Etude numérique des effets de température dans les jets simples et coaxiaux

Guillaume Daviller

THÈSE

Pour l'obtention du grade de

DOCTEUR DE L'ÉCOLE NATIONALE SUPÉRIEURE DE MÉCANIQUE ET d'AÉROTECHNIQUE

(Diplôme National - Arrêté du 7 août 2006)

École Doctorale : Sciences et Ingénierie en Matériaux, Mécanique, Énergétique et Aéronautique

Spécialité : MÉCANIQUE DES MILIEUX FLUIDES

Présentée par

Guillaume Daviller

Étude Numérique des Effets de Température dans les Jets Simples et Coaxiaux

Directeur de thèse : **M. Pierre Comte**

Co-direction : **M. Peter Jordan**

Soutenue le 15 Décembre 2010
Devant la Commission d'Examen

JURY

M. Patrick BONTOUX	Directeur de Recherches CNRS, M2P2, Marseille	Président
M. Jörn SESTERHENN	Professeur, T.U. Berlin	Rapporteur
M. Christophe BOGEY	Chargé de Recherche CNRS HDR, LMFA, Lyon	Rapporteur
M. Luc VERVISCH	Professeur, INSA Rouen / IUF, CORIA	Examinateur
M. Wolfang SCHRÖDER	Professeur, AIA, RWTH Aachen	Examinateur
Mme Véronique FORTUNÉ	Maître de Conférence ESIP, Institut Pprime	Examinateur
M. Pierre Comte	Professeur ENSMA, Institut Pprime	Examinateur
M. Peter Jordan	Chargé de Recherche CNRS, Institut Pprime	Examinateur

Remerciements

Ce travail de thèse a été réalisé à l'institut Pprime de Poitiers, au sein de la branche Fluide du département "Fluide, Thermique et Combustion", sous la direction conjointe de Pierre Comte, Professeur à l'ENSMA, et Peter Jordan, Chargé de Recherche CNRS.

Je tiens en premier lieu à exprimer ma profonde gratitude à Pierre Comte et à Peter Jordan d'une part, pour avoir accepté d'encadrer ce travail, et d'autre part, pour leur disponibilité, leur enthousiasme, ainsi que pour le savoir qu'ils ont su me communiquer.

Je remercie également Guillaume Lehnasch, Maitre de Conférence à l'ENSMA, pour son intérêt pour cette étude, son aide et ses apports.

Je voudrais remercier Christophe Bogey et Jörn Sesterhenn qui ont accepté d'être les rapporteurs de ma thèse, ainsi que les autres membres du jury qui ont accepté de prendre sur leur temps pour juger ce travail.

Je remercie également tous les membres du Centre d'études Aérodynamiques et Thermiques (CEAT), pour leur soutien et leur bonne humeur. En particulier Alexandre Morel pour ses conseils avisés en informatique.

Je tiens à remercier tout les post-doctorants, doctorants et stagiaires que j'ai eu la chance de rencontrer : Franck, Cyril(les deux), Sébastien, Antoine, Gaëtan, Vincent, André, Rémy, Maxime, Thomas, Gille, Nicolas, Afaque, Farrukh, et tous ceux que j'oublie ...

J'aimerais remercier plus particulièrement mes amis musiciens de Poitiers pour les moments de détente salutaire qu'ils ont pu m'apporter : Emeric, Arnaud, Jérôme, et tous les autres ...

Je remercie mes amis et ma famille, en particulier mes parents, pour m'avoir soutenu dans les moments de doute.

Enfin, les derniers mots seront pour Sophie, pour sa tendresse et son soutien dans les moments difficiles, que je remercie du fond du coeur.

Table des matières

Introduction Générale

"Turbulence is the last great unsolved problem of classical physics." Richard Feynman, 1963.

Contexte de l'étude

Ce mémoire présente une étude numérique des effets de températures dans les jets simples et coaxiaux turbulents compressibles par simulation des grandes échelles. En effet, ce type d'écoulement cisaillé libre constitue un cas d'étude académique du plus grand intérêt fondamental et appliqué. Par exemple, motivé par un fort besoin industriel, la compréhension de la conversion de l'énergie issue des mouvements turbulents en ondes acoustiques est un des enjeux majeurs de l'aéroacoustique depuis 1950. Néanmoins, du fait de la compléxité des structures turbulentes présentes dans ces écoulements, un besoin essentiel de recherche est nécessaire pour concevoir des moteurs d'avions moins bruyants. En effet, la connaissance des processus physiques à l'origine du bruit aérodynamique permet d'envisager la mise au point de systèmes de contrôle efficaces pour réduire les problèmes de pollution sonore associés à l'intensification du trafic aérien.

Ces dix dernières années, d'importants progrès ont été réalisés dans le développement d'outils de simulations numériques pour étudier les problèmes de génération de bruit d'origine aérodynamique. Cela a permis de hisser la mécanique des fluides numérique au premier rang des méthodes de recherche sur le sujet. En effet, de nombreuses bases de données numériques ont servi de point de départ pour motiver des expériences. Ainsi, alors que les calculs détaillés par Simulation Numérique Directe (SND) sont limités jusqu'à présent à de faibles nombres de Reynolds et des géométries académiques, la Simulation des Grandes Échelles (SGE) est devenue un outil incontournable pour les applications industrielles. Le lien entre l'acoustique classique et la simulation numérique en mécanique des fluides est alors réalisé par les simulations aéroacoustiques (CAA). Ce domaine de recherche est multidisciplinaire, et regroupe les mathématiques, la mécanique des fluides, et l'acoustique.

Historiquement, le point de départ de l'étude de la génération de bruit par un écoulement turbulent commença avec le bruit des jets subsoniques. Depuis les années 70, de nombreux dispositifs visant à réduire le bruit ont ainsi été élaborés. Une des avancées majeures vers cet objectif fut l'ajout d'un jet annulaire de vitesse plus faible autour du jet central, ce qui permis une nette réduction du bruit rayonné. Néanmoins, actuellement les processus physiques associés à des mécanismes de production acoustique reste méconnue, notamment en ce qui concerne les effets de température. En effet, de nombreuses expériences ont mis en évidence que le niveau de pression sonore d'un jet, mesuré en champ lointain, augmente avec la température pour de faibles rapports de vitesse alors qu'au contraire il diminue pour des vitesses élevées. Pour mieux comprendre quels mécanismes physiques entrent en jeu sur les sources turbulentes responsables du bruit rayonné, une étude détaillée du comportement aérodynamique des jets chauffés est nécessaire. L'objectif d'une telle investigation est de mieux cerner l'impact d'un fort gradient de densité sur le comportement de l'écoulement moyen et le mélange turbulent dans la région de développement initial d'un jet.

Ce travail commencera donc par la réalisation de simulations des grandes échelles de jet simples, puis coaxiaux. L'objectif principal est de mieux caractériser la dynamique tourbillonnaire de ces écoulements, en utilisant tous les moyens modernes de calcul mis à notre dispositions. En effet, les derniers développements dans le domaine informatique permettent des calculs hautes performances "petascale". Il est désormais techniquement possible d'étudier numériquement des configurations d'écoulements avec un degré de réalisme élevé, malgré la non-linéarité, la non-localité et l'instationnarité des équations de Navier-Stokes, qui demande d'énormes ressources informatiques. Ainsi, grâce à une résolution très élevée, une étude détaillé du champs proche des jets simples et coaxiaux est présentée.

Objectifs

- Développement et validation d'un code de calcul adapté aux simulations d'écoulements compressibles :
  Ce travail a permis de mettre en œuvre un code multi-plateforme, massivement parallèle (MPI), permettant de résoudre les équations de Navier-Stokes compressibles aussi bien par une approche Simulation Numérique Directe que par une approche Simulations aux Grandes Échelles. Il permet de s'adapter à de nombreuses géométries académiques (canal, couche de mélange, sillage, jet plan, jet simple et coaxiaux) et son algorithme autorise à la fois le calcul des fluctuations acoustique rayonnées en champ lointain et le calcul du champ aérodynamique de manière précise. On démontre ces possibilités sur des simulations de jets simples subsoniques à haut

nombre de Mach, ainsi que sur des jets coaxiaux subsoniques à basse vitesse. Notamment, la réponse du modèle sous-maille sur une large gamme de nombres de Reynolds sera caractérisée.

- Mise en évidence de la sensibilité des conditions aux limites en fonction du nombre de Reynolds et du forçage utilisé :
  L'implémentation de conditions aux limites tridimensionnelles basées sur une formulation aux caractéristiques a été réalisée avec succès. Nous apportons une extension de l'étude réalisée par son auteur. En effet, ces conditions aux limites sont utilisées pour la première fois dans des simulations de jets incluant le calcul direct du bruit en considérant des nombres de Mach et de Reynolds élevés. On met en évidence dans ce travail leurs qualités, ainsi que leurs limites.

- Étude des effets de température sur la turbulence et l'acoustique de jets simples :
  À l'aide d'une étude poussée de la turbulence de jets simples compressibles chaud et froid, validés pour l'acoustique rayonnée, nous réalisons une étude comparative détaillée de la turbulence en champ proche. On met en évidence que la réponse du milieu ambiant aux fluctuations turbulentes dans le cas d'un jet chaud est moins prononcée que pour un jet isotherme. Afin de mieux cerner l'impact d'un fort gradient densité sur les mécanismes source, nous caractérisons le comportement structurel et fréquentiel des termes source du tenseur de Lighthill à l'aide d'une décomposition azimutale en série de Fourier.

- Étude des effets de température sur la turbulence et l'acoustique de jets coaxiaux :
  Une étude des effets de température sur la turbulence et l'acoustique rayonné par des jets coaxiaux est réalisée. On met en évidence les effets produits par la présence d'un fort gradient de température sur les appariements tourbillonaires. Les caractéristiques acoustiques des jets coaxiaux siumlés en champ lointain sont évalués. On met en évidence que des effets non-linéaires semblent être amplifiés lorsque le jet central est chaud.

- Comportement spectral de la turbulence dans les jets simples et coaxiaux :
  On met en évidence la présence d'une zone inertielle conductive sur pratiquement deux décades sur les spectres de température, caractérisée par une loi de puissance en k^{-1}. Cette décroissance spectrale est associée à une loi de puissance en $k^{-5/3}$ sur les spectres de vitesse, qui caractérise une zone inertielle, ainsi qu'une loi de puissance en $k^{-7/3}$ sur les spectres de pression, qui caractérise une contribution turbulence-turbulence au regard du bruit rayonné en champ lointain. On montre ainsi que, dans les configurations d'écoulements considérées, la température se comporte comme un scalaire passif de nature intermittente.

- Évalution d'une méthode d'identification de mécanismes source :
  En se basant sur une définition théorique de l'énergie acoustique exacte afin d'identifier des mécanismes sources dans les écoulements turbulents, nous évaluons une méthode permettant de séparer les parties hydrodynamique et propagative de l'écoulement. L'approche, basée sur une décomposition de Helmholtz de la quantité de mouvement et de la vitesse, permet d'envisager la distinction entre le mouvement rotationnel (associé à la turbulence) et le mouvement irrotationnel (associé au champ entropique ou acoustique) au sein d'un écoulement turbulent. À partir d'un modèle analytique, calculé par DNS à partir du code "NIGLO", dans lesquels le niveau de complexité a été prudemment controllé, la faisabilité de cette méthode a été évaluée en vue de l'appliquer à des écoulements complexes pleinements turbulents.

- Contributions au développement de modèles simplifiés pour la prévision du bruit rayonné :
  Les bases de données établies au cours de ce travail de thèse, notamment dans le cas des jets simples, ont servi de point de départ pour la mise au point d'un modèle qui permet une description qualitative correcte du bruit rayonné en champ lointain pour de faibles angles. Ainsi à l'aide d'une analyse en mode Fourier, l'existence d'un mécanisme faiblement non-linéaire responsable d'évènements bruyants intermittents en champ lointain est mis en évidence.

Organisation du mémoire

Le premier chapitre de ce mémoire introduit les résultats importants concernant la physique et l'acoustique des jets libres et coaxiaux, résultats nécessaires quant à l'analyse des simulations réalisées. Dans la seconde partie nous présenterons en détail l'approche numérique utilisée dans cette étude. Notamment, l'approche aux grandes échelles choisie pour nos simulations, ainsi que le modèle sous-maille et les conditions aux limites implémentées. Nous définirons également les outils d'analyse et de post-traitement utilisés tout au long de cette étude.
Le chapitre 3 est consacré à la validation du schéma numérique utilisé, et des conditions aux limites. Notamment, dans la première partie, une attention particulière sera portée sur les erreurs numériques pouvant être engendrées par la dicrétisation spatiale et temporelle. Puis nous nous intéresserons aux reflexions parasites pouvant être produites par les conditions aux limites aux frontières du domaine.
Le chapitre 4 débute par une étude de la capacité de notre code à réaliser des simulations de jet, dans des configurations d'écoulements largement étudiés dans la littérature. Nos résultats numériques seront confrontés dès que cela est possible aux résultats expérimentaux et également numériques, notamment avec des codes conçus pour le calcul direct de bruit. L'objectif est ici de mettre en évidence

les performances et les défauts de l'approche utilisée.
Nous pourrons alors aborder une étude des effets de température sur la dynamique et l'acoustique des jets simples dans le chapitre 5. Nos résultats sont validés sur les mesures expérimentales disponibles dans la littérature. Une étude fine de la turbulence et du bruit rayonné est alors réalisée. Nous mettrons en évidence l'impact d'un fort gradient de température sur le mélange, et donc sur l'évolution des structures cohérentes primaire et secondaire. Notamment le comportement des différents termes source du tenseur de Lighthill en champ proche est mis en évidence.
Le sixième chapitre est alors consacré à des simulations de jets coaxiaux. En considérant un cas où le jet central est fortement chauffé et un cas où il est isotherme, on met en évidence l'influence de la température sur la dynamique de ces écoulements complexes. Puis dans un second temps, nous caractérisons les effets engendrés sur l'acoustique rayonnée en champ lointain.
Enfin, le dernier chapitre présente les différentes contributions à l'étude des mécanismes source réalisées au cours de cette thèse. Notamment, on présente une méthode originale de décomposition d'un écoulement en une partie solénoïdale et irrotationnelle, qui pourrait être envisagé pour étudier les mécanismes physique responsables du bruit rayonné dans les écoulements turbulents.
L'ensemble des résultats est finalement synthétisé, et ce travail s'achève par l'évocation des perpectives de recherche que les différents sujets abordés ont soulevées.

Table des figures

Liste des tableaux

Nomenclature

Abréviations :

FS   Fonction Structure

FSF   Fonction Structure Filtrée

FSS   Fonction Structure Sélective

OASPL Overall Sound Pressure Level

RANS Reynolds Average Navier-Stokes

rms   Root Mean Square

SGE   Simulation des Grandes Échelles

SND   Simulation Numérique Directe

SPL   Sound Pressure Level

Visualisation instantanée :

λ_2 critère λ_2

$\vec{\omega_a}$ vorticité absolue

$\vec{\omega}$ vorticité

Q critère Q

Grandes échelles de la turbulence :

Λ_{ff} échelle temporelle

L_{ff} échelle spatiale

R_{ff} corrélations en deux points

Décomposition hydrodynamique et acoustique :

λ_j enveloppe d'un paquet d'onde

$\overline{B}_i$ partie solénoïdale moyenne

$\overline{E_{S_i}}$ gain d'énergie associé à la force volumique

$\overline{H'\frac{\partial\psi'}{\partial x_j}}$ variable acoustique

$\overline{H'\psi'}$ intensité moyenne acoustique

$\overline{H'B'_j}$ variable turbulente

$\overline{H'B'}$ intensité moyenne hydrodynamique

$\partial\psi'/\partial x_i$ partie fluctuante irrotationnelle

ϕ, ψ fonctions potentielle

Φ_a solution au potentiel retardé

ψ' scalaire potentiel

ψ'_A scalaire potentiel acoustique

ψ'_T scalaire potentiel entropique

$\vec{f_{e_i}}$ force extérieure

B'_i partie solénoïdale fluctuante

E_{S_i} énergie associée à une source volumique

H enthalpie totale

h enthalpie interne

H' enthalpie totale fluctuante

H'_A composante irrotationelle de l'enthalpie totale fluctuante

H'_B composante solénoïdale de l'enthalpie totale fluctuante

J flux moyen d'énergie totale de quantité de mouvement fluctuante

k_j nombre d'onde d'un paquet d'onde

M_j nombre de Mach vectoriel

q_J intensité moyenne de la source

S entropie

S_i source volumique

W_{JV} puissance totale de quantité de mouvement fluctuante

Indices - exposants :

δ_{ij} symbole de Kronecker

Quantités caractéristiques d'un jet :

δ_ω épaisseur de vorticité

δ_θ épaisseur de quantité de mouvement

A taux délargissement

B taux de décroissance

C taux d'entraînement

M_o quantité de mouvement initiale

$r_{1/2}$ épaisseur de couche de cisaillement

Simulations des grandes échelles :

$.''$ composante sous-maille de Favre

$\bar{.}$ filtrage

$\mathcal{R}_e$ terme sous-maille négligeables de l'équation de l'énergie

$\mathcal{R}_i$ terme sous-maille négligeables de l'équation de quantité de mouvement

$\mathcal{T}_{ij}$ composante du tenseur sous-maille

$\mathcal{T}_{ij}^d$ composante de la partie déviatrice du tenseur sous-maille

$\mathcal{T}_{ll}$ composante de la partie isotrope du tenseur sous-maille

$\mu_\mathcal{T}$ viscosité dynamique sous-maille

ν_{sgs} viscosité cinématique sous-maille

$\tilde{.}$ filtrage de Favre

ϖ macro-pression

ϑ macro-température

C_{ij} composante du tenseur des tensions croisées

L_{ij} composante du tenseur de Leonard

M_{sgs} nombre de Mach sous-maille

Pr_{sgs} nombre de Prandtl sous-maille

R_{ij} composante du tenseur de Reynolds sous-maille

Nombres adimensionnés :

M nombre de Mach

M_a nombre de Mach acoustique

M_c nombre de Mach convectif

Pr nombre de Prandtl

Re nombre de Reynolds

St nombre de Strouhal

Opérateur de moyenne - statistiques :

$.'$ fluctuation turbulente

$\langle . \rangle$ moyenne statistique

$[.]$ moyenne de Favre

Coordonnées spatio-temporelle et spectrales :

t temps

x_i coordonnées spatiales

Variables et coefficients de l'écoulement :

γ rapport des chaleur spécifique

λ	coefficient de conductivité thermique
$\mathcal{A}$	nombre d'Avogadro
$\mathcal{M}$	masse molaire
$\mathcal{R}$	constante universelle des gaz parfaits
μ	viscosité dynamique
ν	viscosité cinématique
Ω_{ij}	partie antisymétrique du tenseur gradient de vitesse
ρ	masse volumique
σ_{ij}	composante du tenseur des contraintes visqueuses
τ_{ij}	composante du tenseur des taux de déformation
c_j	vitesse du son du jet
C_p	chaleur calorifique à pression constante
C_v	chaleur calorifique à volume constant
c_∞	vitesse du son du milieu ambiant
D_j	diamètre du jet
e	énergie interne
e_t	énergie totale
k_B	constante de Boltzmann
p	pression
q_j	composante du vecteur flux de chaleur
R	constante spécifique des gaz parfaits
S_{ij}	partie symétrique du tenseur gradient de vitesse
T	température
T_∞	température du milieu ambiant
T_j	température du jet

$U = |\rho \rho u \rho v \rho w \rho E|^T$ vecteur des variables conservatives

U_c vitesse de convection

u_i composantes du vecteur vitesse

U_j vitesse du jet

U_∞ vitesse du milieu ambiant

$V = |\rho u v w p|^T$ vecteur des variables primitives

x_c longueur de cône potentiel

x_o origine fictive du jet

Chapitre I

État de l'art

La complexité de la turbulence des jets, simples ou coaxiaux, et du rayonnement acoustique induit, ainsi que l'étendue de leurs domaines d'application, ont motivé de nombreuses études, expérimentales, puis numériques. Cette première partie présente une synthèse des principaux résultats aérodynamique et acoustique, obtenus sur le sujet, notamment sur les effets de températures.

I.1 Aérodynamique et Turbulence des jets simples et coaxiaux

I.1.1 Aérodynamique des jets libres

Les jets libres axisymétriques sont des écoulements cisaillés libres, qui à l'instar des couches de mélange ou des sillages, sont l'un des rares écoulements turbulents à admettre une solution moyenne basée sur une hypothèse d'autosimilarité, dont le nombre de Reynolds $Re_j = U_j D_j / \nu_j$ est indépendant de la distance sur l'axe. Les jets libres ont fait l'objet de nombreux travaux expérimentaux [1–3] et numériques [4–6, 6, 7], notamment en aéroacoustique où la plupart de ces travaux se sont intéressés à la prédiction du rayonnement acoustique produit par la turbulence du jet [8, 9].
Par définition, un jet est un écoulement de fluide en sortie de tuyère, dont on peut voir une visualisation instantanée sur la figure I.3 (a). Ce type d'écoulement est défini par une couche cisaillée au centre, où l'écoulement est rotationnel, et une région irrotationnelle en moyenne composée du fluide qui l'entoure. Cet écoulement est statistiquement stationnaire et axisymétrique, et peut-être décrit entièrement par sa vitesse U_j, son diamètre $D_j = 2r_o$, et sa viscosité ν_j. L'écoulement moyen d'un jet, représenté sur la figure I.1, peut-être divisé en trois parties distinctes. On distingue tout d'abord une zone de mélange en sortie de buse, définie par la taille du cône potentiel. Cette région est laminaire si le nombre de Reynolds associé est inférieur à $Re_j < 10^5$ (turbulent si $Re_j > 5 \times 10^5$), d'après les travaux de Zaman [10]. Cette région est caractérisée par une vitesse moyenne longitudinale constante sur l'axe, identique à la vitesse d'éjection du fluide hors de la tuyère $\langle U \rangle = U_j$. Cette zone se termine

par le fusionnement de la couche de mélange issue du développement de la couche limite à l'intérieur de la buse. Puis vient une zone de transition vers la turbulence, et finalement la zone de turbulence pleinement développée.

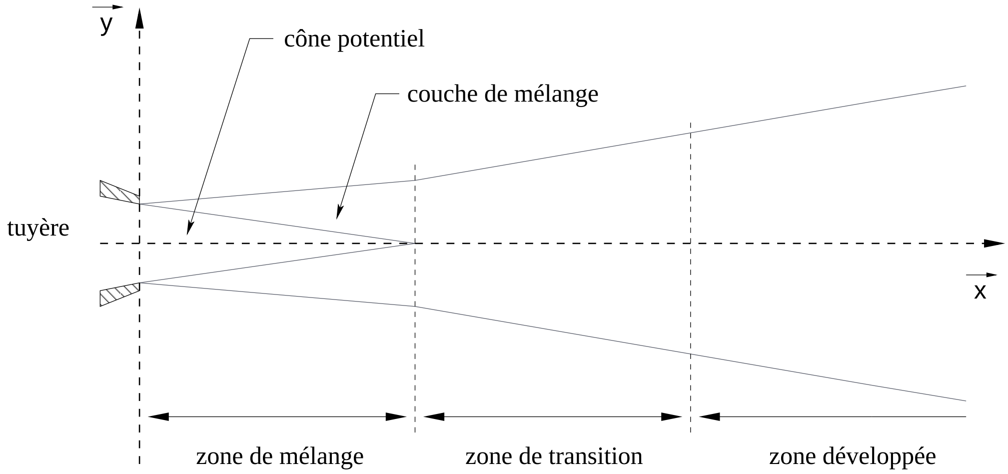


Figure I.1 – Structure d'un jet subsonique

La longueur de cône potentiel d'un jet simple est liée à l'épanouissement de la couche de mélange annulaire l'entourant. Ainsi, elle est définie par la zone où se referme la couche de mélange, en général caractérisée par une vitesse moyenne sur l'axe $U_c = 0.99U_j$. Il a été observé que l'augmentation du nombre de Mach du jet $M_j = U_j/c_j$ entraînait un allongement de la taille du cône potentiel, et Lau et *al.* [11–13] ont ainsi proposé une loi permettant de prédire cette grandeur, basée sur une gamme de température $T_j/T_\infty \in [1 : 2.32]$ et de nombre de Mach $M_j \in [0.28 : 1.67]$, telle que :

$$\frac{x_c}{D_j} = 4.2 + 1.1M_j^2 + \Delta\left(\frac{T_j}{T_\infty}\right) \tag{I.1}$$

Avec,

$$\Delta\left(\frac{T_j}{T_\infty}\right) = \begin{cases} 1.1\left(1 - \frac{T_j}{T_\infty}\right) & \text{si} \quad \frac{T_j}{T_\infty} <= 1, \\ e^{\left[-3.2\left(\frac{T_j}{T_\infty}-1\right)\right]} & \text{si} \quad \frac{T_j}{T_\infty} > 1 \end{cases} \tag{I.2}$$

I.1.1.1 Quantités caractéristiques de la région d'autosimilarité

Moore [14] a montré en 1977 qu'un profil de vitesse en tangente hyperbolique, tel qu'il est est décrit par l'équation I.3, pouvait servir de modèle quand à la description d'un jet circulaire dans la région du cône potentiel du jet I.1 pour un nombre de Mach $M_j \in [0.1:0.9]$, que nous avons illustré sur la figure I.2.

$$u(r) = \frac{1}{2}\left(U_j + U_\infty\right) - \frac{1}{2}\left(U_j - U_\infty\right) tanh\left[\frac{r_o}{4\delta_\theta}\left(\frac{r}{r_o} - \frac{r_o}{r}\right)\right] \tag{I.3}$$

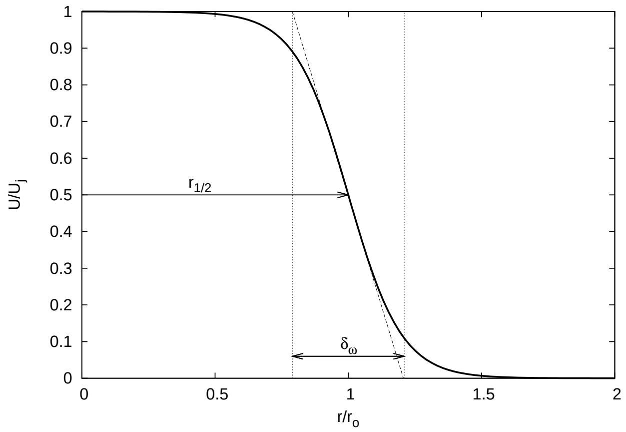


Figure I.2 – Profil de vitesse d'un jet modélisé : définition de l'épaisseur de vorticité δ_ω et de couche de cisaillement $r_{1/2}$

Le développement moyen d'un jet (plan, rond ou coaxial) peut-être caractérisé par un certain nombre de quantités qui permettent de décrire précisément cet écoulement, dont certaines, issues de l'expérience sont résumées dans le tableau I.1.

Conservation de la quantité de mouvement M_o :

A partir de l'équation de quantité de mouvement, Hussein et *al.* [2] ont confirmé expérimentalement que le flux de quantité de mouvement se conserve dans une section du jet suivant $\vec{x}$, par l'expression au second ordre :

$$M_o = \int_0^\infty \left[\langle U\rangle^2 + \langle u^2\rangle - \frac{1}{2}\left(\langle v^2\rangle + \langle w^2\rangle\right)\right] rdr \tag{I.4}$$

Épaisseur de couche de cisaillement $r_{1/2}$:

L'épaisseur de couche de cisaillement $r_{1/2}$, correspondant à la demi-largeur du jet tel que la vitesse longitudinale moyenne vaut la moitié de la vitesse sur l'axe du jet, comme schématisé sur la figure

I.2 :

$$\langle U\rangle(x, r = r_{1/2}) = 0.5(\langle U_c\rangle(x, r = 0) - U_\infty) \tag{I.5}$$

Cette épaisseur, conséquence de I.4, croit linéairement dans la région d'auto-similarité selon la formule :

$$r_{1/2} = A(x - x_o) \tag{I.6}$$

Elle décrit la croissance de la couche de cisaillement d'un jet, et notamment son taux de croissance A. x_o représente l'origine fictive du jet.

Évolution axiale de la vitesse moyenne sur l'axe U_c/U_j :
Évolution axiale de la vitesse moyenne sur l'axe dans la région de turbulence pleinement développée suit une loi en $1/x$. Elle est donnée par :

$$\frac{U_c}{U_j} = B\frac{D}{x - x_o} \tag{I.7}$$

Évolution linéaire du débit $Q(x)$:
Le phénomène d'entraînement propre à la turbulence entraîne une croissance linéaire du débit massique suivant la direction de l'écoulement, en raison du caractère intermittent des structures cohérentes :

$$Q(x) = 2\pi\rho\int_0^\infty \langle U\rangle(x, r)rdr \tag{I.8}$$

On peut rapporter cette expression au débit nominal Q_o tel que :

$$\frac{Q}{Q_o} = C\frac{x - x_o}{D} \tag{I.9}$$

Ricoud et Spalding [15] ont montré que le taux d'entraînement d'un jet dans le cas "air-air" est $C \simeq 0.32$.

Le tableau I.1 résume les amplitudes de ces grandeurs déduites des champs de vitesse moyens, donnés par différentes études expérimentales et numériques. On peut voir que dans les régimes d'écoulement considérés (jets froids quasi-incompressibles subsoniques), les constantes A, et B définies plus haut semblent indépendantes des nombres de Mach $0.2 \leq M_j \leq 0.9$ et de Reynolds de l'écoulement. Le lecteur intéressé par une description précise des raisonnements ayant conduit à l'établissement de ces relations est invité à se reporter à Pope [18].

Épaisseur de quantité de mouvement δ_θ :
L'intégration de l'équation de quantité de mouvement permet de définir l'épaisseur de quantité de mouvement de la couche de cisaillement du jet δ_θ, telle que :

$$\delta_\theta = \int_0^\infty \left(\frac{\langle U\rangle(x,r) - U_\infty}{U_j - U_\infty}\right)\left(1 - \frac{\langle U\rangle(x,r) - U_\infty}{U_j - U_\infty}\right) dr \tag{I.10}$$

Épaisseur de vorticité δ_ω :
La transition vers la turbulence est induite par des instabilités provoquées par la convection de la vorticité contenue dans la couche de cisaillement du jet [19]. Les études de stabilité dans les couches de mélange et les jets font ainsi intervenir fréquemment l'épaisseur de vorticité.

$$\delta_\omega = \frac{U_j - U_\infty}{|\partial\langle u(r)\rangle/\partial r|_{max}} \tag{I.11}$$

Dans le cas d'un profil en tangente hyperbolique l'épaisseur de vorticité est liée à l'épaisseur de quantité de mouvement par la relation : $\delta_\omega = 4\delta_\theta$.

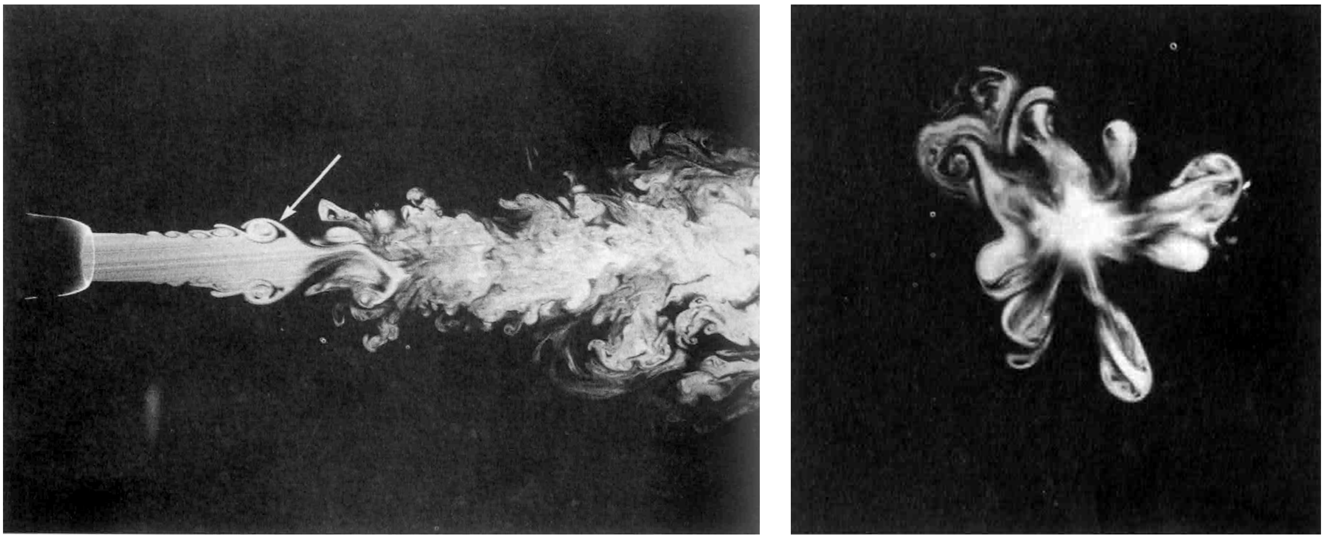
I.1.1.2 Structures cohérentes

En 1967, Mollo-Christensen [20] suggéra l'existence d'une structuration de la turbulence dans les jets. Depuis, de nombreuses questions fondamentales, notamment ces deux dernières décennies, alimentent la controverse quant au rôle des tourbillons, à grandes ou petites échelles, dans le ou les mécanismes responsables du bruit rayonné par les jets [21]. La découverte de ces structures cohérentes par des visualisations expérimentales, par exemple sur les couches de mélange [22] et les jets ronds [23], dans les années 70 et 80, mis fin à la conception d'un mouvement turbulent en état de chaos total. Depuis, de nombreuses définitions de ces structures cohérentes ont vu le jour, et notamment trois particulièrement subtiles :

M	Re_D	A	B	Références
0.15	8.6×10^4	0.086	5.4	Wygnanski et Fiedler [16]
0.08	1.1×10^4	0.096	6.1	Panchapakesan et Lumley [17]
0.16	9.5×10^4	0.094	5.8	Hussein et *al.* [2]
0.9	3.6×10^3	0.086	5.8	Freund [5] (SND)

Tableau I.1 – Paramètres des champs de vitesses moyens expérimentaux et numériques

– Lugt [24] : un tourbillon (structure cohérente) représente un mouvement rotationnel d'une multitude de particules fluides autour d'un centre commun.
– Hussain [25] : Une structure cohérente est une masse de fluide turbulente organisée à grandes échelles au regard de l'échelle de Kolmogorov, dont les fluctuations de vorticité, qui caractérisent la turbulence tridimensionnelle, évoluent en corrélation de phase sur l'intégralité de son étendue spatiale.
– Lesieur [26] : une structure cohérente est une région spatiale :
  1. où la concentration de vorticité est suffisante pour induire un enroulement local du fluide, ce qui est une conséquence du théorème de la circulation de Stokes,
  2. dont la structure conserve une forme caractéristique identifiable dont la durée de vie est longue devant son temps local de retournement,
  3. qui n'est pas prévisible.



a) Structures primaires b) Structures secondaires

Figure I.3 – Identification de structures cohérentes dans un jet rond à nombre de Reynolds Re_D = 5500. Visualisation par fluorescence induite par laser (LIF), d'après Liepmann & Gharib [27].

Structures primaires :

Les premières identifications de présence de structures organisées à grandes échelles dans les écoulements cisaillés libres de type jets furent réalisées sur des écoulements transitionnels, comme l'illustre la figure I.3 (a). On citera en particulier les travux de Bruun [28], Yule [29], Zaman et Hussain [30, 31], ainsi que Liepmann et Gharib [27]. On observe alors dans la zone de transition la croissance d'anneaux vortex par un mécanisme d'appariement (axisymétrique, hélicoïdal, ou alterné [25]), issue de l'instabilité primaire du jet. Cette instabilité de la couche de mélange, causée par les différences de vitesse de part et d'autre de la couche cisaillée, connue sous le nom d'instabilité de Kelvin-Helmholtz, est caractérisée par un nombre de Strouhal, basé sur l'épaisseur de quantité de mouvement initiale, compris entre $0.01 \leq St = f\delta_\theta / U_j \leq 0.023$, d'après Gutmark et Ho [32]. Elle conduit à la génération, la croissance, l'interaction, et finalement l'appariement et la dislocation des structures cohérentes primaires.

On peut souligner le fait que le comportement de cette première phase de développement d'un jet libre peut-être décrite de manière précise par la théorie des instabilités linéaires. Citons notamment les contributions de Batchelor et Gill [33], Michalke [34], et Cohen et Wygnansky [35]. Ainsi la réponse de l'équation de Rayleigh I.13 d'une perturbation de pression de type "mode normal" I.12 ; où α et m sont les nombres d'ondes axial et azimutal, respectivement, et β la fréquence de la perturbation ; permet d'envisager, ainsi que l'ont montré Michalke et Hermann [19], deux types d'évolutions des structures cohérentes, à partir de l'étude de la stabilité du profil de vitesse en tangente hyperbolique I.3. En effet, si pour une fréquence donnée la perturbation la plus amplifiée est telle que $m = 0$, l'écoulement d'un jet est alors déstabilisé en mode axisymétrique, qui caractérise l'allée tourbillonnaire axisymétrique que l'on observe sur la figure I.3 (a).

$$p'(x,r,\phi,t) = \tilde{p}(r) e^{\left[i(\alpha x + m\phi - \beta t)\right]} \tag{I.12}$$

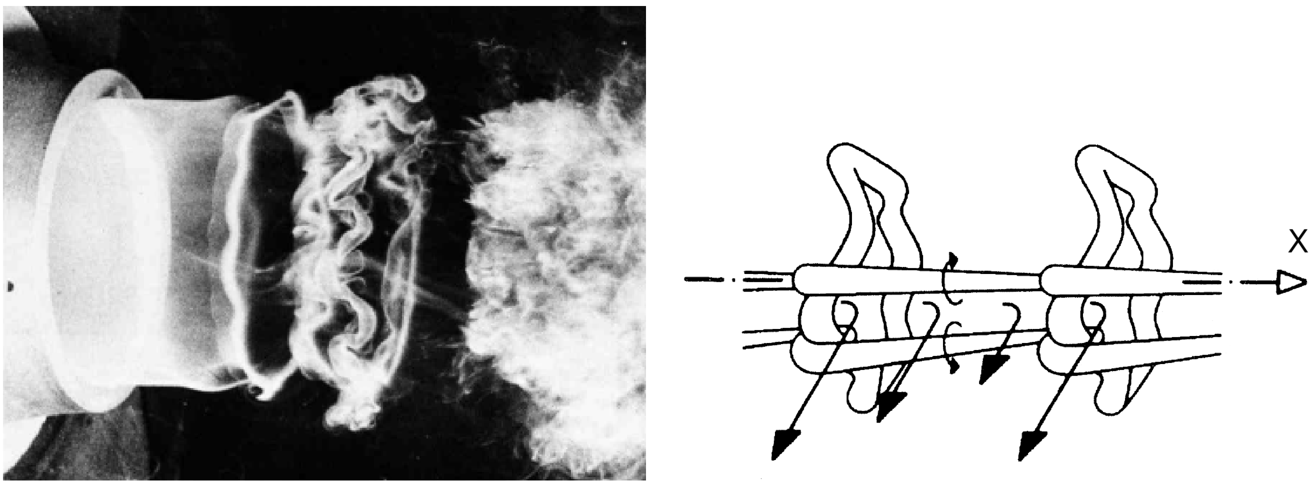
$$\frac{d^2\tilde{p}}{dr^2} + \left[\frac{1}{r} - \frac{1}{\rho}\frac{d\tilde{p}}{dr} + \frac{2\alpha}{\beta - \alpha\tilde{u}}\frac{d\tilde{u}}{dr}\right]\frac{d\tilde{p}}{dr} + \left[\frac{(\beta - \alpha\tilde{u})^2}{\tilde{c}^2} - \frac{m^2}{r^2} - \alpha^2\right]\tilde{p} = 0 \tag{I.13}$$

On observe alors des appariements de structures, convectés à la vitesse $U_c = 0.6U_j$, pour des jets subsoniques, indépendamment du nombre de Reynolds, [12], correspondant à une cascade inverse d'énergie et une cascade directe d'enstrophie : le nombre des tourbillons est réduit tandis que l'épaisseur de la couche de cisaillement augmente. Ce processus, qui peut se poursuivre jusqu'à la fin du cône potentiel, conduit alors à la tridimensionnalisation de l'écoulement. On définit les vitesses et nombre de Mach de convection tels que :

$$M_c = \frac{U_j - U_\infty}{c_j + c_\infty} \quad , \quad U_c = \frac{c_\infty U_j + c_j U_\infty}{c_j + c_\infty} \tag{I.14}$$

À mesure que la couche de cisaillement s'épaissit, une seconde instabilité primaire, sous-harmonique de la première, se développe jusqu'à dominer en aval du cône potentiel. Ce mode, dit "hélicoïdal", correspond à une perturbation pour $m = 1$ et est caractérisé par des structures tourbillonnaires en hélice et est prépondérant pour un rapport $r_o/\delta_\theta < 6.25$ [14] à Mach $M_j = 0.8$. Expérimentalement, on observe que c'est le mode axisymétrique qui est le plus amplifié. Ainsi si ce dernier à la plus grande amplitude en sortie de buse, il sera dominant et le mode hélicoïdal ne se développera pas. Si les modes variqueux et hélicoïdal ont la même amplitude en sortie de buse, alors le mode variqueux apparaîtra en premier, dominera sur quelques diamètres, puis au fur et à mesure que le rapport r_o/δ_θ diminuera par diffusion de la quantité de mouvement, le mode hélicoïdal s'amplifiera jusqu'à dominer en aval du cône potentiel.

Rappelons également que les expériences de Crown et Champagne [23], sur des jets forcés, ont mis en évidence l'existence d'une fréquence privilégiée dans le jet en fin de cône potentiel. Ainsi la fréquence de passage des tourbillons au niveau du cône potentiel correspond à l'onde la plus amplifiée dans le développement initial de l'instabilité de couche de cisaillement. Cette fréquence représente le mode préférentiel ou mode "colonne" du jet. Ainsi pour une excitation donnée, la réponse du jet sera maximum. Expérimentalement, ce mode est observé pour des fréquences comprises entre $0.2 \leq St = fD_j/U_j \leq 1.5$.



a) b)

Figure I.4 – (a) Instabilité azimutale d'un anneau tourbillonnaire dans un jet à nombre de Reynolds $re = 13000$, issu de [36], photographié par Wille & Michalke. (b) Visualisation schématique du mécanisme de génération de tourbillons secondaires, d'après Monkewitz & Pfizenmaier [37].

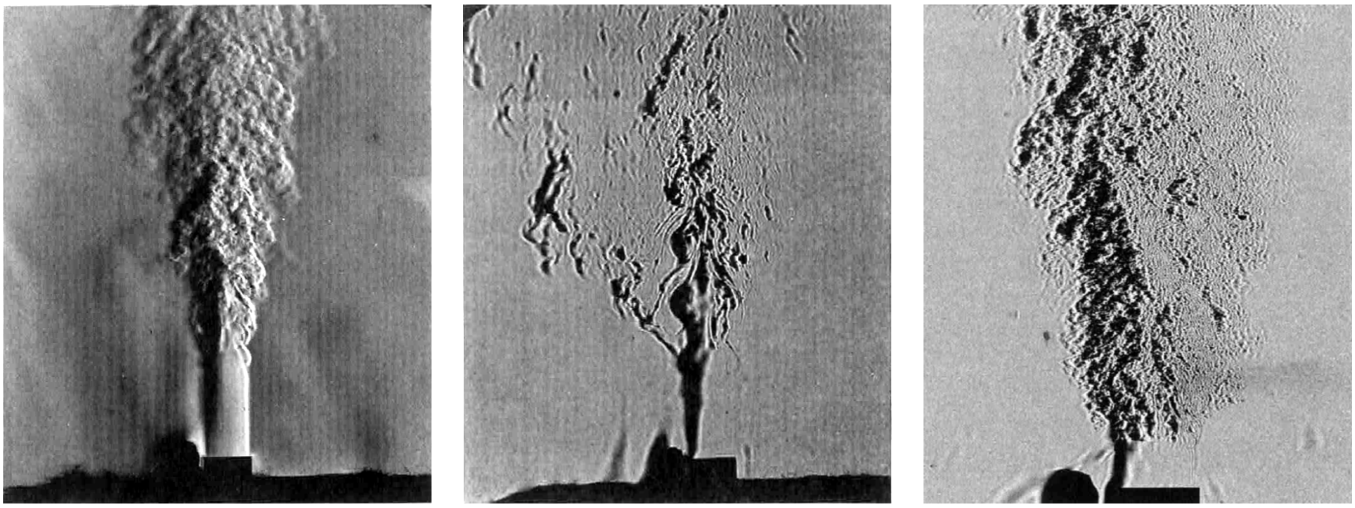
Structures secondaires :
La zone développée qui suit la zone transitionnelle, caractérisée par une turbulence tridimensionnelle, est ainsi une conséquence de l'instabilité primaire du jet et des anneaux tourbillonnaires qui en découlent. En effet, au cours de leur convection en aval de la buse, ces anneaux développent tout d'abord une instabilité azimutale en n vague (n étant le nombre d'onde de l'instabilité), illustrée sur la figure I.4 (a), mis en évidence par Yule [29]. Ce comportement peut-être également décrit au moyen d'une analyse d'instabilité de type Widnall [38] en tenant compte de la viscosité afin de ne pas négliger les effets du nombre de Reynolds [39]. Puis cette déformation azimutale est suivie de l'apparition de tourbillons longitudinaux contrarotatifs sur la nappe de vorticité, elle même déstabilisée par l'instabilité azimutale, entre deux anneaux tourbillonnaires successifs [27] (on retrouve ce phénomène sur les couches de mélange planes [40],[41]).
Monkewitz et Pfizenmaier [37], ainsi que Lasheras et *al.* [42] observèrent alors la présence d'éjections radiales, illustrées sur la figure I.3 (b), qui prennent naissance à la périphérie du jet principal, dont le mécanisme est schématisé sur la figure I.4 (b). Les tourbillons longitudinaux relient l'extérieur de l'anneau amont avec l'intérieur de l'anneau aval, tandis que l'instabilité azimutale est diminuée par un étirement radial de la vorticité, et permet ainsi la formation de ces structures secondaires, dont la vitesse est orientée vers l'extérieur du jet. Le caractère tridimensionnel de ces structures accélère alors la transition vers la turbulence.

I.1.1.3 Effets de Température

Les écoulements cisaillés libres chauffés de type jets, en particulier subsoniques, sont caractérisés par une masse volumique variable, plus faible que celle du milieu ambiant. Ils mettent ainsi en œuvre des phénomènes de transferts turbulents de chaleur et de quantité de mouvement, sans que des effets dûs à la compressibilité ou à des parois n'entrent en jeu. Ils ont fait l'objet de nombreuses études depuis les années 1950, avec notamment les travaux de Corrsin & Uberoi dès 1949 [43]. Néanmoins, comme nous le verrons plus loin, les effets de la température sur le bruit émis par un jet sont encore inexpliqués.

Dans le cas de jets verticaux stratifiés à très basses vitesses ($M_j = 0.02$), Monkewitz et *al.* [44] montrent que l'effet de la température sur un jet est spectaculaire (figure I.5 (a) et (b)). Ils observent une augmentation du taux d'extension du jet considérable. En fait, l'élargissement du jet n'est plus axisymétrique, et est dû à l'éjection de violents jets latéraux. L'intensité des forces de flottabilité vis à vis des forces d'inertie faisant passer le jet d'un régime inertiel à celui de panache. Nous verrons que ce n'est pas le cas des jets horizontaux à hautes vitesses et haut nombre de reynolds. Néanmoins comme le montre la figure I.5 (c), Monkewitz et *al.* observent qu'un jet chaud vertical à nombre de

Mach $M_j = 0.2$ et à haut nombre de Reynolds se développe comme un jet froid.



a) $T_j = 323K$ et $Re = 10^4$ b)$T_j = 473K$ et $Re = 7500$ c) $T_j = 624K$ et $Re = 4.7 \times 10^4$

Figure I.5 – Visualisation par strioscopie (Schlieren) des effets de température sur les jets simples, d’après Monkewitz et *al.* [44].

Ainsi qu’il a été observé expérimentalement par Lau [13], Tanna [45], et Ahuja et *al.* [46], ainsi que plus récemment par Bodony [7] en SGE, chauffer un jet à vitesse constante entraîne une augmentation de l’élargissement du jet et une réduction de la longueur de cône potentiel, comme on peut l’observer sur la figure I.6 (a) pour un jet chaud et (b) pour un jet froid, qui présentent des profils de vitesse moyenne sur l’axe issus d’expériences et de simulations. Il est fortement supposé qu’un lien direct existe avec l’augmentation du pic d’intensité turbulente. Comme on peut le constater sur les figures I.6 (c) pour un jet chaud et (d) pour un jet froid, qui montrent l’évolution de l’intensité turbulente sur l’axe du jet, et ainsi que l’on mesuré Bridges & Wernet [47], cette augmentation est d’environ 10%. De plus ce pic se situe alors plus en amont (par rapport au cas froid), et il est également suggéré qu’il serait lié à la décroissance plus rapide de la vitesse moyenne sur l’axe. D’un autre coté, les travaux de Bridges & Wernet ont montré que la forme des spectres de vitesse longitudinale, ainsi que les corrélations de vitesse à l’ordre deux n’étaient pas influencés par la température, alors que l’énergie cinétique turbulente et les échelles turbulentes spatiales et temporelles étaient relativement affectées [48]. Néanmoins, à ce jour, aucune explication nous permettant de conclure quant aux mécanismes physiques responsables de ces effets n’a encore été avancée.

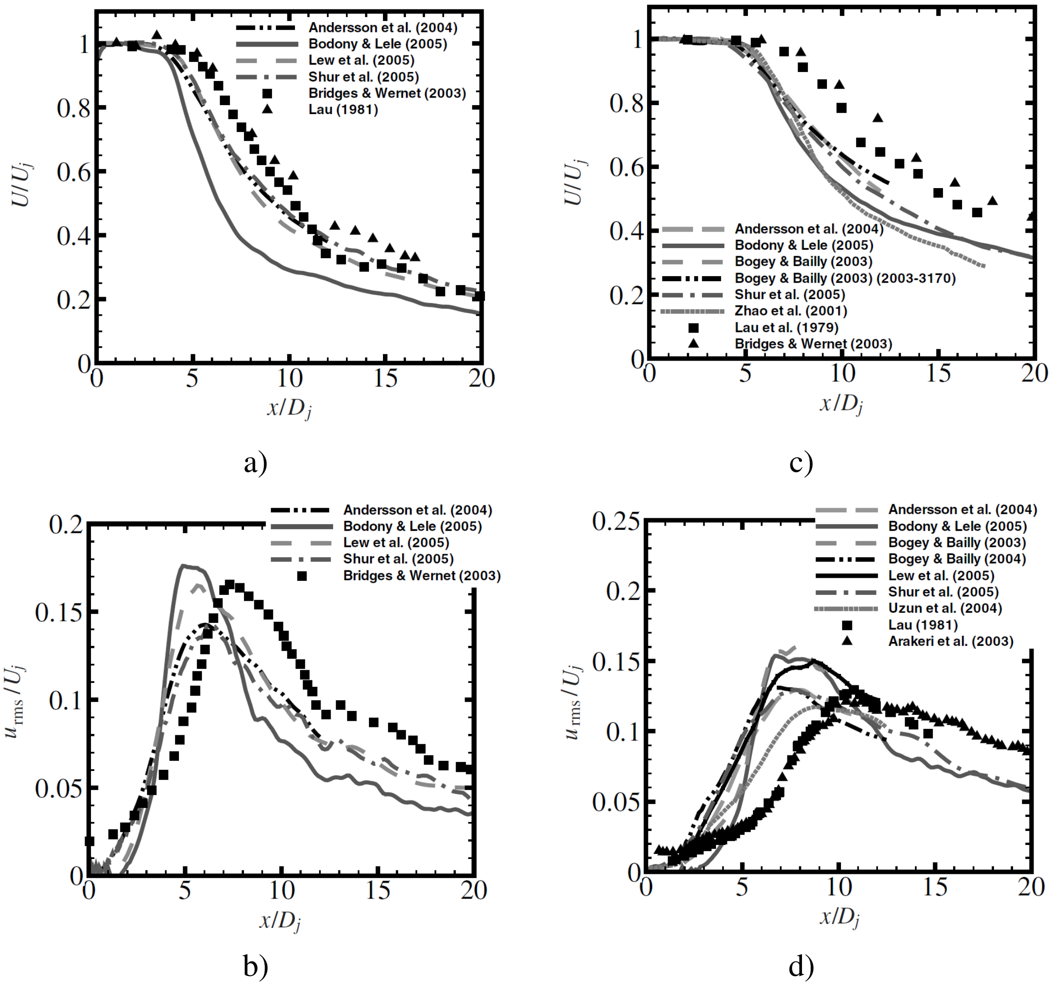


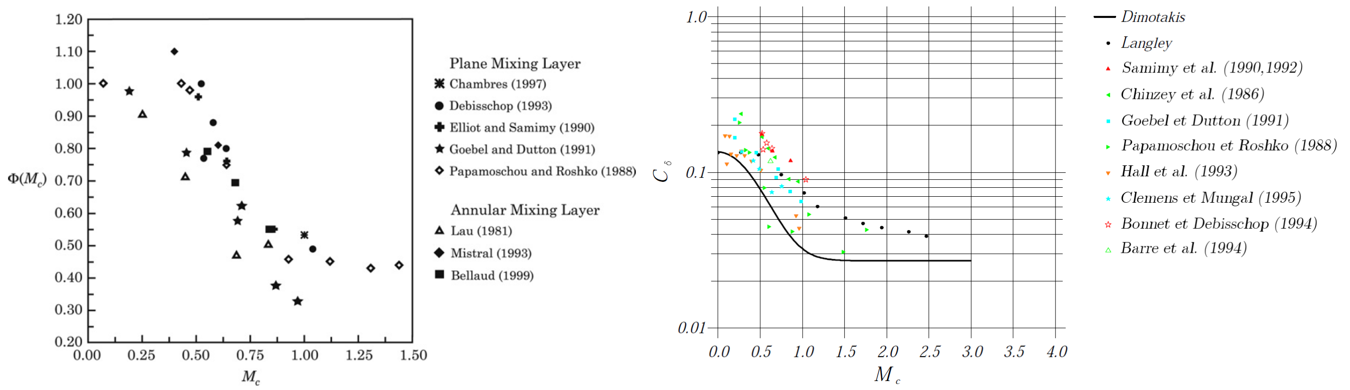
Figure I.6 – Effet de température sur les statistiques de vitesse longitudinale d'un jet simple à nombre de Mach acoustique $M_a = 0.9$: (a) et (b) $2 \le T_j/T_\infty \le 2.7$; (c) et (d) $0.86 \le T_j/T_\infty \le 1.$. D'après [8].

La figure I.7 (a) montre la réduction du taux de croissance normalisé $\Phi(M_c)$ en fonction du nombre de Mach convectif. On observe que dans le cas où un jet rond est adapté, son taux de croissance est équivalent à celui d'une couche de mélange plane. Cette fonction $\Phi(M_c)$ représente le rapport entre le taux de croissance compressible observé et le taux de croissance incompressible correspondant pour une couche de mélange à la même vitesse et même rapport de densité.

Dimotakis introduit en 1991 [49] :

$$\Phi(M_c) = 0.8e^{-3M_c^2} + 0.2 \qquad \text{(I.15)}$$

La figure I.7 (b) compare les taux de croissance de couches de mélange expérimentales et les courbes de Dimotakis I.15 et de Langley (d'après Bradshaw [50]). Dans le cas de jets subsoniques $M_j \leq 0.9$, les nombres de Mach convectifs considérés seront inférieurs à $M_c < 0.5$. Nous nous placerons donc dans le cas d'écoulements quasi-incompressibles. Il est intéressant de noter que lorsqu'un jet est chaud, son nombre de Mach convectif diminue par rapport à son homologue isotherme. Le taux de croissance prévu par la courbe de Langley serait alors identique pour les deux jets. Néanmoins, au regard de la courbe de Dimotakis, un jet de vitesse $U_j = 306 m.s^{-1}$ et de rapport de température $T_j/T_\infty = 2.7$ devrait avoir un taux de croissance d'environ 16% plus élevé qu'un jet isotherme à même vitesse. Il serait donc intéressant de définir laquelle de ces deux lois suit le taux de croissance d'un jet soumis à un fort gradient de température.



a) b)

Figure I.7 – (a) Taux de croissance expérimentaux normalisés dans les couches de mélange planes et annulaires, issus de [51] ; (b) Taux de croissance dans les couches de mélange, résultats expérimentaux, issus de Aupoix et Bézard [52].

I.1.2 Aérodynamique des jets coaxiaux

L'introduction des moteurs double flux (dont une illustration est donnée par la figure I.8) dans le domaine de l'aviation civile au début des années 1960 permis de réduire considérablement le bruit émis [53], en raison de la faible vitesse d'échappement de ce type de moteur. Néanmoins, ce régime de vitesse subsonique entraîne un bruit rayonné par ce type de moteur dominé par le bruit de la soufflante et non plus du jet central. Les jets coaxiaux sont ainsi plus proches des configurations industrielles pour l'étude des caractéristiques aérodynamiques et aéroacoustiques. Néanmoins, en comparaison avec les jets simples, on trouve beaucoup moins d'études fondamentales nous renseignant sur la turbulence et l'acoustique de ces écoulements. Cela met en évidence l'importance de mener des études plus approfondies dans le but de caractériser la dynamique de tels écoulements, qui gouvernent la génération de bruit. C'est l'un des volets de cette thèse, qui se place néanmoins dans le cas de jets coaxiaux monophasiques dont la vitesse du jet central U_p est supérieure à celle du jet annulaire U_s, soit $U_p > U_s$. Rappelons néanmoins que la configuration inverse est également possible $U_s > U_p$, et est très largement utilisée dans l'industrie pour mélanger deux fluides, notamment dans l'aérospatiale.

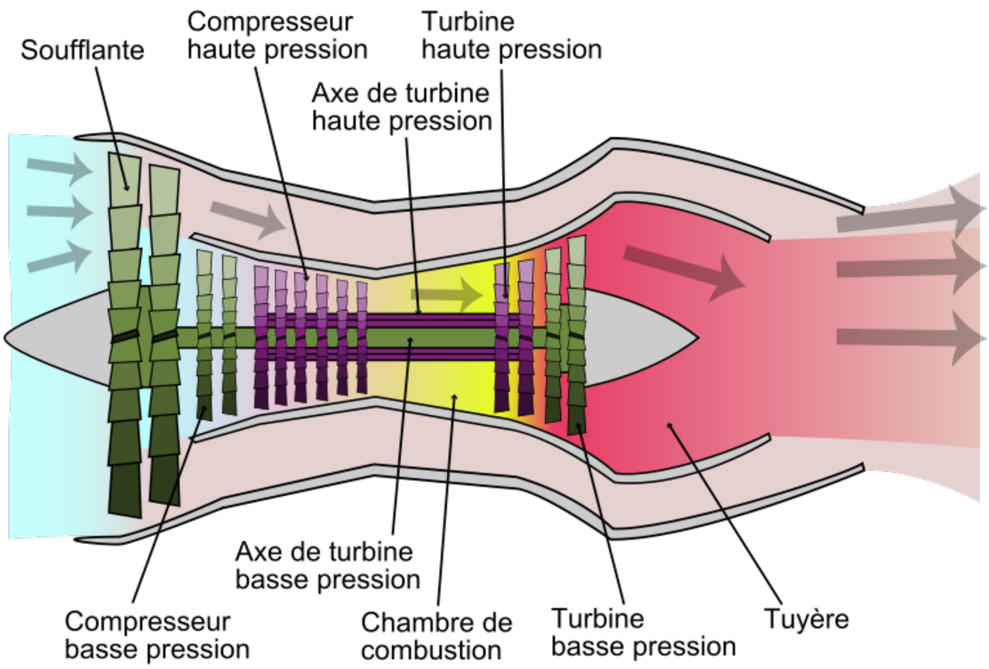
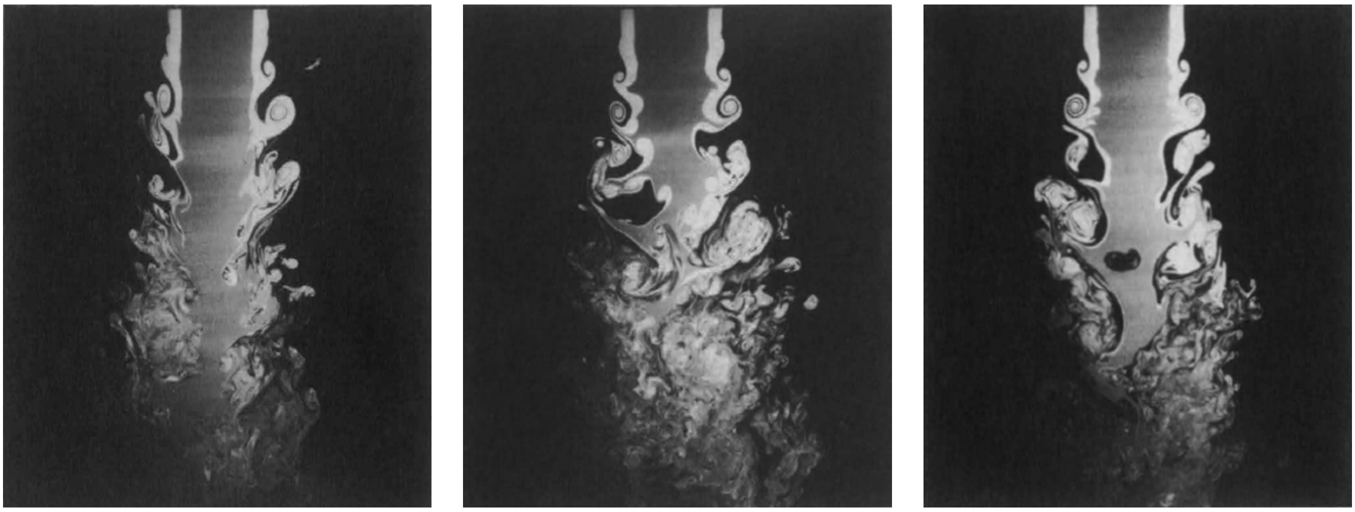


Figure I.8 – Vue schématique d'un turboréacteur double-flux et double corps. Auteur : K. Aainsqatsi. Source : http ://fr.wikipedia.org/wiki/Turboréacteur # Simple_et_double_flux

Un jet coaxial est défini par de nombreux paramètres initiaux, tels que le taux de détente (NPR_p) du jet primaire et sa température T_p, le taux de détente (NPR_s) du jet secondaire et sa température T_s, le rapport des vitesses entre les jets secondaire et primaire U_s/U_p, ainsi que le rapport entre les diamètres des jets secondaire et primaire D_s/D_p. Les indices p et s sont respectivement relatifs aux jets primaire et secondaire. Cette étude portant sur des jets coaxiaux subsoniques, les jets primaire et secondaire sont adaptés et nous ne considérons pas les rapports de la pression totale à la pression atmosphérique. Dès les premières études sur le sujet au début des années 1950 [54], le rapport des vitesses U_s/U_p apparu comme un des éléments principaux du comportement de l'écoulement. Néanmoins ceci reste correct seulement si l'on considère le même fluide pour les deux jets. En effet, Favre-Martinet et Camano Schettini [55] ont montré plus récemment que c'est en réalité le rapport des flux de quantité de mouvement $M = \rho_s U_s^2/\rho_p U_p^2$ qui pilote le développement de l'écoulement. Ce dernier paramètre est important lorsqu'un fort gradient de température est présent dans l'un des deux jets (primaire ou secondaire). Nous considérerons uniquement un cas où $T_p > T_s$ dans ce travail. Une des études expérimentales les plus pertinentes conçernant l'influence du rapport des vitesses U_s/U_p est due à Dahm et *al.* [56], dans le cadre de jets coaxiaux incompressibles de même densité, dont nous avons rapporté quelques visualisations sur la figure I.9.



a) $U_s/U_p = 0.59$ b) $U_s/U_p = 0.71$ c) $U_s/U_p = 1.$

Figure I.9 – Visualisation par fluorescence induite par laser (LIF) des structures cohérentes de jets coaxiaux à faible nombre de Mach, pour différents rapport de vitesse ($M_p = 0.03$, $D_s/D_p = 1.4$, $Re_p = 3.7\times10^5$). D'après Dahm et *al.* [56].

Les travaux de Champagne et Wygnanski [57] ont montré au début des années 1970 que les jets coaxiaux possédaient deux couches de cisaillement distinctes. L'une se formant entre les jets primaire et secondaire, et la seconde entre le jet secondaire et le milieu ambiant. Alors que les travaux de Ko et Kwan [58, 59] semblaient montrer que la structure de l'écoulement de jets coaxiaux (pour des rapports de vitesses $U_s/U_p = 0.3, 0.5, 0.7$) pouvait être décrite comme une combinaison de deux jets simples, en considérant les couches cisaillées indépendantes, Dahm et *al.* ont montré que le développement initial des jets coaxiaux semblait plutôt être dominé par les structures cohérentes issues de la couche de mélange du jet secondaire, en particulier pour le rapport de vitesse $U_s/U_p = 0.7$, que nous considérerons dans cette étude. Néanmoins, nous soulignons le fait que ces études considéraient de très faibles nombres de Mach pour le jet primaire $M_p < 0.2$.

Du fait de ces deux couches de cisaillement, un jet coaxial possède alors deux cœurs potentiels, comme illustré sur la figure I.10. Champagne et Wygnanski ont montré que pour un même régime d'écoulement, la longueur de ces cônes potentiels augmentait lorsque le rapport D_s/D_p s''amplifiait

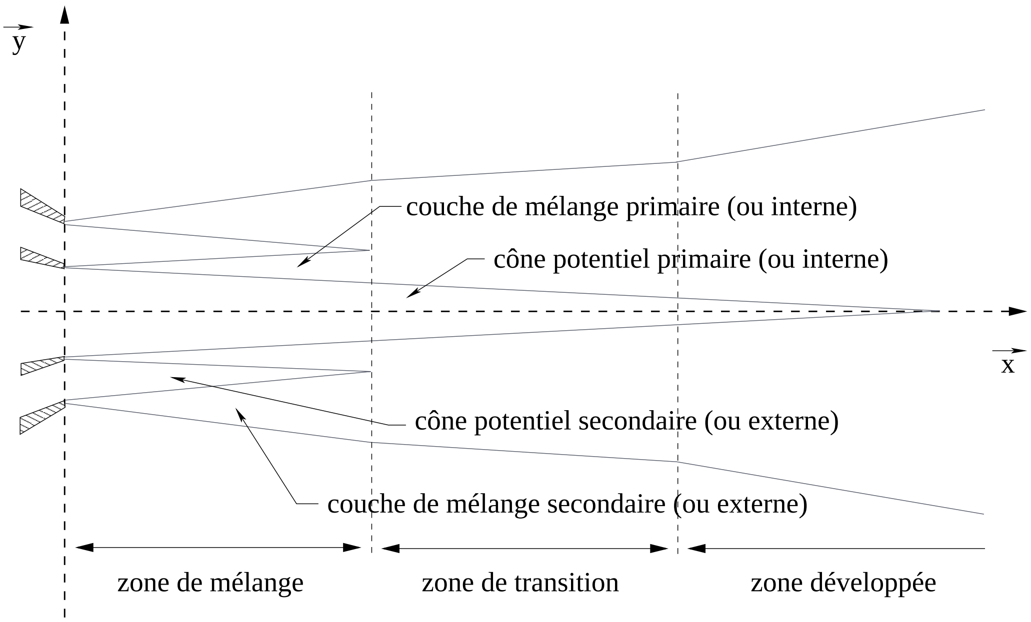


Figure I.10 – Structure d'un jet coaxial subsonique

également. Ces mêmes auteurs ont mis en évidence que le comportement d'un jet coaxial était proche de celui d'un jet simple. En effet, au regard du nombre de Mach convectif, un jet simple est équivalent à un jet coaxial dont le jet secondaire serait nul. Néanmoins, comme un jet coaxial possède deux échelles de taille et de vitesse distinctes, les paramètres d'auto-similitude diffèrent dans la région initiale et intermédiaire de développement du jet [58].

Le bruit rayonné par un tel jet dépend donc fortement des conditions thermodynamiques et géométriques amont. On peut identifier conceptuellement trois zones d'interaction potentiellement responsables du bruit. En effet, on distingue la couche de mélange entre le jet primaire et secondaire, la couche de mélange entre le jet secondaire et l'air ambiant, ainsi que la zone de turbulence pleinement développée, comme représenté sur la figure I.10. L'identification de ces zones est issue des résultats des travaux de nombreux auteurs entre 1961 et 1976. Le lecteur intéressé est invité à se reporter aux publications de Ko et Kwan [58] concernant le comportement du champ aérodynamique, ainsi qu'à la revue exhaustive de Bushell [60] traitant du bruit rayonné par de tels jets, et plus récemment par l'étude paramétrique de Viswanathan [61]. Tanna et Morris [62] ont étudié l'impact de l'interaction entre l'écoulement et l'acoustique, ainsi que les effets de l'amplitude des sources sur le bruit rayonné par les jets coaxiaux. Ils concluent que le rapport de vitesse était un facteur plus important que le rapport de température. Toutefois, motivées par un fort intérêt industriel, la plupart des études sur les jets coaxiaux se sont orientées sur la prévision du bruit rayonné [63, 64], basée sur des corrélations empiriques.

En conséquence de quoi, de nouvelles études sur le sujet ont été réalisées ces dernières années, notamment en simulation numérique. Tout d'abord, Anderson et *al.* [65] ont mis en évidence que de nombreuses questions restaient en suspend, entre autre sur les effets du mélange sur le bruit rayonné, à l'aide d'une simulation aux grandes échelles d'un jet coaxial chaud. Les expériences de Tinney et Jordan [66] mirent en évidence que la zone de mélange issue de l'interaction entre les couches de mélange interne et externe générait une énergie acoustique supplémentaire, dans le cas d'un jet central chaud. En accord avec ces résultats, l'étude de Gröschel et *al.* [67] mis en avant que le jet central était responsable de la majeure partie du bruit rayonné. Il fut en particulier mis en évidence que le bruit rayonné en aval était dominé par une interaction vorticité-vitesse et que le fait de chauffer le jet primaire créait un bruit supplémentaire. Plus récemment, Bogey et *al.* [68] ont réalisé un calcul de bruit direct d'un jet coaxial chaud en utilisant des conditions turbulentes plus réalistes en sortie de buse. Ils ont ainsi confirmé les résultats précédents à l'aide de corrélations entre les champs aérodynamiques et acoustiques. Dans le but de caractériser plus précisemment le bruit de jet coaxial, Koh et *al.* [69] ont dernièrement comparé leur simulation aux grandes échelles de jets coaxiaux à celle d'un jet simple. Leurs résultats montrent qu'un fort gradient de température présent dans le jet primaire augmente la signature acoustique d'environ 5dB dans les basses fréquences par rapport à un jet coaxial isotherme.

En comparaison avec des jets simples, le développement du champ aérodynamique des jets coaxiaux est de nature très différente et est dépendant des conditions ambiantes, initiales, et du gradient de température entre le jet primaire et le jet secondaire. Toutefois de nombreuses questions restent ouverte sur le sujet. Par exemple, de quelle manière le processus de mélange est influencé par le développement des couches de mélanges interne et externe ? Quelle est l'impact de la distribution de température sur le mélange et les mécanismes responsables de la génération de bruit ?

I.2 Aéroacoustique des jets

La recherche sur le bruit de jet a été initiée en 1952 par Sir James Lighthill, et depuis lors le développement de la théorie sur le bruit de jet s'est avérée difficile. En effet, la compréhension des mécanismes responsables du bruit de jet est liée à la compréhension de la turbulence dans le jet, qui reste encore méconnue. Néanmoins, des analyses depuis les années 1970 ont montré que les grosses structures cohérentes de la turbulence jouaient un rôle important sur l'acoustique rayonné. Cette identification a conduit au cours des années 1990 à l'idée que les mécanismes sources pourraient être associés à deux phénomènes distincts, à savoir, les structures cohérentes et la turbulence dites “petites échelles” [70]. Il reste cependant à démontrer si une telle séparation est justifiée.

I.2.1 Identification de sources de bruit

Depuis longtemps, la présence de mécanismes de production de bruit distincts au sein d’un jet turbulent est supposée. En effet, les différentes zones caractéristiques d’un jet présentent des caractéristiques de turbulence très différentes. Tout d’abord, la région où la couche de mélange se développe initialement, juste en aval de la sortie de la buse, est caractérisée par un flux moyen très cisaillé. Les instabilités du flux dans cette région peuvent être de plus amplifiées par la présence de la buse. Les résultats expérimentaux de Bridges & Hussain [71] (pour un jet excité), ainsi que de Tinney & Jordan [66] (pour un jet coaxial à haut Reynolds et à Mach élevé), conduisent à l’identification d’une importante source de bruit dans cette région (comme le démontrent les résultats numériques de Viswanathan et al. [72]).

La zone de transition a été pendant longtemps considérée comme une des régions de production de bruit dominante au sein du jet. Le début de cette région est défini par la fin du cône potentiel, où les structures cohérentes de la zone amont entraînent de violentes modifications. Jung et *al.* [73] décrivent un effet intermittent associé avec la disparition des grosses structures cohérentes toriques. Les premières méthodes causales citées précédemment ont toutes identifié cette zone comme la source dominante de production de bruit, et ont montré la corrélation entre les fluctuations de vitesses turbulentes et la pression en champ lointain. De plus, les mécanismes sources intervenant à la fin du cône potentiel ont été démontrés comme étant des générateurs de bruit intermittents très puissants [74], [75]. D’autre part, à haut nombre de Reynolds, un mécanisme source supplémentaire dû aux petites échelles, doit être pris en compte. Les deux spectres similaires proposés par Tam [70], vont dans le sens des données de Viswanathan [76] pour le bruit de jet subsonique et supportent cette conjoncture, ainsi que les mesures acoustiques filtrées en champ proche de Jordan et Tinney [66], et les différences qui ont été observées entre les écoulements à haut et bas Reynolds par Bogey et *al.* [77].

I.2.2 Descrition acoustique d’un jet

En 1954, Lighthill [78] introduisit le concept d’analogie acoustique, qui permet d’assimiler les fluctuations d’un écoulement turbulent à une source de bruit. Depuis ces travaux précurseurs, de nombreuses approches ont vu le jour, afin d’étudier les mécanismes physiques de la turbulence responsables de la génération de bruit, en particulier pour caractériser le rayonnement acoustique des jets. Ainsi, après Lighthill, de nombreux auteurs proposèrent des méthodes utilisant un opérateur de propagation, qui relèvent du concept de l’analogie acoustique. On distingue également une autre approche basée sur le concept d'énergie acoustique, qui sera un point d'investigation de cette thèse. Il s'agit des corrolaires d'énergie acoustique (ou "energy corollary").

I.2.2.1 Analogie acoustique

Une analogie acoustique consiste en une réorganisation des équations de Navier-Stokes qui décrit le problème de génération de bruit d'origine aérodynamique sous la forme d'une équation d'onde inhomogène, faisant apparaître un opérateur de propagation acoustique et un terme source. Selon les auteurs, l'opérateur de propagation est plus ou moins complet quant à la description de l'écoulement, ce qui entraîne une description des termes sources plus ou moins simplifiée.

En se basant sur l'hypothèse d'une propagation acoustique du bruit de jet dans un milieu au repos, et en combinant les équations de masse et de quantité de mouvement, Lighthill proposa ainsi l'équation d'onde :

$$\frac{\partial^2 \rho'}{\partial t^2} - c_\infty^2 \frac{\partial^2 \rho'}{\partial x_i \partial x_j}\delta_{ij} = \frac{\partial^2 T_{ij}}{\partial x_i \partial x_j} \tag{I.16}$$

où ρ' est la fluctuation de densité acoustique, c_∞ la célérité du son dans le milieu ambiant, δ_{ij} le symbole de Kronecker, et T_{ij} le tenseur de Lighthill défini par :

$$T_{ij} = \rho u_i u_j + (p' - c_\infty^2 \rho')\delta_{ij} - \tau_{ij} \tag{I.17}$$

où $(p' - c_\infty^2 \rho')\delta_{ij}$ est le terme d'entropie et τ_{ij} représente le tenseur des contraintes visqueuses. On distingue ainsi dans l'équation linéaire inhomogène I.16 le propagateur d'ondes acoustiques dans le membre de gauche et le terme source acoustique dans le membre de droite. A l'aide d'une fonction de Green en espace libre associée à l'opérateur de propagation, on peut alors exprimer une solution analytique de ce problème :

$$\rho'(x,t) = \frac{1}{4\pi c_\infty^2} \int_V \frac{1}{|x-y|} \frac{\partial^2}{\partial y_i \partial y_j} T_{ij}\left(y, t - \frac{|x-y|}{c_\infty}\right) dy \tag{I.18}$$

Cette solution exprime ainsi les fluctuations de densité acoustique instationnaires ρ' en un point x du milieu ambiant dues aux fluctuations du terme source de l'équation I.16 dans un volume V, en fonction du temps retard $\tau = \frac{|x-y|}{c_\infty}$ qui exprime le temps de propagation des fluctuations du point d'émission y au point d'observation x, illustré par la figure I.11.

Sous l'hypothèse d'écoulement isentropique à haut nombre de Reynolds, le tenseur de Lighthill se

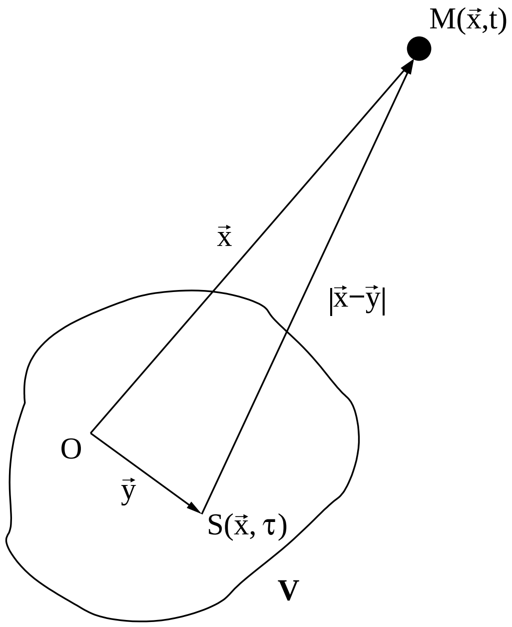


Figure I.11 – Observateur M reçoit la réponse du système à une impulsion située dans le volume source.

réduit alors à la seule contribution des fluctuations de vitesse $T_{ij} = \rho_\infty u_i u_j$. De cette manière, la connaissance du tenseur de Reynolds permet une description approchée de l'acoustique d'un jet. Néanmoins l'obtention de cette information instantanée complète n'est pas envisageable expérimentalement. C'est pourquoi Lighthill a proposé d'utiliser une approche statistique en considérant la distribution spatio-temporelle des fluctuations instantanées de source de bruit par le biais de la fonction d'autocorrélation du tenseur T_{ij}. On introduit pour cela la notion d'intensité acoustique $I(x)$:

$$I(\vec{x}) = \frac{\langle p'^2(\vec{x},t)\rangle}{\rho_\infty c_\infty} \tag{I.19}$$

La fonction d'auto-corrélation normalisée des fluctuations de pression à retard nul $C_{pp}(\vec{x},\tau=0)$ permet alors de déterminer cette intensité. Elle s'écrit :

$$C_{pp}(\vec{x},\tau) = \frac{\langle p'(\vec{x},t)p'(\vec{x},t+\tau)\rangle}{\rho_\infty c_\infty} \tag{I.20}$$

A partir de l'équation de Lighthill I.16, et en considérant l'écoulement isentropique ($p' = c_\infty^2 \rho'$), on obtient alors l'expression de l'intensité acoustique en champ lointain par le biais de la fonction d'auto-corrélation spatio-temporelle du terme source de Lighthill :

$$C_{pp}(\vec{x},\tau) = \frac{\rho_\infty}{16\pi^2 c_\infty^5} \frac{x_i x_j x_k x_l}{|\vec{x}|^6} \frac{\partial^4}{\partial \tau^4} \int \int_V \frac{\langle T_{ij}(\vec{y},t) T_{kl}(\vec{y}+\eta, t+\tau+\frac{\eta\vec{x}}{c_\infty|\vec{x}|})\rangle}{\rho_\infty} dy d\eta \tag{I.21}$$

où les points sources sont séparés de η et le rapport $\frac{\eta\vec{x}}{c_\infty|\vec{x}|}$ est le temps retard perçu au point d'observation.

La connaissance des corrélations spatio-temporelles du champ de vitesse permet alors d'estimer directement l'intensité acoustique. A partir d'une analyse dimensionnelle de la fonction d'auto-corrélation normalisée des fluctuations de pression I.21, Lighthill a proposé une loi d'évolution de l'intensité acoustique rayonnée en champ lointain :

$$I(|\vec{x}|,\theta) \propto \frac{D^2}{|\vec{x}|} \frac{U_j^8}{c_\infty^5} \frac{1}{(1-M_c cos\theta)^5} \tag{I.22}$$

Afin de tenir compte des effets de réfraction des ondes acoutiques non-prises en compte par le facteur de directivité $(1-M_c cos\theta)$ dû au mouvement des structures turbulentes de l'ècoulement, cette loi fut corrigée par Ffowcs-Williams [79]. La puissance acoustique rayonnée en champ lointain établie par Lush [80] en 1971 vérifie la loi de Lighthill en U^8 d'un point de vue dimensionnel :

$$W = \int_0^\pi 2\pi|\vec{x}|^2 I(\vec{x},\theta) sin\theta d\theta \propto \rho_\infty D^2 \frac{U_j^8}{c_\infty^5} \frac{1-M_c^2}{(1-M_c^2)^4} \tag{I.23}$$

La loi en U_j^8 de Lighthill est a posteriori bien validée expérimentalement dans le cas d'un jet isotherme.

Néanmoins, si cette analogie permet de décrire le problème de la génération de bruit d'origine aérodynamique à l'aide d'une équation différentielle dont la solution analytique existe, elle ne permet pas, en revanche, d'identifier les mécanismes de la turbulence responsables de cette génération de bruit. En effet, le terme source de l'analogie de Lighthill prend en compte tous les mécanimes mis en jeu dans le volume V. Plus particulièrement, les interactions entre les champs acoustique et aérodynamique (convection, réfraction, ou encore diffusion des ondes acoustiques par la turbulence) y sont inclues, alors qu'elles devraient être prises en compte dans l'opérateur de propagation. Ainsi, suite aux travaux de Lighthill, de nombreuses autres analogies ont été développées. On peut citer notamment l'analogie de Phillips [81], qui prend en compte l'intéraction entre un écoulement moyen et la propagation des ondes acoustiques en considérant non plus un milieu au repos mais un milieu en mouvement. Puis Lilley [82] reprit l'équation de Phillips pour construire une analogie prenant en compte un milieu cisaillé, ce qui permet de retirer une grande partie des mécanismes redondants du terme source. En effet, une très faible partie du terme source est susceptible de rayonner ($\sim 0.001\%$). Crighton [83] et Ffowcs-Williams [79] ont montré qu'une composante du terme source rayonne si elle satisfait le critère $\omega \geq kc_\infty$ dans l'espace (k,ω), où ω et k sont respectivement la pulsation et le nombre d'onde de la source. On peut noter qu'un tel filtrage est réalisé par la fonction de Green utilisée pour traduire la réponse du système de l'équation de Lighthill.

I.2.2.2 Bilan d'énergie acoustique ("Energy Corollary")

Une autre approche pour décrire le problème de génération de bruit au sein d'un écoulement turbulent peut être envisagé en réorganisant les équations de Navier-Stokes sous la forme d'un bilan d'énergie inhomogène. Néanmoins cette démarche nécessite de définir précisement ce qu'est l'énergie acoustique. Ce concept n'est pas évident à cerner, car l'expression d'une énergie acoustique fait nécessairement apparaître des termes du second ordre, comme par exemple les fluctuations d'énergie cinétique turbulente $\frac{1}{2}\rho_\infty u_i'$.

Historiquement, un premier bilan d'énergie acoustique fut établi par Kirchhoff en 1876 pour les écoulements stationnaires uniformes à partir de l'équation d'Euler linéarisée. L'idée d'une énergie acoustique dans un milieu en mouvement fut introduite en 1946 par Blokhintsev [84], dans l'approximation de l'acoustique géométrique haute fréquence. La discussion fût reprise dans le contexte d'écoulements irrotationnels homentropiques par Cantrell et Hart [85]. Plus tard, en 1971 Morfey [86] étendit le concept aux écoulements de fluide non-uniformes, et Pierce [87] appliqua le concept de corollaire d'énergie à des configurations d'écoulement plus générales. Finalement, la formulation d'une expression générale exacte de l'énergie acoustique pour les écoulements homentropiques, et plus généralement pour les écoulements de fluides non-uniformes en reformulant l'équation de l'énergie pour de faibles perturbations est due à Myers [88]. Ainsi, une équation bilan d'énergie acoustique fluctuante peut s'écrire sous la forme :

$$\frac{\partial E_a'}{\partial t} + \nabla . W' = -D' \tag{I.24}$$

où E_a' représente la densité d'énergie acoustique fluctuante, définie par :

$$E_a' = \rho H' - p' - \rho \vec{u}' . u' \tag{I.25}$$

et W' et D' sont respectivement le flux d'énergie acoustique fluctuante et le terme source, tels que :

$$W' = \rho \vec{u}' H' \qquad , \qquad D' = \rho \vec{u}' . (\vec{\omega} \wedge \vec{u})' \tag{I.26}$$

Cette formulation introduit l'enthalpie totale fluctuante H' comme variable acoustique, et le vecteur de Lamb $\Lambda = (\vec{\omega} \wedge \vec{u})$ dans le terme source. Le mécanisme source est alors un produit scalaire entre la quantité de mouvement et le vecteur de Lamb, illustré par la figure I.12.

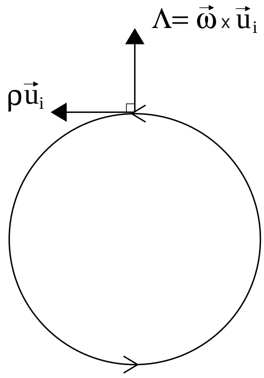


Figure I.12 – Corollaire d'énergie acoustique.

Une telle approche permet ainsi d'envisager directement le transport des fluctuations d'énergie acoustique produite par le terme source D', entre la quantité de mouvement et le rotationnel du vecteur vitesse.
Il est intéressant de noter qu'une alternative à l'analogie de Lighthill faisant apparaître l'enthalpie totale ainsi que le vecteur de Lamb fût proposée en 1964 par Powell [89], puis Howe [90] en 1975, dans le but de relier plus explicitement la génération de bruit et la dynamique de l'écoulement. Ainsi, en faisant l'hypothèse que les structures tourbillonnaires présentes dans l'écoulement sont à l'origine du bruit rayonné, ces auteurs proposent une théorie connue sous le nom de "vortex sound" où le terme source est représenté par le vecteur de Lamb. Néanmoins l'application de ce modèle est limitée aux écoulements à faible nombre de Mach.

I.2.2.3 Décomposition hydrodynamique/acoustique de écoulement

Dans le but d'identifier précisément les véritables sources du bruit d'origine aérodynamique, il est intéressant d'envisager la possibilité de séparer un écoulement en une partie acoustique rayonnante et une partie hydrodynamique. Ainsi, dès 1877, Rayleigh [91] propose de considérer trois mouvements fluctuants distincts, rotationnel, entropique et acoustique, coexistants au sein d'un fluide en mouvement. C'est pourquoi, depuis les travaux de Blokhintsev [84], de nombreux auteurs ont proposés des méthodes de décomposition. En effet, une telle décomposition pourrait permettre l'identification de termes sources et de termes de transport de l'énergie acoustique au sein d'un écoulement turbulent, et ainsi mettre en évidence les mécanismes physiques turbulents responsables de la génération de bruit.

En généralisant les travaux de Cantrell et Hart [85], Morfey [86] avait déjà basé l'identification de composants acoustiques au premier ordre en séparant le champ de vitesse fluctuante en une partie solénoïdale (rotationnelle) et une partie irrotationnelle, tel que :

$$u = u_s + u_p, \quad \nabla u_s = 0., \quad \nabla \times u_p = 0. \tag{I.27}$$

où u_s représente la partie solénoïdale et u_p la partie irrotationnelle.

Néanmoins, cette approche ne prend pas en compte les effets de viscosité et de conduction de la chaleur. Pierce [87] inclut ainsi un terme de dissipation, prenant en compte les deux effets considérés. Bien qu'exacte, l'équation bilan proposée par Myers ne s'applique que aux écoulements homentropiques et ne permet pas d'envisager de décomposition, ainsi que l'ont démontré récemment Talei et *al.* [92] sur des jets turbulents chaud et froid, issus de simulations SGE. Un des volets de ce travail se focalisera sur l'approche proposée par Doak [93] et Jenvey [94]. Ces deux auteurs suggèrent une approche stationnaire basée sur une décomposition de Helmholtz de la quantité de mouvement et du champ de vitesse de l'écoulement, afin de séparer l'équation de bilan d'énergie acoustique I.24 en parties rotationnelle et irrotationnelle. Le principal objectif de cette approche est d'identifier les parties acoustiques des variables de l'écoulement en les associant avec la pression fluctuante. Le lecteur intéressé par une revue complète des théories aéroacoustiques pourra se référer à [95].

Une méthode alternative pour identifier les sources de bruit fut également proposée par Goldstein [96]. Il suggère d'utiliser les équations de Navier-Stokes linéarisées comme les équations régissant le champ acoustique pour la partie non-rayonnante de l'écoulement. En effet, comme les sources en résultant sont dépourvues d'effets de propagation, elles pourraient alors être identifiées comme les sources de bruits. A partir des travaux de Goldstein, Sinayoko et *al.* [97, 98] proposèrent une méthode pour filtrer la partie hydrodynamique d'un écoulement. Ils isolent ainsi un terme source dépourvu de composante hydrodynamique.

I.2.3 Effets de la température sur le bruit émis

Pour l'étude des effets de la température sur le bruit de jet, il est nécessaire de définir si ces effets seront observés à nombre de Mach aérodynamique, donc reposant sur la vitesse du son c_j en sortie de tuyère, $M = U_j/c_j$ constant, ou à vitesse de jet U_j constante, ce qui équivaut alors à un nombre de Mach "acoustique" constant, $M_a = U_j/c_\infty$ où c_∞ est la vitesse du son à l'extérieur du jet.

Les effets de la température sur un jet subsonique est un sujet de discussion important à l'heure actuelle, car il n'existe pas encore d'explication physique du phénomène de génération de bruit d'un jet chaud. Dans les années 70 on supposait déjà l'existence probable d'un terme source supplémentaire, dipolaire et lié aux fluctuations de température [99]. Tester [100] et Morfey et *al.* [101] ont obtenu une solution pour le champ lointain constitué d'un terme source correspondant à des quadrupôles compacts et convectés et d'un dipôle additionnel induit par la température. Afin d'étudier les effets de la température sur un mélange turbulent, Hoch [102], puis Tanna [103] ont mis en évidence que l'ensemble du niveau de pression sonore augmente avec la température à bas rapport de vitesse tandis que le niveau diminue à haut rapport de vitesse, lorsque la vitesse du jet est maintenue constante. Les résultats expérimentaux (Tanna [45],[103], Fisher et al. [99]) montrent que la température du jet influence son émission acoustique. En effet, comme l'examen de la figure I.13 nous permet de le constater, pour des jets à vitesse élevée ($M > 0.7$), une augmentation de la température de jet entraîne une réduction du bruit rayonné, alors que pour des jets à basse vitesse ($M < 0,7$), une augmentation de la température de jet se traduit par une augmentation de l'émission sonore.

La comparaison du spectre d'intensité acoustique rayonnée à 90° (figure I.14) par un jet froid avec celui du même jet chaud, pour un nombre de Mach $M_a = 0.4$ dans les deux cas, permet de relever un certain nombre de caractéristiques relatives au bruit rayonné par un jet chaud. En effet, l'intensité acoustique rayonnée par le jet chaud est supérieure (d'environ 6 à 7 dB) à celle produite par le jet froid dans les basses fréquences, tandis qu'en hautes fréquences, les deux spectres ont sensiblement la même allure et le même niveau. De plus, la fréquence centrale du spectre du jet chaud est décalée vers les basses fréquences par rapport à celle du jet froid. À plus hautes vitesses, et typiquement pour un nombre de Mach M_a fixe de 0.9, le comportement en basses fréquences du spectre d'intensité acoustique rayonné par le jet n'est pas significativement modifié par la température, alors que le niveau en haute fréquence diminue considérablement avec la température. Ce comportement a été illustré par Tanna pour le rayonnement à 90° [45], et à 45° [103], et est cohérent avec la réduction du niveau de bruit global émis sur la totalité des angles d'émission [103]. Cette réduction des niveaux en haute fréquence s'accompagne d'un déplacement du maximum du spectre d'intensité acoustique. Pour des spectres exprimés en tiers d'octave, issus de mesures sur un jet à Mach $M_a = 0.9$, Tanna [103] note

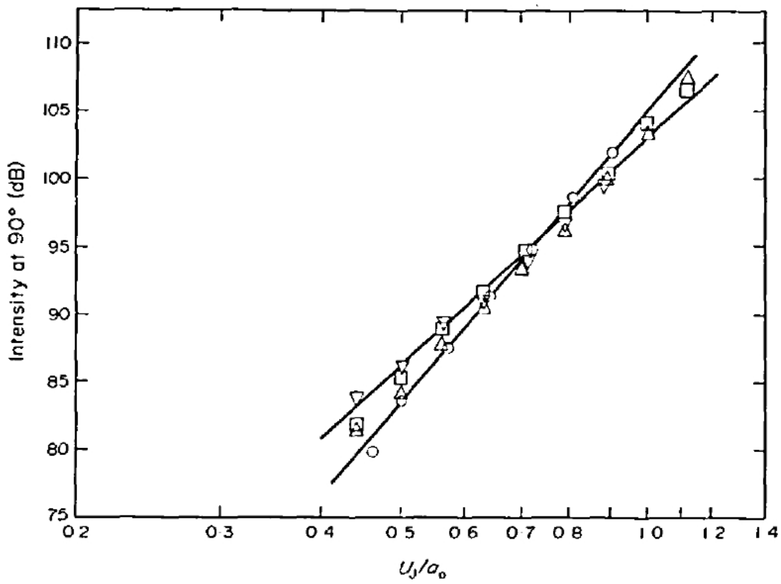
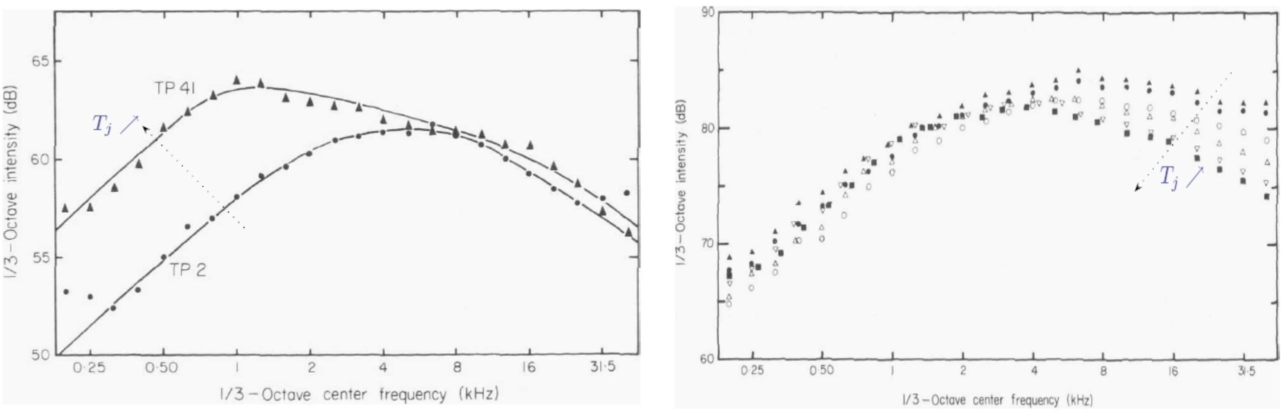


Figure I.13 – Évolution de l'intensité globale à 90° de l'axe du jet, en fonction de la vitesse et de la température du jet, *d'après Fisher et al.* [99], $\frac{T_j}{T_0}$ = 1 (○) ; 1.7 (△) ; 2.4 (□) ; 3 (▽).

que passer de $T_j/T_\infty = 1$ à 3 entraîne un déplacement de la fréquence f_p du maximum du spectre, de $f_p = 1.5 \times U_j/D$ à $f_p = 0.6 \times U_j/D$.

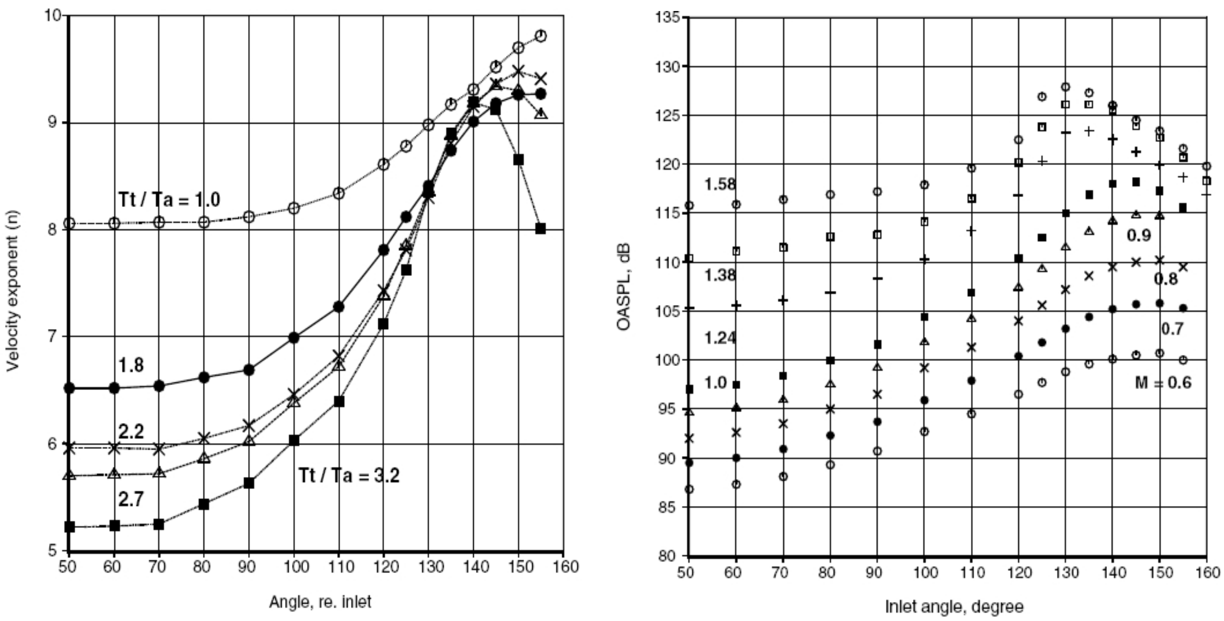


a) b)

Figure I.14 – Spectres expérimentaux d'intensité acoustique à 90° de l'axe du jet, de jets de températures différentes pour un même nombre de Mach M_a : (a) $M_a = 0.4$; (b) $M_a = 0.8$. L'évolution de la température d'un spectre à l'autre est indiquée sur les figures. *D'après Tanna et al.* [45]

L'inversion de ces effets au nombre de Mach acoustique critique $M_a = 0.7$, qui est l'un des effets les plus importants de la température identifié dans les années 60 et 70, a récemment été confirmé par Viswanathan [104]. Ainsi on observe respectivement une augmentation et une diminution de la puissance sonore rayonnée lorsqu'un jet à basse et haute vitesse est chauffé. D'autre part Viswanathan a mis en évidence la possibilité que des effets supplémentaires, liés au nombre de Reynolds, puissent apparaître.

Certains travaux récents du même auteur [105], [106], ont mis en évidence que l'exposant de vitesse de la loi d'évolution de l'intensité sonore n'équivaut pas à huit I.22, mais varie en fonction de l'angle et de la température, comme on peut le constater sur la figure I.15 (a), pour différentes valeurs de la température et à nombre de Mach M_j constant. Ainsi, pour des angles éloignés de l'axe du jet, cet exposant varie peu, quelque soit la température du jet. Alors que plus on se rapproche de l'axe, plus la température exerce une influence sur le rayonnement acoustique. D'autre part, Viswanathan a montré que le fait de réchauffer un jet, à Mach constant, entraînait un élargissement du secteur angulaire où se situent les pics du rayonnement. On peut ainsi constater que plus on augmente la vitesse, plus le pic de rayonnement acoustique d'un jet chaud apparaît à des angles proches de l'axe du jet (cf figure I.15 (b)).



a) b)

Figure I.15 – Etude des effets de la température sur un jet à nombre de Mach M_j constant. (a) Exposant de vitesse pour différents angles et rapports de température ; (b) Directivité polaire de l'intensité sonore d'un jet chaud pour différent nombres de Mach M_j , T_j/T_∞ = 3.2. D'après Viswanathan [106].

Les récents travaux de Bodony et Lele [107] sur les jets simples turbulents à hautes vitesses ont mis en évidence certains mécanismes sources permettant d'apporter une explication plausible quant à la réduction du bruit lorsqu'un jet est chauffé. A partir de base de données SGE, Bodony & Lele [7] ont réalisé une analyse détaillée du rayonnement de jets turbulents à haute vitesse ($M_j = 0.9, 1, 2$) de température différente à l'aide de l'analogie de Lighthill I.16 [107]. De cette manière, ils ont analysé précisemment le comportement et les interactions en champ lointain des différents termes sources qui apparaîssent dans le tenseur de Lighthill I.17. Les auteurs montrent que les contributions des termes de quantité de mouvement $\rho u_i u_j$ et d'entropie $(p' - c_\infty^2 \rho')$ sont anti-corrélés en champ lointain.

Bodony et Lele se sont concentrés plus particulièrement sur deux points. Le premier concerne les contributions des termes du tenseur de Lighthill pris individuellement sur le bruit rayonné total. Le second concerne les annulations observées entre le premier terme du tenseur de Lighthill $\rho u_i u_j$ et celui d'entropie, dans les hautes fréquences. Afin d'étudier ces deux points, ces auteurs décomposent le premier terme source du tenseur de Lighthill de la manière suivante :

$$\begin{aligned} \rho u_i u_j = \; & \langle\rho\rangle\langle u_i\rangle\langle u_j\rangle + \underbrace{\langle\rho\rangle(\langle u_i\rangle u'_j + u'_i\langle u_j\rangle)}_{\mathrm{L}_1} + \underbrace{\rho'\langle u_i\rangle\langle u_j\rangle}_{\mathrm{L}_2} \\ & + \underbrace{\rho'(\langle u_i\rangle u'_j + u'_i\langle u_j\rangle)}_{\mathrm{Q}_1} + \underbrace{\langle\rho\rangle u'_i u'_j}_{\mathrm{Q}_2} + \underbrace{\rho' u'_i u'_j}_{\mathrm{C}} \end{aligned} \tag{I.28}$$

Cette décomposition permet d'identifier les contributions de deux termes linéaires L_1 et L_2, de deux termes quadratiques Q_1 et Q_2, ainsi qu'un terme dit cubique C (moment d'ordre 3). Le premier terme $\langle\rho\rangle\langle u_i\rangle\langle u_j\rangle$ étant seulement une composante moyenne, sa contribution sur le bruit rayonné est nulle.

De plus, les auteurs ont également considéré la décomposition de Lilley pour le second terme source (entropie) :

$$p' - c_\infty^2 \rho' = \underbrace{-\frac{\gamma - 1}{2}\rho u_k u_k}_{\mathrm{term_I}} + \underbrace{c_\infty^2 \int \frac{\partial}{\partial x_k}\left[\rho u_k \left(\frac{h_\infty - h_s}{h_\infty}\right)\right] dt}_{\mathrm{term_{II}}} \tag{I.29}$$

où h_∞ et h_s sont respectivement l'enthalpie du milieu ambiant et l'enthalpie statique.

Bodony et Lele comparent dans un premier temps les contributions au niveau de bruit total rayonné en champ lointain des différents termes du tenseur de Lighthill I.17. La figure I.16 présente les spectres obtenus pour un jet froid à nombre de Mach $M_j = 0.9$ (sp7) et un jet chaud $M_j = 0.97$ (sp39), à une distance de $R = 30D_j$ pour des angles de 30° (a) et 90° (b). Dans le cas du jet froid (sp7), ainsi que l'avait observé Freund [108], la contribution de $\rho u_i u_j$ domine le rayonnement total dans les basses fréquences $0.1 \leq St \leq 0.5$ à 30°, d'environ 2dB. Aucune tendance ne ce dégage dans les hautes fréquences. Au delà de $St = 0.8$, les termes $\rho u_i u_j$ et d'entropie sont d'amplitudes comparables, mais la contribution du terme $\rho u_i u_j$ semble légèrement supérieure. A 90°, le terme $\rho u_i u_j$ contribue entièrement au bruit total rayonné, la contribution du terme d'entropie étant environ 10dB plus faible.

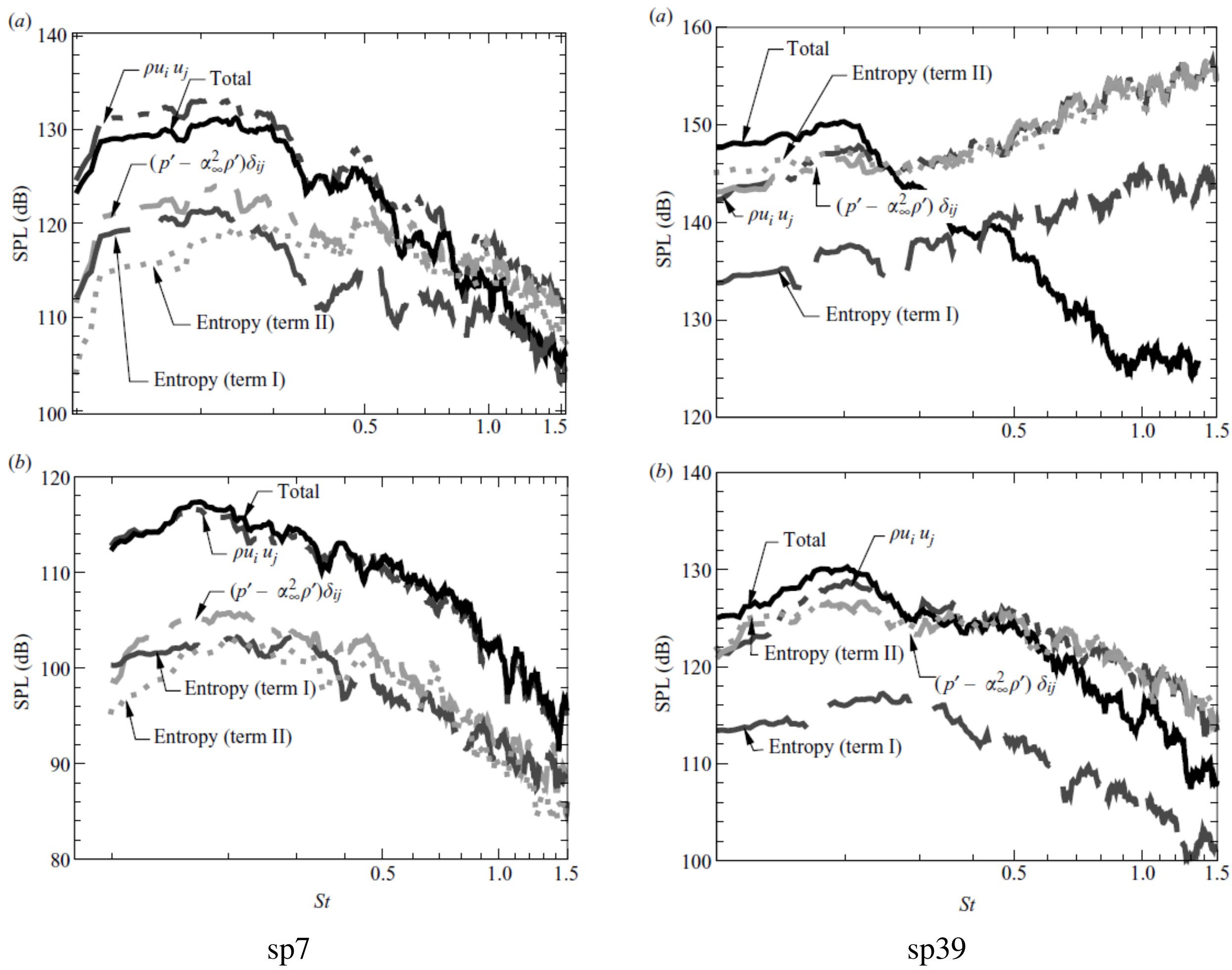


Figure I.16 – Spectre des termes source du tenseur de Lighthill I.17 projeté à $R = 30D_j$ à (a) 30° et (b) 90° : à gauche jet sp7 (froid) ; à droite jet sp39 (chaud). D'après Bodony et Lele [107].

De nombreuses différences apparaîssent quand le jet est chauffé. En raison d'une vitesse d'éjection supérieure, le jet chaud présente un niveau total supérieur d'environ 20dB par rapport au jet froid. A 30°, les spectres des termes sources du tenseur de Lighthill présentent un pic en fréquence bien au delà de celui du spectre de bruit total, mais un maximum local apparait aux alentours de $St = 0.2$. Les contributions des termes $\rho u_i u_j$ et d'entropie sont alors corrélées, en particulier dans les hautes fréquences. A 90°, ces termes se combinent de manière constructive pour contribuer au bruit total rayonné pour $St \leq 0.4$, mais se combinent de manière destructive (i.e. leurs contributions respectives s'annulent) dans les hautes fréquences. On observe dans les deux angles que la décroissance du spectre de bruit total dans les hautes fréquences ne correspond pas à celle des spectres des termes pris séparement.

Afin d'identifier les mécanismes sources du bruit rayonné, Bodony et Lele propagent les contributions des cinq termes issus de la décomposition de $\rho u_i u_j$ I.28. La figure I.17 compare les spectres obtenus à une distance de $R = 30D_j$ pour des angles de 30° (a) et 90° (b), pour des jets à nombre de Mach $M_j = 0.97$ (sp39) et $M_j = 1.95$ (sp62), respectivement chaud et froid.
Dans le cas du jet froid à Mach $M_j = 1.95$, à 30°, le terme cubique C est complètement négligeable pour toutes les fréquences. Le terme L_1 domine dans les basses fréquences $St < 0.5$, alors que le terme L_2 domine dans les hautes fréquences ($St \geq 0.5$). Au contraire, à 90°, la contribution du terme L_2 est négligeable. Seuls les termes L_1 et Q_2 contribuent au bruit rayonné total, avec Q_2 dominant dans les basses fréquences $St < 0.5$. Il est important de souligner le changement de tendance entres pour les termes dominants L_2 et le couple L_1, Q_1 lorsque l'on change d'angle.
Dans le cas du jet chaud à Mach $M_j = 1$, le terme linéaire L_2 domine sur toutes les fréquence à 30°, suivit par le terme Q_2 à 5dB en dessous. Le terme linéaire L_1 n'intervient que pour les trés basses fréquences $St \leq 0.1$, et les termes Q_1 et C sont négligeables par rapport à la contribution de L_2. Néanmoins on observe que $Q_1 \simeq Q_2$ pour $St \geq 0.9$. De la même manière que pour le jet froid, à 90°, la contribution du terme L_2 est négligeable. Seul le terme quadratique Q_2 contribue au bruit total. Le fait que L_2 domine à 30° peut expliquer les corrélations observées entre les termes $\rho u_i u_j$ et $(p' - c_\infty^2 \rho')$. Comme on peut assimiler $\bar{u}_x \sim c_\infty$, et que $\rho u_i u_j$ est dominé par $\rho' \bar{u}_x \bar{u}_x$, cela implique les contribution destructives avec le terme entropique. A 90°, la contribution de L_2 est faible car $\bar{u}_x >> \bar{u}_r$ et $c_\infty >> \bar{u}_r$. Comme les fluctuations de vitesse sont de même amplitude, on a $L_{1,\text{hot}} < L_{1,\text{cold}}$. Ainsi pour un jet froid, les auteurs s'attendent à ce que $L_1 > Q_1, Q_2$ mais il n'observe cela que pour $St > 0.5$. En effet, dans les basses fréquences ils trouvent $Q_2 > L_1$. Dans le cas du jet chaud, comme $\bar{u}_x >> \bar{u}_r$ et en raison de la faible densité, les auteurs trouvent $Q_2 > Q_1, L_1$ en champ lointain à 90°.

