Probabilistic modelling of rock damage : application to geological storage of CO2

Nicolas Guy

▶ **To cite this version:**

Nicolas Guy. Probabilistic modelling of rock damage : application to geological storage of CO2. Mechanics [physics.med-ph]. École normale supérieure de Cachan - ENS Cachan, 2010. English. NNT : 2010DENS0013 . tel-00572783

HAL Id: tel-00572783

https://theses.hal.science/tel-00572783

Submitted on 2 Mar 2011

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

ENSC-2010 N°NNN

THÈSE DE DOCTORAT
DE L'ÉCOLE NORMALE SUPÉRIEURE DE CACHAN

Présentée par

Nicolas GUY

pour obtenir le grade de

DOCTEUR DE L'ÉCOLE NORMALE SUPÉRIEURE DE CACHAN

Domaine :

MÉCANIQUE - GÉNIE MÉCANIQUE - GÉNIE CIVIL

Sujet de la thèse :

Modélisation probabiliste de l'endommagement des roches : application au stockage géologique du CO_2

Thèse soutenue à Cachan le 28 mai 2010 devant le jury composé de :

Robert CHARLIER	Président
René CHAMBON	Rapporteur
Dominique LEGUILLON	Rapporteur
Eric LORENTZ	Examinateur
Ahmad POUYA	Examinateur
François HILD	Directeur de thèse
Darius SEYEDI	Encadrant de thèse

LMT-Cachan
ENS Cachan/CNRS/UPMC/PRES UniverSud Paris
61, avenue du Président Wilson
94235 CACHAN CEDEX

Je tiens à remercier le BRGM et le LMT-Cachan pour avoir mis en oeuvre les moyens nécessaires à la réalisation de cette thèse. Je remercie plus particulièrement la direction de recherche du BRGM pour avoir fait le choix d'assurer le support financier de ce travail.

Je souhaite également témoigner ma reconnaissance à mes encadrants pour la confiance qu'ils m'ont accordée et parce que j'ai toujours pu compter sur eux. Je remercie François Hild, directeur de thèse, pour le temps qu'il m'a consacré, pour sa réactivité étonnante et pour la qualité de ses conseils. Ses interventions précises et riches de références m'ont beaucoup appris. Je remercie également Darius Seyedi pour sa disponibilité et pour la pertinence des conseils qu'il ma prodigués au cours de nos nombreuses conversations. Ses remarques ont permis de donner une dynamique certaine à cette thèse. Si ces trois années ont été si enrichissantes et plaisantes pour moi, c'est grâce à vous et je vous en suis reconnaissant.

Mes pensées vont ensuite aux membres du jury. Je remercie Robert Charlier pour m'avoir fait l'honneur de présider le jury. Je tiens aussi à exprimer ma gratitude envers René Chambon et Dominique Leguillon pour avoir accepté d'évaluer mon travail en tant que rapporteurs ; leurs remarques ont significativement contribué à l'amélioration de ce mémoire. Je remercie également Eric Lorentz et Ahmad Pouya d'avoir accepté de participer à mon jury de thèse.

Pour sa contribution à la modélisation des écoulements en milieux poreux, je remercie sincèrement Jérémy Rohmer du BRGM. Je tiens aussi à exprimer ma gratitude envers Hubert Fabriol et Hormoz Modaressi du BRGM pour avoir suivi cette thèse avec intérêt. Je remercie chaleureusement Bumedijen Raka et Sébastien Grange pour leur aide ainsi que pour avoir contribué à ce que les sessions expérimentales au LMT-Cachan soient aussi positives et agréables. Toujours au LMT-Cachan, je tiens à remercier Stéphane Roux pour ses interventions et notamment pour m'avoir aidé à préparer la soutenance. Pierre-Alain Boucard et Lionel Gendre m'ont également accompagné dans cette préparation, je leur en suis gré. Je tiens à préciser que les développements réalisés dans le Code_Aster ont été rendus possibles grâce à l'aide considérable de Sylvie Granet et Clément Chavant d'EDF R&D que je remercie chaleureusement.

Bien d'autres ont contribué à l'accomplissement de ce travail ou tout simplement au bon déroulement de ces années : parmi eux je citerai Guillaume Vivier, Jean-François Witz, Alain Chau, Pierre Sochala, Sébastien Vincent, Gilles Besnard et Xavier Pinelli.

Je profite de cet avant propos pour remercier mes parents et mon frère dont le soutien a été très important pour moi. Enfin, je tiens à dire merci à ma compagne Fabienne pour avoir toujours eu le mot juste et pour m'apporter encore plus qu'elle ne le sait.

Table des matières

Table des matières i

Table des figures v

Liste des tableaux ix

Introduction 1

Nomenclature 3

1 Stockage géologique du CO_2 11
- 1.1 Le procédé CSC . . . 12
  - 1.1.1 Les phases de captage et transport . . . 13
  - 1.1.2 La phase de stockage . . . 13
- 1.2 Etude du stockage géologique du CO_2 . . . 17
  - 1.2.1 Modélisation hydro-mécanique d'un complexe de stockage . . . 17
  - 1.2.2 Analyse de l'état de sollicitation mécanique induit . . . 21
- 1.3 Bilan . . . 25

2 Modélisation probabiliste de la détérioration des roches 27
- 2.1 Présentation du modèle probabiliste dans le cas général . . . 28
  - 2.1.1 Représentation de l'amorçage des fissures . . . 28
  - 2.1.2 Représentation des interactions entres des fissures . . . 30
- 2.2 Adaptation du modèle probabiliste au cas traité . . . 33
  - 2.2.1 Propagation de fissures dans le cas traité . . . 34
  - 2.2.2 Formation et propagation d'un réseau de fissures dans le cas traité 37
- 2.3 Bilan . . . 42

3 Identification des paramètres mécaniques 45
- 3.1 Matériau étudié . . . 47
  - 3.1.1 Composition et propriétés de transfert . . . 47
  - 3.1.2 Détermination des paramètres d'élasticité . . . 49
- 3.2 Détermination des paramètres de Weibull . . . 50
  - 3.2.1 Procédure expérimentale . . . 50

3.2.2 Méthode d'identification des paramètres de Weibull 54
3.2.3 Résultats 56
3.3 Mesure de la ténacité 57
3.3.1 Corrélation d'images 58
3.3.2 Procédure de pré-fissuration 60
3.3.3 Identification de la ténacité 64
3.3.4 Résultats 68
3.4 Bilan 70

4 Modèle numérique de formation et propagation de réseaux de fissures 73
4.1 Modèles d'endommagement et de fissuration 75
4.1.1 Les modèles d'endommagement locaux 76
4.1.2 Les modèles d'endommagement non-locaux 79
4.2 Modélisation de la formation et de la propagation d'un réseau de fissures . 80
4.2.1 Choix d'un formalisme non local 81
4.2.2 Ecriture d'un seuil d'amorçage des fissures 85
4.2.3 Ecriture d'un seuil de propagation des fissures 86
4.2.4 Raccordement des seuils d'amorçage et de propagation 88
4.2.5 Formulation du seuil de propagation 89
4.3 Implémentation numérique du modèle 93
4.3.1 Initialisation 93
4.3.2 Résolution du problème global 95
4.3.3 Implémentation de la loi de comportement 97
4.3.4 Dépendance au maillage 101
4.4 Bilan 105

5 Validation et exemple d'application du modèle numérique de formation et propagation de réseaux de fissures 107
5.1 Validation expérimentale 108
5.1.1 Validation du seuil d'amorçage 108
5.1.2 Validation du seuil de propagation 111
5.2 Simulation de la formation et de la propagation d'un réseau de fissures. . 113
5.3 Bilan 116

Conclusions et perspectives 119

Annexe A : Comparaison entre des modélisations mono-phasique et di-phasique 125

Annexe B : Etude complémentaire de l'état de sollicitation induit par injection de CO_2 131

Annexe C : Résultats des essais brésiliens 135

Annexe D : Résultats des essais de flexion trois points 137

Bibliographie **139**

Table des figures

1.1 Le procédé CSC [1]. 12
1.2 Diagramme phase du CO_2 initialement proposé par IPCC [2]. 14
1.3 Influence de la pression et de la température sur la masse volumique du CO_2, initialement proposé par Bachu [3]. 15
1.4 Influence de la pression et de la température sur la viscosité du CO_2, initialement proposé par Bachu [3]. 16
1.5 Géométrie du modèle. 18
1.6 Conditions aux limites. 20
1.7 Contrainte effective horizontale pour un débit d'injection normé de $s = 1$ et un coefficient des terres de $k_i = 0,7$. 21
1.8 Variation de pression des pores (a), contrainte effective horizontale (b) et verticale (b) selon la ligne d'étude pour $k_i = 0,7$ et différents débits d'injection normés s à $12,5$ m de l'axe de symétrie. 22
1.9 Carte des mécanismes de rupture et indicateur du niveau de chargement au sens du critère de Mohr-Coulomb C_{mc} pour différentes conditions initiales et différents niveaux de chargement. 25

2.1 Simulation par élément finis d'un chargement de traction σ^0 sur une fissure perpendiculaire [4]. Les bord latéraux sont libres, le bord inférieur est bloqué verticalement sauf au niveau de la fissure modélisée, on applique sur le bord supérieur une traction d'intensité σ^0 et on trace la valeur de la contrainte principale maximale normée par σ^0. 31
2.2 Description schématique de la formation d'un réseau de fissures pour trois niveaux de chargements (a), (b) et (c) et définition de l'horizon de défauts initiaux (d). 31
2.3 Définition de la zone d'étude. 33
2.4 Paramètres caractérisant une fissure à l'état initial (a) et après activation (b). 34
2.5 Limites verticales de la zone en traction horizontale et profondeur des pointes de fissure d_u et d_l en fonction du débit d'injection normé pour des fissures initiales de différentes tailles à une profondeur $d_i = -1375$ m (a) de différentes profondeurs pour une demi-longueur $a_i = 1$ m (b). 36
2.6 Evolution de la contrainte effective horizontale au niveau de l'interface entre le réservoir et la couverture σ_{int} avec le paramètre de chargement c. 37

2.7 Evolution du facteur d'hétérogénéité des contraintes avec le paramètre de chargement c. 38
2.8 Interactions entre fissures actives et sites d'amorçage. 39
2.9 Evolution de la densité de fissure normée et de la probabilité d'occultation en fonction du niveau de chargement normé. 40
2.10 Evolution de probabilité d'amorçage de la première fissure dans une zone de taille 1 m^3 soumise à une sollicitation σ pour un facteur d'échelle nominal $\sigma_Z = 1,0$ MPa et différents modules de Weibull (a) et pour un module de Weibul $m = 6$ et différents facteur d'échelle nominaux (b). 42

3.1 Carotte de roche de couverture d'un diamètre de 86 mm pour une longueur de 180 mm. 48
3.2 Grains de petite taille dans une matrice argilo-dolomitique (a) et inclusion minérale de quartz (b) observés au microscope à balayage. 48
3.3 Mise en place de l'essai de compression uniaxiale. 49
3.4 Courbe de compression du matériau, les niveaux de contrainte de compression et de déformation longitudinale étant donnés en valeurs positives. 49
3.5 Schéma de l'essai de flexion trois points. 51
3.6 Schéma de l'essai brésilien. 52
3.7 Facteur d'hétérogénéité des contraintes H_{br} pour 6×10^5 points de calcul. 54
3.8 Algorithme d'identification des paramètres de Weibull. 55
3.9 Diagramme de Weibull modifié pour une identification des paramètres basée sur les résultats de flexion trois points (1), sur les résultats d'essais brésiliens (2) et sur les résultats des deux campagnes expérimentales (3). . 57
3.10 Incertitude en déplacement pour différentes discrétisations spatiales. . . . 60
3.11 Schéma de l'essai sandwich-beam. 61
3.12 Facteur d'intensité des contraintes en fonction de la longueur de fissure [4]. 62
3.13 Mise en place de l'essai de pré-fissuration. 63
3.14 Echantillon rompu suite à l'amorçage et à la propagation d'une fissure non détectée. 63
3.15 Champ de déplacement horizontal en pixels (a) et déformation principale maximale (b) dans un échantillon (n° 4) pré-fissuré avec 1 pixel $\approx 20,7$ μm. 64
3.16 Champ de déplacement horizontal mesuré et affranchi des mouvements de corps rigides en pixels et zone d'étude (a) et résidu pour différentes positions de la pointe de fissure (b) dans un échantillon pré-fissuré (n° 4) soumis à un chargement $F = 350$ N en flexion trois points avec 1 pixel $\approx$ $20,3$ μm. 66
3.17 Evolution du facteur d'intensité des contraintes en mode I estimé en fonction du niveau de chargement. 67
3.18 Champ de déplacement horizontal en pixels (a) et déformation principale maximale (b) dans un échantillon (7) pré-fissuré avec 1 pixel $\approx 20,8$ μm. 68

4.1 Géométrie du modèle avec une zone centrale affaiblie. 78

4.2 Solution du problème de la figure 4.1. 79
4.3 Comportement d'une zone saine (1), d'une zone faible à seuil d'endommagement abaissé (2) et d'une zone faible à endommagement initial (3). . 82
4.4 Evolution de l'effort en fonction du déplacement horizontal au bord droit de la poutre pour trois longueurs de mailles l_m pour un modèle d'endommagement à gradient de déformations (a) et à gradient de variable interne (b). 83
4.5 Evolution de l'effort en fonction du déplacement horizontal au bord droit de la poutre pour trois longueur de mailles l_m pour un modèle d'endommagement à gradient de déformations et une loi de de comportement parfaitement fragile. 84
4.6 Définition d'un repère en pointe de fissure. 87
4.7 Schéma du cas théorique considéré. 90
4.8 Déplacement horizontal normé pour le cas numérique correspondant à $a/h = 0,8$. 90
4.9 Facteurs d'intensité des contraintes (a) et écart à la solution analytique approchée (b) en fonction de la longueur de fissure normée pour différentes longueurs caractéristiques ; l'approximation proposée (4.47) est aussi tracée (b). 91
4.10 Evolution des différents seuils abordés en fonction de la taille de la fissure ou du défaut concerné. 92
4.11 Initialisation du calcul. 94
4.12 Inconnues nodales d'un élément triangle et d'un élément quadrangle. . . . 95
4.13 Etats des éléments finis. 98
4.14 Repérage des éléments voisins pour le suivi de la propagation. 99
4.15 Intégration des seuils d'amorçage et de propagation dans le code aux éléments finis. 100
4.16 Schéma du cas-test. 101
4.17 Maillages, champs de déplacements horizontaux et endommagement pour $c = 1$ et pour les différentes simulations correspondant au cas-test de la figure 4.16. 102
4.18 Propagation de la fissure avec l'augmentation du chargement pour différents maillages (définis sur la figure 4.17). 103
4.19 Evolution de l'énergie élastique dans la structure avec l'augmentation du chargement pour différents maillages (définis sur la figure 4.17). 104

5.1 Maillage (a), seuils d'amorçage (b), et partie positive de la moyenne par élément de la contrainte régularisée principale maximale normée (c) pour une simulation d'essai brésilien. 109
5.2 Diagramme de Weibull modifié (a) et évolution de la probabilité de rupture P_F avec la contrainte de Weibull σ_w (b) pour les simulations numériques, pour la solution analytique identifiée à partir des résultats expérimentaux, et pour les essais brésiliens. 110

5.3 Champ de déplacement horizontal mesuré en pixels (a), champ de déplacement horizontal simulé en micro-mètres (b) et champ d'endommagement (c) dans un échantillon (n° 4) pour un essai de pré-fissuration avec 1 pixel $\approx 20,7\,\mu$m. 112
5.4 Schéma du cas traité. 113
5.5 Indicateur de l'état des éléments fini pour des niveaux de chargement tels que $c = 0,16$ (a), $c = 0,25$ (b) et $c = 1,0$ (c) et champ de déplacement horizontal en mètres pour un chargement tel que $c = 1,00$ (d). 114
5.6 Evolution avec le chargement c du nombre de fissures Λ_b pour chaque tirage et en moyenne (a) et de la longueur moyenne des fissures actives normée a/h (b). 115
5.7 Schéma du cas traité avec conditions aux limites mécaniques et hydrauliques. 126
5.8 Evolution du niveau de pression avec le logarithme de la distance au puits après 30 ans de chargement. 128
5.9 Carte des mécanismes de rupture et indicateur du niveau de chargement au sens du critère de Mohr-Coulomb C_{mc} pour différentes conditions initiales et différents niveaux de chargement sans hypothèses particulières sur l'orientation des contraintes. La notation (D) correspond au critère de Mohr-Coulomb et (E) correspond au critère de Rankine 132

Liste des tableaux

1.1 Caractéristiques des matériaux considérés. 20

2.1 Influence des paramètres de Weibull sur le nombre de fissures à saturation du réseau. 41

3.1 Résultats obtenus en identifiant les paramètres de Weibull à partir des essais de flexion trois points (1), des essais brésiliens (2) ou des deux à la fois (3). 56

3.2 Résultats obtenus durant les essais de pré-fissuration (a) et de flexion trois points (b) pour cinq échantillons numérotés de 3 à 7, les échantillons 1 et 2 n'ayant pas donné de résultats utilisables. 69

5.1 Nombre de tirages N_t (parmi les neufs réalisés) en fonction du nombre de fissures à saturation du réseau. 116

Introduction

Du fait des risques liés aux changements climatiques, la limitation des émissions de gaz à effet de serre est un enjeu écologique et économique important. Le stockage géologique du CO_2 est une des solutions envisagées pour réduire les quantités de CO_2 émises dans l'atmosphère. Le principe est de capter le CO_2 au niveau de sources industrielles d'émissions pour le stocker dans des réservoirs naturels souterrains. Ainsi, on remet dans le sous-sol, sous forme de CO_2, une partie du carbone qu'on a extrait sous forme d'hydrocarbures ou de charbon.

Afin d'évaluer la viabilité d'un projet de stockage géologique de CO_2 il est nécessaire de calculer la quantité de CO_2 susceptible de migrer hors d'un complexe de stockage. Selon le site de stockage considéré il est nécessaire de modéliser des phénomènes physiques de différentes natures qui peuvent apparaître à des échelles de temps et d'espace variées. On distingue deux risques principaux : celui d'une fuite survenant à l'échelle du réservoir par un écoulement du fluide au travers des couches géologiques et celui d'une remonté du fluide le long d'un vecteur de fuite tel qu'un puits mal scellé ou endommagé, une faille ou une fracture réactivée. De ce fait, les risques de fuite de CO_2 doivent être évalués autant à l'échelle du réservoir qu'à l'échelle du puits afin de déterminer les niveaux de pression / débit d'injection admissibles.

On s'attache dans cette thèse à évaluer les risques de détérioration des propriétés de transfert et mécaniques des roche par fissuration, à l'échelle du réservoir et durant la phase d'injection du CO_2. Ce rapport s'articule en plusieurs parties.

Dans le premier chapitre, on présente la technologie de stockage géologique du CO_2 et on en déduit une problématique scientifique. En effet, après avoir expliqué le principe du stockage géologique du CO_2 on présente une étude hydromécanique réalisée pour un cas représentatif d'injection de CO_2 en réservoir souterrain. Une analyse des risques de détérioration des roches est menée sur la base de plusieurs critères de rupture usuels pour les géomatériaux. Les résultats obtenus sont analysés et c'est au terme de leur analyse que l'on fixe l'objectif du reste de la thèse à savoir modéliser l'amorçage et la propagation de fissures ouvertes.

Le second chapitre vise à étudier la possibilité de formation d'un réseau de fissures ouvertes verticales. Ce régime de détérioration des roches est critique car il peut créer des chemins préférentiels d'écoulement de CO_2 menant vers les couches géologiques supérieures ou vers la surface. Un post-traitement probabiliste permettant de décrire l'amorçage et la propagation de fissures ouvertes est développé. Il est basé sur l'utilisation

d'une loi de Poisson-Weibull permettant de décrire l'amorçage des fissures et d'un critère de propagation en facteur d'intensité des contraintes. L'approche considérée est d'abord présentée dans un cadre général. Elle utilise trois paramètres et permet une prise en compte du caractère hétérogène des couches géologiques concernées. Ensuite, le modèle probabiliste est adapté au cas de stockage géologique de CO_2 présenté au chapitre précédent.

Le troisième chapitre à pour objectif la mise en place d'une procédure expérimentale permettant l'identification des paramètres utilisés par le modèle de formation et de propagation de réseaux de fissures présenté au deuxième chapitre. A titre d'exemple, on étudie des échantillons de roches issues de la couverture d'un réservoir géologique. Les paramètres de Weibull permettant de modéliser l'amorçage de fissures sont identifiés par des essais menant à la rupture fragile des échantillons. L'identification de la ténacité est basée sur des mesures de champs cinématiques par corrélation d'images.

Dans le quatrième chapitre, on développe un modèle d'endommagement non local reprenant l'approche développée au deuxième chapitre. Le modèle non local proposé est basé sur l'utilisation d'un opérateur de régularisation des contraintes et est implémenté dans le Code_Aster. Deux critères décrivant l'amorçage et la propagation de fissures sont utilisés. L'objectif de ces développements est de mettre au point un outil de simulation de la formation et de la propagation de réseaux de fissures en vue de réaliser des calculs prenant en compte les couplages hydromécaniques. Certaines propriétés supposées du modèle numérique développé telles que l'indépendance des résultats aux maillages ou l'équivalence avec la mécanique de la rupture sont validées pour des cas test simples.

Dans le cinquième chapitre, on réalise des simulations avec le modèle développé au quatrième chapitre afin de le valider par rapport aux résultats expérimentaux obtenus au troisième chapitre. On commence par valider la capacité du modèle numérique à représenter l'amorçage de fissures en simulant des essais brésiliens. Ensuite, la propagation d'une fissure est simulée à partir de résultats de corrélation d'images obtenus au troisième chapitre. Dans cette étude, le champ de déplacement mesuré est utilisé comme condition aux limites d'un calcul par éléments finis. Enfin on démontre la capacité du modèle numérique développé en simulant la formation et la propagation d'un réseau de fissures pour un cas mécanique simple.

Ce mémoire se termine par un bilan qui permet de récapituler les résultats obtenus au cours de la thèse et d'ouvrir sur des perspectives d'amélioration du travail présenté.

Nomenclature

Dans cette nomenclature, on présente dans un premier temps certaines notations qu'il est difficile de définir séparément.

D'abord, les paramètres $\alpha_{z\sigma}$, $\beta_{z\sigma}$, α_{ac}, β_{ac}, $\alpha_{\sigma c}$, α_{Hc} et β_{Hc}, introduits dans le second chapitre sont liés à la géométrie du cas traité.

Dans le troisième chapitre les paramètres σ_{Ifl}, σ_{Ibr}, H_{fl}, H_{br}, σ_{ffl}, σ_{fbr}, Z_{fl}, Z_{br}, Ω_{fl}, Ω_{br}, P_{Ffl}, P_{Fbr} comportent un indice $_{fl}$ ou $_{br}$ qui a pour but de préciser si ils concernent les essais de flexion trois points ou les essais brésiliens. Dans le même chapitre on introduit les potentiels de Kolossov et Muskhelishvili Φ et Ψ. Aussi, les paramètres α_{br} et β_{br} permettent de caractériser le facteur d'hétérogénéité des contraintes pour les essais brésiliens. Les paramètres h_N, h_{Up} et h_{Lo} sont les hauteurs des trois poutres (N, LO et UP) de l'essai sandwhich-beam ; w_N, w_{Up}, w_{Lo} sont leur épaisseurs ; $(EI)_{Up}$, $(EI)_N$, $(EI)_{Lo}$ sont leur rigidités en flexion et E_{Up}, E_N et E_{Lo} sont leur rigidités. On introduit aussi au troisième chapitre f et g qui sont des distributions de niveaux de gris ; les paramètres α_{pix} et β_{pix} qui permettent de caractériser l'incertitude sur les déplacements calculés et $[M_{cor}]$ ainsi que $\{F_{cor}\}$ qui permettent de constituer un système linéaire visant à minimiser la fonctionelle Ψ_c.

Dans le quatrième chapitre, les paramètres γ_y et w_y (ou w_{yc}) caractérisent le comportement inélastique du matériau considéré. Toujours dans le quatrième chapitre ont introduit les notations A_{el}, B_{el}, C_{el}, D_{el} et E_{el} pour désigner des éléments ; A_{pt}, B_{pt}, C_{pt}, D_{pt} et E_{pt} pour désigner des points ; ainsi que par exemple $\overline{\sigma}_{IA_{pt}}$ la contrainte régularisée principale maximale au point A_{pt}, $\vec{n}_{IA_{pt}}$ un vecteur orthogonal à la direction associée à $\overline{\sigma}_{IA_{pt}}$ et $\Delta_{A_{el}}$ la droite définie par $(A_{pt},\vec{n}_{IA_{pt}})$.

Dans l'annexe A les paramètres P_{cp} et m_{vgm} sont associés au modèle de Van Genuchten-Mualem.

Pour l'ensemble des parties, les coordonnées cylindriques sont notées (r,θ,z) et les coordonnées cartésiennes (x,y,z) ou $z_c = x + iy$ dans le plan complexe.

On renseigne ensuite les autres notations utilisées.

α	:	longueur de fissure normée
ε	:	déformation pour un problème unidimensionel
$\{\varepsilon\}$	:	forme vectorielle du tenseur des déformations infinitésimales
$\underline{\underline{\varepsilon}}$	:	tenseur des déformations infinitésimales
$\underline{\underline{\overline{\varepsilon}}}$	:	tenseur des déformations régularisées
ε_I, ε_{II} et ε_{III}	:	déformations principales
$\overline{\varepsilon_I}$, $\overline{\varepsilon_{II}}$ et $\overline{\varepsilon_{III}}$	:	déformations régularisées principales
ε_{in}	:	déformation associée à la limite d'élasticité
ε_v	:	déformation volumique
ε_{xx}, ε_{xy}... et ε_{zz}	:	composantes du tenseur des déformations
$\overline{\varepsilon_{xx}}$, $\overline{\varepsilon_{xy}}$... et $\overline{\varepsilon_{zz}}$	:	composantes du tenseur des déformations régularisées
γ	:	fonction gamma incomplète
Γ	:	fonction gamma
$\lambda = K_{int}/\mu$	:	diffusivité
λ_b	:	densité de fissures
λ_c	:	densité de fissures caractéristique
λ_{fb}	:	densité effective de fissures
λ_{fc}	:	densité effective de fissures caractéristique
λ_{ft}	:	densité effective de défauts amorçables
λ_l	:	multiplicateurs de Lagrange des conditions aux limites de Dirichlet
λ_m	:	conductivité thermique apparente
λ_s	:	conductivité thermique du solide
λ_t	:	densité de défauts amorçables
Λ_b	:	nombre de fissures
Λ_t	:	nombre de défauts amorçables
μ	:	viscosité dynamique
μ_i	:	viscosité dynamique de la phase i
ν	:	coefficient de Poisson
$\vec{\nu}$	:	champ de déplacement approché
Ω	:	domaine considéré
ϕ	:	porosité (eulérienne)
ϕ_0	:	porosité initiale
ψ_e	:	potentiel d'état
Ψ_c	:	fonctionelle à minimiser
ρ	:	masse volumique
ρ_l^0	:	masse volumique initiale du fluide
ρ_i	:	masse volumique de la phase i
ρ_l	:	masse volumique du fluide
ρ_s	:	masse volumique de la phase solide

σ	:	contrainte pour un problème unidimensionel
$\{\sigma\}$	:	forme vectorielle du tenseur des contraintes
$\overline{\sigma}$	:	contrainte régularisée pour un problème unidimensionel
$\{\overline{\sigma}\}$	:	forme vectorielle du tenseur des contraintes régularisées
$\underline{\sigma}$	:	tenseur des contraintes
$\underline{\overline{\sigma}}$	:	tenseur des contraintes régularisées
σ_∞	:	contrainte à l'infini
σ_0^m/λ_0	:	facteur d'échelle
σ_I, σ_{II} et σ_{III}	:	contraintes principales
$\overline{\sigma_I}$, $\overline{\sigma_{II}}$ et $\overline{\sigma_{III}}$	:	contraintes régularisées principales
σ_c	:	contrainte caractéristique
$\sigma_f = \max_\Omega(\sigma_I)$	:	maximum sur le domaine Ω de la contrainte principale maximale
σ_h	:	contrainte horizontale
$\sigma_{l_c} = \sigma_0/\left(\lambda_0\, l_c^3\right)^{\frac{1}{m}}$	:	contrainte nominale d'amorçage à l'échelle de la longueur caractéristique
σ_{mc}	:	contrainte normale
$\sigma_p = -bp$	:	contrainte macroscopique associée à la pression du fluide
$\overline{\sigma_{tip}}$	:	tenseur des contraintes régularisées en pointe de fissure
$\overline{\overline{\sigma_{Itip}}}$	:	contrainte régularisée principale maximale en pointe de fissure
σ_u	:	contrainte seuil
σ_{ucal}	:	incertitude sur les déplacements calculés
σ_v	:	contrainte verticale
σ_w	:	contrainte de Weibull
$\sigma_{w/0}$	:	contrainte de Weibull initiale
σ_{xx}, σ_{xy}... et σ_{zz}	:	composantes du tenseur des contraintes
$\overline{\sigma_{xx}}$, $\overline{\sigma_{xy}}$... et $\overline{\sigma_{zz}}$	:	composantes du tenseur des contraintes régularisées
σ_Z	:	contrainte nominale
$\underline{\sigma'}$	:	tenseur des contraintes effectives
σ'_I, σ'_{II} et σ'_{III}	:	contraintes effectives principales
σ'_h	:	contrainte effective horizontale
σ'_v	:	contrainte effective verticale
σ'_{xx}, σ'_{xy}... et σ'_{zz}	:	composantes du tenseur des contraintes effectives
τ_Ξ	:	fonctionelle à minimiser
θ_f	:	angle de frottement
Ξ_1, Ξ_2... et Ξ_8	:	base permettant de décrire le champ de déplacement en pointe de fissure
a	:	longueur ou demi-longueur de fissure
a_c	:	longueur ou demi-longueur des fissures actives
a_i	:	longueur ou demi-longueur initiale de fissure
b	:	coefficient de Biot

$B_{\overline{\sigma}}$	:	fonctions dérivées associées aux contraintes régularisées
B_u	:	fonctions dérivées associées aux déplacements
c	:	paramètre caractérisant le niveau de chargement
c_c	:	niveau de chargement caractéristique
$\underline{\underline{C}}$	:	tenseur d'élasticité
C_0	:	cohésion
C_{mc}	:	indicateur du niveau de chargement relatif au critère de Mohr-Coulomb
C_s	:	chaleur spécifique du solide
d	:	variable d'endommagement
$\vec{d}_\nabla$	:	variable "gradient d'endommagement"
d_l	:	profondeur de la pointe inférieure de la fissure
d_m	:	profondeur du milieu de la fissure
d_{mi}	:	profondeur initiale du milieu de la fissure
d_u	:	profondeur de la pointe supérieure la fissure
e_i	:	energie interne de la phase i
E	:	module de Young
E_c	:	pente de la réponse globale
E_{elas}	:	energie élastique du domaine considéré à l'équilibre
f_I et f_{II}	:	fonctions caractérisant la solution de Westergaard
f_d	:	fonction seuil associée à l'endommagement
f_v	:	forces volumiques
F	:	force considérée
$F^{\overline{\sigma}}$	:	résidu portant sur les contraintes régularisées
F_c	:	Force appliquée à la rupture
F_{ext}	:	chargements extérieures en effort
F_{int}	:	forces intérieures
F^u	:	résidu portant sur les déplacements (force)
$\vec{g}$	:	vecteur traduisant l'effet de la gravité
G	:	contour du domaine considéré
h	:	hauteur considérée
h_i	:	enthalpie de la phase i
H	:	facteur d'hétérogénéité des contraintes
H_e	:	fonction de Heaviside
$\vec{i}_m^h$	:	flux de chaleur apparent
k_{ri}	:	perméabilité relative de la phase i
k_{rl}	:	perméabilité relative de la phase liquide
K	:	facteur d'intensité des contraintes
K_I, K_{II} et K_{III}	:	facteurs d'intensité des contraintes en mode I, II et III
K_{Ia}	:	estimation analytique du facteur d'intensité des contraintes en mode I
K_{Il_c}	:	estimation numérique du facteur d'intensité des contraintes en mode I

$K_{b\zeta}$	:	fonction de Bessel modifiée du second ordre
K_c	:	ténacité
k_i	:	coefficient des terres
K_0	:	module d'incompressibilité drainé
K_{int}	:	perméabilité intrinsèque
K_s	:	module d'incompressibilité de la matrice
K_w	:	module d' incompressibilité du fluide
l	:	longueur considérée
l_0	:	longueur initiale
l_c	:	longueur caractéristique
l_m	:	longueur
l_z	:	taille de discrétisation spatiale
L	:	longueur de la zone "faible"
m	:	module de Weibull
m_0	:	module de Weibull initial
$\vec{M}$	:	flux de masse fluide
$\vec{M}_h$	:	flux thermique
$\vec{M}_i$	:	flux massique de la phase i
M_N	:	moment de flexion dans la poutre pré-fissurée (N)
$\vec{n}$	:	normale sortante au bord considéré
n_{el}	:	nombre d'éléments
n_{it}	:	nombre d'itérations de Newton
n_p	:	degré de la fonction polynomiale considérée
n_{sd}	:	nombre de sous-domaines
n_v	:	nombre de valeurs
$N_{\overline{\sigma}}$	:	fonctions de forme associées aux contraintes régularisées
N_u	:	fonctions de forme associées aux déplacements
N_t	:	nombre de tirages au sort
p	:	pression des pores
p_{cap}	:	pression capillaire
p_i	:	pression de la phase i
p_0	:	pression initiale
p_{30}	:	pression après 30 ans d'injection
P	:	chargement appliqué
P_a	:	valeur tirée au sort sur une distribution uniforme dans l'interval $[0;1]$
$P_F = P_{N_d \geq 1}$	:	probabilité d'amorcer une première fissure ou probabilité de rupture sous l'hypothèse du maillon le plus faible
P_N	:	chargement apparent dans la poutre pré-fissurée (N)
P_{N_d}	:	probabilité de trouver N_d défauts amorçables
P_{obs}	:	probabilité d'occultation
P_{roj}	:	un projecteur

r	:	masse totale homogénéisée
$r_{\alpha i} = \phi S_i \rho_i$	:	masse de la phase i par unité de volume
r_0	:	masse totale homogénéisée initiale
r_i	:	masse de la phase i
$r_K = K_{II}/K_I$		
r_m	:	masse de fluide homogénéisée ajoutée
r_p	:	distance au puits d'injection
R	:	rayon
$R_I = K_{Ia}/K_{Il_c}$	:	paramètre permettant de comparer les facteurs d'intensité des contraintes en mode I estimés analytiquement (K_{Ia}) et numériquement (K_{Il_c})
$R_{Il_c} = 1 - \exp\left[-(a/l_c)^{2/3}\right]$		approximation de R_I
$s = s_e/s_0$	:	débit d'injection normé
s_0	:	débit d'injection équivalent générant une contrainte effective verticale de 0 MPa à l'interface entre le réservoir et la couverture
s_a	:	distance à la profondeur du centre la fissure considérée
s_e	:	débit d'injection équivalent CO_2
s_{fail}	:	débit d'injection normé générant la rupture de la couverture
s_{ini}	:	débit d'injection normé générant une contrainte effective horizontale de 0 MPa à l'interface entre le réservoir et la couverture
S	:	surface de la section
S_a	:	seuil d'amorçage
S_i	:	saturation de la phase i
S_l	:	saturation de la phase liquide
S_{lr}	:	saturation résiduelle de la phase liquide
S_n	:	contrainte associée à la limite d'élasticité pour les paramètres γ_y et w_y
S_p	:	seuil de propagation
S_{mc}	:	cisaillement maximal dans le plan considéré
S_y	:	contrainte associée à la limite d'élasticité pour les paramètres γ_y et w_{yc}
S^*	:	saturation normalisée
SW	:	fonction à minimiser
T_G	:	forces imposées sur le bord
u	:	vecteur déplacement
u_{app}	:	champ de déplacement de translation
u_{calc}	:	champ de déplacement calculé
u_d, u_{d1} et u_{d2}	:	déplacements imposés
u_p	:	déplacement plan
u_x, u_y et u_z	:	composantes du vecteur déplacement

U	:	déplacement pour un problème unidimensionel
V_{ad}	:	espace des déplacements admissibles
w	:	épaisseur considérée
$\vec{x}$	:	position du plan d'étude
Y	:	force thermodynamique associée à l'endommagement
Z	:	taille du domaine considéré, une longueur pour une étude unidimensionelle, une surface pour une étude bidimensionelle et un volume pour une étude tridimensionelle
$Z_{eff} = HZ$	:	taille effective
Z_{obs}	:	zone d'occultation

Chapitre 1

Stockage géologique du CO_2

Ce chapitre a pour but de présenter la technologie de stockage géologique du CO_2 et d'en déduire une problématique scientifique. Dans un premier temps, le principe du captage et stockage géologique du CO_2 est expliqué. Ensuite on précise ce qu'est un réservoir naturel souterrain. Puis une étude hydro-mécanique est présentée pour un cas représentatif d'injection de CO_2 en réservoir. Enfin, une analyse des risques de détérioration des roches est réalisée sur la base de plusieurs critères de rupture usuels pour les géomatériaux.

Sommaire

1.1 Le procédé CSC 12
1.1.1 Les phases de captage et transport 13
1.1.2 La phase de stockage 13
1.2 Etude du stockage géologique du CO_2 17
1.2.1 Modélisation hydro-mécanique d'un complexe de stockage 17
1.2.2 Analyse de l'état de sollicitation mécanique induit 21
1.3 Bilan 25

Les risques de changement climatiques liés aux émissions de gaz à effet de serre représentent un enjeu écologique important. De plus, depuis la mise en place des accords de Kyoto, la réduction des émissions de CO_2 d'origine industrielle représente aussi un enjeu économique. Le procédé de captage et stockage géologique du CO_2 (CSC) est une des solutions envisagées pour réduire les quantités de CO_2 industriel émises dans l'atmosphère. Le principe est de capter le CO_2 à un point d'émission dans une première phase, de le concentrer et de le transporter vers un site géologique adéquat dans une seconde phase et de le stocker dans un réservoir naturel souterrain dans une troisième phase. Ainsi, on remet dans le sous-sol, sous forme de CO_2, une partie du carbone qu'on a extrait sous forme d'hydrocarbures ou de charbon.

Aujourd'hui, de nombreux projets de recherche concernant les trois phases du procédé de CSC sont en cours. Ces projets de recherche portent sur des aspect scientifiques variés. Les travaux présentés dans ce chapitre portent sur les phénomènes mécaniques pouvant être générés dans le sous-sol durant la phase de stockage géologique du CO_2.

1.1 Le procédé CSC

Le procédé CSC comporte trois phases, une de captage, une de transport et une de stockage. La plupart des possibilités envisageables pour réaliser les trois phases d'un procédé CSC sont présentées sur la figure 1.1.

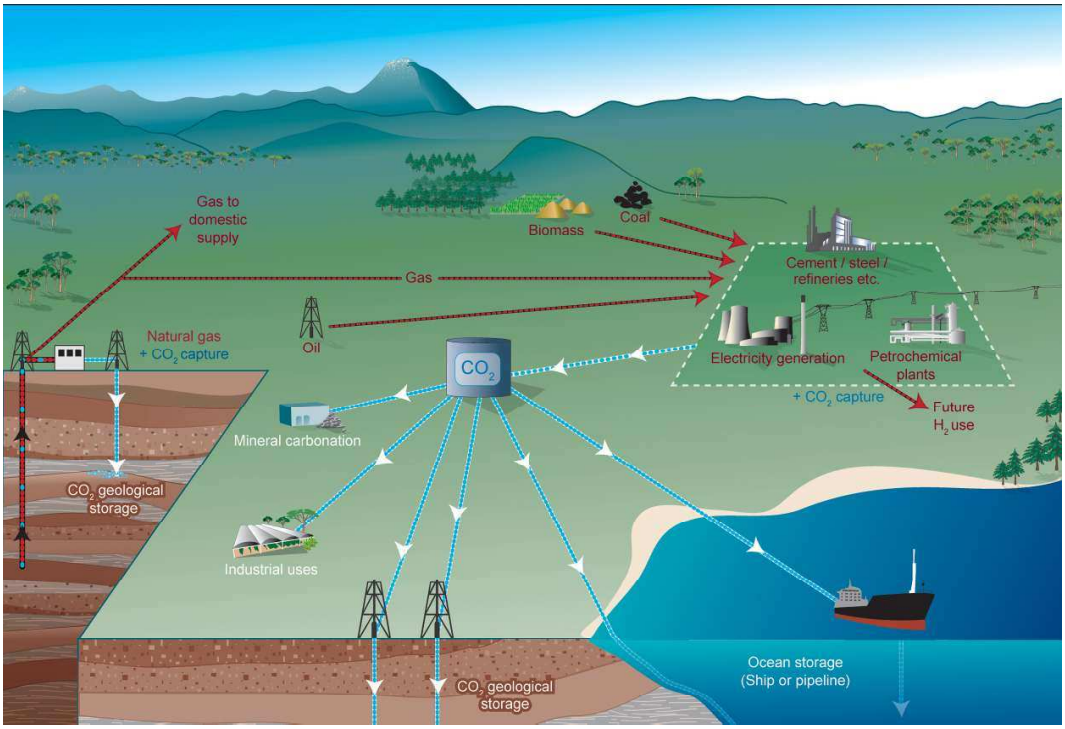


FIG. 1.1 : Le procédé CSC [1].

La phase de captage va de préférence s'effectuer au niveau d'importantes sources d'émissions de CO_2 tels que des centrales thermo-électriques à gaz ou à charbon, des cimenteries ou des aciéries. Les objectifs de la phase de captage sont d'éviter des émissions de CO_2 dans l'atmosphère et de récupérer du CO_2 dans un état susceptible de faciliter la phase de transport. Différents procédés de captage de CO_2 sont expérimentés [2].

Une solution envisageable pour le stockage du CO_2 à grande échelle est l'utilisation de réservoirs naturels souterrains tels que des gisements épuisés de pétrole et de gaz, des veines de charbon non exploitables ou des aquifères salins. Les aquifères salins représentent un potentiel de stockage important, cette solution est expérimentée depuis plusieurs années sur le site de Sleipner en Mer du Nord norvégienne [5].

1.1.1 Les phases de captage et transport

Différents types de systèmes de captage peuvent être utilisés tels que le captage post-combustion, le captage pré-combustion ou l'oxy-combustion. Le captage post-combustion a pour but de nettoyer les fumées issues de la combustion de sources d'énergie fossiles. Le captage pré-combustion est utilisé dans des centrales visant à générer de l'hydrogène à partir de gaz combustibles. En réacteur catalytique, le gaz combustible génère de l'hydrogène et du CO_2 qui sont alors séparés sans qu'il n'y ait combustion. L'oxy-combustion consiste à réaliser la combustion de l'énergie fossile dans une atmosphère d'oxygène presque pure. Dans ces conditions la combustion génère une fumée composée de CO_2 et de vapeur d'eau qui facilite la séparation. Dans tous les cas exposés, deux types de procédés technologiques sont utilisés pour réaliser la séparation du CO_2. Il existe des méthodes de nettoyage par solvant et des méthodes de séparation par filtres. La phase de captage du CO_2 est la plus coûteuse du procédé CSC. A l'heure actuelle, elle représente environ les $2/3$ du coût du procédé CSC [2].

La phase de transport a pour objectifs de préparer le CO_2 à être transporté et de transporter le CO_2 vers un site de stockage. La phase de transport du CO_2 est potentiellement la moins coûteuse du procédé [2]. Le mode de transport du CO_2 le plus pratique reste le gazoduc. Il fait appel à des technologies relativement bien connues, et est actuellement employé [2]. Des navires peuvent également être utilisés pour transporter le CO_2 sous forme liquide sur de longues distances : ces bateaux ont des caractéristiques proches de ceux utilisés pour le transport du gaz de pétrole liquéfié.

1.1.2 La phase de stockage

Le stockage géologique du CO_2 consiste à piéger le fluide de manière durable dans un réservoir géologique. Le stockage géologique du CO_2 peut s'opérer sur différents types de sites tels que des réservoirs épuisés de pétrole et de gaz, des veines de charbon non exploitables ou des aquifères salins. L'un des atouts de cette solution est que les capacités de stockage des réservoirs naturels souterrains sont importantes. Les gisements de pétrole et de gaz naturel épuisés représentent un potentiel de stockage estimé à 920 Gt de CO_2 ce qui équivaut à 50 % des émissions cumulées en 2050 [2]. Dans le cas de l'injection en

nappe aquifère saline, la fourchette est encore plus large : de 400 Gt à 10000 Gt de CO_2 [2]. Cette solution est expérimentée depuis plusieurs années sur le site de Sleipner en Mer du Nord norvégienne, où 1 Mt de CO_2 sont injectées annuellement. Le coût du stockage géologique du CO_2 dépend notamment des débits d'injection pratiqués [2, 6]. En effet, le coût du stockage géologique du CO_2 diminue pour des débits d'injection importants. Par ailleurs, les débits d'injection maximaux qui puissent être pratiqués dépendent des propriétés des réservoirs et des propriétés du fluide injecté. En effet, selon les pressions d'injection et de stockage utilisée les propriétés de transfert du CO_2 ainsi que sa compacité varient.

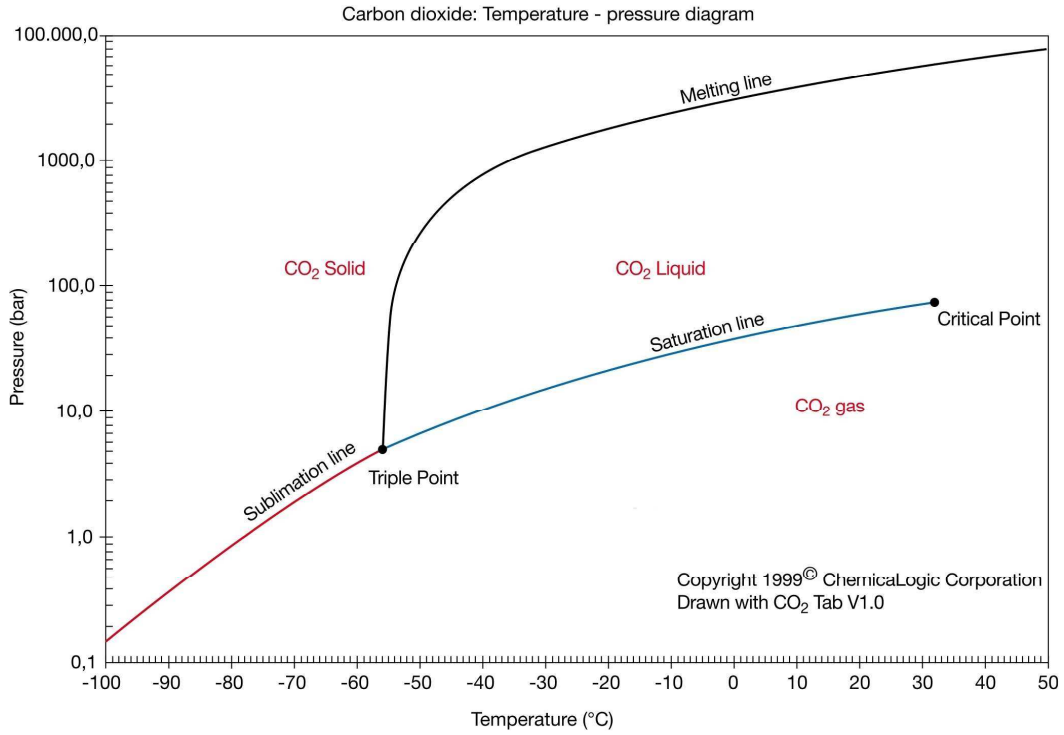


FIG. 1.2 : Diagramme phase du CO_2 initialement proposé par IPCC [2].

Lors d'une opération de stockage géologique, le CO_2 est généralement injecté et stocké à l'état super-critique. On parle de fluide super-critique lorsque celui-ci est chauffé au-delà de sa température critique et qu'il est comprimé au-dessus de sa pression critique. Le point critique du CO_2 est positionné sur le diagramme phase de la figure 1.2. Au delà du point critique, le fluide passe de l'état gazeux à l'état liquide de manière manière progressive, on ne représente plus de ligne de transformation sur le diagramme phase. A l'état super-critique le fluide est entre l'état gazeux et l'état liquide. En effet, le CO_2 super-critique a une viscosité et une densité plus importantes que le CO_2 à l'état gazeux.

Le diagramme phase du CO_2 montre que le point critique est atteint pour une pression d'environ $7,4$ MPa et température d'environ 31 $^{\circ}$C. Le CO_2 a la particularité d'atteindre l'état super-critique pour des températures et des pressions relativement basses, il est de ce

fait couramment utilisé comme solvant dans l'industrie. On stocke généralement le CO_2 dans des réservoirs profonds, à plus de 1000 m de sous terre. A de telles profondeurs, du fait de la gravité, les niveaux de pression des fluides sont naturellement élevés (*i.e.,* supérieurs à 10 MPa si on considère la densité de l'eau) ce qui permet de maintenir le CO_2 injecté à l'état super-critique au moins à proximité du puits. Le CO_2 est alors compact et ses propriétés de transfert sont entre celles d'un liquide et celles d'un gaz comme le montrent les figures 1.3 et 1.4.

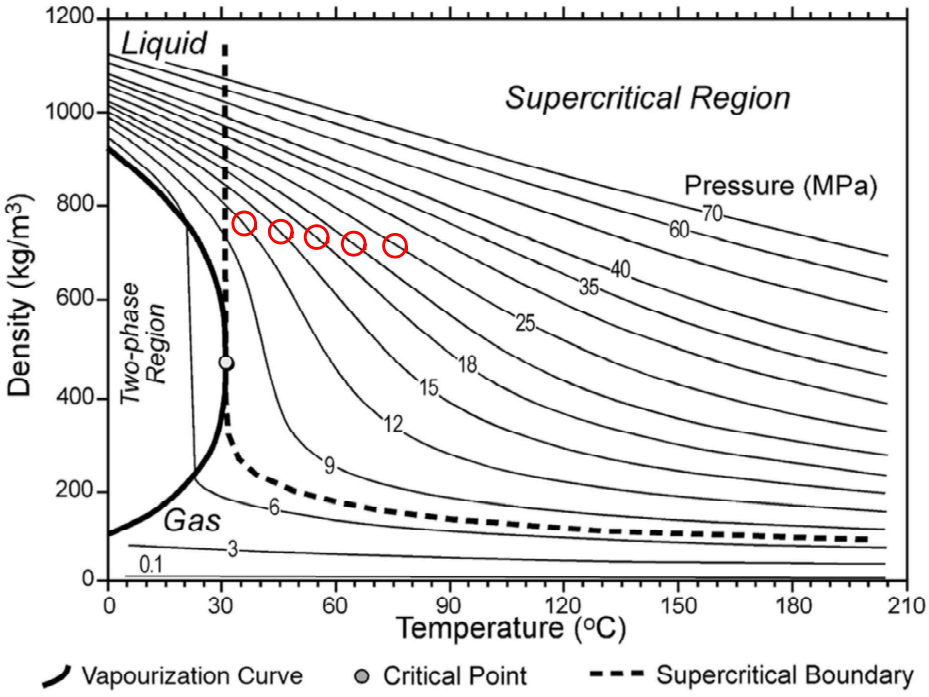


FIG. 1.3 : Influence de la pression et de la température sur la masse volumique du CO_2, initialement proposé par Bachu [3].

Afin de donner un ordre de grandeur de la masse volumique et de la viscosité du CO_2 stocké à l'état super-critique sur le long terme, on fait l'hypothèse que les niveaux de pression et de température dans un réservoir augmentent avec sa profondeur à raison d'environ 1 MPa/km et 30 °C/km. On trace ensuite en rouge sur les figures 1.3 et 1.4 quelquescercles correspondants à des situations de stockage pour des profondeurs comprises entre 1200 m et 2500 m. Il apparaît que pour un CO_2 super-critique en situation de stockage géologique, l'ordre de grandeur de la masse volumique est de 800 kg/m^3 et celui de la viscosité est de 6×10^{-5} Pa.s. Par ailleurs, les propriétés du CO_2 à l'état super-critique varient au cours d'une opération d'injection en réservoir souterrain notamment du fait de l'augmentation de pression induite. Toutefois, on peut dire que le CO_2 super-critique en situation de stockage géologique aura globalement une densité sensiblement inférieure à celle de l'eau et une viscosité clairement plus faible que celle de l'eau. Le fait que le

CO_2 à l'état super-critique ait une viscosité relativement faible au moins à proximité du puits est susceptible de faciliter sont injection dans le réservoir géologique. Par ailleurs, le fait que le CO_2 à l'état super-critique ait une compacité relativement importante peut permettre d'en stocker de grande quantités.

