expression (1), nous pouvons déterminer α sachant que V est connu et que le calcul de K est réalisable.

Le maillage sur une plaque étant surfacique et la fonction de répartition des charges ρ_i étant supposée constante et égale à 1, K_{ij} peut donc s'écrire :

$$K_{ij} = \frac{1}{4\pi\epsilon} \int_s \frac{1}{R_{ij}} \cdot ds$$

Comme nous l'avons écrit plus haut, R exprime la distance entre un élément de surface et le point où le potentiel est connu. Cela signifie que le potentiel sur un élément de surface est considéré comme ponctuel et se situe au centre de cet élément. La formule ci-dessus permet d'exprimer l'influence que possède le potentiel de l'élément de surface i sur l'élément de surface j . L'intégration sur la surface se fait donc de la manière suivante :



$$K_{ij} = \frac{1}{4\pi\epsilon} \cdot \int_{y=y_1}^{y_2} \int_{x=x_1}^{x_2} \frac{dx_j \cdot dy_j}{R_{ij}}$$

avec $R_{ij}^2 = (x_i - x_j)^2 + (y_i - y_j)^2 + (z_i - z_j)^2$

La matrice K obtenue est donc symétrique, par conséquent elle est inversible. Nous sommes en mesure de calculer les termes du vecteur $[\alpha]$ en effectuant l'opération suivante :

$$[\alpha] = [K]^{-1} \cdot [V]$$

α représente donc la densité de charge sur chaque élément de surface. Il a pour grandeur des C/m², donc si nous multiplions chaque α par la surface élémentaire lui correspondant et que nous faisons la somme de tous ces termes d'une plaque, nous obtenons donc la charge totale d'une plaque comme l'indiquait l'expression (2).

Pour déterminer la capacité résultante, il suffit d'appliquer la formule $C = \frac{Q}{2.V}$.

Il paraît évident que plus les plaques seront subdivisées finement et plus le résultat sera proche de la réalité.

ANNEXE 4

Cette annexe contient un exemple de programme Mathcad permettant le calcul des capacités parasites après la résolution PEEC dans le cas de deux plaques. Nous avons volontairement choisi un exemple simple comme illustration en annexe car le programme, plus complexe, permettant de calculer les capacités entre barres est nettement plus lourd (environ 20 pages).

Calcul de la capacité parasite entre deux plaques

Récupération de la matrice issu du solveur InCa

$\text{Im} := \text{LIREPRN}\left("z:\backslash \text{CalculCapaInCa}\backslash \text{capaorthsssub.prm}"\right)$

Paramètres de la géométrie :

$\text{lgrb} := 0.2$	distance ruban (mètre)	$\text{mlgrb} := 1$	(maillage)
$\text{longrb} := 0.2$		$\text{mlongrb} := 1$	
$\text{largmas} := 0.2$	distance plan de masse (mètre)	$\text{mlargmas} := 1$	(maillage)
$\text{longmas} := 0.2$		$\text{mlongmas} := 1$	

Constantes :

$\mu_0 := 4 \cdot \pi \cdot 10^{-7}$ $\epsilon_{\text{eff}} := 1$ $z := 1$

$\epsilon_0 := \frac{1}{36 \cdot \pi \cdot 10^9}$

Calcul de données utiles :

Nombre de subdivision dans la plaque 1: $\text{nbsubrb} := \text{mlgrb} \cdot \text{mlongrb}$

Nombre de subdivision dans la plaque 2: $\text{nsubmas} := \text{mlargmas} \cdot \text{mlongmas}$

Nombre de subdivision totale dans la géométrie: $\text{nsub} := \text{nbsubrb} + \text{nsubmas}$

Taille suivant la longueur d'une subdivision dans la plaque 1: $\text{lngsubrb} := \frac{\text{longrb}}{\text{mlongrb}}$