Selon ces auteurs, la raison pour laquelle les jets chauds à hautes vitesses $M_a > 0.7$ sont moins bruyant que leur homologues isothermes, est une combinaison entre la faible densité de ces jets ($\rho_j < \rho_\infty$) et le

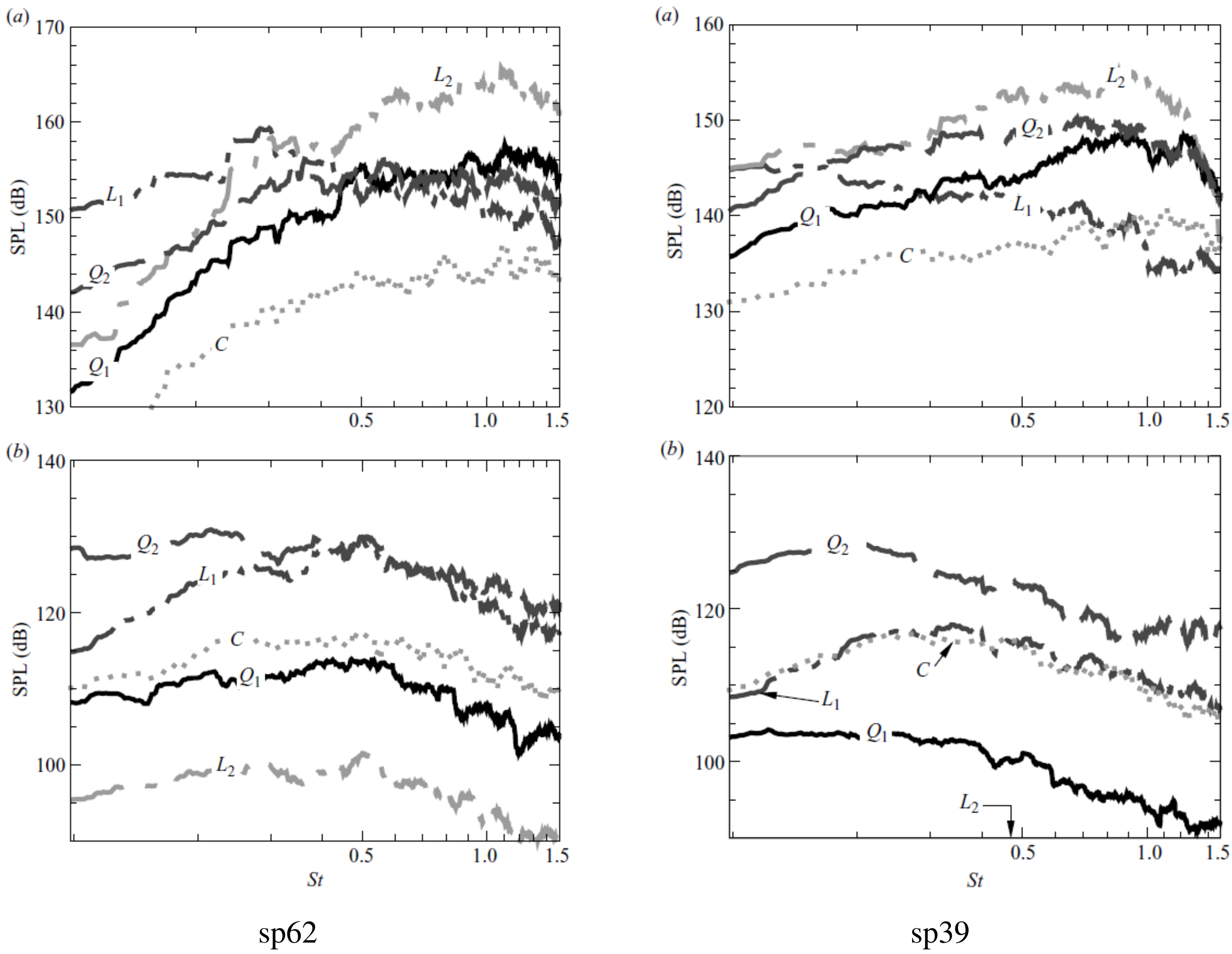


Figure I.17 – Décomposition de la quantité de mouvement I.28. Les différents termes sont projetés à $R = 30D_j$ à (a) 30° et (b) 90° : à gauche jet sp62 (froid) ; à droite jet sp39 (chaud). D’après Bodony et Lele [107].

fait que les termes de quantité de mouvement et d’entropie soient anti-corrélés, au sens de l’analogie de Lighthill. Ce dernier point serait responsable d’annulations du bruit rayonné en champ lointain, auxquelles s’ajoute une réduction de l’intensité de la source dû à une faible densité, en accord avec les raisonnements de Goldstein [109] et Morfey et *al.* [101]. L’hypothèse avancée par les auteurs pour expliquer l’augmentation du bruit rayonné par les jets à bas nombre de Mach acoustique $M_a < 0.7$, est qu’en raison d’une vitesse inférieure à celle du son dans le milieu ambiant, aucune annulation entre les termes de fluctuation linéaire de quantité de mouvement $\rho' \bar{U}_x{}^2$ et de fluctuation linéaire d’entropie $\rho' c_\infty^2$ n’est possible. Au contraire, il se pourrait que le terme $\rho' \bar{U}_x{}^2$ soit amplifié et responsable de l’augmentation du bruit rayonné.

Néanmoins ces hypothèses nécessitent d’être vérifiées. En effet, aux effets possibles dû au nombre de Reynolds ($Re = 8,8 \times 10^4$ et $Re = 3,36 \times 10^5$ dans l'étude de Bodony et Lele), s'ajoutent également des effets de compressibilité ($M_c = 0.58$ et $M_c = 0.83$, respectivement), sur la dynamique et donc l'acoustique rayonnée par les configurations de jets considérés par Bodony et Lele. Afin de mieux caractériser les effets de température sur les mécanismes physiques de la turbulence, et le bruit rayonnés des jets à hautes vitesses, il serait donc intéressant de considérer des jets à même nombre de Reynolds en régime quasi-incompressibles. Le principal point d'investigation dans le cadre de cette thèse se focalisera donc sur la distribution en champ proche des termes sources du tenseur de Lighthill et leurs dépendence en fréquence.

I.3 Méthodes numériques de simulations aéroacoustiques

Depuis la fin des années 90, la Simulation des Grandes Échelles (SGE) est devenu un outil incontournable pour la prévision et l'analyse des écoulements turbulents académiques et industriels de type jet, en particulier en régime compressible. En effet, depuis la réalisation de la première Simulation Numérique Directe (SND) de jet par Freund [110] incluant la prévision du champ acoustique rayonné, et les travaux de Bogey [4] qui montrèrent la faisabilité du calcul direct du bruit rayonné par SGE, la plupart des études numériques visant à comprendre les mécanismes responsables de la production de bruit dans les jets utilisent cette méthode. De plus, les récentes avancées informatiques en matière de calcul haute performance nous ouvrent de nouveaux horizons pour étudier numériquement ces configurations d'écoulements complexes, encore mal compris, avec un degré de réalisme élevé.

On distingue deux approches principales en aéroacoustique numérique, dont l'objectif est d'évaluer le bruit en champ lointain. La première est constituée des méthodes de calcul direct (SND ou SGE), qui consistent à résoudre les équations de Navier-Stokes compressibles pour obtenir les champs aérodynamique et acoustique instationnaires de l'écoulement considéré. Les méthodes hybrides de calcul de bruit représentent la seconde approche. Elles consistent en une première étape visant à calculer le champ aérodynamique de l'écoulement, par des méthodes de type RANS (Reynolds Average Navier-Stokes) ou SGE, afin de déterminer les termes sources acoustiques. En introduisant ces termes sources dans un système d'équations linéarisées du problème (propagateur acoustique) on construit alors le champ acoustique rayonné. Parmi les nombreuses méthodes utilisées pour déterminer le bruit rayonné par les jets, illustrées par la figure I.18, on peut citer l'analogie de Lighthill [111], les équations d'Euler Linéarisées (LEE) [112], ou encore la méthode APE (Acoustic Perturbation Equation) [113]. En pratique, en raison d'un coût de calcul prohibitif, il est néanmoins difficile de déterminer le champ acoustique sur des domaines suffisament étendus en champ lointain (de l'ordre d'une centaine de diamètres de jets) par les deux approches définies plus haut. C'est pourquoi la plupart des simulations aéroacoustiques utilisent des méthodes de propagations permettant de calculer le champ acoustique en champ lointain uniquement à partir des fluctuations de pressions à l'issue du calcul. Les plus utilisées par la communauté sont l'équation des ondes convectées [5], ainsi que les méthodes intégrales de Ffowcs Williams-Hawking [114] et de Kirchhoff [115]. En raison de sa facilité de mise en oeuvre, c'est cette dernière que nous utiliserons, en faisant l'hypothèse d'une surface de Kirchhoff aux frontières ouvertes [116]. Une revue critique et exhaustive des méthodes de simulations pour l'évaluation du champ sonore rayonné, ainsi que des théories sous-jacentes est donnée par Wang et *al.* [117].

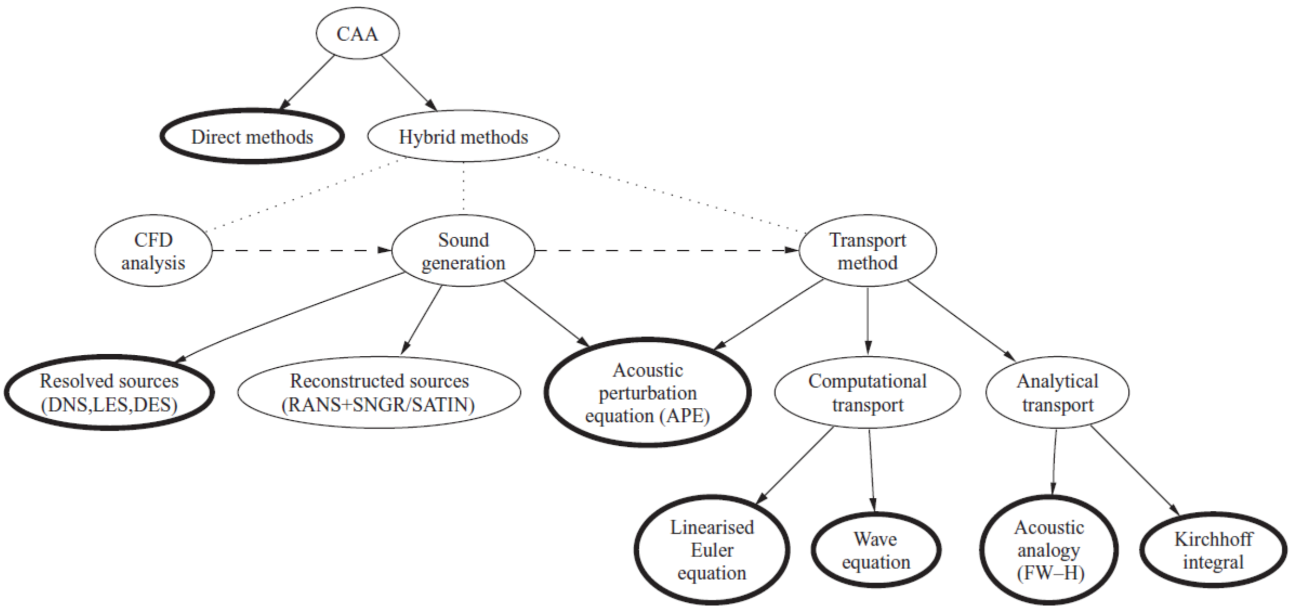


Figure I.18 – Illustration des diverses approches actuelles en aéroacoustique, issue de [118]

Les méthodes numériques utilisées pour l'étude des mécanismes de génération de bruit d'origine aérodynamique et sa propagation sont nombreuses et nécessitent une grande précision pour contourner les différents problèmes sous-jacents. En effet, au regard des fluctuations de pression hydrodynamiques, les fluctuations de pressions acoustiques sont de l'ordre de 60dB plus faibles, et doivent être propagées avec peu de dissipation sur de très longues distances. Les techniques numériques de discrétisations spatiales et temporelles utilisées pour ce type d'études ont fait l'objet de nombreux travaux [119]. Les schémas numériques les plus célèbres utilisés en aéroacoustique sont les schémas implicites compacts (Padé) [120], et ceux optimisés à faibles niveaux de dispersion et dissipation (DRP) [121, 122], basés sur une approche aux Différences Finies, pour l'estimation des dérivées spatiales. La discrétisation temporelle est le plus souvent effectuée à l'aide d'un algorithme de Runge-Kutta [123]. Néanmoins, dans le cadre d'étude de configurations d'écoulements à connotations industrielles, certains auteurs se sont tournés vers des schémas de types Volumes Finis [6, 124], qui sont d'ordre moins élevé et de nature plus dissipatives mais mieux adaptés aux géométries complexes. On peut également citer les méthodes aux Éléments Finis ou Spectraux qui permettent également la résolution des équations d'Euler et de Navier-Stokes compressibles, en particulier la méthode de Galerkin Discontinue. Le lecteur intéressé est invité à se référer à [8, 118, 119] pour de plus amples précisions. Les conditions aux limites employées sont alors également adaptées à l'évacuation des ondes acoustique hors du domaine de calcul, en utilisant des solutions asymptotiques des équations d'Euler [125]. Néanmoins une autre approche, basée sur des méthodes aux caractéristiques est également très utilisée, et semble mieux adaptée à l'évacuation des fluctuations d'origines aérodynamiques. Une revue complète sur les méthodes disponibles et leur efficacité est donnée par Colonius [126].

Un des sujets présentant le plus de controverses actuellement, au regard des simulations aéroacoustiques par SGE, est relatif à l'utilisation, ou non, d'un modèle sous-maille. En effet, si les grandes échelles au sens d'une sous-échelle inertielle sont responsables de la majeure partie du bruit rayonné, alors le calcul de ce dernier par SGE est justifié (bas Reynolds). Néanmoins, lorsque les plus petites échelles de la turbulence influencent la génération de bruit, il devient impératif de caractériser l'impact du modèle sous-maille sur cette source de rayonnement. Deux approches se distinguent en aéroacoustique numérique. La première consiste à utiliser un modèle basé sur l'hypothèse de viscosité turbulente, par exemple le modèle dit de Smagorinsky Dynamique [127] ou le modèle de la Fonction de Structure Filtrée (FSF) [128]. La seconde est d'utiliser uniquement un filtrage sélectif implicite, qui introduit une viscosité numérique sélective [121, 122], assurant la stabilité du schéma numérique en dissipant les oscillations hautes fréquences parasites maille par maille. Ces deux approches présentent chacune des défauts : soit une décroissance plus rapide de la vitesse d'un jet sur l'axe lorsqu'un modèle sous-maille est utilisé, soit une augmentation du bruit haute fréquence lorsqu'un filtrage sélectif est utilisé [8]. Nous avons choisi d'utiliser le modèle FSF dans nos SGE, ce qui implique que nous caractériserons son comportement en fonction du nombre de Reynolds de l'écoulement considéré et de la discrétisation spatiale utilisée.

Le département fluide de l'Institut P' à Poitiers bénéficie depuis de nombreuses années d'une forte expérience en matière d'étude expérimentale du champ proche pour l'identification des sources acoustiques des jets axisymétriques turbulents avec les thèse de Picard [129], Ricaud [130], et Coiffet [131], et plus récemment dans les jets coaxiaux [66, 132]. De plus, l'équipe numérique bénéficie de plus de quinze années d'expérience en SND et SGE, sur des configurations d'écoulements tels que les couches de mélange incompressibles [41, 133] et compressibles [134], mais également sur les jets

[135]. En particulier, on citera les travaux de Fortuné et *al.* [136], ainsi que ceux de Moser [137] sur les couches de mélange anisothermes compressibles (SND), et ceux de Cabana [138] sur les jets ronds isotherme et anisotherme compressibles (SND). Pour ces différentes raisons, nous utiliserons pour notre approche SGE un schéma numérique aux Différences Finies explicite, adaptés aux simulations numériques aérodynamiques de jets [139], de type Mac Cormack à l'ordre quatre en espace et deux en temps, de type prédicteur-correcteur [140]. Les conditions aux limites utilisées seront choisies pour être adaptées aux configurations d'écoulements compressibles tridimensionnels. Notamment, une attention particulière sera portée au maillage utilisé afin de permettre le calcul direct du bruit rayonné. En effet, afin d'obtenir une bonne description du bruit rayonné par un jet, la discrétisation spatiale doit permettre de calculer la propagation acoustique pour une gamme de fréquence comprise entre nombre de Strouhal $0.01 \leq St \leq 1$ au minimum. Nous verrons que ce critère n'est fonction que du nombre de points utilisés. L'avantage du schéma choisi est sa facilité de mise en oeuvre, couplée au fait que son algorithme nécessite peu de communication inter-processus, ce qui le rend particulièrement adapté aux machines de calculs scalaires. De plus, le code utilisé peut également s'adapter à de nombreuses configurations d'écoulement (canal, couche de mélange, sillage, jets, ...), et une approche curviligne permet de réaliser des simulations en géométries complexes, ainsi que la mise en place de procédures visant à contrôler l'écoulement dans le but de réduire le bruit.

Chapitre II

Méthodes Numériques

Dans cette partie, les équations du mouvement pour les fluides compressibles ainsi que les méthodes numériques mises en œuvre pour les résoudre sont détaillées. Ces techniques de simulation sont implémentées dans le code “NIGLO”. Initialement ce code est très proche du code de calcul WOMBAT, développé par Dubief [141], dans sa version séquentielle. A l'origine, il s'agit d'un évolution du code COMPRESS réalisé par Normand et Lesieur [142]. L'approche numérique utilisée ici a déjà été largement validée dans de nombreuses configurations d'écoulements. Notamment par Haberkorn [143] et *al.* [144] dans des simulations de canaux plans turbulents compressibles à très haute vitesse (i.e. jusqu'à des nombres de Mach $M = 5$), et également pour des simulations de jets ronds subsoniques et supersoniques [139, 145, 146]. De plus, des études de propagation acoustiques ont également été réalisées avec cet outil [147], dans l'objectif d'estimer le bruit rayonné par des jets ronds forcés compressibles.

L'objectif principal de ce travail étant de résoudre les équations de Navier-Stokes compressibles pour les écoulements cisaillés libres, l'approche considérée doit nous permettre de réaliser des simulations spatiales. Pour cela, plusieurs contraintes doivent être satisfaites. En effet, le domaine de calcul doit être important, pour réaliser ce genre de simulation, et donc l'algorithme efficace afin de limiter le coût de calcul dû au nombre de points nécessaires. De plus les conditions aux limites doivent permettre une libre circulation du fluide dans ce domaine sans engendrer de perturbations qui viendraient modifier l'écoulement considéré.

II.1 La simulation des Grandes Échelles pour les écoulements de fluide compressible

Le nombre important de degrés de liberté caractérisant la complexité de la turbulence compressible, est la principale cause de l'inapplicabilité de la Simulation Numérique Directe (SND) des équations de Navier-Stokes dans la majorité des écoulements de fluides à haut nombre de Reynolds, rencontrés au quotidien, et notamment dans l'industrie. La simulation des grandes échelles ; qui ressemble à une SND pour la résolution des grandes échelles de la turbulence, et ainsi permet l'accès aux données instantanées et statistiques du phénomène simulé ; est l'une des méthodes les plus appropriées en terme de coût de calcul pour réaliser des simulations tridimensionnelles d'écoulements instationnaires. Le lecteur intéressé en général sur le sujet est invité à se référer à ces trois ouvrages [148], [118], [149].

II.1.1 Équations de Navier-Stokes compressibles

Dans le cadre d'un fluide compressible newtonien, vérifiant l'hypothèse de Stokes, les lois des gaz parfaits, et de Fourier, en considérant l'écoulement instationnaire et en négligeant les forces extérieures de volume, les équations de Navier-Stokes représentent la conservation de la masse, la quantité de mouvement et la conservation de l'énergie. Sous la forme conservative, elles s'écrivent :

Équation de continuité

L'équation de continuité traduit la conservation de la masse,

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_i}(\rho u_i) = 0 \tag{II.1}$$

Équation de quantité de mouvement

L'équation de quantité de mouvement traduit la deuxième loi de Newton, ou le principe fondamental de la dynamique,

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho u_i) + \frac{\partial}{\partial x_j}(\rho u_i u_j) + \frac{\partial p}{\partial x_i} = \frac{\partial}{\partial x_j}(\tau_{ij}) \tag{II.2}$$

Équation de conservation de l'énergie

La conservation de l'énergie totale exprime le premier principe de la thermodynamique :

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho e_t) + \frac{\partial}{\partial x_j}\Big((\rho e_t + p)u_j\Big) = \frac{\partial}{\partial x_j}(\tau_{ij}u_i) - q_j \tag{II.3}$$

Où ρ représente la masse volumique, u_i les trois composantes de la vitesse, e_t l'énergie totale et p la pression.

L'énergie totale par unité de volume est :

$$\rho e_t = \rho e + \frac{1}{2}\rho u_i u_i \tag{II.4}$$

Avec e l'énergie interne telle que $\rho e = \rho C_v T = \frac{p}{(\gamma-1)}$, et γ le rapport des chaleurs calorifiques. Les composantes du tenseur des contraintes totales sont définies par la loi de Newton :

$$\sigma_{ij} = -p\delta_{ij} + \tau_{ij} \tag{II.5}$$

Le tenseur des contraintes visqueuses est définit tel que :

$$\tau_{ij} = \mu\left[\frac{\partial u_j}{\partial x_i} + \frac{\partial u_i}{\partial x_j} - \frac{2}{3}\vec{\nabla}.\vec{u}\delta_{ij}\right] = 2\mu\left[S_{ij} - \frac{1}{3}S_{kk}\delta_{ij}\right] \tag{II.6}$$

Avec S_{ij} la partie symétrique du tenseur gradient de vitesse :

$$S_{ij} = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial u_j}{\partial x_i} + \frac{\partial u_i}{\partial x_j}\right) \tag{II.7}$$

La loi de Sutherland définit la viscosité dynamique du fluide μ en fonction de la température T :

$$\mu(T) = \mu(T_0)\left(\frac{T}{T_0}\right)^{1/2}\frac{1+S/T_0}{1+S/T} \tag{II.8}$$

avec $T_0 = 273.15K$, $\mu(T_0) = 1.711\times10^{-5}kg.m^{-1}.s^{-1}$ et $S = 110.4K$
Le flux de chaleur q_j est donné par la loi de Fourier :

$$q_j = \lambda(T)\frac{\partial T}{\partial x_j} \tag{II.9}$$

La conductivité thermique $\lambda(T)$ s'obtient à partir du nombre de Prandtl :

$$Pr = \frac{C_p\mu(T)}{\lambda(T)} = \frac{\nu}{\kappa} \tag{II.10}$$

A température ambiante, $Pr = 0.7$. $\kappa = \lambda/(\rho C_p)$ est la diffusivité thermique.
Finalement le système d'équations est fermé avec l'équation d'état des gaz parfaits :

$$P = R\rho T \tag{II.11}$$

Avec $R = C_p - C_v = \frac{\mathcal{R}}{\mathcal{M}} = 287.06 J.kg^{-1}.K^{-1}$ la constante spécifique des gaz parfaits, où $\mathcal{M}$ représente la masse molaire et $\mathcal{R} = \mathcal{N} k_B$ la constante universelle des gaz parfaits donnée par le produit du Nombre d'Avogadro $\mathcal{N}$ et de la constante de Boltzmann k_B. On a également $\gamma = C_p/C_v = 1.4$, le rapport des chaleurs spécifiques et C_v, la chaleur calorifique à volume constant.

II.1.2 Équations de Navier-Stokes compressibles filtrées

La Simulation des Grandes Échelles fut à l'origine développée pour les prévisions météorologiques au début des années 1960, avec l'introduction du fameux modèle de Smagorinsky [150] (suite aux travaux du météorologue Richardson en 1922 [151]). Cette méthode de simulation des écoulements turbulents instationnaires tridimensionnels est basée sur une séparation d'échelle. Ainsi les effets des plus petites échelles de la turbulence sont modélisés alors que les mouvements à grandes échelles sont calculés explicitement. D'un point de vue plus mathématique, la méthode SGE [152] est alors mal posée et un problème de fermeture des équations apparaît. En effet, la non-linéarité des équations de Navier-Stokes entraîne la nécessité de prendre en compte les effets des échelles non-résolues afin que la description des échelles résolues du mouvement soit fiable. Le lecteur intéressé par une description détaillée de la SGE, ainsi que l'approche présentée ci-après pourra consulter les ouvrages suivants [153–157].

II.1.2.1 Notion de séparation d'échelle : Filtrage

Afin de calculer la composante dite “grande échelle” de chaque variable de l'écoulement, on applique un filtre passe-bas en fréquence (ou passe-haut en échelle) aux équations de Navier-Stokes [152, 154, 158]. Ce filtre spatial, noté $\bar{\cdot}$, élimine toute contribution d'échelle supérieure au nombre d'onde dit de coupure k_c correspondant à la largeur Δ caractéristique du filtre dans le spectre d'énergie turbulente, schématisé sur la figure II.1. Ces échelles, dites sous-mailles en raison de Δ qui correspond en général à la longueur caractéristique du maillage utilisé pour la discrétisation, seront modélisées.

Cas homogène Dans l'espace physique, le filtre $\bar{\cdot}$ est représenté comme un produit de convolution. Ainsi la partie résolue $f(\bar{x},t)$ d'une composante spatio-temporelle $f(x,t)$ est formellement définie par la relation :

$$\bar{f}(\vec{x},t) = \int f(\vec{y},t) G_{\Delta x}(\vec{x}-\vec{y}) d\vec{y} = \int f(\vec{x}-\vec{y},t) G_{\Delta x}(\vec{y}) d\vec{y} \tag{II.12}$$

Avec $f = \bar{f} + f' = \bar{f} + (1 - G_{\Delta x}) * f$

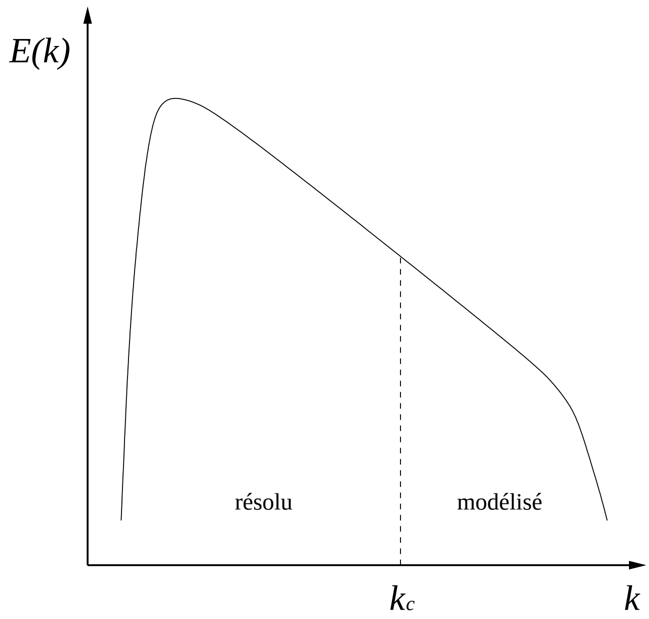


Figure II.1 – Spectre de l'énergie cinétique turbulente avec séparation d'échelles

L'expression du noyau de convolution $G_{\Delta x}$ dépend du filtre utilisé. Ce produit de convolution s'exprime dans l'espace spectral sous la forme d'une simple multiplication telle que :

$$\hat{\bar{f}}(\vec{k}) = \widehat{G}(\vec{k})\hat{f}(\vec{k}) \tag{II.13}$$

où $\widehat{G}(\vec{k})$ est la fonction de transfert associée au noyau $G_{\Delta x}$.
On peut remarquer qu'un opérateur de filtrage ainsi défini n'est pas nécessairement indempotent à l'inverse de l'opérateur de moyenne de Reynolds utilisé dans l'approche RANS, c'est à dire que *à priori* $\bar{\bar{f}} \neq f$ et $\bar{f}' \neq 0$. Ainsi l'opération de filtrage peut être inversée sans entrainer une perte d'information. En pratique, les filtres utilisés en SGE ne sont pas indempotents, à l'exception du filtre à coupure spectrale II.1.

Le filtre homogène doit vérifier les trois propriétés suivantes :

1. Préservation des constantes :

$$\forall c \in \mathbb{R}, \qquad \bar{c} = c \leftrightarrow \int G_{\Delta x}(\vec{x}-\vec{y})d\vec{y} = 1 \tag{II.14}$$

2. Linéarité :

$$\overline{f+g} = \bar{f} + \bar{g} \tag{II.15}$$

Filtre	$G_{\Delta x}(x)$	$\widehat{G}(k)$
Coupure spectrale	$\frac{sin(k_c x)}{k_c x}$	$\begin{cases} 1 & \text{si } \lvert k \rvert \leq k_c \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$
Boite	$\begin{cases} \frac{1}{\Delta_x} & \text{si } \lvert x \rvert \leq \frac{\Delta_x}{2} \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$	$\frac{sin(k\Delta_x/2)}{k\Delta_x/2}$
Gaussien	$\sqrt{\frac{6}{\pi\Delta_x^2}} e^{(-6\frac{x^2}{\Delta_x^2})}$	$e^{-\frac{\Delta_x^2 k^2}{24}}$

Tableau II.1 – Exemple de filtres unidimensionnels et leur fonction de transfert associée

3. Commutativité avec la dérivation :

$$\overline{\frac{\partial f}{\partial s}} = \frac{\partial \bar{f}}{\partial s}, \qquad s = x_i, t \tag{II.16}$$

On peut remarquer que la propriété II.14 constitue une contrainte de normalisation sur le filtre et que la vérification de la propriété II.15 est immédiate de part le produit de convolution. Néanmoins la commutation du filtre avec les opérateurs de dérivations n'est assurée que si le filtre est appliqué sur un domaine infini et que son noyau est homogène. La longueur de coupure Δx doit donc être une constante indépendante du temps et de l'espace. D'après [159], le non respect de cette hypothèse entraîne une erreur de commutation du second ordre. Parmi les filtres homogènes utilisés en SGE on peut citer le filtre “gaussien” et le filtre “boîte” II.1.

On définit en général la SGE à l'aide de filtres spatiaux (cf. II.1) explicites [160], mais on peut également citer [161] qui utilise une approche basée sur un filtre temporel. Cette méthode implique alors un temps de coupure Δ_τ, constant et indépendant du temps et de l'espace.

Cas inhomogène Dans la pratique, un filtre homogène en espace trouve son usage rapidement limité. En effet, la plupart des conditions aux limites interdisent son application en raison de son support qui doit être modifié en limite de domaine en raison de sa non-localité dans l'espace physique. Néanmoins les conditions de périodicité et de glissement libre permettent son utilisation. De plus, le respect de la propriété de commutation implique un maillage à pas constant, alors qu'au sein d'un même écoulement la variabilité spatiale de la solution du problème peut varier sensiblement d'une zone à l'autre, comme par exemple au voisinage d'une paroi ou dans une zone de cisaillement où il existe une réduction de la taille des structures turbulentes les plus énergétiques, et donc où l'échelle de coupure doit s'adapter localement. Un tel filtre peut alors s'écrire :

$$\bar{f}(\vec{x},t) = \int f(\vec{y},t) G_{\Delta x}(\vec{x},\vec{y}) d\vec{y} \tag{II.17}$$

Et contrairement au cas homogène décrit précédemment, ce type de filtrage ne correspond plus à une convolution, et ne peut plus être défini dans l'espace spectral à l'aide de la relation II.13. De plus, dans ce cas général, la propriété de commutativité n'est plus respectée. On définit alors l'erreur de commutation ε_r :

$$\varepsilon_r = \overline{\frac{\partial f}{\partial x_i}} - \frac{\partial \bar{f}}{\partial x_i} \tag{II.18}$$

La quantification *a priori* de cette erreur n'est pas évidente dans le cas général mais une telle démarche peut-être suivie afin de définir un filtre inhomogène ε_r. En effet, en généralisant l'expression d'un filtre boîte homogène unidimensionnel à un cas inhomogène, on a :

$$\bar{f}(x) = \frac{1}{\Delta_c} \int_{x-\Delta_-}^{x+\Delta_+} f(x') dx' \tag{II.19}$$

où $\Delta_c(x)$ est une échelle de coupure variable selon x avec :

$$\Delta_c(x) = \Delta_+(x) + \Delta_-(x) \tag{II.20}$$

Ainsi on a :

$$\varepsilon_r = \frac{1}{\Delta_c} [f(x+\Delta_+) - f(x-\Delta_-)] + \frac{1}{\Delta_c^2} \frac{d\Delta_c}{dx} \int_{x-\Delta_-}^{x+\Delta_+} f(x') dx' - \frac{1}{\Delta_c} \frac{d}{dx} \int_{x-\Delta_-}^{x+\Delta_+} f(x') dx' \tag{II.21}$$

Puis, à partir de la relation générale (théorème de transport),

$$\frac{d}{dt} \int_{a(t)}^{b(t)} f(x,t) dx = \int_a^b \frac{\partial f}{\partial t} dx + f(b) \frac{db}{dt} - f(a) \frac{da}{dt} \tag{II.22}$$

on peut écrire :

$$\frac{d}{dx} \int_{x-\Delta_-}^{x+\Delta_+} f(x') dx' = f(x+\Delta_+) \left(1 + \frac{d\Delta_+}{dx}\right) - f(x-\Delta_-) \left(1 - \frac{d\Delta_-}{dx}\right) \tag{II.23}$$

En notant que :

$$\frac{1}{\Delta_c^2} \frac{d\Delta_c}{dx} \int_{x-\Delta_-}^{x+\Delta_+} f(x') dx' = \frac{1}{\Delta_c} \frac{d\Delta_c}{dx} \bar{f} \tag{II.24}$$

Finalement, après simplification, on obtient :

$$\varepsilon_r = \frac{1}{\Delta_c}\left[\frac{d\Delta_c}{dx}\bar{f} - f(x+\Delta_+)\frac{d\Delta_+}{dx} + f(x-\Delta_-)\frac{d\Delta_-}{dx}\right] \tag{II.25}$$

Cette erreur se calibre ainsi sur la variation spatiale de l'échelle de coupure utilisée mais reste néanmoins difficile à cerner. On peut simplement dire qu'une modération dans les variations de Δ_c permet de limiter cette erreur.

Une autre méthode, introduite par Ghosal et Moin [162], permet de définir d'autres filtres inhomogènes afin de limiter l'erreur de commutativité. L'idée est de s'appuyer sur un changement de variable adéquat visant à réaliser un filtrage homogène sur une coordonnée de calcul ζ reliée à la coordonnée réelle x par la fonction monotone $\zeta = \psi(x)$. Ghosal et Moin [162], ont montré que cette erreur de commutation est d'ordre deux, et Vasilyev et *al.* [163], ont étendu cette technique à l'ordre quatre. Soit :

$$\varepsilon_r \propto \Delta_c^n, \quad avec \quad n=2 \quad ou \quad n=4 \tag{II.26}$$

Mais néanmoins l'usage de ce type de filtre reste assez restreint du fait des contraintes sur les conditions aux limites ou sur la variabilité de l'échelle de coupure Δ_c. Des propriétés supplémentaires relatives à ces filtres apparaissent pour supprimer les termes additionels d'ordre supérieur. En pratique, dans la quasi-totalité des calculs de type SGE, il est admis que cette erreur est négligeable [154], en faisant l'hypothèse que les erreurs de modélisation dominent ε_r. Néanmoins cette hypothèse reste contestable. De plus, du fait de la non-homogénéité du maillage, la longueur de coupure varie selon les directions spatiales considérées. On définit le plus souvent une longueur de coupure par maille comme une fonction du volume de la maille (Deardoff, [164]) tel que :

$$\Delta = \left(\prod_{i=1}^{3} \Delta_{x_i}\right)^{1/3} \tag{II.27}$$

où Δ_{x_i} représente la longueur de coupure du filtre selon la direction envisagée. Néanmoins, ce type de filtre, associé au maillage, ne permettra pas la représentation des fréquences supérieures à celle de Nyquist (associé à la grille de calcul) lors de la simulation.

On peut également mentionner l'existence des filtres induits par le schéma numérique, dont l'erreur d'approximation sur les dérivées partielles modifie la solution calculée, et qui peut-être évalué par une analyse au nombre d'onde modifié. De plus, le modèle d'approximation du modèle sous-maille peut également être considéré comme un filtre.

Filtrage de Favre Du fait de la nature compressible des équations de Naviers-Stokes considérées, on introduit le filtrage dit de "Favre" [165], pondéré par la masse volumique, défini de manière analogue à la moyenne de Favre utilisée dans la majorité des études de la turbulence compressible RANS [166, 167]. On effectue alors le changement de variables :

$$\tilde{f} = \frac{\overline{\rho f}}{\bar{\rho}} \tag{II.28}$$

On obtient la décomposition sur une variable f :

$$f = \tilde{f} + f'' \tag{II.29}$$

Contrairement à la moyenne de Favre temporelle :

$$\tilde{\tilde{f}} \neq \tilde{f} \tag{II.30}$$

et

$$\tilde{f} \neq 0 \tag{II.31}$$

Notons que cet opérateur, bien que respectant les conditions II.14 et II.15, ne commute pas avec l'opérateur de dérivation. L'intérêt majeur de son utilisation est de ne pas introduire de terme sous-maille dans l'équation de continuité, et de rapprocher la structure des équations constitutives de la SGE compressible de celle des équations de Navier-Stokes.

II.1.2.2 Équations constitutives

On applique le filtre $\bar{\cdot}$ aux équations de Navier-Stokes compressibles. À l'aide des propriétés de commutation, de linéarité et de conservation des constantes du filtre, on obtient tout d'abord le système suivant :

$$\left\{\begin{array}{l}
\frac{\partial\bar{\rho}}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j}(\overline{\rho u_j}) = 0 \\[2ex]
\frac{\partial}{\partial t}(\overline{\rho u_i}) + \frac{\partial}{\partial x_j}(\overline{\rho u_i u_j}) + \frac{\partial\bar{p}}{\partial x_i} = \frac{\partial}{\partial x_j}(\overline{\mu\tau_{ij}}) \\[2ex]
\frac{\partial}{\partial t}(\overline{\rho e_t}) + \frac{\partial}{\partial x_j}\left[\overline{(\rho e_t + p)u_j}\right] = \frac{\partial}{\partial x_j}(\overline{\mu\tau_{ij}u_i}) - \bar{q}_j
\end{array}\right. \tag{II.32}$$

Avec

$$\bar{p} = R\overline{\rho T} = (\gamma-1)\overline{\rho e}$$

et

$$\overline{\rho e_t} = \overline{\rho e} + \tfrac{1}{2}\overline{\rho u_i u_i} = C_v \overline{\rho T} + \tfrac{1}{2}\overline{\rho u_i u_i} = \bar{p}/(\gamma - 1) + \tfrac{1}{2}\overline{\rho u_i u_i}$$

Puis on applique le changement de variables par l'opérateur de filtrage de Favre. La pondération sur la masse volumique fait alors apparaître les variables $(\bar{\rho}, \tilde{u}_i, \bar{p}, \tilde{T})$.

Équation de continuité

Le changement de variable de Favre permet l'obtention d'une équation de continuité de forme similaire à celle de Navier-Stokes :

$$\frac{\partial \bar{\rho}}{\partial t} + \frac{\partial (\bar{\rho}\tilde{u}_i)}{\partial x_i} = 0 \tag{II.33}$$

Équation de quantité de mouvement

$$\frac{\partial (\bar{\rho}\tilde{u}_i)}{\partial t} + \frac{\partial (\bar{\rho}\tilde{u}_i\tilde{u}_j)}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} - \frac{\partial}{\partial x_j}(\tilde{\mu}\tilde{\tau}_{ij}) = \frac{\partial \mathcal{T}_{ij}}{\partial x_i} + \mathcal{R}_i \tag{II.34}$$

On voit apparaitre deux termes sous-mailles. Tout d'abord, le tenseur sous-maille $\mathcal{T}_{ij}$ qui provient du fait de la non-linéarité du terme convectif,

$$\mathcal{T}_{ij} = \left(-\overline{\rho u_i u_j} + \overline{\rho u_i}\,\overline{\rho u_j}/\bar{\rho}\right) = \left(-\overline{\rho u_i u_j} + \bar{\rho}\tilde{u}_i\tilde{u}_j\right) = \bar{\rho}\left(-\widetilde{u_i u_j} + \tilde{u}_i\tilde{u}_j\right) \tag{II.35}$$

Ce terme correspond au tenseur de Reynolds auquel s'ajoutent les termes représentant les effets des échelles sous-mailles [168, 169]. Dans l'espace physique, Leonard [152] propose de décomposer le terme non-linéaire $\bar{\rho}\widetilde{u_i u_j}$ sous la forme d'une triple somme, tel que :

$$\mathcal{T}_{ij} = \underbrace{\bar{\rho}\left(-\widetilde{\tilde{u}_i\tilde{u}_j} + \tilde{u}_i\tilde{u}_j\right)}_{L_{ij}} - \underbrace{\bar{\rho}\left(\widetilde{\tilde{u}_i u''_j} + \widetilde{\tilde{u}_j u''_i}\right)}_{C_{ij}} - \underbrace{\bar{\rho}\left(\widetilde{u''_i u''_j}\right)}_{R_{ij}} \tag{II.36}$$

Le terme L_{ij} est le tenseur de Leonard, construit à partir de variables explicites. Il représente les interactions entre les grandes échelles calculées par la simulation LES, et permet, à l'aide de l'hypothèse de similarité d'échelle, de modéliser les échelles sous-mailles (procédure dynamique). C_{ij} représente le tenseur des tensions croisées, c'est à dire les interactions entres les grandes échelles simulées explicitement et les petites échelles filtrées. Les interactions entre les petites échelles filtrées sont alors représentées par le tenseur de Reynolds sous-maille R_{ij}.

Réécrivons maintenant le tenseur sous-maille $\mathcal{T}_{ij}$ en faisant apparaitre une partie déviatrice $\mathcal{T}_{ij}^d$ et isotrope :

$$\mathcal{T}_{ij} = \underbrace{\mathcal{T}_{ij} - \frac{1}{3}\mathcal{T}_{ll}\delta_{ij}}_{\mathcal{T}_{ij}^d} + \frac{1}{3}\mathcal{T}_{ll}\delta_{ij} \tag{II.37}$$

L'équation de quantité de mouvement devient alors :

$$\frac{\partial(\bar{\rho}\tilde{u}_i)}{\partial t} + \frac{\partial(\bar{\rho}\tilde{u}_i\tilde{u}_j)}{\partial x_j} + \frac{\partial}{\partial x_i}\left(\bar{p} - \frac{1}{3}\mathcal{T}_{ll}\right)\delta_{ij} - \frac{\partial}{\partial x_j}(\tilde{\mu}\tilde{\tau}_{ij}) = \frac{\partial \mathcal{T}_{ij}^d}{\partial x_i} + \mathcal{R}_i \tag{II.38}$$

On introduit ici une pression corrigée que l'on retrouve dans le formalisme de la SGE incompressible classique ([41, 170, 171]), où elle est obtenue par résolution d'une équation de Poisson à partir du champ de vitesse. C'est la macro-pression, qui permet de traiter la partie isotrope du tenseur sous-maille $\mathcal{T}_{ll}$ qui est inconnue. Elle est définie telle que :

$$\varpi = \bar{p} - \frac{1}{3}\mathcal{T}_{ll} \tag{II.39}$$

Le second terme sous-maille est la conséquence de la non-linéarité du terme visqueux, et du fait que l'opérateur de Favre ne commute pas avec les opérateurs de dérivations,

$$\mathcal{R}_i = \frac{\partial}{\partial x_i}\left(\overline{\mu\tau_{ij}} - \widetilde{\mu\tau_{ij}}\right) \tag{II.40}$$

Avec le tenseur $\widetilde{\mu\tau_{ij}}$ défini comme :

$$\widetilde{\mu\tau_{ij}} = \mu(\tilde{T})\left[\frac{\partial\tilde{u}_j}{\partial x_i} + \frac{\partial\tilde{u}_i}{\partial x_j} - \frac{2}{3}\frac{\partial\tilde{u}_k}{\partial x_k}\delta_{ij}\right] \tag{II.41}$$

De plus, de la même manière que pour les équations moyennées au sens de Reynolds, il est généralement admis que la partie déviatrice du tenseur des taux de déformation et la viscosité sont décorrélés, ainsi on a :

$$\overline{\mu\tau_{ij}} = \bar{\mu}(\bar{T})\overline{\left[\frac{\partial u_j}{\partial x_i} + \frac{\partial u_i}{\partial x_j} - \frac{2}{3}\frac{\partial u_k}{\partial x_k}\delta_{ij}\right]} \tag{II.42}$$

À partir de tests *a priori* basés sur une SND d'une couche de mélange, Vreman et *al.* [172] ont montré que la contribution du terme visqueux sous-maille $\mathcal{R}_i$ peut-être négligé dans les écoulements à haut Reynolds. En effet cette contribution est un ordre de grandeur plus petit que le terme $\mathcal{T}_{ij}$.

Équation de conservation de l'énergie

Plusieurs approches existent pour l'équation filtrée de la conservation de l'énergie [173]. On écrit l'énergie totale filtrée en faisant apparaître la trace du tenseur sous-maille tel que :

$$\bar{\rho}\tilde{e}_t = \bar{\rho}C_v\tilde{T} + \frac{1}{2}\bar{\rho}\tilde{u}_i\tilde{u}_i - \frac{1}{2}\mathfrak{T}_{ll} \qquad \text{(II.43)}$$

La modélisation de $\mathfrak{T}_{ll}$ [174] pose alors problème pour les applications fortement compressibles [175]. Cette difficulté peut-être contournée en incorporant la trace du tenseur sous-maille dans l'energie interne. Ainsi, Lesieur et Comte introduisent le concept de macro-température [176].

$$\bar{\rho}\tilde{e}_t = \bar{\rho}C_v\left(\tilde{T} - \frac{1}{2\bar{\rho}C_v}\mathfrak{T}_{ll}\right) + \frac{1}{2}\bar{\rho}\tilde{u}_i\tilde{u}_i \qquad \text{(II.44)}$$

Soit,

$$\vartheta = \tilde{T} - \frac{1}{2\bar{\rho}C_v}\mathfrak{T}_{ll} \qquad \text{(II.45)}$$

L' équation d'état des gaz parfaits filtrés $\bar{p} = R\bar{\rho}\tilde{T}$ s'écrit alors :

$$\varpi = R\bar{\rho}\vartheta + \left(\frac{R}{2C_v} - \frac{1}{3}\right)\mathfrak{T}_{ll} = R\bar{\rho}\vartheta + \frac{3\gamma - 5}{6}\mathfrak{T}_{ll} \qquad \text{(II.46)}$$

Ce changement de variable revient à négliger $\mathfrak{T}_{ll}$ devant la pression thermodynamique. En effet, si on considère le nombre de Mach sous-maille M_{sgs}, défini tel que $M_{sgs}^2 = \mathfrak{T}_{ll}/\overline{\rho c^2}$, avec $c^2\rho = \gamma p$, on à $\mathfrak{T}_{ll} = \gamma M_{sgs}^2\bar{p}$. Erlebacher et *al.* [169] ont montré que l'on peut négliger $\mathfrak{T}_{ll}$ si on a $\gamma M_{sgs} \ll 1$. Ce qui revient à dire que le nombre de Mach sous-maille et donc l'énergie cinétique sous-maille, sont faibles si le nombre d'onde de coupure du filtre SGE est suffisament grand. Ce résultat a été confirmé par les travaux de Vreman [177]. On peut remarquer que notre approche est moins restrictive. En effet, pour des gaz monoatomiques (Argon, Helium) $\gamma = 5/3$ et donc la contribution de la trace du tenseur sous-maille est nulle. On généralise alors aux gaz polyatomiques comme l'air avec $\gamma = 1.4$, et la condition à respecter est alors $\frac{|3\gamma-5|}{6}\gamma M_{sgs}^2 \ll 1$, qui est 7 fois moins restrictive que $\gamma M_{sgs} \ll 1$.

Cette hypothèse conduit à l'équation d'état :

$$\varpi \simeq R\bar{\rho}\vartheta \qquad \text{(II.47)}$$

Cette approche a l'avantage d'être conservative et donc adaptée au traitement des discontinuitées. De nombreux auteurs l'utilisent ainsi pour étudier les écoulements fortement compressibles [144, 178, 179].

L'équation de conservation de l'énergie s'écrit alors :

$$\frac{\partial}{\partial t}(\bar{\rho}\tilde{e}_t) + \frac{\partial}{\partial x_j}\left((\bar{\rho}\tilde{e}_t + \varpi)\tilde{u}_j\right) - \frac{\partial}{\partial x_j}(\tilde{\mu}\tilde{\tau}_{ij}\tilde{u}_i) - \frac{\partial}{\partial x_j}\left(\lambda(\vartheta)\frac{\partial \vartheta}{\partial x_j}\right) = \frac{\partial \mathcal{Q}_i}{\partial x_j} + \mathcal{R}_e \tag{II.48}$$

Le premier terme de sous-maille qui apparaît, $\mathcal{Q}_i$, représente le transport d'enthalpie sous-maille. Il résulte de la non-linéarité du terme de diffusion, et est défini tel que :

$$\mathcal{Q}_i = -\overline{(\rho e_t + p)u_j + (\bar{\rho}\tilde{e}_t + \varpi)\tilde{u}_j} \tag{II.49}$$

Le terme de sous-maille dans l'équation de conservation de l'énergie $\mathcal{R}_e$ résulte des non-linéarités présentes dans le tenseur des contraintes visqueuses (B_1) et le flux de chaleur (B_2) dans l'équation (II.50). Ces deux termes sont proches de ceux dont la contribution dans l'équation d'énergie a été montrée négligeable par Vreman et *al.* [172] sur la base de tests *a priori*. Ils seront donc négligés devant le flux d'énergie sous-maille $\mathcal{Q}_i$.

$$\mathcal{R}_e = \frac{\partial}{\partial x_j}\left(\underbrace{\overline{\mu\tau_{ij}u_j - \tilde{\mu}\tilde{\tau}_{ij}\tilde{u}_i}}_{B_1}\right) + \frac{\partial}{\partial x_j}\left(\underbrace{\overline{\lambda(T)\frac{\partial T}{\partial x_j}} - \lambda(\vartheta)\frac{\partial \vartheta}{\partial x_j}}_{B_2}\right) \tag{II.50}$$

II.1.3 Modèle sous maille

Le problème de fermeture des équations de Naviers-Stokes dans le cadre de la SGE nécessite de soulever deux questions. En effet, comme il a été mis en évidence plus haut, cette technique de simulation amène à une réduction du nombre de degrés de liberté de la solution de l'écoulement considéré. C'est à dire que la modélisation ne porte que sur une partie du mouvement turbulent, dont les structures tourbillonnaires ont une échelle spatiale caractéristique inférieure à la taille de maille. Ainsi, dans un premier temps, il est nécessaire de déterminer l'existence des modes sous-mailles en espace et en temps. Puis il faut prendre en compte leurs interactions avec les échelles résolues conformément à la réalité pour obtenir une simulation de bonne qualité. L'hypothèse retenue pour effectuer la modélisation sous-maille est [154] : *Si des échelles sous-mailles existent, alors l'écoulement est localement (en espace et en temps) turbulent.* Autrement dit, les hypothèses supplémentaires introduites pour déterminer l'existence de mode sous-maille et le comportement des interactions entre échelles résolues et modélisées doivent impérativement être construites à partir des propriétés connues de la turbulence et des connaissances acquises sur la mécanique des fluides [26]. Sagaut [180] a défini deux contraintes pour le développement des modèles sous-maille. Tout d'abord une contrainte physique, afin que le modèle soit consistant avec l'écoulement considéré, mais également une contrainte numérique, car le modèle sous-maille doit être pensé comme une méthode numérique et ne doit donc pas déstabiliser la simulation numérique ou être inhibé par la discrétisation.

On distingue généralement deux grandes familles de modèles :

- La *modélisation fonctionnelle*, qui consiste à rechercher une approximation de la divergence du tenseur sous-maille, soit :
$$\frac{\partial \mathcal{T}_{ij}}{\partial x_i} = \mathcal{F}_i(\bar{u}_i) \tag{II.51}$$
Cette modélisation est établie en identifiant les mécanismes d'interaction entre le champ résolu $\bar{u}_i$ et le champ filtré $\bar{u}'_i$.
- La *modélisation structurelle*, où l'on recherche une approximation du tenseur sous-maille par une relation de la forme :
$$\mathcal{T}_{ij} = \mathcal{F}_{ij}(\bar{u}_i) \tag{II.52}$$
Le modèle ainsi défini est établi sans connaissance préalable des interactions entre les composantes séparées par l'opération de filtrage [181, 182].

On peut également citer les modèles basés sur le concept de similarité d'échelles [183, 184], ainsi que les modèles hybrides, qui ne seront pas présentés ici. Néanmoins une présentation exhaustive des différents modèles utilisés aujourd'hui est disponible [149].

Contrairement au modèle dit dynamique, basé sur celui de Smagorinsky [127], qui repose sur le principe que le comportement des plus petites échelles résolues présentent des similarités avec l'ensemble des échelles sous-mailles à modéliser, l'approche utilisé dans cette étude s'inspire des analyses de Kraichnan [185], basées sur le concept de viscosité turbulente spectrale. Ainsi des modèles fonctionnels basés sur le mécanisme de cascade d'énergie, furent dérivés dans l'espace de Fourier, et appliqués sur des simulations dans l'espace spectral [186]. Ces modèles furent par la suite transposés dans l'espace physique afin d'en augmenter le champ d'application [170]. Ils furent alors appliqués avec succès par Maidi [139] pour la simulation de jets simples compressibles et Balarac [187] pour la simulation de jets coaxiaux annulaires en SGE incompressible.

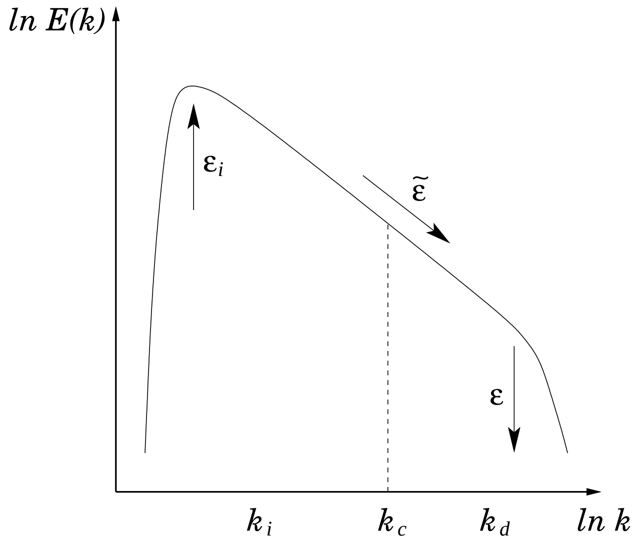


Figure II.2 – Spectre de l'énergie cinétique turbulente en équilibre ($\varepsilon_i = \tilde{\varepsilon} = \varepsilon$)

II.1.3.1 Modèle de la fonction de structure

A partir d'une hypothèse de turbulence localement isotrope en "équilibre local" ; c'est à dire que le bilan d'énergie cinétique à travers la coupure est parfaitement fermé, soit un équilibre spectral constant II.2 entre la production ε_i, le flux d'énergie $\tilde{\varepsilon}$ et la dissipation ε ; ce modèle est, ainsi qu'il a été mentionné plus haut, une transposition dans l'espace physique [170] d'un modèle spectral de type :

$$\nu_{sgs} = \nu_t^{+\infty} \sqrt{\frac{E(k_c)}{k_c}} \tag{II.53}$$

En faisant l'hypothèse d'un spectre de Kolmogorov à la coupure tel que :

$$E(k) = C_k \varepsilon^{2/3} k^{-5/3} \tag{II.54}$$

On évalue alors ν_{sgs} dans l'espace physique [170] telle que :

$$\nu_{sgs}(x, \Delta) = \frac{2}{3C_K^{3/2}} \sqrt{\frac{E(k_c)}{k_c}} \tag{II.55}$$

Avec $E(k_c)$ une densité spectrale d'energie définie localement dans l'espace physique. On détermine alors $E(k_c)$ à l'aide de la fonction structure du second ordre des vitesses :

$$F_2(\Delta, t) = \langle ||\vec{u}(\vec{x} + \vec{r}, t) - \vec{u}(\vec{x}, t)||^2 \rangle_{||\vec{r}||=\Delta} \tag{II.56}$$

En effet, la relation de Batchelor [188] relie F_2 à $E(k_c)$:

$$F_2(\Delta,t) = 4\int_0^{\infty} E(k,t)\left(1-\frac{sin(k\Delta)}{k\Delta}\right)dk \tag{II.57}$$

On peut alors effectuer la décomposition suivante :

$$F_2(\Delta,t) = \underbrace{4\int_0^{k_c} E(k,t)\left(1-\frac{sin(k\Delta)}{k\Delta}\right)dk}_{\tilde{F}_2(\Delta,t)} + \underbrace{4\int_{k_c}^{\infty} E(k,t)\left(1-\frac{sin(k\Delta)}{k\Delta}\right)dk}_{\text{Contribution sous-maille}} \tag{II.58}$$

En supposant que le spectre de Kolmogorov vérifie $k \in [0:\infty]$ [170, 189], on peut alors évaluer l'énergie cinétique :

$$E(k_c) = \frac{1}{4.82}\pi^{-5/3}\Delta F_2(\Delta,t) \tag{II.59}$$

Et finalement, d'après l'hypothèse II.54, on obtient :

$$\nu_{sgs}^{SF} = 0.105 C_k^{-3/2}\Delta_c\sqrt{\tilde{F}_2(\Delta,t)} \tag{II.60}$$

La fonction structure du second ordre de la vitesse s'exprime alors dans l'espace telle que :

$$\begin{aligned}\tilde{F}_2(\vec{x},\Delta,t) = \frac{1}{6}\Big[&||\vec{\tilde{u}}(x+\Delta_c,y,z,t)-\vec{\tilde{u}}(x,y,z,t)||^2+\\ &||\vec{\tilde{u}}(x-\Delta_c,y,z,t)-\vec{\tilde{u}}(x,y,z,t)||^2+\\ &||\vec{\tilde{u}}(x,y+\Delta_c,z,t)-\vec{\tilde{u}}(x,y,z,t)||^2+\\ &||\vec{\tilde{u}}(x,y-\Delta_c,z,t)-\vec{\tilde{u}}(x,y,z,t)||^2+\\ &||\vec{\tilde{u}}(x,y,z+\Delta_c,t)-\vec{\tilde{u}}(x,y,z,t)||^2+\\ &||\vec{\tilde{u}}(x,y,z-\Delta_c,t)-\vec{\tilde{u}}(x,y,z,t)||^2\Big]\end{aligned} \tag{II.61}$$

On peut alors établir un lien avec les gradients de vitesses résolues, ainsi qu'il a été mis en évidence :

$$u(x+\Delta_c,t) - u(x,t) = \Delta_c.\nabla u(x,t) + o(|\Delta_c|^2) \tag{II.62}$$

Ce modèle a largement été validé pour des simulations de turbulence homogène isotrope [170], mais s'avère être dissipatif pour des écoulements inhomogènes. En effet, la relation II.62 montre que la fonction $\tilde{F}_2$ est homogène à la norme du gradient du champ de vitesse résolue, est donc ce modèle reste local en espace et non en fréquence. En fait on perd la propriété :

$$E(k_c) = 0 \Longrightarrow \nu_t = 0 \tag{II.63}$$

Ce modèle est donc trop sensible aux grandes échelles, ce qui est trés pénalisant pour les simulations de turbulence transitionelle.

II.1.3.2 Modèle de la fonction de structure filtrée

Ce modèle fut proposé par Ducros [128], afin de résoudre le problème de sur-dissipation du modèle fonction structure. Il proposa ainsi une technique “d'accentuation”, qui supprime les fluctuations à hautes fréquences du champ de vitesse, par l'intermédiaire d'un filtre passe-bas correspondant à un opérateur Laplacien itéré n fois et, discrétisé à l'aide d'une différence centrée du second ordre :

$$\tilde{u}_{i,j,k}^{(n)} = L(u_{i,j,k})^{(n)} \tag{II.64}$$

Par exemple, pour $n = 1$, on a :

$$\tilde{u}_{i,j,k}^{(1)} = -6\bar{u}_{i,j,k} + \bar{u}_{i-1,j,k} + \bar{u}_{i+1,j,k} + \bar{u}_{i,j-1,k} + \bar{u}_{i,j+1,k} + \bar{u}_{i,j,k-1} + \bar{u}_{i,j,k+1} \tag{II.65}$$

Ducros préconise d'utiliser $n = 3$ [179]. On obtient la fonction structure du second ordre de la vitesse filtrée $\widehat{F_2}$, et l'expression finale de la viscosité sous-maille pour le modèle de la fonction structure filtrée est alors :

$$\nu_{sgs}^{SFF} = 0.0014 C_k^{-3/2} \Delta_c \sqrt{\widehat{F_2}(\Delta, t)} \tag{II.66}$$

Il convient de mentionner que le principal avantage de ce modèle est qu'il ne contient pas de constante à ajuster. De plus, il a été largement validé sur des simulations de couche de mélange et de couche limite [148, 190], et plus récemment sur les jets coaxiaux [187, 191, 192] annulaires. C'est ce modèle qui sera utilisé pour nos SGE de jets simples et coaxiaux.

II.1.3.3 Modèle de la fonction de structure sélective

Ce modèle consitue une autre alternative au modèle de fonction structure, et fut développé par David [193]. Ce modèle ne joue un rôle dans la simulation uniquement si l'écoulement est suffisamment tridimensionnel à petites échelles. Le critère de tridimensionnalité est défini tel que, pour un instant donné, on considère l'angle formé par le vecteur vorticité en un point et la vorticité moyenne sur les points voisins θ.

$$\nu_{sgs}^{SFS} = 0.172\Phi_{20^\circ} C_k^{-3/2} \Delta_c \sqrt{F_2(\Delta, t)} \tag{II.67}$$

Avec Φ_{20° la fonction de sélection (opérateur booléen) :

$$\Phi_{20^\circ} = \begin{cases} 1 & \text{si } \theta \geq 20^\circ \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \tag{II.68}$$

Il est montré dans la littérature que les résultats obtenus avec les modèles sous-mailles fonction structure sélective et filtrée sont similaires, mais la constante d'ajustement Φ_{20° présente dans la version sélective pose un problème quant à sa définition en présence d'un maillage irrégulier. Le lecteur intéressé pourra se référer à [148, 154, 194] pour plus de détail sur les fonctions structures.

II.1.3.4 Fermeture des équations

Finalement, nos équations sont fermées considérant les hypothèses de viscosité sous-maille et de diffusivité turbulente, définies ci-dessous :

Hypothèse de viscosité sous-maille Pour modéliser la partie déviatrice du tenseur des contraintes sous-mailles, la partie isotrope est intégrée dans la formulation macro-pression/macro-température. On suppose donc l'existence d'un scalaire $\nu_t(\vec{x}, t)$, la viscosité sous-maille, permettant de représenter le tenseur sous-maille $\mathcal{T}_{ij}^d$ à l'aide de l'hypothèse de Boussinesq transposée à la modélisation sous-maille de manière linéaire :

$$\mathcal{T}_{ij}^d = \bar{\rho}\nu_{sgs}\tilde{\tau}_{ij} \tag{II.69}$$

Flux d'enthalpie sous-maille $\mathcal{Q}_i$

$$\mathcal{Q}_i \simeq \lambda_{sgs}\frac{\partial\vartheta}{\partial x_i} = \frac{\bar{\rho}C_p\nu_{sgs}}{Pr_{sgs}}\frac{\partial\vartheta}{\partial x_i} \tag{II.70}$$

Le nombre de Prandtl turbulent est alors $Pr_{sgs} = 0.6$ d'après [195]. Il est important de souligner que pour des écoulements fortement compressibles (à nombre de Mach élevé, diffuser ϑ à la place de T reste discutable, mais des améliorations peuvent être apportées [128].

Finalement les équations utilisées dans notre SGE deviennent :

Équation de continuité

$$\frac{\partial\bar{\rho}}{\partial t}+\frac{\partial(\bar{\rho}\tilde{u}_i)}{\partial x_i}=0 \tag{II.71}$$

Équation de quantité de mouvement

$$\frac{\partial(\bar{\rho}\tilde{u}_i)}{\partial t}+\frac{\partial}{\partial x_j}\left(\bar{\rho}\tilde{u}_i\tilde{u}_j+\varpi\delta_{ij}-(\tilde{\mu}+\bar{\rho}\nu_{sgs})\tilde{\tau}_{ij}\right)=0 \tag{II.72}$$

Équation de conservation de l'énergie

$$\frac{\partial}{\partial t}(\bar{\rho}\tilde{e}_t)+\frac{\partial}{\partial x_j}\left((\bar{\rho}\tilde{e}_t+\varpi)\tilde{u}_j-\tilde{\mu}\tilde{u}_i\tilde{\tau}_{ij}-\left(\widetilde{\lambda}+\lambda_{sgs}\right)\frac{\partial\vartheta}{\partial x_j}\right)=0 \tag{II.73}$$

II.2 Description du code NIGLO

II.2.1 Équations filtrées compressibles adimensionnées

Dans le cadre de simulations de type jet libre, les équations sont adimensionnalisées à partir des grandeurs de références suivantes :

- D_j : diamètre du jet
- U_j : vitesse du jet
- T_j : température du jet
- P_j : pression du jet (statique), $P_j = P_\infty$ en subsonique
- ρ_j : masse volumique du jet

et $p_j = \rho_j R T_j$.

On fait donc intervenir les nombres caractéristiques que sont :

Nombre de Mach $M_j = \frac{U_j}{\sqrt{\gamma R T_j}}$

Nombre de Reynolds $Re_j = \frac{\rho_j U_j D_j}{\mu_j}$

Nombre de Prandtl $Pr = \frac{Cp\mu}{\lambda}$

Constantes thermodynamiques $\gamma = \frac{C_p}{C_v}$, $C_p = \frac{\gamma R}{\gamma - 1}$, et $C_v = \frac{R}{\gamma - 1}$

On peut alors définir les variables adimensionnées suivantes :

$$t^* = t\frac{U_j}{D_j} \text{ , } u^* = \frac{u}{U_j} \text{ , } T^* = \frac{T}{T_j} \text{ , } p^* = \frac{p}{p_j} \text{ , } \rho^* = \frac{\rho}{\rho_j} \text{ , } x^* = \frac{x}{D_j} \text{ , } e^* = \frac{e}{RT_j}$$

Équation de continuité

$$\frac{\partial \bar{\rho}^*}{\partial t^*} + \frac{\partial (\bar{\rho}^* \tilde{u}_i^*)}{\partial x_i^*} = 0 \tag{II.74}$$

Équation de quantité de mouvement

$$\frac{\partial (\bar{\rho}^* \tilde{u}_i^*)}{\partial t^*} + \frac{\partial}{\partial x_j^*}\left[\bar{\rho}^* \tilde{u}_i^* \tilde{u}_j^* + \frac{1}{\gamma M^2}\bar{p}^* \delta_{ij} - \left(\frac{\tilde{\mu}^*}{Re} + \bar{\rho}^* \nu_{sgs}^*\right)\tilde{\tau}_{ij}^*\right] = 0 \tag{II.75}$$

Équation de conservation de l'énergie

$$\frac{\partial (\bar{\rho}^* \tilde{e}_t^*)}{\partial t^*} + \frac{\partial}{\partial x_j^*}\left[(\bar{\rho}^* \tilde{e}_t^* + \bar{p}^*)\tilde{u}_j^* - \frac{\gamma \tilde{\mu}^* M^2}{Re}\tilde{u}_i^* \tilde{\tau}_{ij}^*\right] - \frac{\partial}{\partial x_j^*}\left[\frac{\gamma}{\gamma - 1}\left(\frac{\tilde{\mu}^*}{RePr} + \frac{\bar{\rho}^* \nu_{sgs}^*}{Pr_{sgs}}\right)\frac{\partial \tilde{T}^*}{\partial x_j^*}\right] = 0 \tag{II.76}$$

$$\tilde{\tau}_{ij}^* = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial \tilde{u}_i^*}{\partial x_j^*} + \frac{\partial \tilde{u}_j^*}{\partial x_i^*} - \frac{2}{3}\frac{\partial \tilde{u}_k^*}{\partial x_k^*}\delta_{ij}\right) \tag{II.77}$$

$$\bar{p}^* = \bar{\rho}^* \tilde{T}^* \tag{II.78}$$

$$\bar{\rho}^* \tilde{e}_t^* = \frac{\bar{p}^*}{\gamma - 1} + \frac{\gamma M^2}{2}\bar{\rho}^* \tilde{u}_i^{*2} \tag{II.79}$$

Pour simplifier les notations dans la suite du mémoire, les variables adimensionnées et filtrées $\tilde{f}^*$ et $\bar{f}^*$, solutions des équations, seront notées simplement f.

Ainsi le système d'équations de Navier-Stokes compressibles filtrées et adimensionnées sous forme conservative s'écrit :

$$\frac{\partial U}{\partial t} + \frac{\partial \mathcal{F}_i}{\partial x_i} = 0 \tag{II.80}$$

Avec $\mathcal{F}_i = F_i + D_i$:

- $U = |\rho \rho u \rho v \rho w \rho E|^T$, le vecteur des variables conservatives résolues.
- $\mathcal{F}_i$ le vecteur flux des variables conservatives dans la direction x_i.

- F_i le vecteur des flux convectifs.
- D_i le vecteur des flux visqueux et diffusifs.

Tels que :

$$F_i = \begin{pmatrix} \rho u_i \\ \rho u u_i + \frac{1}{\gamma M^2} p \delta_{i1} \\ \rho v u_i + \frac{1}{\gamma M^2} p \delta_{i2} \\ \rho w u_i + \frac{1}{\gamma M^2} p \delta_{i3} \\ (\rho E + p) u_i \end{pmatrix}, \qquad D_i = \begin{pmatrix} 0 \\ -\left(\frac{\mu}{Re} + \rho \nu_{sgs}\right) \tau_{i1} \\ -\left(\frac{\mu}{Re} + \rho \nu_{sgs}\right) \tau_{i2} \\ -\left(\frac{\mu}{Re} + \rho \nu_{sgs}\right) \tau_{i3} \\ -\gamma M^2 \frac{\mu}{Re} u_j \tau_{ij} - \frac{\gamma}{\gamma - 1} \left(\frac{\mu}{RePr} + \frac{\rho \nu_{sgs}}{Pr_{sgs}}\right) \frac{\partial T}{\partial x_j} \end{pmatrix} \tag{II.81}$$

II.2.2 Schéma numérique

On résout les équations de Navier-Stokes filtrées avec un schéma de Mac Cormack [196] explicite globalement centré, étendu à l'ordre quatre en espace et deux en temps par Gottlieb et Turkel [140].

II.2.2.1 Discrétisation spatiale et temporelle

Pour avoir un schéma conservatif explicite, on discrétise l'équation hyperbolique (monodimensionelle) II.80 sous la forme :

$$\frac{U_i^{n+1} - U_i^n}{\Delta t} = \frac{\mathcal{F}^n_{i+\frac{1}{2}} + \mathcal{F}^n_{i-\frac{1}{2}}}{\Delta x} \tag{II.82}$$

Étape predicteur :

$$U_i^{n+\frac{1}{2}} = U_i^n + \frac{\Delta t}{6} \left[\frac{-7\mathcal{F}_i^n + 8\mathcal{F}_{i+1}^n - \mathcal{F}_{i+2}^n}{\Delta x} \right] \tag{II.83}$$

Avec

$$\mathcal{F}_i^n = \left[-F_i + \mu(T)_i \frac{(U_i - U_{i-1})}{\Delta x} \right]^n \tag{II.84}$$

Étape correcteur :

$$U_i^{n+1} = \frac{1}{2} \left(U_i^n + U_i^{n+\frac{1}{2}} + \frac{\Delta t}{6} \left[\frac{7\mathcal{F}_i^{n+\frac{1}{2}} - 8\mathcal{F}_{i-1}^{n+\frac{1}{2}} + \mathcal{F}_{i-2}^{n+\frac{1}{2}}}{\Delta x} \right] \right) \tag{II.85}$$

Avec

$$\mathcal{F}_i^{n+\frac{1}{2}} = \left[-F_i + \mu(T)_i \frac{(U_{i+1} - U_i)}{\Delta x} \right]^{n+\frac{1}{2}} \tag{II.86}$$

Nous utilisons une formulation “cell centered” (maillage collocalisé), ainsi les flux $\mathcal{F}_i^n$ peuvent être interprétés comme les flux de la quantité U_i^n à travers un volume de contrôle, ce qui donne une connotation “Volume Finis” à la formulation conservative utilisée [143, 157].

II.2.2.2 Erreur de troncature du schéma :

$$-\frac{(\Delta t)^2}{6}\frac{\partial^3 U}{\partial t^3} + \frac{(\Delta x)^4}{30}\frac{\partial^5 U}{\partial x^5} - \frac{\Delta t(\Delta x)^2}{18} A \frac{\partial^4 \mathcal{F}}{\partial x^4} \tag{II.87}$$

$\mathcal{F}$ est linéarisé par $\mathcal{F} = AU$, il est important de noter que la matrice jacobienne A du flux $\mathcal{F}$ par rapport aux variables conservatives constituant les composantes du vecteur U est dissipative et de l’ordre d’erreur $\Delta t(\Delta x)^2$. Ce schéma a été étendu aux équations de Navier-Stokes par Bayliss et *al.* [197, 198]. Ce schéma est précis à l’ordre deux en temps. Les termes convectifs sont discrétisés à l’ordre quatre et les termes diffusifs à l’ordre 2.

II.2.2.3 Extension de la discrétisation spatiale des termes diffusifs à l’ordre 4

Hayder et Turkel [199] ont ainsi introduit une variante afin d’être uniformement à l’ordre quatre en espace, que nous avons implémentée dans notre code.

Les flux (monodimensionels ici) sont ainsi modifiés pour l’étape prédictrice :

$$\mathcal{F}_i^n = \left[-F_i + \frac{1}{6}(-\mu(T)_i + 8\mu(T)_{i-1} - \mu(T)_{i+2}) \frac{(U_i - U_{i-1})}{\Delta x} \right]^n \tag{II.88}$$

et pour l’étape correctrice :

$$\mathcal{F}_i^{n+\frac{1}{2}} = \left[-F_i + \frac{1}{6}(\mu(T)_i - 8\mu(T)_{i-1} + \mu(T)_{i+2}) \frac{(U_{i+1} - U_i)}{\Delta x} \right]^n \tag{II.89}$$

II.2.2.4 Critère de stabilité et calcul du pas de temps

Le pas de temps imposé par l'analyse de stabilité du schéma numérique, qui vérifie le critère de Courant Friedrichs-Lewy, est défini par un critère advectif classique Δt_1, et un critère diffusif Δt_2.

$$\Delta t_1 = \frac{CFL}{max\left(\frac{|u|+c}{\Delta x}, \frac{|v|+c}{\Delta y}, \frac{|w|+c}{\Delta z}\right)} \quad , \quad \Delta t_2 = \frac{CFL_{visc}}{max\left[\frac{1}{Re}\left(\frac{1}{\Delta x^2}, \frac{1}{\Delta y^2}, \frac{1}{\Delta z^2}\right)\right]} \tag{II.90}$$

Le pas de temps de la simulation retient alors le plus contraignant des deux critères :

$$\Delta t = min(\Delta t_1, \Delta t_2) \tag{II.91}$$

II.2.3 Conditions aux limites

Le traitement des conditions aux limites est l'un des aspects les plus importants des simulations de fluides compressibles. En effet, la précision d'un code compressible est très sensible aux solutions calculées aux frontières du domaine. Afin que la simulation instationnaire reproduise au mieux le phénomène de propagation des ondes acoustiques, les schémas d'ordres élevés utilisés nécessitent des conditions aux limites performantes qui permettent aux ondes de sortir du domaine de calcul sans entraîner de réflections numériques aux bords. Par exemple, le fait d'imposer une vitesse ou une pression fixe en sortie de domaine entraîne la réflexion d'ondes non-physiques aux frontières et empêche les ondes acoustiques de sortir du domaine, ce qui à pour conséquence la non-convergence du calcul [200–202]. Les conditions aux limites imposées doivent alors répondre à de nombreux critères afin de satisfaire les configurations étudiées. En effet, les études analytiques ont montré qu'un certain nombre de contraintes doivent être imposées aux frontières afin d'assurer la consistance du problème [203–206]. De plus, il a été montré expérimentalement que les ondes acoustiques remontant l'ecoulement amplifiaient les instabilités de type Kelvin-Helmholtz [207]. Ainsi les ondes qui rentrent en sortie de domaine et remonte l'écoulement doivent être de nature physique pour ne pas fausser les résulats [208, 209]. De ce fait, il n'existe actuellement aucune formulation de conditions aux limites qui soit parfaitement posée pour des perturbations de type non-linéaire qui sortent du domaine de calcul pour les simulations de fluides compressibles [210, 211].

On distingue principalement deux approches en simulation des fluides compressibles. La première est très utilisée dans les codes aéroacoustiques. Elle est basée sur la formulation en champ lointain de l'équation d'onde, [212] et fue étendu aux équations d'Euler compressibles linéarisées, en considérant leur expression asymptotique par Bayliss & Turkell [213]. Cette analyse fut appliquée par Tam & Webb [121] pour les conditions d'entrées, et généralisée par Tam et Dong [125]. On peut également citer Bogey & Bailly [214] qui ont développé une formulation de ces conditions aux limites pour des géométries tridimensionnelles.

La seconde approche fut historiquement développée pour des problèmes d'aérodynamique et de météorologie. Elle est basée sur une condition de type Sommerfeld [215]. Orlanski [216] repris cette idée en prenant en compte la vitesse de propagation locale au maillage. Puis Hedstrom [200] a appliqué cette idée à certains systèmes hyperboliques non-linéaires monodimensionnels. Cette approche est généralement appelée méthode aux caractéristiques. Elle fut appliqué aux écoulement incompressibles par Thompson [202, 217], puis aux écoulement compressibles par Rudy & Strikwerda [201], en diagonalisant les équations monodimensionnelles d'Euler et de Navier-Stokes compressibles [218]. Cette méthode est encore couramment utilisée dans les codes aérodynamiques car elle permet de modifier les résidus aux frontières. En effet, elle permet de distinguer les ondes convectives tourbillonnaires et entropiques, ainsi que les ondes acoustiques propagatives, qui entrent ou sortent du domaine sur la frontière considérée. Cette méthode est particulièrement adaptée aux schémas décentrés, et permet d'imposer facilement des conditions d'entrée de fluide. Néanmoins sa formulation monodimensionnelle pose problème pour le traitement des ondes incidentes obliques. Les modifications apportées par Giles [219] pour surmonter ce problème se révèleront instables [210]. Mais récemment Lodato et *al.* [220] ont reformulé l'approche proposée par Poinsot et Lele [218] (NSCNC), afin d'obtenir des conditions limites caractéristiques tridimensionnelles (3DNSCNC), en prenant en compte les termes des flux transversaux à la frontière considérée. C'est cette méthode qui a été retenue, afin d'évaluer ses performances pour des calculs directs de bruits rayonnés par un écoulement cisaillé libre.

Le lecteur intéressé par une description détaillée des conditions aux limites pour la simulation numérique des fluides compressibles instationnaires pourra ce reporter à [126, 221, 222].

II.2.3.1 Conditions aux limites caractéristiques tri-dimensionelles

On présente ici de manière succinte la formulation caractéristique sur une face du domaine développée par Lodato et *al.* [220]. En reprenant l'analyse de Hirsh [223] et Thompson [202, 217] l'équation II.80 peut donc s'écrire à partir des variables primitives sous la forme non-conservative, quasi-linéaire suivante :

$$\frac{\partial V}{\partial t} + \widetilde{A}_i \frac{\partial V}{\partial x_i} + \widetilde{D}_i = 0 \tag{II.92}$$

Avec,

- $V = |\rho\, u\, v\, w\, p|^T$ est le vecteur des variables primitives.
- $\widetilde{A}_i$ est la matrice jacobienne non-conservative.

– $\widetilde{D}_i = P^{-1}\frac{\partial D_i}{\partial x_i}$ est le vecteur des flux visqueux et diffusifs.

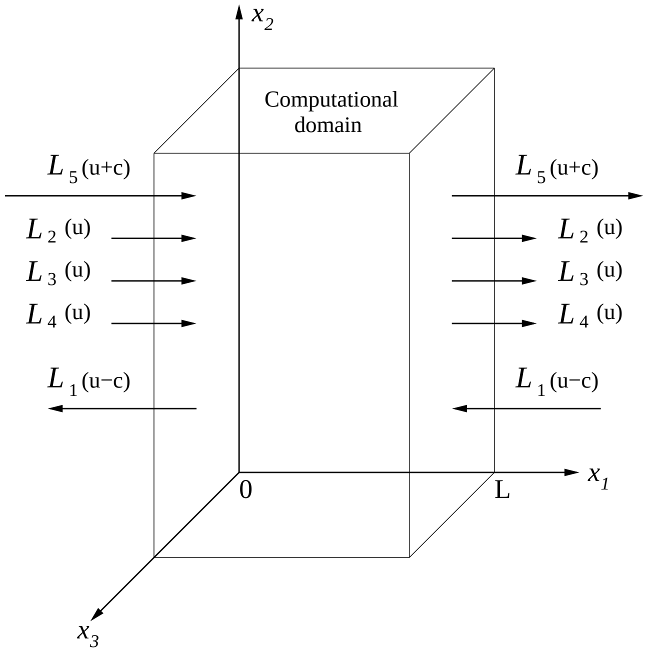


Figure II.3 – Ondes entrant et sortant du domaine de calcul au travers de la face d'entrée ($x_1 = 0$) et de sortie ($x_1 = L$) pour un écoulement subsonique, d'après [218].

On se place sur la frontière orthogonale à la direction $\vec{x}$, les ondes caractéristiques considérées se propagent suivant $\vec{x}$, comme cela est illustré sur la figure II.3. Ainsi seulement $\widetilde{A}_1$ doit être diagonalisé, tel que :

$$\frac{\partial V}{\partial t} + \widetilde{R}_1\widetilde{\Lambda}_1\widetilde{R}_1^{-1}\frac{\partial V}{\partial x} + \widetilde{A}_2\frac{\partial V}{\partial y} + \widetilde{A}_3\frac{\partial V}{\partial z} + \widetilde{D} = 0 \tag{II.93}$$

Les vitesses de propagation des ondes caractéristiques, qui correspondent aux valeurs propres de $\widetilde{R}_1$ et $\widetilde{R}_1^{-1}$ (matrices constituées des vecteurs propres lignes de la matrice $\widetilde{A}_1$), sont alors :

$$\lambda_1 = u - c, \qquad \lambda_{2,3,4} = u, \qquad \lambda_5 = u + c \tag{II.94}$$

Ainsi, d'après Thompson [202], on peut définir le vecteur $\mathcal{L}$, tel que :

$$\mathcal{L} = \widetilde{\Lambda}_1\widetilde{R}_1^{-1}\frac{\partial V}{\partial x} \tag{II.95}$$

Les composantes de $\mathcal{L}_i$ sont les amplitudes de variations temporelles des ondes caractéristiques :

$$\mathcal{L} = \begin{pmatrix} \lambda_1\left(\frac{\partial p}{\partial x} - \rho c\frac{\partial u}{\partial x}\right) \\ \lambda_2\left(c^2\frac{\partial \rho}{\partial x} - \frac{\partial p}{\partial x}\right) \\ \lambda_3\frac{\partial v}{\partial x} \\ \lambda_4\frac{\partial w}{\partial x} \\ \lambda_5\left(\frac{\partial p}{\partial x} + \rho c\frac{\partial u}{\partial x}\right) \end{pmatrix} \tag{II.96}$$

Ainsi on peut reécrire l'équation II.93 en fonction des amplitudes de variations des ondes caractéristiques sous forme non-conservative :

$$\frac{\partial V}{\partial t} + d + \widetilde{A}_2\frac{\partial V}{\partial y} + \widetilde{A}_3\frac{\partial V}{\partial z} + \widetilde{D} = 0 \tag{II.97}$$

et sous forme conservative :

$$\frac{\partial V}{\partial t} + Pd + \frac{\partial F_2}{\partial y} + \frac{\partial F_3}{\partial z} + \frac{\partial D_i}{\partial x_i} = 0 \tag{II.98}$$

Avec

$$d = S_1\mathcal{L} = \begin{pmatrix} \frac{1}{c^2}\left[\mathcal{L}_2 + \frac{1}{2}(\mathcal{L}_5 + \mathcal{L}_1)\right] \\ \frac{1}{2\rho c}(\mathcal{L}_5 - \mathcal{L}_1) \\ \mathcal{L}_3 \\ \mathcal{L}_4 \\ \frac{1}{2}(\mathcal{L}_5 + \mathcal{L}_1) \end{pmatrix} \tag{II.99}$$

L'équation II.97 devient alors :

$$\begin{cases} \left(\frac{\partial p}{\partial t} - \rho c\frac{\partial u}{\partial t}\right) + \mathcal{L}_1 - \mathbb{T}_1^1 & = 0 \\ \left(c^2\frac{\partial \rho}{\partial t} - \frac{\partial p}{\partial t}\right) + \mathcal{L}_2 - \mathbb{T}_1^2 & = 0 \\ \frac{\partial v}{\partial t} + \mathcal{L}_3 - \mathbb{T}_1^3 & = 0 \\ \frac{\partial w}{\partial t} + \mathcal{L}_4 - \mathbb{T}_1^4 & = 0 \\ \left(\frac{\partial p}{\partial t} + \rho c\frac{\partial u}{\partial t}\right) + \mathcal{L}_5 - \mathbb{T}_1^5 & = 0 \end{cases} \tag{II.100}$$

Avec $\mathbb{T}_i^l$ les termes de flux tranversaux dans le plan perpendiculaire à $\vec{x}_i$ tel que :

$$\left\{\begin{array}{rl} \mathbb{T}_1^1 = & \mathcal{T}_5 - \rho c \mathcal{T}_2 \\ \mathbb{T}_1^2 = & c^2 \mathcal{T}_1 - \mathcal{T}_5 \\ \mathbb{T}_1^3 = & \mathcal{T}_3 \\ \mathbb{T}_1^4 = & \mathcal{T}_4 \\ \mathbb{T}_1^5 = & \mathcal{T}_5 + \rho c \mathcal{T}_2 \end{array}\right. \tag{II.101}$$

Avec

$$\mathbb{T}_l = -\widetilde{A}_l \frac{\partial V}{\partial x_l} = -P^{-1} \frac{\partial F_l}{\partial x_l}, \qquad l = 2,3 \tag{II.102}$$

Soit :

$$\left\{\begin{array}{rl} \mathcal{T}_1 = & -\frac{\partial F_1^l}{\partial x_l} \\ \mathcal{T}_2 = & -\frac{1}{\rho}\left(\frac{\partial F_2^l}{\partial x_l} - u \frac{\partial F_1^l}{\partial x_l}\right) \\ \mathcal{T}_3 = & -\frac{1}{\rho}\left(\frac{\partial F_3^l}{\partial x_l} - v \frac{\partial F_1^l}{\partial x_l}\right) \\ \mathcal{T}_4 = & -\frac{1}{\rho}\left(\frac{\partial F_4^l}{\partial x_l} - w \frac{\partial F_1^l}{\partial x_l}\right) \\ \mathcal{T}_5 = & -(\gamma - 1)\left(\frac{\partial F_5^l}{\partial x_l} + \frac{u_i u_i}{2} \frac{\partial F_1^l}{\partial x_l} - u_i \frac{\partial F_{i+1}^l}{\partial x_l}\right) \end{array}\right. \tag{II.103}$$

Condition de sortie subsonique non-reflechissante : Pour une condition de sortie subsonique non-reflective, la condition physique à la frontière est obtenue à partir de la condition de relaxation de la pression proposée par Rudy & Strikverda [201], plus un terme de relaxation transversal additionnel proposé par Yoo et *al.* [224]. L'onde inconnue qui entre dans le domaine de calcul est alors $\mathcal{L}_1$ pour $x = L_x$ et $\mathcal{L}_5$ pour $x = 0$, tel que :

$$\mathcal{L}_\phi = \sigma \frac{c(1 - M^2)}{L_x}(p - p_\infty) + (1 - \beta)\mathbb{T}_1^\phi \tag{II.104}$$

Avec,

$$\mathbb{T}_1^\phi = \mathcal{T}_5 + \varsigma \rho c \mathcal{T}_2 \tag{II.105}$$

Où,

$$\varsigma(\phi) = \frac{\Phi - 1}{2} - 1 = \left\{\begin{array}{l} -1 \text{ if } \phi = 1, \\ 1 \text{ if } \phi = 5. \end{array}\right. \tag{II.106}$$

De plus σ est le coefficient de relaxation pour la pression, M est le nombre de Mach, L_x est la taille du domaine suivant $\vec{x}$, et β est le terme d'amortisement transverse tel que $\beta \in [0:1]$.

Les conditions aux limites pour les équations de Navier-Stokes sont alors obtenues en utilisant les conditions visqueuses utilisées par Poinsot et Lele [218] :

$$\frac{\partial \sigma_{12}}{\partial x} = \frac{\partial \sigma_{13}}{\partial x} = \frac{\partial q_1}{\partial x} = 0 \tag{II.107}$$

Condition d'entrée subsonique non-reflechissante : Selon la procédure suivie par Yoo et *al.* [224], quatre ondes entrent dans le domaine (figure II.3), ce qui exige quatre équations pour fermer le système de conditions aux limites. On choisit d'imposer la température et la vitesse en entrée. D'après le système d'équations II.100, on obtient :

$$\begin{cases} \mathcal{L}_\phi & = \eta_\phi \frac{\rho c^2(1-M^2)}{L_x}(u-u_\infty) + (\mathcal{T}_5 + \varsigma \rho c \mathcal{T}_2) \\ \mathcal{L}_2 & = \eta_2 \frac{\rho c \mathcal{R}}{L_x}(T-T_\infty) + (c^2\mathcal{T}_1 - \mathcal{T}_5) \\ \mathcal{L}_3 & = \eta_3 \frac{c}{L_x}(v-v_\infty) + \mathcal{T}_3 \\ \mathcal{L}_4 & = \eta_4 \frac{c}{L_x}(w-w_\infty) + \mathcal{T}_4 \end{cases} \tag{II.108}$$

Ici on a $\eta_{1,2,3,4,5}$ les coefficients de relaxations ($\eta_{1,2} < 0$) et $\phi = 1$ si $x = 0$ ou $\phi = 5$ si $x = L_x$. ς est défini de la même manière que II.106.

La formulation caractéristique sur une arête du domaine et un coin du domaine prenant en compte, respectivement, deux et trois directions caractéristiques est également implémentée dans notre code, mais ne sera pas détaillée ici. Le lecteur intéressé est invité à se reporter à la thèse de G. Lodato [225].

II.2.4 Zones éponges

Ainsi que de nombreux auteurs l'ont souligné [126, 210, 226, 227], la difficulté de spécifier des conditions aux limites non-reflechissante locales, même dans un cas linéarisé, entraîne la nécessité d'apporter un traitement spécifique supplémentaire aux conditions aux limites. En effet, nous montrerons dans le chapitre suivant III.2.2, que des réflexions numériques parasites apparaissent lorsque qu'un tourbillon traverse la frontière avale du domaine de calcul. Il convient donc de dissiper les fluctuations turbulentes avant que celles-ci n'atteignent la sortie du domaine afin de pouvoir exploiter un champ acoustique non contaminé dans la partie physique du domaine de calcul. On ajoute alors un terme de dissipation des fluctuations dans les équations de Navier-Stokes II.80 (d'après Bogey [4]), associé à un étirement du maillage dans la direction considérée :

$$\frac{\partial U}{\partial t} + \frac{\partial \mathcal{F}_i}{\partial x_i} = -\frac{c_o \sigma(x)}{\Delta x}\left(U - \bar{U}\right) \tag{II.109}$$

Avec $\sigma(x) = \sigma_{max}\left(\frac{x-x_o}{x_{max}-x_o}\right)^{\alpha}$ avec x_o et x_{max} le début et la fin de la zone éponge. Le coefficient de dissipation maximal σ_{max} est défini par le nombre de points utilisés dans la zone éponge. Bogey [4] préconise d'utiliser $0.02 \leq \sigma_{max} \leq 0.1$ et $1.5 \leq \alpha \leq 2$. $\bar{U}$ est ainsi la solution vers laquelle on veut faire tendre l'écoulement dans la direction considérée. Typiquement, on utilise une solution de similitude d'un jet rond incompressible pour spécifier $\bar{U}$. Néanmoins, la présente étude considère des jets anisothermes, nous réalisons une moyenne temporelle des variables conservatives dans la zone éponge à chaque itération afin de spécifier une solution de référence $\bar{U}$ qui s'adapte ainsi à nos configurations d'écoulement.

II.2.5 Parallélisation du code

Le caractère explicite du schéma utilisé ici se porte naturellement bien à une parallélisation du code par décomposition de domaine. Ainsi le domaine de calcul initial est divisé en autant de sous-domaine qu'il y a de processus demandés. La résolution des équations de Navier-Stokes par méthode SGE est ainsi accomplie au niveau local des sous-domaines. Le choix de la taille des sous-domaines est défini par la mémoire utilisée afin que cette dernière soit identique sur chaque processus et ainsi optimiser le temps de calcul global. Le domaine initial est ainsi décomposé dans toutes les directions de l'espace comme le montre la figure II.4.

Le code est développé à l'aide du langage Fortran 90 et une attention particulière a été porté sur l'optimisation des performances du code ainsi que sur les défauts d'antémémoire (ou “cache misses”) qui dégradent fortement les performances sur les systèmes modernes et affectent les gains obtenus avec le “MultiFlux” (ou “Multithreading”) de manière significative. De plus, la formulation conservative des équations de Navier-Stokes utilisée ici pour la discrétisation est bénéfique car on minimise ainsi le nombre d'opérations de dérivées spatiales. La librairie MPI-IO (Message Passing Interface) est utilisé pour les échanges de données aux interfaces de chaque sous-domaines, mais aussi pour les opérations de lecture et d'écriture des données, qui sont alors collectives avec déplacement implicite. Ce genre d'opération est indépendante du système de fichier et est donc particulièrement bien adaptée aux systèmes de fichiers partagés.

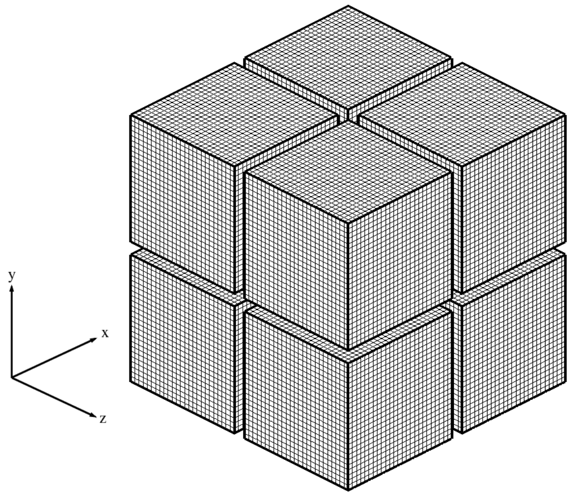


Figure II.4 – Décomposition de domaine

II.3 Outils d'analyse et de post-traitement

II.3.1 Visualisations instantanées : Notions d'identification tourbillonnaires

L'un des principaux avantages de la SGE est de disposer à l'issue de la simulation, de champs instantanés de toutes les variables de l'écoulement. On peut alors procéder à une analyse de la dynamique tourbillonnaire directement par visualisations des structures cohérentes. Néanmoins, se pose alors un problème quant à la définition de ces structures. En se basant sur des observations expérimentales mettant en évidence l'existence de ces tourbillons cohérents, par exemple les travaux de Crown et Champagne sur les jets ronds [23], ceux de Brown et Roshko [22] sur les couches de mélange, nous avons vu I.1.1.2 certaines définitions d'une structure cohérente. Ainsi de nombreux critères ont été définis pour mettre en évidence ces structures.

Visualisation des lignes de courant

Le caractère instationnaire de tels écoulements ne permet pas leur représentation par l'intermédiaire de visualisations des lignes de courant, très utilisées pour représenter les écoulements stationnaires, notamment dans les simulations de type RANS. En effet, les lignes de courant ne sont pas invariantes par transformée de Galilée et les visualisations obtenues ne seront pas les mêmes selon le référentiel d'observation choisi. Ainsi les lignes de courant ne permettent pas de capturer correctement un ensemble de tourbillons en régime instationnaire.

Identification tourbillonnaire par la pression

La possible dépression engendrée au centre d'un tourbillon par son caractère rotationnel local, dans le cadre du phénomène d'équilibre cyclostrophique qui maintient l'harmonie entre le gradient de pression et la force centrifuge s'exerçant sur les particules fluides, pourrait permettre la visualisation des écoulements tourbillonnaires par la représentation de surfaces de faibles pression [194]. Néanmoins, le caractère intégral de la pression engendre la perte du mouvement à petites échelles. Ainsi les isosurfaces de pression ne permettent que la capture des basses fréquences spatiales de l'écoulement considéré [228].

Vorticité et enstrophie

La vorticité $\vec{\omega} = \overrightarrow{\mathrm{rot}}\,\vec{u}$ est l'un des premiers critères d'identification tourbillonnaire à avoir été utilisé, et reste l'un des plus populaires, en raison des théorèmes de Helmoltz et de Kelvin. Tout d'abord le lien entre la vorticité et la circulation locale suggère un mouvement rotationel du fluide dans la région considérée. De plus, la vorticité est un champ de vecteur non-divergent, et les lignes tourbillons sont par définition parallèles au vecteur vorticité. Ainsi, au regard de l'enstrophie (la demi-norme de vorticité), c'est une quantité scalaire indépendante du référentiel et du système d'axe considéré. Notamment, cette quantité permet de distinguer les mouvements à petites échelles de part sa nature dérivée par rapport à la vitesse. Néanmoins, ce n'est pas un critère suffisant [228, 229] car la vorticité ne permet pas de distinguer les zones de cisaillement des zones de rotations du fluide. Cette propriété conduit ainsi à une mauvaise interprétation de la géométrie tourbillonnaire, basée, qui plus est, sur un seuil du niveau de la norme de vorticité.

Critère Q

Afin de s'affranchir de la détection des effets de cisaillement qui ne représentent pas de mouvements tourbillonnaires, et donc de la contribution strictement rotationelle de l'écoulement, Weiss [230, 231] proposa un critère, plus connu sous le nom de critère de Weiss, dans le but de caractériser les régions "elliptiques" de la turbulence bidimensionnelle. Hunt et *al.* [232] proposèrent son extension pour les cas tridimensionnels, le critère Q, qui repose sur l'utilisation du second invariant du tenseur de gradient de vitesse, et qui s'écrit comme la différence entre taux de rotation et taux de cisaillement :

$$Q = \frac{1}{2}\left(\Omega_{ij}\Omega_{ij} - S_{ij}S_{ij}\right) = \frac{1}{4}\left(\bar{\omega}^2 - 2S_{ij}S_{ij}\right) \tag{II.110}$$

Avec Ω_{ij} la partie anti-symétrique du tenseur de gradient de vitesse, qui mesure la rotation, et S_{ij} la partie symétrique de ce même tenseur, qui mesure le cisaillement.

$$S_{ij} = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i}\right) \quad , \quad \Omega_{ij} = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} - \frac{\partial u_j}{\partial x_i}\right) \tag{II.111}$$

Les isosurfaces de Q positifs isolent ainsi les régions où le caractère rotationnel local domine les effets de cisaillement et permet ainsi d'identifier les tubes tourbillonnaires basses pressions généralement associés aux structures cohérentes. En effet, dans le cadre de fluides incompressibles, on peut facilement relier ce critère à la pression, en prenant la divergence de la quantité de mouvement, tel que :

$$Q = -\frac{1}{2}\frac{\partial u_i}{\partial x_j}\frac{\partial u_j}{\partial x_i} = \frac{1}{2\rho}\Delta p \tag{II.112}$$

Cette relation II.112 implique que l'identification tourbillonaire basé sur le critère Q permet la détection d'un plus grand nombre de tourbillons par comparaison avec la pression, ainsi que la même capacité de mise en évidence de l'activité tourbillonnaire à petites échelles que la vorticité en raison de leur nature dérivé commune. Néanmoins, sa définition n'étant pas exacte dans le cas tridimensionel, il ne permet pas l'identification du mouvement rotationel local des gradients de scalaires passifs. Le critère $Q > 0$ est donc nécessaire mais pas suffisant.

critère λ_2

Une autre approche consiste à rechercher les contributions des mouvements rotationnels tourbillonnaire dans la répartition spatiale de la pression. En effet, l'identification d'un équilibre cyclostrophique local étant trop restrictif, certains auteurs se sont intéressés à la recherche des minima de pression caractérisant des tourbillons. Ainsi, Jeong et Hussein [228] ont introduit la notion de critère λ_2 en considérant l'équation du Hessien de la pression $\frac{\partial^2 p}{\partial x_i \partial x_j}$:

$$\frac{D}{Dt}S_{ij} - \nu\Delta S_{ij} + \Omega_{ik}\Omega_{kj} + S_{ik}S_{kj} = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial^2 p}{\partial x_i \partial x_j} \tag{II.113}$$

Si l'on écarte les deux premiers termes du membre de gauche de l'équation II.113, qui représentent respectivement la contribution de cisaillement irrotationnel instationnaire et les termes visqueux, et qui n'ont aucun lien direct avec la présence d'un mouvement tourbillonnaire, on obtient alors la relation :

$$\Omega_{ik}\Omega_{kj} + S_{ik}S_{kj} = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial^2 p}{\partial x_i \partial x_j} \tag{II.114}$$

En définissant les valeurs propres $\lambda_1 \geq \lambda_2 \geq \lambda_3$ associées au tenseur symétrique $\Omega_{ik}\Omega_{kj} + S_{ik}S_{kj}$, on peut alors montrer par analyse variationnelle que ce terme conduit à un minimum de pression si et seulement si deux de ces valeurs propres sont négatives, ce qui implique $\lambda_2 < 0$.

Ces deux dernières méthodes (critère Q et λ_2) sont connues pour donner des résultats similaires au regard des isosurfaces obtenus [148]. Le critère Q est retenu dans cette étude car sa mise en œuvre est plus simple. Néanmoins on peut préciser que le critère λ_2 semble être plus sensible aux erreurs numériques qui viennent parasiter la détection de structures cohérentes. Le lecteur intéressé par des définitions plus précises et des comparaisons entres ces différents critères pourra ce reporter à [141, 148, 194]. Notamment, Dubief et *al.* [141], donnent des précisions importantes sur le choix du seuil de visualisation des isosurfaces de Q afin d'identifier les structures les plus énergétiques en termes de fluctuations de vorticité. Mais en général, le choix du seuil est justifié par ce qui donne le meilleur rendu visuel du point de vue des structures cohérentes, ou bien par ce qui est connu d'un point de vue dynamique des fluides de précédentes simulations [148] ou d'expériences en laboratoire [36].

Il est à noter que l'équation de Poisson II.112 qui définit les minima de pression pour le critère Q n'est plus valable en régime compressible, mais cette étude porte sur des écoulements faiblement compressibles ($M < 1$), où l'identification par ce critère et les niveaux de pression ont donné des résultats similaires. De la même manière, le critère λ_2 a été développé à l'origine pour l'identification tourbillonnaire des fluides incompressibles. De récentes réflexions quant à l'extension de ces critères aux fluides compressibles ont été menées [233]. Kolář [234] propose Notamment une extension du critère λ_2 pour mettre en évidence les effets de compressiblité sur les structures cohérentes.

II.3.2 Analyse statistique de la turbulence

II.3.2.1 Corrélations en deux points

Afin d'étudier les structures spatiale et temporelle de l'écoulement, il convient d'estimer les échelles spatiales et temporelles caractéristiques. Les correlations spatio-temporelles d'un signal calculés en deux points distants de ξ suivant la direction $\vec{x}$ et espacés dans le temps de τ sont données par la relation suivante II.115, dont une représentation schématique est donné sur la figure II.5.

$$\mathcal{R}_{ff}(x,\xi,\tau) = \frac{\langle f(x,t) f(x+\xi,t+\tau)\rangle_t}{\sqrt{\langle f^2(x)\rangle_t}\sqrt{\langle f^2(x+\xi)\rangle_t}} \tag{II.115}$$

On peut alors caractériser l'étendue spatiale de la région de corrélation par son échelle intégrale de longueur $\mathcal{L}_{ff}^{(k)}$:

$$\mathcal{L}_{ff}^{(k)}(x) = \frac{1}{2}\int_{-\infty}^{+\infty} \mathcal{R}_{ff}(x,\xi_k,\tau=0)d\xi_k \tag{II.116}$$

et de la même manière l'échelle intégrale temporelle Λ_{ff} associée à la décroissance du maximum de corrélation $\mathcal{R}_{ff_{max}}(x,\tau) = max(\mathcal{R}_{ff}(x,\xi,\tau))$:

$$\Lambda_{ff}(x) = \int_0^{+\infty} \mathcal{R}_{ff_{max}}(x,\tau)d\tau \tag{II.117}$$

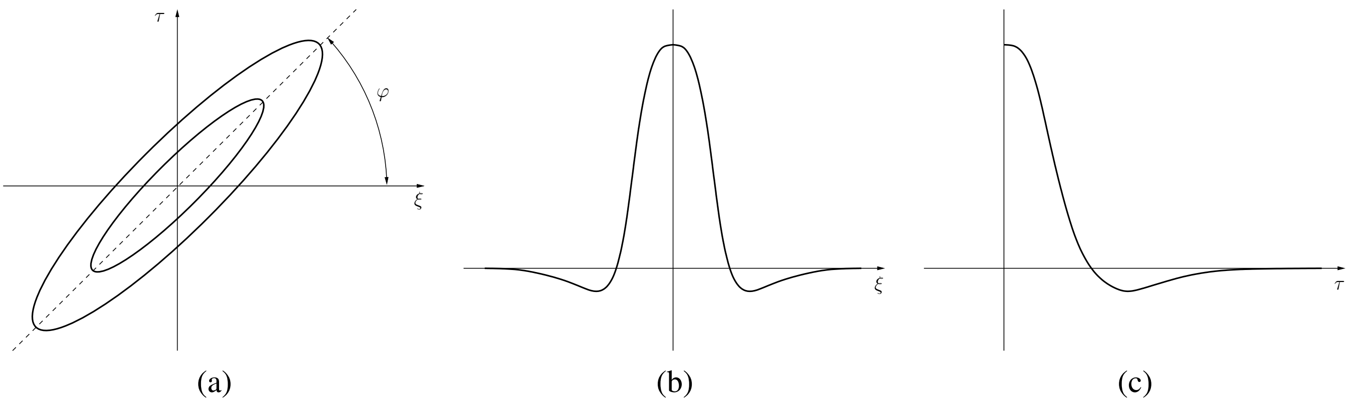


Figure II.5 – (a) Equi-corrélation de $\mathcal{R}_{ff}$, (b) corrélation spatiale ($\tau = 0$) de $\mathcal{R}_{ff}$, et (c) autocorrélation ($\xi = 0$) de $\mathcal{R}_{ff}$.

Chapitre III

Validation du code

Ce chapitre vérifie les différents aspects numériques présentés dans le chapitre précédent, notamment quant à l'utilisation de la méthode de Simulations des Grandes Échelles que nous avons utilisée. Ces aspects concernent plus particulièrement la méthode numérique utilisée pour la discrétisation des équations de Navier-Stokes et les conditions aux limites. En effet, les contraintes intrinsèques aux discrétisations spatiale et temporelle, ainsi que les effets introduits par les conditions aux limites sur l'écoulement peuvent affecter ce dernier de manière significative, notamment en termes de précision de la simulation, mais aussi en termes de coût de calcul. Ainsi qu'il a été souligné par Ferziger [156], la nature inhérente des écoulements turbulents ne permet pas une quantification stricte de la précision des calculs par SND ou SGE. En effet, ces méthodes de simulations doivent permettre de résoudre une large gamme d'échelles de la turbulence, qui rappellons le, est un phénomène au caractère aléatoire. Ainsi les erreurs sur la discrétisation (spatiale et temporelle) doivent être identifiées précisément afin que l'analyse physique des résultats soit la plus critique possible au regard des méthodes numériques utilisées.

III.1 Analyse d'erreurs numériques

La première source d'erreur numérique rencontrée, en considérant tout d'abord les simulations numériques directes (SND) concerne la discrétistation spatiale de l'écoulement considéré. Cette erreur peut être estimée à partir d'une analyse de Fourier et d'une analyse au nombre d'onde modifié. On peut alors estimer un nombre de points nécessaire pour obtenir un niveau de précision arbitraire. La seconde source d'erreur est une perte de l'énergie du phénomène turbulent considéré, plus connue sous le nom “d'erreur d'aliasing”. Plus précisemment, cette erreur survient lorsque certains termes non-linéaires contenus dans les équations du problème, nécessitent un plus grand nombre de degrés de liberté pour leur résolution, que ceux permis par l'approche numérique considérée. Cette erreur est connue pour être réduite par l'erreur de discrétisation, ainsi plus l'ordre du schéma est élevé, plus cette erreur domine le problème sur toutes les échelles résolues. Concernant la Simulation des Grandes Échelles (SGE), les erreurs numériques sont encore plus nombreuses du fait de l'utilisation d'un modèle sous-maille. Ainsi selon le niveau de dissipation du schéma numérique utilisé, l'énergie cinétique résolue associée à la cascade d'énergie peut-être non-physique. Le lecteur intéressé pourra se reporter à [154, 235, 236].

III.1.1 Analyse de Fourier du schéma numérique

L'un des points les plus importants concernant les méthodes numériques d'ordre élevé pour les Simulations Numériques Directes (SND) ou des Grandes Échelles (SGE), est la capacité du schéma numérique à restituer les ondes disctrétisées spatialement avec la meilleure précision possible. En effet, afin de calculer, par exemple, les fluctuations de pression acoustique qui demeurent très faibles par rapport aux fluctuations aérodynamiques, l'estimation des dérivées spatiales requiert une bonne résolution. Ainsi, pour comparer l'erreur de discrétisation des ondes par un schéma numérique, l'une des méthodes les plus connues est de réaliser une analyse de Fourier [237, 238].

On considère la solution d'une fonction harmonique de nombre d'onde k :

$$u(x,t) = f(k,t)e^{ikx} \tag{III.1}$$

Ainsi, par exemple, l'équation II.80 sous forme semi-discrète devient :

$$\frac{\partial u}{\partial t} = D(u) \tag{III.2}$$

avec pour solution exacte :

$$u(x,t) = f(k,0)e^{ik(x-ct)} \tag{III.3}$$

où c est la vitesse de phase.

La solution numérique de l'équation III.2 est alors :

$$u_{num}(x,t) = f(k,0)e^{Re[\hat{D}(k)t]}e^{ik(x-c^*t)} \tag{III.4}$$

avec $\hat{D}(k)$ la matrice aux valeurs propres de D et c^* la vitesse de phase modifiée, telle que :

$$c^* = -\frac{1}{k}Im[\hat{D}(k)t] \tag{III.5}$$

Ainsi la comparaison des solutions exacte et numérique met en évidence les erreurs du schéma numérique relatives à la propagation des ondes.

Le premier point remarquable quant à cette analyse est que, comme l'amplitude de l'onde propagée est fonction du temps dans la solution numérique, alors :

$$\begin{cases} \text{si} \quad Re[\hat{D}(k)] = 0, \text{ alors le schéma est conservatif} \\ \text{si} \quad Re[\hat{D}(k)] < 0, \text{ alors le schéma est dissipatif} \\ \text{si} \quad Re[\hat{D}(k)] > 0, \text{ alors le schéma est instable} \end{cases} \tag{III.6}$$

De la même manière en comparant les vitesses de phases numériques et exactes :

$$\begin{cases} \text{si} \quad \frac{c^*}{c} = 1, \text{ alors le schéma n'introduit pas d'erreur de phase} \\ \text{si} \quad \frac{c^*}{c} \neq 1, \text{ alors le schéma induit une erreur de phase} \end{cases} \tag{III.7}$$

De plus, il est à noter que pour obtenir un schéma conservatif, la matrice D doit impérativement être antisymétrique. Cette propriété est vérifiée pour un schéma centré, comme par exemple, à l'ordre deux :

$$\frac{\partial e^{ikx}}{\partial x} = \frac{\left(e^{ik(x-\Delta x)} - e^{ik(x+\Delta x)}\right)}{2\Delta x} = i\frac{sin(k\Delta x)}{\Delta x}e^{ikx} = ik^* e^{ikx} \tag{III.8}$$

que l'on compare à la dérivée première exacte de e^{ikx} :

$$\frac{\partial e^{ikx}}{\partial x} = ike^{ikx} \tag{III.9}$$

Le nombre d'onde modifié de la dérivée première centrée d'ordre 2 est donc :

$$k^*(k) = \frac{sin(k\Delta x)}{\Delta x} \tag{III.10}$$

que l'on représente sur la figure III.1 avec d'autres, donnés ci-après.

Nombre d'onde modifié pour :

– dérivée première centrée d'ordre 4

$$k^*(k) = \frac{sin(k\Delta x)(4 - cos(k\Delta x))}{3\Delta x} \tag{III.11}$$

– dérivée première de Padé d'ordre 6

$$k^*(k) = \frac{asin(k\Delta x) + b/2(1 - cos(2k\Delta x))}{\Delta x^2[1 + 2\alpha cos(k\Delta x)]} \tag{III.12}$$

– dérivée première du schéma optimisé sur 13 points de Bogey et Bailly [122]

$$k^*(k) = \frac{2\sum_{j=1}^{N=6} a_j sin(jk\Delta x)}{\Delta x} \tag{III.13}$$

La figure III.1 (a) compare le nombre d'onde modifié k^* au nombre d'onde exact k. L'expression du nombre d'onde modifié fournit alors la précision avec laquelle un composant de nombre d'onde donné sera résolu par le schéma sur toute la gamme des nombres d'ondes permis par le maillage $0 \leq k\Delta x \leq \pi$.

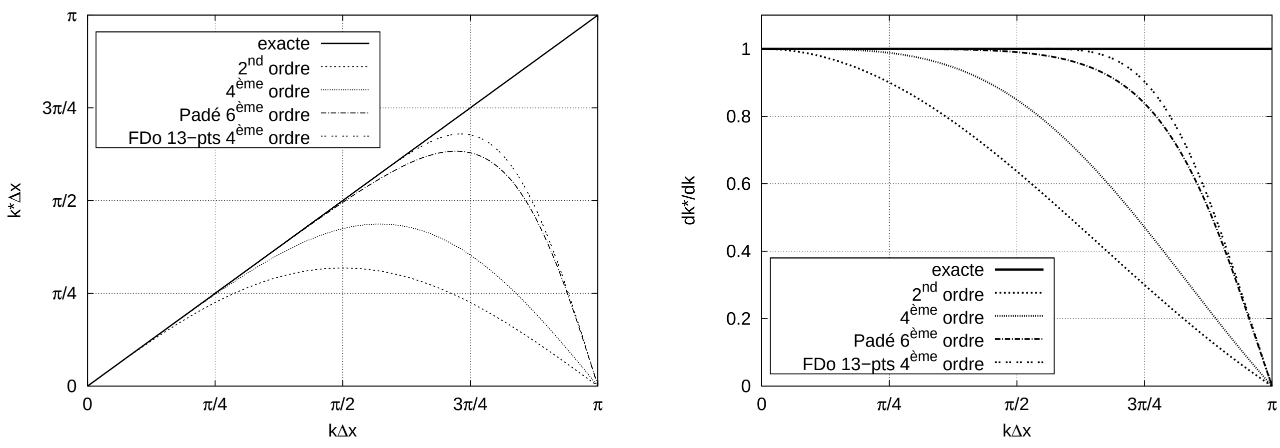


Figure III.1 – a) Erreur de dispersion ; b) Vitesse de phase

La figure III.1 (b) compare l'erreur de vitesse de phase pour différents schémas. Cette erreur est fonction du nombre d'onde k et de la discrétisation spatiale Δx. Afin de déterminer une erreur acceptable, on peut déterminer un nombre de point nécessaire par longueur d'onde pour calculer précisement une onde [120, 239], donné par l'expression :

$$N = \frac{2\pi}{k\Delta x} \tag{III.14}$$

Ainsi un schéma aux différences finies centré du second ordre nécessite 80 points par longueur d'onde pour obtenir une erreur de moins de 1%, alors que le schéma d'ordre 4 en nécessite 15. Néanmoins, si ce critère permet d'estimer la bonne résolution spatiale du schéma utilisé, il ne prend pas en compte l'erreur relative à l'intégration temporelle, ni le coût numérique du calcul.