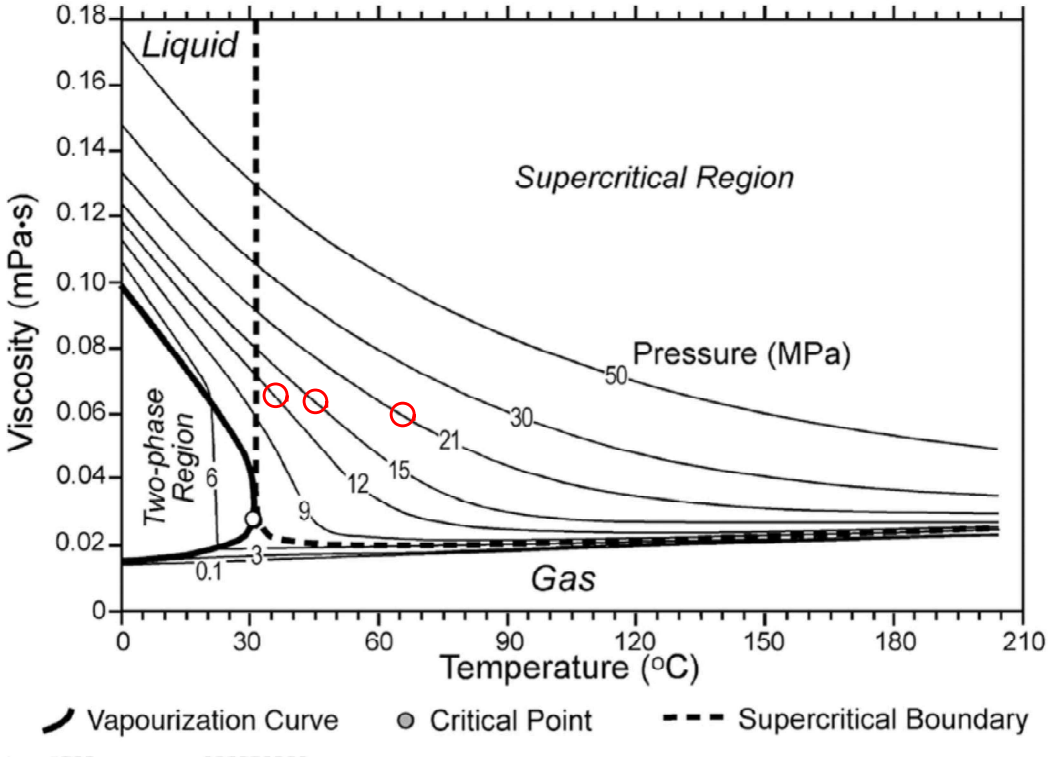


FIG. 1.4 : Influence de la pression et de la température sur la viscosité du CO_2, initialement proposé par Bachu [3].

Un réservoir naturel souterrain est une formation géologique particulière. Tous les réservoirs géologiques sont constitués d'au moins deux couches aux propriétés de transfert distinctes. L'une de ces couches géologiques est appelée réservoir, il s'agit d'une roche particulièrement perméable. La couche géologique réservoir a des propriétés de transfert qui font qu'elle peut contenir une quantité de fluide relativement importante et qu'elle permet une certaine mobilité du fluide. Généralement, la couche géologique de réservoir a une porosité de $0,10$-$0,20$ et une perméabilité intrinsèque de 10^{-12}-10^{-15} m^2. L'autre couche géologique que l'on retrouve systématiquement est la couverture. La couverture a des propriétés de transfert très différentes de celles du réservoir, elle a une faible porosité et une faible perméabilité. Cette couche géologique est supposée prévenir une migration du fluide vers la surface. La couverture d'un réservoir a généralement une porosité de $0,02$-$0,08$ et une perméabilité intrinsèque de 10^{-15}-10^{-19} m^2. Les couvertures des réservoirs géologiques sont souvent constituées de roches argileuses (*i.e., à la microstructure fine*) ce qui leur permet d'être peu perméables.

L'injection de CO_2 en réservoirs souterrains peut générer des phénomènes physiques de différentes natures. Ils peuvent apparaître à des échelles de temps et d'espace variées. Selon le type de réservoir considéré et selon la procédure d'injection utilisée certains des phénomènes physiques engendrés par l'injection de CO_2 peuvent mettre en cause la viabilité du stockage [7, 8, 9, 10], notamment pour des pressions d'injection élevées. L'un de ces phénomènes, qui peut être critique pour certaines formations géologiques, est la dégradation des propriétés de transfert des roches par fissuration. En effet, une dégradation des propriétés de transfert de la couverture peut générer des fuites, rendant l'injection de CO_2 en réservoir géologique inefficace. Lors de la phase d'injection de CO_2 la pression des pores augmente dans le réservoir, des études récentes le montrent [6, 8, 11, 12]. D'après la mécanique des milieux poreux [13], une augmentation de la pression des pores engendre une diminution de la contrainte effective au sens de la Mécanique des Sols et une augmentation de la contrainte effective au sens de la Mécanique des Milieux Continus. On adopte dans ce mémoire la convention de la Mécanique des Milieux Continus. La contrainte effective est la contrainte vue par le squelette [13] qui en l'occurrence est la roche. A mesure que la contrainte effective augmente une détérioration des roches devient possible et peut être causée par différents types de phénomènes mécaniques qui peuvent être classés en deux familles : les phénomènes induits par une sollicitation en cisaillement et ceux induits par une sollicitation en traction. Une sollicitation en cisaillement peut générer l'apparition ou la réactivation de défauts existants à différentes échelles [14, 15, 16]. Il est possible de générer de la plasticité des roches causée par le frottement de micro-fissures à petite échelle [17] ou réactiver des failles à plus grande échelle [11]. Pour une sollicitation en traction, ou pour le cas limite de la compression simple, on est susceptible de générer l'amorçage et la propagation de nouvelles fissures en mode d'ouverture ou réactiver des fracture de tailles importantes [8, 12, 18]. L'état de contrainte *in situ* est un paramètre déterminant qui a une influence sur la nature des phénomènes mécaniques possibles [19]. Par ailleurs, des études récentes ont montré que l'état de contrainte in-situ pouvait aussi avoir une influence sur le lieu de ces phénomènes mécaniques [20, 11].

1.2 Etude du stockage géologique du CO_2

Les sites de stockage géologique sont tous différents et les risques d'apparition de phénomènes mécaniques significatifs peuvent aussi l'être. L'objectif de cette partie est d'analyser les risques d'apparition de phénomènes mécaniques significatifs. On s'attache à réaliser une étude sur un cas simple mais représentatif afin d'étudier les scénarios possibles de dégradation mécaniques des roches.

1.2.1 Modélisation hydro-mécanique d'un complexe de stockage

Afin de caractériser les phénomènes mécaniques susceptibles de survenir durant l'injection de CO_2 dans un réservoir, un modèle hydro-mécanique à grande échelle a été

réalisé. Le modèle est d'une géométrie simplifiée mais les paramètres utilisés sont réalistes. On traite le cas d'une injection par un puits vertical dans une formation géologique axisymétrique. On représente le sous-sol par un cylindre de roche de 30 km de diamètre et de $2,8$ km de hauteur (figure 1.5). Le modèle étant axi-symétrique, on maille un plan selon un demi-diamètre du cylindre de roche représentant le sous-sol. Le modèle est composé de plusieurs couches géologiques aux propriétés hydro-mécaniques différentes.

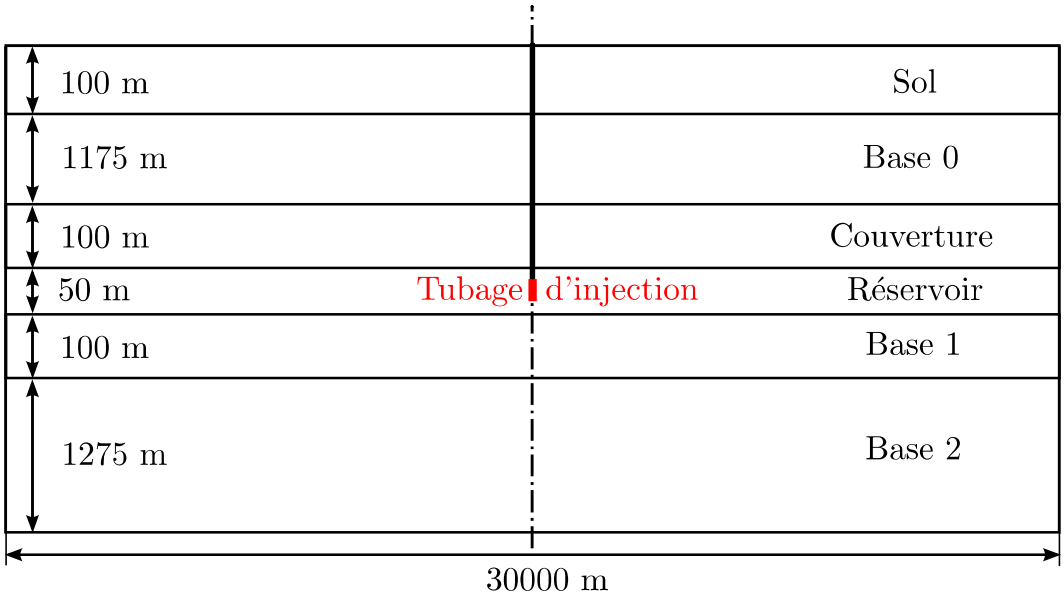


FIG. 1.5 : Géométrie du modèle.

L'injection est modélisée par une augmentation du débit le long du tubage d'injection. Le tubage d'injection se situe dans le réservoir à une profondeur de 1400 m et mesure 25 m de long. Les deux couches géologiques les plus remarquables sont le réservoir qui a une épaisseur de 50 m et la couverture qui a une épaisseur de 100 m. Le CO_2 à l'état super-critique ayant une densité élevée et une viscosité faible, on le représente par de l'eau pour pouvoir réaliser des calculs d'écoulement mono-phasique. On considère l'unique fluide comme de l'eau car sa viscosité est plus élevée que celle du CO_2 super-critique. De ce fait, la modification du champ de contrainte générée par l'injection sera sur-estimée par rapport au cas di-phasique. Cependant, on introduit un débit d'injection équivalent s_e qui permet d'obtenir des résultats réalistes. Le débit d'injection équivalent est le débit massique de CO_2 à l'état super-critique nécessaire pour avoir un volume de fluide injecté dans le réservoir équivalent au volume d'eau effectivement injecté durant les simulations. Pour calculer le débit d'injection équivalent, on considère que la densité du CO_2 injecté dans le réservoir est de $0,780$ qui est une valeur réaliste d'après la figure 1.3. Cette hypothèse simplificatrice est commentée dans l'annexe A. Pour chaque niveau de chargement, le débit d'injection est maintenu jusqu'à atteindre une situation d'écoulement stable. On préfère représenter le chargement par un débit plutôt que par une pression afin que les résultats obtenus soient globalement indépendants de la géométrie du puits d'injection à

une distance raisonnable (*i.e.,* 10-20 m) du puits. En effet, pour une pression imposée, la longueur du puits a une influence sur le débit injecté et donc sur le champ de pression lointain. Par contre, pour un débit imposé, la géométrie du puits n'a d'influence que sur le champ de pression à proximité. On considère que toutes les couches géologiques ont un comportement élastique isotrope.

Le domaine modélisé est considéré comme un milieu poreux [21]. On utilise les équations de conservation usuelles, à savoir la conservation de la quantité de mouvement du mélange

$$\mathrm{div}\,(\underline{\sigma}) + r\vec{g} = \vec{0} \tag{1.1}$$

et la conservation de la masse de fluide

$$\dot{r}_m + \mathrm{div}\left(\vec{M}\right) = 0 \tag{1.2}$$

où $\underline{\sigma} = \underline{\sigma'} + \sigma_p \underline{I}$ est le tenseur des contraintes totales, $\sigma_p = -bp$, avec b le coefficient de Biot [22], p la pression des pores, $\vec{M}$ le flux de masse fluide, $\vec{g}$ un vecteur traduisant l'effet de la gravité et r_m la masse de fluide homogénéisée ajoutée. De plus, $r = r_m + r_0$ est la masse totale homogénéisée et r_0 la masse totale homogénéisée initiale. Le coefficient de Biot est lié aux modules d'incompressibilité drainé K_0 et de la matrice K_s par la relation de Biot [22]

$$b = 1 - \frac{K_0}{K_s}. \tag{1.3}$$

L'évolution de la porosité (eulérienne) est décrite par

$$d\phi = (b - \phi)\, d\varepsilon_v + \frac{b - \phi_0}{K_s} dp \tag{1.4}$$

où $\varepsilon_v = trace\,(\underline{\varepsilon})$, avec $\underline{\varepsilon}$ le tenseur des déformations infinitésimales et ϕ_0 la porosité initiale. L'évolution de la masse entrante de fluide s'écrit

$$\rho_l \phi\,(1 + \varepsilon_v) = \rho_l^0 \phi_0 + r_m \tag{1.5}$$

où ρ_l est la densité du fluide et ρ_l^0 la densité initiale du fluide. Le comportement du fluide est décrit par

$$\frac{d\rho_l}{\rho_l} = \frac{dp}{K_w} \tag{1.6}$$

où K_w est le module d' incompressibilité du fluide. La diffusion du fluide est décrite par

$$\frac{\vec{M}}{\rho_l} = \lambda \left(-\vec{\nabla}\,(p) + \rho_l \vec{g}\right) \tag{1.7}$$

où $\lambda = K_{int}/\mu$ est la diffusivité du fluide, K_{int} la perméabilité intrinsèque et μ la viscosité dynamique. Enfin, le comportement du squelette est décrit par

$$\underline{\sigma'} = \underline{\underline{C}}\,\underline{\varepsilon} \tag{1.8}$$

où $\underline{\underline{C}}$ est le tenseur d'élasticité qui dépend du module de Young E et du coefficient de Poisson ν. Les modules d'incompressibilité drainé K_0 et de la matrice K_s sont liés aux paramètres élastiques (drainés) introduits et au coefficient de Biot par la relation de Biot (1.3) et par

$$K_0 = \frac{E}{3(1-2\nu)}. \tag{1.9}$$

On considère pour tous les matériaux le coefficient de Poisson $\nu = 0,25$, et la densité initiale homogénéisée du matériau $\rho_h^0 = 2300$ kg/m^3. Les autres caractéristiques des matériaux sont renseignées dans le tableau 1.1.

TAB. 1.1 : Caractéristiques des matériaux considérés.

Matériaux	E (GPa)	K_{int} (m^2)	ϕ_0	b
Sol	1	10^{-12}	0,3	1,0
Base 0	20	10^{-15}	0,15	0,8
Couverture	20	10^{-17}	0,05	0,8
Réservoir	20	10^{-14}	0,15	0,8
Base 1	20	10^{-17}	0,05	0,8
Base 2	20	10^{-15}	0,15	0,8

Pour caractériser le comportement de l'eau, on utilise les paramètres $\rho_l^0 = 1000$ kg/m^3, $\mu = 4,33 \times 10^{-4}$ Pa.s et $K_w = 2$ GPa. Les déplacements horizontaux sont bloqués sur les bords latéraux du domaine comme indiqué sur la figure 1.6. On bloque aussi les déplacements verticaux sur le bord inférieur du domaine et on impose que la contrainte verticale soit nulle à la surface. La pression de référence étant égale à la pression atmosphérique, on impose une pression nulle à la surface et un flux massique vertical nul sur le bord inférieur. Le flux massique horizontal est aussi nul sur les bords latéraux, sauf au niveau du tubage d'injection. Au niveau de ce dernier, on impose un flux massique horizontal qui représente le chargement.

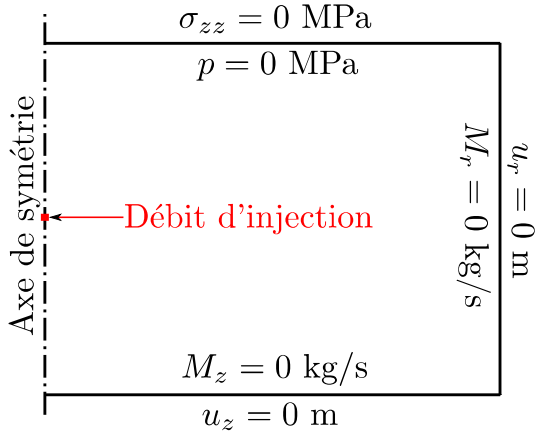


FIG. 1.6 : Conditions aux limites.

Le domaine modélisé est suffisamment grand pour simuler des conditions aux limites infinies vis-à-vis du problème d'écoulement. En effet, pour les débits d'injection considérés le champ de pression sur le bord extérieur du cylindre est inchangé (la variation de pression observée est inférieure à la précision du calcul pour un critère de convergence relatif de 10^{-4}).

L'état initial des contraintes est défini par le coefficient des terres k_i. Il s'agit du rapport entre la contrainte totale verticale initiale et la contrainte totale horizontale initiale. La contrainte totale verticale initiale en un point donné ne dépend que de la gravité, des paramètres des matériaux et de la profondeur. La contrainte totale horizontale initiale peut être déduite de la contrainte totale verticale initiale et du coefficient des terres.

1.2.2 Analyse de l'état de sollicitation mécanique induit

Dans cette partie, on caractérise le niveau de chargement par un débit d'injection normé $s = s_e/s_0$, avec s_0 un débit d'injection équivalent. Le débit équivalent s_0 correspond au niveau de chargement générant une contrainte effective verticale de 0 MPa à l'interface entre le réservoir et la couverture. On peut voir sur la figure 1.7 que l'injection modifie l'état de contrainte effective à proximité de la zone d'injection. L'augmentation du niveau de contrainte observé à proximité de la zone d'injection est due à une augmentation de la pression des pores. Le rayon d'influence de l'injection dépend des propriétés de transfert des matériaux. Le rayon d'influence de l'injection est important dans le réservoir parce qu'il a une importante perméabilité.

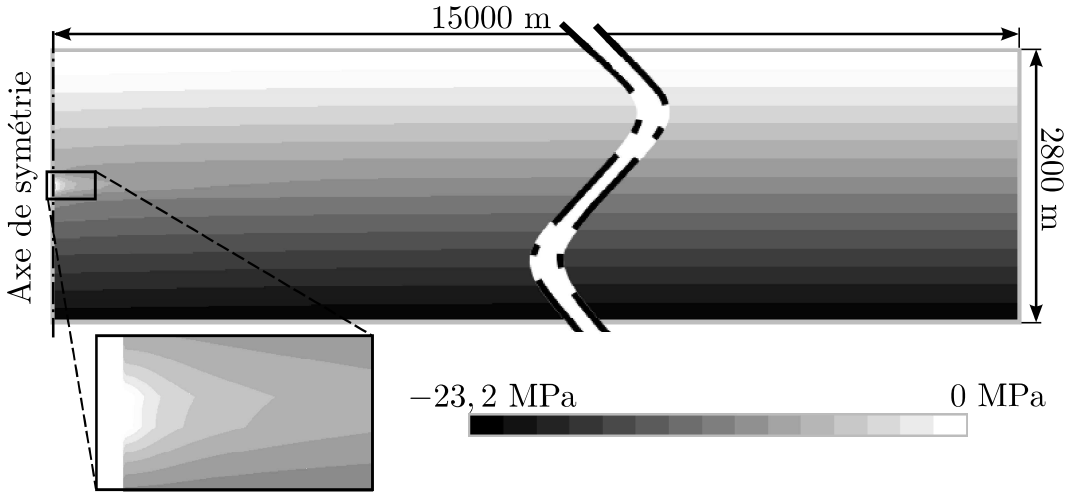


FIG. 1.7 : Contrainte effective horizontale pour un débit d'injection normé de $s = 1$ et un coefficient des terres de $k_i = 0,7$.

Par ailleurs, on peut observer une augmentation de la contrainte effective à proximité de la surface, à l'aplomb du puits. Cette augmentation de la contrainte effective ne dépend pas d'une augmentation de la pression des pores mais d'une redistribution des contrainte due à l'équation (1.1). Cependant, le calcul réalisé ici ne peut pas permettre de donner

une estimation fiable du niveau de contrainte effective à proximité de la surface pour deux raisons. D'abord, on fait l'hypothèse que les contraintes totales initiales sont nulles à la surface. Cette hypothèse est raisonnable pour étudier des phénomènes se produisant en profondeur mais ne correspond pas nécessairement à un état initial réaliste pour une étude visant à caractériser des phénomènes plus proches de la surface. Ensuite, l'évolution de la contrainte effective à la surface dépend des propriétés mécaniques de toutes les couches géologiques surplombant le réservoir. Or, on ne représente ici que deux couches géologiques (Base 0 et Sol) par souci de simplicité.

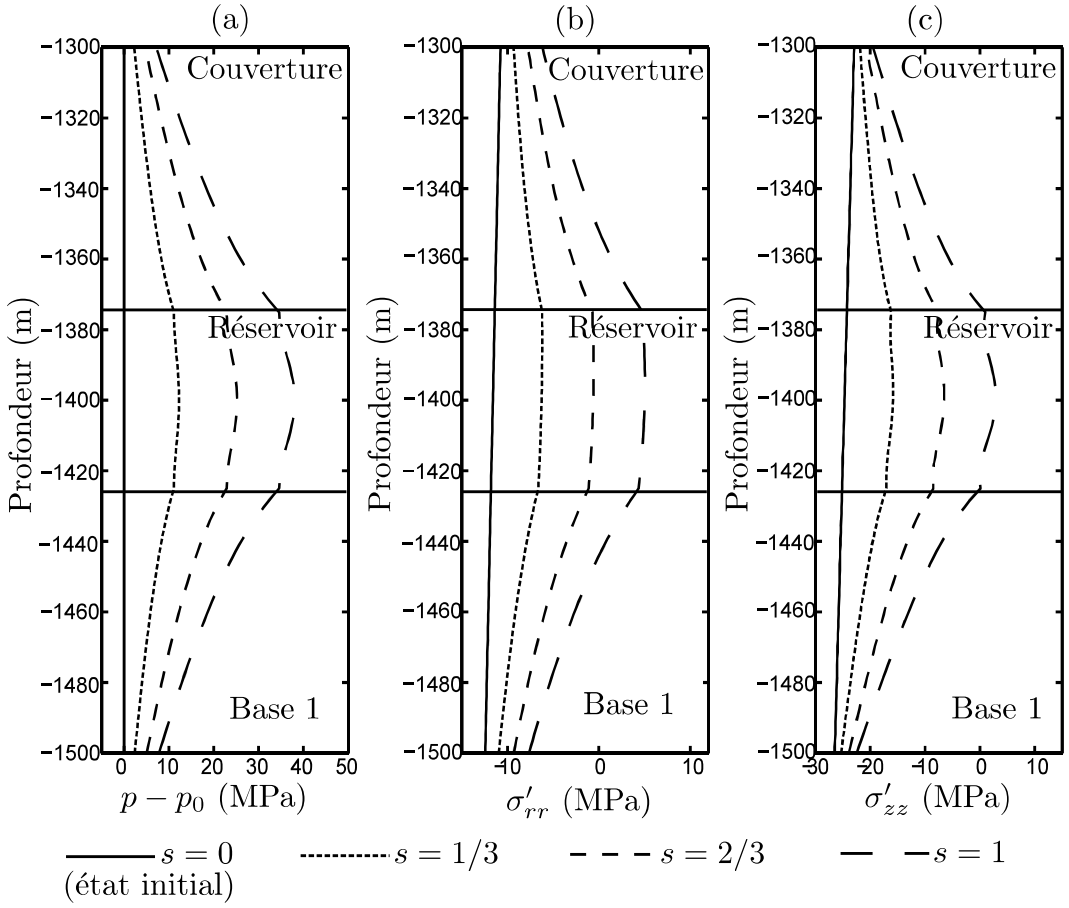


FIG. 1.8 : Variation de pression des pores (a), contrainte effective horizontale (b) et verticale (b) selon la ligne d'étude pour $k_i = 0,7$ et différents débits d'injection normés s à 12,5 m de l'axe de symétrie.

L'état de contrainte est particulièrement modifié à proximité du puits d'injection. L'influence de l'injection sur l'état de contrainte diminue à mesure que l'on s'éloigne du tubage d'injection. A une distance raisonnable (*i.e.,* 10-20 m) du tubage d'injection, les contraintes effectives principales maximales sont quasiment les contraintes horizontales et verticales. Par exemple, on trace sur la figure 1.8 le profil de la pression des pores et des contraintes effectives horizontales et verticales selon une ligne d'étude verticale posi-

tionnée à $12,5$ m de l'axe de symétrie. On choisit de positionner la ligne d'étude à $12,5$ m de l'axe de symétrie car, comme montré dans l'annexe A, à cette distance du puits, les résultats d'un calcul mono-phasique correspondent, en termes de pressions, à ceux d'un calcul di-phasique considérant les propriétés du CO_2 super-critique. L'état de contrainte est particulièrement modifié au niveau de l'interface entre le réservoir et la couverture.

On observe sur la figure 1.8(c) que le gradient vertical des contraintes effectives est important dans la couverture mais reste faible dans le réservoir. La perméabilité élevée du réservoir ne permet pas l'établissement de gradients de pression élevés en situation d'écoulement stable comme le montre la figure 1.8(a). De ce fait, l'augmentation des contraintes effectives étant principalement due à une augmentation de la pression des pores dans la zone considérée, la perméabilité élevée du réservoir ne permet pas l'établissement de gradients de contraintes effectives importants dans le réservoir. A l'inverse, la faible perméabilité de la couverture et de la Base 1 génère des gradients de contraintes effectives importants comme le montre la figure 1.8(b).

Les modifications du champ de contraintes effectives sont susceptibles de générer une dégradation des roches pour des débits d'injection générant d'importantes augmentations de pressions. Afin de caractériser les mécanismes susceptibles d'intervenir selon le niveau de chargement et les conditions initiales, on introduit trois critères de détérioration des roches schématiques, inspirés de critère usuels. Chacun des critères introduits correspond à un type de détérioration des roches. Les critères considérés sont dits schématiques car ils reposent sur l'hypothèse que les contraintes effectives horizontales et verticales sont les contraintes effectives principales. On précise que l'influence de cette hypothèse simplificatrice est étudiée dans l'annexe B. Les trois types de détérioration des roches et critères associés sont :

– (A) Dégradation en cisaillement. Si on considère le cas d'une fracture de position et d'orientation quelconque, on peut décrire le risque de rupture en cisaillement de la fracture par un critère de Coulomb

$$S_{mc} + \sigma_{mc} \sin\left(\theta_f\right) - C_0 \cos\left(\theta_f\right) \geq 0 \tag{1.10}$$

avec $S_{mc} = \frac{1}{2}\left|\sigma'_h - \sigma'_v\right|$ le cisaillement maximal dans le plan σ'_1, σ'_3 et la contrainte normale $\sigma_{mc} = \frac{1}{2}\left(\sigma'_h + \sigma'_v\right)$ dans le plan σ'_1, σ'_3, où σ'_h est la contrainte effective horizontale, σ'_v la contrainte effective verticale, θ_f l'angle de frottement (avec $\theta_f = 30^\circ$ pour le cas étudié) et C_0 la cohésion (nulle dans le cas considéré). Une élévation de la pression des pores génère une augmentation des contraintes effectives horizontales et verticales σ'_h et σ'_v. Ce phénomène n'engendre pas nécessairement une augmentation de S_{mc} selon le coefficient des terres k_i et le coefficient de Poisson ν. Cependant ce phénomène engendre nécessairement une augmentation de σ_{mc}, ce qui explique que le critère de Coulomb puisse être activé dans des situations variées.

– (B) Fracturation verticale. On considère un critère de Rankine associé à la contrainte effective horizontale

$$\sigma'_h \geq 0. \tag{1.11}$$

Ce critère peut être activé par une augmentation de la pression des pores.

– (C) Fracturation horizontale. On considère un critère de Rankine associé à la contrainte effective verticale

$$\sigma'_v \geq 0. \tag{1.12}$$

Ce critère peut aussi être activé par une augmentation de la pression des pores.

Les critères de rupture introduits sont utilisés pour caractériser l'état de contrainte au niveau de l'intersection de la ligne d'étude et de l'interface entre le réservoir et la couverture. Le point d'étude est situé à $12,5$ m de l'axe de symétrie car, comme montré dans l'annexe A, à cette distance du puits, les résultats d'un calcul mono-phasique sont représentatifs d'un cas d'injection de CO_2 super-critique. Des simulations portant sur l'ensemble du complexe de stockage sont réalisées pour différents débits d'injection et différents coefficients des terres. Pour chaque cas, on se base sur les résultats obtenus pour une situation d'écoulement quasi-permanent. On trace sur la figure 1.9 une carte des mécanismes de rupture pour les différents cas considérés. Comme on peut le voir sur la figure 1.9, le premier mécanisme à être activé pour tout type de coefficient des terres est associé au critère (A). Afin de caractériser le niveau de chargement associé au critère (A) on introduit un indicateur du niveau de chargement

$$C_{mc} = \frac{S_{mc} + \sigma_{mc} \sin\left(\theta_f\right)}{\cos\left(\theta_f\right)}. \tag{1.13}$$

On note que si on a $C_0 \geq C_{mc}$, le critère (A) n'est pas activé. Sur la figure 1.9, la valeur de C_{mc} est indiquée en MPa par une carte de couleur quand seul le critère (A) est activé pour une cohésion $C_0 = 0$ MPa.

Les niveaux de sollicitation atteints (relativement au critère (A)) sont relativement faibles. En effet, on peut interpréter la carte de couleur comme suit : si le matériau considéré a une cohésion de 5 MPa ou plus ; alors le critère (A) ne sera jamais activé avant que l'activation d'un critère de Rankine ne soit possible. Par ailleurs, un faible déplacement du critère de coulomb peut générer un glissement relatif des lèvres d'une fracture sans nécessairement générer de propagation. Il est difficile de dire si les mécanismes de détérioration représentent un risque significatif, cela dépend fortement de la sensibilité du matériau considéré aux sollicitations de cisaillement et de l'existence éventuelle de macro-défauts initiaux (*i.e.,* failles ou fractures). Cependant, on note que le niveau de sollicitation atteint (par rapport au critère (A)) est plus important pour des sites en régime compressif (*i.e.,* $k_i \geq 1,0$).

Deux types de mécanisme de dégradation des roches en traction sont possibles. Le niveau de chargement nécessaire à l'activation du critère (C) ne dépend pas des conditions initiales. Le critère (B) est activé avant le critère (C) pour des sites en régime très extensifs (*i.e.,* $k_i \leq 0,8$) et après pour des sites ayant un régime allant de légèrement extensif (*i.e.,* $0,8 \leq k_i \leq 1,0$) à compressif (*i.e.,* $k_i \geq 1,0$). Le type de mécanisme de dégradation des roches associé au critère (B) est particulièrement important car l'amorçage et la propagation de fissures verticales peut mettre en cause la viabilité du stockage géologique du CO_2. On note que pour un coefficient des terres de $k_i = 0,8$, le débit d'injection nécessaire à l'activation d'un critère de dégradation des matériaux est particulièrement élevé. On précise que la valeur remarquable évoqué $k_i = 0,8$ est associé au cas traité.

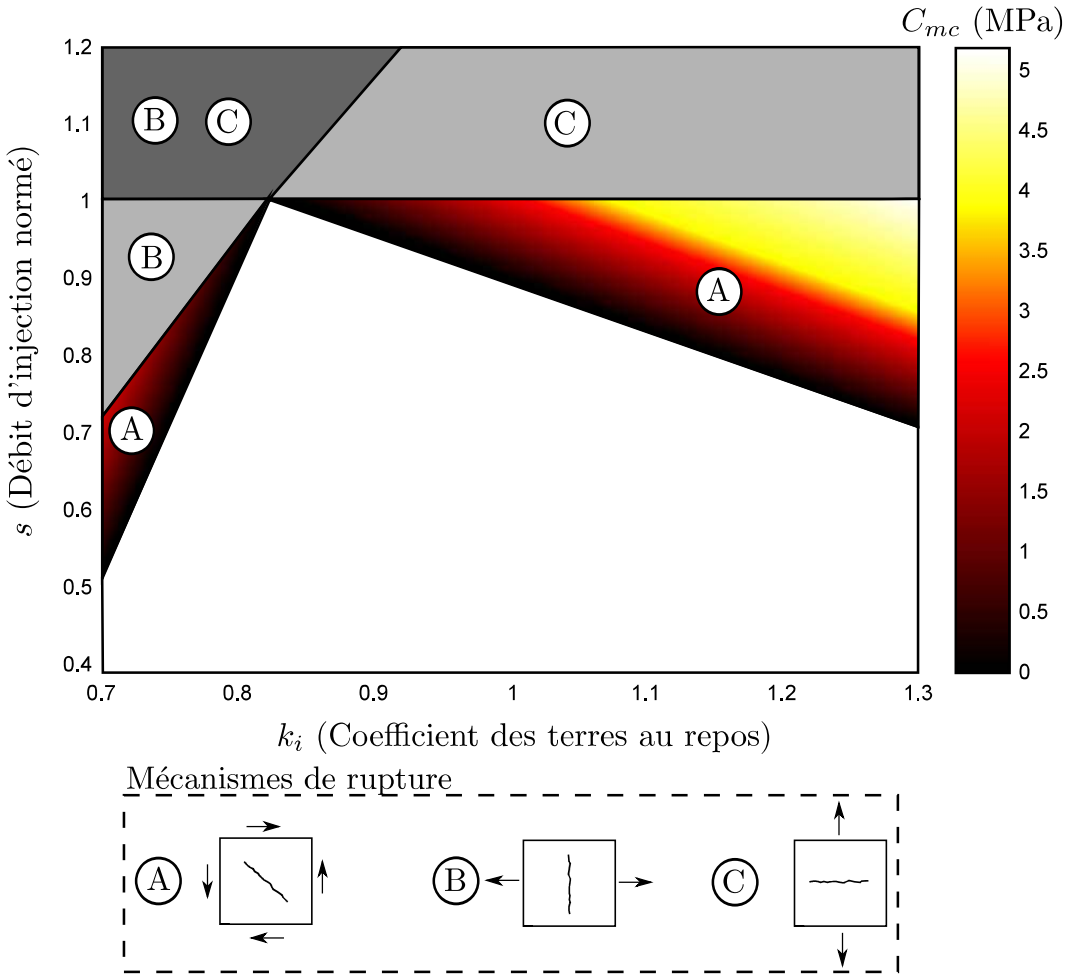


FIG. 1.9 : Carte des mécanismes de rupture et indicateur du niveau de chargement au sens du critère de Mohr-Coulomb C_{mc} pour différentes conditions initiales et différents niveaux de chargement.

1.3 Bilan

L'analyse présentée ci-dessus traite des risques de dégradation des propriétés de transfert de la couverture rencontrés durant une opération d'injection de CO_2 en réservoir géologique. Un modèle hydro-mécanique simplifié visant à simuler une injection en réservoir souterrain est réalisé. L'analyse montre que l'éventualité d'une dégradation de la couverture causée par une sollicitation mécanique peut être un facteur limitant pour les débits d'injection. Afin d'évaluer les risques de dégradation, on a utilisé trois critères usuels, à savoir un critère de Coulomb et deux critères de Rankine. On montre que le type de phénomènes mécaniques pouvant être induits par une injection de CO_2 dépend de l'état de contraintes *in situ*. Le critère de Coulomb est systématiquement le premier à être activé mais les niveaux de sollicitation en cisaillement atteints ne sont pas nécessairement

critiques. Le niveau de sollicitation en cisaillement atteint est plus important pour des état de contraintes *in situ* compressifs. La prise en compte des particularités d'un site de stockage (*i.e.,* failles, singularités géométriques et nature des matériaux) semble nécessaire afin d'évaluer les risques induits par les niveaux de sollicitation en cisaillement atteints. Les critères de Rankine portant sur les contraintes effectives horizontales et verticales s'activent pour des débits d'injection plus importants. Cependant l'amorçage et la propagation de fissures ouvertes peuvent mettre en cause la viabilité du stockage. Le cas de la propagation de fissures verticales en mode d'ouverture est particulièrement critique. L'activation du critère de Rankine correspondant se fait pour des débits d'injection plus faibles pour des régime de contraintes *in situ* extensifs.

Bien que plusieurs points puissent justifier la réalisation d'études plus approfondies, on s'attache dans les chapitres suivants à étudier le risque de dégradation des roches soumises à une sollicitation de traction. L'objectif est de développer une méthodologie de modélisation et d'expérimentation qui permette de représenter plus finement qu'avec un critère de Rankine les phénomènes engendrés par une sollicitation en traction des roches.

Chapitre 2

Modélisation probabiliste de la détérioration des roches

Dans ce chapitre, on présente une méthodologie visant à représenter le comportement d'un réseau de fissures ouvertes dans le cas d'une opération de stockage géologique de CO_2. On commence par présenter une méthodologie pour un cas général. Puis on adapte le modèle probabiliste au cas du stockage géologique de CO_2. On réalise un post-traiment visant à étudier la possibilité de formation d'un réseau de fissures utilisable à partir des résultats d'un calcul hydro-mécanique.

Sommaire

2.1 Présentation du modèle probabiliste dans le cas général 28
2.1.1 Représentation de l'amorçage des fissures 28
2.1.2 Représentation des interactions entres des fissures 30
2.2 Adaptation du modèle probabiliste au cas traité 33
2.2.1 Propagation de fissures dans le cas traité 34
2.2.2 Formation et propagation d'un réseau de fissures dans le cas traité . 37
2.3 Bilan 42

Le chapitre 1 montre que lors d'une opération d'injection de CO_2 en réservoir géologique, le risque de dégradation des roches induit par des sollicitations mécaniques pouvait être une raison de limiter les débits d'injection. L'un des mécanismes de dégradation possibles est l'amorçage et la propagation de fissures ouvertes verticales. Ce régime de détérioration des roches est critique car il peut mener à une détérioration des propriétés de transfert de la couverture. Or la perméabilité initialement faible de la couverture est censée garantir la viabilité du stockage géologique du CO_2. Afin d'étudier la possibilité de formation d'un réseau de fissures ouvertes verticales on développe une approche probabiliste de la formation et propagation de fissures ouvertes prenant en compte le caractère hétérogène des couches géologiques concernées.

2.1 Présentation du modèle probabiliste dans le cas général

L'expérience montre que l'armorçage de fissures prend place au niveau de défauts initiaux d'un matériau [23, 24]. L'amorçage de fissures étant dépendant de l'état initial d'un matériau on peut supposer que la formation d'un réseau de fissures dépend aussi de l'état initial d'un matériau et de son hétérogénéité. Il est possible de décrire l'hétérogénéité d'un matériau et plus généralement la formation d'un réseau de fissures à l'aide d'une formulation probabiliste. Une approche basée sur l'utilisation d'un modèle de Weibull [25] pour décrire l'amorçage de nouvelles fissures et de la mécanique de la rupture pour décrire la propagation de fissures a été utilisée pour diverses applications. L'approche probabiliste évoquée a notamment été développée afin de décrire la fragmentation dynamique de blindages moyens [24], de verres [26] ou encore de roches [4, 27]. Cette approche a aussi été appliquée à la formation de réseaux de fissures de fatigue thermique [28, 29, 30, 31]. Le cas du stockage géologique de CO_2 génère une sollicitation mécanique que l'on peut considérer comme quasi-statique. Sous un chargement quasi-statique, on fait habituellement l'hypothèse que la vitesse de propagation de fissures est (lors d'une phase de propagation instable) infiniment plus grande que la vitesse d'évolution du chargement. On s'attache dans cette partie à adapter l'approche probabiliste développée à un cas de chargement quasi-statique induit par une opération d'injection de CO_2 en réservoir géologique.

2.1.1 Représentation de l'amorçage des fissures

Supposons que les fissures ne peuvent s'amorcer qu'à partir de défauts initialement présents et qu'une fissure amorcée est une fissure qui a commencé à propager à partir d'un défaut (i.e., un site potentiel d'amorçage). On peut décrire l'hétérogénéité initiale d'un matériau par des distributions de taille et d'orientation de fissures [32]. Par ailleurs, la contrainte d'amorçage d'une fissure initialement présente dans un matériau peut être liée à sa taille et à son orientation. On peut donc décrire l'état initial d'un matériau directement par une distribution de contraintes d'amorçage. Pour les deux types de description de l'état initial proposés, une identification directe des paramètres est possible. On peut identifier la distribution de fissures initiale en réalisant un comptage [33]. On peut aussi identifier la

distribution initiale à partir d'une série de contraintes d'amorçage [34]. On choisit d'exprimer les équations du modèle directement en termes de contrainte d'amorçage car la méthode d'identification des paramètres associés à cette description est plus robuste [35].

Dans le modèle présenté, chaque site potentiel d'amorçage est assimilé à un point et est associé à une contrainte d'amorçage donnée par un processus ponctuel de Poisson [36, 37, 24]. On utilise un critère de Rankine, l'amorçage est donc supposé se produire lorsque la contrainte principale maximale atteint le niveau de la contrainte d'armorçage. On peut introduire une densité de sites amorçables qui représente, parmi l'ensemble des sites potentiel d'amorçage initialement présents, la densité de sites potentiel d'amorçage ayant atteint un niveau de sollicitation suffisant pour amorcer. L'expérience [25] a montré que la densité de sites amorçables peut s'écrire comme une fonction puissance de la contrainte locale

$$\lambda_t(\sigma_I) = \lambda_0 \left(\frac{\sigma_I}{\sigma_0}\right)^m \tag{2.1}$$

avec σ_I la contrainte principale maximale, m et σ_0^m/λ_0 des paramètres dépendant du matériau. L'hétérogénéité de la roche est définie par le module de Weibull m et σ_0^m/λ_0 est un paramètre d'échelle [25]. On note σ_0^m/λ_0 le paramètre d'échelle afin de rendre les dimensions des termes mis en jeux clairement apparentes. De faibles valeurs de m traduisent une importante hétérogénéité du matériau et inversement. On note qu'un processus ponctuel de Poisson est susceptible de décrire différents types de défauts initiaux, la pertinence de l'approche dépendant principalement de la méthode d'identification des paramètres associés (*i.e.,* module de Weibull et facteur d'échelle). La probabilité de trouver N_d défauts amorçables dans un domaine Ω suit une loi de Poisson

$$P_{N_d}(\Omega, \sigma_f) = \frac{\left[\Lambda_t(\sigma_f)\right]^{N_d}}{N_d!} \exp\left[-\Lambda_t(\sigma_f)\right] \tag{2.2}$$

avec

$$\Lambda_t(\sigma_f) = \int_\Omega \lambda_t(\sigma)\, d\Omega \tag{2.3}$$

le nombre de défauts amorçables et $\sigma_f = \max_\Omega(\sigma_I)$. Pour le cas d'un domaine Ω de taille Z sollicité uniformément, on écrit la probabilité de trouver N_d défauts amorçables

$$P_{N_d}(Z, \sigma_f) = \frac{\left[Z\lambda_t(\sigma_f)\right]^{N_d}}{N_d!} \exp\left[-Z\lambda_t(\sigma_f)\right]. \tag{2.4}$$

La taille Z du domaine Ω est une longueur pour une étude unidimensionelle, une surface pour une étude bidimensionelle et un volume pour une étude tridimensionelle. La probabilité d'avoir au moins un site potentiel d'amorçage qui ait atteint une sollicitation suffisante pour amorcer dans une zone de taille Z sollicitée uniformément peut s'écrire

$$P_{N_d \geq 1}(Z, \sigma_I) = 1 - P_0 = 1 - \exp\left[-Z\lambda_t(\sigma_I)\right] \tag{2.5}$$

avec P_0 la probabilité de n'avoir aucun site amorçable dans une zone de taille Z sollicitée par une contrainte σ. Dans ce cas, il apparaît que les paramètres utilisés (*i.e.,* module

de Weibull et facteur d'échelle) correspondent aux paramètres classiques du modèle de Weibull [25]. Il est possible d'utiliser une représentation probabiliste de l'amorçage de fissures pour des cas de domaines sollicités non-uniformément en utilisant une taille effective Z_{eff} [38, 39]. La probabilité de trouver N_d défauts amorçables dans un domaine Ω s'écrit alors

$$P_{N_d}\left(\Omega,\sigma_f\right) = \frac{\left[Z_{eff}\lambda_t\left(\sigma_f\right)\right]^{N_d}}{N_d!}\exp\left[-Z_{eff}\lambda_t\left(\sigma_f\right)\right] \tag{2.6}$$

avec

$$Z_{eff} = \int_\Omega \left[\frac{\sigma_I}{\sigma_f}\right]^m d\Omega = HZ \tag{2.7}$$

où H est le facteur d'hétérogénéité des contraintes [40]. La probabilité d'avoir au moins un site potentiel d'amorçage qui ait atteint une sollicitation suffisante pour amorcer dans un domaine Ω sollicité uniformément s'écrit

$$P_{N_d\geq 1}\left(\sigma_f\right) = 1-\exp\left[-Z_{eff}\lambda_t\left(\sigma_f\right)\right]. \tag{2.8}$$

Finalement, à partir des paramètres de Weibull, on est capable de calculer la probabilité d'avoir atteint la contrainte d'amorçage du premier défaut amorçable ainsi que la densité de défauts amorçables pour une zone de taille Z sollicitée non-uniformément.

2.1.2 Représentation des interactions entres des fissures

Considérons le cas de défauts n'étant pas les premiers à amorcer. Dans certaines situations, il est possible qu'il y ait amorçage de plusieurs fissures. Ces différentes fissures sont susceptibles de propager et d'interagir. On peut représenter la propagation d'une fissure sous chargement quasi-statique à l'aide d'un critère basé sur le facteur d'intensité des contraintes

$$K > K_c, \tag{2.9}$$

avec K le facteur d'intensité des contraintes et K_c la ténacité du matériau. La présence d'une fissure modifie le champ de contrainte localement comme le montre la figure 2.1.

A chaque pointe d'une fissure active, on trouve une zone de singularité de contraintes. Aussi, une zone de relaxation des contraintes existe de chaque côté des lèvres d'une fissure active. La taille de la zone de relaxation des contraintes dépend de la taille de la fissure. Autour d'une fissure active (*i.e.,* en propagation), on peut définir une zone d'occultation dans laquelle aucune autre fissure ne peut amorcer ou propager du fait de la relaxation des contraintes [27, 29]. On fait l'hypothèse que les fissures actives ont une longueur que l'on peut lier au niveau de chargement c par une fonction puissance. Aussi, on suppose que l'on peut lier la longueur des fissures actives à la taille de la zone de relaxation des contraintes (*i.e.,* zone d'occultation) générée Z_{obs} par une fonction puissance.

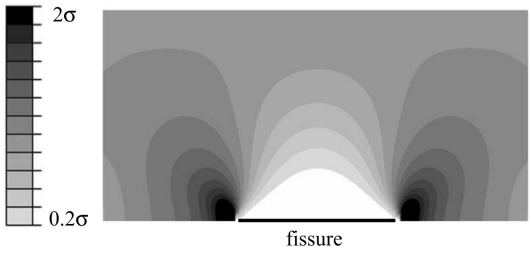


FIG. 2.1 : Simulation par élément finis d'un chargement de traction σ^0 sur une fissure perpendiculaire [4]. Les bord latéraux sont libres, le bord inférieur est bloqué verticalement sauf au niveau de la fissure modélisée, on applique sur le bord supérieur une traction d'intensité σ^0 et on trace la valeur de la contrainte principale maximale normée par σ^0.

On décrit ainsi la taille de la zone d'occultation générée par la présence d'une fissure active comme une fonction puissance du chargement

$$Z_{obs}(\sigma) = \alpha_{z\sigma}\left(\frac{\sigma}{\sigma_0}\right)^{\beta_{z\sigma}} \tag{2.10}$$

avec $\alpha_{z\sigma}$ et $\beta_{z\sigma}$ des paramètres liés à la géométrie du cas traité et au trajet de chargement. Généralement, $\alpha_{z\sigma}$ caractérise la de forme de la zone d'obscurcissement et à la même unité que Z_{obs} ; $\beta_{z\sigma}$ est souvent lié à la dimension de l'espace considéré.

Afin d'expliquer le mécanisme d'interaction introduit précédement, on se base sur un cas schématique (et unidimensionel avec la variable x définissant la position spatiale). Quand on augmente le niveau de la sollicitation, les défauts qui amorcent sont ceux qui atteignent leur contrainte d'amorçage *et* qui ne sont pas occultés par des fissures actives comme le montre la figure 2.2.

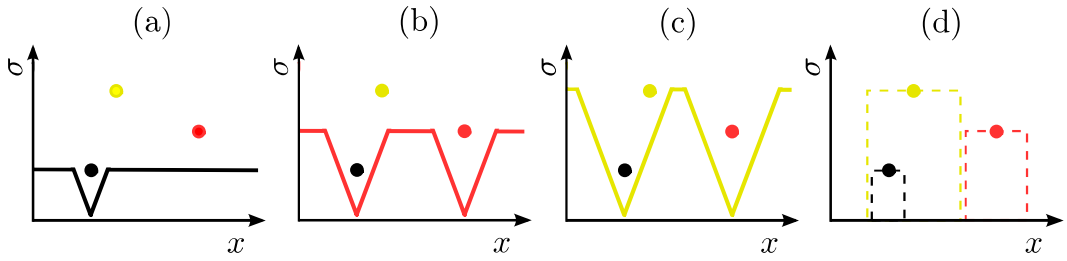


FIG. 2.2 : Description schématique de la formation d'un réseau de fissures pour trois niveaux de chargements (a), (b) et (c) et définition de l'horizon de défauts initiaux (d).

On représente par des points sur la figure 2.2 trois défauts initiaux ayant une position dans l'espace et une contrainte d'amorçage différentes. Sur la figure 2.2(a) le niveau de sollicitation atteint le seuil d'amorçage du premier défaut, ce qui génère l'amorçage d'une fissure et l'apparition d'une zone de relaxation des contraintes. Sur la figure 2.2(b), alors que la première fissure amorcée a propagé, le niveau de sollicitation atteint le seuil

d'amorçage du deuxième défaut ce qui génère l'apparition d'une fissure d'une taille associée au niveau de chargement. Puis, sur la figure 2.2(c) on atteint un niveau de chargement permettant a priori de générer l'amorçage d'une fissure à partir du troisième défaut, cependant ce défaut n'amorce pas car il est dans la zone de relaxation des contraintes générée par la fissure amorcée à partir du premier défaut. Le mode d'interaction des fissures présenté peut donc être décrit par l'équation différentielle suivante

$$\frac{d\lambda_b}{d\sigma}(\sigma) = \frac{d\lambda_t}{d\sigma}(\sigma)\left[1 - P_{obs}(\sigma)\right] \tag{2.11}$$

avec P_{obs} la probabilité d'occultation et λ_b la densité de fissures. On définit la probabilité d'occultation comme la probabilité pour un site potentiel d'amorçage de se trouver occulté. Alors la probabilité pour qu'un site potentiel d'amorçage soit occulté pour un chargement σ correspond à la probabilité de trouver au moins un site potentiel d'amorçage ayant une contrainte d'amorçage inférieure dans un voisinage de taille $Z_{obs}(\sigma)$. En d'autres termes s'il existe un défaut dans une partie d'un domaine espace-contrainte associé à un autre défaut, ce dernier se verra occulté. La partie de domaine évoquée est appelée horizon. On trace sur la figure 2.2(d) l'horizon des trois défauts considérés. La probabilité d'occultation s'écrit pour un cas quasi-statique

$$P_{obs}(\sigma) = 1 - \exp\left[-\lambda_t(\sigma) Z_{obs}(\sigma)\right]. \tag{2.12}$$

Lors de l'utilisation de l'approche exposée en fatigue thermique ou en fragmentation dynamique, la probabilité d'occultation résulte d'une intégration sur l'histoire du chargement. Pour un cas de chargement quasi-statique, on suppose que la propagation des fissures est (lors d'une phase de propagation instable) instantanée devant le temps d'évolution du chargement, on écrit donc P_{obs} comme une fonction du chargement présent uniquement. La probabilité d'occultation dépend de l'amorçage et de la propagation des fissures. La probabilité d'occultation est le paramètre clé de la description de formation et propagation de réseau de fissures. Elle représente l'état de fissuration du matériau et notamment la fraction du domaine concerné qui est déchargée. La probabilité d'occultation vaut 0 pour un matériau à l'état initial et vaut 1 pour un matériau qui ne peut plus soutenir de sollicitations mécaniques (*i.e.,* totalement endommagé). La probabilité d'occultation est alors équivalente à un paramètre d'endommagement au sens de la mécanique de l'endommagement [41].