Taille suivant la largeur d'une subdivision dans la plaque 1: $\text{lrgsubrb} := \frac{\text{lgrb}}{\text{mlgrb}}$

Taille suivant la longueur d'une subdivision dans la plaque 2: $\text{lngsubmas} := \frac{\text{longmas}}{\text{mlongmas}}$

Taille suivant la largeur d'une subdivision dans la plaque 2: $\text{lrgsubmas} := \frac{\text{largmas}}{\text{mlargmas}}$

Création du vecteur de normalisation :

vecteur := $\left\{ \begin{array}{l} \text{for } i \in 0.. \text{nbsubrb} - 1 \\ \quad \text{vect}_i \leftarrow \text{lngsubrb} \\ \text{for } j \in \text{nbsubrb} .. \text{nsub} - 1 \\ \quad \text{vect}_j \leftarrow \text{lngsubmas} \end{array} \right.$

vect

Normalisation (passage au coefficients de potentiel):

$$g := \left(\begin{array}{l} \text{for } k \in 0..n_{\text{sub}} - 1 \\ \quad \text{for } \text{litre} \in 0..n_{\text{sub}} - 1 \\ \quad \quad \text{mat}_{k, \text{litre}} \leftarrow \frac{\text{Im}_{k, \text{litre}}}{\text{vecteur}_k \cdot \text{vecteur}_{\text{litre}}} \\ \text{mat} \end{array} \right)$$

$$pp := \frac{1}{\epsilon_{\text{eff}} \cdot \epsilon_0 \cdot \mu_0} \cdot g$$

**Inversion de la matrice des coefficients de potentiel
(passage aux coefficients d'influence):**

$$c := pp^{-1}$$

CONSTRUCTION DE LA MATRICE C :**Calcul de la capacité parasite C12:**

$$\text{cap} := \left(\begin{array}{l} \text{tampon} \leftarrow 0 \\ \text{for } i \in 0..n_{\text{subrb}} - 1 \\ \quad \text{for } j \in n_{\text{subrb}} .. n_{\text{sub}} - 1 \\ \quad \quad \text{tampon} \leftarrow c_{i,j} + \text{tampon} \end{array} \right)$$

$$\text{cap} = -4.274 \times 10^{-12}$$

$$C12 := -\text{cap}$$

$$C12 = 4.274 \times 10^{-12}$$

Calcul de la capacité C11 :

$$C11 := \left(\begin{array}{l} \text{tampon} \leftarrow 0 \\ \text{for } i \in 0..n_{\text{subrb}} - 1 \\ \quad \text{for } j \in 0..n_{\text{sub}} - 1 \\ \quad \quad \text{tampon} \leftarrow c_{i,j} + \text{tampon} \end{array} \right)$$

$$C11 = 5.147 \times 10^{-12}$$

Calcul de la capacité C22:

$$C22 := \left(\begin{array}{l} \text{tampon} \leftarrow 0 \\ \text{for } i \in 0..n_{\text{sub}} - 1 \\ \quad \text{for } j \in n_{\text{subrb}} .. n_{\text{sub}} - 1 \\ \quad \quad \text{tampon} \leftarrow c_{i,j} + \text{tampon} \end{array} \right)$$

$$C22 = 5.147 \times 10^{-12}$$

Valeur finale de la capacité :