III.1.2 Analyse bidimensionnelle du schéma numérique

Ainsi qu'il a été mentionné plus haut, un schéma numérique ne peut être évalué uniquement par son erreur spatiale, en fonction d'un nombre de point par longueur d'onde, ou d'un ordre de précision. L'analyse présentée ici met en évidence les effets de la discrétisation temporelle et du coût numérique du solveur, dans le cadre de calculs séquentiels. Le comportement du schéma numérique de Gottlieb et Turkel [140], présenté dans le chapitre précédent II.2.2 est ici analysé pour le modèle bidimensionnel de la propagation d'un pulse gaussien (issue du workshop [240], catégorie 2, problème 1). Il est à noter qu'une étude de ce type avait déjà été réalisée par Debonis [241], et Debonis et Scott [242]. Néanmoins, elle était appliquée dans le cas monodimensionel d'une équation d'advection linéaire et de l'équation de Burger non-visqueuse. Nous appliquerons ici cette analyse sur les équations de Navier-Stokes bidimensionnelles. Les termes visqueux ont néanmoins des effets négligeables sur la propagation, mais il est nécessaire de les inclure afin d'estimer correctement le coût numérique de notre code (conditions aux limites 3D-NSCBC comprises). En 1997, Hixon [243] réalisa une étude similaire en considérant le cas de la diffraction d'une source harmonique autour d'un cylindre (problèmes 1 et 2, catégorie 1, issue du workshop [244]), en considérant les équations d'Euler linéarisées bidimensionnelles, ainsi que les conditions aux limites de Thompson [202, 217].

La solution analytique du problème de la propagation d'un pulse gaussien a été déterminé par Tam [121] :

$$p_{th}(x,y,t) = \frac{\epsilon}{2\alpha}\int_0^{+\infty} e^{-\frac{\xi^2}{4\alpha}} \times cos(\xi t) J_o(\xi\eta)\xi d\xi \tag{III.15}$$

Avec $\eta = [(x-Mt)^2 + y^2]^{1/2}$, et J_o la fonction de Bessel d'ordre 0. Le paramètre α est propotionnel à la demi-margeur de la gaussienne, b, tel que : $\alpha = ln2/b^2$. Une présentation détaillée de cette solution analytique en coordonnées cylindriques est donné par Marsden [245].

On considère un domaine de calcul, représenté sur la figure III.2 (a), de dimension $[L_x \times L_y] = [100 \times 100]$, discrétisé par un maillage régulier suivant $\vec{x}$ et $\vec{y}$, tel que $\Delta_x = \Delta_y = \Delta_o$. L'impulsion de pression gaussienne est alors initialisée à $t = 0$, au centre du domaine, comme il est représenté sur III.2 (a), telle que :

$$\begin{cases} u(x,y) = 0 \\ v(x,y) = 0 \\ t(x,y) = 1 \\ p(x,y) = p_o + \epsilon exp\left[-\frac{ln2}{b^2}\left(x^2+y^2\right)\right] \end{cases} \tag{III.16}$$

Avec $p_o = 1$, $\epsilon = 0.01$ et $b = 3$. Le nombre de Mach considéré est $M = 0.5$.

On considère 5 discrétisations spatiales ($\Delta_o = 1, 0.5, 0.2, 0.1, 0.05$) différentes. Soit des maillages de, respectivement, 1×10^4, 4×10^4, 2.5×10^5, 1×10^6, et 4×10^6 points. On regarde alors l'évolution de la solution pour un temps de calcul minimum $t_{SGE} = 22$, et jusqu'à atteindre le niveau d'erreur requis [246], pour cinq discrétisations temporelles basées sur le CFL $(0.1, 0.2, 0.3, 0.4, 0.5)$. Ainsi qu'il a été mentionné par Hixon [243], le pas de temps maximum pour lequel le schéma numérique est stable est atteint pour $CFl = 0.5$. L'erreur du schéma numérique est alors donné par le taux de fluctuations de pression résiduel R_p :

$$R_p = \sqrt{\frac{1}{N}\sum_{i,j,k}^{n_x,n_y,n_z}(p_{i,j,k} - p_{th})^2} \tag{III.17}$$

Avec p_{th} la solution analytique donné par III.15, $p_{i,j,k}$ la pression au point (i, j, k), et N le nombre de point du maillage.

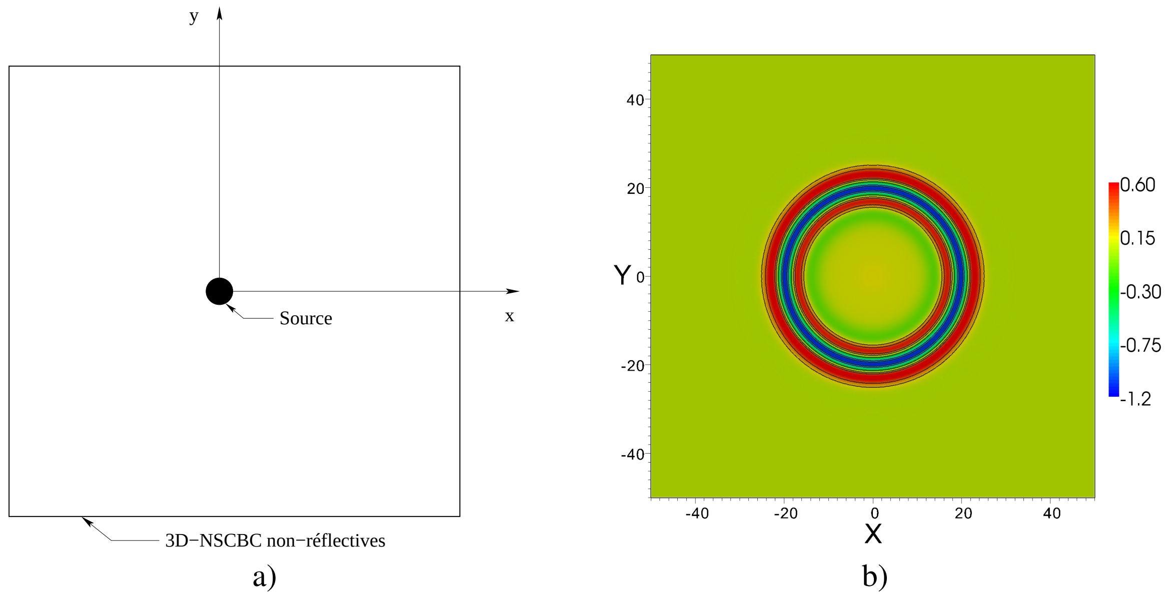


Figure III.2 – (a)Domaine de calcul utilisé dans le cadre de l'analyse bidimensionnelle du schéma de Gottlieb & Turkel [140] ; (b) Erreur entre la solution numérique calculé et la solution analytique donnée par III.15. Résultats obtenus pour le pas d'espace $\Delta_o = 0.2$ avec $CFL = 0.1$, à $t_{SGE} = 10$.

Le tableau III.1 résume les détails des calculs réalisés pour les CFL $0.1, 0.3, 0.5$ en terme de coût numérique. La figure III.3 (a) représente la solution exacte de la propagation du pulse de pression

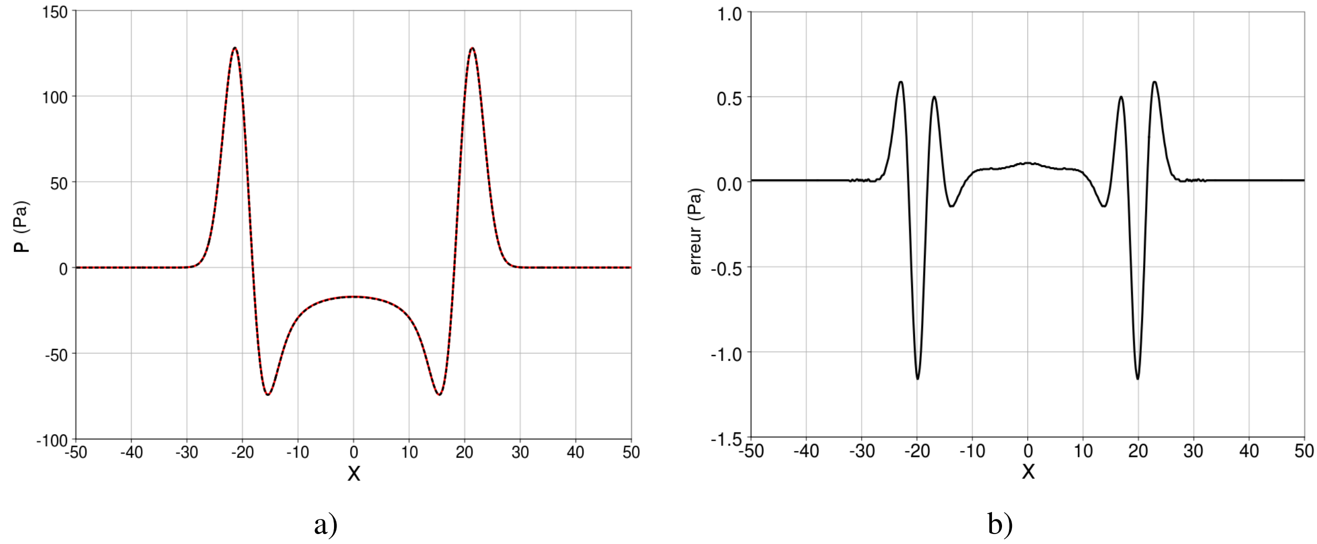
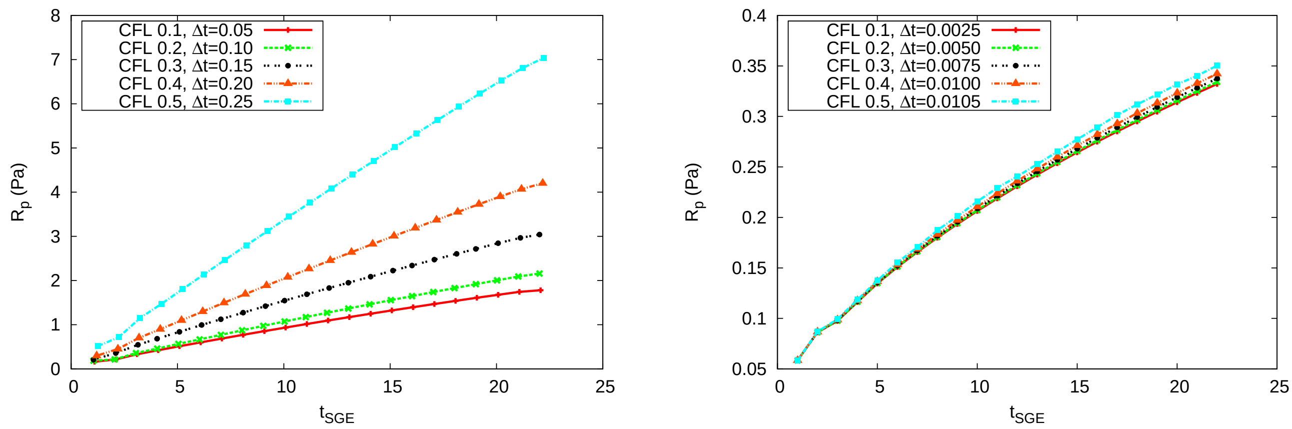


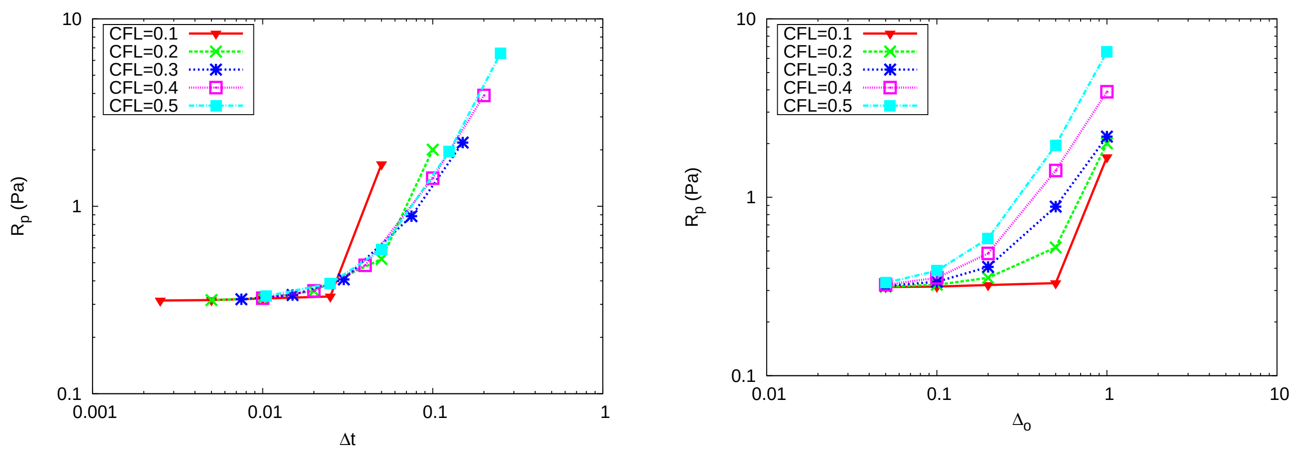
Figure III.3 – (a) Solution analytique donnée par III.15 : - - - ; Solution numérique —. (b) Erreur entre la solution numérique calculée et la solution analytique donnée par III.15. Résultats suivants $\vec{x}$, à $y = 0$, obtenus pour le pas d'espace $\Delta_o = 0.2$ avec $CFL = 0.1$, à $t_{SGE} = 10$.

gaussien, donnée par III.15, ainsi que la solution numérique obtenue par le solveur "NIGLO" dans le cas d'un pas d'espace $\Delta_o = 0.2$ avec $CFL = 0.1$, après un temps de propagation $t_{SGE} = 10$. La différence entre la solution exacte et la solution calculée est représentée dans l'espace par la figure III.2 (b), et en coupe suivant $\vec{x}$ pour $y = 0$ sur la figure III.3 (b). Les figures III.4 (a) et (b) montrent l'évolution du résidu de pression lors de la propagation du pulse de pression dans le domaine de calcul pour le pas d'espace $\Delta_o = 1$ et $\Delta_o = 0.05$, en fonction du CFL. La nature dissipative du schéma est alors mise en évidence. On peut voir que plus le pas d'espace est grand, plus la discrétisation temporelle a un impact important sur l'erreur de dispersion, ainsi qu'il avait déjà été mis en évidence par [242, 243]. L'erreur du schéma numérique est tracée en fonction des pas de temps et d'espace sur la figure III.5 (a) et (b), respectivement. On peut observer que l'ordre spatial du schéma n'est d'ordre 4 que pour CFL ≤ 0.3, et que l'erreur due à la discrétisation temporelle domine le problème. Il est important de noter que l'analyse de l'erreur de troncature présentée au chapitre précédent II.2.2.2, donne un ordre d'erreur en $\Delta t(\Delta x)^2$, ce qui implique que si le pas de temps est supérieur au pas d'espace, le schéma numérique est alors précis à l'ordre 2. Néanmoins, en augmentant la discrétisation spatiale et en réduisant le pas de temps, l'ordre de précision augmente, ce qui confirme les résultats obtenus par Debony[241]. Le coût numérique en est toutefois grandement affecté, comme cela est montré sur la figure III.6. Debony [241] a montré que le pas de temps doit être réduit d'un facteur 0.25 lorsque le pas d'espace était réduit d'un facteur 0.5 pour obtenir une précision à l'ordre 4 du schéma de Gottlieb-Turkell. On constate que le pas de temps basé sur le CFL permet de respecter cette règle.



a) b)

Figure III.4 – Évolution de l'erreur en fonction du CFL : a) $\Delta_o = 1$; b) $\Delta_o = 0.05$.



a) b)

Figure III.5 – Erreur du schéma numérique : a) Erreur temporelle ; b) Erreur spatiale.

Bien que ce schéma fut développé à la fin des années 70, il fut largement utilisé en aéroacoustique numérique [247–256]. En effet, cette approche est robuste et très facile à implémenter, notamment, elle ne nécessite que deux étapes de stockage pour chaque variable. Ainsi, comme il a été mentionné précédemment II.2.5, ce schéma est très facile à paralléliser, afin d'augmenter l'efficacité du code à moindre coût. L'utilisation de maillages très raffinés, en utilisant un très grand nombre de processeurs,

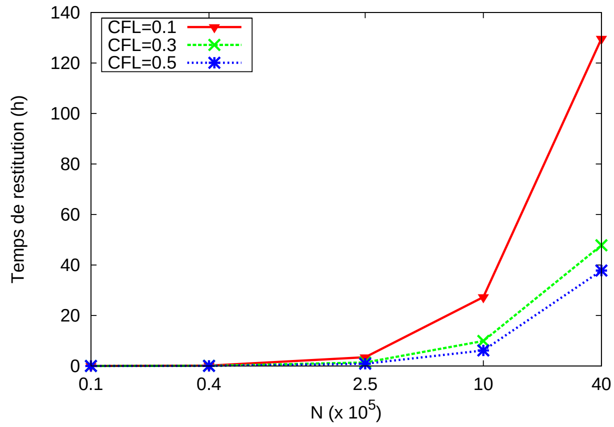


Figure III.6 – Efficacité du solveur de Navier-Stokes séquentiel pour le problème bidimensionnel de la propagation d'un pulse gaussien : évolution du temps d'horloge en fonction du nombre de point N.

CFL	Δ_o	N	itérations	temps horloge (s)	Mflops
0.5	1	1×10^4	81	0.9	287
	0.5	4×10^4	161	11.3	251
	0.2	2.5×10^5	401	322.6	238
	0.1	1×10^6	895	2218.7	232
	0.05	4×10^6	1784	13599.7	219
0.3	1	1×10^4	134	1.5	283
	0.5	4×10^4	268	19.9	246
	0.2	2.5×10^5	668	499.3	234
	0.1	1×10^6	1469	3569.7	228
	0.05	4×10^6	2671	17208.3	215
0.1	1	1×10^4	401	4.5	267
	0.5	4×10^4	802	57.2	242
	0.2	2.5×10^5	2003	1245.6	231
	0.1	1×10^6	4406	9826.6	224
	0.05	4×10^6	8011	46676.3	200

Tableau III.1 – Coût numérique du solveur "NIGLO". Calculs réalisés sur un Quad-core AMD Opteron 2.2 Ghz.

disponibles aujourd'hui sur les ordinateurs massivement parallèlles nous garantit ainsi un même degré de précision que des schémas d'ordre plus élevé, avec un temps de calcul réduit. Néanmoins, afin de réaliser des simulations aéroacoustiques, une attention particulière doit être apportée sur le traitement des conditions aux limites [126, 239, 257].

III.2 Conditions aux limites

Les performances et les défauts des conditions aux limites “3D-NSCBC” implémentées dans notre code sont évaluées à l'aide de deux cas tests issus du workshop ICASE-NASA [240]. Dans les deux géométries bidimensionelles et tridimensionelles, on étudiera en premier lieu la propagation d' une perturbation de type acoustique représentée par une impulsion de pression, utilisée précédemment dans l'analyse du schéma numérique III.1.2. Puis nous nous intéresserons à l'advection d'un tourbillon afin de modéliser une perturbation de type aérodynamique. De la même manière que Bogey [4], l'amplitude des ondes réfléchies aux frontières du domaine sera déterminée par le taux moyen de fluctuation de pression, exprimé sous la forme du résidu de pression R_p :

$$R_p = \sqrt{\frac{1}{N}\sum_{i,j,k}^{n_x,n_y,n_z}(p_{i,j,k}-p_o)^2} \tag{III.18}$$

avec p_o la pression moyenne initiale, au lieu de la solution analytique utilisée dans III.17, afin d'observer la réponse des conditions aux limites à la sortie des perturbations énoncées ci-dessus hors du domaine de calcul, et la performance des zones éponges implémentées. Le maillage utilisé dans ces cas test sera régulier dans toutes les dimensions spatiales et le CFL sera égal à 0.3, soit le CFL maximum nous permettant de conserver l'ordre de précision du schéma numérique III.1.2. Il est important de préciser que ces cas tests de validations sont réalisés à l'aide du solveur des équations de Navier-Stokes développé, sans négliger les termes visqueux.

III.2.1 Validation des conditions aux limites bidimensionelles

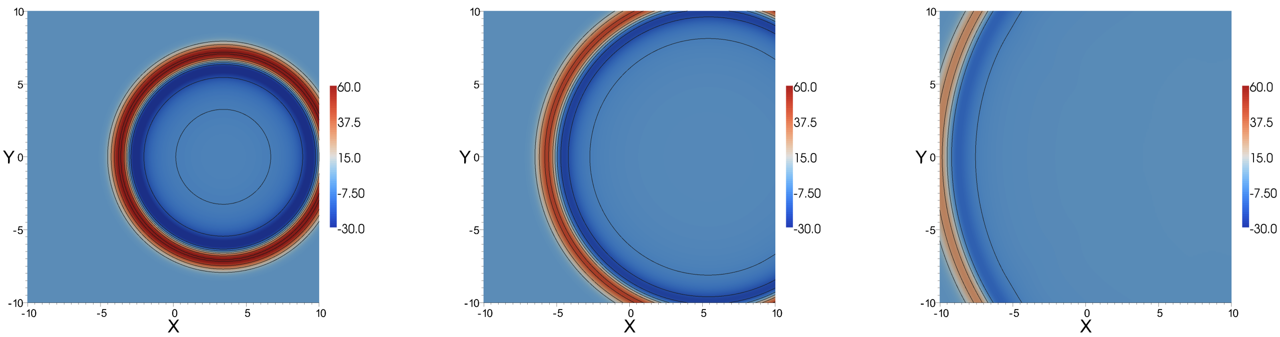
Le domaine de calcul utilisé pour résoudre les deux cas tests bidimensionnels, énoncés ci-dessus, est de dimension $[L_x \times L_y] = [20\times 20]$, et on utilise une discrétisation de $[n_x \times n_y] = [200\times 200]$. Afin de tester l'efficacité des conditions aux limites “3D-NSCBC”, en entrée et en sortie de fluide, un écoulement uniforme à Mach $M = 0.5$ sera imposé dans deux directions. Tout d'abord l'écoulement moyen sera assujetti suivant $\vec{x}$, puis il sera contraint suivant la diagonale du domaine. En effet, les conditions aux limites utilisées proposent une méthode spécifique pour le traitement des coins et des arêtes du domaine qu'il convient de vérifier. Nous complèterons ainsi l'étude de Lodato et *al.* [220], notamment, rappelons que cette formulation a été validée avec une approche de type Volume Finis.

Dans le premier cas (advection suivant $\vec{x}$), à l'exception de la frontière OUEST qui est prise en entrée de fluide, toutes les autres sont prises en sortie. Dans le cas de l'écoulement suivant la diagonale, les frontières SUD et OUEST sont alors définies en entrée de fluide, alors que les deux autres sont définies en sortie.

III.2.1.1 Impulsion de pression

Ecoulement uniforme suivant la direction $\vec{x}$

L'impulsion de pression gaussienne est initialisée au centre du domaine de calcul, de la même manière que dans l'étude précédente III.1.2 (III.16), avec $u = u_o$, et $b = 4\Delta_x$. Le pas de temps correspondant est de $\Delta t_{SGE} = 0.5^{-2}$.La figure III.7 représente la propagation du pulse par son champ de pression fluctuante à trois instants.



a) $t = 350\Delta t$ b) $t = 510\Delta t$ c) $t = 930\Delta t$

Figure III.7 – Cas test d'un pulse de pression gaussien en écoulement uniforme : (a), (b), et (c) isocontours du champ de pression fluctuante (en Pa).

On peut observer que la sortie de l'onde acoustique hors du domaine de calcul ne semble pas provoquer l'apparition de perturbations qui seraient engendrées par les conditions aux limites. Ces trois instants représentent les changements de pente sur l'évolution temporelle du résidu de pression III.8, instants où l'onde sort respectivement du domaine par les frontières aval, transversales et amont. Néanmoins, il est à noter que la frontière amont (i.e. condition d'entrée) semble mettre plus de temps que les frontières en sortie pour évacuer l'onde incidente, mais cela ne semble pas provoquer de réflexions parasites. On peut observer que l'erreur numérique qui subsiste après 1500 itérations est inférieure à $2Pa$, soit un taux de réflexion inférieur à 4%.

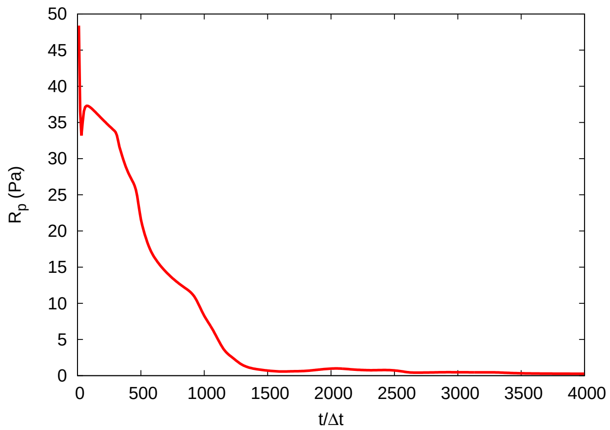
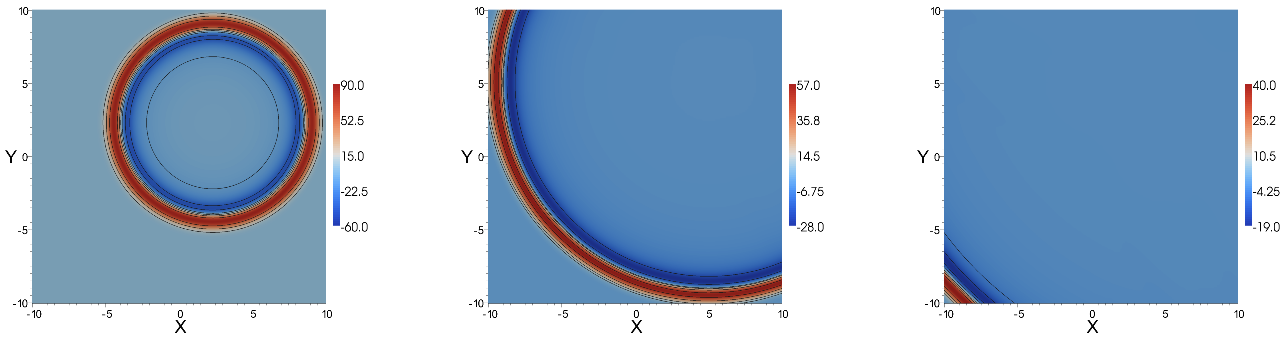


Figure III.8 – Cas test d'un pulse de pression gaussien en écoulement uniforme : évolution temporelle du résidu de pression en Pa.

Ecoulement uniforme suivant la diagonale du domaine

L'impulsion de pression gaussienne est initialisée au centre du domaine de calcul, de la même manière que dans la paragraphe précédent, mais on prend alors $u = u_o cos(\pi/4)$ et $v = v_o sin(\pi/4)$.



a) $t = 271\Delta t$ b) $t = 614\Delta t$ c) $t = 1120\Delta t$

Figure III.9 – Cas test d'un pulse de pression gaussien en écoulement uniforme suivant la diagonale du domaine : (a), (b), et (c) isocontours du champ de pression fluctuante.

Les résultats obtenus dans cette configuration d'écoulement sont très similaires aux précédents (figures III.9 et III.10). Néanmoins, comme on peut le voir sur l'évolution temporelle du résidu de pression, l'erreur obtenue après 1500 itérations, qui est d'origine numérique, est plus importante. En effet, on peut remarquer que le deuxième changement de pente du résidu de pression est plus important que précédemment (cf. figure III.8). Celui-ci intervient lorsque le pulse atteint les frontières SUD et

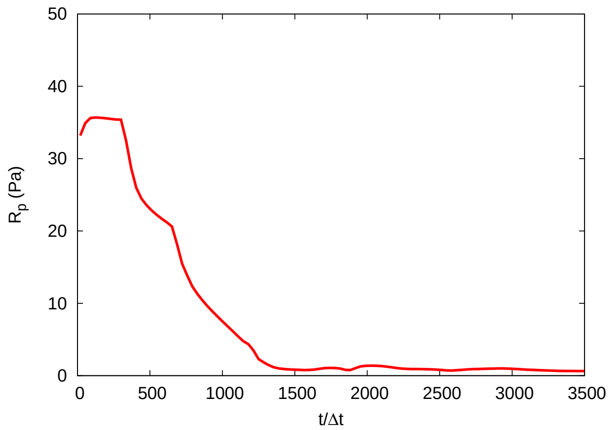


Figure III.10 – Cas test d'un pulse de pression gaussien en écoulement uniforme suivant la diagonale du domaine : évolution temporelle du résidu de pression en Pa.

OUEST du domaine, qui sont des conditions d'entrée. De la même manière que précédemment, l'onde incidente ne semble pas provoquer de réflexions parasites, et l'erreur numérique reste inférieure à $4Pa$, soit un taux de réflexion de l'ordre de 5%.

III.2.1.2 Advection laminaire d'un tourbillon

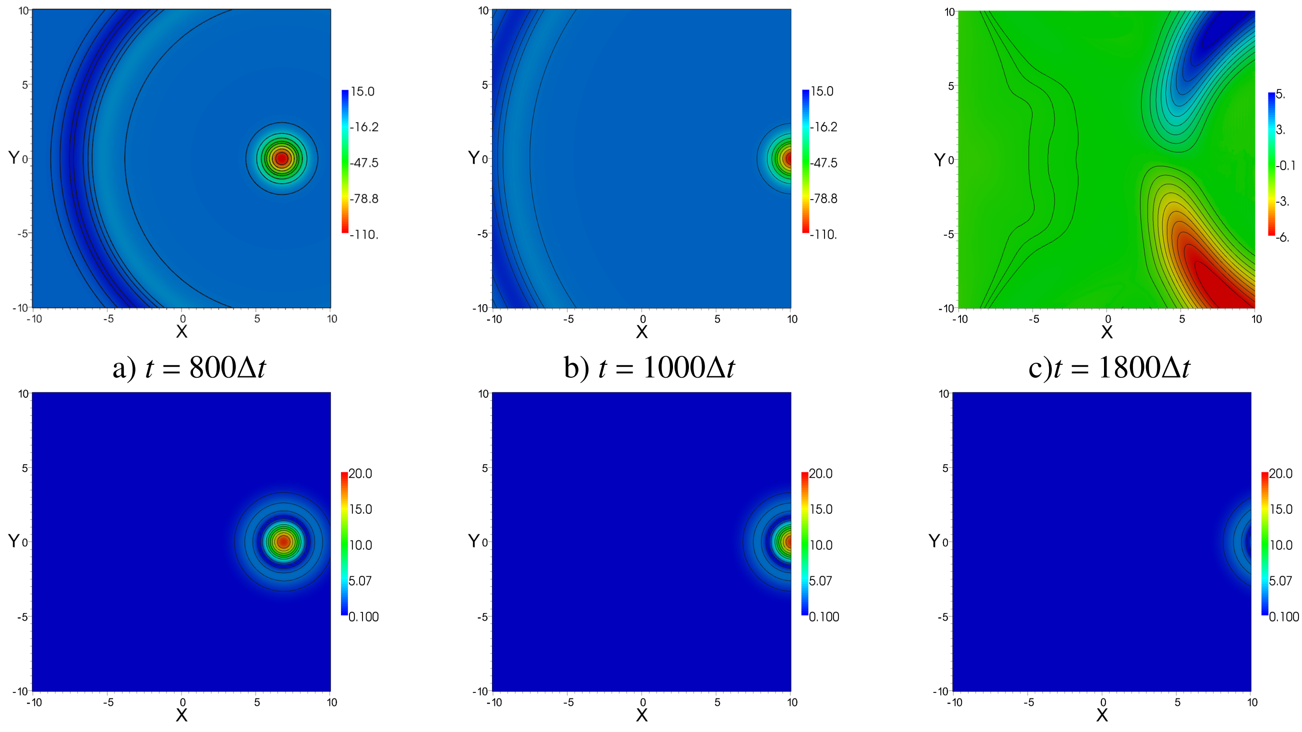
Ecoulement uniforme suivant la direction $\vec{x}$

Nous initialisons un tourbillon au centre du domaine à l'instant $t = 0$ de la manière suivante :

$$\begin{cases} u(x,y) = u_o + \epsilon\, y\, exp\left[-\frac{ln2}{b^2}\left(x^2+y^2\right)\right] \\ v(x,y) = -\epsilon\, x\, exp\left[-\frac{ln2}{b^2}\left(x^2+y^2\right)\right] \\ t(x,y) = 1 \\ p(x,y) = 1 \end{cases} \tag{III.19}$$

Avec $u_o = 1$, $\epsilon = 0.03$ et $b = 4\Delta_x$, ce qui entraine une vitesse tangentielle maximum de $10 m.s^{-1}$. Le pas de temps est alors de $\Delta t_{SGE} = 0.28^{-2}$.

La figure III.11 présente l'evolution de la pression fluctuante et de la vorticité pendant l'advection du tourbillon. On peut observer que le tourbillon sort complètement du domaine de calcul après $t = 1250\Delta t$, sans que les conditions aux limites n'entraînent de distorsion sur la vorticité. Ceci est confirmé par l'évolution du maximum de vorticité III.12 (b) qui tend vers zero. Néanmoins des ondes parasites provenant de la frontière amont (entrée), d'amplitude inférieure à $2Pa$ se propagent vers l'aval. De plus, une réflexion est engendrée par la sortie du tourbillon sur la frontière aval, qui se propage vers l'amont, d'amplitude inférieure à 10 Pa, comme le montre la figure III.11 (c). Comme le montre l'évolution du résidu de pression III.12 (a), ces réflexions engendrent une erreur résiduelle de 5 Pa, qui ne semble pas quitter le domaine de calcul.



a) $t = 800\Delta t$ b) $t = 1000\Delta t$ c) $t = 1800\Delta t$

d) $t = 800\Delta t$ e) $t = 1000\Delta t$ f) $t = 1250\Delta t$

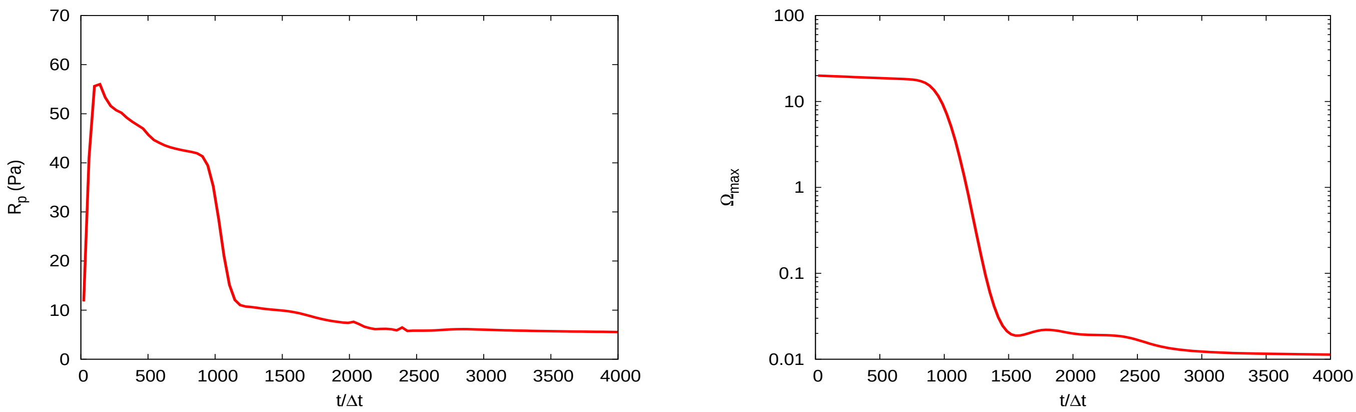
Figure III.11 – Advection laminaire d'un tourbillon bidimensionel en écoulement uniforme : (a), (b) et (c) isocontours de pression fluctuante ; (d), (e) et (f) isocontours de vorticité.

Ecoulement uniforme suivant la diagonale du domaine

A l'instant $t_{SGE} = 0$, le tourbillon est ici initialisé de la manière suivante :

$$\begin{cases} u(x,y) = U + \epsilon y exp\left[-\frac{ln2}{b^2}\left(x^2+y^2\right)\right] \\ v(x,y) = V - \epsilon x exp\left[-\frac{ln2}{b^2}\left(x^2+y^2\right)\right] \\ t(x,y) = 1 \\ p(x,y) = 1 \end{cases} \tag{III.20}$$

Avec $U = u_o cos(\pi/4)$ et $V = v_o sin(\pi/4)$. b est pris égal à $3\Delta_x$. Dans cette configuration les réflexions engendrées sont nettement plus importantes et nombreuses.



a) b)

Figure III.12 – Advection laminaire d'un tourbillon bidimensionel en écoulement uniforme : (a) Evolution temporelle du résidu de pression, et (b) Evolution temporelle du maximum de vorticité.

Ainsi que le montrent les figures III.13, bien que la vorticité soit bien évacuée du domaine de calcul, de nombreuses ondes parasites remontent l'ecoulement, avec une amplitude d'environ 15 Pa. L'erreur numérique qui demeure dans le domaine de calcul est alors plus significative, de l'ordre de 10 Pa III.14 (a). De plus la vorticité maximum ne tend plus vers zéro III.14 (b), ce qui implique que les ondes parasites sont d'amplitude suffisante pour maintenir une vorticité résiduelle parasite dans le domaine de calcul.

III.2.2 Validation des conditions aux limites tridimensionelles

Le domaine de calcul utilisé est de dimension $[L_x \times L_y \times L_z] = [10 \times 10 \times 10]$, discrétisé par $[n_x \times n_y \times n_z] = [160 \times 160 \times 160]$ points. On reprend les cas tests présentés précédemment. En premier lieu nous réaliserons la propagation d'une impulsion de pression, en l'absence d'écoulement moyen, de la même manière que Lodato et *al.* [220]. Puis, dans second temps, nous reproduirons un phénomène d'auto-induction tourbillonaire à Mach $M = 0.5$. Nous réaliserons chaque simulation deux fois, avec et sans la zone éponge présentée plus haut II.2.4, afin de vérifier sa mise en œuvre et son efficacité. Nous construirons donc la zone éponge sur toutes les frontières définies en sortie de fluide, sur 16 points.

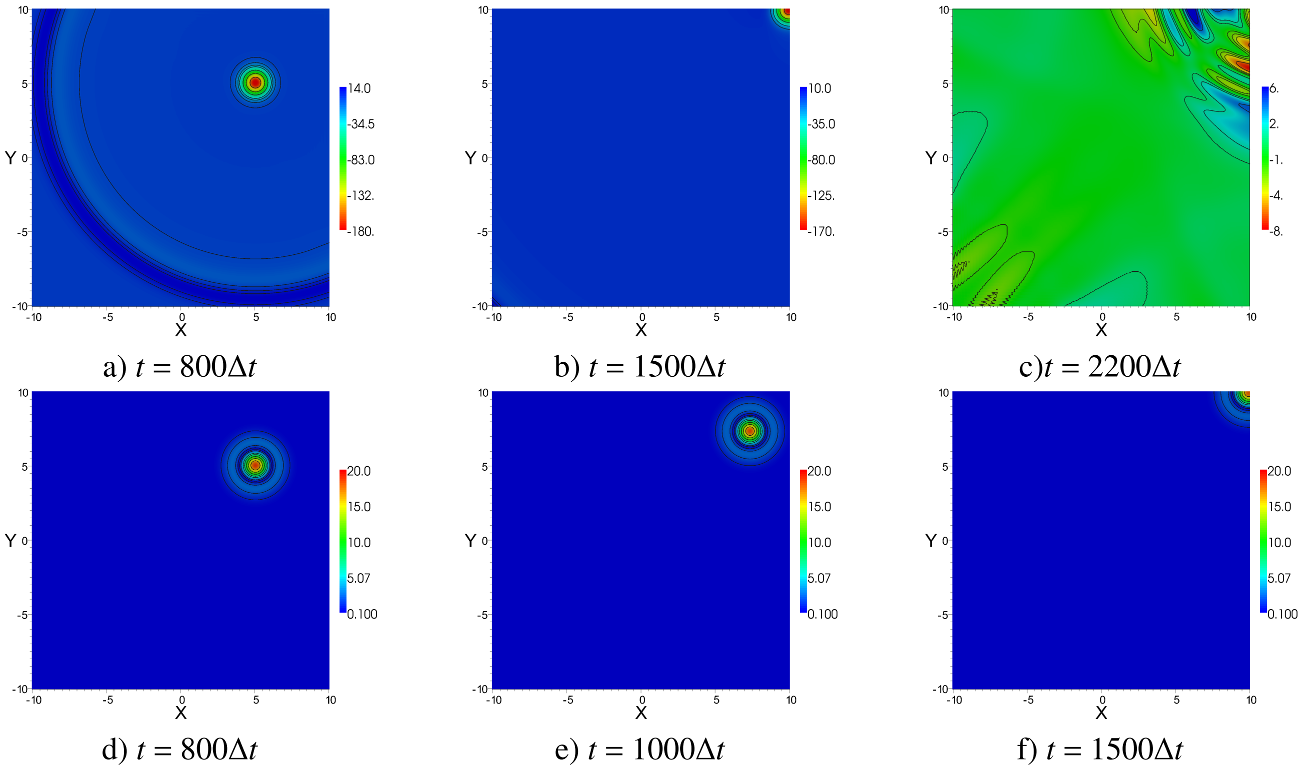


Figure III.13 – Advection laminaire d'un tourbillon bidimensionel en écoulement uniforme suivant la diagonale du domaine : (a), (b) et (c) isocontours de pression fluctuante ; (d), (e) et (f) isocontours de vorticité.

III.2.2.1 Impulsion de pression

Le pulse gaussien tridimensionnel est initialisé tel que :

$$\begin{cases} u(x,y,z) = 0 \\ v(x,y,z) = 0 \\ w(x,y,z) = 0 \\ t(x,y,z) = 1 \\ p(x,y,z) = p_o + \epsilon exp\left[-\frac{ln2}{b^2}\left(x^2+y^2+z^2\right)\right] \end{cases} \tag{III.21}$$

avec $p_o = 1$, $\epsilon = 0.01$ et $b = 4\Delta_x$. Le pas de temps est alors de $\Delta t = 0.3^{-2}$. Dans ce cas, toutes les frontières sont définies en sortie de fluide. La propagation de l'onde acoustique engendrée par cette impulsion est représentée par les isosurfaces de 5 Pa d'amplitude sur les figures III.15. On peut observer, ainsi qu'il a été constaté précédemment, que ce type d'onde sort très bien du domaine sans que les conditions aux limites n'entraînent de distorsions parasites dans les coins et les faces du domaine. De

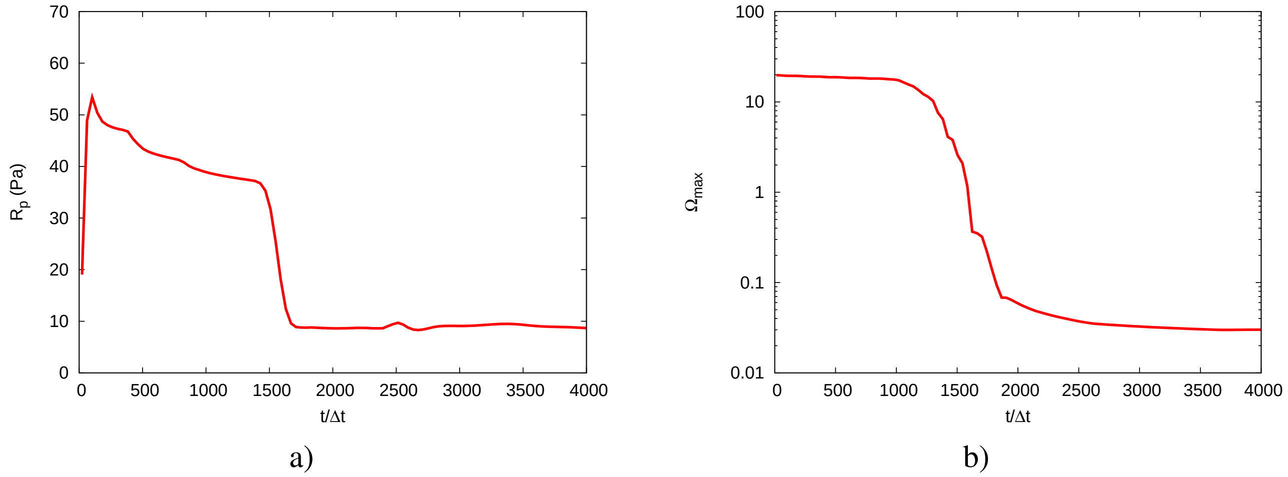
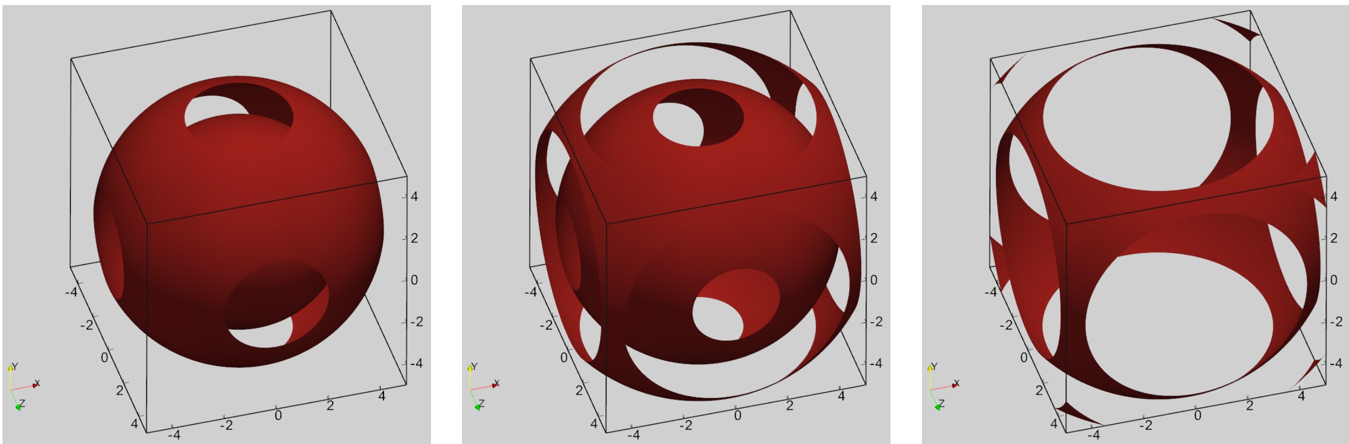


Figure III.14 – Advection laminaire d'un tourbillon bidimensionel en écoulement uniforme suivant la diagonale du domaine : (a) Evolution temporelle du résidu de pression, et (b) Evolution temporelle du maximum de vorticité.

plus l'implémentation du traitement des arêtes et des coins semble parfaitement permettre à l'onde de sortir du domaine. Néanmoins, une erreur résiduelle inférieure à 4 Pa semble subsister après la sortie de l'onde, comme le montre la figure III.16. L'ajout de la zone éponge permet alors de rapidement faire tendre le residu vers zero.



a) $t = 1000\Delta t$ b) $t = 1300\Delta t$ c) $t = 1600\Delta t$

Figure III.15 – Cas test d'un pulse de pression gaussien tridimensionel sans zone éponge : (a) et (b) isosurface de 5 Pa du champ de pression fluctuante pour trois instants.

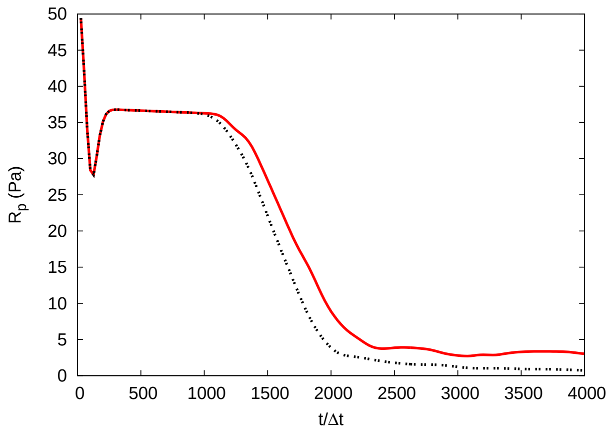


Figure III.16 – Evolution temporelle du résidu de pression : sans zone éponge —; avec zone éponge - - -.

III.2.2.2 Auto-induction d'un anneau tourbillonaire

Ce dernier cas test est l'un des plus intéressants, car c'est celui qui se rapproche le plus d'un phénomène physique. En effet, l'initialisation ci-dessous permet de créer un anneau tourbillonaire très proche de ce qui a été observé par Bradford Sturtevant [36], comme le montre la figure III.17, bien que la formulation utilisée soit de nature incompressible [4].

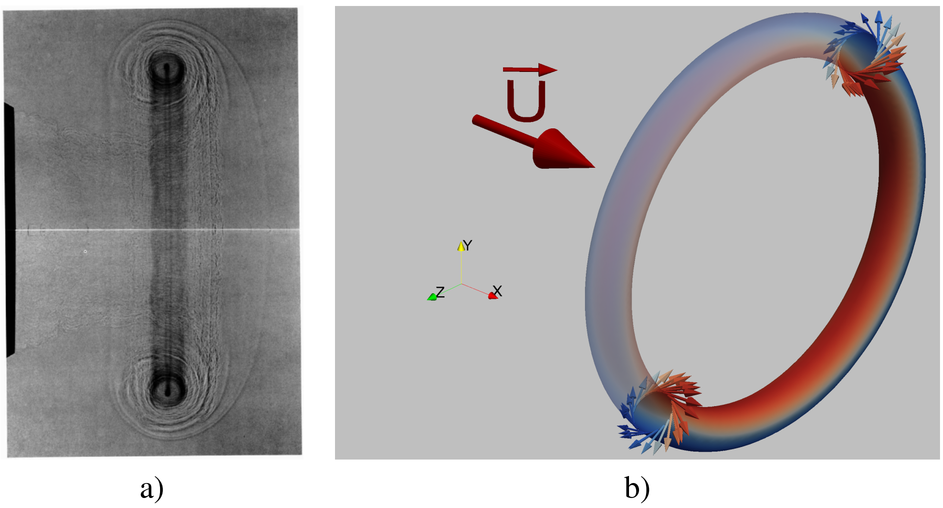


Figure III.17 – (a) Structure d'un tourbillon axisymétrique, photographié par Bradford Sturtevant, extrait de [36]. (b) Isocontours de vorticité $|\Omega| = 10$ du tourbillon annulaire initial coloré par la vitesse longitudinale.

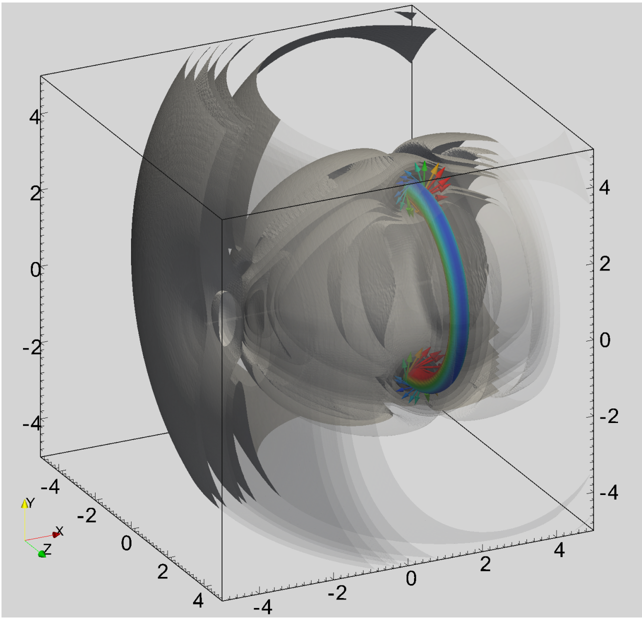
La formulation initiale est cylindrique :

$$\begin{cases} u_x(x,r,\theta) = U + \epsilon \frac{r_o}{r}(r - r_o)exp\left[-\frac{ln2}{b^2}\left(x^2 + (r - r_o)^2\right)\right] \\ u_r(x,r,\theta) = -\epsilon \frac{r_o}{r} xexp\left[-\frac{ln2}{b^2}\left(x^2 + (r - r_o)^2\right)\right] \\ u_\theta(x,r,\theta) = 0 \\ t(x,r,\theta) = 1 \\ p(x,r,\theta) = 1 \end{cases} \tag{III.22}$$

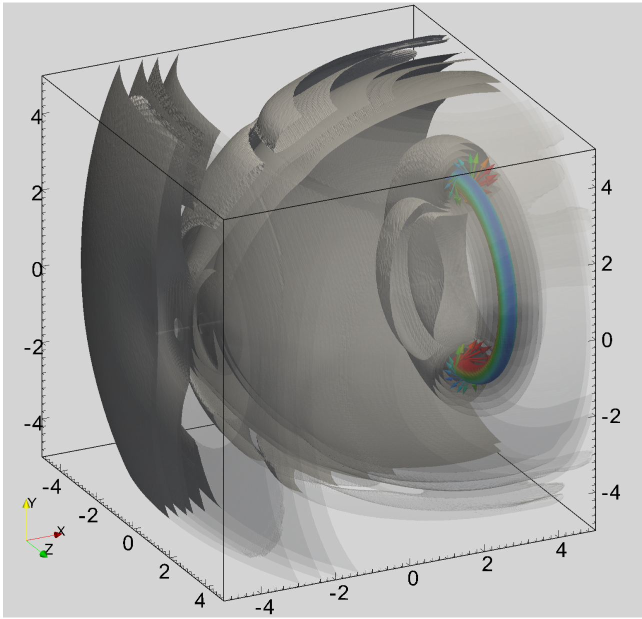
Et le passage en cartésien se fait simplement par :

$$\begin{cases} r = \sqrt{y^2 + z^2} \\ u(x,y,z) = u_x(x,r,\theta) \\ v(x,y,z) = u_r(x,r,\theta)sin(\theta) \\ w(x,y,z) = u_r(x,r,\theta)cos(\theta) \\ t(x,y,z) = t(x,r,\theta) \\ p(x,y,z) = p(x,r,\theta) \end{cases} \tag{III.23}$$

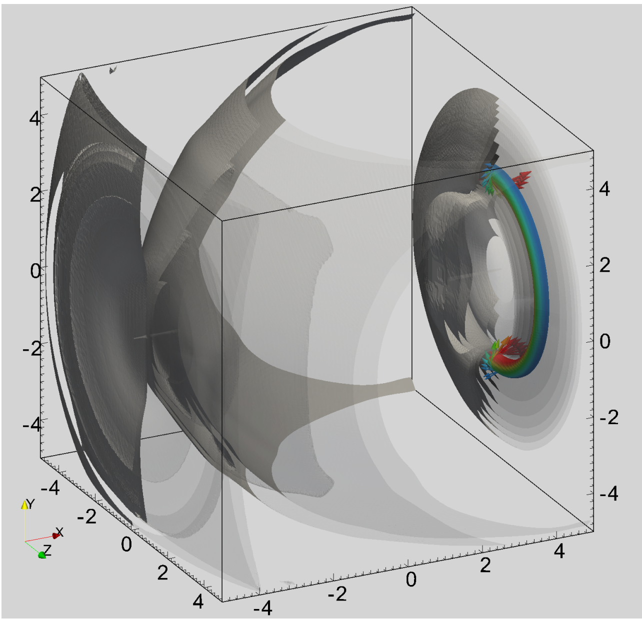
Avec $U = u_o$, $\epsilon = 0.03$ $r_o = 2$, et $b = 4\Delta_x$. La vitesse tangentielle maximum du tourbillon est de $10 m.s^{-1}$, et le pas de temps correspondant est de $\Delta t_{SGE} = 0.2^{-2}$.
L'évolution temporelle de la convection spatiale du tourbillon annulaire initiale est représentée sur la figure III.18 pour 4 instants. On y observe conjointement le champ tridimensionnel de pression fluctuante et de vorticité. De plus, l'enroulement tourbillonnaire est indiqué à l'aide du champ de vecteur de la vitesse tangentielle du tourbillon. On peut voir que le tourbillon atteint la frontière avale après 1000 itérations, et sort complètement du domaine de calcul après 1500 itérations, ainsi que l'indique l'évolution temporelle du maximum de vorticité sur la figure III.19 (b). Concernant la pression fluctuante, on peut tout d'abord distinguer l'onde "numérique" créée par l'initialisation du calcul, dont une partie remonte l'écoulement, et qui finit par sortir complètement du domaine de calcul après 2000 itérations sans créer d'ondes parasites en entrée. Sur la figure III.18 (b), on peut observer les fluctuations de pression associées au tourbillon, localisées autour de sa vorticité. On peut alors voir sur la figure III.19 (a) que ces ondes entrainent une augmentation du résidu de pression à la proximité de la frontiere aval du domaine. Finalement, lorsque le tourbillon sort du domaine de calcul, des ondes parasites sont alors générées et remontent l'écoulement. Elles atteignent la frontière amont aux alentours de 2500 itérations et provoquent une augmentation du résidu de pression, ainsi que du maximum de vorticité. Ceci confirme que l'utilisation d'une zone éponge est nécessaire, notamment si l'on veut simuler des écoulements pleinements turbulents. Ainsi on peut observer sur la figure III.18 que la zone éponge permet de réduire le résidu de pression par 4 au bout de 4000 itérations et d'empêcher les oscillations de vorticité.



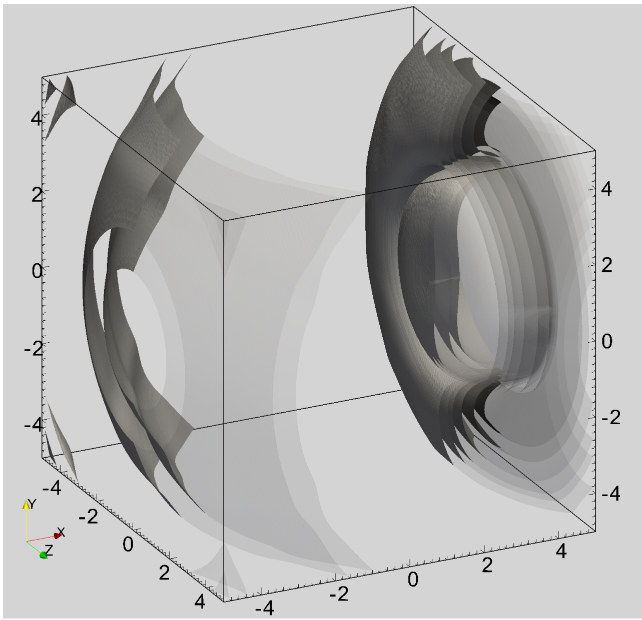
a) $t = 500\Delta t$



b) $t = 700\Delta t$



c) $t = 1000\Delta t$



d) $t = 2000\Delta t$

Figure III.18 – Auto-induction tourbillonaire sans zone éponge : (a), (b), (c) et (d), 10 isosurfaces de pression fluctuante comprises entre -30 à $30Pa$, et isosurface de vorticité $|\Omega| = 10$, colorée par la vitesse longitudinale, elle même représentée par son champ de vecteur.

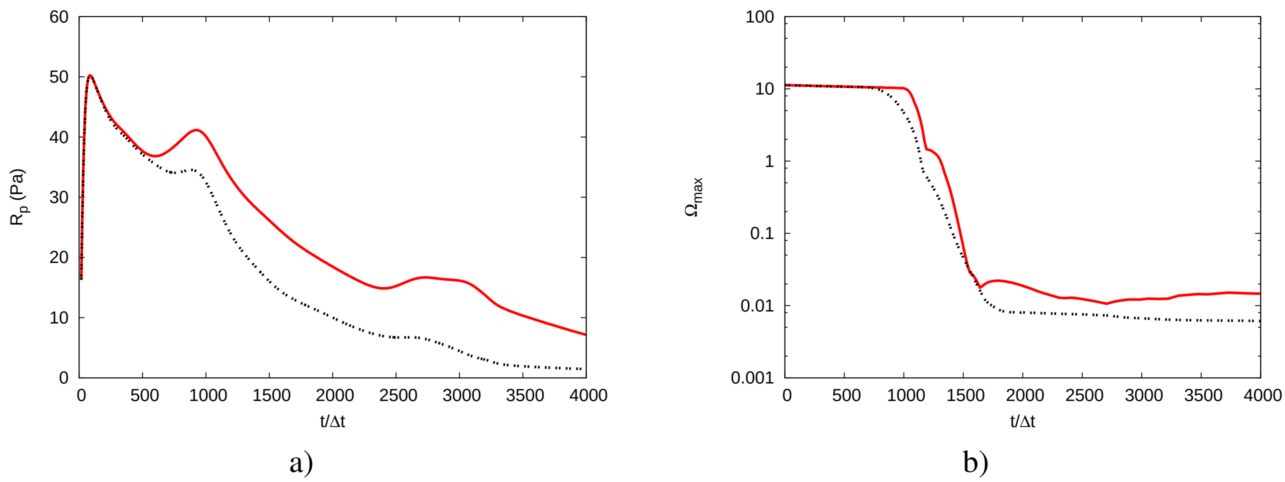


Figure III.19 – (a) Evolution temporelle du résidu de pression, et (b) Evolution temporelle du maximum de vorticité : sans zone éponge —; avec zone éponge - - -.

III.3 Scalabilité du code

Afin de tester l'efficacité de la parallélisation du code, il a été choisi de réaliser un test d'extensibilité de type "*Strong Scaling*", ce qui signifie que la taille du problème physique sera constante quelque soit le nombre de cœurs utilisés, par opposition au test de type "*Weak Scaling*" où la charge de travail reste constante par cœur. On définit alors le nombre maximum de cœurs d'exécution n_{max} qui correspond à la plus grosse configuration de production envisagée, et n_{ref} la valeur du nombre de cœurs de référence. Pour un test de type "*Strong Scaling*", l'accélération et l'efficacité parallèle du code sur $n > n_{ref}$ cœurs sont données par les formules suivantes :

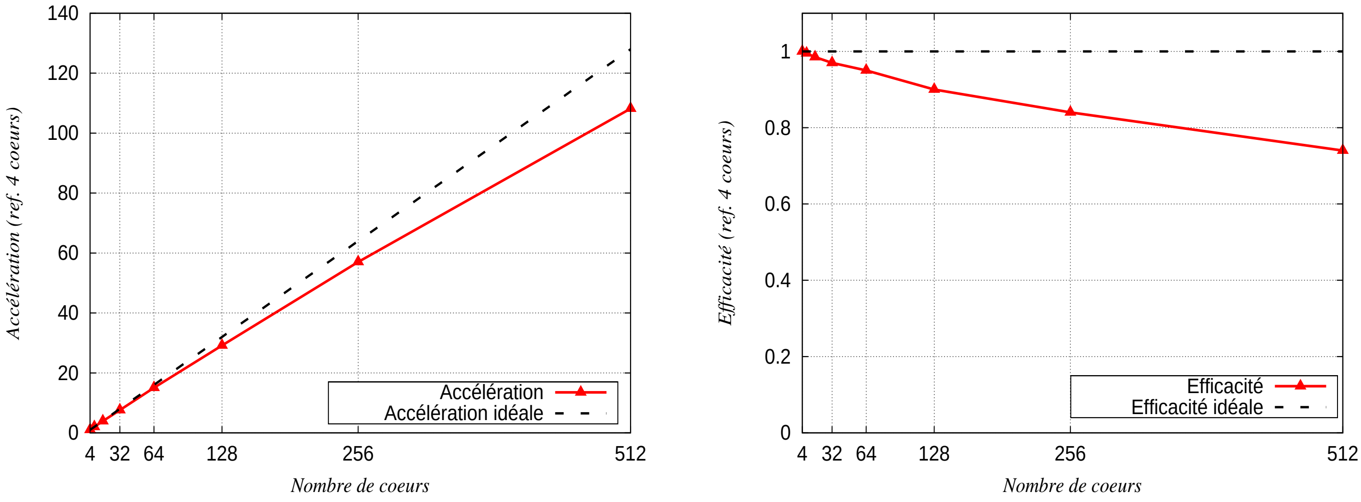
$$Acc(n) = \frac{T_{ref}}{T_n} \tag{III.24}$$

$$Eff(n) = \frac{Acc(n)}{\left(n/n_{ref}\right)} \tag{III.25}$$

où T_n est le temps "elapsed" d'exécution sur n cœurs. Le temps "elapsed" correspond au temps réel ou temps "d'horloge", durant lequel le programme s'exécute par opposition au temps CPU d'utilisation d'un processeur.

Les performances du code ont été testées à l'aide d'un maillage de $364 \times 152 \times 152$ points sur le cluster "Vargas" IBM eServer (Regatta Power6) de l'IDRIS (Institut du Développement et des Ressources en Informatique Scientifique), le centre majeur du CNRS pour le calcul numérique intensif de très haute performance. Cette grille de calcul nécessite environ 8 Gb de mémoire et a été divisée entre 4 et 512 processeurs.

L'efficacité maximale et l'accélération minimale sont fixées à la valeur 1 pour 4 processeurs. Les performances relatives mesurées seront ainsi rapportées à cette valeur initiale. Les figures III.20 (a) et (b) montrent respectivement l'accélération et l'efficacité du code sur le cluster "Vargas". Ainsi on peut observer la bonne scalabilité du code "NIGLO" qui atteint une efficacité de 76% sur un calcul à 512 processeurs. De plus l'accéleration linéaire du code montre la bonne utilisation de la mémoire ainsi que le faible volume de données échangées entre processus.



(a) (b)

Figure III.20 – Test d'extensibilité de type "*Strong Scaling*" : (a) Accélération en fonction du nombre de cœur. (b) Efficacité en fonction du nombre de cœur.

Chapitre IV

Simulations des Grandes Echelles de jets simples isothermes subsoniques : validation de l'approche

Ce chapitre concerne la simulation de jets simples tridimensionnels subsoniques, réalisés à l'aide du solveur présenté précédemment. Le principal objectif est de valider le solveur "NIGLO" sur ce type d'écoulements cisaillés libres complexes tridimensionnels. Dans ce contexte, les caractéristiques aérodynamiques et le champ acoustique rayonné par la turbulence, obtenus par calcul direct, sont comparés avec des données expérimentales, des simulations réalisées par SND, et également des résultats obtenus par SGE à l'aide de solveurs aéroacoustiques. Nous nous intéresserons en particulier au caractère spatio-temporel de la turbulence en champ proche. En effet, la connaissance des échelles intégrales spatiales et temporelles, respectivement associées aux fonctions de corrélation spatiale et spatio-temporelle, permet d'estimer la taille des structures cohérentes turbulentes, ainsi que leur temps de retournement (ou encore le temps d'extinction de la turbulence de ces structures). Ainsi, la bonne résolution de ces échelles est l'un des aspects cruciaux de la validation d'une simulation numérique pour le calcul direct du bruit aérodynamique. En effet, le comportement spatio-temporel d'un écoulement turbulent est directement relié à un mécanisme générateur de bruit en aéroacoustique [109]. Toutes les simulations réalisées dans le cadre de ce chapitre ont été effectuées sur l'IBM eServer Regatta Power6 de l'Institut du Développement et des Ressources en Informatique Scientifique (IDRIS).

Nous réalisons trois simulations de jets subsoniques à grand nombre de Mach, $M_j = 0.6$ et $M_j = 0.9$, en considérant des nombres de Reynolds sur un éventail suffisamment large d'expériences, soit $3600 \leq R_e \leq 1\times10^6$. Le même maillage ainsi que la même épaisseur de quantité de mouvement seront utilisés sur ces trois simulations afin de nous affranchir des effets liés à ces deux paramètres [258, 259].

IV.1 Configuration des simulations

IV.1.1 Conditions initiales

Le jet simple tridimensionnel est initialisé par un profil en tangente hyperbolique (figure IV.1 (a)), dans tout le domaine de calcul, de la forme :

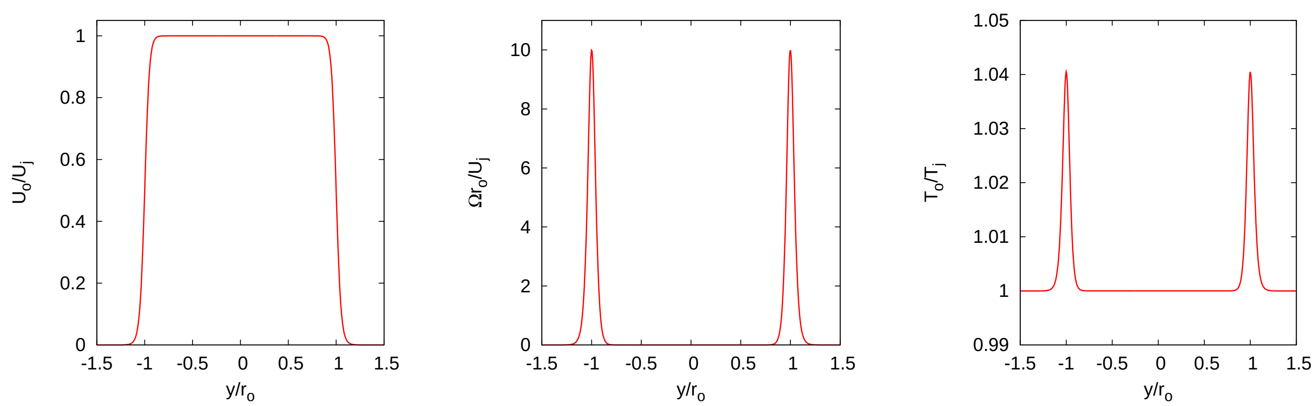
$$u(r) = U_\infty + \frac{(U_j - U_\infty)}{2}\left[1 - tanh\left[b\left(\frac{r}{r_0} - \frac{r_0}{r}\right)\right]\right] \tag{IV.1}$$

où U_j est la vitesse moyenne initiale sur l'axe du jet à la frontière et r_o le rayon du jet. Le paramètre $b = \frac{r_o}{4\delta_\theta}$ représente l'épaisseur de vorticité initiale de la couche de cisaillement du jet, avec une valeur moyenne de 10.5, ce qui correspond à une épaisseur de quantité de mouvement initiale $\delta_\theta = 0.024 r_o$ (le profil de vorticité initiale est représenté sur la figure IV.1 (b)). Le nombre de Reynolds de l'écoulement est basé sur le diamètre du jet, $D_j = 2r_0$, tel que :

$$Re_D = \frac{U_j D_j}{\nu} \tag{IV.2}$$

Le profil de température initiale (figure IV.1 (c)) est déterminé à l'aide de la relation de Crocco-Busemann, qui relie la température à la vitesse initiale :

$$\frac{T}{T_j}(r) = \frac{T_\infty}{T_j} + \left[1 - \frac{T_\infty}{T_j}\right]\frac{u}{U_j}(r) + \frac{\gamma - 1}{2}M^2\frac{u}{U_j}(r)\left[1 - \frac{u}{U_j}(r)\right] \tag{IV.3}$$



(a) (b) (c)

Figure IV.1 – Profils initiaux à $x = 0$ et $z = 0$: (a) Vitesse ; (b) Vorticité ; (c) Température

IV.1.2 Maillage

Le maillage cartésien utilisé, représenté sur les figures IV.2 et IV.3, est composé de $[1020 \times 240 \times 240]$ soit environ 58×10^6 points, ce qui assure une discrétisation de la demi-largeur du jet par 32 points. Le domaine de calcul s'étend sur $34D_j$ dans la direction axiale et de $-10D_j$ à $10D_j$ dans les directions transversales $\vec{y}$ et $\vec{z}$. Le domaine physique est de $[Lx \times Ly \times Lz] = [20D_j \times 14D_j \times 14D_j]$ comme une zone éponge est utilisée dans toutes les directions afin de dissiper les fluctuations de l'écoulement avant qu'elles n'atteignent les frontières. La taille de maille minimum dans les directions $\vec{y}$ et $\vec{z}$ est de $0.015D_j$ dans la zone de cisaillement de l'écoulement. Puis les mailles dans les directions transverses sont étirées selon une croissance exponentielle jusqu'à atteindre la taille maximale aux frontières $\Delta y_{max} = \Delta z_{max} = 0.35D_j$. Dans la direction longitudinale les taille de mailles sont uniformes dans le domaine physique de l'écoulement, avec $\Delta x = 0.033D_j$, puis étirées de la même manière de $x = 20D_j$ à $x = 34D_j$ pour atteindre la taille de $\Delta x_{max} = 0.35D_j$. La décomposition de domaine s'est ensuite effectuée à l'aide de 48 processeurs Power6.

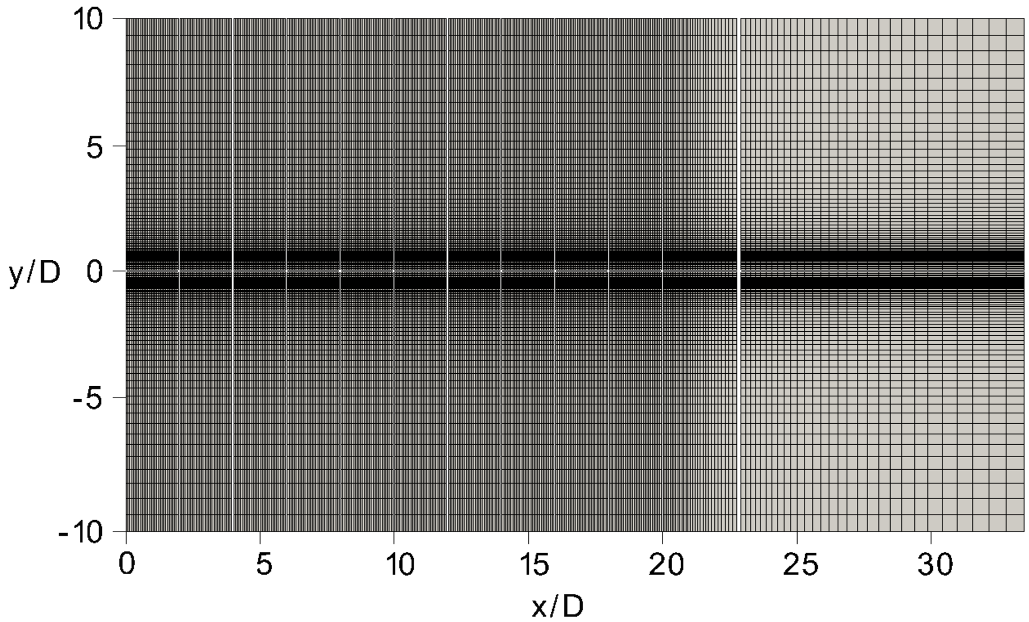


Figure IV.2 – Coupe dans le plan (x, y) du maillage utilisé pour les calculs de jet. Représentation d'un point sur 5.

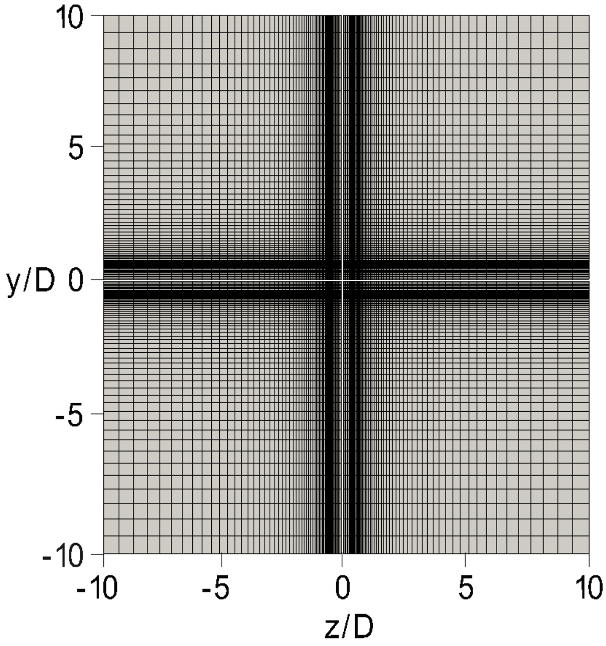


Figure IV.3 – Coupe dans le plan (y,z) du maillage utilisé pour les calculs de jet. Représentation d'un point sur 5.

IV.2 SGE d'un jet isotherme à nombre de Mach $M = 0.9$ et à nombre de Reynolds $Re = 3600$

Ce premier cas test correspond à la SND réalisé par Freund [5] d'un jet simple, turbulent, au nombre de Mach $M_a = 0.9$, et de nombre de Reynolds :

$$Re_D = \frac{U_j D_j}{\nu} = 3600 \tag{IV.4}$$

où U_j est la vitesse initiale du jet sur l'axe, D_j son diamètre, et ν sa viscosité en sortie de buse. Sa température statique est constante $T_j/T_\infty = 0.86$. Cette simulation est basée sur l'expérience menée par Stromberg et *al.* [1] à la fin des années 70. Les paramètres de cette expérience, ainsi que la géométrie, sont rappelés dans le tableau IV.1.

A titre de comparaison, rappelons que dans sa simulation, Freund [5] a utilisé une grille de calcul cylindrique de $[640 \times 250 \times 160]$ points sur un domaine de $25D_j$ dans la direction axiale et $10D_j$ dans la direction radiale, dont le domaine physique était de $16.5D_j \times 4D_j$, entouré de zones éponges dans toutes les directions. Ces régions, exclues du domaine physique de calcul, étaient caractérisées par un maillage très étiré, et l'ajout de termes dissipatifs aux équations, de la même manière que [210].

IV.IV.2 SGE d'un jet isotherme à nombre de Mach $M = 0.9$ et à nombre de Reynolds $Re = 3600$

M		0.9	Nombre de Mach
D	mm	7.9	Diamètre de la buse
U_j	$m.s^{-1}$	284	Vitesse du jet
R_e		3600	Nombre de Reynolds
U/D	kHz	35.9	Fréquence caractéristique du jet
T_s	K	297	Température statique du jet
T_s/T_t		0.86	Rapport de température

Tableau IV.1 – Paramètres du jet (d'après Stromberg et *al.* [1]).

Dans la directon radiale, la distance minimale de discrétisation autour de l'axe était de $\Delta_r = 0.018 r_o$, et dans la direction axiale, aux alentours de $x = 20 r_o$, $\delta_x = 0.049 r_o$, avec une variation inférieure à 1% quant à l'espacement entre deux points. Sa discrétisation azimutale était uniforme.
Le processus de transition vers la turbulence est amorcé avec la même méthode que celle utilisée par Freund [5]. Ainsi, le paramètre d'épaisseur de couche de mélange initiale $b(\theta, t)$ varie selon la direction azimutale θ temporellement afin d'ajouter une faible perturbation à caractère aléatoire.

$$b(\theta,t) = 20 + \sum_{m=0}^{2}\sum_{n=0}^{1} A_{nm} cos\left(\frac{St_{nm}U_o}{2r_o} + \phi_{nm}\right) cos(m\theta + \psi_{nm}) \tag{IV.5}$$

Les amplitudes de variations des différents paramètres utilisés dans cette modélisation des fluctuations de vitesse en provenance de la couche limite dans la buse sont reportés dans le tableau IV.2.

Paramètres	$\Delta_{max}(\Delta t)$	min	max
A	0.0001	0.01	0.07
St	0.00085	0.1	0.7
Φ	0.00085	-	-
Ψ	0.00085	-	-

Tableau IV.2 – Paramètres du forçage initial ; 1 chance sur 20.

Néanmoins, Freund utilisait une valeur moyenne de $b = 12.5$ pour sa simulation, en raison de son caractère SND cylindrique et donc de sa très fine résolution radiale, ce qui correspondait à une épaisseur de quantité de mouvement de $\delta_\theta = 0.02 r_o$.

Cette simulation a nécessité 15 jours de calcul. L'initialisation du calcul s'est déroulée pendant 209 T_{SGE}, c'est à dire le temps qu'une onde acoustique parcourt 7 fois la longeur totale du domaine de calcul. Puis les statistiques ont été enregistrées sur 701 T_{SGE}. Les détails concernant le déroulement de la simulation sont résumés dans le tableau IV.3.

Etapes du calcul	Tc_∞/D_j	Nombre d'itérations	Temps horloge (h)
Initialisation	232	63000	85
Statistiques	780	218250	296

Tableau IV.3 – Détails de la simulation du jet simple à Mach 0.9 et Reynolds 3600.

IV.2.1 Développement Aérodynamique

On peut observer sur la figure IV.4 le jet simulé représenté par un champs instantané d'isosurface de critère Q. On peut clairement identifier le processus de transition vers la turbulence. Après une zone d'écoulement laminaire, caractérisée par un mode primaire axisymétrique associé à un nombre de Strouhal $St = 0.37$ IV.5 (a), très proche de celui observé par Stromberg et *al.* [1] ($St = 0.44$), le jet devient pleinement turbulent en aval du cône potentiel de longueur $x_c = 10.85 r_o$.

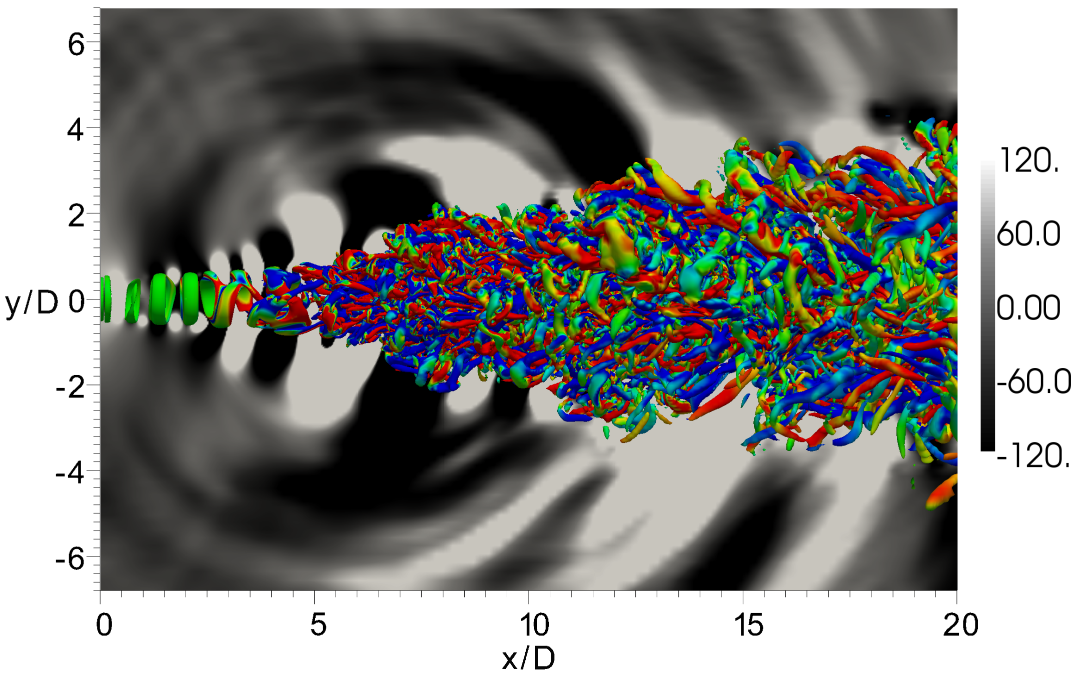


Figure IV.4 – Jet simple à Mach 0.9 et Reynolds 3600 : Isosurface de critère $Q = 0.5(U_j/D_j)^2 = 0.2$ colorée par la vorticité longitudinale, champ de pression fluctuante en *Pa*.

Ce mode variqueux domine ainsi le développement de l'écoulement sur une distance de $3D$, du fait du faible nombre de Reynolds, avant d'être dominé par le mode subharmonique hélicoïdal, correspondant à un Strouhal $St = 0.2$ aux alentours de $4D$ IV.5 (b).
Le développement moyen de la vitesse longitudinale du jet est représenté sur la figure IV.6. On y

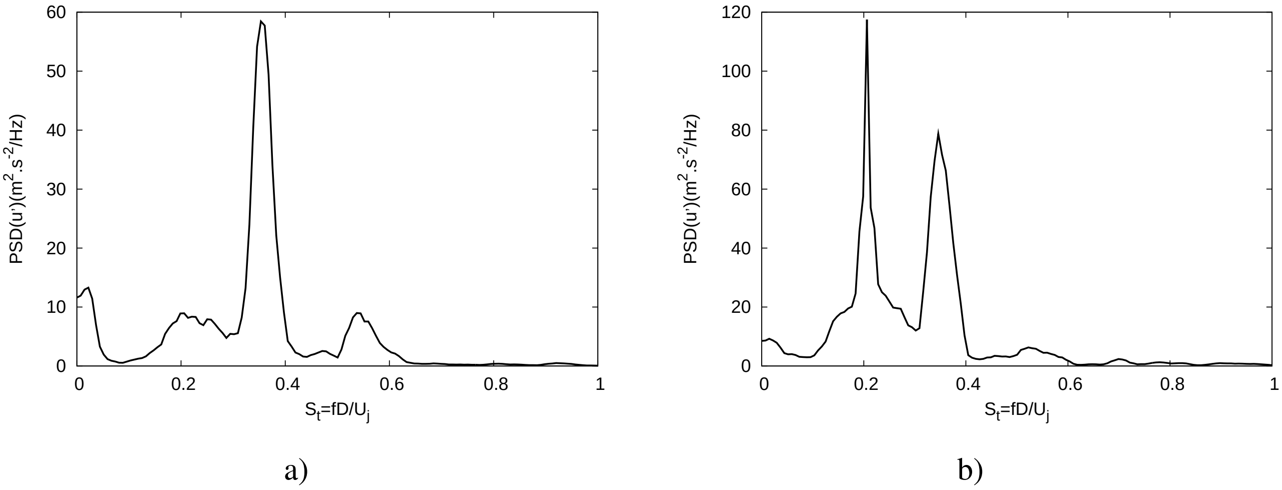


Figure IV.5 – Jet simple à Mach 0.9 et Reynolds 3600 : spectre de vitesse longitudinale en $y = r_o$ (a) $x = 3D$. (b) $x = 4D$.

distingue en particulier le phénomène d'entraînement, qui confirme que les conditions aux limites permettent l'entrée de fluide dans le domaine de calcul, et assurent ainsi un développement correct du jet. Ainsi, sur la figure IV.7 (b), on peut observer que le taux de croissance du jet est linéaire dans la région d'autosimilarité du jet. Ce dernier est le même que celui obtenu en SND par Freund [5], soit $A = 0.086$. Néanmoins, nous n'obtenons pas la même origine virtuelle de jet $x_o = 1ro$, ce qui nous oblige à déplacer les données de Freund et Stromberg d'une distance axiale $x_s = -3.15ro$ (voir figure IV.7 (a)), de la même manière que Bodony [115]. Les paramètres de développement moyen du jet sont résumés dans le tableau IV.4. Le faible écart entre nos résultats et ceux présentés dans le chapitre I.1.1, tableau I.1, montre que notre approche décrit correctement l'écoulement. Cet écart peut s'expliquer par notre approche cartésienne.

x_c	x_o	A	B	C
$10.85r_o$	$1r_o$	0.086	5.3	0.34

Tableau IV.4 – Jet simple à Mach 0.9 et Reynolds 3600 : paramètres de développement moyen.

La figure IV.8 (a) permet de mettre en évidence la similitude des profils de vitesse des expériences de Hussein et *al.* [2] et Panchapakesan et Lumley [17], ainsi que de la simulation de Uzun [114], et

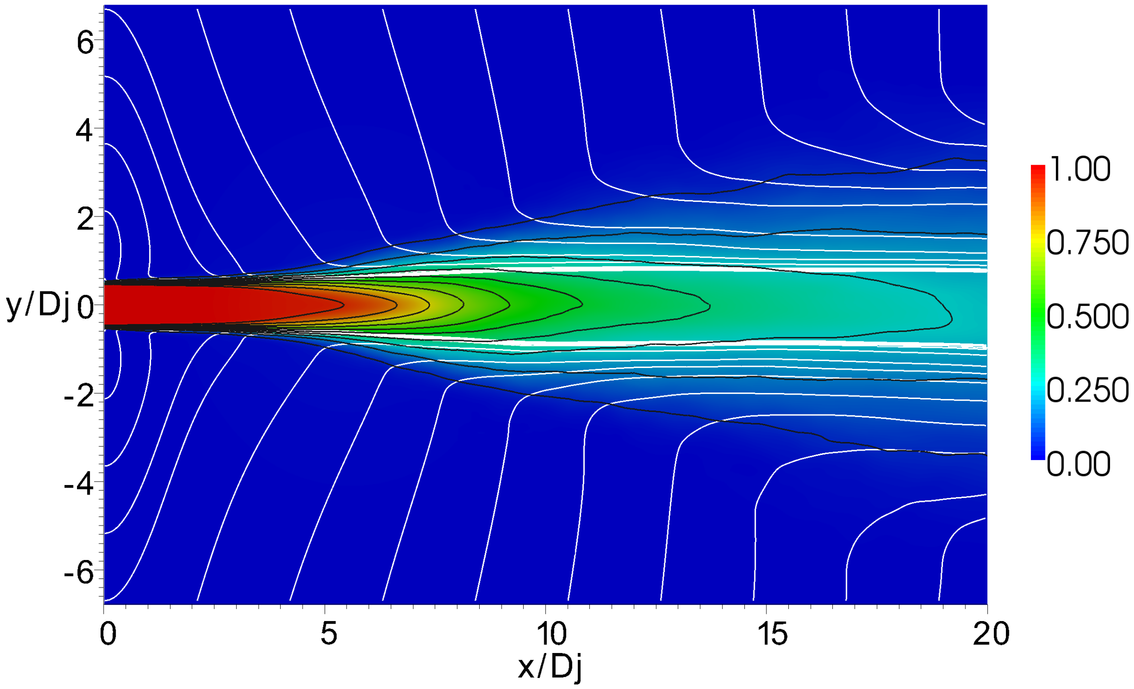


Figure IV.6 – Jet simple à Mach 0.9 et Reynolds 3600 : Champ de vitesse moyenne longitudinale $\langle U\rangle/U_j$ avec 10 isocontours de $0.05 \leq \langle U\rangle/U_j \leq 1.$ et 13 lignes de courants.

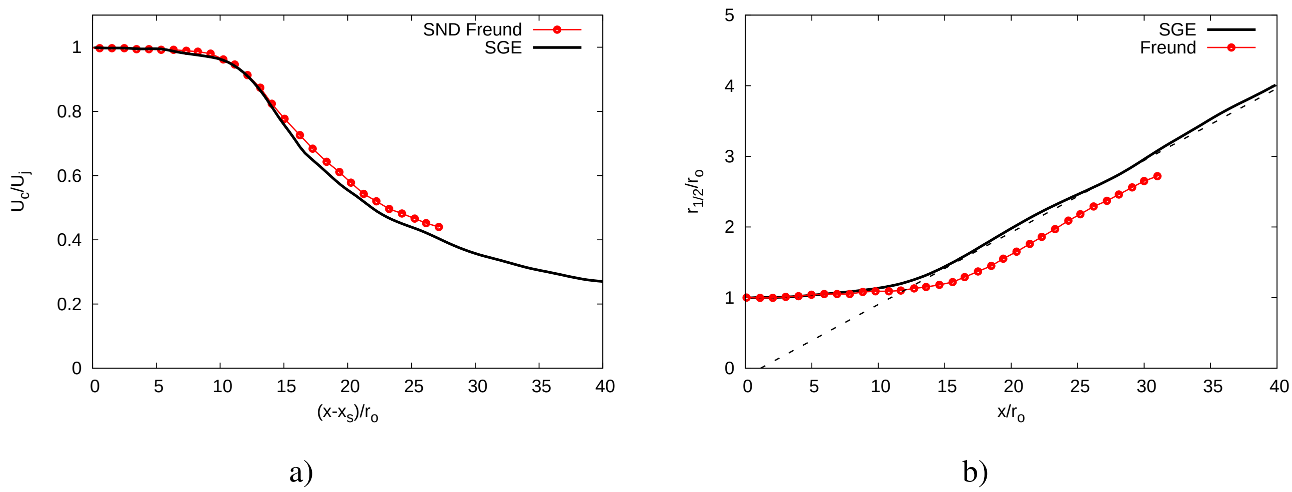


Figure IV.7 – Jet simple à Mach 0.9 et Reynolds 3600 : (a) Vitesse moyenne U_c/U_j sur l'axe. (b) Demi-largeur du jet $r_{1/2}/r_o$.

également des profils de tensions de Reynolds normalisées, définies telles que :

$$\sigma_{xx} = \frac{\langle u'_x u'_x\rangle}{U_c^2} \quad \sigma_{rr} = \frac{\langle u'_r u'_r\rangle}{U_c^2} \quad \sigma_{\theta\theta} = \frac{\langle u'_\theta u'_\theta\rangle}{U_c^2} \quad \sigma_{xr} = \frac{\langle u'_x u'_r\rangle}{U_c^2} \tag{IV.6}$$

où u'_x, u'_r et u_θ, sont respectivement les composantes de la vitesse fluctuante dans les directions longitudinale, radiale et azimutale. U_c est la vitesse moyenne du jet sur l'axe pour une position donnée. La tendance auto-similaire des tensions de Reynolds ainsi obtenues par notre simulation est en bon accord avec les observations expérimentales et confirme le bon développement aérodynamique moyen de notre jet.

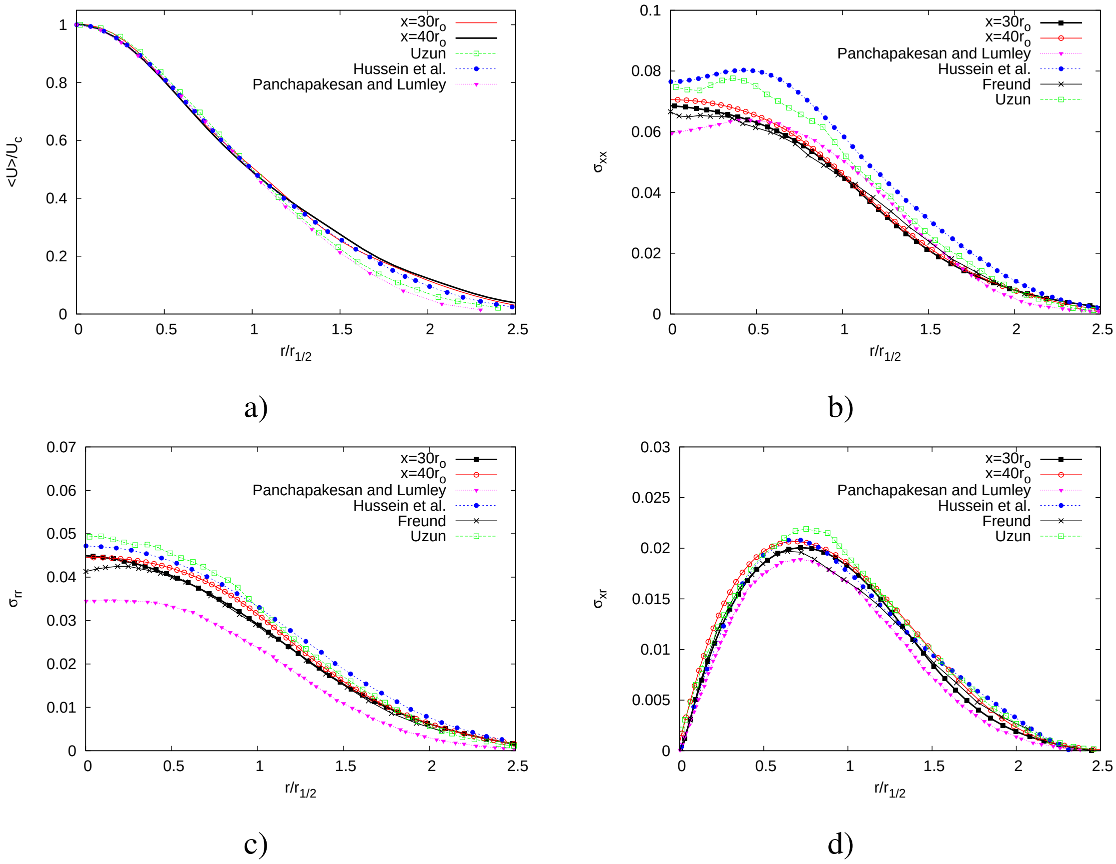


Figure IV.8 – Jet simple à Mach 0.9 et Reynolds 3600 : (a) Profil radial de la vitesse longitudinale moyenne. Profils radiaux des tensions de Reynolds : (b) σ_{xx} (c) σ_{rr}, et (d) σ_{xr}.

Pour finir la validation aérodynamique, nous avons tracé l'évolution longitudinale des corrélations spatiales de vitesse en deux points $\mathcal{R}_{uu}$ pour $y = r_o$ et nous les avons confrontées avec celles obtenues par Freund sur la figure IV.9. On peut observer que nos échelles de turbulence sont en excellent accord avec celles obtenues par SND. Ainsi, pour $x = 6r_o$, la corrélation forme une légère vague, ce qui suggère, en accord avec la figure IV.4, que l'écoulement est initialement laminaire et développe des ondes d'instabilité. Plus en aval, l'écoulement est alors rapidement décorrélé, conséquence de la transition vers un état de turbulence développée.

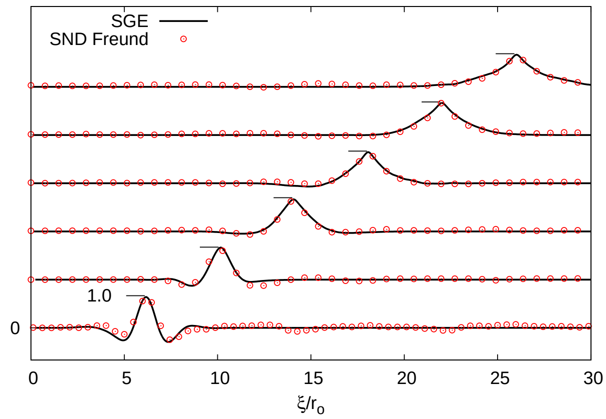


Figure IV.9 – Jet simple à Mach 0.9 et Reynolds 3600 : corrélations spatiales longitudinales en deux points $\mathcal{R}_{uu}$ en $r = r_o$.

IV.2.2 Rayonnement acoustique

Le champ de fluctuations de pression de cette simulation est représenté sur la figure IV.4. On peut observer que les fronts d'ondes semblent bien capturés par notre schéma numérique. Les évènements les plus bruyants paraissent notamment avoir pour origine la fin du cône potentiel du jet, ainsi que l'a observé Freund [5]. De plus, ces ondes semblent se propager dans la direction privilégiée de $\theta = 30°$.

Afin de valider la qualité de nos résultats acoustiques, nous avons utilisé la méthode intégrale de Kirchhoff décrite dans l'annexe 2 pour propager nos résultats à $x/D = 54$ et $r/d = 29$, pour comparer avec la SND de Freund [5] et les mesures de Stromberg et *al.* [1]. Pour cela, nous avons enregistré la pression instantanée et ses dérivées spatiales sur une surface cylindrique de diamètre $D_k = 14D$, pour $0 \leq x/D \leq 20$, ce qui correspond aux limites du domaine physique du maillage, pendant les 218250 itérations de la simulation.

Le résultat est présenté sur la figure IV.10. L'accord entre les résultats issus de SND, expérimentaux et notre SGE est encourageant. Néanmoins, si le pic aux alentours de $St = 0.2$ est bien prédit, ainsi que la décroissance, au-delà de Strouhal $St = 1$, nos données ont une décroissance plus rapide. Deux explications sont envisageables : tout d'abord la résolution spatiale ne nous permet pas de capturer correctement les très hautes fréquences, et de plus, nous avons réalisé une moyenne azimutale des fluctuations de pressions avant de propager avec la méthode de Kirchhoff.

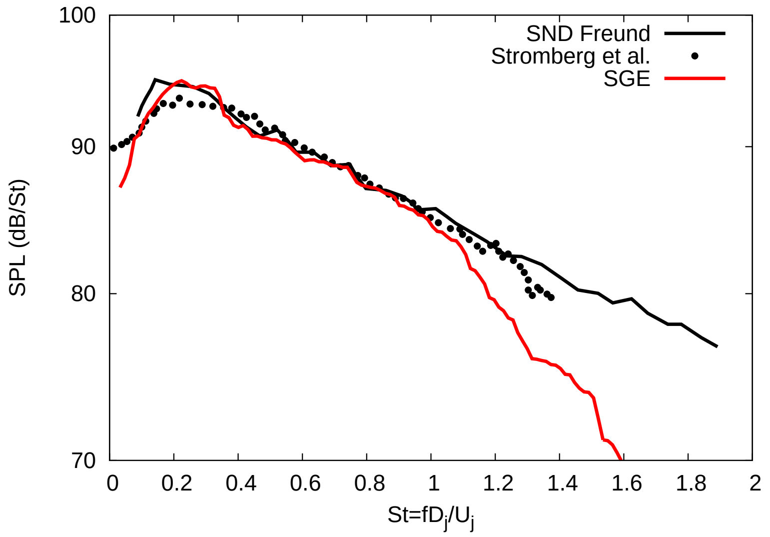


Figure IV.10 – Jet simple à Mach 0.9 et Reynolds 3600 : spectre du bruit rayonné à $\theta = 30°$, $x/D = 54$ et $r/D = 29$, obtenus avec la méthode de Kirchhoff (cf. annexe 2).

IV.3 SGE d'un jet isotherme à nombre de Mach $M = 0.9$ et à nombre de Reynolds $Re = 4 \times 10^5$

Afin d'examiner les performances de notre code pour calculer directement le rayonnement sonore d'un écoulement de type jet, nous avons choisi ici de confronter les résultats obtenus avec notre approche à ceux obtenus à l'aide d'un solveur dont l'algorithme est conçu pour prendre en compte de manière précise les particularités des fluctuations acoustiques [122]. Nous reproduisons ainsi le cas d'un jet simple isotherme à Mach $M = 0.9$ et à nombre de Reynolds élevé, soit $Re = 4.10^5$, réalisé par Bogey et Bailly [260]. On peut noter que ces auteurs ont très largement documenté et validé cette configuration d'écoulement.

La simulation de Bogey et Bailly [260] utilisait également une approche cartésienne quant à la discrétisation spatiale de l'écoulement, et comportait environ 16.6 millions de points. Le domaine physique de calcul considéré était de $[L_x \times L_y \times L_z] = [30D_j \times 5Dj \times 5Dj]$, et était entouré de zones éponges dans toutes les directions. La taille de maille minimum dans les directions $\vec{y}$ et $\vec{z}$ était de $\Delta_o = r_o/15$, et uniforme dans la direction longitudinale avec $\Delta x = 2\Delta_o$. Le rapport entre le rayon du jet et l'épaisseur de quantité de mouvement choisi était de $r_o/\delta_\theta = 20$, alors que dans la présente simulation, nous l'avons fixé à 42. De plus, il est important de rappeler que les conditions aux limites implémentées dans le solveur de Bogey et Bailly ont également été spécialement prévues pour des simulations de type aéroacoustique [214].

La turbulence est initiée de la même manière que celle utilisée par Bogey et Bailly [258] par une méthode de type "Vortex-Ring", dont nous rappelons brièvement la formulation et le principe ci-après. Afin de déclencher la transition vers la turbulence, on impose des perturbations dans la couche de cisaillement du profil de vitesse initial. Leur formulation est de nature incompressible ($div(u_i') = 0$), ce qui permet de minimiser les éventuelles ondes sonores parasites que ce forçage introduirait. Ainsi, à chaque pas de temps, on injecte des fluctuations de vitesse longitudinale et radiale, suivant une combinaison de modes azimuthaux du jet, telle que :

$$\begin{cases} U &= U + \alpha U_j \sum_{n=4}^{15} \epsilon_n cos(n\theta + \phi_n) U_{ring} \\ V &= V + \alpha U_j \sum_{n=4}^{15} \epsilon_n cos(n\theta + \phi_n) V_{ring} \end{cases} \tag{IV.7}$$

où les amplitudes $-1 \leq \epsilon_n \leq 1$, ainsi que la phase $0 \leq \phi_n \leq 2\pi$, de chaque mode sont définies de manière arbitraire à chaque itération à l'aide du générateur de nombres aléatoires défini en annexe 1. On impose une amplitude maximum de fluctuation $\alpha = 0.7\% U_j$.

$$\begin{cases} U_{ring} &= 2\frac{r_o}{r}\frac{r-r_o}{\Delta_o} exp\left(-ln(2)\left(\frac{\Delta(x,r)}{\Delta_o}\right)^2\right) \\ V_{ring} &= 2\frac{r_o}{r}\frac{x_o-x}{\Delta_o} exp\left(-ln(2)\left(\frac{\Delta(x,r)}{\Delta_o}\right)^2\right) \end{cases} \tag{IV.8}$$

Avec $\Delta(x,r)^2 = (x-x_o)^2 + (r-r_o)^2$, $r = \sqrt{y^2+z^2} \neq 0$, $\theta = arctan(y/z)$, et $x_o = 0.6 r_o$.

Une illustration de ce forçage est représentée en trois dimensions sur la figure IV.11. On peut y observer les modes spatiaux azimutaux ainsi excités sur la couche de cisaillement du jet (en gris), représentés par une isosurface de critère $Q = 0.5(u'/D_j)^2$ colorée par la vorticité longitudinale. Le champ de vecteur de vitesse fluctuante montre le sens de variation de ces fluctuations.

Cette simulation a nécessité 17 jours de calcul. L'initialisation du calcul s'est déroulée pendant 195 T$_{SGE}$, c'est-à-dire le temps qu'une onde acoustique parcourt 6.5 fois la longeur totale du domaine de calcul. Puis les statistiques ont été enregistrées sur 396 T$_{SGE}$. Les détails concernant le déroulement de la simulation sont résumés dans le tableau IV.5.

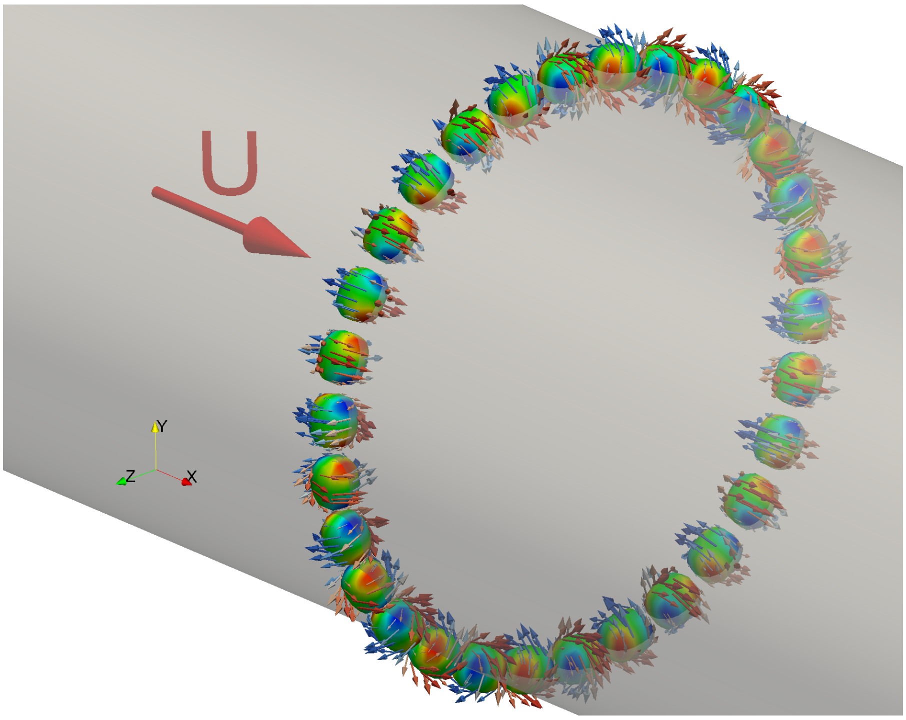


Figure IV.11 – Forçage en entrée "Vortex-Ring" : isosurface de critère $Q = 0.5(u'/D_j)^2$ colorée par la vorticité longitudinale et le champ de vecteur de vitesse fluctuante.

Etapes du calcul	Tc_∞/D_j	Nombre d'itérations	Temps horloge (h)
Initialisation	216	70000	138
Statistiques	439	141778	276

Tableau IV.5 – Détails de la simulation du jet simple à Mach 0.9 et Reynolds 4.10^5.

IV.3.1 Développement aérodynamique

Le jet simulé est représenté sur la figure IV.12 par un champ instantané d'isosurface de critère Q. Par comparaison avec la simulation précédente d'un jet à bas Reynolds IV.2, on peut voir que le processus de transition vers la turbulence est initié dès l'entrée du domaine. Néanmoins, l'écoulement est toujours dominé par le mode variqueux comme en témoigne les anneaux tourbillonnaires que l'on peut distinguer jusqu'à une distance de $x = 2D$. Ce mode est caractérisé par un nombre de Strouhal $St = 0.39$ sur le spectre des fluctuations de vitesse longitudinale IV.13 (a), qui se révèle très proche de la valeur obtenue par Bogey et Bailly [258] qui était $St = 0.45$.

On peut distinguer que le spectre s'étale sur une large bande spectrale, caractéristique d'un état de transition vers la turbulence avancée. En effet, comme on peut le voir sur la figure IV.12 et sur le

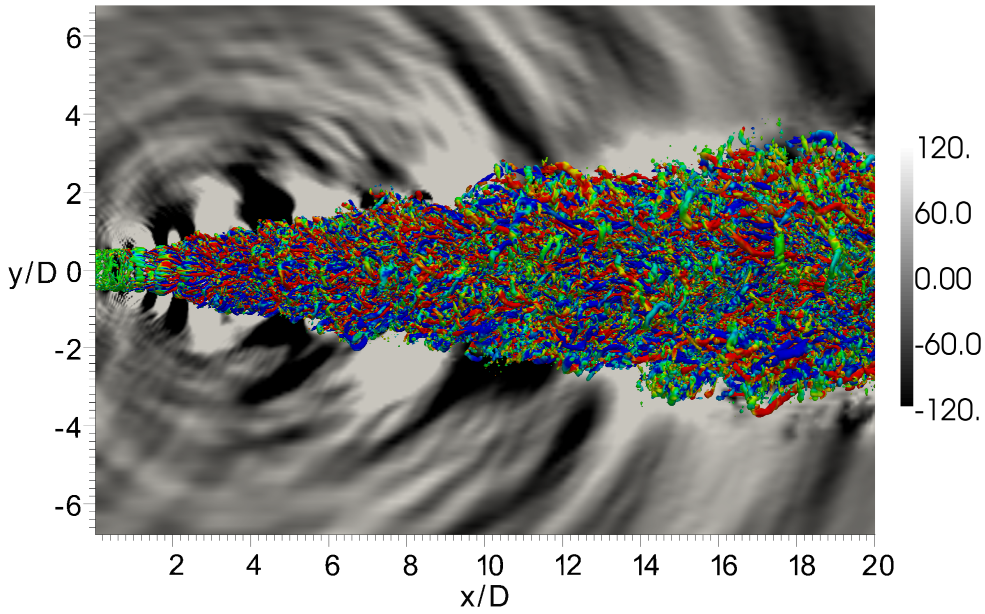


Figure IV.12 – Jet simple à Mach 0.9 et Reynolds 4.10^5 : Isosurface de critère $Q = 0.5(U_j/D_j)^2 = 0.2$ colorées par la vorticité longitudinale, champ de pression fluctuante en Pa.

spectre de vitesse en $x = 3D$ (voir figure IV.13 (b)), le jet est pleinement turbulent, caractérisé par une large répartition de l'énergie sur les sous-harmoniques, et dominé par un mode hélicoïdal pour un Strouhal de $St = 0.22$.

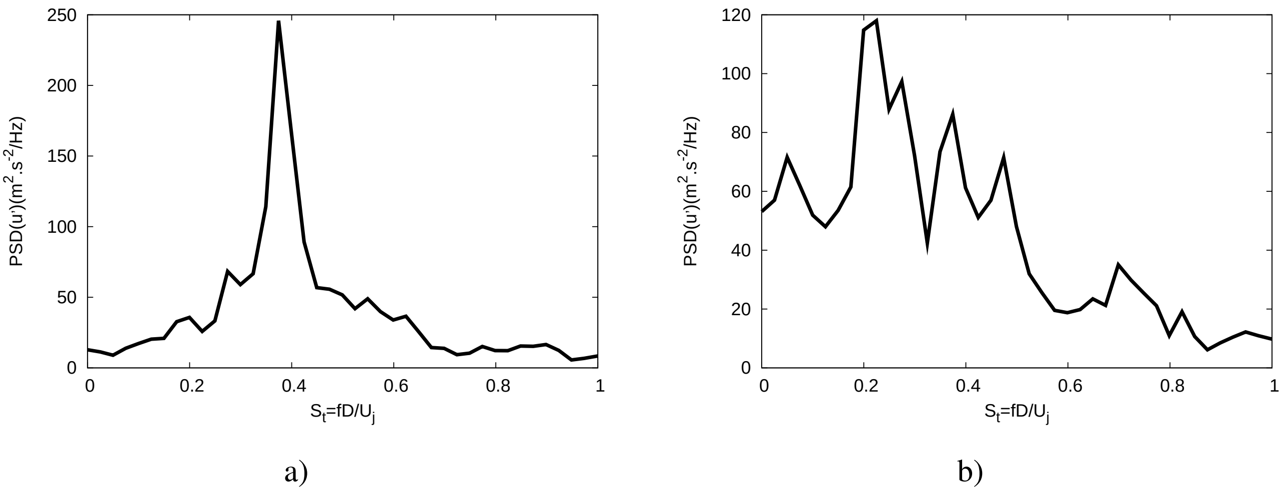


Figure IV.13 – Jet simple à Mach 0.9 et Reynolds 4.10^5 : spectre de vitesse longitudinale en $y = r_o$ (a) $x = 2D$. (b) $x = 3D$.

Le spectre monodimensionnel de la vitesse longitudinale fluctuante sur l'axe du jet à une distance de $x = 20D$ représenté sur la figure IV.14 nous permet de confirmer cet état de turbulence pleinement développée. En effet, il possède une zone inertielle avec une loi de puissance en $-5/3$ sur plus d'une décade, qui est suivie d'une zone dissipative.

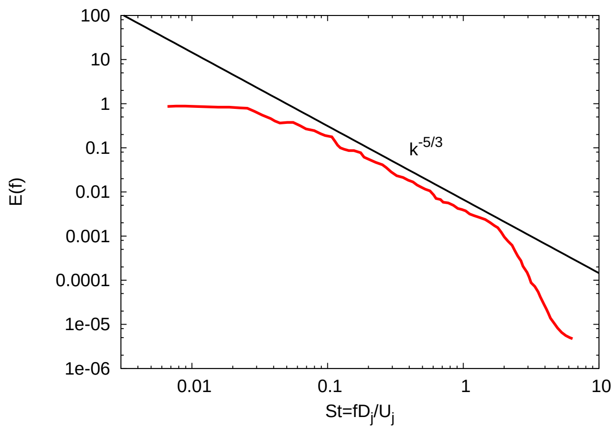


Figure IV.14 – Jet simple à Mach 0.9 et Reynolds 4.10^5 : spectre de vitesse longitudinale en $y = 0$ et $x = 20D$.

x_c	x_o	A	B	C
$10r_o$	$-3.8r_o$	0.086	5.9	0.32

Tableau IV.6 – Jet simple à Mach 0.9 et Reynolds 4.10^5 : paramètres de développement moyen.

Le champ de vitesse moyen et les lignes de courant associées sont tracés sur la figure IV.15. Le fluide environnant est bien entraîné par le jet et les lignes de courant latérales arrivent perpendiculairement à l'axe du jet. Les conditions aux limites en entrée de domaine ne semblent pas affecter le développement moyen du jet et des lignes de courant dans cette configuration à Reynolds élevé. On trouve une longueur de cône potentiel de $x_c = 10r_o$, en accord avec les résultats de Bogey et Bailly [122], comme l'atteste la figure IV.16 (a) où sont confrontés les deux résultats sur l'axe du jet. Néanmoins, la décroissance de vitesse moyenne sur l'axe est sensiblement plus rapide dans notre SGE après $x = 15r_o$. Pourtant, d'après les paramètres de développement moyens du jet obtenus, IV.6, le faible écart avec les valeurs expérimentales (cf. tableau I.1) semblerait montrer que notre simulation décrit correctement l'écoulement.