On introduit une chargement caractéristique σ_c telle que $Z_{obs}(\sigma_c)\lambda_t(\sigma_c) = 1$, et une densité de fissure caractéristique associé $\lambda_c = \lambda_t(\sigma_c)$. Les grandeurs caractéristiques introduites se déduisent de ce qui précède, on obtient

$$\sigma_c = \sigma_0 \left(\frac{1}{\lambda_0 \alpha_{z\sigma}}\right)^{\frac{1}{m+\beta_{z\sigma}}} \tag{2.13}$$

et

$$\lambda_c = \lambda_0 \left(\frac{1}{\lambda_0 \alpha_{z\sigma}}\right)^{\frac{m}{m+\beta_{z\sigma}}}. \tag{2.14}$$

Une solution de l'équation (2.11) s'écrit

$$\frac{\lambda_b}{\lambda_c}(\sigma) = \left(\frac{m}{m+\beta_{z\sigma}}\right)\gamma\left[\frac{m}{m+\beta_{z\sigma}}, \left(\frac{\sigma}{\sigma_c}\right)^{m+\beta_{z\sigma}}\right] \tag{2.15}$$

où γ est la fonction gamma incomplète qui peut s'exprimer comme suit

$$\gamma(a_r, b_r) = \int_0^{b_r} t^{a_r-1}\exp(-t)\,dt \tag{2.16}$$

avec a_r et b_r des nombres réels. Pour d'importants niveaux de sollicitation, la probabilité d'occultation tend vers 1 et la densité de fissures tend vers une valeur finie

$$\frac{\lambda_b}{\lambda_c}(\infty) = \left(\frac{m}{m+\beta_{z\sigma}}\right)\Gamma\left(\frac{m}{m+\beta_{z\sigma}}\right), \tag{2.17}$$

où Γ est la fonction gamma

$$\Gamma(a_r) = \gamma(a_r, \infty). \tag{2.18}$$

En effet, à mesure que l'on augmente le chargement, les fissures amorcées se propagent. Une part de plus en plus importante du matériau est occultée ; la probabilité d'occultation tend vers 1. Finalement plus aucune nouvelle fissure ne peut s'amorcer ; c'est le phénomène de saturation du réseau de fissures. Le modèle probabiliste présenté permet de décrire l'évolution de la fissuration (*i.e.,* taille et nombre de fissures) d'un matériau en prenant en compte son hétérogénéité avec trois paramètres, à savoir, le module de Weibull m, le facteur d'échelle σ_0^m/λ_0 et la ténacité K_c. Ceux-ci seront déterminés dans le chapitre 3.

2.2 Adaptation du modèle probabiliste au cas traité

On a vu dans le chapitre 1 qu'une opération d'injection de CO_2 en réservoir souterrain pouvait pour d'importants niveaux d'injection rendre possible la formation d'un réseau de fissures ouvertes verticales. L'étude présentée dans cette partie vise à appliquer le modèle de formation et propagation de réseaux de fissures présenté dans la partie 2.1 à un cas d'injection de CO_2 dans un réservoir tel qu'étudié dans la partie 1.2.1.

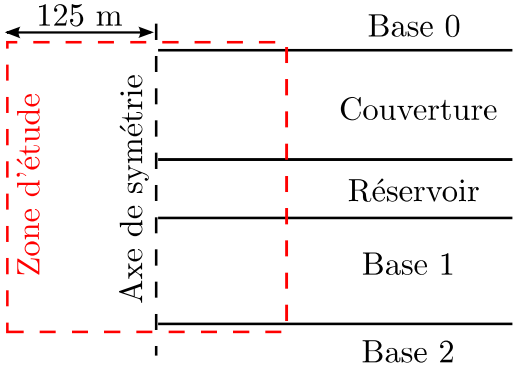


FIG. 2.3 : Définition de la zone d'étude.

La géométrie du réservoir est présentée sur la figure 1.5 et les conditions aux limites sont données sur la figure 1.6 et les conditions initiales considérées sont telles que le coefficient des terres vaut $k_i = 0,7$. On s'intéresse à une zone d'étude cubique définie sur la figure 2.3 de taille $Z = l^3$ avec $l = 250$ m. Par souci de simplicité on suppose que dans la zone d'étude les contraintes effectives ne dépendent que de la profondeur. Cette hypothèse simplificatrice est commentée dans l'annexe A. De plus, on fait l'hypothèse que suivant l'axe vertical, le profil des contraintes effectives correspond à celui présenté sur la figure 1.8.

2.2.1 Propagation de fissures dans le cas traité

Quand le débit d'injection augmente suffisamment, le squelette peut être sollicité en traction horizontale. S'il existe une fissure initiale verticale dans la zone d'étude, alors cette fissure peut propager verticalement sous l'effet d'une sollicitation en traction jusqu'à traverser la couverture. Afin de décrire la propagation d'une fissure initiale on utilise un critère de propagation en facteur d'intensité des contraintes (voir l'inégalité (2.9)). On considère une ténacité de la roche $K_c = 1$ MPa$\sqrt{\text{m}}$. On assimile le cas traité à celui d'une fissure de demi-longueur a propageant dans un plan infini soumis à une contrainte normale à la direction de la fissure et variant comme une distribution polynomiale selon l'axe de la fissure [42].

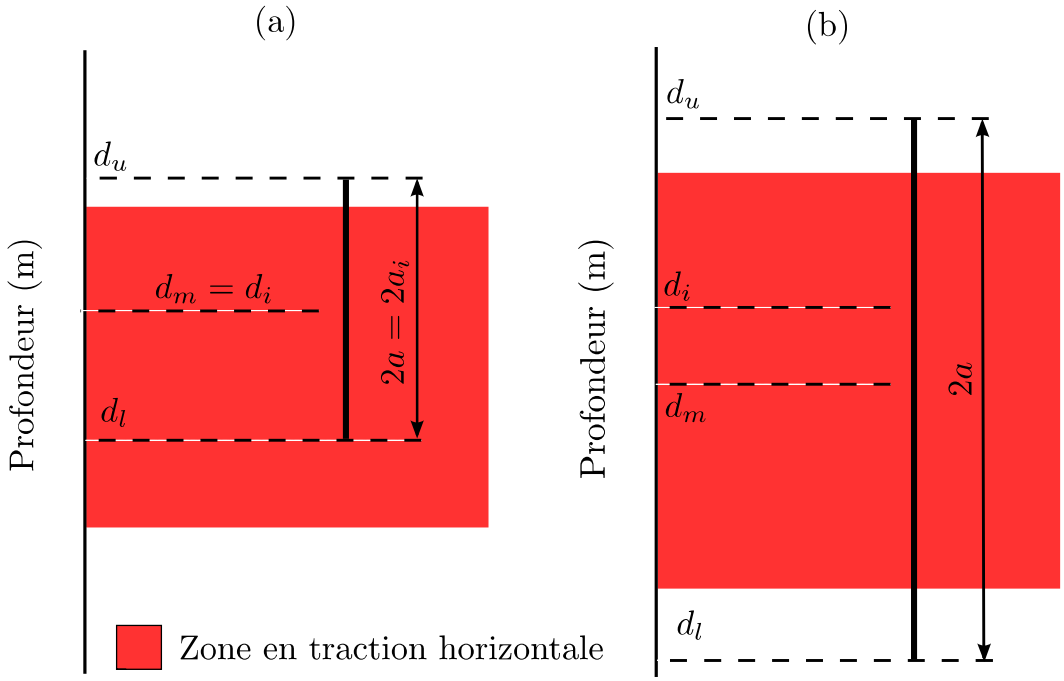


FIG. 2.4 : Paramètres caractérisant une fissure à l'état initial (a) et après activation (b).

A chaque pas de chargement, on approxime le champ des contraintes effectives hori-

zontales dans la zone d'étude de telle manière que

$$\sigma'_h(s_a) \approx \sum_{k=0}^{n_p} \sigma'_{hk} \left(\frac{s_a}{a}\right)^k \tag{2.19}$$

où σ'_h est la contrainte effective horizontale, s_a la distance à la profondeur du centre de la fissure, σ'_{hk} des constantes, $n_p = 12$ le degré de la fonction polynomiale utilisée dans l'étude présentée. Bien qu'il ne soit pas nécessaire d'utiliser une fonction polynomiale d'un tel degré, l'utilisation d'un polynome de degré $n_p = 12$ permet une approximation très précise du profil des contraintes effectives. Le facteur d'intensité des contraintes calculé est [42]

$$K = \sqrt{\pi a}\left(\sigma'_{h0} \pm \frac{1}{2}\sigma'_{h1} + \frac{1}{2}\sigma'_{h2} \pm \frac{3}{8}\sigma'_{h3} + ...\right) \tag{2.20}$$

où les signes $\pm$ correspondent à des signes $+$ pour la pointe de fissure supérieure et à des signes $-$ pour la pointe inférieure.

Les simulations de propagation de fissures ont été réalisées pour différents types de fissures initiales. Lors des simulations, les paramètres qui définissent l'état de la fissure sont la profondeur du milieu de la fissure d_m et la demi-longueur de fissure a comme montré sur la figure 2.4.

Pour définir l'état initial de la fissure on utilise d_{mi} la profondeur initiale du milieu de la fissure et a_i la demi-longueur initiale de la fissure. On introduit pour chaque cas deux grandeurs représentant pour un niveau de chargement donné la profondeur des pointes de fissure supérieure et inférieure qui s'écrivent $d_u = d_m + a$ pour la pointe de fissure supérieure et $d_l = d_m - a$ pour la pointe de fissure inférieure. On trace sur la figure 2.5 les profondeurs des pointes de fissures d_u et d_l pour différents débits d'injection et différents types de fissures initiales.

On étudie l'effet de la taille et de la profondeur initiales des fissures. Les simulations ont été réalisées pour trois fissures de tailles initiales différentes ayant la même profondeur initiale $d_i = -1375$ m. Sur la figure 2.5(a) , on trace deux courbes pour chaque fissure qui correspondent à la position des pointes de fissure supérieure (d_u) et inférieure (d_l). Des simulations ont aussi été réalisées pour trois fissures de différentes profondeurs initiales ayant une demi-longueur initiale $a_i = 1$ m ; les résultats apparaissent sur la figure 2.5(b). La couverture du réservoir géologique se situe entre les profondeurs de -1275 m et -1375 m, le réservoir se situe entre -1375 m et -1425 m et la base 1 se situe entre -1425 m et -1525 m. Pour chaque niveau de chargement, l'espace entre les courbes rouges représente la zone dans laquelle les roches sont soumises à une sollicitation de traction horizontale.

On peut constater sur la figure 2.5 que dans tous les cas envisagés dans l'étude, la propagation d'une fissure ouverte verticale peut mener à la rupture de la couverture pour un débit d'injection normé $s = 1,6$. Ce niveau de chargement est très élevé. Cependant, la propagation de fissures ouvertes verticales peut mettre en danger la viabilité du stockage avant d'avoir traversé la couverture. On note que la propagation des fissures s'opère généralement quand les pointes de fissures se trouvent dans une zone du sous-sol soumise

à de la compression horizontale. La couverture peut donc être traversée par une fissure ouverte avant d'être entièrement soumise à une sollicitation en traction. La taille et la profondeur initiales des fissures ont une influence importante sur leur niveau de chargement d'amorçage. On observe en comparant les résultats obtenus avec ceux de la partie 1.2.2 que bien que les première fissures susceptibles d'amorcer soient verticales, il est possible d'avoir un amorçage de fissures ouvertes horizontales avant que des fissures verticales n'aient traversé la couverture. Ce phénomène est susceptible de générer une fissuration bidirectionnelle. En revanche, une fois que la fissure initiale a été activée, son état initial n'a plus d'influence sur la propagation.

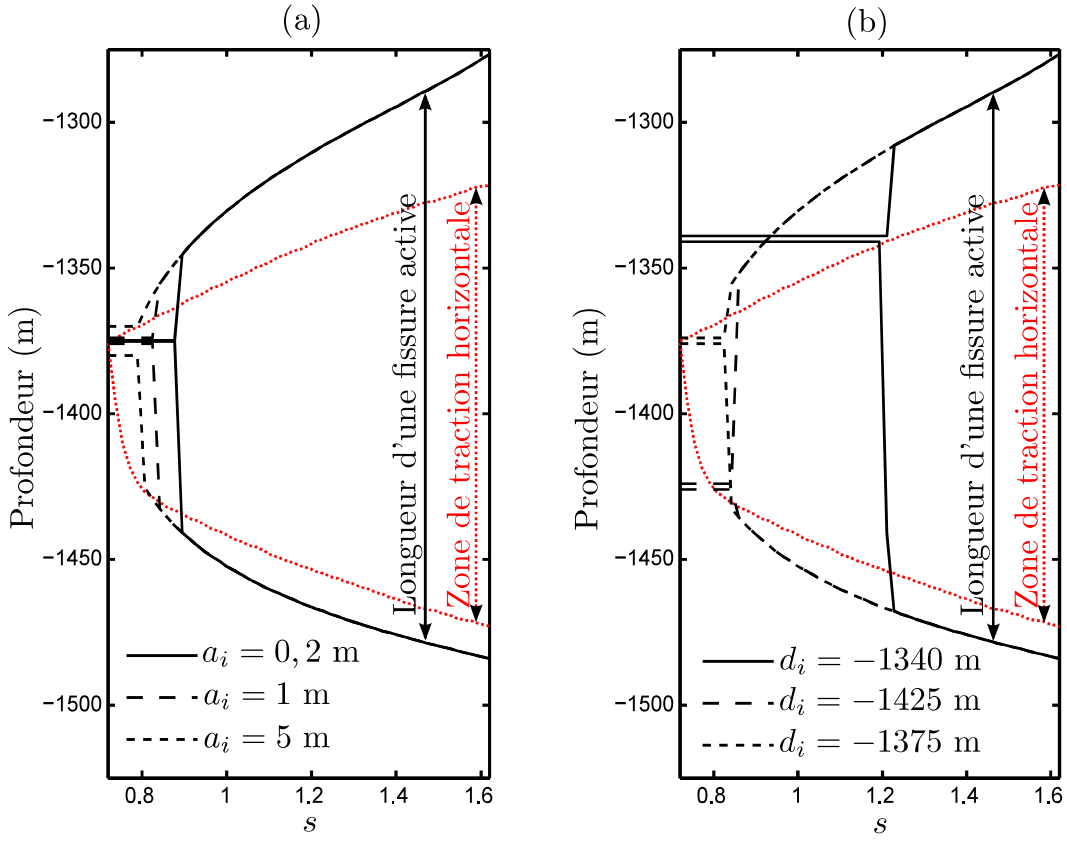


FIG. 2.5 : Limites verticales de la zone en traction horizontale et profondeur des pointes de fissure d_u et d_l en fonction du débit d'injection normé pour des fissures initiales de différentes tailles à une profondeur $d_i = -1375$ m (a) de différentes profondeurs pour une demi-longueur $a_i = 1$ m (b).

La longueur d'une fissure activée ne dépend que du niveau de chargement. La demi-longueur d'une fissure active est approximée par $a_c = \alpha_{ac} c^{\beta_{ac}}$ avec $\alpha_{ac} = 100$ m, $\beta_{ac} = 0,5$ et

$$c = \frac{s - s_{ini}}{s_{fai} - s_{ini}}, \tag{2.21}$$

une variable normée décrivant le chargement. Dans l'équation précédente, $s_{ini} = 0,75$ cor-

respond au débit d'injection normé générant une contrainte effective horizontale de 0 MPa à l'interface de la couverture et du réservoir et $s_{fail} = 1,6$ correspond au débit d'injection normé générant la rupture de la couverture. La propagation des fissures est stable. Pour un cas de chargement quasi-statique, la stabilité de la propagation des fissures est une condition nécessaire à la formation d'un réseau de fissures. Cependant, la stabilité de la propagation des fissures n'est pas une condition suffisante à la formation d'un réseau de fissures, on étudie donc plus précisément cette éventualité en utilisant le modèle introduit dans la partie 2.1.

2.2.2 Formation et propagation d'un réseau de fissures dans le cas traité

Dans l'étude suivante, on analyse la formation et la propagation d'un réseau de fissures ouvertes verticales dans la zone d'étude de taille $Z = l^3$ avec $l = 250$ m définie sur la figure 2.3. On utilise le modèle introduit dans la partie 2.1. L'hétérogénéité de la roche est définie par le module de Weibull m et σ_0^m/λ_0 est le paramètre d'échelle caractérisant l'effet d'échelle. Le niveau de chargement est représenté par la variable c qui permet d'estimer la demi-longueur des fissures verticales actives $a_c = \alpha_{ac} c^{\beta_{ac}}$ avec $\alpha_{ac} = 100$ m et $\beta_{ac} = 0,5$ tel qu'introduit dans la partie 2.2.1. On considère le problème comme plan, on suppose que la taille des fissures dans la direction perpendiculaire au plan d'étude est grande devant leur taille dans le plan d'étude.

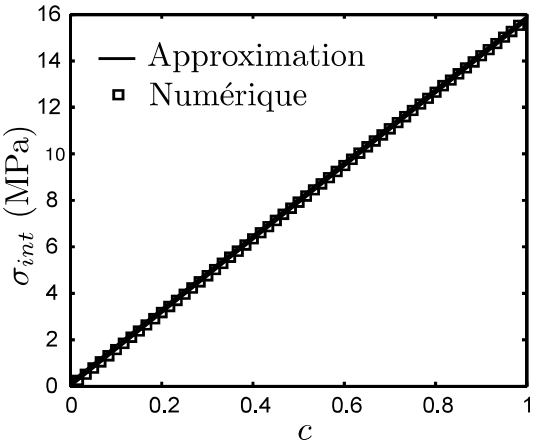


FIG. 2.6 : Evolution de la contrainte effective horizontale au niveau de l'interface entre le réservoir et la couverture σ_{int} avec le paramètre de chargement c.

La figure 2.6 montre l'évolution de la contrainte effective horizontale au niveau de l'interface entre le réservoir et la couverture. La contrainte effective horizontale au niveau de l'interface entre le réservoir et la couverture est approximée par $\sigma_{int} = \alpha_{\sigma c} c$, avec $\alpha_{\sigma c} = 16$ MPa.

La zone d'étude n'est pas sollicitée uniformément. Afin de le prendre en compte une densité effective de sites amorçables est introduite. La densité effective de défauts

amorçables est la densité moyenne de sites amorçables sur la zone d'étude complète, comprenant la partie de la zone d'étude soumise à une contrainte de compression. La contribution du domaine soumis à de la compression est nulle en termes de densité de défauts amorçables.

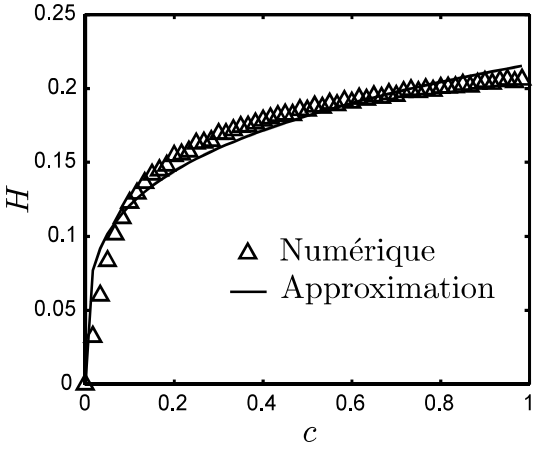


FIG. 2.7 : Evolution du facteur d'hétérogénéité des contraintes avec le paramètre de chargement c.

La densité effective de défauts amorçables peut s'écrire

$$\lambda_{ft}(c) = H(c)\,\lambda_0 \left(\frac{\alpha_{\sigma c} c}{\sigma_0}\right)^m \tag{2.22}$$

avec

$$H(c) = \frac{1}{Z}\int_Z \left[\frac{\langle \sigma'_h \rangle}{\sigma_{int}}\right]^m dZ \tag{2.23}$$

un facteur d'hétérogénéité des contraintes, où $\langle . \rangle$ est l'opérateur de partie positive. Le facteur d'hétérogénéité des contraintes est calculé à partir des résultats obtenus lors des simulations par éléments finis décrites dans la partie 1.2.1. On approxime le facteur d'hétérogénéité des contraintes par $H(c) = \alpha_{Hc} c^{\beta_{Hc}}$ avec $\alpha_{Hc} = 0,22$ et $\beta_{Hc} = 0,25$. Les résultats sont présentés sur la figure 2.7.

Supposons que des fissures parallèles de même taille ne s'occultent pas. Cette hypothèse est défavorable à la formation d'un réseau de fissures dense. En effet, sous cette hypothèse et pour un nombre donné de fissures amorcées, la probabilité d'occultation est plus grande que sous l'hypothèse de l'arrêt de propagation de certaines fissures. Il en résulte que le risque d'amorçage de nouvelles fissures est moins important et que le réseau aura moins tendance à se densifier. La zone d'occultation est une zone dans laquelle les fissures ne peuvent pas amorcer ou propager. Dans le cas présent, on fait l'hypothèse que la zone de relaxation des contraintes générée par une fissure active est une zone circulaire ayant un diamètre correspondant a la longueur de la fissure active $2a_c$. On considère que trois régimes d'interaction sont possibles comme montré sur la figure 2.8. Si un site

d'amorçage est situé dans la zone de relaxation des contraintes générée par une fissure active, aucune nouvelle fissure ne peut être activée à partir de ce site. Si un site d'amorçage n'est pas situé dans une zone de relaxation des contraintes et qu'il est à une distance de moins de a_c d'une fissure active, il peut amorcer mais on suppose que la propagation de la fissure amorcée sera arrêtée par la zone de relaxation des contraintes générée par la fissure active. Si un site d'amorçage est situé à une distance de plus de a_c de toute fissure active, alors il peut amorcer et la fissure amorcée pourra propager jusqu'à atteindre la taille des fissures actives $2a_c$.

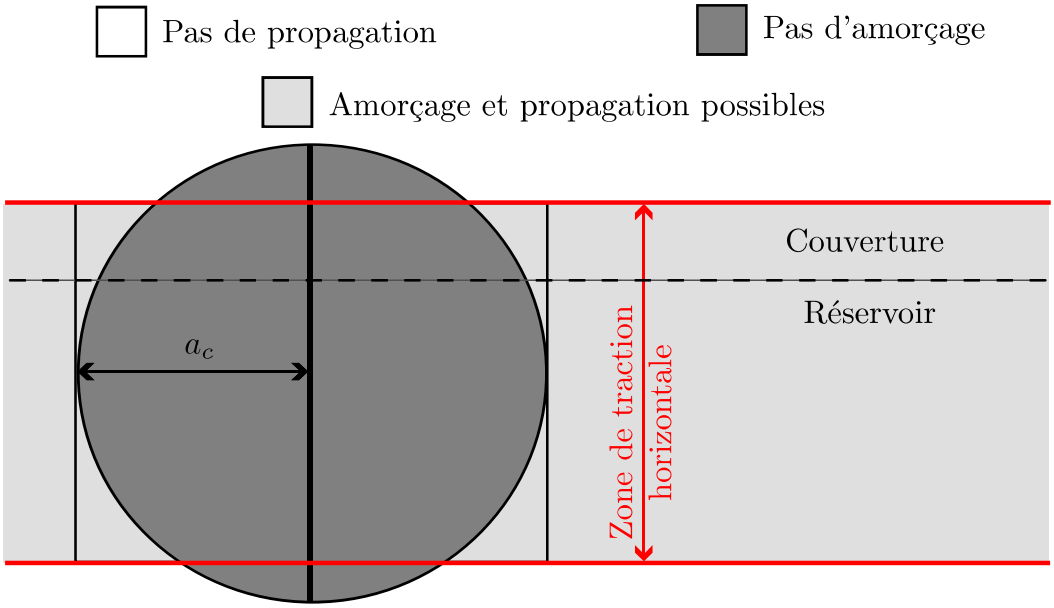


FIG. 2.8 : Interactions entre fissures actives et sites d'amorçage.

La taille de la zone d'occultation peut s'écrire

$$Z_{obs}(c) = 2l^2 a_c. \tag{2.24}$$

On introduit un chargement caractéristique c_c et une densité de fissure caractéristique λ_{fc} tels que $Z_{obs}(c_c)\lambda_{fc} = 1$ et $\lambda_{fc} = \lambda_{ft}(c_c)$. Le niveau de chargement caractéristique s'exprime par

$$c_c = \left[\frac{\sigma_0^m}{2l^2\lambda_0\alpha_{ac}\alpha_{Hc}\alpha_{\sigma c}^m}\right]^{\frac{1}{m+\beta_{Hc}+\beta_{ac}}} \tag{2.25}$$

et la densité de fissure caractéristique s'écrit

$$\lambda_{fc} = \frac{1}{2l\alpha_{ac}}\left[\frac{2l^2\lambda_0\alpha_{ac}\alpha_{Hc}\alpha_{\sigma c}^m}{\sigma_0^m}\right]^{\frac{\beta_{ac}}{m+\beta_{Hc}+\beta_{ac}}}. \tag{2.26}$$

On peut alors écrire la probabilité d'occultation

$$P_{obs}(c) = 1 - \exp\left[\left(\frac{c}{c_c}\right)^{m+\beta_{Hc}+\beta_{ac}}\right], \tag{2.27}$$

et la densité de fissure normée

$$\frac{\lambda_{fb}}{\lambda_{fc}}(c) = \left(\frac{m+\beta_{Hc}}{m+\beta_{Hc}+\beta_{ac}}\right)\gamma\left[\frac{m+\beta_{Hc}}{m+\beta_{Hc}+\beta_{ac}}, \left(\frac{c}{c_c}\right)^{m+\beta_{Hc}+\beta_{ac}}\right]. \tag{2.28}$$

La figure 2.9 montre que la saturation du réseau de fissures apparaît quand le niveau de chargement c dépasse le niveau de chargement caractéristique c_c. Une fois la saturation du réseau atteinte, il n'y a plus amorçage de nouvelles fissures verticales, la dégradation des matériaux est uniquement due à la propagation des fissures existantes. On peut faire, par exemple, l'hypothèse que pour les roches de la zone d'étude le module de Weibull est $m = 6$ et que le facteur d'échelle est $\sigma_0^m/\lambda_0 = 10^{36}$ Pa^{m}m^3 qui constituent des valeurs réalistes (voir chapitre 3). Lors de la saturation du réseau de fissures verticales est atteint, le nombre de fissures dans la zone d'étude est de $N_b = \lambda_{fb} l^3 = 20$. On peut en déduire que la formation d'un réseau de fissures est possible et que la dégradation des propriétés de transfert du milieu est relativement diffuse.

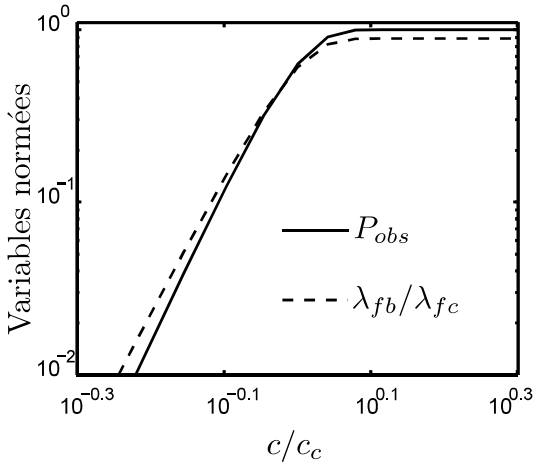


FIG. 2.9 : Evolution de la densité de fissure normée et de la probabilité d'occultation en fonction du niveau de chargement normé.

Afin d'étudier plus précisément l'influence des paramètres de Weibull sur la densité du réseau de fissures, on introduit une contrainte nominal

$$\sigma_Z = \frac{\sigma_0^m}{(1^3\lambda_0)^{\frac{1}{m}}} \tag{2.29}$$

qui vaut pour les paramètres introduits précédemment $\sigma_Z = 1,0$ MPa. Dans le tableau 2.1, le nombre de fissures à saturation du réseau est calculé pour différents paramètres de Weibull afin d'évaluer leur influence sur les résultats.

On constate que pour toute la gamme de paramètres utilisés, il y a formation d'un réseau relativement diffus. Pour toutes les valeur de σ_Z, le nombre de fissures à saturation du réseau augmente quand m diminue. Sachant que m représente l'hétérogénéité du matériau, on peut dire que plus le matériau est hétérogène plus les fissures sont nombreuses. On constate aussi que l'influence du module de Weibull se fait plus importante pour de faibles valeurs de m (*i.e.,* $m \leq 5$). Pour un même module de Weibull m, une augmentation de la contrainte nominale à pour effet de diminuer le nombre de fissures à saturation du réseau. Afin d'expliquer les résultats, on présente sur la figure 2.10 l'évolution de la probabilité d'amorçage de la première fissure dans une zone de taille 1 m^3 soumise à une sollicitation σ.

TAB. 2.1 : Influence des paramètres de Weibull sur le nombre de fissures à saturation du réseau.

	$m=3$	$m=4$	$m=5$	$m=6$	$m=7$	$m=8$	$m=9$
$\sigma_Z = 0,50$ (MPa)	40	29	24	21	19	18	17
$\sigma_Z = 0,75$ (MPa)	38	28	23	20	18	17	16
$\sigma_Z = 1,00$ (MPa)	37	27	23	20	18	16	15
$\sigma_Z = 1,25$ (MPa)	36	27	22	19	17	16	15
$\sigma_Z = 1,50$ (MPa)	35	26	21	18	17	15	14

La figure 2.10(a) représente l'effet du module de Weibull sur la probabilité d'amorçage d'une première fissure. On constate que plus le module de Weibull diminue, plus la probabilité d'amorcer une première fissure pour de faibles niveaux de sollicitation est élevée. Les courbes correspondant aux différents modules de Weibull se croisent pour $\sigma = \sigma_Z$ et $P_F = P_{N_d \geq 1} = 1 - 1/e$. Quand σ devient plus grand que σ_Z la probabilité P_F est d'autant plus grande que le module de Weibull est grand. Sur la figure 2.10(b) on constate que plus le facteur d'échelle diminue, plus la probabilité d'amorcer une première fissure pour de faibles niveaux de sollicitation augmente. Pour un cas de sollicitation quasi-statique, les fissures amorcées propagent quasiment instantanément jusqu'à atteindre la taille des fissures actives $2 \times a_c$ dès l'amorçage. De ce fait plus une fissure amorce pour un niveau de chargement faible, plus la taille de la zone de relaxation des contraintes immédiatement générée est faible. Ainsi, pour une fissure amorcée supplémentaire, la fraction de domaine occulté est d'autant plus faible que l'amorçage se produit pour des niveaux de sollicitation faibles.

On peut donc dire d'après les résultats du tableau 2.1 que, pour une même valeur de ténacité $K_c = 1$ MPa$\sqrt{\text{m}}$, plus l'amorçage des premières fissures arrive pour un niveau de chargement élevé, moins le réseau formé sera diffus. On remarque que dans le cas de chargement quasi-statique traité, l'influence du module de Weibull sur la densité de fissuration est inverse à celle observée pour des cas de chargement en fatigue thermique [30]. Cette différence notable est due au fait que la propagation des fissures est considérée en fatigue thermique comme progressive quel que soit leur niveau de chargement à amorçage. Pour un cas de chargement quasi-statique, le niveau de chargement associé à l'amorçage d'une fissure et son premier incrément de propagation ne sont pas indépendants. Pour

l'ensemble des paramètres de Weibull utilisés, la saturation du réseau arrive pour un débit d'injection normé faible (*i.e.,* $0,75 \leq s \leq 0,85$). En comparant ce résultat à ceux présentés sur la figure 2.5, on constate que la saturation du réseau est complète bien avant la rupture de la couverture. Pour un coefficient des terres $k_i = 0,7$, comme présenté sur la figure 1.9, alors que le débit d'injection normé générant une contrainte effective horizontale nulle est de $s = 0,75$, le débit d'injection normé générant une contrainte effective verticale nulle est de $s = 1,0$. On peut en déduire que la saturation du réseau de fissure verticales s'opère bien avant l'apparition de tout risque d'amorçage de fissures horizontales. Cependant une fois que le débit d'injection normé $s = 1$ est atteint, la formation d'un réseau de fissures bidirectionnelles est possible.

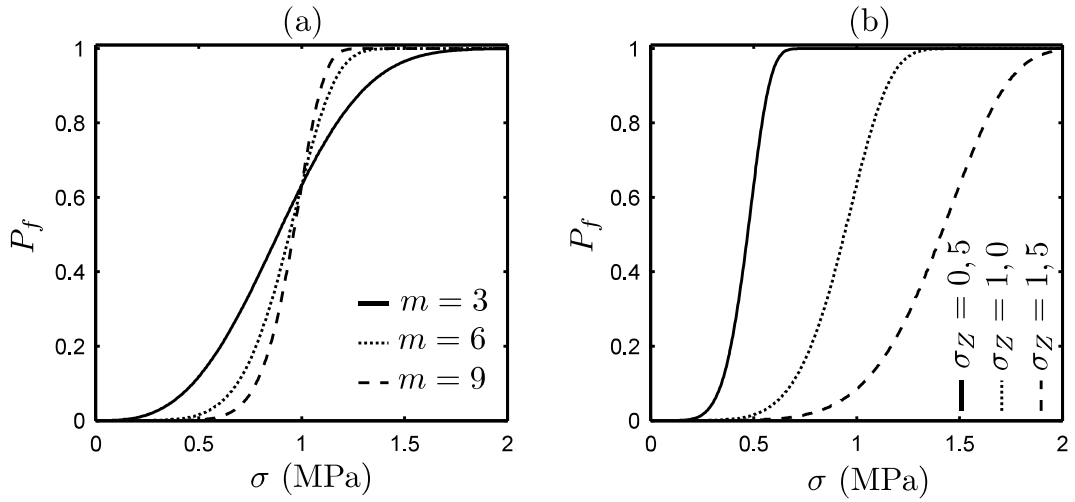


FIG. 2.10 : Evolution de probabilité d'amorçage de la première fissure dans une zone de taille 1 m^3 soumise à une sollicitation σ pour un facteur d'échelle nominal $\sigma_Z = 1,0$ MPa et différents modules de Weibull (a) et pour un module de Weibul $m = 6$ et différents facteur d'échelle nominaux (b).

2.3 Bilan

L'étude présentée dans ce chapitre repose sur des hypothèses fortes. Cependant elle permet une réflexion qualitative sur les possibilités de formation de réseaux de fissures. Le cas de la propagation de fissures verticales en mode d'ouverture a été analysé. L'étude de la propagation d'une fissure seule a montré que des fissures de natures variées pouvaient être à l'origine d'une rupture de la couverture pour des niveaux d'injection très élevés. L'étude a aussi montré que la nature d'une fissure initialement présente a une influence sur son niveau de sollicitation à amorçage mais pas sur sa propagation dans le cas traité. L'étude met en évidence le fait qu'il est possible que des fissures horizontales amorcent avant qu'il y ait rupture de la couverture par fissuration verticale.

Un modèle probabiliste a été développé afin de représenter la formation et la propagation d'un réseau de fissures verticales. Le modèle proposé montre que la formation d'un

réseau constitué de nombreuses fissures verticales est possible. Il montre aussi qu'il est possible qu'un réseau de fissures verticales arrive à saturation avant l'apparition de fissures horizontales. Globalement, il ressort que les scénarios de fissuration sont variés. Le développement d'une méthode de calcul permettant de représenter ces différentes possibilités et permettant de prendre en compte le couplage hydro-mécanique pour la phase non-linéaire du comportement mécanique semble donc justifié.

Le modèle probabiliste présenté repose sur trois paramètres à savoir le module de Weibull m, le facteur d'échelle σ_0^m/λ_0 et la ténacité K_c. On propose au chapitre 3 une procédure expérimentale permettant de les identifier.

Chapitre 3

Identification des paramètres mécaniques

Dans ce chapitre, on présente une procédure expérimentale permettant d'identifier les paramètres nécessaires à la représentation de la formation d'un réseau de fissures ouvertes dans un matériau hétérogène. La procédure est utilisée pour des échantillons de roches issues de la couverture d'un réservoir géologique. Dans un premier temps, on présente les propriétés générales du matériau étudié. Ensuite, on identifie les paramètres de Weibull permettant de modéliser l'amorçage des fissures. Enfin on identifie la ténacité du matériau afin de pouvoir modéliser la propagation de ces fissures.

Sommaire

3.1 Matériau étudié 47
3.1.1 Composition et propriétés de transfert 47
3.1.2 Détermination des paramètres d'élasticité 49
3.2 Détermination des paramètres de Weibull 50
3.2.1 Procédure expérimentale 50
3.2.2 Méthode d'identification des paramètres de Weibull 54

3.2.3 Résultats 56
3.3 Mesure de la ténacité 57
3.3.1 Corrélation d'images 58
3.3.2 Procédure de pré-fissuration 60
3.3.3 Identification de la ténacité 64
3.3.4 Résultats 68
3.4 Bilan 70

Le chapitre 1 a montré que lors d'une opération d'injection de CO_2 en réservoir géologique, il est possible de générer l'amorçage de fissures ouvertes pour d'importants niveaux d'injection. Dans le chapitre 2, on étudie la possibilité de former un réseau de fissures ouvertes lors d'une opération d'injection de CO_2 en réservoir géologique. Un modèle de formation de réseau de fissures ouvertes a été développé. Le modèle évoqué contient trois paramètres caractérisant le comportement des matériaux. Les deux premiers paramètres utilisés sont ceux de Weibull, à savoir le module de Weibull m et le paramètre d'échelle σ_0^m/λ_0. Le module de Weibull représente l'hétérogénéité du matériau et le facteur d'échelle caractérise l'effet d'échelle. On peut décrire l'amorçage de fissures à l'aide d'un modèle de Weibull basé sur les paramètres précédents. Le troisième paramètre utilisé est la ténacité K_c. En effet, dans le modèle de formation de réseau de fissures développé dans le chapitre 2 on simule la propagation des fissures avec un critère portant sur le facteur d'intensité des contraintes. Le critère utilisé est issu de la mécanique de la rupture. La ténacité représente la résistance du matériau à la propagation des fissures. Les trois paramètres évoqués permettent de décrire l'amorçage et la propagation de fissures et vont donc représenter la formation d'un réseau de fissures ouvertes. L'objectif de ce chapitre est de proposer une procédure expérimentale visant à identifier les trois paramètres considérés. A titre d'exemple la procédure expérimentale sera utilisée sur un matériau représentatif des roches constituant habituellement la couverture d'un réservoir souterrain.

3.1 Matériau étudié

On s'attache dans cette partie à présenter le matériau étudié. L'étude réalisée porte sur des échantillons de roche provenant du site de Weyburn, au Canada. Le site de Weyburn est considéré comme un site potentiel de stockage géologique de CO_2 [43]. Les échantillons étudiés ont été carottés à environ 1300 m de profondeur. Ils proviennent d'une couche géologique particulière appelée Lower Watrous. Le Lower Watrous est considéré comme la couverture d'une partie du réservoir géologique du site de Weyburn. Le matériau étudié est une roche sédimentaire ayant des propriétés de transfert remarquables en tant que couverture.

3.1.1 Composition et propriétés de transfert

La roche étudiée présente une lithologie variée. Il s'agit d'une roche globalement argileuse (*i.e.,* sédiment quartzeux ayant une microstructure fine). Les grains composant le matériau étudié sont pour la plupart de la taille de lutites (*i.e.,* ont un diamètre inférieur à $0,0625$ mm) [44]. Les grains évoqués sont d'origine clastique ou granitique et sont inclus dans une matrice argilo-dolomitique. Les carottes récupérées ont un diamètre d'environ 86 mm pour une longueur de $2,0$ à $2,4$ fois leur diamètre comme le montre la figure 3.1.

Bien que le matériau étudié ait une microstructure fine, les échantillons contiennent des inclusions minérales (notamment constituées de quartz) à une échelle supérieure.

Les inclusions minérales évoquées peuvent avoir un diamètre de plusieurs millimètres voire d'un centimètre comme le montre la figure 3.1. Des observations au microscope électronique à balayage ont été réalisées, on en présente quelques résultats sur la figure 3.2.

FIG. 3.1 : Carotte de roche de couverture d'un diamètre de 86 mm pour une longueur de 180 mm.

(a) (b)

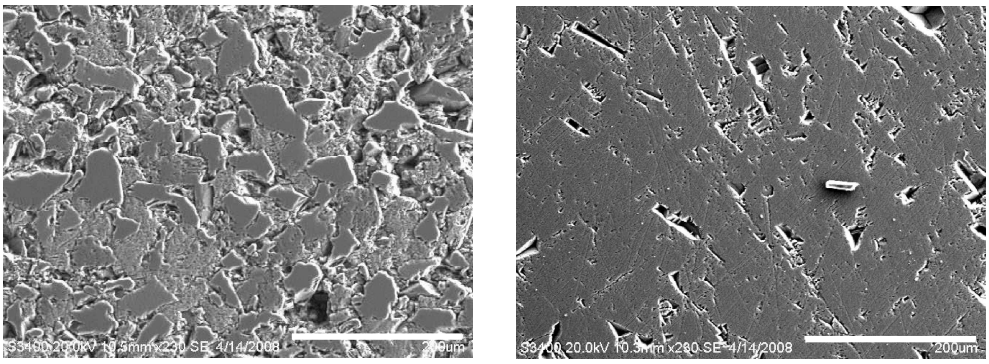


FIG. 3.2 : Grains de petite taille dans une matrice argilo-dolomitique (a) et inclusion minérale de quartz (b) observés au microscope à balayage.

On peut voir des grains contenus dans la matrice argilo-dolomitique qui sont les principaux constituants des échantillons étudiés sur la figure 3.2(a). Les échantillons contiennent aussi des inclusions de quartz que l'on peut observer sur la figure 3.2(b). Les inclusions de quartz représentent une hétérogénéité à une échelle bien supérieure à celle de la microstructure. La nature hétérogène du matériau est susceptible de lui conférer un comportement mécanique non linéaire aléatoire. Le matériau considéré a une porosité variable. Sa porosité maximale mesurée est de $0,11$ [44] ce qui représente une valeur importante pour une roche de couverture. En revanche la porosité moyenne est de $0,04$ ce qui est une valeur usuelle pour une roche de couverture. La perméabilité intrinsèque est

en moyenne de 8×10^{-16} m^2 ce qui est également une valeur usuelle pour une roche de couverture.

3.1.2 Détermination des paramètres d'élasticité

On suppose dans cette partie que le matériau étudié a un comportement isotrope en élasticité et que les échantillons sont homogènes. Des essais de compression uniaxiale ont été réalisés pour identifier les paramètres élastiques. Dans le but de s'affranchir d'une éventuelle flexion de l'échantillon, la mesure a été effectuée à l'aide de trois jauges de déformation longitudinales et de trois jauges de déformation transversales comme on peut le voir sur la figure 3.3.

FIG. 3.3 : Mise en place de l'essai de compression uniaxiale.

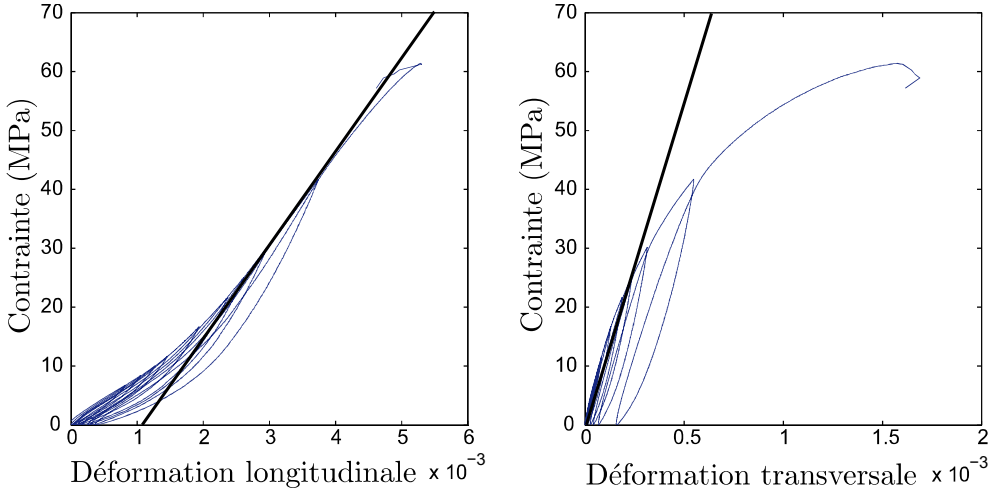


FIG. 3.4 : Courbe de compression du matériau, les niveaux de contrainte de compression et de déformation longitudinale étant donnés en valeurs positives.

La figure 3.4 présente la réponse globale du matériau sous un chargement de compression uniaxiale. Le chargement est piloté en déplacement et son évolution est lente. Le matériau a rompu par fendage pour un niveau de compression de -60 MPa. Comme on peut le voir sur la figure 3.4, l'allure des différentes charges et décharges montre que l'on peut raisonnablement assimiler le comportement à celui d'un matériau fragile. On trouve un module de Young de $E = 16$ GPa et un coefficient de Poisson $\nu = 0,15$. Ces valeurs sont dans la gamme usuelle pour ce type de roches.

3.2 Détermination des paramètres de Weibull

Un modèle de Weibull permet de décrire l'amorçage des fissures. Deux principaux types de modèles de Weibull sont utilisés. Les modèles à deux paramètres sont basés sur le module de Weibull m et le facteur d'échelle σ_0^m/λ_0 et les modèles à trois paramètres contiennent un seuil en plus des deux paramètres habituels. Un modèle de Weibull à trois paramètre peut être utilisé dans le cadre de la procédure expérimentale décrite dans la partie 3.2.1 à ceci près que l'on remplace dès l'équation (3.1) la contrainte principale maximale σ_I par $\langle \sigma_I - \sigma_u \rangle$ avec σ_u une contrainte d'amorçage seuil positive et $\langle . \rangle$ l'operateur partie positive. Cependant, introduire une contrainte seuil d'amorçage équivaut à supposer l'existence d'une taille maximale de défauts initiaux. De ce fait, on fait le choix d'utiliser un modèle de Weibull à deux paramètres, car il n'est pas raisonnable de supposer qu'il est possible d'identifier une taille de défauts maximale à partir d'une campagne expérimentale menée sur des échantillons ayant l'échelle de la carotte en vue de réaliser une étude à l'échelle d'un réservoir géologique. Dans cette partie, on présente une méthode d'évaluation du module de Weibull et du facteur d'échelle. Dans un premier temps on présente une démarche expérimentale visant à caractériser l'amorçage de fissures dans le matériau étudié. Ensuite on explique une méthode d'identification des paramètres recherchés. Enfin on présente et analyse les résultat obtenus.

3.2.1 Procédure expérimentale

Dans la partie 2.1.1 on a introduit un modèle décrivant l'amorçage de fissures. Dans ce modèle, on lie la densité de défauts amorçables contenus dans une zone au niveau de sollicitation par un processus ponctuel de Poisson d'intensité

$$\lambda_t(\sigma_I) = \lambda_0 \left(\frac{\sigma_I}{\sigma_0} \right)^m \tag{3.1}$$

avec σ_I la contrainte principale maximale, m et σ_0^m/λ_0 les paramètres de Weibull. On écrit ensuite la probabilité de trouver N_d défauts amorçables dans une zone de taille Z sollicitée uniformément

$$P_{N_d}(Z, \sigma_I) = \frac{[Z\lambda_t(\sigma_I)]^{N_d}}{N_d!} \exp\left[-Z\lambda_t(\sigma_I)\right]. \tag{3.2}$$

Un cas particulier d'utilisation de l'expression précédente est le cas de la rupture fragile. Il y a rupture fragile si, dans un échantillon donné, la sollicitation est telle que la propagation d'une fissure amorcée est instable et mène à la rupture de l'échantillon. Dans un cas de rupture fragile, on peut supposer que l'amorçage de la première fissure mène à la ruine de l'échantillon (*i.e.,* hypothèse du maillon le plus faible). Sous l'hypothèse du maillon le plus faible [45] on écrit la probabilité de rupture d'un échantillon de taille Z sollicité uniformément

$$P_F(Z,\sigma_I) = P_{N_d\geq 1}(Z,\sigma_I) = 1 - P_0 = 1 - \exp\left[-Z\lambda_t(\sigma_I)\right] \tag{3.3}$$

avec P_0 la probabilité de n'avoir aucun site amorçable dans un domaine Ω de taille Z sollicitée par une contrainte σ. La probabilité P_0 est la probabilité de survie d'un échantillon dans un cas où l'hypothèse du maillon le plus faible est légitime. L'expression précédente correspond à un modèle de Weibull [25]. Comme précisé dans la partie 2.1.1, il est possible d'utiliser un modèle de Weibull pour des cas de sollicitation non-uniforme en introduisant un volume effectif [38]. On peut alors écrire la probabilité de rupture d'un échantillon

$$P_F(\sigma_f) = 1 - \exp\left[-Z_{eff}(\sigma_f)\lambda_t(\sigma_f)\right] \tag{3.4}$$

où Z_{eff} s'écrit

$$Z_{eff}(\sigma_f) = \int_\Omega \left[\frac{\sigma_I}{\sigma_f}\right]^m d\Omega = H(\sigma_f) Z \tag{3.5}$$

avec $\sigma_f = \max_\Omega(\sigma_I)$ et H le facteur d'hétérogénéité des contraintes.

Pour un cas de rupture fragile, il est possible d'identifier les paramètres de Weibull à partir d'une série de valeurs de contraintes à rupture, cet aspect est abordé dans la partie 3.2.2. Pour des roches, au moins deux types d'essais usuels permettent de solliciter des échantillons en traction indirecte jusqu'à rupture fragile, il s'agit des essais brésiliens et des essais de flexion trois points. On utilise ces deux types d'essais afin d'identifier les paramètres de Weibull.

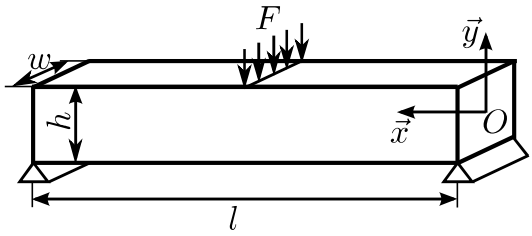


FIG. 3.5 : Schéma de l'essai de flexion trois points.

Pour l'essai de flexion trois points, présenté sur la figure 3.5, la rupture de l'échantillon en forme de poutre s'effectue perpendiculairement à l'axe de la poutre et généralement a proximité de son centre. Pour une poutre de longueur l, de hauteur h et d'épaisseur w la contrainte principale maximale peut s'exprimer sur une moitié de la poutre par

$$\sigma_{Ifl}(x,y) = \left\langle \frac{-6Fyx}{wh^3} \right\rangle \tag{3.6}$$

en tout point (x,y) du domaine Ω_{fl} avec $(O,\vec{x},\vec{y})$ un repère cartésien dont le centre est placé au milieu d'une section de la poutre en appui avec $\vec{x}$ dirigé selon la longueur de la poutre, F la force appliquée selon $\vec{y}$ et σ_{Ifl} la contrainte principale maximale. On en déduit le facteur d'hétérogénéité des contraintes

$$H_{fl} = \frac{1}{hl}\int_{\Omega_{fl}} \left(\frac{\sigma_{Ifl}(x,y)}{\sigma_{ffl}}\right)^m d\Omega_{fl} = \frac{1}{2(m+1)^2} \tag{3.7}$$

avec m le module de Weibull du matériau et $\sigma_{ffl} = max_{\Omega_{fl}}\left(\sigma_{Ifl}\right)$ le maximum de la contrainte principale maximale sur le domaine Ω_{fl}. Pour l'essai de flexion trois points, la probabilité de rupture vaut donc

$$P_{Ffl}\left(\sigma_{ffl}\right) = 1 - \exp\left[-\frac{Z_{fl}}{2(m+1)^2}\lambda_t\left(\sigma_{ffl}\right)\right] \tag{3.8}$$

avec

$$\sigma_{ffl} = \frac{3Fl}{2wh^2} \tag{3.9}$$

et $Z_{fl} = lwh$.