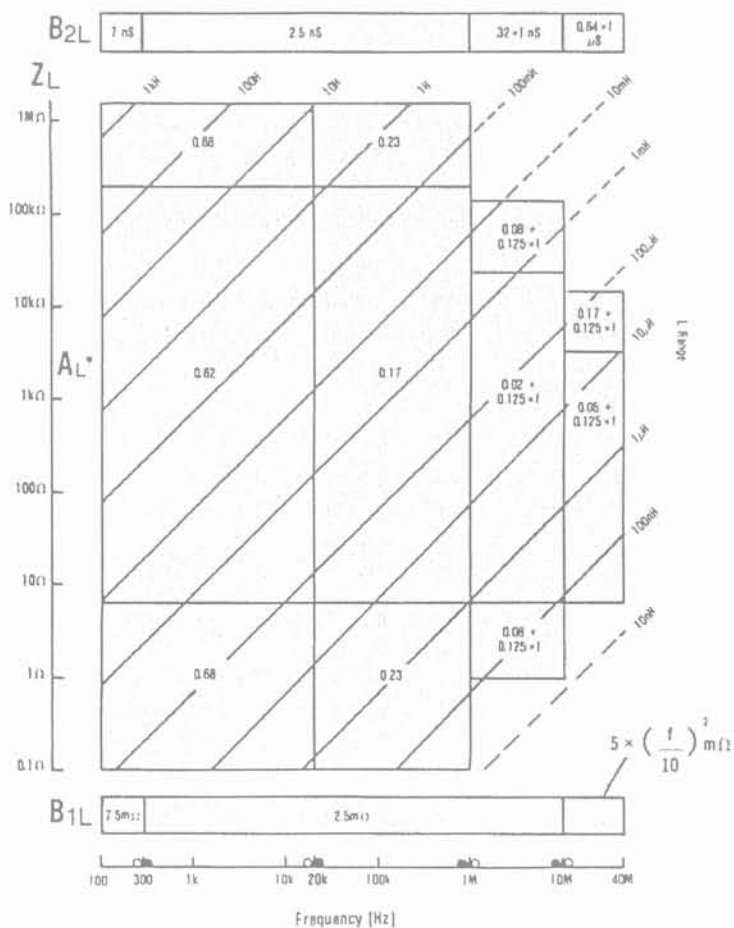
$$C := C12 + \frac{C11 \cdot C22}{C11 + C22}$$

$$C = 6.847 \times 10^{-12}$$

ANNEXE 5

Cette annexe présente les abaques délivrés par le constructeur du pont d'impédance HP4194 sur les précisions que nous pouvons obtenir sur les mesures d'inductance et de capacité :