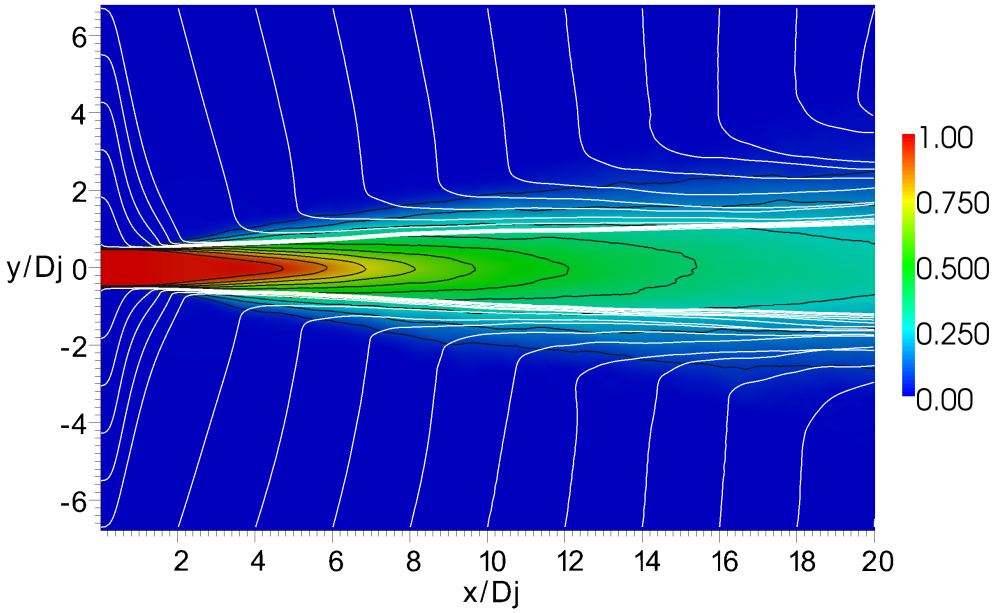
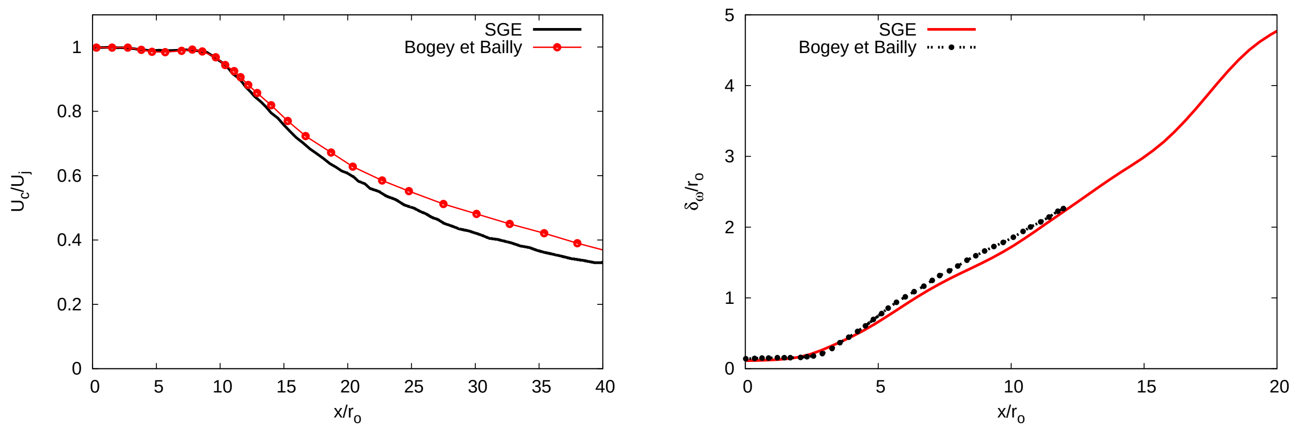


Figure IV.15 – Jet simple à Mach 0.9 et Reynolds 4.10^5 : champ de vitesse moyenne longitudinale $\bar{U}/U_j$ avec 10 isocontours de $0.05 \leq \langle U \rangle / U_j \leq 1.$ et 15 lignes de courants.

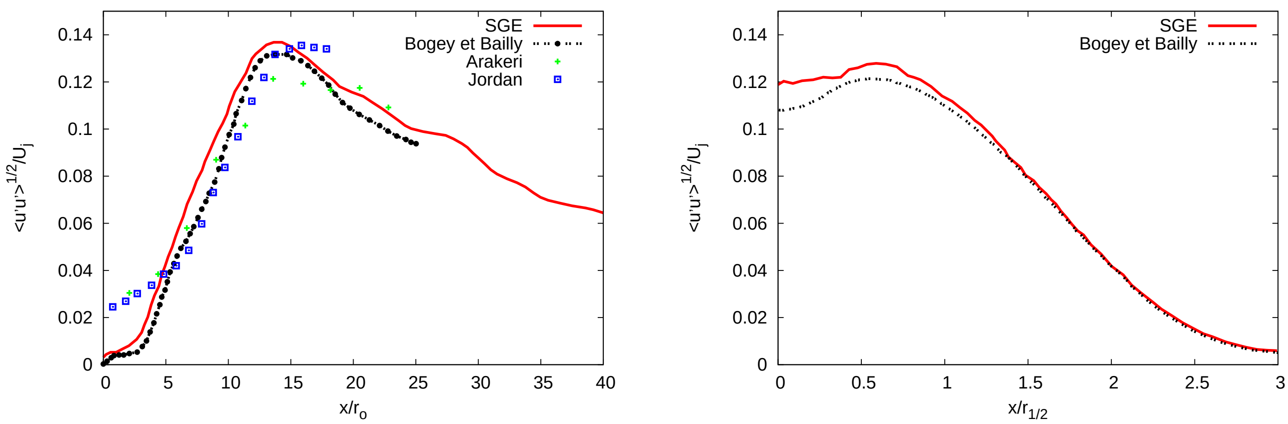
De plus, l'évolution de l'épaisseur de vorticité, tracée sur la figure IV.16 (b), semble être en bon accord avec les résultats de Bogey et Bailly [258] pour une épaisseur de quantité de mouvement initiale sensiblement identique.



a) b)

Figure IV.16 – Jet simple à Mach 0.9 et Reynolds 4.10^5 : (a) évolution de la vitesse moyenne sur l'axe. (b) évolution de l'épaisseur de vorticité.

On peut observer sur la figure IV.17 (a) et (b), que notre calcul surestime légèrement l'intensité de turbulence le long de l'axe du jet. Notamment après une distance de $x = 15r_o$, ce qui est en accord avec la décroissance du profil de vitesse. Ainsi, on observe une différence de 6% avec les résultats de Bogey et Bailly [260] à une distance de $x = 20r_o$. Nous pouvons expliquer alors ces résultats en considérant le nombre de Reynolds effectif de l'écoulement. En effet, sur les figures IV.18 (a) et (b) sont représentés l'évolution du rapport entre la viscosité turbulente modélisé par notre modèle sous-maille μ_τ et la viscosité dynamique moléculaire μ sur l'axe du jet et sur $y = r_o$. On constate que la viscosité sous-maille est en moyenne 30 fois plus élevée que la viscosité moléculaire, et qu'elle peut atteindre une valeur 110 fois plus élevée ponctuellement, notamment sur la couche de cisaillement du jet. En raison du nombre de Reynolds initial imposé à l'écoulement, on peut considérer que cette valeur est modérée, et que la haute résolution du maillage nous a permis de limiter le caractère dissipatif de notre modèle sous-maille. Bogey et Bailly [261] ont montré que les modèles sous-mailles basés sur l'hypothèse de viscosité sous-maille (le modèle de Smagorinsky dynamique, en l'occurence) ne permettaient pas de maintenir le nombre de Reynolds effectif de l'écoulement. Ils ont ainsi observé une décroissance de la vitesse moyenne sur l'axe plus rapide, ainsi qu'une surestimation de l'intensité turbulente liée directement à l'utilisation de tels modèles.



a) b)

Figure IV.17 – Jet simple à Mach 0.9 et Reynolds 4.10^5 : évolution de l'intensité de turbulence (a) sur l'axe du jet, et (b) suivant $\vec{y}$ pour $x = 20r_o$.

La base de données expérimentales établie par Fleury [262] sur un jet simple isotherme à nombre de Mach $M_j = 0.9$ et nombre de Reynolds $Re_D = 7.5 \times 10^5$ est alors utilisée pour valider nos résultats numériques. En effet, son travail nous fournit des échelles intégrales spatiales et temporelles des

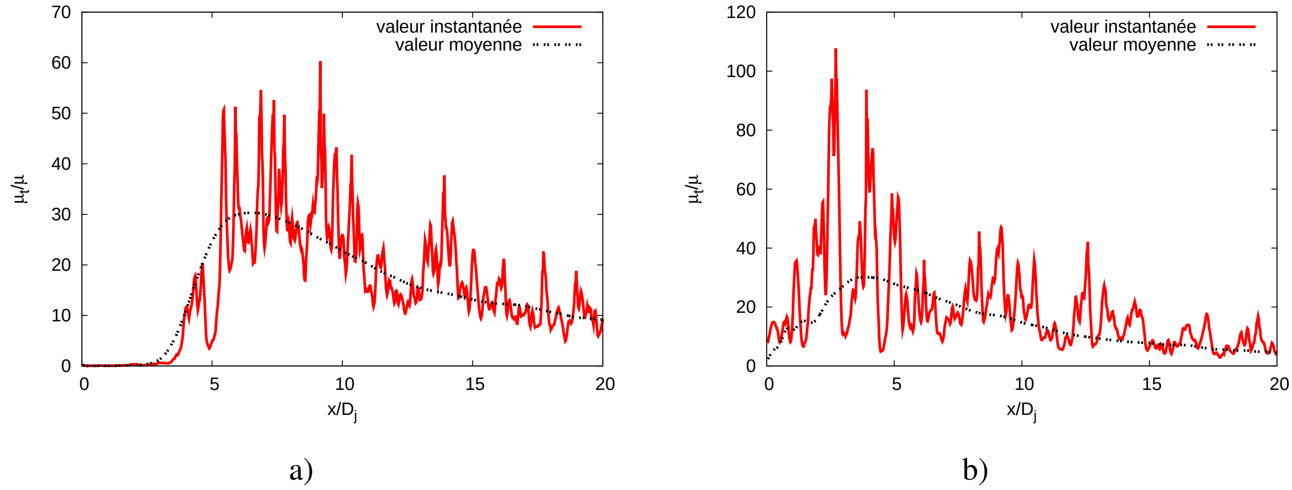


Figure IV.18 – Jet simple à Mach 0.9 et Reynolds 4.10^5 : évolution du rapport μ_τ/μ (a) sur l'axe, et (b) sur $y = r_o$.

fluctuations dans la couche de cisaillement et l'axe du jet.
Ainsi, on peut observer sur la figure IV.19, où sont comparées les corrélations spatiales de vitesse fluctuante dans la couche de cisaillement du jet en $x = 6D$, le bon accord des résultats de notre SGE avec l'expérience de Fleury. Notamment, l'échelle de longueur intégrale $\mathcal{L}_{uu}$ est sensiblement identique. Il est à noter que les résultats obtenus expérimentalement par Fleury ont été validés sur les expériences de Lau [13], Jordan & Gervais [263], et plus récemment par les travaux de Bridges & Wernet [48].

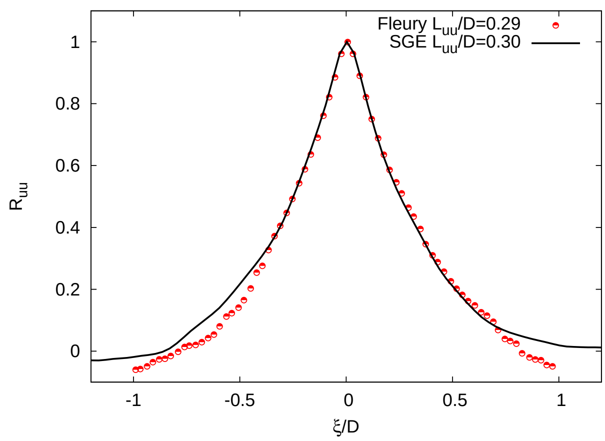


Figure IV.19 – Jet simple à Mach 0.9 et Reynolds 4.10^5 : corrélation spatiale de fluctuation de vitesse longitudinale $\mathcal{R}_{uu}$ au centre de la couche de cisaillement, en $x = 6D$.

Les figures IV.20 (a) et (b) montrent respectivement l'évolution axiale des échelles intégrales spatiales

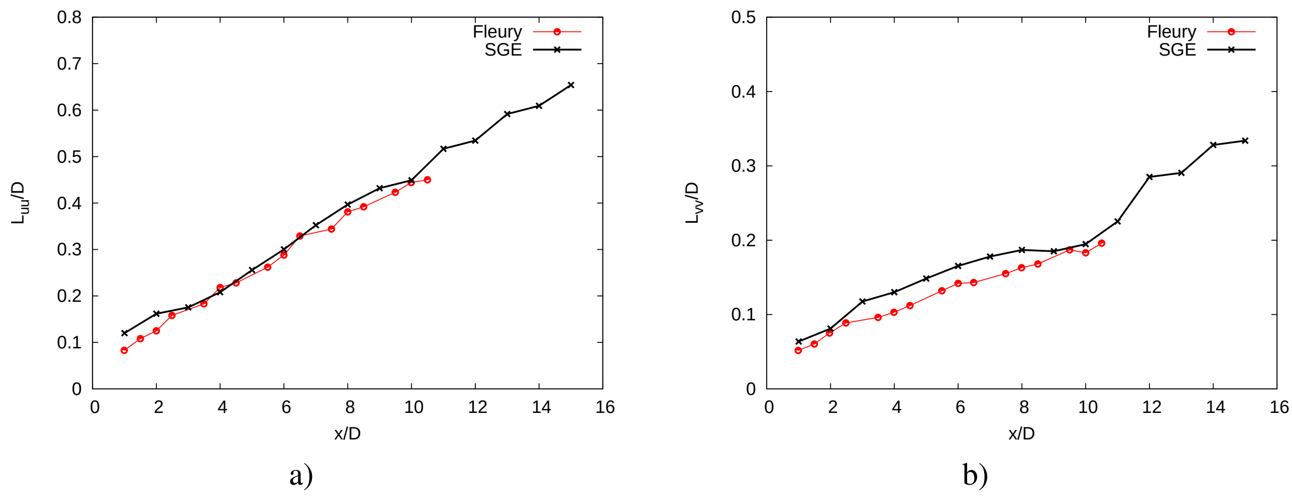


Figure IV.20 – Jet simple à Mach 0.9 et Reynolds 4.10^5 : évolution axiale des échelles spatiales au centre de la couche de cisaillement.

$\mathcal{L}_{uu}$ et $\mathcal{L}_{vv}$ au centre de la couche de cisaillement du jet. Ainsi que l'a observé Fleury, leur évolution est relativement linéaire. On peut noter que nos résultats surestiment légèrement ceux issus de l'expérience pour les fluctuations de vitesse longitudinale, notamment après $x = 6D$ pour $\mathcal{L}_{uu}$. Par contre, nous surestimons plus fortement ceux de l'échelle intégrale $\mathcal{L}_{vv}$, et ce dès $x = 2D$. Cette dernière observation pourrait nous fournir une explication quant aux différences observées sur le champ moyen. En effet, dans ses simulations, Bodony [115] a observé le même phénomène d'une décroissance plus rapide de la vitesse moyenne sur l'axe du jet par rapport aux jets expérimentaux. Sa conclusion fut que les jets simulés par SGE développaient des structures cohérentes plus organisées, qui pouvaient ainsi dissiper plus d'énergie que les petites structures, pour la plupart modélisées. En effet, ces dernières ne sont organisées qu'à l'échelle de l'épaisseur de la couche de cisaillement. Ce résultat met ainsi en évidence soit le manque de résolution spatiale de notre simulation, soit une mise en défaut du modèle sous-maille utilisé.

IV.3.2 Rayonnement acoustique

On étudie maintenant le comportement acoustique de notre SGE par rapport aux résultats de Bogey et Bailly [260]. De la même manière que dans la précédente simulation, nous avons utilisé la méthode intégrale de Kirchhoff (annexe 2) pour propager nos résultats à $r/D = 7.5$ à partir d'une surface cylindrique de diamètre $D_k = 14D$ autour de l'axe du jet comprise entre $0 \leq x/D \leq 20$.

En premier lieu, on peut observer que le niveau des fluctuations de pression obtenu le long d'une ligne pour $r/D = 7.5$, présenté sur la figure IV.21, est en accord entre $x/D = 2.5$ et $x/D = 10$. En effet, on constate une différence de 1dB observée pour $x/D < 2.5$ qui peut s'expliquer par les très légères fluctuations parasites se réfléchissant sur l'entrée du domaine de calcul, que l'on observe sur le champ de pression fluctuante présenté sur la figure IV.12. Plus en aval, pour $x/D > 12$, on observe également un écart de 1dB, ainsi qu'une décroissance plus lente du niveau de fluctuation de pression pour $x/r_o > 20$. Cette difference peut s'expliquer par une baisse du Reynolds effectif du jet en aval du cône potentiel. En effet, comme nous l'avons vu dans le chapitre d'introduction I.2.3, un bruit supplémentaire apparaît pour des nombres de Reynolds inférieur à 4×10^5 dans les jets [104].

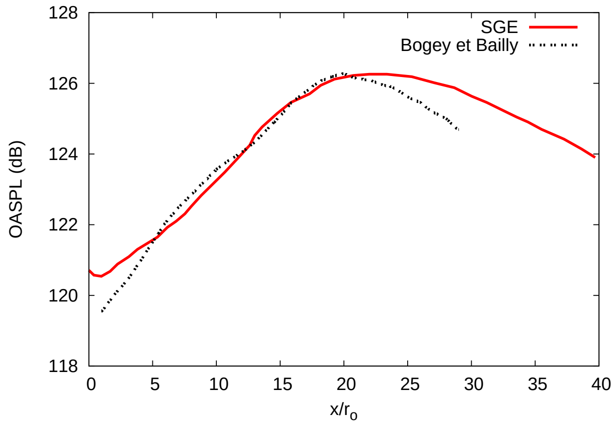
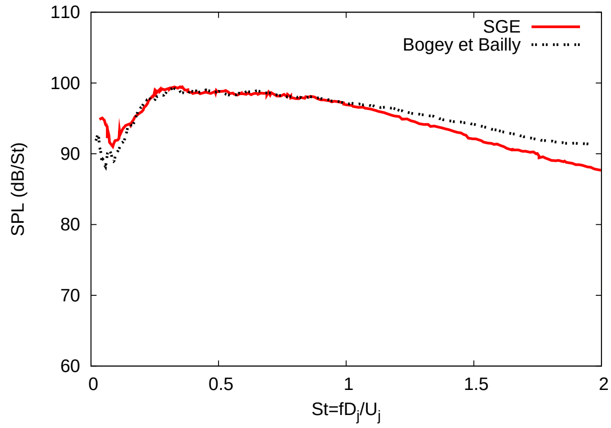
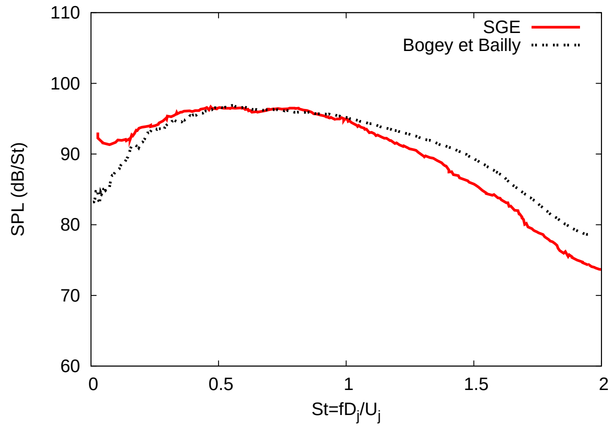


Figure IV.21 – Jet simple à Mach 0.9 et Reynolds 4.10^5 : niveaux de fluctuation de pression en $r/D = 7.5$.

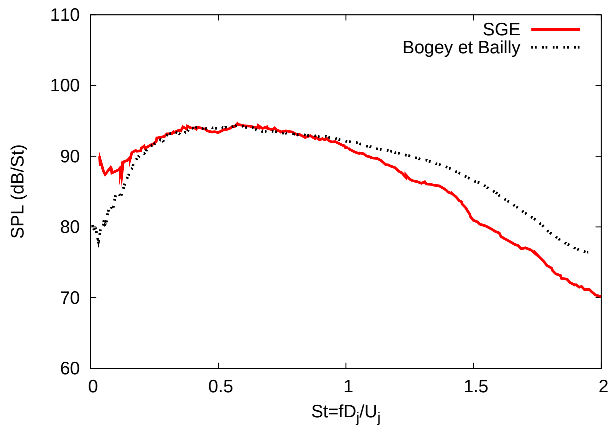
Afin de comparer nos spectres de pression, nous reprenons la méthode de Kirchhoff, mais pour une surface cylindrique comprise entre $2.5 \leq x/D \leq 12$, où le niveau de fluctuations acoustiques est en accord avec les résultats de Bogey et Bailly. Les spectres obtenus à $7.5D$ pour les angles $\theta = 80°$, $\theta = 60°$, et $\theta = 35°$ sont tracés sur la figure IV.22. On observe que notre simulation capture bien le pic de chaque spectre en fréquence, ainsi qu'en niveau de bruit. Néanmoins, nous surestimons le bruit basse fréquence $St < 0.2$, notamment pour les angles de 80° et 60°, ce qui peut s'expliquer par les conditions initiales imposées et une résolution temporelle trop faible quant à l'acquisition des statistiques. Au-delà de $St = 1$, le bruit haute fréquence prédit n'est plus comparable, ce qui met directement en évidence un manque de résolution en maillage, surtout pour les angles élevés $\theta \geq 60°$.



a) $\theta = 35°$



b) $\theta = 60°$



c) $\theta = 80°$

Figure IV.22 – Jet simple à Mach 0.9 et Reynolds 4.10^5 : spectre de pression en $r/D = 7.5$ pour différents angles d'observation.

Nos résultats sont en accord avec ce qui avait été observé par Bodony [115] et Uzun [114]. Ce dernier avait alors directement mis en défaut l'utilisation du modèle sous-maille de Smagorinsky dynamique, le bruit supplémentaire basse fréquence étant associé à des structures cohérentes trop énergétiques. De plus, le caractère dissipatif des modèles sous-mailles basés sur l'hypothèse de viscosité sous-maille est alors explicitement relié à un niveau d'énergie spectrale haute fréquence plus faible. En effet, le transfert d'énergie des basses vers les hautes fréquences n'étant pas correctement assuré par le modèle sous-maille, les grosses structures sont ainsi trop énergétiques (bruit basse fréquence) et les petites structures ont un niveau d'énergie cinétique turbulente trop faible, ce qui empêche la production de bruit haute fréquence.

Néanmoins, les résultats aérodynamiques sont corrects et les résultats acoustiques nous permettent de réaliser des analyses physiques. Ainsi que de nombreux auteurs l'ont mentionné [8, 114, 261, 264], les résultats obtenus par l'utilisation de la SGE avec ou sans modèle sous-maille, pour le calcul direct du bruit rayonné dans les jets, sont sensibles à l'approche utilisée. Deux résultats principaux apparaissent notamment : la vitesse moyenne décroit plus vite avec l'utilisation d'un modèle et le bruit haute fréquence est surestimé sans modèle. Néanmoins, ainsi que l'on précisé Bogey et Bailly [265], la dissipation ajoutée par le modèle sous-maille ou le filtrage numérique est fortement influencé par le nombre de Reynolds.

IV.4 SGE d'un jet isotherme à nombre de Mach $M = 0.6$ et à nombre de Reynolds $Re = 1 \times 10^6$

Ce dernier cas test correspond à l'expérience menée par Narayanan et *al.* [3] d'un jet rond isotherme à nombre de Mach $M_j = 0.6$ et à nombre de Reynolds $Re = 1 \times 10^6$, basé sur le diamètre du jet $D_j = 82.27mm$. Cette expérience avait pour objectif de compléter les travaux de Simonich et *al.* [266], qui ont établi une base de données sur des jets ronds froids et chauds à haut nombre de Mach et à nombre de Reynolds élevé dans le but de valider des modèles de prédiction de bruit. Narayanan a ainsi mené ses recherches afin de localiser les sources du bruit de jet et de caractériser les mécanismes turbulents à l'origine de la génération de bruit. Ainsi que nous l'avons précisé précédemment (voir section IV.3), la dissipation engendrée par le modèle sous-maille dépend fortement du nombre de Reynolds de l'écoulement considéré. Cette configuration à nombre de Reynolds très élevé va ainsi nous permettre de préciser les limites de l'approche numérique considérée dans ce travail.

Le processus de transition vers la turbulence est identique à celui utilisé précédemment (IV.2), mais les amplitudes de variations des différents paramètres utilisés dans cette modélisation des fluctuations de vitesse en provenance de la couche limite dans la buse sont augmentés pour tenir compte du nombre de Reynolds considéré, d'après les travaux de Zaman [10] et sont reportés dans le tableau IV.7. Zaman a montré que le taux de fluctuations dans la buse varie entre $0.2\% \leq u'/Uj \leq 11\%$ en fonction du nombre de Reynolds considéré. Ainsi, un jet dont le nombre de Reynolds est supérieur à $Re_D > 5\times10^5$ est turbulent en sortie de buse. De plus, Narayanan fournit une mesure d'intensité turbulente d'environ $u'/U_j = 3.5\%$ en sortie de buse.

Paramètres	$\Delta_{max}(\Delta t)$	min	max
A	0.001	0.02	0.1
St	0.003	0.1	0.7
Φ	0.003	-	-
Ψ	0.003	-	-

Tableau IV.7 – Paramètres du forçage initial à nombre de Reynolds $Re = 1\times10^6$; 1 chance sur 20.

Cette simulation a nécessité 21 jours de calcul. L'initialisation du calcul s'est déroulée pendant 219 T$_{SGE}$, c'est-à-dire le temps qu'une onde acoustique parcourt 11 fois la longeur totale du domaine de calcul. Puis les statistiques ont été enregistrées sur 442 T$_{SGE}$. Les détails concernant le déroulement de la simulation sont résumés dans le tableau IV.3.

Etapes du calcul	Tc_∞/D_j	Nombre d'itérations	Temps horloge (h)
Initialisation	365	126000	177
Statistiques	736	240000	335

Tableau IV.8 – Détails de la simulation du jet simple à Mach 0.6 et Reynolds $Re = 1\times10^6$.

IV.4.1 Développement aérodynamique

La figure IV.23 présente le développement tourbillonnaire du jet simulé. Il s'agit d'une visualisation instantanée des tourbillons cohérents, représentés par une isosurface de critère $Q = 0.5(U_j/D_j)^2$ colorée par la vorticité longitudinale, ainsi que le champ de pression fluctuante associé.
On observe que pour $0 \leq x/D \leq 2$ l'écoulement est entièrement dominé par des structures tourbillonaires axisymétriques, caractéristiques du mode $m = 0$. Pour $x/D = 2$, contrairement au cas précédent où le nombre de Reynolds était plus faible (cf. section IV.3), on observe alors une tridimensionnalisation brutale de l'écoulement. En effet, les tourbillons longitudinaux apparaissent entre les anneaux

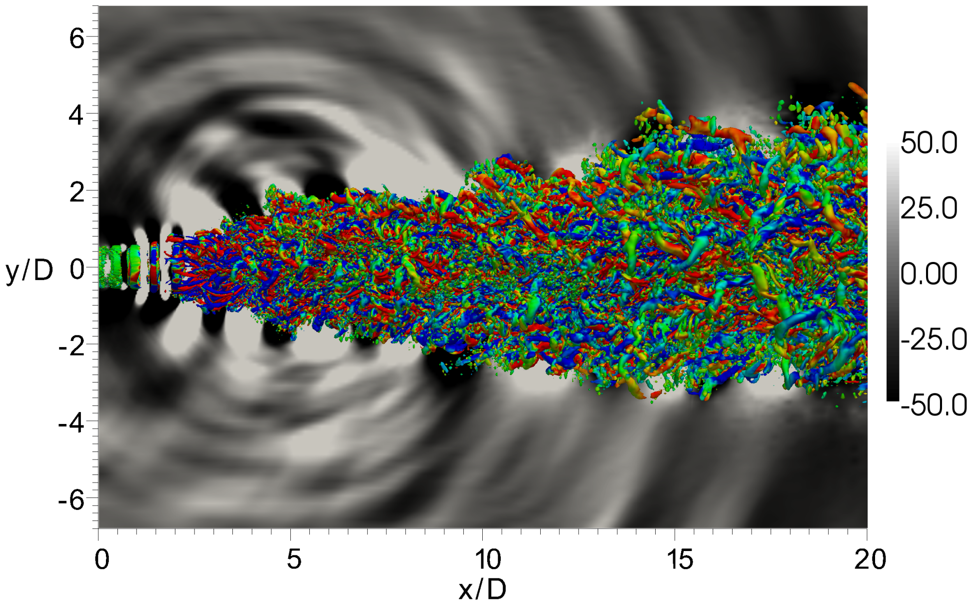
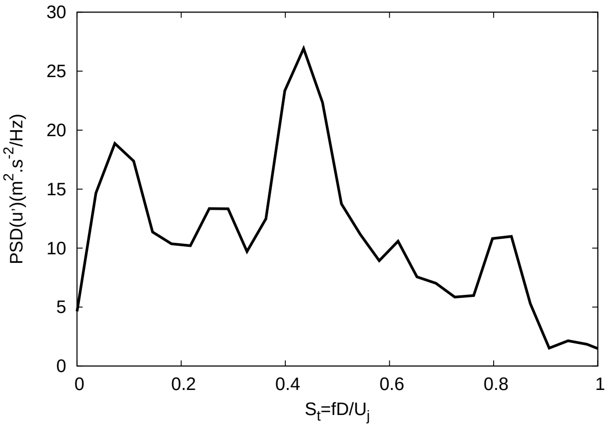


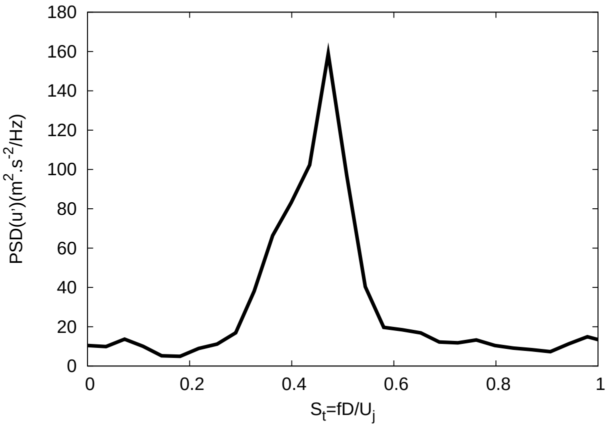
Figure IV.23 – Jet simple à Mach 0.6 et Reynolds 1×10^6 : isosurface de critère $Q = 0.5(U_j/D_j)^2 = 0.1$ colorée par la vorticité longitudinale, champ de pression fluctuante en Pa.

tourbillonaires et conduisent à une turbulence pleinement développée pour $x/D > 3$. Ces observations sont confirmées par les spectres de fluctuations de vitesse longitudinale sur la couche de cisaillement du jet, présentés sur la figure IV.24. En effet, étant donné le caractère aléatoire de l'excitation introduite en entrée d'écoulement, pour $x = 1D$ on observe que le spectre de turbulence est large bande, pour des fréquences comprises entre $15Hz \leq f \leq 3.35kHz$, où l'on remarque l'émergence du mode variqueux pour un nombre de Strouhal $St = 0.44$. Puis, pour $x = 2D$, le spectre est largement dominé par le mode $m = 0$, dont l'amplitude est multipliée par un facteur 10. Ainsi que l'ont observé expérimentalement de nombreux auteurs [27, 31], ce mode caractérise l'axisymétrie des anneaux tourbillonnaires. Alors que dans le cas précédent IV.3 le mode hélicoïdal dominait largement le spectre en $x/D = 3$, ici l'énergie ne commence à être redistribuée vers ce premier sous-harmonique qu'aux alentours de $x/D = 3$. Enfin, plus en aval, le mode $m = 1$ domine l'écoulement, caractérisé par un nombre de Strouhal $St = 0.21$.

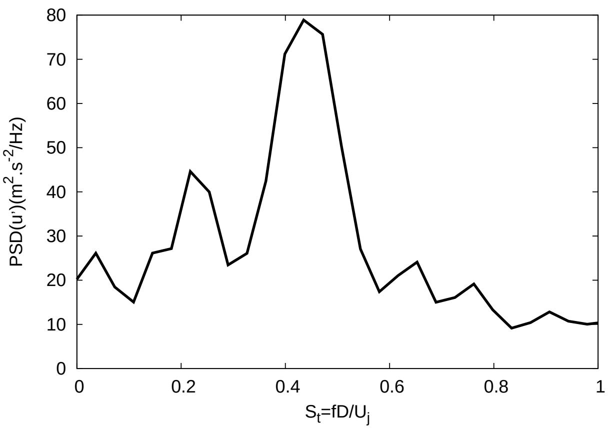
Ce comportement peut s'expliquer par l'analyse visqueuse spatiale de stabilité proposée par Morris [267]. Ainsi, si initialement les modes $m = 0$ et $m = 1$ ont les mêmes amplitudes, il s'ensuit que le mode axisymétrique est le plus amplifié quelques diamètres en aval de la buse, et que le mode hélicoïdal est dominant en aval du cœur potentiel. Il est à noter que le seuil de critère $Q = 0.1$ choisi est notamment plus faible que dans les simulations précédentes, ce qui a pour effet de sélectionner de plus petites isosurfaces et donc des structures cohérentes de plus petites tailles. L'absence de petites



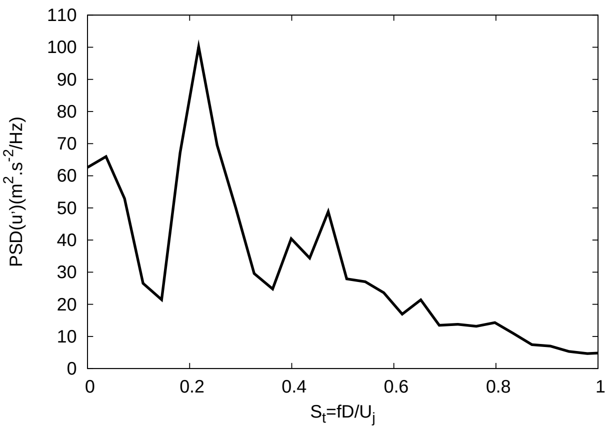
a) $x = 1D$



b) $x = 2D$



c) $x = 3D$



d) $x = 4D$

Figure IV.24 – Jet simple à Mach 0.6 et Reynolds 1×10^6 : spectre de vitesse longitudinale en $y = r_o$.

structures tourbillonnaires longitudinales pour $0 \le x/D \le 2$ sur la figure IV.23 met en évidence un manque de résolution en maillage au vu du nombre de Reynolds élevé défini dans cette configuration. En effet, comme nous l'avons déjà mentionné, les petites structures turbulentes ne sont organisées qu' à l'échelle de l'épaisseur de la couche de cisaillement. Notre modèle sous-maille prend alors le relais, comme illustré sur la figure IV.28 (b), par le rapport μ_τ/μ pour $y = r_o$.

La vitesse moyenne est représentée sur la figure IV.25. Dix isocontours de vitesse définis de $0.05 \le \bar{U}/U_j \le 1$ y sont superposés, ainsi que quinze lignes de courant. De la même manière que dans les simulations précédentes (IV.2,IV.3) les conditions aux limites n'altèrent pas le développement moyen du jet et permettent l'entraînement du fluide environnant. On retrouve bien la longueur de cône potentiel $x_c = 4D$ obtenu par Narayanan, comme l'atteste la figure IV.26 (a) représentant

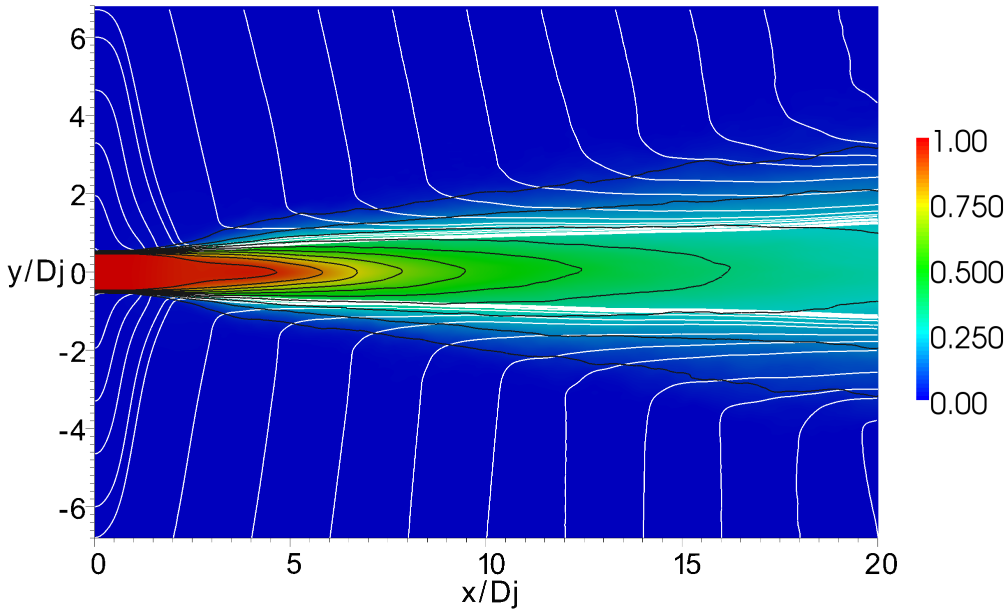


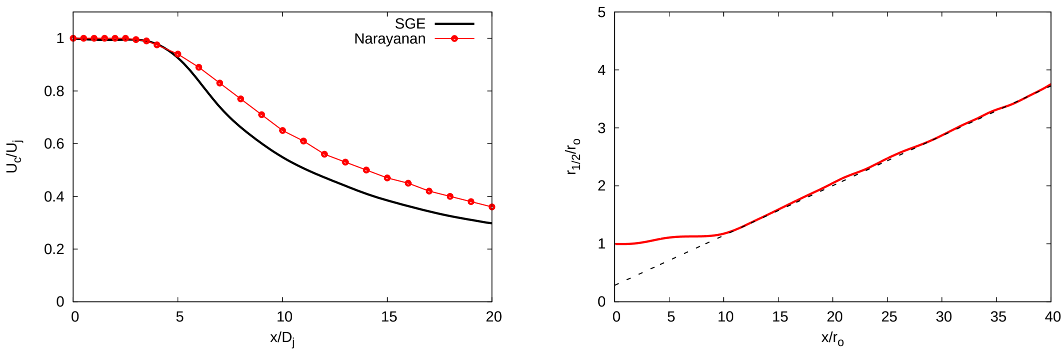
Figure IV.25 – Jet simple à Mach 0.6 et Reynolds 1×10^6 : champ de vitesse moyenne longitudinale $\bar{U}/U_j$ avec 10 isocontours de $0.05 \le \langle U \rangle / U_j \le 1.$ et 15 lignes de courant.

l'évolution de la vitesse moyenne longitudinale sur l'axe du jet. On trace également l'évolution du taux de croissance de la demi-largeur du jet sur la figure IV.26 (b), dont la croissance est bien linéaire et dont la pente de $A = 0.086$ est en accord avec l'expérience de Wygnanski & Fiedler [16]. Les autres paramètres de développement moyen du jet sont présentés dans le tableau IV.9. On peut constater que si l'augmentation du débit est proche des résultats expérimentaux, en revanche, le coefficient B de décroissance de la vitesse moyenne sur l'axe est assez élevé. En effet, on peut observer sur la figure IV.26 (a) que la vitesse sur l'axe décroît dramatiquement plus vite que l'expérience après $x/D = 5$.

x_c	x_o	A	B	C
$8r_o$	$-3.4r_o$	0.086	6.4	0.36

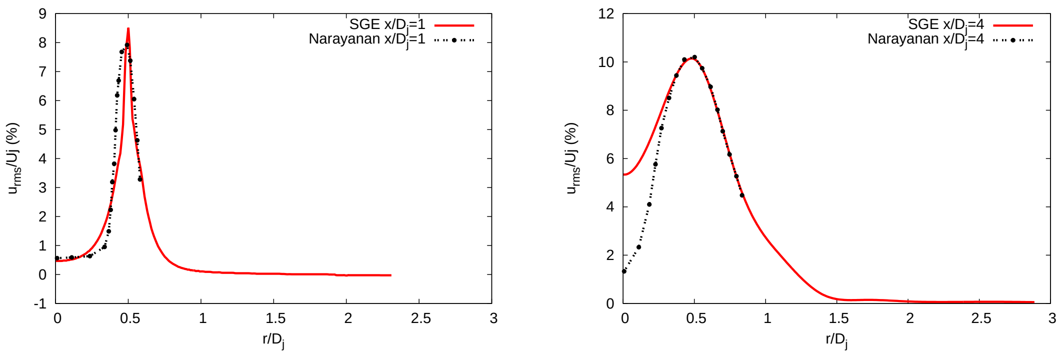
Tableau IV.9 – Jet simple à Mach 0.6 et Reynolds 1×10^6 : paramètres de développement moyen.

Ainsi que l'avait suggéré Bodony [7], l'augmentation du taux de décroissance de la vitesse moyenne sur l'axe est directement reliée à un niveau de fluctuation en amont du cône potentiel. L'évolution de l'intensité turbulente radiale, présentée sur la figure IV.27 en plusieurs positions axiales, semble confirmer cette hypothèse.

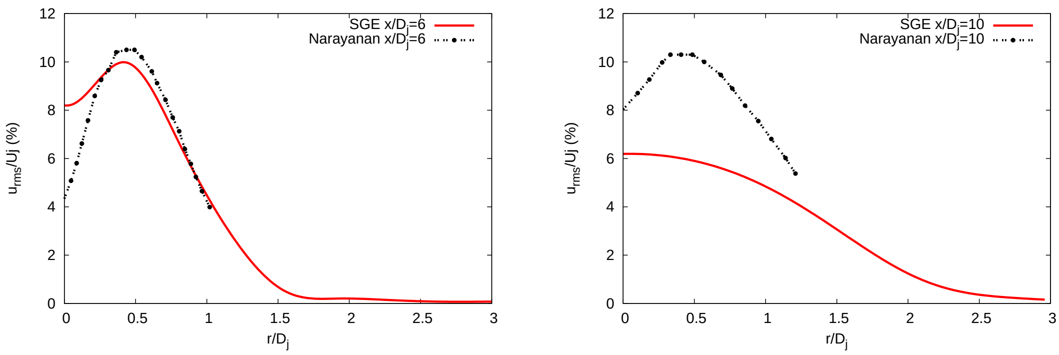


a) b)

Figure IV.26 – Jet simple à Mach 0.6 et Reynolds 1×10^6 : (a) vitesse moyenne U_c/U_j sur l'axe. (b) demi-largeur du jet $r_{1/2}/r_o$.



a) $x = 1D$ b)$x = 4D$



c) $x = 6D$ d) $x = 10D$

Figure IV.27 – Jet simple à Mach 0.6 et Reynolds 1×10^6 : évolution de l'intensité de turbulence suivant $\vec{y}$ pour différentes positions axiales, (a) $x = 1D$, (b) $x = 4D$, (c) $x = 6D$, et (d) $x = 10D$.

En effet, on observe tout d'abord, que en $x/D = 1$, notre simulation nous permet d'obtenir la même amplitude de taux de turbulence que celui de l'expérience à 0.5% près, ce qui valide nos paramètres de forçage, mais l'épaisseur de couche de cisaillement, où se répartit cette intensité, semble légèrement plus large. Néanmoins, plus en aval, pour $x/D = 4$ et $x/D = 6$, on peut voir que nous surestimons largement l'amplitude du taux d'intensité turbulente sur l'axe, et non sur la couche de cisaillement du jet (moins de 0.5% en $x/D = 6$). Puis en $x/D = 10$, notre intensité turbulente a fortement diminué par rapport à l'expérience, avec une différence d'environ 2% sur l'axe et 4% sur la couche de cisaillement. Le lien avec l'évolution de la viscosité sous-maille sur l'axe, représenté sur la figure IV.28 (a) est alors évident. Cette dernière présentant une valeur 100 fois plus élevée en moyenne que la viscosité moléculaire pour $x/D > 5$.

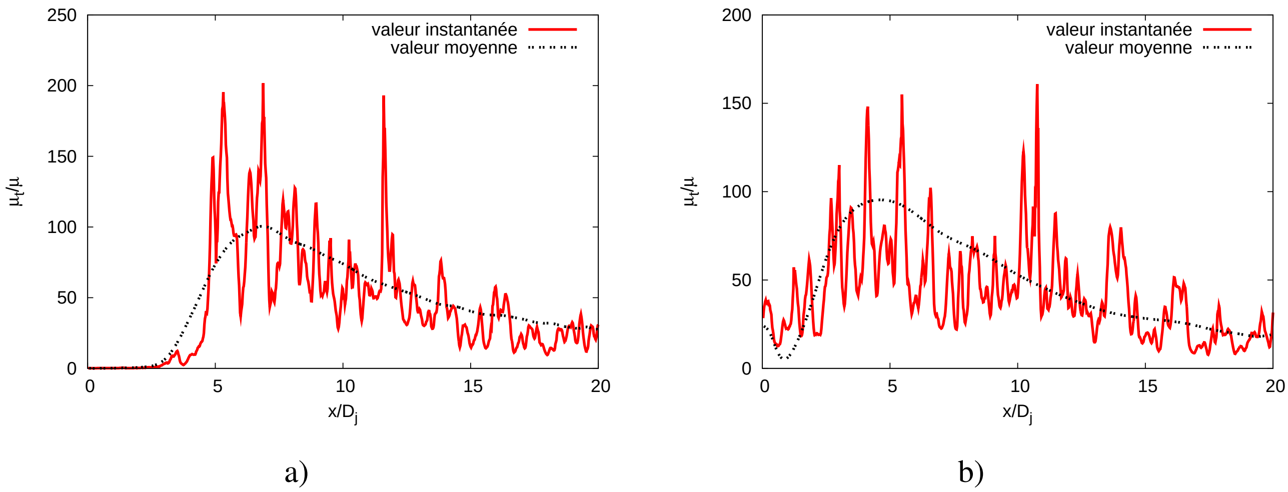


Figure IV.28 – Jet simple à Mach 0.6 et Reynolds 1×10^6 : évolution du rapport μ_τ/μ (a) sur l'axe, et (b) sur $y = r_o$.

L'évolution axiale des échelles spatiales au centre de la couche de cisaillement, comparée avec l'expérience de Fleury [262] sur un jet isotherme à nombre de Mach $M = 0.6$ et à nombre de Reynolds 5.2×10^5, que l'on peut observer sur la figure IV.29 confirme également l'hypothèse de Bodony [115]. En effet, l'échelle longitudinale des structures cohérentes suivant $\vec{x}$ est légèrement surestimée pour $x/D < 2$, ce qui est en accord avec nos observations précédentes quant au développement de la turbulence initiale du jet IV.23. Puis en aval de $x/D = 6$, la taille des tourbillons cohérents augmente rapidement jusqu'à être surévaluée de 10% en $x/D = 10$. En ce qui concerne l'évolution axiale de l'échelle transversale (suivant $\vec{y}$) des structures cohérentes, on peut voir que celle-ci est surestimée sur toute la longueur de la couche de cisaillement du jet. Notre approche cartésienne, ainsi que le modèle sous-maille (FSF) utilisé, peuvent être directement mis en cause ici.

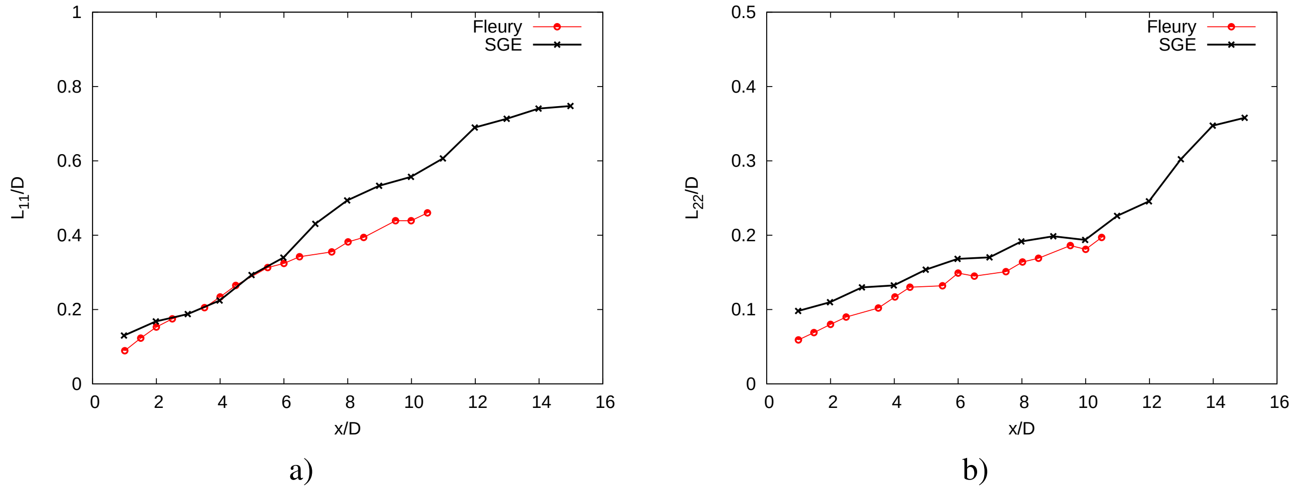


Figure IV.29 – Jet simple à Mach 0.6 et Reynolds 1×10^6 : évolution axiale des échelles spatiales au centre de la couche de cisaillement.

IV.4.2 Rayonnement acoustique

Le champ de pression fluctuante est présenté sur la figure IV.23. On peut observer en premier lieu que le forçage initial modifié ne semble pas provoquer de réflexion parasite en entrée. De plus, comme l'ont démontré Bogey et Bailly [77], la longueur d'onde des ondes acoustiques augmente effectivement lorsque le nombre de Mach du jet diminue.

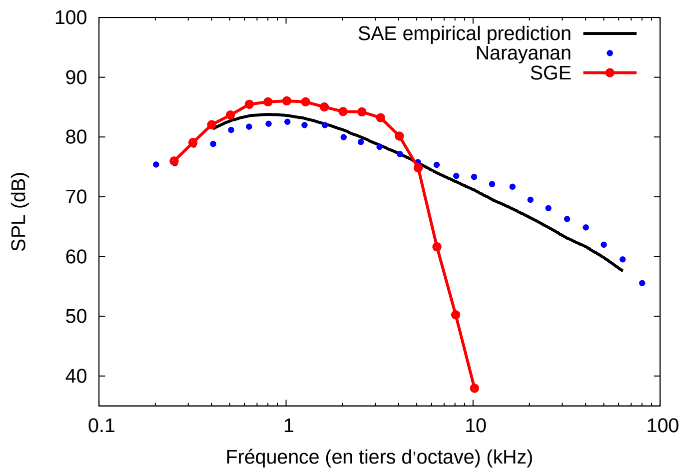


Figure IV.30 – Jet simple à Mach 0.6 et Reynolds 1×10^6 : spectre en tiers d'octave du bruit rayonné pour un angle $\theta = 30°$, $x/D = 32.7$ et $r/D = 20$.

Nous comparons maintenant le bruit rayonné par calcul direct avec les mesures effectuées par Narayanan [3] à une distance axiale de $x/D = 32.7$ et radiale de $r/D = 20$, ce qui correspond à un angle de $\theta = 30°$ par rapport à l'axe du jet. Nous propageons de la même manière que précédemment nos enregistrements de pression temporelle sur une surface cylindrique de diamètre $D_k = 14D$ autour de l'axe, entre $0 \leq x/D \leq 20$. On peut nettement voir sur la figure IV.30 les erreurs engendrées par notre calcul sur la prévision du bruit rayonné en champ lointain. En effet, bien que notre résultat soit en accord avec l'expérience et les prévisions empiriques dans les basses fréquences, c'est-à-dire pour $0.12 \leq St \leq 0.3$, nous surévaluons le bruit rayonné pour $St > 0.3$, jusqu'à $5dB$ d'écart, avant de décroitre rapidement au-delà de $St = 1$, la limite de résolution en maillage. Ceci confirme les résultats d'Uzun [114] obtenus avec le modèle de Smagorinsky dynamique, et les présomptions développées dans la partie précédente IV.3.

IV.5 Bilan

Ce chapitre nous a permis de mettre en évidence les limites de l'approche utilisée dans cette étude. En effet, l'algorithme choisi, ainsi que les conditions aux limites, n'ont pas été mis en défaut lors de ces simulations, et ont montré leur efficacité et robustesse au vu des écoulements considérés, notamment le cas du jet à nombre de Reynolds 1×10^6. De plus, nous avons pu observer le bon comportement des différents forçages utilisés pour initialiser la transition vers la turbulence, dont l'importance a été démontrée comme capitale par de nombreux auteurs, surtout dans le cas présent où nous ne prenons pas en compte les géométries interne et externe de la buse. Le lecteur intéressé pourra se reporter aux articles suivants traitant des simulations de jet sans inclusion de la buse dans le domaine de calcul [8, 257, 258, 268], ainsi qu'aux récents travaux de Barré, Bogey et Bailly [269–272] pour ce qui concerne la prise en compte des effets des conditions initiales sur les couches de mélange libre, c'est-à-dire, qui se développent en aval d'une buse, et donc d'une couche limite.
Nous avons également pu observer l'influence du modèle sous-maille et du nombre de Reynolds sur nos simulations de jet. Ainsi que de nombreux auteurs l'avaient déjà remarqué [261, 273], il est crucial de caractériser le comportement du modèle sous-maille. Ainsi qu'il était attendu, le modèle sous-maille de la "fonction de structure filtrée", est fortement influencé par le nombre de Reynolds.

Chapitre V

Étude des effets de température sur les jets simples subsoniques turbulents

Ce chapitre présente des simulations de jets simples réalisées avec le solveur “NIGLO”, dont les possibilités ont été étudiées précédemment. Des jets initialement isotherme et anisotherme sont calculés afin de poursuivre plusieurs objectifs. Tout d’abord, les champs aérodynamique et acoustique d’un jet isotherme à haut nombre de Reynolds et à nombre de Mach acoustique $M_a = 0.9$ sont comparés à ceux d’un jet chaud à nombre de Mach acoustique et nombre de Reynolds identiques. Les résultats seront également systématiquement comparés avec des données expérimentales afin de valider les bases de données établies. Dans un second temps, nous nous intéressons à l’influence des effets de température sur les mécanismes source de bruit en champ proche. Pour cela nous nous focaliserons sur les termes sources du tenseur de Lighthill. En effet, ainsi que nous l’avons vu dans le premier chapitre de cette étude I, les travaux de Bodony et Lele [107] ont permis d’établir une explication possible sur la diminution du niveau de bruit rayonné lorsqu’un jet à haute vitesse est chauffé ($M_a > 0.7$). Afin de compléter leur analyse, nous nous intéressons à la distribution en champ proche des différents termes du tenseur de Lighthill, ainsi qu’à leur dépendance fréquentielle, dans le but de mieux comprendre leurs interactions dans le champ turbulent.

V.1 Paramètres physiques et numériques des simulations

V.1.1 Propriétés des écoulements

Les jets étudiés ici par SGE sans buse sont basés sur un régime d’écoulement défini par le nombre de Mach acoustique $M_a = U_j/c_\infty = 0.9$, ce qui correspond à une vitesse d’éjection de $U_j = 306 m.s^{-1}$. On choisit de considérer un nombre de Reynolds basé sur la vitesse du jet et son diamètre $Re_D = U_jD/\nu_j = 4\times10^5$. Les deux simulations, dont les paramètres physiques sont résumés dans le tableau

V.1, sont réalisées pour deux configurations d'écoulement. Ainsi on considère un jet isotherme à nombre de Mach $M_j = U_j/c_j = 0.9$ compensé en température, c'est-à-dire que la température statique en entrée de domaine est équivalente à la température dans l'air ambiant ($T_j = T_\infty = 293K$). Le jet chaud, possède quant à lui une température d'éjection de $T_j = 792K$, soit un rapport de température de $T_j/T_\infty = 2.7$. Le nombre de Mach du jet est alors de $M_j = U_j/c_j = 0.54$. La principale raison de ces choix fut que des données expérimentales sont disponibles pour ces deux configurations (isotherme et anisotherme). En effet, nous disposons des travaux expérimentaux de Jordan et *al.*, réalisés dans le cadre du projet "European Union JEAN" (Jet Exhaust Aerodynamic and Noise, 5th framework project, contract G4RD-CT2000-00313) [274, 275], ainsi que des récentes publications de Bridges et Wernet [47, 48, 276]. Les principales caractéristiques de ces expériences sont résumées dans le tableau V.2. On peut observer que certains paramètres diffèrent par rapport à nos simulations, notamment au regard du nombre de Mach du jet M_j et du nombre de Reynolds Re_D, ce qui expliquera certaines différences observées dans les résultats obtenus.

	Jet 1	Jet 2
$U_j(m.s^{-1})$	306.26	306.26
M_j	0.9	0.54
M_a	0.9	0.9
Re	4×10^5	4×10^5
$D_j(m)$	0.02	0.1
$T_\infty(K)$	293.15	293.15
$T_j(K)$	293.15	792
$P_\infty(Pa)$	1×10^5	1×10^5
$c_\infty(m.s^{-1})$	343.2	343.2
$\rho_\infty(kg.m^{-3})$	1.204	1.204
$F(N = kg.m.s^{-2})$	35.48	328
$Q(m^3.s^{-1})$	0.1	1.1
M_c	0.45	0.34
$U_c(m.s^{-1})$	153.13	115.8

Tableau V.1 – Paramètres des jets simulés

Afin de donner une connotation plus industrielle à ces deux simulations, du fait que le nombre de Mach acoustique et le rapport de température défini pour le jet chaud sont assez proches de ceux d'un moteur d'avion réel, nous renseignons également la poussée et le débit volumique en sortie de buse de ces jets dans le tableau V.1. De plus, les vitesses convectives de chacun, telles que définies par la formule V.1 ci-après, permettent de rendre compte de la vitesse à laquelle sont convectées les structures turbulentes au niveau de la couche de cisaillement. De plus, au vu des nombres de Mach convectifs considérés ici ($M_c < 0.5$), les effets de compressibilité sur le développement des couches de cisaillement de chaque jet seront négligeables (voir par exemple Brown et Roshko [22], ainsi que Papamoshou et Roshko [277]).

$$M_c = \frac{U_j - U_\infty}{c_j + c_\infty} \quad , \quad U_c = \frac{c_\infty U_j + c_j U_\infty}{c_j + c_\infty} \tag{V.1}$$

Expérience	configurations	M_a	M_j	T_j/T_∞	$D_j(m)$	Re
Jordan et *al.*	jet 4	0.9	0.9	1	0.05	1×10^6
	jet 9	0.9	0.63	2	0.05	3×10^5
Bridges et Wernet	jet 7	0.9	0.98	0.83	0.051	1.4×10^6
	jet 46	0.9	0.56	2.7	0.051	1.4×10^5

Tableau V.2 – Paramètres des jets expérimentaux

V.1.2 Discrétisation du domaine de calcul et conditions initiales

Le maillage utilisé pour ces simulations est comparable à celui présenté dans le chapitre précédent IV.2 et IV.3. Il est constitué de $400\vec{x}\times218\vec{y}\times218\vec{z}$ points, soit un total de 19×10^6 points. Le domaine de calcul s'étend alors sur $40D_j$ dans la direction longitudinale et de $15D_j$ dans les directions transversales $\vec{y}$ et $\vec{z}$. Une zone éponge s'étend de $x = 20D_j$ à $x = 40D_j$ dans la direction longitudinale et sur $\pm10D_j$ à $\pm15D_j$ dans les directions transversales. Le pas d'espace minimum est de $\Delta_o = r_o/25$ dans les directions transversales au niveau de la couche de cisaillement du jet. Puis les mailles sont étirés suivant $\vec{y}$ et $\vec{z}$ jusqu'à atteindre $\Delta_{max} = 0.8D_j$. Le maillage axial a un pas constant $\Delta_{xmin} = 3\Delta_o$ sur $20D_j$ dans la direction longitudinale, puis est étiré jusqu'à atteindre $\Delta_{xmax} = 0.8D_j$. La décomposition de domaine est effectuée à l'aide de 64 processeurs Power6.

Le jet tridimensionnel est alors initialisé à l'aide du profil en tangente hyperbolique défini dans le chapitre précédent IV.1 et le profil de température moyenne initial est dérivé à l'aide de la relation de Crocco-Busemann IV.3. L'épaisseur de quantité de mouvement initiale est définie telle que $\delta_\theta = 0.05r_o$ pour les deux jets, afin de s'affranchir des effets liés à cette quantité. La configuration isotherme considérée ici étant identique à celle utilisée pour valider avec succès notre solveur "NIGLO" (voir précédemment IV.3), nous reprendrons ici la même méthode pour initialiser la transition à la turbulence [258], illustrée sur la figure IV.11. L'amplitude maximum de fluctuation imposée est la même pour les deux cas considérés, $\alpha = 0.07$.

Ces simulations ont été réalisées avec un $CFL = 0.3$. Elles ont nécessité 7 jours de calcul dans le cas isotherme et 11 jours dans le cas anisotherme. L'initialisation s'est déroulée pendant respectivement

$300T_{SGE}$ et $310T_{SGE}$, soit le temps qu'une onde acoustique traverse respectivement 10 et 8 fois la longueur totale du domaine de calcul. Les détails concernant le déroulement de ces simulations sont résumés dans le tableau V.3. Les fluctuations de pression sont enregistrées le long d'une ligne $r/D = 9$, ce qui permet de calculer correctement la propagation acoustique jusqu'à un nombre de Strouhal $St = fD_j/U_j = 1$.

Simulations	Etapes du calcul	Tc_∞/D_j	nombre d'itérations	temps horloge (h)
Jet 1	Initialisation	297	103200	59
	Statistiques	680	172000	100
Jet 2	Initialisation	337	144000	79
	Statistiques	810	302000	178

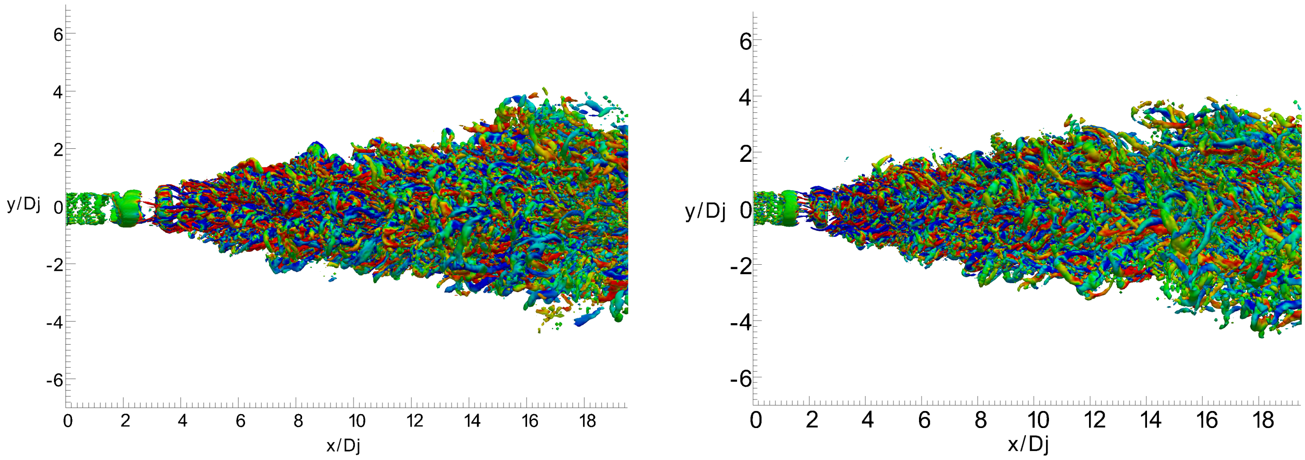
Tableau V.3 – Détails des simulations de jets simples chaud et froid à Mach 0.9 et Reynolds 4×10^5.

V.2 Influence de la température sur la dynamique tourbillonnaire

Dans cette première section, nous allons étudier les effets de température sur le champ hydrodynamique de jets simples subsoniques à hauts nombres de Mach et de Reynolds. Ainsi, nous ferons dans un premier temps une description générale de ces effets sur le développement aérodynamique des jets, basée sur des visualisations instantanées, sur l'étude des quantités statistiques globales comme la taille de cône potentiel ou le taux d'épanouissement. Nous nous intéresserons en détail au développement des structures primaires et secondaires, afin de mettre en évidence les effets de température sur leur dynamique. En effet, de nombreux phénomènes, comme le bruit ou le mélange, en dépendent. Une description détaillée des quantités turbulentes est réalisée en utilisant deux normalisations différentes afin de mettre en évidence l'impact des effets de température sur la dynamique du jet, ainsi que son intéraction avec le milieu ambiant.

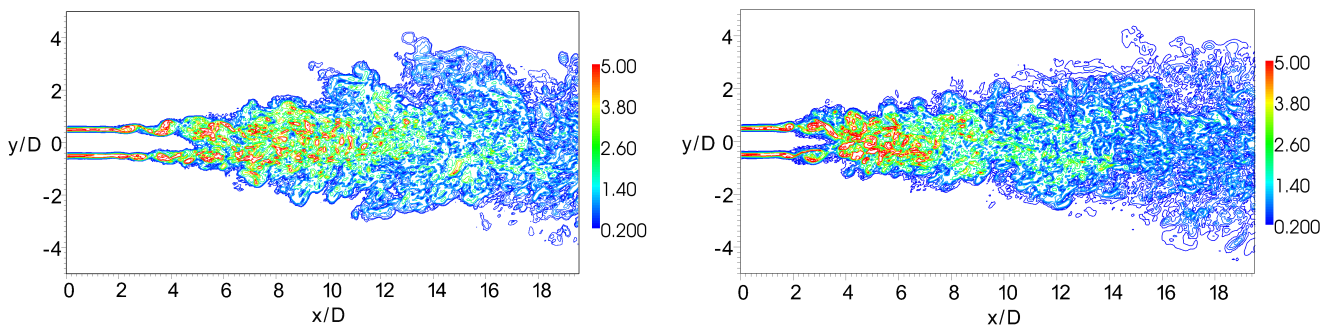
V.2.1 Dynamique tourbillonaire globale des écoulements

Une première image des jets simulés est donnée par des champs instantanés d'isosurface $Q = 0.5(U_j/D)^2$ colorés par la composante longitudinale de la vorticité sur la figure V.1 (a) pour le cas isotherme et (b) pour le cas anisotherme. Une première observation permet d'affirmer que l'on ne distingue pas de différence notable quant au développement des deux jets au-delà de $x/D = 5$. On remarque sur la figure V.2, représentant le champ de la norme de vorticité instantanée de chacun des jets (notons que les images V.1 et V.2 ne sont pas prises au même instant), que les effets de température sur le développement aérodynamique des jets semblent affecter plus particulièrement la croissance initiale des couches de cisaillement.



a) $T_j/T_\infty = 1$, seuil= 0.05. b) $T_j/T_\infty = 2.7$, seuil= 0.05.

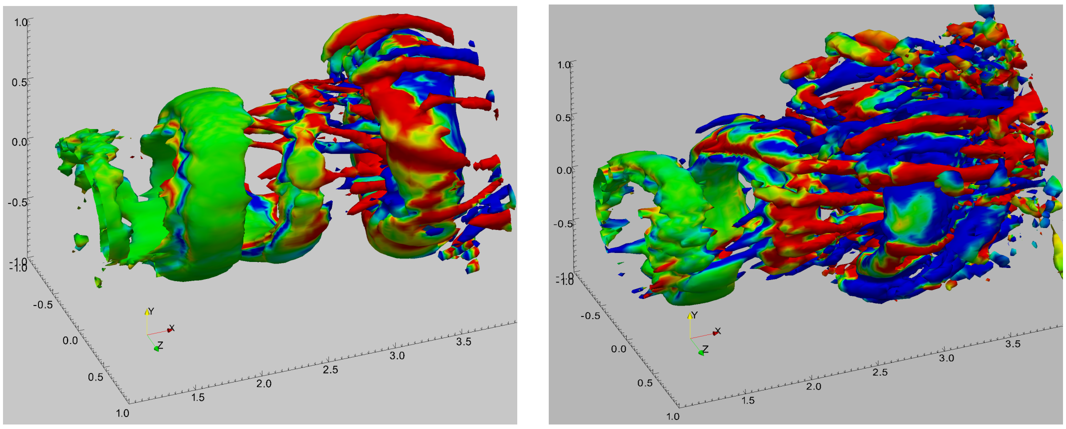
Figure V.1 – Vue d'ensemble des jets simples à Mach acoustique $M_a = 0.9$ et Reynolds $Re_D = 4.10^5$: isosurfaces de critère $Q = 0.5(U_j/D)^2$, illustrant les effets de température sur les structures tourbillonnaires, colorées par la vorticité longitudinale $-0.8 \leq \omega_x \leq 0.8$.



a) $T_j/T_\infty = 1$. b) $T_j/T_\infty = 2.7$.

Figure V.2 – Effets de température sur les jets simples à Mach acoustique $M_a = 0.9$ et Reynolds $Re_D = 4.10^5$: champs instantanés de la norme de vorticité, représentés par 10 iso-contours $0.2 \leq |\omega| \leq 5$.

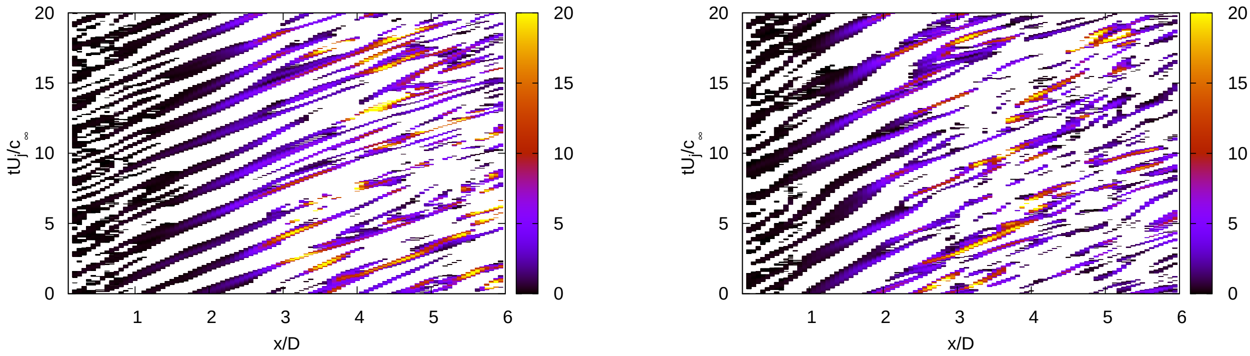
Sur les figures V.1, on peut voir que le processus de transition vers la turbulence semble être initié correctement aux alentours de $x/D = 2$ dans les deux cas. Néanmoins l'évolution des instabilités qui s'en suivent diffère. En effet, dans le cas isotherme, l'émergence de tourbillons primaires, issus de l'instabilité de Kelvin-Helmholtz, se déroule pour $x/D > 2$. On voit alors des structures axisymétriques (tourbillons annulaires) qui sont convectées, puis qui s'apparient au delà de $x/D = 4$ (figure V.2 (a)). Des paires de tourbillons longitudinaux contra-rotatifs apparaissent alors (mis en évidence en bleu et rouge selon le sens de rotation sur la figure V.1 (a)), qui conduisent à la transition vers une turbulence pleinement développée au-delà de $x/D = 5$. Dans le cas chaud, bien que le processus décrit précédemment soit identique, il se déroule beaucoup plus rapidement. En effet, on peut observer que les structures issues de l'instabilité primaire du jet apparaissent vers $x/D < 2$, et que l'apparition de tourbillons longitudinaux issus d'une instabilité azimuthale s'effectue immédiatement. La convection des structures primaires dans le cas du jet chaud ne semble s'effectuer que sur un diamètre, suivie d'appariements.



a) $T_j/T_\infty = 1$, seuil= 0.02　　b) $T_j/T_\infty = 2.7$, seuil= 0.02

Figure V.3 – Effets de température sur les structures primaires des jets simples à Mach acoustique $M_a = 0.9$ et Reynolds $Re_D = 4.10^5$: isosurfaces de critère $Q = 0.5(U_j/D)^2$ colorées par la vorticité longitudinale $-0.8 \leq \Omega_x \leq 0.8$.

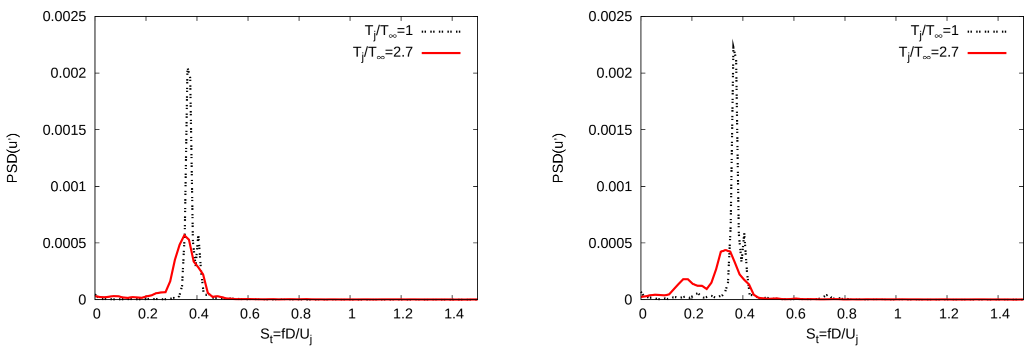
Ces observations sont mises en évidence sur la figure V.3. Nous effectuons un zoom sur une zone comprise entre $1 \leq x/D \leq 4$ et $-1 \leq y/D, z/D \leq 1$, dans laquelle nous avons tracé des isocontours de critère Q. Ainsi, dans le cas isotherme, une première structure primaire se forme aux alentours de $x/D = 1.5D$, suivie de l'apparition de tourbillons secondaires entre $2 \leq x/D \leq 3$, puis la structure primaire en $x/D = 3$ présente le mécanisme décrit dans l'état de l'art I.1.1.2. En effet, les tourbillons longitudinaux relient l'extérieur de l'anneau amont avec l'intérieur de l'anneau aval, ce qui à pour effet d'accélérer l'enroulement tourbillonnaire. Dans le cas anisotherme, si ce phénomène intervient de manière similaire, il se produit plus en amont et les structures secondaires émergent dès $x/D = 1.5$. La convection des structures cohérentes sur la couche de cisaillement ($y = r_o$), est illustré par l'évolu-



a) $T_j/T_\infty = 1$ b) $T_j/T_\infty = 2.7$

Figure V.4 – Diagrammes de Hovmöller des structures primaires dans les jets simples en $y = r_o$.

tion temporelle du critère Q sur la figure V.4 (aussi connue sous le nom de diagramme de Hövmoller [278]). On distingue de cette manière que ces structures ont dans les deux cas une vitesse de convection et une longueur d'onde constante. Ainsi qu'il était attendu, on observe que la température a pour effet de diminuer la vitesse de convection et la longueur d'onde des structures. De plus ces tourbillons semblent être décorrélés dès $x = 3D$ dans le cas chaud alors que cela se produit aux alentours de $x/D = 4$ pour le jet froid.

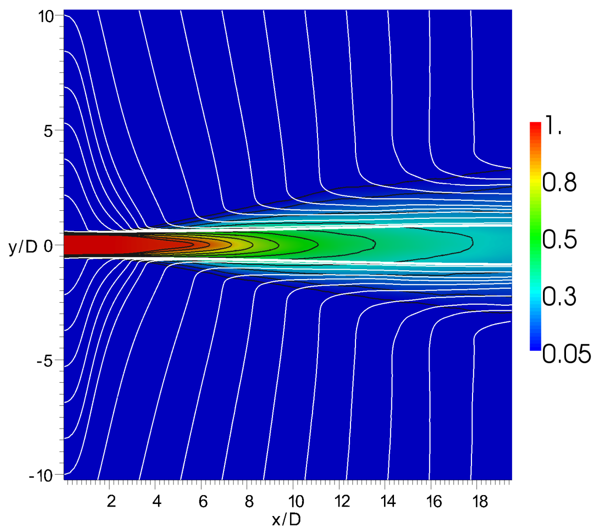


a) $x/D = 2.3$ b) $x/D = 3$

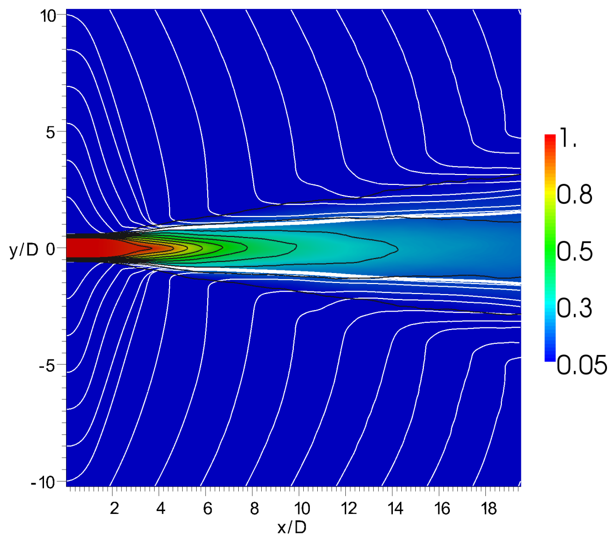
Figure V.5 – Spectre de vitesse longitudinale en amont du cône potentiel en $y = r_o$.

La figure V.5 montrent les spectres de vitesse longitudinale sur la couche de mélange $y = r_o$ pour les jets 1 et 2. En $x/D = 2.3$ la fréquence la plus instable sélectionnée par le profil de vitesse, qui caractérise l'apparition des structures cohérentes, est défini par un nombre de Strouhal $St = 0.38$

pour le jet isotherme et $St = 0.36$ pour le chaud. Ces deux fréquences sont très proches, ce qui tend à montrer que l'émergence de ces structures est similaire dans ces deux cas. Néanmoins, l'amplitude des densités spectrales de puissance pour le jet froid est plus de trois fois supérieure à celle du jet chaud pour $x/x_c \geq 0.5$. On note également que le spectre du jet isotherme s'étend sur une bande spectrale moins large que le jet chaud. De plus, en $x/D = 3$ l'énergie du jet chaud a déjà été redistribuée vers un sous-harmonique à Strouhal $St = 0.18$.



a) $T_j/T_\infty = 1.$



b) $T_j/T_\infty = 2.7.$

Figure V.6 – Champ moyen de la vitesse axiale des jets simples à Mach acoustique $M_a = 0.9$ et Reynolds $Re_D = 4.10^5$: coupe dans le plan $(\vec{x},\vec{y})$, illustrant les effets de température sur l'entraînement du fluide environnant.

Afin de caractériser l'effet de ces différences sur l'écoulement moyen nous avons tracé le profil de vitesse moyenne ainsi que les lignes de courant associées sur la figure V.6. On observe l'entraînement du fluide environnant dans les deux cas, ce qui atteste que l'entrée de fluide dans le domaine de calcul est correctement assurée par les conditions aux limites "3D-NSCBC". De plus, la zone éponge disposée tout autour du domaine physique de calcul ne semble pas affecter le champ moyen de vitesse. Néanmoins, si l'entraînement est similaire dans les deux jets en amont du cône potentiel, dans le cas chaud on met en évidence qu'il est considérablement augmenté plus en aval. En effet, alors que les lignes de courant latérales arrivent perpendiculairement à l'axe du jet isotherme en fin de domaine, dans le cas chaud elles sont orientées dans la direction de l'écoulement. Néanmoins les champs moyens de vitesse ont un développement similaire. En accord avec les observations expérimentales et numériques [7, 13], le cône potentiel est sensiblement plus court lorsque le jet est chaud.
Ainsi, dans le cas isotherme, le cône potentiel a une longueur de $x_c = 10.3r_o$, pour le point sur l'axe

où la vitesse atteint 95% de la vitesse initiale du jet, et une longueur de $x_c = 7.4r_o$ pour le jet chaud. En comparaison, la loi de Lau I.1 prédit une longueur de $10.2r_o$ pour le jet froid, et $9r_o$ dans le cas où $T_j/T_\infty = 2.7$. Nous avons comparé sur la figure V.7 (a) nos résultats avec ceux obtenus expérimentalement par Jordan et *al.*, ainsi que par Bridges et Wernet.

On peut observer alors sur la figure V.7 (a) que la taille de cône potentiel prédite par notre SGE dans le cas isotherme est en bon accord avec les résultats expérimentaux. Cependant, la décroissance de la vitesse moyenne sur l'axe est plus rapide au delà de $13r_o$, de la même façon que les résultats obtenus dans le chapitre précédent. D'un autre côté, dans le cas du jet chaud, notre SGE sous-estime cette longueur d'environ $0.8D$, et là aussi la décroissance de la vitesse moyenne sur l'axe semble plus importante. Néanmoins, si l'on veut se soustraire aux effets de nombre de Mach et de température, la comparaison avec les données expérimentales n'est pas évidente.

De la même manière que Bridges et Wernet, ainsi que Bodony [7], nous avons utilisé la corrélation de Witze [279] pour obtenir la même longueur de cône potentiel pour chaque cas considéré (figure V.7 (b)) tel que :

$$\left\{ \begin{array}{l} x_c = 0.7\left[\kappa^2\left(\rho_\infty/\rho_j\right)\right]^{-1/2} \\ \kappa = 0.08\left(1-0.16M_j\right)\left(\rho_\infty/\rho_j\right)^{0.22} \end{array} \right. \tag{V.2}$$

On peut alors observer que cette normalisation permet de comparer les effets de température sur la décroissance du profil de vitesse moyenne, les longueurs de cône potentiel en étant affranchies. Alors que les résultats expérimentaux semblent peu affectés par les effets de température, ainsi qu'il a été observé par Bridges et Wernet [48], ce n'est pas le cas pour les jets issus de SGE. Ce résultat a déjà fait l'objet d'une discussion par Bodony [7] et est lié à l'utilisation d'un modèle sous-maille, ainsi qu'à un manque de résolution spatiale, comme cela a été décrit dans le chapitre précédent. Malgré cela, on peut observer sur les figures V.7 (c) et (d) que nos simulations permettent un développement auto-similaire pour les profils radiaux de vitesse moyenne axiale pour $1 \leq x/D \leq 5$, qui se comparent très bien avec les mesures, aussi bien dans le cas isotherme que dans le cas anisotherme. Sur les figures V.7 (e) et (f) sont présentées respectivement les demi-croissances des jets 1 et 2, ainsi que l'évolution de leur débit. Ces résultats confirment les observations effectuées plus haut. Ainsi, le fait de chauffer un jet entraîne une croissance plus rapide de ce dernier par rapport au cas froid d'environ 10%, ce qui se caractérise par un entraînement plus important (les comparaisons faites avec les résultats numériques de Bodony sont données à titre indicatif). Néanmoins, nous avons vu dans le chapitre I que la courbe de Dimotakis I.15 prévoyait 16% d'augmentation. Le résumé des paramètres de développement moyen des jets est donné dans le tableau V.4. On peut observer que nos résultats sont en accord avec les principaux résultats expérimentaux donnés dans le chapitre I.1.1, tableau I.1.

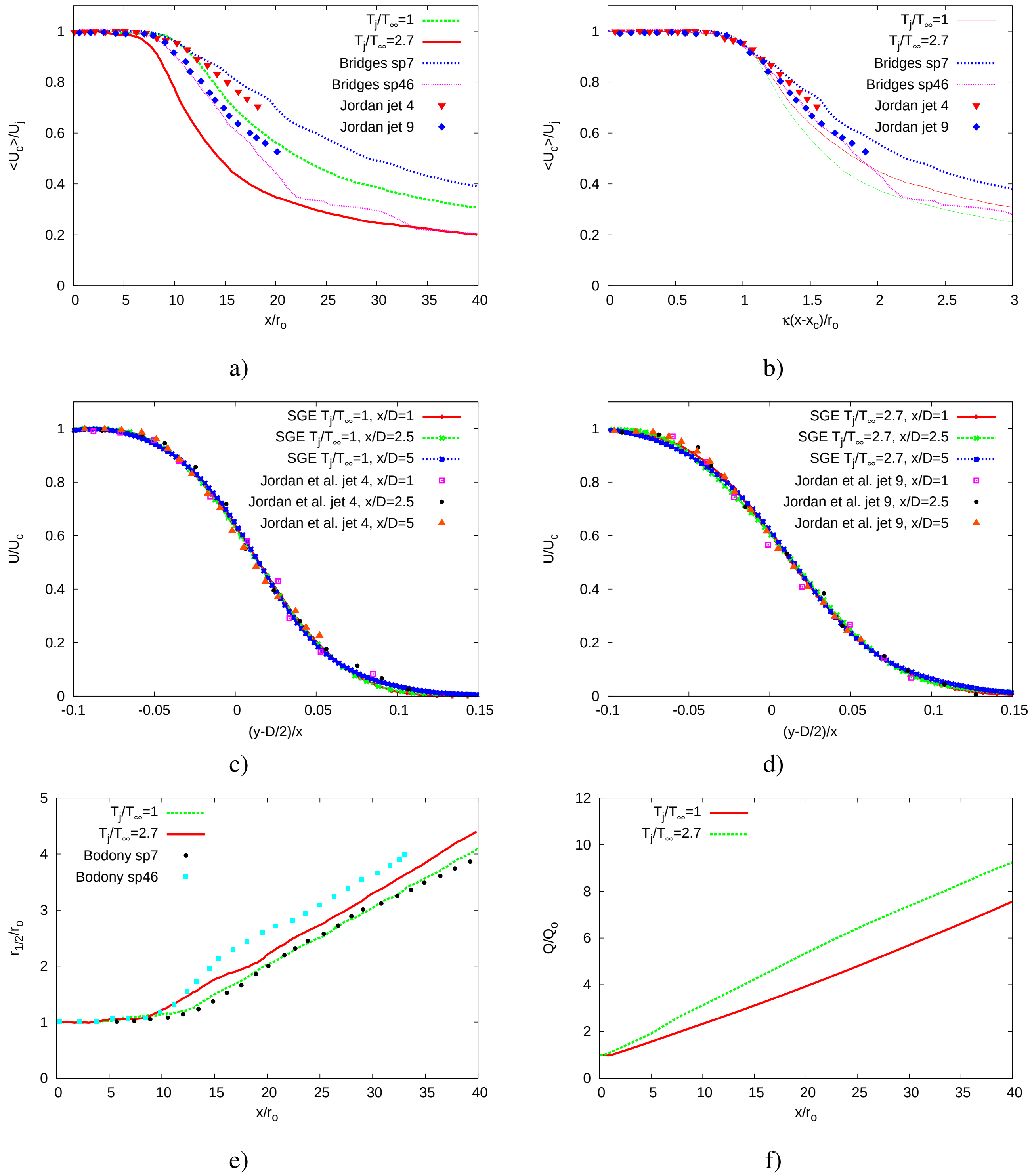
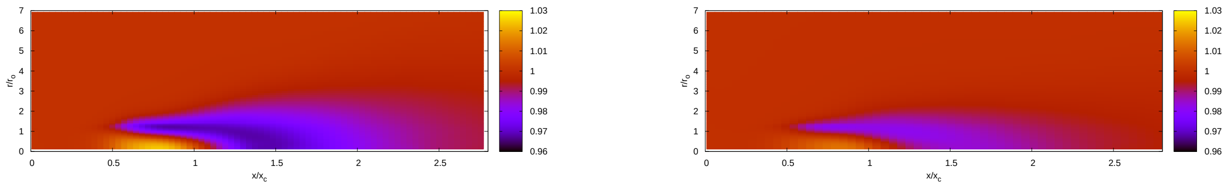


Figure V.7 – Effets de température sur les quantités moyennes globales des jets simples à Mach acoustique $M_a = 0.9$ et Reynolds $Re_D = 4.10^5$: (a) Evolution de la vitesse axiale moyenne. (b) Evolution de la vitesse axiale moyenne selon les coordonnées de Witze.(c) Evolution radiale de la vitesse axiale moyenne dans le cas isotherme. (d) Evolution radiale de la vitesse axiale moyenne dans le cas anisotherme. (e) Demi-largeur des jets $r_{1/2}/r_o$. (f) Débits Q/Q_o

Configuration	x_c	x_o	A	B	C	$d\omega/dx$
jet 1	$10.3r_o$	$0.5r_o$	0.105	5	0.36	0.2
jet 2	$7.4r_o$	$0.5r_o$	0.112	3.45	0.42	0.23

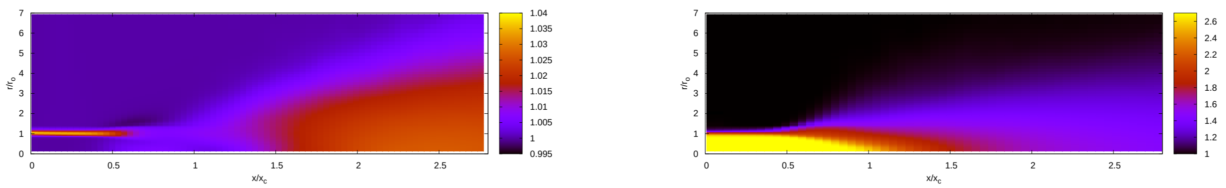
Tableau V.4 – Effets de température sur les jets simples à Mach acoustique $M_a = 0.9$ et Reynolds $Re_D = 4.10^5$: paramètres de développement moyen.

Les champs moyens de pression, température et de densité sont représentés sur les figures V.8,V.9, et V.10, dont l'abscisse est normalisée par la longueur de cône potentiel. Dans le cas du jet isotherme, les variations de densité moyenne sont associées à des effets de compressibilité et d'échauffement par dissipation visqueuse.



a) $T_j/T_\infty = 1$ b) $T_j/T_\infty = 2.7$

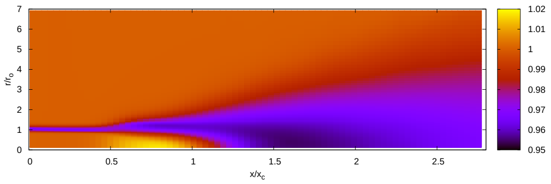
Figure V.8 – Champ moyen de la pression $< P > /P_\infty$ dans les jets simples à Mach acoustique $M_a = 0.9$ et Reynolds $Re_D = 4.10^5$.



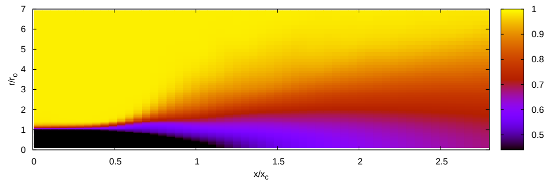
a) $T_j/T_\infty = 1$ b) $T_j/T_\infty = 2.7$

Figure V.9 – Champ moyen de la température $< T > /T_\infty$ dans les jets simples à Mach acoustique $M_a = 0.9$ et Reynolds $Re_D = 4.10^5$.

Dans le cas isotherme, on observe une corrélation entre les champs moyens de densité et de température dans la couche de cisaillement en amont du cône potentiel. Cela montre que la très faible diminution de la valeur moyenne de densité dans cette région est due à un effet d'entropie (la pression



a) $T_j/T_\infty = 1$



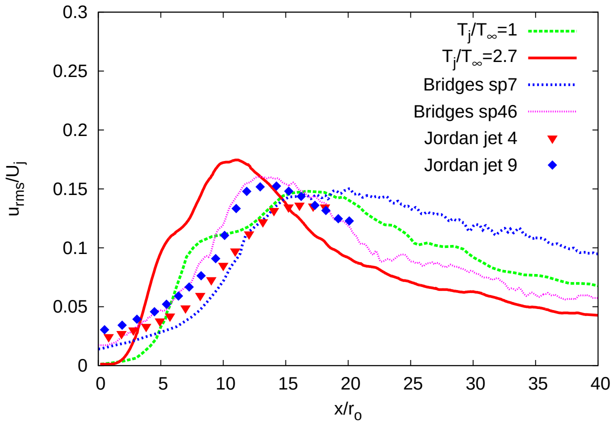
b) $T_j/T_\infty = 2.7$

Figure V.10 – Champ moyen de densité $< \rho > / \rho_\infty$dans les jets simples à Mach acoustique M_a = 0.9 et Reynolds $Re_D = 4.10^5$.

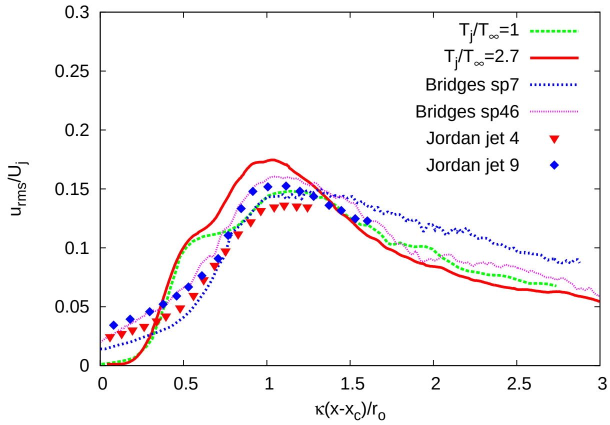
moyenne reste inchangée). On observe que la densité moyenne augmente en amont du cône potentiel, puis diminue, en corrélation avec les variations de pression moyenne.

Des conclusions similaires à celles tirées des profils de vitesses moyennes peuvent être établies à partir des variations des vitesses fluctuantes sur l'axe, présentées sur la figure V.11. En effet, on observe, en accord avec les résultats expérimentaux, que le fait de chauffer un jet en conservant une vitesse constante entraîne une augmentation de l'amplitude du pic de u_{rms}/U_j et de v_{rms}/U_j par rapport au cas isotherme, avec une position de ce pic situé plus en amont, en relation avec la longueur de cône potentiel et le taux de croissance des jets chauds [46].De plus, en dépit du fait que nos calculs surestiment légèrement les mesures expérimentales d'environ 8%, nous retrouvons une augmentation l'intensité turbulente d'environ 10% lorsque le jet est chauffé, conformément aux observations de Bridges et Wernet.

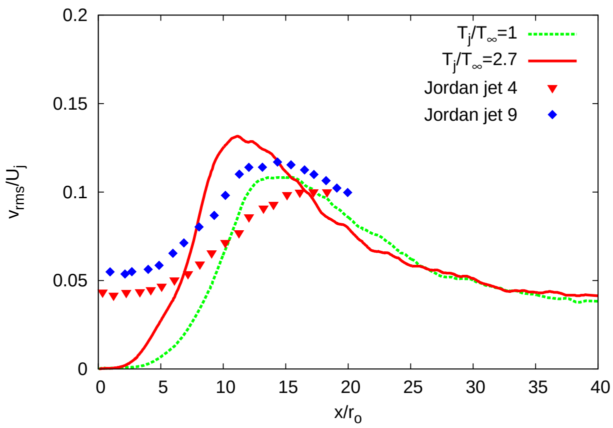
L'étude de la nature spatio-temporelle de la turbulence hydrodynamique des jets nous permet de caractériser la signature des fluctuations de vitesse turbulente en terme d'échelles de temps et d'espace. En effet, ainsi que nous l'avons précisé dans le chapitre précédent le comportement spatio-temporel d'un écoulement turbulent est lié aux mécanismes générateurs de bruit. Dans cette section, nous ne nous intéresserons qu'à des corrélations bidimensionnelles à une échelle de temps et d'espace. Nous avons représenté sur la figure V.12 l'évolution des corrélations spatiales de vitesse longitudinale en deux points pour les jets isotherme (a) et anisotherme (b) sur la couche de cisaillement des jets $y = r_o$. On observe, en accord avec les résultats numériques de Bodony [115] que dans chaque cas, le développement de R_{uu} présente le même comportement de croissance et décroissance en amont et aval du cône potentiel. Le lien avec l'évolution de l'énergie cinétique turbulente sur la figure V.19 est évident comme ces corrélations sont représentatives du développement spatial de la taille et de l'énergie des grosses structures turbulentes. Les échelles intégrales de longueur dans la direction longitudinale L_{uu} et L_{vv} sont calculées et tracées sur la figure V.13. Nous comparons nos résultats



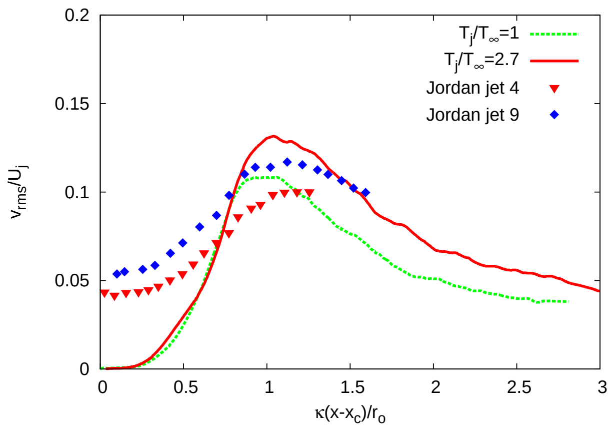
a) u_{rms}/U_j, $y = 0$



b) u_{rms}/U_j (corrélation de Witze), $y = 0$



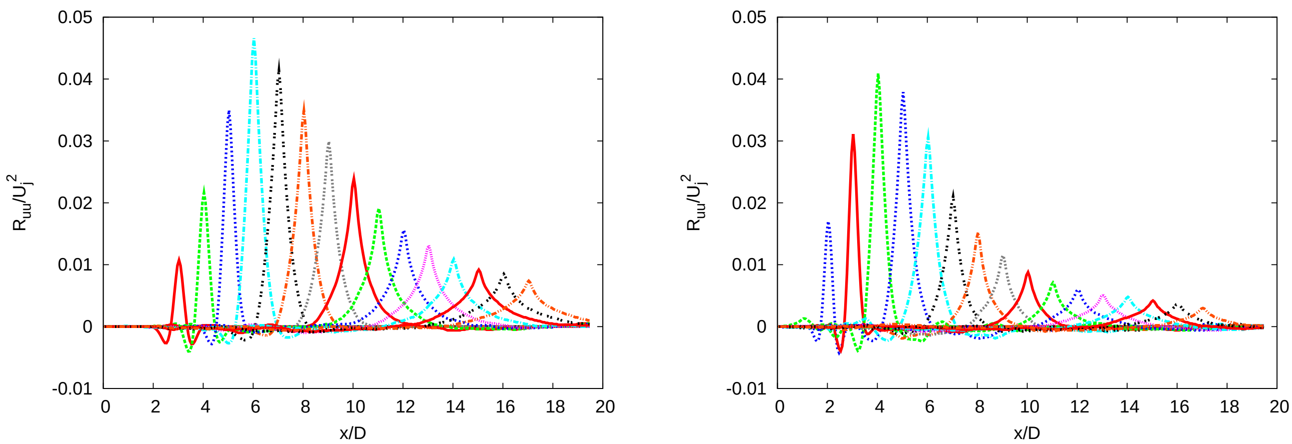
c) v_{rms}/U_j, $y = 0$



d) v_{rms}/U_j (corrélation de Witze), $y = 0$

Figure V.11 – Effets de température sur la turbulence des jets simples à Mach acoustique $M_a = 0.9$ et Reynolds $Re_D = 4.10^5$: (a) évolution des fluctuations de vitesse longitudinale u_{rms}/U_j sur l'axe des jets. (b) évolution des fluctuations de vitesse longitudinale u_{rms}/U_j sur l'axe des jets selon les coordonnés de Witze. (c) évolution des fluctuations de vitesse transversale v_{rms}/U_j sur l'axe des jets. (b) évolution des fluctuations de vitesse transversale v_{rms}/U_j sur l'axe des jets selon les coordonnés de Witze.

avec ceux de Bridges et Wernet [48], et également avec ceux de Fleury [262], que nous avons déjà utilisés précédemment IV.3. En effet, Bridges et Wernet insistent sur le fait que leurs résultats sur les échelles intégrales spatiales contiennent une incertitude significative de mesure d'environ $\pm 0.1D$. On note tout d'abord que nos résultats sont en bon accord avec ceux de Fleury dans le cas isotherme pour des positions $x/D \geq 4$, mais que nous surestimons largement la taille de ces échelles en amont de cette position. La différence avec les résultats de Bridges et Wernet est cohérente avec l'erreur



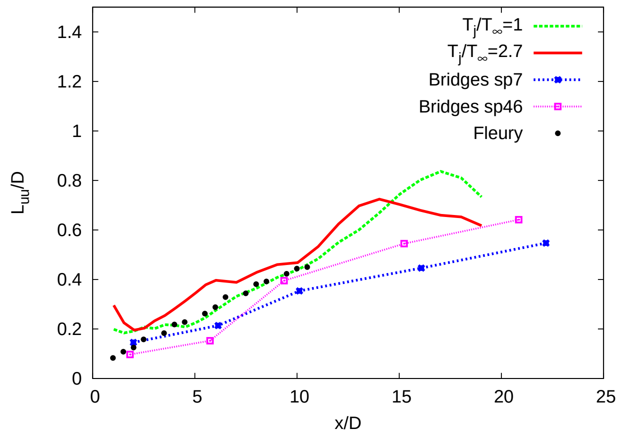
a) $T_j/T_\infty = 1$, $y = r_o$ b) $T_j/T_\infty = 2.7$, $y = r_o$

Figure V.12 – Effets de température sur l'évolution axiale des corrélations spatiales de vitesse longitudinale R_{uu} des jets simples à Mach acoustique $M_a = 0.9$ et Reynolds $Re_D = 4.10^5$ pour $y = r_o$: (a) jet isotherme $T_j/T_\infty = 1$. (b) jet anisotherme $T_j/T_\infty = 2.7$. Les positions axiales considérées sont prises entre $3 \leq x/D \leq 17$ pour le jet isotherme et $1 \leq x/D \leq 17$ pour le jet anisotherme, par pas de $1D$.

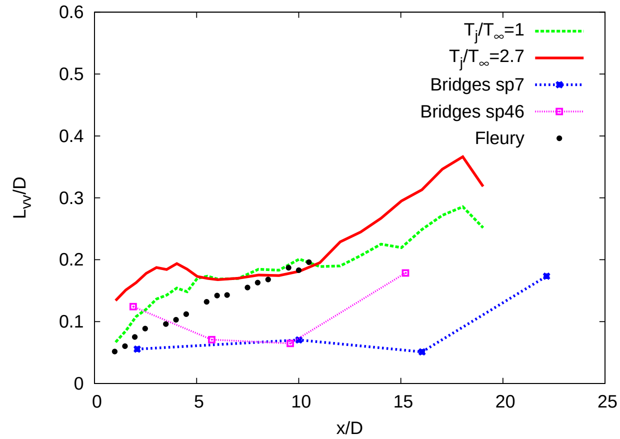
annoncée. On voit clairement, et en accord avec ce qui a été observé expérimentalement, que les effets de température augmentent la taille des échelles intégrales. Toutefois ces résultats mettent en évidence notre manque de résolution en maillage, ce qui explique la légère vague observée sur les corrélations spatiales en amont du cône potentiel (V.12). De plus le fait que nous surestimons L_{vv} peut être également amplifié du fait de l'approche cartésienne considérée.

La figure V.14 présente les corrélations spatio-temporelles de la vitesse axiale sur la couche de cisaillement du jet au niveau du cône potentiel de chacun des jets. Chaque figure inclue l'autocorrélation des fluctuations de vitesse et 21 corrélations, séparées par une distance axiale de $3\Delta_{xmin}$. Au premier abord, on peut voir que le fait de chauffer un jet à vitesse constante entraîne une décroissance plus rapide des corrélations, caractéristique d'un temps mémoire de la turbulence plus faible. L'intégration de ces corrélations fournit alors l'échelle intégrale de temps de la turbulence, et son évolution, représentée sur la figure V.15. Bien que nos résultats surestiment les données expérimentales, la tendance de croissance semble respectée, ce qui indique le bon comportement de nos simulations quant à l'évolution du temps de renouvellement du signal turbulent.

L'évolution spatio-temporelle de ces corrélations, représentée sur la figure V.16 sur la couche de cisaillement des jets, nous permet alors d'étudier l'influence des effets de température sur la vitesse de convection de la turbulence, dont l'évolution est donnée par les figures V.17 (a) et (b), respectivement sur l'axe et la couche de cisaillement des jets. De la même manière que les résultats expérimentaux, on

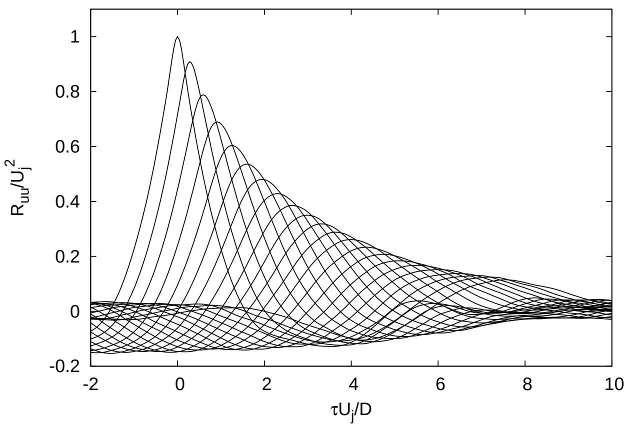


a)

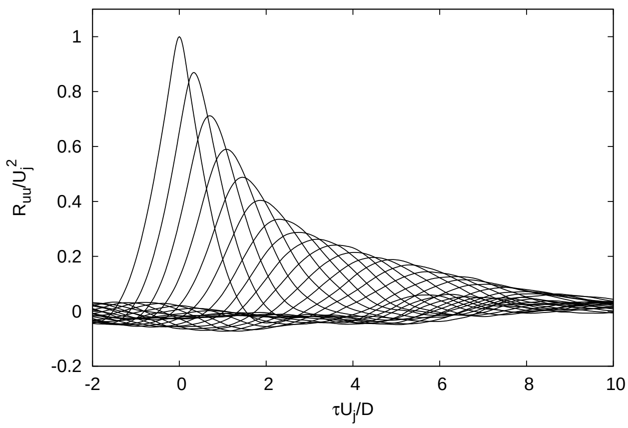


b)

Figure V.13 – Effets de température sur l'évolution axiale des échelles intégrales de longueur des jets simples à Mach acoustique $M_a = 0.9$ et Reynolds $Re_D = 4.10^5$ au centre de la couche de cisaillement : (a) L_{uu}. (b) L_{vv}.



a) $T_j/T_\infty = 1$, $x = x_c$ et $y = r_o$



b) $T_j/T_\infty = 2.7$, $x = x_c$ et $y = r_o$

Figure V.14 – Effets de température sur l'évolution des corrélations spatio-temporelles de vitesse longitudinale R_{uu} des jets simples à Mach acoustique $M_a = 0.9$ et Reynolds $Re_D = 4.10^5$ pour $x = x_c$ et $y = r_o$: (a) jet isotherme $T_j/T_\infty = 1$. (b) jet anisotherme $T_j/T_\infty = 2.7$.

observe que la température ne semble entraîner une légère augmentation de la vitesse de convection qu'en aval du cône potentiel seulement, notamment sur la couche de cisaillement des jets.

La figure V.18 présentent le développement des spectres de fluctuations de vitesse longitudinales (a), de fluctuations de pression (b), et de température (c) en aval sur l'axe du jet en $x/X_c = 3$. On peut

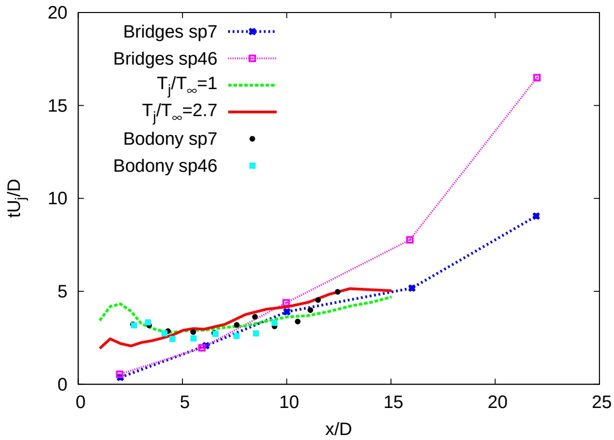
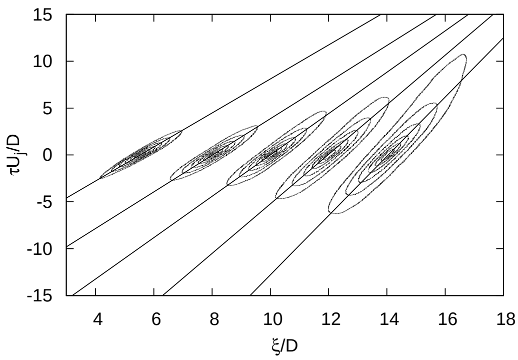
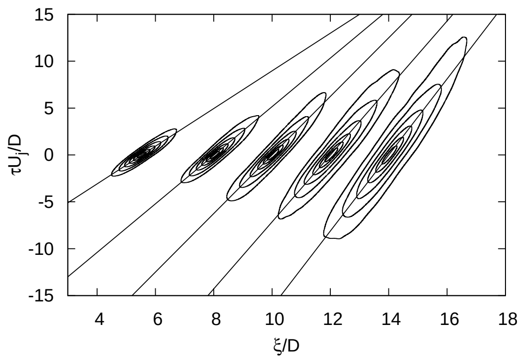


Figure V.15 – Effets de température sur l'évolution axiale des échelles intégrales de temps des jets simples à Mach acoustique $M_a = 0.9$ et Reynolds $Re_D = 4.10^5$ au centre de la couche de cisaillement.



a) $T_j/T_\infty = 1$

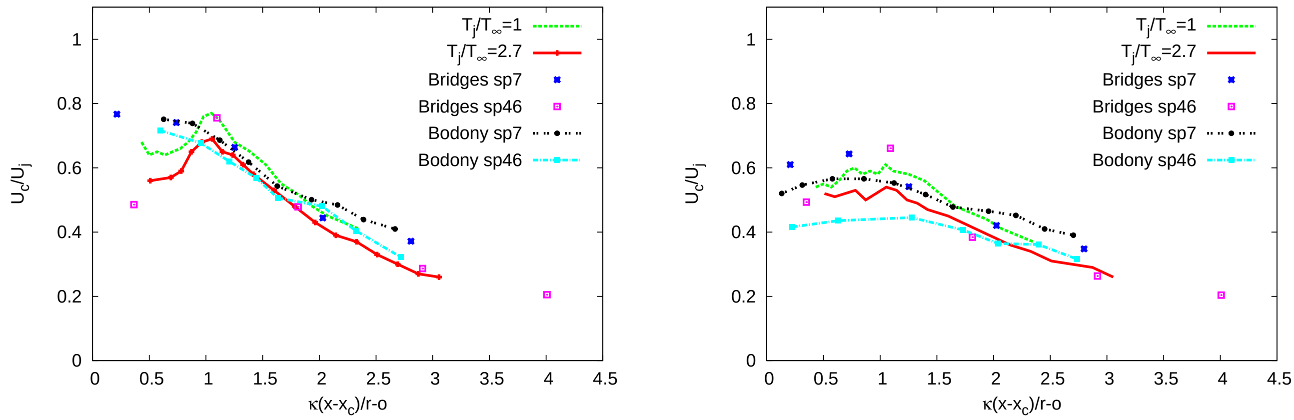


b) $T_j/T_\infty = 2.7$

Figure V.16 – Effets de température sur l'évolution axiale des corrélations spatio-temporelles de vitesse longitudinale R_{uu} des jets simples à Mach acoustique $M_a = 0.9$ et Reynolds $Re_D = 4.10^5$ pour différentes positions axiales respectivement $x/r_o = 5.5, 8, 10, 12, 14$, et $y = r_o$. Représentation de 7 isocontours entre 0.3 et 0.9 par pas de 0.1 : (a) jet isotherme $T_j/T_\infty = 1$. (b) jet anisotherme $T_j/T_\infty = 2.7$.

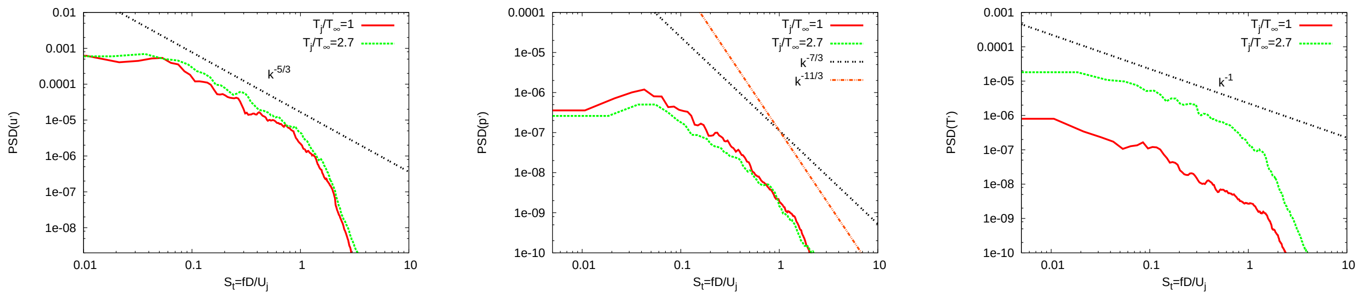
observer que pour chacun des deux jets, les spectres de vitesse (a) possèdent une zone inertielle en loi de puissance $k^{-5/3}$ sur plus d'une décade, suivie d'une région dissipative. Ce résultat montre que l'écoulement a bien atteint un état de turbulence pleinement développé.

On observe sur les spectres de pression la transition d'une loi de puissance en $k^{-11/3}$ vers une loi



a) $y = 0$ b) $y = r_o$

Figure V.17 – Effets de température sur l'évolution axiale des vitesses de convection des jets simples à Mach acoustique M_a = 0.9 et Reynolds Re_D = 4.10^5 (corrélations de Witze) : (a) $y = 0$. (b) $y = r_o$.



a) b) c)

Figure V.18 – Spectre de vitesse longitudinale (a), de fluctutations de pression (b), et de température (c) dans les jets simples à Mach acoustique M_a = 0.9 et Reynolds Re_D = 4.10^5 pour $x/x_c = 3$ sur l'axe ($y = 0$).

de puissance en $k^{-7/3}$ pour la zone inertielle. Au sens de l'analyse de George et *al.* [280] pour les jets axisymétriques incompressibles, une loi de puissance en $k^{-7/3}$ (en accord avec la loi proposée par Oboukhov [281]) caractérise l'interaction de la turbulence avec elle même, alors qu'une loi de puissance en $k^{-11/3}$ caractérise les interactions de la turbulence avec l'écoulement moyen. Pour les spectres de température une loi de puissance en k^{-1} est observé. Elle est caractéristique d'une région inertielle turbulente conductive. Ce comportement fut observé également dans de nombreuses études expérimentales (par exemple Villermaux et Rehab dans les jets coaxiaux [282] et numériques [187, 283]. De plus, ce résultat se retrouve analytiquement en suivant un raisonnement similaire à la théorie d'Oboukhov. Ce comportement spectral est interprété comme le résultat de l'étirement tourbillonnaire par les gradients de vitesse à grandes échelles.