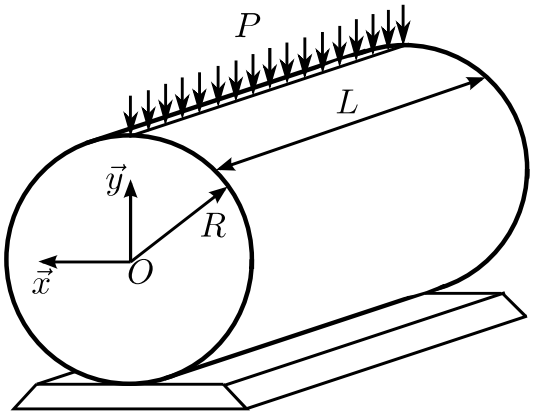


FIG. 3.6 : Schéma de l'essai brésilien.

Pour l'essai brésilien, présenté sur la figure 3.6, la rupture de l'échantillon est diamétrale. On peut calculer le champ de contrainte, dans l'échantillon à partir des potentiels de Kolossov et Muskhelishvili Φ et Ψ [46], qui valent pour un essai brésilien

$$\phi(z_c) = \frac{PR}{2L\pi}\left[\frac{z_c}{R} - \log\left(\frac{R+z_c}{R-z_c}\right)\right] \tag{3.10}$$

et

$$\psi(z_c) = \frac{PR}{2L\pi}\left[\frac{R}{R-z_c} - \frac{R}{R+z_c} + \log\left(\frac{R+z_c}{R-z_c}\right)\right] \tag{3.11}$$

avec $z_c = x + iy$, $(O,\vec{x},\vec{y})$ étant un repère cartésien dans une section du cylindre dont l'origine se situe au centre de la section avec $\vec{x}$ parallèle à la direction de chargement, R

le rayon du cylindre, P le chargement appliqué et L la longueur du cylindre. Le champ de contraintes dans l'échantillon se déduit des potentiels de Kolossov-Muskhelishvili de telle manière que

$$\sigma_{xx}(x,y)+\sigma_{yy}(x,y)=2\left[\phi'(z_c)+\overline{\phi'(z_c)}\right] \tag{3.12}$$

et

$$\sigma_{xx}(x,y)-\sigma_{yy}(x,y)+i\sigma_{xy}(M)=-2\left[z_c\overline{\phi''(z_c)}+\overline{\psi'(z_c)}\right]. \tag{3.13}$$

On trouve les composantes du champ de contraintes

$$\sigma_{xx}(x,y)=\frac{P}{\pi L}\left[\frac{1}{R}-\frac{2(R-x)^3}{\left(y^2+(R-x)^2\right)^2}-\frac{2(R+x)^3}{\left(y^2+(R+x)^2\right)^2}\right], \tag{3.14}$$

$$\sigma_{yy}(x,y)=\frac{P}{\pi L}\left[\frac{1}{R}-\frac{2y^2(R-x)}{\left(y^2+(R-x)^2\right)^2}-\frac{2y^2(R+x)}{\left(y^2+(R+x)^2\right)^2}\right], \tag{3.15}$$

$$\sigma_{xy}(x,y)=\frac{P}{\pi L}\left[\frac{2y(R-x)^2}{\left(y^2+(R-x)^2\right)^2}-\frac{2y(R+x)^2}{\left(y^2+(R+x)^2\right)^2}\right] \tag{3.16}$$

en tout point du domaine Ω_{br} qui correspond à une section du cylindre avec $\sigma_{zz}(x,y)=0$ sous l'hypothèse des contraintes planes et $\sigma_{zz}(x,y)=-\nu\left[\sigma_{xx}(M)+\sigma_{yy}(M)\right]$ sous l'hypothèse des déformations planes. Pour déterminer le facteur d'hétérogénéité des contraintes dans le cas de l'essais brésilien, il est possible de réaliser une intégration numérique de l'expression

$$H_{br}=\frac{1}{\pi R^2}\int_{\Omega_{br}}\left(\frac{\sigma_{Ibr}(x,y)}{\sigma_{fbr}}\right)^m d\Omega_{br} \tag{3.17}$$

avec m le module de Weibull du matériau et $\sigma_{fbr}=max_{\Omega}\left(\sigma_{Ibr}(x,y)\right)$ le maximum de la contrainte principale maximale sur le domaine Ω_{br}. Les résultats de l'intégration numérique sont présentés sur la figure 3.7. On représente le facteur d'hétérogénéité des contraintes par l'interpolation suivante

$$H_{br}=\frac{\alpha_{br}}{(m+1)^{\beta_{br}}} \tag{3.18}$$

avec $\alpha_{br}=0,41$ et $\beta_{br}=0,67$. Pour l'essai brésilien, la probabilité de rupture vaut donc

$$P_{Fbr}\left(\sigma_{fbr}\right)=1-\exp\left[-\frac{\alpha_{br}Z_{br}}{(m+1)^{\beta_{br}}}\lambda_t\left(\sigma_f\right)\right] \tag{3.19}$$

avec

$$\sigma_{fbr}=\frac{P}{RL\pi} \tag{3.20}$$

et $Z_{br}=L\pi R^2$.

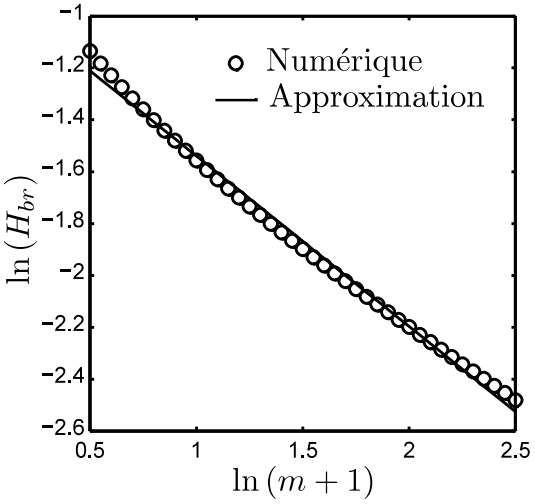


FIG. 3.7 : Facteur d'hétérogénéité des contraintes H_{br} pour 6×10^5 points de calcul.

3.2.2 Méthode d'identification des paramètres de Weibull

En suivant une procédure expérimentale du même type que celle présentée dans la partie 3.2.1, on obtient pour chaque échantillon rompu une contrainte principale maximale à rupture σ_f. On peut obtenir n_v valeurs pour une étude portant sur n_v échantillons. Afin de pouvoir identifier des paramètres de Weibull uniques pour les campagnes d'essais brésiliens et de flexion trois points, on associe à chaque contrainte principale maximale à rupture une contrainte de Weibull [47, 48] que l'on définit comme

$$\sigma_w = \sigma_f \left(HZ\lambda_0\right)^{\frac{1}{m}} \tag{3.21}$$

avec H le facteur d'hétérogénéité des contraintes et Z le volume de l'échantillon valant H_{br} et Z_{br} pour un essai brésilien et H_{fl} et Z_{fl} pour un essai de flexion trois points. On peut alors identifier les paramètres de Weibull, m le module de Weibull et σ_0^m/λ_0 le paramètre d'échelle à partir des contraintes de Weibull classées par ordre croissant σ_{wi} selon différentes méthodes. On utilise notamment la méthode d'identification directe par régression linéaire, la méthode des moments et la méthode du maximum de vraisemblance. La méthode d'identification directe par régression linéaire est la plus utilisée pour identifier des paramètres associés à l'amorçage de fissures car elle est simple et permet d'obtenir de bons résultats pour un nombre restreint de données expérimentales [49, 50]. Le principe est de cette méthode est d'attribuer à chaque contrainte de Weibull à rupture σ_{wi} une probabilité de rupture P_{Fi}. Sachant d'après loi de Weibull que

$$P_{Fi} = 1 - \exp\left[-\left(\frac{\sigma_{wi}}{\sigma_0}\right)^m\right], \tag{3.22}$$

ou encore

$$\ln\left[-\ln\left(1-P_{Fi}\right)\right] = m\ \left[\ln(\sigma_{wi}) - \ln\left(\sigma_0\right)\right], \tag{3.23}$$

on identifie les paramètres de Weibull par une minimisation au sens des moindres carrés. En pratique, on minimise en fonction des paramètres de Weibull la somme

$$SW\left(m, \frac{\sigma_0^m}{\lambda_0}, \sigma_w\right) = \sum_{i=1}^{n_v} \left\{\ln\left[-\ln\left(1-P_{Fi}\right)\right] - m\ \left[\ln(\sigma_{wi}) - \ln\left(\sigma_0\right)\right]\right\}^2. \tag{3.24}$$

Pour un cas d'identification où on se base sur des résultats obtenus avec des procédures expérimentales différentes les facteurs d'hétérogénéité des contraintes peuvent avoir des expressions différentes. On peut alors minimiser la somme (3.24) par une méthode itérative [48] telle que présentée sur la figure 3.8.

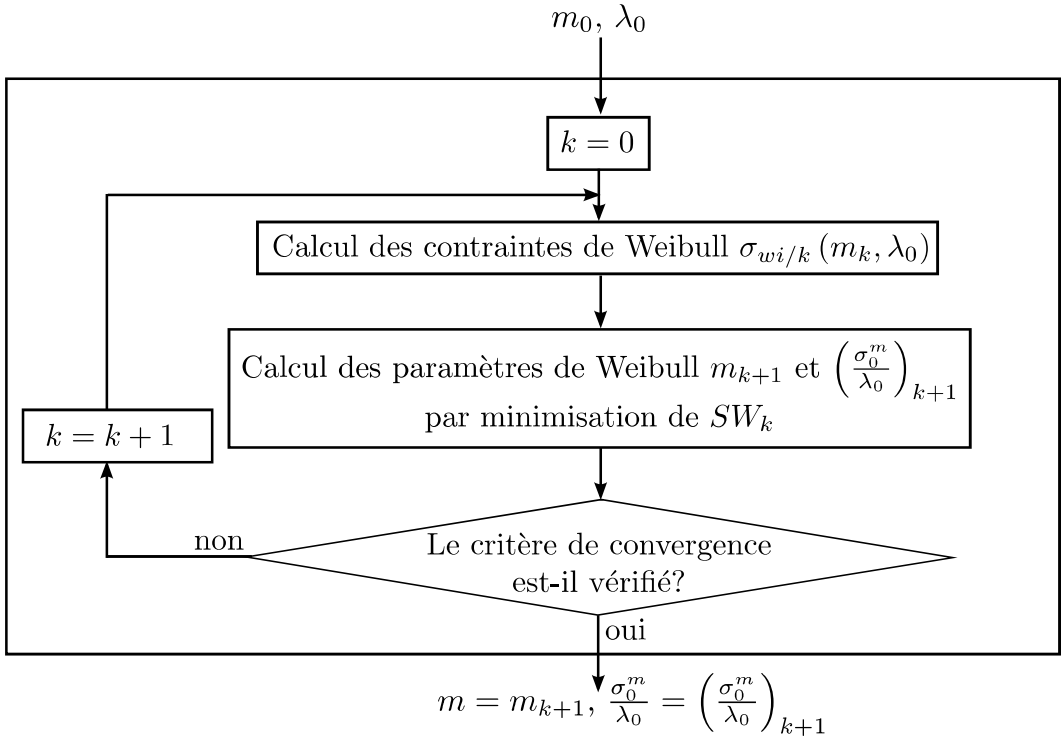


FIG. 3.8 : Algorithme d'identification des paramètres de Weibull.

La méthode itérative est initialisée par le choix d'un module de Weibull initial m_0 et d'une échelle d'étude λ_0. Le principe de la méthode est de déduire de m_0 et λ_0 la valeur des facteurs d'hétérogénéité des contraintes initiaux puis des contraintes de weibull initiale $\sigma_{wi/0}$ afin de pouvoir faire une première minimisation de la somme (3.24) au sens des moindres carrés. Le module de Weibull calculé sert alors de module de Weibull initial pour une nouvelle itération. Quand au fil des itérations le module de Weibull converge vers une valeur donnée, on tend vers un jeu de paramètres de Weibull qui minimisent effectivement la somme (3.24) au sens des moindres carrés. On considère dans le cas que présent que la convergence est atteinte lorsque l'on a

$$2\frac{m_{k+1} - m_k}{m_{k+1} + m_k} \leq 0{,}01 \tag{3.25}$$

où m_k et m_{k+1} désignent les modules de Weibull à l'itération k et $k+1$. Cette méthode comporte plusieurs variantes qui se différencient par le choix de la probabilité de rupture associée à chaque contrainte à rupture. On choisit d'attribuer à chaque contrainte à rupture une probabilité de rupture

$$P_{Fi} = \frac{i}{n+1}. \tag{3.26}$$

3.2.3 Résultats

Pour les essais de flexion trois points, les échantillons utilisés ont des dimensions de $h \approx 18,75$ mm, $b \approx 18,75$ mm et $l = 75,00$ mm. Les 30 échantillons testés en flexion trois points ont rompu. Les résultats obtenus sont donnés dans l'annexe D. Pour le cas de l'essai brésilien, les échantillons utilisés ont des dimensions de $R \approx 43$ mm et $L \approx 80$ mm. Sur les 34 échantillons ayant subi un essai brésilien, 4 ne se sont pas cassés pour un effort de 100 kN qui est la charge maximale de la machine d'essai utilisée. Les résultats obtenus sont donnés dans l'annexe C. Ils sont tout de même pris en compte.

Trois identifications ont été réalisées, une première basée sur les résultats issus de la campagne d'essais de flexion trois points, une seconde basée sur les essais brésiliens et une troisième prenant en compte l'ensemble des résultats. Pour les trois modes d'identification on fixe $\lambda_0 = 1000$ m^{-3}. Les résultats obtenus sont donnés dans le tableau 3.1.

TAB. 3.1 : Résultats obtenus en identifiant les paramètres de Weibull à partir des essais de flexion trois points (1), des essais brésiliens (2) ou des deux à la fois (3).

	m	σ_0^m/λ_0 (Pa^{m}m^3)	σ_0 (MPa)	H_{fl}	H_{br}
(1)	$5,1$	$4,4 \times 10^{28}$	$1,6$	$0,014$	*
(2)	$6,9$	$9,4 \times 10^{42}$	$4,6$	*	$0,103$
(3)	$6,0$	$7,3 \times 10^{35}$	$3,0$	$0,010$	$0,111$

Pour tous les cas, le module de Weibull trouvé est relativement faible, il indique que le matériau est hétérogène, il reste cependant dans la gamme des valeurs usuelles pour une roche (*i.e.,* $3 \leq m \leq 9$). On observe une bonne correspondance entre les différents types d'essais, le module de Weibull étant du même ordre de grandeur. On observe cependant une différence nette sur la valeur du paramètre σ_0 suivant le mode d'identification. Cette différence peut être attribuée à une probable anisotropie du matériau. En effet, les essais de flexion trois points réalisés ont généré une sollicitation en traction perpendiculaire aux plans de stratification apparents du matériau alors que les essais brésiliens ont généré une sollicitation en traction parallèle aux plans de stratification.

On présente sur la figure 3.9 le diagramme de Weibull modifié des trois modes d'identification utilisés. On rappelle que les contraintes de Weibull σ_w dépendent des paramètres de Weibull identifiés. Comme le montre la figure 3.9, le modèle de Weibull permet d'obtenir une bonne correspondance avec les résultats expérimentaux pour les cas (1), (2) et (3). Plus précisément, on observe pour les cas (1), (2) et (3) une différence entre les résultats

expérimentaux et la formulation retenue pour le modèle au niveau des faibles probabilités d'amorçage.

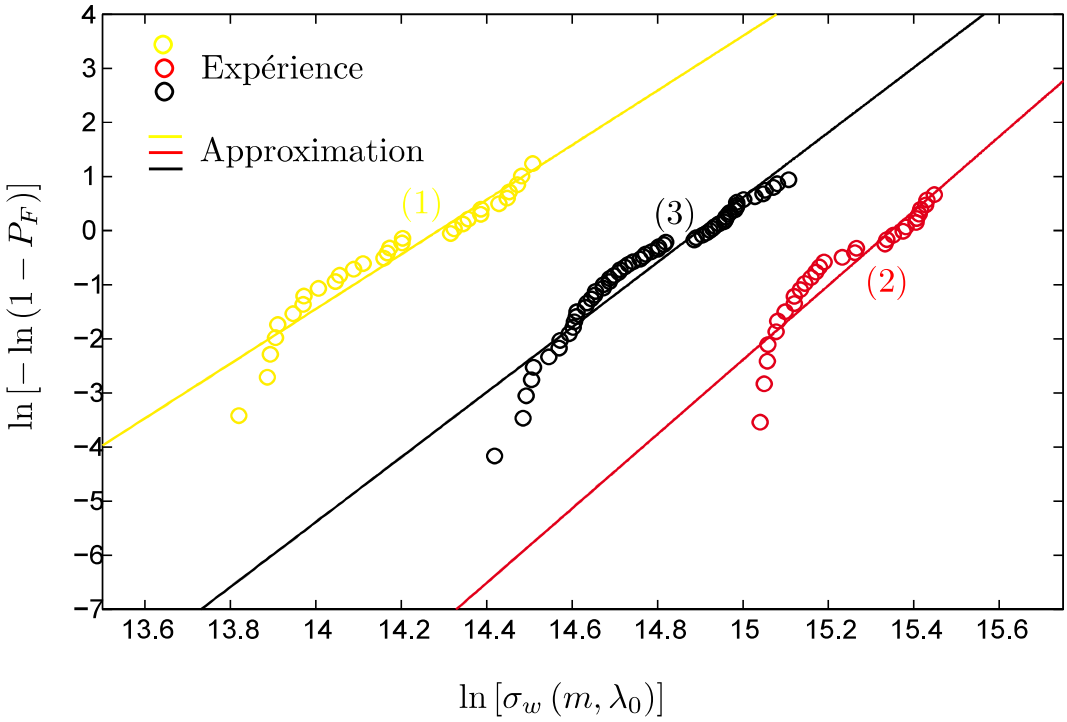


FIG. 3.9 : Diagramme de Weibull modifié pour une identification des paramètres basée sur les résultats de flexion trois points (1), sur les résultats d'essais brésiliens (2) et sur les résultats des deux campagnes expérimentales (3).

En effet, en faisant le choix d'utiliser un modèle de Weibull à deux paramètres plutôt qu'un modèle de Weibull à trois paramètres on décrit la probabilité de rupture de manière conservative notamment dans la gamme des faibles probabilités. Cette manière de procéder est souvent utilisée car par définition, il est difficile d'obtenir beaucoup d'informations dans la gammes des faibles probabilités. Par ailleurs, bien qu'une prise en compte de l'anisotropie du matériau soit préférable, les paramètres de Weibull obtenus pour le cas (3) sont représentatif du comportement moyen du matériau étudié. Les paramètres de Weibull obtenus sont dans la gamme des paramètres utilisés dans la partie 2.2.2, en effet on a pour le matériau considéré un module de Weibull de $m = 6,0$ et une contrainte nominale de $\sigma_Z = 0,95$ MPa pour $\lambda_0 = 1$ m.

3.3 Mesure de la ténacité

La ténacité d'un matériau représente sa capacité à résister à la propagation de fissures. En mécanique de la rupture, la ténacité est habituellement comparée au facteur d'intensité des contraintes. On considère que la propagation d'une fissure est possible

si le facteur d'intensité des contraintes est supérieur à la ténacité. Ce critère peut être utilisé pour représenter la propagation d'une fissure. Dans cette partie, on s'attache à présenter une méthodologie visant à identifier la ténacité d'un matériau fragile. La campagne expérimentale réalisée porte sur le matériau introduit dans la partie 3.1. Il est possible d'identifier la ténacité d'un matériau à partir des résultats d'essais de flexion trois points tel que présentés sur la figure 3.5 réalisés sur des poutres pré-fissurées. En effet une solution analytique permet de lier l'effort à rupture obtenu à la ténacité du matériau à condition de notamment connaître a priori la longueur de pré-fissuration [51]. La pré-fissuration est par exemple réalisée en sollicitant l'échantillon de telle manière que la propagation de fissures soit stable [52, 53, 54] et en utilisant un moyen de mesure permettant la détection de l'apparition d'une fissure. La corrélation d'images [55, 56] est une méthode de mesure de champs de déplacement qui permet de détecter l'apparition d'une fissure et qui permet aussi l'identification de la ténacité d'un matériau par le biais d'un post-traitement adapté [57, 58]. Afin d'identifier la ténacité du matériau considéré, on fait le choix de réaliser une campagne d'essais constituée d'une phase de pré-fissuration et d'une phase de rupture de l'échantillon. Cependant, on utilise la corrélation d'images comme outil de détection de fissures et comme outil d'évaluation du champ de déplacement. La mesure de champs de déplacement permet, par la prise en compte du niveau de chargement, d'identifier la ténacité autant pour la phase de pré-fissuration que pour la phase de rupture. Dans cette partie, on présente dans un premier temps le principe de la corrélation d'images. Ensuite on explique la procédure de pré-fissuration. Puis, on introduit une méthode d'identification de la ténacité à l'aide d'un champ de déplacement mesuré par corrélation d'images. Enfin on analyse les résultats obtenus.

3.3.1 Corrélation d'images

Dans cette partie on présente brièvement le principe de la corrélation d'images utilisé par CORRELI^{Q4} [55, 56]. La méthode de corrélation d'images permet de mesurer des champs de déplacements. Pour un échantillon donné, on compare deux images correspondant à des niveaux de sollicitation différents. Les images obtenues sont discrétisées spatialement en éléments dont on cherche à quantifier le déplacement. Soient f et g les distributions de niveaux de gris de l'image de référence et de l'image déformée, la conservation du niveau de gris s'écrit

$$g\left(\vec{x}+u_p\left(\vec{x}\right)\right)=f\left(\vec{x}\right) \tag{3.27}$$

avec $\vec{x}$ une position du plan d'étude et u_p le déplacement plan entre les deux images considérées. On peut notamment identifier un champ de déplacement approché $\vec{\mathrm{v}}$ en minimisant la fonctionnelle

$$\Psi_c\left(\vec{\mathrm{v}}\right)=\int_\Omega\left[g\left(\vec{x}+\vec{\mathrm{v}}\left(\vec{x}\right)\right)-f\left(\vec{x}\right)\right]^2 d\vec{x} \tag{3.28}$$

avec Ω l'ensemble du domaine d'étude. Si on suppose que f et g sont suffisament régulières et que le champ $\vec{\mathrm{v}}$ est petit devant l'échelle de discrétisation spatiale, on peut appliquer un

développement en série de Taylor au premier ordre tel que

$$\Psi_c(\vec{\nu}) = \int_\Omega \left[g(\vec{x}) - f(\vec{x}) + \vec{\nu}(\vec{x}) . \vec{\nabla} g(\vec{x}) \right]^2 d\vec{x}. \tag{3.29}$$

Le champ $\vec{\nu}$ peut être décrit comme une combinaison linéaire d'une base de fonctions $\vec{V}_i(\vec{x})$ telles que

$$\vec{\nu}(\vec{x}) = \sum_i \nu_i \vec{V}_i(\vec{x}) \tag{3.30}$$

avec ν_i des réels. On peut alors écrire la minimisation de la fonctionnelle Ψ_c pour tout j comme

$$\left[\int_\Omega \left(\vec{\nabla} g(\vec{x}) . \vec{V}_j(\vec{x}) \right) : \left(\vec{\nabla} g(\vec{x}) . \vec{V}_k(\vec{x}) \right) d\vec{x} \right] \nu_k = \int_\Omega \left[g(\vec{x}) - f(\vec{x}) \right] \vec{\nabla} g(\vec{x}) \vec{V}_j(\vec{x}) \, d\vec{x}. \tag{3.31}$$

L'équation précédente peut se mettre sous la forme d'un système linéaire

$$[M_{cor}] \{V\} = \{F_{cor}\} \tag{3.32}$$

où $[M_{cor}]$ et $\{F_{cor}\}$ dépendent de f, g et $\vec{V}_i$ et $\{V\}$ est un vecteur colonne dont la i-ème composante vaut ν_i. L'expression précédente étant valable pour des déplacements petits devant l'échelle de discrétisation spatiale, on identifie les déplacements pour plusieurs échelles de discrétisation. On commence par évaluer les déplacements pour une échelle grossière, puis, on raffine la discrétisation spatiale de manière itérative en prenant en compte les résultats obtenus à l'itération précédente. Les résultats de corrélation d'images présentés ont tous été obtenus en utilisant la méthode introduite ci-dessus.

Pour tous les résultats présentés dans ce rapport, les images ont été obtenues à partir d'un appareil photo CANON EOS 350D et les corrélations d'images ont été réalisées à l'aide d'une discrétisation avec des éléments composés de quatre noeuds avec une interpolation bilinéaire. Avant de réaliser un essai avec mesure par corrélation d'images, il est possible d'obtenir une estimation a priori de la qualité de mesure ce qui permet d'adapter le mode opératoire en vue d'améliorer les résultats (modification de l'éclairage, mise au point, etc.). On peut quantifier la qualité de la texture obtenue lors de la prise d'image par la réalisation d'une analyse d'incertitude. Le principe de l'analyse d'incertitude est de réaliser une corrélation entre une image photographiée f et une image "déformée" g obtenue par l'application d'une translation u_{app} à l'image d'origine. L'incertitude sur les déplacements calculés est

$$\sigma_{ucal} = \left\langle \left(\langle u_{calc} \rangle - u_{app} \right)^2 \right\rangle^{\frac{1}{2}} \tag{3.33}$$

avec u_{calc} le champ de déplacements calculé par corrélation d'images. L'analyse d'incertitude est systématiquement réalisée pour différentes discrétisations spatiales. L'incertitude

en déplacement obtenue peut être exprimée comme une fonction puissance de la taille de discrétisation spatiale, à savoir

$$\sigma_{ucal} = \frac{\alpha_{pix}^{\beta_{pix}+1}}{l_z^{\beta_{pix}}} \tag{3.34}$$

avec α_{pix} et β_{pix} deux constantes et l_z la taille de discrétisation spatiale en pixels.

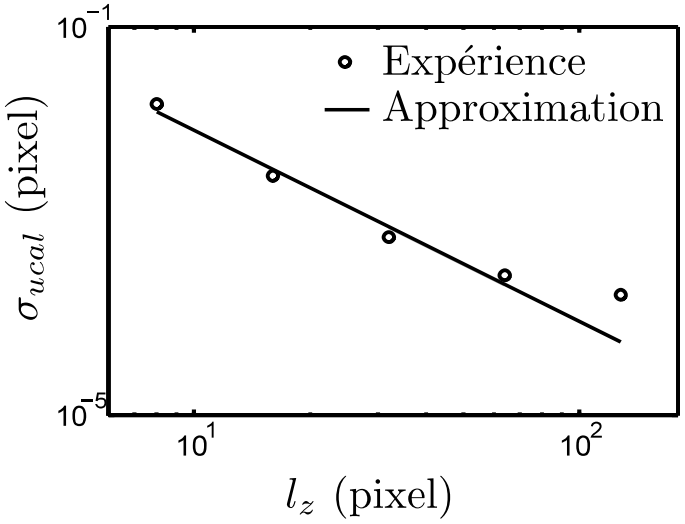


FIG. 3.10 : Incertitude en déplacement pour différentes discrétisations spatiales.

Bien que les résultats en termes d'incertitude en déplacement diffèrent très légèrement même pour deux images prises lors d'un même essai, on peut considérer que les résultats d'analyse d'incertitude en déplacement présentés sur la figure 3.10 sont représentatifs de la qualité des résultats obtenus dans les campagnes expérimentales présentées ultérieurement. On trouve pour le cas de la figure 3.10, $\alpha_{pix} = 0,97$ pixel et $\beta_{pix} = 1,97$. Etant donné que l'on utilise pour toutes les études présentées dans ce rapport une discrétisation spatiale telle que $l_z = 16$ pixel pour un niveau de grossissement tel que 1 pixel ≈ 20 μm, on trouve que l'incertitude en déplacement est en moyenne de $\sigma_{ucal} \approx 0,004$ pixel $\approx 0,08$ μm et au maximum de $\sigma_{ucal} \approx 0,008$ pixel $\approx 0,16$ μm. En utilisant un appareil photo CANON EOS 350D, on mesure un champ de déplacement sur une surface ayant une taille d'environ 240 mm $\times$ 360 mm avec environ 8000 noeuds de mesures.

3.3.2 Procédure de pré-fissuration

Réaliser la pré-fissuration d'un matériau fragile requiet une attention particulière. Le propre d'un matériau dit fragile est d'avoir tendance à rompre brutalement (*i.e.,* par propagation instable d'une fissure). Afin de pré-fissurer un échantillon constitué d'un matériau fragile sans le rompre, il est nécessaire d'utiliser un mode de sollicitation permettant la propagation stable d'une fissure. Plusieurs méthodes de pré-fissuration existent [52, 53]. Une possibilité est de réaliser un essai de flexion trois points sur un empilement de trois

poutres [59] dit montage “sandwich-beam”. Parmi les trois poutres de l’essai sandwich-beam on compte celle que l’on pré-fissure (N) qui contient pour un niveau de chargement donné une fissure amorcée ou une entaille que l’on assimile à une fissure, et deux poutres identiques (A et B) comme montré sur la figure 3.11.

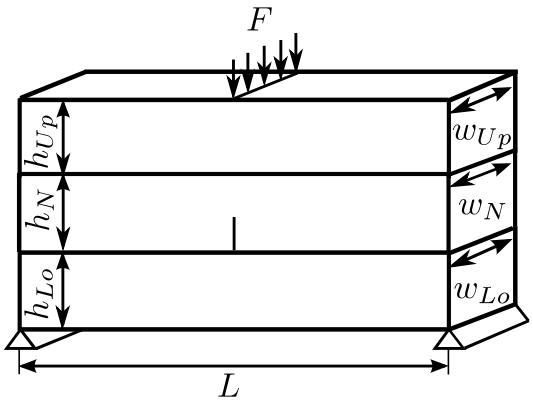


FIG. 3.11 : Schéma de l’essai sandwich-beam.

Les trois poutres (N, LO et UP) ont respectivement une hauteur de h_N, h_{Up} et h_{Lo}, une épaisseur de $w_N = w_{Up} = w_{Lo}$ et une longueur de l. L’éprouvette est sollicitée par l’application d’un effort F. Les poutres (UP) et (LO) ayant une raideur plus élevée que la poutre centrale, le mode de sollicitation de la fissure ou entaille centrale permet de générer une propagation stable [59]. Le moment de flexion dans la poutre pré-fissurée est

$$M_N = \frac{Fl}{4}\frac{(EI)_N}{(EI)_{Up}+(EI)_N+(EI)_{Lo}} \tag{3.35}$$

avec F le chargement appliqué, l la distance entre les supports, $(EI)_{Up}$, $(EI)_N$ et $(EI)_{Lo}$ les rigidité en flexion des trois poutres. On peut donc exprimer la force apparente par

$$P_N = F\frac{(EI)_N}{(EI)_{Up}+(EI)_N+(EI)_{Lo}} \tag{3.36}$$

et en déduire le facteur d’intensité des contraintes

$$K = \frac{P_N l}{w_N h_N^{3/2}}\eta(\alpha, l/h_N) \tag{3.37}$$

avec dans le cas où $l/w_N = 4$ [54],

$$\eta(\alpha, l/h_N) = \frac{3}{2}\sqrt{\alpha}\frac{1,99-\alpha(1-\alpha)(2,15-3,93\alpha+2,7\alpha^2}{(1+2\alpha)(1-\alpha)^{3/2}} \tag{3.38}$$

où $\alpha = a/h_N$ est la longueur de fissure normée et a est la longueur de pré-fissuration. Comme le montre la figure 3.12, l’évolution du facteur d’intensité des contraintes avec

la propagation de la fissure fait que la propagation d'une fissure centrale est globalement stable. En effet, supposons que la fissure initiale soit d'une longueur A. Le début de propagation a alors lieu lorsque $F = F_1$ et la fissure propage jusqu'à avoir une longueur B si le chargement n'évolue pas. Si le chargement évolue jusqu'à $F = F_2$ alors la fissure propage jusqu'à avoir une longueur C. On note que la longueur initiale de fissure A' est particulière, si $A \leq A'$ il y a une phase de propagation instable, si $A \geq A'$ la propagation est toujours stable.

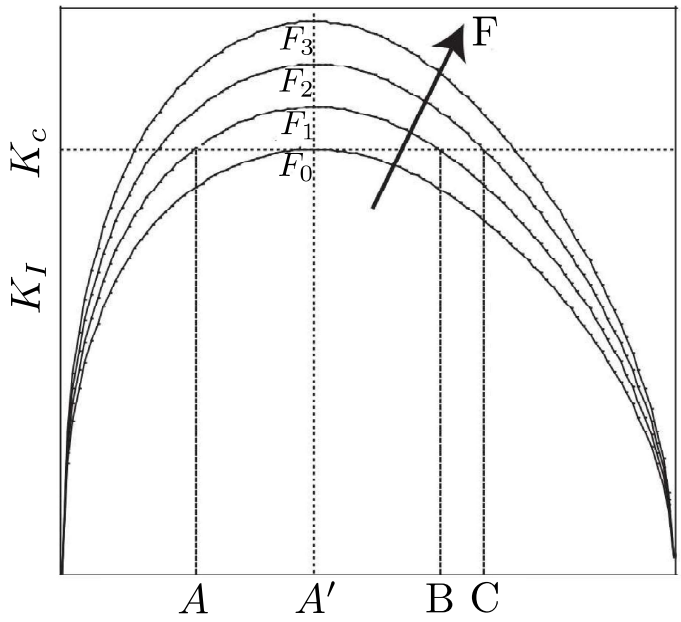


FIG. 3.12 : Facteur d'intensité des contraintes en fonction de la longueur de fissure [4].

Une première campagne de pré-fissuration a été réalisée en utilisant des poutres centrales entaillées. La mise en place des essais est présentée sur la figure 3.13. On utilise le procédé de corrélation d'images présenté dans la partie 3.3.1 afin de détecter l'apparition d'une fissure au niveau de l'entaille.

Durant la première campagne expérimentale, on photographie une zone de petite taille au voisinage de l'entaille afin de détecter l'amorçage d'une éventuelle fissure le plus tôt possible. Les essais ont souvent mené à des ruptures telles que celle présentée sur la figure 3.14. Pour ce type de rupture, il est possible de ne pas détecter l'apparition d'une fissure qui propage hors de la zone cadrée.

Le type de rupture présenté sur la figure 3.14 laisse penser que l'hétérogénéité du matériau est d'une amplitude conséquente et apparaît à une échelle telle que la présence d'une entaille de quelques millimètres ne suffit pas à définir clairement un lieu d'amorçage préférentiel. De ce fait une autre campagne de pré-fissuration a été réalisée pour des poutres non-entaillées. Pour cette seconde campagne expérimentale, on s'attache à cadrer une zone suffisamment grande pour ne pas manquer l'amorçage d'une fissure. Il est alors

possible que les fissures n'amorcent pas au centre de l'éprouvette. On fait l'hypothèse que la propagation des fissures est stable même pour des fissures non-centrales.

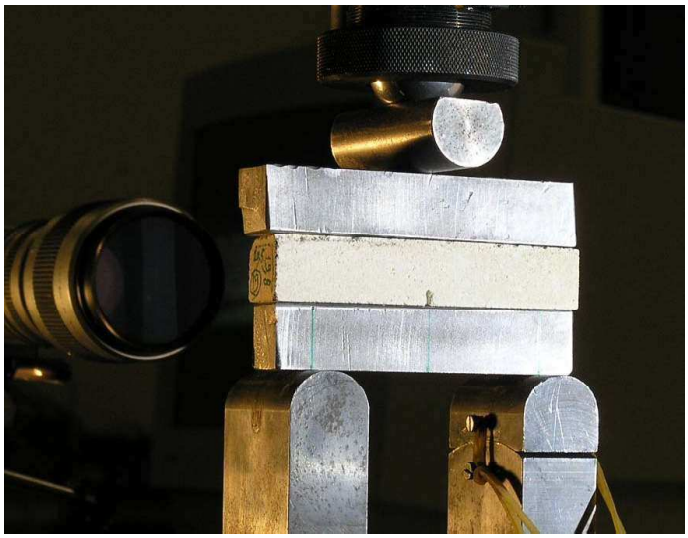


FIG. 3.13 : Mise en place de l'essai de pré-fissuration.

Les poutres inférieure et supérieure utilisées sont en alliage d'aluminium, elles ont un module de Young de $E_{Up} = E_{Lo} = 80$ GPa. On préfère utiliser des poutres en alliage d'aluminium plutôt que des poutres en acier pour éviter tout risque de rupture en compression de l'échantillon de roche. Les dimensions sont d'environ $h_N = h_{Up} = h_{Lo} = w_N = 18,75$ mm, $w_{Up} = w_{Lo} = 20,00$ mm et $l = 75,00$ mm. L'utilisation de la corrélation d'images permet une détection ainsi qu'une localisation précise des fissures comme on peut le voir sur la figure 3.15.

FIG. 3.14 : Echantillon rompu suite à l'amorçage et à la propagation d'une fissure non détectée.

Sur la figure 3.15(a), on observe une discontinuité du champ de déplacement horizontal caractéristique de la présence d'une fissure. L'allure du champ de déplacement mesuré atteste aussi du fait que la partie supérieure de la poutre est soumise à de la compression horizontale. La compression horizontale générée par le chargement permet une propagation stable de la fissure qui s'arrête avant d'avoir mené à la rupture de l'échantillon. La figure 3.15(b) montre un autre moyen de détecter la présence d'une fissure. En effet, on constate que l'ouverture d'une fissure génère localement des déformation importantes que l'on peut observer en calculant la déformation principale maximale.

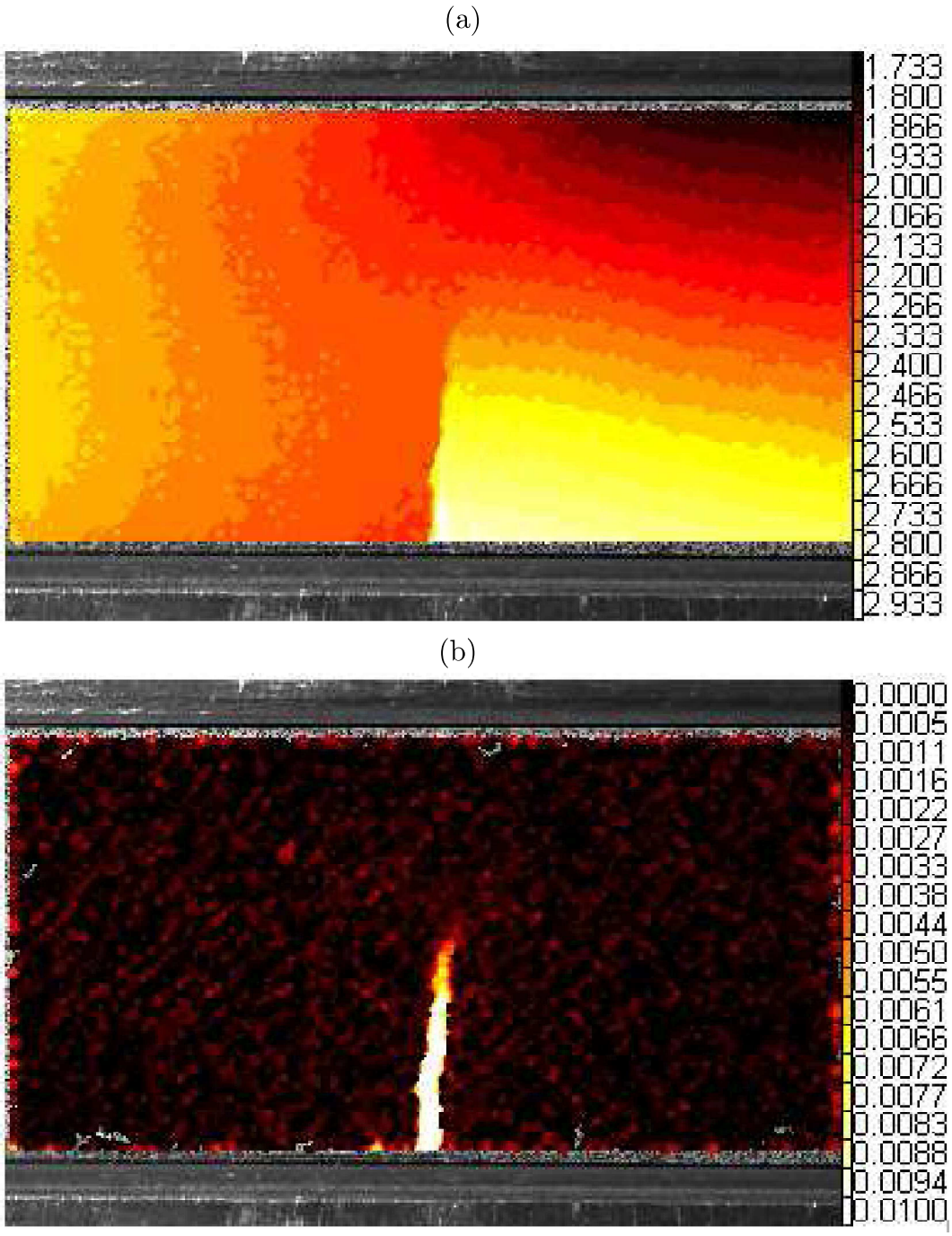


FIG. 3.15 : Champ de déplacement horizontal en pixels (a) et déformation principale maximale (b) dans un échantillon (n° 4) pré-fissuré avec 1 pixel $\approx 20,7$ μm.

3.3.3 Identification de la ténacité

Pour le cas d'un essai de pré-fissuration, la propagation des fissures est globalement stable. On peut faire l'hypothèse qu'une fissure détectée par corrélation d'images est

au seuil de la propagation. A partir du champ de déplacement obtenu par corrélation d'images à la détection d'une fissure, on peut identifier le facteur d'intensité des contraintes en pointe de fissure en utilisant un post-traitement [58] que l'on présentera dans cette partie. Le facteur d'intensité des contraintes estimé est alors égal à la ténacité du matériau. On parle pour ce genre d'analyse de ténacité à l'arrêt de propagation. Une fois l'échantillon pré-fissuré, on effectue un essai de flexion trois points tel que décrit sur la figure 3.5. Pour le cas de chargement considéré, la propagation de la fissure est instable. Dès que la fissure commence à propager, elle mène à la rupture de l'échantillon. Afin d'identifier la ténacité avec précision, on augmente le chargement imposé à l'échantillon pré-fissuré en faisant régulièrement des analyse de corrélation d'images et ce jusqu'à la rupture de l'échantillon. Théoriquement, pour un matériau élastique fragile, le facteur d'intensité des contraintes est proportionnel au niveau de chargement. Ainsi, on peut à partir d'une série d'images calculer une série de facteurs d'intensité des contraintes théoriquement proportionnels aux niveaux de chargement. Connaissant le niveau de chargement à rupture on peut obtenir une estimation de la ténacité dépendant de multiples mesures. On parle pour ce genre d'analyse de ténacité au départ de propagation. Un avantage notable de la méthode d'identification de la ténacité par analyse de champs de déplacements obtenus par corrélation d'images est la relative indépendance des résultats aux conditions aux limites.

A partir d'un champ de déplacement donné obtenu par corrélation d'images, on peut identifier le facteur d'intensité des contraintes à la pointe d'une fissure en comparant le champ mesuré à un champ théorique. On utilise dans le cas présent les champs de déplacement que l'on exprime dans un repère cylindrique en pointe de fissure tels que $z_c = re^{i\theta}$ avec (r,θ) les coordonnées polaires. Les champs utilisés s'écrivent

$$\Xi_1 = 1 \tag{3.39}$$

$$\Xi_2 = i \tag{3.40}$$

$$\Xi_3 = iz_c \tag{3.41}$$

$$\Xi_4 = (\kappa - 1)\, z_c + 2\overline{z_c} \tag{3.42}$$

$$\Xi_5 = \sqrt{r}\left(2\kappa e^{i\frac{\theta}{2}} - e^{3i\frac{\theta}{2}} - e^{-i\frac{\theta}{2}}\right) \tag{3.43}$$

$$\Xi_6 = i\sqrt{r}\left(2\kappa e^{i\frac{\theta}{2}} + e^{3i\frac{\theta}{2}} - 3e^{-i\frac{\theta}{2}}\right) \tag{3.44}$$

$$\Xi_7 = \sqrt{r^3}\left(2\kappa e^{3i\frac{\theta}{2}} - 3e^{i\frac{\theta}{2}} + e^{-3i\frac{\theta}{2}}\right) \tag{3.45}$$

$$\Xi_8 = i\sqrt{r^3}\left(2\kappa e^{3i\frac{\theta}{2}} + 3e^{i\frac{\theta}{2}} - 5e^{-3i\frac{\theta}{2}}\right) \tag{3.46}$$

avec ν le coefficient de Poisson, $\kappa = 3 - 4\nu$ en déformations planes et $(1-\nu)\,\kappa = (3-\nu)$ en contraintes planes.

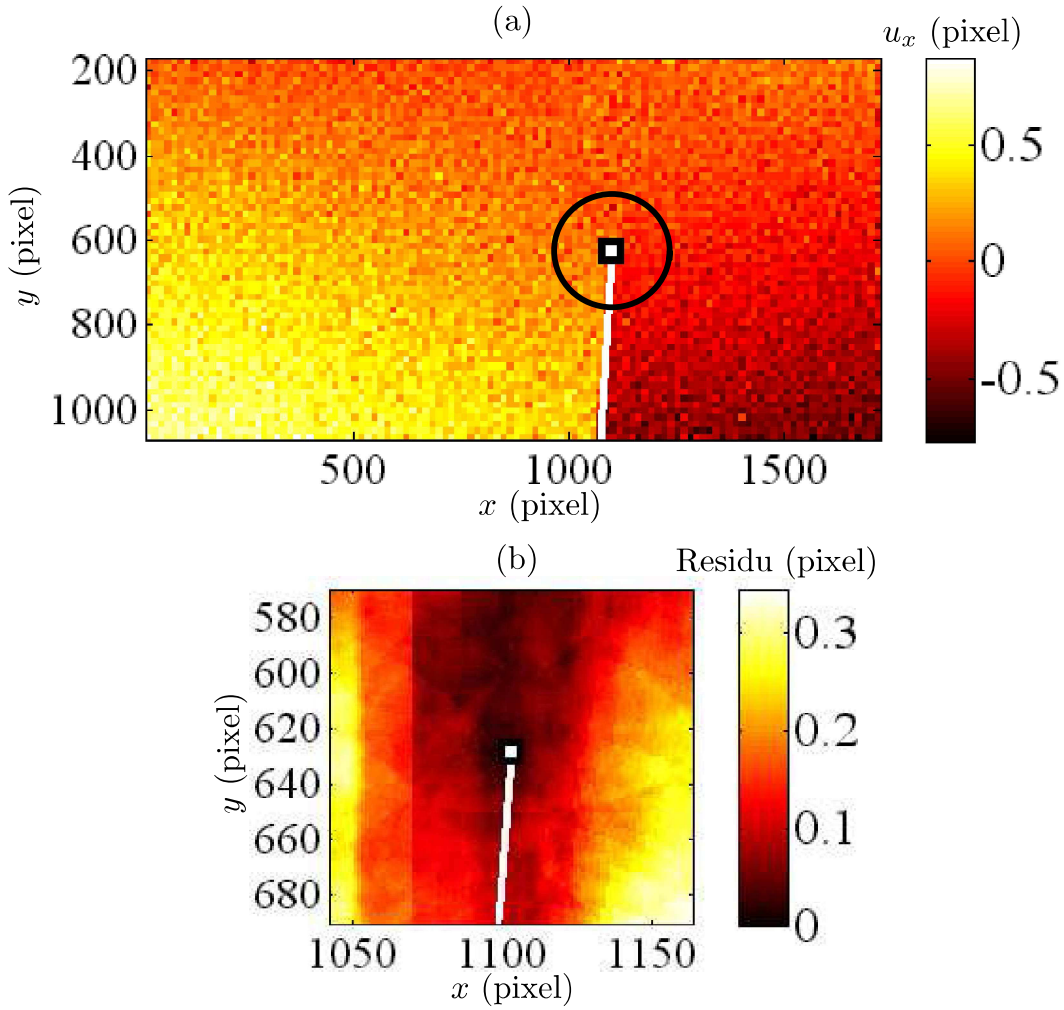


FIG. 3.16 : Champ de déplacement horizontal mesuré et affranchi des mouvements de corps rigides en pixels et zone d'étude (a) et résidu pour différentes positions de la pointe de fissure (b) dans un échantillon pré-fissuré (n° 4) soumis à un chargement $F = 350$ N en flexion trois points avec 1 pixel $\approx 20,3$ μm.

Les fonctions Ξ_1, Ξ_2 et Ξ_3 correspondent aux mouvements de corps rigide. les fonctions Ξ_1 et Ξ_2 représentent les translations et la fonction Ξ_3 une éventuelle rotation. La fonction Ξ_4 permet de prendre en compte la contrainte T_t. Les fonctions Ξ_5 et Ξ_6 permettent de prendre en compte le champ de déplacement généré par la présence d'une fissure. Alors que la fonction Ξ_5 correspond au champ de déplacements généré par une sollicitation en mode I, la fonction Ξ_6 correspond au champ de déplacements généré par une sollicitation en mode II. Les champs Ξ_7 et Ξ_8 sont sub-singuliers, ils permettent de prendre en compte le fait que le milieu n'est pas réellement infini. Bien qu'une identification de la ténacité par une approche intégrée à la corrélation d'images soit possible [58], on réalise ici l'identification des facteurs d'intensité des contraintes en post-traitement d'un calcul de corrélation d'images. On projette le champ de déplacement mesuré par

corrélation d'images $\vec{u}$ sur la base introduite en minimisant

$$\tau_{\Xi}(\vec{a}) = \sum_i \left[\underline{u}_i - \sum_k a_k \Xi_k \right]^2 \tag{3.47}$$

avec a_k les paramètres inconnus. On précise que la position de la pointe de fissure est aussi un paramètre de l'identification. En effet, à partir d'une position de pointe de fissure précisée initialement, on considère une série de positions dans le voisinage afin de trouver la position de pointe de fissure qui minimise la fonction τ_{Xi}.

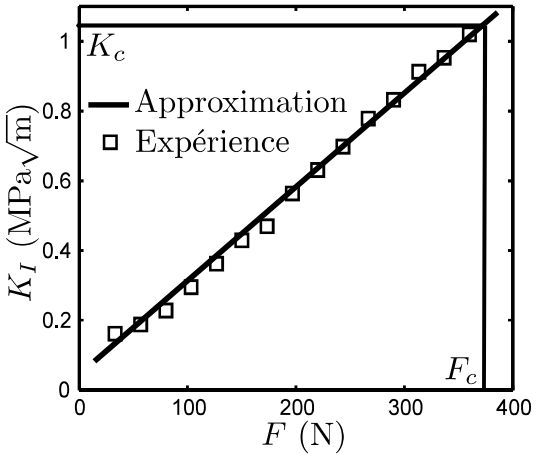


FIG. 3.17 : Evolution du facteur d'intensité des contraintes en mode *I* estimé en fonction du niveau de chargement.