A_L, B_{1L}, B_{2L}, Z_L : — Graph 2 —

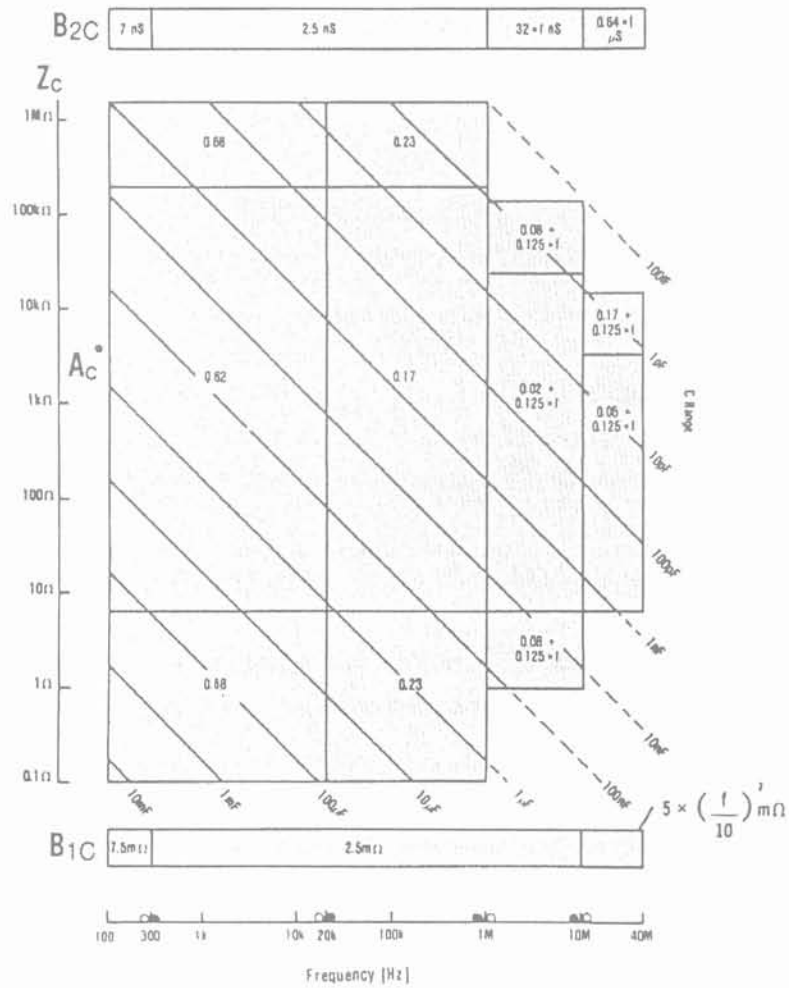


f: frequency [MHz]

La précision sur l'inductance est calculée d'après la formule suivante :

$$L_p = A_L + \left(\frac{B_{1L}}{Z_L} + B_{2L} \cdot Z_L\right) \cdot 100[\%] \text{ avec } Z_L = 2\pi \cdot f \cdot L_m \text{ et } L_m \text{ l'inductance mesurée.}$$

A_c, B_{1C}, B_{2C}, Z_c : — Graph 3 —



De la même manière, nous pouvons calculer la précision sur la capacité d'après la formule suivante:

$$C_p = A_c + \left(\frac{B_{1C}}{Z_c} + B_{2C} \cdot Z_c \right) \cdot 100[\%]$$

Adaptation de la méthode PEEC à la représentation électrique des structures de l'électronique de puissance.

Résumé :

Les outils informatiques deviennent incontournables pour les concepteurs de circuits en électronique de puissance. Les étapes de tests sur prototypes n'échappent pas à cette règle.

Le travail présenté dans ce manuscrit s'inscrit dans cet axe de « prototypage informatique ». Il met en avant l'étude de l'environnement électromagnétique des composants de puissance. Plus précisément, les imperfections dues au câblage seront étudiées.

Dans un premier temps, les inductances parasites sont étudiées pour des structures particulières de câblage : la technologie busbar. Cette étude s'inscrit dans une volonté d'intégrer le câblage comme un composant à part entière dans les logiciels. Une méthode permettant de s'affranchir des déséquilibres en courant dans les composants mis en parallèles est également présentée.

Dans une deuxième partie, l'aspect capacitif est pris en compte. Le but de cette étude est de trouver une méthode rapide et efficace de déterminer les capacités parasites de systèmes complexes. Une comparaison de plusieurs logiciels est donc effectuée. La méthode retenue est une adaptation de la méthode PEEC. Celle-ci est validée par des mesures.

Mots clés:

Electronique de puissance – Compatibilité électromagnétique – Méthode PEEC – Inductance parasite – Répartition du courant – Busbar – Capacité parasite – Modélisation.

Adaptation of the PEEC method for electrical representation of power electronic structures.

Summary :

There will be no getting away from specific CAD tool for circuit designers in power electronic. Prototype test stages have the same need.

This work deals with this computing prototype aspect. The electromagnetic environment of power component is studied, and more precisely problems coming from cabling structures.

As a first step, parasitic inductance are studied for specific cabling structures: the busbar technology. This study is carried out to insert cabling electrical model in circuit software. A method to balance current in paralleled component is also presented.

In a second part, the parasitic capacitance aspect is taken into account. The aim of this study is to find an efficient method to determinate parasitic capacitance of complex system. Different software are so tested. The method that we will use is based on PEEC method. This method is validated with some measurements.

Key words:

Power electronic – Electromagnetic compatibility– PEEC Method – Parasitic Inductance – Current sharing – Busbar – Parasitic Capacitance – Modeling.

Spécialité: Génie Electrique

Laboratoire d'Electrotechnique de Grenoble
BP 46 – 38402 Saint Martin d'Heres