V.2.2 Effets de température sur la turbulence

L'évolution des fluctuations turbulentes normalisées est présenté sur les figures V.19 et V.20. On compare l'évolution des tensions de Reynolds du jet isotherme et du jet chauffé de deux manières différentes : en normalisant par $\bar{\rho}/\rho_\infty$ (normalisation aéroacoustique) et par $\bar{\rho}/\rho_j$ (normalisation dynamique). Avec ces deux approches nous pouvons ainsi étudier les différences de comportement entre les deux jets, soit par rapport au fluide ambiant (qui est le même dans les deux cas), soit en fonction de la quantité de mouvement initiale.

On peut voir sur la figure V.20 que les tensions de Reynolds ainsi que l'énergie cinétique turbulente présentent des comportements très diffèrents. En effet, dans le cas du jet chaud, le niveau des fluctuations est plus élevé et ces dernières ont une étendue spatiale plus large que dans le cas isotherme. Néanmoins, on peut observer que les pic d'amplitude se situent approximativement sur la couche de cisaillement en fin de cône potentiel pour les deux jets. On peut expliquer les niveaux de fluctuations plus élevés dans le cas chaud par un effet de densité $\bar{\rho}/\rho_j$ moyenne. En effet, lorsque le jet chaud de faible densité se mélange avec l'air ambiant, la densité augmente localement. Ainsi, la densité plus élevée du milieu ambiant s'ajoute aux fluctuations de quantité de mouvement et augmente leur niveau. Au regard de la quantité de mouvement initiale, un jet chaud a ainsi la capacité de générer localement de plus hauts niveaux de fluctuations. Comme la conservation de la quantité de mouvement est respectée à ±5% (figure V.22), cela implique que le jet chaud doit présenter des accélérations locales et des niveaux de fluctuations de pression plus importantes que son homologue isotherme.

Toutefois, si nous basons notre analyse du point de vue d'une analogie acoustique dans le but d'étudier les mécanismes responsables de la production de bruit, ce sont les niveaux de fluctuations normalisés par les propriétés du fluide ambiant qui sont importants. Ainsi, on peut voir sur la figure V.19 que dans ce cas, un jet chaud présente des niveaux de fluctuations moins intenses que le jet froid. Notamment, dans le cas isotherme, il semblerait que l'énergie cinétique turbulente présente un taux de croissance radiale plus importante en aval du cône potentiel.

Finalement, les fluctuations de pressions sont représentées sur la figure V.21. En normalisant par $\rho_j U_j^2$, le jet chaud présente effectivement des niveaux plus élevés, en accord avec les observations précédentes. On observe que le pic d'intensité maximum est localisé plus en aval que ceux des fluctuations turbulentes. En effet, en théorie, le terme relatif au bruit de cisaillement dans l'équation de Lighthill reformulée par Ribner [284, 285] (aussi connu sous le nom de "fast pressure term") $\overline{U}u'$,

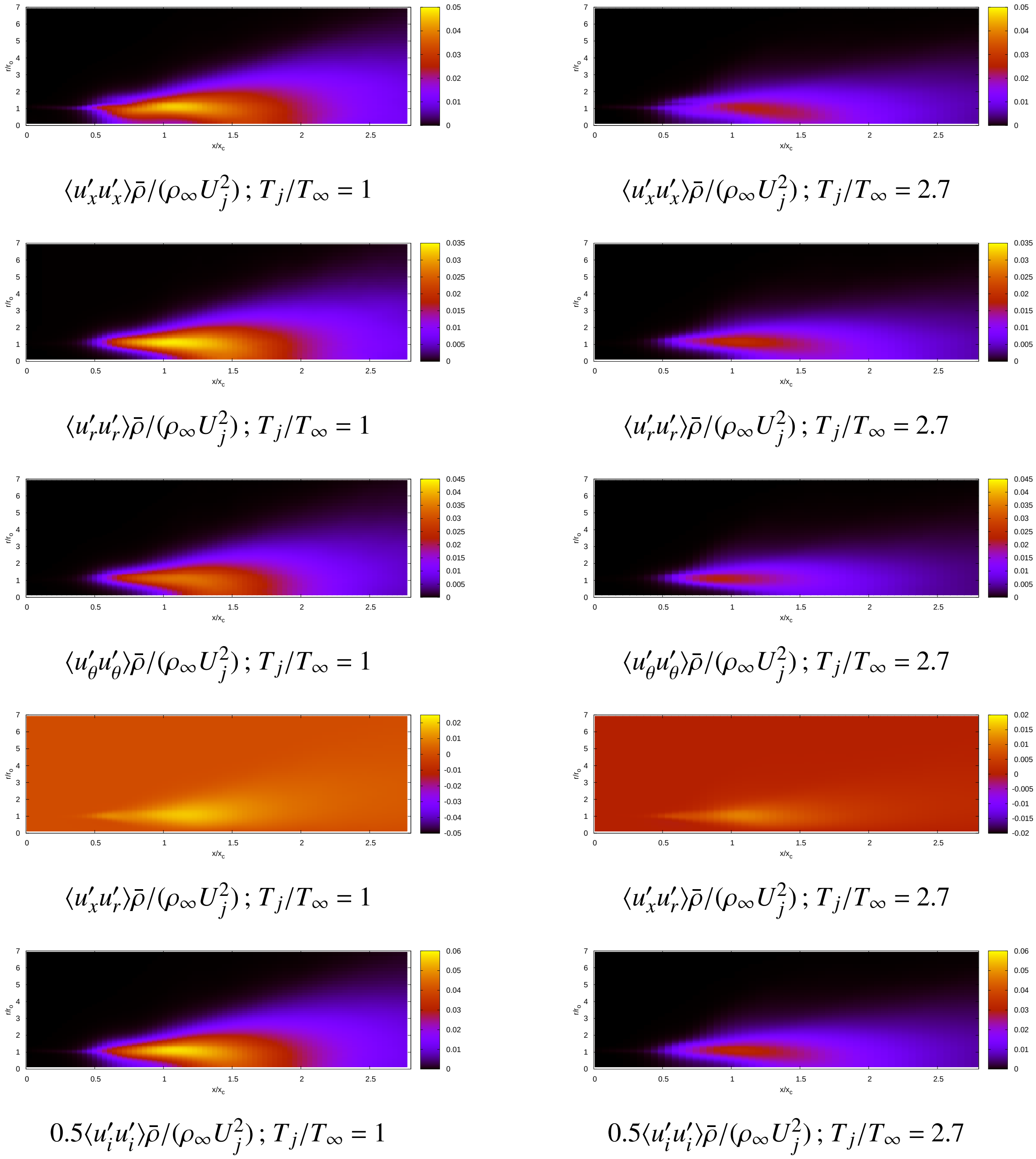
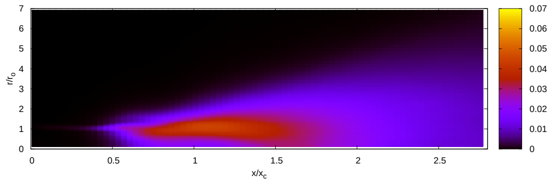
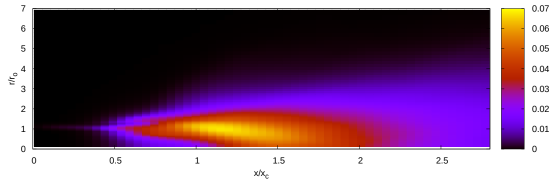


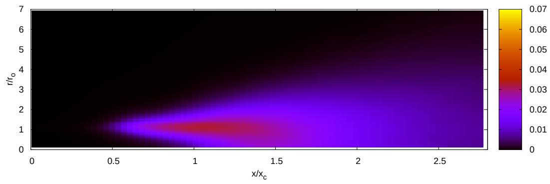
Figure V.19 – Comparaison des tensions de Reynolds et de l'énergie cinétique turbulente dans les jets simples à Mach acoustique $M_a = 0.9$ et Reynolds $Re_D = 4.10^5$; normalisation aéroacoustique.



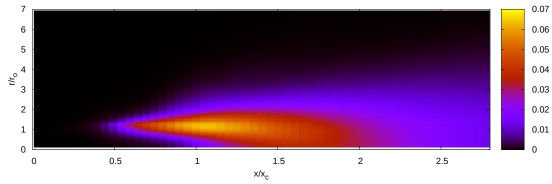
$\langle\bar{\rho}u_x'u_x'\rangle/(\rho_j U_j^2)$; $T_j/T_\infty = 1$



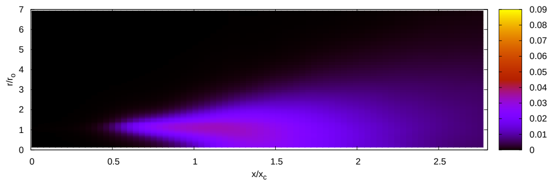
$\langle\bar{\rho}u_x'u_x'\rangle/(\rho_j U_j^2)$; $T_j/T_\infty = 2.7$



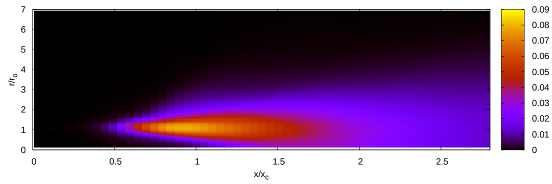
$\langle\bar{\rho}u_r'u_r'\rangle/(\rho_j U_j^2)$; $T_j/T_\infty = 1$



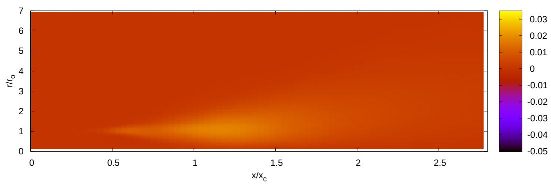
$\langle\bar{\rho}u_r'u_r'\rangle/(\rho_j U_j^2)$; $T_j/T_\infty = 2.7$



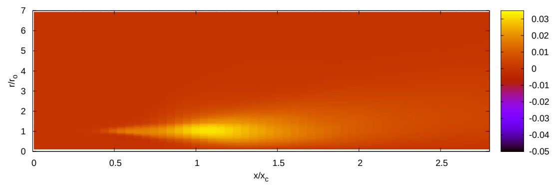
$\langle\bar{\rho}u_\theta'u_\theta'\rangle/(\rho_j U_j^2)$; $T_j/T_\infty = 1$



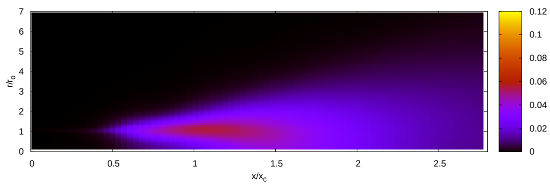
$\langle\bar{\rho}u_\theta'u_\theta'\rangle/(\rho_j U_j^2)$; $T_j/T_\infty = 2.7$



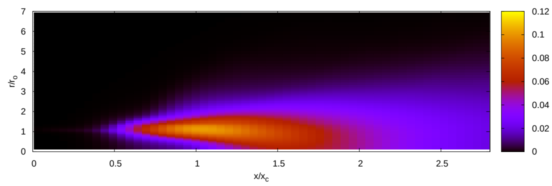
$\langle\bar{\rho}u_x'u_r'\rangle/(\rho_j U_j^2)$; $T_j/T_\infty = 1$



$\langle\bar{\rho}u_x'u_r'\rangle/(\rho_j U_j^2)$; $T_j/T_\infty = 2.7$

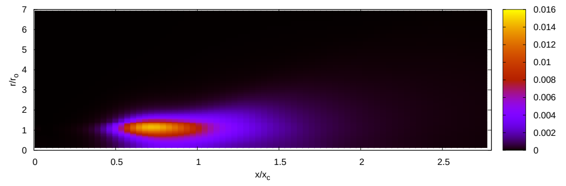


$0.5\langle\bar{\rho}u_i'u_i'\rangle/(\rho_j U_j^2)$; $T_j/T_\infty = 1$

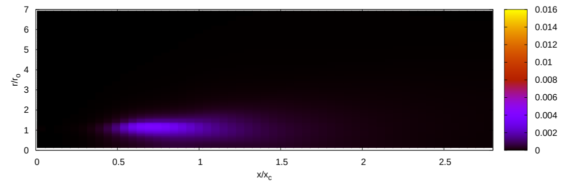


$0.5\langle\bar{\rho}u_i'u_i'\rangle/(\rho_j U_j^2)$; $T_j/T_\infty = 2.7$

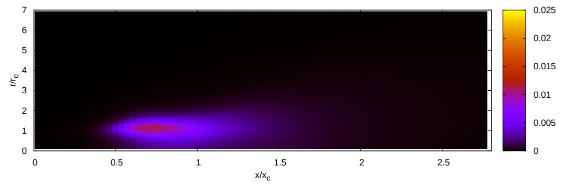
Figure V.20 – Comparaison des tensions de Reynolds et de l'énergie cinétique turbulente dans les jets simples à Mach acoustique $M_a = 0.9$ et Reynolds $Re_D = 4.10^5$; normalisation dynamique.



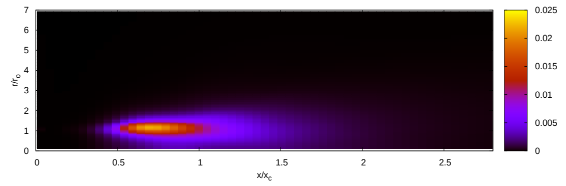
$\langle p'p' \rangle / P_\infty^2$; $T_j/T_\infty = 1$



$\langle p'p' \rangle / P_\infty^2$; $T_j/T_\infty = 2.7$



$\langle p'p' \rangle / (\rho_j^2 U_j^4)$; $T_j/T_\infty = 1$



$\langle p'p' \rangle / (\rho_j^2 U_j^4)$; $T_j/T_\infty = 2.7$

Figure V.21 – Comparaison des taux de fluctuations de pression dans les jets simples à Mach acoustique $M_a = 0.9$ et Reynolds $Re_D = 4.10^5$; en haut : normalisation aéroacoustique ; en bas : normalisation dynamique.

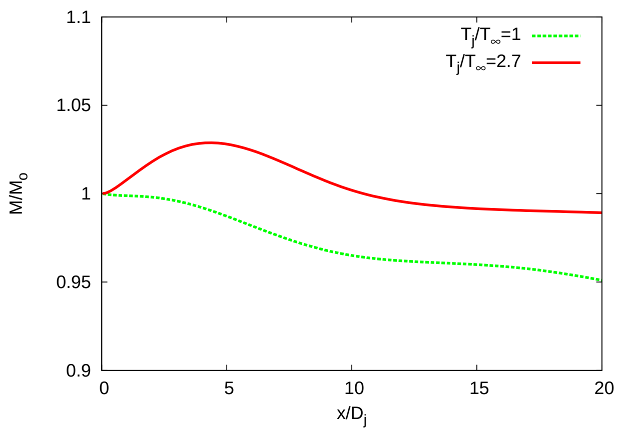


Figure V.22 – Conservation de la quantité de mouvement suivant $\vec{x}$ dans les jets simples à Mach acoustique $M_a = 0.9$ et Reynolds $Re_D = 4.10^5$.

domine en amont du cône potentiel. Le mécanisme qui en est responsable est de nature linéaire et est lié aux grosses structures cohérentes présentes dans cette région [286]. Plus en aval, des structures à plus petites échelles apparaîssent en raison de la tridimensionnalisation du jet et contribuent aux tensions de Reynolds, à l'énergie cinétique turbulente, et au bruit propre $u'u'$ ("slow pressure term"). D'un autre côté, les fluctuations de pressions normalisées par $\rho_\infty c_\infty^2$ montrent que le couplage entre les régions hydrodynamique et acoustique implique des niveaux de fluctuations plus faibles dans le cas d'un jet chaud. On peut suggérer que si nous avions normalisé par l'impédance acoustique caractéristique du milieu ambiant $\rho_\infty^2 c_\infty^4$; qui n'a pas de sens car l'intensité acoustique ne peut être définie en champ proche ; nous observerions certainement la même tendance, à savoir que les fluctuations de pression hydrodynamique du jet chaud rencontrent un niveau d'impédance relative supérieure à celle d'un jet isotherme.

V.3 Influence de la température sur l'acoustique rayonnée

On étudie maintenant le comportement acoustique des deux jets et les effets de la température sur le bruit rayonné. Nous mettons en évidence que les résultats présentés ci-après permettent la validation des calculs SGE réalisés quant au calcul de bruit direct. On justifie ainsi que malgré les différences observées précédemment sur le développement aérodynamique, liées à une discrétisation spatiale trop lâche et à l'utilisation d'un modèle sous-maille, les résultats et la réflexion abordés plus haut restent acceptables dans une certaine mesure. Les fluctuations de pression obtenues sont projetées en champ lointain par la méthode de Kirchhoff présentée en annexe 2. De cette manière, les caractéristiques acoustiques de nos simulations sont comparées aux résultats expérimentaux de Bridges et Wernet [47], ainsi qu'à ceux de Tanna [103].
Les figures V.23 représentent les champs instantanés, aérodynamique à l'aide d'isosurface de critère $Q = 0.5(U_j/D)^2$ colorée par la vorticité longitudinale, et acoustique, représentée par les fluctuations de pression. On identifie alors clairement un bruit basse fréquence qui se propage vers l'aval, selon la direction privilégiée de $\theta = 30°$, dans les deux cas, et qui semble avoir pour origine une zone qui se situe en fin du cône potentiel. De plus le bruit rayonné à $\theta = 90°$ semble être caractérisé par des hautes fréquences. On peut immédiatement relever une différence dans le cas du jet chaud : la longueur d'onde des fronts d'ondes rayonnés vers l'aval paraît plus large que dans le cas isotherme. Finalement, le niveau des fluctuations de pression dans le cas anisotherme est d'environ 7dB. Ces observations sont en bon accord avec les effets de température sur le bruit de jet présentés dans l'état de l'art I.2.3. D'un point de vue numérique, on peut également observer que les conditions aux limites 3D-NSCBC ne

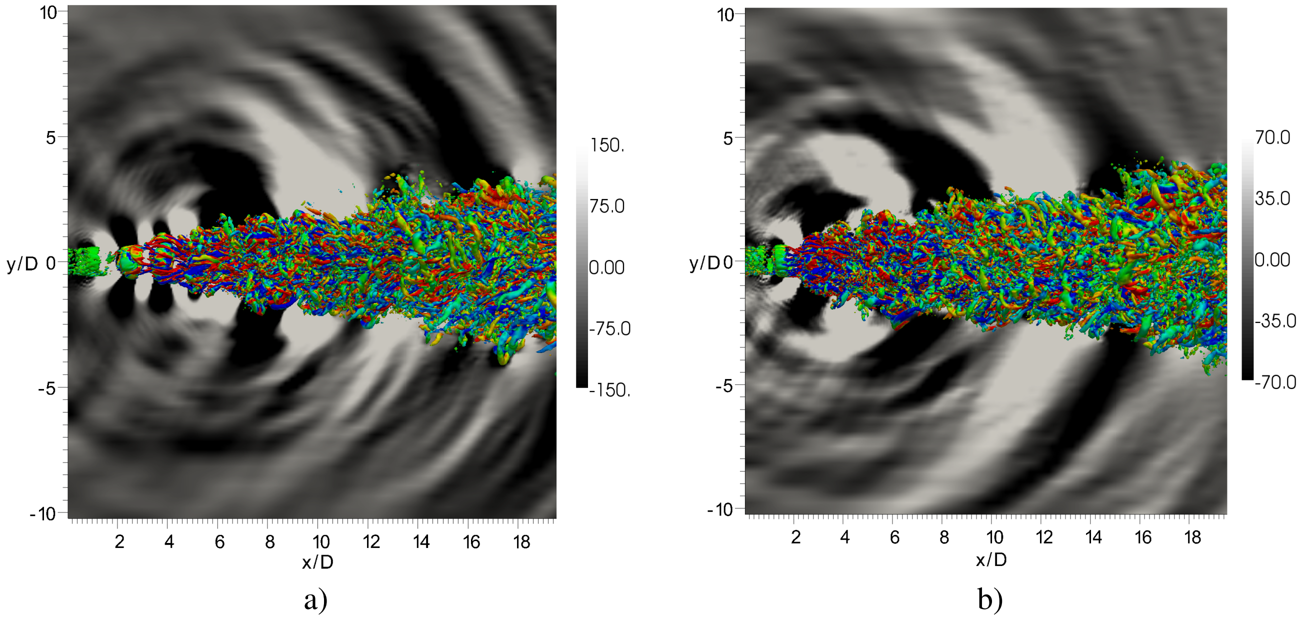
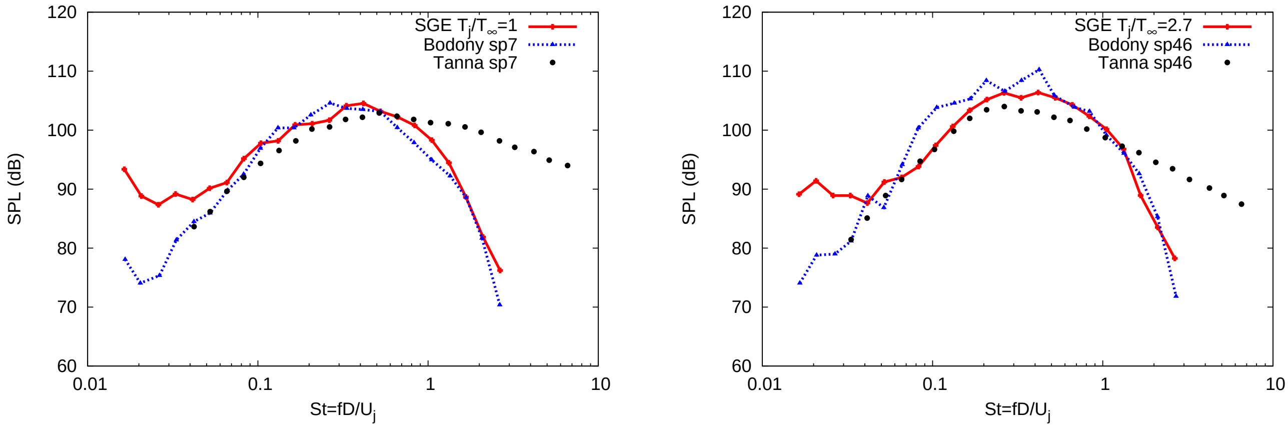


Figure V.23 – Vue d'ensemble des jets simples à Mach acoustique $M_a = 0.9$ et Reynolds $Re_D = 4.10^5$: isosurface de critère $Q = 0.5(U_j/D)^2 = 0.1$, colorée par la vorticité longitudinale $-0.8 \leq \omega_x \leq 0.8$ et champ de pression fluctuante en Pa.

réagissent pas de la même manière dans les deux cas. En effet, la réflexion parasite visible en entrée de domaine semble être de nature haute fréquence dans le cas anisotherme et basse fréquence dans le cas isotherme. Ce comportement n'ayant pas fait l'objet d'investigation plus poussées, nous ne pouvons pas conclure quant à son origine. Néanmoins à l'instar des calculs présentés dans le chapitre précédent, ces réflexions ne semblent pas avoir d'impact sur le développement aérodynamique et acoustique des jets simulés.

Les spectres en tiers d'octave obtenus en $r/D = 72$ pour un angle de $\theta = 45°$ sont tracés sur la figure V.24. On observe que nos résultats sont en bon accord avec les mesures de Tanna quant à la position du pic en fréquence, et donc avec les effets de température sur le bruit rayonné des jets simples à nombre de Mach acoustique $M_a = 0.9$. En effet, on observe que le jet chaud rayonne une énergie plus importante dans les basses fréquences, alors que l'énergie haute fréquence diminue, par rapport à un jet froid. Néanmoins, nos simulations surestiment le niveau de bruit d'environ 2 dB et $5dB$ dans les cas froid et chaud, respectivement. De plus, Les niveaux très basses fréquences sont largement surestimés et à l'inverse les niveaux hautes fréquences sont sous-estimés, de la même manière qu'il a été observé et expliqué dans le chapitre précédent (IV.3, IV.4). Les effets de la limitations en résolution spatiale sur les simulations SGE est également mise en évidence par les spectres à $\theta = 90°$ V.25. Nénmoins on retrouve le résultat expérimental de Tanna [45] et de Bridge et Wernet [47]. En effet, on observe



a) $T_j/T_\infty = 1$ b) $T_j/T_\infty = 2.7$

Figure V.24 – Spectre de pression obtenu en $\theta = 45°$ des jets simples à Mach acoustique $M_a = 0.9$ et Reynolds $Re_D = 4.10^5$.

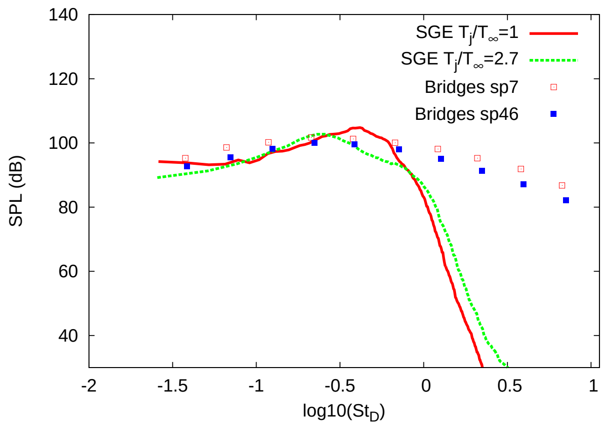


Figure V.25 – Spectre de pression en $\theta = 90°$ des jets simples à Mach acoustique $M_a = 0.9$ et Reynolds $Re_D = 4.10^5$.

que les basses fréquences sont faiblement influencées par la température, alors que le niveau de bruit hautes fréquences diminue dans le cas du jet chaud.

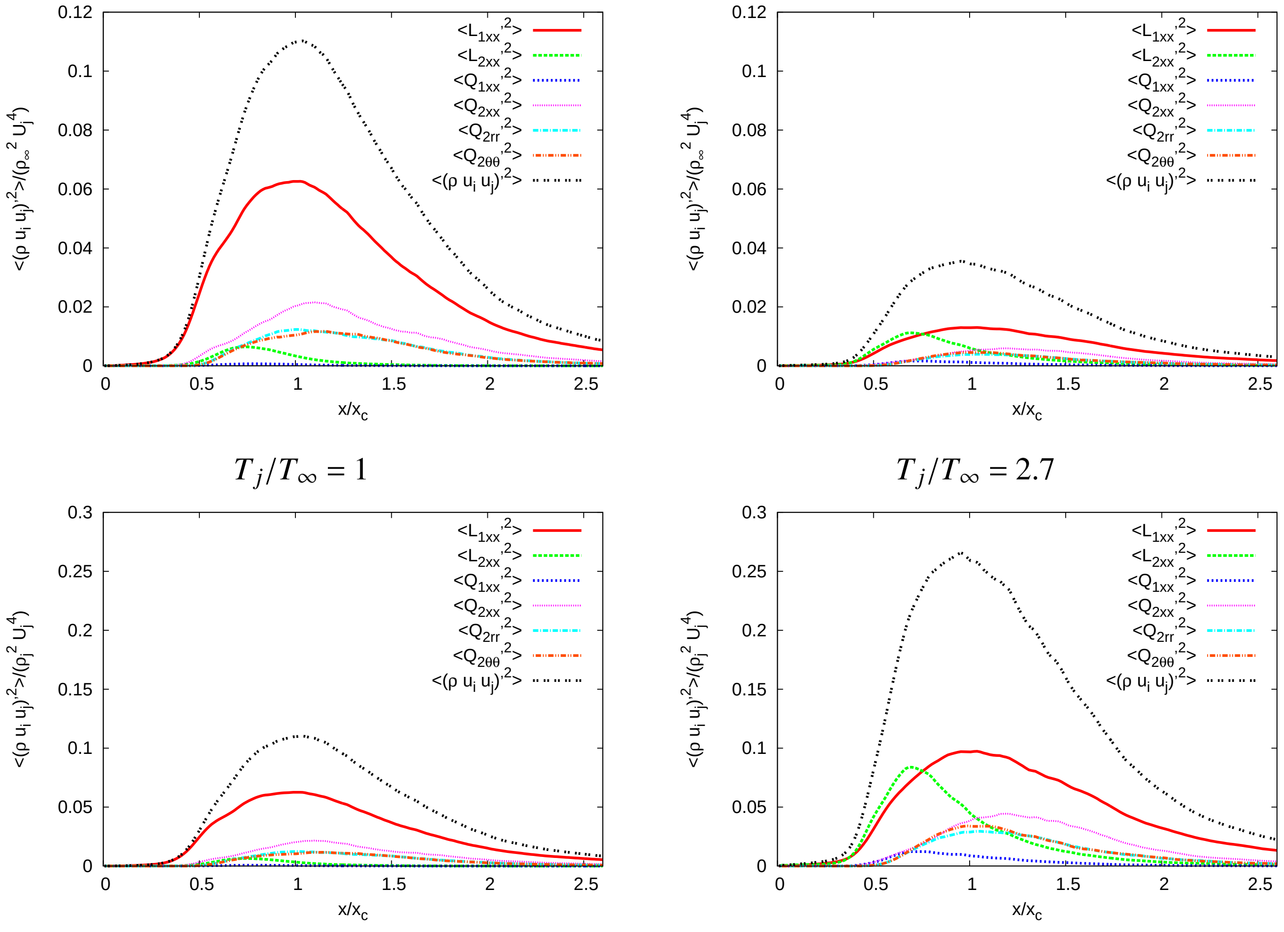
V.4 Influence de la température sur les mécanismes source en champ proche

Cette section se focalise sur les deux questions principales qui restent en suspend suite au travaux de Bodony et Lele [107] : la première concerne la distribution des termes issus de la décomposition de la quantité de mouvement en champ proche et la seconde leur dépendance en fréquence. Afin de mieux comprendre les différences observées précédemment entre le jet isotherme à Mach 0.9 et le jet chaud à Mach 0.54, nous analysons les contributions des différents termes du tenseur de Lighthill. Pour cela, nous appliquons la même décomposition au terme source du tenseur de Lighthill I.28 que nous avons présenté dans le chapitre I. L'objectif est de mieux comprendre les effets de température sur les mécanismes sources de bruit et leurs comportements vis-à-vis de la dynamique des jets. Toutefois, nous insistons sur le fait que nos résultats ne seront pas propagés en champ lointain.

V.4.1 Analyse modale des termes source du tenseur de Lighthill

La figure V.26 présente les termes non-nuls issus de la décomposition du terme de quantité de mouvement $\rho u_i u_j$ I.28 dans les deux jets. Ainsi, sur la couche de cisaillement de chacun des deux jets, les contributions des termes linéaires $L1_{rr}$, $L2_{rr}$, $L1_{\theta\theta}$, $L2_{\theta\theta}$, du terme quadratique $Q1_{rr}$, $Q1_{\theta\theta}$ et celle du terme cubique C sur la turbulence des jets sont négligeables. De plus, on observe sur la figure V.26 que la contibution du terme $Q1_{xx}$ est également négligeable.

Dans le cas du jet isotherme, ainsi que nous l'avions observé précédemment, la contribution du terme source $\rho u_i u_j$ vis-à-vis du fluide ambiant (du point de vue d'une analogie acoustique) est plus importante que dans le cas chaud. On observe sur la figure V.26 pour $T_j/T_\infty = 1$ que la contribution de la composante axiale du terme linéaire $L1_{xx}$ domine largement celles des termes quadratiques $Q2$ et linéaire $L2_{xx}$. Selon les observations de Bodony et Lele, ce terme est responsable de la majeure partie du bruit rayonné dans les basses fréquences pour de faibles angles, et dans les hautes fréquences à 90° (figure I.17 jet sp62). Sur la couche de cisaillement, son pic d'amplitude maximum se situe au niveau de la fin du cône potentiel du jet. La contribution du terme $L2_{xx}$, qui domine le bruit hautes fréquence en champ lointain à 30° (figure I.17 jet sp62 (a)), est maximum en amont du cône potentiel, aux alentours de $x/x_c = 0.7$. Toutefois, la contribution du terme $Q2$ sur la dynamique du jet est plus importante que celle de $L2_{xx}$. Cela montre que les mécanismes sources qui dominent la dynamique du jet isotherme sont le cisaillement $L1_{xx}$ (l'interaction de la turbulence avec l'écoulement moyen) et la turbulence en interaction avec elle-même $Q2$. Ce dernier terme est souvent décrit comme un terme source incompressible. Il est utilisé pour modéliser les sources de bruit de jet non-linéaires qui



$T_j/T_\infty = 1$ $T_j/T_\infty = 2.7$

$T_j/T_\infty = 1$ $T_j/T_\infty = 2.7$

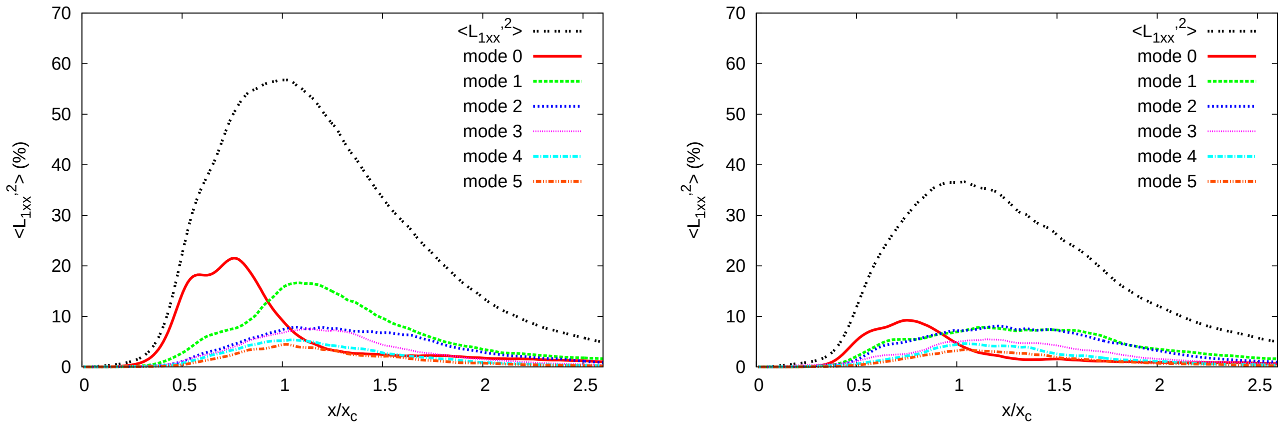
Figure V.26 – Décomposition de la quantité de mouvement $\langle(\rho u_i u_j)'^2\rangle$: en haut, normalisation acoustique ; en bas, normalisation dynamique.

peuvent être décrites par des ondes d'instabilité en interactions quadratique [287, 288]. Plus en détail, on remarque que la composante axiale $Q_{2_{xx}}$ domine largement les contributions des composantes radiale $Q_{2_{rr}}$ et azimuthale $Q_{2_{\theta\theta}}$, avec un pic d'amplitude en $x/x_c = 1.2$, soit légèrement plus en aval que les maximums de $Q_{2_{rr}}$ et $Q_{2_{\theta\theta}}$, situés en $x/x_c = 1$. Au vu des résultats obtenus par Bodony et Lele, et en considérant que c'est la partie du terme source du tenseur de Lighthill $\rho u_i u_j$ alignée avec la direction de rayonnement qui est liée au bruit dans la direction considérée [83], on s'attend donc à ce que $Q_{2_{xx}}$ contribue légèrement au bruit rayonné à 30° dans les hautes fréquences, et que ce soit donc $Q_{2_{rr}}$ qui domine la génération de bruit basses fréquences pour des angles élevés (figure I.17 jet sp62 (a)).

Dans le cas du jet chaud à nombre de Mach $M = 0.54$, des observations simillaires peuvent être effectuées pour les termes $L_{1_{xx}}$ et Q_2. Néanmoins, on remarque que la contribution du terme $L_{2_{xx}}$ sur la dynamique du jet n'est plus négligeable. En effet, ce dernier domine en amont du cône potentiel avec un pic en $x/x_c = 0.7$. Selon Bodony et Lele, ce terme domine totalement le bruit rayonné dans les jets chauds à 30° (figure I.17 jet sp39 (a)). De plus, contrairement au jet froid, on voit apparaitre la contribution du terme $Q_{1_{xx}}$ sur la dynamique du jet chaud en amont du cône potentiel (pic en $x/x_c = 0.7$). On rappelle que les contributions des différents termes issus de la décomposition (I.28) ne sont analysées que d'un point de vue aérodynamique dans le but de mieux comprendre les différences de comportement entre les jets considérés, observées dans les sections précédentes de ce chapitre.

Afin de comprendre comment les termes sources du tenseur de Lighthill interagissent entre eux et interviennent dans les mécanismes responsables du bruit rayonné, nous effectuons une décomposition azimutale en série Fourier. La connaissance des modes azimuthaux dominants permet ainsi de mieux cerner les comportements structuraux de chaque jet. En accord avec la théorie ([289, 290]), on observe que les 3 premiers modes azimutaux du champ turbulent permettent de décrire correctement le bruit rayonné en champ lointain ainsi que le montre la figure V.33. L'intensité acoustique est alors reproduite à 93% dans le cas isotherme et 95% dans le cas chaud avec ces trois modes. En comparant les modes azimutaux de la turbulence dans le cas des jets isotherme et chauffé, nous pouvons ainsi évaluer les effets de température sur les termes sources responsables du bruit rayonné. Toutefois, rappelons que la comparaison entre les modes azimuthaux du champ turbulent et ceux du champ lointain n'est justifée que si on peut relier ces deux champs par une relation linéaire. Si des mécanismes non-linéaires sont dominants, les modes de Fourier du champ acoustique en résultant seraient alors issus de mécanismes non-linéaires entre les différents modes de l'écoulement. Ce dernier point est d'ailleurs un intéressant sujet de controverse actuel. Certains auteurs [291] pensent que les mécanisme linéaires sont dominants, alors que pour d'autres [292, 293], ce serait les mécanismes non-linéaires, sous la forme d'interactions quadratiques. D'un autre côté, les récents travaux de Cavalieri et al. [294, 295] suggèrent que la principale source de bruit pourrait être liée à un phénomène d'intermittence, notamment pour les modes azimuthaux axisymétrique ($m = 0$) et hélicoïdal ($m = 1$). Ainsi dans un contexte de mécanismes non-linéaires, les interactions spatio-temporelles entre les modes temporels et spatiaux seraient dominantes. Dans cette étude, nous ferons l'hypothèse d'un scénario de génération de bruit linéaire.

Les décompositions azimutales des termes linéaires $L_{1_{xx}}$, $L_{2_{xx}}$ et des termes quadratiques $Q_{1_{xx}}$, Q_2 sont représentées sur les figures V.27, V.28, V.29, et V.30, respectivement. En raison des fortes fluctuations de densité présentes dans le cas chaud, on ne peut pas comparer directement ces différents termes entres les deux jets. C'est pourquoi, afin d'avoir une représentation plus précise de la contribution de chacun sur la dynamique (et sur l'acoustique rayonnée) dans les écoulements considérés, nous avons choisi de les normaliser en fonction de leur contribution au terme $\rho u_i u_j$ total, en pourcentage. On voit ainsi que pour chacun de ces termes, la différence la plus importante est focalisée sur les modes les plus faibles. Ainsi, alors que les énergies relatives contenues dans les modes $m = 3,4,5$ restent similaires entre les deux jets (d'un point de vue aérodynamique, le jet chaud présente néanmoins des niveaux d'énergie plus élevés, cf. figure V.26, normalisation dynamique), la différence structurelle la plus importante est observée pour les modes $m = 0,1,2$.



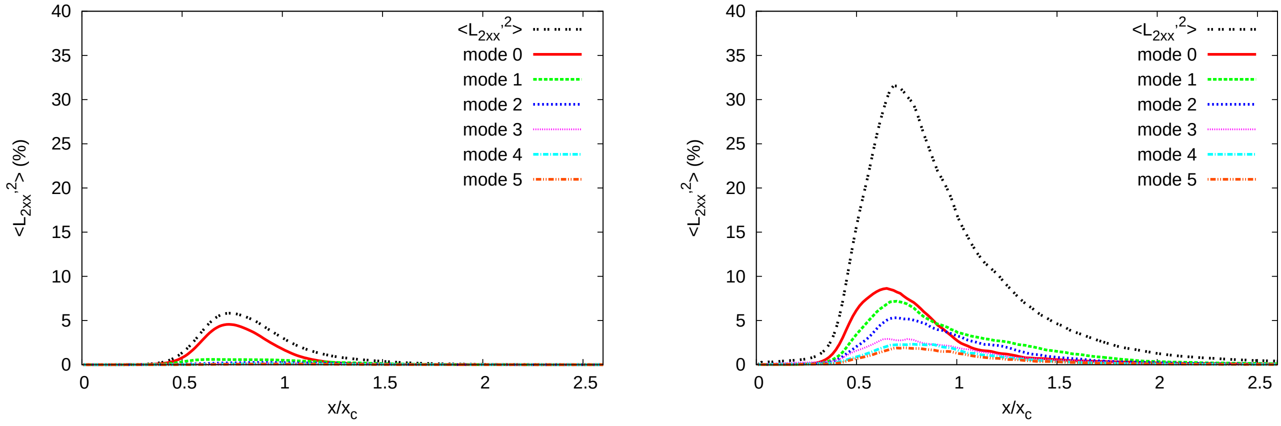
$T_j/T_\infty = 1$ $\quad$ $T_j/T_\infty = 2.7$

Figure V.27 – Décomposition azimutale de la composante axiale du terme linéaire $L_{1_{xx}} = \langle(2\langle\rho\rangle\langle u\rangle u')'^2\rangle$ sur une surface cylindrique de rayon $r = r_o$. En pourcentage de $\langle(\rho u_i u_j)'^2\rangle$ total.

	jet 1	jet 2
Contribution	60%	40%
Distribution axiale	Gaussienne assymétrique, $x/x_c = 1$	Gaussienne assymétrique, $x/x_c = 1$
Structure azimutale	Mode 0 et 1	Mode 0, 1 et 2

Tableau V.5 – Terme linéaire $L_{1_{xx}} = \langle(2\langle\rho\rangle\langle u\rangle u')'^2\rangle$.

Dans le cas isotherme, on observe que pour le terme linéaire de fluctuations de vitesse, $L_{1_{xx}}$ (figure V.27), les modes axisymétrique ($m = 0$) et hélicoïdal ($m = 1$) dominent largement les contributions des modes d'ordre supérieur pris séparément, d'environ 50%. Au regard des observations précédentes, la composante $L_{1_{xx}}$ correspond à la source de bruit la plus efficace pour de faibles angles. En accord avec les résultats de Cavalieri et *al.*, on observe que juste en amont du cône potentiel, la contribution du mode $m = 0$ diminue, au profit de la contribution du mode $m = 1$. L'interaction entre ces deux modes serait ainsi responsable des évènements intermittents les plus bruyants en champ lointain selon les auteurs. Ce mécanisme pourrait expliquer pourquoi la composante linéaire L_1 domine dans les basses fréquences à 30° (figure I.17 jet sp62 (a)). Alors que la contribution totale de $L_{1_{xx}}$ dans le champ turbulent du jet isotherme était d'environ 60%, dans le cas du jet chaud, elle n'est plus que de 40%.



$T_j/T_\infty = 1$ $T_j/T_\infty = 2.7$

Figure V.28 – Décomposition azimutale de la composante axiale du terme linéaire $L_{2_{xx}} = \langle(\rho'\langle u^2\rangle)'^2\rangle$ sur une surface cylindrique de rayon $r = r_o$. En pourcentage de $\langle(\rho u_i u_j)'^2\rangle$ total.

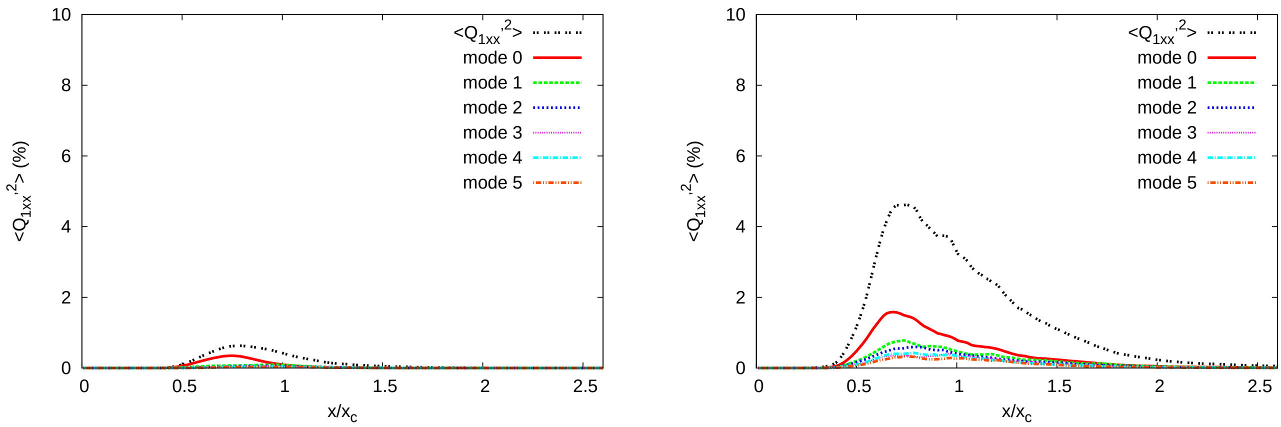
	jet 1	jet 2
Contribution	6%	32%
Distribution axiale	Gaussienne assymétrique, $x/x_c = 0.7$	Gaussienne assymétrique, $x/x_c = 0.7$
Structure azimutale	Mode 0 et 1	Mode 0, 1 et 2

Tableau V.6 – Terme linéaire $L_{2_{xx}} = \langle(\rho'\langle u^2\rangle)'^2\rangle$.

De plus, si l'on retrouve la même tendance entre les mode $m = 0$ et $m = 1$, en aval du cône potentiel on observe que la contribution du mode $m = 2$ est équivalente à celle du mode $m = 1$. L'émergence de ce mode d'ordre supérieur dans le cas du jet chaud correspond à la principale différence structurelle entre les deux jets, et témoigne d'une turbulence plus développée. On constate, que pour les deux jets la distribution axiale de $L_{1_{xx}}$ semble être une gaussienne assymétrique et que les modes d'ordre supérieurs $m > 1$ contiennent environs 25% de l'énergie totale du terme source $\rho u_i u_j$. Les différences observées par Bodony et Lele, au regard du comportement du terme linéaire L_1 (figure I.17 jet sp39 (a)), sont, semble-t-il, liées à l'émergence du mode $m = 2$. Ces observations sont résumées dans le tableau V.5.

Le terme source linéaire axial $L_{2_{xx}}$ est représenté sur la figure V.28. On observe que dans les deux cas, sa distribution axiale est une gaussienne assymétrique. Dans le cas isotherme son énergie relative ne représente que 6% du terme source, et c'est le mode axisymétrique $m = 0$ qui domine seul sa contribution sur la dynamique du jet. Au contraire, dans le cas chaud, ce terme contribue à environ 32% du terme source $\rho u_i u_j$, et est dominé par les contributions des modes $m = 0, 1, 2$, représentatifs d'une turbulence plus riche, liée aux fluctuations de densité et du mélange entre le fluide ambiant (froid) et le jet chaud. Alors que la contribution du terme $L_{1_{xx}}$ est liée au bruit à basses fréquences à 30° en champ lointain, celle de $L_{2_{xx}}$ (figure I.17 jet sp62 (a)), contribue aux hautes fréquences dans le cas isotherme. Cette contribution est liée aux fluctuations de pression. En effet, comme le jet est isotherme et isentropique, les fluctuations de densité observées sont dues à un phénomène de compression et dilatation entres les structures cohérentes en amont du cône potentiel. Néanmoins, comme le jet froid considéré par Bodony et Lele dans leur étude était supersonique et n'était pas isotherme ($T_j/T_\infty = 0.56$ et $M_c = 0.83$), on peut relativiser la contribution de $L_{2_{xx}}$ en champ lointain dans notre cas isotherme, en l'absence de résultats. Au contraire, en raison des conditions très proches entre notre jet chaud et celui de Bodony et Lele, on peut penser que l'intensification de l'activité turbulente due aux fluctuations de densité (cf. figure V.3), sera responsable de la majeure partie du bruit rayonné à 30°, dont le spectre est donné sur la figure I.17 jet sp39 (a). Ces observations sont résumées dans le tableau V.6.

On observe sur la figure V.29 que la contribution de la composante axiale du terme quadratique $Q_{1_{xx}}$ sur la dynamique du jet isotherme semble négligeable (< 1%) par rapport au jet chaud (~ 5%). Elle est dominée par le mode $m = 0$ et trouve son maximum d'intensité en $x/x_c = 0.7$ dans les deux cas. Bien que de faible amplitude, rappelons que cette variable est néanmoins responsable d'une partie du bruit à hautes fréquences rayonné pour de faible angles (figure I.17 jet sp62 (a)). L'émergence des modes d'ordre supérieur dans le cas chaud témoigne là encore d'une forte interaction entre les fluctuations de densité et de vitesse axiale. Toutefois, dans le cas isotherme, cette contribution est isentropique, c'est à dire que ce sont les effets de compression et de dilatation entre les structures cohérentes qui pilotent les fluctuations de densité. Alors que dans le cas chaud, la contribution de $Q_{1_{xx}}$ est pilotée par l'entropie dûe aux fluctuations de température. En champ lointain, sa contribution ne concerne que les hautes fréquences pour des angles proches de l'axe du jet (figure I.17 jet sp39). Ces observations sont résumées dans le tableau V.7.



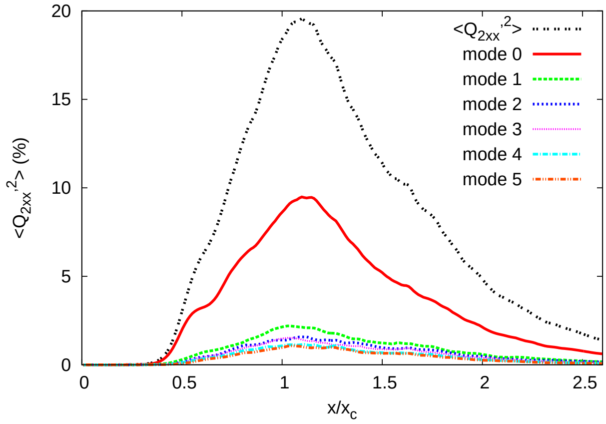
$T_j/T_\infty = 1$ $T_j/T_\infty = 2.7$

Figure V.29 – Décomposition azimutale de la composante axiale du terme quadratique $Q_{1_{xx}} = \langle(2\rho' u'\langle u\rangle)'^2\rangle$ sur une surface cylindrique de rayon $r = r_o$. En pourcentage de $\langle(\rho u_i u_j)'^2\rangle$ total.

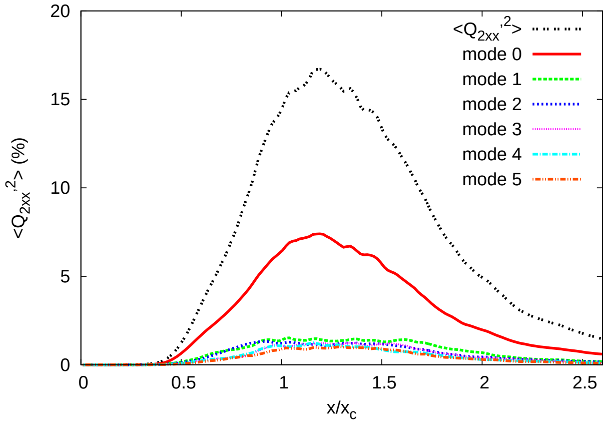
	jet 1	jet 2
Contribution	$< 1\%$	5%
Distribution axiale	Gaussienne assymétrique, $x/x_c = 0.7$	Gaussienne assymétrique, $x/x_c = 0.7$
Structure azimutale	Mode 0	Mode 0

Tableau V.7 – Terme quadratique $Q_{1_{xx}} = \langle(2\rho' u'\langle u\rangle)'^2\rangle$.

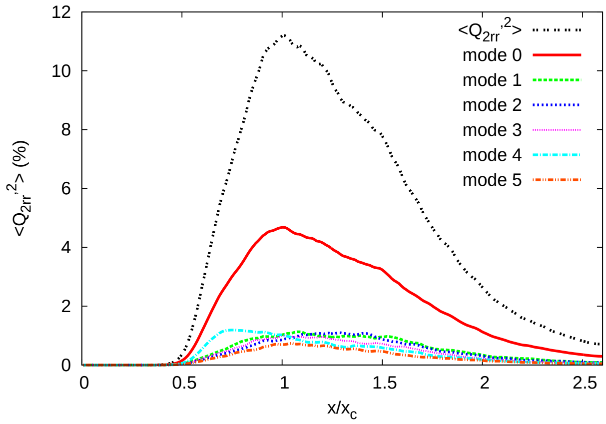
La contributions des termes axial, radial et azimutal du terme quadratique Q_2 dans les deux jets considérés, représenté sur la figure V.30, est significative (entre 10% et 20%). On observe que la contribution de Q_2 au terme source $\rho u_i u_j$ est comparable dans les deux cas. Ce résultat tend à montrer que si la contribution des termes linéaires est prédominante, les interactions quadratiques structurelles au sein des jets représentent une partie non-négligeable des mécanismes responsables du bruit rayonné, en accord avec les résultats de Bodony et Lele. En effet, pour les jets chaud et froid, la contribution de $Q_{2_{xx}}$ sera responsable d'une partie du bruit rayonné à 30° (figure I.17 (a)), et celle du terme $Q_{2_{rr}}$ sera responsable de la majeure partie du bruit rayonné à 90° (figure I.17 (b)). Dans les deux cas, le mode $m = 0$ domine l'impact de la contribution du terme Q_2 sur la dynamique des jets, globalement au niveau de leurs cônes potentiels respectifs. Ces observations sont résumées dans le tableau V.8.



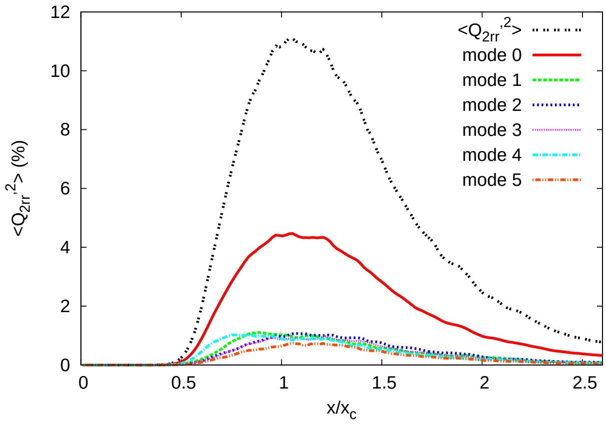
$Q2_{xx} = \langle(\langle\rho\rangle u'^2)'^2\rangle, y = r_o\,;\, T_j/T_\infty = 1$



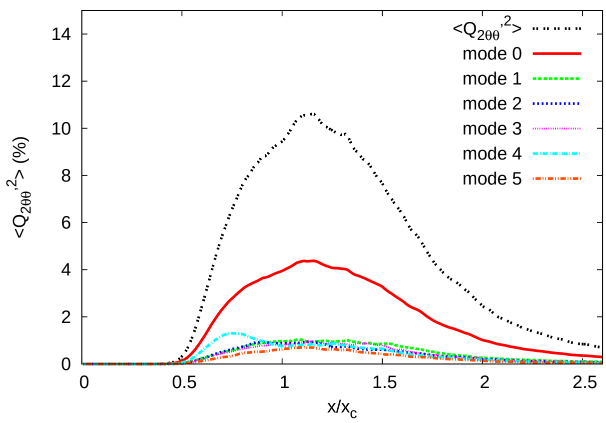
$Q2_{xx} = \langle(\langle\rho\rangle u'^2)'^2\rangle, y = r_o\,;\, T_j/T_\infty = 2.7$



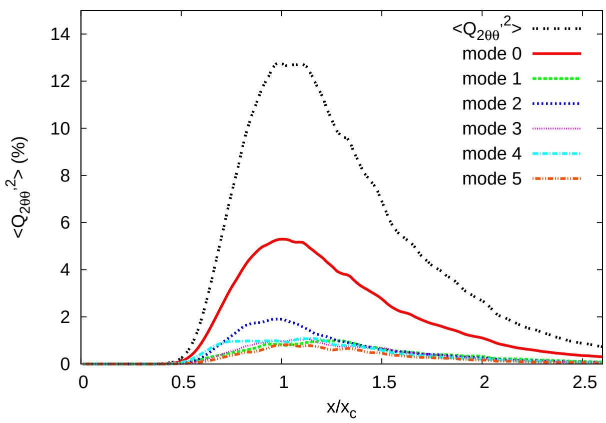
$Q2_{rr} = \langle(\langle\rho\rangle u_r'^2)'^2\rangle, y = r_o\,;\, T_j/T_\infty = 1$



$Q2_{rr} = \langle(\langle\rho\rangle u_r'^2)'^2\rangle, y = r_o\,;\, T_j/T_\infty = 2.7$



$Q2_{\theta\theta} = \langle(\langle\rho\rangle u_\theta'^2)'^2\rangle, y = r_o\,;\, T_j/T_\infty = 1$

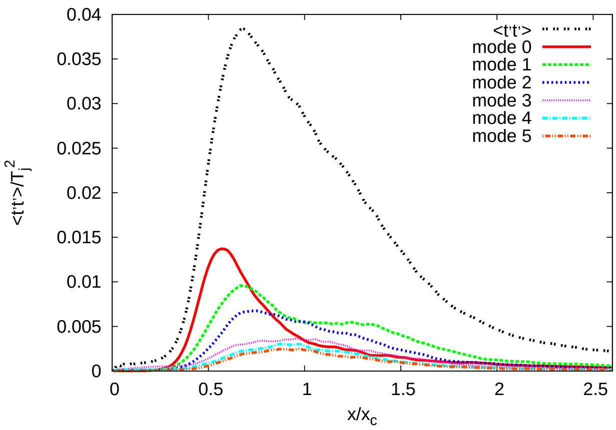


$Q2_{\theta\theta} = \langle(\langle\rho\rangle u_\theta'^2)'^2\rangle, y = r_o\,;\, T_j/T_\infty = 2.7$

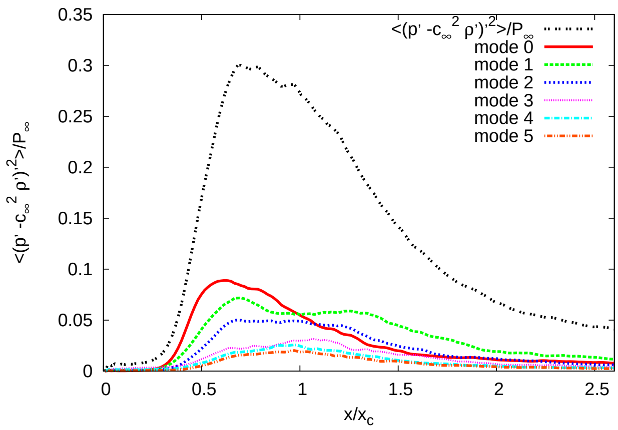
Figure V.30 – Décomposition azimutale du terme quadratique $Q_2 = \langle(\langle\rho\rangle u_i'u_j')'^2\rangle$ sur une surface cylindrique de rayon $r = r_o$. En pourcentage de $\langle(\rho u_i u_j)'^2\rangle$ total.

	jet 1	jet 2
Contribution axiale	10%	7%
Contribution radiale	5%	4%
Contribution azimutale	4%	5%
Distribution axiale	Gaussienne assymétrique, $x/x_c = 1.1$	Gaussienne assymétrique, $x/x_c = 1.1$
Distribution radiale	Gaussienne assymétrique, $x/x_c = 1$	Gaussienne assymétrique, $x/x_c = 1$
Distribution azimutale	Gaussienne assymétrique, $x/x_c = 1.1$	Gaussienne assymétrique, $x/x_c = 1.1$
Structure azimutale	Mode 0	Mode 0

Tableau V.8 – Terme quadratique Q_2.



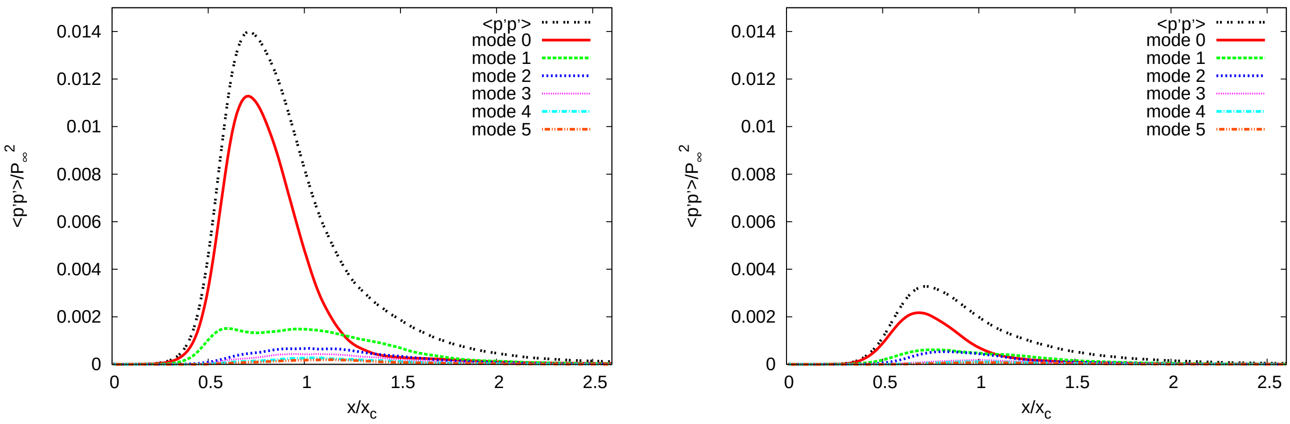
(a) $\langle t't'\rangle/T_j^2, y = r_o\,;\, T_j/T_\infty = 2.7$



(b) $\langle(p' - c_\infty^2\rho')^2\rangle/P_\infty^2, y = r_o\,;\, T_j/T_\infty = 2.7$

Figure V.31 – Jet à nombre de Mach $M_j = 0.54$ ($T_j/T_\infty = 2.7$) : (a) Décomposition azimutale du champ de température fluctuante sur une surface cylindrique de rayon $r = r_o$. (b) Décomposition azimutale du terme entropique $\langle(p' - c_\infty^2\rho')'^2\rangle$ sur une surface cylindrique de rayon $r = r_o$.

Intéressons nous maintenant à la contribution du terme entropique $(p' - c_\infty^2\rho')$ du tenseur de Lighthill, représentée sur la figure V.31 (b). L'analyse effectuée par Bodony et Lele montre que les interactions de ce terme avec $\rho u_i u_j$ sur le bruit total rayonné peuvent être de nature constructives ou destructives (figure I.16). La contribution du terme entropique dans le cas du jet isotherme est négligeable. En effet, comme le jet est isentropique on peut alors considérer que $p' \sim c_j^2\rho'$, et ainsi $p' - c_\infty^2\rho' \sim (c_j^2 - c_\infty^2)\rho'$. Ainsi, comme $c_j \sim c_\infty$ dans notre cas, la contribution du terme entropique est nulle. Ce résultat est confirmé par l'étude de Freund [108]. Dans son analyse, sur une base de données d'un jet simulé par SND, il ne trouve pas la contribution de ce terme nulle, à l'instar de Bodony et Lele, mais le jet considéré présente alors un rapport de température $T_j/T_\infty = 0.86$. Contrairement à ce qu'avaient observé Bodony et Lele (figure I.16 jet sp7), dans notre cas (jet isotherme) la seule contribution de la quantité de mouvement devrait être reponsable du bruit total rayonné, quelque soit l'angle d'observation en champ lointain. Au contraire, dans le cas du jet chaud, le terme entropique semble jouer un rôle important dans les mécanismes source de bruit. En effet, on observe que sa structure azimutale est dominée par les modes $m = 0, 1, 2$ en amont du cône potentiel. La distribution spatiale de chacun de ces modes semble liée à celles des termes linéaires $L_{1_{xx}}$ et $L_{2_{xx}}$, et naturellement avec la distribution azimutale des fluctuations de température (figure V.31 (a)).



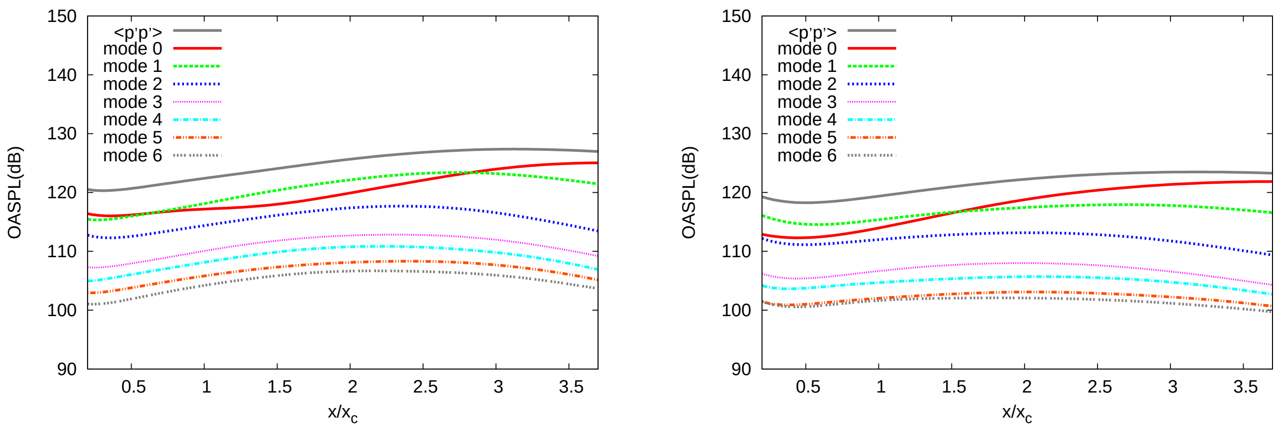
$\langle p'p'\rangle/P_\infty^2, y = r_o\,; T_j/T_\infty = 1$ $\langle p'p'\rangle/P_\infty^2, y = r_o\,; T_j/T_\infty = 2.7$

Figure V.32 – Décomposition azimutale du champ de pression fluctuante sur une surface cylindrique de rayon $r = r_o$.

Même si la température et la pression n'apparaissent pas de manière explicite dans le tenseur de Lighthill, nous les avons néanmoins étudiés afin d'évaluer leurs liens avec les grandeurs de T_{ij} I.17. Dans le cas isotherme, les fluctuations de températures sont négligeables et ne sont donc pas représentées. Au contraire, dans le cas chaud (figureV.31 (a)), elles présentent une distribution sous la forme d'une gaussienne assymétrique, non négligeable, dont l'allure est similaire à celle du terme entropique V.31. En effet, le pic d'amplitude maximum est atteint en $x/x_c = 0.7$, de la même manière que pour les termes linéaire $L_{2_{xx}}$ et quadratique $Q_{1_{xx}}$. Les modes $m = 0, 1, 2$ dominent largement la structure azimutale du champ de température. On remarque que les pics d'amplitude maximum de chaque mode se déplacent progressivement vers l'aval ($m = 0$ en $x/x_c = 0.6$, vers $m = 5$ en $x/x_c = 1$.
La distribution des fluctuations de pression est dominée par le mode $m = 0$ dans les deux cas. Ainsi que nous l'avions précédemment observé, l'influence des fluctuations de pression hydrodynamique sur le champ acoustique est plus faible dans le cas chaud. Pour les deux jets, le pic d'intensité se situe en amont du cône potentiel, aux alentours de $x/x_c = 0.7$. Cela montre que les mode $m = 0$ des termes

linéaire $L_{1_{xx}}$, $L_{2_{xx}}$ et quadratique $Q_{1_{xx}}$ sont liés avec les fluctuations de pression hydrodynamique.

On met en évidence que le principal effet de la température sur les mécanismes sources de bruit est l'apparition de la contribution du terme entropique et l'augmentation de celle du terme linéaire $L_{2_{xx}}$. Ce résultat tend à confirmer l'hypothèse avancée par Bodony et Lele pour expliquer la réduction du niveau de bruit rayonné entre deux jets de même vitesse $M_a > 0.7$ de température différente. Ainsi, nous avons mis en évidence que les contributions du terme source $\rho u_i u_j$ et du terme d'entropie sur la dynamique du jet chaud étaient liées. L'interaction entre ces deux termes dans le champ hydrodynamique peut alors expliquer les annulations observé par Bodony et Lele en champ lointain.



a) $T_j/T_\infty = 1$ b) $T_j/T_\infty = 2.7$

Figure V.33 – Niveau des fluctuations de pression suivant $\vec{x}$, en $r/D_j = 9$

La figure V.33 présente la décomposition en mode azimutaux des niveaux de fluctuations de pression obtenus le long de la ligne $r/D_j = 9$. On remarque de nouveau que le jet isotherme génère des niveaux plus élevés dans toutes les directions. La décomposition azimutale nous renseigne sur les modes dominants à un angle donné, qui dans un contexte de génération de bruit linéaire sont directement liés aux modes dominant des mécanismes sources dans le champ hydrodynamique. Ainsi, dans le cas isotherme on observe que le mode $m = 0$ domine pour les angles faibles $\theta \leq 40°$, ainsi que pour les angles élevés $\theta \geq 70°$ (néanmoins la contribution du mode $m = 1$ ne semble pas négligeable). Entre les deux, c'est le mode $m = 1$ qui contribue pour la majeure partie du bruit rayonné. Au contraire dans le cas chaud, la répartition modale semble plus simple. Ainsi le mode $m = 0$ domine le rayonnement acoustique pour les angles $\theta \leq 60°$, et les angles supérieurs sont dominés par le mode $m = 1$.

V.4.2 Analyse fréquentielle

Les observations précédentes nous ont permis d'étudier les contributions, par ordre d'importance, sur la dynamique globale de l'écoulement, des différents termes issus de la décomposition de $\rho u_i u_j$. Afin de mieux comprendre les interactions entre les termes sources $\rho u_i u_j$ et d'entropie, nous réalisons une comparaison spectrale des termes précédents dans le champ hydrodynamique. Cela nous permet de mettre en évidence les dépendances en fréquence de ces différents termes. La connaissance de la forme spectrale et de l'amplitude des différents termes constitue une base de donnée essentielle, qui associée à la vitesse de convection, permet la mise au point de modèles simplifiés en vue de la prévision du niveau de bruit rayonné en champ lointain [296]. Nous nous plaçons également dans un contexte de mécanismes sources linéaires.

Les figures V.34 et V.35 présentent respectivement les fluctuations de pression en champ proche et le niveau de bruit en champ lointain le long d'une ligne en $r/D = 9$, par mode azimutaux et pour les fréquences $St = 0.2, 0.4, 0.6$. Dans le cas isotherme, on observe que les fluctuations de pression sont maximales pour $St = 0,4$, où le mode $m = 0$ domine complètement la distribution azimutale d'énergie. Cette fréquence correspond au pic observé sur le spectre de pression à 45° en champ lointain sur la figure V.24 (a), et le mode $m = 0$ domine la contribution au niveau de bruit pour des angles proches de l'axe du jet (figure V.35). Le fait que le nombre de Strouhal reste inchangé et que le mode $m = 0$ domine montre que les mécanismes responsables du bruit rayonné sont essentiellement linéaires. Une discussion similaire peut être effectuée vis à vis du bruit rayonné à 90° (figure V.25), où l'on retrouve un pic à $St = 0,4$. De plus une correspondance peut être établie pour les fréquences $St = 0.2$ et $St = 0.6$ dominées par le mode $m = 1$ entre les fluctuations de pression en champ proche et le niveau de bruit en $r/D = 9$, pour des angles $\theta \geq 50°$.
Dans le cas du jet chaud, les spectres de pression en champ proche ($St = 0.4$) (figure V.34), ainsi que celui obtenu à 45° en champ lointain (figure V.24 (b)), permettent de relier de la même manière que dans le cas du jet isotherme le bruit rayonné pour de faibles angles à des mécanismes sources linéaires. Notamment, on observe sur la figure V.35 que dans les basses fréquences ($St = 0.2$), le mode $m = 0$ contribue entièrement au bruit rayonné pour des angles $\theta \leq 70°$. Puis cette contribution s'affaiblit dans les hautes fréquences. Pour les angles éloignés de l'axe du jet, le pic observé à $St = 0.2$ à 90° (figure V.25) est en accord avec les spectres en champ proche et le niveau des fluctuations de pression à $St = 0.2$ (les modes $m = 0$ et $m = 1$ dominent, figures figure V.34 et V.35).

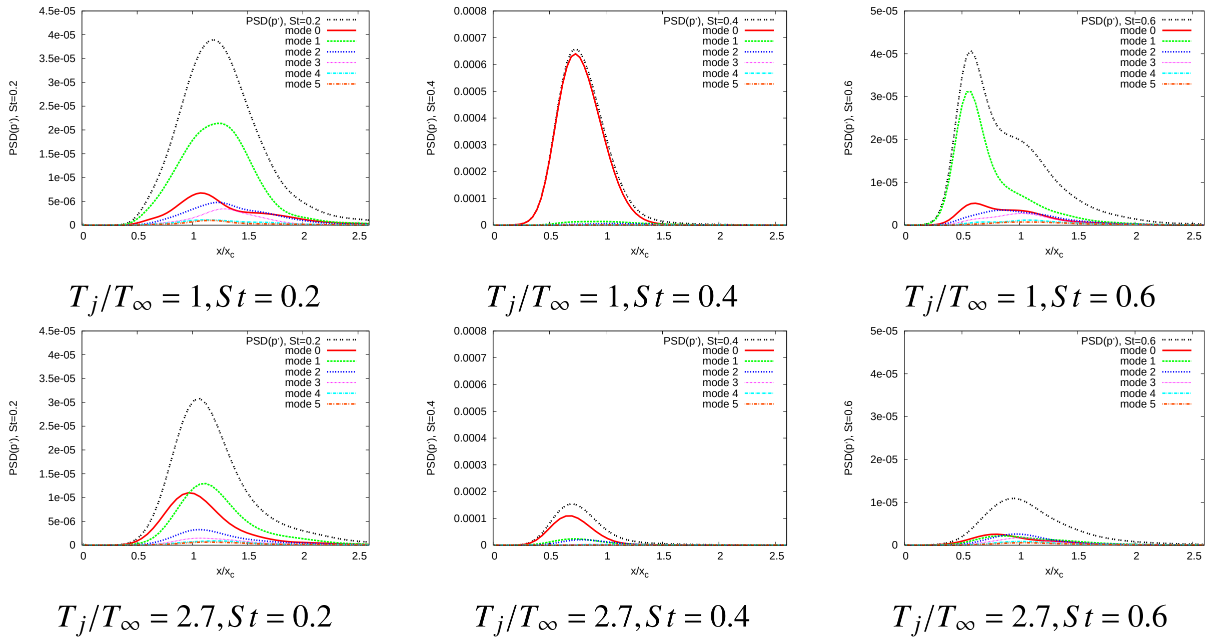


Figure V.34 – Densité spectrale de puissance des fluctuations de pression $S_{pp}(x, y = r_o, m, St_D)$ sur une surface cylindrique de rayon $r = r_o$.

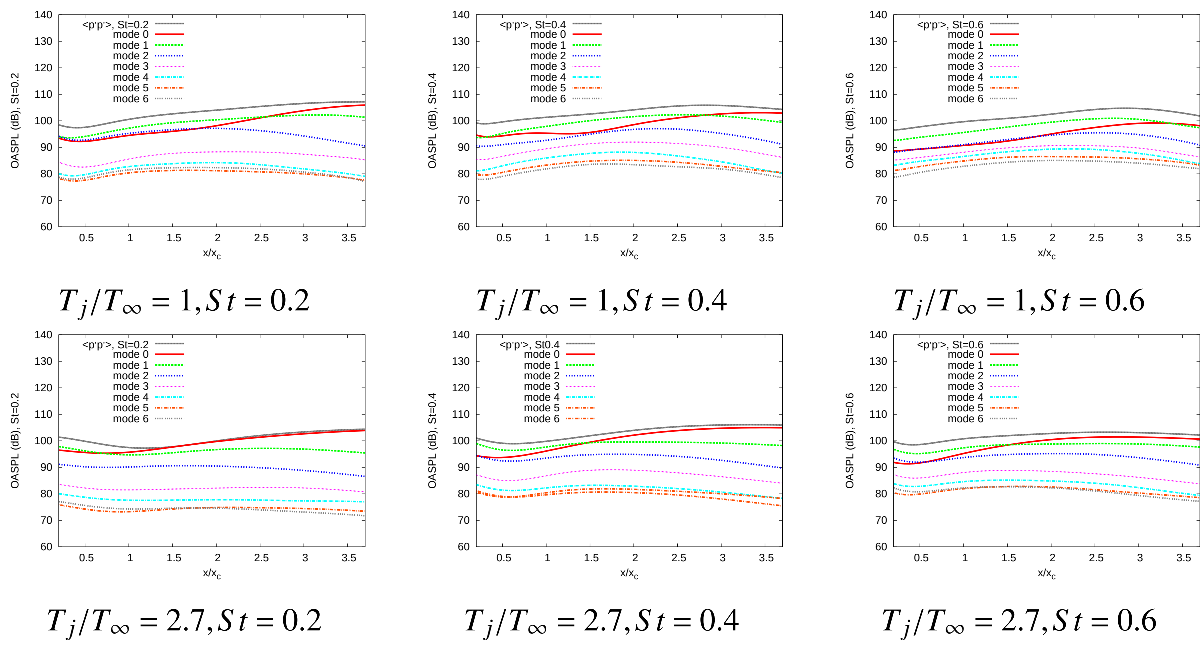


Figure V.35 – Niveaux des fluctuations de pression sur une surface cylindrique de rayon $r/D = 9$.

Les figures V.36 et V.37 présentent la répartition spatiale des spectres des différents termes issus de la décomposition du premier terme source du tenseur de Lighthill, respectivement pour le jet isotherme et le jet chaud. De haut en bas, les termes $L1_{xx}$, $L2_{xx}$, $Q1_{xx}$, $Q2_{xx}$, et $Q2_{rr}$, sont représentés par modes azimutaux, sur une surface cylindrique de rayon $r = r_o$.

Dans le cas isotherme, en accord avec les résultats établis précédemment, on observe que les contributions des termes $L1_{xx}$, $L2_{xx}$ et $Q2_{xx}$ à $St = 0.4$ représentent 92% de l'énergie totale. De plus, le mode $m = 0$ domine en amont du cône potentiel en $x/x_c = 0.7$ pour $L1_{xx}$ et $L2_{xx}$, puis en $x/x_c = 1$ pour $Q2_{xx}$. Cela est en accord avec les résultats de Bodony et Lele (figure I.17 jet sp62 (a)). En effet, ils montrent que ce sont les termes linéaires L_1 (pour $St \leq 0,4$) et L_2 (pour $St \geq 0,4$) qui dominent la contribution de $\rho u_i u_j$ en champ lointain à 30°. Ils trouvaient néanmoins une contribution supplémentaire du terme quadratique Q_2 pour $0,3 \leq St \leq 0,5$. Ceci confirme les observations de Cavalieri et *al.*. On remarque, de plus, que les fluctations de pression à $St = 0.6$, sont dominées par le mode $m = 1$, qui correspond au mode dominant des termes en $L1_{xx}$, $L2_{xx}$ et $Q2_{xx}$ à $St = 0.6$, en lien avec les fluctuations de pression en champ proche. On remarque que la répartion spectrale d'énergie de chaque terme est similaire, ainsi que le pic d'amplitude maximum, atteint en $x/x_c = 0.5$. D'autre part, on constate pour le terme $Q2_{rr}$ sur la figure V.36 à $St = 0.4$ que le mode $m = 0$ domine. Cela montre que les interactions de la turbulence avec elle même sont responsables du bruit rayonné sur les cotés d'un jet froid (au sens de l'analogie de Lighthill). Il est à noter que Bodony et Lele trouvent (figure I.16 jet sp7 (b)) que la contribution du terme L_1 domine dans les hautes fréquences à 90°. Au vu de nos résultats, il doit s'agir de la contribution du terme $L1_{xr} = \langle\rho\rangle\langle u_x\rangle u'_r$ que nous n'avons pas considérée dans notre étude. Finalement, il est intéressant de noter que, en ce qui concerne le terme $L1_{xx}$ et sa distribution fréquentielle pour $St = 0.2$ et $St = 0.4$, on retrouve le comportement observé par Cavalieri *al.* [296] dans le cas isotherme. Le mode $m = 0$ domine en amont du cône potentiel en $x/x_c = 0.7$ pour $St = 0.4$, puis l'énergie est transférée vers le mode $m = 1$ à $St = 0.2$ aux alentours de $x/x_c = 1$. Ceci met en avant la présence probable d'un mécanisme non-linéaire, qui serait en partie responsable de l'intermittence acoustique observée en champ lointain. Néanmoins des analyses supplémentaires sont nécessaires pour mieux comprendre ce phénomène.

Dans le cas du jet chaud (figure V.37), on peut établir une discussion similaire pour le bruit rayonné pour de faibles angles. En effet, on observe que les contributions principales au terme $\rho u_i u_j$ sont celles des termes linéaires $L1_{xx}$ et $L2_{xx}$. Les structures azimutales observées sont dominées par le mode $m = 0$, mais une part non-négligeable de l'énergie est contenue dans les modes d'ordre supérieur ($m = 1,2,3$). De plus, le mécanisme non-linéaire observé précédemment sur le terme $L1_{xx}$ semble être également présent, mais dans une moindre mesure.

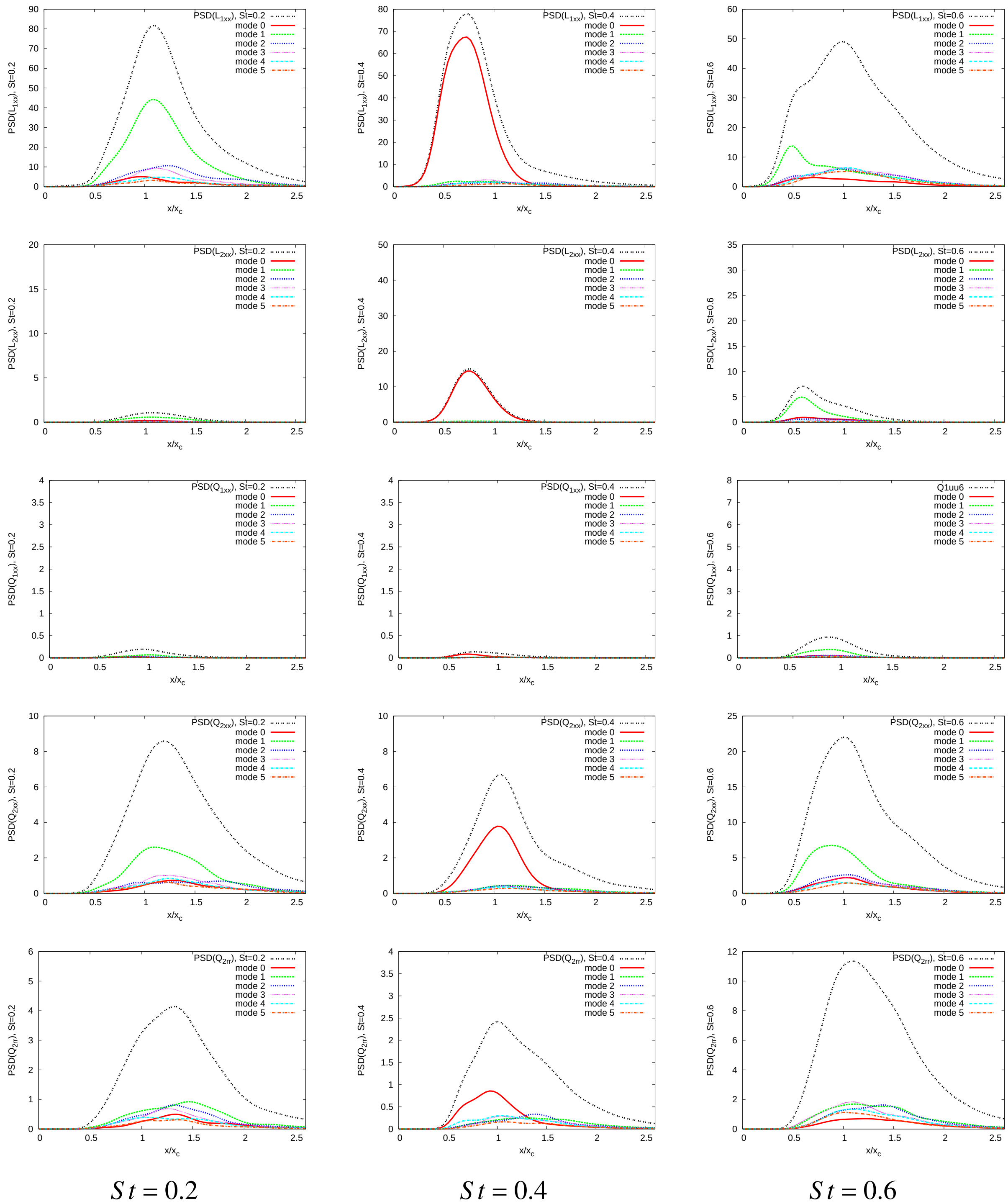


Figure V.36 – Jet isotherme $T_j/T_\infty = 1$: Densité spectrale de puissance par mode azimutaux sur une surface cylindrique de rayon $r = r_o$. En pourcentage de $\rho u_i u_j$ total. De haut en bas : L_{1xx}, L_{2xx}, Q_{1xx}, Q_{2xx}, Q_{2rr}.

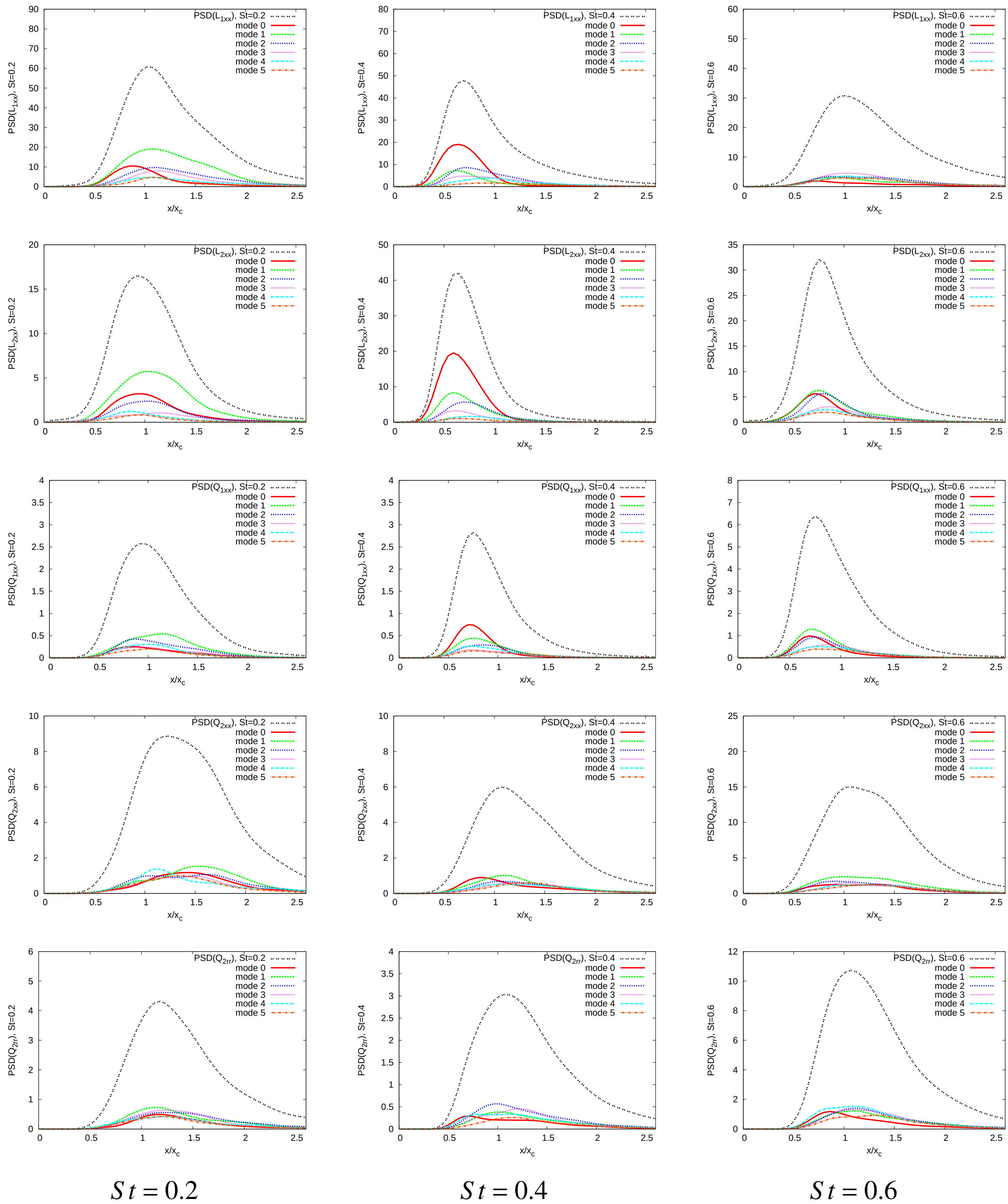
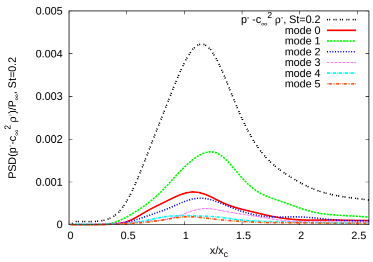
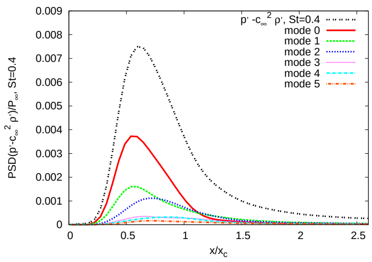


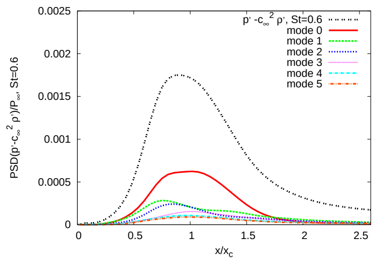
Figure V.37 – Jet chaud $T_j/T_\infty = 2.7$: Densité spectrale de puissance par mode azimutaux sur une surface cylindrique de rayon $r = r_o$. En pourcentage de $\rho u_i u_j$ total. De haut en bas : $L1_{xx}$, $L2_{xx}$, $Q1_{xx}$, $Q2_{xx}$, $Q2_{rr}$.



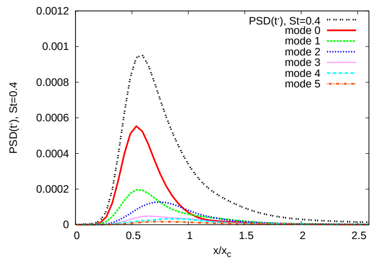
a) $T_j/T_\infty = 2.7, St = 0.2$



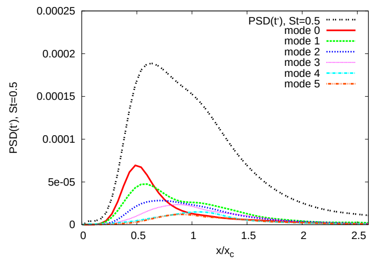
b) $T_j/T_\infty = 2.7, St = 0.4$



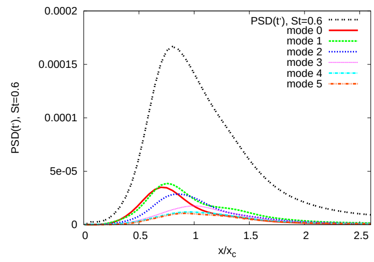
c) $T_j/T_\infty = 2.7, St = 0.6$



d) $T_j/T_\infty = 2.7, St = 0.2$



e) $T_j/T_\infty = 2.7, St = 0.4$



f) $T_j/T_\infty = 2.7, St = 0.6$

Figure V.38 – Densité spectrale de puissance dans le cas du jet chaud $T_j/T_\infty = 2.7$, par mode azimutaux sur une surface cylindrique de rayon $r = r_o$: du terme d'entropy $(p' - c_\infty^2 \rho')$, en haut ; de température $S_{tt}(x, y = r_o, m, St_D)$, en bas.

Néanmoins, ce sont là les seules contributions semblables entre les deux jets. En effet, on observe que, contrairement au jet isotherme, la contribution du terme $L_{1_{xx}}$ à $St = 0.4$ sur la dynamique totale du jet est environ 1,5 fois moins importante, et celle du terme $L_{2_{xx}}$ 2,5 fois plus importante. Pour ces deux termes, les contributions des ordres supérieurs $m \geq 1$ sont alors plus marquées. La forme spectrale des différents modes du terme linéaire $L_{2_{xx}}$ est similaire à celle du terme d'entropie représentée sur la figure V.38 (en haut) pour $St \leq 0.5$ (le même lien peut être établi avec les répartitions spatiales des fluctuations de température, sur la figure V.38 (en bas)). Rappelons que le terme $L_{2_{xx}}$ domine le rayonnement dans les faibles angles (figure I.17 jet sp39 (a)). A la fréquence $St = 0.6$, on observe que la contribution du mode $m = 0$ du terme entropique est complètement différente de celle du terme $L_{2_{xx}}$. Il est intéressant de constater que Bodony et Lele trouvent que les contributions des termes $\rho u_i u_j$ (dominés par $L_{2_{xx}}$) et $p' - c_\infty^2 \rho'$ s'additionnent pour contribuer au niveau de bruit total rayonné (corrélation constructive) pour $St < 0.3$ (pic en $St = 0.2$), et qu'elles s'annulent dans les plus hautes fréquences (figure I.16 jet sp39 (a)). Dans notre cas, où la vitesse du jet est plus faible (pic à $St = 0.4$), il est supposé que ces deux contributions soient constructives dans les basses fréquences et destructives pour $St > 0.6$. Toutefois, nos résultats nécessitent d'être propagés en champ lointain afin de conclure quant à ce mécanisme. De plus, notre analyse est limitée par le fait que nous ne considérions que la position radiale $r = r_o$. En effet, pour des angles élevés, Bodony et Lele montrent que la contribution du terme quadratique Q_2 domine la contribution du terme de quantité de mouvement $\rho u_i u_j$, et que dans les basses fréquences, les contributions de ce terme et celui d'entropie sont constructives. Le pic à $St = 0.2$ observé sur le bruit rayonné à 90° (figure V.25) dans le cas chaud et le fait que le mode $m = 0$ domine légèrement le terme $Q_{2_{rr}}$ à $St = 0.4$ pour $x/x_c = 0.7$ pourraient néanmoins suggérer que des mécanismes sources non-linéaires entrent en jeu.

V.5 Bilan sur les effets de température sur les jets simples

Ce chapitre présente une étude des jets simples subsoniques à hauts nombres de Mach et de Reynolds. A partir d'une configuration isotherme et d'une autre fortement chauffée, nous avons étudié les effets de température sur le comportement aérodynamique et aéroacoustique. Nos résultats se sont montrés en accord avec les résultats expérimentaux.

L'étude des différents termes sources du tenseur de Lighthill en champ proche nous a permis de mieux cerner leurs interactions et leurs effets sur la dynamique des deux jets considérés. De cette manière, et par analogie avec les travaux de Bodony et Lele [107] en champ lointain, nous nous sommes intéressés à la distribution spatiale et fréquentielle des mécanismes sources mis en jeu dans l'analogie de Lighthill. La décomposition azimutale en série de Fourier nous a permis de mettre en évidence plus précisemment les comportement structuraux de chacun des deux jets. Il apparait que les principales différences lorsqu'un jet est chauffé sont la contribution du terme d'entropie, l'augmentation de l'amplitude du terme linéaire L_2 ; représentant les interactions entre le gradient de densité et l'écoulement moyen ; et l'émergence non-négligeable des modes d'ordre supérieur pour chacun des termes sources étudiés. La contribution des modes ($m > 1$) est cohérente avec l'activité turbulente plus riche observée dans le cas du jet chaud.

Au sens de l'analogie de Lighthill, il semblerait les mécanismes sources d'un jets isotherme soient linéaires pour tous les angles observables. Néanmoins cela est moins évident pour un jet chaud, notamment pour les angles élevés. D'autre part, nous avons vu que la distribution spatiale et fréquentielle du terme entropique et du terme linéaire $L_{2_{xx}}$, qui représente l'interaction des fluctuations d'entropie avec l'écoulement moyen, est similaire. Ceci confirme les résultats et les conclusions de Bodony et Lele [107] sur l'acoustique rayonnée des jets chauds. Les interactions entre les termes de moment $\rho u_i u_j$ et le terme entropique sont, du point de vue de l'analogie de Lighthill, un mécanisme clef pour comprendre les effets de température sur l'acoustique des jets.

Chapitre VI

Influence de la température sur la dynamique et le bruit des jets coaxiaux

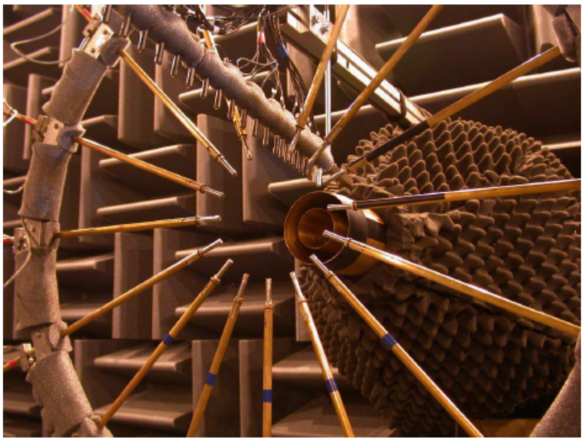
Dans ce chapitre, nous allons étudier des jets coaxiaux, en considérant un cas isotherme et un cas où le jet central sera chauffé. Nous avons vu dans le chapitre d'introduction que le comportement aérodynamique de ce type d'écoulement était encore mal compris. Dans le but de mieux cerner la dynamique de ces jets, nous nous placerons dans le cadre de jet coaxiaux où le jet primaire sera basée sur des nombres de Mach et de Reynolds identiques dans un cas isotherme et l'autre anisotherme. Ce choix est motivé par les récents travaux expérimentaux de Guitton et *al.* [297], qui avaient pour objectif de caractériser de manière précise la dynamique turbulente et la signature dans le champ proche d'un jet coaxial isotherme, dont nous disposons de la base de données. Nous étudions alors comment le processus de mélange est influencé par le développement des couches de cisaillement interne et externe, notamment lorsque l'on chauffe le jet central. Nous mettons ainsi en évidence les effets de température sur la dynamique de ce type d'écoulement, ainsi que sur le bruit rayonné.

VI.1 Contexte physique et numérique de l'étude

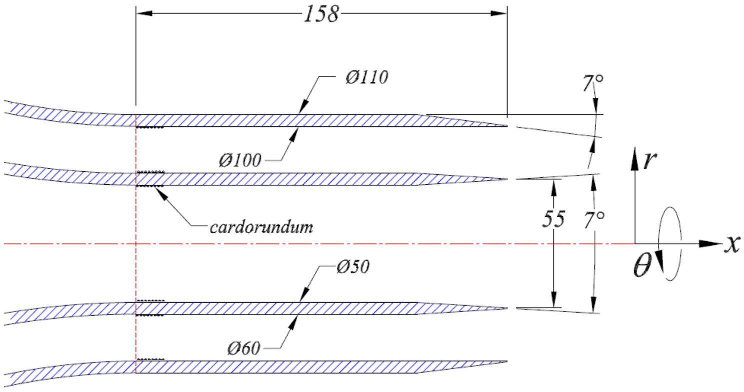
VI.1.1 Propriétés des écoulements

La campagne de mesure réalisée par Guitton et *al.* [297] sur des jets coaxiaux, dans le cadre du projet européen CoJEN ("Co-axial Jet Engine Noise"), s'est déroulée dans une soufflerie anéchoïque, de dimensions 9.4m$\times$6.3m$\times$4.6m(275m^3) et de fréquence de coupure 150Hz, au sein de l'Institut P', Département Fluides, Thermique, et Combustion à Poitiers. Le dispositif expérimental est illustré sur la figure VI.1 (a) et les caractéristiques géométriques de la buse coplanaire sont représentées sur la figure VI.1 (b). Le diamètre en sortie de la buse interne est de D_p = 55mm et celui de la buse externe est de D_s = 100mm (les indices p et s étant respectivement relatifs aux jets primaire et secondaire).

De la même manière que Ko et Kwan [58], trois rapports de vitesse ont été considérés par les auteurs 0.3, 0.5, et 0.7, avec un nombre de Mach du jet primaire $M_p = 0.5$, uniquement dans des conditions isothermes, à $T_\infty = 293K$. Le nombre de Reynolds du jet primaire est alors $Re_p = 6.25 \times 10^5$. On considère une pression ambiante de $P_\infty = 1 \times 10^5$ Pa, et une vitesse du son dans le milieu ambiant de $c_\infty = 343 m.s^{-1}$.



(a)



(b)

Figure VI.1 – Dispositif expérimental de Guitton et *al.* [297] : (a) antennes linéique et azimutale des microphones en champ proche ; (b) buse du jet coaxial (unités en [mm]).

De la même manière que dans les chapitres précédents, nous ne prenons pas en compte la présence d'une buse dans nos simulations. C'est pourquoi nous considérons ici les diamètres internes de la buse coplanaire comme diamètres de jets primaire et secondaire, respectivement $D_p = 0.05$m et $D_s = 0.1$m. Le rapport de diamètre est ainsi de $D_s/D_p = 2$. De plus, nous nous limiterons au cas d'étude d'un rapport de vitesse $U_s/U_p = 0.7$, car ce dernier est représentatif des conditions de sortie d'un turboréacteur au décollage. De cette manière, le rapport des flux de quantité de mouvement $M = \rho_s U_s^2 / \rho_p U_p^2$ est $M_1 = 1$ et $M_2 = 1.34$, respectivement dans le cas d'un jet primaire isotherme et anisotherme. Ainsi que nous l'avons rappelé dans le premier chapitre de cette étude, peu d'études expérimentales décrivent précisemment ce type d'écoulement dans la littérature, notamment pour les jets primaires chauds. C'est pourquoi, dans le but de mieux comprendre les effets de température sur l'aérodynamique des jets coaxiaux, nous nous plaçons dans un régime d'écoulement basé sur le nombre de Mach $M_p = 0.5$ et le nombre de Reynolds $Re_p = 6.25 \times 10^5$ du jet primaire dans les deux cas. De cette manière, les nombres de Mach acoustique considérés, ainsi que les vitesses d'éjections sont diffèrents. On s'attend donc à ce que le jet coaxial dont le jet primaire est chaud soit nettement plus bruyant que le jet coaxial isotherme. Nous renseignons les principales caractéristiques physiques des jets simulés dans le tableau VI.1. Notamment, les nombres de Mach convectifs des ondes d'instabilités, ainsi que les vitesse convectives associées, dont l'expression est donnée ci-dessous VI.1, y apparaissent. Au regard des nombres de Mach convectifs considérés, pour chacun des jets (primaire et secondaire) et dans les deux cas (jet primaire isotherme et anisotherme) nous nous plaçons dans des régimes d'écoulements quasi-incompressibles.

$$Mc_p = \frac{U_p - U_s}{a_p + a_s}, \qquad Mc_s = \frac{U_s - U_\infty}{a_\infty + a_s}, \qquad Uc_p = \frac{a_s U_p - a_p U_s}{a_p + a_s}, \qquad Uc_s = \frac{a_\infty U_s - a_s U_\infty}{a_\infty + a_s} \quad \text{(VI.1)}$$

	Jet coaxial froid	Jet coaxial chaud
$U_p(m.s^{-1})$	171.5	282
M_p	0.5	0.5
M_s	0.35	0.57
Ma_p	0.5	0.8
Ma_s	0.35	0.58
Re_p	6.25×10^5	6.25×10^5
$D_p(m)$	0.05	0.179
$D_s(m)$	0.1	0.358
$T_p(K)$	293.15	792
$T_s(K)$	293.15	293.15
Mp_c	0.07	0.1
Ms_c	0.17	0.3
$Up_c(m.s^{-1})$	144.5	229.1
$Us_c(m.s^{-1})$	59.5	98.5

Tableau VI.1 – Paramètres physique des simulations de jets coaxiaux

VI.1.2 Notion de vitesse et de diamètre équivalents dans les jets coaxiaux compressibles

La notion de paramètres équivalents dans les jets coaxiaux fut introduite par Eldred et *al.* [298] des suites des observations de Greatrex [299] en 1960. En effet, ainsi que l'on mis en évidence Ko & Kwan [58], il existe une relation de similitude dans la zone pleinement développée des jets coaxiaux I.10, rendant ainsi les profils de vitesse et d'intensité turbulente indépendants du nombre de Reynolds. On suppose alors qu'un jet coaxial est, dans la zone pleinement développée, équivalent à un jet simple de diamètre équivalent D_e et de vitesse équivalente U_e. Cette notion de paramètres équivalents fut étendue dans le cas d'un jet coaxial où le jet central est chauffé par Fisher et *al.* [64]. On peut également citer Balarac [187], qui apporta une correction au modèle de Ko & Kwan [58] et de Fisher [64] dans le cadre de jets coaxiaux annulaires en écoulement incompressible. A partir des équations de continuité, de quantité de mouvement, et d'enthalpie totale, initialement, on a :

Conservation du débit :

$$\rho_e U_e D_e^2 = \rho_p U_p D_p^2 + \rho_s U_s \left(D_s^2 - D_p^2\right) \tag{VI.2}$$

Conservation de la quantité de mouvement :

$$\rho_e U_e^2 D_e^2 = \rho_p U_p^2 D_p^2 + \rho_s U_s^2 \left(D_s^2 - D_p^2\right) \tag{VI.3}$$

Conservation de l'enthalpie totale :

$$\rho_e U_e T_e D_e^2 = \rho_p U_p T_p D_p^2 + \rho_s U_s T_s \left(D_s^2 - D_p^2\right) \tag{VI.4}$$

On définit les quantités : $r_\gamma = \frac{U_s}{U_p}$, $r_\beta = \frac{D_s}{D_p}$, et $r_\delta = \frac{\rho_s}{\rho_p} = \frac{T_p}{T_s}$, qui sont, respectivement, le rapport de vitesse, le rapport de diamètre, et le rapport de densité. La résolution du système composé des équations VI.2, VI.3, et VI.4 permet de définir les paramètres équivalents pour les jets coaxiaux en écoulement compressible :

$$\frac{U_e}{U_p} = \frac{1 + r_\delta r_\gamma^2 (r_\beta^2 - 1)}{1 + r_\delta r_\gamma (r_\beta^2 - 1)} \quad , \quad \frac{U_e}{U_s} = \frac{1}{r_\gamma} \frac{1 + r_\delta r_\gamma^2 (r_\beta^2 - 1)}{1 + r_\delta r_\gamma (r_\beta^2 - 1)} \tag{VI.5}$$

$$\frac{T_e}{T_p} = \frac{1 + r_\gamma (r_\beta^2 - 1)}{1 + r_\delta r_\gamma (r_\beta^2 - 1)} \quad , \quad \frac{T_e}{T_s} = \frac{r_\delta + r_\delta r_\gamma (r_\beta^2 - 1)}{1 + r_\delta r_\gamma (r_\beta^2 - 1)} \tag{VI.6}$$

$$\frac{D_e}{D_p} = \sqrt{\frac{\left(1 + r_\delta r_\gamma (r_\beta^2 - 1)\right)\left(1 + r_\gamma (r_\beta^2 - 1)\right)}{1 + r_\delta r_\gamma^2 (r_\beta^2 - 1)}} \quad , \quad \frac{D_e}{D_s} = \frac{1}{r_\beta} \sqrt{\frac{\left(1 + r_\delta r_\gamma (r_\beta^2 - 1)\right)\left(1 + r_\gamma (r_\beta^2 - 1)\right)}{1 + r_\delta r_\gamma^2 (r_\beta^2 - 1)}} \tag{VI.7}$$

Les caractéristiques physiques des jets simples équivalents à nos simulations de jets coaxiaux sont résumées dans le tableau VI.2.

	Jet simple froid	Jet simple chaud
$U_j(m.s^{-1})$	135	210
M_j	0.4	0.5
M_a	0.4	0.6
Re	8.98×10^5	3.4×10^5
$D_j(m)$	0.098	0.365
$T_j(K)$	293.15	368.1
$F(N=kg.m.s^{-2})$	172	4433
$Q_v(m^3.s^{-1})$	1.204	22
M_c	0.2	0.28
$U_c(m.s^{-1})$	68.2	99

Tableau VI.2 – Paramètres équivalents des jets coaxiaux.

VI.1.3 Discrétisation spatiale et conditions initiales

Le maillage utilisé dans cette étude est constitué de $n_x\times n_y\times n_z = 957\vec{x}\times308\vec{y}\times308\vec{z}$ points, soit un total de 91×10^6 points. Au niveau de l'axe du jet, le pas d'espace minimum est de $\Delta_o = 0.038R_p$ dans toutes les directions et est constant suivant $2D_p$ autour de l'axe suivant $\vec{y}$ et $\vec{z}$. Il est ensuite étiré dans les directions transversales jusqu'à atteindre $\Delta_{max} = 0.5D_p$ en $L_y = L_z = \pm15D_p$. Dans la direction axiale, le pas d'espace est maintenu constant sur $31D_p$ tel que $\Delta_{xmin} = \Delta_o$ et est ensuite étiré sur $19D_j$, pour atteindre un pas d'espace de $\Delta_{xmax} = \Delta_{max}$ en $L_x = 50D_p$. Le domaine physique de nos simulations est de $\left[L_x\times L_y\times L_z\right] = \left[30D_p\times22D_p\times22D_p\right]$. La décomposition de domaine est alors effectuée sur 232 processeurs Power6.

Par analogie avec le profil initial d'un jet simple IV.1, nous utilisons un profil initial de vitesse en double tangente hyperbolique, défini par l'équation VI.8 en entrée de domaine, de manière à approximer le profil de vitesse réel d'un jet coaxial.

$$U(r) = \begin{cases} U_s + \frac{U_p-U_s}{2}\left[1-tanh\left[b_p\left(\frac{r}{R_p}-\frac{R_p}{r}\right)\right]\right], & \text{si} \quad r\leq R_m \\ U_\infty + \frac{U_s-U_\infty}{2}\left[1-tanh\left[b_s\left(\frac{r}{R_s}-\frac{R_s}{r}\right)\right]\right], & \text{si} \quad r> R_m \end{cases} \tag{VI.8}$$

avec R_p,R_s, et $R_m = (R_p+R_s)/2$ respectivement les rayons intérieur, extérieur et moyen du jet coaxial. Les paramètres d'épaisseur de quantité de mouvement $b_p = R_p/(4\delta_{\theta p})$ et $b_s = R_s/(4\delta_{\theta s})$ sont fixés à une valeur de 6.25, ce qui correspond à une épaisseur de quantité de mouvement de $\delta_{\theta p} = 0.04R_p$ pour le jet primaire et $\delta_{\theta s} = 0.08R_s$ pour le jet secondaire. Ces paramètres sont évidemment maintenu identiques pour les deux configurations considérées dans ce chapitre. De plus, de manière identique aux jets simples simulés précédemment, la distribution de température est donnée par la relation de Crocco-Busemann IV.3.

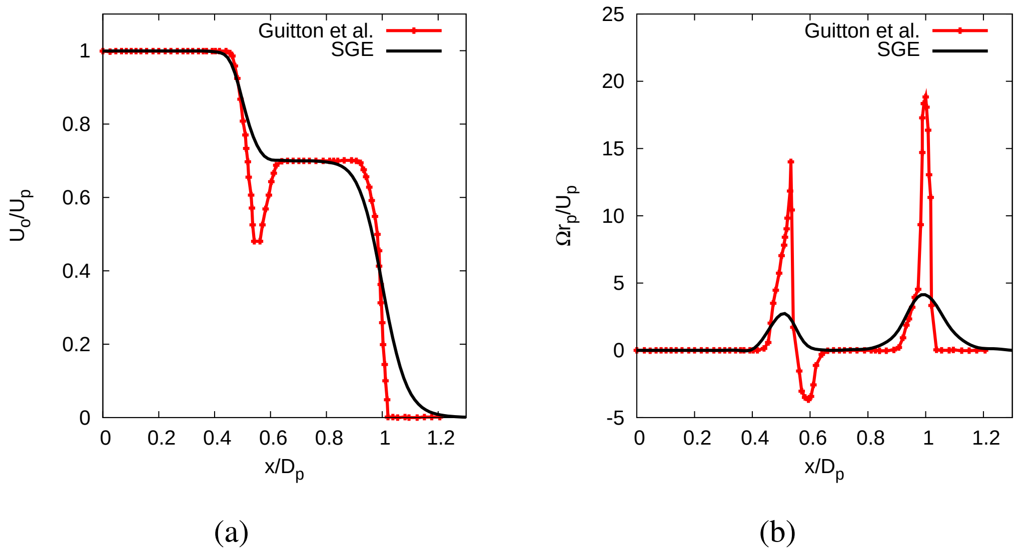


Figure VI.2 – Profils initiaux des jets coaxiaux en $x = 0$: (a) vitesse ; (b) vorticité

Ce profil idéalisé ainsi obtenu est comparé à celui mesuré expérimentalement par Guitton et *al.* sur la figure VI.2, ainsi que le profil de vorticité associée. En effet, un jet coplanaire expérimental ainsi qu'il est illustré sur la figure VI.1 possède trois couches de cisaillement que l'on distingue nettement sur le profil de vitesse mesuré par Guitton et *al.* sur la figure VI.2 : la première δ_1 est définie pour une position radiale comprise entre $U_p = 0.99 U_{p_{cl}}$ et la limite de la buse du jet primaire $y/D_p < 0.55$; la seconde δ_2 entre $y/D_p > 0.55$ et $U_s = 0.99 U_{s_{cl}}$; finalement la troisième $\delta_s = \delta_3$ est définie à l'interface entre le jet secondaire et la région d'entraînement externe $y/D_p \sim 1$. L'épaisseur totale de couche de mélange entre les jets primaire et secondaire est alors $\delta_p = \delta_1 + \delta_2$. Notre approche cartésienne ne permettant pas de prendre en compte ces trois échelles, la définition utilisée VI.8 permet néanmoins de prendre en compte rigoureusement les paramètres globaux d'un jet coplanaire, ainsi qu'il a été montré par Balarac [187]. Les épaisseurs de couche de cisaillements définies dans nos simulations et celles mesurées par Guitton et *al.* sont comparées dans le tableau VI.3. On peut constater que notre résolution spatiale nous oblige à considérer une couche de cisaillement externe δ_s plus épaisse que dans l'expérience. On peut donc s'attendre à ce que les structures qui se développent au voisinage de la région d'entraînement externe soient plus cohérentes qu'expérimentalement.