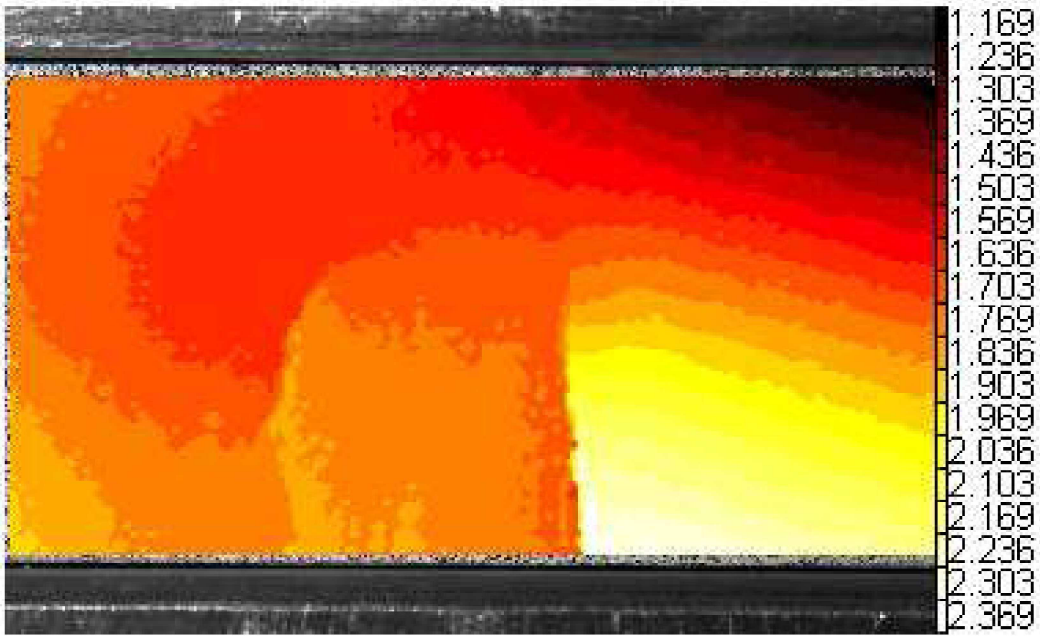
A titre d'exemple on présente sur la figure 3.16 les résultats obtenus lors de l'essai de flexion trois points sur un échantillon (n° 4) pré-fissuré pour un effort appliqué de $F = 350$ N. La figure 3.16(a) montre le champ de déplacement horizontal issu de la corrélation d'images affranchi des mouvements de corps rigides. La fissure est représentée par un trait blanc. La zone sur laquelle s'opère le post-traitement est représentée par un cercle noir. La figure 3.16(b) montre le résidu pour différentes positions de la pointe de fissure, comme on peut le constater le minimum du résidu permet de positionner la pointe de fissure avec précision. On peut déterminer le facteur d'intensité des contraintes en mode *I* et *II* à partir du champ reconstruit, et notamment à partir des composante a_5 et a_6 du vecteur $\vec{a}$ associées aux fonctions Ξ_5 et Ξ_6.

De la même manière, on identifie le facteur d'intensité des contraintes pour différents niveaux de chargement afin d'obtenir des résultats tels que ceux présentés sur la figure 3.17. Connaissant le niveau de chargement à rupture qui est de $F_c = 368$ N pour l'échantillon considéré, on peut calculer la ténacité du matériau en traçant une droite qui passe au mieux des points rapportés sur la figure 3.17. On trouve pour l'essai présenté une valeur de $1,04$ MPa$\sqrt{\text{m}}$.

3.3.4 Résultats

Sept échantillons de roches non-entaillées ont été utilisés. Les deux premiers échantillons (1 et 2) ont rompu brutalement durant la phase de pré-fissuration.

(a)



(b)

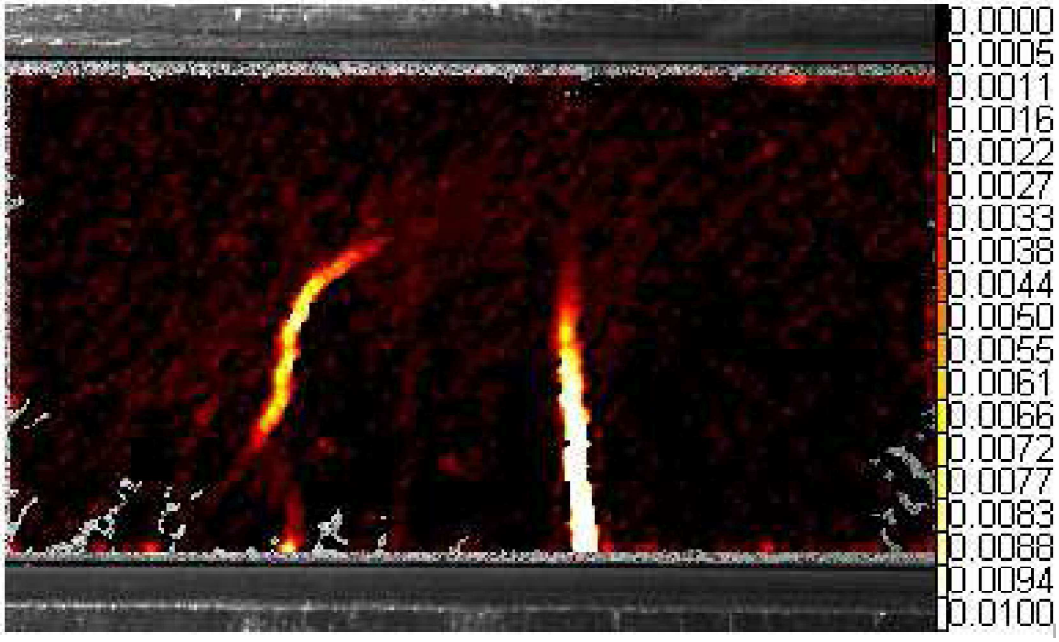


FIG. 3.18 : Champ de déplacement horizontal en pixels (a) et déformation principale maximale (b) dans un échantillon (7) pré-fissuré avec 1 pixel $\approx 20,8\ \mu$m.

Quatre autres échantillons (3, 4, 5, et 6) ont permis une identification de la ténacité durant les deux phases de la procédure expérimentale. Un échantillon (7) a donné lieu à l'amorçage de deux fissures. Sur la figure 3.18(b), on observe les déformations principales maximales obtenues après l'amorçage de deux fissures que l'on distingue clairement. Sur la figure 3.18(b) on trace les déplacement horizontaux mesurés dans l'échantillon (7). Alors que la fissure de droite est clairement visible, la fissure de gauche l'est très peu. On en déduit que la fissure de droite occulte la fissure de gauche. Pour l'échantillon de roche considéré, l'identification du facteur d'intensité des contraintes a été réalisé sur la fissure de droite (*i.e.,* la plus ouverte).

L'ensemble des résultats obtenus pour les cinq échantillons n'ayant pas rompu durant la phase de pré-fissuration sont donnés dans le tableau 3.2. On remarque que l'erreur en déplacement (donnée pour l'image correspondant au chargement maximal) obtenue lors de l'identification des facteurs d'intensité des contraintes est faible pour l'ensemble des cas (et proche de la valeur estimée a priori). Les mesures de facteur d'intensité des contraintes sont donc fiables. Les facteurs d'intensité des contraintes en mode I identifiés sont variés, ils vont de $K_I(\mathrm{a}) = 0,11$ MPa$\sqrt{\mathrm{m}}$ à $K_I(\mathrm{a}) = 0,32$ MPa$\sqrt{\mathrm{m}}$ pour la phase de pré-fissuration et de $K_I(\mathrm{b}) = 0,16$ MPa$\sqrt{\mathrm{m}}$ à $K_I(\mathrm{b}) = 1,04$ MPa$\sqrt{\mathrm{m}}$ pour les essais de flexion trois points. La dispersion qui existe sur les facteurs d'intensité des contraintes observés atteste de l'hétérogénéité du matériau étudié.

TAB. 3.2 : Résultats obtenus durant les essais de pré-fissuration (a) et de flexion trois points (b) pour cinq échantillons numérotés de 3 à 7, les échantillons 1 et 2 n'ayant pas donné de résultats utilisables.

	3	4	5	6	7	*Moyenne*
K_I (MPa$\sqrt{\mathrm{m}}$) (a)	0,13	0,31	0,11	0,32	0,19	0,21
K_{II} (MPa$\sqrt{\mathrm{m}}$) (a)	0,07	0,12	0,05	0,20	0,11	0,11
$r_K = K_{II}/K_I$ (a)	0,54	0,39	0,45	0,62	0,58	0,52
Erreur (pixel) (a)	0,033	0,021	0,020	0,022	0,015	0,022
Echelle (μm/pixel) (a)	20,5	20,7	20,7	20,6	20,8	20,7
K_I (MPa$\sqrt{\mathrm{m}}$) (b)	0,44	1,04	0,16	0,40	0,72	0,55
K_{II} (MPa$\sqrt{\mathrm{m}}$) (b)	0,07	0,13	0,04	0,02	0,11	0,07
$r_K = K_{II}/K_I$ (b)	0,16	0,13	0,25	0,05	0,015	0,13
Erreur (pixel) (b)	0,020	0,095	0,022	0,020	0,041	0,040
Echelle (μm/pixel) (b)	20,1	20,3	20,3	20,6	20,4	20,3

On remarque deux tendances claires malgré la dispersion observée. D'abord les facteurs d'intensité en mode II calculés sont sensiblement du même ordre de grandeur ($K_{II}(\mathrm{a}) = 0,11$ MPa$\sqrt{\mathrm{m}}$ et $K_{II}(\mathrm{b}) = 0,07$ MPa$\sqrt{\mathrm{m}}$ en moyenne) pour les deux campagnes expérimentales mais les rapports entre les facteurs d'intensité des contraintes en mode I et II notés r_K sont eux très différents ($r_K(\mathrm{a}) = 0,52$ et $r_K(\mathrm{b}) = 0,13$ en moyenne). On peut en déduire que le mode de sollicitation des fissures est plus proche du mode I pur pour les essais de flexion trois points que pour les essais sandwich-beam. Ce résultat peut

s'expliquer par le confinement induit par l'utilisation de poutres métalliques durant les essais sandwich-beam.

Ensuite les facteurs d'intensité des contraintes calculés lors des deux campagnes d'essais sont sensiblement différents ($K_I(\text{a}) = 0,21$ MPa$\sqrt{\text{m}}$ et $K_I(\text{b}) = 0,55$ MPa$\sqrt{\text{m}}$ en moyenne). Cette tendance se vérifie pour chacun des échantillons considérés. Ceci peut notamment s'expliquer par le fait que les valeurs identifiées pour les essais de flexion trois points sont des facteurs d'intensité des contraintes en début de propagation alors que celles identifiées pour les essais sandwich-beam sont des facteurs d'intensité des contrainte à l'arrêt de propagation. On peut donc considérer pour le matériau étudié une ténacité à l'arrêt de propagation de $K_c = 0,21$ MPa$\sqrt{\text{m}}$ et une ténacité en début de propagation de $K_c = 0,55$ MPa$\sqrt{\text{m}}$. Cependant, étant donnée la dispersion constatée sur les résultats expérimentaux, il semble plus raisonnable de considérer une ténacité (à l'arrêt) de $K_c = 0,21$ MPa$\sqrt{\text{m}}$.

3.4 Bilan

Les expériences réalisées sur des échantillons provenant de la couverture d'un site potentiel d'injection ont montré que l'hétérogénéité du matériau est non négligeable. L'influence de l'hétérogénéité du matériau sur l'amorçage des fissures a été identifiée par un modèle de Weibull à deux paramètres. Les essais réalisés confirment que l'utilisation d'un modèle de Weibull à deux paramètres génère une sur-estimation du risque d'amorçage de fissures pour des niveaux de sollicitation faibles. Par ailleurs, il est apparut que le matériau étudié est probablement anisotrope du point de vue de l'amorçage des fissures. Cependant le modèle de Weibull permet une bonne description du comportement moyen du matériau.

La ténacité du matériau étudié a été identifiée par une méthode basée sur l'analyse de champs de déplacements issus de corrélations d'images. La méthode de corrélation d'images est d'abord utilisée durant la phase de pré-fissuration afin de détecter l'apparition d'une pré-fissure. La méthode utilisée a l'avantage de permettre une détection de l'amorçage de fissure dans une zone de taille importante. La corrélation d'image est ensuite utilisée pour mesurer le champ de déplacement à proximité d'une fissure en phase d'ouverture. Le champ de déplacement obtenu est projeté sur une base permettant le calcul du facteur d'intensité des contraintes. La procédure d'identification de la ténacité présentée a l'avantage d'être indépendante du degré de cohérence entre les conditions aux limites réelles et celle d'un cas théorique correspondant à condition de pouvoir se focaliser sur la zone de K-dominance. Cette méthode a permis de réaliser une identification de la ténacité pour des situations d'arrêt de propagation et pour des situations de début de propagation. La méthode d'identification utilisée a par ailleurs mis en évidence le caractère hétérogène du matériau étudié.

Les méthodes expérimentales mises en place ont rendu possible une identification de paramètres permettant la représentation du comportement à l'amorçage et à la propagation de fissures dans la roche sous traction. Les paramètres identifiés déjà utilisés par le modèle analytique introduit au chapitre 3 peuvent également permettre l'écriture d'un modèle

numérique de formation et propagation d'un réseau de fissures.

Chapitre 4

Modèle numérique de formation et propagation de réseaux de fissures

Dans ce chapitre, on entreprend d'implémenter un modèle d'endommagement non-local dans un code de calcul par éléments finis. Le modèle reprend l'approche développée au chapitre 2. Après une analyse bibliographique, on introduit deux critères décrivant l'amorçage et la propagation de fissures. On décrit ensuite le mode d'implémentation utilisé. Enfin on présente quelques propriétés du modèle implémenté.

Sommaire

4.1 Modèles d'endommagement et de fissuration 75
4.1.1 Les modèles d'endommagement locaux 76
4.1.2 Les modèles d'endommagement non-locaux 79
4.2 Modélisation de la formation et de la propagation d'un réseau de fissures 80
4.2.1 Choix d'un formalisme non local 81
4.2.2 Ecriture d'un seuil d'amorçage des fissures 85
4.2.3 Ecriture d'un seuil de propagation des fissures 86
4.2.4 Raccordement des seuils d'amorçage et de propagation 88
4.2.5 Formulation du seuil de propagation 89
4.3 Implémentation numérique du modèle 93

4.3.1 Initialisation 93
4.3.2 Résolution du problème global 95
4.3.3 Implémentation de la loi de comportement 97
4.3.4 Dépendance au maillage 101
4.4 Bilan 105

Le chapitre 1 montre notamment qu'une opération d'injection de CO_2 en réservoir géologique peut engendrer l'apparition de fissures ouvertes pour des niveaux de surpression élevés. Le chapitre 2 contient une étude du risque de formation d'un réseau de fissures ouvertes par un post-traitement probabiliste. Il ressort du chapitre 2 que la formation d'un réseau de fissures ouvertes relativement diffus (*i.e.,* contenant plusieurs fissures espacées) est possible. Par ailleurs l'étude réalisée repose sur des hypothèse simplificatrices fortes. Pour des états avancés de fissuration du réservoir, il parait nécessaire de prendre en compte le couplage des phénomènes de propagation de fissures ouvertes et de diffusion du fluide. Des modèles et méthodes permettant de lier la perméabilité d'un milieu à son état de fissuration (*i.e.,* endommagement) existent [60, 61, 62, 63].

Une conclusion du chapitre 2 est que le développement d'un outil numérique permettant de simuler la formation de réseau de fissures en prenant en compte les particularités d'un réservoir géologique donné ainsi que le couplage entre la formation d'un réseau de fissures et l'évolution des propriétés de transfert du réservoir considéré est nécessaire. On entreprend dans ce chapitre d'implémenter un modèle d'endommagement dans un code de calcul par éléments finis (Code_Aster [64]) en vue de permettre la réalisation de calculs hydro-mécaniques couplés. Le modèle en question reprend l'approche présentée au chapitre 2 dont on a décrit une procédure d'identification des paramètres au chapitre 3. L'objet de ce chapitre est d'exposer les travaux réalisés sur la modélisation numérique par éléments finis de la formation et la propagation de réseaux de fissures pour des cas purement mécaniques.

4.1 Modèles d'endommagement et de fissuration

On cherche à représenter la formation et la propagation d'un réseau de fissures ouvertes afin d'avoir une information sur le nombre et la longueur de celles-ci. En effet, la présence de fissures ouvertes ainsi que leur nombre et leur longueur sont susceptibles d'avoir un impact sur les propriétés des couches constituant le site de stockage. Afin de représenter la formation d'un réseau de fissures ouvertes, il faut être capable de représenter l'amorçage de fissures susceptibles de se produire à une échelle microscopique, et la propagation de fissures pouvant atteindre l'échelle macroscopique du fait de la fragilité du matériau et de la nature du phénomène (injection) induisant le changement d'état de contrainte de la formation géologique considérée. De plus, la nature du chargement traité est susceptible d'induire des régimes particuliers d'interaction entre fissures selon les propriétés de transfert des matériaux, en tous cas potentiellement différents du régime d'interaction présenté dans la partie 2.1.2. On s'attache donc à mettre au point une stratégie qui ne repose que peu sur des hypothèses relatives aux régimes d'interaction entre fissures. D'un autre côté l'hétérogénéité des roches peut amener à rencontrer des modes de rupture variés pour un même type de chargement. On s'attache donc à mettre au point une méthode de calcul potentiellement capable de donner un aperçu des différents scénarios de rupture possibles pour un même problème que l'on envisage comme identique à l'échelle macroscopique.

Différents types de modélisations de la détérioration des matériaux par fissuration ont été mis au point. Dans cette partie on s'attache à étudier les différentes stratégies de modélisation possibles pouvant être adaptées à la représentation de l'aspect fortement non linéaire du comportement des matériaux quasi-fragiles. En vue de représenter le comportement de fissures ouvertes, on peut schématiquement distinguer deux grandes familles de modèles : ceux visant à décrire le comportement de fissures à l'échelle macroscopique et ceux visant à caractériser le comportement de fissures à l'échelle microscopique. On considère ici l'échelle macroscopique comme comparable à la taille de la structure étudiée et l'échelle microscopique comme petite devant l'échelle macroscopique. En pratique, dans un calcul numérique portant sur une structure discrétisée, l'échelle microscopique sera inférieure à, ou de l'ordre de grandeur de, l'échelle de discrétisation.

Pour modéliser le comportement d'un matériau contenant des fissures ouvertes à l'échelle microscopique on utilise couramment les modèles d'endommagement qui ont initialement été introduits dans ce but. Les modèles d'endommagement représentent l'évolution de l'état du matériau par l'utilisation d'une ou plusieurs variables d'état [41]. Ces variables d'état sont dites d'endommagement ; elles diminuent la raideur élastique du matériau. D'un point de vue physique, on considère souvent les variables d'endommagement à l'échelle du VER (Volume Elémentaire Représentatif) comme représentant une fraction de matière déchargée consécutivement à l'apparition d'une fissure microscopique ou à la quantité de fissures microscopiques. Ces modèles donnent des résultats satisfaisants lorsqu'il sont utilisés dans un code de calcul par éléments finis afin de décrire des phénomènes à l'échelle microscopique. Pour modéliser le comportement d'une structure contenant des fissures ouvertes à l'échelle macroscopique, on s'attache notamment à représenter la discontinuité du champ de déplacement généré par la présence d'une fissure. Une possibilité est de décrire la discontinuité du champ de déplacement par l'utilisation de stratégies numériques particulières telles que les éléments discrets [65] ou les élément finis enrichis [66, 67, 68, 69]. Une autre possibilité parfois utilisée est d'introduire des modèles cohésifs [70, 71, 72]. On utilise parfois des modèles d'endommagement basés sur des lois de comportement adaptées tels que les modèles non-locaux [73, 74, 75] qui relèvent de la mécanique des milieux continus. Les modèles d'endommagement étant à la fois utilisés pour décrire l'amorçage de micro-fissures et la dégradation des matériaux à l'échelle macroscopique, au moins pour les modèles non locaux, nous nous orientons vers cette solution.

4.1.1 Les modèles d'endommagement locaux

L'objectif de cette partie est de présenter un exemple simple de modèle d'endommagement. Dans le cas d'une description isotrope de l'endommagement, on supposera que l'état d'un matériau peut être totalement caractérisé par deux variables d'état locales, l'endommagement d et le tenseur des déformations $\underline{\underline{\varepsilon}}$. L'endommagement sera alors une variable scalaire qui vaut 0 pour un matériau sain et 1 pour un matériau complètement endommagé. Une loi d'endommagement décrivant le comportement dans un cadre standard généralisé pourra alors être décrite à l'aide des équations suivantes, à commencer par le

potentiel d'état

$$\rho\psi_e = \frac{1}{2}(1-d)\ \underline{\underline{\varepsilon}}\ \underline{\underline{\underline{\underline{C}}}}\ \underline{\underline{\varepsilon}} \tag{4.1}$$

avec $\underline{\underline{\underline{\underline{C}}}}$ le tenseur d'élasticité et ρ la masse volumique. De ce potentiel dérive par rapport au tenseur des déformations

$$\underline{\underline{\sigma}} = \rho\frac{\partial\psi_e}{\partial\underline{\underline{\varepsilon}}} = (1-d)\underline{\underline{\underline{\underline{C}}}}\ \underline{\underline{\varepsilon}} \tag{4.2}$$

la loi de couplage endommagement-élasticité avec $\underline{\underline{\sigma}}$ le tenseur des contraintes. Du potentiel d'état élastique dérive par rapport à la variable interne d

$$Y = -\rho\frac{\partial\psi_e}{\partial d} = \frac{1}{2}\underline{\underline{\varepsilon}}\ \underline{\underline{\underline{\underline{C}}}}\ \underline{\underline{\varepsilon}} \tag{4.3}$$

la force thermodynamique associée à l'endommagement. L'évolution de l'endommagement est contrôlée par la fonction seuil suivante

$$f_d(d,\underline{\underline{\varepsilon}}) = \frac{1}{2}\underline{\underline{\varepsilon}}\ \underline{\underline{\underline{\underline{C}}}}\ \underline{\underline{\varepsilon}} - k(d) = Y - k(d) \tag{4.4}$$

où l'on peut par exemple choisir [76]

$$k(d) = w_y\left(\frac{1+\gamma_y}{1+\gamma_y-d}\right)^2 \tag{4.5}$$

avec γ_y et w_y des paramètres caractérisant le matériau. La condition de cohérence suivante

$$f_d(d,Y) \leq 0,\ \dot{d} \geq 0,\ f_d(d,Y)\,\dot{d} = 0 \tag{4.6}$$

permet alors de déterminer totalement l'état du matériau et d'imposer que l'endommagement ne puisse que croître. Cet ensemble d'équations caractérise complètement le comportement du matériau considéré et constitue une loi locale d'endommagement. L'utilisation de ce type de modèle dans un code de calcul par éléments finis permet de réaliser des simulations avec de bons résultats pour décrire des phénomènes non-linéaires progressifs à l'échelle microscopique. En revanche, pour des cas de figure où les phénomènes représentés vont atteindre une échelle supérieure à l'échelle de discrétisation ou alors pour des matériaux au comportement brutal, des phénomènes tels que la localisation des déformations ou la dépendance au maillage peuvent apparaître [77, 78, 79, 80, 81, 82].

Afin d'expliquer les phénomènes considérés on choisit un exemple simple. Considérons le cas uni-dimensionnel d'une barre de longueur l et de section S constituée d'un matériau fragile hétérogène comme présenté sur la figure 4.1. Supposons que la barre comporte une zone de dimension l_m ayant une résistance plus faible pouvant par exemple s'expliquer par la présence d'un défaut initial. Alors que le bord gauche de la barre est fixe, on impose au bord droit un déplacement horizontal U associé à un effort F.

Pour le cas unidimensionel traité, on peut utiliser le modèle d'endommagement introduit précédemment en considérant que la contrainte et la déformation sont des scalaires

et en remplaçant dans les expressions précédentes le tenseur d'élasticité par le module de Young E. On considère que les paramètres E et γ_y ont la même valeur dans toute la barre.

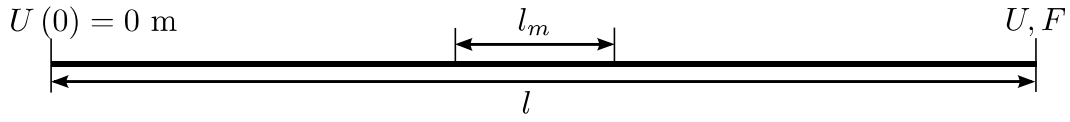


FIG. 4.1 : Géométrie du modèle avec une zone centrale affaiblie.

Afin de représenter la faiblesse de la zone centrale on introduit pour la zone de longueur l_m le paramètre $w_{yc} \leq w_y$ avec w_y concernant le reste de la barre. On considère pour simplifier l'étude un cas où

$$\gamma_y \leq \frac{l_m}{l - l_m}. \tag{4.7}$$

On sort du domaine élastique au niveau de la zone faible pour un déplacement imposé U tel que

$$w_{yc} = \frac{1}{2} E \varepsilon_{in}^2 = \frac{1}{2} E \left(\frac{U}{l}\right)^2 \tag{4.8}$$

avec ε_{in} la déformation à la fin de la phase élastique. On en déduit la contrainte correspondante

$$S_y = E\left(\frac{U}{l}\right) = E\varepsilon_{in} = E\sqrt{2\frac{w_{yc}}{E}} = \sqrt{2 w_{yc} E} \tag{4.9}$$

qui est la contrainte maximale que l'on atteint. Une fois le pic passé on peut calculer la relation entre l'évolution du déplacement et de la force sur le bord droit

$$E_c = \frac{dF}{dU}\frac{l}{S} = \frac{l}{\left(S\frac{dU}{dF}\right)_{l-l_m} + \left(S\frac{dU}{dF}\right)_{l_m}} = \frac{l}{\left(\frac{l-l_m}{E}\right) - \left(\frac{l_m}{\gamma_y E}\right)} = \left[\frac{l}{l - \left(1 + \frac{1}{\gamma_y}\right) l_m}\right] E \tag{4.10}$$

avec E_c la pente de la réponse globale. La réponse globale peut donc se représenter comme sur la figure 4.2. Une fois que la sollicitation en traction est suffisante pour que la fonction seuil de la zone faible s'annule, l'endommagement de la zone faible augmente, sa rigidité diminue, ce qui a pour effet de diminuer la rigidité globale de la structure. De ce fait, à mesure que l'état de la zone faible se dégrade, l'ensemble de la poutre est soumis à un effort de plus en plus faible et les déformations se concentrent totalement dans la zone faible ; c'est la localisation des déformations.

Il apparaît clairement que la partie de la solution correspondant à un comportement non linéaire de la structure dépend de l_m. La quantité d'énergie dissipée pour arriver à la rupture de la barre correspond à l'aire sous la courbe de la figure 4.2 multipliée par le volume de la poutre. La forme de la solution du cas traité montre que la quantité d'énergie dissipée pour arriver à la rupture de la barre dépend explicitement de l_m. D'un côté, la localisation des déformations y compris jusqu'à l'apparition d'une discontinuité des déplacements est un phénomène couramment observé. D'un autre côté, si on utilise

une loi d'endommagement locale dans un code de calcul par éléments finis pour des situations de rupture fragile, la localisation des déformations peut s'opérer à l'échelle de l'élément. Ainsi, pour un modèle local, choisir une discrétisation spatiale équivaut à choisir une longueur l_m ; dès que les phénomènes décrits dépassent l'échelle microscopique, il y a dépendance au maillage.

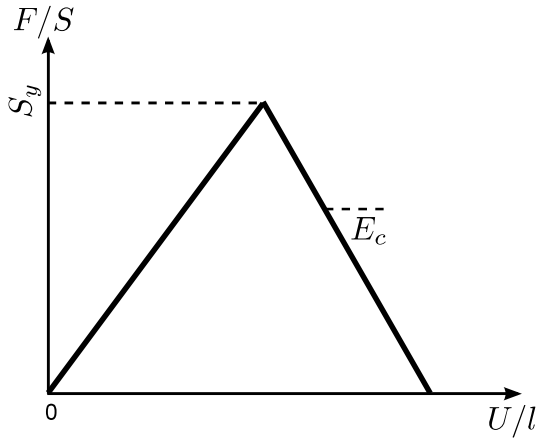


FIG. 4.2 : Solution du problème de la figure 4.1.

Afin de représenter la localisation des déformations d'une manière telle que les résultats soient indépendants du maillage, une solution proposée est d'introduire une longueur caractéristique du matériau l_c qui est généralement le paramètre clé des formulations non-locales [74, 73].

4.1.2 Les modèles d'endommagement non-locaux

Le principe des modèles non locaux est de considérer que le comportement du point matériel n'est pas indépendant de l'état de son voisinage. Les modèles les plus susceptibles d'être utilisés avec une loi de couplage endommagement-élasticité du type de celle introduite dans la partie 4.1.1 peuvent être classés en deux catégories. Une première catégorie est celle des modèles comprenant une variable régularisée sur une longueur l_c dite caractéristique par un opérateur de régularisation donné. L'introduction d'une longueur caractéristique vise généralement à représenter les effets de la microstructure sur l'évolution du problème au niveau local. On considère souvent que la longueur caractéristique d'un matériau est de quelques grains [74]. La seconde comprend des modèles plus variés que l'on ne présente pas car il est difficile de le faire succinctement. Parmi les modèles non-locaux comprenant une variable régularisée sur une longueur caractéristique, deux types de méthode de régularisation sont couramment utilisés. Certains modèles sont basés sur une formulation intégrale, la méthode de régularisation consiste à réaliser une intégration pondérée d'une variable du problème ou sur une boule de rayon l_c, ou pour une fonction poids dépendant de l_c. Une autre méthode de régularisation consiste à

résoudre un problème différentiel [83] et ses conditions aux limites, la loi de comportement devenant un problème de champ. Bien que des équivalences entre ces deux types de méthodes de régularisation puissent exister, les résultats obtenus diffèrent généralement au niveau des effets de bords. Ceux-ci dépendent du choix des conditions aux limites pour les modèles utilisant une régularisation différentielle, ils dépendent pour les méthodes intégrales de la stratégie d'intégration adoptée lorsqu'il y a intersection entre la boule d'intégration et le bord de la structure. Les deux types de modèles évoqués permettent de palier le problème de dépendance au maillage lors d'une localisation des déformations. C'est pourquoi, on entreprend d'utiliser un des formalismes existants.

4.2 Modélisation de la formation et de la propagation d'un réseau de fissures

On choisit d'utiliser un modèle d'endommagement isotrope pour décrire la formation et la propagation des fissures. On compte représenter la présence de fissures dans la structure par des lignes d'éléments finis cassés (*i.e.,* pour lesquels $d = 1$). En effet, ce mode de description paraît, a priori, faciliter la mise en place d'un couplage externe entre un code de calcul par éléments finis adapté à traiter l'aspect mécanique du problème et un code de calcul par volumes finis adapté à la description des écoulements. La rupture des éléments pourra être causée par deux phénomènes distincts ; à savoir l'amorçage d'une nouvelle fissure à partir de l'élément considéré ou la propagation à travers l'élément considéré d'une fissure ayant amorcé dans un autre élément. On fait le choix de décrire ces deux types de rupture par deux fonctions seuil explicitées dans les parties 4.2.2 et 4.2.3. Afin de rendre compte de l'hétérogénéité de la roche, le seuil d'amorçage sera, dans le modèle numérique, hétérogène et constant par élément. De plus, on décide d'utiliser un opérateur de régularisation pour garantir l'indépendance des résultats aux maillages et pour permettre une utilisation robuste dans un milieu ayant une dispersion sur les paramètres caractérisant le matériau et notamment le seuil d'amorçage de nouvelles fissures. Les moyens numériques mis en oeuvre pour parvenir aux objectifs évoqués seront détaillés dans la partie 4.3.

La première étape est de choisir un formalisme non local adapté. N'ayant pas de critère de choix clair incitant à s'orienter vers un modèle non local utilisant des opérateurs de régularisation intégraux ou différentiels, on décide d'utiliser les formalismes non locaux présents dans le Code_Aster qui a été choisi pour l'implémentation numérique. Dans la partie suivante on étudie les comportements des modèles non locaux permettant de décrire des comportements fragiles. On s'intéresse plus particulièrement à la description de l'amorçage de nouvelles fissures à partir de seuils d'amorçage hétérogènes, cet aspect s'étant avéré être déterminant dans le choix du formalisme non local finalement utilisé.

4.2.1 Choix d'un formalisme non local

Deux types de modèles non locaux ont été introduits dans le Code_Aster. Il s'agit des modèles à déformations régularisées [84, 85, 86] et à gradient de variables internes [84]. Ces modèles non-locaux ont l'avantage de pouvoir fournir des résultats indépendants du maillage et sont de ce fait de bons candidats à la description de la propagation de macro-fissures dans une structure. Les modèles à déformations régularisées sont basés sur l'introduction d'une déformation régularisée telle que

$$\underline{\overline{\varepsilon}} - l_c^2 \Delta \underline{\overline{\varepsilon}} = \underline{\varepsilon} \tag{4.11}$$

avec $\underline{\overline{\varepsilon}}$ le tenseur des déformations régularisées. On utilise ici l'operateur de régularisation des déformations dit "implicite", préféré à l'operateur de régularisation dit "explicite" initialement introduit [87]. On considère les conditions aux limites de Neumann (dites naturelles) à savoir

$$\left(\vec{\nabla}\ \underline{\overline{\varepsilon}}\right)\vec{n} = \vec{0} \tag{4.12}$$

avec $\vec{n}$ la normale sortante au bord considéré. Dans un cadre non-local à gradient de déformations, on peut utiliser des modèles semblables aux modèles locaux à ceci près que la fonction seuil est exprimée par rapport à la déformation régularisée. Le modèle introduit dans la partie 4.1.1 est modifié de telle sorte que sa fonction seuil s'écrit

$$f_d\left(d, \underline{\overline{\varepsilon}}\right) = \frac{1}{2}\underline{\overline{\varepsilon}}\ \underline{\underline{C}}\ \underline{\overline{\varepsilon}} - k\left(d\right). \tag{4.13}$$

De plus, dans le cadre de l'utilisation de modèles d'endommagement non-locaux avec régularisation des déformations on introduit habituellement un projecteur P visant à limiter l'élargissement de la bande de localisation. Le projecteur P_{roj} intervient dans la régularisation des déformations. En effet on résout pour le cas des modèles d'endommagement la formulation suivante

$$l_c^2 \Delta \underline{\overline{\varepsilon}} = P_{roj} \underline{I}\ \left(\underline{\overline{\varepsilon}} - \underline{\varepsilon}\right) \tag{4.14}$$

avec $P_{roj} = 1 - \delta_d^1$ où δ est le symbole de Kronecker. Une fois qu'un élément fini est totalement endommagé (*i.e.,* a un endommagement de $d = 1$), l'utilisation du projecteur P_{roj} fait que la contribution de l'élément fini au calcul de la déformation régularisée est "nulle". Le projecteur P_{roj} a été introduit afin de limiter l'élargissement des bandes de localisation. L'écriture d'un modèle à gradient de variable interne basé sur le modèle d'endommagement isotrope présenté dans la partie 4.1.1 nécessite l'introduction de

$$\vec{d}_\nabla = \vec{\nabla} d \tag{4.15}$$

la variable gradient d'endommagement. Plutôt que de présenter le modèle à gradient de variable interne dans son intégralité, on présente une formulation équivalente pour le cas traité [76]

$$f_d\left(\vec{d}_\nabla, \underline{\varepsilon}\right) = \frac{1}{2}\underline{\varepsilon}\ \underline{\underline{C}}\ \underline{\varepsilon} - c_d \mathrm{div}\left(\vec{d}_\nabla\right) \tag{4.16}$$

avec

$$c_d = \frac{8w_y}{13\,(1+\gamma_y)} l_c^2 \tag{4.17}$$

un scalaire dépendant des paramètres du matériau.

Une étude est menée afin de voir si une description simple de l'amorçage des fissures est compatible avec les modèles non-locaux du Code_Aster. Une série de calculs par éléments finis comprenant une hétérogénéité du matériau est réalisée. Les calculs correspondent en tous points au problème posé dans la partie 4.1.1 à ceci près que deux types de caractérisations de la zone faible sont utilisées : par abaissement du seuil de non-linéarité ($w_{yc} \leq w_y$) et par un endommagement initial non-nul. La zone faible a été représentée par un élément fini ayant tantôt des propriétés particulières tantôt un état initial différent de celui du reste de la structure. Selon les cas considérés, le comportement de la zone faible peut donc être représenté comme montré sur la figure 4.3.

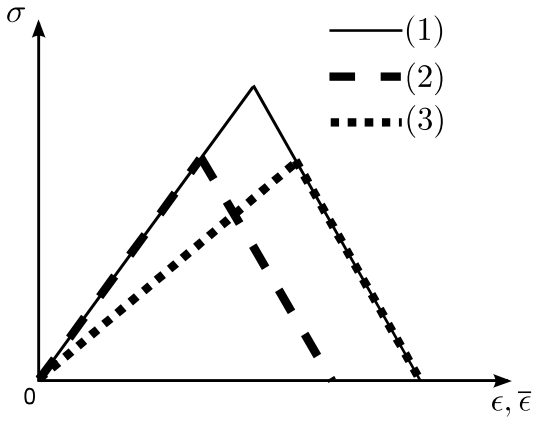


FIG. 4.3 : Comportement d'une zone saine (1), d'une zone faible à seuil d'endommagement abaissé (2) et d'une zone faible à endommagement initial (3).

Un premier exemple de résultat obtenu est donné sur la figure 4.4. Alors que la figure 4.4(a) concerne le modèle à gradient de déformations, la figure 4.4(b) concerne le modèle à gradient de variable interne. Pour chacun des modèles, on trace la réponse globale de la poutre pour différents maillages et donc différentes tailles de zone faible. Le calcul présenté a été effectué avec les paramètres suivants, $l_0 = 100$ mm, $l_c = 15$ mm, $l_{mi} = 1$ mm, $E = 20$ GPa, $\gamma = 0,25$, $S_n = \sqrt{2w_y E} = 6$ MPa et $S_y = \sqrt{2w_{yc} E} = 3$ MPa. On précise que pour les paramètres utilisés, il n'y a pas de snap-back.

On peut observer que dans chacun des cas traités la réponse de la structure dépend de l_m la longueur sur laquelle on projette l'hétérogénéité du matériau. Pour chacune des figures le niveau de chargement nécessaire à atteindre le pic dépend de l_m et est tel que la contrainte dans la poutre est comprise entre S_y et S_n. L'inconvénient du point de vue de nos objectifs est que l'on ne retrouve pas une rupture de la barre en traction pour un niveau de chargement correspondant au seuil d'amorçage du point le plus faible (i.e., comportement de type "maillon le plus faible"). Pour les deux types de modèles, la zone faible s'endommage avant que l'on atteigne le pic de contrainte. Pour le cas du modèle à

gradient de variable interne, l'endommagement de la zone faible est très faible avant d'atteindre le pic de contrainte. Pour le cas du modèle à gradient de déformation, l'évolution de l'endommagement avant le pic de contrainte est plus importante pour une taille de zone faible importante. La réponse de la structure pour le modèle à gradient de variable interne est plus brutale, et correspond davantage à une réponse fragile.

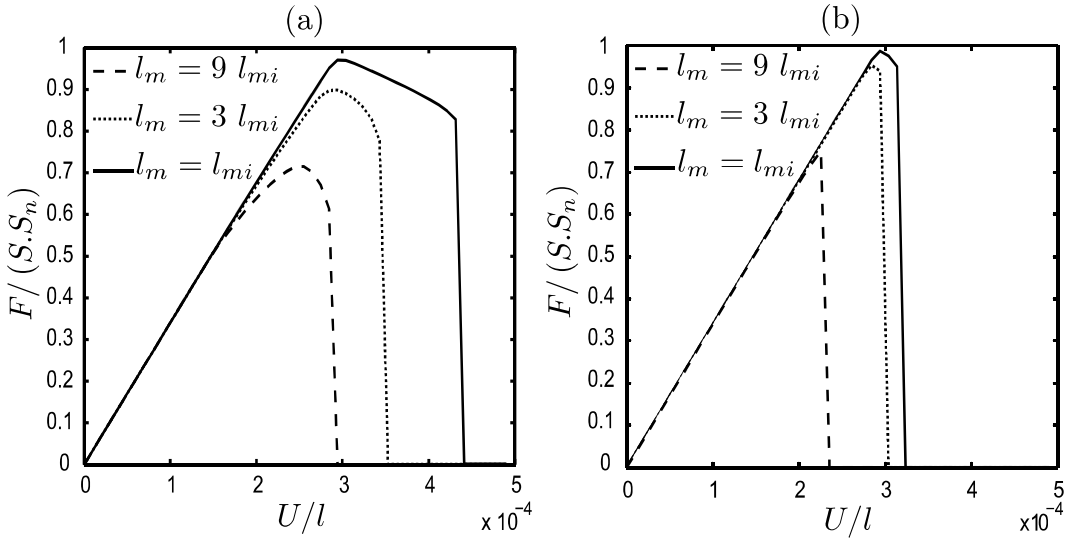


FIG. 4.4 : Evolution de l'effort en fonction du déplacement horizontal au bord droit de la poutre pour trois longueurs de mailles l_m pour un modèle d'endommagement à gradient de déformations (a) et à gradient de variable interne (b).

Il ressort de l'étude réalisée que, pour des lois de comportement correspondant à des matériaux fragiles, les modèles non locaux introduits dans le Code_Aster ne sont pas adaptés à décrire un comportement de type "maillon le plus faible" basé sur l'introduction d'un seuil d'amorçage hétérogène selon une distribution de Weibull. Afin de parvenir à obtenir un comportement de type "maillon le plus faible", on réutilise un modèle à gradient de déformations en introduisant une loi d'évolution simplifiée

$$d = H_e\left(\left\langle \overline{\varepsilon_I} - \frac{S_y}{E}(el)\right\rangle\right), \dot{d} \geq 0 \tag{4.18}$$

avec $\overline{\varepsilon_I}$ la déformation régularisée principale maximale et H_e le fonction de Heaviside. Cette loi de comportement induit un comportement parfaitement fragile. On réalise un calcul unidimensionel équivalent au calcul réalisé précedemment. On utilise les paramètres suivants, $l_0 = 100$ mm, $l_c = 15$ mm, $l_{mi} = 1$ mm, $E = 20$ GPa, $S_n = 6$ MPa et $S_y = 3$ MPa pour la zone faible.

La figure 4.5 présente la réponse globale de la poutre. Il apparaît clairement que le comportement est désormais parfaitement fragile et qu'il correspond à un comportement de type "maillon le plus faible". On remarque que le comportement s'apparente ici plus à celui d'un modèle local qu'à celui d'un modèle non local. On décide finalement d'utiliser

une description non locale très proche des modèles non locaux à gradient de déformations et qui est, comme nous allons le démontrer, strictement équivalente au modèle ayant mené aux résultats présentés sur la figure 4.5 pour le cas traité.

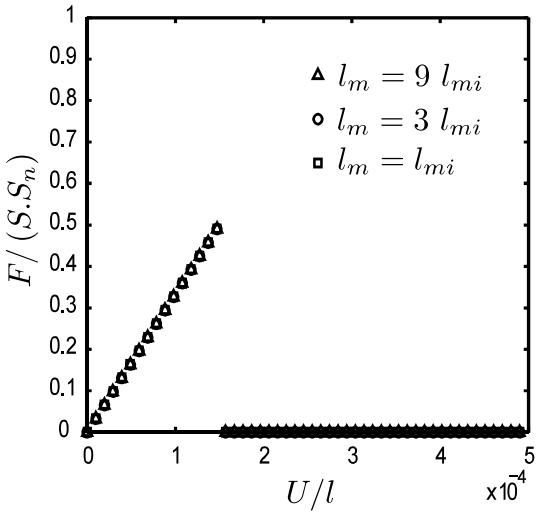


FIG. 4.5 : Evolution de l'effort en fonction du déplacement horizontal au bord droit de la poutre pour trois longueur de mailles l_m pour un modèle d'endommagement à gradient de déformations et une loi de de comportement parfaitement fragile.

Pour le formalisme retenu, la régularisation porte sur la contrainte. En effet, on introduit une contrainte régularisée telle que

$$\overline{\underline{\sigma}} - l_c^2 \Delta \overline{\underline{\sigma}} = \underline{\sigma} \tag{4.19}$$

avec $\overline{\underline{\sigma}}$ le tenseur des contraintes régularisées. On considérera les conditions aux limites naturelles

$$\left(\vec{\nabla}\, \overline{\underline{\sigma}}\right).\vec{n} = \vec{0} \tag{4.20}$$

avec $\vec{n}$ la normale sortante au bord considéré. On considère une loi de comportement parfaitement fragile

$$d = H_e\left(\left\langle \overline{\sigma_I} - S_y(el)\right\rangle\right), \dot{d} \geq 0 \tag{4.21}$$

avec σ_I la contrainte régularisée principale maximale. Pour le cas traité, l'expression de la contrainte régularisée est pour tout point de la barre et pour tout niveau de chargement

$$\overline{\sigma} = \sigma. \tag{4.22}$$

D'un autre coté, la déformation régularisée peut, tant que la barre sollicitée est saine, s'exprimer en tout point de la barre par

$$\overline{\varepsilon} = \varepsilon. \tag{4.23}$$

Une fois que le seuil de rupture de la zone faible est atteint, la zone faible rompt, les déformations locales se concentrent dans la zone rompue (*i.e.,* pour laquelle $d = 1$) mais

n'influent pas sur la valeur de la déformation régularisée du fait du projecteur P (conformément à l'équation (4.14)). La déformation régularisée est alors nulle dans toute la barre. Finalement, pour le cas traité, l'égalité $\overline{\sigma} = E\overline{\varepsilon}$ est vérifiée en tout point de la barre et pour tout niveau de chargement. Ainsi, l'utilisation des deux types de description sont équivalentes. Finalement, l'introduction d'une contrainte régularisée permet, dans le cadre de l'utilisation d'une loi parfaitement fragile, de retrouver un comportement de type "maillon le plus faible" sans utiliser de projecteur.

En résumé, on fait le choix d'écrire les seuils de rupture des éléments en fonction d'une contrainte régularisée sur une longueur caractéristique l_c qui sera grande devant la taille des éléments finis. On se base sur une loi d'évolution brutale écrite en contraintes régularisées. Ainsi, on laisse la localisation des déformations s'opérer à l'échelle du maillage (ou de la description de l'hétérogénéité du matériau). L'opérateur de régularisation des contraintes est le suivant

$$\underline{\overline{\sigma}} - l_c^2 \Delta \underline{\overline{\sigma}} = \underline{\sigma} \tag{4.24}$$

avec $\underline{\overline{\sigma}}$ le tenseur des contraintes régularisées. On considère les conditions aux limites naturelles

$$\left(\vec{\nabla}\, \underline{\overline{\sigma}}\right).\vec{n} = \vec{0} \tag{4.25}$$

avec $\vec{n}$ la normale sortante au bord considéré. On s'attache dans les trois parties suivantes à justifier les choix des deux seuils d'amorçage et de propagation ainsi qu'à expliquer la manière dont ils se raccordent. Bien que le modèle présenté dans cette partie puisse être adapté à la prise en compte d'une ténacité hétérogène, on fait ici l'hypothèse que la ténacité du matériau considéré est homogène.

4.2.2 Ecriture d'un seuil d'amorçage des fissures

Comme dans le modèle analytique présenté au chapitre 2, on représente l'amorçage de nouvelles macro-fissures par un modèle de Weibull. En vue de décrire de manière pertinente le pas de fissuration d'un éventuel réseau de fissures, on fait le choix d'introduire une dispersion sur les paramètres du matériau propre à chaque élément fini (*i.e.,* sous-domaine de la structure). Si on réalise au préalable un tirage au sort sur une distribution uniforme pour chaque élément fini afin d'obtenir une valeur $P_a \in [0;1]$, on peut décrire la contrainte pour laquelle une fissure amorcera dans un élément fini par une loi de Weibull inversée

$$S_a = \frac{\sigma_0}{(\lambda_0 Z)^{\frac{1}{m}}} \left[-\ln\left(1-P_a\right)\right]^{\frac{1}{m}} \tag{4.26}$$

avec Z la taille de l'élément fini, m le module de Weibull et $\frac{\sigma_0^m}{\lambda_0}$ le facteur d'échelle.

L'utilisation d'un modèle de Weibull pour décrire l'amorçage de nouvelles fissures a un avantage certain en vue d'obtenir des résultats indépendants du maillage. En effet, si on découpe un domaine Ω de taille Z en sous-domaines Ω_i de telle manière que l'on ait n_{sd} sous-domaines de taille Z_i avec $\cup_{i=1}^{n_{sd}} \Omega_i = \Omega$, on peut écrire la probabilité d'amorcer

la première fissure d'un sous-domaine de taille Z_{sdi}

$$P_F\left(|\cup_{i=1}^{n}\Omega_i|,\sigma_I\right)=1-\prod_{i=1}^{n}P_{N_d=0}\left(Z_i,\sigma_I\right)=1-\exp\left[-\sum_{i=1}^{n}Z_i\lambda_t\left(\sigma_I\right)\right]=P_F\left(\Omega,\sigma_I\right). \tag{4.27}$$

ce qui nous permet de retrouver la probabilité d'amorçage de la première fissure sur un domaine Ω. On peut remarquer que le résultat précédent est indépendant du découpage en sous-domaines. Ainsi, le modèle de Weibull semble apte à décrire l'amorçage de fissures d'une manière indépendante du maillage (*i.e.,* de la discrétisation spatiale du problème).

Enfin on écrit la loi d'évolution de l'endommagement liée à l'amorçage d'une nouvelle fissure dans un élément

$$d=H_e\left(\langle\overline{\sigma_I}-S_a\rangle\right),\dot{d}\geq 0 \tag{4.28}$$

avec H_e la fonction échelon de Heaviside, $\overline{\sigma_I}$ la contrainte régularisée principale maximale et S_a le seuil d'amorçage d'une nouvelle fissure dans un élément qui est défini par l'équation (4.26).

4.2.3 Ecriture d'un seuil de propagation des fissures

On considère le cas d'un front de fissure soumis à une sollicitation éloignée. Supposons que l'allure du front de fissure autour d'un point particulier p soit telle que les variations du champ de contrainte dans la direction du front de fissure soient négligeables à une échelle suffisamment grande devant l_c. Le problème à une échelle inférieure à l'échelle des variations du champ de contraintes selon la direction du front de fissure peut alors être ramené à un problème bidimensionnel. Dans ce cas, on peut considérer que la solution de Westergaard [88] (*i.e.,* solution asymptotique en pointe de fissure) est une bonne approximation de l'allure du champ de contrainte. Le champ de contrainte donné par la solution de Westergaard peut s'écrire dans un repère en pointe de fissure tel que présenté sur la figure 4.6 comme une composition de deux champs élastiques

$$\underline{\sigma}(r,\theta)=\frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}}\underline{f_I}(\theta)+\frac{K_{II}}{\sqrt{2\pi r}}\underline{f_{II}}(\theta) \tag{4.29}$$

avec K_I et K_{II} les facteurs d'intensité des contraintes en mode I et II et $\underline{f_I}$ et $\underline{f_{II}}$ des fonctions adimensionnelles associées. Les fonctions $\underline{f_I}$ et $\underline{f_{II}}$ peuvent s'écrire

$$\underline{f_I}(\theta)=\begin{bmatrix}\cos\frac{\theta}{2}\left(1-\sin\frac{\theta}{2}\sin\frac{3\theta}{2}\right) & \sin\frac{\theta}{2}\cos\frac{\theta}{2}\cos\frac{3\theta}{2} & 0\\ \sin\frac{\theta}{2}\cos\frac{\theta}{2}\cos\frac{3\theta}{2} & \cos\frac{\theta}{2}\left(1-\sin\frac{\theta}{2}\sin\frac{3\theta}{2}\right) & 0\\ 0 & 0 & f_{I33}\end{bmatrix} \tag{4.30}$$

pour le mode I avec $f_{I33}=0$ en contraintes planes et $f_{I33}=2\,\nu\cos\theta/2$ en déformations planes,

$$\underline{f_{II}}(\theta)=\begin{bmatrix}-\sin\frac{\theta}{2}\left(2+\cos\frac{\theta}{2}\cos\frac{3\theta}{2}\right) & \cos\frac{\theta}{2}\left(1-\sin\frac{\theta}{2}\sin\frac{3\theta}{2}\right) & 0\\ \cos\frac{\theta}{2}\left(1-\sin\frac{\theta}{2}\sin\frac{3\theta}{2}\right) & \sin\frac{\theta}{2}\cos\frac{\theta}{2}\cos\frac{3\theta}{2} & 0\\ 0 & 0 & f_{II33}\end{bmatrix} \tag{4.31}$$

pour le mode *II* avec $f_{II33} = 0$ en contraintes planes et $f_{II33} = -2\,\nu \sin\theta/2$ en déformations planes.

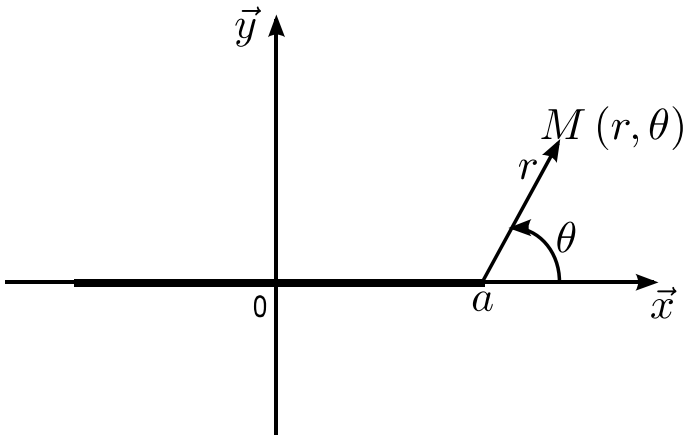


FIG. 4.6 : Définition d'un repère en pointe de fissure.

Par ailleurs l'équation (4.24) peut être vue comme un système composé de six équations de Helmholtz indépendantes. Aussi, il est possible d'écrire la solution d'une équation de Helmholtz sous une forme intégrale [89]. Pour un problème bidimensionnel infini, on peut écrire la contrainte régularisée en un point p donné et en considérant un repère cylindrique centré en p

$$\underline{\overline{\sigma_{tip}}} = \frac{1}{2\pi}\int_0^{\infty}\int_{-\pi}^{\pi} \frac{\underline{\sigma}(r,\theta)}{l_c^2} K_{b0}\left(\frac{r}{l_c}\right) r dr d\theta \tag{4.32}$$

avec $K_{b\zeta}$ la fonction de Bessel modifiée du second ordre

$$K_{b0}(a_r) = \int_0^{\infty} \frac{\cos a_r t}{\sqrt{1+t^2}} dt \tag{4.33}$$

pour $\zeta = 0$ [90]. On constate que la fonction de Bessel modifiée du second ordre joue dans la formulation donnée le rôle de fonction poids. En considérant le cas d'un point p à la pointe d'une fissure avec une longueur caractéristique l_c suffisamment petite, l'égalité (4.29) permet de mettre l'équation précédente sous la forme

$$\underline{\overline{\sigma_{tip}}}(K_I, K_{II}) = \sum_{i=I}^{II}\left[\frac{K_i}{(2\pi)^{\frac{3}{2}} l_c^2}\int_0^{\infty} K_{b0}\left(\frac{r}{l_c}\right) r dr \int_{-\pi}^{\pi} \underline{f_i}(\theta)\, d\theta\right]. \tag{4.34}$$

Finalement on trouve

$$\underline{\underline{\overline{\sigma_p}}}(K_I, K_{II}) = \frac{\Gamma^2\left(\frac{3}{4}\right)}{5\pi}\frac{1}{\sqrt{\pi l_c}}\begin{bmatrix} 4K_I & 4K_{II} & 0 \\ 4K_{II} & 6K_I & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} + \overline{\sigma_{33p}}\vec{e_3}\otimes\vec{e_3} \tag{4.35}$$

avec $\overline{\sigma_{33p}} = -\nu\left(\overline{\sigma}_{11p} + \overline{\sigma}_{22p}\right)$ en déformations planes, $\overline{\sigma}_{33p} = 0$ en contraintes planes et Γ la fonction Gamma. En se basant sur l'expression de la contrainte régularisée en pointe de fissure, il est possible de proposer une loi d'évolution associée à la propagation d'une macro-fissure portant sur la contrainte principale maximale du type

$$d = H_e\left(\left\langle \overline{\sigma_I} - S_p \right\rangle\right), \dot{d} \geq 0 \tag{4.36}$$

avec

$$S_p = \frac{6\Gamma^2\left(\frac{3}{4}\right)}{5\pi}\frac{K_c}{\sqrt{\pi l_c}} \tag{4.37}$$

le seuil de rupture d'un élément par propagation d'une fissure à l'échelle macroscopique, K_c étant la ténacité du matériau. Pour un cas de chargement en mode I, le critère donné tend vers un critère de propagation en mode d'ouverture issu de la mécanique de la rupture à mesure que la longueur caractéristique l_c devient petite devant l'échelle macroscopique.

Par ailleurs, on note qu'en pratique le critère présenté est en mode mixte. En effet, si on observe la contrainte principale maximale à la pointe d'une fissure à l'échelle macroscopique sous une sollicitation composée par exemple de modes I et II, en contraintes planes on obtient

$$\overline{\sigma}_{Itip} = \frac{6\Gamma^2\left(\frac{3}{4}\right)}{5\pi}\frac{1}{\sqrt{\pi l_c}}\frac{\left[5K_I + \sqrt{K_I^2 + 16K_{II}^2}\right]}{6} \tag{4.38}$$

qui dépend également du niveau de sollicitation en mode II.

4.2.4 Raccordement des seuils d'amorçage et de propagation

Le modèle de Weibull à deux paramètres décrit l'amorçage des fissures de manière très conservative. En effet, utiliser un modèle de Weibull à deux paramètres équivaut à supposer l'existence d'une probabilité d'amorçage de fissure non nulle dès que la contrainte principale maximale devient positive. D'un autre côté, l'utilisation d'un critère de propagation des fissures en facteur d'intensité des contraintes sur une fissure à l'échelle microscopique équivaut à supposer l'existence d'un seuil d'amorçage non nul. Par exemple, considérons le cas d'une zone qui a une dimension de l'ordre de l_c et qui est comprise dans une zone plus grande sollicitée uniformément. Si on suppose l'existence d'un seuil d'amorçage de Weibull, on peut lui associer une longueur de fissure par un critère de mécanique de la rupture

$$S_a = \frac{\sigma_0}{(\lambda_0 Z)^{\frac{1}{m}}}\left[-\ln\left(1 - P_a\right)\right]^{\frac{1}{m}} = \frac{K_c}{\sqrt{\pi a}} \tag{4.39}$$

avec a la demi longueur de la plus grande fissure dans la zone considérée. Par soucis de cohérence avec le seuil de propagation S_p, il convient de vérifier que l'utilisation d'un modèle de Weibull pour décrire l'amorçage de fissure n'implique pas la présence dans

une zone considérée d'une fissure plus grande que la taille de la zone considérée. On peut par exemple écrire l'inégalité suivante

$$a \leq l_c \tag{4.40}$$

qui implique

$$S_a = \frac{K_c}{\sqrt{\pi a}} \geq \frac{K_c}{\sqrt{\pi l_c}}. \tag{4.41}$$

Le membre de droite correspond au critère de propagation d'une fissure de longueur $2 \times l_c$. On peut écrire l'inégalité précédente en fonction des seuils de propagation et d'amorçage, cela donne un seuil de cohérence

$$S_a \geq S_p \frac{5\pi}{6\Gamma^2\left(\frac{3}{4}\right)} \tag{4.42}$$

que l'on respectera dans toutes les situations. En pratique, s'il existe des fissures initiales plus grandes que $2 \times l_c$ elles ne pourront pas être prises en compte par le modèle d'amorçage proposé, on pourra par contre les représenter par une ligne d'éléments finis cassés. Le modèle de Weibull sera donc utilisé pour représenter l'amorçage de fissures à partir de défauts initiaux de taille inférieure à $2 \times l_c$. En pratique, l'hétérogénéité du matériau étant projetée sur le maillage, il parait raisonnable de considérer que chaque élément fini ne contient pas de défauts initiaux plus grand que lui-même autre que ceux pouvant être représentés macroscopiquement. Dans ce cas, si la longueur caractéristique l_c est plus grande que la taille des éléments finis, l'inégalité (4.42) est automatiquement vérifiée. Par ailleurs, sachant que

$$\frac{5\pi}{6\Gamma^2\left(\frac{3}{4}\right)} > 1, \tag{4.43}$$

on écrit

$$S_a > S_p. \tag{4.44}$$

On remarque que le seuil de cohérence proposé est tel que tous les éléments finis modélisés seront rompus par amorçage pour des niveaux de chargements plus élevés que pour une rupture par propagation.

4.2.5 Formulation du seuil de propagation

Le seuil de propagation introduit dans la partie 4.2.3 est supposé être équivalent à un seuil en facteur d'intensité des contraintes issu de la mécanique de la rupture à mesure que la longueur caractéristique l_c devient petite devant la taille du problème considéré. Dans cette partie, on réalise des simulations numériques visant à comparer le seuil de propagation non-local à un seuil de propagation issu de la mécanique de la rupture pour différentes longueurs caractéristiques. Les objectifs de cette démarche sont de valider la méthode de calcul pour des cas où la longueur caractéristique est faible devant la taille de

la fissure et de la structure et d'estimer l'influence de la formulation non locale pour de faibles longueurs de fissures. On se base sur le cas présenté sur la figure 4.7 d'une fissure centrale de longueur $2a$ dans une barre d'épaisseur $2h$ et de longueur infinie sollicitée par une contrainte σ_∞.

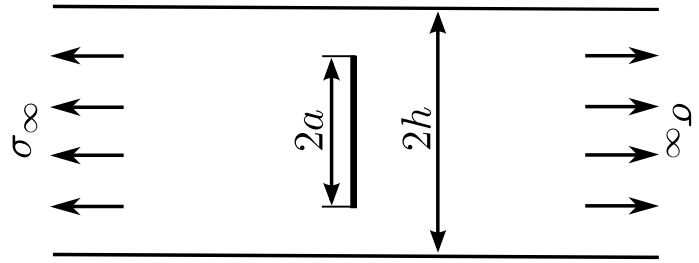


FIG. 4.7 : Schéma du cas théorique considéré.

Pour le cas traité, une solution analytique approchée existe. On peut exprimer le facteur d'intensité des contraintes de manière analytique [88]

$$K_{Ia} \approx \sigma_\infty \sqrt{\frac{\pi a}{\cos\left(\frac{\pi a}{2h}\right)}}. \tag{4.45}$$

Pour les simulations numériques, on bloque les déplacements verticaux sur le bord inférieur du modèle, on bloque les déplacements horizontaux sur le bord gauche du modèle et on impose sur le bord droit une contrainte horizontale. On maille la moitié supérieure d'une barre étant six fois plus longue qu'épaisse afin de représenter la fissure centrale par une bande verticale d'éléments finis rompus (*i.e.,* pour lesquels $d = 1$). Etant donné que dans le cas traité la fissure est sollicitée en mode I on peut introduire pour une longueur caractéristique donnée un équivalent au facteur d'intensité des contraintes

$$K_{Il_c} \approx \frac{5\pi}{6\Gamma^2\left(\frac{3}{4}\right)} \overline{\sigma}_{Ip} \sqrt{\pi l_c} \tag{4.46}$$

avec $\overline{\sigma}_{Ip}$ la contrainte régularisée principale maximale en pointe de fissure. Afin de comparer les résultats numériques à la solution analytique on introduit le paramètre $R_I = K_{Ia}/K_{Il_c}$.

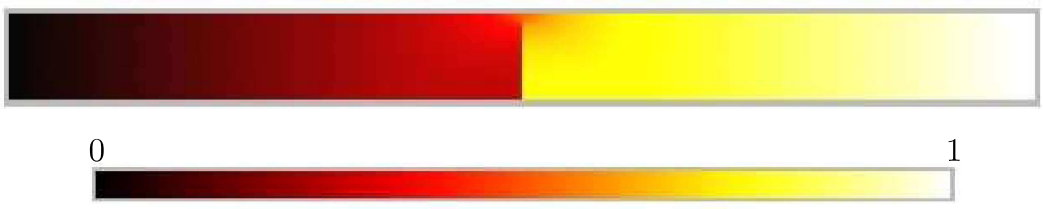


FIG. 4.8 : Déplacement horizontal normé pour le cas numérique correspondant à $a/h = 0,8$.

La contrainte régularisée principale maximale $\overline{\sigma}_{Itip}$ est estimée à une pointe de fissure définie conformément à la méthode décrite dans la partie 4.3.3. On peut observer sur la figure 4.8 la discontinuité de déplacement générée par la présence de la fissure. On observe aussi qu'à proximité des bords droit et gauche de la structure la valeur du déplacement horizontal varie peu selon l'épaisseur de la poutre. On suppose que les dimensions de la poutre modélisée permettent de simuler correctement des conditions aux limites infinies. On considère pour tous les calculs une demi épaisseur $h = 500$ mm. La figure 4.9 montre les résultats obtenus pour trois longueurs caractéristiques l_c de 20 mm, 40 mm et 80 mm.

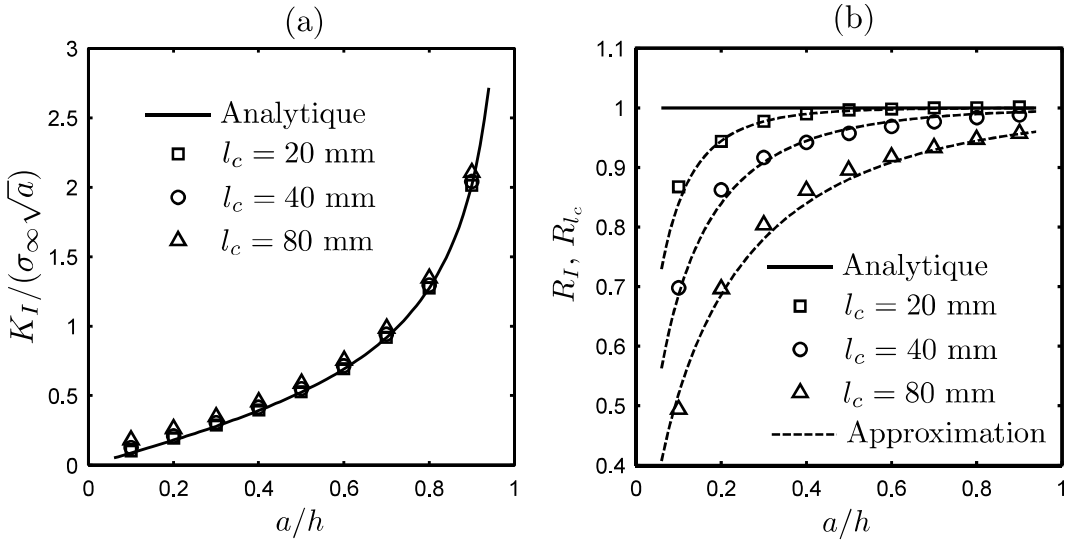


FIG. 4.9 : Facteurs d'intensité des contraintes (a) et écart à la solution analytique approchée (b) en fonction de la longueur de fissure normée pour différentes longueurs caractéristiques ; l'approximation proposée (4.47) est aussi tracée (b).

Il apparaît sur les figures 4.9(a) et 4.9(b) que l'on se rapproche de la solution analytique quand la longueur caractéristique diminue. Les résultats obtenus pour une longueur caractéristique $l_c = 20$ mm sont proches de la solution analytique. On constate que pour les différents cas étudiés, les valeurs de facteur d'intensité des contraintes déduits du seuil de propagation non-local tendent vers la solution de mécanique de la rupture à mesure que la fissure devient grande devant la longueur caractéristique. Par ailleurs, il semble que l'influence de la distance au bord libre sur l'écart entre les deux types de seuils soit faible devant l'influence de l'augmentation de la longueur de fissure. On constate que le niveau de la contrainte régularisée principale maximale en pointe de fissure est plus élevé pour une longueur caractéristique importante. Pour chaque cas considéré, on trace sur la figure 4.9(b) une approximation de R_I qui s'écrit

$$R_{Il_c} = 1 - \exp\left[-\left(\frac{a}{l_c}\right)^{\frac{2}{3}}\right]. \tag{4.47}$$

L'approximation proposée permet une bonne estimation de l'effet de la longueur ca-

ractéristique pour des cas tels que $a \geq l_c$. On peut aussi écrire une limite évidente du seuil de propagation non-local

$$\lim_{a/l_c \to 0} K_{Il_c} = \frac{5\pi}{6\Gamma^2\left(\frac{3}{4}\right)} \sigma_\infty \sqrt{\pi l_c}. \tag{4.48}$$

A partir des approximations (4.47) et (4.48) on peut notamment tracer sur la figure 4.10 le seuil de propagation non-local. On trace aussi sur la figure 4.10 le seuil de propagation en facteur d'intensité des contraintes issu de la mécanique de la rupture et quelques exemples du seuil d'amorçage de Weibull. Un exemple de seuil d'un élément fini qui est pratiquement observé du fait de l'implémentation numérique présentée dans la partie 4.3 est aussi tracé.

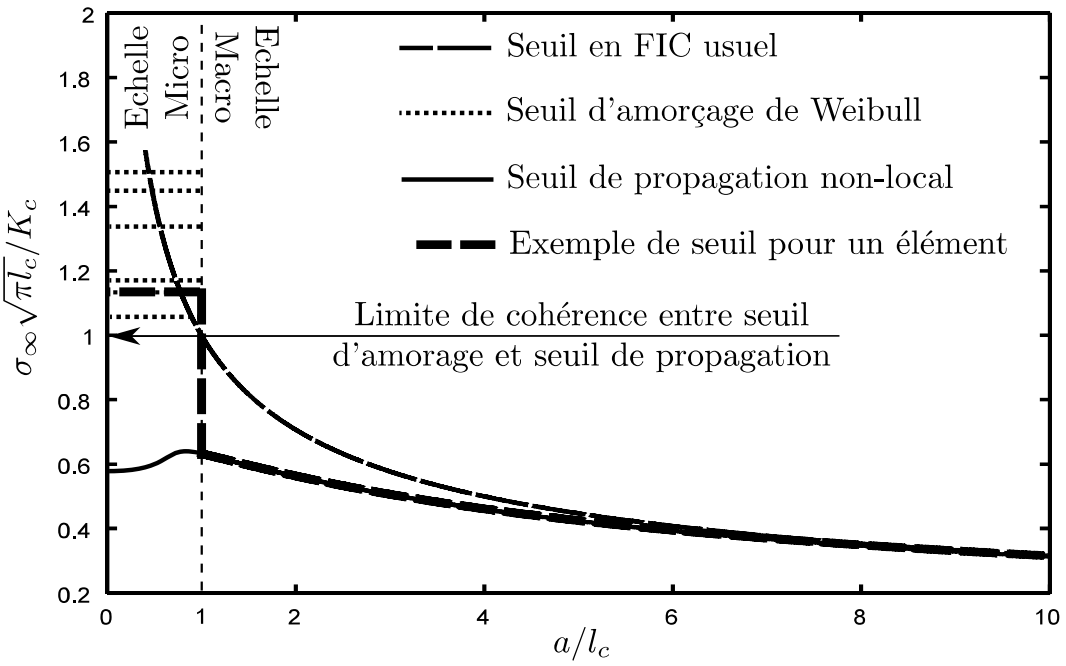


FIG. 4.10 : Evolution des différents seuils abordés en fonction de la taille de la fissure ou du défaut concerné.

On définit sur la figure 4.10 les échelles micro et macro. On propose dans la partie 4.3 un mode d'implémentation numérique tel que les micro-fissures initiales de taille telle que $a \leq l_c$ ne soient pas représentées explicitement par la variable d'endommagement mais qu'elles soient représentées par un seuil de rupture par amorçage issu d'une loi de Weibull inversée. Ainsi les micro-fissures de tailles variées mais toujours inférieures à l_c sont associées à des seuils d'amorçage supérieurs à la limite de cohérence tracée sur la figure 4.10. Aussi, le mode d'implémentation numérique proposé a pour but de représenter explicitement les macro-fissures ayant une taille telle que $a \geq l_c$. En effet, une fois qu'une fissure amorce, le mode de description de cette fissure change ; la fissure est alors explicitement représentée par un champ d'endommagement et sa propagation est

évaluée en fonction du seuil de propagation non local introduit. Le mode de gestion du passage de l'échelle micro à l'échelle macro est détaillé dans la partie 4.3.3.

4.3 Implémentation numérique du modèle

Dans la partie 4.2 on a introduit deux critères exprimés en contraintes régularisées. L'un des critères décrit l'amorçage de fissures à l'échelle microscopique et l'autre décrit la propagation de fissures à l'échelle macroscopique. Afin de pouvoir utiliser ces deux seuils pour une même simulation par éléments finis, il est nécessaire de les raccorder. On fait le choix de diviser une structure donnée en deux sous-domaines distincts qui évoluent au cours des pas de chargement et des itérations du calcul. L'un de ces domaines est soumis au seuil d'amorçage et l'autre est soumis au seuil de propagation. Dans cette partie, on s'attache dans un premier temps à présenter la stratégie d'implémentation numérique qui a été développée afin de garantir la cohérence des deux seuils. La méthode retenue est de systématiquement définir les sous-domaines de la structure associés aux seuils de propagation et d'amorçage. Aussi, on décrit dans cette partie les précautions prises afin de garantir la robustesse du mode de résolution. Puis, on valide l'indépendance au maillage du modèle sur un cas-test simple.

4.3.1 Initialisation

Afin d'effectuer un calcul utilisant les deux seuils présentés dans la partie 4.2, il est nécessaire de définir préalablement un jeu de paramètres. Les paramètres caractérisant le matériau sont les suivants : le module de Young E, le coefficient de Poisson ν, la ténacité K_c, le module de Weibull, la longueur caractéristique l_c et une contrainte nominale d'amorçage à l'échelle de la longueur caractéristique σ_{l_c}. La contrainte nominale d'amorçage à l'échelle de la longueur caractéristique est introduite à la place du facteur d'échelle. On l'exprime par

$$\sigma_{l_c} = \frac{\sigma_0}{(\lambda_0\, l_c^3)^{\frac{1}{m}}} \tag{4.49}$$

avec σ_0^m/λ_0 le facteur d'échelle. La contrainte nominale d'amorçage à l'échelle de la longueur caractéristique σ_{l_c} nous donne une idée de l'ordre de grandeur de la contrainte d'amorçage d'un domaine de taille l_c^3 qui est éventuellement constitué de plusieurs éléments finis durant un calcul. Plus précisément la probabilité d'amorçage correspondant à une sollicitation de σ_{l_c} est d'environ $0,63$ (ou $1-1/e$). En plus des paramètres caractérisant le matériau, on précise l'épaisseur de la structure modélisée. Il est possible d'utiliser une variante du modèle de Weibull surfacique au lieu de volumique, pour laquelle l'unité du facteur d'échelle est le MPa^m.m^2 au lieu du MPa^m.m^3. Dans ce cas, il faut préciser que la structure a une épaisseur de l_c. Durant la phase d'initialisation on calcule pour chaque élément la valeur du seuil d'amorçage par tirage aléatoire. Comme montré sur la figure 4.11, le calcul du seuil d'amorçage S_a est réalisé pour chaque élément fini et est constitué de plusieurs étapes.

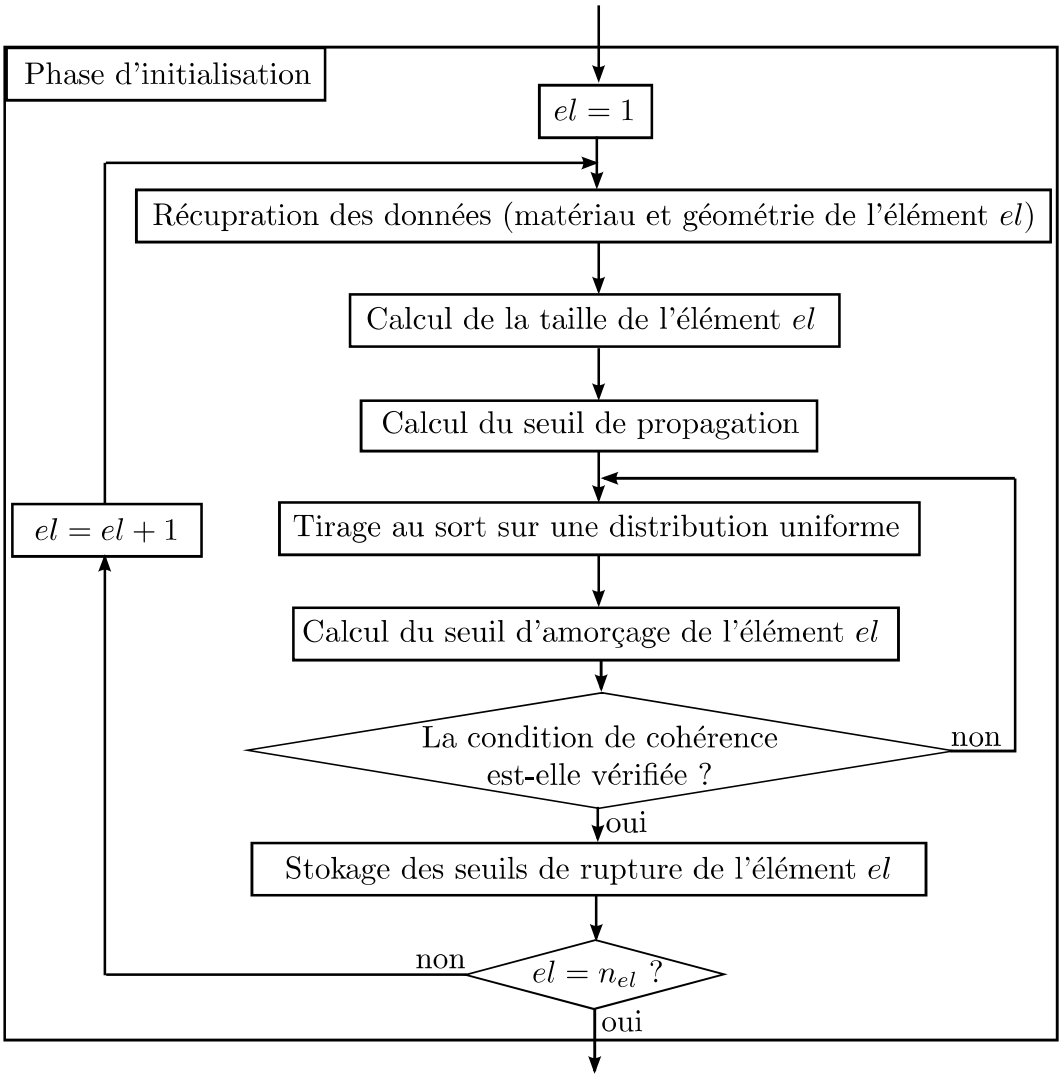


FIG. 4.11 : Initialisation du calcul.

Pour chaque élément fini, on commence par calculer la taille des éléments Z en fonction de la position des noeuds et de l'épaisseur. Puis, on calcule le seuil de propagation

$$S_p = \frac{6\Gamma^2\left(\frac{3}{4}\right)}{5\pi}\frac{K_c}{\sqrt{\pi l_c}}. \tag{4.50}$$

On calcule ensuite le seuil d'amorçage

$$S_a = \sigma_{l_c}\left(\frac{l_c^3}{Z}\right)^{\frac{1}{m}}\left[-\ln\left(1-P_a\right)\right]^{\frac{1}{m}} \tag{4.51}$$

avec $P_a \in [0;1]$ un nombre tiré au sort sur une densité de probabilité uniforme. On vérifie la condition de cohérence

$$S_a \geq S_p. \tag{4.52}$$

Si la condition de cohérence des deux seuils n'est pas vérifiée, on recommence après avoir tiré au sort une autre valeur pour P_a. Afin de rendre les deux seuils cohérents, on réalise ici une troncature de la distribution de Weibull. D'autres choix auraient pu être envisagés, on réalise ici une troncature par souci de simplicité. On remarque que le choix de réaliser une troncature sur la distribution de Weibull oblige à choisir une longueur caractéristique réaliste. En effet, si la longueur caractéristique choisie est incohérente (*i.e.,* faible) avec les paramètres de Weibull utilisés, on peut tronquer la majeure partie de la distribution de Weibull. Dans ce cas, la description de l'amorçage n'est pas fidèle aux paramètres de Weibull considérés.

Par ailleurs, une procédure similaire à la procédure d'initialisation des seuils d'amorçage S_a présentée peut être utilisée afin de définir un seuil de propagation S_p non-uniforme. Cependant, dans le cadre de l'étude présentée dans le rapport de thèse, les résultats expérimentaux obtenus dans la partie 3.3 sont trop peu nombreux pour permettre la définition précise d'une distribution de seuils de propagation.

4.3.2 Résolution du problème global

Le problème global porte sur le calcul des déplacements et des contraintes régularisées. La résolution du problème global est réalisée par un schéma de Newton-Raphson [91]. La loi de comportement qui permet de calculer à chaque itération de Newton la contrainte et l'endommagement est implémentée selon un schéma implicite [91] comme expliqué dans la partie 4.3.3. Le problème est discrétisé à l'aide d'éléments finis particuliers [92] introduits précédemment dans le Code_Aster et décrits sur la figure 4.12.

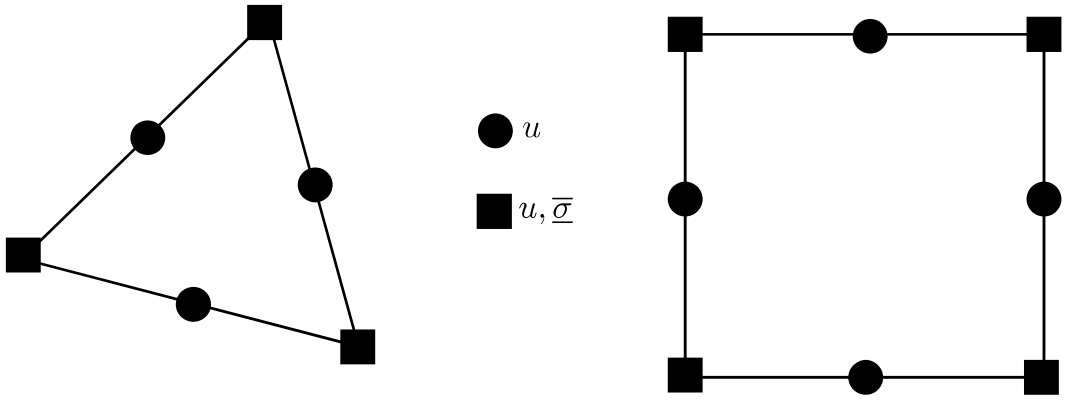


FIG. 4.12 : Inconnues nodales d'un élément triangle et d'un élément quadrangle.

Les éléments finis utilisés sont quadratiques en déplacement et linéaires en contraintes régularisés. En effet, on utilise des fonctions de forme P^2 pour les déplacements et P^1 pour les contraintes régularisées. Les éléments triangles comportent six noeuds et les éléments quadrangles en comportent huit. Alors que les deux types d'inconnues sont définis aux sommets, seuls les déplacements sont définis aux noeuds milieux. Par exemple, un élément

triangulaire comporte 21 degrés de liberté pour un problème plan. Du fait des fonctionnalités initialement présentes dans le Code_Aster, il est possible d'utiliser les deux types d'éléments évoqués pour un même modèle. Deux jeux de fonctions de formes et fonctions de formes dérivées sont associés aux déplacements (N_u et B_u) et contraintes régularisées ($N_{\overline{\sigma}}$ et $B_{\overline{\sigma}}$). Une description des fonctions de formes et points d'intégration des éléments utilisés se trouve dans la documentation du Code_Aster [93]. Les éléments triangles utilisés correspondent au type "TRI6-FPG3" pour les déplacements et "TRI3-FPG3" pour les contraintes régularisées et les quadrangles au type "QUA8-FPG9" pour les déplacements et "QUA4-FPG9" pour les contraintes régularisées.

Deux équations gouvernent le problème global, l'une correspond à l'équilibre classique, l'autre correspond au calcul de la contrainte régularisée. La formulation intégrale du problème est

$$\forall u^* \in V_{ad} \int_\Omega \underline{\sigma} : \underline{\varepsilon}(u^*)\, d\Omega = \int_G u^*.T_G dG + \int_\Omega u^*.f_V d\Omega \tag{4.53}$$

avec V_{ad} l'espace des déplacements admissibles, T_G les forces imposées sur le bord G, f_V les forces volumiques et

$$\forall \underline{s}^* \in \left[H^1(\Omega)\right]^6 \int_\Omega \left(\underline{s}^* \underline{\overline{\sigma}} + \nabla \underline{s}^*.l_c^2 \underline{\overline{\sigma}}\right) d\Omega = \int_\Omega \underline{s}^* \underline{\sigma} d\Omega. \tag{4.54}$$

On adopte dans la partie qui suit les notations $\{\sigma\}$, $\{\varepsilon\}$ et $\{\overline{\sigma}\}$ pour les formes vectorielles des tenseurs des contraintes, déformations et contraintes régularisées. On note u le vecteur déplacement. La résolution globale se résume à une minimisation d'un résidu portant sur les déplacements qui peut s'écrire pour chacun des éléments

$$F^u = F_{int} + D^T \lambda_l - F_{ext} \tag{4.55}$$

avec $F_{int} = \int_\Omega B_u^T \{\sigma\}\, d\Omega$, $F_{ext} = \int_\Gamma N_u^T T_g dG$ est le chargement extérieur en efforts avec T_G les réaction nodales. D est tel que $Du = u^d$ avec u^d les déplacements imposés et λ_l les multiplicateurs de Lagrange des conditions aux limites de Dirichlet. On minimise aussi un résidu portant sur les contraintes régularisées

$$F^{\overline{\sigma}} = K^{\overline{\sigma}\sigma} \{\overline{\sigma}\} - F^\sigma \tag{4.56}$$

avec $F^\sigma = \int_\Omega N_{\overline{\sigma}}^T \{\sigma\}\, d\Omega$ et $K^{\overline{\sigma}\sigma} = \int_\Omega \left(N_{\overline{\sigma}}^T N_{\overline{\sigma}} + l_c^2 B_{\overline{\sigma}}^T B_{\overline{\sigma}}\right) d\Omega$. Afin de minimiser les résidus présentés on utilise la matrice tangente suivante

$$K = \begin{bmatrix} \frac{\partial F^u}{\partial u} & \frac{\partial F^u}{\partial \overline{\sigma}} \\ \frac{\partial F^\sigma}{\partial u} & \frac{\partial F^\sigma}{\partial \overline{\sigma}} \end{bmatrix} \tag{4.57}$$

avec

$$\frac{\partial F^u}{\partial u} = \int_\Omega B_u^T \frac{\partial \{\sigma\}}{\partial \{\varepsilon\}} B_u d\Omega \tag{4.58}$$

$$\frac{\partial F^u}{\partial \overline{\sigma}} = \int_\Omega B_u^T \frac{\partial \{\sigma\}}{\partial \{\overline{\sigma}\}} N_{\overline{\sigma}} d\Omega = 0 \tag{4.59}$$

$$\frac{\partial F^{\overline{\sigma}}}{\partial u} = \int_{\Omega} -N_{\overline{\sigma}}^{T} \frac{\partial \{\sigma\}}{\partial \{\varepsilon\}} B_u d\Omega \tag{4.60}$$

$$\frac{\partial F^{\overline{\sigma}}}{\partial \overline{\sigma}} = \int_{\Omega} \left(N_{\overline{\sigma}}^{T} N_{\overline{\sigma}} + l_c^2 B_{\overline{\sigma}}^{T} B_{\overline{\sigma}} \right) d\Omega \tag{4.61}$$

dans le cas présent. Après une inversion du problème global, les déplacements et contraintes régularisées sont connus aux noeuds associés. Une particularité du modèle est que l'évolution de l'état du matériau est évaluée à l'échelle de l'élément par la prise en compte des contraintes régularisées, de la géométrie de l'élément et du voisinnage de l'élément selon une procédure expliquée dans la partie 4.3.3. Une fois l'endommagement évalué à l'échelle de l'élément et fixé à tous les points de Gauss (avec un endommagement constant par élément), les termes $\partial \{\sigma\} / \partial \{\varepsilon\}$ sont calculés pour chaque point de Gauss. Enfin, la matrice globale est assemblée. On précise que les termes $\partial \{\sigma\} / \partial \{\varepsilon\}$ calculés aux points de Gauss sont systématiquement tangents au comportement. L'endommagement étant binaire, ils correspondent systématiquement à un comportement élastique pour un matériau ayant soit une raideur égale à sa valeur initiale, soit une raideur résiduelle négligeable devant la raideur initiale (*i.e.*, telle que l'endommagement vaut $1 - 10^{-6}$). La raideur résiduelle a été introduite car l'utilisation d'une raideur nulle rend impossible l'inversion du problème global par des méthodes conventionelles.

Aussi, on remarque que s'il n'y a pas d'évolution de l'état d'endommagement du matériau durant un pas de chargement, le problème global en déplacements et contraintes régularisées est strictement linéaire. Il est donc pertinent de ne pas réactualiser la matrice tangente pour la prédiction élastique réalisée au début d'un pas de temps mais de la réactualiser à chaque itération de la méthode de Newton.

4.3.3 Implémentation de la loi de comportement

Les éléments finis sains (*i.e.,* pour lesquels $d = 0$) peuvent se trouver dans différentes situations. Soit ils sont à la pointe d'une fissure, auquel cas ils sont soumis au seuil de propagation, soit ils ne se trouvent pas à la pointe d'une fissure, auquel cas ils sont soumis au seuil d'amorçage. Ainsi la position des pointes de fissures et les éléments correspondants sont mémorisés durant le calcul.

La figure 4.13 représente l'évolution de l'état des éléments finis durant l'amorçage et la propagation d'une fissure. Initialement, si tous les éléments finis sont sains, ils sont tous soumis à leur seuil de rupture par amorçage. S'il y a amorçage d'une fissure dans un élément donné, il est rompu (*i.e.,* $d = 1$) et il pointe si possible deux éléments voisins comme montré sur la figure 4.13(a). A l'itération de Newton suivante, les éléments finis pointés ne sont plus soumis à leur seuil de rupture par amorçage mais au seuil de rupture par propagation. Si les éléments finis pointés subissent une sollicitation telle qu'ils rompent, chacun d'entre eux va alors si possible pointer un élément fini voisin qui sera ensuite soumis au seuil de rupture par propagation. Comme montré sur la figure 4.13(b),

si un élément fini de bord ne trouve pas d'élément voisin approprié à pointer, alors rien ne se passe. Ensuite, la propagation de la fissure amorcée peut se poursuivre selon le niveau et l'orientation des sollicitations.

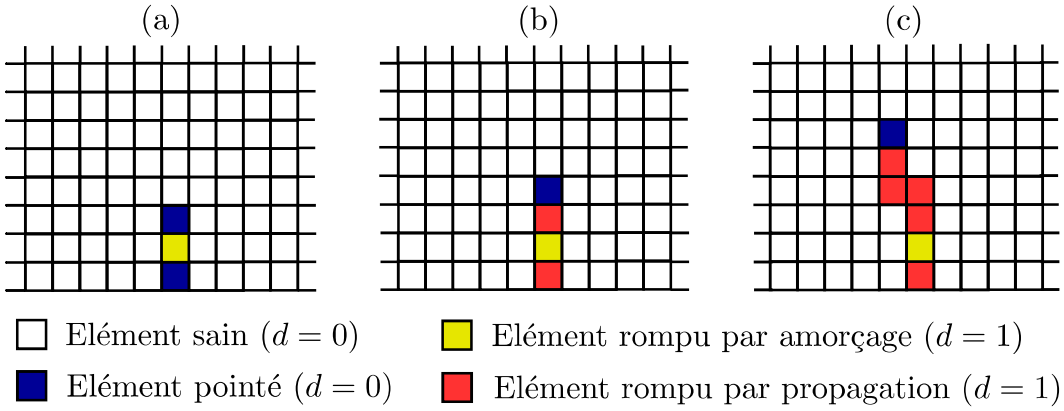


FIG. 4.13 : Etats des éléments finis.

La figure 4.14 permet d'observer plus précisément la méthode de pointage des éléments voisins durant la phase d'amorçage (figure 4.14(a)) et durant la phase de propagation (figure 4.14(b)). Si dans un calcul de structure le niveau de sollicitation atteint est suffisant pour générer l'amorçage d'une fissure dans l'élément fini A_{el}, alors on fait l'hypothèse que la fissure considérée amorce au centre de l'élément et l'endommagement de l'élément fini considéré vaut $d = 1$. On définit alors deux pointes de fissures B_{pt} et C_{pt} qui sont les intersections d'une droite $\Delta_{A_{el}}$ et des bords de l'élément fini considéré . On définit la droite $\Delta_{A_{el}}$ comme passant par le point A_{pt} et étant perpendiculaire au vecteur $\vec{n}_{IA_{pt}}$ qui correspond à la direction associée à la contrainte régularisée principale maximale au point A_{pt} lors de la rupture $\overline{\sigma}_{IA_{pt}}$. Chacune des pointes de fissure est alors prise en charge par un élément fini voisin de l'élément fini A_{el} à savoir les éléments B_{el} et C_{el}. Les éléments finis B_{el} et C_{el} sont alors soumis au seuil de rupture par propagation.

Comme montré sur la figure 4.14(b), si on atteint le seuil de propagation au niveau d'une pointe de fissure D_{pt} prise en charge par un élément D_{el}, alors l'endommagement de l'élément D_{el} passe à $d = 1$. On déplace alors la pointe de fissure selon une droite $\Delta_{D_{el}}$ définie comme passant par D_{pt} et étant perpendiculaire à $\vec{n}_{ID_{pt}}$ la direction associée à la contrainte régularisée principale maximale au point D_{pt} lors de la rupture $\overline{\sigma}_{ID_{pt}}$. La pointe de fissure est alors positionnée au point E_{pt} et prise en charge par l'élément fini E_{el}. La méthode de gestion du voisinage mise au point permet de gérer plusieurs fissures simultanément. La méthode de gestion permet aussi à chacune des fissures définies de bifurquer selon le problème de structure ainsi que selon d'éventuelles interactions avec d'autres fissures d'une même structure. Pratiquement, ces calculs sont réalisés à partir des contrainte régularisées aux noeuds, à l'échelle de l'élément. Ce n'est qu'une fois que l'endommagement est mis à jour que l'on calcule les déformations aux points de Gauss à partir des déplacements aux noeuds en vue de d'évaluer le comportement tangent aux points de Gauss.

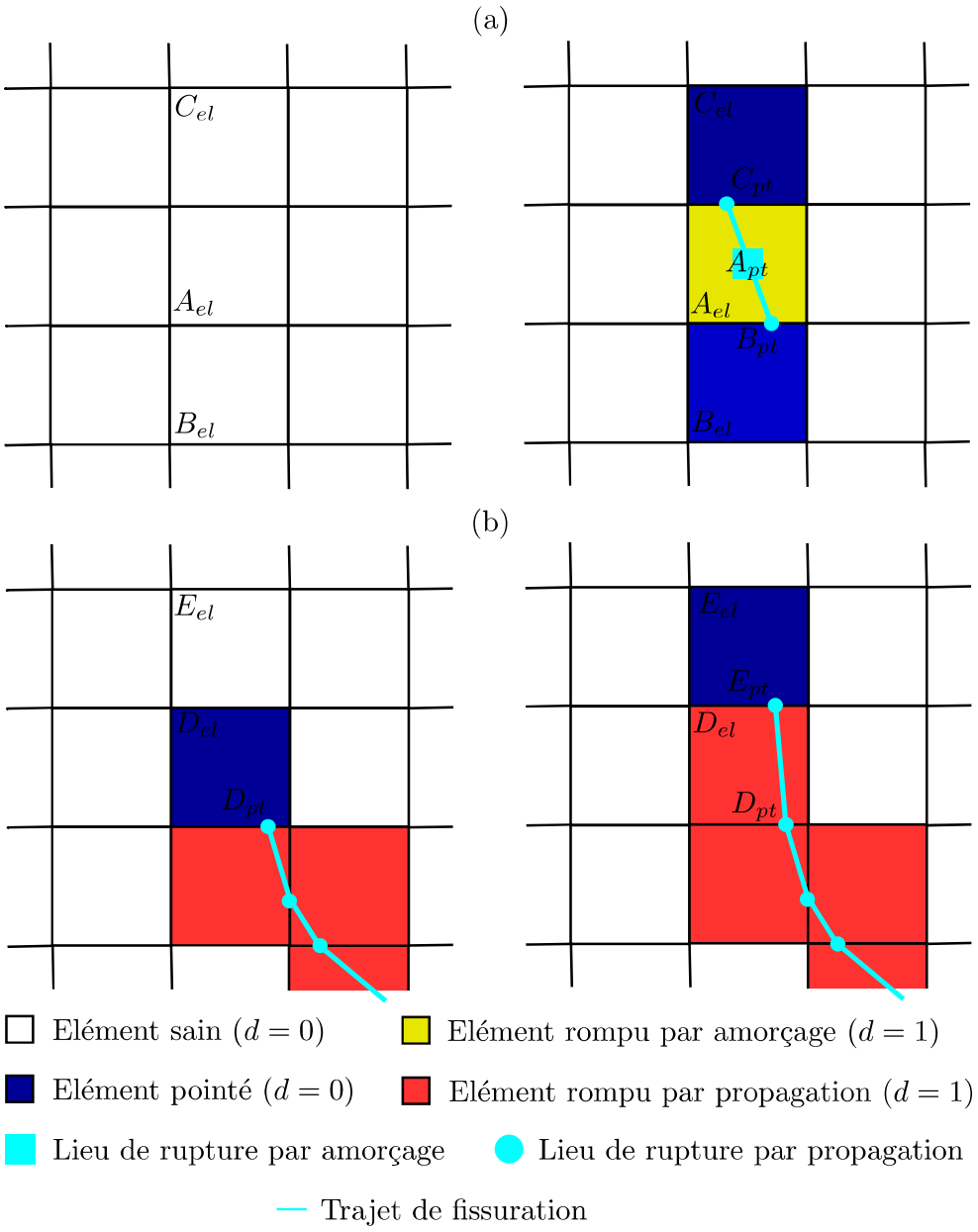


FIG. 4.14 : Repérage des éléments voisins pour le suivi de la propagation.

L'intégration dans le code de calcul par éléments finis du système décrit est présentée sur la figure 4.15. La gestion du voisinage présentée ne considère qu'un élément fini est pointé que s'il a été pointé durant l'itération de Newton précédente. De ce fait, chaque pointe de fissure peut mener à la rupture par propagation d'un élément par itération de Newton. Par ailleurs, l'implémentation du comportement du matériau est implicite, ce qui garantit la stabilité des états convergés. En effet, durant un pas de chargement, chaque pointe de fissure peut mener à la rupture par propagation d'autant d'éléments qu'il est nécessaire pour arriver à l'équilibre. Le modèle permet donc de représenter la propagation

de macro-fissures en phase instable. Considérons le cas d'une structure soumise à un incrément de chargement contenant plusieurs pointes de fissures numérotées. Si durant le pas de chargement aucune nouvelle fissure n'amorce mais que chaque pointe de fissure i doit propager sur n_{eli} éléments pour que l'on atteigne un état stable, alors le nombre d'itérations de Newton requis pour résoudre le problème sur l'incrément de chargement est de $n_{it} = max_i(n_{eli})$. On peut en déduire que la durée des simulations ne dépend que peu du nombre de fissures présentes dans la structure.

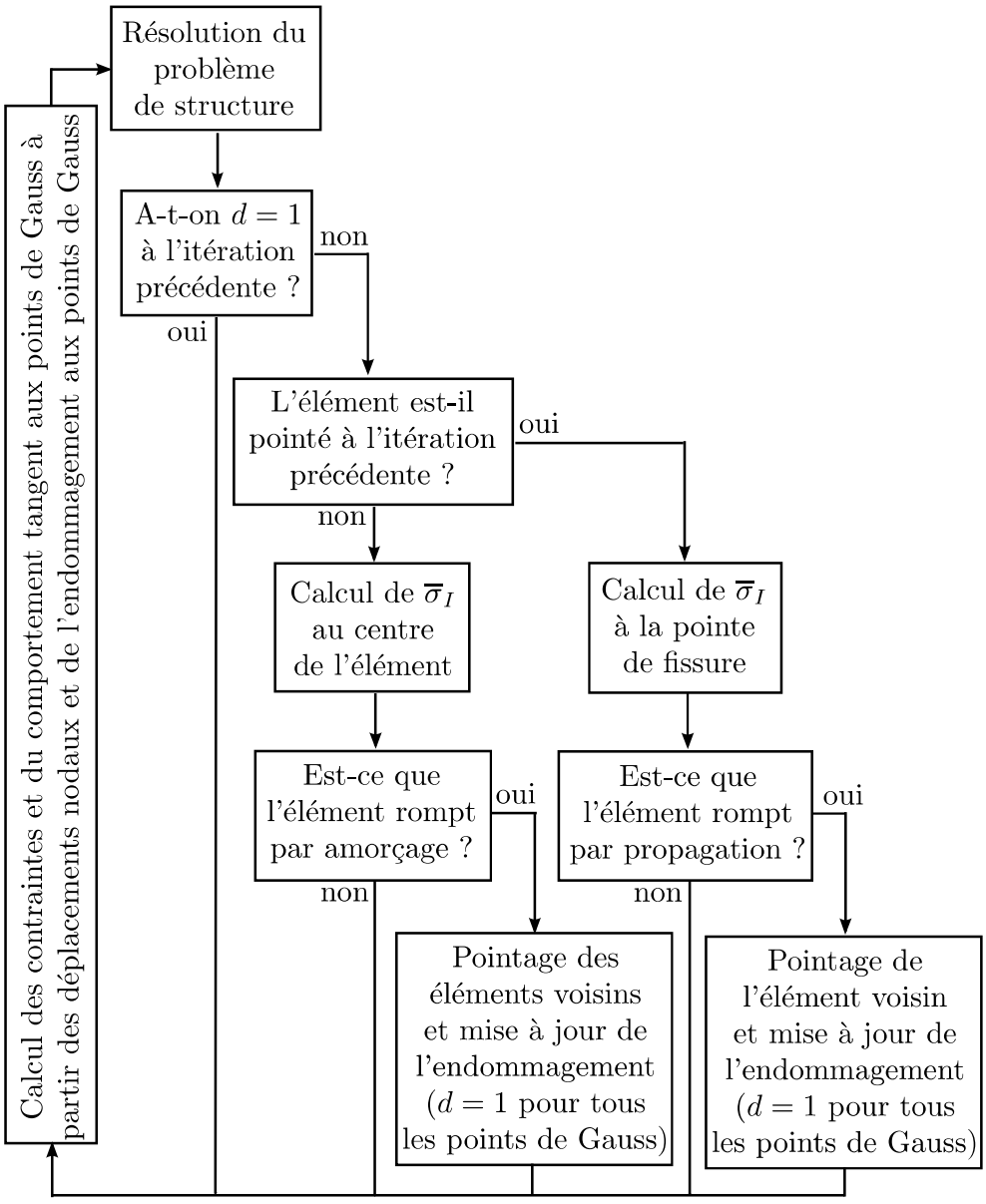


FIG. 4.15 : Intégration des seuils d'amorçage et de propagation dans le code aux éléments finis.

Aussi, un critère de subdivision automatique du pas de chargement a été introduit.

Le critère de subdivision est basé sur l'évolution de la variable d'endommagement sur toute la structure. Plus précisément, lorsque le pas de chargement est tel que deux fissures amorcent durant la même itération de la méthode de Newton, le pas de chargement est automatiquement subdivisé. Cette fonction permet, pour des cas de propagation stable de fissures, d'obtenir des résultats indépendants du pas de chargement apparent (*i.e.,* précisé par l'utilisateur).

4.3.4 Dépendance au maillage

Afin d'écrire le modèle d'endommagement non-local présenté, une hypothèse importante est faite dans la partie 4.2. On suppose que la formulation en contraintes régularisées utilisée permet de décrire la propagation de macro-fissures indépendamment du maillage.

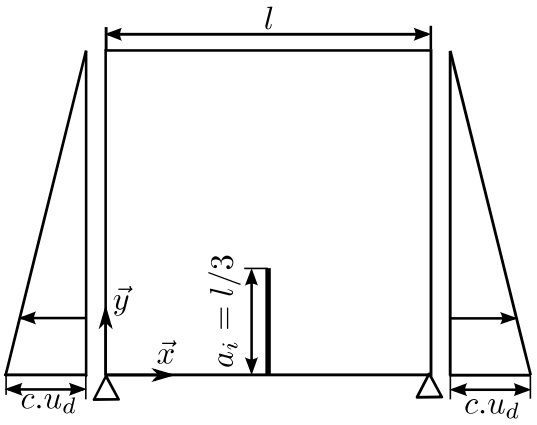


FIG. 4.16 : Schéma du cas-test.

On s'attache dans cette partie à valider cette hypothèse. A cette fin, on réalise des simulations de la propagation d'une macro-fissure pour différents maillages. L'objectif est de vérifier l'indépendance des résultats obtenus à la finesse et à la forme du maillage.

Naturellement le champ d'endommagement ne peut pas être indépendant du maillage puisqu'il est discrétisé sur le maillage. On s'attache donc dans cette partie à vérifier l'indépendance des résultats en termes de position de la pointe de fissure et de réponse globale de la structure. On se base sur le cas présenté sur la figure 4.16.