Afin d'initier la transition vers la turbulence dans nos simulations, et par analogie avec la méthode utilisée dans le chapitre précédent, nous utilisons deux "vortex-ring" [258] : le premier situé sur la

Configuration	δ_p	δ_s
Guitton et *al.*	$0.17D_p$	$0.1D_p$
SGE	$0.16D_p$	$0.2D_p$

Tableau VI.3 – Épaisseur de couche de cisaillement des jets coaxiaux pour un rapport de vitesse $U_s/U_p = 0.7$.

couche de cisaillement interne δ_p en $r = 0.5D_p$ et $x = 0.8D_p$, et le second sur la couche cisaillement externe δ_s en $r = D_p$ et $x = 0.5D_p$. Les amplitudes maximum de fluctuations sont alors imposées en considérant les mesures expérimentales d'intensité de turbulence de Guitton et *al.*, soit $\alpha_p = 0.01$ et $\alpha_s = 0.008$.

Simulations	Etapes du calcul	Tc_∞/D_j	nombre d'itérations	temps horloge (h)
Jet 1	Initialisation	428	97	97
	Statistiques	1186	180000	197
Jet 2	Initialisation	258	108000	100
	Statistiques	708	175000	218

Tableau VI.4 – Détails des simulations de jets coaxiaux chaud et froid à Mach $M_p = 0.5$

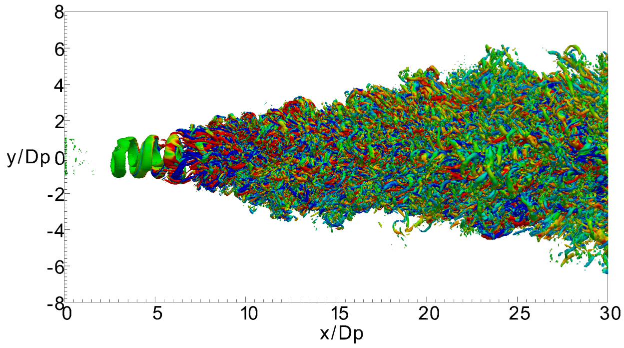
Ces simulations ont été réalisées avec un $CFL = 0.3$. Elles ont nécessité en moyenne 13 jours de calcul. L'initialisation s'est déroulée pendant respectivement $290T_{SGE}$ et $309T_{SGE}$ pour le jet coaxial isotherme et son homologue dont le jet primaire est chaud, soit le temps qu'une onde acoustique traverse respectivement 12 et 8 fois la longueur totale du domaine de calcul. Les détails concernant le déroulement de ces simulations sont résumés dans le tableau V.3. Les statistiques acoustiques sont enregistrées sur une ligne $r/D_p = 10$, où la propagation acoustique est calculée jusqu'à un nombre de Strouhal basé sur le diamètre équivalent et la vitesse équivalente $St = fD_e/U_e = 1.2$.

VI.2 Influence de la température sur la dynamique des jets coaxiaux

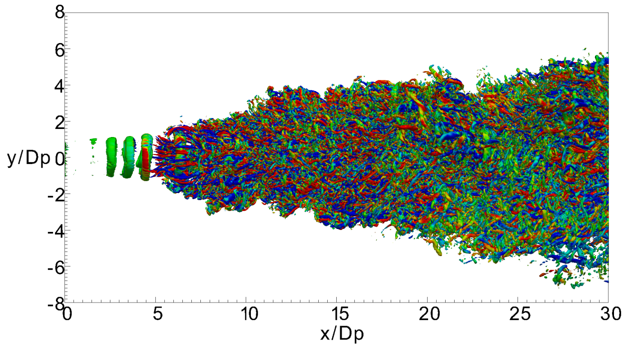
VI.2.1 Développement aérodynamique

On s'intéresse tout d'abord au développement des champs aérodynamiques des jets coaxiaux simulés. Une vue d'ensemble est présentée sur la figure VI.3. Les jets coaxiaux sont représentés par un champ instantané d'isosurface de critère $Q = 0.5(U_j/D)^2$ pour deux seuils identiques 0.05, colorés par la vorticité longitudinale. On observe que le développement des deux jets simulés est très similaire. En effet, dans les deux cas, on note une transition vers la turbulence initiée par le développement d'instabilités de Kelvin-Helmholtz au niveau des couches cisaillés entre $0 < x/D_p \leq 5$, dont résulte la formation d'anneaux tourbillonaires entre le jet intérieur et extérieur, et entre le jet extérieur et le fluide ambiant. Puis des tourbillons longitudinaux contra-rotatifs apparaissent entre deux structures primaires, suivant le même scénario que les jets simples, au-delà de $x/D_p = 6$ dans les deux cas. À partir de là, la tridimensionnalisation des jets est initiée, et en $x/D_p \simeq 9$ les structures de l'écoulement ne semblent plus avoir de direction préférentielle. L'état de turbulence pleinement développée semble alors atteint sur le reste du domaine de calcul pour les deux simulations. Une première interprétation porte sur la présence de cette zone transitionnelle. En effet, celle-ci met en évidence l'importance de la prise en compte d'une buse pour les simulations de jets et un manque de résolution spatiale. En effet, au vu du nombre de Reynolds considéré nous devrions avoir des jets pleinements turbulents en entrée de domaine. Afin de mieux observer les effets de température sur le développement initial des couches de cisaillements, nous avons alors artificiellement coupé l'isosurface de Q en $z/D_p = 0.55$ sur la figure VI.4, en baissant le seuil à 0.03. En premier lieu, on note que la croissance des jets semble être dominée par le développement de la couche de cisaillement externe. On observe que les deux couches de cisaillement commencent à intéragir aux alentours de $x/D_p = 6$ pour chacun des deux cas. Toutefois, les structures cohérentes issue de la couche de cisaillement interne semblent persister jusqu'à $x/D_p = 10$ dans le cas du jet primaire isotherme, alors qu'elles sont étirées et disparaissent au-delà de $x/D_p = 8$ dans le cas d'un jet primaire anisotherme. Du fait de la non prise en compte de la buse dans nos simulations, on peut souligner qu'expérimentalement [300] et numériquement [68], on observe une allée de Von Karman se développant en aval de la lèvre de la buse du jet primaire sur la couche de cisaillement interne entre un jet primaire chaud et un jet secondaire froid dans les jets coplanaire à haut nombre de Mach ($U_p = 400\ m.s^{-1}$). Ce dernier point peut alors mettre en défaut notre approche, mais en l'absence de résultats expérimentaux dans les régimes d'écoulement considérés ici, aucune conclusion quant au comportement de la couche de cisaillement interne ne peut être apportée.

Afin de caractériser le comportement initial des couches de cisaillement interne et externe, nous avons tracé les spectres de vitesse transversale ($\vec{y}$) dans les deux cas sur la figure VI.5. Intéressons nous tout d'abord au cas du jet coaxial isotherme. Sur la figure VI.4 (a), les structures issues de la couche de cisaillement interne ont une forme en hélice, caractéristique d'un mode hélicoïdal. On observe que les structure externes semblent présenter la même tendance, mais de manière moins prononcée. La couche cisaillée interne est dominée par un pic correspondant au nombre de Strouhal $St = fD_e/U_e = 0.4$, qui caractérise le mode hélicoïdal, le mode colonne étant caractérisé par un nombre de Strouhal $St = 0.7$, alors que la couche de mélange externe est dominé par un pic à Strouhal $St = 0.8$ sur la

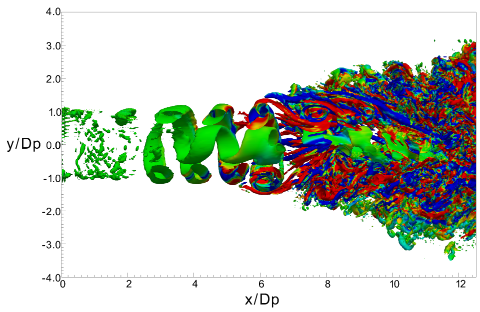


a) $T_p/T_s = 1$, seuil= 0.05.

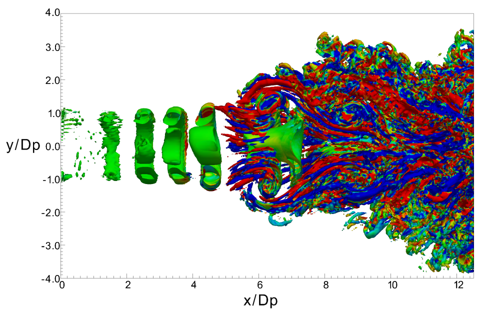


b) $T_p/T_s = 2.7$, seuil= 0.05.

Figure VI.3 – Vue d'ensemble des jets coaxiaux : isosurface de critère $Q = 0.5(U_j/D)^2$, illustrant les effets de température sur les structures tourbillonnaires, colorées par la vorticité longitudinale $-0.8 \leq \omega_x \leq 0.8$.



a) $T_p/T_s = 1$, seuil= 0.03.

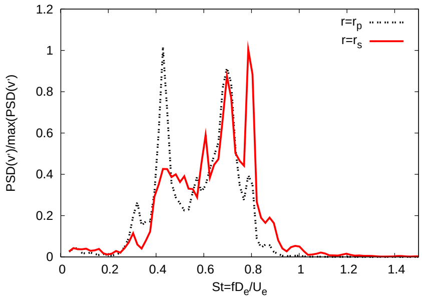


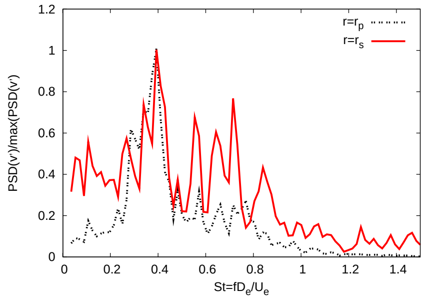
b) $T_p/T_s = 2.7$, seuil= 0.03.

Figure VI.4 – Détail des champs d'isosurfaces de critère $Q = 0.5(U_j/D)^2$ des jets coaxiaux, illustrant les effets de température sur les structures tourbillonnaires, colorées par la vorticité longitudinale $-0.8 \leq \omega_x \leq 0.8$.

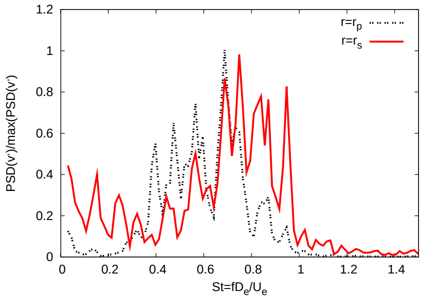
figure VI.5 (a). Il semblerait donc que ce soit la couche interne qui influence le mode de la couche externe. Ainsi que l'avaient souligné Ko et Kwan [58] les deux couches de cisaillement sont bien indépendantes mais semblent couplées. En effet, on met en évidence la fréquence d'appariemment tourbillonnaire $St = 0.4$ de la couche de cisaillement externe pour $x/D_p = 7$ sur la figure VI.5 (b), qui correspond à la fréquence du mode le plus amplifié de la couche interne. Les appariemments tourbillonaires de la couche externe sont ainsi liés à la formation des structures de la couche interne. Ce résultat est en accord avec ce qu'avait observé Bogey et *al.* [68] dans le cas d'un jet coaxial à haut nombre de Mach dont le jet primaire était chauffé. On retrouve effectivement le même scénario dans le cas du jet coaxial au rapport de température $T_p/T_s = 2.7$, mais le couplage entre les deux couches de mélange semble plus prononcé. En premier lieu, la figure VI.3 (b) met en évidence la prédominance d'un mode axisymétrique sur chacune des couches de cisaillement, en accord avec les tourbillons annulaires observés sur la figure VI.4 (b). Ce mode est caractérisé en $x/D_p = 4$ par des pics à nombre de Strouhal $St = 0.68$ et $St = 0.75$ pour les couches interne et externe (figure VI.5 (c)). On observe également de nombreux sous-harmoniques, plus marqués que dans le cas isotherme, résultant d'effets non-linéaires. En $x/D_p = 7$, la fréquence d'appariement de la couche externe correspond alors à la première sous-harmonique de la couche interne.
Cela semble confirmé sur les figures VI.6 (a) et (b) représentant la norme de vorticité, on peut voir que les couches de mélange interne et externe interagissent aux alentours de $x/D_p = 7$, aussi bien dans le cas isotherme que dans le cas d'un jet primaire chaud. Toutefois, la présence d'un fort gradient de température engendre distinctement un appariement violent des structures issues de la couche interne avec la couche externe. Comme les appariements tourbillonnaires constituent de fortes sources de bruit, les effets de température sur les jets coaxiaux, dans la présente configuration, semblent amplifier ce mécanisme. Ainsi, la majeure partie du bruit rayonné serait issue du développement de la couche de mélange externe, caractérisée par la fréquence d'appariement entre les couches de mélange interne et externe.

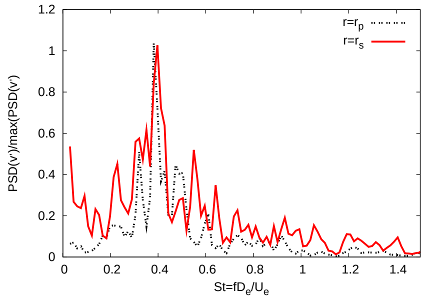
Plus en aval, la turbulence atteint alors son état complètement développé. La figure VI.7 représente les spectres de vitesse axiale, de température, et de pression, au point $x/D_p = 16$ et $r = r_p$. Dans les deux cas étudiés, les spectres de vitesse (VI.7 (a) et (b)) sont en bon accord avec la loi de puissance théorique en $k^{-5/3}$, sur pratiquement deux décades. De plus, on retrouve le résultat obtenu dans le chapitre précédent. En effet, on peut voir sur les figures VI.7 (c) et (d) que l'on retrouve une zone inertielle conductive présentant une loi de puissance en k^{-1} sur les spectres de température, associée à la zone inertielle en $k^{-5/3}$ obtenue pour les spectre de vitesse. La température se comporte ici comme un scalaire passif, et la loi de puissance -1 atteste de sa nature intermittente. On retrouve ici les résultats obtenus expérimentalement par Villermaux et Rehab [282] sur les jet coaxiaux annulaires quasi-incompressibles isothermes, et on montre que l'on retrouve le même comportement pour un jet





a) $T_p/T_s = 1$, $x/D_p = 4$ b) $T_p/T_s = 1$, $x/D_p = 7$

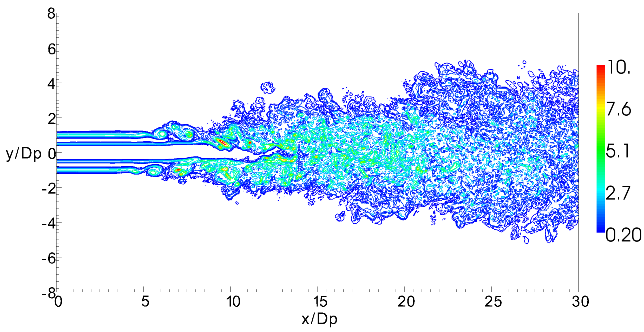


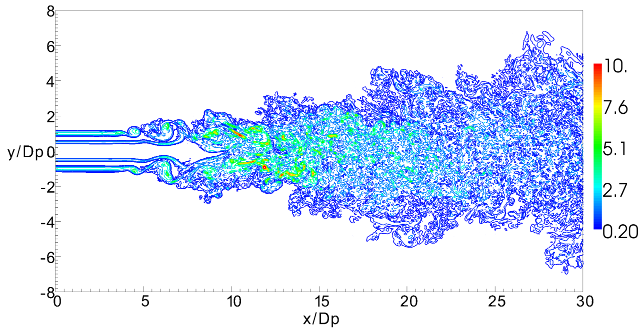


c) $T_p/T_s = 2.7$, $x/D_p = 4$ d) $T_p/T_s = 2.7$, $x/D_p = 7$

Figure VI.5 – Spectres de vitesse transversale au niveau des couches de cisaillement intérieure et extérieure pour différentes positions axiales : $x/D_p = 4$ (a) et (c), $x/D_p = 7$ (b) et (d). Les fréquences sont normées par les quantités caractéristiques d'un jet équivalent et l'énergie est normée par sa valeur maximum.

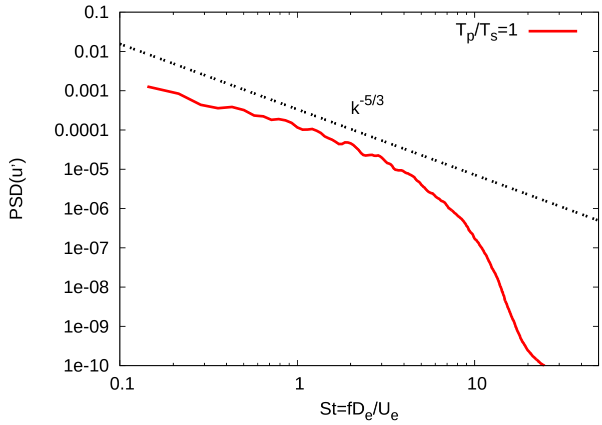
coaxial dont le jet primaire est chaud. Ainsi que nous l'avons mentionné dans le chapitre précédent,



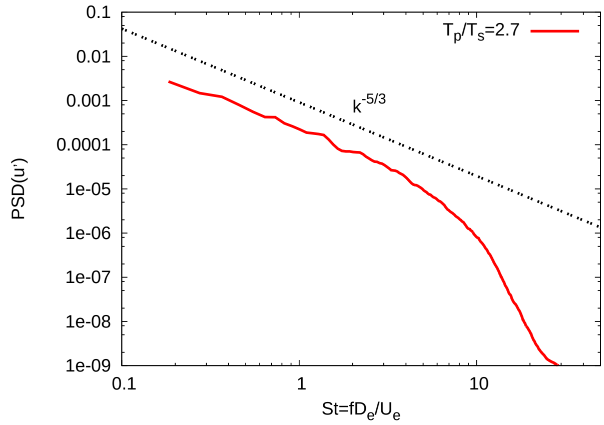


a) $T_p/T_s = 1$ b) $T_p/T_s = 2.7$

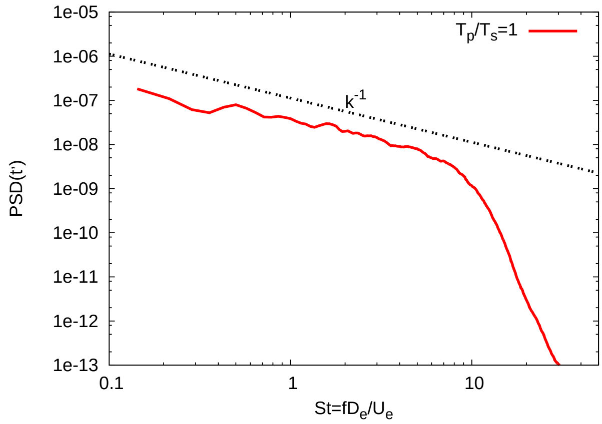
Figure VI.6 – Effets de température sur la dynamique des jets coaxiaux : champs instantannés de la norme de vorticité, représenté par 10 isocontours $0.2 \leq |\omega| \leq 10$.



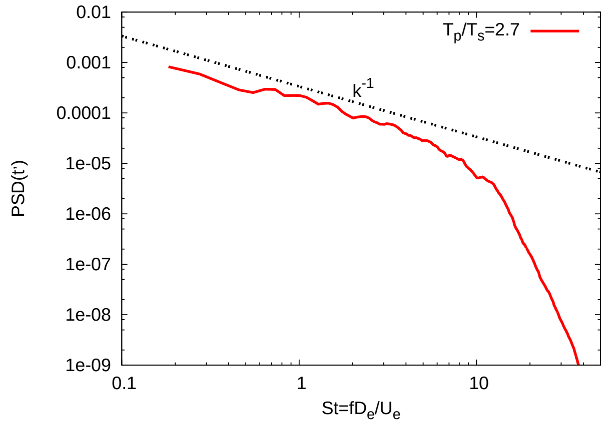
a) PSD(u') $T_p/T_s = 1$



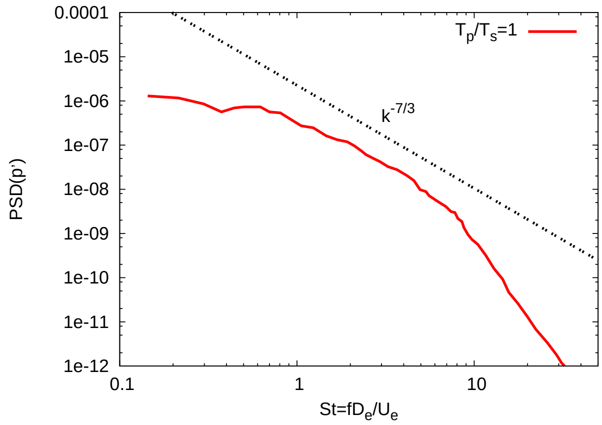
b) PSD(u') $T_p/T_s = 2.7$



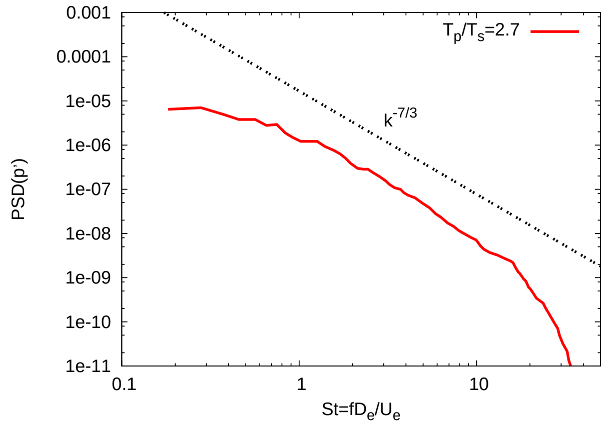
c) PSD(t') $T_p/T_s = 1$



d) PSD(t') $T_p/T_s = 2.7$



e) PSD(p') $T_p/T_s = 1$



f) PSD(p') $T_p/T_s = 2.7$

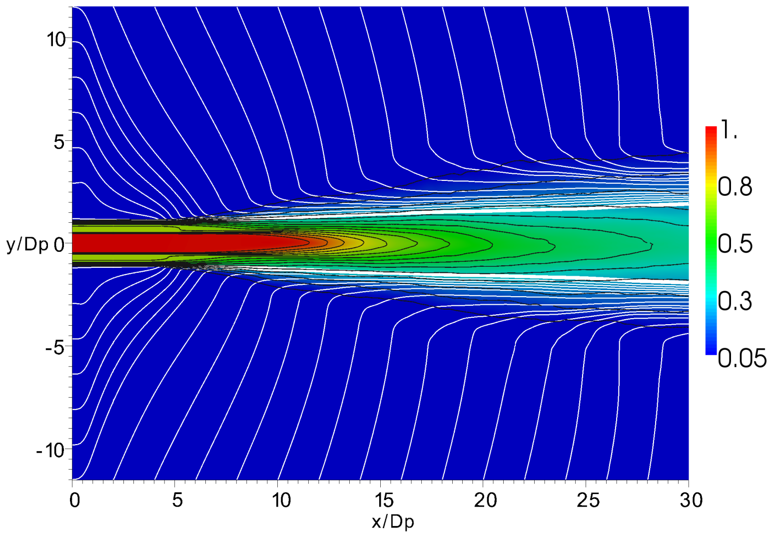
Figure VI.7 – Comportement spectral de la turbulence dans les jets coaxiaux en $x/D_p = 16$ et $r = r_p$: (a) et (b) spectres de vitesse longitudinale ; (c) et (d) spectres de température ; (e) et (f) spectres de pression.

ces auteurs expliquent ce résultat par la persistance de l'étirement dû aux grandes échelles. On retrouve également une loi de puissance en $k^{-7/3}$ pour la zone inertielle des spectres de pression (VI.7 (e) et (f)) qui caractérise la contribution turbulence-turbulence. Ces résultats confirment que les jets coaxiaux peuvent être assimilés à des jets simples dans la zone pleinement développée. De plus, le fait de retrouver des lois de puissance en $k^{-5/3}$ pour les spectres de vitesse et en k^{-1} pour les spectres de température valide de manière claire le bon comportement du modèle sous-maille de la “fonction de structure filtrée” pour les simulations d'écoulements de type jet. En effet, dans ses SND incompressibles de jets annulaires, Balarac [187] a observé le même comportement spectral pour ces deux grandeurs.

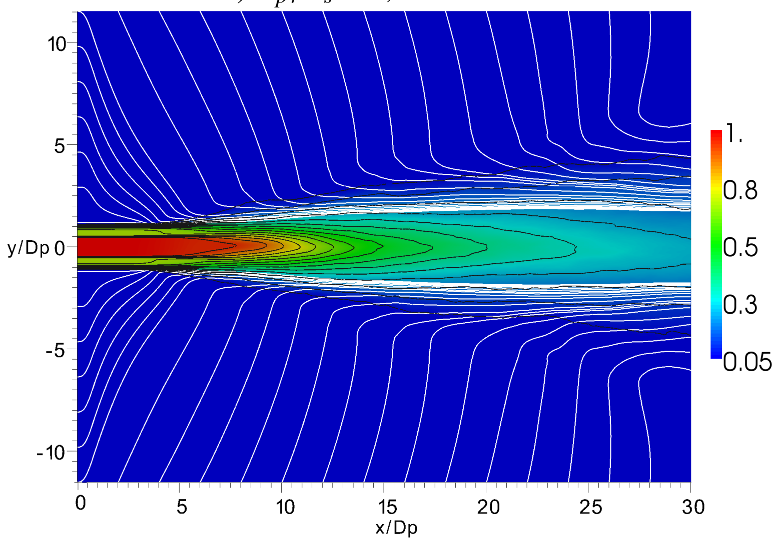
VI.2.2 Quantités Globales

La figure VI.8 représente les lignes de courant du champ de vitesse moyenne dans les cas du jet coaxial isotherme et celui dont le jet central est chaud. On observe ainsi l'entraînement du fluide environnant dans les jets. Nos conditions aux limites permettent correctement l'entrée du fluide dans le domaine de calcul, à l'instar de nos simulations de jets simples. Ainsi les lignes de courant latérales arrivent également perpendiculairement à l'axe du jet primaire. On distingue alors nettement les cônes potentiels des jets primaire et secondaire, ainsi que la structure globale des jets coaxiaux, schématisée dans le premier chapitre de ce travail. On observe que le cône potentiel du jet primaire est effectivement plus long que celui du jet secondaire, définit tel que $< U >= 0.95U_p$ sur l'axe du jet primaire, et $< U >= 0.95U_s$ pour $r = 0.75D_p$. Dans le cas du jet coaxial isotherme, on a $x_{cp} = 11.4D_p$ pour le jet primaire et $x_{cs} = 6.8D_p$ pour le jet secondaire. Ainsi que l'on peut le voir sur la figure VI.9, expérimentalement, Guitton et *al.* ont mesuré $x_{cp} = 12D_p$ et $x_{cs} = 3.5D_p$. Ce résultat s'explique par l'épaisseur de quantité de mouvement initiale spécifiée dans nos simulations. En effet, sur la figure VI.2 (b), si l'épaisseur de vorticité du profil de vitesse initial était sensiblement identique pour le jet central, néanmoins nous avons spécifié une épaisseur pratiquement deux fois supérieure pour le jet secondaire.

Dans le cas du jet coaxial avec un jet primaire chauffé, les deux cônes potentiels sont sensiblement plus courts, tel que $x_{cp} = 7.6D_p$ et $x_{cs} = 5.3D_p$. D'un autre coté on note que le comportement de la décroissance des profils de vitesse est similaire à celui obtenu pour des jets simples dans le chapitre précédent. Ainsi, à cause de l'approche cartésienne et au caractère dissipatif de notre schéma numérique et de notre modèle sous-maille, nos profils de vitesse ont tendance à décroître plus rapidement. Ainsi que l'on peut le voir sur la figure VI.8, le développement moyen d'un jet coaxial dont le rapport de vitesse est inférieur à 1, semble très proche de celui d'un jet simple. C'est pourquoi nous avons évalué la croissance des jets coaxiaux par l'évolution de l'épaisseur du jet par analogie avec celle des



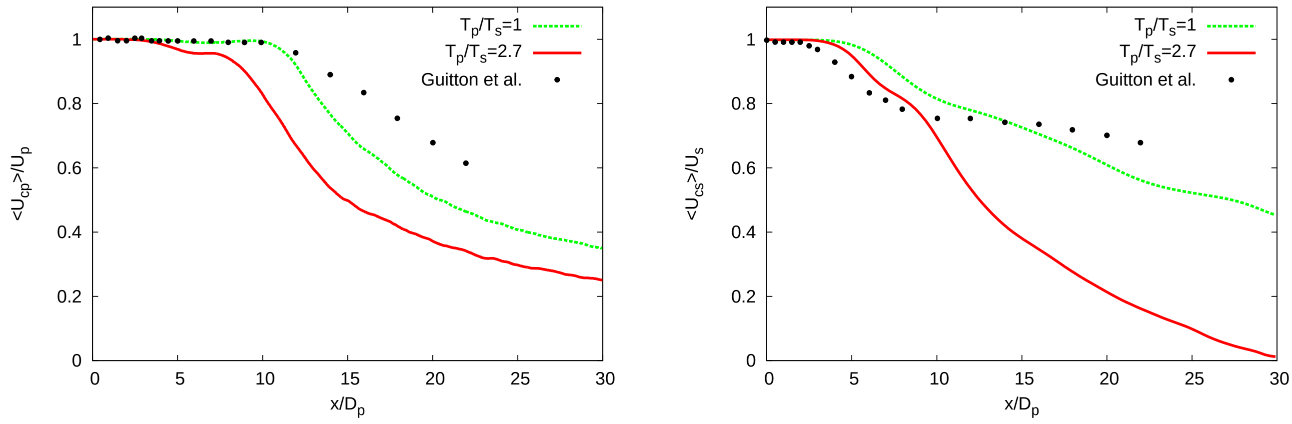
a) $T_p/T_s = 1$, seuil= 0.05.



b) $T_p/T_s = 2.7$, seuil= 0.05.

Figure VI.8 – Champ moyen de la vitesse axiale des jets coaxiaux : coupe dans le plan $(\vec{x},\vec{y})$, illustrant les effets de température sur l'entraînement du fluide environnant.

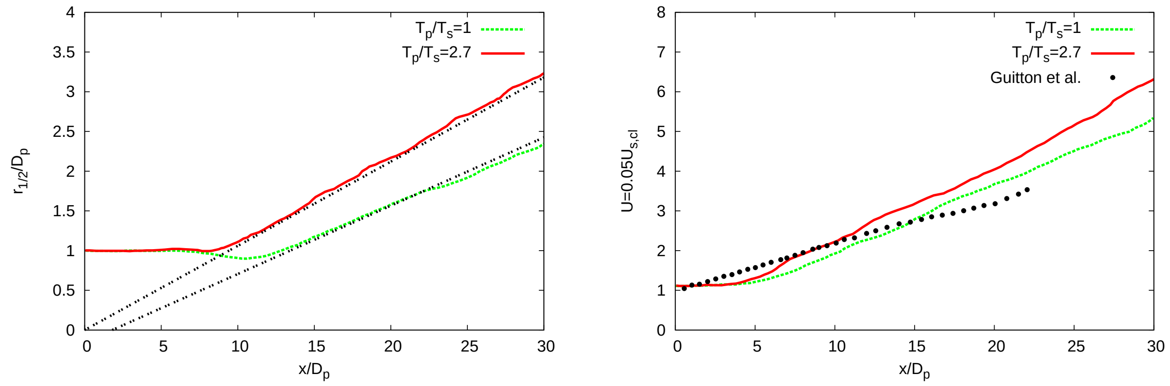
jets simples, tel que $< U >= 0.5U_{p,cl}$. Nous identifions également la frontière entre le jet secondaire et la zone d'entraînement telle que $< U >= 0.05U_{s,cl}$. Ces deux grandeurs, relatives à la croissance des jets coaxiaux sont tracées sur la figure VI.10. On constate que la croissance des jets coaxiaux est en effet très proche de celle des jets simples dans ce cas de figure. Au regard de la demi-croissance des jets, on observe dans les deux cas une zone transitionnelle où l'épaisseur varie peu, jusqu'à $x/D_p = 10$ pour le jet isotherme et $x/D_p = 8$ dans le cas chaud. Puis l'épaisseur croît linéairement avec une pente



a) $r = 0$ b) $r = 0.75D_p$

Figure VI.9 – Évolution longitudinale de la vitesse axiale moyenne dans les jets coaxiaux : (a) le long de l'axe du jet primaire $r = 0$; (b) le long de l'axe du jet secondaire $r = 0.75D_p$.

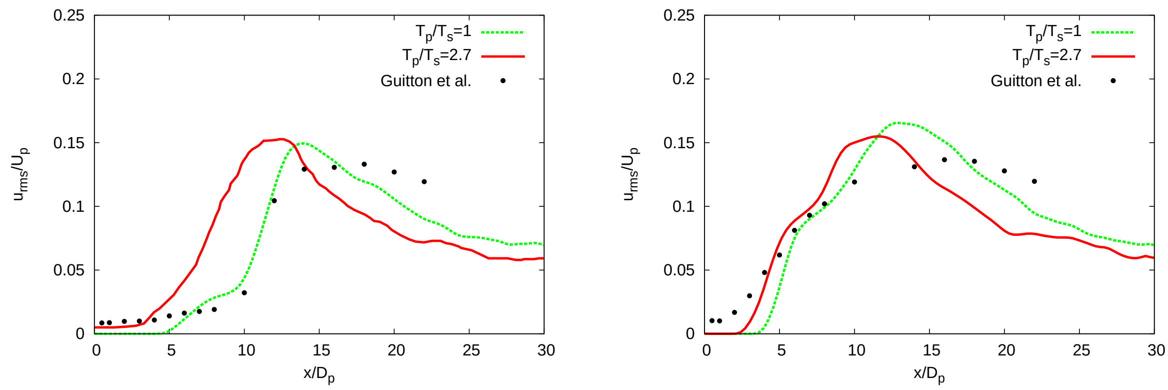
constante respectivement $A = 0.086$ et $A = 0.106$, ce qui correspond au taux d'élargissement des jets simples. On observe la même tendance que pour les jets simples, à savoir que la croissance radiale d'un jet coaxial dont le jet primaire est chaud est plus rapide que son homologue isotherme. Nous avons alors confronté nos données avec celles de Guitton et *al.* concernant l'expansion de la couche de mélange externe sur la figure VI.10 (b).



a) b)

Figure VI.10 – Développement moyen des jets coaxiaux : (a) taux de croissance ; (b) frontière entre le jet secondaire et la zone d'entraînement.

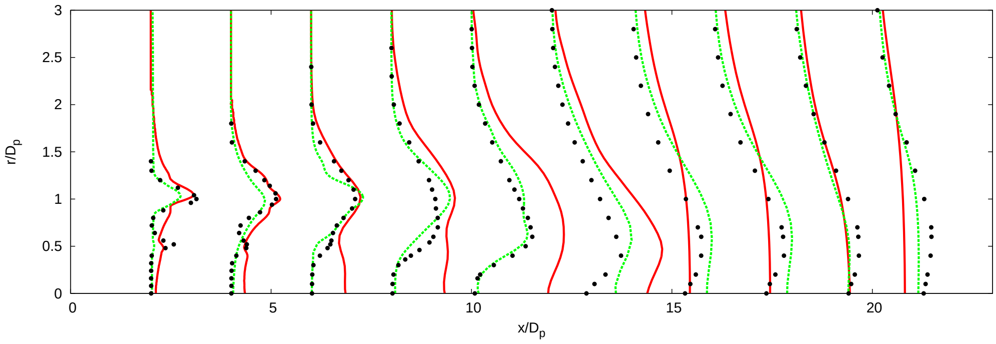
En raison de la buse et de la couche limite initialement turbulente, les mesures expérimentales montrent une croissance linéaire dès la sortie de la buse et légèrement moins prononcée que celle du jet coaxial isotherme simulé. Ce comportement peut s'expliquer par la présence d'une épaisseur de quantité de mouvement initial plus épaisse. En effet, dans leur étude sur l'influence de l'épaisseur de couche limite en sortie de buse dans les jets simples, Bogey et Bailly [271] observent que plus la quantité de mouvement initiale est faible, plus la couche de cisaillement se développe tôt, avec un taux de croissance plus faible. Les taux de fluctuations de vitesse axiales ainsi que l'évolution radiale des tensions de Reynolds sont respectivement présentés sur les figure VI.11 ((a) sur l'axe des jets primaire, et (b) du jet secondaire $r/D_p = 0.75$) et VI.12. En accord avec les résultats précédents, la croissance initiale de l'intensité de turbulence sur les axes primaire et secondaire du jet isotherme est plus faible dans notre SGE jusqu'à $x/D_p \simeq 5$, ce qui met l'accent sur la prise en compte de conditions initiales plus réalistes. Puis, plus aval, et malgré le fait que le taux de croissance de l'intensité de turbulence soit en accord avec l'expérience, le pic d'amplitude maximum d'intensité turbulente est surestimée d'environ 10% sur l'axe du jet primaire et de 15% sur l'axe du jet secondaire. Néanmoins nos résultats sont généralement en accord avec les données expérimentales. Ainsi qu'il a été observé par Bogey et Bailly [68], les niveaux maximums sont atteints lorsque les couches de cisaillement interne et externe fusionnent, et en aval du cône potentiel du jet primaire.



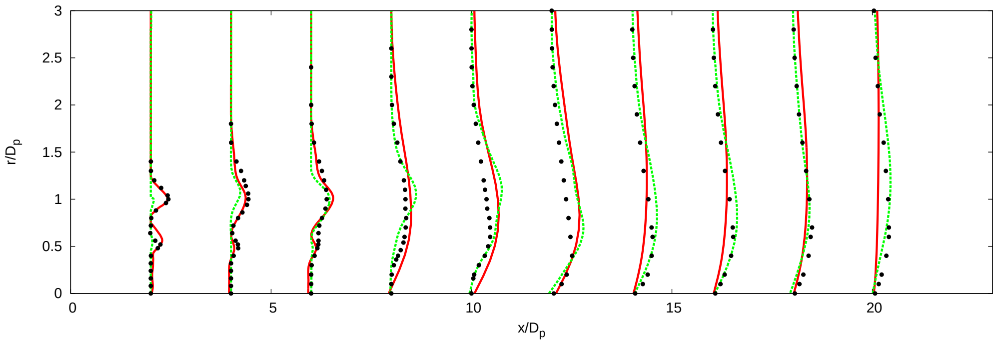
a) b)

Figure VI.11 – Effets de température sur la turbulence des jets coaxiaux : (a) évolution des fluctuations de vitesse longitudinales u_{rms}/U_p sur l'axe du jet primaire. (b) évolution des fluctuations de vitesse longitudinales u_{rms}/U_p sur l'axe du jet secondaire.

De manière similaire aux observations expérimentales sur les jets simples [13], le jet chaud atteint son amplitude maximum d'intensité turbulente plus tôt que le jet isotherme sur l'axe du jet primaire, en accord avec la position du cône potentiel. De plus ces niveaux sont identiques comme le nombre de Mach M_p est constant dans les deux cas. La principale différence de comportement se situe sur l'axe du jet secondaire. En effet, contrairement aux jets simples, le fait d'augmenter le nombre de Mach M_s



a) σ_{xx}



b) σ_{xr}

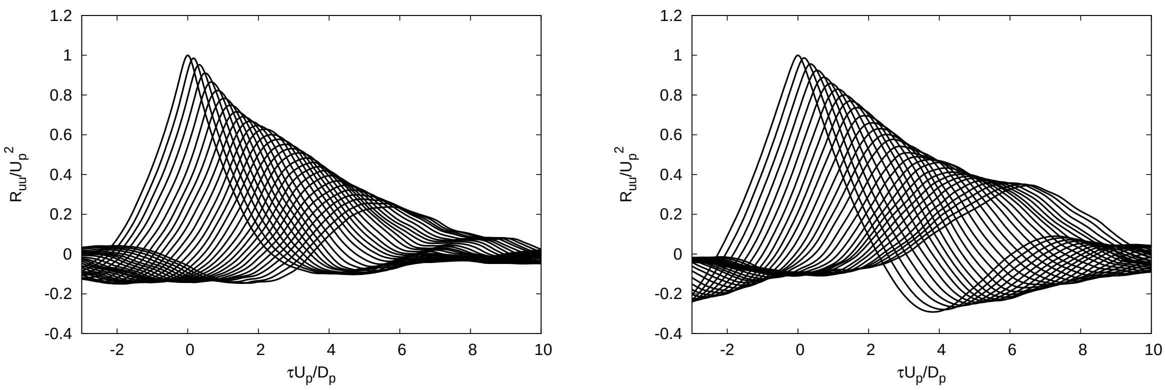
Figure VI.12 – Effets de température sur les tensions de Reynolds dans jets coaxiaux : (a) σ_{xx} et (b) σ_{xr}. $T_p/T_s = 1$: --- ; $T_p/T_s = 2.7$: — ; • : Guitton et *al.*.

ne diminue que très légèrement le niveau d'intensité turbulente, dont le maximum se situe également plus en amont, par rapport au jet froid. Ce comportement peut s'expliquer par l'interaction entre les deux couches de cisaillement, illustrée par la figure VI.12. On observe en effet que la distribution radiale d'intensité turbulente est plus importante dans le cas du jet coaxial chaud, caractéristique d'un mélange plus rapide. Ces différences de comportement entre les deux jets coaxiaux sont conformes aux observations de Koh et *al.* [69]. Les sources de bruit du jet coaxial chaud devraient alors générer un champ acoustique plus intense, en accord avec les réflexions de Tanna et Morris [62], sur l'augmentation du niveau de bruit rayonné avec la diminution du rapport de vitesse $U_s/U_p < 1$.

VI.2.3 Corrélations en deux points et vitesses de convection

Nous nous intéressons maintenant à la signature spatio-temporelle de la turbulence, à l'aide de corrélations bidimensionnelles à une échelle de temps et d'espace. Ainsi que nous l'avons déjà mentionné, la connaissance des échelles intégrales de temps et d'espace de la turbulence est primordiale au regard des termes sources dans les analogies acoustiques. Nous avons vu dans le chapitre précédent que les effets de température sur les jets simples subsoniques à haut nombre de Mach n'affectaient que légèrement ces quantités, en contradiction avec les modèles et les hypothèses des analogies acoustiques dans le cas de jets simples chauds, en accord avec les résulats de Bridges et Wernet [48].

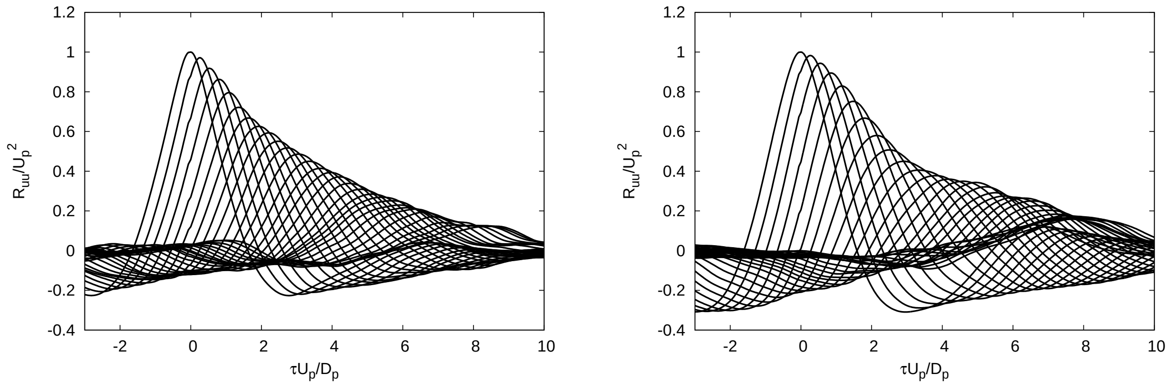
Les corrélations spatio-temporelles des fluctuations de vitesse longitudinale sont représentées sur les figures VI.13 et VI.14, respectivement sur les couches de mélange interne et externe. Nous comparons alors ces corrélations à la fin du cône potentiel des jets primaire et secondaire, où se situe la région de l'écoulement qui domine la production de bruit en terme de mécanismes sources au sein des jets simples. Nous représentons 30 courbes de corrélations sur chaque figure. La séparation axiale ξ entre chaque corrélation est de $3\Delta_o$ en aval sur l'axe considéré. On observe sur la figure VI.13 que les corrélations sur la couche de mélange du jet primaire sont plus larges dans le cas chaud, ce qui indique que l'écoulement tend vers une turbulence homogène et que les structures cohérentes sont spatialement plus étendues que dans le cas isotherme. Les structures cohérentes issues de la couche de mélange interne du jet coaxial froid sont donc décorrélées plus rapidement que lorsque le jet primaire est chauffé. Ce résultat est en contraste avec ce que nous avons observé dans le chapitre précédent.



a) $T_p/T_s = 1$ b) $T_p/T_s = 2.7$

Figure VI.13 – Effets de température sur les corrélations spatio-temporelles de vitesse longitudinale R_{uu} des jets coaxiaux sur la couche de cisaillement interne au niveau du cône potentiel du jet primaire, $x = x_{cp}$ et $r = r_p$.

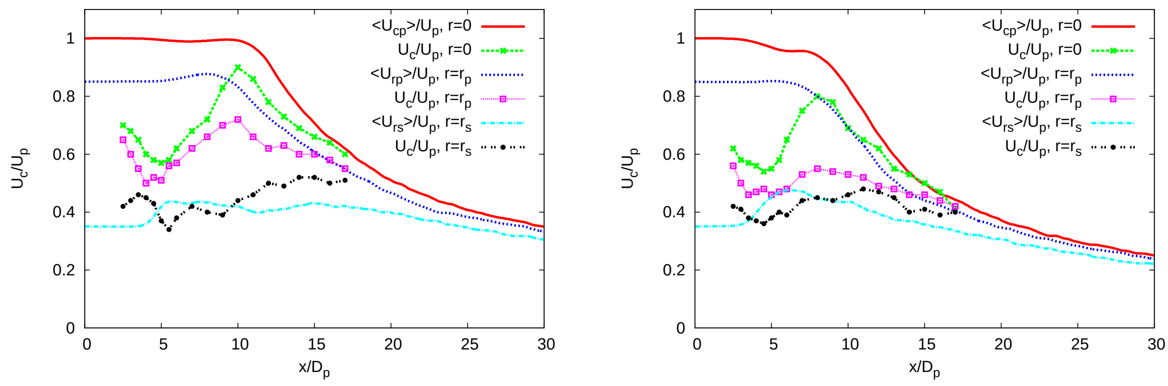
En effet, nous avons vu que les corrélations de vitesse sur la couche de cisaillement d'un jet simple chaud, pour un nombre de Mach comparable ($M_j = 0.54$, V.1) se décorrélaient plus vite que dans un cas isotherme. Le temps de retournement de la turbulence est augmenté dans le cas du jet chaud. La persistance de structures cohérentes à grandes échelles pourrait alors expliquer la présence de sources



a) $T_p/T_s = 1$ b) $T_p/T_s = 2.7$

Figure VI.14 – Effets de température sur les corrélations spatio-temporelles de vitesse longitudinale R_{uu} des jets coaxiaux sur la couche de cisaillement externe au niveau du cône potentiel du jet secondaire, $x = x_{cs}$ et $r = r_s$.

de bruit plus intenses. Nous déduisons de l'analyse des corrélations spatio-temporelles les vitesses de convection de la turbulence, sur l'axe du jet primaire, ainsi que sur chacune des deux couches de cisaillement dans les deux configurations étudiées. On observe sur les figures VI.15 de nombreuses différences entre les deux cas, bien que le comportement général soit similaire.



a) $T_p/T_s = 1$ b) $T_p/T_s = 2.7$

Figure VI.15 – Effets de température sur les vitesses de convections des jets coaxiaux : (a) jets coaxial isotherme ; (b) jet coaxial chaud.

En effet, il est clair que la convection des fluctuations de vitesse longitudinale $< u'u' >$ sur l'axe et les couches de cisaillement interne et externe suivent la même évolution dans les deux cas. On observe en premier lieu une phase de décélération en amont du cône potentiel du jet secondaire, suivie d'une accélération jusqu'au cône potentiel du jet primaire pour les vitesses de convection sur l'axe et la couche de cisaillement interne. Les valeurs maximales atteintes sont $U_c = 0.9U_p$ sur l'axe du jet primaire ($r = 0$) et $U_c = 0.7U_p$ sur la couche de cisaillement interne ($r = r_p$) dans le cas isotherme. Pour le jet coaxial chaud ces valeurs sont plus faibles, telles que $U_c = 0.8U_p$ sur l'axe et $U_c = 0.55U_p$ pour $r = r_p$. En aval du cône potentiel du jet primaire, chaud et froid, les vitesses de convections tendent à suivre l'évolution de la vitesse moyenne sur l'axe ce qui implique un transport de la turbulence par l'écoulement moyen. On note que l'évolution de la vitesse de convection sur la couche de cisaillement externe subit une légère accélération en aval du cône potentiel du jet secondaire, dans les deux cas, pour fusionner avec les deux autres aux alentours de $x/D_p > 15$.

Néanmoins, nous avons vu dans le chapitre précédent que chauffé un jet simple à vitesse constante entraînait une diminution de la vitesse de convection. Hors dans le cas présent, nous avons choisi de chauffer le jet primaire en conservant le même nombre de Mach $Mp = 0.5$. On s'attend donc à ce que le jet coaxial chaud est une vitesse de convection plus élevé que le jet coaxial isotherme (cf. tableau VI.1). Une explication pourrait être que l'ajout d'un jet annulaire isotherme et son intéraction avec le fort gradient de température présent dans le jet primaire, diminuent l'accélération locale des structures sur la couche de mélange interne. En effet, nous avons montré dans la première partie de cette section que les deux couches de cisaillement (interne et externe) étaient couplées, notamment au regard de la fréquence d'appariement des tourbillons issus de la couche externe, et que cette intéraction semblait amplifiée dans le cas chaud. Toutefois, en l'absence de résultats supplémentaire, aucune conclusion ne peut être apportée sur ce comportement.

VI.3 Influence de la température sur l'acoustique des jets coaxiaux

On étudie à présent le comportement acoustique des deux jets coaxiaux simulés et les effets de température lorsque le jet central est chauffé sur l'acoustique rayonné. Les résultats du jet coaxial isotherme seront comparés aux mesures réalisées par Guitton et *al.* dans la soufflerie anéachoïque de la branche "fluide" de l'Institut P' à Poitiers, dont les caractéristiques expérimentales sont détaillées dans la première partie de ce chapitre VI.1. En revanche nous ne disposons d'aucune configuration expérimentale de jet coplanaire dont le jet primaire est chauffé correspondant à notre configuration VI.1 dans la littérature. Néanmoins, Viswanathan [61, 301] a réalisé des mesures acoustiques d'un jet coaxial dont les caractéristiques sont trés proches de la nôtre, bien que la géométrie de la buse soit différente. De plus le jet primaire était chauffé par un brûleur au propane , situé en amont de la sortie de la buse. Le fluide en sortie de buse du jet primaire était donc un mélange d'air et de gaz issus de la combustion, alors que le fluide considéré pour le jet secondaire était uniquement de l'air. Ainsi, nous disposons de mesures acoustiques expérimentales d'un jet coaxial dont le rapport de vitesse était de $U_s/U_p = 0.79$, le rapport de diamètre de $D_s/D_p = 1.9$, et le rapport de température entre les jets primaire et secondaire $T_p/T_s = 2.1$. Les caractéristiques principales détaillées de ce jet sont rappelées dans le tableau VI.5.

	Jet coaxial chaud expérimental
$U_p(m.s^{-1})$	254
M_p	0.5
M_s	0.58
Ma_p	0.76
Ma_s	0.59
Re_p	280000
$D_p(m)$	0.062
$D_s(m)$	0.12
$T_p(K)$	640
$T_s(K)$	300

Tableau VI.5 – Paramètres expérimentaux du jet coaxial chaud, d'après Viswanathan [61].

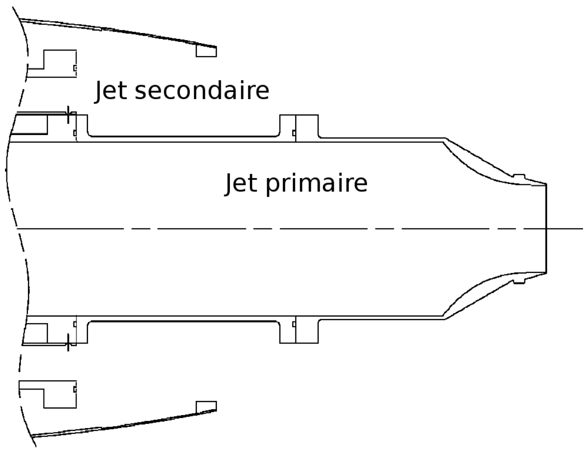
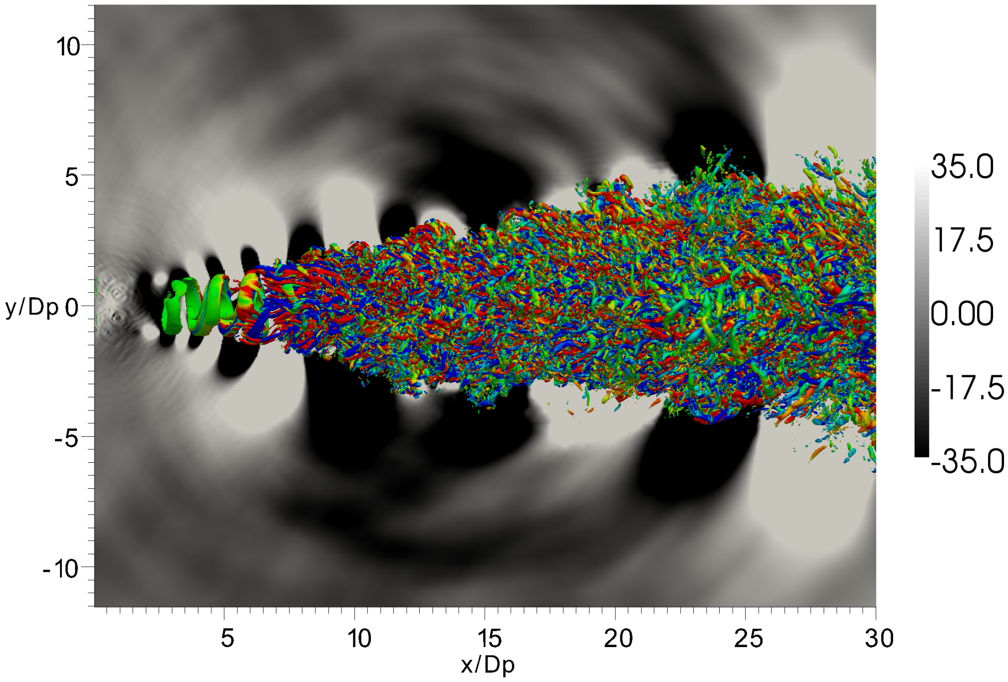


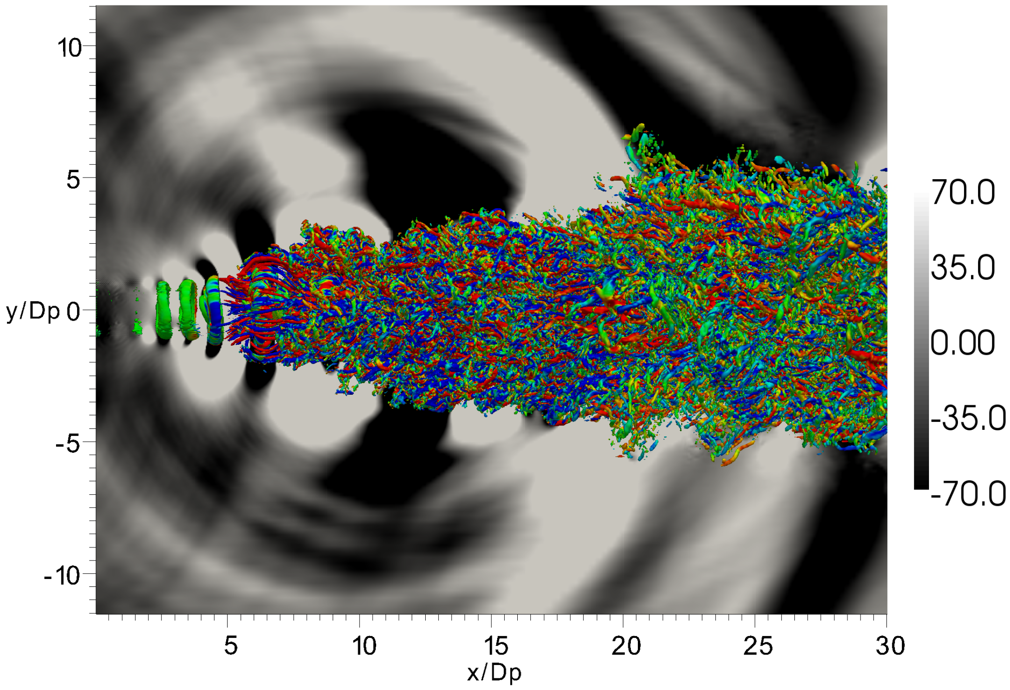
Figure VI.16 – Géométrie de la buse expérimentale utilisée par Viswanathan [61].

La géométrie de la buse utilisée par Viswanathan est schématisée sur la figure VI.16. On peut voir que la buse est constituée de deux convergents et que le jet primaire pénètre dans l'écoulement du jet secondaire. Les mesures acoustiques ont été enregistrés à une distance de $74D_p$ de l'axe du jet primaire. Afin de comparer nos résultats nous avons calculé les paramètres de jet simple équivalent, à l'aide des relations VI.5, VI.6, et VI.7. Ainsi l'expérience de Viswanathan correspond à un jet rond de vitesse $U_e = 230.2 m.s^{-1}$, dont le diamètre est de $D_e = 0.119 m$ et la température de $Te = 363K$. la poussée exercée par ce jet est ainsi de $F_e = 573N$.

Les figures VI.17 (a) et (b) représentent les jets coaxiaux simulés et leur champ acoustique, respectivement dans le cas isotherme et le cas où le jet primaire est chaud. Le champ turbulent est représenté dans les deux cas par une isosurface de critère Q, coloré par la vorticité longitudinale, tandis que les niveaux de pression fluctuante rayonnés sont indiqués en Pa. On observe que l'acoustique rayonnée par les jets coaxiaux est semblable à celle des jets simples. En effet, de manière similaire, le bruit rayonné sur les côtés semble être de nature hautes fréquences, tandis que celui rayonné en aval contient plus de basses fréquences. Au regard des niveaux de pression, le jet coaxial chaud génère



a) $T_p/T_s = 1$



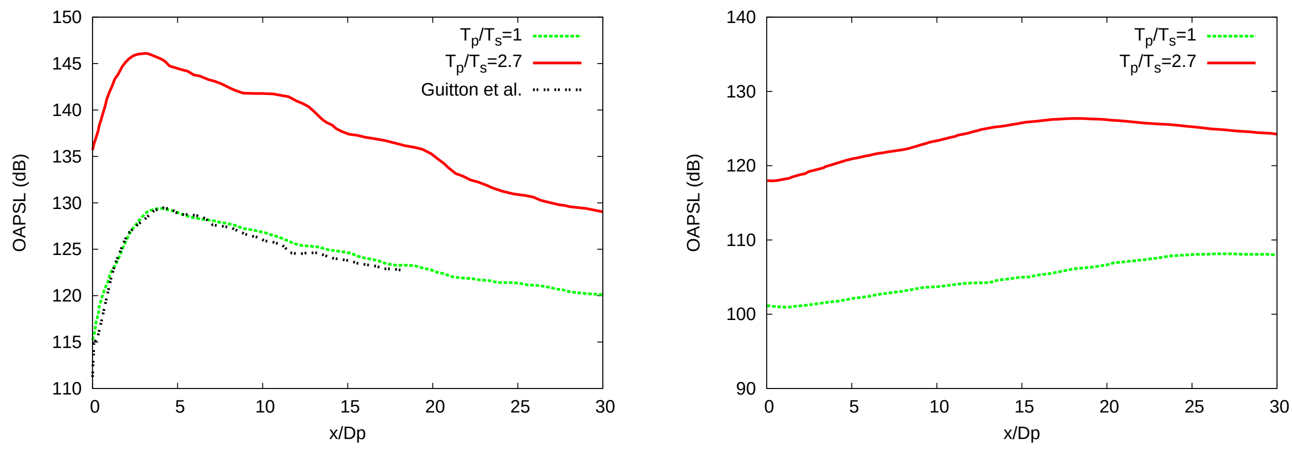
b) $T_p/T_s = 2.7$

Figure VI.17 – Effets de température sur l'acoustique rayonnée des jets coaxiaux : vue d'ensemble des structures tourbillonnaires dans les jets coaxiaux, représentées par une isosurface de critère $Q = 0.5(U_j/D)^2$, colorées par la vorticité longitudinale $-0.8 \leq \omega_x \leq 0.8$, et le champ de pression fluctuante à l'extérieur en Pa.

des niveaux de bruit plus élevés que le jet coaxial isotherme. En particulier, on remarque dans le cas chaud une émission supplémentaire de fronts d'ondes hautes fréquences, qui semblent émis depuis une zone comprise entre le cône potentiel du jet secondaire et la fin du cône potentiel du jet primaire, soit $5 \leq x/D_p \leq 10$. De plus, le jet coaxial chaud semble rayonner des fronts plus larges et plus basses fréquences vers l'aval. Au regard de l'acoustique rayonnée par les deux jets, cette différence de comportement est en accord avec les résultats précédents et peut être reliée avec les corrélations de vitesse longitudinale obtenues sur les couches de cisaillement interne VI.13 et externe VI.14 en fin de cônes potentiels des jets primaire et secondaire. En effet, nous avons vu que les fluctuations de vitesse longitudinale $< u'u' >$ étaient plus corrélées dans le cas du jet coaxial chaud et que les effets de température entraînaient des appariements tourbillonnaires plus marqués entre les couches de mélange des jets primaire et secondaire VI.6.

On peut noter que le forçage utilisé en entrée, sur chacune des deux couches de mélange, pour amorcer la transition vers la turbulence, ne semble pas générer d'ondes acoustiques parasites d'amplitude significative, mais que ces dernières sont plus importantes dans le cas isotherme. De plus, on observe le même comportement des conditions aux limites 3D-NSCBC en entrée que pour les simulations de jets simples isotherme et anisotherme. En effet, on distingue une très légère réflexion basse fréquence dans le cas du jet coaxial isotherme en entrée de domaine, alors que dans le second cas, cette réflexion semble être de nature hautes fréquences et plus prononcée, sans pour autant avoir d'impact sur le développement aérodynamique et acoustique des jets simulés. Complétons alors la discussion commencée dans le chapitre précédent. Il semblerait, au vu des résultats obtenus, que les conditions aux limites 3D-NSCBC n'engendrent de réflexions parasites en entrée pour des simulations de type jet, que pour de hautes vitesses d'éjections, correspondants à des nombre de Mach acoustique $M_a = U_j/c_\infty > 0.6$, indépendamment du nombre de Reynolds Re_j considéré et du forçage utilisé. En effet, rappelons tout d'abord que ces conditions aux limites n'ont été validées par Lodato et *al.* [220] que pour des jets simples isothermes à nombre de Mach $M_j = 0.5$ et à nombre de Reynolds $Re_j = 28000$. Nous avons vu dans le chapitre IV que ces réflexions étaient présentes dans un jet simple isotherme à nombre de Mach $M_j = 0.9$ et nombre de Reynolds $Re_j = 3600$ IV.4 et non dans un jet simple isotherme à nombre de Mach $M_j = 0.6$ et nombre de Reynolds $Re_j = 1 \times 10^6$ IV.23. Au vu des résultats obtenus dans le chapitre V et de ceux que nous avons obtenus dans le présent chapitre, il semble qu'une étude plus poussée de ces conditions aux limites semble nécessaire pour améliorer leur formulation en entrée. Une autre solution consisterait en l'ajout d'une zone éponge en entrée de domaine de la même manière que Bodony [115].

On trace sur la figure VI.18 (a) les niveaux de fluctuations de pression hydrodynamique obtenus

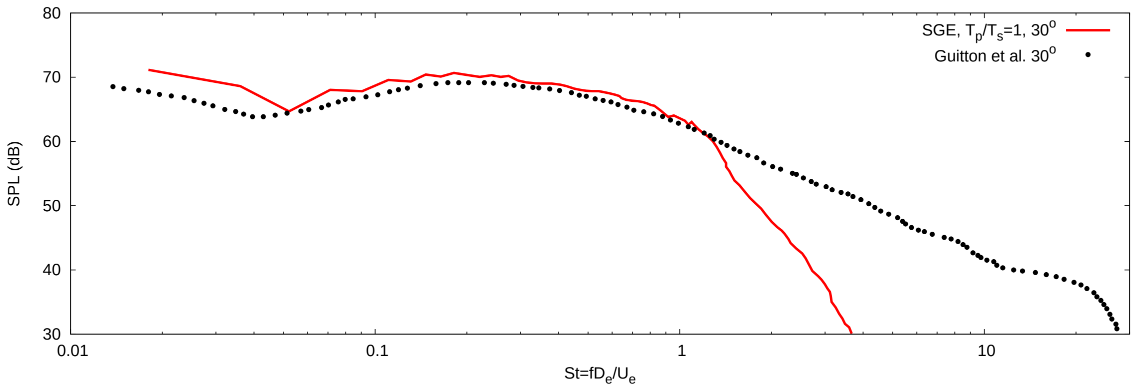


a) champ proche   b) champ lointain $r/Dp = 10$

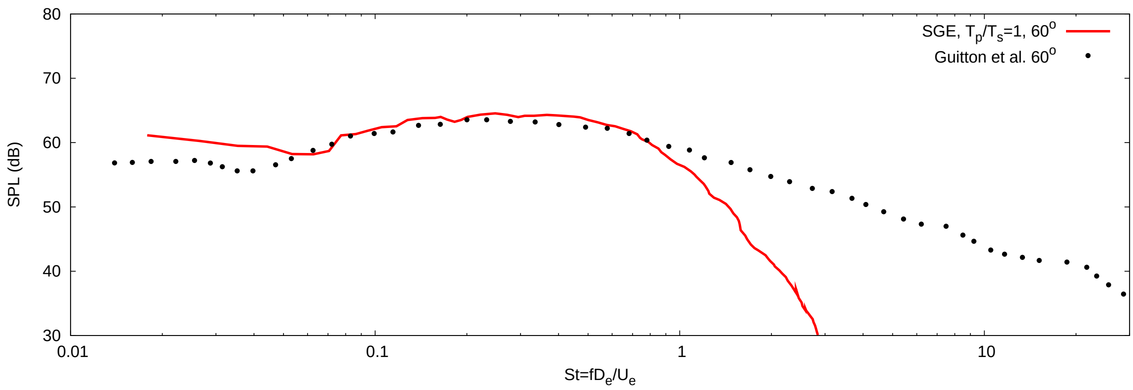
Figure VI.18 – Effets de température sur les niveaux de fluctuations de pression des jets coaxiaux : (a) en champ proche, le long d'une ligne suivant l'élargissement du jet secondaire ($\simeq 10°$) ; (b) en champ lointain, le long d'une ligne en $r/D_p = 10$.

le long d'une ligne identique à l'antenne linéïque utilisée par Guitton et *al.*, que l'on distingue sur la figure VI.1 (a). Cette antenne suit le développement de la couche de cisaillement externe et est définie entre $0 \leq x/D_p \leq 30$. En $x/D_p = 0$, sa position radiale est $r/D_p = 1.25$ et elle forme un angle de 10° avec l'axe du jet primaire. On note en premier l'excellent accord des résultats du jet coaxial isotherme avec les mesures expérimentales avec seulement 1dB d'écart en aval. On remarque que le jet chaud génère des niveaux nettement plus élevés dans toutes les directions. Notamment on constate que le pic est d'environ 17dB plus fort et se situe environ 1 diamètre en amont par rapport au jet isotherme. De plus, en aval, les niveaux de fluctuations de pression décroîssent plus rapidement dans le cas du jet chaud. Néanmoins nous ne disposons d'aucune mesure expérimentale pour comparer nos résultats dans cette configuration.

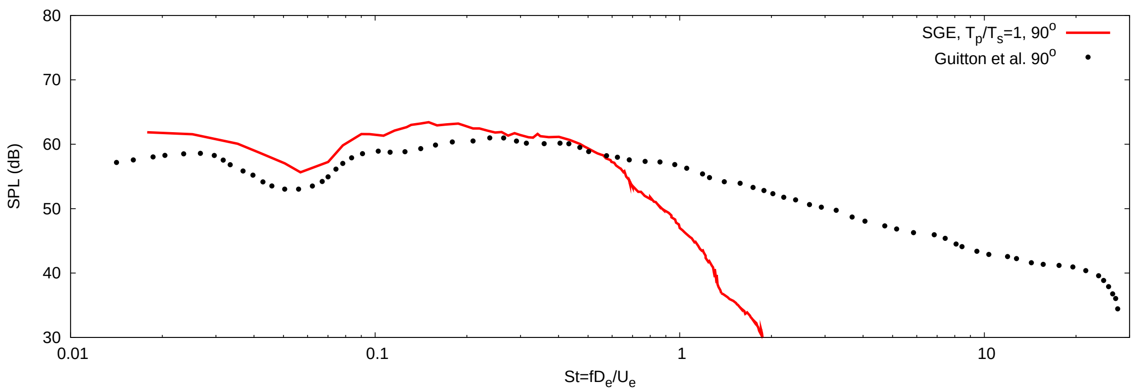
Les niveaux de fluctuations de pression acoustique obtenus le long d'une ligne en $r/D_p = 10$ sont comparés sur la figure VI.18 (b). On remarque que le jet coaxial chaud est plus bruyant que son homologue isotherme, dans toutes les directions, ce qui confirme les observations réalisées précédemment, avec une différence d'environ $17dB$, en accord avec ce qui a été observé en champ proche. Ces résultats confortent notre hypothèse selon laquelle les effets de température entraînent des appariements supplémentaires entre les couches de mélange primaire et secondaire, ce qui explique le niveau de bruit nettement plus élevé. Toutefois, rappelons que les seuls effets de température ne sont pas responsables de la totalité du bruit rayonné. En effet, nous avons vu que les paramètres d'écoulement des deux jets coaxiaux étaient très différents VI.1. Notamment, les vitesses d'éjections ne



a) 30°



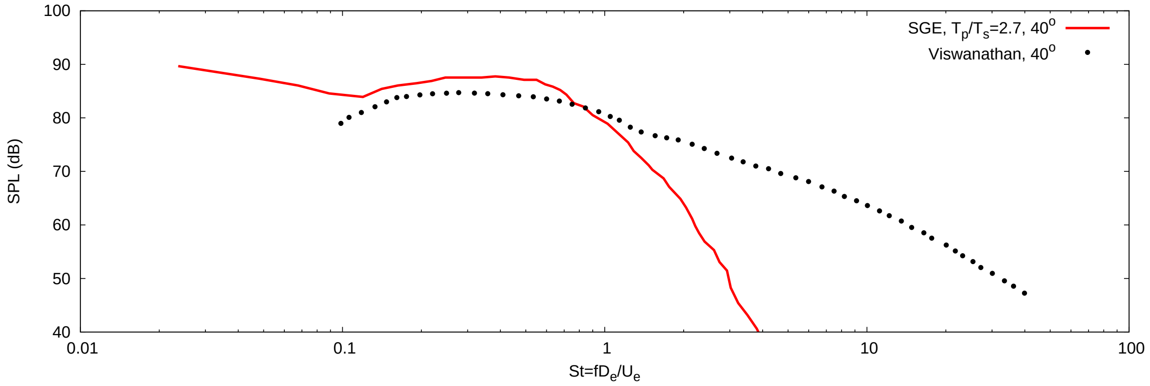
b) 60°



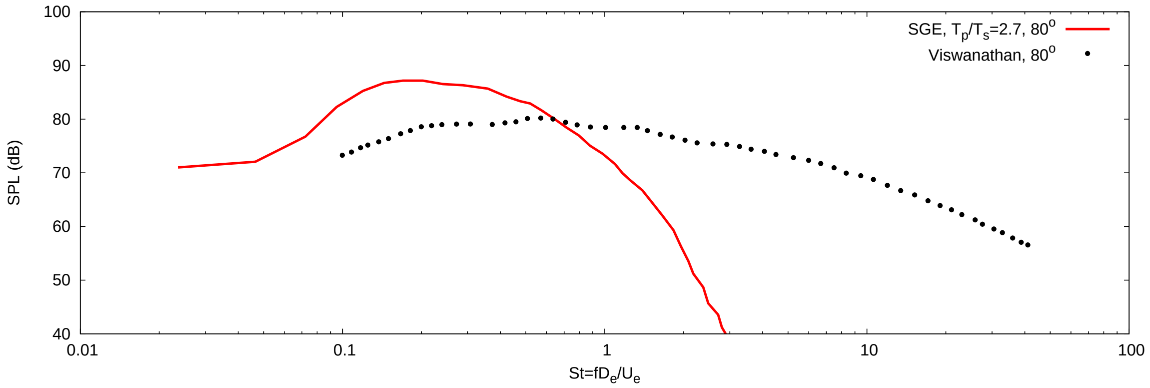
c) 90°

Figure VI.19 – Jet coaxial isotherme : spectre de pression en $r/D_p = 44$ obtenu en propageant en champ lointain pour trois angles différents (30°, 60°, et 90°).

sont pas les mêmes, ce qui implique des nombres de Mach acoustiques différents. Ainsi aux effets de température sur l'acoustique rayonné, on peut également ajouter des effets liés à la poussée.



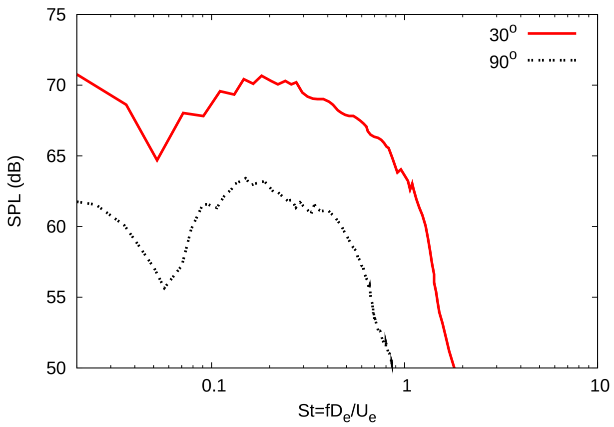
a) 40°



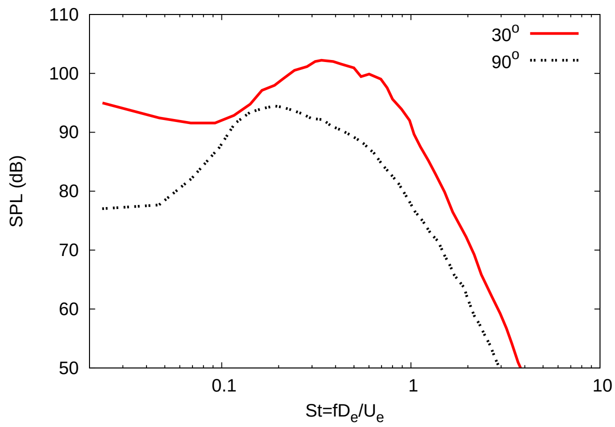
b) 80°

Figure VI.20 – Jet coaxial chaud : spectre de pression en r/D_p = 74 obtenu en propageant en champ lointain pour deux angles différents (40°, et 80°).

Afin de comparer nos résultats en champ lointain avec les expériences décrites dans ce chapitre, nous propageons le bruit calculé par nos SGE à l'aide de la méthode de Kirchhoff décrite en annexe 2, que nous avons déjà utilisée avec succès dans les chapitres précédents. Les spectres de bruit du jet coaxial froid obtenus à $44D_p$ pour des angles de θ = 30°, θ = 60°, et θ = 90° sont tracés sur la figure VI.19. On observe que nos résultats sont en accord avec les mesures de Guitton et *al.* en termes de niveaux et de formes des spectres, pour des nombres de Strouhal compris entre $0.06 \leq St_e \leq 1$, excepté pour $\theta = 90°$, où nous surestimons le niveau d'environ 5dB. De manière similaire aux résultats acoustiques obtenus dans les chapitres précédents, nos simulations surestiment les niveaux en basses fréquences. En effet, nous avons montré que ce résultat était lié à la surestimation de l'intensité turbulente, elle même liée à l'utilisation d'un modèle sous-maille. Pour les angles élevés de $\theta = 90°$, la limitation de notre approche est nettement mise en évidence. Néanmoins, nous capturons très bien les pics en niveaux et en fréquences sur plus d'une décade pour les angles de $\theta = 30°$ et $\theta = 60°$ avec environ 1dB d'écart.



a) $T_p/T_s = 1$



b) $T_p/T_s = 2.7$

Figure VI.21 – Spectres de pression à une distance de $44D_p$ de l'axe du jet primaire pour des angles de 30° et 90° : (a) jet coaxial isotherme ; (b) jet coaxial chaud.

Dans le cas du jet coaxial chaud, les spectres projetés à $74D_p$ sont tracés sur la figure VI.20 pour des angles de 40° et 80°. On observe de nombreuses différences avec ceux mesurés par Visvanathan, qui s'expliquent par la géométrie initiale différente ainsi que par la poussée, qui est environ 8 fois plus faible que celle de notre jet simulé. En effet, pour un angle de 40°, nous surestimons les niveaux d'environ 2dB, et d'environ 7dB pour un angle de 80°. Concernant les pics en fréquence, on constate que Viswanathan obtient des niveaux maximum pour un nombre de Strouhal d'environ $St = 0.3$ à 40°, en accord avec nos résultats, et à $St = 0.6$ pour un angle de 80°, soit une fréquence trois fois supérieure à la nôtre ($St = 0.2$). Ce constat met en évidence que, dans le cas de jets coaxiaux, le bruit rayonné dépend de la géométrie de la buse. En effet, comme la buse du jet primaire dans le cas expérimental pénètre de plusieurs diamètres dans l'écoulement du jet secondaire, contrairement à notre jet coplanaire, le jet secondaire devient pleinement turbulent en amont du cône potentiel du jet primaire. De cette manière, le jet expérimental émet un bruit sur les côtés dominé par le développement de la couche de mélange externe, plus haut en fréquence et plus large bande. Néanmoins, sachant que nos calculs surestiment les niveaux basses fréquences, et au regard des résultats précédents, on peut considérer que notre calcul permet de résoudre correctement l'acoustique rayonnée sur une gamme de fréquence comprise entre $0.1 \leq St \leq 1$. Il convient également de mentionner que l'importance du taux de turbulence en sortie de buse pour la prévision du bruit rayonné a été mis en évidence par Barré [269].

Pour terminer cette étude, nous comparons les spectres obtenus à $44D_p$ pour des angles de 30° et 90° , dans les deux configurations étudiées, tracés sur la figure VI.21. En accord avec les résultats précédents, les niveaux sont plus élevés dans le cas chaud. On remarque que le jet coaxial chaud émet un bruit plus large bande que dans le cas isotherme sur les cotés du jet, soit pour un angle de 90°. Néanmoins, dans les deux cas, le pic des spectres à 90° se situe dans les basses fréquences, aux alentours de $St = 0.2$. Pour un angle de 30°, on observe que le pic en fréquence est décalé vers les hautes fréquences dans le cas chaud aux alentours de $St = 0.4$, alors que dans le cas froid il reste situé vers $St = 0.2$. Cela semble indiquer que les appariements tourbillonnaires qui ont lieu lorsque les deux couches de mélange fusionnent, lorsque le jet central est chauffé, sont responsables de la majeure partie du bruit rayonné en champ lointain pour de faibles angles par rapport à l'axe du jet primaire.

VI.4 Bilan sur les effets de température sur les jets coaxiaux à faible nombre de Mach

Dans ce chapitre, nous avons étudié l'influence des effets de température sur la dynamique des jets coaxiaux subsoniques, en considérant deux jets primaires à faible nombre de Mach M_p et Reynolds Re_p identiques. Nous avons ainsi mis en évidence l'impact de ces effets sur l'acoustique rayonnée par ce type d'écoulement. Les résultats obtenus pour le cas isotherme sont en bon accord avec les données expérimentales de Guitton et *al.* [297], en particulier au regard de l'acoustique mesurée en champ proche et lointain. Tout d'abord, nous avons observé que si la couche de mélange externe déterminait la croissance des jets coaxiaux, en accord avec les observations de Dahm et *al.* [56], la couche de mélange interne influençait le mode le plus instable commun aux deux jets. Ainsi, si les deux jets sont bien indépendants l'un de l'autre, ce qui confirme le point de vue de Ko et Kwan [58], leur dynamique n'en reste pas moins couplée. En effet, nous avons vu que la fréquence des appariements tourbillonnaires de la couche externe correspondait à celle du premier sous-harmonique de la couche de cisaillement du jet primaire. Nous avons constaté que lorsque l'on considérait un jet primaire chaud ce phénomène était amplifié, avec notamment des effets non-linéaires plus intenses, caractérisés par des sous-harmoniques plus marqués sur les spectres de vitesses. D'un autre coté, il semblerait que le bruit rayonné dans le cas isotherme, pour des angles proches de l'axe du jet, soit moins large bande et plus hautes fréquences que dans le cas chaud. En revanche, le bruit rayonné sur les cotés est plus large bande lorsque le jet central est chaud, mais est situé dans les basses fréquences, à l'instar du jet froid.

Néanmoins, au vu des écoulements considérés, les niveaux de bruit sont nettement plus élevés dans le cas chaud du fait d'un nombre de Mach acoustique élevé et des différences de poussée dans les deux jets. De ce point de vue, l'importance de la prise en compte de la géométrie de la buse considérée pour les jets coaxiaux est un paramètre crucial quant à la prévision du bruit rayonné, aussi bien dans les niveaux que dans la forme des spectres.

Chapitre VII

Contributions à l'analyse de mécanismes sources

Ce chapitre regroupe trois approches envisagées au cours de ce travail de thèse pour analyser les mécanismes responsables de la génération de bruit et de son rayonnement. Notamment les articles liés à ces investigations sont disponibles en annexe. Tout d'abord, une méthode de décomposition de la partie rotationnelle et celle propagative du champ hydrodynamique d'un écoulement est présenté. Cette approche repose sur une théorie de décomposition de la quantité de mouvement à l'aide d'une décomposition de Helmholtz. Dans un second temps nous avons envisagé l'identification de la partie hyperbolique d'une équation de transport de l'enthalpie totale fluctuante, décrivant le rayonnement acoustique. Pour cela nous avons considéré une classification aux caractéristiques, en cherchant les directions privilégiées selon lesquelles l'équation de transport utilisée n'implique plus que des différentielles totales. Finalement, nous appliquons une décomposition azimutale en mode de Fourier sur le champ acoustique, ainsi qu'un filtrage en ondelettes, sur les bases de données SGE de jets simples réalisées précédemment. On identifie de cette manière un mécanisme source faiblement non-linéaire, responsable d'évènements intermittents bruyants en champ lointain. Un modèle permettant de prévoir le bruit rayonné par ce mécanisme est également proposé.

VII.1 Décomposition hydrodynamique et acoustique pour l'analyse de mécanismes sources

Nous présentons une étude des mécanismes physiques de production sonore d'un modèle simplifié, défini par un volume source dans un écoulement potentiel, à l'aide du bilan énergétique acoustique, ou "energy corollary", proposé par Doak [93] et Jenvey [94]. Ce bilan, conséquence exacte de la conservation de l'énergie, est basé sur une décomposition de Helmholtz de la quantité de mouvement. Il permet d'envisager une réflexion consistante sur l'étude des mécanismes physiques locaux sous-jacents de la turbulence, qui engendrent la production d'énergie sonore. On étudie ici la réponse des équations d'Euler bidimensionnelles d'une source volumique, reprÃ©sentant un paquet d'onde, de la même manière que Guitton [132, 302], mais dont l'amplitude et la vorticité sont contrôlées. Les phénomènes physiques mis en jeu en champ proche sont ainsi évalués à l'aide de ce bilan d'énergie, notamment les flux et termes sources apparaissant dans les différents scénarii étudiés, i.e., linéaire et non-linéaire, irrotationnels et rotationnels. On met ainsi en évidence l'identification de mécanismes sources qui engendrent le transport de l'énergie fluctuante, ainsi que les mécanismes physiques qui permettent le rayonnement de cette énergie fluctuante en champ lointain en tant qu'énergie sonore propagative.

VII.1.1 Introduction

Le problème essentiel lorsque l'on aborde le sujet de l'aéroacoustique demeure, à l'heure actuelle, la définition de ce que l'on appelle le "son", au sein d'un écoulement turbulent. Comme l'ont présentés précédemment Fedorchenko [303] et Goldstein [304], les connaissances actuelles sur les écoulements turbulents, compressibles et instationnaires, ne permettent pas de définir précisément cette quantité. Une onde acoustique est en général définie comme une fluctuation de faible amplitude, irrotationnelle et conservant son énergie, caractérisée par une propagation à la vitesse du son, comparée aux différentes variables d'un écoulement turbulent. Ainsi, comme il a été démontré par Fedorchenko [95], l'étude de ce problème nécessite une grande précision afin que les erreurs, théoriques et tout particulièrement numériques, ne soit pas supérieures à l'amplitude d'une perturbation acoustique. Néanmoins cette définition ne nous permet pas de comprendre ce qu'est le champ acoustique au sein d'un écoulement turbulent, et donc, d'expliquer le ou les mécanismes qui engendrent la propagation du son vers le champ lointain dans les jets turbulents subsoniques. Le lecteur intéressé par une revue détaillée des différentes approches de la théorie du son aérodynamique pourra se reporter à [95].

Les trois types distincts de mouvements fluctuants coexistants proposé par Rayleigh [91], rotationnel, entropique et acoustique, constituent un système très complexe de types de mouvements fluides. Ils sont indépendants dans un écoulement uniforme linéaire, et interagissent de manière quadratique entre eux [305] dans des écoulements plus complexes, de manière à constituer des sources d'excitations pour chaque mode de fluctuation de l'écoulement. Ce qui ne nous permet pas d'arriver à avoir une compréhension phénoménologique des différents mécanismes de l'écoulement qui engendrent ces échanges d'énergie dans les écoulements turbulents compressibles, en particulier les écoulements cisaillés libres de type jet. Les travaux précédemment menés par Giauque et *al.* [306] sur une flamme laminaire oscillante, et plus récemment par Talei et *al.* [92] sur des jets simples chauds et froids, basés sur les travaux de Myers [307], ont montré la faisabilité de l'utilisation des bilans d'énergies fluctuantes linéaires exactes sur des écoulements complexes, mais sans néanmoins, pouvoir identifier de mécanismes sources au sein de ces écoulements. En effet, dans l'équation de Myers, les perturbations entropiques apparaissent aussi bien dans les flux d'énergies que dans les termes sources, ce qui ne permet pas de définir une énergie acoustique mais plutôt une perturbation énergétique, bien que les effets de l'écoulement moyen sur le champ acoustique rayonné apparaissent dans cette équation. D'un autre coté, l'approche proposée par Doak [93] et Jenvey [94], basée sur une décomposition de Helmholtz de la quantité de mouvement et de la vitesse, permet néanmoins d'envisager la distinction entre le mouvement rotationnel (associé à la turbulence) et le mouvement irrotationnel (associé au champ entropique ou acoustique) au sein d'un écoulement turbulent. Cette décomposition ne peut être appliquée expérimentalement, et n'a été que très peu utilisée en analyse aéroacoustique. A partir de modèles analytiques, calculés directement en résolvant les équations d'Euler à partir du code "NIGLO", dans lesquels le niveau de complexité a été prudemment contrôlé, c'est à dire depuis des écoulements potentiels linéaires à très faible niveau de perturbation jusqu'à des écoulements rotationnels non-linéaires, nous avons pu appliquer avec succès cette méthode [308], afin de mieux comprendre les mécanismes physiques de la turbulence compressible. En effet, pour des écoulements très simple, les quantités étudiés ne posent aucune ambiguïté quant à la description analytique de la production sonore.

Notre objectif ici est d'évaluer les possibilités d'analyse des mécanismes physiques responsables de la génération et/ou de la propagation de bruit dans les écoulements cisaillés libres de type jet et les corrélations énergétiques qui en résultent, à l'aide de cette décomposition de Helmholtz, ainsi que la mise en œuvre de cette méthode. Nous nous limiterons donc à l'étude d'un modèle analytique simplifié dans le cadre des équations d'Euler.

VII.1.2 Décomposition de l'écoulement : Théorie et modèle analytique

VII.1.2.1 Modèle analytique

Les travaux de Guitton et *al.* [132, 302] ont permis d'identifier deux types de perturbations en champ proche, l'une hydrodynamique et l'autre acoustique. Afin d'étudier les mécanismes sources au sein de l'écoulement, notamment par des méthodes de décomposition du champ proche en partie active et réactive ou par filtrage fréquence/nombre d'onde, ils ont utilisés un modèle simplifié de source volumique représentant un mécanisme de production sonore. Il est à noter que ce type de modèle, qui représente un paquet d'ondes, a été utilisé de nombreuses fois dans la littérature [292, 293, 309, 310] à quelques variantes près. En effet, il a été montré que toutes les échelles définissant ce type

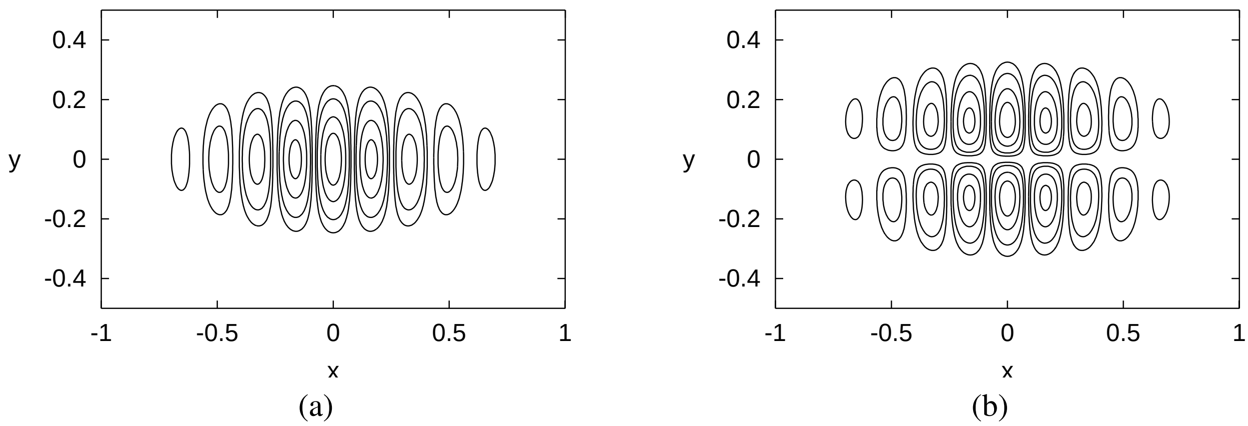


Figure VII.1 – Exemple de l'excitation à un instant donné $t = t_o$: (a) $\nabla \cdot \vec{u}$ pour $\epsilon = 0$; (b) $\nabla \wedge \vec{u}$ pour $\epsilon \neq 0$. A chaque itération temporelle ces formes évoluent de la gauche vers la droite à la vitesse de convection U_c. Leurs amplitudes sont modulées par l'enveloppe gaussienne définie par les échelles axiale et radiale λ_x et λ_y.

de modèle sont directement liées à la structure spatio-temporelle d'un jet libre subsonique. De plus, les récents travaux de Cavalieri et *al.* [294] sur les bases de données établies dans le chapitre V montrent que les structures cohérentes présentes en amont du cône potentiel d'un jet peuvent être modélisées par une forme spatio-temporelle de paquet d'onde permettant de reproduire quantitativement le champ acoustique rayonné à de faibles angles par rapport à l'axe. Reprenant l'idée de Guitton, on utilise un volume source représentant un paquet d'onde comme force volumique, dérivant du champ de vitesse modifié :

$$\vec{u} = (u + \epsilon u_\epsilon)\vec{x} + (v + \epsilon v_\epsilon)\vec{y} \tag{VII.1}$$

où les composantes de vitesses dérivent des fonctions potentielles ϕ et ψ suivantes :

$$\left\{ \begin{array}{ll} u & = \frac{\partial \phi}{\partial x} \\ v & = \frac{\partial \phi}{\partial y} \end{array} \right. , \quad \left\{ \begin{array}{ll} u_\epsilon & = -\frac{\partial \psi}{\partial y} \\ v_\epsilon & = \frac{\partial \psi}{\partial x} \end{array} \right. \tag{VII.2}$$

La fonction potentielle du paquet d'onde, rotationnelle et irrotationnelle, est définie par :

$$\phi = A e^{\left[-\left(\frac{(x-x_O)}{\lambda_x}\right)^2 - \left(\frac{(y-y_O)}{\lambda_y}\right)^2 \right]} \cos(k_x x - k_x x U_c t) \tag{VII.3}$$

$$\psi = y\phi. \tag{VII.4}$$

avec $U_c = 0.5c_\infty$ la vitesse de convection (subsonique), $k_x = 18$, $\lambda_x = 0.5$ et $\lambda_y = 0.2$ étant respectivement, le nombre d'onde axial et l'enveloppe axiale et radiale du paquet d'onde. De la même manière que Guitton [132], seul le mode axisymétrique est considéré ici.
Nous pouvons ainsi contrôler la non-linéarité et la vorticité en faisant varier les paramètres A et ϵ. Nous avons pris ici $A = 0.01$ et $\epsilon = 0, 10$. Lorsque $\epsilon = 0$, l'excitation est irrotationelle, la forme de sa divergence est présentée sur la figure VII.1 a). Si $\epsilon \neq 0$, l'excitation a une composante solénoïdale (figure VII.1 b), en plus de la composante irrotationelle VII.1 a)).

VII.1.2.2 Équations constitutives

La source modélisée est entièrement de nature acoustique, et ainsi que l'a souligné Goldstein [109], tant que les perturbations acoustiques ne se propagent pas sur des distances trop importantes, les effets de la viscosité et de la chaleur peuvent être négligés et l'écoulement peut être modélisé à l'aide des équations d'Euler.

Équation de continuité

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_i}(\rho u_i) = 0 \tag{VII.5}$$

Équation de quantité de mouvement

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho u_i) + \frac{\partial}{\partial x_j}(\rho u_i u_j) + \frac{\partial p}{\partial x_i} = S_i \tag{VII.6}$$

où S_i représente la source volumique modélisée.

Équation de conservation de l'énergie

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho e_t) + \frac{\partial}{\partial x_j}\Big((\rho e_t + p)u_j\Big) = E_{S_i} \tag{VII.7}$$

avec E_{S_i} l'énergie associée à la source volumique modélisée.

En effet, le fait de rajouter une force volumique dans l'équation de quantité de mouvement implique de tenir compte du travail de cette force dans l'équation de conservation de l'énergie totale. Ainsi, de la même manière que la décrit Hirsch [223, 235], nous faisons l'hypothèse d'une force extérieure $\vec{f_{e_i}}$, dont la source volumique $S_i = \rho \vec{f_{e_i}}$ représente ses effets dans l'équation de continuité, et $E_{S_i} =$

$W_f = \rho \vec{f}_{e_i} \vec{u}_i$ représente le travail engendré par $\vec{f}_{e_i}$. Finalement, le système d'équations est fermé avec l'équation d'état des gaz parfaits $p/\rho = RT$, l'énergie interne étant donnée par $e = C_v T = p/(\gamma - 1)$.

VII.1.2.3 Décomposition de la quantité de mouvement

La théorie de Doak, ou "Energy Flux Momentum Potential Theory" pour l'identification des composantes acoustiques, turbulentes et entropiques, d'un écoulement stationnaire fluctuant est basée sur la décomposition de Helmholtz de la quantité de mouvement, ce qui permet d'exprimer le flux d'énergie moyen comme une combinaison linéaire des composantes solénoïdales moyennes et fluctuantes, et de la partie irrotationelle fluctuante. Les termes correspondant au transport de l'enthalpie fluctuante totale par chacune de ces grandeurs sont alors identifiés. Le lecteur intéressé par une description détaillée de cette théorie pourra se reporter aux travaux de Doak [311–314].
D'après Doak, la quantité de mouvement peut être considérée comme la variable primaire dont dépend le champ de vecteurs. En supposant un écoulement stationnaire, dans le cadre des équations d'Euler, on a :

$$\rho(x_i),t) = \bar{\rho}(x_i) + \rho'(x_i,t), \qquad (1/2T)\int_{-T}^{T} \rho'(x_i,t)dt) = 0 \tag{VII.8}$$

Où $2T$ représente un intervalle de deux périodes sur lequel les fluctuations de densité sont de moyenne nulle.

Le théorème de la dÃ©composition de Helmholtz, permet alors d'exprimer la quantité de mouvement comme la somme de trois variables : la partie solénoïdale moyenne $\overline{B}_i$, la partie solénoïdale fluctuante B_i', et la partie fluctuante irrotationnelle $\partial\psi'/\partial x_i$:

$$\rho u_i = \overline{\rho u_i} + (\rho u_i)' = \overline{B}_i + B_i' - \frac{\partial \psi'}{\partial x_i} \tag{VII.9}$$

avec : $\partial\overline{B}_i/\partial x_i = \partial B_i'/\partial x_i = 0$.
Ainsi, l'équation de conservation de la masse VII.5, qui est non-linéaire, se réduit à l'équation de Poisson *linéaire* de deux variables scalaires fluctuantes :

$$\frac{\partial^2 \psi'}{\partial x_i^2} = \frac{\partial \rho'}{\partial t} \tag{VII.10}$$

On peut souligner, bien que cet aspect ne sera pas abordé dans cette étude, que Doak [93] donne une définition précise des variables "*turbulente*", "*acoustique*", et "*entropique*", dans un cadre général non-linéaire. En effet, dans le contexte des fluides réels, la densité ρ dépend de la pression et de l'entropie, telle que $\rho \equiv \rho(p, S)$. Le scalaire potentiel ψ' peut alors s'écrire comme la somme de deux variables, l'une acoustique et l'autre entropique :

$$\psi' \equiv \psi'_A + \psi'_T \tag{VII.11}$$

Avec :

$$\frac{\partial^2 \psi'_A}{\partial x_i^2} \equiv \left(\frac{1}{c^2}\right)\frac{\partial p'}{\partial t}, \qquad \frac{\partial^2 \psi'_T}{\partial x_i^2} \equiv \left(\frac{\partial \rho}{\partial S}\right)\frac{\partial S'}{\partial t} \tag{VII.12}$$

L'extension des équations bilan d'énergie qui découlent de cette théorie aux équations de Navier-Stokes compressibles a été donnée par Doak [93].

VII.1.2.4 Bilan d'énergie acoustique : "Doak's Energy Corollaries"

Les conséquences directes de la conservation de l'énergie présentées ici sont décrites de manière succincte, afin de présenter les différents mécanismes identifiables à partir de cette théorie. Le lecteur intéressé par une description complète de la réflexion de Doak quant à l'obtention de ces équations est invité à se reporter aux différentes publications [93, 315, 316].

Flux d'énergie moyenne

Doak [93] a montré que, dans le cadre d'un écoulement turbulent quelconque, que sa description de la quantité de mouvement permet d'obtenir ainsi naturellement une expression pour l'intensité acoustique moyenne, exprimé sous la forme d'une somme linéaire de variables moyenne, turbulente et acoustique. Ainsi, en utilisant l'équation de conservation de l'énergie VII.7, en y faisant apparaître l'enthalpie totale H, tel que :

$$H = e + \frac{p}{\rho} + \frac{1}{2}u_i^2 \tag{VII.13}$$

En prenant sa moyenne temporelle et la relation VII.9, on obtient une première équation bilan d'énergie moyenne de la quantité de mouvement pour l'intensité acoustique $\overline{\rho H u_j}$, qui est une *superposition linéaire* de variables associées respectivement à un transport d'énergie moyenne $\overline{H}\ \overline{B}_j$, un transport d'énergie turbulente $\overline{H' B'_j}$, et un transport d'énergie acoustique $\overline{H' \frac{\partial \psi'}{\partial x_j}}$ tel que :

$$\frac{\partial}{\partial x_j}\left(\overline{H}\ \overline{B}_j + \overline{H' B'_j} - \overline{H' \frac{\partial \psi'}{\partial x_j}}\right) = \overline{E_{S_i}} \tag{VII.14}$$

où $\overline{E_{S_i}}$ représente le gain d'énergie associé à la force volumique définie plus haut (VII.1).

Flux d'énergie fluctuante

Afin de s'affranchir de la contribution de l'énergie moyenne $\overline{H}\ \overline{B}_j$, et ainsi d'obtenir un bilan d'énergie fonction uniquement de variables fluctuantes, Doak reécrit l'équation de quantité de mouvement VII.6 en faisant apparaître la vorticité Ω et l'enthalpie totale H. La partie fluctuante de l'équation exacte ainsi obtenue combinée avec la partie fluctuante de la quantité de mouvement permet alors decrire un second bilan d'énergie où apparaît alors un terme représentant l'accélération fluctuante due à la vorticité :

$$\frac{\partial}{\partial x_j}\left(\overline{H'B'_j} - \overline{H'\frac{\partial \psi'}{\partial x_j}}\right) = \overline{\frac{\partial \psi'}{\partial x_i}(\vec{\Omega}\wedge\vec{u})'_i} - \overline{B'_i(\vec{\Omega}\wedge\vec{u})'_i} + \overline{E_{S_i}} \tag{VII.15}$$

Les deux termes du membre de droite représentent respectivement une source de production d'énergie turbulente et une source de production d'énergie acoustique, conséquences des fluctuations de l'écoulement.

Décomposition de l'enthalpie totale

Alors que paraissait l'article de Doak, Jenvey [94] proposait une approche similaire basée sur la décomposition de l'enthalpie totale en une superposition linéaire de variables moyennes, turbulentes et acoustiques. Ainsi, en utilisant cette décomposition pour séparer l'enthalpie fluctuante en une composante irrotationelle et solénoïdale, $H' = H'_B + H'_A$, on peut identifier une troisième équation bilan d'énergie, plus générale, telle que :

$$\frac{\partial}{\partial x_j}\left(\overline{(H'_B + H'_A)B'_j} - \overline{(H'_B + H'_A)\frac{\partial \psi'}{\partial x_j}}\right) = \overline{\frac{\partial \psi'}{\partial x_i}(\vec{\Omega}\wedge\vec{u})'_i} - \overline{B'_i(\vec{\Omega}\wedge\vec{u})'_i} + \overline{E_{S_i}} \tag{VII.16}$$

où H'_B et H'_A sont donnés par :

$$H'_B = \left[\int\left(\frac{\rho u_i}{\rho^2}\frac{\partial B'_i}{\partial t}\right)dt\right]' \quad , \quad H'_A = \left[\int\left\{\left(h - \frac{(\rho u_i)^2}{\rho^2}\right)\frac{\partial p'}{\partial t} - \left(\frac{\rho u_i}{\rho^2}\right)\frac{\partial^2 \psi'}{\partial x_i \partial t}\right\}dt\right]' \tag{VII.17}$$

avec h l'enthalpie interne.

Doak [93] simplifia ces expressions pour conserver des fluctuations d'ordre premier, en faisant l'hypothèse d'un gaz parfait. Les expressions VII.17 se réduisent alors sous la forme :

$$H'_B = \bar{c}\bar{M}_j(B'_j/\bar{\rho}) \quad , \quad H'_A = (1-\bar{M}_j^2)(p'/\bar{\rho}) - \bar{c}\bar{M}_j[(\partial\psi'/\partial x_j)/\bar{\rho}]. \tag{VII.18}$$

avec $c^2 = \gamma p/\rho$ et le nombre de Mach vectoriel $M_j \equiv v_j/c$.

Notion "d'équilibre dynamique fluctuant local" d'un écoulement stationnaire

A partir des relations établies précédemment, Doak [93] a élaboré une interprétation physique, notamment dans le cadre de la génération et de la propagation de son dans les jets à haute vitesse. Ainsi, afin de mieux comprendre comment la contribution énergétique d'une source sur le flux moyen d'énergie engendré par les fluctuations de quantité de mouvement, on reécrit l'équation VII.15 sous la forme :

$$\nabla J = q_J \tag{VII.19}$$

où le vecteur J, représente ce flux moyen d'énergie comme une superposition linéaire d'une variable turbulente et acoustique, tel que :

$$J = \overline{H'B'_j} - \overline{H'\frac{\partial\psi'}{\partial x_j}} \tag{VII.20}$$

q_J représente l'intensité moyenne de la source :

$$q_J = \overline{\frac{\partial\psi'}{\partial x_i}(\vec{\Omega}\wedge\vec{u})'_i} - \overline{B'_i(\vec{\Omega}\wedge\vec{u})'_i} + \overline{E_S}_i \tag{VII.21}$$

On peut également définir la puissance totale générée par les fluctuations de quantité de mouvement W_{JV} dans un volume V délimité par une surface S telle que :

$$W_{JV} = \int_S J.ndS = \int_V q_J dV \tag{VII.22}$$

avec n la normale à la surface S.
On peut alors définir un état d'équilibre dynamique fluctuant local" au sein d'un écoulement stationnaire fluctuant. En effet, si la source $q_J = 0$, alors la divergence des intensités turbulentes et acoustiques est nulle. Ainsi aucune énergie moyenne n'est créée par les fluctuations de quantité de mouvement, c'est à dire les intensités moyennes $\overline{H'B'}$ et $\overline{H'\psi'}$.

VII.1.3 Méthodes numériques

VII.1.3.1 Résolution des équations d'Euler

Les équations d'Euler bidimensionnelles VII.5,VII.6, et VII.7 sont résolues à l'aide du code "NIGLO" en considérant le vecteur des flux visqueux et diffusifs nul II.81. Les calculs réalisés déterminent à la fois les champs aérodynamiques et acoustiques, afin de nous permettre de mettre en œuvre le formalisme de Doak décrit plus haut. On étudie alors la réponse des équations d'Euler à la force volumique décrite plus haut (VII.1,VII.2,VII.3) dans un milieu au repos ($u_\infty = v_\infty = 0$) à pression ambiante $P_o = 1 \times 10^5 Pa$.

Les dimensions du domaine de calcul sont basées sur la longueur de l'enveloppe axiale de la source, $\Lambda = 2\lambda_x$, soit $[L_x \times L_y] = [10\Lambda \times 10\Lambda]$, et les dimensions du domaine physique sont $\left[L_x \times L_y\right] = [5\Lambda \times 5\Lambda]$, avec un nombre de point de $\left[n_x \times n_y\right] = [600 \times 600]$. Le domaine de calcul est représenté sur la figure VII.2. Dans le domaine physique, la discrétisation spatiale est régulière avec $\Delta x = \Delta y = 0.02\Lambda$, puis la zone éponge est construite sur 50 points d'étirement selon un profil en tangente hyperbolique, avec une taille de maille maximum telle que $\Delta x_{max} = \Delta y_{max} = 0.5\Lambda$. Le terme de dissipation des fluctuations II.109 est défini par $\alpha = 1.5$ et $\sigma = 0.1$.

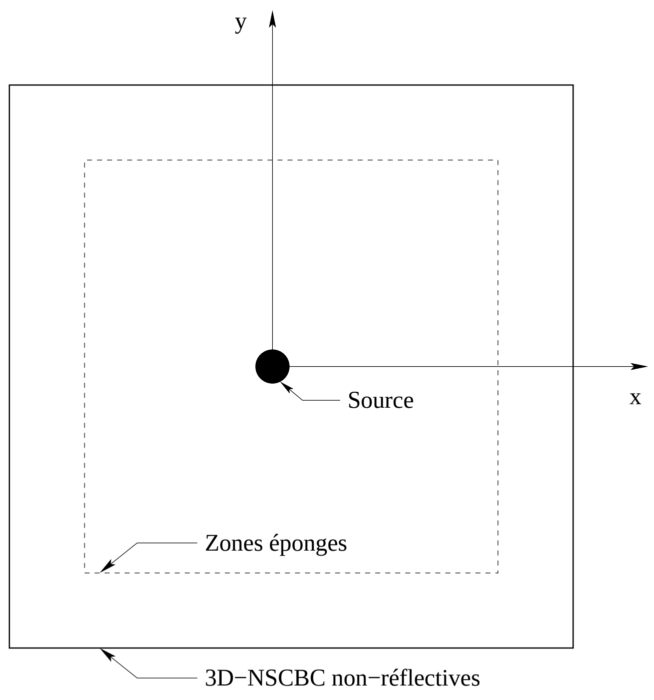


Figure VII.2 – Domaine de calcul

Le pas de temps choisi est basé sur un nombre de CFL de 0.1 (II.91), ce qui correspond à un pas de temps de $\Delta t = 2.35 \times 10^{-6}\, s$ (ou $\Delta t_{SGE} = 4 \times 10^{-4}$). Les simulations se déroulent sur un temps correspondant à deux périodes d'oscillation spatiale du paquet d'ondes modélisé sur lesquelles l'intégrale temporelle des fluctuations de densité est nulle, ainsi qu'il a été défini plus haut (VII.8). Ce qui correspond à une durée de $2T = 1740\Delta t_{SGE}$ sur laquelle les champs instantanés sont sauvegardés à une fréquence d'échantillonnage $f_e = 85\, kHz$ (ou $\Delta t_{SGE} = 2 \times 10^{-3}$).

VII.1.3.2 Résolution de l'équation de Poisson pour l'équation de continuité

Présentation du problème

La théorie du moment potentiel de Doak [93] réduit l'équation non-linéaire de continuité en une équation de Poisson linéaire où apparaissent les deux variables scalaires $\psi'(x_k,t)$ et $\rho'(x_k,t)$ (VII.10). Le problème revient donc à chercher la solution d'une équation elliptique linéaire homogène, entièrement dépendante des conditions aux limites. On doit donc résoudre le problème de Neumann sur l'espace ouvert Ω de $\mathbb{R}^n$, avec $n = 2$ dans le cas présent :

$$\begin{cases} -\Delta u = f & \text{dans} \quad \Omega \\ \frac{\partial u}{\partial x_i} = u_1 & \text{sur} \quad \Gamma = \partial\Omega \end{cases} \tag{VII.23}$$

Avec $u = \psi'$ et $f = -\frac{\partial \rho'}{\partial t}$. Comme les fluctuations sont, dans les cas considérés, entièrement irrotationnelles aux frontières, $u_1 = \rho u_i$, et les conditions aux limites dont dépend le problème sont obtenues par intégration directe de la quantité de mouvement aux bords du domaine.

Méthode du Gradient Conjugué

Le système linéaire à résoudre étant assez large au vu de la complexité du problème, et le solveur utilisé étant de nature parallèle (cf. II.2.5), notre choix s'est donc naturellement porté sur cette méthode itérative, car son algorithme repose sur un produit matrice-vecteur, deux produits scalaires et trois combinaisons linéaires de vecteurs, se prêtant bien au parallélisme. La méthode du gradient conjugué étant largement documentée et utilisée, son algorithme ne sera pas détaillé ici. Néanmoins le lecteur intéressé pourra se reporter à [235].
Nous utilisons un stencil en cinq points à l'ordre deux pour résoudre l'équation algébrique linéaire $Ax = b$, où $x = \psi'$, parallélisée de la même manière que le solveur "NIGLO", par décomposition de domaine avec MPI.

Le système discrétisé est ainsi :

$$\frac{u_{i-1,j} - 2u_{i,j} + u_{i+1,j}}{\Delta x^2} + \frac{u_{i,j-1} - 2u_{i,j} + u_{i,j+1}}{\Delta y^2} = -f_{i,j} \qquad \text{(VII.24)}$$

La matrice du système linéaire, A, est l'opposée du laplacien discrétisé. Elle est alors symétrique et définie positive.

VII.1.4 Résultats

VII.1.4.1 Validation de la méthode : cas linéaire irrotationnel

Afin de valider l'approche précédemment décrite, nous allons nous intéresser au cas où $A = 0.01$ et $\epsilon = 0$ dans le volume source (VII.1,VII.2,VII.3). En effet, ce problème peut être résolu analytiquement, ce qui permet de comparer directement les résultats numériques, afin de vérifier la bonne résolution du problème par le code de calcul. Puis on montre la fermeture du bilan d'énergie proposé par Doak [93] et donc la faisabilité de l'approche présentée, sur ce type de problème. La figure VII.3 représente le champ de pression fluctuante adimensionnée p'/P_o obtenue à $t = 4.7 \times 10^{-2} s$, réponse des équations d'Euler à l'excitation VII.1 (a).

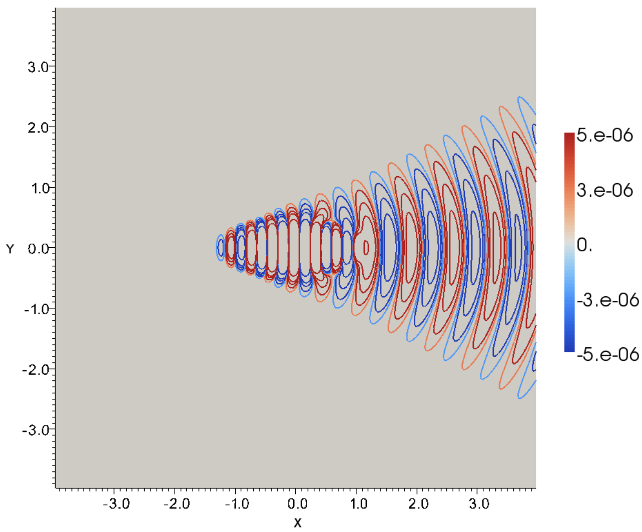


Figure VII.3 – Fluctuation de pression p'/P_o.

Solution analytique de l'équation d'onde Soit Φ_a un potentiel acoustique solution de l'équation d'onde gouvernant le problème de production sonore considéré, d'après [132, 302] :

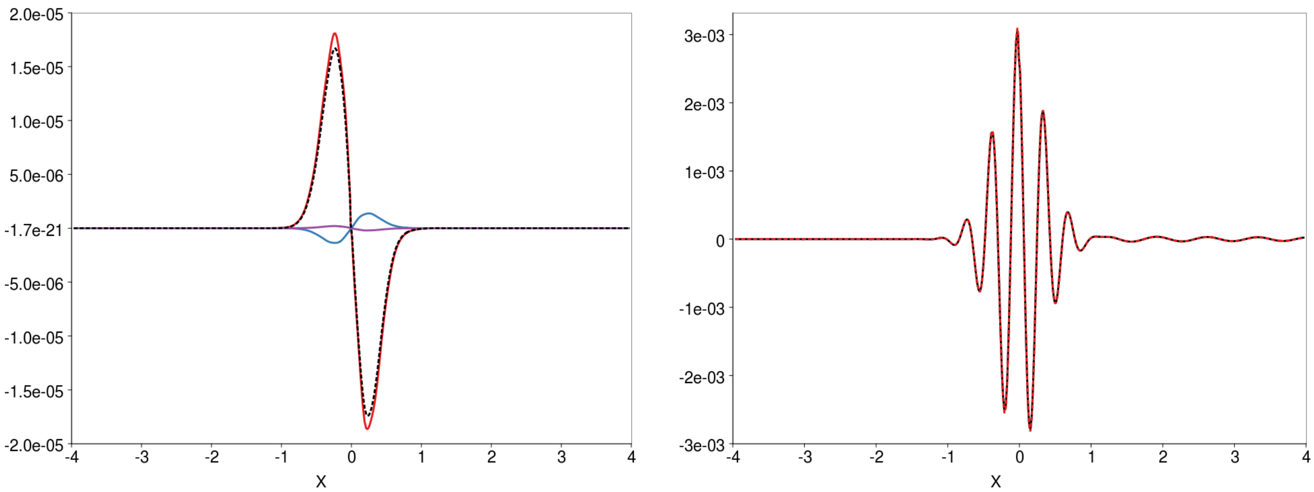
$$\Box\Phi_a(x,t) = \phi(x,t) \tag{VII.25}$$

L'intégration de la fonction de Green en espace libre permet d'obtenir la solution au potentiel retardé :

$$\Phi_a(x,t) = \frac{1}{4\pi}\int_V \frac{\phi\left(\xi, t - \frac{|x-\xi|}{c}\right)}{|x-\xi|} d\xi \tag{VII.26}$$

Dans le cas considéré, on a $\Phi_a = \rho u_i = -\frac{\partial\psi'}{\partial x_i}$.

La figure VII.4 (b) permet de vérifier de façon quantitative la bonne résolution, et donc la bonne propagation des ondes acoustiques rayonnées par le paquet d'ondes. En effet la quantité de mouvement instantané de la réponse des équations d'Euler adimensionnées sur l'axe $y = 0$ après 20000 itérations, soit à un instant $t = 4.7 \times 10^{-2} s$. L'erreur absolue par rapport à l'amplitude des ondes propagatives entre la solution simulée et la solution analytique est alors d'environ 0.5%.

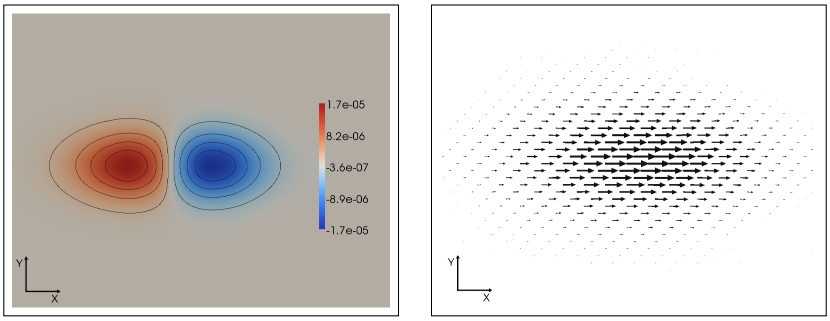


(a) (b)

Figure VII.4 – (a) Bilan de l'équation VII.14 suivant $\vec{x}$ à $y = 0$: $\overline{E_{S_i}}$ --- ; $\overline{\frac{\partial}{\partial x}\left(H'\frac{\partial\psi'}{\partial x}\right)}$ — ; $\overline{\frac{\partial}{\partial y}\left(H'\frac{\partial\psi'}{\partial y}\right)}$ — ; Erreur —. (b) Solution au potentiel retardé Φ_a --- et réponse des équations d'Euler ρu_i — suivant $\vec{x}$ à $y = 0$, à un instant $t = 4.710\times10^{-2}\ s$.

Bilan d'énergie acoustique

Dans le cas considéré, où $\epsilon = 0$, seulement deux termes de l'équation VII.14 sont non-nuls, l'énergie E_{S_i} associée à la source volumique modélisée S_i, et la réponse de l'écoulement, le transport de l'enthalpie totale fluctuante H' par un scalaire $\frac{\partial \psi'}{\partial x_j}$: cette quantité, représentée sous forme de gradient figure VII.5 (a), et sous forme de vecteur figure VII.5 (b), correspond à l'intensité acoustique classique $\overline{p'u'}$.



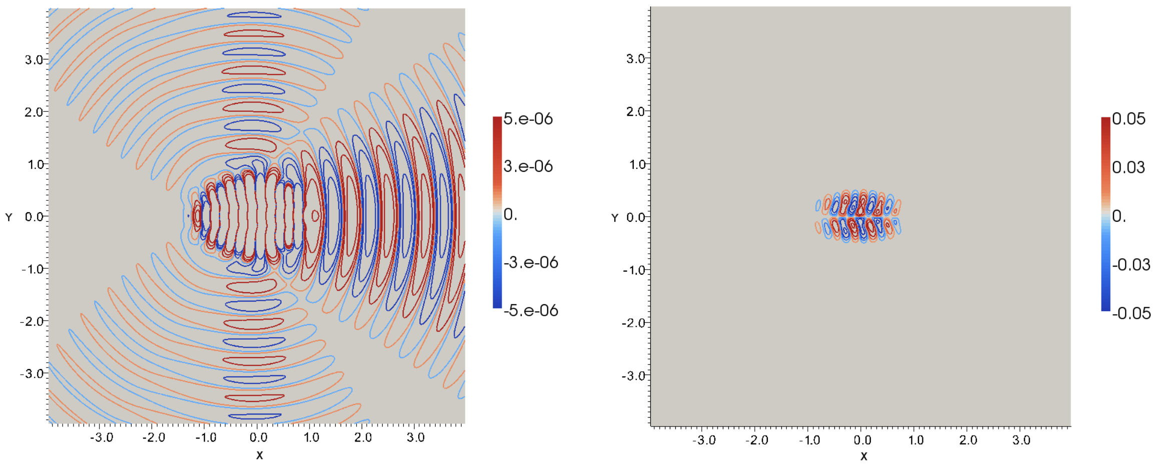
(a) (b)

Figure VII.5 – Zoom sur la zone où la source volumique est appliquée : (a) Composante irrotationnelle $\overline{\frac{\partial}{\partial x_i}\left(H' \frac{\partial \psi'}{\partial x_i}\right)}$. (b) Champ vectoriel $\overline{H' \frac{\partial \psi'}{\partial x_i}}$.

De plus, le mécanisme source est de type "*wavy-wall*", c'est à dire que la source S_i permet la description d'un mécanisme source associé aux structures cohérentes. Plus précisément, sur la figure VII.4 (a), ces termes sont représentés sur l'axe $y = 0$ à l'instant $t = 4.7 \times 10^{-2} s$. Notamment l'erreur absolue sur la fermeture de ce bilan d'énergie est inférieure à 2%, ce qui montre le bon comportement de la procédure numérique de décomposition, et surtout que l'approche suggérée par Doak [93] est vérifiée dans ce cas de figure.

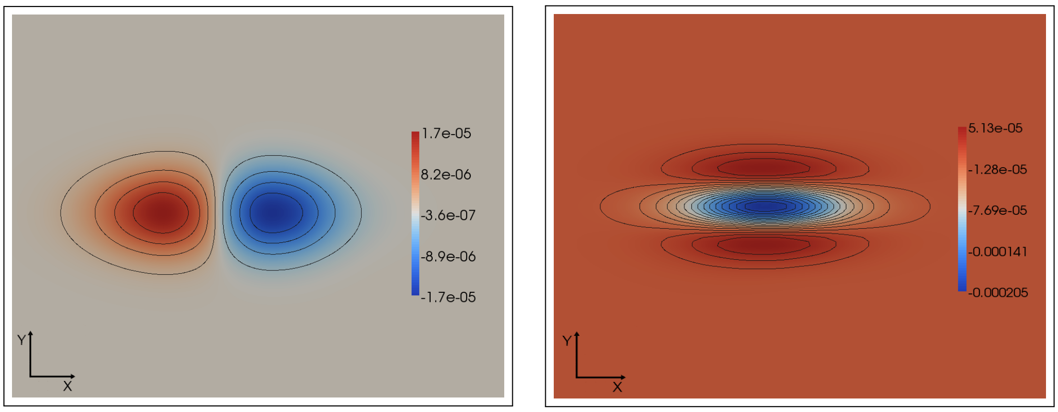
VII.1.4.2 Cas linéaire rotationnel

Dans le cas où $\epsilon = 10$, un bruit supplémentaire dû à la vorticité apparaît (figure VII.6 (a)). En effet, comme on peut le voir sur la figure VII.6 (b), la source initiale est maintenant rotationnelle et il n'existe plus de solution analytique. On peut observer que les niveaux de vorticité sont faibles, et comme il n'y a pas de gradient de vitesse moyenne, la source volumique excitant le milieu ne génère que des fluctuations de pression de faibles amplitudes. Ainsi ces fluctuations sont de nature compressible, associées au champ de dilatation qui traduit la pression acoustique.



(a) (b)

Figure VII.6 – (a) Fluctuation de pression p'/P_o. (b) Vorticité.



(a) (b)

Figure VII.7 – Energie associée à la source modélisée $\overline{E_{S_i}}$: (a) Cas irrotationnel ($A = 0.01$ et $\epsilon = 0$). (b) Cas rotationnel ($A = 0.01$ et $\epsilon = 10$).

Bilan d'énergie acoustique

Comme on peut l'observer sur la figure VII.7 (b), la fluctuation d'énergie E_{s_i} associée à la force volumique est maintenant différente de celle issue du forçage irrotationnel (figure VII.7 (a)), à cause de la composante solénoïdale B_i. Ainsi, les différents termes de l'équation d'énergie fluctuante VII.15 sont représentés sur la figure VII.8. On peut observer que, en plus de la réponse à l'excitation de la force volumique S_i, deux sources supplémentaires jouent un rôle dans le transport de l'enthalpie totale fluctuante. Par conséquent, on ne peut plus alors assimiler l'enthalpie totale fluctuante H' comme une intensité acoustique, car elle est maintenant composée du transport de l'énergie par la partie solénoïdale et la partie irrotationnelle de la quantité de mouvement fluctuante, $\overline{H'B'_j}$ et $\overline{H'\frac{\partial\psi'}{\partial x_j}}$, respectivement figure VII.8 (a) et (b).

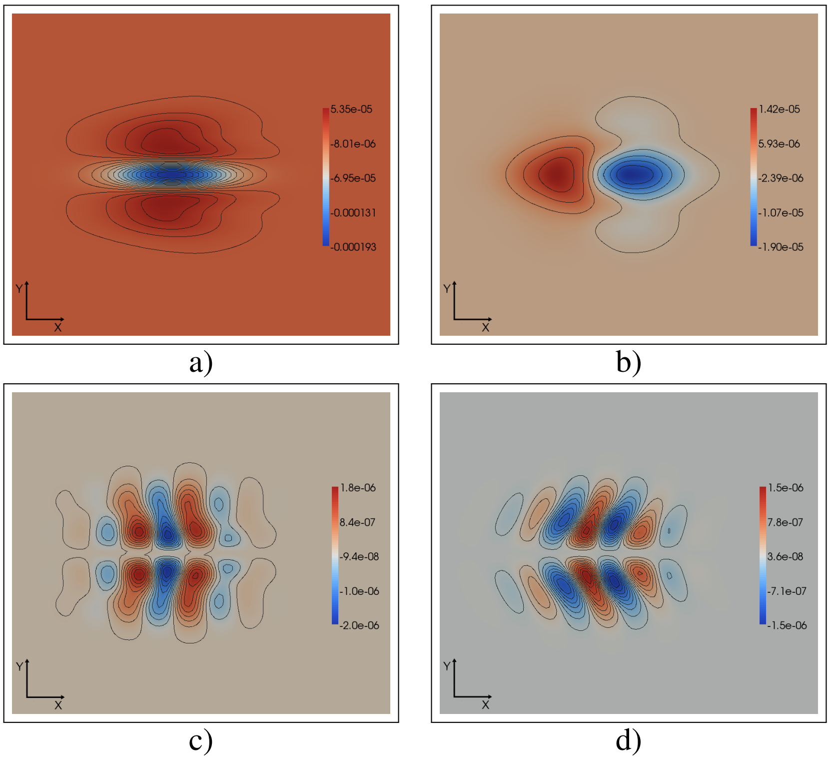


Figure VII.8 – Zoom sur la zone où la source volumique est appliquée : (a) $\frac{\partial}{\partial x_j}\overline{H'B'_j}$; (b) $\frac{\partial}{\partial x_j}\overline{H'\frac{\partial\psi'}{\partial x_j}}$; (c) $\overline{B'_i(\vec{\Omega}\wedge\vec{u})'_i}$; (d) $\overline{\frac{\partial\psi'}{\partial x_i}(\vec{\Omega}\wedge\vec{u})'_i}$.

Les mécanismes sources supplémentaires sont alors dûs aux interactions entre les fluctuations de l'accélération de Coriolis $\left(\vec{\Omega}\wedge\vec{u}\right)'_i$, et les parties solénoïdales et irrotationnelles de la quantité de mouvement fluctuante, B'_i et $\frac{\partial\psi'}{\partial x_j}$. Ainsi comme on peut le voir sur la figure VII.8 (c), le terme $\overline{B'_i(\vec{\Omega}\wedge\vec{u})'_i}$, correspond à une source "aérodynamique". Le terme $\overline{\frac{\partial\psi'}{\partial x_i}(\vec{\Omega}\wedge\vec{u})'_i}$ (figure VII.8 (d)), quant à lui, représente le terme source "acoustique". Ces deux termes sont ici de faibles amplitudes car le son rayonné est principalement généré par la force volumique, mais entraînent néanmoins une production d'énergie interne supplémentaire. La production d'énergie par les membres de droite de l'équation VII.15 est alors transportée par la partie solénoïdale, $\overline{H'B'_j}$, et la partie irrotationnelle $\overline{H'\frac{\partial\psi'}{\partial x_j}}$ de l'écoulement, que l'on peut voir respectivement représentées sous leur forme vectorielle sur la figure VII.9 (a) et (b).

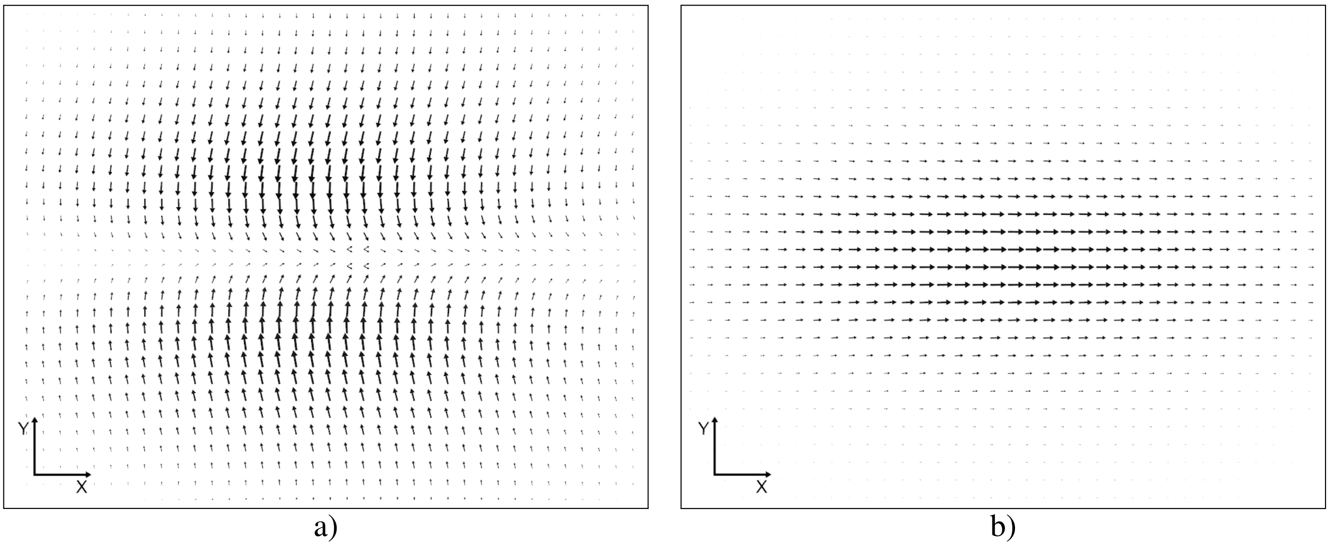
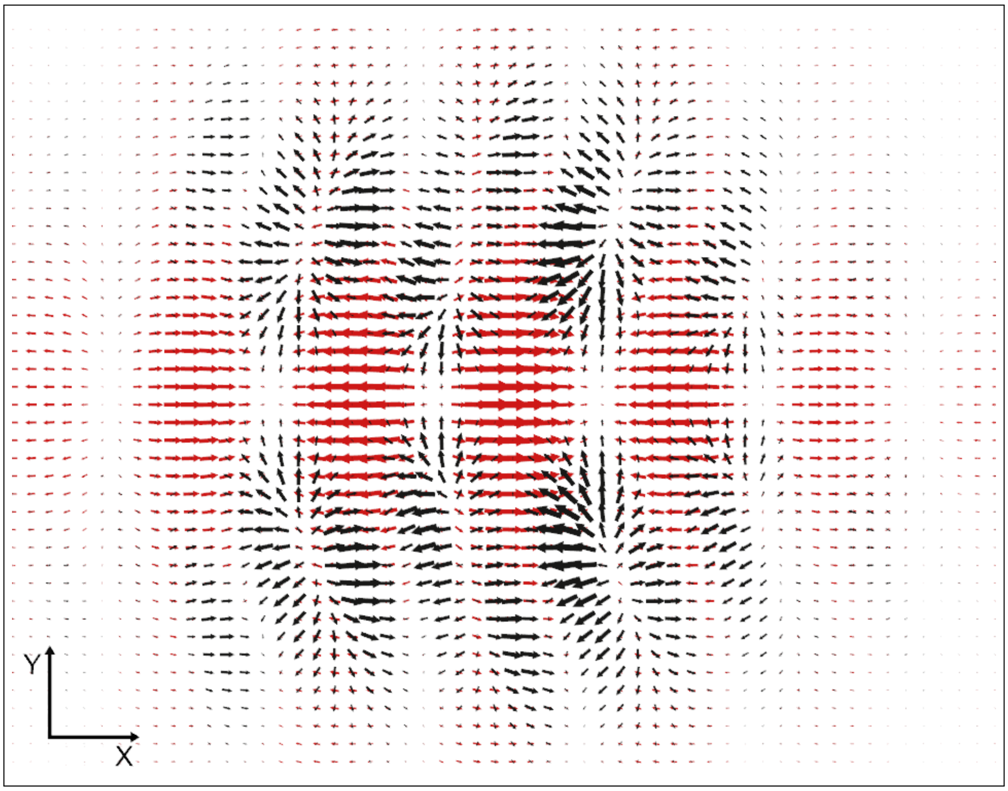


Figure VII.9 – Zoom sur la zone où la source volumique est appliquée : (a) $\overline{H'B'_j}$; (b) $\overline{H'\frac{\partial\psi'}{\partial x_j}}$.

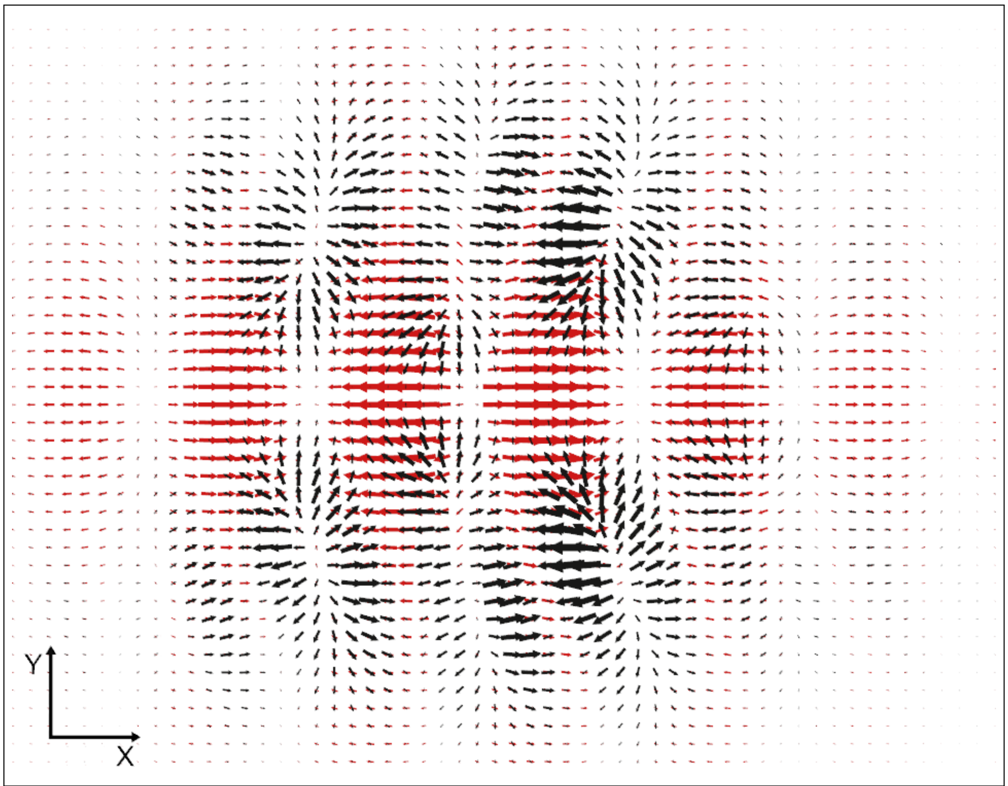
Mécanismes "sources"

On s'intéresse maintenant aux mécanismes par lesquels les termes sources identifiés précédemment entraînent une production de bruit supplémentaire. Pour cela, nous avons superposé les champs vectoriels correspondant à la composante irrotationnelle fluctuante $\frac{\partial\psi'}{\partial x_i}$ (vecteurs rouges) et l'accélération de Coriolis fluctuante $\left(\vec{\Omega}\wedge\vec{u}\right)'_i$ (vecteurs noirs) sur la figure VII.10, et la composante solénoïdale fluctuante B'_i (vecteurs rouges) et l'accélération de Coriolis fluctuante $\left(\vec{\Omega}\wedge\vec{u}\right)'_i$ (vecteurs noirs) sur la figure VII.11.

On peut observer que le mécanisme de production de bruit est dû à une perte d'orthogonalité entre le vecteur de Lamb et, respectivement, la composante irrotationnelle et la composante solénoïdale de la quantité de mouvement. En ce qui concerne l'interaction vecteur de Lamb/composante irrotationnelle, la production d'énergie est due à l'interaction entre le mode vortical et le mode acoustique, tel qu'il a été décrit par Chu et Kovazsnay [305]. Dans le cas de l'interaction vecteur de Lamb/composante solénoïdale, on est en présence d'une production de bruit purement aérodynamique. Si l'on se réfère alors à Doak [93], on peut expliquer ces phénomènes ainsi : lorsqu'il y il a perte d'orthogonalité entre les variables décrites ci-dessus, l'écoulement perd localement son état d'équilibre dynamique fluctuant (notion introduite par Doak), ce qui entraîne un transport d'énergie. Ainsi une partie de cette énergie est transporté sous forme d'ondes acoustiques, qui se propagent dans le champ lointain.

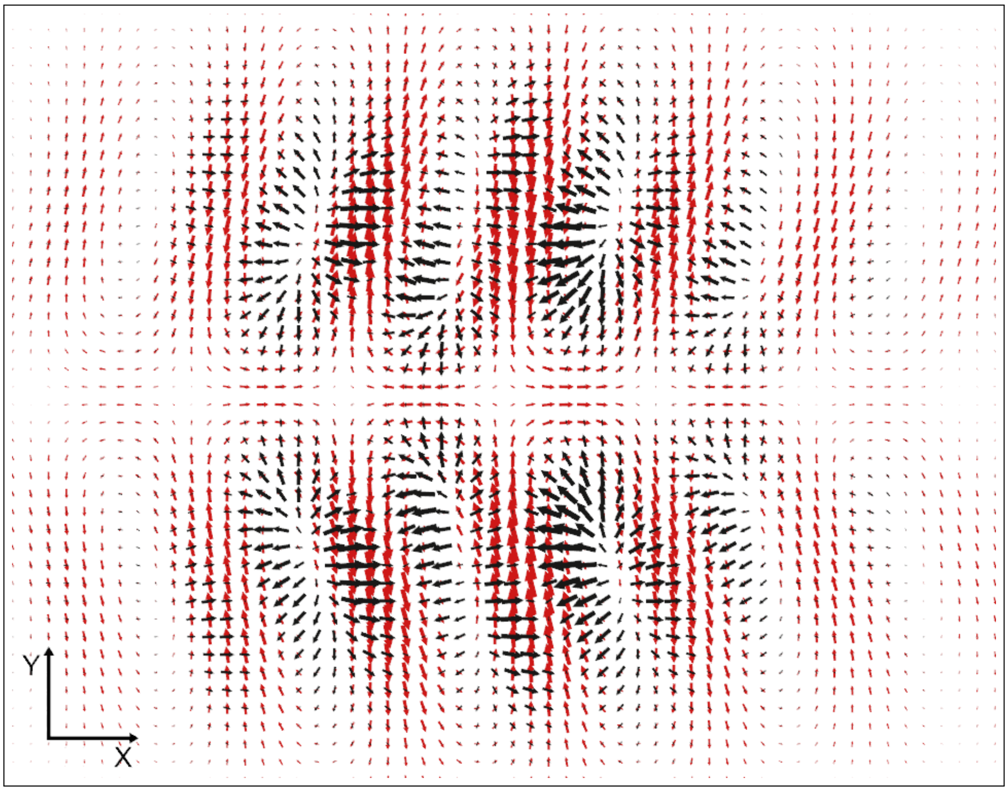


a) $t = t_0$

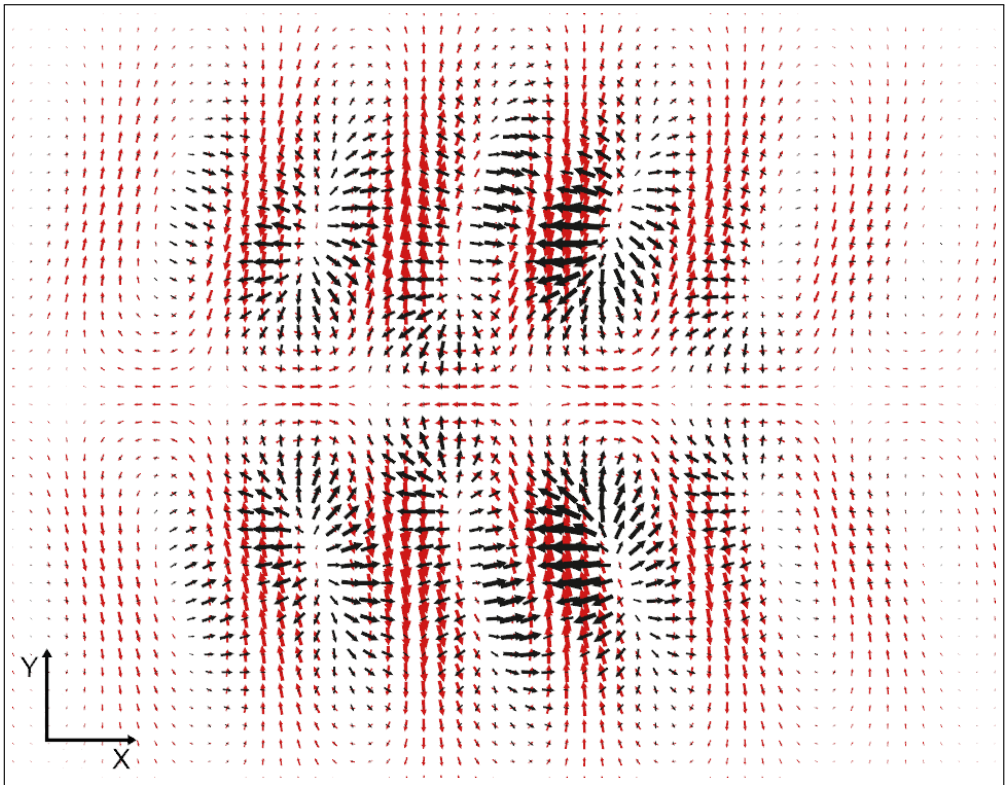


b) $t = t_0 + 2.24 \times 10^{-4} s$

Figure VII.10 – (a) et (b) : Vue instantanée des vecteurs $\frac{\partial \psi'}{\partial x_i}$ en rouge et $\left(\vec{\Omega} \wedge \vec{u}\right)_i'$ en noir.



a) $t = t_0$



b) $t = t_0 + 2.24 \times 10^{-4} s$

Figure VII.11 – (a) et (b) : Vue instantanée des vecteurs Bf_i' en rouge et $\left(\vec{\Omega} \wedge \vec{u}\right)_i'$ en noir.

D'après les figures VII.8 (c) et (d), on peut observer que l'amplitude de ces deux mécanismes "sources" est similaire, mais est inférieur d'un ordre de grandeur à l'action directe de la force volumique appliquée. Néanmoins le terme "source" aérodynamique $\overline{B_i'(\vec{\Omega} \wedge \vec{u})_i'}$ semble être légèrement prépondérant sur le terme "source" acoustique $\overline{\frac{\partial \psi'}{\partial x_i}(\vec{\Omega} \wedge \vec{u})_i'}$. Afin de quantifier la contribution de chacun de ces deux termes sur le flux moyen d'énergie engendré par les fluctuations de quantité de mouvement, on définit un domaine par un rayon $r = 3.5\Lambda$, représenté sur la figure VII.12. En appliquant le théorème de Gauss sur l'équation VII.19, on obtient la puissance totale rayonnée en champ lointain W_J telle que :

$$W_J = \int_v q_J dV + \int_S J.ndS \tag{VII.27}$$

Avec n la normale à la surface S.

On a alors W_J en deux parties : tout d'abord la contribution acoustique des sources q_J dans le volume V au champ lointain, représentée sur la figure VII.13 (b) ; et l'énergie transportée par le flux d'intensité moyenne J à travers la surface S, représentée sur la figure VII.13 (a) (en bleu).

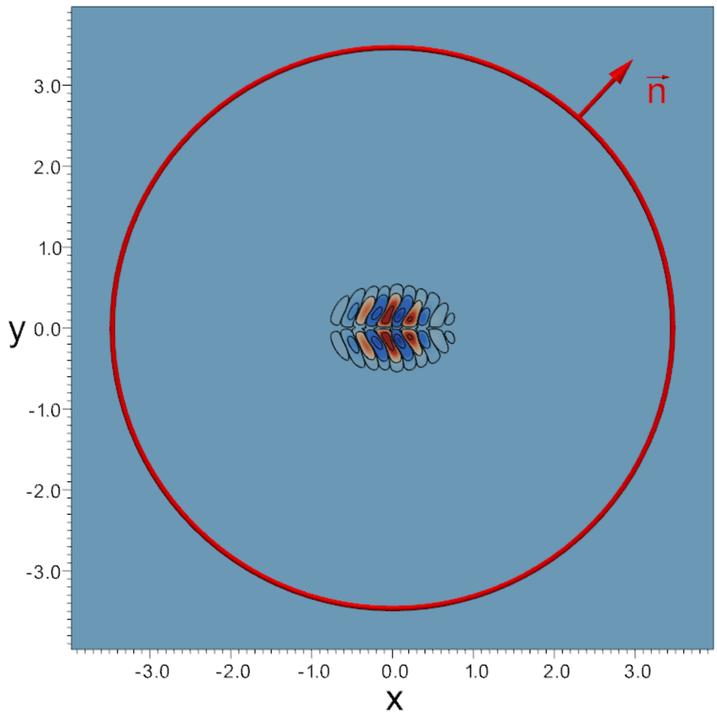


Figure VII.12 – Représentation du domaine d'intégration sur l'isosurface du terme "source" acoustique : $\overline{\frac{\partial \psi'}{\partial x_i}(\vec{\Omega} \wedge \vec{u})_i'}$.

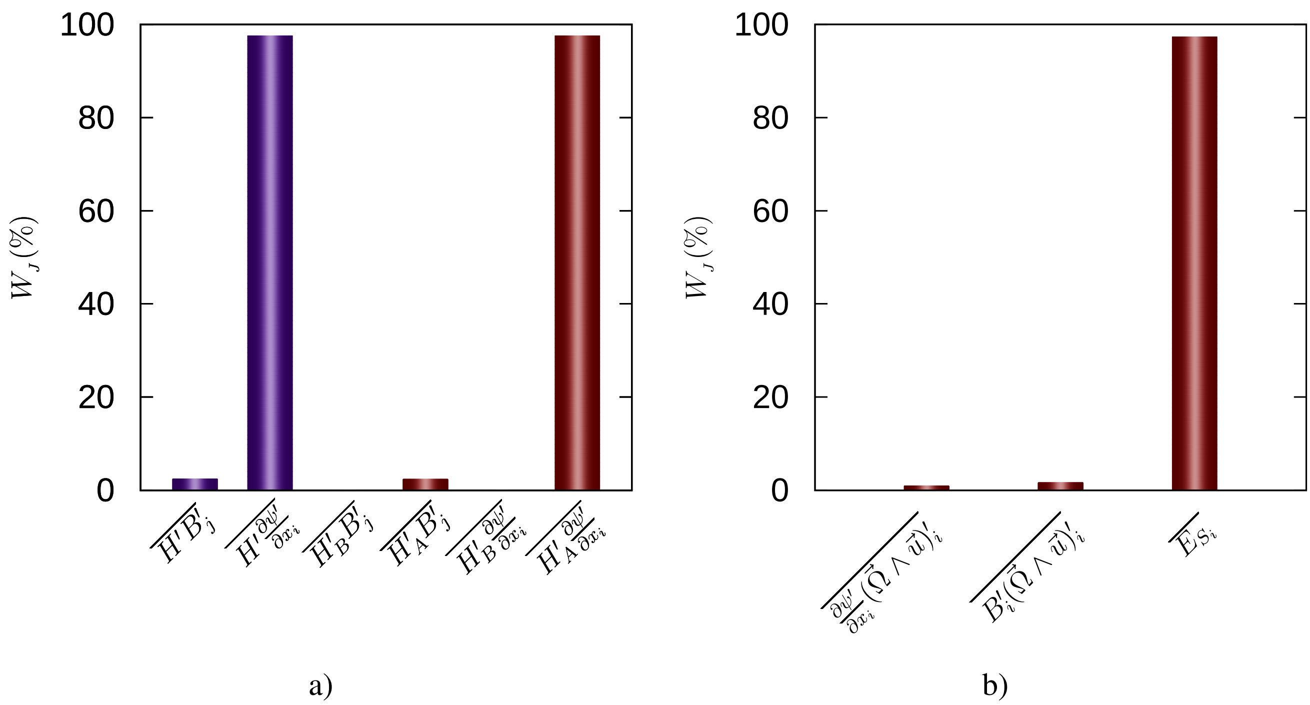


Figure VII.13 – Distribution de la puissance acoustique : (a) Transportée par les termes du membre de gauche des équations VII.15 et VII.16 à travers la frontière de la surface S. (b) Rayonnée par les termes du membre de droite VII.15 et VII.16 dans le volume V.

On peut observer que la contribution de la source q_J est, comme il était attendu, dominée par le gain d'énergie associé à la force volumique $\overline{E_{S_i}}$, qui est transporté en champ lointain par le flux moyen d'intensité acoustique $\overline{H' \frac{\partial \psi'}{\partial x_j}}$, leurs contributions à la puissance acoustique totale étant de 97%. Ce résultat corrobore ceux obtenus dans le cas irrotationnel, étant donné le caractère acoustique de la force volumique utilisée. Néanmoins, à l'inverse du cas irrotationnel, nous avons vu précédemment que le terme de transport d'énergie solénoïdal $\overline{H' B'_j}$ n'était plus nul. En effet, on peut voir que l'énergie transportée par ce dernier à travers la surface S est d'environ 3%, ce qui correspond aux contributions respectives des termes "sources" acoustique $\overline{\frac{\partial \psi'}{\partial x_i}(\vec{\Omega} \wedge \vec{u})'_i}$ (environ 1%) et aérodynamique $\overline{B'_i(\vec{\Omega} \wedge \vec{u})'_i}$ (environ 2%).

Mécanismes de transport d'énergie

Suivant l'idée de Jenvey [94], les termes de flux du membre de gauche de l'équation VII.15, peuvent être également décomposés, en séparant l'enthalpie totale fluctuante en une partie solénoïdale et irrotationnelle, ce qui permet d'aboutir à l'équation VII.16. Quatre nouveaux termes flux correspondant à des mécanismes de transport apparaîssent alors, que nous avons représentés sur la figure VII.14. En premier lieu, le terme $\overline{H'_B B'_j}$ (a), qui décrit le transport de l'énergie fluctuante solénoïdale par la partie hydrodynamique de la quantité de mouvement fluctuante, ce qui correspond à un méca-

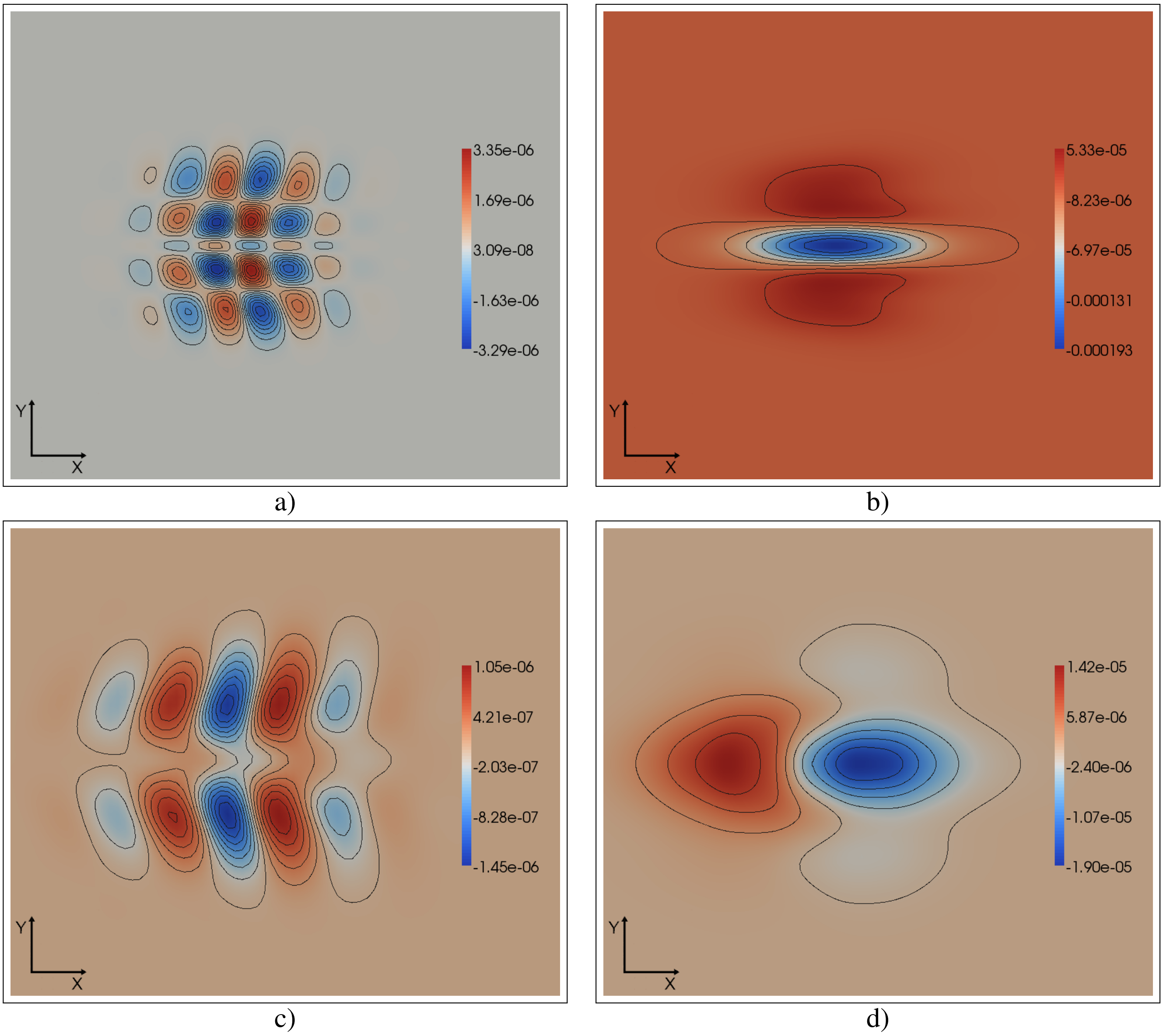


Figure VII.14 – Zoom sur la zone où la source volumique est appliquée : (a) $\frac{\partial}{\partial x_j}\overline{H'_B B'_j}$; (b) $\frac{\partial}{\partial x_j}\overline{H'_A B'_j}$; (c) $\frac{\partial}{\partial x_j}\overline{H'_B \frac{\partial \psi'}{\partial x_j}}$; (d) $\frac{\partial}{\partial x_j}\overline{H'_A \frac{\partial \psi'}{\partial x_j}}$.

nisme de transport d'énergie turbulente par la turbulence elle même. Ensuite nous voyons apparaître un terme qui correspond au transport turbulent de l'énergie fluctuante acoustique par les fluctuations solénoïdales de quantité de mouvement, $\overline{H'_A B'_j}$ (b), soit la propagation du son par la turbulence. Le terme suivant, $\overline{H'_B \frac{\partial \psi'}{\partial x_j}}$ (c), est associé au transport de l'énergie fluctuante solénoïdale acoustique par les fluctuations irrotationnelles de quantité de mouvement, ce qui correspond à une corrélation entre l'acoustique et la turbulence. Enfin, le terme de flux $\overline{H'_A \frac{\partial \psi'}{\partial x_j}}$ (d) qui correspond à l'intensité acoustique classique, dans la limite irrotationnelle.

On peut observer que les termes prédominants d'après leurs amplitudes sur la figure VII.14 sont (b) et (d). De plus, on peut noter que ces deux termes ont une forme très similaire à celle des figures VII.8 (a) et (b). De la même manière que précédemment, nous avons intégré ces quantités, projetées sur la normale n à la surface S afin d'obtenir leur contribution à la puissance acoustique totale rayonnée en champ lointain. Ainsi sur la figure VII.13 (a), en rouge, on peut observer que seuls les termes de flux (b) et (d) jouent un rôle dans le transport de l'énergie dans le cas considéré du paquet d'ondes rotationnel. Ainsi, les termes (a) et (c) ont une contribution négligeable ($< 0.1\%$), devant le transport des fluctuations acoustiques (3%), et l'intensité acoustique (97%).

VII.1.5 Conclusion

Cette section est consacré à l'étude d'une forme de décomposition d'un modèle d'écoulement simplifié, en champ proche, dans le but d'identifier les mécanismes de production et de transport de l'énergie fluctuante au sein de cet écoulement. Nous avons ainsi montré que l'approche considérée permettait non seulement d'identifier et de séparer deux types de perturbations en champ proche, l'une hydrodynamique et l'autre acoustique, mais également d'expliquer par quels mécanismes le bruit rayonné par un mouvement fluctuant était produit, et transporté vers le champ lointain.

Nous avons considéré deux modèles simples, simulant un mécanisme de production sonore, à l'aide desquels nous avons excité un milieu au repos régi par les équations d'Euler bidimensionnelles, jusqu'à atteindre un état stationnaire de la dynamique du fluide. En faisant varier certains paramètres de la force volumique considérée, nous avons ainsi manipulé la réponse du milieu fluide afin d'obtenir un écoulement irrotationnel ou rotationnel, d'amplitudes différentes. Nous avons alors appliqué la décomposition de Helmholtz sur la quantité de mouvement, et une décomposition au premier ordre de l'enthalpie totale fluctuante. Ainsi, dans le contexte des bilans d'énergie issus de la théorie de Doak [93] et Jenvey [94], nous avons pu étudier les mécanismes source et de transport d'énergie entrant en jeu dans les écoulements modèles étudiés. Dans un premier temps, sur un modèle strictement irrotationnel nous avons montré pour la première fois la fermeture des équations bilans d'énergie proposée par Doak [93], ce qui corrobore ses constatations théoriques quant à sa définition d'un équilibre dynamique fluctuant local d'un milieu fluide. Puis, en modifiant légèrement la force volumique considéré, nous avons introduit un mouvement fluctuant supplémentaire rotationnel. A l'aide de l'approche considérée ("Doak's and Jenvey's Energy Corollaries"), nous avons ainsi pu identifier deux mécanismes sources responsables des modifications observées dans le son rayonné en champ lointain et quatre mécanismes de transport de l'énergie acoustique, de la source vers le champ lointain.

VII.2 Analyse aux caractéristiques d'une équation de transport de l'enthalpie totale fluctuante

Ainsi que nous l'avons vu dans le chapitre d'introduction, de nombreux auteurs (Doak [93], Howe [90]) ont suggéré l'utilisation de l'enthalpie totale comme variable pour étudier par quels mécanismes le bruit généré par un jet turbulent subsonique était propagé dans le champ lointain. Doak, par exemple, propose de généraliser son utilisation pour décrire le rayonnement acoustique. En effet, il montre [315, 316] que les équations du mouvement pour les fluides compressibles peuvent se mettre sous la forme d'une équation d'onde inhomogène VII.28. Cette équation de transport de l'enthalpie totale fluctuante est linéaire, et fait apparaître H' indépendante au premier ordre du terme inhomogène.

$$\begin{aligned}
&\frac{\partial^2 H'}{\partial x_i^2} - \left[\frac{1}{c^2}\left\{\frac{\partial^2}{\partial t^2} + \left(2v_i\frac{\partial}{\partial t} - (\mathrm{v}\times\Omega)_i - 2\frac{\partial h}{\partial x_i}\right)\frac{\partial H'}{\partial x_i} + v_i v_j \frac{\partial^2 H'}{\partial x_i \partial x_j}\right\}\right]' \\
&\quad = \left[\left\{\frac{\partial}{\partial x_i} - \frac{1}{c^2}\left(-(\mathrm{v}\times\Omega)_i + V_i - 2\frac{\partial h}{\partial x_i} + v_i v_j \frac{\partial}{\partial x_i}\right)\right\}\left(\left[(\mathrm{v}\times\Omega)'_i + V'_i\right] + \left[\frac{\partial v'_i}{\partial t}\right]\right)\right]' \\
&\quad\quad + \left[\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{1}{c^2}\right)'\frac{Dh}{Dt}\right]' - \left[\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{1}{R}\frac{DS}{Dt}\right)'\right]' - \left[\frac{1}{c^2}v_i\frac{\partial}{\partial t}V'_i\right]'
\end{aligned} \tag{VII.28}$$

Doak considère que cette équation permet une meilleure compréhension des mécanimes physiques responsables de la propagation du bruit. En effet, on peut alors envisager l'interprétation physique suivante : le terme inhomogène, qui est dominé par l'accélération de Coriolis (par le biais du vecteur de Lamb) et les fluctuations d'entropie (associées à un champ de température instationnaire), peut être considéré comme le champ source qui entraîne la génération d'ondes d'enthalpie totale, par la turbulence. Une partie de ce champ fluctuant, lorsqu'il atteint la région irrotationnelle de l'écoulement, peut alors être considérée comme décrivant les ondes acoustique qui se propagent vers le champ lointain.

Toutefois, l'expression de cette équation est d'une grande complexité, et sa mise en oeuvre est certainement limitée, sans le concours d'une base de données d'une grande précision. A l'aide de la base donnée SND d'un jet subsonique turbulent à nombre de Mach $M_j = 0.9$, établie par Freund [5], nous proposons de reformuler l'équation VII.28, afin de mieux comprendre les mécanismes sources qui entraînent la génération d'ondes acoustiques.

Afin de d'étudier la formulation proposée par Doak des ondes d'enthalpie totale fluctuante, nous proposons d'étudier une formulation aux caractéristiques spatio-temporelle de l'équation VII.28. Notre objectif est d'isoler la partie hyperbolique du champ d'enthalpie fluctuante H' de la partie turbulente de l'écoulement. Cette décomposition permettrait ainsi de visualiser la naissance du champ acoustique, au sein de l'écoulement, qui serait éventuellement rayonné en champ lointain.

La procédure suivante est alors mise en oeuvre :

A partir des travaux de Chester (1971), il est possible d'envisager de réécrire l'équation VII.28 sous la forme réduite suivante :

$$\sum_{j=1}^{N}\sum_{k=1}^{N} a_{jk}\frac{\partial^2 H'}{\partial x_j \partial\, x_k} + K = 0 \tag{VII.29}$$

où $N = 4$ (ce qui correspond aux quatre dimensions x, y, z, t).

On peut alors envisager l'interprétation suivante :

1. Si l'une des valeurs propres de la matrice a_{jk} est nulle, alors l'équation VII.29 est parabolique,
2. Si toutes les valeurs propres de la matrice a_{jk} sont non-nulles et sont de même signe, alors l'équation VII.29 est elliptique,
3. Si toutes les valeurs propres de la matrice a_{jk} sont non-nulles et sont de même signe, sauf une, alors l'equation VII.29 est hyperbolique.

Comme les coefficients de la matrice a_{jk} comprennent la vitesse turbulente, les tensions de Reynolds, ainsi que la vitesse du son instationnaire, cette analyse aux caractéristiques peut être utilisée pour identifier, dans quelle partie de l'écoulement, localement en temps et en espace, le champ d'enthalpie totale fluctuante H' est hyperbolique.

De cette manière, l'équation VII.28 peut se réécrire sous la forme :

$$\frac{\partial^2 H'}{\partial x_i^2} - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 H'}{\partial t^2} + \frac{2v_i}{c^2}\frac{\partial^2 H'}{\partial t \partial x_i} + \frac{v_i v_j}{c^2}\frac{\partial^2 H'}{\partial x_i \partial x_j} + K = 0 \tag{VII.30}$$

On obtient alors un polynôme aux caractéristiques, tel que :

$$\lambda^4 + A\lambda^3 + B\lambda^2 + C\lambda + D = 0 \tag{VII.31}$$

A l'aide de la procédure de Descartes, il vient :

$$\lambda^4 + p\lambda^2 + q\lambda + r = 0 \tag{VII.32}$$

Avec :

$$\begin{cases} A = 3c^2 - \left(u^2 + v^2 + w^2\right) - 1 \\ B = 3c^4 - c^2\left(2\left(u^2 + v^2 + w^2\right) - 3\right) \\ C = -c^6 - c^4\left(u^2 + v^2 + w^2 + 3\right) \\ D = -c^6 \end{cases} \qquad \begin{cases} p = \frac{1}{16}A + B \\ q = \frac{3}{8}A^3 + \frac{1}{2}AB + C \\ r = -\frac{3}{256}A^4 + \frac{1}{16}A^2B + \frac{1}{4}AC + D \end{cases}$$

les valeurs propres de l'équation VII.31 sont alors données par :

$$\begin{cases} \lambda_1 = -\frac{1}{2}a + \sqrt{-\frac{1}{4}a^2 - \frac{1}{2}p + \frac{1}{2a}q} \quad , \quad \lambda_2 = -\frac{1}{2}a - \sqrt{-\frac{1}{4}a^2 - \frac{1}{2}p + \frac{1}{2a}q} \\ \lambda_3 = \frac{1}{2}a + \sqrt{-\frac{1}{4}a^2 - \frac{1}{2}p - \frac{1}{2a}q} \quad , \quad \lambda_4 = \frac{1}{2}a - \sqrt{-\frac{1}{4}a^2 - \frac{1}{2}p - \frac{1}{2a}q} \end{cases} \tag{VII.33}$$

où a est la solution de l'équation réduite VII.32

$$a = \sqrt{2\cos\left(\frac{2k\pi}{3} + \frac{1}{3}\cos^{-1}\left(-\frac{3x\sqrt{3}}{2y\sqrt{y}}\right)\right)\sqrt{\frac{y}{3}} + \frac{y}{3}} \qquad \text{with k=0,1,2} \tag{VII.34}$$

avec,

$$\begin{cases} x = -\frac{2}{27}p^3 + \frac{8}{3}pr + q \\ y = -\frac{p^2}{3} - 4r \end{cases} \tag{VII.35}$$

La procédure décrite ci-dessus permettrait, en théorie, de concevoir un outil d'analyse qui, à l'aide de bases de données SND (une visualisation du champ d'enthalpie totale fluctuante instantanée, issue de la SND de Freund [5], est donnée sur la figure VII.15), serait à même d'extraire la dynamique hyperbolique acoustique d'un champ turbulent, qui est majoritairement convectif.
Néanmoins, la mise en oeuvre de cette procédure sur la base de donnée SND en question, fut un échec dans le sens où il s'est avéré que l'équation VII.28 est entièrement hyperbolique. Aucune décomposition de l'écoulement ne peut alors être envisagée.

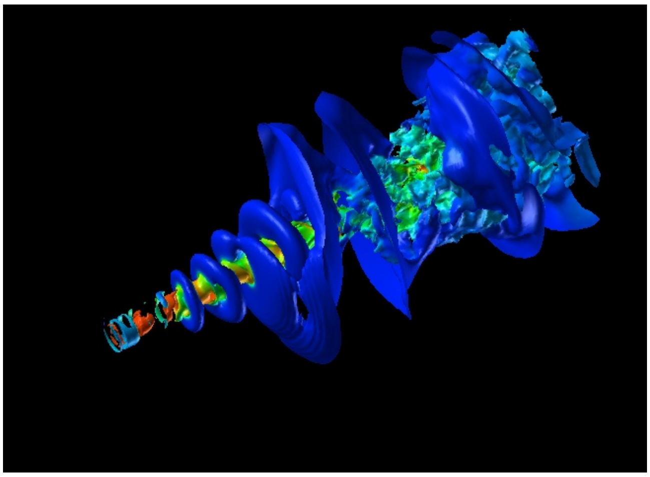


Figure VII.15 – Visualisation instantanée du champ d'enthalpie totale fluctuante dans un jet à nombre de Mach $M = 0.9$ et à nombre de Reynolds $Re = 3600$, résolu par SND, Freund [5].

VII.3 Analyse des mécanismes sources dans un jet

Les bases de données établies à l'aide des simulations présentées dans le chapitre V ont également fait l'objet d'une analyse, notamment dans le cas isotherme, dans le but d'étudier les mécanismes responsables de la production de bruit dans les jets par Cavalieri et *al.* [294]. Ces travaux étant directement associés à la présente étude nous en donnons ici un résumé. Le lecteur intéressé est vivement invité à ce reporter à la publication concernée, fournie en annexe.

Le champ acoustique du jet isotherme est décomposé en modes de Fourier azimutaux, puis filtré à l'aide d'une transformé en ondelettes continue. De cette manière, des évènements intermittents de fortes amplitudes sont localisés temporellement, pour chacun des modes azimutaux. Afin de déterminer l'origine de ces évènement bruyants, la même analyse est alors appliquée sur le champ proche du jet. Les résultats mettent alors en évidence un fort rayonnement sonore intermittent des modes azimutaux 0 et 1. Le bruit lié au mode 0 s'avère être une conséquence indirecte de la transition du mode variqueux vers le mode hélicoïdal des structures cohérentes juste avant la fin du cône potentiel. L'énergie du mode 0 est ainsi transférée vers le mode 1 sur un temps correspondant à la fréquence fondamentale de la couche cisaillée f_o, et vers les modes d'ordres supérieurs sur un temps correspondant au premier sous-harmonique $f_o/2$. On met ainsi en évidence que les structures cohérentes qui apparaissent en amont du cône potentiel peuvent se représenter par une forme spatio-temporelle de paquet d'ondes dont l'amplitude et l'enveloppe spatiale sont modulés au cours du temps. Les fortes perturbations rayonnées identifiées précédemment sont alors directement liés à une réduction de l'enveloppe spatiale de ce paquet d'onde. Un modèle permettant la description de ce phénomène est ainsi proposé, et permet de reproduire quantitativement le champs acoustique issue de la simulations pour des angles faibles.

Conclusion générale et perspectives

Ce travail avait pour objectif l'étude des effets de température sur les jets turbulents compressibles, simples et coaxiaux, par une approche numérique de type Simulation aux Grandes Échelles. La démarche de recherche de cette étude s'est articulée autour de cinq axes principaux. Le premier portait sur la mise en œuvre de méthodes numériques performantes, adaptées au calcul intensif sur machines parallèles, permettant de répondre aux exigences en terme de précision des résultats et coût de calcul. Le second consistait à valider la faisabilité de l'approche dans des configurations d'écoulements de type jet en régime subsonique compressible, notamment au regard du comportement aérodynamique et du rayonnement acoustique calculé. Le troisième axe portait sur l'étude des effets liés à la température sur la dynamique tourbillonaire des jets simples à nombre de Mach et de Reynolds élevés, et leurs conséquences sur le bruit rayonné. Puis, dans le quatrième, nous avons porté notre attention sur les modifications de la dynamique de l'écoulement des jets coaxiaux coplanaires turbulents en présence d'un jet central chaud, et la signature des effets de température en champs proche et lointain, en considérant le cas où le jet central est plus rapide que le jet annulaire extérieur. Finalement, nous avons évalué la mise en œuvre d'une théorie visant à séparer les parties hydrodynamique et propagative d'un écoulement turbulent dans le but de comprendre les mécanismes de la turbulence responsables de la génération de bruit.

Méthodes numériques

Depuis la fin des années 90, la Simulation des Grandes Échelles est devenue un outil incontournable pour la prévision et l'analyse des écoulements turbulents académiques et industriels de type jet, en particulier en régime compressible. En effet, depuis la réalisation de la première SND de jet par Freund [110] incluant la prévision du champ acoustique rayonné, et les travaux de Bogey [4] qui montrèrent la faisabilité du calcul direct du bruit rayonné par SGE, la plupart des études numériques visant à comprendre les mécanismes responsables de la production de bruit dans les jets utilisent cette méthode. De plus, les récentes avancées informatiques en matière de calcul hautes performances nous ouvrent de nouveaux horizons pour étudier numériquement ces configurations d'écoulements complexes, et encore mal compris, avec un degré de réalisme élevé. Le point de départ de ce travail a donc été le développement d'un code versatile adapté à la plupart des configurations d'écoulements académiques, en particulier de type jets libres, simples et coaxiaux. L'algorithme implémenté, massivement parallèle, permet une mise en œuvre multi-plateforme du code, dont la scalabilité a été vérifiée. En outre, il permet la résolution des équations de Navier-Stokes compressibles, aussi bien par une approche SND que par SGE, et ce dans des configurations d'écoulements 2D (SND) ou 3D. Dans l'optique de résoudre correctement le champ acoustique, les capacités du schéma utilisé en terme d'erreur numérique ont été prudemment évaluées.

De la même manière, les conditions aux limites implémentées ont été soumises à des épreuves de cas tests acoustiques dans des configurations bidimensionnelles et tridimensionnelles, afin de s'assurer qu'elles étaient capables d'évacuer correctement les ondes acoustiques sans entraîner de réflexions parasites aux frontières. Il a été montré que l'ajout de zones éponges était nécessaire afin de permettre aux fluctuations hydrodynamiques de quitter le domaine proprement. En effet, nous avons utilisé dans ce travail pour la première fois les conditions aux limites tridimensionnelles 3D-NSCBC développées par Lodato et *al.* [220], pour le calcul de bruit direct du rayonnement acoustique produit par des jets, avec une approche aux différences finies. Nous avons ainsi étendu les domaines d'application de ces conditions aux limites en montrant avec succès leur bon comportement sur des simulations aéroacoustiques de jets simples ou coaxiaux, chaud ou isotherme, dans des régimes d'écoulements à connotation industrielle. Néanmoins, nous avons également mis en évidence que la formulation non-réflective en entrée de domaine des conditions 3D-NSCBC entraîne de légères réflexions parasites sur des jets à haut nombre de Mach acoustique $M_a > 0.6$, indépendament du nombre de Reynolds. De plus, il semble que ces réflexions soient de nature basses fréquences lorsque l'on considère des jets isothermes, alors qu'elles sont hautes fréquences lorsque le jet est chauffé. Dans l'attente d'études plus poussées pour améliorer leur formulation, nous proposons l'utilisation d'une zone éponge en entrée de domaine, de la même manière que Bodony [115].

L'influence du modèle sous-maille utilisé sur la qualité de nos SGE a également été discutée. Nous avons choisi de fermer nos équations à l'aide du modèle sous-maille Fonction Structure Filtrée, basé sur une hypothèse de viscosité turbulente. Ce modèle fut développé initialement par Ducros [128], et utilisé avec succès pour des simulations de jets ronds et coaxiaux incompressibles par Da Silva [317] et Balarac [187], ainsi que des jets ronds compressibles par Maidi [147] pour l'estimation du bruit rayonné. Néanmoins, le nombre de Reynolds maximal de ces SGE ne dépassait pas $Re = 36000$, ce qui reste considéré comme faible au regard des applications industrielles. Ainsi, ce travail a permis d'évaluer le comportement du modèle FSF sur des simulations de jets libre à Reynolds très élevés $4\times10^5 \leq Re \leq 1\times10^6$. Nous avons montré que l'utilisation de ce modèle entraînait une décroissance plus rapide de la vitesse et des niveaux de fluctuations plus élevés sur l'axe du jet, malgré un bon accord général avec les mesures, tandis que l'on observe une augmentation du bruit rayonné pour des fréquences inférieures à $St = 1$. Ces observations sont en accord avec la plupart des études qui utilise le modèle de Smagorinsky dynamique [8]. Ce comportement peut s'expliquer par l'approche numérique cartésienne considérée. En effet, dans la région de développement initiale des jets, en amont du cône potentiel, le transfert d'énergie des basses vers les hautes fréquences pourrait ne pas être correctement assuré par le modèle sous-maille, en raison d'un maillage trop lâche au vu des nombres de Reynolds élevés considérés. De cette manière, les grosses structures cohérentes seraient trop énergétiques, d'où une surestimation du bruit rayonné, ce qui confirme les hypothèses formulées par Bodony [7]. On met ainsi en évidence l'importance de la prise en compte d'une buse et du taux d'intensité turbulente à sa sortie sur le bruit rayonné, d'après les conclusions de Barré [269]. Les pics en fréquence sont néanmoins correctement résolus pour une gamme de fréquence $0.1 \leq St \leq 1$ ce qui valide nos résultats acoustiques. Cette étude a également mis en évidence la dépendance en maillage, en nombre de Reynolds et en température du modèle FSF. En effet, nous avons montré que, si les effets rapportés ci-dessus étaient augmentés par l'ajout d'un fort gradient de température, ils étaient en revanche limités par l'augmentation de la résolution spatiale, pour un nombre de Reynolds considéré d'un même jet. Finalement, au regard du comportement spectral de la turbulence pleinement développée, la présence d'une zone inertielle respectant la loi de puissance théorique en $-5/3$ est observée sur plus d'une décade dans nos configurations de jets simples et coaxiaux, ce qui atteste du bon comportement de la modélisation des échelles sous-maille avec le modèle FSF à hauts nombres de Reynolds.

Analyse des effets de température sur les jets simples

Deux jets ronds subsoniques à nombre de Mach acoustique $M_a = 0.9$ et à nombre de Reynolds $Re = 4\times10^5$ ont été simulés. Le premier est un jet isotherme et le second est un jet chaud à $792K$. Les résultats ont été systématiquement confrontés à des bases de données expérimentales afin de caratériser les effets de mélange, thermiques, de dynamique tourbillonnaire, et en particulier leur couplage avec l'acoustique. Nos simulations montrent que le comportement global des jets chaud et froid, dans les régimes d'écoulements considérés, est en accord avec les expériences. Ainsi, pour le champ acoustique on observe une diminution du niveau de bruit lorsque le jet est chaud à $M_a > 0.7$, de la même manière que Tanna [103]. Au regard du comportement aérodynamique moyen, en accord avec les expériences de Lau [13], on observe une diminution de la taille du cône potentiel du jet chauffé à vitesse constante, ainsi qu'une augmentation du taux de décroissance de la vitesse moyenne sur l'axe, liée à une augmentation du niveau d'intensité turbulente. On met en évidence que ce comportement est lié à une augmentation du mélange et donc de l'entraînement, en raison de la présence d'un fort gradient de température. En effet, on observe une forte augmentation de la vorticité longitudinale, lorsque le jet est chauffé, sur sa couche de cisaillement. Cela ce traduit par le développement d'une instabilité azimutale secondaire qui entraîne la formation de tourbillons longitudinaux contra-rotatifs entre deux structures issues d'une instabilité primaire de Kelvin-Helmholtz. En aval du cône potentiel, on trouve une loi de puissance en k^{-1} sur plus d'une décade, dans les deux jets considérés. Ce comportement spectral est en accord avec les expériences de Villermaux et Rehab [282] sur les jets coaxiaux, et se traduit par la persistance de l'étirement tourbillonnaire par les gradients de vitesse grandes échelles. On montre que dans la limite d'un gaz calorifiquement parfait ($T < 800K$), la température peut être considérée comme un scalaire passif de nature intermittente dans les écoulements de type jet.

Nous avons mis en évidence qu'un jet chaud présente une dynamique de comportement très différente de celle d'un jet isotherme. Notamment, un jet chaud est caractérisé par une activité turbulente plus intense, mais l'influence de cette dernière sur le milieu ambiant est plus faible que pour un jet isotherme. Afin de mieux saisir l'influence des effets de température sur les mécanismes sources de bruit, nous nous sommes focalisés sur la distribution spatiale et fréquentielle des termes sources du tenseur de Lighthill, en décomposant le terme de moment de manière à faire apparaître les termes linéaires et quadratiques où les fluctuations de densité modifient l'écoulement moyen. On met en évidence de cette manière que la dynamique d'un jet isotherme, du point de vue de l'analogie de Lighthill, est dominée par les contributions des termes responsables du bruit propre et du bruit de cisaillement. Bien que le terme représentant les effets de compression et dilatation induits par les structures cohérentes en amont du cône potentiel domine le bruit hautes fréquences rayonnée pour de faibles angles, on montre que son influence sur la turbulence en champ proche est négligeable. Nous avons montré que les principaux effets de température sur les mécanismes sources de bruit se caractérisaient par l'apparition des contributions de modes d'ordre supérieur $m > 1$, en accord avec une activité turbulente plus intense. De plus lorsque le jet est chaud, la contribution du terme d'entropie dans le tenseur de Lighthill n'est plus négligeable, du fait de l'augmentation du niveau de fluctuation de densité. En effet, cela est dû au mélange entre le jet (de faible densité) et le milieu ambiant (de forte densité). Un lien clair, fréquentiel et modal, est établi entre le terme entropique et le terme linéaire de fluctuation de densité. La combinaison de ces deux termes dans le champ proche permet alors d'expliquer la diminution du bruit observé pour un jet chaud comparé à un jet froid, pour un nombre de Mach acoustique $M_a > 0.7$. De plus, la présence de mécanismes sources non-linéaires supplémentaires par rapport au

cas isotherme, notamment pour le bruit rayonné à des angles élevés, est supposée.
Les bases de données établies, notamment dans le cas isotherme, ont permis l'identification d'un mécanisme, lié aux structures cohérentes en amont du cône potentiel, responsable de la majeure partie du bruit rayonné en champ lointain pour de faibles angles. Il a ainsi été mis en évidence par Cavalieri et *al.* [294] que ces structures pouvaient se modéliser par une forme spatio-temporelle de paquet d'ondes dont l'amplitude et l'enveloppe spatiale sont modulées au cours du temps. Ce modèle permet alors de reproduire quantitativement le champ acoustique rayonné vers l'aval du jet.

Aérodynamique et acoustique des jets coaxiaux

Afin de se rapprocher des applications réelles dans le cadre des transports aériens, nous avons simulé des jets coaxiaux dans des configurations représentatives d'un turboréacteur au décollage. Deux jets coplanaires dont le régime d'écoulement était défini par les nombres de Mach et de Reynolds du jet primaire, $M_p = 0.5$ et $Re_p = 6.25 \times 10^5$ ont ainsi été étudiés. Les conditions initiales étaient définies par un rapport de diamètre $D_s/D_p = 2$, un rapport de vitesse $U_s/U_p = 0.7$, et deux rapports de température, $T_p/T_s = 1$ pour le cas isotherme, et $T_p/T_s = 2.7$ pour le deuxième jet. Les résultats obtenus au niveau du développement aérodynamique du jet coaxial isotherme sont en bon accord général avec les mesures expérimantales de Guitton et *al.* [297]. Les légères différences observées sont liées à la sous-discrétisation des couches de cisaillement et la non-prise en compte de la géométrie de la buse en entrée, notamment au regard du développement de la couche de mélange externe. Néanmoins le champ acoustique est correctement résolu avec des écarts inférieurs à 2dB par rapport aux mesures expérimentales pour les spectres de pression obtenus pour des angles $\theta \leq 60°$. Concernant la configuration où le jet central est chaud, nous ne disposons d'aucune base de données expérimentale pour valider nos résultats. Toutefois, le bon accord de nos simulations dans le cadre du jet coaplanaire isotherme et du jet simple chaud par rapport aux expériences nous permet de supposer correct le comportement de notre SGE dans ce cas. En effet, nous avons pu comparer nos résultats acoustiques avec ceux de Viswanathan [61], bien que la géométrie de buse soit très différente. Ainsi le spectre de pression à 40° est en bon accord avec les mesures, avec un écart d'environ 2dB qui s'explique par des taux de turbulence initiaux différents, la géométrie de la buse, et les nombres de Reynolds des jets primaire et secondaire. Pour des angles élevés, on met en évidence l'influence de la géométrie de la buse sur le bruit rayonné par les jets coaxiaux. En effet, comme le jet expérimental primaire pénètre de plusieurs diamètres dans l'écoulement du jet secondaire, contrairement à un jet coplanaire, le bruit rayonné sur les cotés est dominé par le développement de la couche de cisaillement du jet secondaire, pleinement turbulente dès la sortie de buse. Il en résulte un bruit plus haut en fréquence et plus large bande que dans notre SGE.

L'analyse de nos résulats, quant à l'influence d'un jet primaire chaud sur le développement des champs aérodynamique et acoustique des jets coplanaires, montre que le couplage entre les couches de mélange interne et externe est amplifié dans le cas chaud. La turbulence au niveau des cônes potentiel des jets primaire et secondaire est alors plus corrélée dans la direction longitudinale, avec des structures cohérentes plus larges et une transition turbulente plus forte sur les couches de cisaillement. Cela se traduit par des appariements tourbillonnaires violents entre les couches de mélange interne et externe. Au regard du champ acoustique rayonné, le bruit rayonné pour de faibles angles par un jet coaxial dont le jet primaire est chaud est alors dominé par la fusion entre les couches de mélange interne et externe.

Décomposition hydrodynamique/acoustique d'un écoulement

Les travaux précédents ont montré que le solveur développé permettait d'étudier par une approche SGE la génération de bruit dans les écoulements turbulents, en prenant notamment en compte les effets des fluctuations d'entropie sur les sources de bruit. Notre intérêt se porte ainsi sur l'identification de ces sources, et plus particulièrement dans les jets libres. Nous avons consacré la dernière partie de cette étude à la mise en œuvre d'une méthode originale permettant la possible décomposition du champ proche d'un écoulement turbulent en composantes hydrodynamique et acoustique. Dans le but de comprendre par quels mécanismes physiques un écoulement turbulent est en mesure de générer du bruit, ce type d'approche pourrait se révéler être une bonne alternative à l'usage d'analogies acoustiques. En effet, le champ acoustique rayonné résulte du champ hydrodynamique, alors que les analogies acoustiques font l'hypothèse que les champs hydrodynamique et acoustique sont indépendants.

Nous avons ainsi appliqué la théorie "energy corollary" proposée par Doak [93] et Jenvey [94] sur un modèle simplifié représentatif d'un mécanisme de production sonore dans un jet. Cette théorie est basée sur une décomposition de Helmholtz de la quantité de mouvement, appliquée sur un bilan d'énergie acoustique, conséquence exacte de l'équation d'énergie, et proposée par les auteurs cités plus haut. Nous avons étudié numériquement la réponse des équations d'Euler bidimensionnelles d'une distribution volumique d'un paquet d'onde, dont les échelles sont directement liées à la structure spatio-temporelle d'un jet libre [132]. En modifiant les paramètres de cette force volumique nous avons alors comparé des réponses rotationnelle et irrotationnelle du milieu fluide.

La décomposition de la quantité de mouvement et de l'enthalpie fluctuante nous a ainsi permis d'étudier les mécanismes source et de transport d'énergie entrant en jeu dans les écoulements considérés. Tout d'abord, nous avons vérifié pour la première fois la fermeture des équations bilans proposées par Doak. On montre que lorsque le milieu fluide est soumis à une excitation rotationnelle, l'écoulement n'est plus dans un état d'équilibre dynamique local fluctuant (notion introduite par Doak). Ceci conduit alors à un transport d'énergie sous la forme d'onde sonore en aval de la source. Il est montré que la production de bruit est due à la perte de l'orthogonalité entre le vecteur de Lamb et respectivement les composantes irrotationnelle et solénoïdale de la quantité de mouvement. Finalement, cette étude nous a permis d'identifier deux mécanismes sources responsables du son rayonné en champ lointain, ainsi que quatre mécanismes de transport de l'énergie acoustique, de la source vers le champ lointain, pour le modèle d'excitation considéré. Au vu de la puissance totale rayonnée, il semblerait que le terme source aérodynamique (vecteur de Lamb/composante solénoïdale) soit responsable de la majeure partie du bruit rayonné en champ lointain, associé au transport de l'intensité acoustique.

Perspectives

Ce travail a permis de soulever de nombreuses questions sur tous les sujets abordés, aussi bien du point de vue des méthodes numériques, que du point de vue de la physique des jets subsoniques turbulents compressibles, simples ou coaxiaux, chauffés ou non. En effet, les résultats obtenus au cours de cette étude nécessitent de nombreux approfondissements, notamment au regard du calcul des champs aérodynamique et acoustique par SGE, ainsi que pour la compréhension des mécanismes sources de bruit au sein des écoulements turbulents cisaillés libres en général.

Une suite logique de ce travail serait la simulation d'écoulements réactifs dans une tuyère qui éjecte les gaz brûlés d'une chambre de combustion, accompagnée d'une analyse des interactions fluide/structure, dans le but d'étudier le bruit rayonné par des écoulements plus réalistes et plus complexes. Il convient pour cela de faire évoluer le solveur pour qu'il puisse prendre en compte différentes espèces chimiques. Les conditions aux limites implémentées dans ce code permettent également la prise en compte des termes sources chimiques dans le calcul des ondes entrantes aux frontières dans le cas de conditions aux limites subsoniques non-reflechissantes [220]. De plus, le développement d'une version curviligne du code “NIGLO” est actuellement en cours, qui permettra notamment la prise en compte de buses biseautées, ainsi que des stratégies de contrôle actif, tel des actionneurs de type plasma pour contrôler l'écoulement en modifiant ces caractéristiques dans le but de réduire le bruit rayonné.

Nous avons vu que la géométrie initiale d'un jet coaxial avait une grande influence sur le comportement aérodynamique et le bruit rayonné. De récentes études [270–272] ont montré l'importance de la prise en compte de la buse pour le calcul direct du bruit rayonné par un jet simple, notamment au regard de la résolution de la couche limite et donc de la couche de cisaillement, et surtout des conditions initiales. Il s'avère ainsi que le taux de turbulence en sortie de buse est un paramètre déterminant sur la signature acoustique d'un jet [269]. Les simulations futures, incluant une buse, devront systématiquement s'appuyer sur des mesures expérimentales du taux de turbulence dans la couche limite et en sortie de buse. En effet, la distribution azimutale de l'intensité de turbulence, ainsi que la distribution de température, nécessitent d'être prisent en compte en raison de leurs influences sur les instabilités de la couche de cisaillement [19, 291].

Actuellement, la puissance de calcul disponible et le développement d'algorithmes de plus en plus précis permettent des SND d'écoulements turbulents à nombres de Reynolds élevés. Néanmoins le problème majeur inhérent à ce type de calcul réside dans l'échange des données entre les processeurs et la mémoire. C'est pourquoi, les futurs codes de calculs en aérodynamique et aéroacoustique nécessitent le développement de nouveaux algorithmes, adaptés aux architectures massivement parallèles actuelles (Petascale) et futures (Exascale). A terme, il semble indispensable de modifier nos approches de discrétisation en poursuivant les développements numériques menés dans cette étude. Une des solutions proposée pourrait être l'utilisation des méthodes intégrales de Hermite adaptées aux systèmes hyperboliques, couplées avec une méthode de type Galerkin Discontinue [318]. D'autre part, une attention particulière sur l'utilisation d'un modèle sous-maille est nécessaire. Actuellement, l'utilisation d'un modèle sous-maille pour l'estimation du bruit de jet rayonné est un sujet de controverse. En effet, la plupart des acteurs de la communauté bruit de jet sont d'accord sur le fait de ne pas en utiliser mais l'approche SGE peut alors être remise en question [8].

Dans le but de comprendre comment un écoulement turbulent engendre la production de bruit et la propagation de ce dernier, la méthode de décomposition hydrodynamique/acoustique s'est révélée très intéressante. Néanmoins beaucoup de questions restent en suspens. En effet, nous n'avons utilisé ici que des modèles simplifiés dans le cadre des équations d'Euler bidimensionnelles. Pour savoir si cette approche serait plus robuste, en terme d'analyse, que les analogies acoustiques, il faudrait considérer des cas d'écoulements plus complexes. Par exemple, introduire un forçage non-linéaire à fort caractère rotationnel, et considérer des écoulements avec une vitesse moyenne non-nulle. Pour finir, ce type d'approche doit être appliquée aux équations de Navier-Stokes compressibles, dans le cadre d'écoulements naturellement instationnaires, comme des couches de mélange, ou des jets libres. Toutefois, pour réaliser ce type d'étude, deux problèmes majeurs peuvent d'ores et déjà être mis en évidence. Tout d'abord, il sera nécessaire de trouver des conditions aux limites pour la résolution d'un problème elliptique à partir d'un système de variables entièrement hyperbolique. De plus, la décomposition de Helmholtz dans un cadre général non-linéaire fait intervenir une variable entropique dans une dérivée temporelle. De ce fait, il est plus que probable, au vu des connaissances actuelles, que l'extraction de cette variable nécessite une approximation, de la même manière que Doak [93] a dû simplifier les expressions de l'enthalpie totale fluctuante hydrodynamique et acoustique. Pour finir, nous nous devons de citer les récents travaux de Sinayoko et Agarwall [97, 98], qui présentent une méthode permettant de filtrer la partie hydrodynamique d'un écoulement. Cette approche semble mieux adaptée, dans une certaine mesure, à des écoulements complexes de type jet.

Concernant les effets de température sur la dynamique des jets, simples ou coaxiaux, une étude basée sur un bilan de l'équation de vorticité potentielle pourrait permettre d'approfondir certaines questions. En effet, il a été montré par Comte et *al.* [134] (voir Lesieur [281] pour une revue plus exhaustive) par des simulations numériques des zones de mélange compressibles, que le couple barocline peut-être considéré comme un mécanisme source de vorticité. Ainsi, lorsque deux fluides de vitesses différentes présentent des densités différentes, les gradient de pressions et densité ne sont plus alignés. En effet, la nappe de vorticité entre deux tourbillons correspond à une interface de densité, où le gradient de densité est normal à cette nappe. D'autre part, la pression est toujours minimale au coeur des tourbillons, ce qui implique que les gradients de pression sont orientés du coeur des tourbillons vers la nappe de vorticité. Le changement de sens entre le couple barocline et les gradients de pressions le long de la nappe amène alors à un renforcement de la vorticité potentielle du coté du fluide chaud et une déplétion du coté du fluide froid. Cela conduit évidemment à une augmentation de l'entraînement, dû à un renforcement de l'enroulement tourbillonnaire. L'apparition de modes d'ordre supérieurs $m > 1$ d'amplitude non-négligeable dans le cas d'un jet chaud, pourrait alors trouver son origine dans le développement d'ondes d'instabilité, amplifiées par des effets non-linéaires induits par le couple barocline.

Annexe 1 : Générateur de nombre aléatoires

Le génerateur de nombre pseudo-aléatoire utilisé est de type “Mersenne Twister” de période $2^{19937}-1$ permet de garantir la non-périodicité du comportement des fluctuations aléatoires pendant les simulations. Développé par Matsumoto et Nishimura [319], il permet de générer des nombres aléatoire uniformément distribués, quel que soit le poids du bit considéré, et passe les tests Diehard. De plus, ce générateur est combiné à la méthode de “Box-muller” [320] afin d’obtenir une distribution normale centrée réduite de paire de nombres aléatoires. La transformation utilisé est sous la forme cartésienne qui est une méthode d’échantillonnage à rejet, qui n’utilise qu’une partie des nombres générés par la source aléatoire qui transforme des coordonnées cartésiennes uniformément distribuées dans le cercle unité en des coordonnées normalement distribuées, sans utiliser de fonctions trigonométriques, coûteuses en temps de calcul.

La méthode est la suivante :
Le génerateur de nombre pseudo-aléatoire fournit indépendamment et uniformément dans $[-1,1]$ deux nombres a et b. Considérant ensuit $s=a^2+b^2$, la méthode est réitéré jusqu’à ce que $s\in]0:1]$ puis on calcule ensuite :

$$x_1 = a\sqrt{\frac{-2lns}{s}}, \qquad x_2 = b\sqrt{\frac{-2lns}{s}} \tag{1}$$

Annexe 2 : Méthode de Kirchhoff

Les simulations SND ou SGE actuelle sont limités quant à l'étendue du domaine de calcul dans le champ acoustique lointain, et ce malgré les performances actuelle des machines de calcul. De plus, l'équation d'onde permet de décrire de manière simple le comportement des perturbations acoustiques dans le champ lointain [109]. La méthode de Kirchhoff permet de calculler le rayonnement sonore à partir des fluctuations de pressions. Pour plus de détails, se référer à Bruneau [321].

Ainsi qu'il est illustré sur la figure A2.1, afin de propager le bruit émis par un jet, on définit une surface fermé en dehors du champ proche, i.e. de la zone hydrodynamique du jet, oú l'on connait de manière précise les fluctuations acoustique.

On obtient la formulation de Kirchhof à partir de l'équation d'ondes :

$$\Delta p - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 p}{\partial t^2} = 0 \tag{1}$$

Que l'on peut écrire dans le domaine fréquentiel sous la forme (équation de Helmholtz) :

$$\Delta p + k^2 p = 0 \tag{2}$$

La fonction de Green associé au nombre d'onde de la région acoustique considéré est alors solution de :

$$\left(\Delta + k^2\right) G = \delta(x_k) \tag{3}$$

Cette fonction de Green en trois dimension à la forme :

$$G(x_k) = \frac{1}{4\pi|x_k|}exp(-ik|x_k|) \tag{4}$$

La formulation intégrale de Kirchhoff pour une onde harmonique est alors :

$$p'(x_o,\omega) = \int_{\Gamma_K}\left[p'(y_k,\omega)\frac{\partial G(x_o-y_k,\omega)}{\partial n} - G(x_o-y_k,\omega)\frac{\partial p'(y_k,\omega)}{\partial n}\right]dS(y_k) \tag{5}$$

Les fluctuations de pression sur les faces amont et aval de la surface d'intégrations sont négligés car elles ne peuvent pas être considéré comme des régions linéaire de l'écoulement, mais Freund et *al.* [116] ont apporté une correction pour en tenir compte. Néanmoins, pour des angles compris entre $30° \leq \theta \leq 150°$ les prédictions ne sont pas affectté par cette omission [273].

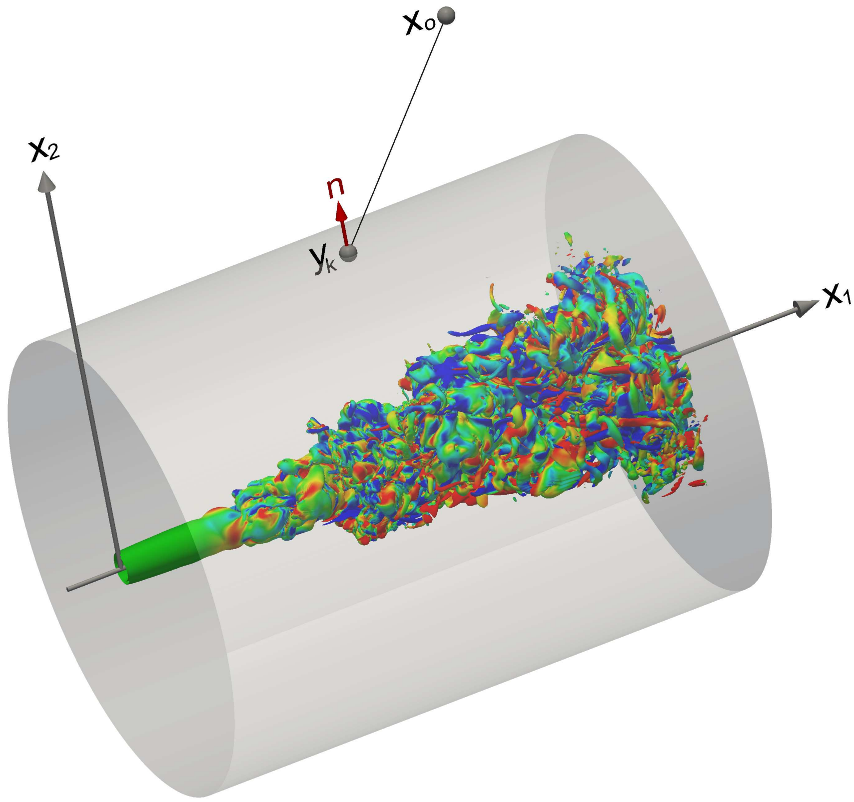


Figure A2.1 – Illustration de la surface de Kirchhoff utilisé pour l'analyse. Le son propagé par le solveur de Navier-Stokes est extrait de la surface de Kirchhoff en un point y_k et propagé dans le champ lointain au point d'observation x_o. La surface est ouverte en entrée et en sortie du domaine afin de négliger la contribution hydrodynamique du jet en champ proche.

Articles

15th AIAA/CEAS Aeroacoustic Conference and Exhibit (30th AIAA Aeroacoustics Conference)

Flow decompositions for the study of source mechanisms

G. Daviller*, P. Jordan* & P. Comte*

In this work we propose some model problems (computed by DNS) to test the performance and utility–in terms of the physical insight which is provided–of an energy corollary proposed by Doak[8] and Jenvey.[14] The energy corollary, which is based on Helmholtz decompositions of both linear momentum and velocity, aspires to provide a clearer interpretational framework for studying the local physical mechanisms which underpin the production of sound energy by turbulence. In this paper we compute the response of the two-dimensional Euler equations to a wavepacket body-force excitation whose amplitude and vorticity-level can be controlled, and we assess the resulting flow fields using the said framework. We look at linear and non-linear, irrotational and rotational scenarios, and we present the flux and source terms of the energy corollaries. Initial results show how it is possible to identify the different flow processes (source mechanisms) which lead to the transport of fluctuation energy, as well as the physical mechanisms by which that fluctuation energy is transported away from the source region as propagating sound energy.

I. Introduction

The question 'How does turbulent fluid motion generate sound ?' is only meaningful if we know what we mean by 'sound' within the confines of the turbulent field. A sound wave is generally defined as a small-amplitude, energy-conserving, irrotational fluctuation characterised by propagation at the speed of sound; and so the notion of a 'sound-field' is, at the heart of a turbulent flow, meaningless. This is probably the single greatest obstacle blocking our efforts to understand the dynamics by which subsonic turbulent jets drive sound waves in the farfield.

Rayleigh's three classes of fluctuating motion—vortical, entropic and acoustic—constitute an unambiguous system of distinct kinds of fluid motion. These are uncoupled in the simplest, uniform, linear flow systems; and they can be shown to interact quadratically in another class of slighthly more complex flows, such that these quadratic interactions constitute further sources of excitation for each of the modes.[5] This classification provides an interpretational framework which is invaluable for the obtention of a mechanistic understanding of the different flow process which underpin energy exchange in compressible turbulent flows. However, the three kinds of motion can not be so easily defined in the general case, and so, in the kinds of turbulent flows which are of practical interest, we struggle to arrive at a phenomenological understanding of the said flow processes. In this work we consider a framework which was considered by Doak[8] and Jenvey[14] to be useful for precisely this: both proposed the Helmholtz decomposition, applied, respectively, to the momentum and velocity variables, as a means by which to distinguish vortical motion (which they considered synonymous with turbulence) from irrotational motion (which they considered synonymous with acoustic or entropic fields).

Such decompositions are not readily applicable experimentally, and so they have seen little use in aeroacoustic analysis. In this work we apply the decomposition to a number of model problems (computed by DNS), where we can carefully control the level of complexity: from potential flows with linear (small-amplitude) perturbations to rotational flows were the dynamics become non-linear. In the simplest flows there is no ambiguity regarding the quantities we study and the decompositions we apply–the sound-production problem can here be described analytically; the degree of ambiguity increases with increasing flow complexity. Our objective is to assess the Helmholtz decompositions and the energy corollaries which result,

*Laboratoire d'Etudes Aérodynamiques, CNRS UMR 6609, Université de Poitiers, ENSMA, France.

in terms of the physical insight which they are able to provide in each case. In this paper we outline our approach and we present the first model problem to be considered: a convected wavepacket whose amplitude and solenoidality can be controlled. We consider both an irrotational excitation and a case in which the excitation induces a non-zero vorticity field. Linear and non-linear forcing is to be investigated in each case; however, in this paper we only show results from the low-level forcing. In addition to the external forcing which we apply, the energy corollary allows the identification of two further source mechanisms (which are weak in the low-level excitation we consider). These sources arise due to a loss of orthogonality between the fluctuating Lamb vector field and the fluctuating vector fields of the irrotational and solenoidal components of the linear momentum. Doak referred to such a scenario as one in which the flow is not in a state of local fluctuating dynamical equilibrium; a silent flow being one in which there *does* exist such local equilibrium. In addition to the source mechanisms, the energy corollary allows the identification of four mechanisms by which fluctuation energy is transported; the two found to dominate in the flows studied are those corresponding to classical acoustic intensity, and a second which corresponds to the scattering of sound by vortical motion.

II. Model problems

A. Irrotational and solenoidal wavepackets

We study the response of the two-dimensional Euler equations to a series of body force excitations, derived from the velocity field

$$\vec{u} = (u + \epsilon u_\epsilon, v + \epsilon v_\epsilon) \tag{1}$$

where the velocity components derive from the potentials ϕ and ψ as follows:

$$u = \frac{\partial \phi}{\partial x}; v = \frac{\partial \phi}{\partial y} \tag{2}$$

$$u_\epsilon = -\frac{\partial \psi}{\partial y}; v_\epsilon = \frac{\partial \psi}{\partial x} \tag{3}$$

$$\tag{4}$$

and where the potentials are wavepackets with the following forms:

$$\phi = A\exp(-\frac{(x-x_o)^2}{\lambda_x^2} - \frac{(y-y_o)^2}{\lambda_y})\cos(k_x x - k_x x U_c t) \tag{5}$$

$$\psi = y\phi, \tag{6}$$

with U_c the convection velocity (which is maintained subsonic), k_x, λ_x and λ_y, respectively, the axial wavenumber and the axial and radial envelopes of the wavepacket.

By varying the parameters A and ϵ the non-linearity and vorticity can be controlled. We study four cases (only two of which are reported in this paper): $A = 0.01$ & 0.5, and $\epsilon = 0$ & 10. When $\epsilon = 0$ the excitation is irrotational with a divergence as shown in figure 1(a); when $\epsilon \neq 0$, the forcing has a solenoidal component (shown in figure 1(b)) in addition to the irrotational component (1(a)). The parameter ϵ controls the relative level of these two components of the forcing.

III. Flow decomposition

We use Doak's energy balance formulations, which are based on a Helmholtz decomposition of the linear momentum and which allow the time-averaged energy flux to be expressed as a linear combination of mean-solenoidal, fluctuating-solenoidal and fluctuating-irrotational components: terms corresponding to the transport of total fluctuating enthalpy by each of these components of the linear momentum are identified. From the solution of the Euler equations, using a Poisson solver which is described later, we first decompose

(a) (b)

Figure 1. Example of the forcing function at a given time $t = t_o$: (a) $\nabla \cdot \vec{u}$; (b) $\nabla \wedge \vec{u}$ for $\epsilon \neq 0$. As time evolves these forms are convected from left to right at convection velocity U_c and their amplitudes are modulated in accordance with the Gaussian envelopes and the axial and radial length scales λ_x and λ_y

the momentum into solenoidal and irrotational components[a]

$$\rho u_i = \overline{B}_i + B_i' - \frac{\partial \psi'}{\partial x_i} \tag{7}$$

where B is the solenoidal vector potential, and ψ is the scalar potential.
We examine the various terms which appear in Doak's energy balances, the first of which takes the form:

$$\frac{\partial}{\partial x_j}\left(\overline{H}\ \overline{B}_j + \overline{H' B_j'} - \overline{H' \frac{\partial \psi'}{\partial x_j}}\right) = \overline{E_{Si}}, \tag{8}$$

where $\overline{E_{Si}}$ is the energy associated with the body-force excitation; and the second, *which comprises fluctuating quantities only*:

$$\frac{\partial}{\partial x_j}\left(\overline{H' B_j'} - \overline{H' \frac{\partial \psi'}{\partial x_j}}\right) = \overline{\frac{\partial \psi'}{\partial x_i}(\vec{\Omega} \wedge \vec{u})_i'} - \overline{B_i'(\vec{\Omega} \wedge \vec{u})_i'} + \overline{E_{Si}}. \tag{9}$$

We then use a further decomposition, as proposed by Jenvey,[14] in order to split the fluctuating enthalpy into irrotational and solenoidal components, $H' = H_B' + H_A'$. The energy balance then becomes

$$\frac{\partial}{\partial x_j}\left(\overline{(H_B' + H_A') B_j'} - \overline{(H_B' + H_A') \frac{\partial \psi'}{\partial x_j}}\right) = \overline{\frac{\partial \psi'}{\partial x_i}(\vec{\Omega} \wedge \vec{u})_i'} - \overline{B_i'(\vec{\Omega} \wedge \vec{u})_i'} + \overline{E_{Si}}. \tag{10}$$

where H_B' and H_A' can be written, to first order, as:

$$H_B' = \bar{c}\bar{M}_j (B_j'/\bar{\rho}), \tag{11}$$

$$H_A' = (1 - \bar{M}_j^2)(p'/\bar{\rho}) - \bar{c}\bar{M}_j [(\partial \psi'/\partial x_j)/\bar{\rho}]. \tag{12}$$

with $c^2 = \gamma p/\rho$ and the Mach number vector $M_j \equiv v_j/c$

IV. Numerical method

1. Euler solver

We solve Euler's equations by means of a (2,4) conservative finite-difference scheme based on MacCormack's predictor-corrector method[11] with block-decompostion and MPI parallelization. The system may be closed

[a]Doak proposes a further separation of the irrotational component into thermal and acoustic components; however, we here consider homentropic flows and so there is no thermal component–this component will be assessed at a later stage.

by the thermodynamic relations for an ideal gas. For these simulations, improved non-reflective boundary conditions[15] are implemented, with the addition of sponges zones at all sides of the boundary (see figure 2). The dimensions of the computational domain are $[Lx \times Ly] = [15 \times 15]$, and dimensions of the physical domain are $[L_x \times L_y] = [10 \times 10]$, with a number of grid points $[n_x \times n_y] = [600 \times 600]$. In all simulations, a source term S is introduced in the momentum equation as described by Brun and *al.*;[3] a corresponding energy source drives the energy equation. The velocity is normalized by the speed of sound c_∞.

$$\frac{\partial U}{\partial t} + \frac{\partial E(U)}{\partial x} + \frac{\partial F(U)}{\partial y} = S \tag{13}$$

where $U = [\rho, \rho u, \rho v, \rho E]^t$, E denotes the total energy $E = e + \frac{1}{2}(u^2 + v^2)$ and e the internal energy. The vector fluxes E and F are :

$$E = \begin{pmatrix} -\rho u \\ -\rho u^2 - p \\ -\rho uv \\ -u(\rho E + p) \end{pmatrix}, \qquad F = \begin{pmatrix} -\rho v \\ -\rho uv \\ -\rho v^2 - p \\ -v(\rho E + p) \end{pmatrix} \tag{14}$$

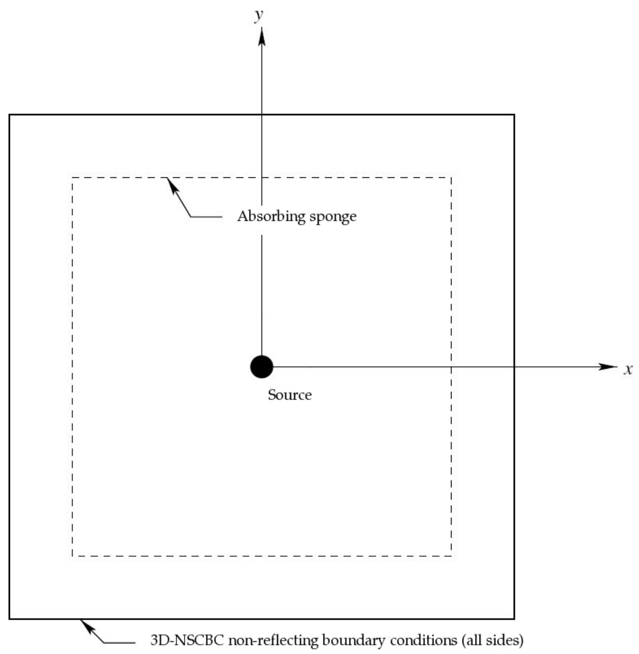


Figure 2. Computationnal domain

In order to minimise spurious noise generated at the boundaries when fluctuations leave the computational domain, efficient 3D-NSCBC boundary conditions developped by Lodato & *al.*[15] are implemented. These boundary conditions are an extension of the original so-called LODI conditions discussed by Poinsot and Lele,[18] which take account of convection and pressure gradients at the boundaries. In addition, fluctuations and reflected waves are damped using the following additionnal term (13), as described by Bogey[1] :

$$\frac{\partial U}{\partial t} = \cdots - \frac{c\sigma(x,y)}{\Delta x}(U - \overline{U}) \tag{15}$$

where

$$U = [\rho, \rho u, \rho v, \rho e]$$

$$\sigma(x,y) = \sigma_{max}\left(\frac{x - x_0}{x_{max} - x_0}\right)^2$$

and where $\sigma_{max} = 0.15$; x_0 and x_{max} are, respectively, the locations of the begining and the end of the sponge zone.

2. Poisson problem

In Doak's momentum potential theory,[8] the non-linear equation of mass transport is reduced to a linear Poisson equation in two fluctuating scalar field variables $\psi'(x_k, t)$ and $\rho'(x_k, t)$:

$$\frac{\partial^2 \psi'}{\partial x_i^2} = \frac{\partial \rho'}{\partial t}. \tag{16}$$

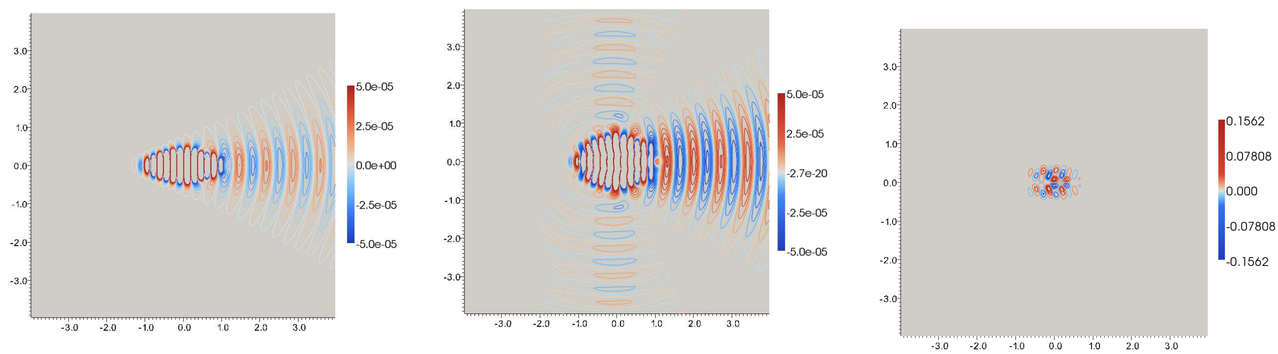
Using a the five-point stencil with second-order accuracy, the Poison equation is posed as a linear-algebraic equation : $Ax = b$, where $x = \psi'$. We use the Conjugate Gradient steepest descent method to solve the equation using block-decompostion and MPI parallelisation. At the boundary, as the fluctuations are here entirely irrotational we specif Dirichlet's boundary conditions by integrating $\frac{\partial \psi'}{\partial x_i} = \rho u_i$ in order to obtain the boundary values of ψ'.

V. Results

The response of the two-dimensional Euler equations to the various body-force excitations is shown in figure 3. In the case of $\epsilon = 0$ there is no vorticity. For $\epsilon = 10$ it can be seen that sound production has been enhanced by the presence of vorticity: in addition to a production mechanism associated with the wavy-wall (which is reasonably well understood), we now have further sound production (and/or scattering) associated with the vortical motions.

Figures 4(a) & (b) show the two non-zero terms in equation 9 when $\epsilon = 0$. In this case the 'source mechanism' is the wavy-wall S_i, whose energy is $\overline{E_{Si}}$, and the response of the fluid comprises a transport of total fluctuating enthalpy, H', by the scalar momentum potential $\frac{\partial \psi'}{\partial x_j}$: this quantity, which is shown in figure 3(d), is, in this case, classical acoustic intensity $\overline{p'u'}$.

Figure 5 shows the terms which participate in the energy balance of equation 9 when $\epsilon = 10$ and the response of the fluid medium to the excitation comprises a vorticity field as shown in figure 3(c). In this case, in addition to the direct action of the excitation S_i, there are two further sources which lead to the transport of total fluctuating enthalpy—this quantity can no longer be considered synonymous with acoustic intensity, as it now comprises energy transport by the solenoidal and irrotational components of the fluctuating momentum field, $\overline{H'B_j'}$ and $H'\frac{\partial \psi'}{\partial x_j}$. The additional source mechanisms are due to interactions between the coriolis acceleration fluctuations, $(\Omega \vec{\wedge} \vec{u})_i'$ and the solenoidal and irrotational components of the momentum fluctuations, B_i' & $\frac{\partial \psi'}{\partial x_j}$. The three vector fields are shown in subplots (h) & (i). These give a sense of how the corresponding source terms become active: when the fluctuating solenoidal and irrotational



(a) (b) (c)

Figure 3. Pressure and vorticity of response of the Euler equations to forcing. (a) pressure field for $A = 0.01$, $\epsilon = 0$; (b) pressure field for $A = 0.01$, $\epsilon = 10$; (c) vorticity field for $A = 0.01$, $\epsilon = 10$

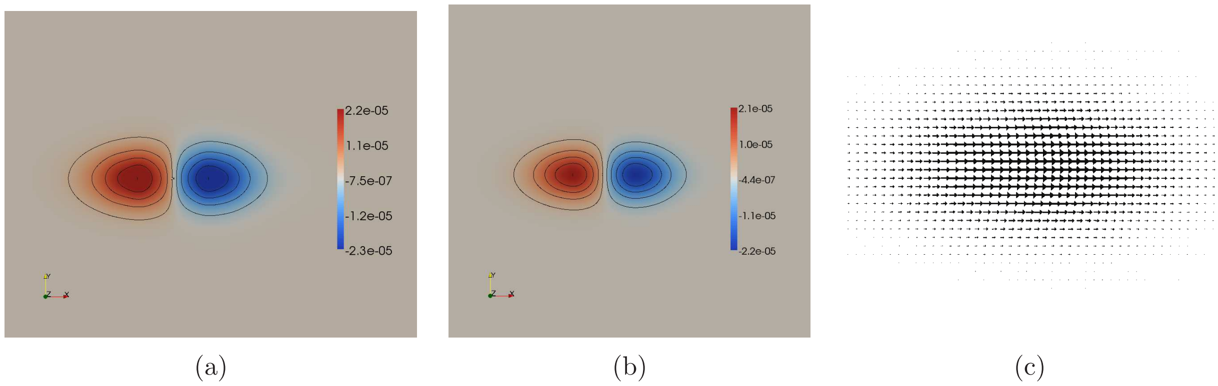


Figure 4. (a) $\overline{\frac{\partial}{\partial x_j}\left(H'\frac{\partial \psi'}{\partial x_j}\right)}$ **; (b)** $\overline{E_{Si}}$ **; (c)** $\overline{H'\frac{\partial \psi'}{\partial x_j}}$

momentum vector fields (shown in red) are not orthogonal to the fluctuating coriolis-acceleration vector field (shown in black), the flow is not in a state of local fluctuating dynamical equilibrium (a notion coined by Doak), and an energy transport is set up—some of this energy may be transported in the form of propagating sound waves.

It can be seen that both of these 'source' mechanisms are of similar magnitude—an order of magnitude less than the direct action of the body force. In order to obtain a quantitative measure of the contribution which each of these mechanisms makes to the total mean flux of fluctuation energy from a given source domain, each quantity must be integrated over that domain. Furthermore, in order to identify the mechanisms by which fluctuation energy is actually carried across some bounding surface to the farfield, the components of the terms $\overline{H'B'_j}$ and $\overline{H'\frac{\partial \psi'}{\partial x_j}}$ which lie normal to that surface must be integrated over the surface. We see how such calculations, which we will assess in the very near future (the conference paper deadline arrived faster than we could do so!), allow the flow to be broken down and assessed in considerable detail, providing a means for the identification of both the *source mechanisms* which lead to the transport of fluctuation energy from a source region, as well as an identification of the different mechanisms by which that energy is transported.

Concerning the transport mechanisms: the flux terms on the left hand side of equation 9 can be further

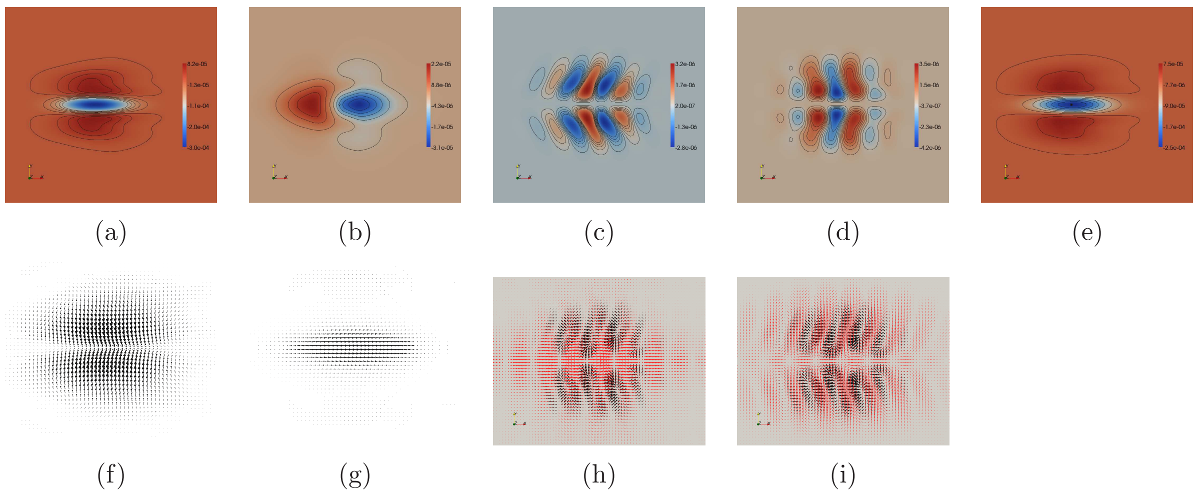
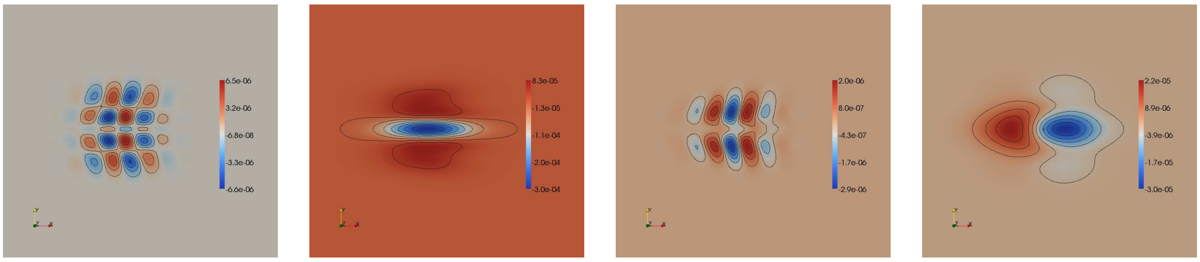


Figure 5. (a) $\frac{\partial}{\partial x_j}\overline{H'B'_j}$**; (b)** $\frac{\partial}{\partial x_j}\overline{H'\frac{\partial \psi'}{\partial x_j}}$**; (c)** $\overline{\frac{\partial \psi'}{\partial x_i}(\vec{\Omega}\wedge\vec{u})'_i}$**; (d)** $\overline{B'_i(\vec{\Omega}\wedge\vec{u})'_i}$**; (e)** $\overline{E_{S_i}}$**; (f)** $\overline{H'B'_j}$**; (g)** $\overline{H'\frac{\partial \psi'}{\partial x_j}}$**; (h) instantaneous view of** $\frac{\partial \psi'}{\partial x_i}$ **(in red) and** $(\vec{\Omega}\wedge\vec{u})'_i$ **(in black); (i) instantaneous view of** B'_i **(in red) and** $(\vec{\Omega}\wedge\vec{u})'_i$ **(in black)**



(a) (b) (c) (d)

Figure 6. **(a)** $\frac{\partial}{\partial x_j}\overline{H'_B B'_j}$ **;(b)** $\frac{\partial}{\partial x_j}\overline{H'_A B'_j}$**;(c)** $\frac{\partial}{\partial x_j}\overline{H'_B \frac{\partial \psi'}{\partial x_j}}$**;(d)** $\frac{\partial}{\partial x_j}\overline{H'_A \frac{\partial \psi'}{\partial x_j}}$

split, following Jenvey, by breaking the total fluctuating enthalpy into solenoidal and irrotational components, to give the energy balance of equation 10. Four flux terms thus appear: (1) $\overline{H'_B B'_j}$, which describes the transport of solenoidal fluctuation energy by solenoidal momentum fluctuations (a turbulence-turbulence term); (2) $\overline{H'_A B'_j}$, which corresponds to the turbulent transport of acoustic fluctuation energy (scattering of sound by turbulence); (3) $\overline{H'_B \frac{\partial \psi'}{\partial x_j}}$, which is associated with the transport of solenoidal fluctuation energy by sound (a turbulence-acoustic term); and, (4) $\overline{H'_A \frac{\partial \psi'}{\partial x_j}}$, which would be classical acoustic intensity in the irrotational limit. Figure 6 shows how the flux mechanisms are predominantly (2) and (4); the latter accounts for that part of the radiation pattern (in figure 3(b)) which is similar in character to the irrotational case, in the positive x-direction (see figure 3(a)), while the former accounts for the scattered sound field which radiates at right angles to the wavepacket axis.

VI. Conclusions

We have considered some model problems, where we effect a controlled forcing of the two-dimensional, compressible Euler equations, such that a time-stationary fluid dynamic is set up. By varying a number of parameters, the response of the fluid medium can be manipulated so as to give rise to irrotational and/or vortical motions, of varying amplitude. We then perform a Helmholtz decomposition of the linear momentum and a corresponding, first-order-accurate, decomposition of the total fluctuating enthalpy. In the context of the energy corollaries proposed by Doak[8] and Jenvey,[14] we use these decompositions to study the source and energy transport mechanisms which arise in the model flows. Future work will involve the extension to more complex flow systems.

VII. Acknowledgements

The authors would like to acknowledge the ANR (Agence Nationale pour la Recherche), who provided partial support through the ANR project 07-BLAN-0177, and the french supercomputing center IDRIS, who allocated part of the CPU time through the project 80912, CP2.

References

[1]C. Bogey, C. Bailly, and D. Juvé. Numerical simulation of the sound generated by vortex pairing in a mixing layer. AIAA Journal, 38(12):2210–2218, 2000.

[2]C. Bogey, C. Bailly, and D. Juvé. Computation of flow noise using source terms in linearized euler's equations. AIAA Journal, 40(2):235–243, 2002.

[3]C. Brun, M.P. Boiarciuc, M. Haberkorn, and P. Comte. Large eddy simulation of compressible channel flow. Theor. Comp. Fluid Dyn., 22:189–212, 2008.

[4]R.H. Cantrell and R.W. Hart. Interaction between sound and flow in acoustic cavities : Mass, momentum and energy consideration. J. Acoust. Soc. Am., 36:697–706.

[5]B.T. Chu and S.G. Kovasznay. Non-linear interactions in a viscous heat conducting compressible gas. J. Fluid Mech., 3(5):494–514, 1958.

[6]T. Colonius, S.K. Lele, and P. Moin. Boundary conditions for direct computation of aerodynamic sound generation. AIAA Journal, 31(9):1574–1582, 1993.

[7]G. Daviller, P. Jordan, P. Comte, W.K. George, and M. Wänström. Searching for sound-source mechanisms in the flow equations. In Ercoftac symposium on sound source mechanisms in turbulent shear-flow, Poitiers-France, July 7-9 2008.

[8]P.E. Doak. Momentum potential theory of energy flux carried by momentum fluctuations. Journal of sound and vibration, 26:67–90, 1989.

[9]P.E. Doak. Fluctuating total enthalpy as a generalized acoustic field. Acoustical Physics, 41(5):677–685, 1995.

[10]P.E. Doak. Fluctuating total enthalpy as the basic generalized acoustic field. Theoritical and Computationnal Fluid Dynamics, 10:115–133, 1998.

[11]D. Gottlieb and E. Turkel. Dissipative two-four method for time dependent problems. Math. of Comp., 30(136):703–723, 1976.

[12]F. Guitton, A.and Kerherv, P. Jordan, and J. Delville. The sound production mechanism associated with coherent structures in subsonic jets. In 14th AIAA/CEAS Aeroacoustic Conference, volume AIAA 2008-2892, Vancouver, British Columbia Canada, 5-7 May 2008.

[13]G.W. Hedstrom. Non reflecting boundary conditions for non-linear hyperbolic systems. J. Comp.Physics, 30:222–237, 1979.

[14]P.L. Jenvey. The sound power ffrom turbulence : A theory of the exchange of energy between the acoustic and non-acoustic fields. 131(1):37–66, 1989.

[15]G. Lodato, P. Domingo, and L. Vervisch. Three-dimensional boundary conditions for direct and large-eddy simulation of compressible viscous lows. Journal of Computational Physics, 227(10):5105–5143, 2008.

[16]C.L. Morfey. Acoustic anergy in non-uniform flows. J. Sound Vib., 14:159–169, 1971.

[17]M.K. Myers. Transport of energy by disturbances in arbitrary steady flowx. J. Fluid Mech., 226:383–400, 1991.