Le domaine d'étude est un carré de côté $l = 1$ m contenant une fissure initiale verticale de longueur initiale $a_i = l/3$. On représente la fissure initiale par une bande d'éléments rompus (*i.e.,* pour lesquels $d = 1$). Alors que le bord inférieur est bloqué en déplacement selon la direction verticale, les bords latéraux sont soumis à un champ de déplacement qui varie linéairement dans l'épaisseur. On peut exprimer le champ de déplacement imposé sur le bord gauche comme $u_x(x = 0, y) = -cu_d(1 - y/l)$ avec c un paramètre caractérisant le niveau de chargement qui vaut 0 pour l'état initial et 1 pour le chargement maximal. Le champ de déplacement imposé sur le bord droit peut s'exprimer par $u_x(x = l, y) = -u_x(x = 0, y)$. On prend $u_d = 0{,}0002$ m. On considère pour les paramètres élastiques

le module de Young $E = 20$ GPa et le coefficient de Poisson $\nu = 0,25$. La longueur caractéristique est de $l_c = 0,10$ m et la ténacité $K_c = 1$ MPa$\sqrt{\text{m}}$.

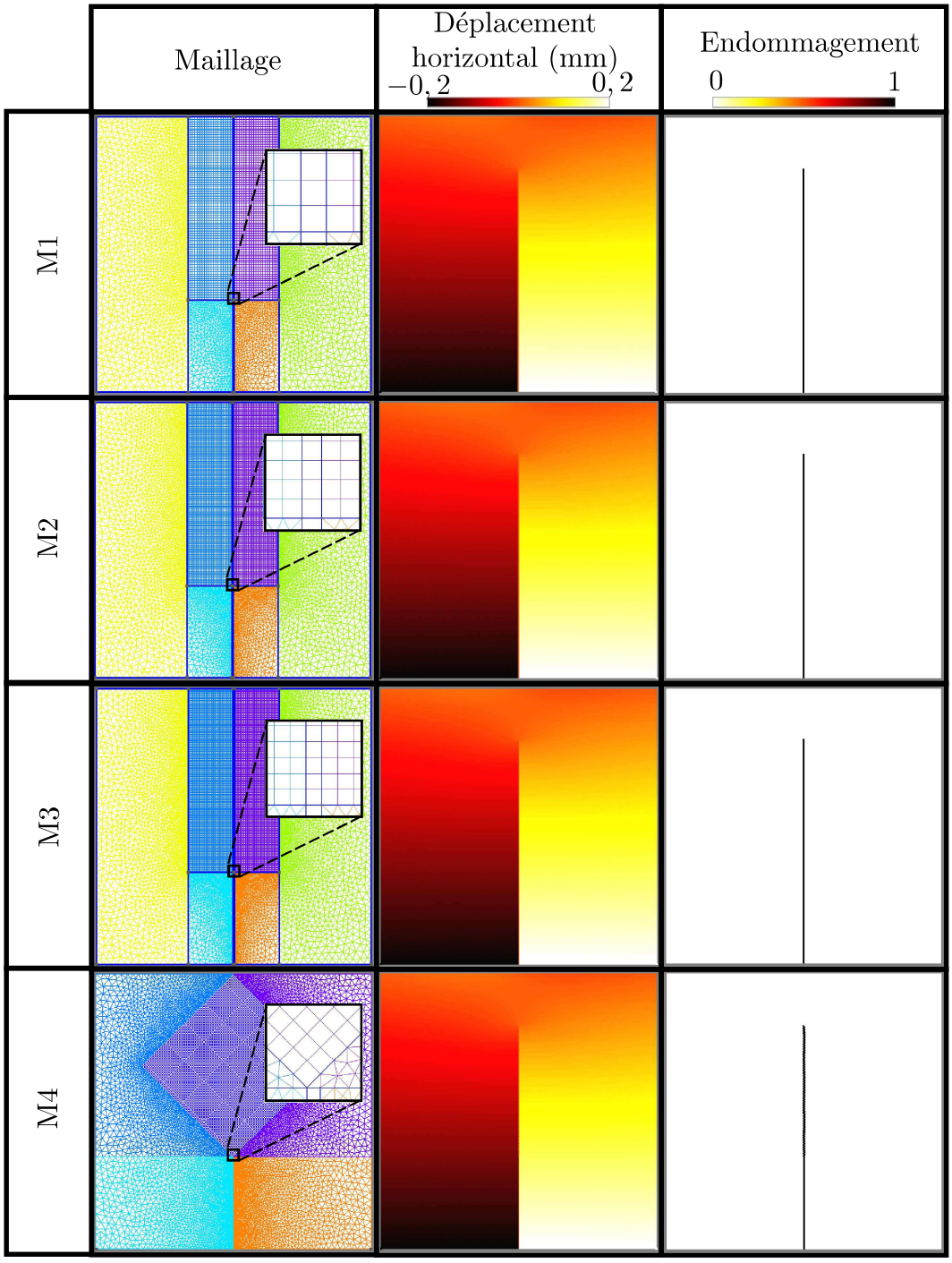


FIG. 4.17 : Maillages, champs de déplacements horizontaux et endommagement pour $c = 1$ et pour les différentes simulations correspondant au cas-test de la figure 4.16.

Le chargement imposé génère une sollicitation en mode *I* de la fissure. La propagation de la fissure est globalement stable. La figure 4.17 montre les quatre maillages réalisés, les champs de déplacements horizontaux et d'endommagement associés pour un chargement tel que $c = 1$. Parmi les quatre maillages réalisés on en compte trois ayant la même orientation mais des tailles de mailles différentes.

Pour les trois maillages réguliers, la taille du côté des quadrangles utilisés est d'environ $l/123$ pour le plus grossier, $l/165$ et $l/201$ pour le plus fin. Le quatrième maillage comporte dans la zone où la fissure est susceptible de propager un maillage orienté à 45°, les quadrangles de cette zone ont des côtés d'une longueur d'environ $l/165$. Les champs de déplacements horizontaux et d'endommagement tracés sur la figure 4.17 nous permettent de constater la similitude entre les résultats des différentes simulations. Pour chaque calcul l'endommagement est projeté sur le maillage, on retrouve donc pour les trois premiers calculs une bande d'endommagement ayant l'épaisseur des éléments. Pour le maillage orienté à 45°, on retrouve une bande d'endommagement en escalier qui correspond à la forme du maillage. Cependant, on constate d'après l'allure des champs de déplacements horizontaux que malgré la diversité et la grossièreté des maillages utilisés, le comportement de la structure est comparable dans les différents cas.

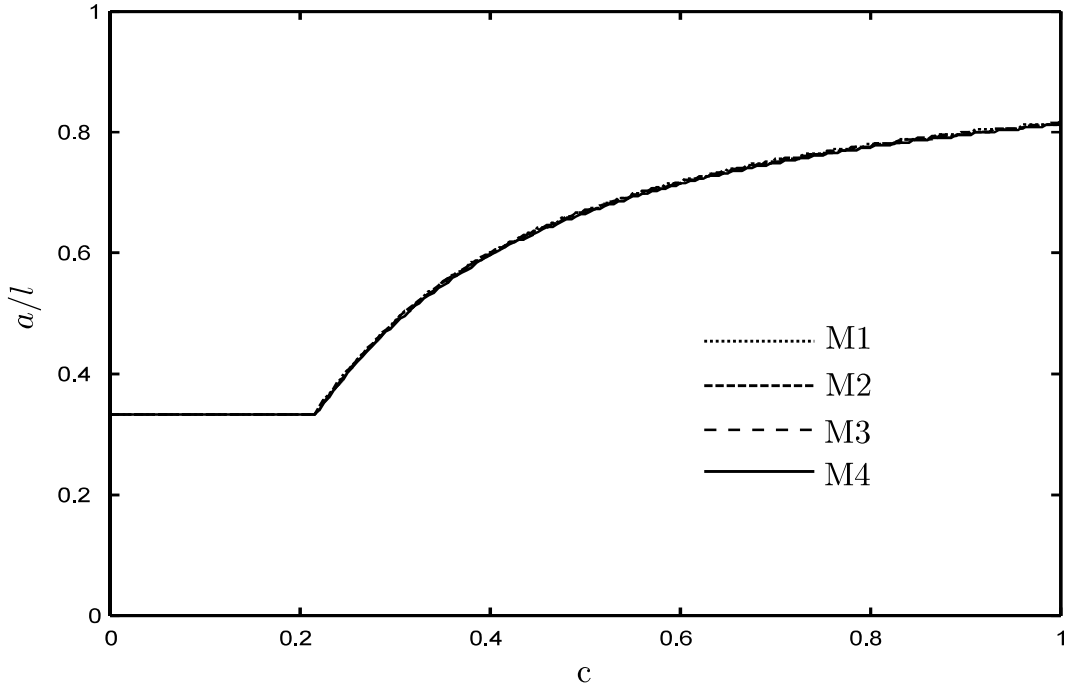


FIG. 4.18 : Propagation de la fissure avec l'augmentation du chargement pour différents maillages (définis sur la figure 4.17).

Afin de comparer les résultat plus précisément, on trace sur la figure 4.18 l'évolution de la longueur de fissure avec le chargement. La longueur de fissure *a* est calculée à partir de l'ordonnée des positions successives de la pointe de fissure renseignées par le modèle numérique. Les résultats en termes de longueur de fissure sont indépendants de la taille et

de la forme des mailles, les écart constatés étant de l'ordre du pas de fissuration.

Par ailleurs on note que l'abscisse des positions successives de la pointe de fissure est de $0,5$ m à la précision du calcul près (*i.e.,* six chiffres après la virgule) pour tous les calculs réalisés avec des maillages réguliers et tous les pas de temps. Pour le cas du maillage orienté à 45°, l'abscisse des positions successives de la pointe de fissure est pour tous les pas de temps comprise entre $0,499992$ m et $0,500008$ m. Le résultat obtenu pour le cas des maillages réguliers est attendu. Cependant on note que l'utilisation d'un maillage orienté à 45°, pourtant particulièrement défavorable, n'a pas d'influence significative sur le trajet de fissuration. Pour le cas du maillage incliné, la pointe de fissure s'écarte de l'axe de fissuration normale d'une distance maximale de 8×10^{-6} m ce qui représente environ $1,3$ % de la taille du côté des éléments finis utilisés.

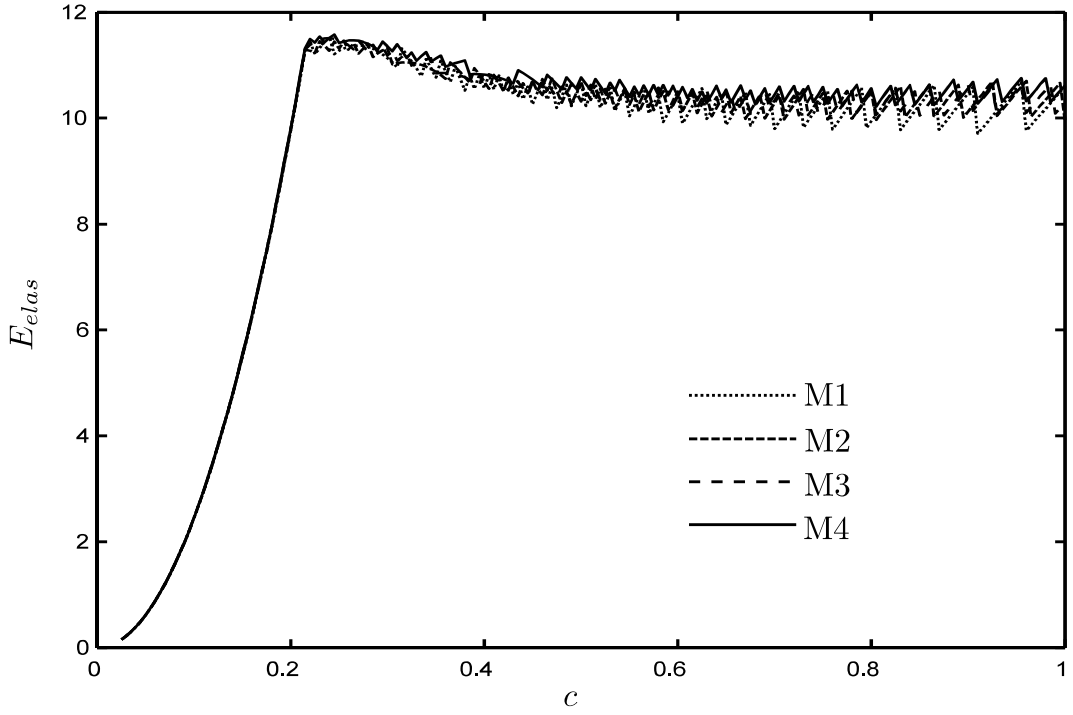


FIG. 4.19 : Evolution de l'énergie élastique dans la structure avec l'augmentation du chargement pour différents maillages (définis sur la figure 4.17).

En vue de caractériser la réponse globale de la structure, on introduit une quantité globale, à savoir l'énergie élastique de la structure à l'équilibre. Cette quantité est estimée pour chaque pas de temps à partir de l'état convergé (et donc stable car l'implémentation du comportement est implicite) sans prise en compte de l'historique du problème. L'énergie élastique de la structure à l'équilibre s'exprime par

$$E_{elas} = \frac{1}{2} \int_{\Omega} \underline{\varepsilon} : \underline{\underline{C}} : \underline{\varepsilon} d\Omega \tag{4.62}$$

avec Ω l'ensemble du domaine modélisé. On trace sur la figure 4.19 l'évolution de l'énergie élastique avec l'augmentation du niveau de chargement.

On constate ici que la réponse globale de la structure ne dépend pas directement de la taille des mailles. Le fait que l'évolution de l'énergie élastique se fasse en escalier est dû au pas de fissuration. On peut toutefois constater que les enveloppes des courbes tracées sur la figure 4.19, passant par les sommets des crêtes, est indépendante du maillage.

4.4 Bilan

Le modèle d'endommagement présenté dans ce chapitre permet d'envisager la simulation de la formation et propagation de réseaux de fissures induit par une évolution de contraintes effectives générée par une opération d'injection de CO_2 en réservoir géologique. Le modèle présenté est non-local et permet d'obtenir des résultats globalement indépendants du maillage. L'utilisation des deux seuils introduits dans la partie 4.2 rend possible la description de l'amorçage et de la propagation de fissures. La description probabiliste utilisée peut permettre de donner un aperçu de multiples scénarios de rupture possibles pour un problème considéré comme identique à l'échelle macroscopique. Le mode d'implémentation numérique choisi permet une résolution implicite garantissant la stabilité des états convergés. L'utilisation d'une stratégie de ré-actualisation de la matrice tangente adaptée rend le coût numérique des calculs peu dépendant du nombre de fissures. Par ailleurs, un critère de subdivision du pas de chargement garantissant qu'au maximum une fissure amorce durant chaque itération de Newton a été introduit. Ce critère de subdivision du pas de chargement permet d'obtenir une indépendance des résultats obtenus au pas de chargement apparent pour des cas de propagation stable de fissures. Aussi le mode de description de l'endommagement utilisé étant simple (*i.e.,* binaire et constant par éléments) il permet d'envisager sereinement un couplage hydro-mécanique. Par ailleurs, le mode de description de la propagation des fissures choisi, bien que cohérent avec la mécanique de rupture comme montré dans la partie 4.2.5, rend compte d'un effet de la longueur caractéristique associée à la microstructure du matériau considéré.

Chapitre 5

Validation et exemple d'application du modèle numérique de formation et propagation de réseaux de fissures

Dans ce chapitre, on réalise des simulation avec le modèle développé au chapitre 4 afin de le valider et de simuler la formation et la propagation de réseaux de fissures. Dans un premier temps, on valide le modèle par rapport à la campagne expérimentale présentée au chapitre 3. Puis, on utilise le modèle pour un cas mécanique simple.

Sommaire

5.1 Validation expérimentale 108
5.1.1 Validation du seuil d'amorçage 108
5.1.2 Validation du seuil de propagation 111
5.2 Simulation de la formation et de la propagation d'un réseau de fissures. 113
5.3 Bilan 116

En vue de permettre la modélisation de la formation et de la propagation d'un réseau de fissures sous chargement hydraulique, un modèle d'endommagement a été introduit dans le chapitre 4. Le modèle est non-local et basé sur la régularisation du champ de contrainte sur une longueur caractéristique l_c dont l'indépendance au maillage a été démontrée au chapitre 4. Il repose sur l'utilisation de deux seuils, l'un permettant de décrire l'amorçage des fissures selon une loi de Weibull, l'autre permettant de décrire la propagation des fissures selon un critère non-local tendant vers un critère de mécanique de la rupture quand la longueur caractéristique l_c tend vers 0. Afin de valider la pertinence des résultats donnés par le modèle numérique, on réalise dans un premier temps des calculs visant à simuler les essais présentés aux chapitre 3. Puis on utilise le modèle introduit sur un cas simple afin de vérifier sa capacité à représenter la formation et la propagation d'un réseau de fissures.

5.1 Validation expérimentale

On s'attache dans cette partie à vérifier la cohérence entre les résultats donnés par le modèle numérique décrit au chapitre 4 et les résultats expérimentaux obtenus au chapitre 3. On commence par valider le seuil d'amorçage introduit dans la partie 4.2.2 en simulant l'amorçage de fissures lors d'essais brésiliens numériques. On compare les résultats obtenus avec ceux attendus d'après le modèle théorique utilisé durant l'identification des paramètres de Weibull réalisée au chapitre 3. Ensuite, afin de valider le seuil de propagation introduit dans la partie 4.2.3, on simule la propagation d'une macro-fissure dans un modèle numérique étant soumis à des conditions aux limites mesurées durant un essai de pré-fissuration présenté au chapitre 3.

5.1.1 Validation du seuil d'amorçage

Afin de valider le seuil d'amorçage on réalise des simulations numériques d'essais brésiliens. On représente les échantillons virtuels par des cercles de rayon $R = 43$ mm sollicités sous l'hypothèse des déformations planes. Les paramètres sont ceux identifiés au chapitre 3. On prend pour paramètres élastiques un module de Young $E = 16$ GPa, et un coefficient de Poisson de $\nu = 0,15$. Le module de Weibull utilisé vaut $m = 6,0$ et le paramètre d'échelle est $\sigma_0^m/\lambda_0 = 7,3 \times 10^{35}$ Pa^{m}m^3. On fait l'hypothèse que les défauts initiaux sont petits devant la taille de la structure et on choisit $l_c = 2$ mm. La longueur caractéristique choisie permet une description réaliste de l'état de contrainte dans les échantillons car elle est faible devant les dimensions des échantillons. Aussi, utiliser une longueur caractéristique $l_c = 2$ mm implique que les fissures initiales (*i.e.,* défauts initiaux) sont d'une taille de moins de 4 mm, ce qui est une hypothèse peu restrictive. La contrainte nominale d'amorçage se déduit des paramètres de Weibull et de la longueur caractéristique, elle vaut $\sigma_{l_c} = 21,2$ MPa. On considère une ténacité de $K_c = 0,21$ MPa$\sqrt{\text{m}}$ qui correspond à la ténacité à l'arrêt de propagation identifiée au chapitre 3. On choisit d'utiliser une ténacité à l'arrêt de propagation car pour le cas traité le début de propagation

correspond à l'amorçage des fissures. On renseigne pour le calcul des seuils d'amorçage l'épaisseur des échantillons qui est de 85 mm. La figure 5.1 présente le modèle numérique utilisé.

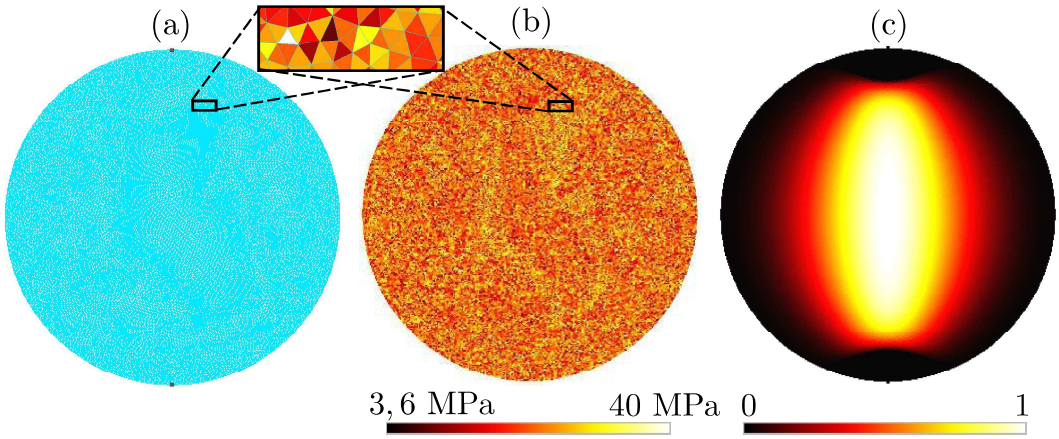


FIG. 5.1 : Maillage (a), seuils d'amorçage (b), et partie positive de la moyenne par élément de la contrainte régularisée principale maximale normée (c) pour une simulation d'essai brésilien.

On peut voir sur la figure 5.1(a) que le maillage utilisé est relativement fin. Les conditions aux limites sont telles que les déplacements horizontaux et verticaux du point le plus bas du cercle maillé sont bloqués. Pour le point le plus haut de la structure, on bloque les déplacements horizontaux et on impose une force nodale verticale orientée vers l'échantillon. La figure 5.1(b) montre le seuil d'amorçage associé à chaque élément du modèle à l'issue d'une phase d'initialisation. Comme on peut le constater les seuil d'amorçages associés à chaque éléments sont très dispersés, ils varient de $3,6$ MPa à 40 MPa. Le fait que les seuils d'amorçage $S_a\,(el)$ atteignent souvent des valeurs de 20 MPa ou plus est dû à la petite taille des éléments finis utilisés. Seuls les seuils d'amorçage les plus faibles ont une influence sur les résultats obtenus. Sur la figure 5.1(c) on peut voir la partie positive de la moyenne par élément fini de la contrainte régularisée principale maximale normée. L'amorçage d'une fissure a lieu quand un élément fini voit la moyenne de la contrainte régularisée principale maximale dépasser son seuil d'amorçage. L'allure du champ tracé sur la figure 5.1(c) est cohérente avec la solution analytique du champ de contrainte déduite des potentiels de Kolossov et Muskhelishvili présentée dans la partie 3.2.1. Le champ de contrainte régularisée généré par la sollicitation a tendance à engendrer l'amorçage de fissures au centre des échantillons virtuels. Afin de présenter les résultats on introduit la contrainte de Weibull qui s'écrit pour un essai brésilien tel que présenté sur la figure 3.6

$$\sigma_w = \sigma_f \left(HZ\lambda_0\right)^{\frac{1}{m}} \tag{5.1}$$

avec

$$\sigma_f = \frac{P}{RL\pi}, \tag{5.2}$$

$$Z_{br} = L\pi R^2, \tag{5.3}$$

$$H_{br} = \frac{\alpha_{br}}{(m+1)^{\beta_{br}}}, \tag{5.4}$$

pour $\alpha_{br} = 0,41$ et $\beta_{br} = 0,67$. Pour les simulations numériques, la variable P représente l'effort total (*i.e.,* rapporté à l'épaisseur des échantillons) atteint lors de l'amorçage du premier défaut. On choisit pour cette analyse comme pour l'analyse expérimentale de la partie 3.2.3 $\lambda_0 = 1000$ m^{-3}. La probabilité de rupture théorique de l'échantillon peut s'écrire

$$P_F = 1 - \exp\left[-\left(\frac{\sigma_w}{\sigma_0}\right)^m\right]. \tag{5.5}$$

On réalise $n = 100$ simulations afin d'obtenir 100 contrainte de Weibull σ_{wi} que l'on classe par ordre croissant. On associe à chaque contrainte de Weibull obtenue une probabilité de rupture

$$P_{Fi} = \frac{i}{n+1}. \tag{5.6}$$

On trace sur la figure 5.2 les résultats obtenus à l'issue des simulations numériques ainsi que la solution analytique présentée.

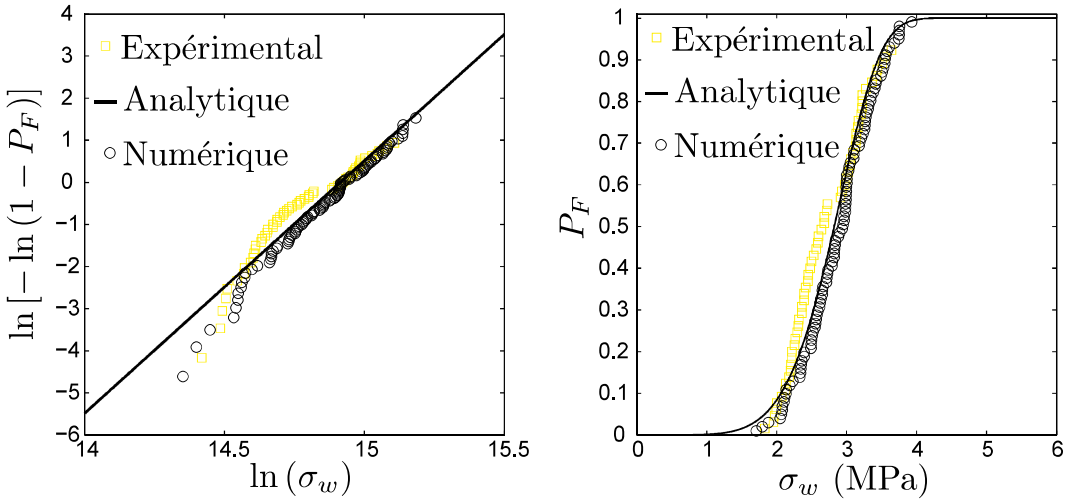


FIG. 5.2 : Diagramme de Weibull modifié (a) et évolution de la probabilité de rupture P_F avec la contrainte de Weibull σ_w (b) pour les simulations numériques, pour la solution analytique identifiée à partir des résultats expérimentaux, et pour les essais brésiliens.

Comme le montre la figure 5.2, il y a une très bonne concordance entre la solution analytique issue de la campagne expérimentale réalisée au chapitre 3, les résultats expérimentaux et ceux donnés par le modèle numérique développé au chapitre 4. On constate toutefois une légère différence des résultats donnés par le modèle numérique par rapport aux résultats donnés par le modèle analytique au niveau des faibles probabilités. Cette différence est due à la troncature de la distribution de Weibull générée par la condition de cohérence (4.42). La condition de cohérence signifie dans le cas présent

que le matériau ne contient pas de fissures initiales de plus de 4 mm de long. La troncature de la distribution correspond à l'introduction d'un seuil dans le modèle de Weibull à deux paramètres qui n'est pas équivalent à l'utilisation d'un seuil habituel (*i.e.,* tel qu'introduit dans un modèle de Weibull à trois paramètres). La principale différence entre le seuil induit par la troncature de la distribution de Weibull par rapport au seuil habituellement utilisé est qu'il n'interfère pas avec l'effet d'échelle induit par les deux premiers paramètres du modèle de Weibull, à savoir le module de Weibull et la facteur d'échelle.

5.1.2 Validation du seuil de propagation

Afin de valider le seuil de propagation introduit au chapitre 4, on compare les résultats donnés par le modèle numérique à des résultats obtenus par corrélation d'images. On présente par exemple le cas de l'essai de pré-fissuration réalisé sur l'échantillon (n° 4). On réalise au préalable une analyse de corrélation d'images telle que l'on obtienne une mesure de l'évolution du champ de déplacement pour toutes les photographies prises durant l'expérience et à l'intérieur d'un contour choisi. Les résultats de corrélation d'images sur lesquels porte l'analyse ont été obtenus pour une discrétisation telle que les éléments ont une taille de 8×8 pixel avec 1 pixel $\approx 20,7$ μm. On prélève des résultats obtenus l'évolution du champ de déplacement selon un contour. On applique ensuite le champ de déplacement prélevé comme condition aux limites d'une simulation numérique. On considère pour le cas traité un contour rectangulaire. Le maillage utilisé pour les simulations numériques est identique au maillage utilisé durant la corrélation d'images. Chaque noeuds du contour du maillage numérique voit ses déplacements horizontaux et verticaux imposés. le champ de déplacement imposé est linéarisé dans l'espace et entre les différents instants de mesure. On utilise pour le calcul les paramètres élastiques mesurés au chapitre 3. On prend un module de Young de $E = 16$ GPa et un coefficient de Poisson de $\nu = 0,15$. On choisit une longueur caractéristique de $l_c = 2$ mm qui est à la fois grande devant la taille des éléments finis utilisées pour la corrélation d'images et pour le calcul numérique et petite devant la taille de la structure modélisée. On utilise une ténacité de $K_c = 0,21$ MPa$\sqrt{\text{m}}$ qui correspond à la moyenne des ténacités évaluées sur l'ensemble des essais de pré-fissuration présentés au chapitre 3. On impose un seuil d'amorçage uniforme élevé, à savoir, pour l'exemple considéré $S_a = 10$ MPa de manière à laisser le champ de déplacement mesuré contrôler le lieu d'amorçage de la fissure. En effet, quand la fissure apparaît durant l'essai de pré-fissuration, le champ de déplacement mesuré laisse apparaître un fort gradient de déplacement à l'approche des lèvres de la fissures. Quand on projette le champ de déplacement mesuré sur le contour de la zone modélisée, l'apparition du fort gradient de déplacement génère une augmentation significative de la contrainte régularisée. De ce fait, en imposant un seuil d'amorçage uniforme et relativement élevé, le lieu d'amorçage de la fissure correspond au lieu d'apparition de la fissure.

La figure 5.3 présente les résultats obtenus pour l'échantillon (n° 4). Les résultats obtenus sont relativement bons, mais il y a une différence claire sur l'orientation de la fissure. Pour les simulations, la fissure à l'amorçage est inclinée par rapport à la verticale d'un angle d'environ 3°. Ensuite, la direction de propagation tourne progressivement à

mesure que la fissure propage pour finalement se stabiliser pour une inclinaison d'environ 30°.

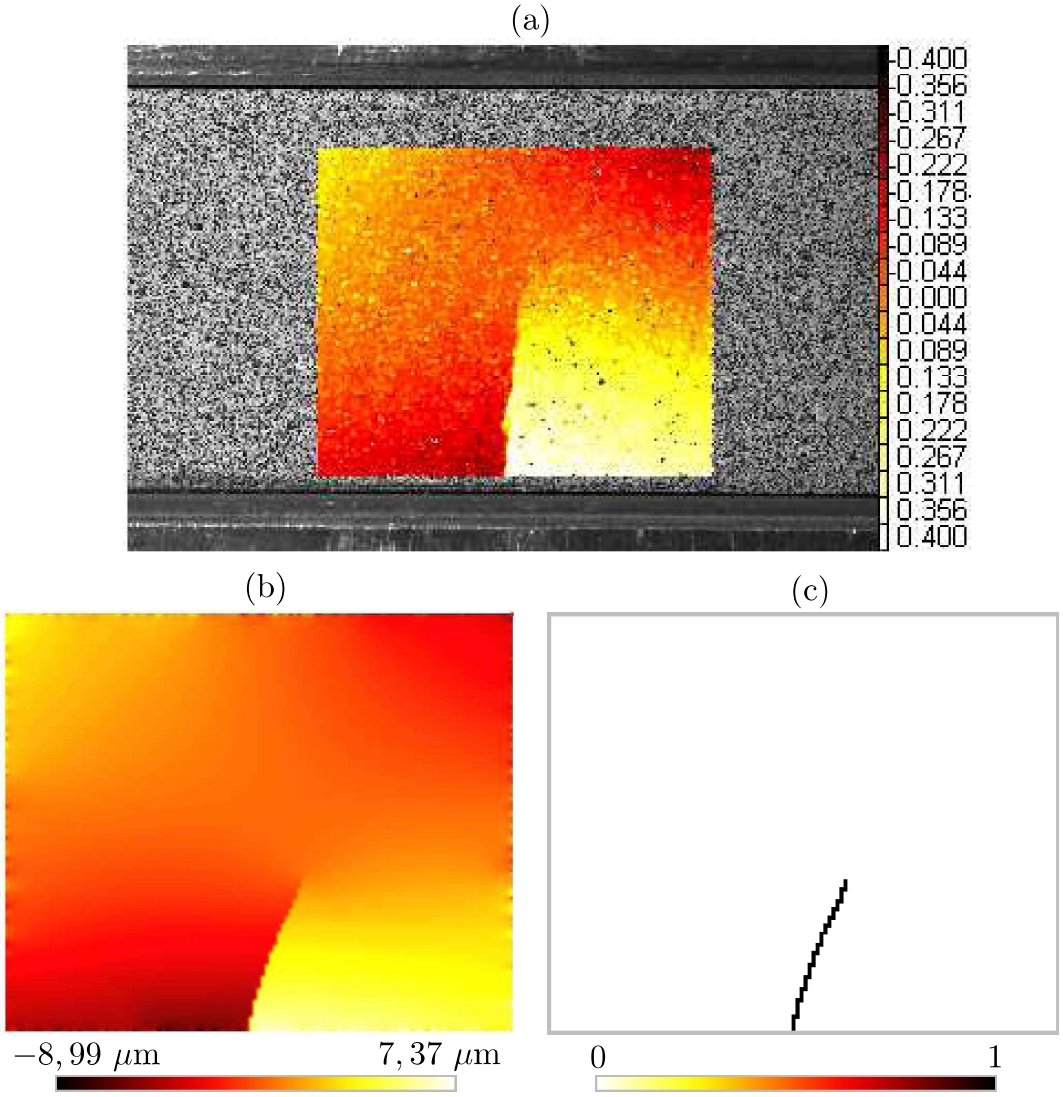


FIG. 5.3 : Champ de déplacement horizontal mesuré en pixels (a), champ de déplacement horizontal simulé en micro-mètres (b) et champ d'endommagement (c) dans un échantillon (n° 4) pour un essai de pré-fissuration avec 1 pixel $\approx 20,7$ μm.

On précise que les résultats obtenus à l'issue des simulations numériques sont très peu dépendants des paramètres choisis par l'opérateur en termes de position, orientation et longueur de fissure. En effet, pour l'exemple présenté, on trouve notament des résultats équivalents pour des longueurs caractéristiques de $l_c = 1$ mm, $l_c = 2$ mm ou $l_c = 3$ mm, pour des tailles d'éléments de 8×8 pixel, 12×12 pixel ou 16×16 pixel, pour tout seuil d'amorçage uniforme tel que $3 \leq S_a \leq 20$ MPa et pour une grande variété de contours de prélèvement du champ de déplacement. Par ailleurs, on retrouve pour l'ensemble des

échantillons étudiés une inclinaison de la fissure modélisée plus importante (dans un sens ou dans l'autre) que celle de la fissure observée. Ce résultat est en accord avec les observations formulées durant la campagne d'identification de la ténacité réalisée au chapitre 3. En effet, il est alors apparut que pour les essais de pré-fissuration, les fissures subissent une sollicitation en mode *II* relativement importante et propagent malgré tout quasiment verticalement. Par ailleurs, la direction de propagation des fissures est pour le modèle numérique dépendante du niveau de sollicitation en mode *II*. Etant donnée la géométrie du cas traité il n'est pas étonnant que la sollicitation en mode *II* liée au champs de déplacement mesuré ait tendance à faire propager les fissures en biais durant les simulations.

Comme pour les essais de flexion trois points réalisés durant la campagne d'identification des paramètres de Weibull présentée au chapitre 3, les plans de stratification apparents du matériau étudié sont quasiment verticaux durant les essais de pré-fissuration. On peut donc supposer que le fait que les fissures observées soient moins inclinées que les fissures modélisées est dû à une anisotropie du matériau qui favorise une propagation des fissures dans un plan parallèle au plan de stratification.

5.2 Simulation de la formation et de la propagation d'un réseau de fissures.

Dans cette partie on réalise des simulations d'un cas mécanique simple mettant en scène la formation et la propagation d'un réseau de fissures. L'objectif est de vérifier la capacité du modèle numérique introduit au chapitre 4 à représenter le phénomène de multi-fissuration. On maille un rectangle de hauteur $h = 1$ m et de longueur $l = 4 \times h$ qui est sollicité sous l'hypothèse des déformations planes. Comme le montre la figure 5.4, le rectangle considéré est soumis à une compression verticale d'intensité $\sigma_v = 10$ MPa.

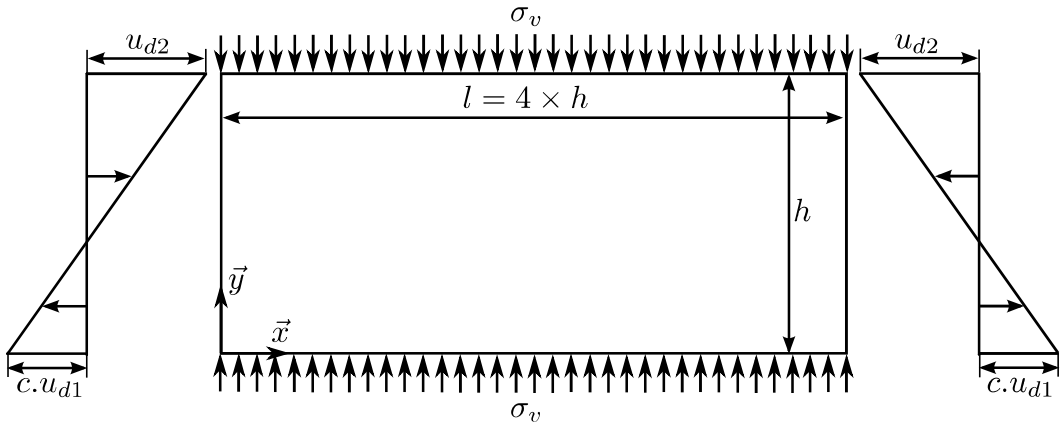


FIG. 5.4 : Schéma du cas traité.

On peut exprimer le champ de déplacement imposé sur le bord gauche par l'équation $u_x(x = 0, y) = -cu_{xd1}(1 - y/l) + u_{xd2}(y/l)$.

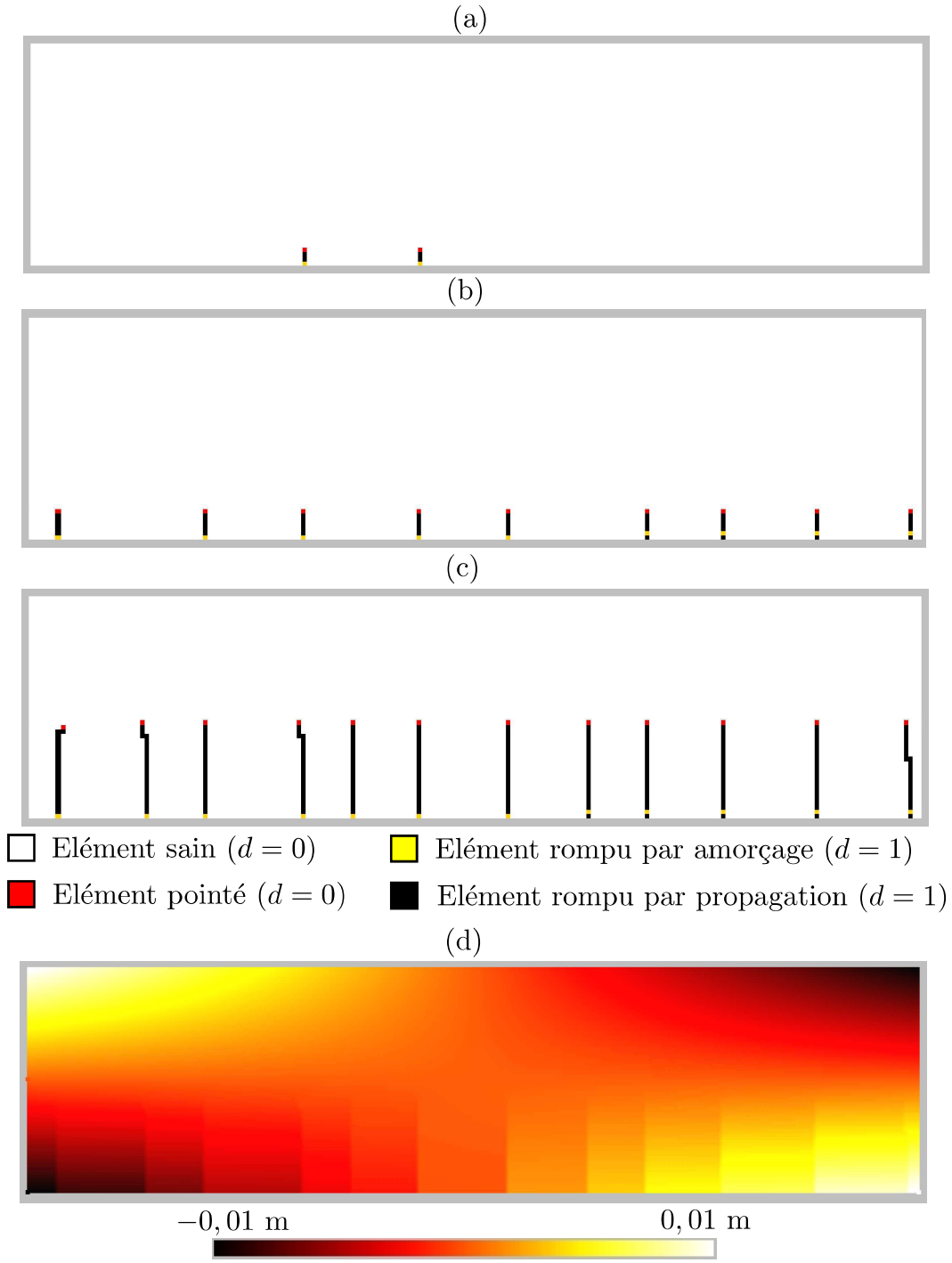


FIG. 5.5 : Indicateur de l'état des éléments fini pour des niveaux de chargement tels que $c = 0,16$ (a), $c = 0,25$ (b) et $c = 1,0$ (c) et champ de déplacement horizontal en mètres pour un chargement tel que $c = 1,00$ (d).

Le paramètre c caractérise le niveau de chargement, il vaut 0 pour l'état initial et 1 pour le chargement maximal. Le champ de déplacement imposé sur le bord droit peut s'expri-

mer par $u_x(x=l,y) = -u_x(x=0,y)$. On prend $u_{xd1} = u_{xd1} = 0,01$ m. On considère pour les paramètres élastiques le module de Young $E = 16$ GPa et le coefficient de Poisson $\nu = 0,15$. La longueur caractéristique est de $l_c = 0,10$ m et la ténacité de $K_c = 0,21$ MPa$\sqrt{\text{m}}$. Le module de Weibull utilisé vaut $m = 6,0$ et le paramètre d'échelle est $\sigma_0^m/\lambda_0 = 7,3 \times 10^{35}$ Pa^{m}m^3. La contrainte nominale d'amorçage se déduit des paramètres de Weibull et de la longueur caractéristique, elle vaut $\sigma_{l_c} = 3,0$ MPa. L'épaisseur considérée est de h. On réalise la simulation pour 9 tirages au sort de contraintes d'amorçages afin d'évaluer l'influence sur les résultats du tirage au sort effectué durant la phase d'initialisation présentée dans la partie 4.3.1. On précise que le critère de subdivision automatique du pas de chargement présenté dans la partie 4.3.3 est utilisé. On peut de ce fait garantir que pour chaque itération de la méthode de Newton, une fissure au maximum a amorcé. On trace sur la figure 5.5 quelques résultats issus d'une des simulations.

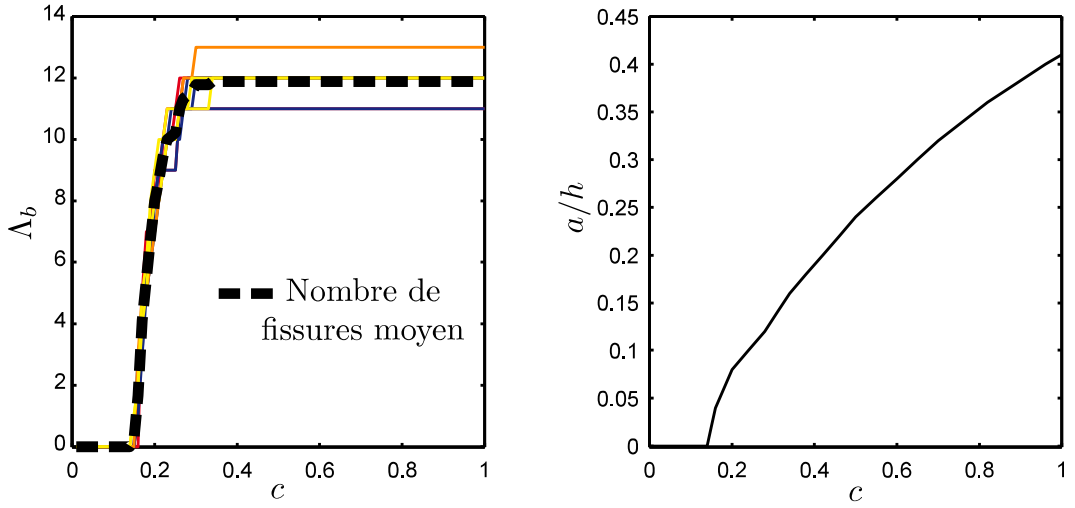


FIG. 5.6 : Evolution avec le chargement c du nombre de fissures Λ_b pour chaque tirage et en moyenne (a) et de la longueur moyenne des fissures actives normée a/h (b).

Comme le montre la figure 5.5(a) le chargement donne lieu à la formation d'un réseau de fissures verticales. Les fissures amorcent à proximité du bord inférieur et propagent pratiquement verticalement. Le lieu d'amorçage des fissures est le fruit d'une compétition entre l'hétérogénéité des seuils d'amorçage et l'allure du champ de contrainte régularisée. Comme pour le cas modélisé analytiquement dans le chapitre 2 le réseau de fissures arrive rapidement à saturation une fois que le premier amorçage a eu lieu. Alors que les premières fissures à amorcer sont relativement courtes comme on peut le voir sur la figure 5.5(a) les suivantes propagent rapidement jusqu'à atteindre la taille des fissures actives comme on peut le voir sur la figure 5.5(b). Une fois la saturation du réseau atteinte, la dégradation du matériau n'est plus due qu'à la propagation des fissures déjà amorcées, jusqu'à atteindre la configuration montrée sur la figure 5.5(c). On observe clairement sur la figure 5.5(d), les sauts de déplacement horizontaux générés par l'ouverture des fissures en propagation. Plus précisément les fissures sont légèrement inclinées. Les fissures semblent globalement tendre à devenir équi-distantes. En effet, si on considère que

chaque fissure est comprise entre deux fissures (ou une fissure et un bord latéral), on peut distinguer une fissures (ou un bord latéral) proche et une fissure (ou un bord) d'éloignée. Les fissures propagent de telle manière que leur pointe se rapproche de la fissure (ou du bord latéral) éloigné et s'éloigne de la fissure (ou du bord latéral) proche. L'inclinaison des fissures semble être d'autant plus importante que la fissure (ou le bord latéral) proche est proche. Et, l'inclinaison des fissures semble aussi être d'autant plus importante que la fissure (ou le bord latéral) la plus éloignée est loin.

On trace sur la figure 5.6 l'évolution du nombre de fissures Λ_b en fonction du chargement pour les différents tirages au sort ainsi que la longueur moyenne des fissures actives a. Il apparaît sur la figure 5.6(a) que les résultats ne dépendent que très peu du tirage en termes de nombre de fissures. En effet, on atteint toujours la saturation du réseau pour un nombre de 11, 12, ou 13 fissures. On donne dans le tableau 5.1 les résultats correspondants. On observe aussi que pour les différents cas simulés, le développement du réseau de fissures est comparable. La formation du réseau débute pour un niveau de chargement tel que $c = 0,16$. La saturation du réseau est quasiment accomplie pour un niveau de chargement tel que $c = 0,30$. On précise que les résultats obtenus en termes de longueur de fissure sont aussi très peu dépendants du tirage au sort. La figure 5.6(b) montre que pour le cas traité, la propagation des fissures activées continue une fois la saturation du réseau atteinte.

TAB. 5.1 : Nombre de tirages N_t (parmi les neufs réalisés) en fonction du nombre de fissures à saturation du réseau.

Λ_b	11	12	13
N_t	2	6	1

Le mode de développement du réseau de fissures simulé est proche de celui obtenu avec le modèle analytique développé au chapitre 2. En moyenne le réseau semble tendre à avoir une allure telle que l'on retrouve $\Lambda_b = 12$ pointes de fissures ayant pour un niveau de chargement tel que $c = 1,0$ et une direction de propagation verticale.

5.3 Bilan

Les simulations réalisées dans ce chapitre ont permis de valider le modèle numérique introduit au chapitre 4.

Des simulations d'essais brésiliens portant sur des échantillons virtuels ont été réalisées. Les échantillons virtuels modélisés ont les mêmes dimensions que ceux utilisés durant la campagne expérimentale d'identification des paramètres de Weibull présentée au chapitre 3. Les résultats obtenus montrent la capacité du modèle numérique à représenter l'amorçage de fissures selon une loi de Weibull. L'étude a aussi mis en évidence le rôle du critère de cohérence (4.42), qui apparaît comme un seuil d'amorçage n'ayant pas d'influence sur l'éffet d'échelle.

Des simulations de la propagation d'une fissure dans une structure soumise à un chargement issu d'un champ de déplacement mesuré par corrélation d'images ont été réalisées. Les résultats obtenus ont mis en évidence la robustesse de l'approche. Aussi, il est apparut que l'orientation des fissures simulées était différente de celle des fissures observées expérimentalement. Les fissures modélisées semblent plus sensibles à la sollicitation en mode *II* effectivement évaluée au chapitre 3 comme relativement importante pour les essais de pré-fissuration. On peut supposer que la différence observée entre les résultats de simulation et les résultats expérimentaux est due à une anisotropie du matériau favorisant la propagation des fissures dans un plan parallèle au plan de stratification apparent du matériau étudié.

La capacité du modèle développé à représenter la formation et la propagation d'un réseau de fissures a été illustrée pour un cas simple. Le cas traité génère un type de chargement comparable à celui analysé au chapitre 2. Les résultats obtenus sont cohérents avec les prédictions du modèle analytique développé au chapitre 2. Par ailleurs il apparaît que pour le cas traité, pour lequel la propagation des fissures est stable, les résultats obtenus sont très peu dépendants du tirage au sort effectué durant la phase d'initialisation afin calculer les seuils d'amorçage des éléments finis.

Conclusions et perspectives

Le stockage géologique du CO_2 est une des solutions envisagées pour réduire son émission dans l'atmosphère. L'utilisation de ce procédé à grande échelle requiert le développement de méthodes permettant de valider la viabilité d'un projet de stockage géologique. L'objectif est d'être capable de garantir que la quantité de CO_2 susceptible de migrer hors d'un complexe de stockage est faible. L'objectif de cette thèse était d'évaluer les risques de détérioration des propriétés de transfert et mécaniques des roches par fissuration. L'échelle considérée est celle du réservoir et la phase étudiée celle de l'injection du CO_2.

L'analyse présentée lors du premier chapitre traite des risques de dégradation des propriétés de transfert de la couverture rencontrés durant une opération d'injection de CO_2 en réservoir géologique. Un modèle hydromécanique simplifié est réalisé. Des calculs par éléments finis visant à simuler une injection en réservoir souterrain sont effectués. L'analyse des résultats obtenus montre que l'éventualité d'une dégradation de la couverture causée par une sollicitation mécanique peut être un facteur limitant pour les débits d'injection. Afin d'évaluer les risques de dégradation, trois critères usuels sont utilisés, à savoir un critère de Coulomb et deux critères de Rankine. Cette analyse montre que le type de phénomènes mécaniques pouvant être induits par une injection de CO_2 dépend de l'état de contraintes *in situ*. Pour tous les cas considérés, le premier mécanisme à être activé est lié au critère de Coulomb. Cependant les niveaux de sollicitation en cisaillement atteints ne sont pas nécessairement critiques. La prise en compte des particularités d'un site de stockage (*i.e.,* failles, singularités géométriques et nature des matériaux) semble nécessaire afin d'évaluer les risques induits par les niveaux de sollicitation en cisaillement atteints. Les critères de Rankine portant sur les contraintes effectives horizontales et verticales s'activent pour des débits d'injection plus importants. Cependant l'amorçage et la propagation de fissures ouvertes peuvent être particulièrement critiques. C'est pourquoi on entreprend de modéliser l'amorçage et la propagation de fissures ouvertes dans ce contexte.

Dans le second chapitre on développe un modèle probabiliste décrivant la formation et la propagation de réseaux de fissures ouvertes. Bien que le modèle probabiliste présenté dans le deuxième chapitre repose sur des hypothèses fortes, il permet une réflexion sur les possibilités de formation de réseaux de fissures. Dans un premier temps, l'étude de la propagation d'une fissure seule a montré que des fissures de natures variées pouvaient être à l'origine d'une rupture de la couverture pour des niveaux d'injection très élevés. L'étude a aussi montré que la formation d'un réseau de fissures bidirectionnelles était possible. Le

modèle probabiliste proposé est basé sur une description de l'amorçage des fissures par une loi de Poisson-Weibull et sur l'utilisation d'un critère de propagation portant sur le facteur d'intensité des contraintes. Le modèle proposé montre que, pour une surpressurisation importante du réservoir, la formation d'un réseau constitué de nombreuses fissures verticales est possible. Globalement, il ressort que les scénarios de fissuration possibles sont variés. De ce fait, on entreprend au quatrième chapitre de développer une méthode de calcul permettant de représenter ces différentes possibilités.

Durant le troisième chapitre on présente une procédure d'identification des paramètres nécessaires à la modélisation de la formation et de la propagation de réseaux de fissures ouvertes. Ces paramètres sont identifiés pour des échantillons provenant de la couverture d'un site d'injection. Les essais réalisés ont montré que l'hétérogénéité du matériau est non négligeable. L'influence de l'hétérogénéité du matériau sur l'amorçage des fissures a été identifiée par un modèle de Weibull à deux paramètres. Ce modèle permet une bonne description de la rupture locale du matériau. La ténacité du matériau étudié a été identifiée par une méthode basée sur l'analyse de champs de déplacements issus de mesures par corrélation d'images. Cette dernière permet une détection de l'amorçage de fissures dans une zone de taille importante. C'est un avantage certain pour étudier un matériau hétérogène. La procédure d'identification de la ténacité est basée sur un post-traitement des champs de déplacement. Cette procédure a l'avantage d'être indépendante du degré de cohérence entre les conditions aux limites réelles et celle d'un cas théorique correspondant à condition de pouvoir se focaliser sur la zone de K-dominance. Cette méthode a permis de réaliser une identification de la ténacité pour des situations d'arrêt de propagation et pour des situations de début de propagation. Elle a par ailleurs mis en évidence le caractère hétérogène du matériau étudié. Les méthodes expérimentales mises en place ont rendu possible une identification de paramètres permettant la représentation du comportement à l'amorçage et à la propagation de fissures dans la roche sous traction.

Dans le quatrième chapitre, on introduit un modèle d'endommagement qui permet d'envisager la simulation de la formation et propagation de réseaux de fissures induits par une évolution de contraintes effectives générée par une opération d'injection de CO_2 en réservoir géologique. Le modèle présenté est non local et permet d'obtenir des résultats globalement indépendants du maillage. Il est basé sur l'utilisation de deux seuils, l'un décrivant l'amorçage de fissures et l'autre la propagation de fissures. La description de l'amorçage des fissures est basée sur un modèle de Weibull et peut permettre de donner un aperçu de multiples scénarios de rupture possibles pour un problème considéré comme identique à l'échelle macroscopique. La propagation des fissures est décrite par un critère cohérent avec la mécanique de la rupture. Le modèle numérique permet une résolution implicite garantissant la stabilité des états convergés. Par ailleurs, un critère de subdivision du pas de chargement a été introduit. Il permet d'obtenir une indépendance des résultats obtenus au pas de chargement apparent pour des cas de propagation stable de fissures. Le mode de description de l'endommagement utilisé est simple (*i.e.,* binaire et constant par éléments). Sa simplicité peut faciliter la mise au point d'un couplage hydromécanique.

L'objectif principal du cinquième chapitre est de valider le modèle numérique développé au quatrième chapitre par rapport aux résultats expérimentaux obtenus au troisième

chapitre. Des simulations d'essais brésiliens portant sur des échantillons virtuels ont été réalisées. Les résultats obtenus correspondent à ceux observés durant la phase d'identification des paramètres de Weibull et montrent la capacité du modèle numérique à représenter l'amorçage de fissures. Le critère de cohérence est aussi apparu comme un seuil d'amorçage n'ayant pas d'influence sur l'effet d'échelle. Des simulations de la propagation d'une fissure dans une poutre ont également été réalisées. Le chargement imposé est issu d'un champ de déplacement mesuré par corrélation d'images lors de la phase d'identification de la ténacité. Les résultats obtenus ont permis de mettre en évidence la robustesse de l'approche. Cependant, ils diffèrent des résultats expérimentaux en termes d'orientation de fissure. Les fissures modélisées semblent plus sensibles à la sollicitation en mode *II* effectivement évaluée au troisième chapitre comme relativement importante pour les essais considérés. On peut supposer que la différence observée au niveau de l'orientation des fissures est due à une anisotropie du matériau favorisant la propagation des fissures dans un plan parallèle au plan de stratification apparent du matériau étudié. Un autre objectif du cinquième chapitre est d'illustrer la capacité du modèle développé à représenter la formation et la propagation d'un réseau de fissures. Le cas traité est simple et il génère un type de chargement comparable à celui observé au deuxième chapitre. Les résultats sont cohérents avec les prédictions du modèle analytique précédemment développé. Il apparaît d'ailleurs que pour le cas traité, ceux-ci sont très peu dépendants du tirage au sort effectué durant la phase d'initialisation.

Cette thèse a permis d'étudier les risques de détérioration des roches induits par l'injection de CO_2 dans un réservoir géologique. Le cas d'une détérioration des roches par des fissures ouvertes a été étudié. Des outils de modélisation ont été mis en place pour décrire la formation et la propagation de réseaux de fissures ouvertes. On distingue deux approches qui peuvent être utilisées pour des modèles numériques ayant des échelles différentes. La première, développée au deuxième chapitre, décrit les réseaux de fissures par une densité de fissures actives et une longueur de fissures actives. Cet outil est susceptible d'être utilisé pour des modèles ayant une géométrie simplifiée ou d'être adapté, sous la forme d'un modèle d'endommagement, à des situations où les fissures sont d'une taille proche ou inférieure à l'échelle de discrétisation. La seconde, développée au quatrième chapitre, est quant à elle adaptée pour traiter des cas où le réseau de fissures formées est constitué de fissures ayant une taille supérieure à l'échelle de discrétisation. Ces deux outils sont basés sur l'utilisation des mêmes paramètres matériels. Par ailleurs, une procédure expérimentale permettant l'identification des paramètres nécessaires a été présentée. L'ensemble des outils mis en place permet de modéliser la formation et la propagation d'un réseau de fissures ouvertes dans un matériau fragile pour des situations variées, et notamment pour le cas d'une injection de CO_2 en réservoir géologique.

Les modélisations présentées dans cette thèse sont toutefois susceptibles d'être enrichies. Plusieurs voies peuvent être proposées.

L'étude menée au premier chapitre a montré qu'une détérioration des propriétés des roches soumises à du cisaillement était possible. Il semble pertinent de compléter le travail par une modélisation des phénomènes de "plasticité" des roches, causée par le frotte-

ment de microfissures à petite échelle, ou de réactivation de failles à plus grande échelle. La modélisation de ces phénomènes pourrait être réalisée en se basant sur des modèles adaptés [17, 94, 95, 96, 97].

Une (autre) perspective a déjà été évoquée au quatrième chapitre. En effet, on suppose que pour des états avancés de fissuration du réservoir, il est nécessaire de prendre en compte le couplage des phénomènes de propagation de fissures ouvertes et de diffusion du fluide. C'est pourquoi le modèle numérique proposé dans cette thèse a été développé en vue d'être intégré dans des simulations de milieux poreux. Une étape importante de l'introduction du modèle développé dans un cadre hydromécanique est de décrire le lien entre la perméabilité d'un milieu à son état de fissuration. Pour ce faire, il est possible de se baser sur des modèles et méthodes existantes [60, 61, 62, 63]. Dans un second temps, la prise en compte des phénomènes thermiques et géochimiques éventuels et de leur influence sur la viabilité d'un stockage géologique de CO_2 pourrait être réalisée en se basant, par exemple, sur des cadres théoriques et numériques déjà proposés [98, 99, 95].

D'autre part, il est notamment apparu qu'il serait préférable de prendre en compte l'anisotropie du matériau. On peut distinguer trois degrés de prise en compte de l'anisotropie. Une première possibilité est de prendre en compte l'éventuelle anisotropie du comportement élastique du matériau considéré. Une deuxième possibilité est d'introduire des paramètres caractérisant une anisotropie des critères de rupture utilisés. Une troisième possibilité est de décrire une anisotropie de l'endommagement [88, 100, 101]. Une étape préalable qui semble nécessaire est d'évaluer la pertinence des trois possibilités évoquées. Afin d'atteindre cet objectif, la première étape pourrait être d'identifier une éventuelle anisotropie du comportement élastique du matériau à l'aide de la base de données obtenues au cours de ce travail.

Par ailleurs, afin d'élargir le domaine d'application du modèle numérique présenté au quatrième chapitre, il pourrait être intéressant de rendre possible la représentation de la fermeture des fissures. Une solution serait de modifier le couplage endommagement-élasticité en introduisant une distinction entre une sollicitation générant une ouverture de fissure et une sollicitation générant une fermeture de fissure. Il existe notamment des formulations qui semblent adaptées [102, 103].

A la vue des résultats obtenus lors de l'identification de la ténacité, il semble qu'il serait profitable de mener une réflexion plus approfondie sur les possibilités d'identification et de prise en compte de l'hétérogénéité du matériau étudié [104]. Une estimation déterministe de la ténacité ne semble pas être suffisamment réaliste.

Enfin, lors des simulations numériques réalisées, deux limitations du modèle numérique développé sont apparues. Une première limitation est la description de la propagation d'une fissure sollicitée de telle manière que la contrainte régularisée en pointe de fissure est quasiment isotrope. En effet, dans ce cas de figure, la moindre perturbation du champ des contraintes régularisées est susceptible de modifier brutalement la direction du vecteur propre associé à la contrainte régularisée principale maximale en pointe de fissure. Du fait du critère directionnel introduit au quatrième chapitre, ce type de perturbation peut me-

ner à des changements brutaux de direction de propagation qui apparaissent comme peu réalistes. Afin de limiter cet effet, une possibilité est de prendre en compte à un instant donné l'orientation de la pointe de fissure pour calculer sa nouvelle direction de propagation. On note que le mode d'implémentation choisi rend l'implantation d'un tel critère numériquement aisée.

Une seconde limitation du modèle numérique développé est la représentation de la propagation "fortement" instable d'une fissure. Dans ce cas de figure, il semble que les résultats obtenus puissent dépendre du maillage qui, en l'occurrence, a un effet sur le pas de fissuration. On précise que l'instabilité de la propagation d'une fissure devient suffisamment "forte" pour atteindre les limites du modèle numérique quand le niveau de sollicitation à proximité de la pointe d'une fissure est susceptible de générer l'amorçage de nouvelle fissures. Pour un cas de propagation "fortement" instable, l'outil numérique peut adopter deux types de comportement selon les choix de résolution numérique. Si le re-découpage automatique du pas de chargement introduit au quatrième chapitre est utilisé, on peut en arriver à re-découper les pas de temps indéfiniment. Si le re-découpage automatique du pas de chargement n'est pas utilisé, on arrive à convergence. Les résultats obtenus peuvent ressembler soit à une macrofissure formée par la coalescence de multiples fissures amorcées le long de la direction de propagation soit à un cône de fragmentation. Une solution pour éviter ces phénomènes peut être d'utiliser une méthode de pilotage du chargement afin de rester dans une situation de propagation stable. La modélisation de la propagation instable des fissures reste cependant une problématique d'actualité.

Annexe A : Comparaison entre des modélisations mono-phasique et di-phasique

On s'attache dans cette annexe à comparer des résultats donnés par des simulations de mécanique des milieux poreux saturés et des résultats donnés par des simulations d'écoulement di-phasique prenant en compte les propriétés du CO_2 à l'état super-critique pour un cas simple. Bien que simple, le modèle proposé se veut représentatif du cas traité au chapitre 1. On représente une géométrie axi-symétrique. On modélise uniquement la couche géologique de réservoir. Les conditions aux limites ainsi que la géométrie sont précisées sur la figure 5.7. Le cas d'une couverture idéalisée ne permettant aucun écoulement est considéré. Cette hypothèse étant associée à des conditions aux limites hydrauliques très sévères, le rayon d'influence de l'injection est bien supérieur au cas traité au chapitre 1. On représente le réservoir cylindrique en maillant un rectangle ayant une hauteur de 50 m et une longueur de 100 km.

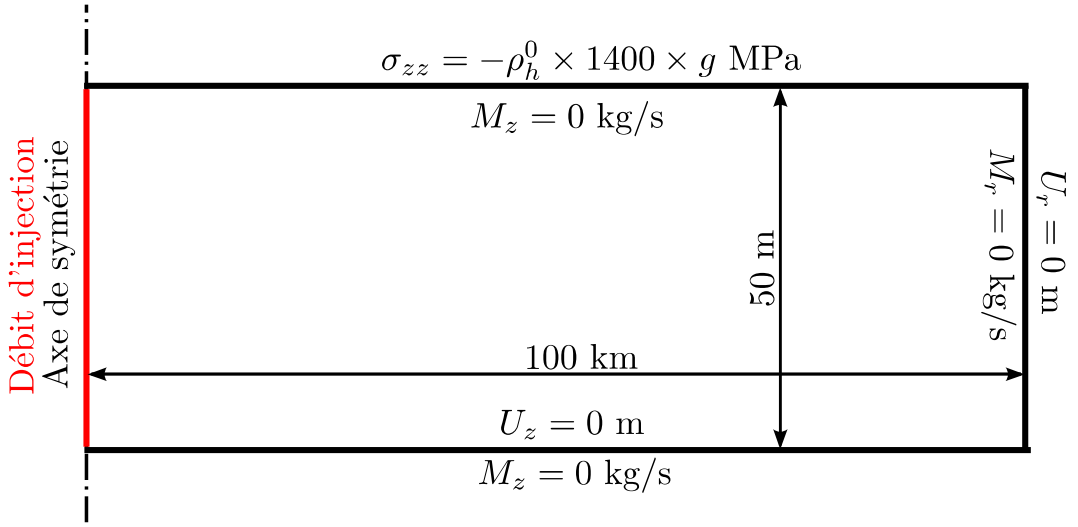


FIG. 5.7 : Schéma du cas traité avec conditions aux limites mécaniques et hydrauliques.

Les condition mécaniques sont telles que l'on simule l'effet d'une pesanteur $g = 9,81$ m/s^2 à une profondeur de 1400 m pour une masse homogénéisée des roches du sous-sol saturé de $\rho_h^0 = 2360$ kg/m^3. Pour les conditions hydrauliques, le débit massique est nul sur tous les bords à l'exception du bord gauche de la zone maillée, confondu avec l'axe de symétrie. Sur le bord gauche, on applique un chargement sous forme de débit massique qui correspond pour le cas di-phasique à une injection de CO_2 super-critique de $0,160$ Mt/an. Pour le cas mono-phasique on impose un débit d'injection équivalent au sens du volume tel qu'introduit dans la partie 1.2.1. Le débit d'injection équivalent est calculé pour une densité du CO_2 de $0,780$ telle que $s_e = 0,160$ Mt/an. Contrairement au cas traité au chapitre 1 on impose un débit non-nul sur toute la hauteur du réservoir. On considère pour les deux cas une pression initiale du réservoir de $p_0 = \rho_l^0 \times 1400 \times g$ avec $\rho_l^0 = 1000$ kg/m^3 et on précise pour le cas di-phasique une température $T_0 = 42$°C.

Pour la simulation de mécanique des milieux poreux, on reprend le formalisme introduit dans la partie 1.2.1. La simulation est réalisée avec le Code_Aster [64]. On considère pour la couche géologique modélisée le module de Young $E = 20$ GPa, le coefficient

de Poisson $\nu = 0,25$, et la densité initiale homogénéisée du matériau $\rho_h^0 = 2360$ kg/m^3. Pour caractériser le comportement de l'eau, on utilise les paramètres $\rho_l^0 = 1000$ kg/m^3, $\mu = 4,33 \times 10^{-4}$ Pa.s et $K_w = 2$ GPa. On considère une perméabilité intrinsèque de $K_{int} = 10^{-14}$ m^2 et une porosité initiale de $\phi_0 = 0,15$.

Pour le cas di-phasique la simulation est réalisée avec TOUGH2 [105] qui est un code de calcul par différences finies. Le calcul n'inclut pas de couplage hydro-mécanique. On décrit la perméabilité relative de la phase liquide par le modèle de Van Genuchten-Mualem [106, 107]

$$k_{rl}(S_l) = \sqrt{S^*}\left\{1 - \left[1 - (S^*)^{\frac{1}{m_{vgm}}}\right]^{m_{vgm}}\right\}^2 \tag{5.7}$$

avec

$$S^* = \frac{S_l - S_{lr1}}{1 - S_{lr1}} \tag{5.8}$$

où S_l est la saturation de la phase liquide, $S_{lr1} = 0,200$ la saturation résiduelle de la phase liquide et $m_{vgm} = 0,6$ un paramètre sans dimension caractéristique du modèle. La conservation de la masse s'écrit

$$\dot{r}_{\alpha i} + \mathrm{div}\left(\vec{M}_i\right) = 0 \tag{5.9}$$

avec $\vec{M}_i$ le flux massique de la phase i et r_i la masse de la phase i par unité de volume qui peut s'écrire

$$r_{\alpha i} = \phi S_i \rho_i \tag{5.10}$$

avec ϕ la porosité, S_i et ρ_i la saturation et la densité de la phase i. Le flux massique de la phase i s'exprime par

$$\vec{M}_i = \phi \rho_i \frac{K_{int}\ k_{ri}}{\mu_i}\left(-\vec{\nabla}(p_i) + \rho_i \vec{g}\right) \tag{5.11}$$

avec p_i la pression de la phase i, μ_i sa viscosité, et k_{ri} sa perméabilité relative. La perméabilité relative de la phase gazeuse est représentée par un polynôme du quatrième degré [108]

$$k_{rg}(S_l) = 1,3978 + 3,7694 S_l + 12,7090 S_l^2 + 20,6420 S_l^3 + 10,3090 S_l^4. \tag{5.12}$$

On utilise la fonction de Van Genuchten [106] pour évaluer la pression capilaire

$$p_{cap}(S_l) = -P_{cp}\left[\left(\hat{S}\right)^{-\frac{1}{m_{vgm}}} - 1\right]^{1-m_{vgm}} \tag{5.13}$$

avec

$$\hat{S} = \frac{S_l - S_{lr2}}{1 - S_{lr2}} \tag{5.14}$$

où $P_{cp} = 0,54$ MPa est le coefficient de pression et $S_{lr2} = 0,199$. On impose aussi

$$0 \leq p_{cap}(S_l) \leq P_{max} \tag{5.15}$$

avec $P_{max} = 10$ MPa de manière à s'affranchir de la branche infinie de la fonction de Van Genutchen. La conservation de l'énergie est donnée par

$$\frac{d}{dt}\left(\phi \times \sum_i S_i \rho_i e_i + (1-\phi)\,\rho_s C_s T\right) + \mathrm{div}\left(\vec{M}_h\right) = 0 \tag{5.16}$$

avec $\vec{M}_h$ le flux thermique, ρ_s la densité du solide, $C_s = 920$ J/kg °C la chaleur spécifique du solide et e_i l'energie interne de chaque phase. Le flux thermique total s'écrit

$$\vec{M}_h = \sum_i h_i \vec{M}_i + \vec{i}_m^{\,h} \tag{5.17}$$

où h_i est l'enthalpie de la phase i et $\vec{i}_m^{\,h}$ le flux de chaleur apparent qui est décrit par la loi de Fourier

$$\vec{i}_m^{\,h} = -\lambda_m \vec{\nabla}(T) \tag{5.18}$$

avec λ_m la conductivité thermique apparente. On prend pour la roche une conductivité thermique de $\lambda_s = 2,51$ (W/m °C). L'état des fluides est défini par un module de TOUGH2 [109].

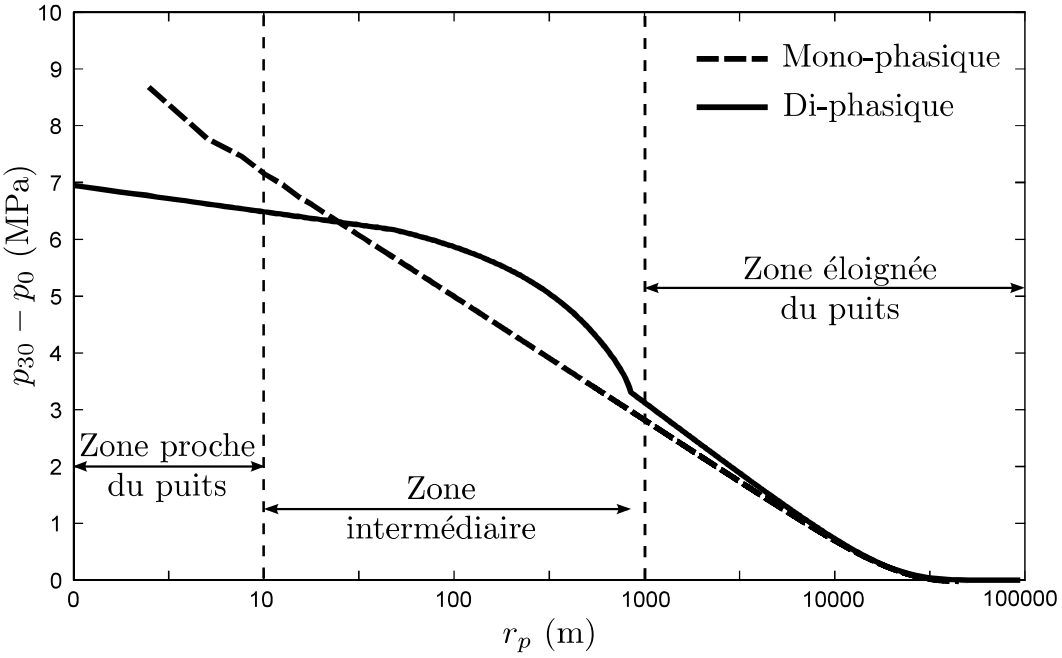


FIG. 5.8 : Evolution du niveau de pression avec le logarithme de la distance au puits après 30 ans de chargement.

On trace sur la figure5.8 la variation du champ de pression obtenue après 30 ans d'injection $p_{30} - p_0$ en fonction de la distance à l'axe de symétrie r_p. On distingue trois zones selon la distance au puits d'injection. On constate que les champs de pression issus des calculs mono-phasique et bi-phasique correspondent relativement bien à une grande

distance du puits d'injection ($r_p \geq 1000$ m). A cette distance du puits, pour le calcul bi-phasique, le milieu est toujours saturé. L'utilisation d'un débit d'injection équivalent en termes de volume permet de retrouver les champs de pression lointains à la compressibilité du CO_2 près. Dans la zone la plus proche du puits ($r_p \leq 10$ m), les résultats obtenus en termes de pression tendent à être très différents à mesure que l'on se rapproche du puits. Dans cette zone, la faible viscosité du CO_2 présent a pour effet de limiter l'établissement d'un gradient de pression important. Dans l'étude réalisée au chapitre 1 les résultats obtenus à une distance de moins de 10 m du puits sont ignorés. Par ailleurs, on observe clairement sur la figure 5.8 que le niveau de pression observé au bord du puits n'est pas un bon indicateur du niveau de chargement si on souhaite comparer des calculs mono-phasique et bi-phasique. Dans la zone intermédiaire (10 m $\leq r_p \leq$ 1000 m), les ordres de grandeur trouvés pour les deux calculs se correspondent relativement bien. On peut donc supposer que les ordres de grandeurs utilisés au chapitre 1 sont cohérents avec un cas d'injection de CO_2 à l'état super-critique.

Par ailleurs, on constate que le champ de pression issu du calcul bi-phasique est plus homogène autour du puits d'injection et notamment pour une distance du puits allant de 0 m à 150 m. D'autre part, on fait au chapitre 2 une hypothèse simplificatrice qui est que le niveau des contraintes effectives horizontales ne dépend que de la profondeur dans une zone d'étude définie sur la figure 2.3. D'après l'allure du champ de pression tracé sur la figure 5.8, on peut supposer que l'hypothèse simplificatrice réalisée au chapitre 2 est d'autant plus adaptée que l'on prend en compte les propriétés du CO_2 à l'état super-critique.

Annexe B : Etude complémentaire de l'état de sollicitation induit par injection de CO_2

On s'attache dans cette annexe à étudier l'influence de l'approximation, utilisée dans la partie 1.2.2, qui consiste à considérer que les contraintes horizontales et verticales sont les contraintes principales. On réalise une étude similaire à celle de la partie 1.2.2 sans faire d'hypothèses particulières sur l'orientation des contraintes. On introduit deux critères :

- (D) Dégradation en cisaillement. Si on considère le cas d'une fracture de position et d'orientation quelconque, on peut décrire le risque de rupture en cisaillement de la fracture par un critère de Coulomb

$$S_{mc} + \sigma_{mc} \sin\left(\theta_f\right) - C_0 \cos\left(\theta_f\right) \geq 0 \tag{5.19}$$

avec $S_{mc} = \frac{1}{2}\left|\sigma'_1 - \sigma'_3\right|$ le cisaillement maximal dans le plan σ'_1, σ'_3 et la contrainte normale $\sigma_{mc} = \frac{1}{2}\left(\sigma'_1 + \sigma'_3\right)$ dans le plan σ'_1, σ'_3, θ_f l'angle de frottement (avec $\theta_f = 30°$ pour le cas étudié) et C_0 la cohésion (nulle dans le cas considéré).

- (E) Fracturation en mode d'ouverture. On considère un critère de Rankine associé à la contrainte effective principale maximale

$$\sigma'_1 \geq 0. \tag{5.20}$$

Ce critère peut être activé par une augmentation de la pression des pores.

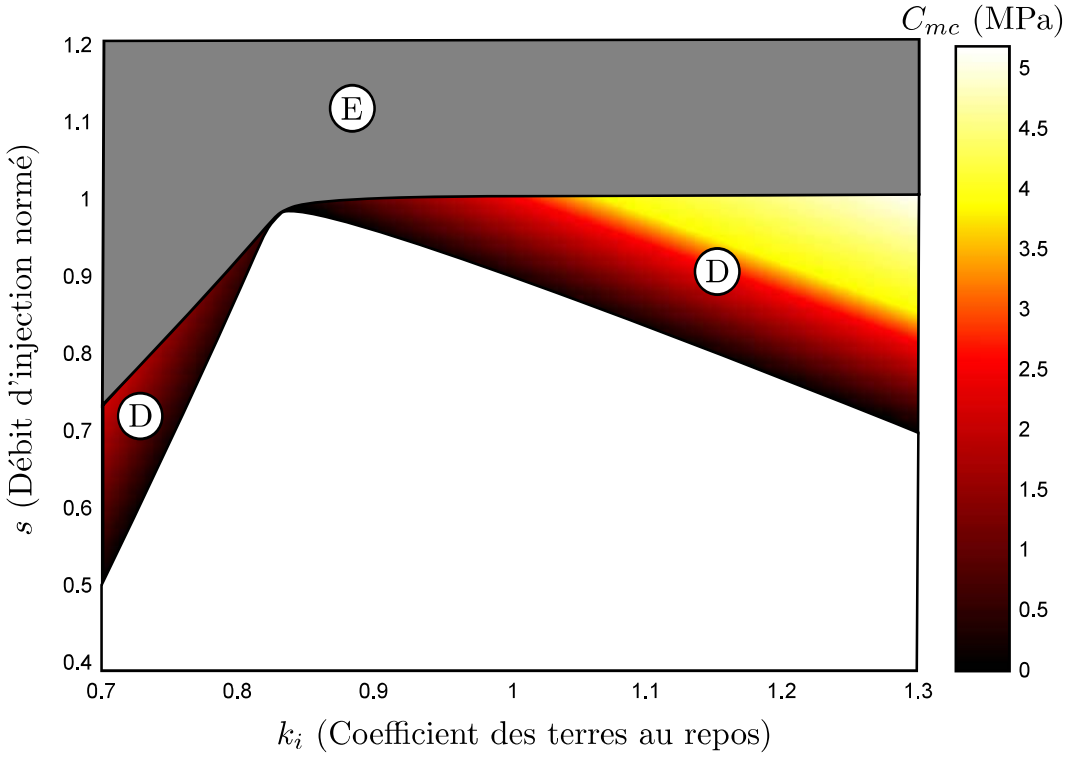


FIG. 5.9 : Carte des mécanismes de rupture et indicateur du niveau de chargement au sens du critère de Mohr-Coulomb C_{mc} pour différentes conditions initiales et différents niveaux de chargement sans hypothèses particulières sur l'orientation des contraintes. La notation (D) correspond au critère de Mohr-Coulomb et (E) correspond au critère de Rankine

Les critères de rupture introduits sont utilisés pour caractériser l'état de contrainte au niveau de l'intersection de la ligne d'étude et de l'interface entre le réservoir et la couverture. Comme dans la partie 1.2.2, les simulations portant sur l'ensemble du complexe de stockage sont réalisées pour différents débits d'injection et différents coefficients des terres. Pour chaque cas, on se base sur les résultats obtenus pour une situation d'écoulement quasi-permanent. On trace sur la figure 5.9 une carte des mécanismes de rupture pour les différents cas considérés. Comme on peut le voir sur la figure 5.9, le premier mécanisme à être activé pour tout type de coefficient des terres est associé au critère (D), tout comme le critère (A) est le premier à être activé pour l'étude correspondant à la figure 1.9. Afin de caractériser le niveau de chargement associé au critère (D) on introduit un indicateur du niveau de chargement

$$C_{mc} = \frac{S_{mc} + \sigma_{mc} \sin\left(\theta_f\right)}{\cos\left(\theta_f\right)}. \tag{5.21}$$

On note que si on a $C_0 \geq C_{mc}$, le critère (D) n'est pas activé. Sur la figure 5.9, la valeur de C_{mc} est indiquée en MPa par une carte de couleur quand seul le critère (D) est activé pour une cohésion $C_0 = 0$ MPa.

Les résultats présentés sur la figure 5.9 sont très proches de ceux présentés sur la figure 1.9, ce qui légitime l'hypothèse simplificatrice considérée pour l'étude réalisée dans la partie 1.2.2.

Annexe C : Résultats des essais brésiliens

Ech.	rayon moy. (mm)	longueur moy. (mm)	Chargement max. (N)
1	43.8	79.3	64832
2	43.8	82.5	62744
3	42.2	86.3	83377
4	44.2	90.0	93938
5	44.1	85.0	86265
6	44.1	84.5	76427
7	44.1	89.4	67276
8	42.7	88.4	92866
9	42.3	88.0	*
10	42.7	87.5	76286
11	42.6	93.6	65980
12	42.7	86.0	60057
13	42.4	90.9	*
14	44.2	91.2	*
15	44.2	95.7	70501
16	44.2	87.8	85510
17	44.2	88.8	69560
18	42.2	91.4	93314
19	42.2	04.3	71631
20	44.2	82.3	69247
21	44.1	92.0	74911
22	44.3	92.6	74577
23	43.9	87.8	92012
24	43.2	89.1	92932
25	43.8	86.9	75428
26	42.5	82.2	61935
27	43.7	94.3	*
28	43.9	85.3	83680
29	44.2	84.7	62287
30	42.5	88.0	67941
31	43.9	85.1	88111
32	43.5	82.5	65388
33	43.6	92.6	88600
34	42.6	85.9	87023

Les échantillons avec des étoiles n'ont pas rompu pour une charge de 100 kN.

Annexe D : Résultats des essais de flexion trois points

Ech.	épaisseur moy. (mm)	largeur moy. (mm)	Chargement max. (N)
1	18.9	17.8	301
2	18.4	18.7	318
3	18.8	18.4	398
4	18.4	18.8	344
5	18.2	18.6	387
6	19.4	18.4	522
7	18.0	19.5	446
8	18.2	18.6	339
9	18.0	18.1	277
10	18.4	19.1	459
11	19.4	19.6	628
12	18.9	18.4	480
13	18.8	18.4	394
14	18.2	18.9	463
15	17.8	18.2	266
16	18.6	18.5	314
17	18.0	18.0	252
18	17.9	18.2	293
19	18.0	18.6	338
20	18.8	18.4	528
21	19.0	19.6	346
22	19.1	19.2	590
23	18.3	18.2	371
24	19.2	18.5	566
25	18.6	18.1	359
26	18.2	19.3	504
27	18.6	18.7	298
28	18.9	18.4	418
29	19.2	18.2	542
30	18.6	18.0	473

Bibliographie

[1] CO2CRC. http ://www.co2crc.com.au/images/imagelibrary/gen_diag/spm1_media.jpg. Site internet, CO2CRC, 2009.

[2] Metz B, Davidson O, De Coninck HC, Loos M, and Meyer L. IPCC special report on carbon dioxide capture and storage. Technical report, Working group III of the Intergovernemental Panel on Climate Change, 2005.

[3] Bachu S. Screening and ranking of sedimentary basins for sequestration of CO_2 in geological media. *Environmental Geology*, 44(3) : 277–289, 2003.

[4] Grange S. *Expérimentation et modélisation de l'endommagement sous chargements dynamiques de deux roches calcaires*. Thèse de doctorat, Ecole Normale Supérieure de Cachan, 2007.

[5] Kongsjorden H, Karstad O, and Torp TA. Saline aquifer storage of carbon dioxide in the Sleipner project. *Waste Management*, 17(5) : 303–308, 1997.

[6] Lucier A and Zoback M. Assessing the economic feasibility of regional deep saline aquifer CO_2 injection and storage : A geomechanics-based workflow applied to the Rose Run sandstone in Eastern Ohio, USA. *International Journal of Greenhouse Gas Control*, 2(2) : 230–247, 2008.

[7] Gauss I, Audigane P, André L, Lions J, Jacquemet N, Durst P, Czernichowski-Lauriol I, and Azaroual M. Geochemical and solute transport modelling for CO_2 storage, what to expect from it. *International Journal of Greenhouse Gas Control*, 2(4) : 605–625, 2008.

[8] Rutqvist J and Tsang CF. Coupled hydromechanical effects in CO_2 injection. In *Underground Injection Science & Technology*. Elsevier, 2005.

[9] Pruess K and Garcìa J. Multiphase flux dynamics during CO_2 disposal into saline aquifers. *Environmental Geology*, 42(2-3) : 282–295, 2002.

[10] Rutqvist J and Stephansson O. The role of hydromechanical coupling in fractured rock engineering. *Journal of Hydrogeology*, 11(1) : 7–40, 2003.

[11] Soltanzadeh H and Hawkes CD. Semi-analytical models for stress change and fault reactivation induced by reservoir production and injection. *Journal of Petroleum Science & Engineering*, 60(2) : 71–85, 2008.

[12] Rutqvist J and Tsang CF. A study of caprock hydromechanical changes associated with CO_2 injection into a brine aquifer. *Environmental Geology*, 42(2-3) : 296–305, 2002.

[13] Terzaghi K. *Theoretical soil mechanics*. John Wiley, 1943.

[14] Hawkes CD, Bachu S, and Haug K. Analysis of In-Situ stress regime in the Alberta basin, Canada, for performance assessment of CO_2 geological sequestration sites. In *Fourth Annual Conference on Carbon Capture and Sequestration*, 2005.

[15] Rutqvist J, Birkholzer JT, and Tsang CF. Coupled reservoir geomechanical analysis of the potential for tensile and shear failure associated with CO_2 injection in multilayered reservoir caprock systems. *International Journal of Rock Mechanics & Mining Science*, 45(2) : 132–143, 2008.

[16] Rutqvist J, Birkholzer JT, Cappa F, and Tsang CF. Estimating maximum sustainable injection pressure during geological sequestration of CO_2 using coupled fluid flow and geomechanical fault-slip analysis. *Energy Conversion Management*, 48(6) : 1798–1807, 2007.

[17] Andrieux S, Bamberger Y, and Marigo JJ. A model of microcracked material for concretes and rocks. *Journal de mécanique théorique et appliquée*, 5(3) : 471–513, 1986.

[18] Quesada D, Picard D, Putot C, and Leguillon D. The role of the interbed thickness on the step-over fracture under overburden pressure. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*, 46(2) : 281–288, 2009.

[19] Sibson RH. Brittle-failure controls on maximum sustainable overpressure in different tectonic regimes. *Bulletin of American Association of Petroleum Geologist*, 87(6) : 901–908, 2003.

[20] Soltanzadeh H and Hawkes CD. Assessing fault reactivation tendency within and surrounding porous reservoirs during fluid production or injection. *International Journal of Rock Mechanics & Mining Science*, 46(1) : 1–7, 2009.

[21] Coussy O. *Mechanics of porous continua*. John Wiley, 1995.

[22] Biot MA. General theory of three dimensional consolidation. *Journal of Applied Physics*, 12 : 155–164, 1941.

[23] Shockey DA, Curran DR, Seaman L, and Rosenberg JT Petersen CF. Fragmentation of Rocks under Dynamic Loads. *International Journal of Rock Mechanics & Mining Science*, 11 : 303–317, 1974.

[24] Denoual C. *Approche probabiliste du comportement à l'impact du carbure de silicium : application aux blindages moyens*. Thèse de doctorat, Ecole Normale Supérieure de Cachan, 1998.

[25] Weibull W. *A Statistical theory of the strength of materials*. Royal Swedish Institute for Engineering Research, 1939.

[26] Brajer X. *Comportement dynamique du verre sous impact*. Thèse de doctorat, Ecole Normale Supérieure de Cachan, 2004.

[27] Seyedi M and Hild F. Towards a probabilistic model for the formation of crack networks in rocks. *Revue Française de Géotechnique*, 119 : 73–82, 2007.

[28] Seyedi M. *Formation, propagation et coalescence dans un réseau de fissures en fatigue thermique*. Thèse de doctorat, Ecole Normale Supérieure de Cachan, 2004.

[29] Malésys N, Seyedi M, Vincent L, and Hild F. On the formation of crack networks in high cycle fatigue. *Comptes Rendus de Mécanique*, 334(7) : 419–424, 2006.

[30] Malésys N. *Modélisation probabiliste de formation de réseaux de fissures de fatigue thermique*. Thèse de doctorat, Ecole Normale Supérieure de Cachan, 2007.

[31] Malésys N, Vincent L, and Hild F. A probabilistic model to predict the formation and propagation of crack networks in thermal fatigue. *International Journal of Fatigue*, 31(3) : 565–574, 2009.

[32] Jayatilaka ADS and Trustrum K. Statistical approach to brittle fracture. *Journal of Material Sciences*, 12(7) : 1426–1430, 1977.

[33] Yaacoub A. *Tolérance aux défaux initiaux : application à une fonte GS en fatigue*. Thèse de doctorat, Ecole Normale Supérieure de Cachan, 1996.

[34] Chantier I. *Tolérance aux défaux et effet de surface : dimensionnement à la fatigue des pièces de fonderie*. Thèse de doctorat, Ecole Normale Supérieure de Cachan, 2000.

[35] Hild F. Probabilistic approach to fracture : the Weibull model. In *Handbook of Materials Behavior Models*. San Diego Academic Press, 2001.

[36] Jeulin D. *Modèles morphologiques de structures aléatoires et changement d'échelle*. Thèse d'état, Université de Caen, 1991.

[37] Gulino R and Phoenix SL. Weibull strengh statistics for graphite fibres measured from the break progression in a model graphite/glass/epoxy microcomposite. *Journal of Material Science*, 26(11) : 3107–3118, 1991.

[38] Davies DGS. The statistical approach to engineering design in ceramics. *British Ceramic Society*, 22 : 429–452, 1973.

[39] Oh HL and Finnie I. On the location of fracture in brittle solids-I due to static loading. *International Journal of Fracture Mechanics*, 6 : 287–300, 1970.

[40] Hild F, Billardon R, and Marquis D. Stress heterogeneity influence on failure of brittle materials. *Comptes rendus de l'académie des sciences*, 315(11) : 1293–1298, 1992.

[41] Lemaitre J. *A Course on damage mechanics*. Springer-Verlag, 1992.

[42] Isida M. Elastic analysis of cracks and stress intensity factors. In *Fracture mechanics and strength of materials 2*. Baifuukan, 1976.

[43] Preston C, Monea M, Jazrawi W, Brown K, Whittaker S, White D, Law D, Chalaturnyk R, and Rostron B. IEA GHG Weyburn CO_2 monitoring and storage project. *Fuel Processing Technology*, 86(14) : 1547–1568, 2005.

[44] Le Nindre YM and Gauss I. Characterisation of the lower watrous aquitard as major seal for CO_2 geological sequestration. In 7^{th} *International Conference on Greenhouse Gas Control Technologies*, 2004.

[45] Freudenthal AM. Statistical approach to brittle fracture. In *Fracture*. New York Academic Press, 1968.

[46] Hild F and Roux S. Digital image correlation : from displacement measurement to identification of elastic properties - a review. *Strain*, 42(2) : 69–80, 2006.

[47] Beremin FM. A local criterion for cleavage fracture of a nuclear pressure vessel steel. *Metallurgical and Materials Transactions A*, 14(11) : 2277–2287, 1983.

[48] Da Silva ACR, Proença SPB, Billardon R, and Hild F. Probabilistic approach to predict cracking in lightly reinforced microconcrete panels. *Journal of Engineering Mechanics*, 130(8) : 931–941, 2004.

[49] Gosh A. A FORTRAN program for fitting Weibull distribution and generating samples. *Computers & Geosciences*, 25(7) : 729–738, 1999.

[50] Wu D, Zhou J, and Li Y. Unbiased estimation of Weibull parameters with the linear regression method. *Journal of European Ceramic Society*, 26(7) : 1099–1105, 2006.

[51] Murakami Y. *Stress intensity factors handbook*. Pergamon, 1987.

[52] Nose T and Fujii T. Evaluation of fracture toughness for ceramics materials by a Single-Edge-Precracked-Beam method. *Journal of American Ceramic Society*, 71(5) : 328–333, 1973.

[53] Lawn BR. *Fracture of brittle material*. Cambridge University Press, 1993.

[54] Srawley JE. Wide range stress intensity factor expressions for ASTM E399 standard fracture thoughness specimens. *International Journal of Fracture*, 12(3) : 475–476, 1977.

[55] Hild F. CORRELI^{LMT} : a Software for Displacement field measurements by digital image correlation. Rapport 254, LMT-Cachan, 2002.

[56] Besnard Gand Hild F and Roux S. "Finite-Element" Displacement fields analysis from digital images : application to Portevin-Le Châtelier bands. *Experimental Mechanics*, 46(6) : 789–804, 2006.

[57] Forquin P, Rota L, Charles Y, and Hild F. A method to determine the macroscopic toughness scatter of brittle materials. *European Journal for Mechanics - A/ Solids*, 125(1-2) : 171–187, 2003.

[58] Roux S and Hild F. Stress intensity factor measurements from digital image correlation : post-processing and integrated approaches. *Internationnal Journal of Fracture Mechanics*, 140(1-4) : 141–157, 2006.

[59] Pancheri P, Bosetti P, Dal Maschio R, and Sglavo VM. Production of sharp cracks in ceramic materials by three-point bending of sandwiched specimens. *Engineering & Fracture Mechanics*, 59(4) : 447–456, 1977.

[60] Souley M, Homand F, Pepa S, and Hoxha D. Damage-induced permeability changes in granite : a case example at the URL in Canada. *International Journal of Rock Mechanics & Mining Science*, 38(2) : 297–310, 2001.

[61] Shao JF, Zhou H, and Chau KT. Coupling between anisotropic damage and permeability variation in brittle rocks. *International Journal of Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, 29(12) : 1231–1247, 2005.

[62] Zhu WC, Liu J, Yang TH, Sheng JC, and Elsworth D. Effects of local rock heterogeneities on the hydromechanics of fractured rocks using a digital-image-based technique. *International Journal of Rock Mechanics & Mining Science*, 43(8) : 1182–1199, 2006.

[63] Pouya A and Fouché O. Permeability of 3D discontinuity networks : New tensors from boundary-conditioned homogenisation. *Advances in Water Resources*, 32(3) : 303–314, 2009.

[64] Code_Aster. http ://www.code-aster.org. Site internet, EDF R&D, 2009.

[65] Cundall PA and Strack ODL. A discrete numerical model for granular assemblies. *Géotechnique*, 29(1) : 47–65, 1979.

[66] Babuska I and Melenk JM. The Partition of Unity Method. *International Journal of Numerical Methods in Engineering*, 40 : 727–758, 1997.

[67] Melenk JM and Babuska I. Approximation with harmonic and generalized harmonic polynomials in the partition of unity method. *Computer Assisted Mechanic and Engineering Science*, 4 : 607–632, 1997.

[68] Moës N, Dolbow J, and Belytschko T. A finite element method for crack growth without remeshing. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 46(1) : 131–150, 1999.

[69] Belytschko T, Moës N, Usui S, and Parimi C. Arbitrary discontinuities in finite elements. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 50(4) : 993–1013, 2001.

[70] Barenblatt GI. The mathematical theory of equilibrium cracks in brittle fracture. *Advances in Applied Mechanics*, 7 : 55–129, 1962.

[71] Hillerborg A, Modeer M, and Petersson PE. Analysis of crack formation and crack growth in concrete by means of fracture mechanics and finite elements. *Cement Concrete Research*, 6(6) : 773–782, 1976.

[72] Smith E. The structure in the vicinity of a crack tip : a general theory based on the cohesive crack model. *Engineering Fracture Mechanics*, 6 : 213–222, 1974.

[73] Bazant ZP and Pijaudier-Cabot G. Nonlocal continuum damage, localization instability and convergence. *Journal of Applied Mechanics*, 55 : 287–294, 1988.

[74] Pijaudier-Cabot G and Bazant ZP. Nonlocal damage theory. *Journal of Engineering Mechanics*, 113(10) : 1512–1533, 1987.

[75] De Borst R and Mühlhaus HB. Gradient dependant plasticity : formulation and algorithmic aspects. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 35(3) : 521–539, 1992.

[76] Michel-Ponelle S. Loi d'endommagement d'un matériau élastique fragile. Documentation Code Aster R5.03.18, EDF R&D, 2009.

[77] Hadamard J. Leçon sur la propagation des ondes et les équations de l'hydrodynamique. Rapport, Paris, 1903.

[78] Hill R. Acceleration waves in solids. *Journal of Mechanical Physics of Solids*, 10(1) : 1–16, 1962.

[79] Mandel J. Ondes plastiques dans un milieu indéfini à trois dimensions. *Journal de Mécanique*, 1 : 3–30, 1962.

[80] Rudnicki JW and Rice JR. Conditions for localization of deformation in pressure-sensitive dilatant materials. *Journal of Mechanical Physics of Solids*, 23 : 371–394, 1975.

[81] Rice JR and Rudnicki JW. A note on some features of the theory of localization of deformations. *International Journal of Solids and Structures*, 16 : 597–605, 1980.

[82] Billardon R and Doghri I. Prévision de l'amorçage d'une macro-fissure par la localisation de l'endommagement. *Comptes Rendus de l'Académie des Sciences*, 308(4) : 347–352, 1980.

[83] De Borst R, Heeres O, and Benallal A. A gradient enhanced damage model : theory and computation. In *Computational plasticity*. Onate and Hinton, 1995.

[84] Lorentz E. *Lois de comportement à gradients de variables internes : construction, formulation variationnelle et mise en oeuvre numérique*. Thèse de doctorat, Université Paris 6, 1999.

[85] Peerlings RHJ. *Enhanced damage modelling for fracture and fatigue*. Phd thesis, Eindhoven University of Technology, 1999.

[86] Godard V. *Modélisation de l'endommagement anisotrope du béton avec prise en compte de l'effet unilatéral : Application à la simulation des enceintes de confinement nucléaires*. Thèse de doctorat, Université Paris 6, 2005.

[87] Peerlings RHJ, De Borst R, Brekelmans WAM, and Geers MGD. Localisation issues in local and nonlocal continuum approaches to fracture. *European Journal for Mechanics - A/ Solids*, 21 : 175–189, 2002.

[88] Lemaitre J and Chaboche JL. *Mécanique des matériaux solides*. Dunod, 1985.

[89] Polyanin AD. *Handbook of linear partial differential equations for engineers and scientists*. Chapman & Hall, 2002.

[90] Abramowitz M and Stegun I. *Handbook of mathematical functions with formulas, graphs, and mathematical tables*. Dover, 1972.

[91] Abbas M. Algorithme non-linéaire quasi-statique. Documentation Code Aster R5.03.01, EDF R&D, 2009.

[92] Galenne E. Modélisation non locale à gradient de déformation. Documentation Code Aster R5.04.02, EDF R&D, 2009.

[93] Desroches X. Fonctions de forme et points d'intégration des éléments finis. Documentation Code Aster R3.01.01, EDF R&D, 2009.

[94] Chambon R, Caillerie D, and Tamagnini C. A finite deformation second gradient theory of plasticity. *Comptes rendus de l'académie des sciences*, 329(11) : 797–802, 2001.

[95] Fernandes R, Chanvant C, and Chambon R. A simplified second gradient model for dilatant material : theory and numerical implementation. *International Journal of Solids and Structures*, 45(20) : 5289–5307, 2008.

[96] Vivier G. *Modélisation de l'allumage mécanique d'explosifs comprimés sous impacts modérés : apports de la thermodynamique des milieux continus*. Thèse de doctorat, Ecole Normale Supérieure de Cachan, 2008.

[97] Vivier G, Trumel H, and Hild F. On the stored and dissipated energies in heterogeneous rate-independent systems : theory and simple examples. *Continuum Mechanics & Thermodynamics*, 20(7) : 411–427, 2009.

[98] Wenhua W, Xikui L, Charlier R, and Collin F. A thermo-hydro-mechanical constitutive model and its numerical modelling for unsaturated soils. *Computers and Geotechnics*, 31(2) : 155–167, 2004.

[99] Liu Z, Boukpeti N, Li X, Collin F, Radu JP, Hueckel T, and Charlier R. Modelling chemo-hydro-mechanical behaviour of unsaturated clays : a feasibility study. *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, 29(9) : 919–940, 2005.

[100] Lemaitre J, Desmorat R, and Sauzay M. Anisotropic damage law of evolution. *European Journal of Mechanics - A/Solids*, 19(2) : 187–208, 2000.

[101] Desmorat R, Gatuingt F, and Ragueneau F. Nonlocal anisotropic damage model and related computational aspects for quasi-brittle material. *Engineering Fracture Mechanics*, 74(10) : 1539–1560, 2007.

[102] Chaboche JL. Damage induced anisotropy : on the difficulties associated with the active/passive unilateral condition. *International Journal of Damage Mechanics*, 5 : 384–402, 1992.

[103] Halm D and Dragon A. A model of anisotropic damage by mesocrack growth : unilateral effect. *International Journal of Damage Mechanics*, 1 : 148–174, 1996.

[104] Roux S, Vandembroucq D, and Hild F. Effective toughness of heterogeneous brittle materials. *European Journal for Mechanics - A/ Solids*, 22(5) : 743–749, 2003.

[105] Pruess K, Oldenburg CM, and Moridis GJ. ITOUGH2 user's guide, version 2.0. Technical report LBNL-43134, Lawrence Berkeley National Laboratory, 1999.

[106] Van Genuchten MT. A closed-form equation for predicting the hydraulic conductivity of unsaturated soils. *Soil Science Society of America Journal*, 44(6) : 892–898, 1980.

[107] Mualem Y. A new model for predicting the hydraulic conductivity of unsaturated porous media. *Water Resources*, 12(3) : 513–521, 1976.

[108] André L, Audigane P, Azaroual M, and Menjoz A. Numerical modeling of fluid-rock chemical interactions at the supercritical CO_2-liquid interface during CO_2 injection into a carbonate reservoir, the Dogger aquifer (Paris Basin, France). *Energy Conversion and Management*, 48(6) : 1782–1797, 2007.

[109] Pruess K. ECO2N-a TOUGH2 fluid property module for mixtures of water, NaCl, and CO_2. Technical report LBNL-57952, Lawrence Berkeley National Laboratory, 2005.