[18]T.J. Poinsot and S.K. Lele. Boundary conditions for direct simulations of compresible viscous flows. J. Computational Physics, 101:104 – 129, 1992.

Using large eddy simulation to explore sound-source mechanisms in jets

André V. G. Cavalieri[a,b], Guillaume Daviller[a], Pierre Comte[a], Peter Jordan[a], Gilead Tadmor[c], Yves Gervais[a]

[a]*Institut P', CNRS - Université de Poitiers - ENSMA, UPR 3346, Département Fluides, Thermique, Combustion, CEAT, 43 Route de l'Aérodrome, F86036 Poitiers Cedex, France*
[b]*Instituto Tecnológico de Aeronáutica, Praça Marechal Eduardo Gomes, 50, Vila das Acácias, CEP 12228-900 - São José dos Campos, Brazil*
[c]*Department of Electrical and Computer Engineering, Northeastern University, 360 Huntington Avenue, Boston, MA 02115-5000, USA*

Abstract

This paper presents an analysis of data generated by means of large eddy simulation for a single-stream, isothermal Mach 0.9 jet. The acoustic field is decomposed in Fourier modes in the azimuthal direction, and filtered by means of a continuous wavelet transform in the temporal direction. This allows the identification of temporally localised, high-amplitude events in the radiated sound field for each of the azimuthal modes. Once these events have been localised, the flow field is analysed so as to determine their cause. Results show high-amplitude, intermittent sound radiation for azimuthal modes 0 and 1. The mode-0 radiation is found to be an *indirect* result of the transition from axisymmetric to antisymmetric organisation which occurs towards the end of the potential core: we observe a coupling between the axisymmetric mode at a temporal scale corresponding to a frequency f_0 and the antisymmetric and higher order modes at a scale corresponding to $f_0/2$. The result is a time-varying modulation of both the amplitude and spatial extent of the axisymmetric wave-packet; the strongest axisymmetric propagative disturbances are produced when the wave envelope is truncated. The observed behaviour is modelled using a line-source wave-packet *ansatz* which includes parameters that account for the said modulation. Inclusion of these parameters, which allow the wave-packet to 'jitter' in a manner similar to that observed, leads to good quantitative agreement, at low emission angles, with the acoustic field of the LES. This result shows that the said modulations are the salient source features

for the low-angle sound emission of the jet considered.
Keywords: jet noise, large eddy simulation, wavelet transform, sound source modelling

1. Introduction

A number of experimental studies [1, 2, 3] have shown that jet noise, especially for low emission angles, is comprised of intermittent high-energy bursts. More recently, analysis [4] of the optimally controlled mixing layers of Wei and Freund [5] has revealed that the main change in the controlled flow amounted to the removal of a spatiotemporally localised event, comprising a triple vortex merger, which was particularly efficient in the production of a propagative disturbance. The sound production mechanism associated with this event can be understood in terms of the retarded-potential scenario by which classical acoustic problems can be understood, and which underpin all acoustic analogies. However, on account of the localised nature of the 'loud' event, it could not be identified through a consideration of the second- or fourth-order statistics, which have a tendency to 'smear' the local information, thus producing a misleading picture regarding the structure of the source and sound fields. This shows how such statistics may be ill-suited for an efficient description of this kind of intermittent source activity. From this, one can infer that modelling based on such statistics will also be poorly adapted; and this may explain why acoustic analogy modelling approaches struggle to provide reliable sound prediction when they are based on such statistics.

An interesting question which one can ask is: if the essential local flow characteristics associated with sound production are clearly identified, can simplified prediction methodologies be made more robust? Analysis of the Wei and Freund databases by three of the authors led to the development of some simple source models [6], by means of which we have begun to address this question; these models are equipped with the parameters which study of the numerical data suggests are most important for sound production.

The present paper constitutes our next step in this work. We here study a subsonic jet, which we compute by means of Large Eddy Simulation: by means of an analysis methodology similar to that applied to the optimally-controlled two-dimensional mixing-layer data, we endeavour to identify the salient features of the flow structure where sound production is concerned. We decompose the radiated pressure field into azimuthal Fourier modes, and then analyse the temporal structure associated with each of the modes by means of the wavelet transform (this proved particularly useful in the study of both the low Reynolds number two-dimensional numerical data [4] and high Reynolds number experimental data [7]). In this way we filter the pressure field so as to isolate the temporally localised high-amplitude events. Having identified these we then study the flow data, again aided by Fourier azimuthal decomposition and wavelet transforms, in order to discern the flow organisation which led to the high-amplitude emission.

Results show how strong axisymmetric radiation can be explained by the time-varying modulation of the intensity and axial extent of an axisymmetric wave-packet in the region upstream of the end of the potential core. The said modulation occurs on account of the transition from axisymmetry to antisymmetric and higher order modal organisation, and the temporal scale of the modulation is close to that of the antisymmetric mode. We construct a simple wave-packet line-source model which mimics this behaviour, and we show how the inclusion of space-time 'jitter' in the model leads to a quantitative estimate which is within 1.5dB of the LES computation at low angles.

2. Flow simulation

The numerical algorithm used for the Large Eddy Simulation is the same as that described in [8]. The conservative Naviers-Stokes equations are solved by a density-weighted standard Favre-filtered compressible LES formalism, with the macro-temperature closure described in [9], and the Filtered Structure-Function subgrid-scale turbulence model proposed by [10]. Spatial derivatives are computed with a fourth-order-accurate finite scheme [11] for both the inviscid and viscous portion of the flux [12]. A second-order predictor-corrector scheme is used to advance the solution in time. In addition, block decomposition and MPI parallelisation are implemented. The three dimensionnal Navier-Stokes characteristic non-reflective boundary conditions (3D-NSCBC), developped by Lodato *et al.* [13] are applied at the boundaries of the computational domain to account for convective fluxes and pressure gradients across the boundary plane. In order to simulate anechoic boundary conditions, the mesh was stretched and a dissipative term is added to the equations, in the sponge zone, following [14].

2.1. Numerical details

The computations were performed on an IBM *power*6 machine at "IDRIS" using 64 processors. The computational domain comprises 19 million grid points: 400 points in the streamwise direction, and 218 points in both the y and z directions. The extension of the computational domain is $40D \times 30D \times 30D$ (where D is the jet diameter). The sponge region is from $x = 20D$ to $x = 40D$ in the streamwise direction, and from $\pm 10D$ to $\pm 15D$ in the tranverse y and z directions. The minimum grid spacing in the y and z directions is $\Delta_o = r_o/25$ and $\Delta_{xmin} = 3\Delta_o$ in the streamwise direction. The axial mesh spacing is constant up to $x = 20D$, and then stretched at a rate of 2% to match $\Delta_{xmax} = \Delta_{ymax} = \Delta_{zmax} = 0.8D$ at the end of the computational domain.
The computations spanned 360000 time steps ($\Delta t = 2.2 \times 10^{-7}s$) which corresponds to a total run time of 180 hours.

2.2. Flow parameters

The simulation parameters correspond to those of Bogey and Bailly [15]: $M = 0.9$ and Reynolds number $Re = 4 \times 10^5$, with $T_\mathrm{j}/T_\infty = 1$. The inflow axial velocity profile is given by a hyperbolic tangent profile as [16]:

$$u(r) = U_\infty + \frac{(U - U_\infty)}{2}\left[1 - \tanh\left[b\left(\frac{r}{r_0} - \frac{r_0}{r}\right)\right]\right], \tag{1}$$

where $b = r_o/(4\delta_\theta)$ and the momentum thickness of the shear layer is $\delta_\theta = 0.05r_o$. The initial mean temperature is calculated with the Crocco-Busemann relation and the mean initial pressure is constant. Transition to turbulence is caused by means of solenoidal disturbances, introduced near the inflow boundary, which take the form of a vortex ring, as per Bogey & Bailly [17]. The forcing parameters correspond to those of the "LESmode" simulation of Bogey & Bailly[18].

Fig. 1 shows instantaneous isosurfaces of the Q-criterion, coloured by the streamwise vorticity, in addition to the radiated pressure field. Mean and turbulent flow quantities, integral length scales, radiated OASPL and acoustic spectra have been validated against numerical and experimental data; some validation results are shown in the Appendix.

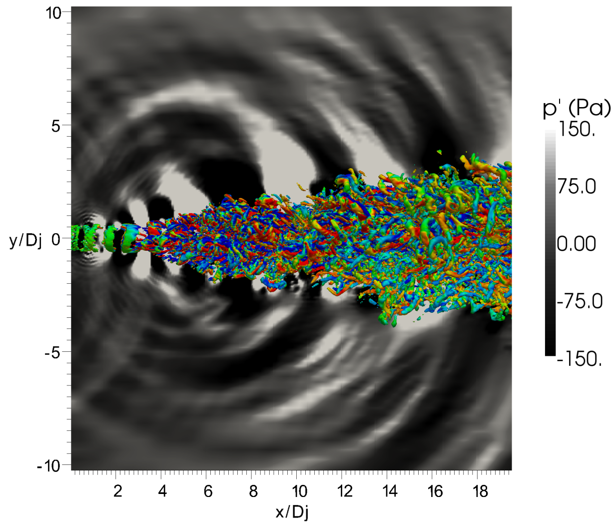


Figure 1: Snapshot of the $M = 0.9$ jet: center, isosurfaces of positive $Q = 0.05(U/D)^2$; outer regions, radiated pressure field.

3. Analysis of sound source mechanisms

Motivated by the results of Cavalieri *et al.*[4] we choose in this work to study the LES data using azimuthal Fourier decomposition and temporal wavelet transforms. The latter proved to be well suited to the identification of the aforesaid space-time localised source activity.

3.1. Azimuthal structure of sound field

Pressure data on a cylindrical surface at $r = 9D$ from the jet axis is decomposed in a Fourier series for the azimuthal angle ϕ. Fig. 2(a) shows that modes 0, 1 and 2 are sufficient to represent the acoustic field with less than 2dB difference for all points.

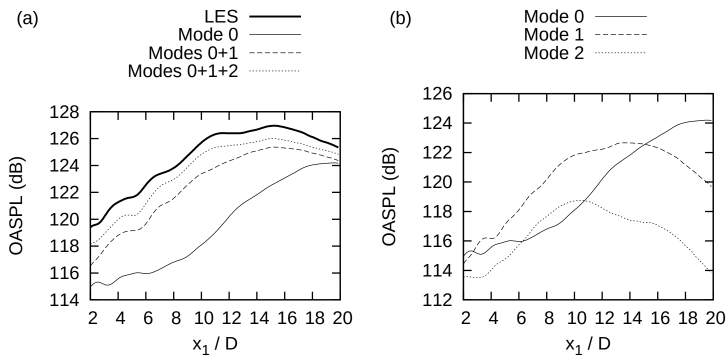


Figure 2: Azimuthal structure of sound field: (a) modal contributions to overall level; (b) modal directivities

The directivity of the various modes are shown in fig. 2(b): downstream radiation is very largely dominated by the axisymmetric mode, whereas in sideline directions modes 1 and 2 dominate.

3.2. Wavelet analysis of the sound field: intermittency

The continuous wavelet transform

$$\tilde{p}(x,s,t) = \int_{-\infty}^{\infty} p(x,\tau)\psi(s,t-\tau)\mathrm{d}\tau, \tag{2}$$

is used to analyse the temporal structure of the sound field at each point on the line-array and for each of the azimuthal modes. $\psi(s,t-\tau)$ is a family of wavelet functions, obtained by translation and dilatation of a mother wavelet function $\psi(1,t)$. We use the Paul wavelet with $m = 4$.

$$\psi(1,t-\tau) = \frac{2^m i^m m!}{\sqrt{\pi(2m)!}}[1 - i(t-\tau)]^{-(m+1)}. \tag{3}$$

The motivation for using this complex valued wavelet is that it does a better job of producing a coherent signature in the scalogram over an integral scale which can be associated with single ‘events’. This capability is due to the fact that both zero crossings and cusp-like peaks associated with high-amplitude events in the pressure signal are captured and lumped together such that they sign as a single event in the scalogram (see Koenig *et al.*[7] for a comprehensive evaluation of the behaviour of different kinds of wavelet).

3.2.1. Axisymmetric mode

Two scalograms of the pressure signature of the axisymmetric mode are shown in fig. 3. The x positions correspond to emission angles of 30° and 70°. Some temporally-localised energy concentrations can be seen, and these are especially strong for the pressure at 30°. We will be interested in studying the flow behaviour which is responsible for these high-amplitude events.

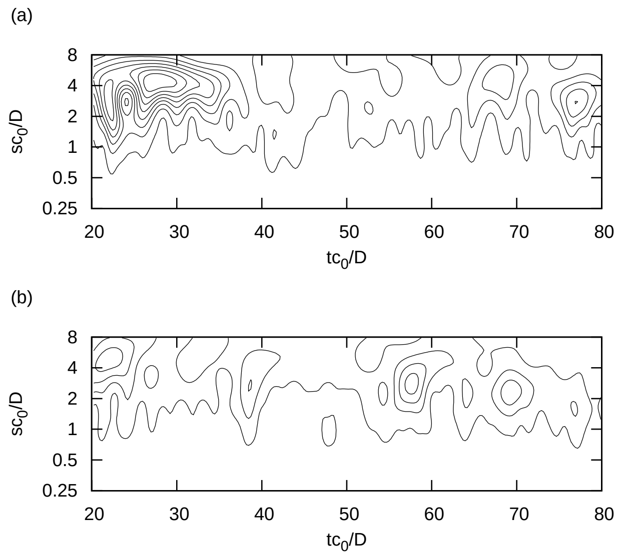


Figure 3: Scalograms of the acoustic pressure at (a) $\theta = 30°$ and (b) $\theta = 70°$. Contours uniformly distributed between $10^{-5}\sigma^2$ and $5.1 \cdot 10^{-4}\sigma^2$ in intervals of $5 \cdot 10^{-5}\sigma^2$.

In order to isolate these bursts, we apply a filter in wavelet space so as to retain only the high-energy peaks. We define a threshold α and decimate the wavelet coefficient ensemble so as to produce a filtered pressure field:

$$\tilde{p}_{\mathrm{f}}(x,s,t) = \begin{cases} \tilde{p}(x,s,t) & \text{if } |\tilde{p}(x,s,t)|^2 > \alpha\sigma^2 \\ 0 & \text{if } |\tilde{p}(x,s,t)|^2 < \alpha\sigma^2 \end{cases} \tag{4}$$

where σ^2 is the mean square value of the pressure in the time domain.

The threshold $\alpha\sigma^2$ has units of energy density in the wavelet domain. The integrated value of the energy density, in time and in scale, is equal to σ^2. However, the distributions of the energy density in the scalogram may be very different. Thus, for a given value of the threshold α, more energy will be retained by the filtering for a peaky scalogram than

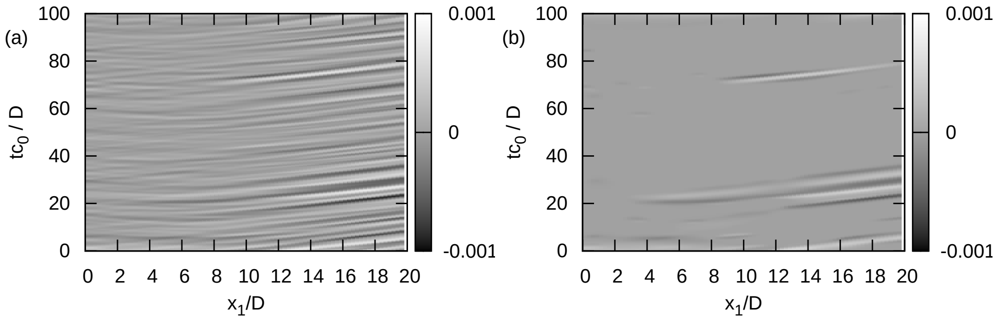


Figure 4: Pressure at the acoustic field (azimuthal mode 0): (*a*) original and (*b*) filtered

for a flat one, and the relationship between the total filtered energy and the threshold is a quantitative measure of how 'peaky' the scalogram is. In this paper we apply a single threshold value; a more detailed study of the effect varying this threshold can be found in Koenig *et al.*[7].

The filtered pressure in the time domain is obtained by application of the inverse wavelet transform:

$$p_{\mathrm{f}}(x,t) = \frac{1}{C_\delta}\int_{0^+}^{\infty} \frac{\tilde{p}_{\mathrm{f}}(x,s,t)}{s^{3/2}}\mathrm{d}s. \tag{5}$$

This operation is performed independently for each position x. The original and filtered pressures with $\alpha = 0.00015$ are shown in fig. 4. This threshold value was used for all of the filtering operations reported in this paper.

Both the unfiltered and filtered pressure signatures show similar phase velocity, indicating that the main sound radiation originates somewhere between 5 and 7 diameters downstream of the exit plane, i.e. just downstream of the end of the potential core; however, it is worth noting that refraction of sound waves by the mean-flow will deform wavefronts such that this 'origin' appears further downstream than it actually is. As both filtered and unfiltered fields manifest the same phase speed, we can infer that the turbulent structures in the vicinity of the end of the potential core have a somewhat regular character interspersed with localised high-energy events. These results are consistent with the literature [1, 2, 3].

3.2.2. Azimuthal mode 1

The same filtering procedure was carried out for the other azimuthal modes. Fig. 5 shows the original and the filtered pressures for mode 1. The results are similar to those

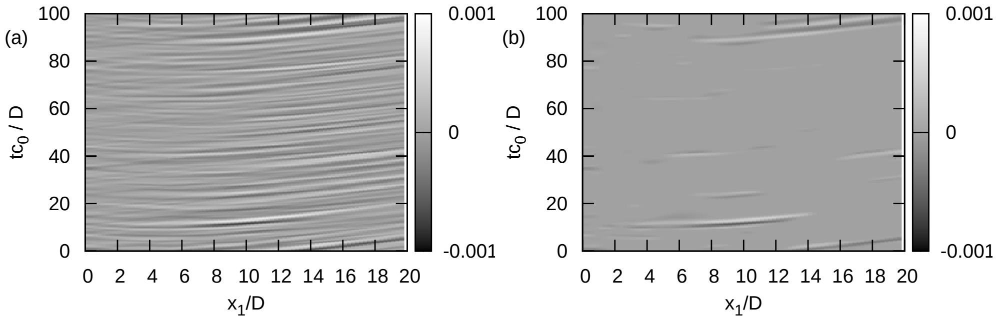


Figure 5: Pressure at the acoustic field (azimuthal mode 1): (a) original and (b) filtered

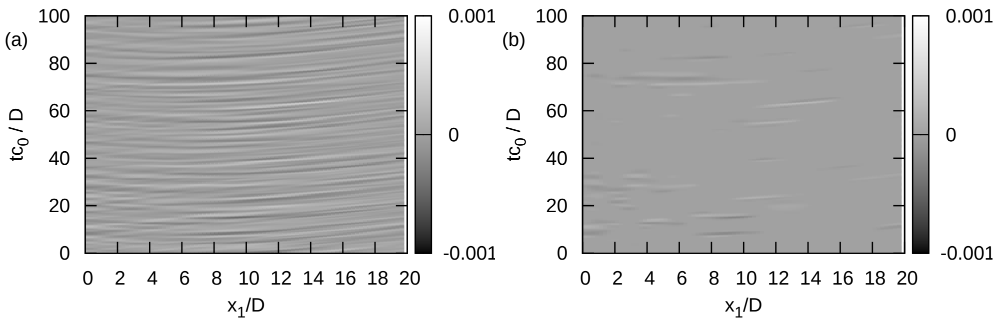


Figure 6: Pressure at the acoustic field (azimuthal mode 2): (a) original and (b) filtered

obtained for mode 0, but the intermittent bursts are present at higher emission angles; this is coherent with the directivity of this mode, presented in fig. 2(b). Analysis of the phase velocity again situates the source in the vicinity of the end of the potential core.

3.2.3. Azimuthal mode 2

Fig. 6 shows similar results azimuthal mode 2. The bursts are still present, however with lower intensity and a lower degree of spatial correlation.

3.3. Wavelet analysis of the flow field

The same filtering operation is now applied within the confines of the turbulent field. On the jet centerline, the transverse velocity components, v and w, show intermittent peaks downstream of the potential core which are similar to those detected in the acoustic field. Fig. 7 shows the results for the wavelet filter applied to the v velocity component; to evaluate the relationship between the intermittency on the centerline and the bursts in the acoustic field, we show in figs. 7(a) and (b) the filtered v velocity in a retarded-time reference frame.

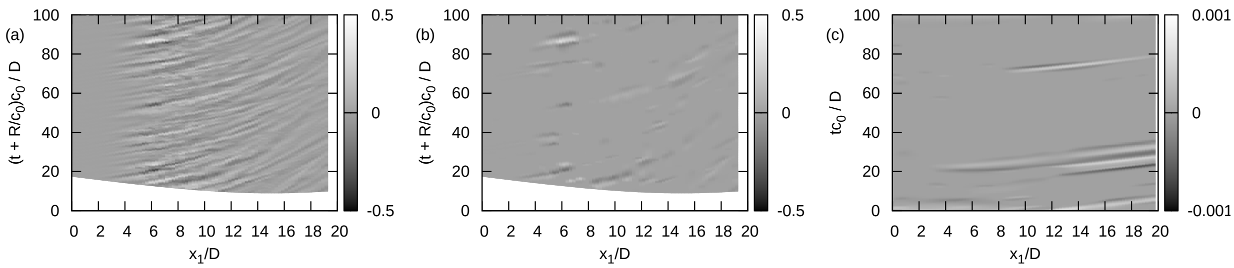


Figure 7: v velocity component on the jet centerline: (a) original and (b) filtered; and (c) filtered pressure in the acoustic field (azimuthal mode 0)

Two filtered events in the acoustic field can be observed for mode 0, shown in fig. 7(c). One of these correlates well with the flow events identified around $x = 6D$, shown in fig. 7(b). A second strong signature in the flow field at $(t + R/c_0)c_0/D = 85$ does not correlate with the filtered structure of the axisymmetric mode; however, as shown in fig. 5(a), we see that it corresponds to an intermittent event in the filtered mode 1 signature. Results similar to those obtained using the centerline transverse velocity are found for the axisymmetric mode of the v transverse velocity on the jet lipline, with bursts at the same times as observed for the v velocity on the centerline. We infer that the event near the end of the potential core that generates the bursts in the acoustic field is associated with high-amplitude oscillations of the transverse velocity: a 'flapping' of the jet.

3.4. A model for the axisymmetric pressure burst

The burst in the v velocity can be interpreted as the signature of an anti-symmetric flow event. Further evidence of this is manifest when we look at the azimuthal decomposition of the near pressure field (which comprises the hydrodynamic footprint of coherent turbulent structures [19]); this is shown in figs. 8(a) and (b) for a cylindrical surface with $r/D = 1$.

The space-time signature of the first two azimuthal modes of the near-field pressure are plotted. The axisymmetric mode shows a clear wave-packet structure, with oscillations whose time scale is nearly constant, and whose amplitude undergoes modulation in both space and time. This kind of modulation is similar to that modelled by Lele [20] and

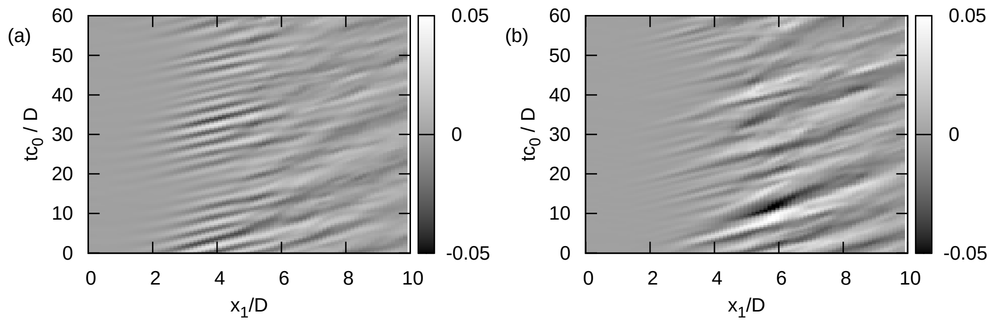


Figure 8: Pressure at the near field: (a) azimuthal mode 0 and (b) azimuthal mode 1

Cavalieri *et al.*[6]. For azimuthal mode 1 such an organised wave-packet structure is not so clear. Focusing on the first 10 non-dimensional time units we see how the spatial amplitude modulation of the axisymmetric mode undergoes a sudden reduction in axial extent (this occurs at at $tc_o/D = 7$). At approximately the same time there is a high-amplitude event seen in azimuthal mode 1, in the vicinity of $x/D = 6$; this event corresponds to the peak detected in the transverse velocity (fig. 7).

The axial variations of azimuthal mode 0 at three times leading up to the abrupt attenuation are shown in fig. 9. We see how the signatures can be divided into a smooth wave-packet zone (envelopes indicated by the thick lines), and a more disturbed downstream zone. At $tc_0/D = 2$ the smooth wave-packet zone extends to $x/D = 6$, whereas at $tc_0/D = 8$ the wave-packet form has been truncated to $x/D = 5$, and the instantaneous amplitude envelope has a very steep slope.

In fig. 10 we get a better sense of the global fluid motion over the duration of this sound-producing event. The cross-section is taken in a plane which is aligned with the direction (identified from the real and imaginary parts of the mode 1) of the anti-symmetric motion of the flow. Before the portrayed times the flow organisation does not present a marked axisymmetry. This implies low levels in the axisymmetric component of the hydrodynamic pressure field. The sub-figure on the left shows the flow organisation (as discerned by its hydrodynamic pressure footprint) when there is a strong increase in the axisymmet-

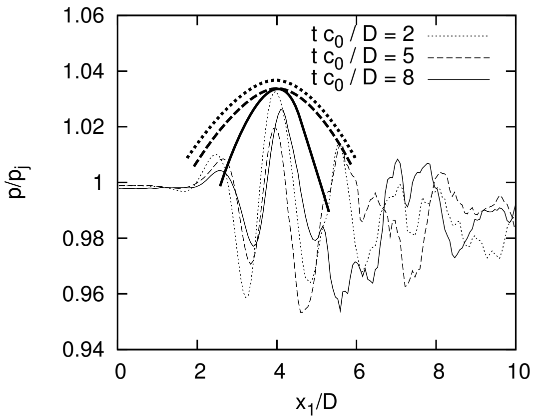
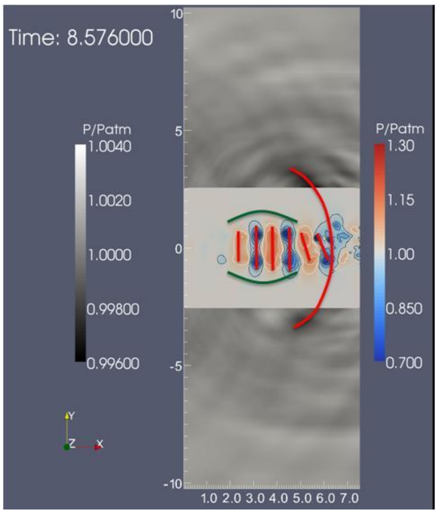


Figure 9: Azimuthal mode 0 for the near field pressure at three different times

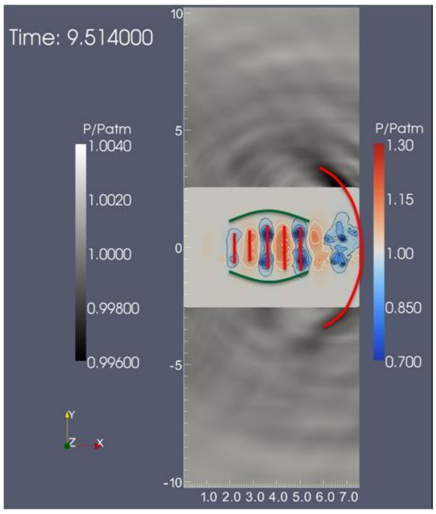
ric component, but the inclination of the structures just downstream of the axisymmetric wave-packet (indicated with a green line) means that it is abruptly truncated. It is at approximately this time that the first axisymmetric, negative pressure pulse, identified in fig. 4 and shown in fig. 10 with a red line, begins to propagate. A snapshot of the pressure field of the simulation on a plane transverse to the jet at $x/D = 7$ is shown in fig. 11, showing that the generated negative pressure burst is indeed nearly axisymmetric.

At $tc_o/D = 9.514$ the organised axisymmetric wave-packet observed at $tc_o/D = 8.576$ has convected downstream, and has maintained its axisymmetry: we now have a strong axisymmetric pressure wave-packet, but with an extended envelope. The evolution to $tc_o/D = 12.596$ comprises a second, abrupt, truncation of the axisymmetric wave-packet, again on account of the tilting of these structures in the vicinity of the end of the potential core. The second axisymmetric, negative pressure pulse is released at approximately this time. Following this a new extension of the wave-packet envelope is verified for $tc_o/D = 16.482$.

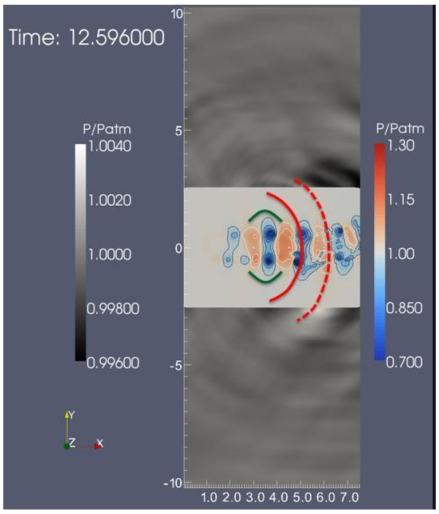
These observations indicate that the flow drifts in and out of axially coherent axisymmetry. The axisymmetric component of the flow thus experiences spatiotemporal fluctuations in both its amplitude and the axial extension of its envelope. Furthermore, the temporal scale of this modulation corresponds, for the event studied, to a Strouhal number of 0.17. We recall that linear stability theory (Michalke [21]) predicts the antisymmetric mode to be



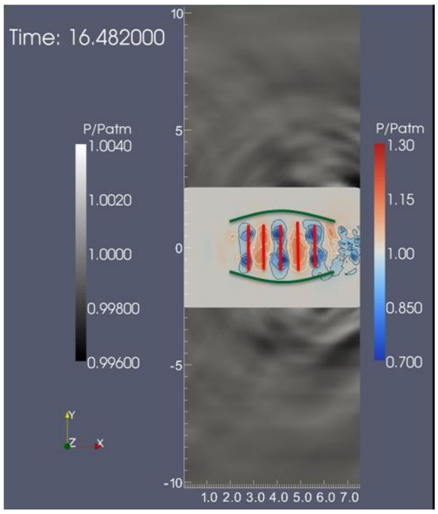
(a)



(b)



(c)



(d)

Figure 10: Pressure at the x_1-x_2 plan of the jet for (a) $tc_0/D = 8.576$, (b) $tc_0/D = 9.514$, (c) $tc_0/D = 12.596$ and (d) $tc_0/D = 16.482$

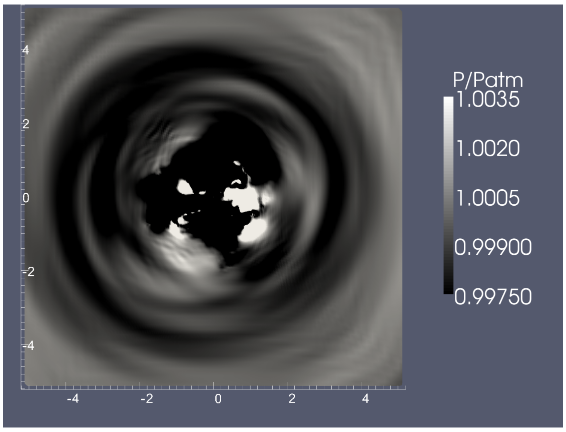


Figure 11: Pressure field at $x/D = 7$ and $tc_0/D = 10.5$

more unstable than the axisymmetric mode in this region of the flow, and at a Strouhal of about this value, which is nearly half of the most unstable Strouhal number for the axisymmetric mode. It thus appears that the mode $(f = f_0, m = 0)$ (where f denotes frequency and m azimuthal mode number) is modulated by the time-variations of mode $(f_0/2, 1)$: as energy is transferred from $(f_0, 0)$ to $(f_0/2, 1)$ a modulation with space-time structure $(f_0/2, 0)$ is observed: i.e. time variations of the axisymmetric wave-packet envelope. The truncation [22, 23] and temporal modulation [24, 20, 6] of wave-packets is known to lead to an enhancement of their sound radiation efficiency. The latter papers both show that at high Mach number the effect of temporal modulation can be important. However, the radiation of a wave-packet characterised by a base-structure of type $(f_0, 0)$, the spatial envelope length and intensity of which are modulated with frequency $(f_0/2, 0)$, has not, to the best of our knowledge, been studied. In terms of a phenomenological description of the underlying turbulent mechanisms, further study is required to describe how these particular modal exchanges occur (i.e. how modes $(f_0, 0)$ and $(f_0/2, 1)$ combine to give $(f_0/2, 0)$).

These observations are in agreement with a number of other experimental and numerical studies. Kastner *et al.*[25], for example, show, for a lower Reynolds number jet computed by DNS, that intermittent bursts radiated to low polar angles are associated with the breakdown of an instability wave near the end of the potential core of a Mach 0.9 jet. Hileman *et al.*[3], show, in an experimental study of a perfectly expanded Mach 1.28 jet, that intermittent noise generating events at 30° to the jet axis are related to the large-scale entrainment of ambient fluid by coherent structures toward the center of the jet, and to a consequent shortening of the potential core Such behaviour may arise on account of the radial displacement of vortex rings which will draw ambient fluid inwards toward the potential core region of the flow, and lead to the truncation of the axisymmetric wave-packet.

4. Quantitative evaluation of the wave-packet radiation

The analysis of the previous section is based on a wave-packet model for the source. In order to determine if this hypothesis is consistent with both the turbulent and the acoustic fields of the present jet, we have fitted an averaged axisymmetric wave-packet to the jet data to check if with this very simplified model we are able to get radiation levels close to those of the LES.

We use a modified version of Crow's model[22, 23], which is based on a convected wave for the axial velocity, with spatial modulation given by a Gaussian function. This model, shown by Cavalieri *et al.*[6], adds temporal changes of modulation: the frequency and wavenumber of the convected wave remain constant, but the parameters of the Gaussian envelope change in time. The source term is concentrated on a line, and has only the T_{11} component of Lighthill's stress tensor:

$$T_{11}(\mathbf{y},\tau) = 2\rho_0 U \tilde{u}(\tau)\frac{\pi D^2}{4}\delta(y_2)\delta(y_3)\mathrm{e}^{\mathrm{i}(\omega\tau - k y_1)}\mathrm{e}^{-\frac{(y_1-y_c)^2}{L^2(\tau)}} \tag{6}$$

where the wavenumber k for the convected wave is given by $\omega/(M_c c_0)$, being M_c the Mach number of the convected wave.

Solving Lighthill's equation for the pressure,

$$p(\mathbf{x},t) = \frac{1}{4\pi}\iiint\int \frac{\partial^2 T_{ij}}{\partial y_i \partial y_j}(\mathbf{y},\tau)\frac{\delta\left(t-\tau-\frac{|\mathbf{x}-\mathbf{y}|}{c_0}\right)}{|\mathbf{x}-\mathbf{y}|}\mathrm{d}\tau\mathrm{d}\mathbf{y} \tag{7}$$

with a far field assumption, and considering that the amplitude $\tilde{u}$ and the width L change slowly if evaluated at retarded-time differences along the wave-packet, leads to an analytical expression for the radiation of the wave-packet[6]:

$$p(\mathbf{x},t) = -\frac{\rho_0 U \tilde{u}\left(t-\frac{|\mathbf{x}|}{c_0}\right) M_\mathrm{c}^2 (kD)^2 L\left(t-\frac{|\mathbf{x}|}{c_0}\right)\sqrt{\pi}\cos^2\theta}{8|\mathbf{x}|}\mathrm{e}^{-\frac{L^2\left(t-\frac{|\mathbf{x}|}{c_0}\right)k^2(1-M_\mathrm{c}\cos\theta)^2}{4}}\mathrm{e}^{\mathrm{i}\omega\left(t-\frac{|\mathbf{x}|}{c_0}\right)} \quad (8)$$

By replacing $\tilde{u}$ and L with their time-averaged values the above expression gives the sound pressure radiated by a wave-packet with no such modulation. We will compare the two in order to assess the impact of the wave-packet 'jitter'.

Eq. (8) shows that the temporally localised truncation of the wave-packet structure, observed in section 3.4, can lead to high amplitude radiation to the farfield: a reduction in L will be result in a significant increase of the first exponential term.

As the full jet data was not available at the time of writing, it was not possible to obtain radially-averaged envelope parameters to use in our model; thus, an exact prediction of the intermittent acoustic pulses is not expected. We thus used data taken from a cylindrical surface with $r = D/2$ to furnish our model. Streamwise velocity data for the axisymmetric mode is used to obtain the parameters of the wave-packet. We proceed as follows:

- The frequency ω is chosen as the peak frequency for the axial velocity at $x_1 = 3.5D$, i.e. the position of saturation of the wave-packet, as seen in fig. 8(a). For the present jet, this corresponds to a Strouhal number of 0.4[1].

- The convection Mach number M_c is taken as the lipline value ($0.543M$); to determine it we use the peak in a frequency-wavenumber spectrum for the axisymmetric component of the streamwise velocity.

- The envelope length $L(\tau)$ and the amplitude $\tilde{u}(\tau)$ are obtained by Gaussian fits to the axisymmetric component of the axial velocity on the jet lipline at each time. In order

[1]This Strouhal number, together with the jet Mach number 0.9, justify the use of a source concentrated on a line: since D/λ is equal to StM, for the present numerical values the jet diameter is approximately one third of the wavelength, and we can consider a compact source in the transversal direction; more details can be found in Cavalieri *et al.*[6]. The non-compactness in the axial direction is nonetheless retained in the calculations.

to do this, we first filter the velocity field, retaining only a range of frequencies from St = 0.3 to St = 0.5. We then use two approaches to determine an instantaneous wave-packet envelope: we do either a Hilbert transform in time, which is known to give the modulation of a harmonic oscillation if the this modulation is bandwidth limited[26], or we use a short-time Fourier series, similar to that described by Tadmor *et al.*[27]: the temporal dependence of velocity at a position x is supposed as a harmonic oscillation at ω, but with amplitudes that change slowly in time:

$$u(x_1, t) = A(x_1, t)\cos(\omega t) + B(x_1, t)\sin(\omega t) \tag{9}$$

The coefficients A and B are obtained with a short-time Fourier series:

$$A(x_1, t) = \frac{2}{T}\int_{-T/2}^{T/2} u(x_1, t+\tau)\cos(\omega\tau)\mathrm{d}\tau \tag{10}$$

$$B(x_1, t) = \frac{2}{T}\int_{-T/2}^{T/2} u(x_1, t+\tau)\sin(\omega\tau)\mathrm{d}\tau \tag{11}$$

and the instantaneous amplitude of the oscillations is given as $\sqrt{A(x_1,t)^2 + B(x_1,t)^2}$. The moving window width T is taken as the period of oscillation in ω. We then calculate instantaneous lengths and amplitudes using the Gaussian fits for each instantaneous envelope. Some sample fits for the Hilbert transform envelope are shown in fig. 12.

We compare in fig. 13 the results of this model to the SPL of the azimuthal mode 0 for the LES, taking a frequency range from St = 0.3 to St = 0.5. Two calculations are performed, one for an "average wave-packet", whose amplitude $\tilde{u}$ and width L are constant and equal to the ensemble average values of the fitted Gaussians, and another for the "instantaneous wave-packet", where $\tilde{u}$ and L change in time following the instantaneous fits to both the Hilbert transform of the data and to eq. (9).We show, for the instantaneous wave-packet, two different calculations: an analytical one, which is the direct application of eq. (8), and

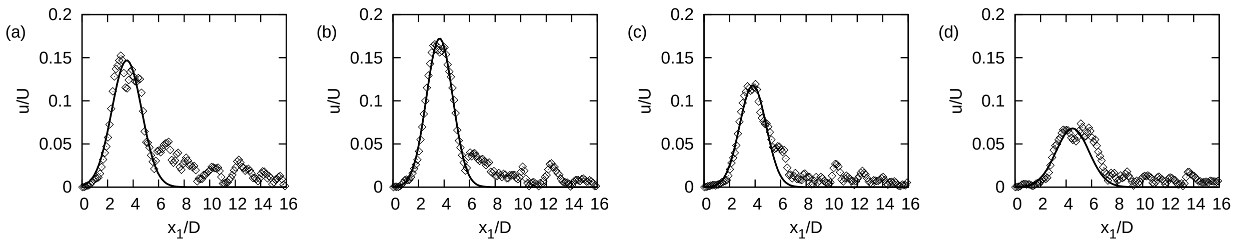


Figure 12: Hilbert transform of the filtered streamwise velocity (symbols) and instantaneous Gaussian fits (full lines) at $tc_0/D = (a)$ 3.2, (b) 6.4, (c) 9.6 and (d) 12.8.

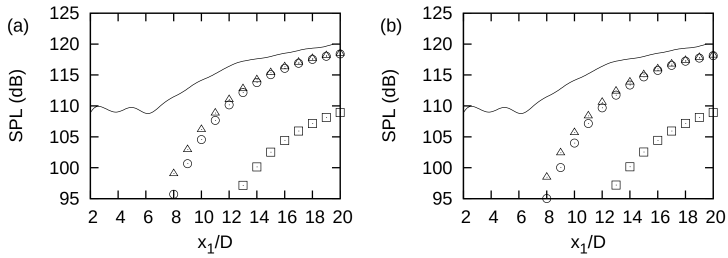


Figure 13: Mode-0 sound pressure level for the LES (full lines) and model results (squares: average wave-packet; circles: instantaneous wave-packet, analytical; triangles: instantaneous wave-packet, numerical) with envelopes from (a) Hilbert transform and (b) eq. (9)

a numerical calculation of the integral of eq. (7), without the far field assumption, since the domain boundary for the LES is not in the geometrical far acoustic field. The differences between the analytical and numerical calculations are small.

Although highly simplified, the proposed model of a 'jittering' wave-packet leads to results which are within 1.5dB of the LES for low axial angles. This agreement indicates that the proposed *ansatz* for the source comprises the salient features for low-angle sound production. Note that the SPL values of fig. 13 are close to the OASPL values for mode 0 for low axial angles (fig. 2), since the analysed frequency range of $0.3 \leq \mathrm{St} \leq 0.5$ contains the peak levels at low axial angles for this jet, and thus dominates the overall level.

The "average wave-packet" results are not so good, and this reflects the sensitivity of the sound radiation to temporal changes in the wave-packet envelope, again showing these to comprise important source parameters. This can be seen in the dependence of acoustic pressure on the envelope width $L(\tau)$, which is inside an exponential function in eq. (8). The radiation is thus non-linear with respect to the envelope width, and the average value of $L(\tau)$ does not give an average amplitude in the acoustic field.

5. Conclusion

An analysis of data from a Large Eddy Simulation is presented where temporal wavelet transforms are used, following a Fourier azimuthal decomposition, to filter each of the azimuthal modes of the sound field radiated by a subsonic jet. The filtered fields are then studied with respect to the flow, which is also filtered using a wavelet decomposition. The results show the wavelet decomposition to be a useful tool for post-processing of data from such simulations, in so far as they can successfully isolate spatiotemporally localised events which are important for the production of sound, and which tend to be missed by more standard second order analysis techniques.

The analysis reported in this paper shows how high-amplitude axisymmetric signatures observed in the acoustic field at low emission angles can be associated with the spatiotemporal modulation of the amplitude and axial extent of axisymmetric wave-packets in the flow. This modulation appears to be correlated with the antisymmetric and higher order modes: we observe a coupling between the axisymmetric and the antisymmetric and higher order modes, at time-scales which are characteristic of the latter, leading to a corresponding modulation of the axisymmetric wave-packet envelope. Quantitative agreement between the sound radiation computed by the LES and that computed using a wave-packet model which comprises space-time 'jitter' such as observed in the data reinforces the proposed arguments. The 'ansatz' is thus shown to comprise the salient source features where low-angle sound radiation is concerned.

Aknowledgements : This work was performed using HPC resources from GENCI-[CCRT/CINES/IDRIS] (Grant 2010- [x2010020912]). The present work is partly supported by CNPq, National Council of Scientific and Technological Development – Brazil.

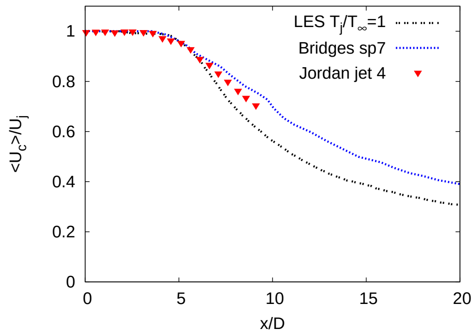


Figure A. 14: Mean streamwise velocity along the jet axis

Appendix: Validation of the large eddy simulation

We present in this Appendix some results of the validation of the LES used in the analysis of this paper. Fig. A. 14 presents the mean streamwise velocity, taken at the jet axis, compared to the experimental results of Jordan *et al.*[28] and Bridges[29]. The cited experiments present differences regarding the potential core length: Jordan *et al.*[28] present a potential core extending up to $x = 7D$, and for Bridges[29] it extends up to $x = 8D$. Both values are higher than the ones predicted by the empyric law derived for isothermal jets by Lau *et al.*[30] ($5.1D$ and $5.26D$, respectively), possibly due to differences in the nozzle geometry and in the boundary layer conditions at the nozzle exit. To compare the different jets, we corrected all results hereafter in order to match Lau *et al.*'s law; this was done with an upstream or downstream shift of the origin of the coordinate system. As this correction is done, the profiles of mean streamwise velocity at the jet centerline present good agreement, as seen in fig. A. 14.

In fig. A. 15 we see comparisons of the rms values of the velocity with the results of Jordan *et al.*[28] and Bridges[29]. We note that for both components the initial conditions are not matched; thus the inflow excitation does not reproduce exactly the boundary layers in the nozzle of the experiments, which is expected since the present LES does not include the nozzle geometry. However, for the downstream points, and especially for the peak values, the rms values of the present calculation are close to the experimental ones.

Fig. A. 16 presents comparisons of the convection velocity, which is compared to both

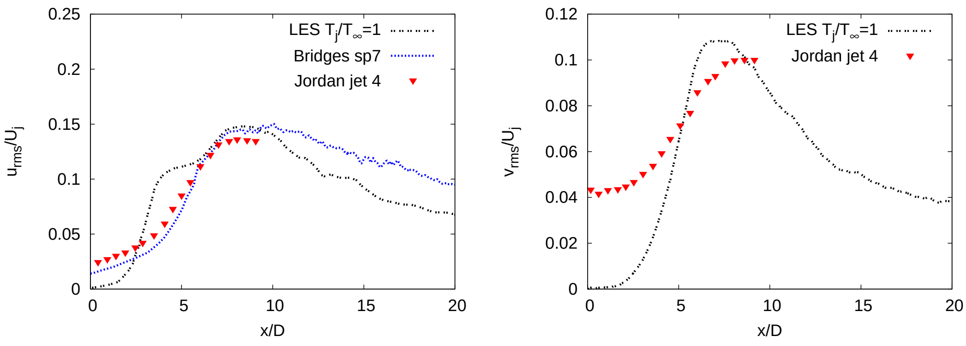


Figure A. 15: RMS values of the (a) streamwise and (b) transversal velocity components

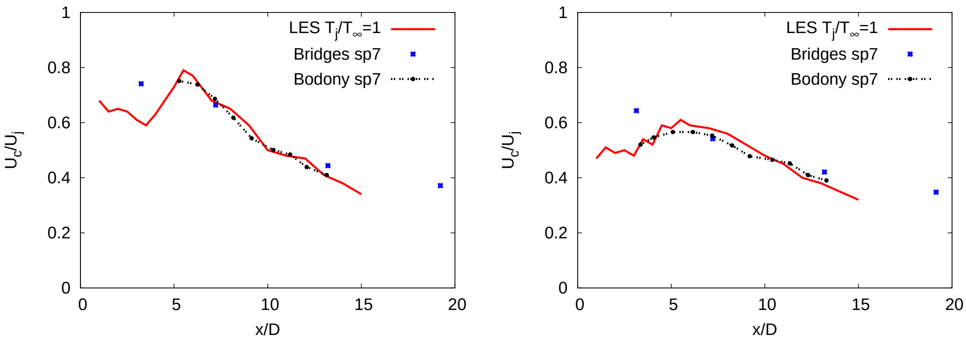


Figure A. 16: Convection speed at (a) the jet centerline and (b) lipline.

the experiment of Bridges[29] and to the LES of Bodony[31] at the jet axis (fig. A. 16a) and the lipline (fig. A. 16b). Close agreement is verified for both positions.

In fig. A. 17 we see spectra in the far acoustic field for a point at $72D$ from the jet exit and at $\theta = 45°$ from the jet downstream axis, compared to the experimental results of Tanna[32] and to the LES of Bodony [31] (Bodony and Lele[33]). We note that the present calculation agrees with the experimental results for Strouhal numbers ranging from 0.07–1. On the other hand, for lower frequencies the present calculation overestimates the sound. Since the experimental spectrum peak is well calculated by the present method, the present large eddy simulation is a model that represents sufficiently well the large-scale structures and its radiated sound for the Mach 0.9 jet. This spectrum peak is the focus of all the analysis in the present paper.

The spectra for both LES decrease in an abrupt manner for high frequencies if compared

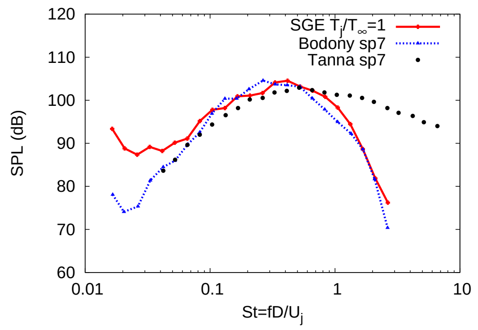


Figure A. 17: 1/3-octave spectra at 72D from the jet exit for $\theta = 45°$.

to the experimental data. This is due to the limitations in spatial discretisation of the domain of the LES, requiring the use of subgrid modelling.

References

[1] D. Juvé, M. Sunyach, G. Comte-Bellot, Intermittency of the noise emission in subsonic cold jets, Journal of Sound and Vibration 71 (1980) 319–332.

[2] G. Guj, M. Carley, R. Camussi, A. Ragni, Acoustic identification of coherent structures in a turbulent jet, Journal of Sound and Vibration 259 (5) (2003) 1037–1065.

[3] J. I. Hileman, B. S. Thurow, E. J. Caraballo, M. Samimy, Large-scale structure evolution and sound emission in high-speed jets: real-time visualization with simultaneous acoustic measurements, Journal of Fluid Mechanics 544 (2005) 277–307.

[4] A. V. G. Cavalieri, P. Jordan, Y. Gervais, M. Wei, J. B. Freund, Intermittent sound generation in a free-shear flow, in: 16th AIAA/CEAS Aeroacoustic Conference and Exhibit, Stockholm, Sweden, 2010.

[5] M. Wei, J. B. Freund, A noise-controlled free shear flow, Journal of Fluid Mechanics 546 (2006) 123–152.

[6] A. V. G. Cavalieri, P. Jordan, A. Agarwal, Y. Gervais, Jittering wave-packet models for subsonic jet noise, in: AIAA Paper 2010-3957, 16th AIAA/CEAS Aeroacoustic Conference and Exhibit, Stockholm, Sweden, 2010.

[7] M. Koenig, A. V. G. Cavalieri, P. Jordan, J. Delville, Y. Gervais, D. Papamoschou, M. Samimy, S. Lele, Farfield pre-filterering for enhanced source-imaging in jets, in: 16th AIAA/CEAS Aeroacoustic Conference and Exhibit, Stockholm, Sweden, 2010.

[8] G. Daviller, P. Jordan, P. Comte, Toward source analysis of turbulent coaxial jets in large-eddy simulation, in: 19 ème Congrès Francais de Mécanique, Marseille, France, 2009.

[9] M. Lesieur, P. Comte, Favre filtering and macro- temperature in large-eddy simulations of compressible turbulence, Comptes Rendus de l'Académie des Sciences 329 (IIb) (2001) 363–368.

[10] F. Ducros, P. Comte, M. Lesieur, Large-eddy simulation of transition to turbulence in a boundary layer developing spatially over a flat plate, Journal of Fluid Mechanics 326 (1996) 1–36.

[11] D. Gottlieb, E. Turkel, Dissipative two-four method for time dependent problems, Mathematics of Computation 30 (136) (1976) 703–723.

[12] M. Hayder, E. Turkel, High-order accurate solutions of viscous problem., in: AIAA paper 93-3074, 1993.

[13] G. Lodato, P. Domingo, L. Vervisch, Three-dimensional boundary conditions for direct and large-eddy simulation of compressible viscous flows, Journal of Computational Physics 227 (10) (2008) 5105–5143.

[14] T. Colonius, S. Lele, P. Moin, Boundary conditions for direct computation of aerodynamic sound generation., AIAA Journal 31 (1993) 1574–1582.

[15] C. Bogey, C. Bailly, Computation of high reynolds number jet and its radiated noise using large eddy simulation based on explicit filtering, Computers & Fluids 35 (2006) 1344–1358.

[16] J. Freund, Noise sources in a low-Reynolds-number turbulent jet at Mach 0.9, Journal of Fluid Mechanics 438 (2001) 277–305.

[17] C. Bogey, C. Bailly, D. Juvé, Noise investigation of a high subsonic, moderate reynolds number jet using a compressible les, Theoretical and Computational Fluid Dynamics 16 (4) (2003) 273–297.

[18] C. Bogey, C. Bailly, Effect of inflow conditions and forcing on subsonic jet flows and noise, AIAA Journal 43 (5) (2005) 1000–1007.

[19] C. E. Tinney, P. Jordan, The near pressure field of co-axial subsonic jets, Journal of Fluid Mechanics 611 (2008) 175–204.

[20] S. Lele, Phased Array Models of Shock-cell Noise Sources, in: 11th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference(26 th Aeroacoustics Conference), 2005, pp. 1–20.

[21] A. Michalke, Survey on jet instability theory, Progress in Aerospace Sciences 21 (1984) 159–199.

[22] S. C. Crow, Acoustic gain of a turbulent jet, in: American Physical Society Meeting, Univ. Colorado, Boulder, paper IE, Vol. 6, 1972.

[23] D. G. Crighton, Basic principles of aerodynamic noise generation, Progress in Aerospace Sciences 16 (1) (1975) 31–96.

[24] N. D. Sandham, C. L. Morfey, Z. W. Hu, Sound radiation from exponentially growing and decaying surface waves, Journal of Sound and Vibration 294 (1-2) (2006) 355–361.

[25] J. Kastner, M. Samimy, J. Hileman, J. Freund, Comparison of Noise Mechanisms in High and Low Reynolds Number High-Speed Jets, AIAA journal 44 (10) (2006) 2251.

[26] J. Bendat, A. Piersol, Random data: analysis and measurement procedures, Wiley-Interscience, 1986.

[27] G. Tadmor, D. Bissex, B. Noack, M. Morzynski, T. Colonius, K. Taira, Temporal-harmonic specific POD mode extraction, in: 4th AIAA Flow Control Conference, Seattle, Washington, 2008.

[28] P. Jordan, Y. Gervais, J.-C. Valière, H. Foulon, Final result from single point measurement, Project Deliverable D3.4,JEAN-EU 5th framework program G4RD-CT2000-00313, Laboratoire d'Études Aérodynamiques (2002).

[29] J. Bridges, Effect of heat on space-time correlations in jet, in: 12th AIAA Aeroacoustics Conference, Vol. AIAA 2006-2534, 2006.

[30] J. C. Lau, P. J. Morris, M. J. Fisher, Measurements in subsonic and supersonic free jets using a laser velocimeter, Journal of Fluid Mechanics 93 (1979) 1–27.

[31] D. J. Bodony, Aeroacoustic prediction of turbulent free shear flows, Ph.D. thesis, Stanford University (2004).

[32] H. Tanna, An experimental study of jet noise, Part I : Turbulent mixing noise ; Part II : Shock associated noise, Journal of Sound and Vibration 50 (1977) 405 – 444.

[33] D. Bodony, S. Lele, On using large-eddy simulation for the prediction of noise from cold and heated turbulent jets, Physics of Fluids 17 (2005) 085103.

Références bibliographiques

[1] J L. Stromberg, D K. Mc Laughlin, and Troutt. *Flow field and acoustic properties of a mach number 0.9 jet at low reynolds number.* J. Sound and Vibration **72**(2), 159–176 (1980).

[2] J.H. Hussein, S.P. Capp, and W.K. George. *Velocity measurements in high-reynolds-number, momentum-conserving, axisymetric, turbulent jet.* J. FLuid Mech. **258**, 31–75 (1994).

[3] T.J Narayanan, T.J. Barber, and D.R Polak. *High subsonic jet experiments : Turbulence and noise generation studies.* AIAA Journal **40**(3) (2002).

[4] C. Bogey. *Calcul direct du bruit aérodynamique et validation de modéles acoustiques hybrides*. Thèse de Doctorat, Ecole Centrale Lyon (2000).

[5] J.B. Freund. *Noise sources in a low-reynolds-number turbulent jet at mach 0.9*. J. Fluid Mech. **438**, 277 – 305 (2001).

[6] N. Anderson. *A study of subsonic turbulent jets and their radiated sound using large eddy simulation*. Thèse de Doctorat, Chalmers University of technologie, Goteborg, Sweden (2005).

[7] D.J. Bodony and S.K. Lele. *On using large-eddy simulation for the prediction of noise from cold and heated turbulent jets*. Physics of Fluids **17** (2005).

[8] D.J. Bodony and S.K. Lele. *Current status of jet noise predictions using large-eddy simulation*. AIAA J. **46**(2), 364–380 (2008).

[9] P. Jordan and Y. Gervais. *Subsonic jet aeroacoustics : associating experiment, modelling and simulation*. Experiments in Fluids **44**(1) (2008).

[10] K.B.M.Q. Zaman. *Far-field noise of a subsonic jet under controlled excitation*. J. Fluid Mech. **152**, 83–111 (1985).

[11] J.C. Lau, M.J. Fisher, and H.V. Fuchs. *The intrinsic structures of turbulent jets*. J. Sound Vib. **22**(4), 379 – 406 (1972).

[12] J.C. Lau, P.J. Morris, and M.J. Fisher. *Measurements in subsonic and supersonic free jets using a laser velocimeter*. J. Fluid Mech **93**, 1–27 (1979).

[13] J.C. Lau. *Effect on exit mach number and temperature on mean flow and turbulence characteristics in round jet*. J. Fluid Mech **105**, 193 – 208 (1981).

[14] C.J. Moore. *The role of shear-layer instability waves in jet exhaust noise*. J. Fluid Mech. **80**, 321–367 (1977).

[15] F.P. Ricoud and D.B. Spalding. *Measurments of entrainment by axisymmetrical turbulent jets*. J. Fluid Mech. **11**(1), 21–32 (1961).

[16] I. Wygnanski and H. Fiedler. *Some measurments in the self-preserving jet*. J. Fluid Mech. **38**(3), 577–612 (1969).

[17] N.R. Panchapakesan and J.L. Lumley. *Turbulence measurements in axisymmetric jets of air and helium. part 1. air jet*. J. Fluid Mech. **246**, 197–224 (1993).

[18] S.B. Pope. *Turbulent Flows*. Cambridge University Press (2000).

[19] A. Michalke and G. Herman. *On the inviscid instability of a circular jet with external flow*. J. Fluid Mech. **114**, 343–359 (1982).

[20] E. Mollo-Christensen. *Jet noise and shear flow instability seen from an experimenter's viewpoint noise*. J. Applied Mech. **34**, 1–7 (1967).

[21] C.K.W. Tam, Golebiowski, and J.M. Seiner. On the two components of turbulent mixing noise from supersonic jets. , **AIAA 96-1716** 6-8 May (1996).

[22] G. Brown and A. Rosko. *On density effects and large structure in turbulent mixing layers*. J. Fluid Mech. **64**(4), 775–816 (1974).

[23] S.C. Crown and F.H. Champagne. *Orderly structure in jet turbulence*. J. Fluid Mech. **48**(3), 547–591 (1971).

[24] H.J. Lugt. *Vortex flow in nature and technology*. Wiley (New York) (1983).

[25] A.K.M.F. Hussain. *Coherent structures - reality and myth*. Phys. Fluids **26**(10), 2816–2850 (1983).

[26] M. Lesieur. *Turbulence in Fluids*. 3rd Revised and Enlarged Edition. KLUWER Academic (1997).

[27] D. Liepmann and M. Gharib. *The role of streamwise vorticity in the near-field entrainment of round jets*. J. Fluid Mech. **245**, 643–668 (1992).

[28] H.H. Bruun. *A time-domain analysis of the large-scale flow structure in a circular jet. part I : Moderate reynolds number*. J. Fluid Mech. **83**, 641–671 (1977).

[29] A.J. YULE. *Large-scale structure in the mixing layer of a round jet*. J. Fluid Mech. **89**, 413–432 (1978).

[30] K.B.M.Q. ZAMAN AND F. HUSSAIN. *Vortex pairing in a circular jet under controlled excitation. part I : General jet response*. J. Fluid Mech. **101**, 449–491 (1980).

[31] F. HUSSAIN AND K.B.M.Q. ZAMAN. *Preferred mode of the axisymmetric jet*. J. FLuid Mech. **110**(39-71) (1981).

[32] E. GUTMARK AND C.M. HO. *Preferred modes and the spreading rates of jets*. Phys. Fluids **26**, 2932 (1983).

[33] G.K. BATCHELOR AND A.E. GILL. *Analysis of the stability of axisymmetric jets*. J. Fluid. Mech. **14** (1962).

[34] A. MICHALKE. *Survey on jet instability theory*. Prog. Aerospace Sci. **21**, 159–199 (1984).

[35] J. COHEN AND I. WIGNANSKY. *The evolution of instabilities in the axisymetric jet. part I : The linear growth of disturbances near the nozzle*. J. Fluid Mech. **176**, 191–176 (1987).

[36] M. VAN DYKE. *An album of fluid motion*. The parabolic press, Stanford, California (1982).

[37] P.A. MONKEWITZ AND PFITZENMAIER. *Mixing by "side jets" in strongly forced and self-excited round jets*. Phys. Fluids A **3**(5), 1356–1361 (1991).

[38] WIDNALL S.E., D.B. BLISS, AND C. TSAI. *The instability of short waves on vortex ring*. J. Fluid Mech. **66**(1), 35–47 (1974).

[39] P.G. SAFFMAN. *The number of waves on unstable vortex ring*. J. Fluid Mech. **84**(4), 625–639 (1978).

[40] J.C. LASHERAS AND H. CHOI. *Three-dimensional instability of a plane free shear layer : an experimental study of the formation and evolution of streamwise vortices*. J. Fluid Mech. **189**, 53–86 (1988).

[41] P. COMTE, J.H. SILVESTRINI, AND P. BEGOU. *Streamwise vortices in large-eddy simulations of mixing layers*. Eur. J. Mech. **17**, 615–637 (1998).

[42] J.C. LASHERAS, A. LECUONA, AND P. RODRIGUEZ. Three-dimensional vorticity dynamics in the near field of coflowing forced jets. , **28**, pages 403–422. American Matheamtical Society (1991).

[43] S. CORRSIN AND M.S. UBEROI. Further experiments on the flow and heat transfert in a heated turbulent jet. Technical Report NACA-1865 California Institut of Technology (1949).

[44] P.A. MONKEWITZ, D.W. BECHERT, BARSIKOW, AND B. LEHMANN. *Self-excited oscillations and mixing in a heated round jet*. J. fluid Mech. **213**, 611–639 (1990).

[45] H.K. Tanna, P.D. Dean, and M.J. Fisher. *The influence of the temperature on shock-free supersonic jet noise*. J. Sound Vib. **39**(4), 429 – 460 (1975).

[46] K.K. Ahuja, J. Lepicovsky, C.K.W. Tam, P.J. Morris, and R.H. Burrin. Tone-excited jet : Theory and experiments. Technical Report CR-3538 NASA (1982).

[47] J. Bridges and M.P. Wernet. Effect of temperature on jet velocity spectra. , **AIAA 2007-3628** 21-23 May (2007).

[48] J. Bridges. Effect of heat on space-time correlations in jet. , **AIAA 2006-2534** 8-10 May (2006).

[49] P. E. Dimotakis. Turbulent free shear layer mixing and combustion. Technical Report FM91-2 GALCIT (1991).

[50] P. Bradshaw. Compressibility effects on free shear layer. , **1**, Stanford University.

[51] T.B. Gatski and J.P. Bonnet. *Compressibility, Turbulence and High Speed Flow*. Elsevier (2009).

[52] B. Aupoix and H. Bezard. *Compressible mixing layer : Data analysis and modelling*. Ercoftac Bulletin **70** (2006).

[53] T.J. Williams, M.R.M.H. Ali, and J.S. Anderson. *Noise and flow characteristics of coaxial jets*. J. Mech. Eng. sci. **2**, 133–141 (1969).

[54] W. Forstall and A.H. Shapiro. *Momentum and mass transfert in coaxial gas jets*. J. Applied Mech. **17**, 399–408 (1950).

[55] M. Favre-Marinet and E.B. Camano Schettini. *The density field of coaxial jets with large velocity ratio and large density differences*. Int. J. Heat and Fluid Flow **44**, 1913–1924 (2001).

[56] W.J.A. Dahm, C.E. Frieler, and G. Tryggvason. *Vortex structure and dynamics in the near field of coaxial jet*. J. Fluid Mech. **241**, 371–402 (1992).

[57] F.H. Champagne and I.J. Wygnaski. *An experimental investigation of coaxial turbulent jets*. Int. J. Heat Mass Transfert **14**, 1445–1464 (1971).

[58] N.W.M. Ko and A.S.H. Kwan. *The initial region of subsonic coaxial jets*. J. Fluid mech **73**(2), 305–332 (1976).

[59] A.S.H. Kwan and N.W.M. Ko. *The initial region of subsonic coaxial jets. part 2*. J. Fluid mech **82**(2), 273–287 (1977).

[60] K.W. Bushell. *A survey of low velocitiy and coaxial jet noise with application to prediction*. J. Sound Vib. **17**(2), 271–282 (1971).

[61] K. Viswanathan. *Parametric study of noise from dual-stream nozzles*. J. Fluid Mech. **521**, 35–68 (2004).

[62] H.K. Tanna and P.J. Morris. *The noise from normal-velocity-profile coanular jets*. J. Sound Vib. **98**(2), 213–234 (1985).

[63] T.F. Balsa and P.R. Gliebe. *Aerodynamic and noise of coaxial jets*. AIAA J. **15**(11), 1550–1558 (1977).

[64] M.J. Fisher, G.A. Preston, and C.J. Mead. *A modelling of the noise from simple coaxial jets. part I : with unheated primary flow. part II : with heated primary flow*. J. Sound Vib. **209**(3), 385–417 (1998).

[65] N. Anderson, L.E. Erikson, and L. Davidson. Les prediction of flow and acoustic field of a coaxial jet. In *11th AIAA/CEAS Aeroacoustic conference* (2005).

[66] C.E. Tinney and P. Jordan. *The near pressure field of co-axial subsonic jets*. J. of Fluid Mech. **611**, 175–204 (2008).

[67] E. Gröschel, P. Renze, W. Schröder, and M. Meinke. Towards noise reduction of coaxial jet. In *13th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference (28th AIAA Aeroacoustics Conference) AIAA 2007-3646* (2007).

[68] C. Bogey, S. Barré, P. Juvé, and C. Bailly. *Simulation of a hot coaxial jet : Direct noise prediction and flow-acoustics correlations*. Physics of Fluids **21** (2009).

[69] S.R. Koh, W. Schröder, and M. Meinke. *Turbulence and heat excited noise sources in single and coaxial jets*. J. Sound Vib. **329**, 786–803 (2010).

[70] C.K.W. Tam. *Jet noise : Since 1952*. Th. Comp. Fluid Dynamics **10**, 393 – 405 (1998).

[71] J. Bridges and F. Hussain. *Effects of nozzle body on jet noise*. J. Sound Vib. **188**(3), 407 – 418 (1995).

[72] K. Viswanathan, M.L. Shur, P.R. Spalart, and M.Kh Strelets. Computation of the flow and noise of round and beveled nozzles. , **AIAA 2006-2445** (2006).

[73] D. Jung, S. Gamard, and W.K. George. *Evolution of the most energetic modes in a turbulent axisymmetric jet at high reynolds number. part 1 : The near-field region*. J. Fluid Mech. **514**, 173 – 204 (2004).

[74] J. Hileman, ThurowB., E. Caraballo, and Samimy M. *Large-scale structure evolution and sound emission in high-speed jets : real-time visualisation with simultaneous acoutic measurements*. J. Fluid Mech. **544** (2005).

[75] G. Guj, C. Carley, and R. Camussi. *Acoustic identification of coherent structures in a turbulent jet*. J. Sound Vib. **259**(5), 1037 – 1065 (2003).

[76] K. Viswanathan. *Analysis of the two similarity components of turbulent mixing noise*. AIAA Journal **40**, 1735 – 1744 (2002).

[77] C. Bogey and C. Bailly. Investigation of subsonic jet noise using les : Mach and reynolds number effects. , **Paper 2004-3023** (2004).

[78] M. Lighthill. *On the sound generated aerodynamically : Turbulence as a source of sound*. Proc. Roy. Soc. London **223**, 1–32 (1954).

[79] J.E. Ffowcs-Williams. *The noise from turbulence convected at high speed*. Phil. Trans. Roy.Soc. **255** (1963).

[80] P. Lush. *Measurements of subsonic jet noise and comparison with therory*. J. Fluid. Mech. **46**, 477–500 (1971).

[81] O. Phillips. *On the generation of sound by supersonic turbulent shear layer*. J. Fluid Mech. **9**(1), 1–28 (1960).

[82] G.M. Lilley. Theory of turbulence generated jet noise : generation of sound in a mixing region. Technical Report AFAPL-TR-72-53 U.S. Air Force (1972).

[83] D.G. Crighton. *Basic principles of aerodynamic noise generation*. Progress in Aerospace Sciences **16**, 31–96 March (1975).

[84] D.I. Blokhintsev. *The propagation of sound in an inhomogeneous and moving medium*. J. Acoust. Soc. Am. **18**(2), 322 (1946).

[85] R.H. Cantrell and R.W. Hart. *Interaction between sound and flow in acoustic cavities : Mass, momentum and energy consideration*. J. Acoust. Soc. Am. **36**, 697–706 (1964).

[86] C.L. Morfey. *Acoustic energy in non-uniform flows*. J. Sound Vib. **14**, 159–169 (1971).

[87] A. Pierce. *Acoustics ; An introduction to its physical principles and applications*. McGraw-Hill (1981).

[88] M.K. Myers. *An exact energy corollary for homentropic flow*. J. Soun. Vib. **109**(2), 277–284 (1986).

[89] A. Powell. *Theory of vortex sound*. J. Acoust. Soc. Am. **36**(4), 177–195 (1964).

[90] M.S. Howe. *Contribution to the theory of aerodynamic sound, with application to excess jet noise and the theory of the flute*. Journal of Fluid Mechanics **71**, 625–673 (1975).

[91] J.W.S. Rayleigh. *Theory of Sound*. New York : Macmillan (1877).

[92] M. Talei, M.J. Brear, F. Nicoud, D.J. Bodony, and A. Giauque. Transport of disturbance energy in hot and cold turbulent jets. In *13th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference, AIAA Paper 2007-3638* (2007).

[93] P.E. Doak. *Momentum potential theory of energy flux carried by momentum fluctuations*. Journal of sound and vibration **26**, 67–90 (1989).

[94] P.L. Jenvey. *The sound power from turbulence : A theory of the exchange of energy between the acoustic and non-acoustic fields*. J. sound Vib. **131**(1), 37–66 (1989).

[95] A.T. Fedorchenko. *On some fundamental flaws in present aeroacoustic theory*. J. Sound Vib. **232**(4), 719–782 (2000).

[96] M.E. Goldstein. *On identified the true sources of aerodynamic sound*. J. Fluid Mech. **526**, 337–347 (2005).

[97] S. Sinayoko and Agarwal A. Flow filtering and the physical sources of aerodynamic sound. In *IUTAM Symposium on Computational Aero-Acoustics for Aircraft Noise Prediction* (2010).

[98] S. Sinayoko and Agarwal A. On computing the physical sources of jet noise. In *16th AIAA/CEAS Aeroacoutics conference AIAA 2010-3962* (2010).

[99] M.J. Fisher, P.A. Lush, and M.H. Bourne. *Jet noise*. J. Sound Vib. **28**(3), 563 – 585 (1973).

[100] B. Tester and C. Morfey. *Development in jet noise modelling - theoritical predictions and comparisons with measured data*. J. Sound Vib. **46**(1) (1976).

[101] C. Morfey, V.M. Szewczyk, and B.J. Tester. *New scaling laws for hot and cold jet mixing noise based on a geometric acoustique model*. J. Sound Vib. **61**, 255 – 292 (1978).

[102] R.G. Hoch, J.P. Duponchel, B.J. Cocking, and W.D. Bryce. *Studies of the influence of density jet noise*. J. Sound Vib. **28**, 649 – 668 (1973).

[103] H.K. Tanna. *An experimental study of jet noise, Part I : Turbulent mixing noise ; Part II : Shock associated noise*. J. Sound Vib. **50**, 405 – 444 (1977).

[104] K. Viswanathan. *Aeroacoustic of hot jets*. J. Fluid Mech. **516**, 39–82 (2004).

[105] K. Viswanathan. *Scaling laws and a method for identifying components of jet noise*. AIAA Journal **44**(10), 2274 – 2285 (2006).

[106] K. Viswanathan. *Improved method for prediction of noise from single jets*. AIAA Journal **45**(1), 151 – 161 (2007).

[107] D.J. Bodony and S. Lele. *Low-frequency sound sources in high-speed turbulent jets*. J. Fluid Mech. **617**, 231–253 (2008).

[108] J.B. Freund. *Noise-source turbulence statistics and the noise from a mach* 0.9 *jet*. Phys. of Fluids **15**(6), 1788–1799 (2003).

[109] M.E. Goldstein. *Aeroacoustics*. McGraw-Hill International Book company (1976).

[110] J.B. Freund. Direct numerical simulation of the noise from a mach 0.9 jet. , **FEDSM99-7251**, San Francisco, CA, USA July 18-23 (1999).

[111] B.E. Mitchell, S.K. Lele, and P. Moin. *Direct computation of the sound generated by vortex pairing in an axisymetric jet*. J. Fluid Mech. **383**, 113–142 (1999).

[112] C Bailly and D. Juvé. *Numerical solution of acoustic propagation problem using linearized euler equations*. AIAA J. **38**(1), 22–29 (2000).

[113] R. Ewert and W. Schröeder. *Acoustic perturbation equations based on flow decomposition via source filtering*. J. of Comp. Physics **188**, 365–398 (2003).

[114] A. Uzun. *3-D Large eddy simulation for jet aeroacoustics*. Thèse de Doctorat, Purdue University (2003).

[115] D. J. Bodony. *Aeroacoustic prediction of turbulent free shear flows*. Thèse de Doctorat, Stanford University (2004).

[116] J.B. Freund, S.K. Lele, and P. Moin. *Calculation of the radiated sound field using an open kirchhoff surface*. AIAA Journal **35**(5), 909–916 (1996).

[117] M. Wang, J.B. freund, and S.K. Lele. *Computational prediction of flow-generated sound*. Annu. Rev. Fluid Mech. **38**, 483–512 (2006).

[118] C.A. Wagner, T. Hüttl, and P. Sagaut. *Large-Eddy Simulation for Acoustics*. Cambridge (2007).

[119] T. Colonius and S.K. Lele. *Computational aeroacoustics : progress on nonlinear problems of sound generation*. Progress in Aerospace Sciences **40**, 345–416 (2004).

[120] S.K. Lele. *Compact finite difference schemes with spectral-like resolution*. J. Comp. physics **103**, 16–42 (1992).

[121] C.K.W. Tam and J.C. Webb. *Dispersion-relation-preserving finite difference schemes for computational aeroacoustics*. J. Comp. Physics **107**(2), 262–281 (1993).

[122] C. Bogey and C. Bailly. *A familly of low dispersive and low dissipative explicit schemes for flow and noise computation*. J. Comp. Phys. **194**, 194–214 (2004).

[123] F.Q. Hu, M.Y. Hussaini, and J.L. Manthey. *Low-disspation and low-dispersion runge-kutta schemes for computational acoustics*. J. Comp. Phys. **124**(1), 177–191 (1996).

[124] M.L. Shur, P.R. Spalart, and M.Kh. Strelets. *Noise prediction for increasingly complex jets*. Int. J. Aeroac. **4**, 247–266 (2005).

[125] C.K.W. Tam and Z. Dong. *Radiation and outflow boundary conditions for direct computation of acoustic and flow disturbances in a nonuniform mean flow*. J. Comput. Acous. **4**(2), 175–201 (1996).

[126] T. Colonius. *Modelling artificial boundary conditions for compressible flow*. Annu. Rev. Fluid Mech. **36**, 315–345 (2004).

[127] M. GERMANO, U. PIOMELLI, P. MOIN, AND W.H. CABOT. *A dynamic subrid-scale eddy viscosity model*. Physics of Fluids **A 3**(7), 1760–1765 (1991).

[128] F. DUCROS. *Simulations numériques directes et des grandes échelles de couches limites compressibles*. Thèse de Doctorat, Institut National Polytechnique de Grenoble (1995).

[129] C. PICARD. *Étude expérimentale de l'identification des source acoustiques dans les jets par l'analyse de la fluctuation de pression en champ proche*. Thèse de Doctorat, Université de Poitiers (2001).

[130] F. RICAUD. *Étude de l'identification des sources acoustiques à partir du couplage de la pression en champ proche et de l'organisation instantanée de la zone de mélange de jet*. Thèse de Doctorat, Faculté des Sciences Fondamentales et Appliqués de Poitiers (2003).

[131] F. COIFFET. *Étude stochastique tridimensionnelle de la dualité des pressions en champ proche des jets axisymétriques turbulents à haut nombre de Reynolds*. Thèse de Doctorat, Faculté des Sciences Fondamentales et Appliquées de Poitiers (2006).

[132] A. GUITTON. *Etude expérimentale des relations entre les champs hydrodynamiques et acoustiques des jets libres*. Thèse de Doctorat, Université de Poitiers (2009).

[133] P. COMTE, M. LESIEUR, AND E. LAMBALLAIS. *Large and small scale stirring of vorticity and passive scalar in a three-dimensional temporal mixing layer*. Phys. Fluids **4**(12), 2761–2778 (1992).

[134] P. COMTE, Y. FOUILLET, AND M. LESIEUR. *Simulation numérique des zones de mélange compressibles*. Rev. Scient. Tech. Déf. pages 43–63 (1992).

[135] P. COMTE AND M. LESIEUR. , **5** chapter Large-eddy simulations of compressible flows, page 133. VKI Lecture Series (1998).

[136] V. FORTUNÉ, E. LAMBALLAIS, AND Y. GERVAIS. *Noise radiated by a non-isothermal, temporal mixing layer. part I : Direct computation and prediction using compressible dns*. Theoret. Comput. Fluid Dynamics **18**, 61 – 81 (2004).

[137] C. MOSER. *Calcul direct du son rayonné par une couche de mélange en développement spatial : étude des effet du nombre de Mach et de l'anisothermie*. Thèse de Doctorat, Université de POITIERS, ESIP (2006).

[138] M. CABANA. *Calcul direct acoustique et analyse des mécanismes de génération de bruit des écoulements cisaillés libres*. Thèse de Doctorat, École Supérieure d'Ingénieur de Poitiers (2008).

[139] M. MAIDI. *Étude et contrôle des jets ronds compressibles par Simulation des Grandes Échelles*. Thèse de Doctorat, Institut National Polytechnique de Grenoble (2004).

[140] D. GOTTLIEB AND E. TURKEL. *Dissipative two-four method for time dependent problems*. Math. of Comp. **30**(136), 703–723 (1976).

[141] Y. DUBIEF AND F. DELCAYRE. *On coherent vortex identification in turbulence*. J. of Turb. **1**(11) (2000).

[142] X. NORMAND AND M. LESIEUR. *Direct and large-eddy simulations of transition in the compressible boundary layer*. Theor. and Comp. Fluid Dyn. **3**, 231–252 (1992).

[143] M. HABERKORN. *Simulation des grandes échelles en canal plan turbulent : effet de compressibilité et propagation acoustique.* Thèse de Doctorat, Université Louis Pasteur Strasbourg I (2004).

[144] C. BRUN, M.P. BOIARCIUC, M. HABERKORN, AND P. COMTE. *Large eddy simulation of compressible channel flow*. Theor. Comput. Fluid Dyn. **22**, 189–212 (2008).

[145] M. MAIDI AND M. LESIEUR. *Large eddy simualtions of spatialy growing subsonic and supersonic turbulent round jets*. J. Turb. **6**(38) (2005).

[146] M. MAIDI AND M. LESIEUR. *Vortex control in large-eddy simulations of compressible round jets*. J. Turb. **7**(49) (2006).

[147] M. MAIDI. *Estimation of aerodynamic noise generated by forced compressible round jets*. C.R. Mecanique **334**, 285–291 (2006).

[148] M. LESIEUR, O. MÉTAIS, AND P. COMTE. *Large-eddy simulations of turbulence*. Cambridge University Press (2005).

[149] E. GARNIER, N. ADAMS, AND P. SAGAUT. *Large Eddy Simulation for Compressible Flows*. Springer (2009).

[150] J. SMAGORINSKY. *General circulation experiments with the primitive equations*. Mon. Weath. Rev. **91**(3), 99–164 (1963).

[151] L.F. RICHARDSON. *Weather prediction by numerical process*. Cambridge University press (1922).

[152] B.P. LEONARD. *Energy cascade in large-eddy simulation of turbulent fluid flows*. Adv. in Geophys. **A 18**, 237–248 (1974).

[153] B.J. GEURTS. *Elements of Direct and Large-Eddy Simulation*. Edwards (2003).

[154] P. SAGAUT. *Introduction à la simulation des grandes échelles pour les écoulements de fluide incompressible,Mathématiques et Applications*. Springer-Verlag (1998).

[155] U. PIOMELLI. Modelling requirements for turbulent flows. , **1998-05**. Von Karman Institute for Fluid Dynamics.

[156] J.H. FERZIGER. The physics and simulation of turbulence - state of the art 1998. , **1998-05**. Von Karman Institute for Fluid Dynamics.

[157] P. Comte and M. Lesieur. Large-eddy simulation of compressible turbulent flows. , **1998-05**. Von Karman Institute for Fluid Dynamics.

[158] M. Germano. *Turbulence : the filtering approach*. J. Fluid Mech. **238**, 325–336 (1992).

[159] B. Geurts and Fröhlich. *A framework for predicting accuracy limitations in large-eddy simulation*. Phys. Fluids **14**(6), 41–44 (2002).

[160] T.S. Lund. *The use of explicit filters in lerge eddy simulation*. Comp. Math. Appl. **46**, 603–616 (2003).

[161] C.D. Pruett, T.B. Gatski, C.E. Grosch, and W.D. Thacker. *The temporally filtered navier-stokes equations : Properties of the residual stress*. Physics of Fluids **15**(8), 2127–2140 (2003).

[162] S. Ghosal and P. Moin. *The basic equations for the large eddy simulation of turbulent flows in complex geometry*. J. Comp. Physics **118**(1), 24–37 (1995).

[163] O.V. Vasilyev, T.S. Lund, and P. Moin. *A general class of commutative filters for les in complex geometries*. J. Comp. Phy. **146**, 82–104 (1998).

[164] J. Deardoff. *A numerical study of three-dimensionnal turbulent channel flow at large reynolds numbers*. J. Fluid Mech. **41**, 453–465 (1970).

[165] A. Favre, L.S.G. Kosvaznay, R. Duams, J. Gaviglio, and M. Coantic. *La turbulence en mécanique des fluides*. Gauthier-Villars/CNRS, Paris (1976).

[166] J.O. Hinze. *Turbulence*. McGraw-Hill (1975).

[167] D.D. Knight. Numerical simulation of compressible turbulent flows using the reynolds-averaged navier-stokes equations. Technical Report 819 AGARD-VKI (1997).

[168] P. Moin, W. Squire, and S.L. Cabot. *A dynamic subgrid-scale model for compressible turbulence and scalar transport*. Phys. Fluids A **5** (1991).

[169] G. Erlebacher, M.Y. Hussaini, C.G. Speziale, and T.A. Zang. *Toward the large-eddy simulation of the compressible turbulent flows*. J. Fluid Mech. **238** (1992).

[170] O. Métais and M. Lesieur. *Spectral large-eddy simulation of isotropic and stably stratified turbulence*. J. Fluid Mech. **239**, 157–194 (1992).

[171] D.K. Lilly. Numerical simulation and prediction of atmospheric convection. In P. Comte M. Lesieur and J. Zinn-Justin, editors, *Les Houches, Session LVIX*. North-Holland (1993).

[172] B. Vreman, B. Geurts, and H. Kuerten. *A priori tests of large-eddy simulation of the compressible plane mixing*. J. Eng. Math. **29**, 299–327 (1995).

[173] P. Comte. Dynamics of the coherent vortices in large-eddy simulation. In Friedrich Geurts and Métais, editors, *Direct and Large-Eddy Simulation IV*. Kluwer Academic (2001).

[174] Y. Yoshizawa. *Statistical theory for compressible turbulent shear flows, with the application to subgrid modelling*. J. Fluid Mech. **29**, 2152–2164 (1986).

[175] C.G. Speziale, T.A. Erlebacher, T.A. Zang, and M.Y. Hussaini. *The subgrid-scale modelling of compressible turbulence*. Phys. of Fluid **31**(4), 940–942 (1988).

[176] M. Lesieur and P. Comte. *Favre filtering and macro-temperature in large-eddy simulations of compressible turbulence*. C. R. Acad. Sci. Paris **329, Série II b**, 363–368 (2001).

[177] B. Vreman. *Direct and large-eddy simulation of the compressible turbulent mixing layer*. Thèse de Doctorat, University of Twente (1995).

[178] F. Ducros, P. Comte, and M. Lesieur. Direct and large-eddy simulations of supersonic boundary layer. In *Turbulent shear flows IX*, pages 283–300. Springer-Verlag (1995).

[179] F. Ducros, P. Comte, and M. Lesieur. *Large-eddy simulation of transition to turbulence in a boundary layer developing spatially over a flat plate*. J. Fluid Mech. **326**, 1–36 (1996).

[180] P. Sagaut. *Simulations numériques d'écoulements décollés avec des modèles de sous-maille*. Thèse de Doctorat, Université de Paris VI (1995).

[181] R.A Clark, J.H. Ferziger, and W.C. Reynolds. *Evaluation of subgrid-scale models using an accurately simulated turbulent flow*. J. Fluis Mech ; **91**, 1–16 (1979).

[182] T.S. Lund and E.A. Novikov. *Parametrization of subgrid-scale stress by the velocity gradient tensor*. Annual research Briefs - Center for Turbulence Research pages 27–43 (1979).

[183] C. Meneveau and J. Katz. *Scale-invariance and turbulence models for large-eddy simulation*. Ann. Rev. Fluid Mech. **32**, 1–32 (2001).

[184] J. Bardina, J. Ferziger, and W. Reynolds. Improved subgrid model for large-eddy simulation. In *13th AIAA Fluid and PlasmaDynamics Conference. AIAA Paper 80-1357*.

[185] Kraichnan. *Eddy viscosity in two and three dimensions*. J. Atmos. Sci. **33**, 1521–1536 (1976).

[186] J.P. Chollet and M. Lesieur. *Parametrization of small scales of three-dimensional isotropic turbulence utilizing spectral closures*. J. Atmos. Sci. **38**, 2747–2757 (1981).

[187] G. Balarac. *Etude Numérique de la dynamique tourbillonaire et du mélange dans les jets coaxiaux turbulents*. Thèse de Doctorat, Institut National Polytechnique de Grenoble (2006).

[188] Batchelor. *The theory of homogeneous turbulence*. Cambridge Univ. press (1953).

[189] S.A. Orzag. *Fluids Dynamics* chapter lectures on the statistical theory of turbulence, pages 235–374. Balian,R. and Peube,J.L., LES HOUCHES (1977).

[190] C.B. Da Silva and J.C.F. Pereira. *The effect of subgrid-scale models on the vortices computed from large-eddy simulations*. Physics of Fluids **16**(12), 4506–4534 (2004).

[191] G. Balarac and O. Metais. *The near field of coaxial jets : A numerical study*. Physics of Fluids **17** (2005).

[192] G. Balarac and M. Si-Ameur. *Mixing coherent vortices in a turbulent coaxial jets*. C.R. Mecanique **333** (2005).

[193] E. David. *Modélisation des écoulements compressibles et hypersoniques : une approche instationnaire*. Thèse de Doctorat, Institut National Polytechnique de Grenoble (1993).

[194] M. Lesieur and O. Métais. *New trend in large-eddy simulations of turbulence*. Annu. Rev. Fluid Mech. **28**, 45 – 82 (1996).

[195] J. Chollet. *Turbulent Shear Flows* chapter Two-point closure used for a sub-grid scale model in large-eddy simulations, pages 62–72. Springer (1985).

[196] R. W. Maccormack. The effect of viscosity in hypervelocity impact cratering. In *AIAA PAPER 69-354* (1969).

[197] A. Bayliss, P. Parikh, L. Maestrello, and E. Turkel. A fourth-order scheme for the unsteady compressible navier-stokes equations. Technical report NASA-CR-177994 (1985).

[198] A Bayliss, P. Parikh, L. Maestrello, and E. Turkel. A fourth-order scheme for the unsteady compressible navier-stokes equations. In *18th AIAA Fluid Dynamics and Plasmadynamics and Lasers Conference, AIAA Paper 85-1694* (1985).

[199] M. E. Hayder and E. Turkel. High order accurate solutions of viscous problems. In *24th AIAA Fluid Dynamics Conference*, Orlando, Florida July 6-9 (1993).

[200] G.W. Hedstrom. *Non reflecting boundary conditions for non-linear hyperbolic systems*. J. Comp.Physics **30**, 222–237 (1979).

[201] D. Rudy and J.C. Strikwerda. *A non-reflecting outflow boundary condition for subsonic navier-stokes calculations*. J. Comp. Phy. **36**, 55–70 (1980).

[202] K.W. Thompson. *Time dependent boundary conditions for hyperbolic systems*. J. Comp. Physics **68**, 1–24 (1987).

[203] H ; Kreiss. *Initial boundary value problems for hyperbolic systems*. Commun. Pure Appl. Math. **23**, 277 (1970).

[204] B. Enquist and A. Majda. *Absorbing boundary conditions for the numerical simulation of waves*. Mathematics of Computation **31**(139), 629–651 (1977).

[205] B. Gustafsson and A. Sundstrom. *Incompletely parabolic problems in fluid dynamics*. SIAM J. Appl. Math. **35**(2), 343 (1978).

[206] R. Higdon. *Initial-boundary value problems for linear hyperbolic systems*. SIAM Rev. **28**, 177–217 (1986).

[207] D. Rockwell and E. Naudascher. *Self-sustained oscillations of impinging free shear layers*. Ann. Rev. Fluid Mech. **11**, 67–94 (1979).

[208] J. Buell and P. Huerre. Inflow/outflow boundary conditions and global dynamics of spatial mixing layers. Technical report Center for Turbulence Research, CTR Annual Research Briefs (1988).

[209] C.K.W. Tam and L. Airault. *Time-domain impedance boundary conditions for computational aeroacoustics*. AIAA journal **34**(5), 917–923 (1996).

[210] T. Colonius, S.K. Lele, and P. Moin. *Boundary conditions for direct computation of aerodynamic sound generation*. AIAA Journal **31**(9) (1993).

[211] J.B. Freund. *Proposed inflow/outflow boundary condition for direct computation of aerodynamic sound*. AIAA Journal **35**(4), 740–742 (1997).

[212] A. Bayliss and E. Turkell. *Radiation boundary conditions for wave-like equations*. Comm. Pure Appl. Math. **33**, 707–725 (1980).

[213] A. Bayliss and E. Turkell. *Far field boundary conditions for compressible flows*. J. comp. phy. **48**, 182–199 (1982).

[214] C. Bogey and C. Bailly. *Three-dimensional non-reflective boundary conditions for aeroacoustic simulations : far-field formulation and validation test cases*. Acta Acoust. **88**, 463–471 (2002).

[215] R.A. Pearson. *Consistent boundary conditions for the numerical models of systems that admit dispersive waves*. J. Atmos. Sci. **31**, 1418–1489 (1974).

[216] I. Orlanski. *A simple boundary condition for unbounded hyperbolic flows*. J. Comput. Phys. **21**, 251–269 (1976).

[217] K.W. Thompson. *Time dependent boundary conditions for hyperbolic systems II*. J. Comp. Physics **89**, 439–461 (1990).

[218] T.J. Poinsot and S.K. Lele. *Boundary conditions for direct simulations of compresible viscous flows*. J. Computational Physics **101**, 104 – 129 (1992).

[219] M. B. Giles. *Nonreflecting boundary conditions for euler equation calculations*. AIAA journal **28**(12), 2050–2058 (1990).

[220] G. Lodato, P. Domingo, and L. Vervisch. *Three-dimensional boundary conditions for direct and large-eddy simulation of compressible viscous lows*. Journal of Computational Physics **227**(10), 5105–5143 (2008).

[221] D. Givoli. *Non-reflecting boundary conditions*. J. Comp. Physics **94**(1) (1991).

[222] F. Nicoud and T. Poinsot. Boundary conditions for compressible unsteady flows. In F. Nataf L. Halpern and L. Tourrette, editors, *In Artificial Boundary Conditions at Interfaces*. Novascience (2001).

[223] C. Hirsch. , **2**. John Wiley & Sons ltd (1990).

[224] C. Yoo, Y. Wang, A. Trouvé, and H. Im. *Characteristic boundary conditions for direct simulations of turbulent counterflow flames*. Combustion Theory and Modelling **9**(4), 617–646 (2005).

[225] G. Lodato. *Conditions aux limites tridimensionnelles pour la Simulation Directe et aux Grandes Échelles des écoulements turbulents. Modélisation de sous-maille pour la turbulence en région de proche paroi.* Thèse de Doctorat, INSA Rouen (2008).

[226] M. Israeli and S.A. Orszag. *Approximation of radiation boundary conditions*. J. Comp. Phys. **41**, 115–135 (1981).

[227] D.J. Bodony. *Analysis of sponge zones for computational fluid mechanics*. J. Comp. Physics **212**, 681–702 (2006).

[228] J. Jeong and F. Hussain. *On the identification of a vortex*. J. Fluid Mech. **285**, 69–94 (1995).

[229] S. Kida and H. Muria. *Identification and analysis of vortical structures*. European Journal of Mechanics - B/Fluids **17**(4), 471–488 (1998).

[230] J. Weiss. The dynamic of entrophy transfert in two dimensional hydrodynamics. Technical Report LJI-TN-121 La Jolla Institute, San Diego, CA (1981).

[231] J. Weiss. *The dynamic of entrophy transfert in two dimensional hydrodynamics*. Physica D **48**, 273–294 (1991).

[232] J.C.R. Hunt, A.A. Wray, and P. Moin. Eddies, stream, and convergence zones in turbulent flows. , **CTR-S88**, pages 193–208 (1988).

[233] V. Kolář. *Vortex identification : New requirements and limitations*. Int. J. Heat Fluid Flow **28**, 638–652 (2007).

[234] V. Kolář. *Compressibility effect in vortex identification*. AIAA Journal **47**(2), 473–475 (2009).

[235] C. Hirsch. , **1**. John Wiley & Sons ltd (1990).

[236] P. Sagaut. *Large-Eddy Simulation for Acoustics* chapter 3.

[237] R. Vichnevetsky and J.B. Bowles. *Fourier Analysis of Numerical Approximations of hyperbolic equations*. Society for Applied and Industrial Mathematics (1982).

[238] J.H. Ferziger and M. Perich. *Computational methods for fluid dynamics*. Springer (1996).

[239] C.K.W. Tam. *Computational aeroacoustics : issues and methods*. AIAA journal **33**(10) (1995).

[240] J.C. Hardin, J.R. Ristorcelli, and C.K.W. TAM, editors. *ICASE/LaRC workshop on benchmark problems in computational Aeroacoustics (CAA)*, Hampton, Virginia (1995).

[241] J.R. Debonis. *The numerical analysis of a turbulent compressible jet*. Thèse de Doctorat, Dept. of Aerospace Engineering and Aviation, Ohio State Univ., Columbus (2000).

[242] J.R. Debonis and J.N. Scott. *Study of the error and efficiency of numerical schemes for computational aeroacoustic*. AIAA journal **40**(2), 227–234 (2002).

[243] R. Hixon. Evaluation of a high-accuracy maccormack-type scheme using benchmark problems. Technical Report 202324 NASA (1997).

[244] C.K.W. TAM and J.C. Hardin, editors. *Second computational Aeroacoustics (CAA) workshop on benchmark problems*, Tallahassee, Florida (1997).

[245] O. Mardsen. *Calcul direct du rayonnement acoustique de profils par une approche curviligne d'ordre élevé*. Thèse de Doctorat, Ecole Centrale Lyon (2005).

[246] R.D. Snyder and ScottJ.N. Comparison of numerical schemes for the analysis of aeroacoustic. In *AIAA Paper 99-0354* (1999).

[247] A Bayliss and L. Maestrello. *Simulation of instabilities and sound radiation in a jet*. AIAA Journal **19**, 835–841 (1981).

[248] A. Bayliss and L. Maestrello. *On the interaction of a sound pulse with the shear layer of an axisymetric jet II : Heated jets*. J. Sound and Vib. **86**, 395–409 (1982).

[249] A. Bayliss and L. Maestrello. *On the interaction of a sound pulse with the shear layer of an axisymetric jet III : Non-linear effects*. J. Sound and Vib. **107**, 167–175 (1986).

[250] L. Maestrello, A. Bayliss, and E. Turkel. *On the interaction of a sound pulse with the shear layer of an axisymetric jet*. J. Sound and Vib. **74**, 281–301 (1981).

[251] L. Maestrello and A. Bayliss. *Flowfield and far-field acoustic amplification properties of heated and unheated jets*. AIAA Journal **20**, 1539–1546 (1982).

[252] R.R. Mankbadi, M.E. Hayder, and L.A. Povinelli. *Structure of supersonic jet flow and its radiated sound*. AIAA Journal **32**(5), 897–906 (1994).

[253] R.R. Mankbadi, S.H. Shih, R. Hixon, and L.A. Povinelli. Direct computation of acoustic and flow field of a supersonic jet using large-eddy simulation. In *33rd Aerospace Sciences Meeting, AIAA Paper 95-0680* (1995).

[254] R.R. Mankbadi, R. Hixon, S.H. Shih, and L.A. Povinelli. On the use of linearized euler equations in the prediction of jet noise. In *Technical Memorandum AIAA Paper 95-0505* (1995).

[255] S.H. Shih, R. Hixon, and R.R. Mankbadi. A zonal approach for prediction of jet noise. In *1st CEAS/AIAA Aeroacoustic Conference (16th AIAA Aeroacoustic Conference), AIAA Paper 95-144* (1995).

[256] R. Hixon, S.R. Shih, and R.R. Mankbadi. direct prediction of the three-dimensional acoustic field of a supersonic jet using linearized euler equations. In *CEAS/AIAA paper 95-116* (1995).

[257] C. Bailly and C. Bogey. An overview of numerical method for acoustic wave propagation. In *ECCOMAS CFD* (2006).

[258] C. Bogey and C. Bailly. *Effect of inflow conditions and forcing on subsonic jet flows and noise*. AIAA Journal **43**(5), 1000–1007 (2005).

[259] M.L. Shur, P.R. Spalart, and M.Kh. Strelets. Les-based evaluation of a microjet noise reduction concept in static and flight conditions. In *IUTAM Symposium on Computational Aero-Acoustics for Aircraft Noise Prediction*, University of Southampton, UK 29-31 March (2010).

[260] C. Bogey and C. Bailly. *Computation of high reynolds number jet and its radiated noise using lerge eddy simulation based on explicit filtering*. Computer & Fluids **35**, 1344–1358 (2006).

[261] C. Bogey and C. Bailly. *Decrease of the effective reynods number with eddy-viscosity subgrid-scale modelling*. AIAA Journal **43**(2), 437–439 (2005).

[262] V. Fleury. *Superdirectivité, bruit d'appariement et autres contributions au bruit de jet subsonique*. Thèse de Doctorat, Ecole Centrale Lyon (2006).

[263] P Jordan and Y. Gervais. *Modelling self- and shear-noise mechanisms in inhomogeneous, anisotropic turbulence*. J. Sound Vib. **179**, 529 – 555 (2003).

[264] W. Zhao, S.H. Frankel, and L. Mongeau. *Large eddy simulations of sound radition from subsonic turbulent jets*. AIAA Journal **39**(8), 1469–1477 (2001).

[265] C. Bogey and C. Bailly. *Large-eddy simulations of transitional round jets : influence of the reynolds number on flow development and energy dissipation*. Physics of Fluids **18** (2006).

[266] J.C. Simonich, S. Narayanan, T.J. Barber, and M. Nishimura. *Aeroacoustic characterization, noise reduction and dimensional scaling effects of high subsonic jets*. AIAA journal **39**(11), 2062–2069 (2001).

[267] P.J. Morris. *The spatial viscous instability of axisymetric jets*. J. Fluid Mech. **77**, 511–529 (1976).

[268] P. Lew, A. Uzun, G.A. Blaisdell, and A.S. Lyrintzis. Effects of inflow forcing on jet noise using large-eddy simulation. In *42nd Aerospace Sciences Meeting and Exhibit, AIAA Paper 2004-0516* (2004).

[269] S. Barré. *Étude numérique et expérimentale du bruit aérodynamique avec application aux jets ronds subsoniques*. Thèse de Doctorat, Ecole Centrale Lyon (2006).

[270] S. Barré, C. Bogey, and C. Bailly. Computation of the noise radiated by jets with laminar/turbulent nozzle-exit conditions. In *12th AIAA/CEAS Aeroacoustic Conference*, Cambridge, Massachusetts 8-10 May (2006).

[271] C. Bogey and C. Bailly. Influence of the nozzle-exit boundary-layer thickness on the flow and acoustic fields of initially laminar jets. , **AIAA 2009-3409**, Miami, FL 11-13 May (2009).

[272] C. Bogey and C. Bailly. Flow and acoustic fields of reynolds number 10^5, subsonic jets with tripped exit boundary layers. , **AIAA 2010-3727** (2010).

[273] D.J. Bodony and S. Lele. Jet noise prediction of cold and hot subsonic jets using large-eddy simulation. In *10th AIAA/CEAS Aeroacoustic Conference*, Manchester, U.K. 10-12 May (2004).

[274] P. Jordan, Y. Gervais, J.-C. Valière, and H. Foulon. Final result from single point measurement. Project Deliverable D3.4,JEAN-EU 5th framework program G4RD-CT2000-00313 Lab. d'Etudes Aérodynamique (2002).

[275] P. Jordan, Y. Gervais, J.-C. Valière, and H. Foulon. Results from acoustic field measurement. Project Deliverable D3.6,JEAN-EU 5th framework program G4RD-CT2000-00313 Lab. d'Etudes Aérodynamique (2002).

[276] J. Bridges and M.P. Wernet. Measurements of the aeroacoustic sound source in hot jets. , **AIAA 2003-3130** 12-14 May (2003).

[277] D. Papamoschou and A. Roshko. *The compressible turbulent shear layer : an experimental study*. J. Fluid Mech. **197**, 453 – 477 (1988).

[278] F.K. Browand and C.M. Ho. *The mixing layer : An example of quasi two -dimensional turbulence*. Journal de Mécanique théorique et appliquée pages 99–120 (1983).

[279] P.O. Witze. *Centerline decay of compressible free jets*. AIAA journal **12**(4), 417–418 (1974).

[280] W.K. George, P. Beuther, and R.E.A. Arndt. *Pressure spectra in turbulent free shear flows*. J. Fluid Mech. **148**, 155–191 (1984).

[281] M. Lesieur. *Turbulence in Fluids*. Fourth Revised and Enlarged Edition. Moreau,R., springer edition (2008).

[282] E. Villermaux and H. Rehab. *Mixing in coaxial jets*. J. fluid Mech. **425**, 161–185 (2000).

[283] M. Lesieur and R. Rogallo. *Large-eddy simulation of passive scalar diffusion in isotropic turbulence*. Phys. Fluids A **1**(9), 718–722 (1989).

[284] H. Ribner. *Quadrupole correlations governing the pattern of jet noise*. J. Fluid Mech. **38**, 1–24 (1969).

[285] H. Ribner. *Perspectives on jet noise*. AIAA Journal **19**(12), 1513–1526 (1981).

[286] F. Coiffet, P. Jordan, J. Delville, and Y. Gervais. *Coherent structures in subsonic jets : a quasi-irrotational source mechanism ?* International Journal of aeroacoustics **5**(1), 1–24 (2006).

[287] N.D. Sandham, A.M. Salgado, and A. Agarwall. Jet noise from instability mode interactions. , **AIAA 2008-2987**.

[288] N.D. Sandham and V. Suponitsky. Contribution to jet noise from instability waves and their interactions : from theory to modelling. , **6** (2010).

[289] A. Michalke and H.V. Fuchs. *On turbulence and noise of an axisymetric shaer flow*. J. Fluid Mech. **70**(1), 179–205 (1975).

[290] R. Mankbadi and J.T.C. Liu. *Sound generated aerodynamically revisited : large-scale structures in a turbulent jet as a source of sound*. Phil. Trans. R. Soc. lond. **311**, 183–217 (1984).

[291] T. Suzuki and T. Colonius. *Instability waves in a subsonic round jet detected using a near-field phased microphone array*. J. Fluid Mech. **565**, 197–226 (2006).

[292] N.D. Sandham, C.L. Morfey, and Z.W. Hu. *Sound radiation from exponentially growing and decaying surface waves*. J. Sound Vib. **294**, 355–361 (2006).

[293] N.D. Sandham, C.L. Morfey, and Z.W. Hu. *Nonlinear mechanisms of sound generation in a perturbed parallel jet flow*. J. Fluid Mech. **565**, 1–23 (2006).

[294] A. Cavalieri, G. Daviller, P. Comte, P. Jordan, G. Tadmor, and Y. Gervais. Using les to explore sound-source mechanisms in jets. In *IUTAm symposium on computational aero-acoustics for aircraft noise prediction*, University of Southampton, UK 29-31 March (2010).

[295] A. Cavalieri, P. Jordan, Y. Gervais, and A. Agarwal. Jittering wave-packet models for subsonic jet noise. In *16th AIAA/CEAS Aeroacoustic Conference and Exhibit*, Stockholm, Sweden 7-9 Jun (2010).

[296] A. Cavalieri, G. Daviller, P. Comte, P. Jordan, G. Tadmor, and Y. Gervais. *Using les to explore sound-source mechanisms in jets*. Procedia Engineering **6**, 104–113 (2010).

[297] A. Guitton, C.E. Tinney, and P. Jordan. Measurements in a co-axial subsonic jet. In *45th AIAA Aerospace Sciences Meeting and Exhibit, AIAA Paper 2007-0015*, Reno 8-11 January (2007).

[298] K.M. et *al.* Eldred. Far field noise generation by coaxial flow jet exhausts. volume I - detailed discusion. Technical Report FAA-RD-71-1011, I Wyle laboratories - Reasearch Staff (1971).

[299] F.B. Greatrex. *Bypass engine noise*. Society of Automotive Engineers **Reprint 162C** (1960).

[300] J. Nogueira, M. Legrand, S. Nauri, P.A. Rodriguez, and A. Lecuona. Analysis of the vortex street generated at the core-bypass lip of a jet-engine nozzle. In *PivNet2 Final Workshop*, Göttingen, Germany 7-8 September (2006). Dept. of Thermal Engineering and Fluid Mechanics, Universidad Carlos III de Madrid, Spain.

[301] K. Viswanathan. *Jet aeroacoustic testing : issues and implication*. AIAA Journal **41**(9), 1674–1689 (2003).

[302] F. Guitton, A.and Kerhervé, P. Jordan, and J. Delville. The sound production mechanism associated with coherent structures in subsonic jets. In *14th AIAA/CEAS Aeroacoustic Conference, AIAA Paper 2008-2892*, Vancouver, British Columbia Canada 5-7 May (2008).

[303] A.T. Fedorchenko. On the fundamental problem of flow decomposition in theoretical aeroacoustic. In *AIAA Paper 2001-2250* (2001).

[304] M.E. Goldstein. *A theoritical basis for identifying the sound sources in a turbulent flow*. International Journal of Aeroacoustics **8**(4), 283–300 (2009).

[305] B.T. Chu and S.G. Kovasznay. *Non-linear interactions in a viscous heat conducting compressible gas*. J. Fluid Mech. **3**(5), 494–514 (1958).

[306] A Giauque, T. Poinsot, M. Brear, and F. Nicoud. Budget of disturbance energy in gaseous reacting flows. In NASA ASMES, editor, *Proceeding of the Summer Program*, pages 285–297, Center for Turbulence research, Standford University, USA (2006).

[307] M.K. Myers. *Transport of energy by disturbances in arbitrary steady flow*. J. Fluid Mech. **226**, 383–400 (1991).

[308] G. Daviller, P. Jordan, and P. Comte. Flow decompositions for the study of source mechanisms. In *15th AIAA/CEAS Aeroacoustique Conference and Exhibit (30th AIAA Aeroacoustique Conference), AIAA Paper 2009-3305*, Miami, Florida 11 - 13 May (2009).

[309] J.E. Ffowcs-Williams and A.J. Kempton. *The noise from the large scale structure of a jet*. J. Fluid Mech. **84**, 673–694 (1978).

[310] D.G. Crighton and P. Huerre. *Shear-layer pressure fluctuations and superdirective acoustic sources*. J.Fluid Mech. **220**, 355–368 (1990).

[311] P.E. Doak. *On the interdependence between acoustic and turbulent fluctuating motions in a moving fluid*. J. sound Vib. **19**(2), 211–225 (1971).

[312] P.E. Doak. *Analysis of internally generated sound in continuous materials : 2. a critical review of the conceptual adequacy and physical scope of existing theories of aerodynamic noise, with special reference to supersonic jet noise*. J. sound Vib. **25**(2), 263–335 (1972).

[313] P.E. Doak. *Analysis of internally generated sound in continuous materials : 3. the momentum potential field description of fluctuating fluid motion as a basis for a unified theory of internally generated sound*. J. sound Vib. **26**(1), 91–120 (1973).

[314] P.E. Doak. *Fundamentals of aerodynamic sound theory and flow duct acoustics*. J. sound Vib. **28**(3), 527–561 (1973).

[315] P.E. Doak. *Fluctuating total enthalpy as a generalized acoustic field*. Acoustical Physics **41**(5), 677–685 (1995).

[316] P.E. Doak. *Fluctuating total enthalpy as the basic generalized acoustic field*. Theoritical and Computationnal Fluid Dynamics **10**, 115–133 (1998).

[317] C.B. Da Silva. *The role of coherent structures in the control and interscale interactions of round, plane and coaxial jets*. Thèse de Doctorat, Institut National Polytechnique de Grenoble (2001).

[318] D. Appelö, T. Colonius, T. Hagstrom, and M. Inkman. Development of arbitrary-order hermite methods for simulation and analysis of turbulent jet noise. In *IUTAM Symposium on Computational Aero-Acoustics for Aircraft Noise Prediction* (2010).

[319] M. Matsumoto and T. Nishimura. *Mersenne twister : A 623-dimensionally equidistributed uniform pseudorandom number generator*. Modeling and Computer Simulations (1998).

[320] G.E.P. Box and M.E. Muller. *A note on the generation of random normal deviates*. The Annals of Mathematical Statistics **29**, 610–611 (1958).

[321] M. Bruneau. *Manuel d'acoustique fondamentale*. Hermes (1998).

Résumé

Cette étude s'intéresse aux effets de température sur la turbulence et l'acoustique rayonnée de jets subsoniques, simples et coaxiaux. Les équations de Navier-Stokes sont résolues par une approche de type Simulations des Grandes Échelles et les prévisions acoustiques en champ lointain sont obtenues à l'aide d'une méthode intégrale de Kirchhoff. Les mécanismes source d'un jet isotherme et d'un jet chaud, à nombre de Mach et de Reynolds identiques, sont étudiés à l'aide d'une décomposition azimutale en série de Fourier des termes sources du tenseur de Lighthill. Les principales différences observées sur la dynamique et l'acoustique d'un jet chaud sont liées à la contribution du terme d'entropie et l'émergence de modes d'ordre supérieur. On montre que le terme d'entropie et le terme linéaire traduisant les interactions entre l'écoulement moyen et les fluctuations de densité, ont une distribution spatiale similaire en terme d'énergie et de fréquence. Les simulations de jets coaxiaux concentriques ont révélés que le bruit rayonné pour de faibles angles est dominé par les appariements tourbillonnaires entre les couches de mélange primaire et secondaire, lorsque le jet central est chauffé. Finalement, une méthode de décomposition d'un écoulement en partie hydrodynamique et acoustique est appliquée sur un modèle d'écoulement simplifié, représentatif de la structure spatio-temporelle d'un jet. On met en évidence que la contribution du terme source hydrodynamique est dominante et que la turbulence est responsable du transport vers le champ lointain des fluctuations acoustiques.

Mots clés : simulation des grandes échelles, simulation aérocaoustique, bruit de jet, turbulence, Kirchhoff, Lighthill, mécanismes source, énergie acoustique.

Numerical Study of Temperature Effects in round and coaxial jets

Abstract

This thesis investigates temperature effects on subsonic turbulent single-stream and dual-stream jets and their far-field acoustic signature. The full compressible Navier-Stokes equations are solved using Large-Eddy Simulation, and open Kirchhoff's surface integral method is used to extend the acoustic prediction to far-field location. In order to study sound source mechanisms of isothermal and heated jets, at the same Mach and Reynolds numbers, Lighthill's tensor source terms are decomposed in Fourier modes in the azimuthal direction. The main features in the modal structure of a heated jet are the entropy term contribution and the importance of the relative energy contained in higher order modes. We show that the entropy term and the linear density fluctuation term have a similar behaviour in the near-field, for both the spatial distribution of the energy and the frequency dependence. For the dual-stream jets, heating the primary jet leads to a vortex pairing between the inner and outer shear layers. Sound radiated in the downstream direction is shown to depend appreciably on this phenomenon. Finally, we proposed some model problems to test the performance and utility, in terms of the physical insight which is provided, of an energy corollary, based on Helmholtz decompositions of both linear momentum and velocity. We show it is possible to identify the different flow processes (source mechanisms) which lead to the transport of fluctuation energy, as well as the physical mechanisms by which that fluctuation energy is transported away from the source region as propagating sound energy.

Keywords : large-eddy simulation, computational aeroacoustic, jet noise, turbulence, Kirchhoff, Lighthill, sound source mechanisms, energy corrolary.